HAL open science

ETUDE ET DEVELOPPEMENT DE LA MESURE INDIRECTE D'EFFORTS - Application à l'identification des sources internes d'un moteur Diesel

Q. Leclere

To cite this version:

Q. Leclere. ETUDE ET DEVELOPPEMENT DE LA MESURE INDIRECTE D'EFFORTS - Application à l'identification des sources internes d'un moteur Diesel. Sciences de l'ingénieur [physics]. INSA de Lyon, 2003. Français. NNT : . tel-00415989

HAL Id: tel-00415989

https://theses.hal.science/tel-00415989v1

Submitted on 11 Sep 2009

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° d'ordre 03 ISAL 0082 Année 2003

Thèse

ÉTUDE ET DÉVELOPPEMENT DE LA MESURE INDIRECTE D'EFFORTS
Application à l'identification des sources internes d'un moteur Diesel

présentée devant

L'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon

pour obtenir

le grade de docteur

École doctorale : Mécanique, Énergétique, Génie Civil, Acoustique (MEGA)
Spécialité : Acoustique

par

Quentin LECLÈRE
Ingénieur diplômé de l'INSA de Lyon

Soutenue le 8 décembre 2003 devant la commission d'examen

Jury

M. BOYER Jean-Claude	INSA (Lyon)	
M. GUYADER Jean-Louis	INSA (Lyon)	Directeur
M. LAULAGNET Bernard	INSA (Lyon)	
M. POLAC Laurent	Renault - CTR (Rueil Malmaison)	
M. SESTIERI Aldo	Università La Sapienza (Rome)	Rapporteur
M. WAGSTAFF Peter	UTC (Compiègne)	Rapporteur

Thèse préparée au Laboratoire Vibrations Acoustique de l'INSA de Lyon

CORRECTIONS

Apportées au mémoire de thèse

ÉTUDE ET DÉVELOPPEMENT DE LA MESURE INDIRECTE D'EFFORTS
Application à l'identification des sources internes d'un moteur Diesel

par **Quentin LECLÈRE**, soutenue le 8 décembre 2003

Les changements rapportés ici ont été réalisés après la reproduction initiale de la thèse.

Section 3.1.4, equation (3.14)

$$[S_{XX}]_{mm} = \overline{[\chi]}_{mp}[\chi]^T_{mp},$$

$$\text{avec } [\chi]_{mp} = \overline{[\Phi]}_{mp}{}^{\ulcorner}\sigma_{\lrcorner pp}.$$

au lieu de

$$[S_{XX}]_{mm} = [\chi]_{mp}[\chi]^*_{mp},$$

$$\text{avec } [\chi]_{mp} = [\Phi]_{mp}{}^{\ulcorner}\sigma_{\lrcorner pp}.$$

Et ce dans le but de satisfaire la définition de l'autospectre $S_{12} = \langle \bar{X}_1 X_2 \rangle$.

Section 3.2.3, equation (3.22)

$$\overline{\{F_{(\omega)}\}}_n\{F_{(\omega)}\}^T_n = (\overline{[H_{(\omega)}]}_{mn})^+\overline{\{X_{(\omega)}\}}_m\left(([H_{(\omega)}]_{mn})^+\{X_{(\omega)}\}_m\right)^T,$$

$$[S_{FF}]_{nn} = \overline{[H_{(\omega)}]}^+_{mn}[S_{XX}]_{mm}([H_{(\omega)}]^+_{mn})^T,$$

au lieu de

$$\{F_{(\omega)}\}_n\{F_{(\omega)}\}^*_n = ([H_{(\omega)}]_{mn})^+\{X_{(\omega)}\}_m\left(([H_{(\omega)}]_{mn})^+\{X_{(\omega)}\}_m\right)^*,$$

$$[S_{FF}]_{nn} = [H_{(\omega)}]^+_{mn}[S_{XX}]_{mm}([H_{(\omega)}]^+_{mn})^*,$$

Section 3.2.3, equation (3.28)

$$[\chi_R]_{rp} = \overline{[\Phi]}_{rp}{}^{\ulcorner}\sigma_{\lrcorner pp}.$$

au lieu de

$$[\chi_R]_{rp} = [\Phi]_{rp}{}^{\ulcorner}\sigma_{\lrcorner pp}.$$

Section 3.2.3, equation (3.29)

$$\overline{[\chi]}_{mp}[\chi_R]^T_{rp} = \overline{[\chi]}_{mp}{}^{\ulcorner}\sigma_{\lrcorner pp}[\Phi]^*_{rp}.$$

au lieu de

$$[\chi]_{mp}[\chi_R]^*_{rp} = [\chi]_{mp}{}^{\ulcorner}\sigma_{\lrcorner pp}[\Phi]^*_{rp}.$$

Section 3.2.3, equation (3.30)

$$[\chi]_{mp} = \overline{[S_{XR}][\Phi]}_{rp}{}^{\ulcorner}\sigma_{\lrcorner pp}^{-1}.$$

au lieu de

$$[\chi]_{mp} = [S_{XR}][\Phi]_{rp}{}^{\ulcorner}\sigma_{\lrcorner pp}^{-1}.$$

Section 3.2.3, equation (3.32)

$$[S_{FF}]_{nn} = \overline{[\varphi]}_{np}[\varphi]^T_{np}.$$

au lieu de

$$[S_{FF}]_{nn} = [\varphi]_{np}[\varphi]^*_{np}.$$

Septembre 2003

INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES DE LYON

***Directeur* : STORCK A.**

***Professeurs* :**

AUDISIO S.	PHYSICOCHIMIE INDUSTRIELLE
BABOT D.	CONT. NON DESTR. PAR RAYONNEMENTS IONISANTS
BABOUX J.C.	GEMPPM***
BALLAND B.	PHYSIQUE DE LA MATIERE
BAPTISTE P.	PRODUCTIQUE ET INFORMATIQUE DES SYSTEMES MANUFACTURIERS
BARBIER D.	PHYSIQUE DE LA MATIERE
BASTIDE J.P.	LAEPSI****
BAYADA G.	MECANIQUE DES CONTACTS
BENADDA B.	LAEPSI****
BETEMPS M.	AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE
BIENNIER F.	PRODUCTIQUE ET INFORMATIQUE DES SYSTEMES MANUFACTURIERS
BLANCHARD J.M.	LAEPSI****
BOISSON C.	VIBRATIONS-ACOUSTIQUE
BOIVIN M. (Prof. émérite)	MECANIQUE DES SOLIDES
BOTTA H.	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Développement Urbain
BOTTA-ZIMMERMANN M. (Mme)	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Développement Urbain
BOULAYE G. (Prof. émérite)	INFORMATIQUE
BOYER J.C.	MECANIQUE DES SOLIDES
BRAU J.	CENTRE DE THERMIQUE DE LYON - Thermique du bâtiment
BREMOND G.	PHYSIQUE DE LA MATIERE
BRISSAUD M.	GENIE ELECTRIQUE ET FERROELECTRICITE
BRUNET M.	MECANIQUE DES SOLIDES
BRUNIE L.	INGENIERIE DES SYSTEMES D'INFORMATION
BUREAU J.C.	CEGELY*
CAVAILLE J.Y.	GEMPPM***
CHANTE J.P.	CEGELY*- Composants de puissance et applications
CHOCAT B.	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Hydrologie urbaine
COMBESCURE A.	MECANIQUE DES CONTACTS
COUSIN M.	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Structures
DAUMAS F. (Mme)	CENTRE DE THERMIQUE DE LYON - Energétique et Thermique
DOUTHEAU A.	CHIMIE ORGANIQUE
DUFOUR R.	MECANIQUE DES STRUCTURES
DUPUY J.C.	PHYSIQUE DE LA MATIERE
EMPTOZ H.	RECONNAISSANCE DE FORMES ET VISION
ESNOUF C.	GEMPPM***
EYRAUD L. (Prof. émérite)	GENIE ELECTRIQUE ET FERROELECTRICITE
FANTOZZI G.	GEMPPM***
FAVREL J.	PRODUCTIQUE ET INFORMATIQUE DES SYSTEMES MANUFACTURIERS
FAYARD J.M.	BIOLOGIE FONCTIONNELLE, INSECTES ET INTERACTIONS
FAYET M.	MECANIQUE DES SOLIDES
FERRARIS-BESSO G.	MECANIQUE DES STRUCTURES
FLAMAND L.	MECANIQUE DES CONTACTS
FLORY A.	INGENIERIE DES SYSTEMES D'INFORMATIONS
FOUGERES R.	GEMPPM***
FOUQUET F.	GEMPPM***
FRECON L.	REGROUPEMENT DES ENSEIGNANTS CHERCHEURS ISOLES
GERARD J.F.	INGENIERIE DES MATERIAUX POLYMERES
GERMAIN P.	LAEPSI****
GIMENEZ G.	CREATIS**
GOBIN P.F. (Prof. émérite)	GEMPPM***
GONNARD P.	GENIE ELECTRIQUE ET FERROELECTRICITE
GONTRAND M.	PHYSIQUE DE LA MATIERE
GOUTTE R. (Prof. émérite)	CREATIS**
GOUJON L.	GEMPPM***
GOURDON R.	LAEPSI****.
GRANGE G.	GENIE ELECTRIQUE ET FERROELECTRICITE
GUENIN G.	GEMPPM***
GUICHARDANT M.	BIOCHIMIE ET PHARMACOLOGIE
GUILLOT G.	PHYSIQUE DE LA MATIERE
GUINET A.	PRODUCTIQUE ET INFORMATIQUE DES SYSTEMES MANUFACTURIERS
GUYADER J.L.	VIBRATIONS-ACOUSTIQUE
GUYOMAR D.	GENIE ELECTRIQUE ET FERROELECTRICITE
HEIBIG A.	MATHEMATIQUE APPLIQUEES DE LYON
JACQUET-RICHARDET G.	MECANIQUE DES STRUCTURES
JAYET Y.	GEMPPM***
JOLION J.M.	RECONNAISSANCE DE FORMES ET VISION
JULLIEN J.F.	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Structures
JUTARD A. (Prof. émérite)	AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE
KASTNER R.	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Géotechnique
KOULOUMDJIAN J.	INGENIERIE DES SYSTEMES D'INFORMATION
LAGARDE M.	BIOCHIMIE ET PHARMACOLOGIE
LALANNE M. (Prof. émérite)	MECANIQUE DES STRUCTURES
LALLEMAND A.	CENTRE DE THERMIQUE DE LYON - Energétique et thermique
LALLEMAND M. (Mme)	CENTRE DE THERMIQUE DE LYON - Energétique et thermique
LAUGIER A.	PHYSIQUE DE LA MATIERE

Mai 2003

LAUGIER C.	BIOCHIMIE ET PHARMACOLOGIE

LAURINI R.	INFORMATIQUE EN IMAGE ET SYSTEMES D'INFORMATION
LEJEUNE P.	UNITE MICROBIOLOGIE ET GENETIQUE
LUBRECHT A.	MECANIQUE DES CONTACTS
MASSARD N.	INTERACTION COLLABORATIVE TELEFORMATION TELEACTIVITE
MAZILLE H.	PHYSICOCHIMIE INDUSTRIELLE
MERLE P.	GEMPPM***
MERLIN J.	GEMPPM***
MIGNOTTE A. (Mle)	INGENIERIE, INFORMATIQUE INDUSTRIELLE
MILLET J.P.	PHYSICOCHIMIE INDUSTRIELLE
MIRAMOND M.	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Hydrologie urbaine
MOREL R.	MECANIQUE DES FLUIDES ET D'ACOUSTIQUES
MOSZKOWICZ P.	LAEPSI****
NARDON P. (Prof. émérite)	BIOLOGIE FONCTIONNELLE, INSECTES ET INTERACTIONS
NIEL E.	AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE
NORTIER P.	DREP
ODET C.	CREATIS**
OTTERBEIN M. (Prof. émérite)	LAEPSI****
PARIZET E.	VIBRATIONS-ACOUSTIQUE
PASCAULT J.P.	INGENIERIE DES MATERIAUX POLYMERES
PAVIC G.	VIBRATIONS-ACOUSTIQUE
PELLETIER J.M.	GEMPPM***
PERA J.	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Matériaux
PERRIAT P.	GEMPPM***
PERRIN J.	INTERACTION COLLABORATIVE TELEFORMATION TELEACTIVITE
PINARD P. (Prof. émérite)	PHYSIQUE DE LA MATIERE
PINON J.M.	INGENIERIE DES SYSTEMES D'INFORMATION
PONCET A.	PHYSIQUE DE LA MATIERE
POUSIN J.	MODELISATION MATHEMATIQUE ET CALCUL SCIENTIFIQUE
PREVOT P.	INTERACTION COLLABORATIVE TELEFORMATION TELEACTIVITE
PROST R.	CREATIS**
RAYNAUD M.	CENTRE DE THERMIQUE DE LYON - Transferts Interfaces et Matériaux
REDARCE H.	AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE
RETIF J-M.	CEGELY*
REYNOUARD J.M.	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Structures
RIGAL J.F.	MECANIQUE DES SOLIDES
RIEUTORD E. (Prof. émérite)	MECANIQUE DES FLUIDES
ROBERT-BAUDOUY J. (Mme) (Prof. émérite)	GENETIQUE MOLECULAIRE DES MICROORGANISMES
ROUBY D.	GEMPPM***
ROUX J.J.	CENTRE DE THERMIQUE DE LYON – Thermique de l'Habitat
RUBEL P.	INGENIERIE DES SYSTEMES D'INFORMATION
SACADURA J.F.	CENTRE DE THERMIQUE DE LYON - Transferts Interfaces et Matériaux
SAUTEREAU H.	INGENIERIE DES MATERIAUX POLYMERES
SCAVARDA S.	AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE
SOUIFI A.	PHYSIQUE DE LA MATIERE
SOUROUILLE J.L.	INGENIERIE INFORMATIQUE INDUSTRIELLE
THOMASSET D.	AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE
THUDEROZ C.	ESCHIL – Equipe Sciences Humaines de l'Insa de Lyon
UBEDA S.	CENTRE D'INNOV. EN TELECOM ET INTEGRATION DE SERVICES
VELEX P.	MECANIQUE DES CONTACTS
VIGIER G.	GEMPPM***
VINCENT A.	GEMPPM***
VRAY D.	CREATIS**
VUILLERMOZ P.L. (Prof. émérite)	PHYSIQUE DE LA MATIERE

***Directeurs de recherche C.N.R.S.* :**

BERTHIER Y.	MECANIQUE DES CONTACTS
CONDEMINE G.	UNITE MICROBIOLOGIE ET GENETIQUE
COTTE-PATAT N. (Mme)	UNITE MICROBIOLOGIE ET GENETIQUE
ESCUDIE D. (Mme)	CENTRE DE THERMIQUE DE LYON
FRANCIOSI P.	GEMPPM***
MANDRAND M.A. (Mme)	UNITE MICROBIOLOGIE ET GENETIQUE
POUSIN G.	BIOLOGIE ET PHARMACOLOGIE
ROCHE A.	INGENIERIE DES MATERIAUX POLYMERES
SEGUELA A.	GEMPPM***
VERGNE P.	LaMcos

***Directeurs de recherche I.N.R.A.* :**

FEBVAY G.	BIOLOGIE FONCTIONNELLE, INSECTES ET INTERACTIONS
GRENIER S.	BIOLOGIE FONCTIONNELLE, INSECTES ET INTERACTIONS
RAHBE Y.	BIOLOGIE FONCTIONNELLE, INSECTES ET INTERACTIONS

***Directeurs de recherche I.N.S.E.R.M.* :**

PRIGENT A.F. (Mme)	BIOLOGIE ET PHARMACOLOGIE
MAGNIN I. (Mme)	CREATIS**

** **CEGELY*** *CENTRE DE GENIE ELECTRIQUE DE LYON*
*** **CREATIS*** *CENTRE DE RECHERCHE ET D'APPLICATIONS EN TRAITEMENT DE L'IMAGE ET DU SIGNAL*
****GEMPPM* *GROUPE D'ETUDE METALLURGIE PHYSIQUE ET PHYSIQUE DES MATERIAUX*
*****LAEPSI* *LABORATOIRE D'ANALYSE ENVIRONNEMENTALE DES PROCEDES ET SYSTEMES INDUSTRIELS*

INSA DE LYON
DEPARTEMENT DES ETUDES DOCTORALE
Septembre 2003

Ecoles Doctorales et Diplômes d'Etudes Approfondies

habilités pour la période 1999-2003

ECOLES DOCTORALES n° code national	RESPONSABLE PRINCIPAL	CORRESPONDANT INSA	DEA INSA n° code national	RESPONSABLE DEA INSA
CHIMIE DE LYON **(Chimie, Procédés, Environnement)** **EDA206**	M. D. SINOU UCBL1 04.72.44.62.63 Sec 04.72.44.62.64 Fax 04.72.44.81.60	**M. R. GOURDON** 87.53 Sec 84.30 Fax 87.17	Chimie Inorganique **910643** Sciences et Stratégies Analytiques **910634** Sciences et Techniques du Déchet **910675**	 M. R. GOURDON Tél 87.53 Fax 87.17
ECONOMIE, ESPACE ET MODELISATION DES COMPORTEMENTS **(E^2MC)** **EDA417**	M.A. BONNAFOUS LYON 2 04.72.72.64.38 Sec 04.72.72.64.03 Fax 04.72.72.64.48	**Mme M. ZIMMERMANN** 60.91 Fax 87.96	Villes et Sociétés **911218** Dimensions Cognitives et Modélisation **992678**	Mme M. ZIMMERMANN Tél 60.91 Fax 87.96 M. L. FRECON Tél 82.39 Fax 85.18
ELECTRONIQUE, ELECTROTECHNIQUE, AUTOMATIQUE **(E.E.A.)** **EDA160**	**M. D. BARBIER** INSA DE LYON 85.47 Fax 60.82		Automatique Industrielle **910676** Dispositifs de l'Electronique Intégrée **910696** Génie Electrique de Lyon **910065** Images et Systèmes **992254**	M. M. BETEMPS Tél 85.59 Fax 85.35 M. D. BARBIER Tél 85.47 Fax 60.82 M. J.P. CHANTE Tél 87.26 Fax 85.30 Mme I. MAGNIN Tél 85.63 Fax 85.26
EVOLUTION, ECOSYSTEME, MICROBIOLOGIE , MODELISATION **(E2M2)** **EDA403**	**M. J.P FLANDROIS** UCBL1 04.78.86.31.50 Sec 04.78.86.31.52 Fax 04.78.86.31.49	**M. S. GRENIER** 79.88 Fax 85.34	Analyse et Modélisation des Systèmes Biologiques **910509**	M. S. GRENIER Tél 79.88 Fax 85.34
INFORMATIQUE ET INFORMATION POUR LA SOCIETE **(EDIIS)** **EDA 407**	**M. L. BRUNIE** INSA DE LYON 87.59 Fax 80.97		Documents Multimédia, Images et Systèmes d'Information Communicants **992774** Extraction des Connaissances à partir des Données **992099** Informatique et Systèmes Coopératifs pour l'Entreprise **950131**	M. A. FLORY Tél 84.66 Fax 85.97 M. J.F. BOULICAUT Tél 89.05 Fax 87.13 M. A. GUINET Tél 85.94 Fax 85.38
INTERDISCIPLINAIRE SCIENCES-SANTE **(EDISS)** **EDA205**	**M. A.J. COZZONE** UCBL1 04.72.72.26.72 Sec 04.72.72.26.75 Fax 04.72.72.26.01	**M. M. LAGARDE** 82.40 Fax 85.24	Biochimie **930032**	M. M. LAGARDE Tél 82.40 Fax 85.24
MATERIAUX DE LYON **UNIVERSITE LYON 1** **EDA 034**	**M. J. JOSEPH** ECL 04.72.18.62.44 Sec 04.72.18.62.51 Fax 04.72.18.60.90	**M. J.M. PELLETIER** 83.18 Fax 85.28	Génie des Matériaux : Microstructure, Comportement Mécanique, Durabilité **910527** Matériaux Polymères et Composites **910607** Matière Condensée, Surfaces et Interfaces **910577**	M. J.M.PELLETIER Tél 83.18 Fax 85.28 M. H. SAUTEREAU Tél 81.78 Fax 85.27 M. G. GUILLOT Tél 81.61 Fax 85.31
MATHEMATIQUES ET INFORMATIQUE FONDAMENTALE **(Math IF)** **EDA 409**	**M. F. WAGNER** UCBL1 04.72.43.27.86 Fax 04.72.43.00.35	**M. J. POUSIN** 88.36 Fax 85.29	Analyse Numérique, Equations aux dérivées partielles et Calcul Scientifique **910281**	M. G. BAYADA Tél 83.12 Fax 85.29
MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE CIVIL, ACOUSTIQUE **(MEGA)** **EDA162**	**M. F. SIDOROFF** ECL 04.72.18.61.56 Sec 04.72.18.61.60 Fax 04.78.64.71.45	**M. G.DALMAZ** 83.03 Fax 04.72.89.09.80	Acoustique **910016** Génie Civil **992610** Génie Mécanique **992111** Thermique et Energétique **910018**	M. J.L. GUYADER Tél 80.80 Fax 87.12 M. J.J.ROUX Tél 84.60 Fax 85.22 M. G. DALMAZ Tél 83.03 Fax 04.78.89.09.80 M. J. F. SACADURA Tél 81.53 Fax 88.11

En grisé : Les Ecoles doctorales et DEA dont l'INSA est établissement principal

Remerciements

Je tiens à remercier en premier lieu Bernard Laulagnet, pour son soutien assidu à la fois sur le plan technique et administratif, pour l'intérêt et le temps qu'il a consacré à mon travail, et surtout pour une certaine idée de la recherche scientifique qu'il a su me transmettre au cours de ces trois années d'études. Mes remerciements vont également à Charles Pezerat, qui a co-encadré cette thèse, pour les nombreux échanges fructueux qui m'ont aidé à comprendre beaucoup de choses, ainsi que pour la relecture rigoureuse tant sur le fond que sur la forme de ce rapport. Je remercie Laurent Polac, qui est à l'origine du sujet et qui a encadré cette thèse pour le compte de Renault. Ses visites régulières au laboratoire, ses vastes (inépuisables ?) connaissances dans le domaine de la vibro-acoustique moteur et enfin son intérêt sincère et constant ont énormément contribué à l'avancement de mon travail.
Je remercie Aldo Sestieri et Peter Wagstaff d'avoir accepté de faire la relecture de ce rapport. Je leur suis reconnaissant pour le temps qu'ils ont consacré à ce travail et pour leurs regards extérieurs qui m'ont permis de considérer le sujet sous des angles différents, avec plus de recul. Mes remerciements vont également à Jean-Claude Boyer, directeur du département GMC, et Jean-Louis Guyader, directeur du LVA, qui ont accepté de faire partie du jury.
Ce travail de thèse à été réalisé au sein du laboratoire Vibrations-Acoustique de l'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon. L'ambiance régnant au laboratoire, assurée par l'ensemble des membres permanents et non permanents, m'a permis de vivre ces trois années de thèse dans les meilleurs conditions possibles. Merci à Tonio, pour son support technique éclairé, à Claude et Nacer, pour leurs dépannages en analyse numérique, à Etienne pour ses connaissances de motoriste, d'acousticien et pour les critiques constructives qu'il a faites sur ce rapport. Merci à Céline pour ses connaissances et son aide en mesures, à Morvan pour son soutien en éléments finis, et à Lionel pour son assistance au banc moteur. Merci et pardon à Nicolas qui a partagé pendant trois ans mon bureau, devant maintes et maintes fois témoigner un intérêt à propos d'un programme, d'un résultat ou d'une courbe quelconque qui me paraissait alors d'une importance capitale...
Merci enfin à Claire, qui partage ma vie depuis quelques années déjà, et qui a supporté (dans tous les sens du terme) mes efforts face à ce long travail qui a souvent empiété sur notre vie commune...

Table des matières

Introduction **1**

I Contexte scientifique **3**

1 Le moteur Diesel : une source vibro-acoustique complexe **5**
1.1 les sources internes du moteur Diesel 6
1.1.1 Les efforts d'inertie 6
1.1.2 Les efforts de combustion 7
1.1.3 Le rôle des jeux de fonctionnement 10
1.2 L'identification des sources internes et des voies de transfert 11
1.2.1 Les méthodes appliquées au moteur en fonctionnement 11
1.2.2 Les méthodes appliquées au moteur inerte 14
1.2.3 La modélisation en éléments finis 16

2 L'identification de sources vibratoires **19**
2.1 L'identification de sources dans le domaine vibro-acoustique : un problème inverse 19
2.2 L'identification des sources vibratoires localisées *a priori* 22
2.2.1 Description du comportement dynamique de la structure étudiée 23
2.2.2 Inversion de la matrice de transfert 25
2.2.3 Optimisation de l'inversion de la matrice de transfert 27
2.2.4 Méthode d'inversion en coordonnées modales 28
2.2.5 Conditionnement du problème inverse 30
2.2.6 Méthodes de régularisation 34
2.2.7 Incertitude sur les efforts reconstruits 37

3 Analyse spectrale de systèmes stationnaires - application à l'identification de sources vibratoires localisées *a priori* **39**
3.1 L'analyse statistique des vibrations de systèmes stationnaires 39
3.1.1 autospectre moyenné 40
3.1.2 Interspectre et cohérence 40
3.1.3 L'analyse spectrale conditionnée (ASC) 42
3.1.4 L'analyse spectrale en composantes principales (ASP) 44
3.1.5 ASC *versus* ASP 47

3.2 L'identification des sources vibratoires stationnaires à partir de mesures interspectrales moyennées . . . 47
3.2.1 Champ d'accélération cohérent . . . 48
3.2.2 Sources *a priori* décorrélées . . . 48
3.2.3 Champ d'accélérations partiellement cohérent : cas général . . . 49

II Contribution aux techniques de mesure indirecte d'efforts 53

4 Stratégies de pondération 55
4.1 Normalisation de la matrice de transfert . . . 56
4.1.1 Principe . . . 56
4.1.2 Illustration numérique sur une structure simple . . . 57
4.2 Pondération basée sur les cohérences des fonctions de transfert . . . 60
4.3 Conclusion . . . 62

5 Méthode des moindres carrés totaux - application à la mesure indirecte d'efforts 63
5.1 Les moindres carrés totaux . . . 63
5.1.1 Principe de la méthode . . . 63
5.1.2 Moindres carrés et moindres carrés totaux - confrontation numérique . . . 65
5.2 Application des moindres carrés totaux à la mesure indirecte d'efforts . . . 67
5.2.1 Cas général des réponses partiellement corrélées . . . 67
5.2.2 Pondération des moindres carrés totaux . . . 68
5.2.3 Pondération des lignes du système . . . 68
5.2.4 Pondération des colonnes du système . . . 68
5.2.5 Solution au sens des moindres carrés totaux pondérés . . . 69
5.3 Indicateurs de succès des moindres carrés et des moindres carrés totaux . . . 70
5.3.1 Résidu . . . 70
5.3.2 Conditionnement de la matrice de transfert . . . 71
5.3.3 Comparaison des estimations moindres carrés et moindres carrés totaux . . . 71
5.4 Conclusion . . . 72

6 Mise en œuvre expérimentale 73
6.1 Dispositif expérimental . . . 73
6.1.1 Phases d'acquisition . . . 75
6.2 Analyse Spectrale en composantes Principales . . . 76
6.3 Reconstruction des excitations . . . 78
6.3.1 Confrontation des méthodes d'inversion utilisant les moindres carrés pondérés . . . 78
6.3.2 Optimisation de l'inversion (effet de la pondération des moindres carrés . . . 79
6.3.3 Utilisation des moindres carrés totaux (MCT) . . . 82
6.3.4 Limitation du nombre de réponses utilisées . . . 83
6.4 Utilisation d'un modèle éléments finis . . . 85
6.4.1 Le modèle . . . 85
6.4.2 Reconstruction des excitations à partir de transferts calculés . . . 86

6.5 Conclusion 88

III Modélisation du moteur Diesel F9Q 89

7 Caractérisation expérimentale du bloc moteur 91
7.1 Mesure des transferts de l'excitation combustion-culasse 91
7.1.1 Excitation acoustique 91
7.1.2 Excitation solidienne 96
7.2 Mesure des transferts de l'excitation piston-fût 98
7.3 Mesure des transferts des moments et forces aux paliers vilebrequin 99
7.3.1 Dispositifs d'excitation 99
7.3.2 Recomposition des fonctions de transfert en efforts et moments purs . . . 101
7.3.3 Effet des masses des leviers d'excitation 103
7.4 Comparaison des différents transferts mesurés 111
7.5 Conclusion 112

8 Modélisation numérique du bloc moteur 113
8.1 Présentation du modèle 113
8.2 Calcul de base modale enrichie par des modes de déformation statique 114
8.2.1 Calcul de la base modale 114
8.2.2 Enrichissement par des modes de déformation pseudo-statiques 114
8.3 Calcul des transferts 116
8.3.1 Simulation des excitations 116
8.4 Conclusion 117

9 Comparaison des transferts mesurés et calculés 119
9.1 Transferts de la combustion et du basculement de piston 119
9.2 Transferts des moments et forces aux paliers vilebrequin 120
9.3 Conclusion 121

IV Identification des sources internes du moteur Diesel F9Q 123

10 Mesures réalisées sur le moteur F9Q en fonctionnement 125
10.1 Description du banc moteur 125
10.2 Présentation des résultats 126
10.3 Analyse spectrale des acquisitions 127
10.3.1 Analyse des pressions cylindre 128
10.3.2 Analyse des réponses vibratoires 130
10.4 Conclusion 131

11 Modélisation des excitations *pistons-fûts* et *vilebrequin-paliers* du moteur F9Q 133
11.1 Dynamique du monocylindre 134
11.2 Modélisation quasi-statique du vilebrequin du F9Q 135
11.3 Modèle d'excitation 4 cylindres en lignes - application au moteur F9Q 137

11.4 Réponse dynamique du moteur : confrontation modèle - mesures en fonctionnement . . . 142
11.5 Conclusion . . . 143

12 Reconstitution des excitations internes du moteur F9Q par mesure indirecte 147
12.1 Reconstitution des efforts sans tenir compte des pressions cylindres mesurées . . 148
12.2 Reconstitution des efforts en tenant compte des pressions cylindres mesurées . . 150
12.2.1 Insertion des pressions cylindres comme données *a priori* . . . 150
12.2.2 Solution au sens des moindres carrés totaux régularisée . . . 151
12.2.3 Comparaison entre excitations obtenues par mesure indirecte et excitations simulées . . . 152
12.2.4 Hiérarchisation des contributions des efforts internes à la réponse de la structure . . . 155
12.3 Conclusion . . . 158

Conclusions et perspectives 159

Annexes 164

A Modes propres d'une cavité cylindrique 165
A.1 Expression du champ acoustique en coordonnées cylindriques : solution par séparation de variables . . . 165
A.2 Calcul des modes propres d'une cavité cylindrique à parois rigides . . . 167
A.2.1 conditions aux limites sur z . . . 167
A.2.2 conditions aux limites sur r . . . 167
A.2.3 Fonctions et pulsations propres de la cavité cylindrique à parois rigides . 168
A.2.4 Valeurs numériques des premiers ak_{nq} . . . 168

B Principe de la courbe en L pour ajuster le paramètre de régularisation de Tikhonov 171

C Dynamique du monocylindre 175
C.1 Relation géométrique . . . 175
C.2 Équations de mouvement . . . 176
C.3 Résolution des équations en fonction de θ . . . 177
C.4 Résolution à régime fixe . . . 177

D Paramètres massiques et géométriques de l'attelage mobile du F9Q718 179
D.1 Mesures triviales . . . 179
D.2 Position du centre d'inertie de la bielle . . . 179
D.3 Inertie de la bielle . . . 180

E Résultats des calculs statiques du modèle de vilebrequin 181
E.1 résultats du calcul au poste 1 . . . 182
E.2 résultats du calcul au poste 2 . . . 183
E.3 résultats du calcul au poste 3 . . . 184

E.4 résultats du calcul au poste 4 185
E.5 Fonctions de transfert effort transmis au palier / effort appliqué au maneton . . . 186

F Placement des capteurs 187

G Courbes caractéristiques du moteur F9Q - couple et puissance à pleine charge 191

Notations

$\{X\}$	: Vecteur colonne
$\{X\}_m$	: Vecteur colonne de m lignes
$[X]$	: Matrice
$[X]_{mn}$	: Matrice de m lignes et n colonnes
X_{ij}	: j^e terme de la i^e ligne de la matrice $[X]$
$\ulcorner X \lrcorner$	: Matrice diagonale
$\ulcorner I \lrcorner$	: Matrice identité
$\|\{X\}\|$	: Norme Euclidienne du vecteur $\{X\}$
$\|[X]\|_{fro}$	: Norme de Frobenius de la matrice $[X]$
$\mathcal{R}([X])$	: Ensemble vectoriel des combinaisons linéaires des vecteurs colonnes de la matrice $[X]$
$\bar{X}$	: Conjugué de X
$[X]^T$	: Transposée de $[X]$
$[X]^*$	: Transposée de la conjuguée de $[X]$
$[X]^+$	: Pseudo-inverse de $[X]$
$[X]^{W+}$	: Pseudo-inverse pondérée de $[X]$
$\langle X \rangle_n$	: Moyennage de n valeurs de X
S_{ii}	: Autospectre de la voie i
S_{ij}	: Interspectre entre les voies i et j
$S_{ii.r}$	: Autospectre de la voie i conditionné par la voie r
$S_{ij.r}$	: Interspectre entre les voies i et j conditionné par la voie r
$S_{ii.r1,...rn}$	: Autospectre de la voie i conditionné par les voies $r1$, $r2$, ... rn
$S_{ij.r1,...rn}$	: Interspectre entre les voies i et j conditionné par les voies $r1$, $r2$, ... rn
γ^2_{ij}	: Cohérence entre les voies i et j
$\gamma^2_{ij.r}$	: Cohérence partielle entre les voies i et j conditionnées par la voie r
$\gamma^2_{ij.r1,...rn}$	: Cohérence partielle entre les voies i et j conditionnées par les voies $r1$, $r2$, ... rn
$\gamma^2_{i:r1,...rn}$	: Cohérence multiple de la voie i par rapport aux voies $r1$, $r2$, ... rn
$\|S_{ii}\|^b$	: Autospectre S_{ii} de la voie i intégré par bandes de fréquences
$\|\gamma^2_{ij}\|^b$	: Cohérence γ^2_{ij} entre les voies i et j calculée par bandes de fréquences

Abréviations

ASC	: Analyse Spectrale Conditionnée
ASP	: Analyse Spectrale en composantes Principales
BEM	: Méthode des éléments finis de frontière (*Boundary Element Method*
CNM	: Indice *combustion noise meter*
COP	: Coté Opposé Poussée du fût
CP	: Coté Poussée du fût (coté sur lequel le piston est plaqué en phase de détente)
DDL	: degrés de liberté
EF	: Éléments Finis
FFT	: Transformée de Fourier rapide (*Fast Fourier Transform*)
FRF	: Fonction de transfert (*Frequency Response Function*)
GMP	: Groupe MotoPropulseur
NAH	: Holographie acoustique en champ proche (*Nearfield Acoustical Holography*)
MC	: Moindres Carrés
MCT	: Moindres Carrés Totaux
PMH	: Point mort haut
SV	: Source Virtuelle
SVD	: Décomposition en valeurs singulières (*Singular Value Decomposition*)
TSVD	: Décomposition en valeurs singulières tronquée (*Truncated Singular Value Decomposition*)
TPA	: Analyse des voies de transfert (*Transfer Path Analysis*)

Introduction

La compréhension du comportement vibratoire d'une machine est un enjeu industriel dont l'importance n'a cessé d'augmenter durant ces dernières dizaines d'années. La déformation dynamique non maîtrisée d'une structure peut entraîner un vieillissement prématuré des composants, ou encore des nuisances sonores et vibratoires inacceptables. Ce dernier point est d'autant plus important dans le contexte actuel que les réglementations et les attentes des clients sont de plus en plus exigeantes. La prédiction de la déformation dynamique d'une machine en fonctionnement comporte deux principaux aspects : la description du comportement dynamique de la structure de la machine, et la connaissance des efforts qui lui sont appliqués. Le premier aspect a fait l'objet ces dernières années du développement de techniques de plus en plus performantes. Pour ce qui est du second aspect, les efforts appliqués sont parfois mesurés sur la machine en fonctionnement. Cependant, la mesure directe d'efforts internes de machines est souvent difficile, voir impossible, on a alors recours dans de nombreux cas à leur modélisation. La validité du modèle dynamique complet de la machine (structure et efforts) est évaluée par comparaison du résultat avec des mesures réalisées sur la machine en fonctionnement. Le concept de mesure indirecte d'efforts est de partir de ce type de mesures en fonctionnement, couplées à un modèle du comportement dynamique de la structure, pour reconstruire les excitations par approche inverse. Le problème à l'origine de ce travail de thèse, proposé par un industriel du secteur automobile, concerne l'évaluation des efforts aux paliers vilebrequin d'un moteur Diesel en régime stationnaire. L'automobile est un secteur pour lequel la technologie et les performances augmentent constamment, dopées par un marché dynamique et une concurrence farouche. La réglementation évolue également dans ce secteur, en imposant des normes de pollution et de bruit de plus en plus sévères et souvent contradictoires au niveau technologique. La bonne connaissance de la source moteur est de plus en plus incontournable pour pouvoir satisfaire dès la conception des cahiers des charges exigeants. Le développement d'une méthode de diagnostic permettant d'évaluer des efforts aux paliers vilebrequin d'un moteur par mesure indirecte s'inscrit précisément dans le cadre de cette problématique.

L'application de la mesure indirecte d'efforts au moteur thermique est située au carrefour de trois grandes familles de sujets d'études et de recherches. La première d'entre elles concerne bien sûr l'objet étudié : le moteur thermique en tant que source vibro-acoustique. La seconde est la famille des problèmes inverses en vibrations, auxquels s'apparente la mesure indirecte d'efforts. La troisième est la famille de la mesure et de l'analyse de systèmes vibrants stationnaires comportant de nombreuses voies d'acquisition. Les deux dernières familles auraient put être traitées simultanément, si l'on part du principe que les problèmes inverses sont toujours associés à une problématique de mesure. Cependant, les problèmes soulevés par les deux familles sont différents, et sont souvent découplés dans la littérature. La première partie de ce travail, intitulée

contexte scientifique, s'articule autour de ces trois principaux axes en leur consacrant chacun un chapitre.
La seconde partie, intitulée *Contribution aux techniques de mesure indirecte d'efforts*, rassemble les développements originaux développés au cours de ce travail autour de la mesure indirecte. Elle comporte un premier chapitre dédiée au développement de différentes stratégies de pondération des moindres carrés, technique permettant d'optimiser le problème inverse qu'est la mesure indirecte d'efforts. La technique de pondération des moindres carrés, bien que simple et pragmatique, est relativement peu utilisée dans la littérature concernant la mesure indirecte. Les différents principes de pondération proposés se positionnent de manière originale dans le contexte scientifique actuel. Le second chapitre de cette partie concerne l'étude de la méthode des moindres carrés totaux, ainsi que son application à la mesure indirecte d'efforts. La méthode des moindres carrés totaux est assez répandue dans différents domaines scientifiques, mais n'avait pas encore été employée dans la littérature pour résoudre les problèmes de mesure indirecte d'efforts. Un dernier chapitre est consacré à la description d'une expérience visant d'une part à mettre en œuvre les différentes techniques exposées dans la première partie de cette thèse, et d'autre part à évaluer dans un cas pratique les développements originaux proposés en seconde partie.
Les troisième et quatrième parties sont consacrées à l'application des techniques de mesure indirecte d'efforts au moteur Diesel F9Q fournit par Renault. La méthode d'identification d'effort utilise un modèle dynamique de la structure. La troisième partie de la thèse, *Modélisation du moteur Diesel F9Q*, est dédiée à la construction de ce modèle. Un premier chapitre expose une approche expérimentale. Un moteur inerte identique au moteur sur banc est utilisé pour réaliser des mesures de transferts. Le second chapitre expose une approche numérique basée sur l'exploitation d'un modèle éléments finis. Le dernier chapitre est consacré à la comparaison des modèles obtenus par les deux approches expérimentale et numérique.
La quatrième partie, *Identification des sources internes du moteur Diesel F9Q*, est consacrée à l'étude pratique des excitations internes du moteur. Le premier chapitre est dédié à la description du banc moteur, ainsi qu'au pré-conditionnement des mesures. Le second chapitre est dédié à la modélisation, par un modèle d'attelage mobile, des efforts internes fournissant une base de comparaison des efforts reconstruits par mesure indirecte. Enfin, le dernier chapitre de cette partie et de ce travail de thèse est consacré à la reconstitution des excitations internes du moteur F9Q en régime stationnaire par mesure indirecte d'efforts.

Première partie

Contexte scientifique

Chapitre 1

Le moteur Diesel : une source vibro-acoustique complexe

De nombreux phénomènes internes au moteur peuvent être considérés comme des sources vibratoires. Ces sources provoquent la déformation dynamique du bloc moteur et sont donc vues de l'extérieur comme une source vibratoire unique (cf. figure 1.1). Les principales sources internes sont de nature périodique en régime stationnaire, comme pour la plupart des machines tournantes. Leurs transformées de Fourier sont donc discrètes, c'est à dire que l'énergie est concentrée sur certaines fréquences, dites harmoniques, dépendantes du régime moteur. L'autre caractéristique de la source moteur est due au comportement vibratoire de la structure même du bloc, dont la réponse dépend de la fréquence. Les vibrations produites et donc le bruit rayonné résultent de la combinaison des excitations et de la réponse dynamique du bloc (cf. figure 1.2).

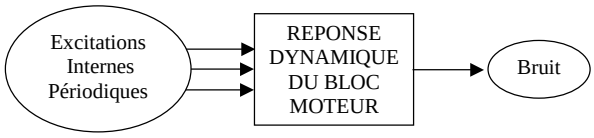


FIG. 1.1 – Génération du bruit de moteur

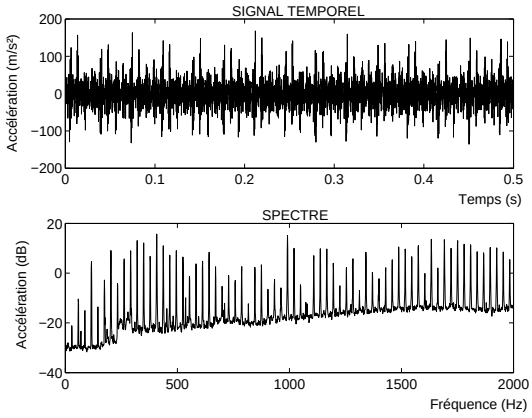


FIG. 1.2 – Exemple d'accélération mesurée sur un bloc moteur : signal temporel et spectre

Un nombre considérable de travaux a été dédié lors des cinquante dernières années à la modélisation et la hiérarchisation des sources internes du moteur Diesel, de manière à mieux comprendre la physique réelle et ainsi pouvoir continuellement améliorer les performances acoustiques. Plusieurs types de classification existent lorsqu'il s'agit d'inventorier ces phénomènes : on peut considérer d'une part les excitations mécaniques (solidiennes), provoquées aux contacts entre parties mobiles (principalement pistons et vilebrequin) et partie fixe (bloc moteur), et d'autre part les excitations des gaz (aériennes), provoquées par la forte pression générée par les explosions au niveau de la culasse et des hauts de fûts (voir la revue de Grover et Lalor [GL 73]). Un autre type de classification va considérer d'une part les efforts dits d'inertie, provoqués par les mouvements alternatifs de translation et de rotation des pistons et bielles, et d'autre part les efforts dits de combustion (à l'origine du claquement Diesel), engendrés par les explosions. Les efforts d'inertie ainsi qu'une partie des efforts de combustion sont générés aux contacts entre parties mobiles et partie fixe, le reste des efforts de combustion correspondant aux excitations des gaz (voir l'article de Priede [PRI 80]). Les deux types de classification sont schématisés sur la figure (1.3). Ce schéma permet de souligner le fait que les efforts dits mécaniques (engendrés par l'attelage mobile) résultent de la combinaison des efforts d'inertie et les efforts générés par la combustion.

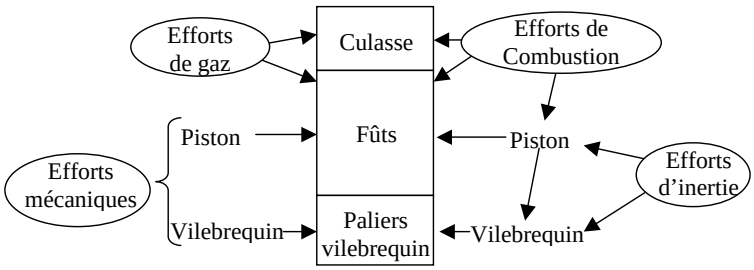


FIG. 1.3 – Classification des efforts internes du moteur Diesel

La classification efforts d'inertie - efforts de combustion sera utilisée dans la première partie de ce chapitre pour exposer les différents phénomènes en jeu. Une seconde partie est consacrée d'une part aux techniques utilisées pour identifier les différentes sources internes du moteur Diesel et d'autre part aux travaux réalisés pour quantifier les multiples voies de transfert vibratoire.

1.1 les sources internes du moteur Diesel

1.1.1 Les efforts d'inertie

Les efforts d'inertie sont inhérents à la dynamique de l'attelage mobile (voir Swoboda [SWO 84]). Ces efforts dépendent du régime moteur, et sont déterminés par les données géométriques, massiques et inertielles des parties mobiles (pistons, bielles, et vilebrequin). Ces forces inertielles sont de nature quasi-sinusoïdale, et se situent dans les basses fréquences (les toutes premières harmoniques du régime moteur). Les efforts d'inertie sont appliqués d'une part

par l'intermédiaire des pistons sur les faces internes des fûts, et d'autre part par le vilebrequin sur les paliers vilebrequin du carter. Pour estimer les efforts d'inertie, la démarche généralement adoptée est l'étude de la dynamique du monocylindre (cf. figure 1.4). Les efforts d'inertie sont calculés explicitement dans le cas du moteur Diesel étudié dans la troisième partie de ce rapport de thèse.

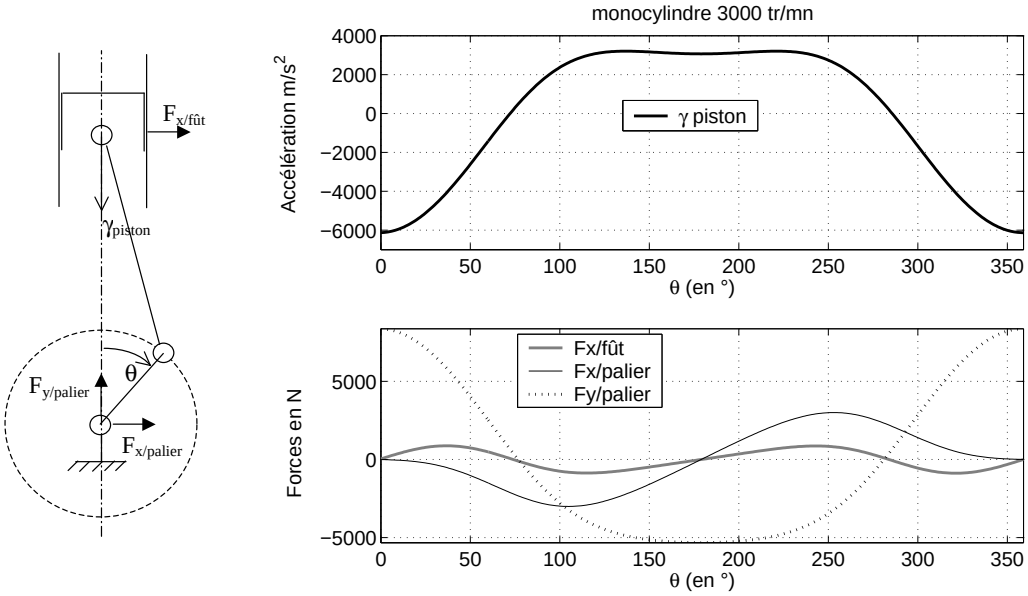


FIG. 1.4 – Efforts d'inertie calculés par la dynamique du monocylindre (vitesse de rotation constante = 3000 tr/mn)

1.1.2 Les efforts de combustion

Le fort dégagement de chaleur provoqué par la combustion spontanée du mélange air-gazole produit une augmentation importante et brève de la pression cylindre, l'explosion. Cette explosion a pour but de créer une poussée sur le piston de manière à entraîner le vilebrequin en rotation. L'amplitude des efforts de combustion dépend donc de la puissance (charge) demandée au moteur. Les efforts générés par l'explosion sont, contrairement aux efforts d'inertie, de nature impulsionnelle (cf figure 1.5).

Cependant, les excitations restant périodiques, leurs spectres restent discrets. Leurs formes temporelles se rapprochant d'un impact, les efforts de combustion contiennent davantage d'harmoniques en moyennes et hautes fréquences que les efforts d'inertie, bien que l'essentiel de l'énergie reste concentré sur les basses fréquences.

L'évolution de la pression cylindre au cours du temps a cet avantage d'être directement mesurable. Un capteur de pression peut être placé dans le cylindre à la place, par exemple, d'une bougie de préchauffage (Le signal représenté sur la figure 1.5 est issu d'un tel capteur). De nombreux travaux ont été consacrés à l'étude de la pression cylindre et de son lien avec le bruit de combustion. Deux paramètres de la courbe de pression sont déterminants sur le bruit : le niveau P_{max}, pression maximum atteinte, et la dérivée dP/dt, taux d'augmentation de pression

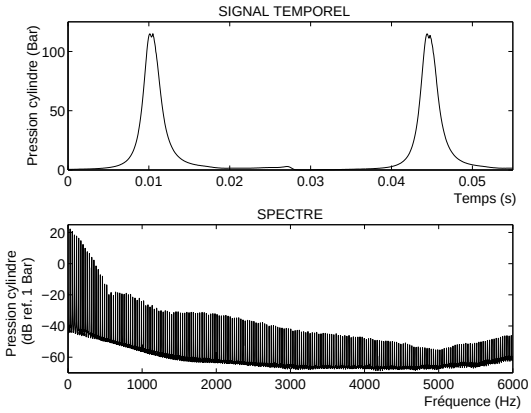


FIG. 1.5 – Mesure de pression de combustion : signal temporel et spectre (source interne Renault)

pendant la combustion. La transformée de Fourier est un outil largement utilisé pour l'analyse de ce signal. Le niveau des basses fréquences du spectre de combustion est gouverné par P_{max}, tandis que la partie moyenne fréquence est étroitement liée au taux d'augmentation de pression (voir les articles de Tung et Crocker, [TC 82] et de Schaberg *et al.* [SPD 90]). Cette partie moyennes fréquences du spectre gouverne l'importance du claquement Diesel. En effet, plus le taux d'augmentation de pression est important, plus l'explosion se rapproche d'un choc, et plus les hautes fréquences sont excitées. Des pics peuvent apparaître en hautes fréquences (au dessus de 4 kHz). Ils correspondent sur le signal temporel à des oscillations de pression juste après la combustion. Ces pics sont liés aux modes de cavité de la chambre, phénomène décrit par Hickling [HFS 78]. Cependant, avec les progrès réalisés grâce à la pré-injection, la courbe de pression cylindre a été fortement lissée, et le claquement Diesel ne contient généralement plus assez de hautes fréquences pour exciter les modes de cavité (voir les articles de Russel [RUS 82], [RH 85] et de Schaberg *et al.* [SPD 90]).
Il est intéressant de comparer les signaux de pression cylindre d'un moteur Diesel, à auto-allumage, par rapport à ceux d'un moteur essence, à allumage commandé. Pour cela, nous avons tracé sur la figure 1.6 la pression dans un cylindre de moteur Diesel (1.9L DCi) et dans celui d'un moteur essence (1.2L) fonctionnant à la même charge au même régime (50 %, 2000 tr/mn). On constate évidemment sur les signaux temporels que la pression maximum est plus importante pour le moteur Diesel, mais cela ne gouverne que la partie basses fréquences des spectres de combustion. La transformée de Fourier des deux signaux montre la différence fondamentale entre un signal de pression essence et Diesel : l'explosion essence ne fournit pas d'harmoniques au delà de 1 kHz (on mesure alors uniquement du bruit de fond), tandis que le spectre Diesel est encore riche en harmoniques. Étant donné que la partie du spectre gouvernant le bruit de combustion se situe justement dans ces moyennes et hautes fréquences, on comprend bien que le bruit de combustion est un problème caractéristique des moteurs Diesel.
Les efforts générés par l'explosion sont répartis sur les surfaces exposées de la culasse, des fûts et des pistons. Les efforts appliqués aux fûts et à la culasse sont transmis directement au bloc moteur (excitation aérienne), tandis que les efforts appliqués aux pistons sont transmis au bloc par l'intermédiaire des pistons d'une part, et par le vilebrequin (via les bielles) d'autre part (efforts mécaniques, cf. figure 1.3). La voie de transfert mécanique des efforts de combustion est relativement complexe, car elle met en jeu la déformation élastique de l'attelage mobile et

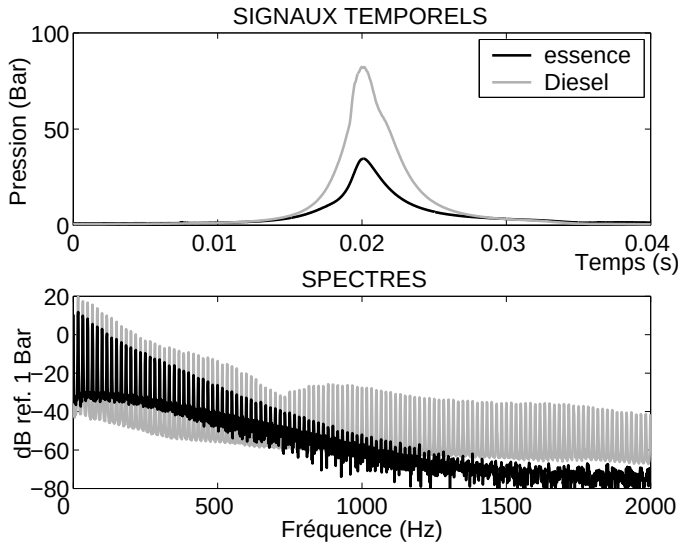


FIG. 1.6 – Comparaison de la pression cylindre essence et Diesel (source interne Renault)

du bloc moteur (voir les articles de Priede [PRI 79], [PRI 80] et de Dejong et Parsons [DP 80]). Les efforts résultants, schématisés sur la figure 1.7, se situent d'une part au niveau des fûts

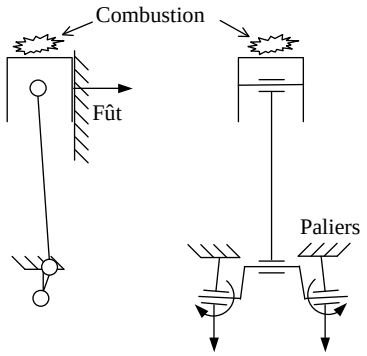


FIG. 1.7 – Efforts mécaniques dus à la combustion

coté « poussée » pour le piston, et d'autre part au niveau des paliers du bloc moteur pour le vilebrequin. Cette dernière voie de transfert solidienne est considérée comme la plus importante des deux, en raison de la position de l'attelage mobile au moment de l'explosion. La quasi totalité de l'effort de combustion est encaissée par le palier, causant un important effort vertical ainsi que des moments provoquant la flexion des paliers adjacents (cf. [IHK 81], [PBGG 85], [AIK$^+$ 00]). De plus, la partie basse du bloc moteur (paliers et jupes) est plus souple que la partie haute (fûts et culasse), ce qui contribue à amplifier cette voie de transfert. De nombreux travaux ont d'ailleurs été consacrés à la rigidification de cette partie du bloc ([GL 73], [PRI 80], [KOY 90]).

1.1.3 Le rôle des jeux de fonctionnement

Les jeux, nécessaires au bon fonctionnement des différentes liaisons de l'attelage mobile, sont à l'origine de nombreux chocs. Les impacts entre solides métalliques produisent des excitations dont le spectre peut être très large bande. Des jeux de fonctionnement sont présents notamment entre le piston et le fût, et entre le vilebrequin et les paliers vilebrequin. Les espaces laissés par ces jeux, plus ou moins remplis d'huile, servent à améliorer le rendement des liaisons en diminuant les frottements. Les jeux de fonctionnement ont un effet important sur le bruit moteur. En effet, lorsque l'effort appliqué à la partie mobile (piston ou vilebrequin) de la liaison subit un brusque changement de sens, cette partie mobile va aller s'appuyer sur la face opposée de la partie fixe, produisant un choc (voir l'exemple du piston figure 1.8). Si l'on ne considère que

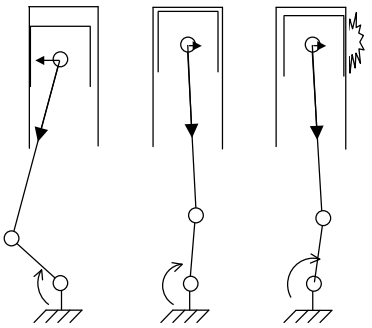


FIG. 1.8 – Choc provoqué par le jeu de fonctionnement entre le piston et le fût (*piston-slap*)

les efforts d'inertie, ce cas de figure apparaît au niveau du piston. L'effort transversal appliqué au piston du fait des effets d'inertie ne change pas moins de quatre fois au cours d'un aller-retour de piston, de quoi provoquer de nombreux chocs (huit par poste et par cycle, cf. [RUS 82]).
Le rôle des jeux devient réellement critique lorsque la combustion intervient. Le choc au niveau du piston au PMH (point mort haut) au moment de l'explosion résulte de la combinaison des efforts de gaz et du changement de sens de l'obliquité de la bielle. C'est à ce moment là que le basculement de piston, ou *piston-slap*, produit un choc qui peut être non négligeable par rapport aux autres sources. Plus la force transversale est importante, plus le piston va prendre de la vitesse lors de son basculement d'une face à l'autre du fût, et plus le choc va être fort. Ce phénomène a fait l'objet de nombreuses études. Haddad et Pullen [HP 74], Priede [PRI 79], Yawata et Crocker [YC 83], et Nakashima *et al.* [NYS 99] ont traité de l'effet de la variation du jeu de fonctionnement piston-cylindre sur le basculement de piston, et constaté une augmentation du bruit en augmentant le jeu. Un modèle de basculement prenant en compte la dynamique du système piston bielle et le jeu de fonctionnement a été mis au point en 1965 par Ungar et Ross [UR 65]. De nombreux autres modèles ont été mis au point par la suite, prenant en compte non seulement le mouvement transversal du piston, mais aussi sa rotation autour de la tête de bielle (cf. Haddad et Howard, [HH 80], Haddad [HAD 95]). Les modèles les plus perfectionnés prennent en compte également les raideurs de jupes de pistons, l'influence de l'huile et les efforts de friction (Nakashima *et al.* [NYS 99], Cho *et al.* [CAK 02]). Des mesures ont été effectuées de manière à valider ces dernières générations de modèles (cf. Okubo *et al.* [OKY 89], Nakada *et al.* [NYA 97], Haddad et Tjan [HT 95]). Ces mesures sont réalisées en positionnant des capteurs de déplacement sur le piston, ce qui nécessite un dispositif experimental complexe. Ces derniers

travaux ont permis de mettre en évidence deux mécanismes différents : le *cold slap* (claquement froid) ou *croaking* (croassement), et le *rattling* (crépitement). Comme leurs noms l'indiquent, les deux phénomènes sont à l'origine de bruits différents. Le premier génère un bruit plutôt basses fréquences et à caractère tonal, et apparaît à bas régime. Le second produit un bruit hautes fréquences assez large bande (voir l'article de Kamp et Spermann [KS 95]) et apparaît à plus haut régime. Le *cold-slap* résulte d'un basculement relativement simple d'un coté à l'autre du fût (semblable au mécanisme schématisé par la figure 1.8), et le rattling résulte d'un mouvement plus complexe impliquant plusieurs allers-retours d'une face à l'autre. Ces deux phénomènes sont bien décrits dans les articles de Kamp et Spermann [KS 95], et de Nakada *et al.* [NYA 97].
Le même phénomène de changement de sens d'effort est observé au niveau de la liaison vilebrequin paliers. Le vilebrequin est en théorie supporté par le film d'huile présent entre le coussinet de palier et les manetons. L'évolution du jeu — l'épaisseur du film d'huile — a fait l'objet de mesures moteur en fonctionnement. Dans une étude de Ishihama *et al.* [IHK 81], la déformée du vilebrequin est déterminée par la mesure des jeux pour chaque palier. Il est constaté qu'au moment de la combustion sur un poste, le jeu inférieur s'annule presque complètement pour les deux paliers adjacents. Cette réduction extrême du jeu peut être à l'origine de chocs entre le vilebrequin et le palier.

1.2 L'identification des sources internes et des voies de transfert

1.2.1 Les méthodes appliquées au moteur en fonctionnement

La séparation bruit mécanique d'inertie — bruit de combustion

La méthode la plus évidente pour séparer le bruit d'inertie du bruit de combustion est de supprimer l'un des deux phénomènes. Sur un moteur en fonctionnement, les efforts d'inerties sont inévitables. On peut par contre supprimer les explosions. Le vilebrequin est alors entraîné en rotation par un système externe (cf. Leipold et Hardenberg [LH 75], Priede [PRI 79], Ishihama *et al.* [IHK 81], Tinaut *et al.* [TMG$^+$ 00]). Connaissant les effets des efforts d'inertie, on peut les soustraire au bruit total moteur en fonctionnement pour obtenir les effets des efforts de combustion.
Une autre méthode, développée par Priede [PRI 80], utilise le fait que le bruit d'inertie dépend du régime, tandis que le bruit de combustion dépend de la charge. La méthode consiste à faire varier la charge du moteur à régime constant. Tant que le bruit n'augmente pas avec la charge, le phénomène prépondérant est causé par les inerties. A partir d'une charge critique, appelée pression cylindre critique, le bruit va augmenter avec la charge, voir figure 1.9. Au dessus de cette charge critique, on peut dire que le phénomène prépondérant devient la combustion. Le calcul de l'atténuation de structure — rapport entre le spectre de combustion et le bruit de combustion — devient alors possible. Ce concept, introduit en 1958 par Austen et Priede, a été abordé dans de nombreux papiers (cf. Murayama *et al.* [MKS 76], Priede [PRI 80], Russel et Haworth [RH 85]). L'atténuation de structure est un concept fondamental car c'est une propriété intrinsèque du moteur : elle ne dépend théoriquement ni de la charge, ni du régime. Une fois le spectre d'atténuation de structure connu, le bruit de combustion devient directement accessible au niveau de la pression

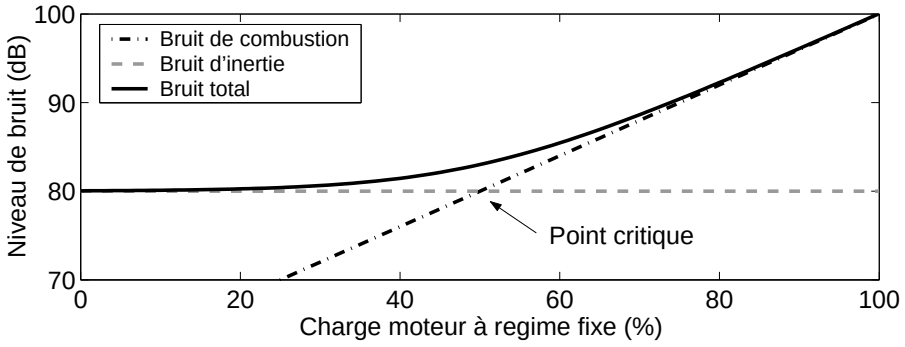


FIG. 1.9 – Détermination de la pression cylindre critique

cylindre via un filtrage approprié : c'est le CNM (*combustion noise meter*). Des techniques alternatives ont été développées pour déterminer l'atténuation de structure. En effet, avec les progrès effectués sur le bruit de combustion, la charge critique devenait difficile à atteindre, de sorte que le bruit d'inertie n'était plus négligeable même à forte charge. Ces techniques consistent à faire augmenter le bruit de combustion par d'autres moyens : utilisation de carburants spéciaux, réglage des paramètres d'injection (ref. Russel [RUS 82], Russel et Haworth [RH 85]).
Une troisième méthode de séparation bruit de combustion — bruit d'inertie s'appuie sur la différence de répartition temporelle des deux phénomènes. En effet, la combustion est un phénomène de nature impulsionnelle, et apparaît à un moment précis du cycle, tandis que les efforts d'inertie qui sont de nature quasi sinusoïdale se répartissent sur la totalité du cycle. Il est donc possible d'isoler la combustion par un fenêtrage temporel, en considérant que sur cet intervalle de temps la combustion est le phénomène fortement prépondérant (cf. Pischinger *et al.* [PSL 79], Alpini *et al.* [ABRT 80], Guyader *et al.* [GSLHB 01]).

La séparation bruit de combustion — basculement de piston

La séparation des sources internes devient plus difficile lorsqu'on veut séparer les efforts mécaniques des efforts dus aux gaz. Des études ont été notamment consacrées à la séparation de l'effort de combustion et du choc provoqué par le basculement de piston. Ces deux phénomènes sont en effet connus pour avoir des causes partiellement différentes, leur hiérarchisation étant par conséquent intéressante. Un moyen très pratique est la minimisation du choc dû au basculement par une minimisation du jeu piston-fût (cf. Haddad et Pullen [HP 74]). Une diminution notoire du bruit du moteur est alors constatée, cette diminution permettant de quantifier le bruit de basculement de piston. La méthode de fenêtrage temporelle, utilisée pour la séparation bruit de combustion — bruit d'inertie, a également été mis en œuvre pour séparer la combustion du basculement (cf. Kojima *et al.* [KOJ 89]). En effet, les deux phénomènes n'apparaissent pas exactement au même moment au cours du cycle. Ils ont tous les deux lieu aux environs du PMH, mais un léger décalage (le basculement intervenant après l'auto-allumage) permet avec un fenêtrage approprié d'isoler les deux phénomènes.

Les méthodes utilisant les cohérences

De nombreux travaux ont été consacrés à l'application de techniques de traitement du signal utilisant la cohérence. Ces méthodes reposent sur une analyse statistique robuste de signaux stationnaires largement décrite dans des ouvrages de Bendat et Piersol [BP 80], et de Jenkins et Watts [JW 68]. Le principe de base de cet outil est qu'il est possible de séparer les effets de deux sources stationnaires si ces deux sources ont une cohérence nulle. Pratiquement, deux signaux stationnaires ont une cohérence nulle si le déphasage de leurs spectres est aléatoire suivant la fenêtre temporelle observée. Leur interspectre moyenné sur un nombre suffisant de fenêtres temporelles est alors nul. De la même manière, si deux sources sont partiellement cohérentes, il est possible de séparer les effets des parties non cohérentes, les parties cohérentes restant indiscernables. Ces techniques sont abordées plus largement au chapitre 3.
Plusieurs études ont été consacrées à l'application de ces techniques au moteur. Alfredson [ALF 77] tenta ainsi d'identifier les contributions des surfaces externes du bloc moteur sur le bruit rayonné. Yawata et Crocker [YC 83] tentèrent de séparer les sources internes du moteur, et de calculer ainsi l'atténuation de structure. Ces deux études se heurtèrent à l'inconvénient majeur de l'application au moteur de la méthode des cohérences : les sources internes du moteur sont étroitement cohérentes, c'est à dire que leurs phases relatives sont déterministes. Plusieurs papiers (cf. Chung *et al.* [CCH 75], Alpini *et al.* [ABRT 80], Yawata et Crocker [YC 83]) soulignent le fait que les signaux de pressions cylindres, qui sont pourtant physiquement totalement indépendants, observent des cohérences mutuelles très importante. Chung *et al.* [CCH 75], et alpini *et al.* [ABRT 80], ont développé des modèles de cohérence multiple pour accéder au bruit externe cohérent à toutes les pressions cylindre. Cependant, ce bruit ne correspond pas entièrement au bruit de combustion, ce dernier étant très cohérent avec le bruit mécanique (notamment *piston-slap*). Hayes *et al.* [HSH 79] et Kanda *et al.* [KOY 90] ont construit des modèles de cohérence multiple pour séparer le bruit de combustion du bruit de basculement de piston. Ces études souffrent également de l'important niveau de cohérence entre ces deux sources. Des études ont été conduites pour tenter d'altérer le niveau de cohérence entre le bruit mécanique et le bruit de combustion. Russel [RUS 82] et plus récemment Albright [ALB 95] ont introduit un léger décalage variable ou aléatoire de l'injection de manière à rendre indéterminées les phases entre le bruit mécanique et le bruit de combustion. De cette manière, un modèle de cohérence multiple peut être appliqué avec succès. Cela nécessite cependant une altération du fonctionnement du moteur.

La mesure directe ou indirecte des excitations

La méthode la plus efficace pour quantifier une excitation reste la mesure, directe ou indirecte. La mesure directe des pressions cylindres est possible et couramment utilisée en introduisant un capteur de pression dans la chambre de combustion par la culasse. La mesure directe des efforts appliqués aux paliers vilebrequin est aussi possible en introduisant des capteurs de force au niveau des vis de fixation (ref. Ishihama *et al.* [IHK 81], Tinaut *et al.* [TMG$^+$ 00]), cette méthode se bornant toutefois à la mesure de forces, et non de moments. Les techniques de mesure indirecte d'efforts a été également employée. Cette technique consiste à mesurer une quantité reliée à l'effort (contrainte, accélération). Ensuite, à partir de la connais-

sance de la relation entre la quantité mesurée et l'effort, il est possible d'estimer indirectement l'effort recherché. On peut utiliser ce type de technique pour mesurer indirectement la pression cylindre (cf. Cassini *et al.* [CDS 96], Gao et Randall [GR 99], Antoni [ANT 00]). Ce type de méthode a également été mis en œuvre pour mesurer les efforts et moments aux paliers à partir de mesures de contraintes (cf. Aoyama *et al.* [AIK$^+$ 00]). Récemment, Van Herbruggen *et al.* [VHVDLD$^+$ 01] ont appliqué cette technique à la mesure indirecte des sources internes principales d'un moteur à partir de mesures d'accélération. La mesure indirecte d'efforts étant l'objet principal de cette thèse, les difficultés inhérentes à ce type de méthode sont abordés largement au chapitre 2.

1.2.2 Les méthodes appliquées au moteur inerte

Une alternative pour mesurer les effets des différentes sources est de les simuler indépendamment sur un moteur inerte. De nombreux travaux on fait l'objet de simulation de combustion et de basculement de piston. D'autres études sur le moteur inerte concernent la mesure des voies de transfert entre les différentes sources et les vibration du moteur.

Simulation de la combustion

Les systèmes mis en œuvre pour réaliser une simulation de combustion sont en général similaires : Le vilebrequin du moteur inerte est bloqué en position PMH (point mort haut), et une brusque augmentation de pression est provoquée dans une chambre de combustion. On fait donc l'hypothèse que la variation de l'angle du vilebrequin pendant la combustion (phénomène relativement bref par rapport au cycle entier) a peu d'influence. La première technique de simulation de combustion, appelée *Ricardo banger method* a été mise en place dès 1958 par Alcock chez Ricardo (cf. [PRI 80]). La combustion est simulée en allumant un mélange à base de propane dans la chambre. Un dispositif similaire, appelé *single-shot combustion* est décrit dans un article de Hayashi *et al.* [HSTU 81], et repris par Kojima [KOJ 89]. Un deuxième type d'excitation a été mis en œuvre à l'ISVR (*Institute of Sound and Vibration Research*) de l'université de Southampton par Dixon *et al.* [DGP 82]. Il s'agit cette fois d'une excitation par impulsion hydraulique : un fluide sous haute pression est injecté dans la chambre de combustion. Ce système a pour avantage d'être plus précis et mieux reproductible que le précédent. De plus, on peut utiliser une « précharge hydraulique » pour précharger le piston de manière à mieux reproduire les conditions réelles de fonctionnement. Ce système a également été utilisé par Kanda *et al.* [KOY 90]. Un système hydraulique récent a été mis au point par Ozawa et Nakada [ON 99]. Ce système, relativement perfectionné au niveau du contrôle de l'injection de fluide, permet de reproduire très fidèlement une pression cylindre mesurée sur un moteur en condition de fonctionnement.

Simulation du basculement de piston

Des bancs moteurs inertes ont également été mis en place pour simuler le basculement de piston. Une telle méthode a été développée dès 1974 par Haddad et Pullen à l'ISVR [HP 74]. Le phénomène de basculement de piston peut avoir lieu à des hauteurs de fût différentes, mais il

est admis que le basculement le plus sévère a lieu en position PMH, lorsque le piston est soumis aux efforts de gaz. Le piston est donc positionné en PMH, et le vilebrequin bloqué en rotation. un système de doublement de bielle est utilisé pour pouvoir exciter la bielle en rotation autour du maneton du vilebrequin, comme schématisé sur la figure 1.10. Pour provoquer un choc sur

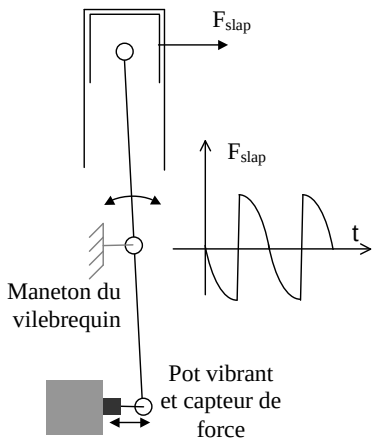


FIG. 1.10 – Simulation du *piston-slap* — méthode Haddad

le bon coté du fût (coté poussée CP), il est nécessaire de donner un profil particulier à l'effort injecté. Le piston doit basculer rapidement du coté opposé poussée (COP) au CP pour produire un choc, mais doit effectuer le trajet inverse lentement de manière à minimiser l'impact sur le COP. Il est ainsi possible, en paramétrant correctement le signal envoyé au pot vibrant, de simuler le régime souhaité. De bonnes corrélation ont été obtenues entre un bruit simulé par ce biais et un bruit moteur enregistré à froid en bas régime, conditions pour lesquels le basculement de piston est la source prépondérante. Un autre système, décrit sur la figure 1.11, est proposé dans les travaux de Okubo *et al.* [OKY 89] et Kanda *et al.* [KOY 90]. Le basculement est simulé

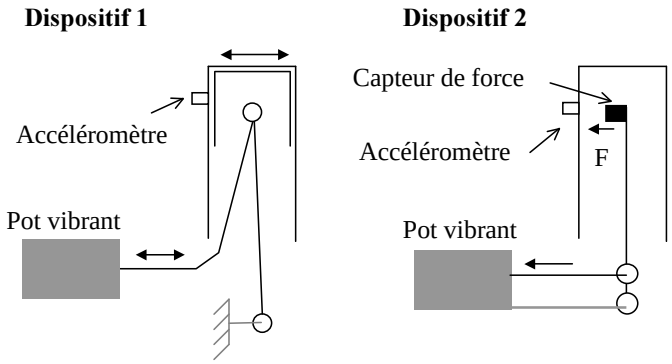


FIG. 1.11 – Simulation du *piston-slap* — méthode Okubo

avec un premier dispositif, relativement similaire au précédent, mais sans la mesure de l'effort : on mesure cette fois la vibration générée à l'extérieur du fût. La quantification de l'effort injecté est obtenu grâce à un second dispositif qui mesure la fonction de transfert entre l'effort interne du fût (appliqué et mesuré par un système type marteau de choc) et la vibration externe.

Mesure des voies de transfert de la combustion

Les voies de transfert de la combustion vers le bruit extérieur sont multiples. Leur quantification et leur hiérarchisation est donc fondamentale lorsque l'on désire réduire efficacement le bruit de combustion transmis. De nombreuses études ont été conduites dans cette optique. Dejong *et al.* ont travaillé sur la quantification des deux voies principales de transmission de la combustion que sont la culasse d'une part, et l'attelage mobile d'autre part (cf. Dejong et Manning [DM 79] et Dejong et Parsons [DP 80]). Chaque pièce composant la voie de transmission est caractérisée individuellement par sonnage au marteau de choc. L'ensemble de la voie de transmission est ensuite assemblé numériquement. Ces travaux, validés sur des mesures moteur en fonctionnement, semblent montrer que la voie de l'attelage mobile est fortement prépondérante en dessous de 2 kHz. Kojima [KOJ 89] et Kanda *et al.* [KOY 90] ont également voulu quantifier les contributions des différentes voies de transmission du bruit de combustion. Pour leurs travaux, ils ont utilisé une simulation de combustion (type *single-shot* ou impulsion hydraulique) couplée à des dispositifs expérimentaux isolant les voies de transfert. Contrairement aux travaux précédents, la voie passant par le piston et le fût est prise en compte. Trois dispositifs sont donc utilisés pour identifier trois voies de transfert (voir figure 1.12).

Le premier dispositif est la configuration classique de simulation de combustion : l'attelage

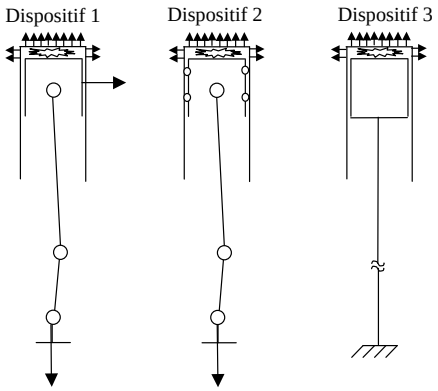


FIG. 1.12 – Mesure des voies de transfert de la combustion

mobile bloqué en PMH. Toutes les voies de transfert sont alors actives, excitation de gaz, effort piston-fût, et effort vilebrequin-palier. Le second dispositif est semblable au premier, sauf que des segments en caoutchouc sont placés sur le piston de manière à amortir l'effort piston fût. La soustraction des effets de ces deux dispositifs caractérise donc l'effort piston-fût. Pour le troisième dispositif, on introduit un faux piston en appui non pas sur l'attelage mobile, mais directement sur le sol. Ce dispositif permet de n'injecter sur la structure que l'excitation des gaz. la quantification de la voie vilebrequin-palier est ensuite déduite par le calcul.

1.2.3 La modélisation en éléments finis

La méthode de modélisation par éléments finis, décrite brièvement dans le chapitre consacré à l'identification de sources vibratoires, est une technique largement utilisée dans l'ingénierie vibro-acoustique moteur. Les progrès réalisés sur les trente dernières années dans ce domaine ont été considérables. La résolution des modèles évoluant désormais avec la puissance de calcul des

ordinateurs, la prédiction devient de plus en plus fiable et la bande de fréquence utile de plus en plus large. La réalisation d'un modèle éléments finis d'un moteur permet aisément de comparer les différentes voies de transfert sans avoir à mettre en œuvre de procédés expérimentaux lourds et coûteux. Cependant, il est encore nécessaire de recaler un modèle éléments finis sur des mesures réelles lorsqu'il s'agit de quantifier les voies de transfert, notamment au niveau de la prise en compte de l'amortissement. Le modèle E.F. représenté en figure 1.13 est utilisé au chapitre 8 pour quantifier les voies de transfert du moteur étudié.

