



**HAL**  
open science

# Préparation de l'expérience GRANIT et recherche de nouvelles interactions avec les neutrons.

Guillaume Pignol

► **To cite this version:**

Guillaume Pignol. Préparation de l'expérience GRANIT et recherche de nouvelles interactions avec les neutrons.. Physique des Hautes Energies - Expérience [hep-ex]. Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 2009. Français. NNT: . tel-00420364

**HAL Id: tel-00420364**

**<https://theses.hal.science/tel-00420364v1>**

Submitted on 28 Sep 2009

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Université Joseph Fourier - Grenoble 1

# THÈSE

spécialité

## Physique des Particules

présentée par

**Guillaume Pignol**

pour obtenir le titre de

**DOCTEUR**

# Préparation de l'expérience GRANIT et recherche de nouvelles interactions avec les neutrons

## JURY

Stefan Baeßler	University of Virginia	Examineur
Dirk Dubbers	Universität Heidelberg	Rapporteur
Michael Klasen	LPSC - Grenoble, Université Grenoble 1	Président du jury
Oscar Naviliat-Cuncic	LPC - Caen	Rapporteur
Valery Nesvizhevsky	ILL - Grenoble	Directeur de thèse
Konstantin Protassov	LPSC - Grenoble, Université Grenoble 1	Directeur de thèse
Piet Van Isacker	GANIL - Caen	Examineur

Thèse préparée au Laboratoire de Physique Subatomique et de Cosmologie de Grenoble  
soutenue le 18 Juin 2009



## Remerciements

J'adresse mes remerciements au début de ce document comme le veut l'usage, sachez que je les écrit en dernier, comme point final.

Mes premiers remerciements vont à mes directeurs de thèse Valery Nesvizhevsky et Konstantin Protasov qui ont guidé mes premiers pas dans la physique des neutrons ultrafroids. Merci pour les connaissances transmises et pour la liberté qu'ils m'ont accordée. Je remercie les membres de mon jury pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail, en particulier Michael Klasen avec qui j'ai eu le plaisir de collaborer quand j'étais jeune.

Je dois ensuite remercier tous les membres du groupe UCN du laboratoire : Dominique Rebreyend, Gilles Quemener et Stéphanie Roccia. Ils m'ont autorisé à triturer avec eux le sectromètre du moment dipolaire électrique du neutron.

Je remercie mes parents pour m'avoir guidé jusque là, merci à Viviane pour sa patience et son soutien. Enfin, je remercie tout ceux qui, d'une manière ou d'une autre, ont contribué à l'ambiance de travail remarquable, tant au LPSC qu'à l'ILL. Un grand merci à tous mes amis thésards, en particulier Julien Morel, Antje Putze et Vincent Drach.

---

## Résumé

Les états quantiques du neutron dans le champ de pesanteur offrent une situation unique où on mesure un phénomène quantique associé à la gravitation. Les neutrons qui rebondissent sous l'effet de la pesanteur au-dessus d'un miroir parfait voient leur énergie restreinte à prendre des valeurs discrètes. Le projet GRANIT vise à mesurer précisément les niveaux d'énergie. Une méthode originale de mesure de l'énergie de transition entre deux états quantiques est proposée, ce sera la première phase du projet GRANIT. Sa faisabilité est démontrée et les paramètres du dispositif sont optimisés. La sensibilité de GRANIT à une hypothétique interaction supplémentaire entre le neutron et le miroir est analysée. Le potentiel de découverte est comparé à celui d'autres expériences utilisant des neutrons. Notamment, l'utilisation d'un spectromètre dédié à la mesure du moment dipolaire électrique du neutron pour rechercher une nouvelle interaction dépendant du spin sera discutée.

## Abstract

Quantum states of neutrons in the gravity field allow to measure a quantum phenomenon associated to gravity. Neutrons bouncing above a perfect mirror have their energy restricted to discrete values. The GRANIT project aims to measure the energy levels with increased precision. An original method to measure the transition energy between two quantum states is proposed, constituting the first phase of the GRANIT project. The parameters of this future experiment are optimized. The sensitivity of the GRANIT spectrometer to a new hypothetical interaction between a neutron and the mirror is analyzed. The discovery potential is compared to that of other experiments using neutrons. In particular, the possibility to use a neutron electric dipole moment spectrometer to search for new spin-dependent interaction is considered.

# Table des matières

Introduction . . . . .	1
<b>1 Le neutron</b>	<b>3</b>
1.1 Le spectre énergétique des neutrons, de chauds à ultrafroids . . . . .	3
1.2 La production des neutrons froids et ultrafroids . . . . .	6
1.2.1 La source PF2 de l'ILL . . . . .	6
1.2.2 Les autres sources de neutrons ultrafroids . . . . .	8
1.3 Les neutrons et les quatre interactions fondamentales . . . . .	10
1.3.1 L'interaction gravitationnelle . . . . .	10
1.3.2 L'interaction faible . . . . .	11
1.3.3 L'interaction avec un champ magnétique . . . . .	12
1.3.4 L'interaction avec un champ électrique . . . . .	12
1.3.5 L'interaction forte . . . . .	15
Bibliographie . . . . .	22
<b>I Vers l'expérience GRANIT</b>	<b>25</b>
<b>2 Les états quantiques du neutron dans le champ de pesanteur</b>	<b>27</b>
2.1 Le phénomène quantique . . . . .	28
2.2 Les expériences pionnières à l'ILL . . . . .	33
2.2.1 La découverte de l'état fondamental : mesure <i>intégrale</i> . . . . .	34
2.2.2 La mesure <i>différentielle</i> . . . . .	37
2.3 Une analyse de la dernière mesure différentielle . . . . .	40
2.4 La chute libre des états quantiques . . . . .	45
<b>3 Les transitions résonantes entre états quantiques</b>	<b>51</b>
3.1 Les transitions résonantes entre états quantiques . . . . .	52
3.2 Comment induire les transitions . . . . .	57
3.2.1 Les transitions induites par vibration du miroir . . . . .	57
3.2.2 Les transitions induites par gradient de champ magnétique . . . . .	58
3.3 La mesure des transitions en flux continu de neutrons . . . . .	60
3.3.1 Le principe général . . . . .	60

3.3.2	La préparation et la sélection des états quantiques . . . . .	62
3.3.3	L'excitation magnétique spatialement périodique . . . . .	65
3.3.4	La mesure de la vitesse de résonance par chute libre . . . . .	70
<b>4</b>	<b>Effets systématiques limitant la durée de vie des états quantiques de pesan-</b>	
	<b>teur</b>	<b>75</b>
4.1	La verticalité du miroir-mur . . . . .	76
4.2	La perte des neutrons dans les chanfreins . . . . .	80
4.3	L'effet de la rotation de la Terre . . . . .	83
4.4	La sensibilité au bruit sismique . . . . .	84
4.5	La sensibilité à l'ondulation du miroir . . . . .	86
<b>5</b>	<b>Possibles applications des états quantiques du neutron dans le champ de</b>	
	<b>pesanteur</b>	<b>89</b>
5.1	Le principe d'équivalence . . . . .	90
5.2	La mécanique quantique non commutative . . . . .	92
5.3	Un terme non linéaire dans l'équation de Schrödinger . . . . .	94
5.4	La charge électrique du neutron . . . . .	95
5.5	La durée de vie radiative par émission de gravitons . . . . .	95
5.6	Possibles effets cosmiques . . . . .	97
	<b>Bibliographie</b>	<b>101</b>
<b>II</b>	<b>Contraintes sur une cinquième interaction avec les neutrons</b>	<b>103</b>
<b>6</b>	<b>Les interactions supplémentaires indépendantes du spin</b>	<b>105</b>
6.1	Une cinquième force . . . . .	105
6.2	Contraintes à partir des longueurs de diffusion neutroniques . . . . .	109
6.2.1	L'interaction d'un neutron lent avec un noyau . . . . .	109
6.2.2	Le modèle du potentiel aléatoire . . . . .	111
6.2.3	La comparaison de la diffusion vers l'avant et vers l'arrière . . . . .	112
6.2.4	Les effets électromagnétiques . . . . .	114
6.2.5	Perspectives . . . . .	116
6.3	Les contraintes déduites des états quantiques de pesanteur du neutron . . . . .	118
<b>7</b>	<b>Contraintes sur une interaction monopôle-dipôle de portée sub-millimétrique</b>	<b>127</b>
7.1	Une interaction monopôle-dipôle . . . . .	128
7.1.1	Les interactions monopôles-dipôles véhiculées par des bosons . . . . .	128
7.1.2	Les contraintes existantes sur l'interaction scalaire-pseudoscalaire . . . . .	130
7.2	Les contraintes déduites des états quantiques de pesanteur du neutron . . . . .	132
7.2.1	La contrainte actuelle . . . . .	132

7.2.2	La sensibilité d'une mesure intégrale polarisée . . . . .	133
7.2.3	La sensibilité d'une mesure spectrale . . . . .	134
7.3	Des contraintes à courte portée avec le spectromètre RAL-Sussex . . . . .	135
7.3.1	La mesure de la dynamique de spin . . . . .	136
7.3.2	Contrainte obtenue à partir de la mesure du temps de dépolarisation longitudinal $T_1$ . . . . .	137
7.3.3	Contrainte obtenue à partir de la fréquence de Larmor . . . . .	142
<b>8</b>	<b>Contrainte sur une interaction monopôle-dipôle de longue portée</b>	<b>149</b>
8.1	La gravité dépendante du spin . . . . .	149
8.2	La recherche d'une modulation journalière avec le spectromètre RAL-Sussex	154
	<b>Bibliographie</b>	<b>161</b>
<b>III</b>	<b>Collision des neutrons sur des nanoparticules</b>	<b>165</b>
<b>9</b>	<b>Un nouveau réflecteur de neutrons froids</b>	<b>167</b>
9.1	Le modèle des nanoparticules indépendantes . . . . .	169
9.2	Le réflecteur à nanoparticules de diamant, cas idéal . . . . .	174
9.3	Mesure de la diffusion de neutrons sur des nanoparticules de diamant . . . . .	177
9.4	Application à un réflecteur de neutrons de 8.9 Å . . . . .	180
	<b>Bibliographie</b>	<b>186</b>
	Conclusion . . . . .	188
<b>A</b>	<b>Calcul des éléments matriciels de <math>\hat{z}^q</math> et <math>\hat{p}^q</math> dans le puits de potentiel gravitationnel</b>	<b>191</b>
A.1	Remarques préliminaires . . . . .	191
A.2	Éléments de matrices $\langle n   \hat{z}^q   m \rangle$ . . . . .	192
A.3	Éléments de matrices $\langle n   \hat{p}^q   m \rangle$ . . . . .	194



# Introduction

Ce document gravite autour de la physique des états quantiques du neutron dans le champ de pesanteur. Cependant, il comporte deux parties bien distinctes. La première partie est consacrée à la préparation de l'expérience GRANIT, tandis que la deuxième partie traite de la recherche de nouvelles interactions avec les neutrons.

Les états quantiques du neutron dans le champ de pesanteur offrent une situation unique où on mesure un phénomène quantique associé à la gravitation. Les neutrons qui rebondissent sous l'effet de la pesanteur, au-dessus d'un miroir parfait, voient leur énergie restreinte à prendre des valeurs discrètes : à chaque niveau d'énergie est associé un *état quantique*.

Le chapitre 2 présente de manière générale ce phénomène et les expériences pionnières à l'Institut Laue Langevin qui ont permis de le mettre en évidence pour la première fois en 1999. À ce sujet, une nouvelle analyse d'une "photographie" des états quantiques est présentée.

Un effort expérimental particulier, le projet GRANIT, a été initié en 2005. Il s'agit de mesurer avec une précision accrue le spectre en énergie des premiers états quantiques. Dans le chapitre 3, nous proposons une méthode originale de mesure de l'énergie de transition entre deux états quantiques. Cette mesure, dite à *flux continu de neutrons*, constituera la première phase du projet GRANIT. Ce travail a fait l'objet d'une publication [32]. La faisabilité de la première étape a été démontrée et les paramètres du dispositif ont été optimisés.

Dans la deuxième phase de GRANIT, les neutrons seront confinés dans un piège horizontal pour augmenter la durée d'observation des états quantiques et par suite la précision de la mesure du spectre. La méthode de mesure dans cette deuxième phase n'est pas complètement définie à ce jour. Le temps de stockage des états quantiques dans le piège est un paramètre crucial. Dans le chapitre 4, les principaux effets limitant la durée de vie des états quantiques piégés sont étudiés. Ce travail [33] doit être considéré comme une première étape vers la définition de la deuxième phase du projet GRANIT.

La spécificité de la quantification de l'énergie par la gravitation justifie à elle seule l'effort expérimental. En outre, plusieurs pistes générales sont envisagées dans le chapitre 5 pour lier cette thématique à certaines questions de physique fondamentale. On présentera également dans ce chapitre une estimation de la durée de vie intrinsèque des états quantiques [39].

Une piste importante méritait d'être analysée en détails. Il s'agit de la recherche d'in-

teractions supplémentaires de courte portée. Dans le spectromètre GRANIT, les neutrons rebondissent à une hauteur de quelques microns au dessus d'un miroir, et l'énergie associée à ce phénomène est très faible, de l'ordre de  $10^{-12}$  eV. Ces paramètres suggèrent que les états quantiques du neutron dans le champ de pesanteur pourraient être sensibles à une faible perturbation générée par une éventuelle nouvelle interaction de portée micrométrique. Cette considération générale constitue le point de départ de la deuxième partie de ce document. La sensibilité de GRANIT aux forces supplémentaires de courte portée sera placée dans le contexte des contraintes existantes et d'autres expériences utilisant des neutrons seront considérées.

Dans le chapitre 6, on s'intéressera aux interactions supplémentaires indépendantes du spin, par exemple une modification de la loi de Newton à courte portée. Les premières analyses, publiées dès 2004, avaient déjà conclu que d'autres expériences mesurant les forces entre objets macroscopiques ont une meilleure sensibilité aux forces supplémentaires de portée micrométrique. Une question demeurerait cependant en suspens : aux distances plus courtes que le micromètre, les expériences avec les objets macroscopiques voient leur sensibilité chuter. Dans ce domaine, des expériences avec les neutrons devraient être plus sensibles. On détaillera dans le chapitre 6 une analyse [46] qui montre que, en effet, les expériences de diffusion de neutrons placent la meilleure contrainte sur les interactions supplémentaires de portée entre 1 pm et 10 nm.

Ensuite, dans le chapitre 7, on s'intéressera aux interactions supplémentaires dépendantes du spin. Une première contrainte sur ces forces, dites *monopôle-dipôle* avait été extraite de la mesure pionnière des états quantiques. Nous verrons comment utiliser le spectromètre GRANIT pour améliorer la sensibilité [62]. La limite placée par la mesure des états quantiques a été considérée comme la meilleure pendant quelques années, pour la raison suivante : les autres expériences sensibles à des effets exotiques sur le spin du neutron n'avaient pas été analysées dans ce contexte. On montrera que d'anciennes données mesurées avec le spectromètre RAL-Sussex, dédié à la mesure du moment dipolaire électrique du neutron, placent en fait la meilleure contrainte sur une interaction monopôle-dipôle de portée comprise entre 1  $\mu$ m et 1 cm.

L'idée d'utiliser le spectromètre RAL-Sussex pour chercher des interactions exotiques dépendant du spin a finalement débouché sur une mesure [72] pendant le cycle 150 de l'ILL. Il s'agissait cette fois de chercher des interactions dépendant du spin de longue portée : de portée astronomique, ou même cosmologique. L'analyse de cette mesure fait l'objet du chapitre 8.

Enfin, dans une troisième partie, on abordera un sujet différent relatif aux techniques neutroniques. Il s'agit de l'interaction des neutrons avec des nanoparticules. On analysera une application possible : un réflecteur de neutrons froids. Avant de traiter ces sujets en détails, le premier chapitre introduit les éléments généraux essentiels relatifs à la physique des neutrons.

# 1

## Le neutron

Dès sa découverte en 1932 dans la radiation du Béryllium par J. Chadwick [1], le neutron a fait l'objet d'études théoriques et expérimentales zélées. En effet, cette découverte initia la compréhension moderne de la structure du noyau atomique. Par ailleurs, on comprit vite que c'est le comportement du gaz de neutrons dans un combustible nucléaire qui détermine le mécanisme de la fission en chaîne, à la base des réacteurs nucléaires et des bombes atomiques. En 1942, dix ans seulement après la découverte du neutron, la première pile atomique diverge à Chicago sous la direction de E. Fermi. Aujourd'hui, le neutron est très largement utilisé comme une sonde de la matière complémentaire aux rayons X, et plus marginalement comme un objet d'étude en physique fondamentale [2, 3, 4]. Commençons par expliciter le spectre d'énergie utile des neutrons, qui s'étend sur plus de 18 ordres de grandeur, de quelques méga eV jusqu'au pico eV.

### 1.1 Le spectre énergétique des neutrons, de chauds à ultrafroids

Les neutrons sont stables seulement à l'intérieur des noyaux : on doit les extraire soit par fission, soit par spallation pour les obtenir à l'état libre. Ils se désintègrent sous l'effet de l'interaction faible, avec une durée de vie d'environ 15 minutes. Ainsi, on produit les neutrons avec une énergie cinétique de l'ordre de l'énergie nucléaire ; on appelle *neutrons rapides* les neutrons d'énergie supérieure à 500 keV. Les neutrons produits dans la fission de l'uranium ont une énergie moyenne de 2 MeV. Dans un réacteur, les neutrons sont très rapidement ralentis par collisions sur les noyaux du matériau modérateur, pour se thermaliser à l'énergie typique correspondant à la température de 300 K, soit 25 meV.

On appelle *neutrons épithermiques* les neutrons d'énergie  $25 \text{ meV} < E < 500 \text{ keV}$ , et *neutrons thermiques* les neutrons d'énergie  $E < 25 \text{ meV}$ . Cette étape de modération est cruciale dans un réacteur nucléaire puisque les neutrons rapides n'induisent pas appréciablement de nouvelle fission de l'uranium. Pour maintenir la réaction en chaîne, les neutrons doivent être ralentis dans la zone de résonance de l'uranium, autour de  $1 \text{ eV}$  (on appelle parfois *neutrons lents* les neutrons d'énergie inférieure à  $1 \text{ eV}$ ).

Si les neutrons rapides se comportent essentiellement comme des particules, la dualité onde-corpuscule devient essentielle pour décrire les neutrons lents. En effet, la longueur d'onde de De Broglie

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2mE}} = 0.0286 \text{ nm} \times \sqrt{\frac{1 \text{ eV}}{E}} \quad (1.1)$$

(la masse du neutron sera toujours désignée par  $m$ , et la constante de Planck réduite par  $\hbar$ ) devient plus grande que la distance typique entre les noyaux,  $\lambda > 0.1 \text{ nm}$  pour une énergie  $E < 80 \text{ meV}$ . Pour des longueurs d'onde encore plus grandes, les effets ondulatoires cohérents deviennent prépondérants pour l'interaction des neutrons avec la matière compacte. Les neutrons ne collisionnent plus sur les noyaux individuellement, mais interagissent dans un matériau solide comme la lumière ordinaire dans un milieu optique, on parle de *neutrons optiques* (même si les effets de diffusion incohérente et d'absorption sont souvent importants). Il est fortuit et remarquable que la frontière, certes floue, entre les comportements corpusculaire et optique correspond à l'énergie thermique usuelle. Nous verrons plus précisément qu'un matériau est caractérisé par un potentiel effectif uniforme appelé *potentiel de Fermi*, qui, pour la plupart des matériaux, est positif, c'est-à-dire répulsif. Les potentiels de Fermi typiques sont extrêmement faibles par rapport à l'énergie thermique : il est de  $250 \text{ neV}$  pour le Béryllium par exemple.

Fermi fut le premier à réaliser qu'on devrait observer des phénomènes analogues aux phénomènes optiques pour les neutrons. En particulier, un faisceau de neutrons incident sur la surface d'un matériau devrait subir une réflexion et une réfraction. Un neutron doit être totalement réfléchi par un matériau de potentiel de Fermi  $V$  lorsque son énergie  $E$  et son angle d'incidence  $\pi/2 - \theta$  vérifient

$$E \sin^2(\theta) < V. \quad (1.2)$$

En 1946, Fermi et Zinn ont mis en évidence ce phénomène expérimentalement [5]. C'est cet effet qui rend possible la fabrication de guides de neutrons, qui sont essentiels pour extraire un faisceau de neutrons intense du cœur d'un réacteur.

En 1959, Zeldovich [6] propose d'aller plus loin. En ralentissant suffisamment les neutrons, jusqu'à  $E < V$ , la réflexion totale doit se produire pour tous les angles d'incidence possibles. Il deviendrait alors envisageable de stocker les neutrons dans une boîte. Zeldovich estime que la durée de vie des neutrons dans la boîte est essentiellement limitée par la durée de vie  $\beta$  du neutron, soit 15 minutes. On parlera de *neutrons ultrafroids*, ou

## 1.1 Le spectre énergétique des neutrons, de chauds à ultrafroids

nomenclature	énergie	vitesse [m/s]	longueur d'onde [nm]
rapide	$E > 500 \text{ keV}$	$v > 10^7$	$\lambda < 4 \times 10^{-5}$
lent	$E < 1 \text{ eV}$	$v < 1.4 \times 10^4$	$0.03 < \lambda$
épithermique	$25 \text{ meV} < E < 500 \text{ keV}$	$2200 < v < 10^7$	$4 \times 10^{-5} < \lambda < 0.18$
thermique	$E \approx 25 \text{ meV}$	$v \approx 2200$	$\lambda \approx 0.18$
froid	$0.05 \text{ meV} < E < 25 \text{ meV}$	$100 < v < 2200$	$0.18 < \lambda < 4$
très froid	$250 \text{ neV} < E < 0.05 \text{ meV}$	$7 < v < 100$	$4 < \lambda < 57$
ultrafroid	$E < 250 \text{ neV}$	$v < 7$	$57 < \lambda$

TAB. 1.1: Spectre en énergie des neutrons.

UCN pour *ultracold neutrons*, pour désigner les neutrons suffisamment lents pour être totalement réfléchis par un miroir de Béryllium à tous les angles d'incidence. La vitesse correspondant au potentiel de Fermi, aussi appelée *vitesse limite* du matériau

$$v_{\text{lim}} = \sqrt{\frac{2V}{m}} = 0.437 \text{ m/s} \times \sqrt{\frac{V}{1 \text{ neV}}} \quad (1.3)$$

est typiquement de 6.9 m/s pour le Béryllium. Ces neutrons sont dits ultrafroids à cause de la température typique associée au potentiel de Fermi  $T = \frac{V}{k_B} = 3 \text{ mK}$ . Notons pourtant que les neutrons ultrafroids stockés dans une boîte à température ambiante ne se thermalisent pas avec la boîte, pas plus que les ondes radio ne se thermalisent en se réfléchissant sur une grille.

Il n'est pas aisé de produire des neutrons ultrafroids. En effet, on peut difficilement ralentir des neutrons optiques, puisqu'ils traversent en général les matériaux sans échanger d'énergie. On peut néanmoins espérer trouver des neutrons ultrafroids dans la queue de la distribution de vitesse  $n(v)$  d'un spectre thermique à  $T = 300 \text{ K}$ , bien que leur proportion  $\eta$  soit infime :

$$\eta = \frac{\int_0^{v_{\text{lim}}} n(v) dv}{\int_0^{+\infty} n(v) dv} = \frac{1}{8} \left( \frac{mv_{\text{lim}}}{k_B T} \right)^2 \approx 10^{-11}. \quad (1.4)$$

Malgré ces difficultés, le groupe dirigé par Shapiro à Dubna a pu extraire des neutrons ultrafroids pour la première fois en 1969 [7].

Depuis, la physique des neutrons ultrafroids [8, 9] s'est développée et des sources ont été construites. Il est désormais possible de stocker les neutrons dans des bouteilles et la densité disponible d'UCN a augmenté de 8 ordres de grandeur depuis leur découverte. Les expériences profitant de la possibilité d'observer les neutrons pendant presque toute leur durée de vie ont obtenus des résultats importants, établissant des liens avec la cosmologie

et la physique des particules. Concernant la cosmologie, la mesure de la durée de vie du neutron est un élément essentiel dans la compréhension de la nucléosynthèse primordiale. Les liens avec la physique des particules concernent notamment la mesure des éléments de la matrice CKM, et les contraintes sur la violation de CP grâce à la mesure du moment dipolaire électrique du neutron.

Enfin, notons que le stockage des neutrons était impensable au début du siècle dernier, puisque le neutron a été identifié par son pouvoir très pénétrant. Citons à ce sujet E. Rutherford, qui fut l'un des premiers à postuler l'existence du neutron :

“Such an atom would have very novel properties. Its external field would be practically zero, except very close to the nucleus, and in consequence it should be able to move freely through matter. Its presence would probably be difficult to detect by the spectroscope, and it may be impossible to contain it in a sealed vessel.”

## 1.2 La production des neutrons froids et ultrafroids

Il existe deux types de sources artificielles intenses de neutrons. Le premier type utilise le processus de spallation : des protons sont accélérés vers une cible fixe contenant des noyaux lourds qui se fragmentent en libérant une vingtaine de neutrons par noyau touché. Les sources de spallation actuelles délivrent un taux de neutrons d'environ  $10^{17} \text{ s}^{-1}$ . Le deuxième type de source utilise le flux de neutrons d'un réacteur nucléaire. La source actuelle la plus intense est située à l'Institut Laue Langevin (ILL), à Grenoble. Le réacteur à haut flux, démarré en 1971, d'une puissance de 58 MW délivre un flux continu de neutrons de  $10^{15} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$  par cycle de 50 jours. A partir d'une source intense de neutrons, il est possible d'extraire des neutrons ultrafroids.

### 1.2.1 La source PF2 de l'ILL

La source PF2 de l'ILL est actuellement la source de neutrons ultrafroids la plus intense en fonctionnement. à 70 cm du cœur du réacteur est implanté un bidon contenant 20 L de deutérium liquide refroidi à 25 K, dit *source froide verticale*. Des guides horizontaux, de 100 m environ, maintenant équipés de supermiroirs, transportent les neutrons vers une vingtaine d'instruments, utilisant le spectre de longueurs d'onde allant de 0.2 nm à 100 nm. La source de neutrons ultrafroids PF2, elle, bénéficie d'une extraction verticale. Un guide vertical en nickel, courbé, d'une longueur d'environ 20 m, transporte les neutrons vers une turbine située au niveau supérieur (le niveau D) du réacteur (voir figure 1.1). Les neutrons très froids sont sélectionnés par la courbure du guide. En effet, les neutrons trop rapides ne sont pas réfléchis par le nickel et finissent leur course dans la piscine sans être guidés. On mesure la densité d'UCN en sortie de turbine à environ  $30 \text{ cm}^{-3}$ . Par ailleurs on estime la densité de neutrons très froids utiles dans la source

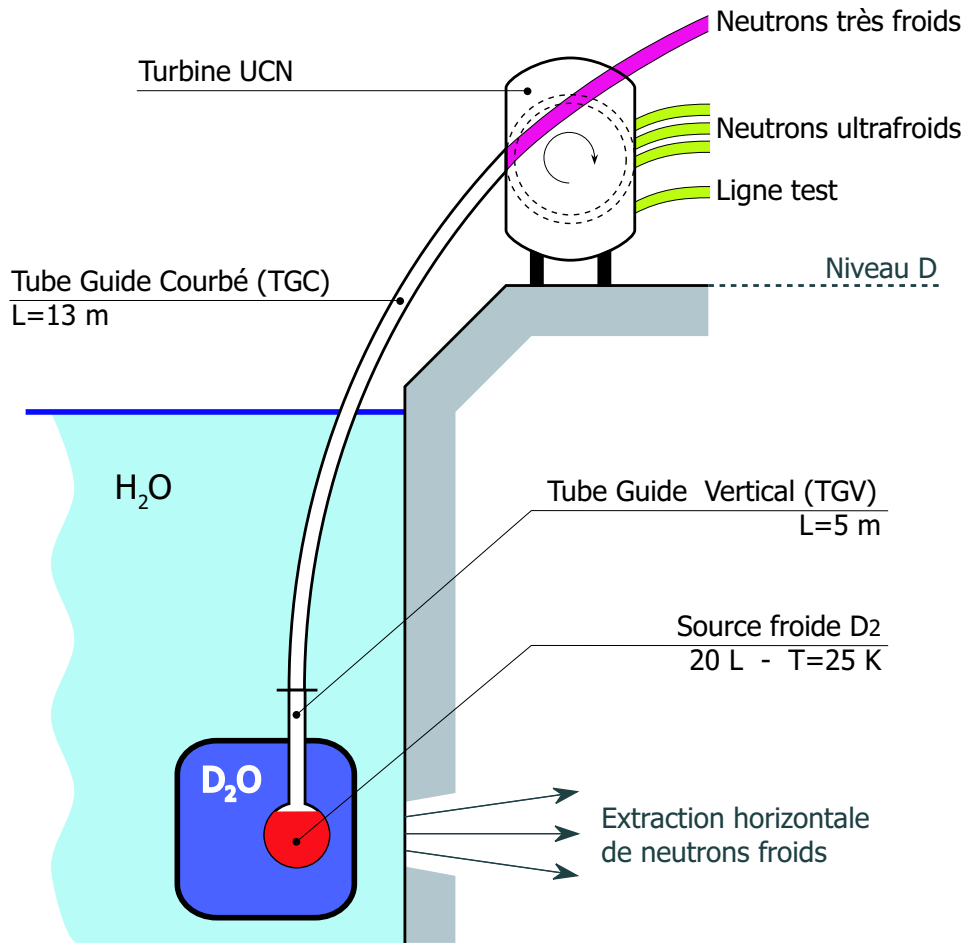


FIG. 1.1: Schéma de la source de neutrons ultrafroids PF2 à l'ILL.

froide entre  $1500 \text{ cm}^{-3}$  et  $2000 \text{ cm}^{-3}$ , l'efficacité du système d'extraction est donc de l'ordre du pourcent.

La turbine distribue ensuite les neutrons en mode alternatif à trois guides de neutrons horizontaux pouvant accueillir des expériences, ainsi qu'à une ligne dite *test* qui délivre un flux d'UCN continu, mais plus faible. L'instrument PF2 est constitué de l'ensemble guide+turbine, et dispose, en outre, d'une ligne de neutrons très froids continue connectée directement au guide courbé.

À titre d'exemple, la figure 1.2 montre le taux de comptage d'UCN en fonction du temps de stockage dans le volume de précession du spectromètre nEDM RAL/Sussex. Ce spectromètre est installé à la sortie de l'une des trois lignes de neutrons ultrafroids de la source PF2. Ces données ont été prises dans le cadre de l'expérience qui sera décrite dans la section 7.3. Le volume de précession est un cylindre de rayon 25 cm et de hauteur 12 cm, soit un volume de  $23500 \text{ cm}^3$ . Le nombre de coups  $N_{\text{counts}}$  correspond à

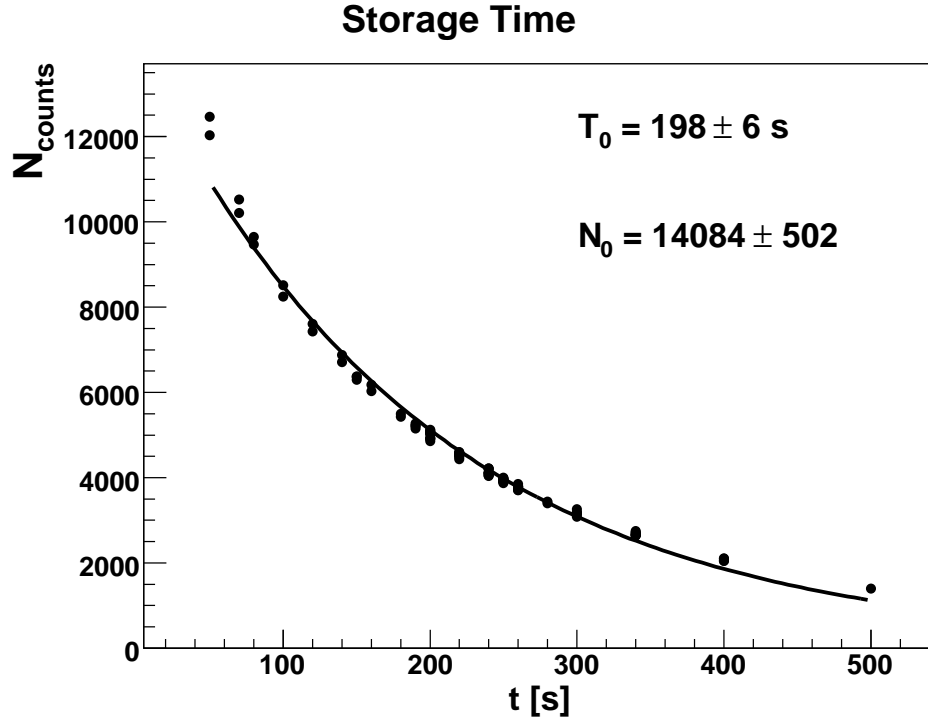


FIG. 1.2: Nombre de coups dans le détecteur d'UCN en fonction du temps de stockage dans la chambre de précession du spectromètre nEDM RAL/Sussex installé sur l'instrument PF2. Les données sont ajustées avec une décroissance exponentielle  $N(t) = N_0 \exp(-t/T_0)$ . Les erreurs statistiques sont inférieures à la taille des points.

une durée de comptage de 40 s. Les neutrons traversent une feuille analysant le spin, il faut multiplier le taux de comptage par deux pour estimer le taux total. On déduit que le flux d'UCN est d'environ  $700 \text{ s}^{-1}$ , et la densité d'UCN dans le volume de précession est de l'ordre de  $1 \text{ cm}^{-3}$  (il s'agit de bornes inférieures). En outre, le temps de stockage est de l'ordre de 200 s, à comparer avec la durée de vie  $\beta$  du neutron mesurée de 886 s. Ce volume de précession n'optimise pas le temps de stockage puisque les matériaux doivent satisfaire d'autres contraintes sévères, mais d'autres installations, comme celles qui mesurent la durée de vie du neutron, peuvent stocker les UCN pendant une durée comparable à la durée  $\beta$ .

### 1.2.2 Les autres sources de neutrons ultrafroids

Pour augmenter la densité de neutrons ultrafroids, on doit utiliser une source refroidie à une température inférieure à 25 K. La modération n'est pas automatique à cause du comportement optique des neutrons froids déjà évoqué. Il existe actuellement deux



techniques qui ont démontré leur efficacité, et qui sont en phase de test, en construction ou en projet (voir table 1.2).

- La modération par excitation de phonons dans un solide de deutérium ( $T < 14$  K) : Le principe a été mis en application avec succès au réacteur de Gatchina, à la source de spallation de Los Alamos, ainsi qu’au réacteur pulsé TRIGA à Mainz. Une source de type deutérium solide est en construction au PSI, ainsi qu’au réacteur FRM-II de Garching.
- La modération par excitation de phonons dans l’hélium superfluide ( $T \approx 0.5$  K) [10] : Contrairement aux sources deutérium, les sources de type hélium mettent à profit un phénomène résonant. Seuls les neutrons de longueur d’onde 0.89 nm sont ralentis dans le domaine de vitesse des UCN. Ainsi, la production d’UCN par cette méthode nécessite une source intense de neutrons froids. Ces sources étant construites à l’extérieur du réacteur, les contraintes sont énormément relaxées, il est envisageable de construire une source hélium compacte dédiée à une expérience unique. De telles sources sont en construction à l’ILL pour équiper l’expérience CryoEDM [11] et GRANIT [12].

Une autre solution pour la modération des neutrons est en début d’étude. Il s’agit de refroidissement par collisions sur des nanoparticules ultrafroides. Ce sujet sera évoqué dans la partie 4 concernant l’interaction neutron-nanoparticule.

Institut	source de neutrons	source d’UCN	densité [UCN/cm <sup>3</sup> ]	date/statut
ILL (Grenoble)	réacteur 58 MW	D <sub>2</sub> liquide	30	en fonction
PNPI (Gatchina)	réacteur 18 MW	H liquide	10	arrêté
FRM (Munich)	réacteur 20 MW	D <sub>2</sub> solide	10 <sup>4</sup>	2011
TRIGA (Mainz)	réacteur pulsé	D <sub>2</sub> solide		en fonction
PSI (Villigen)	spallation	D <sub>2</sub> solide	1000	2009
SNS (Oak Ridge)	spallation	He superfluide	150	2010
LANL (Los Alamos)	spallation	D <sub>2</sub> solide	150	en test
TRIUMF (Vancouver)	spallation	He superfluide	5 × 10 <sup>4</sup>	2013

TAB. 1.2: Sources de neutrons ultrafroids passées, présentes et futures.

## 1.3 Les neutrons et les quatre interactions fondamentales

Le neutron est une particule sensible aux quatre interactions fondamentales, interagissant très faiblement. L'interaction forte est très intense à l'intérieur du noyau, mais elle est supprimée pour le neutron libre par la petitesse du volume nucléaire. On a déjà évoqué le fait qu'elle se manifeste, pour les neutrons optiques, par des potentiels de Fermi de l'ordre de  $10^{-7}$  eV. Cette énergie correspond au travail de la pesanteur lorsqu'un neutron varie sa hauteur d'environ 1 m. L'absence de charge électrique du neutron le rend insensible au premier ordre aux champs électriques, mais le neutron possède un moment magnétique dipolaire qui le rend sensible aux champs magnétiques. L'énergie de Fermi typique correspond à la levée de dégénérescence des deux niveaux de spin sous l'effet d'un champ magnétique d'environ 1 T. Ainsi, pour les neutrons ultrafroids, les interactions fortes, gravitationnelles et magnétiques sont comparables aux échelles accessibles en laboratoire (distances typiques de 1 m et champs magnétiques typiques de 1 T), la physique des neutrons ultrafroids met à profit cette coïncidence. Enfin, la faiblesse de l'interaction faible se manifeste dans la longue durée de vie du neutron. Cette section détaille la phénoménologie des quatre interactions fondamentales.

### 1.3.1 L'interaction gravitationnelle

L'interaction gravitationnelle avec le champ de pesanteur sur Terre est donnée par le potentiel habituel

$$V_g = mgh = 1.02 \times 10^{-7} \text{ eV} \times \frac{h}{1 \text{ m}}, \quad (1.5)$$

où  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$  est l'accélération de la pesanteur et  $h$  la hauteur par rapport à une origine arbitraire. Les neutrons ultrafroids les plus rapides ( $v = 7 \text{ m/s}$ ) peuvent s'élever de seulement 2.5 m. La gravité est utile pour ralentir les neutrons dans le domaine des UCN, et réciproquement, pour accélérer les UCN afin de diminuer les pertes dans les fenêtres des détecteurs ou des feuilles de polarisation.

L'effet de la gravité sur les UCN est aussi sujet à des expériences dédiées, notamment pour tester le principe d'équivalence, mesurer la quantification de l'énergie des neutrons dans le champ de pesanteur ou chercher un effet de spin-gravité anormal. Le principe d'équivalence faible stipule l'égalité entre la masse inertielle  $m_i$  et la masse gravitationnelle  $m_g$  pour tous les corps. Pour les objets macroscopiques, cette égalité est vérifiée au niveau de  $10^{-12}$  [13]. Des expériences utilisant les UCN ont montré que  $m_i/m_g$  pour le neutron est égal à l'unité avec une précision de  $3 \times 10^{-4}$  [14]. La quantification de l'énergie d'une particule liée dans un puits de potentiel est observée depuis longtemps pour l'interaction électromagnétique et l'interaction nucléaire. Une expérience utilisant des neutrons ultrafroids bondissant au dessus d'un miroir a pu mettre en évidence cet

effet pour l'interaction gravitationnelle. La majeure partie de cette thèse est consacrée à cet effet. Enfin, la recherche d'un effet spin-gravité avec les UCN sera discutée dans la troisième partie de cette thèse.

### 1.3.2 L'interaction faible

L'interaction faible se manifeste sur le neutron libre essentiellement par la désintégration  $\beta^-$  :

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e + 782 \text{ keV}. \quad (1.6)$$

En terme des particules élémentaires du modèle standard, le neutron est composé d'un quark up et de deux quarks down. La désintégration (1.6) s'interprète comme la conversion d'un quark down en quark up par émission d'un boson  $W^-$  virtuel qui à son tour se désintègre en une paire électron-antineutrino. L'interaction faible viole la conservation de la parité. La désintégration  $\beta$  du neutron n'échappe pas à cette règle : on peut observer que la distribution angulaire des produits de désintégration n'est pas isotrope.

La physique des neutrons ultrafroids intervient pour mesurer le temps de vie du neutron  $T_\beta$ , qui est un paramètre essentiel de la désintégration  $\beta$ . Le *Particle Data Group* [15] donne la valeur

$$T_\beta = 885.7 \pm 0.8 \text{ s}, \quad (1.7)$$

combinant des mesures avec les neutrons ultrafroids stockés et des mesures utilisant un faisceau de neutrons. Cette valeur n'est cependant pas définitive puisque les résultats de certaines expériences récentes diffèrent de six déviations standard.

Historiquement, la motivation pour une détermination précise de  $T_\beta$  provient de la cosmologie. En effet, les prédictions des abondances primordiales des éléments légers à l'issue de la nucléosynthèse dépendent de  $T_\beta$ . Il a été possible, avant le collisionneur LEP, de contraindre le nombre de familles de neutrinos légers ( $m_\nu < 1 \text{ MeV}$ ) à trois [16]. Aujourd'hui, les mesures sont motivées par la détermination de l'élément  $V_{ud}$  de la matrice CKM, via la relation [15]

$$|V_{ud}|^2 = \frac{4908.7 \pm 1.9 \text{ s}}{T_\beta(1 + 3\lambda^2)} \quad (1.8)$$

où  $\lambda = g_A/g_V$  est le rapport des couplages axial et vecteur de l'interaction faible. On accède à ce rapport en mesurant le coefficient de corrélation angulaire  $A$  entre le spin du neutron et la direction de l'électron.

### 1.3.3 L'interaction avec un champ magnétique

Le neutron est une particule neutre de spin  $1/2$ . Si le neutron était une particule ponctuelle, l'équation de Dirac imposerait un moment magnétique nul. Nous savons que le neutron possède un moment dipolaire magnétique  $\mu_n$  non nul, indiquant que le neutron est une particule composite. Le modèle simple des quarks constituants prédit le rapport du moment magnétique du neutron et du proton  $\mu_n/\mu_p = -2/3$ , approximativement vérifié. La valeur de  $\mu_n$  est mesurée avec une précision meilleure qu'une part par million [15]

$$\mu_n = -6.030774 \times 10^{-8} \text{ eV/T}. \quad (1.9)$$

L'interaction entre un neutron et un champ magnétique  $\vec{B}$  est décrite par le potentiel

$$V_{\text{mag}} = -\vec{\mu}_n \cdot \vec{B} = -\gamma_n \frac{\hbar}{2} \vec{\sigma} \cdot \vec{B} \quad (1.10)$$

où on définit le rapport gyromagnétique du neutron  $\gamma_n = 2\mu_n/\hbar$ , et  $\vec{\sigma}$  désigne le vecteur formé par les trois matrices de Pauli. Le potentiel (1.10) induit deux types d'effets. Le premier effet concerne le degré de liberté interne de spin, il s'agit de la précession de Larmor. Le spin du neutron précesse autour de la direction du champ magnétique avec une fréquence  $f_n = \frac{\gamma_n}{2\pi} B$  proportionnelle à l'amplitude  $B$  du champ magnétique. Le deuxième effet concerne le mouvement du neutron, modifié par un *gradient* de champ magnétique, comme pour la déviation de Stern-Gerlach. Le neutron avec un spin aligné par rapport au champ magnétique subit une force  $\mu_n \nabla \vec{B}$ , et une force opposée si son spin est antialigné. Cet effet est utilisé pour polariser les neutrons ultrafroids.

### 1.3.4 L'interaction avec un champ électrique

**La structure électrostatique du neutron.** Le neutron n'étant pas une particule ponctuelle, il possède une structure électromagnétique interne non triviale. Il est possible de décrire phénoménologiquement la structure électrostatique par une densité de charge  $\rho(\vec{r})$  [17]. Le potentiel d'interaction avec un potentiel électrostatique  $\Phi$  s'écrit alors

$$V_{ES}(\vec{X}) = \int \Phi(\vec{X} + \vec{r}) \rho(\vec{r}) d\vec{r}. \quad (1.11)$$

La phénoménologie apparaît en effectuant un développement multipolaire au second ordre du potentiel électrostatique

$$\Phi(\vec{X} + \vec{r}) = \Phi(\vec{X}) + r^i \partial_i \Phi(\vec{X}) + \frac{1}{2} r^i r^j \partial_{ij}^2 \Phi(\vec{X}) + O(r^3). \quad (1.12)$$

L'interaction devient, en négligeant les termes de séparation supérieurs

$$V_{ES}(\vec{X}) = Q_0\Phi(\vec{X}) + Q_1^i \partial_i\Phi(\vec{X}) + \frac{1}{2}Q_2^{ij}\partial_{ij}^2\Phi(\vec{X}) \quad (1.13)$$

avec

$$Q_0 = \int \rho(\vec{r})d\vec{r}, \quad Q_1^i = \int r^i \rho(\vec{r})d\vec{r}, \quad Q_2^{ij} = \int r^i r^j \rho(\vec{r})d\vec{r}. \quad (1.14)$$

Le premier terme  $Q_0$  s'identifie à la charge électrique du neutron. Elle est très fortement contrainte  $|Q_0| < 2 \times 10^{-21} e$  à 90% C.L. [15],  $e$  désigne la valeur absolue de la charge de l'électron.

Le deuxième terme est une observable vectorielle, elle est proportionnelle au spin en vertu du théorème de Wigner-Eckart. Nous écrivons  $Q_1^i = d \sigma^i$ , où  $d$  est le *moment dipolaire électrique* (EDM) du neutron. Une valeur non nulle du moment dipolaire électrique du neutron n'est possible que si l'invariance par renversement du temps  $T$  et la parité  $P$  sont violées simultanément. Ce terme est activement recherché expérimentalement avec les neutrons ultrafroids. La limite actuelle  $|d| < 3 \times 10^{-26} e \text{ cm}$  à 90% C.L. [15] est très loin de la valeur prédite par le modèle standard  $d \approx 10^{-33} e \text{ cm}$ . Les mesures de l'EDM du neutron sont très sensibles aux violations de CP au-delà du modèle standard invoquées pour expliquer l'asymétrie matière-antimatière observée dans l'univers.

Le troisième terme, lui, induit un effet non nul mesuré. Toujours en vertu du théorème de Wigner-Eckart, l'observable tensorielle  $Q_2^{ij}$  est proportionnelle à l'identité :  $Q_2^{ij} = \frac{1}{3} \int r^2 \rho(\vec{r})d\vec{r} \delta^{ij}$ . Ainsi, l'interaction correspondante s'écrit  $\frac{1}{6}er_n^2 \Delta\Phi$ , où on définit le *rayon de charge* du neutron

$$r_n^2 = \frac{1}{e} \int r^2 \rho(\vec{r})d\vec{r} \quad (1.15)$$

mesuré à  $r_n^2 = -0.1161 \pm 0.0022 \text{ fm}^2$  [15] par diffusion de neutrons sur des atomes de grand  $Z$ . Le signe du rayon de charge s'interprète en imaginant le neutron fluctuant en un proton positif entouré d'un nuage formé d'un pion négatif. Nous reviendrons sur ce terme et sa mesure dans la section 6.2. Au-delà du développement multipolaire au deuxième ordre, il est possible de mesurer, par collision d'électrons sur un noyau de deutérium, la transformée de Fourier de la distribution de charge appelée *facteur de forme électrique* du neutron

$$G_E(\vec{q}) = \frac{1}{e} \int e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}} \rho(\vec{r})d\vec{r}. \quad (1.16)$$

La figure 1.3 montre une compilation des mesures du facteur de forme électrique. Le

rayon de charge est lié au comportement du facteur de forme à  $q = 0$  :

$$r_n^2 = -6 \left. \frac{dG_E(\vec{q}^2)}{d\vec{q}^2} \right|_{\vec{q}^2=0}. \quad (1.17)$$

Notons qu'on mesure aussi un facteur de forme magnétique  $G_M(\vec{q})$  du neutron.

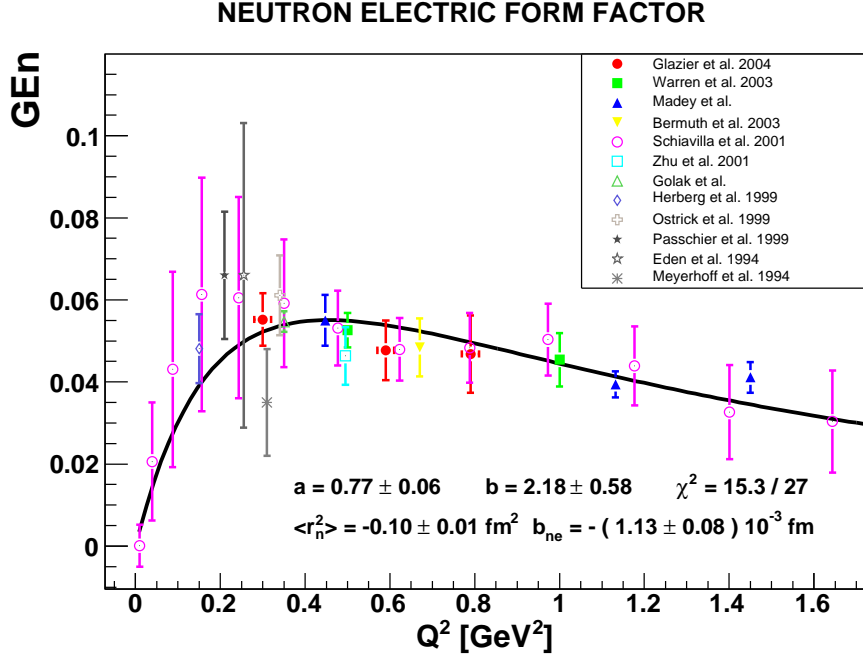


FIG. 1.3: Facteur de forme électrique du neutron  $G_E$  en fonction du moment transféré.

**La polarisabilité du neutron.** Les considérations précédentes supposent que la structure électrostatique interne du neutron peut être décrite par une distribution de charge rigide. Cette structure est en fait élastique, elle est déformable par des champs électriques intenses. Sous l'effet d'un champ électrique  $\vec{E}$ , le neutron acquiert un moment dipolaire électrique induit proportionnel à  $\vec{E}$  :

$$\vec{d}_E = 4\pi\epsilon_0\alpha_n\vec{E}, \quad (1.18)$$

ce qui définit la *polarisabilité électrique* du neutron  $\alpha_n$ , ayant la dimension d'un volume. L'énergie potentielle de ce dipôle induit dans le champ électrique est alors quadratique en  $\vec{E}$

$$V_P = -\frac{1}{2}\vec{d}_E\vec{E} = -4\pi\alpha_n\frac{\epsilon_0 E^2}{2}. \quad (1.19)$$

Pour estimer l'ordre de grandeur de cet effet, considérons que le neutron est formé de deux boules, l'une de charge  $+e$ , l'autre de charge  $-e$ , reliées par un ressort de raideur  $k$ . Sous l'effet d'un champ électrique  $\vec{E}$ , les boules vont se séparer, mais restent liées par le ressort. L'énergie potentielle de ce système en fonction de la séparation  $r$  et en présence du champ électrique  $\vec{E}$  vaut  $1/2kr^2 - erE$ . La raideur  $k$  est fixée dans ce modèle très simple en demandant que l'énergie de tension du ressort pour une séparation de  $R = 1$  fm (rayon typique du neutron) soit  $\hbar c/R$  (énergie typique de l'interaction forte) :  $\frac{1}{2}kR^2 = \frac{\hbar c}{R}$ . Ainsi, à l'équilibre, le système acquiert un moment dipolaire électrique induit  $er_{eq} = e^2 \frac{R^3}{2\hbar c} E$ . La polarisabilité estimée est donc  $\alpha_n = \frac{\alpha}{2} R^3 \approx 4 \times 10^{-3} \text{ fm}^3$ , où  $\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} = 1/137$  est la constante de structure fine. L'ordre de grandeur de cette estimation correspond à la polarisabilité mesurée [15],

$$\alpha_n = (1.16 \pm 0.15) \times 10^{-3} \text{ fm}^3. \quad (1.20)$$

Cette valeur combine des mesures de la diffusion Compton sur le noyau de deutérium et des mesures de diffusion de neutrons sur des noyaux de grand  $Z$ . Le neutron pourrait aussi posséder une polarisabilité magnétique  $\beta_n$ , associée au potentiel  $\frac{4\pi}{\mu_0}\beta_n B^2$ . Elle a également été mesurée par diffusion Compton sur le deutérium, à  $\beta_n = (3.7 \pm 2) \times 10^{-4} \text{ fm}^3$ .

**L'effet Schwinger.** Pour être complet, mentionnons qu'il existe un effet relativiste lorsqu'un neutron se déplace à vitesse non nulle dans un champ électrique. Dans cette situation, le neutron ressent un champ magnétique effectif  $\vec{E} \times \vec{v}/c$ , qui induit, par (1.10), l'interaction

$$V_{\text{Schwinger}} = -\vec{\mu}_n \cdot (\vec{E} \times \vec{v}/c). \quad (1.21)$$

Il s'agit du *terme de Schwinger*, appelé aussi *effet  $v \times E$* . Il a son importance pour la mesure du moment dipolaire électrique du neutron, puisqu'il génère un effet systématique non négligeable.

Pour résumer, l'interaction d'un neutron avec un champ électrique  $\vec{E} = -\nabla\Phi$  s'écrit

$$V_E = V_{ES} + V_P + V_{\text{Schwinger}} = Q_0\Phi - d\vec{\sigma}\vec{E} - \frac{e}{6}r_n^2\Delta\Phi - 4\pi\alpha_n\frac{\epsilon_0 E^2}{2} - \vec{\mu}_n \cdot (\vec{E} \times \vec{v}/c). \quad (1.22)$$

Les deux premiers termes seraient des effets de "nouvelle physique", les termes suivants sont des effets très faibles, dont la détection nécessite des expériences dédiées.

### 1.3.5 L'interaction forte

Si l'échelle d'énergie typique de l'interaction nucléaire est de 10 MeV à l'intérieur du noyau, le neutron libre ressent l'interaction forte de manière diluée. Le facteur de

suppression s'estime comme le rapport du volume nucléaire  $\approx 10 \text{ fm}^3$  par le volume atomique  $\approx 1 \text{ \AA}^3$ , c'est-à-dire  $10^{-14}$ , et l'énergie typique associée à l'interaction forte pour un neutron libre est de  $10^{-7} \text{ eV}$  comme déjà mentionné dans la première section. Détaillons maintenant cette phénoménologie de l'interaction forte. Nous allons en particulier expliquer pourquoi les potentiels de Fermi sont presque tous répulsifs alors que l'interaction forte élémentaire est attractive.

**L'interaction avec un noyau unique.** La diffusion élastique d'un neutron sur un noyau unique est décrite par son amplitude  $f(\theta)$ , dépendant a priori de l'angle de diffusion dans le centre de masse  $\theta$ , de la vitesse de la collision, et des orientations des spins initiaux et finaux. Pour des neutrons dont la longueur d'onde est très grande devant l'extension du centre diffuseur, la diffusion est isotrope, et indépendante de la vitesse. Ainsi, sans considérer les effets liés au spin, un seul paramètre caractérise la diffusion :  $a = -f(\theta)$ . Ce paramètre possède la dimension d'une longueur, on l'appelle la *longueur de diffusion dans le centre de masse*. Dans le référentiel où le noyau est initialement au repos, le paramètre utile est la *longueur de diffusion*  $b = \frac{A+1}{A}a$ , où  $A$  est le rapport de la masse du noyau sur celle du neutron. Dans ce référentiel, la section efficace de diffusion élastique s'obtient alors par  $\sigma = 4\pi b^2$ . La figure 1.4 représente les longueurs de diffusion mesurées pour tous les noyaux stables, en fonction du nombre de masse. Ces données sont tirées de la compilation de 1991 [18], où on trouvera une revue des méthodes de mesure des longueurs de diffusion. On remarque que la longueur de diffusion est approximativement proportionnelle au rayon du noyau :  $b(A) \approx 1.4 \text{ fm} \times A^{1/3}$ .

S'il est quasiment impossible de calculer ces longueurs de diffusion dans la théorie actuelle de l'interaction forte, la chromodynamique quantique, on peut élaborer un modèle simple pour rendre compte de leurs propriétés générales [19]. Il a été élaboré en 1970, alors que les longueurs de diffusion de la moitié des noyaux seulement étaient disponibles ; il est donc utile de reproduire ici l'analyse. De plus, ce modèle sera utilisé dans la section 6.2 pour rechercher une interaction supplémentaire entre le neutron et le noyau. L'interaction nucléaire est approximée par un puits de potentiel attractif sphérique de rayon  $R \times A^{1/3}$ , et de profondeur  $V_0$ . La longueur de diffusion se calcule alors exactement, dans la limite des faibles vitesses  $R/\lambda \ll 1$  :

$$b(A) \approx a(A) = RA^{1/3} \left( 1 - \frac{\tan X}{X} \right), \quad (1.23)$$

avec  $X = \frac{RA^{1/3}}{\hbar} \sqrt{2mV_0}$ . La figure 1.5 représente la longueur de diffusion dans ce modèle en fonction de  $X$ . Dans le domaine perturbatif où l'approximation de Born s'applique ( $X \ll \pi/2$ ), la longueur de diffusion est négative, comme attendu pour une interaction attractive. Les discontinuités correspondent à l'apparition d'états liés dans le puits de potentiel effectif. Au delà du seuil de l'apparition du premier état lié ( $X > \pi/2$ ), la longueur de diffusion est très souvent positive (ceci explique pourquoi les potentiels de Fermi sont très souvent répulsifs, nous y reviendrons). Pour la plupart des noyaux, la



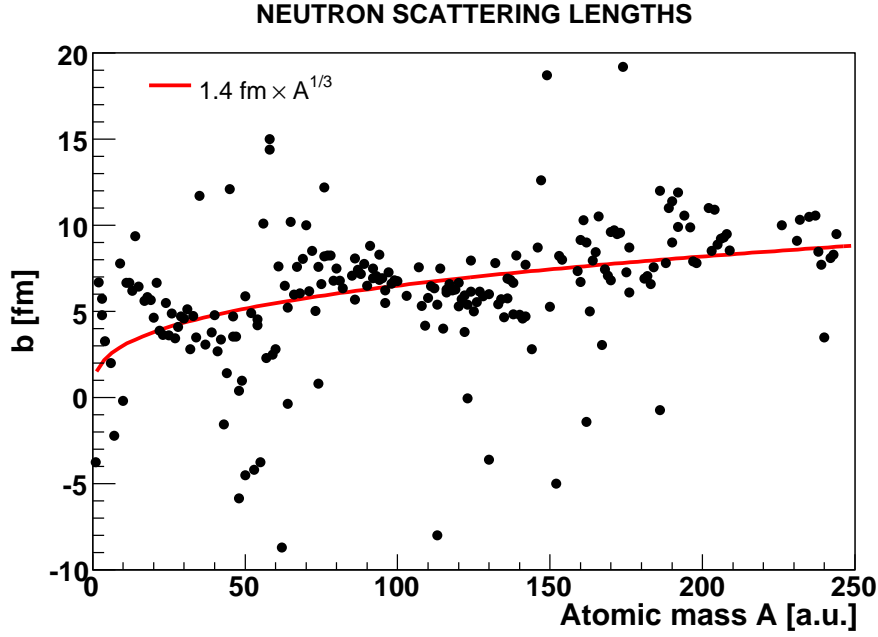


FIG. 1.4: Longueurs de diffusion des neutrons sur les noyaux en fonction du nombre de masse.

profondeur du potentiel est suffisante pour qu'un état lié existe.

On peut maintenant rendre compte de la dispersion des longueurs de diffusion mesurées autour du comportement global en  $A^{1/3}$ , c'est-à-dire de la dispersion des longueurs de diffusion volumiques  $b' = b/A^{1/3}$ . Pour cela, nous supposons que la profondeur sans dimension  $X$  du potentiel prend une valeur aléatoire pour chaque noyau, de loi uniforme entre les valeurs  $\pi/2$  et  $5\pi/2$ . Ces bornes sont quelque peu arbitraires, mais le résultat final en dépend peu. L'ensemble des valeurs mesurées  $b'_i$ ,  $i = 1, \dots, 218$  est alors interprété comme 218 tirages de la variable aléatoire  $b' = R \left(1 - \frac{\tan X}{X}\right)$ .

L'analyse statistique qui suit a pour but d'estimer l'unique paramètre libre de ce modèle de puits carré aléatoire, à savoir le rayon effectif d'interaction du nucléon  $R$ . On construit pour cela la fonction de vraisemblance

$$\mathcal{L}(R) = \prod_{i=1}^{218} f_R(b'_i), \quad (1.24)$$

où  $f_R$  est la fonction de densité de probabilité de la variable aléatoire  $b'$ . La figure 1.6 (a) montre le logarithme de  $\mathcal{L}(R)$ , et permet une estimation ponctuelle de  $R$  avec sa déviation standard :

$$R = (1.45 \pm 0.05) \text{ fm}. \quad (1.25)$$

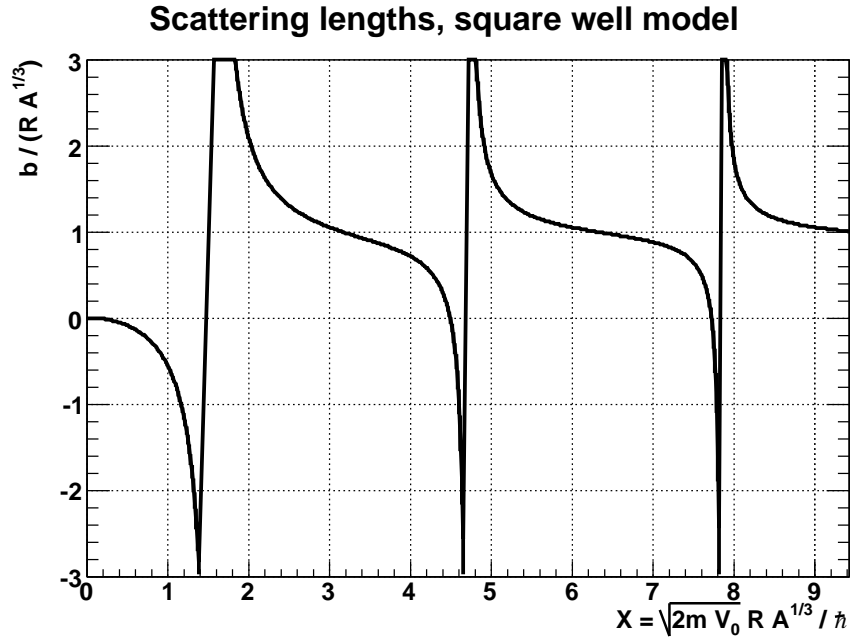


FIG. 1.5: Longueurs de diffusion des neutrons dans le modèle du puits carré (1.23), en fonction du potentiel sans dimension  $X$ .

Il est remarquable que ce rayon effectif d'interaction du nucléon correspond à une énergie de  $\hbar c/R = 136$  MeV, presque exactement la masse du pion, la particule qui véhicule l'interaction forte dans l'ancienne théorie de Yukawa. La figure 1.6 (b) montre l'accord entre la distribution mesurée des longueurs de diffusion volumiques et la densité de probabilité du modèle ajusté. La figure 1.7 montre les résultats d'un test Monte-Carlo de la méthode d'ajustement du paramètre  $R$ . La procédure est la suivante. On effectue un tirage aléatoire de 218 valeurs indépendantes de  $b'$  selon le modèle précédent avec  $R = 1.45$  fm, on calcule ensuite la fonction de vraisemblance (1.24) avec ce faux ensemble de longueurs de diffusion. De ce tirage est issue une valeur  $\mathcal{L}_{\max}$  et la valeur correspondante  $R_{\text{fit}}$ . On itère cette opération pour obtenir un histogramme des valeurs de  $R_{\text{fit}}$  (figure 1.7 (a)) et de  $\mathcal{L}_{\max}$  (figure 1.7 (b)). On constate que l'estimateur de  $R$  donné par le maximum de la vraisemblance n'est pas biaisé, que son écart type est proche de la déviation standard.

**Le potentiel de Fermi.** Après avoir détaillé l'interaction élémentaire avec un noyau unique, venons en aux conséquences optiques, dans la situation où le "volume" d'un neutron ultrafroid  $\approx \lambda_{\text{UCN}}^3$  contient  $\approx 10^9$  noyaux. Pour traiter ce problème, il est utile d'introduire le *pseudo potentiel de Fermi* d'un noyau de longueur de diffusion  $b$  situé à

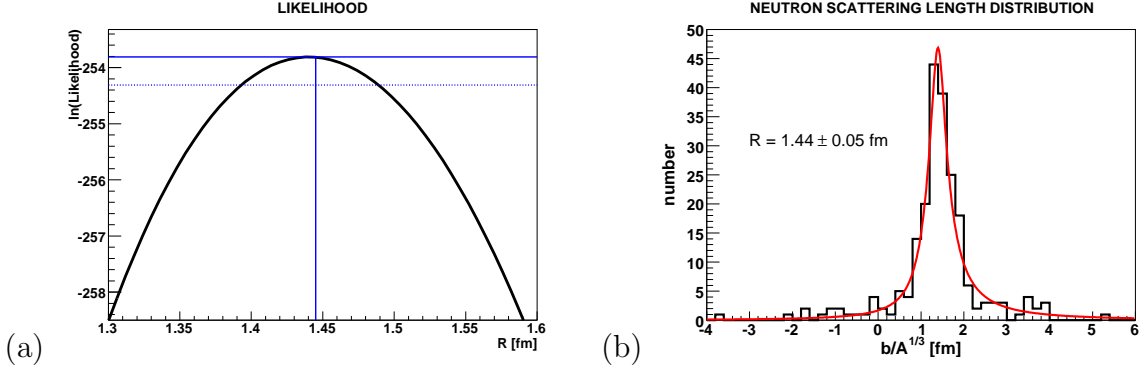


FIG. 1.6: (a) Logarithme de la fonction de vraisemblance (1.24) en fonction de  $R$ . (b) L'ensemble des valeurs mesurées de  $b/A^{1/3}$  pour 218 noyaux est représentée par l'histogramme. La courbe représente la distribution de probabilité de  $b/A^{1/3}$  dans le modèle du puits carré aléatoire, pour  $R = 1.44$  fm.

