



HAL
open science

Interactions effectives et théorie de champs moyens: de la matière nucléaire aux noyaux

B. Cochet

► **To cite this version:**

B. Cochet. Interactions effectives et théorie de champs moyens: de la matière nucléaire aux noyaux. Physique mathématique [math-ph]. Université Claude Bernard - Lyon I, 2005. Français. NNT : . tel-00413527

HAL Id: tel-00413527

<https://theses.hal.science/tel-00413527>

Submitted on 4 Sep 2009

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

présentée

devant l'UNIVERSITÉ CLAUDE BERNARD—LYON 1

pour l'obtention

du **DIPLÔME DE DOCTORAT**
(arrêté du 25 avril 2002)

par

Bertrand COCHET

Titre de la thèse :

Interactions effectives et théories de champ moyen : de la matière nucléaire aux noyaux

A soutenir le 7 Juillet 2005 devant la commission d'examen

M. J. BARTEL	Rapporteur
M. K. BENNACEUR	
M. G. CHANFRAY	
M. T. DUGUET	Rapporteur
M. J. MEYER	Directeur de thèse

Table des matières

Résumé	1
Abstract	3
Introduction	7
I Vers une force effective nouvelle	9
1 Interactions effectives	11
1.1 De l'interaction libre à l'interaction dans le noyau	11
1.2 Interactions réalistes	12
1.2.1 Construction d'une interaction réaliste	12
1.2.2 Différentes interactions réalistes	13
1.3 Interactions effectives	16
1.3.1 Limites des interactions réalistes	16
1.3.2 Interactions effectives microscopiques	17
1.3.3 Interactions effectives phénoménologiques	21
2 Force de Skyrme	25
2.1 Formulation standard	25
2.1.1 De la force de Skyrme à la matière nucléaire infinie	25
2.1.2 Corrélations compressibilité-densité à l'équilibre	30
2.2 Force de Skyrme généralisée	32
2.2.1 Au-delà de la forme standard	32
2.2.2 Fonctionnelle de Skyrme généralisée	37
3 Construction de la force de Skyrme	39
3.1 Ingrédients usuels de la construction d'une force	39
3.1.1 Matière nucléaire infinie	40
3.1.2 Matière semi-infinie et énergie de surface	50
3.1.3 Noyaux	51

3.2	De nouvelles contraintes pour la force	54
3.2.1	Au niveau de la matière nucléaire	54
3.2.2	Instabilités d'isospin	62
3.3	Nomenclature des forces	64
II	Applications	69
4	Matière nucléaire	71
4.1	Matière symétrique à matière asymétrique	71
4.1.1	Equations d'état de la matière nucléaire	71
4.1.2	Energie de symétrie	81
4.2	Vers la description des étoiles à neutrons	86
4.2.1	Matière β -stable	88
4.2.2	Propriétés des étoiles à neutrons	95
5	Propriétés des noyaux	101
5.1	Forces utilisées dans le canal d'appariement	101
5.2	Instabilités d'isospin	103
5.3	Chaînes isotopiques	104
5.3.1	Energies des noyaux	105
5.3.2	Rayons des noyaux	111
5.4	Effet du <i>splitting</i> des masses effectives	116
5.5	Perspectives	124
	Conclusion	129
	Annexes	133
A	Paramétrisations standards	133
B	Théories de champ moyen	135
B.1	Approximation des particules indépendantes	135
B.2	Méthode Hartree-Fock	136
B.3	Corrélations d'appariement	138
C	Paramètres de Landau	141
C.1	Fonctionnelle de Skyrme	141
C.2	Paramètres de Landau	142
C.2.1	Interaction résiduelle	142
C.2.2	Force de Skyrme	143

Bibliographie

149

Liste des figures

1.1	Représentation diagrammatique de la matrice G de Brueckner	18
1.2	Lignes de Coester des calculs Brueckner-Hartree-Fock	20
2.1	Corrélacion compressibilité - densité au point de saturation	31
2.2	Corrélacion entre observables au point de saturation	33
3.1	Equation d'état de la matière nucléaire symétrique	41
3.2	Equations d'état de la matière nucléaire asymétrique	46
3.3	Matière de neutrons pour plusieurs forces de Skyrme standards	49
3.4	Densité d'apparition d'une instabilité ferromagnétique ρ_f	58
3.5	<i>Splitting</i> des masses effectives m^*/m	59
3.6	Orientation du <i>splitting</i> des masses effectives m^*/m	60
3.7	Densité d'apparition d'une instabilité ferromagnétique ρ_f et facteur κ_v	61
3.8	Coefficient $C_1^{\Delta\rho}$ de l'instabilité d'isospin et facteur κ_v	63
4.1	Equations d'état de la matière nucléaire symétrique	72
4.2	Equations d'état de la matière nucléaire symétrique en fonction de K_∞	73
4.3	Equations d'état de la matière nucléaire asymétrique en fonction de Y_p	74
4.4	Coefficient d'incompressibilité K en fonction de Y_p	75
4.5	Vitesse du son ν_s en fonction de Y_p	76
4.6	Equations d'état de la matière de neutrons	78
4.7	Equations d'état de la matière nucléaire en fonction de m^*/m	79
4.8	Equations d'état de la matière nucléaire symétrique en fonction de κ_v	80
4.9	Evolution de l'énergie de symétrie $a_I(\rho, I)$	82
4.10	Evolution de l'énergie de symétrie $a_I(\rho)$	83
4.11	Comparaison de l'énergie de symétrie	85
4.12	Structure interne d'une étoile à neutrons	87
4.13	Fractions des éléments pour la matière β -stable	90
4.14	Fractions des nucléons pour la matière β -stable	91
4.15	Equations d'état pour la matière β -stable	92
4.16	Potentiels chimiques des éléments pour la matière β -stable	93
4.17	Vitesse du son dans la matière β -stable	94
4.18	Masses et rayons des étoiles à neutrons	96
4.19	Processus URCA et stabilité des étoiles à neutrons	99

5.1	Equation du gap dans la matière nucléaire infinie	102
5.2	Instabilités d'isospin	104
5.3	Energies pour la série isotopique des étains	105
5.4	Energies pour les séries isotopiques des zirconiums et des plombs . . .	106
5.5	Energies pour les séries isotopiques des calciums et des nickels	107
5.6	Comparaison des énergies pour les calciums et les nickels	108
5.7	Comparaison des énergies pour les zirconiums et les plombs	109
5.8	Comparaison des énergies pour les étains	110
5.9	Rayons de charge pour la série isotopique des étains	112
5.10	Rayons de charge pour les séries isotopiques des zirconiums et des plombs	113
5.11	Rayons de charge pour les séries isotopiques des calciums et des nickels	113
5.12	Décalages isotopiques des rayons de charge des isotopes de plomb . .	115
5.13	Noyaux pair-pair, de numéro atomique supérieur ou égal à 20	117
5.14	Energies des 530 noyaux à l'approximation sphérique pour $i = [0, 1, 2]$	119
5.15	Energies des 530 noyaux à l'approximation sphérique pour $i = [0, 1, 3]$	120
5.16	Energies des 134 noyaux sphériques pour $i = [0, 1, 2]$	121
5.17	Energies des 134 noyaux sphériques pour $i = [0, 1, 3]$	122
5.18	Evolution du r.m.s. tronqué	124

Liste des tableaux

2.1	Notations générales des forces de Skyrme	35
3.1	Energies de liaison des noyaux de la procédure d'ajustement	52
3.2	Contribution à l'énergie totale du terme correctif à deux corps	54
3.3	Caractéristiques des paramétrisations de classe B de la force généralisée	65
3.4	Caractéristiques des paramétrisations de classe C des forces $i = [0, 1, 2]$	66
3.5	Caractéristiques des paramétrisations de classe C des forces $i = [0, 1, 3]$	66
4.1	Caractéristiques du seuil d'instabilité des étoiles à neutrons	97
4.2	Caractéristiques au point de démarrage du processus URCA	98
5.1	Propriétés des paramétrisations de classe C de la force généralisée . .	118
5.2	r.m.s. pour les noyaux sphériques	123
A.1	Paramétrisations des forces de Skyrme standards	133
A.2	Caractéristiques des paramétrisations standards de la force de Skyrme	134

Résumé

Un des principaux axes de recherche en physique nucléaire est l'étude des noyaux dans des conditions extrêmes en spin et isospin. Les méthodes microscopiques de type champ moyen, parmi lesquelles la méthode Hartree-Fock basée sur l'approximation des particules indépendantes, sont un des outils les plus performants pour les prédictions théoriques dans ce domaine.

Représentant les interactions entre les nucléons dans le noyau, les forces effectives nucléon-nucléon sont le principal ingrédient de ces théories microscopiques auto-cohérentes. L'interaction de Skyrme est une force de portée nulle permettant de construire de manière relativement simple le champ moyen.

Bien que cette force ait, sous sa forme standard actuelle, un pouvoir prédictif reconnu, il apparaît aujourd'hui nécessaire d'enrichir sa paramétrisation afin d'améliorer la description des noyaux, en particulier des noyaux exotiques. Ceci peut notamment se faire en introduisant une dépendance en densité plus complexe que dans les paramétrisations standards.

L'ajustement des paramètres de cette force peut s'appuyer sur les approches microscopiques de type Brueckner-Hartree-Fock qui n'utilisent comme ingrédient que l'interaction nucléon-nucléon nue. La construction des paramètres de la force va désormais reposer sur des contraintes plus fondamentales. L'étude de la matière nucléaire nous conduit à inclure dans notre procédure d'ajustement une meilleure prise en compte des instabilités de spin et d'isospin, libérant en même temps le domaine d'évolution possible des paramètres de la force lors de leurs ajustements. L'ensemble de ces éléments permet de décrire les propriétés de la matière nucléaire et des noyaux en s'appuyant sur des bases plus solides.

Introduction

L'approximation du champ moyen est utilisée depuis plusieurs décennies pour la description des états fondamentaux des noyaux atomiques. Les différentes versions de cette approche permettent de reproduire assez correctement les propriétés globales des noyaux voisins de la vallée de stabilité telles que les masses, les rayons ou les formes. Les noyaux doublement magiques sont traités dans le cadre de l'approximation de Hartree-Fock (HF), tandis que les corrélations d'appariement, indispensables pour la description des noyaux à couche incomplète sont décrites au moyen de la méthode de Hartree-Fock-Bogolyubov (HFB) ou de la méthode «Hartree-Fock *plus* BCS» (HFBCS) qui en est une approximation.

Dans tous les cas, l'idée fondatrice des méthodes de champ moyen est l'approximation des particules indépendantes selon laquelle le noyau, qui est un système de N fermions interagissant via les forces nucléaire forte et électromagnétique, peut être décrit comme un système de N quasiparticules. Chaque quasi-nucléon interagit avec les autres constituants par l'intermédiaire d'un champ moyen. La résolution du problème ne se fait donc pas en cherchant la solution de l'équation de Schrödinger pour le système à N corps mais en intégrant une équation dont la solution est par construction un état de N quasiparticules indépendantes. Cette équation est obtenue en appliquant un principe variationnel à l'énergie du noyau calculée à l'aide de cette fonction d'onde simplifiée. Le calcul de cette énergie est évidemment basé sur la modélisation de l'interaction entre quasiparticules.

Cette interaction n'est pas la force nucléaire forte, ceci peut se comprendre intuitivement de la manière suivante : dans les modèles de champ moyen, la fonction d'onde du noyau n'appartient pas à l'espace de Hilbert décrivant le noyau mais à un sous-ensemble, une classe variationnelle, dans lequel un grand nombre de corrélations est négligé. En conséquence, compte tenu de la troncation de l'espace, l'interaction doit être fortement renormalisée. En particulier, le cœur dur de l'interaction doit être régularisé. L'ingrédient fondamental des calculs de champ moyen est cette interaction renormalisée ou encore interaction *effective* entre quasiparticules.

L'interaction nucléaire forte (interaction *nue*) est de nos jours relativement bien connue, du moins pour ce qui concerne sa partie à deux corps. La dérivation d'une interaction effective à partir de l'interaction nue est relativement complexe et, bien que des progrès constants soient faits dans ce domaine, ce type d'interactions effectives ne fournit pas encore de résultats satisfaisants. Face à ce problème, nous choisissons en général d'employer une construction phénoménologique plus simple : nous postulons une forme arbitraire de l'interaction effective en nous appuyant sur des principes d'invariance et de symétrie. Cette interaction dépend de paramètres qui sont ajustés de manière à reproduire quelques observables.

Il existe deux grandes familles d'interactions effectives phénoménologiques : les forces de Gogny (étant donné leur nombre, le pluriel peut être considéré comme légèrement abusif) et les forces de Skyrme. La force de Gogny est une force de portée finie donnant une description relativement satisfaisante des états fondamentaux des noyaux. De plus, elle permet de traiter de manière unifiée le champ moyen, les cor-

relations d'appariement mais également les interactions résiduelles entre quasiparticules donnant ainsi accès aux excitations du noyau. Les équations de HF(B) dérivées à partir de cette interaction sont cependant assez difficiles à résoudre numériquement. Il n'est en particulier pas possible à ce jour de les résoudre en «représentation coordonnée», ce qui jette un doute sur la description des propriétés asymptotiques des noyaux très faiblement liés.

Les forces de Skyrme sont des forces de portée nulle. Dans ce cas, les équations obtenues sont beaucoup plus simples à manipuler, cette grande simplicité étant sans doute à l'origine de la prolifération des paramétrisations. Parmi les forces de Skyrme, les forces de Lyon ont connu un grand succès en raison de leur pouvoir prédictif au niveau de l'approximation du champ moyen mais aussi pour les modes collectifs et les mouvements de grande amplitude des noyaux. Ici également le pluriel doit être interprété avec précaution car ces forces, numérotées de 4 à 10, sont en fait des *réalisations* d'une seule interaction prenant en compte des hypothèses simplificatrices différentes dans la dérivation des équations.

Ces interactions sont néanmoins perfectibles. Un certain nombre de propriétés de la matière nucléaire infinie prédites par des calculs microscopiques sont mal reproduites. De plus, la prédiction des masses des noyaux semble être entachée de dérives systématiques (milieu de couches, noyaux lourds). Il est donc urgent de chercher à corriger ces défauts, afin que les prédictions concernant les noyaux très exotiques, encore inaccessibles expérimentalement, reposent sur des bases plus fiables.

Le but de ce travail de thèse est de proposer une paramétrisation étendue des forces de Skyrme afin d'en corriger certaines déficiences. La première partie de ce manuscrit est consacrée à la construction de cette nouvelle paramétrisation. Nous rappellerons tout d'abord comment les forces effectives sont reliées à l'interaction nucléaire nue. Nous mettrons ensuite en évidence les principales limitations des forces de Skyrme «standards» et proposerons une extension relativement naturelle. Nous décrirons enfin les principes généraux pour l'ajustement des paramètres et les observables prises en compte.

La seconde partie est consacrée aux applications de cette nouvelle paramétrisation. Dans un premier temps, nous utiliserons cette force étendue pour la description de la matière nucléaire infinie. De même, l'étude de la matière nucléaire en équilibre β nous permettra de mettre en évidence quelques unes des propriétés des étoiles à neutrons. Dans un second temps, ces forces seront utilisées pour la description des masses et des rayons des noyaux atomiques.

Première partie

Vers une force effective nouvelle

Chapitre 1

Interactions effectives

1.1 De l'interaction libre à l'interaction dans le noyau

La connaissance de la force nucléaire est un des problèmes majeurs de la physique hadronique théorique. L'étude des propriétés statiques et dynamiques des noyaux passe par la construction d'une force nucléon-nucléon qui repose sur deux hypothèses fondamentales :

- Description du noyau comme un système de A nucléons pour lequel l'interaction peut être représentée par un potentiel ;
- Prépondérance des interactions à deux corps.

Depuis environ 70 ans, de très nombreux travaux ont été entrepris pour élaborer des interactions aussi réalistes que possibles. Nous pouvons par exemple noter les efforts importants pour construire une interaction nue ou « libre » très sophistiquée à partir, notamment, de la reproduction des déphasages de la diffusion nucléon-nucléon ou encore les propriétés du deuton. Très réalistes, toutes ces approches se heurtent à un problème majeur : le passage de la situation nucléon-nucléon libre à la situation nucléon-nucléon dans le noyau qui ne se fait pas sans approximation. Les nucléons dans le noyau sont sujet à de fortes interactions dont la forme est, malheureusement, très différente de l'interaction entre des nucléons libres. Aussi, nous profitons du fait qu'elles aient lieu dans le noyau pour introduire le concept de force effective où chaque nucléon interagit avec un second en présence des autres composantes du noyau. D'importants travaux sont encore actuellement réalisés pour décrire de telles interactions directement à partir de l'interaction nue au travers de méthodes de perturbation de type Goldstone-Brueckner.

Cependant, la difficulté pour appliquer ce formalisme à la description des noyaux finis nous incite à avoir recours à une interaction effective phénoménologique plus simple d'utilisation. Pilier des méthodes microscopiques de type champ moyen, son application nécessite alors d'introduire un ensemble de paramètres qui sera ajusté de manière à reproduire plusieurs observables liées à la matière nucléaire et aux noyaux.

1.2 Interactions réalistes

1.2.1 Construction d'une interaction réaliste

Le développement des théories microscopiques des interactions nucléaires réalistes commence avec l'hypothèse de Yukawa [1] selon laquelle l'interaction peut être générée à partir de l'échange de particules massives. En 1951, M. Takenati, S. Nakamura et M. Sasaki proposent de fractionner l'interaction en trois régions selon la portée [2]. Sont alors définies une zone de longue portée attractive qui peut être décrite par l'échange d'un π et une autre de moyenne portée pour laquelle l'échange de deux pions π est prépondérant, bien que l'échange de mésons plus lourds devienne non négligeable. A ces deux régions, il convient d'adjoindre un *cœur dur* ou *plus ou moins mou* pour lequel plusieurs scenarii sont envisageables, définissant alors différents types de potentiels.

D'une manière générale, l'interaction nucléon-nucléon est déterminée complètement par la connaissance de ses éléments de matrice

$$\langle \mathbf{r}'_1 \mathbf{k}'_1 \sigma'_1 q'_1, \mathbf{r}'_2 \mathbf{k}'_2 \sigma'_2 q'_2 | V | \mathbf{r}_1 \mathbf{k}_1 \sigma_1 q_1, \mathbf{r}_2 \mathbf{k}_2 \sigma_2 q_2 \rangle ,$$

combinaison de potentiels locaux et non locaux faisant intervenir les composantes d'espace des coordonnées \mathbf{r}_i (et des moments correspondants \mathbf{k}_i), de spin σ_i et d'isospin q_i . Dans le cadre non relativiste, cette interaction peut s'exprimer à partir d'un ensemble d'opérateurs agissant sur ces variables des deux nucléons, ainsi que sur leur moment angulaire relatif. La forme de tels opérateurs est contrainte par le respect de diverses propriétés de symétrie :

- invariance par translation,
- invariance par renversement du temps,
- non-violation de la parité,
- invariance par rotation dans l'espace des coordonnées (conservation du moment angulaire),
- invariance sous l'échange des coordonnées.

Cette dernière condition ne peut être appliquée au système que si nous introduisons la symétrie d'indépendance de charge, considérant alors protons et neutrons comme des états d'une même particule, le nucléon :

- invariance par rotation dans l'espace d'isospin.

Compte-tenu de ces propriétés, l'interaction nucléon-nucléon peut s'écrire sous une forme générale comme la somme d'un terme central avec diverses autres composantes dépendantes notamment du spin et de l'isospin [3] :

$$V = \sum_{\mathbf{p}} V_{\mathbf{p}} \mathcal{O}^{\mathbf{p}} \quad (1.1)$$

où, définissant la coordonnée relative \mathbf{r} et le moment angulaire relatif \mathbf{L} ainsi que les opérateurs de spin $\boldsymbol{\sigma}_i$ avec l'opérateur de spin total \mathbf{S} et les opérateurs d'isospin

τ_i , les opérateurs \mathcal{O}^p satisfaisant aux symétries précédentes sont déterminés comme essentiellement des combinaisons de :

$$\begin{aligned}
 & \bullet \textit{ central} && \mathbb{1} , \\
 & \bullet \textit{ spin} && \boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2 , \\
 & \bullet \textit{ isospin} && \boldsymbol{\tau}_1 \cdot \boldsymbol{\tau}_2 , \\
 & \bullet \textit{ tenseur} && S_{ij} , \\
 & \bullet \textit{ spin - orbite} && \mathbf{L} \cdot \mathbf{S} , \\
 & \bullet \textit{ moment angulaire} && \mathbf{L}^2 .
 \end{aligned} \tag{1.2}$$

Il est alors possible de décrire sous une forme explicite les différents éléments V_p à partir de l'échange de particules. En effet, la partie à longue portée de l'interaction est dominée par l'échange d'un π , correspondant aux termes de couplage entre, d'une part, le terme tenseur avec l'isospin et, d'autre part, les termes de spin et d'isospin. De la même façon, la partie de moyenne portée peut être décrite à partir du méson σ qui va simuler les processus d'échange de deux pions. On peut éventuellement faire intervenir d'autres particules comme le ρ . Dans tous les cas, le résultat donne deux principales contributions, centrale et tensorielle, mais aussi d'autres termes tels que le spin-orbite.

Adopter un tel formalisme est plus discutable dès que l'on s'intéresse au *cœur* de l'interaction. Bien qu'il soit possible de le décrire *via* l'échange de particules ω et δ , l'utilisation d'un modèle plus simple s'avère judicieux. Pour ces raisons, des modèles phénoménologiques pour l'interaction de courte portée sont développés, pour lesquels un certain nombre de paramètres sont introduits. Leur ajustement repose alors sur un point de départ expérimental commun qui consiste à décrire la diffusion nucléon-nucléon libre dont on connaît les déphasages et les paramètres de basse énergie ainsi que, éventuellement, quelques états liés simples tel que le deutéron.

1.2.2 Différentes interactions réalistes

A partir de ces principes de construction sont nées d'innombrables forces. De manière générale, nous distinguons plusieurs grandes classes pour ces interactions :

- *Modèles de Chromodynamique Quantique (QCD)*. De nombreux modèles sont développés à partir de la QCD. Par exemple, nous pouvons citer les essais entrepris pour décrire l'interaction nucléon-nucléon à partir du modèle des quarks constituants [4]. De telles entreprises mettent en évidence le lien entre ces théories et des comportements attendus pour la partie de courte portée mais, cependant, ne permettent pas de décrire directement les interactions de moyenne portée.

Nous pouvons également noter les travaux de Weinberg [5]. Le point de départ de ces théories repose sur un lagrangien pour les pions et les nucléons le plus général

possible, cohérent vis-à-vis des contraintes imposées par les symétries usuelles et respectant la condition de brisure spontanée de la symétrie chirale. Décrivant avec succès les systèmes de pions et de pions-nucléons, on cherche à étendre ce formalisme à la construction d'une interaction nucléon-nucléon.

- *Modèles avec échange de particules massives* [6]. L'idée de base de ces modèles est de représenter l'interaction nucléon-nucléon comme une superposition d'échange de particules, telle que la masse de la particule échangée soit directement corrélée à la portée de l'interaction. A l'heure actuelle, de nombreux modèles s'appuyant sur cette théorie existent avec, cependant, des caractéristiques propres à chacun. Parmi les plus couramment utilisés, nous pouvons citer :
 - *Potentiel de Nijmegen* [7, 8]. Ce potentiel prend en compte l'échange de plusieurs mésons : les mésons pseudoscalaires (π, η, η'), les mésons vecteurs (ρ, ω, ϕ) ainsi que les mésons scalaires (δ, ϵ, S^*). On essaye de relier cette interaction dans sa construction à la QCD par l'ajustement des paramètres du *cœur*.
 - *Potentiel de Bonn* [9]. Pour traiter les processus d'échange de particules, ce type d'interaction s'appuie sur une approche basée sur la théorie des champs. De la même façon que l'on décrit les interactions de plus longue portée par l'échange de deux pions, le caractère répulsif du *cœur* est représenté par l'échange d'un π couplé à un ρ .
Une version simplifiée de ce modèle existe, le potentiel *CD-Bonn* [10], pour lequel les processus d'échange des deux π sont décrits par l'intermédiaire du méson fictif σ .
 - *Potentiel de Paris* [11]. Ce potentiel, écrit selon une forme analytique simple, à savoir la superposition de termes de type Yukawa, inclut les processus d'échange de 2 π calculés directement à partir de relations de dispersion, sans intervention du méson fictif σ , et du ω . Contraint par les zones de plus longue portée, le *cœur* est décrit à l'aide d'un potentiel phénoménologique, ses paramètres étant fixés par les données expérimentales de diffusion.
- *Potentiel d'Urbana/Argonne* [12, 13, 14]. Une telle interaction est caractérisée par un recours important à la phénoménologie.

Aujourd'hui, de telles interactions sont couramment utilisées comme données pour la construction de modèles microscopiques de structure nucléaire. De la même façon, la construction d'une nouvelle interaction de Skyrme va reposer sur l'utilisation des résultats obtenus à partir du potentiel d'Argonne. Aussi, par la suite, nous nous proposons de décrire plus précisément cette interaction.

Comme toute interaction réaliste, le potentiel d'Argonne [13, 14] se décompose en un *cœur* répulsif et une partie de longue portée attractive auxquels il faut adjoindre une partie de moyenne portée. Cependant, dans cette approche, la décomposition retenue est différente, le potentiel d'Argonne s'écrit selon

$$V = V_{\pi} + V_{\text{Electromagnétique}} + V_{\text{Phénoménologique}} . \quad (1.3)$$

Le premier terme, décrivant l'échange du π , va caractériser la partie de longue portée du potentiel. À ce terme s'ajoute également dans l'expression précédente une partie électromagnétique. De forme identique à celui utilisée par Stoks *et al.* [15] avec l'addition d'éléments de courte portée et la prise en compte des effets de taille finie, ce terme est important pour décrire les phénomènes de diffusion de deux nucléons. Le *cœur* est groupé à la partie de moyenne portée de l'interaction nucléon-nucléon sous une unique composante phénoménologique introduisant un ensemble de paramètres à ajuster.

$$V_{\text{Phénoménologique}} = f\left(\sum_q I_q, P_q, Q_q, R_q\right) \quad (1.4)$$

Ces différents paramètres, au nombre de 40 non nuls, sont déterminés de manière à reproduire, outre la base de données de Nijmegen pour la diffusion des nucléons, l'énergie de liaison du deutéron.

De façon identique aux autres interactions non relativistes, il est possible de réécrire cette interaction nucléon-nucléon sous la forme

$$V_{ij} = \sum_{p=1}^{18} V_p(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) \mathcal{O}_{ij}^p, \quad (1.5)$$

où les composantes V_p s'expriment comme des fonctions des paramètres I_q, P_q, Q_q et R_q précédents par projection selon les opérateurs \mathcal{O}_{ij}^p . Ces derniers, agissant sur les variables de spin ou d'isospin des deux nucléons ainsi que sur leur moment angulaire relatif, sont calculés comme le produit des opérateurs définis dans l'expression (1.2). Dans un premier temps ne sont considérés que les 14 premiers éléments

$$\begin{aligned} \mathcal{O}_{ij}^{p=1,14} \in \{ & \mathbf{1}, \boldsymbol{\tau}_i \cdot \boldsymbol{\tau}_j, \boldsymbol{\sigma}_i \cdot \boldsymbol{\sigma}_j, (\boldsymbol{\sigma}_i \cdot \boldsymbol{\sigma}_j)(\boldsymbol{\tau}_i \cdot \boldsymbol{\tau}_j), S_{ij}, S_{ij}(\boldsymbol{\tau}_i \cdot \boldsymbol{\tau}_j), \\ & L \cdot S, L \cdot S(\boldsymbol{\tau}_i \cdot \boldsymbol{\tau}_j), L^2, L^2(\boldsymbol{\tau}_i \cdot \boldsymbol{\tau}_j), L^2(\boldsymbol{\sigma}_i \cdot \boldsymbol{\sigma}_j), \\ & L^2(\boldsymbol{\sigma}_i \cdot \boldsymbol{\sigma}_j)(\boldsymbol{\tau}_i \cdot \boldsymbol{\tau}_j), (L \cdot S)^2, (L \cdot S)^2(\boldsymbol{\tau}_i \cdot \boldsymbol{\tau}_j) \} \end{aligned} \quad (1.6)$$

qui, outre les autres symétries du système, vérifient la condition d'indépendance de charge, définissant ainsi le potentiel d'Argonne v_{14} [13]. Cependant, par construction, ce potentiel ne permet pas de décrire correctement l'ensemble des données de diffusion. Pour y remédier, il faut considérer la brisure de l'indépendance de charge, ceci se traduisant par l'introduction de 4 opérateurs supplémentaires parmi lesquels l'opérateur isotenseur T_{ij}

$$\mathcal{O}_{ij}^{p=15,18} \in \{ T_{ij}, (\boldsymbol{\sigma}_i \cdot \boldsymbol{\sigma}_j)T_{ij}, S_{ij} T_{ij}, (\tau_{zi} + \tau_{zj}) \}. \quad (1.7)$$

Le résultat est la construction d'une nouvelle interaction, le potentiel d'Argonne v_{18} [14] dont les propriétés vont constituer des données de référence pour l'ajustement des paramètres de la nouvelle force de Skyrme.

1.3 Interactions effectives

1.3.1 Limites des interactions réalistes

Ayant pris connaissance de formes possibles pour l'interaction à deux corps, il faut maintenant les employer pour caractériser le noyau. La théorie de Goldstone consiste à décrire les propriétés fondamentales du système de A nucléons, fonction d'onde et énergie, selon un développement perturbatif. Le point de départ de cette théorie repose sur l'approximation de champ moyen (se reporter à l'appendice B.1 pour une discussion plus précise de cette approximation). Dans ce cas, l'interaction entre chaque nucléon et les $(A-1)$ autres est redéfinie en première approximation par un potentiel nucléaire moyen \mathcal{V} . Le hamiltonien du système se réécrit comme

$$H = H_0 + H_1 = T + \mathcal{V} + H_1, \quad (1.8)$$

somme du terme à un corps H_0 avec l'interaction résiduelle H_1 que l'on peut lui associer. La résolution de l'équation de Schrödinger

$$H\psi_i = E_i\psi_i \quad (1.9)$$

se résume, dans un premier temps, à diagonaliser la partie à un corps, le potentiel résiduel étant négligé. Considérant l'hamiltonien H_0 , on associe à l'état fondamental du système des A particules indépendantes la fonction d'onde ϕ_0 , déterminant de Slater antisymétrisé par l'opérateur \mathcal{A} , et l'énergie \mathcal{E}_0 :

$$\phi_0 = \frac{1}{\sqrt{A!}} \mathcal{A}\{\varphi_1(\mathbf{r}_1) \dots \varphi_A(\mathbf{r}_A)\} \quad , \quad \mathcal{E}_0 = \sum_{i=1}^A \epsilon_i. \quad (1.10)$$

Il faut maintenant inclure l'interaction résiduelle H_1 . Traité comme une perturbation du hamiltonien à un corps, ce terme sera pris en compte *via* un modèle perturbatif, dépendant du temps [16, 17]. Dans ce cas, il est possible de trouver un hamiltonien dépendant adiabatiquement du temps se réduisant à H_0 dans la limite $t \rightarrow -\infty$ et au vrai hamiltonien H à $t = 0$. En effet, se plaçant en représentation d'interaction, celui-ci s'écrit simplement sous la forme suivante :

$$H_\epsilon(t) = H_0 + e^{-\epsilon|t|}H_1 \quad (1.11)$$

où ϵ est une valeur positive proche de 0. S'appuyant sur ce processus d'évolution adiabatique du hamiltonien, le théorème de Gell-Mann-Low [18] permet d'explicitier ψ , état propre de H . Si, à un instant t_0 , le système est dans son état fondamental, alors il sera toujours dans l'état fondamental associé au hamiltonien $H_\epsilon(t)$ à un instant $t > t_0$, l'évolution infiniment lente du hamiltonien interdisant toutes excitations du système. Ainsi, considérant une transition lente de H_0 vers H *via* l'opérateur d'évolution $U_\epsilon(0, -\infty)$, leurs états fondamentaux respectifs $|\phi_0\rangle$ et $|\psi_0\rangle$ seront reliés selon la formule suivante :

$$|\psi_0\rangle = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{U_\epsilon(0, -\infty)|\phi_0\rangle}{\langle \phi_0 | U_\epsilon(0, -\infty) | \phi_0 \rangle}. \quad (1.12)$$

Le schéma perturbatif qui vient d'être mis en évidence pour le calcul de l'état $|\psi_0\rangle$ possède un équivalent pour l'énergie. En effet, l'énergie E_0 de l'état fondamental s'exprime en fonction de l'énergie \mathcal{E}_0 selon

$$E_0 = \mathcal{E}_0 + \Delta\mathcal{E}_0 \quad (1.13)$$

où, par un raisonnement analogue au calcul des états propres, la correction sur l'énergie introduite par la perturbation H_1 s'obtient à partir de l'état initial $|\phi_0\rangle$ et l'état final $|\psi_0\rangle$, soit $\Delta\mathcal{E}_0 = \langle\phi_0|H_1|\psi_0\rangle$ ou encore

$$\Delta\mathcal{E}_0 = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\langle\phi_0|H_1 U_\epsilon(0, -\infty)|\phi_0\rangle}{\langle\phi_0|U_\epsilon(0, -\infty)|\phi_0\rangle}. \quad (1.14)$$

Dans les expressions (1.12) et (1.14) apparaît l'opérateur d'évolution $U_\epsilon(t, t_0)$. Décrivant le processus adiabatique, ce terme est une fonction de $H_1(t)$ reliée à l'interaction résiduelle H_1 . S'appuyant sur le développement de $U_\epsilon(t, t_0)$ en puissance de H_1 , J. Goldstone [19] a fourni une nouvelle écriture de l'état fondamental $|\psi_0\rangle$

$$|\psi_0\rangle = \sum_n \left(\frac{1}{\mathcal{E}_0 - H_0} H_1 \right)^n |\phi_0\rangle \quad (1.15)$$

et, de la même façon, pour l'énergie

$$\Delta\mathcal{E}_0 = \sum_n \langle\phi_0|H_1 \left(\frac{1}{\mathcal{E}_0 - H_0} H_1 \right)^n |\phi_0\rangle. \quad (1.16)$$

Les formules de Goldstone fournissent un cadre plus général de l'approximation de champ moyen ($n = 0$). Avec ce formalisme, des degrés d'approximation plus faibles vont consister à prendre n plus grand pour, quand $n \rightarrow \infty$, atteindre la solution exacte. Cependant, utilisant une interaction réaliste pour décrire le potentiel V , les propriétés des noyaux ne peuvent, de par la structure de l'interaction de courte portée, un *cœur dur*, être décrites correctement par l'application directe des relations (1.15) et (1.16). L'introduction de la matrice de réaction de Brueckner permet de résoudre ce problème.

1.3.2 Interactions effectives microscopiques

1.3.2.1 Matrice G de Brueckner

Cette approche effective permet de réécrire les formules de Goldstone précédentes selon un développement pour lequel l'interaction V entre deux nucléons est « éliminée » au profit d'une matrice de réaction. Considérant le diagramme associé à l'interaction V , K.A. Brueckner [20, 21] a mis en évidence dans les relations (1.15) et (1.16) l'existence d'une série infinie de diagrammes identiques au précédent faisant cependant intervenir une succession d'interactions V . Comme indiqué

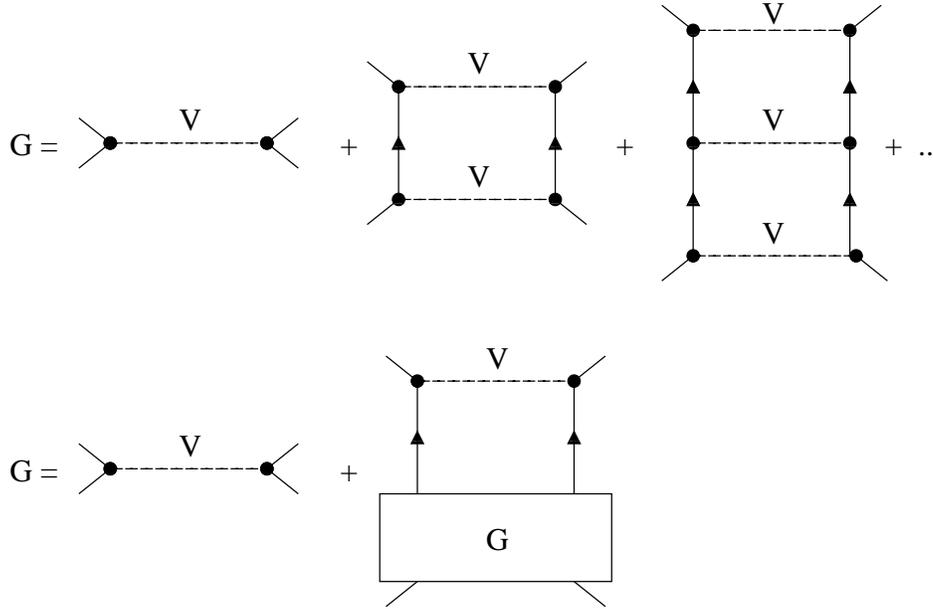


FIG. 1.1: Représentation diagrammatique de la matrice G de Brueckner.

Les formules de Goldstone s'expriment dans la représentation diagrammatique de Goldstone. Les différents termes au-delà du premier ordre de l'interaction à deux corps peuvent être resommés sous la forme d'une matrice de réaction : la matrice G de Brueckner.

sur la figure 1.1, les différents éléments de cette série peuvent être regroupés pour ne former qu'un seul diagramme où l'interaction nue est remplacée par la matrice de réaction G de Brueckner.

A cette représentation diagrammatique correspond une forme analytique de la matrice G de Brueckner. Par analogie avec la matrice de diffusion T associée à deux particules qui vérifie l'équation de Lippmann-Schwinger [16], la matrice de réaction associée à deux nucléons dans le milieu nucléaire vérifie la relation auto-cohérente écrite de façon formelle selon :

$$G = V + V \frac{Q_F}{\mathcal{W} - H_0} G \quad (1.17)$$

faisant intervenir, dans le dénominateur énergétique, le hamiltonien à un corps H_0 et un terme \mathcal{W} qui est choisi tel que le dénominateur soit égal à l'énergie d'excitation de l'ensemble du système par rapport au vide ϕ_0 , ainsi qu'au numérateur l'opérateur de projection qui agit dans l'espace de Hilbert à deux particules et qui exclue les états où au moins une des particules est dans la mer de Fermi :

$$Q_F = \sum_{\epsilon_i, \epsilon_j > \epsilon_F} |ij\rangle \langle ij| .$$

En comparaison avec la résolution directe par une interaction réaliste à deux corps, l'adoption d'un tel formalisme permet, du fait des resommations, de prendre en compte des effets d'ordre supérieur supplémentaires, induisant une meilleure description du problème à N corps. De même, le recours à la matrice de Brueckner permet de résoudre les problèmes liés au cœur des interactions réalistes [22]. De l'expression (1.17), nous pouvons déduire une formulation symbolique de la matrice G

$$G = \frac{V}{1 - VQ_F/(\mathcal{W} - H_0)}. \quad (1.18)$$

Bien que le potentiel V tende vers l'infini pour le cœur de l'interaction, la matrice G peut être finie, constituant un argument (brutal) en faveur d'une telle méthode.

1.3.2.2 Approximation de Brueckner-Hartree-Fock

En groupant de proche en proche toutes les interactions V intervenant dans le développement perturbatif (1.16) de Goldstone, il devient possible de le réécrire à partir des éléments de matrice $G_1 = G - \mathcal{V}$ selon

$$\Delta\mathcal{E}_0 = \sum_n \langle \phi_0 | G_1 \left(\frac{1}{\mathcal{E}_0 - H_0} G_1 \right)^n | \phi_0 \rangle. \quad (1.19)$$

À l'approximation de champ moyen, c'est-à-dire à l'ordre le plus bas ($n = 0$) du développement perturbatif représenté sur la figure 1.1, l'énergie définie dans l'expression (1.13) s'exprime simplement comme

$$E = \mathcal{E}_0 + \langle \phi_0 | G_1 | \phi_0 \rangle = \langle \phi_0 | T + G | \phi_0 \rangle \quad (1.20)$$

Il s'agit de l'approximation de Brueckner-Hartree-Fock (BHF) [21]. Elle consiste à utiliser une interaction effective microscopique, la matrice G , à l'approximation Hartree-Fock.

Nous nous proposons de réécrire plus précisément l'énergie associée à un système de A nucléons pour ce type d'approche. En se restreignant uniquement aux termes d'interactions à deux corps, l'énergie prend la forme qui suit :

$$E = \sum_{i=1}^A \frac{\mathbf{p}_i^2}{2m} + \frac{1}{2} \sum_{i,j < F} \langle ij | G(E = \epsilon_i + \epsilon_j) | ij \rangle \quad (1.21)$$

où les énergies de particules individuelles ϵ_i sont définies de façon auto-cohérente comme :

$$\epsilon_i = \frac{\mathbf{p}_i^2}{2m} + \sum_{j < F} \langle ij | G(E = \epsilon_i + \epsilon_j) | ij \rangle \quad (1.22)$$

L'énergie s'écrit donc de manière similaire à l'expression attendue à l'approximation Hartree-Fock excepté que les termes d'interaction à deux corps V sont remplacés par

les éléments de la matrice G de Brueckner. Aussi, de façon identique au protocole de résolution d'un système Hartree-Fock, la solution de Brueckner-Hartree-Fock sera le résultat d'une double procédure auto-cohérente. Ainsi, comme le calcul de l'énergie, la matrice G s'obtient par diagonalisation dans une base de fonctions d'onde d'essai qui, par la suite, permet de calculer une nouvelle base de fonctions d'onde. Cette procédure itérative s'effectue jusqu'à atteindre la convergence.

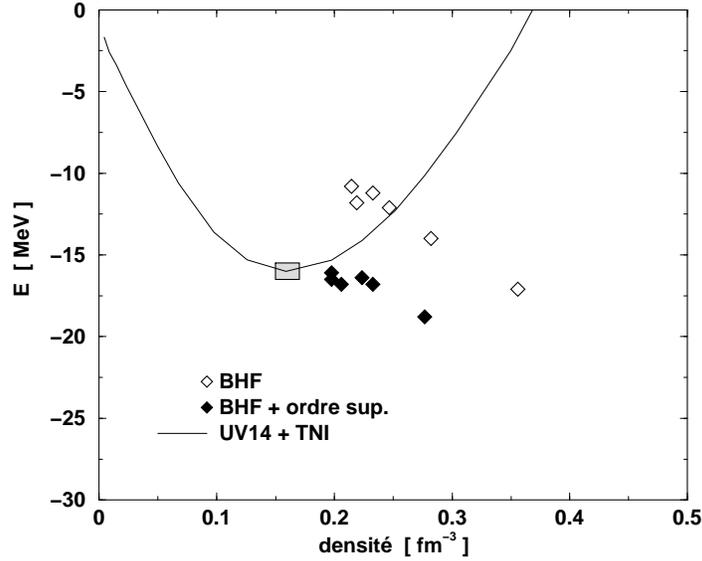


FIG. 1.2: Lignes de Coester des calculs Brueckner-Hartree-Fock.

L'énergie par particule (en MeV) dans la matière nucléaire infinie symétrique, issue d'un calcul variationnel (UV14+TNI) de Friedman et al. [23], est représentée en fonction de la densité (en fm⁻³). Le point de saturation empirique est indiqué par un rectangle grisé. Ce point de saturation est comparé à ceux obtenus par des calculs Brueckner-Hartree-Fock à l'ordre le plus bas (losanges vides) et par des calculs BHF comprenant également des termes d'ordre supérieur (losanges pleins) pour les mêmes potentiels nucléon-nucléon réalistes.

Malgré les difficultés qu'implique un tel modèle, des essais ont été mis en œuvre pour décrire les systèmes nucléaires, notamment les propriétés de la matière nucléaire [24, 25]. Pour des interactions réalistes, cet ordre d'approximation ne suffit pas pour donner une convergence *a priori* raisonnable du développement, les contributions d'ordre supérieur devenant indispensables [22, 26, 27]. Sur la figure 1.2, nous représentons le point de saturation de la matière nucléaire infinie symétrique obtenu, à l'ordre le plus bas, avec la plupart des potentiels nucléons-nucléons réalistes (losanges vides). Ces différents points de saturation se regroupent tous sur une ligne, appelée *ligne de Coester* [28], loin du point empirique attendu. L'introduction des corrélations à trois corps modifie cette ligne pour créer une seconde *ligne de Coester*

(losanges pleins) plus près du point d'équilibre [29]. Il faut néanmoins noter que les travaux plus récents de H.Q. Song *et al.* [30] sont en relative contradiction avec cette constatation. En effet, pour un choix particulier du potentiel à une particule auxiliaire intervenant dans la procédure de résolution du système, l'approximation de Brueckner-Hartree-Fock à l'ordre le plus bas donne des résultats comparables à ceux obtenus pour des calculs BHF prenant en compte des termes d'ordre supérieur, limitant ainsi la portée de ces termes.

La principale observation que nous puissions faire d'après la figure 1.2 est l'incapacité de ces forces à reproduire correctement la propriété fondamentale de ce milieu, c'est-à-dire son point d'équilibre. En allant au-delà de l'approximation Brueckner-Hartree-Fock, certains auteurs [31, 32, 33] ont étudié l'influence des forces à trois corps sur ce point de saturation ainsi que sur la matière nucléaire très asymétrique. Attractive à basse densité, leur contribution à l'équation d'état provoque un déplacement du point de saturation vers le point d'équilibre attendu.

Dans les noyaux finis, où la construction d'une matrice G nécessite des approximations supplémentaires [27, 34, 35], les résultats laissent encore apparaître des divergences importantes avec l'expérience [36]. Si l'introduction de corrélations au-delà de l'ordre le plus bas améliore les résultats, il est évident que la complexité des calculs numériques rend illusoire l'utilisation d'une telle approche pour l'étude des propriétés de noyaux très lourds. Il convient alors d'adopter un formalisme plus simple, en ayant recours à des forces phénoménologiques ajustées sur l'expérience. Ces forces effectives vont alors jouer le rôle d'une matrice G , ses éléments de matrices remplaçant ceux de la matrice G dans l'équation (1.21).

1.3.3 Interactions effectives phénoménologiques

1.3.3.1 Interactions effectives de portée finie

A partir des années 60 et jusqu'à nos jours, depuis les forces de type *Brink-Boeker* [37] jusqu'à la *force de Gogny* [38], l'interaction effective de portée finie est la plus étudiée parce que peut-être la plus naturelle. En effet, concevoir l'interaction nucléaire comme une interaction de portée finie permet de bien modéliser les parties de longue et de moyenne portée de l'interaction nucléon-nucléon réaliste.

La force de Gogny est une interaction de portée finie modélisée par une somme de termes gaussiens attractifs ou répulsifs. A ces éléments, il faut ajouter un terme dépendant de la densité ainsi qu'un terme d'interaction spin-orbite, tous deux de portée nulle. Son expression générale en représentation coordonnée s'écrit :

$$\begin{aligned}
 V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= \sum_{j=1}^2 e^{-\frac{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|^2}{\mu_j}} (W_j + B_j \hat{P}_\sigma - H_j \hat{P}_\tau - M_j \hat{P}_\sigma \hat{P}_\tau) \\
 &+ t_3 (1 + x_0 \hat{P}_\sigma) \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \rho^\alpha \left(\frac{\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2}{2} \right) \\
 &+ iW_{ls} \nabla'_{12} \cdot \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \times \nabla_{12} \cdot (\hat{\boldsymbol{\sigma}}_1 + \hat{\boldsymbol{\sigma}}_2), \quad (1.23)
 \end{aligned}$$

où les termes P_σ et P_τ sont respectivement les opérateurs d'échange de spin et d'isospin. Les vecteurs ∇_{12} et ∇'_{12} associés aux deux nucléons (notés 1 et 2) sont quant à eux tels que :

$$\nabla_{12} = \frac{\nabla_1 - \nabla_2}{2i} \quad , \quad \nabla'_{12} = -\frac{\nabla'_1 - \nabla'_2}{2i}. \quad (1.24)$$

Nous devons également ajouter à cette représentation un terme coulombien pour les protons. Cette force a été développée de manière à pouvoir traiter de façon homogène le champ moyen et les corrélations d'appariement. La portée finie¹ de la force permet d'éviter le comportement pathologique de l'énergie d'appariement qui apparaît avec les forces de portée nulle. En effet, dans le formalisme Hartree-Fock-Bogoliubov (HFB), considérant l'espace des moments, la portée des corrélations d'appariement sera finie, éliminant ainsi toute divergence. C'est à l'évidence un atout important dès que l'on veut s'éloigner vers les grandes déformations ou vers les lignes d'instabilité proton ou neutron, les corrélations d'appariement s'adaptant automatiquement à ces nouvelles conditions.

La force de Gogny a connu une seule évolution majeure depuis son origine. Après la paramétrisation originale D1 [38] une nouvelle paramétrisation, D1S, a été proposée [39]. La principale évolution par rapport à D1 est un ajustement de l'énergie de surface afin de mieux reproduire les barrières de fission des actinides.

Il faut rappeler que la complexité numérique d'un calcul HFB, particulièrement avec une interaction de portée finie, restreint considérablement les possibilités de *jouer* avec les paramètres de la force pour s'adapter à de nouvelles conditions : environ une dizaine de paramétrisations de cette force existent actuellement.

1.3.3.2 Interactions effectives de portée nulle

L'utilisation d'une force de portée finie dans un calcul de type Hartree-Fock pose de sérieuses difficultés concrètes. En effet, l'énergie E étant une fonctionnelle des densités locales et non-locales, l'écriture du principe variationnel $\delta E = 0$ conduit à un système d'équations intégro-différentielles particulièrement difficile à résoudre, en particulier si l'on envisage d'étudier des noyaux déformés. La seule méthode applicable ayant été largement développée à ce jour consiste à écrire les états individuels du champ moyen sur une base d'états propres de l'oscillateur harmonique. Bien que cette méthode ait conduit à un grand nombre de résultats satisfaisants [39], la possibilité de reproduire correctement la forme asymptotique des fonctions d'ondes individuelles d'un système faiblement lié (voir non lié) sur un nombre raisonnable de fonctions d'oscillateur est une question qui reste en suspens.

¹En toute rigueur, les termes de portée nulle de la force de Gogny induisent également une divergence de l'énergie. Le paramètre x_0 est choisi égal à 1 de manière à ce que la contribution du terme dépendant de la densité soit nulle dans le canal d'appariement ; quant au terme spin-orbite, il introduit une divergence extrêmement lente et n'est que rarement pris en compte dans ce même canal.

Les équations déduites du principe variationnel sont grandement simplifiées si l'interaction effective employée est de portée nulle. En effet, les équations intégrales se réduisent à de « simples » équations différentielles. En outre, l'énergie par nucléon dans la matière infinie peut s'exprimer analytiquement en fonction de densités locales ce qui permet d'étudier très simplement les différentes propriétés de la matière nucléaire pour une interaction de portée nulle donnée.

L'utilisation d'une force de portée nulle dans un calcul de champ moyen peut se justifier en considérant que la portée de l'interaction nucléaire est relativement courte par rapport aux dimensions caractéristiques du noyaux. Aussi, dans un premier temps, nous pouvons considérer l'interaction à deux corps comme un terme proportionnel à une fonction δ . En pratique, de telles forces sont extrêmement utiles en permettant au travers de calculs simples de décrire la plupart des propriétés des systèmes nucléaires. Cependant, les interactions plus réalistes nécessitent d'introduire une portée finie non nulle [22, 40]. Celle-ci sera simulée dans la force par une dépendance en moment. En effet, l'interaction V entre deux nucléons de distance relative $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$ s'exprimant dans l'espace des moments par

$$\langle \mathbf{k} | V | \mathbf{k}' \rangle = \frac{1}{(2\pi\hbar)^3} \int e^{-\frac{i}{\hbar}(\mathbf{k}-\mathbf{k}')\mathbf{r}} V(\mathbf{r}) d^3\mathbf{r}, \quad (1.25)$$

l'introduction d'une portée finie non nulle se traduit par une dépendance selon le moment \mathbf{k} . Bien que cela ne soit pas toujours vrai, nous admettons souvent que, comme pour les interactions réalistes, la force phénoménologique vérifie par construction un ensemble de propriétés de symétrie. La forme la plus simple d'une telle interaction s'écrit alors

$$(2\pi\hbar)^3 \langle \mathbf{k} | V | \mathbf{k}' \rangle = V_0 + V_1 \mathbf{k}'^2 + V_1 \mathbf{k}^2 + V_2 \mathbf{k}' \cdot \mathbf{k} \quad (1.26)$$

qui, dans l'espace des coordonnées, correspond à l'expression qui suit :

$$V(\mathbf{r}) = V_0 + V_1 (\mathbf{k}'^2 \delta(\mathbf{r}) + \delta(\mathbf{r}) \mathbf{k}^2) + V_2 \mathbf{k}' \cdot \delta(\mathbf{r}) \mathbf{k} \quad (1.27)$$

Ainsi, les effets de plus longues portées seront modélisés par des termes non-locaux et, éventuellement, par des corrélations au-delà du champ moyen.

