



HAL
open science

Les contours actifs basés région avec a priori de bruit, de texture et de forme : Application à l'échocardiographie

François Lecellier

► To cite this version:

François Lecellier. Les contours actifs basés région avec a priori de bruit, de texture et de forme : Application à l'échocardiographie. Interface homme-machine [cs.HC]. Université de Caen, 2009. Français. NNT: . tel-00417490

HAL Id: tel-00417490

<https://theses.hal.science/tel-00417490>

Submitted on 16 Sep 2009

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Université de Caen
Basse-Normandie

UNIVERSITÉ de CAEN/BASSE-NORMANDIE

U.F.R. : Sciences

ÉCOLE DOCTORALE : SIMEM

THÈSE

présentée par

François LECÉLLIER

et soutenue

le 15 mai 2009

en vue de l'obtention du

DOCTORAT de l'UNIVERSITÉ de CAEN

spécialité : Informatique et applications

(Arrêté du 7 août 2006)

**Les contours actifs basés région avec a priori de bruit, de texture et de forme :
Application à l'échocardiographie**

MEMBRES du JURY

M. Jean-Philippe THIRAN	Professeur	Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne	(rapporteur)
M. Gilles AUBERT	Professeur	Université de Nice-Sophia Antipolis	
M. Nikos PARAGIOS	Professeur	Ecole Centrale de Paris	
Mme Stéphanie JEHAN-BESSON	CR	LIMOS Clermont-Ferrand	
M. Jalal FADILI	MCF	ENSICAEN, Université de Caen	
M. Eric SALOUX	PH	CHU Caen, Université de Caen	
Mme Marinette REVENU	Professeur	ENSICAEN, Université de Caen	(directrice)

Les rapporteurs sont :

Luminita VESE (Université de Californie, Los Angeles)

Jean-Philippe THIRAN (Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne)

Remerciements

Je tiens à remercier les membres de mon jury de thèse : Madame Luminita Vese et Monsieur Jean-Philippe Thiran qui m'ont fait l'honneur d'accepter de rapporter ce manuscrit, Messieurs Gilles Aubert et Nikos Paragios qui ont accepté de participer à ce jury.

Je tiens également à remercier Monsieur Régis Carin, ancien directeur du laboratoire GREYC pour m'avoir accueilli, Monsieur Etienne Grandjean l'actuel directeur pour son accueil et sa gentillesse tout au long de ces années.

Concernant mon encadrement, je remercie Madame Marinette Revenu ma directrice de thèse pour son soutien, ses conseils et remarques durant ces années. Un grand merci à mes deux co-directeurs de thèse, Madame Stéphanie Jehan-Besson et Monsieur Jalal Fadili. Stéphanie pour ses conseils, le temps passé à déboguer du code parfois mal commenté, sa gentillesse et sa disponibilité. Jalal pour ses remarques constructives, les discussions et les nombreux conseils qu'il m'a donnés. Je remercie enfin le docteur Eric Saloux pour les informations sur l'échocardiographie et les images qu'il m'a fournies.

Ensuite, je remercie tout particulièrement Monsieur Luc Brun, l'actuel responsable de l'équipe Image pour sa gentillesse et son écoute, Myriam Mokhtari-Brun qui a eu le courage de me supporter durant plus de trois ans dans son bureau et qui accepte encore les mises à jour d'Aquarius. Merci à Daniel Carré non pas pour ses informations sur la recherche, mais pour celles concernant l'enseignement, je lui souhaite une excellente retraite. Encore merci à Régis Clouard pour ses réponses et le débogage toujours rapide de Pandore, à Sébastien Fourey pour sa gentillesse et son aide concernant l'administration système, à Christine Porquet pour les discussions profitables concernant l'enseignement, à David Tschumperlé pour tout ce qui concerne CImg. Bien entendu, je remercie tous les membres de l'équipe Image avec une pensée particulière pour les doctorants anciens et nouveaux avec lesquels nous avons discuté de la recherche et de nombreux autres sujets. En espérant n'oublier personne : Arnaud, Baptiste, François-Xavier, Guillaume, Haz-Edine, Jean-Hugues, Mahmoud, Nicolas, Sébastien, Vinh. Mais également les doctorants et enseignants-chercheurs des autres équipes du GREYC pour leur aide et leur participation à l'organisation de MajecSTIC 2007. Je tiens à remercier aussi tout particulièrement le personnel administratif du laboratoire pour leur gentillesse et leur écoute. Qu'ils soient du côté ENSICAEN comme Agnès, Catherine B., Catherine M., Laurette, Loïc, Nathalie, Nicole, Sylvain, Véronique ou Université comme Arielle, Lydie, Michèle-Anne, Véronique, Virginie.

J'aimerais également remercier le personnel administratif de l'ENSICAEN, que ce soit au niveau de la scolarité, de l'administration système ou bien de la communication, pour leur disponibilité. Je souhaite remercier les étudiants qui ont renforcé mon envie de poursuivre l'enseignement.

Pour terminer je tiens à remercier ma famille et mes amis pour l'aide qu'ils m'ont apportée durant ces années et pour leur patience lors de certaines explications trop scientifiques.

Table des matières

Remerciements	i
Table des figures	vii
Liste des tableaux	xi
Notations et acronymes	xiii
1 Notations	xiii
2 Acronymes	xiii
Introduction	1
Introduction	3
I Contexte général	9
1 Contours actifs basés région : Cadre théorique et terminologie	11
1.1 Remarques préliminaires et notations	11
1.1.1 Equations aux dérivées partielles géométriques	11
1.1.2 Approches variationnelles	13
1.2 Introduction d'une fonctionnelle à optimiser	13
1.2.1 Informations contours	14
1.2.2 Informations régions	15
1.2.3 Fonctionnelle générale	16
1.2.4 Parallèle avec l'inférence Bayésienne	17
1.3 Obtention de l'EDP	19
1.3.1 Outils de dérivation de domaine	19
1.3.2 Autres méthodes de dérivation	21
1.3.3 Exemple d'application	23

1.3.4	Approches alternatives d'optimisation	23
1.4	La méthode des ensembles de niveaux	23
1.4.1	Obtention de l'EDP avec les fonctions distances	25
1.4.2	Extension au multiphase	25
1.5	Exemple d'application	26
1.6	Récapitulatif sur les contours actifs	28
2	Les contours actifs avec a priori de bruit, de texture et de forme : Etat de l'art	29
2.1	Segmentation de régions homogènes	29
2.1.1	Descripteurs utilisés	30
2.1.2	Fonctionnelles à optimiser	32
2.2	Segmentation de régions texturées	33
2.2.1	Descripteurs utilisés	34
2.2.2	Fonctionnelles à optimiser	36
2.3	Segmentation avec a priori de forme	36
2.3.1	Descripteurs utilisés	37
2.3.2	Fonctionnelles à optimiser	38
2.4	Conclusion et positionnement de notre méthode	39
II	Contributions	41
3	Le modèle de bruit	43
3.1	Cadre de travail statistique pour la segmentation	43
3.1.1	La famille exponentielle	44
3.1.2	Un premier exemple de l'influence de l'estimateur des paramètres sur les contours actifs basés région	47
3.2	Cas général pour la segmentation	51
3.2.1	Un résultat général pour la famille exponentielle	51
3.2.2	Cas particulier : score de vraisemblance et estimateur du maximum de vraisemblance	52
3.2.3	Au-delà du score de vraisemblance : l'entropie relative	54
3.3	Résultats expérimentaux	60
3.3.1	Protocole expérimental	60
3.3.2	Résultats quantitatifs	61
3.3.3	Résultats qualitatifs	63
3.4	Conclusion sur le modèle de bruit	64

4	Le modèle de texture	73
4.1	Définition	73
4.1.1	Les représentations choisies	73
4.1.2	Modélisation non paramétrique de distributions	76
4.2	Ajout du modèle de texture	82
4.2.1	Cas supervisé	86
4.2.2	Cas non supervisé	87
4.3	Résultats expérimentaux	89
4.3.1	Protocole expérimental	89
4.3.2	Cas supervisé	89
4.3.3	Cas non supervisé	92
4.3.4	Application aux images naturelles	94
4.4	Conclusion sur le modèle de texture	96
5	Combinaison avec un a priori de forme	99
5.1	L'a priori de forme considéré	99
5.1.1	Les moments en traitement d'image	99
5.1.2	Le critère et sa dérivation	103
5.2	Combinaison avec les modèles précédents	105
5.3	Résultats expérimentaux	106
5.3.1	Protocole expérimental	106
5.3.2	Combinaison avec le modèle de bruit	107
5.3.3	Combinaison avec le modèle de texture	109
5.4	Conclusion sur l'ajout de l'a priori de forme	111
III	Application médicale	113
6	Application à l'échographie cardiaque	115
6.1	Contexte médical	116
6.1.1	Description des images	116
6.1.2	Utilisation des images	119
6.2	Etat de l'art sur les méthodes de segmentation pour l'échographie	122
6.2.1	Méthodes utilisant un prétraitement	123
6.2.2	Méthodes de segmentation directe	124
6.2.3	Positionnement de notre approche	130
6.3	Résultats expérimentaux	130
6.3.1	Protocole expérimental	131

6.3.2	Résultats qualitatifs	131
6.3.3	Résultats quantitatifs	132
6.4	Conclusion sur l'application médicale	139
Conclusion		141
	Conclusion et perspectives	143
Bibliographie		147
Bibliographie		149
Liste des publications		167
	Liste des publications	169

Table des figures

1	Les différentes étapes du travail de recherche.	4
1.1	Les différentes étapes de la méthode des contours actifs.	12
1.2	Notations de l'image.	12
1.3	Evolution du contour actif.	14
1.4	Notations pour la segmentation en deux régions.	16
1.5	Fonction distance.	24
1.6	Bande étroite.	26
1.7	Segmentation d'une image en utilisant l'approche multiphase.	27
1.8	Exemple d'application : initialisation.	27
1.9	Exemple d'évolution d'un contour actif.	28
2.1	Image texturée à différentes échelles.	34
3.1	Impact des termes additifs sur la segmentation.	50
3.2	TPF et FPF comme fonction de la distance de Battacharya pour cinq types de bruits.	65
3.3	TPF et FPF comme fonction de la distance de Battacharya pour deux types de fonctionnelles.	66
3.4	Image de synthèse non bruitée.	66
3.5	Résultats de segmentation pour une image de synthèse avec modèle de bruit.	67
3.6	Images SAR.	68
3.7	Résultats de segmentation de l'image SAR initiale avec le modèle de bruit.	69
3.8	Résultats de segmentation sur l'image SAR bruitée par un bruit Gaussien.	70
3.9	Résultats de segmentation sur l'image SAR bruitée par un bruit de Rayleigh.	71
4.1	Décroissance de l'amplitude des coefficients de deux transformées.	75
4.2	Partition spectrale des images de coefficients des transformées en ondelettes et en WaveAtoms.	77
4.3	Exemples d'ondelettes et de WaveAtoms.	77

4.4	Transformée en ondelettes d'une image de synthèse.	78
4.5	Transformée en WaveAtoms d'une image de synthèse.	79
4.6	Comparaison de la transformée en ondelettes pour deux textures différentes.	80
4.7	Comparaison de la transformée en WaveAtoms pour deux textures différentes.	81
4.8	Estimation d'un histogramme suivant différents paramètres	83
4.9	Image type de référence pour la segmentation supervisée de textures.	90
4.10	Segmentation supervisée d'images de synthèse avec utilisation des ondelettes.	91
4.11	Segmentation supervisée d'images de synthèse avec utilisation des WaveAtoms.	93
4.12	Comparaison des ondelettes et des WaveAtoms pour la segmentation supervisée.	94
4.13	Segmentation non supervisée d'images de synthèse en utilisant les ondelettes.	95
4.14	Comparaison des ondelettes et des WaveAtoms pour la segmentation non supervisée.	96
4.15	Segmentation non supervisée d'images de synthèse en utilisant les WaveAtoms.	97
4.16	Segmentation d'images naturelles texturées avec utilisation des ondelettes et des WaveAtoms.	98
5.1	Représentation des cinq premières fonctions caractéristiques des moments géométriques.	102
5.2	Représentation des cinq premiers polynômes de Legendre.	102
5.3	Reconstruction à l'ordre 25 de trois formes.	104
5.4	Formes initiales et images bruitées ou texturées avec les formes altérées.	108
5.5	Segmentation d'une image de synthèse bruitée avec et sans a priori de forme.	109
5.6	Résultats de segmentation avec l'a priori de forme et le modèle de bruit.	110
5.7	Segmentation d'une image de synthèse texturée avec et sans a priori de forme.	111
5.8	Résultats de segmentation avec l'a priori de forme et le modèle de texture.	112
6.1	Coupe schématique du coeur.	117
6.2	Images d'échographie cardiaque en différentes vues, provenant de l'«Atlas of Echocardiography» de l'université de Yale.	120
6.3	Structures anatomiques visibles sur une image d'échocardiographie en vue apicale.	121
6.4	Découpage en segments du ventricule gauche.	123
6.5	Résultats de segmentation d'une image en vue apicale selon la méthode proposée par Lin.	126
6.6	Résultats de segmentation d'une image en vue apicale selon la méthode proposée par Boukerroui.	127
6.7	Résultats de segmentation d'une image en vue pariétale selon la méthode proposée par Tilmant.	128
6.8	Résultats de segmentation d'une séquence en vue apicale selon la méthode proposée par Hamarneh.	130

6.9	Segmentation d'une séquence d'images en vue pariétale avec a priori de forme et bruit de Rayleigh.	133
6.10	Segmentation d'une image en vue pariétale avec différents poids de l'a priori de forme et bruit de Rayleigh.	134
6.11	Segmentation d'images en vue pariétale avec a priori de forme et différents modèles de bruit.	135
6.12	Segmentation d'une image de contraste en vue apicale avec a priori de forme et bruit de Rayleigh.	136
6.13	Segmentation d'une image en vue apicale avec a priori de forme et bruit de Rayleigh.	137
6.14	Segmentation d'une image en vue apicale et comparaison avec la segmentation experte et les AAMM.	138
6.15	Distance moyenne entre la segmentation experte et les méthodes utilisées.	139

Liste des tableaux

1	Liste des notations utilisées.	xiv
2	Liste des acronymes utilisés.	xv
3.1	Diverses distributions communes de la famille exponentielle.	45
3.2	Quelques vitesses d'évolution dans le cas de la vraisemblance.	54
3.3	Quelques vitesses d'évolution dans le cas de l'entropie relative.	59
3.4	Expérimentations menées pour la validation du modèle de bruit.	61
4.1	Expérimentations menées pour la validation du modèle de texture.	89
5.1	Expérimentations menées pour la validation de l'a priori de forme.	106
6.1	Principaux indices globaux de la fonction cardiaque.	122
6.2	Expérimentations menées sur les images échocardiographiques avec le modèle de bruit.	131

Notations et acronymes

1 Notations

Nous avons regroupé dans le Tableau [0.1](#) les principales notations employées dans les différents chapitres du document.

2 Acronymes

Nous avons regroupé dans le Tableau [0.2](#) la liste des différents acronymes utilisés dans le document.

Notation	Signification
Ω_I	Le domaine de l'image
Ω	Une région particulière de l'image
$\partial\Omega$	Le contour de la région Ω
Γ	Le contour de la région Ω , autre notation
s	Abscisse curviligne
\mathbf{x}	Un pixel de l'image
x_1, x_2	Les coordonnées 2D d'un pixel de l'image
$d\mathbf{a}(\mathbf{x})$	Élément d'aire de $\partial\Omega$
κ	Courbure du contour actif
$I(\mathbf{x})$	L'intensité du pixel \mathbf{x}
∇I	Gradient de l'intensité I
\mathbf{v}	Vitesse d'évolution du contour actif
τ	Paramètre d'évolution du contour actif
k_b	Descripteur basé contour
J_b	Fonctionnelle basée contour
k	Descripteur basé région
J_r	Fonctionnelle basée région
\mathbf{V}	Champ des vecteurs vitesse \mathbf{v}
\mathbf{N}	Normale au contour $\partial\Omega$
$\langle \cdot, \cdot \rangle$	Produit scalaire
$\langle \mathbf{V}, \mathbf{N} \rangle$	Produit scalaire de \mathbf{V} et \mathbf{N}
$\nabla_{\mathbf{V}}$	Dérivée Eulérienne dans la direction \mathbf{V}
$y(\mathbf{x})$	Caractéristique de l'image, réalisation d'une variable aléatoire Y
θ	Paramètres unitaires de la densité de probabilité considérée
$\boldsymbol{\eta}(\theta(\Omega))$	Paramètres naturels de la densité de probabilité considérée
$p(y(\mathbf{x}), \boldsymbol{\eta}(\Omega))$	Densité de probabilité pour la caractéristique y avec les paramètres $\boldsymbol{\eta}$
\hat{p}	Estimée de la pdf p
χ	Espace des caractéristiques de la réalisation y
\mathbf{T}	Vecteur des statistiques suffisantes d'une pdf de la famille exponentielle
$\boldsymbol{\alpha}_\gamma$	Coefficient de représentation d'une texture
ψ_γ	Atome élémentaire de la représentation d'une texture
Ψ	Fonction comparant deux pdfs
∇^2	Laplacien
Φ	Fonction quelconque

TAB. 1 – Liste des notations utilisées.

Acronyme	Signification
EDP	Equation aux dérivées partielles
pdf	Densité de probabilité
iid	Indépendantes et identiquement distribuées
KLD	Divergence de Kullback-Leibler
GGD	Gaussiennes généralisées
MV	Maximum de vraisemblance
MO	Méthode des moments
BD	Distance de Battacharya
TPF	Taux de vrais positifs
FPF	Taux de faux positifs
TMC	Taux de pixels mal classés
OG	Oreillette gauche
OD	Oreillette droite
VG	Ventricule gauche
VD	Ventricule droit
EM	Expectation Maximisation
SVM	Support Vector Machine

TAB. 2 – Liste des acronymes utilisés.

Introduction

Introduction

Depuis de nombreuses années, les techniques d'imagerie médicale connaissent des évolutions très importantes, que ce soit au niveau de l'appareil utilisé (échographie tridimensionnelle, IRM de perfusion, angiographie, etc.) ou au niveau de la cadence temporelle et/ou de la résolution spatiale image. Ce phénomène se traduit par la multiplication des images obtenues. Ces dernières sont ensuite exploitées par les médecins dans le but de calculer des indices quantitatifs leur permettant de poser un diagnostic. Ce calcul d'indices est fait soit manuellement, soit par l'intermédiaire d'un système informatique. Dans les deux cas, avant de l'effectuer, il est nécessaire d'analyser les images pour détecter et segmenter les structures anatomiques présentes sur ces dernières.

L'objet de ce travail de recherche répond à ce besoin et a abouti à la conception et l'implémentation d'une méthode de segmentation générique pouvant s'adapter à l'évolution des modalités et des besoins exprimés par les médecins. Pour atteindre cette généricité, il a naturellement fallu s'intéresser au bruit et à la texture présents dans les images car ils sont fonction de l'appareillage et de la structure anatomique étudiée par les médecins. La forme a également dû être prise en compte pour que le logiciel puisse s'adapter automatiquement à la variabilité des scènes observées.

Nous avons opté pour un cadre général de travail à l'issue d'une première étude sur la segmentation d'échocardiographies initiée par le Dr Saloux en 2003. Afin d'analyser au mieux le problème, le médecin nous a fourni une première base d'images expertisées. L'analyse de ces images et du problème a montré la nécessité de combiner informations photométriques et géométriques. De plus, le CHU de Caen s'équipant régulièrement de matériels d'acquisition de plus en plus sophistiqués, il a été indispensable de nous focaliser, dans un premier temps, sur les aspects théoriques d'une méthode de segmentation combinant avantageusement informations de bruit, de texture et de forme : les contours actifs basés région.

Les différentes étapes qui ont fondé notre démarche de travail de thèse sont représentées sur la figure 1.

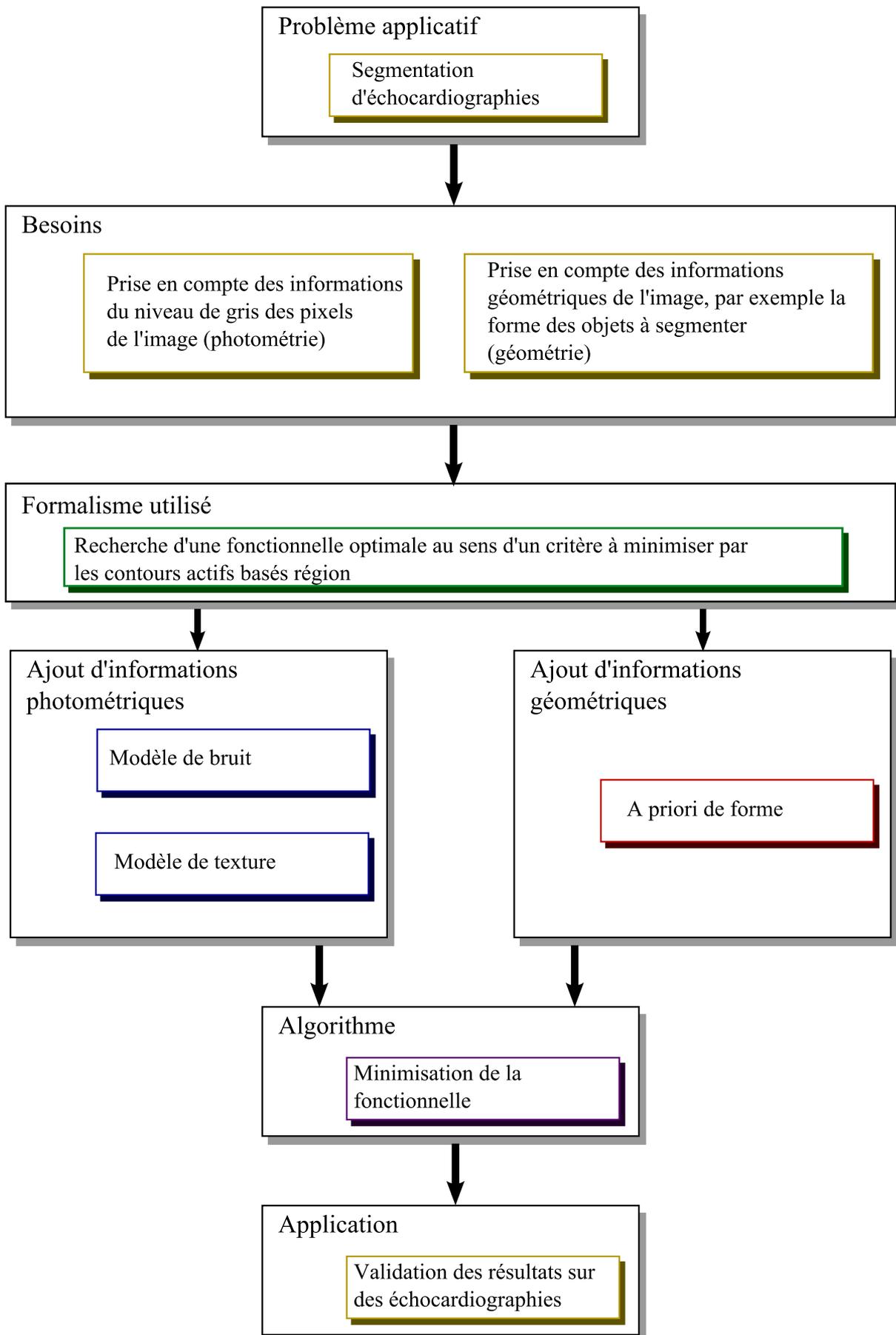


FIG. 1 – Les différentes étapes du travail de recherche.

Les contours actifs basés région

Le cadre des contours actifs basés région, très utilisé en traitement et analyse d'images, permet de combiner au sein d'un même formalisme des informations aussi bien géométriques (la forme des régions à segmenter par exemple) que photométriques (l'intensité des pixels, la distribution de cette dernière, ou bien encore la texture des régions).

Avant de détailler les différents a priori introduits dans le formalisme des contours actifs basés région, il convient de présenter la méthode elle-même. Cette dernière consiste à déformer une courbe initiale (appelée contour actif) vers l'objet à segmenter. Les déformations de cette courbe sont déduites de la dérivation d'une fonctionnelle à optimiser caractérisant l'objet. Les travaux sur les contours actifs se déclinent en plusieurs variantes : des méthodes uniquement basées sur des informations contour, et plus récemment des méthodes intégrant des caractéristiques des régions et donc des informations plus globales sur les objets à segmenter d'une image (e.g. histogramme, variance, etc.).

Nous nous focalisons sur l'ajout de différents termes dans la fonctionnelle à optimiser afin d'intégrer des a priori sur le bruit, la texture, mais également la forme. C'est au niveau de ces différents aspects que se situent nos principales contributions. Nous introduisons les concepts des contours actifs basés région et la terminologie de ce domaine dans le Chapitre 1.

Une fois que les fonctionnelles appropriées associées à chaque terme (bruit, texture, forme) sont obtenues, il est possible de déterminer la vitesse d'évolution du contour en utilisant les outils de dérivation de domaine qui seront détaillés par la suite.

L'a priori de bruit

En ce qui concerne l'a priori de bruit, ou le modèle de bruit, nous cherchons à obtenir les résultats théoriques les plus généraux possibles. Pour introduire cette notion, il faut s'attacher à décrire les fluctuations statistiques de l'intensité dans la région considérée. Nous nous intéressons ici à des lois paramétriques appartenant à la famille exponentielle. Cette famille regroupe plusieurs types de bruit communément rencontrés dans les chaînes d'acquisition d'images. Dans le cadre de la recherche d'une région homogène, nous pouvons classiquement utiliser le score ou critère de vraisemblance des observations par rapport à la loi au sein d'une région. Nous ne nous restreignons cependant pas à ce type de termes et nous avons étendu notre approche vers un terme d'attache aux données utilisant des fonctions de densités de probabilité (pdf) et notamment des divergences (e.g. la divergence de Kullback-Leibler). En effet, on peut aussi décliner la segmentation en régions homogènes comme la maximisation d'une divergence entre les lois interne et externe à une des régions de l'image, ce qui revient alors à formaliser un processus de compétition entre ces régions.

Les résultats théoriques obtenus sont validés de manière expérimentale. Ce modèle et les

résultats associés sont présentés dans le Chapitre 3.

L'a priori de texture

Quant au modèle de texture, il nous faut tout d'abord définir ce que nous entendons par texture et comment la caractériser. L'approche que nous proposons, utilise la notion de parcimonie pour représenter une texture. En clair, nous proposons de projeter la texture dans un autre espace de représentation pour la scruter sous un autre angle. La pertinence de cette transformée se mesure à sa capacité à révéler des propriétés inaccessibles dans le domaine originel tout en répondant aux impératifs suivants :

- La représentation doit posséder des propriétés d'invariance aux transformations globales affines (translation, rotation, changement d'échelle, etc.) de manière à ne pas être dépendante de la localisation, de l'orientation, de l'échelle. Il est aussi nécessaire que la représentation soit invariante au contraste des textures dans l'image de manière à être insensible aux changements d'illumination globale.
- La représentation doit être parcimonieuse, c'est-à-dire que la texture doit être représentée par un faible nombre de coefficients significatifs, la majorité d'entre eux devant être négligeable.

Il nous paraît, ici également, essentiel de développer un modèle très général permettant de segmenter des images texturées. Pour cela, il existe deux approches possibles : supervisée et non supervisée. Dans le cas de l'approche supervisée, nous cherchons à minimiser l'écart entre la représentation de la texture à segmenter et celle d'une texture de référence. Pour l'approche non supervisée, c'est cette fois une maximisation de la divergence entre les pdfs des coefficients de représentation de deux textures qui est recherchée.

Les résultats théoriques obtenus sont validés de manière expérimentale. Ce modèle et les résultats associés seront présentés dans le Chapitre 4.

L'a priori de forme

S'agissant de l'a priori de forme, nous nous appuyons sur des travaux déjà effectués [Foulonneau 04] utilisant les moments de Legendre. Le but de l'ajout d'un a priori de forme est de faire évoluer le contour pour qu'il respecte une forme de référence. Il faut alors trouver un moyen de décrire la forme de manière la plus compacte et précise possible pour que le contour soit effectivement contraint par celle-ci. Les moments de Legendre permettent cette description précise et autorisent également la modélisation d'invariances (translation, changement d'échelle, rotation, etc.) dans la description de la forme. Cet ajout d'invariance est important pour éviter des phases coûteuses de recalage et d'alignement des formes. Ensuite il suffit de rechercher la fonctionnelle qui minimisera l'écart entre la forme de référence et la forme du contour en cours d'évolution.

La combinaison des différents modèles

Une fois que nous avons obtenu les différents modèles, nous devons pouvoir les combiner. Ici, nous ne cherchons pas à combiner les deux modèles utilisant les deux informations photométriques (bruit et texture) puisqu'ils reflètent tous deux des caractéristiques différentes d'une image (homogénéité pour le modèle de bruit et texture pour le modèle de texture). Mais nous souhaitons combiner l'un de ces deux modèles photométriques à l'a priori de forme utilisant les informations géométriques. Cette combinaison n'est en règle générale pas considérée dans la littérature [Foulonneau 04] puisque la courbe évolue jusqu'à convergence avec les informations photométriques, puis est ensuite régularisée par la forme de référence. Il nous paraît important que les deux approches soient réellement mixées dans l'algorithme de segmentation pour éviter une divergence du contour en cas d'informations photométriques peu fiables (occlusions, bruit important, etc.). C'est pourquoi nous proposons un algorithme de minimisation alternée permettant comme son nom l'indique d'alterner des phases d'évolution utilisant uniquement les termes photométriques et des phases d'évolution combinant effectivement les termes photométriques et géométriques. On peut faire une analogie entre cet algorithme et la relaxation par blocs des méthodes d'optimisation classiques dont la forme la plus simple est celle de Gauss-Seidl. L'algorithme développé, entièrement paramétrable en fonction des images à segmenter, est détaillé, tout comme les résultats expérimentaux dans le Chapitre 5.

L'application à l'échographie cardiaque

La combinaison des différents modèles permet de définir le cadre générique de travail que nous souhaitons afin de segmenter des images échocardiographiques. Nous avons donc tout naturellement testé ce dernier sur des images réelles afin de montrer l'applicabilité de notre méthode que ce soit dans le cas d'images de patients sains ou bien de cas pathologiques. La combinaison du modèle de bruit et de l'a priori de forme a été la seule testée, en effet, les images obtenues au CHU de Caen ne permettent pas, pour le moment, de tester notre modèle de texture.

Plan

Nous présentons tout d'abord les contours actifs basés région et la terminologie du domaine dans le Chapitre 1. Nous faisons ensuite un état de l'art des méthodes utilisées avec les contours actifs basés région pour les différents modèles présentés ci-dessus, c'est-à-dire : bruit, texture et forme dans le Chapitre 2. Puis nous exposons nos contributions, c'est-à-dire l'ajout d'un modèle de bruit dans le Chapitre 3, l'ajout d'un modèle de texture dans le Chapitre 4 et la combinaison avec l'a priori de forme basé sur les moments de Legendre dans le Chapitre 5. Enfin, avant de conclure et de donner quelques perspectives, nous détaillons la partie applicative avec les résultats expérimentaux sur l'échocardiographie dans le Chapitre 6.

Première partie

Contexte général

Chapitre 1

Contours actifs basés région : Cadre théorique et terminologie

Dans ce chapitre, nous allons présenter les contours actifs (basés région en particulier) afin de définir la terminologie du domaine et le cadre théorique que nous maintiendrons tout au long de ce document. Nous présenterons tout d'abord de manière très générale la méthode des contours actifs, puis les contours actifs basés région et les diverses étapes importantes pour la mise en oeuvre de cette méthode, à savoir, introduction d'une fonctionnelle à optimiser, dérivation de cette fonctionnelle et implémentation numérique. Un exemple simple d'application viendra illustrer nos propos.

1.1 Remarques préliminaires et notations

En premier lieu, définissons quelques notations utilisées dans la suite de ce document. On appellera $\Omega_I \subset \mathbb{R}^n$ le support de l'image (figure 1.2). Chaque région de Ω_I est alors notée $\Omega \subset \Omega_I$, Ω n'étant pas obligatoirement connexe. La fonction $I : \Omega_I \rightarrow \mathbb{R}$ représentera l'intensité lumineuse associée à chaque pixel noté \mathbf{x} . Nous considérons uniquement une valeur dans \mathbb{R} car les images que nous traiterons seront en niveaux de gris.

1.1.1 Equations aux dérivées partielles géométriques

Un problème de segmentation consiste à trouver la région d'intérêt Ω dans l'image. Pour cela les contours actifs sont une méthode performante de segmentation d'image. Leur principe est de faire évoluer une courbe en direction des bords de l'objet (ou des objets) à détecter. Cette évolution est déduite d'une équation aux dérivées partielles (EDP) obtenue en général à partir d'une fonctionnelle à optimiser.

Nous présentons sur la figure 1.1 les étapes principales intervenant dans la méthodologie des

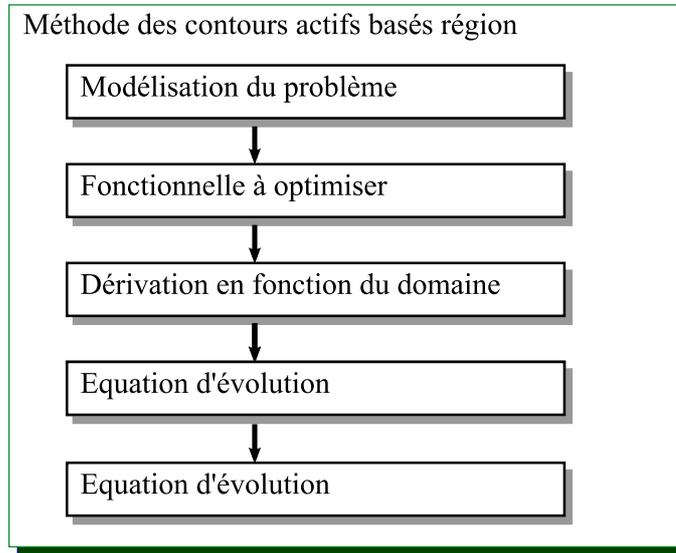


FIG. 1.1 – Les différentes étapes de la méthode des contours actifs.

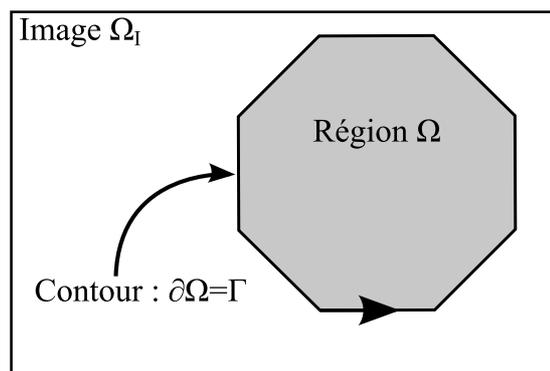


FIG. 1.2 – Notations de l'image utilisées pour tout le document.

contours actifs. Comme dans toute problématique en traitement d'images, la première étape va consister en une modélisation du problème de segmentation qui va s'exprimer par le biais d'une fonctionnelle à optimiser. La recherche d'un domaine optimal au sens de cette fonctionnelle va ensuite se faire par une descente de gradient de forme exprimée par une EDP dite géométrique. Cette EDP se formalise généralement de la manière suivante :

Définition 1.1.1 Soit $\Gamma(p, \tau) : [a, b] \times [0, T] \rightarrow \mathbb{R}^2$ une famille de courbes fermées paramétrées par p , et où τ est le paramètre d'évolution de la courbe. L'équation d'évolution générale régissant les contours actifs est la suivante :

$$\frac{\partial \Gamma(p, \tau)}{\partial \tau} = \mathbf{v}(p, \tau) , \quad (1.1)$$

avec $\Gamma(p, 0) = \Gamma_0(p)$ et $\mathbf{v}(p, \tau)$ le vecteur vitesse au point p à l'instant τ .

Cette définition nous permet de bien comprendre le fonctionnement résultant. La courbe, partant du contour initial Γ_0 défini par l'utilisateur, évolue suivant la vitesse \mathbf{v} (figure 1.3). Notons que la vitesse \mathbf{v} est dirigée suivant la normale au contour. Une vitesse suivant la tangente influera uniquement sur la paramétrisation de la courbe [Sapiro 01].

1.1.2 Approches variationnelles

Il existe des approches par EDP [Malladi 95, Caselles 93] où l'on introduit uniquement l'EDP sans la justifier par l'optimisation d'une fonctionnelle.

Il existe également des approches variationnelles que nous avons utilisées dans ce travail. Le problème va consister à trouver \mathbf{v} telle que la courbe $\Gamma(p, \tau)$ évolue avec τ vers un optimum (local) de la fonctionnelle introduite. Cet optimum doit correspondre aux contours des objets ou régions à segmenter. La méthodologie variationnelle généralement employée nécessite de trouver :

- la fonctionnelle à optimiser suivant le problème à résoudre,
- l'EDP déduite de cette fonctionnelle,
- la méthode d'implémentation numérique de l'EDP d'évolution.

Nous nous intéresserons dans la suite de ce manuscrit aux trois points mentionnés en nous concentrant davantage sur les méthodes adoptées notamment en ce qui concerne la dérivation de la fonctionnelle et la méthode d'implémentation.

1.2 Introduction d'une fonctionnelle à optimiser

Comme nous venons de le voir, il faut tout d'abord introduire une fonctionnelle à optimiser de manière à modéliser les propriétés de la région recherchée. Pour cela, nous distinguons les termes basés contour et les termes basés région.

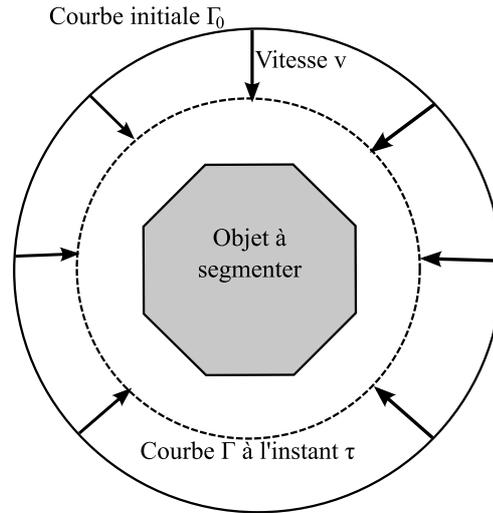


FIG. 1.3 – Evolution du contour actif $\Gamma(\tau)$ en direction de l'objet à segmenter avec la vitesse \mathbf{v} .

1.2.1 Informations contours

Originellement les contours actifs étaient des méthodes basées uniquement contour. Dans ces approches, le contour évolue vers les zones de plus fort gradient de l'image. Cette évolution est guidée par la minimisation d'un terme d'attache aux données qui se traduit par une intégrale de contour :

$$J_b(\partial\Omega) = \int_{\partial\Omega} k_b(\mathbf{x}) ds(\mathbf{x}) , \quad (1.2)$$

avec s l'abscisse curviligne de la courbe et k_b le terme d'attache aux données.

L'approche fondatrice des snakes proposée par Kass et al. [Kass 88] est basée sur la minimisation de l'énergie suivante :

$$J(\partial\Omega) = \alpha \int_a^b |\partial\Omega'(p)|^2 dp + \beta \int_a^b |\partial\Omega''(p)|^2 dp - \lambda \int_a^b |\nabla I(\partial\Omega(p))|^2 dp , \quad (1.3)$$

avec α , β et λ des constantes positives, où $\partial\Omega$ est le contour, $\partial\Omega'$ et $\partial\Omega''$ ses dérivées premières et secondes en fonction de p , ∇I le gradient de l'image et p la paramétrisation de la courbe.

On note l'utilisation de différents termes basés contour. Les deux premiers termes de régularisation permettent de garder une courbe globalement peu oscillante et de courbure minimale. Le dernier terme correspond à l'attache aux données et permet ainsi à la courbe d'évoluer vers les bords des objets à segmenter. Afin de pallier certains des inconvénients de la méthode des snakes [Kass 88] d'autres approches ont été proposées et, parmi elles, les contours actifs géodésiques proposés dans [Caselles 97] ou [Kischenassamy 96]. La fonctionnelle proposée par Caselles et al. est la suivante :

$$J(\partial\Omega) = \lambda \int_a^b g(\nabla I(\partial\Omega(p))) dp , \quad (1.4)$$

avec g une fonction positive strictement décroissante.

La fonctionnelle peut être vue comme la minimisation de la longueur de la courbe Γ dans une métrique Riemannienne. On peut remarquer que cette fonctionnelle est minimale si la courbe est réduite en un point. Cependant la méthode cherche justement à segmenter des objets en recherchant un minimum local et non global de cette fonctionnelle.

Mais dans le cas où des informations globales sur les régions internes et externes sont utiles, des informations régions doivent être ajoutées.

1.2.2 Informations régions

Dans le cas où l'on cherche à ajouter des informations sur la répartition des caractéristiques photométriques ou autres (e.g. les vecteurs mouvements) dans la région, il est intéressant de passer aux contours actifs basés région. Ils ont été introduits dans [Cohen 93], [Ronfard 94], [Zhu 96] ou encore [Chakraborty 96] puis repris et étendus par de nombreux auteurs pour des applications variées [Paragios 99, Debreuve 99, Mansouri 99, Chesnaud 99, Samson 00, Cremers 01, Chan 01, Chen 01, Tsai 03, Rousson 04, Vese 02, Debreuve 07]. Afin de synthétiser ces approches, nous utilisons ici le formalisme proposé par S. Jehan-Besson [Jehan-Besson 03a, Jehan-Besson 03b].

Ainsi, les termes région peuvent s'exprimer dans de nombreux cas par une intégrale de région :

$$J_r(\Omega) = \int_{\Omega} k(\mathbf{x}, \Omega) d\mathbf{x} , \quad (1.5)$$

où k est appelé descripteur de la région considérée.

Lorsque l'on recherche une région homogène, un exemple classique et fondateur proposé par [Chan 01] et inspiré de la fonctionnelle de Mumford-Shah [Mumford 85] peut être considéré. Pour ce critère, on utilise un descripteur statistique de la région : la moyenne $\mu(\Omega)$, et on cherche à minimiser l'écart entre l'intensité et la moyenne par le biais du descripteur suivant :

$$k(\mathbf{x}, \Omega) = (I(\mathbf{x}) - \mu(\Omega))^2 . \quad (1.6)$$

D'autres critères font intervenir directement la densité de probabilité p d'une caractéristique de l'image $y(\mathbf{x})$ au sein de la région, comme par exemple le score de vraisemblance associé à la densité de probabilité p pour des variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées (iid). Cette mesure peut se formaliser par le biais du descripteur suivant [Zhu 95, Paragios 02] :

$$k(\mathbf{x}, \Omega) = -\log p(y(\mathbf{x}), \Omega) . \quad (1.7)$$

Notons que les termes d'attache aux données région ne peuvent pas toujours s'exprimer par une intégrale sur le domaine. Lorsque l'on utilise des divergences entre densités de probabilité (pdf) [Aubert 03, Jehan-Besson 03b, Martin 04, Heiler 05], l'intégrale sera définie sur l'espace

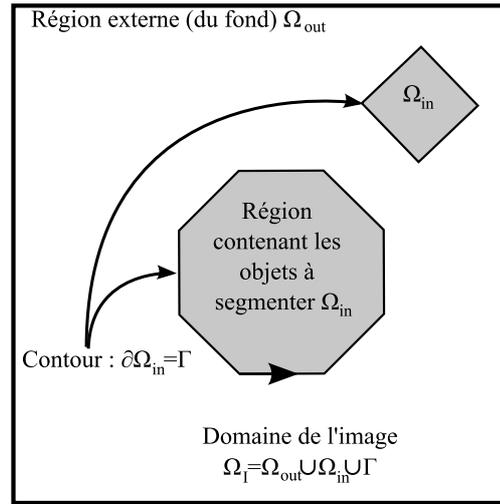


FIG. 1.4 – Notations pour la segmentation en deux régions.

des caractéristiques. Nous reviendrons plus en détail sur ce point dans l'état de l'art (section 2). Notons également que la densité de probabilité peut être paramétrique ou non paramétrique. Dans le cas paramétrique, la pdf est associée à une loi connue (Gaussienne, Rayleigh ...) indexée par un vecteur de paramètres $\boldsymbol{\eta}$. Dans le cas non paramétrique, aucun a priori n'est fait sur la loi sous-jacente.

1.2.3 Fonctionnelle générale

La fonctionnelle générale dans le cadre de la segmentation d'une image est une combinaison de termes basés région et de termes basés contour.

Définition 1.2.1 *La fonctionnelle générale à minimiser pour la partition d'une image en N régions est :*

$$J(\cup_{i=1}^N \Omega_i, \partial\Omega) = \sum_{i=1}^N \int_{\Omega_i} k_i(\mathbf{x}, \Omega_i) d\mathbf{x} + \int_{\partial\Omega} k_b(\mathbf{x}) ds(\mathbf{x}) , \quad (1.8)$$

où k_i est le descripteur de la région Ω_i et $\partial\Omega$ est le contour des régions.

A partir de cette fonctionnelle générale, nous devons établir les expressions des critères d'homogénéité k_i et du critère de régularité k_b . Nous utiliserons dans la suite de ce document le critère de régularité permettant de minimiser la longueur en 2D ou la surface en 3D du contour, soit $k_b(\mathbf{x}) = \lambda$ une constante positive qui va permettre de pondérer la régularisation.

L'équation (1.8) peut être particularisée dans le cas de la segmentation en deux régions, la fonctionnelle devient alors :

Définition 1.2.2 *La fonctionnelle générale à minimiser pour une partition d'une image en deux régions (figure 1.4) est :*

$$J(\Omega_{in}, \Omega_{out}, \partial\Omega) = \int_{\Omega_{in}} k_{in}(\mathbf{x}, \Omega_{in}) d\mathbf{x} + \int_{\Omega_{out}} k_{out}(\mathbf{x}, \Omega_{out}) d\mathbf{x} + \int_{\partial\Omega} k_b(\mathbf{x}) ds(\mathbf{x}) , \quad (1.9)$$

où k_i est le descripteur de la région Ω_i (in ou out).

Notons que la segmentation multi-régions pose des problèmes d'implémentation que nous aborderons dans la section 1.4.2. Auparavant, nous nous intéressons à l'obtention de l'EDP à partir de la fonctionnelle générale (1.9) et aux liens qui existent entre cette formulation et l'approche Bayésienne.

1.2.4 Parallèle avec l'inférence Bayésienne

La segmentation d'image peut également être scrutée sous le prisme Bayésien. A titre d'exemple, le cadre des champs aléatoires de Markov a été abondamment utilisé pour résoudre le problème de la segmentation d'images dans les travaux de Besag [Besag 86] et Geman & Geman [Geman 90], voir aussi la monographie [Winkler 95]. Dans le domaine continu, les approches proposées par Mumford & Shah [Mumford 89] ou bien Zhu & Yuille [Zhu 96] utilisent le cadre Bayésien pour segmenter les images. Les travaux de Zhu & Yuille [Zhu 96] font d'ailleurs explicitement le lien entre la fonctionnelle de Mumford-Shah et l'estimateur du maximum *a posteriori* (MAP) dans le cadre Bayésien. Comme le présentent Cremers et al. [Cremers 07], le cadre Bayésien est de plus en plus populaire pour résoudre de nombreux problèmes mal posés tels que la segmentation et le suivi d'objets.

On peut donc également faire le parallèle entre la formulation (1.7) et une formulation statistique de notre problème de segmentation.

Pour toute la suite de cette section nous utiliserons les notations suivantes :

- $y(\mathbf{x})$ l'observation au pixel \mathbf{x} d'une variable aléatoire Y (en général l'intensité),
- $p(y(\mathbf{x}), \boldsymbol{\eta}(\Omega))$ la densité de probabilité de cette variable aléatoire,
- $\boldsymbol{\eta}$ les paramètres de cette loi dont les estimées dépendent en général du domaine Ω .

1.2.4.1 Formulation Bayésienne

On peut considérer la formulation de la segmentation d'image comme une optimisation d'énergie. Cette énergie se décompose en un terme d'attache aux données qui permet une connaissance sur les fluctuations statistiques des observations étant donnée la partition, et en un terme de régularisation sur le contour qui est alors un *a priori* sur le contour. Dans ces deux cas, on

utilise une analogie avec les champs de Gibbs en introduisant une énergie Gibbsienne U associée [Winkler 95]. On définit alors l'énergie conditionnelle correspondant à l'estimateur MAP :

$$U(r|z) = -\log p_{R|Z}(r|z) = -\log p_{Z|R}(z|r) + U(r) - c(z) . \quad (1.10)$$

Dans cette équation, r est le paramètre pertinent et z l'observation. Les observations z peuvent être l'image à segmenter et le paramètre pertinent r la partition de l'image en régions. On voit apparaître dans l'équation précédente trois termes. Tout d'abord $-\log p_{Z|R}(z|r)$ qui est en fait le terme d'attache aux données (ou de fidélité) représentant le score de vraisemblance conditionnel des observations sachant le paramètre pertinent (e.g. la partition de l'image). Il est intéressant de voir que ce terme est celui qui s'applique aux régions de l'image et qu'il peut donc être vu comme le terme région des contours actifs (1.5). Ce terme d'attache aux données sera dans la suite de ce document le terme de bruit ou de texture. Le second terme $U(r)$ est un terme traduisant les contraintes imposées sur la solution à produire, c'est ce terme qui est appelé par abus de langage : terme de régularité. Il est intéressant de noter que ce terme de régularité est, dans les contours actifs, le terme contour de l'équation (1.2). Enfin le dernier terme fait apparaître une fonction des observations indépendantes de r et on peut en général le négliger.

Prenons maintenant un exemple afin d'établir plus concrètement ce parallèle entre inférence Bayésienne et contours actifs.

1.2.4.2 Un premier exemple : le score de vraisemblance

On rappelle la définition suivante :

Définition 1.2.3 *La fonction de vraisemblance L , pour une donnée observée y , est :*

$$L_y(\boldsymbol{\eta}) = p(y, \boldsymbol{\eta}), \quad \boldsymbol{\eta} \in \mathcal{E} \subseteq \mathbb{R}^\kappa . \quad (1.11)$$

Si on considère $L_y(\boldsymbol{\eta})$ comme une fonction de $\boldsymbol{\eta}$ alors l'équation (1.11) traduit, pour certaines valeurs observées y , la vraisemblance de différents $\boldsymbol{\eta}$. Si l'ensemble des valeurs de $y(\mathbf{x})$ est discret (par exemple le niveau de gris du pixel \mathbf{x}) alors pour chaque $\boldsymbol{\eta}$, $L_y(\boldsymbol{\eta})$ correspondra à la probabilité d'observer $y(\mathbf{x})$. On peut facilement étendre cette définition aux contours actifs basés région. La fonction de vraisemblance devenant :

$$L_y(\boldsymbol{\eta}, \Omega) = p(y(\mathbf{x}), \boldsymbol{\eta}), \quad \mathbf{x} \in \Omega, \boldsymbol{\eta} \in \mathcal{E} . \quad (1.12)$$

On peut mettre en évidence que cette loi est une loi jointe des $y(\mathbf{x})$, $\mathbf{x} \in \Omega$.

En général, nous utilisons, comme fonction de vraisemblance, le score de vraisemblance :

$$l_y(\boldsymbol{\eta}, \Omega) = \log(L_y(\boldsymbol{\eta}, \Omega)) = \log(p(y(\mathbf{x}), \boldsymbol{\eta})), \quad \mathbf{x} \in \Omega, \boldsymbol{\eta} \in \mathcal{E} . \quad (1.13)$$

Il est souvent admis que $\log(p)$ est la meilleure fonction monotone de p à considérer et ce pour plusieurs raisons [Bickel 01]. L'une des plus importantes d'entre elles est que si les $y(\mathbf{x}_i)$ sont iid avec une pdf $p(y(\mathbf{x}_i), \boldsymbol{\eta})$ pour $i = 1, \dots, n$, alors, avec $y = (y(\mathbf{x}_1), \dots, y(\mathbf{x}_n))$

$$l_y(\boldsymbol{\eta}, \Omega) = \log(p(y, \boldsymbol{\eta}, \Omega)) = \log \prod_{i=1}^n p(y(\mathbf{x}_i), \boldsymbol{\eta}) = \sum_{i=1}^n \log p(y(\mathbf{x}_i), \boldsymbol{\eta}), \mathbf{x}_i \in \Omega, \boldsymbol{\eta} \in \mathcal{E}. \quad (1.14)$$

C'est de la formulation continue de cette somme qu'est issu le descripteur proposé par Zhu et Yuille [Zhu 96] donné dans (1.7).

1.3 Obtention de l'EDP

Afin d'obtenir l'EDP, il existe plusieurs méthodes de dérivation développées dans la littérature. Nous nous pencherons plus particulièrement sur les outils de dérivation de domaine que nous avons utilisés. Nous présenterons également brièvement les autres approches disponibles dans la littérature.

1.3.1 Outils de dérivation de domaine

Nous recherchons ici un domaine optimal, or l'ensemble des domaines de \mathbb{R}^n n'a pas une structure d'espace vectoriel et les techniques classiques de dérivation ne s'appliquent donc pas. Nous allons donc utiliser les outils de dérivation de domaine qui consistent à reporter les variations de domaines sur des variations de fonctions appartenant à un espace vectoriel. Nous ne décrirons que brièvement les outils et Théorèmes utilisés, le lecteur intéressé pourra se référer à [Sokolowski 92, Delfour 01] pour les ouvrages mathématiques de référence et [Aubert 03] pour leur application aux contours actifs basés région.

Une famille de transformations $T(\tau)$, $0 \leq \tau < \epsilon$, est introduite pour faire évoluer la région Ω (et le contour $\partial\Omega$ dans le cas de termes basés contour) en fonction de τ :

$$T_\tau : \begin{cases} \Omega \rightarrow \Omega(\tau) & \text{avec } T_0(\Omega) = \Omega, \\ \partial\Omega \rightarrow \partial\Omega(\tau) & \text{avec } T_0(\partial\Omega) = \partial\Omega, \end{cases} \quad (1.15)$$

avec pour tout $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$, $T_\tau(\mathbf{x}) \in C^1([0, \epsilon])$.

Nous définissons un champ des vecteurs vitesses \mathbf{V} correspondant à une famille de transformations bijectives $T(\tau)$ tel que :

$$\mathbf{V}(\tau, \mathbf{x}) = \frac{\partial T}{\partial \tau}(\tau, \mathbf{x}) \quad \forall \mathbf{x} \in \Omega \quad \forall 0 \leq \tau < \epsilon. \quad (1.16)$$

Pour effectuer la dérivation, il faut à présent introduire deux définitions principales :

Définition 1.3.1 La dérivée Eulérienne de la fonctionnelle de domaine $J_r(\Omega) = \int_{\Omega} k(\mathbf{x}, \Omega) d\mathbf{x}$ dans la direction du champ de vecteurs \mathbf{V} est définie comme :

$$\langle J'_r(\Omega), \mathbf{V} \rangle = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{J_r(\Omega(\tau)) - J_r(\Omega)}{\tau} . \quad (1.17)$$

Définition 1.3.2 La dérivée de domaine de $k(\mathbf{x}, \Omega)$ dans la direction \mathbf{V} , notée $k'(\mathbf{x}, \Omega, \mathbf{V})$ est définie par :

$$k'(\mathbf{x}, \Omega, \mathbf{V}) = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{k(\mathbf{x}, \Omega(\tau)) - k(\mathbf{x}, \Omega)}{\tau} . \quad (1.18)$$

Nous pouvons à présent dériver chaque terme de l'équation (1.9) puis obtenir l'équation d'évolution du contour.

1.3.1.1 Dérivation des termes basés contour

Si l'on considère le terme basé contour suivant :

$$J_b(\partial\Omega) = \int_{\partial\Omega} k_b(\mathbf{x}) ds(\mathbf{x}) , \quad (1.19)$$

on peut démontrer le Théorème suivant [Sokolowski 92, Hintermuller 04].

Théorème 1.3.1 La dérivée Eulérienne $\langle J'_b(\partial\Omega), \mathbf{V} \rangle$ de la fonctionnelle $J_b(\partial\Omega) = \int_{\partial\Omega} k_b(\mathbf{x}) ds(\mathbf{x})$ dans la direction \mathbf{V} est la suivante :

$$\langle J'_b(\partial\Omega), \mathbf{V} \rangle = \int_{\partial\Omega} (\nabla k_b(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{N} - k_b(\mathbf{x}) \kappa) \langle \mathbf{V}, \mathbf{N} \rangle ds(\mathbf{x}) , \quad (1.20)$$

avec \mathbf{N} la normale unitaire intérieure à $\partial\Omega$, κ la courbure moyenne du contour et s son abscisse curviligne.

Le même résultat a été obtenu dans [Caselles 97] en utilisant le calcul des variations.

1.3.1.2 Dérivation des termes basés région

Concernant les termes basés région, la preuve du Théorème suivant peut être trouvée dans [Delfour 01] et a été réexplicitée pour les contours actifs dans [Jehan-Besson 03a].

Théorème 1.3.2 La dérivée Eulérienne $\langle J'_r(\Omega), \mathbf{V} \rangle$ de la fonctionnelle $J_r(\Omega) = \int_{\Omega} k(\mathbf{x}, \Omega) d\mathbf{x}$ dans la direction \mathbf{V} est la suivante :

$$\langle J'_r(\Omega), \mathbf{V} \rangle = \int_{\Omega} k'(\mathbf{x}, \Omega, \mathbf{V}) d\mathbf{x} - \int_{\partial\Omega} k(\mathbf{x}, \Omega) \langle \mathbf{V}, \mathbf{N} \rangle da(\mathbf{x}) , \quad (1.21)$$

avec \mathbf{N} la normale unitaire intérieure à $\partial\Omega$ et $da(\mathbf{x})$ son élément d'aire.

On note deux termes principaux, le premier correspondant aux variations du descripteur par rapport à la région et le second correspondant aux variations de la région elle-même. Le cas particulier où k ne dépend pas de Ω permet de simplifier cette équation puisqu'alors la dérivée de domaine de k' est nulle. Dans ce cas très précis on obtient :

$$\langle J'_r(\Omega), \mathbf{V} \rangle = - \int_{\partial\Omega} k(\mathbf{x}) \langle \mathbf{V}, \mathbf{N} \rangle d\mathbf{a}(\mathbf{x}) . \quad (1.22)$$

Dans le cas où k dépend du domaine, nous devons exprimer le premier terme comme une intégrale de contour afin de pouvoir obtenir l'équation d'évolution sous la forme d'intégrale de contour comme cela est expliqué dans la section suivante. Une formulation générale de cette transformation peut-être trouvée dans [Jehan-Besson 03a].

1.3.1.3 Obtention de l'équation d'évolution

Pour obtenir l'équation d'évolution du contour à partir des outils de dérivation de domaine, nous supposons que la dérivée Eulérienne de la fonctionnelle $J_r(\Omega) = \int_{\Omega} k(\mathbf{x}, \Omega) d\mathbf{x}$ peut être écrite comme suit :

$$\langle J'_r(\Omega), \mathbf{V} \rangle = - \int_{\partial\Omega} \mathbf{v}(\mathbf{x}, \Omega) \langle \mathbf{V}, \mathbf{N} \rangle d\mathbf{a}(\mathbf{x}) . \quad (1.23)$$

Pour fixer les idées, notons $E(\tau)$ le critère général $J_r(\Omega(\tau))$. On a $E(0) = E(\Omega(0))$ avec $\Omega(0)$ le domaine initial. En utilisant un développement de Taylor au premier ordre, on trouve :

$$E(\tau) = E(0) + \tau E'(0) + o(\tau) = E(0) + \tau \langle J'_r(\Omega), \mathbf{V} \rangle + o(\tau) . \quad (1.24)$$

Comme $\tau \geq 0$, si on cherche à minimiser le critère E , on doit choisir une dérivée de domaine négative. Comme cela est mentionné dans [Debreuve 07], si on interprète l'équation (1.23) comme la norme L^2 dans l'espace des vitesses alors le choix direct est de prendre $\mathbf{V} = \mathbf{v}(x, \Omega) \cdot \mathbf{N}$. Donc lorsque l'on minimise le critère $k(\Omega)$, on peut déduire l'équation d'évolution suivante :

$$\frac{\partial\Gamma}{\partial\tau} = \mathbf{v}(\mathbf{x}, \Omega) \cdot \mathbf{N} . \quad (1.25)$$

Au contraire, si notre but est la maximisation du critère E , une dérivée de domaine positive est nécessaire et alors :

$$\frac{\partial\Gamma}{\partial\tau} = -\mathbf{v}(\mathbf{x}, \Omega) \cdot \mathbf{N} . \quad (1.26)$$

Dans le travail proposé, nous détaillons l'obtention de la dérivée Eulérienne sous la forme (1.23) pour les termes région que nous proposons. La déduction de l'équation d'évolution est ensuite directe.