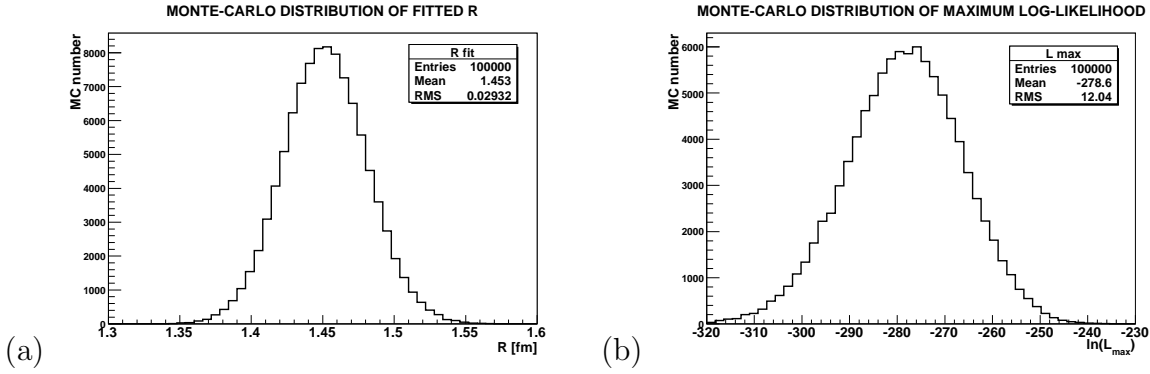


FIG. 1.7: Simulations Monte-Carlo de l'ajustement du paramètre  $R$ . (a) Distribution des valeurs estimées de  $R$ . (b) Distribution des valeurs maximales du logarithme de la fonction de vraisemblance.

l'origine :

$$U_F(\vec{r}) = \frac{2\pi\hbar^2}{m} b \delta(\vec{r}). \quad (1.26)$$

Ce pseudo-potentiel décrit toutes les propriétés de la diffusion des neutrons lents, lorsque la diffusion est calculée au premier ordre de l'approximation de Born. Il s'agit maintenant de moyenner la somme des potentiels de tous les noyaux du milieu, ce qui semble raisonnable si la longueur d'onde est grande devant la distance entre les noyaux. Faire la moyenne sur les potentiels attractifs du modèle aléatoire précédent ne serait pas correct, à cause de leur caractère non-perturbatif. En effet, augmenter le volume du puits carré en diminuant proportionnellement sa profondeur change dramatiquement la longueur de diffusion. Au contraire, moyenner les pseudo-potentiels (qui s'entendent au premier ordre de l'approximation de Born) est justifié. Cette subtilité est essentielle : l'interaction nucléaire est attractive, mais les pseudo-potentiels sont répulsifs pour presque tous les noyaux. Finalement, la matière densément peuplée en noyaux (par rapport à la longueur d'onde du neutron) induit un potentiel localement uniforme, appelé *potentiel de Fermi optique*, ou tout simplement potentiel de Fermi :

$$V_F = \frac{2\pi\hbar^2}{m} b N \quad (1.27)$$

où  $N$  est la densité volumique de noyaux. Lorsque, comme c'est souvent le cas, plusieurs espèces de noyaux sont présentes dans la matière, le potentiel de Fermi total est la somme des potentiels de Fermi correspondant à chacune des espèces.

**La perte des neutrons ultrafroids.** Outre la diffusion élastique cohérente, les neutrons peuvent être absorbés par les noyaux, par capture suivie d'une émission d'un photon  $\gamma$ , ou par fission induite. Ils peuvent aussi subir une diffusion inélastique, due à un processus incohérent. La diffusion incohérente intervient lorsque les noyaux individuels diffusent les neutrons différemment, le neutron diffusé acquiert alors une énergie de l'ordre de l'énergie thermique (*upscattering*), et il est effectivement perdu. Le premier processus est décrit par la section efficace d'absorption  $\sigma_a$ , et le deuxième par la section efficace inélastique  $\sigma_{in}$ . Ces deux sections efficaces sont inversement proportionnelles à la vitesse du neutron. Pour les neutrons ultrafroids, l'effet d'absorption peut être décrit par un potentiel imaginaire pur  $-iW$  introduit dans l'équation de Schrödinger

$$W = \frac{1}{2} \hbar v (\sigma_a + \sigma_{in}) N, \quad (1.28)$$

qui est indépendant de la vitesse.

En considérant le problème quantique de la réflexion d'un neutron ultrafroid sur une barrière infinie de potentiel  $V_F - iW$ , on peut calculer le coefficient de réflexion, dans la

limite  $W \ll V_F$ , pour une vitesse orthogonale  $v$  inférieure à la vitesse limite  $v_{\text{lim}}$

$$R = 1 - 2f \sqrt{\frac{v^2}{v_{\text{lim}}^2 + v^2}}, \quad (1.29)$$

où  $f = W/V_F$  est appelé le *facteur de perte des UCN*. Le tableau 1.3 montre le facteur de perte des matériaux usuels, ils sont de l'ordre de  $10^{-4}$ .

Matériau	$V_F$ [neV]	$v_{\text{lim}}$ [m/s]	$f = W/V_F$
Al	54.1	3.22	$2 \times 10^{-5}$
Fe	210	6.35	$9 \times 10^{-5}$
$^{58}\text{Ni}$	335	8.02	$9 \times 10^{-5}$
Cu	168	5.68	$15 \times 10^{-5}$
$\text{Al}_2\text{O}_3$	146	5.29	$5 \times 10^{-6}$
C (Diamant)	305	7.65	$1 \times 10^{-7}$
Si	54	3.2	$1 \times 10^{-5}$
$\text{H}_2\text{O}$	-14.6	$i \times 1.7$	-
Ti	-51.1	$i \times 3.1$	-

TAB. 1.3: Propriétés optiques de matériaux usuels.



# Bibliographie - Neutrons

- [1] J. Chadwick, The neutron and its properties (1935).
- [2] J. M. Pendlebury, Fundamental physics with ultracold neutrons, *Annual Review of Nuclear and Particle Science* 43 (1993) 687–728.
- [3] H. Abele, The neutron. its properties and basic interactions, *Progress in Particle and Nuclear Physics* 60 (2008) 1–81.
- [4] J. S. Nico, W. M. Snow, Fundamental neutron physics, *Annual Review of Nuclear and Particle Science* 55 (2005) 27–69.
- [5] E. Fermi, L. Marshall, Interference phenomena of slow neutrons, *Phys. Rev.* 71 (1947) 666–677.
- [6] Y. Zeldovich, *JETP* 36 (1959) 1959.
- [7] V. I. Luschikov, Y. N. Pokotilovsky, A. V. Strelkov, F. Shapiro, *JETP Lett* 9 (1969) 23.
- [8] R. Golub, D. Richardson, S. K. Lamoreaux, *Ultra-Cold Neutrons*, 1991.
- [9] V. Ignatovich, *The Physics of Ultracold Neutrons*.
- [10] R. Golub, J. M. Pendlebury, The interaction of ultra-cold neutrons (ucn) with liquid helium and a superthermal ucn source, *Phys. Lett. A* 62 (1977) 337.
- [11] C. A. Baker, et al., Experimental measurement of ultracold neutron production in superfluid  $4\text{He}$ , *Phys. Lett. A* 308 (2003) 67–74.
- [12] P. Schmidt-Wellenburg, et al., Ultracold-neutron infrastructure for the gravitational spectrometer granit.
- [13] Y. Su, et al., New tests of the universality of free fall, *Phys. Rev. D* 50 (1994) 3614–3636.
- [14] L. Koester, Verification of the equivalence of gravitational and inertial mass for the neutron, *Phys. Rev. D* 14 (1976) 907–909.
- [15] C. Amsler, et al., Review of particle physics, *Phys. Lett. B* 667.
- [16] K. A. Olive, D. N. Schramm, G. Steigman, T. P. Walker, Big bang nucleosynthesis revisited, *Phys. Lett. B* 236 (1990) 454.
- [17] V. F. Sears, Electromagnetic neutron-atom interactions, *Phys. Rep.* 141 (1986) 281–317.

- [18] L. Koester, H. Rauch, E. Seymann, Atomic Data and Nuclear Data Tables 49 (1991) 65.
- [19] M. Peskhin, G. R. Ringo, On the repulsion of slow neutrons by attractive potentials, Am. J. Phys. 39 (1971) 324.



**Première partie**  
**Vers l'expérience GRANIT**



# 2

## Les états quantiques du neutron dans le champ de pesanteur

La quantification de l'énergie est un phénomène parfaitement connu dans le domaine des interactions électromagnétiques – raies spectrales des atomes, effet Zeeman, effet photoélectrique etc., ainsi que dans le domaine des interactions nucléaires – raies spectrales des noyaux. L'observation de tels effets quantiques dans le domaine de la force de gravitation, qui est extraordinairement faible, est beaucoup plus difficile.

La quantification de l'énergie se manifeste pour des états liés, mais la pesanteur seule ne produit pas un puits de potentiel. Nous avons besoin d'un deuxième "mur", ou plutôt "plancher", pour créer un puits. La situation physique la plus simple conduisant à l'effet recherché consiste à imaginer une particule bondissant au-dessus d'un miroir parfait. D'un point de vue formel et académique, il s'agit d'un exercice de mécanique quantique connu de longue date. La solution de l'équation de Schrödinger dans ce cas a été découverte à la fin des années 1920 [20], et ce problème est traité dans de nombreux livres d'introduction à la mécanique quantique, par exemple [21, 22].

Comme on l'a vu, la surface d'un miroir constitue une barrière de potentiel répulsive pour les neutrons ultrafroids. Immédiatement après leur découverte, Lushikov et Frank [23] montrent que les neutrons ultrafroids, qui ont l'avantage d'être électriquement neutres, d'être suffisamment stables et de se réfléchir parfaitement sur un miroir, sont particulièrement désignés pour réaliser ce problème académique. C'est seulement en 1999, à l'ILL, que la quantification de l'énergie d'une particule soumise à un potentiel gravitationnel a été observée pour la première fois.

Ce chapitre détaille ce phénomène ainsi que les expériences qui ont permis de le découvrir (pour une revue, voir [24]). La future expérience GRANIT (pour GRAvity Neutron

Induced Transitions) a pour but de mesurer précisément le spectre des neutrons dans le champ de pesanteur en induisant des transitions résonantes entre les différents états quantiques. Cette expérience sera détaillée dans le chapitre suivant.

## 2.1 Le phénomène quantique

Considérons un neutron dans le puits de potentiel formé par le champ de pesanteur et un miroir horizontal parfait. La mécanique quantique prédit que l'énergie du mouvement vertical ne peut prendre que des valeurs discrètes, chaque niveau d'énergie définissant un *état quantique*. Les grandeurs caractéristiques de ce problème sont la masse du neutron  $m$ , la constante de Planck réduite  $\hbar$  et l'accélération de la pesanteur  $g$ . Avec ces grandeurs, nous pouvons, par analyse dimensionnelle, former la longueur caractéristique, l'énergie caractéristique et la fréquence caractéristique du problème.

$$\begin{aligned} z_0 &= \left( \frac{\hbar^2}{2m^2g} \right)^{1/3} = 5.87 \text{ } \mu\text{m} \\ E_0 &= mgz_0 = 0.602 \text{ peV} \\ f_0 &= \frac{E_0}{2\pi\hbar} = 145 \text{ Hz} \end{aligned} \tag{2.1}$$

Nous voyons que ces états gravitationnellement liés ont des dimensions tout à fait insolites, si on les compare aux dimensions de l'atome d'hydrogène, un état électriquement lié bien connu :  $z_H \approx 0.5 \times 10^{-10}$  m,  $E_H \approx 10$  eV et  $f_H \approx 3 \times 10^{15}$  Hz. Ceci est dû à l'extraordinaire faiblesse de la gravitation.

Les extensions spatiales des états liés, de l'ordre de  $z_0$ , sont macroscopiques. C'est cette propriété qui a permis de découvrir la quantification des niveaux d'énergie à la fin du siècle dernier. L'énergie caractéristique des états quantiques, de  $\approx 10^{-12}$  eV, sont très faibles devant l'énergie de Fermi du miroir horizontal qui est de l'ordre de  $10^{-7}$  eV. De plus, la longueur d'onde caractéristique  $\approx 10 \text{ } \mu\text{m}$  est très grande devant la distance typique d'augmentation du potentiel de Fermi  $\approx 1$  nm. L'approximation du miroir parfaitement réfléchissant, c'est-à-dire de potentiel discontinu et infini, sera donc légitime. Le potentiel à considérer pour le mouvement vertical du neutron est alors

$$\begin{aligned} V(z) &= mgz & z > 0 \\ V(z) &= \infty & z < 0. \end{aligned} \tag{2.2}$$

Enfin, il est remarquable que les fréquences quantiques, de l'ordre de  $f_0$ , des états quantiques correspondent aux fréquences usuelles des oscillateurs électriques ou mécaniques. Nous verrons que l'objectif de l'expérience GRANIT est d'exploiter cette propriété en excitant des transitions résonantes entre les états quantiques.

**Le spectre de Bohr-Sommerfeld.** Dans le cadre de l'ancienne théorie des quanta, Sommerfeld avait proposé des règles permettant de calculer les niveaux d'énergie d'une particule liée admettant des trajectoires classiques périodiques. Ces règles sont une extension du tout premier traitement de l'atome d'hydrogène par Bohr. Les niveaux d'énergie discrets  $E_n$  du spectre sont les énergies pour lesquelles l'action classique de la particule calculée sur une période classique est un multiple entier de la constante de Planck, c'est-à-dire

$$\oint p(z) dz = 2\pi\hbar n \quad (2.3)$$

où  $p(z) = \sqrt{2m(E_n - V(z))}$  est l'impulsion classique de la particule d'énergie  $E_n$  lorsqu'elle est à hauteur  $z$ .

Dans la théorie moderne de la mécanique quantique, nous savons que cette condition est déduite dans l'approximation quasi-classique, c'est-à-dire dans la limite des grands nombres quantiques  $n$ . Plus précisément, dans le cas particulier où une particule est liée d'un côté par un potentiel lisse, de l'autre par une barrière infinie, une meilleure approximation est obtenue en utilisant la condition de quantification modifiée [21]

$$\oint p(z) dz = 2\pi\hbar (n - 1/4) \quad (2.4)$$

Le point de rebroussement, à savoir le point le plus haut de la trajectoire, étant  $E_n/mg$ , cette condition s'exprime par

$$2\sqrt{2m} \int_0^{E_n/mg} \sqrt{E_n - mgz} dz = 2\pi\hbar (n - 1/4). \quad (2.5)$$

L'intégrale se calcule exactement et nous obtenons les niveaux d'énergie quasi-classiques

$$E_n^{\text{q.c.}} = E_0 \left( \frac{3\pi}{2}(n - 1/4) \right)^{2/3}. \quad (2.6)$$

Nous trouvons que la distance entre les niveaux voisins diminue avec  $n$ , le spectre se resserre, contrairement au cas de l'oscillateur harmonique.

**Le spectre de Schrödinger.** Dans l'approche moderne de la mécanique quantique, l'état du mouvement vertical du neutron est décrit par une fonction d'onde  $\psi(z, t)$ , soumise à l'équation de Schrödinger dépendant du temps

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + mgz\psi, \quad \psi(0, t) = 0. \quad (2.7)$$

Les états stationnaires sont des états dont l'évolution temporelle est oscillante :  $\psi(z, t) = \psi_n(z) \exp(-iE_n t/\hbar)$ . Les énergies et les fonctions d'onde des états stationnaires s'obtiennent en résolvant l'équation de Schrödinger stationnaire

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dz^2} + mgz\psi = E\psi, \quad \psi(0) = 0. \quad (2.8)$$

En définissant les variables sans dimension  $Z = z/z_0$  et  $\epsilon = E/E_0$ , cette équation prend une forme standard, appelée *équation d'Airy* :

$$\frac{d^2\psi}{dZ^2} + (\epsilon - Z)\psi = 0, \quad \psi(0) = 0. \quad (2.9)$$

Les solutions de cette équation différentielle linéaire du second ordre, sans la condition au bord, sont combinaisons linéaires de deux fonctions de base :  $\psi(Z) = C \text{Ai}(Z - \epsilon) + D \text{Bi}(Z - \epsilon)$ . Les fonctions Ai et Bi sont respectivement la fonction de Airy Ai et la fonction de Airy Bi, représentées sur la figure 2.1. La fonction Bi diverge à haute altitude, les seules solutions physiquement acceptables sont celles pour lesquelles  $D = 0$ . De plus, la condition d'annulation de la fonction d'onde sur la surface du miroir  $z = 0$  impose la condition de quantification de l'énergie :  $\text{Ai}(\epsilon) = 0$ . Alors, les niveaux d'énergie des états stationnaires sont donnés par la suite des zéros  $-\epsilon_n, n = 1, \dots, \infty$  de la fonction de Airy Ai. Les fonctions d'onde correspondantes sont des troncations de la fonction de Airy Ai. En résumé, le problème défini par l'équation de Schrödinger (5.1) a pour solution les énergies propres et les fonctions propres :

$$E_n = E_0 \epsilon_n, \quad \psi_n(z) = C_n \text{Ai}(z/z_0 - \epsilon_n) \text{ pour } z \geq 0. \quad (2.10)$$

Le tableau 2.1 compare les énergies exactes et quasi-classiques. Nous voyons que l'approximation quasi-classique est précise au pourcent près, même pour le premier état quantique. Comme attendu, l'approximation quasi-classique devient meilleure pour les grands numéro quantiques  $n$ .

La figure 2.2 (a) montre les densités de probabilité de présence  $|\psi_n(z)|^2$  associées aux quatre premiers états quantiques. On remarque une propriété générale des états liés à une dimension : le nombre de nœuds (altitudes où la densité de probabilité de présence est nulle) est égal au numéro de l'état quantique.

**Le comportement à l'origine des fonctions d'onde.** Intéressons nous maintenant au coefficient de normalisation  $C_n$  des fonctions d'onde, qui renseignera aussi sur leur comportement à l'origine. Ce coefficient est déterminé par la condition  $\int_0^\infty |\psi_n(z)|^2 dz = 1$ , ou encore

$$z_0 |C_n|^2 \int_{-\epsilon_n}^\infty \text{Ai}(Z)^2 dZ = 1. \quad (2.11)$$

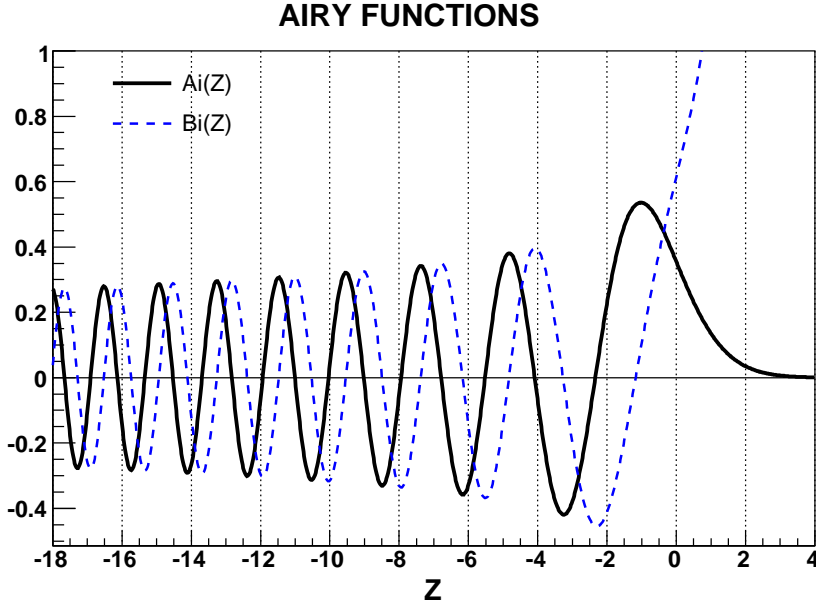


FIG. 2.1: Fonctions de Airy Ai et Bi.

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\epsilon_n$	2.338	4.088	5.521	6.787	7.944	9.023	10.04	11.01	11.94	12.83
$E_n^{\text{q.c.}}$ [peV]	1.396	2.456	3.319	4.082	4.778	5.427	6.040	6.622	7.180	7.718
$E_n$ [peV]	1.407	2.459	3.321	4.083	4.779	5.428	6.040	6.623	7.181	7.718

 TAB. 2.1: Énergies des niveaux quantiques. On a utilisé  $g = 9.806 \text{ m/s}^2$ .

Or, par intégration par parties et en utilisant l'équation différentielle définissant les fonctions de Airy, on trouve

$$\int_{-\epsilon_n}^{\infty} \text{Ai}(Z)^2 dZ = \text{Ai}'(-\epsilon_n)^2. \quad (2.12)$$

Finalement, nous trouvons, à une phase près que nous choisissons nulle, le coefficient de normalisation des fonctions d'onde

$$C_n = \frac{1}{\sqrt{z_0} |\text{Ai}'(-\epsilon_n)|}. \quad (2.13)$$

Nous pouvons maintenant préciser le comportement des fonctions d'onde au voisinage immédiat du miroir

$$\psi_n(z) = \frac{(-1)^n}{\sqrt{z_0}} \left[ \frac{z}{z_0} - \frac{\epsilon_n}{6} \left( \frac{z}{z_0} \right)^3 \right] + O(z^4). \quad (2.14)$$

Remarquons qu'au premier ordre, les fonctions de densité de probabilité  $|\psi_n(z)|^2$  ont le même comportement à l'origine pour tous les états quantiques.

**Le comportement à l'infini des fonctions d'onde.** Pour être complet, notons qu'il existe des expressions analytiques asymptotiques pour les fonctions d'onde. Le comportement à l'infini ( $Z \rightarrow +\infty$ ) de la fonction de Airy est connu :

$$\text{Ai}(Z) \sim \frac{Z^{-1/4}}{2\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{2}{3}Z^{3/2}\right) \quad \text{et} \quad \text{Ai}(-Z) \sim \frac{Z^{-1/4}}{\sqrt{\pi}} \sin\left(\frac{2}{3}Z^{3/2} - \frac{\pi}{4}\right). \quad (2.15)$$

On obtient ainsi

$$\psi_n(z) \sim \frac{C_n}{2\sqrt{\pi}} (z/z_0 - \epsilon_n)^{-1/4} \exp\left(-\frac{2}{3}(z/z_0 - \epsilon_n)^{3/2}\right). \quad (2.16)$$

On retiendra que la décroissance est plus rapide qu'une décroissance exponentielle dans la zone interdite classiquement.

**Les fonctions d'onde dans l'espace des vitesses.** L'amplitude de probabilité  $\psi_n(v)$  de la vitesse verticale des neutrons s'obtient par transformée de Fourier de l'amplitude de probabilité de l'altitude.

$$\phi_n(v) = \sqrt{\frac{m}{2\pi\hbar}} \int_0^\infty \psi_n(z) \exp\left(-i\frac{mvz}{\hbar}\right) dz. \quad (2.17)$$

La figure 2.2 montre les densité de probabilités dans l'espace des vitesses  $|\phi_n(v)|^2$  associées aux quatre premiers états quantiques. On voit que les vitesses verticales sont de l'ordre de la vitesse typique du problème

$$v_0 = \sqrt{\frac{2E_0}{m}} = 10.7 \times 10^{-3} \text{ m/s}. \quad (2.18)$$

**Hauteurs classiques et moyennes des états quantiques.** Pour chaque état quantique, nous pouvons définir la hauteur classique par

$$h_n = \frac{E_n}{mg} = \{13.7, 24.0, 32.4, 39.8, 46.6, \dots\} \mu\text{m}. \quad (2.19)$$



Chacune correspond à la hauteur maximale accessible à un neutron classique d'énergie  $E_n$ . Il ne faut pas confondre la hauteur classique  $h_n$  avec la hauteur moyenne de l'état quantique  $n$ , définie par

$$z_n = \langle n | \hat{z} | n \rangle = \int_0^\infty z \psi_n(z)^2 dz = \{9.16, 16.0, 21.6, 26.6, 31.1, \dots\} \mu\text{m}. \quad (2.20)$$

Nous trouvons que  $z_n = \frac{2}{3}h_n$  comme une conséquence particulière du théorème du Viriel. Ce théorème stipule, dans le cas du potentiel linéaire, que l'énergie  $E_n$  se répartit en  $2/3$  d'énergie potentielle et  $1/3$  d'énergie cinétique

$$\langle n | mg\hat{z} | n \rangle = \frac{2}{3}E_n \quad \text{et} \quad \langle n | \frac{\hat{p}^2}{2m} | n \rangle = \frac{1}{3}E_n. \quad (2.21)$$

Une méthode générale pour calculer les éléments de matrice  $\langle N | \hat{z}^k | n \rangle$  et  $\langle N | \hat{p}^k | n \rangle$  est présentée dans l'annexe A.

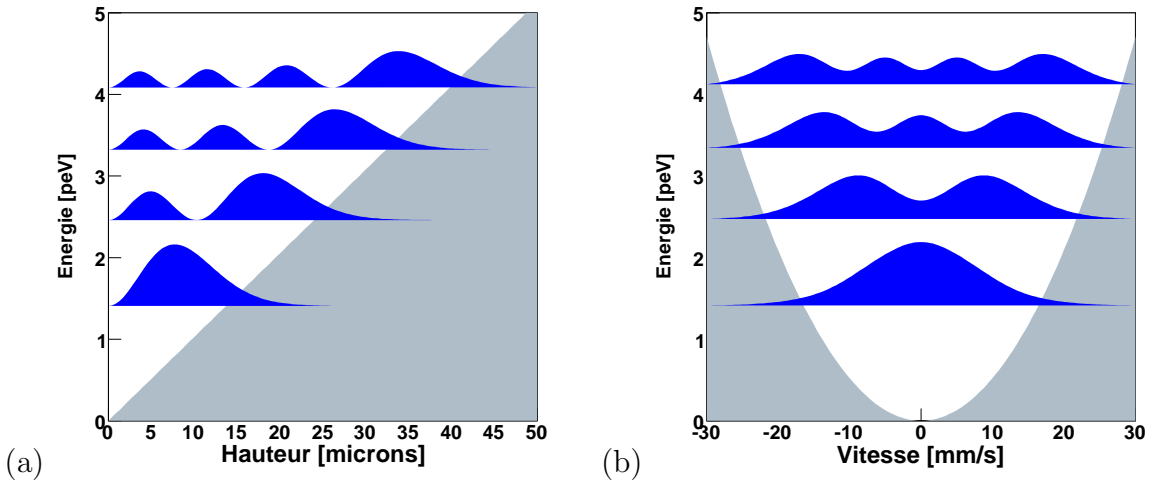


FIG. 2.2: Fonction de densité de probabilité pour les quatre premiers états quantiques. (a) dans l'espace de configuration. (b) dans l'espace des vitesses. La translation verticale de chaque fonction représente l'énergie de l'état quantique correspondant. La zone grisée est interdite classiquement.

## 2.2 Les expériences pionnières à l'ILL

Pendant l'été de l'année 1999, la première série d'expériences visant à montrer la quantification de l'énergie des neutrons dans le champ de pesanteur a été menée auprès de l'instrument PF2, à l'ILL. Il s'agissait d'exploiter la grande extension spatiale des

fonctions d'onde. Deux stratégies ont été employées. La première, dite *intégrale*, mesure un taux de comptage dans un compteur de neutrons. La deuxième, *différentielle*, utilise un détecteur mesurant la hauteur des neutrons à l'échelle du micron.

### 2.2.1 La découverte de l'état fondamental : mesure intégrale

La mesure dite intégrale consiste à mesurer le flux de neutrons traversant une fente constituée d'un miroir horizontal et d'un diffuseur de neutrons au-dessus. Les neutrons sont piégés dans la direction verticale par le mécanisme décrit en détails dans la section précédente. Le mouvement horizontal n'est pas piégé : les neutrons traversent la fente, avec une vitesse entre 4 et 10 m/s. Nous dirons que ce spectromètre mesure les états quantiques *en vol* (*flow through mode*). Les neutrons sortent du guide d'UCN, sont collimatés vers la fente et sont enfin comptés en sortie de la fente. La figure 2.3 décrit le principe de la mesure intégrale.

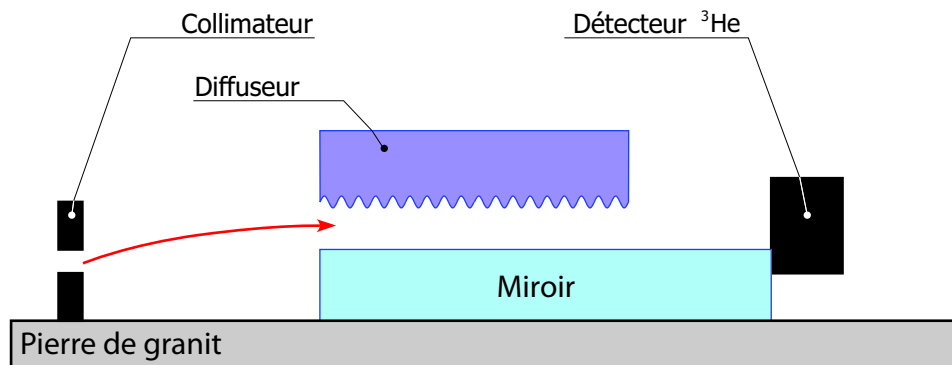


FIG. 2.3: Schéma de principe de la mesure intégrale des états quantiques.

La mécanique classique prédit que le flux observé en fonction de la hauteur  $h$  de l'absorbeur varie comme  $h^{3/2}$ , ce qui se comprend facilement en notant que l'acceptance géométrique varie comme  $h$  et l'acceptance pour la vitesse verticale varie comme  $h^{1/2}$ . La mécanique quantique prédit un comportement différent. Lors du passage dans la fente, le mouvement vertical du neutron est décrit par une combinaison linéaire des états quantiques stationnaires. Un état quantique donné  $|n\rangle$  possède une amplitude de probabilité pour être diffusé par le diffuseur de neutrons. En particulier, lorsque la hauteur de l'absorbeur est inférieure à la hauteur classique du premier état quantique, tous les états quantiques sont perdus dans le diffuseur et la fente devient opaque. La figure 2.4 montre le résultat de la première expérience [25, 26], à savoir le flux de neutrons mesuré en fonction de la hauteur du diffuseur. On constate que la fente est opaque aux UCN pour une hauteur  $h < 15 \mu\text{m}$ , confirmant les prédictions de la mécanique quantique.

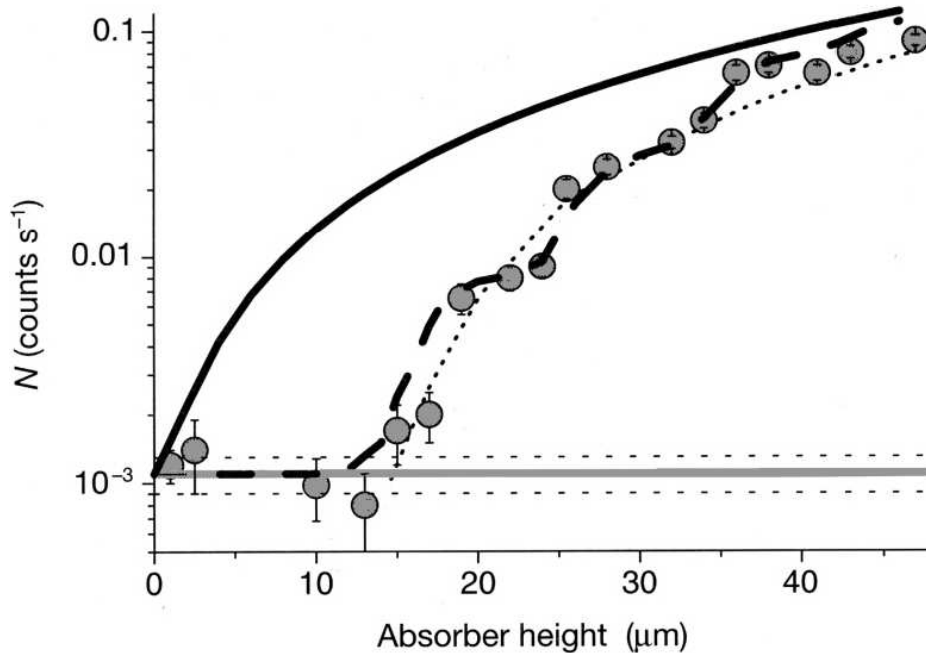


FIG. 2.4: Flux de neutrons transmis en fonction de la hauteur du diffuseur obtenu dans la première expérience. La ligne pleine correspond à un calcul classique. Les pointillés fins correspondent à un modèle quantique simplifié n'impliquant que l'état fondamental. Les pointillés gras représentent un calcul quantique où les populations de chaque état quantique sont ajustées sur les données.

**Le spectromètre.** Le spectromètre est monté sur une table optique équipée de vérins pneumatiques atténuant les vibrations du sol et lui garantissant une horizontalité grossière. Une pierre de granite poli sert de surface de référence sur laquelle sont installés les différents éléments du spectromètre. Les éléments les plus importants sont montrés sur la figure 2.3. Ils sont insérés dans une chambre à vide, elle-même entourée d'un écran magnétique en  $\mu$ -métal atténuant le champ magnétique terrestre.

**Le miroir et le diffuseur.** Le miroir horizontal est constitué de deux pièces parallélépipédiques de verre ( $10 \text{ cm} \times 6 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$ ). Les dimensions du miroir sont contraintes par une condition nécessaire simple pour résoudre les états quantiques : pour observer le phénomène d'opacité, il faut que le temps de passage des neutrons entre le miroir et le diffuseur soit suffisamment long pour que les états quantiques soient absorbés. La durée typique d'oscillation des fonctions d'onde est, on l'a vu,  $t_0 = 1/f_0 \approx 7 \text{ ms}$ . Cela correspond, pour les neutrons de vitesse horizontale  $10 \text{ m/s}$ , à une distance de  $7 \text{ cm}$ .

Des estimations plus précises ont conclu qu'une fente de longueur 10 cm est suffisante. Les miroirs sont polis avec une rugosité RMS mesurée à  $2.2 \pm 1$  nm. Nous étudierons dans le chapitre 4 les effets systématiques induits par la rugosité du miroir horizontal. Le diffuseur est aussi une pièce de verre (10 cm  $\times$  13 cm  $\times$  1 cm), poli de la même façon que les miroirs. Il est ensuite rendu rugueux et enduit d'une couche d'absorbant pour les neutrons. Trois vérins piézoélectriques permettent d'ajuster la hauteur et l'inclinaison du diffuseur. Des inclinomètres (d'une précision meilleure que  $10^{-6}$  rad) posés sur le granit et sur l'absorbant servent de dispositif de mesure associés aux vérins. Ce système permet de contrôler activement l'inclinaison relative entre le miroir et l'absorbant, et de changer la hauteur du diffuseur avec une précision meilleure que 1  $\mu$ m en ligne. Dans les versions ultérieures de l'expérience, un dispositif de mesure absolue de la hauteur du diffuseur a été installé. Il fonctionne en mesurant la capacité du condensateur formé par deux enduits conducteurs, l'un sur le miroir horizontal, l'autre sur le diffuseur.

**Le détecteur.** Le compteur de neutrons est un détecteur proportionnel à  $^3\text{He}$ , qui convertit un neutron en un triton et un proton par la réaction  $n + ^3\text{He} \rightarrow t + p + 764$  keV. Le triton et le proton chargés déposent leur énergie en ionisant de l'argon et les ions produits sont eux-mêmes amplifiés dans le régime de fonctionnement proportionnel. La géométrie du détecteur est adaptée pour détecter une nappe de neutrons de 10 cm de largeur, puisqu'il s'agit d'un cylindre de 2 cm de diamètre et de 12 cm de hauteur. La qualité de ce détecteur s'apprécie par son efficacité (100 %) et surtout son faible niveau de bruit (typiquement  $10^{-3}$  Hz). Ce dernier critère est essentiel, puisque, comme on peut voir sur la figure 2.4, le flux correspondant à la transmission du premier état quantique est de seulement  $10^{-2}$  Hz.

**Les résultats de la deuxième série de mesures.** La deuxième série de mesure, prise en 2003, bénéficie d'une augmentation de la statistique, d'une amélioration du positionnement du diffuseur, de nouveaux miroirs et diffuseurs et d'un nouveau détecteur avec un bruit de fond encore plus bas. Le résultat de l'expérience en mode intégral est présenté sur la figure 2.2.1, tirée de [27].

Cette mesure a permis d'estimer la valeur des hauteurs classiques des deux premiers états quantiques, en utilisant un modèle phénoménologique décrivant l'interaction avec le diffuseur [27].

$$h_1 = 12.2 \pm 1.8 \pm 0.7 \mu\text{m} = 12.2 \pm 2.0 \mu\text{m} \quad (2.22)$$

$$h_2 = 21.6 \pm 2.2 \pm 0.7 \mu\text{m} = 21.6 \pm 2.3 \mu\text{m}. \quad (2.23)$$

La première erreur reportée est systématique, la deuxième statistique. L'erreur systématique provient de l'imprécision de la calibration absolue des distances ainsi que de l'imprécision estimée du modèle décrivant la diffusion des neutrons. Nous voyons que l'incertitude est dominée par l'erreur systématique. Les hauteurs ajustées sont compatibles avec les valeurs théoriques ( $h_1 = 13.7 \mu\text{m}$  et  $h_2 = 24.0 \mu\text{m}$ ) avec une précision

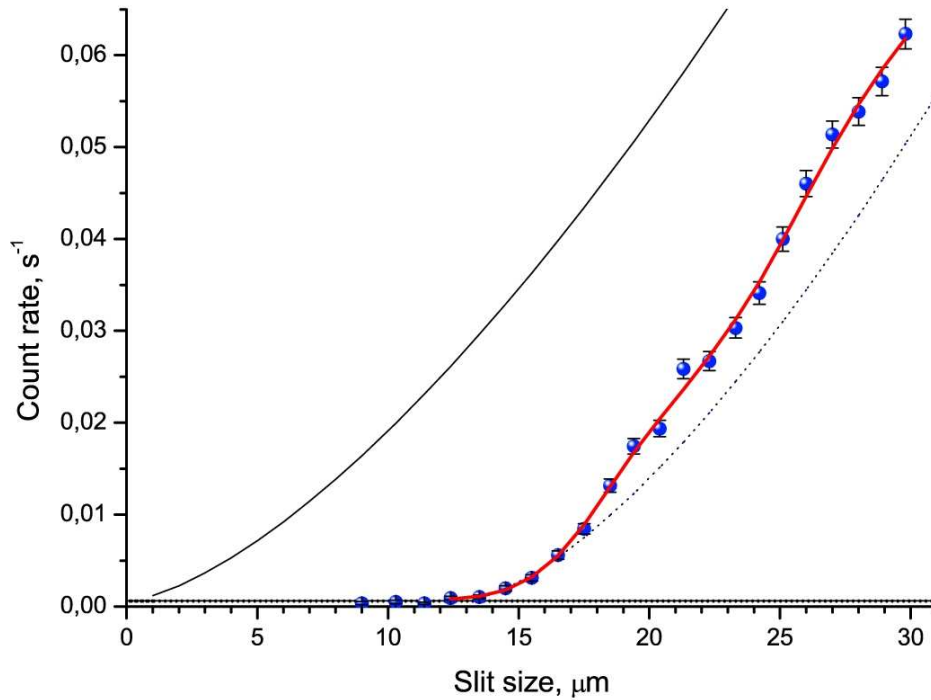


FIG. 2.5: Flux de neutrons transmis en fonction de la hauteur du diffuseur obtenu dans la deuxième expérience.

de 15%. Leurs valeurs sont cependant un peu basses, ce qui peut être expliqué par l'effet de compression des fonctions d'onde. La présence du diffuseur au-dessus du miroir horizontal change le problème quantique, en introduisant une barrière de potentiel supplémentaire. Si le diffuseur était un miroir identique au miroir horizontal, les fonctions d'onde de ce problème seraient compressées par rapport aux fonctions d'onde (2.10). Cet effet de *squeezing* n'a pas été inclus explicitement dans l'analyse, mais une erreur lui a été attribuée dans l'estimation de l'imperfection du modèle du diffuseur. Nous noterons simplement que la présence du diffuseur perturbe trop les états quantiques pour permettre une détermination précise de leurs paramètres. On estime la précision ultime de la méthode intégrale à quelques pourcents, c'est pourquoi la mesure différentielle, puis la méthode des transitions résonantes ont été proposées.

### 2.2.2 La mesure différentielle

La méthode que nous venons de décrire est intégrale, ce qui signifie que l'on mesure l'intégrale de la distribution de hauteur des neutrons, du miroir jusqu'à l'altitude du diffuseur. Pour tirer meilleur parti de la faible statistique disponible, une méthode différentielle est préférable. Il s'agit de mesurer directement la densité spatiale de hauteur

des neutrons. Pour cela, un détecteur de neutrons ultrafroids de faible bruit de fond, sensible à la hauteur des neutrons, doit être utilisé.

**L'observation des densités de probabilité.** Une expérience typique avec le détecteur sensible à la position utilise le principe suivant : une fente miroir-diffuseur permet de sélectionner les neutrons dans les premiers états quantiques. En sortie, l'état des neutrons est donné par une combinaison linéaire

$$\psi(z) = \sum_{i=1}^N a_n \psi_n(z), \quad (2.24)$$

où  $N$  est le nombre d'états quantiques utiles et  $a_n$  sont les amplitudes de présence dans chacun des états quantiques. On appelle  $\beta_n = |a_n|^2$  la population de l'état quantique  $n$ . Il est possible que ces populations dépendent de la vitesse horizontale puisque l'efficacité d'absorption d'un état quantique par le diffuseur dépend du temps passé par le neutron dans la fente. L'état quantique évolue lorsque le neutron traverse une zone constituée uniquement d'un miroir horizontal, sans diffuseur au-dessus. En fonction du temps de passage  $t$ , la densité de probabilité de hauteur s'écrit

$$P(z, t) = \left| \sum_{n=1}^N a_n \psi_n(z) e^{iE_n t/\hbar} \right|^2. \quad (2.25)$$

Remarquons que les populations dans les différents états quantiques se conservent pendant cette évolution. Le détecteur sensible à la hauteur des UCN est placé à l'extrémité du miroir, il mesure la densité spatiale de hauteur des neutrons après qu'ils se sont propagés. Le détecteur moyenne les distributions de hauteur pour tous les temps de parcours  $t$  correspondant aux vitesses horizontales différentes. Le spectre des vitesses horizontales s'étend de 4 à 8 m/s et la distance de parcours horizontal au-dessus du miroir est de l'ordre de 10 cm, si bien que les temps de parcours s'étendent de 10 à 25 ms. Ainsi, les termes d'interférence du type  $a_n a_m \psi_n(z) \psi_m(z) \cos((E_n - E_m)t/\hbar)$ , avec  $n \neq m$ , se moyennent à zéro. Le détecteur mesure donc la combinaison incohérente

$$P(z) = \langle P(z, t) \rangle_t = \sum_{n=1}^N \beta_n |\psi_n(z)|^2. \quad (2.26)$$

**Le détecteur uranium.** Il n'existe pas de compteur de neutrons, délivrant un signal en direct, ayant une résolution meilleure que 100  $\mu\text{m}$ . Un détecteur dédié à cette mesure a été développé [28]. Il s'agit d'un détecteur de traces nucléaires en plastique (CR39) sur lequel est déposé une fine couche d'uranium ( $^{235}\text{UF}_4$ ), dite couche de conversion. Les neutrons frappant cette couche induisent une fission d'un noyau d'uranium, laquelle libère deux produits de fission dos-à-dos. L'un de ces deux produits de fission entre dans

le détecteur plastique et laisse une trace. Les traces ainsi produites ont un diamètre de quelques angströms. La couche d'uranium est suffisamment mince, d'épaisseur inférieure à  $1\ \mu\text{m}$ , pour que la hauteur d'impact d'un UCN se confonde avec la hauteur d'impact du produit de fission sur le plastique avec une précision acceptable. Un traitement chimique, dans une solution alcaline, permet d'agrandir le diamètre des traces jusqu'à  $1\ \mu\text{m}$ . La couche d'uranium disparaît pendant le traitement chimique. Le détecteur peut ensuite être analysé avec un microscope optique, produisant une carte des points d'impacts. On doit ensuite corriger cette carte de la déformation du détecteur survenue pendant le développement chimique.

Ainsi, le résultat final n'est obtenu qu'après un traitement chimique et une analyse fastidieuse. Il est impossible de contrôler la qualité des données pendant l'expérience. C'est incontestablement un inconvénient de la méthode différentielle.

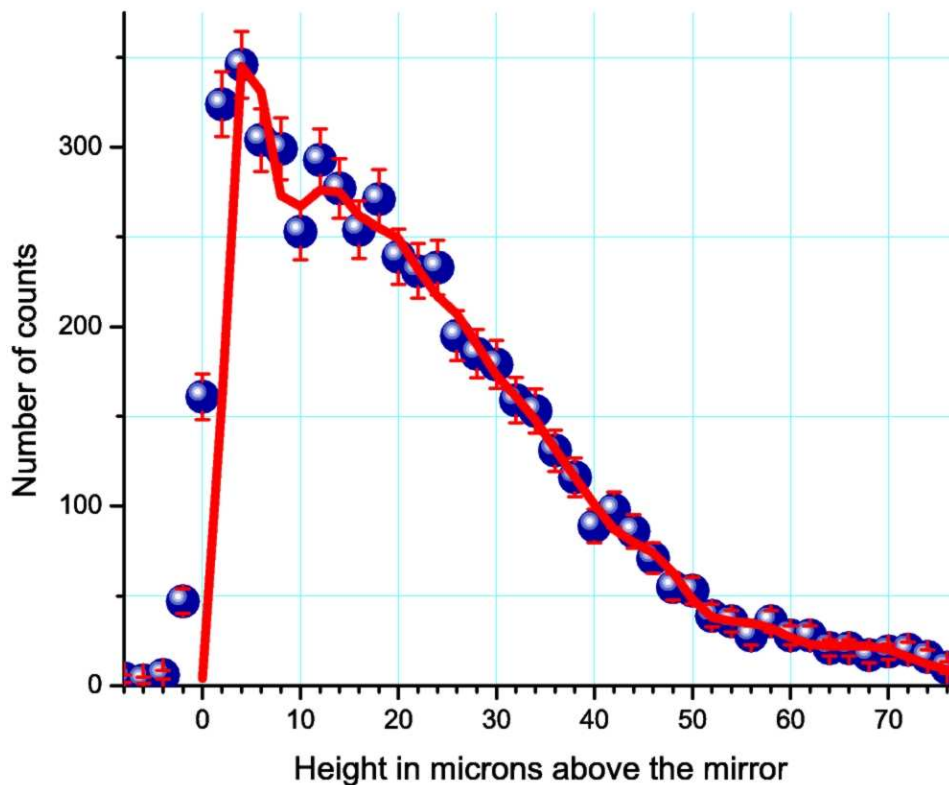


FIG. 2.6: Résultats d'une mesure de la densité de neutrons au-dessus d'un miroir dans le champ de pesanteur obtenus avec un détecteur de traces nucléaires plastique recouvert d'uranium. La ligne pleine représente la densité théorique attendue.

Les résultats du développement d'un premier détecteur est présenté sur la figure 2.6, tirée de [27]. Le but de cette mesure était essentiellement de tester la méthode et d'estimer la résolution spatiale du détecteur, qui est finalement de l'ordre de  $2\ \mu\text{m}$ .

## 2.3 Une analyse de la dernière mesure différentielle

Dans cette section, nous présentons une analyse d'une deuxième mesure différentielle, ayant pour but de mettre en évidence le nœud de la fonction d'onde du deuxième état quantique.

La densité spatiale montrée sur la figure 2.6 ne présente pas de structure particulière, sauf une variation d'environ 10 % à la hauteur de  $10 \mu\text{m}$ . Cette suppression du nombre de neutrons correspond au nœud du deuxième état quantique  $|2\rangle$ , attendu théoriquement à la hauteur de  $h_2 - h_1 = 10.3 \mu\text{m}$ . Aussitôt après cette première mesure, la mise en évidence du nœud de la deuxième fonction d'onde devient l'objectif. En effet, la mesure de cette structure constituerait une preuve supplémentaire et indépendante du caractère quantique du phénomène. On peut dire que la méthode intégrale a démontré l'existence du premier état quantique, il s'agit ici de caractériser le deuxième.

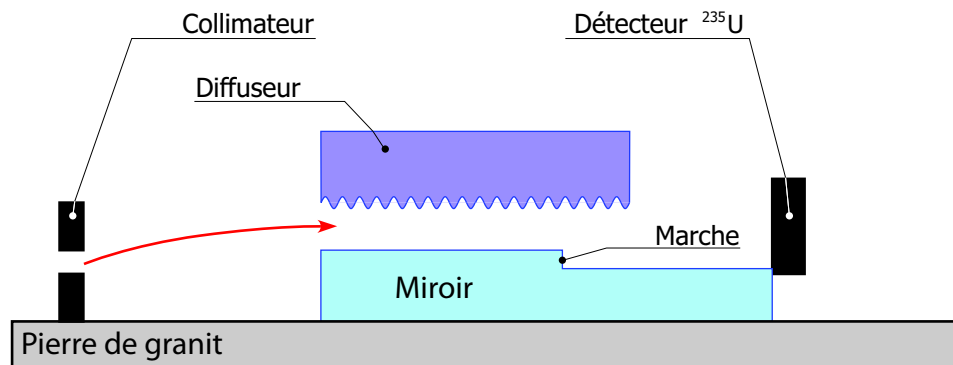


FIG. 2.7: Schéma de principe de la mesure différentielle des états quantiques.

**La suppression de l'état fondamental par une marche.** La diminution de densité de neutrons à la hauteur de  $10 \mu\text{m}$  dans la première expérience n'est pas statistiquement significative, il a donc fallu trouver un moyen pour augmenter le contraste du nœud de  $|2\rangle$ . Il suffit pour cela de préparer une combinaison linéaire initiale dans laquelle la population de l'état fondamental est supprimée. En effet, comme on peut le constater sur la figure 2.2, le maximum de probabilité de l'état fondamental correspond presque exactement à l'altitude du nœud de  $|2\rangle$ . Pour supprimer l'état fondamental, une idée élégante consiste à utiliser une marche, comme illustré sur la figure 2.7. Du point de vue de la mécanique classique, l'énergie verticale après la marche est forcément supérieure à  $mg\Delta z$ , où  $\Delta z$  est la hauteur de la marche. Si l'on fait en sorte que cette énergie soit supérieure à l'énergie du premier état quantique, on s'attend à ce que la population du premier état quantique après la marche soit supprimée. Bien entendu, les estimations précises nécessitent l'emploi du formalisme quantique. L'amplitude de probabilité pour un neutron de subir la transition  $n \rightarrow k$  lors du passage de la marche est donnée par



l'intégrale de recouvrement

$$\beta_{n \rightarrow k}(\Delta z) = \int_0^{+\infty} \psi_n(z) \psi_k(z + \Delta z) dz. \quad (2.27)$$

Cette formule a permis d'optimiser [29] la hauteur de la marche maximisant le contraste du nœud de  $|2\rangle$  et le résultat est  $\Delta z = 13.5 \mu\text{m}$ . Les populations des différents états quantiques après la marche calculées dans ces conditions sont indiquées dans le tableau 2.2.

n	1	2	3	4	5	6
$\beta_n$	0.019	0.272	0.301	0.379	0.005	0

TAB. 2.2: Populations des états quantiques calculées après descente d'une marche de  $13.5 \mu\text{m}$  de haut. Les deux premiers états quantiques sont présents avant la marche, également peuplés.

L'expérience dans cette configuration a été réalisée. Le résultat du développement complet du détecteur, non publié à ce jour, est montré sur la figure 2.8. On voit très nettement le nœud du deuxième état quantique, preuve du caractère quantique de la densité spatiale de hauteur. En revanche, la largeur totale de la distribution est beaucoup plus grande que prévue, et il est certain que les populations calculées (2.2) ne peuvent pas rendre compte de la distribution mesurée.

Les conditions extérieures ont changé entre les premières mesures et celle-ci. La structure du bâtiment-réacteur a été allégée pour se conformer aux normes antisismiques. Il en a résulté une augmentation dramatique du niveau de vibration au niveau D du réacteur. A cause de ces vibrations, non suffisamment amorties par le spectromètre, des transitions entre états quantiques sont induites et des niveaux quantiques excités ont pu être peuplés dans cette expérience. C'est principalement ce phénomène qui explique l'élargissement de la densité spatiale de hauteur. Ces difficultés ont conduit l'équipe d'alors, en 2005, à arrêter l'exploitation du premier spectromètre pour se concentrer sur la conception du spectromètre GRANIT de seconde génération.

**L'analyse des résultats.** La présence des vibrations sismiques n'introduit cependant pas d'effet systématique dans l'analyse du résultat si les populations des différents états quantiques sont considérées comme des paramètres à ajuster.

Présentons maintenant en détails les étapes de cette analyse. Les données se présentent sous la forme d'un histogramme (représenté sur la figure 2.8) de 100 classes de largeur  $1 \mu\text{m}$  chacune. On note cet histogramme  $N(z)_{z=1\dots 100}$ , il recense les altitudes de  $N_{\text{tot}} = 12850$  neutrons. Nous devons ajuster les populations  $\beta_n$  des 13 premiers états quantiques, l'altitude du miroir  $h_0$  représentant l'origine des hauteurs, le niveau de bruit de fond

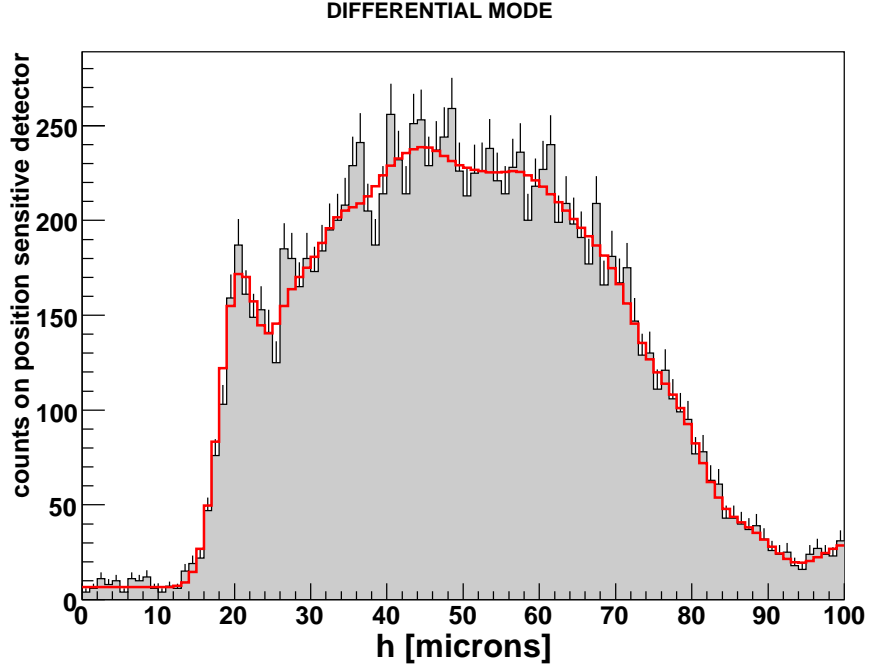


FIG. 2.8: Densité de neutrons au-dessus d'un miroir dans le champ de pesanteur obtenue avec un détecteur de traces nucléaires plastique recouvert d'uranium, dans la configuration avec une marche. La ligne pleine représente la densité ajustée.

$Bg$  et la résolution du détecteur  $\sigma$ . En outre, les données contiennent suffisamment d'information pour pouvoir ajuster un paramètre physique. Nous avons choisi d'ajuster le paramètre  $z_0$ , dont la valeur théorique est  $5.87 \mu\text{m}$ . Ainsi, la fonction d'ajustement est la suivante <sup>1</sup>

$$F(\beta_n, Bg, h_0, \sigma, z_0)(z) = \sum_{n=1}^{13} \beta_n P_n(\sigma, z_0)(z - h_0) + Bg, \quad (2.28)$$

où  $P_n(\sigma, z_0)$  est obtenu par convolution de la densité de probabilité  $|\psi_n|^2$  par une distribution gaussienne centrée d'écart type  $\sigma$ . Le problème consiste à minimiser la distance entre la fonction d'ajustement et l'histogramme des données

$$\chi^2(\beta_n, Bg, h_0, \sigma, z_0) = \sum_{z=1}^{100} \frac{(F(\beta_n, Bg, h_0, \sigma, z_0)(z) - N(z))^2}{N(z)}. \quad (2.29)$$

Cette fonction possédant 17 paramètres, une approche de minimisation naïve par force

<sup>1</sup>Rappelons que cette approche est seulement valide si les termes d'interférence s'annulent. L'effet systématique associé n'a pas encore été estimé.

brute est impensable. Il convient de remarquer que la fonction d'ajustement (2.28) est linéaire dans les paramètres  $\beta_n$  et  $Bg$ . En fixant les trois autres paramètres, la minimisation de  $\chi^2$  par rapport aux paramètres linéaires est rapide et non ambiguë. En effet, les populations  $\beta_n$  et  $Bg$  minimisant  $\chi^2$  s'obtiennent en résolvant le système de 14 équations linéaires

$$\sum_{n=0}^{13} \beta_n \sum_{z=1}^{100} \frac{P_i(\sigma, z_0)(z - h_0)P_n(\sigma, z_0)(z - h_0)}{N(z)} = 1 \quad i = 0 \dots 13, \quad (2.30)$$

où par économie d'écriture, on pose  $\beta_0 = 100 \times Bg$  et  $P_0(\sigma, z_0)(z) = 1/100$ .

L'ajustement complet se déroule de la manière suivante. Pour chaque valeur de  $z_0$  (entre 5.7 et 6.2  $\mu\text{m}$ ), nous parcourons les deux paramètres  $\sigma$  et  $h_0$  et nous résolvons l'équation (2.30) à chaque pas. On relève la valeur minimale  $\chi_{\min}^2(z_0)$  pour chaque valeur de  $z_0$ . Le résultat est présenté sur la figure 2.9. Nous trouvons une valeur minimale de  $\chi_{\min}^2(z_0)$  de 81.5, pour 83 degrés de liberté, atteint en  $z_0 = 5.92 \mu\text{m}$ ,  $\sigma = 2.05 \mu\text{m}$  et  $h_0 = 17.15 \mu\text{m}$ . Les populations ajustées des 9 premiers états quantiques et du bruit de fond sont reportées dans le tableau 2.3. En ce qui concerne les états excités  $|10\rangle$ ,  $|11\rangle$ ,  $|12\rangle$  et  $|13\rangle$ , leurs populations sont compatibles avec zéro. La déviation standard de l'ajustement de  $z_0$  est estimée de manière usuelle en considérant la bande définie par  $\chi_{\min}^2 + 1$ , permettant d'annoncer le résultat  $z_0 = 5.9 \pm 0.1 \mu\text{m}$ , parfaitement compatible avec la valeur théorique attendue à 5.87  $\mu\text{m}$ .

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\beta_n/N_{\text{tot}}$	0.053	0.004	0.073	0.122	0.118	0.161	0.154	0.136	0.078	0.047

TAB. 2.3: Populations ajustées des états quantiques. Les déviations standard relatives sont de 10 %, sauf pour le premier état quantique où elle est de 100 % [30].

Pour contrôler les éventuels biais de l'estimation statistique de  $z_0$  précédente, une étude Monte-Carlo a été menée. On considère la distribution théorique (2.28), les 17 paramètres étant fixés à leur valeur ajustée précédemment. On tire aléatoirement un pseudo-histogramme correspondant à cette distribution (ce qui signifie en fait 100 tirages de loi de Poisson). On répète l'ajustement de  $z_0$  sur ces pseudo-données. On itère cette opération pour 10000 pseudo-expériences, produisant un histogramme des valeurs ajustées de  $z_0$  (figure 2.10 (a)) et de  $\chi_{\min}^2$  (figure 2.10 (b)). La distribution des  $\chi_{\min}^2$  possède une valeur moyenne de 84.8, à comparer à  $\chi_{\min}^2 = 81.5$  dans l'ajustement des vraies données. Nous concluons que nos hypothèses pour former la fonction d'ajustement (2.28) ne sont pas incompatibles avec l'expérience. La distribution des valeurs ajustées de  $z_0$  présente une structure singulière, elle est constituée de deux pics. Le premier pic est centré sur la valeur vraie 5.9  $\mu\text{m}$  et sa demi largeur correspond à la déviation standard de 0.1  $\mu\text{m}$ . Le deuxième pic, centré sur 6.3  $\mu\text{m}$ , correspond à un biais de 0.4  $\mu\text{m}$ . En

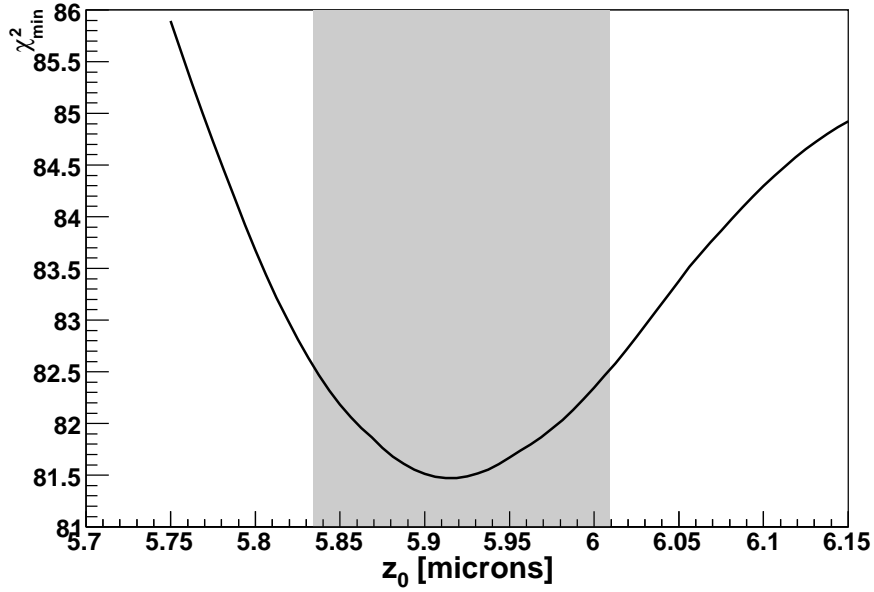


FIG. 2.9: Ajustement de  $z_0$ . La bande grisée correspond à la déviation standard.

comparant les amplitudes des deux pics, nous concluons que la méthode d'ajustement présente un risque de 20 % d'être biaisée.

Les ambiguïtés de l'analyse, en particulier le nombre d'états quantiques inclus dans la fonction d'ajustement et la coupure sur les données correspondant aux plus hautes altitudes, ont été considérées dans [30]. On peut montrer que le risque de biais est provoqué par une structure fortuite aux très hautes altitudes (la remontée à  $100 \mu\text{m}$  dans la figure 2.8). En tenant compte de ces effets, le résultat final est réévalué à

$$z_0 = 6.0 \pm 0.2 \mu\text{m}. \quad (2.31)$$

Ainsi, nous concluons que la méthode différentielle a permis de mesurer le paramètre  $z_0$ , qui gouverne la taille des fonctions d'onde, avec une précision relative de l'ordre de 3 %. Rappelons que la précision de la méthode intégrale est de l'ordre de 15 %. Ce sont les perturbations provoquées par le diffuseur qui limitent la précision de l'approche intégrale. Au contraire, pour la méthode différentielle, le diffuseur sert uniquement à préparer initialement les neutrons dans les premiers états quantiques. On peut considérer la figure 2.8 comme une photographie de résolution micrométrique des états quantiques du neutron dans le champ de pesanteur non perturbés par la présence de l'absorbeur.

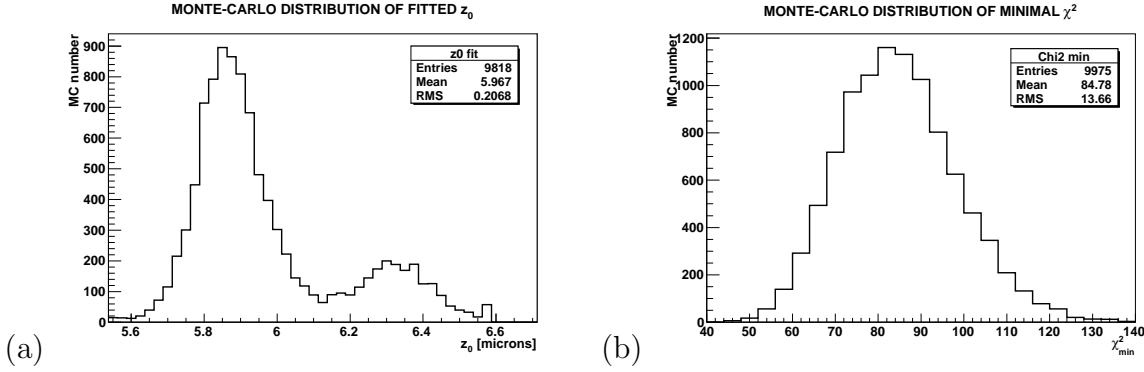


FIG. 2.10: Simulations Monte-Carlo de l'ajustement du paramètre  $z_0$ . (a) Distribution des valeurs estimées de  $z_0$ . (b) Distribution des valeurs minimales de  $\chi^2$ .

## 2.4 La chute libre des états quantiques

Intéressons nous maintenant au devenir des états quantiques en sortie du miroir, c'est-à-dire lorsque les neutrons tombent. Nous avons la possibilité, en utilisant le détecteur sensible à la position, d'étudier la chute libre des neutrons dans un régime quantique.

**La chute libre classique.** On distingue trois phases successives dans la chute libre. Pour fixer les idées, considérons un neutron en bout de miroir, peuplant les premiers états quantiques du spectre d'énergie vertical. Décidons que l'origine des temps correspond à l'instant où le neutron entame la chute libre. Imaginons que, à partir de l'instant 0, le neutron se comporte subitement classiquement. Il possède à cet instant initial une altitude  $z_i$  de l'ordre de  $z_0$ , et une vitesse verticale  $v_i$  de l'ordre de  $v_0$ . Son altitude ultérieure est donnée par la trajectoire parabolique

$$z(t) = z_i + v_i t + \frac{1}{2} g t^2 \quad (2.32)$$

Nous distinguons donc trois termes, qui deviennent prépondérant tour à tour. Pour  $t < z_0/v_0 \approx 0.5$  ms, le premier terme domine, la chute n'a pas commencé. Pour  $0.5$  ms  $< t < 2v_0/g \approx 2$  ms, le deuxième terme domine, la fonction d'onde s'étale. Pour  $t > 2$  ms, le dernier terme domine, le neutron tombe.

**La mesure avec le détecteur uranium.** Le régime le plus intéressant à étudier est certainement la transition entre la deuxième et la dernière phase. Une expérience dédiée a été réalisée en mars 2005. Le spectromètre est réglé dans la même configuration que celle de l'expérience décrite ci avant, c'est-à-dire que le diffuseur est placé à  $15 \mu\text{m}$  du miroir horizontal, et qu'une marche de  $13.5 \mu\text{m}$  est présente. Une différence est cependant à noter : le collimateur d'entrée est réglé pour ne transmettre au niveau de la fente que les

neutrons de grande vitesse horizontale ( $v > 6.2$  m/s). Le spectre des vitesses horizontales mesuré, tiré de [27], est présenté sur la figure 2.11. Il est nécessaire de couper le spectre des vitesses horizontales, sans quoi la relation entre la durée de la chute libre et la distance horizontale parcourue devient trop floue.

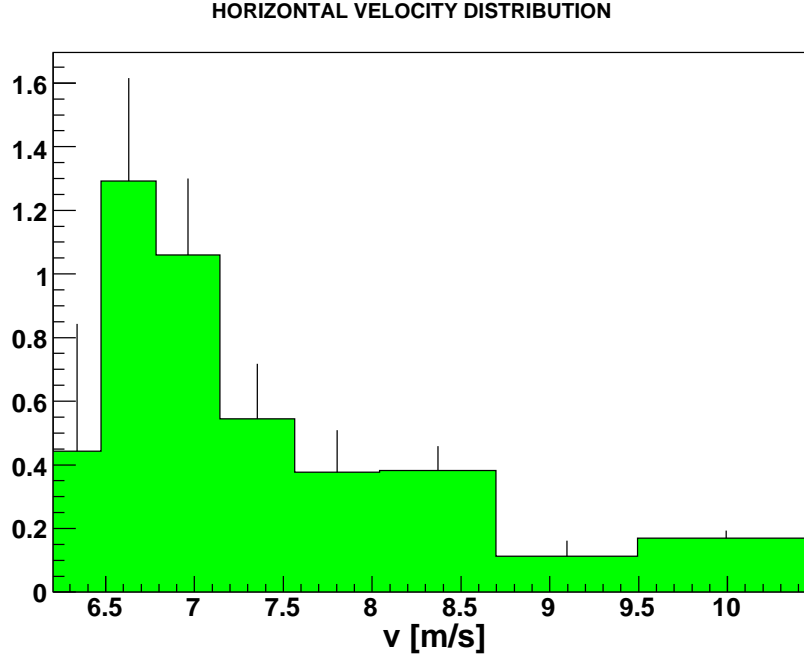


FIG. 2.11: Densité spectrale des vitesses horizontales. L'unité de l'axe vertical est arbitraire.