L'interaction de portée nulle la plus communément utilisée et ayant connu le plus grand nombre de développements est la force de Skyrme. Cette interaction s'écrit en représentation coordonnée

$$\begin{aligned} V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= t_0 [1 + x_0 \hat{P}_\sigma] \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \\ &+ \frac{1}{2} t_1 [1 + x_1 \hat{P}_\sigma] [\delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \mathbf{k}^2 + \mathbf{k}'^2 \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)] \\ &+ t_2 [1 + x_2 \hat{P}_\sigma] \mathbf{k}' \cdot \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \mathbf{k} \\ &+ \frac{1}{6} t_3 [1 + x_3 \hat{P}_\sigma] \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \rho^\alpha \left(\frac{\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2}{2} \right) \\ &+ i W_{ls} [\hat{\boldsymbol{\sigma}}_1 + \hat{\boldsymbol{\sigma}}_2] \mathbf{k}' \times \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \mathbf{k} \end{aligned} \quad (1.28)$$

Les deux forces présentées ici (*Gogny* et *Skyrme*) étant des interactions phénoménologiques, il est hors de question de chercher à établir un lien entre les deux en cherchant, par exemple, à montrer qu'un calcul rigoureux permet d'obtenir la force de Skyrme comme limite de portée nulle de la force de Gogny. Nous pouvons néanmoins remarquer, et d'une certaine manière motiver la structure des termes apparaissant dans la force de Skyrme, que les termes gaussiens de la force de Gogny développés par rapport aux portées μ_j donnent

$$\lim_{\mu_1, \mu_2 \rightarrow 0} \sum_{j=1}^2 e^{-\frac{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|^2}{\mu_j}} (W_j + B_j \hat{P}_\sigma - H_j \hat{P}_\tau - M_j \hat{P}_\sigma \hat{P}_\tau) = t_0 (1 + x_0 \hat{P}_\sigma) \delta - \frac{t_1}{2} (1 + x_1 \hat{P}_\sigma) (\nabla'^2 \delta + \delta \nabla^2) - t_2 (1 + x_2 \hat{P}_\sigma) \nabla' \cdot \delta \nabla + \dots \quad (1.29)$$

où $\delta = \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)$. Comme sous-entendu précédemment, il n'y aurait pas de sens à essayer d'identifier les coefficients apparaissant dans la force de Gogny avec ceux apparaissant dans la force de Skyrme compte tenu de la nature effective de ces deux interactions.

Chapitre 2

Force de Skyrme

2.1 Formulation standard

2.1.1 De la force de Skyrme à la matière nucléaire infinie

2.1.1.1 Interaction de Skyrme

La force de Skyrme, évoquée au chapitre précédent, est une interaction effective phénoménologique de portée nulle qui permet de modéliser de façon simple les interactions entre les nucléons dans le noyau. Proposée en 1956 par T.H.R. Skyrme [41], cette force se limite à la somme des interactions entre deux et trois nucléons.

$$V = \sum_{i < j} V(i, j) + \sum_{i < j < k} V(i, j, k) \quad (2.1)$$

Reprenant la forme générale de l'expression (1.27), l'opérateur à deux corps est décrit par l'addition de différents termes de portée nulle, un terme central avec des termes non-locaux et un terme de spin-orbite purement phénoménologique, qui, au cours du temps, ont connu quelques évolutions pour finalement s'exprimer sous une forme standard comme les fonctions de 7 paramètres incluant le paramètre de spin-orbite $W_{\ell s}$:

$$V_{12} = f (t_0 , x_0 , t_1 , x_1 , t_2 , x_2 , W_{\ell s}) \quad (2.2)$$

Dans la relation précédente, nous nous sommes limités volontairement à l'énumération des paramètres intervenant dans l'opérateur à deux corps, la formule précise de cette interaction étant incluse dans l'expression (2.7) de la force de Skyrme.

De façon similaire, l'opérateur à trois corps est également donné par une force de portée nulle. Pour des raisons de simplicité, cet opérateur s'écrit comme une interaction phénoménologique de contact faisant intervenir un unique paramètre t_3 selon :

$$V_{123} = V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3) = t_3 \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \delta(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_3) \quad (2.3)$$

où les différents vecteurs \mathbf{r}_i sont les composantes associées aux trois nucléons dans l'espace des coordonnées.

L'emploi de la force de Skyrme s'est popularisé grâce au travail de D. Vautherin et D.M. Brink [42] qui, considérant des noyaux paires-pairs à couche saturée en spin, a permis de réécrire le terme à trois corps sous la forme d'un terme à deux corps dépendant de la densité :

$$V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \frac{1}{6}t_3[1 + \hat{P}_\sigma]\delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)\rho\left(\frac{\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2}{2}\right). \quad (2.4)$$

D'après cette dernière relation, le terme à trois corps s'exprime encore comme un terme de portée nulle, comprenant également l'opérateur d'échange de spin des deux nucléons

$$\hat{P}_\sigma = \frac{1}{2}[1 + \hat{\boldsymbol{\sigma}}_1 \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}_2]. \quad (2.5)$$

L'expression (2.4) pour le terme dépendant de la densité a permis de décrire en même temps les propriétés des états fondamentaux, masses et rayons nucléaires, de nombreux noyaux sphériques de manière satisfaisante, ce qui n'avait pas été possible auparavant avec des forces sans termes dépendants de la densité.

Bien qu'il ait été obtenu dans l'application d'un cas particulier, ce terme dépendant de la densité a été maintenu et étendu à tous types de système nucléaire. Cependant, une forme aussi simple de l'interaction n'est pas suffisante pour reproduire correctement certaines propriétés de la matière nucléaire. En ce sens, nous pouvons citer notamment les travaux de S.A. Coon et H.S. Köhler [43]. Ces derniers proposent une écriture plus générale de l'expression (2.4), posant

$$V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \frac{1}{6}t_3[1 + x_3\hat{P}_\sigma]\delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)\rho^\alpha\left(\frac{\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2}{2}\right) \quad (2.6)$$

qui fait apparaître deux nouveaux paramètres, x_3 et α . En supposant qu'il puisse être différent de 1, le premier permet de mieux prendre en compte les interactions non négligeables entre particules identiques pour le terme dépendant de la densité. Le second paramètre, α , est la puissance de la dépendance en densité.

Ainsi, prenant en compte l'ensemble des observations précédentes, la force de Skyrme, sous sa forme standard la plus couramment utilisée actuellement, se réduit simplement à la somme de termes à deux corps :

$$\begin{aligned} V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= t_0[1 + x_0\hat{P}_\sigma]\delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \\ &+ \frac{1}{2}t_1[1 + x_1\hat{P}_\sigma][\delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)\mathbf{k}^2 + \mathbf{k}'^2\delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)] \\ &+ t_2[1 + x_2\hat{P}_\sigma]\mathbf{k}' \cdot \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)\mathbf{k} \\ &+ \frac{1}{6}t_3[1 + x_3\hat{P}_\sigma]\delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)\rho^\alpha\left(\frac{\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2}{2}\right) \\ &+ iW_{\ell s}[\hat{\boldsymbol{\sigma}}_1 + \hat{\boldsymbol{\sigma}}_2]\mathbf{k}' \times \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)\mathbf{k} \end{aligned} \quad (2.7)$$

où le vecteur d'onde relatif \mathbf{k} associé aux deux nucléons (notés 1 et 2) et son complexe conjugué \mathbf{k}' agissant respectivement à droite et à gauche sont tels que :

$$\mathbf{k} = \frac{\nabla_1 - \nabla_2}{2i} \quad , \quad \mathbf{k}' = -\frac{\nabla'_1 - \nabla'_2}{2i} . \quad (2.8)$$

Au premier terme, terme central décrivant le terme attractif de la force, il convient d'ajouter deux termes « non locaux ». Ceux-ci, qui dépendent des vitesses, peuvent être *vus* comme une simulation de portée nulle d'effets de portée finie comme introduits dans la force de Gogny [38]. Le dernier terme est un terme d'interaction spin-orbite indispensable pour reproduire la série des nombres magiques dans les noyaux qui, comme nous l'avons déjà mentionné auparavant, est construit de manière purement phénoménologique.

2.1.1.2 Fonctionnelle de Skyrme et matière nucléaire infinie

Dans ce paragraphe, nous allons discuter quelques propriétés générales de la matière nucléaire infinie obtenues à partir de la fonctionnelle de Skyrme. Rappelons que la matière nucléaire infinie est définie comme étant un milieu infini, homogène et sans interaction coulombienne. Ce système étant invariant par translation, les fonctions d'onde des nucléons y sont des ondes planes

$$\langle \mathbf{r}\sigma q | \mathbf{k} \rangle = \varphi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}\sigma q) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \quad (2.9)$$

où σ et q sont les projections du spin et de l'isospin du nucléon.

À température nulle, tous les états sont occupés jusqu'au niveau de Fermi k_{Fq} pour chaque fluide d'isospin q et vides au-delà. En supposant que la matière n'est pas polarisée, les états partenaires *up* et *down* (notés + et -) selon le spin σ auront la même probabilité d'occupation. Aussi, à l'approximation des particules indépendantes, l'état fondamental $|\phi\rangle$ du système sera construit comme le produit antisymétrisé et normé des fonctions d'onde des états occupés uniquement. De la même façon, dans le cadre de cette approximation, l'énergie est la valeur moyenne du hamiltonien du système que nous pouvons réécrire en fonction de la densité d'énergie $\mathcal{H}(\mathbf{r})$ selon

$$E = \langle \phi | H | \phi \rangle = \int \mathcal{H}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} . \quad (2.10)$$

La densité d'énergie \mathcal{H} est une fonction de la densité, densité locale dans le cas où elle est calculée en utilisant une force de Skyrme. Les densités locales scalaires de neutron ($q = +$) et de proton ($q = -$) données par

$$\rho_q(\mathbf{r}) = \sum_{\sigma} \int_{|\mathbf{k}| \leq k_{Fq}} |\varphi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}\sigma q)|^2 d\mathbf{k} , \quad (2.11)$$

nous permettent de réécrire la densité d'énergie $\mathcal{H}(\mathbf{r})$ à l'aide de la densité scalaire-isoscalaire

$$\rho(\mathbf{r}) = \sum_q \rho_q(\mathbf{r}) \quad (2.12)$$

et de la densité scalaire-isovectorielle qui n'a qu'une composante non nulle

$$\rho_1(\mathbf{r}) = \rho_n(\mathbf{r}) - \rho_p(\mathbf{r}) \quad (2.13)$$

si l'état $|\phi\rangle$ ne mélange pas les états d'isospins différents. En outre, l'énergie cinétique, les termes non locaux et les termes spin-orbite de l'interaction font également apparaître dans l'expression de l'énergie les densités cinétiques

$$\tau_q(\mathbf{r}) = \sum_\sigma \int_{|\mathbf{k}| < k_{Fq}} |\nabla \varphi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}\sigma q)|^2 d\mathbf{k}, \quad (2.14)$$

et les tenseurs densités de spin \mathbb{J}_q qui dans toutes les applications discutées ici se réduisent aux vecteurs densité de spin

$$\mathbf{J}_q(\mathbf{r}) = -i \sum_{\sigma\sigma'} \int_{|\mathbf{k}| < k_{Fq}} \varphi_{\mathbf{k}}^*(\mathbf{r}\sigma'q) [\nabla \times \langle \sigma' | \hat{\boldsymbol{\sigma}} | \sigma \rangle] \varphi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}\sigma q) d\mathbf{k}. \quad (2.15)$$

Nous définissons pour τ et \mathbf{J} les mêmes composantes scalaire-isoscalaire et scalaire-isovectorielle que pour ρ . La densité d'énergie \mathcal{H} peut se mettre sous la forme d'une somme de plusieurs termes

$$\mathcal{H} = \mathcal{K} + \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_3 + \mathcal{H}_{\text{eff}} + \mathcal{H}_{\text{fin}} + \mathcal{H}_{\text{so}} + \mathcal{H}_{\text{sg}} \quad (2.16)$$

où \mathcal{K} est la densité d'énergie cinétique, \mathcal{H}_0 est associé au terme central de l'interaction, \mathcal{H}_3 au terme dépendant de la densité, \mathcal{H}_{eff} est un terme de masse effective, \mathcal{H}_{fin} un terme provenant de la non localité de la force et simulant la portée finie pour la force, \mathcal{H}_{so} est l'énergie de couplage spin-orbite et enfin \mathcal{H}_{sg} un terme de couplage tenseur spin-gradient. Outre la densité d'énergie cinétique

$$\mathcal{K} = \frac{\hbar^2}{2m} \tau, \quad (2.17)$$

ces différents termes s'écrivent explicitement

$$\begin{aligned}
\mathcal{H}_0 &= \frac{1}{4}t_0[(x_0 + 2)\rho^2 - (2x_0 + 1)\sum_q \rho_q^2], \\
\mathcal{H}_3 &= \frac{1}{24}t_3\rho^\alpha[(x_3 + 2)\rho^2 - (2x_3 + 1)\sum_q \rho_q^2], \\
\mathcal{H}_{eff} &= \frac{1}{8}[t_1(x_1 + 2) + t_2(x_2 + 2)]\rho\tau \\
&\quad + \frac{1}{8}[t_2(2x_2 + 1) - t_1(2x_1 + 1)]\sum_q \rho_q\tau_q, \\
\mathcal{H}_{fin} &= \frac{1}{32}[3t_1(x_1 + 2) - t_2(x_2 + 2)](\nabla\rho)^2 \\
&\quad - \frac{1}{32}[3t_1(2x_1 + 1) + t_2(2x_2 + 1)]\sum_q (\nabla\rho_q)^2, \\
\mathcal{H}_{so} &= \frac{1}{2}W_{\ell s}[\mathbf{J} \cdot \nabla\rho + \sum_q \mathbf{J}_q \cdot \nabla\rho_q], \\
\mathcal{H}_{sg} &= -\frac{1}{16}[t_1x_1 + t_2x_2]\mathbf{J}^2 + \frac{1}{16}[t_1 - t_2]\sum_q \mathbf{J}_q^2.
\end{aligned} \tag{2.18}$$

Dans la suite, nous allons énumérer diverses propriétés de la matière nucléaire infinie qui s'avère être des grandeurs utiles pour mettre en évidence l'importance du terme dépendant de la densité de la force de Skyrme. La densité d'énergie par nucléon ainsi obtenue correspond à la valeur moyenne de l'énergie par nucléon et définit l'équation d'état de la matière nucléaire à température nulle

$$\frac{E}{A}(\rho) = \frac{\mathcal{H}}{\rho}. \tag{2.19}$$

La matière nucléaire symétrique ($\rho_n = \rho_p = \rho/2$) possède un état lié qui est le minimum de $E/A(\rho)$ pour $\rho = \rho_0$ appelée densité de saturation

$$\left. \frac{d}{d\rho} \frac{E}{A}(\rho) \right|_{\rho=\rho_0} = 0, \tag{2.20}$$

l'énergie de liaison à la densité de saturation peut-être identifiée avec l'énergie de volume a_v des formules de type goutte liquide

$$a_v = \frac{E}{A}(\rho_0). \tag{2.21}$$

Le coefficient d'incompressibilité est défini comme la courbure de l'énergie par nucléon au voisinage du point de saturation

$$K_\infty = 9\rho_0^2 \left(\frac{d^2 E}{d\rho^2} A(\rho) \right)_{\rho=\rho_0}. \quad (2.22)$$

La dernière quantité que nous allons introduire ici est la masse effective isoscalaire. L'énergie individuelle d'un nucléon de moment \mathbf{k} dans la matière infinie est donnée par

$$\varepsilon_{\mathbf{k}} = \frac{d\mathcal{H}}{d\rho}(\mathbf{k}) = \frac{\partial\mathcal{H}}{\partial\tau} k^2 + \frac{\partial\mathcal{H}}{\partial\rho}, \quad (2.23)$$

où le premier terme correspond de manière évidente à l'énergie cinétique. Cette énergie cinétique est différente de celle d'un nucléon libre en raison des interactions avec le milieu. Nous identifions cette énergie cinétique avec celle d'un nucléon libre dont la masse m^* est renormalisée par les effets de milieu

$$\varepsilon_{\mathbf{k}} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} + \frac{\partial\mathcal{H}}{\partial\rho}. \quad (2.24)$$

Sachant que dans le formalisme de Skyrme la masse effective ne dépend pas de \mathbf{k} , nous obtenons finalement

$$\frac{m}{m^*} = \frac{m}{\hbar^2} \frac{1}{k} \frac{d\varepsilon(\mathbf{k})}{dk} = \frac{2m}{\hbar^2} \frac{\partial}{\partial\tau} [\mathcal{K} + \mathcal{H}_{\text{eff}}] = 1 + \frac{2m}{\hbar^2} \frac{\partial\mathcal{H}_{\text{eff}}}{\partial\tau} \quad (2.25)$$

où m^* est la masse effective isoscalaire associée aux nucléons dans la matière infinie symétrique¹.

2.1.2 Corrélations compressibilité-densité à l'équilibre

A partir de trois quantités liées au point de saturation de la matière nucléaire infinie et à la courbure autour de ce point, il est possible d'extraire une corrélation très importante et souvent notée « *corrélation* $\{K_\infty - \rho_0\}$ » [44] qui va nous permettre de mettre en évidence le rôle capital joué par le terme dépendant de la densité dans les forces de Skyrme.

La figure 2.1 montre cette corrélation pour diverses interactions effectives, relativistes ou non. Nous pouvons remarquer que la majorité de ces forces se regroupent raisonnablement autour du point de saturation attendu. Seuls quelques points sont totalement irréalistes. Contrairement à toutes les interactions effectives non relativistes considérées, la force de portée finie de Brink et Boeker ne contient pas de dépendance en densité. Vu par Negele et Vautherin [45] comme une simulation des effets d'ordre supérieur dans le développement en matrice G (1.17), ce terme est

¹Par abus d'écriture, nous écrivons parfois m^* au lieu de m_s^* pour symboliser la masse effective isoscalaire.

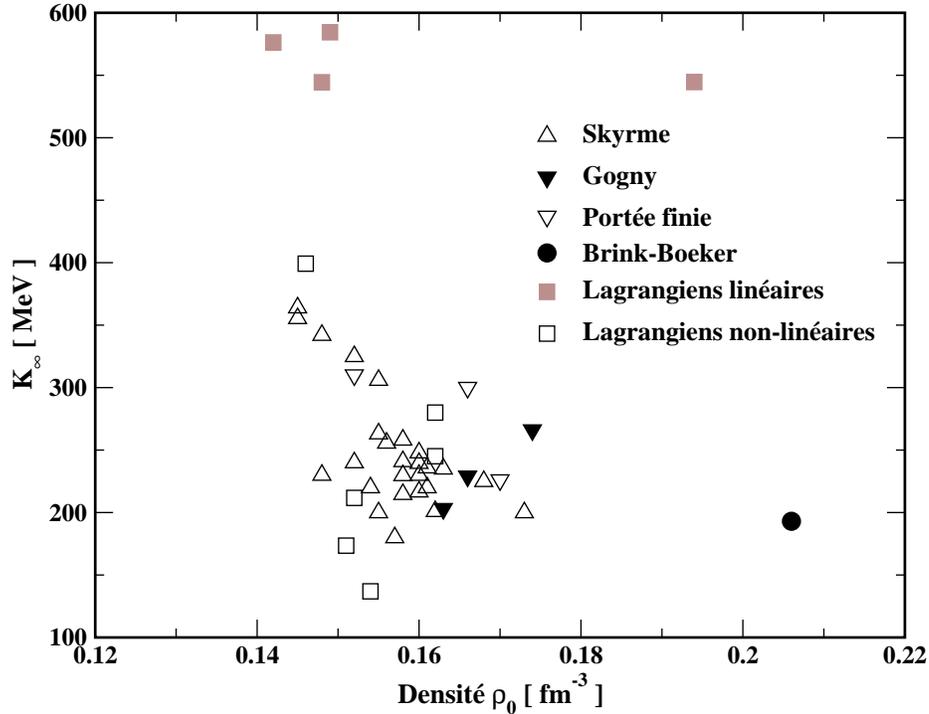


FIG. 2.1: Corrélacion compressibilité - densité au point de saturation.

Le coefficient d'incompressibilité K_∞ est représenté en fonction de la densité ρ_0 au point de saturation d'une matière nucléaire infinie symétrique pour divers lagrangiens relativistes avec un couplage linéaire (carrés pleins) ou non-linéaire (carrés vides) ainsi que pour plusieurs forces nucléon-nucléon effectives phénoménologiques de portée nulle de type Skyrme (triangles vides) et de portée finie (cercle plein : force de Brink et Boeker ; triangles pleins : forces de type Gogny ; triangles vides inversés : autres forces de portée finie).

indispensable pour obtenir un point de saturation correct. En ce qui concerne les lagrangiens relativistes, nous pouvons remarquer le rôle aussi fondamental joué par les couplages non-linéaires également indispensables pour décrire correctement ce fluide infini que les lagrangiens utilisant un seul couplage linéaire sont incapables de reproduire. Il apparaît ainsi que, au contraire des forces qui en sont dépourvues, les forces avec un terme dépendant de la densité permettent de décrire correctement ces propriétés de la matière nucléaire, illustrant l'importance d'un tel terme.

Tandis qu'une forme simple (définie dans l'expression (2.4)) de la dépendance en densité suppose $\alpha = 1$, des études montrent qu'il faut prendre $\alpha < 1$ [46, 47]. Ce résultat se justifie à partir du calcul du coefficient K_∞ dont la valeur est liée à α . En effet, d'après la figure 2.2, à une valeur de α donnée correspond un domaine de K_∞ relativement restreint. Dans le cadre d'une étude microscopique de la résonance géante monopolaire isoscalaire, J.-P. Blaizot *et al.* [48, 49] ont calculé sa valeur,

obtenant $K_\infty = 210 \pm 30$ MeV. Cette valeur a été ensuite confirmée par l'analyse des résultats expérimentaux disponibles [50, 51]. Aussi, comme cela est illustré sur la figure 2.2, il faudra prendre $\alpha < 1$ pour reproduire correctement de K_∞ .

2.2 Force de Skyrme généralisée

2.2.1 Au-delà de la forme standard

Nous avons vu au paragraphe précédent que dans toutes les théories de type champ moyen, il semble impossible d'obtenir en même temps une valeur raisonnable de la densité de saturation et de l'incompressibilité sans introduire un terme dépendant de la densité. Dans le cadre de la force de Skyrme ce terme est choisi sous la forme

$$\frac{1}{6}t_3(1 + x_3\hat{P}_\sigma)\rho^\alpha\delta(\mathbf{r}). \quad (2.26)$$

Le choix d'une dépendance en densité isoscalaire est fait pour des raisons de simplicité uniquement. D'autres possibilités ont été envisagées, par exemple des dépendances séparées en densité neutron et proton [52, 53] afin de mieux reproduire l'évolution de la force avec l'isospin. Il est également possible d'ajouter un terme non-local dépendant de la densité (dépendant de \mathbf{k}^2 par exemple) [54, 55, 56]. L'ajout de ces termes *non-standards* peut néanmoins poser un problème délicat s'ils ne sont contraints que par l'intermédiaire de données relatives à des noyaux. En effet, ces termes vont dominer l'équation d'état de la matière nucléaire de neutrons aux grandes densités ($\rho \gtrsim 2\rho_0$) et peuvent conduire à son effondrement [51, 54, 55]. Afin d'éviter ce type de comportement pathologique, il semble nécessaire, si l'on considère une force avec une dépendance en densité plus riche, de prendre en compte l'équation d'état de la matière de neutrons dans la procédure d'ajustement des paramètres de la force en s'appuyant sur les prédictions de calculs variationnels construits à partir d'interactions réalistes [57, 58, 59, 60].

En ce qui concerne l'exposant α , le choix le plus simple, et le plus naturel si l'on veut interpréter le terme dépendant de la densité comme un terme à trois corps, est $\alpha = 1$. Rappelons néanmoins qu'il n'y a pas, dans le cas général, de stricte équivalence entre un terme à trois corps de portée nulle et un terme avec une dépendance en densité linéaire. D'autres choix sont possibles et qualitativement justifiables. Le développement de la matrice G de Brueckner au voisinage du niveau de Fermi dans la matière nucléaire infinie fait intervenir les puissances paires de k_F (proportionnels aux puissance de $\rho^{2/3}$). On peut enfin considérer α comme un paramètre libre à ajuster avec les autres paramètres de la force.

Nous allons maintenant mettre en évidence les motivations existantes justifiant une nouvelle forme pour l'interaction de Skyrme. Les fonctionnelles de Skyrme que nous ajustons doivent permettre d'aller explicitement au-delà du champ moyen à travers la méthode de type projection [61] ou encore la méthode de la coordonnée génératrice (GCM) [62]. Selon ce principe, toute variation de la fonctionnelle doit

obligatoirement résulter d'une modification de la force de Skyrme elle-même. Ce choix va différer en cela d'une philosophie du type de la théorie de la fonctionnelle de la densité où les nouvelles corrélations prises en compte sont directement incorporées dans la fonctionnelle de Skyrme-Hartree-Fock.

Les travaux récents de Th. Duguet *et al.* [63] fournissent de précieuses informations sur la façon d'étendre les forces de Skyrme pour les calculs au-delà du champ moyen (projection et GCM). L'extension du terme dépendant de la densité pour le calcul des éléments de matrice entre états Hartree-Fock (HF) différents (comme nous en avons besoin pour les calculs au-delà du champ moyen) dépend de l'origine physique de cette dépendance en densité. Si celle-ci provient de la renormalisation des forces à N corps ($N \geq 3$), alors elle s'écrit comme la densité «mixte» tandis que si celle-ci provient des effets de milieu resommés dans la matrice G , alors le terme dépendant de la densité s'exprime comme une certaine combinaison des densités de champ moyen associées à l'état HF de « droite » et à l'état HF de « gauche » dans l'élément de matrice ². Prenant en compte ces différents éléments, il apparaît utile de concevoir une force avec deux dépendances en densité qui s'extrapoleraient de manière différente dans les calculs au-delà du champ moyen.

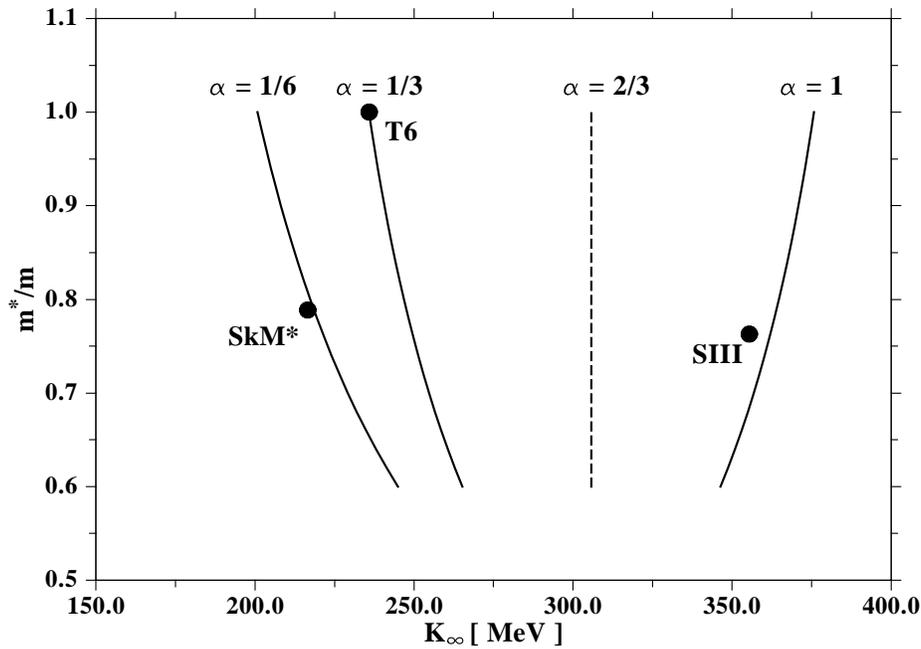


FIG. 2.2: Corrélation entre observables au point de saturation.

La masse effective isocalaire m^*/m est représenté en fonction du coefficient d'incompressibilité K_∞ pour diverses valeurs du paramètre α gouvernant la dépendance en densité de la force. Ces abaques sont tracés pour une densité à l'équilibre $\rho_0 = 0.16 \text{ fm}^{-3}$ et une énergie de liaison par nucléon $E/A = -16 \text{ MeV}$.

²Une écriture plus précise des densités mentionnées ici est donnée par la référence [63].

Le point de saturation de la matière nucléaire infinie symétrique impose de fixer des valeurs raisonnables aux quatre quantités suivantes : ρ_0 , E/A , K_∞ et m^*/m . Or, pour une force de Skyrme standard, il est facile de montrer que ces quantités sont entièrement déterminées par trois paramètres t_0 , t_3 et

$$\Theta_s = 3t_1 + t_2(4x_2 + 5) \quad (2.27)$$

pour un choix donné de α . Il est donc impossible de fixer ces quatre propriétés indépendamment. Ceci est illustré par la figure 2.2 où nous avons représenté la masse effective isoscalaire en fonction de l'incompressibilité pour différentes valeurs de α et pour $E/A = 16$ MeV et $\rho_0 = 0.16$ fm⁻³. Outre le fait que m^*/m et K_∞ ne sont pas indépendants l'un de l'autre, il faut se restreindre à des valeurs relativement petites de α (typiquement entre 1/6 et 1/3) pour obtenir une valeur acceptable de K_∞ (entre 200 et 250 MeV). Le choix $\alpha = 1/6$ semble être un bon compromis et a été adopté pour un bon nombre d'interactions effectives telles les forces de Lyon [64], SGII [65] ou encore SkM* [66]. Néanmoins, nous constatons dans ce cas que la masse effective m^*/m varie très vite avec le coefficient K_∞ . Aussi, il n'est pas possible de construire une force avec une incompressibilité légèrement différente sans modifier profondément la masse effective isoscalaire correspondante.

Ceci met donc clairement en évidence un nouvel argument pour enrichir la paramétrisation de la force de Skyrme : un second terme dépendant de la densité permet de fixer indépendamment la masse effective isoscalaire et l'incompressibilité. Nous pouvons envisager une dépendance en densité généralisée de la forme

$$\frac{1}{6}t_3(1 + x_3\hat{P}_\sigma)\rho^\alpha\delta(\mathbf{r}) + \frac{1}{6}t'_3(1 + x'_3\hat{P}_\sigma)\rho^{\alpha'}\delta(\mathbf{r}). \quad (2.28)$$

Il semble plus judicieux de fixer les valeurs des exposants α et α' plutôt que de les laisser varier librement lors de l'ajustement de la force afin de suivre, d'une certaine manière, la stratégie adoptée pour la construction des forces de Lyon [64]. Avec une telle paramétrisation, les valeurs de K_∞ et m^*/m ne sont plus liées l'une à l'autre. Nous éliminons ainsi une contrainte très forte des formulations standards de la force de Skyrme. De même, les exposants α et α' ne sont plus restreints à l'intervalle [$\sim 1/6, \sim 1/3$]. Nous avons tout au contraire intérêt à prendre des valeurs assez différentes afin que la seconde dépendance en densité ouvre un degré de liberté nettement différent de la première. Pour choisir les valeurs des deux exposants, nous pouvons nous appuyer sur les études qui ont été faites par le passé et ayant pour but de dériver, ou du moins de justifier, des expressions de la dépendance en densité à partir des propriétés de l'interaction nue (nous pourrions, par exemple, nous reporter aux références [46, 47]).

Comme discuté précédemment, le développement de la matrice G de Brueckner conduit approximativement à un développement de l'interaction en k_F^2 , soit encore en $\rho^{2/3}$, *via* un modèle de type Thomas-Fermi. La partie de courte portée de l'interaction semble de même conduire à une dépendance en $\rho^{2/3}$ mais également à un terme en

$\rho^{1/3}$ dont l'intensité est plus faible. La partie tensorielle de l'interaction conduit à des termes du même type [46]. Rappelons enfin, que l'extrapolation des résultats obtenus pour les noyaux pair-pair montre que les termes à trois corps de l'interaction correspondent à une dépendance en densité linéaire.

Sans aller plus loin dans une tentative de justification précise, nous considérerons qu'une forme généralisée de la force de Skyrme peut s'écrire comme un développement tronqué en puissances 1/3 de la densité scalaire-isoscalaire

$$\begin{aligned}
V_{12} &= \sum_{n_0} t_0^{n_0} (1 + x_0^{n_0} \hat{P}_\sigma) \rho^{n_0/3} \delta(\mathbf{r}) \\
&+ \frac{1}{2} \sum_{n_1} t_1^{n_1} \rho^{n_1/3} \left[1 + x_1^{n_1} \hat{P}_\sigma \right] \left[\delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \mathbf{k}^2 + \mathbf{k}'^2 \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \right] \\
&+ \sum_{n_2} t_2^{n_2} \rho^{n_2/3} \left[1 + x_2^{n_2} \hat{P}_\sigma \right] \mathbf{k}' \cdot \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \mathbf{k} \\
&+ i \sum_{n_\omega} W_{\ell_s}^{n_\omega} \rho^{n_\omega/3} [\hat{\boldsymbol{\sigma}}_1 + \hat{\boldsymbol{\sigma}}_2] \mathbf{k}' \times \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \mathbf{k}
\end{aligned} \tag{2.29}$$

Afin de ne pas trop augmenter le nombre de paramètres de la force et de garder une forme relativement proche des forces de Lyon, nous ne considérerons pas, du moins dans le cadre de cette étude, de termes non-locaux dépendants de la densité, c'est-à-dire que nous imposerons $t_1^{n_1} = t_2^{n_2} = 0$ pour $n_i \geq 1$. De la même façon, nous prendrons le potentiel spin-orbite sous sa forme la plus simple, n'introduisant qu'un seul paramètre $W_{\ell_s}^0$ (les autres termes seront nuls pour $n_\omega \geq 1$). Par la suite de cette étude, nous allons également nous limiter à prendre $t_0^0 \neq 0$ et deux termes non-nuls parmi $\{t_0^1, t_0^2, t_0^3\}$. Les forces obtenues seront alors décrites selon les termes pris en compte par les notations du tableau 2.1.

Termes retenus (non nuls)	Puissances en densité	Notations
$t_0^0, t_0^1, t_0^2; x_0^0, x_0^1, x_0^2$	$\rho^{1/3} + \rho^{2/3}$	[0, 1, 2]
$t_0^0, t_0^1, t_0^3; x_0^0, x_0^1, x_0^3$	$\rho^{1/3} + \rho$	[0, 1, 3]
$t_0^0, t_0^2, t_0^3; x_0^0, x_0^2, x_0^3$	$\rho^{2/3} + \rho$	[0, 2, 3]

TAB. 2.1: Notations générales des forces de Skyrme.

Les notations sont définies en fonction des termes présents dans la force de Skyrme.

Nous pouvons immédiatement souligner le fait que le choix des dépendances en densités retenues n'est pas déterminant pour l'ajustement des propriétés au point de saturation de la matière nucléaire. Ces trois familles de forces seront pratiquement confondues au voisinage de ρ_0 moyennant un réajustement des paramètres. Nous

pouvons cependant nous attendre à des différences significatives pour les très grandes ou très basses densités, les termes dominants n'étant pas les mêmes. Les propriétés de la matière nucléaire dense (étoiles à neutrons) ou au contraire faiblement dense (peaux ou halos de neutrons) seront donc affectées par les puissances retenues pour les dépendances en densité.

Nous pouvons néanmoins remarquer que le terme en $\rho^{2/3}$, s'il est présent, va jouer un rôle particulier dans la construction de la force. En effet, remarquons tout d'abord que l'équation d'état (2.19) s'écrit pour la matière infinie symétrique et pour une force de Skyrme standard

$$\frac{E}{A}(\rho) = \frac{3}{10} \frac{\hbar^2}{m} \left(\frac{3\pi^2}{2} \right)^{2/3} \rho^{2/3} + \frac{3}{8} t_0 \rho + \frac{3}{80} \left(\frac{3\pi^2}{2} \right)^{2/3} \Theta_s \rho^{5/3} + \frac{1}{16} t_3 \rho^{\alpha+1}. \quad (2.30)$$

Si nous fixons les trois propriétés suivantes de la matière nucléaire : ρ_0 , $E/A(\rho_0)$ et K_∞ , nous obtenons un système de trois équations

$$\begin{cases} -\frac{3\hbar^2}{5m} \left(\frac{3\pi^2}{2} \right)^{2/3} \rho_0^{2/3} + \frac{3}{8} \Theta_s \left(\frac{3\pi^2}{2} \right)^{2/3} \rho_0^{5/3} + \frac{9}{16} \alpha(\alpha+1) t_3 \rho_0^{\alpha+1} = K_\infty, \\ \frac{3\hbar^2}{10m} \left(\frac{3\pi^2}{2} \right)^{2/3} \rho_0^{2/3} + \frac{3}{8} t_0 \rho_0 + \frac{3}{80} \Theta_s \left(\frac{3\pi^2}{2} \right)^{2/3} \rho_0^{5/3} + \frac{1}{16} t_3 \rho_0^{\alpha+1} = \frac{E}{A}(\rho_0), \\ \frac{\hbar^2}{5m} \left(\frac{3\pi^2}{2} \right)^{2/3} \rho_0^{2/3} + \frac{3}{8} t_0 \rho_0 + \frac{1}{16} \Theta_s \left(\frac{3\pi^2}{2} \right)^{2/3} \rho_0^{5/3} + \frac{1}{16} t_3 (\alpha+1) \rho_0^{\alpha+1} = 0, \end{cases} \quad (2.31)$$

déterminant de manière unique les trois inconnues t_0 , t_3 et Θ_s et permettant ensuite de calculer la masse effective isoscalaire

$$\frac{m^*}{m} = \left[1 + \frac{1}{8} \frac{m}{\hbar^2} \rho_0 \Theta_s \right]^{-1}. \quad (2.32)$$

Ce raisonnement n'est pas applicable dans un cas particulier, si $\alpha = 2/3$. Pour voir ceci, posons

$$F(\Theta_s, t_3) = \frac{1}{16} \left[\Theta_s \left(\frac{3\pi^2}{2} \right)^{2/3} + \frac{5}{3} t_3 \right], \quad (2.33)$$

le système d'équation (2.31) prend alors la forme

$$\begin{cases} -\frac{3\hbar^2}{5m} \left(\frac{3\pi^2}{2} \right)^{2/3} \rho_0^{2/3} + 6F(\Theta_s, t_3) \rho_0^{5/3} = K_\infty, \\ \frac{3\hbar^2}{10m} \left(\frac{3\pi^2}{2} \right)^{2/3} \rho_0^{2/3} + \frac{3}{8} t_0 \rho_0 + \frac{3}{5} F(\Theta_s, t_3) \rho_0^{5/3} = \frac{E}{A}, \\ \frac{\hbar^2}{5m} \left(\frac{3\pi^2}{2} \right)^{2/3} \rho_0^{2/3} + \frac{3}{8} t_0 \rho_0 + F(\Theta_s, t_3) \rho_0^{5/3} = 0. \end{cases} \quad (2.34)$$

Dans le cas général, ce système n'a pas de solution car il n'y a plus que deux inconnues : t_0 et $F(\Theta_s, t_3)$. Ces deux inconnues peuvent être déterminées par la deuxième et la troisième équation. La valeur de K_∞ est alors imposée par la première. Remarquons par contre que le paramètre Θ_s , et donc la masse effective m^*/m , est totalement libre. Ce cas particulier est représenté par la droite verticale en pointillés sur la figure 2.2.

Nous constatons donc que le fait d'introduire un second terme dépendant de la densité permet de fixer indépendamment l'incompressibilité et la masse effective isoscalaire. En outre, si l'un des deux termes est proportionnel à $\rho^{2/3}$ alors l'équation d'état de la matière symétrique laisse la masse effective isoscalaire totalement libre.

2.2.2 Fonctionnelle de Skyrme généralisée

Reprenant les observations faites au paragraphe précédent, nous pouvons écrire la nouvelle force de Skyrme selon

$$\begin{aligned}
V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= \sum_i t_0^i \rho^{i/3} [1 + x_0^i \hat{P}_\sigma] \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \\
&+ \frac{1}{2} t_1 [1 + x_1 \hat{P}_\sigma] [\delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \mathbf{k}^2 + \mathbf{k}'^2 \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)] \\
&+ t_2 [1 + x_2 \hat{P}_\sigma] \mathbf{k}' \cdot \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \mathbf{k} \\
&+ iW_{\ell s} [\hat{\boldsymbol{\sigma}}_1 + \hat{\boldsymbol{\sigma}}_2] \mathbf{k}' \times \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \mathbf{k}.
\end{aligned} \tag{2.35}$$

Par abus de langage, nous appellerons cette force « force généralisée » dans la suite ce travail. De forme similaire à l'expression standard (2.7) de la force de Skyrme, la densité d'énergie $\mathcal{H}(\mathbf{r})$ que nous pouvons lui associer ne fera intervenir qu'un nouveau terme

$$\mathcal{H}_0 = \frac{1}{4} \sum_i t_0^i \rho^{i/3} [(x_0^i + 2) \rho^2 - (2x_0^i + 1) \sum_q \rho_q^2] \tag{2.36}$$

remplaçant les éléments \mathcal{H}_0 et \mathcal{H}_3 de l'expression (2.18), les autres termes \mathcal{H}_i restant identiques.

Chapitre 3

Construction de la force de Skyrme

L'expression de la force de Skyrme introduit sous sa forme généralisée un ensemble de paramètres qui sont pour le moment indéterminés. La procédure utilisée en vue de leur ajustement est similaire à celle employée pour les forces de Lyon plus anciennes. Il s'agit de construire et de minimiser un χ^2 (ou plus exactement un estimateur des moindres carrés [67]) à partir d'un certain nombre de propriétés de la matière nucléaire infinie, semi-infinie, de la matière de neutrons et des propriétés de quelques noyaux traités à l'approximation de Hartree-Fock.

Afin d'obtenir des forces ayant un certain pouvoir prédictif, il faut essayer de tirer profit là où les données expérimentales font défaut des résultats obtenus par les approches microscopiques plus complexes. Aussi, comme pour les forces de Lyon, nous allons contraindre les forces construites ici à donner une équation d'état de la matière de neutrons comparable aux résultats des calculs variationnels [57, 59]. En outre, nous allons tenter dans cette étude de prendre en compte les résultats récents concernant les masses effectives des nucléons dans la matière infinie asymétrique. Le χ^2 que nous devons construire pour notre procédure d'ajustement va alors s'écrire comme la somme de différentes contributions

$$\chi^2 = \chi_{\text{inm}}^2 + \chi_{\text{neut.}}^2 + \chi_{\text{ferro.}}^2 + \chi_{\text{noyaux}}^2 + \chi_{\text{s.o.}}^2. \quad (3.1)$$

résultantes des propriétés que nous désirons reproduire au mieux : point de saturation dans la matière infinie, matière de neutrons, instabilités ferromagnétiques, énergie des noyaux et écart spin-orbite. Dans la suite de ce chapitre, nous allons entre autre détailler ces diverses contributions.

3.1 Ingrédients usuels de la construction d'une force

De façon générale, toute construction d'une force de Skyrme va reposer plus ou moins sur le même ensemble de données. Relativement bien connues, ces dernières vont constituer un premier test pour vérifier la validité de l'interaction.

3.1.1 Matière nucléaire infinie

L'ajustement direct des paramètres des forces de Skyrme sur quelques propriétés locales des noyaux n'est pas idéal. Le recours à la matière nucléaire infinie s'avère alors être un choix judicieux. En effet, ses propriétés sont globales, fixées sur un ensemble très varié de noyaux. Aussi, dès lors que ce milieu sera décrit correctement, nous obtiendrons un modèle avec un fort pouvoir prédictif.

La matière nucléaire infinie est un milieu idéal composé de nucléons. Il possède par définition plusieurs propriétés :

- milieu homogène de densité constante ρ ,
- milieu infini, c'est-à-dire sans effets de surface,
- milieu invariant par translation (les fonctions d'ondes y sont des ondes planes),
- pas d'interaction coulombienne entre les protons,
- pas de corrélations d'appariement entre les nucléons.

De manière usuelle, les premiers tests de validité d'une interaction se font dans ce fluide simple. Aussi, il apparaît naturel d'utiliser ces propriétés pour ajuster les paramètres de notre force. Dans le cas de la force de Skyrme, cet ajustement est d'autant plus facile que la fonctionnelle génère des expressions analytiques simples de ces propriétés.

3.1.1.1 Matière nucléaire symétrique

Outre les propriétés énoncées précédemment, la matière nucléaire infinie symétrique se caractérise par des quantités de neutrons et de protons égales ($N = Z$). Les densités partielles de nucléons s'expriment alors en fonction de la densité totale selon la relation qui suit :

$$\rho_n = \rho_p = \frac{\rho}{2}. \quad (3.2)$$

Plusieurs quantités caractéristiques de ce milieu ont déjà été évoquées au chapitre précédent. Nous nous proposons dans la suite de ce paragraphe de revenir un instant sur celles-ci, en explicitant leurs définitions et propriétés. De plus, nous allons mettre en évidence la manière selon laquelle elles participent à la construction de la force.

a. Point de saturation

Pour une force de Skyrme, qu'elle soit sous sa forme standard ou généralisée, l'énergie totale par nucléon E/A dans la matière nucléaire infinie symétrique (MNS) où les A nucléons occupent le volume V va s'exprimer en fonction de la densité d'énergie \mathcal{H} selon :

$$\frac{E}{A}(\rho) = \frac{V}{A} \mathcal{H}(\rho) = \frac{\mathcal{H}(\rho)}{\rho}. \quad (3.3)$$

Ayant défini la densité d'énergie de la force de Skyrme généralisée dans le chapitre 2, il est possible de réécrire E/A en fonction des paramètres de la force sous la forme :

$$\frac{E}{A}(\rho) = \frac{3}{10} \frac{\hbar^2}{m} \left(\frac{3\pi^2}{2} \right)^{\frac{2}{3}} \rho^{\frac{2}{3}} + \sum_i \frac{3}{8} t_0^i \rho^{\frac{i}{3}+1} + \frac{3}{80} \left(\frac{3\pi^2}{2} \right)^{\frac{2}{3}} \Theta_s \rho^{\frac{5}{3}} \quad (3.4)$$

où le coefficient Θ_s s'exprime comme la combinaison de paramètres

$$\Theta_s = 3t_1 + t_2(4x_2 + 5). \quad (3.5)$$

L'expression (3.4) donne accès à l'équation d'état de la MNS, évolution de l'énergie E/A en fonction de la densité totale ρ . Nous représentons sur la figure 3.1 l'allure attendue pour cette équation d'état. L'énergie E/A passe par un minimum à la densité d'équilibre ρ_0 définissant alors le point de saturation.

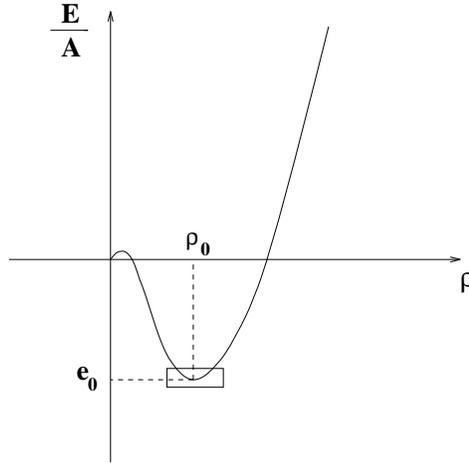


FIG. 3.1: Equation d'état de la matière nucléaire symétrique.

L'énergie de liaison par nucléon E/A dans la matière nucléaire infinie symétrique est représentée en fonction de la densité ρ . Cette équation présente un minimum caractérisé par la densité ρ_0 : le point de saturation.

Le milieu infini n'existant pas, la description du point de saturation s'appuie essentiellement sur des modèles théoriques. Dans ce cadre, la diffusion élastique d'électrons sur les noyaux va fournir des informations très précieuses pour extraire les distributions de charge au moyen de modèles nucléaires simples [68]. D'après les résultats obtenus, la densité totale de matière au centre des noyaux lourds apparaît comme constante, indépendante du noyau. Le noyau « sature » à la densité ρ_0 , validant par la même occasion le concept de matière nucléaire infinie : le coeur des noyaux (suffisamment lourds), insensible au nombre total de nucléons que contient le noyau, se comporte comme un « petit » milieu infini. En utilisant ce protocole, les

systématiques expérimentales les plus anciennes [69, 70] comme les plus récentes [71] permettent de calculer la valeur de la densité du point de saturation :

$$\rho_0 = 0.16 \pm 0.002 \text{ fm}^{-3}.$$

Connaissant la valeur de ρ_0 , il reste maintenant à déterminer la valeur de l'énergie E/A correspondante pour caractériser le point de saturation. Support fondamental des modèles de type goutte liquide, la formule de masse semi-empirique de Bethe-Weizsäcker apporte une réponse à ce problème. Elle décrit l'énergie par nucléon d'un noyau (N, Z) de masse A et d'asymétrie $I = (N - Z)/A$ selon le développement

$$\frac{E}{A} = a_v + a_I I^2 + a_s A^{-1/3} + a_{I_s} I^2 A^{-1/3} + a_c A^{-2/3} + a_{coul} Z^2 A^{-4/3} + \dots \quad (3.6)$$

en introduisant un ensemble de coefficients : le terme de volume a_v auquel il faut adjoindre le terme de symétrie a_I qui caractérise l'asymétrie neutrons-protons dans le noyau, le terme de surface a_s , le terme de surface-symétrie a_{I_s} ainsi que les termes de courbure a_c et de Coulomb a_{coul} .

Représentant la plus grande partie de l'énergie du noyau, le premier coefficient a_v s'identifie à l'énergie E/A à la saturation. Aux effets de couches près, les formules de masse donnent une excellente approximation des énergies de liaison expérimentales des noyaux. Aussi, les analyses de masses expérimentales [72, 73] vont permettre de fixer le coefficient a_v et obtenir par la même occasion l'énergie à la saturation :

$$e_0 = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{A}}(\rho_0) = -16 \pm 0.2 \text{ MeV}.$$

Ces deux grandeurs vont constituer les premiers ingrédients de notre procédure d'ajustement des paramètres. Comme nous l'avons déjà noté à plusieurs reprises, le point de saturation correspond dans le formalisme Skyrme-Hartree-Fock au point pour lequel la pression du fluide nucléaire s'annule. Pour la force généralisée, la pression se déduit de l'énergie E/A selon la relation :

$$P(\rho) = \rho^2 \frac{d}{d\rho} \frac{E}{A}(\rho). \quad (3.7)$$

Nous pouvons rappeler ici que pour $\rho = \rho_0$, nous aurons, comme indiqué dans la relation (2.20), $P(\rho_0) = 0$. Ce résultat permet alors d'écrire la relation qui suit :

$$\frac{1}{5} \frac{\hbar^2}{m} \left(\frac{3\pi^2}{2} \right)^{\frac{2}{3}} \rho_0^{\frac{2}{3}} + \sum_i \frac{3}{8} t_0^i \rho_0^{\frac{i}{3}+1} + \frac{1}{16} \left(\frac{3\pi^2}{2} \right)^{\frac{2}{3}} \Theta_s \rho_0^{\frac{5}{3}} = 0 \quad (3.8)$$

De la même façon, l'équation (3.4) permet de calculer e_0 , valeur de E/A en $\rho = \rho_0$. Nous avons alors deux expressions analytiques pour fixer une partie des paramètres.

b. Coefficient d'incompressibilité

Le coefficient d'incompressibilité, évoqué lui aussi au chapitre précédent, est un élément fondamental aux basses densités. Il est directement relié à la courbure de l'équation d'état à la saturation. Ainsi, selon sa valeur, nous pouvons nous attendre à un comportement de l'équation d'état nucléaire en fonction de la densité complètement différent : *dure* pour une valeur élevée de ce coefficient et, au contraire, *molle* quand elle est petite.

L'expression de ce coefficient se déduit du module de compression d'un fluide, variation relative induite par une petite variation de la pression,

$$\chi = -\frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial P} \Big|_A = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)^{-1}. \quad (3.9)$$

De la relation précédente, nous pouvons obtenir la formule générale du coefficient d'incompressibilité K associé à la matière nucléaire. Il s'exprime alors comme une fonction de la pression selon :

$$K = \frac{9}{\rho\chi} = \frac{18P}{\rho} + 9\rho^2 \frac{d^2 E}{d\rho^2 A}(\rho). \quad (3.10)$$

Cette formule, valable pour toute asymétrie $I = (N - Z)/A$, nous permet de calculer l'évolution de K en fonction de la densité ρ . Au-delà de ce calcul, nous cherchons ici à connaître sa valeur pour la densité d'équilibre ρ_0 de la MNS. Longtemps très mal connue, la valeur admise actuellement, issue d'une étude microscopique de la résonance géante monopolaire isoscalaire (E_0 ; $T=0$), est celle proposée par J.P. Blaizot en 1980 [48] :

$$K_\infty = 210 \pm 30 \text{ MeV}.$$

Malgré de multiples évaluations, une incertitude importante demeure encore aujourd'hui sur la valeur de K_∞ . Néanmoins, nous considérons dans la suite de ce travail la valeur précédente comme juste, les travaux plus récents de Gleissl *et al.* [50] et de Farine *et al.* [51] l'ayant confirmée.