1.3.2 Autres méthodes de dérivation

D'autres méthodes de dérivation sont utilisées pour obtenir l'EDP d'évolution. Parmi elles nous parlerons du travail précurseur de Chan & Vese [Chan 01] et de l'utilisation classique du calcul des variations.

1.3.2.1 Utilisation de fonctions annexes

Chan & Vese [Chan 01] proposent les descripteurs suivants pour la segmentation d'une image en deux régions :

$$\begin{aligned} k_{in}(\mathbf{x}, \Omega_{in}) &= \lambda_1 (I(\mathbf{x}) - \mu_{in}(\Omega_{in}))^2 + v , \\ k_{out}(\mathbf{x}, \Omega_{out}) &= \lambda_2 (I(\mathbf{x}) - \mu_{out}(\Omega_{out}))^2 , \\ k_b(\mathbf{x}) &= \lambda_3 , \end{aligned} \quad (1.27)$$

avec v , λ_i des constantes positives. Les auteurs introduisent également la fonction de Heaviside H et la distribution de Dirac δ définies par :

$$H(z) = \begin{cases} 1, & \text{si } z \geq 0, \\ 0, & \text{si } z < 0, \end{cases} \quad (1.28)$$

$$\delta(z) = \frac{d}{dz} H(z), \quad (1.29)$$

cette dernière dérivée est étendue au sens des distributions.

Le critère est ensuite exprimé par l'intermédiaire de ces fonctions. Afin de calculer les équations d'Euler-Lagrange pour la fonction inconnue Γ , les auteurs considèrent des versions régularisées de H et δ notées H_ϵ et δ_ϵ . L'équation d'évolution obtenue est alors :

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial \tau} = -\delta_\epsilon (I(\mathbf{x}) - \mu)^2 . \quad (1.30)$$

Cette équation est en fait équivalente à celle utilisée pour la dérivation du terme région par l'intermédiaire des outils de dérivation de domaine, mais elle utilise tout le domaine de l'image et non plus seulement l'intérieur de la région qui est isolé grâce à la fonction de Heaviside.

Le travail de Chan & Vese [Chan 01] a été précurseur dans le domaine de l'obtention de l'EDP pour les contours actifs basés région. On peut noter que l'EDP fait intervenir une Dirac régularisée qui n'apparaît pas dans la dérivation avec les outils de dérivation de domaine.

1.3.2.2 Utilisation du calcul des variations

On peut également obtenir l'EDP par l'utilisation du calcul des variations comme l'ont proposé Zhu & Yuille [Zhu 96] ou encore Paragios & Deriche [Paragios 99] en utilisant les équations d'Euler-Lagrange. Dans [Aubert 03], les auteurs proposent une généralisation de cette approche pour les termes dépendant de la région. La méthode utilise alors les trois étapes suivantes :

1. Transformation des termes basés région en termes basés contour :

$$\int_{\Omega} k(\mathbf{x}, \Omega) d\mathbf{x} = \int_{\partial\Omega} \nabla u \cdot \mathbf{N} d\mathbf{a}(\mathbf{x}) , \quad (1.31)$$

avec u l'unique solution de l'équation de Poisson, \mathbf{N} la normale unitaire à $\partial\Omega$ et $d\mathbf{a}(\mathbf{x})$ son élément d'aire.

2. Calcul de la dérivée de Gâteaux des termes basés contour (Théorème 1.3.1).
3. Obtention de l'équation d'évolution du contour.

Il est toujours possible de passer des termes basés région aux termes basés contour. Cependant, il faut prêter une grande attention à la dépendance des critères utilisés à la région car cela influe sur le résultat.

Cette méthode donne bien entendu les mêmes résultats que les deux précédentes, mais son approche n'est pas naturelle et directe lorsque l'on veut dériver la fonctionnelle. C'est pourquoi nous utilisons dans l'ensemble de ce document les outils de dérivation de domaine.

1.3.3 Exemple d'application

Dans le cas classique de l'équation (1.6), la dérivée de domaine en appliquant le Théorème 1.3.2 est :

$$\begin{aligned} \langle J'_r(\Omega), \mathbf{V} \rangle &= 2 \langle \mu'(\Omega), \mathbf{V} \rangle \int_{\Omega} (\mu(\Omega) - I(\mathbf{x})) d\mathbf{x} - \int_{\partial\Omega} (I(\mathbf{x}) - \mu(\Omega))^2 \langle \mathbf{V}, \mathbf{N} \rangle d\mathbf{a}(\mathbf{x}) \\ &= - \int_{\partial\Omega} (I(\mathbf{x}) - \mu(\Omega))^2 \langle \mathbf{V}, \mathbf{N} \rangle d\mathbf{a}(\mathbf{x}) , \end{aligned} \quad (1.32)$$

car, dans ce cas particulier, l'intégrale présente dans le premier terme est nulle. On peut alors voir directement que la vitesse d'évolution du contour dans le cas de la dérivation de domaine ou du calcul des variations est :

$$\mathbf{v}(\mathbf{x}, \Omega) = (I(\mathbf{x}) - \mu(\Omega))^2 \mathbf{N} . \quad (1.33)$$

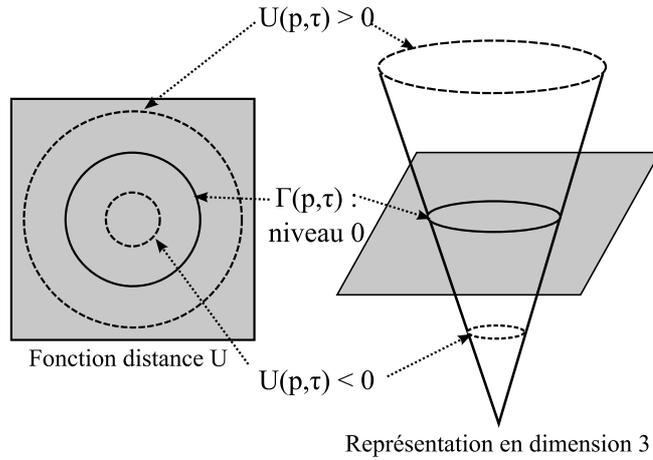
1.3.4 Approches alternatives d'optimisation

Outre les approches que nous venons de détailler, il existe également des approches alternatives d'optimisation récentes. Citons, par exemple, les travaux sur le flot TV et la théorie de la dualité de Legendre-Fenchel proposés par Bresson et al. [Bresson 06, Bresson 07] pour les contours actifs géodésiques ou bien l'optimisation combinatoire par graphes présentées par Grady et al. [Grady 08].

Après avoir expliqué la dérivation de la fonctionnelle pour obtenir l'équation d'évolution du contour, détaillons la méthode utilisée pour implémenter cette équation.

1.4 La méthode des ensembles de niveaux

L'implémentation des EDPs géométriques utilisés pour les contours actifs basés région n'est pas triviale. Elle doit idéalement être peu coûteuse et précise. En effet, on cherche à obtenir une segmentation d'objets d'intérêt dans des images médicales et donc il faut obtenir la meilleure précision possible. De plus, nous souhaitons pouvoir gérer automatiquement des changements de

FIG. 1.5 – Fonction distance U pour une image.

topologie afin de pouvoir segmenter des objets multiples ou des régions possédant des cavités comme le myocarde.

Il existe plusieurs approches pour la mise en oeuvre des contours actifs : les approches explicites (e.g. B-splines) et les approches implicites (e.g. ensembles de niveaux). Les B-splines, inspirées des snakes [Kass 88] et proposées par Menet et al. [Menet 90], Cohen [Cohen 91] ou encore Precioso et al. [Precioso 05], permettent un coût de calcul relativement peu élevé, cependant, en général la gestion des changements de topologie reste délicate. C'est pourquoi nous utilisons une méthode implicite : la méthode des ensembles de niveaux. Cette méthode a été introduite par Osher et Sethian [Osher 88, Sethian 99] et utilisée par Caselles et al. [Caselles 93, Caselles 97], Malladi et al. [Malladi 95], Kischenassamy et al. [Kischenassamy 96].

L'idée principale de la méthode des ensembles de niveaux est d'introduire une fonction auxiliaire $U(\mathbf{x}, \tau)$ telle que $\Gamma(p, \tau)$ soit la courbe de niveau 0 de U [Osher 88, Sethian 99]. On choisira en général U comme la fonction de distance signée au contour Γ , telle que pour chaque point \mathbf{x} de l'image Ω_I et $\forall \tau \geq 0$, la valeur $U(\mathbf{x}, \tau)$ soit la distance signée du point \mathbf{x} au contour $\Gamma(p, \tau)$. Par convention, cette fonction prend des valeurs négatives à l'intérieur du contour et des valeurs positives à l'extérieur (figure 1.5).

La méthode des ensembles de niveaux présente de nombreux avantages [Sethian 99] :

- La courbe peut se diviser ou fusionner au cours de l'évolution de U .
- On peut utiliser une grille discrète et choisir des approximations par différences finies pour les dérivées spatiales et temporelles.

- Les propriétés géométriques de la courbe, telles que la courbure ou le vecteur normal qui sont importants pour les contours actifs, peuvent être déterminés simplement à partir de U .
- La formulation n’est pas limitée aux courbes en deux dimensions et peut être facilement étendue aux dimensions plus élevées.

Face à ces avantages, on relève également les inconvénients suivants :

- Le temps de calcul est important même en diminuant la complexité (section.1.4.1).
- Le passage à plus de deux régions n’est pas simple.
- Le résultat est dépendant de l’initialisation.

1.4.1 Obtention de l’EDP avec les fonctions distances

Nous pouvons obtenir l’EDP d’évolution de la fonction U . Si on considère que l’équation d’évolution du contour actif dans \mathbb{R}^2 est (1.25), alors l’EDP de la fonction U est :

$$\frac{\partial U(\mathbf{x}, \tau)}{\partial \tau} = \mathbf{v}(\mathbf{x}, \tau) |\nabla U(\mathbf{x}, \tau)| \quad \forall \mathbf{x} \in \Omega_I, \quad (1.34)$$

Lors de l’implémentation de cette EDP, nous pouvons utiliser la méthode de la bande étroite pour passer d’une complexité $O(N^2)$ à une complexité $O(N)$ où N est la taille de la grille utilisée. Cette technique a pour principe de ne plus effectuer les calculs sur toute l’image, mais uniquement sur une bande étroite (figure 1.6) entourant le niveau 0 de U . Elle a été introduite par Chopp [Chopp 93] et développée par Malladi et al. et Sethian [Malladi 95, Sethian 99]. La bande étroite est, bien entendu, remise à jour dès que le niveau 0 de U s’approche trop des bords de la bande étroite. Il faut alors réinitialiser cette bande étroite de manière à permettre la poursuite de l’évolution du contour. Il est vrai, que même avec cette modification, la méthode des ensembles de niveaux reste une méthode assez coûteuse en terme de temps de calcul et qu’elle ne permet pas de convertir directement le contour en une courbe géométrique dans le but d’une paramétrisation éventuelle. Ce second point ne pose pas de problème dans le cas où, comme dans notre cadre de travail, on ne cherche qu’à segmenter des images.

1.4.2 Extension au multiphase

Nous avons remarqué que le passage à plus de deux régions en utilisant la méthode des ensembles de niveaux n’était pas simple, en effet la segmentation d’une image en plus de deux régions nécessite en général plusieurs contours actifs. Cette extension nommée multiphase est proposée par Chan & Vese [Vese 02]. Les auteurs utilisent alors $\lceil \log_2 N \rceil$ contours pour obtenir N régions. La figure 1.7 illustre deux cas possibles. Pour définir quatre régions, on utilise deux contours et donc deux fonctions distance. En effet, la partition de l’image par ces deux contours permet d’isoler quatre régions. De même nous utilisons trois contours pour définir huit régions.

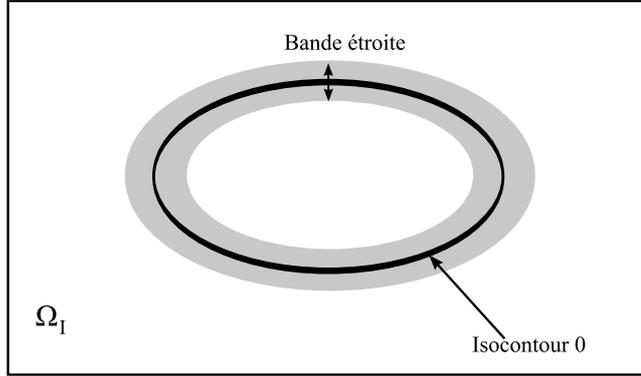


FIG. 1.6 – Bande étroite autour de l'isocontour 0.

Nous détaillons le principe pour deux contours, le lecteur intéressé pourra se référer à [Vese 02] pour plus de détails.

Notons les fonctions distance Φ_1 et Φ_2 , le domaine de l'image est partitionné en quatre régions $\Omega_I = \{\Phi_1 > 0, \Phi_2 > 0\} \cup \{\Phi_1 < 0, \Phi_2 > 0\} \cup \{\Phi_1 < 0, \Phi_2 < 0\} \cup \{\Phi_1 > 0, \Phi_2 < 0\}$. Par un léger abus de langage nous notons $H(\Phi_i)$ une fonction de Heaviside telle que :

$$H(z) = \begin{cases} 1, & \text{pour } \Phi_i \geq 0, \\ 0, & \text{pour } \Phi_i < 0. \end{cases} \quad (1.35)$$

Avec ces notations la fonctionnelle à minimiser pour la partition d'une image en quatre régions est :

$$\begin{aligned} F(\Phi_1, \Phi_2) &= \int_{\Omega} k_1(\mathbf{x}, \Omega) H(\Phi_1) H(\Phi_2) d\mathbf{x} \\ &+ \int_{\Omega} k_2(\mathbf{x}, \Omega) (1 - H(\Phi_1)) H(\Phi_2) d\mathbf{x} \\ &+ \int_{\Omega} k_3(\mathbf{x}, \Omega) (1 - H(\Phi_1)) (1 - H(\Phi_2)) d\mathbf{x} \\ &+ \int_{\Omega} k_4(\mathbf{x}, \Omega) H(\Phi_1) (1 - H(\Phi_2)) d\mathbf{x} . \end{aligned} \quad (1.36)$$

On dérive ensuite la fonctionnelle par les outils de dérivation de domaine comme dans la section 1.3.1 et on obtient alors l'équation d'évolution des deux contours actifs.

1.5 Exemple d'application

Dans cette section nous allons présenter un exemple d'application de la méthode des contours actifs basés région en utilisant comme critère d'évolution l'équation (1.32). En injectant cette équation dans le formalisme des contours actifs, nous obtenons l'équation d'évolution suivante (dans le cadre de la segmentation en deux régions) :

$$\mathbf{v}_{RgI} = (I(\mathbf{x}) - \mu(\Omega_{out}))^2 - (I(\mathbf{x}) - \mu(\Omega_{in}))^2 + \lambda \mathbf{v}_b . \quad (1.37)$$

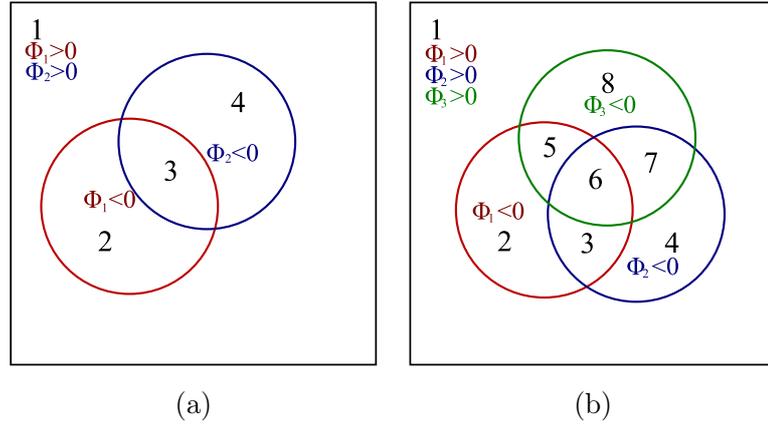


FIG. 1.7 – Segmentation d'une image en utilisant l'approche multiphase : (a) Segmentation en 4 régions avec 2 contours $\{\Phi_1 > 0, \Phi_2 > 0\} \cup \{\Phi_1 < 0, \Phi_2 > 0\} \cup \{\Phi_1 < 0, \Phi_2 < 0\} \cup \{\Phi_1 > 0, \Phi_2 < 0\}$, (b) Segmentation en 8 régions avec 3 contours $\{\Phi_1 > 0, \Phi_2 > 0, \Phi_3 > 0\} \cup \{\Phi_1 < 0, \Phi_2 > 0, \Phi_3 > 0\} \cup \{\Phi_1 < 0, \Phi_2 < 0, \Phi_3 > 0\} \cup \{\Phi_1 > 0, \Phi_2 < 0, \Phi_3 > 0\} \cup \{\Phi_1 < 0, \Phi_2 > 0, \Phi_3 < 0\} \cup \{\Phi_1 < 0, \Phi_2 < 0, \Phi_3 < 0\} \cup \{\Phi_1 > 0, \Phi_2 > 0, \Phi_3 < 0\}$.

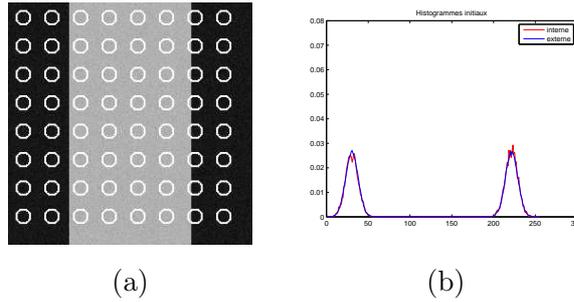


FIG. 1.8 – Initialisation pour l'exemple d'application : (a) Image à segmenter et contour initial, (b) histogrammes normalisés pour les régions internes et externes.

Dans cette équation, \mathbf{v}_b représente la vitesse associée au terme basé contour, on prend $\mathbf{v}_b = \kappa$ (la courbure) comme un terme de régularisation issu de la minimisation de la longueur de la courbe, λ est un paramètre positif pondérant cette régularisation.

Nous initialisons le contour actif avec des bulles réparties sur toute l'image (figure 1.8 (a)) et nous représentons les histogrammes initiaux (figure 1.8 (b)) normalisés pour les régions internes et externes.

Nous voyons clairement ici que le contour n'est pas obligatoirement connexe et devra pouvoir gérer les changements de topologie pour parvenir à segmenter l'image. L'évolution présentée sur la figure 1.9 montre que le contour évolue de manière à minimiser la fonctionnelle et donc l'écart entre les valeurs présentes au sein de chaque région et la moyenne de celle-ci. Pour mieux constater ce phénomène, nous avons également représenté (figure 1.9) les histogrammes aux itérations : 100, 250 et 700 (itération finale). Encore une fois, nous constatons qu'au niveau de l'itération finale

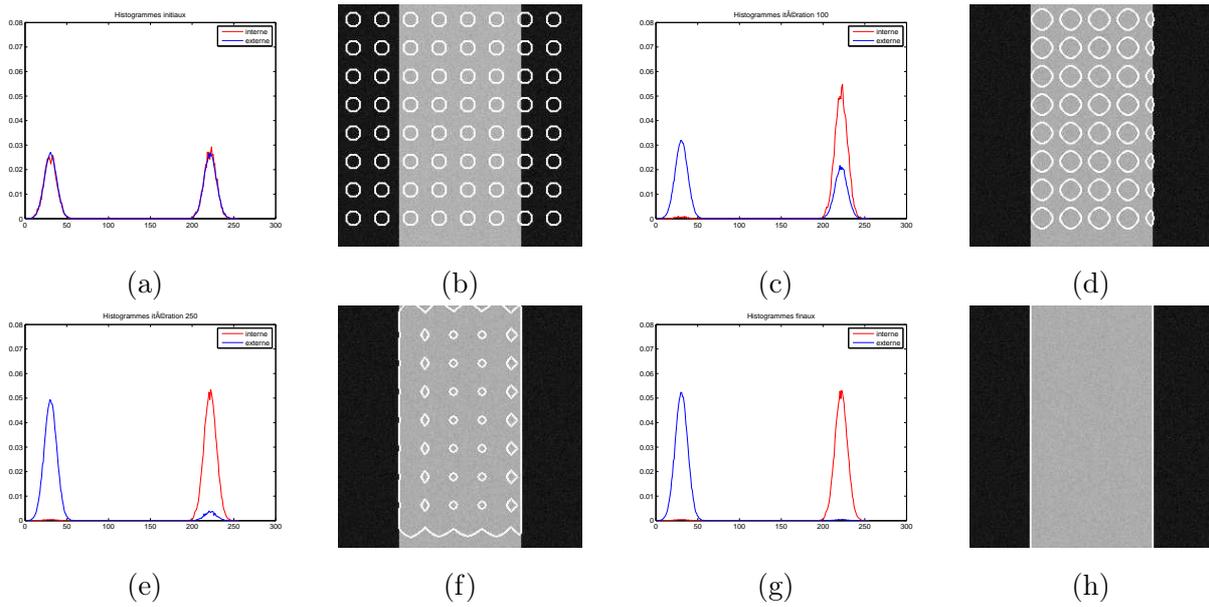


FIG. 1.9 – Evolution des histogrammes et du contour dans l'exemple d'application : (a-b) initialisation, (c-d) itération 100, (e-f) itération 250, (g-h) itération 700 (finale).

le contour segmente parfaitement l'image (très simple) et que les deux histogrammes interne et externe sont bien séparés par rapport à l'étape initiale.

1.6 Récapitulatif sur les contours actifs

Nous avons présenté dans ce chapitre la théorie des contours actifs et des contours actifs basés région en particulier. Ces rappels théoriques nous serviront de base dans la suite de ce document. Ainsi, afin d'obtenir les EDP d'évolution qui seront présentées par la suite, nous utiliserons les outils de dérivation de domaine que nous venons de détailler. L'implémentation des EDP obtenues est effectuée par l'intermédiaire de la méthode des ensembles de niveaux qui répond correctement aux besoins de notre cadre de travail.

Chapitre 2

Les contours actifs avec a priori de bruit, de texture et de forme : Etat de l'art

Comme nous venons de le voir, les contours actifs sont une méthode fréquemment utilisée pour la segmentation d'images. L'utilisation des contours actifs, notamment basés région, permet d'intégrer des informations complexes à la fois sur la photométrie des régions recherchées et sur leur géométrie. Ainsi, ils autorisent la segmentation d'images bruitées, texturées ou même dégradées par des occlusions ou des artefacts. Avant d'explicitier notre approche sur ces différents points, nous présentons dans ce chapitre les différentes méthodes proposées dans la littérature pour ajouter de tels a priori, qu'ils soient de bruit, de texture ou de forme, aux contours actifs basés région.

2.1 Segmentation de régions homogènes

Dans cette partie, nous nous intéressons plus particulièrement à la segmentation de régions homogènes dans l'image. De nombreux auteurs [Zhu 95, Zhu 96, Yezzi 99, Chan 01, Martin 04, Kim 02a, Rousson 04, Heiler 05, Ayed 06], se sont penchés sur cette problématique et nous donnons donc ici un aperçu des procédés employés.

L'homogénéité d'une région est définie par rapport à une caractéristique de l'image qui est le plus souvent l'intensité. Cette homogénéité ne traduit cependant pas un niveau de gris constant au sein d'une région. En effet, dans les images naturelles, il existe toujours une certaine variabilité autour de cette valeur constante. Par ailleurs, l'image à segmenter est dégradée par le bruit provenant de la chaîne physique d'acquisition. Ce bruit provoque une fluctuation aléatoire autour de la valeur constante d'une région censée être homogène. En imagerie médicale ce bruit peut être

très important et parfois masquer les informations présentes sur la scène acquise. Cependant les modèles statistiques des bruits d'acquisition sont souvent connus et peuvent être utilisés comme sources d'informations supplémentaires dans le processus de segmentation.

De manière générale, afin de regrouper les différents travaux de la littérature sur la segmentation de régions homogènes, nous considérerons que la caractéristique Y de l'image est une variable aléatoire à valeur dans χ . La valeur $y(\mathbf{x})$ (e.g. l'intensité $I(\mathbf{x})$) représente alors une observation de Y . On peut alors introduire la densité de probabilité (pdf) de la caractéristique Y à l'intérieur de la région, soit $p(y, \Omega)$ cette pdf. Dès lors, nous pouvons classifier les approches en deux grandes familles : paramétriques et non paramétriques. Dans le cas paramétrique, la pdf est supposée de forme analytique connue (e.g. gaussienne) et possède donc un ou plusieurs paramètres à estimer. Le modèle classique de Chan & Vese [Chan 01] présenté dans le chapitre précédent (chapitre 1) fait ainsi l'hypothèse que le bruit de l'image est Gaussien avec une variance fixe. De manière sous-jacente, ils utilisent donc une loi paramétrique avec pour seul paramètre la moyenne. Dans le cas non paramétrique, aucune hypothèse paramétrique n'est faite sur la loi du bruit dégradant l'image. La pdf doit alors être estimée à partir des observations procurées par l'image.

L'utilisation de ces deux catégories permet une première différenciation des travaux sur la segmentation de régions homogènes. La seconde différenciation porte sur la manière d'intégrer ces pdfs dans les termes d'attache aux données de la fonctionnelle à optimiser. Il est ainsi possible de diviser les approches suivant deux catégories. La première catégorie de méthodes se sert directement des observations liées aux pixels lors de la définition du critère et se basera sur des intégrales de domaine (e.g. log-vraisemblance). La seconde catégorie propose des critères basés sur la loi estimée à partir des observations et qui impliquent donc des intégrales sur l'espace des caractéristiques noté χ (e.g. divergences).

2.1.1 Descripteurs utilisés

Comme nous l'avons vu précédemment il est important de rechercher quelles représentations statistiques des caractéristiques de l'image peuvent être utilisées afin de guider la segmentation.

2.1.1.1 Approche paramétrique

Les approches paramétriques se basent sur l'utilisation d'une loi paramétrique que l'on suppose connue. Cette loi, dépendant d'un ou plusieurs paramètres à estimer, doit être recherchée de manière à modéliser le mieux possible la variabilité de la caractéristique au sein de la région à segmenter. Les résultats de Chan & Vese [Chan 01] considèrent implicitement une loi gaussienne à variance fixe comme loi statistique de la région. Concernant le bruit Gaussien, d'autres auteurs se sont intéressés à cette distribution particulière [Zhu 95, Zhu 96, Rousson 04] de manière à intégrer non seulement la moyenne, mais également la variance dans leurs modèles. Ces deux

paramètres sont estimés par la méthode du maximum de vraisemblance. On peut cependant aller plus loin et s’interroger sur la pertinence de cette hypothèse dans le cas d’images naturelles qui peuvent ne pas être corrompues par un bruit Gaussien. Citons les images SAR, les images ultrasonores ou bien encore les images astronomiques.

Afin de prendre en compte ce type d’images, quelques auteurs se sont éloignés du simple cas gaussien. Ayed et al. [Ayed 06] se sont par exemple penchés sur la segmentation d’images polarimétriques et pour cela ont eu besoin de considérer des lois complexes, telles que la distribution gaussienne complexe et la distribution de Wishart complexe. Martin et al. [Martin 04] se sont, eux, intéressés à des distributions appartenant à la famille exponentielle. Ils ont, comme la grande majorité des auteurs, utilisé ensuite l’estimateur du maximum de vraisemblance pour estimer les paramètres et les introduire dans une fonctionnelle à minimiser. Leurs travaux prouvent clairement que la segmentation la plus adaptée à une image fortement bruitée est obtenue lorsque le bon modèle de bruit est considéré. Ils montrent également que le choix du bon modèle de bruit permet une plus grande robustesse au choix des paramètres.

Notons également que les approches paramétriques ont été étendues à la segmentation de données vectorielles comme l’intensité couleur [Rousson 03].

En conclusion, l’emploi de pdfs paramétriques nécessite d’introduire une loi a priori pour modéliser la variabilité de la caractéristique à l’intérieur de la région. Cette loi dépend d’un ou plusieurs paramètres qui devront être estimés par une méthode d’estimation statistique qui est généralement celle du maximum de vraisemblance.

2.1.1.2 Approche non paramétrique

D’autres auteurs se sont intéressés aux approches non paramétriques pour lesquelles aucune forme analytique de la loi sous-jacente n’est disponible. Il faut alors trouver un moyen d’estimer non plus un paramètre de la pdf, mais la pdf elle-même. C’est ici qu’interviennent les différentes méthodes d’estimation [Silverman 86] qui permettent à partir d’observations d’estimer la densité sous-jacente.

Les approches à noyaux sont les plus utilisées et notamment l’estimateur de Parzen avec un noyau Gaussien. Par le biais de ce système la pdf peut s’écrire comme une intégrale sur le domaine et peut donc être dérivée aisément [Aubert 03, Jehan-Besson 03c]. Notons que cette estimation correspond à un lissage de l’histogramme discret avec, pour paramètres à régler, les paramètres du noyau (la variance pour un noyau Gaussien). D’autres auteurs tels que Kim et al. [Kim 02a] emploient également Parzen pour introduire un a priori non paramétrique sur le modèle de bruit. Cependant il existe également des aspects négatifs au choix de cette méthode, les régions de petite taille sont estimées de manière peu robuste et la taille fixe de la fenêtre d’estimation implique que le procédé n’est pas applicable à des pdfs locales [Scott 92].

L'estimateur de Parzen est également considéré par Heiler et al. [Heiler 05] pour estimer des distributions issues d'images naturelles. Mais ici, ce n'est pas directement l'intensité de l'image qui est considérée, mais la réponse à un filtrage linéaire.

Ce type d'approche permet de caractériser l'homogénéité de données vectorielles par des noyaux Gaussiens multidimensionnels. Cela peut être utile pour la segmentation d'images couleurs [Herbulot 04a, Michailovich 07] ou la segmentation de zones homogènes en mouvement [Herbulot 04b]. Martin et al. [Martin 06] proposent une estimation par une fonction constante par morceaux de la distribution du niveau de gris de l'image.

En conclusion, les approches non paramétriques permettent d'étudier des distributions complexes mais nécessitent une étape d'estimation préalable qui peut ne pas être très robuste notamment pour des régions de petite taille.

2.1.2 Fonctionnelles à optimiser

Comme nous l'avons vu précédemment, on peut distinguer deux types de termes d'attache aux données : tout d'abord les termes utilisant l'image elle-même sous la forme de son intensité ou d'une de ses caractéristiques, et ensuite les termes utilisant directement la distribution estimée notamment par le biais de divergences entre pdfs.

2.1.2.1 Intégrale sur le domaine

Le critère le plus utilisé lorsque les pixels de l'image sont considérés pour décrire l'homogénéité d'une région, est l'anti-log de vraisemblance, dans ce cas

$$J(\Omega) = - \int_{\Omega} \log(p(y(\mathbf{x}), \boldsymbol{\eta}(\Omega))) d\mathbf{x} .$$

Cette fonction permet de rechercher les régions qui maximisent la vraisemblance des observations sous le modèle de la distribution en décrivant leur variabilité. Elle a été introduite par Zhu & Yuille [Zhu 95]. L'introduction de cette fonctionnelle est fortement présente dans le cas paramétrique [Zhu 95, Zhu 96, Paragios 00, Paragios 99, Paragios 02, Dydenko 03, Chesnaud 99, Slabaugh 06, Sokolowski 92]. De plus, elle est le plus souvent couplée à une estimation des paramètres par l'estimateur du maximum de vraisemblance et l'estimation du domaine dans un même critère.

Même si le cas précédent est omniprésent dans la littérature, il existe quelques travaux cherchant à optimiser une autre fonctionnelle d'attache aux données. Kim et al. [Kim 02a] minimisent l'entropie. De même Herbulot et al. [Herbulot 04a] utilisent également des fonctionnelles issues de la théorie de l'information (entropie, information mutuelle). Dans ces approches, l'entropie est en général approximée par l'estimation d'Ahmad-Lin [Ahmad 76]. Les auteurs [Herbulot 04a] se sont également intéressés à l'entropie jointe afin de segmenter des données vectorielles.

2.1.2.2 Intégrale sur l'espace des caractéristiques

Récemment, des auteurs se sont intéressés à des critères utilisant des divergences entre pdfs. Dans ce cas, on cherche à optimiser la fonctionnelle :

$$J(\Omega) = \int_{\mathcal{X}} \Phi(p(\mathbf{y}, \Omega), q(\mathbf{y})) d\mathbf{y} ,$$

avec Φ une fonction dépendant de la divergence choisie (par exemple Kullback-Leibler ou Hellinger), p et q sont les densités à comparer, p étant estimée sur le domaine Ω recherché.

Ces divergences peuvent être utilisées pour la segmentation supervisée pour laquelle une pdf de référence $q(y)$ est disponible pour la région recherchée. Dans ce cas, les auteurs [Jehan-Besson 03a] opèrent un suivi de région d'intérêt dans des séquences d'images en minimisant l'écart entre la distribution de référence donnée et celle du contour en évolution.

Les autres divergences peuvent être prises en compte de manière non supervisée en cherchant à maximiser "l'écart" entre les deux pdfs estimées de deux régions voisines. Par exemple la divergence de Kullback-Leibler permet de rechercher la région ayant l'entropie différentielle minimale tout en maximisant l'entropie du complémentaire. Elle est très souvent utilisée dans la segmentation [Heiler 05, Freedman 05, Martin 04] et permet d'obtenir des résultats expérimentaux intéressants dans des domaines d'application variés, tels que : la segmentation d'images naturelles [Heiler 05], la segmentation d'images médicales [Freedman 05] ou encore la segmentation d'images très bruitées [Martin 04]. Elle n'est cependant pas la seule divergence que les auteurs choisissent de manière non supervisée.

La divergence de Battacharya est utilisée par Michailovich et al. [Michailovich 07] pour sa description plus précise que la divergence de Kullback-Leibler dans de nombreux cas particuliers [Kailath 67], tels que la segmentation d'images fortement bruitées ou encore le suivi dans les séquences d'images.

2.2 Segmentation de régions texturées

Les régions ne sont pas obligatoirement homogènes suivant un critère, il peut arriver qu'elles soient texturées. Il nous paraît donc essentiel de nous pencher sur cette problématique en utilisant les contours actifs. Pour cela, il faut définir ce qu'est une texture et comment la caractériser avant de l'introduire dans une fonctionnelle à optimiser. On peut remarquer la relativement faible quantité d'auteurs mixant les contours actifs et la segmentation de texture. En effet, la plupart des auteurs se servent des classifieurs tels que les SVM [Kim 02b] ou bien des approches à noyaux [Kim 01] pour segmenter des images texturées. Nous nous limiterons ici aux procédés proposés dans le cadre des contours actifs en essayant d'examiner les descripteurs de texture utilisés et les fonctionnelles associées à optimiser.

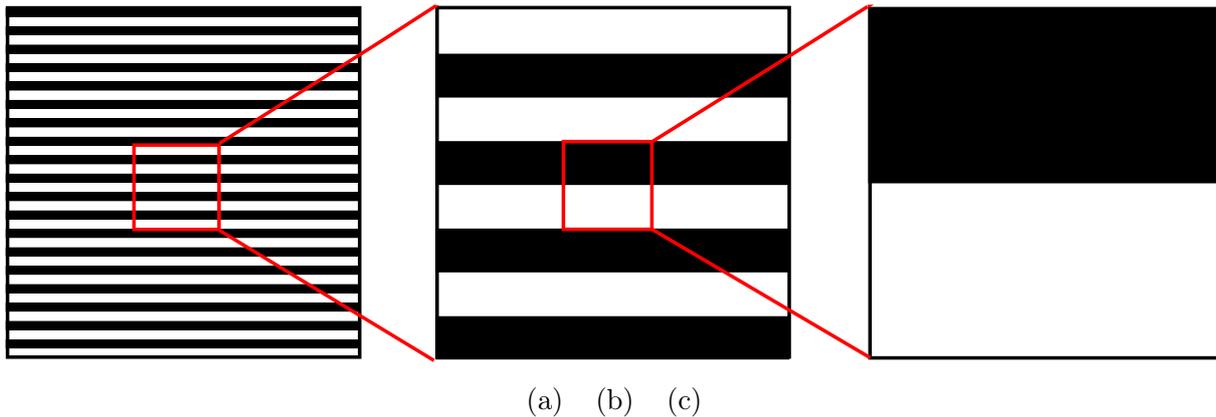


FIG. 2.1 – Image texturée à différentes échelles. (a) échelle globale, (b) échelle intermédiaire, (c) vue rapprochée.

2.2.1 Descripteurs utilisés

Tout comme lors de l'introduction d'un modèle de bruit, l'ajout d'un modèle de texture nécessite de caractériser les informations utilisées (ici la texture). Pour cela, nous nous penchons dans un premier temps sur la caractérisation possible de ce qu'est une texture tout en rappelant que cette caractérisation reste un problème ouvert.

2.2.1.1 Caractérisation des textures

Il n'existe aucun consensus pour définir avec précision ce qu'est une texture. En effet, sur la figure 2.1 nous constatons aisément que suivant l'échelle, la dimension ou la fréquence de répétition d'un motif, une image nous paraîtra ou non texturée. Sur cette image, la vue sur la texture est de plus en plus rapprochée. Et ce qui nous paraît texturé à l'échelle la plus globale ne nous le semble pas à l'échelle la plus rapprochée pour laquelle nous voyons simplement deux rectangles. Ces impressions différentes conduisent à se tourner vers la théorie de la perception. Dans ce domaine Julesz [Julesz 62] a posé trois axiomes principaux pour la perception des textures.

1. La vision humaine opère en deux modes distincts :
 - La vision pré-attentive, parallèle, instantanée (moins de 200ms), sans scruter de zone particulière, indépendante du nombre de patterns, couvre un large champ visuel.
 - La vision attentive, recherche sérielle en focalisant l'attention sur diverses zones de l'image.
2. Les textons sont les éléments fondamentaux de la vision pré-attentive, parmi eux :
 - Les objets allongés tels que les rectangles, ellipses, segments et leurs attributs, couleur, orientation, épaisseur, longueur, taux de répétition.

- Les terminaisons des segments.
 - Les croisements.
3. La vision pré-attentive dirige l'attention de la vision attentive vers les zones où les différences de densité entre les textons sont les plus importantes, mais ignore les relations de positionnement des textons. On remarquera plus facilement une différence de taille ou de forme qu'une différence d'orientation.

En considérant les textons comme les éléments structurants d'une texture, on remarque que la perception de celle-ci est essentiellement dépendante de la vision pré-attentive. Il faut donc, pour caractériser une texture et trouver un descripteur conforme à ces dernières, trouver une représentation permettant d'extraire les textons et leurs attributs. Ce n'est pas une chose facile, car les attributs des textons sont variés et il n'existe aucune méthode permettant d'extraire tous ces éléments. Les approches proposées vont donc se baser sur des dictionnaires qui seront plus ou moins adaptés en fonction des textures recherchées.

Partant de ce constat, nous classons les méthodes de la littérature de manière à séparer les descripteurs utilisant des dictionnaires d'atomes locaux, des dictionnaires globaux et des autres représentations.

2.2.1.2 Méthodes mathématiques de caractérisation

En considérant les dictionnaires d'atomes locaux, les méthodes par patchs se distinguent et permettent depuis de nombreuses années de s'attaquer au problème de la synthèse de textures. Comme le présentent [Efros 99], [Efros 01] ou bien encore [Liang 01], ces approches donnent des résultats intéressants. En effet, ces dernières permettent une application relativement directe de la théorie de Julesz. Wu et al. [Wu 00] utilisent par ailleurs une classe générale des champs de Markov afin d'établir une équivalence avec l'ensemble de Julesz. Cependant, malgré le grand nombre de travaux sur la synthèse de texture par patchs, très peu d'auteurs à notre connaissance s'en servent afin de segmenter des images. Wolf et al. [Wolf 06] ainsi que plus récemment Peyré [Peyré 08] dans SIAM sont parmi les seuls à appliquer cette méthode.

La majorité des représentations de texture se base sur les dictionnaires d'atomes globaux, issus de bancs de filtres. On peut alors citer les filtres de Gabor [Mallat 98], les cosinus locaux [Starck 04], les brushlets [Meyer 97], les ondelettes [Mallat 98] ou encore plus récemment les WaveAtoms [Ying 07]. Parmi toutes ces descriptions seules certaines sont utilisées en segmentation. Les ondelettes sont majoritairement considérées dans le cadre de la segmentation [Unser 95, Do 02, Aujol 03, Corpetti 06]. Les ondelettes ou plus généralement les paquets d'ondelettes permettent de discriminer avec efficacité les textures localement oscillantes. Plus récemment sont apparus les WaveAtoms [Ying 07] qui sont un sous-arbre de la forêt des paquets d'ondelettes de Villemoes. Il est formellement prouvé dans [Ying 07] que ce sont les descripteurs

les plus parcimonieux en ce qui concerne ce type de textures. Il n'existe cependant à ce jour et à notre connaissance aucune méthode reposant sur cette représentation pour segmenter des images texturées.

D'autres descripteurs ne peuvent être classés dans l'une ou l'autre de ces catégories. On trouve par exemple les approches basées sur les tenseurs de structures [Bigün 91, Rousson 03] ou encore celles reposant sur le flot de variation totale (TV) [Brox 03]. Ces deux dernières permettent de caractériser de manière intéressante la texture, mais souffrent d'aspects négatifs. Les tenseurs de structures ont tendance à lisser les images à cause de leurs noyaux Gaussiens.

2.2.2 Fonctionnelles à optimiser

Nous pouvons distinguer deux types de méthodes pour formaliser la segmentation de textures par le biais d'une fonctionnelle à optimiser. En effet, si l'on considère les ondelettes, il faut afin de segmenter au mieux les images texturées, modéliser la pdf des coefficients pour chaque échelle et chaque orientation. Cette modélisation de la pdf des coefficients est nécessaire quelle que soit la transformée utilisée, ondelettes, Gabor, WaveAtoms.

La paramétrisation à base de gaussiennes généralisées (GGD) est très fréquemment choisie pour les ondelettes [Unser 95, Do 02, Aujol 03, Corpetti 06, Kim 07]. Ces travaux reposent ensuite sur diverses fonctionnelles, que ce soit la divergence de Kullback-Leibler [Do 02, Kim 07] ou bien l'anti-log de vraisemblance [Aujol 03]. Une représentation non paramétrique de la texture peut également être effectuée par l'intermédiaire de l'estimateur de Parzen et en effectuant un suivi ou bien une segmentation par l'intermédiaire de la divergence de Kullback-Leibler comme le proposent Karoui et al. [Karoui 06].

Dans toutes les approches précédentes, les dictionnaires globaux sont utilisés afin de caractériser la texture. Un prétraitement est, en général, nécessaire pour les autres méthodes de caractérisation. Dans ce cas, il permet d'obtenir une image auxiliaire pouvant être segmentée par une fonctionnelle portant sur les valeurs de cette image auxiliaire. Par exemple Savelonas et al. [Savelonas 08] se servent des patterns binaires locaux (i.e. LBP) et additionnent les résultats de manière à segmenter cette image globale lissée au lieu de l'image de texture plus complexe. Il est possible d'effectuer une telle addition sur les réponses des filtres de Gabor afin de segmenter des images texturées [Xie 05, Sagiv 04, Tilmant 04].

2.3 Segmentation avec a priori de forme

Dans cette partie, nous allons considérer les approches permettant d'ajouter un a priori de forme dans les contours actifs. Pour cela il faut considérer plusieurs points : la méthode de caractérisation des formes, et l'introduction de telles caractéristiques dans une fonctionnelle à optimiser.

2.3.1 Descripteurs utilisés

Lorsque l'on recherche à contraindre un contour en évolution par une forme prédéfinie, on doit pouvoir définir et caractériser cette forme. De nombreuses approches sont alors possibles.

L'un des premiers modèles est celui des *Fourier-Snakes* proposé par Staib et al. [Staib 92]. Ces auteurs proposent une paramétrisation du contour basée sur la décomposition elliptique de Fourier : une base de fonctions sinus et cosinus est utilisée pour représenter la courbe. L'intérêt de cette méthode est que la description est faite par projection sur une base orthonormale et évite donc toute redondance d'information. Il est ici, comme souvent dans le cas de la description de formes par projection sur une base, nécessaire de tronquer les coefficients à partir d'un certain ordre. En effet, la base est par définition infinie. L'a priori de forme construit par les auteurs est défini comme une pdf gaussienne sur les coefficients de Fourier.

D'autres travaux précurseurs dans ce domaine concernent l'apprentissage d'une forme sur des cartes de distances signées construites à partir d'une base de courbes de référence comme proposé par Leventon et al. [Leventon 00a, Leventon 00b]. Ce procédé ne possède cependant aucune invariance et nécessite donc d'aligner les formes avant l'apprentissage et durant l'évolution même du contour. Les auteurs proposent un alignement par une méthode analytique. La forte redondance d'information induite par les cartes de distances permet de lisser les petites erreurs d'alignement éventuelles. D'autres travaux s'appuient sur les cartes de distances signées [Zhang 03, Bresson 03, Tsai 03, Paragios 02, Gastaud 03, Riklin-Raviv 05, Debreuve 07, Rousson 08] en modifiant certaines étapes comme le procédé d'alignement ou encore la fonctionnelle déduite du modèle.

Toujours dans le domaine de la caractérisation de formes, il existe une autre méthode très présente dans la littérature. Cette dernière, proposée par Cremers et al. [Cremers 03, Cremers 06], utilise une projection sur une base de fonctions à support compact de manière à décrire une forme comme un vecteur contenant les coordonnées des points de contrôle de la spline décrivant la forme. L'inconvénient de ce type d'approche basée contour est la description délicate des formes possédant des cavités, tout comme pour la description de Fourier à ordre faible.

Enfin d'autres auteurs se basent sur l'utilisation de moments géométriques comme par exemple Foulonneau et al. [Foulonneau 04] qui se servent des moments de Legendre invariants pour décrire la forme. Cette dernière permet d'éviter l'étape d'alignement, puisque des invariances par translation, homothétie et éventuellement rotation et cisaillement sont introduites. De plus, ici également, l'ensemble des Polynômes de Legendre constitue une base orthonormée ce qui évite donc toute redondance d'information.

2.3.2 Fonctionnelles à optimiser

Dans le cas des *Fourier-Snakes* [Staub 92] l'a priori sur la forme est ajouté dans une fonctionnelle basée sur une attache aux données de type contour sous la forme d'un terme supplémentaire dans la fonctionnelle. Cette approche est paramétrique et explicite puisque à chaque itération les paramètres du contour sont entièrement calculés.

C'est également le cas de Cremers et al. [Cremers 03] qui introduisent l'a priori dans la fonctionnelle par une distance de Mahalanobis à la forme moyenne. Le contour étant décrit de manière paramétrique il faut effectuer une mise en correspondance des points par l'intermédiaire d'une procédure analytique. Et l'équation d'évolution du contour porte sur ces points de contrôle.

Les deux méthodes précédentes nécessitent d'opérer une mise en correspondance de points. Tsai et al. [Tsai 03] proposent une approche rapide mais sans être du type évolution de courbe. A chaque itération la fonctionnelle qu'ils considèrent est reconstruite comme combinaison de cartes de distances obtenues par apprentissage.

Lors de l'implémentation spécifique par les ensembles de niveaux, on considère non plus une approche paramétrique comme précédemment, mais on s'appuie directement sur l'implémentation pour introduire la forme dans l'évolution du contour. C'est ce que fait Leventon et al. [Leventon 00a] en utilisant les contours actifs géodésiques. Les auteurs construisent l'a priori comme la différence entre l'ensemble de niveaux de la carte de distances courant et celui estimé a posteriori à partir du modèle. La contrainte de forme est donc introduite non pas dans la fonctionnelle mais au niveau de l'équation d'évolution.

Dans le cas des approches basées région, nous pouvons citer Zhang et al. [Zhang 03], qui introduisent leur a priori par l'intermédiaire de cartes de distances signées par l'intermédiaire de la minimisation d'une fonctionnelle. Ils recherchent ensuite la valeur la plus négative possible de cette fonctionnelle. Pour autoriser des variations autour d'une forme de référence, une base d'images de référence est utilisée et elle est parcourue séquentiellement de manière à obtenir l'erreur la plus faible possible.

C'est également le choix de Paragios et al. [Paragios 02] qui, eux, introduisent une fonctionnelle probabiliste pour la comparaison entre la forme de référence et celle du contour en évolution. Ensuite, une méthode de descente de gradient permet de faire évoluer la courbe jusqu'à convergence.

Enfin, l'approche proposée par Foulonneau [Foulonneau 04] est introduite directement dans le formalisme des contours actifs basés région au moyen des outils de dérivation de domaine [Jehan-Besson 03a]. Cette combinaison est particulièrement intéressante dans notre cas, puisque c'est exactement ce que nous cherchons à mettre en place. Cependant, l'a priori de forme est considéré comme un critère de régularisation de la courbe après convergence sans a priori. Cette technique, fréquemment utilisée dans la littérature, pose problème dans le cas où le contour

diverge ou ne converge pas convenablement sur les images.

2.4 Conclusion et positionnement de notre méthode

Nous avons présenté les différentes approches utilisées pour ajouter des a priori de bruit, de texture et de forme dans les contours actifs basés région. Il est clair que cet ajout n'est pas trivial et que le choix d'un descripteur pertinent est toujours nécessaire. Nous nous positionnons de manière claire par rapport à la littérature.

Nous avons choisi de rechercher des descripteurs les plus généraux possibles, l'application médicale sous-tendant l'ensemble de notre travail de recherche impliquant une variabilité des images comme nous le verrons dans le Chapitre 6. Cette envie de généralité nous a poussés à choisir une modélisation paramétrique générique pour l'a priori de bruit afin de pouvoir tenir compte au mieux des données connues sur l'image (le type de capteur utilisé, etc.). Il est fréquent de connaître le bruit présent dans une image, mais il est, comme nous l'avons vu, impossible à l'heure actuelle de définir une méthode globale de caractérisation de texture. C'est pourquoi, pour cette partie précise, nous avons introduit une formulation non paramétrique afin de rester le plus général possible. Enfin, concernant l'ajout de l'a priori de forme, nous avons repris les résultats sur les moments de Legendre [Foulonneau 04] et nous les avons introduits dans un algorithme de minimisation alternée. Cet algorithme permet de combiner de manière efficace et robuste ce terme de forme avec les différents termes d'attache aux données cités précédemment (bruit ou texture).

Deuxième partie

Contributions

Chapitre 3

Le modèle de bruit

Dans ce chapitre, nous nous intéresserons à l'extraction de régions homogènes dans les images bruitées en nous basant sur un formalisme stochastique adapté. Ainsi, nous souhaitons intégrer dans le terme d'attache aux données une densité de probabilité dépendant de la physique d'acquisition du signal. Cette loi sera considérée comme appartenant à la famille exponentielle qui inclut notamment les distributions de Bernoulli, Gaussien, Poisson, Rayleigh. Cette pdf paramétrique sera mise à profit dans une fonctionnelle à minimiser allant du log-vraisemblance à la divergence de Kullback-Leibler en prêtant une attention particulière à l'influence de la méthode d'estimation des paramètres pour le calcul de la vitesse d'évolution. Pour cela nous exposons tout d'abord notre cadre de travail statistique, puis le critère et la fonctionnelle générale que nous proposons. Enfin nous présentons les résultats expérimentaux.

3.1 Cadre de travail statistique pour la segmentation

Lorsque l'on observe une image, nous ne voyons pas le niveau de gris véritable des pixels, mais une fluctuation aléatoire autour du niveau réel. La source des fluctuations aléatoires du niveau de gris des pixels peut être imputée au bruit, ce dernier étant introduit par le système d'imagerie ayant permis l'acquisition de l'image. Ce système a sa propre loi de probabilité qu'elle soit connue ou non. Mais, quel que soit le cas, il est souvent possible de modéliser le bruit par une distribution bien connue. Par exemple, il est considéré que les images SAR (Synthetic Aperture Radar) sont corrompues par un bruit de Rayleigh du fait du système d'acquisition [Achim 06]. Le bruit de speckle des images ultrasonores, telles que les images échographiques, peut être sous certaines conditions approximé également par un bruit de Rayleigh [Dutt 95]. Les capteurs CCD introduisent un bruit composé d'un bruit Gaussien et d'un bruit de Poisson [Sterken 92]. Le module des images acquises par résonance magnétique (IRM) suit une loi de Rice [Gudbjartsson 95], etc. Nous voyons clairement que le cas d'école du bruit Gaussien est plutôt une exception qu'une règle. Nous nous intéressons donc ici à des pdfs appartenant à la

famille exponentielle qui permet de recouvrir l'ensemble de ces modèles.

Afin de relier le modèle statistique à une formulation énergétique, nous pouvons classiquement utiliser la maximisation de la vraisemblance des observations (niveaux de gris de l'image) par rapport à une loi donnée comme l'ont fait par exemple Zhu et Yuille [Zhu 95]. Nous ne nous restreindrons pas à ce cas particulier et nous utiliserons donc une fonction générale d'une densité de probabilité avec une intégration sur l'ensemble des observations de la région (section 3.2) ou une intégration sur l'ensemble des caractéristiques dans le cas des divergences (section 3.2.3).

3.1.1 La famille exponentielle

Comme présentée précédemment, la famille exponentielle couvre la majeure partie des bruits communément rencontrés dans les systèmes d'acquisition d'images. Elle présente par ailleurs des propriétés intéressantes pour des fins d'optimisation. Comme nous le verrons, cette section va présenter la famille exponentielle et mettre en exergue les propriétés nécessaires que nous exploiterons dans la suite du chapitre.

3.1.1.1 Définition

Cette classe de familles de distributions a tout d'abord été découverte en statistiques par [Koopman 36]. Ensuite de nombreuses autres propriétés ont été découvertes et démontrées ce qui a permis à cette famille de devenir une classe importante de la théorie moderne des statistiques. La famille exponentielle à plusieurs paramètres est indexée naturellement par un vecteur réel de paramètres à δ -dimensions et par un vecteur de statistiques naturelles également à δ -dimensions. Un exemple classique est la loi normale où les paramètres d'échelle (écart-type) et de localisation (moyenne) sont tous deux inconnus ($\delta = 2$). Nous noterons $\boldsymbol{\theta} \in \Theta$ les paramètres de la loi (e.g. pour la loi gaussienne $\boldsymbol{\theta} = \{\mu, \sigma\}$). La définition formelle est la suivante [Bickel 01] :

Définition 3.1.1 *La famille de distributions d'une variable aléatoire (VA) $Y \in \mathcal{X} \subset \mathbb{R}$ $\{\mathcal{P}_{\boldsymbol{\theta}} : \boldsymbol{\theta} \in \mathcal{E} \subseteq \mathbb{R}^{\delta}\}$ est dite famille exponentielle **canonique à δ -paramètres**, s'il existe des fonctions à valeurs réelles :*

- $\boldsymbol{\eta}(\boldsymbol{\theta}) = [\eta_1, \dots, \eta_{\delta}]^T$ avec $\eta_i : \Theta \subset \mathbb{R}^{\delta} \mapsto \mathbb{R}$.
- $h : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$.
- $B : \Theta \mapsto \mathbb{R}$.
- $\mathbf{T} = [T_1, \dots, T_{\delta}]^T : \mathbb{R}^{\delta} \mapsto \mathbb{R}$.

telles qu la pdf $p_{\boldsymbol{\theta}}(y)$ s'écrive :

$$p(y, \boldsymbol{\theta}) = h(y) \exp[\langle \boldsymbol{\eta}(\boldsymbol{\theta}), \mathbf{T}(y) \rangle - B(\boldsymbol{\theta})] , \quad (3.1)$$

où $y \in \mathcal{X} \subset \mathbb{R}$, \mathbf{T} les statistiques naturelles suffisantes et $\boldsymbol{\eta}$ le vecteur naturel de paramètres. Le terme $\langle \boldsymbol{\eta}, \mathbf{T} \rangle$ représente le produit scalaire dans \mathbb{R}^{δ} entre $\boldsymbol{\eta}$ et \mathbf{T} .

Distribution	Θ^T	$\boldsymbol{\eta}(\Theta)^T$	$\mathbf{T}(y)^T$	$A(\boldsymbol{\eta})$	\mathcal{E}
Normale	(μ, σ^2)	$(\frac{\mu}{\sigma^2}, \frac{-1}{2\sigma^2})$	(y, y^2)	$\frac{1}{2} \left(-\frac{\eta_1^2}{2\eta_2} - \log \frac{-\eta_2}{\pi} \right)$	$\mathbb{R} \times \mathbb{R}^{-*}$
Gamma	(λ, p)	$(-\lambda, p-1)$	$(y, \log y)$	$-(\eta_2 + 1) \log -\eta_1 + \log \Gamma(\eta_2 + 1)$	$\mathbb{R}^{-*} \times]-1, +\infty[$
Beta	(r, s)	$(r-1, s-1)$	$(\log y, \log(1-y))$	$-\log B(\eta_1 + 1, \eta_2 + 1)$	$\mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+$
Poisson	μ	$\log \mu$	y	e^η	\mathbb{R}
exponentielle	λ	$-\lambda$	y	$-\log -\eta$	\mathbb{R}^{-*}
Rayleigh	θ^2	$-1/2\theta^2$	y^2	$-\log -2\eta$	\mathbb{R}^{-*}

TAB. 3.1 – Diverses distributions communes de la famille exponentielle. $B(\alpha, \beta)$ est la fonction Beta d'Euler [Abramowitz 72].

En indexant le modèle par $\boldsymbol{\eta}$ plutôt que par $\boldsymbol{\theta}$, la famille exponentielle **canonique à δ -paramètres** est définie comme :

$$p(y, \boldsymbol{\eta}) = h(y) \exp[\langle \boldsymbol{\eta}, \mathbf{T}(y) \rangle - A(\boldsymbol{\eta})] , \quad (3.2)$$

avec

$$A(\boldsymbol{\eta}) = \log \int_{-\infty}^{+\infty} h(y) \exp\langle \boldsymbol{\eta}, \mathbf{T} \rangle dy . \quad (3.3)$$

L'espace naturel des paramètres est défini par $\mathcal{E} = \{\boldsymbol{\eta} \in \mathbb{R}^\delta; -\infty < A(\boldsymbol{\eta}) < +\infty\}$.

La Table 3.1 donne une description synthétique de diverses distributions communes de la famille exponentielle avec leurs paramètres $\boldsymbol{\theta}$, fonctions et statistiques suffisantes associées.

