



**HAL**  
open science

# Sur le choix des produits semi-finis dans un contexte de très forte diversité

Abdelhakim Yahiaoui

► **To cite this version:**

Abdelhakim Yahiaoui. Sur le choix des produits semi-finis dans un contexte de très forte diversité. Sciences de l'ingénieur [physics]. Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG, 2009. Français. NNT: . tel-00414111

**HAL Id: tel-00414111**

**<https://theses.hal.science/tel-00414111>**

Submitted on 7 Sep 2009

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.





## **Remerciements**

*Mes remerciements s'adressent en premier lieu à Yannick FREIN, professeur à Grenoble INP et directeur du laboratoire G-SCOP, pour avoir dirigé ma thèse. Malgré son emploi du temps très chargé, il a toujours été disponible. Au cours de ces années de thèse, j'ai pu apprécier ses qualités scientifiques et humaines, sa rigueur et son esprit de synthèse et surtout sa compréhension.*

*Je suis sensible à l'honneur que m'ont fait les membres du jury d'avoir accepté d'évaluer ce travail :*

*J'exprime ma reconnaissance à M. Bernard PENZ, Professeur à Grenoble INP, pour avoir accepté d'être président du jury.*

*Je remercie sincèrement les professeurs Jean-Pierre CAMPAGNE (INSA Lyon-LIESP) et Lionel DUPONT (Ecole des Mines d'Albi) pour leur travail de rapporteur. Par leurs questions et remarques constructives, ils ont été d'une grand aide.*

*J'adresse également mes remerciements à M. Bruno AGARD, professeur à l'Ecole polytechnique de Montréal, pour l'intérêt qu'il porte à ce travail en acceptant d'être membre du jury.*

*J'adresse mes profonds remerciements à M. Olivier BRIANT, Maître de conférences à Grenoble INP, pour l'intérêt qu'il porte à ce travail en acceptant d'être membre du jury, et surtout pour son aide au cours de ces années de thèse.*

*Je tiens à remercier tous les membres du laboratoire G-SCOP qui m'ont permis d'égayer ces années de travail.*

*Je ne saurais oublier tous mes amis qu'ils soient en Algérie, en France ou ailleurs, ils m'ont toujours soutenu.*

*Enfin, j'ai une pensée toute particulière pour les membres de ma famille, qui même à distance m'ont soutenu tout au long de mes études. Particulièrement mes parents Saïd et Malika, qui ne m'ont jamais oublié dans leurs prières, mes frères et mes sœurs qui m'ont toujours encouragé.*

*A tous ces gens je leur dis un grand merci.*



## Table des matières

INTRODUCTION GENERALE.....	1
I CHAPITRE 1. GESTION DE LA DIVERSITE : ETAT DE L'ART .....	5
I.1 Introduction .....	7
I.2 Définition et origine de la diversité.....	7
<i>Définition.....</i>	7
I.3 Inconvénients et avantages d'offrir une diversité de produit .....	9
<i>I.3.1 Diversification par le produit.....</i>	9
<i>I.3.2 Diversification par le marché .....</i>	10
<i>I.3.3 Diversification totale.....</i>	11
I.4 Différentes méthodes pour offrir de la diversité .....	11
<i>I.4.1 Diversité et famille de produits .....</i>	12
<i>I.4.2 Standardisation ou rationalisation des composants .....</i>	14
<i>I.4.3 Modularité et plate-formes de produits.....</i>	15
I.4.3.1 Modularité .....	15
I.4.3.2 Plate-forme .....	16
<i>I.4.4 Personnalisation de masse (mass customization) .....</i>	18
I.4.4.1 Personnalisation de masse versus production de masse.....	19
<i>I.4.5 La conception intégrée : design for variety .....</i>	20
<i>I.4.6 La différenciation retardée.....</i>	21
I.5 L'assemblage à la commande comme politique de production .....	23
I.6 Typologie des travaux de recherche : .....	25
<i>I.6.1 Création de la diversité .....</i>	25
I.6.1.1 Dimensionnement de la diversité : combien et quels produits offrir ?.....	25
I.6.1.2 Architecture du produit : .....	25
I.6.1.3 Niveau de personnalisation : .....	26
<i>I.6.2 La mise en place de la diversité .....</i>	27
I.6.2.1 Prédispositions en termes de processus de fabrication et d'organisation: ...	27
<i>I.6.3 Travaux de Da Cunha .....</i>	28
I.7 Conclusion : .....	28

II	CHAPITRE 2. PROBLEMATIQUE.....	29
II.1	Introduction.....	31
II.2	Problématique et hypothèses.....	31
II.2.1	<i>Cadre général du problème</i> .....	31
II.2.2	<i>Les hypothèses</i> .....	34
II.2.3	<i>Problématique</i> .....	35
II.2.3.1	Minimisation du temps moyen d'assemblage.....	36
II.2.3.2	Garantie d'un temps d'assemblage.....	36
II.2.4	<i>Notations</i> .....	36
II.2.5	<i>La génération des demandes</i> .....	37
II.2.5.1	Demande Homogène.....	37
II.2.5.2	Demande Pareto.....	38
II.3	La Gamme d'assemblage.....	39
II.3.1	<i>Algorithme glouton pour déterminer la Gamme</i> .....	41
II.3.2	<i>Algorithme exact pour déterminer la Gamme</i> .....	43
II.3.3	<i>Algorithme Gamme avec effet enveloppe</i> .....	45
II.4	Conclusion.....	47
III	CHAPITRE 3. APPROCHES HEURISTIQUES.....	49
III.1	Introduction.....	51
III.2	Minimisation du temps moyen d'assemblage (pas d'effet enveloppe).....	51
III.2.1	<i>Rappel sur les heuristiques déjà développées</i> .....	52
III.2.2	<i>Amélioration : nos nouvelles heuristiques</i> .....	53
III.2.2.1	Les formes génériques des heuristiques :.....	53
III.2.2.2	Les avantages et inconvénients de ces heuristiques :.....	54
III.2.2.3	Les critères utilisés pour les heuristiques :.....	54
III.2.2.4	Complexité des heuristiques :.....	56
III.2.2.5	Evaluer les performances des heuristiques :.....	56
III.2.2.6	Résultats numériques.....	58
III.3	Minimisation du TMA avec prise en compte de l'effet enveloppe :.....	72
III.3.1	<i>Heuristique Couv effet i V1</i> .....	73
III.3.2	<i>Heuristique Couv effet i V2</i> .....	73
III.3.3	<i>Evaluation</i> .....	74
III.3.4	<i>Résultats numériques</i> .....	74
III.3.4.1	Demande Homogène :.....	74
III.3.4.2	Demande Pareto :.....	76
III.4	Conclusion.....	81

IV	CHAPITRE 4. APPROCHES FORMELLES .....	83
IV.1	Introduction .....	85
IV.2	Cas stochastique : minimisation du temps moyen d'assemblage.....	85
IV.2.1	<i>Formulation en PLNE du problème</i> .....	85
IV.2.2	<i>Algorithme général de la relaxation lagrangienne</i> .....	87
IV.2.2.1	Principe.....	87
IV.2.2.2	La relaxation lagrangienne utilisée .....	90
IV.2.2.3	Le problème dual lagrangien.....	92
IV.2.2.4	Mise à jour des multiplicateurs lagrangiens : Méthode du sous-gradient	93
IV.2.3	<i>Fixations de variables</i> .....	94
IV.2.3.1	Application aux relaxations lagrangiennes .....	95
IV.2.4	<i>Garantie sur UB par LLBmax</i> .....	96
IV.2.5	<i>Heuristique intuitive à partir de la relaxation lagrangienne</i> :.....	97
IV.2.6	<i>Heuristiques à partir de la relaxation linéaire du PLNE</i> .....	97
IV.2.6.1	Heuristique PL1.....	98
IV.2.6.2	Heuristique PL2.....	98
IV.2.7	<i>Résultats numériques</i> .....	98
IV.2.7.1	Demande Homogène .....	98
IV.2.7.2	Demande Pareto .....	99
IV.3	Cas déterministe : Garantie d'un temps d'assemblage.....	101
IV.3.1	<i>Formalisation</i> .....	101
IV.3.2	<i>Une méthode constructive pour résoudre le problème</i> .....	102
IV.3.2.1	Borne supérieure .....	104
IV.3.2.2	Borne inférieure.....	104
IV.3.2.3	Facteur d'approximation .....	105
IV.3.3	<i>Démonstration de l'optimalité de la méthode constructive</i> .....	107
IV.3.3.1	Première validation .....	107
IV.3.3.2	L'optimalité.....	107
IV.4	Conclusion.....	109
	CONCLUSION ET PERSPECTIVES .....	111
	BIBLIOGRAPHIE .....	117



## Liste des figures

Figure I-1. Les différents points de vue du produit lors de la conception (Jiao et Tseng, 1999)	9
Figure I-2. L'architecture d'une famille de produit (Du et al, 2001)	13
Figure I-3. Illustration de la différenciation retardée (Agard, 2002).	22
Figure I-4. Assemblage à la commande	24
Figure II-1 Assemblage à la commande, rappel de la figure I.4	32
Figure II-2 Demande " Homogène"	37
Figure II-3 Demande " Pareto"	39
Figure II-4 La composition du stock <i>C</i> considérée	40
Figure II-5 Une couverture <i>set cover</i> optimale possible	40
Figure II-6 Une couverture <i>set partitioning</i> (Gamme d'assemblage)	41
Figure II-7 Temps Moyen d'Assemblage pour un exemple de 17 composants	44
Figure II-8 Temps Moyen d'Assemblage pour un exemple de 15 composants avec effet enveloppe	47
Figure III-1 Temps moyens d'assemblage - Demande Homogène 6 composants de base	58
Figure III-2 Temps moyens d'assemblage - Demande Pareto max 10%, 10 composants de base	61
Figure III-3 Temps moyens d'assemblage - Demande Pareto max 30%, 10 composants de base	62
Figure III-4 Temps moyens d'assemblage - Demande Homogène 15 composants de base	64
Figure III-5 Temps moyens d'assemblage - Demande Pareto max 1%, 15 composants de base	65
Figure III-6 Temps moyens d'assemblage - Demande Pareto max 10%, 15 composants de base	66
Figure III-7 Temps moyens d'assemblage - Demande Pareto max 30%, 15 composants de base	68
Figure III-8 Gain en TMA par rapport à NPSF = n - Demande Homogène, 15 composants de base	69
Figure III-9 Gain en TMA par rapport à NPSF = n - Demande Pareto max 1%, 15 composants	69
Figure III-10 Gain en TMA par rapport à NPSF = n - Demande Pareto max 10%, 15 composants	70
Figure III-11 Gain en TMA par rapport à NPSF = n - Demande Pareto max 30%, 15 composants de base	70
Figure III-12 Temps moyens d'assemblage avec effet enveloppe par niveau- Demande homogène	75

Figure III-13 Temps moyens d'assemblage avec effet enveloppe - Demande homogène .....	76
Figure III-14 Temps moyens d'assemblage avec effet enveloppe par niveau- Demande Pareto max 1%.....	77
Figure III-15 Temps moyens d'assemblage avec effet enveloppe - Demande Pareto max 1%	77
Figure III-16 Temps moyens d'assemblage avec effet enveloppe par niveau- Pareto max 10% .....	78
Figure III-17 Temps moyens d'assemblage avec effet enveloppe- Pareto max 10%.....	79
Figure III-18 Temps moyens d'assemblage avec effet enveloppe par niveau- Demande Pareto max 30%.....	80
Figure III-19 Temps moyens d'assemblage avec effet enveloppe par niveau- Demande Pareto max 30%.....	81
Figure IV-1 Garantie sur $UB$ par $LLB_{max}$ .....	96
Figure IV-2 Représentation de la construction sous la forme d'un hypergraphe pour $n = 13, k$ $= 5$ .....	103

## Liste des tableaux

Tableau 0-1 Personnalisation de masse versus production de masse.....	20
Tableau II-1 Gain par l'algorithme exact.....	45
Tableau III-1 Les avantages et inconvénients des heuristiques .....	54
Tableau III-2 Caractéristiques de la demande Homogène, 6 composants .....	58
Tableau III-3 Performance /OPT- Demande Homogène 6 composants de base.....	59
Tableau III-4 Performance /OPT- Demande Homogène (probabilités identiques) 6 composants de base .....	60
Tableau III-5 Caractéristiques de la demande Pareto max 10%, 10 composants.....	60
Tableau III-6 Performance /OPT- Demande Pareto max 10%, 10 composants de base.....	61
Tableau III-7 Caractéristiques de la demande Pareto max 30%, 10 composants.....	62
Tableau III-8 Performance /OPT- Demande Pareto max 30%, 10 composants de base.....	62
Tableau III-9 Caractéristiques de la demande Homogène, 15 composants .....	63
Tableau III-10 Performance / Heur Réf- Demande Homogène 15 composants de base .....	64
Tableau III-11 Caractéristiques de la demande Pareto max 1%, 15 composants .....	65
Tableau III-12 Performance / Heur Réf - Demande Pareto max 1%, 15 composants de base.	66
Tableau III-13 Caractéristiques de la demande Pareto max 10%, 15 composants .....	66
Tableau III-14 Performance / Heur Réf - Demande Pareto max 10%, 15 composants de base .....	67
Tableau III-15 Caractéristiques de la demande Pareto max 30%, 15 composants .....	67
Tableau III-16 Performance / Heur Réf - Demande Pareto max 30%, 15 composants de base .....	68
Tableau III-17 Caractéristiques de la demande Homogène, 15 composants .....	74
Tableau III-18 Caractéristiques de la demande Pareto max 1%, 15 composants .....	76
Tableau III-19 Caractéristiques de la demande Pareto max 10%, 15 composants .....	78
Tableau III-20 Caractéristiques de la demande Pareto max 30%, 15 composants .....	79
Tableau IV-1 <i>TMA</i> demande Pareto max 1%.....	97
Tableau IV-2 <i>TMA</i> demande Homogène relaxation lagrangienne.....	98
Tableau IV-3 <i>TMA</i> demande Pareto max 1% relaxation lagrangienne.....	99
Tableau IV-4 <i>TMA</i> demande Pareto max 10% relaxation lagrangienne.....	99
Tableau IV-5 <i>TMA</i> demande Pareto max 30% relaxation lagrangienne.....	100
Tableau IV-6 exemple d'application de la l'algorithme, $n = 13$ , $k = 5$ .....	103
Tableau IV-7 Borne supérieure sur $opt(n, k)$ .....	104
Tableau IV-8 Borne inférieure sur $opt(n, k)$ .....	105



***INTRODUCTION GENERALE***



## **Contexte**

L'évolution de l'environnement économique des entreprises, a conduit à un bouleversement du monde de la production. En particulier beaucoup d'entreprises ont fait le choix d'offrir une grande diversité de produits pour répondre aux besoins des clients qui sont de plus en plus variés, et avec des délais de livraison de plus en plus courts. Cela a des répercussions en cascade sur l'ensemble de la supply chain, car les politiques de productions classiques telles que *Make to Stock* et *Make To Order* ne sont souvent plus envisageables. Effectivement, produire tous les produits à l'avance et les stocker, pour livrer directement le client après passation d'une commande, ce qui correspond au *Make to stock* n'est plus rentable, à cause des coûts de stockage engendrés. D'autre part, une politique de type *Make to order* qui consiste à lancer la production lorsqu'on reçoit la commande, est pénalisée par les temps des processus de production qui sont relativement longs par rapport aux délais de livraison imposés.

Une solution permettant de concilier ces deux aspects, est de préparer à l'avance des produits semi-finis (*PSF*) et de les assembler au dernier moment (politique *Assembly to Order*). Cette politique est d'autant plus efficace (en termes de gestion et de coût) dans le cas où les *PSF* sont produits à l'avance dans des ateliers à moindres coûts (en délocalisé par exemple), et l'assemblage final est fait au niveau de l'entreprise dès la réception de la commande.

## **Problématique**

La mise en place de l'assemblage à la commande soulève des questions auxquelles il faut répondre :

- Combien de références de *PSF* doit-on stocker ?
- Lesquelles (quels sont les composants entrant dans la composition de ces *PSF*) ?

Tout au long de cette thèse nous allons essayer de répondre à ces deux questions, en ayant pour objectif de réaliser le meilleur compromis entre le temps d'assemblage le plus faible possible, pour ainsi répondre au plus vite aux demandes des clients, et le coût de stockage le plus faible aussi. Nous aborderons cette problématique avec les deux approches suivantes :

### 1. Minimisation du temps moyen d'assemblage

Le nombre de types de *PSF* est fixé au départ. Le problème est alors, pour une connaissance de la demande donnée, de déterminer quelle sera la composition du stock de *PSF* qui permettra de minimiser le temps moyen d'assemblage.

### 2. Garantie d'un temps d'assemblage

Nous définissons un temps d'assemblage maximum. Le problème auquel il faut faire face est de déterminer les *PSF* à stocker afin de permettre l'assemblage de n'importe quel produit fini en moins d'un nombre donné d'opérations. Cette contrainte permet de garantir un temps

d'assemblage inférieur au délai de livraison souhaité, l'idéal étant de réduire au maximum la taille du stock pour diminuer les coûts de stockage.

Dans ce mémoire de thèse, nous nous positionnons dans une optique de gestion de la diversité de produits en adoptant une politique de production de type Assemblage à la commande et en considérant que les produits sont déjà conçus de telle manière qu'un composant correspond à une fonction (une option). Nous aborderons notamment la problématique de création des produits semi-finis à stocker qui est le cœur de notre travail de recherche.

Nous allons rechercher une formulation mathématique de ces deux approches et surtout un ensemble d'heuristiques pour répondre à ce problème en adoptant les deux approches citées ci-dessus. Une partie des heuristiques se base sur des critères de sélection des produits semi-finis à stocker. Une autre partie fait appel à la relaxation lagrangienne ainsi qu'à la relaxation linéaire pour trouver des solutions à notre problème.

### **Plan de lecture**

Ce mémoire est divisé en quatre chapitres :

Le chapitre 1 dresse un état de l'art en matière de gestion de la diversité. Une typologie des principaux travaux de recherche est proposée.

Le chapitre 2 précise notre problématique ainsi que nos hypothèses de départ. Quelques outils préliminaires indispensables au traitement de notre problématique sont définis à ce niveau.

Le chapitre 3 est consacré au problème de détermination du stock de produits semi-finis qui est le cœur de notre travail de recherche. Une première approche heuristique de résolution est exposée. Nous détaillerons les différentes heuristiques développées, et une évaluation de leurs performances est proposée.

Dans le chapitre 4, nous proposons deux approches de résolution. Dans un premier temps une formulation mathématique du problème par un programme linéaire en nombres entiers est proposée. Après un bref rappel sur la théorie des relaxations lagrangiennes, nous décrivons l'algorithme que nous avons utilisé ainsi que quelques heuristiques intuitives en se basant sur la relaxation linéaire. La seconde section est dédiée à l'approche de garantie d'un temps d'assemblage. Une formulation de cette approche est proposée. Ensuite nous abordons une solution basée sur une méthode constructive, suivie d'une première évaluation de cette méthode. Enfin une ébauche de la démonstration de l'optimalité de cette méthode est proposée.

***I CHAPITRE 1. GESTION DE LA DIVERSITE : ETAT DE  
L'ART***



## I.1 Introduction

L'objectif principal de ce chapitre est de dresser un état de l'art en matière de gestion de la diversité. Pour cela, nous proposerons dans un premier temps quelques définitions et caractéristiques de l'origine de la diversité. Ensuite, nous aborderons les différentes stratégies pour offrir de la diversité de produits en mettant l'accent sur les avantages et les inconvénients d'une telle démarche. Quelques méthodes de mise en œuvre de cette diversité sont abordées. Par la suite, une politique de production très répandue lorsque nous sommes dans un contexte de diversité de produits est explicitée. Enfin, une typologie des principaux travaux de recherche est proposée.

## I.2 Définition et origine de la diversité

Le vocable diversité est devenu un mot familier utilisé dans différents contextes. On parle de diversité culturelle, biologique, génétique ou ethnique... etc.

### *Définition*

DIVERSITÉ, subst. fém. (Centre national de ressources textuelles et lexicales)

**A-** *Vielli.* Caractère de ce qui est opposé, contradictoire. Synon. *divergence, opposition.* Cette diversité ou contrariété des besoins (MAINE DE BIRAN, *Journal*, 1816, p. 162),

**B-** *Usuel.* État de ce qui est divers. Synon. *différence, hétérogénéité, variété.* La diversité des goûts et (...) la rareté du bon goût (AMIEL, *Journal*, 1866, p. 198). La diversité des natures se révèle sous l'unité apparente des méthodes (BOURGET, *Essais psychol.*, 1883, p. 31),

**C-** Diversité : n. f. XIIIe siècle. Emprunté du latin *diversitas*, -atis, « diversité, variété, divergence », de *diversus*. État de ce qui est divers. La diversité des formes, des couleurs. La diversité des goûts, des opinions. La diversité des religions. Il y a une très grande, une infinie diversité dans les caractères. (Définition de l'académie française).

**Synthèse :** *Diversité des aspects, des caractères, des choses, des circonstances, des éléments, des fonctions, des intérêts, du monde, des objets, des opinions, des régimes, des situations, diversité géographique, extrême, grande, immense, infinie diversité, en raison de, à travers la diversité.*

Pour ce qui est de la diversité des produits industriels, on parle de la différence des caractéristiques des produits, en mettant en lumière leurs différences physiques ou fonctionnelles. Les premières stratégies de diversification de produits ont vu le jour après la première guerre mondiale.

Agard et Vinck (2004) ont abordé la question des logiques qui sont à l'origine et qui justifient la diversité des produits. Leur analyse bibliographique montre que la diversité des produits a de nombreuses origines et touche plusieurs strates d'une même entreprise :

- Une réponse à l'évolution du marché : en effet, la diversité des produits mis sur le marché dépend de l'équilibre entre l'offre et la demande à un instant donné. Ciavaldini et Loubet (1995) affirment que si l'offre ne parvient pas à couvrir la demande alors les producteurs adoptent la rationalisation ce qui conduit à une réduction de la variété et au recentrage des activités autour d'un produit standard. L'idée est de diminuer les temps de fabrication, ce qui par conséquent diminue les coûts de revient puis les prix de vente et ainsi on stimule le marché. D'autre part, le renouvellement des produits qui se fait plus fréquemment ainsi que l'évolution du marché ont fait apparaître de nouveaux concurrents et chacun va tenter d'appâter de nouveaux clients et bien sûr de fidéliser sa propre clientèle. Alors, le client se voit proposer une multitude de modèles susceptibles de correspondre à différents besoins. L'offre étant supérieure à la demande, il convient de diversifier l'offre pour couvrir des demandes diversifiées.
- Stratégie industrielle : les entreprises qui développent leurs propres stratégies de croissance jouent principalement sur le volume et sur la diversité de la production. Ils observent alors une opposition de deux politiques d'offre des produits, l'une basée sur une faible diversité et un fort volume dans une optique de minimisation des coûts, l'autre favorise une forte diversité et un plus faible volume afin de mieux satisfaire les besoins hétéroclites du marché, la production versus le marketing. La diversité est inévitable pour contenter le marché alors que le modèle standard est indispensable pour obtenir les meilleurs coûts.
- Stratégie de Marketing : les industriels tentent de prévoir, d'anticiper les besoins de la clientèle afin de créer des marchés sur lesquels ils se positionneront comme les premiers fournisseurs. Ils adaptent leurs produits à des segments particuliers du marché en jouant la carte de la différenciation.
- Logiques locales : ces logiques apparaissent bien lors de la conception de produit, tous les acteurs sont confrontés à un ensemble de contraintes et d'incertitudes ce qui les pousse à concevoir plusieurs options de solution. En effet chacun visant à une satisfaction locale (commerciale, de conception, de fabrication, financière, ...), il aura tendance à augmenter l'état de diversité tel qu'il lui a été donné. Toutes ces logiques d'action conduisent à accroître la diversité de l'offre. La figure qui suit montre bien les différents points de vue des différents services de l'entreprise (les vues locales).

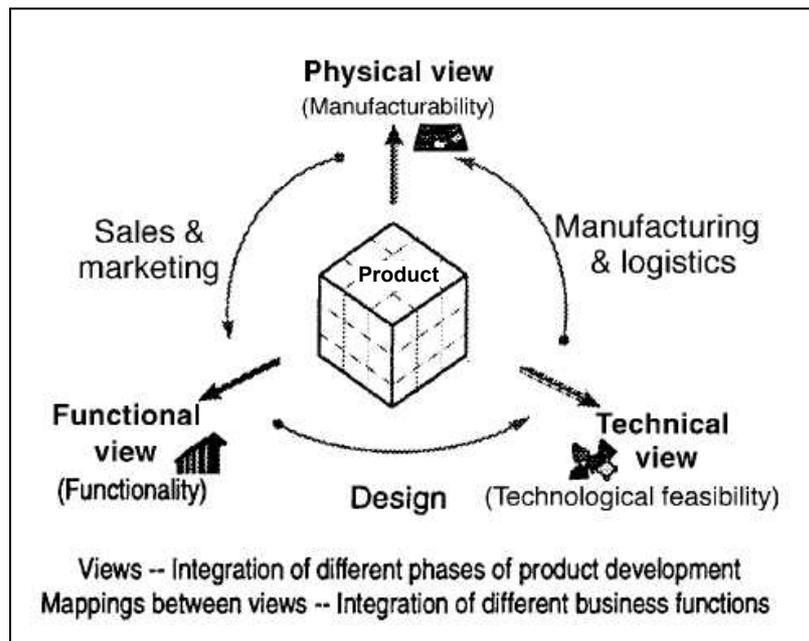


Figure I-1. Les différents points de vue du produit lors de la conception (Jiao et Tseng, 1999)

- Vue fonctionnelle : qui représente les fonctions souhaitées par le consommateur, ainsi que leur décomposition en sous-fonctions.
- Vue technique : révèle l'application d'une technologie pour la conception d'un produit. Elle décrit la décomposition d'un produit final en plus petites unités et les interconnexions entre les composants.
- Vue physique : elle donne la description de la réalisation physique de celui-ci. Le modèle physique se compose de divers types des composants et d'assemblages afin de réaliser différentes solutions technologiques de la vue technique.

### I.3 Inconvénients et avantages d'offrir une diversité de produit

Afin de diversifier son offre produits, une entreprise peut adopter plusieurs stratégies de diversification, entre autres :

#### I.3.1 Diversification par le produit

Il s'agit de lancer des produits nouveaux sur les marchés actuels de l'entreprise. Il existe deux tactiques de diversification par le produit :

- changer les caractéristiques du produit existant pour aborder d'autres segments du marché.
- aborder un produit nouveau.

- Avantages de cette stratégie :
  - gamme de produits élargie et débouchés élargis, par conséquent une meilleure satisfaction des clients.
  - conquérir de nouveaux marchés.
  - gains de synergie réalisés (commerciaux, industriels...).
- Inconvénients ou risques :
  - complexité plus grande de l'organisation. Meyer et al. (1997) et Zamirowski et Otto (1999) expliquent que le développement d'une diversité de produits est une activité complexe, qui fait intervenir tous les services de l'entreprise.
  - il est clair que l'augmentation de la variété des produits a une conséquence sur la complexité opératoire, ce qui induit une augmentation des coûts de fabrication. Les managers s'imaginent souvent que cette augmentation va affecter essentiellement les changements de séries et les stocks, cependant, il y a bien d'autres coûts qu'il faut considérer : ceux relatifs à la qualité, à la gestion de la chaîne logistique, etc. (Martin, 1999).
  - certains produits peuvent concurrencer d'autres produits à l'intérieur même de la gamme à cause de la diversité de l'offre parfois très proche.
  - il peut y avoir une mauvaise utilisation de la diversité, dans le sens où bien que l'offre soit grande, seule une partie de cette offre est utilisée pour satisfaire les besoins des clients.
  - il peut y avoir également un risque relatif à la qualité des produits, ces risques peuvent apparaître au niveau de la conception car il faut faire face à une multitude de contraintes supplémentaires, ce qui rend l'évaluation de la performance de la conception difficile, mais encore au niveau de la production, où les opérateurs se retrouvent à manipuler un nombre important de composants ce qui rend la tâche plus ardue et donc augmente le risque d'erreur.

### ***1.3.2 Diversification par le marché***

Il s'agit de promouvoir les produits existants de l'entreprise sur des marchés nouveaux par l'expansion géographique ou en utilisant d'autres canaux de distribution (ex. : La Redoute).

- Avantages :
  - cela permet à l'entreprise d'échapper à l'étroitesse de ses marchés traditionnels,
  - cela lui permet d'échapper à certains aléas conjoncturels,

- effets de synergie, économies d'échelle réalisées.
- Inconvénients ou risques :
  - risque inhérent à toute politique de diversification (faire des études de diversification),
  - problème de maîtrise des risques de réseaux de distribution,
  - cela accroît les frais commerciaux.

### ***1.3.3 Diversification totale***

Il s'agit de lancer des produits nouveaux sur des marchés nouveaux (combinaison des deux diversifications précédentes).

- Avantages :
  - avoir un portefeuille d'activités équilibrées permettant de compenser certains risques sur d'autres activités,
  - gamme de produits élargie et débouchés élargis,
  - gains de synergie réalisés,
  - cela permet à l'entreprise d'échapper à l'étroitesse de ses marchés traditionnels et à certains aléas saisonniers ou conjoncturels
- Inconvénients ou risques :
  - la gestion devient forcément plus complexe,
  - le volume des investissements est relativement important,
  - synergies limitées et gains de productivité limités.

## **I.4 Différentes méthodes pour offrir de la diversité**

Dans ce contexte de diversité, les entreprises sont confrontées à un dilemme : *la diversité ou les économies d'échelles*. En effet, un client souhaite un produit personnalisé répondant à l'ensemble de ses besoins et refuse de payer des fonctions dont il n'a pas l'utilité. Les concepteurs peuvent adopter plusieurs stratégies allant de la conception d'un produit unique capable de répondre à l'ensemble des besoins et par là même à satisfaire tous les clients, à la conception de produits sur mesure répondant strictement aux besoins d'un client spécifique. Cependant, la première solution risque de générer des surcoûts de suréquipements et la seconde risque de conduire à une augmentation des coûts de production. Pour la plupart des produits industriels, les concepteurs optent pour des solutions intermédiaires (Hadj-

Hamou, 2002). Outre les aspects organisationnels et commerciaux, il existe une nécessité de mieux concevoir les produits ainsi que la manière dont ils seront réalisés (Stadzisz, 1997).

Plusieurs chercheurs se sont intéressés à cette problématique, selon plusieurs points de vue : Management, Conception, Processus de production...etc. Trois types de travaux sont plus particulièrement présentés, ceux qui portent sur la conception du produit et ceux qui s'intéressent à la manière dont les process prennent en charge la fabrication de ces produits diversifiés. Et enfin ceux qui intègrent les deux aspects en même temps.

Dans ce qui suit nous allons citer quelques méthodes et notions développées en littérature inhérente à la gestion de la diversité qu'elles soient le fruit de travaux de conception, de process ou les deux à la fois.

#### ***1.4.1 Diversité et famille de produits***

Selon Simpson et al. (2001) la famille de produits est un groupe de produits reliés par le partage de caractéristiques communes, de composants, de sous-systèmes et répondant à un segment du marché.

Pour Stadzisz et Henrioud (1998), une famille de produits désigne un ensemble de produits dont les fonctions et les exigences d'assemblage sont semblables. La supposition des auteurs était que ni les demandes individuelles pour un produit ni le cycle de vie des produits dans une famille ne justifie des processus d'assemblage dédiés. Par conséquent, leur but principal était de construire les processus unifiés pour assembler une famille entière de produits.

On peut trouver de nombreux exemples de familles de produits dans la littérature : les couteaux suisses et les montres Swatch (Ulrich et Eppinger, 2000), Dell computers (Schonfeld 1998), les imprimantes HP (Feitzinger et Lee, 1997) et les walkmans Sony (Sanderson et Uzumeri, 1995) entre autres.

En examinant ces différents exemples Simpson et al. (2001) ont trouvé deux approches de base pour la conception d'une famille de produits :

1. l'approche Top-Down (a priori) : une entreprise gère stratégiquement et développe une famille de produits sur la base d'une plate-forme (un ensemble de composants en commun, cette notion sera plus détaillée par la suite) de produits et de ses dérivées.
2. l'approche Bottom-up (a posteriori) : une entreprise fait de la reconception ou consolide un groupe de produits distincts pour standardiser les composants afin de tirer partie de l'économie d'échelle.

Les propositions concernant la conception des familles de produits se présentent sous forme de méthodologie, on peut citer entre autre (Erens et Verhulst, 1997), (Jiao et Tseng, 1999) et (Du et al. 2001). Mais ce qui est à noter est que dans la majorité de ces travaux, on propose de créer une famille de produits en combinant une plate-forme avec des composants de différenciation.

La figure suivante donne un exemple de développement de famille de produits :

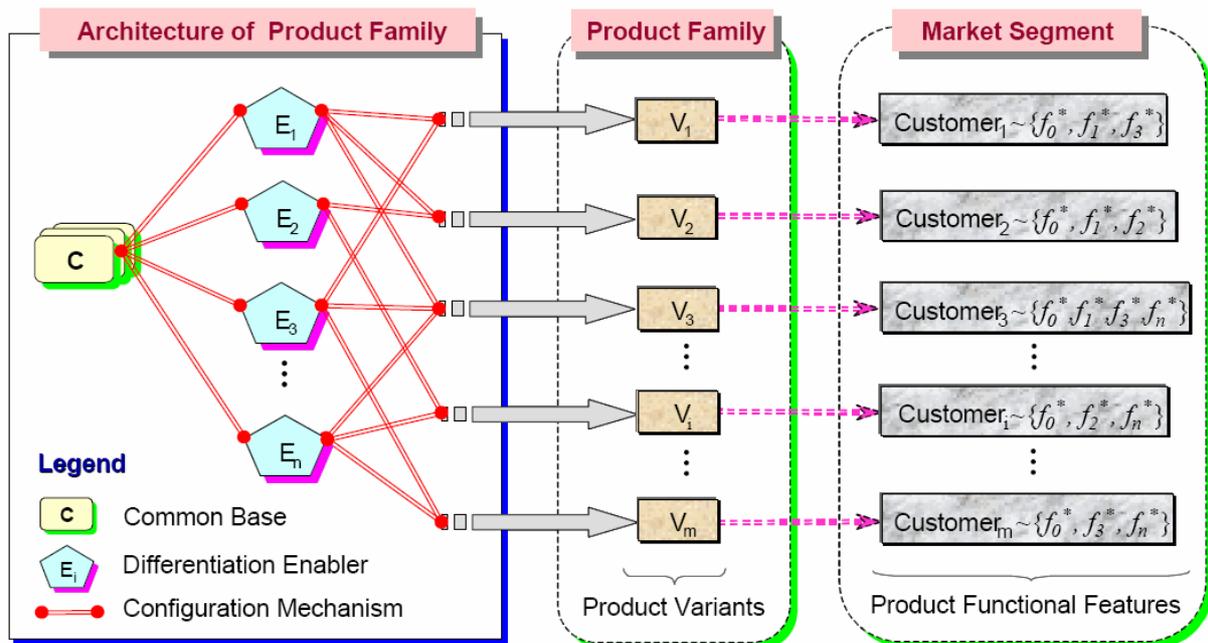


Figure I-2. L'architecture d'une famille de produit (Du et al, 2001)

Cette figure illustre le principe de l'architecture d'une famille de produit :

Du point de vue marketing, les clients sont caractérisés par une combinaison de fonctions  $\{f\}$  à laquelle est associée des valeurs de réalisation  $\{f^*\}$ . Une famille de produits  $\{V_1, \dots, V_m\}$  est conçue pour répondre aux besoins d'un groupe de clients associés à un segment du marché  $\{customers_1, \dots, customers_m\}$ , certaines fonctions demandées sont en communs entre tous les clients tel que  $f_o^*$ , et un ensemble de fonctions  $\{f_1^*, f_2^*, \dots, f_n^*\}$  commun à un sous ensemble de clients.

Du point de vue de la conception, les variations de produits au sein de la famille de produits  $\{V_i\}$  sont obtenues en configurant les composants de base  $\{C_i\}$  avec des activateurs de différenciation  $\{E_i\}$ , qui sont prédéfinis pour la famille de produits.

Les mécanismes de configuration déterminent les aspects génératifs de la famille de produits, ils garantissent que seuls les produits faisables techniquement et demandés par le marché sont générés.

### ***I.4.2 Standardisation ou rationalisation des composants***

La standardisation de composants consiste à remplacer un composant donné par un composant plus performant de la même famille (Dupont et al. 2001). On trouve également comme définition le fait d'utiliser un composant ou un processus commun à un maximum de produits. Les premiers travaux sur ce sujet datent du XIX<sup>ème</sup> siècle et sont connus sous le nom de *travaux de Renard*. Il était question de réduire le nombre de cordages différents de la marine française en concevant des cordages standards : un cordage d'un diamètre donné peut être remplacé par un cordage de plus gros diamètre, ce dernier permet de garantir la fonctionnalité car il est plus solide mais malheureusement plus coûteux. L'objectif était de trouver un bon compromis entre le nombre de cordages standards et le surcoût engendré par leurs utilisations. D'une façon plus générale, le problème de standardisation consiste à assurer, au moindre coût, un ensemble de fonctions techniques avec un nombre limité de composants possibles, chaque composant pouvant assurer un certain nombre de fonctions techniques. Cette approche permet de limiter astucieusement le nombre de références à produire et à gérer, mais le problème qui reste à résoudre est celui de la définition du nombre de composants ou plus généralement les plages de valeurs et leurs définitions.

La standardisation suppose que des besoins fonctionnels soient correctement évalués et traduits en spécifications techniques, et qu'une réflexion cohérente et pertinente soit conduite sur l'ensemble des solutions que l'on considère comme judicieuses.

Le problème de standardisation a déjà été abordé dans la littérature. Lee et Tang (1998) ont développé un outil mathématique qui permet de trouver le meilleur compromis entre les investissements nécessaires pour la standardisation et les profits qui résultent de la réduction de la diversité, des économies d'échelle et de la diminution des stocks. D'autres travaux portent sur le problème général de standardisation. Giard (1999) a proposé une méthode d'optimisation basée sur la programmation linéaire. Dupont et al. (2000) ont proposé une borne inférieure et une méthode de *branch and bound*. Dupont et al. (2001) ont également décrit trois cas de standardisation pour lesquels le problème est polynomial et peut se résoudre par programmation dynamique. Il y a également les travaux de Briant et Naddef (2000, 2004) sur le problème de la gestion optimale de la diversité. Leur problématique industrielle traite des faisceaux électriques utilisés dans l'industrie automobile. En effet, le problème de l'équipementier est de savoir quels sont les faisceaux standards qu'il va produire, et quelles substitutions il proposera dans le but de minimiser le sur-coût total.

### ***I.4.3 Modularité et plate-formes de produits***

#### ***I.4.3.1 Modularité***

La Modularité ou la conception modulaire consiste à décomposer un produit en sous-éléments plus ou moins indépendants appelés modules. Selon Subbu et al (1999) la conception modulaire consiste à partager des éléments (composants, modules) entre différentes fonctions et/ou différents produits finis. La différenciation du produit fini est effectuée lors de l'opération d'assemblage par le choix des modules et leur disposition dans le produit final. Ceci nécessite pour le module d'avoir des surcapacités fonctionnelles. On parle alors d'interchangeabilité (on dira que deux produits sont interchangeables lorsqu'ils sont fonctionnellement identiques ou que, dans la totalité de leurs fonctions ils peuvent être remplacés l'un par l'autre (Tarondeau, 1998)). L'interchangeabilité suppose de standardiser non pas le module mais les interfaces entre modules et les types de fonctions ou, plus généralement, les objectifs de chaque module. Par la suite, un module pourrait être identifié par plusieurs références correspondant à différentes performances pour les objectifs recherchés, par exemple on standardise les interfaces d'un module et à l'intérieur du module on offre plusieurs fonctionnalités possibles (différents voltages possibles etc...). L'interchangeabilité des produits (dans notre cas de modules) permet de produire en série, ou lots, et de bénéficier ainsi d'économies d'échelle. Les stocks créés par la production de séries protègent le système de production des aléas de la demande et favorisent la spécialisation des unités de productions. La flexibilité d'un module (le nombre de ces cas d'emploi) dépend de ses surcapacités fonctionnelles et nécessite des interfaces standardisées.

Le but de la conception modulaire est alors d'augmenter le nombre de cas d'emploi, afin d'utiliser des modules communs dans différents produits, et de permettre par l'échange et l'adjonction de différents composants modulaires (modules) de réaliser une grande diversité de produits finis à partir d'un nombre de composants relativement faible. Fouque (1999) a réalisé une analyse qui montre les effets de la commonalité (commonality) sur les coûts de stockage.

Ou plus simplement, la conception modulaire consiste à définir des modules, de telle sorte que leurs caractéristiques et leur nombre permettent de satisfaire une variété d'usages donnée en minimisant la somme des coûts engendrés par leur conception (coût de surcapacités fonctionnelles) et leur production (coûts liés à la variété) (Tarondeau, 1998).

Huang et Kusiak (1998) ont abordé la conception modulaire afin de produire à faible coût une large variété de produits. Ils ont fait appel à une représentation matricielle pour modéliser les interactions entre les composants et les fonctions, cette décomposition matricielle permettait d'extraire les éléments interchangeables, standardisés et indépendants.

Suite aux nombreux travaux sur ce domaine de conception modulaire, il faut pouvoir obtenir ces produits modularisés, et donc une grande quantité de travaux a porté sur les processus de fabrication. Nous citons par exemple les travaux de He et Kusiak (1997), qui proposaient de concevoir un système d'assemblage pour produits modulaires à l'aide d'un algorithme de recherche tabou. D'autres exemples d'application du concept de conception modulaire peuvent être trouvés dans (Kusiak, 1999).

Une autre notion liée à ce concept de modularité c'est *l'architecture de produits*, définie par Ulrich (1995) comme (1) l'arrangement d'éléments fonctionnels, (2) la correspondance entre les éléments fonctionnels et les composants physiques, et (3) la spécification des interfaces entre les composants physiques. Les produits avec une architecture dite intégrale exigent des changements de plusieurs composants pour implémenter des changements de la fonction du produit, alors que pour des produits avec une architecture dite modulaire, des changements d'un élément fonctionnel peuvent être localisés à un composant. Une conception de produit modulaire augmente donc la probabilité d'utiliser des composants standards mais également d'avoir des interfaces de composant identique à travers plusieurs produits.