De la même façon que les « coordonnées » du point de saturation participent à l'ajustement des forces, nous allons utiliser cette quantité dans notre procédure pour contraindre le jeu de nos paramètres. Dans le formalisme de Skyrme, le coefficient d'incompressibilité à la saturation

$$K_\infty = 9\rho^2 \frac{d^2 E}{d\rho^2 A}(\rho) \Big|_{\rho=\rho_0} \quad (3.11)$$

peut se réécrire en fonction des paramètres de la force généralisée sous la forme analytique simple suivante :

$$K_\infty = -\frac{3}{5} \frac{\hbar^2}{m} \left(\frac{3\pi^2}{2} \right)^{\frac{2}{3}} \rho_0^{\frac{2}{3}} + \sum_i \frac{3}{8} t_0^i [i(i+3)] \rho_0^{\frac{i}{3}+1} + \frac{3}{8} \left(\frac{3\pi^2}{2} \right)^{\frac{2}{3}} \Theta_s \rho_0^{\frac{5}{3}}. \quad (3.12)$$

Ayant déjà fixé la densité d'équilibre ρ , nous obtenons pour la valeur choisie pour le coefficient d'incompressibilité K_∞ (en l'occurrence, nous avons pris la même valeur que celle des forces de Lyon, soit $K_\infty = 230$ MeV) une nouvelle expression avec de nouveau, comme seules inconnues, les valeurs des paramètres de la force.

c. Masse effective isoscalaire

La masse effective a été définie au paragraphe 2.1.1.2 pour la matière infinie symétrique. Pour un nucléon d'isospin q (n ou p), son expression est donnée par les relations (2.25) et (3.4). Cette expression n'est pas modifiée par l'introduction d'un second terme dépendant de la densité

$$\frac{m_q^*}{m} = \left[1 + \frac{1}{4} \frac{m}{\hbar^2} \Theta_v \rho + \frac{1}{4} \frac{m}{\hbar^2} (\Theta_s - 2\Theta_v) \rho_q \right]^{-1}, \quad (3.13)$$

où nous avons fait intervenir les combinaisons de paramètres :

$$\Theta_s = 3t_1 + t_2(4x_2 + 5) \quad , \quad \Theta_v = t_1(x_1 + 2) + t_2(x_2 + 2). \quad (3.14)$$

Pour la matière nucléaire symétrique où $\rho_q = \rho/2$, l'expression (3.13) peut s'écrire sous la forme suivante pour définir la masse effective isoscalaire :

$$\left(\frac{m^*}{m} \right)_s = [1 + \kappa_s]^{-1} = \left[1 + \frac{1}{8} \frac{m}{\hbar^2} \Theta_s \rho \right]^{-1} \quad (3.15)$$

Dans les noyaux finis, cette masse effective joue un rôle important sur la densité de niveaux à la surface de Fermi. Par exemple, pour les états près du niveau de Fermi, une valeur de m^*/m entre 1.1 et 1.2 est souhaitable [74, 75] tandis qu'une valeur plus faible convient mieux pour les états plus profonds. Plusieurs travaux ont mis en évidence un lien direct entre cette masse effective isoscalaire et l'énergie de la résonance géante quadrupolaire isoscalaire (E2; T=0) [48, 76]. En prenant les évaluations expérimentales de ce mode géant, nous pouvons avancer une valeur à l'équilibre de :

$$\left(\frac{m^*}{m} \right)_s \approx 0.8$$

A partir de cette nouvelle quantité, nous allons pouvoir déterminer la valeur de la combinaison des paramètres Θ_s .

Pour la construction du χ^2 dans la matière nucléaire symétrique, nous procédons donc de la manière suivante : les valeurs de K_∞ et m^*/m sont fixées et déterminent le terme Θ_s ainsi qu'une contrainte entre les paramètres $\{t_0^i\}$. A partir d'un jeu initial de paramètres choisis arbitrairement, nous allons ensuite calculer les valeurs de ρ_0 et e_0 *via* les relations (3.4) et (3.8). Nous cherchons alors à minimiser l'écart entre

ces calculs et les valeurs expérimentales. La contribution au χ_{inm}^2 pour la matière symétrique s'écrit alors comme

$$\chi_{\text{inm}}^2 = \left(\frac{\rho_0^{\text{calc}} - \rho_0}{0.002} \right)^2 + \left(\frac{e_0^{\text{calc}} - e_0}{0.2} \right)^2. \quad (3.16)$$

3.1.1.2 Matière nucléaire asymétrique

Nous venons de présenter le protocole pour calculer les paramètres de la force de Skyrme à partir des observables de la matière nucléaire symétrique. Cependant, comme nous le constatons à partir de leurs différentes expressions analytiques, ces quantités ne sont pas suffisantes pour calculer la valeur de tous les paramètres. Il faut introduire de nouvelles données. L'étude des noyaux très loin de la vallée de stabilité nous suggère alors d'intégrer dans notre procédure d'ajustement des propriétés caractéristiques d'une matière nucléaire asymétrique.

Dans la matière nucléaire asymétrique, le nombre de neutrons et de protons est différent ($N \neq Z$). Les densités partielles de nucléons vont alors s'écrire comme des fonctions de la densité totale ρ conjuguée au paramètre d'asymétrie $I = (N - Z)/A$ ou à la fraction de protons $Y_p = Z/A$:

$$\rho_n = \rho \left(\frac{1+I}{2} \right) = \rho(1 - Y_p) \quad , \quad \rho_p = \rho \left(\frac{1-I}{2} \right) = \rho Y_p. \quad (3.17)$$

a. Equations d'état de la matière asymétrique

Outre des données quantitatives, comme introduites dans la matière symétrique, une paramétrisation correcte de la force de Skyrme doit respecter qualitativement un ensemble de propriétés. L'obtention du comportement correct pour les équations d'état de la matière nucléaire asymétrique (MNA) constituera un premier pas pour vérifier ces propriétés. La densité d'énergie \mathcal{H} , donnée par les expressions (2.18) et (2.36) nous permet de calculer une équation d'état pour chaque asymétrie selon :

$$\begin{aligned} \frac{E}{A}(\rho, I) &= \frac{3}{10} \frac{\hbar^2}{m} \left(\frac{3\pi^2}{2} \right)^{\frac{2}{3}} \rho^{\frac{2}{3}} F_{5/3} + \sum_i \frac{1}{8} t_0^i \rho^{\frac{i}{3}+1} [2(x_0^i + 2) - F_2(2x_0^i + 1)] \\ &+ \frac{3}{40} \left(\frac{3\pi^2}{2} \right)^{\frac{2}{3}} \rho^{\frac{5}{3}} [\Theta_v F_{5/3} + (\Theta_s - 2\Theta_v) \frac{F_{8/3}}{2}]. \end{aligned} \quad (3.18)$$

Cette expression, fonction de la densité totale de nucléons ρ , dépend également de l'asymétrie I au travers des facteurs F_m définis par :

$$F_m(I) = \frac{1}{2} [(1+I)^m + (1-I)^m] \quad , \quad F_m(Y_p) = 2^{m-1} [Y_p^m + (1-Y_p)^m]. \quad (3.19)$$

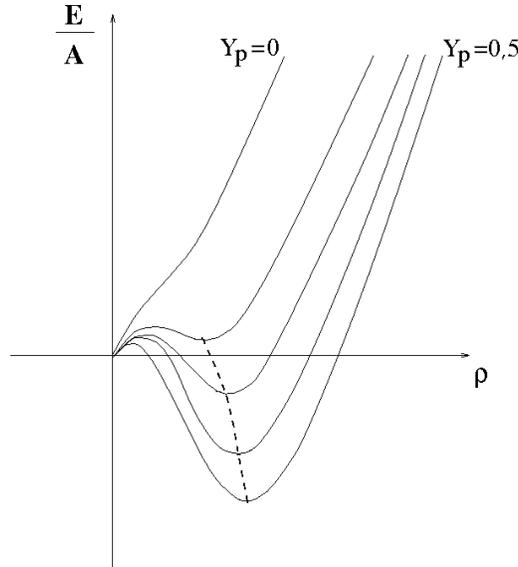


FIG. 3.2: Equations d'état de la matière nucléaire asymétrique.

L'énergie de liaison par nucléon E/A dans la matière nucléaire infinie asymétrique est représentée en fonction de la densité ρ pour différentes valeurs de l'asymétrie, allant de la matière symétrique ($Y_p = 0,5$) à la matière de neutrons ($Y_p = 0$).

La figure 3.2 donne l'allure attendue pour l'énergie par nucléon E/A dans la MNA en fonction de la densité ρ pour quelques valeurs de l'asymétrie I . Pour chaque valeur de I , cette énergie va passer par un minimum d'équilibre jusqu'à atteindre une densité critique pour laquelle on n'observera plus ce minimum.

b. Énergie de symétrie

Le premier élément pour lequel l'étude de la MNA va fournir des indications est l'énergie de symétrie. En se restreignant à la MNS, cette énergie, équivalente au coefficient a_I du développement (3.6), est directement reliée à la courbure de l'équation d'état selon l'asymétrie I au point de saturation :

$$a_I(\rho) = \frac{1}{2} \frac{d^2 E}{dI^2} \frac{E}{A}(\rho, I) \Big|_{I=0}. \quad (3.20)$$

Cette dernière relation permet de calculer simplement l'évolution de $a_I(\rho)$ en fonction de la densité, quantité utile en vue de l'étude des noyaux loin de la stabilité. Dans le formalisme de Skyrme, nous avons :

$$a_I(\rho) = \frac{1}{6} \frac{\hbar^2}{m} \left(\frac{3\pi^2}{2} \right)^{\frac{2}{3}} \rho^{\frac{2}{3}} - \sum_i \frac{1}{8} t_0^i (2x_0^i + 1) \rho^{\frac{i}{3}+1} - \frac{1}{24} \left(\frac{3\pi^2}{2} \right)^{\frac{2}{3}} (3\Theta_v - 2\Theta_s) \rho^{\frac{5}{3}}. \quad (3.21)$$

Le coefficient de symétrie a_1 du développement (3.6) est donné pour la densité d'équilibre ρ_0 . Les analyses expérimentales de Möller *et al.* [72] donnent des valeurs de l'ordre de 30 MeV qui vont varier selon le nombre de masses expérimentales prises en compte pour le calcul de a_1 . En outre, selon la forme du développement utilisée, le modèle d'analyse va conduire à des résultats différents : de 30.8-32.7 MeV pour les modèles précédents à 28.8 MeV pour les calculs plus récents [73]. Aussi, au lieu de fixer l'énergie de symétrie, nous ne donnerons, en nous appuyant essentiellement sur les mesures les plus récentes, qu'un encadrement de la valeur attendue :

$$28 \text{ MeV} \leq a_1 \leq 32 \text{ MeV} .$$

En fixant la valeur de a_1 pour la densité de saturation, nous obtiendrons de la relation (3.21) une nouvelle expression pour calculer les valeurs des paramètres de la force. Cependant, étant donné la méconnaissance de $a_1(\rho_0)$, nous allons le plus souvent ne pas utiliser cette quantité dans notre procédure d'ajustement, mais vérifier *a posteriori* que la valeur calculée est raisonnable.

c. Masse effective isovectorielle

La masse effective isovectorielle s'exprime simplement en fonction du facteur d'accélération κ_v . Celui-ci est obtenu à partir de la règle de somme de Thomas-Reiche-Kuhn [50, 77]. En effet, il est défini comme la déviation à la règle de somme m_1 pour l'opérateur dipolaire \hat{D}

$$m_1(\hat{D}) = m_1^0(\hat{D})(1 + \kappa_1) \quad , \quad m_1^0(\hat{D}) = \frac{\hbar^2}{2m} \frac{NZ}{A} . \quad (3.22)$$

Le facteur d'accélération κ_1 , équivalent à κ_v , va ainsi mesurer l'écart entre m_1 et m_1^0 . Nous pouvons déterminer l'expression de ce terme en fonction des paramètres de la force de Skyrme standard ou généralisée selon :

$$\kappa_v = \frac{m}{4\hbar^2} \frac{A}{NZ} [t_1(x_1 + 2) + t_2(x_2 + 2)] \int \rho_n(\mathbf{r}) \rho_p(\mathbf{r}) d^3r . \quad (3.23)$$

Dans la matière nucléaire infinie symétrique où $\rho_q = \rho/2$ (pour $q = \{n, p\}$), cette dernière relation se réécrit :

$$\kappa_v = \frac{m}{4\hbar^2} [t_1(x_1 + 2) + t_2(x_2 + 2)] \rho . \quad (3.24)$$

Par conséquent, pour la matière nucléaire symétrique où nous avons vu que la masse effective se réduit à sa composante isoscalaire en posant $\rho_q = \rho/2$, la partie isovectorielle se déduit de façon semblable à l'expression (3.13) en posant $\rho_q = 0$:

$$\left(\frac{m^*}{m} \right)_v = [1 + \kappa_v]^{-1} = \left[1 + \frac{1}{4} \frac{m}{\hbar^2} \Theta_v \rho \right]^{-1} . \quad (3.25)$$

A la place de la masse isovectorielle, nous préférons dans la pratique utiliser directement le facteur d'accélération κ_v dans la procédure d'ajustement des paramètres de la force. En posant $\sigma(E_\gamma)$ comme section efficace de photoabsorption, la règle de somme m_1 est accessible expérimentalement par réactions de photoabsorption sur les noyaux [78] :

$$m_1 = \frac{1}{4\pi^2} \frac{\hbar c}{e^2} \int \sigma(E_\gamma) dE_\gamma. \quad (3.26)$$

Nous pourrions alors déterminer la valeur de κ_v de la résonance géante dipolaire isovectorielle (E1 ; T=1) [76]. Toutefois, il faut se rappeler que dans les sections efficaces intégrées de photoabsorption entrent en jeu à la fois des effets tensoriels et des effets subnucléoniques. De tels degrés de liberté étant absents pour une force de Skyrme, nous admettons généralement qu'une valeur correcte de κ_v est :

$$\kappa_v \approx 0.5.$$

Il faut prendre garde de ne pas *ajuster* trop fortement une telle valeur qui doit être néanmoins surveillée pour rester dans des limites raisonnables comprises, à l'heure actuelle, entre 0 et une valeur proche de 0.5.

La matière nucléaire asymétrique fournit un nouvel ensemble d'observables pour ajuster le jeu des paramètres de la force de Skyrme. Ces quantités n'interviennent cependant pas directement dans la construction du χ^2 mais imposent un ensemble de contraintes sur les paramètres. Par exemple, la valeur de κ_v fixée à 0.5 détermine complètement Θ_v . Nous avons par contre considéré deux cas possibles pour le traitement de l'énergie de symétrie a_1 . Dans le premier cas, nous avons laissé a_1 varier librement pour vérifier *a posteriori* que sa valeur finale était acceptable. Au contraire, dans le second cas, nous avons fixé une valeur à a_1 (31 ou 32 MeV selon les cas), imposant une contrainte supplémentaire entre les paramètres *via* l'expression (3.21).

3.1.1.3 Matière de neutrons

Afin de décrire correctement les propriétés des noyaux riches en neutrons, proches de la ligne d'émission spontanée de neutrons, il est important de décrire correctement les équations d'état de matière fortement asymétrique. La figure 3.3 met en évidence la nécessité de ne plus prendre uniquement en compte le coefficient d'asymétrie, considéré auparavant comme la seule grandeur permettant de fixer les propriétés d'isospin d'une force effective. Au regard des résultats obtenus pour les forces standards SkM* [66] et SIII [79], cette grandeur ne suffit pas pour décrire correctement un état très asymétrique (en l'occurrence, une matière composée uniquement de neutrons). Aussi, comme pour la force SLy4 [64], un nouveau type de contrainte doit être introduit pour décrire correctement les propriétés des noyaux riches en neutrons, loin de la vallée de stabilité : l'équation d'état de la matière de neutrons.

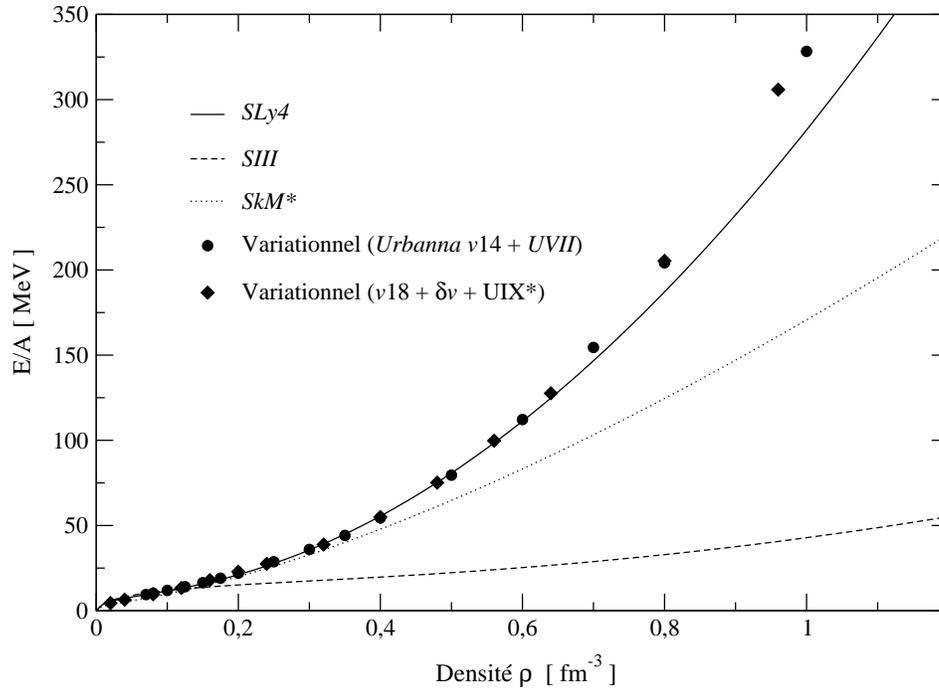


FIG. 3.3: Matière de neutrons pour plusieurs forces de Skyrme standards. L'énergie par nucléon E/A (en MeV) est calculée à partir de différentes paramétrisations standards de la force de Skyrme, $SLy4$ (trait plein), $SIII$ (trait discontinu) et SkM^* (trait pointillé). Ces résultats sont comparés avec des prédictions issues du calcul variationnel de Wiringa et al. [57] (cercles pleins) ainsi que celles résultant des travaux de Akmal et al. [59] (losanges pleins).

Celle-ci se déduit du calcul de l'énergie de la MNA (3.18) en posant $I = 1$:

$$\frac{E}{A}(\rho) = \frac{3}{10} \frac{\hbar^2}{m} (3\pi^2)^{\frac{2}{3}} \rho^{\frac{2}{3}} + \sum_i \frac{1}{4} t_0^i (1 - x_0^i) \rho^{\frac{i}{3}+1} + \frac{3}{40} (3\pi^2)^{\frac{2}{3}} (\Theta_s - \Theta_v) \rho^{\frac{5}{3}}. \quad (3.27)$$

Il faut inclure dans la construction effective de la force l'équation d'état, tirée d'un modèle théorique (il n'existe pas de données expérimentales directes sur ce type de milieu infini) que nous considérerons comme notre référence. Nous pourrions ainsi espérer construire des interactions de Skyrme donnant des propriétés réalistes des états fondamentaux des noyaux très riches en neutrons. En outre, ayant fixé dorénavant les propriétés des deux bornes extrêmes ($Y_p = 0$ et $Y_p = 0.5$), nous allons assurer le bon comportement de l'équation d'état pour des fractions de protons comprises entre ces deux valeurs.

Pour la construction du χ^2 dans la matière de neutrons, nous procédons donc de la manière suivante : à partir du jeu de paramètres de la matière nucléaire symé-

trique, nous calculons les valeurs de E/A pour les mêmes valeurs de la densité de la référence [59] contraignant alors les paramètres $\{x_0^i\}$. Nous cherchons alors à minimiser l'écart entre ces différents calculs. La contribution au $\chi_{\text{neut.}}^2$ pour la matière symétrique s'écrit alors comme

$$\chi_{\text{neut.}}^2 = \sum_{i=1}^{14} \left(\frac{(E/A)^{\text{calc}} - (E/A)^{\text{Akmal}}}{0.1 \times (E/A)^{\text{Akmal}}} \right)^2. \quad (3.28)$$

A l'origine, les paramètres des forces de Lyon plus anciennes ont été ajustés à partir des prédictions du calcul variationnel de Wiringa et al. [57]. Dans cette étude, nous avons préféré utiliser les quatorze points de l'équation d'état de Akmal et al. [59] pour lesquels la tolérance a été fixée arbitrairement à 10 %.

3.1.2 Matière semi-infinie et énergie de surface

Lors de la construction des forces de Lyon plus anciennes, l'énergie de surface a été prise en compte dans la procédure d'ajustement *via* le modèle semi-classique de Blaizot-Grammaticos [80]. Nous avons fait le choix dans cette étude de ne pas trop contraindre les paramétrisations construites afin de pouvoir plus facilement explorer les effets induits par les variations de certaines propriétés de la matière infinie (comme la masse effective isovectorielle ou l'énergie de symétrie). Aussi, l'énergie de surface n'est donc pas pris en considération pour toutes les paramétrisations que nous allons construire ici. Nous vérifierons néanmoins *a posteriori* que les énergies de surface associées aux différentes forces étaient acceptables.

Nous avons pour cela développé un programme permettant de calculer microscopiquement (à l'approximation de Hartree-Fock) l'énergie de surface pour une force de Skyrme quelconque. La méthode employée est similaire à celle proposée par J. Côté et M. Pearson [81]. Nous résolvons le problème Hartree-Fock pour la matière semi-infinie caractérisée par

$$\rho(\mathbf{r}) = \rho(z). \quad (3.29)$$

Dans ce calcul, nous avons fixé pour le profil de la densité les propriétés asymptotiques suivantes :

$$\begin{cases} \rho(z \rightarrow -\infty) = 0, \\ \rho(z \rightarrow +\infty) = \rho_0, \end{cases} \quad (3.30)$$

où la densité de saturation ρ_0 est définie pour chaque asymétrie I de la matière nucléaire infinie. L'énergie de surface a_S est alors donnée avec ces conditions par :

$$a_S = \left(\frac{36\pi}{\rho_0^2} \right)^2 \int_{-\infty}^{+\infty} [\mathcal{H}(z) - a_V \rho(z)] dz \quad (3.31)$$

où, en plus de la densité d'énergie \mathcal{H} donnée par l'expression (2.16), nous devons calculer l'énergie de volume a_v , c'est-à-dire E/A , pour l'asymétrie I considérée. Les résultats obtenus pour les différentes forces seront présentés dans le paragraphe 3.3.

3.1.3 Noyaux

De manière à achever l'ajustement des paramètres de l'interaction de Skyrme, il est nécessaire de fixer les propriétés de quelques noyaux. De par le choix des noyaux que nous allons incorporer dans notre procédure de construction, les calculs vont s'effectuer uniquement à l'approximation Hartree-Fock, sans avoir à traiter les corrélations d'appariement.

a. Energies des noyaux

Caractéristique fondamentale des noyaux, l'énergie de liaison des noyaux est une quantité essentielle de la procédure de construction de la force de Skyrme. Afin d'obtenir une relative liberté dans l'ajustement des paramètres, nous devons restreindre le nombre de noyaux à quelques éléments particuliers. Le choix de ces noyaux doit alors vérifier un ensemble de propriétés.

- Les théories de champ moyen se justifient toujours à la limite des grands nombres de nucléons. Aussi, il semble préférable de ne pas prendre en compte un système trop léger pour lequel la fonction d'onde décrivant l'état fondamental va contenir d'importantes corrélations au-delà de l'hypothèse du champ moyen [82, 83, 84]. D'une façon générale, les interactions effectives récentes tendent à éliminer les noyaux légers de leur protocole de construction, l'étude de cette région de masse se faisant *a posteriori* avec d'excellentes chances de succès.
- Outre le fait d'écarter les noyaux légers dans la procédure d'ajustement des paramètres, il est préférable d'exclure les noyaux ayant un nombre égal de protons et de neutrons ($N = Z$). En effet, ces noyaux possèdent un excédant d'énergie, l'énergie de Wigner, dont l'origine est encore mal comprise et qui ne peut probablement pas être décrite à l'approximation de Hartree-Fock et qui décroît rapidement lorsque l'asymétrie augmente [85]. Le fait d'inclure de tels noyaux dans la procédure d'ajustement risque donc d'introduire un biais.

Dans ce cadre, nous choisissons d'inclure dans la procédure d'ajustement des paramètres les énergies de liaison E_B de trois noyaux sphériques doublement magiques uniquement : le zirconium 90¹, l'étain 132 et le plomb 208. Toutefois, nous avons été obligés dans certains cas qui seront spécifiés explicitement dans le texte d'ajouter deux noyaux plus légers : le calcium 48 et, bien que pour ce dernier nous ayons aussi $N = Z$, le calcium 40.

Nous calculons pour chaque itération les énergies des états fondamentaux des noyaux retenus dans notre procédure d'ajustement. Nous cherchons alors à minimiser l'écart entre ces calculs et les valeurs expérimentales extraites de la référence [86] (les valeurs expérimentales des noyaux utilisés dans la procédure d'ajustement des

¹Ce noyau n'a pas un nombre magique de protons mais la plupart des forces effectives le prédisent sans corrélations d'appariement.

paramètres ainsi que la tolérance retenue pour chacun sont reportées dans le tableau 3.1). La contribution au χ^2 pour les noyaux s'écrit :

$$\chi_{\text{noyaux}}^2 = \sum_i \left(\frac{E_B^{\text{calc}}(i) - E_B^{\text{exp}}(i)}{\Delta E_B^{\text{exp}}(i)} \right)^2. \quad (3.32)$$

Afin de limiter le nombre d'observables prises en compte dans cette étude exploratoire, nous n'avons pas pris en compte les rayons de charge des noyaux dans la procédure d'ajustement contrairement à ce qui avait été fait pour les forces de Lyon plus anciennes.

Noyaux	Z	A	E_B^{exp} [MeV]	ΔE_B^{exp} [MeV]
Zr	40	90	-783.89	1.0 / 0.2
Sn	50	132	-1102.85	0.2
Pb	82	208	-1636.43	0.2
Ca	20	40	-342.05	1.0
Ca	20	48	-415.99	0.2

TAB. 3.1: Energies de liaison des noyaux de la procédure d'ajustement.

L'énergie de liaison est donnée pour chacun des noyaux retenus dans la procédure d'ajustement des paramètres. Nous fixons arbitrairement la tolérance sur ces différentes énergies. Nous imposons alors volontairement une tolérance plus importante pour le zirconium 90 lors de la procédure d'ajustement avec trois noyaux uniquement. Ce choix est notamment motivé par le fait que ce noyau ne correspond pas exactement aux critères de sélection fixés initialement. Par contre, pour l'ajustement avec cinq noyaux, nous prendrons une tolérance de 0.2 MeV, préférant appliquer une plus large tolérance au noyau le plus léger où $N=Z$.

b. Terme spin-orbite

Contrairement aux théories relativistes qui ont l'avantage majeur de décrire le degré de liberté de spin sans faire appel à aucun paramètre supplémentaire, dans le cas des interactions effectives non relativistes, le terme de couplage spin-orbite est toujours ajouté de manière phénoménologique avec un ou plusieurs paramètres. Dans sa forme la plus simple ne faisant intervenir qu'un seul paramètre supplémentaire, il s'écrit selon :

$$V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)_{so} = iW_{\ell s} \boldsymbol{\sigma} \cdot [\mathbf{k}' \times \delta(\mathbf{r})\mathbf{k}] \quad (3.33)$$

ce qui, pour la densité d'énergie, va donner dans un terme de la forme :

$$\mathcal{H}_{so} = \frac{1}{2}W_{\ell s}[\mathbf{J} \cdot \nabla \rho + \mathbf{J}_n \cdot \nabla \rho_n + \mathbf{J}_p \cdot \nabla \rho_p]. \quad (3.34)$$

De façon générale, le paramètre $W_{\ell s}$ est ajusté sur l'écart en énergie entre les états individuels $3p$ neutrons dans le plomb 208. L'observable d'ajustement est un choix

délicat, le spectre de particules individuelles autour du niveau de Fermi étant sensible au couplage avec les modes collectifs du noyau dont les effets sont largement au-delà de l'approximation Hartree-Fock. Cependant, des travaux [74] ont montré que les écarts spin-orbite entre états partenaires seront peu sensibles à ces effets pour des états de trou de moment angulaire relativement faible.

De la même façon que pour les énergies, nous calculons pour chaque itération l'écart en énergie entre les états individuels 3p neutrons dans le plomb 208. Nous cherchons alors à minimiser l'écart entre ce calcul et la valeur expérimentale. La contribution au χ_{so}^2 s'écrit :

$$\chi_{so}^2 = \left(\frac{E_{so}^{calc} - E_{so}^{exp}}{0.1} \right)^2 \quad (3.35)$$

c. Mouvement du centre de masse

Les équations d'un calcul Hartree-Fock sont obtenues à partir du principe variationnel sur l'énergie

$$\delta \langle \hat{H} \rangle = 0. \quad (3.36)$$

Il n'y a *a priori* aucune raison pour que l'impulsion totale $\mathbf{P} = \sum_i \mathbf{p}_i$ dans le centre de masse du noyau soit nulle. Il convient alors d'appliquer au noyau un traitement dynamique. Cependant, nous ne considérerons dans ce travail que des configurations statiques pour lesquelles $\mathbf{P} = 0$. Il faut donc éliminer la contribution du mouvement du centre de masse à l'énergie du système en procédant au même principe variationnel, mais sur le hamiltonien du noyau auquel nous avons soustrait la contribution de \mathbf{P} à l'énergie totale :

$$\delta \langle \hat{H} - \frac{\mathbf{P}^2}{2mA} \rangle = \delta \langle \hat{H} - \frac{1}{2mA} \left[\sum_i \mathbf{p}_i^2 + \sum_{i \neq j} \mathbf{p}_i \cdot \mathbf{p}_j \right] \rangle = 0. \quad (3.37)$$

Traditionnellement, seul le premier terme à un corps de l'équation (3.37) est pris en compte. Il conduit simplement à l'addition d'une correction en $-1/A$ au terme d'énergie cinétique.

$$\hat{T} - \frac{\mathbf{P}^2}{2mA} = \left(1 - \frac{1}{A} \right) \hat{T} - \frac{1}{2mA} \sum_{i \neq j} \mathbf{p}_i \cdot \mathbf{p}_j. \quad (3.38)$$

Le second terme est un terme à deux corps plus difficile à mettre en œuvre ; sa partie directe est nulle et seul le terme d'échange contribue à la correction générale. Bien qu'elles soient faibles en valeur absolue, ces corrections, variant selon la valeur de A , induisent néanmoins des effets significatifs pour des systèmes très déformés, comme les états superdéformés, ou encore les barrières de fission des noyaux lourds [87], ainsi que sur l'évolution isotopique des rayons de charge [64]. Cette limitation n'ayant

cependant que peu d'effets sur le calcul des énergies des noyaux, nous nous sommes restreints aux corrections à un corps dans notre étude. En effet, comme cela est indiqué dans le tableau 3.2, l'énergie de liaison totale d'un noyau est peu sensible à la présence ou non des termes de correction à deux corps. Leur prise en compte passe par un réarrangement entier des paramètres lors de leur ajustement pour donner finalement la même énergie totale pour le noyau.

Force	E_{tot} [MeV]	E_{cm2} [MeV]
SLy5	-1650.12	12.94
SLy7	-1651.72	12.87

TAB. 3.2: Contribution à l'énergie totale du terme correctif à deux corps.

La contribution E_{cm2} du terme correctif à l'énergie de liaison totale E_{tot} du ^{208}Pb est donnée pour un calcul Hartree-Fock avec deux forces de Skyrme qui contiennent (SLy7) ou non (SLy5) ce terme dans leur protocole d'ajustement. Dans le cas où ce terme est absent, la valeur correspondante est calculée en perturbation.

3.2 De nouvelles contraintes pour la force

3.2.1 Au niveau de la matière nucléaire

3.2.1.1 Instabilités ferromagnétiques

Un des principaux inconvénients rencontrés dans l'ajustement des paramétrisations standards de la force de Skyrme est l'existence naturelle d'instabilités de spin : les instabilités ferromagnétiques. En effet, considérant la forme standard (2.7) de la force de Skyrme, l'énergie pour une matière de neutrons polarisée (dans ce cas, le spin σ est identique pour tous les neutrons du système) s'écrit :

$$E_f = \frac{\hbar^2}{2m} \tau_{n\sigma} + \frac{1}{2} t_2 (x_2 + 1) \tau_{n\sigma} \rho_{n\sigma} . \quad (3.39)$$

Sans contrainte sur cette équation, il est possible que le second terme (en t_2) soit négatif, conduisant à un système instable. Pour remédier à ce problème, M. Kutschera *et al.* [88] ont proposé d'introduire une contrainte supplémentaire. Sachant que le paramètre t_2 de l'équation (3.39) est négatif pour la plupart des interactions de Skyrme standards utilisées, il suffit d'imposer $1 + x_2 \leq 0$ soit $x_2 \leq -1$ pour ne plus avoir ces instabilités. De façon plus empirique, en étudiant la matière nucléaire symétrique, ces mêmes auteurs ont remarqué que la combinaison $t_2(4x_2 + 5)$ est toujours négative pour les paramétrisations standards. La prise en compte de ces deux inégalités permettent alors d'encadrer la valeur du paramètre x_2 selon :

$$-\frac{5}{4} < x_2 \leq -1 .$$

Pour les paramétrisations standards les plus récentes [64] de la force de Skyrme, la prise en compte des instabilités ferromagnétiques s'effectue d'après la condition précédente en posant $x_2 = -1$. Cependant, il est possible de montrer que, selon les termes présents dans la fonctionnelle (notamment les termes provenant des densités impaires par renversement du temps), ces instabilités seront tout de même présentes pour la matière de neutrons. Par exemple, en se référant à la figure 3.4, nous mettons en évidence l'apparition d'instabilités pour la force SLy5 pour une matière nucléaire très riches en neutrons.

Dans la suite de ce paragraphe, nous allons étudier des systèmes asymétriques en isospin et saturés ou non en spin. Dans de tels cas, les variables naturelles caractérisant le système sont la densité de nucléons ρ , le coefficient d'asymétrie en isospin I ainsi que les paramètres d'asymétrie en spin $S_q = (\rho_{q+} - \rho_{q-})/\rho_q$ associés aux espèces q de nucléons (neutron n ou proton p).

Les instabilités de spin sont généralement discutées en terme de susceptibilité χ qu'il faut alors de définir [89, 90, 91, 92]. L'application d'un champ magnétique extérieur très faible crée à l'équilibre un champ magnétique induit H_i qui s'écrit comme la variation de la densité d'énergie \mathcal{H} par rapport à l'aimantation \mathcal{M}_i

$$H_q = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \mathcal{M}_q} \quad (3.40)$$

tel qu'en champ magnétique nul, $H_q = 0$. Par définition, la susceptibilité est la quantité qui relie les variations du champ magnétique H_q et de l'aimantation \mathcal{M}_q à densité constante :

$$\frac{1}{\chi_{qq'}} = \frac{\partial H_q}{\partial \mathcal{M}_{q'}} = \frac{\partial^2 \mathcal{H}}{\partial \mathcal{M}_{q'} \partial \mathcal{M}_q}. \quad (3.41)$$

Il convient maintenant de relier les diverses composantes de la susceptibilité aux paramètres de l'interaction de Skyrme. Le développement (C.1) de la densité d'énergie \mathcal{H} par rapport aux paramètres d'asymétrie s'écrit

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}(S_n = 0, S_p = 0) + \frac{\rho}{2} \sum_{qq'} S_q S_{q'} \left. \frac{\partial^2 \mathcal{H}}{\partial S_{q'} \partial S_q} \frac{\mathcal{H}}{\rho} \right|_{S_q = S_{q'} = 0} + \mathcal{O}(S^2). \quad (3.42)$$

De manière similaire, à l'équilibre, considérant un champ magnétique nul, le développement limité de \mathcal{H} en fonction de l'aimantation \mathcal{M}_q s'écrit :

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}(\mathcal{M}_q = 0) + \frac{1}{2} \sum_{qq'} \mathcal{M}_q \mathcal{M}_{q'} \frac{\partial^2 \mathcal{H}}{\partial \mathcal{M}_{q'} \partial \mathcal{M}_q} + \mathcal{O}(\mathcal{M}^2). \quad (3.43)$$

L'expression de l'aimantation

$$\mathcal{M}_q = \mu_q (\rho_{q+} - \rho_{q-}) = \mu_q S_q \rho_q \quad (3.44)$$

permet d'exprimer les composantes $\chi_{qq'}$ de la susceptibilité (3.41) en fonction des dérivées de la densité d'énergie

$$\frac{1}{\chi_{qq'}} = \frac{\rho}{(\mu_q \rho_q)(\mu_{q'} \rho_{q'})} \frac{\partial^2 \mathcal{H}}{\partial S_{q'} \partial S_q} \rho \Big|_{S_q=S_{q'}=0}. \quad (3.45)$$

Ces différents éléments peuvent se réécrire en fonction des paramètres de Landau (eux-mêmes exprimés en fonction des paramètres de la force de Skyrme dans l'annexe C) :

$$\frac{\mu_q^2}{\chi_{qq}} = \frac{1}{N_0^q} (1 + G_0^{(qq)}) \quad , \quad \frac{\mu_n \mu_p}{\chi_{np}} = \frac{1}{\sqrt{N_0^n N_0^p}} G_0^{(np)}. \quad (3.46)$$

Nous cherchons, à partir de la relation précédente, à définir une contrainte pour déterminer les paramètres de la force de Skyrme. Définissant dans l'espace d'isospin les deux composantes possibles du champ magnétique H et de la magnétisation \mathcal{M}

$$H = \begin{pmatrix} H_n \\ H_p \end{pmatrix} \quad , \quad \mathcal{M} = \begin{pmatrix} \mathcal{M}_n \\ \mathcal{M}_p \end{pmatrix} \quad ,$$

l'expression (3.41) se peut se réécrire dans un formalisme matriciel en fonction des vecteurs à deux composantes H et \mathcal{M} selon la forme qui suit :

$$dH = \frac{1}{\chi} d\mathcal{M} \quad (3.47)$$

où, dans ce cas, la susceptibilité χ est décrite par l'intermédiaire d'une matrice 2×2 faisant intervenir les composantes des susceptibilités associées aux deux espèces de nucléons :

$$\frac{1}{\chi} = \begin{pmatrix} \chi_{nn}^{-1} & \chi_{np}^{-1} \\ \chi_{pn}^{-1} & \chi_{pp}^{-1} \end{pmatrix}. \quad (3.48)$$

La condition de stabilité de la matière nucléaire par rapport à une fluctuation de la densité de spin est satisfaite si la matrice (3.48) est définie positive, soit :

$$\det\left(\frac{1}{\chi}\right) \propto \frac{1}{N_0^n N_0^p} [(1 + G_0^{(nn)})(1 + G_0^{(pp)}) - G_0^{(np)^2}] > 0. \quad (3.49)$$

Nous allons considérer la limite de cette inégalité, c'est-à-dire lorsque ce déterminant s'annule. Nous obtenons alors une valeur particulière de la densité, ρ_f , qui correspond à la densité d'apparition d'une instabilité ferromagnétique dans la matière nucléaire asymétrique. Il reste alors à savoir quelle doit être la valeur numérique de ρ_f . Cette question n'a pas reçu de réponse définitive à ce jour. D'après les collisions d'ions lourds, nous pouvons considérer qu'à l'heure actuelle, la densité d'apparition d'une instabilité ferromagnétique est au-delà de deux fois la densité de saturation ρ_0 . Aussi, pour l'ajustement des paramètres de notre force, nous imposons de façon empirique

$$\rho_f \geq 2 \rho_0.$$

Au contraire des forces de Lyon plus anciennes qui fixent $x_2 = -1$ (ce qui, comme nous l'avons déjà mentionné, n'empêche pas l'apparition d'instabilités ferromagnétiques), nous avons choisi dans cette étude d'imposer une restriction moins forte sur le paramètre x_2 et de simplement s'assurer que la condition

$$\rho_f \gtrsim 2.25\rho_0$$

était réalisée. Après les premiers essais, nous avons pu mettre en évidence le caractère relativement linéaire de l'évolution de la densité ρ_f en fonction de la fraction de protons Y_p . Aussi, afin de limiter le nombre d'observables de notre procédure, nous allons uniquement ajuster les paramètres de l'interaction en considérant les densités d'apparition des instabilités ferromagnétiques pour la matière nucléaire symétrique et une matière fortement asymétrique, proche de la matière de neutrons. Il suffira alors de vérifier *a posteriori* qu'il n'apparaît pas d'instabilités ferromagnétiques pour toutes valeurs de la fraction de protons Y_p de la matière asymétrique.

Nous calculons pour chaque itération les densités d'apparition des instabilités ferromagnétiques pour les deux asymétries de la matière nucléaire retenues dans notre procédure d'ajustement. Nous cherchons alors à minimiser l'écart entre ces calculs et la condition que nous avons imposée. La contribution au $\chi_{\text{ferro.}}^2$ s'écrit :

$$\begin{aligned} \chi_{\text{ferro.}}^2 &= \Theta(\rho_f^{\text{calc}}(I=0) - 2.25\rho_0) \left(\frac{\rho_f^{\text{calc}}(I=0) - 2.25\rho_0}{0.01} \right)^2 \\ &+ \Theta(\rho_f^{\text{calc}}(I \sim 1) - 2.25\rho_0) \left(\frac{\rho_f^{\text{calc}}(I \sim 1) - 2.25\rho_0}{0.01} \right)^2 \end{aligned} \quad (3.50)$$

Pour un système ne présentant pas d'instabilités ferromagnétiques en-deça de $2.25\rho_0$, il est évident que cette nouvelle contrainte ne constituerait qu'une condition supplémentaire inutile, restreignant au contraire le domaine de variation possible des paramètres de la force. Aussi allons-nous inclure uniquement (*via* la fonction de Heaviside $\Theta(x)$) dans notre procédure d'ajustement que les cas où $\rho_f^{\text{calc}}(I)$ est inférieure à $2.25\rho_0$.

Sur la figure 3.4, nous avons représenté la densité d'apparition d'une instabilité ferromagnétique ρ_f en fonction de la fraction de protons Y_p de la matière asymétrique pour la force SLy5 et deux forces généralisées. Les interactions avec deux dépendances en densité reproduisent correctement la condition incluse dans la procédure d'ajustement, à savoir $\rho_f \gtrsim 2.25\rho_0$. Conservant la linéarité observée dans les premiers essais, nous obtenus finalement une densité ρ_f constante, indépendamment de la valeur de la fraction de protons Y_p . A l'inverse, pour la force SLy5, la densité ρ_f diminue quand la fraction de protons augmente pour atteindre une valeur plus faible pour la matière nucléaire symétrique.

Comparées avec la limite $\rho_f = 2\rho_0$, toutes les paramétrisations utilisées ne produisent pas d'instabilités ferromagnétiques. Cependant, contrairement à la force SLy5 qui impose une contrainte très forte sur le paramètre x_2 , les deux nouvelles paramétrisations sont ajustées selon des critères plus fondamentaux vis-à-vis des instabilités ferromagnétiques, accordant dans le même temps une plus grande liberté dans la procédure d'ajustement.

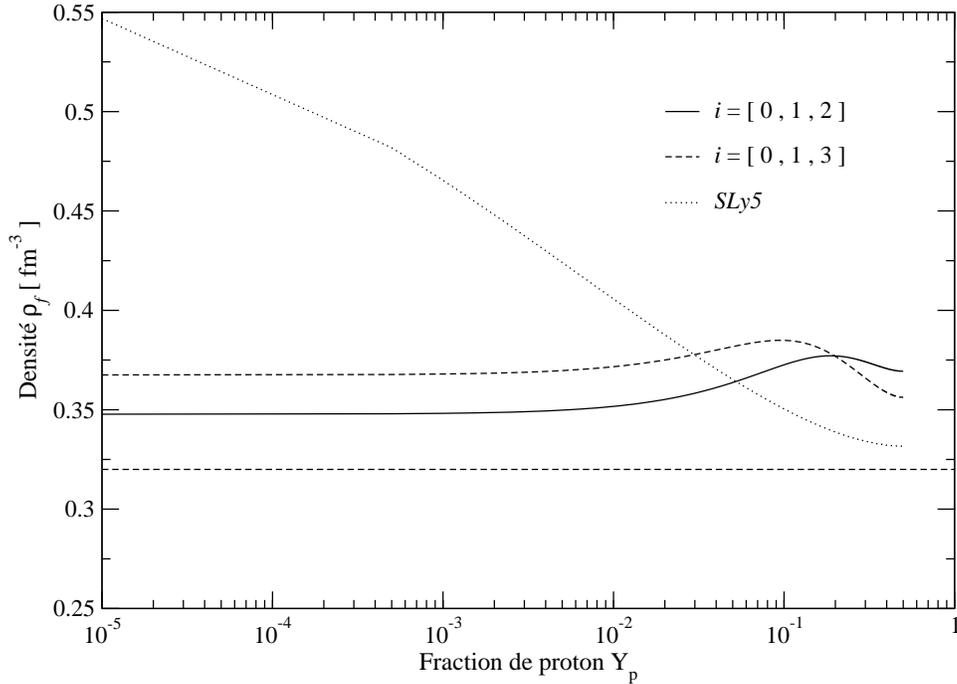


FIG. 3.4: Densité d'apparition d'une instabilité ferromagnétique ρ_f .

La densité d'apparition d'une instabilité ferromagnétique ρ_f est représentée en fonction de la fraction de protons Y_p de la matière asymétrique, allant d'un état fortement asymétrique de la matière nucléaire ($Y_p = 10^{-5}$) à la matière symétrique ($Y_p = 0,5$). Nous comparons les résultats obtenus pour chaque interaction avec la limite $\rho_f = 2\rho_0$ (ligne discontinue).

3.2.1.2 Masse effective

Comme le suggère la relation (3.13), les protons et les neutrons acquièrent dans la matière nucléaire infinie asymétrique une masse effective différente. Cette propriété est connue sous le terme de *splitting* des masses effectives. Par la suite, nous allons appeler *amplitude du splitting* la différence des masses effectives dans la matière de neutrons

$$\Delta m^* = m_n^* - m_p^*. \quad (3.51)$$

Nous pouvons facilement montrer que les masses effectives des nucléons dans la matière asymétrique riche en neutron ($I > 0$) vérifient les conditions suivantes :

$$m_n^* > m_p^* \Leftrightarrow \Theta_s < 2\Theta_v \Leftrightarrow \kappa_s < \kappa_v. \quad (3.52)$$

Nous pouvons nous attendre à ce que des forces avec des *splitting* opposés donnent des résultats sensiblement différents, en particulier pour les noyaux situés loin de la ligne $N = Z$ contenant une quantité appréciable de matière asymétrique. La masse effective régit avec le terme spin-orbite de la force la densité d'états autour du niveau de Fermi. Aussi devons-nous nous attendre à des propriétés de spectroscopie différentes selon le choix du sens du *splitting*. De même, les évolutions des densités d'état de protons et de neutrons seront différentes selon le sens du *splitting* et conduiront notamment à un développement différent des corrélations d'appariement.

Que l'on utilise une paramétrisation standard des forces de Skyrme (du type des forces de Lyon) ou étendue comme celles que nous étudions ici, le *splitting* des masses effectives est entièrement déterminé par le couple $\{\kappa_s, \kappa_v\}$. Dans la pratique, nous utiliserons plutôt $\{m^*/m, \kappa_v\}$. Nous avons représenté sur la figure 3.5 le *splitting*

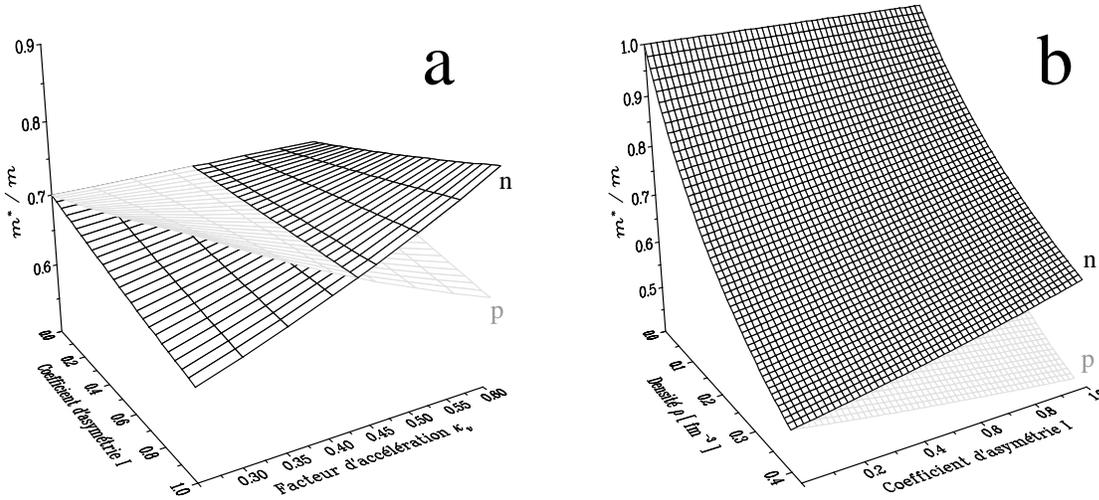


FIG. 3.5: *Splitting* des masses effectives m^*/m .

Le *splitting* des masses effectives des nucléons m^*/m est représenté pour la densité de saturation de la matière nucléaire symétrique à la fois en fonction du facteur d'accélération κ_v et du coefficient d'asymétrie I (a). Nous représentons également pour une valeur fixée du facteur d'accélération κ_v l'évolution des masses effectives des nucléons en fonction de la densité totale pour différentes valeurs du coefficient d'asymétrie I (b), allant de la matière symétrique à la matière de neutrons.

des masses effectives des nucléons pour une masse effective isoscalaire fixée. Nous constatons alors que le sens du *splitting* va s'inverser pour une valeur donnée du facteur d'accélération κ_v , définissant trois zones distinctes pour $I > 0$:

- $m_n^* < m_p^* \Leftrightarrow \kappa_v < \kappa_s \Leftrightarrow \kappa_v < m/m^* - 1$,
- $m_n^* = m_p^* \Leftrightarrow \kappa_v = \kappa_s \Leftrightarrow \kappa_v = m/m^* - 1$,
- $m_n^* > m_p^* \Leftrightarrow \kappa_v > \kappa_s \Leftrightarrow \kappa_v > m/m^* - 1$.

Nous avons aussi représenté sur la figure 3.5 l'évolution des masses effectives des nucléons en fonction de la densité pour une valeur de κ_v telle que $m_n^* > m_p^*$. Nous notons que le sens du *splitting* est identique pour toute valeur de la densité et du coefficient d'asymétrie I, de la matière nucléaire symétrique à la matière de neutrons.

Afin de construire une force effective ayant un pouvoir prédictif raisonnable là où les données expérimentales font défaut, il semble intéressant de s'appuyer sur les prédictions fournies par les approches microscopiques, notamment les calculs de type Brueckner-Hartree-Fock (BHF). Ces théories nous apportent en effet certains éléments de réponse concernant l'évolution des masses effectives en fonction de l'isospin dans la matière infinie. De nombreuses études [24, 33, 93, 94, 95, 96, 97] ont été réalisées afin de caractériser ce phénomène. Les calculs non relativistes de type BHF [24, 33], qu'ils contiennent un terme à trois corps ou non, indiquent que le *splitting* est tel que $m_n^* \geq m_p^*$ pour $I \geq 0$. Dans le même sens, considérant *via* une approche phénoménologique la dépendance en énergie du potentiel de Lane, B.-A. Li [96] confirme le résultat précédent. Au contraire des calculs BHF, les calculs microscopiques de type Dirac-Brueckner-Hartree-Fock [94] prédisent un *splitting* des masses effectives opposé, c'est-à-dire $m_n^* \leq m_p^*$. Cette contradiction apparente entre les résultats a finalement été clarifiée en redéfinissant clairement la masse efficace vectorielle des approches relativistes [98] que nous pouvons alors comparer sans ambiguïté à la masse effective non-relativiste. Dans ce cas, les calculs relativistes confirment le sens du *splitting* prédit par les calculs BHF [97]. En conséquence, le sens du *splitting* des masses effectives est désormais prédit de façon robuste comme $m_n^* \geq m_p^*$ (pour $I \geq 0$).

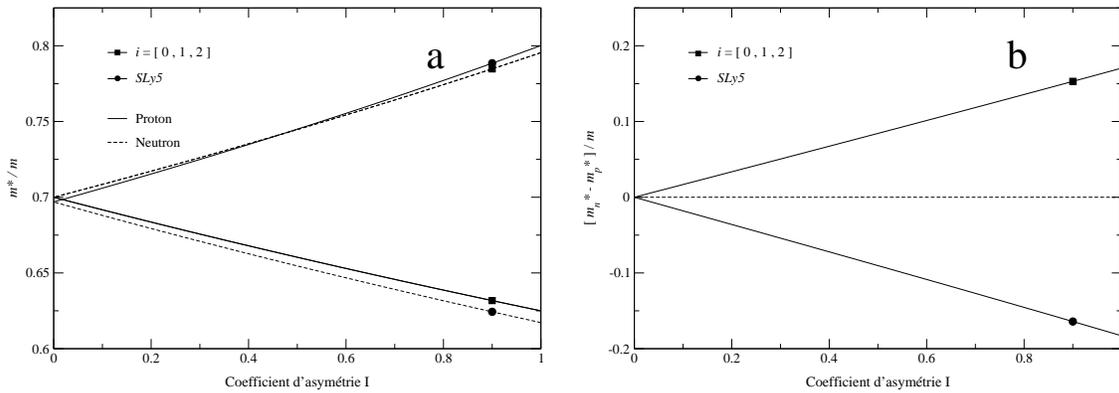


FIG. 3.6: Orientation du *splitting* des masses effectives m^*/m .