Pour illustrer la table, nous développons la forme des paramètres de la loi normale ($\delta = 2$).

$$\begin{aligned} p(y(\mathbf{x}); \mu, \sigma) &= \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(y(\mathbf{x})-\mu)^2}{2\sigma^2}} = \exp\left(-\frac{1}{2} \log(2\pi\sigma^2) - \frac{y^2}{2\sigma^2} + \frac{\mu y}{\sigma^2} - \frac{\mu^2}{2\sigma^2}\right) \\ &= \exp\left(\langle \boldsymbol{\eta}, \mathbf{T}(y) \rangle - \frac{1}{2} \log(2\pi\sigma^2) - \frac{\mu^2}{2\sigma^2}\right) . \end{aligned}$$

Ce qui conduit à :

$$h(y) = 1, \quad \mathbf{T}(y) = \begin{bmatrix} y \\ y^2 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\eta} = \begin{bmatrix} \frac{\mu}{\sigma^2} \\ -\frac{1}{2\sigma^2} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\theta} = \begin{bmatrix} \mu \\ \sigma^2 \end{bmatrix},$$

$$A(\boldsymbol{\eta}) = \frac{1}{2} \left(\log(2\pi\sigma^2) + \frac{\mu^2}{2\sigma^2} \right) = -\frac{1}{2} \left(\frac{\eta_1^2}{2\eta_2} + \log\left(-\frac{\eta_2}{\pi}\right) \right) .$$

3.1.1.2 Propriétés

Nous donnons tout d'abord les résultats suivants qui seront utiles pour notre modèle de contours actifs basés région utilisant la famille exponentielle. Les démonstrations peuvent être trouvées dans [Bickel 01].

Théorème 3.1.1 Soit $\mathcal{P}_n = \{p(y, \boldsymbol{\eta}) ; \boldsymbol{\eta} \in \mathcal{E}\}$ une famille exponentielle canonique à δ -paramètres avec pour statistiques naturelles suffisantes $\mathbf{T}(Y)$ et comme espace des paramètres naturels \mathcal{E} où \mathcal{E} est un ouvert. Alors on a :

(i) \mathcal{E} est convexe.

(ii) $A : \mathcal{E} \mapsto \mathcal{S} \subseteq \mathbb{R}$ est convexe avec $\mathcal{S} = A(\mathcal{E})$.

(iii) $\mathbb{E}[\mathbf{T}(Y)] = \nabla A(\boldsymbol{\eta})$.

(iv) $\text{Cov}[T(Y)] = \nabla^2 A(\boldsymbol{\eta})$.

où $\nabla A = (\frac{\partial A}{\partial \eta_1}, \frac{\partial A}{\partial \eta_2}, \dots, \frac{\partial A}{\partial \eta_\delta})^T$ représente le gradient de A , et $\nabla^2 A$ est la matrice Hessienne de A avec $\nabla^2 A_{ij} = \frac{\partial^2 A}{\partial \eta_i \partial \eta_j}$.

Le Théorème suivant établit les conditions de la convexité stricte de A , et donc celles pour que ∇A soit bijective. C'est un résultat très important et utile à des fins d'optimisation et donc de dérivation :

Théorème 3.1.2 Soit $\mathcal{P}_n = \{p(y, \boldsymbol{\eta}) ; \boldsymbol{\eta} \in \mathcal{E}\}$ une famille exponentielle canonique à δ -paramètres de rang plein (i.e. $\text{Cov}[T(Y)]$ est une matrice définie positive) avec pour statistiques naturelles suffisantes $\mathbf{T}(Y)$ et un espace des paramètres naturels \mathcal{E} où \mathcal{E} est un ouvert. Les assertions suivantes sont équivalentes :

(i) $\nabla A : \mathcal{E} \mapsto \mathcal{S}$ est bijective.

(ii) La famille peut être paramétrée uniquement par $\boldsymbol{\mu}(\boldsymbol{\eta}) \equiv \mathbb{E}[\mathbf{T}(Y)] = \nabla A(\boldsymbol{\eta})$.

(iii) La fonction d'anti-log de vraisemblance est une fonction strictement convexe de $\boldsymbol{\eta}$ sur \mathcal{E} .

Ces résultats établissent une correspondance bijective entre $\boldsymbol{\eta}$ et $\mathbb{E}[\mathbf{T}(Y)]$ telle que :

$$\mathcal{S} \ni \boldsymbol{\mu} = \nabla A(\boldsymbol{\eta}) = \mathbb{E}[\mathbf{T}(Y)] \Leftrightarrow \mathcal{E} \ni \boldsymbol{\eta} = (\nabla A)^{-1}(\mathbb{E}[\mathbf{T}(Y)]) = \psi(\mathbb{E}[\mathbf{T}(Y)]) , \quad (3.4)$$

soit valable pour ∇A et ψ continues. A ce niveau, il est intéressant de mentionner qu'il existe une solution alternative pour obtenir cette bijection. Cette solution utilise des résultats d'analyse convexe (la dualité de Legendre-Fenchel) dans le même esprit que les travaux de [Banerjee 04] qui prouvent une bijection entre les familles exponentielles et les divergences de Bregman.

3.1.1.3 Estimation des paramètres

On peut noter que les paramètres $\boldsymbol{\eta}$ sont des paramètres à estimer et qu'il existe différentes méthodes d'estimation. Parmi ces méthodes, on trouve la méthode du maximum de vraisemblance ou la méthode des moments. Nous verrons dans la partie 3.1.2 l'impact du choix de cette méthode sur la dérivée de la fonctionnelle. En effet, c'est la méthode d'estimation qui nous permettra d'obtenir une expression de $\boldsymbol{\eta}$ en fonction du domaine.

3.1.2 Un premier exemple de l'influence de l'estimateur des paramètres sur les contours actifs basés région

Cette section est dédiée à l'illustration de l'influence de l'estimation des paramètres dans l'expression de la vitesse d'évolution des contours actifs basés région. On considère ici la minimisation de la fonction d'anti-log de vraisemblance lorsque la caractéristique étudiée de l'image est distribuée selon une loi de Rayleigh. Ensuite on calcule la dérivée de domaine de ce terme basé région. Pour un tel calcul, nous devons évaluer les paramètres de la loi par l'intermédiaire d'une méthode d'estimation. L'estimateur du maximum de vraisemblance est l'une des procédures la plus communément utilisée en pratique. Il existe également une autre méthode classique d'estimation, nommée la méthode des moments. Cette technique alternative consiste en l'association des moments empiriques avec ceux de la distribution concernée. Nous allons donc comparer la vitesse d'évolution du contour actif dans les deux cas en utilisant l'anti-log de vraisemblance et l'un ou l'autre des estimateurs pour la loi de Rayleigh.

3.1.2.1 Prologue

Nous nous intéressons ici à la minimisation de l'anti-log de vraisemblance utilisée notamment par [Zhu 96, Goudail 04]. La fonctionnelle à minimiser est dans ce cas :

$$J_r(\Omega) = - \int_{\Omega} \log(p(y(\mathbf{x}), \theta)) d\mathbf{x} , \quad (3.5)$$

avec p la pdf de la loi de Rayleigh de paramètre scalaire θ , i.e. $p(y(\mathbf{x}), \theta) = \frac{y(\mathbf{x})}{\theta^2} \exp\left(\frac{-y(\mathbf{x})^2}{2\theta^2}\right)$.

Classiquement, on peut calculer l'estimateur du paramètre θ par la méthode des moments. Dans ce cas, il est aisé de prouver que :

$$\hat{\theta}_{\text{MO}} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{|\Omega|} \int_{\Omega} y(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \overline{y(\mathbf{x})} , \quad (3.6)$$

où $\overline{y(\mathbf{x})} = \frac{1}{|\Omega|} \int_{\Omega} y(\mathbf{x}) d\mathbf{x}$ représente la moyenne de l'échantillon sur Ω .

On peut aussi de manière alternative calculer l'estimateur du maximum de vraisemblance qui est :

$$\hat{\theta}_{\text{MV}} = \sqrt{\frac{1}{2|\Omega|} \int_{\Omega} y(\mathbf{x})^2 d\mathbf{x}} . \quad (3.7)$$

3.1.2.2 Dérivée avec l'estimateur des moments

Théorème 3.1.3 *La dérivée Eulérienne dans la direction de \mathbf{V} , de la fonctionnelle $J_r(\Omega) = - \int_{\Omega} \log(p(y(\mathbf{x}), \hat{\theta}_{\text{MO}})) d\mathbf{x}$ avec p la loi de Rayleigh et $\hat{\theta}_{\text{MO}}$ le paramètre de cette loi estimé par la méthode des moments, est la suivante :*

$$\langle J'_r(\Omega), \mathbf{V} \rangle = \int_{\partial\Omega} \left(\log\left(p(y(\mathbf{x}), \hat{\theta}_{\text{MO}})\right) + \text{Add}(y(\mathbf{x}), \Omega) \right) \langle \mathbf{V}, \mathbf{N} \rangle d\mathbf{a}(\mathbf{x}) , \quad (3.8)$$

$$\text{avec } Add(y(\mathbf{x}), \Omega) = \left(2 - \frac{\pi \overline{y^2(\mathbf{x})}}{2 y(\mathbf{x})^2}\right) \left(1 - \frac{y(\mathbf{x})}{\overline{y}}\right).$$

Preuve : Dans le cas de la loi de Rayleigh, le critère d'évolution de la région est :

$$J_r(\Omega) = - \int_{\Omega} \log y(\mathbf{x}) d\mathbf{x} + \frac{1}{2\widehat{\theta}_{\text{MO}}^2} \int_{\Omega} y(\mathbf{x})^2 d\mathbf{x} + |\Omega| \log(\widehat{\theta}_{\text{MO}}^2(\Omega)). \quad (3.9)$$

On calcule tout d'abord la dérivée Eulérienne dans la direction de \mathbf{V} , de l'estimateur des moments $\widehat{\theta}_{\text{MO}}$. On obtient :

$$\langle \widehat{\theta}'_{\text{MO}}(\Omega), \mathbf{V} \rangle = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{|\Omega|} \int_{\partial\Omega} (\overline{y} - y(\mathbf{x})) \langle \mathbf{V}, \mathbf{N} \rangle d\mathbf{a}(\mathbf{x}). \quad (3.10)$$

En utilisant le Théorème 1.3.2, la dérivée Eulérienne de $J_r(\Omega)$ est :

$$\begin{aligned} \langle J'_r(\Omega), \mathbf{V} \rangle &= \int_{\partial\Omega} \log y(\mathbf{x}) \langle \mathbf{V}, \mathbf{N} \rangle d\mathbf{a}(\mathbf{x}) - \frac{\langle \widehat{\theta}'_{\text{MO}}(\Omega), \mathbf{V} \rangle}{\widehat{\theta}_{\text{MO}}^3} \int_{\Omega} y(\mathbf{x})^2 d\mathbf{x} \\ &\quad - \frac{1}{2\widehat{\theta}_{\text{MO}}^2} \int_{\partial\Omega} y(\mathbf{x})^2 \langle \mathbf{V}, \mathbf{N} \rangle d\mathbf{a}(\mathbf{x}) - \log(\widehat{\theta}_{\text{MO}}^2) \int_{\partial\Omega} \langle \mathbf{V}, \mathbf{N} \rangle d\mathbf{a}(\mathbf{x}) \\ &\quad + 2|\Omega| \frac{\langle \widehat{\theta}'_{\text{MO}}(\Omega), \mathbf{V} \rangle}{\widehat{\theta}_{\text{MO}}}, \end{aligned}$$

ce qui donne :

$$\begin{aligned} \langle J'_r(\Omega), \mathbf{V} \rangle &= \int_{\partial\Omega} \left(\log(p(y(\mathbf{x}), \widehat{\theta}_{\text{MO}})) \right) \langle \mathbf{V}, \mathbf{N} \rangle d\mathbf{a}(\mathbf{x}) \\ &\quad + \frac{\langle \widehat{\theta}'_{\text{MO}}(\Omega), \mathbf{V} \rangle}{\widehat{\theta}_{\text{MO}}^3} |\Omega| (2\widehat{\theta}_{\text{MO}}^2 - \overline{y^2}), \end{aligned} \quad (3.11)$$

où $\overline{y^2} = \frac{1}{|\Omega|} \int_{\Omega} y^2(\mathbf{x}) d\mathbf{x}$. On remplace $\widehat{\theta}_{\text{MO}}$ et sa dérivée Eulérienne par leurs expressions respectives pour obtenir :

$$\begin{aligned} \langle J'_r(\Omega), \mathbf{V} \rangle &= \int_{\partial\Omega} \left(\log(p(y(\mathbf{x}), \widehat{\theta}_{\text{MO}})) \right) \langle \mathbf{V}, \mathbf{N} \rangle d\mathbf{a}(\mathbf{x}) \\ &\quad + \frac{\pi ((4/\pi)\overline{y^2} - \overline{y^2})}{2 \overline{y}^3} \int_{\partial\Omega} (\overline{y} - y(\mathbf{x})) \langle \mathbf{V}, \mathbf{N} \rangle d\mathbf{a}(\mathbf{x}). \end{aligned} \quad (3.12)$$

En réorganisant l'expression :

$$\begin{aligned} \langle J'_r(\Omega), \mathbf{V} \rangle &= \int_{\partial\Omega} \left(\log(p(y(\mathbf{x}), \widehat{\theta}_{\text{MO}})) \right) \langle \mathbf{V}, \mathbf{N} \rangle d\mathbf{a}(\mathbf{x}) \\ &\quad + 2 \left(1 - \frac{\pi \overline{y^2}}{4 \overline{y}^2} \right) \int_{\partial\Omega} \left(1 - \frac{y(\mathbf{x})}{\overline{y}} \right) \langle \mathbf{V}, \mathbf{N} \rangle d\mathbf{a}(\mathbf{x}), \end{aligned} \quad (3.13)$$

et le résultat suit. ■

On peut alors déduire l'équation d'évolution du contour actif :

$$\frac{\partial \Gamma(p, \tau)}{\partial \tau} = - \left[\log \left(p(y(\mathbf{x}), \hat{\theta}_{MO}) \right) + Add(y(\mathbf{x}), \Omega) \right] \mathbf{N}(\mathbf{x}) . \quad (3.14)$$

On remarque bien que le terme additif reste présent et n'est pas nul. Il faudra donc en tenir compte dans l'implémentation.

3.1.2.3 Dérivée en utilisant l'estimateur du maximum de vraisemblance

Théorème 3.1.4 *La dérivée Eulérienne dans la direction de \mathbf{V} , de la fonctionnelle $J_r(\Omega) = - \int_{\Omega} \log(p(y(\mathbf{x}), \hat{\theta}_{MV})) d\mathbf{x}$ avec p la loi de Rayleigh et $\hat{\theta}_{MV}$ le paramètre estimé par la méthode du maximum de vraisemblance, est la suivante :*

$$\langle J'_r(\Omega), \mathbf{V} \rangle = \int_{\partial \Omega} \log \left(p(y(\mathbf{x}), \hat{\theta}_{MV}) \right) \langle \mathbf{V}, \mathbf{N} \rangle d\mathbf{a}(\mathbf{x}) . \quad (3.15)$$

Ce Théorème est un cas particulier du Corollaire 3.2.1, voir section 3.2.2.

Dans ce cas particulier, l'équation d'évolution devient alors élégamment :

$$\frac{\partial \Gamma(p, \tau)}{\partial \tau} = - \log \left(p(y(\mathbf{x}), \hat{\theta}_{MV}) \right) \mathbf{N}(\mathbf{x}) . \quad (3.16)$$

3.1.2.4 Epilogue

On peut voir que l'estimateur des paramètres a un impact clair sur l'expression de la vitesse d'évolution, car si l'on compare les équations d'évolution (3.16) et (3.14), le terme additif $Add(y(\mathbf{x}), \Omega)$ apparaît dans la dérivée de domaine quand l'estimateur des moments est choisi. Ces résultats théoriques sont confirmés par des tests expérimentaux sur une image synthétique représentée sur la figure 3.1. Ces tests ont été effectués avec les vitesses d'évolution basées sur l'estimateur du maximum de vraisemblance (3.16) et la méthode des moments (3.14), et également en utilisant la vitesse basée sur la méthode des moments pour laquelle le terme additif a été délibérément omis.

On peut voir que les segmentations finales en utilisant soit la méthode du maximum de vraisemblance, soit la méthode des moments sont très proches. Cependant, lorsque l'on omet volontairement le terme additif dans (3.14), le contour ne segmente pas du tout le carré et donne un résultat totalement faux. Bien entendu, dans le cas de la famille exponentielle, l'estimateur du maximum de vraisemblance existe toujours (sauf dans des cas très particuliers et exotiques comme la segmentation d'une région d'un seul pixel), mais il est possible que sa forme analytique ne soit pas possible à obtenir. Et dans ce cas, il faudra utiliser sur d'autres estimateurs comme la méthode des moments ou des cumulants et donc ne pas négliger l'impact des termes additifs.

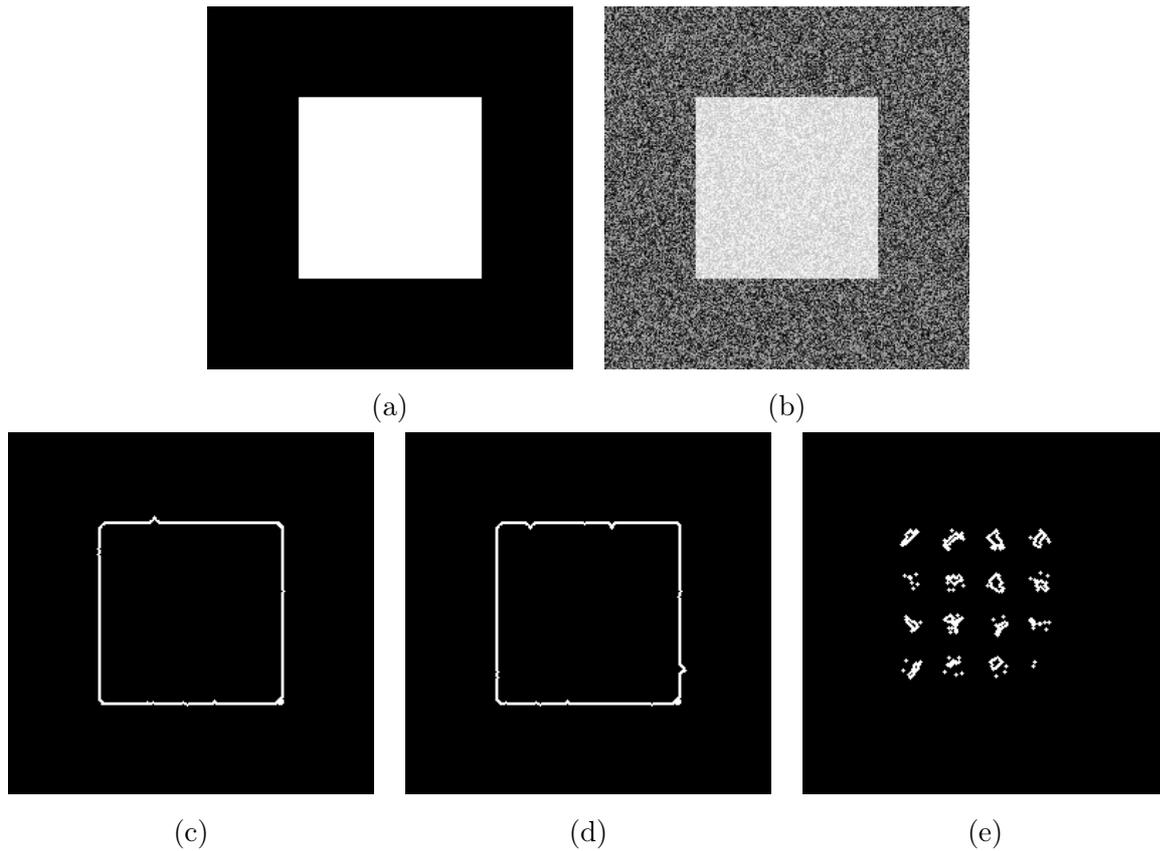


FIG. 3.1 – (a) Image initiale de carré, (b) Image bruitée par un bruit de Rayleigh, (c) Segmentation finale en utilisant l'estimateur du maximum de vraisemblance, (d) Segmentation finale en utilisant l'estimée par la méthode des moments et le terme additif, (e) Segmentation finale en utilisant l'estimée par la méthode des moments sans terme additif.

3.2 Cas général pour la segmentation

Nous nous intéressons à présent au cas général et nous considérons la fonctionnelle suivante :

$$J_r(\Omega) = \int_{\Omega} \Phi(p(y(\mathbf{x}), \boldsymbol{\eta}(\Omega))) \, d\mathbf{x} , \quad (3.17)$$

où Φ est une fonction continûment dérivable et intégrable, $p(\cdot)$ appartient à la famille exponentielle multiparamètres et est exprimée par (3.2), et $\boldsymbol{\eta}$ le vecteur de paramètres naturels.

3.2.1 Un résultat général pour la famille exponentielle

Dans la suite du chapitre et pour plus de simplicité, nous noterons invariablement $\boldsymbol{\eta}$ pour le paramètre naturel et son estimée sur le domaine (sans cet abus de notation, ce devrait être $\hat{\boldsymbol{\eta}}$). La dérivation de domaine est alors la suivante.

Théorème 3.2.1 *La dérivée Eulérienne dans la direction de \mathbf{V} , de la fonctionnelle (3.17), est :*

$$\begin{aligned} \langle J'_r(\Omega), \mathbf{V} \rangle &= - \int_{\partial\Omega} \Phi(p(y(\mathbf{x}), \boldsymbol{\eta}(\Omega))) \langle \mathbf{V}, \mathbf{N} \rangle d\mathbf{a}(\mathbf{x}) \\ &+ \int_{\Omega} p(y(\mathbf{x}), \boldsymbol{\eta}(\Omega)) \Phi'(p(y(\mathbf{x}), \boldsymbol{\eta}(\Omega))) \langle \nabla_{\mathbf{V}} \boldsymbol{\eta}, \mathbf{T}(y(\mathbf{x})) - \nabla A(\boldsymbol{\eta}) \rangle d\mathbf{x} , \end{aligned} \quad (3.18)$$

avec $\nabla_{\mathbf{V}} \boldsymbol{\eta} = \langle \boldsymbol{\eta}'(\Omega), \mathbf{V} \rangle$ la dérivée Eulérienne de $\boldsymbol{\eta}$ dans la direction de \mathbf{V} , et $\langle \cdot, \cdot \rangle$ le produit scalaire de deux vecteurs dans \mathbb{R}^{δ} .

Preuve :

Pour calculer $\langle J'_r(\Omega), \mathbf{V} \rangle$, nous devons tout d'abord calculer la dérivée de $p(y(\mathbf{x}), \boldsymbol{\eta})$ par rapport au domaine, et ensuite appliquer le Théorème classique de la dérivation composée sur $\Phi(p(y(\mathbf{x}), \boldsymbol{\eta}(\Omega)))$. Pour simplifier les notations, nous avons écrit la dérivée Eulérienne de $\boldsymbol{\eta}$ comme $\langle \boldsymbol{\eta}'(\Omega), \mathbf{V} \rangle = \nabla_{\mathbf{V}} \boldsymbol{\eta}$.

En utilisant la définition de $p(y, \boldsymbol{\eta})$ donnée par (3.2) et le Théorème de la dérivation composée appliqué à $A(\boldsymbol{\eta}(\Omega))$, nous obtenons :

$$\begin{aligned} \langle p'(y, \boldsymbol{\eta}), \mathbf{V} \rangle &= h(y) \langle \nabla_{\mathbf{V}} \boldsymbol{\eta}, \mathbf{T}(y) \rangle - \langle \nabla_{\mathbf{V}} \boldsymbol{\eta}, \nabla A(\boldsymbol{\eta}) \rangle e^{\langle \boldsymbol{\eta}(\Omega), \mathbf{T}(y) \rangle - A(\boldsymbol{\eta}(\Omega))} \\ &= p(y, \boldsymbol{\eta}) \langle \nabla_{\mathbf{V}} \boldsymbol{\eta}, \mathbf{T}(y) - \nabla A(\boldsymbol{\eta}) \rangle . \end{aligned} \quad (3.19)$$

Par les propriétés de la dérivée composée de $\Phi(p(y(\mathbf{x}), \boldsymbol{\eta}(\Omega)))$, nous obtenons :

$$\langle \Phi'(p(y(\mathbf{x}), \boldsymbol{\eta}(\Omega))), \mathbf{V} \rangle = \langle p'(y, \boldsymbol{\eta}), \mathbf{V} \rangle \Phi'(p) , \quad (3.20)$$

où $\Phi'(r)$ est la dérivée de la fonction $\Phi(r)$ suivant r . En utilisant le résultat du Théorème 1.3.2 on termine la preuve. ■

Ce résultat, qui peut paraître complexe, peut en fait se diviser en deux termes distincts. Le premier terme comporte l'intégrale sur le contour $\partial\Omega$ et provient de la variation de la région Ω au cours de l'évolution. Le second (le terme additif) provient de la variation des hyperparamètres du modèle en fonction de la région.

3.2.2 Cas particulier : score de vraisemblance et estimateur du maximum de vraisemblance

Montrons tout d'abord que l'on peut remplacer $\mathbb{E}[\mathbf{T}(Y)] = \nabla A(\boldsymbol{\eta})$ par $\overline{\mathbf{T}(Y)}$ le moment de premier ordre de $\mathbf{T}(Y)$. Nous montrons également que cela correspond à l'estimateur du maximum de vraisemblance et utilisons ensuite cet estimateur pour expliciter la dérivée.

3.2.2.1 Estimation de l'espérance

Ainsi, il est intéressant de mettre en évidence que dans l'équation (3.4), l'espérance $\mathbb{E}[\mathbf{T}(Y)]$ peut être remplacée par l'estimée empirique de la moyenne $\overline{\mathbf{T}(Y)}$ et que cela correspond à l'estimateur du maximum de vraisemblance.

Soit $Y(\mathbf{x})$ un processus continu aléatoire défini sur une région homogène Ω , on peut supposer que $Y(\mathbf{x})$ est stationnaire (i.e. la distribution du processus aléatoire a certains attributs qui sont les mêmes dans toute la région Ω) et ergodique (i.e. les moments d'un processus aléatoire sur une région finie sont proches des moments du processus aléatoire sur tout l'espace quand les extrémités de la région s'étendent à l'infini) [Cornfeld 82]. Par l'ergodicité, l'espérance de toute statistique $\mathbf{T}(Y(\mathbf{x}))$ peut alors être estimée comme :

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[\mathbf{T}(Y)] &= \lim_{|\Omega| \rightarrow \infty} \overline{\mathbf{T}(Y)} \\ &= \lim_{|\Omega| \rightarrow \infty} \frac{1}{|\Omega|} \int_{\Omega} \mathbf{T}(y(\mathbf{x})) d\mathbf{x} . \end{aligned} \quad (3.21)$$

Donc, par la loi des grands nombres, l'espérance $\mathbb{E}[\mathbf{T}(Y)]$ peut être remplacée par l'estimée empirique de la moyenne.

On peut noter que, dans les images numériques, la valeur de la caractéristique y est donnée uniquement pour les points discrets x_i . En utilisant un estimateur à noyaux, la valeur continue de $\mathbf{T}(y(\mathbf{x}))$ peut alors être estimée en utilisant les échantillons discrets $\tilde{\mathbf{T}}(y(x_i))$ comme suit (les équations sont données en une dimension pour des raisons de simplicité) :

$$T(y(x)) = \sum_{i=1}^N w_h(x_i, x) \tilde{T}(y(x_i)) , \quad (3.22)$$

où les w_h vérifient $\sum_{i=1}^N w_h(x_i, x) = 1$ et $0 \leq w_h(x_i, x) \leq 1$. Le terme h désigne la bande passante du noyau et N le nombre de pixels.

Nous pouvons à présent exprimer l'estimée empirique de la moyenne :

$$\overline{T(Y)} = \frac{1}{|\Omega|} \int_{\Omega} \sum_{i=1}^N w_h(x_i, x) \tilde{T}(y(x_i)) dx = \frac{1}{|\Omega|} \sum_{i=1}^N \tilde{T}(y(x_i)) \int_{\Omega} w_h(x_i, x) dx . \quad (3.23)$$

Si le noyau est choisi comme une fonction porte (i.e. $w_h(x_i, x) = 1$ si $x \in [-L/2 + x_i, L/2 + x_i]$ où L est la taille du pixel), on a :

$$\int_{\Omega} w_h(x_i, x) dx = \int_{x_i-L/2}^{x_i+L/2} d\mathbf{x} = L . \quad (3.24)$$

En remplaçant (3.24) dans l'équation (3.23), et pour une grille discrète régulière avec $|\Omega| = N \cdot L$, on peut montrer que la moyenne empirique continue peut être estimée en utilisant une somme discrète sur le domaine (selon la loi des grands nombres). L'erreur commise sur l'estimation de l'intégrale dépend de la résolution de l'image. Pour des images en faible résolution, un autre noyau d'interpolation peut être facilement pris en compte dans le processus de dérivation. Dans ce chapitre, pour des raisons de simplicité, nous considérons que la moyenne empirique continue peut être estimée par une somme discrète sur le domaine.

Il est intéressant de mettre en évidence que l'estimée discrète obtenue coïncide avec l'estimateur du maximum de vraisemblance de $\boldsymbol{\eta}$. En effet, l'estimateur du maximum de vraisemblance de $\boldsymbol{\eta}$ correspond à la minimisation du score de vraisemblance (pour des données iid) :

$$l(\boldsymbol{\eta}) = -\log \left(\prod_{x_i \in \Omega} p(y(x_i)) \right) = -\sum_{x_i \in \Omega} \log(h(y(x_i))) + NA(\boldsymbol{\eta}) - \boldsymbol{\eta} \sum_{\Omega} \tilde{T}(y(x_i)) . \quad (3.25)$$

Par différentiation selon $\boldsymbol{\eta}$, il est simple de voir que :

$$\nabla A(\hat{\boldsymbol{\eta}}_{MV}) = \frac{1}{N} \sum_{x_i \in \Omega} \tilde{T}(y(x_i)) . \quad (3.26)$$

L'estimateur du maximum de vraisemblance est asymptotiquement sans biais et atteint la limite inférieure de Cramer-Rao quand le nombre d'échantillons tend vers l'infini.

Par exemple, si on considère la distribution de Rayleigh (voir Table 3.1), nous avons :

$$\eta = \frac{-1}{2\theta^2} , \quad A(\eta) = -\log(-2\eta) \quad \text{et} \quad T(y) = y^2 . \quad (3.27)$$

En calculant $A'(\eta) = \overline{\mathbf{T}(Y)}$, on trouve que :

$$-\frac{1}{\eta} = \frac{1}{|\Omega|} \int_{\Omega} y(\mathbf{x})^2 d\mathbf{x} , \quad (3.28)$$

ce qui correspond à l'estimateur du maximum de vraisemblance de θ^2 donné par :

$$\hat{\theta}_{MV}^2 = \frac{1}{2|\Omega|} \int_{\Omega} y(\mathbf{x})^2 d\mathbf{x} . \quad (3.29)$$

Loi	Paramètre θ	Expression de la vitesse
Normale	(μ, σ)	$\log(\sigma) + \frac{(y-\mu)^2}{2\sigma^2}$
exponentielle	λ	$-\log(\lambda) + \lambda y$
Poisson	μ	$-y \log(\mu) + \mu$
Rayleigh	θ	$\frac{y^2}{2\theta^2} - \log(\frac{y}{\theta^2})$
Gamma	(λ, p)	$\log(\Gamma(p)\lambda^p) + \frac{y}{\lambda} - p \log(y)$

TAB. 3.2 – Expressions de la vitesse d'évolution pour certaines distributions courantes de la famille exponentielle lorsque l'on minimise l'anti-log de vraisemblance et que l'on estime les paramètres par le maximum de vraisemblance, Γ est la fonction Gamma [Abramowitz 72].

3.2.2.2 Dérivation en utilisant cet estimateur

De ce fait, lorsque l'on utilise cet estimateur et que l'on minimise l'anti-log-vraisemblance, le second terme de l'équation (3.18) est égal à :

$$\int_{\Omega} \langle \nabla_{\mathbf{V}} \boldsymbol{\eta}, \mathbf{T}(y(\mathbf{x})) - \overline{\mathbf{T}(Y)} \rangle d\mathbf{x}, \quad (3.30)$$

et donc disparaît, le corollaire suivant découle alors directement du Théorème 3.2.1.

Corollaire 3.2.1 *La dérivée Eulérienne dans la direction de \mathbf{V} , de la fonctionnelle $J_r(\Omega) = -\int_{\Omega} \log(p(y(\mathbf{x}), \hat{\boldsymbol{\eta}}_{\text{MV}}(\Omega))) d\mathbf{x}$ où $\hat{\boldsymbol{\eta}}_{\text{MV}}$ est l'estimateur du maximum de vraisemblance de $\boldsymbol{\eta}$, est :*

$$\langle J'_r(\Omega), \mathbf{V} \rangle = \int_{\partial\Omega} (\log(p(y(\mathbf{x}), \hat{\boldsymbol{\eta}}_{\text{MV}}(\Omega))) \langle \mathbf{V}, \mathbf{N} \rangle) da(\mathbf{x}). \quad (3.31)$$

Cela donne une preuve alternative et élégante aux résultats de [Zhu 95, Martin 04]. Cependant, nous avons mis ici en évidence que dans le travail de [Martin 04], le rôle de l'estimateur des paramètres n'avait pas été élucidé. En effet, la vitesse d'évolution déduite du corollaire 3.2.1 est valide uniquement dans le cas où l'estimateur du maximum de vraisemblance est utilisé pour $\boldsymbol{\eta}$, sinon, des termes additifs complexes apparaissent comme nous l'avons montré section 3.1.2.

L'application directe de (3.31) à certains membres courants de la famille exponentielle est un exercice simple. C'est ce qui est fait dans le tableau 3.2 qui résume les vitesses d'évolution pour certaines lois de la famille exponentielle lorsque l'on utilise l'anti-log de vraisemblance et l'estimateur du maximum de vraisemblance pour les paramètres. On peut également noter que le descripteur proposé par Chan & Vese [Chan 01] correspond à un modèle Gaussien où le paramètre σ est fixé.

3.2.3 Au-delà du score de vraisemblance : l'entropie relative

Lorsque l'on considère la segmentation de régions homogènes, on peut également s'intéresser aux critères énergétiques basés sur la théorie de l'information [Cover 91] tels que l'entropie

relative. Cette dernière est connue aussi sous le nom de divergence de Kullback-Leibler (KLD). Dans ce cas, les intégrales portent sur l'espace χ des valeurs prises par y et non plus sur le domaine. Dans cette section, nous allons donner tout d'abord un résultat général sur la dérivation de l'espérance d'une fonction d'une pdf, puis l'appliquer pour obtenir la dérivée dans le cas de la KLD.

3.2.3.1 Dérivation de l'espérance d'une fonction d'une pdf

Définition 3.2.1 *L'espérance sous une loi de pdf $p_{in}(y, \boldsymbol{\eta}(\Omega_{in}))$ d'une pdf $p_{out}(y, \boldsymbol{\eta}(\Omega_{out}))$ est :*

$$H_Y(\boldsymbol{\eta}_{in}, \boldsymbol{\eta}_{out}) = \mathbb{E}_{in}[\Phi(p_{out}(Y, \boldsymbol{\eta}_{out}))] = \int_{\chi} p_{in}(y, \boldsymbol{\eta}_{in}) \Phi(p_{out}(y, \boldsymbol{\eta}_{out})) dy, \quad (3.32)$$

où χ est le domaine de la variable aléatoire Y et Φ une fonction continue, dérivable et intégrable.

Lorsque l'on considère la variable aléatoire Y dans la région Ω , les paramètres de la distribution dépendent une fois encore de la région. On a donc $H_Y(\boldsymbol{\eta}_{in}, \boldsymbol{\eta}_{out}) = H_Y(\boldsymbol{\eta}_{in}(\Omega_{in}), \boldsymbol{\eta}_{out}(\Omega_{out}))$.

Cette quantité apparaît dans de nombreuses mesures intéressantes de l'information, telles que l'entropie différentielle (avec $p_{in} = p_{out}$ et $\Phi(p) = -\log(p)$), ou KLD qui sera détaillée ci-dessous. Il est alors intéressant de calculer la dérivée Eulérienne de ces quantités par rapport au domaine :

Théorème 3.2.2 *La dérivée Eulérienne dans la direction de \mathbf{V} , de la fonctionnelle $H_Y(\boldsymbol{\eta}_{in}, \boldsymbol{\eta}_{out})$ définie dans l'équation (3.32) avec $p_{in}(y, \boldsymbol{\eta}_{in})$ et $p_{out}(y, \boldsymbol{\eta}_{out})$ deux membres de la famille exponentielle appartenant à la même loi mais pas nécessairement de mêmes paramètres :*

$$\begin{aligned} \langle H'_Y(\boldsymbol{\eta}_{in}, \boldsymbol{\eta}_{out}), \mathbf{V} \rangle &= \langle \nabla_{\mathbf{V}} \boldsymbol{\eta}_{out}, \mathbb{E}_{in} [p_{out} \Phi'(p_{out})(\mathbf{T}(Y) - \nabla A(\boldsymbol{\eta}_{out}))] \rangle \\ &+ \langle \nabla_{\mathbf{V}} \boldsymbol{\eta}_{in}, \mathbb{E}_{in} [\Phi(p_{out})(\mathbf{T}(Y) - \nabla A(\boldsymbol{\eta}_{in}))] \rangle. \end{aligned}$$

Preuve : En utilisant la dérivée de la pdf $p(y, \boldsymbol{\eta})$ dans la direction \mathbf{V} donnée par l'équation (3.19), on obtient :

$$\begin{aligned} \langle H'_Y(\boldsymbol{\eta}_{in}, \boldsymbol{\eta}_{out}), \mathbf{V} \rangle &= \mathbb{E}_{in} [p_{out} \Phi'(p_{out}) \langle \nabla_{\mathbf{V}} \boldsymbol{\eta}_{out}, \mathbf{T}_{out}(Y) - \nabla A_{out}(\boldsymbol{\eta}_{out}) \rangle] \\ &+ \mathbb{E}_{in} [\Phi(p_{out}) \langle \nabla_{\mathbf{V}} \boldsymbol{\eta}_{in}, \mathbf{T}_{in}(Y) - \nabla A_{in}(\boldsymbol{\eta}_{in}) \rangle]. \end{aligned}$$

Si les deux distributions appartiennent à la même loi, alors on a $\mathbf{T}_{in}(y) = \mathbf{T}_{out}(y) = \mathbf{T}(y)$, $A_{in}(\boldsymbol{\eta}) = A_{out}(\boldsymbol{\eta}) = A(\boldsymbol{\eta})$ et $h_{in}(y) = h_{out}(y) = h(y)$. La dérivée se réduit alors à :

$$\begin{aligned} \langle H'_Y(\boldsymbol{\eta}_{in}, \boldsymbol{\eta}_{out}), \mathbf{V} \rangle &= \langle \nabla_{\mathbf{V}} \boldsymbol{\eta}_{out}, \mathbb{E}_{in} [p_{out} \Phi'(p_{out})(\mathbf{T}(Y) - \nabla A(\boldsymbol{\eta}_{out}))] \rangle \\ &+ \langle \nabla_{\mathbf{V}} \boldsymbol{\eta}_{in}, \mathbb{E}_{in} [\Phi(p_{out})(\mathbf{T}(Y) - \nabla A(\boldsymbol{\eta}_{in}))] \rangle. \end{aligned}$$

■

3.2.3.2 Compétition de régions en utilisant KLD

Lorsque l'on considère la segmentation d'une image en deux régions Ω_{in} et Ω_{out} , nous pouvons considérer la maximisation de l'entropie relative ou KLD qui est définie comme :

Définition 3.2.2 *L'entropie relative de la loi $p_{in}(y, \boldsymbol{\eta}_{in})$ pour la variable $Y \in \chi$ dans la région Ω_{in} et la loi $p_{out}(y, \boldsymbol{\eta}_{out})$ pour cette même variable Y dans la région Ω_{out} est définie par :*

$$D(p_{in}||p_{out}) = \int_{\chi} p_{in}(y, \boldsymbol{\eta}_{in}) \log \frac{p_{in}(y, \boldsymbol{\eta}_{in})}{p_{out}(y, \boldsymbol{\eta}_{out})} dy . \quad (3.33)$$

Cette fonction est toujours positive, convexe mais non symétrique. Il est possible de l'exprimer en utilisant l'espérance sous la pdf p_{in} , notée \mathbb{E}_{in} , telle que :

$$D(p_{in}||p_{out}) = \mathbb{E}_{in}[\log(p_{in}(Y, \boldsymbol{\eta}_{in}))] - \mathbb{E}_{in}[\log(p_{out}(Y, \boldsymbol{\eta}_{out}))] . \quad (3.34)$$

Pour comprendre l'intérêt de l'utilisation de la KLD comme fonctionnelle à minimiser pour le contour actif, considérons les données $y_i = \{y(\mathbf{x})|\mathbf{x} \in \Omega_i\}$ comme une séquence iid issue du modèle statistique $p_i(y, \boldsymbol{\eta}_i)$. Maximiser KLD entre deux pdfs p_{in} et p_{out} peut être vu comme équivalent à la minimisation du score de vraisemblance [Cover 91] :

$$\frac{1}{|\Omega_{in}|} \int_{\Omega_{in}} \log(p(y(\mathbf{x}), \boldsymbol{\eta}_{out})) d\mathbf{x} ,$$

ce qui tend vers $\mathbb{E}_{in}[\log(p_{out}(y, \boldsymbol{\eta}_{out}))]$, par la loi des grands nombres pour un très grand domaine Ω_{in} . En d'autres mots, la segmentation en utilisant la maximisation de KLD va rechercher la configuration qui maximise le log vraisemblance des données y_i sous le modèle p_{in} tout en minimisant la probabilité des mêmes données sous p_{out} . Ce qui, en traduisant en terme de segmentation, permet de dire que KLD agit comme un critère de compétition de régions.

Lorsque les deux lois appartiennent à la famille exponentielle, on peut calculer la dérivée Eulérienne de $D(p_{in}||p_{out})$.

Théorème 3.2.3 *En supposant que $p_{in}(y, \boldsymbol{\eta}_{in})$ et $p_{out}(y, \boldsymbol{\eta}_{out})$ sont deux membres de la famille exponentielle qui suivent la même distribution avec des paramètres distincts. La dérivée Eulérienne dans la direction de \mathbf{V} , de la fonctionnelle $D(p_{in}||p_{out})$ est :*

$$\langle D'(p_{in}||p_{out}), \mathbf{V} \rangle = \langle \nabla_{\mathbf{V}} \boldsymbol{\eta}_{in}, \nabla^2 A(\boldsymbol{\eta}_{in})(\boldsymbol{\eta}_{in} - \boldsymbol{\eta}_{out}) \rangle + \langle \nabla_{\mathbf{V}} \boldsymbol{\eta}_{out}, \nabla A(\boldsymbol{\eta}_{out}) - \nabla A(\boldsymbol{\eta}_{in}) \rangle \quad (3.35)$$

Preuve : On peut développer l'entropie relative comme :

$$D(p_{in}(y, \boldsymbol{\eta}_{in})||p_{out}(y, \boldsymbol{\eta}_{out})) = \mathbb{E}_{in}[\log(p_{in}(y, \boldsymbol{\eta}_{in}))] - \mathbb{E}_{in}[\log(p_{out}(y, \boldsymbol{\eta}_{out}))] = H_Y(\boldsymbol{\eta}_{in}, \boldsymbol{\eta}_{in}) - H_Y(\boldsymbol{\eta}_{in}, \boldsymbol{\eta}_{out}) .$$

Si les deux distributions appartiennent à la même loi, alors on a $\mathbf{T}_{in}(y) = \mathbf{T}_{out}(y) = \mathbf{T}(y)$, $A_{in}(\boldsymbol{\eta}) = A_{out}(\boldsymbol{\eta}) = A(\boldsymbol{\eta})$ et $h_{in}(y) = h_{out}(y) = h(y)$. En utilisant le Théorème 3.2.2, on peut

déduire la dérivée suivante pour KLD :

$$\begin{aligned}
\langle D'(p_{in}||p_{out}), \mathbf{V} \rangle &= \langle \nabla_{\mathbf{v}} \boldsymbol{\eta}_{in}, \mathbb{E}_{in} [(\mathbf{T}(Y) - \nabla A(\boldsymbol{\eta}_{in}))] \rangle \\
&+ \langle \nabla_{\mathbf{v}} \boldsymbol{\eta}_{in}, \mathbb{E}_{in} [\log(p_{in})(\mathbf{T}(Y) - \nabla A(\boldsymbol{\eta}_{in}))] \rangle \\
&- \langle \nabla_{\mathbf{v}} \boldsymbol{\eta}_{out}, \mathbb{E}_{in} [(\mathbf{T}(Y) - \nabla A(\boldsymbol{\eta}_{out}))] \rangle \\
&- \langle \nabla_{\mathbf{v}} \boldsymbol{\eta}_{in}, \mathbb{E}_{in} [\log(p_{out})(\mathbf{T}(Y) - \nabla A(\boldsymbol{\eta}_{in}))] \rangle .
\end{aligned}$$

En utilisant le Théorème 3.1.1 (iii), on peut remplacer $\mathbb{E}_{in}[\mathbf{T}(y)]$ par $\nabla A(\boldsymbol{\eta}_{in})$, ce qui conduit à :

$$\begin{aligned}
\langle D'(p_{in}||p_{out}), \mathbf{V} \rangle &= \langle \nabla_{\mathbf{v}} \boldsymbol{\eta}_{in}, \mathbb{E}_{in} [(\log(p_{in}) - \log(p_{out}))(\mathbf{T}(Y) - \nabla A(\boldsymbol{\eta}_{in}))] \rangle \\
&+ \langle \nabla_{\mathbf{v}} \boldsymbol{\eta}_{out}, \nabla A(\boldsymbol{\eta}_{out}) - \nabla A(\boldsymbol{\eta}_{in}) \rangle .
\end{aligned}$$

Comme p_{in} et p_{out} appartiennent à la même loi dans la famille exponentielle, on peut remplacer $\log(p_{in}) - \log(p_{out})$ par $\langle \boldsymbol{\eta}_{in} - \boldsymbol{\eta}_{out}, \mathbf{T}(y) \rangle - A(\boldsymbol{\eta}_{in}) + A(\boldsymbol{\eta}_{out})$ et en réarrangeant les termes, on a :

$$\begin{aligned}
\langle D'(p_{in}||p_{out}), \mathbf{V} \rangle &= \langle \nabla_{\mathbf{v}} \boldsymbol{\eta}_{in}, \mathbb{E}_{in} [\langle \boldsymbol{\eta}_{in} - \boldsymbol{\eta}_{out}, \mathbf{T}(Y) \rangle (\mathbf{T}(Y) - \mathbb{E}_{in}[\mathbf{T}(y)])] \rangle \\
&+ \langle \nabla_{\mathbf{v}} \boldsymbol{\eta}_{out}, \nabla A(\boldsymbol{\eta}_{out}) - \nabla A(\boldsymbol{\eta}_{in}) \rangle .
\end{aligned}$$

Par le Théorème 3.1.1 (iii) $\nabla^2 A(\boldsymbol{\eta}) = \text{Cov}[\mathbf{T}(Y)]$ et donc que $\nabla^2 A(\boldsymbol{\eta})_{ij} = \mathbb{E}[\mathbf{T}_i(Y)\mathbf{T}_j(Y)] - \mathbb{E}[\mathbf{T}_i(Y)]\mathbb{E}[\mathbf{T}_j(Y)]$, on trouve alors :

$$\langle D'(p_{in}||p_{out}), \mathbf{V} \rangle = \langle \nabla_{\mathbf{v}} \boldsymbol{\eta}_{in}, \nabla^2 A(\boldsymbol{\eta}_{in})(\boldsymbol{\eta}_{in} - \boldsymbol{\eta}_{out}) \rangle + \langle \nabla_{\mathbf{v}} \boldsymbol{\eta}_{out}, \nabla A(\boldsymbol{\eta}_{out}) - \nabla A(\boldsymbol{\eta}_{in}) \rangle \quad (3.36)$$

ce qui est le résultat escompté. ■

Ce résultat peut être spécialisé lorsque le paramètre $\boldsymbol{\eta}$ est estimé en utilisant l'estimateur du maximum de vraisemblance pour l'ensemble de la famille exponentielle et lorsque l'on considère deux domaines complémentaires Ω_{in} et Ω_{out} . Les deux domaines partagent alors les mêmes frontières avec des normales inversées.

Corollaire 3.2.2 *La dérivée Eulérienne dans la direction de \mathbf{V} , de la fonctionnelle $D(p_{in}||p_{out})$ avec $p_{in}(y, \boldsymbol{\eta}_{in})$ et $p_{out}(y, \boldsymbol{\eta}_{out})$ deux membres de la famille exponentielle de paramètres distincts $\boldsymbol{\eta}_{in}$ et $\boldsymbol{\eta}_{out}$ estimés en utilisant le maximum de vraisemblance est :*

$$\begin{aligned}
\langle D'(p_{in}||p_{out}), \mathbf{V} \rangle &= - \langle \nabla_{\mathbf{v}} \overline{\mathbf{T}(y)}_{in}, \boldsymbol{\eta}_{in} - \boldsymbol{\eta}_{out} \rangle \\
&+ \langle \nabla_{\mathbf{v}} \overline{\mathbf{T}(y)}_{out}, [\nabla^2 A(\boldsymbol{\eta}_{out})]^{-1} [\nabla A(\boldsymbol{\eta}_{out}) - \nabla A(\boldsymbol{\eta}_{in})] \rangle ,
\end{aligned} \quad (3.37)$$

où

$$\nabla_{\mathbf{v}} \overline{\mathbf{T}(y)}_{in} = \frac{1}{|\Omega_{in}|} \int_{\partial\Omega_{in}} \left(\overline{\mathbf{T}(y)}_{in} - \mathbf{T}(y(\mathbf{x})) \right) \langle \mathbf{V}, \mathbf{N} \rangle d\mathbf{a}(\mathbf{x}) , \quad (3.38)$$

et

$$\nabla_{\mathbf{V}} \overline{\mathbf{T}(y)}_{out} = -\frac{1}{|\Omega_{out}|} \int_{\partial\Omega_{out}} \left(\overline{\mathbf{T}(y)}_{out} - \mathbf{T}(y(\mathbf{x})) \right) \langle \mathbf{V}, \mathbf{N} \rangle d\mathbf{a}(\mathbf{x}) . \quad (3.39)$$

Preuve : Comme vu après le Théorème 3.1.2, le paramètre $\boldsymbol{\eta}$ pour la famille exponentielle peut être paramétré uniquement comme une fonction de $\mathbb{E}[\mathbf{T}(Y)]$. Lorsque l'on utilise l'estimateur du maximum de vraisemblance, l'estimateur du terme $\mathbb{E}[\mathbf{T}(Y)]$ est $\overline{\mathbf{T}(Y)}$ et peut donc être dérivé facilement par rapport au domaine Ω . Nous proposons de dériver directement l'expression $\nabla A(\boldsymbol{\eta}) = \overline{\mathbf{T}(y)}$. Cette expression peut être exprimée par :

$$\frac{\partial A}{\partial \eta_i}(\boldsymbol{\eta}) = \overline{\mathbf{T}_i(y)} \quad \forall i \in [1, \delta] . \quad (3.40)$$

On peut calculer la dérivée par rapport au domaine de cette expression :

$$\sum_{j=1}^{\delta} \langle \eta'_j, \mathbf{V} \rangle \frac{\partial^2 A}{\partial \eta_i \partial \eta_j}(\boldsymbol{\eta}) = \langle \overline{\mathbf{T}_i(y)'}, \mathbf{V} \rangle \quad \forall i \in [1, \delta] , \quad (3.41)$$

qui peut être écrite de manière plus compacte :

$$\nabla_{\mathbf{V}}(\overline{\mathbf{T}}) = \nabla^2 A(\boldsymbol{\eta}) \nabla_{\mathbf{V}} \boldsymbol{\eta} , \quad (3.42)$$

où $\nabla_{\mathbf{V}} \overline{\mathbf{T}(y)} = \left(\langle \overline{\mathbf{T}_1(y)'}, \mathbf{V} \rangle, \langle \overline{\mathbf{T}_2(y)'}, \mathbf{V} \rangle, \dots, \langle \overline{\mathbf{T}_\delta(y)'}, \mathbf{V} \rangle \right)^T$.

En restreignant notre étude à la famille exponentielle de rang plein, où $\nabla^2 A(\boldsymbol{\eta})$ est une matrice symétrique définie positive, donc inversible (Théorème 3.1.2), la dérivée de domaine du paramètre $\boldsymbol{\eta}$ est déterminée uniquement par :

$$[\nabla^2 A(\boldsymbol{\eta})]^{-1} \nabla_{\mathbf{V}}(\overline{\mathbf{T}}) = \nabla_{\mathbf{V}} \boldsymbol{\eta} . \quad (3.43)$$

Cette équation est valable pour $\boldsymbol{\eta}_{in}$ et $\boldsymbol{\eta}_{out}$ et donc, la dérivée de domaine de $D(p_{in} \| p_{out})$ peut être exprimée par :

$$\begin{aligned} \langle D'(p_{in} \| p_{out}), \mathbf{V} \rangle &= \langle [\nabla^2 A(\boldsymbol{\eta}_{in})]^{-1} \nabla_{\mathbf{V}}(\overline{\mathbf{T}}_{in}), \nabla^2 A(\boldsymbol{\eta}_{in})(\boldsymbol{\eta}_{in} - \boldsymbol{\eta}_{out}) \rangle \\ &+ \langle [\nabla^2 A(\boldsymbol{\eta}_{out})]^{-1} \nabla_{\mathbf{V}}(\overline{\mathbf{T}}_{out}), \nabla A(\boldsymbol{\eta}_{out}) - \nabla A(\boldsymbol{\eta}_{in}) \rangle . \end{aligned} \quad (3.44)$$

Le corollaire suit après simplification en utilisant le fait que la matrice $[\nabla^2 A(\boldsymbol{\eta}_i)]^{-1}$ est hermitienne.

La dérivée de domaine $\nabla_{\mathbf{V}}(\overline{\mathbf{T}}_{in})$ est calculée en utilisant le Théorème 1.3.2 et est donnée par :

$$\nabla_{\mathbf{V}}(\overline{\mathbf{T}}_{in}) = \frac{1}{|\Omega_{in}|} \int_{\partial\Omega} \left(\overline{\mathbf{T}(y)}_{in} - \mathbf{T}(y(\mathbf{a})) \right) \langle \mathbf{V}, \mathbf{N} \rangle d\mathbf{a}(\mathbf{x}) . \quad (3.45)$$

Le domaine Ω_{out} est le complémentaire du domaine Ω_{in} . Ils partagent les mêmes frontières avec les normales inversées. Des résultats similaires peuvent donc être trouvés pour la dérivée de domaine de $\overline{\mathbf{T}}_{out}$:

$$\nabla_{\mathbf{V}}(\overline{\mathbf{T}}_{out}) = -\frac{1}{|\Omega_{out}|} \int_{\partial\Omega_{out}} \left(\overline{\mathbf{T}(y)}_{out} - \mathbf{T}(y(\mathbf{a})) \right) \langle \mathbf{V}, \mathbf{N} \rangle d\mathbf{a}(\mathbf{x}) . \quad (3.46)$$

Loi	θ	Expression de la vitesse
Normale	(μ, σ)	$-\frac{1}{ \Omega_{in} } \left(\left(\frac{1}{2\sigma_{in}^2} - \frac{1}{2\sigma_{out}^2} \right) \left(\frac{\mu_{in}^2}{2\sigma_{in}^2} - \sigma_{in}^2 - y^2 \right) - \left(\frac{\mu_{in}}{\sigma_{in}^2} - \frac{\mu_{out}}{\sigma_{out}^2} \right) (y + \mu_{in}) \right)$ $+ \frac{\mu_{in} - \mu_{out}}{2 \Omega_{out} \sigma_{out}^4} (\sigma_{in}^2 - \sigma_{out}^2 + \mu_{out} - 2\mu_{in}) \left(\frac{\mu_{out}}{2\sigma_{out}^2} - \sigma_{out}^2 - y^2 \right)$ $- \frac{\mu_{in} - \mu_{out}}{ \Omega_{out} \sigma_{out}^4} (\mu_{out}^2 - \sigma_{out}^2) (\sigma_{in}^2 + \sigma_{out}^2 + \mu_{out} - \mu_{in}) (y + \mu_{out})$
exponentielle	λ	$-\frac{1}{ \Omega_{in} } \left(\left(\frac{1}{\lambda_{in}} - y(\mathbf{x}) \right) (\lambda_{out} - \lambda_{in}) \right) + \frac{1}{ \Omega_{out} } \left(\left(\frac{1}{\lambda_{out}} - y(\mathbf{x}) \right) (\lambda_{out} - \frac{\lambda_{in}}{\lambda_{out}}) \right)$
Poisson	μ	$-\frac{1}{ \Omega_{in} } \left((\mu_{in} - y(\mathbf{x})) (\log(\frac{\mu_{out}}{\mu_{in}})) \right) + \frac{1}{ \Omega_{out} } \left((\mu_{out} - y(\mathbf{x})) (1 - \frac{\mu_{in}}{\mu_{out}}) \right)$
Rayleigh	θ	$\left(1 - \frac{\theta_{in}^2}{\theta_{out}^2} \right) \left(\frac{1}{ \Omega_{in} } \left(1 - \frac{y^2(\mathbf{x})}{2\theta_{in}^2} \right) + \frac{1}{ \Omega_{out} } \left(1 - \frac{y^2(\mathbf{x})}{2\theta_{out}^2} \right) \right)$
Gamma	(λ, p)	$-\frac{1}{ \Omega_{in} } \left(\left(\frac{p_{in}}{\lambda_{in}} - y \right) (\lambda_{in} - \lambda_{out}) - (\psi_0(p_{in}) - \log(\lambda_{in}y)) (p_{in} - p_{out}) \right)$ $+ A \left(\frac{p_{in}}{\lambda_{in}} - \frac{p_{out}}{\lambda_{out}} \right) \left(\lambda_{out}^2 \psi_1(p_{out}) \left(\frac{p_{out}}{\lambda_{out}} - y \right) - \lambda_{out} (\psi_0(p_{out}) - \log(\lambda_{out}y)) \right)$ $+ A \left(\psi_0(p_{in}) - \psi_0(p_{out}) + \log\left(\frac{\lambda_{in}}{\lambda_{out}}\right) \right) \left(p_{out} (\psi_0(p_{out}) - \log(\lambda_{out}y)) - \lambda_{out} \left(\frac{p_{out}}{\lambda_{out}} - y \right) \right)$ <p style="text-align: center;">avec $A = \frac{1}{ \Omega_{out} (p_{out}\psi_1(p_{out})-1)}$</p>

TAB. 3.3 – Quelques vitesses d'évolution dans le cas de l'entropie relative pour des lois courantes de la famille exponentielle, les paramètres étant estimés par la méthode du maximum de vraisemblance (ψ_1 est la fonction digamma [Abramowitz 72]).



Une fois encore, nous détaillons pour exemple la vitesse dans le cas de la distribution de Rayleigh :

$$T(y) = y^2, \quad \eta_i = \frac{-1}{T(y)} = \frac{-1}{2\theta_i^2}, \quad A'(\eta_i) = \frac{-1}{\eta_i}, \quad A''(\eta_i) = \frac{1}{\eta_i^2}, \quad A''(\eta_i)^{-1} = \eta_i^2, \quad (3.47)$$

où $i = in$ ou out . Après les remplacements adéquats dans (3.37) et quelques réarrangements, nous obtenons :

$$\begin{aligned} \langle D'(p_{in}||p_{out}), \mathbf{V} \rangle &= \left(1 - \frac{\theta_{in}^2}{\theta_{out}^2}\right) \left(\frac{1}{|\Omega_{in}|} \int_{\partial\Omega_{in}} \left(1 - \frac{y^2(\mathbf{x})}{2\theta_{in}^2}\right) \langle \mathbf{V}, \mathbf{N} \rangle d\mathbf{a}(\mathbf{x})\right) \\ &+ \left(1 - \frac{\theta_{in}^2}{\theta_{out}^2}\right) \left(\frac{1}{|\Omega_{out}|} \int_{\partial\Omega_{out}} \left(1 - \frac{y^2(\mathbf{x})}{2\theta_{out}^2}\right) \langle \mathbf{V}, \mathbf{N} \rangle d\mathbf{a}(\mathbf{x})\right). \end{aligned} \quad (3.48)$$

Pour maximiser l'entropie relative, nous pouvons faire évoluer le contour actif avec la vitesse :

$$\mathbf{v}(\mathbf{x}, \Omega) = \left(1 - \frac{\theta_{in}^2}{\theta_{out}^2}\right) \left(\frac{1}{|\Omega_{in}|} \left(1 - \frac{y^2(\mathbf{x})}{2\theta_{in}^2}\right) + \frac{1}{|\Omega_{out}|} \left(1 - \frac{y^2(\mathbf{x})}{2\theta_{out}^2}\right)\right). \quad (3.49)$$

Le tableau 3.3 résume les vitesses d'évolution pour quelques distributions courantes de la famille exponentielle lorsque l'on maximise l'entropie relative et que l'on utilise l'estimateur du maximum de vraisemblance pour les paramètres.