Le détecteur sensible à la position est placé à 2 cm du miroir. Cela correspond à une durée de chute libre entre 2 et 3 ms. Le résultat de cette mesure est présenté sur la figure 2.13. Pour l'analyser, nous devons d'abord disposer d'une description quantique de la chute libre des neutrons.

**La chute libre quantique.** La dynamique quantique de la chute libre est entièrement décrite par le propagateur dépendant du temps  $K(z, z_i, t)$ , qui permet de calculer la fonction d'onde  $\psi(z, t)$  à tout instant connaissant la fonction d'onde  $\psi(z, 0)$

$$\psi(z, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} K(z, z_i, t) \psi(z_i, 0) dz_i. \quad (2.33)$$

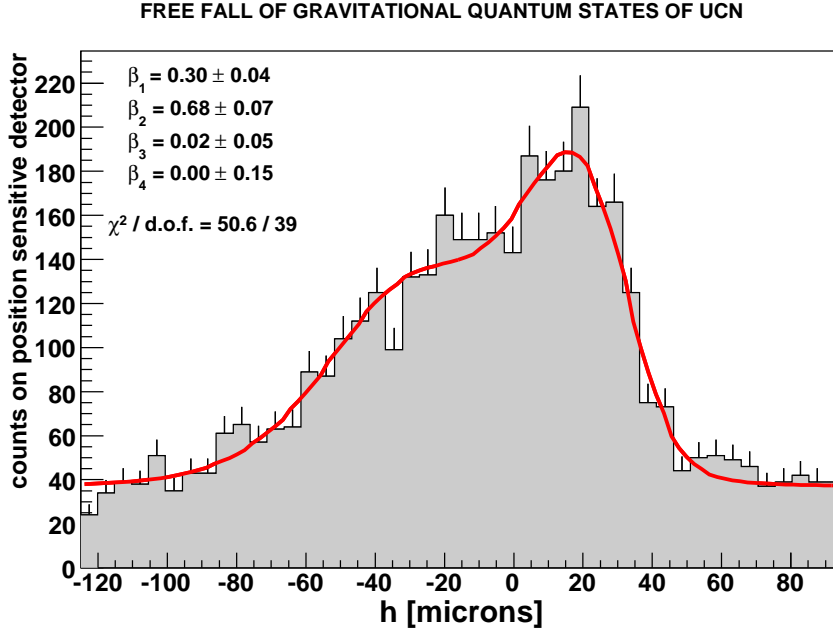


FIG. 2.12: Densité de hauteur des neutrons sur le détecteur uranium placé à 2 cm du miroir.

Pour un mouvement unidimensionnel général, le propagateur vérifie l'équation différentielle

$$i\hbar \partial_z K + \frac{\hbar^2}{2m} \partial_z^2 K - V(z)K = \delta(z - z_i)\delta(t). \quad (2.34)$$

On peut vérifier que la formule suivante donne une solution de cette équation dans le cas particulier de la chute libre (sans miroir horizontal)

$$K(z, z_i, t) = \left(\frac{m}{2i\pi\hbar t}\right)^{1/2} \exp\left(\frac{i}{\hbar}S(z, z_i, t)\right), \quad (2.35)$$

où  $S(z, z_i, t)$  est l'action classique pour une particule de masse  $m$  tombant de  $z_i$  à  $z$  dans l'intervalle  $t$ , à savoir

$$S(z, z_i, t) = \frac{(z - z_i)^2}{2t} - \frac{1}{2}(z + z_i)gt - \frac{1}{24}g^2t^3. \quad (2.36)$$

En guise d'illustration de ces résultats, la figure 2.13 montre la densité de probabilité calculée pendant la chute libre, en prenant comme état initial l'un des trois premiers états quantiques.

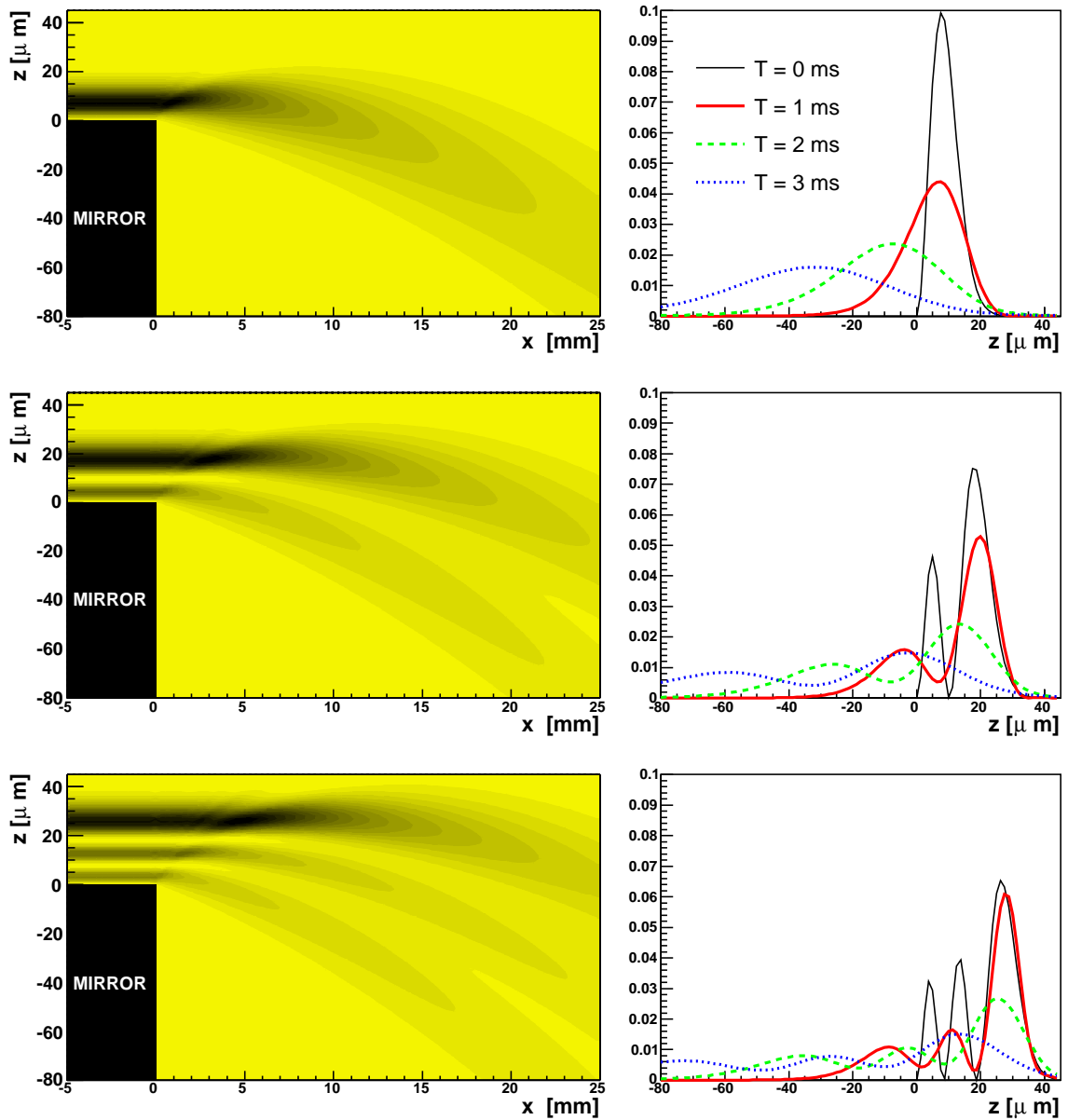


FIG. 2.13: Calcul des densités de hauteur des neutrons pendant la chute libre dans le régime quantique. La chute du premier, deuxième et troisième état quantique sont montrés de haut en bas. À gauche est représentée la densité de probabilité de présence dans les deux dimensions – horizontales et verticales – pour une vitesse horizontale de 7 m/s. À droite est représentée la densité de probabilité en fonction de la hauteur après 0, 1, 2 et 3 ms de chute libre.



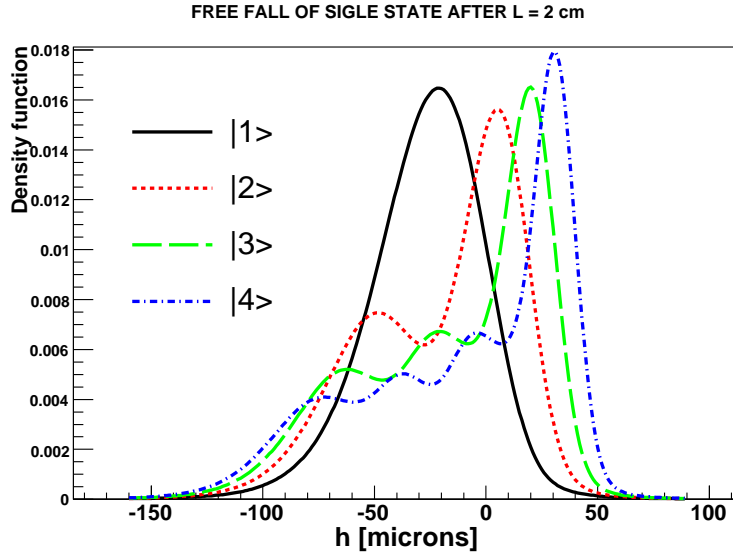


FIG. 2.14: Calcul de la densité de probabilité verticale des neutrons après la chute libre pour les quatre premiers états quantiques, tenant compte de la distribution des vitesses horizontales de la figure 2.11.

**L'analyse des résultats.** Pour analyser l'histogramme des données 2.13, nous proposons d'ajuster les populations initiales des premiers états quantiques avant la chute libre. On calcule tout d'abord la densité de probabilité de hauteur attendue sur le détecteur positionné à 2 cm, en tenant compte de la distribution de vitesse horizontale 2.11. La figure 2.14 montre le résultat, pour la chute libre des quatre premiers états quantiques. Ensuite, l'histogramme issu de l'expérience est interprété comme une combinaison linéaire (incohérente) de ces quatre densités de probabilités. On ajuste donc quatre populations, un niveau de bruit de fond uniforme sur toute la hauteur du détecteur, ainsi que la position  $h = 0$  du miroir. Pour cette analyse, la résolution finie du détecteur est négligée. Le résultat de cet ajustement est montré sur la figure 2.13.

En comparaison avec la mesure différentielle du nœud du deuxième état quantique analysée au cours du paragraphe précédent, la mesure de la chute libre est beaucoup moins directement interprétable. Elle souffre d'une statistique amoindrie du fait de la sélection des hautes vitesses horizontales. On compte un total de 4042 neutrons, soit trois fois moins que dans la mesure précédente. De plus, l'interprétation nécessite la connaissance du spectre des vitesses horizontales. Pour estimer l'incertitude systématique liée à cet effet, l'analyse a été répétée en changeant le spectre horizontal dans sa déviation standard. On trouve que les erreurs sur les populations ajustées sont dominées par l'incertitude sur la vitesse horizontale. En fait, on ne peut pas ajuster les populations initiales des états quantiques  $\beta_n$ . Une information survit cependant : la population initiale  $\beta_1$  est certainement inférieure à la population initiale  $\beta_2$ .

## Conclusions

Dans ce chapitre, la physique des rebonds quantiques du neutron dans le champ de pesanteur à été introduite. Les expériences pionnière pour mettre en évidence ce phénomène ont été succinctement décrites. La première mesure, dite *intégrale*, a permis de caractériser l'existence du premier état quantique. Une deuxième mesure intégrale a mesuré les paramètres des deux premiers états quantiques avec une précision relative de 15 %.

La mesure différentielle avec suppression du premier état quantique par la marche a été analysée dans le cadre de cette thèse. Le résultat est présenté comme une mesure du paramètre  $z_0$  des états quantiques, avec une précision statistique relative de 3 %.

Ensuite, le problème de la chute libre des états quantiques a été considéré. Nous avons exposé le formalisme pour décrire la dynamique quantique de la chute libre. Nous avons analysé une mesure avec un détecteur uranium éloigné et nous avons conclu que cette mesure ne permet d'extraire que très peu d'informations. On peut seulement dire que le formalisme n'est pas mis en défaut par cette mesure. Dans la section 3.3, nous verrons que l'étalement du paquet d'onde pendant la chute libre induit un effet sur la mesure proposée dans le spèctromètre GRANIT. Le formalisme exposé ici sera alors utile pour dimensionner une partie du dispositif expérimental.

# 3

## Les transitions résonantes entre états quantiques

Dans le chapitre 2, nous avons mentionné les deux échelles caractéristiques des états quantiques du neutron dans le champ de pesanteur. La grande extension spatiale  $z_0 \approx 6 \mu\text{m}$  permet d'accéder expérimentalement aux états quantiques avec les mesures intégrales ou différentielles. Les faibles fréquences quantiques  $f_0 \approx 150 \text{ Hz}$  permettent une autre approche : l'excitation de transitions résonantes entre les états quantiques. Nous allons dans ce chapitre décrire la méthode de mesure des *fréquences de transition*  $f_{Nn} = (E_N - E_n)/h$  du spectre énergétique vertical des neutrons bondissants. Le tableau 3.1 montre les fréquences théoriques attendues pour les transitions entre les 6 premiers niveaux quantiques.

$f_{Nn}$ [Hz]	1	2	3	4	5	6
1	0	254	462	645	813	969
2		0	208	391	559	716
3			0	184	351	508
4				0	168	324
5					0	156

TAB. 3.1: Fréquences théoriques des six premières transitions résonantes. On a utilisé  $g = 9.806 \text{ m/s}^2$ .

### 3.1 Les transitions résonantes entre états quantiques

Le principe de l'excitation résonante d'un système à deux états est traité dans tous les livres de mécanique quantique. Rappelons-le ici, dans le cas des états quantiques du neutron dans le champ de pesanteur. Sous l'effet d'une perturbation dépendant du temps décrite par le potentiel  $\hat{V}(t)$ , l'évolution temporelle de l'état  $|\psi(t)\rangle$  du système est décrite par l'équation de Schrödinger dépendante du temps

$$i\hbar \frac{d}{dt} |\psi(t)\rangle = \left( \hat{H}_0 + \hat{V}(t) \right) |\psi(t)\rangle, \quad (3.1)$$

où

$$\hat{H}_0 = \frac{\hat{p}^2}{2m} + mg\hat{z} \quad (3.2)$$

est le hamiltonien de notre système non perturbé. Nous pouvons développer à tout instant l'état  $|\psi(t)\rangle$  sur la base des états stationnaires de la façon suivante

$$|\psi(t)\rangle = \sum_{N=1}^{+\infty} a_N(t) e^{-i\omega_N t} |N\rangle, \quad (3.3)$$

avec  $\hat{H}_0 |N\rangle = E_N |N\rangle$  et  $E_N = \hbar\omega_N$ . Utilisant ce développement, l'équation (3.1) devient

$$i\hbar \sum_{N=1}^{+\infty} \frac{da_N}{dt} e^{-i\omega_N t} |N\rangle = \sum_{N=1}^{+\infty} a_N(t) e^{-i\omega_N t} \hat{V}(t) |N\rangle. \quad (3.4)$$

En multipliant à gauche par  $\langle n|$ , on obtient une équation différentielle linéaire du premier ordre dans les coefficients  $a_n$

$$i\hbar \frac{da_n}{dt} = \sum_{N=1}^{+\infty} a_N(t) e^{i\omega_{Nn} t} \langle n | \hat{V}(t) | N \rangle \quad (3.5)$$

où nous avons défini  $\omega_{Nn} = \omega_n - \omega_N$ .

**L'approximation résonante à deux niveaux.** Considérons maintenant le cas particulier d'une perturbation harmonique

$$\hat{V}(t) = \hat{V} \cos(\omega t), \quad (3.6)$$

avec une pulsation proche d'une résonance  $\delta\omega = \omega - \omega_{Nn} \ll \omega_{Nn}$ . Nous considérons aussi que l'état initial est purement  $|N\rangle$ , c'est-à-dire  $a_n(0) = \delta_{Nn}$ . Alors nous pouvons

faire l'*approximation du système à deux niveaux* et ne conserver que les deux termes concernant les niveaux  $N$  et  $n$  dans (3.5)

$$\begin{aligned} i \frac{da_n}{dt} &= \frac{\Omega_{Nn}}{2} a_N(t) e^{-i(\omega - \omega_{Nn})t} \\ i \frac{da_N}{dt} &= \frac{\Omega_{Nn}}{2} a_n(t) e^{i(\omega - \omega_{Nn})t}. \end{aligned} \quad (3.7)$$

Nous avons fait l'*approximation supplémentaire* que les termes de perturbation diagonaux sont nuls (nous y reviendrons) ainsi que l'*approximation résonante* qui consiste à ne conserver dans le membre de droite que les termes qui oscillent le moins vite. Enfin nous avons défini la *pulsation de Rabi* de la résonance  $N \rightarrow n$

$$\Omega_{Nn} = \frac{1}{\hbar} \langle n | \hat{V} | N \rangle, \quad (3.8)$$

qui quantifie l'intensité de l'excitation. L'équation (3.7) se résout facilement en effectuant les changements de fonctions  $\tilde{a}_n(t) = e^{i\delta\omega t/2} a_n(t)$  et  $\tilde{a}_N(t) = e^{-i\delta\omega t/2} a_N(t)$ , qui vérifient

$$\begin{aligned} 4 \frac{d^2 \tilde{a}_n}{dt^2} + (\delta\omega^2 + \Omega_{Nn}^2) \tilde{a}_n &= 0 \\ 4 \frac{d^2 \tilde{a}_N}{dt^2} + (\delta\omega^2 + \Omega_{Nn}^2) \tilde{a}_N &= 0, \end{aligned} \quad (3.9)$$

ayant pour solution, avec la condition initiale  $\tilde{a}_N(0) = 1$ ,  $\tilde{a}_n(0) = 0$ ,  $\tilde{a}'_N(0) = -i\Omega_{Nn}/2$  et  $\tilde{a}'_n(0) = -i\delta\omega/2$  :

$$\tilde{a}_n(t) = -i \frac{\Omega_{Nn}}{\sqrt{\delta\omega^2 + \Omega_{Nn}^2}} \sin\left(\sqrt{\delta\omega^2 + \Omega_{Nn}^2} \frac{t}{2}\right) \quad (3.10)$$

$$\tilde{a}_N(t) = \cos\left(\sqrt{\delta\omega^2 + \Omega_{Nn}^2} \frac{t}{2}\right) - i \frac{\delta\omega}{\sqrt{\delta\omega^2 + \Omega_{Nn}^2}} \sin\left(\sqrt{\delta\omega^2 + \Omega_{Nn}^2} \frac{t}{2}\right). \quad (3.11)$$

**La formule de Rabi.** La quantité observable intéressante dans cette évolution est la probabilité de trouver le système dans l'état  $n$ , c'est-à-dire la probabilité  $P_{N \rightarrow n}(t) = |a_n(t)|^2$  d'observer la transition  $N \rightarrow n$ . L'expression de cette probabilité constitue la formule de Rabi finale

$$P_{N \rightarrow n}(t) = \frac{\sin^2\left(\sqrt{(\omega - \omega_{Nn})^2 + \Omega_{Nn}^2} \frac{t}{2}\right)}{1 + \left(\frac{\omega - \omega_{Nn}}{\Omega_{Nn}}\right)^2}. \quad (3.12)$$

Nous voyons que la probabilité de transition oscille avec le temps, c'est l'oscillation de Rabi qui correspond à la nutation du spin en résonance magnétique nucléaire. La période de l'oscillation de Rabi la plus longue est obtenue à résonance  $\omega = \omega_{Nn}$ . D'autre

part, cette période est plus longue pour des excitations peu intenses. Autrement dit, si nous disposons de peu de temps pour exciter une transition, il faut une source d'excitation intense, nous y reviendrons. L'amplitude de l'oscillation de Rabi  $P_{N \rightarrow n}^{\max}$  est égale précisément à 1 à la résonance. Plus précisément, l'amplitude maximale possède un comportement résonant en fonction de la pulsation d'excitation

$$P_{N \rightarrow n}^{\max} = \frac{1}{1 + \left( \frac{\omega - \omega_{Nn}}{\Omega_{Nn}} \right)^2}. \quad (3.13)$$

C'est précisément ce comportement résonant qui nous permettra de mesurer les pulsations  $\omega_{Nn}$ , et donc les différences d'énergie  $E_n - E_N = \hbar\omega_{Nn}$  du spectre.

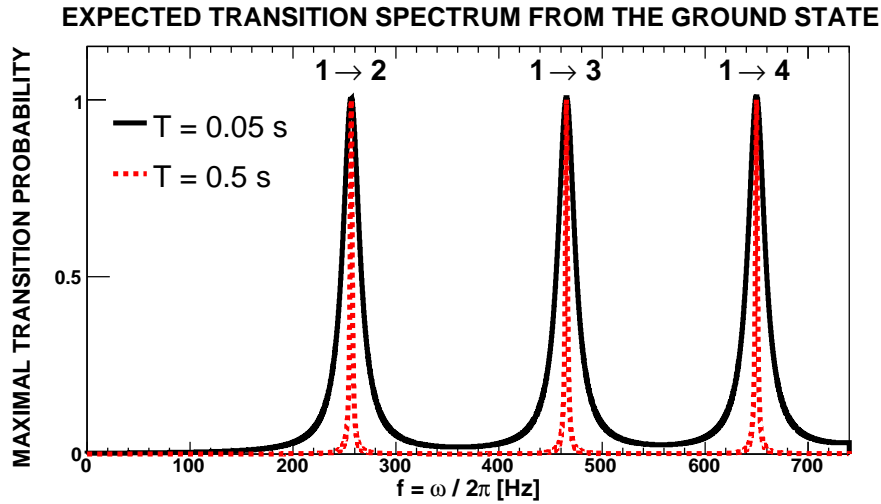


FIG. 3.1: Probabilité maximale de dépeuplement de l'état fondamental en fonction de la fréquence de l'excitation, pour deux valeurs de la durée d'excitation.

**La largeur des résonances.** En pratique, la durée d'excitation  $T$  sera fixée par les conditions expérimentales et l'amplitude de l'excitation sera choisie de telle sorte que la probabilité de transition à la résonance soit égale à 1, c'est-à-dire que nous ajusterons les conditions régissant l'excitation pour avoir

$$\Omega_{Nn}T = \pi. \quad (3.14)$$

Dans ces conditions, la figure 3.1 montre les courbes de résonance attendues en préparant initialement l'état fondamental. Notons que la précision de la mesure sera conditionnée par la largeur de la courbe de résonance apparaissant au dénominateur de (3.13). Si nous définissons  $\Delta E$  comme la différence en énergie correspondant à la largeur totale à demi

hauteur de la courbe de résonance, il est facile de voir à partir de (3.14) et (3.13) que  $\Delta E$  sature l'inégalité de Heisenberg

$$\Delta E \cdot T = h. \quad (3.15)$$

Ainsi, nous voyons que le temps d'excitation limite par principe la précision de la mesure. Nous voudrions maximiser la durée pendant laquelle le neutron est soumis à l'excitation pour accroître la précision des mesures du spectre. Il existe une durée minimale nécessaire pour que la mesure soit possible : il faut que les résonances voisines soient résolues. La condition de résolution des résonances consiste à dire que la largeur des résonances est inférieure à la distance entre les résonances voisines. La durée correspondante est de 10 ms. Or, un neutron ultrafroid de vitesse horizontale typique de 5 m/s parcourt un miroir de 30 cm de long en 50 ms. Il sera donc possible d'exciter les résonances, et de résoudre les résonances voisines, en flux continu de neutrons. Ce sera la première étape dans l'expérience GRANIT.

Ensuite, GRANIT a pour objectif de piéger les neutrons dans un état quantique pour augmenter la durée de l'excitation. Nous estimerons dans le chapitre 4 certaines limitations du temps de stockage des neutrons dans les états quantiques. Notons que la précision de la mesure sera ultimement limitée par la durée de vie  $\beta$  du neutron, de 886 s. La précision relative correspondante pour l'énergie des premiers niveaux est d'environ  $10^{-6}$ .

**L'effet des termes non résonants.** Jusqu'à présent, nous avons négligé l'effet des termes non résonants dans l'oscillation de Rabi. En réintroduisant ces termes, l'équation (3.7) devient

$$\begin{aligned} i \frac{da_n}{dt} &= \Omega_{Nn} a_N(t) e^{i\omega_{Nn}t} \cos(\omega t) + \Omega_n a_n(t) \cos(\omega t) \\ i \frac{da_N}{dt} &= \Omega_{Nn} a_n(t) e^{-i\omega_{Nn}t} \cos(\omega t) + \Omega_N a_N(t) \cos(\omega t). \end{aligned} \quad (3.16)$$

avec les termes d'autocouplage

$$\Omega_n = \frac{1}{\hbar} \langle n | \hat{V} | n \rangle \quad \text{et} \quad \Omega_N = \frac{1}{\hbar} \langle N | \hat{V} | N \rangle \quad (3.17)$$

Remarquons que seule la différence des termes d'autocouplages  $\Omega_n - \Omega_N$  induit un effet physique. En effet, ces termes disparaissent par le changement de phase  $a \rightarrow a \exp(-i \frac{\Omega_n}{\omega} \sin(\omega t))$ . On peut donc supposer par exemple  $\Omega_N = 0$ . L'équation (3.16) ne possède pas de solution analytique, mais les principaux effets des termes non résonants peuvent être étudiés par une résolution numérique du système d'équations différentielles (3.16). La figure 3.2 montre l'évolution de la probabilité d'excitation  $|a_3(t)|^2$  en fonction du temps, dans le cas de la transition  $1 \rightarrow 3$ , avec la pulsation de Rabi  $\Omega_{31} = 63 \text{ s}^{-1}$  (correspondant via (3.14) à une durée d'excitation de 50 ms). Certaines différences sont

à noter par rapport à l'oscillation de Rabi (3.12). Tout d'abord, même en l'absence d'autocouplage ( $\Omega_n = 0$ ), une composante à haute fréquence est présente, induite par les composantes non résonantes du cosinus. Cet effet sera négligeable pour les premières expériences avec le spectromètre GRANIT. Les termes d'autocouplage induisent un effet remarquable : on observe un *ralentissement de l'oscillation de Rabi*, tant à résonance que hors résonance. En revanche, la fréquence de résonance n'est pas modifiée. Nous verrons que le ralentissement de l'oscillation de Rabi sera également négligeable.

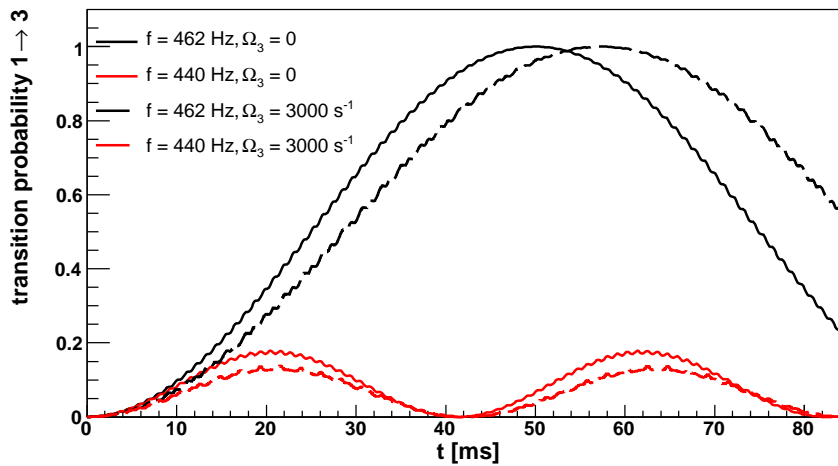


FIG. 3.2: Résolution numérique de la dynamique de l'oscillation de Rabi (3.16) pour la transition  $1 \rightarrow 3$ , avec  $\Omega_{13} \times 50 \text{ ms} = \pi$ . L'évolution de  $|a_3(t)|^2$  est calculée à résonance (fréquence d'excitation  $f = 462 \text{ Hz}$ ) et hors résonance ( $f = 440 \text{ Hz}$ ), avec ( $\Omega_3 = 3000 \text{ s}^{-1}$ ) et sans ( $\Omega_3 = 0$ ) autocouplage.



## 3.2 Comment induire les transitions

Nous avons décrit le principe d'une mesure de différence d'énergie par excitation de transitions utilisant le phénomène de l'oscillation de Rabi. Reste à examiner les différentes possibilités pour réaliser effectivement l'excitation harmonique. Deux techniques sont à envisager : l'oscillation mécanique du miroir et l'utilisation d'un gradient de champ magnétique.

### 3.2.1 Les transitions induites par vibration du miroir

La première possibilité envisagée pour induire des transitions résonantes entre les états quantiques consiste à faire vibrer harmoniquement le miroir plancher. Montrons que cette perturbation induit bien un couplage entre différents états quantiques.

Supposons que le miroir oscille, la position du miroir par rapport à sa position moyenne étant donnée par

$$\zeta(t) = \zeta_0 \cos(\omega t). \quad (3.18)$$

Dans ces conditions, on décrit l'évolution quantique de la fonction d'onde du mouvement vertical du neutron par l'équation de Schrödinger dépendante du temps, avec la condition au bord oscillante :

$$i\hbar \partial_t \psi(z, t) = \left( -\frac{\hbar^2}{2m} \partial_z^2 + mgz \right) \psi(z, t) \quad (3.19)$$

$$\psi(\zeta(t), t) = 0 \quad (3.20)$$

pour traiter ce problème, nous suivons une approche similaire à [31] et nous effectuons la transformation

$$Z = z - \zeta(t) \quad (3.21)$$

$$\phi(Z, t) = \psi(z, t). \quad (3.22)$$

Ce faisant, la nouvelle fonction d'onde  $\phi(Z, t)$  vérifie une équation de Schrödinger modifiée

$$i\hbar \partial_t \phi(Z, t) = \left( -\frac{\hbar^2}{2m} \partial_Z^2 + mgZ + mg\zeta(t) + i\hbar\zeta'(t)\partial_Z \right) \phi(Z, t) \quad (3.23)$$

$$\phi(0, t) = 0. \quad (3.24)$$

Ainsi, l'oscillation du miroir est équivalente à l'action d'un potentiel dépendant du temps

$$\hat{V}(t) = mg\zeta(t) - \zeta'(t)\hat{p} \quad (3.25)$$

le premier terme ne dépend que du temps, il n'induit pas de transitions puisqu'il ne couple pas deux états quantiques différents. Il correspond à une redéfinition du zéro d'énergie potentielle. Le deuxième terme correspond physiquement au mécanisme de transfert d'impulsion avec le miroir oscillant. Alors, la pulsation de Rabi correspondant à la transition  $N \rightarrow n$  par ce processus s'écrit

$$\Omega_{Nn} = \zeta_0 \frac{\omega}{\hbar} |\langle n|\hat{p}|N\rangle| = \frac{\zeta_0}{1 \mu\text{m}} \frac{\omega}{2\pi f_{Nn}} \times 155 \text{ s}^{-1}. \quad (3.26)$$

L'élément de matrice de la perturbation est calculé exactement dans l'annexe A

$$|\langle n|\hat{p}|N\rangle| = \frac{\hbar}{z_0} \frac{1}{|\epsilon_N - \epsilon_n|}. \quad (3.27)$$

Alors, on peut exprimer la condition de maximisation de la probabilité de transition à résonance (3.14) par

$$\zeta_0^{N \rightarrow n} = z_0 \frac{\pi}{T} \frac{|\epsilon_N - \epsilon_n|}{\omega_{Nn}} = \frac{1 \text{ s}}{T} \times 0.020 \mu\text{m}. \quad (3.28)$$

On remarque que l'amplitude de l'oscillation mécanique nécessaire est indépendante de la transition considérée. Par exemple, pour une durée d'excitation de 50 ms, on doit faire osciller le miroir avec une amplitude de  $0.4 \mu\text{m}$  pour induire de manière maximale n'importe quelle transition.

La possibilité d'exciter les transitions résonantes par vibrations du miroir a finalement été abandonnée. Des simulations mécaniques réalisées par le laboratoire des matériaux avancés (LMA villeurbanne) ont montré que les vibrations nécessaires entraînent une déformation inacceptable du miroir.

### 3.2.2 Les transitions induites par gradient de champ magnétique

L'autre possibilité, qui a été retenue pour la première phase de GRANIT, consiste à exciter les résonances avec un gradient de champ magnétique oscillant. Examinons l'intensité de la perturbation nécessaire pour induire les transitions résonantes dans le cas du couplage magnétique. Un champ magnétique uniforme ne couple pas deux états quantiques différents, il est donc nécessaire d'appliquer un *gradient* de champ magnétique. Considérons la forme générale <sup>1</sup>

$$\vec{B} = (\beta_z \vec{e}_z + \beta_x \vec{e}_x) z \cos(\omega t). \quad (3.29)$$

---

<sup>1</sup> En fait, ce champ magnétique ne respecte pas les équations de Maxwell. Il faut ajouter les termes  $(\beta_x \vec{e}_z - \beta_z \vec{e}_x) x \cos(\omega t)$ , qui n'ont pas d'incidence puisqu'ils ne couplent pas deux états quantiques différents.

Le premier terme induit des transitions sans changement de l'état de spin, le potentiel associé est

$$\hat{V}(t) = -\hat{\mu}_z \beta_z \hat{z} \cos(\omega t) \quad (3.30)$$

où  $\mu$  est le moment magnétique du neutron. Le deuxième terme induit des transitions avec renversement de l'état de spin, avec comme potentiel associé

$$\hat{V}_{\text{flip}}(t) = -\hat{\mu}_x \beta_x \hat{z} \cos(\omega t). \quad (3.31)$$

Le fait de coupler deux états de spin différents est dangereux. En effet, la différence d'énergie entre l'état initial et final est la somme de la contribution gravitationnelle que nous voulons mesurer et d'une possible contribution Zeeman. Pour supprimer l'effet systématique associé à mieux que 10 %, il faudrait annuler la composante statique et uniforme du champ magnétique à mieux que 1  $\mu\text{T}$ . Il est préférable de superposer un champ magnétique uniforme vertical pour lever la dégénérescence en énergie des deux états de spin. Les transitions avec changement d'état de spin sont ainsi supprimées (elles peuvent être induites en principe, mais à fréquence beaucoup plus élevée). Une levée de dégénérescence de l'ordre de 10 peV semble raisonnable, cela correspond à un champ magnétique d'environ 0.1 mT.

Concentrons nous donc sur les transitions sans changement d'état de spin induites par (3.30). La pulsation de Rabi (3.12) s'exprime alors comme

$$\Omega_{Nn} = \frac{|\mu_n|}{\hbar} \beta_z |\langle n | \hat{z} | N \rangle| = \frac{\beta_z}{1 \text{ T/m}} \left( \frac{1 \text{ Hz}}{f_{Nn}} \right)^2 \times 2.26 \times 10^7 \text{ s}^{-1}. \quad (3.32)$$

Pour ce calcul, nous avons utilisé l'expression exacte de l'élément de matrice de la perturbation calculée dans l'annexe A :

$$|\langle n | \hat{z} | N \rangle| = \frac{2z_0}{(\epsilon_N - \epsilon_n)^2}. \quad (3.33)$$

L'intensité du gradient magnétique  $\beta_z$  nécessaire pour maximiser la probabilité de transition à résonance est conditionnée par l'équation (3.14). Ainsi, pour la transition  $N \rightarrow n$ , cette condition s'exprime, en fonction de la durée d'excitation  $T$ , comme

$$\beta_z^{N \rightarrow n} = \left( \frac{f_{Nn}}{1 \text{ Hz}} \right)^2 \frac{1 \text{ s}}{T} \times 1.39 \times 10^{-7} \text{ T/m}. \quad (3.34)$$

Par exemple, pour induire la transition  $1 \rightarrow 3$  avec probabilité un avec une durée d'excitation de 50 ms, il faut un gradient magnétique vertical oscillant avec une amplitude de 0.6 T/m = 60 G/cm. La figure 3.3 montre le gradient nécessaire pour induire les quatre premières transitions à partir de l'état fondamental en fonction du temps d'excitation.

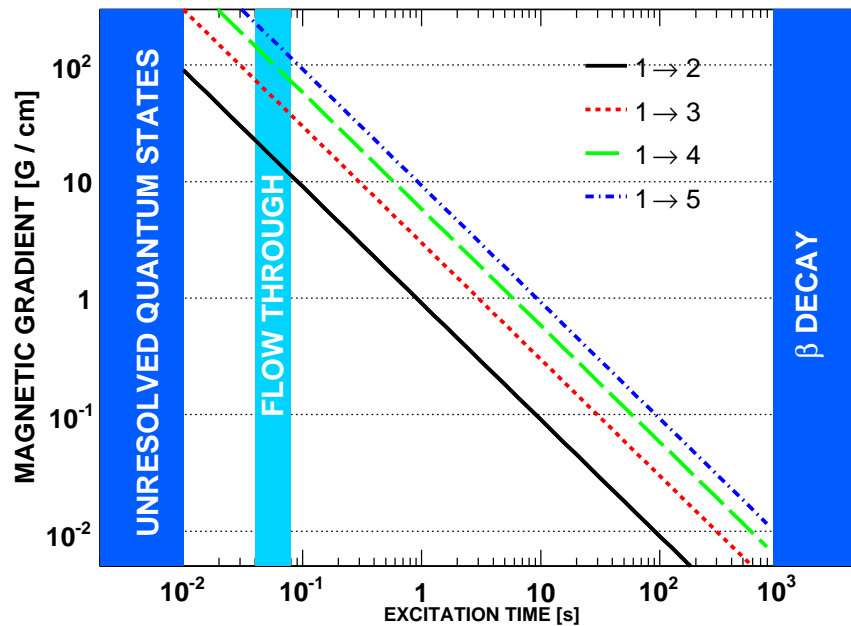


FIG. 3.3: Gradient de champ magnétique vertical nécessaire pour maximiser la probabilité de transition à résonance en fonction du temps d'excitation, pour les résonances  $1 \rightarrow 2$ ,  $1 \rightarrow 3$ ,  $1 \rightarrow 4$  et  $1 \rightarrow 5$ . Sont aussi indiquées les valeurs du temps d'excitation correspondant aux résonances non résolues, au temps d'une unique traversée du miroir par un neutron ultrafroid, et le temps de décroissance  $\beta$  du neutron.

### 3.3 La mesure des transitions en flux continu de neutrons

Nous avons expliqué le phénomène général des transitions résonantes entre les états quantiques, et avons évalué la pulsation de Rabi pour l'excitation par gradient de champ magnétique et pour l'excitation mécanique. La première étape de GRANIT consistera à mettre en évidence le phénomène de transitions résonantes entre états quantiques avec une expérience à flux continu de neutrons. C'est la stratégie magnétique qui a été retenue. Nous proposons une implémentation expérimentale de cette stratégie [32].

#### 3.3.1 Le principe général

Le principe de la mesure est schématisé sur la figure 3.4. Décrivons le comportement des neutrons par ordre chronologique :

1. Les neutrons sortent de la source avec une vitesse verticale pratiquement nulle et une vitesse horizontale distribuée entre 3 m/s et 7 m/s.
2. Les neutrons sont contraints à descendre une marche d'une hauteur de  $h_s = 20 \mu\text{m}$ . Classiquement, l'énergie verticale des neutrons après la marche est supérieure à  $mgh$ . Pour le neutron quantique, la probabilité d'être mesuré dans l'état fondamental est fortement réduite. Après la marche, les neutrons peuplent essentiellement les états  $|2\rangle$ ,  $|3\rangle$ ,  $|4\rangle$ , etc.. Nous voulons ensuite induire et mesurer les transitions de ces états excités vers l'état fondamental  $|1\rangle$ .
3. Les neutrons sont soumis à une excitation spatialement périodique. Il s'agit d'une excitation par gradient de champ magnétique, produite par des fils transverses parcourus par un courant de quelques Ampères. Le courant est optimisé pour maximiser la probabilité de transition à résonance pour chaque résonance dont nous voulons mesurer la fréquence, par exemple  $3 \rightarrow 1$ . La distance entre les fils définit la période spatiale de la perturbation  $d = 10 \text{ mm}$ . Selon leur vitesse horizontale  $v$ , les neutrons sentiront une perturbation oscillante dans le temps de fréquence  $v/d$ . Seuls les neutrons pour lesquels cette fréquence égale la fréquence de résonance (modulo la largeur de la résonance) subiront la transition vers l'état fondamental. Ainsi, à la fréquence de résonance que nous voulons mesurer correspond une vitesse horizontale de résonance.
4. Les neutrons entrent dans une fente de hauteur  $h_f$  limitée par le miroir horizontal et un absorbeur au-dessus, qui filtre l'état fondamental. Les états excités sont absorbés, ainsi, seuls les neutrons ayant subi la transition sont transmis.
5. Pour mesurer la vitesse horizontale de résonance, les neutrons tombent en chute parabolique libre sur une distance horizontale de l'ordre de 30 cm. Leur hauteur est alors détectée au moyen de compteurs de neutrons sensibles à la position. Cette hauteur de chute détermine la vitesse horizontale initiale.

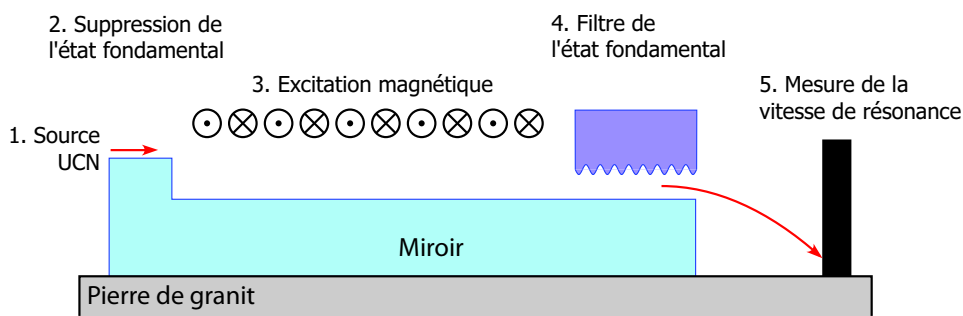


FIG. 3.4: Principe de la mesure des transitions résonantes en flux continu de neutrons.

De nombreux paramètres sont à optimiser pour cette mesure : la hauteur de la marche  $h_s$ , la hauteur du filtre  $h_f$ , la longueur d'excitation  $L_e$ , la longueur du filtre  $L_f$ , la longueur

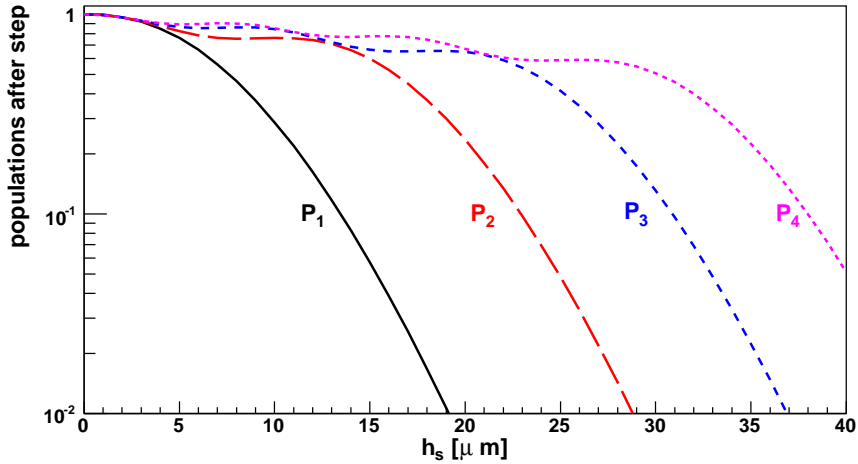


FIG. 3.5: Population des quatre premiers états quantiques après la marche, en fonction de la hauteur de la marche  $h_s$ .

de chute libre  $L_{\text{fall}}$ , ainsi que les paramètres du système d'excitation magnétique. On doit commencer par choisir la transition résonante à mesurer. Ce choix résultera d'un compromis. La transition  $2 \rightarrow 1$  ne nécessite pas un fort gradient magnétique, mais il est difficile de résoudre les deux premiers états quantiques. Au contraire, pour la transition  $4 \rightarrow 1$ , l'état initial et l'état final sont facilement séparés par le filtre, mais l'excitation de cette transition nécessite un gradient de champ magnétique important.

### 3.3.2 La préparation et la sélection des états quantiques

Nous commençons par estimer le rapport signal/bruit ( $S/B$ ) attendu pour les différentes transitions résonantes. Le rapport  $S/B$  est fonction de l'efficacité de la préparation de l'état quantique initial (la marche) et de l'efficacité de la sélection de l'état final (le filtre).

**La marche.** Avant la marche, nous supposons que la population des neutrons est équirépartie dans les dix premiers états quantiques. L'amplitude pour la transition  $N \rightarrow n$  lors de la descente de la marche s'exprime par l'intégrale de recouvrement des fonctions d'onde

$$\beta_{N \rightarrow n} = \int_0^{+\infty} \psi_N(z) \psi_n(z + h_s) dz. \quad (3.35)$$

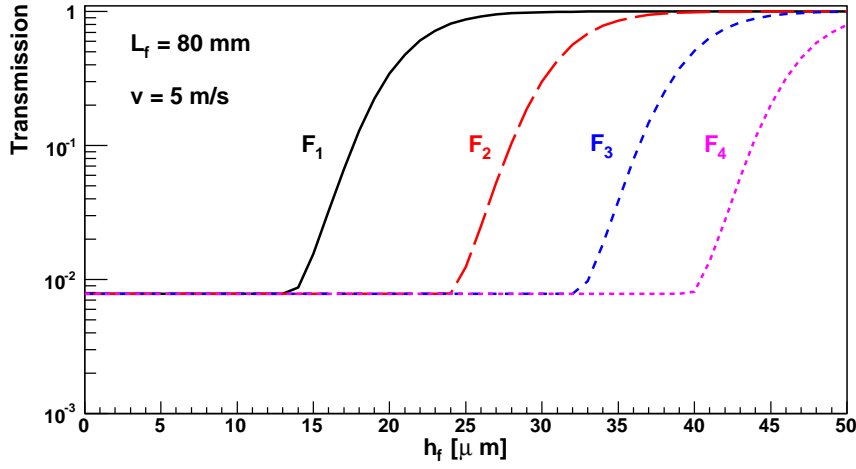


FIG. 3.6: Coefficient de transmission des quatre premiers états quantiques dans le filtre en fonction de la hauteur  $h_f$  du filtre, pour une vitesse horizontale de  $v = 5$  m/s et une longueur de filtre  $L_f = 80$  mm.

Ainsi, on peut calculer la population des premiers états quantiques après la marche

$$P_n = \sum_{N=1}^{10} |\beta_{N \rightarrow n}|^2. \quad (3.36)$$

La normalisation est telle que, en l'absence de marche ( $h_s = 0$ ), toutes les populations sont égales à l'unité. La figure 3.5 montre les populations attendues des quatre premiers états quantiques après la marche en fonction de la hauteur de la marche  $h_s$ .

**Le filtre.** Pour estimer l'efficacité du filtre, nous utilisons la description phénoménologique [27] qui a été développée pour interpréter les résultats des expériences en mode intégral. Dans cette description phénoménologique, qui a été validée par l'expérience, le coefficient de transmission pour un neutron dans l'état quantique  $|n\rangle$  est donné par l'expression suivante :

$$F_n = \exp\left(-\frac{1}{\tau} \frac{L_f}{v} t_n(h_f)\right), \quad (3.37)$$

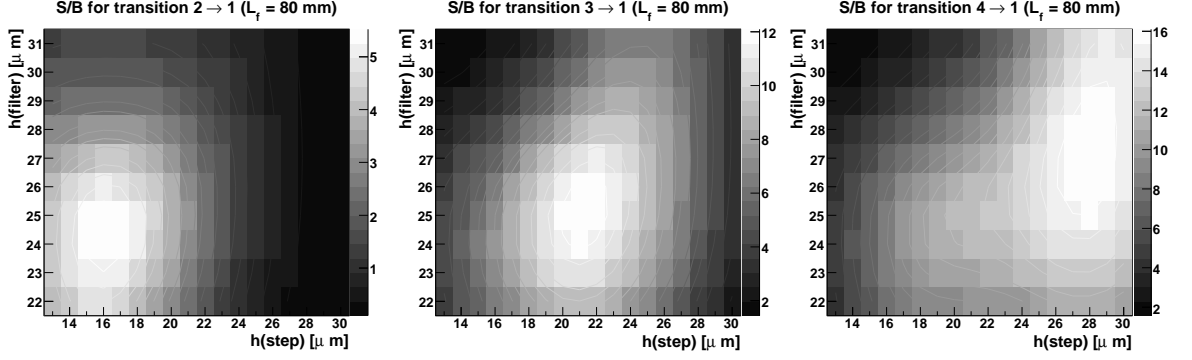


FIG. 3.7: Rapport signal/bruit en fonction de la hauteur de la marche  $h_s$  et de la hauteur du filtre  $h_f$  pour les transitions  $2 \rightarrow 1$ ,  $3 \rightarrow 1$  et  $4 \rightarrow 1$ . La longueur du filtre est fixée à 80 mm.

où  $L_f/v$  est le temps de passage du neutron dans le filtre,  $t_n(h_f)$  est la probabilité de présence de l'état  $n$  dans l'absorbeur

$$t_n(h_f) = \exp\left(-\frac{4}{3}\left(\frac{h_f - h_n}{z_0}\right)^{3/2}\right) \quad \text{pour } h_f > h_n \quad (3.38)$$

$$t_n(h_f) = 1 \quad \text{pour } h_f < h_n$$

et  $h_n$  est la hauteur de rebroussement classique de l'état  $|n\rangle$ .

Le temps  $\tau$  est l'unique paramètre phénoménologique caractérisant l'efficacité du filtre. À un filtre très efficace correspondrait  $\tau \approx \hbar/E_1 \approx 0.5$  ms, qui est l'ordre de grandeur de la durée séparant deux rebonds classiques. Le filtre constitué d'un dépôt de cuivre rugueux utilisé dans l'expérience intégrale [27] avait une efficacité de  $\tau = 3.3 \pm 0.3$  ms. C'est cette valeur qui sera utilisée dans les estimations ultérieures.

La figure 3.6 montre les coefficients de transmission des quatre premiers états quantiques, pour une vitesse horizontale de 5 m/s et une longueur de filtre de  $L_f = 50$  mm, en fonction de la hauteur  $h_f$  du filtre. La fonction de transmission semble surestimée pour les faibles hauteurs, à cause du comportement constant et indépendant de l'état quantique. Cela conduira à une estimation *conservative* du rapport signal sur bruit.

**L'optimisation du rapport signal/bruit.** On définit le signal  $S_N$  et le bruit  $B_N$  pour la transition  $N \rightarrow 1$  comme

$$S_N = P_N \times F_1 \quad (3.39)$$

$$B_N = \sum_{n=1}^{10} P_n \times F_n. \quad (3.40)$$



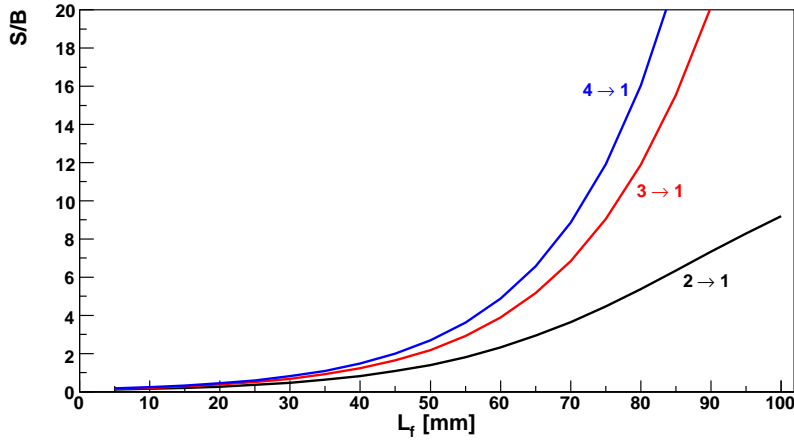


FIG. 3.8: Rapport signal/bruit optimal en fonction de la longueur du filtre  $L_f$ .

Le signal  $S$  est proportionnel au flux de neutrons subissant la transition et passant le filtre, lorsque la condition de résonance est satisfaite. Le bruit  $B$  est proportionnel au flux de neutrons ne subissant pas de transitions et passant le filtre, lorsque la condition de résonance n'est pas satisfaite.

La figure 3.7 montre les rapports signal/bruit  $S_2/B_2$ ,  $S_3/B_3$  et  $S_4/B_4$  calculés en fonction de la hauteur de la marche et de la hauteur du filtre. Les valeurs optimales pour  $h_s$  et  $h_f$  dépendent de la transition à mesurer, mais dépendent très peu de la longueur du filtre. Ces valeurs optimales sont reportées dans le tableau 3.2. D'autre part, la figure 3.8 montre le rapport signal/bruit optimisé en fonction de la longueur du filtre. Nous concluons que la mesure des transitions résonantes sera compromise pour une longueur de filtre inférieure à 60 mm, car le rapport signal/bruit serait dangereusement faible.

Pour conclure en déterminant définitivement la longueur du filtre, le critère de sécurité est fixé arbitrairement à  $S/B > 10$ . Ceci impose de dimensionner le reste du système pour exciter la transition  $3 \rightarrow 1$ . Avec la contrainte de la longueur totale du miroir horizontal de 300 mm, la longueur d'excitation  $L_e$  est maintenant fixée :

$$L_f = 80 \text{ mm}, \quad L_e = 220 \text{ mm}, \quad L_e + L_f = 300 \text{ mm}. \quad (3.41)$$

### 3.3.3 L'excitation magnétique spatialement périodique

Les estimations de rapport signal sur bruit indiquent que la grille de fils induisant le gradient de champ magnétique doit être dimensionnée pour mesurer la transition  $3 \rightarrow 1$ , dont la fréquence de résonance attendue est de 462 Hz, avec une longueur d'excitation de  $L_e = 220$  mm. Discutons maintenant des autres paramètres du système de fils.

transition	$2 \rightarrow 1$	$3 \rightarrow 1$	$4 \rightarrow 1$
fréquence théorique	254 Hz	462 Hz	645 Hz
$h_s$ optimal	$16 \mu\text{m}$	$21 \mu\text{m}$	$28 \mu\text{m}$
$h_f$ optimal	$24 \mu\text{m}$	$25 \mu\text{m}$	$27 \mu\text{m}$
S/B ( $L_f = 80 \text{ mm}$ )	5	12	16
Gradient magnétique nécessaire	$\frac{1 \text{ ms}}{T_e} \times 9.0 \text{ T/m}$	$\frac{1 \text{ ms}}{T_e} \times 30 \text{ T/m}$	$\frac{1 \text{ ms}}{T_e} \times 58 \text{ T/m}$

TAB. 3.2: Optimisation des paramètres de la préparation et de la sélection des états quantiques.

**Le dimensionnement du système de fils.** La période spatiale  $d$  doit être choisie de telle sorte que la vitesse horizontale de résonance  $d \times f_{13}$  soit la plus faible possible, pour maximiser la durée de l'excitation. Nous ne connaissons pas encore le spectre des vitesses horizontales de la source, mais il est certain qu'il n'y a pas de neutrons avec une vitesse horizontale inférieure à la vitesse limite des fenêtres d'aluminium, soit 3.2 m/s. La valeur simple de  $d = 10 \text{ mm}$  a été retenue, correspondant à une vitesse horizontale de résonance théorique de 4.6 m/s. La longueur du dispositif d'excitation  $L_e = 22 \text{ cm}$  correspond ainsi à une durée d'excitation à la résonance de 48 ms. D'après (3.34), le dispositif de fils doit induire à l'altitude du miroir un gradient de champ magnétique vertical oscillant harmoniquement avec une amplitude de  $0.63 \text{ T/m} = 63 \text{ G/cm}$ .

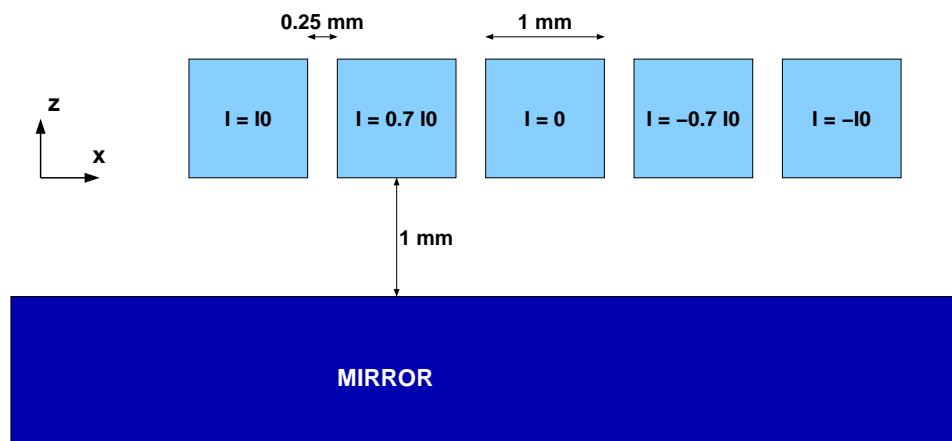


FIG. 3.9: Section du système de fils dimensionné pour induire la transition  $3 \rightarrow 1$ .

Pour ce faire, une première étude confiée à la division projets et techniques de l'ILL suggère d'utiliser 192 fils de cuivre de section carrée, de côté 1 mm, chacun espacés de 0.25 mm, comme indiqué sur la figure 3.9. Une période complète d'excitation est donc constituée de 8 fils, parcourus par un courant  $I_0 \cos(2\pi X/d)$ , où  $X$  est l'abscisse du

centre du fil. La figure 3.10 montre le résultat du calcul du gradient vertical du champ magnétique  $\partial_z B_z$  au niveau du miroir. Pour ce calcul, nous avons tiré parti de l'expression analytique simple du champ magnétique induit par un fil mathématique (de section nulle) infini. Un fil carré a été modélisé par une superposition de  $11^2 = 121$  fils mathématiques régulièrement espacés. La hauteur de la fente constituée par le miroir horizontal et le bas du système de fils a été fixée à 1 mm. Plus près du miroir, l'harmonicité de l'excitation est perdue, plus loin du miroir, l'intensité de l'excitation est supprimée. Nous constatons qu'un courant maximum de  $I_0 = 5$  A est suffisant pour induire l'amplitude de gradient souhaitée. La valeur de 5 A/mm<sup>2</sup> est connue comme une valeur nominale de fonctionnement pour les fils de cuivre.

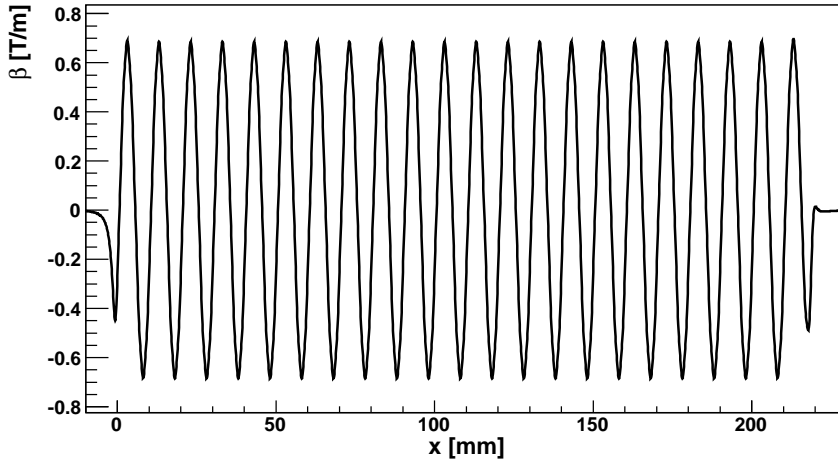


FIG. 3.10: Gradient vertical  $\partial_z B_z$  induit à la surface du miroir par le système de fils avec un courant maximal de 5 A.

**Le champ magnétique à la surface du miroir.** La figure 3.11 montre les composantes verticales et horizontales du champ magnétique induit par le système de fils au niveau du miroir, l'amplitude de  $B_x$  est de 0.8 mT. Ainsi, par rapport à la configuration de champ magnétique (3.29), une composante uniforme selon  $z$ , oscillante selon  $x$  est ajoutée. Cette composante induit un autocouplage  $\Omega_n$ , identique pour tous les états quantiques. Il n'y a pas d'effet de ralentissement de l'oscillation de Rabi associé. En revanche, les autocouplages sont opposés pour les deux états de spin du neutron. Pour éviter des transitions entre deux états de spin, on doit superposer un champ magnétique uniforme  $B_0 > 1$  mT = 10 G qui empêche la dégénérescence à tout instant. Enfin, le gradient horizontal du champ magnétique modifie en principe le mouvement horizontal du neutron. Ce gradient horizontal oscille avec une amplitude de l'ordre de 1 T/m, ce qui correspond à une variation de l'énergie cinétique du neutron d'une amplitude de l'ordre de  $5 \times 10^{-10}$  eV, c'est-à-dire négligeable.

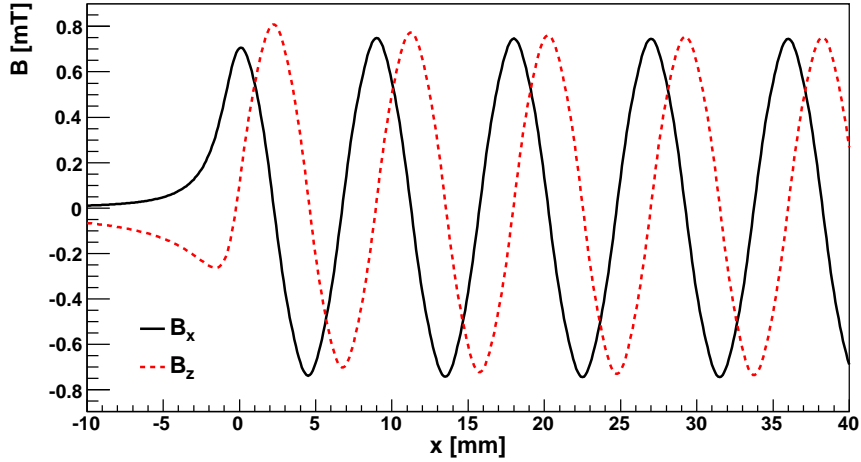


FIG. 3.11: Composantes du champ magnétique  $B_z$  et  $B_x$  induites à la surface du miroir par le système de fils avec un courant maximal de 5 A.

**L'effet de l'autocouplage.** Nous avons déjà mentionné le problème des termes non résonants dans la dynamique du système à deux niveaux, en particulier l'effet de ralentissement de l'oscillation de Rabi. Pour le cas de l'excitation  $3 \rightarrow 1$  par gradient magnétique, les termes d'autocouplage s'écrivent

$$\Omega_n = \frac{|\mu_n|}{\hbar} \beta_z |\langle n|\hat{z}|n\rangle| = \frac{\beta_z}{1 \text{ T/m}} \frac{f_n}{1 \text{ Hz}} \times 2.47 \text{ s}^{-1}. \quad (3.42)$$

Pour ce calcul, nous avons utilisé l'expression exacte de l'élément de matrice de la perturbation calculée dans l'annexe A :

$$|\langle n|\hat{z}|n\rangle| = \frac{2}{3} z_0 \epsilon_n. \quad (3.43)$$

En ce qui concerne la mesure de la transition  $3 \rightarrow 1$ , on trouve  $\Omega_3 - \Omega_1 = 640 \text{ s}^{-1}$ . Un calcul numérique montre que ces termes d'autocouplage induisent une prolongation de la période de l'oscillation de Rabi de seulement 0.5 ms. Cet effet peut être négligé complètement. Il serait indiscernable d'une variation relative de 1 % pour la valeur de l'amplitude du gradient magnétique  $\beta_z$ .

**L'échauffement produit par le système de fils.** Estimons la puissance calorifique produite par notre futur système de fils. La résistance d'un fil de cuivre de longueur  $l = 0.4 \text{ m}$  et de section  $S = 1 \text{ mm}^2$  vaut

$$R = \frac{\rho l}{S} = 6.8 \text{ m}\Omega \quad (3.44)$$

où  $\rho = 1.7 \times 10^{-8} \Omega \text{ m}$  est la résistivité du cuivre. Ainsi, dans la configuration décrite précédemment, la puissance Joule dissipée se calcule simplement

$$P_{\text{Joule}} = \sum RI^2 = 16 \text{ W}. \quad (3.45)$$

Cette puissance sera facilement dissipée dans le spectromètre.

**Les contraintes mécaniques de Laplace entre les fils.** Pour estimer les contraintes magnétiques dans le système de fils, considérons l'expression de la force de Laplace par unité de longueur  $f$  entre deux fils infinis situés à une distance  $d$  :  $f = \mu_0 I_1 I_2 / (2\pi d)$ , où  $I_1$  et  $I_2$  sont les intensités des courants dans les deux fils. La force de Laplace est attractive si les courants sont de même sens, répulsive s'ils sont de sens contraire. Ainsi, avec  $d = 1.25 \text{ mm}$ ,  $I_1 = 5 \text{ A}$ ,  $I_2 = 3.5 \text{ A}$ , on a des contraintes maximales d'environ  $3 \times 10^{-3} \text{ N/m}$  entre les fils. Sachant que le poids de nos fils de cuivre est d'environ  $0.1 \text{ N/m}$ , on peut conclure que les contraintes de Laplace seront négligeables.

**Les effets de bords.** Les calculs précédents supposaient que les fils sont infinis dans la direction  $y$ .<sup>2</sup> Pour éviter les effets de bords, on doit faire dépasser les fils de part et d'autre du miroir. Une estimation simple permet de calculer le dépassement nécessaire. Le champ magnétique créé par un fil mathématique semi infini dans la direction  $y$  (d'équation  $y > 0, x = x_f, z = z_f$ ), parcouru par un courant  $I$ , est connu :

$$\vec{B}(x, y, z) = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} \left( 1 + \frac{y}{\sqrt{R^2 + y^2}} \right) ((z - z_f)\vec{e}_x + (x_f - x)\vec{e}_z) \quad (3.46)$$

où  $R = \sqrt{(x - x_f)^2 + (z - z_f)^2}$  est la distance au fil. Ce calcul diffère de moins de 1 % par rapport au cas du fil infini pour  $y/R > 5$ . En un point du miroir, la contribution essentielle du champ magnétique est produite par les cinq fils les plus proches, correspondant à une distance maximale de  $R = 4 \text{ mm}$ . Ainsi, il faut faire dépasser les fils de 2 cm de part et d'autre du miroir pour supprimer les effets de bord.

**La courbe de résonance.** Concluons cette discussion sur le système magnétique d'induction des transitions résonantes par la formule, dérivée de la formule de Rabi (3.12), donnant la probabilité de transition  $3 \rightarrow 1$  attendue :

$$P_{3 \rightarrow 1} = \frac{\sin^2 \left( \pi \sqrt{(v/d - f_{31})^2 + (\Omega_{31}/2\pi)^2} \frac{L}{v} \right)}{1 + \left( \frac{2\pi}{\Omega_{31}} \right)^2 (v/d - f_{31})^2} \quad (3.47)$$

<sup>2</sup>Le système de coordonnées est tel que  $z$  est la direction verticale orientée vers le haut,  $x$  est l'axe horizontal orienté selon la vitesse moyenne des neutrons, et le trièdre orthonormal  $xyz$  est direct.