Les masses effectives des nucléons sont calculées pour la densité de saturation ρ_0 de la matière symétrique à partir d'une paramétrisation de la force de Skyrme généralisée, avec $i = [0, 1, 2]$ (a). Ces résultats sont comparés avec ceux obtenus à partir d'une force standard : $SLy5$. Pour chaque interaction, nous représentons également la différence entre les masses effectives des neutrons et des protons (b).

Nous avons représenté sur la figure 3.6 le sens du *splitting* obtenu pour deux paramétrisations généralisées telles que $i = [0,1,2]$ et standard : SLy5. Comme constaté sur la figure, nous avons choisi pour les nouvelles forces des valeurs de m^*/m et κ_v telles que, d'après les conclusions précédentes, nous vérifions $m_n^* \geq m_p^*$. A l'inverse, pour les forces de Lyon plus anciennes, la différence des masses effectives est négative, soit $m_n^* \leq m_p^*$. Lorsque les forces SLy4-10 ont été développées, il n'existait aucun calcul permettant de fixer le sens du *splitting* des masses effectives. Cette propriété n'a donc pas été prise en compte et les choix faits pour les masses isoscalaire et isovectorielle ont conduit à ce résultat pour la matière riche en neutrons.

Contrairement au sens du *splitting*, l'amplitude reste toujours incertaine. A l'heure actuelle, nous supposons d'après les calculs BHF que cette amplitude doit être importante pour $I = 1$ (de l'ordre de 0.3). Aussi, nous essaierons dans la mesure du possible de retrouver ce résultat avec nos paramétrisations.

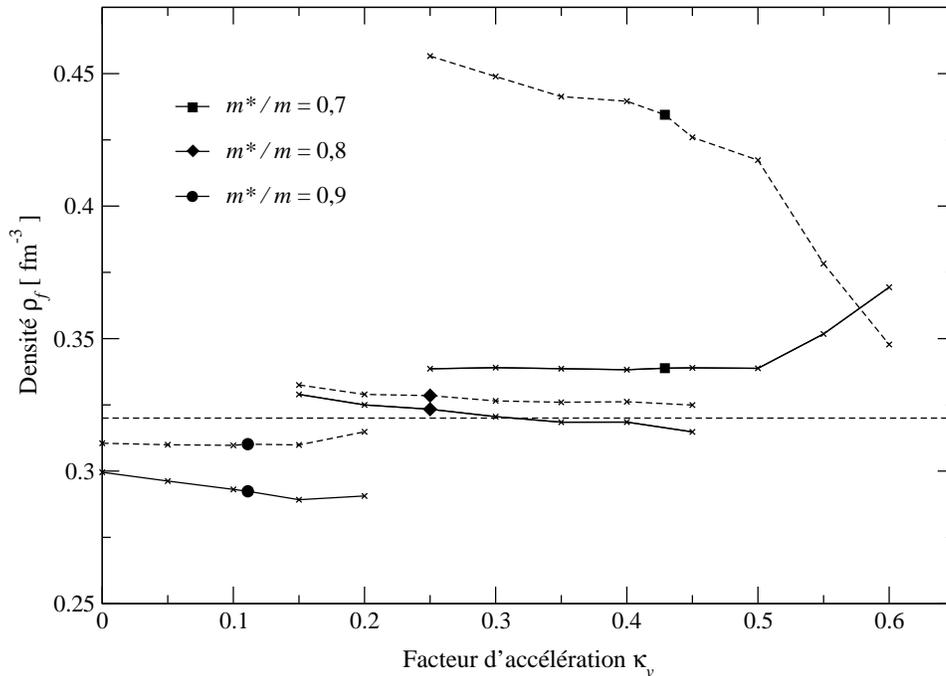


FIG. 3.7: Densité d'apparition d'une instabilité ferromagnétique ρ_f et facteur κ_v . La densité d'apparition d'une instabilité ferromagnétique ρ_f est représentée en fonction du facteur d'accélération κ_v pour plusieurs valeurs de la masse effective isoscalaire m^*/m de la matière symétrique pour la densité de saturation ρ_0 . Pour chaque valeur de m^*/m (que l'on différencie par les symboles placés à la « valeur d'équilibre » de κ_v), nous représentons en trait plein la densité ρ_f associée à la matière symétrique et en trait discontinu la densité ρ_f pour une matière fortement asymétrique ($Y_p = 10^{-5}$). Nous comparons les résultats obtenus avec la limite $\rho_f = 2\rho_0$ (ligne discontinue).

Notre ambition est de construire des forces pour lesquelles le *splitting* sera opposé à celui des forces SLy4-10 et en accord avec les prédictions des calculs microscopiques modernes. Nous allons voir par la suite comment le choix des valeurs de $\{m^*/m, \kappa_v\}$ est fortement limité par les contraintes imposées par les instabilités de spin et d'isospin. Sur la figure 3.7, nous représentons pour plusieurs valeurs de la masse effective isoscalaire m^*/m la densité d'apparition d'une instabilité ferromagnétique ρ_f pour les deux valeurs de l'asymétrie retenues dans notre procédure d'ajustement en fonction du facteur d'accélération κ_v . Pour chaque valeur de m^*/m , la densité ρ_f reste, à l'exception des fortes valeurs de κ_v , relativement constante pour chacune des deux asymétries. Aussi avons-nous vis-à-vis des instabilités ferromagnétiques une totale liberté de choix du coefficient κ_v pour m^*/m fixé, nous permettant alors de reproduire le sens correct du *splitting*.

De même, cette figure illustre également la difficulté pour reproduire les valeurs initiales d'entrée (nous avons fixé $\rho_{f, initial} = 0.34 \text{ fm}^{-3}$ pour respecter la condition introduite au paragraphe 3.2.1.1) pour les valeurs élevées de m^*/m . Nous obtenons ainsi une indication sur la valeur de la masse effective isoscalaire que nous devons choisir. En effet, pour les deux valeurs de l'asymétrie représentées, la densité ρ_f diminue quand m^*/m augmente pour toute valeur de κ_v , passant sous le seuil de $\rho_f = 2\rho_0$ pour une masse effective élevée. Nous pouvons étendre cette observation à toute valeur d'asymétrie comprise entre ces deux valeurs extrêmes étant donné le caractère linéaire de la fonction $\rho_f = f(I)$ (pour nous en convaincre, nous pouvons nous reporter à la figure 3.4). Or, la contrainte que nous avons fixé pour les instabilités ferromagnétiques imposent pour toute asymétrie $\rho_f \gtrsim 2.25\rho_0$. Ainsi, il apparaît que seule une valeur petite de m^*/m vérifiant cette condition pourra être prise.

3.2.2 Instabilités d'isospin

En plus des instabilités de spin, le système peut être instable par rapport à l'isospin. Dans les noyaux, les protons et les neutrons vont avoir tendance à se séparer. Ce phénomène d'instabilité est dû à un effet de taille finie, propre aux noyaux. Nous ne possédons pas de critère analytique pour contraindre ce phénomène. Néanmoins, nous avons constaté qu'une certaine combinaison de paramètres ², provenant de la réécriture de la fonctionnelle de Skyrme en fonction des densités isoscalaire ρ_0 et isovectorielle ρ_1 ,

$$C_1^{\Delta\rho} = -\frac{3}{64}t_1(2x_1 + 1) - \frac{1}{64}t_2(2x_2 + 1) \quad (3.53)$$

donne un critère qualitatif. Si ce coefficient est négatif, alors il va favoriser une oscillation des densités neutrons et protons en opposition de phase jusqu'à observer ce phénomène d'instabilité pour des valeurs très négatives (comme nous le verrons au chapitre 5, la valeur limite pour ce coefficient est de l'ordre de -35).

²Attention, ce coefficient est habituellement de signe opposé.

Jusqu'à présent, ce phénomène n'a pas été observé pour les forces de Skyrme standards, les paramétrisations obtenues ne permettant pas d'atteindre la valeur critique du coefficient $C_1^{\Delta\rho}$ (voir le tableau A.2). Le domaine d'évolution possible des paramètres étant désormais plus large, il est possible que certaines paramétrisations des forces généralisées conduisent à ce type d'instabilité. Nous devons donc tenir compte de ce nouvel élément pour l'ajustement de nos forces.

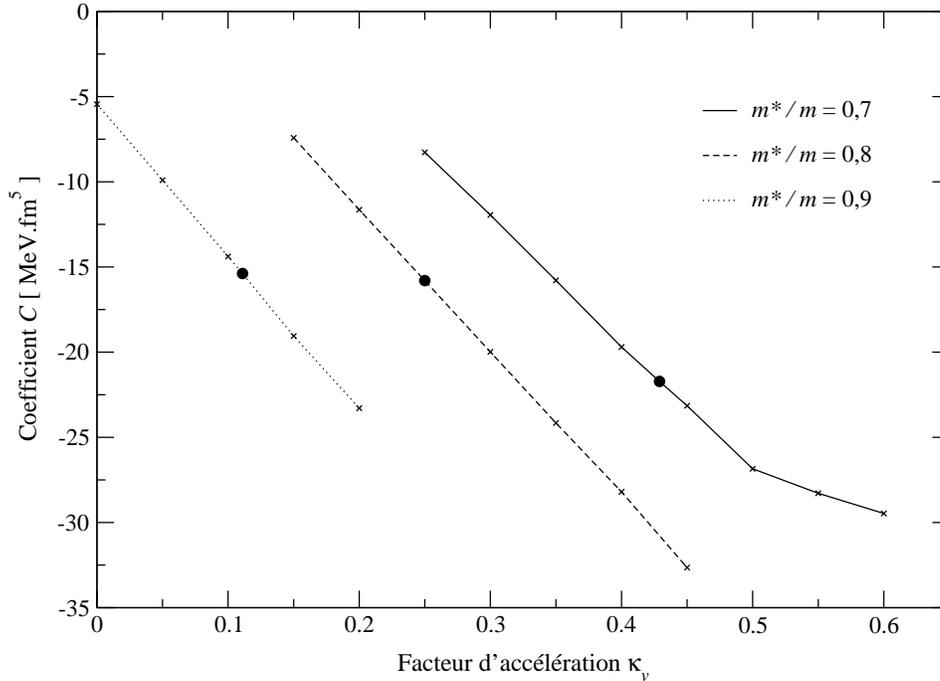


FIG. 3.8: Coefficient $C_1^{\Delta\rho}$ de l'instabilité d'isospin et facteur κ_v .

Le coefficient $C_1^{\Delta\rho}$ de l'instabilité d'isospin est représenté en fonction du facteur d'accélération κ_v pour plusieurs valeurs de la masse effective isoscalaire m^*/m de la matière symétrique pour la densité de saturation ρ_0 .

Comme pour les instabilités ferromagnétiques, les instabilités d'isospin vont permettre de fixer les valeurs du couple $\{m^*/m ; \kappa_v\}$. La figure 3.8 décrit l'évolution du coefficient $C_1^{\Delta\rho}$ en fonction du facteur d'accélération κ_v . Pour une masse effective isoscalaire m^*/m donnée, ce coefficient diminuera pour les valeurs de κ_v croissante. Ayant fixé par un cercle plein le « point d'équilibre » pour lequel il n'y a pas de *splitting* des masses effectives, nous devons pour respecter la condition $m_n^* \geq m_p^*$ prendre une valeur de κ_v qui lui soit supérieure. Toutefois, nous allons être limités dans notre choix par la valeur du coefficient $C_1^{\Delta\rho}$ correspondant. Dans le même temps, nous devons prendre une valeur élevée de κ_v pour reproduire l'amplitude du *splitting* obtenue par les calculs de type Brueckner-Hartree-Fock. Il faut donc, afin de respecter au mieux ces deux prescriptions contradictoires, faire un compromis pour le choix des valeurs $\{m^*/m ; \kappa_v\}$.

Par conséquent, les figures 3.7 et 3.8 nous donnent chacune des indications pour choisir les valeurs du couple $\{m^*/m ; \kappa_v\}$. En effet, comme nous venons de le mentionner, ce dernier doit être élevé ou, plus exactement, suffisamment éloigné de sa « valeur d'équilibre » pour reproduire un écart correct entre les masses effectives des neutrons et protons en respectant dans le même temps la condition critique $C_1^{\Delta\rho} \gtrsim -35$. Ayant fixé qu'une valeur raisonnable de κ_v est aux alentours de 0.5, la figure 3.8 nous impose m^*/m proche de 0.7-0.8. Or, comme le suggère la prise en compte des instabilités ferromagnétiques *via* la figure 3.7, la masse effective doit être relativement faible. Aussi, prenant en compte ces diverses considérations, nous choisissons de prendre $m^*/m = 0.7$ et $\kappa_v = 0.6$.

3.3 Nomenclature des forces

Nous venons de mettre en évidence les différents ingrédients intervenant dans la construction du χ^2 . Afin de moins contraindre le domaine d'évolution des paramètres, nous avons volontairement limité le nombre des observables pris usuellement dans les procédures d'ajustement des forces standards les plus récentes. Ce choix nous obligera cependant à vérifier par la suite le bon comportement des observables non retenues dans notre procédure.

Néanmoins, nous sommes amenés dans ce travail à construire des paramétrisations particulières pour lesquelles la procédure d'ajustement doit comprendre des observables initialement éliminées. Au contraire, dans d'autres cas, nous avons choisi de restreindre plus encore le nombre d'observables. Certaines forces de cette étude sont ainsi ajustées uniquement à partir des propriétés de la matière nucléaire.

Nous allons maintenant énoncer sous une forme générale les principales caractéristiques retenues dans la construction des paramétrisations des forces de Skyrme généralisées que nous avons utilisées dans ce travail. Ces dernières se regroupent selon quatre catégories :

a. Classe A

Pour ce type de paramétrisations, la procédure d'ajustement contient uniquement les propriétés de la matière nucléaire infinie où nous avons laissé la valeur de l'énergie de symétrie a_1 libre.

b. Classe B

Pour ce type de paramétrisations, la procédure d'ajustement contient les propriétés de la matière nucléaire infinie où nous avons laissé la valeur de l'énergie de symétrie a_1 libre. L'ajustement des paramètres s'effectue en prenant également en compte les énergies de trois ou cinq noyaux selon les cas.

c. Classe C

Pour ce type de paramétrisations, la procédure d'ajustement contient les propriétés de la matière nucléaire infinie où nous avons fixé la valeur de l'énergie de symétrie a_1 .

L'ajustement des paramètres s'effectue en prenant également en compte les énergies de trois noyaux : le zirconium 90, l'étain 132 et le plomb 208.

d. Classe D

Pour ce type de paramétrisations, la procédure d'ajustement contient uniquement les propriétés au point de saturation de la matière nucléaire infinie symétrique.

Nous avons construit pour chacune de ces classes plusieurs paramétrisations de la force de Skyrme généralisée avec, notamment, des dépendances en densité différentes. Nous calculons alors les caractéristiques des différentes interactions. Les résultats obtenus pour certaines d'entre elles sont reportés dans les tableaux 3.3, 3.4 et 3.5.

Force	$[0,1,2]_3$	$[0,1,3]_3$	$[0,1,2]_5$	$[0,1,3]_5$
ρ_0	0.160	0.159	0.159	0.161
a_v	-15.99	-15.99	-15.99	-16.04
K_∞	230.0	230.0	230.0	230.0
m^*/m	0.70	0.70	0.70	0.70
$m_n^* - m_p^* _{I=1}$	0.17	0.17	0.17	0.17
κ_v	0.60	0.60	0.60	0.60
a_I	30.8	31.2	31.9	32.0
$\rho_f(I=0)$	0.369	0.356	0.350	0.337
$\rho_f(I=1)$	0.348	0.368	0.338	0.359
$a_s(I=0)$	18.5	18.6	18.6	18.7
$a_s(I=0.392)$	21.6	21.9	22.1	22.1
$C_1^{\Delta\rho}$	-29.5	-31.5	-31.3	-30.1

TAB. 3.3: Caractéristiques des paramétrisations de classe B de la force généralisée. Les caractéristiques des paramétrisations de classe B de la force de Skyrme généralisée sont décrites pour plusieurs forces, avec $i = [0,1,2]_k$ et $i = [0,1,3]_k$, pour lesquelles la procédure d'ajustement des paramètres contient k noyaux.

Force	$[0,1,2]_{31}^{\overline{m}}$	$[0,1,2]_{31}^m$	$[0,1,2]_{32}^{\overline{m}}$	$[0,1,2]_{32}^m$
ρ_0	0.160	0.160	0.159	0.160
a_v	-15.98	-15.99	-15.99	-16.00
K_∞	230.0	230.0	230.0	230.0
m^*/m	0.70	0.70	0.70	0.70
$m_n^* - m_p^* _{I=1}$	-0.18	0.17	-0.18	0.17
κ_v	0.25	0.60	0.25	0.60
a_I	31.0	31.0	32.0	32.0
$\rho_f(I=0)$	0.339	0.367	0.338	0.349
$\rho_f(I=1)$	0.459	0.352	0.442	0.349
$a_s(I=0)$	18.5	18.6	18.5	18.6
$a_s(I=0.392)$	21.7	21.9	22.1	22.2
$C_1^{\Delta\rho}$	-8.2	-29.9	-8.0	-31.8

TAB. 3.4: Caractéristiques des paramétrisations de classe C des forces $i = [0,1,2]$. Les caractéristiques des paramétrisations de classe C de la force de Skyrme généralisée sont décrites pour plusieurs forces, avec $i = [0,1,2]$, pour lesquelles l'énergie de symétrie a_I est fixée à 31 ou 32 MeV.

Force	$[0,1,3]_{31}^{\overline{m}}$	$[0,1,3]_{31}^m$	$[0,1,3]_{32}^{\overline{m}}$	$[0,1,3]_{32}^m$
ρ_0	0.160	0.160	0.159	0.159
a_v	-15.98	-15.98	-16.00	-16.00
K_∞	230.0	230.0	230.0	230.0
m^*/m	0.70	0.70	0.70	0.700
$m_n^* - m_p^* _{I=1}$	-0.18	0.17	-0.18	0.17
κ_v	0.25	0.60	0.25	0.60
a_I	31.0	31.0	32.0	32.0
$\rho_f(I=0)$	0.348	0.368	0.338	0.346
$\rho_f(I=1)$	0.439	0.356	0.448	0.372
$a_s(I=0)$	18.5	18.6	18.5	18.6
$a_s(I=0.392)$	21.8	21.9	22.2	22.3
$C_1^{\Delta\rho}$	-6.9	-30.0	-8.2	-33.0

TAB. 3.5: Caractéristiques des paramétrisations de classe C des forces $i = [0,1,3]$. Les caractéristiques des paramétrisations de classe C de la force de Skyrme généralisée sont décrites pour plusieurs forces, avec $i = [0,1,3]$, pour lesquelles l'énergie de symétrie a_I est fixée à 31 ou 32 MeV.

Sans vouloir anticiper sur la suite de la discussion, nous allons tout de même mettre en évidence quelques résultats généraux quant aux choix que nous avons fait pour notre procédure d'ajustement des paramètres.

- Fixer l'énergie de symétrie ne semble pas primordial pour ajuster nos paramètres. Nous reviendrons plus en détail sur cette observable dans le chapitre suivant.
- Fixer l'énergie de surface a_s n'est pas primordial pour ajuster nos paramètres. L'énergie a_s est quasiment la même pour toutes les paramétrisations et s'approche (comme nous l'indique le tableau A.2) des valeurs obtenues pour les forces de Lyon standards. Il apparaît donc inutile d'incorporer a_s dans notre procédure d'ajustement.
- Les instabilités ferromagnétiques apparaissent pour des densités ρ_f supérieures à la limite $2\rho_0$. Il faut cependant noter l'intérêt d'avoir fixé une valeur supérieure à $2\rho_0$. La densité ρ_f est en effet parfois inférieure à la limite imposée. Aussi, avoir pris une valeur légèrement supérieure à $2\rho_0$ nous permet d'assurer l'absence d'instabilités ferromagnétiques pour des densités inférieures à $2\rho_0$.
- Les choix faits pour les valeurs de m^*/m et κ_v permettent de fixer le *splitting* dans le sens désiré tout en s'assurant que nous n'ayons pas d'instabilités ferromagnétiques pour des densités inférieures à $2\rho_0$ et que le coefficient $C_1^{\Delta\rho}$ ait une valeur acceptable.

Deuxième partie

Applications

Chapitre 4

Matière nucléaire

4.1 Matière symétrique à matière asymétrique

4.1.1 Equations d'état de la matière nucléaire

La description des propriétés des noyaux est difficile à mettre en œuvre directement. Le recours à la matière nucléaire permet de contourner ce problème. En effet, la matière nucléaire est un milieu idéal pour lequel les calculs se font plus aisément. Les propriétés de la matière nucléaire étant fixées par les noyaux, nous pouvons nous attendre à obtenir des caractéristiques acceptables des noyaux dès lors que ce milieu est décrit correctement. C'est pourquoi le plus souvent les modèles sont d'abord construits à partir de la matière nucléaire, de manière à en reproduire les propriétés. A ce titre, le respect du comportement attendu pour les équations d'état s'avère être primordial.

4.1.1.1 Matière nucléaire symétrique

Dans le but de confronter notre théorie aux autres, nous essaierons dans la mesure du possible de comparer nos résultats pour les équations d'état de la matière nucléaire symétrique (MNS) avec ceux obtenus selon d'autres modèles. Bien évidemment, la comparaison de nos résultats avec ceux de Akmal *et al.* [59] semble indiquée. En effet, de façon similaire à la construction des forces de Lyon [64], nous avons inclus dans notre procédure d'ajustement des prédictions relatives à la matière de neutrons qui, dans le cadre de cette étude, sont extraites du calcul variationnel de la référence [59]. Ce dernier s'appuie sur le potentiel d'Argonne *v18*, en association avec le modèle d'Urbana UIX* pour simuler les effets des termes à 3 corps. Cependant, au contraire de nos résultats, les auteurs ont été dans l'obligation d'introduire un terme correctif $\gamma_2 \rho^2 e^{-\gamma_3 \rho}$ pour reproduire les propriétés de la MNS au point de saturation. Aussi, devons-nous considérer avec prudence les résultats de la comparaison de notre théorie avec ce modèle.

Nous choisissons également de comparer nos résultats avec des calculs de type

Brueckner-Hartree-Fock non relativistes (BHF) [32]. Pour ce type d'approche, il faut adjoindre aux termes d'interactions à deux corps (modélisés par deux interactions réalistes, le potentiel d'Argonne et le potentiel de Paris) un terme d'interaction à 3 corps pour reproduire les propriétés du point de saturation. De ce modèle est alors dérivée une équation d'état pour la MNS. De la même façon, nous pouvons confronter nos résultats avec un modèle de type Brueckner-Hartree-Fock relativiste (DBHF) [99] où, dans ce cas, l'interaction à deux corps est représentée par le potentiel de Bonn.

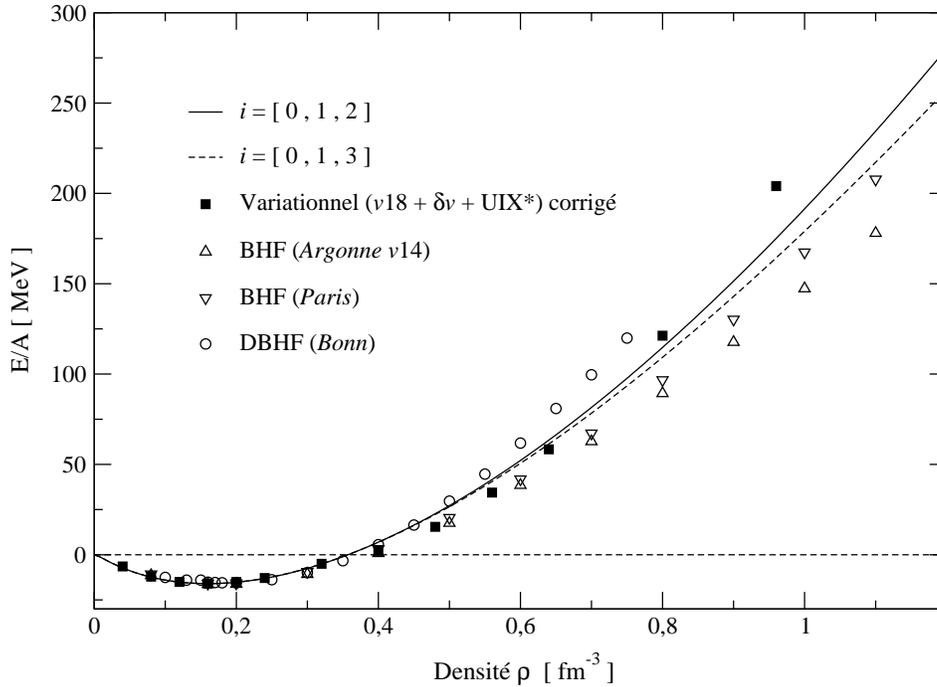


FIG. 4.1: Equations d'état de la matière nucléaire symétrique.

L'énergie par nucléon E/A (en MeV) est calculée à partir de deux paramétrisations de classe B de la force de Skyrme généralisée, avec $i = [0, 1, 2]$ (trait plein) et $i = [0, 1, 3]$ (trait discontinu). Ces résultats sont comparés avec des prédictions issues du calcul variationnel de Akmal et al. [59] (carrés pleins) et celles obtenues à partir de calculs BHF [32] construits à partir du potentiel d'Argonne v14 (triangles vides) et du potentiel de Paris (triangles vides inversés) ainsi que de calculs DBHF [99] construits à partir du potentiel de Bonn (cercles vides).

Sur la figure 4.1, l'énergie par nucléon E/A est calculée pour deux paramétrisations de la force de Skyrme « généralisée », présentant des dépendances en densités différentes, $i = [0, 1, 2]$ et $i = [0, 1, 3]$. Les équations d'état obtenues sont similaires pour ces deux paramétrisations avec, cependant, une légère déviation pour les densités les plus hautes, cet écart à hautes densités se retrouvant également lorsque nous

comparons nos résultats à des calculs plus complexes de type variationnel ou de type BHF et DBHF (cette comparaison semble justifier *a posteriori* le terme correctif introduit dans les calculs variationnels). Une première explication nous est donnée dans la référence [32]. En effet, les différences assez fortes obtenues pour l'équation d'état de la MNS avec le calcul DBHF pour des densités élevées s'expliquent par la prise en compte des termes à 3 corps uniquement répulsifs, les termes attractifs étant absents dans cette étude. Cependant, ne possédant pas de données « réelles » pour ce domaine de densités (nous savons simplement qu'il faut proscrire tout modèle qui conduirait à un effondrement de l'équation d'état), nous n'avons pas à l'heure actuelle de moyens pour choisir une de ces paramétrisations.

En outre, il est intéressant d'observer que nos résultats reproduisent relativement correctement ceux obtenus à partir de calculs plus complexes alors que les paramètres sont uniquement fixés sur le point de saturation $\rho_0 = 0.16 \text{ fm}^{-3}$ de la matière nucléaire symétrique, facilitant la mise en œuvre rapide de notre procédure d'ajustement.

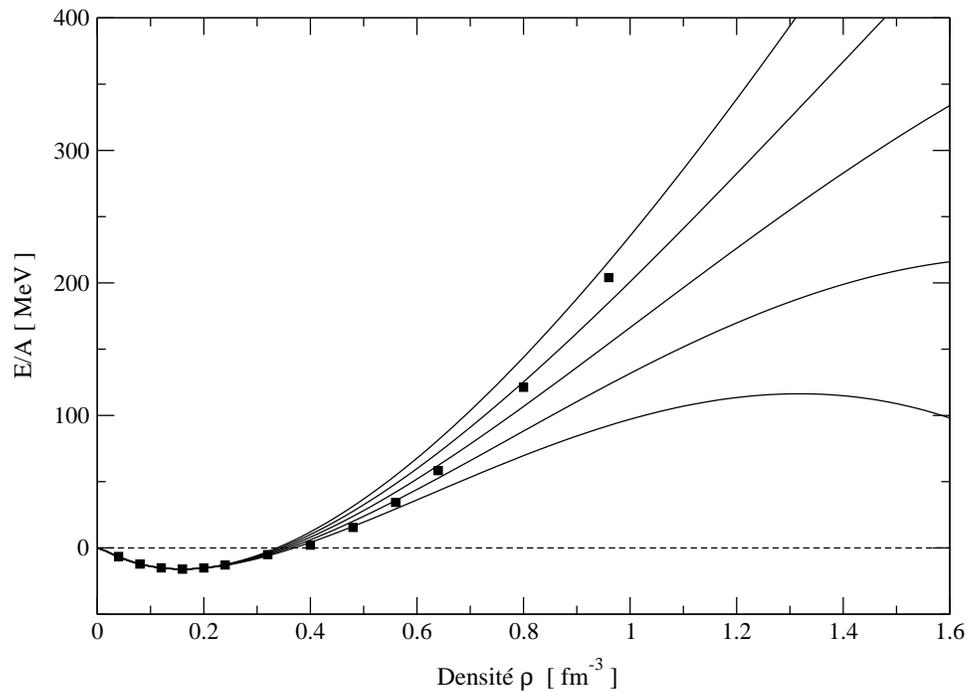


FIG. 4.2: Equations d'état de la matière nucléaire symétrique en fonction de K_∞ . L'énergie par nucléon E/A (en MeV) est calculée à partir de paramétrisations de classe D de la force de Skyrme généralisée, avec $i = [0, 2, 3]$. Ces équations sont construites pour une série de forces avec des valeurs de K_∞ différentes, de $K_\infty = 230 \text{ MeV}$ (en bas), 240 MeV , 250 MeV , 260 MeV jusqu'à $K_\infty = 270 \text{ MeV}$ (en haut). Ces résultats sont comparés avec des prédictions (carrés pleins) issues du calcul variationnel de Akmal et al. [59].

Sur la figure 4.2, nous avons représenté les équation d'état obtenues pour une série de forces telle que $i = [0,2,3]$ avec des valeurs du coefficient d'incompressibilité K_∞ différentes. Lorsque $K_\infty = 230$ MeV, l'équation d'état de la MNS s'effondre tandis que cet effondrement disparaît pour une densité inférieure à $10\rho_0$ pour les valeurs plus élevées de K_∞ . Or, comme nous l'avons déjà mentionné auparavant, il faut proscrire toute paramétrisation qui conduirait à un effondrement de l'équation d'état de la MNS. Afin d'éviter ce comportement pathologique, il convient de prendre une valeur élevée pour K_∞ . En ce sens, la comparaison de nos résultats avec ceux obtenus par le calcul variationnel de Akmal *et al.* [59] nous donne une indication sur la valeur à prendre. Toutefois, elle nous conduirait à une valeur de l'ordre de 270 MeV, trop éloignée de la valeur $K_\infty = 230$ MeV couramment admise. Aussi, à l'heure actuelle, il faut rejeter la force de Skyrme « généralisée » telles que $i = [0,2,3]$.

4.1.1.2 Matière nucléaire asymétrique

Jusqu'à présent, nous avons uniquement étudié la matière nucléaire symétrique. Nous allons maintenant considérer une matière nucléaire asymétrique (MNA) où les proportions de protons et de neutrons sont différentes jusqu'à atteindre une matière composée uniquement de neutrons. Le respect des propriétés de tels milieux s'avère être primordial dès lors que nous voulons décrire correctement des noyaux en dehors de la vallée de stabilité, riches en neutrons.

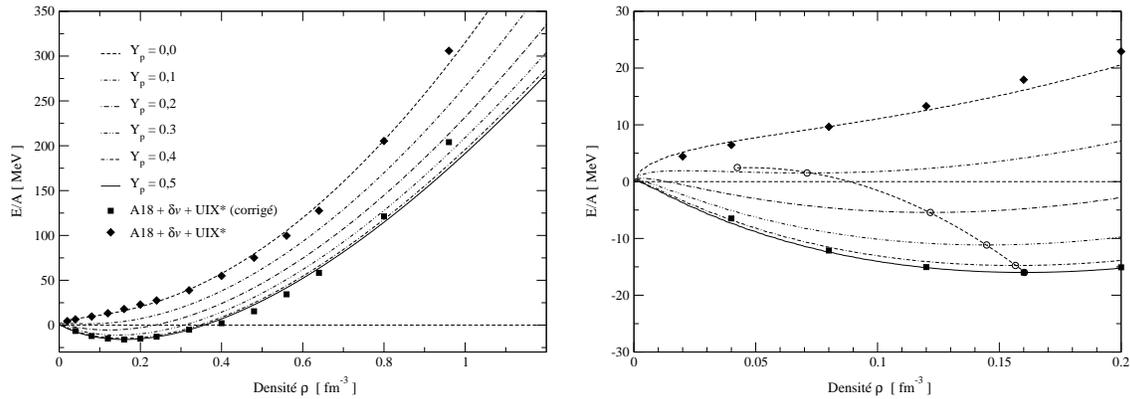


FIG. 4.3: Equations d'état de la matière nucléaire asymétrique en fonction de Y_p . L'énergie par nucléon E/A (en MeV) est calculée à partir de paramétrisations de classe B de la force de Skyrme généralisée, avec $i = [0,1,2]$. Ces équations sont construites pour une série de forces avec des valeurs de Y_p différentes, $Y_p = 0,0$ (trait discontinu), $0,1, 0,2, 0,3, 0,4$ (traits discontinus et pointillés), $0,5$ (trait plein). Sur la figure de droite, nous représentons également le point de saturation (cercles vides) correspondant à chacune de ces forces. Ces résultats sont comparés avec des prédictions (carrés et losanges pleins) issues du calcul variationnel de Akmal *et al.* [59].

Par la suite, nous allons nous restreindre volontairement à une force telle que

$i = [0,1,2]$, la paramétrisation $i = [0,1,3]$ donnant des résultats comparables. Comme pour la matière nucléaire symétrique, il convient de proscrire toute théorie qui conduirait à l'effondrement des équations de la matière nucléaire asymétrique. Dans un premier temps, nous avons représenté sur la figure 4.3 les équations d'état calculées pour des valeurs de la fraction de protons Y_p différentes, allant de la matière symétrique à la matière de neutrons. Comme pour la matière symétrique, nous observons l'absence d'effondrement pour toutes les fractions de protons.

Toutefois, il est utile d'aller au-delà de la simple considération du comportement des équations d'état de la MNA [100, 101]. Pour un tel milieu, nous nous attendons à ce que n'importe quelle interaction nucléaire raisonnable soit telle que la densité de saturation ρ_0 décroisse pour une augmentation de la fraction de neutrons. Nous retrouvons un tel résultat sur la figure 4.3 (partie droite) où sont représentés les points de saturation correspondants à chacune de ces forces jusqu'au point critique ρ_c pour lequel

$$\left. \frac{\partial E}{\partial \rho} \right|_{Y_p} = 0 \quad , \quad \left. \frac{\partial^2 E}{\partial \rho^2} \right|_{Y_p} = 0. \quad (4.1)$$

A l'inverse, l'énergie E/A correspondante à ces densités va diminuer pour les valeurs croissantes de Y_p . Ainsi, dans ce cas, la matière symétrique est l'état le plus stable. Ceci s'explique par l'absence de l'interaction coulombienne responsable de la déviation de la vallée de stabilité du côté $N \geq Z$.

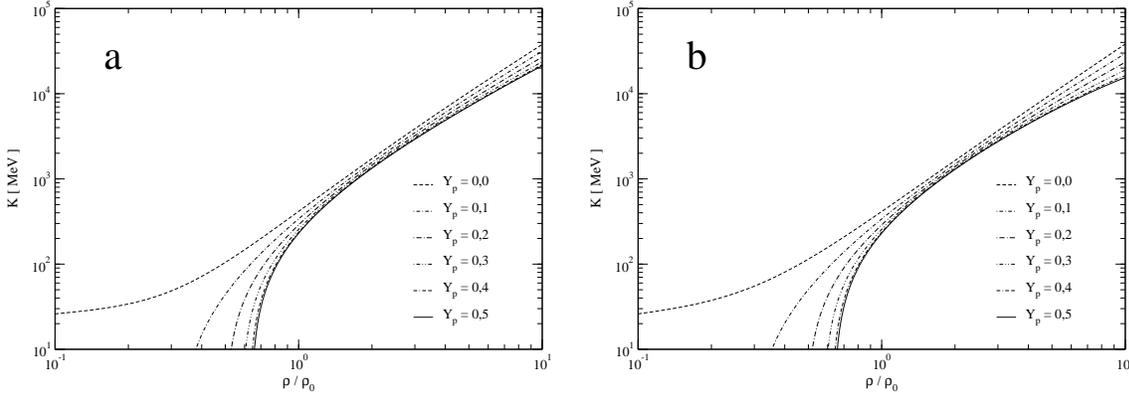


FIG. 4.4: Coefficient d'incompressibilité K en fonction de Y_p .

Le coefficient d'incompressibilité K (en MeV) est calculé à partir de paramétrisations de classe B de la force de Skyrme généralisée, avec $i = [0,1,2]$ (a) et $i = [0,1,3]$ (b). Ces résultats sont obtenus pour une série de forces avec des valeurs de Y_p différentes, $Y_p = 0,0$ (trait discontinu), $0,1$, $0,2$, $0,3$, $0,4$ (traits discontinus et pointillés), $0,5$ (trait plein).

De même, l'étude du coefficient d'incompressibilité K devient essentielle. En effet, outre les observations déjà mentionnées pour la densité de saturation, il faut aussi

que le coefficient d'incompressibilité K_∞ à la saturation diminue pour une fraction de protons Y_p croissante. Ce coefficient étant relié à la courbure de l'équation d'état au point de saturation, nous pouvons constater sur la figure 4.3 la diminution de K_∞ (*via* la diminution de la courbure) quand la fraction de protons Y_p augmente. En outre, à température nulle, le coefficient K doit croître pour une augmentation de l'asymétrie I (soit une diminution de la fraction de protons $Y_p = (1 - I)/2$) [64, 100, 101, 102]. Afin de vérifier une telle proposition, nous avons représenté sur la figure 4.4 l'évolution de ce coefficient en fonction de la densité ρ pour plusieurs valeurs de la fraction de protons. Nous mettons en évidence l'observation faite précédemment : pour les deux types de paramétrisation, le coefficient K augmente pour une fraction de protons Y_p décroissante quelle que soit la valeur de ρ .

En dehors de ces éléments, nous constatons également une légère variation du comportement de K pour les valeurs élevées de la densité selon la paramétrisation retenue. Afin de mieux illustrer les effets de cette observation, nous allons substituer dans notre discussion le coefficient K par la vitesse du son $\nu_s(\rho)$ reliés entre eux selon

$$\frac{\nu_s}{c} = \sqrt{\frac{K}{9 \left(mc^2 + \frac{E}{A} + \frac{P}{\rho} \right)}}. \quad (4.2)$$

La vitesse du son ν_s/c est alors calculée à partir des mêmes paramétrisations de la force. La figure 4.5 illustre les résultats obtenus pour les différentes valeurs de Y_p . Dans un premier, nous vérifions que, de façon identique au coefficient K , la vitesse du son ν_s/c croît avec la proportion de neutrons pour toutes valeurs de la densité.

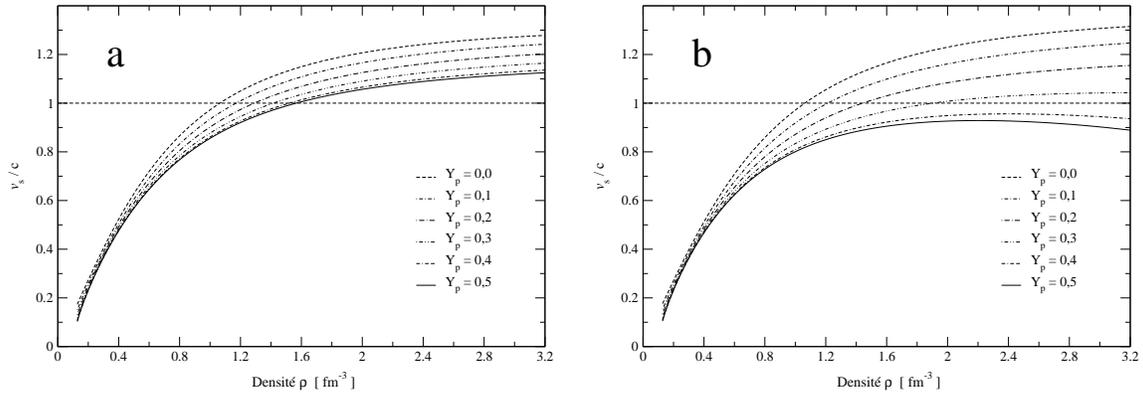


FIG. 4.5: Vitesse du son ν_s en fonction de Y_p .

La vitesse du son ν_s , exprimée en fonction de c , est calculée à partir de paramétrisations de classe B de la force de Skyrme généralisée, avec $i = [0, 1, 2]$ (a) et $i = [0, 1, 3]$ (b) pour une série de forces avec des valeurs de Y_p différentes, $Y_p = 0, 0$ (trait discontinu), $0, 1, 0, 2, 0, 3, 0, 4$ (traits discontinus et pointillés), $0, 5$ (trait plein).

De plus, cette figure illustre de manière évidente le constat déjà fait précédemment :

les résultats obtenus pour les hautes densités sont différents selon la paramétrisation employée. La force $i = [0,1,2]$ se caractérise par la similitude des différentes courbes $\nu_s(\rho, Y_p)$, formant un ensemble « compact » à toutes densités. Au contraire, la paramétrisation $i = [0,1,3]$ produit un ensemble plus « large » pour les hautes densités, conduisant à des résultats différents selon la valeur de Y_p . Ainsi, à l'exception des cas $Y_p = 0,4$ ou $0,5$ pour la force $i = [0,1,3]$, ces calculs mènent tous à une violation du principe de causalité $\nu_s < c$. Cependant, sachant que la ligne d'émission d'un neutron correspond à une fraction de protons de environ 0.3, cette violation du principe de causalité aura lieu pour des densités de l'ordre de $8\rho_0$ pour $i = [0,1,2]$ et de $12\rho_0$ pour $i = [0,1,3]$, c'est-à-dire des densités relativement élevées pour lesquelles la description d'un noyau en termes de nucléons n'est plus aussi justifiée. Par conséquent, étant donné le domaine de densité d'étude des noyaux (juqu'à environ $2\rho_0$), nous pourrions conserver ces paramétrisations pour calculer leurs propriétés.

4.1.1.3 Matière de neutrons

Nous venons d'étudier au paragraphe précédent quelques unes des propriétés de la matière asymétrique. Pour respecter les comportements attendus pour un tel milieu, il a été nécessaire d'inclure l'équation d'état de la matière de neutrons (MN) dans notre procédure d'ajustement. Au-delà de cette simple considération, nous pouvons rappeler ici qu'outre le fait de permettre une description exacte de la MNA, cette équation est essentielle pour décrire correctement les propriétés des noyaux riches en neutrons. Il devient donc primordial de s'assurer de son bon comportement.

Contrairement à la matière nucléaire symétrique caractérisée par son point de saturation, nous ne possédons pas pour la MN de données expérimentales pour contraindre le jeu des paramètres de notre force. Aussi, comme cela est mentionné précédemment, avons-nous eu recours dans notre procédure d'ajustement aux prédictions issues du calcul variationnel de Akmal *et al.* [59]. Ce recours se justifie par le fait que, au-delà de la prise en compte d'un ensemble important des corrélations existantes entre les nucléons, ce calcul pour la MN ne fait intervenir aucun terme correctif. Dans un premier temps, il semble opportun de vérifier le bon accord de nos résultats avec ce modèle. En effet, une déviation éventuelle entre les résultats serait le signe d'un problème (à résoudre) dans notre procédure alors que leur concordance indiquerait son bon déroulement. Ensuite, de façon semblable à la MNS, nous allons comparer nos résultats avec des calculs de type Brueckner-Hartree-Fock non relativistes [32] et relativistes [99]. Alors qu'elles ne sont pas parties prenantes de la procédure d'ajustement, ces théories, si elles confirmaient nos résultats, mettraient clairement en évidence la robustesse de notre modèle en regard des données actuelles.

Afin de confronter l'ensemble des théories, nous avons représenté face aux équations d'état obtenues pour nos deux paramétrisations de la force de Skyrme les résultats issus des modèles décrits précédemment. La figure 4.6 illustre ce propos. Dans un premier temps, nous constatons la similitude qui existe entre les deux forces $i = [0,1,2]$ et $i = [0,1,3]$. Seule une légère déviation apparaît pour des valeurs élevées

de la densité. Cette dernière s'explique très certainement par la procédure d'ajustement elle-même qui, partant de conditions initiales différentes, doit donner des résultats distincts.

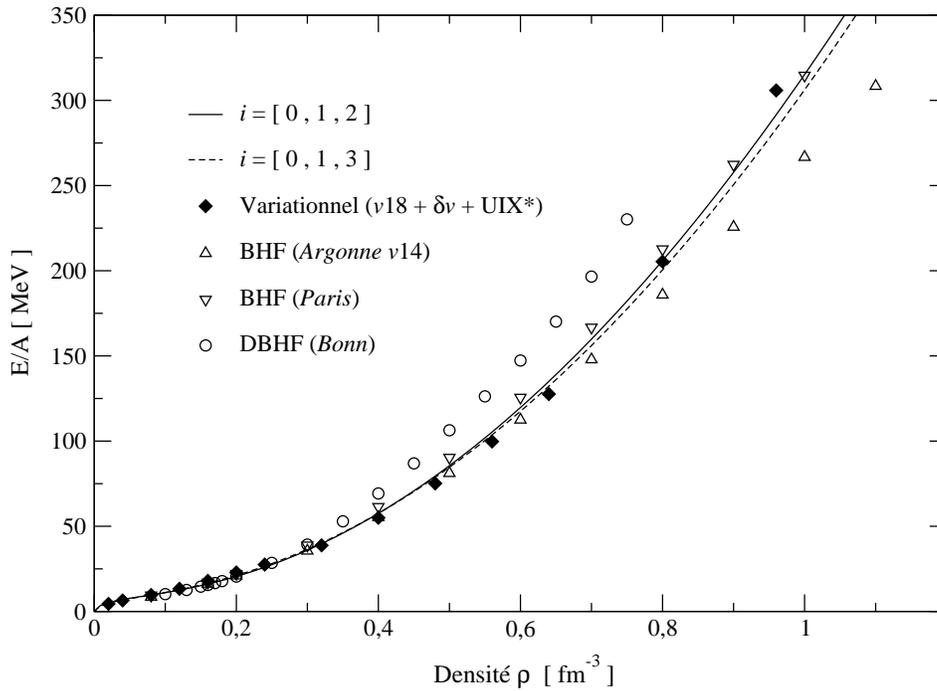


FIG. 4.6: Equations d'état de la matière de neutrons.

L'énergie par nucléon E/A (en MeV) est calculée à partir de deux paramétrisations de classe B de la force de Skyrme généralisée, avec $i = [0, 1, 2]$ (trait plein) et $i = [0, 1, 3]$ (trait discontinu). Ces résultats sont comparés avec des prédictions issues du calcul variationnel de Akmal et al. [59] (losanges pleins) et celles obtenues à partir de calculs BHF [32] construits à partir du potentiel d'Argonne v14 (triangles vides) et du potentiel de Paris (triangles vides inversés) ainsi que de calculs DBHF [99] construits à partir du potentiel de Bonn (cercles vides).

En comparant nos résultats avec les prédictions du calcul variationnel de Akmal et al., nous vérifions aisément le bon déroulement de notre procédure. En effet, les deux équations d'état reproduisent correctement les points correspondants au calcul variationnel. De plus, nos deux paramétrisations s'ajustent parfaitement avec le calcul BHF effectué à partir du potentiel de Paris mais s'écartent du calcul BHF avec le potentiel d'Argonne v14. De la même manière, nous constatons une déviation avec les prédictions du calcul DBHF que nous pouvons expliquer là encore par l'absence de termes attractifs dans la force à 3 corps. Ne possédant pas de données expérimentales pour ce milieu, nous ne pouvons pas choisir un modèle particulier mais simplement considérer nos paramétrisations valides en regard des autres théories.

En outre, alors qu'elles ne font intervenir qu'un faible nombre de paramètres, il est de nouveau très intéressant d'observer que nos deux forces reproduisent relativement correctement les résultats obtenus à partir de calculs bien plus complexes.

4.1.1.4 Influence des observables sur la matière nucléaire

Le choix des valeurs pour les observables de notre procédure d'ajustement n'est pas sans conséquences pour la description des propriétés de la matière nucléaire. Par exemple, nous avons montré dans le paragraphe 4.1.1.1 que vouloir respecter la valeur admise du coefficient d'incompressibilité K_∞ nous oblige à rejeter un type de paramétrisation de la force généralisée.

L'objectif de ce paragraphe n'est cependant pas de donner une valeur optimisée des observables liées à la matière nucléaire. En effet, comme nous le verrons dans le chapitre suivant, le calcul des propriétés des noyaux nous obligera dans l'avenir à revoir la structure même de la force. Aussi, la prise en compte de ces nouveaux éléments amènera un réajustement entier des paramètres de la force. Il est donc pour le moment inutile de vouloir fixer précisément les valeurs de ces observables. Néanmoins, pour justifier la nouvelle liberté dans leur choix décrite dans les chapitres 2 et 3, nous pouvons noter les comportements observés pour la matière nucléaire selon leur domaine de valeur.

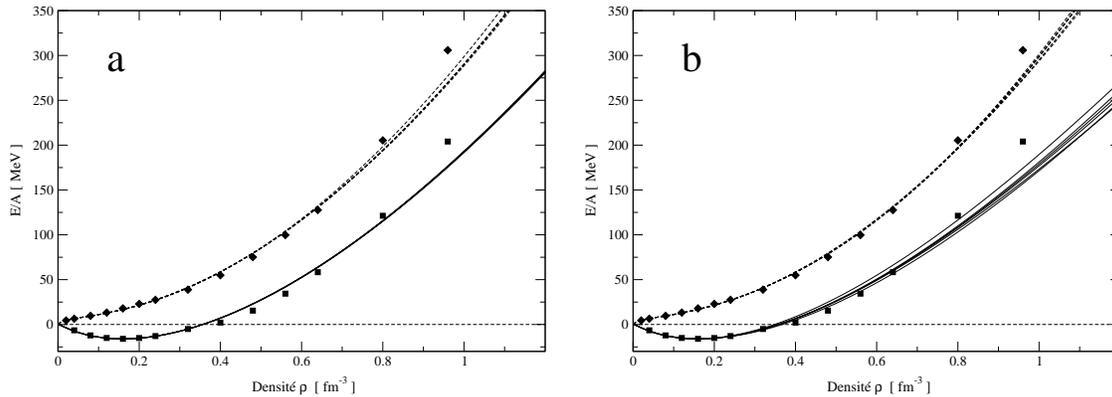


FIG. 4.7: Equations d'état de la matière nucléaire en fonction de m^*/m .

L'énergie par nucléon E/A (en MeV) est calculée à partir de paramétrisations de classe A de la force de Skyrme généralisée, avec $i = [0,1,2]$ (a) et $i = [0,1,3]$ (b). Ces équations sont construites pour une série de forces avec des valeurs de m^*/m différentes, $m^*/m = 0,60, 0,65, 0,70, 0,75, 0,80, 0,85$. Ces résultats sont comparés avec des prédictions (carrés et losanges pleins) issues du calcul variationnel de Akmal et al. [59].

Nous avons représenté sur la figure 4.7 les équations d'état de la matière nucléaire symétrique et de la matière de neutrons obtenues pour plusieurs valeurs de la masse

effective isoscalaire m^*/m . Il faut noter que, dans ce cas, nous sommes contraints de construire les forces uniquement sur les observables de la matière nucléaire, l'inclusion des grandeurs liées aux noyaux dans la procédure d'ajustement entraînant l'apparition d'instabilités de spin et d'isospin (notre procédure ne converge plus vers un résultat). Cette figure met en évidence le résultat énoncé dans le paragraphe 2.2.1. En effet, dans le cas d'une paramétrisation avec $i = [0,1,2]$, l'équation d'état de la matière nucléaire symétrique est totalement indépendante du choix de m^*/m . Au contraire, les équations d'état de la MNS pour la force $i = [0,1,3]$ vont varier en fonction de la masse effective, mais en restant tout de même très proches les unes des autres. De la même façon, nous constatons une légère déviation des équations d'état de la MN pour les deux forces. Cependant, la masse effective m^*/m n'a d'effets sur la matière de neutrons que par le réajustement des paramètres lors de notre procédure, ne conduisant pas à de différences significatives entre les résultats.

