

Deux approches de segmentation  
temps-fréquence :  
détection par modèle statistique et  
extraction de contour par le champ de vecteurs  
de réallocation

Fabien MILLIOZ

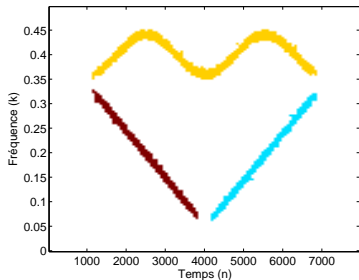
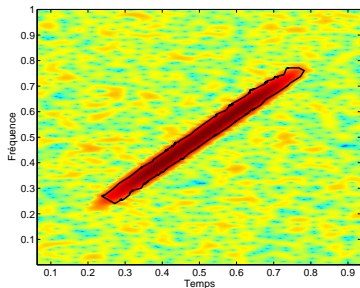
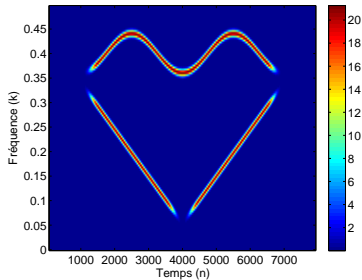
Directrice de thèse : Nadine MARTIN  
GIPSA-lab

Département des Images et des Signaux



**gipsa-lab**

# Qu'est-ce que la segmentation temps-fréquence ?



## Applications

- Débruitage
- Séparation de sources
- Caractérisation de signaux

- 1 Segmentation statistique du plan temps-fréquence
  - Caractérisation statistique de la Transformée de Fourier à Court Terme
  - Détection des points contenant du signal
  - Estimation itérative du bruit
  - Algorithme de segmentation
- 2 Segmentation par contour à l'aide du champ de vecteurs de réallocation
  - Réallocation
  - Détection de zone frontière
  - Construction du contour
- 3 Conclusions et perspectives

## Transformée de Fourier à Court Terme

Transformée de Fourier à Court Terme :

$$X_{\phi}[n, k] = \sum_{m=n-\frac{M_{\phi}-1}{2}}^{n+\frac{M_{\phi}-1}{2}} x[m]\phi[m-n]e^{\left(-2j\pi k \frac{m}{M_{\phi}+Z}\right)}$$

- $M_{\phi}$  : longueur de la fenêtre  $\phi[m]$
- $M_{\phi} + Z$  : nombre de fréquences calculées

Spectrogramme :

$$S_{\phi,x}[n, k] = |X_{\phi}[n, k]|^2 = \Re(X[n, k])^2 + \Im(X[n, k])^2$$

## Modèle de signal

Un signal est modélisé par la somme :

- d'un signal quelconque d'intérêt ;
- d'un bruit blanc gaussien centré de variance inconnue  $\sigma_b^2$

$$x[m] = s[m] + b[m]$$

## Loi de la TFCT d'un bruit blanc

TFCT d'un bruit blanc centré notée  $B_\phi[n, k]$

- $B_\phi[n, k]$  variable gaussienne complexe

Moment d'ordre 2  $MO2(B_\phi[n, k])$

$$MO2(B_\phi[n, k]) = \mathbb{E}\left(\Re(B_\phi[n, k])^2\right) + \mathbb{E}\left(\Im(B_\phi[n, k])^2\right) = \sigma_b^2$$

## Variable aléatoire complexe circulaire

$z = re^{j\theta}$  circulaire  $\implies$  densité de probabilité indépendante de  $\theta$   
 $z$  gaussien : circulaire  $\implies \Re(z)$  et  $\Im(z)$  sont indépendants et de même variance

$B_\phi[n, k]$  circulaire  $\implies S_{\phi, b}[n, k]$  suit une loi du  $\chi^2$  de degré 2

## Circularité de $B_\phi[n, k]$

- Variance normalisée de  $\Re(B_\phi[n, k])$  :

$$\alpha[n, k] = \frac{1}{\sigma_b^2} \mathbb{E} \left( \Re(B_\phi[n, k])^2 \right)$$

$$\mathbb{E} \left( \Re(B_\phi[n, k])^2 \right) = \alpha[n, k] \sigma_b^2 \quad \mathbb{E} \left( \Im(B_\phi[n, k])^2 \right) = (1 - \alpha[n, k]) \sigma_b^2$$

Égalité de variances pour  $\alpha[n, k] = \frac{1}{2}$

- Coefficient de corrélation entre  $\Re(B_\phi[n, k])$  et  $\Im(B_\phi[n, k])$  :  $\rho[n, k]$

## Caractérisation de $\alpha[n, k]$ et $\rho[n, k]$

Fonction  $\Phi[n, k]$

$$\Phi[n, k] = \sum_m \phi[m]^2 e^{(-2j\pi 2k \frac{m+n}{M_\phi + Z})}$$

$$\Phi[n, k] \approx \mathcal{TF}(\phi[m]^2)$$

$\Phi[n, k]$  semblable à une transformée de Fourier de  $\phi[m]^2$

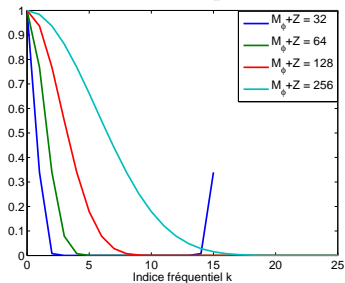
$$\alpha[n, k] = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \Re(\Phi[n, k])$$

$$\rho[n, k] = \frac{1}{2\sqrt{\alpha[n, k](1 - \alpha[n, k])}} \Im(\Phi[n, k])$$