3.3 Résultats expérimentaux

Dans cette section nous revenons sur les différentes expérimentations réalisées pour valider le modèle de bruit, aussi bien pour des images de synthèse que pour des images naturelles.

3.3.1 Protocole expérimental

Le descripteur Y est ici l'intensité I de l'image en niveau de gris. Nous rappelons les fonctionnelles considérées.

- Dans le cas où l'on minimise l'anti-log de vraisemblance, la fonctionnelle générale est :

$$J(\Omega_1, \dots, \Omega_n, \Gamma) = \int_{\Omega_{in}} \Phi(p_{in}(I(\mathbf{x}), \boldsymbol{\eta}_{in})) d\mathbf{x} + \int_{\Omega_{out}} \Phi(p_{out}(I(\mathbf{x}), \boldsymbol{\eta}_{out})) d\mathbf{x} + \lambda \mathbf{v}_b(\Gamma) \quad (3.50)$$

où $\Gamma = \bigcup \partial\Omega$, et comme dans (1.9), \mathbf{v}_b est un terme de régularisation du contour ($\mathbf{v}_b = \kappa$) Γ pondéré par l'entier positif λ . La vitesse d'évolution est obtenue à partir des résultats de la section 3.2.2.

		Figure				
		3.2	3.3	3.7	3.8	3.9
Initialisation		bulles				
Fonction Φ	– log	✓	✓	✓	✓	✓
	KLD		✓			
Terme d’attache aux données	Chan & Vese	✓		✓	✓	✓
	Gaussien	✓		✓	✓	✓
	Poisson	✓		✓	✓	✓
	Rayleigh	✓	✓	✓	✓	✓
	Exponentiel	✓		✓	✓	✓
Image	Synthétique	✓	✓			
	Naturelle			✓	✓	✓
Distance de Battacharya		[0.5 1 1.5 2 2.5]	[0.5 1 1.5 2 2.5]	∞	2.5	2
Réplifications		50	50			

TAB. 3.4 – Expérimentations menées pour la validation du modèle de bruit.

- Comme expliqué dans la section 3.2.3.2, la KLD agit comme un critère de compétition entre régions. Nous maximisons donc le critère suivant :

$$J(\Omega_{in}, \Omega_{out}, \Gamma) = \mathbb{E}_{in}[\log(p_{in}(I, \boldsymbol{\eta}_{in}))] - \mathbb{E}_{in}[\log(p_{out}(I, \boldsymbol{\eta}_{out}))] + \lambda \mathbf{v}_b(\Gamma), \quad (3.51)$$

et la vitesse d’évolution est obtenue à partir de la section 3.2.3.2.

Pour mesurer le rapport signal sur bruit de manière formelle et comparable selon les types de bruit, nous avons utilisé la distance de Barracharya (BD), définie comme :

$$\mathcal{D}(p_b(I(\mathbf{x})), p_o(I(\mathbf{x}))) = -\log \int_{\mathcal{X}} \sqrt{p_b(I(\mathbf{x}))p_o(I(\mathbf{x}))} d\mathbf{x}, \quad (3.52)$$

avec p_b et p_o respectivement les pdfs du fond et des objets à segmenter.

Le tableau 3.4 récapitule le protocole expérimental adopté dans ces expérimentations.

3.3.2 Résultats quantitatifs

Dans cette section nous allons présenter des résultats sur des images bruitées. L’image synthétique de test est présentée dans sa version non bruitée sur la figure 3.4.

Pour cinq distances de Battacharya (BD) différentes, nous avons corrompu l’image initiale par un bruit de Rayleigh ou de Poisson. Ensuite, pour chaque valeur de BD et chaque type de bruit, nous avons généré 50 images bruitées. Chaque image bruitée a été ensuite segmentée en utilisant cinq fonctions d’énergie différentes, celle proposée par Chan et Vese [Chan 01] qui correspond à un modèle de bruit Gaussien avec une variance fixe et la fonction d’anti-log de vraisemblance (3.50)

avec l'estimateur du maximum de vraisemblance pour les distributions : gaussienne, Rayleigh, exponentielle et Poisson. Les vitesses d'évolution associées proviennent du tableau 3.2. Pour chaque image segmentée à chaque distance de Battacharya, nous avons calculé la moyenne du taux de faux positifs (FPF) et du taux de vrais positifs (TPF) pour les 50 simulations. Le but de cette expérimentation était de prouver que l'utilisation du bon modèle de bruit, permet d'obtenir le meilleur compromis entre spécificité et sensibilité. La spécificité reflétant la sur-segmentation révélée par le taux de faux positifs et la sensibilité étant un indicateur de sous-segmentation révélée par le taux de vrais positifs. Ces deux taux sont calculés de la manière suivante : $TPF = (\text{nb pixels bien classés}) / (\text{nb total de pixels de l'image})$ et $FPF = (\text{nb pixels mal classée}) / (\text{nb total de pixels de l'image})$.

La figure 3.2 représente les moyennes des TPF (à gauche) et FPF (à droite) comme fonction de la distance de Battacharya pour des bruits de Rayleigh ((a)-(b)) et de Poisson ((c)-(d)). Comme attendu, le FPF a une tendance décroissante et le TPF une tendance croissante à mesure que le niveau de bruit décroît. Mais de manière plus intéressante on peut remarquer que la meilleure performance en termes de compromis entre FPF et TPF est donnée lorsque le bruit ajouté aux images correspond au bruit considéré lors de la segmentation. Ce comportement est particulièrement visible à faible distance de Battacharya, c'est-à-dire à haut niveau de bruit. Ces résultats quantitatifs sont illustrés par des résultats qualitatifs de la figure 3.5(e)-(h).

Nous avons également comparé les deux fonctionnelles (3.50) et (3.51). Dans cette expérimentation, l'image non bruitée initiale a été corrompue par un bruit de Rayleigh et 50 images ont été générées. Chaque image bruitée a été ensuite segmentée en utilisant chacune des deux fonctionnelles, où $p_{in,out}$ étaient des distributions de Rayleigh dont les paramètres ont été estimés par la méthode du maximum de vraisemblance. Les vitesses associées ont été obtenues à partir des tableaux 3.2 et 3.3.

Les résultats sont illustrés sur les figures 3.5 et 3.3. Sur la figure 3.5(b), l'image bruitée est réellement de mauvaise qualité étant donné la prédominance du bruit. Nous avons représenté, par soucis de clarté et de lisibilité, l'image avec un contraste artificiellement augmenté figure 3.5(c). Les résultats de segmentation ont été aussi représentés sur cette image artificiellement contrastée figure 3.5(h)-(i). Simplement à l'oeil, les résultats sont comparables. C'est pourquoi nous avons une fois encore calculé les TPF et FPF pour les deux fonctionnelles. Les tendances sont toujours celles attendues et on peut voir que l'anti-log de vraisemblance est meilleur que KLD particulièrement pour le FPF. Plus clairement, le critère KLD peut avoir tendance à sur-segmenter les images fortement bruitées.

3.3.3 Résultats qualitatifs

Pour obtenir des résultats qualitatifs sur des images réelles, nous avons appliqué notre méthode sur des images SAR figure 3.6 (a).

Nous avons tout d'abord segmenté l'image initiale en testant les cinq modèles définis précédemment (Chan & Vese, Gaussien, Poisson, Exponentiel, Rayleigh) après initialisation du contour par de nombreuses bulles réparties uniformément sur l'image (figure 3.6 (b)). Les résultats représentés sur la figure 3.7 sont satisfaisants visuellement et montrent clairement que les cinq modèles peuvent être appropriés pour ce type d'image. Ils prouvent également la stabilité de notre modèle pour des images faiblement bruitées. De plus, cela montre qu'à un faible niveau de bruit (ou à une distance de Battacharya élevée), les performances des cinq modèles de bruit sont très comparables. Ce résultat était déjà visible sur les images de synthèse précédentes où nous avons mis en évidence qu'à faible niveau de bruit les taux de faux positifs et de vrais positifs étaient similaires pour les différents modèles. Cependant, on peut remarquer que la segmentation en utilisant le modèle de bruit Gaussien est plus proche du contour visible à l'oeil pour la partie supérieure de l'image.

Une fois ces constatations effectuées, nous avons bruité l'image initiale par un bruit Gaussien à une distance de Battacharya de 2.5 (figure 3.6 (c)) et pour plus de clarté nous avons représenté également l'histogramme de l'image (figure 3.6 (d)). Cette image paraît visuellement simple à segmenter. Cependant en regardant de plus près l'histogramme, nous constatons que les deux modes censés représenter le fond et l'objet sont très proches ce qui interdit une simple segmentation par seuillage. Les résultats sur la figure 3.8 montrent la segmentation finale pour les cinq modèles précédents. Les différences sont clairement visibles.

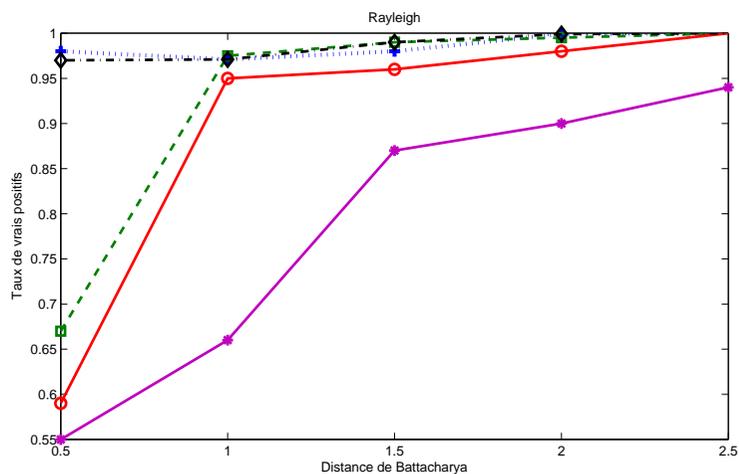
Les deux modèles basés sur une distribution gaussienne (à savoir Chan & Vese figure 3.8(a) et Gaussien figure 3.8(b)) donnent des segmentations correctes et comparables. D'un autre côté, tous les autres modèles (excepté peut-être le modèle exponentiel 3.8(e)) ne donnent pas de bons résultats, voire pas de résultat du tout. Pour le modèle Gaussien, c'était prévisible, en effet, c'est précisément le modèle de bruit qui contamine l'image. Le modèle de Chan & Vese est implicitement Gaussien avec un écart-type supposé constant sur l'image, c'est pourquoi son résultat est également correct. Concernant le modèle de Poisson figure 3.8(c) on remarque que seule la partie droite de l'image (c'est-à-dire la plus sombre) est correctement segmentée. Nous avons, pour éliminer toute possibilité de défaut d'initialisation, réalisé d'autres tests avec d'autres types d'initialisation et la segmentation de la partie la plus claire (la droite) est toujours restée mauvaise. Enfin, le modèle de Rayleigh, figure 3.8(d), ne converge pas quelle que soit l'initialisation proposée.

Nous avons également testé notre algorithme sur l'image SAR bruitée par un bruit de Rayleigh comme représenté sur la figure 3.6(f). Une fois encore, le contraste est très faible sur cette image

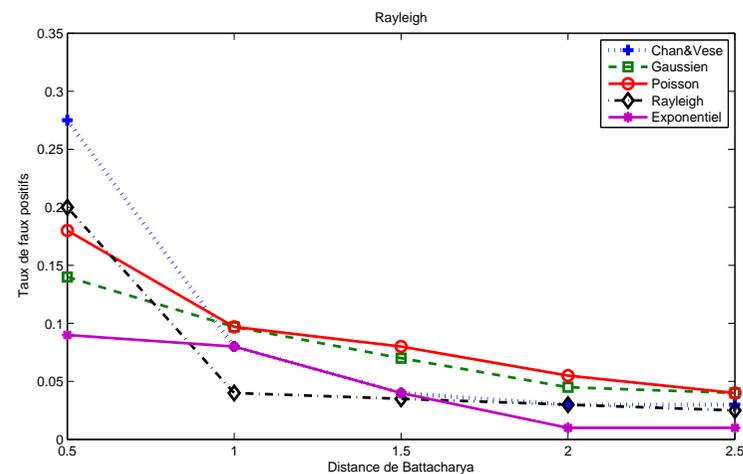
initiale, la distance de Battacharya étant de 2. Nous avons donc représenté pour des raisons de clareté l'histogramme initial de l'image figure 3.6(f), on constate à nouveau qu'un simple seuillage ne pourrait segmenter l'image. Cette fois les cinq modèles convergent, comme le montre la figure 3.9, mais seul le modèle de Rayleigh permet d'obtenir la segmentation attendue et visuellement appréciable.

3.4 Conclusion sur le modèle de bruit

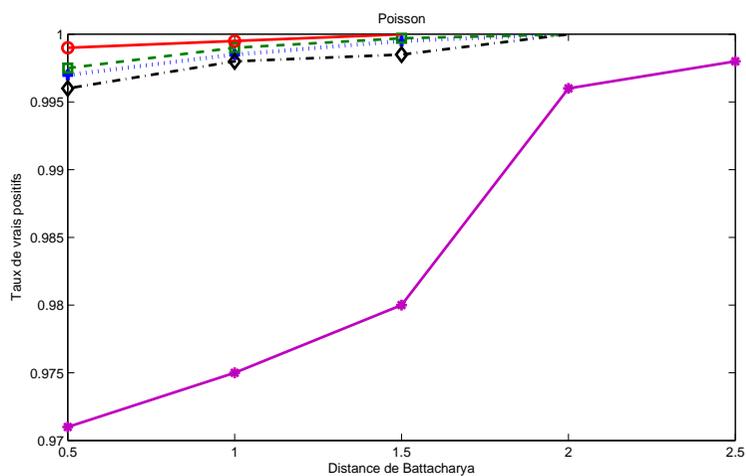
Nous avons dans ce chapitre introduit un modèle de bruit flexible et général. Les résultats théoriques généraux ont été spécialisés à des cas particuliers concrets et nous avons mis en avant l'importance de l'estimation des paramètres du bruit. Ces résultats théoriques ont été complétés par des résultats expérimentaux tant sur des images de synthèse que sur des images réelles. Ces derniers ont une fois encore montré l'importance de l'estimation des paramètres du modèle pour l'évolution du contour actif. Ils ont également démontré que la meilleure segmentation pour des images bruitées est donnée lorsque l'on utilise le type de bruit approprié.



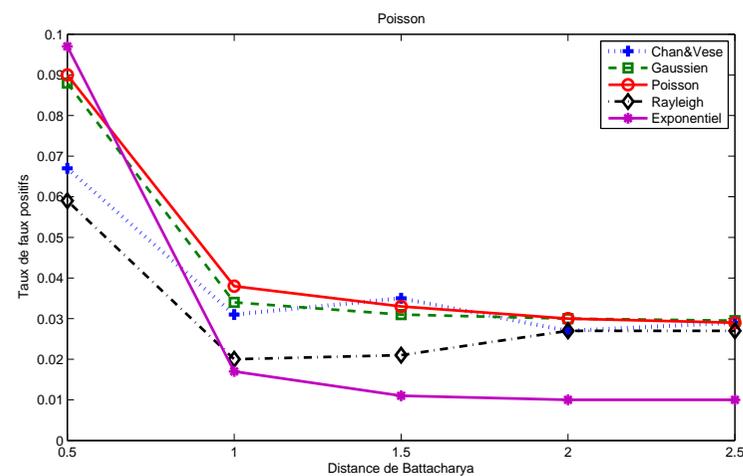
(a)



(b)

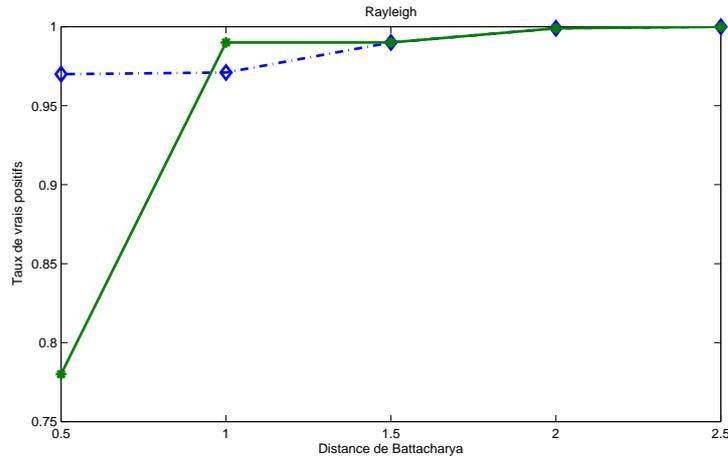


(c)

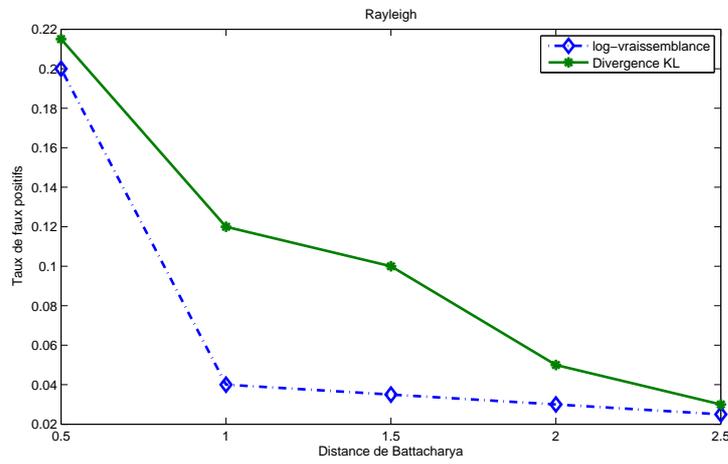


(d)

FIG. 3.2 – TPF et FPF comme fonction de la distance de Battacharya pour cinq différents modèles : Chan & Vese (en pointillé avec des croix), Gaussien (tirets avec des carrés), Poisson (ligne pleine avec des cercles), Rayleigh (alternance point-tiret avec des diamants), Exponentiel (ligne pleine avec des étoiles). (a) TPF pour le bruit de Rayleigh, (b) FPF pour le bruit de Rayleigh, (c) TPF pour le bruit de Poisson, (d) FPF pour le bruit de Poisson.



(a)



(b)

FIG. 3.3 – TPF et FPF comme fonction de la distance de Battacharya pour l’anti-log de vraisemblance (alternance point-tiret avec des diamants) et KLD (pointillés avec des croix). Le bruit suit une loi de Rayleigh. (a) TPF, (b) FPF.

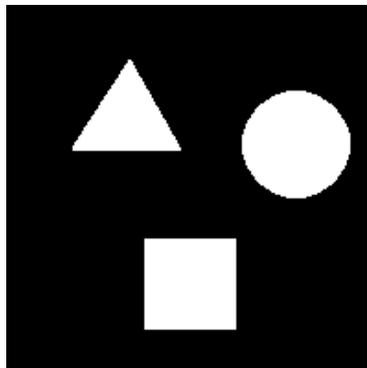


FIG. 3.4 – Image de synthèse non bruitée.

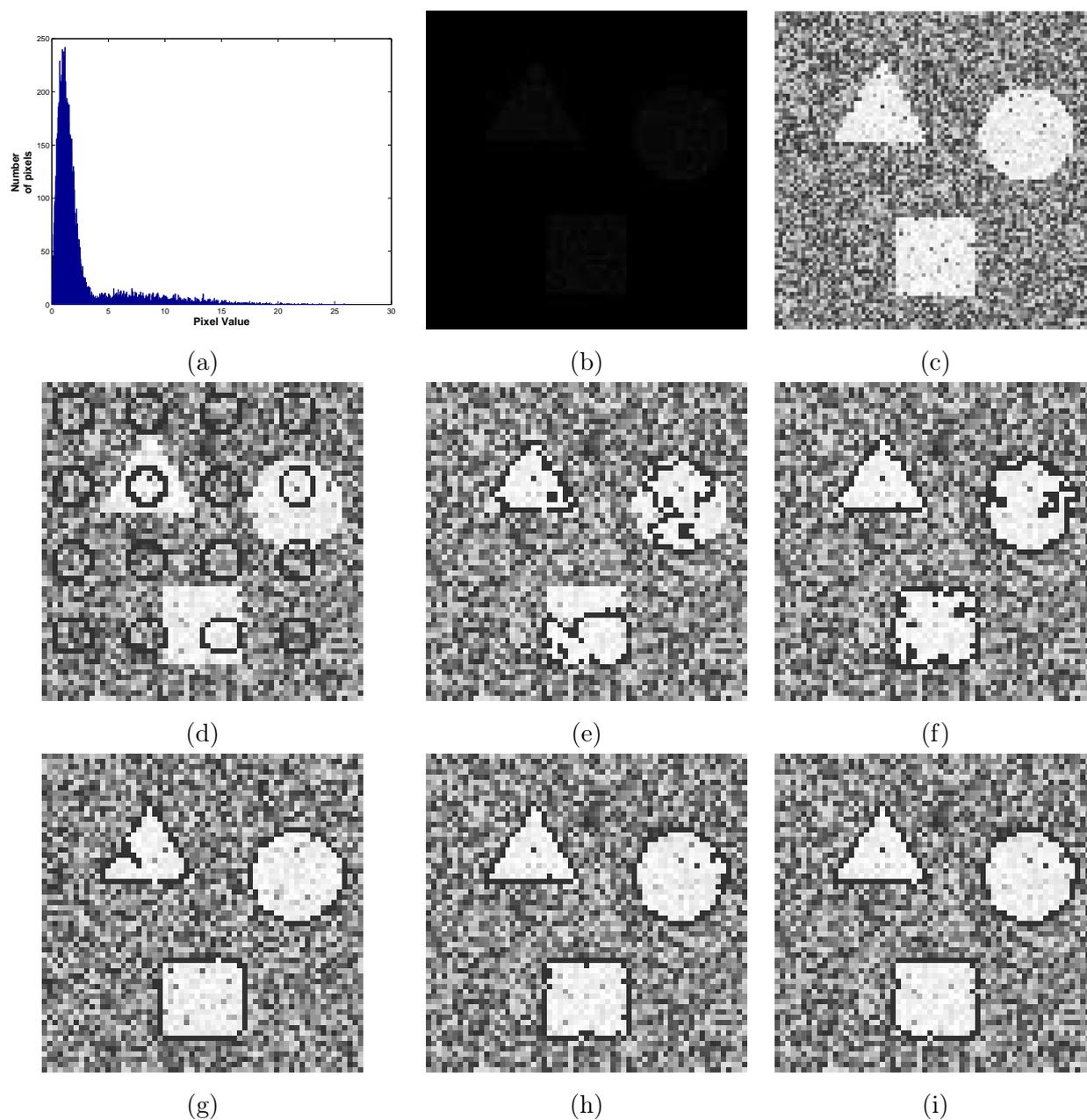


FIG. 3.5 – (a) Histogramme de l'image bruitée par un bruit de Rayleigh pour une distance de Bhattacharya de 1.0, (b) Image bruitée, (c) Image bruitée après réhaussement artificiel de contraste, (d) Image avec contour initial, (e) Segmentation finale utilisant la fonctionnelle de Chan & Vese, (f) Segmentation finale utilisant un bruit de Poisson et l'anti-log de vraisemblance, (g) Segmentation finale utilisant un bruit exponentiel et l'anti-log de vraisemblance, (h) Segmentation finale utilisant un bruit de Rayleigh et l'anti-log de vraisemblance, (i) Segmentation finale utilisant un bruit de Rayleigh et la divergence de Kullback-Leibler.

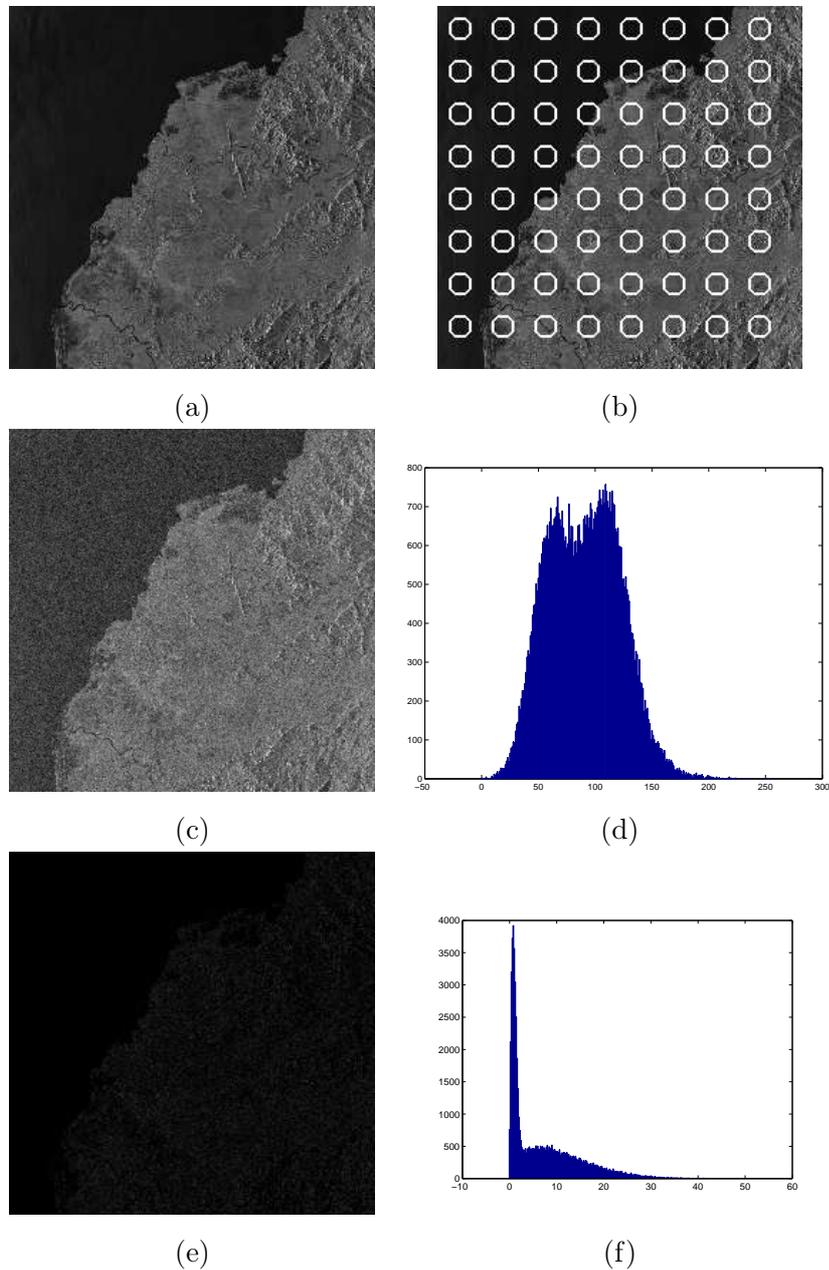


FIG. 3.6 – Image SAR utilisée pour la validation qualitative du modèle de bruit. (a) Image initiale non bruitée, (b) image non bruitée avec initialisation par des bulles, (c) image bruitée par un bruit Gaussien de BD 2.5, (d) histogramme de l'image (c), (e) image bruitée par un bruit de Rayleigh de BD 2, (f) histogramme de l'image (e).

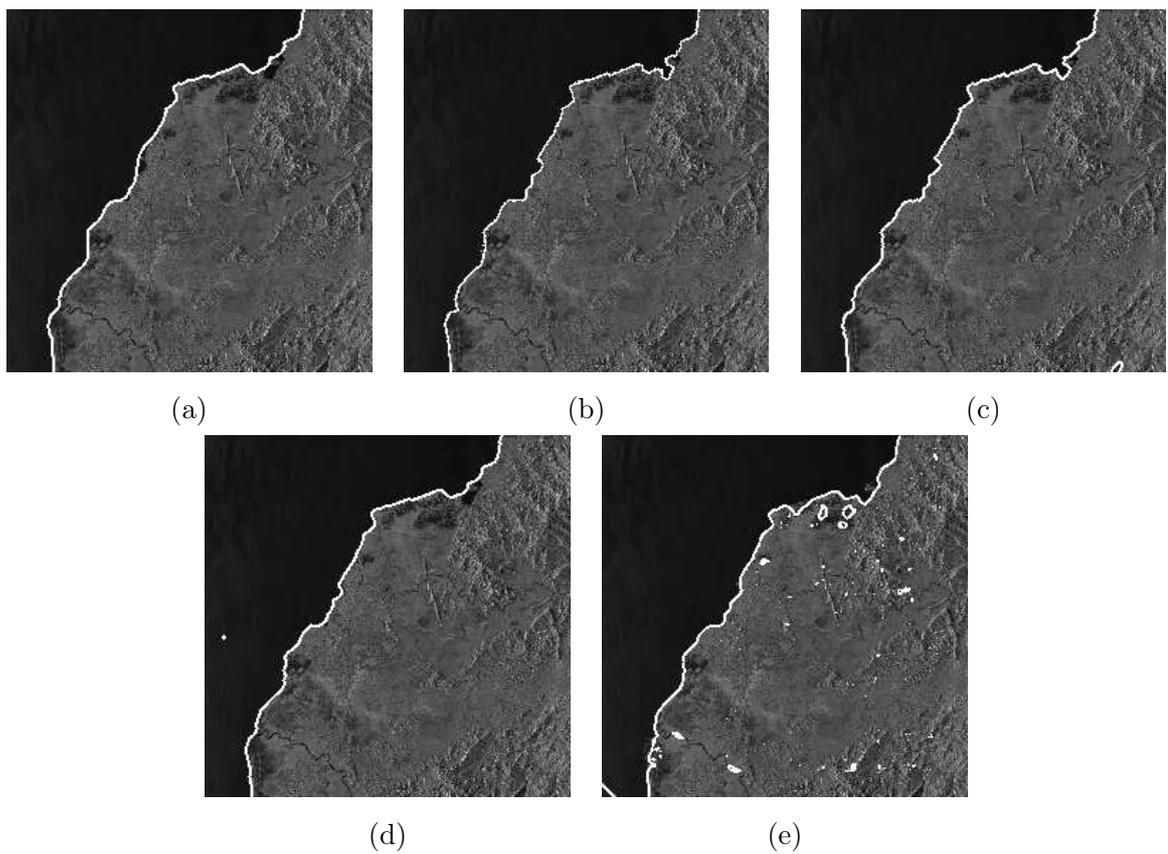


FIG. 3.7 – Résultats de segmentation sur l'image SAR initiale avec les différents modèles de bruit : (a) Chan & Vese, (b) Gaussien, (c) Poisson, (d) Rayleigh, (e) Exponentiel.

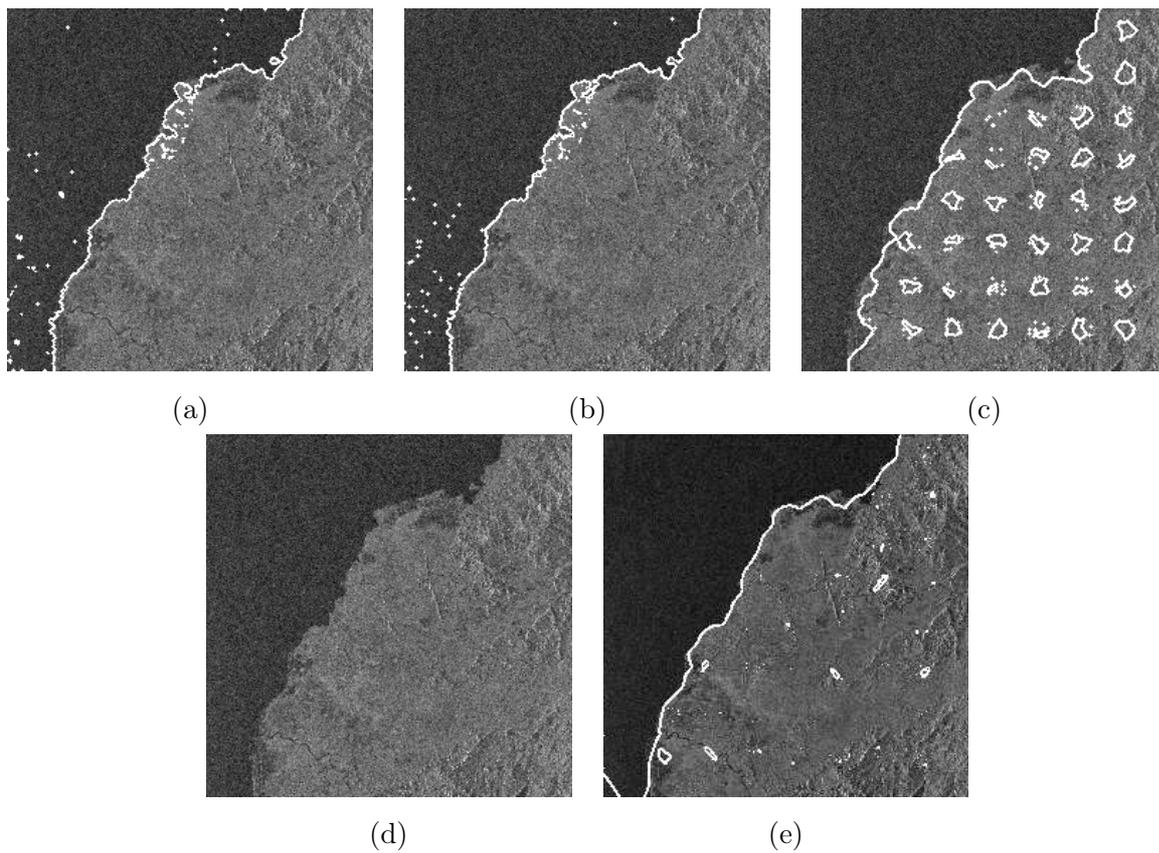


FIG. 3.8 – Résultats de segmentation sur l'image SAR bruitée par un bruit Gaussien avec les différents modèles de bruit : (a) Chan & Vese, (b) Gaussien, (c) Poisson, (d) Rayleigh, (e) Exponentiel.

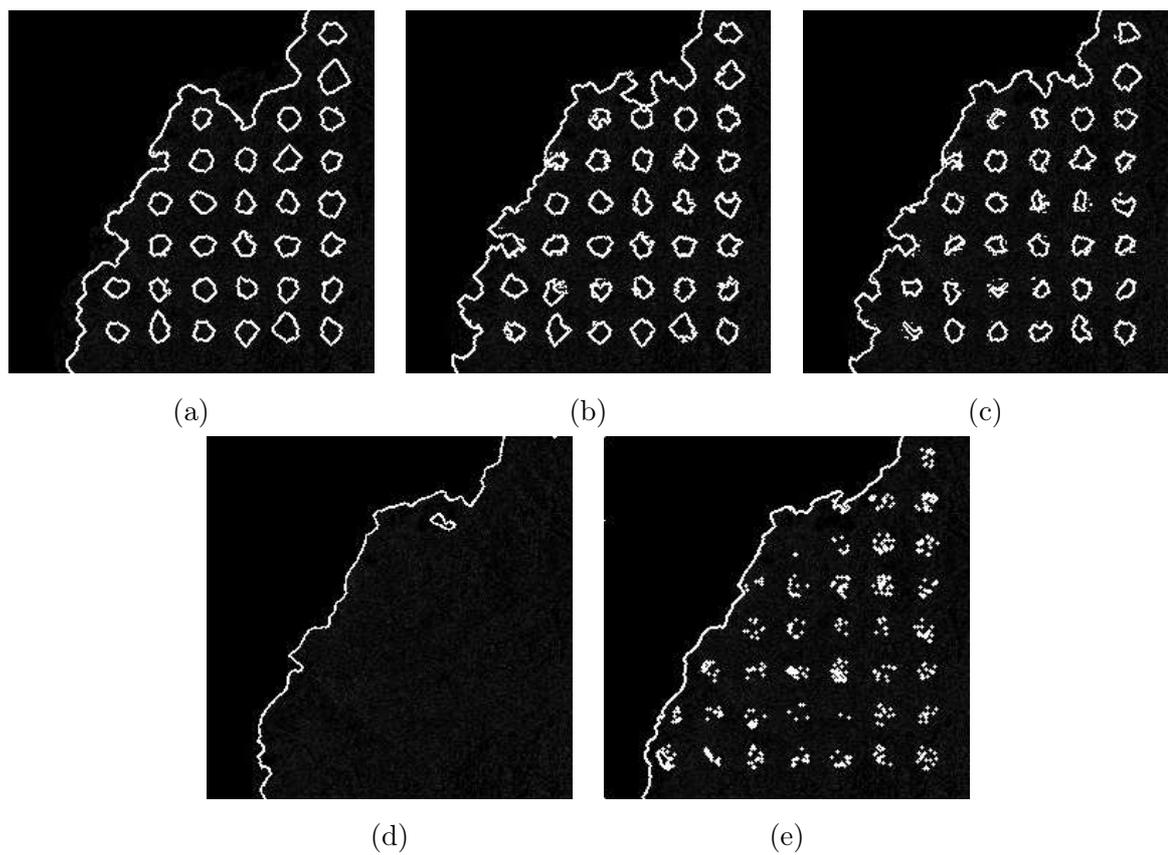


FIG. 3.9 – Résultats de segmentation sur l'image SAR bruitée par un bruit de Rayleigh avec les différents modèles de bruit : (a) Chan & Vese, (b) Gaussien, (c) Poisson, (d) Rayleigh, (e) Exponentiel.

Chapitre 4

Le modèle de texture

Au cours de ce chapitre, nous allons présenter notre modèle de texture et la manière dont il a été ajouté au formalisme des contours actifs basés région. De manière originale, nous introduisons ici la texture dans les contours actifs de manière indépendante à la caractérisation. Ainsi notre formalisme peut utiliser indépendamment des ondelettes, des filtres de Gabor ou des WaveAtoms. Pour ce faire, ce sont des pdfs non paramétriques que nous introduisons dans la fonctionnelle par le biais de divergences. Nous nous intéressons à deux cas, le cas supervisé où une texture de référence est connue et le cas non supervisé où il s'agit de discriminer différentes textures dans une image. Des résultats expérimentaux sont donnés pour valider chacun de ces cas.

4.1 Définition

Nous avons vu dans le Chapitre 2 qu'il existe de nombreuses méthodes pour caractériser une texture et qu'aucune d'entre elles n'est appropriée pour tous les types de textures. C'est pourquoi nous nous concentrons ici sur les représentations parcimonieuses. Cependant, même en centrant notre approche sur ces représentations, il est impossible d'en définir une pour toutes les images, nous utilisons donc une modélisation non paramétrique de la distribution de leurs coefficients. Ce choix est fait de manière à rester le plus général possible afin de permettre la segmentation d'images texturées diverses. Le modèle général présenté ici peut donc s'appuyer sur n'importe quelle représentation parcimonieuse.

4.1.1 Les représentations choisies

Comme nous l'avons vu dans l'état de l'art, les approches les plus utilisées en segmentation de textures se servent de la transformée en cosinus discrets, les filtres de Gabor ou les ondelettes [Unser 95, Mallat 98, Aujol 03]. Nous voudrions pouvoir intégrer ici d'autres représentations comme les brushlets ou encore les WaveAtoms introduits récemment par [Ying 07]. De manière

générale nous nous intéresserons aux représentations présentant les deux impératifs détaillés ci-dessous.

4.1.1.1 Une représentation possédant des invariances

Le premier impératif de notre représentation est qu'elle possède certaines invariances. En effet, dans une image, la texture peut être modifiée par un changement de contraste, d'échelle, d'orientation et/ou de position et cela ne doit pas perturber l'algorithme de segmentation. C'est pourquoi nous considérons qu'une texture $y(\mathbf{x})$ est issue du modèle génératif linéaire suivant :

$$y(\mathbf{x}) = \sum_s \sum_b \sum_{\mathbf{k}} \alpha_\gamma \psi_\gamma(\mathbf{x}), \quad (4.1)$$

avec le triplet $\gamma = (s, b, \mathbf{k})$, $s \geq 0$ l'échelle, $b \in [0, 2\pi[$ l'orientation et $\mathbf{k} = (k_1, k_2)$ le paramètre de translation. $\{\psi_\gamma\}(\mathbf{x})$ est une famille génératrice d'atomes élémentaires, par exemple les versions dilatées et translattées de l'ondelette mère dans le cas de la transformée en ondelettes, $\alpha_\gamma = \langle y, \psi_\gamma \rangle$ est le coefficient de la représentation, où $\langle \cdot, \cdot \rangle$ est le produit scalaire dans \mathbb{R}^{N^2} avec N^2 la taille de l'image. Cette famille doit former une trame ajustée pour que l'équation (4.1) ait un sens avec $\alpha_\gamma = \langle y, \psi_\gamma \rangle$.

Le but d'ajouter des invariances est de permettre de segmenter des images où les textures sont modifiées par une ou plusieurs transformations. Dans le cadre de ce travail, nous nous intéressons plus particulièrement aux transformées non décimées, qui bien que conduisant à une redondance d'information, jouissent de la propriété d'invariance par translation. L'invariance par changement de contraste est, elle ajoutée, par l'intermédiaire d'une normalisation de l'image par l'image d'approximation (passe-bas) obtenue par la transformée choisie.

Détaillons maintenant les valeurs de γ pour les ondelettes et les WaveAtoms non décimées et pour une image de taille N^2 avec $N = 2^J$. Dans le cas des ondelettes, nous avons : $s \in \{0, \dots, J-1\}$, $b \in \{0, \pi/4, \pi/2\}$ et $\mathbf{k} \in \{0, \dots, N-1\}^2$ car la transformée est non décimée. Dans le cas des WaveAtoms, nous avons : $s \in \{0, \dots, \lceil \frac{J-1}{2} \rceil + 1\}$, $\mathbf{k} \in \{0, \dots, N-1\}^2$ et b est implicite par la paramétrisation suivante :

$$\omega_{s,\mathbf{m}} = \pm \pi \mathbf{m} 2^j \sim 2^{2j}, \quad (4.2)$$

où $\omega_{s,\mathbf{m}}$ est la fréquence spatiale caractéristique de la WaveAtom, $\mathbf{m} = (m_1, m_2)$, (m_1, m_2) un couple d'entiers et $C_1 2^j \leq \max_{i=1,2} m_i \leq C_2 2^j$, C_1 et C_2 étant des constantes fonctions de l'implémentation. La relation (4.2) entre la fréquence et le support joue un rôle central pour les WaveAtoms. En effet, un support en 2^j à l'échelle j correspond à une fréquence en 2^{2j} , cette loi d'échelle parabolique est au coeur de la démonstration du Théorème 1.1 dans [Ying 07] qui établit que les WaveAtoms fournissent une représentation parcimonieuse optimale pour les textures localement oscillantes.

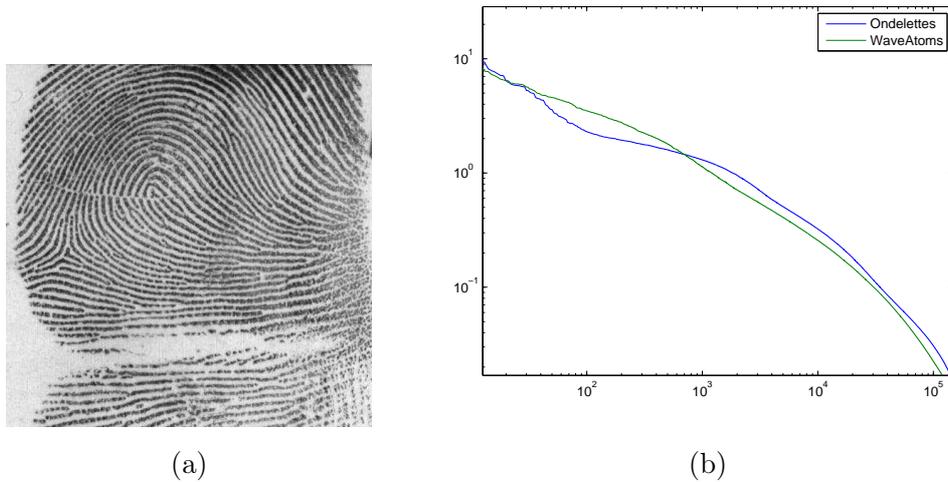


FIG. 4.1 – Décroissance de l’amplitude des coefficients de deux transformées : (a) Image originale, (b) coefficients de la transformée en ondelettes (en vert), coefficients de la transformée en WaveAtoms (en bleu).

4.1.1.2 Une représentation parcimonieuse

On considère les représentations qui permettent la description la plus parcimonieuse possible d’une texture. Cela se traduit par le fait que la plupart des coefficients transformés d’une texture sont négligeables et que seule une minorité d’entre eux sont significatifs [Mallat 98]. Formellement les coefficients triés par ordre décroissant en amplitude $|\alpha|_{(i)}$ doivent suivre la vitesse de décroissance $|\alpha|_{(i)} = O(|i|^{1-2/p})$, $p < 2$, p est un paramètre de régularité de la fonction (ici la texture) analysée. Cette équation traduit la décroissance rapide, à mesure que p décroît, de l’erreur d’approximation non linéaire de la texture par ses M plus grands coefficients [Mallat 98].

Pour illustrer cette décroissance rapide, on peut représenter les coefficients de certaines textures modèles avec différentes représentations parcimonieuses. Par exemple, pour les WaveAtoms, le Théorème 1.1 dans [Ying 07] prouve que cette représentation est la plus parcimonieuse concernant les textures localement oscillantes. A notre connaissance aucun autre Théorème n’existe pour d’autres textures ou d’autres transformées. Cette constatation est renforcée par l’observation de la figure 4.1 qui représente la décroissance en échelle logarithmique des coefficients pour chacune des deux transformées utilisées.

4.1.1.3 Caractérisation spectrale des transformées utilisées

Avant de présenter la modélisation choisie pour les distributions des coefficients, nous rappelons quelques informations sur les représentations considérées. Ces deux représentations (ondelettes et WaveAtoms) décomposent les images dans le domaine spectral suivant différentes échelles et différentes orientations. Lors de l’utilisation d’une transformée décimée, on peut représenter

chacune de ces images de coefficients obtenues sur une seule image de même taille que l'image originale. Cette partition spectrale permet de visualiser les échelles et les orientations utilisées pour chacune de ces échelles. Concernant les ondelettes et les WaveAtoms, la partition spectrale se traduit sous la forme de carrés représentant la bande passante de l'atome correspondant en échelle et orientation. Pour être plus clair, chaque atome correspond à un filtre passe-bande particulier dont le support spectral est un des carrés.

Nous représentons sur la figure 4.2, la partition spectrale de la transformée en ondelettes (i) et en WaveAtoms (ii). Une remarque immédiate concerne le nombre d'images de coefficients générés par chacune des transformées. La transformée en ondelettes permet une décomposition en trois orientations, horizontale, verticale et diagonale, contrairement à la transformée en WaveAtoms qui décomposent la même image en un nombre d'orientations bien plus important fonction de l'échelle considérée. Nous représentons également quelques ondelettes et WaveAtoms sur l'image 4.3 qui correspondent aux carrés indiqués sur la figure 4.2. Le lecteur intéressé trouvera plus de détails sur ces transformées dans [Mallat 98, Ying 07, Demanet 08].

Pour illustrer la discrimination possible de textures par les transformées utilisées, nous représentons sur les figures 4.4 et 4.5 une image et quelques images transformées pour une échelle et certaines orientations. Nous donnons aussi sur les mêmes figures, les histogrammes des coefficients α_γ des différentes images. Sur les figures 4.6 et 4.7, nous avons représenté les images transformées en ondelettes (respectivement en WaveAtoms) pour deux textures différentes ainsi que les histogrammes correspondants. Nous constatons rapidement que les deux textures sont bien discriminées par les deux transformées.

On peut dès à présent remarquer que les ondelettes semblent bien adaptées pour les textures fortement directionnelles tandis que les WaveAtoms le sont pour les textures localement oscillantes. Cependant du fait du nombre d'orientations plus important pour les WaveAtoms que pour les ondelettes, le temps de calcul sera obligatoirement plus important dans le cas de l'utilisation de ces derniers.

Nous utilisons ici pour les applications les transformées en ondelettes et en WaveAtoms, mais il en existe d'autres suivant le type de texture que nous cherchons à discriminer. Le choix de ces représentations s'inspire des outils de l'analyse harmonique moderne [Wickerhauser 94, Mallat 98]. Le choix s'est porté sur ces transformées car notre équipe est très active dans ce domaine et y possède une expertise acquise dans le cadre d'autres travaux.

4.1.2 Modélisation non paramétrique de distributions

Comme nous venons de le voir, il n'existe aucune transformée permettant de représenter de manière parcimonieuse une texture quelconque. Afin d'ajouter un modèle de texture général dans les contours actifs basés région, nous avons cherché à ajouter de manière non paramétrique les

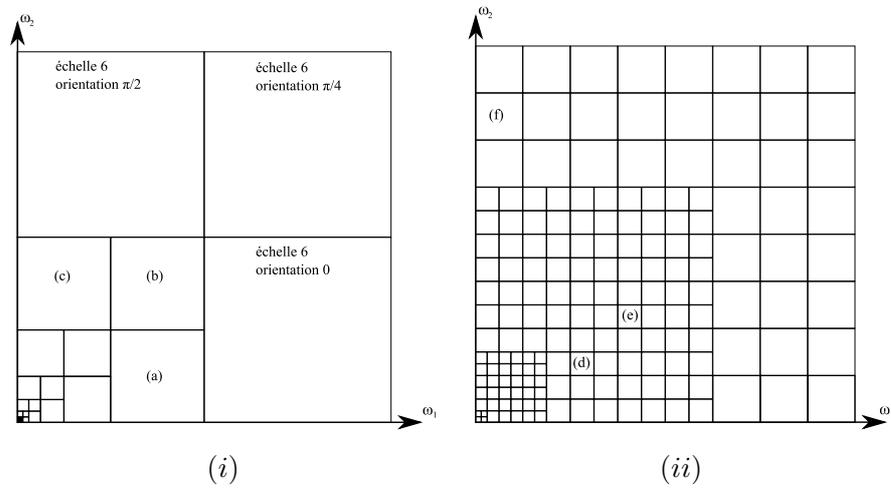


FIG. 4.2 – Partition spectrale des images de coefficients des transformées en ondelettes (i) et en WaveAtoms (ii). Chaque carré correspond à la bande passante de l'atome correspondant en échelle et orientation. A chaque échelle, la taille du carré est multipliée par 4 (2^2). Les positions indexées correspondent aux ondelettes ((a)-(c)) et WaveAtoms ((d)-(f)) représentés sur la figure 4.3.

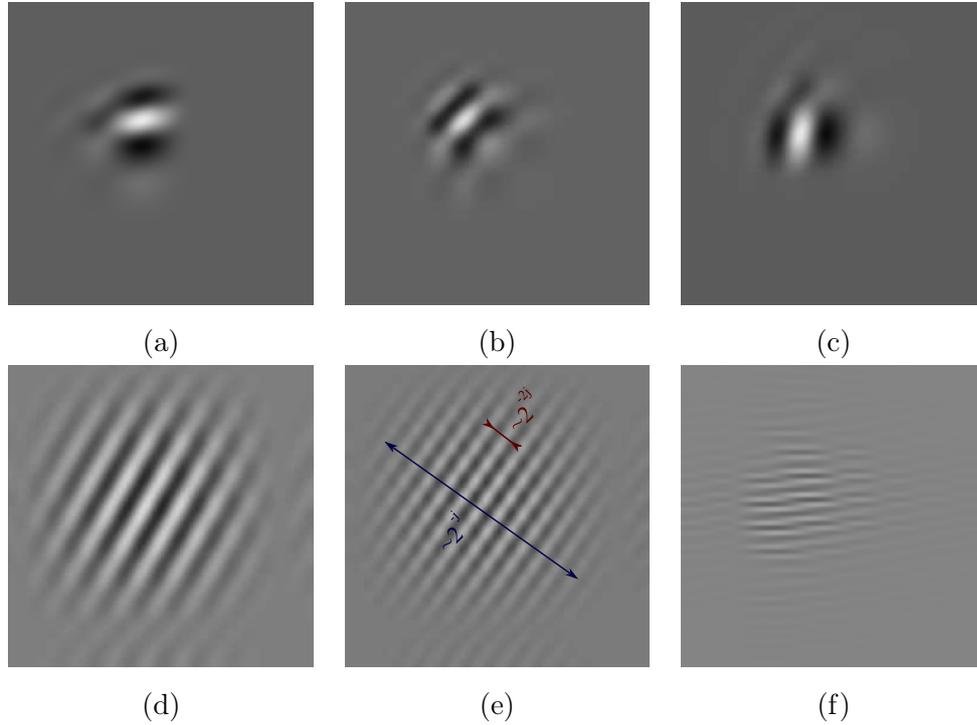


FIG. 4.3 – Exemples d'ondelettes ((a)-(c)) et de WaveAtoms ((d)-(f)) correspondant aux carrés indiqués sur la figure 4.2.

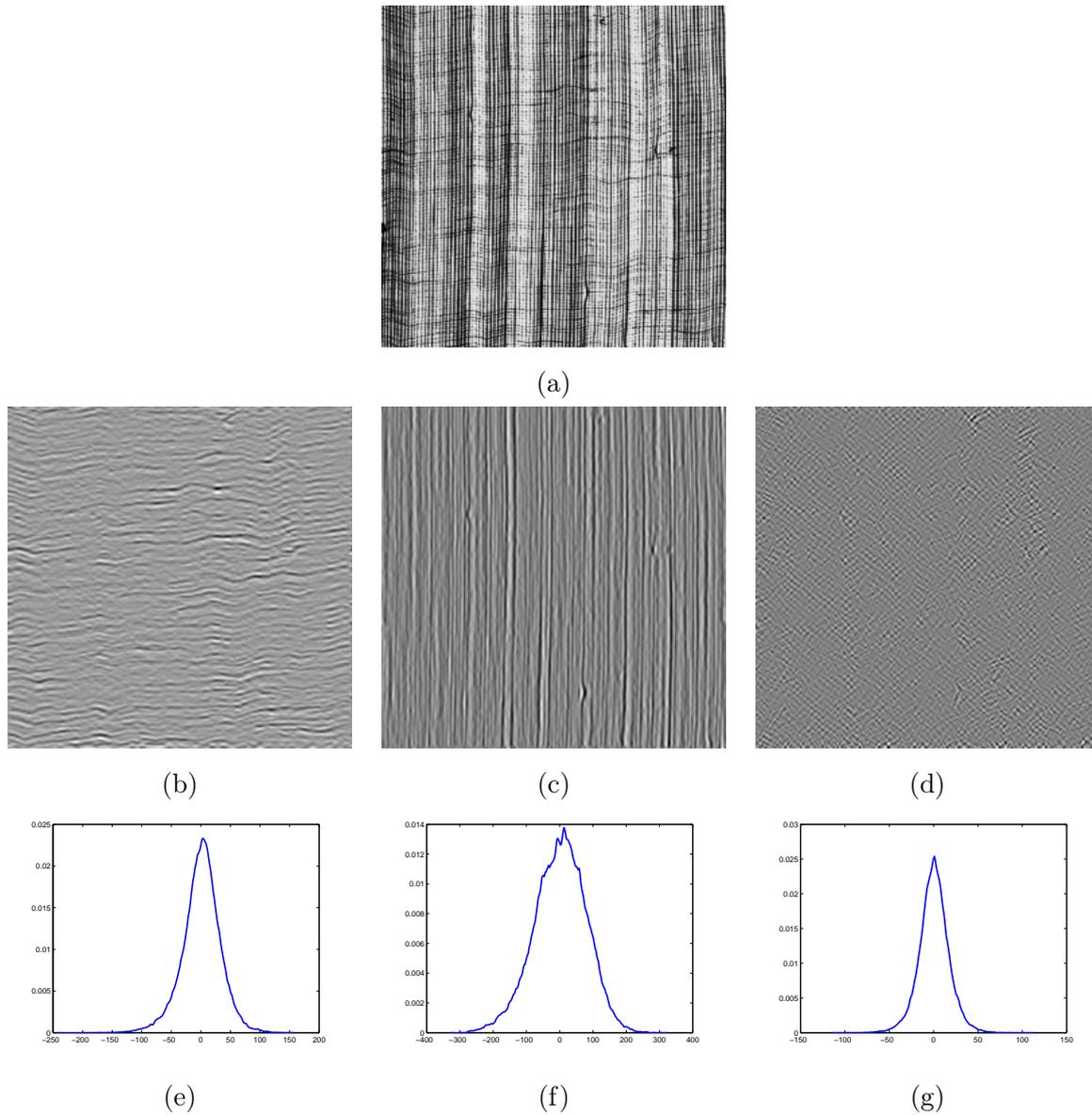


FIG. 4.4 – Transformée en ondelettes non décimée d’une image de synthèse : (a) Image originale, (b)-(d) images transformées à l’échelle 2 suivant les orientations horizontale, verticale et diagonale, (e)-(g) histogrammes correspondants.

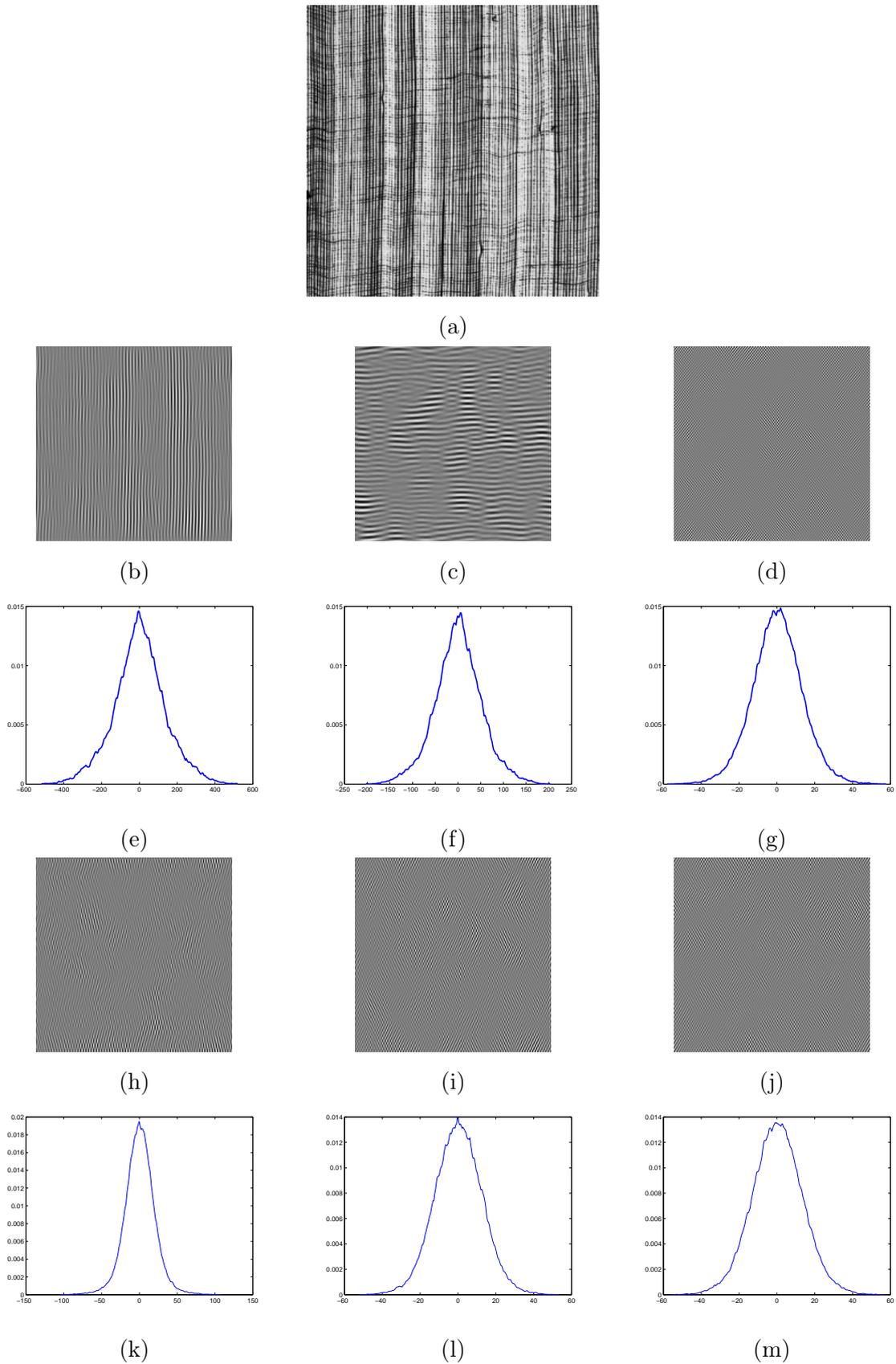


FIG. 4.5 – Transformée en WaveAtoms non décimée d’une image de synthèse : (a) Image originale, (b)-(d) et (h)-(j) images transformées pour une échelle et différentes orientations, (e)-(g) et (k)-(m) histogrammes correspondants.