Nous avons également représenté sur la figure 4.7 les prédictions issues du calcul variationnel de Akmal *et al.* [59]. Nous nous sommes limités volontairement à reproduire uniquement ces prédictions, les discussions des paragraphes précédents ayant montrées l'accord entre les différents modèles. Aussi, reproduire ces prédictions implique la concordance de nos résultats avec l'ensemble des théories déjà présentées. Nous constatons alors le bon accord de toutes les équations d'état avec les prédictions du calcul variationnel. Par conséquent, cette figure va illustrer la grande liberté que nous possédons à l'heure actuelle pour fixer la valeur de la masse effective m^*/m . Nous pourrions tout de même rappeler ici que nous avons vu au paragraphe 3.2.1.2 qu'il est préférable d'utiliser une valeur faible de m^*/m .

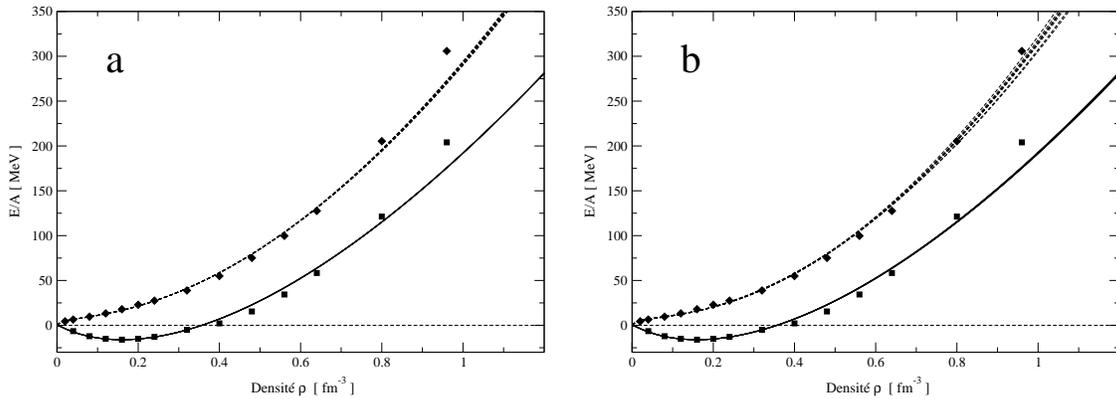


FIG. 4.8: Equations d'état de la matière nucléaire symétrique en fonction de κ_v . L'énergie par nucléon E/A (en MeV) est calculée à partir de paramétrisations de classe A (a) et de classe B (b) de la force de Skyrme généralisée, avec $i = [0,1,2]$. Ces équations sont construites pour une série de forces avec des valeurs de κ_v différentes, $\kappa_v = 0,25, 0,30, 0,35, 0,40, 0,45, 0,50, 0,55, 0,60$. Ces résultats sont comparés avec des prédictions (carrés pleins) issues du calcul variationnel de Akmal *et al.* [59].

Ayant vu les résultats obtenus selon la valeur de la masse effective m^*/m , nous allons maintenant nous intéresser aux effets du coefficient d'accélération κ_v . Sur la figure 4.8, nous avons représenté les équations d'état de la matière nucléaire symétrique et de la matière de neutrons pour une force $i = [0,1,2]$ (nous ne discuterons pas les résultats obtenus avec $i = [0,1,3]$, les conclusions étant identiques). Par souci d'homogénéité, nous avons dans un premier temps représenté les résultats obtenus avec des forces contruites de façon identique à celles employées pour m^*/m (partie a). Nous constatons alors la relative indépendance des résultats obtenus vis-à-vis de κ_v . De façon semblable à la masse effective m^*/m , le facteur d'accélération n'a d'effet sur les équations d'état de MNS et de MN que par le réajustement des paramètres qui sont, quant à eux, contraints par un ensemble suffisamment grand de données pour ne pas observer l'effet de l'une d'elles. Aussi, ne voyons-nous pas de différences notables entre les résultats. Une plus large déviation des équations d'état est observée quand nous incluons les énergies des noyaux dans la procédure d'ajustement (partie b). Paradoxalement au cas précédent, l'ajout d'observables supplémentaires accentue les écarts entre les résultats. Cela s'explique dans ce cas par la diversité des résultats à reproduire.

Comme sur la figure précédente, nous nous sommes contentés de représenter les prédictions issues du calcul variationnel de Akmal *et al.*. Nous constatons de nouveau le bon accord entre les résultats. Cette figure illustre donc la liberté que nous possédons également pour fixer la valeur du coefficient d'accélération κ_v . Nous pourrions donc choisir une valeur qui permette de reproduire le sens et l'amplitude du *splitting* des masses effectives.

4.1.2 Energie de symétrie

Nous venons de décrire l'influence de plusieurs observables sur la construction d'une force à deux dépendances en densité. Même s'ils ne participent pas directement à la construction de ce type de force, d'autres éléments vont être à prendre en considération, au premier rang desquels figure l'énergie de symétrie a_1 . En effet, bien qu'il ait été montré qu'elle n'était pas l'unique grandeur fixant les propriétés d'asymétrie [64], l'énergie de symétrie reste cependant une caractéristique essentielle pour la description des noyaux riches en neutrons. Aussi allons-nous vérifier ici son bon comportement.

Au-delà de sa valeur à la saturation, obtenir son évolution en fonction de l'asymétrie I et de la densité ρ sera primordial dans l'optique de décrire correctement les propriétés des états asymétriques. Dans le formalisme de Skyrme, cette énergie s'écrit pour une matière nucléaire asymétrique selon

$$\begin{aligned}
 a_1(\rho, I) &= \frac{3}{20} \frac{\hbar^2}{m} \left(\frac{3\pi^2}{2} \right)^{\frac{2}{3}} \rho^{\frac{2}{3}} F_{5/3}'' + \sum_i \frac{1}{16} t_0^i \rho^{\frac{i}{3}+1} (2x_0^i + 1) F_2'' \\
 &+ \frac{3}{80} \left(\frac{3\pi^2}{2} \right)^{\frac{2}{3}} \rho^{\frac{5}{3}} [\Theta_v F_{5/3}'' + (\Theta_s - 2\Theta_v) \frac{F_{8/3}''}{2}]
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

qui va faire intervenir les coefficients F_m'' donnés par

$$F_m''(I) = \frac{1}{2}m(m-1)[(1+I)^{m-2} + (1-I)^{m-2}]. \quad (4.4)$$

Nous avons représenté sur la figure 4.9 l'évolution de a_I en fonction de l'asymétrie I et de la densité ρ pour une paramétrisation telle que $i = [0,1,2]$ (les résultats obtenus avec la force $i = [0,1,3]$ sont similaires). Cette figure met en évidence l'augmentation continue de a_I en fonction, à la fois, de I et de ρ . Nous pouvons comparer ces

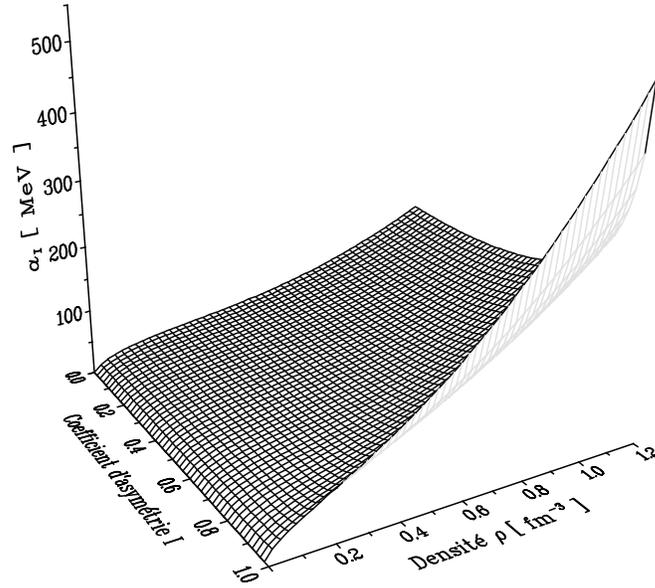


FIG. 4.9: Evolution de l'énergie de symétrie $a_I(\rho, I)$.

L'énergie de symétrie a_I (en MeV) est calculée en fonction de la densité ρ et du coefficient d'asymétrie I à partir d'une paramétrisation de classe B de la force de Skyrme généralisée telle que $i = [0,1,2]$.

observations aux résultats obtenus dans le cadre de calculs BHF et DBHF plus complexes. Cependant, contrairement au formalisme de Skyrme qui permet d'écrire l'évolution de a_I sous une forme analytique simple, ces modèles ont recours à une approximation. Considérant le calcul de l'énergie associée à la matière nucléaire asymétrique selon l'*approximation parabolique*

$$\frac{E}{A}(\rho, I) = \frac{E}{A}(\rho, I = 0) + E_{sym}(\rho)I^2, \quad (4.5)$$

l'énergie de symétrie E_{sym} , identifiée à la densité de saturation ρ_0 au coefficient de symétrie des formules de masse semi-empiriques de type Bethe-Weizsäcker (3.6), va

s'écrire simplement comme la différence entre les énergies par nucléon E/A de la matière symétrique et la matière de neutrons

$$E_{sym}(\rho) = \frac{E}{A}(\rho, I = 1) - \frac{E}{A}(\rho, I = 0). \quad (4.6)$$

Ces calculs, qu'ils soient relativistes ou non, conduisent tous à une expression de l'énergie de symétrie E_{sym} indépendante du coefficient d'asymétrie I . Aussi allons-nous nous restreindre à l'évolution de l'énergie de symétrie en fonction de la densité uniquement. Nous avons donc représenté sur la figure 4.10 $a_I(\rho)$ pour deux forces avec des dépendances en densité différentes pour la matière nucléaire symétrique.

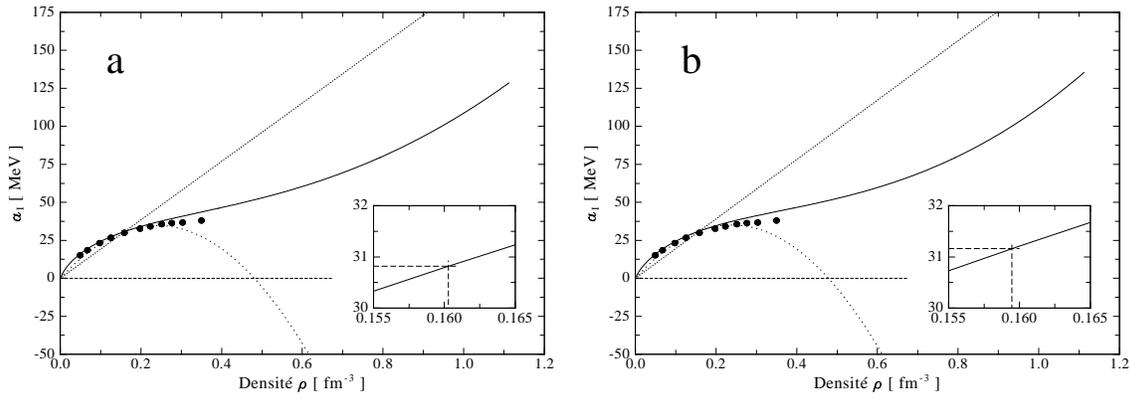


FIG. 4.10: Evolution de l'énergie de symétrie $a_I(\rho)$.

L'énergie de symétrie a_I (en MeV) est calculée à partir de deux paramétrisations de classe B de la force de Skyrme généralisée, avec $i = [0,1,2]$ (a) et $i = [0,1,3]$ (b), pour la matière nucléaire symétrique. Nous représentons également les résultats obtenus pour les paramétrisations de Li (traits pointillés) [103]. Ces résultats sont comparés avec des prédictions (cercles pleins) issues du calcul variationnel de Lagaris et al. [104]. En agrandissement, nous représentons l'énergie de symétrie a_I pour la densité de saturation ρ_0 .

A l'exception des forces de Lyon, la plupart des formes standards de la force de Skyrme conduisent pour les valeurs de densités élevées à $a_I < 0$ [89]. L'énergie de symétrie définie par l'expression (4.6), lorsqu'elle change de signe, caractérise le « chevauchement » des équations d'état de la MNS et MN. La matière devient alors instable, le système de plus basse énergie passant alors d'un état $N = Z$ à une matière de neutrons. Au contraire, l'énergie a_I reste positive pour toute valeur de ρ pour nos deux paramétrisations. Nous n'obtiendrons donc pas cette instabilité.

Nous avons comparé nos résultats avec ceux issus de calculs variationnels construits à partir du potentiel d'Urbanna $v14$. Pour ce modèle, l'énergie de symétrie est calculée en ayant recours, comme pour les calculs BHF et DBHF, à l'approximation

parabolique. La figure 4.10 illustre alors le bon accord existant entre nos résultats et ces calculs pour des valeurs intermédiaires de la densité.

Bien qu'ils ne soient pas représentés sur la figure 4.10, nous pouvons également comparer nos résultats à ceux obtenus par des calculs BHF et DBHF. En effet, il existe de très nombreux travaux [24, 33, 105, 106, 107, 108] où l'évolution de E_{sym} en fonction de la densité est représentée. En dépit du manque de données pour caractériser l'allure de $E_{sym}(\rho)$ à hautes densités, ces études montrent du fait de la reproduction du même comportement de $E_{sym}(\rho)$ malgré la diversité des méthodes de calculs employées que E_{sym} doit augmenter pour les densités croissantes, confirmant ainsi nos résultats.

Certains auteurs [103] cherchent à relier à des grandeurs expérimentales l'évolution de a_I pour les hautes densités. Pour cela, ils utilisent deux représentations (avec des comportements complètement différents) prédites par les théories à N corps. Mettant en évidence le lien existant entre les observables expérimentales de collisions d'ions lourds de hautes énergies et le comportement de $a_I(\rho)$, la comparaison entre leurs résultats et ceux attendus pour la description des collisions d'ions lourds à hautes énergies devrait permettre de fixer $a_I(\rho)$. Nous pouvons cependant reprocher à de telles théories leur caractère hautement phénoménologique en faisant appel à des évolutions extrêmes pour $a_I(\rho)$ qui, comme nous pouvons le voir sur la figure 4.10, sont relativement éloignées des prédictions des autres modèles et ne semblent pas correspondre à la situation réelle. Plus récemment, en se basant encore sur l'étude des collisions d'ions lourds, les mêmes auteurs [109] ont proposé une nouvelle définition de l'énergie de symétrie en fonction de la densité qui se caractérise par l'augmentation de a_I en fonction de ρ .

En outre, nous constatons que pour la densité de saturation ρ_0 de chacune des deux forces, nous obtenons une valeur de l'énergie de symétrie a_I de l'ordre de 31 MeV, soit une valeur proche des valeurs obtenues par les formules de type goutte liquide. Nous pouvons tout de même rappeler ici que les ajustements de ces formules ne sont pas, pour ce qui concerne $a_I(\rho_0)$, très fiables dans la mesure où très peu de noyaux hors de la vallée de stabilité sont pris en compte. Elles constituent cependant une bonne indication sur son ordre de grandeur. Il est alors très intéressant de noter que nous obtenons une valeur comparable pour nos paramétrisations alors que, contrairement à la majorité des forces de Skyrme standards récentes (notamment les forces de Lyon), cette observable n'a pas été prise en compte dans la procédure d'ajustement des deux forces.

Par la suite, nous allons vérifier la validité de l'*approximation parabolique*. Le calcul de E_{sym} qui découle de cette approximation permet de décrire le processus de refroidissement des étoiles à neutrons. En effet, dans le cadre de cette approximation, la fraction de protons dans une étoile à neutrons, notée x_p , est reliée à E_{sym} [110] selon

$$\hbar c (3\pi^2 \rho x_p)^{\frac{1}{3}} = 4E_{sym} (1 - 2x_p) . \quad (4.7)$$

Ainsi, du comportement de l'énergie de symétrie E_{sym} va dépendre l'évolution de la

fraction de protons x_p , conduisant, selon les résultats obtenus, à différents *scenarii* possibles pour le refroidissement de l'étoile. Dans la mesure où nous voulons comparer nos résultats (y compris ceux relatifs à la description d'une étoile à neutrons) à des calculs plus complexes, il est important de s'assurer dès à présent de la validité de ces modèles.

Pour cela, nous avons représenté sur la figure 4.11 l'évolution de a_I en fonction de la densité pour nos deux paramétrisations. Nous comparons ces calculs avec l'énergie de symétrie E_{sym} , obtenue selon l'expression (4.6) par différence entre les énergies E/A de la MNS et la MN.

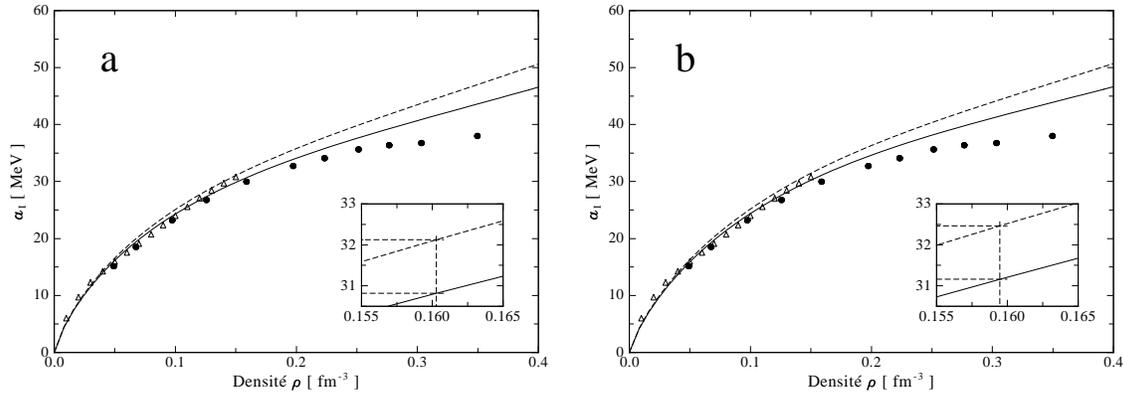


FIG. 4.11: Comparaison de l'énergie de symétrie.

L'énergie de symétrie a_I (en MeV) est calculée à partir d'une paramétrisation de classe B de la force de Skyrme généralisée, avec $i = [0, 1, 2]$ (a) et $i = [0, 1, 3]$ (b), selon le calcul analytique direct pour la matière nucléaire symétrique (trait plein) et le calcul de la différence entre les énergies par nucléon de la matière symétrique et la matière de neutron (trait discontinu). Ces résultats sont comparés avec des prédictions issues du calcul variationnel de Lagaris *et al.* [104] (cercles pleins) ainsi que celles obtenues à partir de calculs BHF [111] (triangles vides) construits à partir du potentiel d'Argonne v18. En agrandissement, nous représentons l'énergie de symétrie a_I pour la densité de saturation ρ_0 pour les deux types de calculs.

La figure 4.11 met en évidence la déviation conséquente entre les deux types de calculs, analytique et approché, qui va s'accroître avec les densités croissantes. Nous obtenons par exemple un écart supérieur à 1 MeV à la densité de saturation ρ_0 pour les deux paramétrisations. Cette déviation s'explique aisément par le calcul de la différence $a_I - E_{sym}$ qui est, pour la force de Skyrme, non nul et dépendant de ρ . Toutefois, étant donné le manque important de données pour contraindre $a_I(\rho)$, nous pouvons considérer que l'*approximation parabolique* reste valide pour le domaine de densité représenté.

Pour étayer cette affirmation, nous choisissons de comparer nos résultats avec les prédictions issues du calcul variationnel de Lagaris *et al.* [104]. Au-delà du bon accord

entre les différents calculs pour les basses densités, nous observons une déviation des résultats à plus hautes densités qui reste néanmoins du même ordre de grandeur. Nous avons également représenté les prédictions résultantes d'un calcul microscopique basé sur l'approche de Bethe-Brueckner [111]. A l'interaction à deux corps (le potentiel d'Argonne v_{18}), il est ajouté un terme à 3 corps pour obtenir une fonctionnelle de l'énergie réaliste décrivant correctement les propriétés de la MNS à la saturation. Dans ces travaux, les auteurs se sont volontairement restreints à un domaine de valeurs faibles de la densité pour lequel la connaissance de $E_{sym}(\rho)$ est une quantité pertinente pour la description des propriétés des noyaux. De leurs résultats, nous mettons en évidence l'accord qui existe entre tous les modèles, justifiant de nouveau le recours à l'*approximation parabolique* pour les calculs les plus complexes.

Revenons un instant sur la déviation observée pour les deux calculs a_I et E_{sym} de l'énergie de symétrie. Nous allons par la suite limiter notre discussion au point de saturation. Nous avons pour interpréter les raisons de ce décalage plusieurs possibilités. Dans un premier temps, nous pouvons penser à la non-validité de l'*approximation parabolique*, imposant l'inclusion des termes d'ordre supérieur (notamment en I^4). Cependant, plusieurs études [24, 104, 112] ont mis en évidence la complète validité de cette approximation pour la densité de saturation ρ_0 . Une solution à envisager est alors de remettre en cause le principe de correspondance entre l'énergie E_{sym} et le coefficient de symétrie a_I des formules de type goutte liquide. En effet, jusqu'à présent, nous avons considéré que E_{sym} était équivalent au terme de symétrie des formules de masse. Cependant, ces dernières contiennent également un terme de surface-symétrie a_{Is} difficile à différencier du terme de symétrie. Aussi, pouvons-nous supposer que ce terme est **peut-être** inclu dans le terme de symétrie comparé à E_{sym} , expliquant alors l'écart entre les deux types de calcul. La comparaison des deux résultats nous donnerait alors une indication sur la valeur de a_{Is} .

4.2 Vers la description des étoiles à neutrons

A l'heure actuelle, les étoiles à neutrons constituent un des problèmes majeurs de l'astrophysique nucléaire. Etant le lieu de divers processus nucléaires, ces objets sont largement étudiés. Cependant, de nombreuses questions restent encore sans réponses. Par exemple, l'évolution de l'équation d'état du cœur de cette matière dense, qui va requérir une description exacte de l'interaction nucléaire, est aujourd'hui un grand mystère. Or, cette propriété est essentielle pour décrire les caractéristiques de l'étoile telles que sa masse ou son rayon. Malgré la méconnaissance du comportement de cette équation, plusieurs modèles [115] ont été successivement proposés, chacun d'eux conduisant à une structure particulière pour l'étoile. Nous ne voulons pas dans ce travail produire un modèle dédié à l'étude des étoiles à neutrons. Par contre, le respect des propriétés globales de ces astres sera particulièrement intéressant dans l'optique d'étudier des états fortement asymétriques comme les noyaux riches en

neutrons.

Afin de mettre en évidence le milieu dans lequel les forces de Skyrme vont pouvoir jouer un rôle fondamental dans la description de ces objets, nous allons dans un premier temps décrire la structure interne des étoiles à neutrons qui est représentée schématiquement sur la figure 4.12.

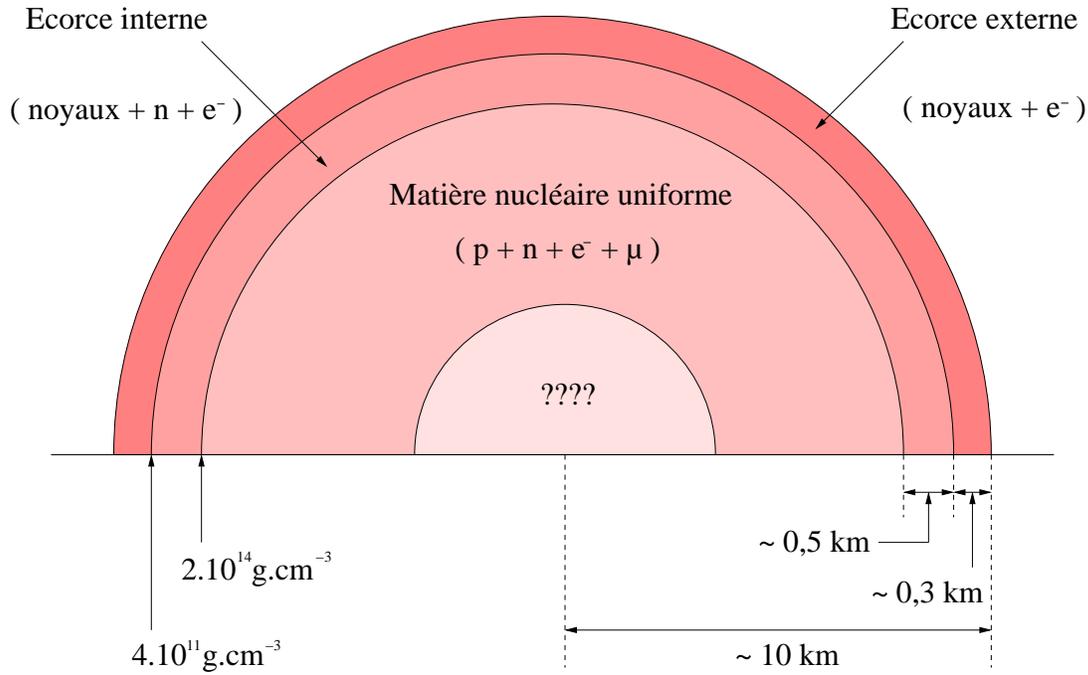


FIG. 4.12: Structure interne d'une étoile à neutrons.

Une étoile à neutrons peut être divisée en quatre régions : les écorces externes et internes, la matière en équilibre β et le cœur de l'étoile. Cette figure est extraite de la référence [110].

Ces régions sont différenciées à partir de la densité de matière ρ . L'écorce externe ($10^6 \text{g.cm}^{-3} < \rho < 4.10^{11} \text{g.cm}^{-3}$) est une région solide constituée de noyaux lourds plongés dans un gaz d'électrons. L'écorce interne telle que la densité est comprise entre $4.10^{11} \text{g.cm}^{-3}$ et $2.10^{14} \text{g.cm}^{-3}$ est, quant à elle, composée de noyaux riches en neutrons dans un gaz où vont coexister les neutrons et les électrons. La matière β -stable, pour $2.10^{14} \text{g.cm}^{-3} < \rho < 10^{15} \text{g.cm}^{-3}$, sera constituée d'un plasma homogène de nucléons (protons et neutrons) et d'électrons auxquels il faudra ajouter les muons dès lors que la densité sera telle que $\mu_e > m_\mu c^2$. Le cœur de l'étoile dont la composition est encore mal connue (quarks, hypérons, pions...) correspond alors à une densité ρ supérieure à 10^{15}g.cm^{-3} .

Correspondant au domaine de validité du recours à la force de Skyrme, la matière en équilibre β va permettre, par les résultats que nous allons obtenir, de décrire les caractéristiques des étoiles à neutrons. En outre, il convient de noter dès à présent

une approximation que nous allons faire dans la suite de ce paragraphe. La description d'une étoile à neutrons en tant que matière en équilibre β n'est *a priori* valable que pour des densités n'excédant pas une certaine limite : le seuil de production d'hypérons. Cette densité est de l'ordre de 2 fois la densité de saturation ($\rho_0 = 0.16 \text{ fm}^{-3} \sim \rho_0 = 2.7 \times 10^{14} \text{ g.cm}^{-3}$). Cependant, comme pour la majorité des calculs plus complexes, nous allons négliger la production d'hypérons pour extrapoler cet état β -stable de la matière aux plus hautes densités.

4.2.1 Matière β -stable

Nous supposons que pour cette matière à l'équilibre par rapport à l'interaction faible, les neutrinos quittent rapidement le système sans contribuer à la relation d'équilibre. D'après cette hypothèse, la matière β -stable sera alors caractérisée par le processus suivant :

$$n \longleftrightarrow p + e^- \longleftrightarrow p + \mu^-$$

Dans un premier temps, nous allons considérer le domaine de densité pour lequel vont être uniquement présents les nucléons et les électrons. Dans ce cas, l'équilibre chimique impose la relation

$$\mu_n - \mu_p = \mu_e \quad (4.8)$$

Les potentiels chimiques vont s'exprimer comme des fonctions des fractions des éléments. Afin de mettre en évidence cette proposition, nous pouvons relier dans un premier temps ces potentiels à la densité d'énergie des éléments selon

$$\mu_x = \left. \frac{\partial E}{\partial N_x} \right|_{N_{\bar{x}}} = \rho \left. \frac{\partial E}{\partial \rho_x} \right|_{\rho_{\bar{x}}} = \rho \left. \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \rho_x} \right|_{\rho_{\bar{x}}} . \quad (4.9)$$

Ainsi, considérant le gaz d'électrons dégénérés relativistes (qui va être un élément constitutif de notre matière), le potentiel chimique associé aux électrons s'écrit comme :

$$\mu_e = \hbar c \left(3\pi^2 \rho x_e \right)^{\frac{1}{3}} . \quad (4.10)$$

Cette dernière relation du potentiel chimique s'exprime donc comme une fonction de la fraction des électrons x_e composant la matière β -stable. De la même façon, nous montrons que la différence entre les potentiels chimiques des nucléons, chacun étant défini par

$$\mu_q = \rho \left. \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \rho_q} \right|_{\rho_{\bar{q}}} = \left. \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \rho_q} \right|_{\rho_{\bar{q}}} - \frac{1}{\rho} \mathcal{H}, \quad (4.11)$$

s'écrit dans le cadre du formalisme de Skyrme comme

$$\begin{aligned} \mu_n - \mu_p &= \frac{3}{10} \frac{\hbar^2}{m} \left(\frac{3\pi^2}{2} \right)^{\frac{2}{3}} \rho^{\frac{2}{3}} G_{5/3} - \sum_i \frac{1}{8} t_0^i \rho^{\frac{i}{3}+1} (2x_0^i + 1) G_2 \\ &+ \frac{3}{40} \left(\frac{3\pi^2}{2} \right)^{\frac{2}{3}} \rho^{\frac{5}{3}} [\Theta_v G_{5/3} + (\Theta_s - 2\Theta_v) \frac{G_{8/3}}{2}]. \end{aligned} \quad (4.12)$$

L'expression (4.12) fait alors intervenir plusieurs coefficients G_m , fonction de la fraction des nucléons selon

$$G_m(I) = 2^{m-1} m [x_n^{m-1} + x_p^{m-1}]. \quad (4.13)$$

Par ces différents calculs, nous venons de vérifier que la condition d'équilibre chimique (4.8) s'écrit simplement comme une fonction des fractions des nucléons. Nous pouvons étendre ce raisonnement plus en avant. En effet, la matière β -stable est neutre, ce qui impose $x_p = x_e$. Etant donné que $x_p + x_n = 1$, la relation d'équilibre (4.8) va s'écrire finalement pour chaque valeur de la densité en fonction de la fraction d'électrons x_e uniquement. A partir du calcul de $x_e(\rho)$, nous allons déterminer les fractions des autres éléments. Ces résultats nous permettront par la suite de décrire l'ensemble des propriétés associées à la matière β -stable.

Néanmoins, ce raisonnement ne s'applique que dans le cas où la matière β -stable se compose uniquement des nucléons et des électrons. Pour les valeurs de la densité telles que $\mu_e > m_\mu c^2$, nous devons prendre en compte les muons. L'apparition de ce nouvel élément conduit à une nouvelle condition d'équilibre chimique :

$$\mu_n - \mu_p = \mu_\mu \quad , \quad \mu_\mu = \mu_e, \quad (4.14)$$

où, par analogie avec les calculs précédents, le potentiel chimique des muons va s'écrire en partant de l'expression (4.9) comme une fonction de la fraction de muons x_μ de la matière en équilibre β :

$$\mu_\mu = \sqrt{m_\mu^2 c^4 + \hbar^2 c^2 (3\pi^2 \rho x_\mu)^{\frac{2}{3}}}. \quad (4.15)$$

Des égalités (4.14), nous mettons en évidence la relation qui lie les fractions d'électrons et de muons. Nous déterminerons alors la fraction d'électrons x_e en fonction de la fraction de muons x_μ . En outre, malgré l'apparition d'un nouvel élément chargé, la matière β -stable doit rester neutre. Aussi, devons-nous vérifier la condition nouvelle $x_p = x_e + x_\mu$. Cette relation permet alors d'écrire la fraction de protons en fonction uniquement de x_μ . Puisque nous avons toujours $x_p + x_n = 1$, nous obtenons aisément $x_n = f(x_\mu)$. Toutes les fractions des éléments vont finalement s'exprimer de nouveau en fonction d'une seule : la fraction de muons. Ainsi, de façon similaire au cas précédent, nous aurons accès à l'ensemble des propriétés de la matière β -stable à partir du calcul de $x_\mu(\rho)$.

Nous venons de décrire un protocole de calcul pour déterminer les propriétés de la matière en équilibre β (et ceci quelle que soit sa composition). Celles-ci vont dépendre essentiellement des fractions des différents éléments constituant cette matière. C'est pourquoi nous avons tout d'abord représenté sur la figure 4.13 les fractions des éléments de la matière β -stable en fonction de la densité baryonique. Nous nous sommes pour cette figure limités volontairement aux résultats obtenus à partir d'une force avec $i = [0,1,2]$, la paramétrisation $i = [0,1,3]$ donnant des résultats tout à fait comparables.

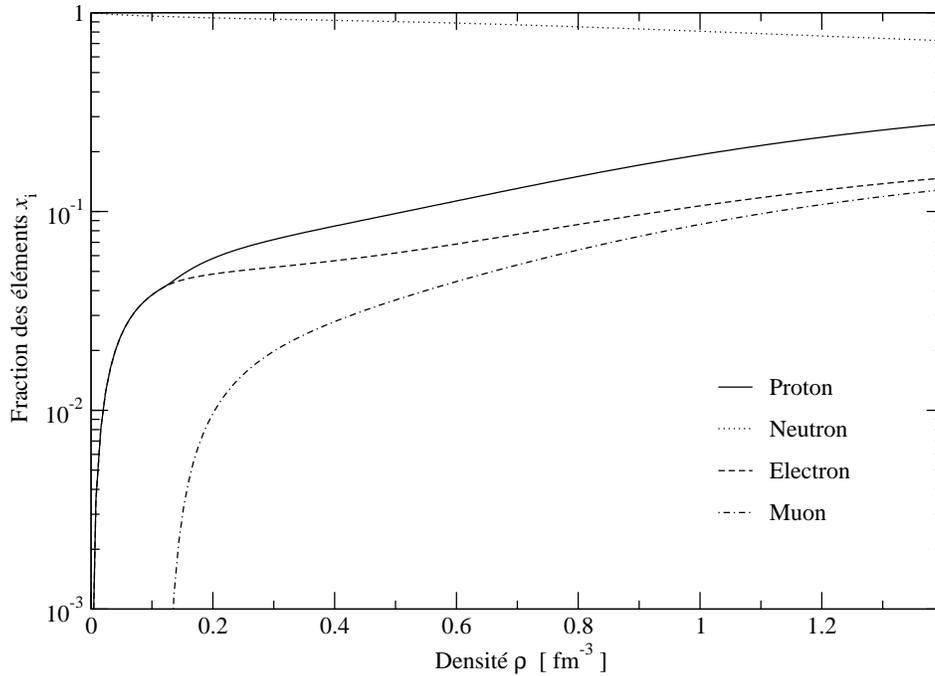


FIG. 4.13: Fractions des éléments pour la matière β -stable.

Les fractions x_i des différents éléments constituant la matière β -stable sont calculés à partir d'une paramétrisation de classe B de la force de Skyrme généralisée, avec $i = [0, 1, 2]$.

Bien que sa fraction diminue au profit des autres éléments, les neutrons restent prépondérants dans ce milieu pour le domaine de densité représenté.

De plus, cette figure illustre les deux compositions possibles pour la matière en équilibre β . En effet, pour des densités inférieures à 0.13 fm^{-3} , ce milieu n'est constitué que de nucléons et d'électrons tandis que pour les valeurs supérieures de la densité, les muons seront également présents. Cette apparition des muons se traduit alors par des fractions de protons et d'électrons qui deviennent différentes pour respecter la neutralité de cette matière.

Afin de comparer nos résultats à d'autres modèles plus complexes, nous avons représenté sur la figure 4.14 les résultats relatifs aux fractions de protons (à gauche) et de neutrons (à droite) pour nos deux paramétrisations que nous comparons à ceux issus de calculs variationnels [57] construits à partir des potentiels d'Argonne et d'Urbana ainsi que ceux obtenus à partir de calculs BHF [32, 105] et DBHF [105]. Il convient de noter que, tandis que le formalisme de Skyrme permet une description « directe » des propriétés de la matière β -stable, le calcul des fractions d'éléments pour ces théories plus complexes ne se fait pas dans ce milieu et va au contraire s'appuyer sur l'*approximation parabolique* de la matière nucléaire asymétrique. En effet, comme nous l'avons indiqué au paragraphe précédent, la fraction de protons x_p

se déduit de l'évolution de l'énergie de symétrie $E_{sym}(\rho)$ selon la relation (4.7) [110, 113].

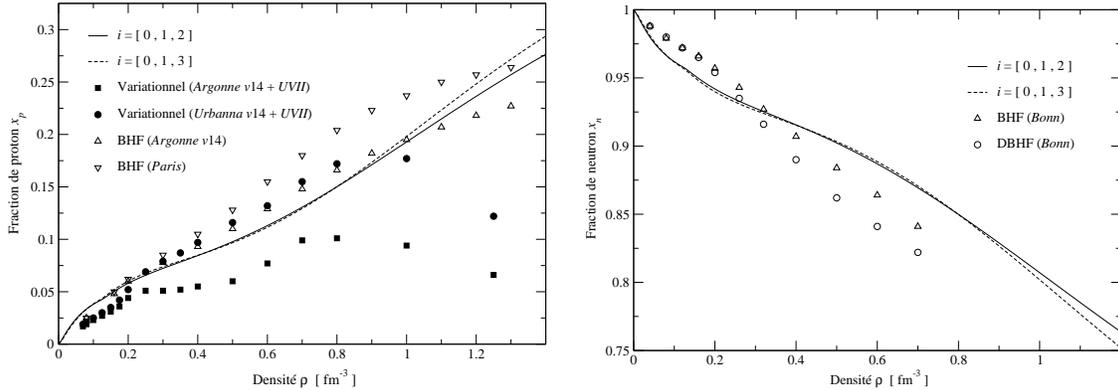


FIG. 4.14: Fractions des nucléons pour la matière β -stable.

Les fractions de protons x_p (à gauche) et de neutrons x_n (à droite) sont calculées à partir de deux paramétrisations de classe B de la force de Skyrme généralisée, avec $i = [0, 1, 2]$ (trait plein) et $i = [0, 1, 3]$ (trait discontinu). Ces résultats sont comparés avec des prédictions issues des calculs variationnels de Wiringa et al. [57] et celles obtenues à partir de calculs BHF [32, 105] construits à partir du potentiel d'Argonne v14 (triangles vides), du potentiel de Paris (triangles vides inversés) et du potentiel de Bonn (triangles vides) ainsi que de calculs DBHF [105] construits à partir du potentiel de Bonn (cercles vides).

Dans un premier temps, nous constatons que ces figures confirment l'observation énoncée précédemment : concernant les fractions des éléments x_p et x_n de la matière β -stable, nos deux paramétrisations donnent des résultats similaires.

De même, ces figures illustrent la variété des résultats obtenus selon le modèle employé. En effet, contrairement à nos résultats, les calculs variationnels conduisent tous à une « arche » pour $x_p(\rho)$, la fraction de protons augmentant d'abord avant de décroître pour les valeurs plus élevées de la densité. Concernant les calculs BHF et DBHF, nous observons l'augmentation continue de x_p avec ρ . Au contraire, la fraction de neutrons va, pour ces calculs, diminuer pour les valeurs croissantes de la densité. Etant donné les incertitudes actuelles pour décrire les propriétés des étoiles à neutrons à partir de la matière en équilibre β , nous pouvons considérer que les comportements observés pour $x_p(\rho)$ et $x_n(\rho)$ pour les calculs BHF et DBHF sont globalement en accord avec nos propres résultats. De la même façon, pour les basses densités, inférieures à 0.7 fm^{-3} , les prédictions issues des calculs variationnels sont aussi en accord avec nos prédictions. A l'inverse, nous obtenons des résultats en contradiction avec les calculs variationnels pour les densités plus élevées. Une étude des autres propriétés de la matière β -stable apparaît utile pour valider ou non nos prédictions.

Nous avons représenté sur la figure 4.15 les équations d'état de la matière β -stable obtenues à partir des différents modèles, que ce soit avec nos deux paramétrisations de la force de Skyrme ou encore des théories plus complexes tels que les calculs variationnels [57] et les calculs BHF et DBHF [105]. La plus grande majorité des modèles employés conduit aux mêmes conclusions : l'énergie E/A augmente pour les densités baryoniques croissantes. En comparant la diversité des théories utilisées avec les résultats qu'elles impliquent, les similitudes observées laissent supposer que nous devons reproduire le bon comportement de l'équation d'état de la matière β -stable. Par contre, étant donné le manque de certitudes sur le comportement de l'équation d'état d'une étoile à neutrons, nous ne pouvons pas certifier que notre modèle soit fiable.

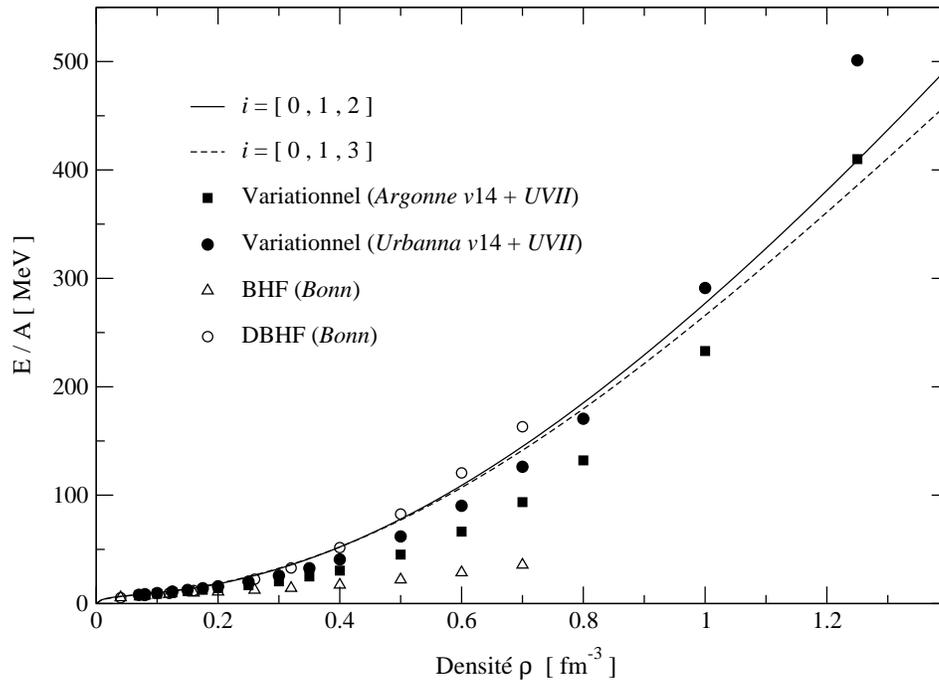


FIG. 4.15: Equations d'état pour la matière β -stable.

L'énergie par nucléon E/A (en MeV) est calculée à partir de deux paramétrisations de classe B de la force de Skyrme généralisée, avec $i = [0, 1, 2]$ (trait plein) et $i = [0, 1, 3]$ (trait discontinu). Ces résultats sont comparés avec des prédictions issues des calculs variationnels de Wiringa et al. [57] et celles obtenues à partir de calculs BHF (triangles vides) ainsi que de calculs DBHF (cercles vides) construits à partir du potentiel de Bonn. [105].

Il faut remarquer que les calculs BHF construits à partir du potentiel de Bonn sont relativement différents des autres modèles. En effet, ces calculs se caractérisent par une pente très *douce* qui, au vu des autres modèles, nous font penser que cette théorie ne doit pas être pertinente.

De plus, nous pouvons représenter sur la figure 4.16 les potentiels chimiques μ_i associés à chacune des espèces présentes dans la matière en équilibre β pour nos deux forces $i = [0,1,2]$ et $i = [0,1,3]$. Les résultats obtenus sont relativement comparables pour les deux types de paramétrisation. Toutefois, nous pouvons noter que le potentiel chimique des protons pour la force $i = [0,1,3]$ semble tendre vers une valeur particulière : $\mu_p = 194$ MeV. Au contraire, pour la force $i = [0,1,2]$, ce potentiel ne cesse de croître pour les densités qui augmentent. Ces observations illustrent la dépendance en densité des potentiels des nucléons variable selon le modèle choisi pour l'interaction nucléon-nucléon.

Nos résultats sont également comparés à des prédictions issues des calculs BHF et DBHF construits à partir du potentiel de Bonn [105]. Nous constatons alors le bon accord qui existe entre les divers modèles, y compris les calculs de type BHF bien qu'ils donnaient un comportement complètement différent pour l'équation d'état de la matière β -stable.

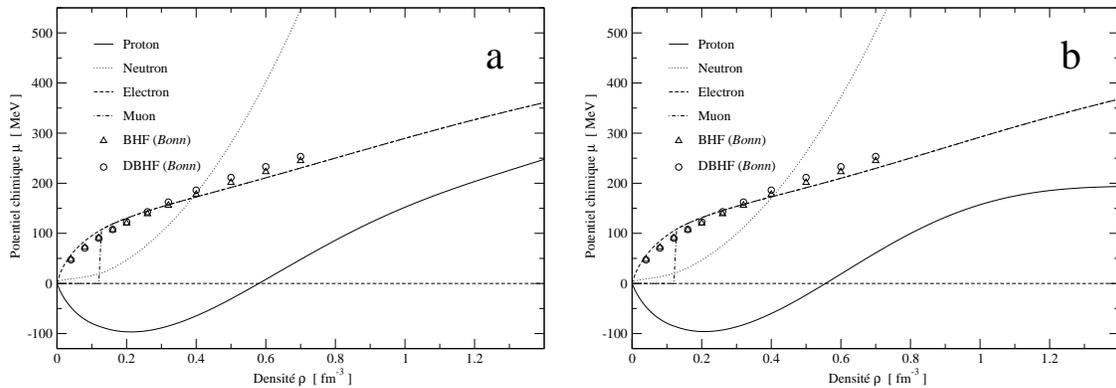


FIG. 4.16: Potentiels chimiques des éléments pour la matière β -stable.

Les potentiels chimiques des éléments μ_i de la matière β -stable (en MeV) sont calculés à partir de deux paramétrisations de classe B de la force de Skyrme généralisée, avec $i = [0,1,2]$ (a) et $i = [0,1,3]$ (b). Ces résultats sont comparés avec des prédictions obtenues à partir de calculs BHF (triangles vides) ainsi que de calculs DBHF (cercles vides) construits à partir du potentiel de Bonn. [105].

Nous allons revenir sur l'approximation qui a été faite initialement : l'apparition des hyperons est négligée. Nous voulons vérifier la valeur d'apparition de ces particules introduite en début de paragraphe. Les potentiels chimiques des neutrons et des électrons contrôlent le seuil de production de particules plus lourdes dans la matière en équilibre β , et notamment les hyperons [101]. En effet, la valeur minimale du potentiel chimique synonyme d'apparition d'hyperons est telle que :

$$\mu_{\Sigma^-} = \mu_n + \mu_e = m_{\Sigma^-} = 1197 \text{ MeV} . \quad (4.16)$$

Pour nos deux paramétrisations, nous obtenons une densité de l'ordre de 0.3 fm^{-3} , soit environ 2 fois la densité de saturation. Nous retrouvons la valeur introduite

au début de ce paragraphe. Bien que des travaux expérimentaux [114] mettent en évidence l'importance des effets de cette particule, nous choisissons, étant donné la méconnaissance des interactions hypéron-hypéron et hypéron-nucléon, de ne pas la prendre en compte.

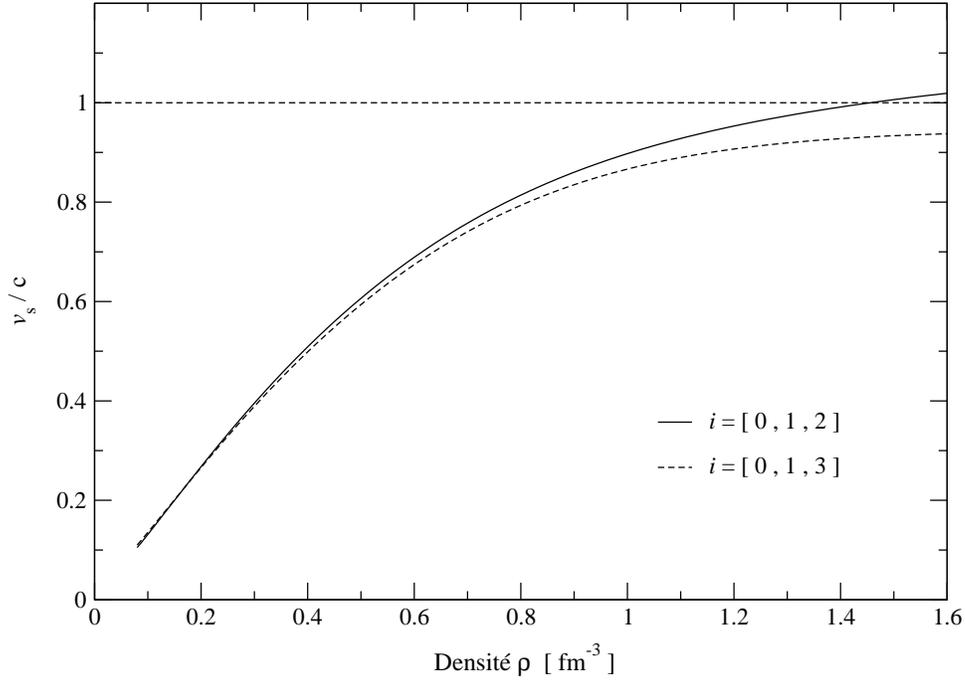


FIG. 4.17: Vitesse du son dans la matière β -stable.

La vitesse du son v_s (exprimée en fonction de c) dans la matière β -stable est calculée à partir de deux paramétrisations de classe B de la force de Skyrme généralisée, avec $i = [0,1,2]$ (trait plein) et $i = [0,1,3]$ (trait discontinu).

Du fait de cette approximation, la composition retenue (nucléons, électrons et muons) pour la matière β -stable va être extrapoler aux valeurs élevées de la densité. Nous nous proposons maintenant d'en vérifier la validité. Pour cela, nous avons représenté sur la figure 4.17 la vitesse du son v_s/c calculée à partir de nos deux paramétrisations. Les comportements observés sont identiques pour les deux types de force. Néanmoins, nous pouvons noter qu'au contraire de la force $i = [0,1,3]$, la paramétrisation $i = [0,1,2]$ mène à la violation du principe de causalité $v_s < c$ pour $\rho = 1.46 \text{ fm}^{-3}$. L'extrapolation de la matière en équilibre β n'est plus justifiée pour des densités au-delà de cette valeur. Ce résultat est cependant sans effet sur la validité du modèle puisqu'il intervient à des densités supérieures à celles rencontrées dans les étoiles à neutrons stables.

Nous allons revenir un instant sur les résultats précédents. Comme nous l'avons observé sur la figure 4.14, il existe une grande diversité de résultats pour $x_p(\rho)$. Le manque de données expérimentales ne permet cependant pas de conclure sur

l'exactitude des différents modèles. Le calcul de la vitesse du son $\nu_s/c(\rho)$ peut alors constituer un élément de réponse. Par exemple, la figure 4.17 permet de « valider » nos résultats. De la même façon, la référence [113] justifie l'extrapolation de la matière β -stable aux hautes densités pour les calculs BHF. A l'inverse, les calculs variationnels (construits à partir du potentiel d'Argonne $v14$) conduisent à la violation du principe de causalité pour $\rho \geq 0.8 \text{ fm}^{-3}$, invalidant l'extension de la matière β -stable aux densités supérieures. Aussi, à la vue de ces éléments, en comparaison avec les autres théories, nous pouvons *a priori* considérer les évolutions de $x_p(\rho)$ obtenues par nos forces comme réalistes.

4.2.2 Propriétés des étoiles à neutrons

Nous venons de décrire à partir du formalisme de Skyrme quelques-unes des propriétés de la matière β -stable. De ces caractéristiques, il est possible de calculer certaines propriétés macroscopiques des étoiles à neutrons. De manière générale, nous pouvons faire correspondre à cette matière β -stable un modèle statique à symétrie sphérique. Le calcul des propriétés des étoiles va ainsi s'effectuer en résolvant l'équation de Tolman-Oppenheimer-Volkoff (TOV), équation de l'équilibre hydrostatique en relativité générale :

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{Gm\rho}{r^2} \frac{\left(1 + \frac{P}{\rho c^2}\right) \left(1 + \frac{4\pi r^3 P}{mc^2}\right)}{1 - \frac{2Gm}{rc^2}} \quad \text{où} \quad m(r) = \int_0^r 4\pi r'^2 \rho(r') dr'. \quad (4.17)$$

Cette résolution n'est possible que si la relation $P(r) = P(\rho(r))$ entre la pression P , somme des pressions partielles des nucléons et des leptons, et la densité de matière ρ est déterminée en chaque point. Or, l'évolution de la pression des nucléons dépend uniquement du comportement de l'équation d'état de la matière en équilibre β :

$$P_N(\rho) = \rho \frac{\partial E}{\partial \rho} \frac{1}{A}. \quad (4.18)$$

Ainsi, comme nous l'avons indiqué auparavant, la structure même de l'étoile à neutrons sera déterminée en grande partie selon l'évolution de son équation d'état.