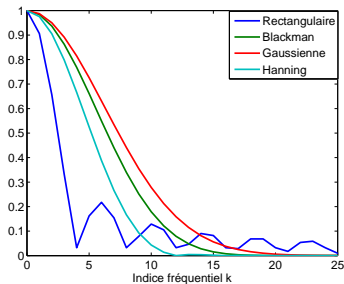


# Caractérisation de la TFCT

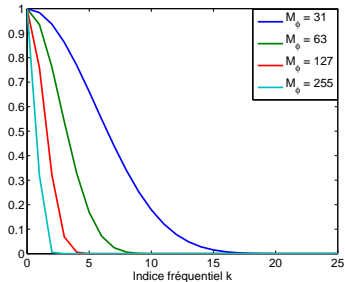
Nombre de fréquences



Type de fenêtre



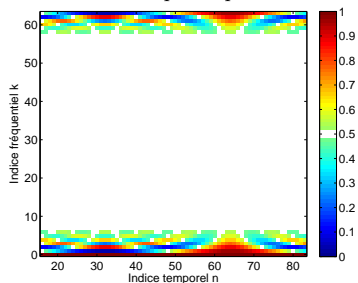
Taille de fenêtre



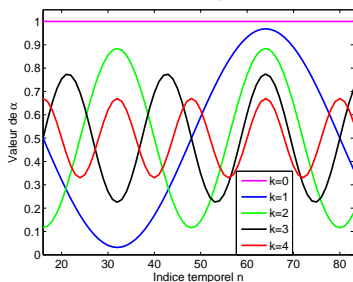
Module de  $\Phi[n, k]$

# Caractérisation de la TFCT

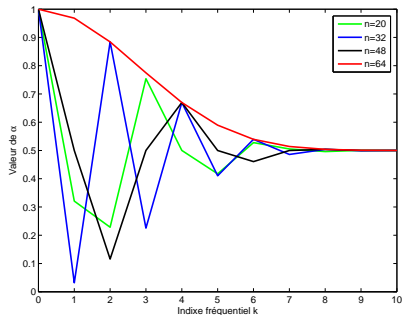
En temps-fréquence



En temps



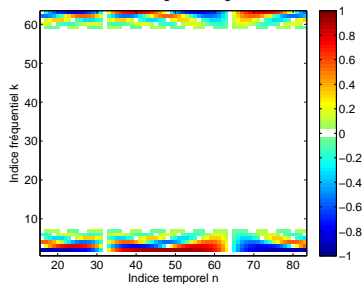
En fréquence



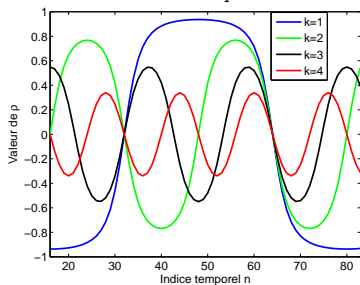
Valeurs de  $\alpha[n, k]$

# Caractérisation de la TFCT

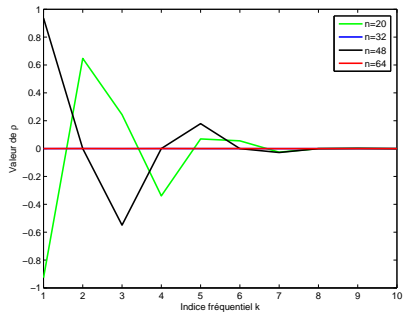
En temps-fréquence



En temps



En fréquence



Valeurs de  $\rho[n, k]$

## Construction alternative de la TFCT

Construction de la TFCT :

$$X_{\phi}[n, k] = \sum_{m=n-\frac{M_{\phi}-1}{2}}^{n+\frac{M_{\phi}-1}{2}} x[m]\phi[m-n]e^{\left(-2j\pi k \frac{m}{M_{\phi}+Z}\right)}$$

$\Phi[n, k]$  est :

$$\Phi[n, k] = \sum_m \phi[m]^2 e^{\left(-2j\pi 2k \frac{m+n}{M_{\phi}+Z}\right)}$$

## Construction alternative de la TFCT

Autre construction de la TFCT :

$$X_{\phi}[n, k] = \sum_{m=-\frac{M_{\phi}-1}{2}}^{+\frac{M_{\phi}-1}{2}} x[m+n]\phi[m] e^{\left(-2j\pi k \frac{m}{M_{\phi}+Z}\right)}$$

$\Phi[n, k]$  devient :

$$\Phi[n, k] = \sum_m \phi[m]^2 e^{\left(-2j\pi 2k \frac{m}{M_{\phi}+Z}\right)} = \Phi[0, k]$$

## Suppression de la corrélation $\rho[n, k]$

Avec une fenêtre  $\phi[m]$  paire,  $\Phi[n, k]$  devient réelle :

$$\Phi[n, k] = \sum_{m=0}^{\frac{M_\phi-1}{2}} \phi[m]^2 \cos\left(4\pi k \frac{m}{M_\phi + Z}\right)$$

Coefficient de corrélation est nul :

$$\rho[n, k] = \frac{1}{2\sqrt{\alpha[n, k](1 - \alpha[n, k])}} \Im(\Phi[n, k]) = 0$$

## TFCT rectifiée

TFCT rectifiée  $X_\phi[n, k]' = \Re(X_\phi[n, k]') + j\Im(X_\phi[n, k]')$  avec :

$$\Re(X_\phi[n, k]') = \frac{\Re(X_\phi[n, k])}{\sqrt{2\alpha[n, k]}}, \quad \Im(X_\phi[n, k]') = \frac{\Im(X_\phi[n, k])}{\sqrt{2(1 - \alpha[n, k])}}$$

- Dans le cas d'un bruit blanc  $B_\phi[n, k]'$ ,

$\Re(B_\phi[n, k]')$  et  $\Im(B_\phi[n, k]')$  sont de même variance  $\frac{\sigma_b^2}{2}$