Les produits étant modularisés, il est encore possible de réduire la diversité en standardisant les modules. En effet, en standardisant les composants des modules et/ou en suréquippant les modules on maximise l'utilisation des éléments ou des procédés de fabrication communs à un grand nombre de produits.

#### I.4.3.2 Plate-forme

En parallèle à la modularité la notion de plate-forme a vu le jour. Plusieurs auteurs ont établi leur propre définition de cette notion, nous citons dans la suite quelques unes de ces définitions.

Selon Robertson et Ulrich (1998) la plate-forme est un ensemble d'éléments qui sont partagés par un ensemble de produits. Ces éléments peuvent être divisés en quatre catégories :

- Les composants : les constituants d'un produit, les montages, ...etc.
- Les processus : les équipements qui ont servi à fabriquer le composant ou à l'assembler dans le produit, et la conception du processus de production et de la supply chain associés.
- La connaissance : concevoir savoir-comment (know-how), les applications et limitations de la technologie, techniques de production, modèles mathématiques, et méthodes de test.

- Les gens et les relations : les équipes, les relations entre les membres de l'équipe, les relations entre l'équipe et l'organisation plus large, et la relation avec le réseau des fournisseurs.

Pris ensemble, ces éléments partagés forment la plate-forme du produit.

Pour Gonzales-Zugasti et Otto (2000) une plate-forme de produit est un ensemble de composants et sous-systèmes partagés entre plusieurs produits offerts par une firme.

Plusieurs travaux de recherche que ce soit en management ou en conception ont abordé les avantages et les désavantages de la conception de produits à partir d'une plate-forme. Meyer et ses coauteurs (1997) ont fourni plusieurs exemples du succès de l'utilisation d'une plate-forme en industrie. D'autres chercheurs ont proposé plusieurs approches pour la gestion des plates-formes et de la diversité, comment planifier la commonalité et comment mettre en œuvre ce plan. On peut citer entre autres Martin et Ishii (1997), Meyer et Lehnerd (1997) et Robertson et Ulrich (1998).

Il y a également d'autres modèles basés sur la création des produits à partir de plates-formes. Moore et al. (1999) ont présenté une approche pour sélectionner les caractéristiques (fonctions) à utiliser dans la famille de produits à l'aide d'une analyse conjointe. Simpson et al (1999) ont proposé un modèle de conception d'une famille de produits à partir d'une plate-forme évolutive (qui peut être dimensionnée pour produire les variantes nécessaires).

Un cas plus général de plate-forme est la plate-forme modulaire, où le produit est subdivisé en plusieurs modules qui peuvent être échangés avec d'autres de taille ou de fonctionnalité différente, afin de créer des variantes. Avec une plate-forme modulaire, la plate-forme c'est l'ensemble des modules qui sont réutilisés entre les produits de la famille.

La littérature relève une variété de concepts liés à la notion de plate-forme : *la plate-forme de produit, la plate-forme process, la plate-forme de client, la plate-forme de marque, la famille de produits, etc.* (Halman et al. 2003).

*La plate-forme de produit* a été définie par McGrath (1995) comme un ensemble de sous-systèmes et d'interfaces qui forment une structure commune dont un ensemble de produits liés peut être efficacement développé et produit. Les plates-formes de produit sont donc particulièrement conçues pour un groupe spécifique de produits liés, tandis qu'une architecture de produit n'est pas nécessairement développée avec cette "restriction". Baldwin et Clark (1997) ont défini trois aspects de la logique sous-jacente d'une plate-forme de produit : (1) son architecture modulaire, (2) les interfaces (l'arrangement selon lequel les modules interagissent et communiquent), et (3) les normes (ou les standards) (les règles de conception que les modules doivent vérifier).

*La plate-forme de processus* se réfère au set up spécifique du système de production pour produire plus facilement la diversité désirée de produits. Un système de production bien développé inclut l'équipement flexible, par exemple l'automatisation programmable ou des robots, la planification informatisée, des supply chain flexibles, et une gestion de stock soigneusement conçue (Kahn, 1998).

*La plate-forme de client* est le segment de client qu'une entreprise choisit comme son premier point d'entrée dans un nouveau marché. On s'attend à ce que ce segment ait une réponse favorable aux produits de l'entreprise et qu'il peut servir de base pour l'expansion vers des segments liés et des marchés d'application (Sawhney, 1998). Les relations établies avec les clients et la connaissance des besoins du client sont une base de départ pour l'expansion de l'entreprise dans le marché et ceci en proposant des produits de haute qualité sur le même segment sinon en rajoutant de nouvelles fonctionnalités ce qui lui permet de conquérir de nouveaux segments (Meyer, 1997).

#### ***1.4.4 Personnalisation de masse (mass customization)***

La métamorphose du contexte économique positionne les entreprises dans un marché qui se définit actuellement comme dirigé par les consommateurs. A ceci s'ajoute une pression concurrentielle constante qui les contraint à se distinguer par le développement d'habiletés différenciatrices, telles que l'innovation ou encore l'avance technologique. (Anderson et al, 1997). Cet environnement a donné lieu à l'émergence du concept de personnalisation de masse (Mass Customization). Afin d'assurer leur pérennité, les entreprises proposent une offre de produits et de services associés qui sont basés sur la satisfaction des consommateurs. (Blackwell and Blackwell, 2001).

Cette évolution a fait passer de la production de masse à la personnalisation de masse, qui est définie comme la capacité à concevoir et à produire des produits personnalisés avec l'efficacité et la rapidité de la production de masse (Anderson, 1997) (Da Silveira et al. 2001) (Sanchez et al. 2001).

Pine (1993) a détaillé les raisons du passage d'une production de masse à une nécessaire personnalisation. Il est vrai qu'au regard de l'évolution des attentes des consommateurs, l'évolution semble inéluctable. La personnalisation de masse permet de fabriquer, dans un large volume, des produits qui répondent aux besoins individuels des consommateurs.

Cette personnalisation de masse peut être considérée comme une technique de production permettant de fabriquer en grandes quantités des produits qui conservent chacun des caractéristiques spécifiques, correspondant aux attentes des clients. L'atout est qu'une telle approche permet de répondre plus précisément à la demande des clients. Le défi est de

parvenir à maîtriser les coûts dès que la personnalisation s'applique à des volumes importants. Car il ne faut pas oublier que si avec la personnalisation de masse, les coûts de production vont chuter, les coûts de conception quand à eux demeurent, voire augmentent dans certains cas.

La personnalisation de masse entraîne une diversité commerciale qui nécessite souvent la reconception des produits et des processus de fabrication et qui peut conduire à de coûteuses diversifications des processus de fabrication. Un compromis judicieux doit alors être trouvé entre la diversité des produits et le coût de cette diversité.

Voici quelques bénéfices et opportunités tirés de la personnalisation de masse :

- Rationalisation des produits pour appuyer les stratégies de personnalisation de masse.
- Amélioration de l'exactitude des configurations pour assurer leur faisabilité en production.
- Amélioration de l'interactivité entre bureau d'études et clients, et élimination des activités sans valeur ajoutée.
- Fabrication des produits à la demande pour répondre aux besoins des clients.

#### I.4.4.1 Personnalisation de masse versus production de masse

La production de masse et la personnalisation de masse sont classiquement présentées comme des paradigmes de production opposés. (Selladurai, 2004). Le concept de personnalisation de masse implique un ajustement des méthodes de gestion manufacturières conventionnelles orientées vers la production de masse. La mise en place performante d'une stratégie de personnalisation de masse ne repose pas sur le type de ressources manufacturières et logistiques utilisées, mais plutôt sur des problématiques liées à la gestion des produits (Duray, 2002). Afin de mettre l'accent sur les différences majeures que cela implique, le tableau suivant propose une comparaison de ces deux paradigmes de production, (Pine, 1993).

	<i>production de masse</i>	<i>personnalisation de masse</i>
<b>Principes</b>	Stabilité et contrôle du processus pour avoir une production efficiente	Flexibilité et adaptabilité pour obtenir une diversité et une personnalisation
<b>Objectifs</b>	Marketing, conception, production et livraison de biens et de services à bas prix. Tout le monde ou la plupart peut acheter les produits.	Marketing, conception, production et livraison de biens et de services à prix raisonnables, variés et personnalisés. Tout le monde peut satisfaire exactement ses besoins.
<b>Principales caractéristiques</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Stabilité de la demande</li> <li>- Large marché homogène</li> <li>- Biens et services standard</li> <li>- Qualité uniforme et bas prix</li> <li>- Long cycle de développement des produits</li> <li>- Long cycle de vie des produits</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Demande fragmentée</li> <li>- Niche de marché hétérogène</li> <li>- Biens et services personnalisés, haut degré de qualité</li> <li>- Court Cycle de développement des produits</li> <li>- Court cycle de vie des produits</li> </ul>

Tableau I-1 Personnalisation de masse versus production de masse

Les applications de ces concepts dans un contexte industriel sont abordées dans (Pine et al, 1995) et (Kotha, 1995). Toutefois, les quelques éléments présentés lors de ces travaux ne permettent pas d'avoir une méthodologie précise sur l'implémentation d'une stratégie de personnalisation de masse. Ce constat a vu l'émergence de recherches plus spécifiques portant sur la proposition de modèles pour la mise en œuvre d'une telle stratégie, (Ahlstrom et Westbrook, 1999) et (Gilmour and Pine, 1997). Enfin, Duray et al. (2000) proposent une typologie des pratiques de personnalisation de masse en vue de leur implémentation.

Les éléments présentés dans ce tableau soulignent les aspects stratégiques à mettre en place pour évoluer d'une stratégie de production de masse à celle de personnalisation de masse. Ces principes reposent sur les différentes méthodes déjà explicitées, de conception modulaire, de standardisation de composants, de regroupement de produits en familles, etc.

#### **1.4.5 La conception intégrée : design for variety**

Dans cette approche de conception intégrée, les objectifs se concentrent sur la réduction du temps de mise sur le marché des produits, la réduction de coûts de conception et l'amélioration de la qualité de conception par l'intégration des activités de conception.

Cependant, réaliser une intégration efficace est une tâche difficile. La communication et la coordination entre les diverses disciplines sont essentielles pour assurer le succès d'une telle approche de conception.

Plusieurs travaux traitent ce genre d'approche, on parle de conception pour X (Design for X), où le X peut être l'assemblage, démontage, maintenance, diversité, modularité, moulage... etc. Dans ce qui suit nous citons des exemples de design for variety qui intègrent le processus d'assemblage.

Stadzisz et Henrioud (1998) ont proposé une démarche d'intégration de la conception des familles de produits et des processus d'assemblage. L'objectif d'une telle démarche de conception intégrée est double. Il s'agit, d'une part, de prendre en compte, le plus tôt possible dans leur processus de conception, la manière dont les produits seront assemblés. D'autre part, il s'agit d'exclure dès le début les mauvaises stratégies d'assemblage afin de limiter l'étude aux seules stratégies prometteuses.

Gupta et Krishnan (1998) se sont intéressés à la définition d'une famille de produits en se basant sur la création d'une séquence d'assemblage (l'ordre dans lequel les composants d'un produit sont assemblés pour obtenir le produit final). Ils ont développé un algorithme qui identifie ce qu'ils appellent les sous-assemblages génériques, qui sont un ensemble d'éléments communs entre les produits et qui respecte la séquence d'assemblage. A la fin on obtient un ensemble de produits groupés selon une séquence d'assemblage qui permet de réduire le temps d'assemblage finale.

#### ***1.4.6 La différenciation retardée***

Le concept de différenciation retardée a vu le jour durant les années 50, suite à des études sur les processus de fabrication. Ces études ont montré que les produits tendent à se différencier lorsqu'ils se rapprochent du point de pénétration de la commande qui est le point du flux où les produits sont associés à une commande client. Ainsi, plus le produit progresse le long de la chaîne qu'il parcourt pour augmenter sa valeur ajoutée, plus il a tendance à se différencier. Pour Lee et Tang (1998), la différenciation retardée consiste à retarder le point de différenciation des produits ou des processus de manière à stocker des produits semi-finis (peu différenciés) plutôt que des produits finis. Le point de différenciation est le point à partir duquel chaque produit acquiert sa propre identité. L'objectif principal est de pouvoir offrir des produits personnalisés en bénéficiant des avantages de la production de masse et avec une très bonne réactivité, en fournissant un maximum d'éléments standards et en repoussant le plus en aval possible le point de différenciation des produits. Il est préférable d'agir dès la conception du produit pour permettre sa différenciation aussi tard que possible dans la chaîne logistique,

car cela présente le double avantage, de prendre bien évidemment en compte le besoin de différenciation du produit, et de produire en amont de la différenciation des séries longues de produits indifférenciés.

L'objet de la différenciation retardée du produit par action sur les processus de production, est de modifier l'ordre des phases du mode opératoire pour repousser les opérations générant de la diversité vers la fin du processus. Lee et Tang (1998) présentent deux exemples. Dans le premier cas, l'opération qui cause la différenciation est repoussée à la fin du processus ; c'est au moment de la distribution que s'effectue la différenciation par l'assemblage des éléments nécessaires. Le second exemple traite de l'inversion dans l'ordre de réalisation de deux opérations. Parmi les impacts de la différenciation retardée, les auteurs notent : la possibilité de réduire les stocks, un possible équilibrage du système de fabrication, une utilisation maximale des process industriels pour les éléments standardisés, une réduction dans les délais qui rendent possible la production synchrone. La dernière étape consiste à assembler le produit final désiré en joignant ensemble les modules standardisés disponibles sur stock.

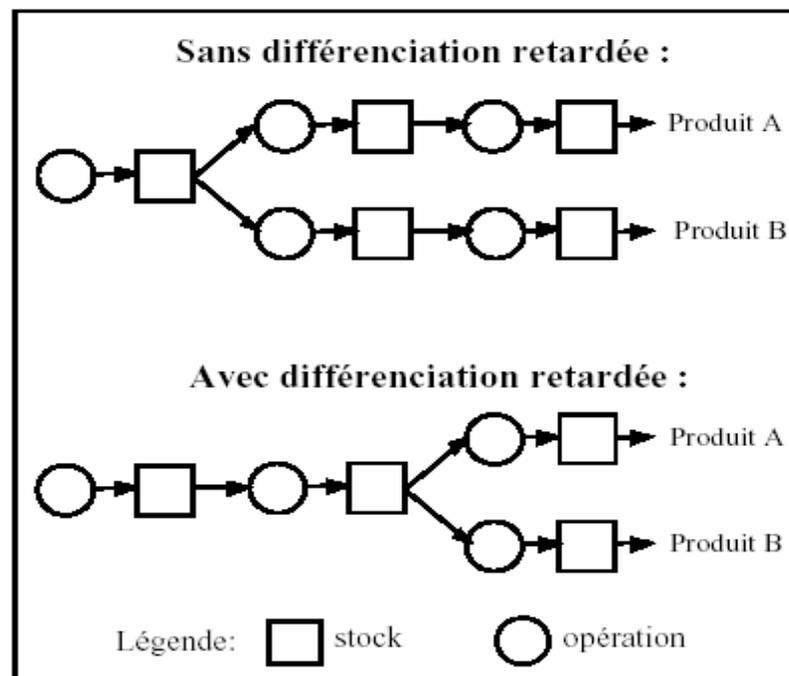


Figure I-3. Illustration de la différenciation retardée (Agard, 2002).

Plusieurs concepts apparaissent simultanément avec la différenciation retardée : la conception modulaire, la standardisation, la réorganisation des processus. Ces concepts sont des instruments pour supporter la différenciation retardée (Agard et Tollenaere, 2002a, 2002b). Dans les articles de (Lee et Tang, 1997) et (Swaminathan et Tayur, 1999) les auteurs

font référence à la différenciation retardée (delayed differentiation) en utilisant le terme de postponement.

Après avoir dressé les différentes méthodes pour offrir de la diversité, nous allons à présent parler de la politique de production que nous allons adopter, politique adaptée à un contexte de forte diversité.

### **I.5 L'assemblage à la commande comme politique de production**

La nécessité de satisfaire rapidement des clients de plus en plus impatients dans un contexte fortement concurrentiel a conduit certaines industries, principalement celles de l'automobile et de l'industrie informatique, à raccourcir le délai séparant la prise de commande d'un produit personnalisé, de sa livraison au client et surtout à respecter ce délai. De plus, les besoins des clients se sont tellement diversifiés qu'une entreprise se voit contrainte d'élargir sa gamme d'offre. Avant elle adoptait une politique de production pour stock qui se fondait, certes, sur des demandes prévisionnelles (avec ce que cela implique d'incertitude sur les quantités demandées et les moments précis où ces demandes se concrétiseront). Mais avec une multitude de produits elle ne peut plus se permettre ce genre de démarche car elle se retrouverait avec des coûts de stockage monstrueux. Ce contexte où il faut concilier à la fois des délais de livraison qui sont de plus en plus courts (qui interdisent une politique du type Make To Order) et une diversité de besoins client qui ne fait qu'augmenter (qui interdit une politique type Make to Stock), a conduit à l'émergence d'une solution permettant un bon compromis qui est de préparer des *produits semi-finis* (appelés aussi modules) et de les assembler au dernier moment (politique Assembly to Order).

On parle d'assemblage à la commande dans le cas de production de produits finis fortement diversifiés fabriqués à partir d'un nombre limité d'ensembles faiblement diversifiés de composants ou de sous-ensembles plus ou moins interchangeables au montage, généralement conçus dans une approche modulaire, ces composants et sous-ensembles étant le plus souvent fabriqués pour stock et l'assemblage final s'effectuant pour répondre à des commandes de clients (Giard et Mendy, 2007). La figure qui suit illustre le principe de l'assemblage à la commande, où  $a_i$  représente les composants de base,  $PSF_i$  les produits semi-finis constitué à partir des composants, et enfin les produits finis sont les  $P_i$ .

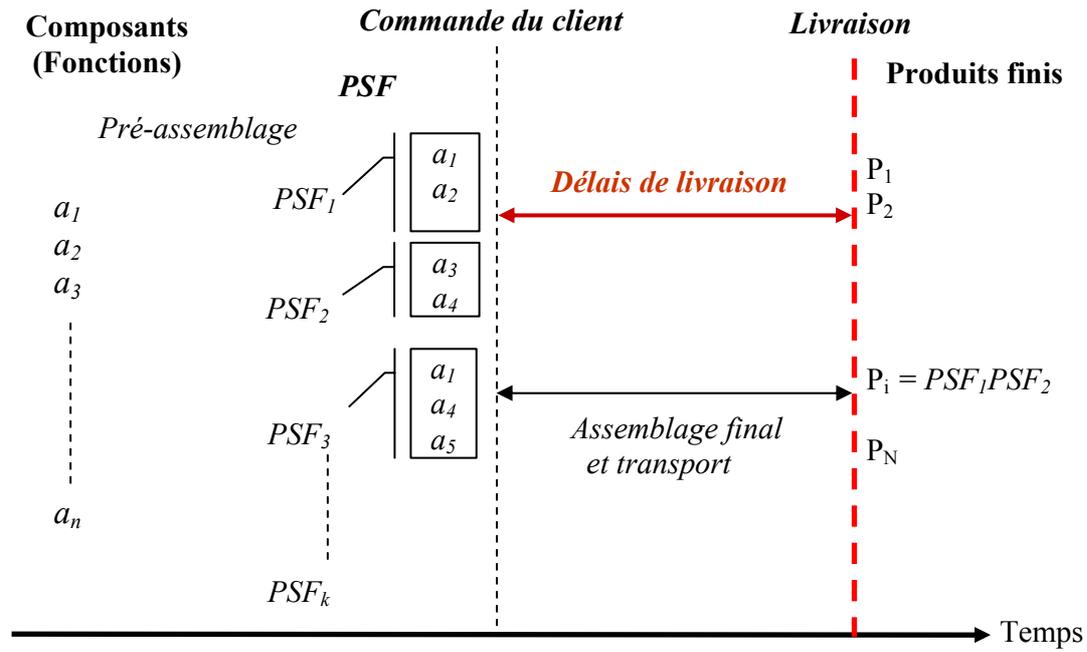


Figure I-4. Assemblage à la commande

Ce mode de production constitue le cadre de notre travail de recherche, nous y reviendrons plus en détails dans les chapitres qui vont suivre.

## I.6 Typologie des travaux de recherche :

Comme nous l'avons déjà vu, de nombreux chercheurs se sont intéressés à la problématique de la diversité des produits, selon plusieurs points de vue : Management, Conception, Processus de production,... Plusieurs approches sont proposées :

1. Celles qui réfléchissent sur la création de cette diversité en termes de : combien et quels produits diversifiés offrir ? quelle architecture pour les produits ? jusqu'à quel niveau sommes nous prêts à aller dans la personnalisation du produit ?
2. Et celles qui s'intéressent à la mise en place de cette diversité, en s'interrogeant sur les prédispositions en termes de processus de fabrication et d'organisation nécessaires afin de prendre en charge la fabrication de ces produits diversifiés.

### I.6.1 Création de la diversité

I.6.1.1 <u>Dimensionnement de la diversité : combien et quels produits offrir ?</u>	
Sur quel attribut perceptuel ou tangible une entreprise doit elle se reposer pour offrir de la diversité ?	(Dobson et Kalish, 1993) (Dobson et Yano, 1995) (Raman et Chhaged, 1995) (Yano et Dobson, 1998)
Comment un fabricant de produits assemblés peut utiliser des composants afin de différencier et varier ses produits ?	(Desai et al. 2001) (Ramdas et Sawhney, 2001)
Comment des produits individuels affectent-ils le potentiel de revenu de la ligne entière ?	(Kahn, 1998) (Kim et Chhaged, 2001) (Randall, Ulrich et Reibstein, 1999)

I.6.1.2 <u>Architecture du produit :</u>	
Qu'est ce que l'architecture d'un produit ? Quels sont les avantages et les coûts d'une architecture modulaire ? Comment la mettre en œuvre ?	(Baldwin et Clark 1997, 1999) (Henderson et Clark, 1990) (Ulrich, 1995) (Gulatai et Eppinger, 1996) (Stone et al. 2000)

Comment standardiser des composants qui ont une influence faible sur la qualité perçue ?	(Fisher, Ramdas et Ulrich, 1999) (Gupta et Krishnan, 1999) (Thonemann et Brandeau, 2000)
Comment standardiser des composants qui ont une influence forte sur la qualité perçue ?	(Desai et al. 2001) (Morgan, Daniels et Kouvelis, 2001) (Ramdas et Sawhney, 2001)
C'est quoi une plate-forme de produit ? Comment concevoir une plate-forme de produit ?  Comment mesurer la performance d'une plate-forme de produits ?  Comment concevoir une famille de produits à l'aide d'une plate-forme de produits ?	(Krishnan et Gupta, 2001) (Krishnan, Singh et Tirupati, 1999) (Meyer et Lehnerd, 1997) (Muffato et Roveda, 2000) (Robertson et Ulrich, 1998) (Watanabe et Kwitiana Ane, 2004) (Martin et Ishii, 2002) (Messac et al. 2002) (Farrell et Simpson, 2001, 2003) (Koufteros et al. 2002) (Nidamarthi et al. 2003)  (Meyer, Tertzakian et Utterback, 1997) (Kokkolaras et al. 2002) (Sundgren, 1999) (Simpson et al. 1999, 2001) (Sivard, 2000) (Erens et Verhulst, 1997) (Siddique et Rosen, 1999) (Gonzalez-Zugatti et Otto, 2000) (de Weck et al.2003) (Kim et al. 2004)
Quels modules choisir pour constituer mes produits ? Comment définir les modules constituants les produits à partir d'une description des fonctions ?	(Miller et Elgard, 1998) (Zamirowski et Otto, 1999) (Chakravarty et balakrishnan ,2001)  (Stone et al. 2000) (Nepal et al. 2005) (Fujita, 2002) (Dobrescu et Reich, 2003)

<u>I.6.1.3 Niveau de personnalisation :</u>	
Quels sont les avantages de la personnalisation de masse ?  Comment concevoir, produire lorsqu'on adopte la personnalisation de masse ?	(Pine, 1993) (Gilmore et Pine, 1997) (Alford et al. 2000)  (Tseng et al.2005) (Agard et Tollenaere, 2002a, 2002b) (Felfernig et al. 2001) (Salvdor et Forza, 2004) (Jiao et Tseng, 2004) (Slavador et al. 2002) (Steger et Svensson, 2004) (Hadj-Hamou, 2002)

### I.6.2 La mise en place de la diversité

I.6.2.1 <u>Prédispositions en termes de processus de fabrication et d'organisation:</u>	
Comment la diversité de produit impacte-t-elle les opérations de fabrication ?	(MacDuffie, Sethuraman et Fisher, 1996) (Anderson, 1995) (Fisher et Ittner, 1999) (Foster et Gupta, 1990) (Vilas et Vandaele, 2002) (Berry et Cooper, 1999)
Comment tirer partie de la structure de la supply chain pour gérer la diversité de produit ?  Quel est l'impact de la diversité sur la structure de la supply chain ?	(Ramdas et Spekman, 2000) (Randall et Ulrich, 1999)  (Thonemann et Bradley, 2002) (Hadj-Hamou, 2002)
Quels sont les bénéfices de la différenciation retardée ? Comment la mettre en œuvre ?  Quels outils associer à la différenciation retardée pour améliorer son efficacité ?	(Lee et Tang 1997, 1998) (Whang et Lee, 1998) (Swaminathan and Lee, 2003)  (Feitzinger et Lee, 1997) (Gupta et Krishnan, 1998) (Swaminathan et Tayur 1998, 1999) (Swaminathan et Kulkarnyavuz, 2001) (Yang et Burns, 2001) (Ma et al. 2002) (He et al. 1998) (David et al. 2003) (Garg et Tang, 1997)
Quelle approche intégrée adopter pour alléger le poids de la diversité ?	(Stadzisz et Henrioud, 1998) (Ariano et Dagnino, 1996) (Fujimoto et al. 2004) (Fujita et al. 2003) (Kim et Chhajed, 2000) (Martin et Ishii, 1996,1997) (Sosa et al. 2000) (Rosenkranz, 2003) (He et Kusiak, 1997) (Briant et Naddef, 2004)
Etudes empiriques sur la diversité des produits, la flexibilité requise, les plateformes de produits, etc.	(Uzmeri et Sanderson, 1995) (Suarez et al. 1995) (Tatikonda, 1999) (Sanderson et Uzmeri, 1995) (Ulrich et al. 1998) (Ishii et Yang 2003)
Etats de l'art de quelques travaux de recherche	(Krishnan et Ulrich, 2001) (Ramdas, 2003) (Jose Flores et Tollenaere, 2005)

### ***I.6.3 Travaux de Da Cunha***

Notre travail de thèse s'inscrit dans la suite des travaux de thèse de Da Cunha (2004) effectués au sein de notre laboratoire de recherche. Son travail de thèse porte sur la mise en place d'une politique de gestion de stock adaptée à la grande diversité. Elle a proposé d'intégrer les notions de niveaux d'information aux questions classiques de gestion et de conception. Elle a proposé une modélisation de l'information disponible au sein de l'entreprise rendant compte de l'existence de différents niveaux de connaissance sur la demande finale. A partir de cette modélisation et en utilisant le principe de maximisation de l'entropie, elle a mis en place une méthode de génération de l'information sur la demande en produits finis à partir d'informations partielles disponibles. Cette application a été rendue possible par l'implémentation d'un algorithme de gradient, l'algorithme d'Uzawa. Celui-ci lui a permis de déterminer une unique demande cohérente avec les informations disponibles quel que soit le niveau d'information.

Elle a également développé des premières heuristiques pour la définition des produits semi-finis sur un cas de base, travail que nous avons poursuivi dans cette thèse. Dans le chapitre suivant nous détaillerons selon les besoins ses différents résultats sur cette partie à titre comparatif.

Et enfin, un accent a été porté sur la gestion de stock des produits semi-finis. Elle a concentré son étude sur un cas de petite taille qui permettait par son caractère didactique d'identifier l'influence de l'information sur cette étape de la mise en place de l'assemblage à la commande.

## **I.7 Conclusion :**

Dans ce chapitre nous avons abordé tout ce qui se rapporte à la diversité de produits, nous avons vu ses origines, les différentes stratégies de diversification, les avantages et les inconvénients d'offrir cette diversité, et surtout comment la mettre en place et la gérer à l'aide de méthodes adaptées.

Pour ce qui est de notre travail de recherche, nous nous positionnons dans une optique de mise en place de cette diversité de produits en adoptant une politique de production de type Assemblage à la commande et en considérant que les produits sont déjà conçus de telle manière qu'un composant correspond à une fonction (une option). Nous aborderons notamment la problématique de création des produits semi-finis à stocker.

Après cette présentation bibliographique, nous allons poursuivre le positionnement de notre travail en précisant notre problématique de recherche dans le chapitre suivant.

***II CHAPITRE 2. PROBLEMATIQUE***



## II.1 Introduction

Ce chapitre est consacré à notre problématique de recherche.

Dans la section (II.2), nous commencerons par dresser le cadre général de notre problème, ensuite nous aborderons nos hypothèses de départ. Par la suite, nous parlerons de la problématique proprement dite, quelques notations seront rappelées et enfin nous traiterons la façon dont les demandes en produits finis seront générés.

Nous finirons ce chapitre par la section (II.3) qui traite de la gamme d'assemblage qui est une problématique sous-jacente et un outil préliminaire nécessaire pour notre problème général.

## II.2 Problématique et hypothèses

### II.2.1 Cadre général du problème

De nos jours, l'évolution de l'environnement économique des entreprises, en particulier les entreprises spécialisées dans la production de produits fortement diversifiés, a conduit à un bouleversement de tout le mode de production. En effet, la diversité de besoins client, qui se traduit par une grande diversité de produits, ne fait qu'augmenter. A cela s'ajoute un raccourcissement de l'intervalle de temps entre la passation d'une commande d'un client et le moment où elle doit être honorée. Cette double évolution a des répercussions en cascade sur l'ensemble de la supply chain, les politiques de production classiques telles que *Make to Stock* et *Make To Order* n'étant plus envisageables. En effet, comme nous l'avons déjà dit, faire tous les produits à l'avance et les stocker, pour que dès qu'une commande est reçue livrer le client directement, ce qui correspond au *Make to stock* n'est plus rentable, car avec une diversité de produits très importante les coûts de stockage sont monstrueux. Adopter une politique de type *Make to order* qui consiste à lancer la production dès qu'on reçoit la commande, est pénalisé par les temps des processus de production qui sont relativement longs par rapport aux délais de livraison imposés.

Alors une solution permettant de concilier ces deux aspects, est de préparer à l'avance des produits semi-finis (*PSF*) et de les assembler au dernier moment (politique *Assembly to Order*, Cf. section I.5). Cette politique est d'autant plus efficace (en termes de gestion et de coût) dans le cas où les *PSF* sont produits à l'avance dans des ateliers à moindres coûts (en délocalisé par exemple), et l'assemblage final est fait au niveau de l'entreprise dès la réception de la commande.

La mise en place de l'assemblage à la commande (figure II.1, rappel de la figure I.4) soulève des questions auxquelles il faut répondre et qui sont l'objet de ce chapitre :

- Combien de références de *PSF* doit-on stocker (valeur de  $N_{PSF}$ ) ?
- Lesquelles (quels sont les composants des  $PSF_j$ ,  $j = 1 \dots N_{PSF}$ ) ?

Quelques notations s'imposent :

- Ensemble des composants :  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ .
- L'ensemble des produits finis potentiels  $E_P = 2^A \setminus \{\emptyset\}$ ,  $E_P = \{P_1, P_2 \dots P_{2^n-1}\}$ , Les produits finis sont des sous ensembles de  $A$ .
- Tous les produits finis sont candidats pour être choisis, toutefois, quelques un de ces produits peuvent ne pas être demandés ou être impossibles à faire.
- $C$  : une composition de stock des  $N_{PSF}$  choisis.

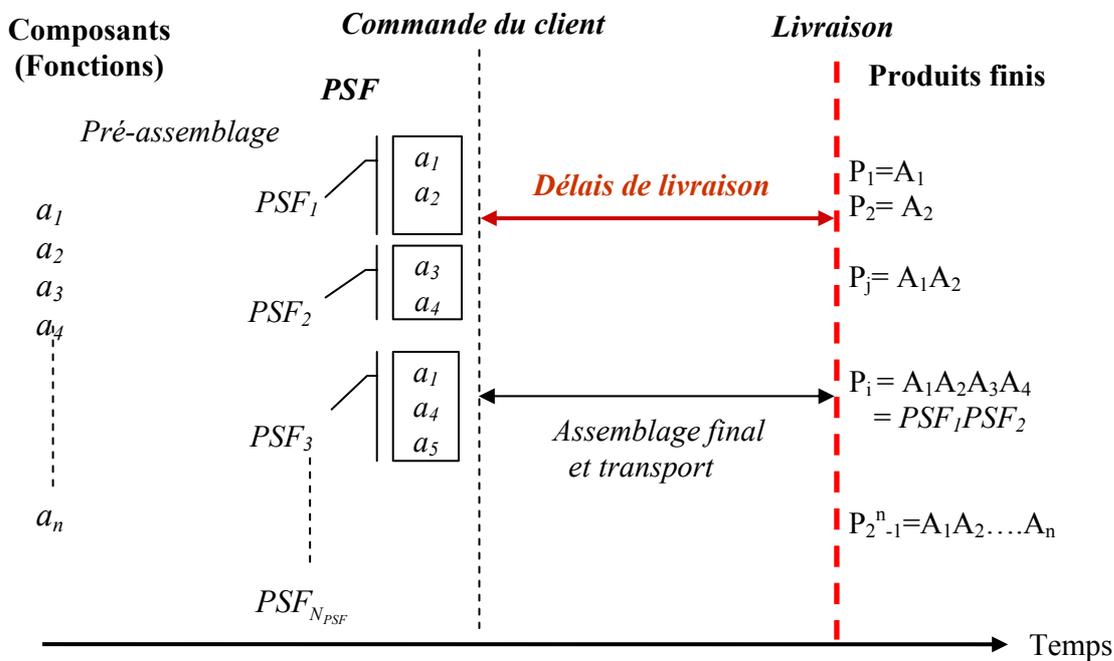


Figure II-1 Assemblage à la commande, rappel de la figure I.4

Pour ce qui est du vocable choisi pour qualifier l'opération de déterminer les *PSF* à stocker, nous avons opté pour le terme *définition* et non *conception* car pour nous ce sont deux concepts distincts.

La conception désigne l'opération de création qui s'effectue dans la phase projet, avant la commercialisation des produits. Alors que le terme de définition désignera l'action de regrouper les composants (fonctions) en *PSF*. Cette opération, de création de *PSF*, s'appuie sur des préoccupations d'efficacité et de réactivité, qui nécessite des informations sur les demandes en produits finis.

Peu de travaux se sont intéressés à cette problématique, nous citons entre autres :

- Agard (2002) a défini dans ce qu'il appelle l'action de maîtrise de la diversité, des *PSF* appelés Modules Industriels (*MI*). Ces modules sont obtenus par découpage modulaire des produits (des faisceaux électriques) selon deux approches :
  - soit en s'appuyant sur les composants, on parlera de *découpage structurel*
  - soit en s'appuyant sur les fonctions, on parlera de *découpage fonctionnel*

L'évaluation des *MIs* candidats se fait selon deux critères:

- *temps gagné en assemblage final TGAF*
- *nombre de références de modules*
- José Flores (2005) a défini la *plate-forme de différenciation retardée* (*PDR*) comme étant un module commun utilisé sur un ensemble limité de produits. Ce module est assemblé et stocké à l'avance sur la ligne de production et les composants de différenciation sont ajoutés a posteriori sur la ligne de production.

Pour former ces *PDRs*, il essaye de réduire au plus le nombre d'assemblage différents à l'instant *t* dans une séquence d'assemblage par le biais de deux approches :

- *réorganiser les séquences d'assemblages (supposées connues) des produits de telle sorte que les opérations communes (l'ajout du même composant) se succèdent.*
- *standardisation des composants (en jouant sur les versions des composants) afin qu'un même composant puisse être réutilisé par plusieurs produits*
- Swaminathan et Tayur (1998) ont analysé et modélisé une ligne d'assemblage final pour une gamme d'ordinateurs (utilisant des produits semi-finis appelés *Vanilla Boxes*). Ils ont déterminé les configurations et les niveaux optimaux de stocks de ces *VB* (dont le nombre de références est fixé a priori), en prenant en compte :
  - *les coûts de stockage,*
  - *les restrictions sur la capacité de production,*
  - *et l'information sur la demande en produit.*

Ils ont cependant fait l'hypothèse qu'un produit ne peut être obtenu qu'à partir d'une seule *VB*, à laquelle on rajoute des composants de base.

Leur objectif était la minimisation des coûts de possession et de pénurie, celle-ci survenant lorsque le temps nécessaire à l'assemblage est supérieur à la capacité disponible.

La résolution, par énumération exhaustive des compositions de stock permet de choisir les *VB*.

Toutefois, ces travaux sont limités par :

- *le choix successif des VB à stocker, par exemple pour choisir deux VB l'algorithme choisit la première puis celle qui est la plus adaptée, compte tenu du premier choix. Le couple ainsi choisi peut donc ne pas être optimal.*
- *la faible taille des instances traitées ( $\# \text{produits} \leq 10$  et  $\# \text{VB} \leq 3$ ).*
- Cette problématique s'apparente un peu à celles abordées dans la conception modulaire, toutefois, comme nous l'avons déjà dit auparavant le terme conception n'est pas adéquat dans notre cas car on effectue seulement des regroupements de composants (fonctions) en *PSF* (modules).

Quelques critères rencontrés dans la littérature de la conception modulaire (Cf. section I.4.3) :

- *Critère géométrique* : la conception des modules tient compte des contraintes physiques des composants. D'autres aspects importants des caractéristiques des modules sont les interfaces entre modules. Elles garantissent la bonne intégrité et adaptabilité des modules et leur compatibilité (Ulrich, 1995), (Ulrich et Tung, 1991).
- *Critère ergonomique* : les modules sont adaptés pour faciliter les opérations d'assemblage (Ben Aissa, 2000).
- *Critère fonctionnel* : la construction des modules est basée sur l'analyse des fonctions de chaque composant (Huang et Kusiak, 1998), (Chakravarty, et Balakrishnan, 2001).
- *Critère temporel* : nous retrouvons les travaux d'Agard (2002).

Et enfin, nous retrouvons les travaux de Da Cunha (2004) qui a abordé cette approche. Nous reviendrons plus en détails sur ses résultats au prochain chapitre quand besoin est.

### **II.2.2 Les hypothèses**

Dans un premiers temps nous reprenons les mêmes hypothèses que Da Cunha (2004), hypothèses qui définissent ce que nous appellerons cas de base.

Les hypothèses sur les produits finis :

- Nous supposons que pour tous les produits il n'y a pas d'effet enveloppe, c'est à dire qu'un produit livré au client contient rigoureusement les fonctions demandées et payées par celui-ci : pas de produit suréquipé, par exemple si le client commande  $a_1a_2a_5$  on ne va lui livrer  $a_1a_2a_3a_5$ . Cette contrainte concerne également les composants en doublons, par conséquent l'assemblage concernera uniquement des composants différents.
- Nous supposons également qu'il n'y a pas de contraintes inclusives ou exclusives entre les composants. C'est-à-dire qu'entre deux composants quelconques, la présence de l'un n'influe pas de façon systématique sur la présence de l'autre. Prenons le cas de l'industrie

automobile. Un exemple de contrainte inclusive est : la présence de l'option airbag passager implique la présence de l'airbag conducteur. Un exemple de contrainte exclusive : la motorisation d'un véhicule doit être soit essence, soit diesel.

À partir de ces hypothèses et pour  $n$  composants, on a potentiellement  $2^n - 1$  produits finis (le produit sans options n'est pas considéré). Dans la réalité les  $2^n - 1$  produits finis ne sont jamais tous offerts, une probabilité nulle pourrait être associée aux produits non offerts et les méthodes ainsi développées resteront applicable à des cas réels.

Les autres hypothèses concernent l'atelier d'assemblage :

- La politique de production utilisée est l'assemblage à la commande.
- Les machines disponibles dans l'atelier sont de telles sortes que toutes les opérations d'assemblage requièrent le même temps.

*Remarque* : la question de réalisation des assemblages de *PSF* à partir des composants n'est pas traitée ici, nous supposons que toutes les combinaisons d'assemblage sont réalisables.

### II.2.3 Problématique

Le problème proprement dit est de déterminer les différents produits semi-finis à stocker. Pour ce faire, nous faisons appel à deux critères pour évaluer les différentes compositions de stock de *PSF* :

- i. Le nombre de type de *PSF* stockés :  $N_{PSF}$
- ii. Le temps moyen d'assemblage : *TMA*.

*L'Objectif* : stocker un nombre minimum de *PSF* et avoir un délai de réponse aux demandes finales par un assemblage des *PSF* le plus court possible. Nous remarquons que ces deux objectifs sont contradictoires. En effet, si nous minimisons le nombre de *PSF* stockés (le cas extrême aucun *PSF* stocké,  $N_{PSF} = 0$ ) c'est le *TMA* qui augmente (tout les assemblages sont fait à partir des composants de base) et inversement, si nous minimisons les temps d'assemblage (cas extrême  $TMA = 0$ ) c'est le  $N_{PSF}$  qui augmente (tous les produits finis doivent être stockés).

Pour faire face à ces deux objectifs contradictoires, nous proposons deux approches qui fixent l'un des objectifs et optimisent l'autre.

### II.2.3.1 Minimisation du temps moyen d'assemblage

- Le nombre de types de  $PSF$  ( $N_{PSF}$ ) est fixé au départ.
- L'objectif : Minimisation du temps moyen d'assemblage

Le problème est alors, pour une connaissance sur la demande donnée, de déterminer quelle sera la composition du stock de  $PSF$  qui permettra de minimiser le temps moyen d'assemblage.

### II.2.3.2 Garantie d'un temps d'assemblage

- Définir un temps d'assemblage maximum.
- L'objectif : minimisation du coût de stockage.