Pour résoudre les relations (4.17), l'équation d'état doit être exprimée sous la forme $\rho = \rho(P)$ et $P = P(\rho)$. Les équations TOV, équations différentielles du premier ordre, sont alors intégrées avec les conditions aux limites suivantes :

$$m(0) = 0 \quad , \quad P(0) = P_c. \quad (4.19)$$

La première condition signifie que la densité de matière $\rho(r)$ et la pression $P(r)$ sont finies au centre de l'étoile. La seconde quantité correspond à la pression au centre de l'étoile $P(0) = P_c$. Cette valeur n'est pas connue, aussi allons-nous effectuer le calcul pour une série de valeurs de la pression centrale P_c . Les résultats s'exprimeront donc comme des fonctions de P_c :

$$m = m(r, P_c) \quad , \quad P = P(r, P_c). \quad (4.20)$$

Ainsi, une fois la résolution des équations TOV effectuées, nous obtenons pour chaque valeur de P_c le profil de pression $P = P(r)$. A partir de cette évolution de la pression, nous pourrions, en utilisant la relation $P(R) = 0$, avoir accès au rayon R de l'étoile à neutrons. Par l'intermédiaire de l'équation d'état, l'intégration permet également de construire les profils des densités de matière $\varrho = \varrho(r)$ et de nucléons $\rho = \rho(r)$. Ayant déterminé le profil de densité $\varrho(r)$, nous pourrions alors calculer la masse gravitationnelle totale de l'étoile qui sera donnée par $M = m(R)$. Par conséquent, pour une équation d'état donnée, les propriétés des étoiles à neutrons, masse et rayon, ne dépendront que d'un seul paramètre, la pression au centre de l'étoile P_c . Dans la suite de la discussion, nous préférons substituer cette quantité par une grandeur équivalente : la densité centrale de nucléons ρ_c .

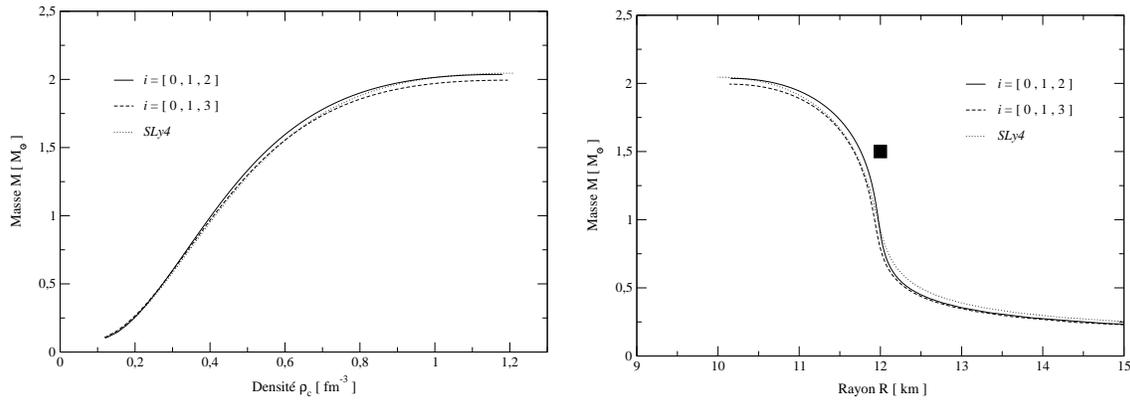


FIG. 4.18: Masses et rayons des étoiles à neutrons.

La masse M des étoiles à neutrons est calculée pour chaque valeur de la densité centrale de nucléons ρ_c (à gauche) à partir de deux paramétrisations de classe B de la force de Skyrme généralisée, avec $i = [0,1,2]$ (trait plein) et $i = [0,1,3]$ (trait discontinu). Pour déterminer la masse M de l'étoile, il faut d'abord calculer le rayon R correspondant. Nous avons représenté la masse M en fonction du rayon R de l'étoile (à droite) ainsi que les valeurs moyennes admises pour ces deux grandeurs (carré plein). Pour chacune des figures, nos deux paramétrisations sont comparées avec une force standard : $SLy4$ (trait pointillé) [64].

La résolution des équations Tolman-Oppenheimer-Volkoff pour la matière β -stable permet de calculer pour chaque valeur de la densité centrale de nucléons ρ_c la masse M et le rayon R de l'étoile à neutrons. Nous avons représenté sur la figure 4.18 pour chaque valeur de ρ_c la masse de l'étoile correspondante. Nous comparons les résultats obtenus avec nos deux forces à une forme standard : $SLy4$. Les deux types de paramétrisation (standard et généralisée) conduisent au même résultats : la masse augmente avec la densité au centre de l'étoile pour atteindre une valeur limite M^{max} . Au-delà, la masse diminue, ce qui est normalement impossible pour une étoile en configuration statique : l'étoile devient instable. A cette valeur M^{max} , nous pou-

vons faire correspondre la densité centrale de nucléons ρ_c^{max} , seuil d'apparition de l'instabilité. Nous avons reporté dans le tableau 4.1 ces densités critiques et les caractéristiques correspondantes pour l'étoile pour les trois paramétrisations utilisées.

Force	ρ_c^{max} [fm ⁻³]	M^{max} [M_\odot]	$R(\rho_c^{max})$ [km]
$i = [0,1,2]$	1.18	2.04	10.16
$i = [0,1,3]$	1.19	1.99	10.14
SLy4	1.21	2.05	9.99

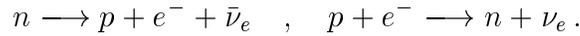
TAB. 4.1: Caractéristiques du seuil d'instabilité des étoiles à neutrons.

La densité du seuil d'instabilité ρ_c^{max} des étoiles à neutrons est donnée pour les deux paramétrisations généralisées ainsi que pour la force SLy4. Nous obtenons alors pour chacune des valeurs de ρ_c^{max} les caractéristiques correspondantes (masse et rayon) pour les étoiles.

La force de Skyrme, qu'elle soit sous une forme standard ou généralisée, permet par le calcul de l'équation d'état des étoiles à neutrons de prédire leurs rayons. A l'inverse, la prédiction correcte de ce rayon témoignera d'une bonne description de cette équation d'état. En conséquence, nous pourrions nous attendre à décrire correctement les états fortement asymétriques et notamment les noyaux riches en neutrons. Pour vérifier la bonne description du rayon des étoiles, nous allons nous reporter au tableau 1 de la référence [116]. Celui-ci répertorie les masses mesurées de plusieurs étoiles à neutrons. D'après la figure 4.18 (partie droite), nous pouvons prédire pour la majorité de ces étoiles un rayon de 11-12 km, en accord avec l'ordre de grandeur admis pour le rayon des étoiles à neutrons. Néanmoins, nous devons considérer deux cas particuliers, J0751+1807 et 4U1700-37*, qui semblent mettre en défaut nos résultats. La première étoile a une masse, mesurée à $2.2 M_\odot$, supérieure à la masse maximale autorisée par nos modèles. Cependant, étant donné l'incertitude sur cette valeur, cette étoile peut éventuellement « rentrer » dans notre gamme de masse possible avec, dans ce cas, un rayon de l'ordre de 10 km. Au contraire, malgré l'incertitude de la mesure de sa masse ($2.44 \pm 0.27 M_\odot$), le rayon de 4U1700-37* ne peut être déterminé par nos forces. Cet astre semble invalider nos modèles. Nous pouvons toutefois noter qu'une incertitude existe sur la nature même de cet objet : 4U1700-37* est peut-être un trou noir. Il faudrait alors l'exclure de nos prédictions, auquel cas nos résultats resteraient corrects. Nous devrions alors être capable de décrire correctement les noyaux riches en neutrons.

Les mécanismes de refroidissement d'une étoile à neutrons sont également étudiés à partir des paramétrisations des forces de Skyrme. Les *scenarii* retenus pour ce refroidissement s'appuient essentiellement sur l'émission de neutrinos. Dans ce cadre, le processus Urca direct [117, 118] est à la fois le plus efficace et le plus simple de tous les processus d'émission des neutrinos dans une étoile à neutrons. Il

consiste en la succession de deux réactions, une réaction de décroissance β suivie d'une réaction de capture électronique :



A l'équilibre β , les taux de réaction étant identiques, le processus URCA ne modifiera pas les proportions des nucléons dans la matière β -stable. Au contraire, en dehors de l'état d'équilibre, une des deux réactions va devenir prépondérante, changeant les fractions de protons et de neutrons jusqu'à retrouver un nouvel équilibre. Des processus analogues existent pour les matières stellaires plus denses. Nous avons mis en évidence par la figure 4.13 l'apparition pour les densités plus élevées d'un nouveau type de leptons : les muons μ . Dans ce cas, les réactions du processus URCA impliquant ces particules



vont pouvoir s'effectuer en parallèle avec le processus URCA « électronique ». Pour décrire de tels processus, l'évolution des fractions des éléments x_i est une quantité essentielle. En effet, J.M. Lattimer *et al.* [117] ont montré que le processus URCA peut avoir lieu si une des deux conditions suivantes

$$x_n^{1/3} < x_p^{1/3} + x_e^{1/3} \quad , \quad x_n^{1/3} < x_p^{1/3} + x_\mu^{1/3} \quad (4.21)$$

est vérifiée. Nous pouvons alors obtenir de ces relations la valeur minimale de la fraction de protons x_p^{urca} pour laquelle le processus URCA est possible. L'émission de neutrinos, en emportant une partie de l'énergie, va conduire au refroidissement de l'étoile. Nous avons reporté dans le tableau 4.2 les densités minimales obtenues pour chacune des forces de Skyrme utilisées ici.

Force	x_p^{urca}	ρ^{urca} [fm ⁻³]	M^{urca} [M_\odot]	$R(\rho_c^{urca})$ [km]
$i = [0,1,2]$	0.141	0.75	1.85	11.28
$i = [0,1,3]$	0.140	0.75	1.80	11.24
SLy4	0.143	1.42	-	-

TAB. 4.2: Caractéristiques au point de démarrage du processus URCA.

La fraction de protons minimale x_p^{urca} pour laquelle le processus URCA est possible est calculée pour les deux paramétrisations généralisées ainsi que pour la force SLy4. Nous pouvons faire correspondre à cette valeur la densité de nucléons ρ^{urca} qui, en l'assimilant à la densité centrale, donne les caractéristiques (masse et rayon) des étoiles en ce point.

Ce tableau contient également les propriétés correspondantes pour les étoiles à neutrons. Nous pouvons noter l'absence de prédictions pour la force standard SLy4.

Afin d'en expliquer les raisons, nous avons représenté sur la figure 4.19 l'évolution de la fraction de protons en fonction de la densité de nucléons dans la matière β -stable pour les différentes forces. Sur ces courbes, nous plaçons pour chaque force le point de démarrage du processus URCA. En regard de ce point, nous représentons également le point de stabilité des étoiles à neutrons. Nous constatons alors qu'au contraire des paramétrisations avec deux dépendances en densité, la force de Skyrme standard n'autorise pas le démarrage du processus URCA. En effet, le point correspondant au processus URCA pour la force SLy4 est à une valeur de la densité supérieure au seuil de stabilité des étoiles. L'étoile étant instable au-delà de ce seuil, les caractéristiques lui correspondant n'ont aucun sens.

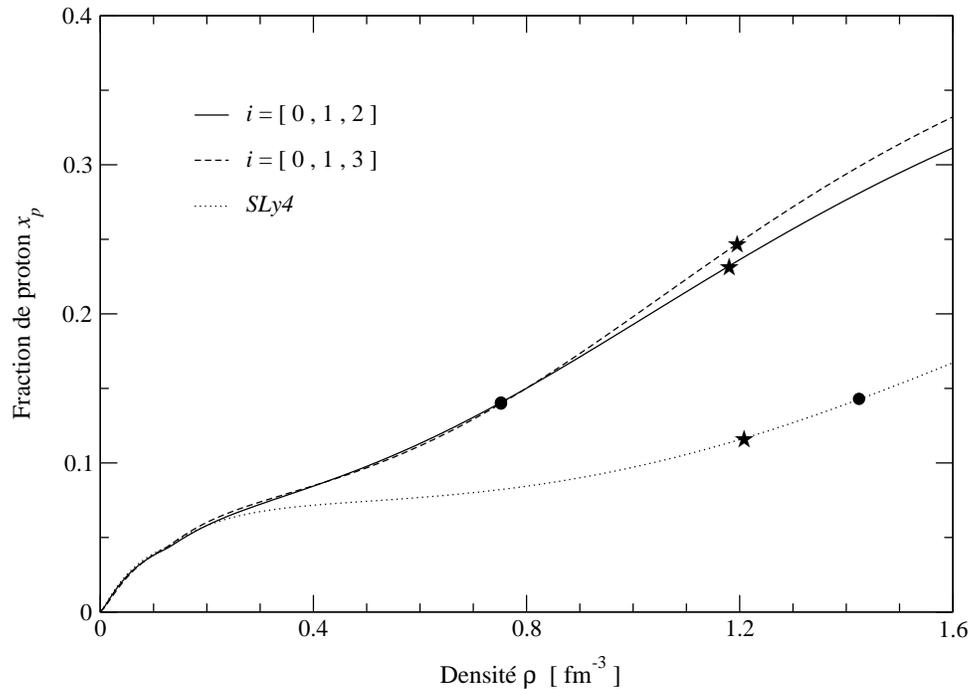


FIG. 4.19: Processus URCA et stabilité des étoiles à neutrons.

Les fractions de protons x_p sont calculées à partir de deux paramétrisations de classe B de la force de Skyrme généralisée, avec $i = [0, 1, 2]$ (trait plein) et $i = [0, 1, 3]$ (trait discontinu). Ces résultats sont comparés à ceux obtenus à partir de la force de Skyrme standard SLy4 (trait pointillé). Nous représentons sur chacune des courbes les points correspondants au démarrage du processus URCA (cercles pleins) en regard du seuil de stabilité des étoiles à neutrons (étoiles pleines).

Chapitre 5

Propriétés des noyaux

Les forces discutées jusqu'à présent ont été ajustées sur un système idéal, la matière nucléaire infinie, et les énergies de quelques noyaux magiques. Le but principal de la construction d'une force effective est bien évidemment de calculer les propriétés des noyaux et de leurs états excités.

5.1 Forces utilisées dans le canal d'appariement

Dans les noyaux non magiques, les corrélations d'appariement jouent un rôle important et ne peuvent être négligées. La prise en compte de ces corrélations est faite par l'intermédiaire de la méthode de Hartree-Fock-Bogolyubov (HFB) qui est l'extension naturelle de la méthode de Hartree-Fock aux noyaux non magiques (pour une description plus détaillée de cette méthode, se reporter à l'annexe B).

La démarche qui semble *a priori* la plus naturelle pour calculer la densité d'énergie associée à la densité anormale $\tilde{\rho}$ (voir l'annexe B.3) et les champs correspondants est d'utiliser la même force de Skyrme que celle qui est à l'origine du champ moyen Hartree-Fock. Les différentes forces de Skyrme utilisées par le passé, ou celle que nous avons construites dans le cadre de ce travail, présentent des points communs : elles conduisent à des équations d'état de la matière nucléaire relativement voisines autour du point de saturation et elles sont ajustées de manière à reproduire l'énergie de liaison de certains noyaux. Nous nous attendons donc à ce qu'elles conduisent à des propriétés relativement comparables dans le canal d'appariement. Pour vérifier cette proposition, nous pouvons par exemple étudier « l'équation du gap », représentation de l'évolution de la valeur moyenne du champ d'appariement en fonction de la densité dans la matière infinie.

Nous avons représenté sur la figure 5.1, l'équation d'état de la matière nucléaire symétrique pour un ensemble de force de Skyrme. A l'exception de la force SIII [79] qui donne une équation beaucoup plus *dure*, les diverses paramétrisations conduisent à des équations d'état assez similaires, en particulier autour du point de saturation. La figure 5.1 représente également les équations du gap obtenues pour cette même

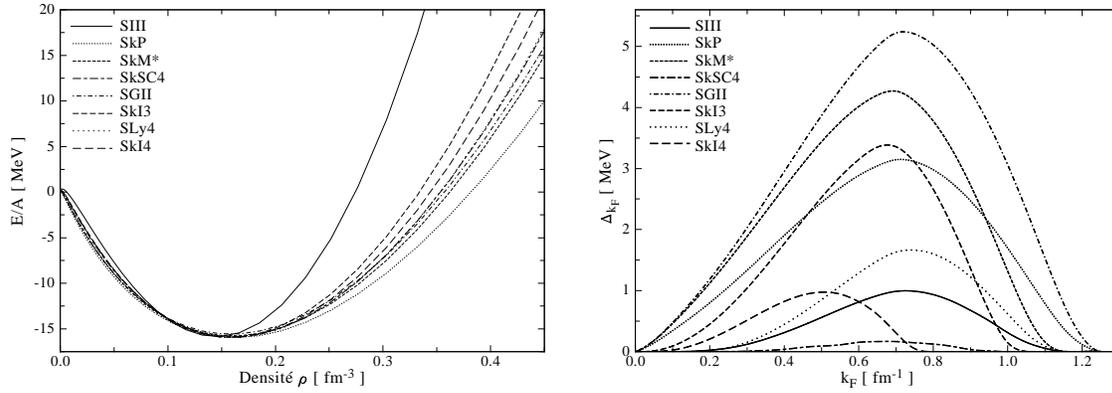


FIG. 5.1: Equation du gap dans la matière nucléaire infinie.

L'énergie par nucléons E/A (en MeV) est calculée pour la matière nucléaire infinie symétrique (à gauche) à partir de plusieurs paramétrisations standards de la force de Skyrme. Nous représentons également les équations du gap obtenues à partir de ces mêmes paramétrisations (à droite).

série de forces de Skyrme. Nous constatons alors qu'en dépit de la grande similitude des équations d'état, les équations du gap sont totalement différentes les unes des autres. Ceci peut se comprendre par le fait qu'aucune observable reliée à l'appariement n'a été introduite dans la procédure d'ajustement des forces (sauf pour la force SkP [119]). Les paramètres de la force n'ont été contraints qu'à travers les termes de la fonctionnelle E_{HF} (B.8) mais pas à travers les termes dépendants de la densité anormale.

Ce résultat fournit un premier argument phénoménologique pour considérer des paramétrisations différentes de la force de Skyrme dans le canal particule-trou et le canal particule-particule. Un second argument est qu'une construction de type Brueckner-Hartree-Fock (BHF) à partir d'une interaction nucléon-nucléon nue conduit à des expressions différentes de l'interaction effective à l'approximation du champ moyen dans les canaux particule-trou et particule-particule.

Nous avons donc fait le choix d'utiliser dans le canal d'appariement une interaction phénoménologique de portée nulle différente de celle agissant dans le canal particule-trou. Nous choisissons la forme simple suivante

$$V_{pp}(\mathbf{r}) = t'_0 \left(1 - \frac{\rho(\mathbf{r})}{\rho_c} \right) \delta(\mathbf{r}) \quad (5.1)$$

dont les paramètres t'_0 et ρ_c sont ajustés *a posteriori*, par exemple de manière à reproduire correctement la valeur moyenne du gap dans quelques noyaux.

La force utilisée dans le canal d'appariement ayant une portée nulle, l'énergie calculée sera infinie. Afin de corriger ce comportement pathologique, toutes les densités seront calculées en introduisant une coupure (*cut-off*), dont une expression est

par exemple (voir l'expression des densités dans l'annexe B)

$$\rho(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \int_{-\lambda}^{E_{cut}} d(E) \varphi_2(E, \mathbf{r}) \varphi_2^*(E, \mathbf{r}'). \quad (5.2)$$

Cette coupure est une quantité arbitraire et doit être considérée comme un paramètre supplémentaire de la force.

Pour tous les résultats présentés ici, nous avons adopté comme méthode pour fixer les trois paramètres de V_{pp} la procédure qui suit [120] :

- la coupure E_{cut} est arbitrairement fixée à 60 MeV, ce choix étant par ailleurs motivé par des études antérieures ;
- pour définir ρ_c , nous avons choisi parmi les valeurs classiquement utilisées $\rho_0/2$, ce qui conduit à un appariement dit «mixte» ;
- le paramètre t'_0 est ajusté de manière à avoir un gap neutron moyen de 1.245 MeV dans l'étain 120.

5.2 Instabilités d'isospin

Nous avons évoqué dans le chapitre 3 le fait que certaines forces conduisent à une instabilité des noyaux par rapport à la séparation des deux espèces de nucléons. Ce phénomène d'instabilité ne peut pas être caractérisé analytiquement mais est corrélé au coefficient $C_1^{\Delta\rho}$ introduit dans l'expression (3.13).

Nous allons donner dans ce paragraphe une illustration du développement des instabilités d'isospin lors de la résolution des équations du champ moyen. Afin de résoudre le système d'équations HFB, nous devons dans un premier temps choisir des champs initiaux arbitraires (mais adaptés au noyau considéré). La résolution des équations du système d'équations HFB fournit alors à chaque itération les états individuels qui permettent de construire les densités et les champs moyens pour l'itération suivante. L'énergie calculée tend en principe vers une valeur limite : la variation relative de l'énergie totale entre les itérations $i - 1$ et i

$$\left. \frac{\Delta E}{E} \right|_i = \frac{E_i - E_{i-1}}{E_i} \quad (5.3)$$

tend rapidement vers zéro. La figure 5.2 représente l'évolution de la variation de l'énergie d'un noyau durant les itérations permettant de résoudre les équations HFB. Nous comparons les résultats obtenus à partir d'une interaction de Skyrme standard, la force SLy4 [64], à une force généralisée, telle que $i = [0,1,2]$. Considérant la force SLy4 pour laquelle $C_1^{\Delta\rho} = -15.7$, nous constatons que la différence d'énergie entre deux itérations successives tend rapidement vers zéro, ou du moins atteint la précision numérique accessible. Pour la force à deux dépendances en densité, bien

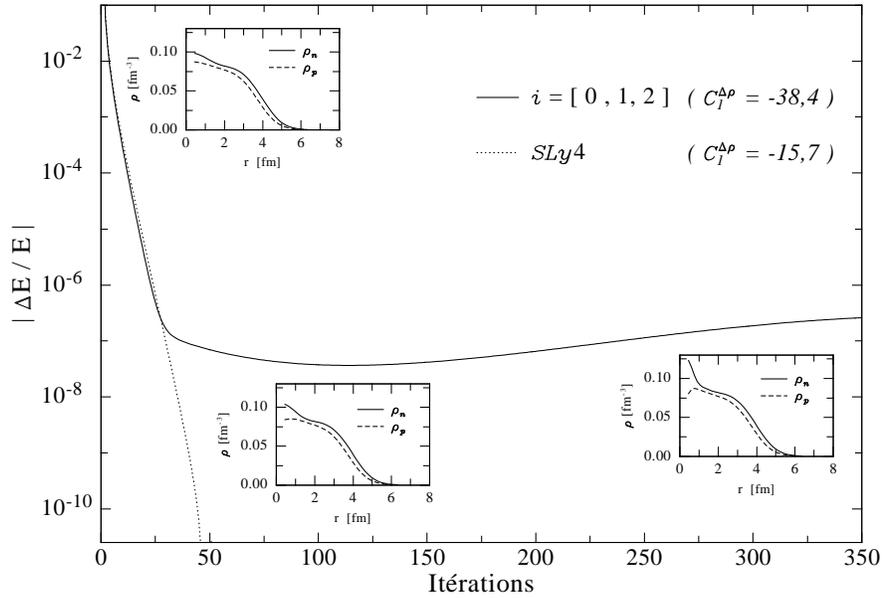


FIG. 5.2: Instabilités d'isospin.

L'évolution de la variation de l'énergie d'un noyau durant les itérations permettant de résoudre les équations HFB est représentée pour une paramétrisation de la force de Skyrme généralisée avec $i = [0,1,2]$ (trait plein). Ces résultats sont comparés à ceux obtenus à partir de la force de Skyrme standard *SLy4* (trait pointillé). Nous représentons également l'évolution des densités des nucléons en fonction du nombre d'itérations pour la paramétrisation $i = [0,1,2]$.

qu'elle soit au départ la même que pour la force *SLy4*, l'évolution semble se stabiliser après une centaine d'itérations avant d'augmenter lentement.

Dans le même temps, nous avons représenté l'évolution des densités des nucléons en fonction du nombre d'itérations pour la paramétrisation $i = [0,1,2]$. Au fur et à mesure des itérations, les densités de protons et de neutrons tendent à devenir hétérogènes (les neutrons s'accumulent au centre du noyau). Après l'itération 350, la quantité de matière fortement asymétrique est telle qu'un gaz de nucléons non liés se forme, le système finissant par « exploser ».

La valeur du coefficient $C_1^{\Delta\rho}$ doit donc être gardée sous contrôle afin d'éviter ce type d'accident dans les noyaux. Nous avons constaté empiriquement que les instabilités d'isospin se manifestent généralement pour $C_1^{\Delta\rho} \lesssim -35$.

5.3 Chaînes isotopiques

Nous nous intéressons maintenant aux propriétés de quelques séries d'isotopes sphériques ou faiblement déformés. Les résultats obtenus avec les forces comprenant

une dépendance en densité généralisée sont comparés à la force standard SLy5 [64].

5.3.1 Energies des noyaux

Nous calculons l'énergie des états fondamentaux de noyaux pairs-pairs. Ces calculs nous permettent de voir, en particulier, dans quelle mesure les nouvelles forces permettent de corriger les principaux défauts de la force SLy5 pour les noyaux : un excès d'énergie de liaison important des calciums et de l'étain 100.

5.3.1.1 Ajustement avec trois noyaux

Nous avons restreint à trois le nombre des noyaux dans la procédure d'ajustement : le zirconium 90, l'étain 132 et le plomb 208 (par la suite, nous étiquèterons donc les forces construites selon cette prescription par un «3»). Dès lors, il apparaît intéressant de considérer dans un premier temps les séries isotopiques comprenant ces noyaux.

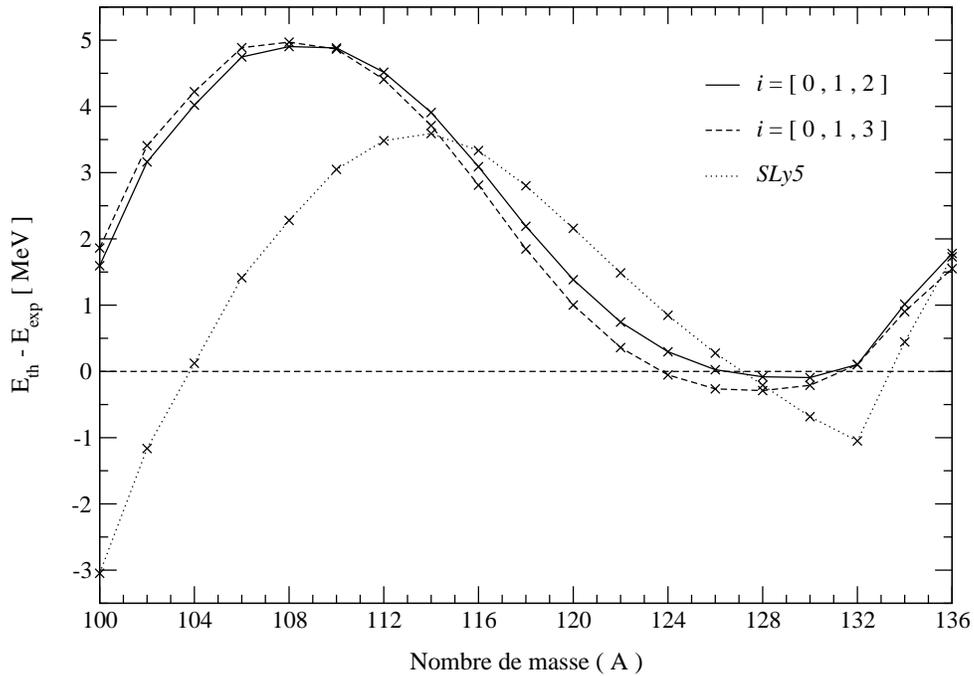


FIG. 5.3: Energies pour la série isotopique des étains.

Les différences entre les énergies calculées et expérimentales (en MeV) sont calculées pour les isotopes d'étains ($100 < A < 136$) à partir de deux paramétrisations de classe B de la force de Skyrme généralisée, avec $i = [0, 1, 2]_3$ (trait plein) et $i = [0, 1, 3]_3$ (trait discontinu). Ces résultats sont comparés à ceux obtenus à partir de la force de Skyrme standard SLy5 (trait pointillé).

Nous avons ainsi représenté sur la figure 5.3 les résultats correspondants à la série isotopique de l'étain, allant de l'étain 100 à l'étain 136. Quelle que soit l'interaction utilisée, nous obtenons le système d'«arche» bien connu qui apparaît entre les fermetures magiques $N = 50$ et $N = 82$. Nous pouvons cependant noter que son amplitude est atténuée pour les forces avec deux dépendances en densité.

De même, comme pour la force SLy5, la procédure d'ajustement des paramètres des forces généralisées contient l'énergie de l'isotope ^{132}Sn . Nous constatons cependant que cette valeur ainsi que la région autour de ce noyau sont mieux reproduites pour les nouvelles paramétrisations.

Comme toutes les forces de Lyon plus anciennes, la force SLy5 se caractérise par un excès de l'énergie de liaison pour le ^{100}Sn . Ce résultat est d'autant plus ennuyeux que la prise en compte des corrélations au-delà du champ moyen et, notamment, l'énergie de Wigner va accentuer ce défaut. Au contraire, les forces généralisées sont significativement meilleures. En effet, elles ont l'avantage majeur de conduire à une énergie de liaison plus grande. La prise en compte des effets au-delà du champ moyen permettra alors de se rapprocher de la valeur expérimentale. Aussi, au-delà de chercher à minimiser l'écart entre les valeurs calculées et expérimentales, il est préférable d'avoir une force qui prédise une énergie de liaison supérieure à la valeur expérimentale.

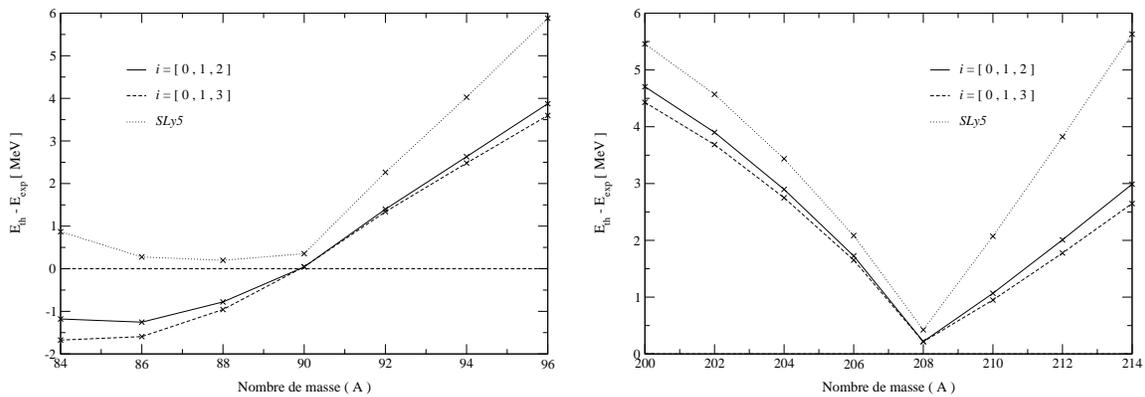


FIG. 5.4: Energies pour les séries isotopiques des zirconiums et des plombs.

Les différences entre les énergies calculées et expérimentales (en MeV) sont calculées pour les isotopes des zirconiums ($84 < A < 96$) et des plombs ($200 < A < 214$) à partir de deux paramétrisations de classe B de la force de Skyrme généralisée, avec $i = [0, 1, 2]_3$ (trait plein) et $i = [0, 1, 3]_3$ (trait discontinu). Ces résultats sont comparés à ceux obtenus à partir de la force de Skyrme standard SLy5 (trait pointillé).

Notre procédure d'ajustement contient les énergies de ^{90}Zr et ^{208}Pb . Aussi avons-nous représenté sur la figure 5.4 les différences entre énergies calculées et expérimentales pour les chaînes d'isotopes Zr et Pb. Les zirconiums légers ont un excès d'énergie de liaison avec les deux nouvelles forces considérées. Bien qu'aucun isotope

du zirconium ne soit inclus dans sa construction, la force SLy5 donne de meilleurs résultats pour les noyaux plus légers. Cependant, la dérive observée pour les noyaux plus lourds est plus importante avec cette interaction.

La série des plombs montre une certaine amélioration des résultats avec les deux forces de Skyrme généralisées par rapport à SLy5. Le déficit d'énergie de liaison des isotopes non magiques est réduit, cette réduction s'opérant de manière asymétrique avec un gain relativement important du côté des plombs riches en neutrons.

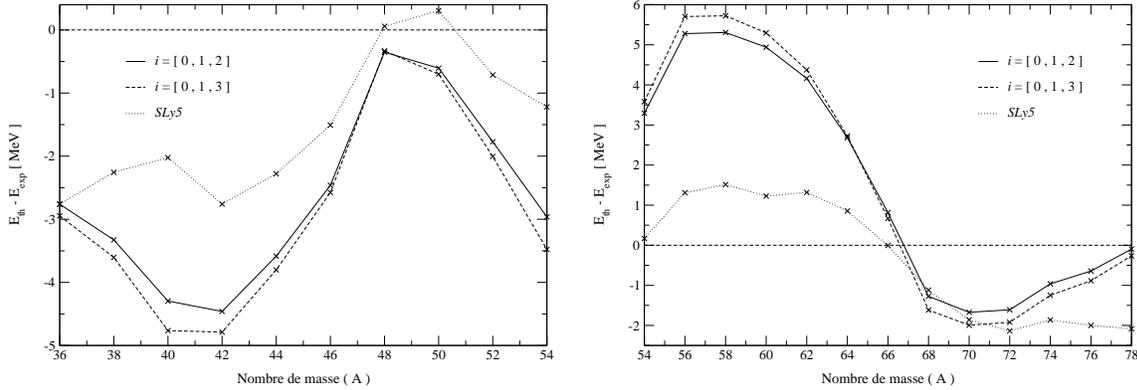


FIG. 5.5: Energies pour les séries isotopiques des calciums et des nickels.

Les différences entre les énergies calculées et expérimentales (en MeV) sont calculées pour les isotopes des calciums ($36 < A < 54$) et des nickels ($54 < A < 78$) à partir de deux paramétrisations de classe B de la force de Skyrme généralisée, avec $i = [0, 1, 2]_3$ (trait plein) et $i = [0, 1, 3]_3$ (trait discontinu). Ces résultats sont comparés à ceux obtenus à partir de la force de Skyrme standard SLy5 (trait pointillé).

De la même façon, nous avons représenté sur la figure 5.5 les différences entre les deux énergies pour les chaînes d'isotopes légers, calciums et nickels, pour les forces généralisées $[0, 1, 2]_3$ et $[0, 1, 3]_3$ ainsi que pour la paramétrisation standard SLy5. Le calcul des énergies des calciums à partir des forces généralisées conduit à un excès d'énergie de liaison très important, défaut déjà rencontré pour la force SLy5. Concernant les nickels, l'allure générale est la même qu'avec SLy5, avec néanmoins une reproduction meilleure des isotopes lourds mais un manque d'énergie de liaison allant jusqu'à 5.5 MeV dans les plus légers.

5.3.1.2 Ajustement avec cinq noyaux

Pour tenter de corriger les résultats obtenus pour les noyaux légers, nous avons construit un second couple de forces, $[0, 1, 2]_5$ et $[0, 1, 3]_5$, qui vont prendre en compte, en plus des trois noyaux initiaux, les énergies des deux isotopes magiques du calcium : les calciums 40 et 48 (de la même façon que précédemment, nous étiquetons ces paramétrisations avec un «5»). Rappelons tout de même ici (comme cela est

déjà mentionné dans le chapitre 3) que l'ajout des noyaux légers dans la procédure d'ajustement des paramètres n'est pas une solution idéale. Cependant, il permet de prendre en compte des données relatives à ces noyaux en se rapprochant par la même occasion de la méthode d'ajustement qui avait été employée pour la construction de la force SLy5 (la force SLy5 comprend également le ^{56}Ni).

a. Une meilleure description des noyaux légers...

Nous utilisons ces nouvelles paramétrisations pour calculer les mêmes séries isotopiques, en commençant par les noyaux les plus légers : calciums et nickels. La figure 5.6 illustre les résultats obtenus pour ces paramétrisations. Nous avons également représenté les résultats décrits dans le paragraphe précédent. L'inclusion

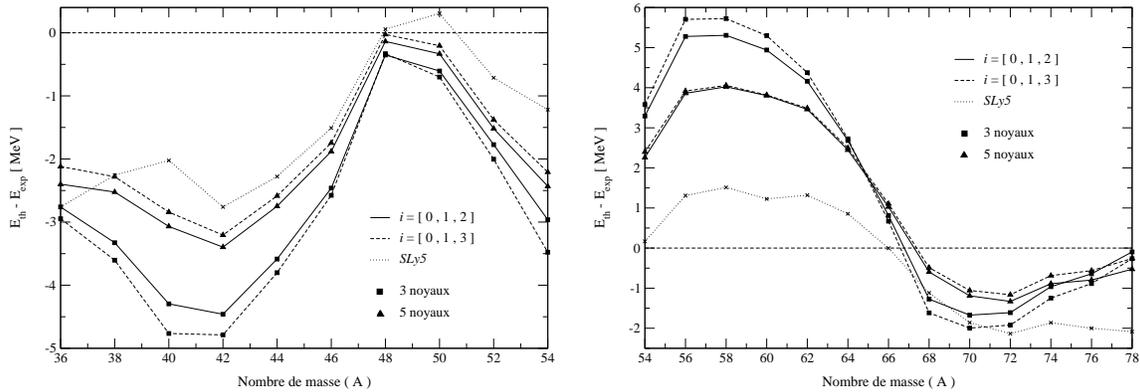


FIG. 5.6: Comparaison des énergies pour les calciums et les nickels.

Les différences entre les énergies calculées et expérimentales (en MeV) sont calculées pour les isotopes des calciums ($36 < A < 54$) et des nickels ($54 < A < 78$) à partir de quatre paramétrisations de classe B de la force de Skyrme généralisée, avec $i = [0, 1, 2]_k$ (trait plein) et $i = [0, 1, 3]_k$ (trait discontinu), $k = \{3, 5\}$. La procédure d'ajustement de ces paramétrisations comprend 3 noyaux (carrés pleins) ou cinq noyaux (triangles pleins). Les résultats sont comparés à ceux obtenus à partir de la force de Skyrme standard SLy5 (trait pointillé).

des noyaux plus légers dans la procédure d'ajustement a des effets immédiats. Les énergies de liaison des calciums, bien que loin d'être satisfaisantes, sont nettement améliorées et sont désormais comparables avec celles obtenues en utilisant la force SLy5. Les résultats pour les isotopes du nickel sont très sensiblement améliorés, en particulier pour les isotopes légers où l'écart entre les énergies calculées et expérimentales est réduit de 1.5 MeV. En outre, concernant les isotopes plus lourds du nickel, les améliorations déjà entrevues pour les forces $i = [0, 1, 2]_3$ et $i = [0, 1, 3]_3$ ajustées avec trois noyaux sont conservées.

Ces résultats semblent justifier *a posteriori* l'introduction de noyaux plus légers dans la construction des forces malgré les prescriptions que nous nous étions imposées

initialement, à savoir l'élimination de ces noyaux de la procédure d'ajustement des paramètres. Nous pouvons supposer que la prise en compte de nouveaux noyaux dans notre procédure, comme le nickel 56, devrait encore améliorer ces résultats.

b. ... Mais une détérioration pour les noyaux lourds

Si l'introduction de noyaux plus légers contribue à l'amélioration des résultats pour les séries isotopiques précédentes, il reste néanmoins à vérifier ces effets sur les noyaux plus lourds. Nous constatons, d'après la figure 5.7, que l'inclusion des deux

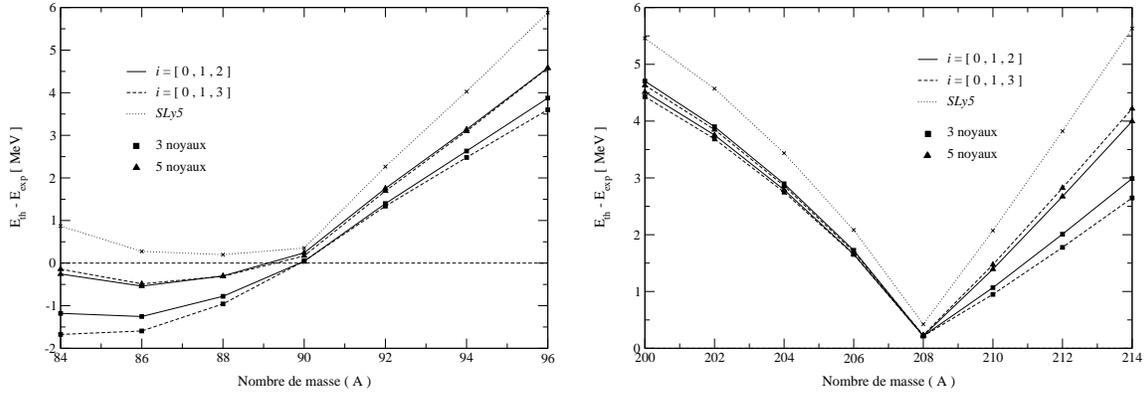


FIG. 5.7: Comparaison des énergies pour les zirconiums et les plombs.

Les différences entre les énergies calculées et expérimentales (en MeV) sont calculées pour les isotopes des zirconiums ($84 < A < 96$) et des plombs ($200 < A < 214$) à partir de quatre paramétrisations de classe B de la force de Skyrme généralisée, avec $i = [0, 1, 2]_k$ (trait plein) et $i = [0, 1, 3]_k$ (trait discontinu), $k = \{3, 5\}$. La procédure d'ajustement de ces paramétrisations comprend 3 noyaux (carrés pleins) ou cinq noyaux (triangles pleins). Les résultats sont comparés à ceux obtenus à partir de la force de Skyrme standard SLy5 (trait pointillé).

calciums dans l'ajustement améliore sensiblement les résultats pour les zirconiums légers. Au contraire, les isotopes plus lourds que le ^{90}Zr perdent un peu d'énergie de liaison, détériorant légèrement les résultats. Concernant les isotopes des plombs, nous constatons qu'il y a un effet asymétrique avec des résultats pratiquement inchangés pour les isotopes légers et, au contraire, une dérive plus importante pour les lourds.

Nous avons également représenté sur la figure 5.8 les résultats obtenus pour la série isotopique des étains. Cette figure illustre particulièrement les effets de l'introduction des deux nouveaux noyaux. A première vue, l'ajustement des paramètres avec ces deux noyaux supplémentaire conduit à une certaine amélioration des résultats pour les étains légers, l'amplitude de l'arche étant encore atténuée. De même, les isotopes proches de l' ^{132}Sn n'ont plus d'excès d'énergie de liaison, ce qui conduit

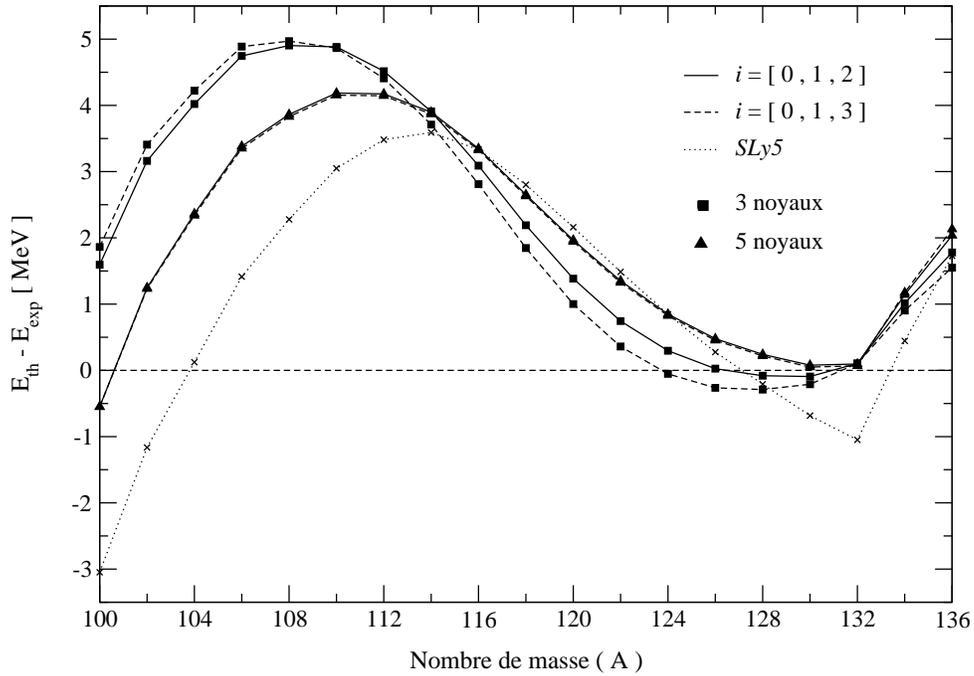


FIG. 5.8: Comparaison des énergies pour les étains.

Les différences entre les énergies calculées et expérimentales (en MeV) sont calculées pour les isotopes des étains ($100 < A < 136$) à partir de quatre paramétrisations de classe B de la force de Skyrme généralisée, avec $i = [0, 1, 2]_k$ (trait plein) et $i = [0, 1, 3]_k$ (trait discontinu), $k = \{3, 5\}$. La procédure d'ajustement de ces paramétrisations comprend 3 noyaux (carrés pleins) ou cinq noyaux (triangles pleins). Les résultats sont comparés à ceux obtenus à partir de la force de Skyrme standard SLy5 (trait pointillé).

néanmoins à une moins bonne reproduction des énergies des noyaux plus légers ($116 < A < 128$). Enfin, l'énergie de l'étain 100 est maintenant très proche de la valeur expérimentale.

Intéressons nous plus précisément à cet isotope. Comme indiqué sur la figure 5.8, l'introduction des deux calciums dans la procédure de construction de la force conduit à un excès d'énergie de liaison. Or, nous avons vu au paragraphe précédent que, plutôt que de minimiser l'écart entre les énergies calculées et expérimentales, nous préférons ne pas avoir d'excès d'énergie de liaison, la prise en compte des corrélations au-delà du champ moyen allant accentuer cette mauvaise reproduction de la valeur expérimentale. Que pouvons-nous déduire de cette observation ? L'inclusion des deux isotopes magiques du calcium tend finalement à nous faire reproduire les résultats de la force SLy5. Cette tendance se vérifie globalement pour toutes les chaînes isotopiques représentées, aussi bien pour les noyaux légers que pour les plus lourds. Cela présente certains avantages -les noyaux légers sont mieux décrits- mais

aussi quelques inconvénients : nous conservons certains défauts de SLy5 (l'excès d'énergie de liaison pour les calciums) et en retrouvons d'autres (la mauvaise reproduction de l'énergie de l' ^{100}Sn). Toutefois, il faut noter que les deux dépendances en densité semble corriger en partie ces défauts.

Nous pouvons extraire de cette étude quelques enseignements. Tout d'abord, l'introduction d'une seconde dépendance en densité semble améliorer la description des énergies des noyaux. Il convient cependant de remarquer ici que les deux paramétrisations $[0,1,2]_k$ et $[0,1,3]_k$ ($k = \{3, 5\}$) donnent des résultats pratiquement indiscernables, confirmant l'argument déjà avancé que le choix précis des puissances de la densité n'est pas déterminant et peut être, dans une certaine mesure, «absorbé» par un réajustement des paramètres.

En outre, l'inclusion des deux isotopes magiques du calcium induit une correction sur les résultats asymétrique. Il semble en effet y avoir une amélioration pour $Z \leq N \leq N_{\text{magique}}$, c'est-à-dire pour les isotopes se situant entre $N = Z$ et la couche majeure suivante, et une détérioration au-delà. Dans la mesure où nous souhaitons pouvoir décrire des noyaux riches en neutrons très asymétriques, il est souhaitable de limiter l'introduction de noyaux légers dans les procédures de construction des forces.

5.3.2 Rayons des noyaux

Comme nous l'avons déjà évoqué, aucun rayon n'a été pris en compte dans l'ajustement des paramètres des forces. Il est néanmoins intéressant de voir comment les prédictions se comparent aux données car les rayons sont indirectement contraints, notamment par la densité de saturation, l'incompressibilité et les énergies de liaison des noyaux.

5.3.2.1 Rayons de charge

Dans les résultats présentés ici, les rayons de charges ont été calculés selon un modèle assez simple. La distribution de charge du proton est prise en compte de manière approximative par

$$\langle r_{\text{ch}}^2 \rangle = \langle r_p^2 \rangle + \langle r \rangle_p^2 \quad (5.4)$$

où $\langle r \rangle_p = 0.8$ fm. En outre, les corrections magnétiques et spin-orbites ne sont pas prises en compte. En utilisant ce même calcul pour les forces généralisées et standards, nous allons pouvoir comparer les prédictions de nos paramétrisations avec celles données par la force SLy5.

De manière similaire aux calculs des énergies, nous allons dans un premier temps calculer les rayons de charge des séries isotopiques pour lesquelles un noyau est inclus dans la procédure d'ajustement. Nous avons représenté sur la figure 5.9 l'évolution des rayons de charge pour les isotopes d'étain prédite par les forces généralisées

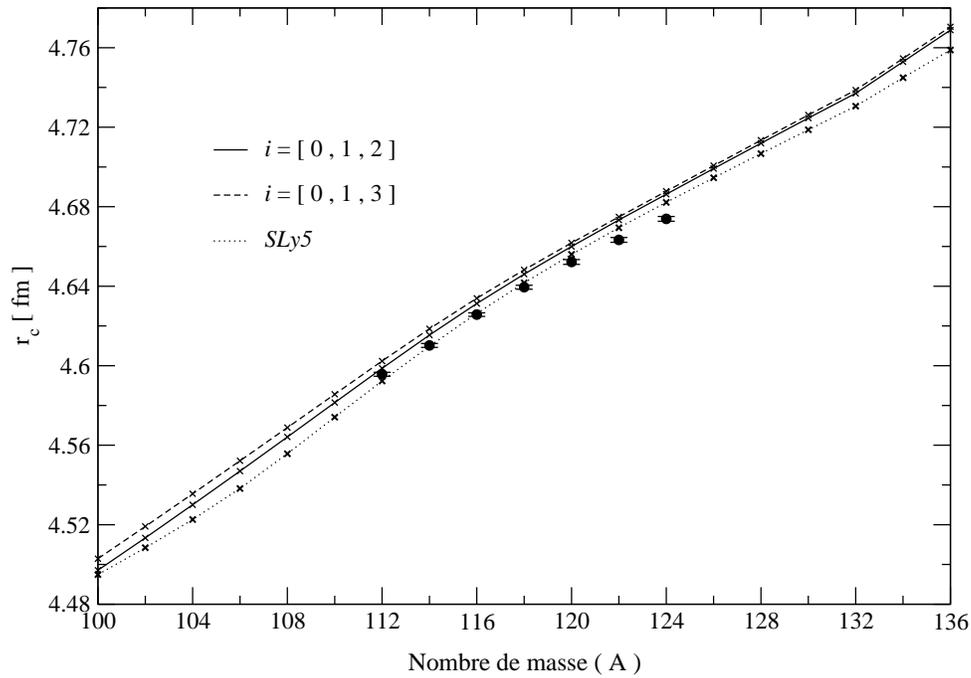


FIG. 5.9: Rayons de charge pour la série isotopique des étains.

Les rayons de charge (en fm) sont calculés pour les isotopes d'étains ($100 < A < 136$) à partir de deux paramétrisations de classe B de la force de Skyrme généralisée, avec $i = [0, 1, 2]_3$ (trait plein) et $i = [0, 1, 3]_3$ (trait discontinu). Ces résultats sont comparés à ceux obtenus à partir de force de Skyrme standard SLy5 (trait pointillé) ainsi qu'aux valeurs expérimentales de la référence [121].

$[0, 1, 2]_3$, $[0, 1, 3]_3$. Nous comparons nos résultats à ceux obtenus à partir de force de Skyrme standard SLy5. Bien que, contrairement à la force SLy5, notre procédure d'ajustement ne contient aucun rayon, les paramétrisations généralisées prédisent des valeurs comparables à la force SLy5.

Nous représentons également les valeurs expérimentales extraites de E.G. Nadjakov *et al.* [121]. A l'exception des nombres de masse plus élevés, la force SLy5 reproduit correctement ces mesures. De la même façon, nos prédictions, malgré leurs légères surestimations, sont en bon accord avec ces données expérimentales.

Nous choisissons maintenant de calculer les rayons de charge pour les isotopes des zirconiums et des plombs. Comme illustré sur la figure 5.10, nous n'observons pas à nouveau de différences profondes entre les forces $[0, 1, 2]_3$, $[0, 1, 3]_3$ et SLy5.

Il faut cependant noter que les prédictions de la force SLy5 se rapprochent plus des valeurs expérimentales connues des isotopes de plomb. Par contre, aucune de ces paramétrisations ne parvient à décrire convenablement le rayon du ^{90}Zr .