## TFCT Circulaire

TFCT rectifiée  $\implies \Re(B_\phi[n, k]')$  et  $\Im(B_\phi[n, k]')$  de même variance

Fenêtre  $\phi[m]$  paire  $\implies \Re(B_\phi[n, k]')$  et  $\Im(B_\phi[n, k]')$  décorrélés

$\implies B_\phi[n, k]'$  est circulaire  $\forall [n, k]$



## Divergence de Kullback-Leibler

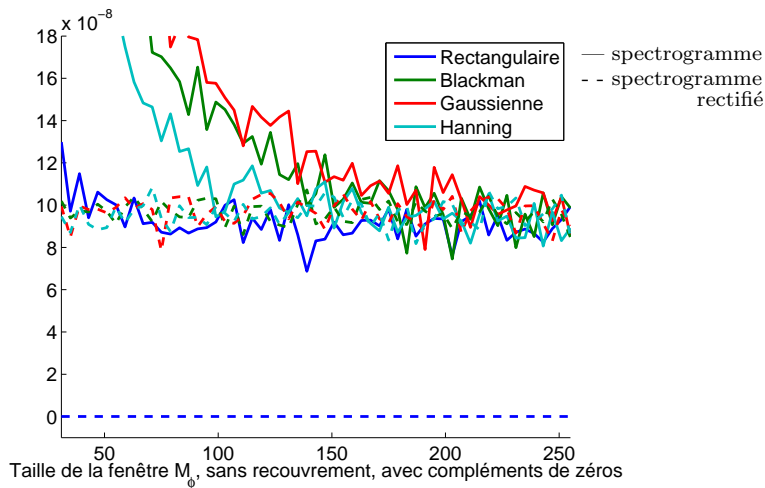
Divergence de Kullback-Leibler : mesure de dissimilarité entre deux lois  $p$  et  $q$

$$D_{KL}(p, q) = \int p(x) \log \left( \frac{p(x)}{q(x)} \right) dx$$

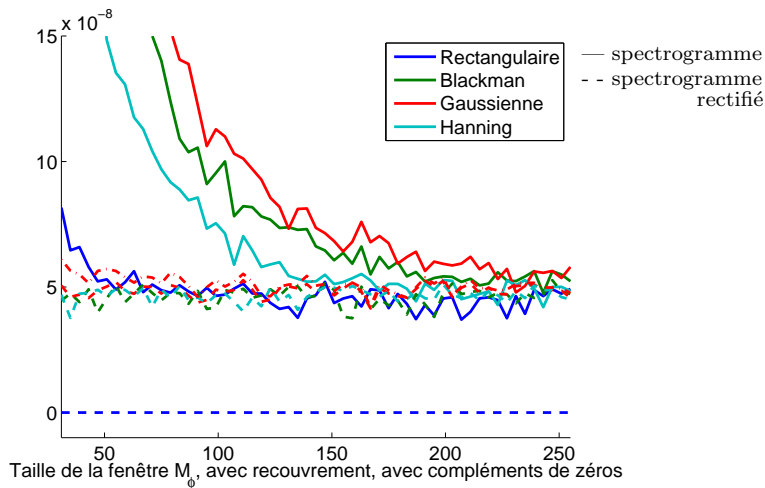
$p$  : loi du spectrogramme ou du spectrogramme rectifié

$q$  : loi du  $\chi^2$  de degré 2

# Caractérisation de la TFCT



# Caractérisation de la TFCT



## Cas signal et bruit

Signal et bruit :  $x[m] = s[m] + b[m]$

$s[m]$  : signal quelconque indépendant de  $b[m]$

TFCT rectifiée :  $X_\phi[n, k]' = B_\phi[n, k]' + S_\phi[n, k]'$

- Moment d'ordre deux :

$$MO2(X_\phi[n, k]') = E\left(X_\phi[n, k]' X_\phi^*[n, k]'\right) = \gamma_s[n, k]'^2 + \sigma_b^2$$

$\gamma_s[n, k]'^2$  : moment d'ordre deux de la TFCT du signal inconnu  $s[m]$  uniquement

Détection sur le moment d'ordre 2 de la TFCT rectifiée

## Détection du signal

Test binaire d'hypothèse :

- $\mathcal{H}_0$  : hypothèse nulle,  $X_\phi[n, k]' = B_\phi[n, k]'$
- $\mathcal{H}_1$  : hypothèse alternative,  $X_\phi[n, k]' = B_\phi[n, k]' + S_\phi[n, k]'$

Aucune hypothèse sur le signal : stratégie de Neyman-Pearson

- Densité de probabilité de  $\mathcal{H}_0$  :

$$p_{\mathcal{H}_0} = \frac{1}{\sigma_b^2} e^{-x/\sigma_b^2} \text{ si } x \geq 0$$

- Seuil de détection :

$$s_{\sigma_b^2} \quad / \quad \int_{s_{\sigma_b^2}}^{\infty} p_{\mathcal{H}_0}(x) dx = p_{fa} \quad s_{\sigma_b^2} = \sigma_b^2 \ln(p_{fa}^{-1})$$

Probabilité de fausse alarme  $p_{fa}$ .