Le problème industriel auquel il faut faire face est le suivant : il s'agit de déterminer les  $PSF$  à stocker afin de permettre l'assemblage de n'importe quel produit fini en moins d'un nombre donné d'opérations, cette contrainte permet de garantir un temps d'assemblage inférieur au délai de livraison souhaité, l'idéal étant de réduire au maximum la taille du stock pour diminuer les coûts de stockage.

Nous reviendrons plus en détail sur ces approches dans la suite du document.

## II.2.4 Notations

Avant de poursuivre, quelques notations supplémentaires s'imposent :

- $n$  : le nombre de composants de base,
- $a_i$  est un composant de base (ou option),  $i=1 \dots n$ .
- Ensemble des composants :  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ .
- L'ensemble des produits finis  $E_P = 2^A \setminus \{\emptyset\}$ ,  $E_P = \{P_1, P_2, \dots, P_{2^n-1}\}$ , Les produits finis sont des sous ensembles de  $A$ . Par exemple le produit fini  $P_j$  composé des options  $a_1 a_3$  et  $a_4$  est noté  $A_1 A_3 A_4$ .
- Tous les produits finis sont candidats pour être choisis comme  $PSF$  à stocker.
- $p(P_j)$  : la probabilité de demande pour le produit  $P_j$ , et  $D$  la demande pour l'ensemble des produits finis représentée sous forme d'un vecteur  $D = (p(P_1) p(P_2) \dots p(P_{2^n-1}))$ .  $\sum p(P_j)$ .
- Le nombre de références de  $PSF$  à stocker :  $N_{PSF}$
- $C = \{PSF_1, PSF_2, \dots, PSF_{N_{PSF}}\}$ ,  $PSF_i \in E_P$ , est une composition du stock de produits semi-finis ou l'ensemble des produits semi-finis en stock,  $N_{PSF} = |C|$ .
- $TMA(C)$  : Temps moyen d'assemblage à partir de la composition  $C$ .
- $NA(P_j, C)$  : nombre d'assemblage nécessaire pour obtenir  $P_j$  à partir d'une composition de stock  $C$ .

Au besoin quelques notations seront rappelées.

### II.2.5 La génération des demandes

Afin d'évaluer nos heuristiques par le biais de tests, nous générons des instances. Ces instances sont définies à partir de deux types de demandes en produits, celles ci représentent des situations commerciales extrêmes, ainsi nous pourrions simuler différents scénarios pour notre problème. Les instances utilisées sont caractérisées par le type de demande, le nombre de composant de base  $n$ , ce qui nous permet d'avoir le nombre de produits finis qui est égal à  $2^n - 1$ . Les deux répartitions de demandes sont « Demande homogène » et « Demande Pareto »

#### II.2.5.1 Demande Homogène

Dans ce cas les demandes en produits finis suivent une même loi de demande. Un exemple de cette demande est donné (Figure II-2) pour une instance avec 4 composants.

*Algorithme Demande homogène*

ENTREE Nombre de produits finis

SORTIE Vecteur de demande  $D$

Initialiser  $j=0$  et  $Total=0$  ;

Tant que  $j < \text{Nombre de produits finis}$

Faire un tirage aléatoire dans  $[0, 1]$  suivant la loi Uniforme  $\rightarrow D_j$

$Total \leftarrow Total + D_j$

$j \leftarrow j + 1$

Fin de tant que

Affecter à chaque produit  $P_j$  sa probabilité de demande  $p(P_j) = \frac{D_j}{Total}$ .

Retourner  $D$

Fin

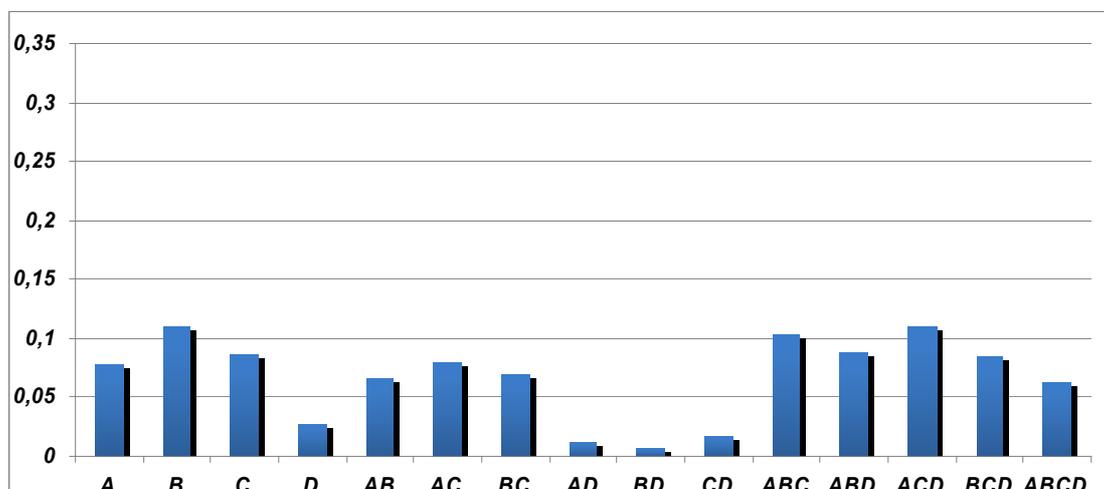


Figure II-2 Demande " Homogène"

Il est à noter que les demandes ici ne représentent pas des volumes mais des probabilités de demande (donc  $\in [0,1]$  et la somme de toutes les demandes est égale à 1). Dans cet exemple la probabilité de demande pour le produit fini *ACD*, qu'on notera  $P(ACD) = 0,109$  autrement dit, la demande de *ACD* représentera presque 11% de la demande totale en produits finis.

### II.2.5.2 Demande Pareto

En s'inspirant de la loi de Pareto ou communément appelée 80/20, les demandes en produits finis se concentrent uniquement sur une partie très réduite des produits. Dans notre cas nous n'aurons pas forcément ce rapport de 80/20, mais nous essaierons de nous en rapprocher le plus possible. Cette situation est la plus proche de la réalité lorsque nous sommes dans un contexte de forte diversité. Nous avons considéré trois cas possibles par rapport à la demande maximale pour un produit donné.

- *Pareto Max 1%* : la demande d'un produit fini ne peut dépasser 1% de la demande totale en produits finis
- *Pareto Max 10%* : la demande d'un produit fini ne peut dépasser 10% de la demande totale en produits finis.
- *Pareto Max 30%* : dans ce cas extrême, un produit fini peut représenter jusqu'à 30% de la demande totale en produits. Nous sommes conscients que ce cas est très rare dans la réalité, toutefois, nous l'abordons pour comprendre le comportement des heuristiques pour ces cas limites.

#### Algorithme Demande Pareto

---

ENTREE Nombre de produits finis, *max\_Pareto*

SORTIE Vecteur de demande *D*

Initialiser  $k=0$  et  $Total=0$  ;

Tant que  $k < \text{Nombre de produits finis}$

Choisir un produit  $P_j$  non encore choisi (chaque produit non choisi a une probabilité de  $\frac{1}{2^n - 1 - k}$  d'être choisi)

Faire un tirage aléatoire dans  $[0, 1 - Total]$  suivant la loi Uniforme  $\rightarrow D_{jtemp}$

Si  $D_{jtemp} < \text{max\_Pareto}$  alors  $D_j \leftarrow D_{jtemp}$

Sinon  $D_j \leftarrow \text{max\_Pareto}$

$Total \leftarrow Total + D_j$

$k \leftarrow k + 1$

Fin de tant que

Affecter à chaque produit  $P_j$  sa probabilité de demande  $p(P_j) = D_j$ .

Retourner *D*

Fin

---

Exemple de Pareto Max 30% pour 4 composants

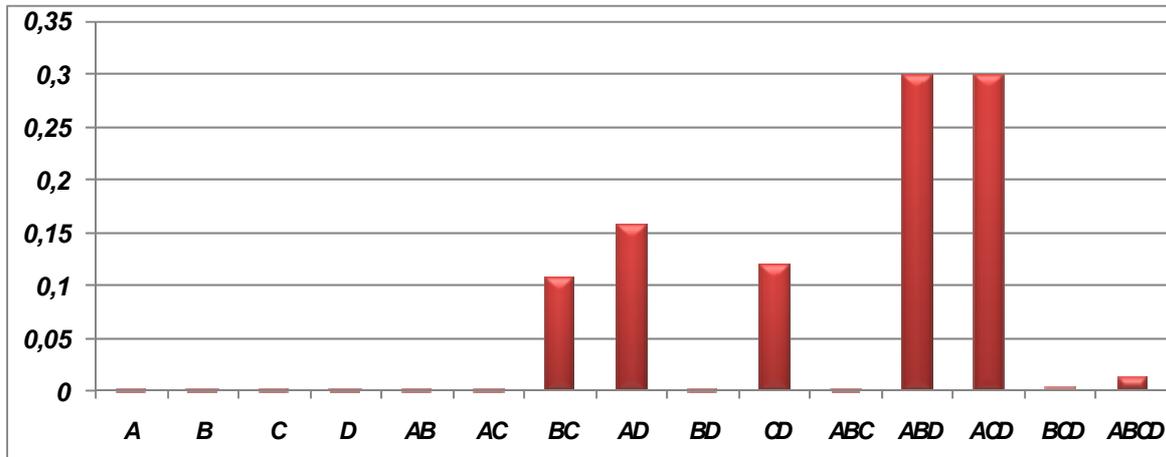


Figure II-3 Demande " Pareto"

### II.3 La Gamme d'assemblage

Pour une composition du stock de *PSF*, une question sous jacente apparaît. En effet, une fois ce stock connu, il faut déterminer pour chaque produit fini la façon de l'obtenir à partir de ce stock, autrement dit quels sont les *PSF* à assembler pour l'obtenir, ce que nous appelons gamme d'assemblage.

Il est à noter qu'au préalable le choix des compositions de *PSF* considérées s'est limité à celles qui garantissent l'obtention de tous les produits finis à partir des *PSF* stockés. Cette notion de gamme d'assemblage est très importante car elle nous permet de déterminer le nombre d'assemblages final pour l'ensemble des produits finis à partir d'une composition de stock donné, qui est le critère d'évaluation des différentes compositions de stocks possibles.

Donc il est question de déterminer une fonction  $G$  définie comme suit :

$$G : E_P \rightarrow C$$

$$P_i \rightarrow G(P_i)$$

Dans notre cas, soient  $E_P = \{P_1, P_2 \dots P_2^{n-1}\}$  l'ensemble des produits finis et  $C = \{PSF_1, PSF_2, \dots PSF_{N_{PSF}}\}$ ,  $PSF_i \in E_P$ , l'ensemble des produits semi-finis en stock, l'objectif est de trouver un sous-ensemble  $G(P_i) \subseteq C$  de cardinalité minimum tel que  $\bigcup_{PSF \in G(P_i)} PSF = P_i$ , autrement dit, le produit  $P_i$  peut être obtenu en assemblant les *PSF* contenus

dans  $G(P_i)$ . Ce problème est connu en littérature sous le nom de **Minimum Set Cover**.

Prenons un exemple pour visualiser cette problématique :

Le nombre de composants de base est  $n = 6$ , et  $N_{PSF}=10$ , et le produit fini à assembler est  $P_i = A_1A_2A_3A_5A_6$ . Avec une composition de stock  $C$  comprenant 10  $PSF$ .

$$C = \{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_1A_2, A_1A_5, A_3A_5, A_5A_6\}$$

Nous avons au départ 6 singletons, et 4 paires, or le produit qui nous intéresse ne contient pas de  $A_4$ , alors ce dernier ne sera pas pris en compte lors de la recherche de la couverture :

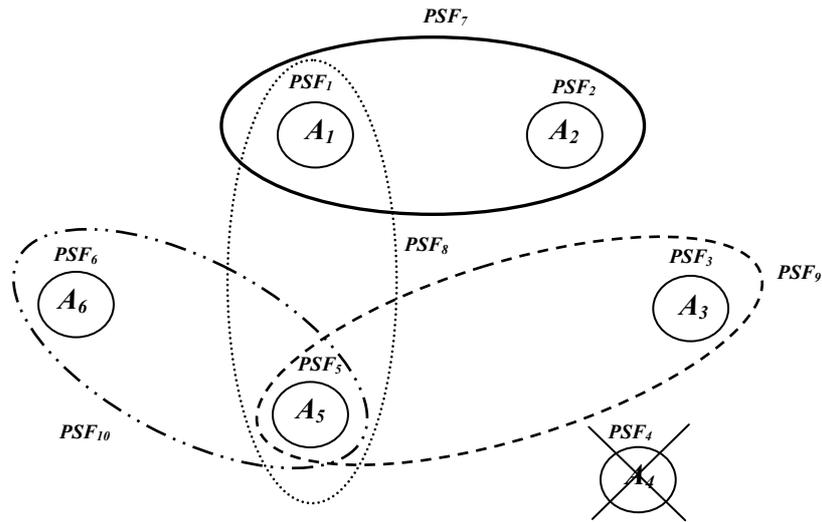


Figure II-4 La composition du stock  $C$  considérée

Une solution optimale peut être représentée sur la figure II-5 avec l'assemblage de  $PSF_7$ ,  $PSF_9$  et  $PSF_{10}$ .

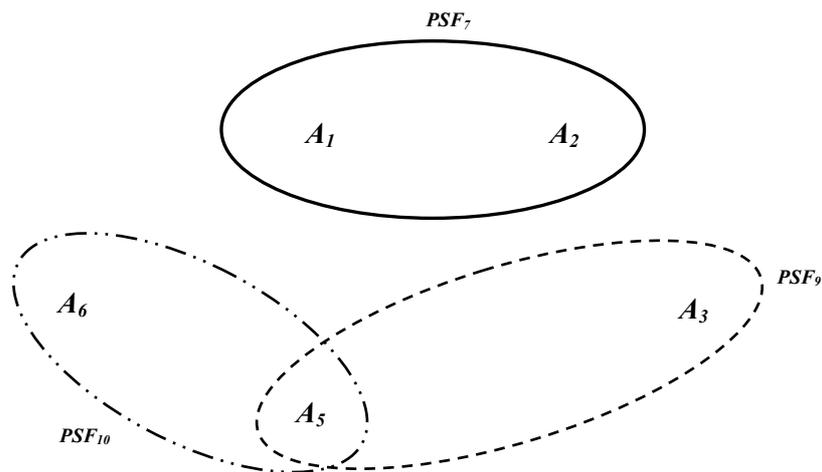


Figure II-5 Une couverture *set cover* optimale possible

Mais, dans notre cas la contrainte de n'assembler que des options différentes (pas d'effet enveloppe) nous conduit à un cas particulier appelé **Set partitioning**, ce problème est NP-complet (Garey et Johnson, 1979). Revenons à l'exemple, nous aurons comme solution optimale de ce nouveau problème :

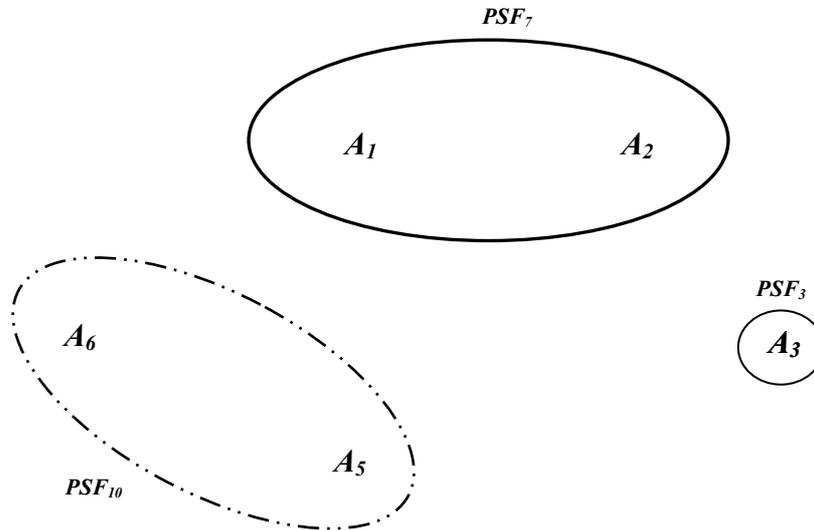


Figure II-6 Une couverture *set partitioning* (Gamme d'assemblage)

Autrement dit le produit  $P_i = A_1A_2A_3A_5A_6$  est obtenu en assemblant les *PSF* stockés :  $PSF_7$ ,  $PSF_3$  et  $PSF_{10}$ .

### II.3.1 Algorithme glouton pour déterminer la Gamme

Un algorithme glouton repris par Da Cunha (2004) permet de trouver une solution pour ce problème, nous expliquons dans ce qui suit son principe et quelques notations :

$G(P_i)$  est obtenu de manière itérative en considérant  $\bar{P}_i$  l'ensemble de composants restant (à assembler) de  $P_i$ .

On initialise  $G(P_i) = \emptyset$  et  $\bar{P}_i = P_i$ .

A chaque étape,  $G(P_i) \leftarrow G(P_i) + \{PSF_k\}$  et

$\bar{P}_i = P_i \setminus PSF_k$  où  $PSF_k$  est l'élément de cardinalité maximum inclus dans  $\bar{P}_i$  (l'élément  $PSF_k$  ayant le plus de composants en commun avec  $\bar{P}_i$ ).

et  $|G(P_i)|$  est le nombre de *PSF* dans  $G(P_i)$ .

Cet algorithme donne une solution qui est au plus  $H$  (*maxcompo*) fois l'optimal, où *maxcompo* est le nombre de composants du plus grand *PSF* en stock et  $H(n)$  est le *nième* nombre harmonique :

$$H(n) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{i} \leq \ln n + 1$$

(Johnson, 1974), (Chvatal, 1979)

Algorithme Glouton pour le calcul de  $NA(P_i, C)$

---

ENTREE le produit  $P_i$ , une composition de stock  $C$

SORTIE  $|G|$

$G(P_i) = \emptyset$ .

Tant que  $\overline{P}_i \neq \emptyset$

Sélectionner le module  $PSF_k \in C$ ,  $PSF_k \subseteq \overline{P}_i$ , de cardinalité maximale.

Ajouter  $PSF_k$  dans  $G(P_i)$  ( $G(P_i) \leftarrow G(P_i) + \{PSF_k\}$ )

Fin de tant que

Retourner  $|G(P_i)|$

Fin

---

Voici une application de cet algorithme sur l'exemple graphique :

$n=6$ ,  $N_{PSF}=10$ , et le produit fini à assembler est  $P_i = A_1A_2A_3A_5A_6$ . Avec une composition de stock  $C = \{PSF_1, PSF_2, \dots, PSF_{10}\} = \{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_1A_2, A_1A_5, A_3A_5, A_5A_6\}$

Nous obtenons avec l'algorithme :

0-  $G(P_i) = \emptyset$ ,  $\overline{P}_i = A_1A_2A_3A_5A_6$

1-  $G(P_i) = \{A_1A_2\}$ ,  $\overline{P}_i = A_3A_5A_6$

2-  $G(P_i) = \{A_1A_2, A_5A_6\}$ ,  $\overline{P}_i = A_3$

3-  $G(P_i) = \{A_1A_2, A_5A_6, A_3\}$ ,  $\overline{P}_i = \emptyset$

4-  $|G(P_i)| = 3$

En 3 étapes nous obtenons la Gamme  $G(P_i) = \{PSF_7, PSF_{10}, PSF_3\}$ , autrement dit 2 opérations d'assemblage suffisent pour obtenir le produit fini  $P_i$  à partir de  $C$ .

A partir de  $G(P_i)$  nous pouvons déterminer aisément le nombre d'opérations d'assemblage nécessaires à partir de  $C$  et ceci pour obtenir n'importe quel produit fini  $P_i$ . Nous obtenons la valeur de  $NA(P_i, C)$  en utilisant :

$$NA(P_i, C) = |G(P_i)| - 1 \quad (\text{II.1})$$

Nous rappelons juste que dans l'algorithme, l'ordre de sélection du  $PSF$  dans la Gamme  $G(P_i)$  n'induit aucune contrainte sur la séquence d'assemblage réelle qui peut être quelconque.

*Remarque* : L'algorithme ne donne aucun critère pour choisir entre deux *PSF* qui ont la même taille (le même nombre de composants) pouvant être utilisés dans la Gamme. Ainsi dans l'exemple précédent, le *PSF* choisi dans l'étape 1 pourrait être  $A_1A_5$ , et nous aurions eu:

- 1-  $G(P_i) = \{A_1A_5\}$ ,  $\bar{P}_i = A_2A_3A_6$
- 2-  $G(P_i) = \{A_1A_5, A_2\}$ ,  $\bar{P}_i = A_3A_6$
- 3-  $G(P_i) = \{A_1A_2, A_2, A_3\}$ ,  $\bar{P}_i = A_6$
- 4-  $G(P_i) = \{A_1A_2, A_2, A_3, A_6\}$ ,  $\bar{P}_i = \emptyset$
- 5-  $|G(P_i)| = 4$

Dans ce cas nous devrions faire 3 opérations d'assemblage. Donc, nous avons une opération additionnelle. De plus, il est assez naturel de penser que ce nombre d'opérations additionnelles dû au choix du *PSF* à utiliser sera plus important pour les grandes instances de ce problème. D'où l'intérêt de développer une méthode exacte pour le calcul de  $NA$ , qui est l'objet de ce qui suit.

### II.3.2 Algorithme exact pour déterminer la Gamme

Nous rappelons que  $\mathbf{E}_P = \{P_1, P_2, \dots, P_{2^n-1}\}$  est l'ensemble des produits finis et  $C = \{PSF_1, PSF_2, \dots, PSF_{N_{PSF}}\}$ ,  $PSF_i \in \mathbf{E}_P$  est une composition du stock donnée. Nous notons :

$P_j \setminus P_i$  : représente la liste de composants de  $P_j$  qui ne sont pas inclus dans  $P_i$

$NA^*(P_i, C)$ : est le nombre d'opérations d'assemblage minimum pour obtenir  $P_i$  à partir de  $C$ , où  $NA^*(P_i, C) = 0 \quad \forall P_i \in C$  ( $P_i$  est déjà produit et stocké).

L'algorithme suivant (Yahiaoui et al. 2007) permet de calculer  $NA^*(P_i, C)$  pour tous les produits finis  $P_j \in \mathbf{E}_P$  :

*Algorithme*

---

ENTRÉE  $\mathbf{E}_P, C$

SORTIE  $NA^*(., C)$

Trier  $C$  selon un ordre croissant suivant le nombre de composants des *PSFs*

Trier  $\mathbf{E}_P$  selon un ordre croissant suivant le nombre de composants des  $P_i$

Pour tout  $P_j \in C : NA^*(P_j, C) = 0$

Pour tout  $P_j \in \mathbf{E}_P, P_j \notin C$  : Calculer  $NA^*(P_j, C) = \min_{\substack{P_i \in C \\ P_i \subseteq P_j}} \{NA^*(P_j \setminus P_i, C) + 1\}$

Retourner  $(NA^*(., C))$

Fin.

---

Cette méthode est exacte car nous trions  $C$  et  $E_P$  selon un ordre croissant suivant le nombre de composants de leurs éléments respectifs, et  $NA^*(.,C)$  est calculé du plus petit au plus gros produit, donc on est assuré qu'à chaque étape nous considérons le nombre d'opérations d'assemblage minimum pour obtenir  $P_i$  à partir de  $C$

L'application de cet algorithme permet de trouver une solution en un temps polynomial  $o(|E_P| \cdot |C|)$  car nous testons pour chaque produit  $P_j \in E_P$  les  $|C|$   $PSF$ , et nous avons une sortie en  $o(|E_P|)$ .

### II.3.2.1.1 Evaluation :

Afin d'évaluer l'amélioration apportée avec notre algorithme par rapport à l'algorithme glouton, nous générons aléatoirement plusieurs demandes en produits finis suivant une distribution de Pareto. Pour chacun de ces vecteurs de demande, nous déterminons à l'aide d'heuristiques que nous exposerons plus tard, la composition de stock des  $PSF$ . Pour comparer les différentes valeurs obtenues, nous utilisons un critère de performance qui exprime le taux de variation relatif par rapport au temps moyen d'assemblage sur l'ensemble des produits finis pour les deux méthodes (algorithmes Glouton et Exact) :

$$Gain(C) = \frac{TMA_{AG} - TMA_{AE}}{TMA_{AG}} \quad (II.2)$$

Où  $TMA_{AG}$  est le temps moyen d'assemblage obtenu avec l'algorithme Glouton et  $TMA_{AE}$  avec l'algorithme Exact. Voici un exemple de 17 composants avec plusieurs simulations de demande, où l'on donne  $TMA_{AG}$  et  $TMA_{AE}$  pour différentes valeurs de  $N_{PSF}$ .

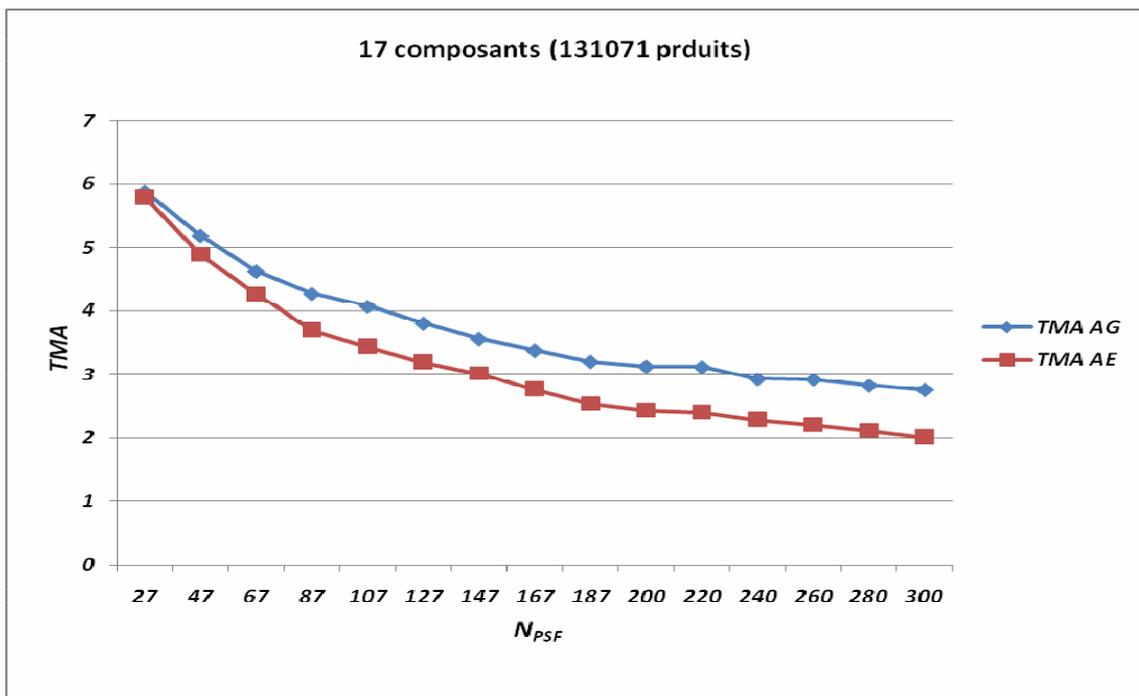


Figure II-7 Temps Moyen d'Assemblage pour un exemple de 17 composants

Plus généralement les gains pour différentes tailles d'instances ( $n$ ,  $N_{PSF}$ ) sont résumés dans le Tableau II-1. La *moyenne* est prise sur un ensemble de valeurs de  $N_{PSF}$  pour l'instance  $n$  ( $N_{PSF}$  varie de  $n$  à 0,5% du nombre de produits finis, par exemple pour  $n=15$ ,  $N_{PSF}$  varie de 15 à 100 pour 32767 produits finis), le *Max* (respectivement *Min*) correspond à la plus forte (respectivement la plus faible) performance pour l'instance.

<i>Gain</i>	<i>Moyenne</i>	<i>Max</i>	<i>Min</i>
$n=14$ , 16383 produits	11,6 %	21,7 %	2,5 %
$n=15$ , 32767 produits	11 %	20,7 %	1 %
$n=17$ , 131071 produits	17,3 %	27,1 %	1,5 %
$n=18$ , 262143 produits	13 %	24,6 %	0,2 %

Tableau II-1 Gain par l'algorithme exact

A partir de ces test nous avons remarqué que:

- Dans l'ensemble il y a une nette amélioration en utilisant l'algorithme exact (Tableau II-1).
- Pour des petites valeurs de  $N_{PSF}$  les *TMA* obtenus par les deux méthodes sont très proches, car nous ne disposons pas de plusieurs *PSF* de même taille en stock.
- Par contre avec un grand nombre de  $N_{PSF}$  la performance de l'algorithme exacte est confirmée, car nous avons plus de chances d'avoir des *PSF* de même taille en stock.

### II.3.3 Algorithme Gamme avec effet enveloppe

Nous rappelons que l'effet enveloppe consiste dans le fait qu'un produit fini livré au client peut être suréquipé (comprenant toutes les fonctions demandées mais éventuellement des fonctions non demandées). Il permet de satisfaire les fonctionnalités demandées par le client, bien sûr avec un surcout associé au suréquipement.

Afin de voir l'intérêt de développer un tel algorithme, prenons l'exemple de l'industrie automobile. De nos jours les constructeurs automobiles proposent à leur clientèle un très grand choix d'options et de combinaisons (motorisation essence, diesel ou hybride, airbags conducteur et/ou passager, latéraux, trois ou cinq portes, conduite à droite, à gauche, etc.), bien sûr dans la limite du réalisable (on ne peut pas commander une voiture ayant simultanément un moteur diesel et essence, ou conduite à droite et à gauche, ou ayant un airbag passager sans celui du conducteur, etc.). Toutefois, ce choix qui du point de vue du marketing permet d'améliorer l'image de l'entreprise, a souvent des conséquences négatives sur les fournisseurs. En effet, le grand nombre de combinaisons possibles (ce nombre pouvant atteindre plusieurs milliers) ne peut être géré sur les chaînes de montage, à cause de leur nombre, mais aussi à cause des contraintes temporelles imposées par les constructeurs automobiles. Alors, l'équipementier (par exemple le fournisseur de faisceaux) fournit uniquement un échantillon assez réduit de cette offre, quitte à poser sur certains véhicules un

faisceau plus complet que celui qui est nécessaire, cette substitution se fait seulement si le faisceau posé permet le fonctionnement de toutes les options pour lesquelles le premier faisceau était conçu. Ceci implique que certaines options du faisceau seront inutilisées, d'où un sur-coût de production, c'est donc ce que nous appelons 'effet enveloppe'. Le coût de cette sur-qualité est réparti entre constructeur automobile et fournisseur. Le nombre de faisceaux ayant été déterminé en accord avec le constructeur, le problème de l'équipementier est à présent de savoir quels sont les faisceaux standards qu'il va produire, et quelles substitutions il proposera dans le but de minimiser le sur-coût total, ce qui fut l'objet des travaux de Briant et Naddef (2000, 2004) sur le problème de la gestion optimale de la diversité.

Revenons à notre problématique, une autre approche serait donc de considérer notre problème en s'autorisant l'effet enveloppe c'est-à-dire en se permettant de rajouter des composants supplémentaires (composants non requis par le client) pour satisfaire une demande d'un produit afin de réduire le temps d'assemblage pour l'obtention du produit. Afin d'évaluer le gain en terme de temps d'assemblage en utilisant l'effet enveloppe pour une composition de stock donnée, nous avons développé l'algorithme suivant :

Avant d'énoncer l'algorithme quelques notations s'imposent. Rappelons que :

$NA^*(P_i, C)$  : est le nombre d'opérations d'assemblage minimum pour obtenir  $P_i$  à partir de  $C$  sans effet enveloppe, ( $NA^*(P_i, C)=0 \quad \forall P_i \in C$  ( $P_i$  est déjà produit et stocké)).

$NA_{s-1}^*(P_j, C)$  : sera le nombre d'opérations d'assemblage minimum pour obtenir  $P_j$  à partir de  $C$  avec 1 composant de base supplémentaire non requis (ce nombre de composants supplémentaire peut être augmenté par la suite), ( $NA_{s-1}^*(P_j, C)=0 \quad \forall P_j \in C$ )

### Algorithme

---

ENTRÉE  $E_P, C$

SORTIE  $NA_{s-1}^*(., C)$

Calculer  $NA^*(P_j, C)$  en utilisant l'algorithme précédent

Pour tout  $P_j \in E_P$

$$NA_{s-1}^*(P_j, C) = \text{Min} \left\{ \begin{array}{l} NA^*(P_j, C) \\ NA^*(P_j+a_i, C) \quad \forall a_i \notin P_j \\ a_i \text{ est un composant de base.} \end{array} \right.$$

Retourner ( $NA_{s-1}^*(., C)$ )

Fin.

---

La complexité de cet algorithme est de l'ordre de  $o(|E_P| \cdot |C|)$  car nous avons  $o(|E_P| \cdot |C|)$  pour calculer  $NA^*(., C)$ ,  $o(|E_P| \cdot n)$  pour chaque produit  $P_j$  et  $n$  pour tous les  $a_i$  ( $n$  composants) ( $o(|E_P| \cdot |C|) + o(|E_P| \cdot n) \approx o(|E_P| \cdot |C|)$ , car  $\{a_i\} \in C \forall i$ , alors  $n \leq |C|$ ).

Le nombre de composants de base supplémentaire non requis peut être augmenté, par exemple pour 2, 3 voire 4 composants. Pour obtenir la Gamme  $NA_{s-2}^*(., C)$ , nous devons prendre en compte à la fois  $NA^*(P_j + a_i, C)$  et  $NA^*(P_j + a_i a_k, C) \forall a_i a_k \notin P_j$ . Pour  $NA_{s-3}^*(., C)$  et  $NA_{s-4}^*(., C)$  il faut aller respectivement jusqu'à  $NA^*(P_j + a_i a_k a_l, C) \forall a_i a_k a_l \notin P_j$  et  $NA^*(P_j + a_i a_k a_l a_m, C) \forall a_i a_k a_l a_m \notin P_j$ .

Voici un exemple avec 15 composants (32767 produits finis) de base qui permet de voir qu'il y a un gain en termes de temps moyen d'assemblage en s'autorisant un effet enveloppe :

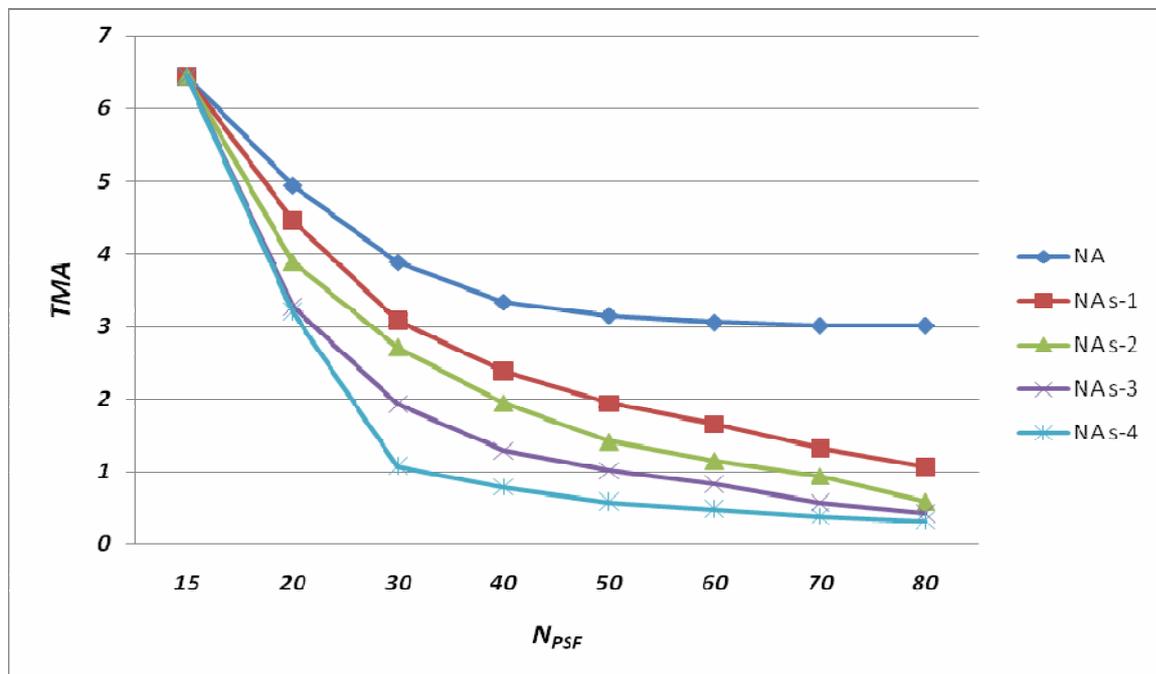


Figure II-8 Temps Moyen d'Assemblage pour un exemple de 15 composants avec effet enveloppe

Il est à noter que la taille des *PSFs* stockés influe énormément sur l'amélioration apportée en termes de temps moyen d'assemblage par les Gammes avec effet enveloppe, car plus le *PSF* est gros, plus il peut être utilisé comme remplaçant (avec effet enveloppe) d'un autre *PSF* non stocké.

## II.4 Conclusion

Dans ce second chapitre, nous avons abordé la problématique de notre travail de recherche.

Dans la première partie, nous avons dressé notre problématique en rappelant son cadre général ainsi que nos hypothèses de départ. Nous avons également expliqué la façon dont les demandes ont été générées.

Ensuite, nous avons abordé une question sous-jacente à notre problème à savoir la gamme d'assemblage, où nous avons proposé un algorithme exact permettant de déterminer la gamme d'assemblage des produits finis à partir d'une composition de stock donnée. Un second algorithme relatif à l'hypothèse d'effet enveloppe a été également proposé, et ceci nous a permis d'évaluer les *TMA* lorsque nous avons relâché la contrainte, « pas d'effet enveloppe ».

***III CHAPITRE 3. APPROCHES HEURISTIQUES***



### III.1 Introduction

Nous allons commencer notre approche de résolution du problème exposé dans le chapitre précédent par des approches heuristiques dans la suite logique des travaux de Da Cunha. Nous aborderons des approches plus formelles dans le chapitre suivant.

Dans ce chapitre, une des deux approches du problème à savoir la minimisation du temps moyen d'assemblage, est présentée.

Dans la section III.2 nous analysons le cas sans effet enveloppe. Nous détaillerons nos heuristiques développées ainsi que les différents critères utilisés. Une évaluation de la performance de ces heuristiques est proposée, quelques résultats numériques sont présentés pour illustrer nos propos.

Dans la section III.3 une des hypothèses est relaxée (l'effet enveloppe), et nous proposons des nouvelles heuristiques qui prennent en compte cette nouvelle situation. Une évaluation de la performance de ces heuristiques est proposée.

### III.2 Minimisation du temps moyen d'assemblage (pas d'effet enveloppe)

Dans cette approche nous aurons comme point départ le fait que  $N_{PSF}$  (le nombre de type de  $PSF$ ) est fixé. Alors le problème sera pour une demande en produits finis donnée  $D$ , de déterminer quelle sera la composition  $C$  du stock de  $PSF$  qui permettra de minimiser le temps moyen d'assemblage de l'ensemble des produits.

Ce critère de minimisation du temps d'assemblage moyen a un sens dès lors que nous traitons différents produits. Dans un univers stochastique, le temps moyen correspondra à l'espérance mathématique du temps d'assemblage.

Rappelons que le temps d'assemblage est supposé proportionnel au nombre d'opérations d'assemblage nécessaires à la fabrication d'un produit. De la sorte, un produit réalisé à partir de 3  $PSFs$  (ce qui correspond à 2 opérations d'assemblages) aura un temps d'assemblage deux fois plus court qu'un produit réalisé à partir de 5  $PSFs$  (4 opérations d'assemblage).

Par conséquent, le temps moyen d'assemblage  $TMA$  peut alors être assimilé à l'espérance du nombre d'assemblages, il sera utilisé comme critère afin d'évaluer la performance d'une composition de stock  $C$ .

Nous rappelons que  $NA(P_i, C)$  est nombre d'assemblages de  $P_i$  à partir d'une composition de stock  $C$ . Ainsi, pour une demande donnée  $D$ , le  $TMA$  peut être exprimé en fonction du  $NA$  à l'aide de la formule :

$$TMA_D(C) = \sum_i p(P_i) \times NA(P_i, C) \quad (III.1)$$

Le choix des compositions  $C$  se limite à celles qui permettent de garantir l'obtention de tous les produits finis à partir de  $C$ .

Alors le problème de minimisation du temps moyen d'assemblage peut être formalisé comme suit :

$$\underset{C, |C|=N_{PSF}}{\text{Min}} \quad \underset{D}{TMA(C)} \quad (\text{III.2})$$

Une autre formulation de ce problème à l'aide d'un programme linéaire en nombres entiers (PLNE) est proposée au chapitre suivant.

Dans ce qui suit nous allons aborder les différentes méthodes (heuristiques) proposées afin de déterminer la composition de stock qui permet de minimiser le temps moyen d'assemblage

### III.2.1 Rappel sur les heuristiques déjà développées

Dans ses travaux de thèse Da Cunha (2004) s'est intéressée à cette problématique. Elle a développé plusieurs heuristiques pour déterminer la composition de stock de  $PSF$  :

- *Choix non déterministe selon la fréquence* : Da Cunha propose de calculer ce qui est appelé la fréquence de demande, c'est-à-dire la somme de la probabilité de toutes les demandes pour lesquelles ce  $PSF$  pourrait être utilisé. Par exemple, le  $PSF$   $a_4a_6$  sera crédité d'une fréquence d'utilisation :

$$P(PSF_j = a_4a_6) = \sum_{\substack{P_i \in P, iq \\ a_4 \in P_i \\ a_6 \in P_i}} P(P_i)$$

Ce  $PSF$  aura alors une probabilité proportionnelle à  $P(PSF_j = a_4a_6)$  d'appartenir à la composition du stock.

- *Choix selon la fréquence en favorisant la couverture* : la fréquence d'utilisation des  $PSFs$  est calculée comme précédemment et le  $PSF$  le plus probable est choisi. Après le choix d'un  $PSF$ , les probabilités de demandes des produits sont pondérées d'un coefficient d'oubli ( $co$ ) fonction du nombre de composants en commun avec le  $PSF$  choisi. Par exemple, si le premier  $PSF$  choisi est  $A_1A_2$ , les produits contenant le composant  $a_1$  sont pondérés par  $co$  (par exemple  $P(A_1A_3) \leftarrow co \times P(A_1A_3)$ ), ceux contenant  $a_2$  également et ceux contenant  $a_1$  et  $a_2$  sont pondérés par  $co^2$ . Ce coefficient permet d'intégrer l'idée de *couverture* des  $PSFs$ . En effet, on ne peut associer que des  $PSF$  totalement différents, dès lors il vaut mieux stocker en premier des  $PSF$  pouvant être combinés.
- *Choix selon la taille des modules* : Les  $PSFs$  sont classés selon leur taille (leur nombre de composants), on choisit en priorité les plus petits. A taille égale les plus fréquents sont pris en premier.