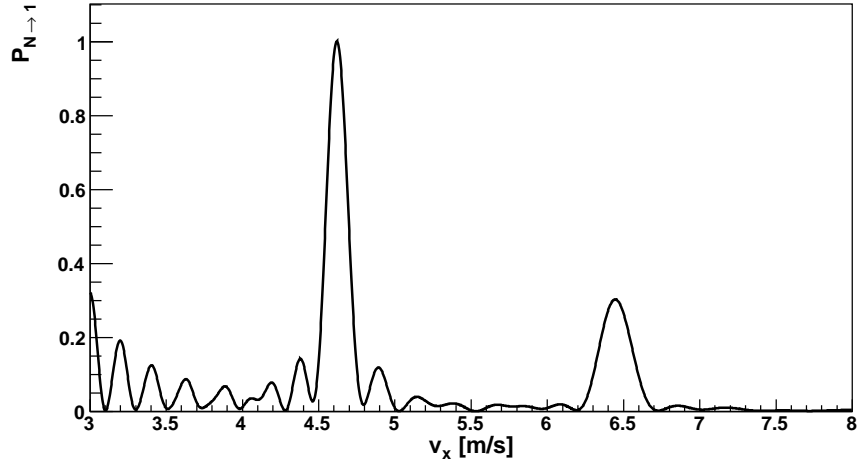


FIG. 3.12: Population de l'état fondamental en sortie du système de fils induisant les transitions résonantes en fonction de la vitesse horizontale des neutrons.

La figure 3.12 montre la population de l'état fondamental en fonction de la vitesse horizontale  $v$  des neutrons. Outre la contribution principale de la résonance  $3 \rightarrow 1$ , nous avons ajouté les contributions des résonances voisines  $2 \rightarrow 1$  et  $4 \rightarrow 1$ .

### 3.3.4 La mesure de la vitesse de résonance par chute libre

La courbe de résonance en fonction de la vitesse horizontale de la figure 3.12 va être mesurée au moyen d'un détecteur de neutrons sensible à la hauteur de chute, après une certaine distance horizontale de chute  $L_{\text{fall}}$ . Classiquement, on s'attend à la relation suivante entre la vitesse horizontale initiale  $v$  et la hauteur de chute  $z$

$$z = g \frac{L_{\text{fall}}^2}{2v^2} \quad \text{et} \quad v = L_{\text{fall}} \sqrt{\frac{g}{2z}} \quad (3.48)$$

Le système de mesure de  $v$  devra avoir une précision meilleure que la largeur naturelle de la courbe de résonance 3.12, qui est de 0.2 m/s. La résolution de la mesure de vitesse est limitée par essentiellement deux phénomènes, la résolution spatiale du détecteur, et l'étalement quantique du paquet d'onde. Nous allons étudier ces effets, en fonction de la distance horizontale de chute  $L_{\text{fall}}$ , afin d'optimiser celle-ci. Notons que  $L_{\text{fall}}$  est limitée par une contrainte géométrique. La hauteur du miroir horizontal est de 70 mm, ce qui limite la hauteur de chute à 70 mm également (le miroir et le détecteur sont posés sur une pierre de granite). Nous prenons comme critère que la vitesse horizontale minimale 3.2 m/s (les neutrons plus lents ne peuvent pas pénétrer le détecteur de toute façon) doit avoir une hauteur de chute de au plus 70 mm. Avec ce critère la contrainte géométrique

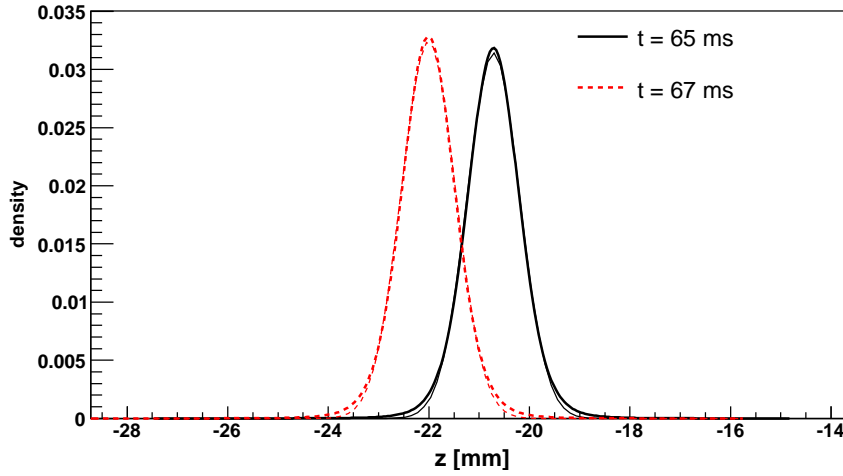


FIG. 3.13: Densité de probabilité verticale des neutrons après une chute libre de 65 ms et 67 ms.

est :

$$L_{\text{fall}} < 380 \text{ mm.} \quad (3.49)$$

**L'étalement du paquet d'onde pour le premier état quantique.** À cause principalement de la distribution de vitesse verticale du premier état quantique, le paquet d'onde s'étalement durant la chute libre et la relation (3.48) ne vaut qu'en moyenne. Il existe donc, pour la mesure de la vitesse horizontale, une résolution "quantique" finie associée à l'étalement du paquet d'onde. La dynamique de ce processus quantique a déjà été décrite en détails dans la section 2.4. La figure 3.13 montre la densité de neutrons après une chute libre de 65 ms et 67 ms. Pour ce calcul numérique, nous avons procédé comme dans la section 2.4. On constate que la hauteur de chute s'approche par une distribution gaussienne. Une étude numérique montre que la largeur standard  $\Delta z$  de cette gaussienne croît linéairement avec la durée de la chute libre  $t$  comme

$$\frac{(\Delta z)_{\text{spread}}}{1 \text{ mm}} = \frac{t}{1 \text{ ms}} \times 8.1 \times 10^{-3}, \quad (3.50)$$

alors que la chute libre est parabolique, si bien que la résolution relative associée varie comme l'inverse de  $t$ . La figure 3.14 montre la résolution quantique pour  $v = 4.6 \text{ m/s}$  en fonction de  $L_{\text{fall}}$ .

Avec un longueur horizontale de  $L_{\text{fall}} = 30 \text{ cm}$ , pour la résonance  $3 \rightarrow 1$  de vitesse horizontale  $4.6 \text{ m/s}$ , la durée de chute libre sera de  $t = 65.2 \text{ ms}$ , correspondant à une résolution de  $(\Delta z)_{\text{spread}} = 0.5 \text{ mm}$  sur la hauteur de chute libre et de  $\Delta v = 0.06 \text{ m/s}$  sur la vitesse horizontale.

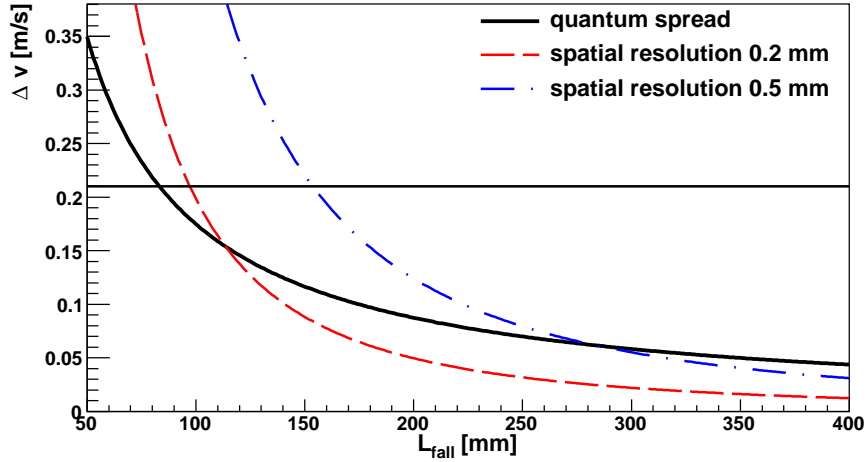


FIG. 3.14: Résolution de la mesure de la vitesse horizontale en fonction de la longueur de chute  $L_{\text{fall}}$ , pour  $v = 4.6$  m/s.

**La résolution spatiale du détecteur.** Le détecteur de neutrons sensible à la hauteur n'est pas encore réalisé à ce jour. Il s'agit maintenant de spécifier la résolution nécessaire. Si on note  $\Delta z$  la résolution spatiale intrinsèque du détecteur, la résolution sur la mesure de la vitesse horizontale s'exprime comme

$$\Delta v = \frac{v^3}{gL_{\text{fall}}^2} \Delta z. \quad (3.51)$$

La figure 3.14 montre la résolution associée pour les cas où  $\Delta z = 0.5$  mm et  $\Delta z = 0.2$  mm, en fonction de  $L_{\text{fall}}$ .

Cette figure nous permet de contraindre les spécifications pour le détecteur, en imposant une résolution  $\Delta v < 0.1$  m/s :

$$250 \text{ mm} < L_{\text{fall}} < 380 \text{ mm}, \quad \Delta z < 0.5 \text{ mm}. \quad (3.52)$$

La figure 3.15 montre la densité de neutrons attendue sur le détecteur situé à la distance  $L_{\text{fall}} = 300$  mm du miroir, en tenant compte de l'effet de l'étalement du paquet d'onde. Nous constatons que ces paramètres permettent de mesurer la résonance  $3 \rightarrow 1$  sans élargissement exagéré de sa largeur naturelle.

**Une étude statistique.** Estimons maintenant la précision statistique de cette mesure à l'aide d'une simulation Monte-Carlo. La statistique de référence est choisie à 10000 neutrons par état quantique dans tout le spectre de vitesses horizontales entre 3 et 8 m/s, qui est supposé constant. Ce nombre de 10000 neutrons correspond à l'ordre de



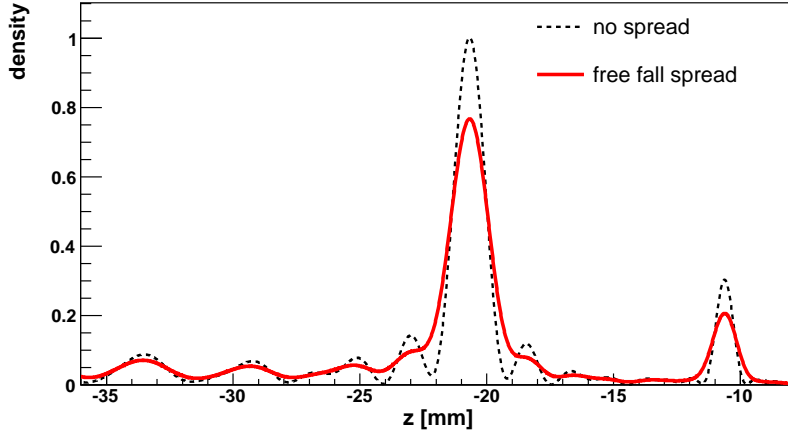


FIG. 3.15: Densité de neutrons attendue sur le détecteur sensible à la hauteur de chute. Les pics correspondent aux transitions  $3 \rightarrow 1$  et  $4 \rightarrow 1$ .

grandeur du nombre de neutrons détectés dans l'expérience différentielle analysée dans la section 2.3. Avec le spectromètre précédent, nous avons environ 2 neutrons par état quantique pendant 100 s. Dans GRANIT, le miroir sera trois fois plus large, et la source dédiée d'UCN devrait être au moins 10 fois plus intense que celle de PF2. Une estimation pessimiste du flux serait donc de 0.5 neutrons par état quantique et par seconde, et 10000 neutrons seraient comptés en 6 heures.

La figure 3.16 montre un exemple de simulation Monte-Carlo de la distribution de neutrons sur le détecteur sensible à la position. Les paramètres de cette simulation concernant l'excitation et la chute libre sont ceux mentionnés précédemment. En plus de l'élargissement dû à la chute libre, une résolution intrinsèque gaussienne de 0.2 mm du détecteur est prise en compte. Le bruit de fond intrinsèque du détecteur est supposé nul, mais on a supposé une population initiale du premier état quantique de 10 %. Les neutrons initialement dans le premier état quantique forment sur le détecteur un bruit de fond non uniforme. L'histogramme final peut être ajusté avec une distribution gaussienne sur un bruit de fond affine, comme sur l'exemple montré sur la figure 3.16. Dans cette situation, le centroïde de la gaussienne (correspondant à la transition  $3 \rightarrow 1$ ) est déterminé avec une précision statistique de 0.1 mm. Ainsi, la fréquence de résonance  $f_{13}$  pourra être mesurée avec une précision statistique relative de  $2 \times 10^{-3}$ .

**L'erreur systématique de positionnement du détecteur.** Les erreurs de positionnement horizontal  $\Delta l$  et vertical  $\Delta z$  constituent un effet systématique évident. À partir de (3.48), on obtient

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta l}{l} \oplus \frac{1}{2} \frac{\Delta z}{z}. \quad (3.53)$$

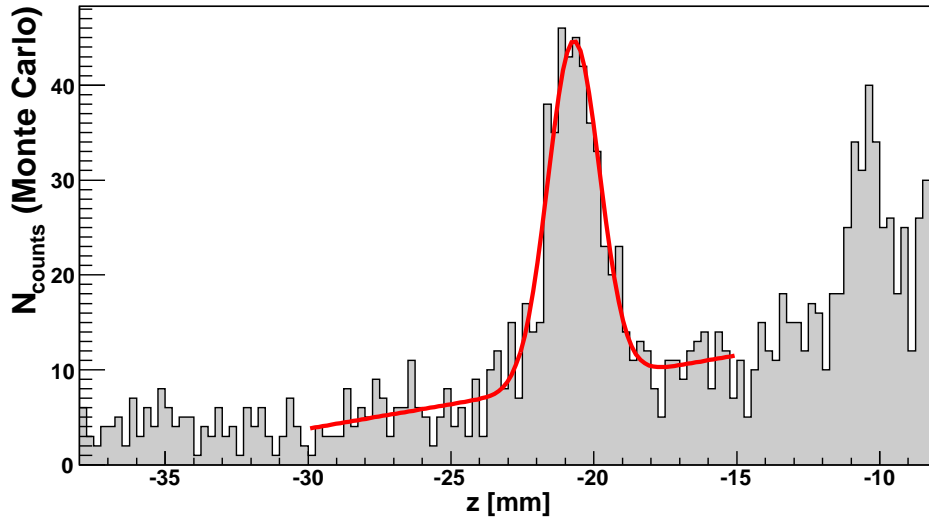


FIG. 3.16: Exemple de simulation Monte-Carlo avec 10000 neutrons initialement dans chaque état quantique et  $L_{\text{fall}} = 30$  cm. Le pic central correspond à la transition  $3 \rightarrow 1$ , et le pic de droite correspond à la transition  $4 \rightarrow 1$ .

Pour ne pas être limité par cette erreur systématique, le dispositif de positionnement et de calibration du détecteur devra vérifier

$$\Delta l < 200 \mu\text{m} \quad \text{et} \quad \Delta z < 20 \mu\text{m}. \quad (3.54)$$

Ces contraintes sont sévères sans être rédhibitoires.

## Conclusions

Nous avons exposé une méthode pour mettre en évidence les transitions résonantes entre les états quantiques du neutron dans le champ de pesanteur, utilisant une expérience à flux continu de neutrons. La faisabilité de la mesure de la résonance  $3 \rightarrow 1$  a été démontrée. Les paramètres principaux : la hauteur  $h_s$  de la marche, la hauteur  $h_f$  et la longueur  $L_f$  du filtre, et la longueur  $L_{\text{fall}}$  de chute libre ont été optimisées.

Ce système est facilement adaptable pour mesurer les transitions  $2 \rightarrow 1$  et  $4 \rightarrow 1$ . Il permettra aussi de mesurer plusieurs résonances simultanément, par exemple  $3 \rightarrow 1$  et  $4 \rightarrow 1$ , en augmentant le courant dans les fils du système d'excitation magnétique.

La configuration proposée pourra mesurer l'énergie de transition  $E_{31}$  avec une précision de  $4 \times 10^{-3}$  peV, correspondant à une précision relative de  $2 \times 10^{-3}$ .

# 4

## Effets systématiques limitant la durée de vie des états quantiques de pesanteur

La première phase de l'expérience GRANIT sera de mesurer les fréquences de transitions entre les états quantiques de pesanteur dans la configuration en flux continu de neutrons, comme décrit dans le chapitre précédent. Dans une deuxième phase [33], il est prévu d'augmenter la durée de l'excitation en piégeant les états quantiques au moyen de miroirs verticaux, comme schématisé sur la figure 4.1. Les problèmes du remplissage du piège, de l'extraction des neutrons, de l'excitation et de la détection des résonances ne seront pas développés ici. On se concentrera sur l'estimation de la durée de vie des états quantiques dans le piège, en considérant les effets systématiques pouvant induire des transitions non résonantes entre les niveaux quantiques. Pour chacun de ces effets, nous calculerons le taux de perte associé, et nous vérifierons qu'il ne perturbera pas la mesure à flux continu de neutrons (il suffit pour cela que la durée de vie des états quantiques soit très supérieure à 50 ms). En mode piège, la durée de vie des états quantiques est un paramètre essentiel puisqu'il conditionnera la durée de l'excitation, et par suite la précision de la mesure des fréquences de transition.

Le premier effet concerne la réflexion des neutrons sur un miroir vertical. Nous estimerons la probabilité qu'un neutron change d'état quantique lors de la réflexion. Notons que cet estimation sera également utile en mode à flux continu, puisque le mouvement selon  $y$  (axe horizontal orthogonal à la direction de propagation moyenne des neutrons) sera confiné par des miroirs verticaux.

L'autre classe d'effets à considérer concerne des interactions parasites dépendantes du

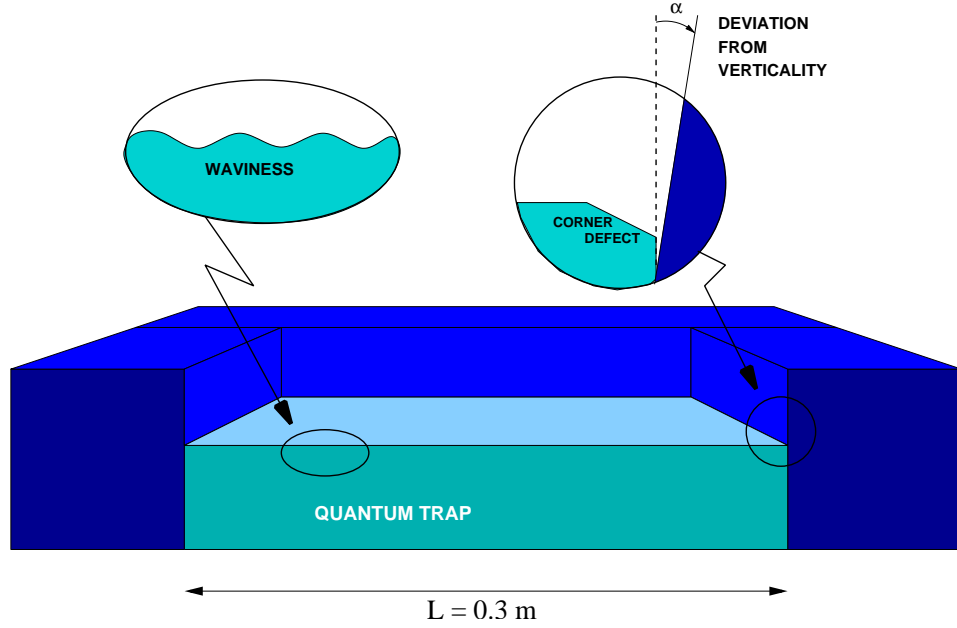


FIG. 4.1: Schéma du piège des états quantiques du neutron, constitué du miroir horizontal et de miroirs verticaux. Les principaux effets systématiques limitant la durée de vie des états quantiques sont représentés.

temps, dont les plus importants sont les vibrations sismiques et la rugosité du miroir horizontal. Elles sont décrites par un potentiel effectif  $\hat{V}(t)$  non harmonique. On calculera les probabilités de transitions entre deux états quantiques au premier ordre de la théorie des perturbations dépendant du temps

$$P_{N \rightarrow n}(T) = \frac{1}{\hbar^2} \left| \int_0^T \langle n | \hat{V}(t) | N \rangle e^{i\omega_{Nn}t} dt \right|^2. \quad (4.1)$$

Enfin, l'effet subtil de la rotation de la Terre sera évoqué.

## 4.1 La verticalité du miroir-mur

Considérons le dispositif constitué d'un miroir horizontal et d'un miroir vertical (le mur), et un neutron initialement dans l'état quantique  $|N\rangle$  avec une vitesse horizontale  $v = \frac{\hbar}{m}k$ . Si le potentiel de Fermi  $V_F$  du mur est supérieur à l'énergie du neutron, et qu'il est parfaitement vertical ( $\alpha = 0$ ), le neutron reste dans l'état quantique  $|N\rangle$  après avoir été réfléchi. Nous voulons estimer l'influence de la non verticalité du mur (c'est-à-dire l'effet de l'angle  $\alpha$ ) sur la stabilité de l'état quantique  $|N\rangle$ .

Pour ce problème quantique à deux dimensions défini sur la figure 4.2, la fonction

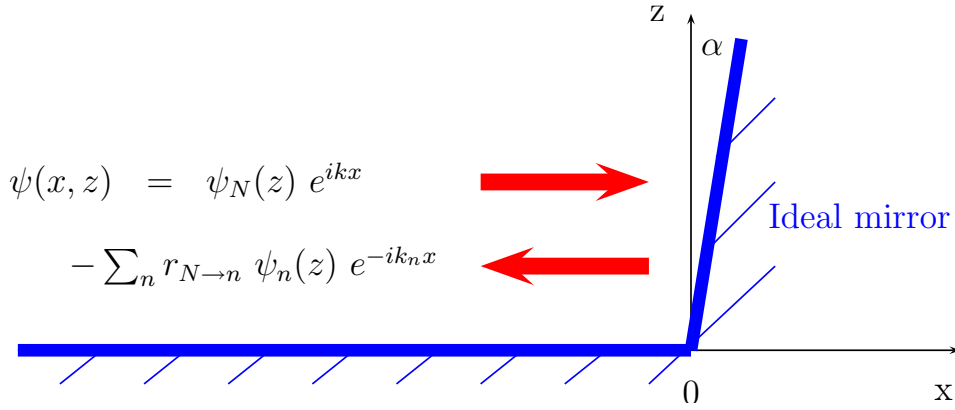


FIG. 4.2: Définition du problème de la réflexion des états quantiques sur un mur non parfaitement vertical.

d'onde du neutron d'énergie  $E = E_N + \frac{\hbar^2}{2m}k^2$  s'écrit de manière générale, en dehors du mur :

$$\psi(x, z) = \psi_N(z) e^{ikx} - \sum_n r_{N \rightarrow n} \psi_n(z) e^{-ik_n x} \quad (4.2)$$

où  $k_n$  la solution positive de  $E = E_n + \frac{\hbar^2}{2m}k_n^2$ , et où  $r_{N \rightarrow n}$  est l'amplitude pour que le neutron soit réfléchi dans l'état  $|n\rangle$ . A l'intérieur du mur, la fonction d'onde du neutron se développe en une série d'ondes évanescentes

$$\psi(x, z) = \sum_n a_{N \rightarrow n} \psi_n(z) e^{-\kappa_n x} \quad (4.3)$$

où  $\kappa_n$  est la solution positive de  $E - V_F = E_n - \frac{\hbar^2}{2m}\kappa_n^2$ . On suppose que le potentiel de Fermi du mur est supérieur à l'énergie  $E$  du neutron, sans quoi le neutron n'est pas réfléchi. Les solutions en dehors du mur et dans le mur doivent être raccordées en assurant la continuité de la fonction d'onde  $\psi(x, z)$  et de sa dérivée  $\partial_x \psi(x, z)$  sur la frontière  $x = z \tan \alpha$ . Ces conditions de raccordement s'écrivent matriciellement comme

$$\begin{aligned} |N\rangle - \sum_n r_{N \rightarrow n} e^{-i(k_n+k)\hat{z} \tan \alpha} |n\rangle &= \sum_n a_{N \rightarrow n} e^{-(\kappa_n+ik)\hat{z} \tan \alpha} |n\rangle \\ k|N\rangle + \sum_n k_n r_{N \rightarrow n} e^{-i(k_n+k)\hat{z} \tan \alpha} |n\rangle &= \sum_n a_{N \rightarrow n} i\kappa_n e^{-(\kappa_n+ik)\hat{z} \tan \alpha} |n\rangle. \end{aligned} \quad (4.4)$$

Faisons maintenant l'approximation  $k_n = k$  et  $\kappa_n = \kappa = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(V_F - E)}$  dans les équations précédentes, cette approximation correspond à considérer seulement les états pour

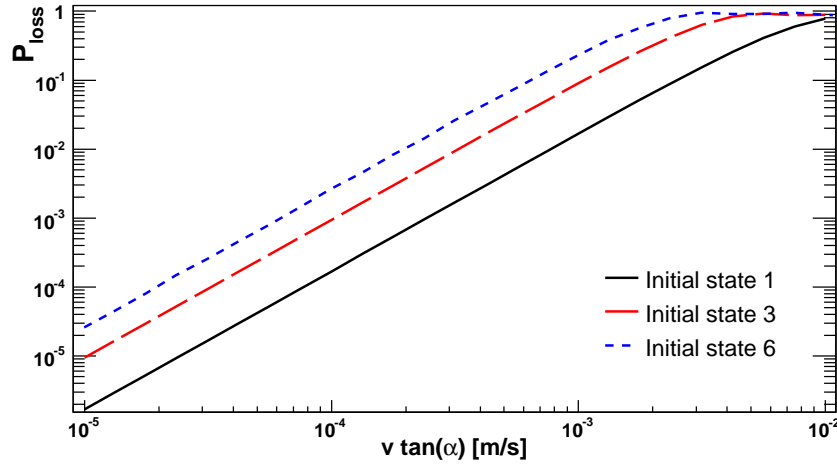


FIG. 4.3: Probabilité de fuite des états  $|1\rangle$ ,  $|3\rangle$  et  $|6\rangle$  lors de la réflexion contre le mur en fonction du transfert de vitesse classique  $v \tan \alpha$  (Calcul quantique à deux dimensions).

lesquels

$$|E_N - E_n| \ll V_F - \frac{1}{2}mv^2 \approx 10^5 \text{ peV}. \quad (4.5)$$

L'approximation est valable pour les niveaux de numéro  $n, N \ll 10^7$ , et sous cette condition, nous avons

$$\sum_n r_{N \rightarrow n} |n\rangle = \frac{i\kappa - k}{i\kappa + k} e^{2ikz \tan \alpha} |N\rangle. \quad (4.6)$$

La probabilité de fuite de l'état  $|N\rangle$  lors du choc contre le miroir vertical vaut donc :

$$P_N(v \tan \alpha) = 1 - |r_{N \rightarrow N}|^2 = 1 - |\langle N | e^{2ikz \tan \alpha} | N \rangle|^2. \quad (4.7)$$

Le calcul peut être effectué en développant l'exponentielle en série entière, puis en utilisant les relations de récurrence établies dans l'annexe A donnant les moments  $\langle N | \hat{z}^p | N \rangle$ .

La probabilité de fuite dépend a priori de la vitesse orthogonale au miroir  $v$  et du défaut de verticalité  $\tan \alpha$ . Nous voyons qu'elle ne dépend en fait que de la combinaison  $v \tan \alpha$ , qui correspond à la vitesse moyenne transférée au mouvement vertical dans l'approche classique. La figure 4.3 montre cette dépendance pour les états quantiques  $|1\rangle$ ,  $|3\rangle$  et  $|6\rangle$ . Nous voyons que lorsque la probabilité de fuite est très inférieure à l'unité, elle se comporte quadratiquement en fonction de la vitesse moyenne transférée. Dans ce cas, il est possible d'obtenir une expression analytique pour la probabilité de fuite, en

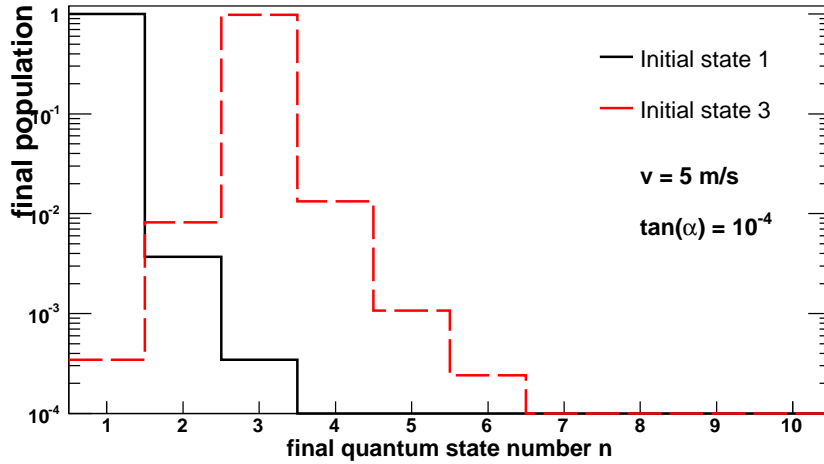


FIG. 4.4: Population finale dans les états quantiques après réflexion contre le mur du premier et du troisième état quantique (Calcul quantique à deux dimensions).

arrêtant au deuxième ordre le développement perturbatif dans l'équation (4.7) :

$$P_N(v \tan \alpha) \approx \frac{16}{45} (kz_0)^2 \tan^2 \alpha \epsilon_N^2. \quad (4.8)$$

La figure 4.4 montre les populations des états quantiques après la réflexion sur le mur, dans le cas de la réflexion du premier et du troisième état quantique. Nous voyons comme attendu que les neutrons réfléchis se distribuent essentiellement sur les états quantiques adjacents à l'état quantique initial.

Enfin, la figure 4.5 montre la probabilité de fuite des 10 premiers états quantiques pour différentes valeurs du défaut de verticalité. Dans le cas de l'expérience à flux continu de neutrons, la vitesse orthogonale au mur sera en moyenne inférieure à 5 m/s, et les neutrons subiront au maximum 2 collisions. Une probabilité de fuite inférieure à 1/10 pour les trois premiers états quantiques serait suffisante. Il serait donc souhaitable que la verticalité des murs soit assurée à quelques  $10^{-4}$  rad =  $0.006^\circ$ . Concernant la configuration en mode piège, les contraintes sont en principe plus sévères, puisque un seconde de stockage correspond à une vingtaine de collisions. La durée de vie d'un état quantique dans un piège de longueur  $L$  est obtenue en divisant la durée moyenne entre deux réflexions par la probabilité de fuite par réflexion

$$T_{\text{wall}}(N, v \tan \alpha) = \frac{1}{P_N(v \tan \alpha)} \frac{L}{v}. \quad (4.9)$$

Si on veut atteindre la sensibilité ultime, on demande que le temps de vie des états quantiques dans le piège soit supérieur à la durée de vie  $\beta$  du neutron de  $T_\beta = 886$  s. En

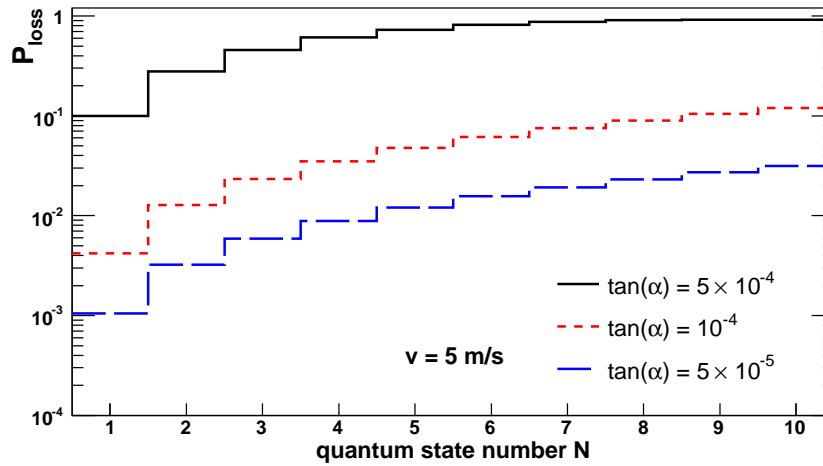


FIG. 4.5: Probabilité de fuite de l'état  $|N\rangle$  lors de la réflexion contre le mur calculée pour différentes valeurs du défaut de verticalité  $\tan \alpha$  (Calcul quantique à deux dimensions).

prenant  $L = 30 \text{ cm}$  et  $v = 5 \text{ m/s}$ , la verticalité doit être assurée à mieux que  $10^{-5}$  rad près. Un contrôle des angles à quelques microradians près n'est pas intrinsèquement un problème, puisque les inclinomètres sont sensibles à cette précision. Il faut noter que, en mode piège, la hauteur du mur sera très faible, de l'ordre de  $1 \text{ mm}$ . Cette contrainte sera probablement imposée par le dispositif de remplissage et d'extraction des neutrons dans le piège. Ainsi, des efforts spécifiques devront être entrepris pour assurer la verticalité du mur dans ces conditions.

## 4.2 La perte des neutrons dans les chanfreins

Les coins du miroir horizontal ne peuvent pas être parfaitement anguleux, il existera toujours un *chanfrein* comme indiqué sur la figure 4.1. Considérons le cas d'un chanfrein présent sur tout le bord, de dimension horizontale  $50 \mu\text{m}$ . Le chanfrein constitue un trou effectif pour les neutrons, ce qui est un facteur de perte à chaque collision contre le mur. Pour estimer la probabilité de perte correspondante, on considère que le trou est infiniment profond. On considère aussi que le mur est parfaitement vertical, si bien que l'on peut utiliser le principe de réflexion, en prolongeant par symétrie le problème de l'autre côté du mur. Ainsi, la longueur effective du trou est de  $100 \mu\text{m}$ , et on a transformé le problème de réflexion en un problème de transmission, comme indiqué sur la figure 4.6.

Pour estimer la probabilité de quitter l'état  $|N\rangle$ , on suppose que le neutron subit une chute libre dans le trou, de durée  $t_{\text{fall}}$ . Pour une vitesse orthogonale au mur de  $5 \text{ m/s}$



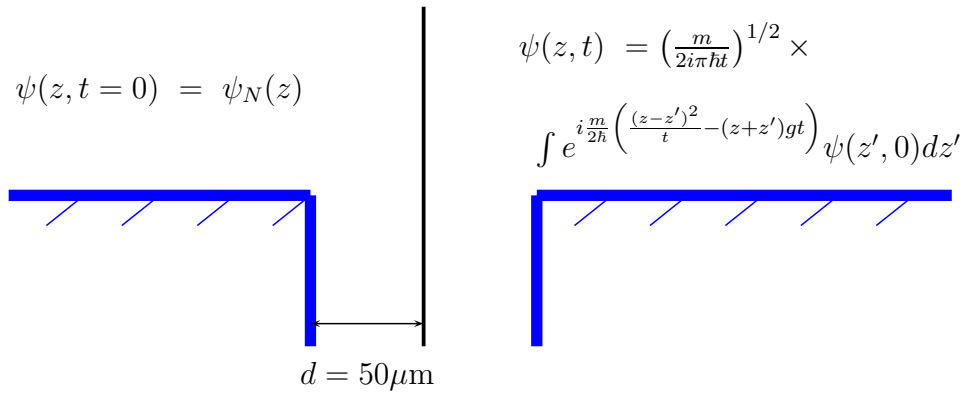


FIG. 4.6: Définition du problème de la réflexion des états quantiques sur un mur avec la présence d'un chanfrein.

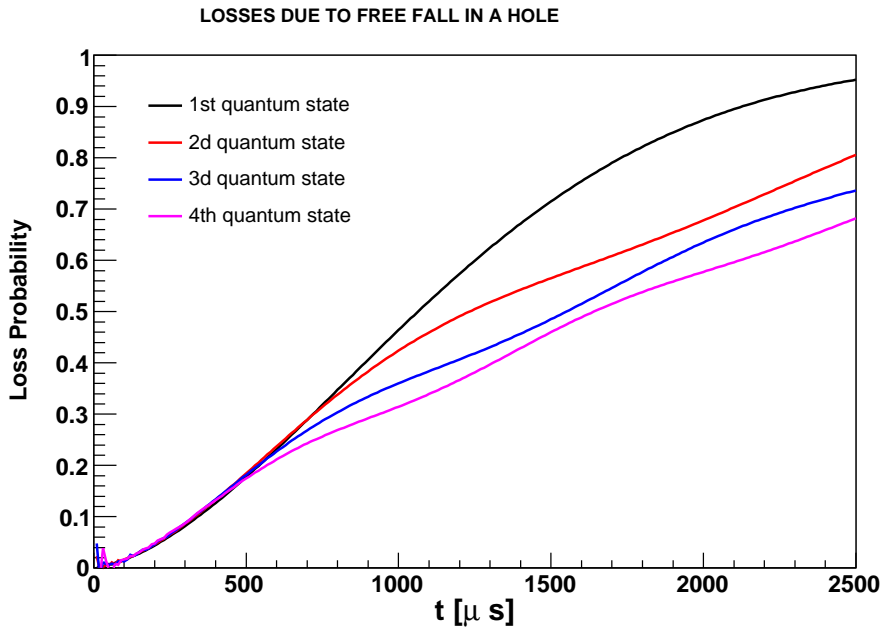


FIG. 4.7: Probabilité de perte des états quantiques par chute dans le chanfrein en fonction de la durée de la chute, pour les quatre premiers états quantiques.

et une longueur de trou de  $100 \mu\text{m}$ , la durée de chute libre dans le chanfrein est de  $t_{\text{fall}} = 20 \mu\text{s}$ . La fonction d'onde en sortie du trou se calcule en utilisant l'expression du propagateur (2.35)

$$\psi(z, t_{\text{fall}}) = \int K(z, z_i, t_{\text{fall}}) \psi_N(z_i) dz_i, \quad (4.10)$$

et l'amplitude quantique pour que le neutron soit réfléchi sans changement d'état quantique est calculée par l'intégrale de recouvrement

$$A_{N \rightarrow N}^{\text{fall}} = \int \psi_N(z) \psi(z, t_{\text{fall}}) dz. \quad (4.11)$$

La figure 4.7 montre la probabilité de perte  $1 - |A_{N \rightarrow N}^{\text{fall}}|^2$  en fonction de la durée de la chute  $t_{\text{fall}}$ . Nous voyons que la probabilité de perte devient significative lorsque la durée de la chute libre devient supérieure au temps caractéristique d'étalement du paquet d'onde  $\frac{mz_0^2}{2\hbar} = 270 \mu\text{s}$ . En revanche, pour des durées de chute libre inférieures (le cas qui nous concerne ici), la probabilité de perte est indépendante du numéro de l'état quantique, et elle dépend de la durée de chute libre, comme

$$P^{\text{fall}}(t_{\text{fall}}) = 1 - |A_{N \rightarrow N}^{\text{fall}}|^2 \approx 1.5 \times 10^{-3} \times \left( \frac{t_{\text{fall}}}{20 \mu\text{s}} \right)^{3/2}. \quad (4.12)$$

Notons une différence importante entre la perte des états quantiques induite par le défaut de verticalité du mur et les pertes dans le chanfrein. Dans le premier cas, les pertes sont plus importantes pour les grandes vitesses orthogonales, alors que dans le deuxième cas, les pertes augmentent avec le temps de chute, elles sont plus importantes pour les faibles vitesses orthogonales.

Dans le mode à flux continu de neutrons, on souhaite que la probabilité de perte soit inférieure à  $1/10$ . En prenant comme vitesse orthogonale  $1 \text{ m/s}$ , ceci impose une limite sur la taille horizontale du chanfrein de  $0.5 \text{ mm}$ . Les contraintes sont plus sévères pour le mode piège. Il sera néanmoins difficile de diminuer la taille des chanfreins en dessous de  $50 \mu\text{m}$ . Pour une vitesse orthogonale moyenne de  $5 \text{ m/s}$ , la durée de vie des états quantiques sera donc limitée par

$$T_{\text{fall}} = \frac{1}{P^{\text{fall}}} \frac{L}{v} \approx 40 \text{ s}, \quad (4.13)$$

indépendamment de l'état quantique.

### 4.3 L'effet de la rotation de la Terre

En plus de la désintégration  $\beta$  du neutron, il existe un autre effet presque irréductible limitant la largeur des résonances, l'effet inertiel induit par la rotation de la Terre. À cause de la rotation de la Terre, le mouvement du neutron est effectivement modifié par la force de Coriolis

$$\vec{F}_c = 2m\vec{v} \times \vec{\Omega} \quad (4.14)$$

où  $\vec{\Omega}$  est le vecteur rotation de la Terre. L'effet de la rotation de la Terre sur le mouvement du neutron a été observé pour la première fois par interférométrie de neutrons [34].

En développant l'équation (4.14), on trouve un terme constant non mesurable, un terme affectant le mouvement horizontal qui sera négligeable, et le terme principal, couplant le mouvement vertical et horizontal :

$$\vec{F}_c \cdot \vec{e}_z = 2mv\Omega \cos \lambda \quad (4.15)$$

où  $\lambda$  est la latitude (à Grenoble  $\cos \lambda = 0.7$ ),  $v$  est la composante de la vitesse horizontale dans la direction Ouest-Est, et  $\Omega = 7.3 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$  est la vitesse angulaire de rotation de la Terre. Nous voyons que la force de Coriolis a pour effet de modifier effectivement l'accélération de la pesanteur en fonction de la vitesse horizontale Nord-Sud  $v$  :

$$g_{\text{eff}} = g - 2v\Omega \cos \lambda \quad (4.16)$$

En prenant les valeurs extrêmes  $v = \pm 5 \text{ m/s}$ , on trouve un élargissement relatif de  $\Delta g/g = 10^{-4}$ .

Par exemple, ceci induit un élargissement de la fréquence de résonance  $1 \rightarrow 3$  de  $\Delta f_{13} = 0.03 \text{ Hz}$ . Cet élargissement est à comparer avec la largeur "intrinsèque" (limitée par la durée de vie  $\beta$ ) de la transition résonante  $\Delta_\beta f_{13} = 1/T_\beta = 10^{-3} \text{ Hz}$ . Le tableau 4.1 contient les largeurs Coriolis des fréquences des premières transitions. Ainsi, à moins de contrôler la vitesse horizontale des neutrons, l'effet Coriolis d'élargissement des résonances sera dominant dès que le temps de stockage des états quantiques sera supérieur à 50 s.

La force de Coriolis est en outre une source de perte des états quantiques à chaque collision sur le mur. Supposons, sans restreindre la généralité de la démonstration, qu'un neutron dans l'état quantique  $|N\rangle$ , de vitesse horizontale  $v$  orientée Ouest-Est, soit réfléchi en incidence normale sur le mur. À cause de la force de Coriolis, les fonctions d'onde du neutron pour l'état quantique  $|N\rangle$  sont différentes avant et après la collision. En effet, la hauteur caractéristique du problème  $z_0$  (2.1) dépend de la gravité effective :

$$z_0(\pm v) = (1 \pm \epsilon) z_0, \quad \text{avec} \quad \epsilon = \frac{2v\Omega \cos \lambda}{g} \approx 10^{-4}. \quad (4.17)$$

$\Delta f_{Nn}$ [Hz]	1	2	3	4	5	6
1	0	0.02	0.03	0.04	0.06	0.07
2		0	0.01	0.03	0.04	0.05
3			0	0.01	0.02	0.04
4				0	0.01	0.02
5					0	0.01

TAB. 4.1: Largeurs Coriolis des transitions entre états quantiques. Les valeurs extrêmes de la vitesse Est-Ouest est fixée à  $\pm 5$  m/s. Ces largeurs sont à comparer avec la largeur ultime définie par le temps de vie du neutron  $\Delta f = 10^{-3}$  Hz.

Ainsi, les fonctions d'onde du mouvement vertical s'écrivent, avant et après la collision

$$\psi_N(z, \pm v) = \frac{1}{\sqrt{1 \pm \epsilon}} \psi_N \left( \frac{z}{1 \pm \epsilon} \right) \quad (4.18)$$

Comme les fonctions d'onde sont différentes, il existe une perte associée. L'amplitude quantique pour une réflexion sans changement d'état quantique est donnée par l'intégrale de recouvrement

$$A_{N \rightarrow N}^{\text{Coriolis}} = \int_0^\infty \psi_N(z, -v) \psi_N(z, v) dz. \quad (4.19)$$

La probabilité de perte correspondante,  $P_N^{\text{Coriolis}} = 1 - |A_{N \rightarrow N}^{\text{Coriolis}}|^2$  varie quadratiquement avec  $\epsilon$ . On trouve numériquement que  $P_1^{\text{Coriolis}} \approx 5 \times 10^{-8}$ , et  $P_{10}^{\text{Coriolis}} \approx 6 \times 10^{-6}$ . On conclut que cette perte est négligeable, puisque le temps de vie des états quantiques dans le piège associé sera de l'ordre de  $10^4$  s, très grand devant la durée de vie  $\beta$  du neutron.

Enfin, notons que la rotation de la Terre induit aussi un effet sur le spin du neutron, se traduisant par un *déplacement Zeeman inertiel* des deux états de spin parallèle et antiparallèle à l'axe de rotation de la Terre. Cependant, le décalage Zeeman inertiel  $(\Delta E)_{Z.i.} = \hbar\Omega \approx 5 \times 10^{-8}$  peV est beaucoup plus faible que la sensibilité ultime de GRANIT.

## 4.4 La sensibilité au bruit sismique

Les vibrations nécessitent une attention particulière. On parle de bruit sismique, mais en réalité les vibrations peuvent être engendrées par le système de pompage de la chambre à vide du spectromètre, et surtout par les puissantes pompes pressurant l'eau lourde du réacteur de l'ILL. Au niveau C du réacteur, à l'emplacement de GRANIT, l'amplitude des vibrations est typiquement un ordre de grandeur supérieure à l'amplitude des vibrations

sismiques.

Nous avons déjà calculé le potentiel effectif (3.25)  $\hat{V}(t) = -\zeta'(t)\hat{p}$  dans la situation où le miroir horizontal oscille mécaniquement,  $\zeta(t)$  donnant la hauteur du miroir par rapport à la hauteur moyenne. Alors, la probabilité de transition parasite se calcule à l'aide de (4.1)

$$P_{N \rightarrow n}^{\text{sism}}(T) = \frac{|\langle n|\hat{p}|N\rangle|^2}{\hbar^2} \left| \int_0^T \zeta'(t) e^{i\omega_{Nn}t} dt \right|^2. \quad (4.20)$$

L'intégrale se calcule en intégrant par parties

$$\int_0^T \zeta'(t) e^{i\omega_{Nn}t} dt = [\zeta(t) e^{i\omega_{Nn}t}]_0^T - i\omega_{Nn} \int_0^T \zeta(t) e^{i\omega_{Nn}t} dt. \quad (4.21)$$

Le premier terme est un terme de bord qui peut être considéré nul. On définit la *densité spectrale de bruit* comme

$$S(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \left| \int_0^T \zeta(t) e^{2i\pi ft} dt \right|^2. \quad (4.22)$$

il s'agit d'une puissance de bruit, elle dépend quadratiquement de l'amplitude des vibrations. On calcule finalement le taux de transition par unité de temps

$$\Gamma_{N \rightarrow n}^{\text{sism}} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} P_{N \rightarrow n}^{\text{sism}}(T) = \left( \frac{mg}{\hbar} \right)^2 S(f_{Nn}), \quad (4.23)$$

où on a utilisé l'expression  $\langle n|\hat{p}|N\rangle = mg/\omega_{Nn}$  calculée dans l'annexe A. Finalement, la durée de vie de l'état  $|N\rangle$  est obtenue en tenant compte de toutes les transitions parasites

$$T_{\text{sism}}(N) = \frac{1}{\Gamma_N^{\text{sism}}} \quad \text{avec} \quad \Gamma_N^{\text{sism}} = \sum_{n \neq N} \Gamma_{N \rightarrow n}^{\text{sism}}. \quad (4.24)$$

Pour le bruit sismique ordinaire, la densité spectrale de bruit prend la forme

$$S(f) = \left( \frac{1 \text{ Hz}}{f} \right)^4 \times 10^{-14} \text{ m}^2 \text{ Hz}^{-1} \quad (4.25)$$

Avec cette forme de bruit, on trouve que la durée de vie du premier état quantique  $T_{\text{sism}}(1) = 1.6 \times 10^7$  s.

Comme nous avons vu, le spectromètre n'est pas confronté qu'au seul bruit sismique. Les fréquences dangereuses sont dans la gamme 100 Hz - 1 kHz. Il est important de noter que les pompes turbo de la chambre à vide ont une fréquence de rotation d'environ 500 Hz (à vérifier). Une mesure *in situ* du niveau des vibrations sera nécessaire. En guise

de protection sismique passive, le spectromètre est posé sur trois pieds pneumatiques amortissant les vibrations. Si cette protection passive réduit le bruit à un niveau inférieur aux vibrations sismiques (4.25), les vibrations ne limiteront pas la durée de vie des états quantiques. Sur la figure 4.8, on a reporté la durée de vie des états quantiques due au bruit sismique en supposant que la densité spectrale de bruit sera deux ordres de grandeurs supérieurs à (4.25).

## 4.5 La sensibilité à l'ondulation du miroir

De manière analogue au bruit vibratoire où la surface du miroir oscille avec le temps, traitons le cas de l'ondulation du miroir. Dans ce cas, la surface du miroir varie selon la dimension horizontale  $x$  comme  $\zeta(x)$ . Un neutron de vitesse horizontale  $v$  est soumis à une oscillation  $\zeta(vt)$  dans le référentiel où il est au repos. Le taux de transition par unité de temps s'obtient comme précédemment

$$\Gamma_{N \rightarrow n}^{\text{wavy}} = \left(\frac{mg}{\hbar}\right)^2 \frac{1}{v} S\left(\frac{f_{Nn}}{v}\right), \quad \text{et} \quad \Gamma_N^{\text{wavy}} = \sum_{n \neq N} \Gamma_{N \rightarrow n}^{\text{wavy}} \quad (4.26)$$

où  $S(K)$  désigne cette fois la densité spectrale de bruit de la surface

$$S(K) = \lim_{X \rightarrow \infty} \frac{1}{X} \left| \int_0^X \zeta(x) e^{2i\pi Kx} dx \right|^2. \quad (4.27)$$

Notons que les fréquences spatiales dangereuses sont de l'ordre de  $(250 \text{ Hz})/(5 \text{ m/s}) = 50 \text{ m}^{-1}$ . C'est pourquoi on parle d'*ondulation* du miroir plutôt que de rugosité. La rugosité du miroir correspond à des fréquences spatiales beaucoup plus grandes, supérieures à  $1 \mu\text{m}^{-1}$ .

La densité spectrale de bruit des miroirs qui seront utilisés dans GRANIT n'a pas encore été mesurée. On peut anticiper cette mesure en utilisant la densité spectrale de bruit pour des substrats de Silicium (plaques de 300 mm de diamètre) de haute qualité, mesurée par différentes techniques de caractérisation [35]

$$S(K) = \left(\frac{K}{1 \text{ mm}^{-1}}\right)^{-2.9} \times 2 \times 10^{-4} \text{ nm}^2 \text{ mm}. \quad (4.28)$$

La figure 4.8 montre la durée de vie associée  $T_{\text{wavy}}(N) = 1/\Gamma_N^{\text{wavy}}$  des états quantiques piégés, avec l'hypothèse que notre miroir est aussi bon que (4.28). La durée de vie du premier état quantique serait de  $T_{\text{wavy}}(1) = 10^5 \text{ s}$ , très supérieur au temps de décroissance  $\beta$  du neutron.

## Conclusions

Aucun des effets systématiques identifiés dans ce chapitre ne limite la mesure des transitions à flux continu de neutrons. En effet, les durées de vie estimées pour les états quantiques sont très grandes devant le temps de passage de neutrons, qui est de 50 ms. Il serait profitable, dans la configuration proposée dans le chapitre précédent, de disposer de murs verticaux réfléchissant les neutrons dans la direction  $y$ . Ces murs permettraient d'augmenter la statistique sans générer de bruit de fond supplémentaire. Dans ce cas, la verticalité du mur doit être assurée à quelques  $10^{-4}$  rad près, et le chanfrein doit avoir une dimension horizontale inférieure à 0.5 mm.

En revanche, nous avons identifié des effets limitant la mesure en mode piège. Il semblait à première vue que la limite ultime pour la largeur des résonances était donnée par la durée de vie du neutron  $T_\beta$ . Nous avons montré que l'effet de la force de Coriolis entraînait un élargissement des résonances. Cet effet est limitant pour des temps d'excitation supérieurs à 40 s lorsqu'on mesure la fréquence  $f_{13}$ . L'effet est encore plus important pour les résonances plus éloignées.

Les perturbations permanentes (vibrations et ondulation du miroir horizontal) ne semblent pas limiter la durée de vie des états quantiques, sous la condition que l'on puisse réduire les vibrations dans la gamme de fréquence 100 Hz - 1 kHz, de sorte que l'amplitude des vibrations dépasse de moins de deux ordres de grandeur le niveau du bruit sismique standard. Comme indiqué sur la figure 4.8, ce sont certainement les pertes par collisions sur les murs qui limiteront la durée de vie des états quantiques dans le piège. Un temps de stockage supérieur à 10 s est envisageable pour les premiers états quantiques du spectre. Pour cela, la verticalité du mur devra être contrôlée au niveau de quelques  $10^{-5}$  rad, et le trou séparant le miroir horizontal du miroir vertical devra avoir une dimension inférieure à 50  $\mu\text{m}$ .

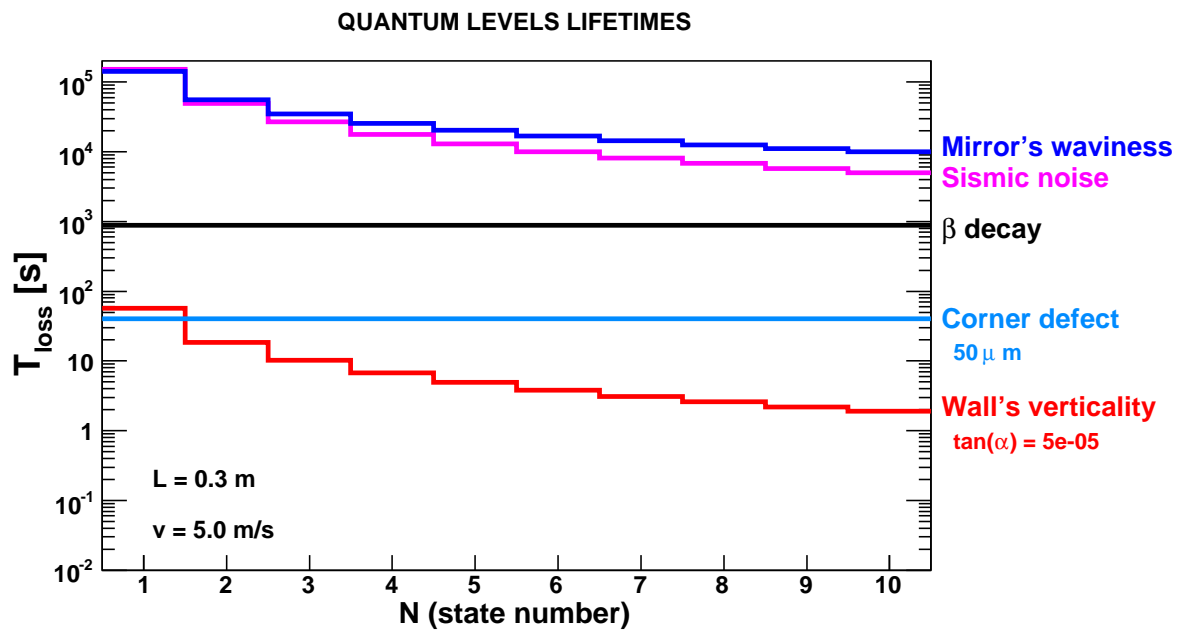


FIG. 4.8: Durées de vie des 10 premiers états quantiques piégés calculées pour les effets systématiques principaux. L'amplitude des vibrations est fixée à 10 fois le niveau sismique.



# 5

## Possibles applications des états quantiques du neutron dans le champ de pesanteur

Ce chapitre traite de possibles applications en physique fondamentale des états quantiques du neutron dans le champ de pesanteur. Nous avons vu que l'échelle d'énergie typique de ce phénomène est de  $10^{-12}$  eV. Comme pour la mesure du moment électrique dipolaire du neutron, on parle de physique de précision à basse énergie. Pour rechercher des effets physiques nouveaux, deux stratégies sont généralement distinguées. La première consiste à étudier des phénomènes de très haute énergie pour sonder la physique à plus petite échelle. C'est dans ce but que le grand collisionneur de hadron a été construit. La deuxième stratégie vise à chercher des manifestations fines à basse énergie de la physique aux très petites échelles.

Les mesures intégrales et différentielles des observables spatiales reliées aux états quantiques gravitationnels dont il a été question dans le chapitre 2 ont une précision d'environ 10 %, elles sondent la physique à l'échelle de  $10^{-13}$  eV. L'expérience GRANIT a pour but de mesurer des observables d'énergie. Plus précisément, on mesurera les différences d'énergie  $E_n - E_m$  du spectre vertical, avec une précision améliorée de plusieurs ordres de grandeur. Notamment, dans sa première phase en flux continu de neutrons, GRANIT mesurera l'énergie de transition  $E_{31}$  avec une précision de  $5 \times 10^{-3}$  peV comme estimé dans le chapitre 3. Les applications mentionnées dans ce chapitre constituent autant de motivations pour l'effort expérimental que nécessite le projet GRANIT.

Une application importante sera traitée séparément, dans les chapitre 6 et 7. Il s'agit de la recherche d'interactions supplémentaires au-delà du modèle standard. Nous ver-

rons que les états quantiques gravitationnels sont une sonde compétitive de nouvelles interactions de portée micrométrique.

Certains paragraphes, relégués en fin de chapitre, traitent d'effets très exotiques comme l'émission spontanée d'ondes gravitationnelles. Des estimations grossières auraient montré que ces effets exotiques ne sont pas des applications possibles. Pour leur intérêt académique, des estimations parfois plus précises sont présentées.

## 5.1 Le principe d'équivalence

Considérons maintenant le principe d'équivalence, fondateur de la théorie de la relativité générale. Ce principe énonce que, localement, on ne peut pas distinguer les effets d'un champ de gravitation des effets inertiels dans un référentiel accéléré. Il a été élaboré à partir d'une constatation valide dans la physique classique, à savoir l'universalité de la chute libre : les propriétés de la chute libre d'un corps sont indépendantes de sa masse. Ce dernier énoncé n'est plus valide dans la physique quantique, ce qui n'empêche pas le principe d'équivalence de s'appliquer.

**La violation de l'universalité de la chute libre.** On apprend à l'école l'équation de Newton classique régissant la chute libre d'un point matériel  $m_i \vec{a} = m_g \vec{g}$ , où  $m_i$  est la masse inerte,  $m_g$  la masse grave, et  $\vec{a}$  l'accélération du point matériel. Sous l'hypothèse que ces deux masses sont égales pour tous les corps, la chute libre est indépendante de la masse, l'accélération de tous les corps est la même, et on appelle  $\vec{g}$  l'*accélération de la pesanteur*. Les prémisses de ce raisonnement,  $m_i = m_g$ , constituent le *principe d'équivalence faible*, sa conclusion est l'*universalité de la chute libre*. Il est impossible de mesurer la masse d'une particule classique en la regardant tomber. Cette impossibilité subsiste lorsque la particule rebondit sur un miroir parfait, infiniment lourd et de température nulle.

Dans la physique quantique, le principe d'équivalence faible n'implique plus l'universalité de la chute libre. En effet, l'équation de Schrödinger vérifiée par la fonction d'onde des états stationnaires,

$$-\frac{\hbar^2}{2m_i} \frac{d^2}{dz^2} \psi(z) + m_g g z \psi(z) = E \psi \quad \psi(0) = 0 \quad (5.1)$$

n'est pas invariante lorsque l'on change la masse de la particule bondissante, même si  $m_i = m_g$ . Cette différence entre la physique classique et quantique n'est pas spécifique à la présence d'un champ de gravité : le mouvement libre d'une particule classique est indépendant de sa masse, alors que le "mouvement libre" d'une particule quantique dépend de sa masse au travers de l'étalement du paquet d'onde.

Nous avons déjà donné l'expression (2.1) de la hauteur caractéristique  $z_0$  des fonctions d'onde, qui dépend explicitement de la masse  $m$  du neutron. En inversant cette relation,

nous trouvons :

$$m = \frac{\hbar}{\sqrt{2gz_0^3}}. \quad (5.2)$$

La mesure différentielle a permis de mesurer  $z_0$  (2.31) avec une précision de 3 %. Nous avons donc déjà mesuré la masse du neutron en le regardant tomber :

$$mc^2 = 910 \pm 50 \text{ MeV} \quad (5.3)$$

en accord avec la valeur mesurée très précisément par ailleurs 939.6 MeV.

**La masse grave et la masse inerte.** Outre la possibilité de mesurer la masse du neutron en le regardant tomber, les états quantiques de pesanteur permettent de tester le principe d'équivalence faible, c'est-à-dire  $m_i = m_g$ . Pour les objets macroscopiques, des tests de précision contraignent la différence relative entre la masse grave et la masse inerte au niveau de  $10^{-12}$  et des expériences en satellites prévoient d'améliorer ces limites par plusieurs ordres de grandeur. Il ne s'agit pas de concurrencer directement ces mesures, mais plutôt d'explorer le principe d'équivalence faible sur une particule, dans un contexte quantique où l'universalité de la chute libre est violée. Ainsi, en ne supposant plus l'égalité  $m_i = m_g$ , les grandeurs caractéristiques des rebonds quantiques deviennent

$$\begin{aligned} z_0 &= \left( \frac{\hbar^2}{2 m_i m_g g} \right)^{1/3} \\ E_0 &= m_g g z_0. \end{aligned} \quad (5.4)$$

La mesure (5.3) détermine en fait  $\sqrt{m_i m_g}$ . La contrainte que l'on obtient sur les déviations du principe d'équivalence faible est alors

$$\left| \frac{m_i}{m_g} - 1 \right| < 0.1. \quad (5.5)$$

Cette contrainte nécessite en principe une mesure indépendante de la masse inerte du neutron. Les valeurs des masses des particules citées dans le *particle data group* sont en fait une combinaison compliquée des masses graves et inertes. A notre niveau actuel de précision, ces subtilités métrologiques ne restreignent pas la validité de principe de cette contrainte.

Les mesures futures des différences d'énergies avec le spectromètre GRANIT seront sensibles à une autre combinaison des masses graves et inertes, à savoir  $m_g^2/m_i$ . Dans le cas de la transition  $3 \rightarrow 1$ , on mesurerait :

$$E_{31} = \left( \frac{m_g^2 g^2 \hbar^2}{m_i 2} \right)^{1/3} (\epsilon_3 - \epsilon_1). \quad (5.6)$$

Avec une précision  $\Delta E_{31} = 5 \times 10^{-3}$  peV, on pourrait contraindre  $\left| \frac{m_i}{m_g} - 1 \right|$  à un niveau inférieur à  $10^{-2}$ .

## 5.2 La mécanique quantique non commutative

L'idée que l'espace-temps pourrait être décrit par une géométrie non commutative est discutée depuis plusieurs décennies dans la littérature. Cette non-commutativité serait une signature d'un effet de gravité quantique. Il a été suggéré [36] que les états quantiques du neutron dans le champ de pesanteur seraient en principe sensibles à d'hypothétiques effets de non-commutativité de l'espace.

Il n'existe pas de formalisme unique décrivant la physique dans une géométrie non commutative. Une idée répandue pour rendre "non-commutative" la mécanique quantique consiste à modifier les relations de commutations canoniques entre les observables de position et d'impulsion. En considérant une possible non-commutativité à la fois dans l'espace de configuration et dans l'espace des impulsions, ces observables vérifient l'algèbre

$$\begin{aligned} [x'_k, x'_l] &= i \theta_{kl} \\ [p'_k, p'_l] &= i \eta_{kl} \\ [x'_k, p'_l] &= i \hbar' \delta_{kl}, \end{aligned} \quad (5.7)$$

où  $\theta_{kl}$  et  $\eta_{kl}$  paramétrisent les écarts à la commutativité. Considérons un modèle non commutatif plus simple à deux dimensions, la direction verticale  $z$  et une direction horizontale  $x$ . Les observables non-commutatives vérifient l'algèbre

$$[z', x'] = i\theta \quad [p'_z, p'_x] = i\eta \quad [x'_k, p'_l] = i\hbar' \delta_{kl}. \quad (5.8)$$

et le hamiltonien décrivant les rebonds quantiques du neutron s'écrit dans les variables non commutatives

$$H' = \frac{p'^2_z}{2m} + \frac{p'^2_x}{2m} + mgz'. \quad (5.9)$$

Une des prescriptions pour traiter ce problème consiste à construire des observables commutatives  $z, x, p_z, p_x$  à partir des observables non commutatives  $z', x', p'_z, p'_x$  par une transformation linéaire. On peut vérifier que la transformation suivante

$$\begin{aligned} z &= z' - \frac{\theta}{2\hbar'} p'_x & x &= x' + \frac{\theta}{2\hbar'} p'_z \\ p_z &= p'_z + \frac{\eta}{2\hbar'} x' & p_x &= p'_x - \frac{\eta}{2\hbar'} z' \end{aligned} \quad (5.10)$$

construit bien des observables satisfaisant les relations de commutations canoniques :

$$[z, x] = 0 \quad [p_z, p_x] = 0 \quad [x_k, p_l] = i\hbar \delta_{kl}. \quad (5.11)$$

Enfin, le hamiltonien phénoménologique tenant compte des effets non-commutatifs est obtenu, au premier ordre en  $\eta$  et  $\theta$ , en substituant dans (5.9) les variables commutatives :

$$H = \frac{p_z^2}{2m} + \frac{p_x^2}{2m} + mgz + \frac{\eta}{2m\hbar} (zp_x - xp_z). \quad (5.12)$$

Cette prescription est en fait ambiguë, car la transformation linéaire (5.10) n'est pas unique et d'autres transformations admissibles peuvent conduire à un hamiltonien différent. Cependant, nous pouvons utiliser (5.12) comme une paramétrisation générale pour des effets non commutatifs.

Le mouvement horizontal étant un mouvement classique presque libre à vitesse  $v_x$ , on peut voir que les termes correctifs de (5.12) ont pour effet principal de modifier l'accélération de la pesanteur :

$$g_{\text{eff}} = g + \frac{\eta}{2\hbar} \frac{v_x}{m}. \quad (5.13)$$

Ainsi, les mesures pionnières des états quantiques gravitationnels sont sensibles à l'effet de  $\eta$ . Elles permettent de contraindre l'échelle d'énergie typique des effets non-commutatifs dans l'espace des impulsions [36] :

$$\sqrt{|\eta|} < 0.8 \text{ meV}/c. \quad (5.14)$$

Dans la première phase de GRANIT, on mesurera, avec une précision relative de  $2 \times 10^{-3}$  l'énergie de transition :

$$E_{31} = \left( 1 + \frac{\eta}{3\hbar} \frac{v_x}{mg} \right) E_0(\epsilon_3 - \epsilon_1) \quad (5.15)$$

ce qui permettrait d'améliorer la contrainte sur  $\sqrt{|\eta|}$  d'un ordre de grandeur.