# Estimation du bruit

## Estimation du bruit seul

Estimation par maximum de vraisemblance dans le cas

$$X_\phi[n, k]' = B_\phi[n, k]'$$

$$\hat{\sigma}_b^2 = \frac{1}{NK} \sum_{n,k} \left( \Re(B_\phi[n, k]')^2 + \Im(B_\phi[n, k]')^2 \right)$$

## Estimation du bruit avec du signal

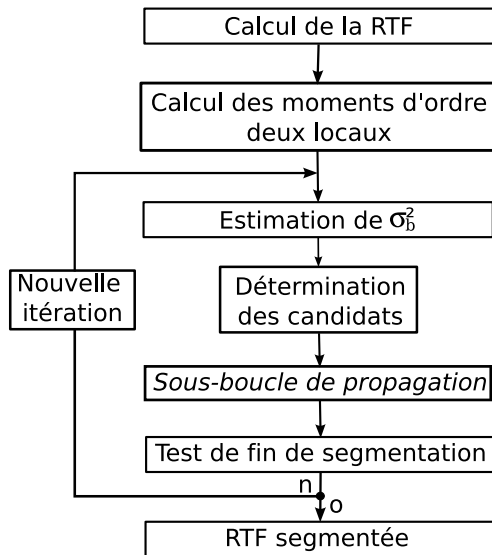
Dans le cas  $X_\phi[n, k]' = B_\phi[n, k]' + S_\phi[n, k]'$

Estimateur biaisé par le signal :

$$E(\hat{\sigma}_b^2) = \sigma_b^2 + \frac{1}{NK} \sum \gamma_s[n, k]'^2$$

$\hat{\sigma}_b^2$  sur-estimé  $\implies$  seuil  $s_{\hat{\sigma}_b^2} = \hat{\sigma}_b^2 \ln(p_{fa}^{-1})$  trop grand  
 $\implies$  estimation itérative sur les points non détectés

# Algorithme de segmentation



## Kurtosis

Critère d'arrêt le kurtosis : Kurtosis,  $x$  réel :

$$\mathcal{K}(x) = \frac{\kappa_{x,(4)}}{\kappa_{x,(2)}^2} = \frac{\mu_{x,(4)}}{\mu_{x,(2)}^2} - 3$$

Kurtosis spectral,  $z$  complexe :

$$\mathcal{KS}(z) = \frac{\mathbb{E}(z^2 z^{*2})}{\mathbb{E}(z z^*)^2} - 2$$

Dans le cas d'une variable  $z$  complexe circulaire :

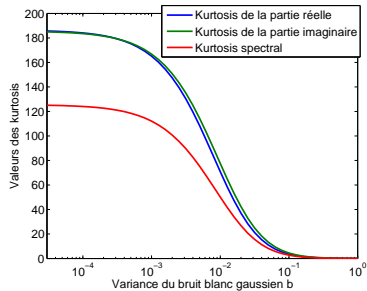
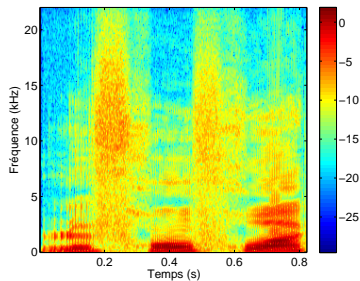
$$\mathcal{KS}(z) = \frac{2}{3}\mathcal{K}(\Re(z)) = \frac{2}{3}\mathcal{K}(\Im(z))$$

- Le kurtosis est nul pour une variable aléatoire gaussienne



# Kurtosis dans la TFCT

Illustration : signal de parole

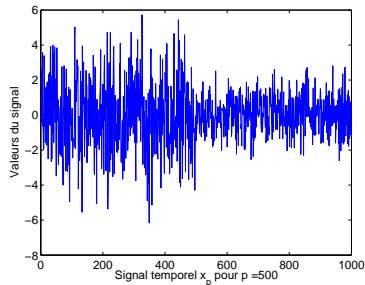


# Kurtosis dans la TFCT

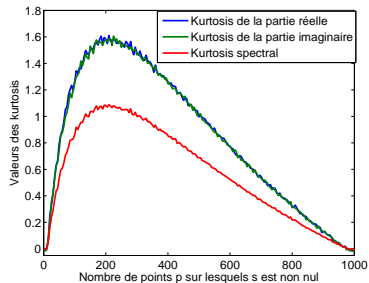
Signal synthétique  $x[m] = s_p[m] + b[m]$

$b[m]$  bruit blanc gaussien de variance 1

$s_p[m]$  bruit blanc gaussien de variance 3 si  $m \leq p$ , 0 sinon



$s_p[m]$  pour  $p = 500$



Kurtosis du plan temps  
fréquence selon  $p$

## Variance des estimateurs du kurtosis

Variance de l'estimateur du kurtosis :

$$\text{Var}(\hat{\mathcal{K}}(x)) \approx \frac{24}{N}$$

Variance de l'estimateur du kurtosis spectral :

$$\text{Var}(\hat{\mathcal{K}}\mathcal{S}(z)) \approx \frac{4}{N}$$

Variance de l'estimation du kurtosis à partir des parties réelle et imaginaire de la TFCT équivalente à celle du kurtosis spectral :

$$\text{Var}_{\text{eq}}(\hat{\mathcal{K}}(x)) \approx \left(\frac{2}{3}\right)^2 \frac{1}{2} \frac{24}{N} = \frac{4}{3} \frac{4}{N}$$