### III.2.2 Amélioration : nos nouvelles heuristiques

En s'inspirant des heuristiques développées par Da Cunha (2004), nous avons proposé plusieurs nouvelles heuristiques gloutonnes (Yahiaoui et Frein 2006). Dans un premier temps nous allons présenter les formes génériques de nos heuristiques, ensuite nous aborderons les différents critères possibles.

#### III.2.2.1 Les formes génériques des heuristiques :

##### III.2.2.1.1 Principe.1: Heuristique avec un critère

- (i) Trier les  $PSFs$  selon un ordre décroissant par rapport à un critère donné,
- (ii) Pour une valeur de  $N_{PSF}=k$ , choisir les  $k$  premiers  $PSFs$  correspondants aux plus grandes valeurs.

##### III.2.2.1.2 Principe.2 : Heuristique avec un critère en favorisant la couverture

- (i) Trier les  $PSFs$  selon un ordre décroissant par rapport à un critère donné. Après le choix d'un  $PSF$  ayant le critère le plus élevé, les valeurs des autres  $PSFs$  sont pondérées d'un coefficient d'oubli ( $co$ ) fonction du nombre de composants en commun avec le  $PSF$  choisi.
- (ii) Refaire le tri des  $PSFs$  avec les nouvelles valeurs obtenues.
- (iii) Pour  $N_{PSF} = k$ , refaire les étapes (i) et (ii)  $k$  fois.

*Remarque* : Nous avons pris comme valeur pour  $co = 0,05$  ; cette valeur correspond à celle qui donne les meilleurs résultats, elle a été obtenue empiriquement en effectuant un ensemble de tests sur  $co$  allant de 0,05 jusqu'à 0,95.

##### III.2.2.1.3 Principe.3 : Heuristique avec un critère et mise à jour du nombre d'assemblages

- (i) Trier les  $PSFs$  selon un ordre décroissant par rapport à un critère donné pondéré par leur nombre d'assemblage à partir des  $PSFs$  déjà en stock (par exemple s'il faut combiner 3  $PSFs$  déjà stockés pour obtenir le  $PSF$  candidat, alors le nombre d'assemblage est de 2. On multiplie alors la valeur du critère du  $PSF$  par 2).
- (ii) Choisir le  $PSF$  avec la valeur la plus élevée.
- (iii) Remettre à jour le nombre d'assemblage des  $PSFs$  candidats en prenant en compte le dernier  $PSF$  choisi.
- (iv) Pour  $N_{PSF} = k$ , refaire les 3 premières étapes  $k$  fois.

*Remarque* : l'idée ici est de prendre en compte à chaque itération, en plus d'un critère associé au *PSF*, l'évolution du stock (*PSF* déjà stockés) en mettant à jour le nombre d'assemblage des *PSF* candidats, permettant ainsi de minimiser les temps moyens d'assemblage en stockant des *PSFs* avec des temps d'assemblage plus importants tout en tenant compte de l'évolution du stock.

### III.2.2.2 Les avantages et inconvénients de ces heuristiques :

Dans le tableau suivant nous résumons les avantages et inconvénients de nos heuristiques :

<i>Heuristique</i>	<i>Avantages</i>	<i>Inconvénients</i>
<i>Principe.1</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- L'opération de tri est effectuée une seule fois.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Les calculs ne tiennent pas compte de la présence des <i>PSFs</i> en stock.</li> <li>- L'heuristique est gloutonne</li> </ul>
<i>Principe.2</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Les modules choisis couvrent mieux l'ensemble des produits</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- L'opération de tri est effectuée <math>N_{PSF}</math> fois.</li> <li>- Les calculs ne prennent en compte que partiellement la présence des <i>PSFs</i> en stock.</li> <li>- L'heuristique est gloutonne</li> </ul>
<i>Principe.3</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Les calculs prennent en compte la présence des <i>PSFs</i> en stock.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- L'opération de tri est effectuée <math>N_{PSF}</math> fois.</li> <li>- L'algorithme Gamme est appelé <math>N_{PSF}</math> fois.</li> <li>- L'heuristique est gloutonne</li> </ul>

Tableau III-1 Les avantages et inconvénients des heuristiques

### III.2.2.3 Les critères utilisés pour les heuristiques :

Il y a plusieurs critères qui peuvent être utilisés pour nos heuristiques, les trois premiers critères de bases choisis sont :

- *Fréquence des PSF* : la fréquence d'un *PSF* est la somme de toutes les probabilités de demandes de produit pour lesquelles ce *PSF* peut être utilisé. Par exemple : le *PSF*  $a_2a_4$  aura comme fréquence  $f(a_2a_4) = \sum_{P_i \in P / a_2 \in P_i, a_4 \in P_i} p(P_i)$
- *Probabilité* : c'est la probabilité de demande de chaque produit fini.
- *Taille* : c'est la taille des *PSF*, ce qui correspond au nombre de composants -1, par exemple : si le *PSF* est formé de 5 composants, alors il est de taille 4. Nous avons choisi nombre de composants -1 pour relater d'avantage le nombre d'assemblages nécessaire pour faire le produit à partir des composants de base.

A partir de ces critères de base nous pouvons les combiner pour obtenir de nouveaux critères :

- *Fréquence × Probabilité*
- *Fréquence × Taille*
- *Probabilité × Taille*
- *Fréquence × Probabilité × Taille*

En tout nous avons testé 11 heuristiques définies par la combinaison d'un critère et d'un principe. Nous rappelons que *Principe.1*, *Principe.2* et *Principe.3* sont les formes génériques des heuristiques définies précédemment et *maj # assemblg* correspond à la mise à jour du nombre d'assemblage employé en *Principe.3*.

Les deux heuristiques de Da Cunha :

- *Fréquence* : le critère *fréquence des PSF* utilisé avec *Principe.1*
- *Fréquence co* : le critère *fréquence des PSF* employé avec *Principe.2*

Les 9 nouvelles que nous avons développées :

- *Proba* : le critère *probabilité* utilisé avec *Principe.1*
- *Freq. proba* : le critère *Fréquence × Probabilité* utilisé avec *Principe.1*
- *Freq. Taille* : le critère *Fréquence × Probabilité* utilisé avec *Principe.1*
- *Proba. Taille* : le critère *Fréquence × Taille* utilisé avec *Principe.1*
- *Freq. Proba. Taille* : le critère *Fréquence × Probabilité × Taille* utilisé avec *Principe.1*
- *Freq. proba co* : le critère *Fréquence × Probabilité* employé avec *Principe.2*
- *Freq. Proba. Taille co* : le critère *Fréquence × Probabilité × Taille* employé avec *Principe.2*
- *Fréq. maj # assemblg* : le critère *fréquence des PSF* utilisé avec *Principe.3*
- *Freq. Proba. maj # assemblg* : le critère *Fréquence × Probabilité* utilisé avec *Principe.3*

*Remarques :*

- Dans toutes ces heuristiques nous commençons par stocker les  $n$  composants de base car ils font partie des produits finis offerts et doivent être stockés pour être livrés sans effet enveloppe. Le nombre de *PSF* restant à stocker est égal à  $N_{PSF} - n$ .
- Nous avons observé que le critère *taille* est « redondant » avec la mise à jour du nombre d'assemblage utilisée dans les heuristiques reposant sur le principe 3. Aussi pour celles-ci nous n'avons pas retenu le critère *taille*.

### III.2.2.4 Complexité des heuristiques :

Dans ce paragraphe nous allons étudier la complexité des différentes heuristiques proposées. En effet, cette notion est primordiale afin d'apprécier l'efficacité de nos algorithmes particulièrement lors du traitement d'instances de taille importante.

Nous rappelons quelques notations :

$n$  : nombre de composants donc par conséquent le nombre de produits finis est  $2^n - 1$ ,

$N_{PSF}$  : est le nombre de produits semis finis à stocker.

**Principe.1** ; Heuristique avec un critère requiert :

- Une opération de tri sur l'ensemble des  $PSF$  (des produits),
- $N_{PSF}$  opérations de sélection

La complexité est de l'ordre de  $o((2^n - 1) \log(2^n - 1) + N_{PSF})$

**Principe.2** ; Heuristique avec un critère en favorisant la couverture requiert

- $N_{PSF}$  opérations de tri sur l'ensemble des  $PSF$  (des produits),
- $N_{PSF}$  opérations de sélection

La complexité est de l'ordre de  $o((2^n - 1) \log(2^n - 1) \times N_{PSF})$

**Principe.3** ; Heuristique avec un critère et mise à jour du nombre d'assemblage requiert

- $N_{PSF}$  opérations de tri sur l'ensemble des  $PSF$  (des produits),
- $N_{PSF}$  opérations de sélection
- $N_{PSF}$  opérations de mise à jour des nombres d'assemblage sur l'ensemble des  $PSF$  (des produits),

La complexité est de l'ordre de  $o((2^n - 1) \log(2^n - 1) \times N_{PSF} \times (2^n - 1) \times N_{PSF})$

### III.2.2.5 Evaluer les performances des heuristiques :

Nous définissons trois critères pour évaluer les performances des heuristiques. Les deux premiers sont des performances relatives (exprimé en %), dans un premier temps par rapport à la solution optimale (quand celle-ci est déterminée) et ensuite par rapport à une heuristique de référence. Enfin le critère Gain en  $TMA$  pour un  $N_{PSF}$  donné par rapport au  $N_{PSF} = n$  (nombre de composants de base).

#### III.2.2.5.1 Performance / OPT :

Cette performance permet d'exprimer l'écart en pourcentage entre les valeurs obtenues à l'aide d'une heuristique et la solution optimale. Elle nous permet de situer la performance des heuristiques par rapport à l'optimal. Plus ce rapport est proche de zéro plus l'heuristique est performante. Mais cette performance ne peut être appliquée qu'à des petites instances du problème puisqu'il faut la solution optimale, inconnue sur les grandes instances. :

$$Perf / OPT (C) = \frac{TMA(H) - TMA(OPT)}{TMA(OPT)} \quad (III.3)$$

Où  $H$  : est une heuristique quelconque et  $OPT$  la solution optimale.

$C$  : une composition de stock obtenue par la méthode heuristique.

$N_{PSF}$  : est le nombre de références de produits semis finis stocké dans  $C$ .

$TMA$  : le temps moyen d'assemblage

Nous considérons également d'autres performances issues de celle-ci :

$$- \text{Perf. moyenne} / OPT = \underset{N_{PSF}}{\text{moy}} \underset{N_{PSF}}{\text{Perf}} / OPT (C) \quad (III.4)$$

qui représente la moyenne des performances sur l'ensemble des  $N_{PSF}$

$$- \text{Perf. min} / OPT = \underset{N_{PSF}}{\text{min}} \underset{N_{PSF}}{\text{Perf}} / OPT (C) \quad (III.5)$$

qui représente la meilleure des performances sur l'ensemble des  $N_{PSF}$

$$- \text{Perf. max} / OPT = \underset{N_{PSF}}{\text{max}} \underset{N_{PSF}}{\text{Perf}} / OPT (C) \quad (III.6)$$

qui représente la pire des performances sur l'ensemble des  $N_{PSF}$

#### III.2.2.5.2 Performance / Heuristique référence :

Comme nous l'avons précisé dans le précédent paragraphe la performance /  $OPT$  ne peut être calculée que pour des petites instances du problème. Or dans notre contexte nous avons une très forte diversité de produits donc des instances importantes. Alors afin d'évaluer la performance de nos heuristiques nous définissons une autre performance relative, exprimé en pourcentage, qui mesure l'écart entre les valeurs obtenues par une heuristique et l'heuristique de référence (en l'occurrence a priori celle qui donne les meilleurs résultats en moyenne). Cette valeur relative est exprimée pour un  $N_{PSF}$  donné. Afin d'avoir une valeur moyenne sur plusieurs niveaux de stock (différents  $N_{PSF}$ ), nous définissons cette performance comme suit :

$$\text{Perf.} / \text{Heur. Réf} = \underset{N_{PSF}}{\text{moy}} \left( \frac{TMA(H) - TMA(H^*)}{TMA(H^*)} \right) \quad (III.7)$$

Où  $H$  : est une heuristique quelconque et  $H^*$  l'heuristique de référence

$TMA$  : le temps moyen d'assemblage

Nous considérons également les performances  $\text{perf.min}/\text{Heur.Réf}$  et  $\text{perf.max}/\text{Heur.Réf}$ , comme définies précédemment.

III.2.2.5.3 Gain par rapport à  $N_{PSF} = n$

C'est le gain en *TMA* pour un  $N_{PSF}$  donné par rapport au  $N_{PSF} = n$  (nombre de composants de base), pour une heuristique donnée. Cette performance permet de voir l'amélioration du temps moyen d'assemblage par rapport au nombre de références stockées.

$$Gain(k) = \frac{TMA(N_{PSF} = n) - TMA(N_{PSF} = k)}{TMA(N_{PSF} = n)} \quad (III.8)$$

III.2.2.6 Résultats numériques

Pour réaliser les tests nous avons codé nos heuristiques à l'aide de programmes informatiques écrits sous C++.

III.2.2.6.1 Performance / OPT :

Nous commencerons par préciser la nature de la demande, ensuite un tableau résumera les caractéristiques de cette demande. Une représentation graphique des *TMA* des différentes heuristiques est proposée et nous finirons par un tableau qui résume toutes les performances de celles-ci.

III.2.2.6.1.1 Demande Homogène :

Nombre de composants de base	6
Intervalle des probabilités de demande	$[1,04.10^{-3} ; 3,07.10^{-2}]$
écart type	$8,06.10^{-3}$
médiane	$1,46.10^{-2}$

Tableau III-2 Caractéristiques de la demande Homogène, 6 composants

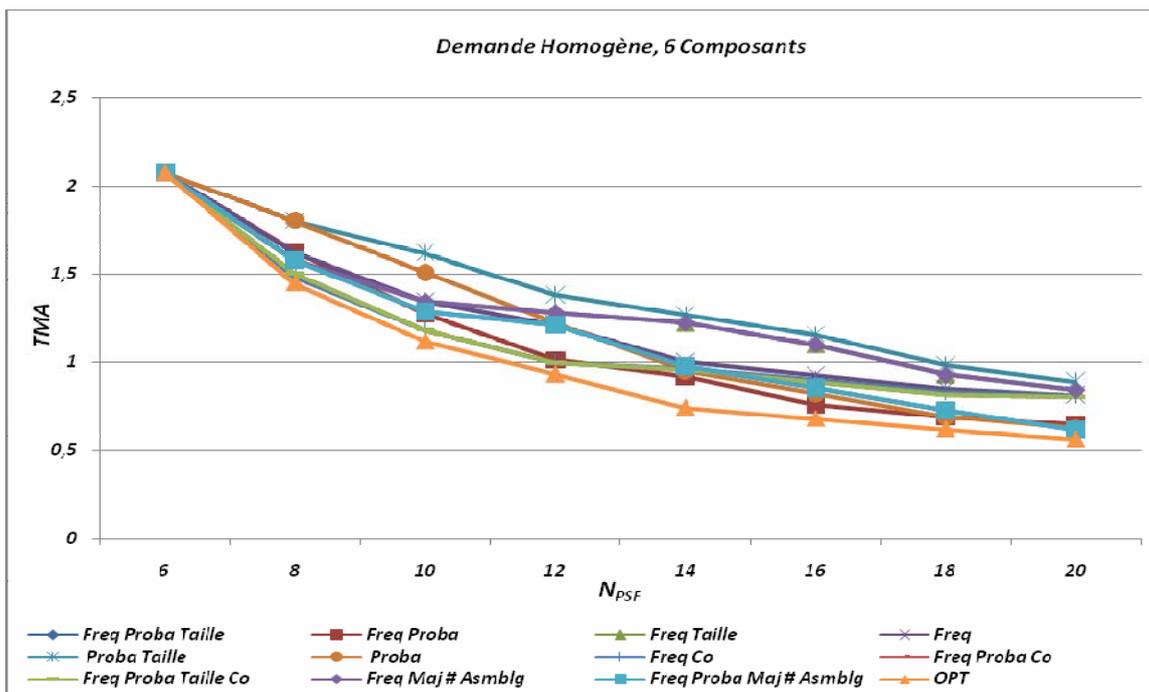


Figure III-1 Temps moyens d'assemblage - Demande Homogène 6 composants de base

Le tableau suivant donne les *Perf / OPT* pour toutes les heuristiques par niveau de  $N_{PSF}$  ainsi que les *perf moy / OPT*, *max* et *min* correspondant respectivement à la moyenne des *Perf/OPT* sur l'ensemble des  $N_{PSF}$ , la pire des *Perf / OPT* sur l'ensemble des  $N_{PSF}$  et la meilleur des *Perf / OPT* sur l'ensemble des  $N_{PSF}$ . Les meilleurs résultats sont indiqués en gras. Nous rappelons que plus la valeur est proche de zéro plus l'heuristique est performante.

$N_{PSF}$	Freq proba taille	Freq proba	Freq taille	Freq	Proba taille	Proba	Freq co	Freq proba co	Freq proba taille co	Freq maj # asblg	Freq proba maj # asblg
6	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
8	8,9%	12,2%	8,9%	12,2%	24,3%	24,3%	2,3%	3,6%	3,6%	8,9%	8,9%
10	15,1%	13,8%	20,4%	20,4%	44,9%	35,0%	5,7%	5,7%	5,7%	20,4%	15,1%
12	29,9%	8,7%	37,6%	30,4%	48,4%	31,7%	7,0%	7,0%	7,0%	37,6%	29,9%
14	31,2%	23,2%	63,9%	34,7%	70,5%	27,9%	30,2%	28,4%	28,4%	63,9%	31,2%
16	26,1%	12,1%	61,6%	36,5%	70,0%	21,3%	32,7%	30,8%	30,8%	61,6%	26,1%
18	17,8%	11,3%	50,1%	37,5%	59,1%	12,1%	35,2%	31,6%	31,6%	50,1%	17,8%
20	9,5%	15,3%	50,2%	45,4%	58,8%	12,3%	45,4%	43,5%	43,5%	50,2%	9,5%
<i>Perf moy</i>	17,3%	<b>12,1%</b>	36,6%	27,1%	47,0%	20,6%	19,8%	18,8%	18,8%	36,6%	17,3%
<i>Perf max</i>	31,2%	<b>23,2%</b>	63,9%	45,4%	70,5%	35,0%	45,4%	43,5%	43,5%	63,9%	31,2%
<i>Perf min</i>	8,9%	8,7%	8,9%	12,2%	24,3%	12,1%	<b>2,3%</b>	3,6%	3,6%	8,9%	8,9%

Tableau III-3 Performance /OPT- Demande Homogène 6 composants de base

Dans ce type de demande, les heuristiques qui font appel à la fréquence des *PSF* associée à un autre critère tel que les probabilités des produits finis et la couverture (*co*) donnent les meilleurs résultats. Il est à noter que même dans ce cas homogène, les probabilités des produits ont une influence sur le choix des *PSF* à stocker. Donc nous aurons intérêt à stocker les produits finis ayant les plus grandes probabilités de demande, car ceux-là nous pourrions les fournir avec zéro assemblage, et par conséquent diminuer les *TMA*.

Pour atténuer l'influence des probabilités de demandes des produits finis, nous avons fait un autre test avec des probabilités identiques pour tous les produits finis. Dans ce cas nous remarquons bien que les heuristiques faisant appel à la fois à la fréquence et à la couverture (*co*) sont les plus performantes. Ce qui peut s'expliquer par le fait que les *PSF* apparaissant le plus souvent dans les produits finis sont les plus stockés (définition de la fréquence). De plus le fait qu'on ne puisse associer que des *PSF* totalement différents, dès lors il vaut mieux stocker en premier des *PSF* pouvant être combinés d'où l'intérêt de la couverture. Le tableau suivant donne les résultats pour des probabilités identiques pour tous les produits finis.

$N_{PSF}$	Freq proba taille	Freq proba	Freq taille	Freq	Proba taille	Proba	Freq co	Freq proba co	Freq proba taille co	Freq maj # asmblg	Freq proba maj # asmblg
6	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %
8	8,2%	8,2%	8,2%	8,2%	0,24	8,2%	0 %	0 %	0 %	8,2%	8,2%
14	71,4%	49,0 %	71,4%	49,0 %	98,0%	49,0 %	22,5%	22,5%	22,5%	71,4%	71,4%
16	68,1%	68,1%	68,1%	30,3%	94,4%	38,3%	15,2%	15,2%	13,3%	68,1%	68,1%
18	69,3%	24,4%	69,3%	24,4%	89,3%	31,2%	16,1%	16,1%	9,1%	69,3%	69,3%
20	70,2%	16,1%	70,2%	16,1%	84,1%	28,1%	16,1%	16,1%	9,2%	70,2%	70,2%
<b>Perf moy</b>	47,7%	21,3%	47,7%	21,3%	64,7%	25,8%	11,5%	11,5%	8,9%	47,7%	47,7%
<b>Perf max</b>	71,4%	49,0%	71,4%	49,0%	98,0%	49,0%	22,5%	22,5%	22,5%	71,4%	71,4%
<b>Perf min</b>	8,2%	8,2%	8,2%	8,2%	23,7%	8,2%	0,0%	0,0%	0,0%	8,2%	8,2%

Tableau III-4 Performance /OPT- Demande Homogène (probabilités identiques) 6 composants de base

## III.2.2.6.1.2 Demande Pareto :

- Pareto Max 1 %

Nous sommes limités par les tailles des instances que nous pouvons traiter à ce niveau, car il faut obtenir la solution optimale à l'aide de CPLEX. Or pour ce type de demande il faut au minimum 100 produits (ce qui correspond à 7 composants) pour avoir toutes les probabilités inférieures à 0,01, or avec 7 composants nous n'obtenons pas les résultats optimaux à l'aide de CPLEX, de plus lorsque nous les obtenons, avec 7 composants la structure de la demande est plus proche de l'homogène que du Pareto. En effet, pour 127 produits (correspondant au cas 7 composants) avec Pareto max 1%, nous aurons au moins 100 produits avec une probabilité proche de 0,01 donc on aura 80% des demandes et non 20% qui représentent l'ensemble des demandes.

- Pareto Max 10 %

Nombre de composants de base	10
Intervalle des probabilités de demande	[0 ; 0,1]
écart type	$7,23 \cdot 10^{-3}$
Médiane	0

Tableau III-5 Caractéristiques de la demande Pareto max 10%, 10 composants

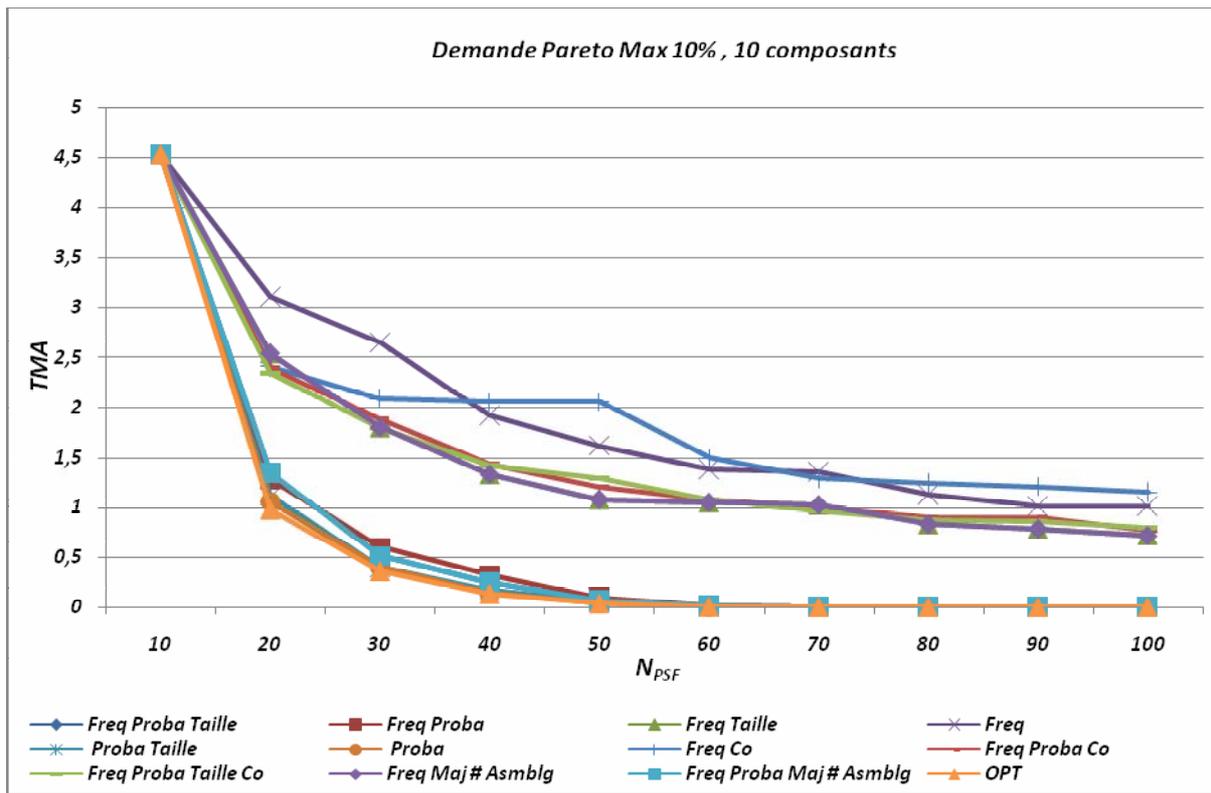


Figure III-2 Temps moyens d'assemblage - Demande Pareto max 10%, 10 composants de base

$N_{PSF}$	Freq proba taille	Freq proba	Freq taille	Freq	Proba taille	Proba	Freq co	Freq proba co	Freq proba taille co	Freq maj # asblg	Freq proba maj # asblg
10	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
20	37,3%	30,9%	160,0%	218,4%	13,5%	8,0%	146,3%	144,8%	139,6%	160,0%	37,3%
30	40,8%	66,1%	400,0%	634,8%	8,9%	9,9%	479,3%	424,3%	398,5%	400,0%	40,8%
40	80,9%	136,9%	898,0%	1332,3%	26,8%	3,5%	1434,7%	971,6%	966,3%	898,0%	80,9%
50	81,9%	147,7%	2879,9%	4349,2%	31,9%	19,7%	5551,6%	3240,4%	3458,7%	2879,9%	81,9%
60	149,5%	248,7%	2,1.10 <sup>4</sup> %	2,7.10 <sup>4</sup> %	11,2%	11,2%	2,9.10 <sup>4</sup> %	2,1.10 <sup>4</sup> %	2,1.10 <sup>4</sup> %	2,1.10 <sup>4</sup> %	149,5%
70	67,9%	76,6%	1,1.10 <sup>4</sup> %	1,3.10 <sup>5</sup> %	28,4%	7,4%	1,2.10 <sup>5</sup> %	9,9.10 <sup>4</sup> %	9,5.10 <sup>4</sup> %	1,1.10 <sup>5</sup> %	67,9%
80	390%	431%	4,1.10 <sup>5</sup> %	5,6.10 <sup>5</sup> %	44,1%	8,3%	6,2.10 <sup>5</sup> %	4,4.10 <sup>5</sup> %	4,3.10 <sup>5</sup> %	4,1.10 <sup>5</sup> %	390,9%
Perf moy	106%	142%	6,7.10 <sup>4</sup> %	9,1.10 <sup>4</sup> %	20,6%	8,5%	9,8.10 <sup>4</sup> %	7,1.10 <sup>4</sup> %	6,9.10 <sup>4</sup> %	6,7.10 <sup>4</sup> %	106%
Perf max	390%	431%	4,1.10 <sup>5</sup> %	5,6.10 <sup>5</sup> %	44,1%	19,7%	6,2.10 <sup>5</sup> %	4,4.10 <sup>5</sup> %	4,3.10 <sup>5</sup> %	4,1.10 <sup>5</sup> %	390%
Perf min	37,3%	30,9%	160%	218%	8,9%	3,5%	146%	144%	139%	160%	37,3%

Tableau III-6 Performance /OPT- Demande Pareto max 10%, 10 composants de base

Dans ce type de demande, les heuristiques qui font appel uniquement aux probabilités des produits finis donnent les meilleurs résultats. Ceci s'explique par le fait que les probabilités de demande en produits se concentrent sur un ensemble réduit de produits, ce qui favorise le choix des plus probables pour intégrer le stock. A l'inverse celles qui intègrent le critère fréquence donnent les pires résultats.

- Pareto Max 30 %

Nombre de composants de base	10
Intervalle des probabilités de demande	[0 ; 0,3]
écart type	$1,58.10^{-2}$
Médiane	0

Tableau III-7 Caractéristiques de la demande Pareto max 30%, 10 composants

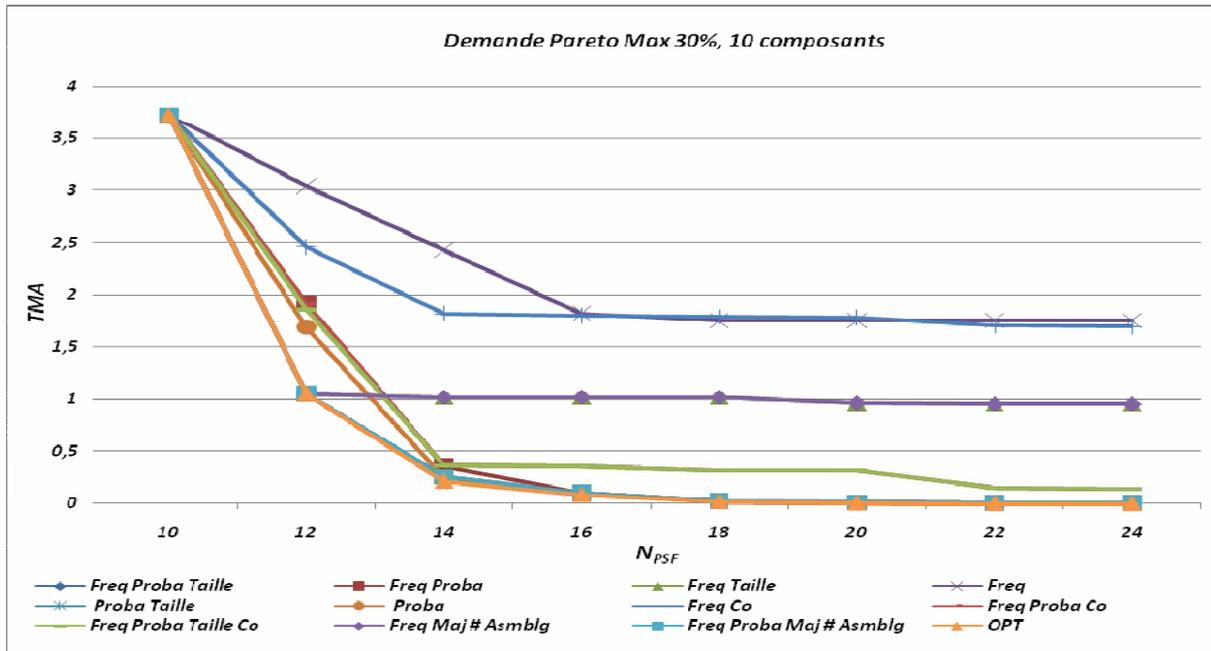


Figure III-3 Temps moyens d'assemblage -Demande Pareto max 30%, 10 composants de base

$N_{PSF}$	Freq proba Taille	Freq Proba	Freq Taille	Freq	Proba Taille	Proba	Freq co	Freq proba co	Freq proba Taille co	Freq maj # asmblg	Freq proba maj # asmblg
10	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
12	0,0%	82,9%	0,0%	189,7%	0,0%	61,2%	134,7%	82,9%	76,9%	0,0%	0,0%
14	16,2%	64,3%	373,5%	1027,2%	16,2%	16,2%	746,3%	64,3%	64,3%	373,5%	16,2%
16	16,7%	16,7%	1124,3%	2087,4%	25,7%	16,7%	2065,1%	321,2%	321,2%	1124,3%	16,7%
18	0,2%	0,2%	4258,4%	7379,9%	0,2%	0,2%	7557,3%	1234,3%	1234,3%	4258,4%	0,2%
20	41,3%	41,3%	$1,4.10^4$ %	$2,6.10^4$ %	41,3%	41,3%	$2,7.10^4$ %	4689,4%	4689,4%	$1,4.10^4$ %	41,3%
22	37,5%	37,5%	$4,7.10^4$ %	$8,7.10^4$ %	37,5%	37,5%	$8,5.10^4$ %	7369,1%	7369,1%	$4,7.10^4$ %	37,5%
24	132,6%	496,3%	$2,3.10^5$ %	$4,3.10^5$ %	8,4%	8,4%	$4,2.10^5$ %	$3,3.10^4$ %	$3,3.10^4$ %	$2,3.10^5$ %	132,6%
Perf moy	30,6%	92,4%	$3,8.10^4$ %	$7.10^4$ %	16,2%	22,7%	$6,8.10^4$ %	$5,9.10^3$ %	$5,9.10^3$ %	$3,8.10^4$ %	30,6%
Perf max	132,6%	496,3%	$2,3.10^5$ %	$4,3.10^5$ %	41,3%	61,2%	$4,2.10^5$ %	$3,3.10^4$ %	$3,3.10^4$ %	$2,3.10^5$ %	132,6%
Perf min	0,0%	0,2%	0,0%	189,7%	0,0%	0,2%	134,7%	64,3%	64,3%	0,0%	0,0%

Tableau III-8 Performance /OPT- Demande Pareto max 30%, 10 composants de base

Dans ce type de demande, les heuristiques qui font appel aux probabilités des produits finis et la taille des  $PSF$  donnent les meilleurs résultats. Ceci s'explique par le fait que les probabilités de demande en produits se concentrent sur un ensemble encore plus réduit de produits. Si en plus nous choisissons parmi les plus probables les plus gros, nous allons

réduire considérablement les *TMA*, puisque ces produits seront fournis avec zéro assemblage. A l'inverse celles qui intègrent le critère fréquence donnent les pires résultats. Ceci s'explique par le fait que dans ce type de demande il vaudrait mieux stocker les produits finis en priorité (ayant des probabilités de demandes importantes), or en faisant appel à la fréquence, on va favoriser des sous ensembles de ces produits finis qu'on retrouvera en stock, mais qui ne minimisent pas le temps moyens d'assemblage. Vous remarquerez que nous nous sommes limités à des valeurs de  $N_{PSF}$  assez faibles à cause de la nature de la demande, car dès que nous aurons stocké les *PSF* les plus probables le *TMA* avoisine la valeur 0.

#### III.2.2.6.2 Performance / Heuristique référence :

Après les premières simulations sur des petites et moyennes instances nous nous sommes rendus compte que les heuristiques de type *Principe.3* (Heuristique avec un critère et mise à jour du nombre d'assemblage) donnaient des résultats très proches de *Principe.1* avec le critère *Taille*. Et comme leurs temps de calcul sont beaucoup plus importants, nous ne les avons pas pris en compte pour les grandes instances. Comme précédemment, nous commencerons par préciser la nature de la demande, ensuite un tableau résumera les caractéristiques de cette demande. Une représentation graphique des *TMA* des différentes heuristiques est proposée et nous finirons par un tableau qui résume toutes les performances de celles-ci, les meilleures seront indiquées en gras.

##### III.2.2.6.2.1 Demande Homogène :

Nombre de composants de base	15
Intervalle des probabilités de demande	$[1,86.10^{-9} ; 6,11.10^{-5}]$
écart type	$1,76.10^{-5}$
Médiane	$3,07.10^{-5}$

Tableau III-9 Caractéristiques de la demande Homogène, 15 composants

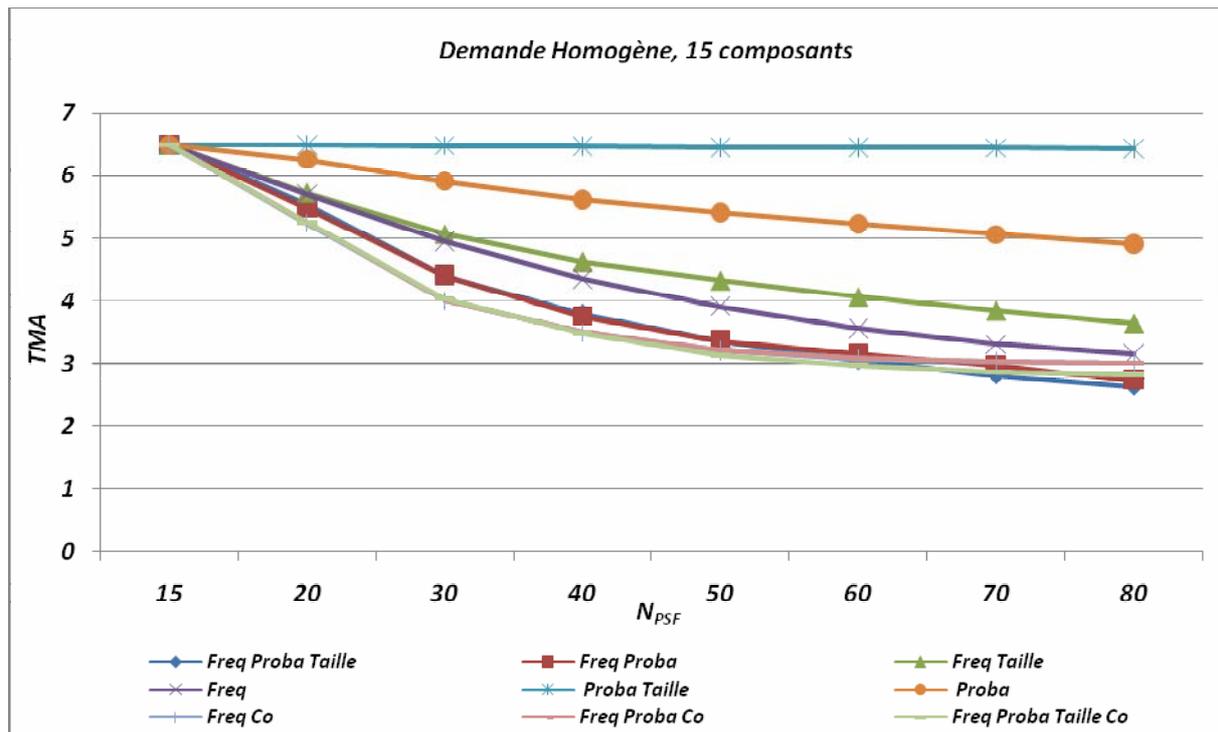


Figure III-4 Temps moyens d'assemblage - Demande Homogène 15 composants de base

Dans ce type de demande et avec cette taille d'instance, les heuristiques qui font appel à la fois à la fréquence des  $PSF$  et aux probabilités des produits finis et taille ainsi qu'au coefficient d'oubli ( $co$ ) donnent les meilleurs résultats en moyenne d'où le choix comme heuristique de référence *Freq Proba Taille co*. Toutefois, pour de petites valeurs de  $N_{PSF}$ , *Freq co* donne de meilleurs résultats, car au départ nous prenons les plus fréquents, mais plus la valeur de  $N_{PSF}$  augmente plus les heuristiques qui intègrent le critère probabilité avec fréquence donnent de meilleurs résultats. Ce qui rejoint un peu notre remarque sur l'influence des probabilités des produits sur le choix des  $PSF$  à stocker, bien qu'on soit dans le cas d'une demande homogène.