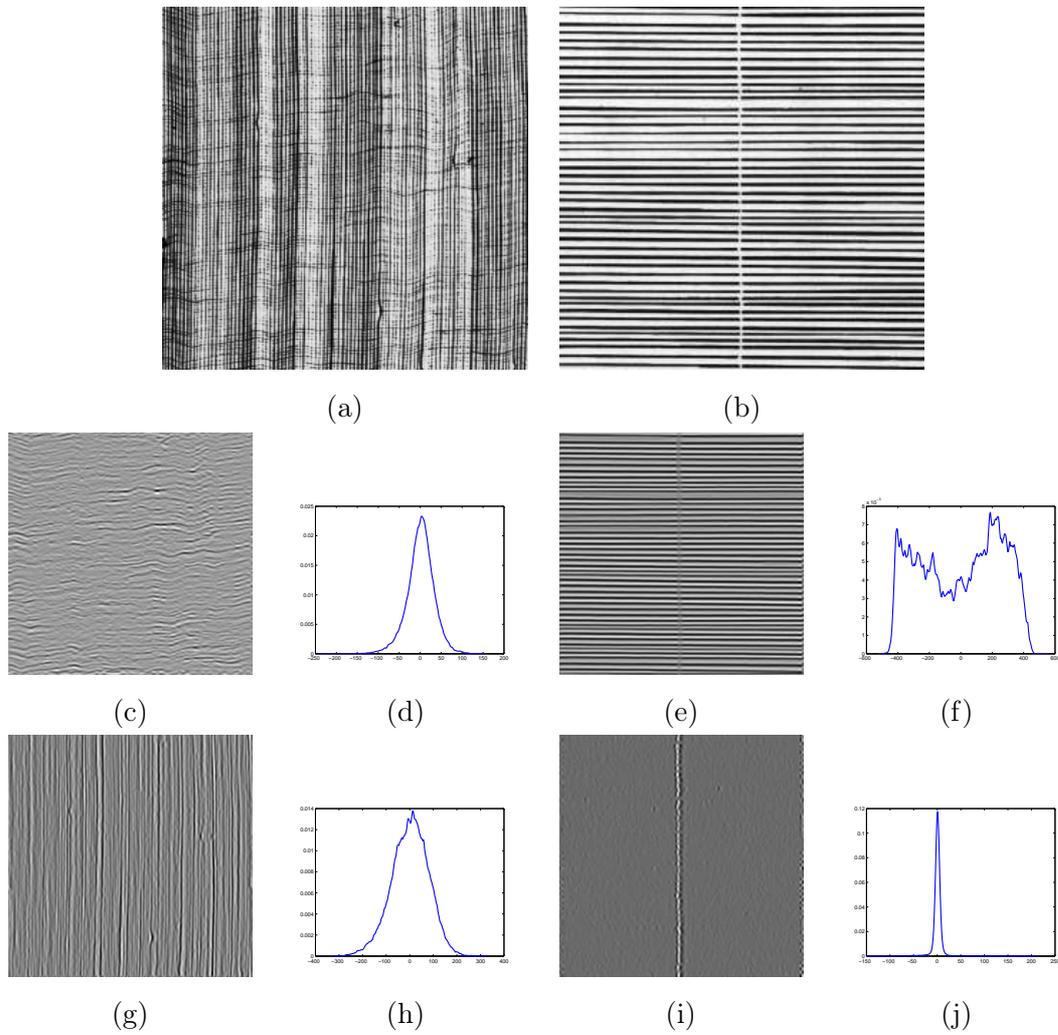


FIG. 4.6 – Comparaison de la transformée en ondelettes pour deux textures différentes : (a) première texture, (b) seconde texture, (c)-(e) coefficients à la seconde échelle pour l'orientation horizontale et pour chacune des deux textures, (d)-(f) histogrammes correspondants, (g)-(i) coefficients à la seconde échelle pour l'orientation verticale et pour chacune des deux textures, (h)-(j) histogrammes correspondants.

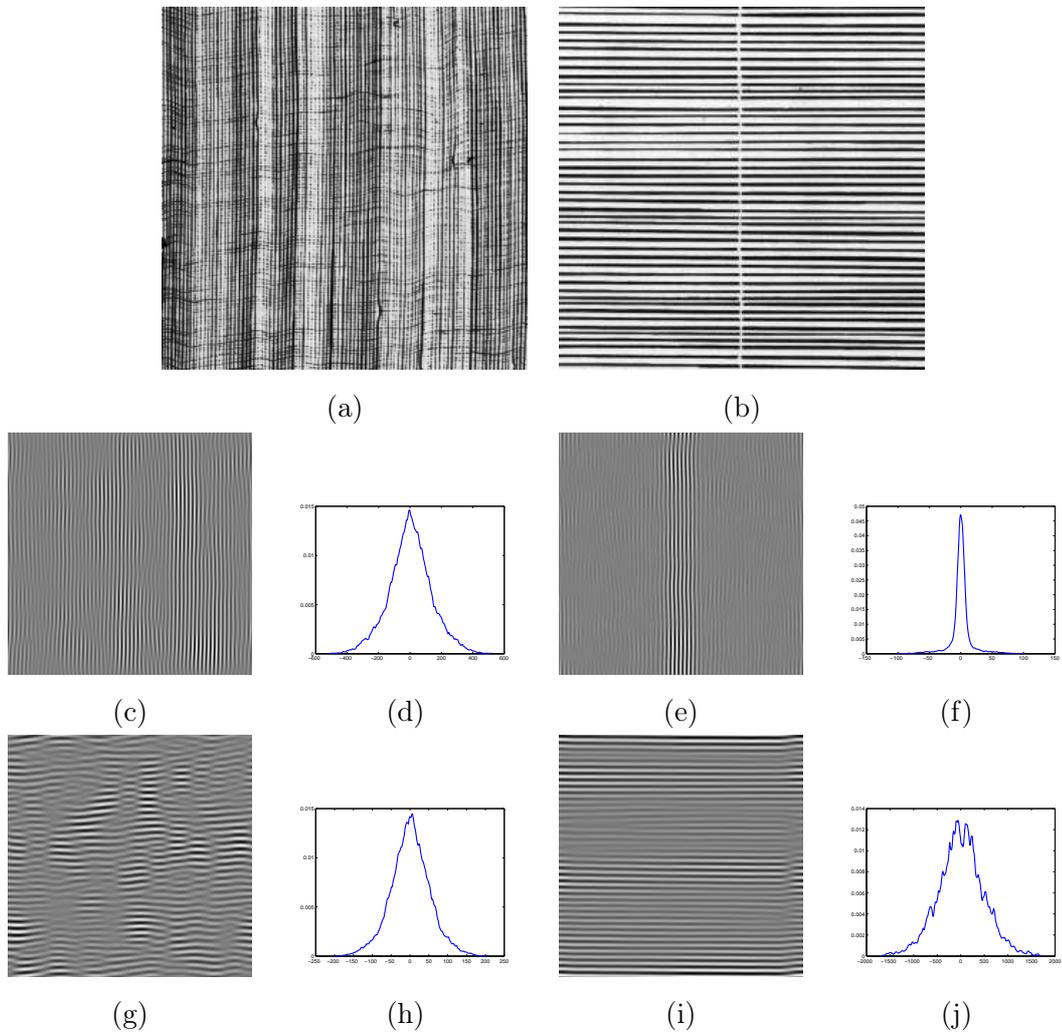


FIG. 4.7 – Comparaison de la transformée en WaveAtoms pour deux textures différentes : (a) première texture, (b) seconde texture, (c)-(e) coefficients à une échelle et une orientation particulière pour chacune des deux textures, (d)-(f) histogrammes correspondants, (g)-(i) coefficients à la même échelle et une autre orientation particulière pour chacune des deux textures, (h)-(j) histogrammes correspondants.

distributions des coefficients des transformées. En effet, il est impossible de modéliser de manière générale la distribution des coefficients de toute transformée.

Pour estimer la densité de probabilité des coefficients pour chaque triplet γ nous nous servons de la méthode de Parzen. Cette dernière utilise une densité-noyau K et un paramètre h nommé paramètre d'échelle qui détermine le niveau de lissage de l'estimation. La pdf réelle p une fois estimée est notée \hat{p} .

Notons $\{x_1, x_2, \dots, x_k\}$ une suite iid d'une variable aléatoire X , alors l'estimateur non paramétrique de la pdf p par la méthode de Parzen est :

$$\hat{p}(x) = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k K\left(\frac{x - x_i}{h}\right) = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k K_h(x - x_i) , \quad (4.3)$$

avec h le paramètre d'échelle, k le nombre de points de l'échantillon et $K(x)$ un noyau Gaussien centré et de variance unitaire donné par :

$$K(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) . \quad (4.4)$$

Le noyau K doit avoir les propriétés suivantes :

- K est symétrique, $K(-u) = K(u)$.
- $\int_{\mathbb{R}} K(u) du = 1$.
- $\int_{\mathbb{R}} u^j K(u) du = 0$ pour $j = 1, \dots, k - 1$.
- $\int_{\mathbb{R}} K(u) du \neq 0$.

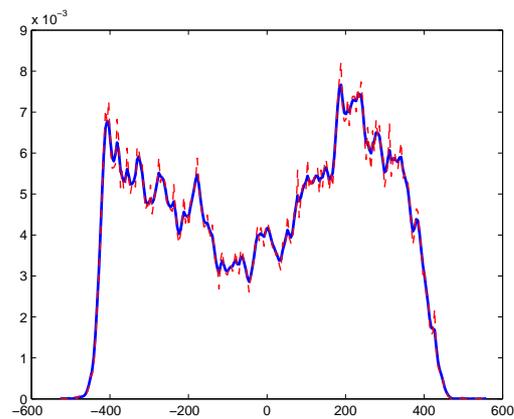
Le choix du paramètre h est crucial dans l'estimation en raison de son influence sur le lissage de la pdf estimée. Dans la pratique, pour conserver au mieux la dynamique de pdf des coefficients, nous utilisons une valeur typique de 1 pour ce paramètre qui correspond à une pdf estimée très proche de la pdf réelle.

Nous représentons sur la figure 4.8 les différentes estimations d'un histogramme de coefficients obtenues suivant la valeur de h . On remarque que le lissage est de plus en plus important suivant l'augmentation de la valeur de h .

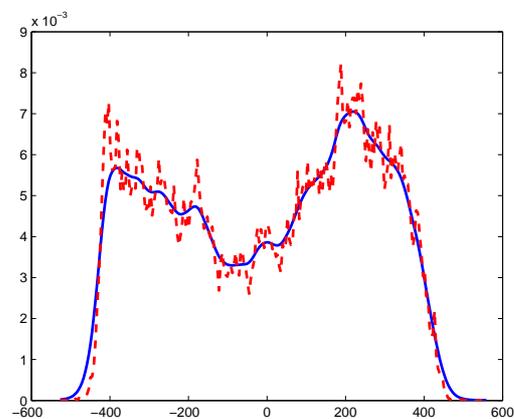
4.2 Ajout du modèle de texture

Pour introduire le modèle de texture dans les contours actifs basés région, nous considérons que nous avons une fonction $\Psi : \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+ \mapsto \mathbb{R}^+$ qui permet de comparer deux pdfs. Cette fonction est faible si les deux pdfs sont similaires, importante sinon. Cela nous permet d'introduire la fonctionnelle suivante qui représente la "distance" entre la pdf estimée courante $\hat{q}_1(\alpha_\gamma, \Omega)$ et une autre pdf $\hat{q}_2(\alpha_\gamma)$ indépendante du domaine :

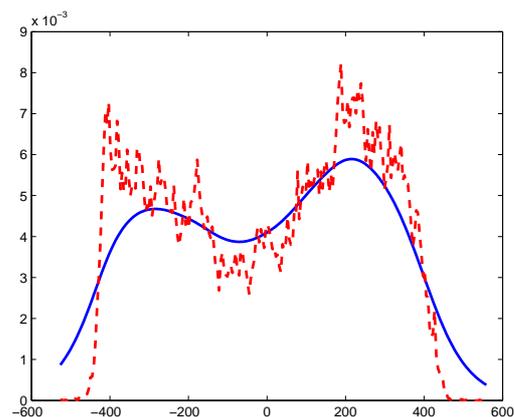
$$D_{s,b}(\Omega) = \int_{\mathcal{X}} \Psi(\hat{q}_1(\alpha_\gamma, \Omega), \hat{q}_2(\alpha_\gamma)) d\alpha_\gamma , \forall \gamma = \{s, b, \mathbf{k}\} . \quad (4.5)$$



(a)



(b)



(c)

FIG. 4.8 – Estimation d'un histogramme suivant différentes valeurs du paramètre h . L'histogramme réel est représenté en rouge pointillé et l'histogramme estimé en bleu à trait continu : (a) $h = 1$, (b) $h = 5$, (c) $h = 20$.

La fonction Ψ peut être choisie de différentes façons.

– Si Ψ est la norme L^2 , on a :

$$\Psi(\hat{q}_1(\boldsymbol{\alpha}_\gamma, \Omega), \hat{q}_2(\boldsymbol{\alpha}_\gamma)) = (\hat{q}_1(\boldsymbol{\alpha}_\gamma, \Omega) - \hat{q}_2(\boldsymbol{\alpha}_\gamma))^2. \quad (4.6)$$

– Si Ψ est la distance de Hellinger, on a :

$$\Psi(\hat{q}_1(\boldsymbol{\alpha}_\gamma, \Omega), \hat{q}_2(\boldsymbol{\alpha}_\gamma)) = \left(\sqrt{\hat{q}_1(\boldsymbol{\alpha}_\gamma, \Omega)} - \sqrt{\hat{q}_2(\boldsymbol{\alpha}_\gamma)} \right)^2. \quad (4.7)$$

– Si Ψ est la distance de Kullback-Leibler symétrisée, on a :

$$\Psi(\hat{q}_1(\boldsymbol{\alpha}_\gamma, \Omega), \hat{q}_2(\boldsymbol{\alpha}_\gamma)) = \frac{1}{2} \left(\hat{q}_1(\boldsymbol{\alpha}_\gamma, \Omega) \log \frac{\hat{q}_1(\boldsymbol{\alpha}_\gamma, \Omega)}{\hat{q}_2(\boldsymbol{\alpha}_\gamma)} + \hat{q}_2(\boldsymbol{\alpha}_\gamma) \log \frac{\hat{q}_2(\boldsymbol{\alpha}_\gamma, \Omega)}{\hat{q}_1(\boldsymbol{\alpha}_\gamma)} \right). \quad (4.8)$$

– Si Ψ est la fonction de χ^2 (cependant non symétrique), on a :

$$\Psi(\hat{q}_1(\boldsymbol{\alpha}_\gamma, \Omega), \hat{q}_2(\boldsymbol{\alpha}_\gamma)) = \frac{(\hat{q}_1(\boldsymbol{\alpha}_\gamma, \Omega) - \hat{q}_2(\boldsymbol{\alpha}_\gamma))^2}{\hat{q}_2(\boldsymbol{\alpha}_\gamma)}. \quad (4.9)$$

On cherche alors le domaine Ω qui optimise :

$$D(\Omega) = \sum_{s,b} D_{s,b}(\Omega), \quad \gamma = (s, b, \mathbf{k}). \quad (4.10)$$

Ce critère sera minimisé dans le cas supervisé avec $q_2 = q_{ref}$. Ce cas utilisera principalement les fonctions (4.6) ou (4.7). Dans le cas non supervisé, le critère sera maximisé et q_2 sera alors estimé sur le domaine complémentaire de Ω . Ce cas se servira les fonctions (4.8) ou (4.9).

Si on se place du point de vue de l'image, chercher le domaine optimal pour la fonctionnelle $D(\Omega)$ revient à segmenter la région de l'image qui possède la distribution de coefficients la plus proche (ou la plus éloignée) de la seconde distribution. Ces deux cas sont détaillés dans la suite du document.

Une fois que nous avons cette fonctionnelle, il faut rechercher la vitesse d'évolution du contour et donc trouver sa dérivée Eulérienne. En utilisant les outils de dérivation de domaine, on calcule la dérivée Eulérienne de $D_{s,b}$ qui nous conduit au Théorème suivant.

Théorème 4.2.1 *La dérivée Eulérienne dans la direction de \mathbf{V} de la fonctionnelle $D_{s,b}$ définie par l'équation(4.5) est :*

$$\langle D'_{s,b}(\Omega), \mathbf{V} \rangle = -\frac{1}{|\Omega|} \int_{\partial\Omega} \left(\partial_1 \Psi(\hat{q}_1(\cdot), \hat{q}_2(\cdot)) * K_h(\boldsymbol{\alpha}_\gamma(\mathbf{x})) - C_\gamma(\Omega) \right) \langle \mathbf{V}, \mathbf{N} \rangle d\mathbf{a}(\mathbf{x}), \quad (4.11)$$

avec $C_\gamma(\Omega) = \int_{\mathcal{X}} \partial_1 \Psi(\hat{q}_1(\boldsymbol{\alpha}_\gamma, \Omega), \hat{q}_2(\boldsymbol{\alpha}_\gamma)) \hat{q}_1(\boldsymbol{\alpha}_\gamma, \Omega) d\boldsymbol{\alpha}_\gamma$, * le produit de convolution, $\partial_1 \Psi(\cdot, \cdot)$ la dérivée partielle de $\Psi(r, \cdot)$ suivant la première variable r , $\partial\Omega$ est la frontière de Ω et \mathbf{N} la normale unitaire à $\partial\Omega$, et $K(\boldsymbol{\alpha}_\gamma)$ est le noyau gaussien de l'équation (4.4).

Preuve : La dérivée Eulérienne de $D_{s,b}(\Omega)$ est égale à :

$$\langle D'_{s,b}(\Omega), \mathbf{V} \rangle = \int_{\mathcal{X}} \langle \Psi'(\hat{q}_1(\boldsymbol{\alpha}_\gamma, \Omega), \hat{q}_2(\boldsymbol{\alpha}_\gamma)), \mathbf{V} \rangle d\boldsymbol{\alpha}_\gamma .$$

Le densité de probabilité $\hat{q}_1(\boldsymbol{\alpha}_\gamma, \Omega)$ est estimée en utilisant la méthode Parzen détaillée section 4.1.2. Ceci nous donne l'expression suivante :

$$\hat{q}_1(\boldsymbol{\alpha}_\gamma, \Omega) = \frac{1}{|\Omega|} \int_{\Omega} K\left(\frac{\boldsymbol{\alpha}_\gamma(\mathbf{x}) - \boldsymbol{\alpha}_\gamma}{h}\right) d\mathbf{x} = \frac{1}{|\Omega|} \int_{\Omega} K_h(\boldsymbol{\alpha}_\gamma(\mathbf{x})) d\mathbf{x} ,$$

où K est donné par l'équation (4.4). Afin de calculer la dérivée Eulérienne de $\Psi(\hat{q}_1(\boldsymbol{\alpha}_\gamma, \Omega))$, on définit :

$$\Psi(\hat{q}_1(\boldsymbol{\alpha}_\gamma, \Omega), \hat{q}_2(\boldsymbol{\alpha}_\gamma)) = f(G_1(\boldsymbol{\alpha}_\gamma, \Omega), G_2(\Omega)) = \Psi\left(\frac{G_1(\boldsymbol{\alpha}_\gamma, \Omega)}{G_2(\Omega)}, \hat{q}_2(\boldsymbol{\alpha}_\gamma)\right) ,$$

avec

$$G_1(\boldsymbol{\alpha}_\gamma, \Omega) = \int_{\Omega} K_h(\boldsymbol{\alpha}_\gamma(\mathbf{x})) d\mathbf{x} ,$$

$$G_2(\Omega) = |\Omega| = \int_{\Omega} d\mathbf{x} .$$

On obtient la dérivée Eulérienne de $\Psi(\hat{q}_1(\boldsymbol{\alpha}_\gamma, \Omega))$:

$$\langle f'(\Omega), \mathbf{V} \rangle = \frac{\partial f}{\partial G_1} \langle G'_1(\boldsymbol{\alpha}_\gamma, \Omega), \mathbf{V} \rangle + \frac{\partial f}{\partial G_2} \langle G'_2(\Omega), \mathbf{V} \rangle .$$

En posant $h_1(\boldsymbol{\alpha}_\gamma, \mathbf{x}) = K_h(\boldsymbol{\alpha}_\gamma(\mathbf{x}))$ et en utilisant le Théorème 1.3.2, on trouve pour les dérivées Eulériennes de G_1 et G_2 :

$$\langle G'_1(\boldsymbol{\alpha}_\gamma, \Omega), \mathbf{V} \rangle = \int_{\Omega} h'_1(\boldsymbol{\alpha}_\gamma, \mathbf{x}, \mathbf{V}) d\mathbf{x} - \int_{\partial\Omega} h_1(\boldsymbol{\alpha}_\gamma, \mathbf{x}) \langle \mathbf{V}, \mathbf{N} \rangle d\mathbf{a}(\mathbf{x}) .$$

Comme la fonction h_1 ne dépend pas du domaine Ω , sa dérivée de domaine est nulle et la dérivée Eulérienne de G_1 est donc égale à :

$$\langle G'_1(\boldsymbol{\alpha}_\gamma, \Omega), \mathbf{V} \rangle = - \int_{\partial\Omega} h_1(\boldsymbol{\alpha}_\gamma, \mathbf{x}) \langle \mathbf{V}, \mathbf{N} \rangle d\mathbf{a}(\mathbf{x}) .$$

La dérivée Eulérienne de G_2 se calcule de la même manière et est égale à :

$$\langle G'_2(\Omega), \mathbf{V} \rangle = - \int_{\partial\Omega} \langle \mathbf{V}, \mathbf{N} \rangle d\mathbf{a}(\mathbf{x}) .$$

La dérivée partielle de f par rapport à G_1 est la suivante :

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial G_1}(G_1(\boldsymbol{\alpha}_\gamma, \Omega), G_2(\Omega)) &= \frac{1}{G_2(\Omega)} \frac{\partial \Psi}{\partial G_1}\left(\frac{G_1(\boldsymbol{\alpha}_\gamma, \Omega)}{G_2(\Omega)}, \boldsymbol{\alpha}_\gamma\right) \\ &= \frac{1}{|\Omega|} \partial_1 \Psi(\hat{q}_1(\boldsymbol{\alpha}_\gamma, \Omega), \hat{q}_2(\boldsymbol{\alpha}_\gamma)) , \end{aligned}$$

avec $\partial_1 \Psi$ la dérivée partielle de Ψ par rapport à la première variable.

On a également :

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial G_2}(G_1(\boldsymbol{\alpha}_\gamma, \Omega), G_2(\Omega)) &= \frac{-G_1(\boldsymbol{\alpha}_\gamma, \Omega)}{G_2(\Omega)} \frac{\partial \Psi}{\partial G_2} \left(\frac{G_1(\boldsymbol{\alpha}_\gamma, \Omega)}{G_2(\Omega)}, \boldsymbol{\alpha}_\gamma \right) \\ &= \frac{-\hat{q}_1(\boldsymbol{\alpha}_\gamma, \Omega)}{|\Omega|} \partial_1 \Psi(\hat{q}_1(\boldsymbol{\alpha}_\gamma, \Omega), \hat{q}_2(\boldsymbol{\alpha}_\gamma)) . \end{aligned}$$

Ce qui nous donne pour la dérivée Eulérienne de f :

$$\langle f'(\Omega), \mathbf{V} \rangle = - \frac{\partial_1 \Psi(\hat{q}_1(\boldsymbol{\alpha}_\gamma, \Omega), \hat{q}_2(\boldsymbol{\alpha}_\gamma))}{|\Omega|} \int_{\partial\Omega} (K_h(\boldsymbol{\alpha}_\gamma(\mathbf{x})) - \hat{q}_1(\boldsymbol{\alpha}_\gamma, \Omega)) \langle \mathbf{V}, \mathbf{N} \rangle d\mathbf{a}(\mathbf{x}) .$$

En injectant ce résultat dans l'expression de la dérivée Eulérienne de $D(\Omega)$ et en inversant l'ordre d'intégration, on trouve :

$$\begin{aligned} \langle D'_{s,b}(\Omega), \mathbf{V} \rangle &= - \int_{\partial\Omega} \frac{1}{|\Omega|} \left(\int_{\chi} (\partial_1 \Psi(\hat{q}_1(\cdot), \hat{q}_2(\cdot))) K_h(\boldsymbol{\alpha}_\gamma(\mathbf{x})) d\boldsymbol{\alpha}_\gamma \right. \\ &\quad \left. - \int_{\chi} (\partial_1 \Psi(\hat{q}_1(\boldsymbol{\alpha}_\gamma, \Omega), \hat{q}_2(\boldsymbol{\alpha}_\gamma))) \hat{q}_1(\boldsymbol{\alpha}_\gamma, \Omega) d\boldsymbol{\alpha}_\gamma \right) \langle \mathbf{V}, \mathbf{N} \rangle d\mathbf{a}(\mathbf{x}) . \end{aligned}$$

La première intégrale sur χ représente la convolution $\partial_1 \Psi(\hat{q}_1(\cdot), \hat{q}_2(\cdot)) * K_h$ de la fonction $\partial_1 \Psi(\hat{q}_1(\cdot), \hat{q}_2(\cdot)) : \chi \rightarrow \mathbb{R}$ avec la fonction K_h , ce qui nous donne pour le résultat final :

$$\langle D'_{s,b}(\Omega), \mathbf{V} \rangle = - \frac{1}{|\Omega|} \int_{\partial\Omega} \left(\partial_1 \Psi(\hat{q}_1(\cdot), \hat{q}_2(\cdot)) * K_h(\boldsymbol{\alpha}_\gamma(\mathbf{x})) - C_\gamma(\Omega) \right) \langle \mathbf{V}, \mathbf{N} \rangle d\mathbf{a}(\mathbf{x}) ,$$

avec

$$C_\gamma(\Omega) = \int_{\chi} \partial_1 \Psi(\hat{q}_1(\boldsymbol{\alpha}_\gamma, \Omega), \hat{q}_2(\boldsymbol{\alpha}_\gamma)) \hat{q}_1(\boldsymbol{\alpha}_\gamma, \Omega) d\boldsymbol{\alpha}_\gamma .$$

■

Il faut à présent s'interroger sur la pdf $\hat{q}_2(\boldsymbol{\alpha}_\gamma)$. Cette dernière peut représenter la distribution des coefficients à l'extérieur de la région d'intérêt, ou bien une distribution connue et donnée comme référence. Ces deux possibilités donnent deux cas possibles pour la segmentation d'images texturées, le cas supervisé et le cas non supervisé.

4.2.1 Cas supervisé

Cette approche est utilisée lorsque l'on sait qu'une texture est présente dans une image et que l'on cherche à l'extraire automatiquement. Pour plus de robustesse, on peut utiliser conjointement une référence sur les régions interne et externe.

Dans cette optique, nous minimisons l'écart entre la pdf des coefficients de la texture de référence et la pdf des coefficients de la région considérée. Ce qui donne pour la fonction $D(\Omega_i)$:

$$D(\Omega_i) = \sum_{s,b} D_{s,b}(\Omega_i) = \sum_{s,b} \int_{\chi} \Psi(\hat{q}_i(\boldsymbol{\alpha}_\gamma, \Omega_i), \hat{q}_{ref,i}(\boldsymbol{\alpha}_\gamma)) d\boldsymbol{\alpha}_\gamma , \quad (4.12)$$

où i est une des régions de l'image.

Dans le cadre de ce travail, nous considérons la segmentation d'une image en deux régions. Le critère à minimiser devient donc $(D(\Omega_{in}) + D(\Omega_{out}))$. Cependant, le Théorème 4.2.1 fait apparaître un terme en $\frac{1}{|\Omega|}$ qui interdit lors du calcul de la vitesse d'évolution, la possibilité de regrouper les termes internes et externes. C'est pourquoi, nous minimisons de préférence $(D(\Omega_{in})|\Omega_{in}| + D(\Omega_{out})|\Omega_{out}|)$ afin d'obtenir un résultat plus compact.

En utilisant le Théorème 4.2.1 on obtient :

Corollaire 4.2.1 *La vitesse d'évolution du contour actif pour la minimisation de $(D(\Omega_{in})|\Omega_{in}| + D(\Omega_{out})|\Omega_{out}|)$ est*

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Gamma}{\partial \tau} &= \sum_{s,b} \left(D_{s,b}(\Omega_{in}) - D_{s,b}(\Omega_{out}) \right. \\ &+ C_\gamma(\Omega_{out}) - C_\gamma(\Omega_{in}) \\ &+ \left. V_{\gamma,in} * K_h(\alpha_\gamma(\mathbf{x})) - V_{\gamma,out} * K_h(\alpha_\gamma(\mathbf{x})) \right) \mathbf{N}, \end{aligned} \quad (4.13)$$

avec

$$C_\gamma(\Omega_i) = \int_{\mathcal{X}} \partial_1 \Psi(\hat{q}_i(\cdot), \hat{q}_{ref,i}(\cdot)) \hat{q}_i(\cdot) d\alpha_\gamma,$$

$$V_\gamma(\Omega_i) = \partial_1 \Psi(\hat{q}_i(\alpha_\gamma, \Omega_i), \hat{q}_{ref,i}(\alpha_\gamma)), V_{\gamma,in} = V_\gamma(\Omega_{in}), V_{\gamma,out} = V_\gamma(\Omega_{out}),$$

et \mathbf{N} est la normale unitaire à $\partial\Omega$.

A titre d'exemple : $D_{s,b}$ peut être par exemple la distance de Hellinger entre la pdf estimée \hat{q} et une pdf de référence \hat{q}_{ref} avec :

$$\Psi(\hat{q}(\alpha_\gamma, \Omega), \hat{q}_{ref}(\alpha_\gamma)) = \left(\sqrt{\hat{q}(\alpha_\gamma, \Omega)} - \sqrt{\hat{q}_{ref}(\alpha_\gamma)} \right)^2.$$

$$C_\gamma(\Omega) = \int_{\mathcal{X}} \frac{\sqrt{\hat{q}(\alpha_\gamma, \Omega)} - \sqrt{\hat{q}_{ref}(\alpha_\gamma)}}{\sqrt{\hat{q}(\alpha_\gamma, \Omega)}} d\alpha_\gamma,$$

$$V_\gamma(\Omega) = \frac{\sqrt{\hat{q}(\alpha_\gamma, \Omega)} - \sqrt{\hat{q}_{ref}(\alpha_\gamma)}}{\sqrt{\hat{q}(\alpha_\gamma, \Omega)}}.$$

4.2.2 Cas non supervisé

Dans l'optique de segmenter des régions sans référence, il faut pouvoir maximiser l'écart entre les pdfs des coefficients des différentes régions de l'image. La fonction D est dans ce cas :

$$D(\Omega_{in}, \Omega_{out}) = \sum_{s,b} D_{s,b}(\Omega_{in}, \Omega_{out}) = \sum_{s,b} \int_{\mathcal{X}} \Psi(\hat{q}_{in}(\alpha_\gamma, \Omega_{in}), \hat{q}_{out}(\alpha_\gamma, \Omega_{out})) d\alpha_\gamma, \quad (4.14)$$

où Ω_{in} est une des régions de l'image et Ω_{out} son complémentaire.

Nous nous restreignons au cas de la segmentation d'une image en deux régions ce qui nous conduit à maximiser le critère $D(\Omega_{in}, \Omega_{out})$.

Corollaire 4.2.2 *La vitesse d'évolution du contour actif pour la maximisation de $D(\Omega_{in}, \Omega_{out})$, où $D_{s,b}$ est :*

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Gamma}{\partial \tau} &= \sum_{s,b} \left(\frac{1}{|\Omega_{in}|} (-V_{\gamma,in} * K_h(\boldsymbol{\alpha}_\gamma(\mathbf{x})) + C_{\gamma,in}) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{|\Omega_{out}|} (V_{\gamma,out} * K_h(\boldsymbol{\alpha}_\gamma(\mathbf{x})) - C_{\gamma,out}) \right) \mathbf{N}, \end{aligned} \quad (4.15)$$

avec

$$\begin{aligned} C_{\gamma,in} &= \int_{\mathcal{X}} \partial_1 \Psi(\hat{q}_{in}(\boldsymbol{\alpha}_\gamma, \Omega_{in}), \hat{q}_{out}(\boldsymbol{\alpha}_\gamma, \Omega_{out})) \hat{q}_{in}(\boldsymbol{\alpha}_\gamma, \Omega_{in}) d\boldsymbol{\alpha}_\gamma, \\ C_{\gamma,out} &= \int_{\mathcal{X}} \partial_2 \Psi(\hat{q}_{in}(\boldsymbol{\alpha}_\gamma, \Omega_{in}), \hat{q}_{out}(\boldsymbol{\alpha}_\gamma, \Omega_{out})) \hat{q}_{out}(\boldsymbol{\alpha}_\gamma, \Omega_{out}) d\boldsymbol{\alpha}_\gamma, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_{\gamma,in} &= \partial_1 \Psi(\hat{q}_{in}(\boldsymbol{\alpha}_\gamma, \Omega_{in}), \hat{q}_{out}(\boldsymbol{\alpha}_\gamma, \Omega_{out})), \\ V_{\gamma,out} &= \partial_2 \Psi(\hat{q}_{in}(\boldsymbol{\alpha}_\gamma, \Omega_{in}), \hat{q}_{out}(\boldsymbol{\alpha}_\gamma, \Omega_{out})), \end{aligned}$$

et \mathbf{N} la normale unitaire à $\partial\Omega$,

Pour la divergence de Kullback-Leibler, on obtient :

$$\begin{aligned} C_{\gamma,in} &= \int_{\mathcal{X}} \frac{1}{2} \hat{q}_{in}(\boldsymbol{\alpha}_\gamma) \left(1 - \frac{\hat{q}_{out}(\boldsymbol{\alpha}_\gamma)}{\hat{q}_{in}(\boldsymbol{\alpha}_\gamma)} + \log\left(\frac{\hat{q}_{in}(\boldsymbol{\alpha}_\gamma)}{\hat{q}_{out}(\boldsymbol{\alpha}_\gamma)}\right) \right) d\boldsymbol{\alpha}_\gamma, \\ C_{\gamma,out} &= \int_{\mathcal{X}} \frac{1}{2} \hat{q}_{out}(\boldsymbol{\alpha}_\gamma) \left(1 - \frac{\hat{q}_{in}(\boldsymbol{\alpha}_\gamma)}{\hat{q}_{out}(\boldsymbol{\alpha}_\gamma)} + \log\left(\frac{\hat{q}_{out}(\boldsymbol{\alpha}_\gamma)}{\hat{q}_{in}(\boldsymbol{\alpha}_\gamma)}\right) \right) d\boldsymbol{\alpha}_\gamma, \\ V_{\gamma,in}(\boldsymbol{\alpha}_\gamma) &= \int_{\mathcal{X}} \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\hat{q}_{out}(\boldsymbol{\alpha}_\gamma)}{\hat{q}_{in}(\boldsymbol{\alpha}_\gamma)} + \log\left(\frac{\hat{q}_{in}(\boldsymbol{\alpha}_\gamma)}{\hat{q}_{out}(\boldsymbol{\alpha}_\gamma)}\right) \right) d\boldsymbol{\alpha}_\gamma, \\ V_{\gamma,out}(\boldsymbol{\alpha}_\gamma) &= \int_{\mathcal{X}} \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\hat{q}_{in}(\boldsymbol{\alpha}_\gamma)}{\hat{q}_{out}(\boldsymbol{\alpha}_\gamma)} + \log\left(\frac{\hat{q}_{out}(\boldsymbol{\alpha}_\gamma)}{\hat{q}_{in}(\boldsymbol{\alpha}_\gamma)}\right) \right) d\boldsymbol{\alpha}_\gamma. \end{aligned}$$

L'obtention de l'équation d'évolution précédente repose sur l'utilisation du Théorème 4.2.1 pour les régions internes et externes successivement. En effet, le Théorème établit la dérivation pour une fonction permettant de comparer une pdf dépendant de la région et une pdf qui en soit indépendante. Dans notre cas, il faut dériver $D(\Omega_{in}, \Omega_{out})$ par rapport à Ω_{in} puis par rapport à Ω_{out} ce qui donne le résultat obtenu.

Dans les deux corollaires présentés ci-dessus, le type de représentation utilisée n'apparaît jamais dans les équations. Notre approche est donc bien indépendante de la représentation choisie comme nous le souhaitons.

		Figure						
		4.10	4.11	4.12	4.13	4.15	4.14	4.16
Initialisation		cercle centré sur l'image						
Type de segmentation	Supervisée	✓	✓	✓				
	Non supervisée				✓	✓	✓	✓
Transformée	Ondelettes	✓		✓	✓		✓	✓
	WaveAtoms		✓	✓		✓	✓	✓
Echelle des ondelettes		4	N/A	4	4	N/A	3	3
Type de texture	Synthèse	✓	✓	✓	✓	✓	✓	
	Brodatz	✓	✓	✓	✓	✓	✓	
	Réelle							✓

TAB. 4.1 – Expérimentations menées pour la validation du modèle de texture utilisant de multiples types d'images (synthèse, Brodatz, naturelles) et les ondelettes ou les WaveAtoms comme transformée.

4.3 Résultats expérimentaux

Dans cette section, nous présentons tout d'abord des résultats sur des images de synthèse avant de passer à des images naturelles. Toutes ces expérimentations ont été faites de manière supervisée et non supervisée.

4.3.1 Protocole expérimental

Afin de valider notre modèle de texture tant pour le cas supervisé que non supervisé, nous avons mené tout d'abord des expérimentations sur des images de synthèse. Pour cela, nous avons généré de très nombreuses images, plusieurs centaines, combinant de manière aléatoire une quinzaine de textures différentes suivant des formes plus ou moins complexes. Nous avons ensuite appliqué une transformée, les ondelettes ou les WaveAtoms. Après l'application de ces transformées, nous avons utilisé les vitesses d'évolution (4.13) et (4.15). Dans le cas de la segmentation supervisée, les deux textures présentes dans l'image à segmenter étaient apprises depuis une image similaire à celle de la figure 4.9. Nous avons ensuite appliqué notre méthode à quelques images naturelles.

Les différents tests effectués sont récapitulés dans le Tableau 4.3.1.

4.3.2 Cas supervisé

Dans le cas supervisé, nous représentons sur la figure 4.10 les résultats obtenus par la vitesse (4.13) et avec la transformée en ondelettes non décimée en utilisant les ondelettes de Daube-

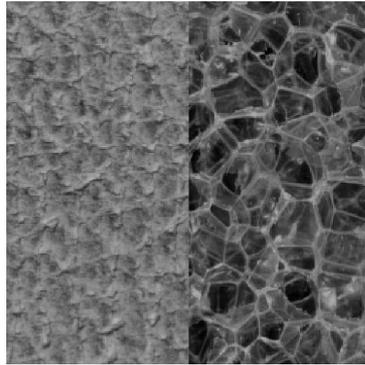


FIG. 4.9 – Image type de référence pour la segmentation supervisée de textures. Les deux textures utilisées dans l’image se retrouvent ensuite dans l’image à segmenter.

chies à l’échelle 4 comme représentation. Nous constatons très rapidement que visuellement les résultats sont corrects, voire pour certains particulièrement satisfaisants. Mais, afin de valider quantitativement ces derniers, nous avons calculé le taux de de pixels mal classés (TMC), défini comme la somme des FPF et TPF définis dans le chapitre 3. En moyenne ce taux est de 3,73%. Cela peut paraître relativement important, mais lorsque l’on détaille ce taux pour chaque image, on constate rapidement que selon la forme des régions, il varie énormément y compris pour deux images de textures très similaires. En effet, le lissage imposé au contour ne permet pas de segmenter aisément des régions aux courbures trop importantes.

Si on compare les formes des régions sur la figure 4.10 (e), qui est l’une des images dont la segmentation donne le plus grand TMC (8,96 %) et celles de la figure 4.10 (i), qui elle a un TMC de 1,1 %, on se rend immédiatement compte que la forme des régions intervient fortement dans ce type de résultats. Cependant, on peut tout de même se rendre compte immédiatement que toutes ces images sont segmentées de manière correcte (malgré un TMC légèrement supérieur pour certaines) et donc que le formalisme utilisé semble donner des résultats convaincants. On peut également mettre en avant le fait que toutes les textures sont correctement discriminées par les ondelettes en raison de leur orientation particulière.

L’application de notre méthode aux ondelettes est donc convaincante, cependant, nous avons mis en avant la généralité de cette approche et le fait que nous n’étions pas restreints à une transformée particulière. Cette recherche de généralité nous permet donc de tester d’autres transformées et nous avons choisi d’utiliser la seule transformée pour laquelle nous avons un résultat théorique sur la parcimonie, à savoir les WaveAtoms, puisque, comme nous l’avons déjà évoqué, un Théorème dans [Demagnet 08] prouve la parcimonie de la transformée pour les textures localement oscillantes.

Dans le cas de l’utilisation des WaveAtoms, nous avons suivi le même protocole expérimental et les mêmes textures. Nous pouvons encore une fois constater que sur la figure 4.11, les résultats

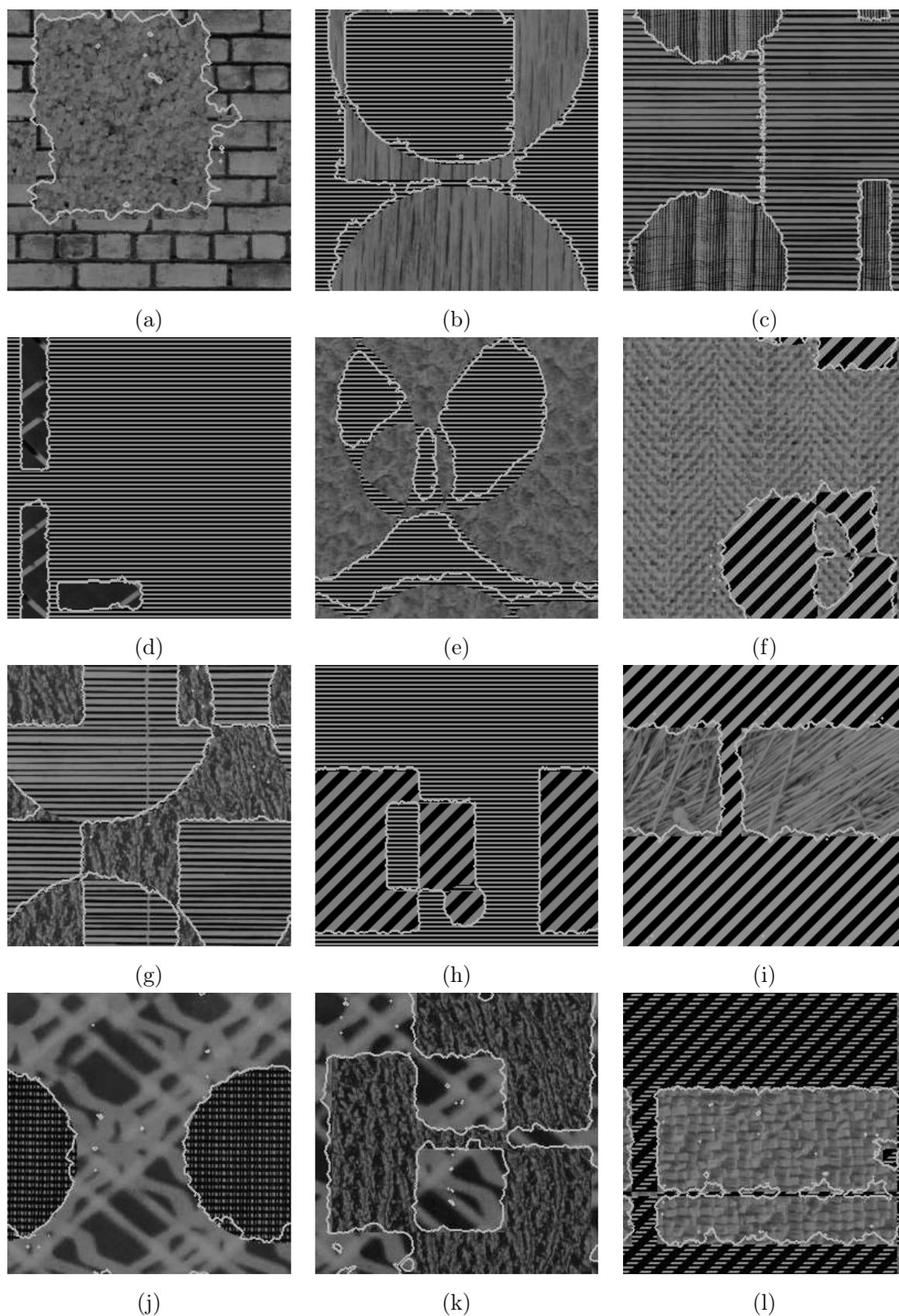


FIG. 4.10 – Segmentation supervisée d’images de synthèse composées de textures totalement synthétiques et/ou de Brodatz suivant une répartition aléatoire. L’image de texture de référence est composée des deux textures de l’image disposées verticalement comme sur la figure 4.9. La transformée utilisée pour la segmentation est la transformée en ondelettes de Daubechies à l’ordre 4.

sont convaincants. Afin de valider quantitativement le résultat visuel obtenu, nous avons une fois encore calculé le TMC moyen et nous obtenons, un taux faible puisqu'il est de 3,67 %. Cette valeur fluctue encore suivant le type de formes considérées ainsi que suivant le type de textures considérées.

Ce second paramètre influe fortement sur le résultat de segmentation puisque, comme nous pouvons le constater sur la figure 4.12, si la transformée choisie discrimine de manière incorrecte les textures, la segmentation est fortement pénalisée. Dans l'exemple de la figure 4.12, on constate que le choix de la transformée en ondelettes (a), même si elle permet de légèrement discriminer les deux textures donne de nettement moins bons résultats que les WaveAtoms (b). Le TMC est d'ailleurs de 8,1 % pour la figure 4.12 (a) et de 4,2 % pour la figure 4.12 (b) ce qui constitue pratiquement un doublement des pixels mal classés. Cela prouve de manière formelle qu'il faut pouvoir utiliser la bonne méthode de discrimination de textures afin d'améliorer les résultats de segmentation et ce quelle que soit l'approche favorisée.

4.3.3 Cas non supervisé

Dans ce cas nous nous intéressons aux résultats de la section 4.2.2. Nous cherchons à segmenter des images texturées sans pour autant donner les textures de référence. Une fois encore nous avons effectué des expérimentations avec les ondelettes et les WaveAtoms. Afin de prouver l'applicabilité de notre approche, nous avons comme précédemment considéré plusieurs textures synthétiques et de Brodatz que nous avons ensuite combiné de manière aléatoire avec des formes plus ou moins complexes.

Lors de l'utilisation des ondelettes de Daubechies, nous constatons une fois encore sur la figure 4.13 que la segmentation donne de bons résultats. En effet, après calcul du TMC pour chacune des images composant la figure, nous constatons qu'il est en moyenne de 3,22 %. Cette valeur relativement faible est fortement influencée par les textures choisies et par la forme des régions à segmenter. En effet, il paraît logique que le TMC de la figure 4.13 (c) soit plus faible que celui de la figure 4.13 (h). Cependant nous constatons que toutes ces images sur lesquelles les résultats sont probants utilisent au moins une texture très directionnelle et donc discriminante pour les ondelettes.

Il est naturel de penser que sur des images dont les textures ne sont pas discriminées par la transformée choisie, le résultat ne sera pas correct. On peut constater l'impact de la transformation considérée sur la figure 4.14 qui montre la même image segmentée en utilisant la transformée en ondelettes ou la transformée en WaveAtoms. Il est clair que lors de la transformée en ondelettes 4.14 (a), les deux textures ne sont pas du tout discriminées ce qui implique une segmentation totalement incohérente avec le résultat visuel. Tandis que pour la transformée en WaveAtoms 4.14 (b), la segmentation est plus que correcte avec un TMC de 1,45 %.

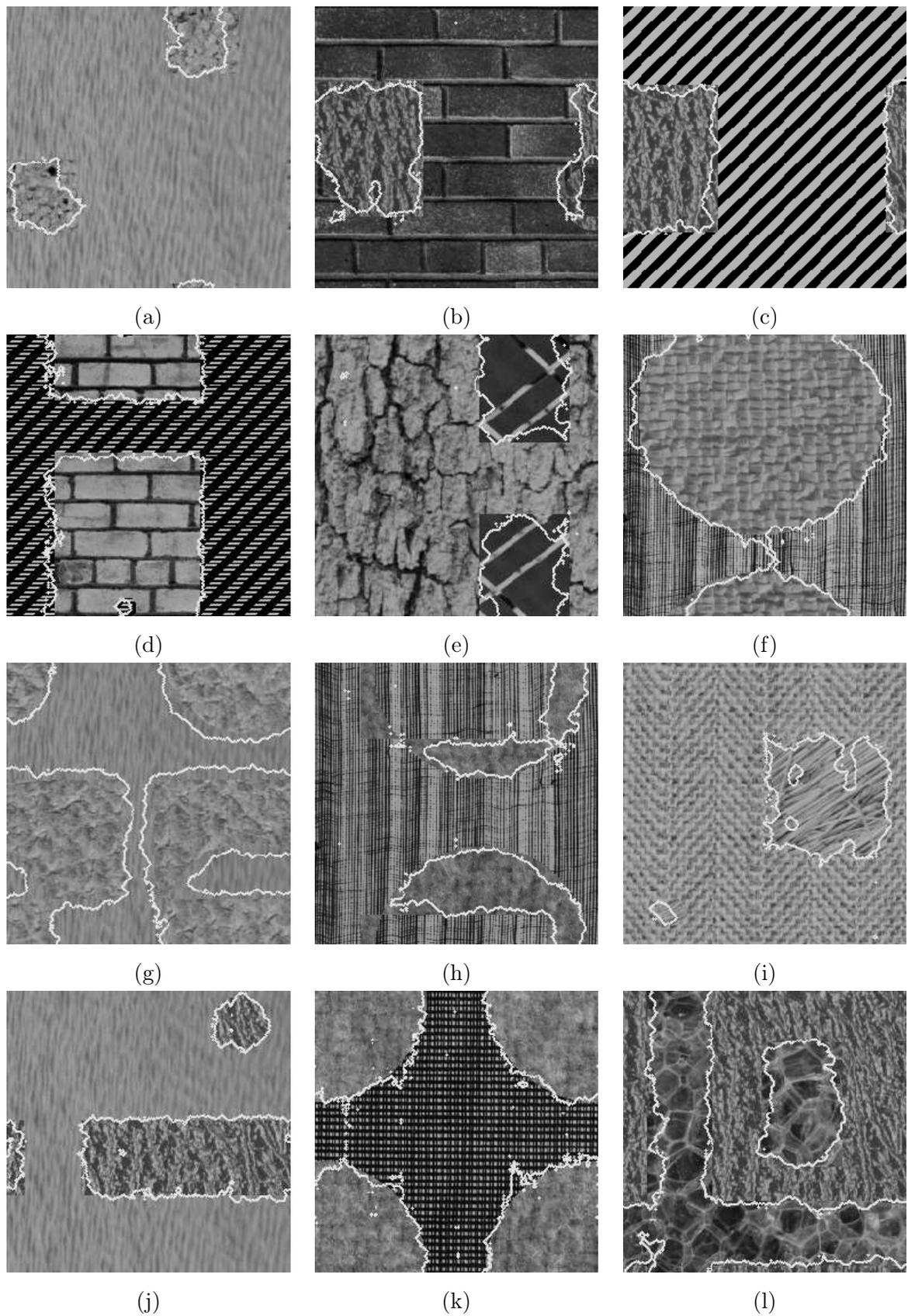


FIG. 4.11 – Segmentation supervisée d’images de synthèse composées de textures totalement synthétiques et/ou de Brodatz suivant une répartition aléatoire. L’image de texture de référence est composée des deux textures de l’image disposées verticalement comme sur la figure 4.9. La transformée utilisée pour la segmentation est la transformée en WaveAtoms.

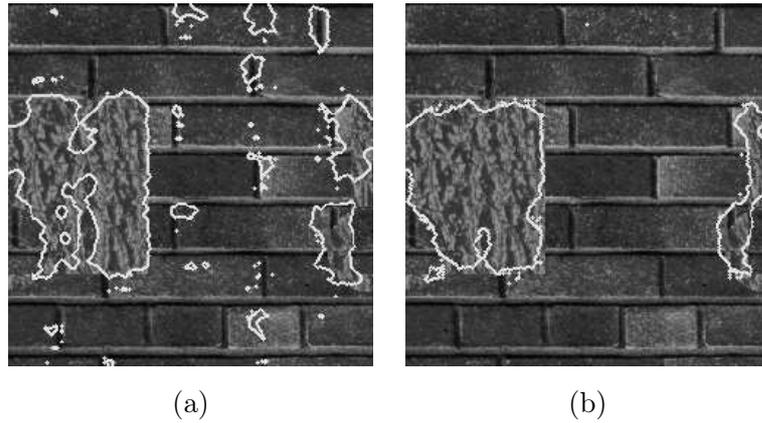


FIG. 4.12 – Comparaison des ondelettes et des WaveAtoms pour la segmentation supervisée. La transformée utilisée est : (a) ondelettes de Daubechies à l'échelle 4, (b) WaveAtoms.

Après cette constatation, nous avons reproduit les mêmes expérimentations en utilisant les WaveAtoms et nous avons une fois encore obtenu des résultats très convaincants lorsque les textures sont bien discriminées. La figure 4.15 montre ces résultats et visuellement ils sont intéressants. La mesure du TMC renforce cette impression visuelle puisqu'il vaut 3,54 % soit un très bon résultat. Les textures discriminées par les WaveAtoms sont plus complexes en général que celles discriminées par les ondelettes. Ce qui tend à prouver que les ondelettes peuvent être utilisées pour des textures très orientées. Pour des textures localement oscillantes mais pas obligatoirement particulièrement orientées, les WaveAtoms donneront de meilleurs résultats.

4.3.4 Application aux images naturelles

Enfin pour terminer la validation de notre modèle théorique, nous avons segmenté des images naturelles présentant des textures particulièrement orientées. D'après les résultats sur les images de synthèse, nous avons décidé d'utiliser les ondelettes pour effectuer cette segmentation. De plus, pour éviter de devoir produire deux textures de référence qui seraient totalement artificielles, nous avons considéré la segmentation non supervisée afin de faire ces segmentations.

Nous avons représenté sur la figure 4.16 les trois images initiales ((a)-(c)) et les trois images segmentées ((d)-(f)) et nous constatons rapidement que la segmentation est cohérente visuellement dans les trois cas. Il est vrai que l'image 4.16 (d) est légèrement sous-segmentée, mais on peut expliquer cette relative faiblesse par la présence des deux structures verticales qui troublent la discrimination. Concernant l'image 4.16 (e) la segmentation paraît très cohérente avec l'impression visuelle, si ce n'est au niveau spécifique des angles où la courbure du contour actif va être fortement pénalisée. Enfin, l'image 4.16 (f) est segmentée de manière particulièrement correcte. Une fois encore le contour est pénalisé sur les bords de l'image, malgré tout, on remarque que l'empreinte est bien isolée du fond de l'image.

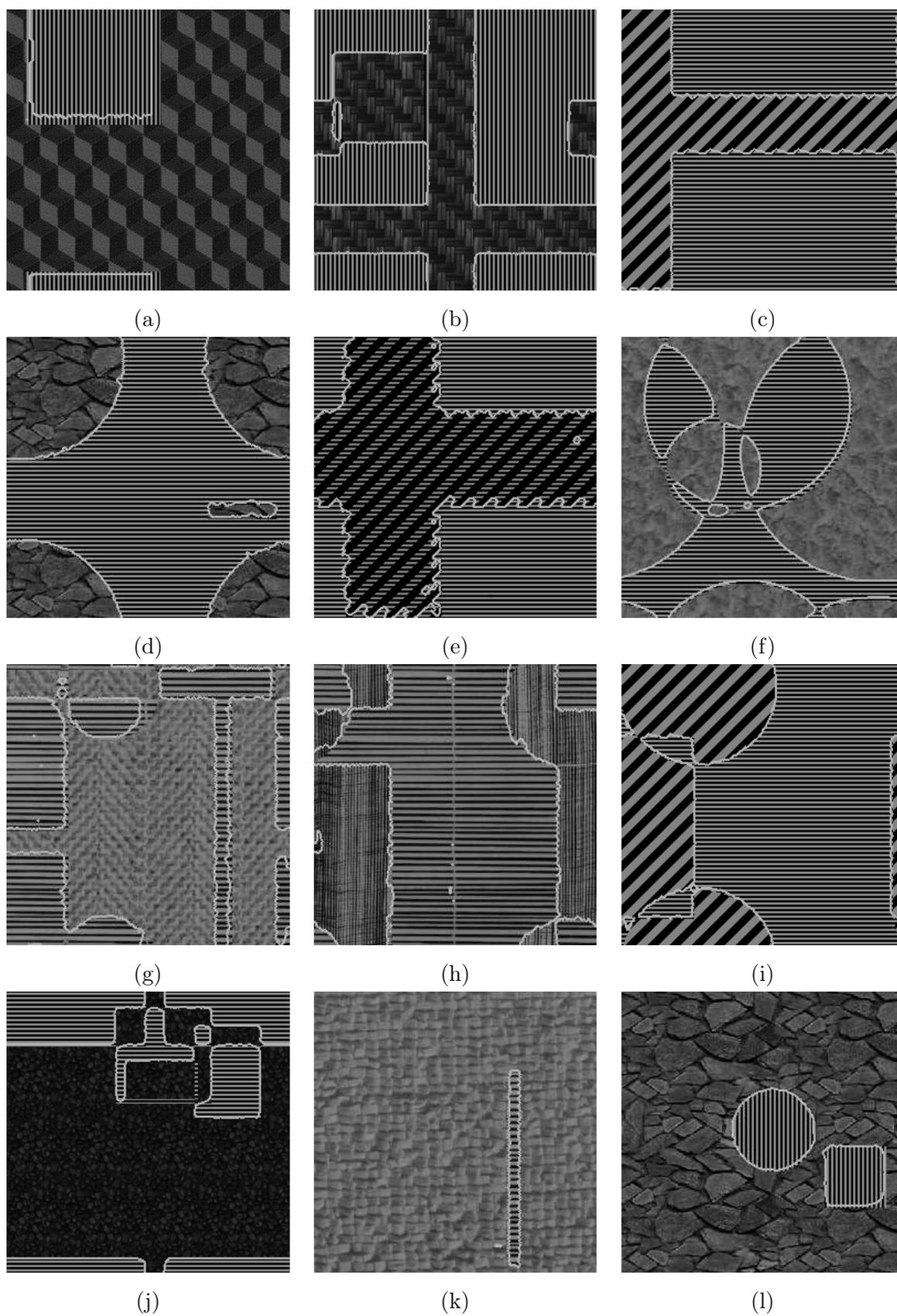


FIG. 4.13 – Segmentation non supervisée d’images de synthèse composées de textures totalement synthétiques et/ou de Brodatz suivant une répartition aléatoire. La transformée utilisée pour la segmentation est la transformée en ondelettes de Daubechies à l’ordre 4.