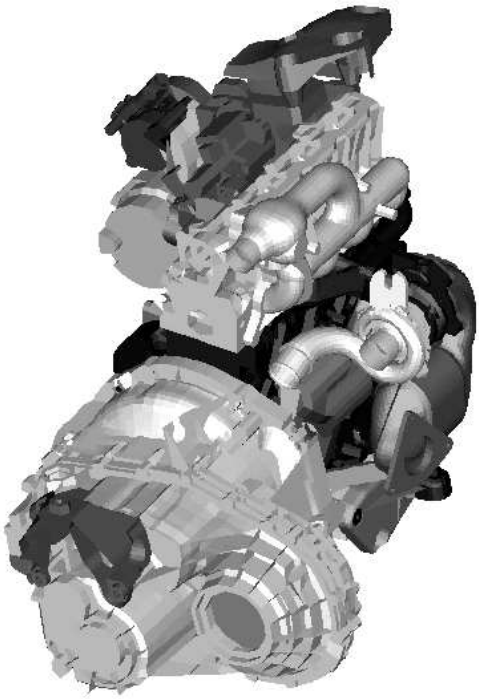


FIG. 1.13 – Modèle éléments finis du moteur Renault F9Q718 1.9L Dci

Chapitre 2

L'identification de sources vibratoires

La connaissance des forces vibratoires agissant sur un système mécanique est un enjeu important lorsqu'il s'agit d'étudier son comportement dynamique. Ces données peuvent être utilisées par exemple comme entrée de modèles numériques type éléments finis en vue de simulations, ou tout simplement dans une optique de diagnostic et de maintenance de machines. Dans un grand nombre de cas, l'utilisation de capteurs de forces placés entre les organes excitateurs et le système étudié est impossible sans modifier de manière significative les liaisons, ou même sans altérer son fonctionnement. Dans d'autres situations, telles que les systèmes soumis à des excitations réparties, mobiles, ou tout simplement non localisées, l'utilisation de capteurs de force est également inappropriée. C'est pourquoi dans bien des cas pratiques les expérimentateurs on recours à des méthodes de mesure indirecte. Ces méthodes se basent d'une part sur des mesures vibratoires de quantités observables (déplacements, vitesses, accélérations, pressions, contraintes ...) et d'autre part sur un modèle dynamique du système. Une première partie de ce chapitre est consacré au positionnement du problème d'identification de sources dans le domaine vibro-acoustique. Une seconde partie est développée sur une méthode d'identification particulière, adaptée à la problématique moteur, pour laquelle les zones d'excitation de la structure sont supposées connues *a priori*.

2.1 L'identification de sources dans le domaine vibro-acoustique : un problème inverse

Un modèle, qu'il soit de nature analytique, numérique, ou encore issu de l'expérimentation, permet de simuler la réponse d'un système à des sollicitations dynamiques. Cette opération est généralement appelée problème direct. Le problème visant la reconstruction des sollicitations à partir de mesures de réponse du système nécessite l'inversion du modèle, étant ainsi qualifié de problème inverse. Il est généralement admis que les problèmes inverses appartiennent souvent à la classe des problèmes dits mal posés. C'est Hadamard [HAD 02] qui introduisit la notion de problème bien ou mal posé au début du siècle dernier. Un problème bien posé selon la définition de Hadamard doit satisfaire les trois conditions suivantes :

– la solution du problème existe,

– la solution est unique,
– la solution est stable.

Les deux premières conditions sont des conditions mathématiques booléennes. La troisième condition est liée à la détermination physique de la solution. Le problème est dit stable (resp. instable) si de faibles variations des données d'entrée du problème entraînent de faibles (resp. importantes) variations sur la solution. Lorsque les deux premières conditions sont satisfaites, la notion de problème bien ou mal posé est donc nuancée, et équivaut à la notion de stabilité. En pratique, de cette stabilité va dépendre la robustesse du problème face aux différents types d'erreur, qu'il s'agisse de l'erreur de mesure ou de l'erreur de modèle. Les problèmes directs sont généralement bien posés car on évalue l'état du système en connaissant les causes de cet état. c'est un processus d'*intégration*, i.e. les états générés par chaque cause peuvent être évalués séparément, et ensuite intégrés. L'évaluation des causes à partir de l'état du système, problème inverse par définition, est un processus de *différentiation*, beaucoup plus complexe à résoudre (cf. Stevens [STE 87]). Le problème direct a toujours une solution unique, tandis que le problème inverse peut ne pas avoir de solution, ou encore en avoir plusieurs. Des travaux récents traitent des problèmes inverses d'un point de vue général (cf. [AUD 94], [OBS 99]). Mathématiquement, il existe deux approches pour traiter les problèmes inverses. L'ouvrage de Tikhonov et Arsenine [TA 76], aborde le problème de façon déterministe. Tarantola [TAR 87] l'aborde d'un point de vue probabiliste, ou bayésien : toutes les données du problème, ainsi que les solutions, sont décrites sous forme de densité de probabilité. L'approche du problème utilisé pour cette thèse, ainsi que pour la plupart des travaux recensés dans la littérature du domaine vibro-acoustique s'apparentent aux méthodes déterministes. On peut cependant citer le travail de Bonnet [BON 91] sur le rayonnement acoustique des structures qui aborde le problème inverse de façon probabiliste.

Deux grandes familles de problématiques vibro-acoustiques s'apparentent à des méthodes inverses. La première a pour but d'identifier des paramètres du modèle du système à partir des mesures des causes et des effets. On peut citer dans ce domaine les méthodes d'analyse modale [LEM 88], les méthodes de recalage de modèles éléments finis [FM 95], ou encore des techniques de modélisation de rayonnement de structures [MF 97]. Notre approche, l'identification de sources, s'apparente à la seconde famille, qui a pour objectif d'identifier les causes sollicitant le système à partir d'un modèle du système et de mesures de son état.

Les méthodes inverses conduisant à l'expression des sources en fonction de quantités mesurées peuvent également être séparées en deux catégories : les méthodes localisant et quantifiant les sources d'une part, et les méthodes quantifiant des sources déjà localisées d'autre part. Dans les deux cas, le fait de mesurer en un nombre fini de points entraîne une nécessaire discrétisation du problème. Les deux familles sont donc semblables d'un point de vue mathématique, on va chercher à reconstruire un ensemble fini de sources à partir d'un ensemble fini de points de mesure. La différence se situe d'une part au niveau de la taille des ensembles, et d'autre part au niveau de la position mathématique des problèmes. On peut généralement dire que les problèmes de localisation sont mal posés par nature, tandis que les problèmes d'identification de sources localisées ne le sont pas forcément. Nous verrons par la suite que suivant la nature des sources et

du système, il existe un nombre fini de sources identifiables intrinsèque au problème. Le nombre de sources recherchées dans les problèmes nécessitant la localisation est souvent supérieur au nombre de sources identifiables. Il s'agit donc typiquement de problèmes mal posés, observant une infinité de solutions, et nécessitant une régularisation.
Pour illustrer cette famille de problèmes impliquant la localisation de sources dans le domaine de l'acoustique, on doit citer en premier lieu les techniques d'imagerie. La technique d'holographie acoustique en champ proche (NAH, cf. Maynard *et al.* [MWL 85], Veronesi et Maynard [VM 89]) a pour objet la reconstruction de la déformation d'une surface vibrante à partir de mesures de pressions en champ proche par rétro-propagation des ondes acoustiques. Cette approche possède les caractères d'un problème inverse mal posé et nécessite une régularisation (cf. Williams [WIL 01]). L'antennerie, également appelée holographie conventionnelle, est une technique semblable à l'holographie en champ proche, mais qui permet d'éloigner le plan de mesure de la surface source à identifier (cf. [DBHW 95], [HC 02]). La distance entre les points de mesure et les points la surface source discrétisée est utilisée pour rétro-propager le champ de pression. Cette technique, plus simple à mettre en œuvre que l'holographie en champ proche, diminue en contrepartie considérablement la résolution spatiale de l'image de la source, à cause de la non prise en compte des ondes évanescentes (voir les comparaisons effectuées dans [MWL 85] et [DBHW 95]). Des méthodes ont également été développées pour identifier la contribution de sources acoustiques en général, que ce soit une source complexe discrétisée ou plusieurs sources indépendantes. La mise en œuvre de ces méthodes nécessite la mesure (ou le calcul) des fonctions de transfert entre les sources et les points de mesure du champ de pression (cf. [DB 96], [NY 00]). Cette technique a l'avantage, contrairement aux techniques d'imagerie, d'être insensible aux réflexions présentent dans les espaces clos, pour la simple raison que ces réflexions sont prises en compte dans les fonctions de transfert mesurées. Les fonctions de transfert peuvent également être calculées par éléments finis de frontière (cf. [SH 01]), la méthode de reconstruction de source complexe est alors appelée inverse BEM (pour inverse boundary element method). Lorsque le nombre de sources est important, cette méthode peut s'apparenter aux problèmes de nature mal posés, et donc nécessiter une régularisation (cf. [SH 01], [NY 00]). Des comparaisons de ces différentes techniques, holographie en champ proche, imagerie, et fonctions de transfert sont réalisées dans plusieurs travaux [DBHW 95], [HN 03].

L'identification de sources vibratoires excitant des structures par des méthodes indirectes a également fait l'objet du développement de nombreuses techniques. L'intensimétrie vibratoire (cf. [NOI 69], [PAV 76]), a été développée pour analyser la propagation des ondes de flexion dans les structures simples. Cette technique permet de tracer une « carte » de la structure représentant en différents points l'orientation des flux de puissance vibratoire. Dans le cas de structures suffisamment amorties, c'est-à-dire peu réverbérantes, la cartographie d'intensité vibratoire et de sa divergence permet d'identifier les sources et les puits d'énergie (cf. [PCCS 93]).

Les méthodes développées par Pézerat [PG 96], Zhang [ZMI 96b][ZMI 96a], et Fregolent [FS 96] se basent sur les équations de déformation des structures étudiées reliant champ d'excitation et champ vibratoire mesuré. La régularisation utilisée est basée sur une optimisation de filtrage passe bas en nombre d'onde des distributions de force, le bruit étant amplifié par les

nombres d'ondes élevés. Le même type d'approche est utilisé par Pézerat [PG 95] avec cette fois un filtrage modal des effort reconstitués (le bruit étant amplifié cette fois par la contribution des modes élevés). Granger et Perottin ([GP 99], [PG 99]) utilisent un modèle modal de la structure, une transformée de fourier spatiale de l'excitation, et une régularisation de type Tikhonov pour reconstruire une excitation répartie. Une approche différente est développée par Shih *et al.* [SZA 89]. Ils observent, à partir d'un système modal de la structure étudiée, l'incohérence spatiale des efforts de manière à obtenir leur nombre et leur localisation. Une idée similaire, développée par Guillaume [GPDS 02] utilise comme information *a priori* le fait que la plupart des efforts recherchés sont en réalité nuls, ce qui revient à dire que le nombre d'efforts est limité et que les efforts recherchés sont ponctuels. Une technique de pondération est ainsi utilisée en plus d'une régularisation classique de manière à minimiser le nombre de sources, permettant ainsi d'affiner la reconstruction des efforts.

Dans de nombreuses applications industrielles, la localisation des sources vibratoires peut être établie *a priori*. Quand cette information est disponible, il est impératif de l'utiliser de manière à simplifier le problème. Contrairement aux problèmes impliquant la localisation des sources, l'identification de sources *a priori* localisées est un problème inverse ne s'apparentant pas forcement à un problème mal posé. Dans le contexte de l'étude du moteur Diesel, les principales zones d'excitation sont connues. La seconde partie de ce chapitre est donc consacrée aux techniques d'identification de sources vibratoires *a priori* localisées.

2.2 L'identification des sources vibratoires localisées *a priori*

On considère dans cette section la mesure indirecte de sources *a priori* localisées excitant une structure à partir de mesures de sa réponse vibratoire (déplacements, vitesses, accélérations, contraintes ...) réalisés en un ensemble de points . Le principe est d'utiliser la structure elle même comme un capteur de force multi-dimensionnel (cf. Stevens [STE 87]). Chaque effort est tout d'abord caractérisé par sa réponse vibratoire sur l'ensemble des points de mesure. La réponse vibratoire mesurée est ensuite décomposée par méthode inverse de manière à déterminer la contribution de chaque effort, pour enfin pouvoir les quantifier individuellement. La procédure classique de mesure indirecte d'efforts s'organise donc comme suit :

- description du comportement de la structure,
- acquisition de la réponse vibratoire de la structure soumise aux sollicitations inconnues,
- reconstruction des sollicitations à partir de la réponse et de l'inversion du modèle de la structure.

Une première section sera consacrée aux différentes approches utilisées pour obtenir une description du comportement de la structure. Ensuite, les méthodes d'inversion utilisées dans la littérature seront exposées.

2.2.1 Description du comportement dynamique de la structure étudiée

On peut distinguer trois approches lorsqu'il s'agit de décrire le comportement dynamique d'une structure mécanique :

- le calcul analytique,
- la discrétisation numérique de la structure,
- l'approche expérimentale.

Le calcul analytique
La première approche se base sur l'obtention des équations reliant directement mouvement de la structure et forces excitatrices. Ces équations sont issues de l'application de la théorie des vibrations des milieux continus dans le cas de structures simples (poutres, plaques, coques), et prennent la forme d'équations aux dérivées partielles (cf. Guyader [GUY 02]). Ce type d'approche est utilisée pour les travaux impliquant la localisation des sources sur des structures simples (cf. Pezerat [PG 96], Zhang [ZP 96a], et Fregolent [FS 96]), nécessitant la modélisation globale de la structure.

La discrétisation numérique
La seconde approche découle de la discrétisation du volume occupé par la structure en un nombre finis d'éléments géométriquement simples, dont on connaît l'équation de mouvement de manière analytique (méthode des éléments finis, cf. [IMB 79]). Cette opération permet la construction d'un modèle discret possédant un nombre de ddls (degrés de liberté) fini m, défini par les mouvements des nœuds présents à la jonction des éléments. L'opération d'assemblage de ces éléments conduit à l'expression des matrices des masses $[M]_{mm}$, raideurs $[K]_{mm}$ et plus rarement amortissements $[C]_{mm}$ caractérisant le système discret. La réponse dynamique du système est finalement gouvernée par l'équation suivante :

$$[M]_{mm}\{\ddot{x}(t)\}_m + [C]_{mm}\{\dot{x}(t)\}_m + [K]_{mm}\{x(t)\}_m = \{f(t)\}_m. \tag{2.1}$$

$\{x(t)\}_m$ et $\{f(t)\}_m$ représentent respectivement le déplacement et la force externe en fonction du temps appliquée à chaque degré de liberté. L'équation (2.1) a la particularité de donner directement la fonction de force $\{f(t)\}$ en fonction des réponses de la structure, et peut donc être appliquée pour quantifier les sources. Cette méthode est utilisée dans la littérature pour résoudre des problèmes d'identification de sources dans le domaine temporel sur des structures ayant un nombre limité de ddls (cf. [BT 87], [LP 92]). Cependant, la procédure la plus courante est de construire la base modale de la structure conservative associée à partir de la formulation harmonique de l'équation (2.1) sans amortissement et sans second membre. On obtient un ensemble de couples pulsations propres - modes propres réels $(\Omega_i; \{X\}_m^i)$. Seules les p premières solutions (rangées par pulsation propre Ω croissante) sont utilisées suivant le domaine fréquentiel considéré. On appelle alors coordonnées modales ou généralisées d'un vecteur quelconque $\{X\}_m$ sa décomposition linéaire $\{X_g\}_p$ sur la base des p modes propres :

$$\{X\}_m = [\Phi]_{mp}\{X_g\}_p, \tag{2.2}$$

avec $[\Phi]_{mp} = [\{X\}^1\{X\}^2...\{X\}^p]$ matrice modale ou matrice de passage.

En utilisant la formulation (2.2), l'équation (2.1) peut être réécrite ainsi :

$$-\omega^2 \ulcorner \mu \lrcorner_{pp}\{X_g\}_p + \ulcorner \kappa \lrcorner_{pp}\{X_g\}_p = \{F_g\}_p, \tag{2.3}$$

$$\text{avec } \ulcorner \mu \lrcorner_{pp} = [\Phi]^T_{mp}[M]_{mm}[\Phi]_{mp},$$
$$\ulcorner \kappa \lrcorner_{pp} = [\Phi]^T_{mp}[K]_{mm}[\Phi]_{mp}$$
$$\text{et } \{F_g\}_p = [\Phi]^T_{mp}\{F\}_m.$$

$\ulcorner \mu \lrcorner$ et $\ulcorner \kappa \lrcorner$ ont la remarquable propriété d'être diagonales, d'après l'orthogonalité des modes propres par rapport à $[M]$ et $[K]$. De plus, elles sont proportionnelles de sorte que :

$$\ulcorner \kappa \lrcorner = \ulcorner \Omega^2 \lrcorner \ulcorner \mu \lrcorner, \tag{2.4}$$

Avec $\ulcorner \Omega^2 \lrcorner$ la matrice diagonale des pulsations propres au carré.

Dans le but de condenser le modèle en ne gardant que les ddls d'excitation sur $\{F\}$ et que les ddls de réponse de $\{X\}$, on doit modéliser le problème direct donnant $\{X\}$ à partir de $\{F\}$. Le système diagonal (2.3) est pour cela inversé :

$$\{X_g\}_p = \ulcorner h \lrcorner_{pp}\{F_g\}_p, \tag{2.5}$$

$$\text{avec } \mathrm{h_i} = \frac{1}{\mu_\mathrm{i}(-\omega^2 + 2\mathrm{j}\omega\Omega_\mathrm{i}\epsilon_\mathrm{i} + \Omega_\mathrm{i}^2)} \text{ i}^\text{e} \text{ terme de la diagonale de } \ulcorner \mathrm{h} \lrcorner$$

et ϵ_i l'amortissement modal attribué au mode i.

Cette formulation fournit un modèle modal de la structure. Ce modèle peut être exprimé dans le domaine spatial à partir des relations (2.2) et (2.3) :

$$\{X\}_m = [H]_{mm}\{F\}_m, \tag{2.6}$$

$$\text{avec } \{X\}_m = [\Phi]_{mp}\{X_g\}_p,$$
$$\{F_g\}_p = [\Phi]^T_{mp}\{F\}_m$$
$$\text{et } [H]_{mm} = [\Phi]_{mp}\ulcorner h \lrcorner_{pp}[\Phi]^T_{mp} \text{ matrice dite de transfert.}$$

Cette formulation nous permet de supprimer les lignes de $[H]_{mm}$ correspondant aux ddls de réponse non mesurés et les colonnes correspondant aux ddls d'excitation supposés *a priori* nuls. Ainsi, si l'on considère r ddls de réponse et e ddls d'excitation, la matrice $[H]_{mm}$ est réduite en une matrice $[H]_{re}$. On peut noter que le calcul explicite de $[H]_{mm}$ n'est pas nécessaire, et que l'on peut obtenir $[H]_{re}$ en tronquant justement la matrice modale $[\Phi]_{mp}$ utilisée dans l'équation (2.6). La relation (2.6) modélise le comportement du système soumis à un effort harmonique. Cependant, la matrice $[H]$ peut être calculée en fonction de la fréquence, fournissant ainsi un modèle dans le domaine de Fourier. N'importe quel comportement temporel de la structure peut donc être décrit par l'équation (2.6), via sa transformée de Fourier.

L'approche expérimentale
L'approche expérimentale consiste à décrire le comportement dynamique de la structure étudiée à partir de mesures. Cette approche est en partie semblable à la précédente car elle implique une discrétisation du système en un nombre fini de points de mesure (équivalents aux ddls de l'approche précédente) dits d'excitation ou de réponse. La relation linéaire entre une force au point j et une réponse au point i est définie expérimentalement par la réponse impulsionnelle $I_{ij}(t)$. Cette réponse impulsionnelle est la réponse au point i causée par un effort au point j de type impulsionnel unitaire (Dirac). Cette réponse impulsionnelle peut être obtenue par exemple avec un marteau de choc. La réponse vibratoire $x_i(t)$ au point i d'une structure à un effort $f_j(t)$ appliqué au point j est égale au produit de convolution de $f_j(t)$ avec la réponse impulsionnelle $I_{ij}(t)$:

$$x_i(t) = I_{ij}(t) * f_j(t). \tag{2.7}$$

Des travaux de Steltzner et Krammer [SK 99] se basent sur la mesure des réponses impulsionnelles pour construire un filtre structural inverse temporel, pouvant être interprété comme une réponse impulsionnelle inverse. L'idée est en fait de déconvoluer directement et en temps réel l'équation (2.7). Jacquelin *et al.* [JBH 03] abordent également la mesure indirecte d'efforts comme un problème de déconvolution dans le domaine temporel.
Pour certains type de problèmes, dont les problèmes stationnaires, l'expression (2.7) est de préférence exprimée dans le domaine de Fourier. Cette transformation a l'avantage de changer le produit de convolution en une simple multiplication. La transformée de Fourier de la réponse impulsionnelle n'est autre que la fonction de transfert :

$$X_i(\omega) = H_{ij}(\omega)F_j(\omega). \tag{2.8}$$

Cette expression, sous forme matricielle, nous ramène à la formulation (2.6) obtenue par la méthode des éléments finis exprimée en fonction de ω :

$$\{X_{(\omega)}\} = [H_{(\omega)}]\{F_{(\omega)}\}. \tag{2.9}$$

Cette formulation matricielle du problème direct, accessible par le biais des trois approches analytique, numérique et expérimentale, est fondamentale pour la mesure indirecte d'efforts car elle fournit un modèle de la structure condensé sur les points d'excitation et de réponse considérés. On peut préciser que la matrice de transfert $[H_{(\omega)}]$ peut être construite de manière à ce que les réponses de la structure exprimées par $\{X_{(\omega)}\}$ soient de différentes natures (déplacements, vitesses, accélérations, pressions, contraintes ...) suivant les moyens de mesure utilisés.

2.2.2 Inversion de la matrice de transfert

Le système direct modélisé par la relation matricielle (2.9) nous permet de calculer la réponse du système $\{X_{(\omega)}\}$ à partir d'un vecteur d'excitation $\{F_{(\omega)}\}$. Notre problème est de calculer $\{F_{(\omega)}\}$ à partir de $\{X_{(\omega)}\}$. L'approche communément utilisée pour résoudre ce problème est d'appliquer les méthodes classiques d'inversion de systèmes linéaires. La solution qui vient en premier lieu est l'inversion de la matrice $[H_{(\omega)}]$:

$$\{F_{(\omega)}\}_n = ([H_{(\omega)}]_{nn})^{-1}\{X_{(\omega)}\}_n. \tag{2.10}$$

Cette approche requiert l'égalité du nombre d'efforts recherchés et du nombre de réponses mesurées. Verhoeven [VER 88] utilise cette relation pour identifier des efforts internes de machines tournantes.
Cependant, il peut être avantageux d'avoir un nombre de réponses mesurées supérieur au nombre d'efforts recherchés. En effet, le fait de surdimensionner la quantité d'information introduite permet de stabiliser le problème. Un système ainsi surdéterminé est modélisé par une matrice $[H_{(\omega)}]_{mn}$ rectangulaire, possédant m lignes correspondant aux m réponses et n colonnes correspondant aux n efforts. L'obtention du modèle inverse donnant $\{F_{(\omega)}\}$ à partir de $\{X_{(\omega)}\}$ est réalisée par la méthode des moindres carrés. Les deux membres de l'équation (2.9) sont multipliés par la transposée hermitienne (transposée de la conjuguée) de $[H_{(\omega)}]_{mn}$, de manière à obtenir un produit de matrices $[H^*H]_{nn}$ carré, potentiellement inversible. Le système obtenu est inversé de sorte à obtenir la relation :

$$\{F_{(\omega)}\}_n = ([H_{(\omega)}]_{mn})^+ \{X_{(\omega)}\}_m \ (m > n), \tag{2.11}$$

avec $([H_{(\omega)}]_{mn})^+ = ([H_{(\omega)}]^*_{mn}[H_{(\omega)}]_{mn})^{-1}[H_{(\omega)}]^*_{mn}$ pseudo-inverse de $[H_{(\omega)}]_{mn}$.

Cette formulation est utilisé dans le contexte de la mesure indirecte d'efforts en dynamique depuis la fin des années 1970. Les premiers travaux, réalisés par Bartlett et Flannelly [BF 79], puis Fabunmi [FAB 86], ont été introduits dans le domaine aéronautique appliqué aux hélicoptères. On peut également citer les travaux de Powell et Seering [PS 84], et Hillary et Ewins [HE 84]. La solution $\{F_{(\omega)}\}_n$ de l'équation (2.11) est appelée solution *au sens des moindres carrés*, car ce n'est pas une solution *exacte* sur le plan mathématique. En effet, si on ré-injecte cette solution dans le système direct décrit par l'équation (2.9), le vecteur $\{X_{(\omega)}\}_m$ obtenu *a posteriori* n'est pas strictement égal au vecteur $\{X_{(\omega)}\}_m$ introduit initialement dans (2.11). Le calcul d'une solution au sens des moindres carrés implique donc la reformulation mathématique du problème initial. Le problème posé initialement peut être formulé de la sorte :

déterminer $\{F_{(\omega)}\}_n$ *à partir de* $\{X_{(\omega)}\}_m$ *et* $[H_{(\omega)}]_{mn}$
satisfaisant la relation $\{X_{(\omega)}\} = [H_{(\omega)}]\{F_{(\omega)}\}$.

La formulation du problème au sens des moindres carrés est exprimée par :

déterminer $\{F_{(\omega)}\}_n$ *à partir de* $\{X_{(\omega)}\}_m$ *et* $[H_{(\omega)}]_{mn}$
minimisant la quantité $\|\{X_{(\omega)}\} - [H_{(\omega)}]\{F_{(\omega)}\}\|$.

L'appellation *moindres carrés* viens du fait que l'on minimise la norme Euclidienne de la différence entre les deux membres de l'équation (2.9). La norme Euclidienne du vecteur $\{V\}_n$ est exprimée par :

$$\|\{V\}_n\| = \sqrt{|V_1|^2 + |V_2|^2 + ... + |V_n|^2},$$

où V_i désigne la i^e ligne du vecteur colonne $\{V\}_n$.

On cherche donc à minimiser une somme de valeurs au carré, d'où l'appellation *moindres carrés*. La solution du problème défini au sens des moindres carrés est donnée par la relation (2.11). Les principes généraux de la méthode des moindres carrés sont abordés en détail dans les

ouvrages de Lawson et Hanson [LH 74] et de Golub et Van Loan [GVL 83].
Il est important de revenir sur la notion de non-exactitude de la solution au sens des moindres carrés. En effet, les données du problème $\{X_{(\omega)}\}_m$ et $[H_{(\omega)}]_{mn}$, obtenues par le calcul ou la mesure, sont toujours plus ou moins entachées d'erreurs. Dans ces conditions, peut on encore accorder de l'importance à la détermination mathématique exacte de la solution ? Cette question est largement abordée dans l'ouvrage de Tikhonov et Arsenine [TA 76]. Ils y définissent la notion de quasi-solutions, ensemble de solutions approchées acceptables du système. Pour un problème bien posé, la sélection parmi ces quasi-solutions peut s'effectuer simplement au sens des moindres carrés, c'est à dire sélectionner $\{F_{(\omega)}\}_n$ permettant de reconstruire au mieux $\{X_{(\omega)}\}_m$. C'est ce critère qui est implicitement employé lorsqu'on met en œuvre la relation (2.11).
Une restriction fondamentale pour l'application de (2.11) est la nécessité pour la matrice $[H^*H]_{nn}$ d'être inversible. Cette nécessité est une des clés de l'applicabilité de la mesure indirecte d'efforts. Nous y revenons en détail dans la section 2.2.5. Par ailleurs, l'utilisation de la relation (2.9) implique que les forces excitant la structure soient exclusivement situées sur les degrés de liberté d'excitation considérés. La non prise en compte d'une excitation peut avoir de lourdes conséquences sur la qualité des efforts reconstruits.

2.2.3 Optimisation de l'inversion de la matrice de transfert

Certains travaux relatifs à la mesure indirecte d'efforts à partir de fonctions de transfert mesurées rapportent des approches pragmatiques pour faciliter et améliorer l'inversion. Deshanghere [DES 87] suggère l'utilisation de techniques d'analyse modale pour synthétiser la matrice de transfert mesurée à partir de l'extraction de paramètres modaux. Cette opération permet de lisser les courbes, et d'estimer plus justement la valeur de la fonction de transfert lorsque la cohérence est mauvaise. Cette opération nécessite cependant une structure peu amortie et à densité modale relativement faible. De plus, le bruit statistique lissé est remplacé par une erreur de biais due à l'erreur sur les paramètres modaux extraits, ce qui peu conduire à des efforts reconstruits plus lisses, mais pas forcément plus justes.
De Vis *et al.* [DVHVDL 92] proposent une approche intéressante pour faciliter l'inversion de la matrice de transfert : les valeurs faibles des transfert (antirésonances par exemple), supposées entachées d'erreurs relativement importantes, sont mises à zéro. Cette démarche reste vraisemblable, car si un point d'excitation est très peu vu d'un point de réponse (ce qui est traduit par un transfert faible), ce point d'excitation peut être considéré comme ayant des effets négligeables au point de réponse considéré par rapport aux autres excitations.
Une troisième technique mise au point pour améliorer l'inversion de la matrice de transfert a été présentée par Mas *et al.* [MSW 94]. Cette technique se base sur la pondération des moindres carrés. La méthode des moindres carrés se base sur la minimisation de la norme Euclidienne d'un vecteur (voir plus haut). Le fait de pondérer chaque terme du vecteur minimisé permet d'ajuster l'importance accordé à chaque ligne du système. Chaque membre de l'équation de base 2.9 est multiplié par une matrice diagonale de coefficients de pondération :

$$\ulcorner W_{(\omega)} \lrcorner \{X_{(\omega)}\} = \ulcorner W_{(\omega)} \lrcorner [H_{(\omega)}]\{F_{(\omega)}\}. \tag{2.12}$$

Ce qui donne la pseudo inversion suivante :

$$\{F_{(\omega)}\} = (\ulcorner W_{(\omega)} \lrcorner [H_{(\omega)}])^{+} \ulcorner W_{(\omega)} \lrcorner \{X_{(\omega)}\}. \tag{2.13}$$

L'utilisation de la matrice de pondération permet de minimiser la quantité suivante :

$$\| \ulcorner W_{(\omega)} \lrcorner \left(\{X_{(\omega)}\} - [H_{(\omega)}]\{F_{(\omega)}\} \right) \|.$$

Ainsi, l'importance de chaque ligne du système (2.12) dans le processus de minimisation est ajusté par la matrice de pondération. Chaque ligne du système correspond à un point de réponse de la structure. L'importance accordée à chaque réponse peu donc être aisément ajusté par ce procédé. Le critère employé par Mas *et al.* [MSW 94] se base sur l'utilisation du rapport signal bruit de chaque réponse mesurée pour ajuster les pondération. Janssens et Verheij [JV 00] proposent d'utiliser la pondération pour normaliser la matrice de transfert. En effet, certains points de réponse peuvent présenter des transferts beaucoup plus bas que d'autres, parce qu'ils sont par exemple placés sur des positions beaucoup plus raides. Les réponses mesurées sont par conséquent beaucoup plus faibles que sur d'autres points. Dans le but de prendre en compte tous les capteurs avec un poids équivalent, une pondération permettant de donner une norme équivalente à chaque ligne de la matrice de transfert est proposée. Une démarche équivalente, validée lors d'une expérience [LPLP 02b], tend à montrer la légitimité de l'emploi systématique d'une telle technique.

2.2.4 Méthode d'inversion en coordonnées modales

L'inversion matricielle nécessaire à la résolution de l'équation (2.11), effectuée pour chaque abscisse fréquentielle de l'analyse, pouvait sembler coûteuse en temps de calcul dans les années 1980. De plus, l'inversion pouvait poser problème en cas de mauvais conditionnement de la matrice de transfert. Pour ces raisons, un certain nombre de travaux a été consacré à la diagonalisation du système (2.9). L'idée, initiée par Desanghere en 1985 ([DS 85], [DES 87]), est de projeter les entrées et sorties du problème dans la base des modes propres de la structure, de manière à retrouver le système diagonal décrit précédemment par l'équation (2.5) :

$$\{X_{g(\omega)}\} = \ulcorner h_{(\omega)} \lrcorner \{F_{g(\omega)}\}, \tag{2.14}$$

$$\text{avec } \mathrm{h}_{\mathrm{i}(\omega)} = \frac{1}{\mu_{\mathrm{i}}(-\omega^2 + 2\mathrm{j}\omega\Omega_{\mathrm{i}}\epsilon_{\mathrm{i}} + \Omega_{\mathrm{i}}^2)} \text{ i}^{\text{e}} \text{ terme de la diagonale de } \ulcorner \mathrm{h}_{(\omega)} \lrcorner.$$

Bien entendu, l'inversion de ce système devient triviale, la matrice $\ulcorner h_{(\omega)} \lrcorner$ étant diagonale. La difficulté est transférée sur la projection des réponses mesurées dans la base modales, et sur la reconstruction des efforts réels à partir des efforts modaux. Ces opérations se basent sur les relations décrites précédemment dans la partie consacrée aux modèles éléments finis (relations (2.2) et (2.3)) :

$$\begin{aligned} \{X_{(\omega)}\} &= [\Phi_X]\{X_{g(\omega)}\}, \\ \{F_{g(\omega)}\} &= [\Phi_F]^T\{F_{(\omega)}\}. \end{aligned} \tag{2.15}$$

Les matrices $[\Phi_X]$ et $[\Phi_F]$ représentent les lignes de la matrice des modes propres $[\Phi]$ pour les degrés de liberté respectivement de réponse $\{X\}$ et d'efforts $\{F\}$ considérés. Les matrices

$[\Phi_X]$ et $[\Phi_F]$, ainsi que les paramètres modaux Ω_i et m_i entrant dans le calcul de $\ulcorner h \lrcorner$ peuvent s'obtenir par un calcul analytique ou par calcul éléments finis. Cependant, il est également possible d'accéder à toutes ces données en effectuant une analyse modale expérimentale de la structure étudiée (cf. [LEM 88], [LMS 96]). Cette analyse permet en plus de déterminer les amortissement modaux ϵ_i. Par contre, l'analyse n'est possible que lorsque la structure observe un comportement modal, c'est à dire lorsque la densité modale est réduite et que la structure est peu amortie. Une fois le modèle modal constitué, l'identification des efforts est réalisée par les opérations successives suivantes :

- projection des réponses mesurées dans la base modale,
- détermination des efforts modaux,
- reconstitution des efforts dans la base spatiale à partir des efforts modaux.

Les opérations de projection nécessitent l'inversion des relations (2.15). Ces inversions sont classiquement réalisées par la méthode des moindres carrés. Soient p le nombre de modes du modèle modal, n le nombre d'efforts recherchés, et m le nombre de points de mesure :

$$\begin{aligned} \{X_{g(\omega)}\}_p &= [\Phi_X]^+_{mp}\{X_{(\omega)}\}_m, \\ \{F_{(\omega)}\}_n &= [\Phi_F]^{T+}_{np}\{F_{g(\omega)}\}_p. \end{aligned} \tag{2.16}$$

Cette méthode a l'avantage, par rapport à la méthode d'inversion de la matrice de transfert, de ne pas nécessiter l'inversion pour chaque pas de l'analyse fréquentielle. L'unicité des solutions des moindres carrés exprimé par (2.16) impose 3 conditions. Le nombre de points de mesure m doit être supérieur ou égal au nombre de modes pris en compte p, le nombre de modes pris en compte p supérieur ou égal au nombre d'efforts reconstruits n, et les matrices modales partielles $[\Phi_F]$ et $[\Phi_X]$ doivent être inversibles. Cette dernière condition n'est généralement pas cause de problèmes. En effet, les déformées propres de la structure sont théoriquement orthogonales, et si les degrés de liberté sont répartis correctement sur la structure, les matrices modales réduites $[\Phi_F]$ et $[\Phi_X]$ sont bien conditionnées. Finalement, la méthode d'inversion en coordonnées modales peut s'écrire comme suit :

$$\{F_{(\omega)}\}_n = [\Phi_F]^{T+}_{np}\ulcorner h_{(\omega)}\lrcorner^{-1}_{pp}[\Phi_X]^+_{mp}\{X_{(\omega)}\}_m, \tag{2.17}$$

$$\text{Avec } m \geq p \geq n.$$

Les matrices $[\Phi_F]^{T+}$ et $[\Phi_X]^+$ sont des données fondamentales pour l'application de la méthode d'inversion en coordonnées modales. Zhang *et al.* [ZAB 90] ont consacré un article à l'utilisation de telles matrices en analyse vibratoire, appelées filtres modaux discrets, composés de vecteur modaux dits réciproques. La technique d'inversion en coordonnées modales a fait l'objet de nombreux travaux (Desanghere et Snoeys [DS 85], Desanghere [DES 87], Shih *et al.* [SZA 89], Dobson et Rider [DR 90], Zhang *et al.* [ZAB 90], Hansen et Starkey [HS 90], Warwick et Gilheany [WG 93], Hadjit *et al.* [HCDV 97]). Deux points importants restent à souligner :

- l'omission d'un mode propre non négligeable dans la bande de fréquence étudiée a de fortes conséquences sur la justesse des efforts reconstruits,

– la projection de l'inversion dans la base modale supprime les possibles mauvais conditionnement de matrices à inverser. Mais cela ne résout pas pour autant le mauvais conditionnement du système global exposé en (2.17), qui reste similaire au système d'inversion de matrice de transfert classique (2.11). On peut cependant utiliser cette méthode dans un but de régularisation, ce point sera abordé dans la partie 2.2.6.

2.2.5 Conditionnement du problème inverse

Nous pouvons rappeler, pour entamer cette partie, la définition du problème bien posé au sens de Hadamard exposée au début de ce chapitre. Un problème, pour être qualifié de bien posé, doit avoir une solution unique et stable devant de petites variations des données d'entrées. L'existence de la solution dépend de l'inversibilité du système (2.9), qui est équivalente que l'on considère l'inversion de la matrice de transfert classique (2.11) ou en coordonnées modales (2.17). Si la matrice $[H^*H]_{nn}$ du système (2.11) est inversible, les conditions d'existence et d'unicité d'une solution au sens des moindres carrés est garantie. Si la matrice n'est pas inversible, on ne peut pas résoudre le problème tel quel, il doit être reformulé. Cependant, si les fonctions de transfert sont issues de mesures, il est très rare de tomber réellement sur une matrice non inversible, ce qui n'est pas un point positif, bien au contraire. En effet, le bruit de mesure entachant nécessairement la matrice de transfert, la singularité du système réel peut être masquée. Ce phénomène est abordé largement dans l'ouvrage de Tikhonov et Arsenine [TA 76], et est constaté dès les premiers travaux consacrés à la mesure indirecte d'efforts (cf. Fabunmi [FAB 87], Lee et Park [LP 94]). Ibrahim [IBR 88] approfondit l'étude de ce problème dans le cadre de l'analyse modale. Finalement, un seul critère permet en général de qualifier un système de bien ou mal conditionné : la stabilité de la solution $\{F\}_n$ devant une petite variation des données d'entrée $[H]_{mn}$ et $\{X\}_m$. Pour les systèmes linéaires tels que (2.11), cette stabilité est liée à l'amplification de l'erreur due à l'inversion de la matrice $[H^*H]_{nn}$, qui peut être quantifiée par le rapport entre ses valeurs propres extrêmes. Les racines carrées de ces valeurs propres sont appelées **valeurs singulières** de la matrice de transfert rectangulaire $[H]_{mn}$. Le rapport entre les valeurs singulières maximum et minimum de $[H]_{mn}$ est appelé le **nombre de conditionnement**, et est compris entre 1 et $+\infty$. Plus ce rapport est grand, plus le système devient mal conditionné, et plus le problème est rendu instable. Si la matrice $[H]_{mn}$ possède des valeurs singulières nulles, elle est dite **dégénérée**, et la matrice $[H^*H]_{nn}$ n'est pas inversible. Le problème ne possède dans ce cas pas de solution unique. Le nombre de valeurs singulières non nulles de $[H]_{mn}$ est appelé son **rang**. Si $[H]_{mn}$ est dégénérée, elle possède un rang r inférieur au nombre de colonnes n, et son nombre de conditionnement est infini. Au final, il est généralement admis que le nombre de conditionnement de la matrice de transfert est un bon indicateur de confiance des efforts obtenus par mesure indirecte.
En cas de nombre de conditionnement fini mais élevé de matrice de transfert mesurée, deux interprétations peuvent être faites :

– le système est inversible, bien que mal conditionné,
– le système est dégénéré (non-inversible), et les valeurs singulières les plus petites sont en fait des valeurs nulles rendues non nulles par les incertitudes de mesure.

La limite entre ces deux interprétations est extrêmement floue, de sorte que des systèmes mal conditionnés et dégénérés peuvent être pratiquement indiscernables. Cela revient à dire que dans de nombreux cas, le rang réel du système étudié est indéterminé.

Les causes pouvant entraîner un mauvais conditionnement de la matrice de transfert sont multiples. Pour pouvoir comprendre ces causes, il faut noter que le conditionnement d'une matrice rectangulaire de m lignes et n colonnes, avec $m > n$, caractérise le degré de dépendance linéaire entre les vecteurs représentant les colonnes de la matrice. Chaque colonne de la matrice de transfert $[H_{(\omega)}]_{mn}$ représente la déformée de la structure sur les m points de mesure à une des n forces recherchées à la fréquence ω. Le conditionnement de $[H_{(\omega)}]_{mn}$ dépend donc du degré d'indépendance linéaire des n déformées de la structure dues aux n excitations.
Les chercheurs à l'origine des premiers travaux de mesure indirecte d'efforts ont été confrontés à des mauvais conditionnement de matrices. Powell et Seering [PS 84] ont identifié une première raison pouvant entraîner un mauvais conditionnement de la matrice de transfert. Si deux points d'excitation sont physiquement trop proches, les déformées correspondantes sont trop semblables, plus spécialement en basses fréquences, ce qui crée une dépendance linéaire entre deux colonnes de la matrice de transfert. Pour le système en coordonnées modales, cela ce traduit par une matrice $[\Phi_F]$ non inversible. Hillary et Hewins [HE 84], Fabunmi [FAB 86], puis Desanghere [DES 87] ont constaté qu'un fort conditionnement apparaît au voisinage fréquentiel des résonances de la structure. Ce fort conditionnement est du au fait que la réponse de la structure est fortement dominée par une seule déformée propre. Quel que soit le point d'excitation, la réponse de la structure est alors quasiment égale à cette déformée propre à un facteur près. Il en résulte que toute les colonnes de la matrice de transfert sont linéairement dépendantes, ce qui crée un rang de valeur 1. Bien sûr, cette singularité est le plus souvent masquée dans la réalité. D'une part les incertitudes de mesure suffisent généralement, comme nous l'avons dit précédemment, à produire une matrice de transfert de rang n. D'autre part, la réponse de la structure sur une fréquence propre, bien que largement dominée par le mode résonnant, contient également d'autres déformées modales, ce qui est d'autant plus vrai que l'amortissement du mode dominant est important. Le problème peut également être amoindri par un caractère local du mode dominant. En effet, en cas de mode local, la déformée propre correspondante ne domine la réponse de la structure que localement. En observant l'équation de la mesure indirecte d'efforts en coordonnées modales (2.17), on constate que la participation modale joue un rôle fondamental dans la détermination du rang de la matrice de transfert. il y apparaît que le rang de la matrice $[H]$ est égal au mieux au nombre de modes participant à la réponse. C'est Fabunmi ([FAB 86], [FAB 87]) qui introduisit et expliqua le premier ce critère d'ordre général. Ainsi, le nombre d'effort identifiables à la fréquence ω est égal au nombre de modes participant à la réponse. Ce critère est évidemment fortement pénalisant en basses fréquences, domaine spectral de la réponse de la structure possédant la densité modale la plus faible. L'ensemble de ces cas sont représentés sur une structure simple possédant deux degrés de liberté sur la figure 2.1. Les points de mesure de la réponse ne sont pas représentés sur le schéma, ils sont supposés être en nombre au moins égal au nombre d'efforts recherchés et idéalement répartis sur la structure.

Finalement, les critères permettant d'assurer un bon conditionnement du problème de mesure indirecte d'efforts peuvent être résumés en quatre points :

- le nombre de points de mesure doit être supérieur au nombre de points d'excitation, et ils doivent être uniformément répartis sur la structure,
- les excitations recherchées doivent être suffisamment espacées pour produire des réponses différentes,
- le nombre de modes participant à la réponse de la structure doit être supérieur ou égal au nombre d'efforts recherchés,
- si le problème est résolu en coordonnées modales, le nombre de points de mesure doit être supérieur ou égal au nombre de modes participant à la réponse de la structure (voir partie précédente).

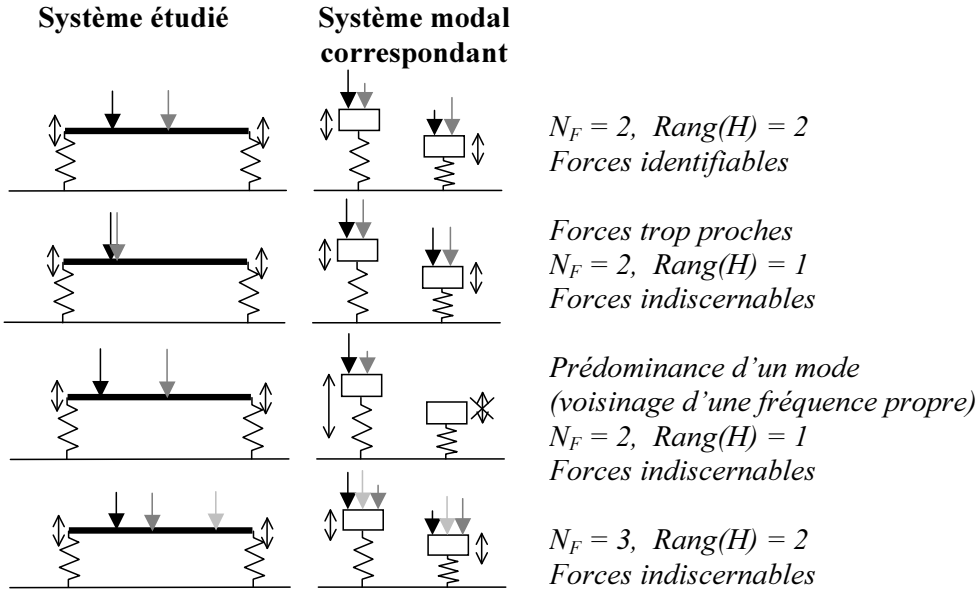


FIG. 2.1 – Faisabilité de la mesure indirecte d'efforts

Le premier point est le moins contraignant, le placement des capteurs et leur nombre restant des paramètres facilement modifiables, voir optimisables (cf. Lee et Park [LP 94]). Le second point est également contournable. En effet, si deux efforts s'avèrent indiscernables, le problème peut être aisément reformulé en ne recherchant non pas les deux efforts séparément mais un effort résultant, les autres efforts recherché n'en pâtissant pas. Le troisième point est de loin le plus pénalisant. Au voisinage des fréquence propres de systèmes peu amortis, le nombre d'efforts identifiables est ramené à 1. Quand la densité modale de la structure est faible (en basses fréquence essentiellement), le nombre d'efforts identifiables est borné sur des plages de fréquences qui peuvent être relativement larges. Fabunmi ([FAB 86], [FAB 87]) a longuement décrit les limitations de la mesure indirecte d'efforts due à une participation modale faible. La matrice de transfert en coordonnées modales, d'après (2.17), est décomposée comme suit :

$$[H_{(\omega)}]_{mn} = [\Phi_X]_{mp} \ulcorner h_{(\omega)} \lrcorner_{pp} [\Phi_F]^T_{np}. \tag{2.18}$$

L'idée de Fabunmi est d'examiner le rang des deux matrices suivantes issues de la formulation précédente :

$$[\alpha_{F(\omega)}]_{pn} = \ulcorner h_{(\omega)} \lrcorner_{pp} [\Phi_F]^T_{np}, \qquad (2.19)$$
$$[\alpha_{X(\omega)}]_{pm} = ([\Phi_X]_{mp} \ulcorner h_{(\omega)} \lrcorner_{pp})^T.$$

Il montre dans [FAB 86] que le rang de la matrice $[H_{(\omega)}]_{mn}$ est déterminée par le plus petit des rangs des matrices $[\alpha_{F(\omega)}]_{pn}$ et $[\alpha_{X(\omega)}]_{pm}$. De plus, il définit le rapport modal (*modal ratio*) en examinant les normes des lignes de ces deux matrices. En classant ces normes par ordre décroissant, le rapport modal est définit par le rapport entre la première et la n^e norme, n correspondant au nombre d'efforts recherchés. Quand ce rapport ce rapproche de 1, cela signifie que la n^e participation modale est équivalente à la première. Lorsque ce rapport tend vers 0, cela signifie que la participation du n^e mode est négligeable, et donc que les efforts ne sont pas identifiables. Ce rapport fournit un indicateur similaire à l'inverse du nombre de conditionnement de la matrice de transfert définit précédemment, mais il nécessite la connaissance du modèle modal de la structure. Un indicateur similaire, le facteur de contribution modal, est introduit par Han and Wicks [HW 90]. Cet indicateur est déterminé, pour chaque mode et chaque fréquence, par le rapport entre la contribution du mode considéré et la contribution du mode dominant.

Optimisation du conditionnement

Dans la plupart des cas, la réponse de la structure étudiée est mesurée en terme d'accélérations ou de vitesses de déformation. Dès les prémices de la mesure indirecte, d'autres types de données ont cependant été utilisées avec succès. En effet, l'injection dans le problème de données de nature différente (contraintes [HE 84] [EJR 88] [HW 90], rotations [HW 90]), tend à améliorer la reconstruction des efforts. Hillary et Ewins [HE 84] ont démontré la supériorité des données de contraintes par rapport aux données d'accélérations. En effet, une matrice composée de transferts en contraintes est par nature mieux conditionnée qu'une matrice de transferts en accélération.
Quelques travaux ont trait à l'optimisation du placement des réponses vibratoires (cf. Lee et Park [LP 94], Blau [BLA 00]). Le principe est de minimiser le nombre de conditionnement de la matrice de transfert. Mais ces méthodes ne résolvent pas le problème lorsque le système est physiquement mal conditionné, elle ne permettent que d'optimiser le placement des capteurs. Par ailleurs, l'optimisation étant faite pour l'intégralité de la bande de fréquence étudiée, des compromis sont à faire, les placements optimaux n'étant pas identiques d'une fréquence à l'autre. Une solution plus couramment employée est la surdétermination conséquente du nombre de points de mesure par rapport au nombre d'efforts recherchés. Enfin, il est évident qu'une règle d'ordre général s'impose dans les différentes stratégies de placement de capteurs : les réponses mesurées doivent être situées au plus près des excitations, de manière à « diagonaliser » le plus possible le système de transferts.
La reconstruction d'effort est intrinsèquement critique au voisinage des fréquences propres de la structure excitée. Une approche originale a été introduite par Lee et Park [LP 94] pour surmonter ce problème. L'idée est tout simplement d'ajouter un batteur de manière à décaler en fréquence le mode incriminé. Ainsi, la matrice de transfert est rendue inversible, donc les efforts

reconstructibles. Cette opération se rapproche plus de la régularisation physique du problème que de d'une simple optimisation du conditionnement. Cependant, pour être efficace, l'ajout du batteur doit modifier significativement le comportement de la structure, ce qui peut modifier les efforts recherchés. De plus, la mise en œuvre d'une telle technique sur un système réel semble difficilement réalisable. Une approche différente consiste à jouer sur l'amortissement de la structure. En effet, une structure amortie génère des pics moins marqués sur ses fonctions de transfert. Le conditionnement en est donc amélioré (cf. Mas *et al.* [MSW 94]). Lee et Park [LP 95] proposent d'ajouter numériquement de l'amortissement aux fonctions de transfert mesurées. Cette approche permet de lisser les efforts reconstruits, mais introduit une erreur de biais du fait de la surestimation de l'amortissement réel présent pendant la mesure des réponses de la structure.

2.2.6 Méthodes de régularisation

Le mauvais conditionnement de la matrice de transfert est un problème central pour la mesure indirecte d'efforts. Lorsque l'on a affaire à un conditionnement critique, la présence d'incertitudes sur les quantités mesurées est fatalement à l'origine de fortes erreurs sur les efforts reconstruits. C'est pourquoi dès les premiers travaux sur la mesure indirecte d'efforts une régularisation mathématique est évoquée. Régulariser un problème mal conditionné signifie faire baisser l'hypersensibilité de la solution aux variations des données d'entrée. Deux techniques ont été expérimentées en mesure indirecte d'efforts : la TSVD (pour Truncated Singular Value Decomposition) et la régularisation de Tikhonov. Ces deux méthodes se basent sur le fait que l'hypersensibilité du problème est due à l'existence de multiples pseudo-solutions potentiellement admissibles. La régularisation TSVD ou Tikhonov sont deux méthodes permettant d'ajouter un critère de choix sur l'ensemble des solutions potentielles, ce critère se basant sur la norme de la solution. Les deux méthodes introduisent un paramètre de régularisation qu'il est nécessaire d'ajuster.
Pour décrire mathématiquement les effets des deux types de régularisation, on introduit la décomposition en valeurs singulières de la matrice de transfert. Cette décomposition s'écrit sous la forme suivante :

$$[H]_{mn} = [U]_{mn} \ulcorner S_{\lrcorner nn} [V]^*_{nn} \text{ avec m} \geq \text{n}, \tag{2.20}$$

avec $\ulcorner S_{\lrcorner nn}$ matrice diagonale des valeurs singulières classées par ordre décroissant,
$[V]_{nn}$ matrice unitaire
et $[U]_{mn}$ telle que $[U]^*_{mn}[U]_{mn} = \ulcorner I_{\lrcorner nn}$.

Cette formulation nous permet d'exprimer la pseudo-inverse de la matrice de transfert calculée à partir de sa SVD :

$$[H]^+_{mn} = [V]_{nn} \ulcorner S^{-1}_{\lrcorner nn} [U]^*_{mn}. \tag{2.21}$$

Il est évident dans l'expression (2.21) que de petites variations des petites valeurs singulières peuvent être, de part leur inversion, à l'origine de variations importantes de la solution $[H]^+_{mn}$.

La troncature de valeurs singulières

Le nombre de valeur singulières non nulles de la matrice $[H]$ définit son rang, c'est à dire le niveau de dépendance linéaire de ses colonnes. En pratique, le bruit entachant les mesures de fonctions de transfert mesurées masque ces dépendances linéaires, de sorte que les valeurs singulières sont en général toutes non nulles. De manière générale, les plus petites valeurs singulières de la matrice de transfert sont responsables de l'hypersensibilité de l'inversion. Une approche pragmatique pour réduire cette hypersensibilité est de considérer les plus petites valeurs singulières comme nulles. Il est alors nécessaire de fixer un seuil en dessous duquel les valeurs singulières sont rejetées. Ce seuil, qui constitue le paramètre de régularisation, est généralement définit en fonction du niveau d'incertitude des fonctions de transfert composant $[H]$. Si l'on considère un nombre r de valeurs singulières retenues, l'équation (2.21) devient :

$$[H]^{+}_{mn} = [V]_{nr}{}^{\ulcorner} S_{\lrcorner rr}^{-1} [U]^{*}_{mr}. \tag{2.22}$$

Cette technique a été décrite dans le cadre de la mesure indirecte d'efforts par Powell et Seering en 1984 [PS 84], et utilisées dans de nombreux travaux par la suite ([EJR 88], [HEN 94], [VER 97], [VKGB 99], [KVKK 99], [JVT 99], [TT 03a]).
La troncature de valeur singulières revient à admettre un niveau de dépendance linéaire entre les colonnes de la matrice de transfert. La mesure indirecte d'efforts admet dans ce cas une infinité de solutions. L'application de (2.22) revient alors à construire une pseudo-inverse $[H]^{+}$ permettant d'obtenir la solution $\{F\}$ de norme Euclidienne minimale (cf. [LH 74]). La technique TSVD se rapproche de la technique de mesure indirecte d'efforts par projection dans la base modale. En comparant les équations 2.17 et 2.22, il apparaît que dans les deux cas le système est diagonalisé avant d'être inversé. Dans le cas de l'inversion en coordonnées modales, la troncature éventuelle dans certaines bandes de fréquence de modes peu sollicités permet de la même façon de régulariser le problème.

La régularisation de Tikhonov

La régularisation de Tikhonov permet, comme la TSVD, d'ajouter un critère sur la norme de la solution. Rappelons la formulation du problème au sens des moindres carrés :

déterminer $\{F_{(\omega)}\}_n$ *à partir de* $\{X_{(\omega)}\}_m$ *et* $[H_{(\omega)}]_{mn}$
minimisant la quantité $\|\{X_{(\omega)}\} - [H_{(\omega)}]\{F_{(\omega)}\}\|$.

La formulation du problème des moindres carrés au sens de Tikhonov, exprimée en [TA 76], devient :

déterminer $\{F_{(\omega)}\}_n$ *à partir de* $\{X_{(\omega)}\}_m$ *et* $[H_{(\omega)}]_{mn}$
minimisant la quantité $\|\{X_{(\omega)}\} - [H_{(\omega)}]\{F_{(\omega)}\}\| + \beta_{(\omega)}\|\{F_{(\omega)}\}\|$.

Le paramètre β (réel positif) permet d'accorder plus ou moins d'importance dans le processus de minimisation à la norme de la solution $\|\{F_{(\omega)}\}\|$. La régularisation de Tikhonov est un outil antérieur à la TSVD, car il ne nécessite pas l'utilisation de la décomposition en valeurs singulières. L'expression matricielle de la régularisation de Tikhonov est décrite par le système suivant :

$$\{F_{(\omega)}\}_n = ([H_{(\omega)}]^{*}_{mn}[H_{(\omega)}]_{mn} + \beta_{(\omega)}{}^{\ulcorner} I_{\lrcorner nn})^{-1}[H_{(\omega)}]^{*}_{mn}\{X_{(\omega)}\}_m. \tag{2.23}$$

Le paramètre β, qui constitue le paramètre de régularisation, renforce la diagonale de la matrice $([H_{(\omega)}]^*_{mn}[H_{(\omega)}]_{mn})$ permettant de faciliter son inversion.

Dans le but de comparer la régularisation de Tikhonov à la méthode de TSVD, exprimons la relation (2.23) en remplaçant $[H_{(\omega)}]$ par sa décomposition en valeurs singulières (pour alléger les formules, nous ne signalons pas la dépendance en fréquence symbolisée par la pulsation ω) :

$$\{F\} = ([V]^{\ulcorner} S_{\lrcorner}{}^2[V]^* + \beta^{\ulcorner} I_{\lrcorner})^{-1}[V]^{\ulcorner} S_{\lrcorner}[U]^*\{X\}.$$

On note que

$$\beta^{\ulcorner} I_{\lrcorner} = \beta[V][V]^{*\ulcorner} I_{\lrcorner}[V][V]^* = \beta[V]^{\ulcorner} I_{\lrcorner}[V]^*,$$

ce qui donne

$$\{F\} = [V](^{\ulcorner} S_{\lrcorner}{}^2 + \beta^{\ulcorner} I_{\lrcorner})^{-1\ulcorner} S_{\lrcorner}[U]^*\{X\},$$

soit

$$\{F\} = [V]^{\ulcorner} S_{alt\lrcorner}{}^{-1}[U]^*\{X\}, \tag{2.24}$$

$$\text{avec } {}^{\ulcorner} S^{alt}{}_{\lrcorner} = {}^{\ulcorner} S_{\lrcorner} + \beta^{\ulcorner} S_{\lrcorner}{}^{-1},$$

$$\text{où } s_i^{alt} = s_i + \frac{\beta}{s_i} \text{ pour la i}^e \text{ valeur singulière.}$$

La régularisation de Tikhonov est donc une opération d'altération des valeurs singulières (cf. Blau [BLA 00]). Plus une valeur singulière est petite, plus le paramètre de correction β va la rehausser. Au contraire, si une valeur singulière est importante, la correction sera minime. La régularisation de Tikhonov est donc différente de la TSVD. Au lieu de tronquer les valeurs singulières responsables de l'hypersensibilité, elle les rehausse de manière à diminuer leur effet néfaste. Cette méthode est mise en œuvre par Nelson et Yoon sur un problème de mesure indirecte de sources acoustiques ([NY 98], [YN 98]) et plus récemment dans le domaine de la mesure indirecte d'efforts vibratoires par Kim *et al.* [KWN 02], et Thite et Thompson [TT 03b].

Pondération par la droite de la matrice de transfert

La norme Euclidienne de la solution $\{F\}$ devenant un critère de choix de la solution, il est important d'ajuster les unités des composantes de $\{F\}$ pour ne pas négliger certaines d'entre elles. Ce réajustement, qui peut être vu comme une pondération par la droite de la matrice de transfert, est très semblable à la pondération par la gauche décrite en 2.2.3, réalisée pour ajuster l'importance relative des composantes de la réponse $\{X\}$.

Le choix des paramètres de régularisation

L'étape critique lorsque l'on utilise la TSVD ou la régularisation de Tikhonov est le choix du paramètre de régularisation. Pour la TSVD, le paramètre est un seuil au dessous duquel les valeurs singulières sont rejetées. Ce seuil peut être ajusté par rapport à la valeur singulière la plus forte. Romano et Lopez [RL 96] rejettent pour leurs travaux les valeurs singulières inférieures à 10 % de la valeur singulière prépondérante. Une approche plus précise est de régler le seuil en fonction du niveau de bruit présent dans la matrice de transfert (cf. [PS 84], [VER 97], [JVT 99],

[JVL 02], [TT 03c]). Les bornes d'erreur sur les valeurs singulières d'une matrice en fonction de l'incertitude sur les quantités la constituant sont donnés dans des ouvrages traitant de calcul matriciel (cf. [LH 74], [NEU 98]). La difficulté réside dans l'estimation des erreurs entachant les fonctions de transfert (cf. section suivante 2.2.7).
L'ajustement du paramètre de régularisation de Tikhonov est plus difficile à mettre en œuvre , ce qui explique que malgré l'antériorité de la méthode sur la TSVD, sa mise en œuvre dans le domaine de la mesure indirecte d'efforts est plus récente. Les méthodes d'ajustement du paramètre de régularisation de Tikhonov portent des noms divers tels que la Validation Croisée Ordinaire (OCV), le Validation Croisée Généralisée (GCV), la courbe en L (L-curve). Cette dernière méthode part du principe que le paramètre de régularisation n'est pas assez important tant que son augmentation entraîne une forte diminution de la norme de la solution et une augmentation minime du résidu. Utilisée au chapitre 12, la méthode de la courbe en L fait l'objet de l'annexe B de ce présent travail. Nous n'aborderons pas plus le développement de ces techniques, faisant encore l'objet de nombreux développements (nous donnons cependant quelques références sur le sujet : Hansen [HAN], Neumaier [NEU 98], Busby et Trujillo [BT 97], Nelson et Yoon [NY 98], Thite et Thompson [TT 03b]).

Les limites de la régularisation mathématique

A lack of information cannot be remedied by any mathematical trickery. Ces mots de Lanczos [LAN 61] a propos des systèmes linéaires mal conditionnés expriment parfaitement les limites des méthodes de régularisation lorsque l'on désire les appliquer aux techniques de mesure indirecte d'efforts. Les outils de régularisation mathématique ont en effet un défaut majeur qu'il faut toujours garder à l'esprit lorsqu'on les utilise : ils permettent de quantifier séparément des efforts qui sont physiquement indiscernables. Ce type de méthode ajoute un critère *a priori* de minimisation de la norme de la solution, qui conduit à choisir parmi une infinité de solutions le vecteur d'efforts de norme minimale, qui n'est pas forcément la solution la plus proche de la réalité. Ces remarques a propos de l'application de la régularisation à la mesure indirecte d'efforts ont été faites par plusieurs scientifiques (Stevens [STE 87], Fregolent [FS 90], To et Ewins [TE 95]). Prenons l'exemple simple du système masse ressort à un degré de liberté. Appliquons lui deux forces quelconques. La mesure indirecte d'efforts ne permet pas physiquement d'identifier ces deux forces. Cependant, la régularisation d'un tel système va permettre de quantifier les deux efforts à partir du critère de minimisation de leurs normes, ce qui peut être à l'origine d'erreurs importantes. Il faut cependant noter que dans de nombreux cas, la régularisation est la seule solution permettant d'aboutir à une solution non dénuée de sens physique. Tout dépend alors de l'efficacité du choix du paramètre de régularisation.

2.2.7 Incertitude sur les efforts reconstruits

La mesure indirecte d'efforts est soumise à deux types d'erreurs : l'erreur de mesure perturbant les réponses de la structure et éventuellement la matrice de transfert (si elle est mesurée), et l'erreur de biais sur la matrice de transfert (qu'elle soit calculée ou mesurée). Si la matrice de transfert est mesurée, l'erreur de biais représente les variations de la structure entre la phase

expérimentale d'acquisition des fonctions de transfert et la phase opératoire d'acquisition des réponses vibratoires. Si la matrice de transfert est estimée par calcul (éléments finis ou méthode analytique), l'erreur de biais représente la différence entre le modèle utilisé et la structure réelle. L'erreur de mesure est aisément chiffrable, tandis que l'erreur de biais est difficile à estimer, et peut être en pratique beaucoup plus handicapante que l'erreur de mesure. Ce problème est soulevé dans de nombreux travaux (cf. Stevens [STE 87], Zhang [ZHA 98]). Cependant, la grande majorité (pour ne pas dire l'intégralité) des travaux relatifs à l'étude de l'erreur dans la mesure indirecte d'efforts ne tiennent compte que de l'erreur de mesure. Il est donc clair que ces travaux ne donnent pas une marge d'erreur sur l'estimation des efforts réels, mais seulement sur l'estimation de pseudo-forces (cf. Janssens et Verheij [JV 00]), les pseudo-forces étant définies par les forces à injecter dans le modèle pour produire la même réponse que la structure réelle. L'incertitude sur les pseudo-forces reconstruites est donc gouvernée par les incertitudes de mesure, tandis que l'écart entre les pseudo-forces et les forces réelles dépend de l'erreur de biais. La difficulté est que l'écart entre les pseudo-forces et les forces réelles, difficilement chiffrable, peut s'avérer beaucoup plus important que la marge d'incertitude donnée aux pseudo-forces. Le paragraphe suivant mentionne cependant les principaux travaux relatifs à l'estimation cette marge d'incertitude.

Marge d'incertitude donnée aux pseudo-forces reconstruites

La détermination de la marge d'incertitude sur les pseudo-forces se base sur deux estimations : l'incertitude sur les données d'entrée et le facteur d'amplification d'erreur apporté par l'inversion de la matrice de transfert. Les premières techniques visant à borner l'amplification de l'erreur se basent sur le conditionnement de la matrice de transfert (cf. Hansen et Starkey [HS 90], Lewit [LEW 93], Blau [BLA 00]). Les détails des formulation d'amplification d'erreur sont détaillées dans des ouvrages traitant de calcul matriciel (cf. Lawson et Hanson [LH 74]). Les incertitudes des données d'entrée (fonctions de transfert et réponses vibratoires) sont estimées à partir des outils d'analyse spectrale utilisés. Le dernier chapitre de l'ouvrage de Bendat et Piersol [BP 80] est entièrement consacré à l'estimation des erreurs de mesure en analyse spectrale. Roggenkamp et Bernhard [RB 93] donnent une estimation de l'incertitude sur les efforts reconstruits à partir de données interspectrales. Les travaux récents de Blau ([BLA 99], [BLA 00]) approfondissent l'analyse de l'effet des erreurs statistiques de mesure dans les techniques de mesure indirecte d'efforts. Janssens et Verheij [JV 00] proposent quant à eux une analyse basée sur la construction d'une matrice de covariance des réponses mesurées, permettant de juger la stabilité du système stationnaire étudié.

Chapitre 3

Analyse spectrale de systèmes stationnaires - application à l'identification de sources vibratoires localisées *a priori*

Le troisième et dernier chapitre de cette partie bibliographique est consacré aux techniques d'analyse spectrale des signaux stationnaires. Une première partie est vouée à la description des outils classiques d'analyse des signaux issus de systèmes stationnaires et à leur utilisation pour la séparation statistique de sources. La seconde partie traite de leur emploi en tant que pré-traitement des données pour l'application des techniques de mesure indirecte d'efforts décrites au chapitre précédent.

3.1 L'analyse statistique des vibrations de systèmes stationnaires

Cette première partie a pour objet d'exposer les différentes techniques d'analyse du signal permettant de caractériser un ensemble d'enregistrements temporels de signaux stationnaires acquis simultanément. Une première section est consacrée à la description de l'outil de base de ce type de techniques : le moyennage spectral. La notion de cohérence entre deux signaux est introduite dans une deuxième section. Les troisièmes et quatrièmes sections sont consacrées à deux techniques d'analyse spectrale, respectivement l'analyse spectrale conditionnée (ASC) et l'analyse spectrale en composantes principales (ASP).

3.1.1 autospectre moyenné

Le spectre d'un signal temporel est une décomposition de ce signal en une somme de fonctions sinusoïdales possédant chacune une fréquence, une amplitude et une phase. Lorsque l'on désire caractériser un signal temporel stationnaire, on a recours au calcul de son spectre. L'algorithme FFT (*Fast Fourier Transform*) utilisé permet de calculer le spectre à partir d'une fenêtre temporelle relativement brève, par exemple 1 s pour obtenir une résolution spectrale de 1 Hz. La décomposition d'un signal temporel discret fini en une somme de fonctions sinusoïdales est donnée par l'expression de la transformée de Fourier discrète inverse :

$$x(t) = \sum_{i=1}^{N} X(f_i) e^{j2\pi f_i t}, \;\; t \in [t_0, t_0 + \frac{1}{f_e}, t_0 + \frac{2}{f_e}, ..., t_0 + \frac{N-1}{f_e}], \tag{3.1}$$

avec $f_i = f_e \frac{i-1}{N}$,
N nombre d'échantillons d'une fenêtre temporelle,
f_e fréquence d'échantillonnage du signal
et $X(f_i)$ spectre discret complexe.

Le spectre $X(f)$ obtenu pour une fenêtre temporelle particulière est appelé spectre instantané. $X(f)$ étant périodisé de par le caractère discret du signal temporel $x(t)$, la bande de fréquence utile de $X(f)$ est $f \in [0, ..., f_e/2]$. Pour la même raison, le signal temporel $x(t)$ ne doit pas contenir de composante sinusoïdale de fréquence supérieure à $f_e/2$ sous peine de recouvrement spectral (théorème de Shannon). L'autospectre instantané peut être défini par le produit du spectre instantané par son conjugué, c'est-à-dire le carré de son amplitude. Pour caractériser un signal stationnaire, on a recours à un procédé de moyennage des autospectres instantanés obtenus pour différentes fenêtres temporelles. L'autospectre d'un signal temporel $x_1(t)$ est la moyenne des autospectres instantanés obtenue pour n fenêtres temporelles :

$$S_{11}(f) = \langle \bar{X}_1(f) X_1(f) \rangle_n = \langle |X_1(f)|^2 \rangle_n, \tag{3.2}$$

où l'opérateur $\langle . \rangle_n$ représente le moyennage de n éléments.

Le cas de signaux périodiques
les signaux périodiques appartiennent à la classe des signaux stationnaires déterministes, c'est à dire qu'ils sont prévisibles. De plus, ils sont par définition entièrement caractérisés par la description temporelle d'une seule période. L'autospectre moyenné d'un signal périodique est à caractère discret, c'est à dire que l'énergie est concentrée sur les harmoniques correspondant aux multiples de la fréquence fondamentale, valant l'inverse de la durée d'une période.
L'inconvénient majeur du moyennage spectral appliqué aux signaux périodiques est qu'il perd l'information de décalage temporel entre les différentes harmoniques (information donnée par la phase du spectre d'une période). De ce fait, la reconstruction temporelle d'une période du signal à partir d'un autospectre moyenné est impossible.

3.1.2 Interspectre et cohérence

La phase du spectre d'un signal obtenu pour différentes fenêtres temporelles n'est pas déterministe, excepté pour un signal périodique synchronisé avec le moyennage (principe de

l'*order tracking*). Cependant, les phases relatives de différents signaux acquis simultanément peuvent avoir une espérance non nulle. Pour analyser les phases relatives de deux signaux, l'outil utilisé est l'interspectre. L'interspectre moyenné sur n fenêtres temporelles de deux signaux $x_1(t)$ et $x_2(t)$ est définit par :

$$S_{12}(f) = \langle \bar{X}_1(f) X_2(f) \rangle_n, \tag{3.3}$$

$X_1(f)$ et $X_2(f)$ représentant les spectres de $x_1(t)$ et de $x_2(t)$ obtenus pour n fenêtres.

En utilisant la forme complexe des spectres $X_1 = |X_1|e^{j\alpha}$ et $X_2 = |X_2|e^{j\beta}$, on réécrit la définition (3.3) en faisant apparaître explicitement la phase relative :

$$S_{12} = \langle |X_1 X_2| e^{j(\beta-\alpha)} \rangle_n. \tag{3.4}$$

La relation (3.3) montre l'importance de la stabilité de la phase relative $(\beta - \alpha)$ sur la détermination de S_{12}. Si le décalage de phase des spectres $X_1(f)$ et $X_2(f)$ est invariable suivant la fenêtre temporelle observée, l'interspectre moyenné tend vers une valeur non nulle d'amplitude $\langle |X_1 X_2| \rangle_n$. Si les phases des deux signaux varient de manière aléatoire d'une fenêtre à l'autre, l'espérance de l'interspectre est nulle (à cause de l'espérance nulle du moyennage de $e^{j(\beta-\alpha)}$). Dans cet esprit, la stabilité des phases relatives de deux signaux peut être quantifiée en comparant le carré de l'amplitude de leur interspectre au produit de leurs autospectres. Cet indicateur est la cohérence des deux signaux :

$$\gamma_{12}^2 = \frac{|S_{12}|^2}{S_{11} S_{22}} = \frac{|\langle \bar{X}_1 X_2 \rangle_n|^2}{\langle \bar{X}_1 X_1 \rangle_n \langle \bar{X}_2 X_2 \rangle_n}. \tag{3.5}$$

La cohérence de $x_1(t)$ et $x_2(t)$ a une espérance de 1 lorsque les phases relatives des deux signaux sont totalement déterministes, on est alors en présence de deux signaux totalement cohérents. Si la cohérence tend vers 0 quand le nombre de moyennes augmente, les deux signaux sont dits incohérents. La cohérence entre les deux signaux peut également tendre vers une valeur déterminée comprise entre 0 et 1, les deux signaux sont dans ce cas dits partiellement cohérents.

La cohérence permet de séparer les autospectres des deux signaux $x_1(t)$ et $x_2(t)$ en une part cohérente et une part incohérente avec l'autre :

$$S_{11} = \underbrace{\gamma_{12}^2 S_{11}}_{\text{part coherente avec } x_2(t)} + \underbrace{(1-\gamma_{12}^2) S_{11}}_{\text{part incoherente avec } x_2(t)}, \tag{3.6}$$

$$S_{22} = \underbrace{\gamma_{12}^2 S_{22}}_{\text{part coherente avec } x_1(t)} + \underbrace{(1-\gamma_{12}^2) S_{22}}_{\text{part incoherente avec } x_1(t)}.$$

Cohérence, causalité et périodicité

Dans les domaines des vibrations et de l'acoustique, la notion de cohérence est souvent rapprochée de la notion de causalité. De manière générale, s'il existe une relation physique linéaire entre deux signaux, on peut affirmer qu'un rapport de causalité entre ces deux signaux implique leur cohérence. Cependant, l'inverse est faux : la cohérence entre deux signaux n'implique pas

forcément un lien de causalité entre eux. Un exemple flagrant, qui nous concerne particulièrement dans le cadre de cette thèse, est exposé par Russel en [RUS 82]. Cet exemple concerne l'analyse des cohérences entre les signaux de pression à l'intérieur des chambres de combustion d'un moteur. Les explosions ayant lieux dans les différents cylindres sont des phénomènes physiquement indépendants, donc sans rapport de causalité entre eux. Cependant, les signaux de pression cylindre observent un niveau de cohérence important. Cela peut s'expliquer par la nature périodique des signaux de pression cylindre. En effet, on peut dire de manière générale que deux signaux périodiques de même période sont forcément cohérents, qu'il existe ou non un rapport de causalité entre eux. De la même manière, on peut dire que deux signaux périodiques de périodes différentes sont forcément incohérents (sauf dans le cas ou ils observent certaines harmoniques rigoureusement égales).

3.1.3 L'analyse spectrale conditionnée (ASC)

Autospectres et interspectres conditionnés

L'analyse spectrale conditionnée (ASC) a été développée dès la fin des années 60, on peut citer en premier lieu les ouvrages de référence sur le sujet de Jenkins et Watts [JW 68] et de Bendat et Piersol [BP 80]. Les quantités spectrales conditionnées ou résiduelles sont définies comme étant la part d'un autospectre ou d'un interspectre incohérente avec un signal de référence. Comme nous l'avons écrit précédemment en (3.6), la partie d'un autospectre S_{11} d'un signal $x_1(t)$ incohérente avec un signal $x_3(t)$ est définie par :

$$S_{11.3} = (1 - \gamma_{13}^2)S_{11}. \tag{3.7}$$

$S_{11.3}$ est l'autospectre du signal $x_1(t)$ conditionné par $x_3(t)$. De la même manière, on peut définir l'interspectre conditionné de deux signaux $x_1(t)$ et $x_2(t)$ par rapport au signal $x_3(t)$:

$$S_{12.3} = S_{12} - \frac{S_{32}}{S_{33}}S_{13}. \tag{3.8}$$

La démonstration des formulations (3.7) et (3.8) est proposée dans l'ouvrage de Bendat et Piersol [BP 80]. Des approches différentes mais menant à un résultat similaire sont rassemblées et comparées dans le travail de Desanghere [DES 87].

Cohérence partielle

A partir de l'expression de l'autospectre et de l'interspectre conditionné, on peut exprimer directement la cohérence conditionnée (appelée cohérence partielle) :

$$\gamma_{12.3}^2 = \frac{|S_{12.3}|^2}{S_{11.3}S_{22.3}}. \tag{3.9}$$

La cohérence conditionnée, également appelée cohérence partielle, permet d'estimer le niveau de cohérence entre deux signaux une fois que la contribution d'un troisième signal leur a été retranchée.
L'ASC peut être réalisée en cascade, c'est-à-dire que l'on peut conditionner par rapport à un

signal $x_4(t)$ des quantités spectrales déjà conditionnées par un signal $x_3(t)$. En appliquant les expressions (3.8) et (3.7), on obtient :

$$S_{11.3,4} = (1 - \gamma^2_{14.3})S_{11.3},$$

$$S_{22.3,4} = (1 - \gamma^2_{24.3})S_{22.3},$$

$$S_{12.3,4} = S_{12.3} - \frac{S_{42.3}}{S_{44.3}} S_{14.3},$$

$$\gamma^2_{12.3,4} = \frac{|S_{12.3,4}|^2}{S_{11.3,4} S_{22.3,4}}.$$

$S_{11.3,4}$ et $S_{22.3,4}$ représentent les parts des autospectres des signaux $x_1(t)$ et $x_2(t)$ incohérentes à la fois avec les signaux $x_3(t)$ et $x_4(t)$. $\gamma^2_{12.3,4}$ représente le niveau de cohérence partielle entre les signaux $x_1(t)$ et $x_2(t)$ une fois que les parts cohérentes avec $x_3(t)$ et $x_4(t)$ aient été supprimées. Le conditionnement spectral peut ainsi être réalisé en cascade pour un nombre de signaux indéfini.