$N_{PSF}$	Performance relative, heuristique référence : <i>Freq Proba Taille Co</i>						Heuristiques Da Cunha	
	<i>Freq Proba Taille</i>	<i>Freq Proba</i>	<i>Freq taille</i>	<i>Freq proba co</i>	<i>proba taille</i>	<i>proba</i>	<i>Freq co</i>	<i>Freq</i>
15	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
20	5,8%	4,5%	9,2%	0,1%	23,8%	19,3%	-0,1%	8,8%
30	9,3%	9,3%	25,4%	-0,7%	60,6%	46,5%	-0,8%	22,4%
40	8,9%	7,8%	32,8%	0,7%	85,8%	61,5%	0,5%	25,1%
50	6,8%	7,2%	37,8%	2,3%	105,5%	72,5%	2,3%	24,5%
60	3,0%	6,5%	37,1%	4,1%	117,8%	76,8%	4,0%	20,4%
70	-1,9%	3,5%	33,7%	5,5%	124,2%	76,2%	5,5%	15,1%
80	-6,9%	-3,2%	28,7%	6,5%	127,4%	73,6%	6,5%	11,4%
<b>Perf moy</b>	<b>3,1%</b>	<b>4,4%</b>	<b>25,6%</b>	<b>2,3%</b>	<b>80,6%</b>	<b>53,3%</b>	<b>2,2%</b>	<b>16,0%</b>
<b>Perf max</b>	<b>9,3%</b>	<b>9,3%</b>	<b>37,8%</b>	<b>6,5%</b>	<b>127,4%</b>	<b>76,8%</b>	<b>6,5%</b>	<b>25,1%</b>
<b>Perf min</b>	<b>-6,9%</b>	<b>-3,2%</b>	<b>9,2%</b>	<b>-0,7%</b>	<b>23,8%</b>	<b>19,3%</b>	<b>-0,8%</b>	<b>8,8%</b>

Tableau III-10 Performance / Heur Réf- Demande Homogène 15 composants de base

III.2.2.6.2.2 Demande Pareto :

- Pareto Max 1 %

Nombre de composants de base	15
Intervalle des probabilités de demande	[0 ; 0,01]
écart type	$5,32 \cdot 10^{-4}$
médiane	0

Tableau III-11 Caractéristiques de la demande Pareto max 1%, 15 composants

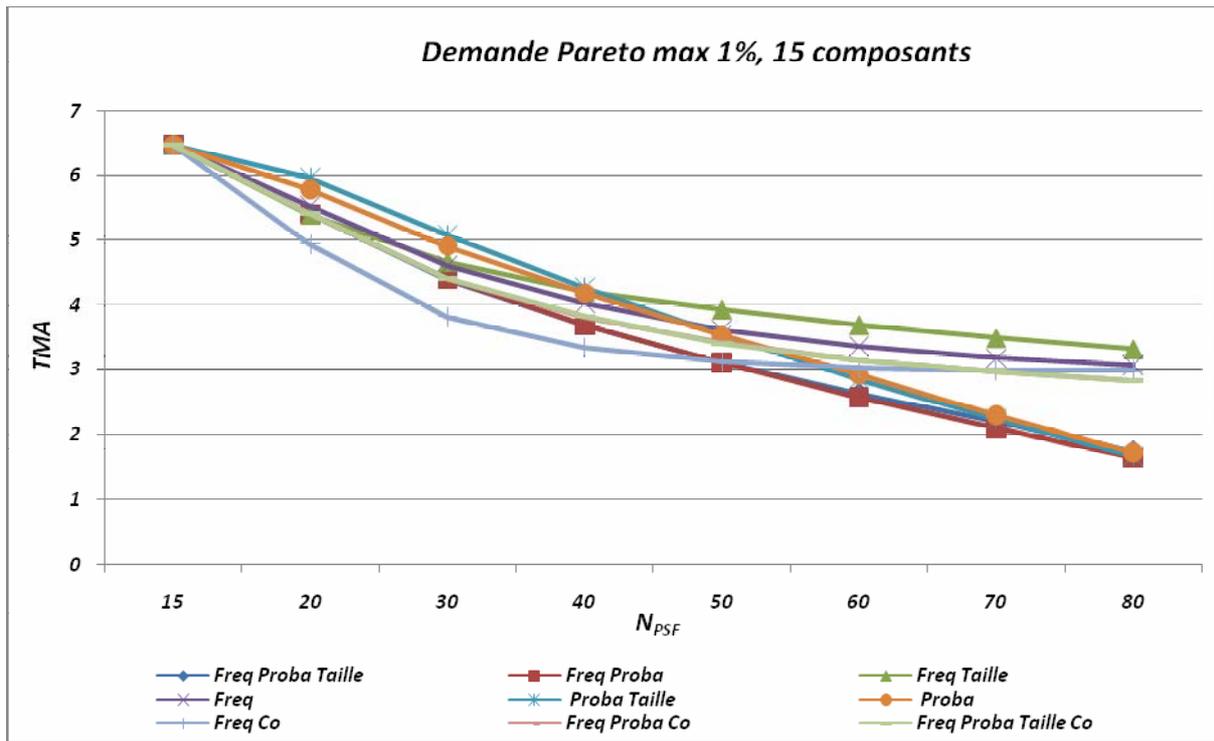


Figure III-5 Temps moyens d'assemblage - Demande Pareto max 1%, 15 composants de base

Dans ce type de demande et avec cette taille d'instance, les heuristiques qui font appel à la fois à la fréquence des  $PSF$  et aux probabilités des produits finis donnent les meilleurs résultats en moyenne, ce qui favorise le choix des  $PSF$  les plus fréquents et les plus probables pour intégrer le stock. Cependant, *Freq co* donne de meilleurs résultats pour des petites valeurs de  $N_{PSF}$ . Mais en moyenne c'est l'heuristique *Freq Proba* qui donne de meilleurs résultats d'où son choix comme heuristique de référence. Ensuite, plus la valeur de  $N_{PSF}$  augmente plus les heuristiques qui intègrent le critère probabilité donnent de meilleurs résultats.

$N_{PSF}$	Performance relative, heuristique référence : Freq Proba						Heuristiques Da Cunha	
	Freq Proba Taille	Freq Proba Taille Co	Freq taille	Freq proba co	proba taille	proba	Freq co	Freq
15	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
20	0,1%	-0,04%	-0,3%	0,3%	10,4%	7,0%	-8,5%	2,2%
30	-0,01%	0,2%	6,0%	0,4%	15,3%	11,6%	-13,0%	4,5%
40	-0,05%	3,2%	13,5%	3,2%	15,6%	13,0%	-9,3%	8,8%
50	-0,02%	9,4%	26,3%	10,1%	14,0%	13,6%	0,4%	16,4%
60	2,6%	21,8%	43,1%	22,0%	10,9%	13,3%	17,5%	30,3%
70	5,0%	40,8%	65,7%	41,2%	6,3%	9,3%	42,4%	50,5%
80	6,5%	71,3%	101,4%	72,0%	1,4%	5,0%	81,5%	85,7%
Perf moy	1,8%	18,3%	32%	18,7%	9,2%	9,1%	13,9%	24,8%
Perf max	6,5%	71,3%	101,4%	72,0%	15,6%	13,6%	81,5%	85,7%
Perf min	-0,05%	-0,03%	-0,3%	0,3%	1,4%	5,0%	-13%	2,2%

Tableau III-12 Performance / Heur Réf - Demande Pareto max 1%, 15 composants de base

- Pareto Max 10 %

Nombre de composants de base	15
Intervalle des probabilités de demande	[0 ; 0,1]
écart type	$1,38 \cdot 10^{-3}$
médiane	0

Tableau III-13 Caractéristiques de la demande Pareto max 10%, 15 composants

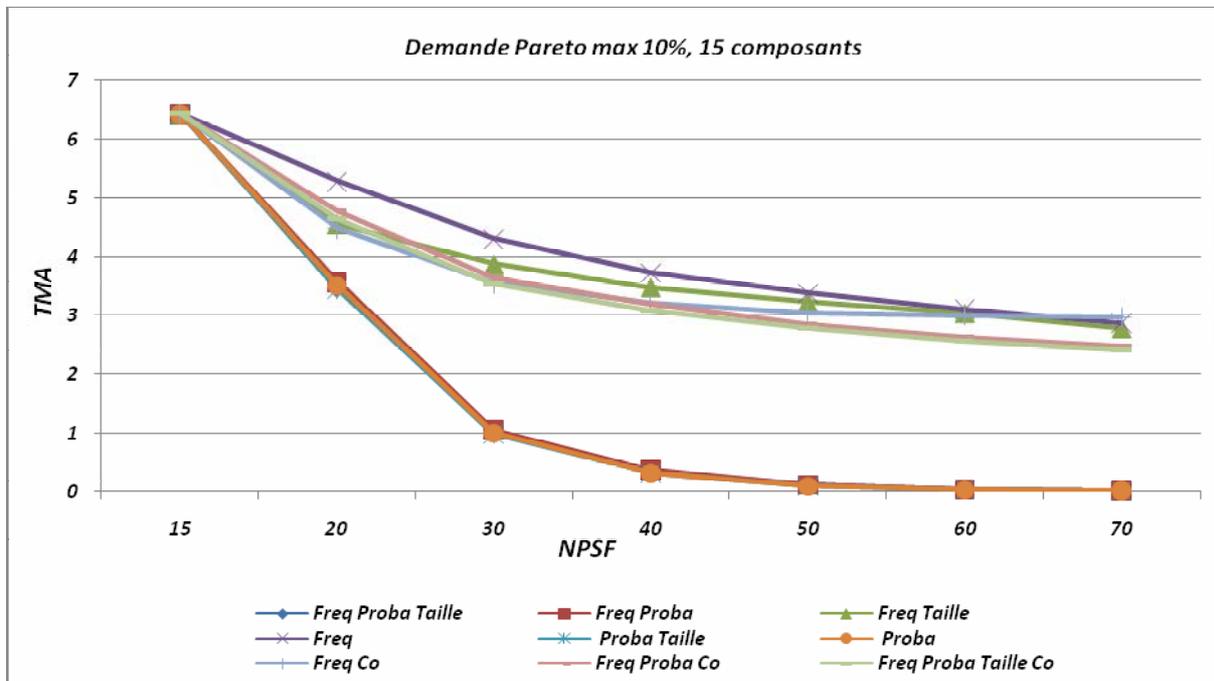


Figure III-6 Temps moyens d'assemblage - Demande Pareto max 10%, 15 composants de base

Dans ce type de demande et avec cette taille d'instance, les heuristiques qui font appel aux probabilités des produits finis donnent les meilleurs résultats en moyenne. D'où le choix comme heuristique de référence *Proba*. Ceci s'explique par le fait que les probabilités de demande en produits se concentrent sur un ensemble encore plus réduit de produits, ce qui favorise le choix des plus probables pour intégrer le stock. A l'inverse celles qui intègrent le critère fréquence donnent les pires résultats. Ceci s'explique par le fait que dans ce type de demande il vaudrait mieux stocker les produits finis fortement demandés en priorité (ayant des probabilités de demandes importantes). Or en faisant appel à la fréquence on va favoriser des sous ensembles de ces produits finis qu'on retrouvera en stock mais qui ne minimisent pas le temps moyen d'assemblage.

$N_{PSF}$	Performance relative, heuristique référence : Proba						Heuristiques Da Cunha	
	Freq Proba Taille	Freq Proba Taille Co	Freq taille	Freq proba co	proba taille	Freq proba	Freq co	Freq
15	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
20	-1,2%	31,8%	29,8%	36,1%	-2,0%	1,7%	27,6%	50,6%
30	2,1%	252,3%	285,7%	264,3%	-1,2%	6,4%	253,4%	329,3%
40	10,1%	884,4%	1015,6%	924,3%	-0,4%	17,0%	928,3%	1095,8%
50	25,2%	2895,0%	3399,9%	2995,0%	1,6%	32,9%	3199,1%	3571,6%
60	37,6%	8461,5%	1,1.10 <sup>4</sup> %	8750,2%	1,9%	46,2%	9942,0%	1,1.10 <sup>4</sup> %
70	65,0%	2,5 .10 <sup>4</sup> %	2,9 .10 <sup>4</sup> %	2,6 .10 <sup>4</sup> %	2,9%	73,5%	3,1 .10 <sup>4</sup> %	3,1.10 <sup>4</sup> %
<b>Perf moy</b>	19,8%	5,4 .10 <sup>3</sup> %	6,3 .10 <sup>3</sup> %	5,6 .10 <sup>3</sup> %	<b>0,4%</b>	25,4%	6,6 .10 <sup>3</sup> %	6,6 .10 <sup>3</sup> %
<b>Perf max</b>	65,0%	2,5 .10 <sup>4</sup> %	2,9 .10 <sup>4</sup> %	2,6 .10 <sup>4</sup> %	<b>2,9%</b>	73,5%	3,1 .10 <sup>4</sup> %	3,1 .10 <sup>4</sup> %
<b>Perf min</b>	-1,2%	31,8%	29,8%	36,1%	<b>-2,0%</b>	1,7%	27,6%	50,6%

Tableau III-14 Performance / Heur Réf - Demande Pareto max 10%, 15 composants de base

- Pareto Max 30 %

Nombre de composants de base	15
Intervalle des probabilités de demande	[0 ; 0,3]
écart type	2,72.10 <sup>-3</sup>
médiane	0

Tableau III-15 Caractéristiques de la demande Pareto max 30%, 15 composants

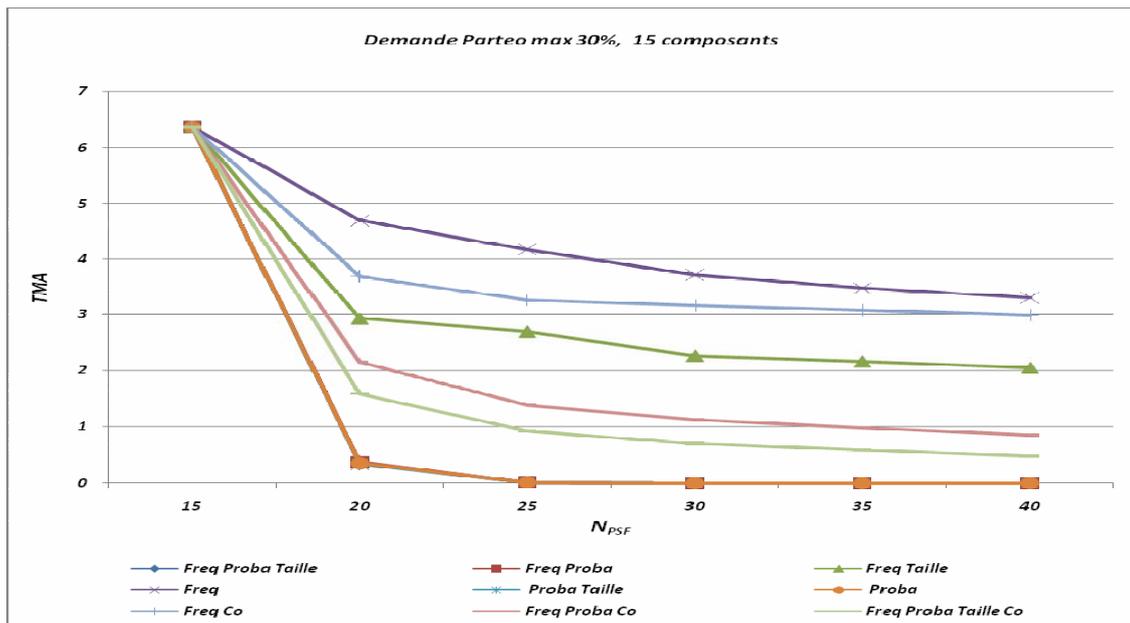


Figure III-7 Temps moyens d'assemblage - Demande Pareto max 30%, 15 composants de base

Dans ce type de demande et avec cette taille d'instance, les heuristiques qui font appel aux probabilités des produits finis et la taille des  $PSF$  donnent les meilleurs résultats, d'où le choix comme heuristique de référence *Proba taille*. Ceci s'explique par le fait que les probabilités de demande en produits se concentrent sur un ensemble encore plus réduit de produits. Si en plus nous choisissons parmi les plus probables les plus gros, nous allons réduire considérablement les  $TMA$ , puisque ces produits seront fournis avec zéro assemblage. A l'inverse celles qui intègrent le critère fréquence donnent les pires résultats, en effet, dans ce type de demande il est plus intéressant de stocker les produits finis fortement demandés en priorité (correspondant aux plus grandes probabilités de demandes). Or en faisant appel à la fréquence, c'est des sous ensembles de ces produits finis qui seront favorisés et qu'on retrouvera en stock, mais avec un effet négatif sur le temps moyens d'assemblage. Vous remarquerez que les valeurs de  $N_{PSF}$  sont très faibles à cause de la nature de la demande, car dès que nous aurons stocké les  $PSF$  les plus probables le  $TMA$  avoisine la valeur 0.

$N_{PSF}$	Performance relative, heuristique référence : Proba Taille						Heuristiques Da Cunha	
	Freq Proba Taille	Freq Proba Taille Co	Freq taille	Freq proba co	Proba	Freq proba	Freq co	Freq
15	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
20	5,7%	370,4%	764,4%	536,7%	3,2%	7,6%	994,2%	1286,3%
25	12,5%	5520,9%	$1,6 \cdot 10^3\%$	8318,7%	4,8%	15,5%	$1,9 \cdot 10^3\%$	$2,5 \cdot 10^3\%$
30	36,6%	$1,2 \cdot 10^3\%$	$3,8 \cdot 10^3\%$	$1,9 \cdot 10^3\%$	0,3%	41,2%	$5,3 \cdot 10^3\%$	$6,3 \cdot 10^3\%$
35	83,9%	$3,3 \cdot 10^4\%$	$1,2 \cdot 10^7\%$	$5,6 \cdot 10^6\%$	9,5%	90,4%	$1,7 \cdot 10^7\%$	$1,9 \cdot 10^8\%$
40	302,8%	$7,8 \cdot 10^5\%$	$3,3 \cdot 10^8\%$	$1,4 \cdot 10^8\%$	-0,1%	329,0%	$4,9 \cdot 10^8\%$	$5,4 \cdot 10^8\%$
<b>Perf moy</b>	73,6 %	$1,3 \cdot 10^7\%$	$5,8 \cdot 10^7\%$	$2,4 \cdot 10^7\%$	<b>2,9%</b>	80,6%	$8,5 \cdot 10^7\%$	$9,4 \cdot 10^7\%$
<b>Perf max</b>	302 %	$7,8 \cdot 10^7\%$	$3,3 \cdot 10^8\%$	$1,4 \cdot 10^8\%$	<b>9,5%</b>	329%	$4,9 \cdot 10^8\%$	$5,4 \cdot 10^8\%$
<b>Perf min</b>	5,7 %	370 %	764%	536%	<b>-0,1%</b>	7,6%	994%	1286%

Tableau III-16 Performance / Heur Réf - Demande Pareto max 30%, 15 composants de base

### III.2.2.6.3 Gain par rapport à $N_{PSF} = n$

Nous avons pris pour chaque type de demande uniquement nos deux meilleures heuristiques ainsi que celles développées par Da Cunha (2004) à savoir *Freq* et *Freq co*.

#### III.2.2.6.3.1 Demande Homogène :

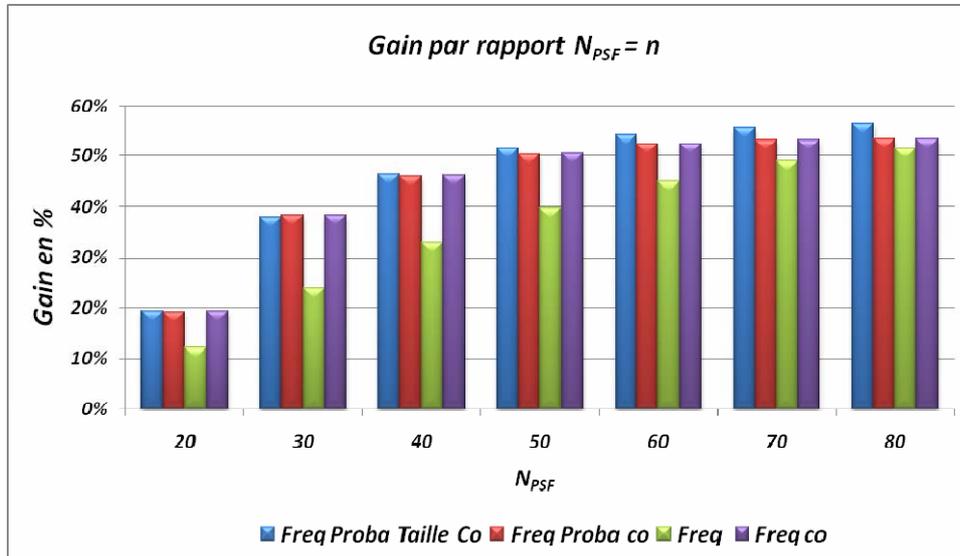


Figure III-8 Gain en TMA par rapport à  $N_{PSF} = n$  - Demande Homogène, 15 composants de base

Les heuristiques *Freq Proba Taille Co*, *Freq Proba Co* ainsi que *Freq Co* sont les plus performantes pour ce type de demande, avec un léger avantage pour *Freq Proba Taille Co* qui apparaît de façon plus significative au-delà de 50 *PSF* en stock. De plus, rien qu'en stockant 20 *PSF*, c'est-à-dire 15 composants de base plus 5 *PSF* sélectionnés, on arrive à améliorer le *TMA* de près de 20%, voire de 50% avec 40 *PSF*.

#### III.2.2.6.3.2 Demande Pareto :

- Pareto Max 1 %

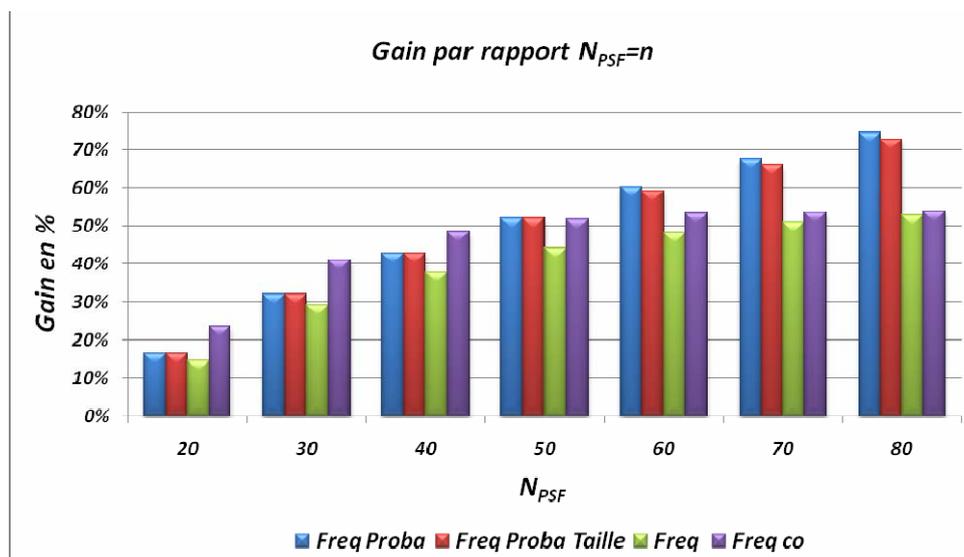


Figure III-9 Gain en TMA par rapport à  $N_{PSF} = n$  - Demande Pareto max 1%, 15 composants

*Freq Co* est plus performante pour des petites valeurs de  $N_{PSF}$ . Toutefois, les autres heuristiques sont plus performantes pour des valeurs plus grandes de  $N_{PSF}$ . Ceci rejoint notre analyse avec les performances relatives.

- Pareto Max 10 %

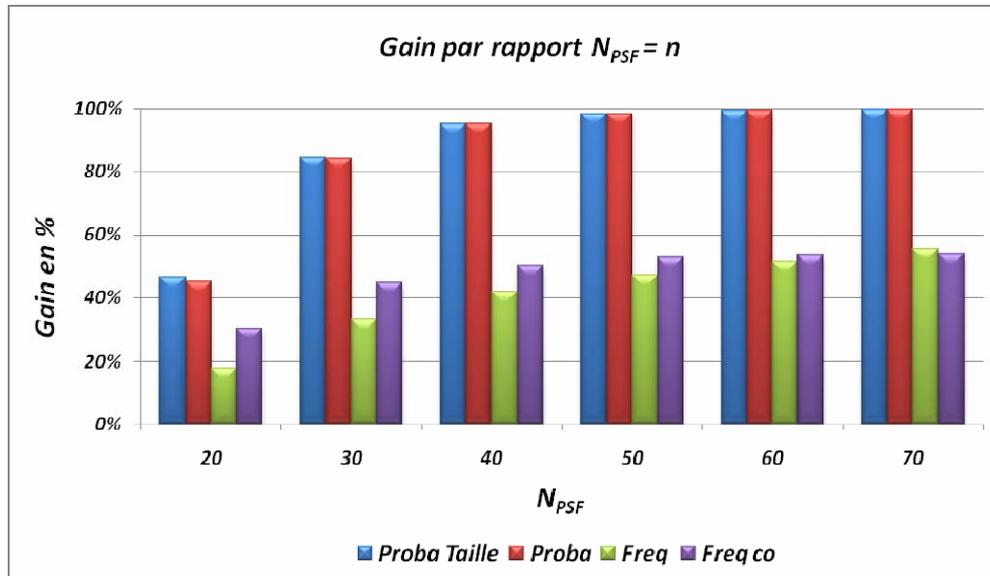


Figure III-10 Gain en TMA par rapport à  $N_{PSF} = n$  - Demande Pareto max 10%, 15 composants

Dans ce cas de figure, les performances des heuristiques *Proba Taille* et *Proba* sont largement plus performantes que les 2 autres heuristiques, de l'ordre du double. De plus, rien qu'en stockant 20 *PSF*, c'est-à-dire 15 composants de base plus 5 *PSF* sélectionnés, on arrive à améliorer le *TMA* de près de 50%, voire de presque 100% au-delà de 50 *PSF*.

- Pareto Max 30 %

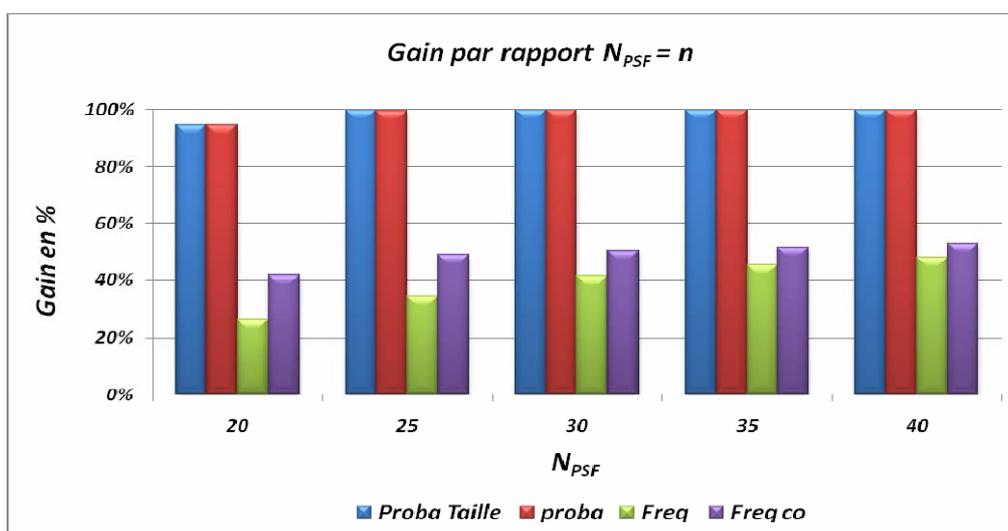


Figure III-11 Gain en TMA par rapport à  $N_{PSF} = n$  - Demande Pareto max 30%, 15 composants de base

Les performances des heuristiques *Proba Taille* et *Proba* sont largement plus intéressantes que les 2 autres heuristiques. De plus, rien qu'en stockant 20 *PSF*, c'est-à-dire 15 composants de base plus 5 *PSF* sélectionnés, on arrive à améliorer le *TMA* de plus de 90%, voire de presque 100% au-delà de 25 *PSF*, ceci s'explique par le fait que les probabilités de demande en produits se concentrent sur un ensemble très réduit de produits et dès qu'on stock les *PSF* correspondant le *TMA* tend vers 0.

Pour résumer, selon le type de demande et le  $N_{PSF}$  choisi nous avons identifié une ou plusieurs heuristiques plus performantes que les autres :

- Pour une demande de type Homogène, les heuristiques qui font appel à la fois à la fréquence des *PSF* et aux probabilités des produits finis et taille ainsi qu'au coefficient d'oubli (*co*) donnent les meilleurs résultats en moyenne (*Freq Proba Taille co*). Il est à noter que même dans ce cas homogène, les probabilités des produits ont une influence sur le choix des *PSF* à stocker. Donc nous aurons intérêt à stocker les produits finis ayant les plus grandes probabilités de demande, car ceux-là nous pourrions les fournir avec zéro assemblage, et par conséquent diminuer les *TMA*. Toutefois, pour de petites valeurs de  $N_{PSF}$ , *Freq co* donne de meilleurs résultats, car au départ nous prenons les plus fréquents, mais plus la valeur de  $N_{PSF}$  augmente plus les heuristiques qui intègrent le critère probabilité avec fréquence donnent de meilleurs résultats. Rappelons que la fréquence d'un *PSF* c'est la somme de toutes les demandes de produit pour lesquelles ce *PSF* peut être utilisé.
- Pour une demande de type Pareto
  - Pareto max 1%

Dans ce type de demande, les heuristiques qui font appel à la fois à la fréquence des *PSF* et aux probabilités des produits finis donnent les meilleurs résultats en moyenne, ce qui favorise le choix des *PSF* les plus fréquents et les plus probables pour intégrer le stock. Cependant, *Freq co* donne de meilleurs résultats pour des petites valeurs de  $N_{PSF}$ . Mais en moyenne c'est l'heuristique *Freq Proba* qui donne de meilleurs résultats. Ensuite, plus la valeur de  $N_{PSF}$  augmente plus les heuristiques qui intègrent le critère probabilité donnent de meilleurs résultats.

- Pareto max 10%

Dans ce type de demande, les heuristiques qui font appel aux probabilités des produits finis donnent les meilleurs résultats en moyenne (*Proba*), ceci s'explique par le fait que les probabilités de demande en produits se concentrent sur un ensemble réduit de produits, ce qui favorise le choix des plus probables pour intégrer le stock. A l'inverse celles qui intègrent le critère fréquence donnent les pires résultats, ceci s'explique par le fait que

dans ce type de demande il vaut mieux stocker les produits finis en priorité (ayant des probabilités de demandes importantes), or en faisant appel à la fréquence on va favoriser des sous ensembles de ces produits finis qu'on retrouvera en stock mais qui ne minimisent pas le temps moyens d'assemblage.

- Pareto max 30%

Dans ce type de demande, les heuristiques qui font appel aux probabilités des produits finis et la taille des  $PSF$  donnent les meilleurs résultats *Proba taille*, ceci s'explique par le fait que les probabilités de demande en produits se concentrent sur un ensemble encore plus restreint de produits. Si en plus nous choisissons parmi les plus probables les plus gros, nous allons réduire considérablement les  $TMA$ , puisque ces produits seront fournis avec zéro assemblage. A l'inverse celles qui intègrent le critère fréquence donnent les pires résultats, c'est la même explication que pour Pareto max 10%. Dans ce type de demande nous nous sommes limités à des valeurs de  $N_{PSF}$  assez faibles à cause de la nature de la demande, car dès que nous aurons stocké les  $PSF$  les plus probables le  $TMA$  avoisine la valeur 0.

### III.3 Minimisation du $TMA$ avec prise en compte de l'effet enveloppe :

Jusqu'à présent nous nous interdisions la production de produits finis avec effet enveloppe, c'est à dire avec des composants de base supplémentaires non requis par le client. Toutefois, nous avons vu que dans la réalité, certains industriels en l'occurrence des équipementiers automobiles préfèrent avoir un nombre réduit de références à gérer, quitte à faire des produits suréquipés.

*Définition* : la couverture d'un  $PSF$   $i$ , notée  $Couv(PSF_i)$ , c'est le nombre de  $PSF$  qu'on peut remplacer par le  $PSF_i$  (avec l'effet enveloppe autorisé) afin de réduire le nombre d'assemblage du produit.

*Exemple* : Prenons le  $PSF_i = ABCDEF$  de taille 6.

- (a) Pour un effet enveloppe = 1 alors,  $Couv$  est égale au nombre de tous les  $PSFs$  de taille 5 inclus dans  $PSF_i$ , nous pouvons retrouver ce nombre en considérant tous les  $PSF$  obtenus à partir de  $PSF_i$  en enlevant un composant à la fois ce qui équivaut à
- $$Couv = \binom{6}{5} = 6 ,$$
- (b) Pour un effet enveloppe = 2, ce sera tous les  $PSFs$  de tailles 5 et 4 inclus dans  $PSF_i$ , en considérant tous les  $PSFs$  obtenu à partir de  $PSF_i$  en enlevant 2 composants à la fois

ce qui équivaut à  $\binom{6}{4} = 15$ , auxquels il faut rajouter les *PSFs* de taille 5, alors

$$Couv = \binom{6}{4} + \binom{6}{5} = 21,$$

(c) Même chose pour effet enveloppe = 3,  $Couv = \binom{6}{3} + \binom{6}{4} + \binom{6}{5} = 41$ ,

(d) Idem pour effet enveloppe = 4,  $Couv = \binom{6}{2} + \binom{6}{3} + \binom{6}{4} + \binom{6}{5} = 56$ ,

*Remarque :*

Le fait de s'obliger à prendre les composants de base pour s'assurer que tous les produits puissent être générés sans effet enveloppe n'est plus d'actualité. Par exemple avec l'ensemble constitué des 4 *PSF*  $\{AB, C, D, E\}$ , nous arrivons à générer tous les produits finis générés à partir des 5 composants de base  $A, B, C, D$  et  $E$ . Toutefois, il paraît assez naturel de continuer à prendre tous les composants de base dans le stock, et c'est ce que nous ferons par la suite.

Dans ce qui suit, nous allons exposer les résultats pour deux heuristiques. En effet, nous ne souhaitons pas refaire tous les tests, mais simplement tester l'influence de la notion d'effet enveloppe. Nous avons retenu :

- *Fréquence*  $\times$  *Probabilité*
- *Probabilité*

### III.3.1 Heuristique *Couv effet i V1*

Heuristique favorisant la couverture et la fréquence des *PSF* avec les probabilités des produits :

- (i) Fixer  $i$  le nombre de composants autorisés pour l'effet enveloppe (ex.: 1, 2, 3, etc. composants en plus).
- (ii) Prendre les composants de base
- (iii) Calculer  $Fréq(PSF_i) \times proba(P_i) \times Couv(PSF_i)$  pour tous les *PSF* et les classer selon un ordre décroissant.
- (iv) Rajouter au stock le *PSF* qui a la plus grande valeur selon le critère calculé à (iii), jusqu'à atteindre le  $N_{PSF}$  souhaité.

### III.3.2 Heuristique *Couv effet i V2*

Heuristique favorisant la couverture des *PSF* et les probabilités des produits :

C'est les mêmes étapes que pour l'heuristique *Couv effet i V1*, sauf qu'à l'étape (iii) le critère utilisé c'est  $proba(P_i) \times Couv(PSF_i)$ .

### III.3.3 Evaluation

Nous comparons les résultats des heuristiques *Couv effet i V1* et *V2* en évaluant le temps moyen d'assemblage en utilisant l'algorithme Gamme avec effet enveloppe avec :

- La meilleure heuristique sans effet enveloppe (présentées en III.2.2) selon le type de demande en utilisant l'algorithme Gamme, afin de montrer l'intérêt d'autoriser l'effet enveloppe.
- Ensuite, pour tester l'apport des nouvelles heuristiques en soit nous allons les comparer avec la meilleure heuristique sans effet enveloppe en évaluant le temps moyen d'assemblage avec l'algorithme Gamme avec effet enveloppe.

Nous rappelons que l'algorithme Gamme et l'algorithme Gamme avec effet enveloppe permettent d'obtenir les temps moyens d'assemblage pour l'ensemble des produits finis à partir d'une composition de stock donnée  $C$ , sauf qu'avec le second nous autorisons l'effet enveloppe c'est-à-dire le suréquipement des produits finis avec des options supplémentaires non commandées par les clients tout en assurant bien sûr les options commandées.

### III.3.4 Résultats numériques

Nous avons testé pour une instance de 15 composants (32767 produits finis) et pour 4 niveaux d'effet enveloppe. Nous commencerons par préciser la nature de la demande, ensuite 4 petites représentations graphiques des différentes heuristiques pour les 4 niveaux d'effet enveloppe sont proposées afin de mieux visualiser les gains en termes de  $TMA$  par niveau. Et nous finirons par une représentation regroupant toutes les heuristiques et tous les niveaux d'effet enveloppe. Dans chaque graphique nous représentons uniquement la meilleure des deux heuristiques tenant compte de l'effet enveloppe *Couv effet i V1* et *Couv effet i V2*, ainsi que la meilleure heuristique sans effet enveloppe avec deux évaluations des temps moyens d'assemblage, la première avec l'algorithme Gamme et la seconde avec l'algorithme Gamme avec effet enveloppe. En tout nous aurons 3 heuristiques ( $TMA$ ) à comparer par niveaux.

#### III.3.4.1 Demande Homogène :

Nombre de composants de base	15
Intervalle des probabilités de demande	$[1,8.10^{-9}; 6,10.10^{-5}]$
écart type	$1,76.10^{-5}$
Médiane	$3,05.10^{-5}$

Tableau III-17 Caractéristiques de la demande Homogène, 15 composants

Pour ce type de demande l'heuristique *Couv effet i V1* permet d'avoir de meilleurs résultats que *Couv effet i V2*. Bien que les probabilités des produits aient une influence sur le

choix des *PSF* à stocker, c'est l'heuristique qui fait appel à la fréquence qui permet d'avoir de meilleurs résultats. Ce qui peut s'expliquer par le fait que les *PSF* apparaissant le plus souvent dans les produits finis sont les plus stockés (définition de la fréquence). Donc nous retiendrons uniquement *Couv effet i VI*, que nous comparerons à la meilleure heuristique sans effet enveloppe en évaluant le temps moyen d'assemblage en premier temps avec l'algorithme Gamme sans effet enveloppe, ensuite avec l'algorithme Gamme avec effet enveloppe. Ce qui donne les graphiques suivants :

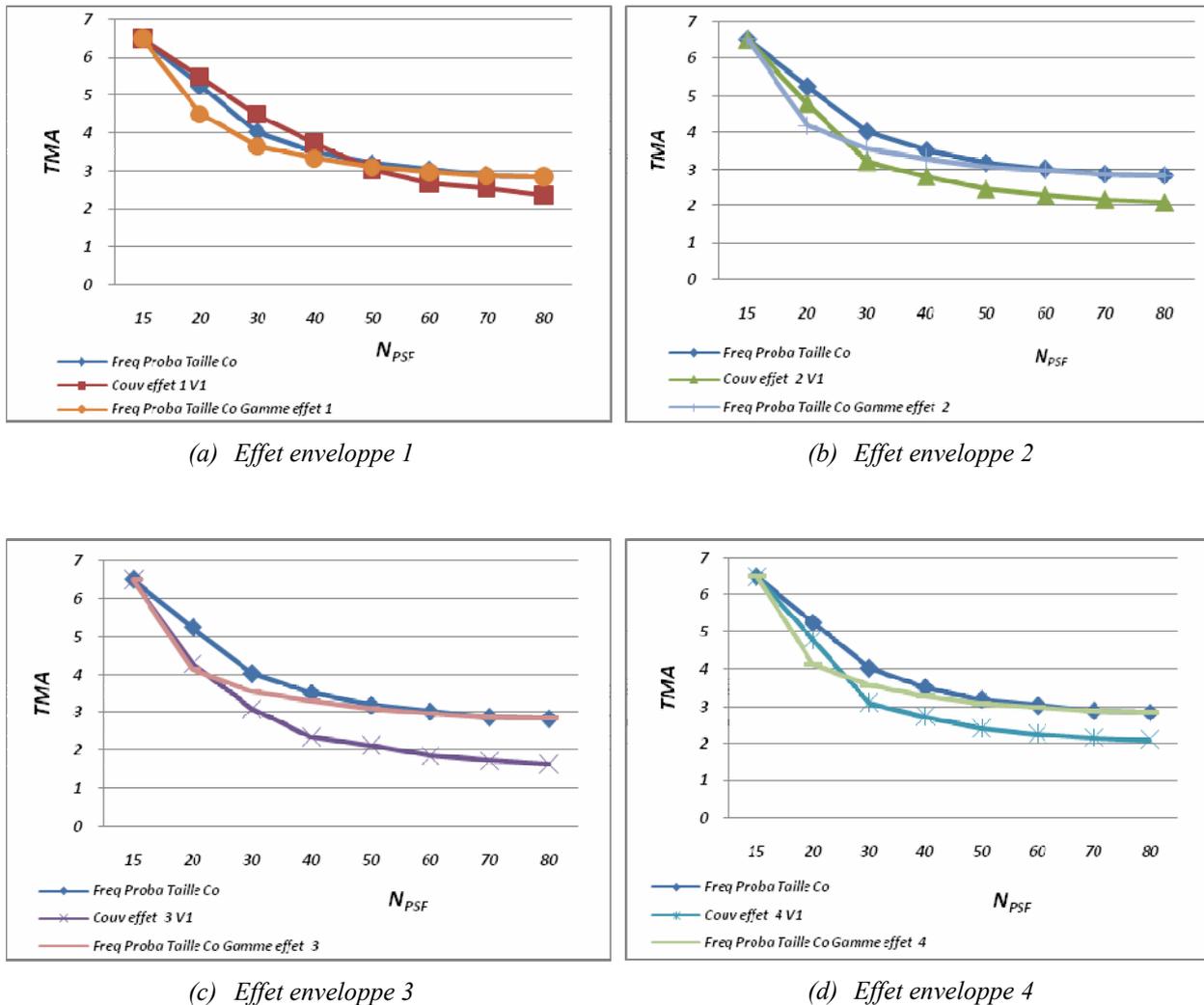


Figure III-12 Temps moyens d'assemblage avec effet enveloppe par niveau- Demande homogène

Dans l'ensemble l'heuristique *Couv effet i VI* permet d'obtenir de meilleurs résultats que les autres heuristiques. Toutefois, pour le niveau 1 d'effet enveloppe les résultats sont moins bons pour des petites valeurs de  $N_{PSF}$ , mais après elle devient plus performante. Sinon pour les autres niveaux au delà de 30 *PSF* en stock, elle est la plus performante. Nous remarquons également qu'à partir de  $N_{PSF} = 50$  le fait d'avoir de l'effet enveloppe n'améliore en rien le *TMA* pour les autres heuristiques, bien qu'on fasse appel à l'algorithme Gamme avec effet enveloppe pour évaluer les *TMA*. Ceci s'explique par le fait que les *PSF* stockés sont de petite

taille et qu'ils ne permettent plus d'avoir des remplacements de *PSF* non stockés par ceux stockés, or notre heuristique favorise d'avoir des *PSF* qui couvrent mieux les autres *PSF* et par conséquent qui permettent plus de remplacement.