⇒ kurtosis spectral à préférer

## Choix d'un seuil sur le kurtosis

Kurtosis spectral du bruit seul est nul

- Arrêt de l'algorithme lorsque le kurtosis spectral atteint le seuil :

$$s_k = 2\sqrt{\text{Var}(\hat{\mathcal{K}}\mathcal{S}(z))}$$

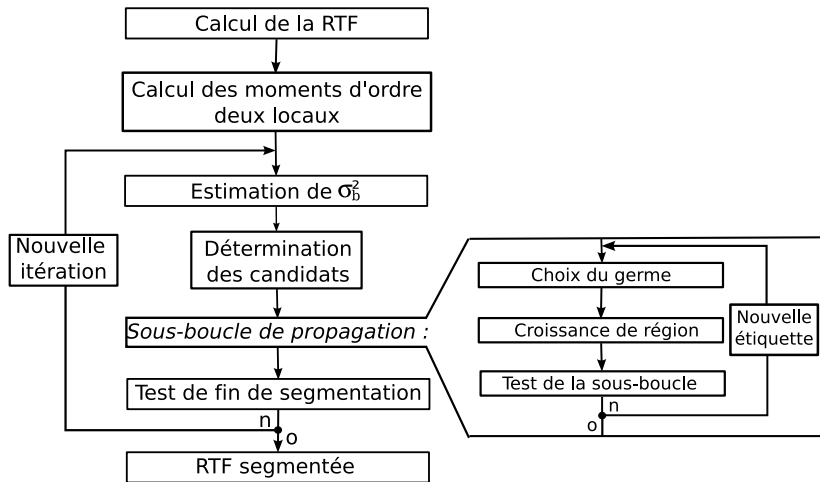
$$s_k \approx 2\sqrt{\frac{4}{N_a}}$$

$N_i K_i$  points non segmentés corrélés

$\implies$  approximation  $N_a = N_i K_i / f_r$  points indépendants

avec  $f_r$  facteur de redondance du spectrogramme

# Algorithme de segmentation



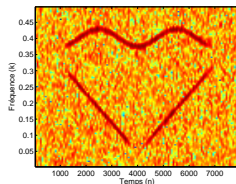
# Algorithme de segmentation

## Croissance de région

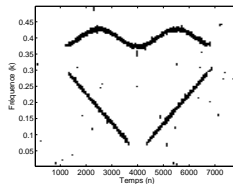
Croissance de région à chaque itération

- agréger les points détectés par classe
- éviter les fausses alarmes

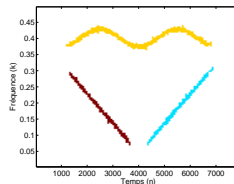
Spectrogramme



Détection



Segmentation



## Extensions de la segmentation

Hypothèse de bruit blanc gaussien stationnaire très forte :

- bruit blanc stationnaire localement

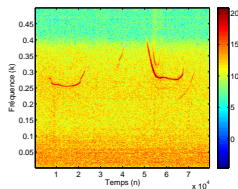
Autres transformées linéaires :

- transformée en ondelettes
- capongramme

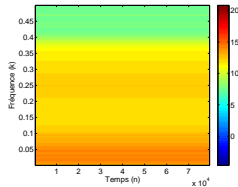
## Applications

- Débruitage par masque temps-fréquence
- Séparation de sources disjointes dans le plan temps-fréquence
- Caractérisation de signaux

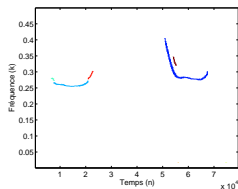
Spectrogramme



Bruit estimé



Segmentation





# Sommaire

- 1 Segmentation statistique du plan temps-fréquence
  - Caractérisation statistique de la Transformée de Fourier à Court Terme
  - Détection des points contenant du signal
  - Estimation itérative du bruit
  - Algorithme de segmentation
- 2 Segmentation par contour à l'aide du champ de vecteurs de réallocation
  - Réallocation
  - Détection de zone frontière
  - Construction du contour
- 3 Conclusions et perspectives

# Réallocation du spectrogramme

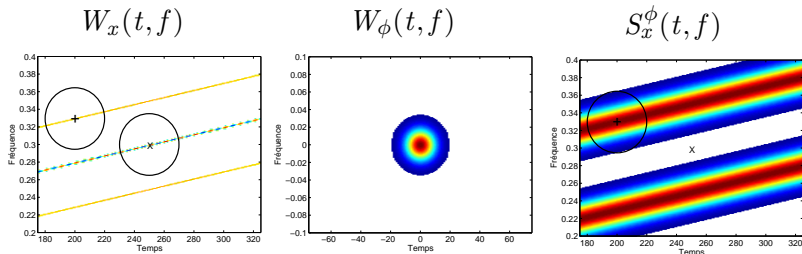
## Spectrogramme comme convolution de Wigner-Ville

Distribution de Wigner-Ville :

$$W_x(t, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t + \tau/2)x^*(t - \tau/2)e^{-2\pi jf\tau} d\tau$$

Spectrogramme : distribution de Wigner-Ville convoluée par la distribution de Wigner-Ville de la fenêtre d'analyse  $\phi$

$$S_x^\phi(t, f) = \iint W_x(\tau, \nu) W_\phi(\tau - t, \nu - f) d\tau d\nu$$



# Réallocation du spectrogramme

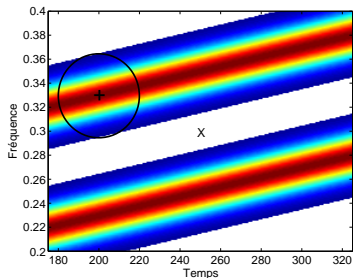
## Réallocation

Réallocation : déplacement de l'énergie d'un point sur son barycentre local

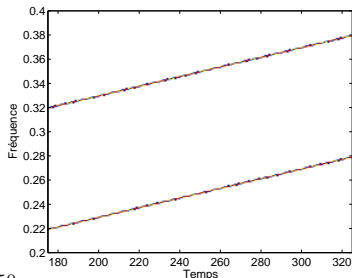
$$t' = t'_{\phi,x}(t, f) = \frac{1}{S_{\phi,x}(t, f)} \iint \tau W_x(\tau, \nu) W_{\phi}(\tau - t, \nu - f) d\tau d\nu$$

$$f' = f'_{\phi,x}(t, f) = \frac{1}{S_{\phi,x}(t, f)} \iint \nu W_x(\tau, \nu) W_{\phi}(\tau - t, \nu - f) d\tau d\nu$$