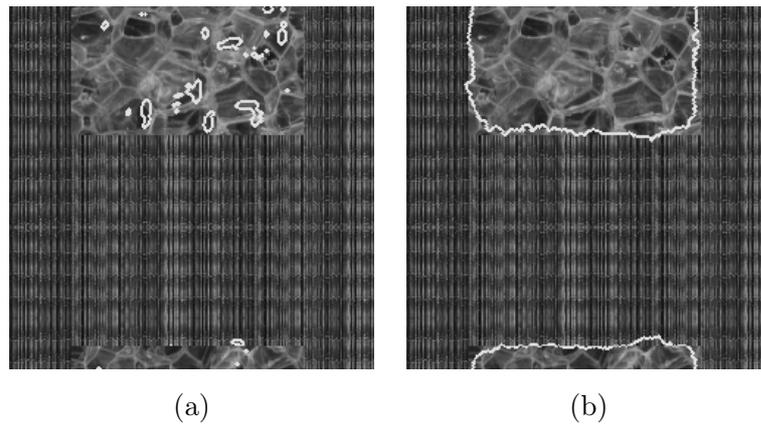


FIG. 4.14 – Comparaison des ondelettes et des WaveAtoms pour la segmentation non supervisée. La transformée utilisée est : (a) ondelettes de Daubechies à l'échelle 4, (b) WaveAtoms.

4.4 Conclusion sur le modèle de texture

Dans ce chapitre nous avons proposé l'ajout aux contours actifs basés région, d'un modèle générique de texture pouvant utiliser n'importe quelle transformée permettant de discriminer deux textures. Cette recherche de généralité s'appuie en particulier sur l'impossibilité de définir une transformée qui permette de décrire précisément tout type de textures. L'ajout de ce modèle de manière générale permet de segmenter des images texturées avec ou sans image de référence. Ainsi, nous proposons un critère pour la segmentation supervisée utilisant la minimisation de divergences entre les pdfs pour les différentes échelles et orientations. En ce qui concerne la segmentation non supervisée, nous proposons de maximiser les divergences entre les pdfs des deux régions interne et externe. Les résultats expérimentaux montrent l'applicabilité de notre méthode aussi bien sur des images de synthèse que sur des images naturelles. Ils montrent également l'importance du choix de la bonne transformée pour les bonnes textures afin d'obtenir des résultats cohérents.

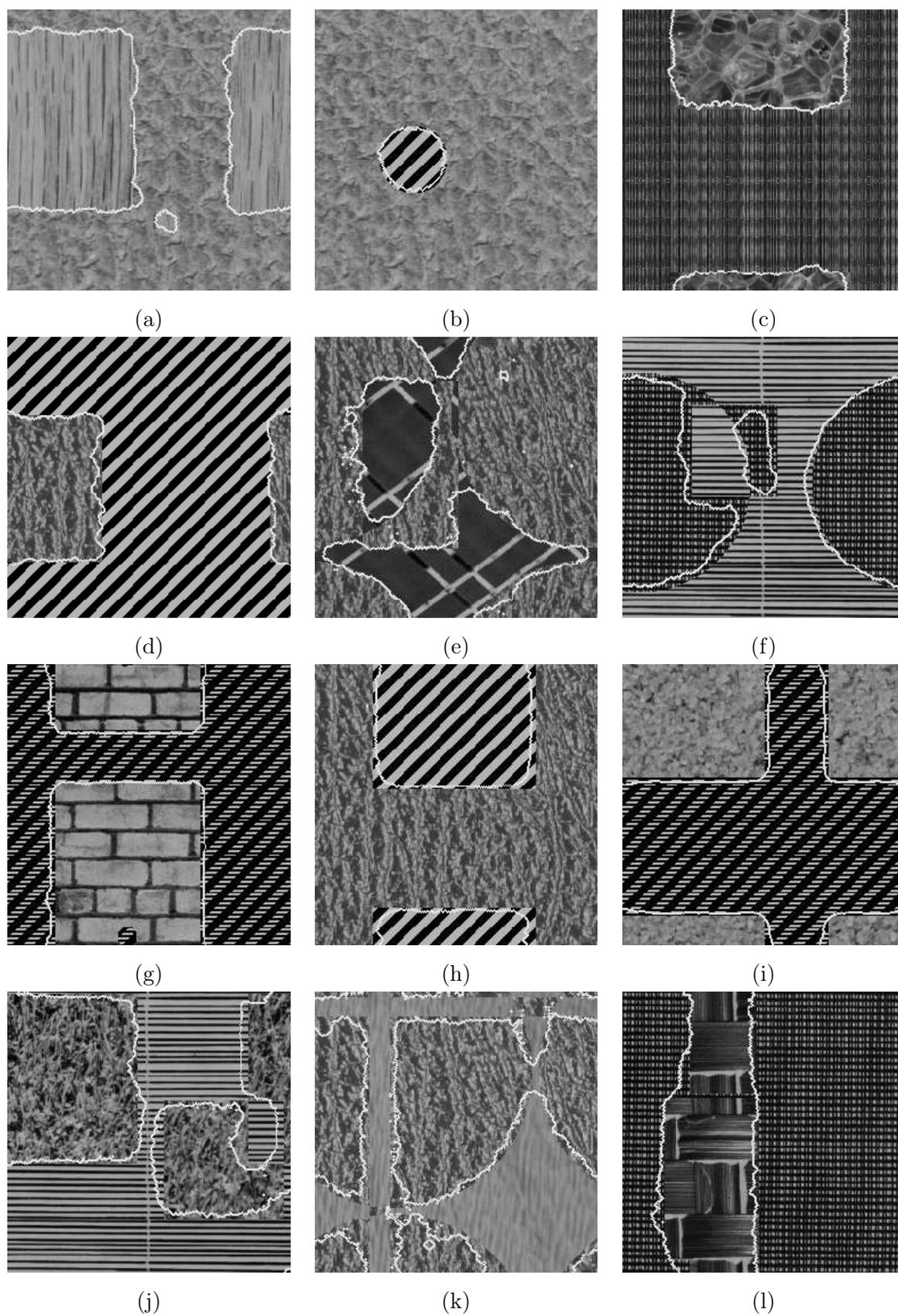


FIG. 4.15 – Segmentation non supervisée d’images de synthèse composées de textures totalement synthétiques et/ou de Brodatz suivant une répartition aléatoire. La transformée utilisée pour la segmentation est la transformée en WaveAtoms.

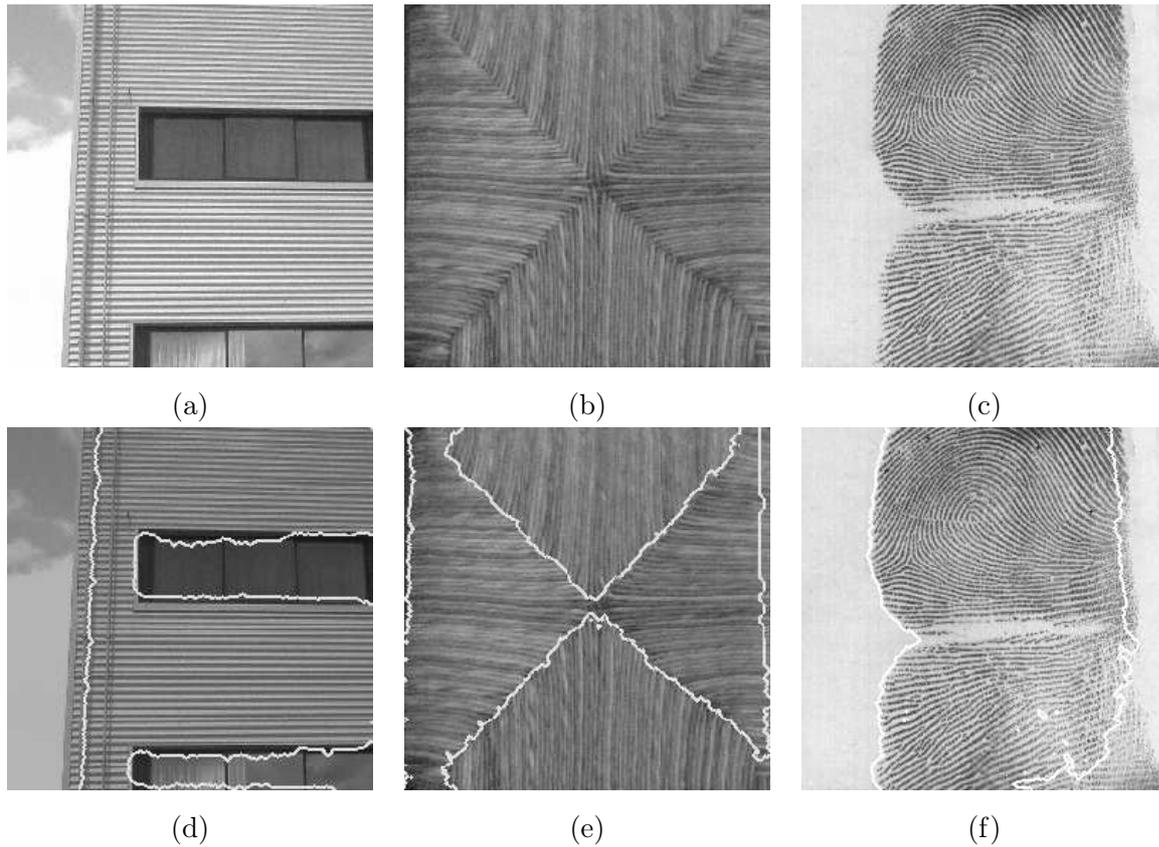


FIG. 4.16 – Segmentation non supervisée d’images naturelles texturées, la première ligne ((a)-(c)) correspond à l’image à segmenter et la seconde ((d)-(f)) à l’image segmentée. La transformée utilisée pour la segmentation des images (a) et (b) est la transformée en ondelettes de Daubechies à l’ordre 4, pour l’image (c) la transformée en WaveAtoms est utilisée.

Chapitre 5

Combinaison avec un a priori de forme

Afin de pouvoir segmenter des images médicales, un a priori de forme apparaît rapidement indispensable en raison de la présence fréquente d'occlusions ou du bruit important présent dans les images. Nous verrons dans le chapitre 6 que l'a priori de forme est l'un des plus utilisés pour la segmentation des images échographiques par exemple. Nous nous sommes intéressés à des a priori de forme compacts et non redondants comme les moments de Legendre [Foulonneau 04]. Notre apport consiste à incorporer cet a priori avec les modèles de texture et de bruit par le biais d'un algorithme de minimisation alternée. Nous présentons ensuite quelques résultats expérimentaux.

5.1 L'a priori de forme considéré

Dans cette section, nous allons décrire l'a priori de forme considéré pour les contours actifs basés région. Cet a priori se base sur les moments de Legendre [Foulonneau 04] et comme nous l'avons vu dans le chapitre 2 cette méthode est particulièrement intéressante. Nous allons donc détailler tout d'abord le formalisme associé, les critères de similarité utilisés et leur dérivation.

Les moments de Legendre ne sont pas les seuls types de moments utilisés en traitement d'image. Nous allons définir ce que sont les moments, puis donner l'exemple des moments géométriques avant de passer aux moments de Legendre et à leur utilité dans notre problème de segmentation.

5.1.1 Les moments en traitement d'image

Nous pouvons considérer une image comme une distribution n -dimensionnelle $f(\mathbf{x})$ dont les valeurs sont l'intensité des pixels aux positions \mathbf{x} . Dans le cas qui nous intéresse la dimension n sera toujours égale à deux et, pour plus de clarté, dans l'expression de la distribution nous la noterons dans la suite de ce chapitre $f(x_1, x_2)$. Cette fonction a pour domaine de définition le domaine Ω_I vu précédemment.

Définition 5.1.1 L'ensemble des moments associés à la distribution f est noté $\{M_{p,q}^{def}, (p, q) \in \mathbb{N}^2\}$ et est donné par :

$$M_{p,q}^{def} = \int \int_{\Omega_I} \Upsilon_{p,q}(x_1, x_2) f(x_1, x_2) dx_1 dx_2 \quad p, q = 0, 1, 2, 3, \dots, \quad (5.1)$$

où les fonctions $\Upsilon_{p,q}$ sont des fonctions réelles, continues et intégrables sur Ω_I appelées noyaux de pondération.

Les fonctions Υ introduites ci-dessus sont les fonctions de base sur lesquelles est effectuée la projection de la distribution f . On nomme $p + q$ l'ordre d'un moment.

Dans notre problème, il faut définir une forme et non l'image complète. Nous allons dans toute la suite de ce chapitre considérer que la forme est en fait la région interne de notre image globale (i.e. Ω_{in}) et que, dans ce cas, la fonction f n'est plus l'intensité de l'image, mais la fonction caractéristique (donc binaire) de cette forme. L'équation précédente s'écrit donc plus simplement par :

$$M_{p,q}^{def} = \int \int_{\Omega_{in}} \Upsilon_{p,q}(x_1, x_2) dx_1 dx_2 \quad p, q = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (5.2)$$

Cette définition générale étant établie, nous pouvons nous intéresser aux moments géométriques, plus classiquement utilisés en traitement d'images.

5.1.1.1 Les moments géométriques

Définition 5.1.2 Les moments dits géométriques (ou réguliers) [Liao 96, Mukundan 98, The 88, Belkasim 91] sont définis en utilisant comme fonctions de bases $\Upsilon_{p,q}$ l'ensemble $\{x_1^p, x_2^q, (p, q) \in \mathbb{N}^2\}$, nous allons les noter $M_{p,q}$ et ils peuvent être écrits comme :

$$M_{p,q} = \int \int_{\Omega_{in}} x_1^p x_2^q dx_1 dx_2 \quad p, q = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (5.3)$$

L'ensemble $\{x_1^p, x_2^q, (p, q) \in \mathbb{N}^2\}$ forme une base complète de polynômes, ce qui implique que l'ensemble des moments ainsi créé décrit de manière complète et unique la forme. Cette propriété a permis de considérer les moments géométriques comme descripteurs d'image dans de multiples applications, telles que la reconnaissance de formes, la classification ou encore la reconstruction. Nous allons maintenant donner quelques propriétés de ces moments.

- Le moment d'ordre 0 représente l'aire du domaine où la fonction f est non nulle, c'est-à-dire dans notre cas, l'aire de la région interne :

$$M_{0,0} = |\Omega_{in}| = \int \int_{\Omega_{in}} dx_1 dx_2, \quad (5.4)$$

- Les moments d'ordre 1 permettent d'obtenir la position du barycentre de la forme, notée (\bar{x}_1, \bar{x}_2) .

$$\bar{x}_1 = \frac{M_{1,0}}{M_{0,0}} \quad \bar{y} = \frac{M_{0,1}}{M_{0,0}}. \quad (5.5)$$

- Il est possible par l'intermédiaire des propriétés précédentes d'écrire les moments centrés. Ces moments sont simplement translétés par rapport au centre de gravité de la forme et ont pour formulation :

$$\nu_{p,q} = \int \int_{\Omega_{in}} (x_1 - \bar{x}_1)^p (x_2 - \bar{x}_2)^q dx_1 dx_2 \quad p, q = 0, 1, 2, 3... \quad (5.6)$$

- A partir des moments centrés, on peut obtenir la matrice d'inertie de la forme qui permet de pouvoir déterminer son orientation. Il est possible, en utilisant cette matrice, de déterminer l'ellipse d'inertie de la forme (ou ellipse englobante) et donc également de connaître son excentricité. La matrice d'inertie s'écrit :

$$M_I = \begin{bmatrix} \nu_{2,0} & \nu_{1,1} \\ \nu_{1,1} & \nu_{0,2} \end{bmatrix} . \quad (5.7)$$

- On peut définir les moments géométriques centrés et normés d'une forme par :

$$\zeta_{p,q} = \int \int_{\Omega_{in}} \frac{(x_1 - \bar{x}_1)^p (x_2 - \bar{x}_2)^q}{|\Omega_{in}|^{(p+q+2)/2}} dx_1 dx_2 . \quad (5.8)$$

Le lecteur peut se référer à [Foulonneau 04] pour plus de détails.

5.1.1.2 Les moments de Legendre

Il est vrai que les moments géométriques vus précédemment permettent de décrire de manière unique et complète une forme, et que, nous l'avons vu ci-dessus, il est possible de les centrer et de les normaliser. Cependant, cette description est redondante du fait du recouplement des fonctions caractéristiques considérées, comme nous le voyons sur la figure 5.1. En effet, dans [Teague 80, The 88] il est prouvé que seul le choix d'une base de polynômes orthogonaux permet d'éviter la redondance d'informations. C'est pour cela que nous utilisons plutôt les moments de Legendre définis ci-dessous.

Définition 5.1.3 Les polynômes de Legendre notés $P_n(x)$ et définis sur l'intervalle $[-1, 1]$ sont donnés par la relation suivante et représentés sur la figure 5.2 :

$$P_n(x) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{dx^n} (x^2 - 1)^n , \quad (5.9)$$

et la condition d'orthogonalité est traduite par :

$$\int_{-1}^1 P_n(x) P_m(x) dx = \frac{2}{2m+1} \frac{2}{2n+1} \delta_{m,n} . \quad (5.10)$$

Cette première définition permet d'obtenir les moments de Legendre *bruts* [Teague 80].

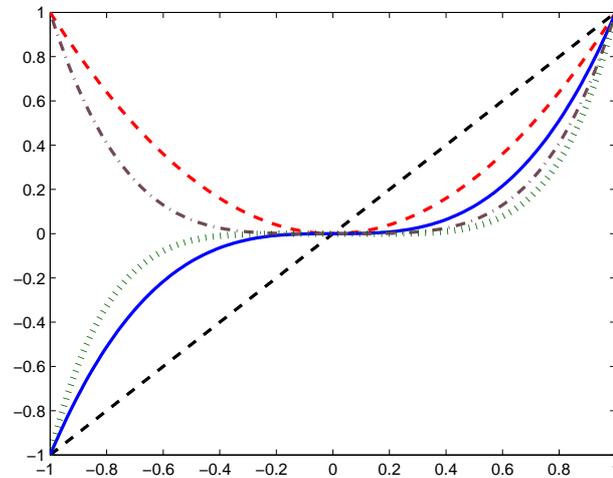


FIG. 5.1 – Représentation des cinq premières fonctions caractéristiques des moments géométriques : en noir pointillé x , en rouge pointillé x^2 , en bleu continu x^3 , en violet tirets/points x^4 et en vert hachuré x^5 .

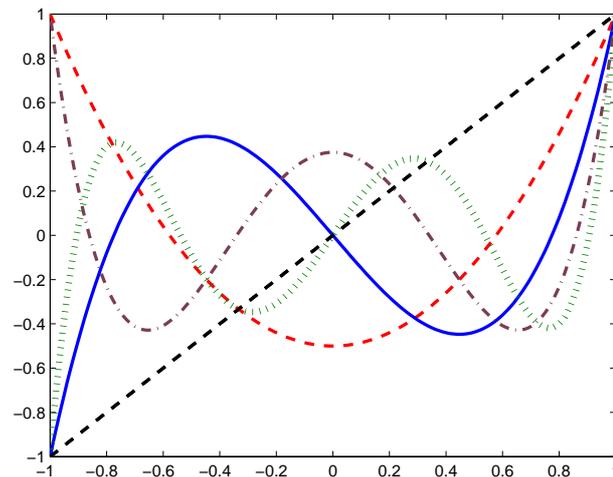


FIG. 5.2 – Représentation des cinq premiers polynômes de Legendre : en noir pointillé $P_1(x)$, en rouge pointillé $P_2(x)$, en bleu continu $P_3(x)$, en violet tirets/points $P_4(x)$ et en vert hachuré $P_5(x)$.

Définition 5.1.4 Les moments de Legendre bruts, en admettant que $\Omega_{in} \subset [-1, 1] \times [-1, 1]$ sont définis par :

$$\lambda_{p,q}^{bruts} = C_{p,q} \int \int_{\Omega_{in}} P_p(x_1) P_q(x_2) dx_1 dx_2 , \quad (5.11)$$

avec $C_{p,q} = \frac{(2p+1)(2q+2)}{4}$ la constante de normalisation.

Une des propriétés des polynômes de Legendre est qu'ils peuvent s'écrire en fonction des monômes $x^i, i \in [0, n]$ comme $P_n(x) = \sum_{i=0}^n a_{ni} x^i$. Ce qui entraîne une relation directe entre les moments de Legendre bruts et les moments géométriques :

$$\lambda_{p,q}^{bruts} = C_{p,q} \sum_{i=0}^p \sum_{j=0}^q a_{pi} a_{qj} M_{i,j} . \quad (5.12)$$

Le fait d'écrire ainsi les moments de Legendre permet d'utiliser toutes les propriétés des moments géométriques de manière simple. Il suffit par exemple de remplacer les moments géométriques bruts $M_{i,j}$ dans l'équation (5.12) par les moments centrés normés $\zeta_{i,j}$ eq.(5.8) pour obtenir les moments de Legendre centrés et normés :

$$\lambda_{p,q} = C_{p,q} \sum_{i=0}^p \sum_{j=0}^q a_{pi} a_{qj} \zeta_{i,j} . \quad (5.13)$$

Le fait de centrer et de normaliser les moments permet d'ajouter des invariances par translation et homothétie. Il est possible d'ajouter d'autres invariances, comme la rotation ou le cisaillement, aux moments [Foulonneau 04] mais nous ne l'avons pas utilisé ici. Nous ne cherchons en effet à segmenter que des images où les formes ont subi une translation et/ou une homothétie.

La formulation des moments de Legendre en utilisant les moments géométriques est pratique pour l'ajout des invariances, mais elle entraîne un problème d'approximation numérique qui, au fur et à mesure de la montée en ordre, peut créer des instabilités dans les valeurs des moments. C'est pourquoi, nous nous restreindrons aux ordres relativement faibles (entre 25 et 30 en général) pour ne pas avoir ces soucis numériques. Pour rappel, la quantité $p + q$ se nomme ordre des moments.

5.1.2 Le critère et sa dérivation

En utilisant la formulation des moments de Legendre centrés et normés, nous pouvons nous intéresser à la recherche d'un critère et au calcul de sa dérivée.

Le but principal de l'ajout d'un a priori de forme est de pouvoir comparer la forme en cours d'évolution avec une forme de référence. Cette comparaison peut être faite par de nombreuses distances. Nous considérerons la distance Euclidienne pour son côté relativement simple et fortement utilisé dans la littérature.

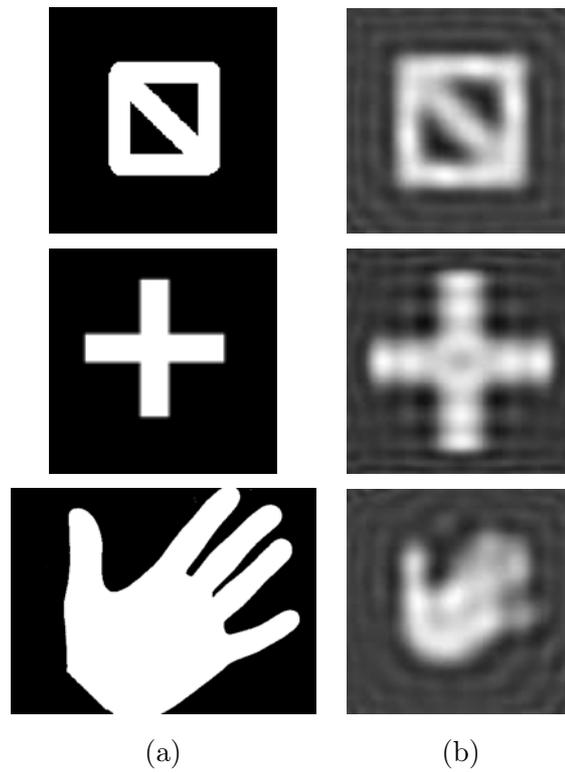


FIG. 5.3 – Reconstruction à l'ordre 25 de trois formes en utilisant les moments de Legendre : (a) forme initiale, (b) forme reconstruite avec $\lambda_{p,q}$.

Nous allons par la suite considérer que nous recherchons les moments du contour en évolution représentés par le vecteur de moments $\boldsymbol{\lambda}$ et que nous les comparons à ceux de la forme de référence $\boldsymbol{\lambda}^{ref}$.

La fonctionnelle à minimiser pour ajouter un a priori de forme dans les contours actifs basés région est :

$$J_f(\Omega) = \|\boldsymbol{\lambda}(\Omega) - \boldsymbol{\lambda}^{ref}\|^2 . \quad (5.14)$$

À présent que nous avons cette fonctionnelle, nous pouvons la dériver pour obtenir l'équation d'évolution du contour. Cette dérivation s'effectue en se basant sur les outils de dérivation de domaine introduits dans [Jehan-Besson 03a]. Nous donnons ici le Théorème complet, la preuve a été détaillée par Foulonneau et al. [Foulonneau 04].

Théorème 5.1.1 *La dérivée Eulérienne dans la direction de \mathbf{V} de la fonctionnelle (5.14) est :*

$$\langle J'_f(\Omega), \mathbf{V} \rangle = - \int_{\partial\Omega} \sum_{u,v}^{u+v \leq N} A_{u,v} \left(H_{u,v} + \sum_{i=0}^2 B_{u,v,i} L_i \right) \langle \mathbf{V}, \mathbf{N} \rangle d\mathbf{a}(\mathbf{x}) , \quad (5.15)$$

avec

$$A_{u,v} = 2 \sum_{u,v}^{u+v \leq N} (\lambda_{u,v} - \lambda_{u,v}^{ref}) C_{p,q} a_{pu} a_{qv} , \quad (5.16)$$

$$H_{u,v}(x_1, x_2, \Omega_{in}) = \frac{(x_1 - \bar{x}_1)^u (x_2 - \bar{x}_2)^v}{|\Omega_{in}|^{(u+v+2)/2}} , \quad (5.17)$$

$$B_{u,v,0} = \frac{u\bar{x}}{|\Omega_{in}|^{\frac{3}{2}}} \zeta_{u-1,v} + \frac{v\bar{y}}{|\Omega_{in}|^{\frac{3}{2}}} \zeta_{u,v-1} - \frac{u+v+2}{2|\Omega_{in}|} \zeta_{u,v} , \quad (5.18)$$

$$B_{u,v,1} = -\frac{u}{|\Omega_{in}|^{\frac{3}{2}}} \zeta_{u-1,v} , \quad B_{u,v,2} = -\frac{v}{|\Omega_{in}|^{\frac{3}{2}}} \zeta_{u,v-1} , \quad (5.19)$$

$$L_0 = 1 , \quad L_1 = x_1 , \quad L_2 = x_2 . \quad (5.20)$$

5.2 Combinaison avec les modèles précédents

Une des problématiques, dans l'ajout d'un a priori de forme, est de pouvoir combiner adroitement les informations photométriques de l'image avec cet a priori. En effet, il faut pouvoir s'écarter du modèle de forme en considérant les données image.

Nous proposons d'utiliser non pas un algorithme en deux étapes comme le propose Foulonneau [Foulonneau 04], consistant en une évolution sans a priori de forme jusqu'à convergence, puis une évolution avec uniquement un a priori de forme pour régulariser le contour, mais un algorithme de minimisation alternée.

Pour cela, il faut définir quelques notations.

- \mathbf{v}_f est la vitesse associée au modèle de forme,
- \mathbf{v}_d est la vitesse associée au terme d'attache aux données (soit le bruit, soit la texture),

		Figure			
		5.5	5.6	5.7	5.8
Initialisation		Forme centrée et normalisée en taille			
Attache aux données	bruit	✓	✓		
	texture			✓	✓
α		0.9	[0.2 0.4 0.6 0.8 0.9 1]	0.8	[0.2 0.4 0.6 0.8 0.9 1]
β		10	[5 10 15 20 25]	15	[5 10 15 20 25]

TAB. 5.1 – Expérimentations menées pour la validation de l'a priori de forme.

- \mathbf{v}_b est la vitesse associée au terme de régularisation du contour actif,
- on notera α le poids relatif de la forme par rapport aux données,
- on notera β le coefficient de lissage du contour actif.

L'algorithme d'évolution du contour actif agit selon les étapes suivantes :

1	répéter
2	Evolution avec le modèle d'attache aux données uniquement pour N itérations.
	$\frac{\partial \Gamma}{\partial \tau} = \mathbf{v}_d + \beta \mathbf{v}_b .$
	répéter
3	Evolution en utilisant l'équation d'évolution globale pour 1 itération.
	$\frac{\partial \Gamma}{\partial \tau} = (1 - \alpha) \mathbf{v}_d + \alpha \mathbf{v}_f + \beta \mathbf{v}_b .$
4	jusqu'à Vitesse de forme maximale < seuil ;
5	jusqu'à Convergence ;

Algorithme 1 : Algorithme de minimisation alternée.

L'algorithme 1 est paramétré par quatre valeurs, tout d'abord N et *seuil*, puis α et β . Ces valeurs sont fonction de l'image à segmenter, mais peuvent être déterminés de manière empirique pour une classe d'images. C'est ce que nous allons voir dans la section suivante.

5.3 Résultats expérimentaux

5.3.1 Protocole expérimental

Les résultats que nous présentons dans cette partie permettent de mettre en évidence l'apport du modèle de forme pour la segmentation d'images bruitées ou texturées possédant des occlusions. Le tableau 5.3.1 présente l'ensemble des tests effectués dans cette partie.

La première image figure 5.4 (a) a été bruitée ou texturée suivant les cas avant d'être segmentée avec les paramètres présentés dans le Tableau 5.3.1. Ensuite, pour visualiser l'impact des deux paramètres α et β , une autre image figure 5.4 (b) a été utilisée et segmentée par de nombreuses combinaisons de ces deux paramètres.

5.3.2 Combinaison avec le modèle de bruit

Dans cette section nous nous intéressons tout particulièrement à la combinaison de l'a priori de forme et du modèle de bruit. Pour illustrer l'apport de l'a priori de forme, nous avons bruité l'image figure 5.4 (a) par un bruit Gaussien et nous avons ensuite segmenté l'image obtenue (figure 5.5 a) avec et sans a priori de forme. On constate immédiatement, et comme attendu, que, lors de la segmentation sans a priori de forme (figure 5.5 b), la zone d'intérêt présentant des occlusions est mal segmentée, tandis que l'on retrouve bien la forme recherchée lors de l'ajout de l'a priori de forme (figure 5.5 c).

Cette première validation expérimentale n'est cependant pas complète. En effet, l'impact des paramètres α et β n'est pas visible. C'est pourquoi nous avons effectué des tests plus poussés en faisant varier ces deux paramètres dans un domaine de valeurs indiqué par le Tableau 5.3.1. Nous sommes donc partis de l'image figure 5.4 (d) et nous l'avons segmentée après une initialisation par une forme proche de celle recherchée, mais centrée et normalisée. Cette forme centrée et normalisée est donc plus petite et décalée par rapport à la forme recherchée. Nous considérons cette initialisation pour ne pas pénaliser l'algorithme de minimisation alternée qui va rechercher à chaque itération à faire évoluer le contour de manière à ce qu'il soit proche de la forme recherchée. Elle est également très réaliste pour les applications comme l'échographie.

Les résultats présentés sur la figure 5.6 montrent que pour certains paramètres, la segmentation est bonne. Cependant, il y a de nombreux jeux de paramètres qui ne permettent pas une segmentation adéquate de l'image. Cet état de fait est attendu étant donné la plage de valeurs utilisée. Nous avons fait varier le paramètre α pour les valeurs : 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 0.9 et 1. Ce paramètre traduit l'importance de la forme par rapport aux données. Lorsque la valeur 1 est prise, cela ne signifie pas pour autant que nous ne nous préoccupons plus des données. L'algorithme de minimisation alternée implique de toute façon une phase d'évolution sans l'a priori de forme, donc, dans le cas où α vaut 1, une alternance parfaite entre modèle de bruit uniquement et a priori de forme uniquement. Le paramètre β concerne la régularisation de la courbe (i.e. un terme de lissage). Il varie parmi les valeurs : 5, 10, 15, 20, 25. Ces valeurs sont celles les plus fréquemment utilisées pour ce paramètre dans les expérimentations que nous avons menées. Lorsque β est faible, alors la courbe est peu lissée et lorsqu'il est plus important, les zones de forte courbure sont pénalisées.

Sur la figure 5.6, on peut voir varier le paramètre β suivant les colonnes et le paramètre α sui-

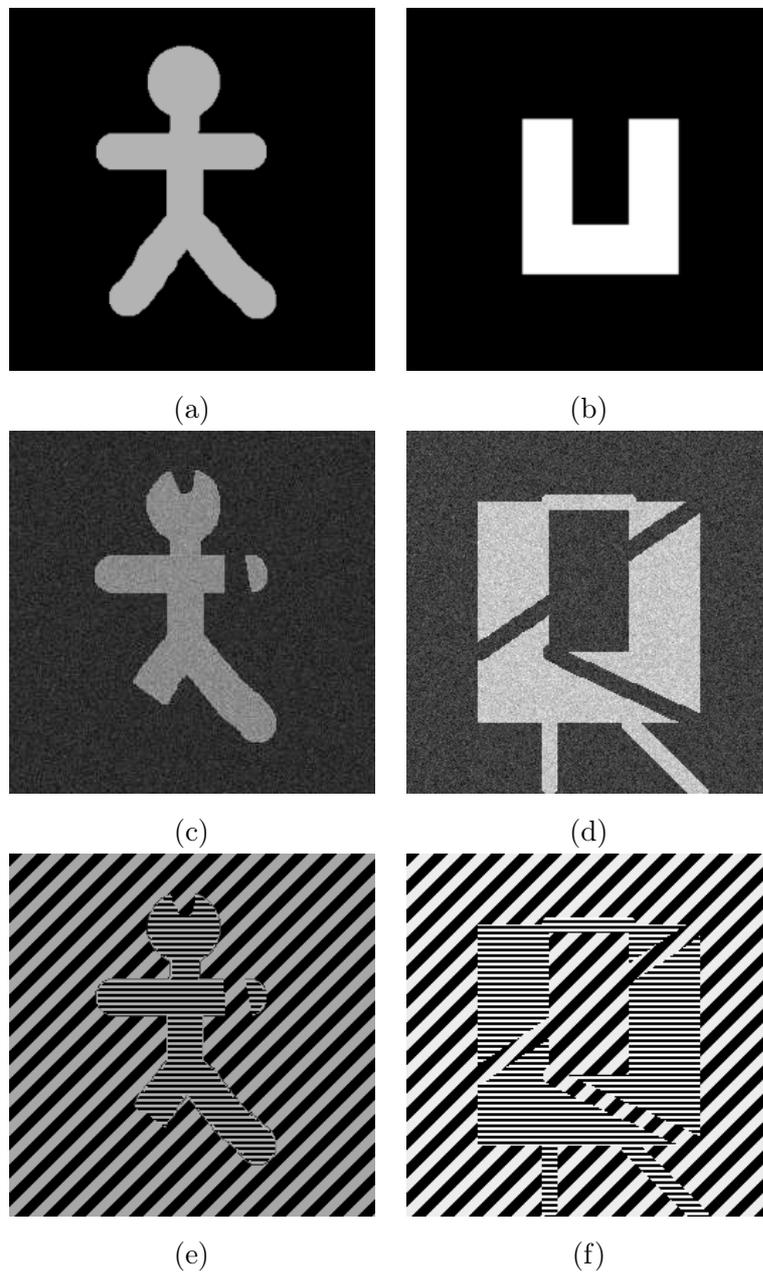


FIG. 5.4 – Formes initiales(a) et (b) et images bruitées par un bruit gaussien (c) et (d) ou texturées (e) et (f) avec les formes altérées.

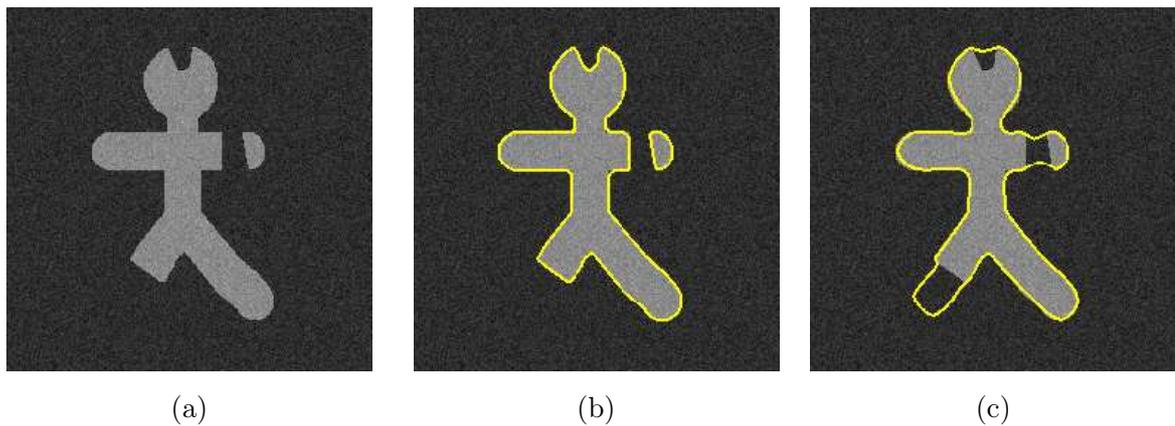


FIG. 5.5 – Segmentation d’une image de synthèse bruitée (a) avec (b) et sans (c) a priori de forme.

vant les lignes. Les résultats sont clairs et montrent que lorsque α est trop faible, la segmentation ne tient pas compte des occlusions artificiellement introduites sur la figure. La segmentation de la forme est également pénalisée par l’occlusion sombre du côté droit qui sépare la forme en une partie relativement fine. Cependant, on constate que lors de l’utilisation de $\alpha = 0.6$ et $\beta = 25$ ou de $\alpha = 1$ et $\beta = 25$ la segmentation prend effectivement en compte l’a priori de forme et le modèle de bruit.

5.3.3 Combinaison avec le modèle de texture

Dans cette partie nous allons nous intéresser à la texture comme terme d’attache aux données. Nous utilisons comme descripteur la transformée d’ondelettes non décimée, avec l’ondelette de Daubechies à six moments nuls. La fonctionnelle considérée est celle du cas non supervisé de la section 4.2.2 avec KLD.

Nous cherchons une fois encore à valider l’a priori de forme pour le modèle de texture et nous segmentons l’image figure 5.4 (e) avec et sans a priori de forme. Comme dans la partie précédente, la segmentation de l’image sans a priori de forme ne peut donner de bons résultats, figure 5.7 (b), à cause des occlusions volontairement ajoutées sur l’image initiale. Et lors de l’ajout de l’a priori de forme, figure 5.7 (c), la segmentation retrouve bien la forme que nous cherchons à obtenir.

Après cette première validation, nous avons mené la même expérimentation (figure 5.8) que pour le modèle de bruit en faisant varier les paramètres α et β de la même manière que précédemment. Nous obtenons une fois encore des résultats montrant que la combinaison des deux modèles est valide. En effet, il existe des combinaisons de paramètres qui permettent la segmentation de l’image. Cependant, la vitesse issue du terme d’attache aux données (modèle de texture) est plus faible que dans le cas du modèle de bruit. Car, afin de conserver des vitesses comparables, nous normalisons ces dernières selon la taille de l’image à segmenter. Donc pour des courbures plus

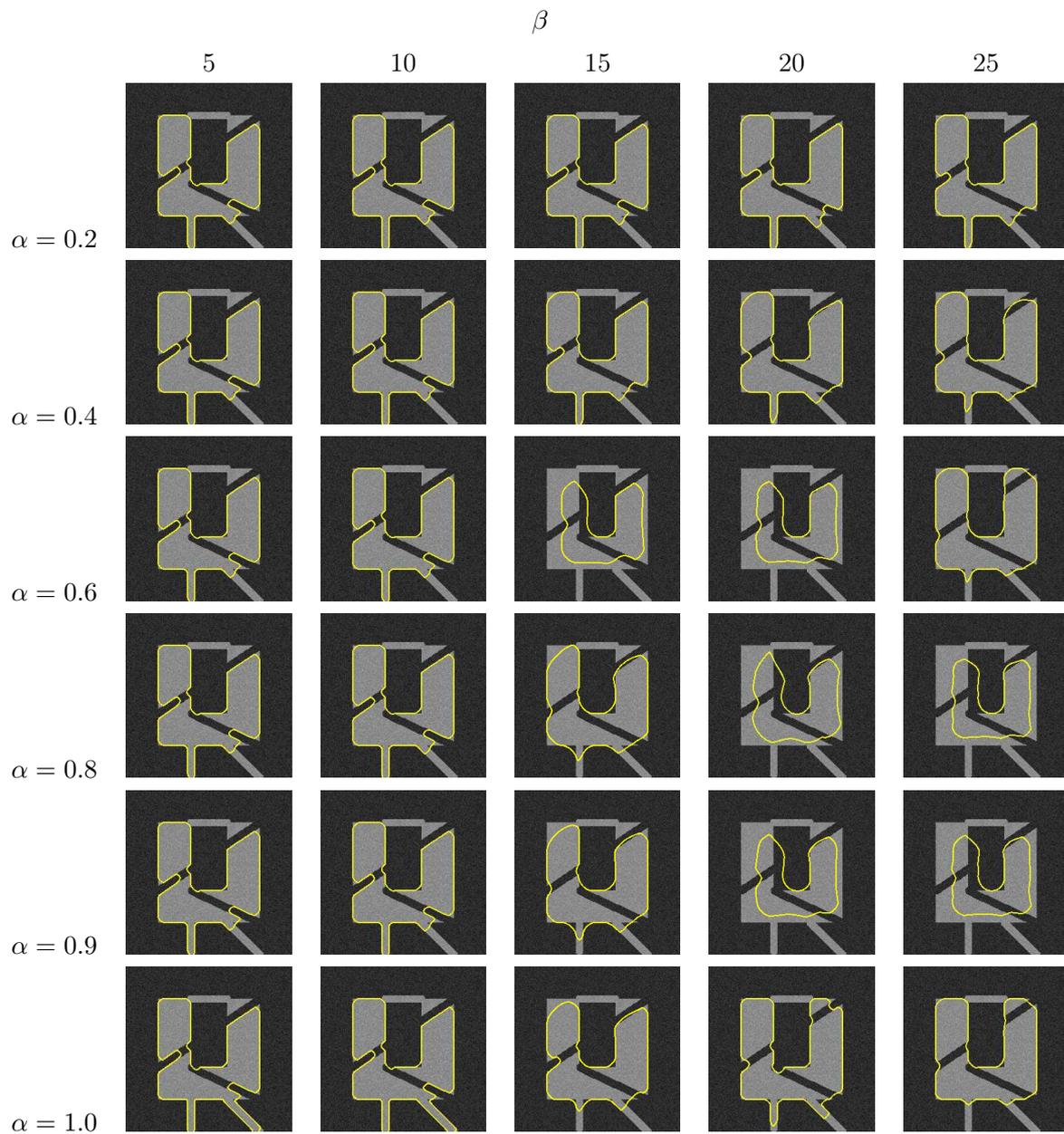


FIG. 5.6 – Résultats de segmentation avec l'a priori de forme donné figure 5.4 (b) et le modèle de bruit Gaussien pour différentes courbures β et poids α .

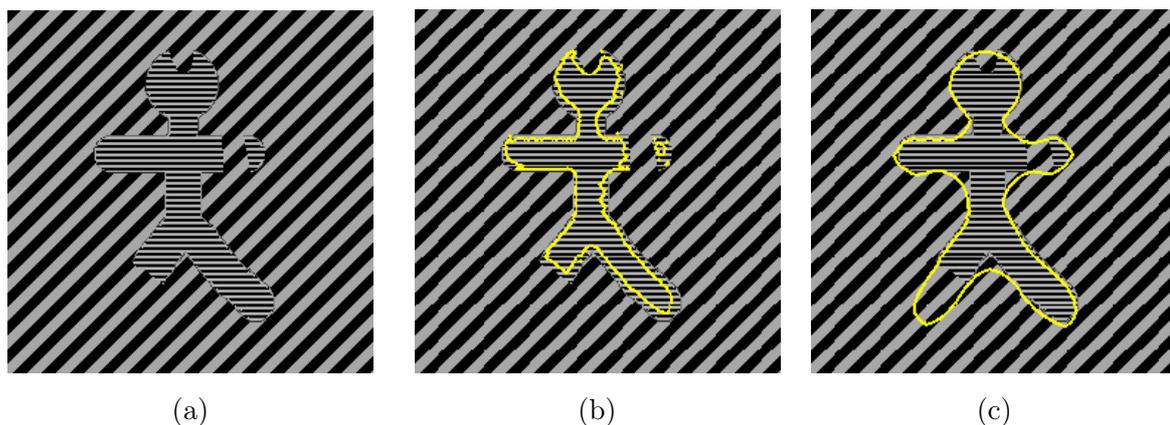


FIG. 5.7 – Segmentation d’une image de synthèse texturée (a) avec (b) et sans (c) a priori de forme.

importantes ($\beta > 15$) les résultats sont mauvais. Mais si on utilise une courbure convenable pour le modèle de texture ($\beta = 10$) la segmentation de l’image est correcte pour plusieurs paramètres α (0.8, 0.9 et 1). Cela montre une fois encore que la segmentation d’images texturées présentant des occlusions est possible si l’on règle convenablement les paramètres.

5.4 Conclusion sur l’ajout de l’a priori de forme

Dans ce chapitre nous avons ajouté au terme d’attache aux données, un terme d’a priori de forme permettant de segmenter des images présentant des occlusions. Ce terme s’appuie sur les moments de Legendre centrés et normés et est donc invariant par translation et changement d’échelle. Une fois ce terme ajouté, nous proposons un algorithme de minimisation alternée permettant de segmenter des images avec de multiples occlusions. La phase de validation expérimentale sur des images de synthèse permet de prouver l’apport de cet ajout et montre l’impact des différents paramètres de l’algorithme sur la segmentation.

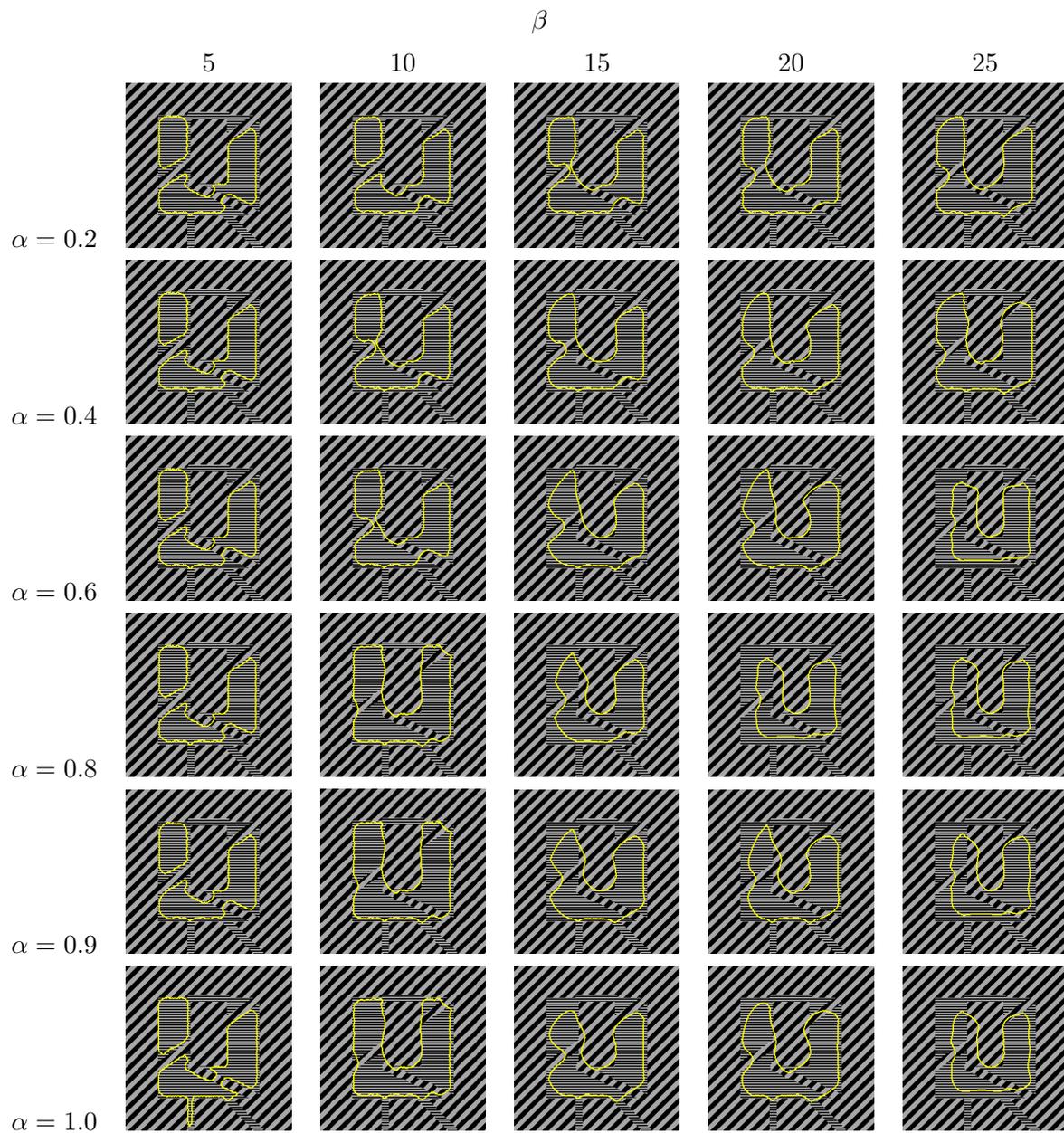


FIG. 5.8 – Résultats de segmentation avec l'a priori de forme donné figure 5.4 (b) et le modèle de texture pour différentes courbures β et poids α .

Troisième partie

Application médicale

Chapitre 6

Application à l'échographie cardiaque

En France, comme dans tous les pays industrialisés, les affections cardio-vasculaires occupent une place prépondérante dans la mortalité et la morbidité et constituent un important problème de santé en terme de coût pour la société. Ces affections représentent la première cause de décès, le premier motif d'admission en affection de longue durée et le troisième motif d'hospitalisation. En 2000, les affections cardio-vasculaires ont provoqué environ 161 000 décès en France, dont un peu plus de 15 000 sont survenus chez des personnes âgées de moins de 65 ans. Les maladies cardiovasculaires regroupent de nombreuses pathologies : les cardiopathies ischémiques et l'insuffisance cardiaque chronique constituent les principales sources de dépenses de santé publique.

Les explorations cardiovasculaires ont naturellement une place de choix dans la prise en charge des patients. Elles interviennent à toutes les phases de la maladie, depuis la phase aiguë jusque dans les atteintes chroniques. Elles permettent de poser le diagnostic, d'orienter la thérapeutique et pour certaines d'entre elles de traiter les lésions (coronarographie).

L'échocardiographie est une technique non invasive qui a bénéficié de progrès continus et majeurs depuis 20 ans. Elle occupe une place centrale dans l'arsenal de la prise en charge des maladies cardiovasculaires. Cette technique s'est considérablement transformée, elle est passée de la simple visualisation de l'organe à la quantification de la fonction cardiaque. Actuellement, elle offre une information morphologique et fonctionnelle incomparable par rapport aux autres modalités. Son irrésistible progression comme technique de référence est le fait de son caractère totalement non invasif, de sa facilité de mise en oeuvre et de la diversité des modalités (2D, 3D, trans-thoracique, trans-oesophagien) mais est également due au nombre d'indices et de mesures obtenus.

C'est la richesse actuelle de ces indices, récemment accentuée par l'arrivée de sondes matricielles 3D, qui précipite le mouvement vers une informatisation de l'extraction et de l'organisation des données morphologiques et fonctionnelles du cœur. L'extraction, la quantification et l'analyse d'une masse grandissante de données devraient permettre à terme d'améliorer notre compréh-

sion des pathologies cardiovasculaires, de dépister précocement certaines dégradations et donc d'orienter à temps les thérapies (greffe cardiaque, pose de stimulateur, de défibrillateur, ...)

Ce chapitre s'intéressera donc à l'imagerie échocardiographique, aux indices recherchés par les médecins pour établir leur diagnostic et à l'étape très importante de segmentation des images.

6.1 Contexte médical

Comme nous l'avons vu dans l'introduction de ce chapitre, l'imagerie échocardiographique est capitale pour le diagnostic de pathologies. C'est pourquoi nous allons décrire en détail les images et le contexte médical de ce travail de recherche.

6.1.1 Description des images

Pour bien comprendre ce qui est important dans les images d'échographie, il faut revenir sur ce qu'est le coeur et sur quelques notions de son anatomie.

6.1.1.1 Quelques notions d'anatomie cardiaque

Le coeur est un muscle classiquement comparé à une pompe permettant de distribuer le sang dans l'ensemble de l'organisme. Il est situé dans la cavité thoracique entre les deux poumons et le diaphragme. C'est un organe creux composé de quatre cavités séparées par un muscle. Les cavités sont couplées deux à deux (figure 6.1) : l'oreillette droite (OD) et le ventricule droit (VD) pour le coeur droit et l'oreillette gauche (OG) et le ventricule gauche (VG) pour le coeur gauche. La séparation entre le coeur droit et le gauche est étanche et nommée septum : le septum interauriculaire séparant les deux oreillettes et le septum interventriculaire pour les deux ventricules.

La circulation sanguine dans le muscle cardiaque se déroule comme suit : tout d'abord les oreillettes reçoivent le sang provenant des veines (veine cave pour l'OD et veine pulmonaire pour l'OG), puis elles transmettent le sang aux ventricules par l'intermédiaire des valvules auriculo-ventriculaires (valvule tricuspide pour les cavités droites et valvule mitrale pour les cavités gauches), ensuite les ventricules se contractent pour distribuer le sang à l'organisme (le VG pour la circulation systémique et le VD pour la circulation pulmonaire).

Le VG assurant l'éjection du sang dans le corps entier est d'une importance primordiale pour notre santé. C'est pourquoi nous nous sommes particulièrement intéressés à cette cavité et à sa segmentation sur les images échographiques. Le coeur est un muscle en mouvement qui fait office de pompe pour le sang. Ce mouvement de pompe se décompose en deux phases principales, la systole, ou contraction des ventricules et la diastole ou décontraction de ces derniers. Le VG passe

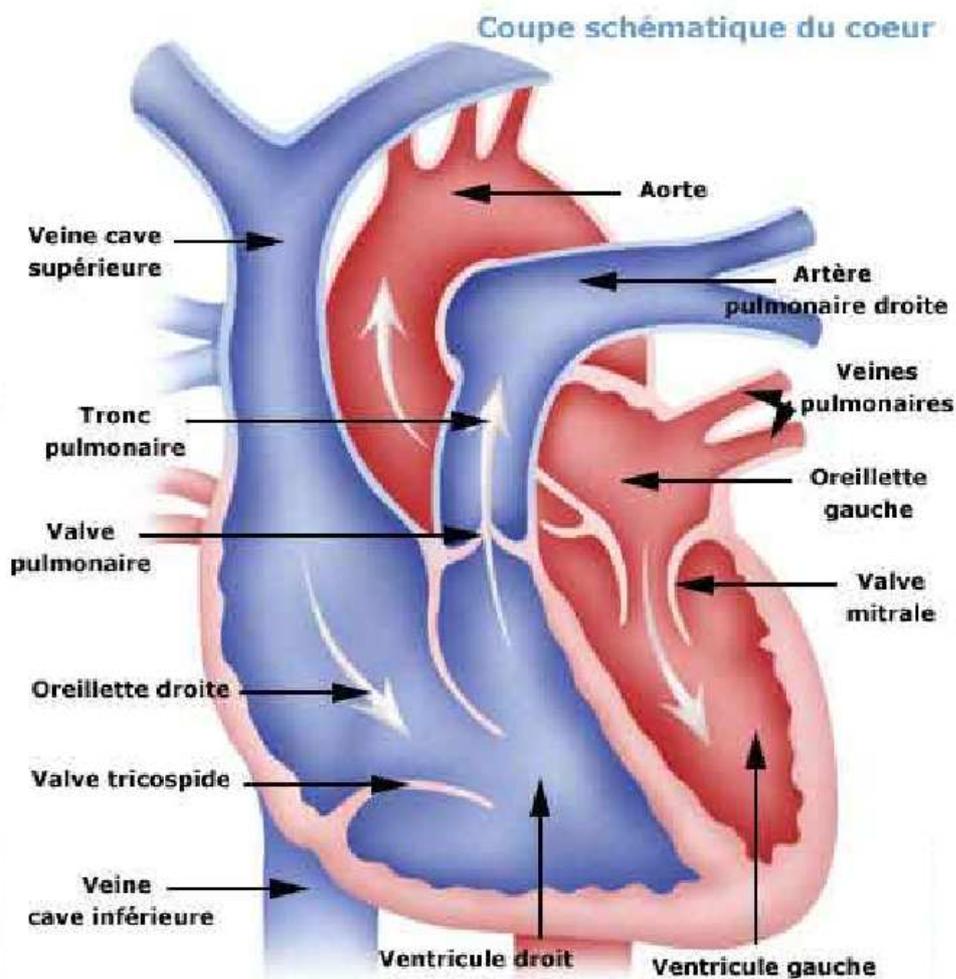


FIG. 6.1 – Coupe schématique du coeur.

par une phase où son volume est maximal, la télédiastole et par une phase où il est minimal, la télésystole.

6.1.1.2 Acquisition des images

Maintenant que nous avons vu comment était constitué le coeur, nous allons décrire la méthode d'acquisition des images en échographie.

L'échographie est une méthode non invasive utilisant les ultrasons et reposant sur la détection des frontières entre les organes ayant des impédances acoustiques différentes. L'acquisition d'image repose sur la réflexion de faisceaux ultrasonores à très hautes fréquences émis par un transducteur puissant.

Le faisceau ultrasonore interagit avec la matière suivant différents phénomènes : absorption pour les milieux homogènes et réflexion, réfraction et diffusion pour les interfaces entre les dif-

férents milieux. Il est également possible, mais nous ne décrivons pas cette technique en détail, de tenir compte l'effet Doppler qui s'appuie sur la différence de vitesse entre l'onde incidente et l'onde réfléchie au contact d'une interface mobile.

Il est ensuite possible par l'intermédiaire d'un récepteur de récupérer les ondes réfléchies par les interfaces et ainsi, suivant la puissance de l'onde réfléchie, d'obtenir une image correspondant à la zone étudiée. Le récepteur et l'émetteur peuvent être positionnés sur la même sonde échographique qui jouera alors alternativement le rôle d'émetteur et de récepteur.

Des progrès dans le domaine de l'acquisition effectués durant ces dernières années permettent d'atteindre des résolutions tant spatiales que temporelles élevées. Les appareils actuels permettent également d'acquérir directement des images tridimensionnelles ce qui autorise alors une visualisation complète du coeur. Notre travail de recherche s'est restreint aux images bidimensionnelles, mais est facilement applicable à une exploitation en 3D.