La cohérence multiple

La cohérence multiple est la part d'un autospectre cohérente avec plusieurs références. Dans le cas de trois signaux de référence, on peut définir la cohérence multiple du signal $x_4(t)$ par rapport à $x_1(t)$, $x_2(t)$ et $x_3(t)$:

$$\gamma^2_{4:1,2,3} = \frac{\gamma^2_{41} S_{44} + \gamma^2_{42.1} S_{44.1} + \gamma^2_{43.1,2} S_{44.1,2}}{S_{44}}. \tag{3.10}$$

Le numérateur du rapport (3.10) est la somme des autospectres du signal $x_4(t)$ conditionnés en cascade. Le premier terme $\gamma^2_{41} S_{44}$ représente la part de S_{44} cohérente avec $x_1(t)$, le second terme $\gamma^2_{42.1} S_{44.1}$ représente la part de S_{44} partiellement cohérente avec $x_2(t)$ une fois la part cohérente avec $x_1(t)$ retranchée, et ainsi de suite. On obtient ainsi la part du spectre S_{44} cohérente avec soit $x_1(t)$, soit $x_2(t)$, soit $x_3(t)$.
En explicitant dans la relation (3.10) les autospectres conditionnés en fonction des cohérences et de l'autospectre total S_{44}, on obtient l'expression suivante de la cohérence multiple :

$$\begin{aligned} \gamma^2_{4:1,2,3} &= \gamma^2_{41} + \gamma^2_{42.1}(1 - \gamma^2_{41}) + \gamma^2_{43.1,2}(1 - \gamma^2_{42.1})(1 - \gamma^2_{41}) \\ &= 1 - (1 - \gamma^2_{41})(1 - \gamma^2_{42.1})(1 - \gamma^2_{43.1,2}). \end{aligned} \tag{3.11}$$

L'expression de la cohérence multiple, exprimée en (3.10) ou (3.11) peut être aisément étendue à un nombre de signaux indéterminé.

Outre les ouvrages de référence cités au début de cette partie, on peut trouver de nombreux articles datant des années 70 consacrés à la cohérence partielle (cf. Dodds et Robson [DR 75], Bendat [BEN 76], Potter [POT 77]). On peut également citer plusieurs travaux consacrés à l'application pratique de l'analyse spectrale conditionnée. Chung *et al.* [CCH 75] se sont intéressés à l'identification de transferts vibratoires pour caractériser les systèmes de génération du bruit d'un moteur. Alfredson [ALF 77] a tenté d'appliquer les techniques de cohérence partielle pour

identifier les contribution de différents éléments d'un moteur Diesel au rayonnement total du moteur. Ces applications ce sont heurtées à la difficulté majeure de l'application de ces techniques pour l'identification de contribution de différentes sources : lorsque les sources sont fortement cohérentes, les quantités spectrales conditionnées par l'une ou l'autre des sources sont fortement réduites et par conséquence bruitées. Cet inconvénient majeur est également souligné dans l'article de Wang et Crocker [WC 83]. Un travail plus récent de Giangreco *et al.* [GWHL 95] présente une application satisfaisante des techniques d'analyse spectrale conditionnée dans le cas d'un bateau en fonctionnement. Les contributions sur le rayonnement sous-marin des bruits mécaniques et des bruits d'écoulement de l'eau sur la coque ont été identifiées avec succès.

3.1.4 L'analyse spectrale en composantes principales (ASP)

L'analyse spectrale en composantes principales (ASP) est une alternative à l'analyse spectrale conditionnée (ASC). Elle a pour données d'entrée les mêmes quantités, c'est à dire des autospectres et des interspectres. Le principe de l'analyse en composantes principales est de séparer numériquement les différents signaux considérés en contributions de sources « virtuelles » incohérentes. Le concept de base est évoqué dans l'ouvrage de Jenkins et Watts [JW 68] dès 1969 dans le domaine temporel sous l'appellation *latent roots extraction*. L'application dans le domaine spectral est présentée par Price et Bernhard [PB 86] en 1986. La formulation de la décomposition en composantes principales est issue de l'expression matricielle des autospectres et interspectres d'un ensemble de signaux acquis simultanément.

Formulation de la matrice interspectrale

La matrice interspectrale $[S_{XX}]$ d'un ensemble de m signaux $(x_1(t), x_2(t), ..., x_m(t))$ acquis simultanément se construit comme suit :

$$[S_{XX}] = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & ... & S_{1m} \\ S_{21} & S_{22} & ... & S_{2m} \\ ... & ... & ... & ... \\ S_{m1} & S_{m2} & ... & S_{mm} \end{bmatrix}, \tag{3.12}$$

avec S_{ii} autospectre de la voie i
et S_{ij} interspectre des voies i et j.

La matrice $[S_{XX}]$ a la propriété d'être hermitienne, c'est à dire qu'elle est égale à la transposée de sa conjuguée. Ce caractère vient de la relation suivante inhérente aux interspectres (cf. (3.3)) :

$$S_{ij} = \bar{S}_{ji},$$

où $\bar{x}$ désigne le conjugué de x .

Décomposition propre de la matrice interspectrale

La nature hermitienne de la matrice $[S_{XX}]$ nous permet d'écrire la relation suivante (cf. [GVL 83]) basée sur sa décomposition en valeurs propres et vecteurs propres :

$$[S_{XX}]_{mm} = [\Phi]_{mp} \ulcorner \Sigma_{\lrcorner pp} [\Phi]^*_{mp} \quad (p \leq m), \tag{3.13}$$

avec $\ulcorner\Sigma_{\lrcorner pp}$ matrice diagonale des p valeurs propres non nulles
et $[\Phi]_{mp}$ matrice des p vecteurs propres correspondants agencés en colonnes.

En posant $\ulcorner\sigma^2{}_{\lrcorner pp} = \ulcorner\Sigma_{\lrcorner pp}$, on peut reformuler (3.13) comme suit :

$$[S_{XX}]_{mm} = \overline{[\chi]}_{mp}[\chi]^T_{mp}, \tag{3.14}$$

$$\text{avec } [\chi]_{mp} = \overline{[\Phi]}_{mp}{}^{\ulcorner}\sigma_{\lrcorner pp}.$$

En développant l'équation (3.14), on peut exprimer la matrice interspectrale $[S_{XX}]_{mm}$ comme une superposition de matrices interspectrales :

$$[S_{XX}] = [S^{sv1}_{XX}] + ... + [S^{svi}_{XX}] + ... + [S^{svp}_{XX}], \tag{3.15}$$

$$\text{avec } [S^{svi}_{XX}] = \{\chi^{svi}\}\{\chi^{svi}\}^*, \{\chi^{svi}\}\ i^e \text{ colonne de } [\chi]_{mp}.$$

Une telle sommation de matrices interspectrales est caractéristique de la superposition de phénomènes vibratoires décorrélés. Observons la décomposition d'un autospectre S_{jj} d'un signal $x_j(t)$ situé sur la diagonale de $[S_{XX}]$:

$$S_{jj} = S^{sv1}_{jj} + S^{sv2}_{jj} + ... + S^{svp}_{jj}.$$

Cette décomposition énergétique de l'autospectre total S_{jj} du signal $x_j(t)$ est caractéristique de la superposition de p signaux totalement décorrélés $(x^{sv1}_j(t), x^{sv2}_j(t), ..., x^{svp}_j(t))$. Les sources virtuelles sont définies comme étant les sources générant les matrices interspectrales décorrélées exprimées par (3.15). Chaque matrice interspectrale virtuelle $[S^{svi}_{XX}]$ est l'expression de la matrice interspectrale avec comme unique source active la source virtuelle n°i.
Les voies de chaque matrice interspectrale virtuelle sont totalement cohérentes, puisque toutes corrélées à la source virtuelle n°i. La contribution de chaque source virtuelle est en fait caractérisée par le seul vecteur réponse $\{\chi^{svi}\}$, pouvant être interprété comme la déformée de la structure induite par l'unique source virtuelle n°i.
On peut ajouter que le nombre p de valeurs propres non nulles de la matrice interspectrale, c'est-à-dire son rang, représente le nombre phénomènes décorrélées présents sur l'ensemble des signaux $(x_1(t), x_2(t), ..., x_m(t))$. Le nombre p peut donc être interprété comme étant le nombre de sources décorrélées excitant la structure. Cependant, si p est égal au nombre de signaux acquis simultanément m, il se peut que le nombre de sources réellement décorrélées soit en réalité supérieur à m, p étant borné artificiellement par m (une matrice $m * m$ possède évidemment au plus m valeurs propres non nulles). Il est également bon de noter qu'en pratique, le rang de la matrice interspectrale est toujours égal à m, c'est-à-dire que toutes ses valeurs propres sont non nulles. En effet, le bruit de mesure suffit dans la plupart des cas à assurer un rang maximum de m. Une expertise est alors nécessaire pour déterminer les sources virtuelles négligeables ne représentant que du bruit de mesure dont les contributions pouvant être supprimées (ce qui a pour effet bénéfique de débruiter la matrice interspectrale). Seules les p sources virtuelles non négligeable sont alors conservées, p étant alors le rang « physique » de la matrice interspectrale, correspondant au nombre de sources décorrélées excitant la structure.

Cohérence virtuelle et cohérence virtuelle multiple

La cohérence est un outil qui chiffre la part de l'autospectre d'un signal cohérente avec un autre signal (voir plus haut). La cohérence virtuelle va donc tout simplement chiffrer la part de l'autospectre d'un signal cohérente avec une source virtuelle. La décomposition de l'autospectre en « contributions » des sources virtuelles est simple et robuste, étant donné l'incohérence des sources virtuelles. La cohérence virtuelle d'un signal $x_j(t)$ par rapport à la source virtuelle i est définie par :

$$\gamma^2_{j,svi} = \frac{S^{svi}_{jj}}{S_{jj}}. \tag{3.16}$$

La cohérence virtuelle est un outil permettant éventuellement de localiser les sources physiques liées aux composantes principales, en admettant que les signaux fortement cohérents avec une source virtuelle particulière soient physiquement proche de la source réelle. Mais c'est un outil d'expertise à employer avec précautions. L'intérêt principal de la cohérence virtuelle est qu'elle permet facilement de déterminer le nombre de phénomènes décorrélés observés sur un signal particulier. Pour cela, on introduit la cohérence virtuelle multiple d'un signal $x_j(t)$:

$$\gamma^2_{j:sv1,sv2,...,svi} = \frac{S^{sv1}_{jj} + S^{sv2}_{jj} + ... + S^{svi}_{jj}}{S_{jj}}. \tag{3.17}$$

Lorsque le nombre de sources virtuelles i permet d'obtenir une cohérence virtuelle multiple proche de 1, cela signifie que le nombre maximum de phénomènes décorrélés observés sur le signal $x_j(t)$ est i.

La technique d'analyse spectrale en composantes principales (ASP) a été régulièrement utilisée depuis l'article de Price et Bernhard [PB 86] (Wagstaff *et al.* [WBBH 88], Okubo et Kumazawa [OK 88], Otte *et al.* [OSVDP 88] [OLHO 90]). Les remarques récurrentes liées à la mise en œuvre de l'ASP peuvent être résumées point par point :

- la méthode quantifie efficacement le nombre de phénomènes vibratoires décorrélés de la structure vibrante,
- la décorrélation totale des phénomènes permet de fournir des indicateurs virtuels robustes (cohérence virtuelle, fonction de transfert virtuelle),
- la relation entre sources physiques réelles et sources virtuelles est loin d'être évidente.

Le troisième point constitue la difficulté majeure de l'application de l'ASP. La décomposition est faite fréquence à fréquence, et les composantes principales rangées par ordre décroissant. C'est pourquoi une composante principale peut caractériser plusieurs sources physiques différentes suivant la fréquence observée, ce qui signifie qu'un spectre S^{svi}_{jj} dû à la source virtuelle i peut être difficile à interpréter, car pas forcément caractéristique d'une source physique déterminable. Cet inconvénient est mentionné par Otte [OTT 94], qui consacre une partie de son travail à l'ASP. Une autre remarque de Otte est que pour des raisons statistiques, le nombre de moyennes réalisées pour l'analyse spectrale doit être supérieur au nombre de sources décorrélées, sous peine de créer des corrélations artificielles. Wagstaff *et al.* [WBBH 88] soulignent l'importance de la résolution fréquentielle utilisée pour l'analyse spectrale. Un pas en fréquence trop large détériore la cohérence entre les signaux, pénalisant par là même l'ASP.

L'ASP s'est peu à peu imposée comme un outil de pré-traitement de résultats de mesures en environnement multi-sources, que se soit pour l'analyse des voies de transfert (De Vis *et al.* [DVHVDL 92], Hendricx et Vandenbroek [HV 93]), l'intensimétrie vibratoire (Carniel *et al.* [CMPO 96]), ou encore l'holographie acoustique (Hallman et Bolton [HB 92], Li *et al.* [LPC 95]).

3.1.5 ASC *versus* ASP

Les deux techniques d'ASC (analyse spectrale conditionnée) et d'ASP (analyse spectrale en composantes principales) ont toutes les deux des avantages et des inconvénients qui sont parfois différents, ce qui les rend finalement complémentaires. Les premiers travaux traitant de l'ASP proposent la méthode comme une alternative à l'ASC, qui montre ses limites lorsque les références sont fortement corrélées (Otte *et al.* [OSVDP 88], Okubo et Kumazawa [OK 88]). Cependant, les inconvénients de l'ASP relatifs aux difficultés d'interprétation des sources virtuelles sont également évoqués (Wagstaff *et al.* [WBBH 88]). Au final, les deux méthodes semblent se révéler complémentaires. L'ASP fournit un outil permettant d'avoir une interprétation globale d'un ensemble de mesures, notamment en ce qui concerne le dénombrement des sources décorrélées, et de pré-traiter idéalement les données avant d'appliquer d'autres méthodes (TPA, holographie, intensimétrie ...). L'ASC est plus un outil d'analyse, traitant directement les sources physiques. Les deux techniques peuvent par ailleurs être couplées, ce qu'a fait Albright [ALB 95] en développant une méthodologie mixte.

3.2 L'identification des sources vibratoires stationnaires à partir de mesures interspectrales moyennées

Nous allons revenir dans cette partie au problème de mesure indirecte d'efforts traité au chapitre précédent. La relation de base utilisée pour la mesure indirecte est la relation suivante :

$$\{F_{(\omega)}\}_n = ([H_{(\omega)}]_{mn})^+ \{X_{(\omega)}\}_m \, (m > n). \tag{3.18}$$

Les réponses $\{X_{(\omega)}\}_m$ et excitations $\{F_{(\omega)}\}_n$ sont exprimées dans le domaine de Fourier. Ce sont des vecteurs complexes dépendant de la fréquence. Ces quantités ne sont pas directement accessibles à partir de données spectrales moyennées (autospectres et interspectres). Nous allons donc nous concentrer dans cette partie à l'études des techniques mises en œuvre dans la littérature pour injecter des résultats de mesures stationnaires dans le problème de mesure indirecte d'efforts.
Le niveau de cohérence des sources à identifier joue un rôle primordial dans le choix de la méthode à utiliser. Si toutes les réponses sont cohérentes entre elles, on peut dire que toutes les sources sont également cohérentes entre elles. Une première technique basée sur la reconstruction du vecteur réponse $\{X_{(\omega)}\}_m$ peut alors être mise en œuvre . Si on est en mesure de supposer que les sources sont complètement décorrélées, le problème peut être reformulé en énergie (au carré), les effets de phase entre les contributions de chaque source étant nuls. Enfin, dans le cas général ou les réponses sont partiellement corrélées et qu'aucun *a priori* ne peut être fait sur le niveau de corrélation des sources, le problème doit être reformulé de manière à faire apparaître une matrice interspectrale de réponses et une matrice interspectrale d'excitations. On

verra dans quelle mesure la méthode d'ASP présentée en section 3.1.4 peut alors être utilisée en préconditionnement des données.

3.2.1 Champ d'accélération cohérent

Dans le cas ou toutes les réponses mesurées sont cohérentes, les sources peuvent être supposées également complètement cohérentes. Toute l'information contenue dans la matrice interspectrale des réponses peut être représentée par une seule ligne ou colonne (la matrice est de rang 1). Si m représente le nombre de réponses mesurées, on a besoin d'acquérir un autospectre sur une voie dite de référence et $m-1$ interspectres. A partir de ces informations, on peut reconstruire chaque réponse comme suit :

$$\begin{aligned} X_i &= \frac{S_{ir}}{\sqrt{S_{rr}}} \ (i \in [1, ..., m] \ \& \ i \neq r), \\ X_r &= \sqrt{S_{rr}}. \end{aligned} \tag{3.19}$$

Le vecteur de réponses ainsi reconstruit peut être injecté dans l'équation (3.18). Cette technique est employée par Kurmaniak *et al.* [KVKK 99], Zhang [ZHA 98]. Une technique similaire est mise en œuvre par Janssens *et al.* [JVT 99] ou Thite et Thompson [TT 03a], mais basée sur l'acquisition de m interspectres et $m-1$ autospectres. La formulation est alors la suivante :

$$\begin{aligned} X_i &= \sqrt{S_{ii}} e^{j\varphi(S_{ir})} \ (i \in [1, ..., m] \ \& \ i \neq r), \\ X_r &= \sqrt{S_{rr}}, \end{aligned} \tag{3.20}$$

où $\varphi(S_{ir})$ désigne la phase de l'interspectre S_{ir}.

3.2.2 Sources *a priori* décorrélées

Si l'on peut supposer les sources décorrélées entre elles (sources issues de machines différentes, ou de phénomènes périodiques de périodes différentes), alors on peut ignorer les effets de phase lors de la sommation des différentes contributions. Les contributions de chaque source peuvent être additionnées au carré. On peut alors réécrire le problème direct comme suit :

$$\{S_X\} = [|H|^2]\{S_F\}, \tag{3.21}$$

avec $\{S_X\}$ vecteur des autospectres des réponses,
$\{S_F\}$ vecteur des autospectres des forces
et $[|H|^2]$ matrice des modules aux carré des transferts.

Cette formulation est appliquée dans quelques travaux relatifs à la mesure indirecte d'efforts (cf. Kromulsky et Hojan [KH 96], Leclère *et al.* [LPLP 02b] [LPLP 02a]). La matrice $[|H|^2]$ n'est cependant pas inversée classiquement. En effet, une contrainte existe sur le résultat $\{S_F\}$ qui doit être réel positif (de par sa nature d'autospectre). La matrice $[|H|^2]$ et le vecteur $\{S_X\}$ étant réels, le résultat $\{S_F\}$ obtenu par les moindres carrés est forcément réel, mais peut être négatif. C'est pourquoi un algorithme spécial, connu sous le nom de *non negative least squares* (cf. Lawson et Hanson [LH 74]) doit être employé.

3.2.3 Champ d'accélérations partiellement cohérent : cas général

Dans le cas général pour lequel aucun *a priori* ne peut être effectué sur l'incohérence des sources, et si les réponses mesurées ne sont pas complètement corrélées, le problème doit être reformulé en faisant apparaître des matrices interspectrales. Cela est fait en multipliant les deux membres de l'équation 3.18 par leur transposée hermitienne :

$$\overline{\{F_{(\omega)}\}}_n \{F_{(\omega)}\}_n^T = (\overline{[H_{(\omega)}]}_{mn})^+ \overline{\{X_{(\omega)}\}}_m \left(([H_{(\omega)}]_{mn})^+ \{X_{(\omega)}\}_m \right)^T ,$$

$$[S_{FF}]_{nn} = \overline{[H_{(\omega)}]}_{mn}^+ [S_{XX}]_{mm} ([H_{(\omega)}]_{mn}^+)^T, \tag{3.22}$$

avec $[S_{FF}]_{nn}$ matrice interspectrale des efforts
et $[S_{XX}]_{mm}$ matrice interspectrale des réponses.

Cette formulation est utilisée dans de nombreux travaux relatifs à l'application pratique de la mesure indirecte d'efforts (cf. Roggenkamp et Bernhard [RB 92] [RB 93], Jin *et al.* [JBHW 93], Wagstaff *et al.* [WLJC 95], Blau [BLA 97], Chen *et al.* [CLWH 97]). L'avantage est qu'elle ne nécessite aucun *a priori* sur le niveau de corrélation des sources. L'inconvénient majeur de l'application de cette technique est que les réponses doivent être mesurées simultanément, puisque tous les autospectres et interspectres doivent être acquis pour construire la matrice interspectrale des réponses. Si le nombre de réponse est m, on doit donc acquérir $(m^2 - m)/2$ interspectres et m autospectres.

Réduction des données interspectrales à acquérir

Des méthodologies ont été mises en place pour palier le principal inconvénient de la formulation (3.22), qui est la nécessité d'acquérir l'intégralité de la matrice interspectrale des réponses. Deux méthodes relativement similaires ont été mises en œuvre , toutes deux basées sur la réduction du nombre de voies dites de référence. Les voies de référence sont les voies pour lesquelles les interspectres avec toutes les autres voies sont calculés. En fait, cela signifie que l'on ne va pas acquérir l'intégralité de la matrice interspectrale des réponses, mais seulement ses colonnes (ou ses lignes) correspondantes aux voies de référence. Si l'on sélectionne r voies de référence sur un total de m réponses, le nombre d'autospectres est réduit à r et le nombre d'interspectres à $\frac{1}{2}(m^2 - m - (r^2 - r))$. D'où la construction de la matrice interspectrale partielle :

$$[S_{XR}]_{mr} = \begin{bmatrix} S_{11} & \dots & S_{1r} \\ S_{21} & \dots & S_{2r} \\ S_{31} & \dots & S_{3r} \\ \dots & \dots & \dots \\ S_{m1} & \dots & S_{mr} \end{bmatrix}. \tag{3.23}$$

SVD de la matrice interspectrale partielle

La première technique se base sur la décomposition en valeurs singulières (SVD) de la matrice interspectrale partielle des réponses :

$$[S_{XR}]_{mr} = [U]_{mp} \ulcorner \Sigma_{\lrcorner pp} [V]_{rp}^*, \tag{3.24}$$

avec $p \leq r$ nombre de valeurs singulières non négligeables.

Cette technique nous permet de décomposer $[S_{XR}]_{mr}$ en une somme de matrices interspectrales partielles décorrélées :

$$[S_{XR}] = [S_{XR}^{sv1}] + [S_{XR}^{sv2}] + ... + [S_{XR}^{svp}], \tag{3.25}$$

avec $[S_{XR}^{svi}]_{mr} = \{U^i\}_m \Sigma^i \{V^i\}_r^*$, $\{U^i\}_m$ i^e colonne de $[U]_{mp}$,
Σ^i i^e terme de la diagonale de $\ulcorner\Sigma_{\lrcorner pp}$
et $\{V^i\}_r$ i^e colonne de $[V]_{rp}$.

Cette décomposition est similaire à la décomposition en valeurs propres de l'analyse spectrale en composantes principales, cf. équation (3.15). Les différentes matrices partielles $[S_{XR}^{svi}]_{mr}$ sont représentatives du système avec la seule source virtuelle $n^\circ i$ active. Les réponses sont donc complètement cohérentes, et les techniques (3.19) ou (3.20) peuvent être appliquées pour chaque source virtuelle non négligeable. Cette méthode basée sur la SVD de la matrice interspectrale partielle est décrite dans un article de Warwick et Gilheany [WG 93], ainsi que dans la thèse de Otte [OTT 94].

ASP de la matrice interspectrale des références

Une seconde technique basée sur l'acquisition de la matrice interspectrale partielle est basée sur l'analyse spectrale en composantes principales (ASP) de la matrice interspectrale des références (cf. section (3.1.4)) :

$$[S_{RR}]_{rr} = \begin{bmatrix} S_{11} & ... & S_{1r} \\ ... & ... & ... \\ S_{r1} & ... & S_{rr} \end{bmatrix}. \tag{3.26}$$

On écrit la décomposition de la matrice interspectrale des références $[S_{RR}]$:

$$[S_{RR}]_{rr} = [\Phi]_{rp} \ulcorner\sigma^2\lrcorner_{pp} [\Phi]_{rp}^*, \tag{3.27}$$

avec $p \leq r$ nombre de valeurs propres non négligeables.

On peut d'après (3.27) écrire les réponses vibratoires décorrélées des références :

$$[\chi_R]_{rp} = \overline{[\Phi]}_{rp} \ulcorner\sigma\lrcorner_{pp}. \tag{3.28}$$

Les vecteurs colonnes de la matrice $[\chi_R]_{rp}$ représentent les déformées de la structure dues aux p sources virtuelles non négligeables. Pour obtenir les déformées virtuelles aux autres points que les points de référence, on multiplie les transposées hermitiennes des deux membres de (3.28) par $[\chi]_{mp}$, ensemble des déformées virtuelles décorrélées pour l'ensemble des réponses :

$$\overline{[\chi]}_{mp} [\chi_R]_{rp}^T = \overline{[\chi]}_{mp} \ulcorner\sigma\lrcorner_{pp} [\Phi]_{rp}^*. \tag{3.29}$$

Le produit $\overline{[\chi]}_{mp} [\chi_R]_{rp}^T$ (membre de gauche de (3.29)) doit être égal à la matrice interspectrale partielle $[S_{XR}]$. on peut donc à partir de (3.29) obtenir l'expression de $[\chi]_{mp}$, déformées virtuelles pour l'ensemble des réponses :

$$[\chi]_{mp} = \overline{[S_{XR}][\Phi]}_{rp} \ulcorner \sigma_{\lrcorner pp}^{-1}. \tag{3.30}$$

L'obtention des p déformées virtuelles décorrélées permet d'appliquer p fois la relation d'inversion (3.18). Cela peut également être écrit matriciellement comme suit :

$$[\varphi]_{np} = ([H]_{mn})^{+}[\chi]_{mp}, \tag{3.31}$$

avec $[\varphi]_{np}$ matrice des forces appliquées aux n points d'excitation pour les p phénomènes décorrélés.

Chaque colonne de la matrice $[\varphi]_{np}$ représente la répartition spatiale sur les n points d'excitation des différentes sources virtuelles. La matrice interspectrale des excitations $[S_{FF}]$ peut être reconstruite à partir de $[\varphi]_{np}$:

$$[S_{FF}]_{nn} = \overline{[\varphi]}_{np}[\varphi]_{np}^{T}. \tag{3.32}$$

Cette méthode est décrite dans de plusieurs travaux (Hendricx et Vandenbroek [HV 93], Otte [OTT 94], et fait l'objet de la thèse de Zhang [ZHA 98] [ZP 96a] [ZP 96b]).

Les limitations des deux méthodes basées sur l'acquisition d'une matrice interspectrale réduite sont identiques : d'une part le nombre de références choisies doit être au moins égal au nombre de sources décorrélées, et d'autre part la cohérence multiple de chaque réponse non choisie comme référence avec toutes les références doit être voisine de 1.

Deuxième partie

Contribution aux techniques de mesure indirecte d'efforts

La seconde partie de ce travail de thèse est consacrée aux développements originaux réalisés autour des méthodes de mesure indirecte d'efforts. Les deux premiers chapitres concernent la présentation théorique de ces développements, tandis que le troisième chapitre constitue une validation expérimentale.
Le premier chapitre, intitulé *Stratégies de pondération*, présente deux principes de pondération des moindres carrés. La pondération des moindres carrés n'est pas une méthode nouvelle dans le cadre de la mesure indirecte, c'est une technique qui permet d'ajuster l'importance donnée à chaque réponse mesurée lors de la reconstitution des efforts. Mas *et al.* [MSW 94] utilisent la méthode en se basant sur le rapport signal bruit des réponses. Janssens et Verheij [JV 00] évoquent le principe de normalisation du système de transfert. Ce principe est repris et explicité dans une première section. Un second principe de pondération est proposé, basé sur les cohérences des fonctions de transfert. Le deuxième chapitre est intitulé *Méthode des moindres carrés totaux - application à la mesure indirecte d'efforts*. Ce chapitre présente l'utilisation de la méthode des moindres carrés totaux dans le cadre de la mesure indirecte. Cette méthode, déjà exploitée dans d'autres domaines scientifiques, n'a pas été employée dans la littérature dédiée à la mesure indirecte. Son application nécessite, lorsque plusieurs phénomènes vibratoires décorrélés sont identifiés, la décomposition en composantes principales des réponses mesurées.
Le troisième chapitre, *Mise en œuvre expérimentale*, expose une expérience de mesure indirecte d'efforts réalisée sur un carter cylindre de moteur. Ce chapitre a pour objet la validation des différentes méthodes exposées au chapitre 3, ainsi que l'évaluation des bénéfices apportés par les développements originaux développés aux chapitres 4 et 5.

Chapitre 4

Stratégies de pondération

Nous avons abordé la technique de pondération des moindres carrés dans la section 2.2.3. Nous rappelons dans un premier temps le principe de cette méthode. La relation entre forces et déplacements d'une structure au comportement linéaire peut s'écrire comme suit dans le domaine de Fourier :

$$\{X_{(\omega)}\} = [H_{(\omega)}]\{F_{(\omega)}\}, \tag{4.1}$$

avec $\{X_{(\omega)}\}$ vecteur des réponses de la structure,
$\{F_{(\omega)}\}$ vecteur des excitations
et $[H_{(\omega)}]$ matrice de transfert.

La mesure indirecte d'efforts se base sur l'inversion de (4.1) par la méthode des moindres carrés. La solution $\{F\}$ au sens des moindres carrés résulte de la minimisation de la norme Euclidienne d'un vecteur résidu $\{R\}$:

$$\{R\} = \{X\} - [H]\{F\}.$$

Le résidu $\{R\}$ représente la différence entre la réponse *a priori* $\{X\}$, mesurée, et la réponse *a posteriori* $\{X\}^{post} = [H]\{F\}$, calculée à partir de la solution au sens des moindres carrés $\{F\}$. Le résidu a donc une dimension de réponse vibratoire. La contribution de chaque terme de $\{R\}$ à sa norme Euclidienne est sa valeur au carré. Il est possible d'ajuster l'importance donnée à chaque terme du résidu, vis-à-vis de sa norme Euclidienne, en le multipliant par un facteur donné. La pondération des moindres carrés consiste à multiplier les deux membres de l'équation (4.1) par une matrice diagonale dite de pondération avant l'inversion :

$$\ulcorner W \lrcorner \{X\} = \ulcorner W \lrcorner [H]\{F\}. \tag{4.2}$$

Ainsi, le résidu est normé par $\ulcorner W \lrcorner$:

$$\{R\} = \ulcorner W \lrcorner \left\{\{X\} - [H]\{F\}\right\}.$$

La solution $\{F\}$ par la méthode des moindres carrés pondérés s'écrit :

$$\{F\} = [H]^{W+}\{X\}, \tag{4.3}$$

avec $[H]^{W+} = \left[\ulcorner W \lrcorner [H]\right]^{+} \ulcorner W \lrcorner$,
$[\ ]^{+}$ dénotant la pseudo-inverse, $[M]^{+} = ([M]^{*}[M])^{-1}[M]^{*}$.

La matrice diagonale de pondération $\ulcorner W \lrcorner$ sert à ajuster l'importance de chaque ligne du système matriciel (4.1). Le i^e terme de la diagonale de $\ulcorner W \lrcorner$ est un coefficient attribué au i^e terme de la réponse vibratoire $\{X\}$ suivant le poids que l'on désire lui attribuer.

Deux stratégies de pondération ont été imaginées pour améliorer la technique de mesure indirecte d'efforts, toutes deux basées sur l'analyse de la matrice de transfert. La première est une normalisation du système, servant à corriger la tendance de la méthode des moindres carrés à donner plus d'importance aux réponses situées sur les degrés de liberté les plus souples de la structure. La normalisation peut servir également lorsque différentes unités sont représentées dans la réponse (pressions, accélérations, contraintes) ou dans l'excitation (force, moment). La seconde stratégie utilise la fonction de cohérence, indicateur permettant de chiffrer l'erreur avec laquelle une fonction de transfert mesurée est estimée.

4.1 Normalisation de la matrice de transfert

4.1.1 Principe

Lorsque la matrice de transfert possède de fortes hétérogénéités, ce qui peut arriver avec des structures complexes ou tout simplement quand les transferts ont des unités différentes, la réponse de la structure peut observer des amplitudes fortement différentes. Ainsi, un résidu relatif donné (en %) de la réponse vibratoire en un degré de liberté raide de la structure sera jugé moins pénalisant qu'un résidu de même amplitude relative mais sur un degré de liberté souple. Un capteur important, situé proche d'une excitation, peut être ainsi négligé parce qu'il est situé sur une direction particulièrement rigide. La normalisation du système consiste à corriger cette tendance.
Le principe adopté pour normaliser le système est de choisir la matrice de pondération $\ulcorner W \lrcorner$ de sorte qu'un vecteur d'excitation $\{F\}$ unitaire d'excitations décorrélées produise un vecteur de réponses pondérées $\ulcorner W \lrcorner \{X\}$ unitaire. Nous rappelons la formulation du système (4.1) lorsque les excitations sont décorrélées (cf. partie 3.2.2) :

$$\{S_X\} = [|H|^2]\{S_F\}, \tag{4.4}$$

avec $\{S_X\}$ vecteur des autospectres des réponses,
$\{S_F\}$ vecteur des autospectres des forces
et $[|H|^2]$ matrice des modules aux carré des transferts.

La matrice de pondération est introduite dans la formulation (4.4) :

$$\ulcorner W \lrcorner^2 \{S_X\} = \ulcorner W \lrcorner^2 [|H|^2]\{S_F\}.$$

Le principe adopté se traduit alors par :

$$\left\{ \begin{array}{c} 1 \\ 1 \\ ... \\ 1 \end{array} \right\}_m = \ulcorner W \lrcorner^2 [|H|^2] \left\{ \begin{array}{c} 1 \\ ... \\ 1 \end{array} \right\}_n ,$$

avec m et n nombres de réponses et d'excitations.

On obtient ainsi la valeur à donner à chaque terme de $\ulcorner W \lrcorner$:

$$W_{i,i} = \sqrt{\left(\sum_{j=1}^{n} |H_{i,j}|^2\right)^{-1}} \quad \text{avec } i \in [1, ..., m], \tag{4.5}$$

avec $W_{i,i}$ i^e terme de la diagonale de $\ulcorner W \lrcorner$,
$H_{i,j}$ j^e terme de la i^e ligne de la matrice de transfert
et m et n nombres de réponses et d'excitations.

Cette technique de normalisation a fait l'objet d'un précédent travail [LPLP 02b], et a montré son efficacité dans un contexte expérimental (cf partie 6).

4.1.2 Illustration numérique sur une structure simple

Pour illustrer numériquement l'intérêt de la normalisation de la matrice de transfert, on met en place une structure simple volontairement hétérogène en raideur. Cette structure est réalisée à l'aide de 200 éléments finis de type poutre 2D. La structure, représentée sur la figure 4.1 est composée de deux poutres de sections fortement différentes jointes entre elles à une extrémité et encastrées à l'autre. On introduit dans les calculs de fonctions de transfert un amortissement de type modal et d'une valeur de 1 %.

Trois points d'excitation et quatre de réponse sont sélectionnés. L'un des points d'excitation

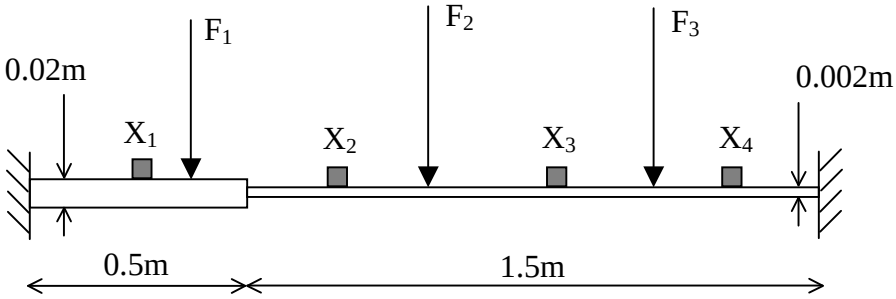


FIG. 4.1 – Structure étudiée

(F_1) est placé coté rigide (poutre de 2 cm d'épaisseur) et les deux autres (F_2 et F_3) coté souple (2 mm d'épaisseur). Un des points de mesure (X_1) est placé coté rigide, et trois (X_2, X_3 et X_4) coté souple. Les transferts entre les trois points d'excitation et les quatre points de réponse sont calculés et stockés sous forme matricielle. Pour illustrer l'hétérogénéité de la structure, les quatre autospectres des réponses provoquées par trois excitations décorrélées de type bruit blanc sont tracés sur la figure 4.2. Ces réponses sont obtenues par application de l'équation (4.4).

Il est évident sur la figure 4.2 que la structure présente un caractère fortement hétérogène en dessous de 300 Hz, la réponse au point X_1 étant particulièrement faible par rapport aux autres.

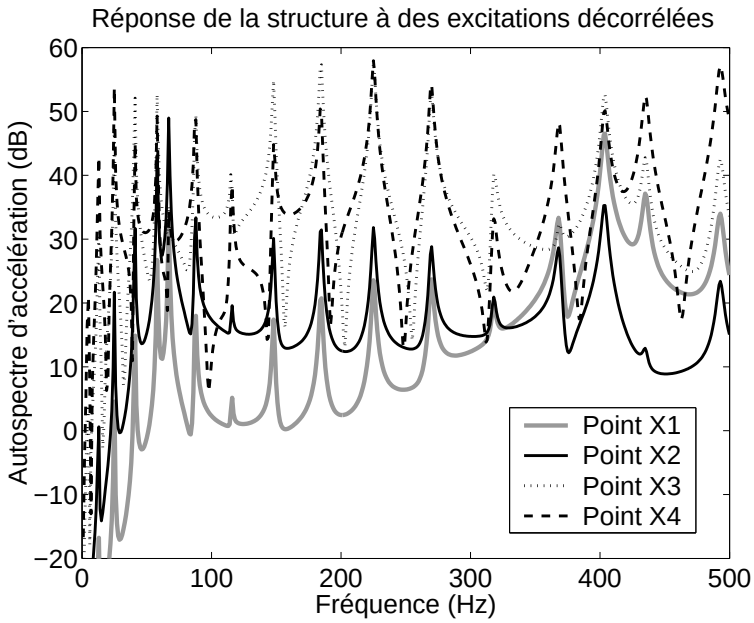


FIG. 4.2 – Illustration de l'hétérogénéité de la structure

Le problème de mesure indirecte d'efforts a été simulé selon les étapes suivantes :

- calcul de la matrice de transfert entre les points d'excitation et de réponse,
- simulation de la réponse de la structure en injectant des efforts unitaires corrélés (résolution de (4.1)),
- actions répétées N fois pour chaque abscisse fréquentielle :
  * bruitage gaussien complexe de la réponse (écart type 1 %),
  * résolution du problème par les moindres carrés pondérés et non pondérés,
- calcul de l'écart type obtenu sur les N excitations reconstruites.

Le bruitage introduit sur les réponses est un bruitage gaussien additif d'écart type 1 % en amplitude et aléatoire en phase. L'écart type sur les forces reconstruites obtenu par les moindres carrés et les moindres carrés pondérés est tracé pour les 3 forces sur la figure 4.3.

On constate dans un premier temps que les écarts types sur les efforts reconstruits observent des pics au voisinage des fréquences propres du système, d'autant plus marqués dans les basses fréquences. Ces pics sont dus au conditionnement du problème, qui est détérioré quand un mode particulier domine la réponse vibratoire au voisinage d'une fréquence propre peu amortie (cf. partie 2.2.5). Les écarts types particulièrement élevés en basse fréquence sont dus à une densité modale plus forte, ce qui accentue ce phénomène. Il est clair sur la figure 4.3 que la normalisation du système est bénéfique, les écarts types sur les efforts reconstruits étant fortement diminués en dessous de 300 Hz, zone fréquentielle de forte hétérogénéité de raideur. Non seulement le réajustement de l'importance accordée au capteur situé sur le degré de liberté particulièrement raide (X_1) permet une forte amélioration de la reconstruction des efforts voisins (essentiellement F_1 et dans une moindre mesure F_2), mais ce réajustement ne détériore pas la reconstruction du troisième effort F_3, qui pourtant était avantagé dans le calcul non pondéré par les fortes ampli-

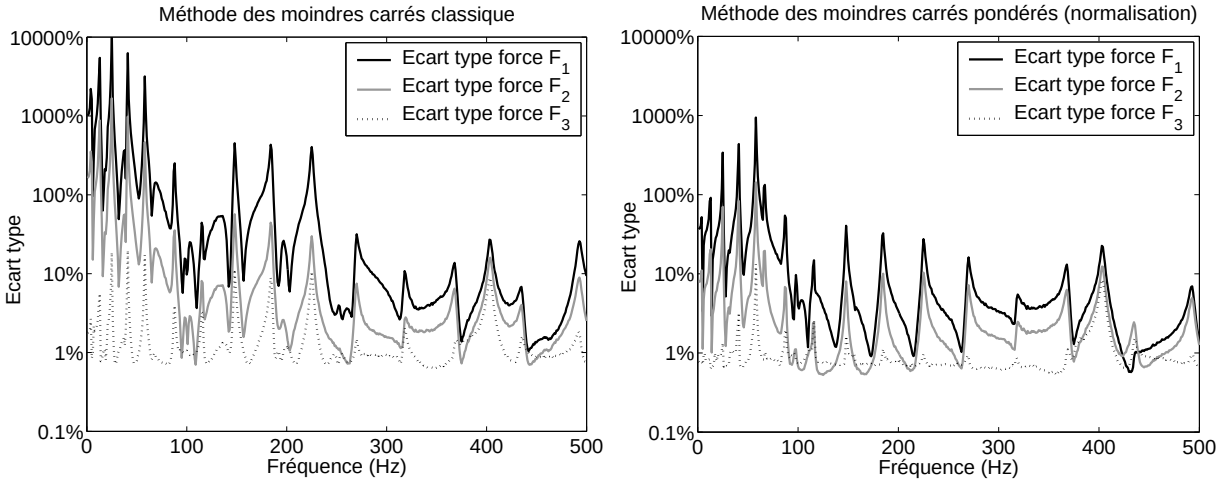


FIG. 4.3 – Ecart type sur les efforts reconstruits par les moindres carrés et les moindres carrés pondérés par la méthode de normalisation (écart type de 1 % introduit sur les réponses)

tudes des réponses aux points voisins X_3 et X_4.
Comme il a été vu dans la partie 2.2.5, la stabilité du problème face à une erreur aléatoire sur les entrées (réponses vibratoires) est directement liée au conditionnement de la matrice pseudo-inversée. Dans le problème non pondéré, la matrice pseudo-inversée n'est autre que la matrice de transfert $[H]$ elle même, tandis qu'il s'agit du produit $\ulcorner W \lrcorner [H]$ dans le problème pondéré. Le conditionnement des matrices $[H]$ et $\ulcorner W \lrcorner [H]$ sont tracés sur la figure 4.4. Plus le conditionnement est proche de 1, moins les efforts reconstruits sont sensibles aux erreurs sur les réponses. Cette figure illustre parfaitement l'apport de la normalisation, qui a pour effet de diminuer fortement le conditionnement du système. On note également le mauvais conditionnement en basse fréquence provoqué par la présence de nombreux modes peu amortis.

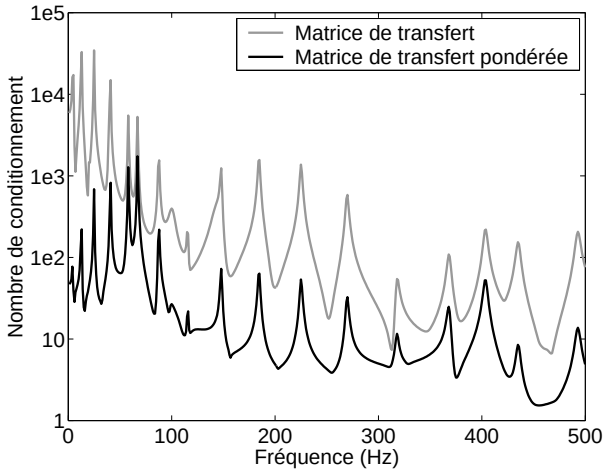


FIG. 4.4 – Conditionnement des matrices pseudo-inversées

4.2 Pondération basée sur les cohérences des fonctions de transfert

Lorsque la matrice de transfert est mesurée, l'incertitude de mesure peut être quantifiée la valeur des cohérences associées. Nous rappelons la formulation de la fonction de transfert H_{ij} entre une excitation F_j et une réponse X_i obtenue à partir de l'autospectre moyenné de l'excitation S_{jj} et de l'interspectre moyenné S_{ji}, ainsi que la cohérence associée γ_{ij}^2 :

$$\begin{aligned} H_{ij} &= \frac{S_{ji}}{S_{jj}}, \\ \gamma_{ij}^2 &= \frac{|S_{ji}|^2}{S_{ii}S_{jj}}. \end{aligned}$$

La signification de la fonction de cohérence est largement abordée au chapitre 3. La formulation adoptée pour la fonction de transfert est de type H_1, estimateur qui minimise le bruit présent sur le signal de réponse. Bendat et Piersol [BP 80] nous donnent une estimation de l'erreur commise sur l'estimation du module de la fonction de transfert en fonction de la cohérence :

$$\varepsilon(|H_{ij}|) = \sqrt{\frac{1-\gamma_{ij}^2}{2n\gamma_{ij}^2}}\ , \tag{4.6}$$

avec n nombre de fenêtre temporelles utilisées pour le moyennage.

Une illustration de l'expression (4.6) est donnée par la figure 4.5. Il est évident que le nombre de moyennes réalisées est d'autant plus important pour améliorer l'estimation du transfert que la cohérence entre F_j et X_i est faible.

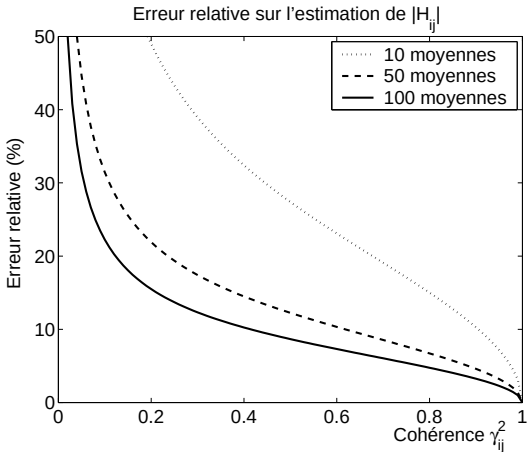


FIG. 4.5 – Estimation de l'erreur aléatoire relative sur les fonctions de transfert mesurées en fonction de la cohérence

L'idée d'une pondération basée sur les cohérences est d'appliquer un filtre donnant plus d'importance dans la résolution inverse aux réponses pour lesquelles les fonction de transfert sont les moins bruitées. Cette idée a été utilisée par Bell et Rodeman [BR 88] dans le cadre d'une reconstruction scalaire d'effort (une seule force reconstruite à partir de plusieurs réponses). Dans

le cadre d'un problème pour lequel plusieurs efforts sont reconstruits, il est nécessaire de tenir compte de l'ensemble des transferts associés à chaque réponse. L'approche la plus simple consiste à pondérer les réponses par la moyenne des cohérences des fonctions de transfert associées, c'est à dire les transferts entre toutes les excitations et la réponse considérée :

$$W_{i,i} = \left(\frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} \gamma_{ij}^2 \right)^p \quad \text{avec } i \in [1, ..., m], \tag{4.7}$$

avec $W_{i,i}$ i^e terme de la diagonale de $\ulcorner W \lrcorner$,
γ_{ij}^2 cohérence entre la j^e excitation et la i^e réponse,
m et n nombres de réponses et d'excitations,
et p un paramètre ajustant la pondération.

Le paramètre p permet d'ajuster la pondération. Ce paramètre peut être réglé au regard de la relation (4.6) illustrée par la figure 4.5. Plus le nombre de fenêtres temporelles est faible, plus l'incertitude sur les transferts observant une cohérence faible est importante, et donc plus le filtrage apporté par p doit être sévère. La valeur du i^e coefficient de pondération $W_{i,i}$ est tracé sur la figure 4.6 pour différentes valeurs de p.

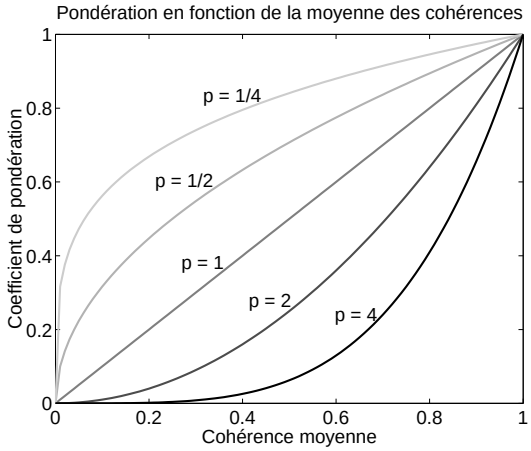


FIG. 4.6 – Pondération appliquée par la relation (4.7) en fonction de la cohérence

Un bémol doit cependant être apporté lorsque l'on désire appliquer ce type de correction de manière systématique. Une cohérence entre une excitation et une réponse peut être mauvaise à cause d'un transfert de faible amplitude. La réponse étant fortement polluée par le bruit de fond, la cohérence obtenue est faible. Cependant, lorsque la même réponse possède un transfert de forte amplitude associé à une bonne cohérence avec une autre excitation, ôter de l'importance à cette réponse par une forte pondération peut être mauvais pour le conditionnement. Imaginons le cas simple pour lequel une réponse ne « voit » qu'une excitation, qui n'est elle même « vue » que par cette réponse. La reconstruction de l'excitation devient alors triviale, pouvant être résolue scalairement. Cependant, si le capteur de réponse ne « voit » pas les autres excitations, les cohérences résultantes peuvent être mauvaises. Appliquer directement (4.7) peut alors conduire à négliger cette réponse, contenant pourtant une information exclusive sur l'une des excitations. L'équation (4.7) peut être reformulée pour tenir compte de cela. Il suffit de pondérer le moyennage des cohérences par l'amplitude des fonctions de transfert associées :

$$W_{i,i} = \left(\left(\sum_{j=1}^{n} |H_{ij}|^2 \right)^{-1} \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} \left(|H_{ij}|^2 \gamma_{ij}^2 \right) \right)^p \quad \text{avec } i \in [1, ..., m], \tag{4.8}$$

avec $W_{i,i}$ i^e terme de la diagonale de $\ulcorner W \lrcorner$,
γ_{ij}^2 cohérence entre la j^e excitation et la i^e réponse,
m et n nombres de réponses et d'excitations
et p un paramètre ajustant la pondération.

4.3 Conclusion

La technique de pondération développée au cours de ce chapitre s'apparente à une méthode d'optimisation du calcul des moindres carrés. La normalisation du système, basée sur l'équilibrage de l'importance donnée à chaque réponse lors de la minimisation du résidu, s'est avérée efficace sur une structure simple observant un comportement dynamique volontairement hétérogène. L'effet de la normalisation sur le conditionnement du problème est caractérisé par l'amélioration notoire du nombre de conditionnement de la matrice de transfert pondérée. Un second concept de pondération a été exposé, applicable dans les situations pour lesquels les transferts sont mesurés. Cette pondération se base sur les fonctions de cohérence associées aux fonctions de transfert, fonctions qui permettent de chiffrer l'incertitude sur les transferts mesurés. Le principe est d'accorder moins d'importance aux réponses pour lesquelles les transferts mesurés ont une mauvaise cohérence. Cette stratégie de pondération peut permettre de supprimer d'éventuelles erreurs que pourrait apporter un fort niveau de bruit sur un transfert mesuré. Cette stratégie de pondération, ainsi que la méthode de normalisation du système, est appliquée dans un cas expérimental décrit au chapitre 6.

Chapitre 5

Méthode des moindres carrés totaux - application à la mesure indirecte d'efforts

La méthode des moindres carrés totaux est une alternative à la méthode des moindres carrés pour inverser un système linéaire surdéterminé. C'est une méthode qui, en principe, correspond mieux au problème de mesure indirecte d'efforts. Une première section est dédiée à la description du concept des moindres carrés totaux, comparé au concept moindres carrés dans une expérience numérique. Une seconde section est consacrée à l'application des moindres carrés totaux à la mesure indirecte d'efforts. Enfin, une troisième section est un exposé les différents indicateurs de réussite des calculs moindres carrés et moindres carrés totaux.

5.1 Les moindres carrés totaux

5.1.1 Principe de la méthode

La méthode des moindres carrés totaux est une approche différente des moindres carrés classique pour inverser un système linéaire. Prenons le système matriciel suivant :

$$[c]_{mp} = [A]_{mn}[b]_{np}, \quad m > n. \tag{5.1}$$

L'inversion de cette relation devient nécessaire lorsque l'on désire obtenir $[b]$ connaissant $[c]$ et $[A]$. Le principe des moindres carrés a été évoqué en 2.2.2 pour le cas où $p = 1$. Dans ce cas, $[b]$ et $[c]$ sont des vecteurs colonnes. Pour les moindres carrés classiques, la résolution peut être effectuée indépendamment pour chaque colonne de $[b]_{np}$, et passe par la pseudo-inversion de $[A]$. Le résidu représente la différence après calcul entre les deux termes de l'équation (5.1). Quand p vaut 1, le résidu est un vecteur, et la solution au sens des moindres carrés passe par la minimisation de sa norme Euclidienne (cf. section 2.2.2). Lorsque p est supérieur à 1, la minimisation est faite sur une norme matricielle dite de Frobenius du résidu :

$$\|[r]_{mp}\|_{fro} = \sqrt{\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{p}|r_{ij}|^2},$$

où r_{ij} désigne la i^e ligne de la j^e colonnes de $[r]_{mp}$.

Le principe de la résolution du problème au sens des moindres carrés peut être formulé comme suit (cf. Golub et Van Loan [GVL 83]) :

minimiser $\|[r]\|_{fro}$ *satisfaisant* $\mathcal{R}([c]+[r]) \subset \mathcal{R}([A])$,
où $\mathcal{R}([x])$ désigne l'ensemble des combinaisons linéaires des vecteurs colonnes de la matrice $[x]$.

Cette formulation du principe des moindres carrés met en évidence que l'ensemble des erreurs sur les données d'entrée $[A]$ et $[c]$ est supposé être concentré sur le vecteur $[c]$. Le vecteur résidu $[r]$ est en quelque sorte un degré de liberté donné au vecteur $[c]$. La mise en œuvre des moindres carrés passe par le calcul de la pseudo-inverse de la matrice $[A]$. Le résultat $[b]$ au sens des moindres carrés est une projection des différents vecteurs colonnes de $[c]$ sur la base des n vecteurs colonnes formant la matrice $[A]_{mn}$:

$$[b] = [A]^{+}[c] = ([A]^{*}[A])^{-1}[A][c].$$

Le principe de la résolution du problème au sens des moindres carrés totaux est formulé comme suit (cf. [GVL 83]) :

minimiser $\| \, [\, r_A \mid r_c \,] \, \|_{fro}$ *satisfaisant* $\mathcal{R}([c]+[r_c]) \subset \mathcal{R}([A]+[r_A])$,
les matrices $[r_c]$ et $[r_A]$ représentant les résidus obtenus pour les matrices $[c]$ et $[A]$.

Les matrices $[r_c]$ et $[r_A]$ sont qualifiées de résiduelles car elle représentent la distance entre des quantités données *a priori* $[c]$ et $[A]$ et les mêmes quantités *a posteriori* $([c]+[r_c])$ et $([A]+[r_A])$. Par comparaison avec le principe des moindres carrés classique exposé plus haut, on constate que cette formulation tient compte d'une possible erreur non seulement sur le vecteur $[c]$ mais également sur la matrice $[A]$. Pour mettre en œuvre la méthode des moindres carrés totaux, on part du principe qu'il existe un nombre p de dépendances linéaires entre les n vecteurs colonnes de la matrice $[A]_{mn}$ et les p vecteurs colonnes de $[c]_{np}$. Ce principe est traduit algébriquement par le fait que la matrice résultant de l'assemblage de $[A]_{mn}$ et $[c]_{np}$ doit être de rang n :

$$\text{rang}\left([\, A \mid c \,]_{m(n+p)}\right) = n \,, \tag{5.2}$$

$[\, A \mid c \,]$ représentant une matrice composée de $[A]$ à gauche et $[c]$ à droite.

La contrainte imposée par la relation (5.2) peut être introduite en utilisant la décomposition en valeurs singulières de la matrice composée $[\, A \mid c \,]$:

$$[\, A_{mn} \mid c_{mp} \,] = [\, U_{mn} \mid U_{mp}] \begin{bmatrix} \Sigma_{nn} & 0 \\ 0 & \Sigma_{pp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{nn} & V_{np} \\ V_{pn} & V_{pp} \end{bmatrix}^{*} , \tag{5.3}$$

avec $\ulcorner \Sigma_{pp} \lrcorner$ matrice diagonale des p plus petites valeurs singulières.

Pour satisfaire la contrainte (5.2), la matrice $\ulcorner \Sigma_{pp} \lrcorner$ est considérée comme nulle. Ainsi, le rang de la matrice composée $[\, A \mid c \,]_{m(n+p)}$, défini par le nombre de valeurs singulières non nulles, est artificiellement réglé à n. En multipliant les deux membres de l'équation (5.3) par la matrice unitaire $[V]$ (composée de $[V_{nn}]$, $[V_{np}]$, $[V_{pn}]$, et $[V_{pp}]$), on obtient la relation suivante :

$$[\ A_{mn} \mid c_{mp}\ ] \begin{bmatrix} V_{nn} & V_{np} \\ V_{pn} & V_{pp} \end{bmatrix} = [\ U_{mn}\Sigma_{nn}|0_{pp}]. \tag{5.4}$$

Le système donné par les p colonnes de droite des deux membres de l'équation (5.4) peut s'écrire comme suit :

$$[A_{mn}][V_{np}] + [c_{mp}][V_{pp}] = 0,$$

soit

$$[c_{mp}] = -[A_{mn}][V_{np}][V_{pp}]^{-1}. \tag{5.5}$$

La solution $[b_{np}]$ au sens des moindres carrés totaux peut être obtenue en injectant l'expression (5.5) dans le système (5.1) :

$$[b_{np}] = -[V_{np}][V_{pp}]^{-1}. \tag{5.6}$$

On peut également formuler *a posteriori* les matrices $[A_{mn}]$ et $[c_{mp}]$ corrigées au sens des moindres carrés totaux par l'annulation des p plus petites valeurs singulières. D'après (5.3), on peut écrire :

$$\begin{aligned} [A_{mn}]^{post} &= [U_{mn}]^{\ulcorner}\Sigma_{nn}{}_{\lrcorner}[V_{nn}]^*, \\ [c_{mp}]^{post} &= [U_{mn}]^{\ulcorner}\Sigma_{nn}{}_{\lrcorner}[V_{pn}]^*. \end{aligned} \tag{5.7}$$

Par comparaison, la méthode des moindres carrés classique donne :

$$\begin{aligned} [A_{mn}]^{post} &= [A_{mn}], \\ [c_{mp}]^{post} &= [A_{mn}][b_{np}] = [A_{mn}][A_{mn}]^{+}[c_{mp}]. \end{aligned}$$

Cela montre bien la différence fondamentale entre les moindres carrés et les moindres carrés totaux : les moindres carrés classiques n'apportent pas de correction à la matrice $[A_{mn}]$.

5.1.2 Moindres carrés et moindres carrés totaux - confrontation numérique

Dans le but de comparer les méthodes des moindres carrés et des moindres carrés totaux, on met en place une expérience purement numérique de type Monte Carlo. On prend le système (5.1) avec les tailles suivantes :

$$\{c\}_{8*1} = [A]_{8*5}\{b\}_{5*1}. \tag{5.8}$$

Pour chaque expérience, les éléments de $[A]_{8*5}$ et $\{b\}_{5*1}$ sont tirés au hasard. Le vecteur $\{c\}_{8*1}$ est ensuite calculé à partir de (5.8). Ensuite, un bruit de type gaussien avec un écart type donné est introduit sur $[A]_{8*5}$ et $\{c\}_{8*1}$. Les estimations au sens des moindres carrés et des moindres carrés totaux du vecteur $\{b\}_{5*1}$ sont ensuite calculées. La comparaison de ces estimations avec le vecteur $\{b\}_{5*1}$ introduit au départ permet d'évaluer les erreurs relatives sur la solution pour chacune des deux méthodes.
La matrice $[A]_{8*5}$ n'est pas réellement tirée au hasard, un nombre de conditionnement prédéfini lui est attribué. On utilise pour cela la décomposition en valeurs singulières d'une matrice tirée au hasard. Les valeurs singulières sont modifiées de manière à obtenir le conditionnement désiré :

$$[R] = [U]^{\ulcorner} S_{\lrcorner}[V]^*,$$

avec $[R]$ matrice dont les termes sont tirés de manière aléatoire entre 0 et 1.
On modifie les valeurs singulières ${}^{\ulcorner}S_{\lrcorner}$ de sorte que le rapport entre la plus grande et la plus petite soit égal au conditionnement désiré :

$$\left(\frac{S^{max}}{S^{min}}\right)^k = c,$$

avec S^{max} et S^{min} les valeurs singulières maximum et minimum,
c le conditionnement désiré
et k la correction recherchée.

Ainsi,

$$k = \frac{ln(c)}{ln(S^{max}) - ln(S^{min})},$$

Soit la matrice de conditionnement c :

$$[A] = [U]^{\ulcorner} S_{\lrcorner}{}^k[V]^*.$$

Deux expériences sont réalisées. La première concerne l'étude de l'erreur moyenne relative sur le résultat $\{b\}_{5*1}$ en fonction de l'erreur sur les données d'entrée $\{c\}_{8*1}$ et $[A]_{8*5}$, et ce à conditionnement donné égal à 100. La seconde expérience est dédiée à l'étude de l'erreur moyenne relative sur le résultat $\{b\}_{5*1}$ en fonction du conditionnement de la matrice $[A]_{8*5}$, et ce avec une erreur sur les données d'entrée $\{c\}_{8*1}$ et $[A]_{8*5}$ de 1 %. Pour chaque abscisse (erreur sur les données d'entrée pour la première expérience et conditionnement pour la seconde expérience), le calcul est répété 1000 fois, et une moyenne des erreurs relatives sur la solution est calculée. Les résultats des deux expériences numériques sont présentés sur la figure 5.1.

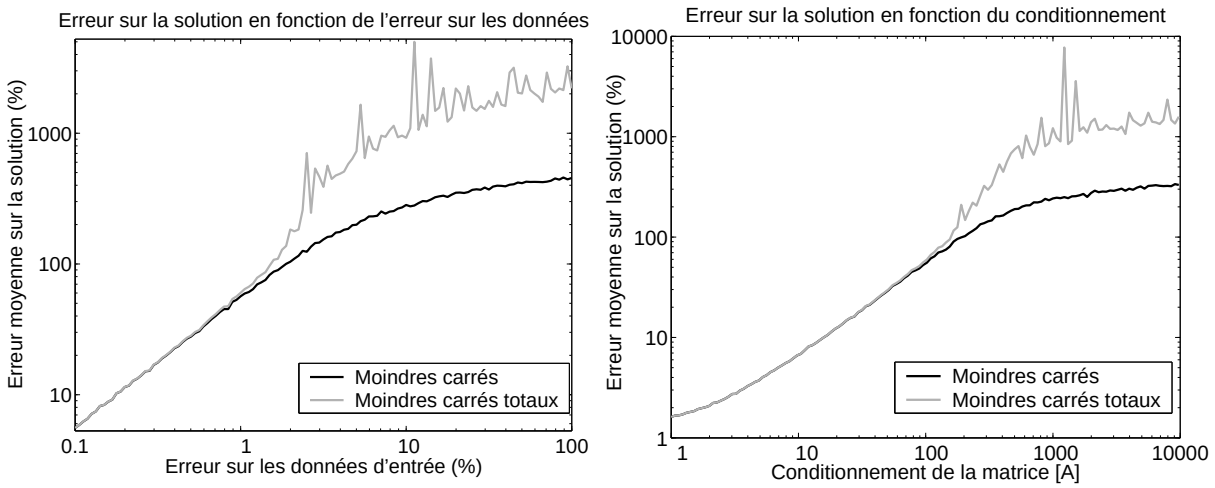


FIG. 5.1 – Comparaison des moindres carrés et moindres carrés totaux par méthode Monte Carlo

On constate dans un premier temps que le facteur d'amplification de l'erreur est dans tous les cas supérieur à 1, c'est-à-dire que l'erreur sur la solution $\{b\}$ est toujours supérieure à l'erreur imposée aux données d'entrée du problème $[A]$ et $\{c\}$. Ce facteur d'amplification est relativement constant dans un premier temps lorsque l'erreur sur les données d'entrée augmente, et équivalent pour les méthodes moindres carrés et moindres carrés totaux. Ce facteur d'amplification d'erreur augmente avec le conditionnement de la matrice $[A]$, et reste équivalent pour les deux approches tant que le conditionnement est inférieur à 100. Il est évident sur les deux expériences que lorsque l'erreur sur les données d'entrée ou le conditionnement de $[A]$ dépasse un certain seuil, l'estimation au sens des moindres carrés diverge moins que l'estimation au sens des moindres carrés totaux. Cette observation est très importante. En effet, on a vu précédemment (cf. 5.1.1) que la méthode des moindres carrés totaux se base sur le fait que l'erreur est potentiellement présente sur le vecteur $\{c\}_{8*1}$ et la matrice $[A]_{8*5}$. La méthode des moindres carrés admet seulement une possible erreur sur $\{c\}_{8*1}$. Dans le cas présent nous avons bruité à la fois $\{c\}_{8*1}$ et $[A]_{8*5}$, la méthode la plus juste au niveau des hypothèses est donc la méthode des moindres carrés totaux. Cependant, les moindres carrés semblent fournir une estimation de la solution plus stable en conditions défavorables (fort conditionnement, fort niveau de bruit) et par conséquent moins fausse. La nature « dérégularisante » de la méthode des moindres carrés totaux est connue et a été évoquée dans plusieurs travaux ([GVL 80], [LUC 00]).

5.2 Application des moindres carrés totaux à la mesure indirecte d'efforts

5.2.1 Cas général des réponses partiellement corrélées

Lorsque les réponses mesurées ne sont pas totalement corrélées et qu'aucun a priori ne peut être fait sur le niveau de corrélation des sources, la formulation générale du problème de mesure indirecte d'efforts est issue de la relation entre matrices interspectrales d'excitation et de réponse :

$$[S_{XX}]_{mm} = [H]_{mn}[S_{FF}]_{nn}[H]^*_{mn}, \tag{5.9}$$

avec $[S_{FF}]_{nn}$ matrice interspectrale des efforts
et $[S_{XX}]_{mm}$ matrice interspectrale des réponses.

Le système (5.9) n'est pas conditionné pour l'application des moindres carrés totaux. D'après La technique d'analyse spectrale en composantes principales exposée en 3.1.4, on peut décomposer la matrice interspectrale des réponses vibratoires $[S_{XX}]_{mm}$ en un nombre p de réponses décorrélées (avec $p < m$) :

$$[S_{XX}]_{mm} = [\chi]_{mp}[\chi]^*_{mp}, \tag{5.10}$$

avec $[\chi]_{mp} = [\Phi]_{mp}{}^{\ulcorner}\sigma_{\lrcorner pp}$,
$[\Phi]_{mp}$ vecteurs propres de $[S_{XX}]$
et ${}^{\ulcorner}\sigma_{\lrcorner pp}$ matrice diagonale des valeurs propres non nulles de $[S_{XX}]_{mm}$.

Les colonnes de la matrice $[\chi]_{mp}$ représentent les vecteurs de réponses vibratoires décorrélés. Des techniques évoquées en 3.2.3 permettent d'obtenir une formulation équivalente à (5.10) à partir de l'acquisition d'une matrice interspectrale de réponse réduite.

A partir de la matrice $[\chi]_{mp}$, on peut reformuler (5.9) comme suit :

$$[\chi]_{mp} = [H_{(\omega)}]_{mn}[\varphi]_{np}, \tag{5.11}$$

avec $[\varphi]_{np}$ matrice composée des p vecteurs d'excitation décorrélés.

La formulation (5.11) permet d'estimer une solution $[\varphi]_{np}$ au sens des moindres carrés totaux. Ensuite, il est possible de reconstruire à partir des excitations virtuelles décorrélées la matrice interspectrale réelle des excitation :

$$[S_{FF}]_{nn} = [\varphi]_{np}[\varphi]^*_{np}. \tag{5.12}$$

5.2.2 Pondération des moindres carrés totaux

5.2.3 Pondération des lignes du système

Les différentes stratégies de pondération des moindres carrés développées en au chapitre 4 peuvent être aisément appliquées aux moindres carrés totaux. Il suffit pour cela de multiplier la matrice composée de la matrice de transfert $[H]$ et des réponses vibratoires décorrélées $[\chi]_{mp}$ par la matrice de pondération construite d'après les différentes stratégies adoptées avant la décomposition en valeurs singulières.

5.2.4 Pondération des colonnes du système

La pondération utilisée jusqu'ici se base sur la multiplication de chaque ligne du système par un facteur donné. Cela se traduit par la multiplication *par la gauche* des deux membres de (4.1). Une pondération des colonnes du système, qui se traduit par une multiplication *par la droite*, n'a pas encore été abordée car elle n'a aucun effet sur la solution au sens des moindres carrés. En effet, reprenons (4.1) pondéré par la gauche par $\ulcorner W^G \lrcorner$ et par la droite par $\ulcorner W^D \lrcorner$:

$$\ulcorner W^G \lrcorner \{X\} \ulcorner W^D \lrcorner = \ulcorner W^G \lrcorner [H] \{F\} \ulcorner W^D \lrcorner.$$

Ce système est inversé au sens des moindres carrés :

$$\{F\} \ulcorner W^D \lrcorner = (\ \ulcorner W^G \lrcorner [H]\ )^{+} \ulcorner W^G \lrcorner \{X\} \ulcorner W^D \lrcorner,$$

ce qui équivaut à :

$$\{F\} = (\ \ulcorner W^G \lrcorner [H]\ )^{+} \ulcorner W^G \lrcorner \{X\}.$$

Cependant, il faut noter que lorsque une des méthodes de régularisation évoquée en 2.2.6 est utilisée, la pondération des colonnes n'est plus sans effets. Elle est d'ailleurs utilisée par Guillaume [GPDS 02] dans le cadre d'un problème de localisation de sources vibratoires régularisé par troncature de valeurs singulières.
La méthode des moindres carrés totaux utilise la technique de troncature de valeurs singulières,

sans pour autant parler de régularisation (voir plus haut 5.1.1). La pondération des colonnes de la matrice composée $[\ H \mid \chi\ ]$ est en effet possible, voir même fortement conseillée. La pondération par la droite va ajuster l'importance donné à chaque colonne lors de la décomposition en valeurs singulières. Plus une colonne est amplifiée, plus elle sera représentée par des valeurs singulières fortes. Etant donné que l'on supprime les p plus petites valeurs singulières, leur hiérarchisation est déterminante.
Reprenons le principe des moindres carrés totaux :

minimiser $\|\ [\ r_H \mid r_\chi\ ]\ \|_{fro}$ *satisfaisant* $\mathcal{R}([\chi] + [r_\chi]) \subset \mathcal{R}([H] + [r_H])$,
où $\mathcal{R}([a])$ désigne l'ensemble des combinaisons linéaires des vecteurs colonnes de la matrice $[a]$.

C'est la tolérance sur les résidus de la matrice de transfert $[r_H]$ et du vecteur de réponses $[r_\chi]$ qui est ajustée par la pondération des colonnes. Si par exemple un poids trop important est donné aux colonnes représentées par la matrice $[H]$, les colonnes représentées par $[\chi]$ vont être négligées, ce qui revient à calculer une solution au sens des moindres carrés classique : toute l'erreur est reportée sur le résidu $[r_\chi]$.
La pondération des colonnes est fondamentale pour la résolution au sens des moindres carrés totaux du problème de mesure indirecte d'efforts, car les différentes colonnes de la matrice $[\ H \mid \chi\ ]$ décomposée en valeurs singulières sont d'unités différentes. Les colonnes représentées par $[H]$ sont des transferts, dont l'unité est de type réponse/excitation. Les colonnes représentées par $[\chi]$ sont des réponses. Il est donc nécessaire de rattraper cette différence d'unité. Un poids est donc alloué à chaque colonne de la matrice de transfert de manière à ajuster leur norme Euclidienne à l'unité. les colonnes de la matrice $[\chi]$ représentent les réponses décorrélées par analyse spectrale en composantes principales. Les colonnes les plus faibles de $[\chi]$ sont aussi les plus bruitées, et si le nombre de phénomènes décorrélées p (nombres de colonnes de $[\chi]$) a été surestimé, les colonnes les plus faibles ne représentent que du bruit. Dans le but de ne pas amplifier les colonnes de $[\chi]$ présentant les normes Euclidiennes les plus petites, ce ne sont pas chaque colonne qui est normée à l'unité (comme pour $[H]$), mais la matrice $[\chi]$ elle même, au sens de Frobenius. Les éléments de la matrice diagonale de pondération par la droite $\ulcorner W^D \lrcorner$ sont donc exprimés par :

$$W^D_{j,j} = \left(\sum_{i=1}^{m} |H_{i,j}|^2 \right)^{-\frac{1}{2}} \quad , \quad j \in [1, ..., n], \tag{5.13}$$
$$W^D_{j,j} = (\|[\chi]\|_{fro})^{-1} = \left(\sum_{i=1}^{m} \sum_{k=1}^{p} |\chi_{i,k}|^2 \right)^{-\frac{1}{2}} \quad , \quad j \in [n+1, ..., n+p].$$

5.2.5 Solution au sens des moindres carrés totaux pondérés

La matrice composée $[\ H_{mn} \mid \chi_{mp}\ ]$ est donc multipliée par la gauche par $\ulcorner W^G \lrcorner$ et par la droite par $\ulcorner W^D \lrcorner$ avant sa décomposition en valeurs singulières. On reprend la formulation (5.3) :

$$\ulcorner W^G \lrcorner [\ H_{mn} \mid \chi_{mp}\ ] \ulcorner W^D \lrcorner = [\ U_{mn} \mid U_{mp}] \begin{bmatrix} \Sigma_{nn} & 0 \\ 0 & \Sigma_{pp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{nn} & V_{np} \\ V_{pn} & V_{pp} \end{bmatrix}^* , \tag{5.14}$$

avec $\ulcorner\Sigma_{pp}\lrcorner$ matrice diagonale des p plus petites valeurs singulières.
Les p plus petites valeurs singulières sont supprimées. En multipliant les deux membres de l'équation (5.14) par la matrice unitaire $[V]$ (composée de $[V_{nn}]$, $[V_{np}]$, $[V_{pn}]$, et $[V_{pp}]$), on obtient la relation suivante :

$$\ulcorner W^G\lrcorner[\ H_{mn} \mid \chi_{mp}\ ]\ulcorner W^D\lrcorner \begin{bmatrix} V_{nn} & V_{np} \\ V_{pn} & V_{pp} \end{bmatrix} = [\ U_{mn}\Sigma_{nn}|0_{pp}]. \tag{5.15}$$

Le système donné par les p colonnes de droite des deux membres de l'équation (5.15) peut s'écrire comme suit :

$$\ulcorner W^G\lrcorner[\ H_{mn} \mid \chi_{mp}\ ] \begin{bmatrix} (W^D_{nn}V_{np}) \\ (W^D_{pp}V_{pp}) \end{bmatrix} = 0,$$

avec $\ulcorner W^D_{nn}\lrcorner$ matrice diagonale des n premiers termes de la diagonale de $\ulcorner W^D\lrcorner$
et $\ulcorner W^D_{pp}\lrcorner$ matrice diagonale des p derniers termes de la diagonale de $\ulcorner W^D\lrcorner$.

Ainsi, on a

$$\ulcorner W^G\lrcorner[H_{mn}]\ulcorner W^D_{nn}\lrcorner V_{np} + \ulcorner W^G\lrcorner[\chi_{mp}]\ulcorner W^D_{pp}\lrcorner V_{pp} = 0,$$

soit

$$[\chi_{mp}] = -[H_{mn}]\ulcorner W^D_{nn}\lrcorner[V_{np}][V_{pp}]^{-1}\ulcorner W^D_{pp}\lrcorner^{-1}. \tag{5.16}$$

La solution $[\varphi]_{np}$ est alors identifié en injectant (5.16) dans (5.11) :

$$[\varphi]_{np} = -\ulcorner W^D_{nn}\lrcorner[V_{np}][V_{pp}]^{-1}\ulcorner W^D_{pp}\lrcorner^{-1}, \tag{5.17}$$

Avec $[\varphi]_{np}$ matrice composée des p vecteurs d'excitation décorrélés.

On reconstruit ensuite la matrice interspectrale réelle des excitation :

$$[S_{FF}]_{nn} = [\varphi]_{np}[\varphi]^*_{np}. \tag{5.18}$$

5.3 Indicateurs de succès des moindres carrés et des moindres carrés totaux

5.3.1 Résidu

Les résidus de calcul au sens des moindres carrés et des moindres carrés totaux chiffrent en quelque sorte la vérification *a posteriori* des hypothèses de départ.
Pour les moindres carrés, l'hypothèse de départ est que le vecteur réponse est une combinaison linéaire des colonnes de la matrice de transfert. Le résidu est alors la différence entre la combinaison linéaire des colonnes de la matrice de transfert la plus proche du vecteur réponse et le vecteur réponse lui même :

$$\{r\} = [H]\{F\}^{mc} - \{X\},$$

où $\{F\}^{mc}$ désigne la solution au sens des moindres carrés.
Dans ce cas, le résidu permet de repérer d'éventuelles erreurs de modèle, car si l'on n'arrive pas

à reproduire les réponses mesurées avec la matrice de transfert, c'est que cette dernière décrit mal la structure réelle.

Pour les moindres carrés totaux, l'hypothèse de base est que les colonnes de la matrice de transfert et des réponses observent des dépendances linéaires. Cette hypothèse est vérifiée par l'annulation des p plus petites valeurs singulières. Le résidu au sens des moindres carrés totaux est obtenu sur les réponses $[X]$ mais aussi sur la matrice de transfert $[H]$.

$$[r_X] = [X]^{post} - [X],$$
$$[r_H] = [H]^{post} - [H],$$

les quantités *a posteriori* $[X]^{post}$ et $[H]^{post}$ étant exprimmées par (5.7).

Dans le cas des moindres carrés totaux, le résidu permet également de repérer une erreur de modèle, mais dans une moindre mesure, car un certain degré de liberté, représenté par le résidu $[r_H]$, est justement donné à la matrice de transfert lors de la résolution.