Spectrogramme



Spectrogramme réalloué

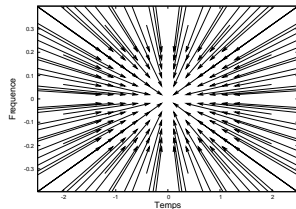
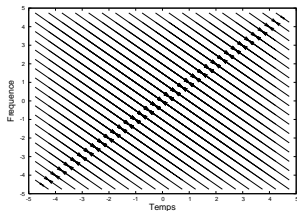
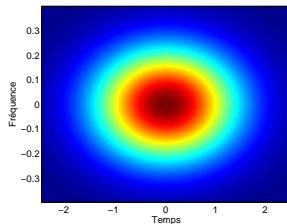
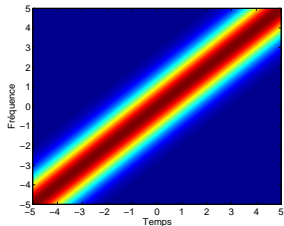


# Réallocation du spectrogramme

## Vecteurs de réallocation

Champ de vecteurs de réallocation

$$\mathbf{r}_x(t, f) = (t'(t, f) - t, f'(t, f) - f)^t$$



# Détection de zone frontière

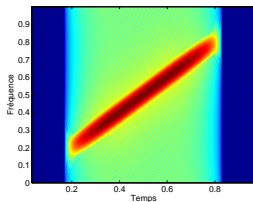
## Frontière d'un motif temps-fréquence

Zone frontière : ensemble de points situés aux bords d'un motif temps-fréquence

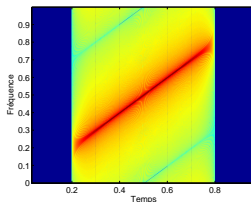
- appartenant au motif dans son spectrogramme
- n'appartenant pas au motif dans sa distribution de Wigner-Ville

vecteurs de réallocations associés localement parallèles

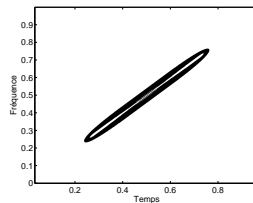
Spectrogramme



Wigner-Ville

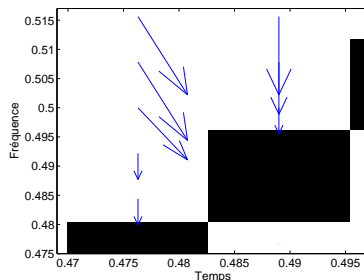
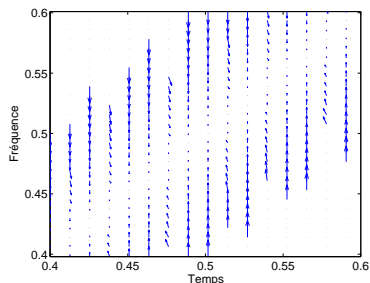


Zone frontière



# Détection de zone frontière

## Problème de la discrétisation du plan temps-fréquence



## Définition du parallélisme

Deux vecteurs  $\mathbf{r}_1$  et  $\mathbf{r}_2$  sont parallèles à  $\theta_0$  près.

$$\mathbf{r}_1 \parallel \mathbf{r}_2 \Leftrightarrow |\text{angle}(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)| \leq \theta_0$$

## Indicateur de zone frontière

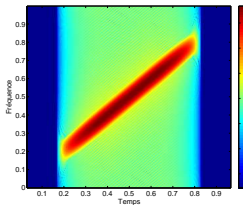
Détecteur de points appartenant à la zone frontière

$$\text{ind}(t, f) = \begin{cases} 1 & \text{si } |\text{angle}(\mathbf{r}(t, f)) - \text{angle}(\mathbf{r}(\tau, \nu))| \leq \theta_0 \\ & \forall (\tau, \nu) \in N_{t, f} \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

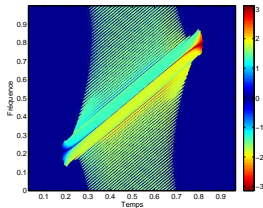
$N_{t, f}$  un voisinage  $l_1 \times l_2$ , fixé ici à  $3 \times 3$

# Détection de zone frontière

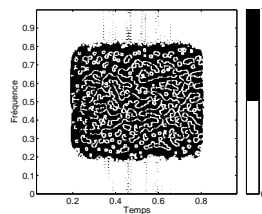
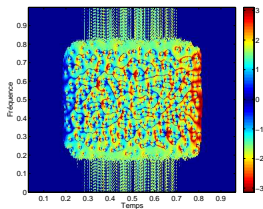
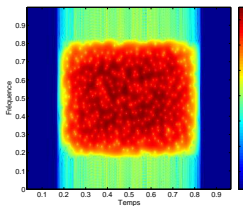
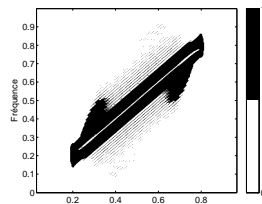
Spectrogramme



Angle des vecteurs  
de réallocation



Zone frontière  
détectée





## Contour et degré de parallélisme

Contour : ligne fermée entourant le motif temps-fréquence

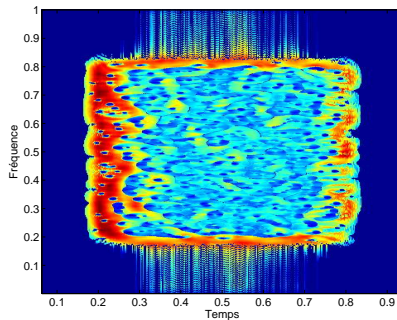
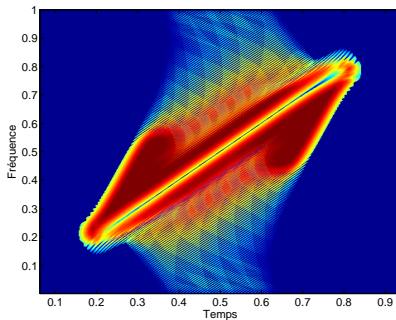
Recherche des maxima locaux du degré de parallélisme

$$\delta_{\parallel}(t, f) = \sum_{(\tau, \nu)} \parallel \left( \mathbf{r}(\tau, \nu), \mathbf{r}(t, f) \right), (\tau, \nu) \in N_{t, f}$$