Les différents résultats présentés illustrent le bon accord entre les prédictions de nos paramétrisations et la force SLy5. Nous devons en outre vérifier cet accord

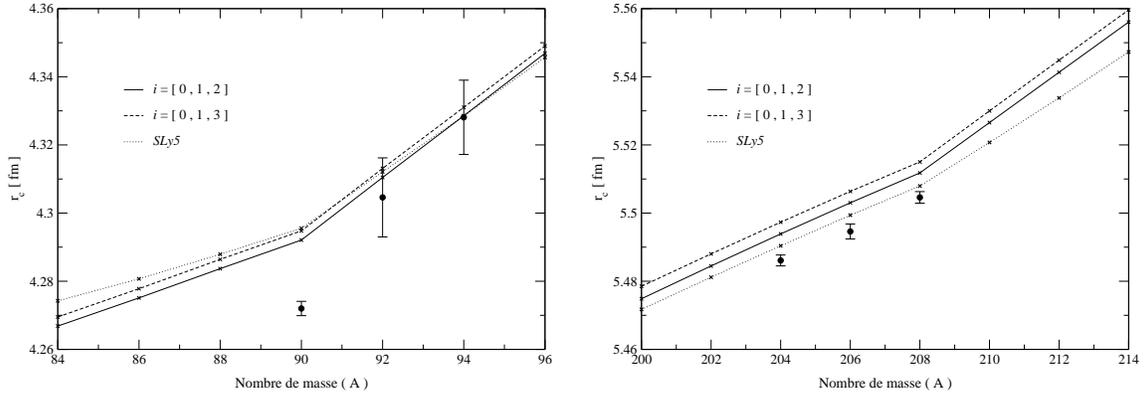


FIG. 5.10: Rayons de charge pour les séries isotopiques des zirconiums et des plombs. Les rayons de charge (en fm) sont calculés pour les isotopes des zirconiums ($84 < A < 96$) et des plombs ($200 < A < 214$) à partir de deux paramétrisations de classe B de la force de Skyrme généralisée, avec $i = [0,1,2]_3$ (trait plein) et $i = [0,1,3]_3$ (trait discontinu). Ces résultats sont comparés à ceux obtenus à partir de force de Skyrme standard *SLy5* (trait pointillé) ainsi qu'aux valeurs expérimentales de la référence [121].

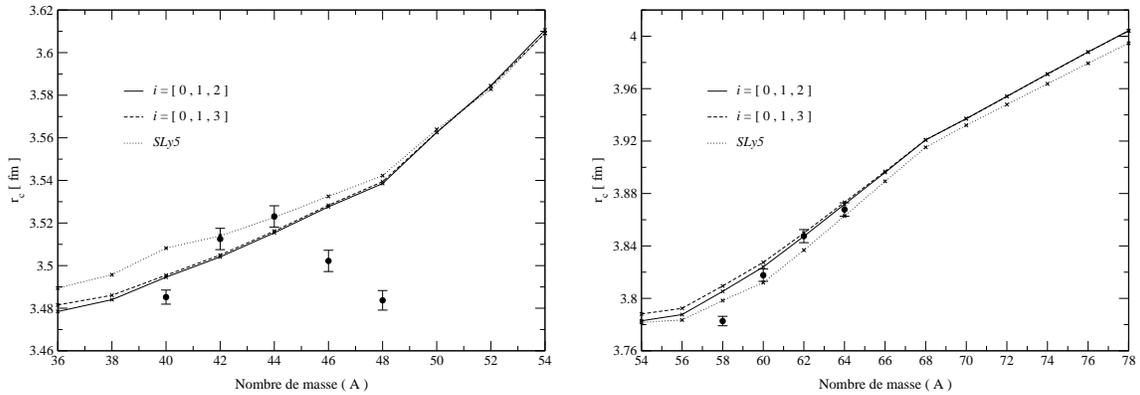


FIG. 5.11: Rayons de charge pour les séries isotopiques des calciums et des nickels. Les rayons de charge (en fm) sont calculés pour les isotopes des calciums ($36 < A < 54$) et des nickels ($54 < A < 78$) à partir de deux paramétrisations de classe B de la force de Skyrme généralisée, avec $i = [0,1,2]_3$ (trait plein) et $i = [0,1,3]_3$ (trait discontinu). Ces résultats sont comparés à ceux obtenus à partir de force de Skyrme standard *SLy5* (trait pointillé) ainsi qu'aux valeurs expérimentales de la référence [121].

pour l'ensemble des noyaux, en particulier pour les noyaux légers. Nous avons ainsi calculé les rayons de charge pour les séries isotopiques du calcium et du nickel. La figure 5.12 représente l'évolution de ces rayons de charge. Malgré un comportement globalement comparable, nous constatons que, comme pour les énergies, les rayons des calciums sont différents pour les paramétrisations généralisées par rapport à la force SLy5. La diminution des rayons visibles expérimentalement pour $N > 24$ n'est pas reproduite ni avec SLy5 ni avec les deux nouvelles forces. Dans le cas des isotopes du nickel, nos résultats sont comparables à ceux obtenus avec SLy5. A l'exception du ^{58}Ni , les rayons sont relativement bien reproduits avec les trois forces.

Il est intéressant de remarquer que les deux forces $[0,1,2]_3$, $[0,1,3]_3$ ont été ajustées sans prendre en compte des rayons de charge. Nos résultats sont cependant pratiquement comparables en qualité avec ceux obtenus par la force SLy5. Les rayons de charge sont dans une large mesure contraints par les propriétés générales de la matière nucléaire et les énergies de liaison des quelques noyaux présents dans notre procédure d'ajustement. Aussi, il apparaît pour le moment inutile d'inclure les rayons de charge dans la construction des paramétrisations.

En outre, les rayons prédits par les deux forces généralisées sont très comparables, confirmant une fois encore que le choix des deux exposants des dépendances en densité n'est pas déterminant.

5.3.2.2 Décalages isotopiques des rayons de charge

Nous pouvons remarquer sur la figure 5.10 que le «coude» des rayons de charge des isotopes du plomb au passage $N = 126$ est légèrement plus prononcé avec les deux nouvelles forces par rapport à ce qui est observé avec la force SLy5. Afin de mieux mettre en évidence cet effet, nous avons représenté sur la figure 5.12 le décalage isotopique des rayons de charge des plombs. Cette quantité est définie comme

$$\Delta r^2 = \langle r_{\text{ch}}^2 \rangle_{A_{\text{Pb}}} - \langle r_{\text{ch}}^2 \rangle_{208\text{Pb}}. \quad (5.5)$$

Le changement de pente observé pour $N = 126$ est en général sous-estimé par les calculs de champ moyen non relativistes alors qu'il est bien reproduit par les calculs relativistes, du moins pour certains lagrangiens [122]. Ce résultat est un argument semblant montrer une certaine supériorité des modèles relativistes liée au traitement cohérent du degré de liberté de spin.

Nous constatons que le coude est bien mieux reproduit par la paramétrisation $[0,1,2]_3$ que par la force SLy5. Ce résultat est assez inattendu compte tenu du fait, déjà mentionné, que nous n'avons pas pris en compte de rayons pour ajuster les nouvelles forces, alors que ce fut le cas avec les forces de Lyon plus anciennes. Par rapport à la force SLy5, la force $[0,1,2]_3$ semble combler environ 30% du déficit observé pour le changement de pente.

Nous avons également représenté les décalages isotopiques obtenus pour la force $[0,1,2]_5$ (qui prend en compte les isotopes magiques des calciums dans l'ajustement).

Nous obtenons alors des résultats un peu moins bons, confirmant les observations déjà faites pour le calcul des énergies. En introduisant des noyaux plus légers dans sa procédure de construction, la force généralisée tend à se rapprocher de la force standard SLy5.

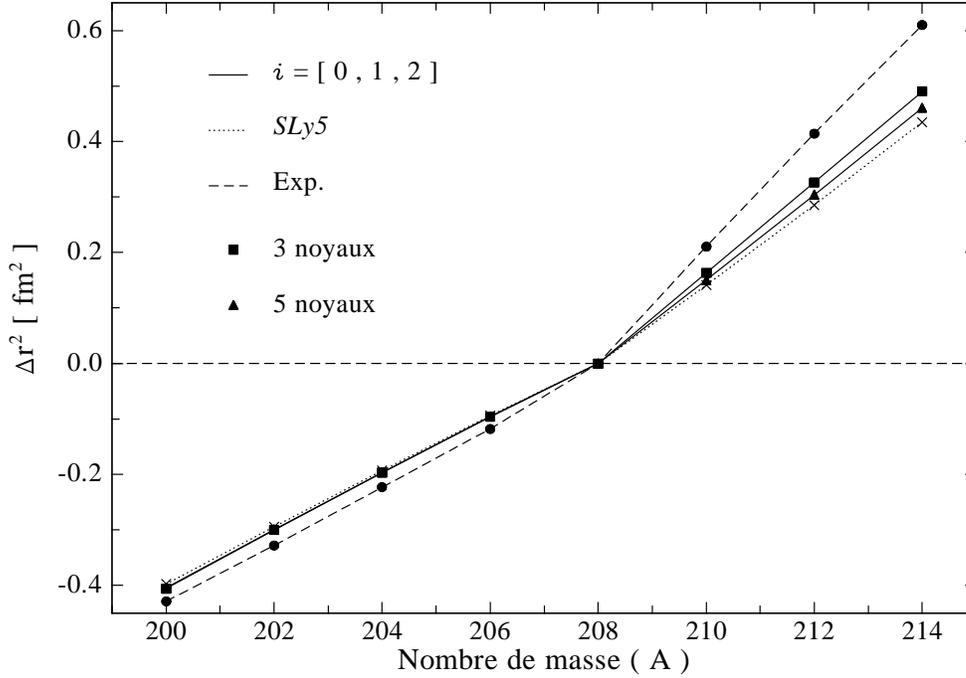


FIG. 5.12: Décalages isotopiques des rayons de charge des isotopes de plomb. Les décalages isotopiques des rayons de charge (en fm^2) sont calculés pour les isotopes des plombs ($200 < A < 214$) à partir de deux paramétrisations de classe B de la force de Skyrme généralisée, avec $i = [0, 1, 2]_k$ (trait plein), pour lesquelles la procédure d'ajustement des paramètres contient 3 noyaux (carrés pleins) ou 5 noyaux (triangles pleins). Ces résultats sont comparés à ceux obtenus à partir de force de Skyrme standard SLy5 (trait pointillé) ainsi qu'aux valeurs expérimentales (trait discontinu) de la référence [123].

Nous considérons en général que le coude observé dans le décalage isotopique des rayons de charge des plombs est lié au terme spin-orbite de l'interaction. Ceci semble être confirmé par les résultats obtenus avec la force SLy10 (qui contient un terme spin-orbite avec deux paramètres) qui sont en très bon accord avec les données expérimentales [64, 44]. D'un autre côté, il a été montré que ce coude est lié au choix fait pour l'interaction dans le canal d'appariement [124] et également au traitement du centre de masse (partie à deux corps comme dans les forces SLy6 et SLy7) [125]. Nous constatons ici qu'une force avec une dépendance en densité généralisée améliore également les résultats.

Il est établi que le coude à $N = 126$ du décalage isotopique des rayons de charge des plombs peut être reproduit par certains lagrangiens relativistes ou par une force de Skyrme avec deux intensités spin-orbite. Mais il semble évident que d'autres effets puissent en être responsables et les dépendances en densité généralisée que nous proposons ici semblent pouvoir jouer un rôle significatif.

5.4 Effet du *splitting* des masses effectives

Afin de dégager une tendance plus générale concernant les nouvelles forces que nous avons construites, nous allons effectuer des séries de calculs d'énergie de liaison sur une plus large collection de noyaux. Pour ce faire, nous constituons deux listes de noyaux :

- l'ensemble des noyaux avec N et Z pairs, dont le numéro atomique est supérieur ou égal à 20 (afin d'éviter les noyaux très légers, en général assez mal décrits à l'approximation du champ moyen) et dont la masse a été mesurée selon la table de masse de Audi *et al.* [86]. Cet ensemble comprend 530 noyaux.
- De l'ensemble précédent, nous avons extrait les noyaux prédits comme sphériques (c'est-à-dire pour les noyaux acquérant moins de 100 keV d'énergie dans un calcul avec déformation par rapport à un calcul avec symétrie sphérique) selon les calculs de M. Bender [126] utilisant la force SLy4. Ce sous-ensemble comprend 134 noyaux.

Ces deux ensembles de noyaux, schématisés sur la figure 5.13, sont définis de manière relativement arbitraire. Ils constituent néanmoins une base pertinente pour juger du pouvoir prédictif des forces effectives. Bien que le premier ensemble contienne une majorité de noyaux déformés, nous n'avons pourtant effectué que des calculs pour lesquels la symétrie sphérique était imposée. Cette approche un peu brutale permet d'extraire des tendances générales avant de se lancer, éventuellement, dans des calculs plus réalistes mais beaucoup plus coûteux en temps.

Les forces de Lyon conduisent, comme nous l'avons rappelé au chapitre 3, à des masses effectives dans la matière asymétrique riche en neutrons telles que

$$m_n^* \leq m_p^*. \quad (5.6)$$

Toutefois, les calculs de type Brueckner-Hartree-Fock, qu'ils s'expriment sous une forme relativiste ou non [24, 33, 97], semblent montrer que le *splitting* est inverse. Ainsi, en se basant sur cette prédiction, toutes les nouvelles forces construites jusqu'à présent sont caractérisées par :

$$m_n^* \geq m_p^*. \quad (5.7)$$

Cette différence ne va pas jouer de rôle déterminant dans les noyaux légers et/ou relativement symétriques. Par contre, nous pouvons nous attendre à ce que cette évolution des masses effective ait des conséquences significatives dans les noyaux riches

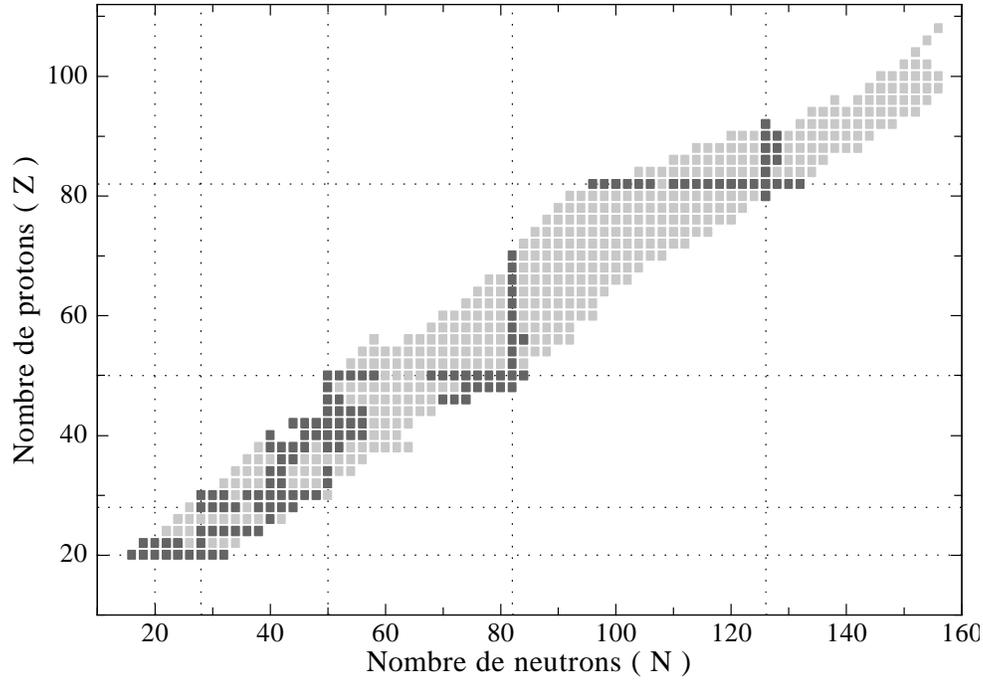


FIG. 5.13: Noyaux pair-pair, de numéro atomique supérieur ou égal à 20.

Nous représentons l'ensemble des noyaux pair-pair, de numéro atomique supérieur ou égal à 20 dont les masses ont été mesurées. Les noyaux pouvant être considérés comme sphériques selon les calculs de M. Bender [126] sont représentés en noir et les noyaux déformés en gris. Le noyau le plus léger de l'ensemble total est le ^{36}Ca et les plus lourds sont le ^{218}Th et le ^{218}U .

en neutrons à cause, d'une part, de l'asymétrie moyenne importante et, d'autre part, à cause de la présence d'une éventuelle peau de neutrons. Une masse effective de neutrons plus importante va modifier la densité d'états au voisinage du niveau de Fermi et de ce fait influencer le développement des corrélations au-delà de l'approximation Hartree-Fock avec, en premier lieu, les corrélations d'appariement. Les données expérimentales étant très limitées dès que l'on s'éloigne de la vallée de stabilité, nous pouvons espérer que l'introduction d'un *splitting* réaliste (conforme aux résultats des calculs BHF) améliore le pouvoir prédictif des forces effectives.

Comme nous l'avons discuté au chapitre 3, nous pouvons facilement montrer que pour une masse effective isoscalaire donnée, le *splitting* est entièrement contrôlé par la valeur de la masse effective isovectorielle qui s'exprime en fonction du facteur d'accélération κ_v . Pour analyser correctement les conséquences du choix de différentes valeurs de κ_v sur les résultats, il semble judicieux de fixer les autres propriétés isovectorielles de la force afin que le changement de κ_v ne soit pas « absorbé » par le réajustement des paramètres. Nous avons donc construits pour une énergie de

symétrie a_1 fixée des forces avec des valeurs de κ_v telles que le *splitting* des masses effectives soit comme celui donné par l'équation (5.6) ou, au contraire, comme celui donné par la relation (5.7). La série de calculs présentée ici a ainsi été faite en utilisant neuf forces de Skyrme différentes. Tout d'abord, nous avons choisi d'utiliser la force SLy5 comme élément de référence. Nous avons ensuite construit deux forces à deux dépendances en densité $\rho^{1/3}$ et $\rho^{2/3}$ ayant la même énergie de symétrie que SLy5 ($a_1 = 32$ MeV) mais avec deux valeurs différentes de κ_v (0.25 et 0.60) afin d'avoir des *splittings* différents pour les masses effectives des nucléons. Puis nous avons construit deux forces ayant les mêmes propriétés que les deux précédentes mais avec $a_1 = 31$ MeV. Enfin, nous avons construit quatre forces similaires aux précédentes mais avec les dépendances en densité $\rho^{1/3}$ et ρ . Les propriétés des forces utilisées ainsi que les notations utilisées pour les étiqueter sont résumées dans le tableau 5.1.

Force	a_1 [MeV]	m^*/m	κ_v	<i>splitting</i>
SLy5	32.0	0.7	0.25	$m_n^* \leq m_p^*$
[0, 1, 2] \overline{m}_{31}	31.0	0.7	0.25	$m_n^* \leq m_p^*$
[0, 1, 2] \overline{m}_{31}^m	31.0	0.7	0.60	$m_n^* \geq m_p^*$
[0, 1, 2] \overline{m}_{32}	32.0	0.7	0.25	$m_n^* \leq m_p^*$
[0, 1, 2] \overline{m}_{32}^m	32.0	0.7	0.60	$m_n^* \geq m_p^*$
[0, 1, 3] \overline{m}_{31}	31.0	0.7	0.25	$m_n^* \leq m_p^*$
[0, 1, 3] \overline{m}_{31}^m	31.0	0.7	0.60	$m_n^* \geq m_p^*$
[0, 1, 3] \overline{m}_{32}	32.0	0.7	0.25	$m_n^* \leq m_p^*$
[0, 1, 3] \overline{m}_{32}^m	32.0	0.7	0.60	$m_n^* \geq m_p^*$

TAB. 5.1: Propriétés des paramétrisations de classe C de la force généralisée.

Les propriétés des paramétrisations de classe C de la force de Skyrme généralisée utilisées pour étudier l'influence du splitting des masses effectives sont décrites pour plusieurs forces. Les caractéristiques qui ne sont pas indiquées dans ce tableau sont répertoriées dans les tableaux 3.4, 3.5 et A.2.

Nous avons représenté sur les figures 5.14 et 5.15 les différences entre les énergies calculées avec les huit forces considérées ici et les énergies de liaison expérimentales. La figure 5.14 correspond aux forces avec les dépendances en densité $\rho^{1/3} + \rho^{2/3}$ tandis que la figure 5.15 se rapporte à celles avec $\rho^{1/3} + \rho$. Nous comparons les résultats obtenus pour chaque paramétrisation avec ceux de la force SLy5.

Rappelons que dans ce cas les calculs ne sont pas réalistes car tous les noyaux, y compris ceux prédits comme déformés, sont ici traités à l'approximation sphérique sans prendre en compte de corrélations au-delà du champ moyen. Ils permettent néanmoins de dégager quelques propriétés générales.

En comparant nos résultats avec ceux obtenus avec la force SLy5, nous constatons que les arches apparaissant entre les nombres magiques de neutrons sont légèrement accentuées pour les noyaux les plus légers et, à l'inverse, fortement diminuées pour $N \gtrsim 50$. Ces observations mettent en évidence, dans le cadre de l'approximation sphérique, l'intérêt de construire une force avec deux dépendances en densité. Par la suite, il sera évidemment crucial pour confirmer ces premières constatations de mettre en œuvre des calculs plus réalistes (HFB déformé, projection et mélange de configurations) afin de voir si les résultats pour les noyaux non sphériques sont améliorés par rapport à ce que prédit la force SLy5.

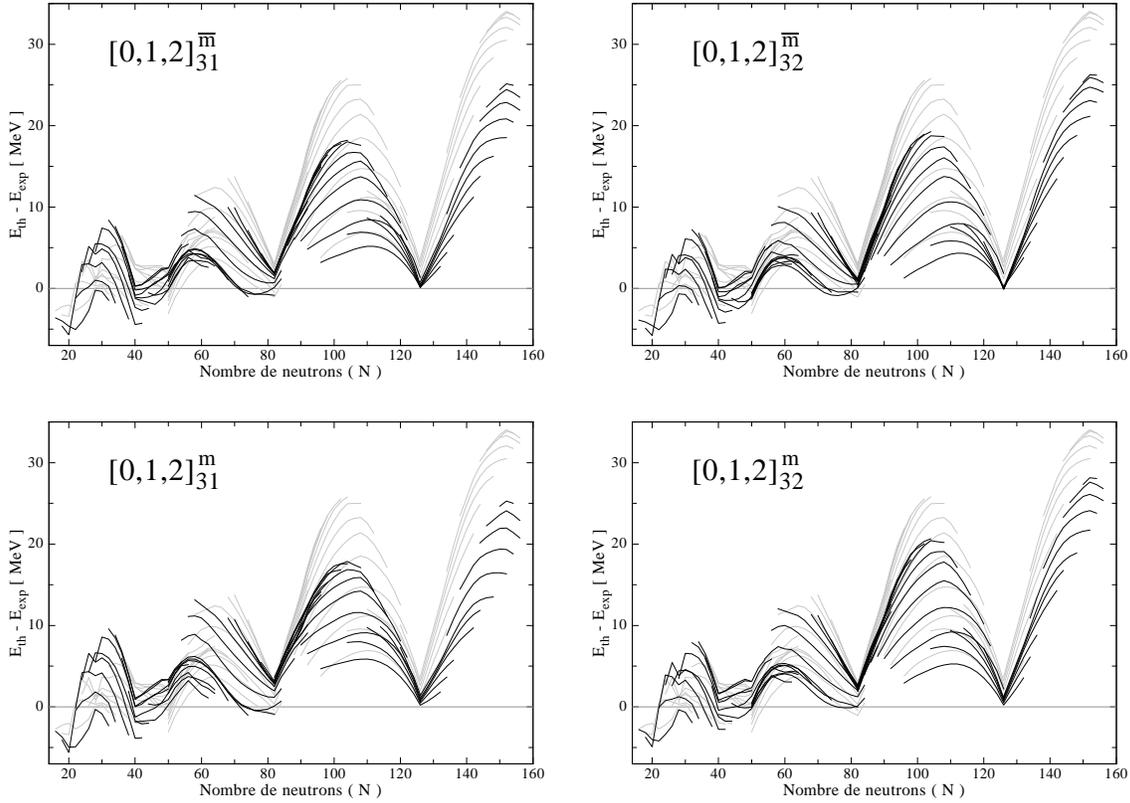


FIG. 5.14: Energies des 530 noyaux à l'approximation sphérique pour $i = [0,1,2]$. L'écart entre les énergies calculées (à l'approximation sphérique) à partir de paramétrisations de classe C de la force de Skyrme généralisée telles que $i = [0,1,2]$ et les énergies mesurées est représenté en fonction du nombre de neutrons N pour l'ensemble des 530 noyaux pair-pair considérés (trait sombre). Nous comparons les résultats avec ceux obtenus à partir de la force SLy5 (trait clair).

En outre, nous vérifions de nouveau à partir de ces deux figures 5.14 et 5.15 l'observation déjà mise en évidence dans les paragraphes précédents : le choix des deux puissances des dépendances en densité de la force n'a pas d'effet global majeur. Nous

pouvons *a priori* choisir indifféremment les deux types de paramétrisations [0,1,2] et [0,1,3] de la force généralisée.

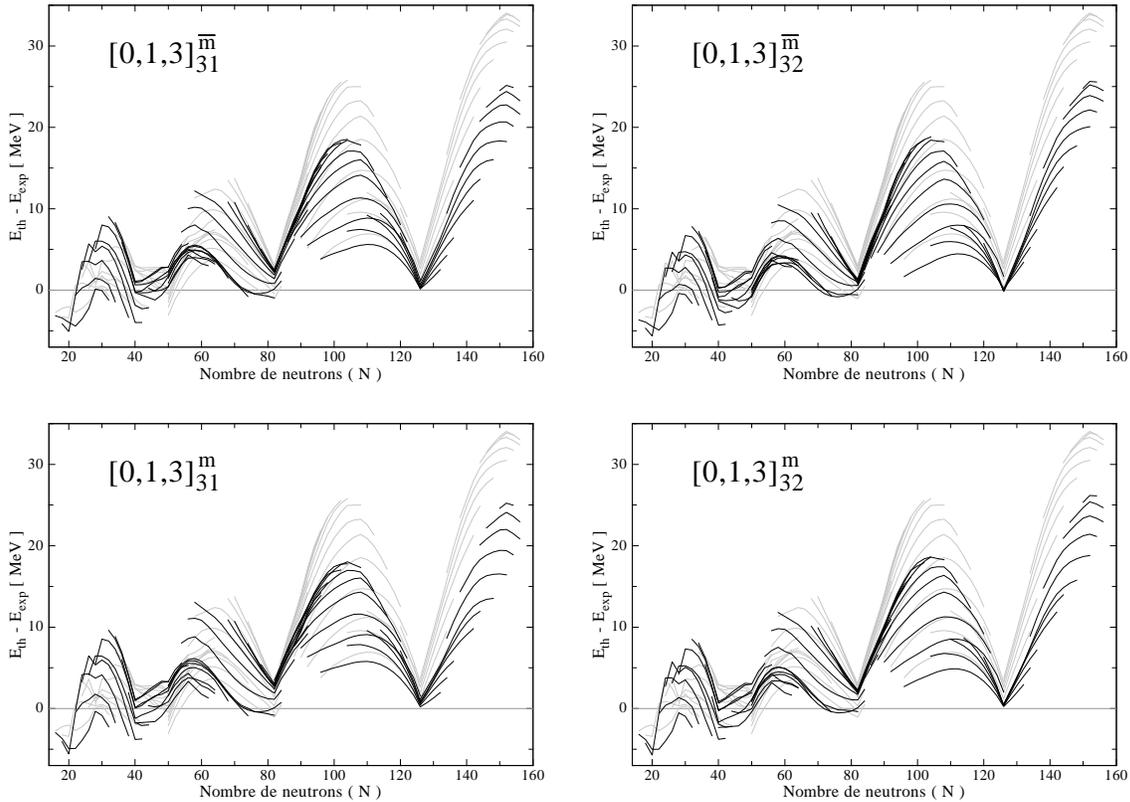


FIG. 5.15: Energies des 530 noyaux à l'approximation sphérique pour $i = [0,1,3]$. L'écart entre les énergies calculées (à l'approximation sphérique) à partir de paramétrisations de classe C de la force de Skyrme généralisée telles que $i = [0,1,3]$ et les énergies mesurées est représenté en fonction du nombre de neutrons N pour l'ensemble des 530 noyaux pair-pair considérés (trait sombre). Nous comparons les résultats avec ceux obtenus à partir de la force *SLy5* (trait clair).

Nous avons reproduit le même type de calculs mais en se restreignant aux noyaux sphériques (selon le critère défini en début de ce paragraphe). Les figures 5.16 et 5.17 représentent les écarts obtenus entre les énergies calculées et expérimentales en fonction, cette fois, de $N - Z$. Nous comparons pour chaque paramétrisations nos prédictions à celles de la force *SLy5*. A première vue, nous constatons à nouveau que, du moins de manière grossière, le choix des exposants des dépendances en densité ne conduit pas à des différences profondes dans les résultats. Nous pouvons prendre indistinctement les deux types de forces.

Les résultats obtenus dans la région $N \sim Z$ sont systématiquement moins bons avec les forces étudiées ici qu'avec la force *SLy5*. Ceci s'explique probablement par

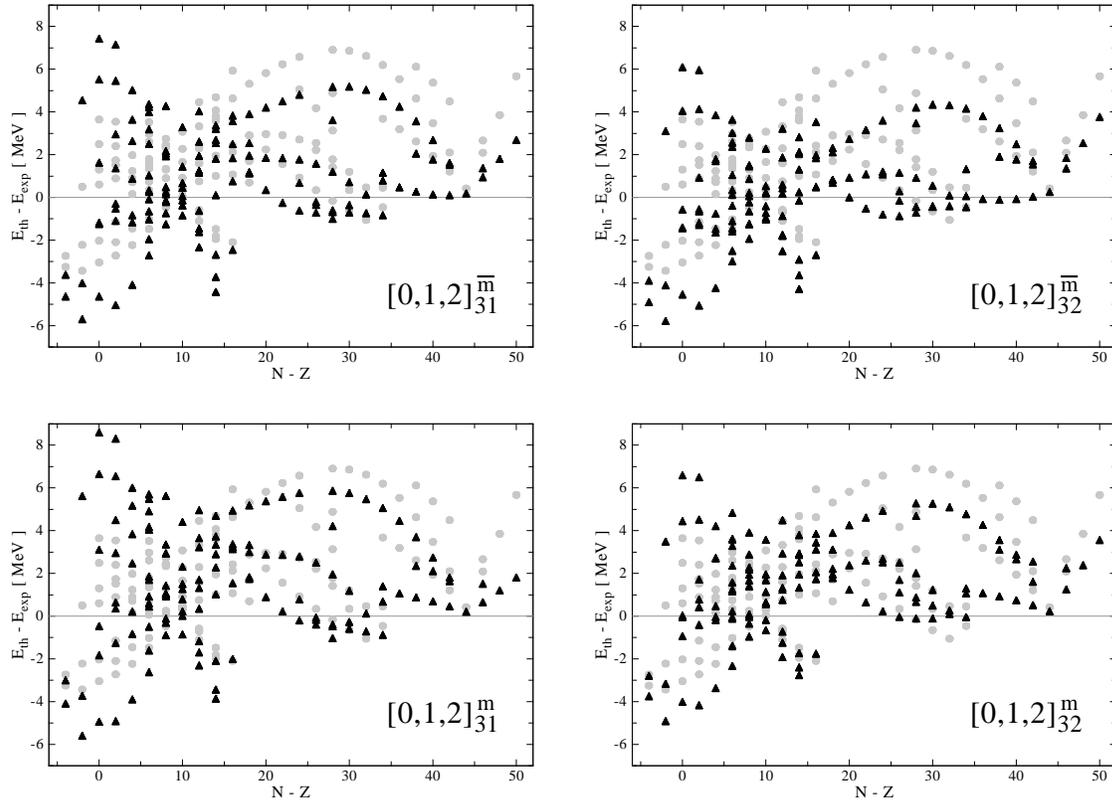


FIG. 5.16: Energies des 134 noyaux sphériques pour $i = [0,1,2]$.

L'écart entre les énergies calculées à partir de paramétrisations de classe C de la force de Skyrme généralisée telles que $i = [0, 1, 2]$ et les énergies mesurées est représenté en fonction de l'asymétrie $N - Z$ pour l'ensemble des 134 noyaux pair-pair sphériques considérés (triangles pleins). Nous comparons les résultats avec ceux obtenus à partir de la force SLy5 (cercles pleins).

l'absence de noyaux $N = Z$ et de noyaux légers dans la procédure d'ajustement des forces. Pour vérifier cette proposition, nous avons reconstruit des forces du même type pour lesquelles les procédures de construction vont contenir les deux isotopes magiques du calcium. Ces nouvelles paramétrisations permettent d'améliorer légèrement les résultats pour N voisin de Z . Elles conduisent en contrepartie à une détérioration moyenne de l'ensemble des prédictions par rapport aux forces généralisée ajustée à partir de trois noyaux. Il faut néanmoins noter que l'ajout d'une seconde dépendance en densité a permis dans ce cas d'obtenir des résultats sont significativement meilleurs, comparativement à SLy5, pour les noyaux avec une forte asymétrie ($N > Z$), le gain allant jusqu'à environ 2 MeV pour les isotopes les moins bien reproduits par la force SLy5.

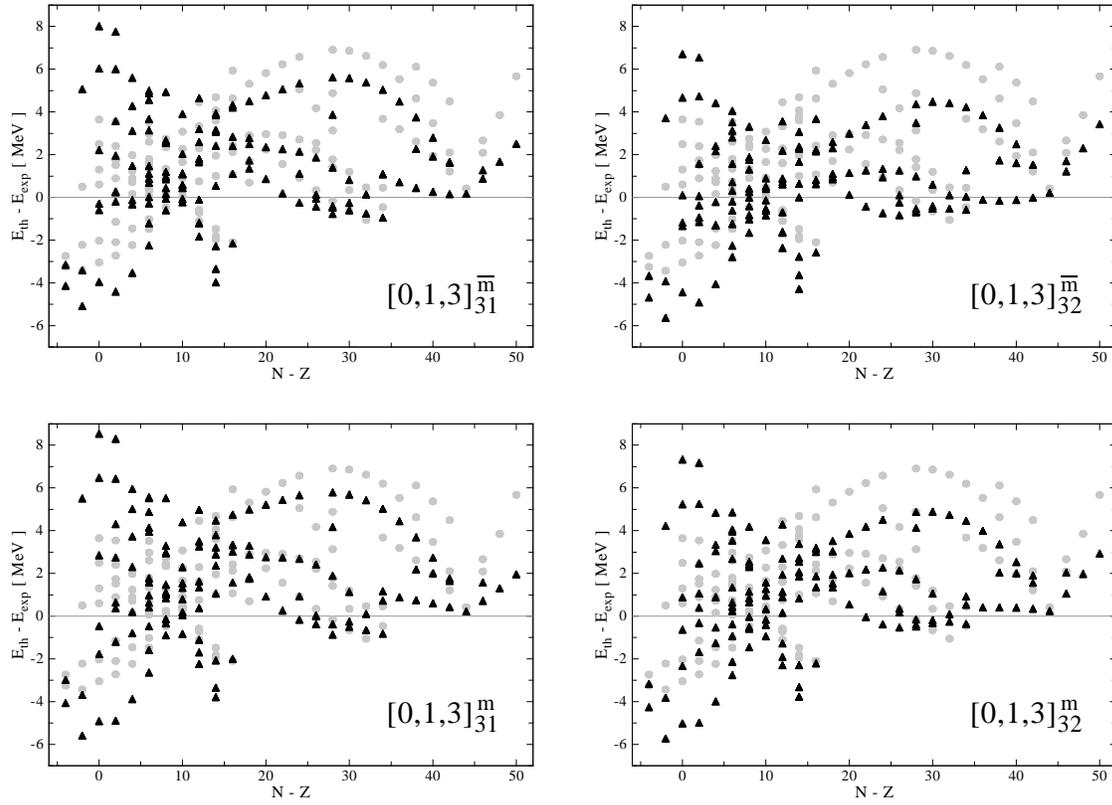


FIG. 5.17: Energies des 134 noyaux sphériques pour $i = [0,1,3]$.

L'écart entre les énergies calculées à partir de paramétrisations de classe C de la force de Skyrme généralisée telles que $i = [0, 1, 3]$ et les énergies mesurées est représenté en fonction de l'asymétrie $N - Z$ pour l'ensemble des 134 noyaux pair-pair sphériques considérés (triangles pleins). Nous comparons les résultats avec ceux obtenus à partir de la force $SLy5$ (cercles pleins).

Au travers des résultats présentés jusqu'à maintenant dans ce paragraphe, nous mettons en évidence la meilleure description des noyaux à partir des forces généralisées. Toutefois, les prédictions obtenues sont globalement comparables entre elles et ne permettent pas de sélectionner une paramétrisation parmi les autres. Pour cela, nous devons étudier plus en détail les effets induits par les caractéristiques propres à chaque force. Pour comparer les différentes paramétrisations, nous allons introduire la déviation quadratique moyenne tronquée

$$\sigma_{Z_{min}}^2 = \frac{1}{N_{Z_{min}}} \sum_{Z_i \geq Z_{min}} (E_i^{th} - E_i^{exp})^2, \quad (5.8)$$

où $N_{Z_{min}}$ est le nombre de noyaux avec $Z \geq Z_{min}$. Dans un premier temps, nous calculons le r.m.s. (racine carrée de l'écart quadratique moyen) pour les 134 noyaux

sphériques. Les résultats obtenus pour chaque paramétrisation sont reportés dans le tableau 5.2. Nous constatons que les forces généralisées avec une énergie de symétrie de 32 MeV donnent un meilleur accord avec l'expérience que celle avec $a_1 = 31$ MeV.

Force	n_-	σ [MeV]
SLy5	25	2.911
[0 , 1 , 2] \overline{m} ₃₁	46	2.707
[0 , 1 , 2] m ₃₁	36	3.201
[0 , 1 , 2] \overline{m} ₃₂	56	2.305
[0 , 1 , 2] m ₃₂	32	2.641
[0 , 1 , 3] \overline{m} ₃₁	37	2.906
[0 , 1 , 3] m ₃₁	35	3.151
[0 , 1 , 3] \overline{m} ₃₂	53	2.395
[0 , 1 , 3] m ₃₂	41	2.676

TAB. 5.2: r.m.s. pour les noyaux sphériques.

Le r.m.s. entre l'énergie de liaison calculée à partir des paramétrisations de classe C de la force généralisée et celle mesurée est calculé pour l'ensemble des 134 noyaux sphériques considérés. Le nombre n_- correspond au nombre de noyaux ayant un excédant d'énergie de liaison.

Nous vérifions aisément cette constatation d'après les figures 5.16 et 5.17. En effet, nous observons que les écarts entre les énergies calculées et expérimentales sont réduits, en particulier pour les noyaux voisins de $N = Z$. En outre, le résultat inattendu et quelque peu déconcertant est que les forces affectées du symbole \overline{m} , c'est-à-dire produisant un *splitting* des masses effectives inverse de celui prédit par les calculs BHF, donnent des résultats bien meilleurs pour les noyaux très asymétriques, ceci se traduisant par un r.m.s. plus faible.

Il faut cependant noter que, pour ces forces, le nombre de noyaux avec un excès d'énergie de liaison est plus important, en particulier pour les noyaux avec $N \sim Z$. Aussi, la prise en compte des corrélations au-delà du champ moyen va conduire à une dégradation des résultats.

Nous avons représenté sur la figure 5.18 le r.m.s. tronqué, racine carré de l'écart quadratique moyen tronqué, pour les différentes forces. Cette quantité permet de voir comment évolue l'erreur commise en fonction de Z . En effet, si la différence moyenne entre l'énergie de liaison calculée et celle mesurée était approximativement constante, alors la courbe représentant $\sigma_{Z_{\min}}$ en fonction de Z_{\min} serait plate.

Nous constatons qu'elle est en fait croissante pour la force SLy5 avec une pente très importante immédiatement au dessus de $Z = 50$. Ceci signifie que le désaccord

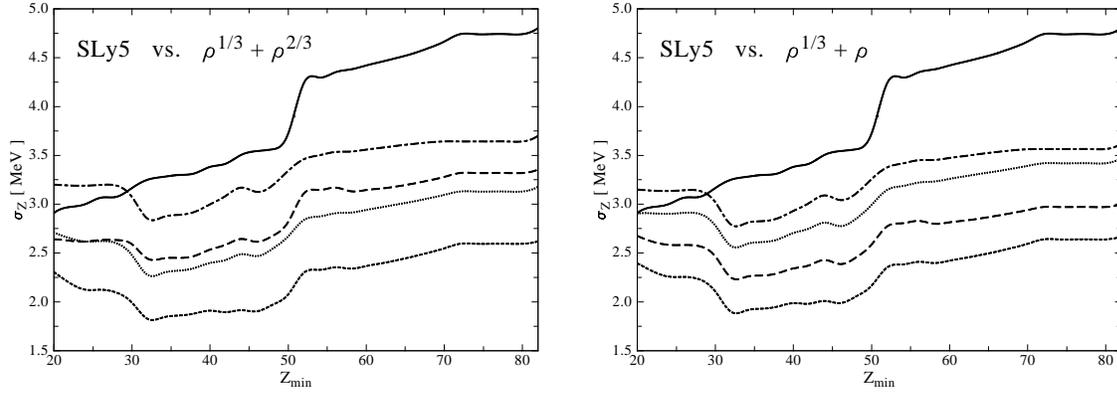


FIG. 5.18: Evolution du r.m.s. tronqué.

Le r.m.s. tronqué entre l'énergie de liaison calculée et celle mesurée est calculé en fonction du nombre de proton Z_{\min} pour plusieurs paramétrisations de classe C de la force généralisée avec $i = [0,1,2]$ et $i = [0,1,3]$ ($[0,1,k]_{31}^m$: trait pointillé; $[0,1,k]_{31}^m$: trait discontinu et pointillé; $[0,1,k]_{32}^m$: trait discontinu court; $[0,1,k]_{32}^m$: trait discontinu long). Nous comparons nos résultats avec ceux obtenus à partir de la force SLy5 (trait plein).

entre les énergies calculées et expérimentales s'accroît lorsque nous considérons des noyaux lourds, en particulier dès que la limite $Z = 50$ est franchie.

Par contre, les nouvelles forces donnent une évolution de $\sigma_{Z_{\min}}$ pratiquement plate. Cette évolution est même décroissante entre $Z_{\min} = 20$ et $Z_{\min} = 32$. Nous en déduisons que ce sont les noyaux légers qui détériorent fortement le r.m.s. tronqué. Notons ici que les forces généralisées avec le *splitting* dans le même sens que la force SLy5 et telles que $a_1 = 32$ MeV donnent $\sigma_{Z_{\min}} \simeq 1.7$ MeV pour $Z_{\min} = 32$, ce qui constitue un résultat relativement bon étant donné le faible nombre de noyaux dans notre procédure d'ajustement.

5.5 Perspectives

Dans ce chapitre, nous avons comparé les propriétés des noyaux, masses et rayons, obtenues à partir d'un certain nombre de paramétrisations étendues aux résultats donnés par la force standard SLy5 ainsi qu'aux mesures expérimentales connues.

Nous nous sommes tout d'abord intéressés à quelques séries de noyaux semi-magiques et sphériques. Les forces généralisées donnent généralement des résultats satisfaisants, le plus souvent comparables voire meilleurs que les forces de Lyon standards. Il faut cependant noter, en comparaison des prédictions de la force SLy5, la moins bonne description de l'énergie de liaison des noyaux légers. Le fait d'inclure deux noyaux relativement légers dans l'ajustement nous permet de rapprocher nos

paramétrisations de la force SLy5, améliorant les résultats pour les noyaux légers (ce qui est la moindre des choses) mais dégradant également les prédictions des noyaux plus lourds.

De plus, nous avons constaté que les forces construites dans le cadre de cette étude préliminaire, donnaient des résultats très satisfaisant pour les rayons de charge des noyaux bien qu'ils ne soient pas directement contraints dans la procédure d'ajustement. Nous avons aussi montré que la dépendance en densité généralisée introduite donnait une contribution (inattendue) non négligeable au «coude» pour le décalage isotopique des plombs.

Par la suite, nous avons étendu nos calculs sur l'énergie à un ensemble plus large de noyaux. Cette étude a confirmé l'amélioration globale des prédictions entrevue par les calculs sur quelques séries isotopiques. Nous avons constaté que les forces construites ici permettent notamment de réduire la «dérive» avec la masse des forces de Lyon standards. Ce résultat est bien évidemment très encourageant pour des études ultérieures. Nous montrons également que les forces donnent de meilleurs résultats pour les 134 noyaux sphériques si a_I est plus proche de 32 MeV que de 31 MeV, résultat déjà observé par le passé [44]. Cela pourrait éventuellement constituer une piste à explorer plus en détail pour mieux fixer la valeur de l'énergie de symétrie.

Le résultat le plus inattendu est certainement l'effet du *splitting* des masses effectives. En effet, contrairement aux prévisions que nous avons faites, nous avons constaté le meilleur accord entre expérience et théorie pour un *splitting* des masses effectives opposé à celui prédit par les calculs plus complexes de type BHF (relativistes ou non). Nous pouvons probablement attribuer ce résultat aux fortes corrélations qui existent dans nos paramétrisations entre les observables et contraintes fixant l'orientation de ce *splitting*. L'apparition des instabilités ferromagnétiques nous oblige à prendre une valeur relativement faible pour la masse effective m^*/m . De même, la valeur du facteur d'accélération κ_v est fortement contrainte par le coefficient $C_1^{\Delta\rho}$ caractérisant les instabilités d'isospin. Le principal effet de ces choix est alors la faible amplitude du *splitting* en comparaison des prédictions des calculs BHF. Une possibilité pour résoudre ce problème est certainement de construire une force comprenant des termes non locaux dépendant de la densité comme celui proposé par M. Farine *et al.* [127] :

$$t_4 \left[1 + x_4 \hat{P}_\sigma \right] \left[\delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \mathbf{k}^2 \rho^\beta + \rho^\beta \mathbf{k}^2 \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \right]. \quad (5.9)$$

Cette hypothèse devra évidemment être confirmée en faisant une étude similaire à la notre avec telle paramétrisation.

Conclusion

Ce travail a permis de proposer et dans une certaine mesure de justifier une extension de la paramétrisation «standard» des forces de Skyrme, cette généralisation se faisant en enrichissant la dépendance en densité.

Nous avons dans un premier temps rappelé le lien entre l'interaction nue et l'interaction dans le milieu nucléaire. La difficulté relative des méthodes Brueckner-Hartree-Fock (BHF) justifie l'usage d'une construction phénoménologique pour l'interaction effective. Néanmoins, ces méthodes permettent d'établir un certain nombre de propriétés générales de l'interaction effective. En particulier, le point de saturation de la matière nucléaire infinie ne peut être reproduit qu'en considérant une interaction réaliste avec des termes à plus de deux corps. Cette constatation est une première justification pour l'introduction d'une dépendance en densité dans l'interaction effective. Des raisonnements plus phénoménologiques ont ensuite permis de montrer que cette dépendance en densité pouvait être non linéaire. En pratique, la confrontation des résultats avec l'expérience impose en fait d'avoir une telle dépendance non linéaire.

Nous avons ensuite montré que cette dépendance en densité pouvait être étendue. Un raisonnement de type *approximation de la densité locale* peut justifier une dépendance sous la forme d'une série en puissance de $\rho^{2/3}$. De même, la prise en compte de termes à trois corps conduit, du moins dans des cas particuliers, à une dépendance linéaire en ρ . Enfin, une prise en compte phénoménologique de la partie de courte portée de l'interaction peut se faire avec une dépendance en $\rho^{1/3}$. Afin de limiter le nombre de nouveaux paramètres à introduire dans le modèle, nous avons choisi un développement de la partie locale uniquement (termes indépendants des vitesses) en $\rho^{1/3}$ en ne retenant que deux termes dans ce développement.

La première conséquence est la levée d'une contrainte, qui constitue en fait une limitation très forte des paramétrisations standards : la corrélation existant entre l'incompressibilité K_∞ et la masse effective isoscalaire m^* . Cette propriété offre plus de souplesse pour l'ajustement des paramètres des nouvelles forces.

Nous avons détaillé la procédure d'ajustement des paramètres et les observables prises en compte. Ce travail étant essentiellement une exploration des possibilités offertes par cette paramétrisation étendue, nous avons limité les contraintes liées aux noyaux afin de laisser assez de liberté pour l'ajustement des paramètres de la force et pouvoir ainsi étudier les effets résultant de la modification de certaines propriétés de la matière infinie comme la masse effective isovectorielle ou l'énergie de symétrie. Nous avons insisté sur les contraintes liées aux instabilités de spin (ferromagnétisme) et, ce qui est totalement nouveau, aux instabilités d'isospin. Nous avons également montré qu'une nouvelle propriété devait être prise en compte, le *splitting* des masses effectives des nucléons. La prédiction du sens de ce *splitting*, opposé à celui décrit par les forces de Lyon, semble reposer aujourd'hui sur des bases solides.

Nous avons appliqué ces nouvelles paramétrisations à l'étude des propriétés de la matière nucléaire infinie. Nous avons montré le bon accord existant entre les équations d'état calculées à partir de ces nouvelles forces et celles obtenues à partir de modèles plus complexes. En particulier, ayant rappelé le rôle essentiel de l'équa-

tion d'état de la matière de neutrons, nous avons vérifié que nos paramétrisations reproduisaient correctement les données issues de ces modèles. Nous avons également calculé l'évolution selon la densité de l'énergie de symétrie. Bien que l'énergie de symétrie ne fasse pas parti de la procédure de construction de notre force, nous retrouvons l'ordre de grandeur admis à la saturation pour cette observable.

Ces nouvelles paramétrisations nous permettent également de décrire les propriétés de la matière en équilibre β . Nous vérifions de nouveau que nos prédictions pour ce milieu sont proches de celles obtenues pour les modèles plus complexes. L'étude de ce milieu permet de calculer les propriétés des étoiles à neutrons. Nous retrouvons les caractéristiques couramment admises pour ces objets.

L'application aux noyaux de ces forces étendues permet de réduire de manière significative l'écart entre les prédictions et les données concernant les énergie de liaison des noyaux. En outre, la «dérive» avec A et Z (augmentation de l'écart entre prédictions et données avec la masse) semble être en partie corrigée. Nous avons également constaté que les nouvelles paramétrisations donnaient des résultats assez encourageants pour les rayons de charge des noyaux alors qu'aucune contrainte *directe* n'a été prise en compte concernant ces rayons. Le coude du décalage isotopique des rayons de charge des plombs est également mieux reproduit.

Par contre, nous avons constaté que la contrainte permettant d'avoir un *splitting* des masses effectives en accord avec les prédictions des calculs BHF conduisait à une détérioration des prédictions pour les masses des noyaux. Nous avons interprété ce résultat comme la conséquence de la corrélation entre la masse effective isovectorielle κ_v (permettant de fixer l'orientation et l'amplitude du *splitting*) et le facteur caractéristique des instabilités d'isospin $C_1^{\Delta\rho}$. Il n'est pas possible, avec les paramétrisations étendues que nous avons introduites, de fixer le *splitting* des masses effectives à une valeur comparable à celle prédite par les calculs BHF sans entraîner le facteur $C_1^{\Delta\rho}$ vers une valeur proche de celle caractérisant les instabilités d'isospin. Cette corrélation peut disparaître en prenant en compte une dépendance en densité non locale (dépendant des vitesses). L'étude du rôle du *splitting* des masses effectives avec ce type de paramétrisation doit être faite rapidement.

Les paramétrisations étendues que nous avons introduites semblent offrir des perspectives intéressantes. L'introduction de nouveaux paramètres est motivée, notamment, par la levée de la corrélation entre l'incompressibilité et la masse effective isoscalaire. Un ajustement plus fin de ces paramétrisation vis-à-vis des données devra être fait lorsque le rôle exact du *splitting* des masses effectives aura été clarifié (c'est une des raisons pour lesquelles nous avons choisi de ne pas donner les valeurs des paramètres des différentes forces constituées ici).

Annexes

Annexe A

Paramétrisations standards

Dans ce manuscrit, nous faisons référence à plusieurs paramétrisations standards de la force de Skyrme. Nous reportons dans le tableau A.1 les valeurs des paramètres correspondants à chacune d'elles.

Force	SLy4	SLy5	SIII	SGII	SkM*
t_0	-2488.91	-2484.88	-1128.75	-2645.00	-2645.00
x_0	0.834	0.778	0.450	0.090	0.090
t_1	486.82	483.13	395.00	340.00	410.00
x_1	-0.344	-0.328	0.000	0.000	0.000
t_2	-546.39	-549.40	-95.00	-41.90	-135.00
x_2	-1.000	-1.000	0.000	1.425	0.000
t_3	13777.0	13763.0	14000.0	15595.0	15595.0
x_3	1.354	1.267	1.000	0.06044	0.000
α	1/6	1/6	1	1/6	1/6
W_0	123.0	126.0	120.0	105.0	130.0

TAB. A.1: Paramétrisations des forces de Skyrme standards.