5.3.2 Conditionnement de la matrice de transfert

Le conditionnement de la matrice de transfert est un indicateur de stabilité du problème (cf. 2.2.5). Le conditionnement d'une matrice, compris entre 1 et $+\infty$, est le rapport entre sa plus forte et sa plus faible valeur singulière. Plus le conditionnement est proche de 1, plus le problème est stable. Le conditionnement peut fournir un bon indicateur de réussite à la fois des moindres carrés et des moindres carrés totaux.
Cependant, pour les moindres carrés totaux, la décomposition en valeurs singulières est réalisée sur une matrice composée des fonctions de transfert et des réponses. Ensuite, une opération de troncature des valeurs singulières les plus petites est réalisée. Il est évident que plus ces valeurs sont élevées, plus l'hypothèse de départ sur le rang de la matrice composée (cf. (5.2) est contrariée. Dans le cas extrême pour lequel la n^e valeur singulière (par ordre décroissant) est égale à la $(n+1)^e$, cas bien évidemment jamais rencontré exactement dans la pratique, le problème au sens des moindres carrés n'a pas de solution. En effet, comment choisir les n plus grandes valeurs singulières à conserver lorsque la n^e est égale à la $(n+1)^e$? Dans leur article sur l'analyse des moindres carrés totaux [GVL 80], Golub et Van Loan proposent d'introduire la différence entre la n^e et la $(n+1)^e$ valeur singulière comme un indicateur de solvabilité du problème au sens des moindres carrés totaux.

5.3.3 Comparaison des estimations moindres carrés et moindres carrés totaux

On a constaté en 5.1.2 que la méthode des moindres carrés totaux est plus sensible que la méthode des moindres carrés car les hypothèses de départ sont plus exigeantes. On vérifie sur la figure 5.1 que lorsque les conditions sont bonnes (faible bruit sur les données et conditionnement raisonnable), les deux méthodes donnent des résultats équivalents. Par contre, en conditions

défavorables, la multiplication de l'erreur est plus importante par les moindres carrés totaux. Un indicateur permettant de repérer d'éventuelles « mauvaises » conditions d'inversion a donc été imaginé, basé sur la comparaison des solutions au sens des moindres carrés et des moindres carrés totaux :

$$\delta_{i,j} = 1 - \frac{|F_{i,j}^{mc} - F_{i,j}^{mct}|}{|F_{i,j}^{mc}| + |F_{i,j}^{mct}|}, \text{ avec } i \in [1, ..., n] \text{ et } j \in [1, ..., p] \tag{5.19}$$

avec $[F]^{mc}$ et $[F]^{mct}$ solutions au sens des moindres carrés et des moindres carrés totaux,
n le nombre d'efforts recherchés
et p le nombre de phénomènes décorrélés.

L'indicateur $\delta_{i,j}$ est compris entre 0 et 1. plus il est proche de 1, plus les solutions au sens des moindres carrés et des moindres carrés totaux sont proches. Le développement de cet indicateur, ainsi qu'une mise en pratique expérimentale, a fait l'objet de plusieurs travaux [LPLP 03a] [LPLP 03b].

5.4 Conclusion

La méthode des moindres carrés totaux, bien qu'a priori mieux adaptée à la mesure indirecte d'efforts que les moindres carrés classiques, s'est révélée être numériquement moins stable. Lorsque les conditions d'inversion sont bonnes (faible bruit, faible conditionnement), les deux méthodes sont aussi performantes. Par contre, lorsque les conditions se dégradent, les moindres carrés classiques fournissent des résultats « moins faux » que les moindres carrés totaux. La comparaison des estimations moindres carrés - moindres carrés totaux à été proposée comme étant un indicateur de bonnes ou mauvaises conditions d'inversion. Lorsque les deux méthodes donnent des résultats similaires, l'estimation de la solution peut être considérée comme fiable. Si les deux approches donnent des résultats différents, l'estimation la moins fausse est celle au sens des moindres carrés, mais il faut garder à l'esprit que le calcul est réalisé dans de mauvaises conditions, et que même l'estimation moindres carrés est probablement entachée d'erreurs non négligeables.

Chapitre 6

Mise en œuvre expérimentale

L'objectif de ce chapitre est de mettre en œuvre et de valider dans un cadre expérimental les méthodes présentées dans les chapitres précédents. Des efforts connus (mesurés) sont injectés sur une structure, dont la réponse vibratoire est mesurée en un certain nombre de points. La comparaison des efforts mesurés directement et indirectement (via les réponses vibratoires) permet d'évaluer la faisabilité des techniques de mesure indirecte d'efforts. Une première section est dédiée à la description du dispositif expérimental et des différentes phases de mesure. Une seconde section est consacrée à l'analyse spectrale en composantes principales des acquisitions. Dans une troisième section nous étudions le problème inverse de la reconstruction des excitations, avec une mise en pratique des différentes techniques présentées précédemment. Enfin, une dernière partie est consacrée à l'utilisation d'un modèle éléments finis pour la reconstruction des excitations.

6.1 Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental est représenté sur la figure 6.1.

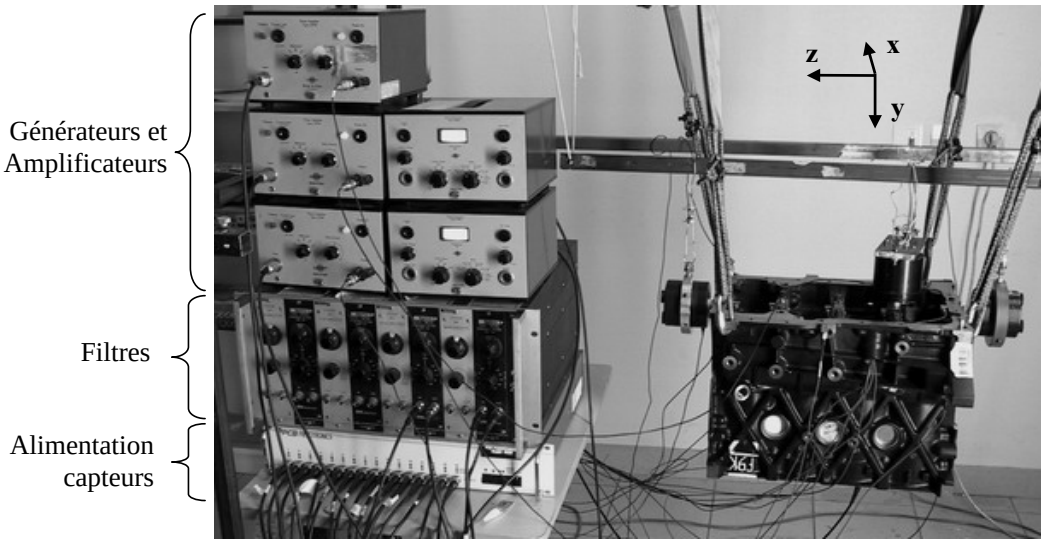


FIG. 6.1 – Dispositif expérimental — Appareillage et structure excitée par trois pots vibrants

Choix de la structure
Cette expérience constituant un premier pas vers la reconstitution des excitations internes d'un moteur en fonctionnement, le choix de la structure utilisée s'est naturellement porté sur la pièce maîtresse d'un GMP : le carter cylindre. En effet, les efforts dynamiques internes d'un moteur en fonctionnement sont principalement exercés sur certaines zones de cette pièce : les faces internes des chambres de combustion (explosion des gaz et guidage en translation du piston), et les paliers vilebrequin (guidage en rotation du vilebrequin).

Placement des excitations
Les efforts ont été injectés sur la structure au moyen de trois pots vibrants fixés sur les paliers vilebrequin, zone d'excitation du moteur en fonctionnement. Des capteurs de force ont été fixés à l'interface entre les pots et la structure dans le but de pouvoir mesurer dans un premier temps les fonctions de transfert, et de pouvoir ensuite confronter les efforts mesurés directement aux efforts obtenus par méthode inverse. Les paliers n°1 et 5 ont été sollicités sur une direction parallèle à l'axe de rotation du vilebrequin (axe z) par les pots n° 1 et 3. Cette direction d'excitation est sollicitée dans le moteur en fonctionnement par les moments d'axe x provoqués par la flexion du vilebrequin. Le palier n°2 a été sollicité sur une direction parallèle aux axes de translation des pistons par le pot n°2 (axe y, voir figure 6.2), direction du palier encaissant directement les efforts générés par les explosions.

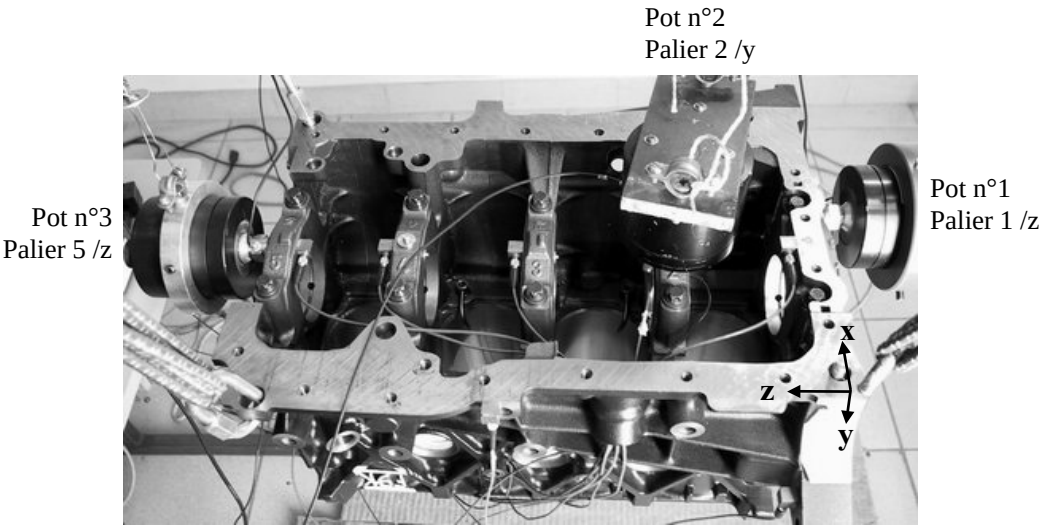


FIG. 6.2 – Fixation des pots vibrants sur les paliers

Placement des accéléromètres
13 capteurs ont été utilisés pour mesurer les accélérations de la structure. 1 capteur (n°1) a été placé sur le palier n°2 selon l'axe y (selon la direction d'excitation appliquée à ce palier), 5 capteurs (n°2 à 6) ont été placés sur les 5 paliers selon l'axe z (visibles sur la figure 6.2). Les 7 autres accéléromètres ont été répartis sur les faces externes du carter cylindre, selon les 3 axes x, y et z.

Mesure des fonctions de transfert
Une première phase de mesure est consacrée à l'acquisition des fonctions de transfert entre les 3 points d'excitation et les 13 points de réponse. Un générateur interne au système d'acquisition est utilisé pour alimenter tour à tour les trois pots vibrants. La plage de fréquence étudiée est 0-4 kHz, les signaux sont échantillonnés à 8192 Hz. Le générateur interne est filtré automatiquement pour n'exciter que la plage de fréquence d'analyse. Les estimation des cohérences et des fonctions de transfert sont réalisées à partir de quantités interspectrales moyennées sur 200 fenêtres temporelles. 3 acquisitions sont réalisées en alimentant chacun des 3 pots. A chaque acquisition, 13 fonctions de transfert et 13 fonctions de cohérence sont estimées. Ainsi, on construit une matrice de transfert ainsi qu'une matrice de cohérences de 13 lignes par 3 colonnes.

6.1.1 Phases d'acquisition

La mise en œuvre des différentes techniques de mesure indirecte d'efforts nécessite différentes configuration de corrélation des sources. 3 configurations différentes ont été réalisées :

- 3 sources corrélées (1 générateur pour 3 pots vibrants)
- 3 sources décorrélées (3 générateurs pour 3 pots vibrants)
- 3 sources partiellement corrélées (2 générateurs pour 3 pots vibrants)

Ces trois configurations d'excitation sont schématisées sur la figure 6.3. En plus du générateur interne du système d'acquisition filtré automatiquement, deux générateurs couplés à deux filtres fréquentiels ont été utilisés.

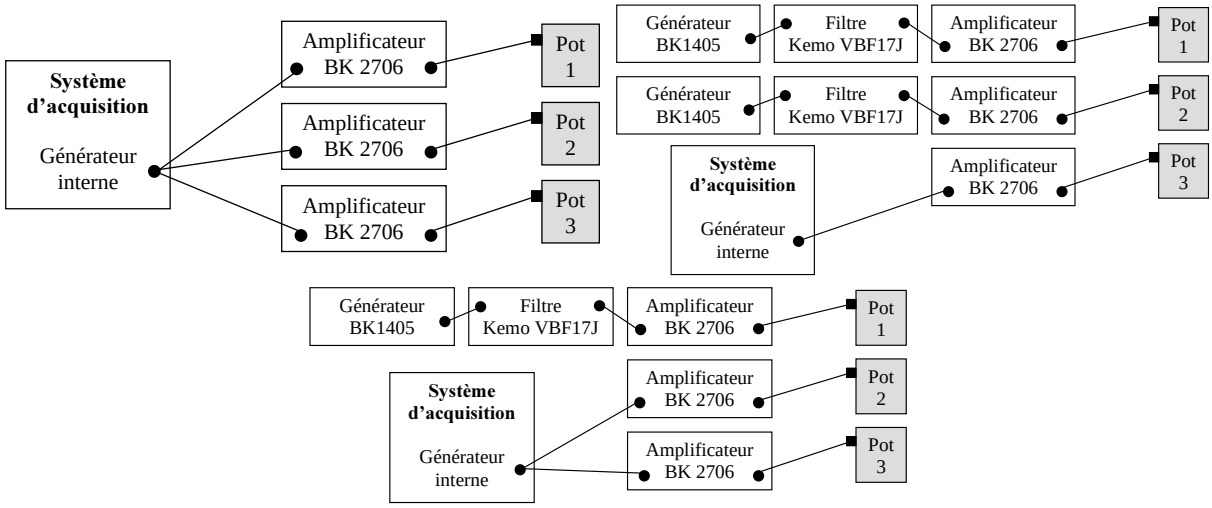


FIG. 6.3 – Différentes configurations d'excitation : sources corrélées (en haut à gauche), décorrélées (en haut à droite) et partiellement corrélées (en bas)

Pour la première configuration d'excitation, les amplificateurs reliés aux trois pots sont alimentés par un même signal généré par le système d'acquisition. Pour la seconde configuration, les 3 amplificateurs sont alimentés par 3 générateurs différents. Les deux générateurs externes n'étant pas filtrés, des filtres leurs sont associés de manière à exciter uniquement la bande de fréquence 0-4 kHz. Pour produire un champ d'excitation partiellement corrélé, deux des trois

pots ont été alimentés par le même signal (pots situés sur les paliers 2 et 5), et le troisième par un générateur externe.

6.2 Analyse Spectrale en composantes Principales

L'intérêt majeur de l'analyse spectrale en composantes principales (ASP) est de séparer et de dénombrer les phénomènes vibratoires décorrélés présents sur la structure. Les bases théoriques de l'ASP sont exposées en 3.1.4. Les résultats des 3 mesures en configuration multi excitatrice sont stockés sous la forme de matrices interspectrales fonctions de la fréquence. Les mesures des excitations ont été réalisées uniquement dans le but de comparer a posteriori les efforts mesurés directement et indirectement. Seules les matrices interspectrales des réponses sont utilisées pour l'analyse spectrale en composantes principales.

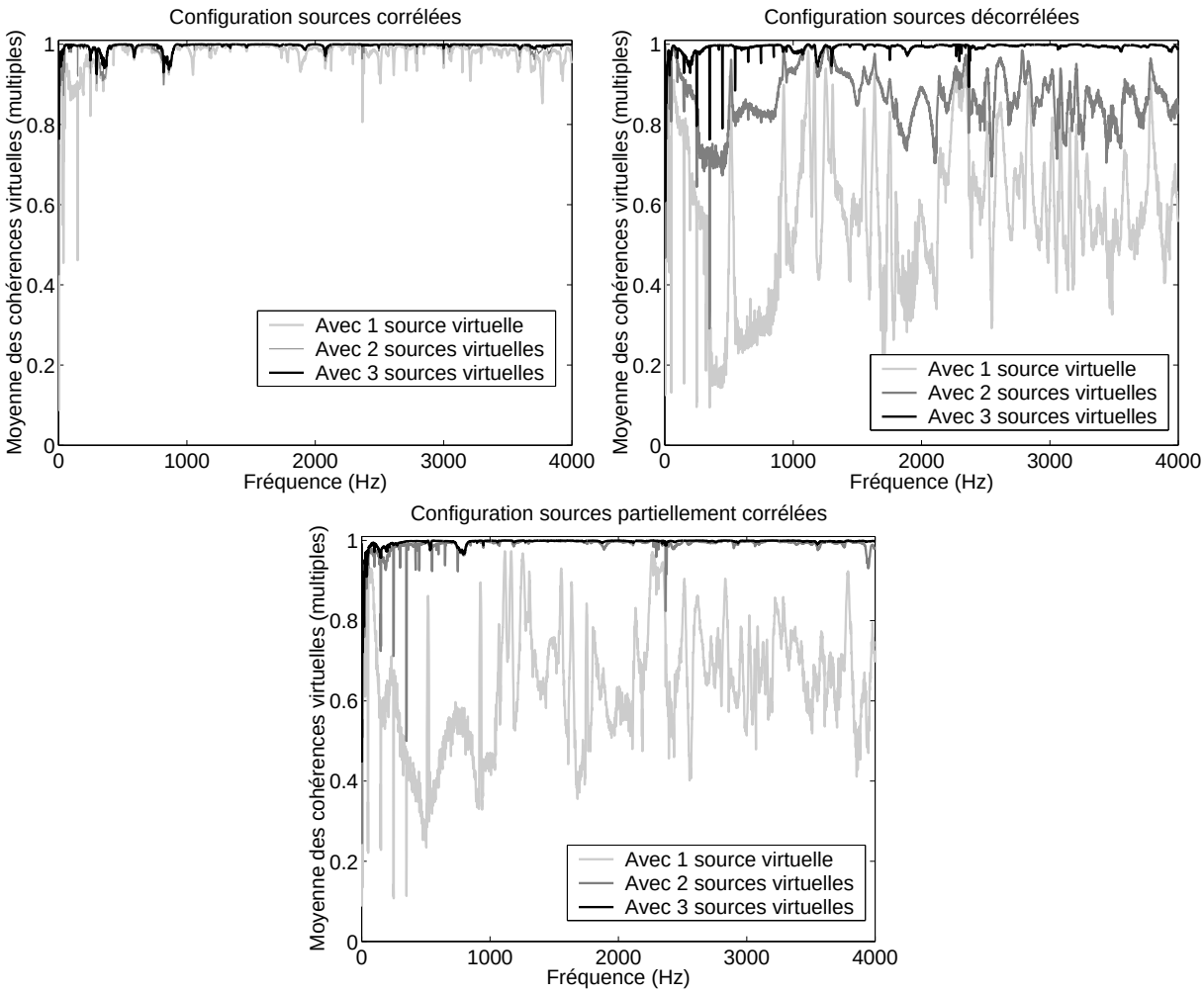


FIG. 6.4 – Moyennes des cohérences virtuelles (multiples) avec 1 (2,3) source(s) virtuelle(s) prépondérante(s)

La matrice interspectrale étant composée de 13 lignes et 13 colonnes (on dispose de 13 accéléromètres), on est en mesure d'extraire 13 phénomènes décorrélées pour chaque canal

fréquentiel. Les sources associées aux mouvements décorrélés sont appelées sources virtuelles. Il a été présenté en 3.1.4 la cohérence virtuelle qui chiffre la part d'un autospectre de réponse causée par une source virtuelle. La cohérence virtuelle multiple, qui représente la part d'un autospectre de réponse causée par un ensemble de sources virtuelles, a également été exposée. C'est cet outil que nous utilisons pour tenter de chiffrer pour chaque configuration de mesure le nombre de phénomènes décorrélés. Les sources virtuelles peuvent être classées par ordre de prépondérance, c'est-à-dire dans l'ordre décroissant des valeurs propres associées. Les moyennes des cohérences virtuelles multiples pour les 13 réponses sont tracées sur la figure 6.4, en prenant comme référence une, deux ou trois sources prépondérantes. Il est évident sur cette figure que le nombre de sources virtuelles nécessaires pour obtenir une cohérence virtuelle multiple voisine de 1 équivaut au nombre de sources décorrélées excitant la structure. La configuration pour laquelle les 3 pots vibrants sont alimentés par le même générateur (excitations corrélées) observe une moyenne des cohérences virtuelles voisine de 1 en ne gardant que la source virtuelle prépondérante. Le nombre de sources virtuelles à prendre en compte dans le calcul de cohérence virtuelle multiple est de 2 lorsque 2 générateurs alimentent les 3 pots (sources partiellement corrélées), et de 3 lorsque 3 générateurs alimentent les 3 pots (sources décorrélées). Le même type de résultat est présenté sur la figure 6.5. Cette figure représente le nombre de sources virtuelles à conserver pour obtenir une cohérence virtuelle multiple d'au moins 80 % pour l'ensemble des réponses vibratoires, et ce pour les trois configurations d'excitation.

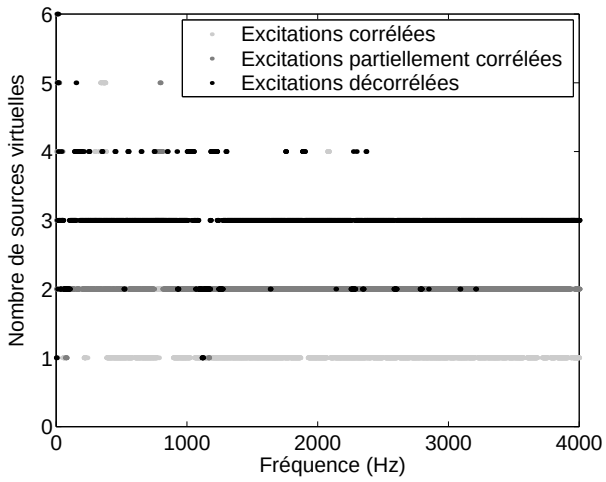


FIG. 6.5 – Nombre de sources virtuelles prépondérantes à prendre en compte pour obtenir une cohérence virtuelle multiple d'au moins 80 % pour l'ensemble des réponses vibratoires

Il est visible que le nombre de sources virtuelles à prendre en compte pour obtenir une cohérence virtuelle multiple de 80 % correspond pour la grande majorité des pas de calcul en fréquence au nombre de sources décorrélées.
L'analyse en composantes principales (ASP) permet donc de mettre en évidence le nombre de phénomènes décorrélés agissant sur la structure. Cette information est primordiale quand il s'agit de choisir l'une des techniques de mesure indirecte d'efforts exposées en 3.2. De plus, l'ASP est un prétraitement indispensable lorsque l'on désire appliquer la méthode des moindres carrés totaux (cf. 5.2).

6.3 Reconstruction des excitations

6.3.1 Confrontation des méthodes d'inversion utilisant les moindres carrés pondérés

Dans un premier temps, les résultats de mesure indirecte obtenus par les techniques présentées dans la partie 3.2 sont confrontées aux efforts mesurés directement. Les 3 techniques utilisées sont les suivantes :

- méthode spectrale (cf. 3.2.1), applicable lorsque les réponses sont cohérentes,
- méthode autospectrale (cf. 3.2.2), applicable si les excitations sont décorrélées,
- méthode interspectrale (cf. 3.2.3), applicable sans restriction.

Pour chaque calcul, les stratégies de pondération des moindres carrés exposées au chapitre 4 sont appliquées. Les deux matrices de pondération obtenues selon les formulations (4.5) et (4.8) sont multipliées pour obtenir une matrice de pondération unique. Le paramètre p de l'équation (4.8), sévérisant le filtrage basé sur les cohérences, est ajusté à 10.

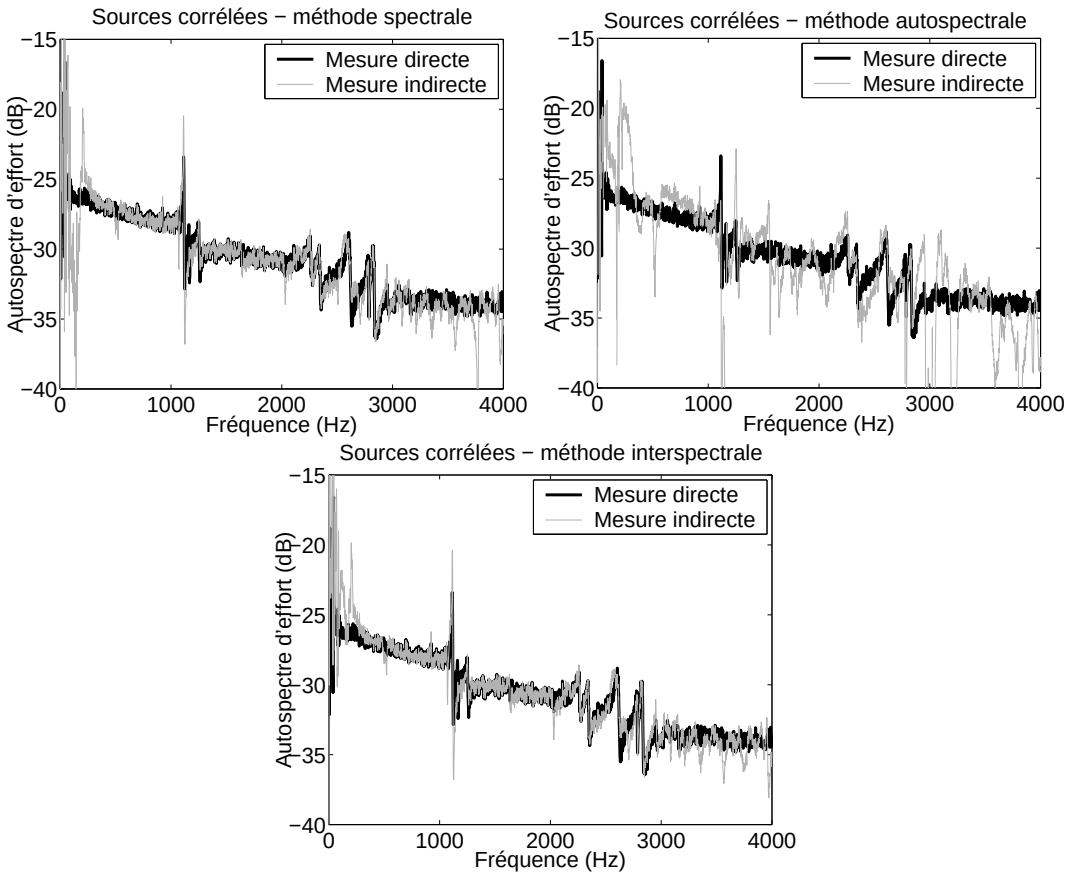


FIG. 6.6 – Reconstruction de l'effort au palier 1 par les 3 méthodes - configuration excitations corrélées

L'effort au palier 1 reconstruit par les trois méthodes pour la configuration sources corrélées est tracé sur la figure 6.6. Il est clair que les méthodes spectrales et interspectrales donnent des résultats équivalents plutôt satisfaisants (sauf en basse fréquence). Par contre, l'effort reconstruit par la méthode autospectrale, méthode qui ne prend pas en compte les effets de phase, est moins

bon. Cela confirme la limite de la méthode autospectrale lorsque les sources sont corrélées.

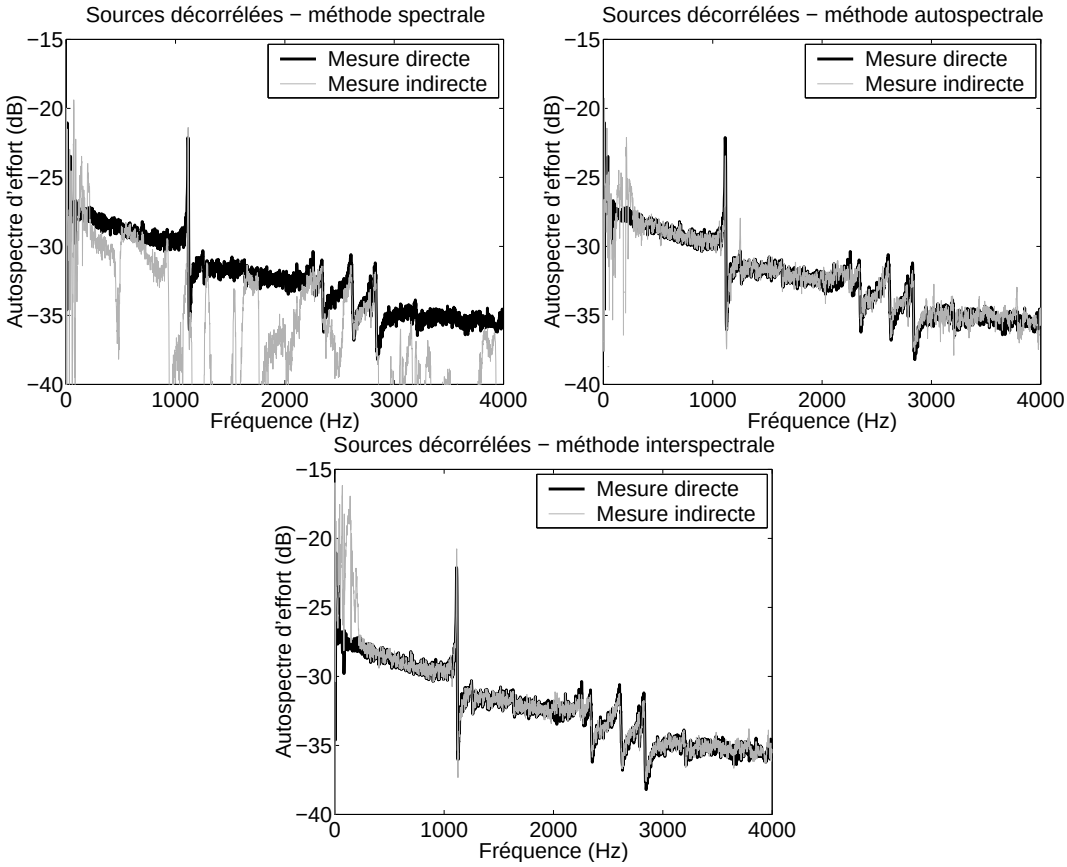


FIG. 6.7 – Reconstruction de l'effort au palier 1 par les 3 méthodes - configuration excitations décorrélées

L'effort au palier 1 reconstruit par les trois méthodes pour la configuration sources décorrélées est tracé sur la figure 6.7. Cette fois-ci, les deux méthodes donnant satisfaction sont les méthodes autospectrales et interspectrales. Pour la méthode spectrale, un capteur d'accélération doit être choisit en tant que référence des phases. Lorsque la cohérence entre un des capteurs et le capteur de référence est mauvaise, ce qui arrive lorsque plusieurs sources décorrélées excitent la structure, cette méthode n'est pas valable, ce qui est confirmé par la figure 6.7. L'effort au palier 2 reconstruit par les trois méthodes pour la configuration sources partiellement corrélées est tracé sur la figure 6.8. Dans cette configuration, les pots excitant les paliers 2 et 5 sont corrélées entre eux et décorrélés avec le pot excitant le palier 1. Nous vérifions que dans cette configuration d'excitation pour laquelle les réponses ne sont pas complètement cohérente et les excitation non complètement décorrélées, la seule technique d'inversion valide est la méthode interspectrale.

6.3.2 Optimisation de l'inversion (effet de la pondération des moindres carrés

Les résultats figurant en section 6.3.1 on été calculés en appliquant les stratégies de pondération développées au chapitre 4. Dans le but d'estimer le rôle des différentes pondération,

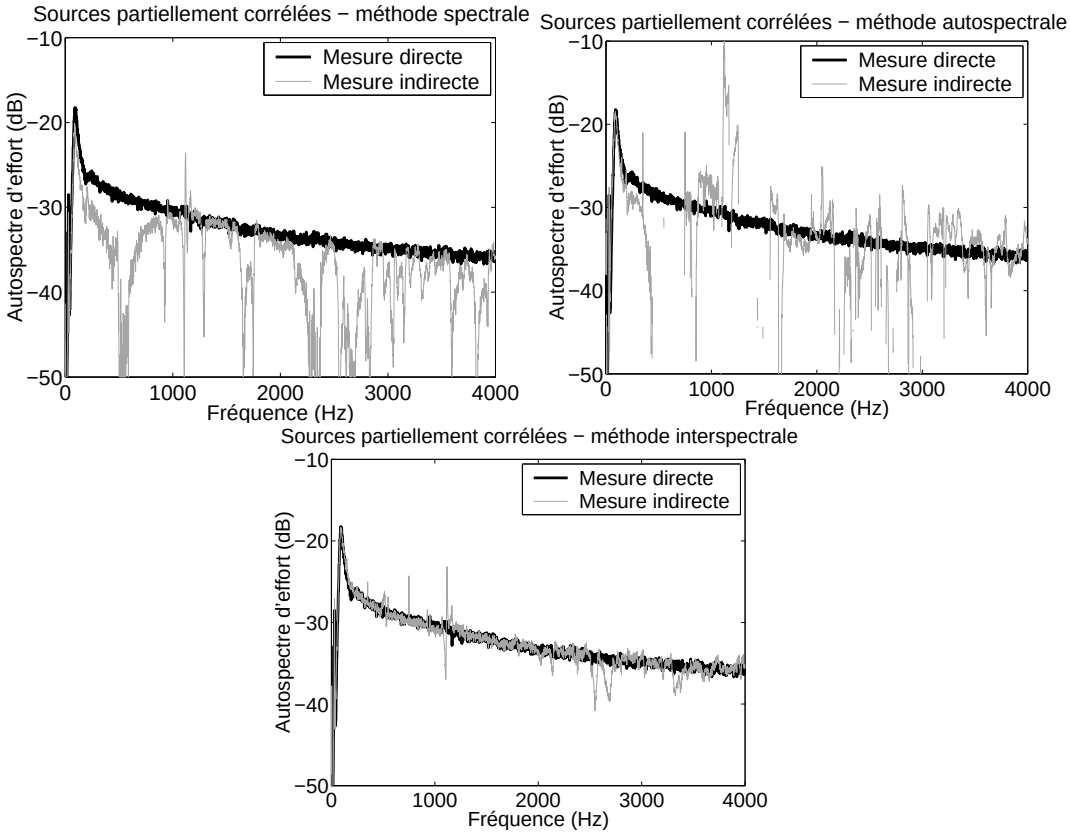


FIG. 6.8 – Reconstruction de l'effort au palier 2 par les 3 méthodes - configuration excitations partiellement corrélées

le calcul pondéré est comparé au calcul non pondéré.

Normalisation de la matrice de transfert

La normalisation du système évoquée en section 4.1 a pour but de corriger la tendance naturelle des moindres carrés à privilégier les accéléromètres situés sur des degrés de liberté souples. Cette normalisation, applicable dans n'importe quel cas, est recommandée lorsque la matrice de transfert observe de fortes hétérogénéités. Le carter cylindre est une structure complexe présentant des hétérogénéités de raideur. Pour illustrer cet état de fait, deux fonctions de transfert sont tracées sur la figure 6.9.

La fonction de transfert entre une excitation et une réponse sur z au palier 1 domine largement (de plus de 15 dB) la fonction de transfert entre une excitation et une réponse sur y au palier 2 dans la bande de fréquence 500-1500 Hz. C'est en effet la bande de fréquence correspondant aux modes de flexion de palier, qui engendre une forte réponse sur l'axe z . Cette forte hétérogénéité des amplitudes des réponses peut entraîner la négligence de l'information apportée par un capteur situé sur une direction raide, la réponse sur y au palier 2 par exemple. Cette réponse, située au voisinage direct et dans la même direction que l'une des excitations, apporte cependant une information importante. La reconstruction de cette excitation avec et sans pondération, ainsi que l'excitation mesurée directement, est tracée sur la figure 6.10. On utilise la méthode interspectrale, appliquée à la configuration de sources partiellement corrélées. On utilise la formulation

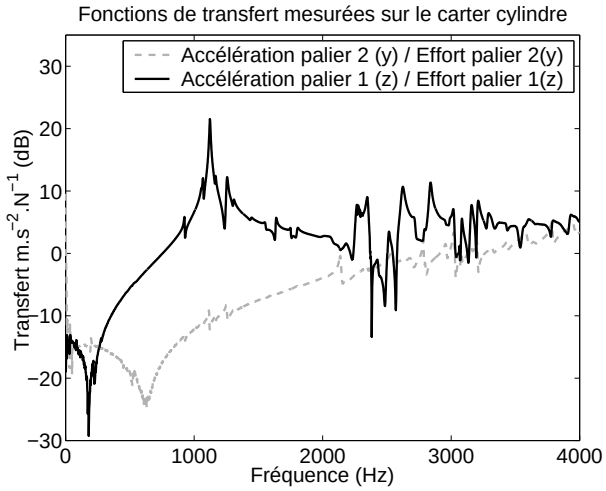


FIG. 6.9 – Illustration de l'hétérogénéité de la structure

(4.5) pour obtenir matrice de pondération.

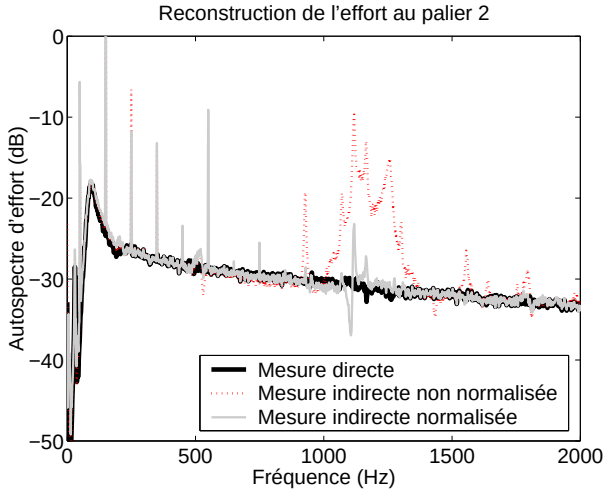


FIG. 6.10 – Effet de la normalisation sur la reconstruction de l'effort au palier 2

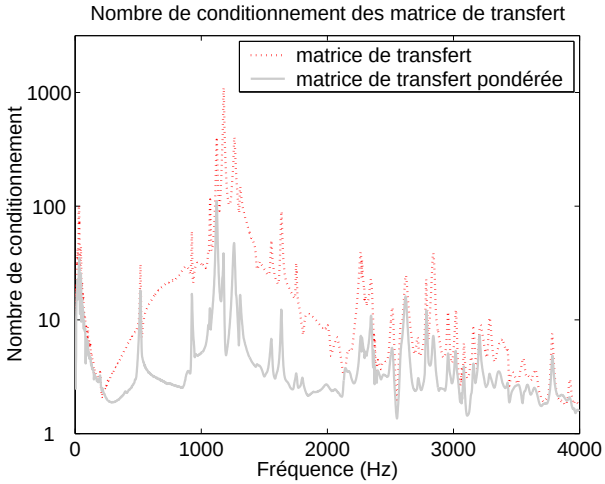


FIG. 6.11 – Effet de la normalisation sur le conditionnement du problème

Il est évident sur la figure 6.10 que la normalisation permet d'améliorer notablement la reconstruction de l'efforts sur y au palier 2, et ce particulièrement dans la zone fréquentielle observant de fortes hétérogénéités. Le conditionnement des matrices pseudo-inversées sont tracés sur la figure 6.11. Pour le problème non pondéré, il s'agit du conditionnement de la matrice de transfert $[H]$. Pour le problème normalisé, il s'agit du conditionnement du produit de la matrice diagonale de pondération par la matrice de transfert $\ulcorner W \lrcorner [H]$. Le conditionnement est également nettement amélioré par la normalisation, ce qui confirme les calculs réalisés en 4.1 sur une structure en éléments finis.

Pondération basée sur les cohérences

La pondération basée sur les cohérences de la matrice de transfert a pour but de privilégier les lignes du système inversé pour lesquelles les transferts sont les moins bruités (cf. 4.2). L'effort au palier 2 reconstruit avec normalisation est tracé sur la figure 6.12 avec et sans pondération basée sur les cohérences. On utilise toujours la méthode interspectrale, appliquée à la configuration de sources partiellement corrélées. Le facteur p, sévérisant le filtrage, utilisé dans l'équation (4.8) est de 10.

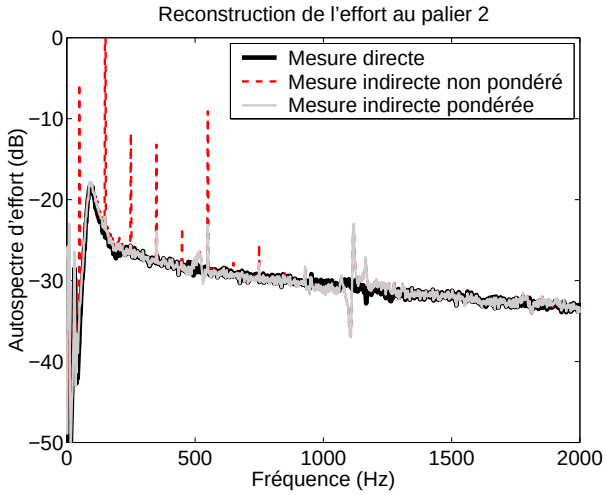


FIG. 6.12 – Effet de la pondération basée sur les cohérences sur la reconstruction de l'effort au palier 2

On constate sur la figure 6.12 que l'amélioration apportée par la pondération basée sur les cohérences est très locale en fréquence, et apparaît presque exclusivement sur les harmoniques impaires du secteur (50 Hz, 150 Hz, ...). Cette stratégie de pondération est visiblement utile lorsque les transferts mesurés, associés à de mauvaise cohérences entre signal d'excitation et signal de réponse, sont fortement bruités.

6.3.3 Utilisation des moindres carrés totaux (MCT)

La méthode des moindres carrés totaux (MCT) exposée en 5.2 est utilisée pour reconstruire les efforts par mesure indirecte. Les stratégies de pondération (normalisation, pondération sur les cohérences) sont utilisées. On choisit d'étudier la configuration observant des excitations partiellement corrélées. 2 sources virtuelles sont conservées lors de l'analyse en composantes principales. L'estimation MCT de l'effort au palier 1 est tracé sur la figure 6.13 avec l'estimation moindres carrés (MC) et l'effort directement mesuré. On constate que l'estimation MCT est généralement moins bonne que l'estimation MC classiques. Cela confirme les résultats obtenus numériquement dans la partie 5.1.2. L'indicateur δ basé sur la comparaison des estimations MC et MCT, exprimé par (5.19), est tracé sur la même figure. Lorsque cet indicateur est proche de 1, cela signifie que les estimations MC et MCT sont proches. Lorsque cet indicateur diminue, cela signifie que la concordance entre les solutions MC et MCT diminue. On constate que les zones fréquentielles pour lesquelles δ est proche de 1 correspondent aux zones pour lesquelles

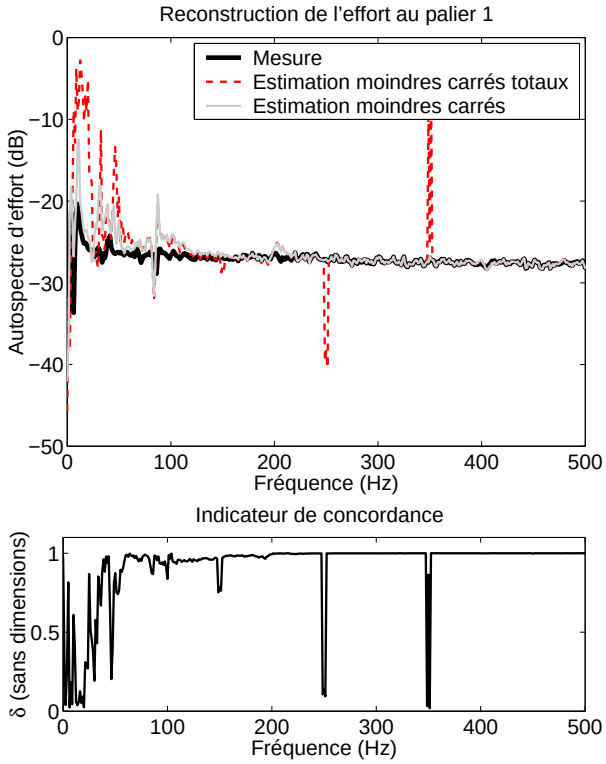


FIG. 6.13 – Comparaison des estimations de l'effort au palier 1 par les moindres carrés et les moindres carrés totaux

les estimations MC et MCT sont proches de l'effort mesuré directement. Lorsque δ chute, l'estimation la moins fausse reste la solution MC. Cependant il est notable que l'indicateur δ fournit une information intéressante sur la fiabilité de l'estimation MC.

6.3.4 Limitation du nombre de réponses utilisées

Jusqu'ici, 13 capteurs d'accélération ont été utilisés pour reconstruire les excitations, dont 3 situés au voisinage direct des excitations. Dans le but d'évaluer la faisabilité de la mesure indirecte sans réponses mesurées à proximité des excitations, une reconstruction des trois efforts injectés au carter cylindre est réalisée à partir des 7 accéléromètres situés à l'extérieur de la structure, les 6 capteurs aux paliers n'étant pas pris en compte. La matrice de transfert utilisée est donc de taille 7*3. On utilise les résultats de mesure obtenus en configuration sources partiellement corrélées. Les 3 efforts reconstruits par la méthode des moindres carrés sont présentés sur la figure 6.14, ainsi que les indicateurs δ (cf. section 5.3.3) associés à chaque effort.

Les efforts introduits sur les palier 1 et 5 sont correctement reconstruits, tandis que l'effort au palier 2 est beaucoup plus bruité. Cela est compréhensible : les efforts introduits sur les paliers 1 et 5 le sont sur l'axe z , points d'entrées relativement souples dans la bande de fréquence étudiée. L'effort introduit au palier 2 est d'axe y , point d'entrée rigide. Cette hétérogénéité de raideur est illustrée par la figure 6.9. La contribution de l'excitation palier 2 à la réponse de la structure, par rapport aux autres excitations, est donc faible. L'excitation palier 2 est peu « vue » des accéléromètres externes. Il y a donc un manque d'information qui n'est pas récupérable par une quelconque pondération des moindres carrés.

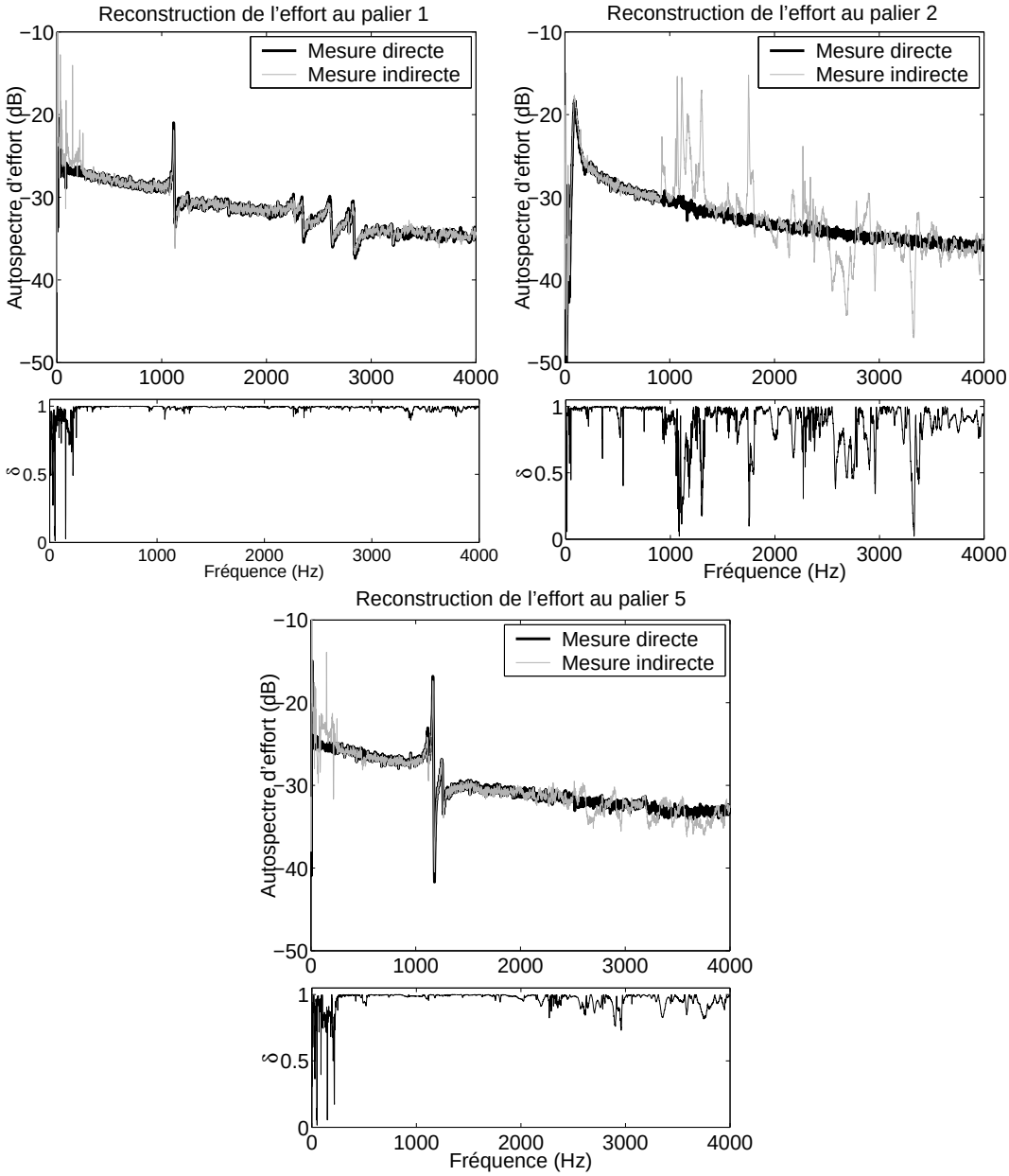


FIG. 6.14 – Reconstruction des efforts à partir des accéléromètres externes seulement

Les indicateurs δ correspondant à chaque effort reconstruit sont tracés sur la figure 6.14. On constate que ces indicateurs fournissent une information fiable sur la qualité de la reconstruction. L'indicateur au palier 1 est proche de 1 sauf en basse fréquence ($<$ 200 Hz), zone pour laquelle l'effort n'est pas correctement reconstruit. L'indicateur associé au palier 2 est bon en dessous de 1000 Hz, la reconstruction de l'effort étant bonne. Au dessus de 1000 Hz, l'indicateur chute, ainsi que la justesse de la reconstruction. Pour l'effort injecté au palier 5, la reconstruction ainsi que l'indicateur δ est comparable à l'effort reconstruit au palier 1 en dessous de 2 kHz. Au delà, la reconstruction se dégrade légèrement, et parallèlement l'indicateur δ baisse.

Le conditionnement de la matrice de transfert 7*3 utilisée, ainsi que celui de la matrice de transfert complète 13*3 (avec les capteurs aux paliers), est tracé sur la figure 6.15. Les conditionnement sont calculés en tenant compte des différentes pondérations utilisées (normalisation

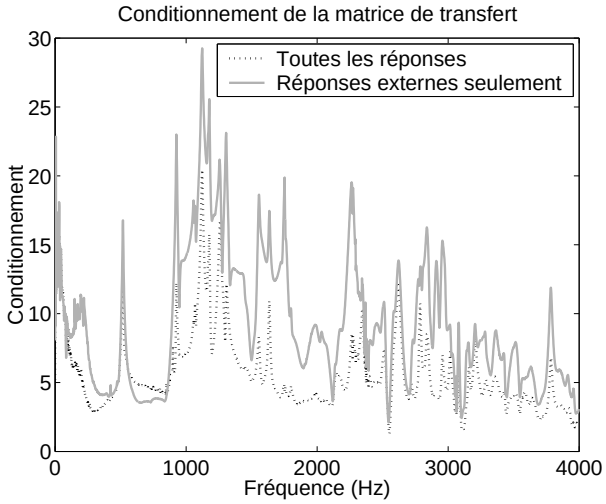


FIG. 6.15 – Conditionnement des matrices de transfert suivant les réponses utilisées

et pondération basée sur les cohérences). Le conditionnement est visiblement altéré par la non prise en compte des capteurs aux paliers. Cela illustre bien l'un des principes de la mesure indirecte d'efforts, qui est de placer les réponses mesurées au plus proche des excitations recherchées. Cependant, si cela est impossible, les résultats tracés sur la figure 6.14 montrent que l'on peut dans une certaine mesure éloigner les réponses mesurées des excitations recherchées.

6.4 Utilisation d'un modèle éléments finis

L'étape la plus longue et difficile de la mesure indirecte d'efforts réside dans la construction expérimentale de la matrice de transfert. Dans un cas pratique, cette opération nécessite de déconnecter les organes excitateurs de la structure, et d'injecter un effort via un capteur de force pour chacun des points d'excitation, parfois dans plusieurs direction. L'utilisation d'un modèle pour obtenir la matrice de transfert peut donc s'avérer être une démarche intéressante. Dans cette section, nous utilisons un modèle éléments finis de la structure pour construire la matrice de transfert. Les efforts injectés lors de l'expérience sont reconstruits à partir de la matrice de transfert calculée et des réponses mesurées.

6.4.1 Le modèle

Le modèle utilisé pour construire la matrice de transfert est un modèle éléments finis du carter cylindre de 15000 nœuds et 11000 éléments. C'est un modèle mixte comprenant autant d'éléments 2D que 3D. Les éléments 2D et 3D n'ont pas le même système de degré de liberté (les éléments 2D ont des degrés de liberté de rotation), et des contraintes sont ajoutées de manière à tenir compte de cette différence. Le modèle est représenté sur la figure 6.16.

Une base modale tronquée à 10 kHz enrichie de raideurs pseudo-statiques est calculée. Le modèle est grossièrement recalé en raideur, de manière à ajuster la première fréquence propre du modèle sur la première fréquence propre mesurée sur la structure réelle (un mode de torsion du

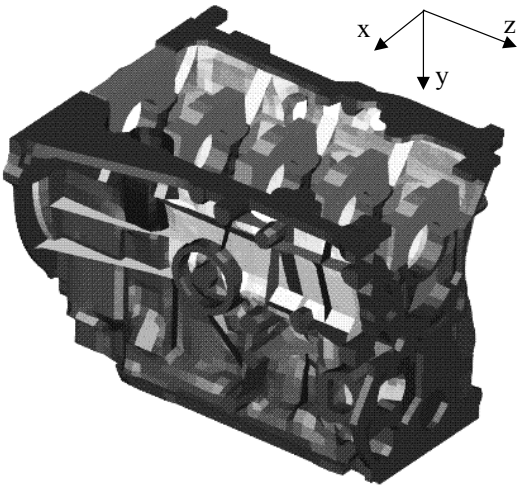


FIG. 6.16 – Modèle éléments finis de la structure

carter cylindre à environ 500 Hz). Un amortissement modal est introduit, ajusté approximativement par rapport à la mesure. Deux fonctions de transfert mesurées et calculées sont tracées sur la figure 6.17. A gauche, il s'agit du transfert entre réponse et excitation selon z au palier n°1. A droite, il s'agit du transfert entre réponse et excitation selon y au palier n°2. Ces deux fonctions

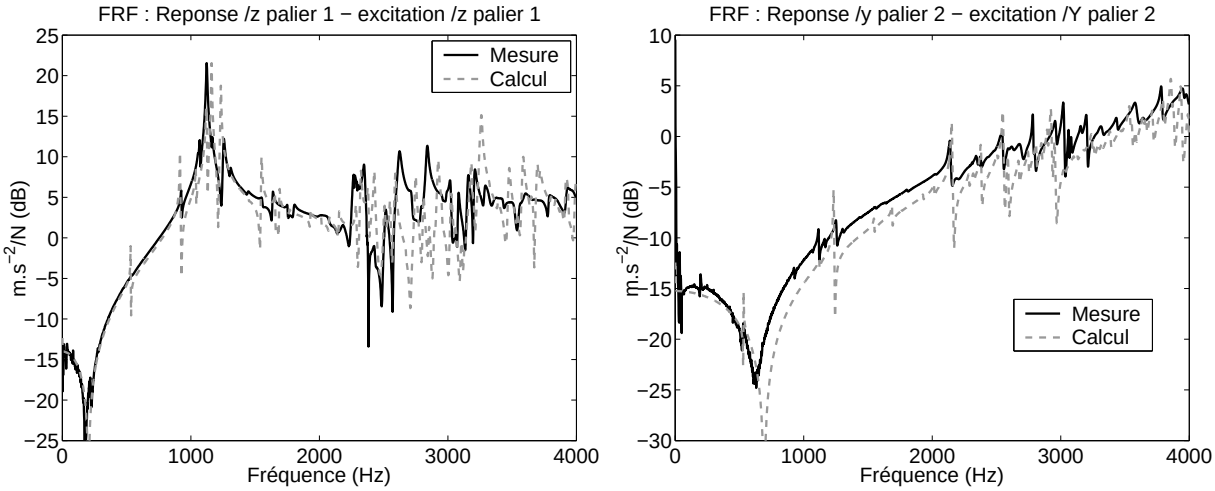


FIG. 6.17 – Comparaison FRF mesurées et calculées par éléments finis

de transfert illustrent bien la relative bonne qualité du modèle. Cependant, on note sur la fonction de transfert selon y au palier n°2 une raideur trop importante du modèle, et ce malgré la prise en compte des raideurs statiques.

6.4.2 Reconstruction des excitations à partir de transferts calculés

Les réponses utilisées sont celles mesurées en configuration excitation partiellement corrélées. La méthode utilisée est donc la méthode interspectrale. La normalisation du système est appliquée. Aucune pondération basée sur les cohérence n'est réalisée, les fonctions de

transfert n'étant pas mesurées mais calculées. Les trois efforts reconstruits par la méthode des moindres carrés et des moindres carrés totaux sont tracés sur la figure 6.18, ainsi que les indicateurs δ associés (concordance des estimations moindres carrés et moindres carrés totaux).

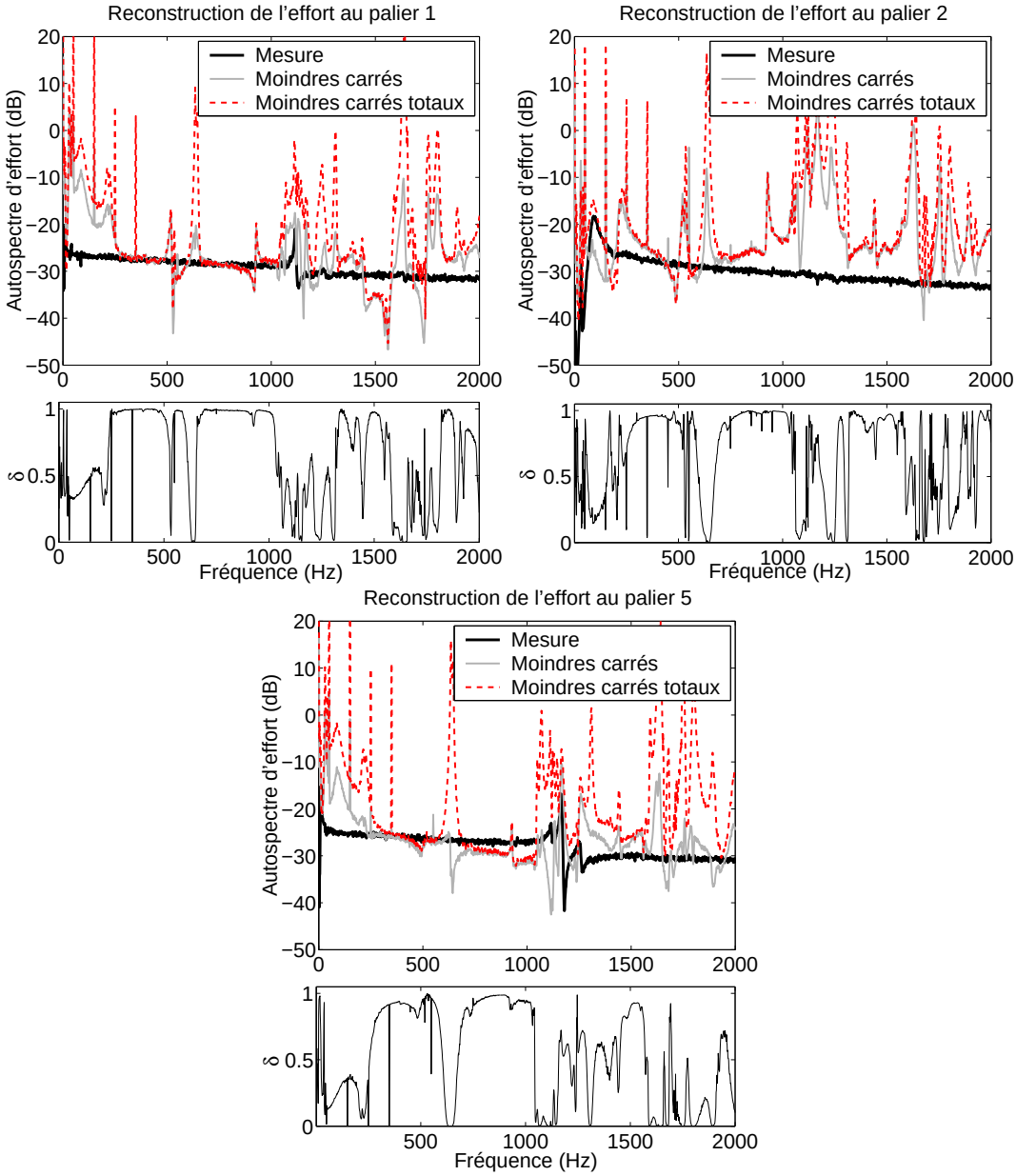


FIG. 6.18 – Reconstruction des efforts à partir des transferts calculés

On constate sur cette figure que la légère erreur de modèle introduite sur les fonctions de transfert suffit à altérer fortement les efforts reconstruits. On note également la plus forte sensibilité de la solution au sens des moindres carrés totaux à ce type d'erreur de modélisation. Les indicateurs δ semblent fournir une estimation assez fiable des zones fréquentielles pour lesquelles les efforts reconstruits sont assez proches de la mesure.

Il paraît évident, d'après cet essai, que l'utilisation d'un modèle éléments finis pour la mesure

indirecte d'efforts peut introduire de fortes erreurs sur les efforts reconstruits. Cependant, il est probable que dans le cas d'une structure plus amortie, observant des transferts plus lisses en fréquence, les résultats soient moins négatifs. Un recalage précis du modèle semble de toutes façon être une étape incontournable. La comparaison des estimations moindres carrés et moindres carrés totaux, quantifiée par l'indicateur δ, semble être par ailleurs un outil intéressant permettant d'évaluer la fiabilité de la solution.

6.5 Conclusion

L'expérience faisant l'objet de ce chapitre a permis de mettre en pratique les différentes techniques classiques de mesure indirecte d'efforts exposées dans la première partie bibliographique de cette thèse, ainsi que d'éprouver les développements proposés dans les deux premiers chapitres de cette seconde partie. L'analyse spectrale en composantes principales c'est avéré être un outil efficace de diagnostic du champ vibratoire permettant de pré-conditionner de manière optimale les acquisitions des réponses. Les différentes méthodes de mesure indirecte ont été employées avec succès, selon les limites qui leur avaient été fixées. Les différentes stratégies de pondération développées dans le chapitre 4 se sont révélées efficaces, particulièrement la normalisation du système, qui semble devoir être utilisée de façon systématique. La technique des moindres carrés totaux, basée sur des hypothèses plus satisfaisantes que les moindres carrés classiques vis-à-vis de la mesure indirecte d'efforts, a été utilisée. Les moindres carrés totaux se sont révélés moins efficaces que les moindres carrés classiques car plus sensibles aux différentes erreurs sur les données d'entrée. Un indicateur basé sur la comparaison des estimations moindres carrés et moindres carrés totaux a été présenté, permettant de mettre en évidence la fiabilité des efforts reconstruits. Enfin, l'utilisation d'un modèle éléments finis à la place de mesures pour construire la matrice de transfert a donné des résultats relativement décevant, illustrant la forte sensibilité de la mesure indirecte d'efforts aux erreurs de modèle.

Troisième partie

Modélisation du moteur Diesel F9Q

L'objet de cette partie est la construction de l'opérateur matriciel de transfert excitations-réponses modélisant le moteur Renault F9Q, un moteur Diesel 4 cylindres en lignes de 1.9L de cylindrée. Les excitations retenues sont les excitations considérées comme principales, les efforts de gaz et les efforts mécaniques produits par l'attelage mobile. Il est important de noter que l'attelage mobile est considéré comme un élément excitateur, donc externe au système étudié. On peut énumérer l'ensemble des excitations prises en compte, ainsi que leur dénomination adoptée par la suite :

- les efforts des gaz sur la culasse, *excitation combustion culasse* ($\times 4$),
- les efforts des pistons sur les fûts, *excitation piston fût* ($\times 4$),
- les résultantes horizontales et verticales aux paliers, *excitation force palier* ($\times 10$),
- les moments horizontaux et verticaux aux paliers, *excitation moment palier* ($\times 10$).

Les réponses sélectionnées sur le bloc moteur pour mesurer les accélérations sont au nombre de 28, 14 à l'intérieur du moteur au niveau des chapeaux de palier (en triaxe), et 14 réparties sur la surface externe du bloc. L'ensemble des points de mesure est exposé en annexe F.
Deux approches ont été suivies pour évaluer les transferts entre excitations et réponses : la mesure sur un moteur inerte identique au moteur étudié, et le calcul éléments finis. Le premier chapitre de cette partie est consacré à la campagne de mesure réalisée pour obtenir un modèle de transfert expérimental, tandis que le second chapitre est dédié à la description du modèle éléments finis utilisé pour obtenir un modèle de transfert numérique. Les deux approches observent des difficultés de différents types. L'approche expérimentale se heurte à des difficultés de mise en œuvre dues aux différentes excitations à reproduire, notamment les moments aux paliers. L'approche numérique se heurte bien sûr aux problèmes liés à la complexité géométrique de la structure à modéliser, le résultat final étant forcément entaché d'une erreur de modèle. Les résultats obtenus par les deux méthodes (expérimentale et numérique) sont comparés dans un troisième et dernier chapitre.
En raison du nombre important de transferts obtenus, les résultats ne sont pas présentés pour chaque fonction de transfert. Les transferts obtenus pour chaque excitation sont présentés en somme de modules, permettant ainsi de synthétiser la réponse globale du moteur et de comparer efficacement les résultats.

Chapitre 7

Caractérisation expérimentale du bloc moteur

Le but de ce chapitre est de décrire la campagne de mesure réalisée pour évaluer par expérience les transferts de combustion (voie culasse), basculement de piston (voie fûts), et de moments et résultantes aux paliers (voie basse). Les différents systèmes d'excitation utilisés ont nécessité l'aménagement de la structure (réalisations de lumières dans le carter d'huile et le carter cylindre), dont les effets sur les transferts ont été supposés négligeables.
La mesure par réciprocité a été envisagée, mais n'a pas été retenue pour différentes raisons. Tout d'abord, certains points de mesure de la réponse ne sont pas plus accessibles que les points d'excitation (capteurs internes, capteurs situés derrière le démarreur ...). De plus, la mesure par réciprocité des moments et résultantes aux paliers auraient posé problème, nécessitant l'installation de 8 accéléromètres par palier.
Les pots vibrants utilisés sont des petits modèles (B&K 4810 - 10N), la bande d'analyse 0-5 kHz a donc été séparée en 4 bandes, les acquisitions étant réalisées 4 fois pour chaque montage :

- 0-400 Hz,
- 400-1600 Hz,
- 1600-3200 Hz,
- 3200-5000 Hz.

Cette séparation du spectre a non seulement permis de concentrer l'énergie injectée par le pot vibrant sur des plages de fréquence réduites, mais a également permis de régler pour chaque bande de fréquence les gains d'entrée du système d'acquisition, optimisant ainsi la dynamique de mesure. Les paramètres d'analyse FFT ont été choisis de manière à obtenir une résolution fréquentielle de 1 Hz, et 30 fenêtres temporelles (associées à une pondération Hanning) ont été utilisées pour chaque acquisition.

7.1 Mesure des transferts de l'excitation combustion-culasse

7.1.1 Excitation acoustique

La force générée par l'explosion dans la chambre de combustion est de nature répartie, aérienne et impulsionnelle. Une première idée est de mettre en œuvre un dispositif permettant de réaliser une excitation similaire, mais en régime stationnaire. La plupart des travaux réalisés

dans la littérature (cf. 1) ont été consacrés à la simulation de l'explosion, et nécessitaient la mise en œuvre d'une excitation de nature impulsive. Nous cherchons ici non pas à réellement simuler l'excitation, mais à quantifier les transferts vibratoires entre le niveau de pression dans la chambre et quelques points de réponse, ce qui peut être fait en mesures stationnaires. Le principe, original, est d'isoler acoustiquement la chambre de combustion, et d'y générer un fort niveau de bruit large bande, de manière à exciter par une pression acoustique répartie les parois exposées. La structure ainsi excitée vibre, ce qui permet de mesurer des réponses. Pour réaliser une mesure de fonction de transfert, le niveau de pression acoustique à l'intérieur de la chambre doit être également mesuré. Pour cela, un micro $1/4$ de pouce est inséré à la place de l'injecteur (cf. figure 7.2). Le dispositif expérimental est schématisé sur la figure 7.1.

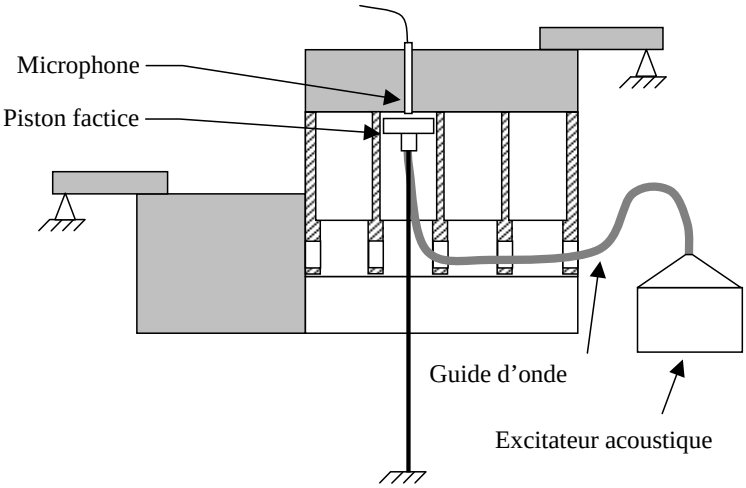


FIG. 7.1 – Dispositif expérimental, mesure des transferts de l'excitation combustion-culasse

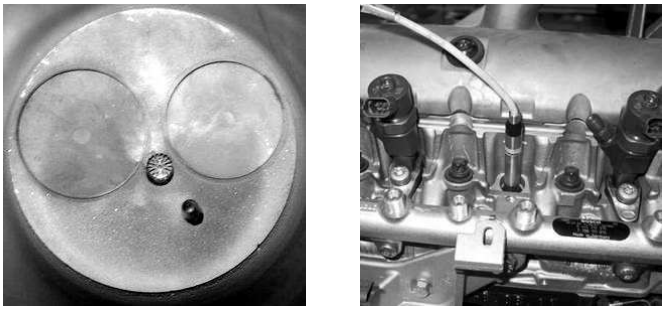


FIG. 7.2 – Positionnement du microphone

Pour exciter acoustiquement l'intérieur de la chambre de combustion, il est nécessaire de faire produire par un appareil spécifique externe un fort niveau de pression acoustique et de l'amener par le biais d'un guide d'ondes (tuyau flexible) à l'intérieur de la chambre. Le principe et l'appareillage ont fait l'objet d'un dépôt de brevet [LG 99] pour une autre application. Deux générateurs acoustiques ont été utilisés suivant le domaine de fréquence étudié. Les deux appareils, ainsi que le principe de fonctionnement, sont présentés sur la figure 7.3. Un haut parleur excite un volume d'air à l'intérieur de l'appareil. Une chambre

de compression au profil exponentiel (pavillon) permet de coupler de manière optimale ce volume d'air et un guide d'onde flexible. Ce guide d'onde permet de positionner l'excitation acoustique (extrémité du tuyau) sur la surface à exciter. Les niveaux de pression obtenus dans la chambre de combustion, de l'ordre de 150 dB, sont présentés sur la figure 7.4. Ces niveaux sont bien plus faibles que ceux provoqués par une explosion qui peut atteindre dans un moteur Diesel à injection directe une valeur pic de 200 bars (environ 230 dB). Mais la structure est supposée se comporter de façon linéaire, et le transfert obtenu entre le niveau de pression cylindre et la réponse de la structure est censé ne pas dépendre du niveau de l'excitation.

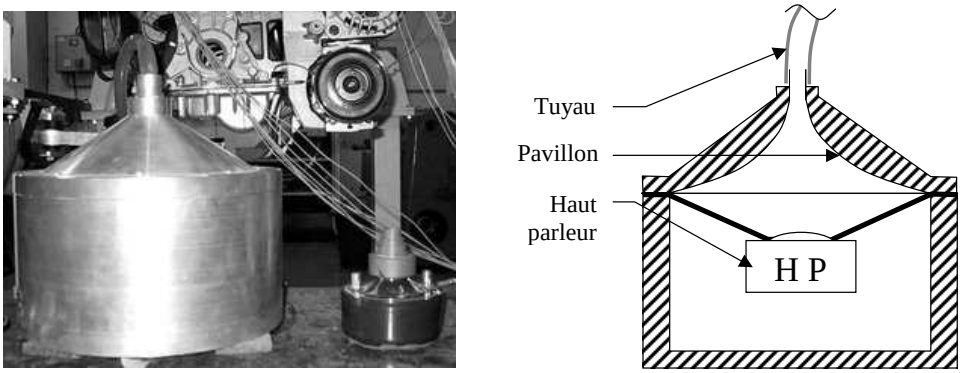


FIG. 7.3 – excitateurs acoustiques

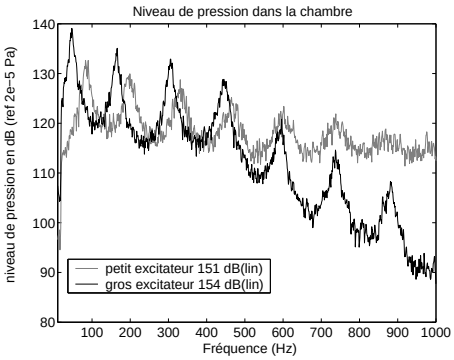


FIG. 7.4 – Niveaux de pression obtenus dans la chambre pour les deux excitateurs

L'examen de la figure 7.4 nous permet d'attribuer à chaque excitateur un domaine de fréquence d'utilisation (de manière à toujours se servir de l'appareil le plus efficace). Le gros excitateur sera employé pour les basses fréquences (< 500 Hz) tandis que le petit sera utilisé pour les moyennes et hautes fréquences. On peut nettement distinguer sur la figure 7.4 les modes acoustiques du dispositif d'excitation. Ces modes apparaissent sur le spectre d'excitation (microphone) et des réponses vibratoires, mais n'ont bien sûr pas d'incidence sur les transferts obtenus. Nous faisons dans un premier temps l'hypothèse que le niveau de pression est constant dans la chambre de combustion, c'est-à-dire que la pression mesurée par le microphone est identique à la pression exercée sur l'ensemble des surfaces exposées.
La conception du faux piston servant à isoler la cavité doit répondre à deux exigences :

– l'étanchéité acoustique de la cavité excitée,

– le découplage mécanique entre le piston et le cylindre.

L'exigence d'étanchéité acoustique est due au fait que l'on ne veut exciter que les surfaces de la chambre de combustion (hauts de fûts et culasse). Si l'isolement entre la chambre et la cavité du bloc moteur est trop médiocre, le niveau de pression excitant l'intérieur du moteur devient non négligeable. La seconde exigence est due au fait qu'il ne faut pas transmettre les efforts générés sur la surface supérieur du piston au bloc moteur. En effet, cet effort doit être directement appliqué au sol, transmit par l'intermédiaire d'une tige traversant le carter d'huile. Il est évident que ces deux contraintes sont antagonistes. La solution retenue a été de construire un piston de diamètre significativement inférieur à la chemise, pour éviter un couplage mécanique créé par un ajustement trop serré. L'isolation acoustique a alors été réalisée en comblant l'espace entre le piston et la chemise par un joint caoutchouc et une bande de mousse (voir schéma et photo sur la figure 7.5). De plus, l'arbre à cames a été orienté de manière à fermer les soupapes du poste excité. La distance laissée entre la culasse et le piston doit être faible. En effet, dans les moteurs

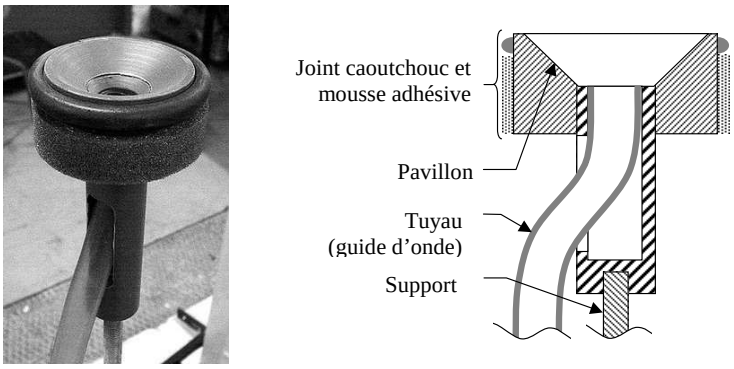


FIG. 7.5 – Piston factice d'excitation

Diesel, l'explosion intervient lorsque le piston est quasiment en contact avec la culasse. Pour assurer une homogénéité du champ dans la chambre, une adaptation de section type pavillon a été réalisée dans le piston. De plus, un montage particulier permet de faire déboucher le guide d'onde au centre de la chambre.