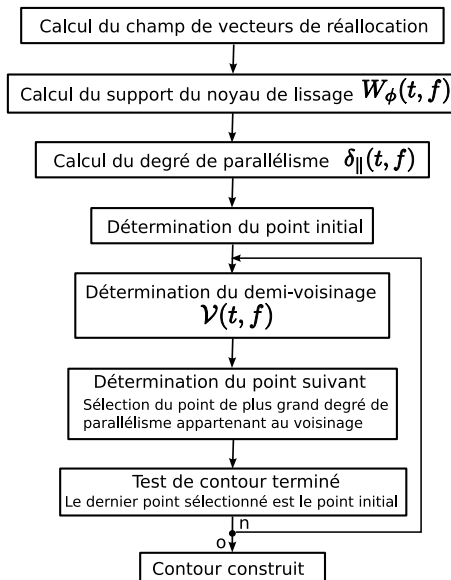
$$\text{avec } \parallel (\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \begin{cases} 1 & \text{si } |\text{angle}(\mathbf{a}) - \text{angle}(\mathbf{b})| \leq \theta_0, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Choix du voisinage  $N_{t, f}$  : support du noyau temps-fréquence

## Degré de parallélisme



# Algorithme de construction de contour



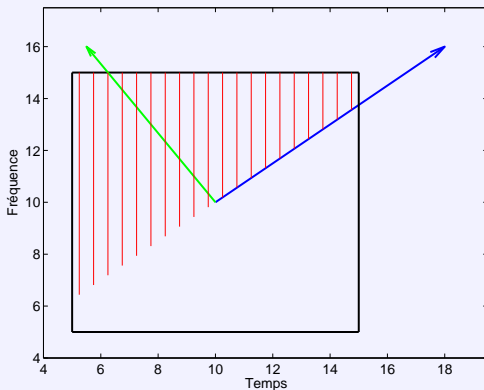
# Algorithme de construction de contour

## Légende

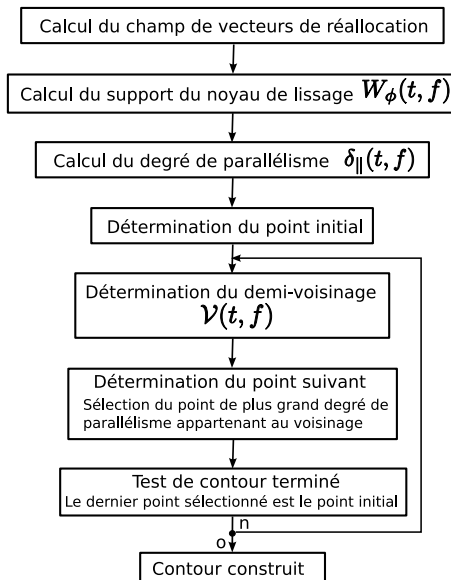
bleu : vecteur de réallocation

vert : direction suivie par le contour

rouge : demi-voisinage

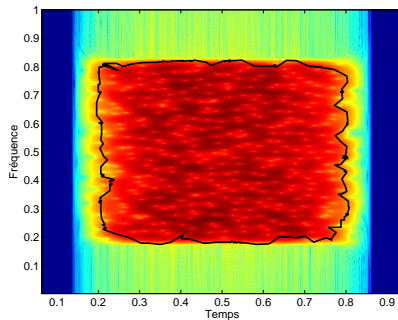
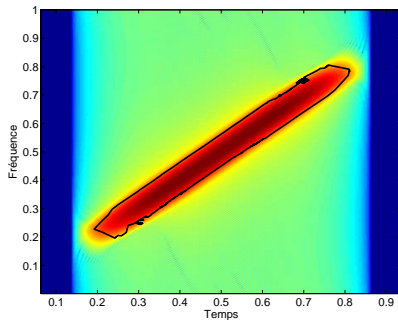


# Algorithme de construction de contour



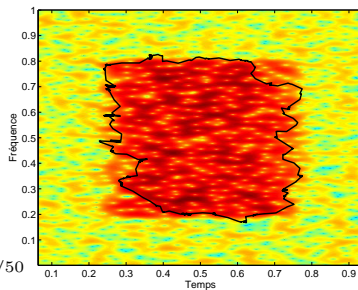
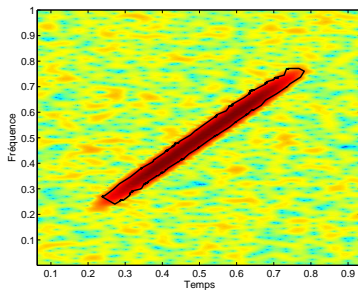
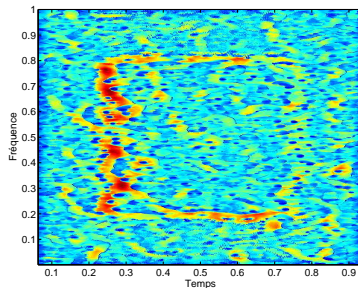
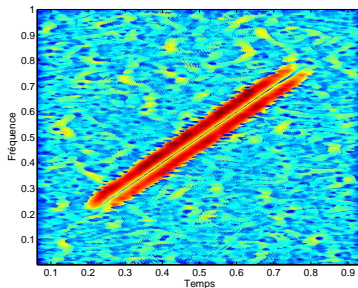
# Construction du contour