Il est intéressant de noter que les états quantiques gravitationnels sont complémentaires aux systèmes utilisés par ailleurs pour contraindre les effets non commutatifs. Ces autres systèmes quantiques, comme l'atome d'hydrogène, permettent de contraindre  $\theta$  seulement, alors que nous avons obtenu une contrainte sur  $\eta$  seulement. Cette différence peut être comprise par le fait que l'atome d'hydrogène est invariant par rotation, alors que le neutron quantique bondissant est invariant par translation selon l'axe  $x$ .

### 5.3 Un terme non linéaire dans l'équation de Schrödinger

“Considering the pervasive importance of quantum mechanics in modern physics, it is odd how rarely one hears of efforts to test quantum mechanics experimentally with high precision.”

Cette critique pertinente de Steven Weinberg [37] nous incite maintenant à envisager les effets d'une possible non-linéarité de la mécanique quantique. Pour cela, nous considérerons un terme supplémentaire cubique dans l'équation de Schrödinger. On parle dans la littérature de l'*équation de Gross-Pitaevskii* stationnaire, ou encore de l'*équation de Schrödinger non linéaire*

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dz^2} \psi - mgz \psi + Bz_0 |\psi|^2 \psi = E\psi, \quad (5.16)$$

où l'effet non linéaire est paramétrisé par l'énergie  $B$ . Les premières expériences mesurant les états quantiques gravitationnels du neutron sont bien entendu compatibles avec  $B = 0$ .

Intéressons nous à la sensibilité futur du spectromètre GRANIT à ce terme non linéaire. Pour cela, nous devons calculer le déplacement des niveaux d'énergie due au terme cubique. Traitons ce problème par une approche perturbative autour de la solution sans terme cubique, donnée pour chaque état quantique par la fonction d'onde  $\psi_n^0$  et l'énergie  $E_n^0$ . Ainsi, une solution de (5.16) est cherchée sous la forme

$$\psi_n = \psi_n^0 + \delta\psi_n \quad E_n = E_n^0 + \delta E_n \quad (5.17)$$

Par substitution dans (5.16), nous obtenons, en ne conservant que les termes du premier ordre en  $B$ ,  $\delta\psi_n$  et  $\delta E_n$  :

$$\left( \hat{H} - E_n^0 \right) \delta\psi_n + Bz_0 |\psi_n^0|^2 \psi_n^0 = \delta E_n \psi_n^0. \quad (5.18)$$

Soit finalement, en multipliant à gauche par  $\psi_n^0$  et en intégrant :

$$\delta E_n = Bz_0 \int_0^\infty dz |\psi_n^0(z)|^4. \quad (5.19)$$

Les valeurs de  $\delta E_n/B$  sont calculées numériquement pour les dix premiers états quantiques dans le tableau 5.1. Dans la première phase de GRANIT, la mesure de  $E_{31}$  sera sensible à une non-linéarité de l'ordre de  $B = 3 \times 10^{-14}$  eV.

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\delta E_n/B$	0.417	0.291	0.236	0.204	0.181	0.165	0.152	0.142	0.134	0.126

TAB. 5.1: Résultat des calculs numériques de  $\delta E_n/B$ .

## 5.4 La charge électrique du neutron

En étudiant les niveaux quantiques de pesanteur du neutron en présence d'un champ électrique, on pourrait établir une limite supérieure sur la charge électrique  $q_n$  du neutron. La neutralité électrique du neutron a été vérifiée à une précision impressionnante  $q_n = (-0.4 \pm 1.1) \times 10^{-21}$  (en unité de la charge de l'électron) par des mesures de déflexion de neutrons froids (vitesse moyenne de 200 m/s) [38]. Dans cette expérience, le champ électrique est produit par deux électrodes séparées de 3 mm, atteignant une valeur absolue de  $\mathcal{E} = 6 \times 10^6$  V/m, avec un taux acceptable de claquages.

Supposons qu'il soit possible d'imposer le même champ électrique dans un spectromètre d'états quantiques de pesanteur. Dans ce cas, l'accélération effective de la pesanteur dépend du champ électrique  $g(\mathcal{E}) = g + \frac{q_n \mathcal{E}}{m}$ , et les niveaux d'énergie sont déplacés :

$$\begin{aligned} E_n(\pm\mathcal{E}) &= \left(\frac{m\hbar^2}{2}\right)^{1/3} \left(g \pm \frac{q_n \mathcal{E}}{m}\right)^{2/3} \epsilon_n \\ &= \left(1 \pm \frac{2}{3} \frac{q_n \mathcal{E}}{mg}\right) E_n \end{aligned} \quad (5.20)$$

Ainsi, pour être compétitif avec la limite actuelle, on doit mesurer une variation relative des énergies de transition avec une précision

$$\frac{E_{3 \rightarrow 1}(+\mathcal{E}) - E_{3 \rightarrow 1}(-\mathcal{E})}{E_{3 \rightarrow 1}} = 10^{-7}, \quad (5.21)$$

avec un champ électrique de  $\mathcal{E} = \pm 6 \times 10^6$  V/m. Cette précision ne sera pas atteinte avec une expérience à flux continu de neutrons.

## 5.5 La durée de vie radiative par émission de gravitons

Si la découverte des états quantiques de pesanteur du neutron démontre la quantification de l'énergie de la matière dans le champ gravitationnel, on ne peut tirer aucune conclusion concernant un comportement quantique du champ de gravitation lui-même. Par analogie avec l'électrodynamique, l'observation des raies spectrales des atomes sonde le comportement quantique des électrons, mais ne permet pas de caractériser la quantification du champ électromagnétique. La première manifestation quantique du champ

est certainement la décroissance spontanée d'un état excité, qui s'explique seulement en terme d'émission de photon. L'observation d'une décroissance spontanée d'un état excité d'un neutron dans le champ de pesanteur serait donc un moyen, en principe, de mesurer un effet de la physique à l'échelle de Planck et de "découvrir" le graviton. Bien entendu, le taux de décroissance est extraordinairement faible. Nous nous proposons d'estimer ce taux, cette analyse a été publiée dans [39].

Pour évaluer le temps de décroissance associé à la transition  $k \rightarrow n$ , nous suivons une procédure semi classique. Elle consiste à obtenir l'expression classique de la puissance  $P$  dissipée par un quadrupôle oscillant  $Q \cos(\omega t)$  par émission d'onde gravitationnelles. Ensuite, on substitue le quadrupôle classique  $Q$  par le moment quadrupolaire quantique associé à la transition  $k \rightarrow n$

$$Q_{kn} = m \langle k | \hat{z}^2 | n \rangle. \quad (5.22)$$

Ainsi, le taux de transition quantique est

$$\Gamma_{k \rightarrow n}^{sp} = \frac{P}{\hbar \omega_{kn}} = \frac{4}{15} \frac{\omega_{kn}^5}{M_{Pl}^2 c^4} Q_{kn}^2, \quad (5.23)$$

où  $M_{Pl}$  est la masse de Planck et  $\omega_{kn} = (E_k - E_n)/\hbar$  est la pulsation de la transition. Cette formule est valide dans l'approximation quadrupolaire  $\omega_{kn} z_k \ll c$ , c'est-à-dire  $k \ll 10^8$ .

les éléments de matrice quadrupolaire pour notre problème sont connus (voir annexe A) en fonction des zéros de Airy

$$\langle k | \hat{z}^2 | n \rangle = \frac{24(-1)^{k-n+1}}{(\epsilon_k - \epsilon_n)^4} z_0^2. \quad (5.24)$$

On peut donc expliciter complètement le taux de transition

$$\Gamma_{k \rightarrow n}^{sp} = \frac{512}{5} \frac{1}{(\epsilon_k - \epsilon_n)^3} \left( \frac{m}{M_{Pl}} \right)^2 \frac{E_0^5 z_0^4 c}{(\hbar c)^5} = \frac{5 \times 10^{-77} \text{s}^{-1}}{(\epsilon_k - \epsilon_n)^3}. \quad (5.25)$$

Pour les deux premiers états quantiques,  $\epsilon_2 - \epsilon_1 = 1.75$  et le taux d'émission de gravitons est extraordinairement faible

$$\Gamma_{2 \rightarrow 1}^{sp} \sim 10^{-77} \text{s}^{-1}. \quad (5.26)$$

Il faut attendre  $10^{60}$  fois le temps de Hubble pour espérer voir un graviton.



## 5.6 Possibles effets cosmiques

Les états quantiques de pesanteur du neutron sont sensibles en principe à des processus où l'énergie échangée est de l'ordre du pico-eV. Peut-être cette grande sensibilité est-elle exploitable pour détecter des perturbations invisibles pour la plupart des instruments. Par exemple, il est connu que les neutrinos du fond diffus cosmologique, prédits par le modèle standard de la cosmologie, sont indétectables, pour deux raisons. La première est que les neutrinos froids possèdent une section efficace d'interaction extrêmement faible. La deuxième est qu'ils ont une énergie de seulement 0.2 meV, correspondant à une température de 2 K. Ainsi, même si un neutrino cosmologique interagit, il dépose trop peu d'énergie pour être détecté. Cette deuxième restriction ne s'applique plus lorsqu'on dispose d'une sensibilité au pico-eV. Sans surprise, la première restriction interdit tout espoir de détecter le fond diffus cosmologique de neutrinos en utilisant un spectromètre d'états quantiques du neutron.

**L'impact d'une particule cosmique.** Traitons le cas académique d'une particule cosmique non relativiste traversant de bas en haut le miroir à vitesse  $v\vec{e}_z$ , elle impacte la surface du miroir à  $t = 0$ . Un neutron est initialement dans l'état quantique vertical numéro  $N$  au-dessus du miroir, et au repos dans son mouvement horizontal. L'état initial  $|i\rangle$  est donc donné par

$$\langle xyz|i\rangle = \frac{1}{L}\psi_N(z), \quad (5.27)$$

où  $L$  est le côté du miroir carré. Nous voulons évaluer l'amplitude de la transition  $N \rightarrow n$  induite par le passage de la particule cosmique. Supposons une forme ponctuelle pour l'interaction entre la particule cosmique et le neutron. Ainsi, le neutron est soumis au potentiel dépendant du temps

$$\hat{V}(t) = V_0\delta(z - vt)\delta(x)\delta(y). \quad (5.28)$$

Les états finals possibles  $|f\rangle$  sont caractérisés par les entiers  $n_x, n_y$  et  $n$

$$\langle xyz|i\rangle = \frac{1}{L}\exp\left(in_x\frac{2\pi}{L}x\right)\exp\left(in_y\frac{2\pi}{L}y\right)\psi_n(z). \quad (5.29)$$

L'amplitude pour la transition  $i \rightarrow f$  au premier ordre de la théorie des perturbations est donnée par

$$\begin{aligned} A_{i \rightarrow f} &= \frac{1}{i\hbar}\int_0^\infty \exp(i(E_f - E_i)t/\hbar)\langle f|\hat{V}(t)|i\rangle dt \\ &= \frac{V_0}{i\hbar L^2}\int_0^\infty \exp(i\omega_{Nn}t)\exp\left(i\frac{k^2}{2m}\hbar t\right)\langle n|\delta(z - vt)|N\rangle dt, \end{aligned} \quad (5.30)$$

où  $\hbar k = \hbar \frac{2\pi}{L} \sqrt{n_x^2 + n_y^2}$  est l'impulsion du mouvement horizontal dans l'état final. Nous obtenons alors

$$A_{i \rightarrow f} = \frac{V_0}{i\hbar L^2 v} \int_0^\infty \exp\left(i\left(\omega_{Nn} + \frac{k^2}{2m}\hbar\right)\frac{z}{v}\right) \psi_n(z)\psi_N(z) dz. \quad (5.31)$$

Dans le cas qui nous intéresse, la particule cosmique est rapide  $v \gg \frac{z_0 E_0}{\hbar} = 5 \times 10^{-3}$  m/s. De plus, la probabilité de transition sera dominée par les états finals de vitesse horizontale intermédiaire, si bien qu'on s'intéresse au cas

$$\omega_{Nn} \ll \frac{\hbar}{2m} k^2 \ll \frac{v}{z_0}. \quad (5.32)$$

Alors nous pouvons faire l'approximation

$$\exp\left(i\left(\omega_{Nn} + \frac{k^2}{2m}\hbar\right)\frac{z}{v}\right) = 1 + i\frac{\hbar}{2m} k^2 \frac{z}{v}. \quad (5.33)$$

Connaissant l'élément de matrice  $|\langle n|\hat{z}|N\rangle| = 2z_0(E_0/E_{Nn})^2$ , l'équation (5.31) devient

$$A_{i \rightarrow f} = \frac{V_0}{(\hbar v)^2 L^2} \frac{(\hbar k)^2}{m} z_0 \left(\frac{E_0}{E_{Nn}}\right)^2. \quad (5.34)$$

Pour obtenir finalement la probabilité de la transition  $N \rightarrow n$ , nous devons sommer le carré de l'amplitude (5.34) sur tous les états accessibles du mouvement horizontal final. Le comptage de ces états se fait par une technique standard, et nous trouvons

$$P_{N \rightarrow n} = \frac{1}{L^2} \frac{V_0^2}{v} \frac{4}{\pi} \frac{m}{\hbar^3 z_0} \left(\frac{E_0}{E_{Nn}}\right)^4. \quad (5.35)$$

proportionnelle à  $1/L^2$  comme attendu.

**Le cas des WIMPS.** Comme application du calcul précédent, nous pouvons estimer la sensibilité de la mesure des niveaux quantiques à la détection directe de matière noire. L'interaction entre le neutron et la particule de matière noire serait effectivement une interaction de courte portée de type Yukawa

$$V_Y(r) = \frac{g^2}{4\pi} \hbar c \frac{e^{-r/\lambda}}{r} \quad (5.36)$$

où la portée  $\lambda$  de l'interaction est inversement proportionnelle à la masse du boson vecteur d'interaction. La portée typique serait de l'ordre de la portée de l'interaction faible  $\lambda \approx 10^{-18}$  m. On peut raisonnablement approximer le potentiel de Yukawa par un

potentiel  $\delta$  avec

$$V_0 = \int V_Y(r) d^3r \quad (5.37)$$

La section efficace totale de diffusion élastique se calcule pour ce potentiel

$$\sigma = \frac{1}{\pi} m^2 g^4 \left( \frac{c}{\hbar} \right)^2 \lambda^4 \quad (5.38)$$

Elle est typiquement de 0.1 pb. Nous avons donc la relation reliant la section efficace et le potentiel effectif :

$$V_0^2 = \pi \left( \frac{\hbar^2}{4\pi m} \right)^2 \sigma. \quad (5.39)$$

Ainsi, la probabilité de transition  $N \rightarrow n$  induite par le passage d'une particule de matière noire a pour expression :

$$P_{N \rightarrow n} = \frac{\sigma}{L^2} \frac{4}{(4\pi)^2} \frac{\hbar}{m z_0 v} \left( \frac{E_0}{E_{Nn}} \right)^4 \quad (5.40)$$

La vitesse des particules de matière noire dans le modèle le plus réaliste de matière noire non relativiste serait de l'ordre de la vitesse du soleil dans la galaxie  $v \approx 200$  km/s. On obtient un ordre de grandeur pour la probabilité d'excitation

$$P_{1 \rightarrow 2} \approx 10^{-50}. \quad (5.41)$$

Par ailleurs, le flux typique de matière noire serait  $v \rho_{\text{Dark}} / M$ , où  $\rho_{\text{Dark}} \approx 3 \times 10^{-27}$  kg/m<sup>3</sup> est la densité de matière noire dans le modèle standard de la cosmologie, et  $M \approx 100$  GeV/c<sup>2</sup> est la masse typique des particules de matière noire. Avec notre miroir de  $\approx 0.1$  m<sup>2</sup>, le taux typique de transition  $1 \rightarrow 2$  induite par la matière noire serait donc d'environ  $10^{-47}$  s<sup>-1</sup>. Il faut attendre  $10^{29}$  temps de Hubble pour espérer voir une particule de matière noire.

**Le cas du fond diffus cosmologique de neutrinos.** Concernant la détection directe de matière noire, il est évident que les expériences dédiées mesurant des reculs nucléaires sont infiniment plus sensibles qu'un spectromètre de niveaux quantiques de pesanteur. Envisageons maintenant le cas des neutrinos du fond diffus cosmologique, indétectable par recul nucléaire. Dans le modèle standard de la cosmologie, le fond diffus cosmologique neutrinique à une température aujourd'hui de 2 K, correspondant à une énergie par neutrino de 0.2 meV, très grande devant la séparation en énergie des niveaux quantiques du neutron dans le champ de pesanteur. La formule (5.40) a été obtenue dans un formalisme non relativiste, mais nous nous permettons de l'utiliser dans le cas des

neutrinos ultrarelativistes avec  $v = c$  pour estimer l'ordre de grandeur. L'ordre de grandeur de la section efficace totale de diffusion neutrino-neutron par courant neutre est de  $\sigma \approx 10^{-15}$  barn et nous obtenons

$$P_{1 \rightarrow 2} \approx 10^{-67}. \quad (5.42)$$

Si les neutrinos ont une masse nulle, leur flux attendu dans le modèle standard est approximativement le même que le flux de photons du fond diffus cosmologique, soit  $10^{17} \text{ s}^{-1} \text{ m}^{-2}$ . Avec notre miroir de  $\approx 0.1 \text{ m}^2$ , le taux typique de transition  $1 \rightarrow 2$  induite par le fond diffus cosmologique de neutrinos serait donc d'environ  $10^{-51} \text{ s}^{-1}$ . Il faut attendre  $10^{33}$  temps de Hubble pour espérer voir un neutrino cosmologique.

## Conclusions

Avec les états quantiques du neutron dans le champ de pesanteur, on mesure un phénomène gravitationnel non classique : l'universalité de la chute libre n'est pas valide. Nous sommes capables de mesurer la masse du neutron en le regardant tomber.

Il ne faut pas penser pour autant que l'on mesure un effet de gravitation quantique : c'est l'énergie du neutron qui est quantifiée par la présence d'un champ de gravité classique. La décroissance spontanée des états quantiques serait un effet quantique associé au champ de gravitation, mais le temps de vie est estimé  $10^{77} \text{ s}$ , c'est-à-dire indétectable à jamais.

Pourtant, dans ce contexte particulier d'une particule quantique ressentant l'effet de la gravitation, il n'est pas exclu de pouvoir détecter des effets de la physique à l'échelle de Planck. En effet, par un argument purement dimensionnel, il est possible de former une très petite énergie à partir de la masse du neutron et de la masse de Planck :

$$e_{\text{Planck}} = \frac{m^2}{M_{\text{Planck}}} = 8 \times 10^{-11} \text{ eV} > E_0. \quad (5.43)$$

Même si aucune prédiction théorique précise en ce sens n'est à ce jour formulée, il est plausible que des effets de la physique à l'échelle de Planck induisent des phénomènes détectables pour les états quantiques du neutron dans le champ de pesanteur, avec une énergie caractéristique  $e$ . Cet argument motive la recherche de non-linéarité dans l'équation de Schrödinger, ou de termes de géométrie non-commutative, qui pourraient être associés à la physique inconnue à l'échelle de Planck.

# Bibliographie - États quantiques du neutron

- [20] G. Breit, *Phys. Rev.* 32 (1928) 273–276.
- [21] J. Sakurai, *Modern Quantum Mechanics*, Benjamin/Cummings, Menlo Park, 1985.
- [22] L. Landau, E. Lifshitz, *Quantum Mechanics. Nonrelativistic Theory*, Pergamon, London, 1965.
- [23] V. Lusnikov, A. Frank, *JETP Lett.* 28 (1978) 559.
- [24] V. Nesvizhevsky, K. Protasov, Edited book on *Trends in Quantum Gravity Research*, 65-107, D.C. Moore, New York, Nova science publishers, 2005.
- [25] V.V. Nesvizhevsky et al, *Nature* 415 (2002) 297.
- [26] V.V. Nesvizhevsky et al., *Phys. Rev. D* 67 (2003) 102002.
- [27] V.V. Nesvizhevsky et al., *Eur. Phys. J. C* 40 (2005) 479.
- [28] V. V. Nesvizhevsky, et al., Search for quantum states of the neutron in a gravitational field : Gravitational levels, *Nucl. Instrum. Meth. A*440 (2000) 754–759.
- [29] S. Rocchia, Réglage de l'expérience de mise en évidence des états quantiques liés par la gravitation devant se dérouler à l'institut laueangevin en mars 2005, Rapport de stage de l'université Joseph Fourier.
- [30] I. Ferrier-Barbut, Rapport de stage de l'université Joseph Fourier.
- [31] A. E. Meyerovich, I. V. Ponomarev, Surface roughness and size effects in quantized films, *Phys. Rev. B* 65 (2002) 155413.
- [32] M. Kreuz, et al., A method to measure the resonance transitions between the gravitationally bound quantum states of neutrons in the GRANIT spectrometer.
- [33] G. Pignol, et al., GRANIT project : a trap for gravitational quantum states of UCN, ArXiv e-prints 0708.2541.
- [34] S. A. Werner, J. L. Staudenmann, R. Colella, Effect of earth's rotation on the quantum mechanical phase of the neutron, *Phys. Rev. Lett.* 42 (1979) 1103–1106.
- [35] L. Assoufid, et al., *Advances in Metrology for X-Ray and EUV Optics. Proceedings of the SPIE* 5921 (2005) 129.

- [36] O. Bertolami, J. G. Rosa, C. M. L. de Aragao, P. Castorina, D. Zappala, Noncommutative gravitational quantum well, *Phys. Rev. D* 72 (2005) 025010.
- [37] S. Weinberg, Testing quantum mechanics, *Ann. Phys.* 194 (1989) 336.
- [38] J. Baumann, R. Gahler, J. Kalus, W. Mampe, Experimental limit for the electric charge of the free neutron, *Phys. Rev. D* 37 (1988) 3107.
- [39] G. Pignol, K. V. Protasov, V. V. Nesvizhevsky, Spontaneous emission of graviton by a quantum bouncer, *Class. Quant. Grav.* 24 (2007) 2439–2441.
- [40] D. Goodmanson, A recursion relation for matrix elements of the quantum bouncer, *Am. J. Phys.* 68 (9) (2000) 866.

## **Deuxième partie**

### **Contraintes sur une cinquième interaction avec les neutrons**





# 6

## Les interactions supplémentaires indépendantes du spin

Nous avons insisté dans le chapitre 1 sur le fait que les neutrons interagissaient très faiblement avec la matière. Les échelles d'énergie pour les interactions magnétique, forte et gravitationnelle sont dans les conditions de laboratoire de l'ordre de  $10^{-7}$  eV et l'échelle typique des états quantiques du neutron dans le champ de pesanteur est encore plus faible, de l'ordre de  $10^{-12}$  eV. On peut en conclure que les neutrons sont une sonde privilégiée pour tester l'existence d'interactions supplémentaires se couplant faiblement avec la matière. Dans ce chapitre, nous allons établir des limites quantitatives sur l'existence d'interactions supplémentaires de courte portée. Le cas des interactions exotiques dépendantes du spin sera traité dans le chapitre suivant.

### 6.1 Une cinquième force

La compréhension actuelle de la physique au niveau le plus élémentaire distingue deux classes de phénomènes et deux cadres théoriques efficaces ont été élaborés. Les phénomènes gravitationnels sont décrits par la théorie de la relativité générale. Elle décrit correctement des observables de précision, telles que les corrections newtoniennes dans la dynamique du système solaire, ainsi que les phénomènes dits de champ fort, tels que la perte d'énergie par émission d'ondes gravitationnelles de certains pulsars. La relativité générale permet d'étudier l'univers dans son ensemble et son histoire, elle sert de cadre théorique standard pour la cosmologie. Tous les autres phénomènes élémentaires sont décrits par le modèle standard de la physique des particules. Ce modèle décrit

les interactions entre les fermions élémentaires par trois théories quantiques de jauge couplées correspondant à l'électromagnétisme, l'interaction faible et l'interaction forte. À ces théories de jauge sont associées des bosons de spin 1, vecteurs des interactions. Le modèle standard contient également un secteur scalaire, prédisant l'existence d'un nouveau boson de spin zéro (le boson de Higgs).

L'unification des deux classes de phénomènes constitue certainement le problème le plus ambitieux de la physique fondamentale. L'énormité du problème se mesure par la distance séparant les échelles typiques des deux classes phénoménologiques, à savoir l'échelle électrofaible  $M_{EW} \approx 250$  GeV et l'échelle de Planck  $M_{\text{Planck}} = 1.22 \times 10^{19}$  GeV. Ce problème, dit de *hiérarchie*, est plus simplement illustré par le rapport de la force électromagnétique et de la force gravitationnelle entre l'électron et le proton dans l'atome d'hydrogène :  $10^{-38}$ .

De nombreuses extensions, soit du modèle standard, soit de la relativité générale, sont proposées. Elles prédisent généralement de nouvelles interactions.

Des nouveaux bosons massifs sont par exemple prédits par les théories de grande unification, avec une constante de couplage typique de  $10^{-1}$ . Les expériences de collisionneurs à haute énergie contraignent ces bosons à être plus lourds que  $\approx 1$  TeV et le LHC pourra découvrir ou contraindre des bosons encore plus lourds. Des bosons plus légers peuvent cependant échapper à la détection, pourvu qu'ils soient faiblement couplés. Un boson léger, faiblement interagissant, induit une force entre deux fermions dérivant d'un potentiel de Yukawa :

$$V_Y(r) = Q_1 Q_2 \frac{g^2 \hbar c}{4\pi r} e^{-r/\lambda} \quad (6.1)$$

où  $g$  est la constante de couplage de la nouvelle interaction,  $Q_1$  et  $Q_2$  sont les charges des deux fermions sous la nouvelle interaction. Enfin la portée  $\lambda$  est la longueur de Compton du boson médiateur

$$\lambda = \frac{\hbar c}{M}. \quad (6.2)$$

Le caractère attractif ou répulsif de la nouvelle interaction dépend du spin du boson échangé. Un boson vecteur induit une force répulsive entre deux particules identiques ( $g^2 > 0$ ), tandis qu'un boson scalaire induit une force attractive ( $g^2 < 0$ ).

Dans le domaine des phénomènes gravitationnels, des modifications de la loi de Newton sont également proposées. Notamment, l'existence de dimensions spatiales supplémentaires a été avancée, pour expliquer le problème de hiérarchie entre l'échelle de Planck et l'échelle électrofaible. Dans ces théories, la gravitation est fondamentalement aussi intense que les trois autres interactions, mais effectivement diluée dans les dimensions supplémentaires compactifiées, et nous ressentons une gravité supprimée dans nos trois dimensions. Les trois autres interactions seraient confinées dans les dimensions usuelles et ne seraient pas supprimées. Pour des séparations supérieures à la taille des dimensions

supplémentaires, la loi de l'inverse carré de Newton serait modifiée :

$$V_N(r) = -\frac{GMm}{r} (1 + \alpha e^{-r/\lambda}). \quad (6.3)$$

Le terme supplémentaire possède une forme de Yukawa, il peut s'interpréter comme une nouvelle interaction. La portée  $\lambda$  est reliée dans ce cas à la plus grande taille de compactification des dimensions supplémentaires, et les théories prédisent généralement un paramètre sans dimension  $\alpha$  de l'ordre de l'unité, dépendant du nombre et de la géométrie des dimensions supplémentaires. Pour une revue des motivations théoriques et des tests expérimentaux de la loi de Newton, voir [41].

Indépendamment de ces considérations théoriques, le potentiel de Yukawa fournit une paramétrisation efficace pour reporter le résultat des expériences recherchant des nouvelles interactions sous la forme de zones d'exclusions. De manière générale, une interaction supplémentaire est restée invisible soit parce que son intensité est très faible, soit parce que sa portée est très courte. Les physiciens des particules recherchent naturellement des interactions fortement couplées, ressemblant aux trois interactions du modèle standard ( $g \approx 10^{-1}$ ) dans l'équation (6.1), mais de portée très faible ( $\lambda \approx 10^{-18}$  m), tandis que les recherches des déviations de la loi de Newton se focalisent naturellement sur des intensités très faibles ( $\alpha \approx 1$ , ou  $g \approx 10^{-19}$ ) mais à plus longue portée. Cependant, il n'est pas impossible que de nouveaux phénomènes n'apparaissent en tout autre point du plan de paramètres ( $g^2, \lambda$ ).

Nous nous intéresserons dans cette thèse aux interactions supplémentaires se couplant exclusivement aux nucléons. Nous supposons donc que la charge dans l'équation (6.1) est associée au nombre baryonique, en particulier,  $Q = 1$  pour le neutron et  $Q = A$  pour un noyau de nombre de masse  $A$ . La figure 6.1 représente la zone d'exclusion actuelle d'une nouvelle interaction de Yukawa entre  $\lambda = 10^{-12}$  m et  $\lambda = 10^{-3}$  m, ce qui correspond à des bosons médiateurs très légers  $10^{-4}$  eV  $< M < 10^3$  eV. Aux plus grandes distances ( $\lambda > 100$   $\mu$ m) les expériences utilisant des pendules de torsion (voir [42] pour une revue récente) sont les plus sensibles (courbe *Seattle* [43]). La courbe *Stanford* [44] est issue d'une expérience mesurant la force entre deux masses d'or, séparées d'une distance de 25  $\mu$ m avec un senseur de force micromécanique. Les courbes désignées par *Casimir* sont dérivées des mesures de la force de Casimir (pour une revue, voir [45]). Ces dernières fournissent les contraintes les plus compétitives pour les portées  $10^{-8}$  m  $< \lambda < 5 \times 10^6$  m. Enfin, aux distances plus courtes, la meilleure limite est obtenue en analysant les données de diffusion de neutrons. Cette limite est l'objet de la section suivante et a été publiée dans [46].

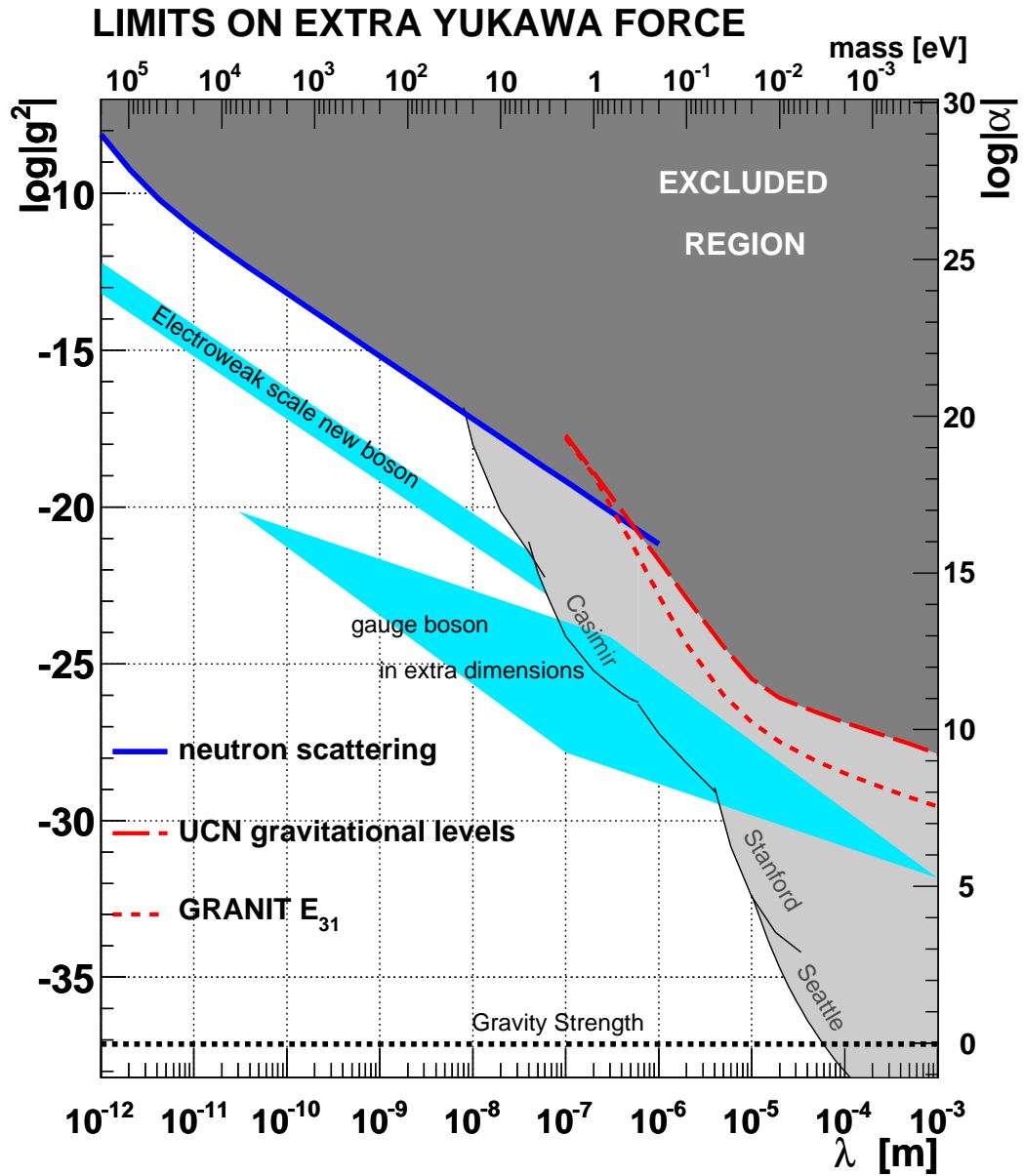


FIG. 6.1: Contraintes actuelles sur une interaction supplémentaire dans le plan  $(\lambda, g^2)$ . La région foncée est exclue par les mesures de diffusion de neutrons aux courtes distances (voir section 6.2), et par la mesure des niveaux quantiques de pesantEUR du neutron aux grandes distances (voir section 6.3).

## 6.2 Contraintes à partir des longueurs de diffusion neutroniques

De nombreux auteurs [47, 48, 49, 50, 51] ont suggéré que les expériences de diffusion de neutrons pourraient donner des contraintes compétitives sur l'existence d'une force supplémentaire couplée aux nucléons. Dans cette section, nous analysons le catalogue des mesures des longueurs de diffusion pour en extraire des contraintes dans le domaine  $10^{-12} \text{ m} < \lambda < 10^{-6} \text{ m}$ .

### 6.2.1 L'interaction d'un neutron lent avec un noyau

La diffusion de neutrons lents sur des atomes est décrite par l'amplitude de diffusion  $f(\mathbf{q})$ , comme somme de trois termes essentiels

$$f(\mathbf{q}) = f_{\text{nucl}}(\mathbf{q}) + f_{ne}(\mathbf{q}) + f_Y(\mathbf{q}). \quad (6.4)$$

Le premier terme représente la diffusion due à l'interaction nucléaire neutron-noyau. à basse énergie (lorsque la longueur d'onde du neutron est très grande devant la taille du noyau), elle est isotrope et indépendante de l'énergie. Nous avons vu dans le chapitre 1 que la longueur de diffusion  $b = -f_{\text{nucl}}(\mathbf{q})$  est le paramètre fondamental décrivant l'interaction d'un neutron lent avec un noyau.

Le deuxième terme est l'amplitude correspondant à la diffusion électron-neutron, due à l'interaction entre la distribution de charge du neutron et la distribution de charge de l'atome cible. Cette amplitude s'écrit

$$f_{ne}(\mathbf{q}) = -b_{ne}(Z - f(Z, \mathbf{q})), \quad (6.5)$$

où  $f(Z, \mathbf{q})$  est le facteur de forme atomique et  $b_{ne}$  est une constante appelée *longueur de diffusion électron-neutron*, qui est directement reliée au rayon de charge du neutron  $r_n^2$  par la relation [17]

$$b_{ne} = \frac{1}{3a_0} \frac{m}{m_e} r_n^2, \quad (6.6)$$

$m_e$  étant la masse de l'électron, et  $a_0$  le rayon de Bohr. La contribution de l'interaction électron-neutron à l'amplitude de diffusion totale est de l'ordre du pourcent pour les noyaux lourds. Cependant, cette contribution dépend de l'énergie. À basse énergie, les inhomogénéités de charge de l'atome ne sont pas résolues par le neutron et l'effet du rayon de charge est nul ( $f(Z, 0) = Z$ ). A haute énergie, le neutron n'interagit plus avec les électrons qui sont étendus ( $f(Z, \infty) = 0$ ). L'appellation longueur de diffusion *électron-neutron* est ambiguë, puisque un effet non nul résulte en fait de l'interaction entre la distribution quadrupolaire de charge interne au neutron avec la charge ponctuelle du noyau. La frontière entre le comportement de basse énergie et de haute énergie s'estime

par la condition que la longueur d'onde du neutron est égale à l'extension du nuage électronique, correspondant à une énergie frontière d'environ 0.3 eV.

La présence d'une nouvelle interaction (6.1) implique un terme supplémentaire dans l'amplitude de diffusion, qui se calcule au premier ordre de l'approximation de Born :

$$f_Y(\theta) = -\frac{m}{2\pi\hbar^2} \int V_Y(r) e^{-i\vec{q}\vec{r}} d^3\vec{r} = -A \frac{g^2}{4\pi} \hbar c \frac{2m\lambda^2/\hbar^2}{1 + (q\lambda)^2} \quad (6.7)$$

où  $q = 2k \sin(\theta/2)$ ,  $\theta$  étant l'angle de diffusion, et  $\hbar k$  l'impulsion du neutron dans le centre de masse de la collision neutron-atome. L'effet de la nouvelle force est maximal pour la diffusion vers l'avant ( $\theta = 0$ ) et minimal pour la diffusion vers l'arrière ( $\theta = \pi$ ). Toutefois, ce contraste n'est manifeste que à haute énergie. Il s'agit de la condition usuelle de résolution : pour "voir" la nouvelle interaction, il faut que la longueur d'onde  $2\pi/k$  du neutron soit plus petite que la portée  $\lambda$  de la nouvelle interaction. Dans le cas contraire, à basse énergie, l'amplitude associée à la nouvelle interaction est indépendante de l'angle de diffusion et de l'énergie.

Les autres contributions, mentionnées dans le chapitre 1, telles que la polarisabilité électrique et magnétique du neutron, l'effet Schwinger, sont très petites dans le cas traité ici, et seront négligées.

Les longueurs de diffusions nucléaires ont été mesurées pour presque tous les noyaux stables, avec différentes méthodes. Une revue de ces méthodes, ainsi qu'un tableau complet des longueurs de diffusions mesurées, sont disponibles [18]. On peut distinguer deux classes de méthodes, présentant une sensibilité différente à une nouvelle interaction. La première classe, qui inclut la méthode interférométrique, la mesure de la réflexion totale et le réfractomètre gravitationnel, mesurent l'amplitude de diffusion vers l'avant  $f(\mathbf{q} = 0)$ . Par ces méthodes on mesure en fait le potentiel de Fermi moyen d'un matériau, et le potentiel de Fermi est déterminé par l'amplitude de diffusion *vers l'avant*. En présence d'une nouvelle interaction, la longueur de diffusion mesurée peut être écrite comme la somme d'un terme nucléaire et d'un terme additionnel (négligeant le terme du rayon de charge du neutron pour le moment) :

$$b_{\text{opt}} = -f(\mathbf{q} = 0) = b + A \frac{mc^2}{2\pi\hbar c} g^2 \lambda^2. \quad (6.8)$$

La seconde classe de méthodes inclut la mesure de la diffraction de Bragg et la mesure de la transmission. Ici, les neutrons subissent un transfert d'impulsion non nul. Pour la diffraction de Bragg, on mesure l'amplitude de diffusion pour une impulsion transférée  $q_{\text{BD}} = 10 \text{ nm}^{-1}$ . La quantité extraite de ces données est une somme du terme nucléaire et une contribution supplémentaire que l'on déduit de (9.2)

$$b_{\text{BD}} = b + A \frac{mc^2}{2\pi\hbar c} g^2 \frac{\lambda^2}{1 + (q_{\text{BD}}\lambda)^2}. \quad (6.9)$$

Dans le cas de la mesure de la transmission, on mesure la section efficace totale. On utilise généralement des neutrons d'énergie environ 1 eV, beaucoup plus rapides que les neutrons lents. Pour ces neutrons dont la longueur d'onde  $\approx 30$  pm est très inférieure à la distance inter-atomique, aucun effet de diffusion cohérente n'est observé. La nouvelle interaction se manifesterait dans ce cas par un terme dépendant de l'énergie dans la longueur de diffusion extraite

$$b_{\text{TR}}(k^2) = \sqrt{\frac{\sigma_{\text{tot}}}{4\pi}} = b + A \frac{mc^2}{2\pi\hbar c} g^2 \lambda^2 \frac{\ln(1 + 4(k\lambda)^2)}{4(k\lambda)^2}. \quad (6.10)$$

### 6.2.2 Le modèle du potentiel aléatoire

Une première limite robuste sur une nouvelle force de Yukawa peut être établie en étudiant la dépendance en  $A$  des longueurs de diffusion. Pour cette étude, l'effet du rayon de charge du neutron sera négligé, la validité de cette approximation sera établie *a posteriori*. Dans le domaine de longueurs d'onde  $\lambda \leq 1/q_{\text{BD}}$ , les méthodes optiques et la mesure de la diffraction de Bragg sont sensibles à la même amplitude

$$b_{\text{Meas}} = -f(\mathbf{q} = 0) = b + A \frac{mc^2}{2\pi\hbar c} g^2 \lambda^2 \quad (6.11)$$

comme (6.8) et (6.9) le montrent clairement. La présence d'une nouvelle force se manifesterait par une augmentation linéaire des longueurs de diffusion mesurées en fonction de  $A$ . Cette dépendance n'est pas observée dans les données expérimentales montrées sur la figure 1.4.

Pour établir une limite quantitative sur le terme linéaire additionnel, nous allons utiliser la description semi-phénoménologique présentée dans la section 1.3.5. Dans ce modèle, la dispersion des longueurs de diffusion autour du comportement moyen  $R \times A^{1/3}$  est décrite par une variable aléatoire (1.23) rendant compte de notre ignorance de la profondeur du puits de potentiel effectif. Nous considérons maintenant la variable aléatoire modifiée

$$b_{\text{Meas}} = RA^{1/3} \left( 1 - \frac{\tan X}{X} \right) + b_{\text{Extra}} A. \quad (6.12)$$

contenant deux paramètres à ajuster sur les données de la figure 1.4. Le premier paramètre,  $R$ , est celui du modèle original, et  $b_{\text{Extra}}$  est le deuxième paramètre autorisant un terme linéaire en  $A$ . Une nouvelle interaction induit le terme linéaire  $b_{\text{Extra}} = \frac{mc^2}{2\pi\hbar c} g^2 \lambda^2$ . Une estimation de ces deux paramètres, utilisant la méthode du maximum de vraisemblance comme dans la section 1.3.5, est présentée sur la figure 6.2. Les zones à 68 % et à

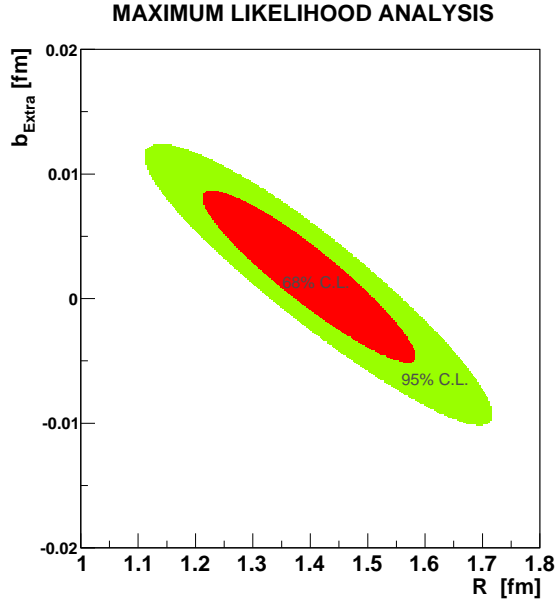


FIG. 6.2: Ajustement des paramètres  $R$  et  $b_{\text{Extra}}$  (6.12) par la méthode du maximum de vraisemblance.

95 % de niveau de confiance correspondent respectivement aux paramètres pour lesquels

$$2(\ln(\mathcal{L}_{\text{max}}) - \ln(\mathcal{L}(R, b_{\text{Extra}}))) < 2.3 \quad \text{à } 68\% \text{ C.L.} \quad (6.13)$$

$$2(\ln(\mathcal{L}_{\text{max}}) - \ln(\mathcal{L}(R, b_{\text{Extra}}))) < 5.99 \quad \text{à } 95\% \text{ C.L.} \quad (6.14)$$

Le terme linéaire est compatible avec zéro comme attendu

$$-0.013 \text{ fm} < b_{\text{Extra}} < 0.010 \text{ fm} \quad \text{à } 95\% \text{ C.L.} \quad (6.15)$$

Nous obtenons ainsi une contrainte quantitative pour le couplage  $g(\lambda)$

$$g^2 \lambda^2 \leq 0.016 \text{ fm}^2 \quad \text{à } 95\% \text{ C.L.} \quad (6.16)$$

Ce résultat est présenté sur la figure 6.4 pour les portées d'interaction supplémentaire entre  $10^{-12}$  et  $10^{-10}$  m.

### 6.2.3 La comparaison de la diffusion vers l'avant et vers l'arrière

Comparer les longueurs de diffusion mesurées avec différentes méthodes permet d'établir de meilleures limites sur une force de Yukawa supplémentaire. Comme expliqué ci-dessus, les longueurs de diffusion mesurées en utilisant la diffraction de Bragg  $b_{\text{BD}}$  et la méthode interférométrique  $b_{\text{opt}}$  n'ont pas la même sensibilité à une nouvelle interaction



de courte portée. D'après les équations (6.8) et (6.9), le rapport de ces deux quantités diffère de l'unité en présence d'une nouvelle interaction

$$b_{\text{opt}} - b_{\text{BD}} = A \times b_{\text{Extra}} = A \frac{mc^2}{2\pi\hbar c} g^2 \lambda^2 \frac{(q\lambda)^2}{1 + (q\lambda)^2}. \quad (6.17)$$

Il existe 13 noyaux pour lesquels les deux mesures existent simultanément, le plus léger étant le deuton et le plus lourd le noyau d'uranium  $^{238}\text{U}$ .

Les différentes mesures citées dans la littérature sont parfois incompatibles, mêmes pour la même méthode de mesure, probablement à cause d'effets systématiques non inclus dans les erreurs citées. Nous devons augmenter les barres d'erreurs pour obtenir une limite réaliste sur l'existence d'interactions supplémentaires. Pour cela, nous allons estimer une *erreur méthodologique*  $\sigma$  associée à chaque méthode, de la façon suivante. En sélectionnant tous les noyaux pour lesquels plusieurs mesures avec une méthode donnée sont disponibles, on obtient les valeurs  $b_{A,i} \pm \Delta b_{A,i}$ , où  $A$  est l'indice du noyau, et  $1 \leq i \leq n_A$  liste des expériences utilisant la méthode en question. L'erreur méthodologique est alors calculée en demandant la condition

$$\sum_{A,i} \frac{(b_{A,i} - \bar{b}_A)^2}{\Delta b_{A,i}^2 + \sigma^2} = \sum_A n_A. \quad (6.18)$$

C'est-à-dire que nous forçons le  $\chi^2$  correspondant à la déviation par rapport à la moyenne pondérée  $\bar{b}_A$  à être égal au nombre de degrés de liberté  $\sum_A n_A$ . Pour la diffraction de Bragg, nous avons 72 degrés de liberté, et une erreur méthodologique de 0.16 fm, ce qui doit être comparé à la moyenne des erreurs publiées de 0.23 fm. Pour la méthode interférométrique, nous avons 22 degrés de liberté, et nous trouvons une erreur méthodologique de 0.05 fm, alors que la moyenne des erreurs publiées est de 0.05 fm. Le tableau 6.1 résume les résultats de la procédure d'augmentation des barres d'erreurs. Notons que la procédure rend en moyenne compatibles les mesures utilisant une même méthode, et ne cache pas une possible incompatibilité entre deux méthodes différentes. Ce point est essentiel pour cette analyse, puisque une interaction supplémentaire se manifeste par une différence systématique dans l'extraction des longueurs de diffusion nucléaires par deux méthodes différentes.

Avec les erreurs augmentées, un ajustement de type  $\chi^2$  de l'équation (6.17) sur les 13 ensembles de données pour  $b_I$  et  $b_{\text{BD}}$  donne (voir figure 6.3)

$$b_{\text{Extra}} = (2.2 \pm 3.1) \times 10^{-4} \text{ fm}. \quad (6.19)$$

Ce qui se traduit par la contrainte :

$$g^2 \lambda^2 \frac{(q\lambda)^2}{1 + (q\lambda)^2} \leq 10^{-3} \text{ fm}^2 \quad \text{à 95\% C.L.} \quad (6.20)$$

TAB. 6.1: Données existantes sur les longueurs de diffusion.

Méthode	Diffraction de Bragg	Interference
Nombre de mesures	141	41
Nombre de noyaux mesurés	98	28
Précision relative moyenne	3 %	0.4 %
Erreur méthodologique [fm]	0.16	0.05

correspondant à la ligne épaisse rouge sur la figure 6.4.

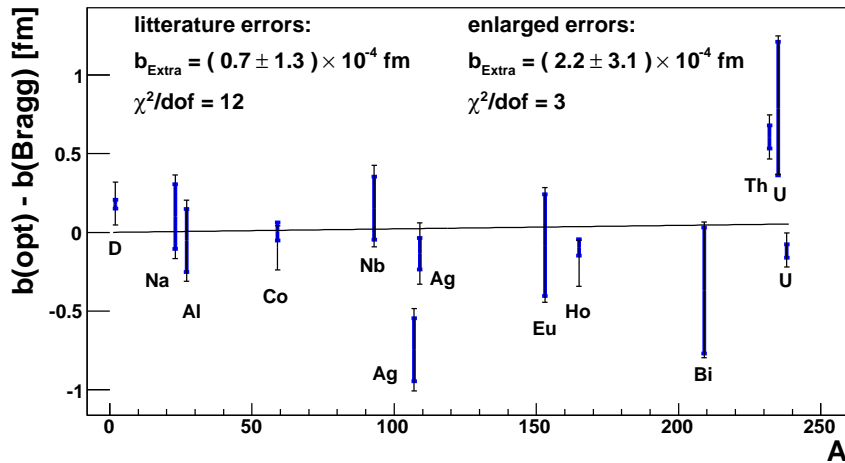


FIG. 6.3: Différence entre les longueurs de diffusion extraites par mesure optique et par diffraction de Bragg, en fonction du nombre de masse des noyaux. Les petites barres d'erreurs sont calculées d'après les incertitudes publiées, les grandes barres d'erreurs sont obtenues après la procédure décrite dans le texte.

### 6.2.4 Les effets électromagnétiques

Jusque là, nous avons comparé l'amplitude de diffusion  $f_Y(\mathbf{q})$  due à une nouvelle interaction à l'amplitude de diffusion nucléaire  $f_{\text{nucl}}(\mathbf{q})$ . On pourrait améliorer encore les limites obtenues en comparant l'amplitude  $f_Y(\mathbf{q})$  à l'amplitude due au rayon de charge du neutron  $f_{ne}(\mathbf{q})$ , qui est beaucoup plus petite. Cette idée a été suggérée pour la première fois par Leeb et Schmiedmayer [47].

Pour concrétiser cette idée, trois mesures indépendantes sont nécessaires, pour déterminer les trois termes de (6.4). Nous allons répéter l'analyse précédente, en utilisant les mesures de section efficace totale à la place des mesures de la diffraction de Bragg. Ainsi que le montre l'équation (6.10), la longueur de diffusion extraite aux énergies  $\approx 1$  eV ( $k = 200 \text{ nm}^{-1} = 1/5 \text{ pm}$ ) contient une contribution de la nouvelle force qui est différente de la contribution présente dans la longueur de diffusion mesurée par les méthodes optiques. En particulier, si la portée de la nouvelle interaction est plus grande que 1 pm, on peut considérer que la nouvelle interaction ne contribue pas à la longueur de diffusion extraite de la mesure de la section efficace totale. La précision des deux méthodes (interférométrie et transmission) est telle que les effets électromagnétiques fins dus au rayon de charge du neutron peuvent être mesurés à travers la quantité  $b(1 \text{ eV}) - b_{\text{opt}}$ , car la contribution du terme  $b_{ne}$  dépend de l'énergie. En présence d'une nouvelle interaction, la différence extraite contient donc deux contributions :

$$b(1 \text{ eV}) - b(0) = Zb_{ne} - A \frac{mc^2}{2\pi\hbar c} g^2 \lambda^2 \left( 1 - \frac{\ln(1 + 4(\frac{\lambda}{5 \text{ pm}})^2)}{4(\frac{\lambda}{5 \text{ pm}})^2} \right) \quad (6.21)$$

Malheureusement, on constate [52] un désaccord significatif entre deux groupes de valeurs (Garching-Argonne et Dubna) pour  $b_{ne}^{\text{exp}} = \frac{b(1 \text{ eV}) - b(0)}{Z}$ ,

$$\begin{aligned} b_{ne}^{\text{exp}} &= (-1.31 \pm 0.03) \times 10^{-3} \text{ fm [Gartching-Argonne]} \\ b_{ne}^{\text{exp}} &= (-1.59 \pm 0.04) \times 10^{-3} \text{ fm [Dubna]} \end{aligned} \quad (6.22)$$

Le désaccord est très supérieur aux incertitudes citées. Ce désaccord ne peut pas être interprété comme l'effet d'une nouvelle interaction (pas du type que nous considérons ici en tout cas) et doit être attribué à des effets systématiques sous-estimés dans au moins une des expériences.

Indépendamment de ce problème, une détermination indépendante de  $b_{ne}$  doit être utilisée pour distinguer l'effet du rayon de charge de l'effet d'une interaction supplémentaire (les deux termes de l'équation (6.21)). Pour cela nous pouvons utiliser les données expérimentales liées à la mesure du facteur de forme électrique du neutron. Notons que l'effet d'une nouvelle interaction serait négligeable dans ces expériences, où l'impulsion transférée  $\mathbf{q}^2$  est très grand. Il convient d'utiliser une paramétrisation générale du facteur de forme :

$$G_E(\mathbf{q}^2) = -a\mu_n \frac{\tau}{1 + b\tau} G_D, \quad (6.23)$$

où  $\mu_n = -1.91\mu_B$  est le moment magnétique du neutron,  $\tau = \mathbf{q}^2/4m^2$  et

$$G_D(\mathbf{q}^2) = \frac{1}{(1 + \mathbf{q}^2/0.71 (\text{GeV}/c)^2)^2}, \quad (6.24)$$

est ce qu'on appelle le facteur de forme dipolaire, et  $a$  and  $b$  sont des paramètres sans

dimensions à ajuster.

Un ajustement de ces paramètres sur la compilation des données mondiales présentée sur la figure 1.3 donne le résultat

$$\begin{aligned} a &= (0.77 \pm 0.06) \\ b &= (2.18 \pm 0.58) \end{aligned}$$

avec  $\chi^2/\text{NDF} = 15.3/27$ . La longueur de diffusion  $b_{ne}$  déterminée par cette méthode est alors

$$b_{ne} = (-1.13 \pm 0.08) \times 10^{-3} \text{ fm.} \quad (6.25)$$

Elle est en désaccord avec la valeur de  $b_{ne}$  extraite par les expériences de Dubna.

On conclut qu'il existe des incertitudes systématiques dans les expériences actuelles. Ainsi, une expérience seule ne peut pas être utilisée pour établir une contrainte réaliste. toutefois, en analysant les écarts entre les résultats obtenus par différentes méthodes, on peut obtenir une estimation conservative de la dispersion standard des valeurs de  $b_{ne}$  :  $\Delta b_{ne} \leq 6 \times 10^{-4} \text{ fm}$ . La contrainte correspondante, au niveau de  $2 \sigma$ , se calcule à partir de l'équation (6.21) :

$$\frac{mc^2}{2\pi\hbar c} g^2 \lambda^2 \left( 1 - \frac{\ln(1 + 4(\frac{\lambda}{5 \text{ pm}})^2)}{4(\frac{\lambda}{5 \text{ pm}})^2} \right) \leq \Delta b_{ne}. \quad (6.26)$$

Il s'agit de la meilleure limite représentée sur la figure 6.4.

## 6.2.5 Perspectives

Nous avons établi des contraintes sur une interaction supplémentaire à partir du catalogue des mesures des longueurs de diffusion neutroniques. Elles constituent les meilleures contraintes sur presque quatre ordres de grandeur pour la portée de l'interaction supplémentaire  $2 \times 10^{-12} \text{ m} < \lambda < 10^{-8} \text{ m}$ , correspondant à une masse du boson échangé  $20 \text{ eV} < M < 10^5 \text{ eV}$ .

Il est tout à fait envisageable d'améliorer les contraintes existantes par plusieurs ordres de grandeur, puisqu'aucune limitation fondamentale n'a été identifiée. Tout d'abord, une clarification du problème de la mesure de la longueur de diffusion électron-neutron, associée à un effort théorique pour la calculer (en utilisant les techniques de la chromodynamique quantique sur réseau par exemple), donnerait automatiquement une contrainte améliorée sur les forces supplémentaires de portée nanométrique. De plus, des expériences neutroniques dédiées pour améliorer ces contraintes ont été proposées. La méthode utilisant la diffraction de Bragg pour établir des contraintes pourrait être améliorée, par exemple en comparant les longueurs de diffusion extraites à partir d'angles de diffraction différents. Cette méthode a été proposée par Greene et Gudkov [51]. Les mêmes auteurs

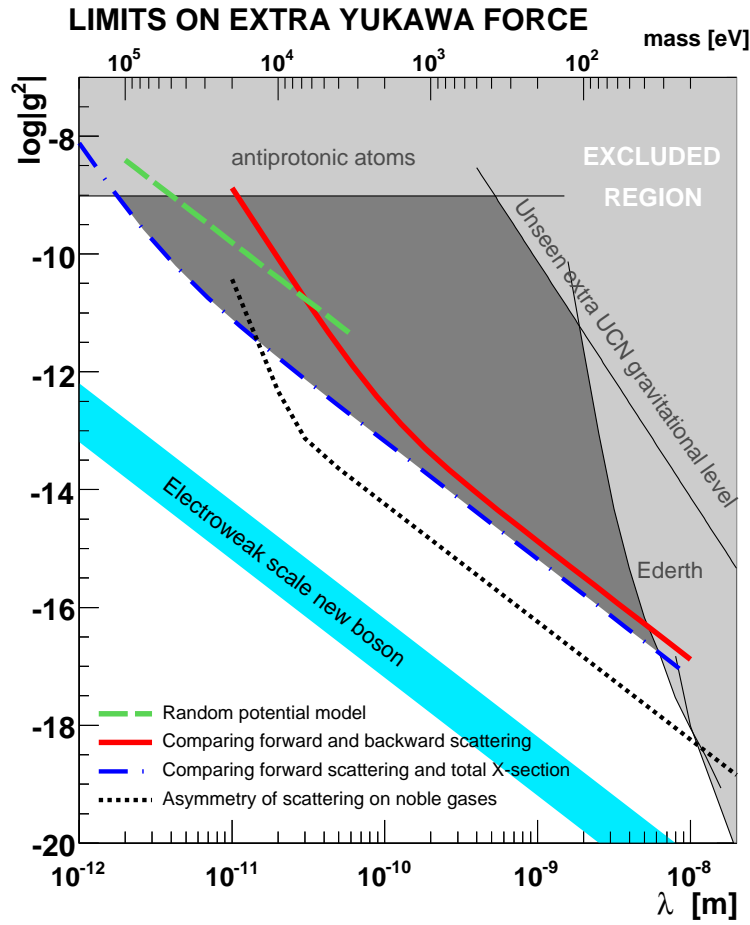


FIG. 6.4: La région ombrée correspond aux contraintes actuelles sur une interaction supplémentaire de Yukawa. Les lignes discontinues et la ligne épaisse sont les trois limites déduites des expériences mesurant les longueurs de diffusion.

proposent une méthode interférométrique pour détecter une modification des résonances de type Fabry-Perrot due à une interaction supplémentaire. Enfin, il serait possible de contraindre ou d'observer une interaction supplémentaire de portée nanométrique en mesurant l'asymétrie avant-arrière dans la diffusion de neutrons sur un gaz monoatomique [46].

### 6.3 Les contraintes déduites des états quantiques de pesanteur du neutron

Étudions maintenant l'effet d'une nouvelle interaction de Yukawa sur le système quantique que constitue un neutron bondissant au-dessus d'un miroir parfait dans le champ de pesanteur. Rappelons que les échelles d'énergie et de longueur de ce système sont de  $10^{-12}$  eV et de  $5 \mu\text{m}$  respectivement. Ces échelles suggèrent que ce système pourrait être sensible à des interactions supplémentaires de portée micrométrique.

Commençons par calculer l'interaction entre le neutron et le miroir de densité  $\rho$ , en intégrant le potentiel de Yukawa (6.1) sur toutes les sources élémentaires du miroir. Cette intégration peut se faire analytiquement en négligeant les effets de bords horizontaux et en supposant que l'épaisseur du miroir est infinie. On trouve un potentiel à décroissance exponentielle :

$$V(z) = \frac{g^2}{2} \frac{\rho}{m} \hbar c \lambda^2 e^{-z/\lambda} = V_0 e^{-z/\lambda}. \quad (6.27)$$

Pour discuter la phénoménologie des interactions supplémentaires dans le cadre des états quantiques du neutron dans le champ de pesanteur, il est commode de paramétriser la nouvelle interaction par l'énergie  $V_0$  et la portée  $\lambda$ . L'énergie  $V_0$  est reliée à la constante de couplage  $g$  de l'équation (6.1) ou à la déviation newtonienne  $\alpha$  de l'équation (6.3) par

$$V_0 = g^2 \frac{\rho}{m} \frac{\hbar c}{2} \lambda^2 = g^2 \left( \frac{\lambda}{1 \mu\text{m}} \right)^2 \times 1.5 \times 10^{23} \text{ peV} \quad (6.28)$$

$$V_0 = -2\pi G m \rho \alpha \lambda^2 = -\alpha \left( \frac{\lambda}{1 \mu\text{m}} \right)^2 \times 1.1 \times 10^{-14} \text{ peV}. \quad (6.29)$$

Les valeurs numériques sont calculées pour un miroir de densité  $\rho = 2.5 \text{ g/cm}^3$ , densité du verre, utilisé dans les premières expériences.

Le potentiel supplémentaire se manifesterait par un déplacement des niveaux d'énergie et une modification des fonctions d'onde par rapport au cas non perturbé discuté dans la section 2.1. Nous allons maintenant calculer ces perturbations, afin de discuter les contraintes à partir des données existantes et de calculer le potentiel de découverte de GRANIT. On calculera en fait le potentiel d'exclusion de la première phase de GRANIT, c'est-à-dire qu'on supposera mesurée la différence d'énergie  $E_{31}$  (qui vaut  $1.914 \text{ peV}$  en l'absence de force supplémentaire) avec une précision conservative de  $\delta E_{31} = 5 \times 10^{-3} \text{ peV}$  comme estimé dans la section 3.3.

**Les forces supplémentaires de longue portée.** Si l'interaction supplémentaire est de longue portée  $\lambda \gg z_0$ , son potentiel (6.27) s'approxime par un potentiel linéaire qui

s'ajoute à l'accélération de la pesanteur.

$$V(z) \approx -\frac{V_0}{\lambda}z. \quad (6.30)$$

Son effet s'identifie à une modification de  $g$ . Une interaction répulsive ( $V_0 > 0$ ) comprime les niveaux d'énergie et dilate les fonctions d'onde, tandis qu'une interaction attractive ( $V_0 < 0$ ) dilate les niveaux d'énergie et comprime les fonctions d'onde :

$$E_n(V_0, \lambda) = E_n \left(1 - \frac{V_0}{\lambda mg}\right)^{2/3} \quad (6.31)$$

$$z_n(V_0, \lambda) = z_n \left(1 - \frac{V_0}{\lambda mg}\right)^{-1/3}. \quad (6.32)$$

Les expériences intégrales mesurant les hauteurs classiques des deux premiers états quantiques ont été interprétées pour contraindre ces interactions supplémentaires [53]. Il faut noter que dans ces expériences, l'absorbeur placé au-dessus du miroir horizontal induit aussi un potentiel. L'absorbeur et le miroir horizontal étaient faits du même verre, ils avaient la même densité. Pour les interactions supplémentaires de longue portée, les termes linéaires (6.30) de l'absorbeur et du miroir se compensent.

Au contraire, dans la situation de la mesure différentielle analysée dans la section 2.3, l'interaction supplémentaire est induite pas le miroir horizontal seul. Nous pouvons contraindre l'espace de paramètres  $(V_0, \lambda)$  en utilisant la mesure différentielle analysée dans la section 2.3, où la taille caractéristique  $z_0$  a été mesurée (2.31) avec une précision de 3 % :

$$|V_0| < \frac{\lambda}{1 \mu\text{m}} \times 0.02 \text{ peV} \quad \text{à } 95\% \text{ C.L.} \quad (6.33)$$

Cette limite est valable pour les interactions supplémentaires de portée intermédiaire entre la taille des états quantiques et l'épaisseur du miroir  $5 \mu\text{m} \ll \lambda \ll 10 \text{ cm}$ .

Avec la première mesure des résonances en flux continu de neutrons dans le spectromètre GRANIT, nous serions sensibles à des forces supplémentaires de longue portée jusqu'à une valeur minimale de

$$|V_0|^{\text{min}} = \frac{\lambda}{1 \mu\text{m}} \times 4 \times 10^{-4} \text{ peV}, \quad (6.34)$$

soit une amélioration de la sensibilité par un facteur 50.

**Le spectre dans la théorie des perturbations.** Avec la mesure du spectre par la méthode des transitions résonantes, seuls les décalages des différences d'énergie du spectre  $\delta E_{nk} = \delta E_n - \delta E_k$  sont observables. On s'intéressera particulièrement au décalage de l'énergie de la transition  $3 \rightarrow 1$ , qu'on espère mesurer avec une précision de  $5 \times 10^{-3} \text{ peV}$

comme expliqué dans la section 3.3.