Si l'on s'intéresse à l'évolution des résolutions depuis une dizaine d'années on se rend rapidement compte que cette dernière a été très rapide. En effet, il y a dix ans environ, la résolution spatiale des images échocardiographique était proche du millimètre par pixel. Maintenant que l'on soit en 2D ou en 3D, on peut acquérir des images avec une résolution de l'ordre du quart de millimètre. Mais ce n'est pas cette augmentation sensible de la résolution spatiale qui est la plus importante, c'est l'augmentation des cadences images. Il y a une dizaine d'années, les images étaient acquises avec une cadence d'environ 30 à 50 images par seconde, à présent, les appareils 2D récents permettent une acquisition à une cadence de plus de 200 images par seconde. Il est vrai, cependant, que la révolution des appareils permettant d'obtenir en temps réel des images 3D est également très importante.

Le coeur étant un muscle essentiellement mobile, il est très important de pouvoir visualiser non pas une image à un instant donné, mais l'évolution du coeur durant le temps et si possible avec la résolution temporelle la plus élevée possible pour obtenir une bonne décomposition du mouvement cardiaque et ainsi pouvoir isoler les éventuelles zones ayant des défauts de contraction ou de dilatation.

L'échographie est une méthode permettant d'obtenir une grande variété d'images différentes selon l'angle d'inclinaison de la sonde et suivant l'injection ou non d'un produit de contraste. C'est pourquoi il est important de savoir quelles sont les structures anatomiques visibles sur les images.

6.1.1.3 Les structures anatomiques visibles sur les images

Nous allons donc maintenant détailler les images échographiques suivant différents angles d'acquisition et suivant différentes modalités. Il existe plusieurs types d'images d'échographie cardiaque, représentées dans les figures ci-dessous (figure 6.2). Chacune des images représente

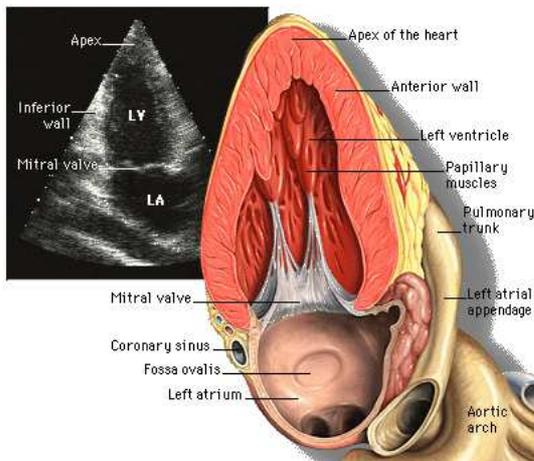
un plan de coupe possible pour l'acquisition 2D. La vue apicale (figure 6.2 (a) et (b)) est une coupe dans le sens longitudinal de l'un ou des deux ventricules. Cette coupe permet d'observer les mouvements globaux du coeur, de calculer son volume, d'observer les valves. La vue pariétale (figure 6.2 (c)) est une coupe transversale permettant de détailler les mouvements d'un secteur spécifique du coeur. Les autres vues (aortique, parasternale et subcostales) permettent de visualiser les mouvements des valves et du muscle cardiaque, mais nous ne nous intéresserons dans ce document qu'aux images en vue apicale et pariétale.

Nous allons maintenant détailler les structures anatomiques des images en vue apicale 4 cavités, qui sont les images que nous cherchons à segmenter (figure 6.3). L'endocarde est une fine membrane tapissant le myocarde. Cette interface est impossible à voir sur les images, donc lors de la segmentation, nous cherchons les contours internes du myocarde. Sur l'image, le contraste entre l'intérieur du coeur et le myocarde n'est pas constant. Au niveau de la pointe du coeur, l'apex, l'image est nettement plus bruitée que dans le reste de l'image ce qui fait que, bien souvent, l'apex n'est pas, ou très peu, visible. D'autre part le septum inter-ventriculaire est très bien contrasté, ce qui donne un contour très proche de la paroi visible, mais au niveau du poumon, le contraste est nettement moins bon, ce qui empêche de voir en détail le bord du myocarde. Le praticien s'appuie donc sur les structures internes du coeur à ce niveau. Ces structures sont le pilier antéro-latéral mitral et les cordages de l'appareil sous-valvulaire mitral. Le contour se situerait donc à droite de ces deux structures. En ce qui concerne la base de l'image, la valve mitrale a un mouvement bien plus important que le reste du muscle, ce qui peut perturber la segmentation et la quantification du volume de l'endocarde.

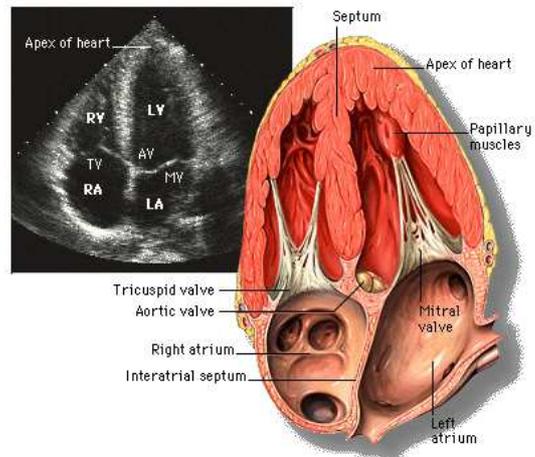
6.1.2 Utilisation des images

Les images échocardiographiques ouvrent un large champ d'observations et de mesures. En effet, du fait des différentes modalités (contraste, doppler, ...) l'observation de toutes les structures anatomiques cardiaques et de leur mouvement en temps réel est possible. Il est vrai que lorsque l'on observe une image d'échographie en deux dimensions, les structures visibles se limitent à un plan et il est alors délicat d'extrapoler les informations pour le reste du muscle cardiaque. Depuis plusieurs années cependant, comme nous l'avons vu précédemment, les sondes échographiques permettant l'acquisition d'images tridimensionnelles ont fait leur apparition avec de plus en plus de précision et une augmentation importante de la résolution et de la cadence image.

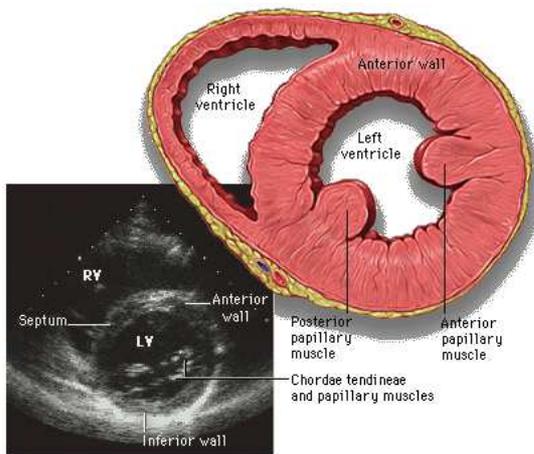
Ces évolutions tendent à prouver que les images échocardiographiques permettent une visualisation temps réel des structures cardiaques. Celle-ci permet de mesurer de nombreux paramètres. Ces derniers permettent de déterminer la fonction contractile du coeur que ce soit de manière globale ou locale.



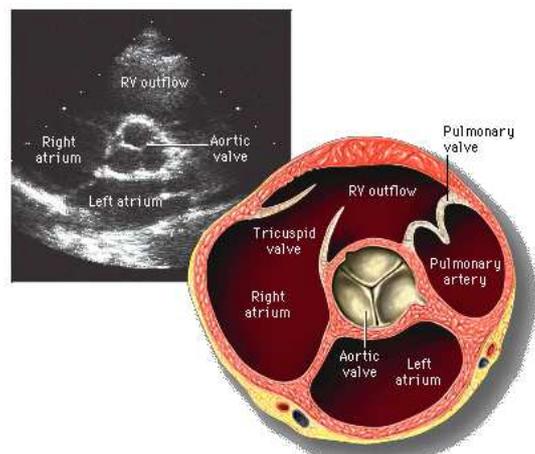
(a) vue apicale 2 cavités



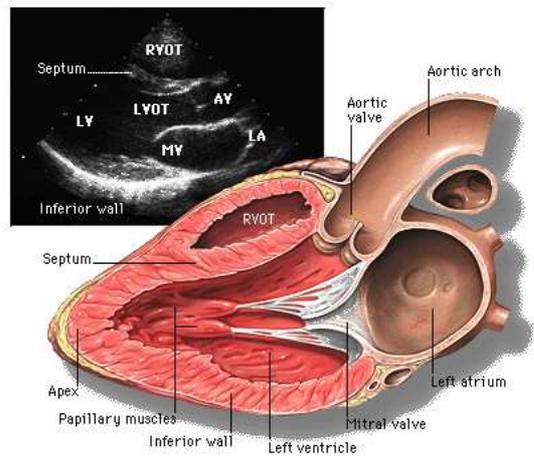
(b) vue apicale 4 cavités



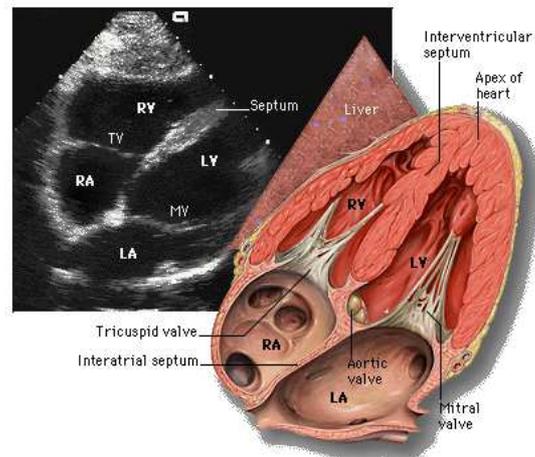
(c) vue pariétale



(d) vue aortique



(e) vue parasternale



(f) vue subcostale

FIG. 6.2 – Images d'échographie cardiaque en différentes vues, provenant de l'«Atlas of Echocardiography» de l'université de Yale [Yale 99].

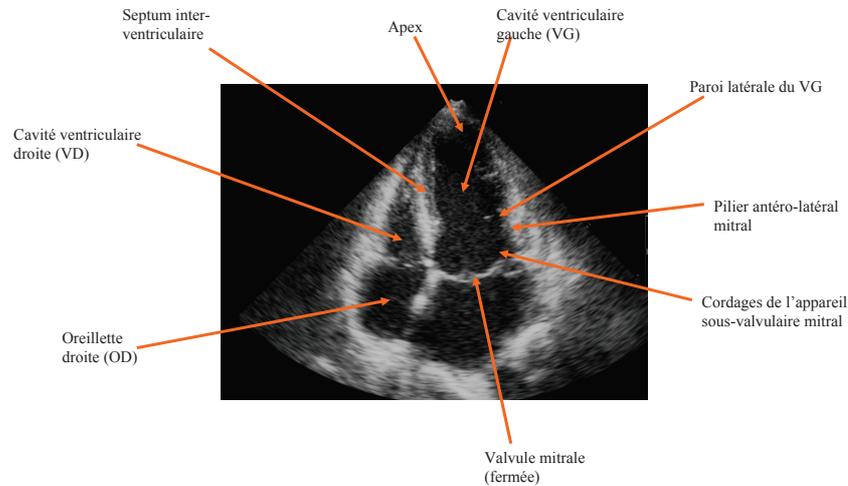


FIG. 6.3 – Structures anatomiques visibles sur une image d'échocardiographie en vue apicale.

6.1.2.1 Indices globaux

Parmi les indices globaux, on s'intéresse le plus souvent au volume du coeur pour lequel il existe plusieurs méthodes de calcul. On peut tout d'abord calculer le diamètre du petit axe puis extrapoler le volume en considérant que le coeur est un ellipsoïde de révolution. Cette méthode est très rapide et ne demande presque aucune mesure complexe, cependant elle est peu précise. On peut également appliquer la formule de Teicholz qui introduit un facteur de correction dans le calcul précédent :

$$V = \frac{7D^3}{2,4 + D}, \quad (6.1)$$

où D est le diamètre du petit axe du coeur.

Cette formule, malgré son facteur de correction, est également assez imprécise et les médecins ont plus souvent recours à la méthode de Simpson lorsqu'une imagerie 3D n'est pas disponible. Cette dernière consiste à "découper" le ventricule en tranches d'épaisseur connue depuis la pointe du coeur (l'apex) jusqu'à sa base, avant d'extrapoler le volume total du coeur sous la forme de cylindres superposés. Elle nécessite une segmentation des images en vue apicale. Cette segmentation est nécessaire également en cas d'imagerie tridimensionnelle afin d'obtenir le véritable volume du coeur.

D'autres indices globaux sont également fréquemment calculés afin de vérifier le bon fonctionnement du coeur. Par exemple à partir des volumes en systole et en diastole, on peut calculer la fraction d'éjection qui est un très bon indice global de la fonction contractile cardiaque. Cette dernière se calcule de la manière suivante :

$$F_{ejection} = \frac{V_{telediastole} - V_{telesystole}}{V_{telediastole}} . \quad (6.2)$$

Le tableau 6.1 récapitule les indices globaux les plus fréquemment calculés et leur valeur normale.

Indices du ventricule gauche	Valeur normale absolue
Diamètre télédiastolique	< 60mm
Diamètre télésystolique	< 40mm
Volume télédiastolique	< 100ml
Volume télésystolique	< 35ml
Fraction d'éjection	65 ± 5%

TAB. 6.1 – Principaux indices globaux de la fonction cardiaque ainsi que leurs valeurs normales pour le ventricule gauche.

6.1.2.2 Indices locaux

Le mouvement cardiaque est également important à caractériser de manière locale. En effet, si certaines zones du coeur ne se contractent pas de la même manière que les autres, cela peut traduire une pathologie. Il existe classiquement différents secteurs pour le découpage du coeur [DiDio 83]. Ces segments sont représentés sur la figure 6.4 ainsi que leurs dénominations.

On remarque que, comme pour les indices globaux, une segmentation est nécessaire afin de calculer le mouvement dans chaque secteur. La segmentation des images est donc nécessaire pour obtenir des mesures et la précision de cette segmentation est impérative afin de garantir la fiabilité de ces dernières.

6.2 Etat de l'art sur les méthodes de segmentation pour l'échographie

Lors de la segmentation d'images échographiques en général et échocardiographiques en particulier, il apparaît très vite essentiel d'utiliser des connaissances que l'on peut avoir sur l'image. En effet, les images sont particulièrement bruitées et de nombreuses occlusions ou zones peu contrastées sont fréquemment présentes. Ces connaissances peuvent être des connaissances sur l'acquisition des images, par exemple, le bruit introduit par le capteur (speckle), ou bien des connaissances sur les structures anatomiques présentes, comme la forme du coeur. Afin de présenter les différentes approches proposées dans la littérature, on peut faire une première distinction entre les méthodes utilisant un prétraitement de l'image comme la réduction de speckle et

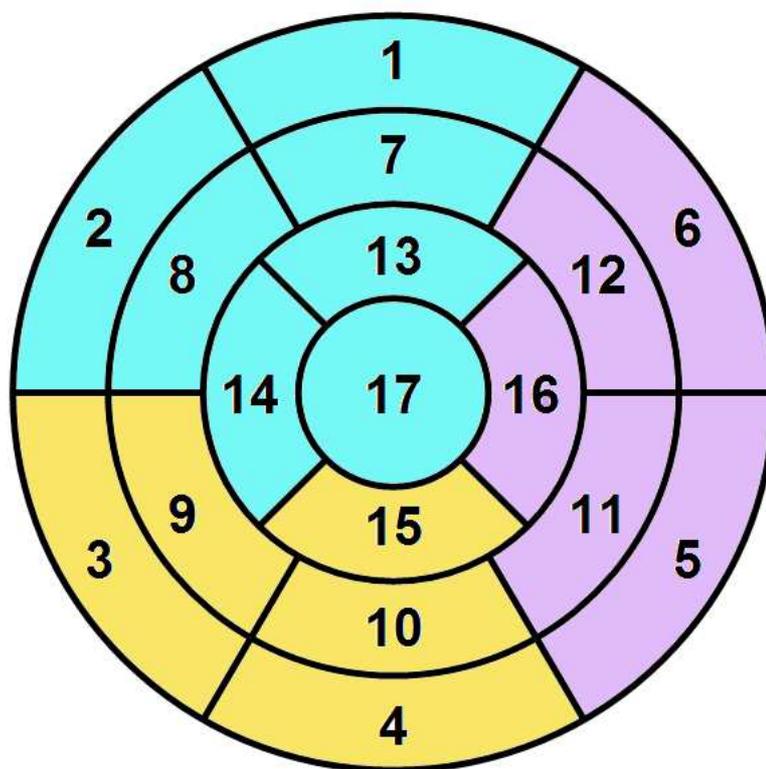


FIG. 6.4 – Découpage en segments du ventricule gauche. Les segments basaux : 1. basal antérieur, 2. basal antéro-septal, 3. basal inféro-septal, 4. basal inférieur, 5. basal inféro-latéral, 6. basal antéro-latéral. Les segments médians : 7. médian antérieur, 8. médian antéro-septal, 9. médian inféro-septal, 10. médian inférieur, 11. médian inféro-latéral, 12. médian antéro-latéral. Les segments apicaux : 13. apical antérieur, 14. apical septal, 15. apical inférieur, 16. apical latéral, 17. apex.

les méthodes segmentant directement les images obtenues en sortie de l'échographe. On peut par ailleurs classer ces dernières approches en fonction des connaissances intégrées (bruit, texture, forme, aspect temporel).

6.2.1 Méthodes utilisant un prétraitement

Comme nous venons de le dire, lors de la segmentation d'images échographiques, il est fréquent de chercher à réduire ou à supprimer le bruit introduit par le capteur. Ce bruit, nommé speckle et dont nous avons brièvement parlé dans le Chapitre 3, est très particulier et ne peut pas être caractérisé de manière constante sur toute l'image. De très nombreux travaux se sont attachés à la modélisation du bruit sur les images échographiques en cherchant à analyser la statistique de l'enveloppe du signal [Wagner 83, Dutt 95, Eltoft 06]. Ces analyses ont montré que l'enveloppe

du signal échographique ne peut se modéliser simplement. En effet, selon la structure anatomique vue par le capteur, la statistique du bruit est différente. Cependant, on peut considérer qu'en première approximation, le bruit de Rayleigh est une modélisation correcte du speckle [Dutt 95].

Il existe toutefois de nombreux auteurs qui se sont intéressés à une modélisation plus fine du speckle afin de le réduire dans les images [Taxt 90, Evans 93, Dutt 96, Czerwinski 95, Hao 99, Achim 01, Thijssen 04, Prager 03, Tay 06, Tao 06, Aysal 07]. Ces diverses approches peuvent être décomposées en deux grandes catégories : les méthodes utilisant le filtrage et les méthodes reposant sur l'analyse temporelle des images. Ces dernières sont les plus anciennes [Taxt 90, Evans 93] et présentent des résultats intéressants lors de la recherche d'informations globales sur les images telles que la fraction d'éjection par exemple.

Pour obtenir une segmentation plus robuste après un prétraitement, il faut réduire le speckle de manière plus précise et en cela s'appuyer par exemple sur des distributions connues ou sur un filtrage. Comme nous l'avons déjà dit, il est possible de modéliser le speckle par un bruit de Rayleigh et c'est sur cette possibilité que s'appuient Aysal et al. [Aysal 07] afin de réduire le speckle. Mais d'autres distributions sont également considérées. Les k-distributions en font partie et permettent de réduire plus efficacement le speckle dans le cas où le nombre de marqueurs (ou l'inhomogénéité) est relativement faible comme l'ont montré Dutt et al. [Dutt 96] ou encore Prager et al. [Prager 03].

Il est également possible de réduire le bruit dans les images sans pour autant connaître à l'avance le type de bruit introduit par le capteur. Le filtrage est utilisé par Czerwinski et al. [Czerwinski 95] par l'intermédiaire de filtres médians qui permettent la réduction du speckle et ainsi procurent une meilleure qualité de l'image. Plus récemment des auteurs ont mis en oeuvre les approches multiéchelles et les outils non directionnels afin d'améliorer cette réduction et donc de gagner encore en qualité comme le montrent Hao et al. [Hao 99]. On peut également remarquer que le paradigme Bayésien est utilisé pour la réduction du bruit dans les images par Achim et al. [Achim 01] toujours de manière multiéchelle. Enfin, plus récemment, Tay et al. [Tay 06] ont proposé une méthode stochastique adaptative pour diminuer le bruit des images échographiques.

Cependant, on peut constater que l'amélioration constante des sondes et des appareils échographiques (comme nous l'avons vu dans la section 6.1.1.2) entraîne la diminution sans prétraitement du bruit présent dans les images. Le fait que la qualité des images échographiques soit en constante amélioration tend à montrer que les méthodes segmentant directement les images sans prétraitement sont les plus adaptables à ces nouvelles modalités d'acquisition.

6.2.2 Méthodes de segmentation directe

Les méthodes présentées ci-après ne nécessitent aucun prétraitement, mais n'occultent pas pour autant les problèmes liés à la formation de l'image et aux structures anatomiques à segmen-

ter. En effet, il est pratiquement impossible de segmenter de manière totalement automatique une image d'échocardiographie sans intégrer des connaissances dans le mécanisme de segmentation comme le montrent Noble et al. dans leur état de l'art sur la segmentation d'images ultrasonores [Noble 06]. Ces connaissances peuvent être ajoutées au niveau de la modélisation du bruit présent dans l'image [Levienaise-Obadia 99, Chen 01, Boukerroui 03, Lin 03, Chen 03, Yu 04, Slabaugh 06, Bernard 07] ou encore au niveau des textures [Muzzolini 93, Hao 01, Tilmant 04, Kies 05]. L'ajout de contraintes temporelles peut également être mis à profit pour la segmentation [Herlin 93, Mikić 98, Mulet-Parada 98, Brandt 99, Malassiotis 99, Angelini 01, Fetics 01, Mishra 03, Basarab 07] ou enfin au niveau de la forme [Hill 92, Ratter 93, Hill 93, Hamarneh 00, Stetten 01, Jacob 02, Kotropoulos 03, Jiang 04, Comaniciu 04, Cheng 07, Oktay 08]. De nombreuses méthodes proposent un couplage de deux ou plusieurs de ces informations afin de rendre la segmentation plus robuste [Stegmann 00, Bosch 01, Bosch 02, Hirsankolwong 02, Montagnat 03, Lebossé 05, Xie 05, Georgescu 05, Paragios 05, Hansegard 07b, Hansegard 07a, Hamou 07, Szilagyi 07, Taron 07, Taron 09].

Notons dès à présent que les modèles que nous avons introduits tout au long de ce document peuvent s'intégrer dans presque toutes les parties présentées ici en y apportant une contribution qui sera ici mise en avant dans un cadre applicatif. Revenons plus en détail sur les diverses méthodes utilisées.

6.2.2.1 Connaissances sur le bruit

Comme nous l'avons vu dans la section précédente, bien que la modélisation précise du speckle pour débruiter les images soit un problème complexe, l'utilisation d'un modèle de bruit adapté s'avère extrêmement utile pour la segmentation. Ce modèle peut être introduit de manière locale ou globale. Lorsqu'il est introduit de manière locale, on peut parler de segmentation adaptative comme le présentent Levienaise-Obadia et al. [Levienaise-Obadia 99] ou bien Yu et Acton [Yu 04]. Ces méthodes présentent l'avantage de ne pas tenir compte de l'ensemble de l'image et donc de ne pas être perturbées par le secteur échographique ou encore par les structures anatomiques voisines visibles sur l'image (le poumon, le ventricule droit, ...). Cependant, la plupart des auteurs préfèrent s'appuyer sur des méthodes globales qui permettent de modéliser plus finement la statistique du signal échographique.

Pour cela diverses approches ont été proposées. Les approches de Chen et al. [Chen 01, Chen 03] effectuent une présegmentation par une détection de points d'intérêt, avant d'ensuite modéliser le bruit par une distribution de Rayleigh. D'autres modèles de bruit ont été utilisés par les auteurs, que ce soit une loi gaussienne pour Lin et al. [Lin 03], une loi de Fisher-Tippett pour Slabaugh et al. [Slabaugh 06] ou bien une distribution gaussienne généralisée proposée par Bernard et al. [Bernard 07]. Nous constatons une fois encore la présence de la loi de Rayleigh



FIG. 6.5 – Résultats de segmentation d'une image en vue apicale selon la méthode proposée par [Lin 03].

dans les hypothèses considérées pour segmenter les images d'échographie, ce qui tend à soutenir notre choix de modélisation du bruit. Les résultats de Lin et al. [Lin 03] sont représentés sur la figure 6.5.

En parallèle avec les méthodes locales ou globales, Boukerroui et al. [Boukerroui 03] ont proposé une approche reposant sur le paradigme Bayésien de manière globale et locale. Les résultats sont représentés sur la figure 6.6. A notre connaissance, très peu d'auteurs se sont intéressés à ce couplage d'informations, préférant tenir compte uniquement des informations globales pour segmenter les images échographiques.

6.2.2.2 Connaissances sur la texture

Lorsque l'on observe attentivement les images échographiques ou échocardiographiques, on distingue (avec les sondes les plus récentes) des textures particulières pour les différentes régions d'intérêt de l'image. Ces informations sont relativement peu prises en compte dans la littérature en raison de la difficulté d'obtenir des textures facilement utilisables par les méthodes classiques de caractérisation. A notre connaissance Muzzolini et al. [Muzzolini 93] furent parmi les premiers à considérer la texture comme critère de segmentation d'images échographiques, les informations textures étant extraites de la réponse de l'image à un banc de filtres. Ensuite pour Hao et al. [Hao 01] l'information texture a été appliquée à des images intracardiaques (acquises dans le cadre d'une opération à coeur ouvert) qui possèdent naturellement un meilleur rapport signal sur bruit que les images échographiques plus classiques. Cependant, ce type d'acquisition est marginal, ce qui explique que relativement peu d'auteurs se soient intéressés à la texture pour



FIG. 6.6 – Résultats de segmentation d'une image en vue apicale selon la méthode proposée par [Boukerroui 03].

la segmentation d'échocardiographies. Plus récemment Tilmant et al. [Tilmant 04] et Kies et al. [Kies 05] ont également utilisé la texture soit par l'intermédiaire des filtres de Gabor ou par l'intermédiaire des ondelettes. On remarque ici également que les ondelettes semblent permettre de discriminer les textures dans le cadre de la segmentation d'images échocardiographiques, mais qu'un apprentissage est nécessaire et donc implique une dépendance forte au matériel utilisé. Nous représentons les résultats de Tilmant et al. [Tilmant 04] sur la figure 6.7.

6.2.2.3 Prise en compte de l'aspect temporel

Il est intéressant de souligner que l'avancée des techniques d'acquisition des images échographiques a non seulement permis d'augmenter la résolution spatiale des images et ainsi d'obtenir des images de meilleure qualité visuelle, mais a également permis d'augmenter la cadence temporelle d'acquisition des images. Les premiers travaux tenant compte de l'aspect temporel des séquences d'images proposés par Herlin et al. [Herlin 93] utilisaient uniquement l'information temporelle comme aide à la segmentation. Depuis, du fait du déplacement relativement faible des structures au sein des séquences, il apparaît possible de choisir des méthodes basées sur l'étude du déplacement telles que le flot optique comme proposé par Mikić et al. [Mikić 98] ou encore par Angelini et al. [Angelini 01] ou bien le Block-Matching comme proposé par Basarab



FIG. 6.7 – Résultats de segmentation d'une image en vue pariétale selon la méthode proposée par [Tilmant 04].

et al. [Basarab 07]. D'autres auteurs se sont intéressés à la modélisation du mouvement du coeur pour la segmentation des images de manière semi-automatique [Mulet-Parada 98, Brandt 99, Mallasiotis 99, Mishra 03]. Il apparaît également possible d'utiliser la modélisation temporelle pour améliorer la qualité des images dans le cas de l'échographie de contraste comme l'ont proposé Fetics et al. [Fetics 01]. Il apparaît ici que l'aspect temporel des séquences peut être un atout pour la segmentation de ce type d'images.

6.2.2.4 Connaissances sur la forme

Ce sont certainement les connaissances sur la forme du coeur (ou des objets à segmenter) qui sont les plus utilisées par la littérature et ce depuis les débuts de l'étude des images échographiques comme le montrent les travaux de Hill et al. [Hill 92, Hill 92] ou de Ratter et al. [Ratter 93]. Un des problèmes majeurs lors de la segmentation avec a priori de forme est le choix d'un modèle de forme qui soit valide pour tous les objets à segmenter. Cette difficulté provient de l'aspect déformable du coeur mais également du fait que l'on peut rencontrer des coeurs avec des formes pathologiques. Ainsi dans le cas d'un organe déformable comme le coeur il faut en général apprendre une forme moyenne [Goodall 91, Jacob 02] ou bien une modélisation d'après les images elles-mêmes en fournissant à l'algorithme une présegmentation de la première image

de la séquence comme étudié par Stetten et al. [Stetten 01]. D'autres modélisations de la forme existent et nécessitent toujours une phase d'apprentissage, que ce soit par l'intermédiaire des champs aléatoires de Markov comme présenté par Cheng et al. [Cheng 07], la fusion d'informations depuis un atlas comme proposé par Comaniciu et al. [Comaniciu 04] ou alors les Support Vector Machines comme étudié par Kotropoulos et Pitas [Kotropoulos 03].

Il existe une autre méthode qui est fréquemment utilisée et appliquée à la segmentation d'images médicales : les modèles d'apparence ou de forme [Cootes 95]. Ces modèles ont par ailleurs été étendus pour ajouter une prise en compte de l'aspect temporel des séquences comme nous le verrons en section 6.2.2.5. Dans ce cas la forme est modélisée à partir des points d'intérêt et la variation est étudiée par une Analyse en Composantes Principales (ACP). Cette méthode est appliquée à l'échocardiographie entre autres par Jiang et al. [Jiang 04].

6.2.2.5 Couplage de plusieurs méthodes

Toutes les connaissances présentées ci-dessus sont utiles pour la segmentation d'images échocardiographiques. C'est pourquoi de très nombreux auteurs se sont penchés sur le couplage de plusieurs de ces méthodes. A notre connaissance ces dernières se servent de la forme du coeur pour segmenter les images, cette dernière pouvant apparaître à différents niveaux.

On remarque assez rapidement que les Modèles Actifs de Mouvement et d'Apparence sont les plus fréquemment utilisés dans le cas où il faut coupler de manière efficace la forme, le mouvement et des informations sur la répartition des niveaux de gris (que ce soit bruit ou texture). Les AAMM ont tout d'abord été proposés par Stegmann et al. [Stegmann 00] puis repris par Hamarneh et al. [Hamarneh 00], Bosch et al. [Bosch 01, Bosch 02], Hiransakolwong et al. [Hiransakolwong 02], Lebossé et al. [Lebossé 05], Paragios et al. [Paragios 05] ou encore Hansegard et al. [Hansegard 07b, Hansegard 07a] ou enfin Slilágyi et al. [Szilagyí 07]. Tous ces auteurs ont ajouté des informations particulières pour améliorer la segmentation obtenue par les AAMM. Ces méthodes bien que très efficaces présentent l'inconvénient de ne pas être dirigées par l'optimisation d'un critère global et restent donc peu adaptables lors d'un changement de modalité. Par ailleurs le modèle de forme utilisé est en général non invariant par changement affine et nécessite donc une étape de recalage coûteuse. La figure 6.8 montre les résultats obtenus par Hamarneh et al. [Hamarneh 00] sur une partie d'une séquence en vue apicale.

Le modèle de forme proposé par Leventon [Leventon 00a] et basé sur les ensembles de niveaux a été repris et couplé à la texture dans les contours actifs par Hamou et al. [Hamou 07] ou bien par Xie et al. [Xie 05] à travers un algorithme EM (Expectation Maximisation). Quelques autres méthodes ont été utilisées, le plus souvent par l'intermédiaire d'un Atlas comme proposé par Taron et al. [Taron 07, Taron 09] ou Georgescu et al. [Georgescu 05].

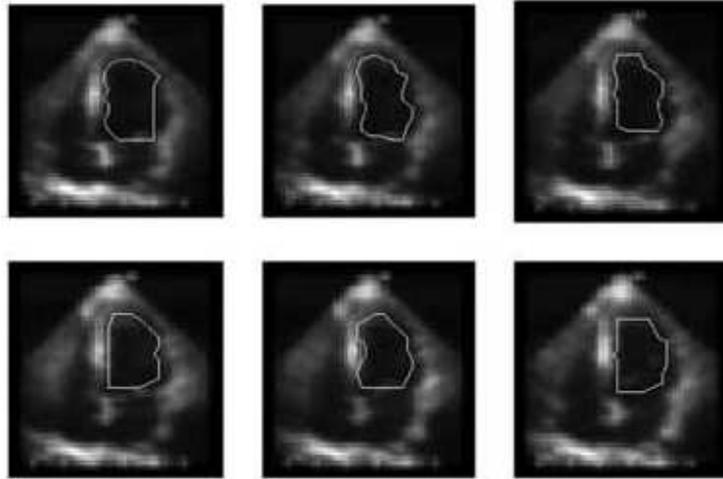


FIG. 6.8 – Résultats de segmentation d’une séquence en vue apicale selon la méthode proposée par [Hamarneh 00].

6.2.3 Positionnement de notre approche

Notre approche pour la segmentation d’images échocardiographiques s’appuie sur les constatations précédentes, à savoir que pour segmenter ce type difficile d’images, il est nécessaire d’introduire des connaissances a priori à plusieurs niveaux. Un modèle de bruit apparaît agir de manière importante pour la segmentation et nous utiliserons donc pour la segmentation la loi de Rayleigh qui appartient à la famille exponentielle en se basant sur les travaux théoriques du Chapitre 3. Par ailleurs un modèle de forme est indispensable étant donné le faible contraste. L’inconvénient des approches proposées jusqu’ici réside dans l’utilisation d’un modèle non invariant aux transformations affines. C’est pourquoi nous nous sommes penchés sur les moments de Legendre. La combinaison des deux a priori peut être faite à l’intérieur d’un même critère ou de manière alternée. C’est cette dernière solution que nous mettons en avant. En ce qui concerne l’aspect temporel, la prise en compte de l’aspect temporel des séquences n’a pas été notre priorité en raison des changements possibles et fréquents de cadence image dans les séquences obtenues en fonction de l’appareil d’acquisition. De plus, nous souhaitons garder intact la non linéarité de l’évolution temporelle du coeur. En ce qui concerne le modèle de texture, selon les travaux de la littérature, un tel modèle semble apporter des informations supplémentaires par le biais d’un apprentissage. Dans le cadre de ce travail, cette partie applicative reste à investiguer.

6.3 Résultats expérimentaux

Dans cette partie nous allons présenter des résultats expérimentaux obtenus sur divers types d’images d’échographie cardiaques présentés ci-avant. Nous avons donc segmenté des images en

	Figure					
	6.9	6.10	6.11	6.12	6.13	6.14
Type d'image	pariétale	pariétale	pariétale	apicale	apicale	apicale
Contraste				✓		
Pathologie	✓	✓	✓	✓		
Initialisation	Forme moyenne au centre de l'image					
Modèle de bruit	Rayleigh	✓	✓	✓	✓	✓
	Gaussien				✓	
	Poisson				✓	
A priori de forme	70%	0%, 30%,70%	70%	70%	70%	70%

TAB. 6.2 – Expérimentations menées sur les images échocardiographiques, utilisation du modèle de bruit et de l'a priori de forme selon différents paramètres.

vue apicale et pariétale avec ou sans injection de produit de contraste.

6.3.1 Protocole expérimental

Afin de valider notre approche théorique, nous avons testé différents termes d'attache aux données et différents termes de forme. Ces tests sur des images réelles d'échographie tant sur des patients sains que sur des cas pathologiques permettent de déterminer avec précision les différents paramètres du modèle considéré. Le Tableau 6.2 récapitule les différents tests effectués. Pour tous les résultats présentés avec un a priori de forme, la forme moyenne du coeur a été déterminée au moyen de la segmentation experte de plusieurs images du même type comme montré sur la figure 6.14 (a).

6.3.2 Résultats qualitatifs

Dans cette section, nous utilisons notre méthode pour la segmentation d'images échographiques et nous comparons les différentes approches proposées afin de déterminer les paramètres donnant les meilleurs résultats. Dans la section 6.2 nous avons vu que le bruit de Rayleigh permet de modéliser le speckle introduit par l'appareil d'échographie. C'est donc tout naturellement que nous avons testé ce type de bruit en premier lieu. Ensuite, nous avons également constaté que l'a priori de forme dans le cas de la segmentation avec le modèle de bruit est mieux intégré lorsque le poids de la forme est égal à 0,6 (soit 60%) et que l'ordre de calcul des moments de Legendre est de 25.

Cependant les images d'échocardiographie étant moins bien résolues que les images de synthèse présentées dans la section 5, le poids de la forme doit être légèrement augmenté pour

permettre une meilleure segmentation. Ce qui fait que nous avons utilisé un poids égal à 70% pour la majorité des expérimentations. Les résultats présentés dans cette section sont uniquement qualitatifs puisque nous n'avons pas pu comparer avec une segmentation experte.

Sur la figure 6.9 nous présentons les résultats de la segmentation sur des images en vue pariétale. Ces résultats paraissent corrects visuellement. Afin de montrer l'impact du poids de forme sur la segmentation, nous avons également testé différents poids de forme sur la figure 6.10. Nous remarquons très rapidement qu'un poids de forme de 70% permet une bien meilleure segmentation qu'un poids de forme moindre (30 %, seconde colonne de la figure 6.10). Bien entendu, lors de l'utilisation seule du modèle de bruit (première colonne de la figure 6.10), les résultats expérimentaux ne sont pas du tout cohérents visuellement. Nous voyons donc clairement que le modèle de forme a un impact très fort sur la segmentation finale.

Nous avons cherché à vérifier que le modèle de bruit pouvait également avoir un impact. Pour cela nous avons segmenté la même image en utilisant les modèles Gaussien, Poissonien et de Rayleigh. Les résultats obtenus avec ces modèles sont représentés sur l'image 6.11. Sur la première colonne nous retrouvons la segmentation de la figure 6.9 qui modélise le bruit comme un bruit de Rayleigh. Nous avons ensuite en seconde colonne, la segmentation avec un bruit Gaussien et nous constatons que bien souvent la structure cardiaque est sous-segmentée et la forme n'est pas conservée en dépit de l'utilisation d'un a priori de forme. La segmentation avec un modèle de Poisson est représentée sur la dernière colonne et nous constatons que cette fois le contour diverge complètement et ne permet pas d'obtenir une segmentation des images d'échographie en vue pariétale.

Afin de prouver l'applicabilité de notre méthode à des images plus complexes, nous avons utilisé le bruit de Rayleigh et 70% d'a priori de forme pour segmenter une séquence d'images d'échographie de contraste en vue apicale. Les résultats présentés sur la figure 6.12 permettent de vérifier que notre modèle est applicable à ce type complexe d'images. En effet, visuellement ils paraissent corrects et cohérents même si, pour les images où le coeur est le plus petit, notre approche sous-segmente légèrement le ventricule gauche. Ce sujet est en effet pathologique et la forme du coeur est très différente de la forme apprise sur un sujet sain, il faudrait pouvoir utiliser un modèle permettant la convergence vers une forme parmi un ensemble d'apprentissage.

6.3.3 Résultats quantitatifs

Visuellement les résultats présentés paraissent cohérents et corrects. Nous avons cherché à valider cette impression visuelle par l'intermédiaire de la comparaison de notre segmentation avec la segmentation experte. Pour cela nous avons segmenté une séquence décomposée en 14 images échographiques en vue apicale. Les résultats de cette segmentation sont représentés sur la figure 6.13.

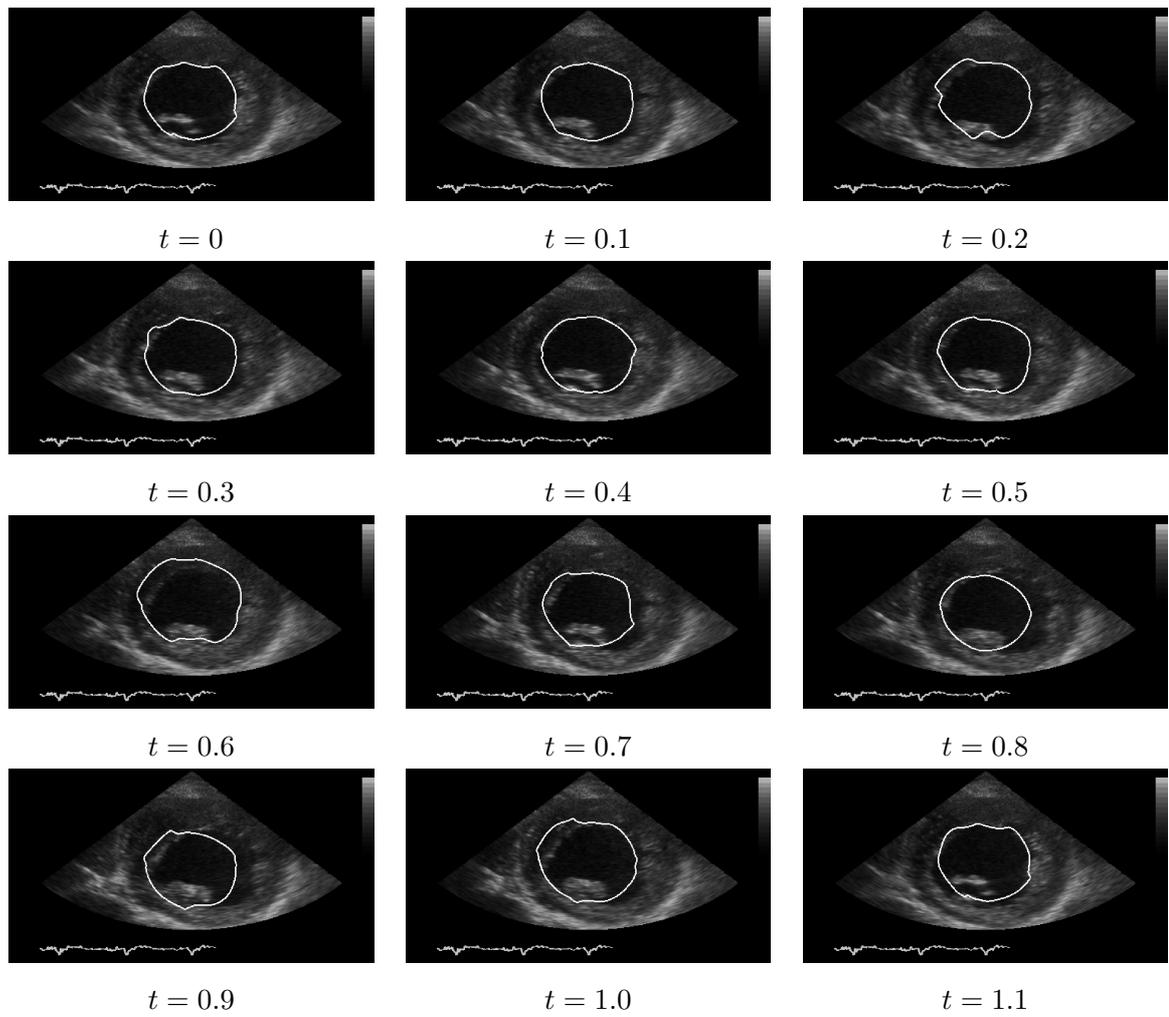


FIG. 6.9 – Segmentation d’une séquence d’images en vue pariétale avec a priori de forme et bruit de Rayleigh pour un sujet pathologique (poids de forme $\alpha = 0,8$, courbure $\beta = 0,2$). Chaque image correspond au coeur à un instant donné dans la séquence échocardiographique. Les temps sont donnés en secondes.

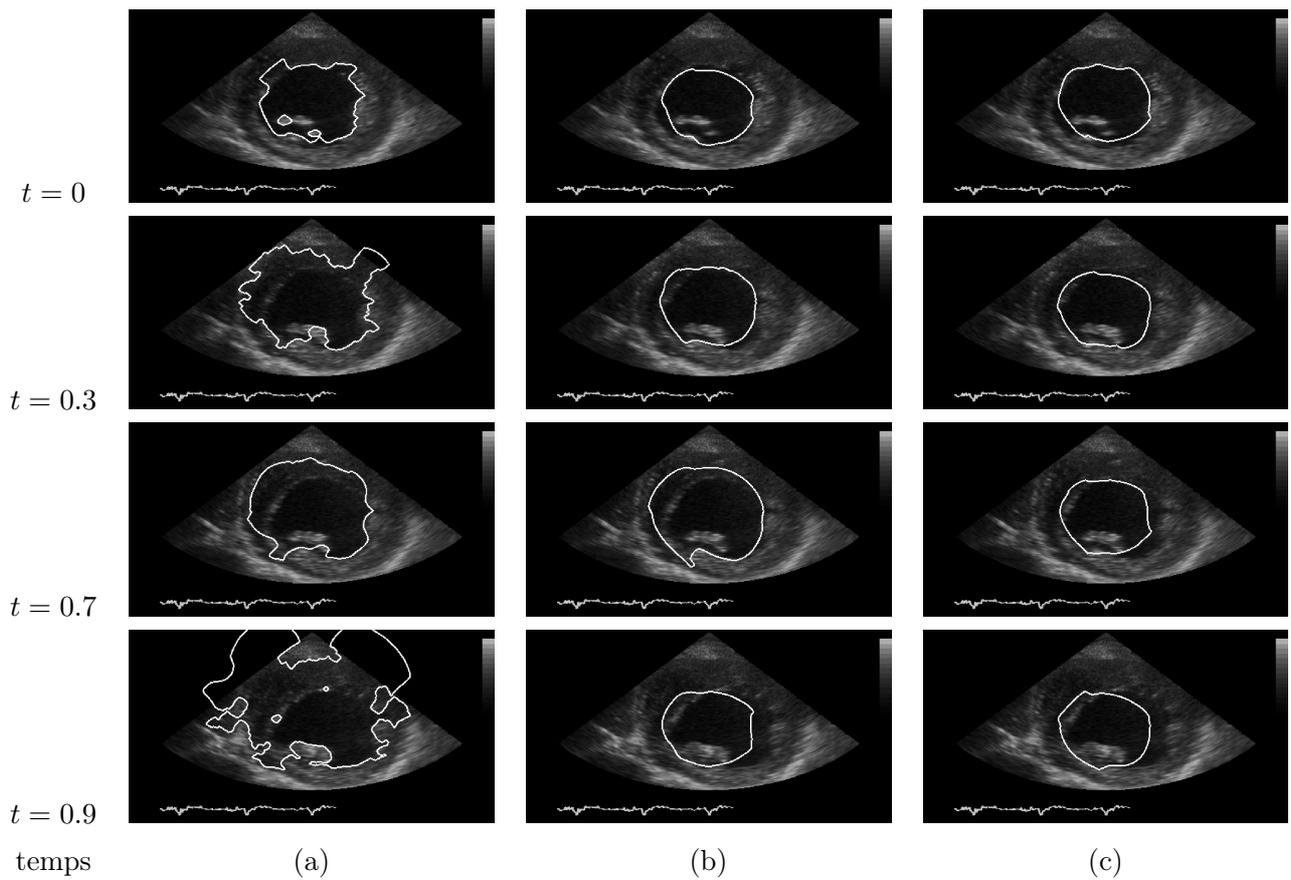


FIG. 6.10 – Segmentation d’une image en vue pariétale avec différents poids de l’a priori de forme et bruit de Rayleigh à différents instants de la séquence présentée sur la figure 6.9 : (a) pas d’a priori forme, (b) poids de forme $\alpha = 0,3$ (c) poids de forme $\alpha = 0,7$, $\beta = 0,2$.

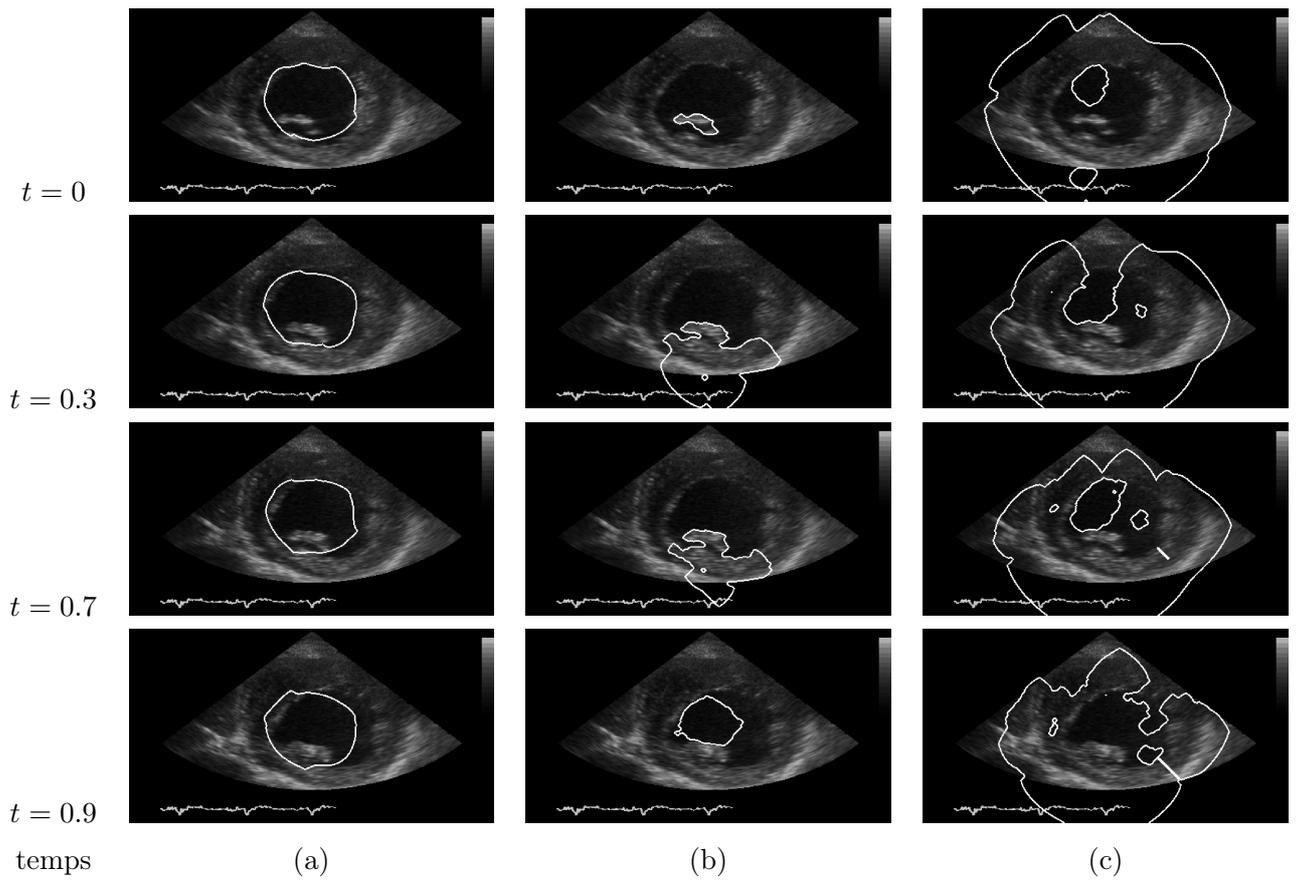


FIG. 6.11 – Segmentation d’images en vue pariétale avec a priori de forme (poids de forme $\alpha = 0,8$, courbure $\beta = 0,2$) et différents modèles de bruit pour différents instants de la séquence 6.9 : (a) Rayleigh, (b) Gaussien, (c) Poisson.

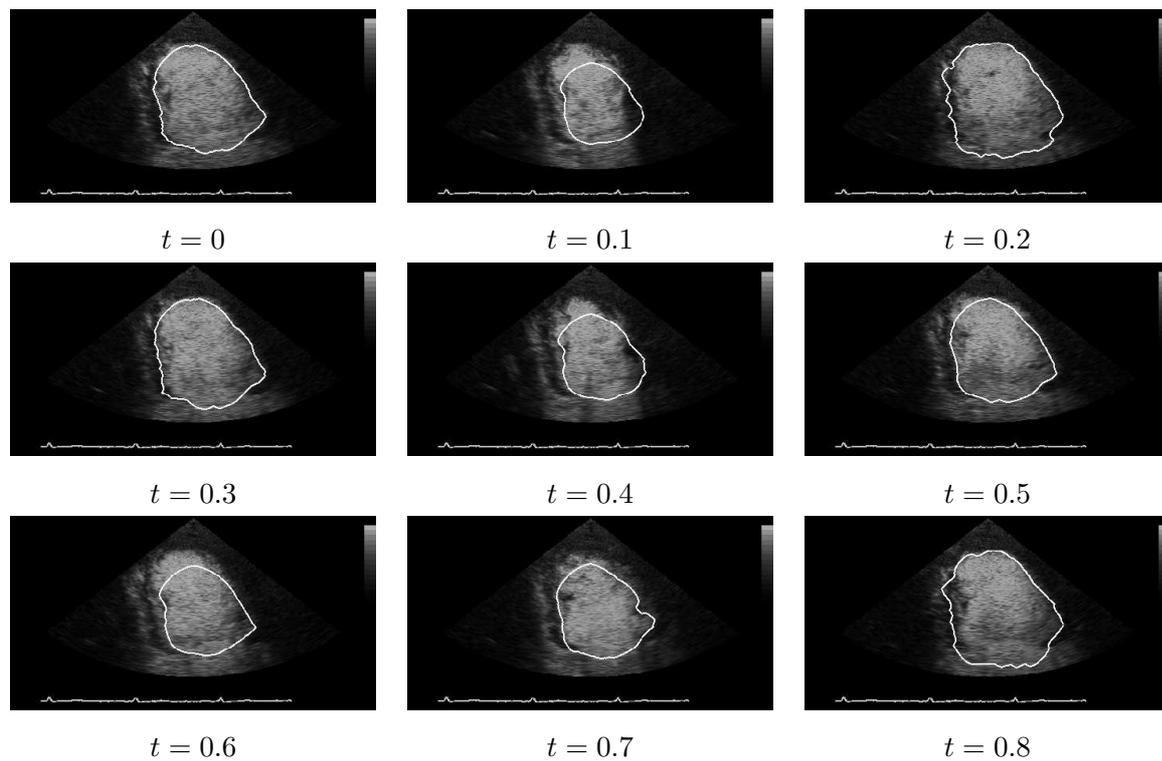


FIG. 6.12 – Segmentation d’une séquence d’images de contraste en vue apicale avec a priori de forme et bruit de Rayleigh pour un sujet pathologique. Chaque image correspond au coeur à un instant donné dans la séquence échocardiographique. Les temps sont donnés en secondes.

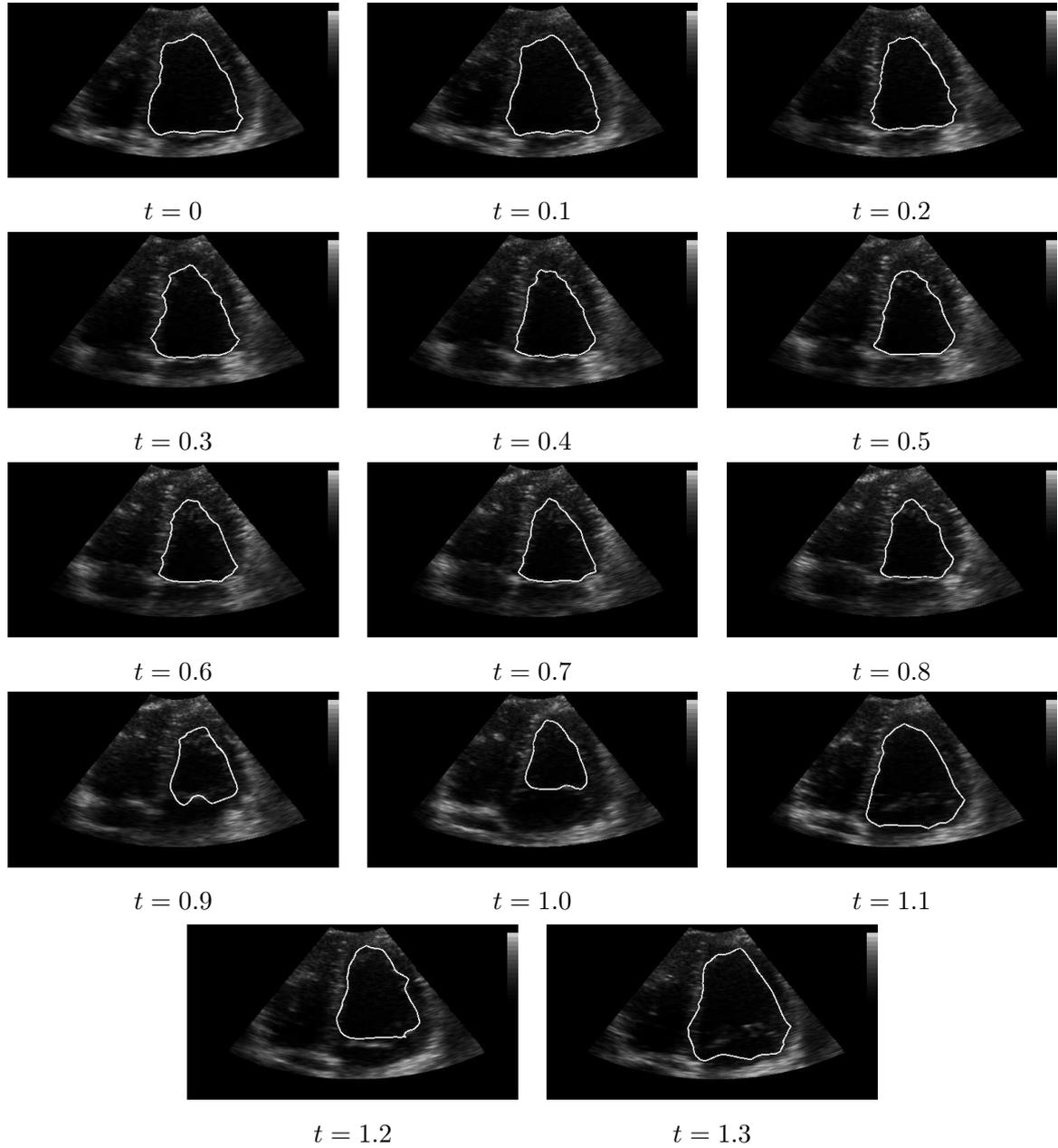


FIG. 6.13 – Segmentation d’une séquence d’images de contraste en vue apicale avec a priori de forme et bruit de Rayleigh pour un sujet sain. Chaque image correspond au coeur à un instant donné dans la séquence échocardiographique. Les temps sont donnés en secondes.