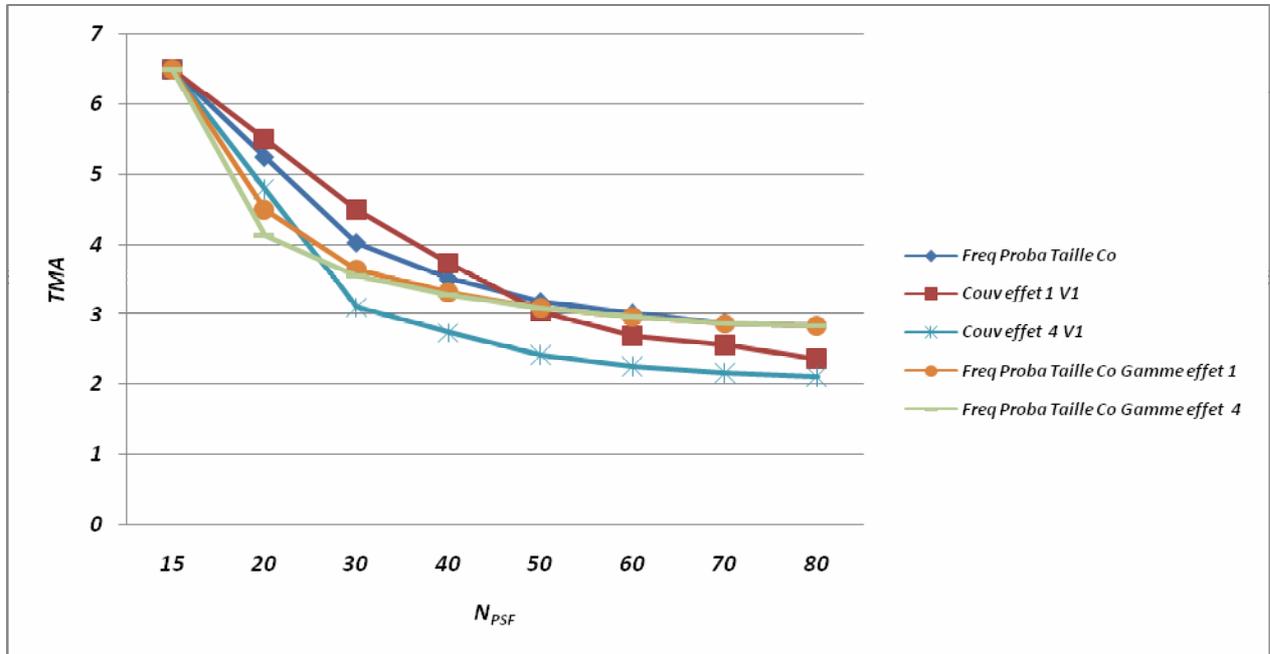


Figure III-13 Temps moyens d'assemblage avec effet enveloppe - Demande homogène

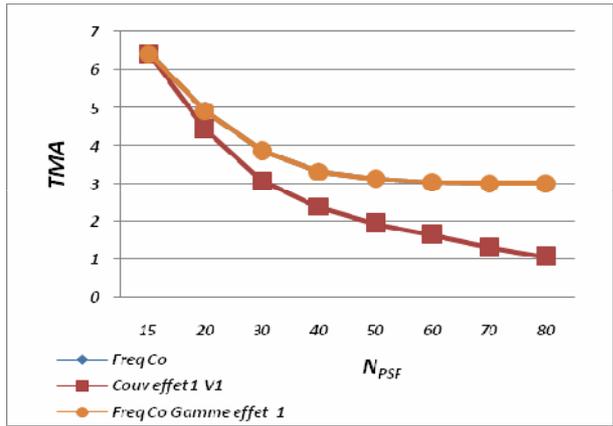
Ce graphique permet de voir les gains en termes de temps moyens d'assemblage en augmentant l'effet enveloppe. C'est de l'ordre de 20% en moyenne et cela va jusqu'à plus de 30% pour certaines tailles de stock.

### III.3.4.2 Demande Pareto :

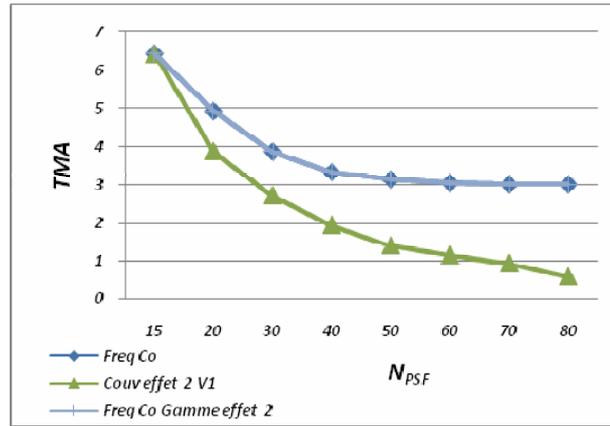
#### A. Pareto Max 1%

Nombre de composants de base	15
Intervalle des probabilités de demande	[0 ; 0,01]
écart type	$5,3 \cdot 10^{-4}$
médiane	0

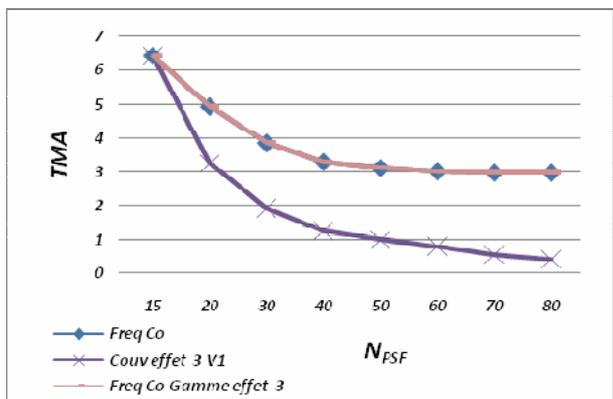
Tableau III-18 Caractéristiques de la demande Pareto max 1%, 15 composants



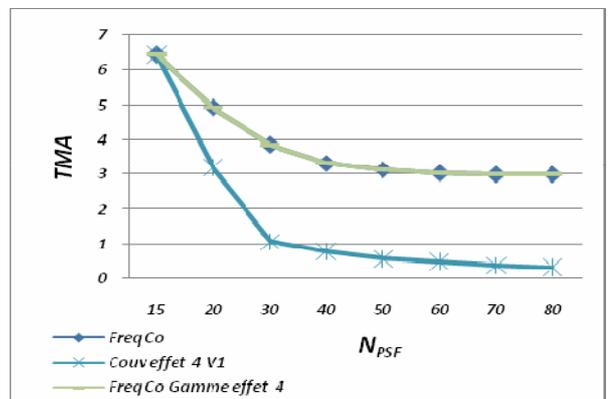
(a) Effet enveloppe 1



(b) Effet enveloppe 2



(c) Effet enveloppe 3



(d) Effet enveloppe 4

Figure III-14 Temps moyens d'assemblage avec effet enveloppe par niveau- Demande Pareto max 1%

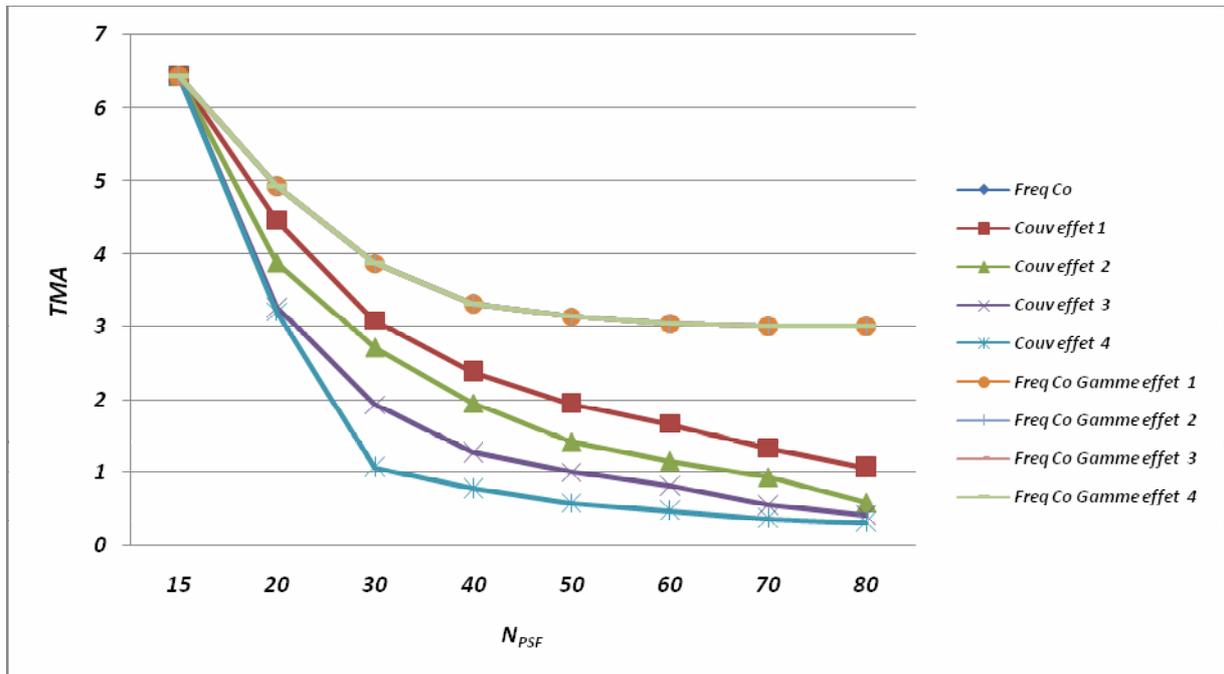


Figure III-15 Temps moyens d'assemblage avec effet enveloppe - Demande Pareto max 1%

Il est clair que l'heuristique *Couv effet i VI* est beaucoup plus performante que les autres heuristiques. Nous remarquons également que le fait d'autoriser l'effet enveloppe lors de l'assemblage avec l'algorithme Gamme avec effet enveloppe pour l'heuristique *Freq co*, n'améliore en rien le temps moyen d'assemblage (les deux courbes représentant *Freq co* sur tous les graphiques et pour tous les niveaux sont identiques). Ceci s'explique par le fait que les *PSFs* stockés sont tous de taille 2, alors ils ne peuvent remplacer aucun autre *PSF* de taille supérieure. Seuls les *PSFs* de taille 1 peuvent être remplacés, or ceux-là sont déjà en stock.

B. Pareto Max 10 %

Nombre de composants de base	15
Intervalle des probabilités de demande	[0 ; 0,1]
écart type	$1,35 \cdot 10^{-3}$
Médiane	0

Tableau III-19 Caractéristiques de la demande Pareto max 10%, 15 composants

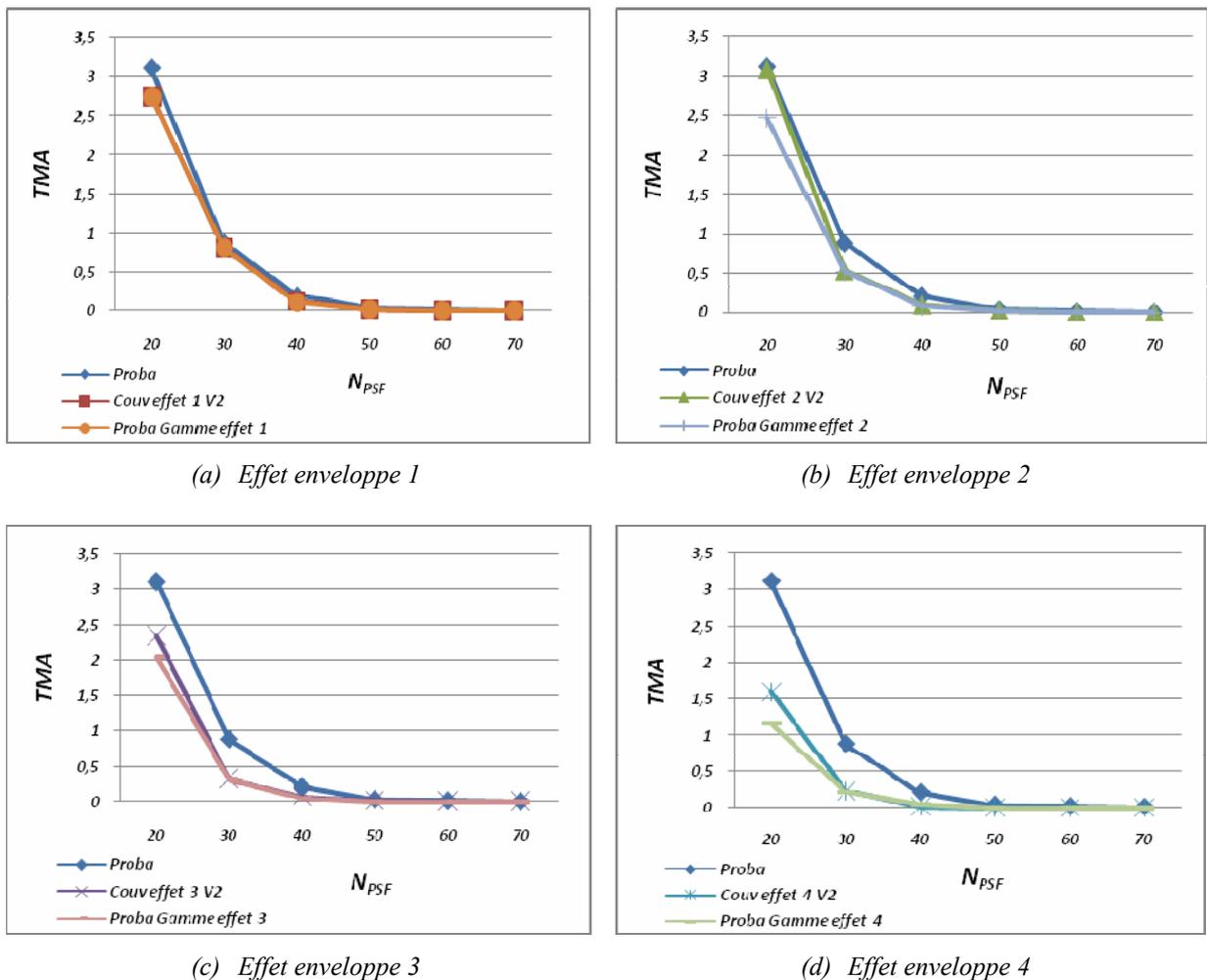


Figure III-16 Temps moyens d'assemblage avec effet enveloppe par niveau- Pareto max 10%

Les résultats de *Couv effet i V2* sont meilleurs par rapport à *Couv effet i V1* de l'ordre de 24%, 13%, 23% et 33% respectivement pour les niveaux 1, 2, 3 et 4 de l'effet enveloppe. Notons que pour ce cas, on n'améliore pas les résultats de l'heuristique *Proba* développée sans effet enveloppe. Le graphe suivant donne une vue d'ensemble entre les niveaux 1 et 4 :

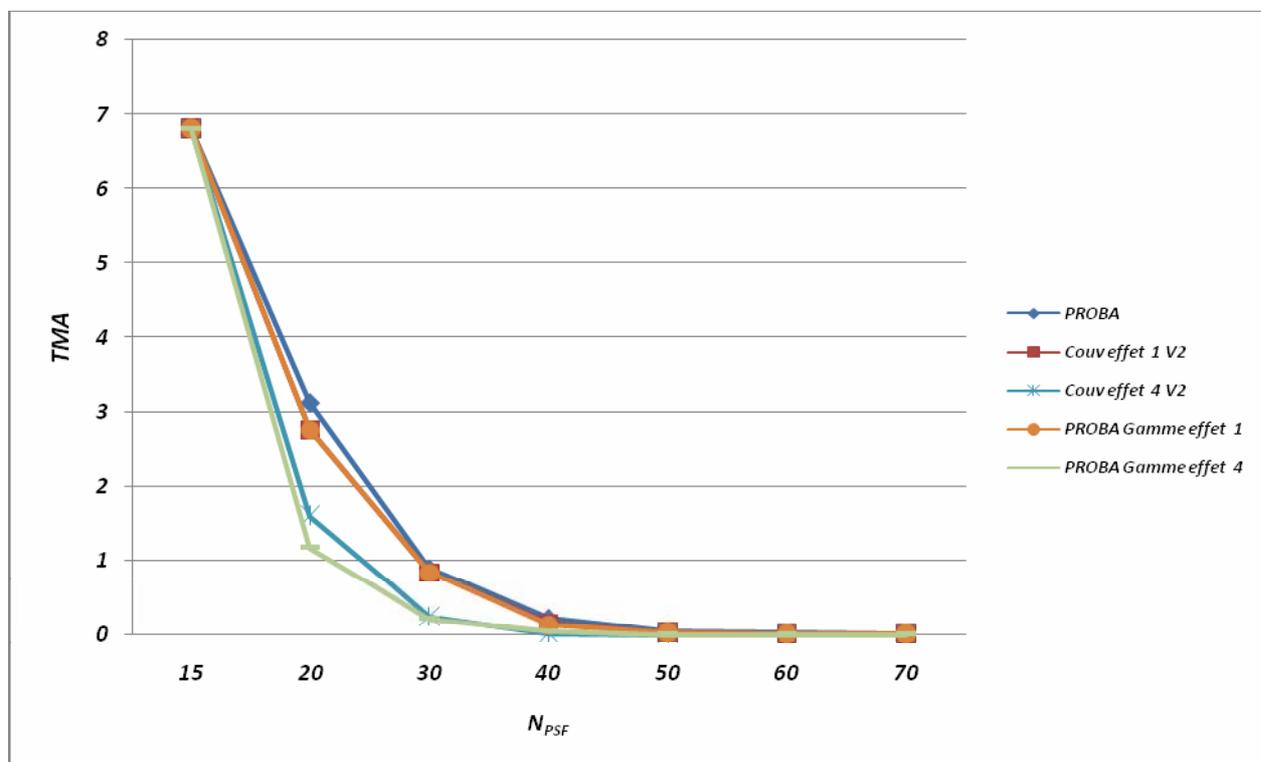


Figure III-17 Temps moyens d'assemblage avec effet enveloppe- Pareto max 10%

### C. Pareto Max 30 %

Nombre de composants de base	15
Intervalle des probabilités de demande	$[0 ; 0,3]$
écart type	$2,85 \cdot 10^{-3}$
médiane	0

Tableau III-20 Caractéristiques de la demande Pareto max 30%, 15 composants

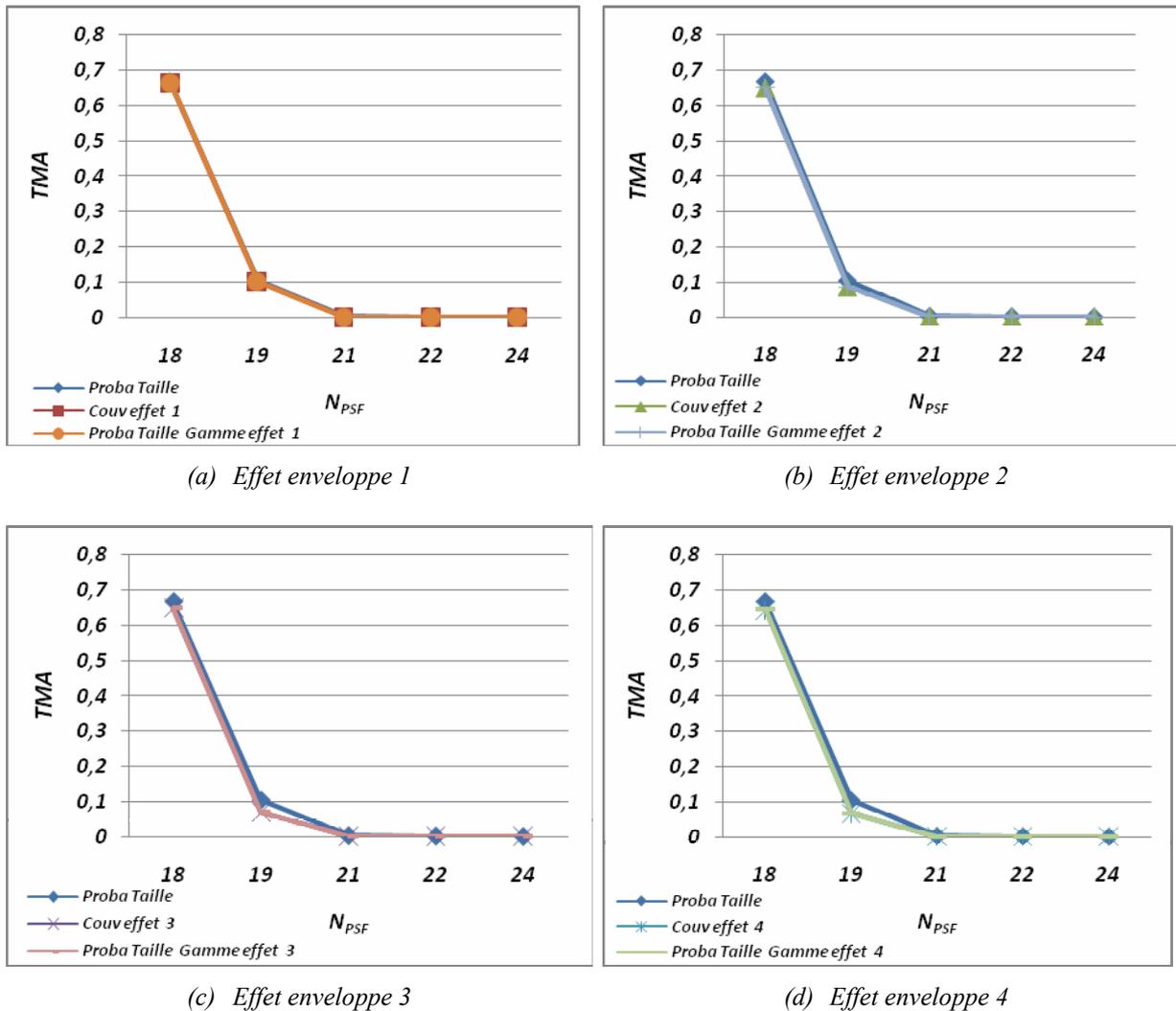


Figure III-18 Temps moyens d'assemblage avec effet enveloppe par niveau- Demande Pareto max 30%

Dans ce cas de figure les heuristiques *Couv effet i V1 et V2* et *Proba* donnent quasiment les mêmes résultats pour tous les niveaux d'effet enveloppe, ceci s'explique par le fait que les probabilités de demande en produits se concentrent sur un ensemble très restreint de produits, ce qui favorise le choix des plus probables pour intégrer le stock.

On remarque que nous avons pris une échelle de représentation plus petite ( $N_{PSF}$  démarre de 18 et non de 15) dans un souci de meilleure visualisation des résultats, car on plonge d'un  $TMA = 6,46$  à un  $TMA$  plus petit que 1.

Le graphique suivant permet de voir que toutes les heuristiques se concentrent sur un même niveau de performance :

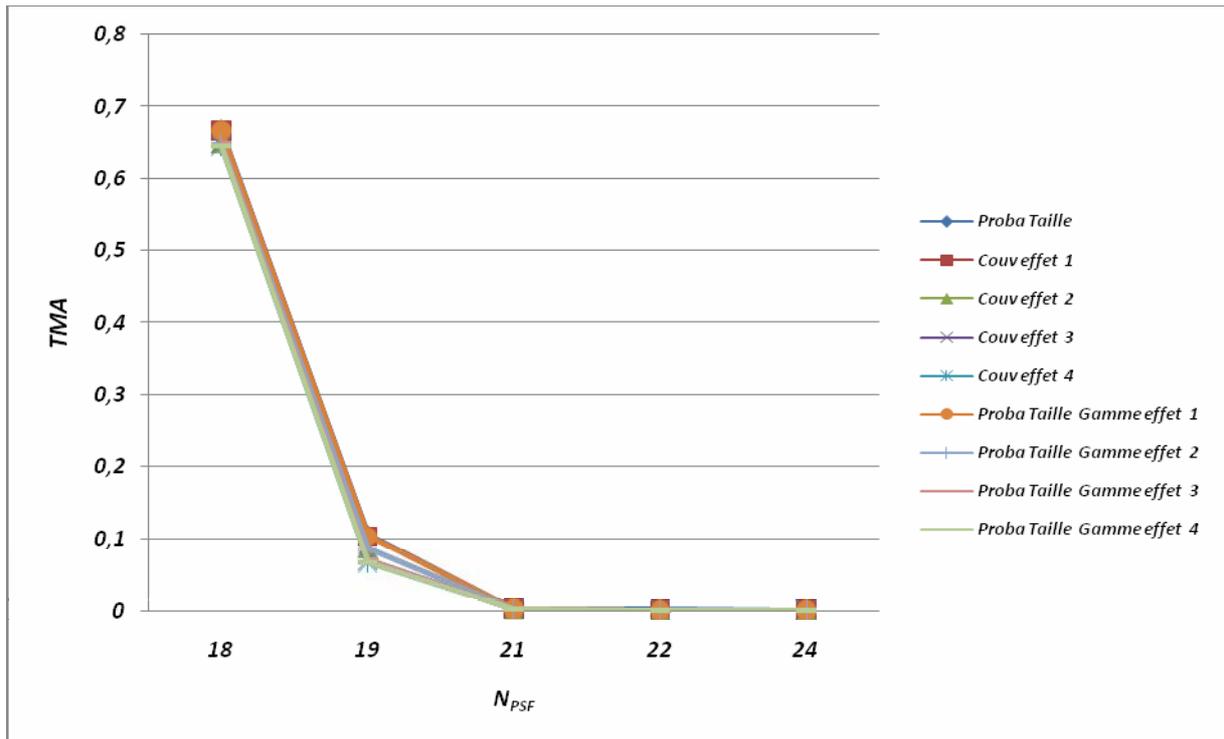


Figure III-19 Temps moyens d'assemblage avec effet enveloppe par niveau- Demande Pareto max 30%

### III.4 Conclusion

Dans ce chapitre, une première approche de résolution fut exposée, à savoir la minimisation du temps moyen d'assemblage. Nous avons détaillé nos heuristiques développées, et rappelé celles proposées par Da Cunha (2004) à titre comparatif. Une évaluation de leurs performances a été présentée selon les tailles des instances traitées et les capacités de résolution disponibles, argumenté par des résultats numériques. Tout d'abord, nous avons augmenté la taille des instances traitées jusqu'à 17 composants de base (131071 produits finis) comparé à celles de Da Cunha, 10 composants de base (1023 produits), nous avons également amélioré les temps de calculs. Les résultats permettent de dire que nous avons amélioré les résultats obtenus par Da Cunha particulièrement pour les demandes de type Pareto.

Enfin, nous avons relâché l'hypothèse d'effet enveloppe, et nous avons proposé des nouvelles heuristiques qui prennent en compte cette nouvelle donnée. Une évaluation de leurs performances a été présentée et étayée par des résultats numériques.

A présent nous allons aborder d'autres approches de résolution de notre problème, la première fera appel à la relaxation lagrangienne pour minimiser le temps moyen d'assemblage, et la seconde se basera sur la garantie d'un temps d'assemblage, qui sont l'objet du prochain chapitre.



***IV CHAPITRE 4. APPROCHES FORMELLES***



## IV.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous proposons deux approches formelles pour résoudre notre problème.

Dans la section (VI.2), nous reprenons l'approche minimisation du temps moyen d'assemblage. Dans un premier temps une formulation mathématique du problème par un programme linéaire en nombres entiers est proposée. Ensuite un bref rappel sur la théorie des relaxations lagrangiennes est présenté, ainsi que leur principe, et quels types de relaxations lagrangiennes nous utilisons. Nous aborderons également la méthode permettant de mettre à jour les multiplicateurs lagrangiens. Puis nous terminons cette section en décrivant l'algorithme que nous avons utilisé ainsi que quelques heuristiques intuitives en se basant sur la relaxation linéaire.

La seconde section (VI.3) est dédiée à l'approche de garantie d'un temps d'assemblage. Une formulation de cette approche est proposée. Ensuite nous abordons une solution basée sur une méthode constructive, suivie d'une première évaluation de cette méthode. Enfin une ébauche de la démonstration de l'optimalité de cette méthode est proposée.

## IV.2 Cas stochastique : minimisation du temps moyen d'assemblage

### IV.2.1 Formulation en PLNE du problème

Nous rappelons que nous sommes toujours dans une démarche de minimisation du temps moyen d'assemblage c'est-à-dire : le nombre de types de *PSF* ( $N_{PSF}$ ) à stocker est fixé au départ, le problème est alors, pour une demande en produits finis donnée, de déterminer quelle sera la composition du stock de *PSF* qui permettra de minimiser le temps moyen d'assemblage. Avant de modéliser cette problématique à l'aide d'un programme linéaire en nombre entier (PLNE), rappelons quelques définitions :

- Ensemble des composants :  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ .
- L'ensemble des produits finis  $E_P = 2^A \setminus \{\emptyset\}$ ,  $E_P = \{P_1, P_2, \dots, P_{2^n-1}\}$ . Les produits finis  $P_j$  sont des sous ensembles de  $A$ .
- Tous les produits finis sont candidats pour être choisis comme *PSF* à stocker.
- $C$  : une composition de stock des  $N_{PSF}$  choisis.
- $p(P_j)$ : la probabilité de demande pour le produit  $P_j$ .
- On notera  $P_{j'} \subseteq P_j$  le fait que le *PSF*  $P_{j'}$  peut être utilisé comme module dans l'assemblage de  $P_j$ ,

**Les variables :**

$$x_{j'} = \begin{cases} 1 & \text{si } P_{j'} \in C, \text{ c'est-à-dire que } P_{j'} \text{ est l'un des } PSF \text{ choisis} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

$$y_{jj'} = \begin{cases} 1 & \text{si le } PSF P_{j'} \in C \text{ rentre dans l'assemblage du produit fini } P_j \in E_P \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Autrement dit, pour une solution  $(x, y)$  :

Les  $x_{j'}$ , déterminent la composition de  $C$ , et pour un produit  $P_j \in E_P$  les variables  $y_{jj'}$  déterminent l'ensemble des  $PSF P_{j'}$  utilisés pour assembler  $P_j$ .

Nous pouvons modéliser notre problème à l'aide du PLNE suivant :

$$\text{Minimiser } \sum_{P_j \in E_P} p(P_j) \left( \sum_{P_{j'} \subseteq P_j} y_{jj'} - 1 \right) \quad (VI.1)$$

Sachant que

$$y_{jj'} \leq x_{j'} \quad \forall P_j, P_{j'} \text{ tq } P_{j'} \subseteq P_j \quad (VI.2)$$

$$\sum_{P_{j'} \subseteq P_j / a_i \in P_{j'}} y_{jj'} = 1 \quad \forall P_j \in E_P, \forall a_i \in P_j \quad (VI.3)$$

$$\sum_{P_{j'} \in E_P} x_{j'} = N_{PSF} \quad (VI.4)$$

$$x_{\{a_i\}} = 1 \quad \forall a_i \in A \quad (VI.5)$$

$$x_{j'}, y_{jj'} \in \{0, 1\} \quad \forall P_j, P_{j'} \text{ tq } P_{j'} \subseteq P_j \quad (VI.6)$$

**Les contraintes :**

**(VI.2)** Le  $PSF P_{j'}$  ne peut rentrer dans l'assemblage du produit fini  $P_j \in E_P$  que s'il est choisi pour être stocké, c'est-à-dire si  $P_{j'} \in C$ .

**(VI.3)** Chacun des composants doit être dans la Gamme mais au plus une fois pour éviter l'effet enveloppe. Après assemblage on doit retrouver tous les composants du produit fini  $P_j \in E_P$  exactement une fois.

**(VI.4)** Le nombre de  $PSF$  choisi doit être égal à  $N_{PSF}$ .

**(VI.5)** Les composants de base sont obligatoirement stockés pour garantir l'offre de tous les produits potentiels.

**(VI.6)** Les variables  $x_{j'}$  et  $y_{jj'}$  sont booléennes.

Ce type de modèle s'apparente aux problèmes de localisation, problèmes connus pour être NP-complet mais relativement faciles à résoudre pour des petites tailles d'instances. Cependant, dans notre cas les instances traitées sont de taille assez importante ce qui rend la tâche plus ardue. A l'aide de CPLEX nous arrivons à obtenir des solutions optimales pour des petites instances de notre problème. Mais notre but est de résoudre des instances de grande taille, car nous traitons des cas avec un grand nombre de produits finis.

Pour y arriver, nous allons utiliser un algorithme heuristique basé sur la relaxation lagrangienne. De plus, la théorie des relaxations lagrangiennes nous permettra de déterminer des bornes inférieures sur la valeur de l'objectif à l'optimum, ce qui nous permettra d'évaluer la qualité des solutions heuristiques trouvées.

Dans ce qui suit nous abordons quelques rappels sur les relaxations lagrangiennes, et le choix de l'algorithme lagrangien que nous utiliserons.

## IV.2.2 Algorithme général de la relaxation lagrangienne

### IV.2.2.1 Principe

Considérons le problème d'optimisation ( $P$ ) défini par :

$$\begin{aligned} Z^* = \text{Min } & Cx \\ \text{t.q } & Ax = b \\ & Bx \geq d \\ & x \in \{0,1\}^n \end{aligned}$$

$$\text{avec } C \in \mathbb{R}^n, A \in \mathbb{R}^{m \times n}, b \in \mathbb{R}^m, B \in \mathbb{R}^{p \times n}, d \in \mathbb{R}^p$$

Une première approche possible de relaxation serait la relaxation linéaire de ( $P$ ), elle consiste à remplacer la contrainte  $x \in \{0,1\}^n$  par  $0 \leq x \leq 1$ . Cette relaxation peut être résolue très efficacement à l'aide d'algorithmes standards tels que le simplexe. Néanmoins, pour plusieurs cas de problèmes possédant un très grand nombre de variables et/ou de contraintes, cette résolution se révèle en pratique infructueuse.

Une alternative est l'utilisation d'une manipulation classique en optimisation sous contraintes, à savoir la relaxation lagrangienne. Elle permet d'obtenir des bornes de la valeur optimale de certains problèmes d'optimisation combinatoire durs. La relaxation lagrangienne a été développée au début des années 1970 avec les travaux de Held et Karp sur le problème du voyageur de commerce et aujourd'hui c'est l'une des techniques incontournables pour obtenir des bornes inférieures pour les problèmes d'optimisation combinatoire, qu'ils soient quadratiques, linéaires ou simplement convexes. Dans notre cas nous l'aborderons uniquement

dans le cadre de la programmation linéaire en nombres binaires. Le lecteur souhaitant d'avantage de détails sur les relaxations lagrangiennes peut se reporter au chapitre de Beasley (1993).

L'idée consiste à relaxer une partie des contraintes (en principe, celles qui rendent le problème compliqué) qui sont introduites dans la fonction objectif sous la forme d'une pénalité qui combine linéairement les contraintes relaxées. Ces pénalités sont souvent appelées *multiplicateurs lagrangiens*, ou simplement *multiplicateurs*.

Notons par  $\lambda \in IR^m$ , le vecteur des multiplicateurs lagrangiens associés aux contraintes  $A x = b$  et considérons les relaxations lagrangiennes  $LR(x, \lambda)$  définies par :

$$\begin{aligned} LLB(\lambda) = \text{Min } LR(x, \lambda) &= C x + \lambda (b - A x) \\ &t.q \ B x \geq d \\ &x \in \{0,1\}^n \end{aligned}$$

Il est à noter que quelles que soient les valeurs de  $\lambda$ , la valeur de la fonction objectif  $LLB(\lambda)$  est une borne inférieure du problème initial ( $P$ ). Ce peut être vérifié assez aisément :

La valeur du critère pour le problème

$$\begin{aligned} \text{Min } C x \\ &t.q \ A x = b \\ &B x \geq d \\ &x \in \{0,1\}^n \end{aligned}$$

est égale à la valeur du critère pour ce deuxième problème

$$\begin{aligned} \text{Min } C x + \lambda (b - A x) \\ &t.q \ A x = b \\ &B x \geq d \\ &x \in \{0,1\}^n \end{aligned}$$

En effet, comme  $(b - A x) = 0$ , nous ajoutons simplement un terme nul à la fonction objectif. Considérons maintenant le problème :

$$\begin{aligned} \text{Min } C x + \lambda (b - A x) \\ &t.q \ B x \geq d \\ &x \in \{0,1\}^n \end{aligned}$$

Réduire l'ensemble des contraintes (ce qui revient à élargir l'ensemble des solutions réalisables) a comme résultat la diminution de la valeur de la fonction objectif. Donc  $LLB(\lambda)$  est bien une borne inférieure du problème initial ( $P$ ).

Le programme ainsi obtenu, à savoir

$$\begin{aligned} LLB(\lambda) = \text{Min} \quad & Cx + \lambda(b - Ax) = (C - \lambda A)x + \lambda b \\ \text{t.q} \quad & Bx \geq d \\ & x \in \{0,1\}^n \end{aligned}$$

est appelé LLBP (Lagrangean Lower Bound Program).

Cependant, deux interrogations s'imposent :

1. Comment choisir les valeurs numériques des multiplicateurs  $\lambda$  pour obtenir la meilleure borne inférieure ?

Plus particulièrement, nous nous intéressons à la recherche des valeurs des multiplicateurs  $\lambda$  qui permettent de maximiser la borne inférieure, autrement dit de trouver la borne inférieure qui se rapproche le plus possible de la valeur optimale du problème initial. Cela implique la recherche des multiplicateurs qui correspondent à

$$LLB_{max} = \text{Max}_{\lambda \in \mathbb{R}^m} \{ \text{Min}_{Cx + \lambda(b - Ax) / Bx \geq d, x \in \{0,1\}^n} \}$$

Ce problème est appelé *le problème dual lagrangien (PDL)*, qui peut aussi s'écrire :

$$\begin{aligned} LLB_{max} = \quad & \text{Max } LLB(\lambda) \\ \text{t.q} \quad & \lambda \in \mathbb{R}^m \end{aligned}$$

Idéalement la valeur optimale  $LLB_{max}$  du *PDL* est égale à la valeur optimale  $Z^*$  du problème original. Toutefois, si ces deux valeurs ne sont pas égales, on dit qu'il existe un gap de dualité qu'on peut mesurer par la différence (relative) entre ces deux valeurs optimales.

2. Quelles contraintes doit-on relâcher ? (dans notre exemple nous aurions pu relâcher les contraintes  $Bx \geq d$ )

La réponse à cette question n'est pas évidente, dans le sens où le choix des contraintes relâchées a une incidence directe sur les multiplicateurs  $\lambda$ . Pour les mettre à jour il faudrait à chaque itération, résoudre (assez rapidement) jusqu'à l'optimalité les relaxations lagrangiennes pour obtenir  $LLB(\lambda)$ . De plus, dans la pratique, il est primordial de préserver une taille raisonnable du vecteur des multiplicateurs  $\lambda$ . Par conséquent, nous devons limiter le nombre des contraintes relâchées. Ce choix doit tenir compte également de la qualité des bornes inférieures que nous allons obtenir.

#### IV.2.2.2 La relaxation lagrangienne utilisée

A partir de la formulation de notre problème en PLNE, nous considérons les relaxations lagrangiennes qui relâchent les contraintes (VI.3) (relatives à l'effet enveloppe) en pénalisant leurs éventuelles violations par les multiplicateurs  $\lambda_{ij}$ . Nous avons utilisé deux indices  $i$  et  $j$  pour chaque multiplicateur  $\lambda$ , car  $i$  se réfère au composant  $a_i \in A$  et  $j$  au produit  $P_j \in E_P$ , puisque la contrainte relâchée concerne l'effet enveloppe.

Pour un vecteur de multiplicateur  $\lambda$  donné nous avons :

$$\text{Minimiser } L(x, y, \lambda) = \sum_{P_j \in E_P} p(P_j) \left( \sum_{P_{j'} \subseteq P_j} y_{jj'} - 1 \right) + \sum_{P_j \in E_P} \sum_{a_i \in P_j} \lambda_{ij} \left( 1 - \sum_{P_{j'} \subseteq P_j / a_i \in P_{j'}} y_{jj'} \right) \quad (VI.7)$$

$$\begin{aligned} \text{Sachant que} \quad & y_{jj'} \leq x_{j'} \quad \forall P_j, P_{j'} \text{ tq } P_{j'} \subseteq P_j \\ & \sum_{P_{j'} \in E_P} x_{j'} = N_{PSF} \\ & x_{\{a_i\}} = 1 \quad \forall a_i \in A \\ & x_{j'}, y_{jj'} \in \{0, 1\} \quad \forall P_j, P_{j'} \text{ tq } P_{j'} \subseteq P_j \end{aligned}$$

Ce qui donne :

$$\text{Minimiser } L(x, y, \lambda) = \sum_{P_j \in E_P} \sum_{P_j \supseteq P_{j'}} (p(P_j) - \sum_{a_i \in P_{j'}} \lambda_{ij}) y_{jj'} + \sum_{P_j \in E_P} \sum_{a_i \in P_j} \lambda_{ij} - \sum_{P_j \in P} p(P_j) \quad (\text{VI.8})$$

$$\text{Sachant que } y_{jj'} \leq x_{j'} \quad \forall P_j, P_{j'} \text{ tq } P_{j'} \subseteq P_j \quad (\text{VI.2})$$

$$\sum_{P_j \in E_P} x_{j'} = N_{PSF} \quad (\text{VI.4})$$

$$x_{\{a_i\}} = 1 \quad \forall a_i \in A \quad (\text{VI.5})$$

$$x_{j'}, y_{jj'} \in \{0, 1\} \quad \forall P_j, P_{j'} \text{ tq } P_{j'} \subseteq P_j \quad (\text{VI.6})$$

Afin de simplifier ce problème quelques nouvelles notations s'imposent :

- Nous posons pour tout  $P_j$ ,  $\beta_{j'} = \sum_{P_j \supseteq P_{j'}} \min \left\{ 0, (p(P_j) - \sum_{a_i \in P_{j'}} \lambda_{ij}) \right\}$
- $C(\lambda)$  : l'ensemble  $A$ , complété par les  $N_{PSF} - |A|$  produits  $P_{j'}$  ayant les  $N_{PSF} - |A|$  plus petites valeurs de  $\beta_{j'}$ .

Commençons la simplification par  $x_{j'}$  :

- Si  $x_{j'} = 0 \Rightarrow y_{jj'} = 0 \forall P_j \supseteq P_{j'}$  en se basant sur la contrainte (VI.2)
- Si  $x_{j'} = 1 \Rightarrow y_{jj'} = 1$  si et seulement si  $p(P_j) < \sum_{a_i \in P_{j'}} \lambda_{ij}$  car c'est un problème de minimisation, donc on a intérêt à garder le terme négatif  $(p(P_j) - \sum_{a_i \in P_{j'}} \lambda_{ij})$  qui permet de minimiser la fonction objectif.

Alors pour avoir un programme équivalent à notre programme relaxé, il suffit de prendre les  $N_{PSF}$  plus petites valeurs de  $\beta_{j'}$  pour tenir compte de la contrainte (VI.4), ce qui donne :

$$LLB(\lambda) = \sum_{j' \in C(\lambda)} \beta_{j'} + \sum_{P_j \in E_P} \sum_{a_i \in P_j} \lambda_{ij} - \sum_{P_j \in E_P} p(P_j) \quad (\text{VI.9})$$

Et notre *problème dual lagrangien* aura comme objectif de maximiser  $LLB(\lambda)$  en faisant varier  $\lambda$ . Ce qui revient à définir comme solution optimale de la relaxation lagrangienne :

- $x_{j'}^*(\lambda) = 1$  si  $j' \in C(\lambda)$  et 0 sinon.
- $y_{jj'}^*(\lambda) = 1$  si  $j' \in C(\lambda)$  et  $p(P_j) < \sum_{a_i \in P_{j'}} \lambda_{ij}$ , 0 sinon.