Les résultats obtenus avec ce dispositif sont décevants. Les fonctions de transfert obtenues sont, bien que fortement cohérentes, hypersensibles à l'installation de mesure. Nous avons tracé sur la figure 7.6 les sommes des valeurs absolues des fonctions de transfert ainsi que les moyennes des cohérences correspondantes obtenues pour 2 montages successifs du faux piston. L'étanchéité acoustique entre la chambre de combustion et l'intérieur du bloc est soupçonnée être à l'origine de l'hypersensibilité. En effet, lors de deux montages successifs du faux piston, les conditions d'écrasement du joint d'étanchéité peuvent changer, ce qui peut provoquer des fuites acoustiques variables. D'autre part, si ces fuites sont à l'origine de l'hypersensibilité, cela signifie qu'elle ne sont pas négligeables. En effet, même si le niveau de pression à l'intérieur du bloc est beaucoup plus faible que dans la chambre de combustion, la surface excitée est, elle, beaucoup plus importante, et également plus souple. De plus, un simple calcul de modes acoustiques en assimilant la cavité du bloc à un pavé donne des premières fréquences propres aux environs de 500 Hz, ce qui expliquerait que l'hypersensibilité commence dès 500 Hz. Une autre explication pourrait venir d'une forte sensibilité engendrée par les différentes conditions de serrage des vis assemblant le carter d'huile au reste de la structure. En effet, pour chaque montage du dispositif, le démontage

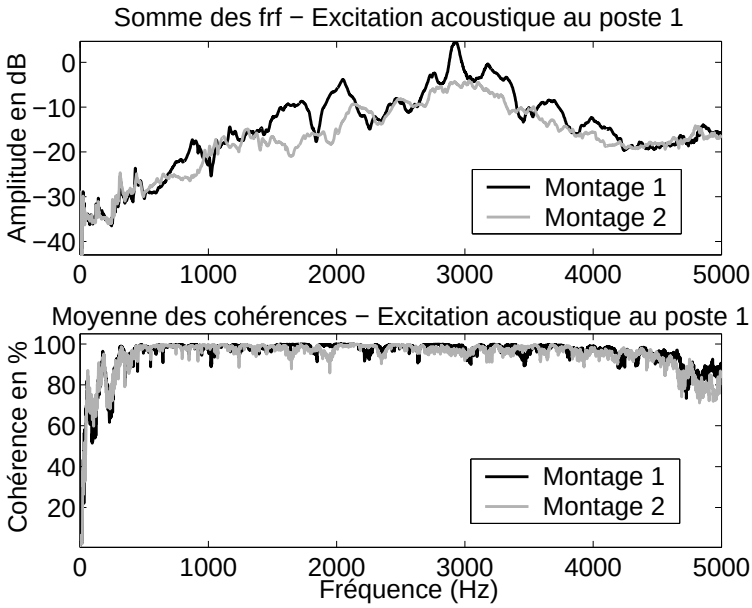


FIG. 7.6 – Illustration de l'hypersensibilité des transferts

du carter d'huile est nécessaire.

Effet de la présence d'eau

Les mesures ont été effectuées en présence d'eau dans le circuit d'eau du moteur. Cependant, des mesures ont été effectuées avec et sans eau pour avoir une idée de l'effet induit par l'eau sur les transferts. Des transferts ont donc été mesurés dans les deux configurations avec le dispositif d'excitation acoustique. Pour s'assurer de la répétitivité des mesures, le dispositif d'excitation n'a pas été modifié entre les deux acquisitions. Les résultats sont présentés (toujours en somme de modules de FRF) sur la figure 7.7. On constate que la présence d'eau a peu d'influence sur

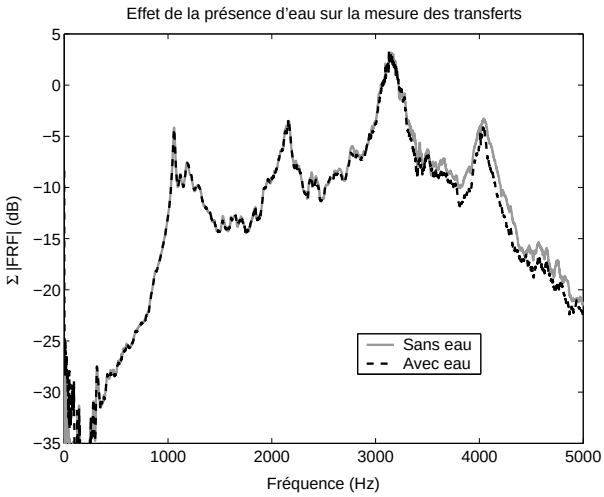


FIG. 7.7 – Effet de la présence d'eau dans le circuit de refroidissement

les transferts mesurés. Un léger décalage est cependant observé dans les hautes fréquences (>3.5 kHz), les transferts sans eau étant légèrement supérieurs, de l'ordre de 2 dB.

7.1.2 Excitation solidienne

Un second dispositif d'excitation a été mis en œuvre pour obtenir les transferts entre l'excitation combustion-culasse et les points de mesure. Le premier dispositif tentait d'exciter acoustiquement les surfaces exposées à la combustion. Cette démarche donnant des résultats décevants, le second dispositif c'est orienté vers une excitation mécanique. Cette solution est moins séduisante que la précédente, car l'excitation obtenue est nécessairement localisée. Cependant, la surface excitée de la culasse est un endroit extrêmement raide, ce qui signifie que la fréquence à partir de laquelle une excitation ponctuelle diffère d'une excitation répartie est assez élevée. Le schéma général du dispositif expérimental, ainsi qu'une photographie du montage sont donnés en figure 7.8. Une tige filetée munie d'un capteur de force est positionnée

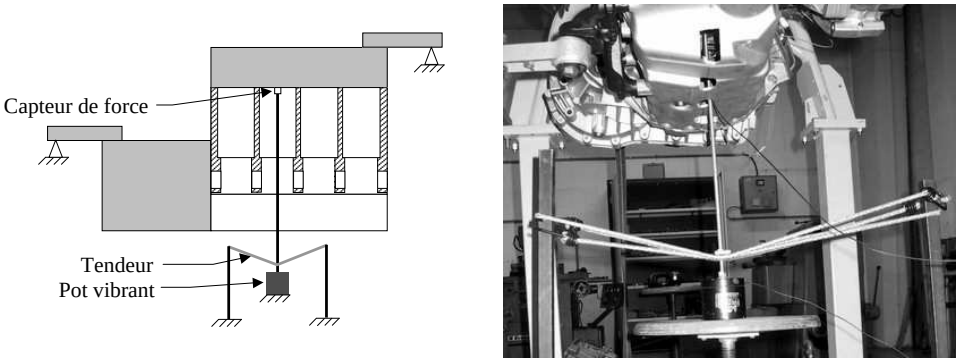


FIG. 7.8 – Dispositif expérimental - excitation solidienne

verticalement sur l'axe du cylindre. Une force statique exercée par un tendeur plaque la tige et le capteur de force au centre de la culasse, des lumières étant réalisées dans le carter d'huile au niveau des quatre postes. Un pot vibrant est fixé à l'autre extrémité de la tige. Dans un soucis de vérifier la répétabilité des mesures face aux différents montages, la somme des fonctions de transfert ainsi que les moyennes des cohérences correspondantes sont tracées sur la figure 7.9 pour deux montages successifs (incluant un démontage du carter d'huile). Les résultats obtenus

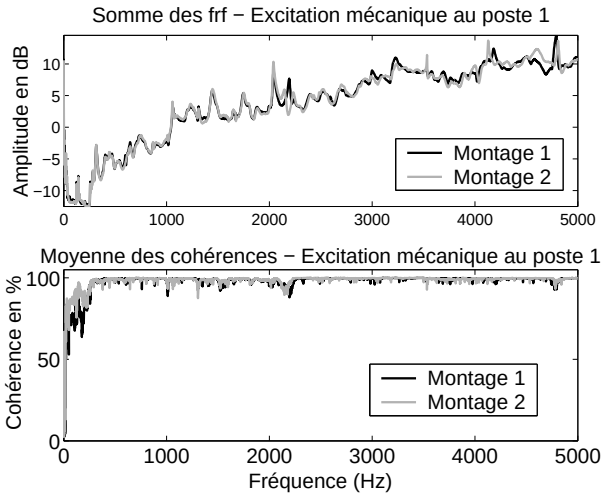


FIG. 7.9 – Résultats pour deux montages successifs

sont similaires pour deux montages successifs. Cela montre que l'hypersensibilité obtenue

avec l'excitation acoustique ne vient pas des conditions de serrage des éléments de la structure (notamment du carter d'huile), mais bien du montage du système d'excitation acoustique lui même (faux piston). Les bons niveaux de cohérence obtenus montrent qu'aucun problème lié aux possibles antirésonances du dispositif n'est à déplorer. Dans le but de comparer les transferts obtenus avec l'excitation acoustique et mécanique, les sommes des fonctions de transfert (excitation au poste 1) sont tracées sur la figure 7.10. Les unités des fonctions de transfert étant différentes (m.s^{-2}.Pa^{-1} pour l'excitation acoustique, et m.s^{-2}.N^{-1} pour l'excitation mécanique), les fonctions de transfert en excitation acoustique sont corrigées par la surface exposée de la culasse (1 m.s^{-2}.Pa^{-1} = S m.s^{-2}.N^{-1} avec S = 50 cm^2). Il est évident que la tendance globale

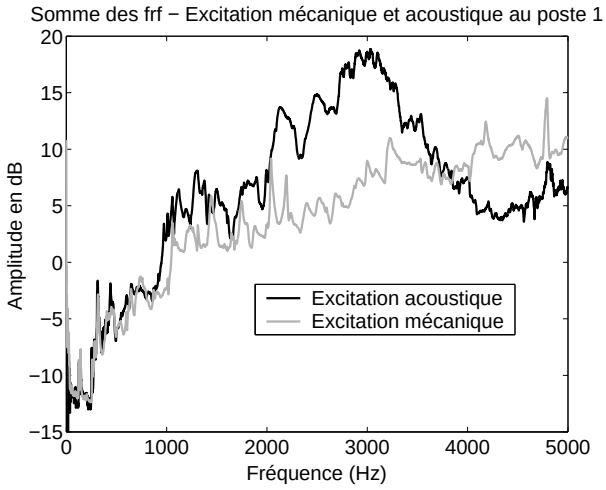


FIG. 7.10 – Comparaison excitation mécanique et acoustique

des résultats obtenus avec les différentes méthodes diverge dès 1 kHz. Pour tenter d'expliquer cet état de fait, les premiers modes acoustiques de la chambre de combustion ont été calculés analytiquement avec une hypothèse de cavité cylindrique, les calculs sont proposés en annexe A. Les résultats donnent des premiers modes pour lesquels la pression acoustique varie selon le rayon de la cavité (cf. figure 7.11). Ces résultats sont obtenus avec une célérité du son égale à 340 m/s. Ils sont donc valables pour la cavité acoustique considérée, mais ne sont pas valables pour une chambre de combustion en fonctionnement, les conditions de température et de pression étant fortement différentes. On constate que le premier mode de cavité apparaît dès 2500 Hz. De plus, les deux premiers modes observent une ligne nodale passant par le centre de la cavité, au point de positionnement du micro (voir figure 7.2). Cela peut expliquer la sous-estimation de l'effort injecté, et donc la surestimation de la fonction de transfert résultante constatée sur la figure 7.10 dans la plage de fréquence 2000-3000 Hz. Par ailleurs, le troisième mode (5200 Hz) observe un ventre au point de positionnement du micro. Cela pourrait expliquer la surestimation de l'effort injecté et donc la sous-estimation des fonctions de transfert obtenues au delà de 4000 Hz.

La présence de modes de cavité de la chambre de combustion en dessous de 5 kHz ainsi que l'hypersensibilité des résultats au montage du dispositif d'excitation acoustique rendent ce moyen de mesure peu fiable. L'excitation mécanique sera donc retenue pour la suite des opérations. Les transferts mesurés pour l'excitation combustion-culasse sont comparés aux

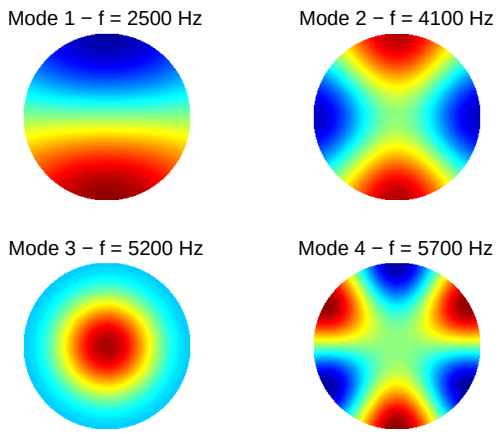


FIG. 7.11 – Premiers modes de la chambre de combustion (c = 340m/s)

autres transferts à la fin de ce chapitre (cf. 7.4).

7.2 Mesure des transferts de l'excitation piston-fût

L'excitation générée par le piston sur la chemise est complexe. Elle résulte de la combinaison des efforts provoqués par l'explosion et du choc lié au basculement de piston. La description précise du phénomène de basculement de piston est réalisée dans la partie 1. Le basculement de piston intervient notamment lorsque le piston est au point mort haut (PMH) au moment de la combustion, lorsque les efforts des gaz combinés au changement d'obliquité de la bielle provoquent un basculement brusque du piston du coté opposé poussée (COP) au coté poussée (CP) du cylindre. Ce mouvement rapide provoque un choc lorsque le piston atteint le coté poussée du fût. Sur le moteur étudié, la position de l'impact est estimé à environ 35 mm de la culasse. Les efforts dus à la combustion (également de nature impulsive) interviennent quasiment au même moment que le basculement. Les efforts appliqués par le piston sur le fût sont donc modélisés comme étant appliqués ponctuellement sur un point fixe, correspondant à la zone d'impact du basculement de piston. Dans le but de mesurer les transferts entre les points d'impact piston slap et les points de mesure, le dispositif schématisé sur la figure 7.12 est mis en place pour chaque cylindre. Une poutre munie d'un capteur de force est plaquée contre l'intérieur du fût coté poussée à 35 mm de la culasse à l'aide d'un tendeur. Un pot vibrant excite la poutre à l'extérieur du bloc moteur. Le système d'excitation observe bien entendu des pics aux résonances de la poutre. Ces pics ne sont pas gênants car le capteur de force est placé en aval de ce dispositif, directement à l'interface avec le fût. Cependant, à certaines fréquences, la force injectée observe des antirésonances liées aux modes de flexion, provoquant une chute de cohérence. Pour remédier à ce problème, les transferts sont mesurés pour une seconde configuration, une masse ajoutée étant fixée sur la poutre. Cet ajout de masse ayant pour effet de décaler les fréquences propres, les antirésonances des deux dispositifs sont obtenues à des fréquences différentes (voir spectres figure 7.13). Les fonctions de transfert étant obtenues pour plusieurs bandes de fréquence d'excitation successives, le dispositif d'excitation est choisi pour chaque bande de manière à optimiser les valeurs des cohérences. Les transferts obtenus pour le basculement de piston sont tracés et

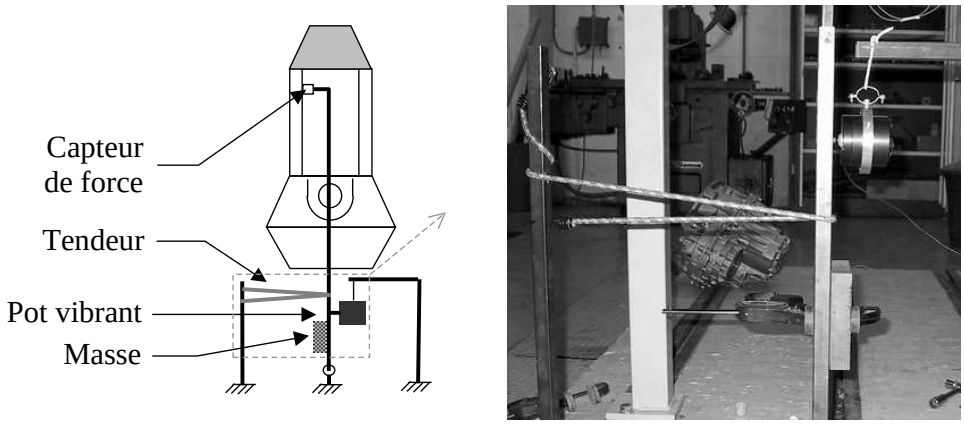


FIG. 7.12 – Dispositif expérimental - excitation fût

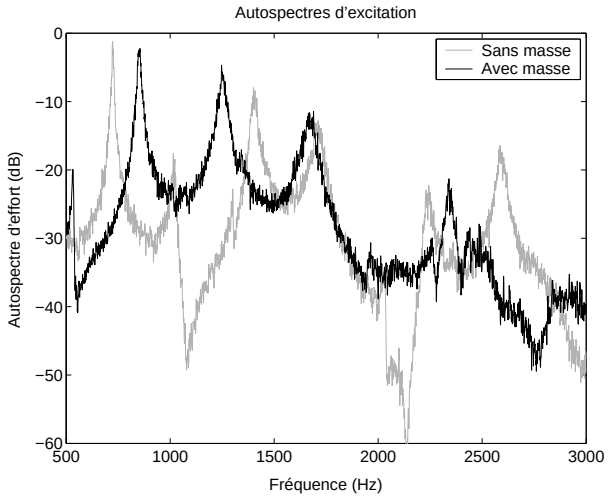


FIG. 7.13 – Autospectres d'excitation avec et sans masse ajoutée

comparés aux autres transferts dans la partie 7.4.

7.3 Mesure des transferts des moments et forces aux paliers vilebrequin

7.3.1 Dispositifs d'excitation

Les efforts appliqués par le vilebrequin sur un palier du carter cylindre peuvent être décomposés en moments et forces sur les deux directions perpendiculaires à l'axe du vilebrequin. Dans le but de simuler individuellement ces quatre efforts, deux dispositifs d'excitation à deux pots vibrants sont réalisés (cf. figure 7.14). Le principe est d'alimenter les deux pots avec un seul générateur (via deux amplificateurs), de manière à avoir deux excitations cohérentes. En alimentant les pots en phase, on génère un effort de type force. En alimentant les pots en opposition de phase, on génère un effort de type moment. Bien sûr, il est nécessaire de régler les gains des deux amplificateurs de puissance associés à chaque pot de manière à observer des autospectres d'excitation rigoureusement semblables de part et d'autre du dispositif. Les deux

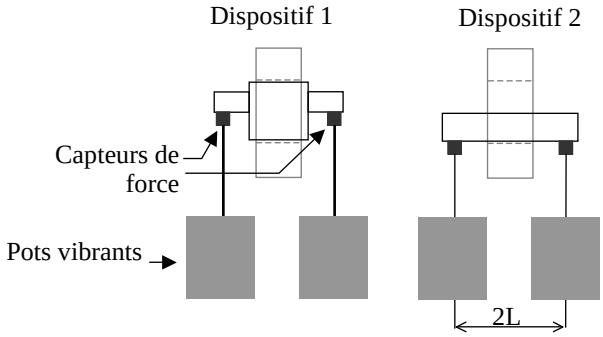


FIG. 7.14 – Dispositifs d'excitation des paliers

leviers utilisés pour les deux dispositifs, réalisés en aluminium, sont supposés se comporter de manière indéformable dans la bande de fréquence étudiée ($<$ 5 kHz), leurs premiers modes apparaissant au delà de 10 kHz. La réalisation de deux dispositifs différents tient des différentes hypothèses que l'on peut faire quant à la nature des contacts entre le vilebrequin et les paliers. L'espace compris entre le vilebrequin et les coussinets de paliers est rempli d'huile. On peut supposer que le film d'huile répartit les efforts sur les paliers de manière relativement uniforme, de sorte qu'on puisse décomposer chaque effort transmis en un moment et une force au palier. Le dispositif n°1 permet d'exercer un moment et une force ramenés au centre du palier. Cependant, en cas de forte charge, l'excitation peut devenir très localisée sur le bas du palier dans la direction verticale. Pour cette raison, le dispositif n°2 est réalisé pour se rapprocher de ce type d'excitation permettant d'obtenir un moment et une force localisés sur le bas du palier. Ainsi, trois montages sont effectués sur chaque paliers, deux avec le dispositif n°1 en horizontal et vertical, un avec le dispositif n°2 en vertical seulement (cf. figure 7.15). Des orifices sont réalisés dans la jupe du carter cylindre de manière à laisser passer les tiges filetées reliant les pots vibrants aux leviers d'excitation.

Dans le but de produire une excitation du palier en force ou en moment, il faut ajuster les gains des amplificateurs de puissance alimentant les deux pots de manière à obtenir une fonction de transfert entre les deux capteurs d'efforts (notés a et b) d'amplitude 0 dB et de phase 0 ou π. Si cette condition est vérifiée, on peut obtenir directement les fonctions de transfert en force et moment purs. Prenons les indices φ et $-\varphi$ pour symboliser les quantités mesurées avec respectivement les pots en phase et en opposition de phase. Les fonctions de transfert sont exprimées par les formulations suivantes :

$$\{H^F\} = \frac{\{x\}^{\varphi}}{2F_a^{\varphi}},$$

$$\{H^M\} = \frac{\{x\}^{-\varphi}}{2LF_a^{-\varphi}}, \tag{7.1}$$

avec $\{H^F\}$ et $\{H^M\}$ les fonctions de transfert entre respectivement une force au palier et un moment au palier et les accélérations $\{x\}$
et L le bras de levier du système d'excitation utilisé (voir figure 7.14).

On note que l'effort injecté au point b n'entre pas dans le calcul (7.1). En effet, on suppose que lorsque les pots sont en phase, on injecte une force pure, donc $F_a = F_b$. Au contraire,

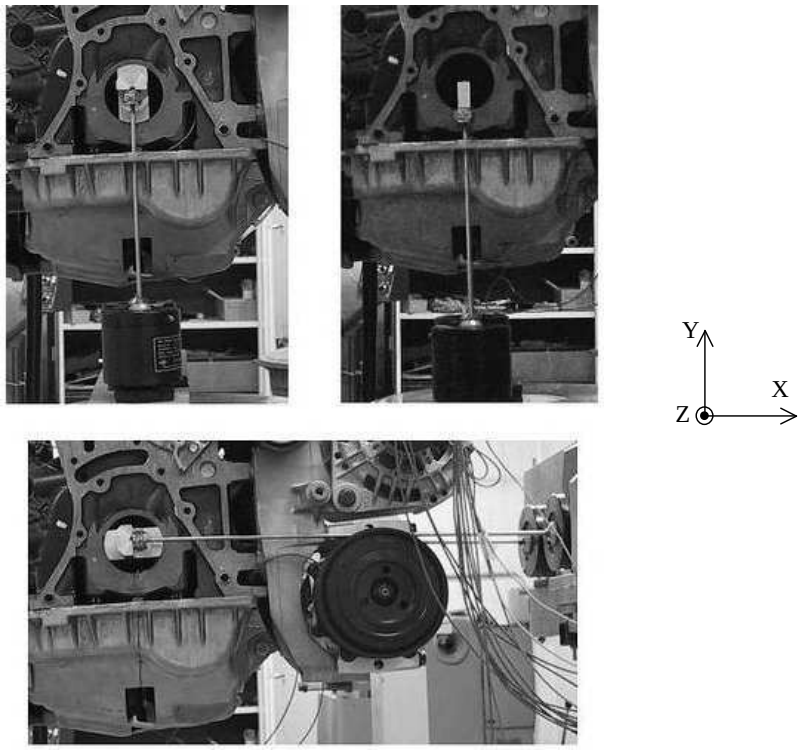


FIG. 7.15 – Différents montages d'excitation réalisés pour chaque palier, exemple au palier 5

lorsque les pots sont en opposition de phase, on suppose $F_a = -F_b$. L'effort F_b est donc substitué par l'effort F_a, ce qui se traduit par la présence d'un facteur 2 au dénominateur. L'équation (7.1) peut être écrite en quantités interspectrales moyennées :

$$\{H^F\} = \frac{\{S_{xa}\}^{\varphi}}{2S_{aa}^{\varphi}},$$

$$\{H^M\} = \frac{\{S_{xa}\}^{-\varphi}}{2LS_{aa}^{-\varphi}}, \tag{7.2}$$

où $\{S_{xa}\}$ représente l'ensemble des interspectres entre les accélérations et la force en a et $\{S_{aa}\}$ l'autospectre de la force en a.

7.3.2 Recomposition des fonctions de transfert en efforts et moments purs

Comme il a été dit plus haut, la formulation (7.2) est valable lorsque les deux efforts injectés en a et b sont égaux en module. La fonction de transfert entre les deux capteurs de force doit donc être d'amplitude 0 dB et de phase 0 ou π suivant la configuration φ ou $-\varphi$ (pots en phase ou en opposition de phase), ce qui correspond à un rapport F_b/F_a égal à 1 ou -1. Malheureusement, l'obtention d'une telle fonction de transfert sur l'ensemble du spectre est en pratique impossible. Une fonction de transfert classique obtenue sur l'un des dispositifs d'excitation avec les pots en phase et en opposition de phase est représentée sur la figure 7.16.

A partir des deux efforts F_a et F_b aux points a et b, on peut calculer le moment et la force

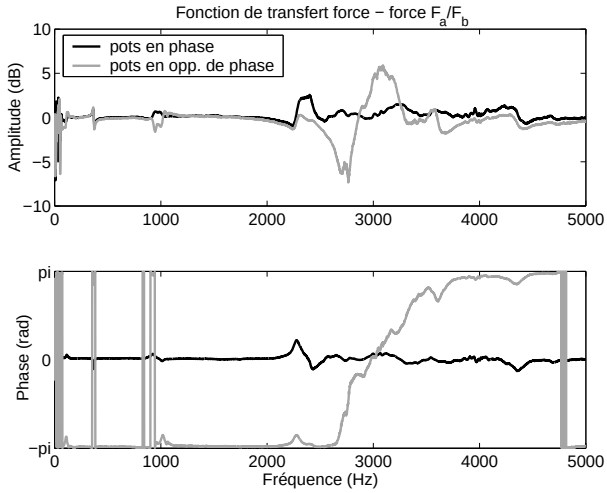


FIG. 7.16 – Fonction de transfert entre les deux capteurs de force

réellement injectés au palier :

$$\begin{aligned} F(\omega) = &\quad F_a(\omega) + F_b(\omega), \\ M(\omega) = &\quad LF_a(\omega) - LF_b(\omega). \end{aligned} \tag{7.3}$$

Les amplitudes des moments et forces obtenues pour l'un des dispositifs d'excitation avec les pots en phase et en opposition de phase sont représentées sur la figure 7.17. Les efforts F_a et F_b, totalement cohérents, sont reconstruits à partir des auto et interspectres d'excitation en prenant comme référence de phase le point a. Il est évident sur la figure 7.17 que lorsque les pots sont en phase ou en opposition de phase, on ne peut pas affirmer que l'on injecte strictement des forces pures ou des moments purs.

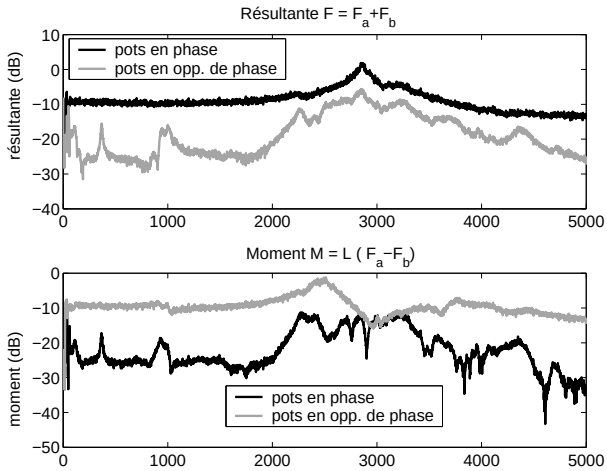


FIG. 7.17 – Moments et résultantes injectés avec les pots en phase et en opposition de phase

Une méthode a été mise en œuvre pour obtenir les fonctions de transfert entre les efforts purs (force et moment) et les capteurs d'accélération à partir des mesures réalisées dans les

configurations φ et $-\varphi$.

Formulons matriciellement les fonctions de transfert entre les deux efforts purs et les m réponses :

$$\{x\}_{m*1} = [H]_{m*2} \left\{ \begin{array}{c} R \\ M \end{array} \right\}_{2*1}, \tag{7.4}$$

avec $\{x\}$ vecteur des accélérations,
R et M résultante et moment injectés
et $[H] = [\{H^F\}\{H^M\}]$ matrice de transfert en efforts purs recherchée.

Le calcul du moment M et de la force F exprimé par l'équation 7.3 peut être formulé matriciellement :

$$\left\{ \begin{array}{c} F \\ M \end{array} \right\} = \left[\begin{array}{cc} 1 & 1 \\ L & -L \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} F_a \\ F_b \end{array} \right\}. \tag{7.5}$$

En tenant compte des deux configurations d'excitation φ et $-\varphi$ et en incluant l'équation (7.5), la relation (7.4) devient :

$$[\{x\}^{\varphi}\{x\}^{-\varphi}] = [H] \left[\begin{array}{cc} 1 & 1 \\ L & -L \end{array} \right] \left[\begin{array}{cc} F_a^{\varphi} & F_a^{-\varphi} \\ F_b^{\varphi} & F_b^{-\varphi} \end{array} \right]. \tag{7.6}$$

L'obtention de la matrice de transfert entre efforts purs et accélérations s'obtient en inversant la relation matricielle (7.6) :

$$[H] = [\{x\}^{\varphi}\{x\}^{-\varphi}] \left[\begin{array}{cc} F_a^{\varphi} & F_a^{-\varphi} \\ F_b^{\varphi} & F_b^{-\varphi} \end{array} \right]^{-1} \left[\begin{array}{cc} 1 & 1 \\ L & -L \end{array} \right]^{-1}. \tag{7.7}$$

Cette relation 7.7 peut enfin être formulée en données interspectrales référencées au point d'excitation a :

$$[H] = [\{S_{xa}\}^{\varphi}\{S_{xa}\}^{-\varphi}] \left[\begin{array}{cc} S_{aa}^{\varphi} & S_{aa}^{-\varphi} \\ S_{ba}^{\varphi} & S_{ba}^{-\varphi} \end{array} \right]^{-1} \left[\begin{array}{cc} 1 & 1 \\ L & -L \end{array} \right]^{-1}, \tag{7.8}$$

S_{aa} représentant l'autospectre du capteur de force de référence a,
S_{ba} l'interspectre entre les capteurs de force b et a
et $\{S_{xa}\}$ les interspectres de l'ensemble des points de mesures d'accélération avec le capteur de force de référence.

Les sommes des fonctions de transfert obtenues par la formulation (7.2) et la méthode de recomposition en efforts purs sont tracées pour le palier 2 en vertical avec le dispositif n°1 sur la figure 7.18. Cette figure montre l'effet de la correction apportée par la méthode de recomposition en efforts purs, non négligeable dans certaines bandes de fréquence (notamment pour le moment aux alentours de 3 kHz).

7.3.3 Effet des masses des leviers d'excitation

Les leviers d'excitation possèdent une certaine masse qui influe sur le comportement dynamique de la structure, notamment localement au niveau des paliers. Les capteurs de force sont placés en amont du levier et non à l'interface réelle entre le levier et la structure. C'est pourquoi les fonctions de transfert obtenues avec les leviers caractérisent l'ensemble levier-structure, et non la structure seule. Les efforts réellement injectés sur le palier restent donc inconnus.

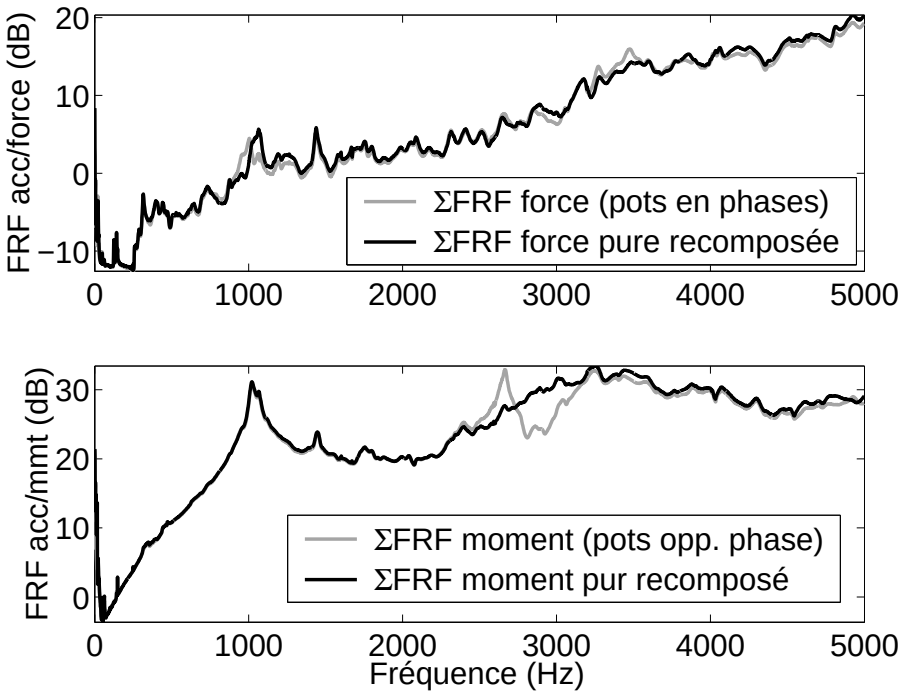


FIG. 7.18 – Somme des fonctions de transfert en force et en moment

Correction des fonctions de transfert en force

On désire corriger les fonctions de transfert mesurées pour tenir compte des masses des leviers. Les effets de masse ajoutée sont illustrés par la figure 7.19.

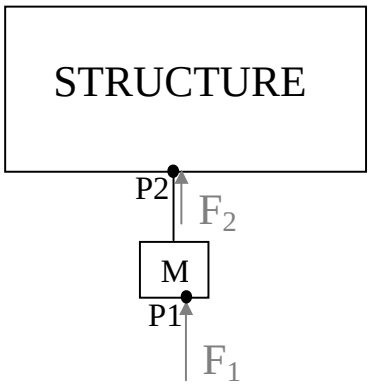


FIG. 7.19 – Effet de la masse des leviers

Les fonction de transfert mesurées sont obtenues par rapport au point d'excitation $P1$. Pour obtenir les transferts par rapport au point $P2$, on applique l'équation de la mécanique à la masse ajoutée M selon l'axe de la force appliquée :

$$F_1 - F_2 = Mx_M,$$

avec x_M l'accélération de la masse,
F_1 la force injectée à l'ensemble structure + masse ajoutée
et F_2 la force injectée à la structure seule.

Force selon l'axe vertical y

Pour obtenir l'accélération x_M de la masse selon l'axe vertical y , on observe les accélérations mesurées sur les chapeaux de paliers (l'ensemble levier-chapeau étant supposé indéformable dans la plage de fréquence considérée). Le transfert entre le chapeau de palier sur y et l'effort F_{1y} injecté verticalement à l'ensemble structure plus masse est connu. L'accélération de la masse est donc obtenue de la manière suivante :

$$x_{My} = F_1 H_{Cy/F1y},$$

avec $H_{Cy/F1y}$ transfert mesuré entre l'accélération selon y du chapeau de palier et la force F_{1y} appliquée à l'ensemble structure + levier.

On obtient ainsi une estimation de l'effort injecté selon y au point 2 (en aval de la masse) :

$$F_{2y} = F_{1y}(1 - MH_{Cy/F1y}).$$

Les fonctions de transfert entre les accélérations et le point d'excitation 2 (en aval de la masse) en vertical sont obtenues de la manière suivante :

$$\{H_{x/F2y}\} = \frac{\{x\}}{F_{2y}} = \frac{\{x\}}{F_{1y}(1 - MH_{Cy/F1y})} = \{H_{x/F1y}\}\frac{1}{(1 - MH_{Cy/F1y})}, \tag{7.9}$$

avec $H_{Cy/F1y}$ transfert mesuré entre l'accélération selon y du chapeau de palier et la force F_{1y} appliquée à l'ensemble structure + levier,
$\{H_{x/F1y}\}$ l'ensemble des transferts mesurés entre une force selon y au palier et les accélérations de l'ensemble structure + levier
et $\{H_{x/F2y}\}$ l'ensemble des transferts entre une force selon y au palier et les accélérations de la structure seule.

Une formulation équivalente est exposée par Sestieri et D'Ambroglio dans [SD 89], dans le cadre de recomposition artificielle de transferts d'une structure modifiée à partir de transferts mesurés sur la structure réelle. Les sommes des fonctions de transfert en force pure verticale au palier 2 mesurées et corrigées pour les deux dispositifs d'excitation sont tracées sur la figure 7.20.

Force selon l'axe horizontal x

Dans le cas de l'excitation horizontale (selon x), l'estimation de l'accélération du levier d'excitation est plus difficile. On la suppose cependant égale en première approximation à l'accélération horizontale du chapeau de palier, même si cette approximation semble moins évidente que pour le cas vertical. Ainsi, par analogie avec le cas vertical, on obtient la correction suivante :

$$\{H_{x/F2x}\} = \frac{\{x\}}{F_{2x}} = \{H_{x/F1x}\}\frac{1}{(1 - MH_{Cx/F1x})}, \tag{7.10}$$

avec $H_{Cx/F1x}$ transfert mesuré entre l'accélération selon x du chapeau de palier et la force F_{1x} appliquée à l'ensemble structure + levier,

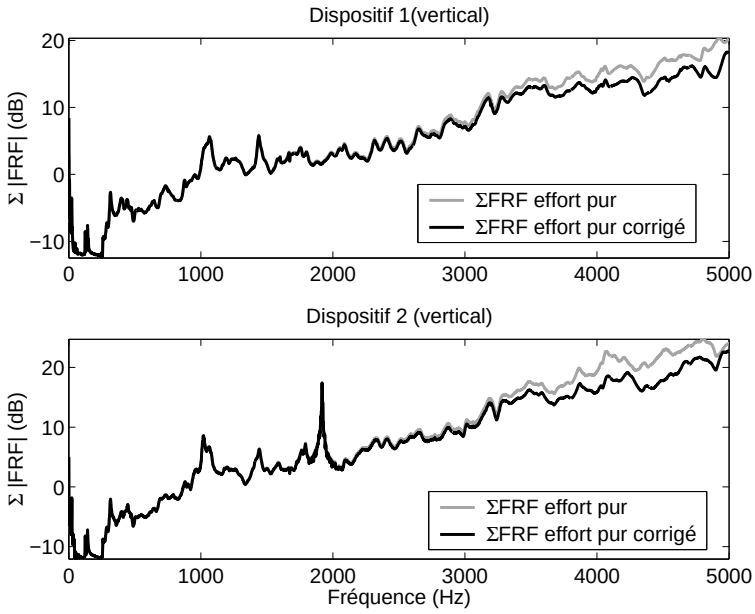


FIG. 7.20 – Correction des FRF due à la prise en compte de la masse des leviers d'excitation, excitation type force verticale au palier 2

$\{H_{x/F1x}\}$ ensemble des transferts mesurés entre une force selon x au palier et les accélérations de l'ensemble structure + levier
et $\{H_{x/F2x}\}$ ensemble des transferts entre une force selon x au palier et les accélérations de la structure seule.

Les sommes des fonctions de transfert en force pure horizontale au palier 2 originales et corrigées sont tracées sur la figure 7.21. Dans cette direction, on rappelle que seul le dispositif d'excitation 1 a été employé.

Les formulations (7.9) et (7.10) mettent en évidence un facteur de correction $(1 - MH)^{-1}$ à appliquer aux fonctions de transfert mesurées pour estimer les fonctions de transfert caractéristiques de la structure seule sans les leviers d'excitation. La valeur de H ($H_{Cx/F1x}$ selon x et $H_{Cy/F1y}$ selon y) est en quelque sorte la mobilité d'entrée (en accélération) de l'ensemble structure + levier. On constate sur les figures 7.20 et 7.21 que l'effet de masse ajoutée n'est pas le même suivant la direction d'excitation verticale ou horizontale. Lorsqu'on excite le palier en vertical (figure 7.20), la prise en compte de la masse du levier a pour effet d'atténuer la fonction de transfert. Au contraire, dans la direction horizontale (figure 7.21), la prise en compte de la masse semble amplifier la fonction de transfert. Ces effets peuvent être expliqués en observant les facteurs de correction employés dans les équations (7.9) et (7.10). L'effet d'atténuation ou d'amplification dépend de la phase de la mobilité d'entrée utilisée H. Rappelons l'estimation de l'effort injecté réellement dans la structure en fonction de l'effort appliqué en amont de la masse F_1 et de la mobilité H :

$$F_2 = F_1(1 - MH). \tag{7.11}$$

L'effet d'amplification ou d'atténuation de l'effort injecté est dicté par la phase et l'amplitude de la mobilité d'entrée H. Si cette mobilité est plutôt négative (phase voisine de π), on peut considérer que le système structure plus masse ajoutée répond en raideur. Dans ce cas, l'équation

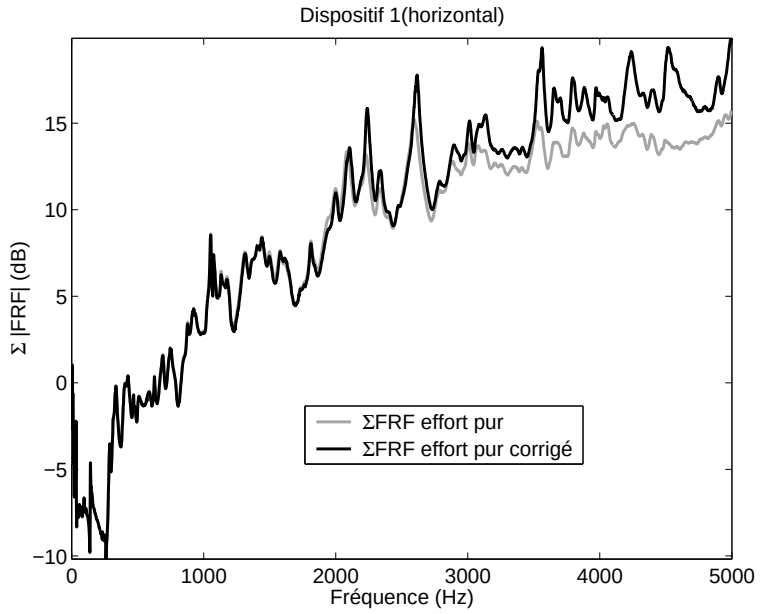


FIG. 7.21 – Correction des FRF due à la prise en compte de la masse des leviers d'excitation, excitation type force horizontale au palier 2

(7.11) montre que la masse amplifie l'effort injecté ($F_2 > F_1$). La fonction de transfert est par conséquent surestimée si l'on ne tient pas compte de la masse. Si la phase de la mobilité d'entrée est plutôt voisine de 0, le système répond plutôt en masse. Dans ce cas, les deux cas de figure (atténuation ou amplification de l'effort) peuvent se présenter suivant la valeur de $(1 - MH)$. Les phases des la mobilité d'entrée d'un palier en horizontal $H_{Cx/F1x}$ et vertical $H_{Cy/F1y}$ sont tracées sur la figure 7.22.

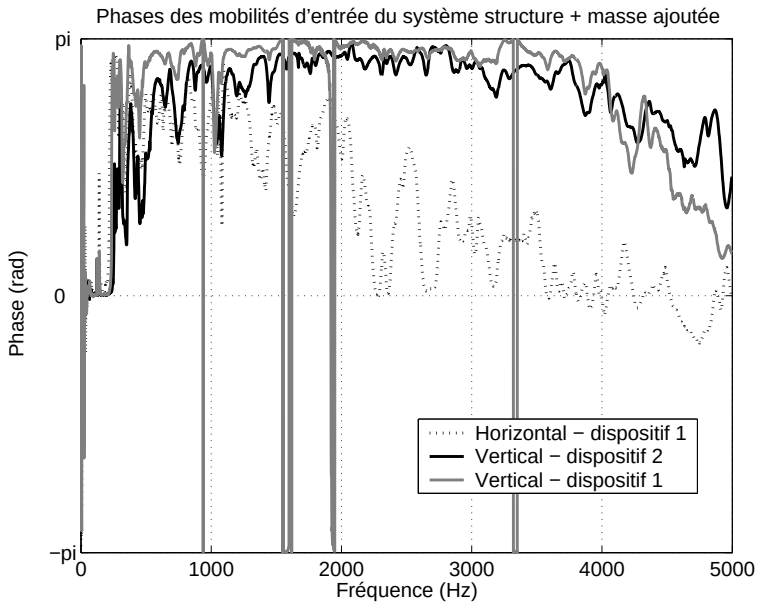


FIG. 7.22 – Phases des mobilités d'entrée du système structure + levier - exemple du palier n°2

On constate sur cette figure que les mobilités d'entrée du système structure plus levier sont proches de π pour les excitations en vertical (dispositifs 1 et 2), tandis que la mobilité d'entrée

de l'excitation horizontale est plus proche de 0 dans la bande de fréquence 2500-5000 Hz. Cela explique le fait que les fonctions de transfert avec l'excitation en vertical sans prise en compte de la masse ajoutée sont surestimées (cf. figure 7.20), les fonctions de transfert avec excitation horizontale étant quant-à elles sous-estimées.

Correction des fonctions de transfert en moment

Une démarche similaire à la correction de transferts en forces pures peut être appliquée pour corriger les efforts en moments purs. La difficulté réside également dans l'estimation de l'accélération (cette fois angulaire) du levier d'excitation employé. Seul les transferts obtenus avec le dispositif n°2 en position vertical (excitation moment sur l'axe x) on fait l'objet d'une correction. En première approximation, le mouvement haute fréquence du levier d'excitation n°2 soumis à un moment est supposé être dominé par le mouvement de rotation autour de son centre de gravité, comme schématisé sur la figure 7.23.

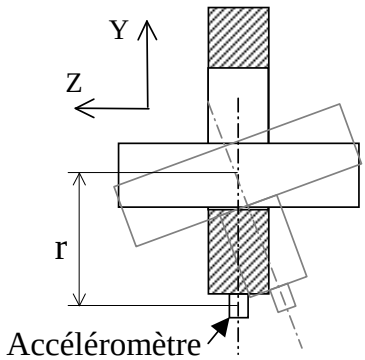


FIG. 7.23 – Mouvement approximatif d'un palier soumis à un moment appliqué par le levier n°2

Cette hypothèse nous permet d'estimer l'accélération angulaire du levier autour de son centre d'inertie à partir de l'accélération du chapeau de palier mesurée sur l'axe z .

$$\theta = \frac{x}{r}, \tag{7.12}$$

avec θ accélération angulaire du levier et x accélération sur z du chapeau de palier.

En suivant le même raisonnement, on aboutit à une expression identique à 7.9 concernant les transferts en moment corrigés en fonction des transferts mesurés :

$$\{H_{x/M2x}\} = \frac{\{x\}}{M_{2x}} = \frac{\{x\}}{M_{1x}(1 - \frac{I}{r}H_{cZ/M1x})} = \{H_{x/M1}\}\frac{1}{(1 - \frac{I}{r}H_{cZ/M1x})}, \tag{7.13}$$

avec I inertie du levier autour de son centre de gravité,
r distance entre l'accéléromètre et le centre de gravité du levier
et H_{cZM1} fonction de transfert entre le moment appliqué au système structure plus levier et l'accélération du chapeau de palier selon l'axe z .

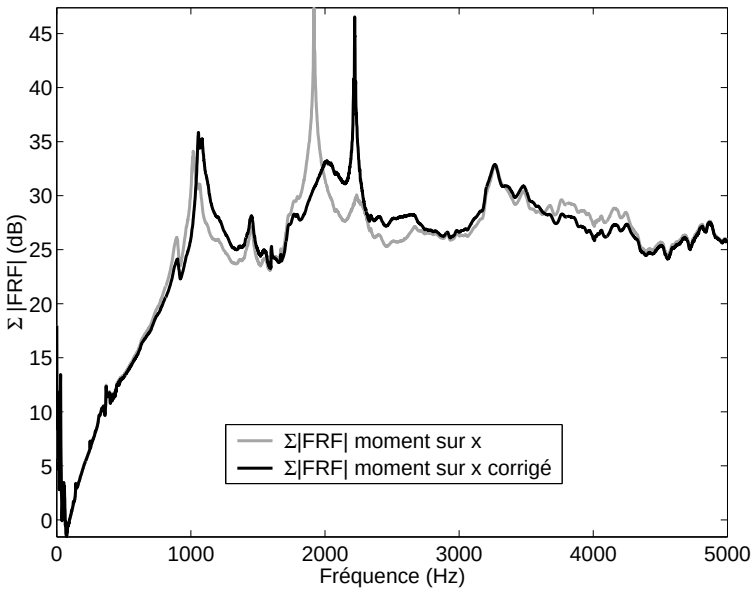


FIG. 7.24 – Correction des FRF due à la prise en compte de l'inertie des leviers d'excitation, excitation type moment selon x au palier 2

La somme des fonctions de transfert en moment selon x au palier 2 originales et corrigées par la formulation 7.13 tenant compte de l'inertie du levier sont tracées sur la figure 7.24. On constate sur la figure 7.24 que l'inertie du système d'excitation semble fortement perturber la mesure de fonction de transfert. Cela est compréhensible, car le palier est un endroit assez souple de la structure, et les mouvements du palier sont dès les basses fréquences dominés par des modes locaux. Ces modes sont des modes de flexion de palier, ce qui explique pourquoi ils sont excités par une excitation de type moment, et non par une excitation en force verticale ou horizontale. Le caractère local de ces modes explique la forte sensibilité du comportement dynamique à l'ajout d'une masse. On observe deux résonances sur la figure 7.24. La première, aux alentours de 1 kHz, est caractéristique des modes de flexion de palier (mouvement de flexion dans le plan yOz, cf. partie 8). Les cinq paliers fournissant chacun un degré de liberté en flexion, les modes de paliers sont au nombre de cinq. La seconde résonance, aux alentours de 2kHz, est fortement sensible à l'ajout de masse (décalage de 300 Hz du pic). Ce pic est sans aucun doute produit par le mode de torsion autour de l'axe x du chapeau de palier, mode dont le caractère local est encore plus prononcé que les modes de flexion de palier. C'est pourquoi ce mode ressort particulièrement à une sollicitation du chapeau de palier en moment sur x . De plus, l'ajout de masse est effectué au centre du palier, sur le ventre du mode de torsion. Cela explique la forte sensibilité de la fréquence de résonance : la prise en compte de la masse a pour effet de décaler le pic vers les hautes fréquences. Cependant, nous rappelons que les corrections des fonctions de transfert on été réalisées en émettant des hypothèses relativement grossières, c'est pourquoi elle ne permet de dégager qu'une tendance, notamment sur l'estimation de la résonance du mode de torsion du palier. L'hypothèse sur l'estimation du mouvement du levier, représentée par la figure 7.23, est cependant confortée pour la plage de fréquence dominée par le mode de torsion du chapeau de palier. L'hypothèse peut par ailleurs sembler surestimer l'accélération angulaire du levier lorsque le mouvement est dominé par les modes de flexion de paliers (fréquence ¡ 1.5 kHz).

Les résultats obtenus avec les deux dispositifs d'excitation en force sur y et en moment sur x sont tracés sur la figure 7.25. Plusieurs remarques importantes peuvent être faîtes en observant la

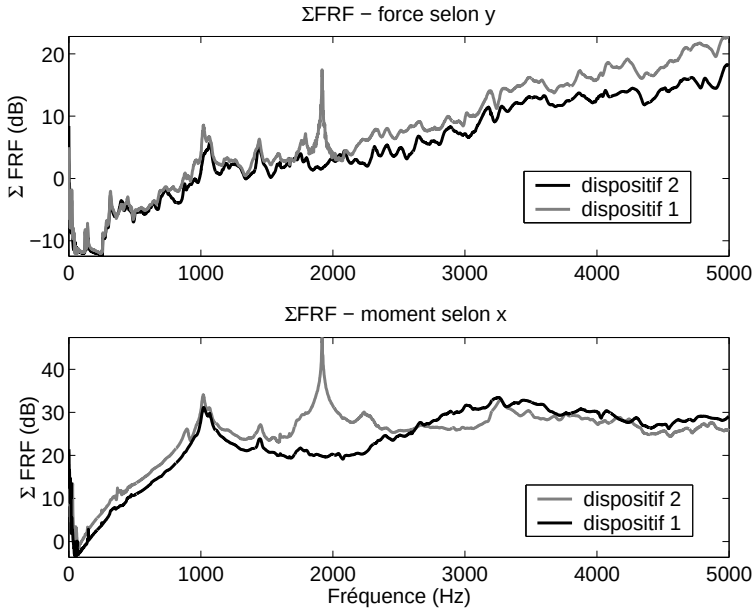


FIG. 7.25 – Comparaison des sommes de fonction de transferts obtenues avec les deux dispositifs d'excitation

figure 7.25. Tout d'abord, le pic provoqué par le mode de torsion du chapeau de palier n'apparaît qu'avec le dispositif n°2. En effet, le dispositif n°1 est un cylindre serré dans le palier. De ce fait, la surface interne du palier est fortement rigidifiée, et le mode de torsion du palier est complètement bloqué. Le mode de torsion du chapeau de palier n'apparaît pas seulement pour l'excitation de type moment, il est visible également sur l'excitation en force verticale. Ce phénomène est dû à l'impossibilité de recomposer la fonction de transfert en force pure dans cette zone de fréquence fortement dominée par le mouvement de torsion du chapeau de palier. En observant la figure en effort vertical, on constate que les transfert obtenus avec le dispositif n°2 sont plus important que ceux obtenus avec le dispositif n°1, la différence augmentant linéairement avec la fréquence. Cela peut être expliqué également par la rigidification du palier due au montage du dispositif n°1. Le point d'entrée étant plus souple avec le dispositif n°2, les transferts résultants sont globalement plus importants. En excitation type moment, on constate également un transfert plus important d'environ 3 dB avec le dispositif n°2, mais cette fois uniquement en basse fréquence notamment avant les modes de flexion de palier. La différence provient du fait que les deux dispositifs créent des moments résultants localisés au centre du palier pour le dispositif n°1, et sur la face interne du chapeau de palier pour le dispositif n°2. Le point d'excitation du dispositif n°2 est donc plus éloigné de la liaison palier-structure, ce qui génère un bras de levier plus important. Une dernière remarque important concerne les forces selon z générées par les masses ajoutées en mouvement. Lorsque le palier est excité en moment selon x , de forts déplacements sont observés sur le palier selon z (selon le mode de flexion). Ce mouvement selon z provoque une accélération selon z de la masse ajoutée, ce qui entraîne fatalement des efforts de type force selon z . Les transferts obtenus en moment sont donc forcément pollués par une force sur l'axe du vilebrequin z générée par la masse ajoutée.

7.4 Comparaison des différents transferts mesurés

Dans le but d'avoir une idée de la hiérarchisation des transferts, différentes quantités sont tracées sur les figure 7.26. Pour synthétiser l'ensemble des mesures, les sommes de transferts sont moyennées sur les quatre postes pour les excitations combustion-culasse et piston-fût, ou sur les 5 paliers pour les moments et forces aux paliers. Pour les efforts aux paliers, seuls les moments horizontaux et les forces verticales, directions les plus sollicitées, sont représentés. Les quantités tracées sur les figure 7.26 sont les suivantes :

- la moyenne des transferts de l'excitation combustion-culasse en somme des valeurs absolues,
- la moyenne des transferts de l'excitation piston-fût en somme des valeurs absolues,
- la moyenne des transferts de moment sur X aux paliers en somme des valeurs absolues,
- la moyenne des transferts de force sur Y aux paliers en somme des valeurs absolues.

Dans le but de pouvoir comparer les transferts en force et moment, les transferts en moment sont ramenés à des transferts en force en les multipliant par la largeur des paliers (équivalent au bras de levier).

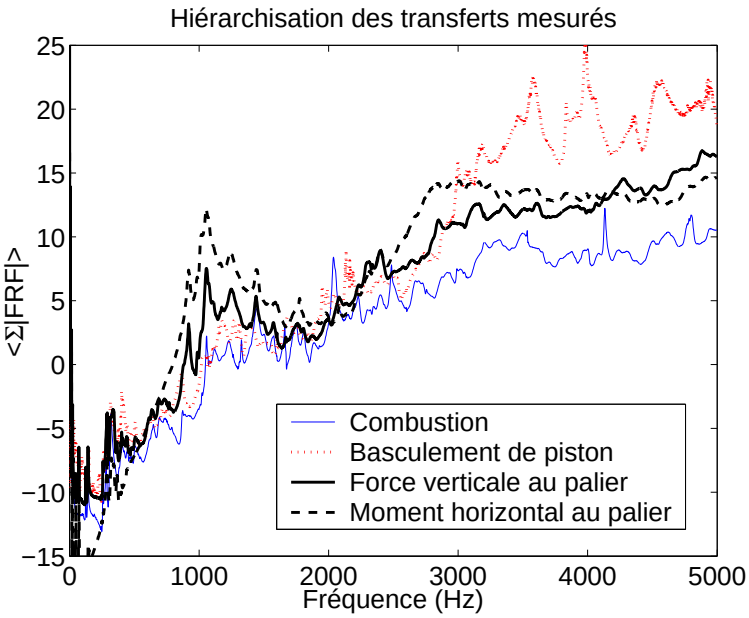


FIG. 7.26 – Hiérarchisation des transferts mesurés

La hiérarchisation des voies de transfert n'est qu'une étape de la caractérisation du moteur en tant que source vibratoire. Cependant, elle permet d'évaluer les éventuelles hétérogénéités de transfert. On constate notamment le fort niveau des transferts avec excitation de type moment aux paliers dans la région des modes de paliers (500 Hz - 1500 Hz). On observe également la forte raideur des transferts de l'excitation combustion-culasse, ou dans une moindre mesure des transferts de l'excitation force verticale au palier. Cela est compréhensible, ces deux directions d'excitation sont celles qui encaissent l'explosion (par la culasse pour l'effort de combustion, et par l'attelage mobile pour l'effort vertical au palier). Par ailleurs, on note un fort transfert de l'excitation piston-fût en hautes fréquences ($>$ 3 kHz).

7.5 Conclusion

La construction par l'expérience de la matrice de transfert entre excitations et réponses modélisant le bloc moteur représente une campagne de mesure très importante. Différentes techniques ont été exposées au cours de ce chapitre pour injecter dans la structure des excitation mesurées similaires aux forces réellement injectées à l'intérieur du moteur en fonctionnement. Une excitation acoustique a été envisagée pour l'excitation combustion-culasse, mais une excitation mécanique a finalement été préférée à cause d'une hypersensibilité des mesures au montage de la cavité acoustique et à cause de modes présents dans la cavité en dessous de 5 kHz, faussant les mesures. Une excitation ponctuelle fixe a été utilisée pour reproduire l'excitation piston-fût, les efforts au niveau du fût étant supposés être en majorité injectés au moment du choc de basculement de piston. Deux dispositifs à deux pots vibrants ont été testés pour injecter les moments et résultantes aux paliers, couplés à différentes techniques de correction prenant en compte la masse des dispositifs utilisés et le coté imparfait des excitations (moments et efforts purs difficiles à mettre en œuvre expérimentalement). Au final, la mesure des transferts sur la structure réelle a nécessité l'introduction de plusieurs hypothèses sur la nature des excitations. C'est pourquoi il est bon de rappeler que la matrice de transfert obtenu n'est qu'un modèle de la structure réelle, même s'il est issu de l'expérience.

Chapitre 8

Modélisation numérique du bloc moteur

8.1 Présentation du modèle

Le modèle éléments finis utilisé est maillé par environ 80000 nœuds . C'est un modèle mixte composé d'environ 30000 éléments 3D et 40000 éléments 2D (des contraintes sont ajoutées pour modéliser correctement les interfaces entre éléments 2D et 3D). Le modèle complet est présenté sur la figure 8.1.

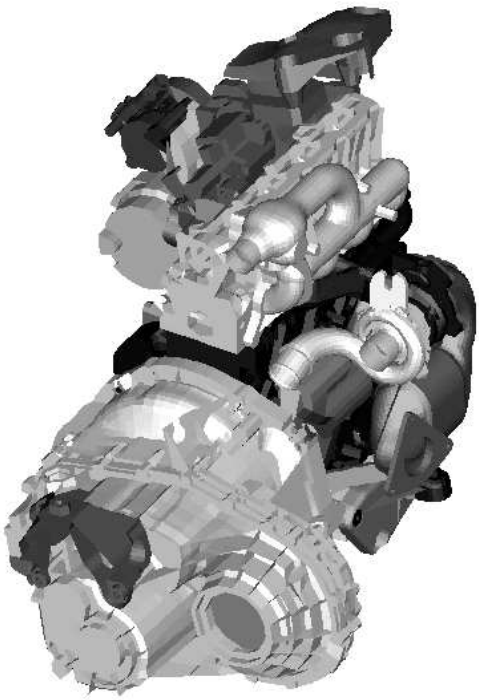


FIG. 8.1 – Modèle éléments finis du moteur Renault F9Q718 1.9L Dci

8.2 Calcul de base modale enrichie par des modes de déformation statique

8.2.1 Calcul de la base modale

Une base modale est calculée à partir du modèle éléments finis en conditions libre-libre. 1228 modes sont extraits dans une plage de fréquence allant de 0 à 8 kHz. la nombre de modes obtenus par bande de 250 Hz est représenté sur la figure 8.2.

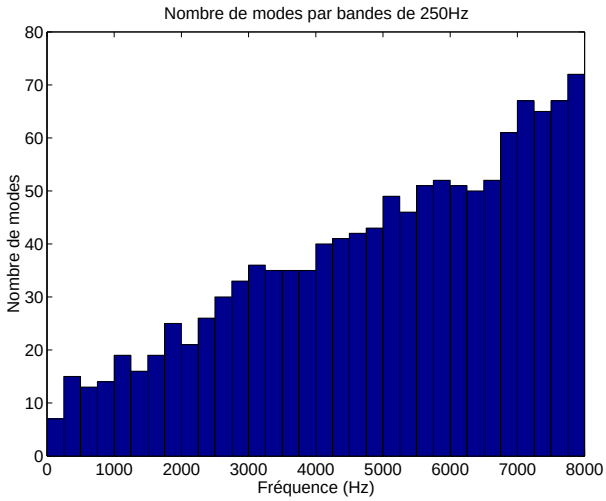


FIG. 8.2 – Répartition fréquentielle des modes

Les premiers modes du GMP, situés en dessous de 1 kHz, sont pour la plupart des modes d'accessoires (essentiellement turbocompresseur, mais aussi démarreur, climatisation...). Les amplitudes modales des accessoires, zones particulièrement souples, dominent largement dans cette bande de fréquence les déformations du bloc moteur. Le premier mode non solide est observé aux environs de 200 Hz, il s'agit de l'un des nombreux modes de turbo (cf. 8.3 à gauche). Le premier mode propre global de la structure, un mode de flexion , intervient aux environs de 300 Hz (cf. 8.3 à droite). On note enfin aux alentours de 1 kHz l'apparition de modes très locaux de flexion de palier. L'un d'entre eux, observant un couplage des paliers n°2 et n°4, est représenté sur la figure 8.4. Ces modes locaux nous intéressent tout particulièrement car les paliers représentent l'une des zones excitées par l'attelage mobile.

8.2.2 Enrichissement par des modes de déformation pseudo-statiques

Pour évaluer la réponse d'une structure jusqu'à une certaine fréquence f, on doit traditionnellement calculer la base modale jusqu'à $2f$. Cependant, la structure du GMP présente des degrés de liberté fortement raides. Pour ces degrés de liberté, les modes dominant la réponse vibratoire locale, même à basse fréquence, peuvent être situés au delà de 8 kHz. C'est pourquoi une base modale tronquée à 8 kHz n'est pas suffisamment représentative pour représenter un effort appliqué sur ce type de degré de liberté. Pour palier ce problème, des modes issus de déformations statiques sont insérés dans la base modale. Pour chaque degré de liberté d'excitation, la raideur résiduelle est incluse dans la base modale (la structure étant en condition libre-libre, une

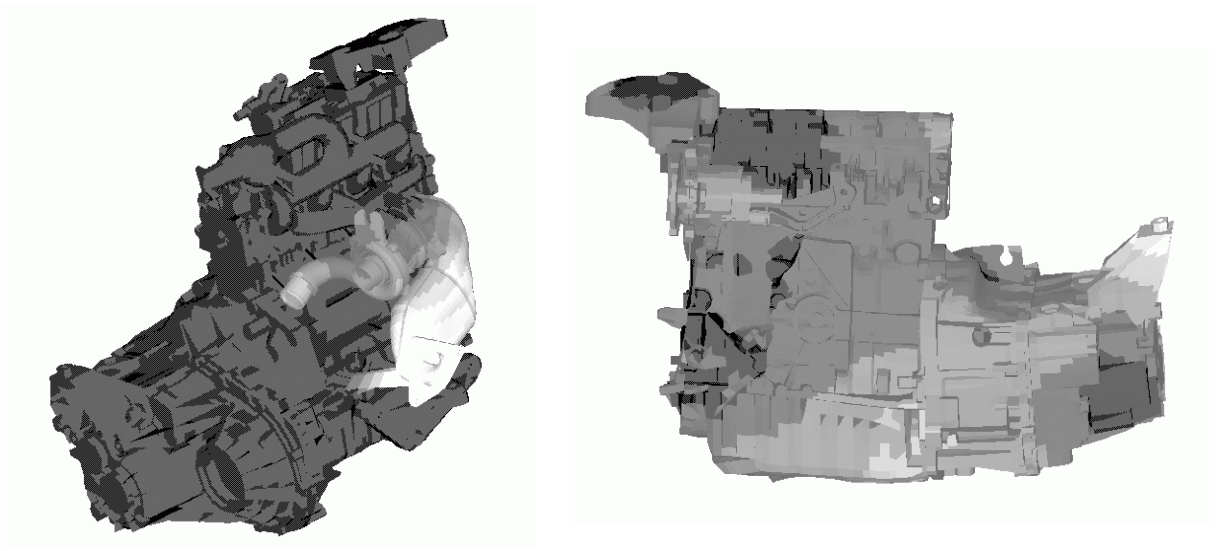


FIG. 8.3 – A gauche, premier mode à 188 Hz(turbo). A droite, mode de flexion du bloc à 315 Hz

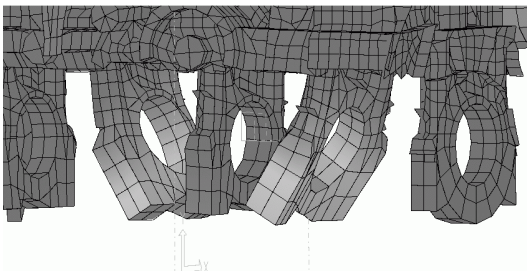


FIG. 8.4 – Un des modes de flexion de paliers vilebrequin (1080 Hz) - couplage paliers 2 et 4

procédure particulière doit être mise en œuvre pour obtenir des pseudo-flexibilités statiques ainsi que les fréquences propres correspondantes, cf. [IMB 79]). L'effet de la prise en compte des raideurs résiduelles est présenté sur la figure 8.5 pour un calcul de fonction de transfert en excitation et réponse verticale au palier 2, direction particulièrement raide.

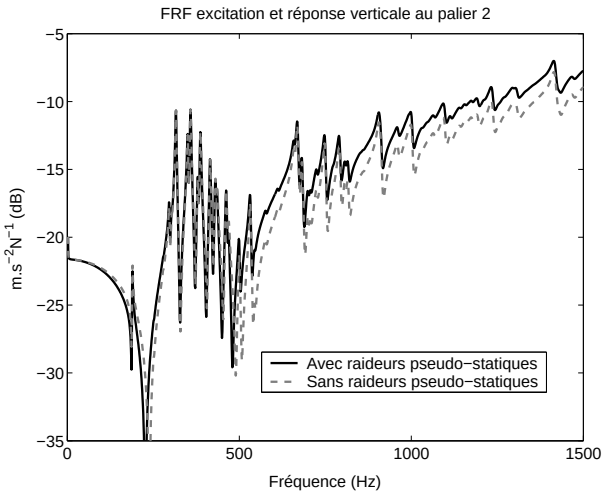


FIG. 8.5 – Illustration de l'effet des modes de raideur pseudo-statiques

8.3 Calcul des transferts

L'ensemble des transferts entre les sources potentielles et les points de mesure sont synthétisés à partir de la base modale. La base calculée étant réelle (aucun amortissement injecté au niveau élémentaire), un amortissement modal doit être introduit. celui ci peut être évalué en première approximation en comparant une FRF calculée à une FRF mesurée sur la structure réelle (GMP sans attelage mobile). La figure 8.6 illustre l'ajustement approximatif de l'amortissement. Les amortissements injectés sont :

- 5 % entre 0 Hz et 600 Hz,
- 3 % entre 600 Hz et 2 kHz,
- 1 % au dessus de 2 kHz.

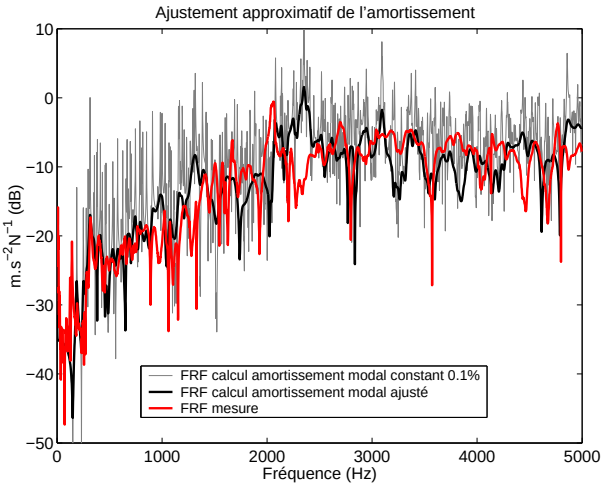


FIG. 8.6 – Illustration du réglage approximatif de l'amortissement modal

8.3.1 Simulation des excitations

Les efforts introduits sur la culasse et sur le fût sont modélisés ponctuellement. Les efforts piston-fût sont positionnés coté poussée des fûts à 35 mm de la culasse. Les efforts sur la culasse sont positionnés au centre des faces exposées à la combustion. Les efforts aux paliers sont répartis sur 8 nœuds sur la surface cylindrique interne des paliers choisis suivant la direction et la nature (force ou moment) de l'effort. Les différentes configurations sont exposées sur la figure 8.7. La modélisation peut paraître contestable. En effet, les efforts sont essentiellement encaissés par le bas du palier en vertical (axe y). Les forces verticales pourraient par exemple être reconstruites séparément en haut et en bas du palier. Plusieurs raisons ont motivé ce choix de modélisation. La première est que le fait de reconstruire séparément les forces en haut et en bas du palier pourrait aboutir à des efforts reconstruits antagonistes, ce qui est physiquement impossible (le vilebrequin exerce un effort soit vers le haut, soit vers le bas). De plus, le nombre d'efforts à reconstruire doit être limité pour optimiser la mesure indirecte. Un seul effort vertical par palier est donc préférable à deux. Enfin, deux calculs avec une modélisation d'excitation répartie haut-bas de palier ou une modélisation d'excitation bas de palier uniquement donnent des résultats assez proches (maximum 2 dB au dessus de 3 kHz), les différences étant du second

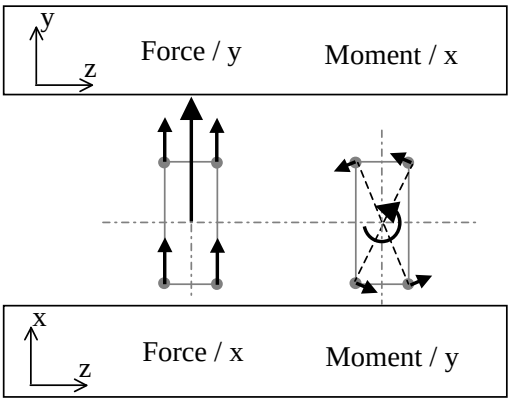


FIG. 8.7 – Modélisation des excitations aux paliers

ordre par rapport aux différences calcul-mesure.

Les différents transferts obtenus sont hiérarchisés sur la figure 8.8. Les quantités tracées sur les figure 8.8 sont les mêmes que pour la hiérarchisation des transferts mesurés (cf. partie 7.4), c'est à dire :

- la moyenne des transferts de l'excitation combustion-culasse en somme des valeurs absolues,
- la moyenne des transferts de l'excitation piston-fût en somme des valeurs absolues,
- la moyenne des transferts de moment sur X aux paliers en somme des valeurs absolues,
- la moyenne des transferts de force sur Y aux paliers en somme des valeurs absolues.

Les transferts en moment sont ramenés à des transferts en force en les multipliant par la largeur des paliers (bras de levier).

L'observation de la figure 8.8 mène aux mêmes conclusions que pour les transferts mesurés, à savoir :

- importance des transferts de moments horizontaux aux paliers dans la zone des modes de flexion de paliers (1 kHz-1.5 kHz),
- forte raideur de la voie culasse (excitation combustion-culasse),
- transfert important en haute fréquence(>3 kHz) pour l'excitation piston-fût.

8.4 Conclusion

La construction de la matrice de transfert à partir d'un modèle éléments finis du GMP est une opération relativement simple et rapide, dès lors qu'un modèle éléments finis de la structure est déjà construit. Le calcul d'une base modale de 0 à 8 kHz a été réalisé. Cette base a été enrichie de modes pseudo-statique pour prendre en compte les raideurs résiduelles des modes de fréquence propre trop élevée pour être représenté dans la base modale. Un recalage de l'amortissement a été ajusté à partir de fonctions de transfert mesurées. L'avantage de la méthode des éléments finis pour obtenir la matrice de transfert est avant tout la rapidité de l'opération. L'inconvénient réside bien entendu dans les possibles erreurs de modèle, mais cet inconvénient ne peut que s'amenuiser

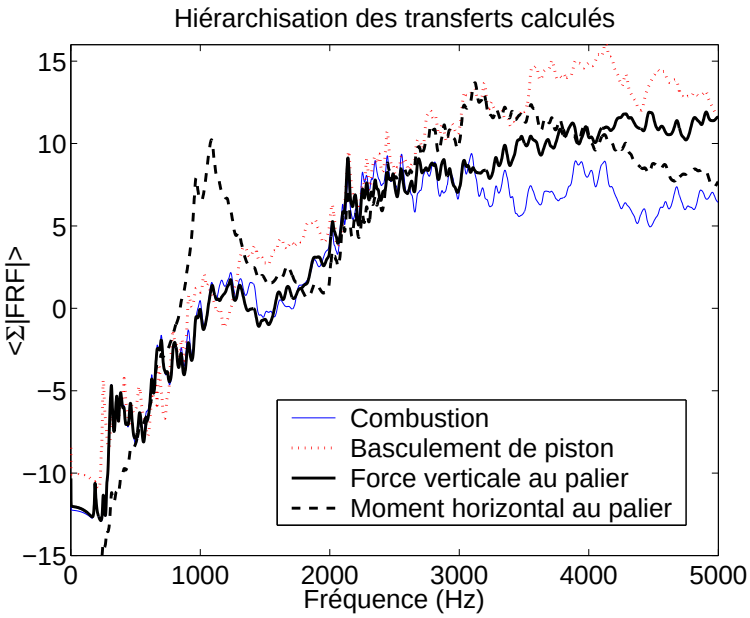


FIG. 8.8 – Hiérarchisation des transferts calculés

par l'avenir avec l'affinement des modèles éléments finis rendu possible par le décuplement de la puissance des calculateurs.

Chapitre 9

Comparaison des transferts mesurés et calculés

Le dernier chapitre de cette partie consacrée à l'estimation des transferts du GMP est consacré à la comparaison des transferts du modèle numérique et du modèle expérimental. L'objectif de cette comparaison n'est pas de valider les simulations numériques. En effet, des erreurs de modélisation peuvent apparaître non seulement sur le modèle numérique, mais également sur le modèle construit expérimentalement. Le moteur inerte utilisé pour la mesure des transfert a un comportement dynamique forcément différent du moteur étudié en fonctionnement. De plus, les différents dispositifs expérimentaux relativement complexes mis en œuvre peuvent être sujet à caution. Une comparaison des deux modèles avec des mesures sur le moteur étudié en fonctionnement pourrait paraître opportune, mais elle demande un démontage complet de l'attelage mobile (vilebrequin, pistons, bielles), éléments considérés comme extérieurs au modèle. De plus, cette comparaison ne permettrait pas d'évaluer l'erreur réalisée par la mise en œuvre des différents dispositifs d'excitation. L'objet de cette partie est en fait de comparer les modèles obtenus par des voies totalement différentes (numérique et expérimentale) de manière à évaluer l'ordre de grandeur de l'erreur de biais possiblement introduite dans la mesure indirecte d'efforts.

Les transferts sont comparés en somme des modules pour l'ensemble des points de mesure de la réponse. De plus, les transferts pour la combustion et le basculement de piston sont moyennés sur les quatre postes, et les transferts des excitations paliers sont moyennés sur les cinq paliers.

9.1 Transferts de la combustion et du basculement de piston

On constate sur la figure 9.1 que les comparaisons calcul mesure sont similaires pour les transferts de combustion et de basculement de piston. En basse fréquence (0-2 kHz), les transferts mesurés et calculés sont comparables. Entre 2 kHz et 3 kHz, les transferts calculés sont supérieurs de quelques dB aux transferts mesurés. Enfin, en haute fréquence (3-5 kHz), les transferts mesurés sont bien supérieurs au calcul, particulièrement pour les transferts de basculement de piston (différence de l'ordre de 5 dB) qui observent pour l'expérience une série de pics assez marqués.

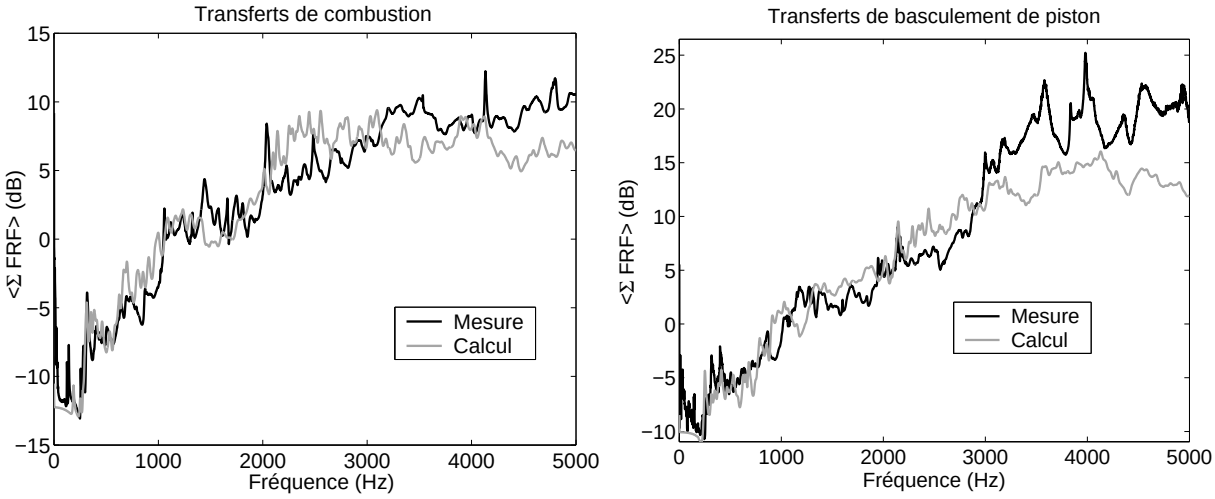


FIG. 9.1 – Transfert des efforts de combustion (à gauche) et de basculement de piston (à droite)

9.2 Transferts des moments et forces aux paliers vilebrequin

Les transferts aux paliers en force sur x (axe horizontal) et y (axe vertical) sont tracés sur la figure 9.2.
Pour les efforts sur x , on constate une bonne corrélation calcul-mesure jusqu'à 2500 Hz. On observe au delà une forte différence de l'ordre de 10 dB en faveur des transferts mesurés, qui observent des pics fortement marqués.
En ce qui concerne les transferts des efforts injectés verticalement, 3 courbes sont tracées : le calcul, la mesure avec le dispositif 1, et la mesure avec le dispositif 2. On rappelle que le dispositif 1 est un cylindre monté serré dans le palier tandis que le dispositif 2 est une poutre vissée sur le chapeau de palier (voir la figure 7.14 du chapitre 7). On constate que le dispositif donnant les résultats les plus proches du modèle est le dispositif 1, ce qui peut sembler évident au premier abord, vu la modélisation de l'excitation à la fois sur le haut et sur le bas du palier (cf. figure 8.7). Mais comme il est dit dans le chapitre précédent, un modèle d'excitation sur le bas du palier uniquement donne des résultats relativement proches des résultats obtenus avec le modèle utilisé (répartition haut/bas de palier). En fait, même avec une excitation modélisée uniquement bas de palier, le dispositif le plus proche du calcul reste le dispositif n°1. On constate sur les deux transferts mesurés une bosse dans la zone des modes de palier (1-1.5 kHz), certainement du à une légère perturbation en moment de la force injectée. Cette bosse est d'autant plus marquée pour le dispositif n°2, qui observe en plus un pic aux alentours de 2 kHz provoqué vraisemblablement par un mode de torsion du chapeau de palier (voir explications dans la partie 7.3). On constate enfin qu'en haute fréquence (>3 kHz) les transferts mesurés sont plus importants que les transferts calculés.

