



HAL
open science

Interactions hydrodynamiques dans les suspensions macroscopiques

Deboeuf Angélique

► **To cite this version:**

Deboeuf Angélique. Interactions hydrodynamiques dans les suspensions macroscopiques. Dynamique des Fluides [physics.flu-dyn]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2008. Français. NNT : . tel-00423044

HAL Id: tel-00423044

<https://theses.hal.science/tel-00423044>

Submitted on 9 Oct 2009

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE DE DOCTORAT
DE L'UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE

Spécialité

Physique

Présentée par

Angélique DEBŒUF

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR de l'UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE

INTERACTIONS HYDRODYNAMIQUES
DANS LES SUSPENSIONS MACROSCOPIQUES

Thèse soutenue le 05 Décembre 2008 devant le jury composé de :

M. Eric CLÉMENT Examineur
M^{me} Elisabeth GUAZZELLI Examineur
M. Daniel LHUILLIER Rapporteur
M. Jérôme MARTIN Invité
M. Jeffrey MORRIS Invité
M. Dominique SALIN Directeur de thèse
M. Patrick SNABRE Rapporteur

Résumé : Ce travail concerne les suspensions macroscopiques en régime visqueux, pour lesquelles les interactions sont purement hydrodynamiques, au travers de deux expériences modèles.

La première, de nature rhéologique, vise à caractériser les contraintes de la phase particulaire dans une suspension isodense cisillée. Elle met en évidence une pression des particules, proportionnelle au cisaillement imposé, analogue à la pression osmotique, proportionnelle à la température dans les systèmes Browniens. Les résultats obtenus pour des concentrations en particules allant de 0.30 à 0.50, indiquent que les contraintes normales induites dépendent fortement de la concentration.

La seconde expérience concerne des suspensions bidisperses fluidisées de particules plus denses que le fluide. L'efficacité de la fluidisation à ségréger ou à mélanger les particules de tailles différentes est testée pour différents débits imposés. Pour des rapports de tailles assez grands et quelle que soit la concentration, il existe un état ségrégé stationnaire (grosses billes seules surmontées de petites seules). Les vitesses de fronts de ségrégation permettent de discriminer les modèles empiriques proposés dans la littérature : le modèle de Funamizu & Takakuwa rend compte des mesures, avec un seul paramètre ajustable. En revanche, lorsque le rapport de tailles est inférieur à $4/3$, et pour une certaine gamme de concentration, aucun état stationnaire n'est observé. Les suspensions oscillent entre états mélangés et états partiellement ségrégés avec une période variant avec la composition et la concentration : le processus de ségrégation est interrompu par un phénomène de mélange encore inexpliqué.

Mots-clefs : Suspension macroscopique – Rhéologie – Contrainte normale – Pression osmotique – Bidisperse – Lit fluidisé – Ségrégation – Vitesse de sédimentation

Abstract : This study addresses the hydrodynamics of non-Brownian viscous suspensions, through two model experiments.

The first one, of rheological type, characterizes the particle phase stresses in a sheared suspension of neutrally buoyant particles. The measuring method brings to light a particle pressure linear in shear rate, similar to osmotic pressure linear in temperature, in Brownian system. Moreover the strong dependence of the induced normal stresses with concentration in particles is obtained in the range 0.30 to 0.50.

The second experiment focuses on fluidized bidisperse suspensions of buoyant particles. The efficiency of the fluidization to either segregate or mix particles of different sizes has been tested for various constant flow rates. For large enough size ratios, and whatever the concentration, a stationary segregated state does take place (monodisperse suspension of small particles fluidized on top of a monodisperse suspension of large particles). Collection of segregation velocities data enable to discriminate empirical sedimentation models proposed in literature. Our results are found to agree with Funamizu & Takakuwa' model, using only one adjusting parameter. However, for some concentrations and size ratios, our experimental system does not reach any stationary state. The fluidized bidisperse suspensions exhibit oscillations between segregated and homogeneous states : The segregation process is periodically stopped by an unexplained mixing phenomenon yet.