Les valeurs des différents paramètres des forces de Skyrme standards sont données pour SLy4, SLy5 [64], SIII [79], SGII [65] et SkM [66].*

Nous avons calculé les caractéristiques obtenues pour chaque paramétrisation. Les résultats obtenus sont regroupés dans le tableau A.2.

Force	SLy4	SLy5	SIII	SGII	SkM*
ρ_0	0.160	0.160	0.145	0.158	0.160
a_v	-15.97	-15.98	-15.85	-15.59	-15.77
K_∞	229.9	229.9	355.4	214.6	216.6
m^*/m	0.70	0.70	0.76	0.79	0.79
$m_n^* - m_p^* _{I=1}$	-0.19	-0.18	0.26	0.31	0.34
κ_v	0.25	0.25	0.53	0.49	0.53
a_I	32.0	32.0	28.2	26.1	30.0
$\rho_f(I = 0)$	> 1.6	0.332	0.920	> 1.6	> 1.6
$\rho_f(I = 1)$	> 1.6	0.547	> 1.6	> 1.6	1.165
$a_s(I = 0)$	18.4	18.4	18.7	16.2	17.5
$a_s(I = 0.392)$	21.8	21.9	20.2	18.6	20.9
$C_1^{\Delta\rho}$	-15.7	-16.4	-17.0	-13.4	-17.1

TAB. A.2: Caractéristiques des paramétrisations standards de la force de Skyrme. Les caractéristiques des paramétrisations standards de la force de Skyrme sont décrites pour *SLy4*, *SLy5* [64], *SIII* [79], *SGII* [65] et *SkM** [66].

Annexe B

Théories de champ moyen

Nous allons dans la suite de cet appendice décrire sommairement les principes des techniques de champ moyen¹ qui nous permettent, par une succession d'approximations, d'obtenir les propriétés des noyaux. Nous nous limiterons volontairement aux approches de champ moyen non relativistes.

B.1 Approximation des particules indépendantes

La description des propriétés physiques d'un noyau peut s'effectuer par l'intermédiaire de la résolution de l'équation de Schrödinger stationnaire $H\psi = E\psi$. Cependant, nous rencontrons une difficulté, se heurtant à un problème à A corps (les A nucléons constituant le noyau atomique). Pour résoudre ce problème, nous pouvons éventuellement avoir recours à l'approximation de champ moyen qui va s'appuyer sur l'approximation des particules indépendantes. Celle-ci consiste à considérer le noyau comme un système de particules dans lequel chaque nucléon évolue sous l'influence d'un potentiel commun \mathcal{V} créé collectivement (ce dernier incluant le terme de spin-orbite et, éventuellement, pour les protons, un terme coulombien). Si, dans ce système, nous nous restreignons aux termes d'interaction à deux corps, le hamiltonien est défini par :

$$H = H_0 + H_1 = T + \mathcal{V} + H_1, \quad (\text{B.1})$$

somme du terme à un corps H_0 avec l'interaction résiduelle H_1 que l'on peut lui associer selon :

$$H_1 = \sum_{i < j = 1}^A V_{i,j} - \mathcal{V} \quad \text{avec} \quad \mathcal{V} = \sum_{i=1}^A V_i. \quad (\text{B.2})$$

Cette approximation trouve une justification expérimentale solide dans le cadre du modèle en couches avec, notamment, l'observation des nombres magiques. De la même façon, le calcul du libre parcours moyen est un second argument pour valider une telle approximation : *pour un nucléon ayant une énergie cinétique de 10 MeV,*

¹Pour une présentation plus détaillée de ces théories, se reporter aux références [44] et [128].

le libre parcours moyen vaut environ 15 fm, soit plusieurs fois les dimensions du noyau [128, 129]. Un nucléon ne «voit» alors quasiment pas les autres mais «ressent» un potentiel moyen qui tend à le rappeler à l'intérieur du noyau.

Dans le cadre de l'approximation des particules indépendantes, la résolution de l'équation de Schrödinger

$$H\psi_i = E_i\psi_i \quad (\text{B.3})$$

se résume, dans un premier temps, à diagonaliser la partie à un corps, le potentiel résiduel étant négligé. Nous obtenons dans ce cas un système de A équations à un corps indépendantes tel que

$$\text{pour } i = 1, \dots, A \quad (t + V_i) \varphi_i = h_i \varphi_i = \varepsilon_i \varphi_i. \quad (\text{B.4})$$

Dans cette expression, l'état du nucléon i est décrit par la fonction d'onde φ_i à laquelle nous pouvons associer l'énergie ε_i . Si nous considérons maintenant l'équation de Schrödinger donnée par $H_0\phi_0 = E_0\phi_0$ telle que $H_0 = \sum_i h_i$, nous avons alors les relations suivantes :

$$\phi_0 = \frac{1}{\sqrt{A!}} \mathcal{A}\{\varphi_1(\mathbf{r}_1) \dots \varphi_A(\mathbf{r}_A)\} \quad , \quad \mathcal{E}_0 = \sum_{i=1}^A \varepsilon_i. \quad (\text{B.5})$$

La fonction d'onde ϕ_0 caractérisant le système des A particules indépendantes est définie comme un déterminant de Slater, antisymétrisé par l'opérateur \mathcal{A} , construit à partir des A fonctions d'onde φ_i des A nucléons du système. Il reste maintenant inclure l'interaction résiduelle H_1 . L'ensemble des fonctions décrivant l'état global du système, solutions de l'équation de Schrödinger $H\psi_i = E_i\psi_i$, s'obtient comme la combinaison des déterminants de Slater construits à partir des fonctions φ_i .

B.2 Méthode Hartree-Fock

Une théorie de champ moyen permet, à partir des interactions élémentaires entre les nucléons, de dériver le champ nucléaire moyen de manière microscopique. L'ingrédient de base en est un hamiltonien microscopique effectif :

$$H = T + V = \sum_{i=1}^A t_i + \frac{1}{2} \sum_{i \neq j=1}^A \mathcal{V}_{ij}^{eff} \quad (\text{B.6})$$

qui fait intervenir la force effective \mathcal{V}_{ij}^{eff} simulant les interactions entre les nucléons. Dans la méthode Hartree-Fock, la fonction d'onde de l'état fondamental du noyau est recherchée sous la forme d'un déterminant de Slater construit dans le cadre de l'approximation des particules individuelles

$$\psi(x_1, \dots, x_A) = \frac{1}{\sqrt{A!}} \mathcal{A}\{\varphi_{\alpha_1}(x_1) \dots \varphi_{\alpha_A}(x_A)\}, \quad (\text{B.7})$$

c'est-à-dire le produit antisymétrisé des fonctions d'onde individuelles $\phi_{\alpha_i}(x_i)$ des nucléons définies dans le cadre de l'approximation de particules indépendantes.

Dans l'expression précédente, x_i représente l'ensemble des variables d'espace, de spin et d'isospin du nucléon i considéré, soit $x_i = (\mathbf{r}_i, \sigma_i, q_i)$. Le coefficient α_i symbolise, quant à lui, les nombres quantiques des orbitales occupées par les nucléons.

L'expression (B.7) fait donc intervenir les orbitales de particules individuelles ϕ_{α_i} . Elles sont obtenues de manière variationnelle en minimisant l'énergie totale du noyau :

$$E = \frac{\langle \psi | H | \psi \rangle}{\langle \psi | \psi \rangle}. \quad (\text{B.8})$$

Ce principe variationnel conduit aux équations de Hartree-Fock [42] :

$$h_i \varphi_{\alpha_i} = \left\{ \frac{-\hbar^2}{2m} \nabla^2 + \mathcal{U}[\varphi_\alpha] \right\} \varphi_{\alpha_i} = \varepsilon_{\alpha_i} \varphi_{\alpha_i}, \quad i = 1, \dots, A \quad (\text{B.9})$$

où le champ Hartree-Fock $\mathcal{U}[\varphi_\alpha]$ dépend lui-même des fonctions d'onde individuelles φ_α générant ainsi un système auto-cohérent de A équations non linéaires. Ce système est résolu par itérations successives délivrant, à la convergence, un ensemble de fonctions φ_α avec leurs énergies associées ε_α ainsi que le champ $\mathcal{U}[\varphi_\alpha]$. En utilisant la relation (B.8), il est alors possible de calculer l'énergie totale du système, cette valeur constituant une approximation de l'énergie de l'état fondamental du noyau.

L'hamiltonien (B.6) exprimé en seconde quantification permet d'écrire l'énergie (B.8) comme une fonctionnelle de la densité

$$\rho(\mathbf{r}\sigma q, \mathbf{r}'\sigma' q') = \langle \psi | a_{\mathbf{r}'\sigma'q'}^\dagger a_{\mathbf{r}\sigma q} | \psi \rangle. \quad (\text{B.10})$$

Dans la suite, nous omettons les indices d'isospin q pour simplifier les expressions. La densité se décompose² en partie scalaire ρ et vectorielle \mathbf{s}

$$\rho(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}'\sigma') = \frac{1}{2} \left[\rho(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \delta_{\sigma\sigma'} + \sum_i \langle \sigma | \hat{\sigma}_i | \sigma' \rangle s_i(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \right]. \quad (\text{B.11})$$

Lorsqu'une force de Skyrme (et lorsque l'énergie coulombienne est traitée à l'approximation de Slater) est utilisée, la fonctionnelle ne dépend que des densités locales

$$\rho(\mathbf{r}) = \rho(\mathbf{r}, \mathbf{r}), \quad (\text{B.12})$$

$$\mathbf{s}(\mathbf{r}) = \mathbf{s}(\mathbf{r}, \mathbf{r}), \quad (\text{B.13})$$

ainsi que des densités qui en sont dérivées :

²en prenant en compte l'isospin, on obtient de la même manière une partie isoscalaire et une partie isovectorielle.

- densité cinétique :

$$\tau(\mathbf{r}) = \nabla \cdot \nabla' \rho(\mathbf{r}, \mathbf{r})|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}'} ; \quad (\text{B.14})$$

- densité de courant :

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}) = (\nabla' - \nabla) \rho(\mathbf{r}, \mathbf{r})|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}'} ; \quad (\text{B.15})$$

- densité (ou tenseur) de courant de spin :

$$\mathbb{J}_{ij}(\mathbf{r}) = \frac{i}{2} (\nabla' - \nabla)_i s_j(\mathbf{r}, \mathbf{r})|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}'} ; \quad (\text{B.16})$$

- densité cinétique de spin :

$$\mathbf{T}(\mathbf{r}) = \frac{i}{2} \nabla' \cdot \nabla \mathbf{s}(\mathbf{r}, \mathbf{r})|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}'} . \quad (\text{B.17})$$

Dans les noyaux invariants par renversement du temps, les densités \mathbf{s} , \mathbf{j} et \mathbf{T} sont nulles. De plus, en symétrie sphérique, le tenseur \mathbb{J}_{ij} se réduit à sa partie antisymétrique qui forme un vecteur

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}) = \sum_k \epsilon_{ijk} \mathbb{J}_{ij} \mathbf{e}_k . \quad (\text{B.18})$$

Il est intéressant d'introduire la densité de nucléons pour définir la fonctionnelle d'énergie. Le système d'équations Hartree-Fock peut en effet s'écrire simplement à partir de la cette partie locale de la densité :

$$[h, \rho] = 0 \quad \longrightarrow \quad \varphi_\alpha, \varepsilon_\alpha, \mathcal{U}[\varphi_\alpha] . \quad (\text{B.19})$$

B.3 Corrélations d'appariement

La forme de la fonction d'essai (B.7) utilisée dans la méthode de Hartree-Fock décrit un système de particules indépendantes et ne représente une approximation acceptable pour l'état fondamental d'un noyau que si celui-ci est doublement magique. En effet, dans les noyaux non doublement magiques, l'interaction résiduelle entre nucléons favorise la formation de paires de particules et de trous autour du niveau de Fermi, l'état fondamental du noyau est une superposition de paires corrélées et ne peut être représenté par une fonction aussi simple que l'expression (B.7).

Nous considérons une forme plus générale pour l'état fondamental du système, cet état sera considéré comme un état de quasiparticules indépendantes $|\Phi\rangle$ [22]. Cet état n'est pas un état propre du nombre de particules et représente différentes possibilités d'occuper des paires d'états de particules indépendantes.

L'état fondamental du noyau n'étant pas un état propre du nombre de particules, le calcul de la valeur moyenne de l'hamiltonien (B.6) fait intervenir des contractions anormales en plus des contractions associées à la densité (B.10). Nous définissons la densité anormale comme

$$\tilde{\rho}(\mathbf{r}\sigma q, \mathbf{r}'\sigma'q') = -2\sigma' \langle \Phi | a_{\mathbf{r}'\sigma'q'} a_{\mathbf{r}\sigma q} | \Phi \rangle = -2\sigma' \kappa(\mathbf{r}\sigma q, \mathbf{r}'\sigma'q') \quad (\text{B.20})$$

La variation de l'énergie avec la condition d'avoir en moyenne un nombre déterminé de protons et de neutrons

$$\delta \left[E - \lambda_N \langle \hat{N} \rangle - \lambda_Z \langle \hat{Z} \rangle \right] = \delta \left[\langle \Phi | H - \lambda_N \hat{N} - \lambda_Z \hat{Z} | \Phi \rangle \right] = 0 \quad (\text{B.21})$$

conduit à l'équation de Hartree-Fock-Bogolyubov

$$\int d^3 \mathbf{r}' \sum_{\sigma'} \begin{pmatrix} h(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}'\sigma') & \tilde{h}(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}'\sigma') \\ \tilde{h}(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}'\sigma') & -h(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}'\sigma') \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi_1(E, \mathbf{r}'\sigma') \\ \varphi_2(E, \mathbf{r}'\sigma') \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E + \lambda & 0 \\ 0 & E - \lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi_1(E, \mathbf{r}\sigma) \\ \varphi_2(E, \mathbf{r}\sigma) \end{pmatrix} \quad (\text{B.22})$$

où nous avons omis les indices d'isospin pour simplifier les notations et où les champs h et \tilde{h} sont donnés par

$$h(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}'\sigma') = \frac{\delta E}{\delta \rho(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}'\sigma')} \quad , \quad \tilde{h}(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}'\sigma') = \frac{\delta E}{\delta \tilde{\rho}(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}'\sigma')} \quad (\text{B.23})$$

Dans le cas d'un calcul de type Skyrme-HFB, les champs h et \tilde{h} s'expriment simplement en fonction des paramètres de la force utilisée. Comme nous l'avons discuté dans le paragraphe (5.1), nous prenons en général la liberté d'utiliser des paramétrisations différentes dans les deux canaux. Dans les calculs présentés dans ce travail, nous avons utilisé des forces de type mixte dans le canal d'appariement [120].

L'expression de la densité d'énergie et des champs h et \tilde{h} pour une force de Skyrme standard est donnée dans la référence [120]. Dans la procédure itérative permettant de résoudre (B.22), les densités sont obtenues à partir des états individuels par :

$$\rho(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \int_{-\lambda}^{E_{cut}} \varphi_2(E, \mathbf{r}) \varphi_2^*(E, \mathbf{r}') dE \quad , \quad (\text{B.24})$$

$$\tilde{\rho}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = - \int_{-\lambda}^{E_{cut}} \varphi_2(E, \mathbf{r}) \varphi_1^*(E, \mathbf{r}') dE \quad , \quad (\text{B.25})$$

E_{cut} étant l'énergie maximale prise en compte, ce paramètre permettant d'empêcher la divergence de l'énergie inhérente à l'utilisation d'une force de portée nulle dans le canal d'appariement.

Annexe C

Paramètres de Landau

C.1 Fonctionnelle de Skyrme

Considérant la matière nucléaire sous une forme générale, dans ce cas la matière nucléaire asymétrique non saturée en spin, nous pouvons écrire la fonctionnelle de l'énergie sous la forme suivante [89] :

$$\begin{aligned}
\mathcal{H} = & \left(\frac{\hbar^2}{2m_p} + \frac{t_1 + t_2}{4} \rho + \frac{-t_1 x_1 + t_2 x_2}{4} \rho_p \right) (\tau_{p+} + \tau_{p-}) \\
& + \left(\frac{\hbar^2}{2m_n} + \frac{t_1 + t_2}{4} \rho + \frac{-t_1 x_1 + t_2 x_2}{4} \rho_n \right) (\tau_{n+} + \tau_{n-}) \\
& + \frac{t_1 x_1 + t_2 x_2}{4} \left((\rho_{p+} + \rho_{n+})(\tau_{p+} + \tau_{n+}) + (\rho_{p-} + \rho_{n-})(\tau_{p-} + \tau_{n-}) \right) \\
& + \frac{-t_1 + t_2}{4} (\rho_{p+} \tau_{p+} + \rho_{n+} \tau_{n+} + \rho_{p-} \tau_{p-} + \rho_{n-} \tau_{n-}) \\
& - \frac{1}{2} \sum_i t_0^i \rho^{i/3} (\rho_{p+}^2 + \rho_{p-}^2 + \rho_{n+}^2 + \rho_{n-}^2 - \rho^2) \\
& + \frac{1}{2} \sum_i t_0^i x_0^i \rho^{i/3} (\rho_{p+} \rho_{n+} + \rho_{p-} \rho_{n-} - \rho_{p+} \rho_{p-} - \rho_{n+} \rho_{n-}) . \tag{C.1}
\end{aligned}$$

Dans cette expression, $\rho_{q\pm}$ désigne la densité de protons p ou de neutrons n correspondant à un spin *up* (+) ou *down* (-). La densité d'énergie cinétique de particules $\tau_{q\pm}$ peut être reliée à la densité selon :

$$\tau_{q\pm} = \frac{3}{5} (6\pi^2)^{2/3} \rho_{q\pm}^{5/3} \tag{C.2}$$

Nous définissons la densité totale de nucléons par la somme des densités partielles, soit :

$$\rho = \rho_p + \rho_n = \rho_{p+} + \rho_{p-} + \rho_{n+} + \rho_{n-}$$

C.2 Paramètres de Landau

C.2.1 Interaction résiduelle

Selon la théorie de Landau, l'interaction résiduelle pour la matière nucléaire infinie peut être définie par [56, 130] :

$$V_{ph} = \delta(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) N_0^{-1} \sum_l [F_l + F'_l(\boldsymbol{\tau}_i \cdot \boldsymbol{\tau}_j) + G_l(\boldsymbol{\sigma}_i \cdot \boldsymbol{\sigma}_j) + G'_l(\boldsymbol{\sigma}_i \cdot \boldsymbol{\sigma}_j)(\boldsymbol{\tau}_i \cdot \boldsymbol{\tau}_j)] P_l(\cos \theta) \quad (\text{C.3})$$

faisant intervenir les fonctions $P_l(\cos \theta)$ décrivant la base des polynômes de Legendre. De même, cette équation fait intervenir les matrices de Pauli pour le spin $\boldsymbol{\sigma}$ ou l'isospin $\boldsymbol{\tau}$. Le coefficient N_0 est donné par :

$$N_0 = \frac{2m^* k_F}{\hbar^2 \pi^2}. \quad (\text{C.4})$$

De manière analogue, à partir de la dérivation de la densité d'énergie \mathcal{H} , nous pouvons décrire l'interaction résiduelle selon l'expression [56] :

$$V_{ph} = \delta(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) \sum_{\sigma q \sigma' q'} \frac{1}{16} \left[1 + (-)^{\sigma - \sigma'} \boldsymbol{\sigma}_i \cdot \boldsymbol{\sigma}_j \right] \left[1 + (-)^{q - q'} \boldsymbol{\tau}_i \cdot \boldsymbol{\tau}_j \right] \frac{\delta^2 H(\rho)}{\delta \rho_{\sigma q} \delta \rho_{\sigma' q'}} \quad (\text{C.5})$$

où les grandeurs σ , σ' ainsi que q et q' correspondent aux troisièmes composantes du spin et de l'isospin, respectivement.

Par équivalence des deux relations (C.3) et (C.5), nous pouvons *a priori* obtenir les paramètres de Landau en fonction des paramètres de Skyrme. Cependant, l'expression (C.3) fait intervenir l'angle θ , défini comme étant l'angle entre les particules. L'utilisation de l'écriture (C.5) ne permettant pas de tenir compte de θ , nous devons redéfinir l'interaction résiduelle. Pour cela, considérons l'interaction résiduelle donnée sous la forme générale suivante¹ :

$$V_{ph} = \sum_{i i' j j'} \frac{\delta^2 \mathcal{H}}{\delta \rho(x'_i, x_i) \delta \rho(x'_j, x_j)}. \quad (\text{C.6.a})$$

Sachant que la densité d'énergie \mathcal{H} peut être reliée au champ \mathcal{U} par $\mathcal{U} = \delta H / \delta \rho$, l'interaction résiduelle V_{ph} se réécrit comme :

$$V_{ph} = \sum_{i i'} \frac{\delta \mathcal{U}}{\delta \rho(x'_i, x_i)}. \quad (\text{C.6.b})$$

Nous cherchons maintenant à exprimer le champ \mathcal{U} en fonction de la force. Considérons une force de portée nulle, indépendante de la densité ρ :

$$V_{ij} = \mathcal{F}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') (1 + x P_\sigma) \delta(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j). \quad (\text{C.7})$$

¹Comme dans l'annexe B, x est défini par $x = (\mathbf{r}, \sigma, q)$.

Dans ce cas, nous pouvons montrer que le champ \mathcal{U} , défini dans les équations (??), peut être réécrit de la façon suivante :

$$\mathcal{U} = \int d^3\mathbf{r}_j d^3\mathbf{r}'_j \sum_{\sigma_j q_j \sigma'_j q'_j} V(x_i, x_j; x'_i, x'_j) \rho(x'_j, x_j) \quad (\text{C.8.a})$$

ou encore, dans la base des vecteurs $|\mathbf{r} \sigma q\rangle$,

$$\mathcal{U} = \int d^3\mathbf{r}_j d^3\mathbf{r}'_j \sum_{\substack{\sigma_j q_j \\ \sigma'_j q'_j}} \left\{ \langle \mathbf{r}_i \sigma_i q_i, \mathbf{r}_j \sigma_j q_j | V_{ij} | \left[(1 - P_x P_\sigma P_\tau) \right. \right. \\ \left. \left. | \mathbf{r}'_i \sigma'_i q'_i, \mathbf{r}'_j \sigma'_j q'_j \rangle \right] \rho(\mathbf{r}'_j \sigma'_j q'_j, \mathbf{r}_j \sigma_j q_j) \right\}. \quad (\text{C.8.b})$$

Partant de cette dernière expression, nous montrons après calculs que l'interaction résiduelle donnée par l'équation (C.6.b), quand nous considérons une force de portée nulle et indépendante de la densité ρ , se ramène à :

$$V_{ph} = \mathcal{F}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') (1 + x P_\sigma) \delta(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) = V_{ij} \quad (\text{C.9})$$

Ce choix simple d'écriture de l'interaction résiduelle qui dépend éventuellement des vecteurs d'onde relatifs \mathbf{k} et \mathbf{k}' permet alors de tenir compte de l'angle θ entre les particules i et j .

Nous obtenons finalement plusieurs écritures possibles de l'interaction résiduelle. Il faut maintenant déterminer, selon le cas considéré, laquelle il convient d'utiliser. Pour cela, considérons une force de portée nulle plus générale que précédemment, qui sera en partie dépendante de la densité ρ . Le calcul des paramètres de Landau implique alors de décomposer cette force en deux parties :

- une première partie indépendante de la densité : dans ce cas, le calcul de l'interaction résiduelle correspondante est donnée par la relation (C.9), faisant apparaître l'angle θ ;
- une seconde partie, qui va dépendre de la densité, à laquelle nous pouvons associer la densité d'énergie $H(\rho)$. L'interaction résiduelle est alors définie à partir l'équation (C.5).

En identifiant les deux termes obtenus avec l'expression (C.3) de l'interaction résiduelle, nous mettons en évidence plusieurs relations entre la force et les paramètres de Landau.

C.2.2 Force de Skyrme

C.2.2.1 Force de Skyrme généralisée

Nous cherchons maintenant à exprimer les paramètres de Landau comme des fonctions des paramètres de la force de Skyrme. Sous sa forme généralisée (C.1),

nous pouvons associer lui la densité d'énergie (C.1). Possédant alors tous les éléments nécessaires, il devient possible d'écrire les différents paramètres de Landau en fonction des paramètres de l'interaction.

a. Matière nucléaire symétrique

Comme décrit précédemment, il convient de décomposer l'interaction en deux parties, dépendantes ou non de la densité ρ . Dans un premier temps, nous nous intéressons uniquement aux termes indépendants de ρ . Les relations entre paramètres de Landau et paramètres de Skyrme peuvent alors être définis immédiatement en notant que, dans ce cas, nous avons [131]

$$\mathbf{k}^2 \sim \mathbf{k}'^2 \sim \mathbf{k}' \cdot \mathbf{k} \equiv \frac{1}{2} k_F^2 (1 - \cos \theta)$$

Pour les forces de Skyrme, les paramètres de Landau sont nuls pour $l > 1$. Nous mettons en évidence ces diverses relations d'égalité :

$$F_0 + F_1 \cos \theta = N_0 \frac{3}{4} t_0^0 + \frac{N_0}{8} k_F^2 (1 - \cos \theta) [3t_1 + t_2(4x_2 + 5)], \quad (\text{C.10.a})$$

$$\begin{aligned} F'_0 + F'_1 \cos \theta &= -N_0 \frac{1}{4} t_0^0 (1 + 2x_0^0) \\ &\quad - \frac{N_0}{8} k_F^2 (1 - \cos \theta) [t_1(1 + 2x_1) - t_2(1 + 2x_2)], \end{aligned} \quad (\text{C.10.b})$$

$$\begin{aligned} G_0 + G_1 \cos \theta &= -N_0 \frac{1}{4} t_0^0 (1 - 2x_0^0) \\ &\quad - \frac{N_0}{8} k_F^2 (1 - \cos \theta) [t_1(1 - 2x_1) - t_2(1 + 2x_2)], \end{aligned} \quad (\text{C.10.c})$$

$$G'_0 + G'_1 \cos \theta = -N_0 \frac{1}{4} t_0^0 - \frac{N_0}{8} k_F^2 (1 - \cos \theta) [t_1 - t_2]. \quad (\text{C.10.d})$$

Considérons maintenant les termes dépendants de la densité ρ . Dans ce cas, la fonctionnelle de Skyrme $H(\rho)$ que nous pouvons associer à ces termes est donnée par la relation (C.1) (nous ne devons prendre en compte que la partie associée aux termes dépendants de la densité dans la force).

En outre, dans le cas de la matière nucléaire infinie symétrique (saturée en spin), les densités partielles peuvent être réécrites en fonction de la densité totale.

$$\rho = \rho_p + \rho_n \quad \text{avec} \quad \rho_{q\pm} = \frac{\rho}{4} = \frac{\rho_q}{2}.$$

Suite à la dérivation de la fonctionnelle $H(\rho)$ selon les densités $\rho_{q\pm}$, la prise en

compte de ces propriétés nous conduit aux relations suivantes ($j \neq 0$) :

$$F_0 + F_1 \cos \theta = N_0 \sum_j \frac{3}{8} t_0^j \rho^{j/3} \left(\frac{j}{3} + 1 \right) \left(\frac{j}{3} + 2 \right), \quad (\text{C.11.a})$$

$$F'_0 + F'_1 \cos \theta = -N_0 \sum_j \frac{1}{4} t_0^j (1 + 2x_0^j) \rho^{j/3}, \quad (\text{C.11.b})$$

$$G_0 + G_1 \cos \theta = -N_0 \sum_j \frac{1}{4} t_0^j (1 - 2x_0^j) \rho^{j/3}, \quad (\text{C.11.c})$$

$$G'_0 + G'_1 \cos \theta = -N_0 \sum_j \frac{1}{4} t_0^j \rho^{j/3}. \quad (\text{C.11.d})$$

Nous connaissons désormais les relations entre les paramètres de Landau en fonction des paramètres de la force de Skyrme pour deux interactions, les deux parties dépendantes ou non de la densité ρ composant la force de Skyrme.

En combinant ces expressions (C.10) et (C.11), les paramètres de Landau s'expriment en fonction des paramètres de la force de Skyrme de la manière qui suit :

$$F_0 = N_0 \sum_i \frac{3}{8} t_0^i \rho^{i/3} \left(\frac{i}{3} + 1 \right) \left(\frac{i}{3} + 2 \right) - F_1, \quad (\text{C.12.a})$$

$$F'_0 = -N_0 \sum_i \frac{1}{4} t_0^i (1 + 2x_0^i) \rho^{i/3} - F'_1, \quad (\text{C.12.b})$$

$$G_0 = -N_0 \sum_i \frac{1}{4} t_0^i (1 - 2x_0^i) \rho^{i/3} - G_1, \quad (\text{C.12.c})$$

$$G'_0 = -N_0 \sum_i \frac{1}{4} t_0^i \rho^{i/3} - G'_1 \quad (\text{C.12.d})$$

où nous avons utilisé les résultats suivants :

$$F_1 = -\frac{N_0}{8} k_F^2 \left[3t_1 + t_2(4x_2 + 5) \right], \quad (\text{C.12.e})$$

$$F'_1 = \frac{N_0}{8} k_F^2 \left[t_1(1 + 2x_1) - t_2(1 + 2x_2) \right], \quad (\text{C.12.f})$$

$$G_1 = \frac{N_0}{8} k_F^2 \left[t_1(1 - 2x_1) - t_2(1 + 2x_2) \right], \quad (\text{C.12.g})$$

$$G'_1 = \frac{N_0}{8} k_F^2 \left[t_1 - t_2 \right]. \quad (\text{C.12.h})$$

b. Matière de neutrons

Par un raisonnement analogue, nous pouvons également calculer à partir de la densité d'énergie $\mathcal{H}^{(n)}$ les paramètres de Landau pour une matière de neutrons. Ils

s'écrivent :

$$F_0^{(n)} = N_0^{(n)} \sum_i \frac{1}{4} t_0^i (1 - x_0^i) \rho^{i/3} \left(\frac{i}{3} + 1 \right) \left(\frac{i}{3} + 2 \right) - F_1^{(n)}, \quad (\text{C.13.a})$$

$$G_0^{(n)} = N_0^{(n)} \sum_i \frac{1}{2} t_0^i (x_0^i - 1) \rho^{i/3} - G_1^{(n)} \quad (\text{C.13.b})$$

avec, dans ce cas,

$$F_1^{(n)} = -\frac{N_0^{(n)}}{4} k_F^{(n)2} \left[t_1(1 - x_1) + 3t_2(1 + x_2) \right], \quad (\text{C.13.c})$$

$$G_1^{(n)} = -\frac{N_0^{(n)}}{4} k_F^{(n)2} \left[t_1(x_1 - 1) + t_2(1 + x_2) \right], \quad (\text{C.13.d})$$

où nous posons

$$N_0^{(n)} = \frac{m_n^* k_F^{(n)}}{\hbar^2 \pi^2}. \quad (\text{C.14})$$

C.2.2.2 Force de Skyrme standard

Le calcul des paramètres de Landau à partir d'une force de Skyrme standard a été étudié de nombreuses fois par le passé [65, 89, 131]. Selon la structure de la force, c'est-à-dire les termes retenues pour la densité d'énergie \mathcal{H} , nous définirons les paramètres de Landau de façon différente. Notons par exemple que les termes en $\mathbf{s} \cdot \mathbf{T}$ ne sont pas pris en compte pour la force SLy4. Nous montrons alors que les paramètres de Landau correspondants s'écrivent alors indépendamment des paramètres t_1, t_2, x_1 et x_2 .

C.2.2.3 Paramètres de Landau et instabilités ferromagnétiques

Pour étudier les instabilités ferromagnétiques, nous avons besoin explicitement de redéfinir les paramètres de Landau sous une nouvelle forme. Nous avons alors :

$$G_0^{qq} = N_0^q g_0^{qq} \quad (\text{C.15.a})$$

$$G_0^{q\bar{q}} = \sqrt{N_0^q N_0^{\bar{q}}} g_0^{q\bar{q}} \quad (\text{C.15.b})$$

faisant intervenir :

$$g_0^{qq} = \frac{1}{2} \sum_i t_0^i (x_0^i - 1) \rho^{\frac{i}{3}} + \frac{1}{4} [t_1(x_1 - 1) + t_2(x_2 - 1)] k_F^{q2}, \quad (\text{C.16.a})$$

$$g_0^{q\bar{q}} = \frac{1}{2} \sum_i t_0^i x_0^i \rho^{\frac{i}{3}} + \frac{1}{8} [t_1 x_1 + t_2 x_2] [k_F^{q2} + k_F^{\bar{q}2}]. \quad (\text{C.16.b})$$

De même, nous posons

$$N_0^q = \frac{m_q^* k_F^q}{\hbar^2 \pi^2}. \quad (\text{C.17})$$

Bibliographie

- [1] H. Yukawa, Proc. Phys. Math. Soc. Japan **17** (1935) 48.
- [2] M. Takenati, S. Nakamura et M. Sasaki, Prog. Theor. Phys. **6** (1951) 581.
- [3] M. Baldo, dans *Nuclear methods and the nuclear equation of state*, International review of Nuclear Physics Vol. **8**, édité par M. Baldo (World Scientific, Singapour, 1999).
- [4] A. Valverde, A. Buchmann, F. Fernández et A. Faessler, Phys. Rev. **C 51** (1995) 1480 (*et références incluses*).
- [5] S. Weinberg, Phys. Lett. **B 251** (1990) 288 ; Nucl. Phys. **B 363** (1991) 3.
- [6] R. Machleidt, Adv. Nucl. Phys. **19** (1989) 189.
- [7] M.M. Nagels, T.A. Rijken et J.J. de Swart, Phys. Rev. **D 17** (1978) 768.
- [8] V.G.J. Stoks, R.A.M. Klomp, C.P.F. Terheggen et J.J. de Swart, Phys. Rev. **C 49** (1994) 2950.
- [9] R. Machleidt, K. Holinde et Ch. Elster, Phys. Rep. **149** (1987) 1 ; J. Haidenbauer et K. Holinde, Phys. Rev. **C 40** (1989) 2465.
- [10] R. Machleidt, F. Sammarruca et Y. Song, Phys. Rev. **C 53** (1996) 1483 ; R. Machleidt, Phys. Rev. **C 63** (2001) 024001.
- [11] M. Lacombe, B. Loiseau, J.M. Richard, R. Vinh Mau, J. Côté, P. Pirès et R. de Tournel, Phys. Rev. **C 21** (1980) 861.
- [12] I.E. Lagaris et V.R. Pandharipande, Nucl. Phys. **A 359** (1981) 331 ; Nucl. Phys. **A 359** (1981) 349.
- [13] R.B. Wiringa, R.A. Smith et T.L. Ainsworth, Phys. Rev. **C 29** (1984) 1207.
- [14] R.B. Wiringa, V.G.J. Stoks, R. Schiavilla, Phys. Rev. **C 51** (1995) 38.
- [15] V.G.J. Stoks, R.A.M. Klomp, M.C.M. Rentmeester et J.J. de Swart, Phys. Rev. **C 48** (1993) 792.
- [16] A. Messiah, dans *Mécanique quantique* (Dunod, Paris, 1960).
- [17] A.L. Fetter et J.D. Walecka, dans *Quantum theory of many-particle systems* (McGraw-Hill, New-York, 1971).
- [18] M. Gell-Mann et F. Low, Phys. Rev. **84** (1951) 350.
- [19] J. Goldstone, Proc. Roy. Soc. (London) **A 239** (1957) 267.
- [20] K.A. Brueckner, C.A. Levinson et H.M. Mahmoud, Phys. Rev. **95** (1954) 217 ; K.A. Brueckner et C.A. Levinson, Phys. Rev. **97** (1954) 1344 ; K.A. Brueckner, J.L. Gammel et H. Weitzner, Phys. Rev. **110** (1958) 431 (*et références incluses*).
- [21] B.D. Day, Rev. Mod. Phys. **39** (1967) 719.

- [22] P. Ring and P. Schuck, dans *The Nuclear Many-body Problem* (Springer-Verlag, Berlin, 1980).
- [23] B. Friedman et V.R. Pandharipande, Nucl. Phys. **A 361** (1981) 502.
- [24] I. Bombaci et U. Lombardo, Phys. Rev. **C 44** (1991) 1892.
- [25] H.-J. Schulze, J. Cugnon, A. Lejeune, M. Baldo et U. Lombardo, Phys. Rev. **C 52** (1995) 2785.
- [26] D. Vautherin, *Nuclear Physics of hot dense matter*, NATO Advanced Study Institute on Supernovae, Les Houches, France (1990).
- [27] J.W. Negele, Rev. Mod. Phys. **54** (1982) 913.
- [28] H. Mütter, Prog. Part. Nucl. Phys. **14** (1985) 125 ; Prog. Part. Nucl. Phys. **17** (1986) 97.
- [29] H. Mütter, Prog. Part. Nucl. Phys. **30** (1993) 1.
- [30] H.Q. Song, M. Baldo, G. Giansiracusa et U. Lombardo, Phys. Rev. Lett. **81** (1998) 1584 ; M. Baldo, G. Giansiracusa, U. Lombardo et H.Q. Song, Phys. Lett. **B 473** (2000) 1 ; M. Baldo, A. Fiasconaro, H.Q. Song, G. Giansiracusa et U. Lombardo, Phys. Rev. **C 65** (2001) 017303.
- [31] A. Lejeune, P. Grangé, M. Martzloff et J. Cugnon, Nucl. Phys. **A 453** (1986) 189 ; P. Grangé, A. Lejeune, M. Martzloff et J.-F. Mathiot, Phys. Rev. **C 40** (1989) 1040 ; A. Lejeune, U. Lombardo et W. Zuo, Phys. Lett. **B 477** (2000) 45 ; W. Zuo, A. Lejeune, U. Lombardo et J.-F. Mathiot, Nucl. Phys. **A 706** (2002) 418 ; X.R. Zhou, G.F. Burgio, U. Lombardo, H.-J. Schulze et W. Zuo, Phys. Rev. **C 69** (2004) 018801.
- [32] M. Baldo, I. Bombaci et G.F. Burgio, Astron. Astrophys. **328** (1997) 274.
- [33] W. Zuo, I. Bombaci et U. Lombardo, Phys. Rev. **C 60** (1999) 024605 ; W. Zuo, A. Lejeune, U. Lombardo et J.-F. Mathiot, Eur. Phys. J. **A 14** (2002) 469.
- [34] J.W. Negele, Phys. Rev. **C 1** (1970) 1260.
- [35] X. Campi et D.W. Sprung, Nucl. Phys. **A 194** (1972) 401.
- [36] S.C. Pieper, R.B. Wiringa et V.R. Pandharipande, Phys. Rev. **C 46** (1992) 1741.
- [37] D.M. Brink et E. Boeker, Nucl. Phys. **91** (1967) 1.
- [38] J. Dechargé, D. Gogny, Phys. Rev. **C 21**, 4 (1980) 1568.
- [39] J.F. Berger, M. Girod et D. Gogny, Nucl. Phys. **A 502** (1989) 85c.
- [40] N. Anantaraman et J.P. Schiffer, Phys. Lett. **B 37** (1971) 229.
- [41] T.H.R. Skyrme, Phil. Mag. **1** (1956) 1043 ; Nucl. Phys. **9** (1959) 615.
- [42] D. Vautherin et D.M. Brink, Phys. Rev. **C 5** (1972) 626.
- [43] S.A. Coon, H.S. Köhler, Nucl. Phys. **A 231** (1974) 95 ; H.S. Köhler, Nucl. Phys. **A 258** (1976) 301.

- [44] J. Meyer, Ann. Phys. Fr. **28** N°3 (2003) 1.
- [45] J.W. Negele et D. Vautherin, Phys. Rev. **C 5** (1972) 1472; Phys. Rev. **C 11** (1975) 1031.
- [46] H.A. Bethe, Phys. Rev. **167** (1968) 879.
- [47] S.A. Moszkowski, Phys. Rev. **C 2** (1970) 402.
- [48] J.P. Blaizot, Phys. Rep. **64** (1980) 171.
- [49] J.P. Blaizot, J.F. Berger, J. Dechargé et M. Girod, Nucl. Phys. **A 591** (1995) 435.
- [50] P. Gleissl, M. Brack, J. Meyer et P. Quentin, Ann. Phys. **197** (1990) 205.
- [51] M. Farine, J.M. Pearson et F. Tondeur, Nucl. Phys. **A 615** (1997) 135.
- [52] S. Köhler, Nucl. Phys. **A 258** (1976) 301.
- [53] J. Dabrowski, Nukleonika **21** (1977) 143.
- [54] M. Waroquier, J. Sau, K. Heyde, P. Van Isacker, H. Vincx, Phys. Rev **C 19** (1983) 1979.
- [55] M. Waroquier, K. Heyde, G. Wenes, Nucl. Phys. **A 404** (1983) 269 ; *ibid.* 298.
- [56] Keh-Fei Liu, Hong-De Luo, Zhongyu Ma, Qing-Biao Shen, S.A. Moszkowski, Nucl. Phys. **A 534** (1991) 1 ; Keh-Fei Liu, Hong-De Luo, Zhongyu Ma, Qing-Biao Shen, Nucl. Phys. **A 534** (1991) 25 ; Keh-Fei Liu, Hong-De Luo, Zhongyu Ma, Man Feng, Qing-Biao Shen, Nucl. Phys. **A 534** (1991) 48 ; Keh-Fei Liu, Zhongyu Ma, Hong-De Luo, Nucl. Phys. **A 534** (1991) 58.
- [57] R.B. Wiringa, V. Fiks, A. Fabrocini, Phys.Rev. **C 38** (1988) 1010 ;
- [58] R.B. Wiringa, Rev. Mod. Phys. **65** (1993) 231.
- [59] A. Akmal, V.R. Pandharipande, D.G. Ravenhall, Phys. Rev. **C 58** (1998) 1804.
- [60] V.R. Pandharipande, A. Akmal, D.G. Ravenhall, Proc. Int. *Workshop XXVI on Gross Properties of Nuclei and Nuclear Excitations*, January 11-17, 1998, Hirschegg, Austria.
- [61] R.E. Peierls et J. Yoccoz, Proc. Phys. Soc. (London) **A 70** (1957) 381. ; J.L. Edigo, H.J. Mang et P. Ring, Nucl. Phys. **A 339** (1980) 390 ; J.L. Edigo et P. Ring, Nucl. Phys. **A 383** (1982) 189 ; J.L. Edigo et P. Ring, Nucl. Phys. **A 388** (1982) 19 ; J.A. Sheikh et P. Ring, Nucl. Phys. **A 665** (2000) 71.
- [62] D. Hill et J.A. Wheeler, Phys. Rev. **89** (1953) 1106 ; P. Bonche, J. Dobaczewski, H. Flocard, P.-H. Heenen, S.J. Krieger, J. Meyer et M.S. Weiss, Nucl. Phys. **A 519** (1990) 509 ; P. Bonche, S.J. Krieger, M.S. Weiss, J. Dobaczewski, H. Flocard et P.-H. Heenen, Phys. Rev. Lett. **66** (1991) 876.
- [63] Th. Duguet, thèse de Doctorat, Université Paris VI (2002) ; Th. Duguet et P. Bonche, Phys. Rev. **C 67** (2003) 054308.

- [64] E. Chabanat, P. Bonche, P. Haensel, J. Meyer, R. Schaeffer, Nucl. Phys. **A 635** (1998) 231; *ibid.* **A 643** (1998) 441.
- [65] Nguyen Van Giai, N. Sagawa, Phys. Lett. **B 106** (1981) 379; Nucl. Phys. **A 371** (1981), 1.
- [66] J. Bartel, P. Quentin, M. Brack, C. Guet et H.-B. Håkansson, Nucl. Phys. **A 386** (1982) 79.
- [67] B. Escoubes, dans *Probabilités et statistiques à l'usage des physiciens* (Editions Ellipses, 1998).
- [68] B. Frois et C.N. Papanicolas, Ann. Rev. Nucl. Part. Sc. **37** (1987) 133.
- [69] J. Bellicard *et al.*, Saclay Progress Report CEA-N-2207 (1981) 81.
- [70] H. de Vries, C.W. de Jager et C. de Vries, At. Data Nucl. Data Tables **36** (1987) 495.
- [71] C.S. Wang, K.C. Chung et A.J. Santiago, Phys. Rev. **C 60** (1999) 034310.
- [72] P. Möller, W.D. Myers, W.J. Swiatecki et J. Treiner, At. Data Nucl. Data Tables **39** (1988) 225; P. Möller, J.R. Nix, W.D. Myers et W.J. Swiatecki, At. Data Nucl. Data Tables **59** (1995) 185.
- [73] K. Pomorski et J. Dudek, Phys. Rev. **C 67** (2003) 044316.
- [74] V. Bernard et Nguyen Van Giai, Nucl. Phys. **A 348** (1980) 75.
- [75] J.P. Blaizot et B.L. Friman, Nucl. Phys. **A 372** (1981) 69.
- [76] P.J. Reinhard, Nucl. Phys. **A 649** (1999) 305c.
- [77] O. Bohigas, A.M. Lane et J. Martorell, Phys. Rep. **51** (1979) 267.
- [78] A. Leprêtre, H. Beil, R. Bergère, P. Carlos, J. Fagot, A. de Miniac et A. Veysière, Nucl. Phys. **A 367** (1981) 237 (*et références incluses*).
- [79] M. Beiner, H. Flocard, Nguyen Van Giai et P. Quentin, Nucl. Phys. **A 238** (1975) 29.
- [80] J.P. Blaizot et B. Grammaticos, Nucl. Phys. **A 355** (1981) 115.
- [81] J. Côté et J.M. Pearson, Nucl. Phys. **A 304** (1978) 104.
- [82] P.-G. Reinhard et J. Friedrich, Z. Phys. **A 321** (1985) 619.
- [83] A.K. Dutta, J.-P. Arcoragi, J.M. Pearson, R. Behrman et F. Tondeur, Nucl. Phys **A 458** (1986) 77; F. Tondeur, A.K. Dutta, J.M. Pearson et R. Behrman, Nucl. Phys. **A 470** (1987) 93; J.M. Pearson, Y. Aboussir, A.K. Dutta, R.C. Nayak, M. Farine et F. Tondeur, Nucl. Phys. **A 528** (1991) 1; Y. Aboussir, J.M. Pearson, A.K. Dutta et F. Tondeur, Nucl. Phys. **A 549** (1992) 155; Y. Aboussir, J.M. Pearson, A.K. Dutta et F. Tondeur, At. Data and Nucl. Data Tables **61** (1995) 127; R.C. Nayak et J.M. Pearson, Phys. Rev. **C 52** (1995) 2254.
- [84] P.-G. Reinhard, Ann. Phys. (liepzig) **1** (1992) 598; P.-G. Reinhard et C. Toepfer, Int. J. Mod Phys. **E 3** (1994) 435.

- [85] W.D. Myers et W.J. Swiatecki, Nucl. Phys **81** (1966) 1.
- [86] G. Audi, A.H. Wapstra et C. Thibault, Nuc. Phys. **A 729** (2003) 337.
- [87] M. Bender, K. Rutz, P.-G. Reinhard et J.A. Maruhn, Eur. Phys. J **A 7** (2000) 467.
- [88] M. Kutschera et W. Wójcik, Phys. Lett. **B 325** (1994) 271.
- [89] J. Margueron, thèse de Doctorat, Université Paris IX, Orsay (2001).
- [90] J. Margueron, J. Navarro et Nguyen Van Giai, Phys. Rev. **C 66** (2002) 014303.
- [91] S. Fantoni, A. Sarsa et K.E. Schmidt, Phys. Rev. Lett. **87** (2001) 181101.
- [92] I. Vidaña et I. Bombaci, Phys. Rev. **C 66** (2002) 045801.
- [93] S. Kubis et M. Kutschera, Phys. Lett. **B 399** (1997) 191; V. Greco, M. Colonna, M. Di Toro, G. Fabbri et F. Matera, Phys. Rev. **C 64** (2001) 045203; B. Liu, V. Greco, V. Baran, M. Colonna et M. Di Toro, Phys. Rev. **C 65** (2002) 045201.
- [94] F. Hofmann, C.M. Keil et H. Lenske, Phys. Rev. **C 64** (2001) 034314.
- [95] J. Rizzo, M. Colonna, M. Di Toro et V. Greco, Nucl. Phys. **A 732** (2004) 202.
- [96] B.-A. Li, Phys. Rev. **C 69** (2004) 064602.
- [97] Z.-Y. Ma, J. Rong, B.-Q. Chen, Z.-Y. Zhu et H.-Q. Song, Phys. Lett. **B 604** (2004) 170.
- [98] M. Jaminon et C. Mahaux, Phys. Rev. **C 40** (1989) 354.
- [99] G.Q. Li, R. Machleidt et R. Brockmann, Phys. Rev. **C 45** (1992) 2782.
- [100] E. Chabanat, thèse de Doctorat, Université Lyon I, Lyon (1995).
- [101] J. Rikavska Stone, P.D. Stevenson, J.C. Miller et M.R. Strayer, Phys. Rev. **C 65** (2002) 064312.
- [102] X. Vinas, M. Barranco, J. Treiner et S. Stringari, Astron. Astrophys. **182** (1987) L34.
- [103] B.-A. Li, Nucl. Phys. **A 708** (2002) 365.
- [104] I.E. Lagaris et V.R. Pandharipande, Nucl. Phys. **A 369** (1981) 470.
- [105] L. Engvik, E. Osnes, M. Hjorth-Jensen, G. Bao et E. Østgaard, Astrophys. J. **469** (1996) 794.
- [106] L. Engvik, M. Hjorth-Jensen, R. Machleidt, H. Müther et A. Polls, Nucl. Phys. **A 627** (1997) 85.
- [107] Zhong-yu Ma et Ling Liu, Phys. Rev. **C 66** (2002) 024321.
- [108] D. Alonso et F. Sammarruca, Phys. Rev. **C 67** (2003) 054301.
- [109] B.-A. Li, L.-W. Chen, Che Ming Ko, G.-C. Yong et W. Zuo, *Proc. 21st Winter Workshop on Nuclear Dynamics*, Breckenridge, USA (2005), nucl-th/0504008.
- [110] H. Heiselberg et M. Hjorth-Jensen, Phys. Rep. **328** (2000) 237.

- [111] M. Baldo, C. Maieron, P. Schuck et X. Viñas, Nucl. Phys. **A 736** (2004) 241.
- [112] G.H. Bordbar et M. Modarres, Phys. Rev. **C 57** (1998) 714.
- [113] I. Bombaci, dans *Nuclear methods and the nuclear equation of state*, International review of Nuclear Physics Vol. **8**, édité par M. Baldo (World Scientific, Singapour, 1999).
- [114] J. Mareš, E. Friedman, A. Gal et B.K. Jennings, Nucl. Phys. **A 594** (1995) 311.
- [115] S.L. Shapiro et S.A. Teukolsky, dans *Black holes, white dwarfs, and neutron stars* (Wiley-Interscience, New-York, 1983); N. Glendenning, dans *Compact stars. Nuclear Physics, Particle Physics and General Relativity* (Springer-Verlag, New-York, 1996); F. Weber, dans *Pulsars as astrophysical laboratories for Nuclear and Particle Physics* (Institute of Physics Publishing, Bristol and Philadelphia, 1999); J.M. Lattimer et M. Prakash, Astrophys. J. **550** (2001) 426.
- [116] J.M. Lattimer et M. Prakash, Science, vol. **304** (2004) 536 (*et références incluses*).
- [117] J.M. Lattimer, C.J. Pethick, M. Prakash et P. Haensel, Phys. Rev. Lett. **66** (1991) 2701.
- [118] D.G. Yakovlev, A.D. Kaminker, O.Y. Gnedin, P. Haensel, Phys. Rep. **354** (2001) 1.
- [119] J. Dobaczewski, H. Flocard et J. Treiner, Nucl. Phys. **A 422** (1984) 103.
- [120] K. Bennaceur et J. Dobaczewski, Comp. Phys. Comm. **168** (2005) 96.
- [121] E.G. Nadjakov, K.P. Marinova et YU.P. Gangrsky, At. Data Nucl. Data Tables **56** (1994) 133.
- [122] M.M. Sharma, G.A. Lalazissis et P. Ring, Phys. Lett. **B 317** (1993) 9.
- [123] E.W. Otten, dans *Treatise on Heavy-Ion Science, Vol. 8 : Nuclei far from stability*, édité par D.A. Bromley (Plenum, New York, 1984).
- [124] N. Tajima, P. Bonche, H. Flocard, P.-H. Heenen et M.S. Weiss, Nucl. Phys. **A 551** (1993) 434.
- [125] J.F. Berger, dans *Nuclear shapes and nuclear structure at low excitation energies* (Editions Frontières, Paris, 1994).
- [126] M. Bender, communication privée, 2004.
- [127] M. Farine, J.M. Pearson et F. Tondeur, Nucl. Phys. **A 696** (2001) 396.
- [128] J.F. Berger, dans *Approches de champ moyen et au-delà*, Ecole internationale Joliot Curie (Maubuisson, 1991).
- [129] G. Bertsch, Z. Phys. **A 289** (1978) 103.
- [130] A.B. Migdal, dans *Theory of finite fermi systems and applications to atomic nuclei* (John Wiley & Sons, Ltd., 1967).
- [131] S.-O. Bäckman, A.D. Jackson et J. Speth, Phys. Lett. **B 56** (1975) 209.