Les transferts en moments sur l'axe horizontal (x) et l'axe vertical (y) sont tracés sur la figure 9.3. On constate sur la figure de gauche (moment en x) que le calcul suit assez bien la mesure réalisée avec le dispositif n°1. Par contre, les mesures réalisées avec le dispositif n°2 observent dans la bande de fréquence 1-2 kHz une souplesse importante. Les courbes tracées étant une moyenne des transferts pour les 5 paliers, on observe plusieurs pics correspondant aux

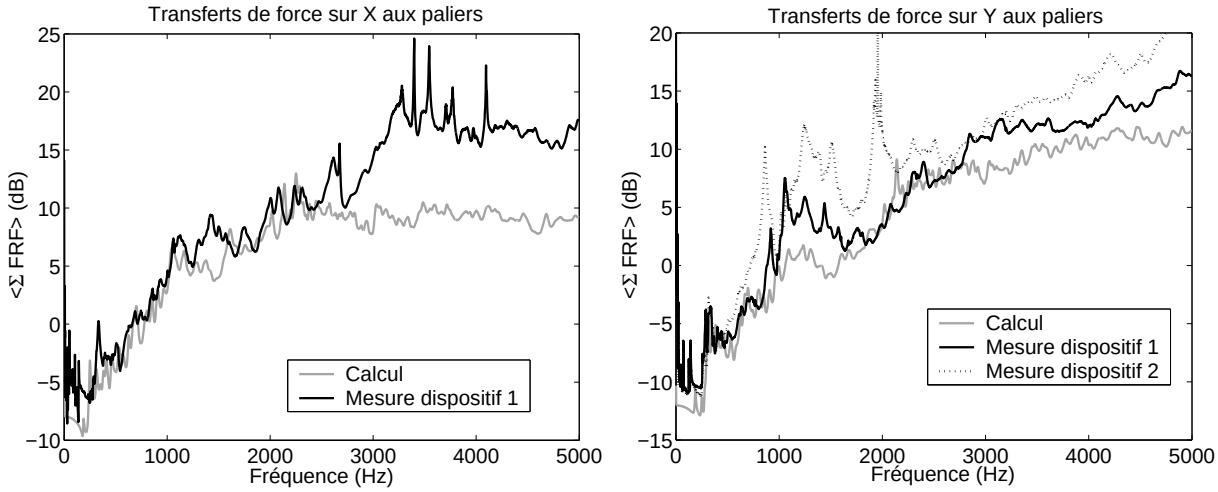


FIG. 9.2 – Transfert des forces aux paliers (axe horizontal à gauche, vertical à droite)

différents modes de torsion de chaque chapeau de palier. On rappelle que ces modes de torsion de chapeaux de paliers ne sortent pas avec une excitation réalisée avec le dispositif n°1. Ces modes de torsion ne sortent pas non plus (ou très peu) par le calcul, ce qui peut laisser supposer que le dispositif n°2 amplifie exagérément ce mouvement.
Les résultats sur le moment vertical (sur y) observent une bonne concordance calcul-mesure dans une bande moyenne fréquences (1-3 kHz). en basse et en haute fréquence, les mesures montrent des transferts plus importants que le calcul.

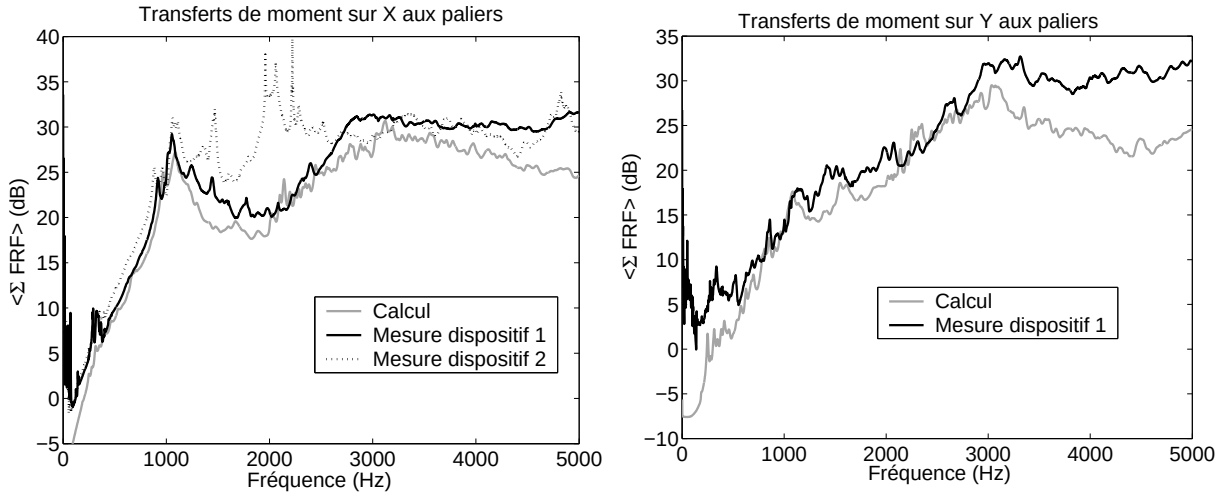


FIG. 9.3 – Transfert des moments aux paliers (axe horizontal à gauche, vertical à droite)

9.3 Conclusion

Les résultats obtenus numériquement et expérimentalement sont globalement assez concordants. Les transferts sont relativement bien reproduits par le modèle jusqu'à 3 kHz. Au dessus de 3 kHz, la mesure montre des transferts globalement plus importants, la différence augmentant

avec la fréquence. Cela peut laisser supposer une trop grande raideur du modèle dans cette zone fréquentielle. D'un autre coté, les mesures réalisées aux paliers avec deux dispositifs différents donnent des résultats très différents. Cependant, la bonne concordance de l'un des dispositifs avec le calcul (dispositif n°1) peut laisser supposer que les résultats obtenus sont plus fiables qu'avec le second dispositif.
Au final, on ne peut pas vraiment affirmer que l'un des deux moyens d'obtenir une estimation des transferts (calcul éléments finis ou expérimentation) est préférable à l'autre. En effet, même si l'expérimentation peut paraître plus juste, la difficulté de mise en œuvre est importante, ce qui induit une certaine incertitude sur la validité des résultats. De plus, la campagne de mesure à réaliser sur le moteur inerte est très longue, ce qui peut être un problème pour une application industrielle de la méthode. L'estimation des transferts par le calcul reste donc intéressante, car beaucoup plus rapide (si bien sûr un modèle éléments finis est disponible).

Quatrième partie

Identification des sources internes du moteur Diesel F9Q

Chapitre 10

Mesures réalisées sur le moteur F9Q en fonctionnement

10.1 Description du banc moteur

Un banc moteur est mis en place pour mesurer les réponses vibratoires de la structure en conditions de fonctionnement. Le moteur étudié est un moteur Diesel Renault de type F9Q718, 4 cylindres en ligne, de 1.9L de cylindrée, équipé d'un turbocompresseur. Une photographie du banc moteur est représentée sur la figure 10.1. Le moteur est couplé à un frein de puissance à

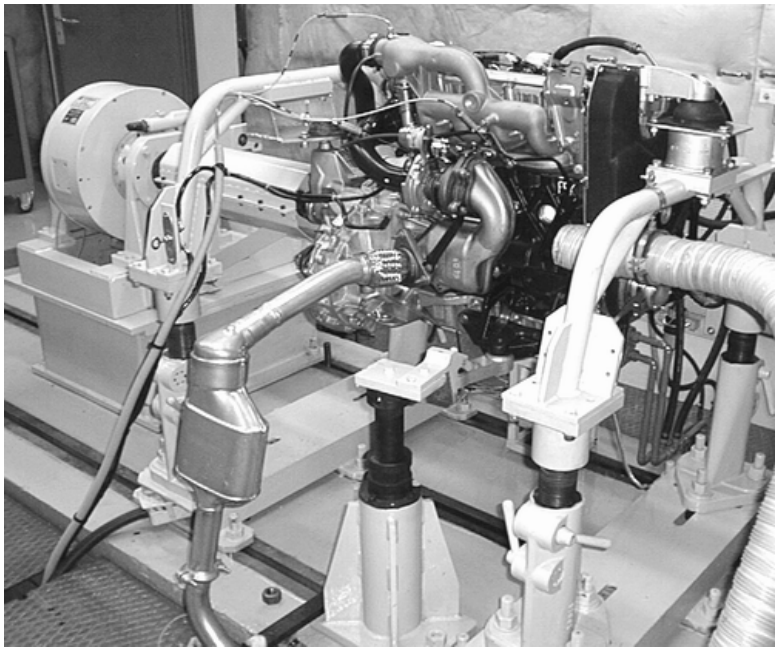


FIG. 10.1 – Banc moteur utilisé

courants de Foucault de manière à imposer une certaine charge. La boite de vitesse est montée sur le carter, mais elle est vide de toute pignonerie : le frein de puissance est directement en prise à l'arbre primaire via un joint de cardan. Son rôle est de donner à la structure un comportement dynamique le plus proche possible du GMP complet.
Le système d'injection est de type common-rail, le gazole est acheminé aux injecteurs via une rampe commune sous très haute pression. La loi d'injection (ouverture et fermeture des

injecteurs) est gérée par le calculateur, qui utilise la pré-injection de manière à lisser la courbe de montée en pression à l'intérieur des cylindres. La pression maximum atteinte dans les chambres de combustion est de l'ordre de 160 bars à pleine charge.

Différents points de fonctionnement du moteur seront étudiés en régime stationnaire dans cette partie, chaque point étant caractérisé par une charge (en Nm ou en kW) et par un régime. Les courbes de couple et de puissance à pleine charge en fonction du régime, caractérisant le moteur étudié, sont fournies en annexe G.

Un système d'acquisition 32 voies est utilisé pour les acquisitions. 4 voies sont réservées aux capteurs de pression cylindre. Ces capteurs, introduits par la culasse à la place des bougies de préchauffage, mesurent la pression à l'intérieur des chambres de combustion. Les 28 voies restantes sont équipées en capteurs d'accélération. L'ensemble des accéléromètres est répertorié en annexe F, accompagné de photographies. 14 accéléromètres résistant aux fortes températures atteintes par l'huile sont placés sur les chapeaux de palier vilebrequin. Le moteur possède 5 chapeaux de paliers, numérotés par convention de 1 à 5 en partant du palier situé coté volant moteur (boite de vitesse). Les chapeaux de paliers 2 à 5 sont équipés sur 3 axes, le palier 1 sur 2 axes uniquement, pour des raison d'encombrement. Les deux accéléromètres attribués au palier 1 sont en fait fixés sur le carter d'huile, ce dernier étant solidaire du chapeau. Les 14 accéléromètres restants sont distribués sur la surface externe du moteur, 6 sur la jupe, et 8 sur le bloc en face des 4 fûts coté poussé et opposé poussée.

10.2 Présentation des résultats

Pour chaque point de fonctionnement étudié, les 32 voies sont enregistrées sur 1 mn échantillonnées à 16384 Hz. L'intégralité de la matrice interspectrale est ensuite calculée en post-traitement. On opte pour une résolution fréquentielle de 1 Hz, les fenêtres temporelles étant réglées à 1 s (16384 échantillons). Les spectres obtenus ont un caractère discret fortement prononcé, l'essentiel de l'énergie étant concentrée sur les fréquences multiples de la demie-fréquence de rotation du moteur. Le pas fréquentiel observé entre chaque raie varie donc de 8 à 33 Hz pour un régime variant de 1000 à 4000 tr/mn. Dans le but de faciliter leur lecture, les quantités fonction de la fréquence (spectres, cohérences) sont traitées avant d'être représentées sur des graphes. Les spectres sont recalculés par bandes, dont les fréquences centrales correspondent aux raies moteur. Ainsi, la valeur d'un autospectre pour la bande de fréquence centrale Ω est intégré comme suit :

$$|S(\Omega)|^b = \sum_{\omega} S(\omega), \text{ avec } \Omega - \frac{\Omega_R}{2} < \omega \leq \Omega + \frac{\Omega_R}{2},$$

$S(\omega)$ autospectre calculé par Hz,
$|S(\Omega)|^b$ autospectre recalculé par bandes de fréquence
et Ω_R fréquence de rotation du moteur exprimée en tour/s.

La cohérence entre deux signaux x_i et x_j peut être définie comme issue du rapport entre l'autospectre de x_i conditionné par x_j et l'autospectre de x_i (cf. chapitre 3) :

$$\gamma_{ij}^2(\omega) = 1 - \frac{S_{ii.j}(\omega)}{S_{ii}(\omega)},$$

avec $\gamma_{ij}^2(\omega)$ cohérence entre les signaux x_i et x_j,
$S_{ii}(\omega)$ autospectre de x_i
et $S_{ii.j}(\omega)$ autospectre de x_i conditionné par x_j.

On peut donc définir une cohérence de x_i par rapport à x_j pour une bande de fréquence donnée comme étant le rapport entre les valeurs de l'autospectre conditionné $S_{ii.j}$ et l'autospectre total S_{ii} calculés pour la-dite bande de fréquence centrale Ω :

$$|\gamma_{ij}^2(\Omega)|^b = 1 - \frac{|S_{ii.j}(\Omega)|^b}{|S_{ii}(\Omega)|^b} = 1 - \frac{\sum[(1-\gamma_{ij}^2(\omega))S_{ii}(\omega)]}{\sum S_{ii}(\omega)} = \frac{\sum[\gamma_{ij}^2(\omega)S_{ii}(\omega)]}{\sum S_{ii}(\omega)},$$

$$\text{avec } \Omega - \tfrac{\Omega_R}{2} < \omega \leq \Omega + \tfrac{\Omega_R}{2}.$$

Il est important de noter qu'une telle cohérence recalculée par bandes n'est pas réciproque, c'est-à-dire que la cohérence par bandes de x_i par rapport à x_j n'est pas égale à la cohérence par bandes de x_j par rapport à x_i. En effet, pour une bande donnée, l'énergie d'un signal x_i peut être totalement cohérente avec un signal x_j sans que la réciproque soit vraie. Prenons l'exemple d'un signal x_i de type sinus observant un seul pic à une fréquence f_1, fréquence pour laquelle la fonction de cohérence γ_{ij}^2 vaut 1. La totalité de l'énergie de x_i est cohérente avec x_j. Admettons par ailleurs que le signal x_j (superposition de deux sinus) observe un premier pic à f_1 et un second pic de même amplitude à une fréquence f_2, fréquence pour laquelle la fonction de cohérence γ_{ij}^2 est nulle. Seul le premier pic de x_j à f_1 est donc cohérent avec x_i, ce qui équivaut à 50% de l'énergie totale de x_j. La cohérence par bandes de x_j par rapport à x_i est donc de 0.5 sur une bande contenant f_1 et f_2, tandis que la cohérence par bandes réciproque de x_i par rapport à x_j est de 1 sur cette même bande. La cohérence recalculée par bande n'est donc pas strictement équivalente à une fonction de cohérence, tout en conservant une signification physique intéressante. La cohérence par bandes de x_i par rapport à x_j représente pour une bande de fréquence donnée le pourcentage de l'énergie de x_i cohérent avec x_j.
Par la suite, les différents autospectres et cohérences sont présentés sur les différentes figures par bandes de fréquences. Les calculs restent cependant effectués à partir des spectres en bandes fines. Un exemple de spectre et de cohérence représentés par Hz et recalculés par bandes de fréquences est présenté sur la figure 10.2.

10.3 Analyse spectrale des acquisitions

La technique d'analyse spectrale en composantes principales est un outil permettant d'analyser le niveau de cohérence d'un ensemble de signaux stationnaires acquis simultanément. Elle permet de déterminer, à partir de la matrice interspectrale, le nombre de phénomènes vibratoires décorrélés composant la réponse de la structure. Parmi l'ensemble des voies d'acquisition, 4 enregistrent des signaux d'excitation (les pressions cylindre), tandis que les 28 autres enregistrent

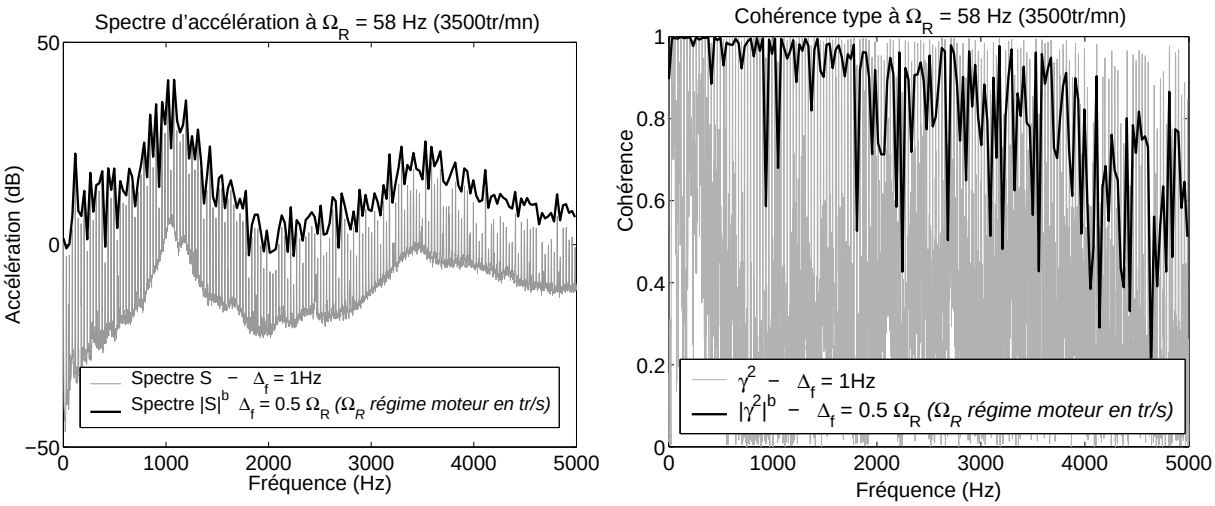


FIG. 10.2 – Exemple de spectre (à gauche) et de cohérence (à droite) représentés en bandes fines et recalculés par bandes de largeur $\Omega_R/2$ (demi régime de rotation)

des réponses. Dans une première section, le niveau de cohérence des pressions cylindres est analysé. Ensuite, l'analyse en composantes principales est réalisée sur la matrice interspectrale des réponses.

10.3.1 Analyse des pressions cylindre

Les signaux de pression cylindre représentent les explosions ayant lieu à des moments différents en des endroits différents. Ces explosions sont des phénomènes que l'on peut qualifier d'indépendants. Cependant, leur répétabilité et leur synchronisation les rendent fortement corrélés. Ceci est illustré par la figure 10.3 (à gauche), issue de mesures réalisées au point de fonctionnement (3500 tr/mn, 164 Nm). Les 4 autospectres de pression cylindre sont séparés en contributions de sources virtuelles décorrélées. Les sources virtuelles sont par convention classées par niveau de contribution décroissant.

La somme des autospectres est représentée, ainsi que la somme des autospectres cohérents avec la sources virtuelle n°1. La contribution des sources virtuelles n°2, 3 et 4 sont additionnées et également représentées sur la figure 10.3. On constate que l'essentiel de la contribution aux quatre signaux de pression cylindre est attribuée à la source virtuelle principale (SV n°1). Cela signifie que l'on peut considérer les pressions cylindre comme étant *virtuellement* générées par une seule et unique cause. Ces résultats confirment de nombreux travaux réalisés sur le sujet ([CCH 75] [ABRT 80] [YC 83]).
La moyenne des cohérences des 4 signaux de pression cylindre avec les sources virtuelles n°1, 2 et 3 est représentée sur la même figure 10.3 (à droite). Il est évident sur cette figure que seule la source virtuelle n°1 est fortement cohérente avec les pressions cylindre.

Les mêmes représentations sont réalisées pour un autre point de fonctionnement du moteur (1400 tr/mn, 38 Nm). Ce point de fonctionnement est fortement éloigné du précédent, tant en charge (164/38 Nm) qu'en régime (3500/1400 tr/mn). Les observations que l'on peut réaliser

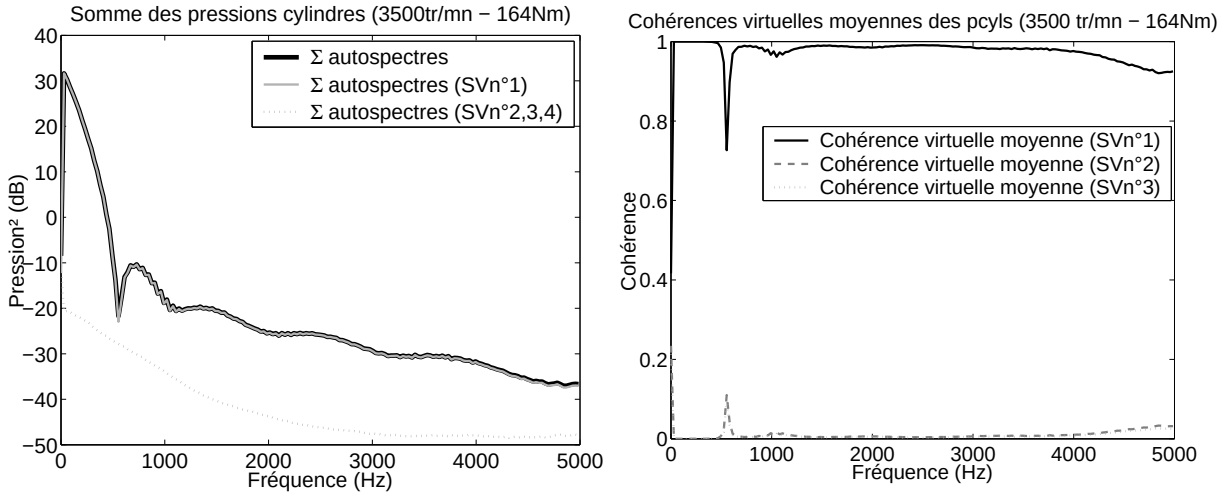


FIG. 10.3 – Décomposition en sources virtuelles des pressions cylindres - (3500 tr/mn, 164 Nm)

sur la figure 10.4 sont relativement différentes. Il faut tout d'abord noter que la différence de régime a pour effet de changer l'échelle des abscisses. Pour un régime de 3500 tr/mn, la 100e raie moteur est à près de 3 kHz, tandis qu'à 1400 tr/mn, elle se situe à peine au dessus de 1 kHz. Il est donc logique que l'énergie de la réponse vibratoire soit plus concentrée vers les basses fréquences en bas régime qu'en haut régime. Ensuite, la différence de charge a pour effet de modifier le contenu fréquentiel des excitations. Plus l'explosion est forte, plus le signal de pression cylindre est renforcé en hautes fréquences (également bien sûr en basses fréquences, mais dans une moindre mesure).

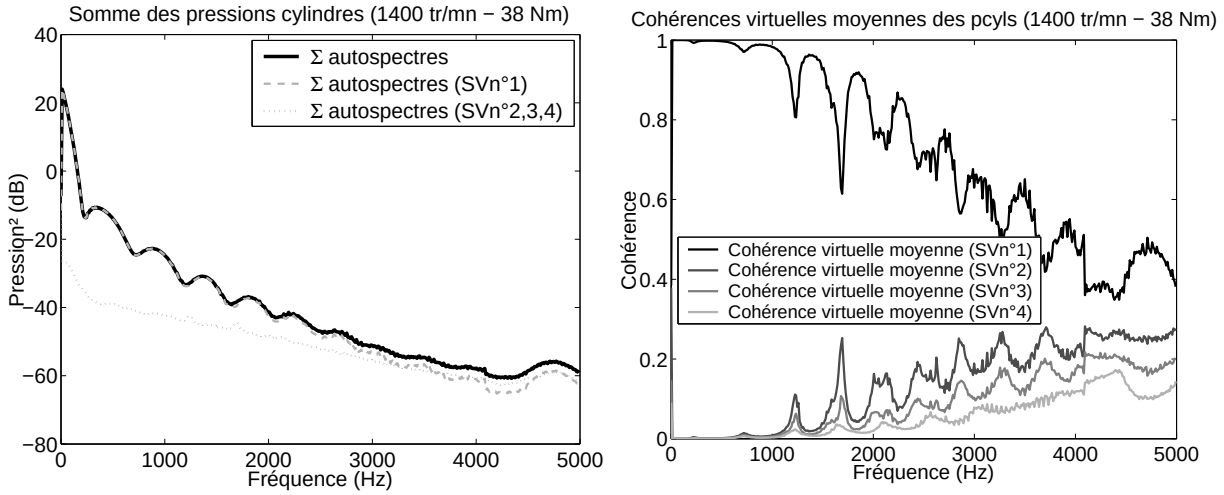


FIG. 10.4 – Décomposition en sources virtuelles des pressions cylindres - (1400 tr/mn, 38 Nm)

On constate sur la figure de gauche que la contribution de la première source virtuelle domine largement en basse fréquence, mais que son importance par rapport aux autres contributions diminue quand la fréquence augmente, pour leur devenir équivalente au dessus de 3 kHz. On constate sur la figure de droite que la cohérence virtuelle moyenne des 4 signaux diminue graduellement

avec l'indice de la source virtuelle considérée au delà de 4 kHz. On peut alors dire que dans cette zone de fréquence des pressions cylindres sont fortement décorrélées. Mais étant donné le très faible niveau de pression mesuré dans ces fréquences (près de 80 dB inférieur au niveau en basse fréquence), il est probable que ce signal soit dominé par du bruit de fond de mesure.

Il paraît évident d'après ces résultats que les 4 excitations indépendantes que sont les explosions sur les 4 postes du moteur sont en fait fortement corrélées. Cela implique que la séparation statistique de leurs contributions à la réponse vibratoire de la structure par les techniques d'analyse spectrale conditionnée décrites en 3 est fortement compromise. Quelques expérimentateurs [RUS 82] [ALB 95] on eu recours à la décorrélation « physique » des signaux pour y parvenir, en faisant varier de manière aléatoire les paramètres d'injection par exemple.

10.3.2 Analyse des réponses vibratoires

Une analyse similaire à celle réalisée sur les pressions cylindres est conduite sur l'ensemble des signaux accélérométriques (au nombre de 28) caractérisant la réponse dynamique de la structure. Les deux points de fonctionnement étudiés sont les mêmes : (3500 tr/mn ; 164 Nm) et (1400 tr/mn ; 38 Nm).
La figure 10.5 représente la décomposition en sources virtuelles du point (3500 tr/mn ; 164 Nm).

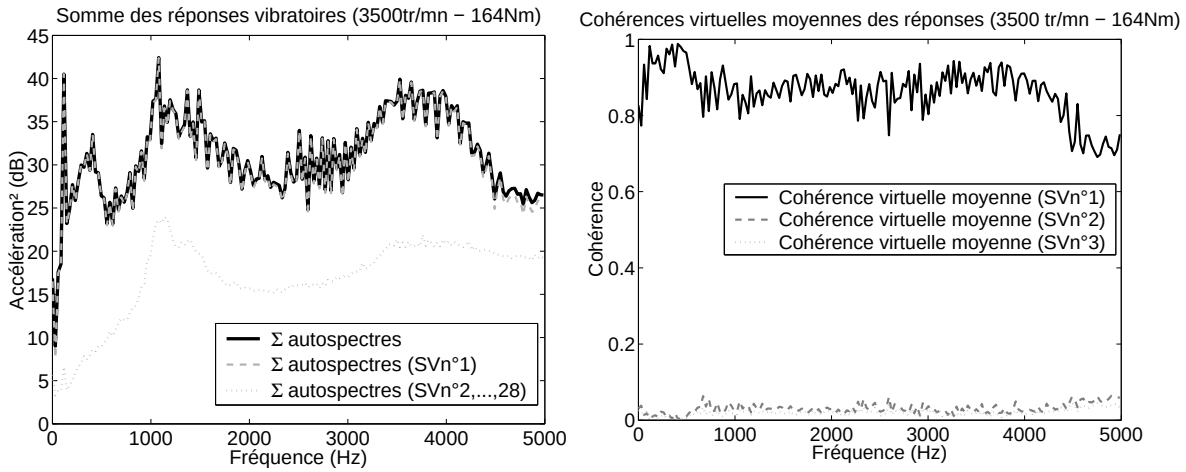


FIG. 10.5 – Décomposition des réponses vibratoires en contributions de sources virtuelles - (3500 tr/mn, 164 Nm)

Il est nettement visible sur la somme des autospectres des réponses (à gauche) que la seule source virtuelle n°1 représente quasiment l'intégralité des réponses mesurées. La contribution totale des 27 autres sources virtuelles est largement inférieure (de l'ordre de 10 dB sur tout le spectre) à la contribution de la source virtuelle n°1. On note cependant que la moyenne des cohérences virtuelles des réponses par rapport à la source virtuelle n°1 n'est pas proche de 100 %, mais se situe entre 80 et 90 %. Ce phénomène est en partie dû au fait que la cohérence est observée sur une bande de fréquence, et non pas sur la raie centrale uniquement. En effet, on constate sur un spectre de réponse type (cf. figure 10.2) que les pics de cohérence pour le spectre en bandes fines approchent de l'unité au voisinage direct des raies moteur, tandis que la cohérence observée par bandes de fréquence est amoindrie. La diminution de la cohérence par

bande représente la prise en compte de l'énergie vibratoire non concentrée sur les raies moteur.

La figure 10.6 représente la décomposition en sources virtuelles du point (1400 tr/mn, 38 Nm).

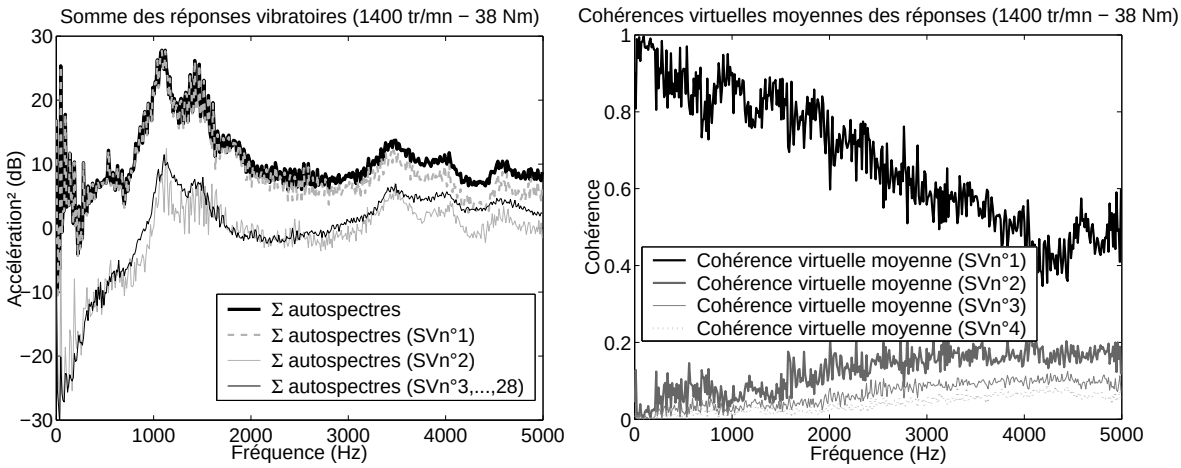


FIG. 10.6 – Décomposition des réponses vibratoires en contributions de sources virtuelles - (1400 tr/mn, 38 Nm)

Comme pour l'étude des pressions cylindres réalisée plus haut, la cohérence moyenne des réponses avec la source virtuelle n°1 (à droite) est moins bonne pour ce point de fonctionnement moteur. On constate que la contribution de la source virtuelle n°2 à la somme des réponses (à gauche) n'est plus négligeable au delà de 3 kHz. La somme des contributions des sources virtuelles 3 à 28 est également représentée, et atteint quasiment la contribution de la source virtuelle n°1 au delà de 4 kHz. Cela peut s'expliquer uniquement en regardant le niveau de cohérence des pressions cylindres (cf. figure 10.4). Les sources internes principales du moteur étant faiblement cohérentes en hautes fréquences, il est logique que le même phénomène soit observé sur les réponses vibratoires.

10.4 Conclusion

Ce chapitre a permis de présenter dans un premier temps le banc moteur mis en place pour appliquer les différentes techniques développées au cours de ce travail. Un format standard de présentation des résultats (spectres et cohérences) a été adopté. Une analyse spectrale a été réalisée sur les mesures de manière à obtenir un premier diagnostic du moteur en tant que source vibratoire. Le moteur peut en général être considéré comme une source unique d'un point de vue statistique. Le niveau de cohérence des signaux enregistrés est important, notamment en ce qui concerne les pressions cylindres. Cependant, on note l'apparition de plusieurs phénomènes vibratoires décorrélés pour certains points de fonctionnement bas régime et faible charge. Par la suite (notamment au chapitre 12), dans le but de standardiser les calculs, on prendra en compte les 4 phénomènes vibratoires décorrélés prépondérants présents sur la structure.

Chapitre 11

Modélisation des excitations *pistons-fûts* et *vilebrequin-paliers* du moteur F9Q

Objectifs du chapitre

L'objet de ce chapitre est de construire un modèle des excitations internes du moteur en fonctionnement ayant pour données d'entrée les pressions cylindres mesurées. Ce modèle, relativement basique, constituera une base de comparaison pour les efforts obtenus par mesure indirecte. L'organisation générale de ce chapitre est présentée sur la figure 11.1, exposant le rôle des différentes sections 11.1 à 11.4.

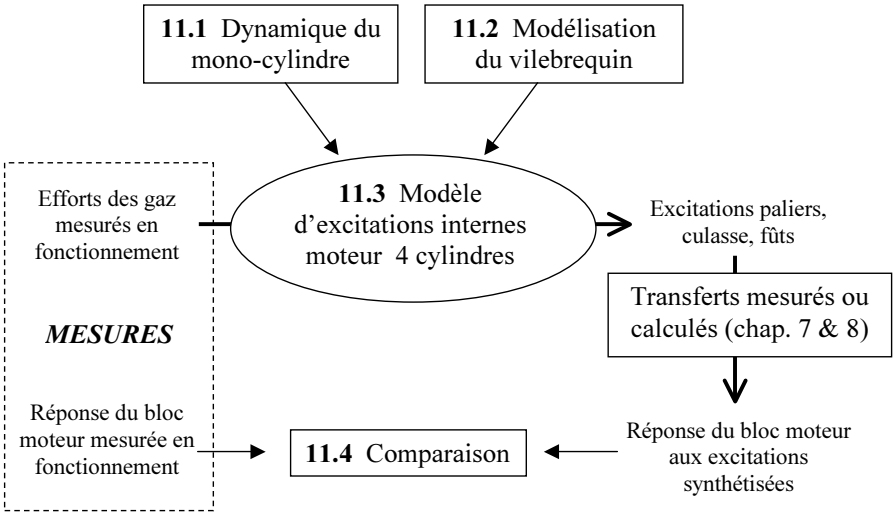


FIG. 11.1 – Organisation générale du chapitre 11

La première section de ce chapitre concerne l'étude de la dynamique du monocylindre, avec application numérique à partir des données massiques et inertielles de l'attelage mobile du F9Q. La seconde partie est consacrée à la modélisation quasi-statique du vilebrequin en éléments finis de type poutre. Cette modélisation relativement simpliste de la pièce (limitée en fréquence) nous permet de construire une répartition des efforts de chaque poste du moteur 4 cylindre sur les 5 paliers vilebrequin. Ainsi, un modèle d'excitations internes du moteur F9Q peut être construit. Il faut noter qu'aucun jeu n'est pris en considération lors de la modélisation, et donc aucun choc

mécanique. Le modèle est alimenté par les signaux de pressions cylindres acquis moteur en fonctionnement. Les excitations modélisées, couplées avec le modèle numérique ou expérimental du bloc moteur construit dans la partie III, nous permettent de synthétiser une réponse de la structure. Cette réponse modélisée est comparée à la réponse réelle mesurée moteur en fonctionnement dans la quatrième et dernière partie de ce chapitre.

11.1 Dynamique du monocylindre

Cette première section est consacrée à l'étude de la dynamique de l'ensemble piston-bielle-manivelle. Les conventions et notations utilisées pour les différentes formulations sont explicitées sur le schéma 11.2.

La mise en équation de la dynamique du monocylindre est présentée en annexe C. Toutes les

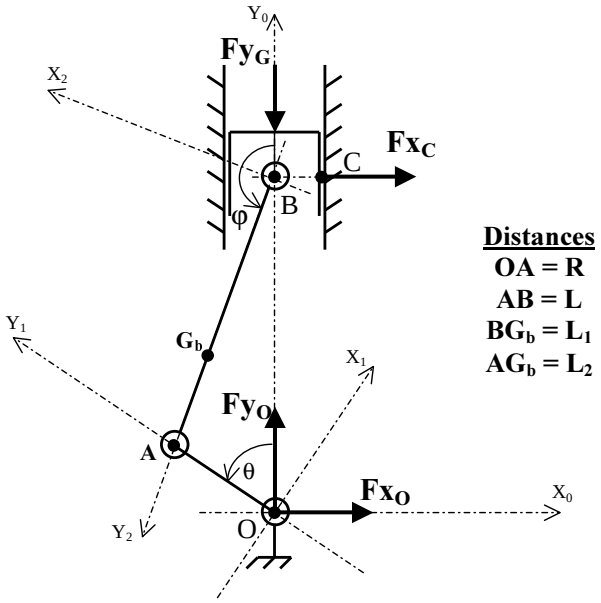


FIG. 11.2 – Modèle de mécanisme piston-bielle-manivelle

pièces sont considérées indéformables, et les liaisons parfaites. Si l'on fait l'hypothèse que le régime de rotation du monocylindre est constant, on obtient les expressions suivantes dont les données d'entrée sont l'angle du vilebrequin (θ), le régime du monocylindre (N), et la force exercée par les gaz en fonction de l'angle du vilebrequin ($F^y_{G(\theta)}$) :

$$
\begin{aligned}
\sin(\varphi_{(\theta)}) &= \frac{R}{L}\sin(\theta) \\
\cos(\varphi_{(\theta)}) &= -\sqrt{1-\frac{R^2\sin^2(\theta)}{L^2}} \\
\dot{\varphi}_{(\theta,N)} &= \frac{RN\cos(\theta)}{L\cos(\varphi_{(\theta)})} \\
\ddot{\varphi}_{(\theta,N)} &= (\dot{\varphi}^2_{(\theta,N)} - N^2)\tan(\varphi_{(\theta)}) \\
F^y_{B(\theta,N)} &= F^y_{G(\theta)} - M_p R\left[\ddot{\varphi}_{(\theta,N)}\sin(\theta) + (\dot{\varphi}_{(\theta,N)} - N)N\cos(\theta)\right]
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
F^y_{A(\theta,N)} &= F^y_{B(\theta,N)} - M_b R\left[\ddot{\varphi}_{(\theta,N)}\frac{L_2}{L}\sin(\theta) + (\dot{\varphi}_{(\theta,N)}\frac{L_2}{L} - N)N\cos(\theta)\right] \\
F^x_{B(\theta,N)} &= M_b R\frac{L_1 L_2}{L^2}N^2\sin(\theta) + \frac{I_b\ddot{\varphi}_{(\theta,N)} - (L_1 F^y_{B(\theta,N)} + L_2 F^y_{A(\theta,N)})\sin(\varphi_{(\theta)})}{L\cos(\varphi_{(\theta)})} \\
F^x_{A(\theta,N)} &= F^x_{B(\theta,N)} - M_b R\frac{L_1}{L}N^2\sin(\theta) \\
F^x_{C(\theta,N)} &= -F^x_{B(\theta,N)} \\
F^x_{O(\theta,N)} &= F^x_{A(\theta,N)} \\
F^y_{O(\theta,N)} &= F^y_{A(\theta,N)} \\
C_{(\theta,N)} &= RF^x_{A(\theta,N)}\cos(\theta) + RF^y_{A(\theta,N)}\sin(\theta)
\end{aligned}
$$

Avec

- M_p, M_b, masses du piston et de la bielle
- I_b inertie de la bielle en son centre d'inertie
- F^x_C effort d'axe $\overrightarrow{X_O}$ exercé par le piston sur le fût
- F^x_B et F^y_B efforts d'axes respectifs $\overrightarrow{X_O}$ et $\overrightarrow{Y_O}$ exercés par le piston sur la bielle
- F^x_A et F^y_A efforts d'axes respectifs $\overrightarrow{X_O}$ et $\overrightarrow{Y_O}$ exercés par la bielle sur le vilebrequin
- F^x_O et F^y_O efforts d'axes respectifs $\overrightarrow{X_O}$ et $\overrightarrow{Y_O}$ exercés par le vilebrequin sur le palier
- C couple externe d'axe $\overrightarrow{Z_O}$ exercé sur le vilebrequin

Les paramètres massiques et géométriques M_p, M_b, I_b, R, L, et L_1 sont mesurés à partir de pièces du moteur étudié (cf. annexe D). On obtient les valeurs suivantes :

Masse du piston	M_p	0,776 kg
Masse de la bielle	M_b	0,713 kg
Inertie de la bielle	I_b	2,7.10^{-3} kg.m^2
Rayon du vilebrequin	R	0,0465 m
Longueur de bielle	L	0,140 m
Position du centre d'inertie de bielle	L_1	0,097 m

Les efforts du piston contre le fût (F^x_C) peuvent être directement injectés dans un modèle d'excitation 4 cylindres en imposant les déphasages adéquats sur chaque poste (chaque poste du 4 cylindre étant considéré comme un monocylindre). Dans le but d'évaluer les efforts transmis par chaque poste à l'ensemble des 5 paliers du carter cylindre, un modèle de déformation du vilebrequin doit être construit.

11.2 Modélisation quasi-statique du vilebrequin du F9Q

On choisit de construire un modèle quasi-statique du vilebrequin, c'est à dire que son comportement modal est ignoré, seules sont prises en compte les raideurs statiques. Cette modélisation est grossière et ne peut être correcte qu'en basse fréquence. Cependant, elle a le mérite d'être simple et de ne pas nécessiter de recalage dynamique de la structure.

Le modèle est un assemblage d'éléments finis de type poutre. Le modèle constitué de 18 nœuds et 17 éléments, ainsi que les sections des poutres utilisées, est représenté sur la figure 11.3.

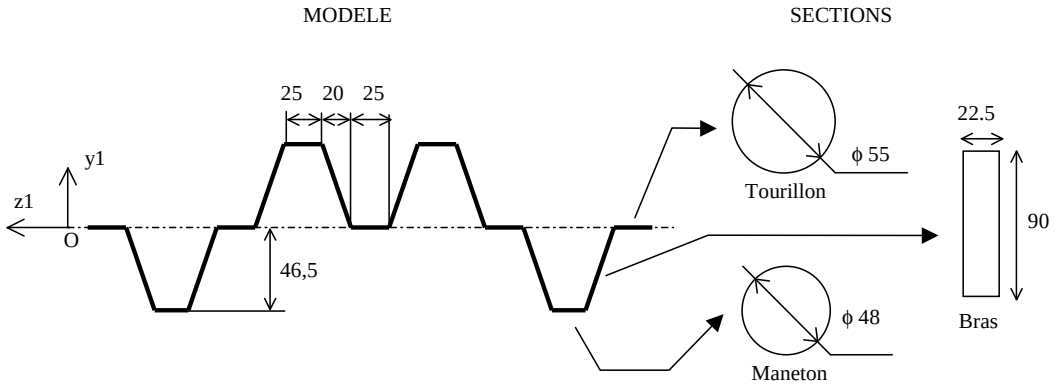


FIG. 11.3 – Modèle éléments finis du vilebrequin

Les poutres représentant les manetons et tourillons sont à sections circulaires dont les dimensions sont directement issues de mesures sur le vilebrequin réel. Les dimensions des bras reliant tourillons et manetons sont ajustées de manière à recaler le modèle sur des raideurs mesurées. On dispose de deux résultats de mesure de déformée statique du vilebrequin. Dans les deux configuration, le vilebrequin est posé en appui sur ses deux tourillons extrêmes 1 et 5, et un effort de 1000daN est appliqué au tourillon 3, dont le déplacement est mesuré. Dans le premier essai, la force est appliquée selon $\overrightarrow{Y_1}$ et le déplacement mesurée selon $\overrightarrow{Y_1}$. dans le second essai, la force est appliquée selon $\overrightarrow{X_1}$ et le déplacement mesuré selon $\overrightarrow{X_1}$. On obtient les erreurs suivantes pour le modèle recalé :

Recalage statique du vilebrequin

Essai	mesure	modèle	erreur
Selon y, plan de flexion (yOz)	880μ m	823μ m	7%
Selon x, plan de flexion (zOx)	584μ m	603μ m	3%

Pour les calculs statiques, l'ensemble des nœuds situés sur l'axe du vilebrequin z sont bloqués en translation sur les axes $\overrightarrow{X_1}$ et $\overrightarrow{Y_1}$. Le couple étant transmis par le coté volant moteur, le nœud situé à l'extrémité du vilebrequin considéré comme coté volant est bloqué en rotation. On réalise quatre calculs statiques pour les quatre postes. Pour chaque calcul, un effort unitaire est appliqué sur $\overrightarrow{X_1}$ et $\overrightarrow{Y_1}$ au niveau du maneton considéré. On observe les efforts résultants au niveau des paliers. Les résultats sont présentés en annexe E. On constate sur ces résultats que les efforts appliqués au niveau des manetons sur $\overrightarrow{X_1}$ et $\overrightarrow{Y_1}$ sollicitent le vilebrequin respectivement en torsion sur l'axe $z1$ et en flexion dans le plan $z1Oy1$. Lorsque un maneton est sollicité sur $\overrightarrow{Y_1}$, les paliers encaissant les réactions sont les deux paliers adjacents, sollicités en effort sur $\overrightarrow{Y_1}$ et en moment sur $\overrightarrow{X_1}$.

Le vilebrequin peut au final être représenté par une matrice de transfert statique entre les forces appliquées aux manetons et les efforts (forces et moments) transmis aux paliers (cf. annexe E). Cette matrice de transfert est valable dans le repère tournant associé au vilebrequin. Les efforts appliqués aux manetons, connus dans le repère fixe (noté R0), doivent être exprimés

dans le repère tournant (noté R1) avant de calculer les efforts transmis aux paliers. Ensuite, les efforts transmis aux paliers sont eux même exprimés dans le repère lié au carter cylindre. Les changements de repères R1 vers R0 et R0 vers R1 sont gérés par des relations trigonométriques :

$$\begin{aligned} F^{x1} &= F^{x0}\cos(\theta) + F^{y0}\sin(\theta) \\ F^{y1} &= F^{y0}\cos(\theta) - F^{x0}\sin(\theta) \\ F^{x0} &= F^{x1}\cos(\theta) - F^{y1}\sin(\theta) \\ F^{y0} &= F^{y1}\cos(\theta) + F^{x1}\sin(\theta) \end{aligned}$$

avec F^{x0} et F^{y0} coordonnées de l'effort $\overrightarrow{F}$ dans le repère 0,
et F^{x1} et F^{y1} coordonnées de l'effort $\overrightarrow{F}$ dans le repère 1.

11.3 Modèle d'excitation 4 cylindres en lignes - application au moteur F9Q

Un modèle d'excitation du moteur 4 cylindres en ligne est obtenu en couplant 4 monocylindres avec le modèle quasi-statique du vilebrequin. L'angle θ du vilebrequin est donné par rapport au poste 1 (coté volant moteur). Lorsque θ vaut 0, les pistons 1 et 4 sont au PMH, et le carburant est injecté au poste 1. Les efforts aux 4 manetons sont calculés sur un cycle moteur par la dynamique du monocylindre. Les efforts transmis aux paliers sont ensuite obtenus grâce au modèle quasi-statique du vilebrequin.
Des enregistrements temporels de pression cylindre ont été mesurés sur le moteur en fonctionnement à 3500 tr/mn pour deux charges différentes, 42 Nm (20 %) et 164 Nm (76 %). On observe la pression cylindre sur une période, c'est à dire un cycle moteur. Les quatre pressions cylindres, ainsi que leurs transformées de Fourier, sont représentées sur la figure 11.4.

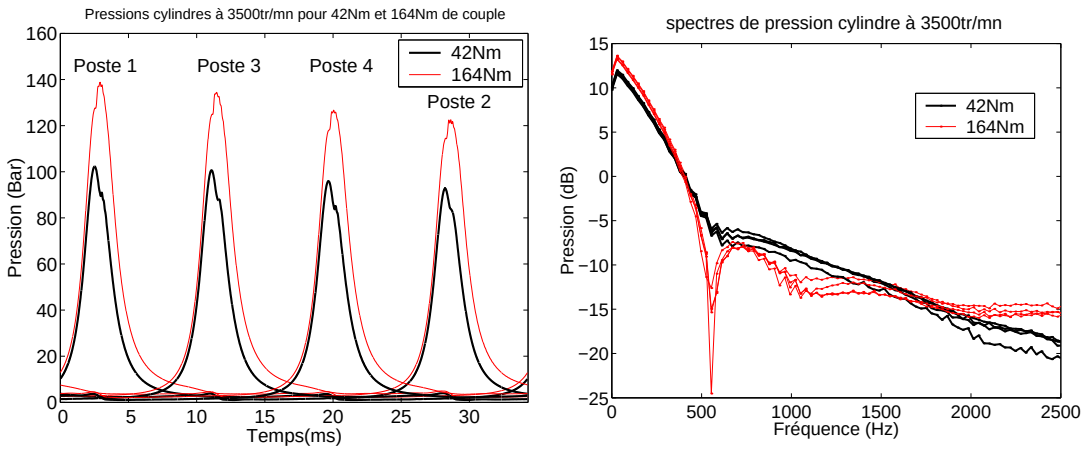


FIG. 11.4 – Signal temporel et spectre de pression cylindre pour chaque poste 3500 tr/mn, 42 Nm & 164 Nm

Des premières observations peuvent être faites sur les pressions cylindre mesurées. On constate tout d'abord une légère dispersion des pressions maximum d'un cylindre à l'autre. On

distingue nettement sur la forme de chaque pic la montée en pression due à la compression et à la pré-injection, puis juste après le PMH on voit l'effet de l'auto-allumage du mélange provoqué par l'injection. Pour les mesures réalisées à faible charge (42 Nm), le premier pic du à la compression est plus important que le second provoqué par l'explosion. Pour les mesures à forte charge (164 Nm), c'est le pic provoqué par l'injection qui domine. Les spectres des 4 postes se ressemblent pour une charge donnée. On constate qu'en basse fréquence (<400 Hz), le spectre à forte charge domine. En moyenne fréquence (>400 Hz et < 1700 Hz), c'est le spectre à faible charge qui est plus fort, tandis qu'en haute fréquence (> 1700 Hz), la tendance s'inverse à nouveau.
On peut finalement évaluer les efforts appliqués par le vilebrequin sur les paliers. Cette évaluation n'est bien entendu qu'une première approximation pour les raisons suivantes :

- les différentes parties de l'attelage mobile sont supposées indéformables,
- les différentes liaisons (piston-cylindre, piston-bielle, bielle-vilebrequin et vilebrequin-palier) sont supposées parfaites, il n'y a prise en compte ni des jeux ni de l'huile
- le comportement modal du vilebrequin est ignoré, seules les raideurs statiques sont prises en compte

Malgré toutes ces raisons, l'observation des efforts appliqués au bloc moteur obtenus par ce modèle reste intéressante. Les efforts ont été calculés sur un cycle moteur pour les deux configurations de mesure de pression cylindre : deux charges différentes 42 Nm (20 % de la pleine charge) et 164 Nm (76 %) pour un régime de 3500 tr/mn. Un troisième calcul a été réalisé avec des pressions cylindres nulles, ce qui correspond à un essai moteur entraîné. Ce calcul permet d'estimer la part des efforts d'inertie.
Pour chaque effort, on représente l'évolution temporelle calculée sur un cycle moteur, ainsi que le module de la transformée de Fourier du même signal. La transformée de Fourier étant réalisée sur un cycle moteur, les harmoniques du spectre obtenu correspondent aux harmoniques moteur.

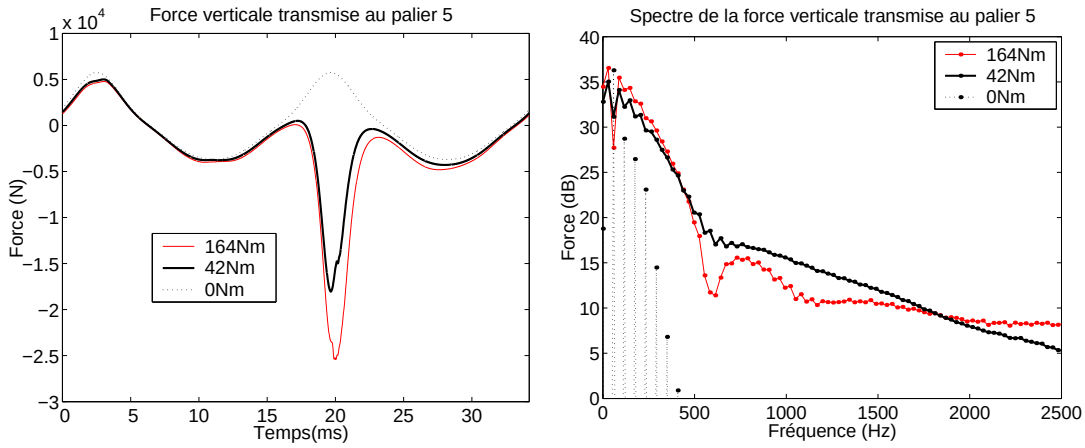


FIG. 11.5 – Force verticale transmise au palier 5

La force verticale calculée au palier 5 est représentée sur la figure 11.5. On distingue sur le signal temporel l'explosion du poste 4 (cf. figure 11.4), seul poste attenant au palier 5. On constate sur le spectre que l'effort obtenu sans charge est concentré sur les basses fréquences et sur les harmoniques paires uniquement. Cela s'explique par le fait que la période du signal temporel correspondant n'est pas la durée d'un cycle, mais la durée d'un tour de vilebrequin.

D'autre part, les efforts d'inertie sont de nature quasi-sinusoïdale, donc concentrés sur les basse fréquence. On constate également que l'harmonique 2 de l'excitation est plus importante sans charge qu'avec charge. Lorsque l'on observe les spectres de la force avec charge, on retrouve à peu de chose près le spectre de la combustion, les seules différences étant situées en basses fréquence, notamment sur l'harmonique 2 pour laquelle les contributions des efforts d'inertie et d'explosion se compensent.

La force verticale calculée au palier 3 est représentée sur la figure 11.6. On constate sur

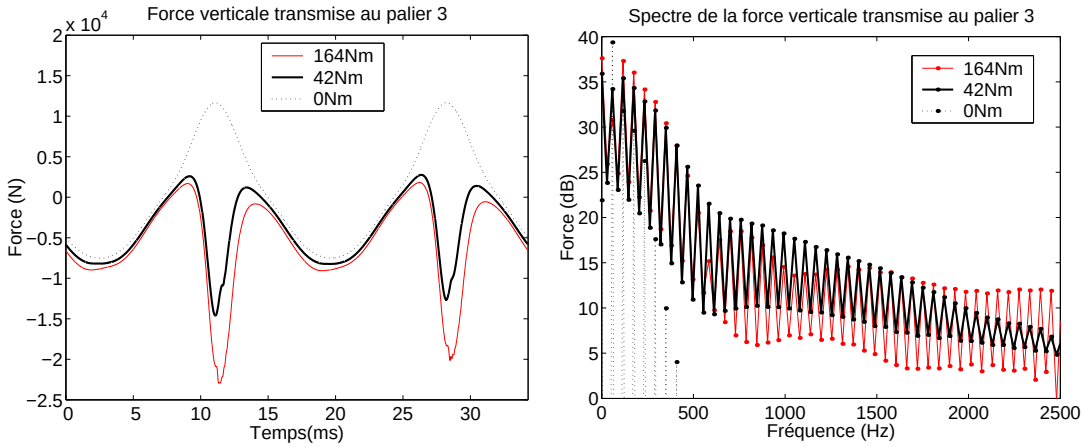


FIG. 11.6 – Force verticale transmise au palier 3

l'évolution temporelle que l'on voit cette fois deux explosions, correspondant aux postes 2 et 3, postes situés de part et d'autre du palier 3. En observant les spectres, on constate que cette fois l'énergie est concentrée sur les harmoniques paires pour les 3 spectres, sans charge, à 42 Nm, et à 164 Nm. Cela peut être expliqué en observant l'évolution temporelle. Visiblement, un cycle moteur contient deux motifs relativement identiques (les différences étant dues aux différences des pressions cylindre 2 et 3). La période des signaux étant rendue égale au cycle moteur divisé par deux, l'énergie des spectres calculés sur un cycle moteur est concentrée sur les harmoniques paires, harmoniques du régime moteur. L'enveloppe globale des spectres en charge reste fortement ressemblante au spectre de pression cylindre, notamment vis-à-vis de la hiérarchisation faible charge - forte charge.

Le moment horizontal calculé au palier 2 est représenté sur la figure 11.7. On distingue nettement sur l'évolution temporelle les explosions des deux postes adjacents (postes 1 et 4). Les deux impulsions en moment sont de signe opposé. En effet, le poste 1 est situé après le palier 2 sur l'axe z , tandis que le poste 2 est situé avant (cf. figure 11.3). Les bras de levier donnés aux explosions sont donc de signes opposés. Les deux impulsions antagonistes sont distantes d'un intervalle temporel valant le quart d'un cycle moteur. Cela a pour conséquence d'atténuer fortement les harmoniques multiples de 4 du spectre correspondant. On constate également que l'enveloppe globale du spectre de moment d'axe horizontal reste proche de la forme du spectre de pression cylindre, excepté en basse fréquence particulièrement pour l'harmonique 2, pour laquelle les efforts de combustion et d'inertie se compensent.

Le moment vertical calculé au palier 3 est représenté sur la figure 11.8. On constate que les explosions des postes 3 et 4 apparaissent nettement sur les évolutions temporelles. En observant

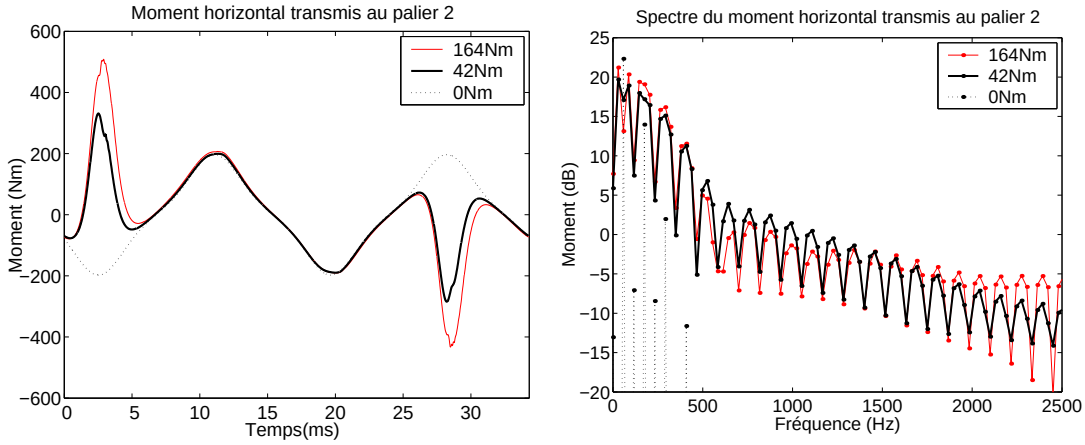


FIG. 11.7 – Moment horizontal transmis au palier 2

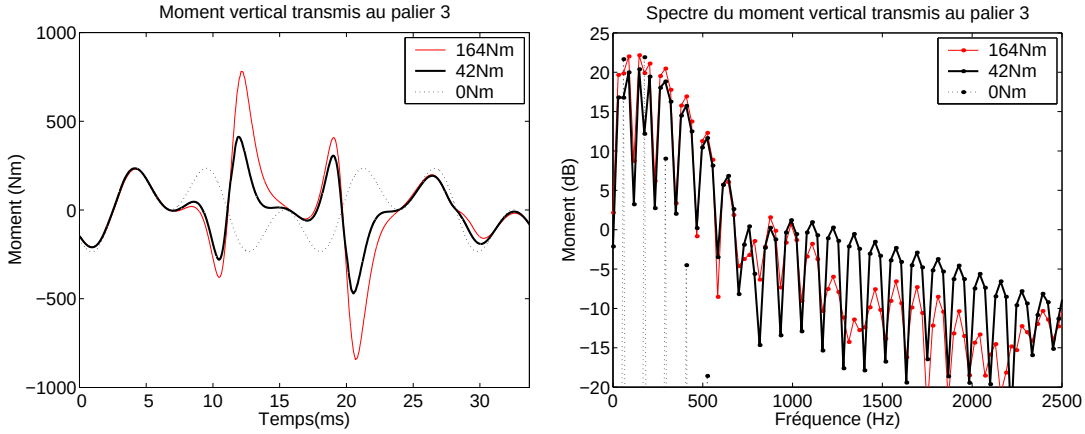


FIG. 11.8 – Moment vertical transmis au palier 3

les figure E.5 et E.6 de l'annexe E, on constate une forte transmission des efforts exercés sur l'axe $\overrightarrow{X_1}$ aux manetons 3 et 4 sur le moment d'axe $\overrightarrow{Y_1}$ au palier 3. Cette forte transmission des efforts est due à la déformation en torsion du vilebrequin en présence d'un couple provoqué par un effort sur $\overrightarrow{X_1}$ au niveau des manetons. La déformation du vilebrequin n'est provoqué qu'aux paliers situés entre le maneton excité et le volant moteur (coté palier 1). Il est donc normal de retrouver les impulsions des postes 3 et 4 au niveau du moment vertical transmis au palier 3. Chaque impulsion observe un changement de signe provoqué par le changement d'obliquité de la bielle au PMH. les deux impulsions sont de signes opposés, car les transferts force maneton 4 ($\overrightarrow{X_1}$) / moment palier 3 ($\overrightarrow{Y_1}$) et force maneton 3 ($\overrightarrow{X_1}$) / moment palier 3 ($\overrightarrow{Y_1}$) sont de signes opposés (cf. annexe E). Les deux impulsions sont distantes d'un quart de période, ce qui provoque comme pour le moment horizontal au palier 2 une forte atténuation des harmoniques multiples de 4 des spectres correspondants. Quant à l'enveloppe des spectres en charge, les enveloppes globales sont cette fois différentes des formes des spectres de pression cylindre. En moyenne et haute fréquence, le moment vertical au palier 3 est plus important pour 42 Nm que pour 164 Nm. Cela peut être expliqué par le fait que l'injection principale à 164 Nm intervient légèrement plus tôt dans le cycle (de quelques degrés de rotation vilebrequin). La torsion du vilebrequin est provoquée par les efforts aux manetons sur $\overrightarrow{X_1}$. Au PMH, la force exercée par les gaz est

intégralement transmise au vilebrequin sur l'axe $\overrightarrow{Y_1}$. La composante sur $\overrightarrow{X_1}$ des efforts des gaz est donc « pondérée » par $\sin(\theta)$. Plus l'explosion est proche du PMH, plus elle est atténuée, ce qui explique la supériorité du spectre de moment au palier 3 pour 42 Nm.

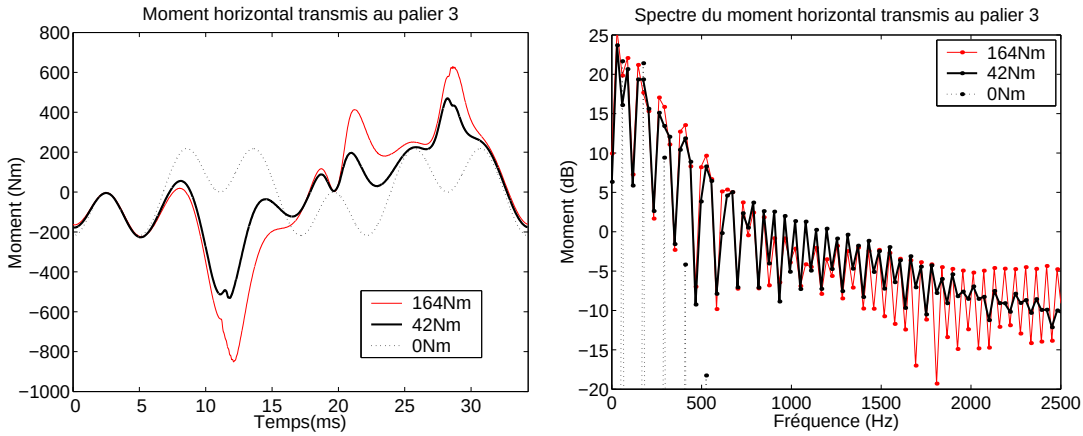


FIG. 11.9 – Moment horizontal transmis au palier 3

Le moment horizontal calculé au palier 3 est représenté sur la figure 11.9. L'évolution temporelle est plus difficile à interpréter car elle résulte de la combinaison de la flexion du vilebrequin provoquée par les explosions des postes situés de part et d'autre du palier 3 et de la torsion du vilebrequin provoquée par les explosions aux postes 3 et 4. Le fort transfert dans le repère vilebrequin entre des efforts aux manetons sur $\overrightarrow{X_1}$ et le moment appliqué au palier 3 sur $\overrightarrow{Y_1}$ a déjà été évoqué pour le commentaire de la figure 11.8, et est illustré en annexe E. On distingue donc sur la figure 11.9 l'explosion du poste 4 au niveau de l'abscisse 22 ms. On note également l'émergence à l'abscisse 29 ms de l'explosion du poste 2, qui provoque la flexion du vilebrequin qui se traduit par des moments horizontaux aux paliers adjacents 2 et 3. L'explosion au poste 3 provoque également une flexion du vilebrequin et un moment au palier 3, mais elle génère en plus la torsion du vilebrequin qui produit un moment sur $\overrightarrow{Y_1}$ au palier 3. Le pic observé à l'abscisse 12 ms résulte donc de la combinaison de ces deux phénomènes, torsion et flexion du vilebrequin. Au moment du PMH, $\overrightarrow{Y_1}$ et $\overrightarrow{Y_O}$ sont alignés. Le moment généré au palier 3 sur $\overrightarrow{Y_1}$ par la torsion du vilebrequin est donc quasiment entièrement projeté sur $\overrightarrow{Y_O}$ au voisinage du PMH. C'est pourquoi le détail de l'explosion du poste 4 (abscisse 12 ms), se produisant au voisinage du PMH, est fortement atténué sur le moment sur $\overrightarrow{X_O}$. En observant les spectres correspondant, on constate qu'en dessous de 800 Hz, les harmoniques multiples de 4 sont fortement atténuées, comme pour les spectres tracés sur les figures 11.8 et 11.7. Au dessus de 800 Hz, l'énergie est concentrée sur les harmoniques impaires. Cette différence peut être expliquée en observant les évolutions temporelles correspondantes. L'explosion du poste 4 (22 ms), est visible bien que fortement atténuée au moment du PMH, comme il a été dit précédemment. Les composantes haute fréquence sont justement provoquées par le détail de l'explosion ayant lieu au PMH. Les composantes hautes fréquences du moment horizontal au palier 3 provoquées par explosion au palier 4 sont donc fortement atténuées. Les explosions contribuant au signal au dessus de 800 Hz sont donc les explosions des postes 3 (12 ms) et 2 (28 ms). Ces deux événements étant antagonistes et distants d'un demi cycle moteur, les spectres résultants sont concentrés sur les harmoniques impaires. En basse fréquence, la contribution de l'explosion du poste 4 (22 ms) est non négligeable. On peut

alors décomposer le moment horizontal au palier 3 en une part due à la flexion du vilebrequin (postes 2 et 3) et une autre part due à la torsion du vilebrequin (postes 3 et 4). Pour la première part du signal, les deux événements sont antagonistes et distants d'un demi cycle moteur, ce qui concentre l'énergie sur les harmoniques impaires du signal. En se qui concerne la seconde part due à la torsion du vilebrequin, les deux événements sont antagonistes mais cette fois distants d'un quart de cycle moteur, ce qui a pour effet d'atténuer fortement les harmoniques multiples de 4. Il résulte de la combinaison de ces deux part des spectres basse fréquence (<800 Hz) pour lesquels seules les harmoniques multiples de 4 sont atténuées.

11.4 Réponse dynamique du moteur : confrontation modèle - mesures en fonctionnement

Le modèle d'excitation construit lors de ce chapitre peut être couplé aux différents modèles de transfert construits en partie III de manière à obtenir une réponse de la structure. Deux modèles de transferts ont été construits en III, un modèle issu de l'expérimentation, et un modèle obtenu par calcul éléments finis. La relation permettant d'obtenir la réponse de la structure en différents points à partir des excitations et de la connaissance des transferts s'exprime sous la forme d'un produit matriciel dans le domaine de Fourier :

$$\{X_{(\omega)}\}_m = [H_{(\omega)}]_{mn}\{F_{(\omega)}\}_n, \tag{11.1}$$

avec $\{X_{(\omega)}\}_m$ réponse de la structure,
$[H_{(\omega)}]_{mn}$ matrice de transfert,
$\{F_{(\omega)}\}_n$ excitations,
et ω la fréquence.

Les excitations sont modélisées à partir d'enregistrement de pressions cylindres sur un cycle moteur. Les spectres d'excitation constituant $\{F_{(\omega)}\}_n$ sont donc les transformées de Fourier des signaux temporels d'efforts modélisés sur un seul cycle moteur. Les réponses vibratoires $\{X_{(\omega)}\}_m$ calculées avec la matrice de transfert mesurée ou obtenue par éléments finis sont comparées avec les réponses mesurées en même temps que les pressions cylindres. les comparaisons sont réalisées pour les deux phases à 3500 tr/mn, l'une à 42 Nm de couple (20 % de charge, cf fig. 11.10) et l'autre à 164 Nm (76 % de charge, cf fig. 11.11). On compare dans un premier temps la valeur des couples moteur mesurés avec les couples moteurs calculés (couples instantanés moyennés sur un cycle). Avec les pressions cylindres mesurées à 42 et 164 Nm, on trouve respectivement des couples moteurs calculés de 63 et 185 Nm. La différence, constante pour les deux charges, est de 21 Nm. Les liaisons étant considérées comme parfaites dans le modèle, cette différence peut être attribuée aux frottements, ce qui signifierait que le couple à imposer au moteur pour le faire tourner sans combustion à 3500 tr/mn est de l'ordre de 20 Nm, ce qui correspond à une puissance de 0.7 kW.
Pour chaque phase (20 et 76 %), les comparaisons sont effectuées pour les paliers 2 et 5 dans les axes $\overrightarrow{Y_O}$ (vertical) et $\overrightarrow{Z_O}$ (horizontal parallèle au vilebrequin), et pour la somme des réponses en valeur absolue, de manière à avoir un point de vue plus général. Globalement, les comparaisons sont identiques pour les deux phases à faible et forte charge. De fortes différences de

concordance calcul mesure sont observées aux paliers suivant les directions de mesure $\overrightarrow{Y_O}$ ou $\overrightarrow{Z_O}$. Sur l'axe $\overrightarrow{Y_O}$, la réponse calculée avec les transferts modélisés par éléments finis est très proche de la réalité en dessous de 500 Hz. La réponse calculée avec les transferts mesurés est relativement médiocre dans cette bande de fréquence, en raison d'un fort niveau de bruit, surtout pour les transferts pour lesquels l'excitation et la réponse sont orientés sur des axes différents. Au dessus de 500 Hz, toujours sur l'axe $\overrightarrow{Y_O}$, la réponse calculée sous-estime la réponse réelle mesurée, la différence restant inférieure à 5 dB. Sur l'axe $\overrightarrow{Z_O}$, la confrontation calcul-mesure est beaucoup moins bonne, surtout en basse fréquence. En effet, en dessous des modes de paliers (situés entre 1k et 1.5 kHz), le calcul surestime la réponse d'environ 5 dB, cette différence étant très stable en fréquence (les spectres mesurés et calculés étant quasiment parallèles). Pour les fréquences supérieures aux modes de paliers, la réponse calculée devient relativement bonne, voir même assez prédictive, en particulier pour le palier 2 à 42 Nm. Pour le palier 5, on distingue nettement sur les réponses mesurées que la zone des modes de paliers est décalée vers les hautes fréquences par rapport aux réponses calculées. La réponse calculée avec les transferts mesurés semble cependant plus fidèle que la réponse calculée avec les transferts modélisés par éléments finis. Globalement, sur les sommes des réponses du moteur en module, on retrouve la surestimation faite pour les réponses calculées en dessous des modes de paliers. Au delà ($>$1200 Hz), le calcul et la mesure sont en relative bonne concordance, particulièrement pour la phase à faible charge. La forte surestimation en basse fréquence des réponses aux paliers sur $\overrightarrow{Z_O}$ s'explique par la surestimation des moments horizontaux selon $\overrightarrow{X_O}$ injectés aux paliers, efforts responsables de leur flexion selon $\overrightarrow{Z_O}$. Cette surestimation peut être expliquée d'une part par la non prise en compte dans le modèle d'excitation des jeux et du film d'huile. Une autre raison peut être la non prise en compte dans le modèle de la flexibilité des paliers dans cette direction, cette souplesse permettant d'atténuer les efforts transmis aux paliers. Cette souplesse particulière des paliers sur l'axe $\overrightarrow{Z_O}$ ne se retrouve pas sur $\overrightarrow{Y_O}$, ce qui peut expliquer le fait que les résultats soient meilleurs dans cette direction.

11.5 Conclusion

Le modèle proposé dans ce chapitre permet d'évaluer l'ensemble des excitations internes considérées dans cette thèse à partir de la mesure des pressions cylindres et du régime moteur. Ce modèle s'appuie d'une part sur la dynamique du monocylindre indéformable avec liaisons parfaites et d'autre part sur un modèle quasi-statique de déformation du vilebrequin. Ce modèle d'excitation, couplé aux modèles du GMP d'origine numérique et expérimentale développés dans la troisième partie de cette thèse, permet de calculer une réponse dynamique de la structure. Cette réponse calculée est comparée à la réponse mesurée pour deux points de fonctionnement du moteur. Plusieurs conclusions ont pu être établies d'après la comparaison calcul mesure. D'une part il a été mis en évidence que le modèle de la structure d'origine expérimental est peu fiable en dessous de 500 Hz, ceci étant attribué au fort niveau de bruit entachant les mesures de transferts dans cette bande de fréquence. D'autre part le modèle d'excitation semble assez fidèle en basse fréquence au niveau des efforts injectés verticalement aux paliers. Par contre, les moments d'axe horizontal aux paliers (à l'origine du mouvement de flexion) semblent être largement surestimés. Cette surestimation a été attribuée à la non prise en compte dans le modèle de vilebrequin du

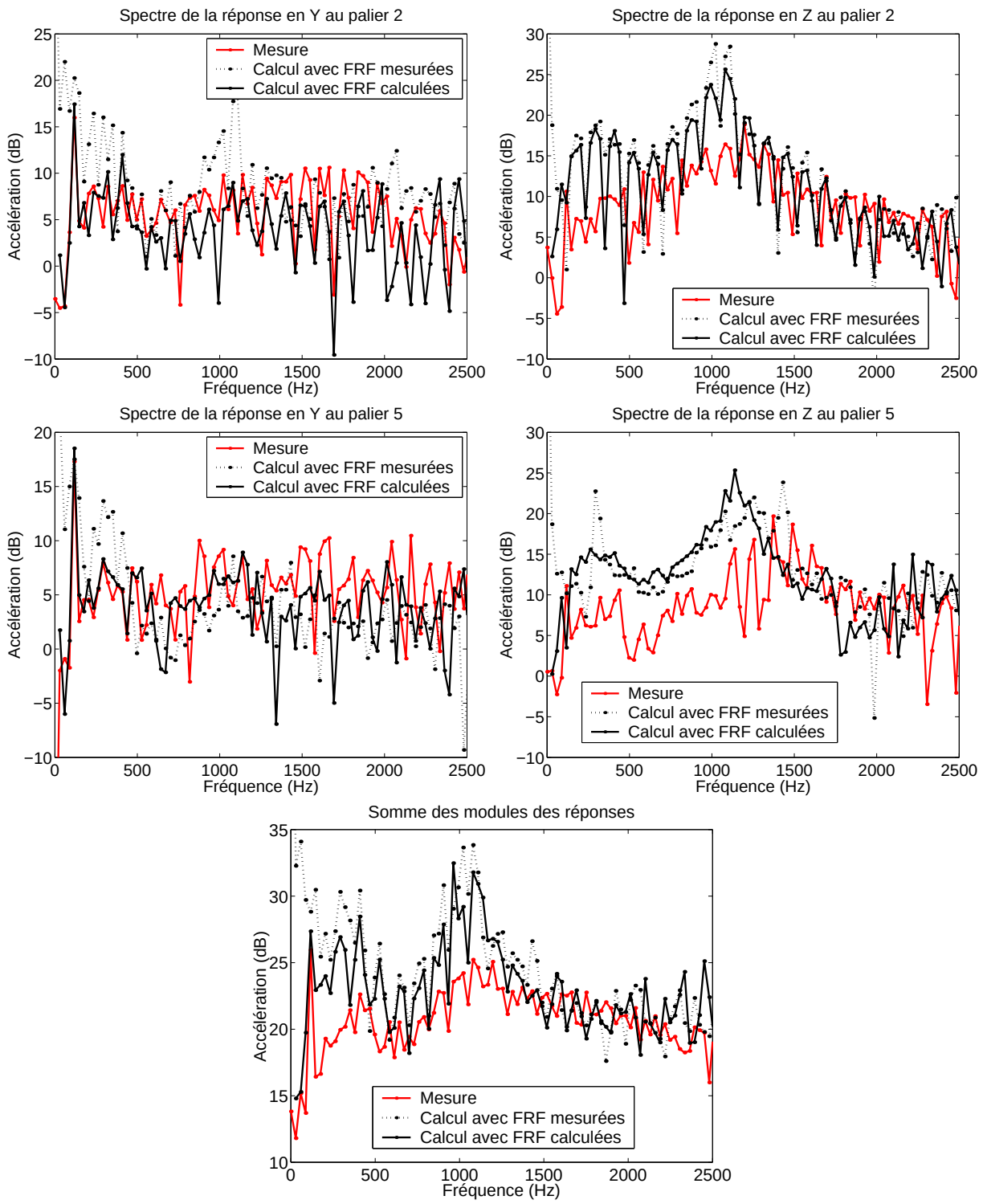


FIG. 11.10 – Confrontation calcul-mesure 3500 tr/mn - 42 Nm

film d'huile et de la souplesse des paliers. Le modèle d'excitation ainsi développé, bien que relativement grossier, permet de fournir une base de comparaison pour les efforts obtenus par mesure indirecte.