## Exemple de construction de contours



# Construction du contour

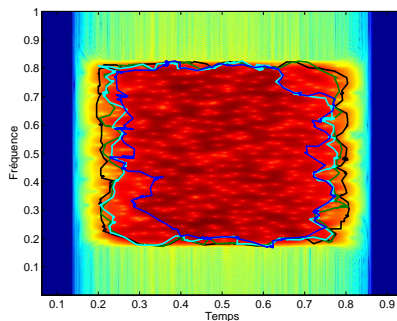
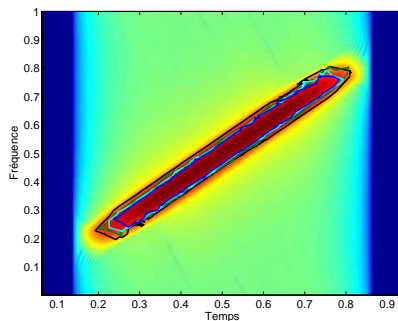
Bruit blanc gaussien de variance  $10^{-2}$



# Construction du contour

Couleur	Variance du bruit
noir	0
vert	$10^{-4}$
bleu clair	$10^{-3}$
bleu foncé	$10^{-2}$

Influence du niveau de bruit :

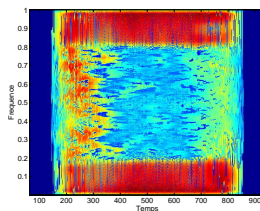
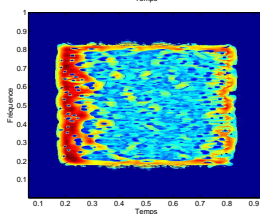
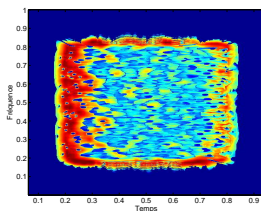
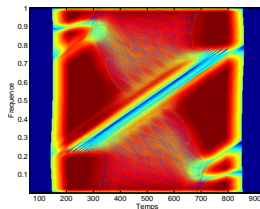
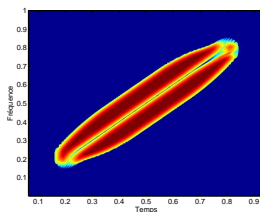
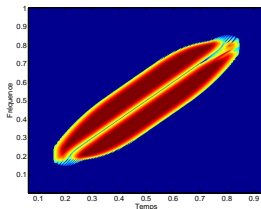




# Construction du contour

## Influence des paramètres de la TFCT

### Choix du type de fenêtre



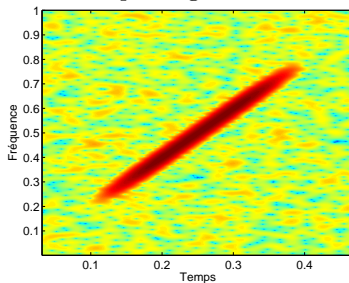
*Hanning*

*Blackman*  
44/50

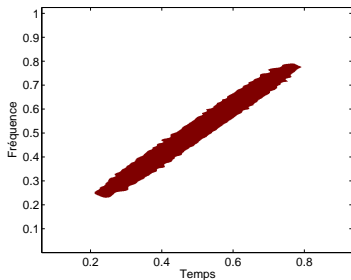
*Rectangulaire*

# En résumé

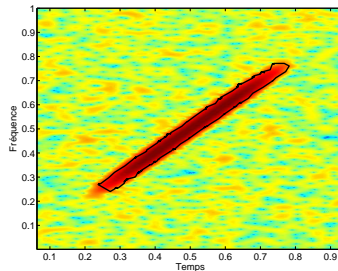
## Spectrogramme



## Segmentation statistique



## Segmentation par contour



## SEGMENTATION STATISTIQUE

### Conclusions : algorithme de segmentation statistique

- TFCT rectifiée
- kurtosis spectral pour le contrôle des itérations d'estimation/détection
- algorithme de segmentation de la TFCT
- généralisation de l'algorithme

## SEGMENTATION STATISTIQUE

### Perspectives : algorithme de segmentation statistique

Estimation de bruit non itérative

- statistiques minimales
- rapidité

Utilisation de la phase de la TFCT

Extension à d'autres transformées

- représentations temps-fréquence quadratiques
- critère équivalent du kurtosis

## SEGMENTATION PAR LA RÉALLOCATION

### Conclusions : algorithme de construction de contour

Nouvelle définition d'un motif temps-fréquence

- sans considération statistique
- pas de lien direct avec le bruit additif
- étend l'intérêt de la réallocation à tout type de signaux

Algorithme de détection zone frontière

- algorithme très simple
- application comme ajout d'information à la segmentation statistique

Algorithme de construction de contour

## SEGMENTATION PAR LA RÉALLOCATION

### Perspectives : algorithme de construction de contour

#### Influence des paramètres

- taille temps-fréquence du noyau  $W_\phi(t, f)$
- discrétisation du plan temps-fréquence
- taille en points du voisinage  $N_{t,f}$

#### Amélioration de la création du contour

- voisinage plus stable à chaque point
- plus d'information du contour au point courant
- moyennage de champs de vecteurs de réallocation
- contour actif

Deux approches de segmentation  
temps-fréquence :  
détection par modèle statistique et  
extraction de contour par le champ de vecteurs  
de réallocation

Fabien MILLIOZ

Directrice de thèse : Nadine MARTIN  
GIPSA-lab

Département des Images et des Signaux



**gipsa-lab**