Intéressons nous donc au calcul du spectre en énergie en présence d'une interaction supplémentaire de portée comparable à la taille des états quantiques, dans le régime  $V_0 \ll 1$  peV. Nous considérons pour cela la théorie des perturbations indépendantes du temps, qui permet de calculer les termes de la série perturbative

$$E_n(V_0, \lambda) = E_n^{(0)} + \delta E_n^{(1)} + \delta E_n^{(2)} + \dots \quad (6.35)$$

où  $E_n^{(0)}$  représente le spectre du cas non perturbé, traité en détails dans la section 2.1, et le potentiel perturbatif est donné par (6.27). Le terme du premier ordre se calcule comme l'élément de matrice diagonal du potentiel perturbatif :

$$\delta E_n^{(1)} = V_0 \langle n | e^{-z/\lambda} | n \rangle. \quad (6.36)$$

et le terme du second ordre dépend des éléments de matrice non diagonaux :

$$\delta E_n^{(2)} = V_0^2 \sum_{k \neq n} \frac{|\langle n | e^{-z/\lambda} | k \rangle|^2}{E_n^0 - E_k^0}. \quad (6.37)$$

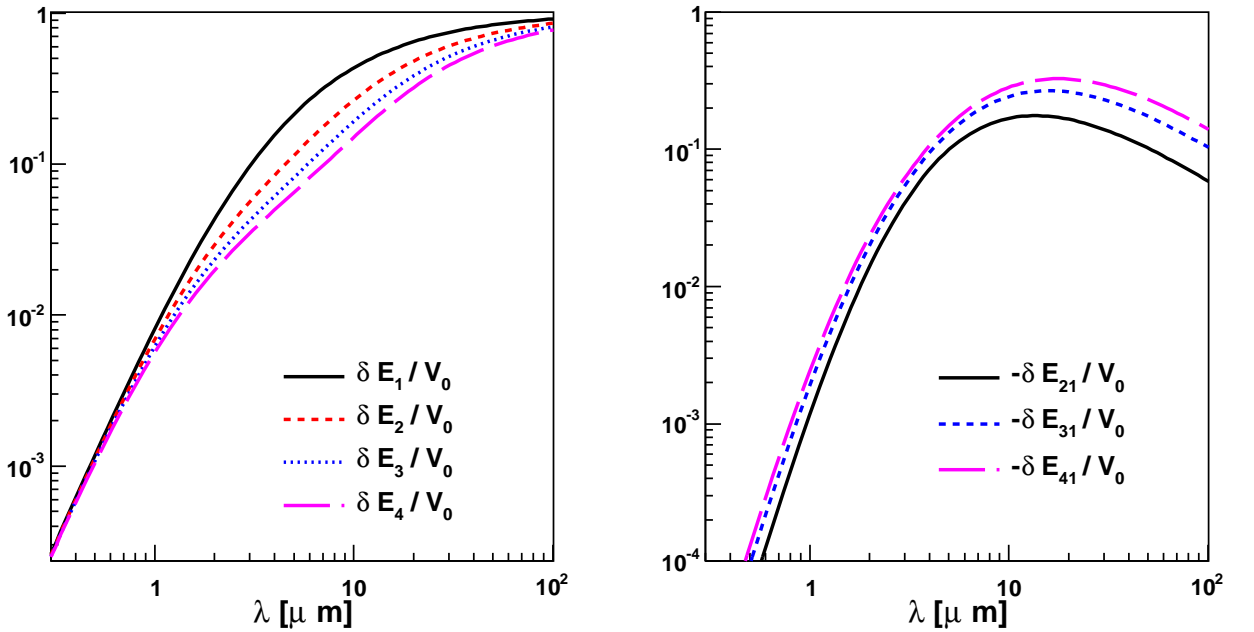


FIG. 6.5: Calcul de la modification du spectre au premier ordre de la théorie des perturbations en fonction de la portée de l'interaction supplémentaire.



Un calcul numérique des termes du premier ordre est montré sur la figure 6.5, pour les quatre premiers états quantiques. Nous voyons que la sensibilité de la mesure de l'énergie des transitions résonantes est optimale lorsque la portée de l'interaction supplémentaire est comparable avec la hauteur caractéristique des états quantiques, comme attendu. Son domaine de validité peut être estimé par la condition  $\delta E_n^{(2)} < \delta E_n^{(1)}$ , représenté sur la figure 6.6 dans le plan  $(V_0, \lambda)$ . On a aussi représenté la ligne correspondant à la condition  $\delta E_{31} = 5 \times 10^{-3}$  peV. Dans la zone perturbative, la mesure du spectre est sensible aux interactions attractives et répulsives indifféremment, puisque le déplacement spectral est linéaire par rapport à  $V_0$ .

Pour les interactions supplémentaires de courte portée, la sensibilité est très supprimée, et on constate que, dans la zone  $\lambda \ll z_0$ , le premier ordre de la théorie des perturbations est insuffisant pour calculer le déplacement des énergies de résonance. Dans cette zone, les effets non-perturbatifs, distinguant les interactions attractives des interactions répulsives, sont essentiels, et le pouvoir d'exclusion du paramètre  $V_0$  n'est plus linéaire par rapport à la résolution spectrale  $\delta E_{31}$ .

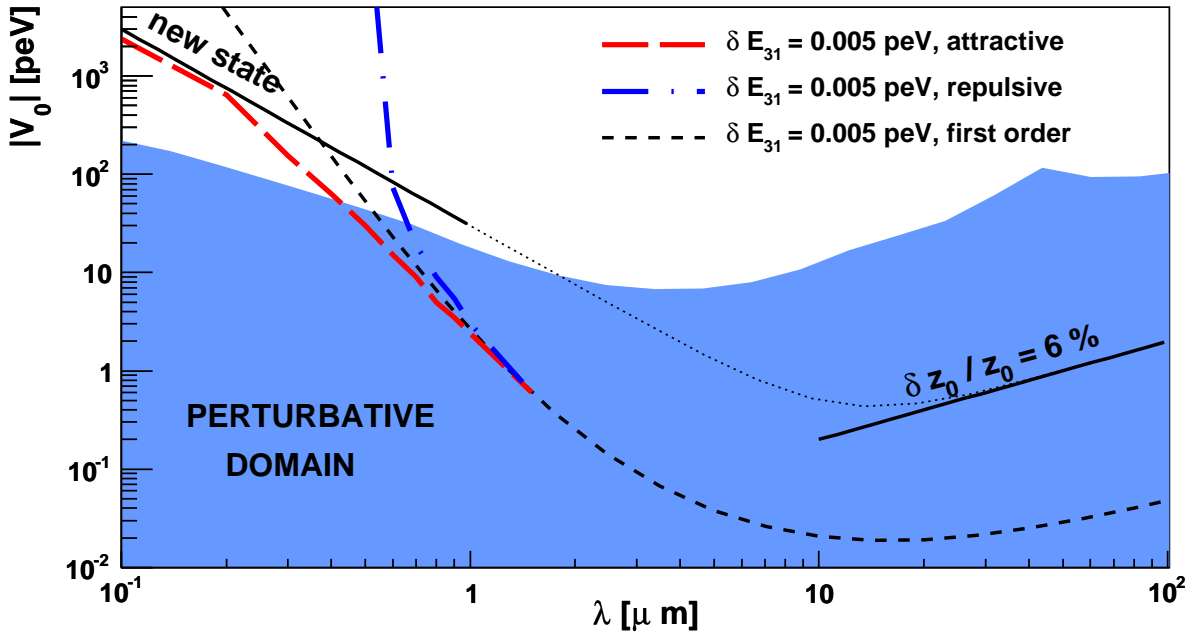


FIG. 6.6: Plan  $(V_0, \lambda)$  paramétrisant une interaction supplémentaire exponentielle. Les lignes correspondent aux contraintes actuelles et futures, et la région pleine correspond au domaine d'application du premier ordre de la théorie des perturbations.

**Les forces supplémentaires de courte portée.** Considérons maintenant des interactions de très courte portée  $\lambda \ll z_0$ . Dans ce cas, les effets sont très différents selon que l'interaction supplémentaire est attractive ou répulsive. Dans le cas attractif, l'interaction supplémentaire peut créer un état lié "supplémentaire", localisé très près du miroir (la hauteur caractéristique de la fonction d'onde correspondante serait comparable avec la portée  $\lambda$ ). Il existe une condition analytique de seuil pour l'apparition de cet état quantique supplémentaire [54] :

$$0 < -V_0 < 0.72 \frac{\hbar^2}{m\lambda^2} = \left( \frac{1 \mu\text{m}}{\lambda} \right)^2 \times 30 \text{ peV}. \quad (6.38)$$

Cette condition peut être considérée comme une contrainte dans l'espace de paramètres  $(V_0, \lambda)$ , à partir des toutes premières expériences intégrales, mesurant le flux de neutrons passant une fente constituée par un miroir horizontal et un absorbeur. Cette limite est valable pour les interactions supplémentaires attractives de faible portée  $\lambda \ll 5 \mu\text{m}$ .

Dans le cas répulsif, la sensibilité est très réduite, puisqu'aucun état supplémentaire ne peut apparaître. Une interaction répulsive de très courte portée est physiquement indistinguable de la barrière abrupte que constitue le miroir. Une analyse semi-classique [54] montre que la limite devient :

$$V_0 < \frac{\hbar^2}{2m\lambda^2} e^{z_0/\lambda} = \left( \frac{1 \mu\text{m}}{\lambda} \right)^2 e^{6\mu\text{m}/\lambda} \times 20 \text{ peV}, \quad (6.39)$$

exponentiellement supprimée pour les courtes portées.

**Résolution numérique de l'équation de Schrödinger.** Nous voulons maintenant calculer la modification du spectre en énergie induit par une interaction supplémentaire de courte portée, afin d'estimer le potentiel de découverte de GRANIT dans ce cas. Pour cela, il est possible de résoudre numériquement l'équation de Schrödinger à une dimension

$$\frac{d^2\psi}{dz^2} = \frac{2m}{\hbar^2} (mgz + V_0 e^{-z/\lambda} - E) \psi \quad (6.40)$$

avec un algorithme d'intégration de type *Runge-Kutta-Fehlberg*. Pour une énergie  $E$  donnée, on impose à la fonction d'onde solution la condition initiale  $\psi(0) = 0$  et  $\psi'(0) = 1$ , et l'algorithme propage l'unique solution. L'énergie  $E$  appartient au spectre si la solution associée est asymptotiquement nulle aux grands  $z$ . Le calcul numérique du spectre pour une interaction de portée  $1 \mu\text{m}$  en fonction de  $V_0$  est présenté sur la figure 6.7. La figure 6.6 montre également, dans la zone  $\lambda < 2 \mu\text{m}$ , les lignes correspondant au déplacement spectral  $\delta E_{31} = 5 \times 10^{-3} \text{ peV}$ , pour l'interaction attractive et l'interaction répulsive. Comme attendu, la sensibilité à l'interaction répulsive est supprimée pour  $\lambda < 0.5 \mu\text{m}$ , et la sensibilité à l'interaction attractive se confond avec la condition

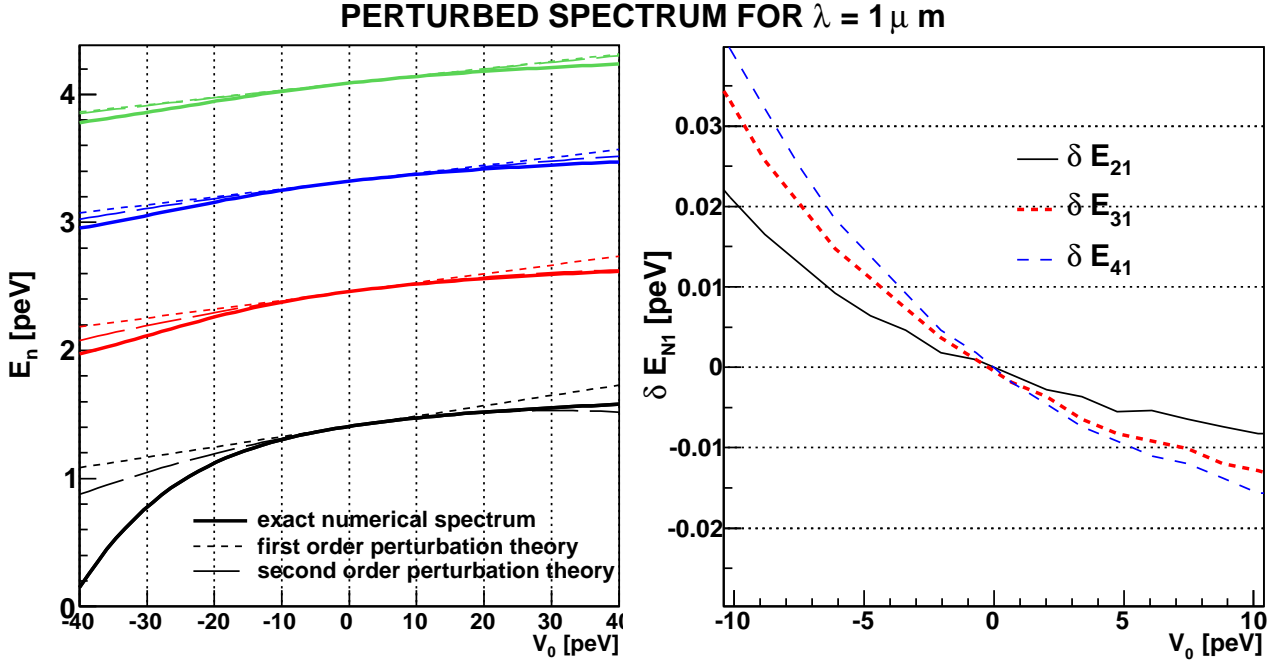


FIG. 6.7: Calcul de la modification du spectre pour une portée  $1 \mu\text{m}$  de l'interaction supplémentaire, comparant le résultat numérique à ceux de la théorie des perturbations.

d'existence d'un état lié supplémentaire.

**Interprétation.** La figure 6.8 traduit les limites obtenues dans le plan des paramètres usuels ( $g^2, \lambda$ ) (avec le facteur de conversion (6.31)), en les comparant aux limites existantes. La limite actuelle (déduites des expériences intégrales et différentielle) est une interpolation entre la contrainte pour les petites portées (6.38) et (6.39) et la contrainte valable pour les longues portées (6.33). La limite estimée dans la première phase de GRANIT est calculée par résolution numérique de l'équation de Schrödinger pour  $\lambda < 2 \mu\text{m}$ , et en utilisant la théorie des perturbations au premier ordre pour  $\lambda > 2 \mu\text{m}$ .

## Conclusions

La figure 6.1 résume les deux études présentées dans ce chapitre. Nous avons calculé une contrainte sur une interaction supplémentaire de Yukawa se couplant au nucléons, dans le domaine  $1 \text{ pm} < \lambda < 1 \text{ mm}$ , obtenue en considérant le neutron libre comme sonde de la nouvelle interaction. Aux courtes distances  $\lambda < 1 \mu\text{m}$ , les expériences mesurant les longueurs de diffusion neutroniques donnent les meilleures contraintes, détaillées sur

TAB. 6.2: Précision nécessaire pour détecter  $\lambda = 4 \mu\text{m}$ ,  $V_0 = 3 \times 10^{-5}$  peV.

$N$	2	3	4	10	100
$\delta E_{N1}$ [peV]	$0.7 \times 10^{-6}$	$0.9 \times 10^{-6}$	$1.1 \times 10^{-6}$	$1.3 \times 10^{-6}$	$1.5 \times 10^{-6}$

la figure 6.4. Ces contraintes ne dépendent pas du caractère attractif (véhiculée par un scalaire) ou répulsif (véhiculée par un vecteur) de la nouvelle force. Au delà de  $1 \mu\text{m}$ , la mesure des niveaux quantiques du neutron dans le champ de pesanteur permet d'établir une contrainte plus sévère, détaillée sur la figure 6.8. Les contraintes sont plus strictes pour une interaction attractive dans le domaine  $\lambda < 10 \mu\text{m}$ , indifférenciée pour les plus grandes portées. Nous avons calculé le potentiel de découverte de la première phase de GRANIT, qui mesurera la différence d'énergie  $E_{31}$  avec une précision de  $5 \times 10^{-3}$  peV par excitation résonante de la transition  $3 \rightarrow 1$  en flux continu de neutrons. Cette mesure permettra d'améliorer la contrainte (neutronique) actuelle par près de deux ordres de grandeur. Cependant, les expériences mécaniques utilisant des masses macroscopiques (*Casimir*, *Stanford* et *Seattle* sur la figure 6.8), sont plus sensibles par encore plusieurs ordres de grandeur.

Il est instructif de considérer la “distance” la plus courte entre la sensibilité de la première phase de GRANIT et les contraintes macroscopiques. Elle est obtenue pour  $\lambda = 4 \mu\text{m}$ , la “distance” étant alors d'un facteur 5000. Cela signifie que, pour être compétitif avec les expériences macroscopiques *Casimir* et *Stanford*, il faut détecter une interaction supplémentaire exponentielle avec  $\lambda = 4 \mu\text{m}$ ,  $V_0 = 10^{-5}$  peV. Dans le tableau 6.2, on peut lire la précision nécessaire correspondante, pour la mesure des différentes transitions  $E_{21}$ ,  $E_{31}$ , etc. Ces nombres pourraient être diminués d'un facteur deux en utilisant un miroir plus lourd, mais une précision d'une part par million de peV est nécessaire. Nous avons vu dans la section 3.1 que la résolution des niveaux d'énergie est donnée en première approximation par la condition  $\Delta E = h/T$ , où  $T$  est la durée d'excitation, indépendamment du numéro des états quantiques. Ainsi, la résolution ultime de GRANIT est limitée par la durée de vie du neutron  $T_{\text{ult}} = 886$  s, conduisant à  $\Delta E_{\text{ult}} = 5 \times 10^{-6}$  peV. On conclura en remarquant que l'ordre de grandeur de la résolution ultime correspond au critère de compétitivité donné dans la table 6.2.

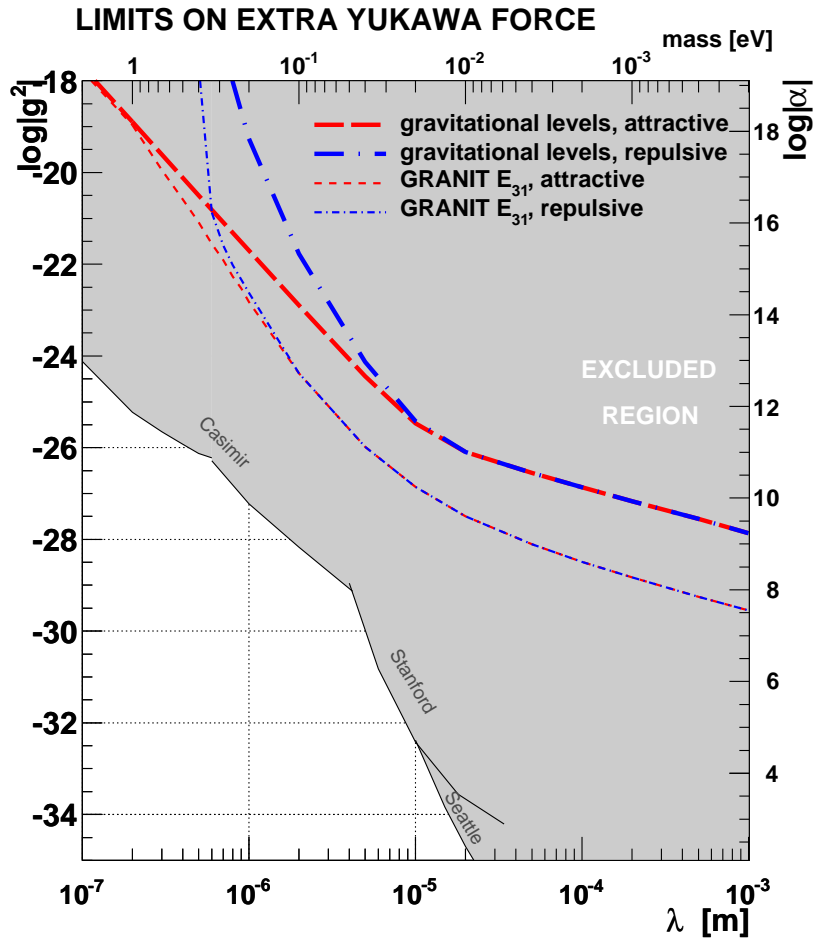


FIG. 6.8: Contraintes sur une interaction supplémentaire de Yukawa. La zone ombrée est exclue par des mesures utilisant des masses macroscopiques, les lignes représentent les contraintes actuelles et futures déduite des niveaux quantiques de pesanteur du neutron.



# 7

## Contraintes sur une interaction monopôle-dipôle de portée sub-millimétrique

Pour qu'une nouvelle interaction soit restée invisible, elle doit être soit de très courte portée (véhiculée par un boson très lourd), soit très faiblement couplée. C'est cet argument qui nous a conduit à considérer le plan de paramètres  $(g^2, \lambda)$  dans le chapitre précédent. Il existe cependant une troisième possibilité : la nouvelle interaction peut dépendre du spin. Les corps macroscopiques n'étant pas en général polarisés, cette interaction n'aurait aucun effet sur eux. En revanche, le neutron libre est une sonde privilégiée pour la recherche de telles interactions.

Une nouvelle force dépendant du spin induit sur le neutron des effets similaires aux effets magnétiques habituels, et on peut les classer en deux catégories. La première catégorie contient les effets du type *Stern-Gerlach*. La trajectoire du neutron dépend de son état de spin. Ces effets peuvent être contraints avec l'observation des états quantiques de pesanteur du neutron, le spectre d'énergie et les fonctions d'onde dépendraient de l'orientation du spin. La deuxième catégorie contient les effets de type *Zeeman*. La dynamique du spin est modifiée par l'interaction exotique. On peut contraindre ces effets avec des appareils de précision mesurant la fréquence de précession du spin autour d'un champ magnétique. Nous présenterons des résultats obtenus avec le spectromètre nEDM RAL-Sussex.

## 7.1 Une interaction monopôle-dipôle

Considérons en toute généralité l'interaction entre deux particules de spin  $1/2$ , l'une étant la *sonde*, dans notre cas le neutron, et l'autre la *source*. L'interaction entre la source et la sonde peut être de la forme *monopôle-monopôle*, *monopôle-dipôle* ou encore *dipôle-dipôle*. L'interaction monopôle-monopôle ne dépend du spin ni de la sonde, ni de la source. Le chapitre précédent traitait uniquement de ce type d'interaction. L'interaction dipôle-dipôle dépend à la fois du spin de la source et de celui de la sonde. Si on considère une source macroscopique non polarisée, il n'y a aucun effet sur la sonde, même polarisée. C'est le troisième type, monopôle-dipôle, qui est l'objet de ce chapitre. Une source macroscopique non polarisée génère de manière cohérente un potentiel qui dépend du spin de la sonde.

### 7.1.1 Les interactions monopôles-dipôles véhiculées par des bosons

Les interactions véhiculées par des bosons ont été récemment classifiées [55]. Il existe trois formes possibles d'interaction monopôle-dipôle compatibles avec l'invariance par rotation, ayant un propagateur standard. Les diagrammes de Feynman correspondants sont représentés sur la figure 7.1.

**La forme scalaire-pseudoscalaire.** La première forme, *scalaire-pseudoscalaire*, est réalisée par l'échange d'une particule scalaire, qui dépend spatialement comme la dérivée du potentiel de Yukawa.

$$V_{SP}(r) = \frac{g_S g_P^{(n)}}{8\pi} \frac{(\hbar c)^2}{m c^2} \sigma \cdot \hat{r} \left( \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{r} \right) \frac{e^{-r/\lambda}}{r}. \quad (7.1)$$

Dans cette expression,  $\sigma$  désigne le vecteur formé par les trois matrices de Pauli décrivant la direction du spin du neutron,  $\hat{r}$  est le vecteur unité pointant de la sonde vers la source,  $g_S$  est la constante de couplage scalaire du nouveau boson à la particule source, et  $g_P^{(n)}$  est la constante de couplage pseudoscalaire au neutron. Comme pour l'interaction de Yukawa, la portée de l'interaction est l'inverse de la masse du boson médiateur  $\lambda = \hbar/(Mc)$ . Dans la suite, la source macroscopique de l'interaction supplémentaire sera généralement un miroir plan sans bord d'épaisseur infinie. On supposera, comme dans le chapitre précédent, que le nouveau boson ne se couple qu'aux nucléons. Alors, en désignant par  $\rho$  la densité massique du miroir, on trouve après intégration sur le volume du miroir le potentiel exponentiel :

$$V_1(z) = V_1 \sigma_z e^{-z/\lambda}, \quad V_1 = \frac{g_S g_P}{8} \frac{\rho}{m} \frac{(\hbar c)^2}{m c^2} \lambda \quad (7.2)$$

où  $z$  désigne la distance au miroir. Remarquons que ce potentiel viole les symétries de parité  $P$  et de renversement du temps  $T$ .



**La forme vecteur-axial.** La deuxième forme possible d'interaction est réalisée par l'échange d'un boson de spin 1 avec un couplage vectoriel et un couplage axial. Le potentiel non relativiste résultant dépend à la fois du spin et de la vitesse :

$$V_{VA}(r) = \frac{g_V g_A^{(n)}}{2\pi} \hbar c \sigma \cdot \frac{\mathbf{v}}{c} \frac{e^{-r/\lambda}}{r} \quad (7.3)$$

où  $g_V$  est la constante de couplage vectorielle du nouveau boson à la particule source,  $g_A^{(n)}$  est la constante de couplage axiale au neutron, et  $\mathbf{v}$  est la vitesse du neutron par rapport à la particule source. Une fois intégrée sur un miroir sans bord et d'épaisseur infinie, on obtient le potentiel unidimensionnel exponentiel :

$$V_2(z) = V_2 \sigma \cdot \frac{\mathbf{v}}{c} e^{-z/\lambda}, \quad V_2 = g_V g_A \frac{\rho}{m} \hbar c \lambda^2. \quad (7.4)$$

Cette interaction viole la symétrie de parité  $P$ , mais ne viole pas la symétrie par renversement du temps  $T$ .

**La forme axial-axial.** La troisième et dernière forme possible d'interaction est aussi réalisée par l'échange d'un boson de spin 1, avec un couplage purement axial :

$$V_{AA}(r) = \frac{g_A g_A^{(n)}}{16\pi} \frac{(\hbar c)^2}{m c^2} \sigma \cdot \left( \frac{\mathbf{v}}{c} \times \hat{r} \right) \left( \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{r} \right) \frac{e^{-r/\lambda}}{r} \quad (7.5)$$

On obtient encore un potentiel exponentiel après intégration sur le miroir, avec une dépendance en spin différente :

$$V_3(z) = V_3 \sigma \cdot \left( \frac{\mathbf{v}}{c} \times \mathbf{e}_z \right) e^{-z/\lambda}, \quad V_3 = \frac{g_A^2}{8} \frac{\rho}{m} \frac{(\hbar c)^2}{m c^2} \lambda \quad (7.6)$$

Cette troisième interaction ne viole aucune des symétries  $P$  et  $T$ .

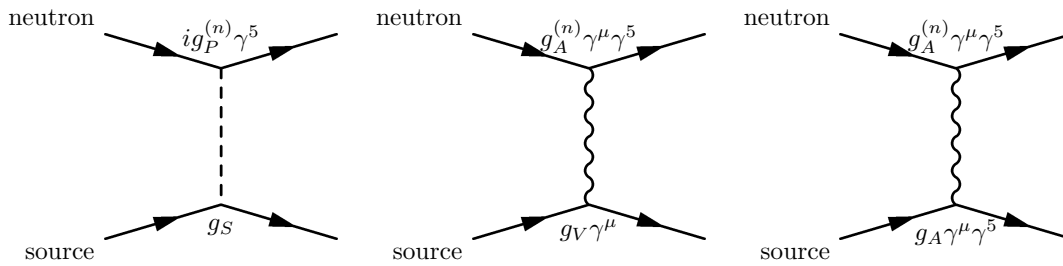


FIG. 7.1: Diagrammes de Feynman correspondant aux trois interactions monopôle-dipôle : scalaire-pseudoscalaire, vecteur-axial et axial-axial.

### 7.1.2 Les contraintes existantes sur l'interaction scalaire-pseudoscalaire

Tentons maintenant de lister les contraintes existantes sur des bosons très légers véhiculant des interactions supplémentaires dépendant du spin. La littérature est très discrète à propos des contraintes sur un boson vecteur léger, les couplages  $g_V g_A$  et  $g_A^2$  sont très peu contraints. En revanche, le couplage scalaire-pseudoscalaire fait l'objet d'une littérature abondante, pour les raisons citées plus haut. On doit distinguer les contraintes directes cherchant une interaction monopôle-dipôle, des contraintes indirectes obtenues en combinant des contraintes obtenues indépendamment sur  $g_S$  et sur  $g_P$ .

**Les contraintes directes.** La limite directe la plus contraignante sur l'interaction scalaire-pseudoscalaire  $g_P^{(n)} g_S$  avec le neutron a été obtenue par une expérience comparant la dynamique de spin d'un atome possédant un spin nucléaire ( $^{199}\text{Hg}$ ) et d'un atome possédant un spin électronique (Cs) [56]. Cette contrainte est désignée par *Youdin et al.* sur la figure 7.9. Il s'agit d'une mesure de comparaison d'horloges : les spins des deux espèces (mercure et césium) précessent autour du même champ magnétique, et on mesure le rapport des deux fréquences de précession, en fonction de la position d'une masse source. Cette expérience est sensible à une interaction scalaire-pseudoscalaire (qui modifierait la fréquence de précession du spin de l'une des deux espèces) d'une portée supérieure à 10 mm.

Il existe également des expériences sensibles à une interaction scalaire-pseudoscalaire dont la sonde est constituée d'une quantité macroscopique d'électrons polarisés [57, 58]. Ces expériences sont sensibles au couplage  $g_P^{(e)} g_S$  de portée supérieure à 1 mm.

**Les contraintes astrophysiques indirectes.** Il est possible d'obtenir une contrainte sur  $g_P^{(N)} g_S$  en combinant les contraintes sur  $g_S$  mentionnées au chapitre précédent avec les contraintes astrophysiques sur  $g_P^{(N)}$ .

Les limites astrophysiques reposent généralement sur l'argument du canal supplémentaire de perte d'énergie des étoiles. Par exemple, un boson  $X$  avec un couplage scalaire très faible serait produit par effet Compton  $\gamma + \text{He} \rightarrow \text{He} + X$ , et la particule  $X$ , étant très faiblement couplée, s'échappe de l'étoile. Ce processus est efficace lorsque l'énergie de masse du boson  $X$  est inférieure à l'énergie thermique à l'intérieur des étoiles  $\approx 1$  keV. Ceci correspond à une portée  $\lambda$  supérieure au nanomètre, le cas qui nous intéresse ici. En fait, la photoconversion sur le noyau d'hélium ne contraint pas le couplage pseudoscalaire, puisque la particule  $\alpha$  est de spin 0. On peut toutefois contraindre le couplage pseudoscalaire au proton  $g_P^{(p)}$  par le mécanisme  $\gamma + p \rightarrow p + X$  (voir par exemple [59]) :

$$|g_P^{(p)}| < 2 \times 10^{-4}. \quad (7.7)$$

La limite indirecte obtenue sur  $g_P^{(p)} g_S$  est reportée sur la figure 7.9, mais la nature peut la

contourner, avec un couplage pseudoscalaire nul pour le proton, non nul pour le neutron.

Une limite très restrictive pour le couplage pseudoscalaire au neutron a été déduite de l'observation des neutrinos émis par la supernova SN1987A (voir par exemple [60]). Une première fenêtre d'exclusion

$$3 \times 10^{-10} < |g_P^{(n)}| < 10^{-6} \quad (7.8)$$

est obtenue en considérant la durée de l'émission des neutrinos, et la deuxième fenêtre

$$9 \times 10^{-7} < |g_P^{(n)}| < 10^{-3} \quad (7.9)$$

est exclue en considérant le nombre de neutrinos détectés. Cependant, les couplages plus forts  $|g_P^{(n)}| > 10^{-3}$  restent autorisés, puisque dans ce cas les pseudoscalaires seraient piégés dans l'étoile.

Si les contraintes astrophysiques indirectes permettent d'exclure un large domaine de paramètres, elles peuvent toujours être contournées (un boson qui ne se couplerait qu'au neutron, avec  $|g_P^{(n)}| > 10^{-3}$ ), justifiant l'effort pour contraindre directement l'interaction scalaire-pseudoscalaire.

## 7.2 Les contraintes déduites des états quantiques de pesanteur du neutron

Cette section est consacrée à l'étude de l'effet d'une interaction monopôle-dipôle de courte portée sur les états quantiques du neutron dans le champ de pesanteur. On se concentrera sur l'interaction scalaire-pseudoscalaire (7.2), avec la relation suivante entre les paramètres fondamentaux et l'énergie  $V_1$  :

$$V_1 = g_S g_P \frac{\lambda}{1 \mu\text{m}} \times 7.6 \times 10^{12} \text{ peV} \quad (7.10)$$

pour une densité  $\rho = 2.5 \text{ g/cm}^3$  du miroir. Les contraintes obtenues sur  $V_1$  peuvent s'interpréter comme des contraintes sur  $V_2$  et  $V_3$ , sachant que la vitesse moyenne des neutrons par rapport à la source est de  $v = 5 \text{ m/s}$ , avec la relation :

$$V_2 = g_V g_A \left( \frac{\lambda}{1 \mu\text{m}} \right)^2 \times 2.9 \times 10^{23} \text{ peV}, \quad V_3 = g_A^2 \frac{\lambda}{1 \mu\text{m}} \times 7.6 \times 10^{12} \text{ peV} \quad (7.11)$$

### 7.2.1 La contrainte actuelle

Comme dans le chapitre précédent, des contraintes peuvent être déduites très simplement à partir des mesures différentielles et intégrales, dans la limite des interactions de courte portée  $\lambda \ll 5 \mu\text{m}$  et de longue portée  $\lambda \gg 5 \mu\text{m}$ . à courte portée, on peut utiliser le critère d'apparition d'un état lié supplémentaire (6.38) pour une interaction attractive, l'interaction est attractive pour une des deux composantes de spin. Nous obtenons la contrainte

$$|V_1| < 0.72 \frac{\hbar^2}{m\lambda^2} = \left( \frac{1 \mu\text{m}}{\lambda} \right)^2 \times 30 \text{ peV}. \quad (7.12)$$

Pour les interactions supplémentaires de longue portée, tout se passe comme si les neutrons subissent effectivement une accélération de la pesanteur différente selon leur composante de spin

$$g_{\uparrow\downarrow} = g \pm \frac{V_1}{\lambda m} \quad (7.13)$$

à partir des mesure différentielles et intégrales, on peut dire de manière très conservative que la gravité effective est orientée vers le bas pour les deux composantes de spin, c'est-à-dire :

$$|V_1| < \frac{\lambda}{1 \mu\text{m}} \times 0.1 \text{ peV}. \quad (7.14)$$

Ces contraintes pour les courtes et longues portées sont reportées sur la figure 7.3, ainsi qu'une interpolation entre les deux comportements.

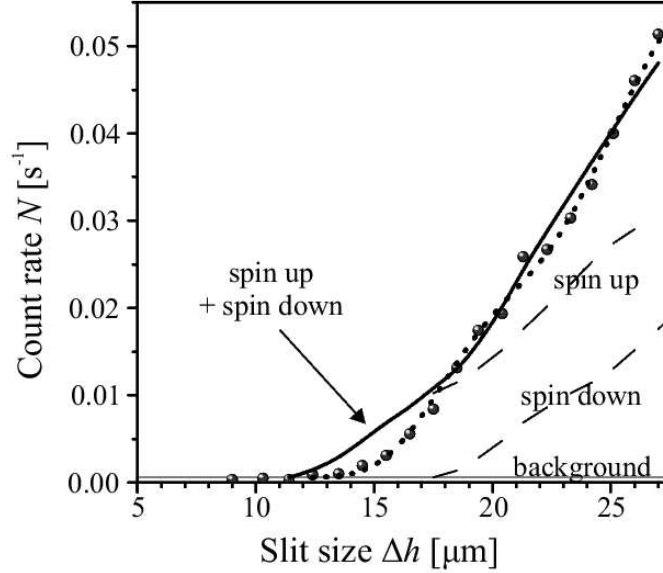


FIG. 7.2: Courbes de transmission en présence d'une interaction supplémentaire scalaire-pseudoscalaire.

Une contrainte plus élaborée [61] à été extraite de la mesure intégrale. Cette analyse consiste à exclure les nouvelles interactions qui prédisent une courbe de transmission incompatible avec celle mesurée. Même si les neutrons n'étaient pas polarisés dans l'expérience intégrale, l'effet d'une interaction scalaire-pseudoscalaire est détectable comme illustré sur la figure 7.2. On doit remarquer que dans le cas de la mesure intégrale, l'effet de l'absorbeur est important. Le potentiel supplémentaire scalaire-pseudoscalaire dépend également de la hauteur de l'absorbeur  $\Delta h$  :

$$V_1(z, \Delta h) = V_1 \sigma_z (e^{-z/\lambda} - e^{-(\Delta h - z)/\lambda}). \quad (7.15)$$

Contrairement au cas des nouvelles interactions indépendantes du spin, l'effet de l'absorbeur s'ajoute à celui du miroir pour les interactions de longue portée.

### 7.2.2 La sensibilité d'une mesure intégrale polarisée

Il est possible d'améliorer la contrainte actuelle avec une expérience intégrale polarisée, c'est-à-dire en mesurant séparément les courbes de transmission  $N^+(\Delta h)$  et  $N^-(\Delta h)$  pour les deux composantes de spin, comme proposé dans [62].

Estimons maintenant la sensibilité statistique d'une telle mesure relative de la courbe

de transmission. On utilise l'approximation WKB pour calculer les niveaux d'énergie, avec la formule

$$\frac{\sqrt{2m}}{\hbar} \int_0^{\infty} \sqrt{E_n(V_1, \lambda) - mgz - V_1(z, \Delta h)} dz = \pi \left( n - \frac{1}{4} \right). \quad (7.16)$$

On sait que l'approximation WKB est valide à mieux que 1 %. On peut ensuite calculer la position des hauteurs classiques  $h_n^\pm$  de chaque état quantique  $n$ , qui dépend de l'orientation du spin. En utilisant le modèle phénoménologique (3.37) pour calculer le coefficient de transmission des états quantiques à travers la fente, on obtient la courbe de transmission dépendante du spin  $N^\pm(\Delta h) = N_0 \sum_n F_n^\pm(\Delta h)$ , où  $N_0$  est un facteur de normalisation et  $F_n^\pm(\Delta h)$  diffère de (3.37) par les hauteurs de rebroussement modifiées  $h_n^\pm$ .

On propose de mesurer l'asymétrie de comptage  $\epsilon(\Delta h)$  pour les différentes directions du spin, définie par

$$\epsilon(\Delta h) = \frac{N^+(\Delta h) - N^-(\Delta h)}{N^+(\Delta h) + N^-(\Delta h)}. \quad (7.17)$$

Cette asymétrie est plus sensible au déplacement des hauteurs de rebroussement  $h_n^+ - h_n^-$  que la mesure non polarisée, par la nature relative de la mesure. Les figures 7.3 et 7.9 montrent le pouvoir statistique d'exclusion de cette méthode, avec une statistique de 50000 neutrons par état quantique et par composante de spin pour les cinq hauteurs  $\Delta h = 20, 50, 100, 200$  et  $350 \mu\text{m}$ . Avec le flux estimé de la source de GRANIT (0.5 neutrons par état quantique et par seconde) la statistique totale serait accumulée en 12 jours. Cette méthode permettrait d'améliorer la contrainte précédente par trois ordres de grandeur.

### 7.2.3 La sensibilité d'une mesure spectrale

Une autre méthode pour contraindre les interactions monopôle-dipôle consiste à exploiter les futures mesures de transitions résonantes. On cherche alors une différence entre les énergies de transition, caractérisée par la levée de dégénérescence  $\Delta E_{31}^\pm = E_{31}^+ - E_{31}^-$ . En utilisant des neutrons non polarisés, l'effet se manifeste par un dédoublement des pics de résonances et n'est visible que si la levée de dégénérescence est supérieure à la largeur de la résonance. Dans la première expérience à flux continu de neutrons, nous avons estimé la largeur de la résonance  $3 \rightarrow 1$  à 0.1 peV. En mesurant séparément les énergies de transition  $E_{31}^+$  et  $E_{31}^-$ , c'est-à-dire en utilisant des neutrons polarisés, on est sensible à une levée de dégénérescence de l'ordre de la précision statistique de la mesure du pic de résonance  $E_{31}$ , soit  $5 \times 10^{-3}$  peV comme estimé dans la section 3.3.

La sensibilité de cette méthode est calculée sur la figure 7.3, à la fois pour la mesure non polarisée et pour la mesure polarisée. Cette méthode est au moins un ordre de grandeur moins sensible par rapport à la mesure intégrale polarisée.

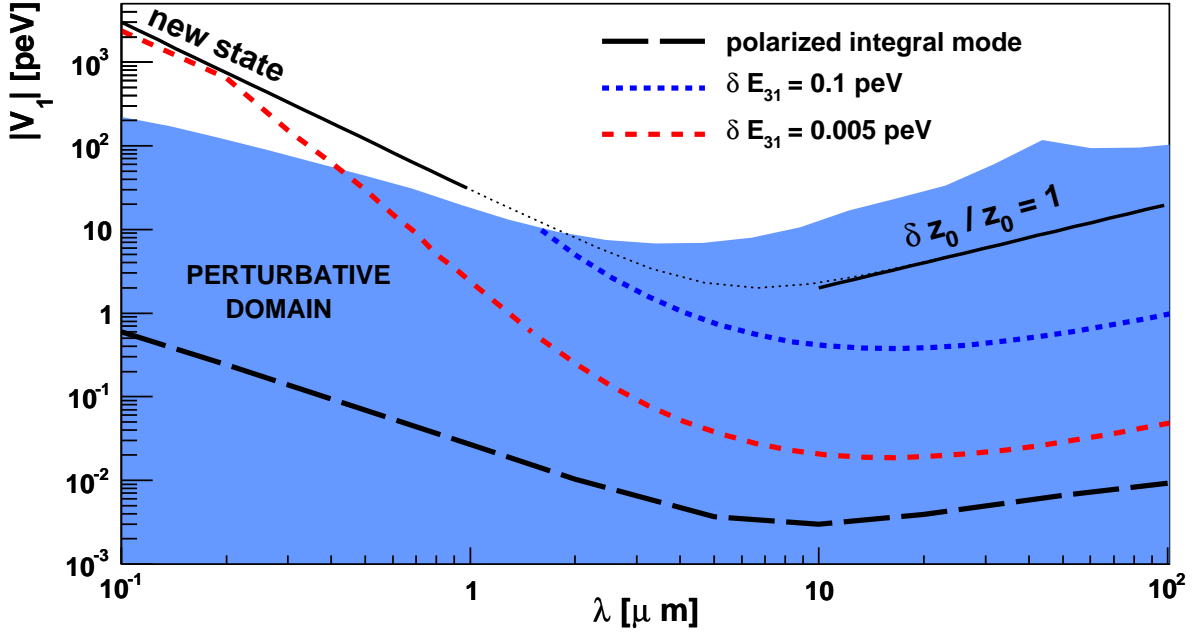


FIG. 7.3: Plan  $(V_1, \lambda)$  paramétrisant une interaction supplémentaire exponentielle dépendant du spin. Les lignes correspondent aux contraintes actuelles et futures, et la région pleine correspond au domaine d'application du premier ordre de la théorie des perturbations.

### 7.3 Des contraintes à courte portée avec le spectromètre RAL-Sussex

Comme mentionné dans l'introduction, une interaction supplémentaire dépendant du spin induit deux types d'effets pseudo-magnétiques. Dans la section précédente, nous avons étudié l'effet de type *Stern-Gerlach*, c'est-à-dire un mouvement dépendant du spin. Étudions maintenant l'effet de type *Zeeman* : la modification de la dynamique du seul spin en présence d'interaction exotique. Il existe des appareillages mesurant la dynamique de spin des neutrons ultrafroids dans un champ magnétique (et électrique) de façon très précise : ce sont les expériences dédiées à la mesure du moment dipolaire électrique du neutron. Nous analyserons ici les données obtenues avec le spectromètre RAL-Sussex, qui était installé sur une ligne de neutrons ultrafroids de l'instrument PF2 à l'ILL jusqu'en février 2009. Certaines mesures sont anciennes, d'autres ont été obtenues spécifiquement pour cette analyse. Pendant les prises de données et leur analyse, des idées similaires [63, 64, 65] ont été avancées indépendamment.

### 7.3.1 La mesure de la dynamique de spin

La figure 7.4 représente la chambre de précession cylindrique dans laquelle les neutrons sont stockés. Elle baigne dans un champ magnétique vertical, très uniforme, d'une valeur de  $B_0 = 1 \mu\text{T}$ , protégé du champ extérieur par quatre couches d'écran en Mumétal. Le champ magnétique statique  $B_0$  peut être orienté vers le haut ou vers le bas. Une mesure de dynamique de spin typique se déroule de la façon suivante. Des neutrons ultrafroids, polarisés par une feuille magnétisée, sont admis dans la chambre de précession avec un temps de remplissage typique de 40 s. La vanne d'admission se ferme, et les neutrons polarisés verticalement, disons vers le haut, sont stockés dans la chambre. On impose un champ magnétique transverse radiofréquence qui a pour effet d'amener la polarisation des neutrons dans le plan horizontal. La polarisation des neutrons subit alors la précession de Larmor dans le champ magnétique statique, pendant une durée définie  $T$ . La fréquence de Larmor  $f_n = \omega_0/2\pi$  correspondant à  $1 \mu\text{T}$  est d'environ 30 Hz. à l'issue du temps de précession libre  $T$ , une deuxième impulsion magnétique transverse radiofréquence est appliquée, en phase avec la première. Si la fréquence de l'impulsion radiofréquence  $f$  coïncide avec la fréquence de précession de Larmor  $f_n$ , les neutrons seront polarisés vers le bas à l'issue du processus complet. On mesure la polarisation des neutrons en ouvrant la vanne, et en laissant tomber les neutrons qui traversent un analyseur de spin avant d'être comptés dans un détecteur  $^3\text{He}$ . La polarisation finale est une fonction résonante de la fréquence de l'impulsion radiofréquence : elle est extrême lorsque  $f = f_n$ , ce qui constitue la méthode de mesure de  $f_n$ . Cette méthode est connue sous le nom de *méthode de Ramsey des champs oscillants alternés* [66]. Elle permet de mesurer  $f_n$  avec une précision de

$$\Delta f_n = \frac{1}{2\pi T \alpha \sqrt{N}} \quad (7.18)$$

où  $N$  est le nombre de neutrons comptés à la fin du processus,  $\alpha$  est la polarisation finale des neutrons, et  $T$  est la durée de précession libre. Dans les conditions normales, on a  $T \approx 100$  s,  $N \approx 10^4$  et  $\alpha \approx 0.5$ , si bien que  $\Delta f_n \approx 5 \times 10^{-5}$  Hz, pour un seul cycle de mesure. Cette grande précision est mise à profit pour contraindre le moment dipolaire électrique du neutron dans cet appareil [67], en comparant la fréquence de Larmor lorsqu'un champ électrique, parallèle ou antiparallèle au champ magnétique, est appliqué entre les deux électrodes.

Considérons maintenant les parois de la chambre de précession comme une source d'interaction supplémentaire dépendant du spin de type scalaire-pseudoscalaire. Deux types d'effets vont être considérés. Les électrodes horizontales en aluminium induisent une interaction qui s'ajoute ou se retranche localement au champ magnétique. On peut le détecter en mesurant la fréquence de Larmor. L'isolateur cylindrique DPS (polystyrène deutéré) est une paroi verticale. Elle induit une interaction supplémentaire équivalente à un champ magnétique horizontal. Cela provoquerait une dépolarisation supplémentaire des neutrons. Considérons ces deux types d'effets.



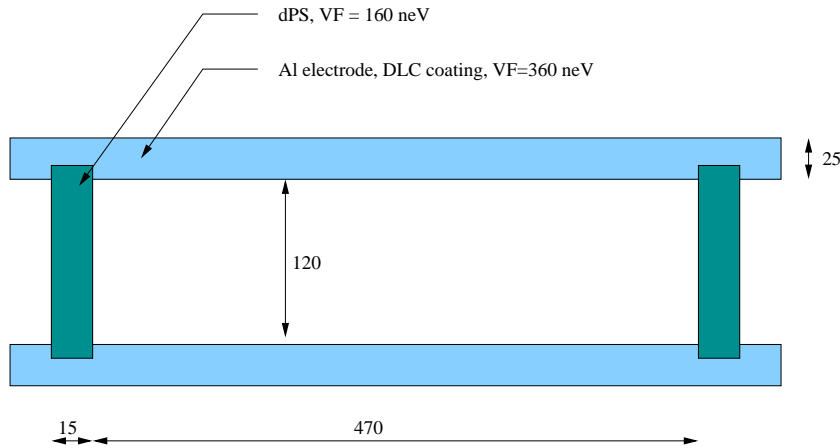


FIG. 7.4: Chambre de précession des neutrons dans le spectromètre RAL-Sussex. Les dimensions sont exprimées en mm.

### 7.3.2 Contrainte obtenue à partir de la mesure du temps de dépolarisation longitudinal $T_1$

Le stockage de neutrons polarisés dans la chambre est caractérisée par trois durées caractéristiques  $T_0$ ,  $T_1$  et  $T_2$ .

La durée  $T_0$  correspond au temps de stockage de neutrons non polarisés dans la chambre. On le mesure en observant le nombre de neutrons comptés en fonction de la durée de stockage, comme sur la figure 1.2.

La durée  $T_1$  est le *temps de dépolarisation longitudinal* des neutrons. Pour le mesurer, on admet les neutrons polarisés dans la chambre, on attend une durée  $T$  (sans appliquer de champ radiofréquence), on ouvre la vanne à neutrons et on mesure la polarisation. La polarisation finale des neutrons décroît exponentiellement avec le temps de stockage  $\epsilon(T) = \epsilon(0) \exp(-T/T_1)$ . La figure 7.5 reporte une mesure à grande statistique de  $T_1$  effectuée lors du cycle 150 de l'ILL, pendant la nuit du 23 avril 2008.

La durée  $T_2$  est le *temps de dépolarisation transverse* des neutrons, qui est analogue à  $T_1$ , à la différence que les neutrons effectuent la précession de Larmor pendant la durée  $T$  (on applique un champ radiofréquence  $\pi/2$  au début et à la fin du temps de précession  $T$ ). Les termes longitudinal et transverse se réfèrent à la direction du champ magnétique principal.

On distingue deux processus de dépolarisation : la dépolarisation par collision sur les parois de la chambre, et la dépolarisation due aux inhomogénéités du champ magnétique. Le temps de dépolarisation transverse  $T_2$  est très sensible aux inhomogénéités du champ magnétique. On s'en sert comme d'un outil de diagnostic et d'optimisation de la qualité du champ magnétique. On est capable de changer la configuration magnétique au moyen de bobines de correction (les bobines "Bottom2" et "TopHole" qui corrigent les trous de blindages en bas et en haut de la chambre de précession). La figure 7.6 montre la

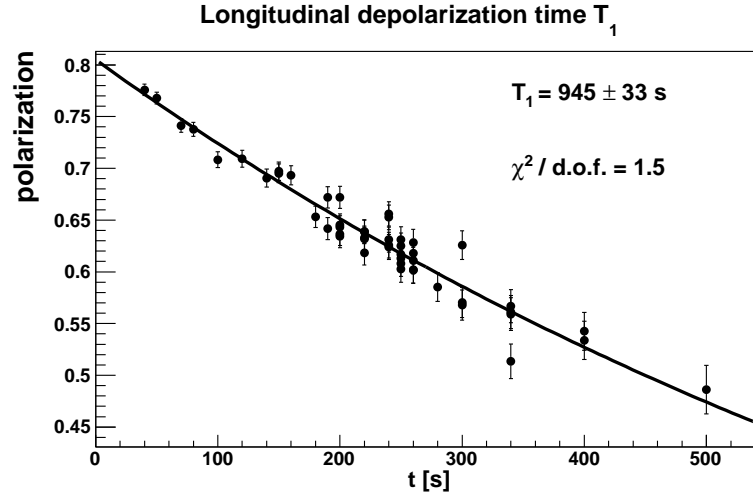


FIG. 7.5: Ajustement du temps de dépolarisation longitudinal  $T_1$ . Chaque point représente un cycle de mesure avec son erreur statistique associée. Le champ magnétique principal  $B_0$  est orienté vers le bas.

corrélation entre  $T_1$  et  $T_2$  mesurée lors de l'optimisation du courant dans les bobines de correction. Nous voyons que nous sommes capables de faire varier  $T_2$  d'un facteur 10 (entre 40 s et 400 s) en modifiant la configuration magnétique. Au contraire,  $T_1$  est insensible aux inhomogénéités du champ magnétique, il est de l'ordre de 900 s. On l'attribue aux collisions sur les parois.

On s'intéressera plus spécifiquement au temps de dépolarisation longitudinal  $T_1$  pour contraindre les interactions supplémentaires de type scalaire-pseudoscalaire. Pour cela, on interprète le temps  $T_1$  mesuré comme résultant de deux phénomènes :

$$\frac{1}{T_1} = \frac{1}{T_1^{\text{wall}}} + \frac{1}{T_1^{\text{SP}}} \quad (7.19)$$

où  $T_1^{\text{wall}}$  est dû à la dépolarisation par collision sur les parois de la chambre de précession, et  $T_1^{\text{SP}}$  est dû à la nouvelle interaction. Il ne peut pas y avoir de compensation entre les deux termes qui sont tous positifs. La mesure de  $T_1$  statistiquement la plus précise  $T_1 = (945 \pm 33)$  s (figure 7.5) impose alors la limite :

$$T_1^{\text{SP}} > 880 \text{ s} \quad \text{à } 95\% \text{ C.L.} \quad (7.20)$$

Calculons maintenant  $T_1^{\text{SP}}$  en fonction des paramètres de l'interaction supplémentaire. Ce calcul procède en deux étapes. On commence par calculer la probabilité de dépolarisation par collision  $P^{\text{SP}}$ , puis on en déduit  $T_1^{\text{SP}}$  en tenant compte de la géométrie de la chambre.

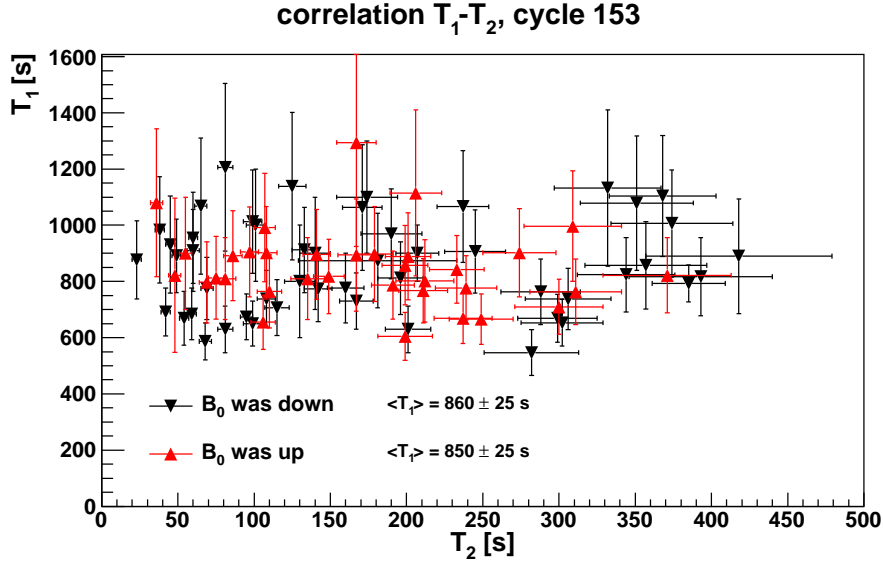


FIG. 7.6: Corrélation entre le temps de dépolarisation longitudinal  $T_1$  et le temps de dépolarisation transverse  $T_2$ . Les triangles orientés vers le haut (vers le bas) sont les mesures du cycle 153 dans la configuration avec le champ statique en haut (en bas). Les barres d'erreurs horizontales et verticales représentent les incertitudes statistiques.

**La dépolarisation par collision sur un mur.** Considérons un neutron, soumis à un champ magnétique  $\vec{B}_0 = B_0 \vec{e}_z$  vertical parfaitement homogène, se réfléchissant sur une paroi verticale. Nous allons calculer l'effet d'une interaction scalaire-pseudoscalaire sur le spin du neutron lors de la réflexion. On se place dans la situation où la portée de l'interaction supplémentaire est très grande devant la longueur d'onde du neutron, c'est-à-dire qu'on considère le cas  $\lambda > 1 \mu\text{m}$ . Ceci permet de découpler la trajectoire du neutron de l'évolution du spin. Si on désigne par  $v_\perp$  la vitesse orthogonale à la paroi, l'interaction scalaire-pseudoscalaire induit effectivement un potentiel dépendant du temps :

$$V(t) = V_1 \exp\left(-\frac{|t|}{\tau}\right) \vec{e}_x \cdot \vec{\sigma} \quad \text{avec} \quad \tau = \frac{\lambda}{v_\perp}. \quad (7.21)$$

où  $\vec{e}_x$  est le vecteur unité orthogonal à la paroi. Le spin est caractérisé par une fonction d'onde à deux composantes  $\psi(t) = \begin{pmatrix} u(t) \\ d(t) \end{pmatrix}$ , et ce spineur vérifie l'équation de Schrödinger dépendante du temps :

$$i\hbar \frac{d\psi(t)}{dt} = (-\mu_n B_0 \sigma_z + V_1 e^{-|t|/\tau} \vec{e}_x \cdot \vec{\sigma}) \psi(t). \quad (7.22)$$

On pose :

$$\omega_0 = \gamma_n B_0 = \frac{2}{\hbar} |\mu_n| B_0, \quad \text{et} \quad \delta\omega = \frac{2}{\hbar} V_1 \quad (7.23)$$

représentant respectivement la pulsation de précession du spin et l'amplitude de l'interaction exotique. Avec ces nouvelles notations, l'équation de Schrödinger prend la forme plus simple :

$$i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} u(t) \\ d(t) \end{pmatrix} = \left( \frac{\omega_0}{2} \sigma_z + \frac{\delta\omega}{2} e^{-|t|/\tau} \vec{e}_x \cdot \vec{\sigma} \right) \begin{pmatrix} u(t) \\ d(t) \end{pmatrix}. \quad (7.24)$$

Pour résoudre l'équation (7.24), on se place dans le "référentiel tournant" en posant  $\begin{pmatrix} \tilde{u}(t) \\ \tilde{d}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \exp(i\omega_0 t/2) u(t) \\ \exp(-i\omega_0 t/2) d(t) \end{pmatrix}$ , et on obtient :

$$i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \tilde{u} \\ \tilde{d} \end{pmatrix} = \frac{\delta\omega}{2} e^{-\frac{|t|}{\tau}} \begin{pmatrix} \exp(i\omega_0 t) \tilde{d} \\ \exp(-i\omega_0 t) \tilde{u} \end{pmatrix}. \quad (7.25)$$

En l'absence de perturbation,  $\tilde{u}$  et  $\tilde{d}$  sont stationnaires et gardent leurs valeurs initiales  $\tilde{u}(-\infty)$  et  $\tilde{d}(-\infty)$ . On suppose que le neutron est initialement polarisé verticalement  $\tilde{u}(-\infty) = 1, \tilde{d}(-\infty) = 0$ . On traite l'interaction exotique comme une perturbation pour calculer l'amplitude de dépolarisation

$$\tilde{d}(+\infty) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d}{dt} \tilde{d}(t) dt \approx -i \frac{\delta\omega}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{|t|}{\tau}} e^{-i\omega_0 t} dt. \quad (7.26)$$

on trouve après intégration

$$\tilde{d}(+\infty) = i \frac{\delta\omega \tau}{1 + (\omega_0 \tau)^2}. \quad (7.27)$$

Le dénominateur est un facteur adiabatique. Dans le cas où la perturbation est lente devant la fréquence de précession  $\omega_0 \tau \ll 1$ , la direction du spin change adiabatiquement en suivant la direction du champ magnétique effectif  $\omega_0 \vec{e}_z + \delta\omega e^{-|t|/\tau} \vec{e}_x$ , et l'effet de dépolarisation est moindre. Au contraire dans le cas d'une perturbation brusque, l'effet de dépolarisation est maximal et le dénominateur vaut 1. Dans le cas du spectromètre RAL-Sussex, le champ magnétique statique est de  $1 \mu\text{T}$ , correspondant à une vitesse angulaire  $\omega_0 = 190 \text{ s}^{-1}$ . L'approximation brusque est valable pour les portées d'interaction supplémentaires d'intérêt, c'est-à-dire  $\lambda < 1 \text{ cm}$ . On peut alors approximer la probabilité

de dépolarisation par collision

$$P^{\text{SP}} = |\tilde{d}(+\infty)|^2 = \left( \frac{\delta\omega \lambda}{v_{\perp}} \right)^2. \quad (7.28)$$

On remarque que la probabilité de dépolarisation étant un effet quadratique en  $\delta\omega$ .

**Application à la chambre de précession du spectromètre.** Appliquons maintenant le résultat obtenu dans le cas de la chambre de précession dont les dimensions sont indiquées sur la figure 7.4. D'après (7.28), le temps de dépolarisation longitudinal exotique s'exprime comme

$$T_1^{\text{SP}} = \frac{T_{\text{coll}}}{P^{\text{SP}}} = \left( \frac{\hbar v_{\perp}}{2V_1\lambda} \right)^2 T_{\text{coll}} \quad (7.29)$$

où  $T_{\text{coll}}$  est la durée entre deux collisions, et  $v_{\perp}$  est la vitesse orthogonale au mur pendant la collision. En principe, ces deux quantités ne sont pas constantes mais elle sont distribuées, et il faudrait moyenniser l'équation (7.29), connaissant le spectre des vitesses horizontales, pour obtenir un résultat précis. Nous nous contentons d'une estimation de  $T_1^{\text{SP}}$  en fonction des valeurs typiques de  $T_{\text{coll}}$  et  $v_{\perp}$ , puisque nous verrons que la limite obtenue sur  $V_1$  n'est pas la plus restrictive.

Le cylindre isolant, la source de l'interaction supplémentaire, est constitué de polystyrène deutéré de masse volumique  $\rho_{\text{dPS}} = 1.15 \text{ g/cm}^3$ . D'après (7.2), le potentiel correspondant se calcule :

$$V_1^{\text{dPS}} = g_{\text{SGP}} \frac{\lambda}{1 \text{ m}} \times 3.5 \times 10^6 \text{ eV}. \quad (7.30)$$

Le potentiel de Fermi du polystyrène deutéré à été mesuré [68]  $V_F^{\text{dPS}} = (161 \pm 10) \text{ neV}$ , correspondant à une vitesse limite de  $v_{\text{dPS}} = 5.5 \text{ m/s}$ . Ainsi, la vitesse orthogonale moyenne peut être estimée à  $v_{\perp} = v_{\text{dPS}}/2 = 2.8 \text{ m/s}$ . Le diamètre de la chambre est de  $D = 470 \text{ mm}$  et on peut calculer la distance moyenne entre deux collisions sur la paroi :  $d = D/\pi = 150 \text{ mm}$ . Pour obtenir une limite conservative, on estime la durée entre deux collisions comme  $T_{\text{coll}} = d/v_{\perp} = 54 \text{ ms}$ . La limite sur le temps de dépolarisation (7.20) permet finalement d'obtenir la contrainte suivante :

$$g_{\text{SGP}} < \left( \frac{1 \text{ m}}{\lambda} \right)^2 \times 2 \times 10^{-24}. \quad (7.31)$$

qui est valable pour  $1\mu\text{m} < \lambda < 1 \text{ cm}$ . Pour les plus courtes portées, la limite n'est plus valable car on doit prendre en compte l'aspect ondulatoire du neutron lors de la réflexion contre le mur. Pour les plus longues portées, la limite n'est plus valable car on doit prendre en compte l'épaisseur finie du cylindre de dPS. Cette limite est reportée

sur la figure 7.9.

### 7.3.3 Contrainte obtenue à partir de la fréquence de Larmor

Considérons maintenant l'effet des électrodes horizontales en aluminium, qui induisent une interaction supplémentaire scalaire-pseudoscalaire dépendant du spin :

$$V(z) = V_1^{\text{alu}} \sigma_z (e^{-z/\lambda} - e^{(z-H)/\lambda}), \quad (7.32)$$

où l'origine de l'axe  $z$  est choisi au niveau de l'électrode du bas,  $H = 120$  mm est la hauteur de la chambre, et  $V_1^{\text{alu}}$  se calcule connaissant la densité de l'aluminium  $\rho_{\text{alu}} = 2.7$  g/cm<sup>3</sup> :

$$V_1^{\text{alu}} = g_S g_P \frac{\lambda}{1 \text{ m}} \times 8 \times 10^6 \text{ eV}. \quad (7.33)$$

Cette interaction s'ajoute à l'interaction magnétique usuelle  $-\mu_n B_0 \sigma_z$ . Ainsi, la fréquence angulaire de précession serait  $\omega_n = \omega_0 + \delta\omega_0$ , avec  $\omega_0 = \frac{2}{\hbar} \mu_n B_0$  et

$$\delta\omega_0 = \frac{2}{\hbar} V_1^{\text{alu}} \int_0^H (e^{-z/\lambda} - e^{(z-H)/\lambda}) \rho(z) dz. \quad (7.34)$$

où  $\rho(z)$  est la densité (normalisée à 1) des neutrons dans la chambre en fonction de la hauteur. Si cette densité est symétrique haut-bas ( $\rho(z) = \rho(H - z)$ ), et si les électrodes du haut et du bas sont identiques, la contribution supplémentaire s'annule, puisque les effets des électrodes du haut et du bas se compensent exactement. La façon la plus simple de générer une asymétrie haut-bas est d'utiliser des électrodes asymétriques, par exemple une électrode légère en bas et une électrode lourde en haut. Cependant, il est possible d'utiliser les données existantes, avec des électrodes symétriques, car une asymétrie haut-bas de la densité  $\rho(z)$  est induite naturellement par la gravitation.

**L'asymétrie haut-bas gravitationnelle.** Estimons maintenant la densité  $\rho(z)$  dans la chambre de précession, en tenant compte de la gravitation. On considère un groupe de neutrons d'énergie totale  $\epsilon = \frac{1}{2}mv^2 + mgz$ . L'origine de l'énergie potentielle, et de l'axe  $z$ , est située au niveau de l'électrode du bas. Pour ces neutrons, leur distribution de hauteur est connue [8] :

$$\rho(\epsilon, z) \propto \sqrt{\frac{\epsilon - mgz}{\epsilon}} \quad \text{pour } \epsilon > mgz. \quad (7.35)$$

Le coefficient de proportionnalité est donné par la condition de normalisation  $\int_0^H \rho(\epsilon, z) dz = 1$ . On doit ensuite tenir compte de la distribution de l'énergie des neutrons dans la chambre. L'énergie maximale est donnée par le potentiel de Fermi de l'isolant DPS de

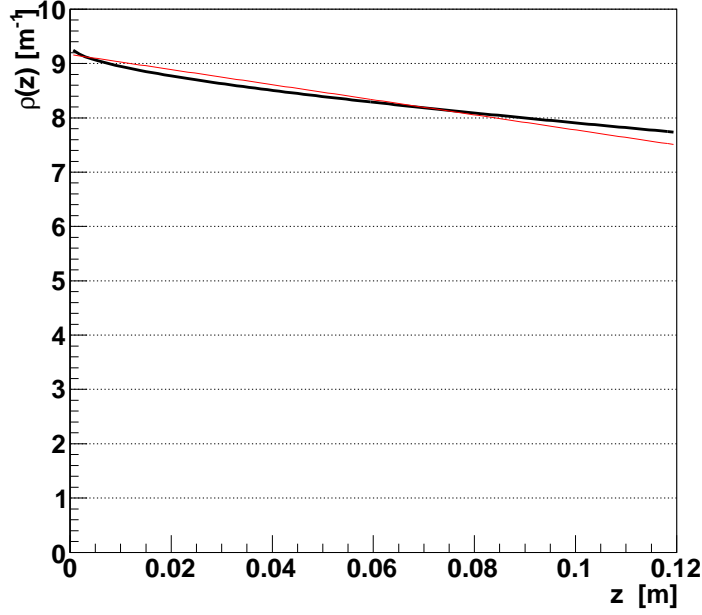


FIG. 7.7: Distribution calculée de la hauteur des neutrons dans la chambre de précession.

la chambre, soit  $\epsilon_{\text{lim}} = 160$  neV. En effet, le potentiel de Fermi des électrodes est supérieure, puisqu'elles sont recouvertes d'une couche de carbone-diamant. De plus, nous faisons l'hypothèse d'équirépartition des neutrons dans l'espace des phases, ce qui permet d'obtenir l'expression :

$$\rho(z) = \int_0^{\epsilon_{\text{lim}}} \rho(\epsilon, z) \frac{3\sqrt{\epsilon}}{2\epsilon_{\text{lim}}^{3/2}} d\epsilon. \quad (7.36)$$

Cette distribution est représentée sur la figure 7.7. Comme attendu, la densité de neutrons est plus grande en bas de la chambre, sous l'effet de la gravité. Cette fonction n'a pas de forme analytique simple, mais on peut l'approximer par une droite

$$\rho(z) = \frac{1}{H} + \frac{a}{H} \left(1 - \frac{2z}{H}\right) \quad (7.37)$$

avec le coefficient d'asymétrie  $a = 0.1$ .