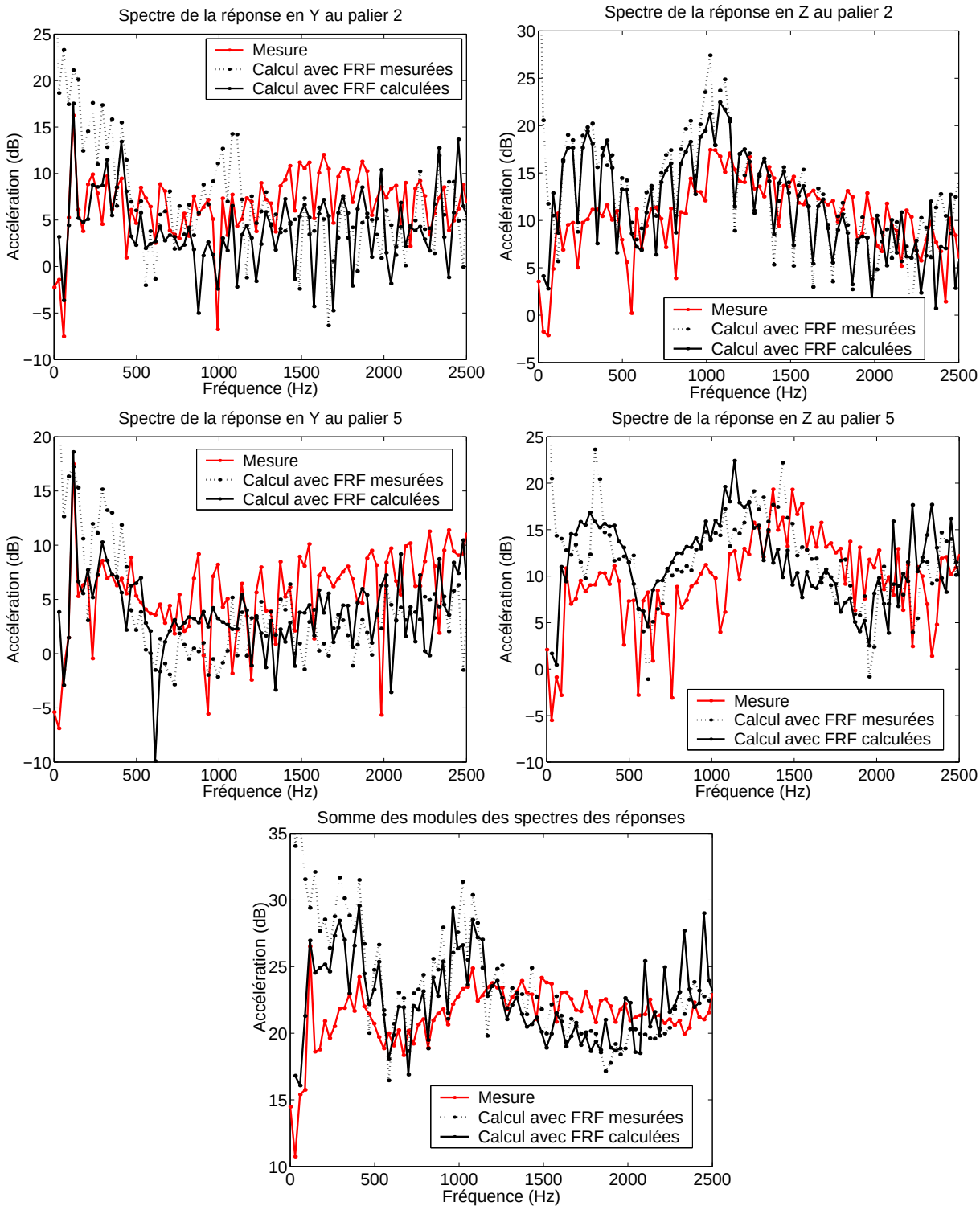


FIG. 11.11 – Confrontation calcul-mesure 3500 tr/mn - 164 Nm

Chapitre 12

Reconstitution des excitations internes du moteur F9Q par mesure indirecte

Le dernier chapitre de cette thèse est consacré à l'application des techniques de mesure indirecte à la reconstruction des excitations internes d'un moteur fonctionnant en régime stationnaire. Dans cette partie, la technique de normalisation de la matrice de transfert, développée au chapitre 4, sera systématiquement utilisée. La première section est consacrée à la reconstruction des efforts internes sans prendre en compte *a priori* les pressions cylindre mesurées. Cette étape permet de vérifier *a posteriori* la validité de la méthode en comparant pressions cylindres mesurées directement et indirectement. La seconde partie de ce chapitre prend en compte les pressions cylindre mesurées comme une information *a priori* dans le problème, ce qui permet d'améliorer la reconstruction des autres excitations.
L'ensemble des forces représentées dans les matrices de transfert d'origine numérique et expérimentale en partie III sont :

- les efforts des gaz sur la culasse ($\times 4$),
- les efforts des pistons sur les fûts ($\times 4$),
- les résultantes horizontales et verticales aux paliers ($\times 10$),
- les moments horizontaux et verticaux aux paliers ($\times 10$).

L'ensemble de ces excitations, ainsi que les conventions de repère et de numérotation, est représenté sur la figure 12.1 (la représentation des efforts aux paliers est réalisée pour le palier n°1 uniquement).

On rappelle qu'un conditionnement des mesures est réalisé avant d'effectuer le calcul de mesure indirecte (cf. chapitre 10). On réalise une décomposition en composantes principales des voies considérées comme voies de réponse (sans les pressions cylindres en 12.1 puis avec en 12.2), et on conserve les 4 composantes principales prépondérantes. Ensuite, le système résolu est du type (3.31) en appliquant la normalisation exprimée par (4.5). Les autospectre d'excitation reconstitués sont obtenus par application de (3.32).

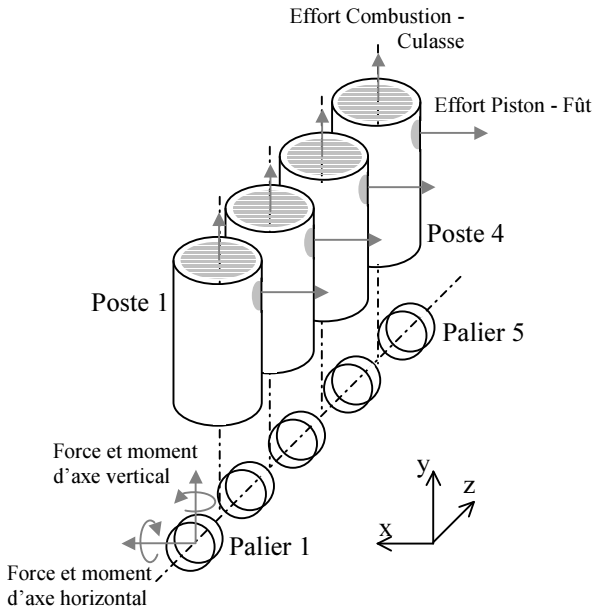


FIG. 12.1 – Efforts pris en compte dans la mesure indirecte

12.1 Reconstitution des efforts sans tenir compte des pressions cylindres mesurées

Dans cette première section, les pressions cylindres sont considérées *a posteriori* , elles n'entrent pas dans le calcul de mesure indirecte. Ainsi, les pressions cylindres mesurées directement sont comparées aux pressions cylindres reconstruites par mesure indirecte, dans le but d'évaluer la méthode. les excitations recherchées sont au nombre de 28. Dans un premier temps, on considère les efforts horizontaux et les moments verticaux aux paliers comme nuls. En effet, l'explosion d'un poste se produisant au PMH, les directions principalement excitées au niveau des paliers sont les résultantes verticales et les moments d'axes horizontaux. Cette première approximation permet de supprimer 10 efforts reconstruits, ce qui ne peux qu'améliorer le conditionnement du problème. La taille de la matrice de transfert résultante est donc de 28*18 (28 réponses mesurées et 18 efforts recherchés).
Les efforts sont reconstruits pour deux points de fonctionnement du moteur (3500 tr/mn ; 42 Nm) et (3500 tr/mn ; 164 Nm), avec les transferts d'origine numérique et expérimentale. La pression cylindre du poste 1 mesurée directement et indirectement pour les deux points de fonctionnement est représentée sur la figure 12.2.

Il est évident sur cette figure que les efforts reconstruits sont bien trop importants. Cette instabilité de l'inversion peut être attribuée au mauvais conditionnement du système, la structure ne permettant pas physiquement d'identifier 18 efforts. Cela s'explique par le fait que plusieurs solutions de distribution de force peuvent générer la réponse mesurée via la matrice de transfert. Cependant, nous avons vu en section 2.2.6 qu'il était possible de régulariser ce type de problèmes mal posés, pour aboutir au choix de l'une de ces solutions. Une régularisation de Tikhonov est appliquée sur la matrice de transfert. La régularisation de Tikhonov, comme il a

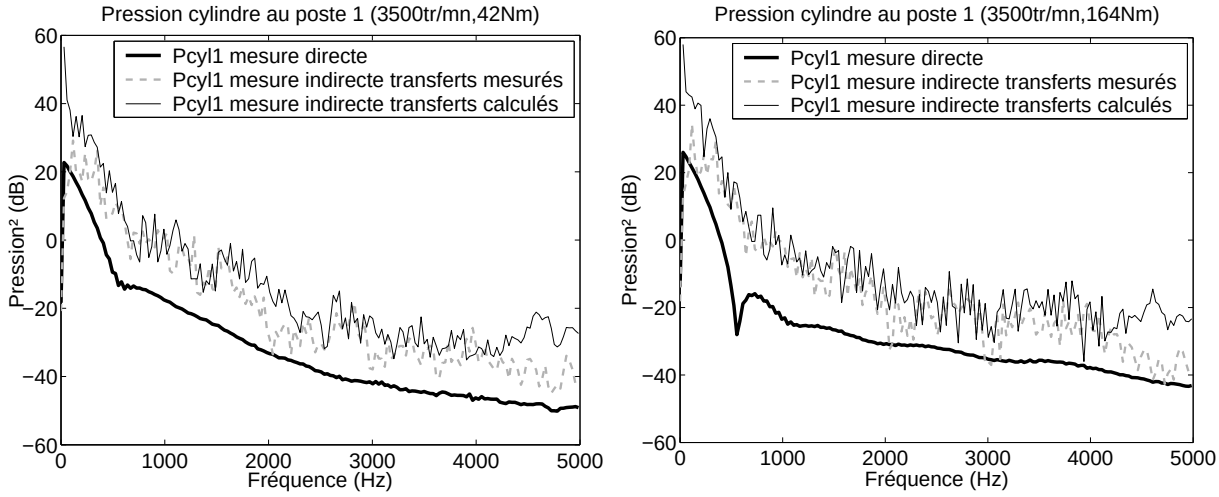


FIG. 12.2 – Pression cylindre du poste 1 mesurée et reconstruite pour deux points de fonctionnement

été vu en section 2.2.6, permet d'ajouter un critère de choix basé sur la norme de la solution. Le paramètre de régularisation β est ajusté selon le principe de la courbe en L. Cette méthode, qui tente de réaliser le meilleur compromis entre la minimisation du résidu des moindres carrés et la minimisation de la norme de la solution, est exposée en annexe B.
Avant de régulariser, l'ensemble des excitations représentées dans la matrice de transfert doit être exprimé dans une seule et même unité. En effet, la norme Euclidienne de la solution devient un critère de choix dans le problème régularisé. Pour que la somme des valeurs au carré des excitations (équivalent au carré de la norme Euclidienne) ait un sens physique, il est nécessaire que les excitations soient exprimées dans une seule unité. Les moments reconstruits en N.m sont donc ramenés en Newton en les multipliant par la largeur des paliers, bras de levier permettant de rendre comparables efforts et moments. Les pressions cylindres sont exprimées en Newton en les multipliant par la surface de la culasse exposée à l'explosion. Cette procédure revient à une pondération par la droite de la matrice de transfert, que l'on a présentée comme nécessaire en cas de régularisation en section 2.2.6.

La pression cylindre du poste 1 mesurée directement et indirectement pour les deux points de fonctionnement, en utilisant la régularisation de Tikhonov, est représentée sur la figure 12.3. On constate que la régularisation permet de retrouver, pour les deux points de fonctionnement étudiés, un ordre de grandeur acceptable de la pression cylindre. L'utilisation des deux matrices de transfert d'origine numérique et expérimentale semble donner des résultats équivalents excepté en basse fréquence (<500 Hz), zone pour laquelle les transferts d'origine numérique donnent des résultats plus satisfaisants que les transferts d'origine expérimentale. Cela peut s'expliquer par le fort niveau de bruit présent sur les transferts mesurés en basse fréquence.

La régularisation est une méthode qui permet de corriger les valeurs singulières de la matrice de transfert (cf. 2.2.6). Le conditionnement de la matrice de transfert non régularisée et régularisée est représenté sur la figure 12.4 pour les transferts calculés et mesurés. On constate que la régularisation a pour effet de réduire d'un facteur 10 environ le conditionnement du

problème.

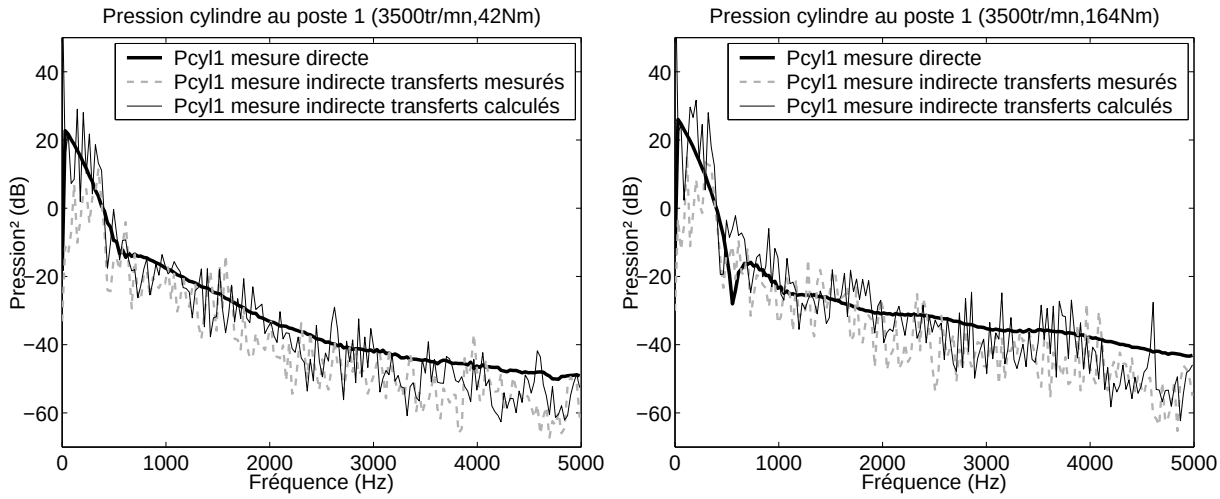


FIG. 12.3 – Pression cylindre du poste 1 mesurée et reconstruite pour deux points de fonctionnement en appliquant la régularisation de Tikhonov

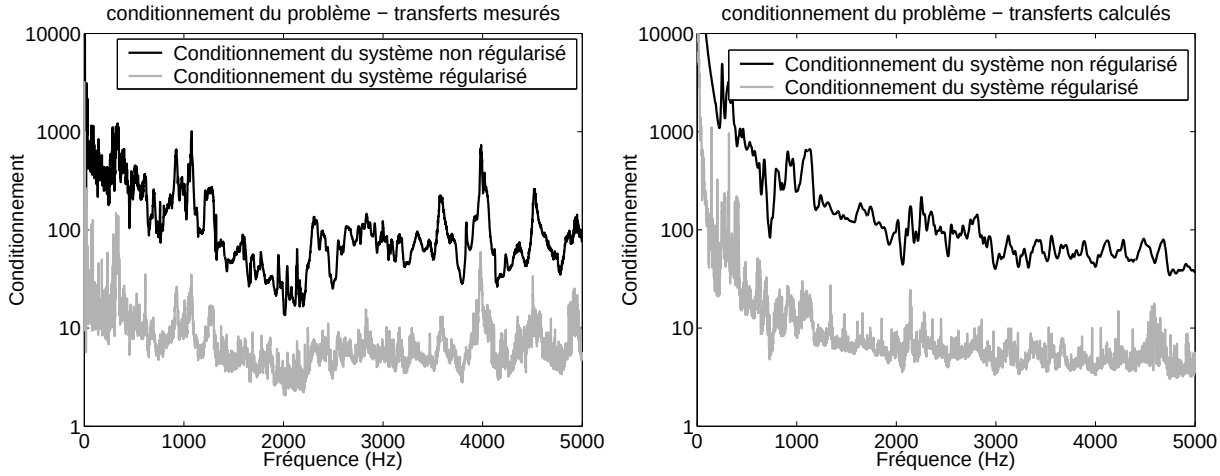


FIG. 12.4 – Conditionnement des matrices de transfert mesurées et calculées, régularisées et non-régularisées

12.2 Reconstitution des efforts en tenant compte des pressions cylindres mesurées

12.2.1 Insertion des pressions cylindres comme données *a priori*

Les pressions cylindres mesurées moteur en fonctionnement représentent une information riche, elles représentent la mesure directe de 4 excitations internes sur les 28 énumérées en début de chapitre. Leur introduction comme donnée *a priori* dans le problème de mesure indirecte peut donc permettre d'améliorer la résolution des 24 autres excitations (5 forces et moments

sur 2 axes aux paliers et 4 excitations pistons-fûts). La stratégie adoptée pour tenir compte de la mesure de ces excitations est de les considérer comme faisant partie des réponses dans le système matriciel. La matrice de transfert doit donc être augmentée de 4 lignes correspondant aux pressions cylindres, remplies de valeurs nulles excepté sur les colonnes correspondant aux excitations combustion-culasse. Le nouveau système s'écrit comme suit :

$$\left\{\begin{array}{c} P_1 \text{ (Pa)} \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ \hline X_1 \text{ (m.s}^{-2}) \\ \vdots \\ X_{28} \end{array}\right\} = \left[\begin{array}{ccccccc} S^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & S^{-1} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & S^{-1} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S^{-1} & 0 & \dots & 0 \\ \hline & & & & & & \\ & & & H & & & \\ & & & & & & \end{array}\right] \left\{\begin{array}{c} P_1 \text{ (N)} \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ F_1 \text{ (N)} \\ \vdots \\ F_{24} \end{array}\right\}, \tag{12.1}$$

avec P_i pression cylindre du poste i,
X_i réponse de l'accéléromètre n°i,
S la surface de la culasse exposée à une explosion,
H matrice de transfert entre les 28 excitations et les 28 réponses accélérométriques
et F_i la i^e excitation interne autre que pression cylindre.

Les efforts sont tous exprimés dans la même unité, le Newton, pour réaliser correctement la régularisation (cf. 12.1). Les transferts entre l'excitation combustion-culasse (en N) et la réponse pression cylindre (en Pa) prennent donc en compte le changement d'unité par l'introduction de la surface S, surface de la culasse exposée à l'explosion. L'harmonisation des unités du vecteur de réponse n'est pas nécessaire, le système étant normalisé par la technique de pondération développée au chapitre 4.

12.2.2 Solution au sens des moindres carrés totaux régularisée

L'application de la méthode des moindres carrés totaux (MCT) à la mesure indirecte d'efforts est exposée au chapitre 5. La méthode MCT, bien que généralement moins fiable que la méthode des moindres carrés (MC), permet de calculer un indicateur intéressant sur la fiabilité de la solution. Cet indicateur, basé sur la comparaison des solutions MC et MCT, permet de mettre en évidence les cas pour lesquels l'inversion est réalisée dans de mauvaises conditions. Pour pouvoir comparer la solution MCT à la solution MC, il est nécessaire d'appliquer une régularisation strictement identique. La régularisation de Tikhonov est une méthode qui corrige la matrice de transfert en modifiant ses valeurs singulières. Le paramètre de régularisation est donc déterminé par la méthode de la courbe en L (cf. annexe B), qui utilise la méthode MC. La matrice de transfert est ensuite corrigée en utilisant le même paramètre, et la solution MCT est estimée à partir de cette matrice de transfert régularisée.
La méthode MCT est plus sensible que la méthode MC au bruit ou aux erreurs de modèle. Les efforts tracés par la suite sont donc des estimations MC. Cependant, l'indicateur δ développé au chapitre 5 basé sur la comparaison des estimations MC et MCT est tracé pour chaque effort

reconstitué. L'indicateur δ est compris entre 0 et 1. Plus il s'éloigne de 1, plus les estimations MC et MCT sont éloignées, ce qui indique de mauvaises conditions d'inversion.

12.2.3 Comparaison entre excitations obtenues par mesure indirecte et excitations simulées

Le nombre de réponses étant ramené à 32 par la prise en compte des pressions cylindre, la totalité des efforts (28) peut être reconstituée par mesure indirecte. La matrice de transfert est de taille 32*28, et nous utilisons pour les calculs la matrice de transfert calculée par éléments finis. Nous allons comparer dans cette section les excitations reconstituées aux excitations simulées au chapitre 11. La simulation est réalisée à partir des signaux temporels des 4 pressions cylindres mesurées sur 1 cycle moteur. Ces mesures sont injectées dans un modèle dynamique indéformable d'attelage mobile, puis un modèle quasi-statique de vilebrequin est utilisé pour répartir les efforts sur les paliers. Les efforts sont simulés dans le domaine temporel sur un cycle moteur. La transformée de Fourier des efforts sur une période permet d'obtenir un spectre dont l'abscisse fréquentielle correspond aux harmoniques moteur. Le module au carré de ce résultat est comparé aux autospectres d'efforts reconstruits par mesure indirecte intégrés par bandes de fréquences dont les fréquences centrales correspondent aux harmoniques moteur (calcul détaillé en section 10.2).

Point de fonctionnement (3500 tr/mn ; 164 Nm)

La simulation et la mesure indirecte de l'effort sur y au palier 3 sont représentées sur la figure 12.5 (à gauche). La mesure indirecte et la simulation sont extrêmement concordantes en basse fréquence (<500 Hz). Ce premier résultat confirme l'intérêt de la régularisation, qui permet d'obtenir des résultats tangibles. Au delà, l'effort obtenu par mesure indirecte est globalement supérieur à l'effort simulé. Cela confirme les résultats obtenus au chapitre 11, qui semblaient montrer que la réponse des chapeaux de paliers sur y aux excitations simulées sous-estimait la réalité dans cette bande de fréquence. L'indicateur MC/MCT correspondant est relativement bon jusqu'à 3 kHz, ce qui signifie que l'estimation obtenue par mesure indirecte est relativement fiable. Au delà, l'indicateur se dégrade, ce qui pourrait indiquer une erreur de modèle non négligeable.
Le moment sur x simulé et mesuré indirectement au palier 2 est représenté sur la figure 12.5 (à droite). Là aussi la comparaison des efforts simulés et mesurés indirectement confirment les observations du chapitre 11. En dessus de 1 kHz, le moment simulé est largement supérieur au moment mesuré indirectement. Nous avons vu au chapitre 11 que la réponse des paliers sur l'axe z (flexion du palier) aux excitations simulées était largement surestimée par rapport aux réponses mesurées, cette erreur de simulation étant attribuée à la non prise en compte dans le modèle quasi-statique du vilebrequin du film d'huile et de la flexibilité des paliers. Au delà de 1 kHz, la simulation et la mesure indirecte semblent relativement concordantes. L'indicateur de comparaison MC/MCT, relativement bon en dessous de 2 kHz, semble se dégrader en haute fréquence, ce qui semble confirmer de possibles erreurs de modélisation.

La simulation et la mesure indirecte de l'effort piston-fût au poste 4 sont représentées sur la

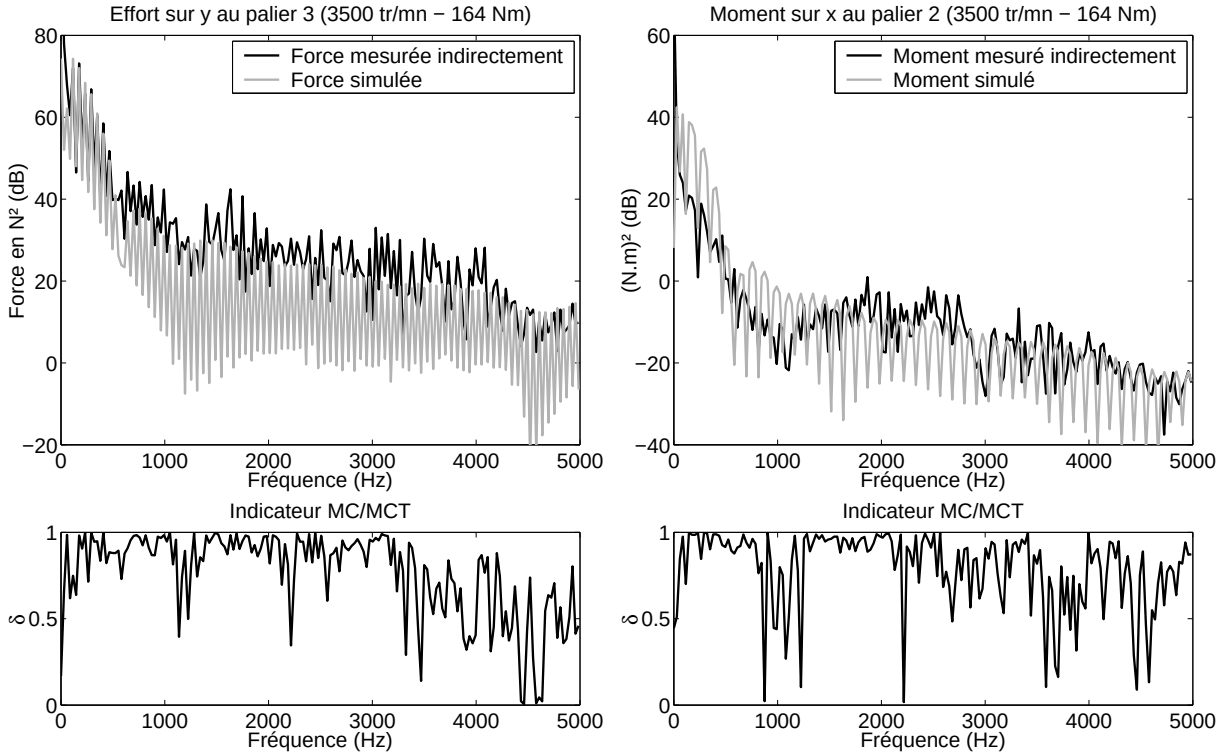


FIG. 12.5 – Efforts simulés et mesurés indirectement : force sur y au palier 3 (à gauche) et moment sur x au palier 2 (à droite)

figure 12.6 (à gauche).

On constate que l'effort simulé est bien inférieur à l'effort reconstruit par mesure indirecte. Ce résultat n'est pas étonnant, car le jeu piston-fût n'est pas pris en compte dans la simulation. Le jeu piston-fût, à l'origine du phénomène de basculement de piston, augmente considérablement les efforts encaissés par le fût (cf. chapitre 1). Cependant, il est possible que le résultat de mesure indirecte soit relativement éloigné de la réalité. En effet, les capteurs d'accélération situés en face des fûts ne contiennent pas une information aussi exclusive que les capteurs situés aux paliers, ce qui rend l'inversion plus sensible. Cela est d'ailleurs confirmé par l'indicateur MC/MCT, notablement moins bon pour l'effort piston-fût que pour les efforts aux paliers.

La simulation et la mesure indirecte de l'effort sur x au palier 2 sont représentées sur la figure 12.6 (à droite). En dessous de 500 Hz, l'effort simulé est supérieur à l'effort mesuré indirectement. Cette surestimation de l'effort simulé peut également être attribué à l'erreur introduite par le modèle de vilebrequin. Au delà de 1 kHz, L'effort mesuré indirectement domine largement l'effort simulé. Cela peut être attribué à la non prise en compte des jeux pistons-fûts. En effet, la force sur x au palier constitue la réaction antagoniste à l'effort piston-fût, également orientée sur x .

Point de fonctionnement (1400 tr/mn ; 38 Nm)

L'effort simulé et mesuré indirectement encaissé par le palier 5 sur y pour le point de fonctionnement (1400 tr/mn ; 38 Nm) est représenté sur la figure 12.7. La simulation et la mesure

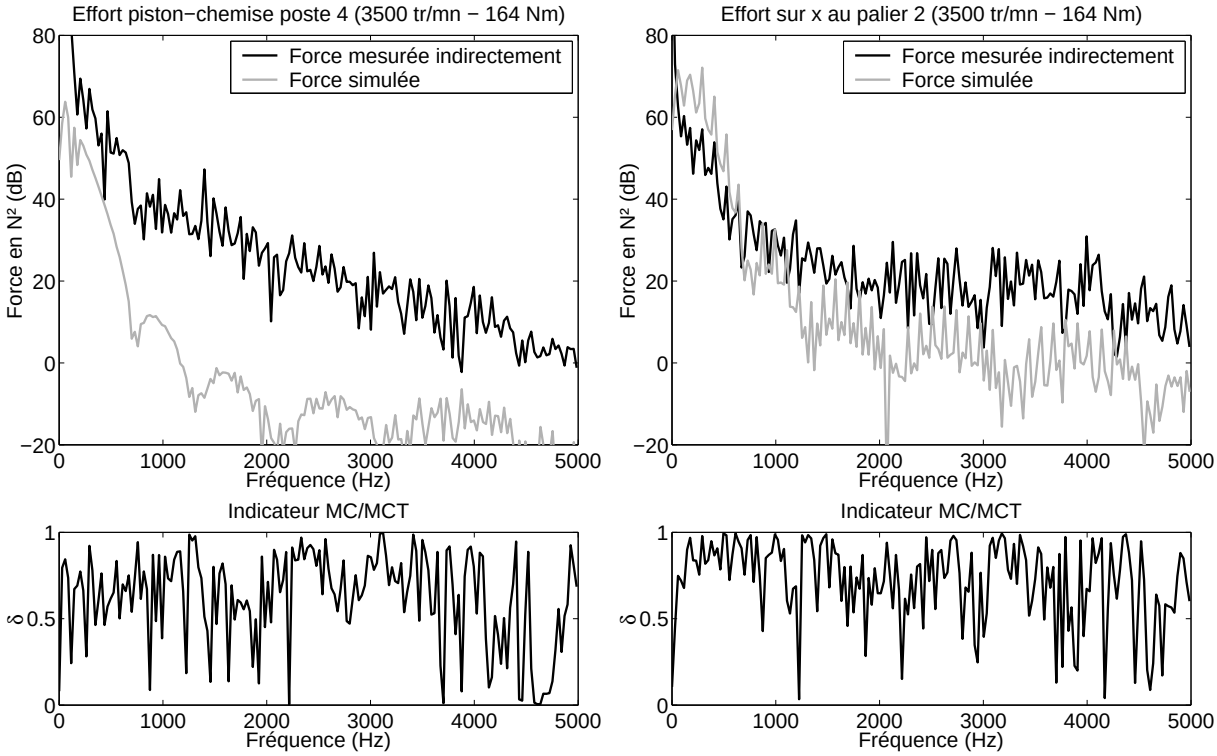


FIG. 12.6 – Efforts simulés et mesurés indirectement : force piston-fût au poste 4 (à gauche) et force sur x au palier 2 (à droite)

indirecte sont très concordantes en dessous de 1 kHz. Au delà, l'effort mesuré indirectement est supérieur à l'effort simulé, comme c'est le cas pour le point de mesure (3500 tr/mn ; 164 Nm). Le résultat obtenu pour le moment sur x au palier 5 (à droite) est également comparable en basse fréquence au point de fonctionnement (3500 tr/mn ; 164 Nm) : la simulation semble surestimer l'effort. Cependant, contrairement au point de fonctionnement précédemment étudié, les moments simulés et mesurés indirectement ne sont pas concordants au dessus de 1 kHz. L'effort mesuré indirectement est légèrement supérieur à l'effort simulé.

L'effort piston-fût au poste 4, obtenu par simulation et par mesure indirecte, est représenté sur la figure 12.8 (à droite). Comme pour le point de fonctionnement (3500 tr/mn ; 164 Nm), l'effort simulé est largement sous-estimé. cependant, l'écart entre simulation et mesure indirecte, de l'ordre de 20 dB, est inférieur à celui obtenu pour (3500 tr/mn ; 164 Nm), de l'ordre de 30 dB. Cette différence d'écart peut être attribuée à la sévérité moins importante du basculement de piston pour le point (1400 tr/mn ; 38 Nm) que pour le point (3500 tr/mn ; 164 Nm). Cette réduction de l'écart entre la simulation et la mesure indirecte se retrouve sur l'effort au palier 2, également représenté sur la figure 12.8 (à gauche). En effet, la simulation et la mesure indirecte sont concordantes sur cette excitation entre 1 kHz et 3 kHz. En dessous ($<$ 1 kHz), la simulation est plus forte que la mesure indirecte, et au dessus ($>$ 3 kHz) la mesure indirecte est supérieure à la simulation. Ce résultat, confronté à l'étude de la force piston-fût, semble confirmer que la sous estimation de la force simulée au palier 2 sur x pour le point de fonctionnement (3500 tr/mn ; 164 Nm) est principalement due à la non prise en compte dans le modèle du basculement de piston.

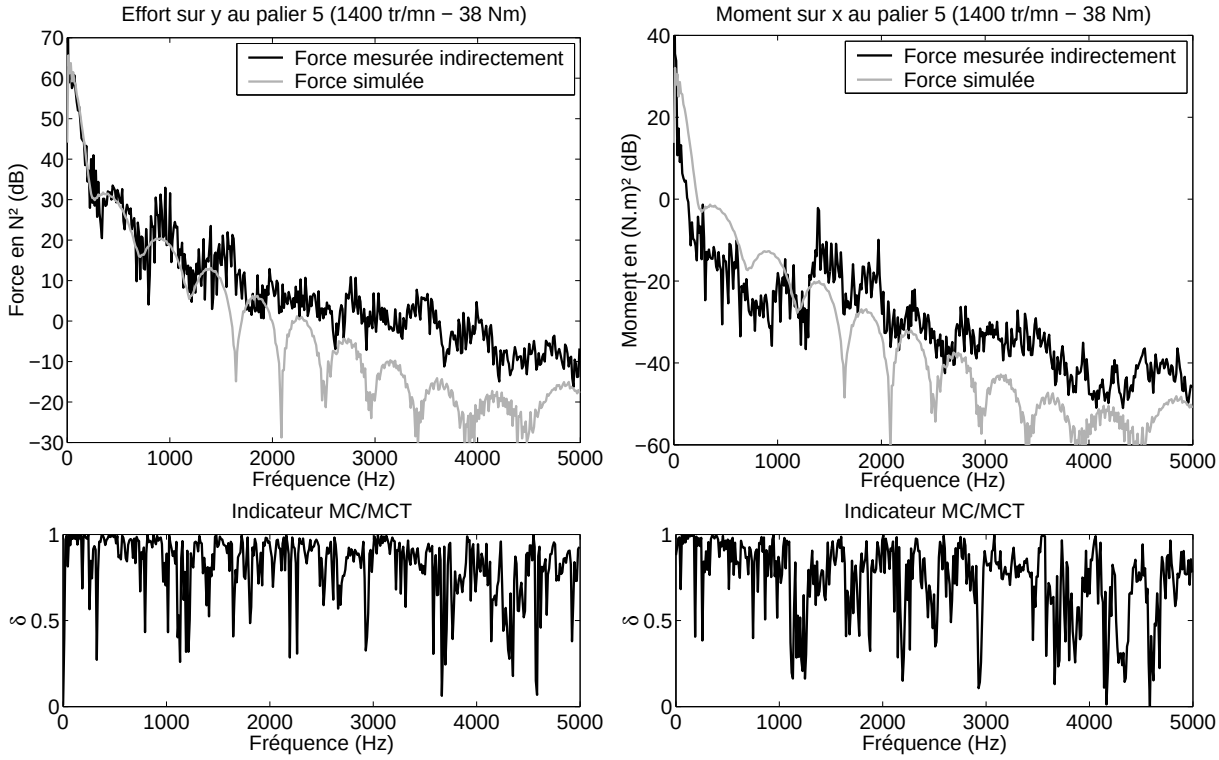


FIG. 12.7 – Efforts simulés et mesurés indirectement : force sur y au palier 5 (à gauche) et moment sur x au palier 5 (à droite)

12.2.4 Hiérarchisation des contributions des efforts internes à la réponse de la structure

Une des premières exploitations possible des résultats fournis par la mesure indirecte des excitations internes du moteur est la hiérarchisation des excitations vis-à-vis des réponses vibratoires. Cela permet d'identifier les sources internes dominant la réponse de la structure. La hiérarchisation est réalisée pour les deux points de fonctionnement étudiés dans la section précédente, à savoir (3500 tr/mn ; 164 Nm) et (1400 tr/mn ; 38 Nm). Les matrices de transfert d'origine numérique et expérimentale sont utilisées pour calculer les différentes réponses. Pour faciliter la lecture, les sources internes sont regroupées en 3 sous-groupes pour la hiérarchisation :

- les excitations paliers,
- les excitations pistons-fûts,
- et les excitations combustion-culasse.

Les résultats sont présentés par bandes de fréquences de largeur 100 Hz. Pour chaque graphe, 4 courbes représentant la somme des autospectres des 28 réponses accélérométriques sont tracées. La première courbe représente la somme des réponses de la structure calculées avec l'intégralité des excitations. La seconde courbe représente la somme des réponses provoquées par les seules excitations aux paliers, la troisième la somme des réponses provoquées par les excitations fûts et la quatrième la somme des réponses provoquées par l'excitation culasse. Il faut noter que toutes les excitations sont fortement corrélées, ce qui explique le fait que la somme des réponses provoquées par l'intégralité des excitations puisse être moins importante que la somme des réponses provoquées par un seul sous groupe d'excitation. Cela est logique lorsqu'on considère

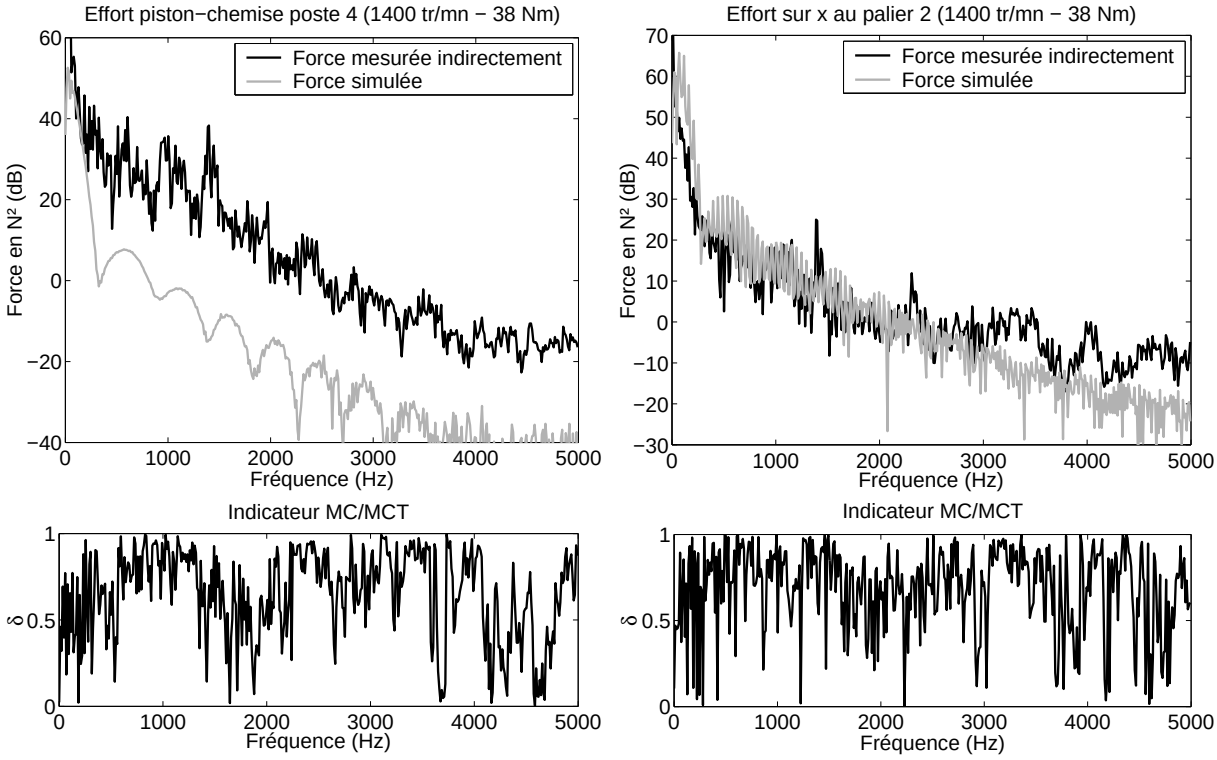


FIG. 12.8 – Efforts simulés et mesurés indirectement : force piston-fût au poste 4 (à gauche) et force sur x au palier 2 (à droite)

que les efforts internes sont plus ou moins antagonistes. Par exemple, si le moteur n'était réellement excité que par les excitations combustion-culasse (ce qui revient à poser les pistons en appui sur le sol), les efforts encaissés par les supports moteur seraient bien plus important que les efforts encaissés en fonctionnement normal.

La hiérarchisation pour le point (3500 tr/mn ; 164 Nm) est tracée sur la figure 12.9 à partir des transferts d'origine numérique (à gauche) et expérimentale (à droite). Les résultats obtenus à partir des transferts d'origine numérique et expérimentale sont relativement comparables. La contribution de l'excitation combustion-culasse semble être significative uniquement en basse fréquence ($<$ 500 Hz) et dans une bande relativement fine allant de 2 à 2,5 kHz. La contribution des excitations aux paliers semble être significative sur tout le spectre de 0 à 5 kHz. Entre 500 Hz et 1 kHz, la contribution des excitations paliers domine largement la contribution des autres excitations. La contribution des excitations pistons-fûts devient significative au dessus de 2 kHz. Au dessus de 3 kHz, cette contribution devient comparable à la contribution des excitations paliers. La zone la plus difficile à interpréter est celle comprise entre 2 et 2,5 kHz, car aucune des excitations ne semble y être négligeable. De plus, les résultats obtenus avec les transferts d'origine numérique et expérimentale sont relativement différents.

L'examen de la hiérarchisation pour le point (1400 tr/mn ; 38 Nm) (tracée sur la figure 12.10) amène à des observations très proches de celles effectuées pour le point (3500 tr/mn ; 164 Nm). Les basses fréquences sont dominées par la contribution des excitations paliers et combustion-

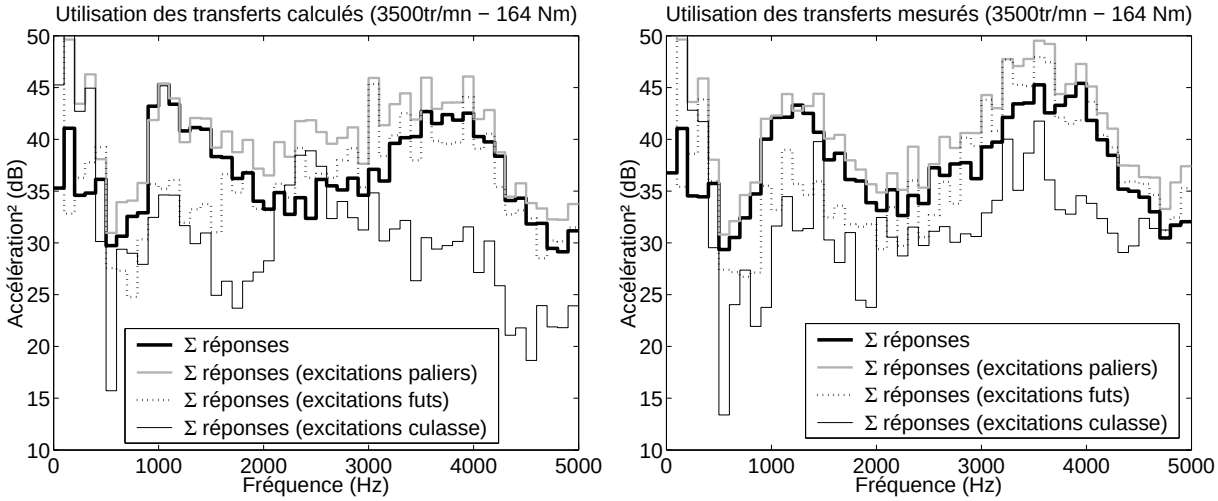


FIG. 12.9 – Hiérarchisation des contributions des sources internes - Utilisation des transferts calculés (à gauche) et mesurés (à droite) - point de fonctionnement (3500 tr/mn ; 164 Nm)

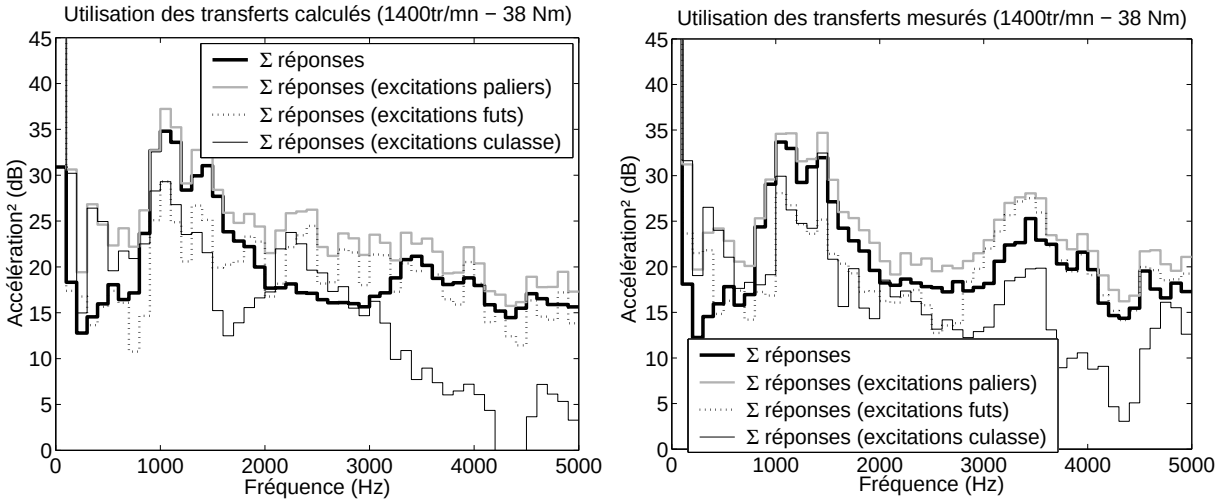


FIG. 12.10 – Hiérarchisation des contributions des sources internes - Utilisation des transferts calculés (à gauche) et mesurés (à droite) - point de fonctionnement (1400 tr/mn ; 38 Nm)

culasse. La zone 500 Hz - 2 kHz est dominée par les excitations paliers. Entre 2 et 3 kHz, les résultats obtenus par la matrice de transfert d'origine expérimentale sont différents de ceux obtenus avec la matrice d'origine numérique, comme c'est le cas pour le point de fonctionnement (3500 tr/mn ; 164 Nm). Les transferts mesurés semblent mettre en avant la contribution des paliers, tandis que les résultats obtenus par les transferts calculés semblent plus indécis. Au delà de 3 kHz, la contribution de l'excitation combustion-culasse semble devenir négligeable, les excitations paliers et pistons-fûts contribuant pour des parts comparables à la réponse.

12.3 Conclusion

Les résultats obtenus dans ce chapitre sont globalement encourageants. L'utilisation de la régularisation, étape incontournable lorsque le nombre d'efforts recherchés est important, semble donner des résultats non dénués de sens physique. Une formulation a été proposée pour introduire dans le problème de mesure indirecte d'efforts des excitations directement mesurées. L'utilisation des signaux de pressions cylindres comme information *a priori* ainsi permit d'améliorer notablement la reconstruction des autres efforts. Il faut cependant noter que les efforts les mieux reconstruits sont ceux pour lesquels un capteur d'accélération a été placé a proximité et dans la même direction. Le caractère exclusif de l'information apportée par ces capteurs caractérisant principalement un effort unique permet de « diagonaliser » la matrice de transfert, facilitant l'inversion. Un indice permettant de juger la qualité de la reconstruction de chaque effort est apporté par l'indicateur de comparaison moindres carrés - moindres carrés totaux. L'utilisation des matrices de transfert d'origine numérique et expérimentale a généré des résultats finalement assez concordants. Les efforts mesurés indirectement ont permis de soulever les points forts et les points faibles de la modélisation basique d'attelage mobile développé au chapitre 11. Les conclusions de la comparaison des efforts simulés et obtenus par mesure indirecte ont dans l'ensemble corroboré les observations réalisées au chapitre 11 sur la comparaison des réponses mesurées et simulées via le modèle d'excitation et les modèles de transfert. Enfin, une tentative de hiérarchisation des sources internes a été réalisée pour exploiter les efforts mesurés indirectement. Les résultats, tendent à prouver que la voie basse (excitations paliers) est importante sur tout le spectre, que la voie culasse n'est importante qu'en basse fréquence (< 1 kHz), et que la voie fûts devient forte à partir de 2 kHz. Ces résultats sont cependant cautionnés par la qualité que l'on peut soupçonner relativement mauvaise de la reconstruction des excitations pistons-fûts.

Conclusion et perspectives

La mesure indirecte d'efforts est une technique qui se base sur la mesure des réponses vibratoires d'une structure pour estimer les différentes excitations qui lui sont appliquées. C'est une approche qui consiste à considérer la structure elle même comme un capteur de force. Nous nous sommes limités à l'étude de la mesure indirecte dans le contexte de la quantification d'excitations stationnaires localisées *a priori* .

L'approche de la mesure indirecte d'efforts a fait l'objet, au cours de ce travail, de plusieurs développements. Une méthode connue sous le nom de pondération des moindres carrés a été présentée. Cette méthode permet d'accorder plus ou moins de crédit à chacune des réponses mesurées pour la reconstruction des efforts. Les deux stratégies de pondération proposées se basent sur des observations directement liées à l'application au problème de mesure indirecte d'efforts. La première, baptisée normalisation du système, permet de rééquilibrer la méthode des moindres carrés dans le cadre de l'étude d'une structure hétérogène en raideur, c'est-à-dire lorsque la structure admet des déplacements d'amplitudes fortement différentes sur plusieurs directions de mesure. La seconde stratégie de pondération est un filtrage des informations basé sur les cohérences associées aux transferts modélisant la structure. Bien entendu, cette pondération ne peut s'appliquer que lorsque la matrice de transfert est d'origine expérimentale. Le principe est d'accorder moins de crédit aux réponses pour lesquelles les transferts sont associés à de mauvaises cohérences, synonymes de bruit de mesure important. Un dernier développement réalisé dans ce travail a concerné l'application de la technique des moindres carrés totaux à la mesure indirecte d'efforts. Les moindres carrés totaux, une alternative aux moindres carrés classiques, semblaient plus adaptés pour la mesure indirecte de part les hypothèses de base. Cependant, la méthode s'est révélée à la fois numériquement et expérimentalement moins stable que la méthode classique. Cette forte sensibilité des moindres carrés totaux a cependant été utilisée pour repérer les mauvaises conditions d'inversion, que ce soit un mauvais conditionnement de matrice de transfert ou une erreur de modèle importante. Un indicateur de concordance moindres carrés - moindres carrés totaux a été développé. Tracé à coté de l'effort reconstruit par les moindres carrés classiques, cet indicateur permet de repérer les zones fréquentielles pour lesquelles les conditions d'inversion sont mauvaises, et donc l'effort reconstruit sujet à caution.

Une expérience « labo » a été mise en place pour tester les méthodes de mesure indirecte d'efforts exposées dans la partie *contexte scientifique* et dans le but d'évaluer l'intérêt apporté par les différents développements proposés. Trois efforts appliqués aux paliers vilebrequin d'un carter cylindre suspendu ont été identifiés avec succès à partir de transferts mesurés, et les limites des différentes méthodes exposées dans la partie *contexte scientifique* ont été vérifiées. La technique de normalisation du système a fait la preuve qu'elle permettait d'améliorer notablement la qualité de la reconstruction des efforts. La technique de filtrage basé sur les cohérence a montré

elle aussi une certaine efficacité, quoique moins flagrante. Un modèle éléments finis a été ensuite utilisé pour construire la matrice de transfert de la structure. De faibles erreurs de modèle ont provoqués des erreurs importantes sur les efforts reconstruits, soulignant ainsi l'importance de la justesse du modèle de transfert utilisé. L'indicateur basé sur la comparaison des moindres carrés totaux s'est dans ce cas révélé être un bon indicateur d'erreur de modèle.
La troisième partie de la thèse était consacré à la construction du modèle de transfert du moteur F9Q par une approche expérimentale et numérique (éléments finis). La longue campagne de mesure dédiée à l'approche expérimentale a permis de concevoir des systèmes d'excitation originaux permettant d'injecter des efforts mesurés sur le bloc moteur inerte, au niveau des zones excitées sur le moteur en fonctionnement. Les résultats obtenus par les deux approches se sont finalement révélés relativement comparables. Il faut souligner que des hypothèses équivalentes ont été réalisées au cours des deux approches au niveau de l'application des efforts. On peut donc dire qu'un biais de modèle est introduit à ce niveau, que le modèle soit d'origine numérique ou expérimentale.
La quatrième et dernière partie de la thèse concernait précisément l'application de la mesure indirecte d'efforts au moteur F9Q fonctionnant en régime stationnaire. Un modèle basique d'attelage mobile a permis de simuler à partir des pressions cylindres mesurées les efforts internes recherchés. L'application de la méthode au moteur en fonctionnement a nécessité l'emploi d'une régularisation du problème, le nombre d'efforts recherchés étant trop important. Une régularisation de Tikhonov couplée à la méthode de la courbe en L a permis d'obtenir des résultats satisfaisants. Les pressions cylindres constituaient des excitations internes mesurées directement par des capteurs de pression cylindre. Une approche a été exposée pour introduire *a priori* ces excitations dans le problème de mesure indirecte d'efforts, de manière à améliorer la reconstruction des autres excitations. Les résultats de la mesure indirecte se sont révélés intéressant, permettant de mettre en évidence les points forts et les points faibles du modèle d'attelage mobile utilisé pour la simulation des excitations.

On peut finalement souligner quelques points importants au sujet de la mesure indirecte d'efforts abordés au cours de ce travail de thèse. Tout d'abord, l'erreur de modèle réalisée sur la matrice de transfert modélisant la structure s'est révélé être bien plus handicapante, dans des applications industrielles, que le bruit de mesure. La construction de la matrice de transfert doit donc être considéré comme l'étape la plus critique de la méthode. Lorsque la structure le permet, une matrice de transfert d'origine expérimentale semble préférable. Mais si les difficultés de mise en œuvre sont trop importantes, il peut être préférable d'utiliser un modèle éléments finis recalé sur des mesures de transfert facilement accessibles. Le coté mal posé du problème peut être présenté comme étant la seconde difficulté de la méthode de mesure indirecte d'efforts. Cette difficulté est bien entendu subordonnée à la précédente, car même si la structure réelle ne permet pas d'identifier les efforts (ce qui caractérise le coté mal-posé du problème), un modèle de transfert observant une erreur de modèle peut masquer cela et offrir les conditions d'inversion d'un problème bien posé. Dans le cas ou la mesure indirecte d'efforts se révèle appartenir à la classe des problèmes mal posés, l'outil à utiliser est la régularisation. Cet outil permet de fournir une solution exploitable tant que le paramètre régularisant est choisi avec précautions.

L'application de la mesure indirecte au moteur en régime stationnaire s'est révélée encou-

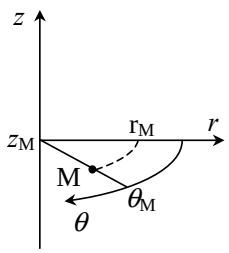
rageante. On peut citer quelques pistes qui pourraient faire l'objet de futur travaux. On pourrait tout d'abord s'intéresser à la qualité du modèle de transfert utilisé. La construction d'un modèle d'origine numérique couplé à des mesures expérimentales semble être la bonne direction à emprunter pour l'étude de l'objet considéré, les modèles éléments finis étant de plus en plus perfectionnés. Différents modèles d'application des efforts internes pourraient être envisagés. Une seconde voie réside en l'optimisation du placement des réponses mesurées. La stratégie de placement est de rapprocher les réponses mesurées au plus près possible des différentes excitations. Enfin, la méthode a été testée dans le cadre du moteur en régime stationnaire. L'étape suivante concerne donc logiquement l'application de la mesure indirecte d'efforts au moteur en régime transitoire.

Annexes

Annexe A

Modes propres d'une cavité cylindrique

A.1 Expression du champ acoustique en coordonnées cylindriques : solution par séparation de variables



La pression acoustique en régime harmonique dans un fluide satisfait l'équation d'Helmholtz :

$$\Delta P(M) + k^2 P(M) = 0,$$

avec $k = \frac{\omega}{c}$,
c la célérité du son dans le fluide considéré,
et $\omega = 2\pi f$ pulsation de la fonction $P(M)$.

L'opérateur Laplacien en coordonnées cylindriques est donnée par :

$$\Delta X = \frac{\partial^2 X}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial X}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 X}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 X}{\partial z^2}.$$

D'où l'expression de l'équation d'Helmholtz en coordonnées cylindriques :

$$\boxed{\frac{\partial^2 P(z,r,\theta)}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial P(z,r,\theta)}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 P(z,r,\theta)}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 P(z,r,\theta)}{\partial z^2} + k^2 P(z,r,\theta) = 0} \quad \text{(A.1)}$$

Nous cherchons à déterminer les solutions $P(z,r,\theta)$ satisfaisant cette équation par une méthode de séparation de variables. On pose dans un premier temps $P(z,r,\theta) = Z(z)Q(r,\theta)$. La relation (A.1) devient :

$$Z\frac{\partial^2 Q}{\partial r^2} + \frac{Z}{r}\frac{\partial Q}{\partial r} + \frac{Z}{r^2}\frac{\partial^2 Q}{\partial \theta^2} + Q\frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} + k^2 ZQ = 0. \quad \text{(A.2)}$$

Divisons (A.2) par le produit ZQ :

$$\underbrace{\frac{1}{Q}\frac{\partial^2 Q}{\partial r^2}+\frac{1}{Qr}\frac{\partial Q}{\partial r}+\frac{1}{Qr^2}\frac{\partial^2 Q}{\partial \theta^2}}_{\text{fonction de r, }\theta}+\underbrace{\frac{1}{Z}\frac{\partial^2 Z}{\partial z^2}}_{\text{fonction de z}}+k^2=0. \tag{A.3}$$

Observons la relation (A.3) successivement à z constant puis à (r,θ) constants. On obtient le système suivant :

$$\frac{1}{Q}\frac{\partial^2 Q}{\partial r^2}+\frac{1}{Qr}\frac{\partial Q}{\partial r}+\frac{1}{Qr^2}\frac{\partial^2 Q}{\partial \theta^2}+k_r^2 = 0, \tag{A.4}$$

$$\frac{1}{Z}\frac{\partial^2 Z}{\partial z^2}+k_z^2 = 0. \tag{A.5}$$

De plus, en injectant les expressions (A.4) et (A.5) dans (A.3) on obtient une contrainte sur les constantes k_z^2 et k_r^2 :

$$k_z^2+k_r^2=k^2. \tag{A.6}$$

La forme générale de la solution de l'équation différentielle (A.5) est l'expression suivante :

$$\boxed{Z(z)=A\cos(k_z z)+B\sin(k_z z)} \tag{A.7}$$

L'équation (A.4) dépend de r et θ. Opérons la séparation de variables $Q(r,\theta) = R(r)\Phi(\theta)$. L'équation (A.4) devient :

$$\frac{1}{R}\frac{\partial^2 R}{\partial r^2}+\frac{1}{Rr}\frac{\partial R}{\partial r}+\frac{1}{\Phi r^2}\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta^2}+k_r^2=0. \tag{A.8}$$

En multipliant (A.8) par r^2, on obtient :

$$\underbrace{\frac{r^2}{R}\frac{\partial^2 R}{\partial r^2}+\frac{r}{R}\frac{\partial R}{\partial r}+r^2k_r^2}_{\text{fonction de r}}+\underbrace{\frac{1}{\Phi}\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta^2}}_{\text{fonction de }\theta}=0. \tag{A.9}$$

De (A.9) on déduit :

$$n^2+\frac{1}{\Phi}\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta^2}=0. \tag{A.10}$$

La forme générale de la solution de cette équation est l'expression suivante :

$$\boxed{\Phi(\theta)=C\cos(n\theta)+Dsin(n\theta)} \tag{A.11}$$

Un contrainte fondamentale des solutions $P(z,r,\theta)$ recherchées est leur périodicité de 2π suivant l'azimut θ, ce qui est imposé par le caractère continu des solutions recherchées. La fonction $\Phi(\theta)$ doit donc être de période 2π, n est donc un nombre entier.

En injectant (A.10) dans (A.9), puis en multipliant par R, on obtient :

$$r^2\frac{\partial^2 R}{\partial r^2}+r\frac{\partial R}{\partial r}+R(r^2k_r^2-n^2)=0. \tag{A.12}$$

Les solutions d'une telle équation différentielle sont définies par la combinaison linéaire des fonctions de Bessel de première et deuxième espèce d'argument rk_r. Les fonctions de Bessel

de deuxième espèce observent une singularité en $r = 0$. Pour satisfaire l'existence du champ acoustique en $r = 0$, seules les fonctions de Bessel de première espèce sont conservées.

$$\boxed{R(r) = EJ_n(rk_r)} \tag{A.13}$$

L'ensemble des solutions $R(r)$, ainsi que l'ensemble des solutions $\Phi(\theta)$ exprimées en (A.11), sont donc décrits pour $n \geq 0$. Ainsi, la solution en variables séparées du champ acoustique en coordonnées cylindriques s'exprime par :

$$\boxed{P(z,r,\theta) = (A\cos(k_z z) + B\sin(k_z z))(C\cos(n\theta) + Dsin(n\theta))(EJ_n(rk_r))}, \tag{A.14}$$

$$\text{avec } n \in [0, 1, 2, ..., +\infty]$$

A.2 Calcul des modes propres d'une cavité cylindrique à parois rigides

On considère le domaine cylindrique définit par :

$$\begin{cases} 0 \leqslant z \leqslant L, \\ 0 \leqslant r \leqslant a. \end{cases} \tag{A.15}$$

Le champ acoustique doit satisfaire sur la frontière de ce domaine la condition de Neumann :

$$\begin{aligned} \left.\frac{\partial P}{\partial z}\right|_{z=(0,L)} &= 0, \\ \left.\frac{\partial P}{\partial r}\right|_{r=a} &= 0. \end{aligned} \tag{A.16}$$

A.2.1 conditions aux limites sur z

Dérivons $P(z,r,\theta)$ selon z :

$$\frac{\partial P(z,r,\theta)}{\partial z} = R(r)\Phi(\theta)\frac{\partial Z(z)}{\partial z} = R(r)\Phi(\theta)k_z(-A\sin(k_z z) + B\cos(k_z z)). \tag{A.17}$$

L'application des conditions de Neumann en 0 et L donne :

$$B = 0, \tag{A.18}$$

$$B\cos(k_z L) - A\sin(k_z L) = 0, \tag{A.19}$$

d'où

$$\sin(k_z L) = 0, \text{ soit } \boxed{k_z = \tfrac{m\pi}{L}, \text{ avec m} \in [0, 1, 2, ..., +\infty]} \tag{A.20}$$

A.2.2 conditions aux limites sur r

Dérivons $P(z,r,\theta)$ selon r :

$$\frac{\partial P(z,r,\theta)}{\partial r} = Z(z)\Phi(\theta)\frac{\partial R(r)}{\partial r} = Z(z)\Phi(\theta)EJ_n'(rk_r). \tag{A.21}$$

L'application des conditions de Neumann en a donne :

$$J'_n(ak_r) = 0. \tag{A.22}$$

Pour tout n entier, l'expression (A.22) est satisfaite pour un nombre infini de valeurs discrètes de k_r notées k_{nq} :

$$\boxed{k_r = k_{nq},\ \text{avec q} \in [1, 2, ..., +\infty]} \tag{A.23}$$

A.2.3 Fonctions et pulsations propres de la cavité cylindrique à parois rigides

Injectons les résultats obtenus par l'application des conditions aux limites de Neumann dans l'expression du champ acoustique en coordonnées cylindriques séparées (A.14), et en séparant les modes symétriques et anti-symétriques sur θ, nous obtenons l'ensemble des fonctions propres pouvant représenter le champ acoustique d'une cavité cylindrique à parois rigides :

$$P^{sym}_{mnq}(z, r, \theta) = \cos(z\frac{m\pi}{L})J_n(rk_{nq})\cos(n\theta), \tag{A.24}$$

$$P^{asym}_{mnq}(z, r, \theta) = \cos(z\frac{m\pi}{L})J_n(rk_{nq})\sin(n\theta), \tag{A.25}$$

que l'on peut écrire sous forme contractée :

$$\boxed{P_{mnqp}(z, r, \theta) = \cos(z\tfrac{m\pi}{L})J_n(rk_{nq})\cos(n\theta + p\tfrac{\pi}{2})}, \tag{A.26}$$

avec $m \in [0, 1, 2, ..., +\infty]$,
$n \in [0, 1, 2, ..., +\infty]$,
$q \in [1, 2, ..., +\infty]$
et $p \in [0, 1]$.

En injectant les solutions admissibles de k_z et k_r exprimées en (A.20) et (A.23) dans (A.6), on exprime les pulsations propres Ω_{mnq} :

$$\boxed{\Omega_{mnq} = c\sqrt{\left(\tfrac{m\pi}{L}\right)^2 + k^2_{nq}}} \tag{A.27}$$

A.2.4 Valeurs numériques des premiers ak_{nq}

Les ak_{nq} admissibles sont les valeurs annulant la dérivée de la fonction de Bessel d'ordre n. La dérivée des fonction de Bessel d'ordres $n = 0, 1, 2, 3$ sont tracées sur la figure A.1.

Les racines de ces fonctions sont les valeurs admissibles de ak_{nq} :

ak_{nq}	$q = 1$	$q = 2$	$q = 3$
$n = 0$	0	3.832	7.016
$n = 1$	1.841	5.331	8.536
$n = 2$	0	3.054	6.706
$n = 3$	0	4.201	8.015

Les premiers modes propres de section du champ de pression d'une cavité cylindrique à parois rigides sont représentés sur la figure A.2. Les nombres d'ondes correspondants sont donnés en fonction du rayon du cylindre a.

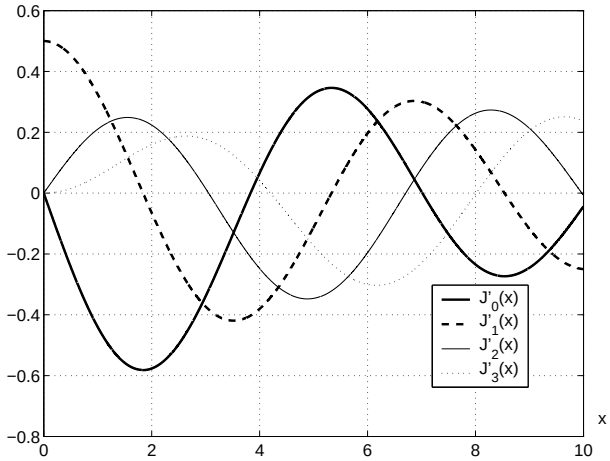


FIG. A.1 – dérivée des fonction de Bessel d'ordres $n = 0, 1, 2, 3$

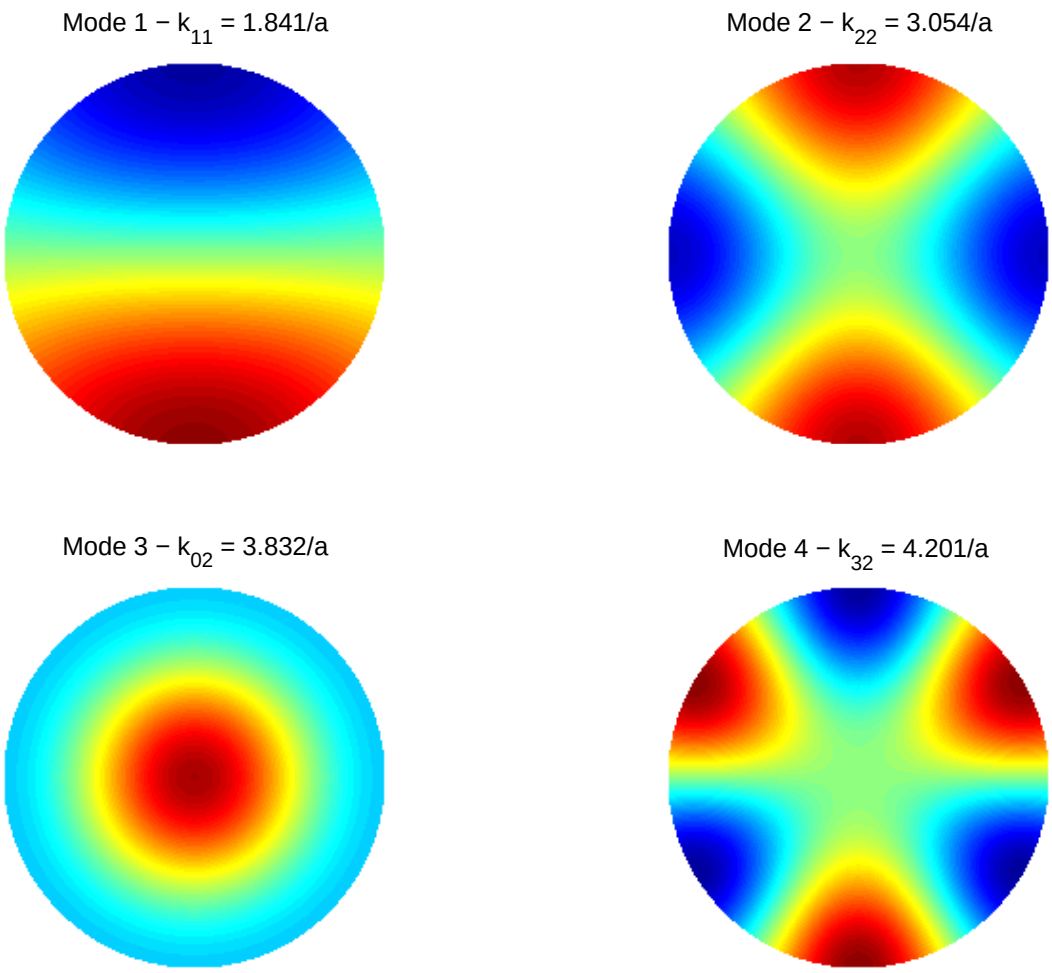


FIG. A.2 – Allure des 4 premiers modes propres de section d'une cavité cylindrique

Annexe B

Principe de la courbe en L pour ajuster le paramètre de régularisation de Tikhonov

La régularisation de Tikhonov est utilisée pour stabiliser l'inversion de systèmes linéaires mal conditionnés. Prenons le système linéaire suivant :

$$\{X\}_m = [H]_{mn}\{F\}_n, \text{ avec } m > n,$$

pour lequel on cherche à déterminer $\{F\}_n$ à partir de $\{X\}_m$ et $[H]_{mn}$. Cela peut être fait au sens des moindres carrés :

$$\{F\} = ([H]^*[H])^{-1}[H]^*\{X\}. \tag{B.1}$$

Cette expression mathématique répond au problème suivant :

déterminer $\{F\}$ *à partir de* $\{X\}$ *et* $[H]$
minimisant la quantité $\|\{X\} - [H]\{F\}\|$.

Si la matrice $[H]$ observe un nombre de conditionnement trop élevé, l'inversion peut se révéler instable, c'est à dire que d'infimes variations des données d'entrée $\{X\}$ ou $[H]$ peuvent entraîner de fortes variations de $\{F\}$. Si les données ne sont connues qu'à une incertitude près, la solution obtenue par résolution de (B.1) se trouve alors dénuée de sens. La solution du problème régularisé est exprimée par :

$$\{F\} = ([H]^*[H] + \beta^{\ulcorner} I_{\lrcorner})^{-1}[H]^*\{X\}, \tag{B.2}$$

ce qui répond au problème :

déterminer $\{F\}$ *à partir de* $\{X\}$ *et* $[H]$
minimisant la quantité $\|\{X\} - [H]\{F\}\| + \beta\|\{F\}\|$.

β est un paramètre permettant d'ajuster l'importance donnée à la minimisation de la norme de la solution $\|\{F\}\|$ par rapport à la norme du résidu $\|\{X\} - [H]\{F\}\|$. Si ce paramètre est nul, on retrouve la solution exprimée par (B.1). Quand ce paramètre augmente, la norme de la solution $\|\{F\}\|$ tend vers 0. L'ajustement de ce paramètre, caractérisant un compromis entre la minimisation de $\|\{F\}\|$ et de $\|\{X\} - [H]\{F\}\|$, est crucial pour obtenir une solution ayant un sens physique.

On définit les quantités η et ρ comme étant respectivement la norme de la solution et la norme du résidu obtenue pour une régularisation β donnée :

$$\eta(\beta) = \|\{F\}\|$$

$$\rho(\beta) = \|\{X\} - [H]\{F\}\|$$

On utilisera par la suite le résidu normé ρ_n par rapport à la norme de $\{X\}$:

$$\rho_n(\beta) = \frac{\|\{X\} - [H]\{F\}\|}{\|\{X\}\|}$$

La courbe en L est une courbe paramétrique ayant pour abscisse $\rho(\beta)$ et pour ordonnée $\eta(\beta)$ tracée pour différentes valeurs de β. Un exemple est tracé sur la figure B.1.

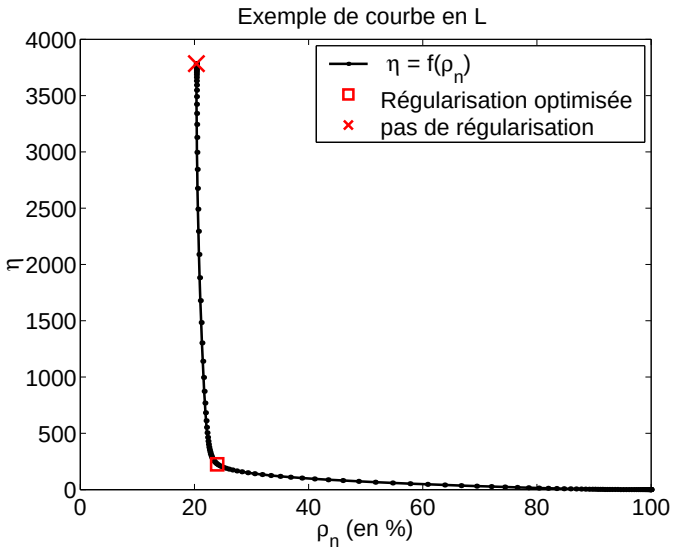


FIG. B.1 – Courbe en L

Le point représenté par un X est le point correspondant à la solution non régularisée (β = 0). La courbe en L est clairement séparée en deux zones : une zone pour laquelle la courbe est quasiment verticale, et une zone pour laquelle la courbe est presque horizontale. Quand la courbe est quasiment verticale, la norme η de la solution chute tandis que la norme du résidu ρ n'augmente pas significativement. Lorsque la courbe est quasiment horizontale, η diminue très progressivement tandis que ρ augmente fortement. lorsque ρ_n tend vers 100 %, la solution $\{F\}$ tend vers 0. Le point optimal qui nous intéresse est l'angle de la courbe en L (symbolisé par un carré sur la figure), pour lequel la norme de la solution η est fortement réduite, sans pour autant avoir augmenté significativement la norme du résidu ρ_n.

Pour déterminer numériquement le point optimal, on introduit la norme régularisée de la solution η_n, qui correspond à la norme de la solution en fonction de β divisée par la norme maximale de la solution obtenue pour $\beta = 0$, et multipliée par un facteur $(1 - \rho_n(0))$:

$$\eta_n(\beta) = \frac{\eta(\beta)}{\eta(0)}(1 - \rho_n(0))$$

η_n et ρ_n sont tracés en fonction de β sur la figure B.2, ainsi que la somme $(\eta_n + \rho_n)$. L'utilisation de $(1 - \rho_n(0))$ dans le calcul de ρ_n permet d'obtenir un indicateur $(\eta_n + \rho_n)$ compris entre 0 et 1. La norme de la solution η_n diminue de façon monotone quand β augmente, tandis que ρ_n

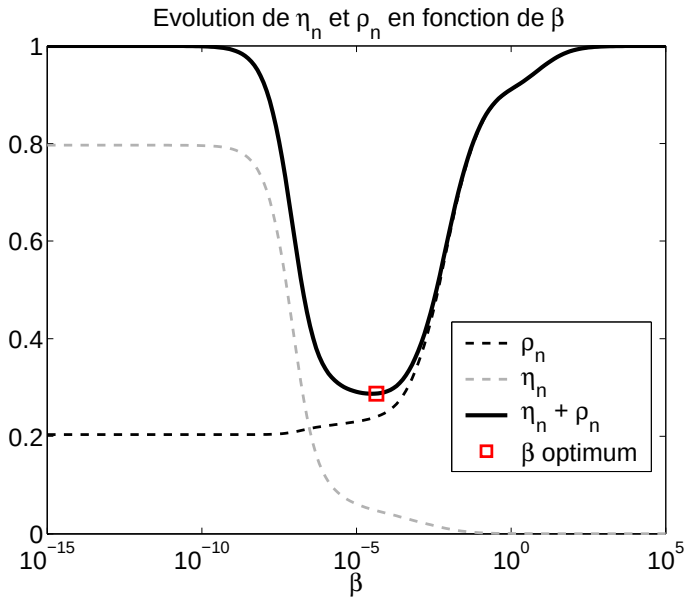


FIG. B.2 – Indicateurs basés sur la norme de la solution et du résidu

augmente de façon monotone avec β. La courbe $\eta_n + \rho_n$ admet donc un minimum, que l'on désigne comme étant le point de régularisation optimal. Lors de la recherche numérique du minimum, on peut en plus ajouter un critère de tolérance d'augmentation du résidu ρ_n. Pour les calculs de régularisation effectués dans ce travail, on fixe l'augmentation maximale du résidu à 33%.

Le principe de la courbe en L pour choisir le paramètre de régularisation de Tikhonov fait l'objet d'un travail faisant référence de P.C. Hansen [HAN].