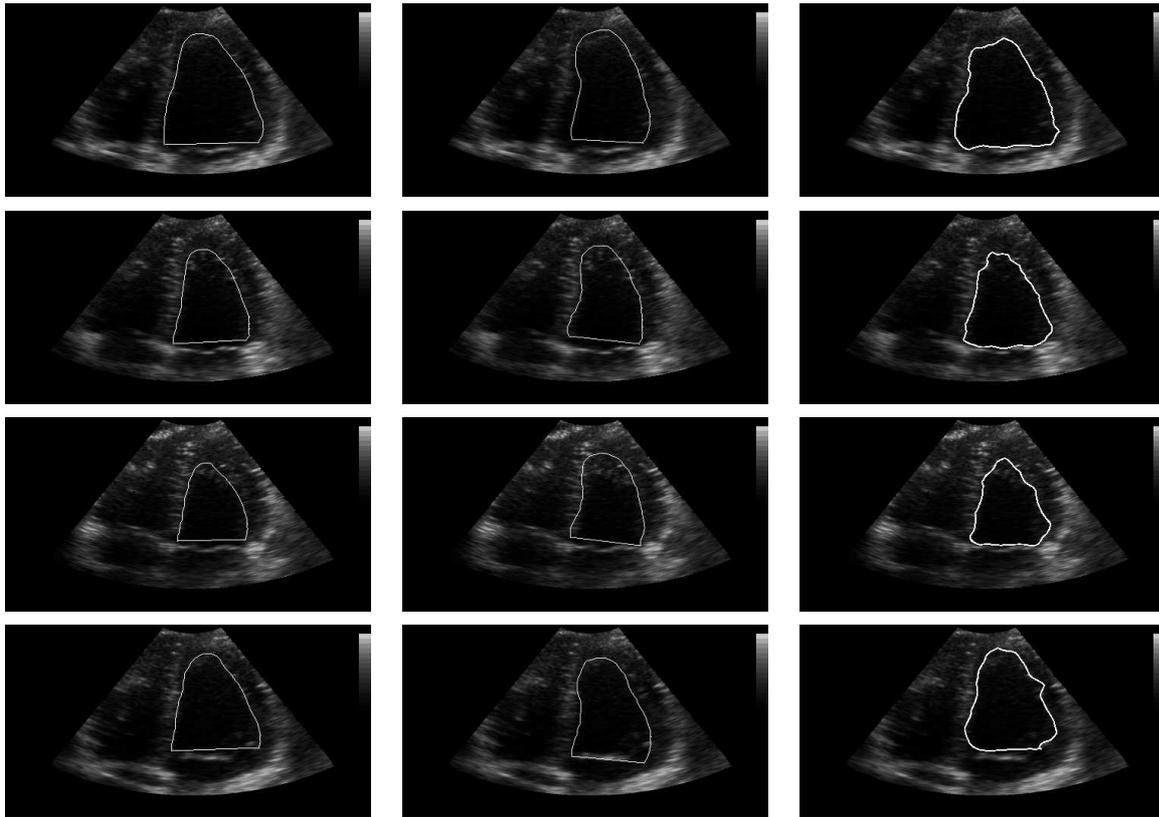


FIG. 6.14 – Segmentation d'une image en vue apicale et comparaison avec la segmentation experte et les AAMM : (a) Segmentation experte, (b) Segmentation avec les AAMM, (c) Segmentation avec a priori de forme et modèle de bruit de Rayleigh.

Une fois encore, visuellement cela paraît cohérent. Nous avons également demandé au Dr Eric Saloux, cardiologue au CHU de Caen, de segmenter manuellement cette séquence afin de pouvoir effectuer des mesures comparatives. Ensuite, nous avons testé la méthode des AAMM dont les résultats sont relativement bons [Lebossé 05]. Les résultats présentés sur la figure 6.14, montrent que notre méthode est particulièrement proche de la segmentation experte.

Afin de comparer de manière formelle cette "proximité" nous avons calculé l'écart moyen au point le plus proche entre la segmentation experte et celle donnée par les AAMM et entre la segmentation experte et celle donnée par notre approche. Cette distance est en moyenne de 10 pixels pour les AAMM et de 5 pixels pour notre approche, comme nous le voyons sur l'image 6.15. Nous avons également calculé le coefficient de Dice moyen sur les 14 images et il est de 0.74 pour les AAMM et de 0.83 pour notre approche. Nos résultats sont donc meilleurs que ceux obtenus par l'application directe de la méthode des AAMM.

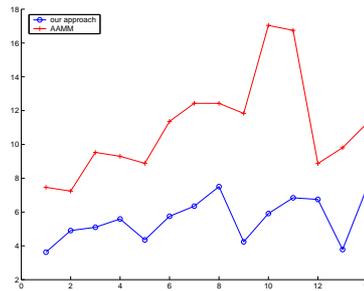


FIG. 6.15 – Distance moyenne entre la segmentation experte et les AAMM d'une part, représentée en trait rouge et notre méthode d'autre part, représentée en trait bleu.

6.4 Conclusion sur l'application médicale

Dans ce chapitre, nous avons appliqué notre méthodologie de segmentation avec a priori de bruit et de forme aux images échocardiographiques. Pour cela nous avons testé notre approche sur des images de divers types (pariétale, contraste, apicale) et nous l'avons comparée à d'autres segmentations. Les résultats expérimentaux montrent que la maîtrise des différents paramètres de la segmentation est nécessaire afin d'obtenir la meilleure segmentation possible et permettre ainsi une utilisation de l'approche proposée par des médecins. Des résultats montrent également l'intérêt de combiner un terme d'attache aux données approprié, choisi en fonction du bruit présent sur les images échocardiographiques et un terme d'a priori de forme. L'algorithme de minimisation alternée permet un bon compromis entre les informations présentes sur l'image et celles apprises. Une phase complète de validation expérimentale sur un grand nombre de patients et de sujets sains serait nécessaire pour envisager une utilisation clinique de la méthode développée.

Conclusion

Conclusion et perspectives

Conclusion

Tout au long de ce document, nous avons ajouté des a priori aux contours actifs basés région afin de segmenter des images complexes telles que les images échocardiographiques. Ces a priori concernent le bruit, la texture et la forme des objets à extraire. Notre démarche est de permettre une modélisation générale de ces informations dans les images pour couvrir un large spectre d'applications. C'est pourquoi nous avons présenté de nombreux résultats théoriques généraux qui ont ensuite été validés par des phases expérimentales complètes.

- En ce qui concerne le modèle de bruit, nous nous sommes plus particulièrement intéressés à la famille exponentielle qui recouvre un grand nombre de bruits présents dans les images. La modélisation et la dérivation formelle d'une fonctionnelle utilisant cette famille de distributions nous ont permis de mettre en avant un résultat théorique général et d'élucider l'impact de l'estimation des paramètres de la loi. Nous avons ensuite spécialisé notre résultat général à deux cas particuliers fréquemment considérés. Ces deux cas, le log de vraisemblance et la divergence de Kullback-Leibler, nous ont permis de retrouver et d'enrichir les résultats de la littérature.

Les résultats théoriques obtenus ont été ensuite validés tant sur des images synthétiques que sur des images réelles afin de montrer l'applicabilité de notre modèle. De nombreux tests ont permis de montrer que lorsque l'on utilise le bon modèle de bruit, e.g. celui correspondant le mieux au bruit présent dans l'image, les résultats de segmentation offrent le meilleur compromis entre faux positifs et faux négatifs. Ce compromis correspond à la qualité de la segmentation.

- En ce qui concerne le modèle de texture, nous avons établi qu'il était impossible de modéliser toutes les textures suivant une seule et même représentation. C'est ce qui nous a naturellement conduits à la recherche d'un modèle général ne dépendant pas de la représentation sous-jacente choisie. Afin de l'ajouter dans les contours actifs basés région, nous nous sommes attachés à modéliser de manière non paramétrique les pdfs des coefficients de la représentation. Puis, une fois cette modélisation terminée, nous avons obtenu un résultat général permettant de segmenter des images texturées avec ou sans image de référence.

Pouvoir offrir la possibilité de segmenter de manière supervisée ou non des images texturées nous a paru essentiel afin d'adresser le spectre le plus large possible d'applications grâce à cette méthode.

Les résultats théoriques ont ensuite été validés au moyen d'une phase complète d'expérimentations montrant l'apport de la modélisation non paramétrique au travers de deux transformées particulières, les ondelettes et la transformée en WaveAtoms. Cette dernière, récemment introduite par [Ying 07], est prouvée comme étant la plus parcimonieuse en ce qui concerne les textures localement oscillantes. Nous avons démontré que, pour certaines textures où les ondelettes ne donnaient pas un résultat correct, les WaveAtoms pouvaient segmenter d'une manière tout-à-fait satisfaisante les images. À notre connaissance, ce document est l'un des premiers à proposer l'utilisation des WaveAtoms en segmentation d'images.

- En ce qui concerne le modèle de forme, nous avons repris les travaux de Foulonneau [Foulonneau 04]. Nous avons donc utilisé les moments de Legendre afin de modéliser la forme et nous avons ajouté des invariances en translation et homothétie, invariances les plus utiles dans le cadre de l'application médicale visée. Le couplage de ce modèle de forme aux autres modèles est fait, contrairement à la majorité des méthodes de la littérature, au moyen d'un algorithme de minimisation alternée. Cet algorithme permet d'éviter les divergences importantes du contour dans le cas d'images fortement bruitées ou présentant des occlusions importantes.

Les résultats expérimentaux montrent que cette méthode est applicable par couplage avec soit le modèle de bruit, soit le modèle de texture. Nous avons mené une phase complète d'expérimentation pour connaître les paramètres les plus adaptés suivant les modèles et les images.

Tous ces résultats théoriques ont ensuite été appliqués à l'échocardiographie. La segmentation de ce type d'image médicale nécessite l'apport de connaissances a priori pour obtenir des résultats cohérents avec la segmentation d'un expert. L'application directe de la méthode utilisant un couplage entre le modèle de bruit et l'a priori de forme a permis de segmenter de manière correcte et visuellement cohérente des images d'échocardiographie suivant diverses modalités. Ces dernières incluaient un changement de vue, apicale ou pariétale, ou bien l'ajout d'un produit de contraste modifiant totalement la dynamique de l'image. Nous avons également comparé nos résultats avec une segmentation experte et la méthode des AAMM.

Perspectives

Les perspectives de recherche se situent à différents niveaux.

Concernant le modèle de bruit, il est possible de rechercher un résultat général pour d'autres

familles de distribution afin d'augmenter le nombre d'applications de notre méthode. Il serait par exemple intéressant d'obtenir un résultat général sur la distribution de Rice afin de modéliser ensuite plus finement le bruit échocardiographique. D'autres fonctionnelles permettant de comparer les pdfs pourraient aussi être introduites dans le critère afin d'améliorer la segmentation dans certains cas particuliers.

Comme pour le modèle de bruit, le modèle de texture peut être étendu à d'autres fonctionnelles. Mais au-delà de cette extension, il peut être intéressant de comparer non plus les histogrammes, mais les histogrammes cumulés afin d'augmenter la précision de la caractérisation des textures. Bien entendu, il est également envisageable de pondérer les coefficients suivant leur représentativité dans la transformée utilisée. Il est clair que, pour les WaveAtoms par exemple, de très nombreux coefficients ne sont pas significatifs et le temps de calcul serait fortement réduit par la restriction aux échelles et orientations les plus pertinentes.

Le modèle de forme pourrait être amélioré en ajoutant un véritable apprentissage de manière à ne plus se limiter à une forme moyenne, mais à pouvoir utiliser cette forme moyenne et ses variations. Foulonneau et al. [Foulonneau 06] ont proposé une approche permettant également de converger vers une forme parmi un ensemble de formes apprises. Cette approche pourrait permettre une segmentation tenant compte des variabilités des formes du coeur.

Concernant la partie applicative, la segmentation des images échocardiographiques, même si elle est correcte visuellement, nécessite une véritable validation expérimentale sous la forme d'une comparaison à grande échelle avec des segmentations expertisées. Une validation formelle de la segmentation par l'intermédiaire d'un fantôme échographique peut également être envisagée de manière à comparer d'une manière précise l'écart entre le résultat de la méthode développée et la segmentation réelle. En effet, une segmentation manuelle, même effectuée par un expert possède toujours une variabilité qui ne permet pas de valider formellement une approche.

Toujours dans la partie applicative, une extension aux images échographiques tridimensionnelle est également possible. La théorie développée s'étend aisément au 3D du fait de l'utilisation d'une implémentation reposant sur les ensembles de niveaux dont l'extension à plus de deux dimensions est facilitée. Cette partie n'a pu être testée de manière complète. En effet, les images tridimensionnelles n'étaient, jusqu'à une date récente, pas entièrement disponibles sans contrat avec les industriels. Cette limitation a été levée récemment et nos investigations actuelles sont donc également orientées vers cette modalité.

Enfin, comme nous l'avons vu dans la partie applicative, les images échocardiographiques ne sont pas uniquement statiques, le coeur est un organe en mouvement et l'utilisation des informations temporelles pourrait être envisagée. Plusieurs approches seraient alors envisageables, telle que la segmentation d'une séquence 2D vue comme une seule image 3D, ou bien encore par l'ajout d'un terme de courbure 3D qui régulariserait la courbe en évolution suivant les plans précédents et suivants. Le risque est cependant ici d'agir au détriment de la dynamique temporelle

non linéaire du coeur qu'il est important de pouvoir conserver. Une modélisation plus complexe des mouvements du coeur pourrait également être envisagée.

Cet ajout d'informations temporelles dans les contours actifs basés région permettrait de modéliser pratiquement toutes les données importantes pour la segmentation d'images et de vidéos. Cela autoriserait la prise en compte formelle de bruit, de texture, de forme et même de mouvement au sein d'un seul et unique formalisme. Nous avons démontré la faisabilité d'intégrer diverses connaissances dans le modèle de contours actifs basés région. Grâce à cette généralité de l'approche, il est possible d'envisager l'ajout de toute information a priori supplémentaire.

Bibliographie

Bibliographie

- [Abramowitz 72] Milton Abramowitz & Irene A. Stegun. Handbook of mathematical functions. Dover Publications, New York, 1972. [45](#), [54](#), [59](#)
- [Achim 01] A. Achim, A. Bezerianos & P. Tsakalides. *Novel Bayesian multiscale method for speckle removal in medical ultrasound images*. IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 20, no. 8, pages 772–783, August 2001. [124](#)
- [Achim 06] A. Achim, E.E. Kuruoglu & J. Zerubia. *SAR Image Filtering Based on the Heavy-Tailed Rayleigh Model*. IEEE Transactions on Image Processing, vol. 15, no. 9, pages 2686–2693, August 2006. [43](#)
- [Ahmad 76] I. A. Ahmad & P. E. Lin. *A nonparametric estimation of the entropy for absolutely continuous distributions*. IEEE Transactions on Information Theory, vol. 22, no. 3, pages 372–375, 1976. [32](#)
- [Angelini 01] E.D. Angelini, A. F. Laine, S. Takuma, J. W. Holmes & S. Homma. *LV volume quantification via spatiotemporal analysis of real-time 3-d echocardiography*. IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 20, no. 6, pages 457–469, 2001. [125](#), [127](#)
- [Aubert 03] G. Aubert, M. Barlaud, O. Faugeras & S. Jehan-Besson. *Image Segmentation Using Active Contours : Calculus of Variations or Shape Gradients ?* SIAM Applied Mathematics, vol. 63, no. 6, pages 2128–2154, 2003. [15](#), [19](#), [22](#), [31](#)
- [Aujol 03] J.-F. Aujol, G. Aubert & L. Blanc-Féraud. *Wavelet-based level set evolution for classification of textured images*. IEEE Transaction on Image Processing, vol. 12, no. 12, pages 1634–1641, 2003. [35](#), [36](#), [73](#)
- [Ayed 06] I. Ben Ayed, A. Mitiche & Z. Belhadj. *Polarimetric Image Segmentation via Maximum-Likelihood Approximation and Efficient Multiphase Level-Sets*. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 28, no. 9, pages 1493–1500, 2006. [29](#), [31](#)

- [Aysal 07] T.C. Aysal & K.E. Barner. *Rayleigh-Maximum-Likelihood Filtering for Speckle Reduction of Ultrasound Images*. IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 26, no. 5, pages 712–727, May 2007. [124](#)
- [Banerjee 04] A. Banerjee, I. Dhillon, J. Ghosh & S. Merugu. *An Information Theoretic Analysis of Maximum Likelihood Mixture Estimation for Exponential Families*. In International Conference on Machine Learning, pages 57–64, 2004. [46](#)
- [Basarab 07] A. Basarab, W. Aoudi, H. Liebgott, D. Vray & P. Delachartre. *Parametric Deformable Block Matching for Ultrasound Imaging*. In International Conference on Image Processing, pages 429–432, 2007. [125](#), [128](#)
- [Belkasim 91] S. O. Belkasim, M. Shridhar & M. Ahmadi. *Pattern recognition with moments invariants : a comparative study and new results*. Pattern recognition, vol. 24, no. 12, pages 1117–1138, 1991. [100](#)
- [Bernard 07] O. Bernard, B. Touil, A. Gelas, R. Prost & D. Friboulet. *Segmentation of Myocardial Regions in Echocardiography Using the Statistics of the Radio-Frequency Signal*. In Lecture Notes on Computer Science, pages 433–442, 2007. [125](#)
- [Besag 86] J. Besag. *On the statistical analysis of dirty pictures*. Journal of Royal Statistical Society, pages 259–302, 1986. [17](#)
- [Bickel 01] P. J. Bickel & K. A. Doksum. *Mathematical statistics : basic ideas and selected topics*, volume 1. Prentice-Hall, London, 2nd edition, 2001. [19](#), [44](#), [45](#)
- [Bigün 91] J. Bigün, G. H. Granlund & J. Wiklund. *Multidimensional orientation estimation with applications to texture analysis and optical flow*. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 13, no. 8, pages 775–790, 1991. [36](#)
- [Bosch 01] J. G. Bosch, S. C. Mitchell, B. P. F. Lelieveldt, F. Nijland, O. Kamp, M. Sonka & J. H. C. Reiberall. *Active Appearance Motion Models for Fully Automated Endocardial Contour Detection in Time Sequences of Echocardiograms*. International Congress Series, Computer Assisted Radiology and Surgery, vol. 1230, pages 941–947, 2001. [125](#), [129](#)
- [Bosch 02] J. G. Bosch, S. C. Mitchell, B. P. F. Lelieveldt, F. Nijland, O. Kamp, M. Sonka & J. H. C. Reiber. *Automatic Segmentation of Echocardiographic Sequences by Active Appearance Motion Models*. IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 21, no. 11, pages 1374–1383, 2002. [125](#), [129](#)

-
- [Boukerroui 03] D. Boukerroui. *Segmentation of Ultrasound Images : Multiresolution 2D and 3D Algorithms based on Global and Local Statistics*. Pattern Recognition Letters, vol. 24, no. 4-5, pages 779–790, 2003. [125](#), [126](#), [127](#)
- [Brandt 99] E. Brandt, L. Wigstorm & B. Wranne. *Segmentation of echocardiographic image sequences using spatio-temporal information*. In Medical Image computing and computer-assisted intervention, pages 410–419, 1999. [125](#), [128](#)
- [Bresson 03] X. Bresson, P. Vandergheynst & J. P. Thiran. *A priori information in image segmentation : energy functional based on shape statistical model and image information*. In International Conference on Image Processing, pages 425–428, 2003. [37](#)
- [Bresson 06] X. Bresson, P. Vandergheynst & J. Thiran. *Multiscale Active Contours*. International Journal of Computer Vision, vol. 70, no. 3, pages 197–211, 2006. [23](#)
- [Bresson 07] X. Bresson, S. Esedoglu, P. Vandergheynst, J. Thiran & S. Osher. *Fast Global Minimization of the Active Contour/Snake Model*. Journal of Mathematical Imaging and Vision, vol. 28, pages 151–167, 2007. [23](#)
- [Brox 03] T. Brox, M. Rousson, R. Deriche & J. Weickert. *Unsupervised segmentation incorporating colour, texture, and motion*. Computer Analysis of Images and Patterns, pages 353–360, 2003. [36](#)
- [Caselles 93] V. Caselles, F. Catte, T. Coll & F. Dibos. *A geometric model for active contours*. Numerische Mathematik, vol. 66, pages 1–31, 1993. [13](#), [24](#)
- [Caselles 97] V. Caselles, R. Kimmel & G. Sapiro. *Geodesic Active Contours*. International Journal of Computer Vision, vol. 22, no. 1, pages 61–79, 1997. [14](#), [20](#), [24](#)
- [Chakraborty 96] A. Chakraborty, L. Staib & J. Duncan. *Deformable boundary finding in medical images by integrating gradient and region information*. IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 15, no. 6, pages 859–870, December 1996. [15](#)
- [Chan 01] T. Chan & L. Vese. *Active contours without edges*. IEEE Transactions on Image Processing, vol. 10, no. 2, pages 266–277, 2001. [15](#), [21](#), [22](#), [29](#), [30](#), [54](#), [61](#)
- [Chen 01] Y. Chen, S. Thiruvankadam, H. Tagare, F. Huang, D. Wilson & E. Geiser. *On the incorporation of shape priors into geometric active contours*. In IEEE Workshop on Variational and Level Set Methods in Computer Vision, volume 1, pages 145–152, 2001. [15](#), [125](#)

- [Chen 03] C. M. Chen, H. H. S. Lu & Y. L. Chen. *A discrete region competition approach incorporating weak edge enhancement for ultrasound image segmentation*. Pattern Recognition Letters, vol. 24, no. 4-5, pages 693–704, 2003. [125](#)
- [Cheng 07] J. Cheng & S.W. Foo. *Boundary Detection in Echocardiographic Images Using Markovian Level Set Method*. IEICE Transactions on Information and Systems, vol. 90, no. 8, pages 1292–1300, 2007. [125](#), [129](#)
- [Chesnaud 99] C. Chesnaud, P. Réfrégier & V. Boulet. *Statistical region snake-based segmentation adapted to different physical noise models*. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 21, no. 11, pages 1145–1156, 1999. [15](#), [32](#)
- [Chopp 93] D.L. Chopp. *Computing minimal surfaces via level set curvature flow*. Journal of Computational Physics, vol. 106, no. 1, pages 77–91, 1993. [25](#)
- [Cohen 91] L. D. Cohen. *On active contour models and balloons*. Computer Vision, Graphics, and Image Processing. Image Understanding, vol. 53, no. 2, pages 211–218, 1991. [24](#)
- [Cohen 93] L. Cohen, E. Bardinet & N. Ayache. *Surface reconstruction using active contour models*. In SPIE Conference on Geometric Methods in Computer Vision, San Diego, 1993. [15](#)
- [Comaniciu 04] D. Comaniciu, X.S. Zhou & S. Krishnan. *Robust Real-Time Myocardial Border Tracking for Echocardiography : An Information Fusion Approach*. IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 23, no. 7, pages 849–860, July 2004. [125](#), [129](#)
- [Cootes 95] T.F. Cootes, D. Cooper, C.J. Taylor & J. Graham. *Active Shape Models - Their Training and Application*. Computer Vision and Image Understanding, vol. 61, no. 1, pages 38–59, 1995. [129](#)
- [Cornfeld 82] I.P. Cornfeld, S.V. Fomin & Y.G. Sinai. *Ergodic theory*. Springer-Verlag, 1982. [52](#)
- [Corpetti 06] T. Corpetti. *An active contour method based on wavelet for texture boundaries*. In ICIP, pages 1109–1112, 2006. [35](#), [36](#)
- [Cover 91] T.M. Cover & J.A. Thomas. *Elements of information theory*. Wiley-Interscience, 1991. [54](#), [56](#)
- [Cremers 01] D. Cremers, C. Schnörr & N. Sochen. *Diffusion Snakes : Combining Stastical Shape Knowledge and Image Information in a Variational Fra-*

-
- mework*. IEEE Workshop on Variational and Levelset Methods, pages 137–144, 2001. [15](#)
- [Cremers 03] D. Cremers, T. Kohlberger & C. Schnörr. *Shape Statistics in Kernel Space for Variational Image Segmentation*. Pattern Recognition, vol. 36, no. 9, pages 1929–1943, 2003. [37](#), [38](#)
- [Cremers 06] D. Cremers, S. J. Osher & S. Soatto. *Kernel density estimation and intrinsic alignment for shape priors in level set segmentation*. International Journal of Computer Vision, vol. 69, pages 335–351, 2006. [37](#)
- [Cremers 07] D. Cremers, M. Rousson & R. Deriche. *A review of statistical approaches to level set segmentation : integrating color, texture, motion and shape*. International Journal of Computer Vision, vol. 72, no. 2, pages 195–215, April 2007. [17](#)
- [Czerwinski 95] R.N. Czerwinski, D.L. Jones & W.D. O’Brien Jr. *Ultrasound speckle reduction by directional median filtering*. In International Conference on Image Processing, pages 358–361, 1995. [124](#)
- [Debreuve 99] E. Debreuve, M. Barlaud, G. Aubert & J. Darcourt. *Space time segmentation using level set active contours applied to myocardial gated SPECT*. In IEEE Medical Imaging Conference, Seattle USA, 1999. [15](#)
- [Debreuve 07] É. Debreuve, M. Gastaud, M. Barlaud & G. Aubert. *Using the shape gradient for active contour segmentation : from the continuous to the discrete formulation*. Journal of Mathematical Imaging and Vision, vol. 28, no. 1, pages 47–66, 2007. [15](#), [21](#), [37](#)
- [Delfour 01] M.C. Delfour & J.P. Zolésio. *Shape and geometries*. Advances in Design and Control, SIAM, 2001. [19](#), [20](#)
- [Demagnet 08] L. Demagnet & L. Ying. *Wave Atoms and Time Upscaling of Wave Equations*. Numerische Mathematik, page to appear, 2008. [76](#), [90](#)
- [DiDio 83] L. J. A. DiDio & H. Rodrigues. *Cardiac segments in the human heart*. Surgical and Radiologic Anatomy, vol. 5, pages 115–124, 1983. [122](#)
- [Do 02] M. N. Do & M. Vetterli. *Wavelet-based texture retrieval using generalized Gaussian density and Kullback-Leibler distance*. IEEE Transactions on Image Processing, vol. 11, no. 2, pages 146–158, 2002. [35](#), [36](#)
- [Dutt 95] V. Dutt. *Statistical Analysis of Ultrasound Echo Enveloppe*. PhD thesis, Mayo Graduate School, 1995. [43](#), [123](#), [124](#)
- [Dutt 96] V. Dutt & J.F. Greenleaf. *Adaptive speckle reduction filter for log-*

-
- compressed B-scan images*. IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 15, no. 6, pages 802–813, December 1996. [124](#)
- [Dydenko 03] I. Dydenko, D. Friboulet & I. Magnin. *A Variational Framework for Affine Registration and Segmentation with Shape Prior : Application in Echocardiographic Imaging*. IEEE Workshop on Variational, Geometric and Level Set Methods in Computer Vision, pages 201–208, 2003. [32](#)
- [Efros 99] Alexei A. Efros & Thomas K. Leung. *Texture Synthesis by Non-parametric Sampling*. In IEEE International Conference on Computer Vision, pages 1033–1038, Corfu, Greece, September 1999. [35](#)
- [Efros 01] Alexei A. Efros & William T. Freeman. *Image Quilting for Texture Synthesis and Transfer*. Proceedings of SIGGRAPH 2001, pages 341–346, August 2001. [35](#)
- [Eltoft 06] T. Eltoft. *Modeling the amplitude statistics of ultrasonic images*. IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 25, no. 02, pages 229–440, 2006. [123](#)
- [Evans 93] A.N. Evans & M.S. Nixon. *Temporal speckle reduction for feature extraction in ultrasound images*. In Computer Analysis of Images and Patterns, pages 65–73, 1993. [124](#)
- [Fetics 01] B.J. Fetics, E.Y. Wong, T. Murabayashi, G.S. Nelson, M. Cohen, C.E. Rochitte, J.L. Weiss, D.A. Kass & E. Nevo. *Enhancement of contrast echocardiography by image variability analysis*. IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 20, no. 11, pages 1123–1130, November 2001. [125](#), [128](#)
- [Foulonneau 04] A. Foulonneau. *Une contribution à l'introduction de contraintes géométriques dans les contours actifs orientés région*. PhD thesis, Laboratoire Régional des Ponts et Chaussées de Strasbourg, 2004. [6](#), [7](#), [37](#), [38](#), [39](#), [99](#), [101](#), [103](#), [105](#), [144](#)
- [Foulonneau 06] A. Foulonneau, P. Charbonnier & F. Heitz. *Affine-Invariant Geometric Shape Priors for Region-Based Active Contours*. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 28, no. 8, pages 1352–1357, 2006. [145](#)
- [Freedman 05] D. Freedman, R. J. Radke, T. Zhang, Y. Jeong, D. M. Lovelock & G. T. Y. Chen. *Model Based Segmentation of Medical Imagery by Matching Distributions*. IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 24, pages 281–292, 2005. [33](#)

-
- [Gastaud 03] M. Gastaud, M. Barlaud & G. Aubert. *Tracking video objects using active contours and geometric priors*. In IEEE Workshop on Image Analysis for Multimedia Interactive Services, pages 170–175, 2003. [37](#)
- [Geman 90] S. Geman & D. Geman. *Stochastic relaxation, Gibbs distributions, and the Bayesian restoration of images*. Readings in uncertain reasoning, pages 452–472, 1990. [17](#)
- [Georgescu 05] B. Georgescu, X.S. Zhou, D. Comaniciu & A. Gupta. *Database-Guided Segmentation of Anatomical Structures with Complex Appearance*. In Computer Vision and Pattern Recognition, pages II : 429–436, 2005. [125](#), [129](#)
- [Goodall 91] C. Goodall. *Procrustes methods in the statistical analysis of shape*. Journal Royal Statistical Society, Series B, vol. 53, pages 285–339, 1991. [128](#)
- [Goudail 04] F. Goudail & P. Réfrégier. *Statistical image processing techniques for noisy images*. Kluwer Academic, 2004. [47](#)
- [Grady 08] Leo Grady & Christopher Alvino. *Reformulating and Optimizing the Mumford-Shah Functional on a Graph — A Faster, Lower Energy Solution*. In European Conference on Computer Vision, volume 5302 of LNCS, pages 248–261, 2008. [23](#)
- [Gudbjartsson 95] H. Gudbjartsson & S. Patz. *The rician distribution of noisy mri data*. Magnetic Resonance in Medicine, vol. 34, pages 910–914, 1995. [43](#)
- [Hamarneh 00] G. Hamarneh & T. Gustavsson. *Combining Snakes and Active Shape Models for Segmenting the Human Left Ventricle in Echocardiographic Images*. IEEE Computers in Cardiology, vol. 27, pages 115–118, 2000. [125](#), [129](#), [130](#)
- [Hamou 07] A. K. Hamou, S. Osman & M. R. El-Sakka. *Carotid ultrasound segmentation using DP Active contours*. In International Conference on Image Analysis and Recognition, 2007. [125](#), [129](#)
- [Hansegard 07a] J. Hansegard, F. Orderud & S.I. Rabben. *Real-Time Active Shape Models for Segmentation of 3D Cardiac Ultrasound*. In Computer Analysis of Images and Patterns, pages 157–164, 2007. [125](#), [129](#)
- [Hansegard 07b] J. Hansegard, S. Urheim, K. Lunde & S.I. Rabben. *Constrained Active Appearance Models for Segmentation of Triplane Echocardiograms*. IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 26, no. 10, pages 1391–1400, October 2007. [125](#), [129](#)

-
- [Hao 99] X.H. Hao, S. Gao & X. Gao. *A novel multiscale nonlinear thresholding method for ultrasonic speckle suppressing*. IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 18, no. 9, pages 787–794, September 1999. [124](#)
- [Hao 01] X. Hao, C. Bruce, C. Pislaru & J. Greenleaf. *Segmenting high-frequency intracardiac ultrasound images of myocardium into infarcted, ischemic and normal regions*. IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 20, pages 1373–1383, 2001. [125](#), [126](#)
- [Heiler 05] M. Heiler & C. Schnörr. *Natural Image Statistics for Natural Image Segmentation*. International Journal of Computer Vision, vol. 63, pages 5–19, 2005. [15](#), [29](#), [32](#), [33](#)
- [Herbulot 04a] A. Herbulot, S. Jehan-Besson, M. Barlaud & G. Aubert. *Shape gradient for image segmentation using information theory*. In International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, Montreal, 2004. [32](#)
- [Herbulot 04b] A. Herbulot, S. Jehan-Besson, M. Barlaud & G. Aubert. *Shape Gradient for Multi-Modal Image Segmentation Using Mutual Information*. In International Conference on Image Processing, Singapore, October 2004. [32](#)
- [Herlin 93] I. L. Herlin & G. Giraudon. *Performing Segmentation of Ultrasound Images Using Temporal Information*. In Computer Vision and Pattern Recognition, 1993. [125](#), [127](#)
- [Hill 92] A. Hill & C.J. Taylor. *Model-Based Image Interpretation Using Genetic Algorithms*. Image and Vision Computing, vol. 10, no. 5, pages 295–300, June 1992. [125](#), [128](#)
- [Hill 93] A. Hill, A. Thornham & C.J. Taylor. *Model-Based Interpretation of 3D Medical Images*. In British Machine Vision Conference, 1993. [125](#)
- [Hintermuller 04] Michael Hintermuller & Wolfgang Ring. *A Second Order Shape Optimization Approach for Image Segmentation*. SIAM Journal on Applied Mathematics, vol. 64, no. 2, pages 442–467, 2004. [20](#)
- [Hiransakolwong 02] N. Hiransakolwong, P. S. Windyga, K. A. Hua & K. Vu. *FASU : A full automatic segmenting system for ultrasound images*. In Workshop on Application of Computer Vision, 2002. [125](#), [129](#)
- [Jacob 02] G. Jacob, J. Noble, C. Behrenbruch, A. Kelion & A. Banning. *A Shape-Space-Based Approach to Tracking Myocardial Borders and Quantifying Regional Left-Ventricular Function Applied in Echocardiography*. IEEE Transaction on Medical Imaging, vol. 21, pages 226–238, 2002. [125](#), [128](#)

-
- [Jehan-Besson 03a] S. Jehan-Besson. *Modèles de contours actifs basés régions pour la segmentation d'images et de vidéos*. PhD thesis, Université de Nice - Sophia Antipolis, january 2003. [15](#), [20](#), [21](#), [33](#), [38](#), [105](#)
- [Jehan-Besson 03b] S. Jehan-Besson, M. Barlaud & G. Aubert. *DREAM²S : Deformable Regions driven by an Eulerian Accurate Minimization Method for image and video segmentation*. International Journal of Computer Vision, no. 53, pages 45–70, 2003. [15](#)
- [Jehan-Besson 03c] S. Jehan-Besson, M. Barlaud & G. Aubert. *Shape gradients for histogram segmentation using active contours*. In International Conference on Computer Vision, Nice, France, 2003. [31](#)
- [Jiang 04] Y. F. Jiang, Z. J. Zhang, F. Cen, H. T. Tsui & T. K. Lau. *An enhanced appearance model for ultrasound image segmentation*. In International Conference on Pattern Recognition, 2004. [125](#), [129](#)
- [Julesz 62] B. Julesz. *Visual pattern discrimination*. IRE Transactions on Information Theory, pages 84–92, 1962. [34](#)
- [Kailath 67] T. Kailath. *The divergence and Bhattacharyya distance measures in signal selection*. IEEE Transactions on Communication Technology, pages 52–60, 1967. [33](#)
- [Karoui 06] I. Karoui, R. Fablet, J. M. Boucher & J. M. Augustin. *Region-based image segmentation using texture statistics and level-set methods*. In International Conference on Acoustic Speech and Signal Processing, volume 2, pages 693–696, 2006. [36](#)
- [Kass 88] M. Kass, A. Witkin & D. Terzopoulos. *Snakes : Active Contour Models*. International Journal of Computer Vision, vol. 1, pages 321–332, 1988. [14](#), [24](#)
- [Kies 05] P. Kies. *Application of Wavelet Transforms and Bayes Classifier to Segmentation of Ultrasound Images*. In Iberian Conference on Pattern Recognition and Image Analysis, 2005. [125](#), [127](#)
- [Kim 01] K.I. Kim, S.H. Park & H.J. Kim. *Kernel Principal Component Analysis for Texture Classification*. IEEE Signal Processing Letters, vol. 8, no. 2, pages 29–41, 2001. [33](#)
- [Kim 02a] J. Kim, J. Fisher III, A. Yezzi Jr., M. Cetin & A. Willsky. *Nonparametric Methods for Image Segmentation Using Information Theory and Curve Evolution*. In International Conference on Image Processing, September 2002. [29](#), [31](#), [32](#)

-
- [Kim 02b] K.I. Kim, K.C. Jung, S.H. Park & H.J. Kim. *Support Vector Machines for Texture Classification*. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 24, no. 11, pages 1542–1550, 2002. [33](#)
- [Kim 07] S. C. Kim & T. J. Kang. *Texture classification and segmentation using wavelet packet frame and Gaussian mixture model*. Pattern Recognition, vol. 40, pages 1207–1221, 2007. [36](#)
- [Kischenassamy 96] S. Kischenassamy, A. Kumar, P. Olver, A. Tannenbaum & A. Yezzi. *Conform curvature flows : From phase transitions to active vision*. Archive for Rational Mechanics and Analysis, pages 275–301, 1996. [14](#), [24](#)
- [Koopman 36] P. O. Koopman. *On distributions admitting a sufficient statistic*. Transactions of the American Mathematical Society, vol. 39, pages 399–409, 1936. [44](#)
- [Kotropoulos 03] K. Kotropoulos & I. Pitas. *Segmentation of Ultrasonic Images using Support Vector Machines*. Pattern Recognition Letters, vol. 24, pages 715–727, 2003. [125](#), [129](#)
- [Lebossé 05] J. Lebossé, F. Lecellier, M. Revenu & E. Saloux. *Segmentation du contour de l'endocarde sur des séquences d'images d'échographie cardiaque*. In GRETSI, 2005. [125](#), [129](#), [138](#)
- [Leventon 00a] M. Leventon. *Statistical Models for Medical Image Analysis*. PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, 2000. [37](#), [38](#), [129](#)
- [Leventon 00b] M. Leventon, W. Eric, L. Grimson & O.D. Faugeras. *Statistical Shape Influence in Geodesic Active Contours*. In Computer Vision and Pattern Recognition, pages 1316–1323, 2000. [37](#)
- [Levienaise-Obadia 99] B. Levenaise-Obadia & A. H. Gee. *Adaptive Segmentation of Ultrasound Images*. Image and Vision Computing, vol. 17, pages 583–588, 1999. [125](#)
- [Liang 01] L. Liang, C. Liu, Y. Xu, B. Guo & H. Y. Shum. *Real-Time Texture Synthesis By Patch-Based Sampling*. Rapport technique, Microsoft Research, 2001. [35](#)
- [Liao 96] S. X. Liao & M. Pawlak. *On Image Analysis by Moments*. IEEE Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 18, pages 254–266, 1996. [100](#)
- [Lin 03] N. Lin, W. Yu & J. S. Duncan. *Combinative Multi-Scale Level Set Framework for Echocardiographic Image Segmentation*. Medical Image Analysis, vol. 7, pages 529–537, 2003. [125](#), [126](#)

-
- [Malassiotis 99] S. Malassiotis & M.G. Strintzis. *Tracking the left ventricle in echocardiographic images by learning heart dynamics*. IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 18, no. 3, pages 282–290, March 1999. [125](#), [128](#)
- [Malladi 95] R. Malladi, J.A. Sethian & B.C. Vemuri. *Shape Modeling with Front Propagation : A Level Set Approach*. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, pages 158–175, 1995. [13](#), [24](#), [25](#)
- [Mallat 98] S. G. Mallat. *A wavelet tour of signal processing*. Academic Press, 1998. [35](#), [73](#), [75](#), [76](#)
- [Mansouri 99] A.R. Mansouri & J. Konrad. *Motion segmentation with level sets*. In International Conference on Image Processing, Kobe, Japan, 1999. [15](#)
- [Martin 04] P. Martin, P. Réfrégier, F. Goudail & F. Guéroult. *Influence of the noise model on level set active contour segmentation*. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 26, pages 799–803, 2004. [15](#), [29](#), [31](#), [33](#), [54](#)
- [Martin 06] P. Martin, P. Réfrégier, F. Galland & F. Guéroult. *Nonparametric statistical snake based on the Minimum Stochastic Complexity*. IEEE Transactions on Image Processing, pages 2769–2770, 2006. [32](#)
- [Menet 90] S. Menet, P. Saint Marc, & G. Medioni. *B-snakes : Implementation and application to stereo*. Image Understanding Workshop, pages 720–726, 1990. [24](#)
- [Meyer 97] F. G. Meyer & R. R. Coifman. *Brushlets : a tool for directional image analysis and image compression*. Applied and Computational Harmonic Analysis, pages 147–187, 1997. [35](#)
- [Michailovich 07] O. Michailovich, Y. Rathi & A. Tannenbaum. *Image Segmentation Using Active Contours Driven by the Bhattacharyya Gradient Flow*. IEEE Transactions on Image Processing, pages 2787–2801, 2007. [32](#), [33](#)
- [Mikić 98] I. Mikić, S. Krucunski & J. Thomas. *Segmentation and tracking in echocardiographic sequences : active contours guided by optical flow estimates*. IEEE Transactions on medical imaging, vol. 17, pages 272–284, 1998. [125](#), [127](#)
- [Mishra 03] A. Mishra, P.K. Dutta & M.K. Ghosh. *A GA based approach for boundary detection of left ventricle with echocardiographic image sequences*. Image and Vision Computing, vol. 21, no. 11, pages 967–976, October 2003. [125](#), [128](#)

- [Montagnat 03] J. Montagnat, M. Sermesant, H. Delingette, G. Malandain & N. Ayache. *Anisotropic filtering for model-based segmentation of 4d cylindrical echocardiographic images*. Pattern Recognition Letters, vol. 24, pages 815–828, 2003. [125](#)
- [Mukundan 98] R. Mukundan & K. R. Ramakrishnan. Moments functions in image analysis, theory and applications. World Scientific, 1998. [100](#)
- [Mulet-Parada 98] M. Mulet-Parada & J. Noble. *2D+T acoustic boundary detection in echocardiography*. In Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention, pages 806–813, 1998. [125](#), [128](#)
- [Mumford 85] D. Mumford & J. Shah. *Boundary detection by minimizing functionals*. In IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, pages 22–26, 1985. [15](#)
- [Mumford 89] David Mumford & Jayant Shah. *Optimal approximations by piecewise smooth functions and associated variational problems*. Communications on Pure and Applied Mathematics, vol. 42, no. 5, pages 577–685, 1989. [17](#)
- [Muzzolini 93] R.E. Muzzolini, Y.H. Yang & R.A. Person. *A Multiresolution Texture Segmentation Approach with Application to Diagnostic Ultrasound Images*. IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 12, pages 108–123, 1993. [125](#), [126](#)
- [Noble 06] J. A. Noble & D. Boukerroui. *Ultrasound Image Segmentation : A survey*. IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 25, pages 987–1010, 2006. [125](#)
- [Oktay 08] A.B. Oktay & Y.S. Akgul. *A Novel Level Set Based Echocardiographic Contour Extraction Method with Prior Knowledge*. In British Machine Vision Conference, 2008. [125](#)
- [Osher 88] S. J. Osher & J. A. Sethian. *Fronts propagating with curvature dependent speed : Algorithms based on Hamilton-Jacobi formulations*. Journal of Computational Physics, vol. 79, pages 12–49, 1988. [24](#)
- [Paragios 99] N. Paragios & R. Deriche. *Geodesic active regions for motion estimation and tracking*. In International Conference on Computer Vision, 1999. [15](#), [22](#), [32](#)
- [Paragios 00] N. Paragios & R. Deriche. *Coupled Geodesic Active Regions for Image Segmentation : A Level Set Approach*. In European Conference in Computer Vision, 2000. [32](#)

-
- [Paragios 02] N. Paragios & R. Deriche. *Geodesic Active Regions and Level Set Methods for Supervised Texture Segmentation*. International Journal of Computer Vision, vol. 46, no. 3, page 223, 2002. [15](#), [32](#), [37](#), [38](#)
- [Paragios 05] N. Paragios, M.P. Jolly, M. Taron & R. Ramaraj. *Active Shape Models and Segmentation of the Left Ventricle in Echocardiography*. In ScaleSpace, pages 131–142, 2005. [125](#), [129](#)
- [Peyré 08] Gabriel Peyré. *Image Processing with Non-local Spectral Bases*. In SIAM Multiscale Modeling and Simulation, volume 7, pages 703–730, 2008. [35](#)
- [Prager 03] R.W. Prager, A.H. Gee, G.M. Treece & L.H. Berman. *Decompression and speckle detection for ultrasound images using the homodyned k -distribution*. Pattern Recognition Letters, vol. 24, no. 4-5, pages 705–713, February 2003. [124](#)
- [Precioso 05] F. Precioso, M. Barlaud, T. Blu & M. Unser. *Robust Real-Time Segmentation of Images and Videos Using a Smooth-Spline Snake-based algorithm*. IEEE Transactions on Image Processing, vol. 14, pages 910–924, 2005. [24](#)
- [Ratter 93] A. Ratter, O. Baujard, C.J. Taylor & T.F. Cootes. *A Distributed Approach to Image Interpretation Using Model-Based Spatial Reasoning*. In British Machine Vision Conference, 1993. [125](#), [128](#)
- [Riklin-Raviv 05] T. Riklin-Raviv, N. Kiryati & N.A. Sochen. *Prior-Based Segmentation by Projective Registration and Level Sets*. In International Conference of Computer Vision, pages 204–221, 2005. [37](#)
- [Ronfard 94] R. Ronfard. *Region-based strategies for active contour models*. International Journal of Computer Vision, vol. 13, no. 2, pages 229–251, 1994. [15](#)
- [Rousson 03] M. Rousson & R. Deriche. Geometric level set methods in imaging, vision and graphics, chapitre Dynamic Segmentation of Vector Valued Images. Springer, 2003. [31](#), [36](#)
- [Rousson 04] M. Rousson, C. Lenglet & R. Deriche. *Level Set and Region Based Surface Propagation for Diffusion Tensor MRI Segmentation*. In Computer Vision Approaches to Medical Image Analysis (CVAMIA) and Mathematical Methods in Biomedical Image Analysis (MMBIA) Workshop, 2004. [15](#), [29](#), [30](#)
- [Rousson 08] M. Rousson & N. Paragios. *Prior Knowledge, Level Set Representations and Visual Grouping*. International Journal of Computer Vision, vol. 76, pages 231–243, 2008. [37](#)

-
- [Sagiv 04] C. Sagiv, N. A. Sochen & Y. Y. Zeevi. *Integrated active contours for texture segmentation*. IEEE Transactions on image processing, vol. 1, pages 1–19, 2004. [36](#)
- [Samson 00] C. Samson, L. Blanc-Féraud, G. Aubert & J. Zerubia. *A level set model for image classification*. International Journal of Computer Vision, vol. 40, no. 3, pages 187–197, 2000. [15](#)
- [Sapiro 01] G. Sapiro. *Geometric partial differential equations and image analysis*. Cambridge University Press, 2001. [13](#)
- [Savelonas 08] M. A. Savelonas, D. K. Iakovidis & D. Maroulis. *LBP-guided Active Contours*. Pattern Recognition Letters, vol. in-press, pages in-press, 2008. [36](#)
- [Scott 92] David W. Scott. *Multivariate density estimation : Theory, practice, and visualization (wiley series in probability and statistics)*. Wiley-Interscience, 1992. [31](#)
- [Sethian 99] J.A. Sethian. *Level set methods and fast marching methods : Evolving interfaces in computational geometry, fluid mechanics, computer vision, and materials sciences*. Cambridge University Press, 1999. [24](#), [25](#)
- [Silverman 86] B. W. Silverman. *Density estimation for statistics and data analysis*. Chapman & Hall, 1986. [31](#)
- [Slabaugh 06] G. Slabaugh, G. Unal, T. Fang & M. Wels. *Ultrasound-Specific Segmentation via Decorrelation and Statistical Region-Based Active Contours*. In International Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, volume 1, pages 45–53, 2006. [32](#), [125](#)
- [Sokolowski 92] J. Sokolowski & J. P. Zolésio. *Introduction to shape optimization*, volume 16 of *Springer series in computational mathematics*. Springer-Verlag, 1992. [19](#), [20](#), [32](#)
- [Staib 92] L. H. Staib & J. S. Duncan. *Boundary finding with parametrically deformable models*. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 14, pages 1061–1075, 1992. [37](#), [38](#)
- [Starck 04] J. L. Starck, M. Elad & D. L. Donoho. *Redundant multiscale transforms and their application for morphological component analysis*. AIEP, page 132, 2004. [35](#)
- [Stegmann 00] M. B. Stegmann. *Active Appearance Models*. PhD thesis, Technical University of Denmark, 2000. [125](#), [129](#)
- [Sterken 92] C. Sterken & J. Manfroid. *Astronomical photometry*. Springer, 1992. [43](#)

-
- [Stetten 01] G. D. Stetten & R. Drezek. *Active Fourier Contour applied to real time 3D ultrasound of the heart*. International Journal of Image and Graphics, vol. 1, pages 647–658, 2001. [125](#), [129](#)
- [Szilagyi 07] S.M. Szilagyi, L. Szilagyi & Z. Benyo. *Echocardiographic Image Sequence Compression Based on Spatial Active Appearance Model*. In Iberoamerican Congress on Pattern Recognition, pages 841–850, 2007. [125](#), [129](#)
- [Tao 06] Z. Tao, H.D. Tagare & J.D. Beaty. *Evaluation of Four Probability Distribution Models for Speckle in Clinical Cardiac Ultrasound Images*. IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 25, no. 11, pages 1483–1491, November 2006. [124](#)
- [Taron 07] M. Taron, N. Paragios & M.P. Jolly. *From Uncertainties to Statistical Model Building and Segmentation of the Left Ventricle*. In Mathematical Methods in Biomedical Image Analysis, pages 1–8, 2007. [125](#), [129](#)
- [Taron 09] M. Taron, N. Paragios & M.P. Jolly. *Registration with Uncertainties and Statistical Modeling of Shapes with Variable Metric Kernels*. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 31, pages 99–113, 2009. [125](#), [129](#)
- [Taxt 90] T. Taxt, A. Lundervold & B. Angelsen. *Noise reduction and segmentation in time-varying ultrasound images*. In International Conference on Pattern Recognition, pages I : 591–596, 1990. [124](#)
- [Tay 06] P.C. Tay, S.T. Acton & J. Hossack. *Ultrasound Despeckling Using an Adaptive Window Stochastic Approach*. In International Conference on Image Processing, pages 2549–2552, 2006. [124](#)
- [Teague 80] M. R. Teague. *Image analysis via the general theory of moments*. Journal of the Optical Society of America, vol. 70, pages 920–930, 1980. [101](#)
- [The 88] C. H. The & R. T. Chin. *On image analysis by the methods of moments*. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 10, pages 496–513, 1988. [100](#), [101](#)
- [Thijssen 04] J. M. Thijssen. *Ultrasonic Speckle Formation, Analysis and Processing Applied to Tissue Characterization*. Pattern Recognition Letters, vol. 24, pages 659–675, 2004. [124](#)
- [Tilmant 04] C. Tilmant. *Estimation d’Indices de Contractilité Myocardique par Analyse d’Images Echocardiographiques*. PhD thesis, Université de Clermont-Ferrand, 2004. [36](#), [125](#), [127](#), [128](#)

- [Tsai 03] A. Tsai, A. Yezzi & W. Wells. *A Shape-Based Approach to the Segmentation of Medical Imagery Using Level Sets*. IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 22, pages 137–154, 2003. 15, 37, 38
- [Unser 95] M. Unser. *Texture classification and segmentation using wavelet frames*. IEEE Transactions on Image Processing, pages 1549–1560, 1995. 35, 36, 73
- [Vese 02] L. Vese & T. Chan. *A Multiphase Level Set Framework for Image Segmentation Using the Mumford and Shah Model*. International Journal of Computer Vision, vol. 50, no. 1, pages 271–293, 2002. 15, 25, 26
- [Wagner 83] R. F. Wagner & all. *Statistics of Speckle in Ultrasound B-Scans*. IEEE Transactions on Sonics and Ultrasonics, vol. 30, pages 156–163, 1983. 123
- [Wickerhauser 94] W. V. Wickerhauser. *Adapted wavelet analysis from theory to software*. New York, IEEE Press, Wellesley, 1994. 76
- [Winkler 95] G. Winkler. *Image analysis, random fields and dynamic monte carlo methods a mathematical introduction*. Springer-Verlag, 1995. 17, 18
- [Wolf 06] L. Wolf, X. Huang, I. Martin & D. Metaxas. *Patch-based texture edges and segmentation*. In European Conference of Computer Vision, 2006. 35
- [Wu 00] Y. N. Wu, S. C. Zhu & X. Liu. *Equivalence of Julesz Ensembles and FRAME Models*. International Journal of Computer Vision, vol. 38, pages 247–265, 2000. 35
- [Xie 05] J. Xie, Y. Jiang & H. T. Tsui. *Segmentation of Kidney from Ultrasound Images Based on Texture and Shape Priors*. IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 24, pages 45–57, 2005. 36, 125, 129
- [Yale 99] University Yale. *Atlas of Echocardiography*. http://info.med.yale.edu/intmed/cardio/echo_atlas/contents/index.html, 1999. 120
- [Yezzi 99] A. Yezzi, A. Tsai & A. Willsky. *A statistical approach to snakes for bimodal and trimodal imagery*. In International Conference on Image Processing, Kobe Japan, 1999. 29
- [Ying 07] L. Ying & L. Demanet. *Wave atoms and sparsity of oscillatory patterns*. Applied and Computational Harmonic Analysis, pages 368–387, 2007. 35, 73, 74, 75, 76, 144

-
- [Yu 04] Y. Yu & S. T. Aston. *Edge detection in ultrasound imagery using the instantaneous coefficient of variation*. IEEE Transactions on Image Processing, vol. 13, pages 1640–1655, 2004. [125](#)
- [Zhang 03] T. Zhang & D. Freedman. *Tracking objects using density matching and shape priors*. In International Conference of Computer Vision, pages 1056–1062, 2003. [37](#), [38](#)
- [Zhu 95] S. Zhu, T.S. Lee & A. Yuille. *Region competition : unifying snakes, region growing, and Bayes MDL for multiband image segmentation*. In International Conference on Computer Vision, pages 416–423, 1995. [15](#), [29](#), [30](#), [32](#), [44](#), [54](#)
- [Zhu 96] S. Zhu & A. Yuille. *Region competition : unifying snakes, region growing, and Bayes MDL for multiband image segmentation*. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 18, pages 884–900, September 1996. [15](#), [17](#), [19](#), [22](#), [29](#), [30](#), [32](#), [47](#)

Liste des publications

Liste des publications

Chapitre de livre :

- S. Jehan-Besson, F. Lecellier, J. Fadili, G. Née, G. Aubert, "Medical image segmentation and tracking through the maximisation or the minimisation of divergence between pdfs", Biomedical diagnostics and clinical technologies : Applying high performance cluster and Grid Computing , 2009, à paraître.

Revue internationale avec comité de lecture :

- F. Lecellier, J. Fadili, S. Jehan-Besson, G. Aubert, M. Revenu, E. Saloux, "Region-based active contours with exponential family observations", Journal of Mathematical Imaging and Vision, 2009, accepté avec révisions mineures.

Communications internationales avec actes et comité de lecture :

- F. Lecellier, S. Jehan-Besson, J. Fadili, G. Aubert, M. Revenu, "*Optimization of Divergences within the Exponential Family for Image Segmentation*", International Conference on Scale Space Methods and Variational Methods in Computer Vision, Voss, Norvège, 2009.
- F. Lecellier, J. Fadili, S. Jehan-Besson, M. Revenu, G. Aubert, "*Region-based active contours and sparse representations for texture segmentation*", International Conference on Pattern Recognition, Tampa, USA, 2008.
- F. Lecellier, S. Jehan-Besson , M.J. Fadili , G. Aubert, M. Revenu , "*Statistical region-based active contours with exponential family observations*", International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, Vol. 2, pp. 113-116, Toulouse, France, 2006.
- F. Lecellier, S. Jehan-Besson , M.J. Fadili , G. Aubert, M. Revenu , E. Saloux, "*Region-based active contours with noise and shape priors*", International Conference on Image Processing, pp. 1649-1652, Atlanta, USA, 2006.

Communications nationales avec actes et comité de lecture :

- F. Lecellier, "*Les contours actifs basés région pour la segmentation d'images : Application à la segmentation du contour de l'endocarde sur des images d'échographie cardiaque*", MajecSTIC 2005, Rennes, 2005.
- J. Lebossé, F. Lecellier, M. Revenu, E. Saloux, "*Segmentation du contour de l'endocarde sur des séquences d'images d'échographie cardiaque*", GRETSI 2005, pp. 537-540, Louvain-la-Neuve, Belgique, 2005.

Exposé nationaux sans actes ou sans comité de lecture :

- F. Lecellier, S. Jehan-Besson, M.J. Fadili, G. Aubert, M. Revenu, E. Saloux, "*Les contours actifs basés région avec a priori de bruit et de forme.*", Journées de Recherche en Imagerie et Technologies de la Santé, Lille, 2009.
- F. Lecellier "*La segmentation du myocarde en échographie cardiaque par contours actifs basés région.*", Journée de l'école doctorale SIMEM, France, 2008.
- F. Lecellier, S. Jehan-Besson, M.J. Fadili, G. Aubert, M. Revenu, E. Saloux, "*La segmentation du myocarde en échographie cardiaque par contours actifs basés région.*", Journée GDR STIC-Santé, France, 2007.
- F. Lecellier, S. Jehan-Besson, M.J. Fadili, G. Aubert, M. Revenu, E. Saloux, "*Les contours actifs basés région avec a priori de bruit et de forme*", Journées d'étude GDR-ISIS : La reconnaissance de formes, France, 2006.

Rapports de Recherche :

- F. Lecellier, J. Fadili, S. Jehan-Besson, G. Aubert, M. Revenu, E. Saloux, "Region-based active contours with exponential family observations", Les Cahiers du GREYC, 2007.

Résumé

L'objectif de ce travail est la conception et l'implémentation d'une méthode de segmentation générique d'images médicales qui puisse s'adapter à l'évolution des modalités et des besoins exprimés par les médecins. Partant ainsi du constat que la segmentation d'images médicales nécessite l'introduction de connaissances, nous avons opté pour une méthode pouvant combiner avantageusement les informations de bruit, de texture et de forme : les contours actifs basés région. Cette méthode consiste à déformer une courbe vers l'objet à segmenter. Ces déformations sont déduites de la dérivation d'une fonctionnelle à optimiser. Notre contribution principale se situe au niveau de l'obtention de critères généraux permettant les ajouts d'informations a priori. Concernant le modèle de bruit, le critère consiste à considérer une fonction générale d'une loi paramétrique appartenant à la famille exponentielle. Nous avons mis en évidence que l'estimation des paramètres de la loi intervient de façon primordiale dans le calcul de l'équation d'évolution du contour. Pour le modèle de texture, l'absence de représentation discriminant de manière générale les textures, nous a conduit à utiliser une approche non paramétrique reposant sur les représentations parcimonieuses. Enfin l'a priori de forme utilise un critère basé sur les moments de Legendre. Les différents a priori sont ensuite reliés par le biais d'un algorithme de minimisation alternée ce qui permet de pondérer efficacement les termes d'attache aux données photométriques et l'a priori géométrique. Les trois approches ont été testées et validées séparément puis de manière combinée sur des images synthétiques et réelles.

REGION BASED ACTIVE CONTOURS WITH NOISE, TEXTURE AND SHAPE PRIORS :
APPLICATION TO ECHOCARDIOGRAPHY.

Abstract

The objective of this work is the design and the implementation of a generic method for medical images segmentation which can adapt to the constant evolution of acquisition techniques and medical experts requirements. Segmentation of medical images then requires prior knowledges, on the contaminating noise, on texture or/and shape of the objects to be segmented. Towards this end, we adopt a method able to combine elegantly all these prior information, namely : region based active contours. This method consists in deforming an initial contour toward the boundaries of the desired object. The deformation of the curve is deduced from the shape derivative of a functional to optimized. Our main contribution lies in the achievement of general criteria that allow the addition of prior information. Regarding the noise model, the criterion consists in the optimization of a general function of a pdf belonging to the parametric exponential family. We shed the light on the influence of the estimation method in the evolution speed. For the texture model, the lack of general representation capable of discriminating all kinds of texture leads us to adopt a non parametric approach based on sparse representations. Finally, the shape prior uses a criterion based on Legendre moments. The different priors are then merged into a single functional which is then minimized using an alternating relaxation scheme. The three approaches have been tested and validated separately and together on both synthetic, real images and echocardiographic data.

Mots-clés : Traitement d'images - Techniques numériques, Méthodes d'ensembles de niveaux, Familles exponentielles, Ondelettes, Echocardiographie, Représentations parcimonieuses, A priori de forme.

Keywords : Image processing - Digital techniques, Level set methods, Exponential families, Wavelets, Echocardiography, Sparse representation, Shape prior.

Doctorat de l'Université de Caen, spécialité : Informatique et Applications

THÈSE PRÉPARÉE ET SOUTENUE AU LABORATOIRE GREYC UMR CNRS 6072

6 BOULEVARD DU MARÉCHAL JUIN, 14050 CAEN CEDEX