En supposant cette forme d'asymétrie haut-bas, on obtient, d'après (7.34), dans la limite des interactions supplémentaires de courte portée  $\lambda \ll H$  :

$$\delta\omega_0 = a \frac{4}{\hbar} V_1^{\text{alu}} \frac{\lambda}{H}. \quad (7.38)$$

Nous remarquons deux facteurs de suppression de la sensibilité. L'asymétrie haut-bas est générée par la gravitation, et le facteur  $a = 0.1$  supprime la sensibilité d'un ordre de grandeur. Ensuite, la sensibilité aux interactions de très courte portée est supprimée par le facteur  $\lambda/H$ . On peut donc immédiatement déduire deux possibilités pour améliorer les contraintes avec une expérience dédiée : utiliser des électrodes de masse différentes, et une chambre de précession de plus faible hauteur. Cependant, nous allons voir que la contrainte obtenue avec la chambre de précession existante est déjà très compétitive.

**Mesure avec le comagnétomètre mercure.** L'idée de cette analyse consiste à comparer la fréquence de Larmor du neutron pour les deux orientations possibles du champ magnétique  $B_0$  : vers le haut et vers le bas. Dans un cas, le terme exotique s'ajoute au champ magnétique, dans l'autre, il se retranche :  $|\omega_n^{\uparrow\downarrow}| = \omega_0 \pm \delta\omega_0$ . Cependant, la différence  $\Delta\omega_n = \omega_n^{\uparrow} - \omega_n^{\downarrow}$  peut être attribuée à un changement de l'amplitude du champ magnétique, et n'est pas nécessairement imputable à l'interaction exotique. On ne peut pas supposer que  $\omega_0$  est stable lorsqu'on renverse le champ magnétique à la précision statistique de mesure  $\Delta\omega_n$ . Le même problème se pose lors de la mesure du moment dipolaire électrique du neutron : il faut contrôler le champ magnétique à chaque changement de direction du champ électrique.

Le spectromètre RAL-Sussex est équipé d'un comagnétomètre mercure [69], qui mesure le champ magnétique indépendamment des neutrons. Du mercure  $^{199}\text{Hg}$  polarisé est admis dans la chambre de précession en même temps que les neutrons. Le spin des noyaux de mercure subit une précession de Larmor à une fréquence approximative de  $f_{\text{Hg}} = \frac{\omega_{\text{Hg}}}{2\pi} \approx 7.9$  Hz. Cette fréquence est mesurée optiquement, en observant la modulation de l'absorption d'une lumière polarisée. Pour chaque cycle de mesure, on forme le rapport des fréquences de Larmor

$$R = \frac{\omega_n}{\omega_{\text{Hg}}}. \quad (7.39)$$

En mesurant ce rapport, on s'affranchit au premier ordre des fluctuations du champ magnétique  $B_0$ . Pour chaque cycle, la fréquence de Larmor du mercure est mesurée avec une précision typique de  $\Delta f_{\text{Hg}} \approx 10^{-6}$  Hz, si bien que l'incertitude sur  $R$  est dominée par l'incertitude statistique de la mesure de la fréquence de Larmor du neutron.

Le spin du mercure peut en principe ressentir l'effet exotique. Cependant, la vitesse des atomes de mercure correspond à la vitesse typique des molécules d'un gaz à température ambiante, si bien qu'il n'y a pas d'asymétrie haut-bas pour la distribution spatiale des atomes de mercure, contrairement à la distribution spatiale des neutrons. Dans la configurations des électrodes symétriques, on peut considérer que le mercure mesure le champ magnétique sans composante exotique. Une différence haut bas dans le rapport  $R$  est imputable au neutron seulement :

$$R^{\uparrow\downarrow} = \frac{\omega_0 \pm \delta\omega_0}{\omega_{\text{Hg}}} = \frac{\gamma_n}{\gamma_{\text{Hg}}} \pm \frac{\delta\omega_0}{\omega_{\text{Hg}}}. \quad (7.40)$$



où  $\gamma_n$  et  $\gamma_{\text{Hg}}$  sont les rapports gyromagnétiques du neutron et du mercure respectivement.

La collaboration RAL-Sussex a publié une mesure [70] de la différence haut-bas du rapport  $R$  :

$$R_0^\uparrow - R_0^\downarrow = (1.5 \pm 1.0) \times 10^{-6}. \quad (7.41)$$

L'indice 0 signifie qu'il s'agit des valeurs extrapolées pour un champ magnétique parfaitement homogène. Ce résultat peut s'interpréter comme une limite sur  $\delta\omega_0$  au moyen de l'équation (7.40) :

$$|\delta\omega_0| < 7.7 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1} \quad \text{à 95\% C.L.} \quad (7.42)$$

et finalement, d'après l'équation (7.38) :

$$g_{SGP} < \left(\frac{1 \text{ m}}{\lambda}\right)^2 \times 2 \times 10^{-27} \quad \text{à 95\% C.L.} \quad (7.43)$$

Cette contrainte, reportée sur la figure 7.9, constitue la meilleure limite directe pour le couplage scalaire-pseudoscalaire au neutron, dans le domaine  $1 \mu\text{m} < \lambda < 1 \text{ cm}$ .

**Mesure directe du coefficient d'asymétrie.** Nous présentons maintenant une mesure directe du coefficient d'asymétrie gravitationnelle  $a$  effectué pendant le cycle 153 de l'ILL. Il s'agit de confirmer la limite (7.43), obtenue avec le coefficient d'asymétrie estimé  $a = 0.1$ . L'idée consiste à mesurer le rapport  $R$  en fonction du gradient vertical de champ magnétique. Supposons que le champ magnétique n'est pas homogène, mais est de la forme :

$$\vec{B}(z) = \left[ B_0 + G \left( z - \frac{H}{2} \right) \right] \vec{e}_z \quad (7.44)$$

où  $G$  est le gradient du champ magnétique, l'origine de  $z$  est prise au niveau de l'électrode du bas, et les composantes transverses du champ magnétique sont ignorées. Le mercure étant distribué uniformément dans la chambre de précession, sa fréquence de Larmor est proportionnelle au champ magnétique moyen :

$$\omega_{\text{Hg}} = \gamma_{\text{Hg}} B_0 \quad (7.45)$$

Au contraire, la distribution des neutrons n'est pas uniforme, et en utilisant la forme (7.37) de la densité de neutrons, on obtient :

$$\omega_n = \int_0^H \rho(z) \gamma_n B(z) dz = \gamma_n B_0 + \gamma_n G \frac{aH}{6}. \quad (7.46)$$

Si bien que le rapport  $R$  mesuré est une fonction affine du gradient  $G$  :

$$R = \frac{\gamma_n}{\gamma_{\text{Hg}}} \left( 1 - \frac{G\Delta h}{B_0} \right) \quad (7.47)$$

où il est commode d'introduire le paramètre

$$\Delta h = \frac{H}{2} - \int_0^H z\rho(z)dz = \frac{aH}{6}. \quad (7.48)$$

qui correspond à la différence de hauteur du centre de gravité des neutrons et du centre de gravité du gaz de mercure dans la chambre de précession.

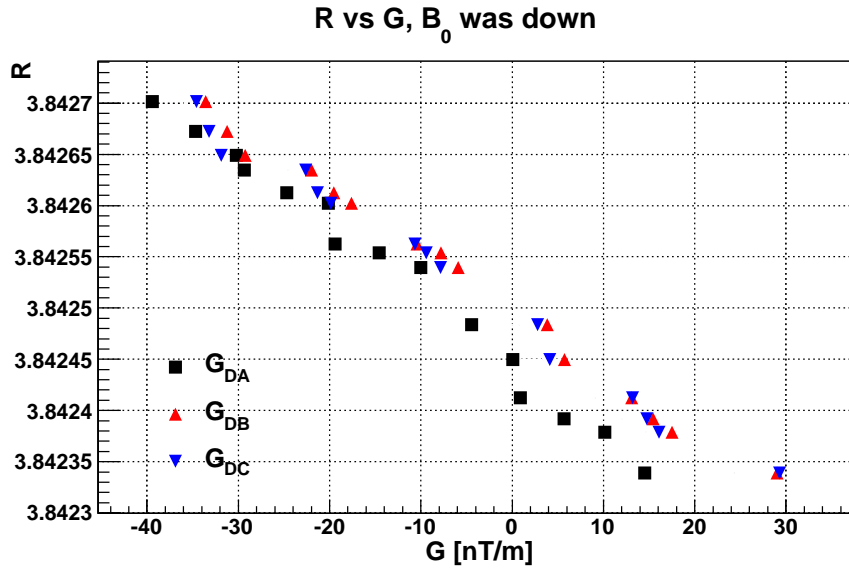


FIG. 7.8: Rapport  $R = f_n/f_{\text{Hg}}$  en fonction du gradient vertical de champ magnétique  $G$  mesuré par différents couples de magnétomètres césium. Les erreurs statistiques sur  $R$  sont inférieures à la taille des points.

Le gradient de champ magnétique  $G$  est mesuré avec 4 magnétomètres externes, désignés  $A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $D$ , disposés en haut et en bas de la chambre de précession. Il s'agit de magnétomètres où la fréquence de précession du spin d'atomes de césium est mesurée optiquement [71]. Ces magnétomètres mesurent l'amplitude du champ magnétique avec une précision typique de 10 fT. Lors de la mesure présentée sur la figure 7.8, le magnétomètre  $D$  était placé en haut de la chambre, tandis que les magnétomètres  $A$ ,  $B$  et  $C$  étaient disposés en bas. On impose un gradient de champ magnétique en utilisant les bobines de corrections *Top Hole* et *Bottom2*, et on mesure le rapport  $R$ , ainsi que trois valeurs de gradient à partir des couples  $DA$ ,  $DB$  et  $DC$ . Nous voyons sur la figure 7.8 que la corrélation entre  $R$  et  $G$  est bien celle attendue. Les valeurs des gradients extraite

des couples  $DA$  et  $DB$  sont significativement différents, car on ne peut pas exclure un champ magnétique localisé supplémentaire à proximité du magnétomètre  $A$ , qui est placé sous la vanne d'admission des neutrons. L'homogénéité du champ magnétique dans le plan horizontal n'est pas contrôlé avec cette méthode. On note que cette méthode ne permet pas d'extraire de manière fiable la valeur  $R_0$  du rapport  $R$  extrapolée pour un champ magnétique parfaitement homogène. En revanche, la pente  $\frac{dR}{dG}$  renseigne de façon non ambiguë sur l'asymétrie gravitationnelle. Utilisant la mesure  $G_{DA}$ , nous trouvons  $\Delta h = 1.8$  mm, et la mesure  $G_{DB}$  donne  $\Delta h = 1.5$  mm. Finalement, on en déduit le coefficient d'asymétrie :

$$a = 0.085 \pm 0.01. \quad (7.49)$$

L'erreur est estimée à partir de la dispersion des mesures avec les différents couples de magnétomètres, et tient compte d'une incertitude relative de 5 % sur la distance entre les magnétomètres césium. Nous obtenons un accord à 15 % près entre la valeur calculée et la valeur mesurée, ce qui est suffisant pour valider la limite (7.43).

## Conclusions

La figure 7.9 résume les études présentées dans ce chapitre. Nous avons envisagé deux méthodes de recherche d'une interaction modopole-dipôle, utilisant des neutrons ultra-froids proches d'un miroir.

L'étude des états quantiques du neutron dans le champ de pesanteur permet d'accéder aux portées micrométriques, et on pourrait augmenter la sensibilité actuelle par trois ordres de grandeur avec une mesure polarisée dédiée, réalisable auprès de l'instrument GRANIT. Cependant, les effets de type Stern-Gerlach sont intrinsèquement moins sensibles pour les interactions de portée  $\lambda \gg 1 \mu\text{m}$ .

Les effets exotiques affectant la dynamique de spin peuvent être recherché par des mesures de précision, telles que le permettent le spectromètre RAL-Sussex. Le premier effet considéré, la dépolarisation des neutrons, place une limite qui pourra difficilement être améliorée par une mesure similaire. En effet, il ne s'agit pas d'une expérience ou l'on mesure zéro. Le deuxième effet, le déplacement de la fréquence de Larmor, donne la contrainte la plus compétitive. Il serait possible d'améliorer cette contrainte avec deux modifications : générer une asymétrie haut-bas avec une électrode lourde en bas et une électrode léger en haut (on gagnerait un ordre de grandeur de sensibilité), et utiliser une chambre de plus faible hauteur.

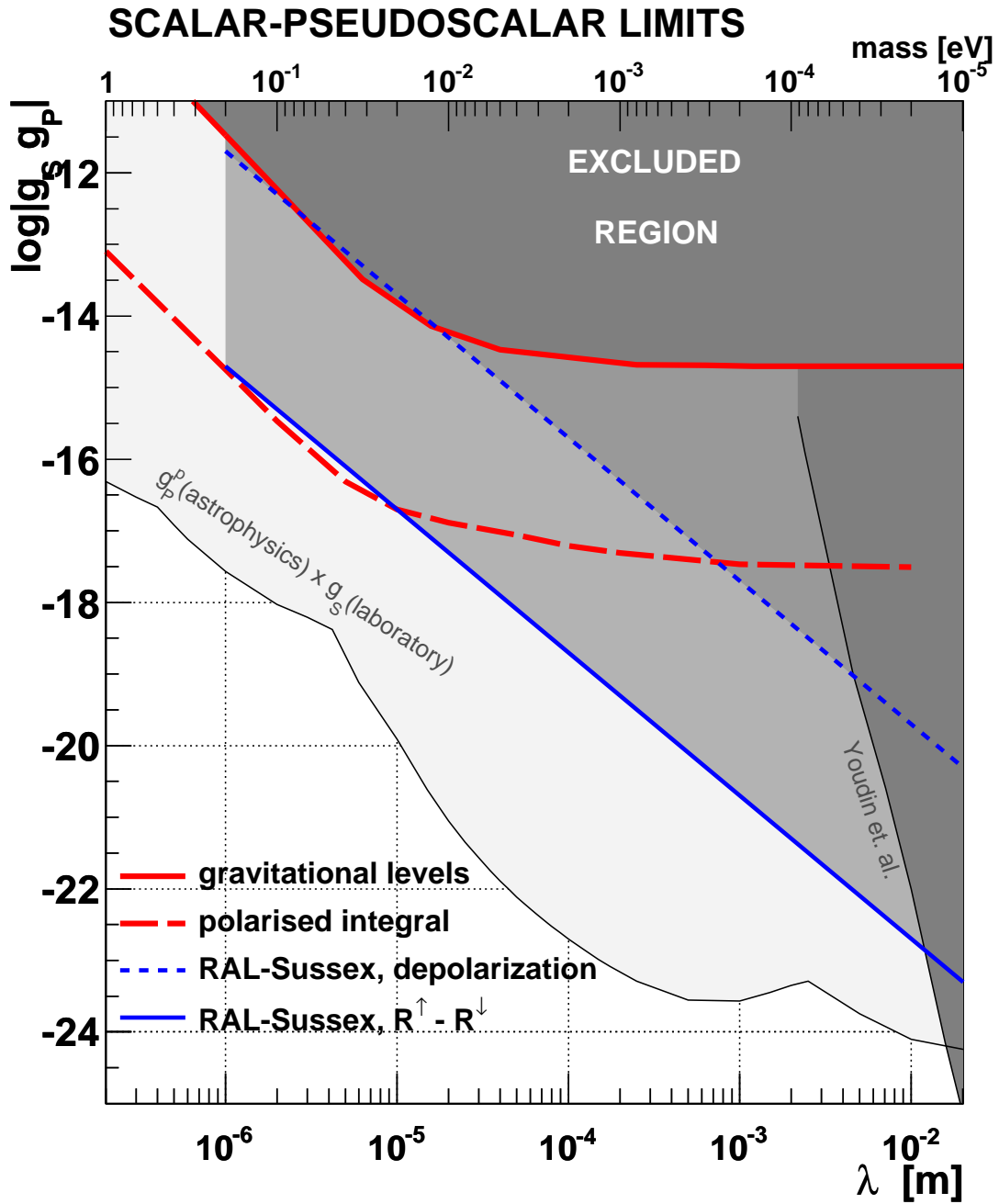


FIG. 7.9: Contraintes actuelles sur une interaction supplémentaire scalaire-pseudoscalaire dans le plan  $(\lambda, g_S g_P)$ . La zone sombre est exclue par la mesure de la courbe de transmission des états quantiques de pesanteur (rouge pleine), par l'expérience de comparaison d'horloge *Youdin et al*, et par les expériences avec le spectromètre RAL-Sussex analysées ici. La courbe discontinue rouge correspond à la sensibilité de la mesure de la courbe de transmission des états quantiques de pesanteur polarisés proposée. La zone claire correspond aux contraintes indirectes astrophysiques pour le couplage au proton.

# 8

## Contrainte sur une interaction monopôle-dipôle de longue portée

Dans le chapitre précédent, nous avons établi des contraintes sur une interaction de courte portée dépendant du spin. Intéressons nous maintenant au cas des interaction supplémentaires de longue portée dépendant du spin. En particulier, une modification de la loi de Newton de la gravité pourrait induire une telle interaction. Une mesure, recherchant un couplage entre le Soleil et le spin du neutron, a été conduite avec le spectromètre RAL-Sussex pendant le cycle 150 de l'ILL [72]. Le résultat nul de cette mesure est traduit en terme de contraintes sur les termes dépendant du spin dans l'équation de Newton.

### 8.1 La gravité dépendante du spin

La première modification de la gravité incluant une dépendance en spin a été introduite en 1964 par par Leitner et Okubo [73]. Il s'agit d'ajouter un terme dans le potentiel Newtonien usuel rendant possible la violation de la symétrie CP par l'interaction gravitationnelle. A l'époque, on pensait que plus une interaction était faible, moins elle respectait de symétrie. L'énergie potentielle d'interaction entre une masse  $M$  (vue comme la source de gravité) et une particule de spin 1/2 et de masse  $m$  (vue comme la sonde du champ de gravitation) contient, dans la forme proposée par Leitner et Okubo, un terme dépendant du spin proportionnel au potentiel Newtonien :

$$V_{LO}(r) = -\frac{GMm}{r} (1 + A \vec{\sigma} \cdot \hat{r}). \quad (8.1)$$

où  $\hat{r}$  est le vecteur unité pointant dans la direction de la source, et  $\vec{\sigma}$  est le vecteur constitué des trois matrices de Pauli décrivant le spin de la particule sonde. L'inconvénient de cette paramétrisation est que la valeur "naturelle" du paramètre sans dimension  $A = 1$  est manifestement exclue. Si on avait  $A = 1$ , les neutrons de spin en haut sentiraient deux fois la gravité usuelle, tandis que les neutrons de spin en bas ne sentiraient pas de gravité du tout.

**Le potentiel de Hari-Dass.** En 1975, Hari-Dass propose une meilleure paramétrisation phénoménologique d'une possible dépendance en spin de la gravité [74, 75]

$$V_{HD}(r) = -\frac{GMm}{r} \left( 1 + \alpha_1 \frac{\hbar}{2mc} \frac{\vec{\sigma} \cdot \hat{r}}{r} + \alpha_2 \frac{\hbar}{2mc^2} \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{v}}{r} + \alpha_3 \frac{\hbar}{2mc^2} \frac{\vec{\sigma} \cdot (\hat{r} \times \vec{v})}{r} \right). \quad (8.2)$$

où  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  et  $\alpha_3$  sont les trois paramètres de Hari-Dass sans dimension et  $v$  est la vitesse de la sonde par rapport à la source.

Contrairement à la paramétrisation de Leitner-Okubo, le spin se couple au *gradient* du potentiel Newtonien dans la paramétrisation de Hari-Dass. Le terme  $\alpha_1$  est l'analogie du moment dipolaire électrique du neutron pour l'interaction gravitationnelle. En effet, le moment dipolaire électrique  $d_n$  est soumis à l'interaction  $d_n \vec{\sigma} \cdot \vec{\nabla} V_{ES}$  dans un potentiel électrostatique  $V_{ES}$ , de même, le *moment dipolaire gravitationnel*  $g_n = \frac{\hbar}{2c} \alpha_1$  serait soumis à l'interaction  $g_n \vec{\sigma} \cdot \vec{\nabla} V_N$  dans un potentiel usuel de gravitation  $V_N$ .

Les valeurs "naturelles" pour les paramètres de Hari-Dass, de l'ordre de l'unité, ne sont pas encore exclues par les expériences de précision. Ainsi, la question de l'existence ou non d'un couplage spin-gravité reste ouverte. Dans la suite, nous interpréterons les recherches de la gravité dépendant du spin dans la paramétrisation de Hari-Dass.

**Les sources : la Terre et le Soleil.** Pour tester ces termes dépendant du spin, deux sources de gravité sont utilisables : le Soleil et la Terre. On considère une particule de spin 1/2, au repos dans le laboratoire fixé sur la Terre. Dans tous les cas, le potentiel d'interaction vu par cette particule s'écrit

$$V = \vec{\sigma} \cdot \vec{b}, \quad (8.3)$$

où le vecteur axial  $\vec{b}$ , ayant les dimensions d'une énergie, se calcule en fonction des termes  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  et  $\alpha_3$  pour les différentes sources considérées.

Dans les expériences où l'on mesure la dynamique du spin, ce vecteur axial s'ajoute effectivement au champ magnétique. En présence de ce champ axial et d'un champ magnétique  $B_0 \vec{e}_z$  statique, la fréquence angulaire de Larmor mesurée  $\omega$  sera la somme des deux contributions :

$$\omega = \gamma B_0 + \frac{2}{\hbar} \vec{b} \cdot \vec{e}_z. \quad (8.4)$$

où  $\gamma$  est le rapport gyromagnétique de la particule en question. Pour obtenir cette formule, nous avons supposé que le terme supplémentaire est une perturbation du terme magnétique, si bien que sa composante transverse est négligeable.

Lorsqu'on considère le Soleil comme source, le vecteur axial  $\vec{b}$  tourne dans le référentiel du laboratoire, avec une période de 24 h, à cause de la rotation de la Terre. Lorsqu'on considère la Terre comme source, le vecteur axial  $\vec{b}$  est fixe.

Le tableau 8.1 reporte les champs axiaux  $b_1$ ,  $b_2$  et  $b_3$  induits par les termes  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  et  $\alpha_3$  de Hari-Dass. En principe, la Terre est une source de gravitation dépendant du spin plus intense, mais le Soleil a l'avantage d'induire un signal avec une modulation journalière.

	Galaxie	Soleil	Terre
$GM$	$2 \times 10^{31} \text{ m}^3\text{s}^{-2}$	$1.3 \times 10^{20} \text{ m}^3\text{s}^{-2}$	$4.0 \times 10^{14} \text{ m}^3\text{s}^{-2}$
$R$	$2 \times 10^{20} \text{ m}$	$1.5 \times 10^{11} \text{ m}$	$6.4 \times 10^6 \text{ m}$
$v$	$2 \times 10^5 \text{ m/s}$	$3.0 \times 10^4 \text{ m/s}$	
$b_1$	$\alpha_1 \times 5 \times 10^{-34} \text{ eV}$	$\alpha_1 \times 6.4 \times 10^{-27} \text{ eV}$	$\alpha_1 \times 1.1 \times 10^{-23} \text{ eV}$
$b_2$	$\alpha_2 \times 5 \times 10^{-37} \text{ eV}$	$\alpha_2 \times 6.3 \times 10^{-31} \text{ eV}$	

TAB. 8.1: Paramètres utiles des sources de gravitation dépendant du spin.

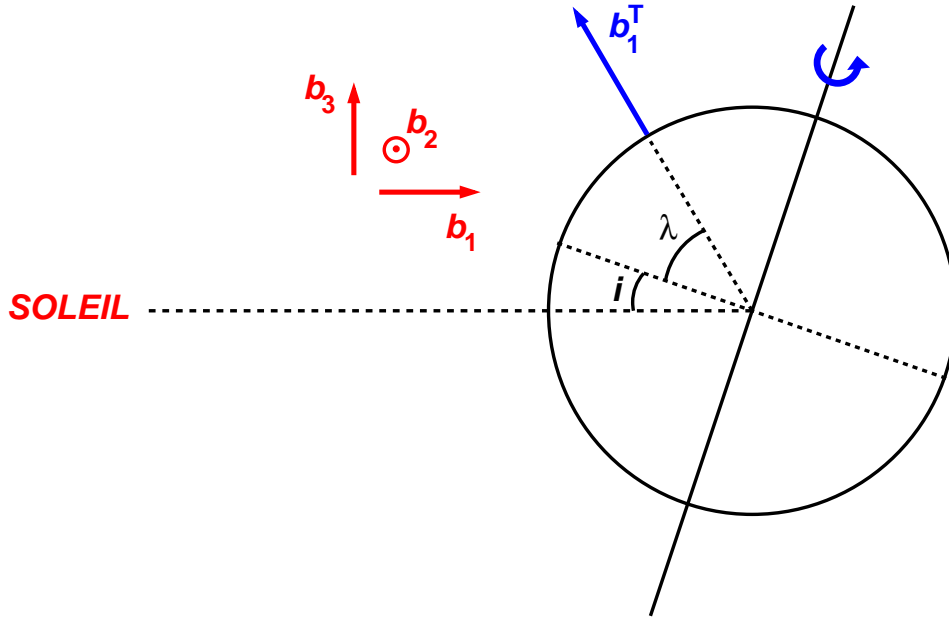


FIG. 8.1: Vecteurs axiaux induits par la Terre et le Soleil.

**Les contraintes existantes.** Répertorions maintenant les principales contraintes existantes, avec des expériences mesurant la dynamique des spins dans un champ magnétique. Ces mesures sont dites *expériences de comparaison d'horloges* : on compare la fréquence de précession des spins de deux espèces, cela permet de s'affranchir des fluctuations du champ magnétique principal. Le spectromètre RAL-Sussex peut être considéré comme une expérience de comparaison d'horloges puisqu'on mesure simultanément la fréquence de précession du spin des neutrons et du spin du mercure  $^{199}\text{Hg}$ .

Parmi ces expériences, on distingue deux stratégies. On peut chercher une différence de rapport de fréquence lorsque la direction du champ magnétique est renversée. Cela permet de détecter le champ axial induit par la Terre, qui est fixe dans le référentiel du laboratoire. On peut aussi laisser le champ magnétique fixe, et chercher une modulation journalière des rapports de fréquences. Dans ce cas, seul le champ axial du Soleil induit un effet. La précision de la deuxième stratégie est en général meilleure, puisqu'il n'y a pas d'effet systématique associé au renversement du champ magnétique. Cependant, le champ axial créé par la Terre est trois ordres de grandeur plus intense (pour le terme  $\alpha_1$  seulement).

Une expérience de comparaison d'horloge, mesurant la fréquence de précession des deux isotopes du mercure  $^{199}\text{Hg}$  et  $^{201}\text{Hg}$  [76] pour deux orientations du champ magnétique, donne la meilleure contrainte sur  $\alpha_1$  :

$$|\alpha_1| < 2 \times 10^2 \quad \text{à 95\% C.L.} \quad (8.5)$$

C'est la Terre qui est la source de gravité. Le champ magnétique était orienté parallèlement à l'axe de rotation de la Terre.

Une autre expérience de comparaison d'horloge [77], comparant la fréquence de précession des spins de xénon  $^{129}\text{Xe}$  et d'hélium  $^3\text{He}$ , place la meilleure limite sur  $\alpha_2$  :

$$|\alpha_2| \lesssim 3 \times 10^8. \quad (8.6)$$

Dans cette expérience, le champ magnétique est horizontal, dans la direction est-ouest. En fait, cette expérience recherche une modulation sidérale, d'une période de 23.934 h, correspondant à la période de rotation de la Terre par rapport aux étoiles lointaines. Nous interprétons la limite de cette expérience en terme de contrainte sur une modulation journalière à 24 h, et c'est le Soleil qui est la source de gravité. Il est toutefois possible que la limite sur les modulations à 24 h soit moins restrictive.

Une limite sur  $\alpha_1$  peut être déduite en utilisant la Terre comme source, avec une mesure déjà mentionnée dans le chapitre précédent pour contraindre les interactions supplémentaires de courte portée dépendant du spin. Dans le spectromètre nEDM RAL-Sussex, on mesure le rapport  $R = f_n/f_{\text{Hg}}$  des fréquences de Larmor du neutron et du mercure  $^{199}\text{Hg}$ , dans un champ magnétique vertical de  $1 \mu\text{T}$ . La collaboration RAL-Sussex a mesuré le rapport  $R_0$  (extrapolé pour un champ magnétique parfaitement uniforme) dans les deux



directions possibles du champ magnétique statique : vers le haut et vers le bas. Aucune différence n'est observée au niveau relatif de deux parts par million [70] :

$$|\delta R| = \frac{1}{2} |R_0^\uparrow - R_0^\downarrow| < 1.6 \times 10^{-6} \quad \text{à 95\% C.L.} \quad (8.7)$$

En présence de l'interaction spin-gravité  $b_1 \vec{e}_z$ , qui se couple à la fois au neutron et au mercure, on interprète le rapport  $R$  mesuré comme :

$$R_0^{\uparrow\downarrow} = \frac{\gamma_n B_0 \pm 2b_1/\hbar}{\gamma_{\text{Hg}} B_0 \pm 2b_1/\hbar}. \quad (8.8)$$

Et le couplage spin-gravité  $b_1$  induit une différence haut-bas :

$$\delta R = \frac{2b_1}{\hbar f_{\text{Hg}}} \left( 1 - \frac{\gamma_n}{\gamma_{\text{Hg}}} \right). \quad (8.9)$$

On rappelle que, dans un champ magnétique de  $B_0 = 1 \mu\text{T}$ , les fréquences de Larmor sont approximativement de  $f_n \approx 29 \text{ Hz}$  et  $f_{\text{Hg}} \approx 7.9 \text{ Hz}$ . La limite (8.7) peut donc s'interpréter comme une limite sur  $\alpha_1$  :

$$|\alpha_1| < 8.5 \times 10^2 \quad \text{à 95\% C.L.} \quad (8.10)$$

Pour contraindre les terme  $\alpha_2$  et  $\alpha_3$  avec ce spectromètre, il faut utiliser le Soleil comme source de gravité et chercher une modulation journalière du rapport  $R$ , comme suggéré il y presque 20 ans [8].

## 8.2 La recherche d'une modulation journalière avec le spectromètre RAL-Sussex

Une recherche de modulation journalière du rapport  $R = f_n/f_{\text{Hg}}$  des fréquences de Larmor a été conduite avec le spectromètre RAL-Sussex en avril et mai 2008, pendant le 150<sup>e</sup> cycle du réacteur de l'ILL. On recherche un signal de la forme :

$$R(t) = \left| \frac{\gamma_n}{\gamma_{\text{Hg}}} \right| + A \sin \left( \frac{2\pi t}{24 \text{ h}} + \phi \right) + \delta R. \quad (8.11)$$

où le terme oscillant  $A$  et le terme constant  $\delta R$  seraient induits par le champ axial  $\vec{b}$  du Soleil. Le terme constant est induit par la composante de  $\vec{b}$  parallèle à l'axe de rotation de la Terre, tandis que le le terme oscillant est induit par la composante orthogonale  $b_{\perp}$  :

$$A = \cos(\lambda) \frac{2b_{\perp}}{hf_{\text{Hg}}} \left( 1 - \frac{\gamma_n}{\gamma_{\text{Hg}}} \right) \quad (8.12)$$

où  $\lambda = 45^{\circ}12'22''$  est la latitude à Grenoble. Le terme constant  $\delta R$  est soumis à un effet systématique important : l'effet combiné du gradient de champ magnétique et de la gravitation discuté dans le chapitre précédent. La mesure présentée ici vise à rechercher l'amplitude  $A$ , et donc la composante transverse  $b_{\perp}$ .

Dans la paramétrisation de Hari-Dass, le champ axial du Soleil est la somme des trois termes  $\vec{b} = \vec{b}_1 + \vec{b}_2 + \vec{b}_3$ . L'amplitude de chacun de ces termes est indiquée dans le tableau 8.1 en fonction des paramètres sans dimension de Hari-Dass. Les deux premiers termes sont dirigés dans le plan transverse à l'axe de rotation de la Terre (on néglige l'inclinaison de la Terre pour ces termes). Le troisième terme  $\vec{b}_3$  est orthogonal au plan de l'écliptique. Son effet transverse est donc supprimé par le facteur  $\sin(i) = 0.40$  où  $i = 23^{\circ}27'$  est l'inclinaison de la Terre.

fichier	nombre de cycles	nombre de neutrons	durée [h]	temps de précession [s]
<i>HG2928.DAT</i>	694	8466186	35.2	50
<i>HG2999.DAT</i>	431	3444352	26.8	100
<i>HG3000.DAT</i>	945	7326713	57.7	100
tous les fichiers	2070	19237251	119.7	

TAB. 8.2: Détails des trois runs utilisés pour cette analyse.

Pour cette mesure, trois runs ont été enregistrés correspondant aux fichiers *HG2829.DAT*,

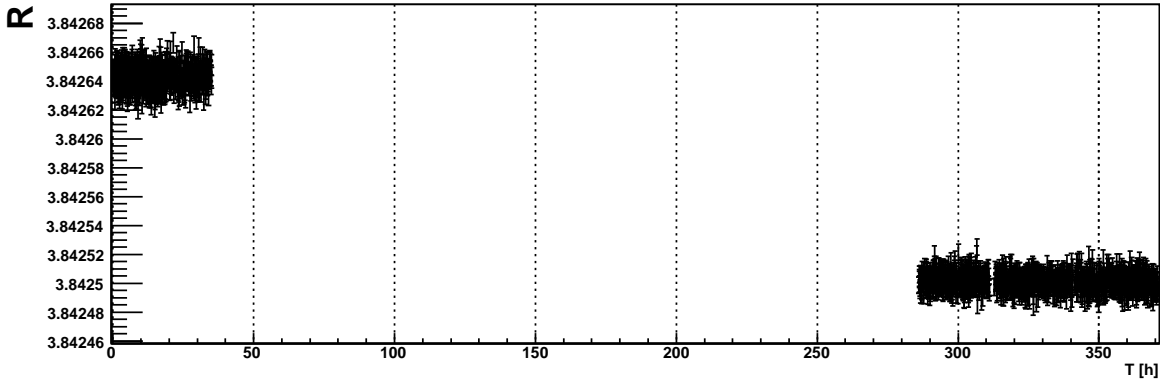


FIG. 8.2: Données brutes de la mesure de la stabilité du rapport  $R$ .

*HG2999.DAT* et *HG3000.DAT*. Les détails de ces runs sont reportés dans le tableau 8.2. La prise de donnée totale représente 5 jours de mesures accumulés, et 2070 cycles de mesure. Les données brutes sont reportées sur la figure 8.2. Entre le premier run et les runs suivants, nous avons changé la configuration agnétique, si bien que le rapport  $R$  moyen est décalé. Pour combiner les trois runs, on soustrait la valeur moyenne des runs individuels. Cette procédure est justifiée dans la mesure où la durée des runs est supérieure à 24 h. À l'issue de ce processus, on obtient une mesure des variations de  $R$ . Les données repliées sur 24 h et moyennées par pas de 0.5 h sont reportées sur la figure 8.3. Les barres d'erreurs combinent les erreurs statistiques sur la détermination des fréquences neutron et mercure. L'erreur sur la fréquence neutron domine l'erreur totale.

**Une première interprétation.** On commence par se demander si le signal montré sur la figure 8.3 est compatible avec un signal nul. L'écart quadratique moyen entre les données repliées et le signal nul est de  $\chi_{\text{nul}}^2 = 0.98$ , à comparer avec la dispersion théorique dans l'hypothèse nulle  $\Delta\chi^2 = \sqrt{2/48} = 0.2$ . Les données ne sont pas incompatibles avec un signal nul.

Ensuite, on peut se demander si une fréquence particulière peut être ou non extraite des données. Pour cela, on considère la transformée de Fourier discrète du signal, montrée sur la figure 8.3. Nous voyons que le spectre de Fourier présente une structure à la fréquence de 1/12 h. Pour déterminer si ce pic est statistiquement significatif, nous procédons à une étude Monte-Carlo. On tire aléatoirement un faux signal dans l'hypothèse nulle : le faux signal correspond à 48 points, chacun tiré à partir d'une distribution gaussienne dont la largeur est fixée à l'erreur expérimentale du point correspondant. On calcule le spectre de Fourier du faux signal, et on considère le maximum du spectre. Répétant un grand nombre de fois cette opération, nous obtenons la distribution du maximum du spectre dans l'hypothèse nulle. On peut alors placer la ligne "déviations à 95 %" montrée

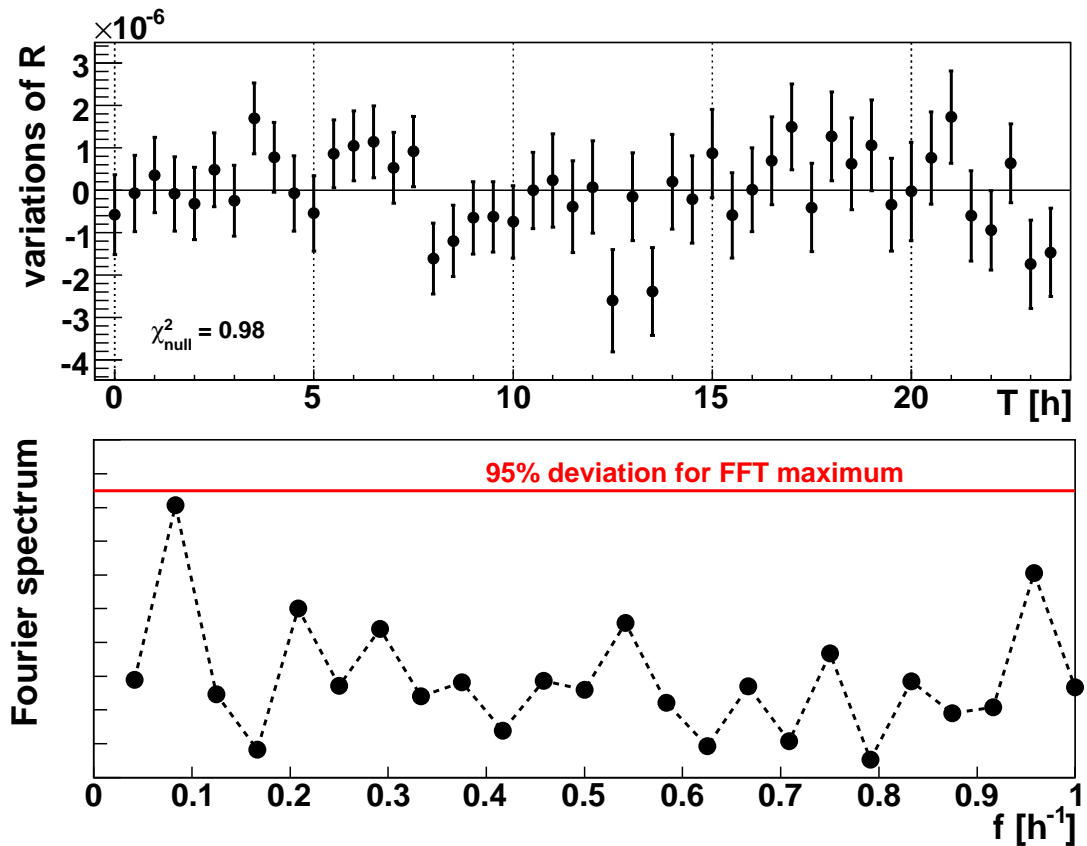


FIG. 8.3: La figure du haut montre les variations de  $R$  autour de sa moyenne. Les données sont repliées modulo 24 h et moyennées par pas de 0.5 h. La figure du bas montre la transformée de Fourier discrète du signal. Le point de plus basse fréquence correspond à la fréquence d'intérêt  $1/24 \text{ h}^{-1}$ . La signification de la ligne "déviations à 95 %" est explicitée dans le texte.

sur la figure 8.3, qui signifie que 5 % des faux signaux ont le maximum du spectre au-dessus de cette valeur. On ne peut donc pas dire que le pic à la fréquence de  $1/12 \text{ h}$  soit statistiquement significatif.

Il s'agit maintenant de placer une limite sur l'amplitude d'une modulation à 24 h à partir des données. Pour cela, deux analyses ont été appliquées : une analyse de type fréquentiste et une analyse de type bayésienne.

**L'analyse fréquentiste.** Pour extraire une limite supérieure sur l'amplitude de la modulation, une analyse fréquentiste de niveau de confiance est appliquée. La méthode consiste à déterminer si une certaine hypothèse de signal (une amplitude  $A$  et une phase  $\phi$  fixée) peut être exclue à 95% de niveau de confiance lorsqu'on la compare avec l'hypothèse nulle. Cette méthode est connue pour discriminer de manière optimale deux

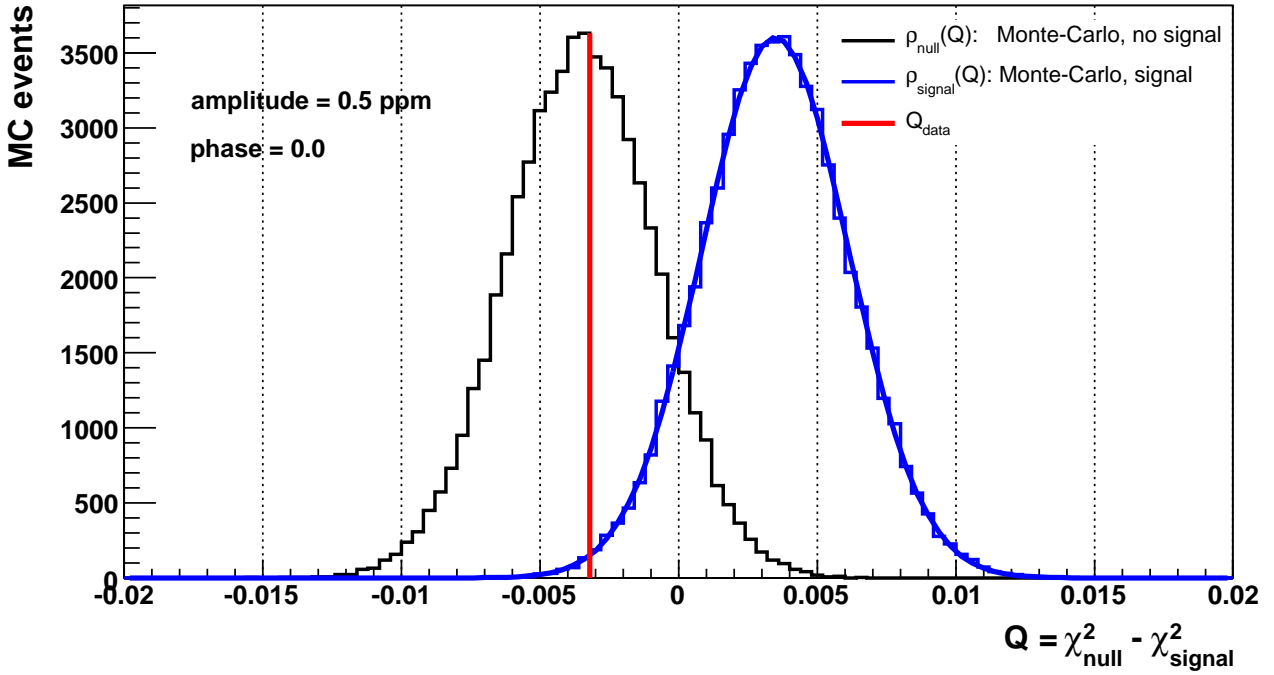


FIG. 8.4: Pour l'hypothèse de signal  $A = 0.5 \times 10^{-6}$  et  $\phi = 0$ , est représentée la distribution des valeurs de  $Q$  pour l'hypothèse nulle et pour l'hypothèse signal. La ligne verticale correspond à la valeur expérimentale  $Q_{\text{data}}$ . Dans ce cas,  $CL = 0.005$ , cette hypothèse de signal est exclue.

hypothèses de signal. Pour  $A$  et  $\phi$  fixé, nous formons la quantité :

$$\begin{aligned}
 Q(A, \phi) &= \chi_{\text{null}}^2 - \chi_{\text{signal}}^2 & (8.13) \\
 \chi_{\text{null}}^2 &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left( \frac{R[i]}{\Delta R[i]} \right)^2 \\
 \chi_{\text{signal}}^2 &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left( \frac{R[i] - A \sin(2\pi t[i]/T + \phi)}{\Delta R[i]} \right)^2
 \end{aligned}$$

où  $N = 2070$  est le nombre total de points de mesure,  $R[i]$  est le rapport  $R$  auquel on a soustrait la valeur moyenne du run, et  $T = 24$  h est la durée d'un jour. Les données permettent de calculer  $Q_{\text{data}}(A, \phi)$ . On considère la distribution de probabilité de  $Q$ ,  $\rho_{\text{null}}(Q)$  dans l'hypothèse nulle, et  $\rho_{\text{signal}}(Q)$  dans l'hypothèse de signal. Ces deux distributions de probabilité sont calculées, pour les deux hypothèses, avec une simulation Monte-Carlo, où chaque point est tiré aléatoirement dans une distribution gaussienne (avec une déviation standard  $\Delta R[i]$ ), autour soit du signal nul, soit autour de  $A \sin(2\pi t/T + \phi)$ . Un

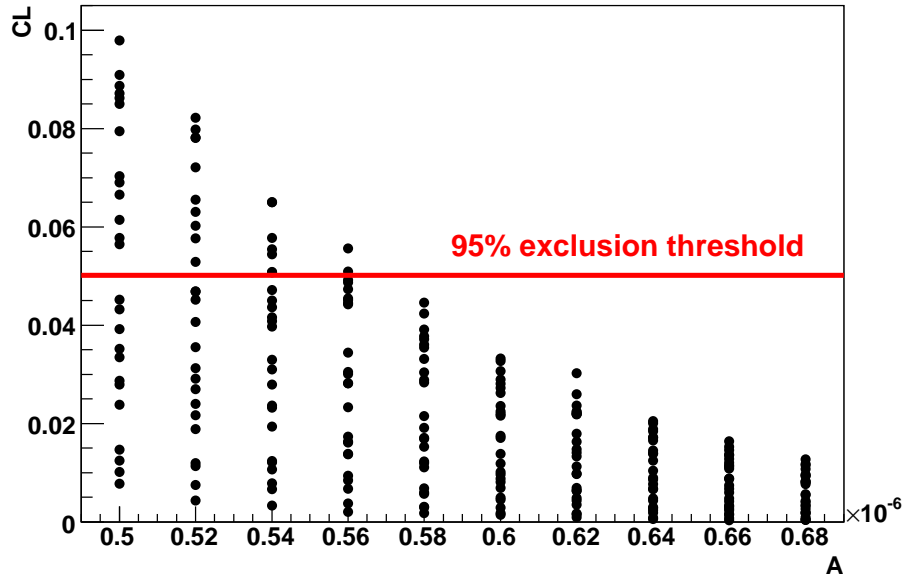


FIG. 8.5: Niveau de confiance du signal en fonction de l’amplitude  $A$ . Les différents points pour chaque valeur de  $A$  correspondent à des phases  $\phi$  différentes.

exemple de cette procédure, pour une hypothèse de signal donnée, est montré sur la figure 8.4.

Le niveau de confiance de l’hypothèse  $(A, \phi)$  est alors défini par

$$CL(A, \phi) = \int_{-\infty}^{Q_{\text{data}}} \rho_{\text{signal}}(Q) dQ. \quad (8.14)$$

On dit que l’amplitude  $A$  est exclue par la mesure à 95% C.L. si, pour toutes les phases  $\phi$ , on a  $CL(A, \phi) < 0.05$ . La figure 8.5 montre le résultat du calcul de  $CL$  dans l’espace de paramètres  $(A, \phi)$ . De cette figure, on extrait finalement la limite “fréquentiste” sur l’amplitude de la modulation à 24 h :

$$A < 0.58 \times 10^{-6} \quad \text{à 95\% C.L.} \quad (8.15)$$

$$b_{\perp} < 4.8 \times 10^{-21} \text{ eV} \quad \text{à 95\% C.L.} \quad (8.16)$$

Soit, en terme des paramètres de Hari-Dass :

$$|\alpha_1| < 7.5 \times 10^5 \quad \text{à 95\% C.L.} \quad (8.17)$$

$$|\alpha_2| < 7.6 \times 10^9 \quad \text{à 95\% C.L.} \quad (8.18)$$

$$|\alpha_3| < 1.9 \times 10^{10} \quad \text{à 95\% C.L.} \quad (8.19)$$

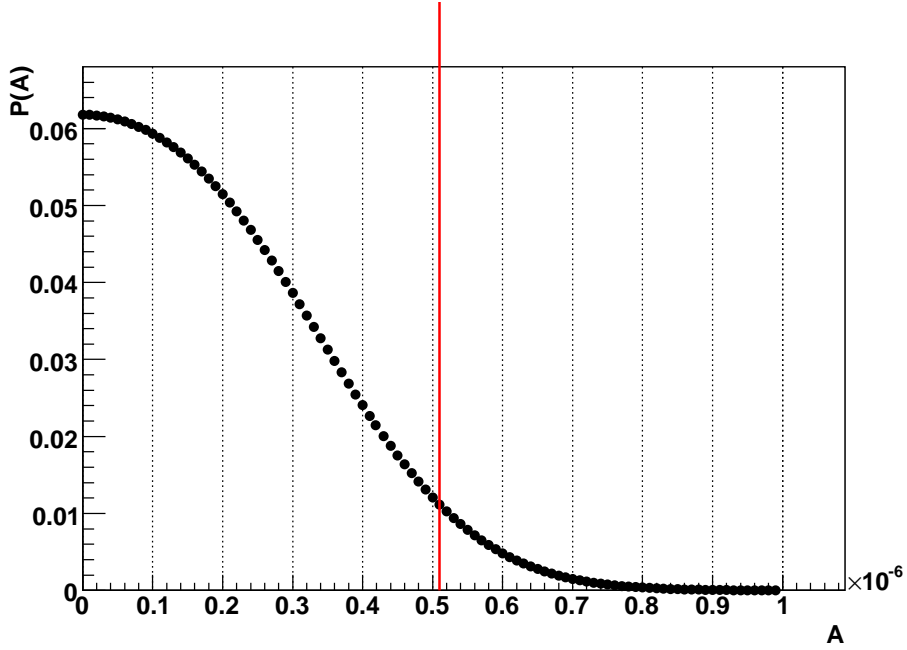


FIG. 8.6: Densité de probabilité *a posteriori* de l'amplitude à 24 h  $A$  calculée dans l'approche bayésienne. L'intégrale de cette densité au-delà de la ligne verticale vaut 5 %.

**L'analyse bayésienne.** Pour confirmer la limite "fréquentiste", appliquons une analyse bayésienne. Dans une hypothèse de signal donnée  $(A, \phi)$ , nous savons définir et calculer la densité de probabilité pour tirer le jeu de données  $\text{data}=(R[i])_{i=1\dots N}$  :

$$p(\text{data}|A, \phi) = \prod_{i=1}^N \frac{1}{\sqrt{2\pi}\Delta R[i]} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{R[i] - A \sin(2\pi t[i]/T + \phi)}{\Delta R[i]}\right)^2\right). \quad (8.20)$$

Le principe de l'approche statistique bayésienne repose sur le théorème de Bayes :

$$p(A, \phi|\text{data}) = p(\text{data}|A, \phi) \times p(A, \phi), \quad (8.21)$$

où on suppose qu'il existe une densité de probabilité dans l'espace des hypothèses  $p(A, \phi)$  *a priori*. Nous considérons une densité uniforme  $p(A, \phi) \propto 1$  et nous nous intéressons à la densité de probabilité marginale de l'amplitude  $A$  :

$$p(A|\text{data}) = \int_0^{2\pi} p(A, \phi|\text{data}) \frac{d\phi}{2\pi} = \int_0^{2\pi} p(\text{data}|A, \phi) \frac{d\phi}{2\pi} \quad (8.22)$$

La densité de probabilité *a posteriori*  $p(A|\text{data})$  ainsi calculée est montrée sur la figure 8.6. On en déduit la limite “bayésienne” :

$$A < 0.51 \times 10^{-6} \quad \text{à 95\% C.L.} \quad (8.23)$$

Ceci confirme la limite “fréquentiste” (8.15) qui est plus conservative.

## Conclusions

Nous avons extrait des contraintes sur les termes de Hari-Dass décrivant une possible dépendance en spin de la gravité avec le spectromètre RAL-Sussex. Pour cela, deux mesures complémentaires ont été utilisées : la mesure publiée de l’asymétrie haut-bas du rapport  $R$ , et une recherche récente d’une modulation journalière de ce même rapport. La première mesure permet de considérer la Terre comme source de gravité, tandis que la deuxième est sensible à la gravité du Soleil. Les contraintes déduites sont reportées dans le tableau 8.3, en comparaison avec les expériences de comparaison d’horloge les plus précises. Il s’agit des meilleures contraintes à ce jour déduites à partir d’expériences sur le neutron libre. Formellement, nous obtenons la meilleure limite sur le paramètre  $\alpha_2$ , tant que les expériences concurrentes n’auront pas été réanalysées pour la fréquence 24 h (L’expérience [77] contraint la modulation sidérale et non la modulation solaire). Notons que notre mesure de modulation est limité par l’erreur statistique.

Il est possible d’analyser les données de modulation journalière du rapport  $R$  pour rechercher une modulation sidérale, à la période de 23.934 h. Cela permettrait de contraindre un hypothétique *champ cosmique axial* violant l’invariance de Lorentz. Ce sujet sera abordé dans la thèse de S. Roccia [78].

Contrainte	système	source	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$
Venema <i>et al</i> [76]	$^{199}\text{Hg}$ & $^{201}\text{Hg}$	Terre	$2 \times 10^2$		
Bear <i>et al</i> [77]	$^{129}\text{Xe}$ & $^3\text{He}$	Soleil	$3 \times 10^4$	$3 \times 10^8$	$8 \times 10^8$
$R^\uparrow - R^\downarrow$	n & $^{199}\text{Hg}$	Terre	$9 \times 10^2$		
modulation	n & $^{199}\text{Hg}$	Soleil	$8 \times 10^5$	$8 \times 10^9$	$2 \times 10^{10}$

TAB. 8.3: Contraintes à 95 % de niveau de confiance sur les paramètres de Hari-Dass.



# Bibliographie - Interactions supplémentaires

- [41] J. H. Gundlach, Laboratory tests of gravity, *New J. Phys.* 7 (2005) 205.
- [42] E. G. Adelberger, J. H. Gundlach, B. R. Heckel, S. Hoedl, S. Schlamminger, Torsion balance experiments : A low-energy frontier of particle physics, *Prog. Part. Nucl. Phys.* 62 (2009) 102–134.
- [43] D. J. Kapner, et al., Tests of the gravitational inverse-square law below the dark-energy length scale, *Phys. Rev. Lett.* 98 (2007) 021101.
- [44] A. A. Geraci, S. J. Smullin, D. M. Weld, J. Chiaverini, A. Kapitulnik, Improved constraints on non-Newtonian forces at 10 microns, *Phys. Rev. D* 78 (2008) 022002.
- [45] M. Bordag, U. Mohideen, V. M. Mostepanenko, New developments in the Casimir effect, *Phys. Rept.* 353 (2001) 1–205.
- [46] V. V. Nesvizhevsky, G. Pignol, K. V. Protasov, Neutron scattering and extra short range interactions, *Phys. Rev. D* 77 (2008) 034020.
- [47] H. Leeb, J. Schmiedmayer, Constraint on hypothetical light interacting bosons from low-energy neutron experiments, *Phys. Rev. Lett.* 68 (1992) 1472.
- [48] A. Frank, P. van Isacker, J. Gomez-Camacho, Probing additional dimensions in the universe with neutron experiments, *Phys. Lett. B* 582 (2004) 15–20.
- [49] P. J. S. Watson, A limit on short-range modifications to gravity.
- [50] Y. N. Pokotilovski, Constraints on new interactions from neutron scattering experiments, *Phys. Atom. Nucl.* 69 (2006) 924–931.
- [51] G. L. Greene, V. Gudkov, A neutron interferometric method to provide improved constraints on non-newtonian gravity at the nanometer scale, *Phys. Rev. C* 75 (2007) 015501.
- [52] S. Kopecky, J. A. Harvey, N. W. Hill, M. Krenn, M. Pernicka, P. Riehs, S. Steiner, *Phys. Rev. C* 56 (1997) 2229.
- [53] A. Westphal, H. Abele, S. Baessler, Analytically derived limits on short-range fifth forces from quantum states of neutrons in the earth’s gravitational field.
- [54] V. V. Nesvizhevsky, K. V. Protasov, Constraints on non-Newtonian gravity from the experiment on neutron quantum states in the earth’s gravitational field, *Class. Quant. Grav.* 21 (2004) 4557–4566.

- [55] B. A. Dobrescu, I. Mocioiu, Spin-dependent macroscopic forces from new particle exchange, *JHEP* 11 (2006) 005.
- [56] A. N. Youdin, D. Krause, K. Jagannathan, L. R. Hunter, S. K. Lamoreaux, Limits on spin - mass couplings within the axion window, *Phys. Rev. Lett.* 77 (1996) 2170–2177.
- [57] G. D. Hammond, C. C. Speake, C. Trenkel, A. Pulido Paton, New constraints on short-range forces coupling mass to intrinsic spin, *Phys. Rev. Lett.* 98 (2007) 081101.
- [58] W.-T. Ni, S.-S. Pan, H.-C. Yeh, L.-S. Hou, J.-L. Wan, Search for an axionlike spin coupling using a paramagnetic salt with a dc SQUID, *Phys. Rev. Lett.* 82 (1999) 2439–2442.
- [59] G. G. Raffelt, Axions : Motivation, limits and searches, *J. Phys.* A40 (2007) 6607–6620.
- [60] J. Engel, D. Seckel, A. C. Hayes, Emission and detectability of hadronic axions from SN1987A, *Phys. Rev. Lett.* 65 (1990) 960–963.
- [61] S. Baessler, V. V. Nesvizhevsky, K. V. Protasov, A. Y. Voronin, A New Constraint for the Coupling of Axion-like particles to Matter via Ultra-Cold Neutron Gravitational Experiments, *Phys. Rev. D* 75 (2007) 075006.
- [62] S. Baesler, V. V. Nesvizhevsky, G. Pignol, K. V. Protasov, A. Y. Voronin, Constraints on spin-dependent short-range interactions using gravitational quantum levels of ultracold neutrons, *arXiv :nucl-ex/0902.3139*.
- [63] O. Zimmer, Constraining spin-dependent short range interactions using neutron spin precession close to a mirror, *arXiv :nucl-ex/0810.3215*.
- [64] A. P. Serebrov, New constraints for CP-violating forces between nucleons in the range 10-4 cm - 1 cm, *arXiv :nucl-ex/0902.1056*.
- [65] Y. N. Pokotilovski, Limits on a nucleon-nucleon monopole-dipole (axionlike) P-,T-noninvariant interaction from spin relaxation of polarized ultracold neutrons, *arXiv :nucl-ex/0902.3425*.
- [66] N. F. Ramsey, A New Molecular Beam Resonance Method, *Phys. Rev.* 76 (1949) 996.
- [67] C. A. Baker, et al., An improved experimental limit on the electric dipole moment of the neutron, *Phys. Rev. Lett.* 97 (2006) 131801.
- [68] K. Bodek, et al., Storage of ultracold neutrons in high resistivity, non-magnetic materials with high Fermi potential, *Nucl. Instrum. Meth.* A597 (2008) 222–226.
- [69] K. Green, et al., Performance of an atomic mercury magnetometer in the neutron EDM experiment, *Nucl. Instrum. Meth.* A404 (1998) 381–393.
- [70] C. A. Baker, et al., Reply to Comment on “An Improved Experimental Limit on the Electric Dipole Moment of the Neutron”, *Phys. Rev. Lett.* 98 (2007) 149102.
- [71] S. Groeger, et al., *Appl. Phys.* B80 (2005) 6.

- [72] I. Altarev, et al., Test of Lorentz invariance with spin precession of ultracold neutrons, *Phys. Rev. Lett.* 103 (2009) 081602.
- [73] J. Leitner, S. Okubo, Parity, charge conjugation, and time reversal in the gravitational interaction, *Phys. Rev.* 136 (1964) B1542.
- [74] N. D. Hari Dass, Test for C, P, and T Nonconservation in Gravitation, *Phys. Rev. Lett.* 36 (1976) 393–395.
- [75] N. D. Hari Dass, Experimental Tests for Some Quantum Effects in Gravitation, *Ann. Phys.* 107 (1977) 337.
- [76] B. J. Venema, et al., *Phys. Rev. Lett.* 68 (1992) 135.
- [77] D. Bear, et al., *Phys. Rev. Lett.* 85 (2000) 5038.
- [78] S. Rocchia, Thèse de doctorat de l'université Joseph Fourier, Grenoble 1 (2009) en préparation.



**Troisième partie**

**Collision des neutrons sur des  
nanoparticules**



# 9

## Un nouveau réflecteur de neutrons froids

Contrairement aux deux parties principales de cette thèse, cette partie, constituée d'un chapitre unique, n'est pas liée à la physique fondamentale. Elle traite de développements récents relatifs aux techniques neutroniques.

Nous partons du constat que les neutrons froids et très froids sont difficiles à manipuler. D'une part, ils ne sont pas suffisamment lents pour être confinés par le potentiel de Fermi d'une surface, d'autre part, ils ont un comportement optique, et ne subissent pas de collisions avec des noyaux uniques. En particulier, il n'existe pas de technique pour réfléchir efficacement des neutrons de vitesse supérieures à 20 m/s en incidence normale, même en utilisant les meilleurs supermiroirs.

Si les neutrons très froids n'interagissent pas avec les noyaux individuels et ne subissent pas de collisions à grand transfert de vitesse, c'est parce que leur longueur d'onde est grande devant la distance entre les noyaux. L'idée développée ici est d'utiliser des cibles plus grosses, pour que les neutrons très froids interagissent avec les cibles individuelles. Les nanoparticules, structures solides de taille nanométrique, sont des cibles toutes désignées pour interagir fortement avec les neutrons très froids. La figure 9.1 montre la distribution des diamètres de nanoparticules de diamant d'une poudre commerciale. Rappelons qu'un neutron de vitesse 150 m/s possède une longueur d'onde de 2.6 nm, ce qui correspond au diamètre typique de ces nanoparticules.

Si les nanoparticules sont suffisamment légères et suffisamment froides, des neutrons optiques pourraient transférer leur énergies par collision sur ces nanoparticules. On obtiendrait alors un nouveau type de modérateur adapté aux neutrons de grande longueur d'onde, impossibles à modérer par collision sur des noyaux individuels. L'étude de cette

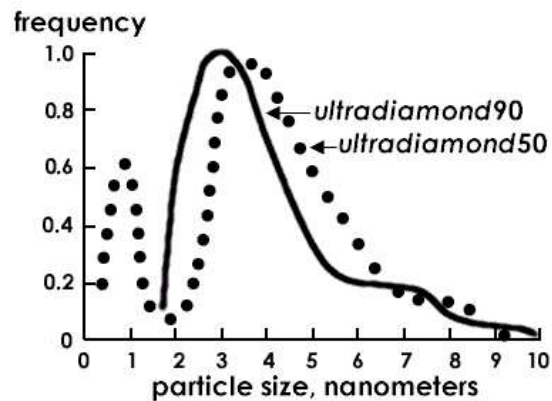


FIG. 9.1: Distribution des diamètres de nanoparticules de diamant dans les poudres commerciales Ultradiamond90 et Ultradiamond50, mesurées par diffraction de rayons X, fournie par le fabriquant.

possibilité [79] a conclu que l'utilisation de nanoparticules de deutérium solide est prometteuse pour cette application. Le deutérium à l'avantage d'être léger, ce qui rend les transferts d'énergie entre le neutron et les nanoparticules efficace, et faiblement absorbant pour les neutrons.

Nous nous concentrons ici sur une autre application possible des collisions de neutrons très froids sur les nanoparticules. Il s'agit d'un réflecteur de neutrons très froids, qui trouverait plusieurs applications immédiates. Pour commencer, les guides transportant les neutrons depuis le réacteur vers les expériences pourraient profiter de ce réflecteur. Il n'est pas possible d'équiper de supermiroirs la partie la plus proche du réacteur ou le niveau de rayonnement intense détruirait les couches de surface indispensables au fonctionnement de ces miroirs. La résistance aux radiations des nanoparticules est beaucoup moins problématique, et on pourrait équiper les parties non guidées par un réflecteur de nanoparticules. Un réflecteur pourrait aussi être utile pour augmenter le flux des sources de neutrons ultrafroids telles que les sources superthermales hélium. Les source hélium, telles que celle construite pour l'expérience GRANIT, utilisent des neutrons de longueur d'onde 0.89 nm (correspondant à des neutrons de vitesse 445 m/s). En en-



tourant le volume d'hélium superfluide par une surface réfléchissant ces neutrons, on augmente la production des neutrons ultrafroids. Même si le coefficient de réflexion est de 0.5 seulement, le taux de production serait approximativement doublé.

Pour un réflecteur, le matériau optimal des nanoparticules n'est pas le deutérium. En effet, il n'est pas utile ici d'utiliser des nanoparticules légères, puisque le transfert d'énergie maximal n'est pas recherché comme pour le cas du modérateur. Il faut optimiser le nombre de collisions en minimisant l'absorption. Ce sont les nanoparticules de diamant qui semblent adaptées au cas du réflecteur, à cause du haut potentiel de Fermi du diamant (306 neV) et de sa faible section efficace d'absorption. D'autre part, les nanoparticules de diamant ont l'avantage d'être fabriquées industriellement (la poudre Ultradiamond90). Pour cette raison, nous nous focaliserons sur l'étude du réflecteur de nanoparticules de diamant, qui a fait l'objet de plusieurs travaux expérimentaux [80, 81].

Dans la première section, nous développerons le modèle simple des nanoparticules indépendantes [79], qui permet de calculer les paramètres de la collision des neutrons sur une nanoparticule unique. Les sections efficaces de collisions (différentielles par rapport à l'angle de déviation) obtenues dans ce modèle permettent de calculer la propagation des neutrons dans une poudre de nanoparticules au moyen d'un code Monte-Carlo développé spécifiquement dans le cadre de cette thèse. Dans la deuxième section, nous comparerons les résultats de ce modèle avec les résultats d'une expérience mesurant la réflexion des neutrons très froids en incidence normale sur une couche de nanoparticules de diamant [80]. Enfin, dans la troisième section, nous étudierons la possibilité d'utiliser les nanoparticules pour réfléchir les neutrons de longueur d'onde 0.89 nm.

## 9.1 Le modèle des nanoparticules indépendantes

Notre but ici est de fournir un modèle quantitatif pour décrire l'interaction entre neutrons optiques et nanoparticules. Dans la situation la plus simple, les nanoparticules sont indépendantes, et suffisamment diluées pour qu'un neutron interagisse avec une seule particule à la fois. Dans le cas contraire, si les nanoparticules sont liées ou condensées, on devra prendre en compte une possible interférence entre les diffusions sur plusieurs nanoparticules voisines. Commençons par développer le modèle des nanoparticules libres.