Annexe C

Dynamique du monocylindre

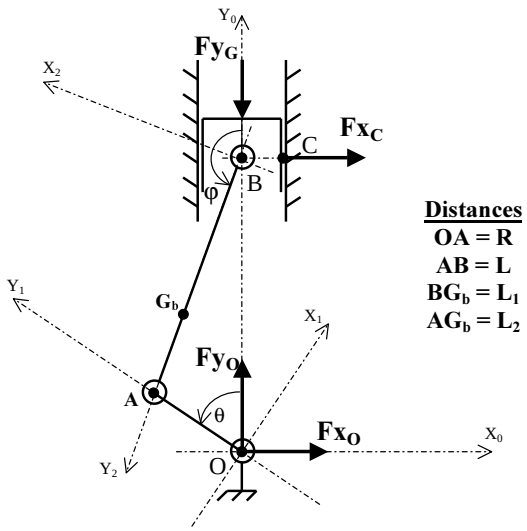


FIG. C.1 – Modèle de mécanisme piston-bielle-manivelle

Les paramètres massiques et inertiels sont notés comme suit :

- M_p masse du piston
- M_b masse de la bielle
- M_v masse du vilebrequin
- I_b inertie de la bielle en son centre d'inertie
- I_v inertie du vilebrequin en son centre d'inertie

C.1 Relation géométrique

En observant la figure C.1, on note la relation géométrique suivante entre θ et φ :

$$R\sin(\theta) = L\sin(\varphi) \tag{C.1}$$

On choisit θ comme degré de liberté maître, et on exprime à partir de (C.1) $\sin(\varphi)$, $\cos(\varphi)$, $\dot{\varphi}$, et $\ddot{\varphi}$ en fonction de θ :

$$\begin{aligned}
\sin(\varphi) &= \frac{R}{L}\sin(\theta) \\
\cos(\varphi) &= -\sqrt{1-\frac{R^2\sin^2(\theta)}{L^2}} \quad (\cos(\varphi) \text{ toujours négatif}) \\
\dot{\varphi} &= \frac{R\dot{\theta}\cos(\theta)}{L\cos(\varphi)} \\
\ddot{\varphi} &= (\dot{\varphi}^2-\dot{\theta}^2)\tan(\varphi)+\frac{\dot{\varphi}}{\dot{\theta}}\ddot{\theta}
\end{aligned}$$

C.2 Équations de mouvement

Les conventions de signe sur les différents efforts en jeu sont les suivantes :

- F_G^y effort d'axe $\overrightarrow{Y_O}$ exercé par les gaz sur le piston
- F_C^x effort d'axe $\overrightarrow{X_O}$ exercé par le piston sur le fût
- F_B^x et F_B^y efforts d'axes respectifs $\overrightarrow{X_O}$ et $\overrightarrow{Y_O}$ exercés par le piston sur la bielle
- F_A^x et F_A^y efforts d'axes respectifs $\overrightarrow{X_O}$ et $\overrightarrow{Y_O}$ exercés par la bielle sur le vilebrequin
- F_O^x et F_O^y efforts d'axes respectifs $\overrightarrow{X_O}$ et $\overrightarrow{Y_O}$ exercés par le vilebrequin sur le palier
- C couple externe d'axe $\overrightarrow{Z_O}$ exercé sur le vilebrequin

Équations du piston

$$M_p\overrightarrow{\Gamma_p^O} = F_G^y\overrightarrow{Y_O} - F_C^x\overrightarrow{X_O} - F_B^x\overrightarrow{X_O} - F_B^y\overrightarrow{Y_O}$$

$$\text{Sur } \overrightarrow{X_O} : \quad 0 = -F_C^x - F_B^x \tag{C.2}$$

$$\text{Sur } \overrightarrow{Y_O} : \quad M_p(\ddot{\varphi}-\ddot{\theta})R\sin(\theta) + (\dot{\varphi}-\dot{\theta})\dot{\theta}R\cos(\theta) = F_G^y - F_B^y \tag{C.3}$$

Équations de la bielle

$$M_b\overrightarrow{\Gamma_b^O} = F_B^x\overrightarrow{X_O} + F_B^y\overrightarrow{Y_O} - F_A^x\overrightarrow{X_O} - F_A^y\overrightarrow{Y_O}$$

$$\text{Sur } \overrightarrow{X_O} : \quad M_bR\tfrac{L_1}{L}(\dot{\theta}^2\sin(\theta) - \ddot{\theta}\cos(\theta)) = F_B^x - F_A^x \tag{C.4}$$

$$\text{Sur } \overrightarrow{Y_O} : \quad M_bR\left[(\ddot{\varphi}\tfrac{L_2}{L} - \ddot{\theta})\sin(\theta) + (\dot{\theta}\dot{\varphi}\tfrac{L_2}{L} - \dot{\theta}^2)\cos(\theta)\right] = F_B^y - F_A^y \tag{C.5}$$

$$\overrightarrow{\delta_b^O(G_b)} = \overrightarrow{\mathcal{M}_{(G_b),F_B^x}} + \overrightarrow{\mathcal{M}_{(G_b),F_B^y}} - \overrightarrow{\mathcal{M}_{(G_b),F_A^x}} - \overrightarrow{\mathcal{M}_{(G_b),F_A^y}}$$

$$\text{Sur } \overrightarrow{Z_O} : \; I_b\ddot{\varphi} = L_1(F_B^y\sin(\varphi) + F_B^x\cos(\varphi)) + L_2(F_A^y\sin(\varphi) + F_A^x\cos(\varphi)) \tag{C.6}$$

Équations du vilebrequin

$$M_v\overrightarrow{\Gamma_v^O} = F_A^x\overrightarrow{X_O} + F_A^y\overrightarrow{Y_O} - F_O^x\overrightarrow{X_O} - F_O^y\overrightarrow{Y_O}$$

$$\text{Sur } \overrightarrow{X_O} \ : \quad 0 \ = \ F_A^x - F_O^x \tag{C.7}$$
$$\text{Sur } \overrightarrow{Y_O} \ : \quad 0 \ = \ F_A^y - F_O^y \tag{C.8}$$

$$\overrightarrow{\delta_b^O(O)} = C\overrightarrow{Z_O} + \overrightarrow{\mathcal{M}_{(O),F_A^x}} + \overrightarrow{\mathcal{M}_{(O),F_A^y}} - \overrightarrow{\mathcal{M}_{(O),F_O^x}} - \overrightarrow{\mathcal{M}_{(O),F_O^y}}$$

$$\text{Sur } \overrightarrow{Z_O} \ : \ I_v\ddot{\theta} = C - RF_A^x\cos(\theta) - RF_A^y\sin(\theta) \tag{C.9}$$
$$\tag{C.10}$$

C.3 Résolution des équations en fonction de θ

Le système constitué des équations de mouvement des pièces isolées est résolu en fonction de θ, $\dot{\theta}$ et $\ddot{\theta}$. On rappelle que les valeurs de $\cos(\varphi)$, $\sin(\varphi)$, $\dot{\varphi}$, et $\ddot{\varphi}$ sont des fonctions de θ, $\dot{\theta}$ et $\ddot{\theta}$ (cf. section C.1). La valeur des efforts des gaz sur le piston F_G^y est considérée comme une donnée.

$$\begin{aligned}
\text{(C.3)} : \quad F_B^y &= F_G^y - M_pR\left[(\ddot{\varphi} - \ddot{\theta})\sin(\theta) + (\dot{\varphi} - \dot{\theta})\dot{\theta}\cos(\theta)\right] \\
\text{(C.5)} : \quad F_A^y &= F_B^y - M_bR\left[(\ddot{\varphi}\frac{L_2}{L} - \ddot{\theta})\sin(\theta) + (\dot{\varphi}\frac{L_2}{L} - \dot{\theta})\dot{\theta}\cos(\theta)\right] \\
L_2\cos(\varphi)\text{(C.4)} + \text{(C.6)} : \quad F_B^x &= M_bR\frac{L_1L_2}{L^2}(\dot{\theta}^2\sin(\theta) - \ddot{\theta}\cos(\theta)) \\
&\quad + \frac{I_b\ddot{\varphi} - (L_1F_B^y + L_2F_A^y)\sin(\varphi)}{L\cos(\varphi)} \\
\text{(C.4)} : \quad F_A^x &= F_B^x - M_bR\frac{L_1}{L}(\dot{\theta}^2\sin(\theta) - \ddot{\theta}\cos(\theta)) \\
\text{(C.2)} : \quad F_C^x &= -F_B^x \\
\text{(C.7)} : \quad F_O^x &= F_A^x \\
\text{(C.8)} : \quad F_O^y &= F_A^y \\
\text{(C.9)} : \quad C &= RF_A^x\cos(\theta) + RF_A^y\sin(\theta) - I_v\ddot{\theta}
\end{aligned}$$

C.4 Résolution à régime fixe

Si les données sont le régime de rotation et la pression cylindre, le couple de freinage C est une inconnue. De plus, l'accélération angulaire du vilebrequin $\ddot{\theta}$ est nulle. On écrit le système de résolution en posant $\dot{\theta} = N$:

$$\begin{aligned}
F_B^y &= F_G^y - M_pR\left[\ddot{\varphi}\sin(\theta) + (\dot{\varphi} - N)N\cos(\theta)\right] \\
F_A^y &= F_B^y - M_bR\left[\ddot{\varphi}\frac{L_2}{L}\sin(\theta) + (\dot{\varphi}\frac{L_2}{L} - N)N\cos(\theta)\right] \\
F_B^x &= M_bR\frac{L_1L_2}{L^2}N^2\sin(\theta) + \frac{I_b\ddot{\varphi} - (L_1F_B^y + L_2F_A^y)\sin(\varphi)}{L\cos(\varphi)}
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
F_A^x &= F_B^x - M_b R \frac{L_1}{L} N^2 \sin(\theta) \\
F_C^x &= -F_B^x \\
F_O^x &= F_A^x \\
F_O^y &= F_A^y \\
C &= R F_A^x \cos(\theta) + R F_A^y \sin(\theta)
\end{aligned}
$$

Le problème peut alors être résolu pour n'importe quelle valeur de θ. Une application numérique est réalisée avec une pression cylindre mesurée sur l'un des postes d'un moteur Diesel à 4000tr/mn. Les paramètres géométriques et massiques utilisés sont ceux de ce même moteur. La pression cylindre injectée ainsi que le couple moteur $-C$ résultant sont tracés sur la figure C.2. Les efforts de liaison avec l'extérieur F_O^x, F_O^y et F_C^x obtenus avec la pression cylindre mesurée et avec une pression cylindre nulle (avec et sans charge) sont tracés sur la figure C.3. On note que le couple moteur moyen sans charge est bien sûr nul, tandis que le couple moyen avec charge obtenu est de 13Nm.

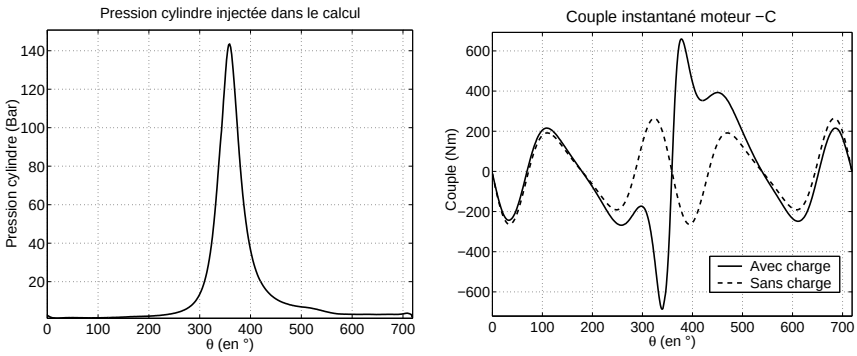


FIG. C.2 – Pression cylindre et couple moteur

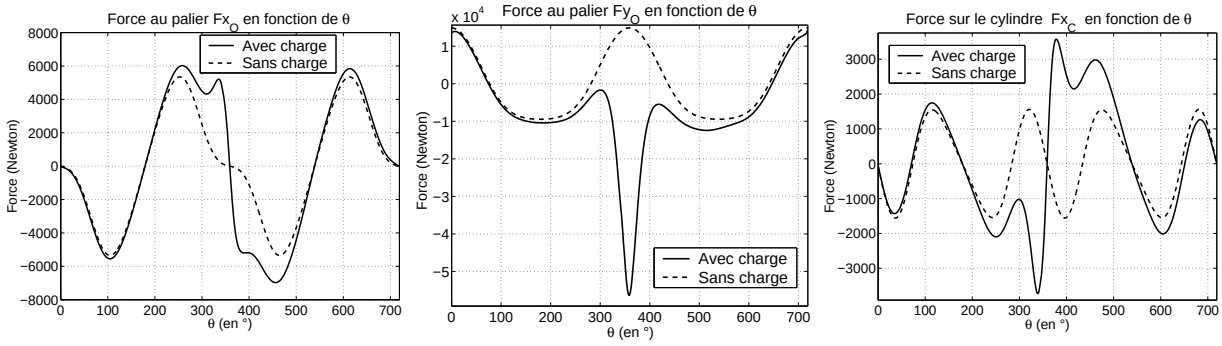


FIG. C.3 – Efforts du monocylindre aux liaisons avec l'exterieur

Annexe D

Paramètres massiques et géométriques de l'attelage mobile du F9Q718

D.1 Mesures triviales

Masses bielle et piston

- Masse du piston + axe : M_p = 0,776 kg
- Masse de la bielle : M_b = 0,713 kg

Rayon vilebrequin et entraxe bielle

- Rayon du vilebrequin : R = 0,047 m
- Entraxe de la bielle : L = 0,140 m

D.2 Position du centre d'inertie de la bielle

Les deux pesées suivantes sont réalisées :

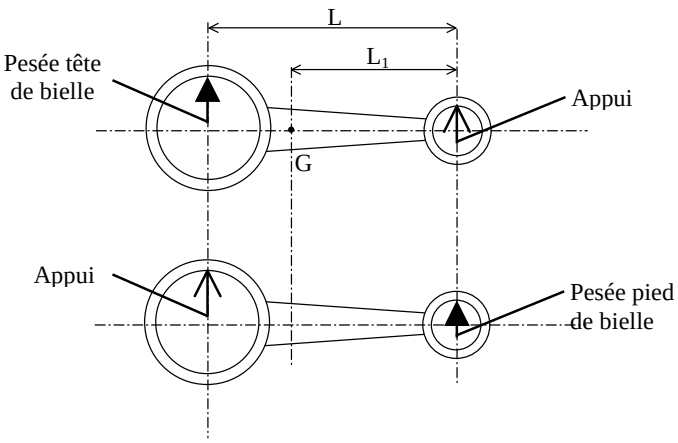


FIG. D.1 – Pesées effectuées sur la bielle

- Masse de tête de bielle : M_{bt} = 0,495 kg
- Masse de pied de bielle : M_{bp} = 0,218 kg

On vérifie $M_{bt} + M_{bp} = M_b$. Nous pouvons donc estimer la position du centre d'inertie de la bielle :

$$L_1 = L\frac{M_{bt}}{M_b} = 0,097m \tag{D.1}$$

D.3 Inertie de la bielle

L'inertie de la bielle est mesurée par pendulage. La bielle est posée en appui ponctuel sur l'intérieur de sa tête et un mouvement de pendulage lui est donné (cf. figure D.2). La fréquence du mouvement nous permet d'estimer l'inertie de la bielle.

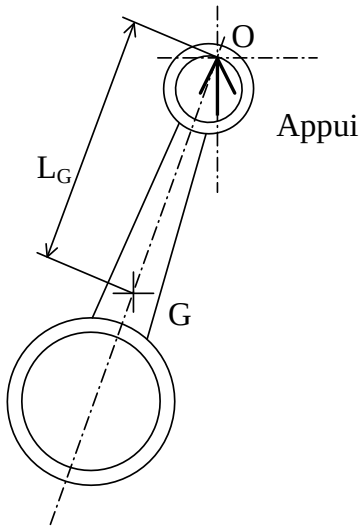


FIG. D.2 – Mesure de l'inertie de la bielle par pendulage

La période T du pendule peut être déterminée comme suit (cf. [SWO 84]) :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_{b(O)}}{gM_bL_G}} \tag{D.2}$$

avec $I_{b(O)}$ Inertie de la bielle au point d'appui O,
L_G distance entre le point d'appui O et le centre de gravité G,
et g l'accélération de la pesanteur.

En ramenant l'inertie de la bielle en G, on peut écrire

$$I_{b(G)} = \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 gM_bL_G - M_bL_G^2 \tag{D.3}$$

On compte 78,5 oscillations sur une minute. On en déduit $T = 60/78,5 = 0,764$ s.
On a $L_G = L_1 + r$ (r=14 mm rayon du pied de bielle). on en déduit la valeur de $I_{b(G)}$:

$$I_{b(G)} = 2,7.10^{-3}\text{kg.m}^2.$$

Annexe E

Résultats des calculs statiques du modèle de vilebrequin

Les nœuds du modèle de vilebrequin sont indexés comme suit :

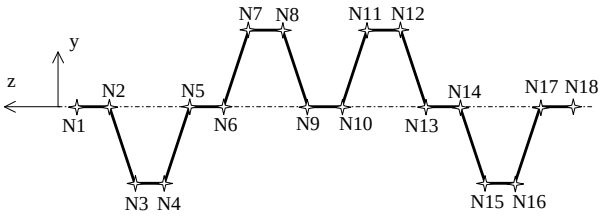


FIG. E.1 – Index des nœuds du modèle

Conditions aux limites :

- Nœuds N1, N2, N5, N6, N9, N10, N13, N14, N17 et N18 bloqués en translation sur $\overrightarrow{X_1}$ et $\overrightarrow{Y_1}$
- Nœuds N1 bloqué en rotation sur $\overrightarrow{Z_1}$

Le nœud considéré comme attenant au volant moteur est le nœud N1. Quatre calculs de statique sont réalisés pour les quatre postes. Un effort de 1N sur $\overrightarrow{X_1}$ et 1N sur $\overrightarrow{Y_1}$ est réparti sur les deux nœuds du poste considéré (N3 et N4 pour le poste 1 par exemple). On observe les réactions au niveau des blocages.

Les conventions suivantes sont adoptées pour les représentation d'efforts :

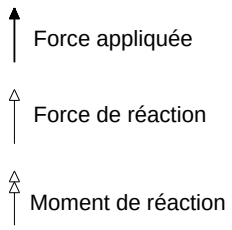


FIG. E.2 – Symboles utilisés pour la représentation des efforts

E.1 résultats du calcul au poste 1

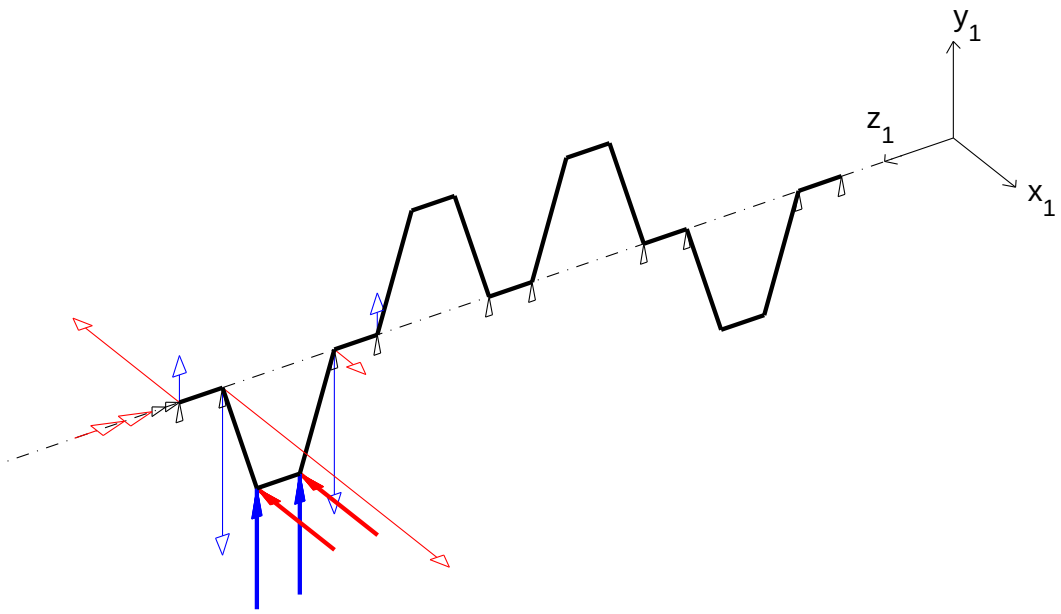


FIG. E.3 – Calcul statique au poste 1

Calcul statique au poste 1 - résultats			
Nœud	Force appliquée/$\overrightarrow{Y_1}$	Force appliquée/$\overrightarrow{X_1}$	
N3	0.500N	-0.500N	
N4	0.500N	-0.500N	
Nœud	Force de réaction/$\overrightarrow{Y_1}$	Force de réaction/$\overrightarrow{X_1}$	Moment de réaction/$\overrightarrow{Z_1}$
N1	0.194N	-0.685N	0.047Nm
N2	-0.693N	1.458N	0.000Nm
N5	-0.681N	0.203N	0.000Nm
N6	0.173N	0.023N	0.000Nm
N9	0.011N	0.000N	0.000Nm
N10	-0.003N	0.000N	0.000Nm
N13	0.000N	0.000N	0.000Nm
N14	0.000N	0.000N	0.000Nm
N17	0.000N	0.000N	0.000Nm
N18	0.000N	0.000N	0.000Nm

E.2 résultats du calcul au poste 2

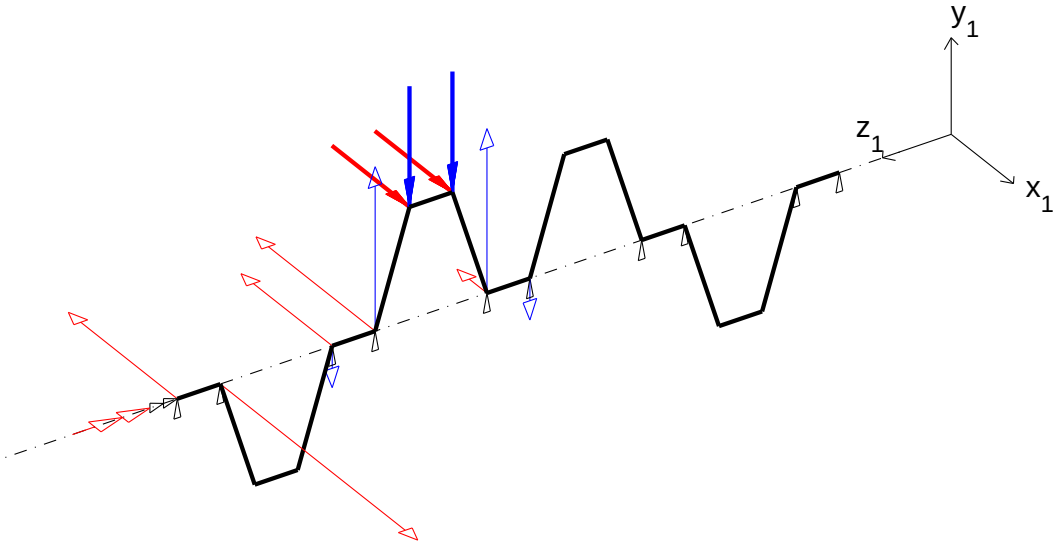


FIG. E.4 – Calcul statique au poste 2

Calcul statique au poste 2 - résultats			
Nœud	Force appliquée/$\overrightarrow{Y_1}$	Force appliquée/$\overrightarrow{X_1}$	
N7	-0.500N	0.500N	
N8	-0.500N	0.500N	
Nœud	Force de réaction/$\overrightarrow{Y_1}$	Force de réaction/$\overrightarrow{X_1}$	Moment de réaction/$\overrightarrow{Z_1}$
N1	0.004N	-0.702N	0.047Nm
N2	-0.011N	1.266N	0.000Nm
N5	-0.173N	-0.587N	0.000Nm
N6	0.680N	-0.767N	0.000Nm
N9	0.680N	-0.193N	0.000Nm
N10	-0.173N	-0.016N	0.000Nm
N13	-0.011N	0.000N	0.000Nm
N14	0.003N	0.000N	0.000Nm
N17	0.000N	0.000N	0.000Nm
N18	0.000N	0.000N	0.000Nm

E.3 résultats du calcul au poste 3

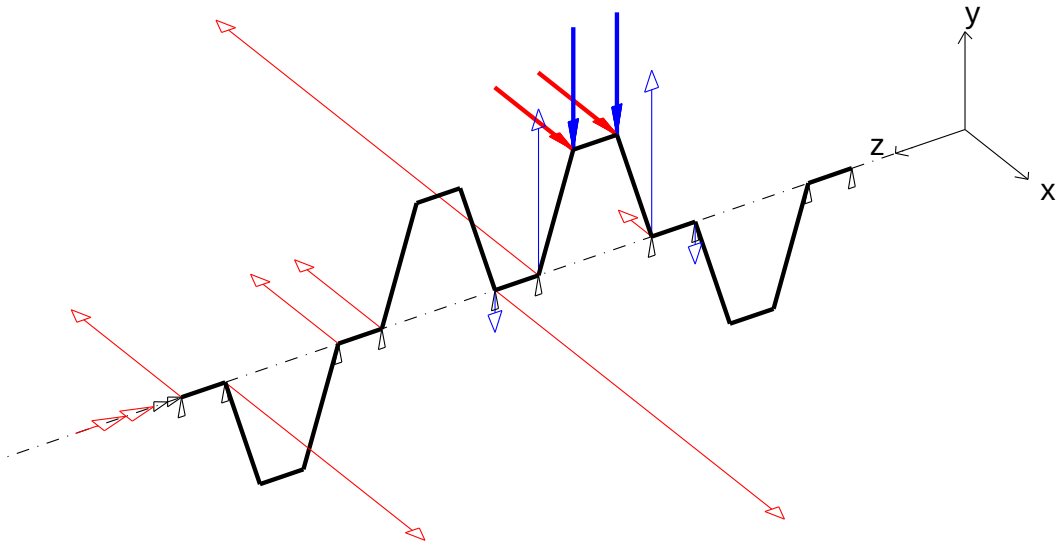


FIG. E.5 – Calcul statique au poste 3

Calcul statique au poste 3 - résultats			
Nœud	Force appliquée/$\overrightarrow{Y_1}$	Force appliquée/$\overrightarrow{X_1}$	
N11	-0.500N	0.500N	
N12	-0.500N	0.500N	
Nœud	Force de réaction/$\overrightarrow{Y_1}$	Force de réaction/$\overrightarrow{X_1}$	Moment de réaction/$\overrightarrow{Z_1}$
N1	0.000N	-0.702N	0.047Nm
N2	0.000N	1.266N	0.000Nm
N5	0.003N	-0.558N	0.000Nm
N6	-0.011N	-0.555N	0.000Nm
N9	-0.173N	1.843N	0.000Nm
N10	0.680N	-2.052N	0.000Nm
N13	0.680N	-0.212N	0.000Nm
N14	-0.173N	-0.029N	0.000Nm
N17	-0.011N	0.000N	0.000Nm
N18	0.004N	0.000N	0.000Nm

E.4 résultats du calcul au poste 4

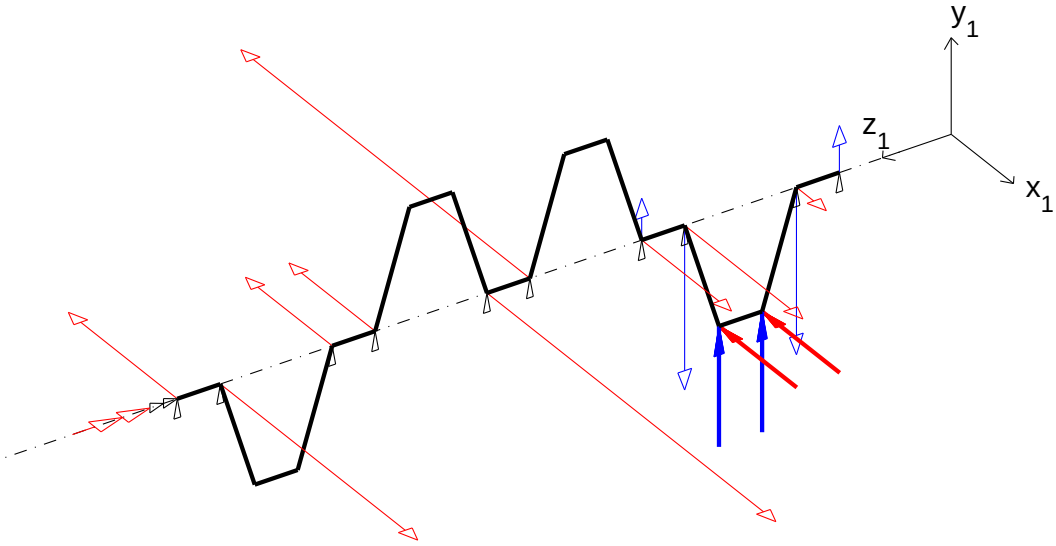


FIG. E.6 – Calcul statique au poste 4

Calcul statique au poste 4 - résultats			
Nœud	Force appliquée/$\overrightarrow{Y_1}$	Force appliquée/$\overrightarrow{X_1}$	
N3	0.500N	-0.500N	
N4	0.500N	-0.500N	
Nœud	Force de réaction/$\overrightarrow{Y_1}$	Force de réaction/$\overrightarrow{X_1}$	Moment de réaction/$\overrightarrow{Z_1}$
N1	0.000N	-0.702N	0.047Nm
N2	0.000N	1.266N	0.000Nm
N5	0.000N	-0.558N	0.000Nm
N6	0.000N	-0.555N	0.000Nm
N9	-0.003N	1.859N	0.000Nm
N10	0.011N	-1.859N	0.000Nm
N13	0.173N	0.578N	0.000Nm
N14	-0.681N	0.761N	0.000Nm
N17	-0.693N	0.192N	0.000Nm
N18	0.194N	0.017N	0.000Nm

E.5 Fonctions de transfert effort transmis au palier / effort appliqué au maneton

Les calculs statiques effectués nous permettent de construire des fonctions de transfert entre les efforts appliqués aux manetons et les efforts transmis aux paliers. Les 4 résultantes obtenus sur les deux nœuds représentatifs de chaque palier peuvent être transformées en un torseur comprenant 2 résultantes et 2 moments représentant les efforts transmis aux paliers. On peut finalement aboutir aux fonctions de transfert caractérisant le modèle de vilebrequin :

Transferts de type force transmise au palier sur l'axe x / force appliquée au poste sur l'axe x (sans unité)				
	F_{x1} Poste 1	F_{x1} Poste 2	F_{x1} Poste 3	F_{x1} Poste 4
F_{x1} palier 1	0.774	-0.564	-0.564	0.564
F_{x1} palier 2	0.226	1.354	1.113	-1.113
F_{x1} palier 3	0.001	0.209	0.209	0.000
F_{x1} palier 4	0.000	0.000	0.242	1.339
F_{x1} palier 5	0.000	0.000	0.001	0.209

Transferts de type moment transmis au palier sur l'axe $\overrightarrow{Y_1}$ / force appliquée au poste sur l'axe x (en cm)				
	F_{x1} Poste 1	F_{x1} Poste 2	F_{x1} Poste 3	F_{x1} Poste 4
M_{y1} palier 1	-2.678 cm	2.460 cm	2.460 cm	-2.460 cm
M_{y1} palier 2	0.225 cm	-0.225 cm	0.004 cm	-0.003 cm
M_{y1} palier 3	0.000 cm	0.221 cm	-4.869 cm	4.648 cm
M_{y1} palier 4	0.000 cm	0.000 cm	0.229 cm	-0.229 cm
M_{y1} palier 5	0.000 cm	0.000 cm	0.000 cm	0.218 cm

Transferts de type force transmise au palier sur l'axe $\overrightarrow{Y_1}$ / force appliquée au poste sur l'axe $\overrightarrow{Y_1}$ (sans unité)				
	F_{y1} Poste 1	F_{y1} Poste 2	F_{y1} Poste 3	F_{y1} Poste 4
F_{y1} palier 1	0.499	-0.007	0.000	0.000
F_{y1} palier 2	0.508	0.507	-0.007	0.000
F_{y1} palier 3	-0.007	0.507	0.507	-0.007
F_{y1} palier 4	0.000	-0.007	0.507	0.508
F_{y1} palier 5	0.000	0.000	-0.007	0.499

Transferts de type moment transmis au palier sur l'axe $\overrightarrow{X_1}$ / force appliquée au poste sur l'axe $\overrightarrow{Y_1}$ (en cm)				
	F_{y1} Poste 1	F_{y1} Poste 2	F_{y1} Poste 3	F_{y1} Poste 4
M_{x1} palier 1	1.109 cm	-0.018 cm	0.000 cm	0.000 cm
M_{x1} palier 2	-1.068 cm	1.066 cm	-0.018 cm	0.000 cm
M_{x1} palier 3	0.018 cm	-1.066 cm	1.066 cm	-0.018 cm
M_{x1} palier 4	0.000 cm	0.018 cm	-1.066 cm	1.068 cm
M_{x1} palier 5	0.000 cm	0.000 cm	0.018 cm	-1.109 cm

Annexe F

Placement des capteurs

indice	Emplacement	axe
5	Chapeau du palier n°1 (carter d'huile)	y
6	Chapeau du palier n°1 (carter d'huile)	z
7	Chapeau du palier n°2	x
8	Chapeau du palier n°2	y
9	Chapeau du palier n°2	z
10	Chapeau du palier n°3	x
11	Chapeau du palier n°3	y
12	Chapeau du palier n°3	z
13	Chapeau du palier n°4	y
14	Chapeau du palier n°4	x
15	Chapeau du palier n°4	y
16	Chapeau du palier n°5	z
17	Chapeau du palier n°5	x
18	Chapeau du palier n°5	y
19	Jupe face turbo coté boite	x
20	Jupe face turbo centre	x
21	Jupe face turbo coté courroie	x
22	Jupe face accessoires coté boite	x
23	Jupe face accessoires coté centre	x
24	Jupe face accessoires coté courroie (couvre-vilebrequin)	x
25	Carter cylindre face turbo poste 1	x
26	Carter cylindre face turbo poste 2	x
27	Carter cylindre face turbo poste 3	x
28	Carter cylindre face turbo poste 4	x
29	Carter cylindre face accessoires poste 1	x
30	Carter cylindre face accessoires poste 2	x
31	Carter cylindre face accessoires poste 3	x
32	Culasse	y

Définition des axes :
- axe x horizontal (perpendiculaire à l'axe vilebrequin)
- axe y vertical (parallèle aux axes des fûts)
- axe z horizontal (parallèle à l'axe vilebrequin)

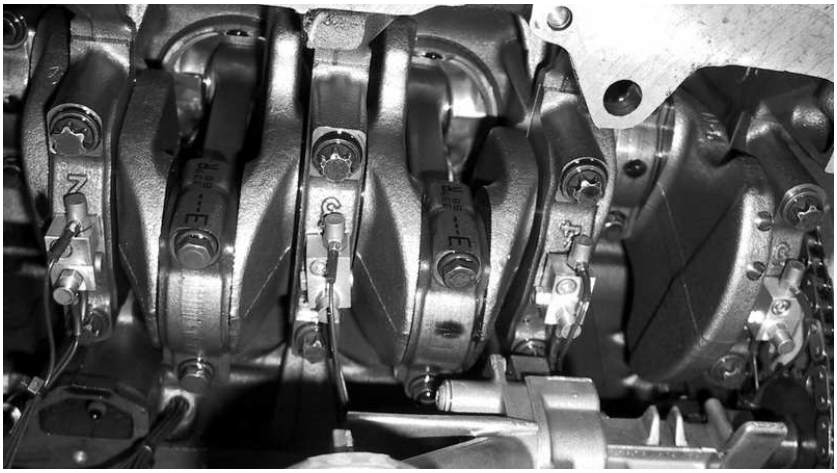


FIG. F.1 – Capteurs n°7 à 18 aux paliers n°2,3,4,5 sur 3 axes

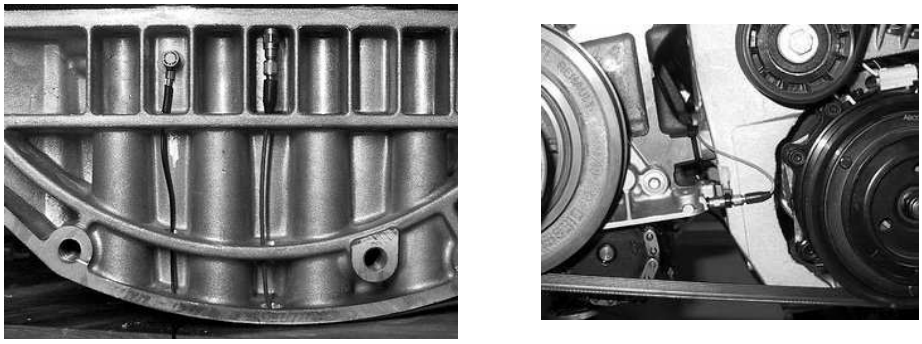


FIG. F.2 – A gauche capteurs n°5 et 6 (palier n°1 sur y et z) à droite capteur n°24 sur la jupe

FIG. F.3 – Capteurs n°19,20 et 21 sur la jupe coté turbo

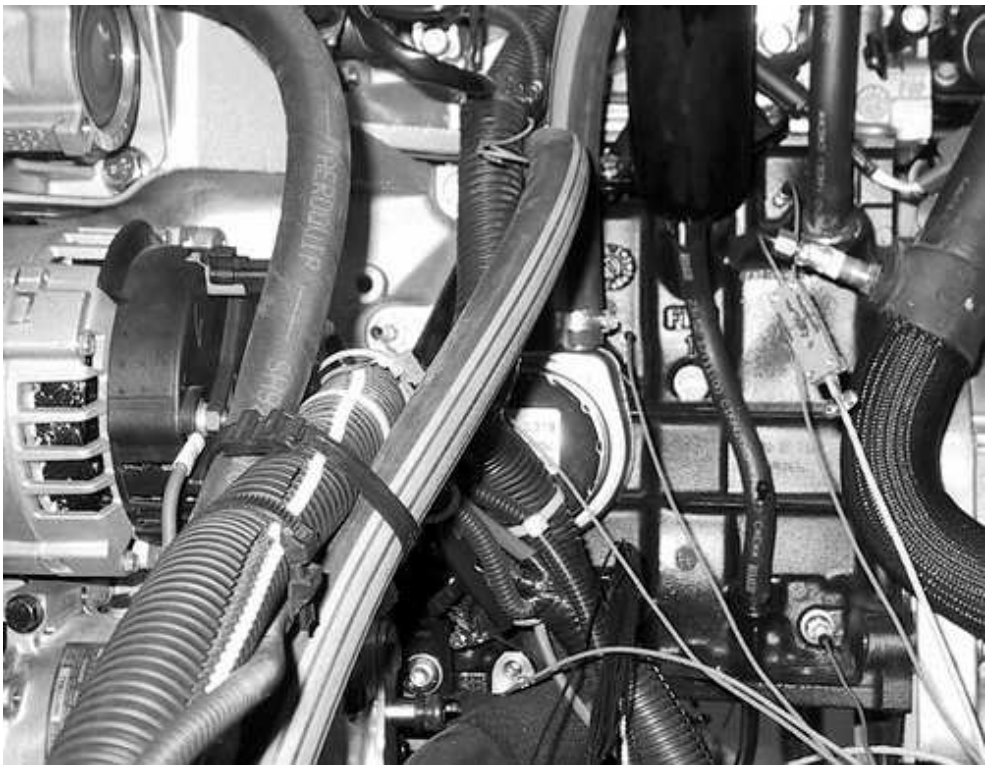


FIG. F.4 – Capteurs n°22 et 23 sur la jupe et 27 à 29 en face des fûts 1 à 3 coté accessoires

FIG. F.5 – Capteurs n°25 à 28 en face des fûts coté poussée (face turbo)

Annexe G

Courbes caractéristiques du moteur F9Q - couple et puissance à pleine charge

Les deux courbes tracées dans cette annexe représentent le couple et la puissance fournis par le moteur à pleine charge en fonction du régime. Le couple exercé par le moteur est mesuré au niveau du frein de puissance, dont le stator est bloqué en rotation par l'intermédiaire d'un bras de levier muni d'un capteur de force. La puissance résulte du produit du couple mesuré par la vitesse de rotation du rotor. Pour chaque abscisse des courbes, la consigne d'accélérateur est au maximum. La consigne de régime est donnée au frein qui dissipe automatiquement la quantité d'énergie nécessaire pour ne pas dépasser la consigne. 35 points de mesure sont réalisés, de 1000 à 4500 tr/mn par pas de 100 tr/mn.

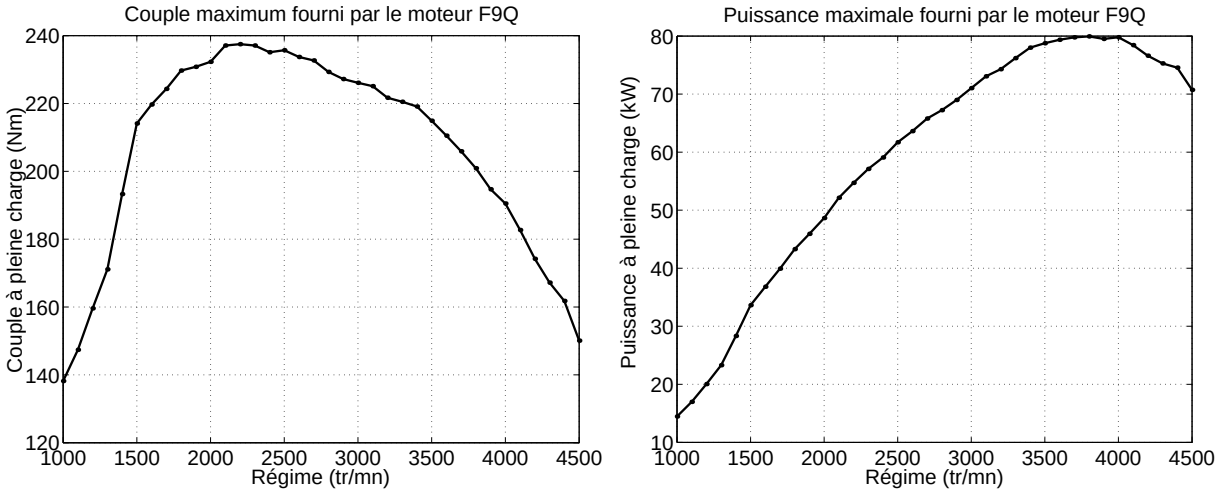


FIG. G.1 – Couple (à gauche) et puissance (à droite) fournis à pleine charge

Bibliographie

[ABRT 80] ALPINI A., BUSSO M., RUSPA G. et TURINO G. Analysis techniques of combustion noise and vibrations in Diesel engines. *S.A.E. Technical paper series*, 1980, n°800406.

[AIK+ 00] AOYAMA T., INAGAKI M., KAWAMOTO A., MORI N. et IKEURA O. Analysis of main bearing force and cylinder block vibration related to engine air borne noise. *Technical Notes JSAE Review*, 2000, vol 21, p 385–416.

[ALB 95] ALBRIGHT M.F. Conditioned source analysis, a technique for multiple input system identification with application to combustion energy separation in piston engines. *S.A.E. Technical paper series*, 1995, n°951376.

[ALF 77] ALFREDSON R.J. The partial coherence technique for source identification on a Diesel engine. *Journal of Sound and Vibration*, 1977, vol 55, n°4, p 487–494.

[ANT 00] ANTONI J. *Apports de l'échantillonnage angulaire et de la cyclostationnarité au diagnostic par analyse vibratoire des moteurs thermiques*. Thèse, Institut National Polytechnique de Grenoble, Grenoble, 2000, 220 p.

[AUD 94] AUDEBERT S. *Evaluation comparative de différentes méthodes d'inversion*. Collection de notes internes de la direction des etudes et recherches, EDF, 1994.

[BEN 76] BENDAT J.S. Solutions for the multiple input/output problem. *Journal of Sound and Vibration*, 1976, vol 44, n°3, p 311–325.

[BF 79] BARTLETT F.D. et FLANNELLY W.G. Model verification of force determination for measuring vibratory loads. *Journal of the American Helicopter Society*, 1979, vol 24, p 10–18.

[BLA 97] BLAU M. Indirect force spectra identification by FRF matrix inversion : a reliable approach based on quantitative error models. **In :** Proceedings of Inter-Noise 97, Budapest, Hungary, 1997.

[BLA 99] BLAU M. Indirect measurement of multiple excitation force spectra by FRF matrix inversion : influence of errors in statistical estimates of FRFs and response spectra. *Acta Acustica*, 1999, vol 85, p 464–479.

[BLA 00] BLAU M. Inverse force synthesis : state of the art and future research. **In :** Proceedings of Inter-Noise 2000, Nice, France, 2000.

[BON 91] BONNET M. A numerical investigation for a source inverse problem in linear acoustics. *Journal d'Acoustique*, 1991, vol 4, p 307–334.

[BP 80] BENDAT J.S. et PIERSOL A.G. *Engineering applications of correlation and spectral analysis*. New York : Wiley-Interscience, 1980, 302 p.

[BR 88] BELL R.G. et RODEMAN R. External force estimation from transient response data. **In :** Proceedings of IMAC 6, Kissimmee, FL, USA, 1988.

[BT 87] BUSBY H.R. et TRUJILLO D.M. Solution of an inverse dynamic problem using an eigenvalue reduction technique. *Computers and Structures*, 1987, vol 25, n°1, p 109–117.

[BT 97] BUSBY H.R. et TRUJILLO D.M. Optimal regularization of an inverse dynamics problem. *Computers and Structures*, 1997, vol 63, n°2, p 243–248.

[CAK 02] CHO S.H., AHN S.T. et KIM Y.H. A simple model to estimate the impact force induced by piston slap. *Journal of Sound and Vibration*, 2002, vol 255, n°2, p 229–242.

[CCH 75] CHUNG J.Y., CROCKER M.J. et HAMILTON J.F. Measurement of frequency reponses and the multiple coherence function of the noise-generation system of a Diesel engine. *Journal of the Acoustical Society of America*, 1975, vol 58, n°3, p 635–642.

[CDS 96] CASSINI G.D., D'AMBROGLIO W. et SESTIERI A. Frequency domain vs. cepstrum technique for machinery diagnostics and input waveform reconstruction. **In :** Proceedings of ISMA 21, Leuven, Belgium, 1996.

[CLWH 97] CHEN S., LUO Q., WAGSTAFF P.R. et HENRIO J.-C. Caractérisation des forces dynamiques de coupe en usinage à l'aide des mesures indirectes. **In :** Actes du 4e Congrès Français d'Acoustique, Marseille, France, 1997.

[CMPO 96] CARNIEL X., MADE C., PASCAL J.C. et OTTE D. Study of transmission paths of vibratory energy by the principal component analysis. **In :** Proceedings of ISMA 21, Leuven, Belgium, 1996.

[DB 96] DUMBACHER S.M. et BROWN D.L. Source imaging of irregularly shaped surfaces using inverse FRF method. **In :** Proceedings of ISMA 21, Leuven, Belgium, 1996.

[DBHW 95] DUMBACHER S., BLOUGH J., HALLMAN D. et WANG P. Source identification using acoustic array techniques. *S.A.E. Technical paper series*, 1995, n°951360.

[DES 87] DESANGHERE G. *Identification and quantification of noise and vibration sources using frequency response and coherence functions*. Thèse, Katholieke Univesiteit, Leuven, Belgium, 1987, 359 p.

[DGP 82] DIXON J., GROVER E.C. et PRIEDE T. Simulation of combustion induced noise in a non-running engine structure by impulsive hydraulic excitation. *S.A.E. Technical paper series*, 1982, n°820364.

[DM 79] DEJONG R.G. et MANNING J.E. Modeling of vibration transmission in engines to achieve noise reduction. *S.A.E. Technical paper series*, 1979, n°790360.

[DP 80] DEJONG R.G. et PARSONS N.E. High frequency vibration transmission through the moving parts of an engine. *S.A.E. Technical paper series*, 1980, n°800405.

[DR 75] DODDS C.J. et ROBSON J.D. Partial coherence in multivariate random process. *Journal of Sound and Vibration*, 1975, vol 42, n°2, p 243–249.

[DR 90] DOBSON B.J. et RIDER E. A review of the indirect calculation of excitation forces from measured structural response data. *Journal of mechanical engineering science*, 1990, vol 204, p 69–75.

[DS 85] DESANGHERE G. et SNOEYS R. Indirect identification of excitation forces by modal coordinate transformation. **In :** Proceedings of IMAC 3, Orlando, FL, USA, 1985.

[DVHVDL 92] DE VIS D., HENDRICX W. et VAN DER LINDEN P.J.G. Development and integration of an advanced unified approach to structure borne noise analysis. **In :** Proceedings of the 2nd International Conference on Vehicle Comfort : Ergonomics, Vibrational, Noise and Thermal Aspects, Bologna, Italy, 1992.

[EJR 88] ELLIOTT K.B., JUANG J.-N. et ROBINSON J. Force prediction using singular value decomposition. **In :** Proceedings of IMAC 6, Kissimmee, FL, USA, 1988.

[FAB 86] FABUNMI J.A. Effects of structural modes on vibratory force determination by the pseudo-inverse technique. *AIAA Journal*, 1986, vol 24, n°3, p 504–509.

[FAB 87] FABUNMI J.A. Feasibility of dynamic load determination from measured mobilities. **In :** Proceedings of SEM Spring Conference on Experimental Mechanics, Houston, TX, USA, 1987.

[FM 95] FRISWELL M.I. et MOTTERSHEAD J.E. *Finite Element Model Updating in Structural Dynamics*. Dordrecht : Kluwer Academic Publishers, 1995, 286 p.

[FS 90] FREGOLENT A. et SESTIERI A. Assesment of procedures for force identification from experimental resonse. **In :** Proceedings of ISMA 15, Leuven, Belgium, 1990.

[FS 96] FREGOLENT A. et SESTIERI A. Force identification from vibration measurements in the wavenumber domain. **In :** Proceedings of ISMA 21, Leuven, Belgium, 1996.

[GL 73] GROVER E.C. et LALOR N. A review of low noise Diesel engine design at i.s.v.r. *Journal of Sound and Vibration*, 1973, vol 28, n°3, p 403–431.

[GP 99] GRANGER S. et PEROTIN L. An inverse method for the identification of a distributed random excitation acting on a vibrating structure part 1 : theory. *Journal of Mechanical System and Signal Processing*, 1999, vol 13, n°1, p 53–65.

[GPDS 02] GUILLAUME P., PARLOO E. et DE SITTER G. Source identification from noisy response measurements using an iterative weighted pseudo-inverse approach. **In :** proceedings of ISMA 2002, Leuven, Belgium, September 2002.

[GR 99] GAO Y. et RANDALL R.B. Reconstruction of Diesel engine cylinder pressure using a time domain smoothing technique. *Journal of Mechanical System and Signal Processing*, 1999, vol 13, n°5, p 709–722.

[GSLHB 01] GUYADER G., SAINT-LOUBRY B., HAMZAOUI N. et BOISSON C. Assesment of vibratory transfers for the sound synthesis of combustion noise. **In :** proceedings of ICA 17, Rome, Italie, 2001.

[GUY 02] GUYADER J.-L. *Vibration des milieux continus*. Paris : Hermès Sciences, 2002, 442 p.

[GVL 80] GOLUB G.H. et VAN LOAN C.F. An analysis of the total least squares problem. *SIAM Journal of numerical analysis*, 1980, vol 17, n°6, p 883–893.

[GVL 83] GOLUB G.H. et VAN LOAN C.F. *Matrix computation*. Baltimore, MD : Johns Hopkins University Press, 1983, 476 p.

[GWHL 95] GIANGRECO C., WAGSTAFF P.R., HENRIO J.C. et LANGLOIS E. Use of conditioned spectra to differentiate between flow noise and machinery noise. **In :** Proceedings of Inter-Noise 95, Newport Beach, CA, USA, July 1995.

[HAD 02] HADAMARD J. Sur les problèmes aux dérivées partielles et leur signification physique. *Princeton University Bulletin*, 1902, p 49–52.

[HAD 95] HADDAD S.D. Theoretical treatment of piston motion in i.c. piston engine for the prediction of piston slap excitation. *Mech. Mach. Theory*, 1995, vol 30, n°2, p 253–269.

[HAN] HANSEN P.C. *The L-Curve and its Use in the Numerical Treatment of Inverse Problems* **[En ligne]**. Disponible sur `http://citeseer.nj.nec.com/196586.html` (consulté le 16.09.2003).

[HB 92] HALLMAN D. et BOLTON J.S. A signal processing technique to identify the number of incoherent sources in a system. **In :** Proceedings of Inter-Noise 92, Toronto, Canada, July 1992.

[HC 02] HALD J. et CHRISTENSEN J.J. A class of optimal broadband phased array geometries designed for easy construction. **In :** proceedings of Inter-Noise 2002, Dearborn, MI, USA, 2002.

[HCDV 97] HADJIT R., CONTI C., DEHOMBREUX P. et VERLINDEN O. Exploitation des réponses en fonctionnement en vue de l'identification des forces d'excitation agissant sur des structures mécaniques. **In :** Actes du 3e Colloque National en Calcul des Structures, Giens, France, 1997.

[HE 84] HILLARY B. et EWINS D.J. The use of strain gauges in force determination and frequency response function measurements. **In :** Proceedings of IMAC 2, Orlando, FL, USA, 1984.

[HEN 94] HENDRICX W. Accurate vehicle FRF measurements for indirect force determination based upon matrix inversion. **In :** Proceedings of ISMA 19, Lenven, Belgium, 1994.

[HFS 78] HICKLING R., FELDMAIER D.A. et SUNG S.H. Knock-induced cavity resonances in open chamber Diesel engines. *Journal of the Acoustical Society of America*, 1978, vol 65, n°6, p 1474–1479.

[HH 80] HADDAD S.D. et HOWARD D.A. Analysis of piston slap-induced noise and assessment of some methods of control in Diesel engines. *S.A.E. Technical paper series*, 1980, n°800517.

[HN 03] HOLLAND K.R. et NELSON P.A. Sound source characterisation : the focussed beamformer vs the inverse method. **In :** proceedings of ICSV 10, Stockholm, Sweden, 2003.

[HP 74] HADDAD S.D. et PULLEN H.L. piston slap as a source of noise and vibration in Diesel engine. *Journal of Sound and Vibration*, 1974, vol 34, n°2, p 249–260.

[HS 90] HANSEN M. et STARKEY J.M. On predicting and improving the condition of modal-model-based indirect force measurement algorithms. **In :** Proceedings of IMAC 8, Orlando, USA, January 1990.

[HSH 79] HAYES P.A., SEYBERT A.F. et HAMILTON J.F. A coherence model for piston-impact generated noise. *S.A.E. Technical paper series*, 1979, n°790274.

[HSTU 81] HAYASHI Y., SUGIHARA K., TODA A. et USHIJIMA Y. Analytical study on engine vibration transfer characteristics using single-shot combustion. *S.A.E. Technical paper series*, 1981, n°810403.

[HT 95] HADDAD S.D. et TJAN K.-T. An analytical study of offset piston and crankshaft designs and the effect of oil film on piston slap excitation in a Diesel engine. *Mech. Mach. Theory*, 1995, vol 30, n°2, p 271–284.

[HV 93] HENDRICX W. et VANDENBROEK D. Suspension analysis in view of road noise optimization. *S.A.E. Technical paper series*, 1993, n°931343.

[HW 90] HAN M.C. et WICKS A.L. Force determination with slope and strain response measurement. **In :** Proceedings of IMAC 8, Orlando, USA, January 1990.

[IBR 88] IBRAHIM S.R. The condition of matrix inversion in modal analysis. **In :** Proceedings of ISMA 13, Leuven, Belgium, 1988.

[IHK 81] ISHIHAMA M., HAYASHI Y. et KUBOZUKA T. an analysis of the movement of the crankshaft journals during engine firing. *S.A.E. Technical paper series*, 1981, n°810772.

[IMB 79] IMBERT J.F. *Analyse des structures par éléments finis*. Toulouse : Cepadues, 1979, 475 p.

[JBH 03] JACQUELIN E., BENNANI A. et HAMELIN P. Force reconstruction : analysis and regularization of a deconvolution problem. *Journal of Sound and Vibration*, 2003, vol 265, n°1, p 81–107.

[JBHW 93] JIN M., BOUIZEM B., HENRIO J.C. et WAGSTAFF P.R. Noise source identification using different structural measurement techniques. **In :** Proceedings of the Institute of Acoustics, volume 15, part 3, Southampton, UK, 1993.

[JV 00] JANSSENS M.H.A. et VERHEIJ J.W. A pseudo-forces methodology to be used in characterization of structure-borne sound sources. *Applied Acoustics*, 2000, vol 61, n°3, p 285–308.

[JVL 02] JANSSENS M.H.A., VERHEIJ J.W. et LOYAU T. Experimental example of the pseudo-forces method used in characterization of a structure-borne sound source. *Applied Acoustics*, 2002, vol 63, p 9–34.

[JVT 99] JANSSENS M.H.A., VERHEIJ J.W. et THOMPSON D.J. The use of an equivalent forces method for the experimental quantification of structural sound transmission in ships. *Journal of Sound and Vibration*, 1999, vol 226, n°2, p 305–328.

[JW 68] JENKINS G.M. et WATTS D.G. *Spectral analysis and its applications*. San Francisco : Holden-Day, 1968, 523 p.

[KH 96] KROMULSKY J. et HOJAN E. An application of two experimental modal analysis methods for the determination of operational deflection shapes. *Journal of Sound and Vibration*, 1996, vol 196, n°4, p 429–438.

[KOJ 89] KOJIMA N. An evaluation of combustion noise generation in Diesel engine structure. *S.A.E. Technical paper series*, 1989, n°890126.

[KOY 90] KANDA H., OKUBO M. et YONEZAWA T. Analysis of noise sources and their transfer paths in Diesel engines. *S.A.E. Technical paper series*, 1990, n°900014.

[KS 95] KAMP H. et SPERMANN J. New methods of evaluating and improving piston related noise in internal combustion engines. *S.A.E. Technical paper series*, 1995, n°951238.

[KVKK 99] KURMANIAK C.V., VAN KARSEN C. et KELLEY W.R. Application of indirect force estimation techniques to the automotive transfer case. *S.A.E. Technical paper series*, 1999, n°1999-01-1764.

[KWN 02] KIM J.T, WATERS T.P. et NELSON P.A. Numerical modelling of vibration sources in hard disk drive by inverse methods. **In :** proceedings of the International Conference on structural dynamic Modelling, Funchal, Portugal, June 2002.

[LAN 61] LANCZOS C. *Linear differential operators*. London : DOVER publications, 1961, 564 p.

[LEM 88] LEMBREGTS F. *Frequency Domain Identification Techniques for Experimental Multiple Input Modal Analysis*. Thèse, Katholieke Universiteit, Leuven, 1988, 213 p.

[LEW 93] LEWIT M. Reciprocal measurement of mechanical input power with the equivalent force approach. **In :** Proceedings of the 4th International Congress on Intensity Techniques, Senlis, France, 1993.

[LG 99] LAULAGNET B et GODOY A. *pot d'excitation vibratoire multiforce par voie acoustique*. brevet FR9906900, 1999.

[LH 74] LAWSON C.L. et HANSON R.J. *Solving Least Squares Problems*. Englewood Cliffs, NJ : Prentice Hall, 1974, 337 p.

[LH 75] LEIPOLD F.W. et HARDENBERG H.O. Noise, emissions and performance of the Diesel engine—a comparison between di and idi combustion systems. *S.A.E. Technical paper series*, 1975, n°750796.

[LMS 96] LMS International. *Modal Analysis Rev 3.4, LMS CADA-X User Manual*, 1996.

[LP 92] LIM T.W. et PILKEY W.D. A solution to the inverse dynamics problem for lightly damped flexible structures using a model approach. *Computers and Structures*, 1992, p 53–59.

[LP 94] LEE J.K. et PARK Y.-S. Response selection and dynamic damper application to improve the identification of multiple input forces of narrow frequency band. *Journal of Mechanical System and Signal Processing*, 1994, vol 8, n°6, p 649–664.

[LP 95] LEE J.K. et PARK Y.-S. Error analysis of indirect force determination and a regularization method to reduce force determination error. *Journal of Mechanical System and Signal Processing*, 1995, vol 9, n°6, p 615–633.

[LPC 95] LI J.-F., PASCAL J.C. et CARLES C. Reconstruction of partially coherent sources by use of principal component analysis. **In :** Proceedings of Inter-Noise 95, Newport Beach, CA, USA, 1995.

[LPLP 02a] LECLERE Q., PEZERAT C., LAULAGNET B. et POLAC L. Reconstitution de forces dynamiques stationnaires excitant un carter cylindre de moteur. *Acoustique et Techniques*, 2002, n°31, p 16–20.

[LPLP 02b] LECLERE Q., PEZERAT C., LAULAGNET B. et POLAC L. Reconstitution of stationary forces exciting an engine cylinder block. **In :** proceedings of Inter-Noise 2002, Dearborn, MI, USA, August 2002.

[LPLP 03a] LECLERE Q., PEZERAT C., LAULAGNET B. et POLAC L. Different least squares approaches to identify dynamic forces acting on an engine cylinder block. *Acta Acustica (à paraître)*, 2003.

[LPLP 03b] LECLERE Q., PEZERAT C., LAULAGNET B. et POLAC L. Different least squares approaches to solve indirect force measurement problems. **In :** proceedings of Euro-Noise 2003, Naples, Italy, 2003.

[LUC 00] LUCARINI V. *Total Least Squares* **[En ligne]**. Disponible sur `http://www.mit.edu/people/lucarini/www/lsquares.pdf` (consulté le 16.09.2003), 2000.

[MF 97] MARQUIS-FAVRE C. *Construction de la fonction de transfert vibroacoustique pour la prédiction du rayonnement acoustique d'une structure sur site*. Thèse, Institut National des Sciences Appliquées, Lyon, 1997.

[MKS 76] MURAYAMA T., KOJIMA N. et SATOMI Y. A simulation of Diesel engine combustion noise. *S.A.E. Technical paper series*, 1976, n°760552.

[MSW 94] MAS P., SAS P. et WYCKAERT K. Indirect force identification based upon impedance matrix inversion : a study on statistical and deterministical accuracy. **In :** Proceedings of ISMA 19, Leuven, Belgium, September 1994.

[MWL 85] MAYNARD J.D., WILLIAMS E.G. et LEE Y. Nearfield acoustic holography : I. theory of generalized holography and the development of NAH. *Journal of the Acoustical Society of America*, 1985, vol 78, n°4, p 1395–1413.

[NEU 98] NEUMAIER A. Solving ill-conditioned and singular linear systems : A tutorial on regularization. *SIAM Review*, 1998, vol 40, n°3, p 636–666.

[NOI 69] NOISEUX D.U. Measurement of power flow in uniform beams and plates. *Journal of the Acoustical Society of America*, 1969, vol 47, n°1 (Part 2), p 238–247.

[NY 98] NELSON P.A. et YOON S.H. *Estimation of acoustic source strength by inverse methods : Part I : Conditioning of the inverse problem.* Rapport technique, Institute of Sound and Vibration Research, 1998.

[NY 00] NELSON P.A. et YOON S.H. Estimation of acoustic source strength by inverse methods : Part 1, conditioning of the problem. *Journal of Sound and Vibration*, 2000, vol 233, n°4, p 643–668.

[NYA 97] NAKADA T., YAMAMOTO A. et ABE T. A numerical approach for piston secondary motion analysis and its application to the piston related noise. *S.A.E. Technical paper series*, 1997, n°972043.

[NYS 99] NAKASHIMA K., YAJIMA Y. et SUZUKI K. Approach to minimization of piston slap force for noise reduction - investigation of piston slap force by numerical simulation. *JSAE Review*, 1999, vol 20, p 211–216.

[OBS 99] OBSERVATOIRE FRANCAIS DES TECHNIQUES AVANCEES . *Problèmes inverses, de l'expérimentation à la modélisation.* Paris : Tec & Doc, 1999, 231 p.

[OK 88] OKUBO N. et KUMAZAWA K. Application of principal spectrum analysis to identify the vibration sources. **In :** Proceedings of ISMA 13, Leuven, Belgium, 1988.

[OKY 89] OKUBO M., KANDA H. et YONEZAWA T. Analysis and reduction of piston slap noise in Diesel engines. *S.A.E. Technical paper series*, 1989, n°890127.

[OLHO 90] OTTE D., LEURIDAN J., HERMANSKI M. et OSTHOLT H. The use of principal component analysis and operating deflection shapes for noise problem identification on a combine harvester. **In :** Proceedings of ISMA 15, Lenven, Belgium, 1990.

[ON 99] OZAWA H. et NAKADA T. Pseudo cylinder pressure excitation for analysing the noise characteristics of the engine structure. *JSAE Review*, 1999, vol 20, p 67–72.

[OSVDP 88] OTTE D., SAS P. et VAN DE PONSEELE P. Noise source identification by use of principal component analysis. **In :** Proceedings of inter-noise 88, Avignon, France, 1988.

[OTT 94] OTTE D. *Development and evaluation of singular value analysis methodologies for studying multivariate noise and vibration problems*. Thèse, Katholieke Universiteit, LEUVEN, 1994, 304 p.

[PAV 76] PAVIC G. Measurement of structure borne wave intensity, part 1 : Formulation of the methods. *Journal of the Acoustical Society of America*, 1976, vol 49, n°2, p 221–230.

[PB 86] PRICE S.M. et BERNHARD R.J. Virtual coherence : A digital signal processing technique for incoherent source identification. **In :** Proceedings of IMAC 4, Schenectady, NY, USA, 1986.

[PBGG 85] PRIEDE T., BAKER J.M., GROVER E.C. et GHAZY R. Characteristics of exciting forces and structural response of turbocharged Diesel engines. *S.A.E. Technical paper series*, 1985, n°850972.

[PCCS 93] PASCAL J.-C., CARNIEL X., CHALVIDAN V. et SMIGIELSKI P. Determination of structural intensity and mechanical excitation using holographic interferometry. **In :** Proceedings of the 4th International Congress on Intensity Techniques, Senlis, France, 1993.

[PG 95] PEZERAT C. et GUYADER J.-L. Two inverse methods for localization of external sources exciting a beam. *Acta Acustica*, 1995, vol 3, p 1–10.

[PG 96] PEZERAT C. et GUYADER J.-L. Localisation d'efforts appliqués sur des structures minces ; régularisation du problème inverse. *Revue Française de Mécanique*, 1996, vol 1, p 49–55.

[PG 99] PEROTIN L. et GRANGER S. An inverse method for the identification of a distributed random excitation acting on a vibrating structure part 2 : Flow-induced vibration application. *Journal of Mechanical System and Signal Processing*, 1999, vol 13, n°1, p 67–81.

[POT 77] POTTER R. Matrix formulation of multiple and partial coherence. *Journal of the Acoustical Society of America*, 1977, vol 61, n°3, p 776–781.

[PRI 79] PRIEDE T. Problems and developments in automotive engine noise research. *S.A.E. Technical paper series*, 1979, n°790205.

[PRI 80] PRIEDE T. In search of origins of engine noise - an historical review. *S.A.E. Technical paper series*, 1980, n°800234.

[PS 84] POWELL R.E. et SEERING W. Multichannel structural inverse filtering. *Journal of vibation, acoustics, stress, and reliability in design*, 1984, vol 106, p 22–28.

[PSL 79] PISCHINGER F.F., SCHMILLEN K.P. et LEIPOLD F.W. A new measuring method for the direct determination of Diesel engine combustion noise. *S.A.E. Technical paper series*, 1979, n°790267.

[RB 92] ROGGENKAMP T.J. et BERNHARD R.J. Indirect experimental determination of coherent force/pressure excitations of structural/acoustic system. **In :** Proceedings of Inter-Noise 92, Toronto, Canada, 1992.

[RB 93] ROGGENKAMP T.J. et BERNHARD R.J. Indirect measurement of multiple random force spectra. **In :** Proceedings of Inter-Noise 93, Leuven, Belgium, 1993.

[RH 85] RUSSEL M.F. et HAWORTH R. Combustion noise from high speed direct injection engines. *S.A.E. Technical paper series*, 1985, n°850973.

[RL 96] ROMANO J. et LOPEZ J.A. Practical application of transfer path analysis to resolve structure-borne noise problems in vehicle design. **In :** Proceedings of ISMA 21, Leuven, Belgium, 1996.

[RUS 82] RUSSEL M.F. Diesel engine noise : control at source. *S.A.E. Technical paper series*, 1982, n°820238.

[SD 89] SESTIERI A. et D'AMBROGIO W. A modification method for vibreation control of structures. *Journal of Mechanical System and Signal Processing*, 1989, vol 3, n°3, p 229–253.

[SH 01] SCHUHMACHER A.P. et HANSEN P.C. Sound source reconstruction using inverse bem. **In :** proceedings of Inter-Noise 2001, The Hague, Holland, 2001.

[SK 99] STELTZNER A.D. et KAMMER D.C. Input force estimation using an inverse structural filter. **In :** Proceedings of IMAC 17, Orlando, FL, USA, February 1999.

[SPD 90] SCHABERG P.W., PRIEDE T. et DUTKIEWICZ R.K. Effects of a rapid pressure rise on engine vibration and noise. *S.A.E. Technical paper series*, 1990, n°900013.

[STE 87] STEVENS K.S. Force identification problems-an overview. **In :** Proceedings of SEM Spring Conference on Experimental Mechanics, Houston, TX, USA, 1987.

[SWO 84] SWOBODA B. *Mécanique des moteurs alternatifs*. Paris : Technip, 1984, 531 p.

[SZA 89] SHIH C.Y., ZHANG Q. et ALLEMANG R.J. Force identification by using principle and modal coordinate transformation method. **In :** Proceedings of Vibration Analysis - Techniques & Applications, Montreal, Quebec, Canada, 1989.

[TA 76] TIKHONOV A. et ARSENINE V. *Méthodes de résolution de problèmes mal posés*. Moscou : Mir, 1976, 192 p.

[TAR 87] TARANTOLA A. *Inverse problem theory : Methods for data fitting and model parameter estimation*. Amsterdam : Elsevier, 1987, 613 p.

[TC 82] TUNG V.T.C. et CROCKER M.J. Diesel engine noise and relationship to cylinder pressure. *S.A.E. Technical paper series*, 1982, n°820237.

[TE 95] TO W.M. et EWINS D.J. The role of the generalized inverse in structural dynamics. *Journal of Sound and Vibration*, 1995, vol 186, n°2, p 185–195.

[TMG+ 00] TINAUT F.V., MELGAR A., GIMENEZ B., FERNANDEZ L. et HUIDOBRO H. A method to determine the two components of the crankshaft load on a bearing cap in firing engines. *S.A.E. Technical paper series*, 2000, n°2000-01-1340.

[TT 03a] THITE A.N. et THOMPSON D.J. The quantification of structure-borne transmission paths by inverse methods. part 1 : Improved singular value rejection methods. *Journal of Sound and Vibration*, 2003, vol 264, p 411–431.

[TT 03b] THITE A.N. et THOMPSON D.J. The quantification of structure-borne transmission paths by inverse methods. part 2 : Use of regularization techniques. *Journal of Sound and Vibration*, 2003, vol 264, p 433–451.

[TT 03c] THITE A.N. et THOMPSON D.J. A systematic evaluation of different methods to improve inverse force determination. **In :** proceedings of Euro-Noise 2003, Naples, Italy, 2003.

[UR 65] UNGAR E.E. et ROSS D. Vibrations and noise due to piston-slap in reciprocating machinery. *Journal of Sound and Vibration*, 1965, vol 2, n°2, p 132–146.

[VER 88] VERHOEVEN J. Excitation force identification of rotating machines using operational rotor/stator amplitude data and analytical synthesized transfer functions. *Journal of vibation, acoustics, stress, and reliability in design*, 1988, vol 110, p 307–314.

[VER 97] VERHEIJ J.W. Inverse and reprocity methods for machinery noise source characterization and sound path quantification part 1 : Sources. *International Journal of Acoustics and Vibration*, 1997, vol 2, n°1, p 11–20.

[VHVDLD+ 01] VAN HERBRUGGEN J., VAN DER LINDEN P.J.G., DEBLAUWE F., KNITTEL H.J. et SCHNUR J. Engine internal dynamic force identification and the combination with engine structural and vibro-acoustic transfer information. **In :** proceedings of ICSV 8, Hong Kong, China, July 2001.

[VKGB 99] VAN KARSEN C., GWALTNEY G. et BLOUGH J. Applying transfer path analysis to large home appliances. **In :** Proceedings of IMAC 17, Orlando, FL, USA, 1999.

[VM 89] VERONESI W.A. et MAYNARD J.D. Digital holographic reconstruction of sources with arbitrarily shaped surfaces. *Journal of the Acoustical Society of America*, 1989, vol 85, n°2, p 588–598.

[WBBH 88] WAGSTAFF P.R., BOUIZEM B., BOHINEUST X. et HENRIO J.C. Source identification using partial coherence virtual coherence and principal inputs. **In :** Proceedings of Inter-Noise 88, Avignon, France, 1988.

[WC 83] WANG M.E. et CROCKER M.J. On the application of coherence techniques for source identification in a multiple noise source environment. *Journal of the Acoustical Society of America*, 1983, vol 74, n°3, p 861–872.

[WG 93] WARWICK D.C. et GILHEANY J.J. Estimation of dynamic forces via modal decomposition of operational deflection shape measurements. **In :** Proceedings of IMAC 11, Kissimmee, FL., USA, 1993.

[WIL 01] WILLIAMS E.G. Regularization methods for near-field acoustical holography. *Journal of the Acoustical Society of America*, 2001, vol 110, n°4, p 1976–1988.

[WLJC 95] WAGSTAFF P.R., LUO Q., JIN M. et CHASSAIGNON C. Conditions for obtaining accurate measurements of structural power flow in multiple sources situations. **In :** Proceedings of Inter-Noise 95, Newport Beach, USA, 1995.

[YC 83] YAWATA Y. et CROCKER M. Identification of internal noise sources in Diesel engines. *S.A.E. Technical paper series*, 1983, n°831330.

[YN 98] YOON S.H. et NELSON P.A. *Estimation of acoustic source strength by inverse methods : Part II : Methods for choosing regularisation parameters*. Rapport technique, Institute of Sound and Vibration Research, 1998.

[ZAB 90] ZHANG Q., ALLEMANG R.J. et BROWN D.L. Modal filter : Concept and applications. **In :** Proceedings of IMAC 8, Kissimmee, FL., USA, 1990.

[ZHA 98] ZHANG G.-X. *Détermination des forces appliquées aux structures industrielles par des méthodes inverses*. Thèse, Universitée Paul Sabatier, Toulouse, 1998, 142 p.

[ZMI 96a] ZHANG Y. et MANN III J.A. Examples of using structural intensity and the force distribution to study vibrating plates. *Journal of the Acoustical Society of America*, 1996, vol 99, n°1, p 354–361.

[ZMI 96b] ZHANG Y. et MANN III J.A. Measuring the structural intensity and force distribution in plates. *Journal of the Acoustical Society of America*, 1996, vol 99, n°1, p 345–353.

[ZP 96a] ZHANG G.-X. et PASCAL J.-C. Characterization of partially coherent random forces by means of pca. **In :** Proceedings of Inter-Noise 96, Liverpool, UK, 1996.

[ZP 96b] ZHANG G.-X. et PASCAL J.-C. Détermination indirecte des forces appliquées aux structures mécaniques. *Mécanique industrielle et matériaux*, 1996, vol 49, n°2, p 98–100.

FOLIO ADMINISTRATIF

THESE SOUTENUE DEVANT L'INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES DE LYON

NOM : **LECLERE** DATE de SOUTENANCE : 08/12/2003
(avec précision du nom de jeune fille, le cas échéant)

Prénoms : **Quentin Julien**

TITRE : **ETUDE ET DEVELOPPEMENT DE LA MESURE INDIRECTE D'EFFORTS - Application à l'identification des sources internes d'un moteur Diesel**

NATURE : Doctorat Numéro d'ordre : 03 ISAL 0082

Ecole doctorale : MEGA

Spécialité : Acoustique

Cote B.I.U. - Lyon : T 50/210/19 / et bis CLASSE :

RESUME :

L'objectif de ce travail est la mise au point d'une méthode de diagnostic permettant de quantifier par la mesure les sources vibratoires de machines en régime stationnaire. La mesure directe des sources par l'introduction d'un capteur d'effort est souvent difficile, voire impossible. On a donc recours à leur estimation indirecte à partir de mesures de réponse vibratoire en fonctionnement et d'un modèle de transfert de la machine. Sur le plan de la méthode, plusieurs développements originaux par rapport à la littérature sont abordés, notamment dans le but d'optimiser la technique lorsque la structure de la machine présente de fortes hétérogénéités de raideur. Par ailleurs, un indicateur de fiabilité de l'estimation indirecte des efforts est introduit, basé sur la comparaison de différentes approches d'inversion du système de transfert. La fiabilité des résultats est en effet un problème crucial en mesure indirecte d'efforts, car la technique est connue pour être fortement sensible aux différentes erreurs rencontrées (bruit de mesure, biais de modèle). La méthodologie est appliquée au problème d'identification des sources internes d'un moteur Diesel. Un effort particulier est porté sur la construction du modèle de transfert de la machine, estimé par deux approches numérique et expérimentale. Les efforts reconstruits sont comparés aux efforts obtenus par un modèle simple d'attelage mobile. La comparaison permet de mettre en évidence certaines lacunes du modèle, ainsi que la relative robustesse de la méthode. Dans le but de présenter l'un des intérêts de la mesure indirecte d'efforts, une hiérarchisation des contributions des excitations internes à la réponse du bloc moteur est réalisée.

STUDY AND DEVELOPMENT OF INDIRECT FORCE MEASUREMENT – Application to the identification of Diesel engine internal sources
The aim of this work is to develop a diagnostic method allowing to quantify vibratory sources of stationary operating machines from measurements. The direct measurement of sources using a force sensor is often difficult to obtain, not to say impossible. Thus, their estimation is assessed from both operating response measurements and a transfer model of the structure. Concerning the method, several original developments are put forward, especially to optimise the technique when the machine structure has an heterogeneous dynamic behaviour. Moreover, a reliability indicator of the force estimation is introduced, based on the comparison between different approaches of the transfer system inversion. The reliability of results are indeed a crucial point for indirect force measurement, because the technique is known to be very sensitive to different types of errors (measurement noise, model error). The method is applied to the identification of Diesel engine internal sources. A special attention is paid to the construction of the transfer model, estimated by both experimental and numerical approaches. Identified forces are compared to excitations computed through a simple drive train model. The comparison allows to underline some model deficiencies as well as the relative robustness of the method. A source ranking operation is realized in order to present the interest of the indirect force measurement results.

MOTS-CLES : Vibrations – Identification – Problème inverse – Régularisation – Mesure indirecte – Moteur Diesel

Laboratoire (s) de recherches : Laboratoire de Vibrations Acoustique (LVA)

Directeur de thèse: Jean-Louis GUYADER

Président de jury :

Composition du jury :
Jean-Claude BOYER, Jean-Louis GUYADER, Bernard LAULAGNET, Laurent POLAC, Aldo SESTIERI, Peter WAGSTAFF