Pour résoudre les relaxations lagrangiennes choisies, il faut procéder en trois étapes :

- (i) calculer les valeurs  $\beta_j$ , pour tout  $P_j \in E_P$
- (ii) déterminer  $C(\lambda)$  correspondant au  $N_{PSF}$  plus petites valeurs de  $\beta_j$ ,
- (iii) calculer  $LLB(\lambda) = \sum_{j \in C(\lambda)} \beta_j + \sum_{P_j \in E_P} \sum_{a_i \in P_j} \lambda_{ij} - \sum_{P_j \in E_P} p(P_j)$

Ayant choisi les types de relaxations lagrangiennes avec lesquelles nous allons travailler, intéressons nous à présent à la recherche du meilleur vecteur de multiplicateurs lagrangiens  $\lambda$ .

### IV.2.2.3 Le problème dual lagrangien

Comme nous l'avons déjà mentionné, nous nous intéressons à la recherche du vecteur des multiplicateurs  $\lambda$  qui permettent de maximiser la borne inférieure  $LLB(\lambda)$ , c'est le *problème dual lagrangien (PDL)*.

Avant d'exposer la méthode qui permet de résoudre le *PDL*, voici un aperçu de l'algorithme général permettant d'exploiter les relaxations lagrangiennes :

Initialiser le vecteur des multiplicateurs  $\lambda^0$

$t \leftarrow 0$

#### Répéter

Résoudre  $LLB(\lambda)$

**Si** la solution  $(x^*(\lambda^t), y^*(\lambda^t))$  est réalisable pour  $(P)$  **alors**  $(x^*(\lambda^t), y^*(\lambda^t))$  est optimale pour  $(P)$ , STOP

**Fin si**

Exploiter  $\lambda^t$

Mise à jour des multiplicateurs : calculer  $\lambda^{t+1}$

$t \leftarrow t + 1$

**Jusqu'à ce que** le test d'arrêt soit vérifié

- Exploiter la solution  $\lambda^t$  consiste par exemple à :
  - Mettre à jour la meilleure borne inférieure trouvée jusqu'à présent qu'on notera  $GLB$ .  
Si  $Z_{LLB} > GLB$ .
  - Construire une solution réalisable  $(x^*(\lambda^t), y^*(\lambda^t))$  de  $(P)$  à partir de  $\lambda^t$
- Le test d'arrêt dépend de la méthode employée pour calculer  $\lambda^{t+1}$ .

#### IV.2.2.4 Mise à jour des multiplicateurs lagrangiens : Méthode du sous-gradient

La mise à jour des multiplicateurs  $\lambda_{ij}$  pourrait se faire à l'aide de plusieurs méthodes, entre autres : la méthode des ajustements, celle des faisceaux et en enfin celle du sous gradient. Notre choix s'est porté sur cette dernière.

La méthode consiste à mettre à jour tous les  $\lambda_{ij}$  du vecteur des multiplicateurs simultanément. Son appellation vient du fait d'utiliser un vecteur sous gradient associé aux violations des contraintes relaxées du problème initial. A chaque itération  $t$ , un sous gradient  $G_{ij}^t$  est défini, dans notre cas on aura :

$$G_{ij}^t = 1 - \sum_{P_j \subseteq P_j / a_i \in P_j} y_{ij}^*(\lambda^t) \quad (\text{VI.10})$$

La valeur de  $G_{ij}^t$  peut être égale soit à 0, si la contrainte est satisfaite, soit à 1 s'il n'y a pas l'option  $a_i$ . Soit  $G_{ij}^t$  est égal à un nombre entier négatif indiquant que l'option  $a_i$  apparaît plusieurs fois, autrement dit on a de l'effet enveloppe.

Donc, si le sous gradient  $G_{ij}^t \forall i, j$  est nul, la solution  $(x^*(\lambda^t), y^*(\lambda^t))$  est une solution réalisable pour  $(P)$ , elle est même optimale pour  $(P)$  car nous n'avons relaxé que des équations, et ainsi l'algorithme s'arrête.

Dans le cas contraire, il faut définir un nouveau vecteur de multiplicateurs  $\lambda$  par :

$$\lambda^{t+1} = \lambda^t + T.G_{ij}^t \quad (\text{VI.11})$$

où  $T$  est un réel qui reflète à la fois la qualité de la solution optimale lagrangienne courante ainsi que la violation des contraintes relâchées :

$$T = \pi \frac{Z_{UB} - Z_{LLB}}{\sum_{P_j \in E_P} \sum_{a_i \in P_j} (G_{ij}^t)^2} \quad (\text{VI.12})$$

Cette valeur exprime la différence entre les valeurs courantes des bornes inférieures  $Z_{LLB}$  et supérieures  $Z_{UB}$  (obtenue avec une heuristique quelconque).  $\sum_{P_j \in E_P} \sum_{a_i \in P_j} (G_{ij}^t)^2$  est un

facteur d'échelle, et  $0 < \pi \leq 2$  (Beasley, 1993) est un paramètre diminuant régulièrement au cours de l'exécution de l'algorithme.

La procédure à suivre peut être résumé comme suit :

(i) Initialiser

1. Le paramètre  $\pi$  ( $0 < \pi \leq 2$ ),
2. La valeur d'une borne supérieur  $Z_{UB}$ ,
3. Un vecteur de multiplicateurs  $\lambda_{ij}$ .

(ii) Résoudre  $LLB(\lambda)$ , avec le vecteur  $\lambda$  courant, pour avoir une solution permettant d'évaluer  $Z_{LLB}$ .

(iii) Définir le sous gradient associé aux contraintes relâchées.  $G_{ij}^t = 1 - \sum_{P_j \subseteq P_j / a_i \in P_j} y_{jj}^*(\lambda^t)$

(iv) Définir une longueur de pas  $T$  par :  $T = \pi \frac{Z_{UB} - Z_{LLB}}{\sum_j (G_{ij}^t)^2}$ ,

(v) Mettre à jour  $\lambda_{ij}$  avec :  $\lambda_{ij} = \lambda_{ij} + T G_{ij}^t$  et aller à (ii) pour résoudre  $LLB(\lambda)$  avec les nouvelles valeurs du vecteur  $\lambda$ .

(vi) Mettre à jour  $\pi$ .

(vii) Retourner à (ii), si aucun test d'arrêt n'est validé.

Ainsi exposée, cette procédure itérative ne s'arrêtera jamais sauf lorsque le sous-gradient est nul. Il est donc nécessaire de définir des test d'arrêt, en limitant le nombre d'itérations, ou en jouant sur la valeur du paramètre  $\pi$  qui diminue au cours de l'exécution de l'algorithme. Par exemple : on peut diviser  $\pi$  par 2, si la borne inférieure n'est pas améliorée au bout d'un certain nombre d'itérations successives. De plus, la convergence de l'algorithme du sous-gradient n'est pas garantie à chaque fois car elle est fonction du nombre d'itérations et de la valeur de  $\pi$ .

Pour résumer, nous commençons par initialiser un vecteur de multiplicateurs  $\lambda^0$ , ensuite nous résolvons  $LLB(\lambda) = \sum_{j \in C(\lambda)} \beta_j + \sum_{P_j \in E_P} \sum_{a_i \in P_j} \lambda_{ij} - \sum_{P_j \in E_P} p(P_j)$ , si la solution  $(x^*(\lambda^t), y^*(\lambda^t))$  est

réalisable pour le problème initial  $(P)$  alors  $(x^*(\lambda^t), y^*(\lambda^t))$  est optimale pour  $(P)$ .

Dans le cas contraire, nous mettons à jour la meilleure borne inférieure trouvée jusqu'à présent et nous faisons appel à l'algorithme du sous gradient pour mettre à jour les multiplicateurs  $\lambda$ .

A ce stade nous aurons soit une solution optimale, soit une borne inférieure de notre problème initiale  $(P)$ .

A présent nous allons aborder dans la section suivante une méthode permettant de réduire l'ensemble des solutions à explorer afin d'améliorer la borne inférieure trouvée.

### IV.2.3 Fixations de variables

Dans cette section, nous explorons différentes voies qui permettent de fixer des variables du problème à 0 ou 1. Cette approche est particulièrement intéressante car elle permet de

réduire l'ensemble des solutions restant à considérer. Par exemple, fixer une variable  $x_{j'}$  à 1 implique que désormais nous ne nous intéresserons qu'aux solutions où le *PSF*  $P_{j'}$  est stocké.

### IV.2.3.1 Application aux relaxations lagrangiennes

En s'inspirant des travaux de thèse de Briant (2000), nous allons proposer une méthode de fixation de variable appliquée à la relaxation lagrangienne.

Pour évaluer les différentes bornes inférieures  $LLB(\lambda)$ , nous allons ajouter aux relaxations lagrangiennes quelques contraintes de type  $x_{j'}=1$  ou  $x_{j'}=0$ . Plus les contraintes supplémentaires sont nombreuses, meilleure sera l'évaluation de  $LLB(\lambda)$ .

En effet, en ajoutant des contraintes, nous diminuons l'espace des solutions étudiées. Par conséquent, la valeur de la solution optimale obtenue ne peut être que supérieure ou égale à la valeur de la relaxation lagrangienne courante. Toutefois, ajouter simultanément plusieurs contraintes peut ralentir considérablement le calcul de la nouvelle relaxation lagrangienne, et donc l'évaluation de  $LLB(\lambda)$ .

Dans cette partie nous allons supposer que la variable  $x_{j'}$  vaut 1 ou 0 dans la solution optimale  $(x^*(\lambda^t), y^*(\lambda^t))$  de la relaxation lagrangienne courante.

Quelques nouvelles notations s'imposent :

Soit  $J$  : l'ensemble des indices des *PSF* candidats à être stockés.  $J = \{1, 2, \dots, 2^n - 1\}$ .

$J = J^{NF} \cup J^0 \cup J^1$  où :

$J^0$  : l'ensemble des indices des *PSF* fixés à 0, c'est-à-dire ils ne seront pas stockés.

$J^1$  : l'ensemble des indices des *PSF* fixés à 1, c'est-à-dire ils seront forcément stockés.

$J^{NF}$  : l'ensemble des indices des *PSF* non encore fixés.

Nous rappelons que :

- Pour tout  $P_{j'}$ ,  $\beta_{j'} = \sum_{P_j \supseteq P_{j'}} \min \left\{ 0, (p(P_j) - \sum_{a_i \in P_{j'}} \lambda_{ij}) \right\}$
- $C(\lambda)$  : ensembles des  $\{a_i\}$ , pour tout  $a_i \in A$ , complété par les  $N_{PSF} - |A|$  produits  $P_{j'}$  ayant les  $N_{PSF} - |A|$  plus petites valeurs de  $\beta_{j'}$ .

Soit  $\beta_{\min}^0 = \min \{ \beta_{j'} / j' \notin C(\lambda) \text{ et } j' \notin J^0 \}$ , c'est-à-dire que dans la solution courante la variable  $x_{j'}=0$ , mais elle n'est pas fixée définitivement à 0. Il est le  $N_{PSF} + 1$  plus petite valeur de  $\beta_{j'}$ , le meilleur *PSF* candidat des non stockés.

Soit  $\beta_{\max}^1 = \max \{ \beta_{j'} / j' \in C(\lambda) \text{ et } j' \notin J^1 \}$ , c'est-à-dire que dans la solution courante la variable  $x_{j'}=1$ , mais elle n'est pas fixée définitivement à 1. Il est le  $N_{PSF}$  plus petite valeur de  $\beta_{j'}$  le dernier *PSF* stocké.

Nous rappelons que  $UB$  est une borne supérieure pour notre problème et  $GLB$  la meilleure borne inférieure trouvée jusqu'à présent au cours de l'algorithme.

**La règle de fixation :**

1. Soit  $P_{j'} \in C(\lambda)$  tel que  $j' \in J^{NF}$ . Si  $LLB(\lambda)|_{x_{j'}=0} = LLB(\lambda) - \beta_{j'} + \beta_{\min}^0 > UB$  alors nous pouvons fixer la variable  $x_{j'}$  à 1, c'est-à-dire,  $J^1 \leftarrow J^1 + \{j'\}$ .
2. Soit  $P_j \notin C(\lambda)$  tel que  $j \in J^{NF}$ . Si  $LLB(\lambda)|_{x_j=1} = LLB(\lambda) - \beta_j + \beta_{\max}^1 > UB$  alors nous pouvons fixer la variable  $x_j$  à 0, c'est-à-dire,  $J^0 \leftarrow J^0 + \{j\}$ .

Cette règle repose sur l'idée suivante : si nous réussissons à prouver que toutes les solutions réalisables du problème, dans lesquelles une variable  $x_{j'}$  vaut 1, ont un coût strictement supérieur au coût de la meilleure solution réalisable connue, alors nous pouvons fixer définitivement cette variable à 0. Et ceci est vrai aussi si nous échangeons les rôles de 0 et 1, (Briant, 2000).

Nous ferons appel à cette procédure lors de la mise à jours de  $GLB$  par  $Z_{LLB}$ , la meilleure borne inférieure trouvée jusqu'à présent. Nous donnerons plus tard un exemple pour voir le gain à l'issue de cette fixation de variables.

**IV.2.4 Garantie sur  $UB$  par  $LLB_{max}$**

L'intérêt d'utiliser la relaxation lagrangienne est d'avoir une bonne borne inférieure qui nous permettra d'évaluer les valeurs obtenues par les heuristiques en utilisant le ratio :

$$\frac{UB - LLB_{max}}{LLB_{max}} \quad (VI.13)$$

qui nous procure un écart relatif maximum entre  $UB$  (une solution heuristique) et la solution optimale  $Z^*$ .

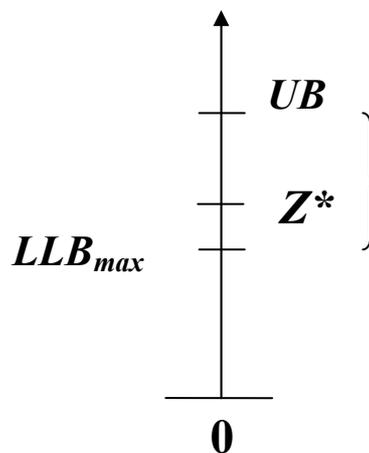


Figure IV-1 Garantie sur  $UB$  par  $LLB_{max}$

### IV.2.5 Heuristique intuitive à partir de la relaxation lagrangienne :

Une heuristique intuitive est de stocker les  $PSF$  correspondants aux plus petites valeurs de  $\beta_j$  avec la meilleure borne inférieure obtenue  $LLBmax$  à l'aide de la relaxation lagrangienne. Et nous évaluerons cette composition de stock à l'aide de l'algorithme Gamme. Nous appellerons cette heuristique  $H_{RL}$ .

**Exemple de gain avec fixation de variable :** voici un exemple avec 10 composants de base (1023 produits) et une demande de type Pareto max 1%, où nous voyons clairement le gain en fixant les variables à 0 et 1 lors de la relaxation lagrangienne.

$N_{PSF}$	Avec fixation de variable		Sans fixation de variable	
	$LLBmax$	$H_{RL}$	$LLBmax$	$H_{RL}$
20	1,194	2,516	0,731	2,883
30	0,608	1,675	0,113	2,256
40	0,392	1,272	- 0,111	1,991
50	0,267	1,006	- 0,261	1,791

Tableau IV-1 TMA demande Pareto max 1%

### IV.2.6 Heuristiques à partir de la relaxation linéaire du PLNE

Dans ce paragraphe nous allons exposer deux heuristiques intuitives pour la résolution de notre PLNE. L'intérêt de ces méthodes est de pouvoir trouver des solutions avec un temps raisonnable et surtout de nous fournir une borne supérieure de notre problème, qui sera utilisée lors de notre relaxation lagrangienne

Pour ce faire nous allons considérer la relaxation linéaire de ce problème, c'est-à-dire nous allons relâcher la contrainte (VI.6) sur la nature des variables. Ce qui donne :

$$\text{Minimiser} \quad \sum_{P_j \in E_P} p(P_j) \left( \sum_{P_{j'} \subseteq P_j} y_{jj'} - 1 \right) \quad (VI.14)$$

Sachant que

$$y_{jj'} \leq x_{j'} \quad \forall P_j, P_{j'} \text{ tq } P_{j'} \subseteq P_j \quad (VI.15)$$

$$\sum_{P_{j'} \subseteq P_j / a_i \in P_{j'}} y_{jj'} = 1 \quad \forall P_j \in E_P, \forall a_i \in P_j \quad (VI.16)$$

$$\sum_{P_{j'} \in E_P} x_{j'} = N_{PSF} \quad (VI.17)$$

$$x_{\{a_i\}} = 1 \quad \forall a_i \in A \quad (VI.18)$$

$$0 \leq x_{j'} \leq 1, \quad (VI.19)$$

$$0 \leq y_{jj'} \leq 1 \quad \forall P_j, P_{j'} \text{ tq } P_{j'} \subseteq P_j \quad (VI.20)$$

Le principe est de fixer à 1 les variable  $x_j$ , les plus proches de 1, et les rajouter comme contrainte jusqu'à atteindre le  $N_{PSF}$  souhaité.

#### IV.2.6.1 Heuristique PL1

- (i) Résoudre le problème relaxé à l'aide d'un solveur quelconque (par exemple CPLEX).
- (ii) Prendre en stock les  $PSF$  correspondant aux  $N_{PSF} - n$  plus grands  $x_j$  (les fixer à 1, les  $n$  premiers représentant les composants de base étant imposés)
- (iii) Evaluer les Temps Moyen d'assemblage à partir du stock ainsi constitué.

#### IV.2.6.2 Heuristique PL2

- (i) Résoudre le problème relaxé à l'aide d'un solveur quelconque (par exemple CPLEX).
- (ii) Prendre en stock le  $PSF$  correspondant au plus grand  $x_j$ , le fixer à 1 et l'introduire comme nouvelle contrainte, aller à (i) et refaire ces deux étapes jusqu'à atteindre le  $N_{PSF}$  souhaité.
- (iii) Evaluer les Temps Moyen d'assemblage à partir du stock ainsi constitué.

### IV.2.7 Résultats numériques

Pour effectuer nos tests, nous avons codé l'algorithme basé sur la relaxation lagrangienne sous C++. Nous rappelons que  $H_{RL}$  est l'heuristique intuitive à partir de la relaxation lagrangienne. Pour les heuristiques  $PL1$  et  $PL2$  (issues de la relaxation linéaire de notre PLNE) nous avons utilisé CPLEX. Nous allons présenter les résultats obtenus pour une instance de 10 composants de base (1023 produits finis). Nous présentons également les résultats de la meilleure heuristique développée dans le chapitre précédent ainsi que la borne inférieure  $LLBmax$ . Les meilleurs résultats des heuristiques sont en gras italique. Pour les instances de Pareto max 10% et 30%, nous donnerons également la solution optimale.

#### IV.2.7.1 Demande Homogène

$N_{PSF}$	$LLBmax$	$H_{RL}$	$PL1$	$PL2$	<i>Freq Proba Taille Co</i>
20	1,463	2,69	2,585	2,814	<b>2,362</b>
30	0,965	2,20	1,929	2,121	<b>1,850</b>
40	0,751	1,952	1,737	<b>1,664</b>	1,684
50	0,629	<b>1,495</b>	1,541	1,528	1,568
60	0,548	1,490	<b>1,379</b>	1,384	1,483

Tableau IV-2 TMA demande Homogène relaxation lagrangienne

Dans ce type de demande pour des petites valeurs de  $N_{PSF}$  l'ancienne heuristique donne les meilleurs résultats. Au-delà d'un certain seuil les nouvelles heuristiques proposées sont plus performantes. Mais il n'y a pas une qui améliore tous les résultats. De plus nous obtenons une borne inférieure qui est satisfaisante pour les petites valeurs de  $N_{PSF}$  mais se dégrade au-delà d'un certain seuil.

#### IV.2.7.2 Demande Pareto

- Pareto max 1%

$N_{PSF}$	$LLBmax$	$H_{RL}$	$PL1$	$PL2$	$Freq$ $Proba$
20	1,194	2,516	2,594	<b>2,357</b>	2,606
30	0,608	<b>1,675</b>	1,826	1,736	1,831
40	0,392	<b>1,272</b>	1,465	1,433	1,471
50	0,267	<b>1,006</b>	1,153	1,299	1,121
60	0,190	<b>0,730</b>	0,862	1,134	0,839

Tableau IV-3 TMA demande Pareto max 1% relaxation lagrangienne

L'heuristique  $H_{RL}$  issue de la relaxation lagrangienne permet d'améliorer les résultats des anciennes heuristiques de l'ordre de 10%. De plus nous avons une borne inférieure qui est assez satisfaisante pour les petites valeurs de  $N_{PSF}$  mais qui se détériore avec l'augmentation des références en stock.

- Pareto max 10%

$N_{PSF}$	$LLBmax$	$H_{RL}$	$PL1$	$PL2$	$Proba$	$Opt$
20	0,331	1,106	<b>0,975</b>	1,129	1,073	0,832
30	0,043	0,798	0,284	0,396	<b>0,255</b>	0,209
40	0,038	0,112	<b>0,058</b>	0,131	0,069	0,058
50	0	0,062	0,017	0,048	<b>0,015</b>	0,013

Tableau IV-4 TMA demande Pareto max 10% relaxation lagrangienne

Dans ce type de demande nous obtenons des résultats proches de l'optimum pour certaines tailles de stock. En moyenne les heuristiques les plus performantes sont  $PL1$  et  $Proba$  avec des gaps de 21% de la solution l'optimale, avec un minimum pour  $N_{PSF} = 40$  proche de 0% pour  $PL1$  et 17% pour  $Proba$ . Nous avons également une borne inférieure bien que faible mais qui nous permettra au moins d'avoir une garantie de performance.

– Pareto max 30%

$N_{PSF}$	$LLBmax$	$H_{RL}$	$PL1$	$PL2$	<i>Proba taille</i>	<i>Opt</i>
15	-0,490	3,869	<b>0,0054</b>	<b>0,0054</b>	<b>0,0054</b>	<b>0,0054</b>
20	-0,129	2,030	<b><math>1,1 \cdot 10^{-4}</math></b>	<b><math>1,1 \cdot 10^{-4}</math></b>	<b><math>1,1 \cdot 10^{-4}</math></b>	<b><math>1,1 \cdot 10^{-4}</math></b>
25	-0,853	2,304	<b><math>2,22 \cdot 10^{-6}</math></b>	<b><math>2,22 \cdot 10^{-6}</math></b>	<b><math>2,22 \cdot 10^{-6}</math></b>	<b><math>2,22 \cdot 10^{-6}</math></b>
30	-0,304	2,413	<b><math>3,5 \cdot 10^{-8}</math></b>	<b><math>3,5 \cdot 10^{-8}</math></b>	<b><math>3,5 \cdot 10^{-8}</math></b>	<b><math>3,5 \cdot 10^{-8}</math></b>

Tableau IV-5 *TMA* demande Pareto max 30% relaxation lagrangienne

Dans ce type de demande les nouvelles heuristiques développées à partir de la relaxation linéaire (PL1 et PL2) ainsi que *Proba taille* permettent d'atteindre la solution optimale. Ceci s'explique par le fait que les probabilités de demande en produits se concentrent sur un ensemble très restreint de produits, ce qui favorise le choix des plus probables pour intégrer le stock. Dans ce type de demande nous nous sommes limités à des valeurs de  $N_{PSF}$  assez faibles à cause de la nature de la demande, car dès que nous aurons stocké les *PSF* les plus probables le *TMA* avoisine la valeur 0. De plus nous avons une borne inférieure négative qui est synonyme de non convergence de l'algorithme sous-gradient qui est un des inconvénients de cette méthode.

Dans cette première partie du chapitre, nous avons repris l'approche de la minimisation du temps moyen d'assemblage abordé précédemment. Toutefois, nous avons proposé une autre formulation mathématique du problème sous forme d'un programme linéaire en nombres entiers.

Nous avons ensuite exposé un rappel sur la théorie des relaxations lagrangiennes en abordant son principe, et nous nous sommes un peu attardés sur le type de relaxations lagrangiennes que nous avons utilisé.

Plusieurs heuristiques intuitives ont été présentées, l'une d'elle fait appel à la relaxation lagrangienne, et les deux autres sont issues de la relaxation linéaire du PLNE que nous avons proposé au début du chapitre. Puis nous avons terminé cette section par quelques résultats numériques.

Un des importants résultats est d'avoir une borne inférieure qui permet d'évaluer au pire les différentes heuristiques développées dans tous les chapitres.

A présent nous allons passer à une nouvelle approche de résolution à savoir la garantie d'un temps d'assemblage.

### IV.3 Cas déterministe : Garantie d'un temps d'assemblage

#### IV.3.1 Formalisation

De nos jours, la nécessité de satisfaire rapidement les clients dans un contexte fortement concurrentiel a conduit certaines industries à raccourcir le délai séparant la prise de commande d'un produit personnalisé, de sa livraison au client et à garantir ce délai. Mais, notamment dans le secteur automobile, la complexité des produits fabriqués et livrés par les sous-traitants (fournisseurs) ne fait que croître. Ainsi, la diversité des composants, le nombre important d'options et de variantes rendent désormais impossible le stockage de ces produits aux pieds des lignes de montage. Les répercussions sur l'outil de production sont nombreuses, l'une des modifications entraînées par ce raccourcissement des délais est le gel tardif des ordres de production (Giard et Mendy 2007).

Ce type de fonctionnement demande dès le départ un niveau de performance élevé. Les degrés de liberté deviennent très faibles et l'équipementier doit caler la production et la livraison de ses produits directement et sans délais sur les besoins du constructeur, ce qui est appelé la livraison synchrone.

Dans ce contexte, le problème industriel qu'il faut résoudre est de déterminer les produits semi-finis (*PSF*) à stocker afin de pouvoir assembler n'importe quel produit fini en moins d'un nombre donné d'opérations, ce qui permet de garantir un temps d'assemblage inférieur au délai de livraison souhaité par le donneur d'ordres, bien sûr l'idéal étant de réduire au maximum la taille du stock pour minimiser les coûts de stockage.

Rappelons les notations :

- $n$  le nombre de composants (option) de base.
- Ensemble des composants :  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ .
- L'ensemble des produits finis  $E_P = 2^A \setminus \{\emptyset\}$ ,  $E_P = \{P_1, P_2, \dots, P_{2^n-1}\}$ , les produits finis sont des sous ensembles de  $A$ .
- $(k-1)$  le nombre d'opérations d'assemblage autorisées,  $k \leq n$ , autrement dit un produit fini ne peut être obtenu qu'au plus avec  $k$  des *PSF* stockés.

On appellera *générateur* une composition de stock donnée de *PSF*, tel que l'union disjointe (assemblage) d'au plus  $k$  de ses *PSF*, permet d'obtenir n'importe quel produit fini (sans effet enveloppe), on le notera  $Gen(n, k)$ .

L'objectif est de minimiser le cardinal de  $Gen(n, k)$ , on notera  $opt(n, k)$  le nombre de *PSF* du générateur optimal correspondant au générateur utilisant le moins de *PSF* possible.

*Remarque* : tous les générateurs contiennent forcément les  $n$  *PSF* de taille 1 (les composants de base), car il faut garantir tous les produits sans effet enveloppe. Par conséquent :

$$\forall k, \text{Gen}(n, k) \geq |A| = n \quad (\text{par conséquent } \text{opt}(n, k) \geq n)$$

Pour les cas extrêmes, c'est assez trivial :

Pour  $k = n$  il suffit de prendre uniquement les composants de base en stock ce qui donne  $\text{Gen}(n, n) = n$ ,

Pour  $k = 1$  il faut prendre tous les produits finis en stock, on a alors  $\text{Gen}(n, 1) = |E_P| = 2^n - 1$ .

Un générateur est représenté sous forme d'un hypergraphe (Les hypergraphes généralisent la notion de graphe dans le sens où les arêtes ne relient plus un ou deux sommets, mais un nombre quelconque de sommets) :

- Les *PSFs* de taille 1 sont les sommets,
- Les *PSFs* de taille 2 sont les arêtes,
- Les *PSFs* de taille  $\geq 3$  sont les hyperarêtes

Comme tous les générateurs contiennent tous les *PSFs* de taille 1, il n'y a pas d'ambiguïté sur la représentation des sommets.

### ***IV.3.2 Une méthode constructive pour résoudre le problème***

Une solution permettant de générer tous les produits finis en moins de  $(k-1)$  opérations consiste à regrouper les composants de base en  $k$  paquets de taille équivalente et, au sein de chaque paquet, on génère tous les produits finis réalisables à partir des composants présents dans le paquet. Ce générateur ainsi construit permet de garantir que le nombre d'assemblage nécessaire pour obtenir un produit n'excédera jamais  $k-1$  opérations. En effet, pour construire un produit fini donné on utilisera un *PSF* de chaque paquet.

Voici une formulation de cette méthode sous forme d'un algorithme :

**Algorithme Construction générateur**

Entrées :  $n$ , le nombre de composants,  $(k-1)$  le nombre d'opérations d'assemblage autorisées

Sortie :  $constrGen(n, k)$

Soit  $q$  et  $r$ , le quotient et le reste de la division euclidienne de  $n$  par  $k$

$$n = k \times q + r$$

Former  $r$  ensembles de taille  $(q + 1)$  et  $(k - r)$  ensembles de taille  $q$

Générer dans chaque ensemble tous les produits finis pouvant être obtenus à partir des composants présents

**Fin**

Le tableau suivant donne une application de l'algorithme pour un cas de 13 composants et 5 assemblages :

$$A = \{a_1, a_2, \dots, a_{13}\}$$

$$k = 5$$

$$n = k \times q + r$$

$13 = 5 \times 2 + 3$ , on aura 3 ensembles de taille 3 et 2 ensembles de taille 2.

composants dans le paquet	$a_1$ et $a_2$	$a_3$ et $a_4$	$a_5, a_6$ et $a_7$	$a_8, a_9$ et $a_{10}$	$a_{11}, a_{12}$ et $a_{13}$
PSF stockés	$a_1, a_2, a_1a_2$	$a_3, a_4, a_3a_4$	$a_5, a_6, a_7,$ $a_5a_6, a_5a_7,$ $a_6a_7, a_5a_6a_7$	$a_8, a_9, a_{10},$ $a_8a_9, a_8a_{10},$ $a_9a_{10}, a_8a_9a_{10}$	$a_{11}, a_{12}, a_{13},$ $a_{11}a_{12}, a_{11}a_{13},$ $a_{12}a_{13}, a_{11}a_{12}a_{13}$

Tableau IV-6 exemple d'application de l'algorithme,  $n = 13, k = 5$

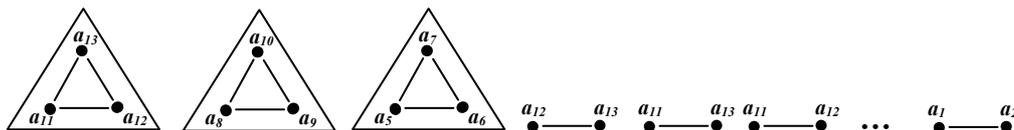


Figure IV-2 Représentation de la construction sous la forme d'un hypergraphe pour  $n = 13, k = 5$

### IV.3.2.1 Borne supérieure

Notons  $constrGen(n, k)$  le nombre de  $PSF$  de la solution construite à l'aide de l'algorithme, nous avons :

$r$  ensembles comportant  $(2^{q+1} - 1)$   $PSF$  et

$(k - r)$  ensembles comportant  $(2^q - 1)$   $PSF$

$$\begin{aligned} \text{On a donc } constrGen(n, k) &= r \times (2^{q+1} - 1) + (k - r) \times (2^q - 1) \\ &= r \cdot 2^{q+1} - r + k \cdot 2^q - k - r \cdot 2^q + r \\ &= 2^q (r + k) - k \end{aligned}$$

Alors la solution optimale  $opt(n, k) \leq 2^q (r + k) - k$

$k/n$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
2	1	2	4	6	10	14	22	30	46	62	94	126	190	254	382
3	1	2	3	5	7	9	13	17	21	29	37	45	61	77	93
4	1	2	3	4	6	8	10	12	16	20	24	28	36	44	52
5	1	2	3	4	5	7	9	11	13	15	19	23	27	31	35

Tableau IV-7 Borne supérieure sur  $opt(n, k)$

### IV.3.2.2 Borne inférieure

Il y a  $2^n - 1$  produits finis possible. Il nous faut donc suffisamment de  $PSFs$  stockés afin de choisir au plus  $k$   $PSF$  de  $2^n - 1$  façons différentes (pas forcément disjointes) :

Prenons l'exemple où  $k=3$  :

Supposons que  $N$  est le nombre de  $PSFs$  qu'on veut stocker, on doit s'assurer que ces  $N$  références permettent bien de générer par des combinaisons d'au plus  $k$   $PSF$  tous les  $2^n - 1$  produits finis.

Les combinaisons sont dans le cas  $k=3$  les  $N$   $PSF$  eux-mêmes, ou paire ou triplet de  $PSF$ . On aura donc les singletons qui sont au nombre de  $N$ , le nombre de paires  $\binom{N}{2} = N(N-1)/2$  et les

triplets qui sont au nombre de  $\binom{N}{3} = N(N-1)(N-2)/6$ . La somme doit être supérieure ou égale à  $2^n - 1$ , sinon une des combinaisons ne serait pas générée. Autrement dit :

$$\binom{N}{1} + \binom{N}{2} + \binom{N}{3} \geq 2^n - 1$$

$$\text{C'est-à-dire } N + \frac{N(N-1)}{2} + \frac{N(N-1)(N-2)}{6} \geq 2^n - 1$$

La formule générale avec un  $k$  quelconque et en notant  $opt(n, k)$  la solution optimale pour le nombre de  $PSFs$  qu'on veut stocker. Nous aurons :

$$\sum_{i=1}^k \binom{opt(n, k)}{i} \geq 2^n - 1 \quad (\text{VI.21})$$

$k/n$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
2	1	2	4	5	8	11	16	23	32	45	64	90	128	181	256
3	1	2	3	5	6	7	9	12	15	19	23	30	37	47	59
4	1	2	3	4	6	7	8	9	11	13	16	19	22	26	31

Tableau IV-8 Borne inférieure sur  $opt(n, k)$ 

### IV.3.2.3 Facteur d'approximation

#### IV.3.2.3.1 Pour $k=2$

On pose  $N = opt(n, k)$

$$\sum_{i=1}^2 \binom{N}{i} = \frac{N(N-1)}{2} + N \geq 2^n - 1$$

La solution positive du polynôme de second degré dont la variable est  $N$

$$\frac{N(N-1)}{2} + N - (2^n - 1) \text{ est } \frac{(\sqrt{8 \times 2^n - 7} - 1)}{2}$$

Le ratio borne inférieure sur borne supérieure est donc :

$$\alpha_2(n) = \frac{\text{borne sup}}{\text{borne inf}} = \frac{2^q (r+2) - 2}{(\sqrt{8 \times 2^n - 7} - 1)} \approx \frac{2+r}{\sqrt{2^{r+1}}}$$

$$\alpha_2(n) \approx \begin{cases} \sqrt{2} = 1,414 & \text{si } n \text{ est pair} \\ \frac{3}{2} = 1,5 & \text{si } n \text{ est impair} \end{cases} \quad (\text{VI.22})$$

Lorsque  $k=2$ ,  $constrGen(n, k)$  est asymptotiquement à un facteur de  $3/2$  de l'optimal.

#### IV.3.2.3.2 Pour $k=3$

Nous avons :

$$\sum_{i=1}^3 \binom{N}{i} \geq 2^n - 1$$

$$N^3 + 5N \geq 6(2^n - 1)$$

$$(N + 1)^3 \geq 6(2^n - 1) \quad (\text{car } 6(2^n - 1) \leq N^3 + 5N \leq (N + 1)^3)$$

$$N \geq \sqrt[3]{6(2^n - 1)} - 1$$

Le ratio borne inférieure sur borne supérieure est donc :

$$\alpha_3(n) = \frac{\text{borne sup}}{\text{borne inf}} = \frac{2^n (r + 3) - 3}{(\sqrt[3]{6(2^n - 1)} - 1)} \approx \frac{3 + r}{\sqrt[3]{3} \times 2^{r+1}}$$

$$\alpha_3(n) \approx \begin{cases} \frac{3}{\sqrt[3]{6}} = 1,650\dots & \text{si } n \bmod 3 = 0 \\ \frac{4}{\sqrt[3]{12}} = 1,747\dots & \text{si } n \bmod 3 = 1 \\ \frac{5}{\sqrt[3]{24}} = 1,733\dots & \text{si } n \bmod 3 = 2 \end{cases} \quad (\text{VI.23})$$

Lorsque  $k=3$ ,  $\text{constrGen}(n, k)$  est asymptotiquement à un facteur de  $\frac{4}{\sqrt[3]{12}} = 1,747\dots$  de l'optimal.

#### IV.3.2.3.3 Pour $k$ quelconque

Lorsque  $n$  devient plus grand que  $2k$ , la majoration suivante est possible :

$$k \times \frac{N^k}{k!} \geq \sum_{i=1}^k \binom{N}{i} \geq 2^n - 1$$

Nous aurons donc :

$$\text{opt}(n, k) \geq \sqrt[k]{(k-1)! \times (2^n - 1)}$$

À l'aide de la formule de Stirling qui donne un équivalent de  $k!$  pour  $k$  très grand (quand  $k$  tend vers  $\infty$ ) :

$$k! \approx \sqrt{2\pi k} \times \left(\frac{k}{e}\right)^k \quad \text{où } e \text{ est la base du logarithme népérien.}$$

Le ratio borne inférieure sur borne supérieure est donc :

$$\alpha_k(n) = \frac{\text{borne sup}}{\text{borne inf}} = \frac{2^n (r + k) - k}{(\sqrt[k]{(k-1)! \times (2^n - 1)})} \leq \frac{2k 2^{n/k}}{\frac{k}{e} 2^{n/k}} = 2e \quad (\text{VI.24})$$

Lorsque  $n \gg k \gg 0$ ,  $\text{constrGen}(n, k)$  est asymptotiquement à un facteur de  $2e$  de l'optimal.

### IV.3.3 Démonstration de l'optimalité de la méthode constructive

#### IV.3.3.1 Première validation

Nous avons déjà montré que  $\text{constrGen}(n, k) = 2^q (r+k) - k$

Commençons par vérifier les contraintes extrêmes :

Pour  $k = n$  nous avons  $q=1$  et  $r=0$ , alors  $\text{constrGen}(n, n) = 2^1 (0+n) - n = n = \text{opt}(n, n)$ ,

Pour  $k = 1$  nous avons  $q=n$  et  $r=0$ , alors  $\text{constrGen}(n, 1) = 2^n (0+1) - 1 = |E_P| = 2^n - 1 = \text{opt}(n, 1)$ .

Une première vérification de cette méthode constructive a été effectuée par Ait Hellal, (2003) à l'aide d'une exploration exhaustive des compositions de stock de taille  $\text{constrGen}(n, k)-1$ . Il était question de s'assurer qu'aucune composition de stock de taille inférieure à  $\text{constrGen}(n, k)$  ne permettait d'obtenir tous les produits finis en  $(k-1)$  opérations d'assemblages. Le nombre de compositions de stock à considérer était de :

$$\binom{\text{constrGen}(n, k) - 1 - n}{2^n - 1 - n} \quad (\text{VI.25})$$

Le nombre important de compositions de stock à examiner pour chaque couple  $(n, k)$  a limité l'exploration exhaustive, cependant, cette vérification a permis de constater que les solutions obtenues avec la méthode constructive et plus particulièrement  $\text{constrGen}(n, k)$  correspondait bien à la taille minimale du stock pour les instances :  $n \in [3, 11]$  et  $k \in [2, 9]$

#### IV.3.3.2 L'optimalité

Dans notre article avec Lévêque, Frein, et Sebo (2007) et les travaux de Frein, Lévêque et Sebo (2008), cette méthode construite a été longuement abordée. En effet, le principe reste le même, ils obtiennent un générateur en partitionnant l'ensemble des composants de base en  $k$  paquets, au sein desquels tous les *PSF* possibles sont générés. Nous allons simplement donner les principaux résultats obtenus.

Quelques notations s'imposent :

Soit  $p = \left\lceil \frac{n}{k} \right\rceil$  et  $r$  tel que  $n = p \cdot k - r$  avec  $0 \leq r < k$ .

Si  $V_1, V_2, \dots, V_k$  est une partition de  $A$  en  $r$  ensembles de taille  $(p-1)$  et  $(k-r)$  ensembles de taille  $p$ , alors les *PSF* de la construction sont tous les éléments de  $\mathcal{P}(V_i) \setminus \{\emptyset\}$  pour  $i$  allant de 1 à  $k$ , où les  $\mathcal{P}(V)$  désigne l'ensemble des parties de  $A$ . Nous avons opté pour la notation  $V_i$  au lieu de  $A_i$  pour éviter la confusion avec les produits finis qui sont parfois noté avec des  $A_i$ . Le nombre de *PSF* de cette construction est :

$$\text{Constr}(n, k) = r \times (2^{p-1} - 1) + (k - r) \times (2^p - 1)$$

Reprenons l'exemple de  $n = 13$  et  $k = 5$  :  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_{13}\}$

$$n = k \times p - r$$

$13 = 5 \times 3 - 2$ , on aura 2 ensembles de taille 2 et 3 ensembles de taille 3.

Et  $\text{Constr}(13, 5) = 27$ . On aura 13 *PSF* de taille 1, 11 *PSF* de taille 2 et 3 *PSF* de taille 3, exactement le même nombre de *PSF* générés qu'avec le premier algorithme.

La construction ainsi faite donne une borne supérieure sur le nombre de *PSF* d'un générateur optimal :  $\text{opt}(n, k) \leq \text{Constr}(n, k)$ . Dans leur travaux Frein et al. (2008) conjecturent que l'inégalité est en fait une égalité.

Nous avons également  $\text{Constr}(n, k) = \text{Constr}(n-1, k) + 2^{p-1}$ .

Dans ce qui suit nous allons citer un ensemble de résultats des travaux de Frein et al. (2008) sans fournir les démonstrations, pour plus de détails nous vous invitons à parcourir leur article.