**L'amplitude de diffusion dans l'approximation de Born.** On peut modéliser une nanoparticule par une boule de rayon  $R = D/2$ , le potentiel d'interaction entre un neutron optique et cette nanoparticule étant alors simplement :

$$\begin{aligned} V(\vec{r}) &= V & r < R \\ V(\vec{r}) &= 0 & r > R \end{aligned} \tag{9.1}$$

où  $V$  est le potentiel de Fermi du matériau constitutif de la nanoparticule. l'amplitude de diffusion élastique  $f(\theta)$  est donnée, dans l'approximation de Born, par

$$f(\theta) = -\frac{1}{4\pi} \frac{2m}{\hbar^2} \int e^{i(\vec{k}-\vec{k}')\cdot\vec{r}} V(\vec{r}) d\vec{r} \quad (9.2)$$

où  $m$  est la masse du neutron, et  $\vec{k}$  et  $\vec{k}'$  sont les vecteurs d'onde des neutrons entrants et sortants. La diffusion étant élastique,  $k = k'$  et le moment transféré  $\vec{q} = \vec{k}' - \vec{k}$  vérifie  $q = 2k \sin(\theta/2)$ . En se plaçant en coordonnées sphériques d'axe  $\vec{q}$ , l'intégrale (9.2) se calcule :

$$\begin{aligned} f(\theta) &= -\frac{1}{4\pi} \frac{2m}{\hbar^2} \int_0^R dr \int_0^\pi d\Theta \int_0^{2\pi} r^2 \sin(\Theta) d\Phi e^{iqr \cos(\Theta)} V \\ &= -\frac{m}{\hbar^2} V \int_0^R r^2 dr \int_{-1}^1 d(\cos(\Theta)) e^{iqr \cos(\Theta)} \\ &= -\frac{2m}{\hbar^2} V \int_0^R \frac{r}{q} \sin(qr) dr \end{aligned}$$

Soit finalement :

$$f(\theta) = -\frac{2m}{\hbar^2} V R^3 \frac{1}{qR} j_1(qR) \quad (9.3)$$

où  $j_1$  est la première fonction de Bessel Sphérique :

$$j_1(X) = \frac{\sin(X)}{X^2} - \frac{\cos(X)}{X} \quad (9.4)$$

Remarquons le comportement lorsque  $qR \ll 1$  :

$$f(0) = -\frac{2m}{3\hbar^2} V R^3 \quad (9.5)$$

En particulier, dans la limite des nanoparticules ponctuelles, la diffusion est isotrope comme attendu. Calculons maintenant la section efficace élastique totale :

$$\sigma_s = \int |f|^2 d\Omega = 2\pi \left( \frac{2m}{\hbar^2} V \right)^2 R^6 \frac{1}{(kR)^2} I(kR) \quad (9.6)$$

avec

$$I(X) = \frac{1}{4} \left[ 1 - \frac{1}{(2X)^2} + \frac{\sin(4X)}{(2X)^3} - \frac{\sin^2(2X)}{(2X)^4} \right] \quad (9.7)$$

Comme attendu, la section efficace totale est indépendante de la vitesse dans le régime où la nanoparticule est ponctuelle  $kR \ll 1$  :

$$\sigma_s = \frac{16\pi}{9} \left( \frac{m}{\hbar^2} V \right)^2 R^6 \quad (9.8)$$

Au contraire, dans la limite des grandes nanoparticules ou des grandes vitesses  $kR \gg 1$ , la section efficace décroît comme  $1/v^2$  :

$$\sigma_s = 2\pi \left( \frac{m}{\hbar^2} V \right)^2 \frac{R^6}{(kR)^2} \quad (9.9)$$

**Le libre parcours moyen et l'absorption.** Pour comprendre qualitativement les résultats des calculs précédents, considérons le libre parcours moyen  $L_s$  des neutrons dans une poudre de nanoparticules de diamant. Le libre parcours moyen est une quantité macroscopique, et il faut, pour la relier à la section efficace microscopique  $\sigma_s$ , connaître la densité de nanoparticules dans la poudre. Nous considérons le cas de la masse volumique obtenue expérimentalement  $\rho = 0.6 \text{ g/cm}^3$ , pour une poudre compressée. Cette masse volumique est à comparer avec la masse volumique du diamant solide  $\rho_D = 3.5 \text{ g/cm}^3$ , ce qui signifie que la poudre compressée contient volumiquement 17% de diamant solide et 83% d'air. La densité volumique de nanoparticules  $n = \frac{3}{4\pi R^3} \frac{\rho}{\rho_D}$  dépend de la taille des nanoparticules. Alors, le libre parcours moyen, c'est-à-dire la distance moyenne entre deux collisions, vaut

$$L_s = \frac{1}{n\sigma_s} = \frac{4\pi}{3} R^3 \frac{\rho_D}{\rho} \frac{1}{\sigma_s}. \quad (9.10)$$

La figure 9.2 représente le libre parcours moyen en fonction de la vitesse de la collision.

On peut dans un premier temps comparer ce libre parcours moyen avec la longueur d'atténuation des neutrons dans la poudre de carbone. En principe, les pertes des neutrons sont dues à l'absorption et à la diffusion incohérente sur le carbone, dont les sections efficace par noyau suivent la loi en  $1/v$  :

$$\begin{aligned} \sigma_a &= 7.7 \times 10^{-12} \text{ nm}^2 \times \frac{100 \text{ m/s}}{v} \\ \sigma_i &= 2.2 \times 10^{-12} \text{ nm}^2 \times \frac{100 \text{ m/s}}{v} \end{aligned}$$

ceci permet de calculer la longueur d'atténuation  $L_a = 1/n/(\sigma_a + \sigma_i)$  :

$$L_a = 3.4 \text{ m} \times \frac{v}{100 \text{ m/s}}. \quad (9.11)$$

Cette longueur d'atténuation, indépendante de la taille des nanoparticules, est aussi reportée sur la figure 9.2. Elle est au moins 4 ordres de grandeur supérieure au libre

parcours moyen, ce qui signifie que les neutrons pourraient subir au moins  $10^4$  collisions avant d'être perdus.

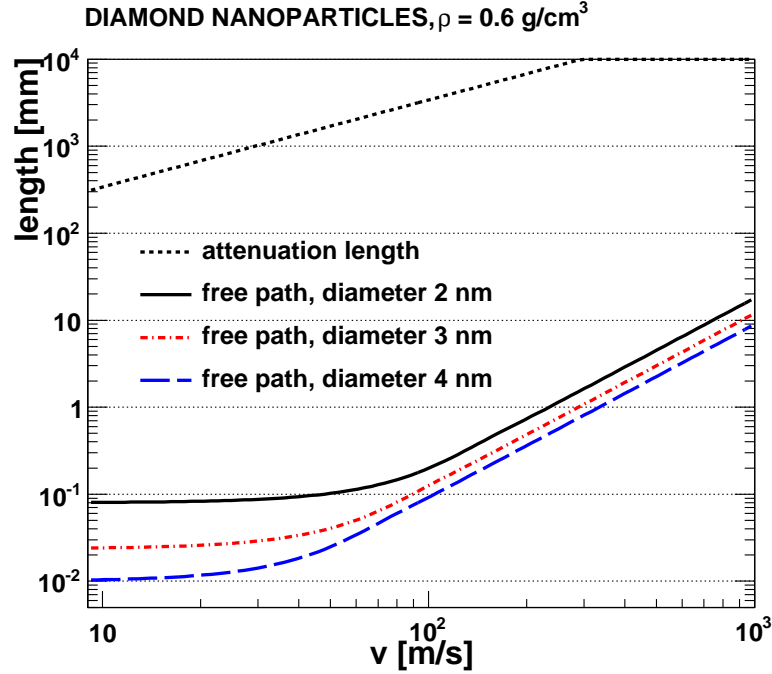


FIG. 9.2: Libre parcours moyen dans la propagation des neutrons dans une poudre de nanoparticules de diamant, pour différents diamètres de nanoparticules.

**L'anisotropie de la collision.** La figure 9.2 suggère que les nanoparticules de grand diamètres sont plus efficaces pour diffuser les neutrons, puisque le libre parcours moyen est plus faible dans un milieu constitué de nanoparticules plus étendues. Cependant, un effet concurrent défavorise les grosses nanoparticules, à savoir l'anisotropie de la collision. En effet, les neutrons sont diffusés de façon isotrope sur une petite nanoparticule, et essentiellement vers l'avant sur une nanoparticule étendue. Pour quantifier cet effet, on définit la quantité

$$A(kR) = \langle \sin^2(\theta/2) \rangle = \frac{\int \sin^2(\theta/2) |f(\theta)|^2 d\Omega}{\int |f(\theta)|^2 d\Omega}. \quad (9.12)$$

Dans le cas d'une diffusion isotrope, on a  $A = 1/2$ , alors que pour une diffusion purement vers l'avant,  $A = 0$ . Cette quantité caractérisant l'anisotropie de la collision se calcule :

$$A(kR) = \frac{2\pi}{\sigma_s} \int_0^\pi \sin^2(\theta/2) |f(\theta)|^2 \sin(\theta) d\theta = \frac{1}{(2kR)^2} \frac{J(kR)}{I(kR)} \quad (9.13)$$

avec la fonction

$$J(X) = \int_0^{2X} x \left( \frac{\sin(x)}{x^2} - \frac{\cos(x)}{x} \right)^2 dx \quad (9.14)$$

Le calcul de la fonction  $A$  en fonction de la vitesse est présenté sur la figure 9.3.

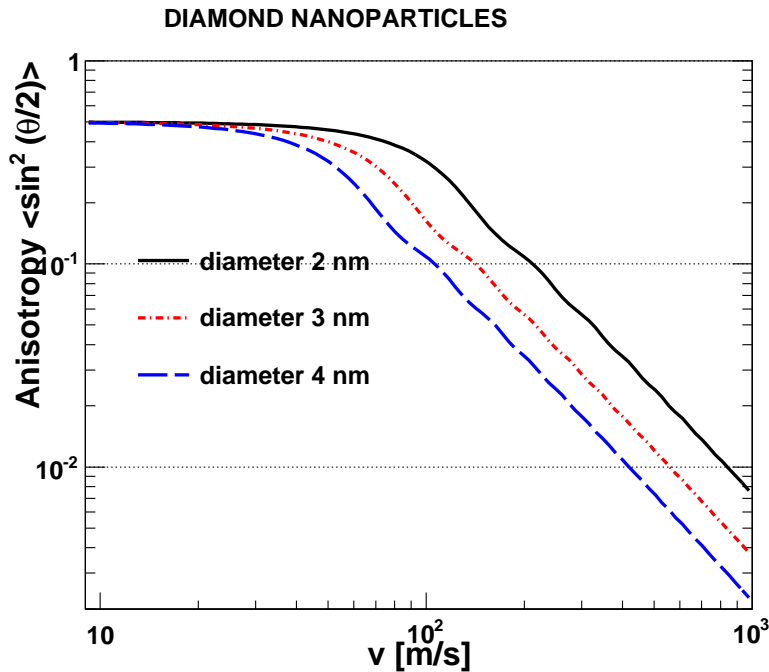


FIG. 9.3: Anisotropie de la collision des neutrons sur une nanoparticule unique en fonction de la vitesse, pour différentes tailles de nanoparticules.

**Domaine de validité du modèle.** Concluons l'étude de l'interaction élémentaire en discutant les limites du modèle. Pour les très grandes vitesses, l'approximation de la boule de potentiel uniforme (9.1) n'est plus valable, puisque la longueur d'onde du neutron est suffisamment petite pour résoudre les noyaux individuels. La distance entre les noyaux dans le diamant est de 0.15 nm et le critère  $k \times 0.15 \text{ nm} < 1$  est satisfait pour des neutrons de vitesse inférieure à 500 m/s. Pour les très faibles vitesses, la longueur d'onde du neutron est suffisamment grande pour interagir avec plusieurs nanoparticules à la fois, c'est-à-dire que la diffusion sur les nanoparticules voisines interfèrent. Pour les nanoparticules de diamant de diamètre 3 nm, en poudre compressée à  $\rho = 0.6 \text{ g/cm}^3$ , la distance typique entre les nanoparticules est de 4 nm. Le critère  $k \times 4 \text{ nm} > 1$  est satisfait pour des neutrons de vitesse supérieure à 15 m/s.

Les formules de l'amplitude de diffusion (9.3) et de la section efficace (9.6) ont été

déduites dans le cadre de l'approximation de Born. Cette approximation est a priori valide pour des petites nanoparticules :  $\frac{2m}{\hbar^2}VR^2 \ll 1$ , soit pour le diamant  $R \ll 8$  nm. Néanmoins, un calcul exact par la méthode des ondes partielles [79] montre que l'approximation de Born est valide même pour des grosses nanoparticules.

Nous concluons que le modèle est valable pour les neutrons de vitesses comprises entre 15 m/s et 500 m/s. Bien entendu, même dans ce domaine de vitesse, le modèle des nanoparticules indépendantes reste une approximation d'une situation physique très complexe. Les nanoparticules ne sont pas sphériques, la chimie à la surface des nanoparticules est plus compliquée que la structure diamant pur, les neutrons pourraient interagir avec des excitations collectives dans les nanoparticules ou inter-nanoparticules, *etc*, cependant, ces effets complexes ne sont pas simplement estimables.

## 9.2 Le réflecteur à nanoparticules de diamant, cas idéal

à partir de l'interaction élémentaire entre un neutron et une nanoparticule présenté dans la section précédente, nous pouvons étudier la propagation des neutrons dans une poudre de nanoparticules. Pour cela, un code de propagation Monte-Carlo a été développé dans le cadre de cette thèse. Ce code implémente la géométrie la plus simple, à savoir une couche de nanoparticules infinie dans la direction parallèle à la couche, et d'épaisseur finie  $e$ . L'algorithme fonctionne de la façon suivante. à partir d'une position et d'une vitesse initiale du neutron, on tire aléatoirement la distance de la prochaine interaction selon une loi exponentielle, de moyenne donnée par l'équation (9.10). Sur ce parcours en ligne droite, le neutron a pu être absorbé, ce que l'on décide par un tirage aléatoire, à partir de l'équation (9.11) (ou éventuellement d'une équation modifiée pour tenir compte de la diffusion inélastique avec l'hydrogène). Si le neutron n'est pas absorbé, la trajectoire du neutron est déviée aléatoirement selon la distribution donnée par l'équation (9.3). On itère le processus tant que le neutron n'est pas absorbé et qu'il n'est pas sorti de la couche.

La figure 9.4 montre des exemples de résultats obtenus avec cet algorithme. On calcule la réflectivité d'une couche d'épaisseur 10 cm dans le cas idéal (pas de processus de perte supplémentaire), en fonction de la vitesse. Dans cette simulation, il s'agit de nanoparticules de diamant, et la densité de la poudre est prise égale à  $\rho = 0.6$  g/cm<sup>3</sup>. Deux cas ont été distingués : l'incidence normale et l'incidence isotrope. Pour l'incidence normale, on suppose que les neutrons ont une vitesse initiale orthogonale à la couche de nanoparticules. Pour l'incidence isotrope, la vitesse absolue des neutrons est fixée, et l'angle  $\theta$  entre la vitesse initiale et la direction orthogonale à la couche est distribué selon la distribution  $N(\theta)d\theta = \cos(\theta)d\cos(\theta)$ . Dans les deux cas, la réflectivité simulée est supérieure à 0.9 pour des vitesses jusqu'à 200 m/s. Pour des vitesses supérieures, la profondeur de pénétration des neutrons devient supérieure à 10 cm, et la réflectivité décroît.

Pour comparaison, la figure 9.4 montre la réflectivité d'un dépôt de carbone-diamant

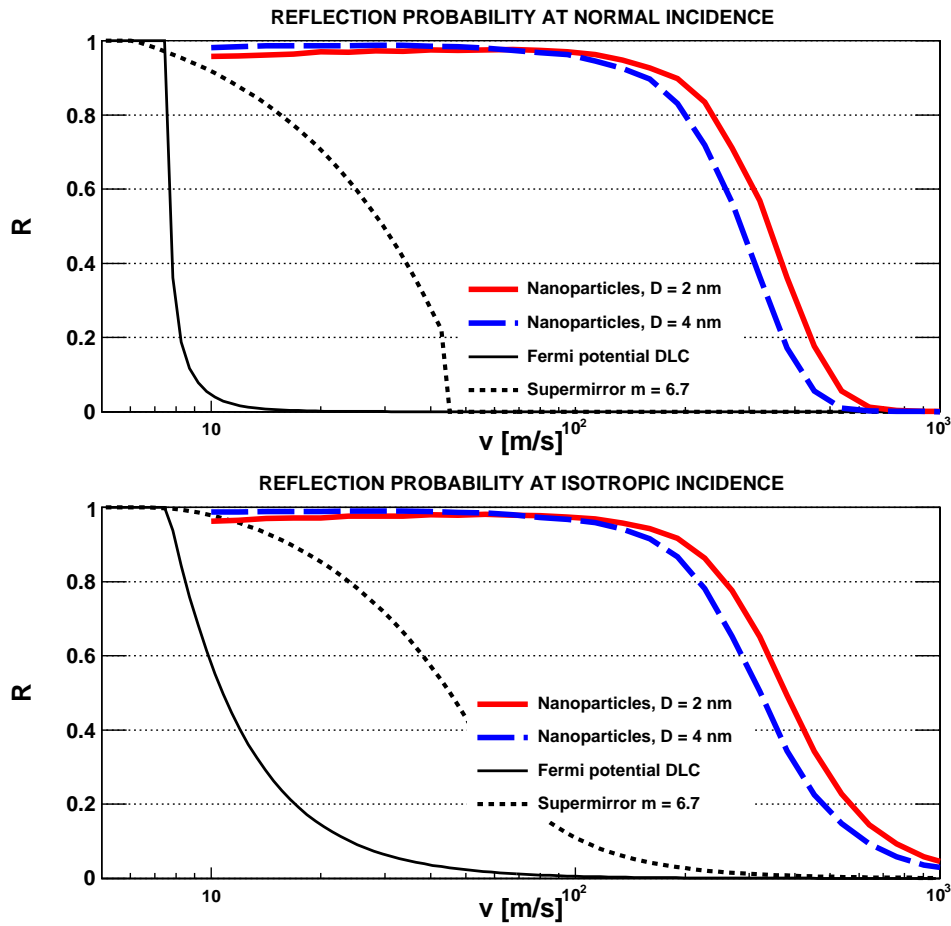


FIG. 9.4: Réflectivité des neutrons sur une couche de nanoparticules de diamant d'épaisseur 10 cm en fonction de la vitesse, pour deux diamètres de nanoparticules. Également représentée la réflectivité sur un dépôt de carbone-diamant et sur un supermiroir.

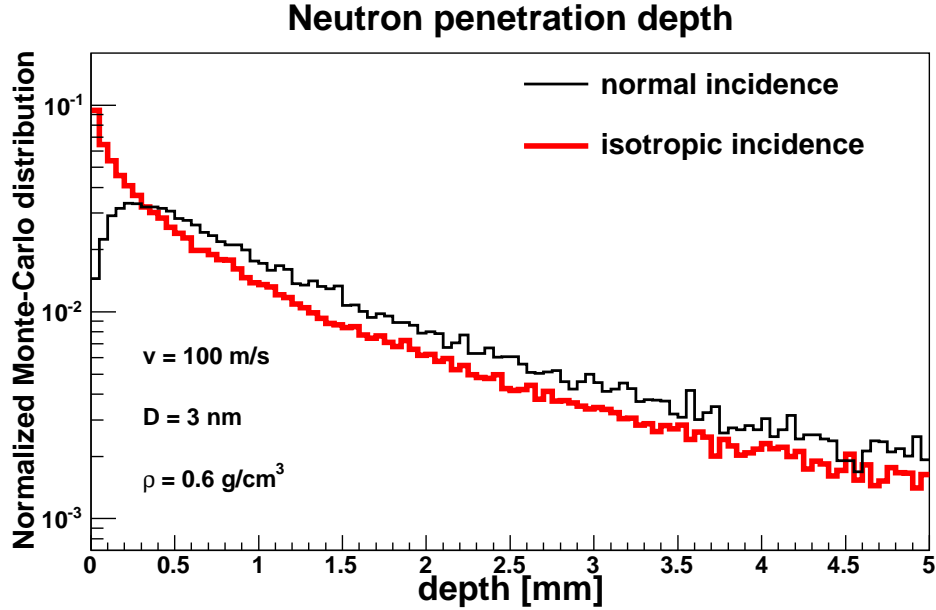


FIG. 9.5: Profondeur de pénétration des neutrons dans une poudre de nanoparticules de diamant calculée par Monte-Carlo, pour des neutrons en incidence normale ou isotrope, de vitesse 100 m/s.

(DLC) et des meilleurs supermiroirs [82].

Le carbone diamant à une vitesse limite de  $v_{\text{lim}} = 7.7 \text{ m/s}$ , correspondant au potentiel de Fermi  $V = 306 \text{ neV}$  du diamant. En incidence normale, la réflectivité est 1 pour  $v < v_{\text{lim}}$ . Pour  $v > v_{\text{lim}}$  la réflectivité est non nulle à cause du phénomène de réflexion quantique

$$R_{\text{Fermi}}(v) = \left( \frac{1 - \sqrt{1 - (v_{\text{lim}}/v)^2}}{1 + \sqrt{1 - (v_{\text{lim}}/v)^2}} \right)^2 \quad (9.15)$$

mais chute rapidement. En incidence isotrope, la réflectivité vaut 1 pour  $v < v_{\text{lim}}$ , et pour  $v > v_{\text{lim}}$ , elle vaut  $(v_{\text{lim}}/v)^2$  en négligeant le réflexion quantique.

Venons en aux supermiroirs. Un supermiroir est constitué d'un miroir de très faible rugosité sur lequel on dépose des couches alternant des potentiels de Fermi différents. L'alternance de ces couches de différentes épaisseur constituent des cavités de type Fabry-Perrot permettant de réfléchir des vitesses transverses supérieures à la vitesse limite du nickel. Le meilleur supermiroir fabriqué [82] est constitué de 8001 couches alternées de nickel et de titane, et sa réflectivité en incidence normale vaut 1 pour  $v < 6.3 \text{ m/s}$  et  $1.13 - v/(47 \text{ m/s})$  sinon. On en déduit facilement la réflectivité en incidence isotrope par la relation  $R_{\text{iso}}(V) = \frac{2}{\sqrt{2}} \int_0^V R_{\text{norm}}(v) v dv$ .



Nous voyons que, en principe, une poudre de nanoparticules permet de réfléchir les neutrons de beaucoup plus hautes vitesses que ne le permettent les moyens optiques (potentiel de Fermi et supermiroirs). Cependant, deux différences sont à noter entre les réflecteurs optiques et le nouveau réflecteur à nanoparticules. D'abord, les réflecteurs optiques ont la propriété de spécularité, que n'a pas le réflecteur à nanoparticules. Ensuite, une couche mince suffit pour réfléchir optiquement les neutrons. Dans le réflecteur à nanoparticules, les neutrons pénètrent plus profondément. La figure 9.5 montre la distribution des profondeurs de pénétration des neutrons de vitesse 100 m/s dans la poudre, dont la valeur moyenne est de l'ordre de 1 mm.

### 9.3 Mesure de la diffusion de neutrons sur des nanoparticules de diamant

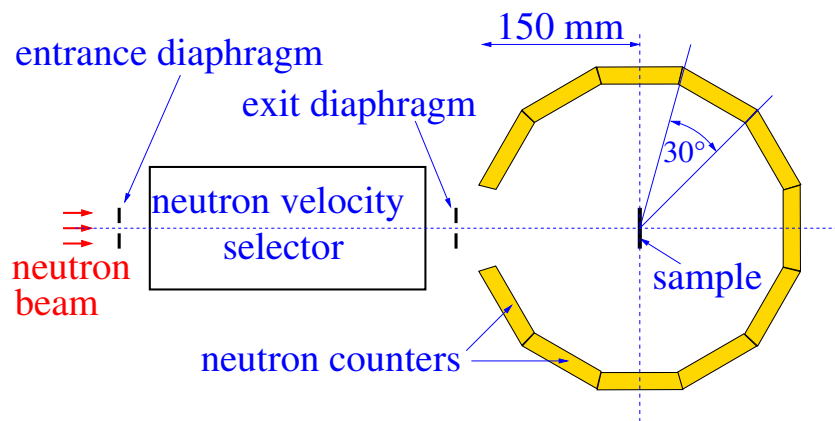


FIG. 9.6: Schéma de principe de l'expérience mesurant la réflexion des neutrons très froids en incidence normale sur une couche de nanoparticules. Le plan de coupe est le plan horizontal.

Une première expérience [80] mesurant la diffusion des neutrons en incidence normale sur une poudre de nanoparticules de diamant a pu confirmer son haut pouvoir de réflexion. Le principe de l'expérience est expliqué sur la figure 9.6. Les neutrons très froids issus de la ligne PF2 de l'ILL sont dirigés vers un sélecteur de vitesse constitué de pales rotatives, capable de sélectionner des vitesses de neutrons comprises entre 20 m/s et 250 m/s. Les neutrons monocinétiques sont dirigés en incidence normale sur un échantillon, une couche de nanoparticules de diamant Ultradiamond90. La poudre de nanoparticules a été compressée, et la densité a été mesurée à  $\rho = 0.60 \pm 0.03 \text{ g/cm}^3$ . Quatre échantillons d'épaisseur 0.2, 0.4, 2 et 6 mm ont été préparés. Le dispositif de détection des neutrons diffusés comporte 11 compteurs de neutrons proportionnels à gaz

$^3\text{He}$ , disposés comme indiqué sur la figure 9.6. Chaque compteur a une acceptation angulaire de  $30^\circ$  dans la direction horizontale, et  $60^\circ$  dans la direction verticale. Le taux de comptage de chaque détecteur est normalisé par rapport au flux incident.

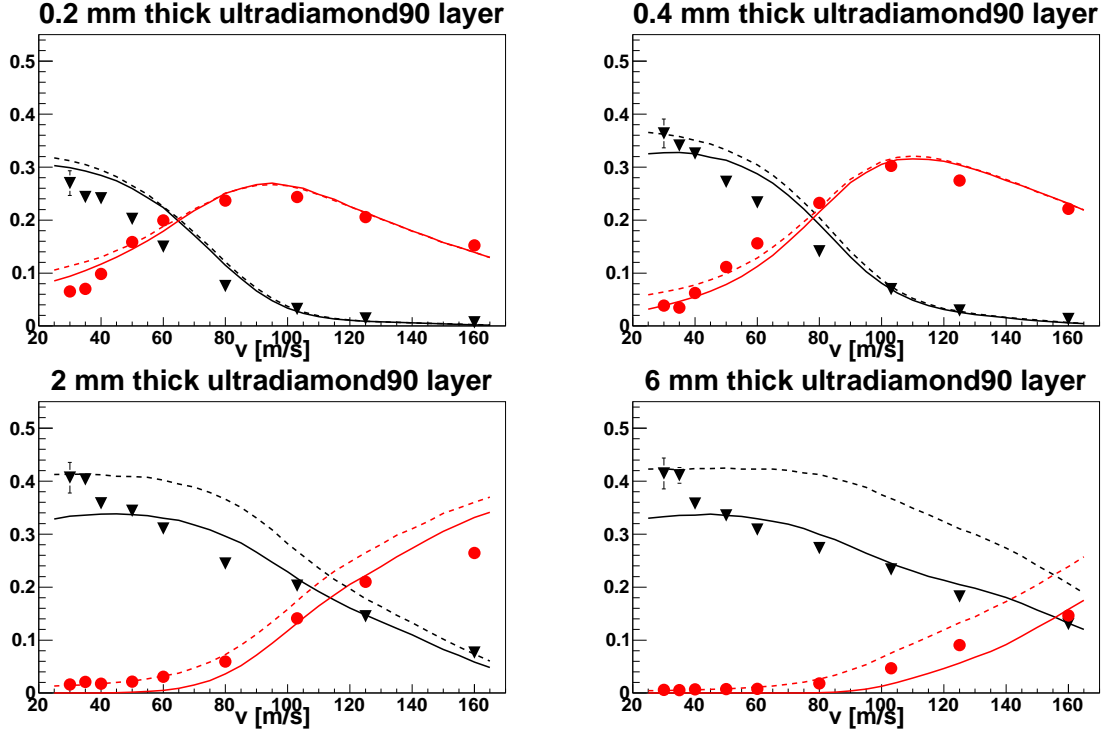


FIG. 9.7: Mesure des taux de diffusion vers l'avant (points rouges) et vers l'arrière (triangles noirs) pour différentes vitesses et pour différentes épaisseurs d'échantillon. Les lignes pleines correspondent au calcul Monte-Carlo, pour un diamètre de nanoparticules  $D = 2.8$  mm et une longueur d'atténuation à 100 m/s  $L_a^{100} = 17$  mm. Les lignes discontinues sont calculées pour le même diamètre, mais sans atténuation.

On définit le taux de diffusion vers l'avant  $F_{\text{exp}}^{e,v}$  comme la somme des taux de comptage des détecteurs  $30^\circ + 60^\circ + 300^\circ + 330^\circ$ , et le taux de diffusion vers l'arrière  $B_{\text{exp}}^{e,v}$  comme la somme des taux de comptages des détecteurs  $120^\circ + 150^\circ + 210^\circ + 240^\circ$  (les angles sont définis par rapport à la direction du faisceau incident). Ce sont ces deux observables intégrales, reportées sur la figure 9.7 pour les quatre épaisseurs  $e$  d'échantillon, que nous allons analyser. Pour cela, la simulation Monte-Carlo a été adaptée à la géométrie de l'expérience, et permet de calculer les taux de diffusion vers l'avant  $F_{\text{MC}}^{e,v}(D, L_a^{100})$  et vers l'arrière  $B_{\text{MC}}^{e,v}(D, L_a^{100})$  dans le modèle des nanoparticules indépendantes au repos. Deux paramètres libres sont considérés : le diamètre effectif  $D$  des nanoparticules (ici on considère que toutes les nanoparticules de la poudre ont le même diamètre), et la longueur d'atténuation  $L_a^{100}$  des neutrons à 100 m/s (la longueur d'atténuation pour les

autres vitesses suivant la loi  $L_a(v) = L_a^{100} \times \frac{v}{100 \text{ m/s}}$ .

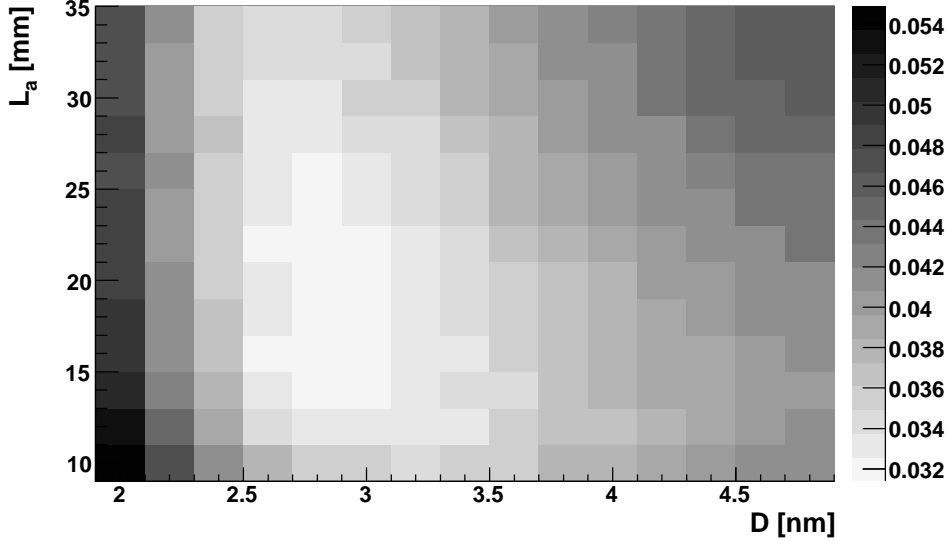


FIG. 9.8: Ajustement des deux paramètres  $D$  et  $L_a^{100}$ . On a représenté  $\sqrt{\chi^2}$  en fonction des deux paramètres, où  $\chi^2$  est défini dans le texte.

Un ajustement de ces deux paramètres par la méthode des moindres carrés a été effectué. Pour cet ajustement, les erreurs statistiques ne sont pas considérées. Ces erreurs statistiques sont typiquement inférieures à la taille des points sur la figure 9.7, et le modèle ne permet pas de décrire les données avec cette précision. C'est pourquoi, dans l'ajustement des deux paramètres, tous les points sont considérés avec la même pondération :

$$\chi^2(D, L_a^{100}) = \frac{1}{72} \left( \sum_e \sum_v (F_{\text{exp}}^{e,v} - F_{\text{MC}}^{e,v}(D, L_a^{100}))^2 + (B_{\text{exp}}^{e,v} - B_{\text{MC}}^{e,v}(D, L_a^{100}))^2 \right) \quad (9.16)$$

Le résultat de l'ajustement  $\chi^2(D, L_a^{100})$  est présenté sur la figure 9.8. Pour estimer une incertitude sur les valeurs  $(D, L_a^{100})$  ajustées, on tient compte de l'incertitude sur la valeur de la densité de la poudre  $\rho = (0.6 \pm 0.03) \text{ g/cm}^3$ , c'est-à-dire que l'on réalise le même ajustement pour les valeurs  $\rho = 0.57 \text{ g/cm}^3$  et  $\rho = 0.63 \text{ g/cm}^3$  dans la simulation. On trouve alors

$$D = (2.9 \pm 0.1) \text{ nm} \quad \text{et} \quad L_a^{100} = (17 \pm 1) \text{ mm}. \quad (9.17)$$

La valeur ajustée du diamètre effectif des nanoparticules  $D$  est parfaitement compatible avec la distribution de taille (figure 9.1) des nanoparticules données par le fabricant.

En revanche, la valeur ajustée de la longueur d'atténuation à 100 m/s  $L_a^{100}$  est très inférieure au cas idéal donné par l'équation (9.11). Les pertes supplémentaires sont très certainement imputables à la présence d'hydrogène (probablement sous forme aqueuse) dans la poudre. Les neutrons peuvent être diffusés de façon incohérente sur les noyaux d'hydrogène individuels qui leur communiquent une grande quantité de mouvement. Après ce processus d'*upscattering*, les neutrons plus rapides ne diffusent plus dans la poudre de nanoparticules et sont effectivement perdus. La section efficace élémentaire de la diffusion incohérente suit une loi en  $1/v$  pour les neutrons très froids (voir par exemple [83]) :

$$\sigma_{up} = 2.7 \times 10^{-8} \text{ nm}^2 \times \frac{100 \text{ m/s}}{v}. \quad (9.18)$$

Avec cette valeur, et la longueur d'atténuation  $L_a^{100}$  ajustée, on peut en déduire la densité d'atomes d'hydrogène dans la poudre  $n_H \approx 2 \text{ nm}^{-3}$ . Ceci correspond à une fraction massique d'hydrogène d'environ 0.6 %, ou encore une fraction massique d'eau de 5 %. Ces valeurs sont tout à fait réaliste, étant donné la l'énorme pouvoir d'adsorption des nanoparticules dû à la très grande surface de contact entre les nanoparticules et l'air.

En conclusion, l'expérience valide le modèle des nanoparticules indépendantes au repos, et ce modèle permet de faire des prédictions avec une précision d'environ 10 %.

## 9.4 Application à un réflecteur de neutrons de 8.9 A

Nous avons validé le modèle des nanoparticules indépendantes pour des neutrons de vitesse jusqu'à 150 m/s. Nous supposons maintenant que ce modèle est valide également pour des vitesses plus élevées, jusqu'à 450 m/s, pour étudier une application possible : l'augmentation de la production de neutrons ultrafroids dans les sources hélium. Les sources hélium ralentissent les neutrons de longueur d'onde 0.89 nm, correspondant à une vitesse de 445 m/s. Voyons comment un réflecteur de neutrons aussi rapides améliorerait la production de neutrons ultrafroids dans ce cas. Dans cette section, on travaille avec la longueur d'atténuation à 445 m/s  $L_a^{445} = 4.45 \times L_a^{100}$ . Comme nous l'avons vu, la présence d'hydrogène diminue fortement la longueur d'atténuation. Avec la poudre Ultradiamond90 utilisée dans l'expérience analysée ci-dessus, la longueur d'atténuation serait de  $L_a^{445} = 80 \text{ mm}$ . On pourrait augmenter la longueur d'atténuation en chauffant la poudre pour "évaporer" l'eau, et dans le cas idéal (sans hydrogène), la longueur d'atténuation serait de l'ordre de 15 m.

**Réflexion isotrope.** Considérons un réflecteur de type nanoparticules de diamant, de réflectivité isotrope  $R$  pour les neutrons de 445 m/s, entourant une source UCN hélium. Si la distribution de vitesse des neutrons de 445 m/s est isotrope, la présence du réflecteur augmente la densité de ces neutrons d'un facteur  $1 + R + R^2 + \dots = 1/(1 - R)$ , et

augmente le flux d'UCN de la source par le même facteur. L'hypothèse d'isotropie dépend très fortement de la géométrie de la source, mais nous l'adoptons comme hypothèse de travail. On peut dire que cette solution technologique est intéressante si le gain attendu est supérieur à deux, c'est-à-dire  $R > 0.5$ .

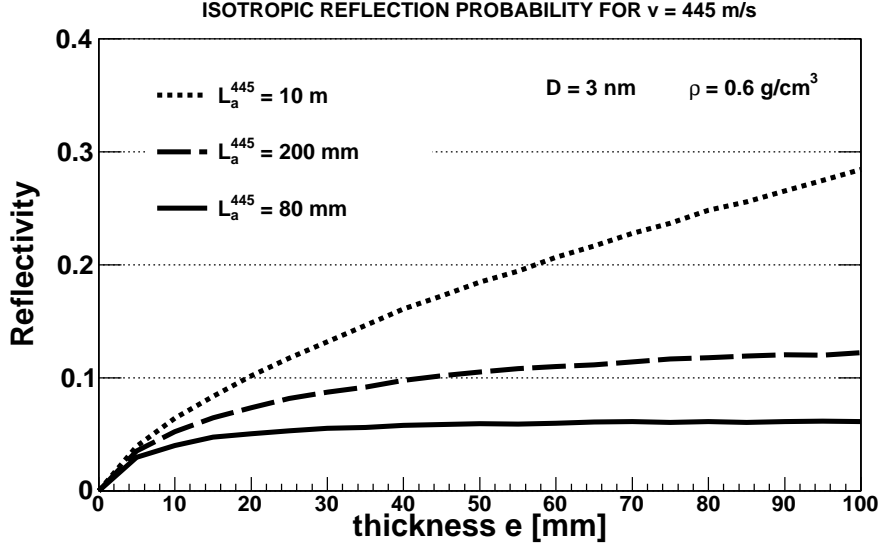


FIG. 9.9: Réflectivité isotrope des neutrons de 445 m/s en fonction de l'épaisseur de la couche de nanoparticules, pour différentes longueurs d'atténuation.

La figure 9.9 montre la réflectivité isotrope d'une couche de nanoparticules en fonction de l'épaisseur de la couche, pour des nanoparticules de diamètre 3 nm. La dépendance de la réflectivité s'approxime très bien par une fonction simple à deux paramètres :

$$R(e) = R_\infty \frac{e}{e + e_{1/2}} \quad (9.19)$$

Nous voyons que la réflectivité est très limitée par la longueur d'atténuation. Numériquement, on trouve, pour  $D = 3$  nm :

$$R_\infty \approx \frac{L_a^{445}}{L_a^{445} + 1 \text{ m}} \quad (9.20)$$

Le deuxième problème concerne l'épaisseur du réflecteur nécessaire. Dans le cas idéal sans hydrogène, on trouve  $e_{1/2} = 20$  cm.

Ainsi, des nanoparticules de diamètre  $D = 3$  nm ne semblent pas remplir les conditions optimales pour un réflecteur isotrope. Il est préférable d'utiliser des nanoparticules plus petites, comme le montre la figure 9.10 qui montre la réflectivité isotrope en fonction du diamètre des nanoparticules pour une couche de 10 cm d'épaisseur. Nous trouvons

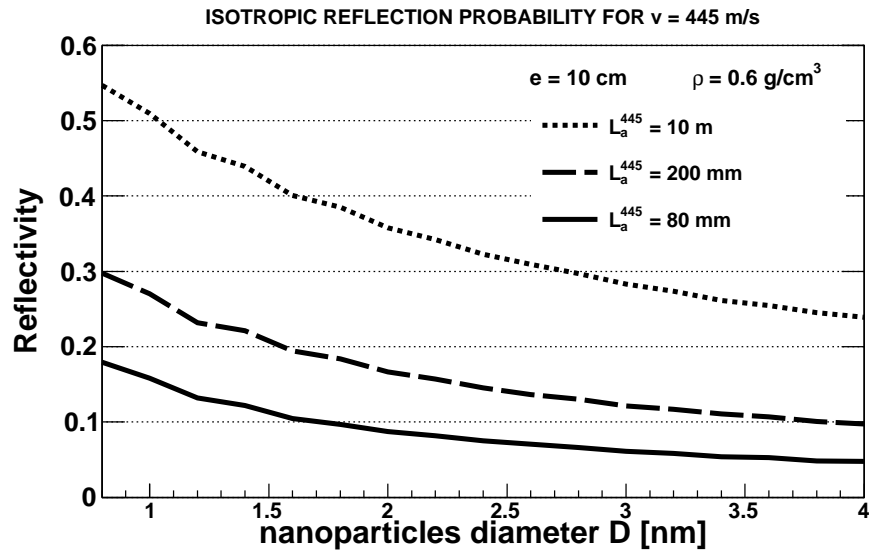


FIG. 9.10: Réflectivité isotrope des neutrons de 445 m/s en fonction du diamètre des nanoparticules, pour une épaisseur de 10 cm et pour différentes longueurs d'atténuation.

que, pour  $D > 1$  nm, la réflectivité est inversement proportionnelle au diamètre des nanoparticules. Pour une longueur d'atténuation  $L_a^{445} = 80$  mm, on trouve la dépendance explicite :

$$R_\infty = 20\% \times \frac{1 \text{ nm}}{D} \quad (9.21)$$

En conclusion, deux améliorations sont à apporter pour obtenir un réflecteur efficace. Il faut utiliser des petites nanoparticules ( $D < 1$  nm) et augmenter significativement la longueur d'atténuation.

**Réflexion en incidence rasante.** Pour augmenter le flux de neutrons ultrafroids produit par une source hélium, on peut également augmenter le flux initial de neutrons à 445 m/s. A l'Institut Laue Langevin, ces neutrons sont produits dans la source froide D<sub>2</sub>, de façon isotrope, puis capturés par des guides supermiroirs horizontaux, comme indiqué sur la figure 9.11. Les supermiroirs permettent de guider les neutrons dont la vitesse transverse par rapport à l'axe du guide est inférieure à 15 m/s. Il existe une zone non guidée, d'une longueur de 2.2 m, entre la source froide et l'entrée des guides. Envisageons de guider cette zone avec un réflecteur constitué de nanoparticules de diamant. La situation est toute différente du réflecteur discuté précédemment, où c'est la réflexion isotrope qui importait. Ici, comme indiqué sur la figure 9.11, c'est le pouvoir de réflexion des neutrons en incidence rasante sur la couche de nanoparticules qui permettra

de recueillir plus de neutrons dans les guides.

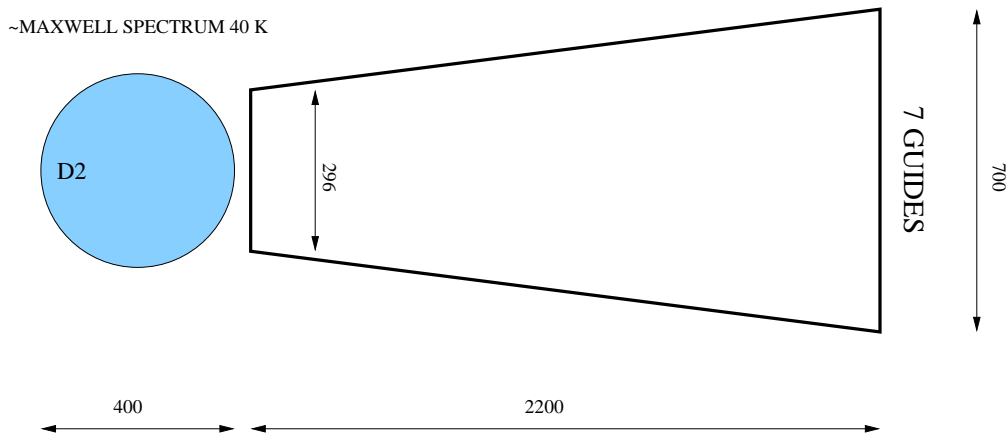


FIG. 9.11: Les dimensions sont en mm.

Nous allons présenter les résultats du calcul de l'augmentation attendue du flux de neutrons de vitesse 445 m/s qui sont piégés dans les guides. On définit le coefficient d'augmentation du flux  $F$ , comme le nombre de neutrons piégés en présence d'un réflecteur de nanoparticules, normalisé par rapport au nombre de neutrons piégés dans les guides sans aucun réflecteur. Nous faisons l'hypothèse que la source froide est ponctuelle et isotrope. La figure 9.12 montre le coefficient d'augmentation du flux  $F$  en fonction de l'épaisseur du réflecteur pour des nanoparticules de diamètre  $D = 3$  nm. Nous voyons que l'efficacité du système dépend peu de la longueur d'atténuation. On peut espérer augmenter le flux de neutrons à 445 m/s de 60 %. On s'attend à ce qu'un réflecteur constitué de nanoparticules plus petites soit plus efficace, comme suggéré par les calculs de la réflectivité isotrope présentés plus haut. la figure 9.13 présente le résultat du calcul de l'augmentation  $F$  en fonction de la taille des nanoparticules, pour un réflecteur d'épaisseur 10 cm. la dépendance est celle attendue, mais elle est beaucoup moins prononcée que pour le cas du réflecteur isotrope.

## Conclusions

Le modèle des nanoparticules indépendantes permet de décrire la propagation des neutrons dans une poudre de nanoparticules de diamant. La haute réflectivité d'une telle poudre a été mise en évidence expérimentalement pour des neutrons de vitesse comprise entre 20 et 160 m/s, en conformité avec les prédictions du modèle. La présence d'hydrogène dans la poudre a été identifiée comme le principal effet limitant la réflectivité par rapport au cas idéal. Deux applications ont été envisagées, en rapport avec l'augmentation du flux d'UCN produit par une source hélium. La première, un réflecteur de neutrons à 445 m/s entourant la source, nécessite l'emploi de nanoparticules plus petites

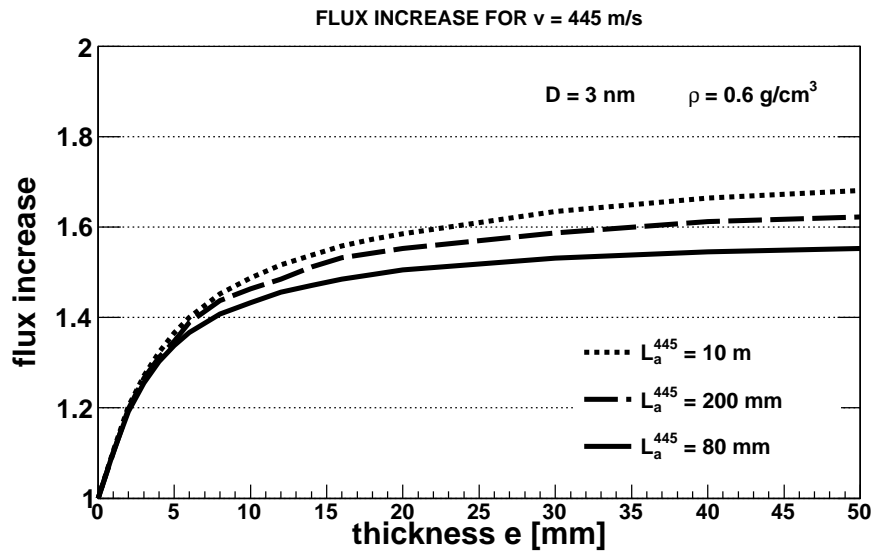


FIG. 9.12: Facteur d'augmentation du flux  $F$  des neutrons à 445 m/s induit par le réflecteur de nanoparticules, en fonction de l'épaisseur du réflecteur.

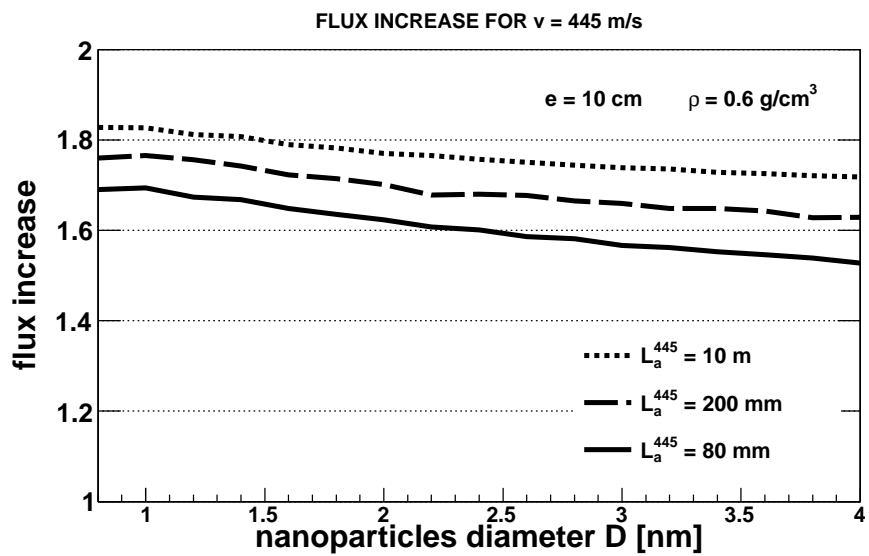


FIG. 9.13: Facteur d'augmentation du flux  $F$  des neutrons à 445 m/s induit par le réflecteur de nanoparticules, en fonction  $d$ .



que celle des poudres commerciales pour atteindre l'efficacité optimale. La deuxième, un guide intermédiaire entre la source primaire de neutrons et les guides de supermiroirs, est prometteuse. Une augmentation de statistique de 60 % est envisageable, avec un réflecteur de quelques centimètres d'épaisseur et constitué d'une poudre commerciale.



## Bibliographie - Nanoparticules

- [79] V. V. Nesvizhevsky, G. Pignol, K. V. Protasov, Nanoparticles as a possible moderator for an ultracold neutron source., *International Journal of Nanoscience* 6 (2007) 485–499.
- [80] V. V. Nesvizhevsky, et al., The reflection of very cold neutrons from diamond powder nanoparticles, *Nucl. Instrum. Meth. A*595 (2008) 631–636.
- [81] E. V. Lychagin, et al., Storage of very cold neutrons in a trap with nano-structured walls, *arXiv :nucl-ex/0812.1635*.
- [82] R. Maruyama, D. Yamazaki, T. Ebisawa, M. Hino, S. K., Development of neutron supermirrors with large critical angle, *Thin Solid Films* 515 (2007) 5704.
- [83] Y. Edura, N. Morishima, Cold and thermal neutron scattering in liquid water : cross-section model and dynamics of water molecules, *Nucl. Instrum. Meth. A*534 (2004) 531–543.



# Conclusion

Deux sujets principaux ont été traités dans ce document : la préparation de l'expérience GRANIT et les contraintes sur des nouvelles interactions avec les neutrons.

La première partie, consacrée spécifiquement aux états quantiques du neutron dans le champ de pesanteur, traite de trois sujets que je résume ici.

- **Le passé.** La quantification de l'énergie verticale des neutrons qui rebondissent au dessus d'un miroir est expérimentalement établie. Les techniques utilisées mettaient à profit l'extension spatiale micrométrique des fonctions d'onde des états quantiques. La dernière expérience différentielle, analysée dans le chapitre 2, a permis de vérifier les prédictions théoriques avec une précision de 3 %. Cet accord peut être précisément exprimé sous la forme d'une mesure du paramètre  $z_0$  :

$$z_0^{\text{exp}} - z_0^{\text{theo}} = (0.1 \pm 0.2) \mu\text{m}. \quad (9.22)$$

- **Le présent.** Le spectromètre de seconde génération, GRANIT, est en cours de construction à l'ILL. Il est conçu pour mesurer les fréquences des transitions résonantes entre états quantiques. Dans sa première phase, on mesurera la transition  $3 \rightarrow 1$  en flux continu de neutrons. On a démontré dans le chapitre 3 la faisabilité de cette mesure avec une excitation magnétique et optimisé les paramètres de cette prochaine expérience.
- **Le futur.** Dans la deuxième phase du projet GRANIT, il s'agira de piéger les états quantiques pour augmenter la durée des transitions résonantes et par suite diminuer la largeur des résonances. Nous avons étudié dans le chapitre 4 les principaux effets limitant la durée de vie des états quantiques piégés. Nous avons conclu qu'une durée de vie de 10 s est en principe possible pour les premiers états du spectre.

La deuxième partie a été consacrée aux contraintes sur d'hypothétiques interactions supplémentaires avec les neutrons. La recherche d'une cinquième force est un sujet traité abondamment dans la littérature, tant du point de vue théorique que du point de vue expérimental. La problématique générale était la suivante : comment se compare le potentiel de découverte de GRANIT aux contraintes existantes ? Nous avons été amené à formuler une extension de cette problématique : n'y a-t-il pas d'anciennes mesures impliquant des neutrons qui pourraient être réanalysées et placer des contraintes compétitives

sur une interaction supplémentaire ? Cette question a été traitée en séparant trois types possibles de nouvelle interaction.

- **Les interactions supplémentaires de courte portée dépendant du spin.** Dans le chapitre 6, on arrive à une double conclusion. Les états quantiques du neutron dans le champ de pesanteur ne permettent pas d'obtenir la meilleure limite. D'autres expériences impliquant des neutrons sont en fait très sensibles à des interactions de très courte portée. L'analyse du catalogue des longueurs de diffusion neutroniques permet de placer la meilleure limite pour des interactions de portée comprises entre 1 pm et 10 nm.
- **Les interactions supplémentaires dépendant du spin de courte portée.** Le neutron semble être une sonde idéale pour tester des interactions monopôle-dipôle. Peu après la découverte des états quantiques de pesanteur du neutron, une première contrainte a été placée sur un telle interaction avec les mesures pionnières. Dans le chapitre 7, nous avons proposé une méthode pour améliorer cette contrainte par trois ordres de grandeur environ dans une future expérience utilisant GRANIT. D'autre part, nous avons interprété d'anciennes mesures de dynamique de spin avec le spectromètre RAL-Sussex en terme de recherche d'interaction monopôle-dipôle. Cette dernière analyse place la contrainte la plus sévère pour les portées comprises entre 1  $\mu\text{m}$  et 1 cm. Pour les portées immédiatement inférieures au micron, les états quantiques du neutron dans le champ de pesanteur restent intéressants.
- **Un couplage spin-gravité.** A la suite de ces nouvelles idées, une mesure dédiée à la recherche d'interactions supplémentaire dépendant du spin a été conduite lors du cycle 150 de l'ILL avec le spectromètre RAL-Sussex. Il s'agissait cette fois de chercher une interaction de portée plus longue que la distance Terre-Soleil. Dans le chapitre 8, cette expérience a été analysée pour contraindre une modulation journalière dans la fréquence de Larmor des neutrons. On en a déduit une limite sur le paramètre  $\alpha_2$  de Hari-Dass concernant l'interaction spin-gravité :  $\alpha_2 < 8 \times 10^9$ .

Finalement, les études présentées dans ce document auront contribué à situer de façon plus claire le domaine phénoménologique d'intérêt de GRANIT par rapport aux expériences voisines, en particulier les spectromètres de mesure du moment dipolaire électrique du neutron.

# A

## Calcul des éléments matriciels de $\hat{z}^q$ et $\hat{p}^q$ dans le puits de potentiel gravitationnel

Dans cette annexe, nous proposons une méthode algébrique pour calculer les éléments de matrice des puissances des opérateurs  $\hat{z}$  et  $\hat{p}$ .

### A.1 Remarques préliminaires

Rappelons la physique quantique du problème d'une particule de masse  $m$  rebondissant au dessus d'un miroir parfait sous l'effet de la pesanteur. Il s'agit de répéter la description faite au chapitre 2 d'un point de vue plus algébrique. Le problème unidimensionnel est décrit par le hamiltonien

$$\hat{H}_z = \frac{\hat{p}^2}{2m} + mgv(\hat{z}); \quad v(z) = \begin{cases} z & \text{si } z > 0 \\ \infty & \text{si } z \leq 0 \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

Afin de faciliter les développements formels qui vont suivre, définissons les échelles caractéristiques de longueur et d'énergie du problème :

$$z_0 = \left( \frac{\hbar^2}{2m^2g} \right)^{1/3} = 5.87 \mu\text{m} \quad (\text{A.2})$$

$$E_0 = mgz_0 = 0.602 \text{ peV} \quad (\text{A.3})$$

et définissons les observables sans dimensions correspondantes :

$$H = \frac{1}{E_0} \hat{H}_z \quad P = \frac{z_0}{\hbar} \hat{p} \quad Z = \hat{z}/z_0. \quad (\text{A.4})$$

Ces observables sans dimensions vérifient :

$$H = P^2 + v(Z) \quad (\text{A.5})$$

$$[Z, P] = i. \quad (\text{A.6})$$

Les états stationnaires de ce problème à une dimension sont des états liés, le spectre d'énergie est donc discret et non dégénéré. En ordonnant les niveaux d'énergie  $E_0 \epsilon_n$  par ordre croissant, désignons par  $\{|n\rangle\}_{n \geq 1}$  les états stationnaires correspondants et par  $\psi_n(Z) = \langle Z|n\rangle$  les fonctions d'onde. L'équation de Schrödinger stationnaire s'écrit alors algébriquement

$$H|n\rangle = \epsilon_n|n\rangle. \quad (\text{A.7})$$

Nous avons vu dans le chapitre 2 que  $\epsilon_n$  constitue la suite des opposés des zéros de la fonction de Airy, et que les fonctions d'onde sont obtenues par translation de la fonction de Airy pour  $Z > 0$  :

$$\psi_n(Z) = \frac{\text{Ai}(Z - \epsilon_n)}{|\text{Ai}'(-\epsilon_n)|}. \quad (\text{A.8})$$

Où nous connaissons aussi le comportement remarquable des fonctions d'onde en  $Z = 0$  :

$$\psi_n'(0) = (-1)^{n+1}. \quad (\text{A.9})$$

Nous voilà équipés pour calculer les éléments de matrice  $\langle n|\hat{z}^q|m\rangle$  et  $\langle n|\hat{p}^q|m\rangle$ .

## A.2 Éléments de matrices $\langle n|\hat{z}^q|m\rangle$

Considérons une fonction polynomiale  $f$ . La relation de commutation canonique  $[Z, P] = i$  implique, de façon tout à fait générale

$$[f(Z), H] = 2iP f'(Z) - f''(Z). \quad (\text{A.10})$$

En itérant cette relation, nous obtenons une relation ne faisant plus intervenir l'impulsion :

$$[[f(Z), H], H] = 2f'(Z) + 4Zf''(Z) - 2(Hf''(Z) + f''(Z)H) - f^{(4)}(Z). \quad (\text{A.11})$$



Pour évaluer le premier membre pris entre deux états, il faut prendre garde au fait que l'opérateur  $H$  n'est hermitien que dans l'espace des fonctions d'onde s'annulant en 0. Sinon, nous avons, pour deux fonctions  $|\psi\rangle$  et  $|\phi\rangle$  quelconques :

$$\begin{aligned}\langle\psi|H|\phi\rangle &= -\int_0^\infty \psi^* \frac{d^2}{dZ^2} \phi dZ + \int_0^\infty \psi^* Z \phi dZ \\ &= -\left[\psi^* \frac{d\phi}{dZ}\right]_0^\infty + \left[\frac{d\psi^*}{dZ} \phi\right]_0^\infty - \int_0^\infty \phi \frac{d^2}{dZ^2} \psi^* dZ + \int_0^\infty \psi^* Z \phi dZ \\ &= -\psi'(0)^* \phi(0) + \psi(0)^* \phi'(0) + (\langle\phi|H|\psi\rangle)^*.\end{aligned}$$

Remarquons la présence du terme non trivial  $-\psi'(0)^* \phi(0) + \psi(0)^* \phi'(0)$ , qui s'annule lorsque les fonctions  $|\psi\rangle$  et  $|\phi\rangle$  appartiennent à l'espace des fonctions physiques (celles qui s'annulent en 0), comme il se doit. Après cette mise en garde, nous pouvons évaluer :

$$\langle n|[[f(Z), H], H]|m\rangle = (\epsilon_m - \epsilon_n)^2 \langle n|f(Z)|m\rangle + 2\psi'_n(0)\psi'_m(0)f'(0). \quad (\text{A.12})$$

Alors nous obtenons l'équation récurrente de Goodmanson [40] (omettant l'argument  $Z$  de  $f$  et de ses dérivées) :

$$\begin{aligned}\langle n|f^{(4)}|m\rangle + 4\langle n|\left(\frac{\epsilon_n + \epsilon_m}{2} - Z\right)f''|m\rangle - 2\langle n|f'|m\rangle + (\epsilon_m - \epsilon_n)^2 \langle n|f|m\rangle \\ = 2(-1)^{n+m+1}f'(0).\end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

Pour évaluer les éléments de matrice du type  $\langle n|Z^q|m\rangle$ , on choisit  $f(Z) = Z^q$  avec  $q + 3 \geq 0$  et (A.13) devient

$$\begin{aligned}(\epsilon_m - \epsilon_n)^2 \langle n|Z^{q+4}|m\rangle \\ - 2(q+4)(2q+7) \langle n|Z^{q+3}|m\rangle \\ + 2(q+4)(q+3)(\epsilon_n + \epsilon_m) \langle n|Z^{q+2}|m\rangle \\ + (q+4)(q+3)(q+2)(q+1) \langle n|Z^q|m\rangle = 2(-1)^{n+m+1}\delta_{q,-3}.\end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

Il s'agit d'une relation de récurrence d'ordre 4, qui se réduit à une relation plus simple d'ordre 3 pour les éléments diagonaux  $n = m$  et  $q + 2 \geq 0$  :

$$-2(2q+7)\langle n|Z^{q+3}|n\rangle + 4(q+3)\epsilon_n\langle n|Z^{q+2}|n\rangle + (q+3)(q+2)(q+1)\langle n|Z^q|n\rangle = 0. \quad (\text{A.15})$$

Les éléments de matrice pour les quatre premières puissances de  $z$  sont calculées dans le tableau A.1.

$O$	$\langle n O n\rangle$	$\langle n O m\rangle, n \neq m$
$\hat{z}/z_0$	$\frac{2}{3}\epsilon_n$	$(-1)^{n+m+1} \frac{2}{(\epsilon_m - \epsilon_n)^2}$
$(\hat{z}/z_0)^2$	$\frac{8}{15}\epsilon_n^2$	$(-1)^{n+m+1} \frac{24}{(\epsilon_m - \epsilon_n)^4}$
$(\hat{z}/z_0)^3$	$\frac{16}{35}\epsilon_n^3 + \frac{3}{7}$	$(-1)^{n+m+1} \left( \frac{720}{(\epsilon_m - \epsilon_n)^6} - \frac{24(\epsilon_n + \epsilon_m)}{(\epsilon_m - \epsilon_n)^4} \right)$
$(\hat{z}/z_0)^4$	$\frac{128}{315}\epsilon_n^4 + \frac{80}{63}\epsilon_n$	$(-1)^{n+m+1} \left( \frac{40320}{(\epsilon_m - \epsilon_n)^8} - \frac{1920(\epsilon_n + \epsilon_m)}{(\epsilon_m - \epsilon_n)^6} \right)$

TAB. A.1: Calcul de  $\langle n|\hat{z}^q|m\rangle$ ;  $q = 1, 2, 3$  et  $4$ , à partir de (A.14).

### A.3 Éléments de matrices $\langle n|\hat{p}^q|m\rangle$

Pour calculer les éléments matriciels de l'opérateur  $P$ , commençons par considérer le commutateur  $[f(P), H] = -if'(P)$ , où  $f(P)$  est un polynôme comme précédemment. Cette identité entre opérateurs devient matriciellement

$$\epsilon_m \langle n|f(P)|m\rangle - \langle n|Hf(P)|m\rangle = -i \langle n|f'(P)|m\rangle. \quad (\text{A.16})$$

Utilisant (A.9) et (A.12) nous avons

$$\langle n|Hf(P)|m\rangle = \epsilon_n \langle n|f(P)|m\rangle + (-1)^n (f(P)\psi_m(z))_{Z=0}, \quad (\text{A.17})$$

avec  $f(P) = P^q \equiv (-i\partial/\partial Z)^q$ . En utilisant l'équation d'Airy  $\psi_m''(Z) = (Z - \epsilon_m)\psi_m(Z)$ , nous voyons qu'il existe une relation récurrente pour les dérivées successives à l'origine

$$\psi_m^{(q+2)}(0) + \epsilon_m \psi_m^{(q)}(0) = q \psi_m^{(q-1)}(0), \quad (\text{A.18})$$

avec l'initialisation  $\psi_m^{(0)}(0) = 0$ . Avec (A.16), (A.17) et (A.18), nous obtenons une relation récurrente d'ordre 4 pour les éléments de matrice  $\langle n|P^q|m\rangle$

$$\begin{aligned} & (\epsilon_m - \epsilon_n) \langle n|P^{q+4}|m\rangle \\ & + i(q+4) \langle n|P^{q+3}|m\rangle \\ & + \epsilon_m(\epsilon_n - \epsilon_m) \langle n|P^{q+2}|m\rangle \\ & + i(q+2)(\epsilon_n - 2\epsilon_m) \langle n|P^{q+1}|m\rangle + (q+2)(q+1) \langle n|P^q|m\rangle = 0. \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

Comme pour l'opérateur  $\hat{z}$ , la relation de récurrence est d'ordre 4. Elle se simplifie lorsqu'on considère les éléments diagonaux  $n = m$  en une relation d'ordre 2

$$(q+4) \langle n|P^{q+3}|n\rangle - (q+2)\epsilon_n \langle n|P^{q+1}|n\rangle - i(q+2)(q+1) \langle n|P^q|n\rangle = 0. \quad (\text{A.20})$$

Pour calculer  $\langle n|P|m\rangle$ , nous fixons  $q = -2$  dans (A.19) et nous invoquons la relation du Viriel  $\langle n|P^2|m\rangle = \epsilon_m \delta_{nm} - \langle n|Z|m\rangle$  et (A.14). Toutes les puissances de  $P$  peuvent

$O$	$\langle n O n\rangle$	$\langle n O m\rangle, n \neq m$
$\frac{z_0}{\hbar}\hat{p}$	0	$(-1)^{n+m}\frac{i}{\epsilon_m-\epsilon_n}$
$(\frac{z_0}{\hbar}\hat{p})^2$	$\frac{1}{3}\epsilon_n$	$(-1)^{n+m}\frac{2}{(\epsilon_m-\epsilon_n)^2}$
$(\frac{z_0}{\hbar}\hat{p})^3$	$\frac{i}{2}$	$(-1)^{n+m}i\left(-\frac{6}{(\epsilon_m-\epsilon_n)^3} + \frac{\epsilon_m}{\epsilon_m-\epsilon_n}\right)$
$(\frac{z_0}{\hbar}\hat{p})^4$	$\frac{1}{5}\epsilon_n^2$	$(-1)^{n+m}\left(-\frac{24}{(\epsilon_m-\epsilon_n)^4} + \frac{2(\epsilon_m+\epsilon_n)}{(\epsilon_m-\epsilon_n)^2}\right)$

TAB. A.2: Calcul de  $\langle n|\hat{p}^q|m\rangle$ ;  $q = 1, 2, 3$  et  $4$ , à partir de (A.19).

ensuite être calculées. Le tableau A.2 présente le calcul des quatre premières puissances.