### **i) Conjecture faible**

$\forall n, k \in \mathbb{N}$   $\text{Constr}(n, k)$  est un générateur optimal

### **ii) Conjecture forte**

$\forall n, k \in \mathbb{N}$   $\text{Constr}(n, k)$  est l'unique générateur optimal dès que  $p \geq 3$

Afin de prouver théoriquement ces deux conjectures, ils considèrent la conjecture suivante :

### **iii) Conjecture des degrés**

$\forall n, k \in \mathbb{N}$  pour chaque générateur  $\text{Gen}(n, k)$  il existe un composant  $a_i \in A$  tel qu'il apparaît dans au moins  $2^{p-1}$  *PSF*

Ils ont pu prouver que cette conjecture impliquait les conjectures faible et forte à l'aide de deux lemmes suivants :

Le lemme faible montre que s'il existe un composant apparaissant dans au moins  $2^{p-1}$  *PSF*, alors ils pouvaient déduire l'optimalité de la construction par récurrence sur  $n$ .

Le lemme fort permet de déduire de la conjecture des degrés l'unicité pour  $p \geq 3$ , en donnant des résultats sur la forme des générateurs.

La reformulation de la conjecture des degrés permettrait de trouver des équivalences avec les lemmes fort et faible.

Quelques résultats importants :

- Lorsque  $p = 1$ , la construction est unique et optimale alors la conjecture des degrés est vraie.
- Lorsque  $p = 2$ , la conjecture des degrés est vraie, elle implique l'optimalité mais il n'y a pas unicité (sauf pour  $n = 2k$ ).
- Lorsque  $p = 3$ , ils ont réussi à prouver que la conjecture des degrés est vraie, et qu'elle impliquait à la fois l'optimalité et l'unicité de la construction. Malheureusement, la preuve de conjecture des degrés pour  $p = 3$  ne semble pas se généraliser facilement pour  $p > 3$ . Néanmoins, ils ont pu prouver l'optimalité de la construction pour quelques cas supplémentaires, entre autre les couple  $(n, k) = (7,2), (8,2), (10,3)$ .
- Ils ont également obtenu des bornes inférieures générales sur le nombre de *PSF* d'un générateur optimale.

## IV.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé deux approches théoriques pour résoudre notre problème.

La première approche est la minimisation du temps moyen d'assemblage. Nous avons proposé une formulation mathématique du problème sous forme d'un programme linéaire en nombres entiers. Ensuite nous avons exposé un rappel sur la théorie des relaxations lagrangiennes ainsi que leur principe, et quels types de relaxations lagrangiennes nous avons utilisé. Plusieurs heuristiques intuitives ont été présentées. Puis nous avons terminé cette section par des résultats numériques. Un résultat intéressant est d'avoir une borne inférieure qui permet d'évaluer au pire les différentes heuristiques développées.

La seconde approche c'est la garantie d'un temps d'assemblage qui est une réponse à une réalité industrielle. Nous avons proposé une formulation de cette approche et une solution basée sur une méthode constructive permettant de résoudre le problème. Nous avons également proposé des bornes inférieure et supérieure pour cette méthode ainsi qu'un facteur d'approximation. Enfin nous avons cité la démonstration de l'optimalité de cette méthode qui fut proposée par Frein et al. (2008).



***CONCLUSION ET PERSPECTIVES***



## **Conclusions**

Le travail présenté dans cette thèse a porté sur la problématique de définition des produits semi-finis à stocker lorsqu'on est dans un contexte de très forte diversité.

Après avoir dressé un état de l'art de tout ce qui se rapporte à la diversité de produits dans le chapitre 1, nous avons vu ces origines, les avantages et les inconvénients d'offrir cette diversité, et comment la mettre en place et la gérer à l'aide de méthodes adaptées.

Dans notre travail de recherche, nous nous sommes positionnés dans une optique de mise en place de cette diversité de produits en adoptant une politique de production de type Assemblage à la commande et en considérant que les produits sont déjà conçus de telle manière qu'un composant correspond à une fonction (une option).

Dans le second chapitre, nous avons abordé la problématique de notre travail de recherche.

Le problème proprement dit est de déterminer les différents produits semi-finis à stocker. Pour ce faire, nous faisons appel à deux critères pour évaluer les différentes compositions de stock de produits semi-finis (*PSF*) :

- i. *Le nombre de type de PSF stockés* :  $N_{PSF}$
- ii. *Le temps moyen d'assemblage* :  $TMA$ .

L'objectif est de stocker un nombre minimum de *PSF* et avoir un délai de réponse aux demandes finales par un assemblage des *PSF* le plus court possible.

Nous avons abordé une question sous-jacente à notre problème à savoir la gamme d'assemblage. En effet, une fois ce stock connu, il faut déterminer pour chaque produit fini la façon de l'obtenir à partir de ce stock. Nous avons proposé un algorithme exact permettant de déterminer cette gamme d'assemblage des produits finis à partir d'une composition de stock donnée. Un second algorithme exact relatif à l'une des hypothèses a été également proposé. Il a permis d'évaluer les Temps moyens d'assemblage lorsque nous avons relâché la contrainte, « pas d'effet enveloppe ». C'est-à-dire de pouvoir livrer au client un produit suréquipé par rapport à sa demande (ce qui engendre forcément un surcoût).

Dans le troisième chapitre, nous avons proposé des approches heuristiques, dans la suite logique des travaux de Da Cunha. Une première approche de résolution fut exposée, à savoir la minimisation du temps moyen d'assemblage. Nous avons proposé plusieurs heuristiques, et rappelé celles proposées par M<sup>elle</sup> Da Cunha à titre comparatif. Une évaluation de leurs performances a été présentée selon les tailles des instances traitées et les capacités de résolution disponibles, argumenté par des résultats numériques. Ces résultats permettent de dire que nous avons amélioré les résultats obtenus par Da Cunha particulièrement pour les demandes de type Pareto. De plus nous avons augmenté la taille des instances traitées jusqu'à

17 composants de base (131071 produits finis) comparé à celles de Da Cunha, 10 composants de base (1023 produits), nous avons également amélioré les temps de calculs.

Enfin, nous avons relâché l'hypothèse d'effet enveloppe, et nous avons proposé des nouvelles heuristiques qui prennent en compte cette nouvelle donnée. Une évaluation de leurs performances a été présentée et étayée par des résultats numériques.

Dans le chapitre 4, nous avons proposé deux approches formelles pour résoudre notre problème. Dans la première partie du chapitre, nous avons repris l'approche de la minimisation du temps moyen d'assemblage abordé précédemment. Toutefois, nous avons proposé une formulation mathématique du problème sous forme d'un programme linéaire en nombres entiers. Après un rappel sur la théorie des relaxations lagrangiennes, nous avons présenté le type de relaxations lagrangiennes utilisé. Plusieurs heuristiques intuitives ont été présentées, l'une d'elle faisant appel à la relaxation lagrangienne, et les deux autres issues de la relaxation linéaire du PLNE. A partir des résultats numériques, nous remarquons que ces heuristiques sont tour à tour performantes selon les types de demandes et les tailles de stock  $N_{PSF}$ . Un des importants résultats de ce chapitre est d'avoir une borne inférieure qui permet d'évaluer au pire les différentes heuristiques développées dans tous les chapitres.

La seconde approche abordée dans ce chapitre fut la garantie d'un temps d'assemblage. Nous avons proposé une formulation de cette approche et une solution basée sur une méthode constructive permettant de résoudre le problème. Nous avons également proposé des bornes inférieure et supérieure pour cette méthode ainsi qu'un facteur d'approximation. Une ébauche de la démonstration de l'optimalité de cette méthode a été proposée.

## **Perspectives**

Les travaux présentés dans cette thèse pourraient donner lieu à des poursuites. On pourrait aborder cette problématique en modifiant le modèle de base étudié, plusieurs modifications peuvent être faites sur les hypothèses.

Ainsi, une de nos hypothèses est de considérer l'ensemble des produits finis potentiels, il serait intéressant de voir comment faire dans le cas où notre offre produit se limite à un sous-ensemble seulement de ces produits. Nous avons également considéré des temps d'assemblage identiques quels que soient les produits semi-finis à assembler, une extension du modèle pourrait prendre en compte d'éventuelles différences de durée d'assemblage entre les  $PSF$ , car les temps d'assemblage sont a priori fonction de la complexité des  $PSF$  : leur maniabilité, leur interface avec les autres  $PSF$ , ...etc.

Il serait également intéressant d'autoriser les opérations de désassemblage, et voir comment sera constitué le stock sachant qu'on peut enlever quelques options pour répondre à une demande en produit. Il s'agira alors de trouver une composition permettant de minimiser

le temps nécessaire à la satisfaction d'une commande en faisant appel à la fois à des opérations d'assemblage ou de désassemblage.

Une autre approche serait de considérer des coûts de stockage différents pour chaque option et voir l'influence de ces coûts sur le choix des produits semi-finis à stocker, et si les heuristiques développées restent performantes.

Nous avons considéré dans notre thèse que les produits sont déjà conçus de telle manière qu'un composant correspond à une fonction. Si nous considérons cette fois ci que les fonctions peuvent être réalisées par plusieurs modules (composants), il y a un effet de substitution possible. Quel serait alors le nombre de références à stocker, sachant qu'un composant peut satisfaire plusieurs fonctions. Ce type de problématique s'apparente plus à la conception.

Une autre approche intéressante, serait de regrouper les produits finis en sous familles de produits en se basant sur un ensemble de composants en commun, comme une sorte de plateforme pour chaque famille. On pourrait tirer partie de cette commonalité des composants lors de la définition des stocks. On pourrait également s'inspirer des travaux en conception intégrée qui tiennent compte de ces aspects.

Enfin, pour l'approche garantie d'un temps d'assemblage il serait intéressant de poursuivre les travaux pour généraliser l'optimalité de la méthode proposée.



## **BIBLIOGRAPHIE**

### **A.**

---

Agard, B. et Tollenaere, M. Design of wire harnesses for mass customization. *In 4th international conference on integrated design and manufacturing in technical engineering (IDMME)*, Clermont-Ferrand, France, (2002 a)

Agard, B. et Tollenaere, M. Conception d'assemblages pour la customisation de masse. *Mécanique et Industrie*, vol. 3, pp. 113-119, (2002 b).

Agard, B. Contribution à une méthodologie de conception de produits à forte diversité. *Thèse de doctorat de l'INPG*, Grenoble, France, (2002).

Agard, B. et Vinck, D. Gestion de la diversité : 3 études de cas. *5<sup>e</sup> Conférence Francophone de MOdélisation et SIMulation. MOSIM'04*, Nantes (France), (2004).

Ahlstrom, P. et Westbrook, R. Implications of mass customization for operations management. *International Journal of Operations and Production Management*, vol. 19, n° 3, pp. 262-275, (1999).

Ait Hellal, S. Composition d'un stock de produits semi-finis. *Mémoire de DEA*, INPG, (2003)

Alford, D., Sackett, P. et Nelder, G. Mass Customisation - An Automotive Perspective. *International Journal of Production Economics*, vol. 65, n°1, pp. 99-110, (2000).

Anderson, S. W. Measuring the Impact of Product Mix Heterogeneity on Manufacturing Overhead Cost. *The Accounting Review*, vol. 70, n°3, pp. 363-387, (1995).

Anderson, D.L., Britt, F.F. et Favre, D.J. The Seven Principles of Supply Chain Management. *Supply Chain Management Review*, vol. 1, n°1, pp. 31-41, (1997).

Ariano, M. et Dagnino, A. An intelligent order entry and dynamic bill of materials systems for manufacturing customized furniture. *Computers and Electronic Engineering*, vol. 22, n°1, pp. 45-60, (1996).

### **B.**

---

Baldwin, C.Y et Clark, K.B. Managing in an age of modularity, *Harvard Business Review*, vol. 75, n°5, pp. 84-93, (1997).

Baldwin, C.Y et Clark, K.B. Design Rules: The Power of Modularity. vol. 1. *Cambridge, Massachusetts: MIT Press*. ISBN-10: 0-262-02466-7, (2000).

Balas, E et Padberg, M.W. Set partitioning: a survey. *SIAM Review*, vol. 18, pp. 710-760, (1976).

Beasley, J.E. Modern Heuristic Techniques for Combinatorial Problems, chap. 6, Lagrangean Relaxation, pp. 243-303. – *Blackwell Scientific Publications*. Édité par Reeves (C.R.), (1993).

Ben Aissa, H. La complexité au montage véhicule : De la production à la conception. *Revue française de Gestion industrielle*, vol. 19, n°3, pp.77-94, (2000).

Berry, W.L. et Cooper, M.C. Manufacturing Flexibility: Methods for Measuring the Impact of Product Variety on Performance in Process Industries. *Journal of Operations Management*, vol. 17, pp.163-178, (1999)

Blackwell, R.D. et Blackwell, K. The century of the consumer: Converting Supply Chains into Demand Chains. *The Supply Chain Yearbook*, McGraw-Hill, ISBN-13: 978-0-07137-232-9, (2001).

Briant, O. Etude théorique et numérique du problème de la gestion de la diversité. *Thèse de doctorat de l'INPG*, Grenoble, France, (2000).

Briant, O. et Naddef, D. The Optimal Diversity Management Problem. *Operations Research*, vol. 52, n°4, pp. 515–526, (2004).

### **C.**

---

Caprara, A. Toth, P. et Fischetti, M. Algorithms for Set covering problem. *Annals of Operations Research*, vol. 98, pp.353-371, (2000).

Chakravarty, A.K. et Balakrishnan, N. Achieving product variety through optimal choice of module variations. *IIE Transactions*, vol. 33, n° 7, pp. 587–598, (2001).

Chvatal, V. A greedy heuristic for the set covering problem. *Mathematics of Operations Research*, vol. 4, n°3, pp. 233– 235, (1979).

Cialvaldini, B et Loubet, J.L. La diversité dans l'industrie automobile française : Hésitations et enjeux. Regards croisés de l'historien et du gestionnaire. *Gérer et comprendre*, vol. 41, pp. 4–19, (1995).

### **D.**

---

Da Cunha, C. Définition et gestion de produits semi-finis en vue d'une production de type assemblage à la commande, *Thèse de doctorat de l'INPG*, Grenoble, France, (2004).

Da Cunha, C. et Frein, Y. Heuristique pour la composition d'un stock de produits semi-finis. *5e Conférence Francophone de Modélisation et Simulation (MOSIM'04)*, Nantes, France, (2004).

Da Silveira, G., Borenstein, D. et Fogliatto, F.S. Mass customization: Literature review and research directions. *International Journal of Production Economics*, vol. 72, n°1, pp. 1-13, (2001).

David, F. Caux, C. et Pierreval, H. Mise en œuvre de la différenciation retardée dans la production de l'aluminium : standardisation de plaques. *4<sup>e</sup> Conférence Francophone de MODélisation et SIMulation "Organisation et Conduite d'Activités dans l'Industrie et les Services" MOSIM'03*, Toulouse, France, (2003).

Desai, P., Kekre, S., Radhakrishnan, S., et Srinivasan, K. Product Differentiation and Commonality in Design: Balancing Revenue and Cost Drivers. *Management Science*, vol. 47, n°1, pp. 37-51, (2001).

De Weck, O., Suh, E.S. et Chang, D. Product family and platform portfolio optimization. *Proceeding. ASME Design Engineering Technical Conferences*, Paper n° DETC2003/DAC-48721, (2003).

Dobrescu, G. et Reich, Y. Progressive sharing of modules among product variants. *Computer-Aided Design*, vol. 35, n°9, pp. 791-806, (2003).

Dobson, G. et Kalish, S. Heuristics for Pricing and Positioning a Product-Line Using Conjoint and Cost Data". *Management Science*, vol. 39, n°2, pp. 160-175, (1993).

Dobson, G. et Yano, C. Product Line and Technology Selection with Shared Manufacturing and Engineering Design Resources. Technical report, *Simon Graduate School of Business Administration, Univ. of Rochester*, OP 95-01, (1995).

Du, X., Jiao, J. et Tseng, M. Architecture of product family: fundamentals and methodology. *Concurrent Engineering: Research and Application*, vol. 9, n°4, pp. 309-325, (2001).

Dupont, L., Erol, M., Cormier, G. et Turkkan, N. La standardisation des composantes : modèles et algorithmes, *3ème congrès international de Génie industriel*, Montréal, Canada, (1999).

Dupont, L., Cormier, G. et Erol, M. On component standardization. *Proceedings of the MCPL 2000 conference*, Grenoble, France. (2000).

Dupont, L. et Cormier, G. Standardisation d'une famille ordonnée de composants dont le coût d'obtention est concave. *Proceedings of the MOSIM'01 conference*, Troyes, France, pp. 509-513, (2001).

Duray, R., Ward, P.T., Milligan, G.W. et Berry, W.L. Approaches to mass customization: configurations and empirical validation', *Journal of Operations Management*, vol. 18, n°6, pp. 605-625, (2000).

Duray, R. Mass customization origins: mass or custom manufacturing. *International Journal of Operations and Production Management*, vol. 22, n°3, pp. 314-328, (2002).

## **E.**

---

Erens, F. et Verhulst, K. Architectures for product families. *Computers in Industry*, vol. 33, pp. 165-178, (1997).

## **F.**

---

Farrell, R.S. et Simpson, T.W. Improving commonality in custom products using product platforms. *Proceedings of DETC'01: ASME 2001 Design Engineering Technical Conferences*. Paper n° DETC2001/DAC-21125, (2001).

Farrell, R.S. et Simpson, T.W. Product Platform Design to Improve Commonality in Custom Products. *Journal of Intelligent Manufacturing*, vol. 14, n°6, pp. 541-556, (2003).

Feitzinger, E. et Lee, H.L. Mass Customization at Hewlett-Packard: The Power of Postponement", *Harvard Business Review*, January-February, pp.116-121, (1997).

Felfernig, A., Friedrich, G. et Jannach, D. Conceptual Modeling for Configuration of Mass-Customizable Products. *Artificial Intelligence in Engineering*, vol. 15, pp. 165-176, (2001).

Fisher, M.L., Ramdas, K. et Ulrich, K.T. Component Sharing in the Management of Product Variety: A Study of Automotive Braking Systems. *Management Science*, vol. 45, n°5, pp. 297-315, (1999).

Fisher, M. et Ittner, C. The Impact of product Variety on Automobile Assembly Operations: Analysis and Evidence. *Management Science*, vol. 45, n°6, pp. 771-786, (1999).

Fouque T. A la recherche des produits flexibles. *Revue Française de Gestion*, mars-avril-mai vol. 123, pp. 80-87, (1999).

Foster, G. et Gupta, M. Manufacturing Overhead Cost Driver Analysis," *Journal of Accounting and Economics*, vol. 12, pp. 309-337, (1990).

Frein, Y., Lévêque, B. et Sebo, A. Generating all sets with bounded unions. *Combinatorics, Probability and Computing*, vol. 17, pp. 641-660. Cambridge University Press. (2008).

Fujimoto, H. et Iida, Y. Assembly Process Design for Managing Manufacturing Complexities Because of Product Varieties. *Journal of Flexible Manufacturing Systems*, vol. 15, pp. 283–307, (2003).

Fujita K. Product variety optimization under modular architecture, *Computer-Aided Design*, vol. 34, n°12, pp. 953-965, (2002).

Fujita, K., Takagi, H., et Nakayama, T. Assesment method of value distribution for product family deployment. *In Proceeding of International Conference on Engineering Design*. Stockholm, (2003).

## **G.**

---

Garey, M. et Johnson, D. Computers and Intractability: A guide to the theory of NP-completeness, *W. H. Freeman and Company*, San Francisco, (1979).

Garg, A. et Tang, C.S. On postponement strategies for product families with multiple points of differentiation. *IIE Transactions*, vol. 29, pp. 641–650, (1997).

Giard, V. Analyse économique de la standardisation des produits, *Cahier de recherche du GREGOR* vol. 13, IAE de Paris, (1999).

Giard, V et Mendy, G. De l’approvisionnement synchrone à la production synchrone dans la chaîne logistique. *Revue française de gestion*, vol.171, pp. 65-88, (2007).

Gilmore, J.H. et Pine II, B.J. The Four Faces of Mass Customization. *Harvard Business Review*, January-February, pp. 91-101, (1997).

Gonzalez-Zugasti, J.P. et Otto, K. Modular platform-based product family design. *Proceedings of DETC’00 ASME Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*, Baltimore, Maryland, September 10-13, (2000).

Gulati, R.K. et Eppinger, S.D. The coupling of product architecture and organizational structure decisions. *MIT, Cambridge, MA, Working Paper n° 151*, (1996).

Gupta, S. et Krishnan, V. Product Family-Based Assembly Sequence Design Methodology. *IIE Transactions*, vol. 30, n°10, pp. 933-945, (1998).

Gupta S. et Krishnan, V. A Product Family-Based Approach for Integrated Component and Supplier Selection”, *Production and Operations Management*, vol. 8, n°2, pp. 163-182, (1999).

## **H.**

---

Hadj-Hamou, K. Contribution à la conception de produits à forte diversité et de leur chaîne logistique : une approche par contraintes". *Thèse de doctorat de l’Institut National Polytechnique de Toulouse*, (2002).

Halman, J.I.M., Hofer, A.P. et Van Vuuren, W. Platform-Driven Development of Product Families: Linking Theory with Practice. *Journal of Product Innovation Management*, vol. 20, n°2, pp. 149-162, (2003).

He, D.W, et Kusiak, A. Design of assembly systems for modular products, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 13, n°5, pp. 646-655, (1997).

He, D., Kusiak, A. et Tseng, T.L. Delayed Product Differentiation: A Design and Manufacturing Perspective. *Computer-Aided Design*, vol. 30, n°2, pp. 105–113, (1998).

Held, M. et Karp, R.M. The traveling-salesman problem and minimum spanning trees. *Operations Research*, vol. 18, pp.1138–1162, (1970).

Held M. et Karp, R.M. The traveling-salesman problem and minimum spanning trees: Part II. *Mathematical Programming*, vol. 1, pp. 6–25, (1971).

Henderson, R. et Clark, K. Architectural Innovation: Reconfiguration of Existing Product Technologies and the Failure of Established Firms. *Administrative Science Quarterly*, March, vol. 35, pp. 9-30, (1990).

Hillier, M.S. The costs and benefits of commonality in assemble-to-order systems with a (Q,r) policy for component replenishment. *European Journal of Operational Research*, vol. 141, n°3, pp. 570–586, (2002).

Ho, T.H. et Tang, C.S. Product Variety Management Research Advances, chap. 4, pp. 66–84. *Kluwer Academic Pubs*, (1998),

Huang, C. et Kusiak, A. Modularity in design of products and systems. *IEEE Transactions on systems, man and cybernetics*, vol. 28, n°1, pp. 66–77, (1998).

## **I.**

---

Ishii, K. et Yang, T. Modularity: International Industry Benchmarking and Research Roadmap. *Proceedings of DETC03, ASME Design Engineering Technical Conferences and Computer and Information in Engineering Conference*, Chicago, USA, (2003).

## **J.**

---

Jiao, J. et Tseng, M.M. A methodology of developing product family architecture for mass customization. *Journal of Intelligent Manufacturing*, vol. 10, pp. 3-20, (1999).

Jiao, J. et Tseng, M.M. Customizability analysis in design for mass customization. *Computer-Aided Design*, vol. 36, n°8, pp. 745-757, (2004).

Johnson, D. Approximation algorithms for combinatorial problems. *Journal of Computer and System Sciences*, vol. 9, pp. 256–278, (1974).

José Flores, A. Contribution aux méthodes de conception modulaire de produits et processus industriels. *Thèse de doctorat de l'Institut National Polytechnique de Grenoble*, (2005).

Jose, A. et Tollenaere, M. Modular and Platform Methods for Product Family Design: Literature Analysis, *Journal of Intelligent Manufacturing*, vol. 16, pp. 371-390, (2005).

## **K.**

---

Kahn B, Variety: From the Consumer's perspective, in: Teck-Hua Ho/Christopher S. Tang (Ed.): *Product Variety Management – Research Advances*, Boston : Kluwer Academic Publishers, pp. 19-37, (1998).

Kim, K et Chhajed, D. Commonality in product design: Cost saving, valuation change and cannibalization. *European Journal of Operational Research*, vol. 125, pp. 602–621, (2000).

Kim, K. et Chhajed, D. An Experimental Investigation of Valuation Change Due to Commonality in Vertical Product Line Extension. *Journal of Product Innovation Management*, vol. 18, n°4, pp. 219-230, (2001).

Kim, J-Y, Wong, V. et Teck-Yong Eng. Product Variety Strategy for Improving New Product Development Proficiencies. *Technovation*, vol. 25, n°9, pp. 1001-1015, (2005).

Kokkolaras, M., Fellini, R., Kim, H.M., Michelena, N. F. et Papalambros, P. Y. Extension of the target cascading formulation to the design of product families. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, vol. 24, n°4, pp. 293-301, (2002).

Kotha, S. Mass customization: implementing the emerging paradigm for competitive advantage. *Strategies Management Journal*, vol. 16, pp. 21-42, (1995).

Koufteros, X.A, Vonderembse, M.A. et Doll, W.J. Integrated product development practices and competitive capabilities: the effects of uncertainty, equivocality, and platform strategy. *Journal of Operations Management*, vol. 20, pp. 331–355, (2002).

Krishnan, V. et Gupta, S. Appropriateness and Impact of Platform-Based Product Development. *Management Science*, vol. 47, n°1, pp. 52-68, (2001).

Krishnan, V., Singh, R. et Tirupati, D. A Model-Based Approach for Planning and Developing a Family of Technology-Based Products. *Manufacturing and Services Operations Management*, vol. 1, n°2, pp. 132-156, (1999).

Krishnan, V. et Ulrich, K.T. Product Development Decisions: A Review of the Literature. *Management Science*, vol. 47, n°1, pp. 1-21, (2001).

Kusiak, A. Engineering Design : Products, Processes, and Systems. Academic Press, San Diego, CA. ISBN-13: 978-0-12430-145-0, (1999).

## **L.**

---

Lee, H.L. et Tang, C.S. Modeling the Costs and Benefits of Delayed Product Differentiation. *Management Science*, vol. 43, n°1, pp. 40-53, (1997).

Lee, H.L. et Tang, C.S. Variability Reduction Through Operations Reversal in Supply Chain Re-engineering. *Management Science*, vol. 44, n°2, pp. 162-172, (1998).

Lévêque, B., Frein, Y., Sebo, A. et Yahiaoui, A. Sur un problème de diversité. *Conférence scientifique conjointe en Recherche Opérationnelle et Aide à la Décision - FRANCORO V / ROADEF*, Grenoble, France, (2007).

## **M.**

---

Ma, S., Wang, W., et Liu, L. Commonality and Postponement in multistage assembly systems. *European Journal of Operations Research*, vol. 142, pp. 523-538, (2002).

Macduffie, J., Sethuraman, K. et Fisher, M.L. Product Variety and Manufacturing Performance: Evidence from the International Automotive Assembly Plant Study. *Management Science*, vol. 42, n°3, pp. 350-369, (1996).

Martin, M.V. Design for variety: a methodology for developing product platform architectures. *PhD. thesis: "Mechanical Engineering, Stanford University"*, Palo Alto Cal. U.S.A, (1999).

Martin, M. et Ishii, K. Design for variety: a methodology for understanding the costs of product proliferation. Irvine, New York, USA: *Design Engineering Technical Conference, ASME*, paper n° 96DETC /DTM-1610, (1996).

Martin, M., et Ishii, K. Design for Variety: Development of Complexity Indices and Design Charts *Proceedings of the ASME, paper n° DETC97 / DFM-4359*, (1997).

Martin, M.V., et Ishii, K. Design for variety: developing standardized and modularized product platform architectures. *Research in Engineering Design*, vol. 13, n°4, pp. 213-235, (2002).

McGrath, M.E. Product Strategy for High-Tech Companies, New York, NY: *Irwin Professional Publishing*, (1995).

Messac, A., Martinez, M.P., et Simpson, T.W. Effective Product Family Design Using Physical Programming. *Engineering Optimization*, vol. 124, n°3, pp. 245-261, (2002).

Meyer, M.H. Revitalize Your Product Lines Through Continuous Platform Renewal. *Research Technology Management*, vol. 40, n°2, pp. 17-28, (1997).

Meyer, M.H et Lehnerd, A. P. The Power of Product Platforms: Building value and cost leadership, *Free Press, NY*, ISBN-10: 0-684-82580-5, (1997).

Meyer, M., Tertzakian, P. et Utterback, J. Metrics for Managing Product Development within a Product Family Context. *Management Science*, vol. 43, n°1, pp. 88-111, (1997).

Miller, T.D. et Elgard, P. Defining modules, modularity and modularisation, Design for Integration in Manufacturing, *Proceedings of the 13th IPS Research Seminar*, Fugsloe, Aalborg University. Denmark, (1998).

Moore, W.L., Louviere, J.J. et Verma, R. Using conjoint analysis to help design product platforms. *Journal of Production and Innovation Management*, vol. 16, n°1, pp. 27-39, (1999).

Morgan, L.O., Kouvelis, P. et Daniels, R. Marketing/Manufacturing Tradeoffs in Product Line Management: Insights from a Mathematical Programming Model. *IIE Transactions*, vol. 33, n°11, pp. 949-962, (2001).

Muffatto, M. et Roveda, M. Developing Product Platforms: Analysis of the Development Process. *Technovation*, vol. 20, pp. 617-630, (2000).

## **N.**

---

Nepal, B.P., Monplaisir, L. et Singh, N. Integrated fuzzy logic based model for product modularization during concept development phase. *International Journal of Production Economics*, vol. 96, pp. 157-174, (2005).

Nidamarthi, S., Mechler, G. et Karandikar, H. A systematic method for designing profitable product families. vol. 3. *ABB Corporate Research Center. American Society of Mechanical Engineers*, New York, NY 10016-5990, USA, pp. 67-75, (2003).

## **P.**

---

Pine II, B.J. Mass Customization: The New Frontier in Business Competition, *Harvard Business School Press*, Boston, MA, USA. ISBN-10: 0-87584-946-6, (1993).

Pine II, B.J., Peppers, D., et Rogers, M. Do you want to keep your customers forever? *Harvard Business Review*, vol. 75, n° 3, pp. 103-114, (1995).

Porter, M.E. Competitive Advantage: Creating and Sustaining Superior Performance, *Free Press*, New York/London, Collier Macmillan. 557 p, (1985).

---

**R.**

Raman, N. et Chhajed, D. Simultaneous Determination of Product Attributes and Prices, and Production Processes in Product-Line Design. *Journal of Operations Management*, vol. 12, pp. 187-204, (1995).

Ramdas, K. et Sawhney, M. A Cross-Functional Approach to Designing Multiple Line Extensions for Assembled Products. *Management Science*, vol. 47, n°1, pp. 22 – 36, (2001).

Ramdas, K. et R. Spekman, R. Chain or Shackles: Understanding What Drives Supply Chain Performance. *Interfaces*, vol. 30, n°4, pp. 3-21, (2000).

Ramdas, K. Managing product variety: An integrative review and research directions. *Production and Operation Management*, vol. 12, n°1, pp. 79–101, (2003).

Randall, T. et Ulrich, K.T. Product Variety, Supply Chain Structure, and Firm Performance: Analysis of the US Bicycle Industry. *OPIM Working Paper*, Wharton. (2001).

Randall, T., Ulrich, K.T. et Reibstein, D. Brand Equity and Vertical Product Line Extent. *Marketing Science*, vol. 18, pp. 356-379, (1999).

Robertson, D. et Ulrich, K.T. Planning for Product Platforms, *Sloan Management Review*, vol. 39, Summer, pp. 19-31, (1998).

Rosenkranz, S. Simultaneous choice of process and product innovation when consumers have a preference for product variety. *Journal of Economic Behavior and Organization*, vol. 50, pp. 183-201, (2003).

---

**S.**

Salvador F., Forza C. et Rungtusanatham, M. Modularity, product variety, production volume and component sourcing: theorizing beyond generic prescriptions. *Journal of Operations Management*, vol. 20, n°5, pp. 549-575, (2002).

Salvador, F. et Forza, C. Configuring products to address the customization-responsiveness squeeze: A survey of management issues and opportunities. *International Journal of Production Economics*, vol. 91, n°3, pp. 273-291, (2004).

Sanchez, R. et Collins, R.P. Competing-and learning-in modular markets. *Long Range Planning*, vol. 34, n°6, pp. 645-667, (2001).

Sanderson, S. et Uzumeri, M. Managing product families: The case of the Sony Walkman. *Research Policy*, vol. 24, pp. 761-782, (1995).

Sawhney, M.S. Leveraged high-variety strategies: from portfolio thinking to platform thinking. *Journal of the Academy of Management Science*, vol. 26, n°1, pp. 54–61, (1998).

Schonfeld, E. The customized, digitised, have-it-your-way economy. *Fortune*, vol. 138, n°6, pp. 114-24, (1998).

Selladurai, R.S. Mass customization in operations management: oxymoron or reality? *OMEGA*, vol. 32, n°4, pp. 295-300, (2004).

- Siddique, Z. et Rosen, D.W. Product Platform Design: A Graph Grammar Approach. *Design Theory and Methodology*, ASME, paper n° DETC99/DTM-8762, Las Vegas, Nevada: September 12-15, pp. 211-222, (1999).
- Simpson, T.W., Maier, J.R.A. et Mistree, F. A Product Platform Concept Exploration Method for Product Family Design. *Design Theory and Methodology*, DTM'99, Las Vegas, Nevada, ASME, paper n° DETC99/DTM-8761, (1999).
- Simpson, T. W., Maier, J.R.A. et Mistree, F. Product Platform Design: Method and Application. *Research in Engineering Design*, vol. 13, n°1, pp. 2-22, (2001).
- Sivard, G. A Generic Information Platform for Product Families, *PhD Thesis*, Royal Institute of Technology Stockholm, Sweden, (2000).
- Sosa, M.E., Eppinger, S.D., et Rowles, C.M. Designing Modular and Integrative Systems. *ASME Conference on Design Theory and Methodology*, Baltimore, USA, (2000)
- Subbu, R., Sanderson, A.C., Hocaoglu, C. et Graves, R.J. Evolutionary decision support for distributed virtual design in modular product manufacturing. *Production Planning and Control*, vol. 10, n°7, pp. 627-642, (1999).
- Stadzisz, P.C et Henrioud, J.M. An integrated approach for the design of multi-product assembly systems. *Computers in Industry*, vol. 36, pp. 21-29, (1998).
- Stadzisz, P.C. Contribution à une méthodologie de conception intégrée des familles de produits pour l'assemblage. *Thèse de doctorat de l'Université de Franche-Comté*, (1997).
- Steger-Jensen, K. et Svensson, C. Issues of mass customization and supporting IT-solutions. *Computers in Industry*, vol. 54, pp. 83-103, (2004).
- Stone, R.B., Wood, K.L., et Crawford, R.H. A heuristic method for Identifying Modules for Product Architecture. *Design Studies*, vol. 21, n°1, pp. 5-31, (2000).
- Suarez, F., Cusumano, M. et Fine, C. H. An empirical study of flexibility in manufacturing. *Sloan Management Review*, vol. 37, pp. 25-32, (1995).
- Suarez, F., Cusumano, M. et Fine, C. H. Flexibility and Performance: A Literature Critique and Strategic Framework. *Working Paper No. 50-91, ICRMT, MIT*. (1991),
- Sundgren, N. Introducing Interface Management in New Product Family Development. *Journal of Product Innovation Management*, vol. 16, pp. 40-51, (1999).
- Swaminathan, J. et Kukukyavuz, S. Utilizing Postponement and Downward Substitution for Managing Perishable Inventory. *Working Paper*, University of North Carolina at Chapel Hill, (2001).
- Swaminathan, J. et Lee, H.L. Design for Postponement. *Vol. 11 of Handbooks in Operations Research and Management Science*. A. G. de Kok and S. C. Graves (eds.), Elsevier, Amsterdam, Chapter 5, pp. 199-225, (2003).
- Swaminathan, J. et Tayur, S. Managing Broader Product Lines Through Delayed Differentiation Using Vanilla Boxes. *Management Science*, vol. 44, n°12, pp.161-172, (1998)
- Swaminathan, J. et Tayur, S. Managing Design of Assembly Sequences for Product Lines that Delay Product Differentiation. *IIE Transactions*, vol. 31, pp. 1015-1027, (1999).

**T.**

---

- Tarondeau J.C., *Stratégie Industrielle*, Ed. Vuibert, Collection : Gestion, 2<sup>nd</sup> édition ISBN-10 : 2-7117-7685-5, (1998).

Tatikonda M.V. Empirical study of platform and derivative product development projects. *Journal of Product Innovation Management*, vol. 16, n°1, pp. 3-26, (1999).

Thonemann, U.W. et Brandeau, M.L. Optimal Commonality in Component Design. *Operations Research*, vol. 48, pp. 1-19, (2000).

Thonemann, U.W. and Bradley, J.R. The Effect of Product Variety on Supply Chain-Performance. *European Journal of Operational Research*, vol. 143, pp. 548–569, (2002).

Tseng, H.E., Chang, C.C., et Chang, S.H. Applying case-based reasoning for product configuration in mass customization environments. *Expert Systems with Applications*, vol. 29, pp. 913-925, (2005).

## **U.**

---

Ulrich, K., et Tung, K. Fundamentals of product modularity. In: Sharon, A. (Ed.), *Issues in Design Manufacture/Integration*, vol. 39, pp. 73-79, ASME, New York, (1991).

Ulrich, K.T. The Role of Product Architecture in the Manufacturing Firm. *Research Policy*, vol. 24, pp. 419-440, (1995).

Ulrich, K.T., Randall, T., Fisher, M. L. et Reibstein, D. Managing Product Variety: A study of the bicycle industry”, in *Product Variety Management: Research Advances*, T.H. Ho and C. S. Tang (eds.), Kluwer Academic Pubs, (1998).

Ulrich, K.T. et Eppinger, S. D. Product Design and Development. *New York: McGraw-Hill, Inc.*, 2<sup>nd</sup> Edition, ISBN-10 : 0-07-229647-X, (2000).

Uzumeri, M. et Sanderson S. A Framework for Model and Product Family Competition. *Research Policy*, vol. 24, pp. 583–607, (1995).

## **V.**

---

Vilas, O.C. et Vandaele, N. A cost and operations based product heterogeneity index. *International Journal of Production Economics*, vol. 79, n°1, pp.45-55, (2002).

## **W.**

---

Watanabe, C. et Ane, B. K. Constructing a virtuous cycle of manufacturing agility: concurrent roles of modularity in improving agility and reducing lead time. *Technovation*, vol. 24, pp. 573-583, (2004).

Whang, S. et Lee, H.L. Value of postponement from variability reduction through uncertainty resolution and forecast improvements. In T. Ho and C. Tang, editors, *Product Variety Management: Research Advances*, chap. 4, pp. 66–84. Kluwer Academic Publishers, (1998).

## **Y.**

---

Yahiaoui, A et Frein, Y. Efficient heuristics to design a stock of semi-finished products. In *12th IFAC Symposium on Control Problems in Manufacturing - INCOM*. Saint-Etienne, France, (2006).

Yahiaoui, A., Briant, O. et Frein, Y. An Exact Method To Assembly End Products From A Stock Of Semi-Finished Product, *4th International Conference on Management and Control of Production and Logistics - MCPL*, Sibiu, Roumanie, (2007).

Yang, B. et Burns, N. A Conceptual Framework of Postponed Manufacturing and its Impact on Global Competitive Performance. *6th International Symposium on International Manufacturing*, pp. 177-185, (2001).

Yano, C.A. et Dobson, G. Profit Optimizing Product Line Design, Selection and Pricing with Manufacturing Cost Consideration. In *Product Variety Management: Research Advances*, T.H. Ho and C. S. Tang eds. Kluwer Academic Pubs, (1998).

***Z.***

---

Zamirowski, E. J. et Otto, K.N. Identifying Product Portfolio Architecture Modularity Using Function and Variety Heuristics. *ASME Design Engineering Technical Conferences - Design Theory and Methodology*, Paper n° DETC99/DTM-8760, Las Vegas, NV, USA, September 12-15, (1999).

Zhang, A.X. Demand fulfilment rates in an assemble-to-order system with multiple products and dependent demands. *Production and Operation Management*, vol. 6, n°3, pp. 309-324, (1997).





## **Sur le choix des produits semi-finis dans un contexte de très forte diversité**

### **Résumé**

Les travaux présentés dans cette thèse portent sur la problématique de choix des produits semi-finis (*PSF*) à stocker dans un contexte de très forte diversité. Après avoir dressé un état de l'art de tout ce qui se rapporte à la diversité de produits. Nous nous sommes positionnés dans une optique de mise en place de cette diversité en adoptant une politique d'assemblage à la commande. Il est question de déterminer les différents *PSF* à stocker. Pour ce faire, nous faisons appel à deux critères pour évaluer les différentes compositions de stock de *PSF*, *i) le nombre de type de PSF stockés :  $N_{PSF}$  et ii) le temps moyen d'assemblage :  $TMA$* . Nous proposons deux approches : 1) Pour un  $N_{PSF}$  fixé, déterminer les références de *PSF* à stocker qui permettent de satisfaire la demande de produits en minimisant le  $TMA$ . 2) Déterminer le nombre et les références des *PSF* à stocker permettant de garantir un temps d'assemblage fixé au moindre coût. Suivant l'approche, nous avons proposé des formulations mathématiques des problèmes, ainsi que des heuristiques et des méthodes exactes pour résoudre ces problèmes.

**Mots clés :** Assemblage à la commande, gestion de la diversité, gamme d'assemblage, relaxation lagrangienne.

## **On the choice of semi-finished products in a context of high product variety**

### **Abstract**

The work presented in this thesis deals with the problem of choosing the semi-finished products (*SFP*) to be stored in a context of high product variety. After presenting a state of the art on product variety, we have adopted an assembly to order policy to implement this variety. The question is to find the various *SFP* to store. We use two criteria to evaluate the various stock compositions of *SFP*: *i) the number of references of SFP to be stored:  $N_{SFP}$  and ii) the mean assembly time:  $MAT$* . We propose two approaches: 1) for a fixed  $N_{SFP}$ , determine the references of *SFP* to store in order to satisfy the demand of the final product by minimizing the  $MAT$ . 2) Determine the number and the references of the *SFP* to be stored guaranteeing a fixed assembly time at the lowest costs. We proposed mathematical formulations, as well as heuristics and exact methods to solve these problems.

**Keywords:** Assemble to order, product variety management, assembly route, lagrangean relaxation.