Key words : Macroscopic suspensions – Rheology – Normal stresses – Osmotic pressure – Bidisperse – Fluidized bed – Segregation – Sedimentation velocity

Table des matières

I	Etude des suspensions monodisperses cisillées	12
1	Propriétés rhéologiques des suspensions solide/liquide	14
1.1	Rappel des propriétés d'un fluide Newtonien	14
1.1.1	Equations bilans	14
1.1.2	Décomposition du tenseur des contraintes	15
1.1.3	Mouvement de cisaillement simple	17
1.2	Equations bilans dans les suspensions	19
1.2.1	Conservation de la masse	19
1.2.2	Conservation de la quantité de mouvement	20
1.2.3	Décomposition du tenseur des contraintes	21
1.3	Loi de comportement d'une suspension	23
1.3.1	Viscosité d'une suspension	23
1.3.2	Contraintes normales dans une suspension	25
1.4	Mesures de rhéomètres classiques	25
1.4.1	Phénomènes de migration observés	27
1.5	Analogie entre diffusion macroscopique sous gradient et diffusion Brownienne	29
1.5.1	Diffusion Brownienne et pression osmotique	29
1.5.2	Principe des mesures de pression des particules	31
2	Dispositifs expérimentaux et résultats	34
2.1	Montage préliminaire	34
2.2	Nouveau dispositif expérimental	37
2.2.1	Caractéristiques des suspensions étudiées	37
2.2.2	Description de la cellule de Couette	40
2.2.3	Réglage de la concentricité des cylindres avec le fluide seul	44
2.2.4	Evolution de la température	49

2.3	Etude de la pression des particules	50
2.3.1	Influence du taux de cisaillement	50
2.3.2	Influence de la fraction volumique des particules	52
2.3.3	Comparaison entre la pression de grille $ \Delta P $ et la pression des particules II	55
3	Conclusion	61
II	Etude des suspensions bidisperses fluidisées	62
4	Sédimentation et fluidisation des suspensions	67
4.1	Sédimentation d'une particule dans un milieu infini	67
4.2	Suspension monodisperse	68
4.2.1	Sédimentation d'une suspension homogène	68
4.2.2	Vitesse de sédimentation	69
4.2.3	Lit fluidisé	72
4.2.4	Interactions hydrodynamiques	78
4.3	Suspension bidisperse	79
4.3.1	Sédimentation	79
4.3.2	Fluidisation	85
5	Description et étalonnage du dispositif expérimental	89
5.1	Caractéristiques des suspensions étudiées	89
5.2	Cellule de fluidisation	91
5.3	Principe de la méthode acoustique	92
5.3.1	Mesures du temps de vol	92
5.3.2	Mesures d'atténuation	94
5.3.3	Dispositif acoustique	95
5.4	Etalonnage des suspensions monodisperses	96
5.4.1	Profil de temps de vol et d'atténuation	97
5.4.2	Choix de la fréquence de l'onde	99
5.4.3	Diagrammes spatio-temporels	101
6	Etat stationnaire : $\lambda > 1$	103
6.1	Ségrégation totale	104
6.2	Influence de la concentration	108

6.2.1	Composition dans les différentes régions	110
6.2.2	Hauteur des différentes régions	112
6.2.3	Résumé	115
6.2.4	Vitesse de sédimentation d'une suspension bidisperse	117
6.3	Influence du rapport de tailles	118
6.3.1	Vitesse de sédimentation des particules	119
6.4	Conclusion	129
7	Etat instationnaire	132
7.1	Comportement oscillant : $\lambda \simeq 1$	132
7.1.1	Dynamique	132
7.2	Paramètres du phénomène	136
7.2.1	Concentration en particules	136
7.2.2	Composition relative des particules	142
7.2.3	Discussion	151
7.2.4	Influence de la viscosité du fluide	152
7.3	Limites du phénomène	158
7.4	Conclusion	160
8	Conclusion	161
9	Conclusion générale	164
A	Lois de viscosité de suspensions	172
B	Mesures classiques de rhéométrie	173
B.1	Géométrie de Couette cylindrique	173
B.2	Géométrie à disques parallèles (dit "plan-plan")	175
B.3	Géométrie cône-plan	176
C	Modèle de vitesses de sédimentation dans des suspensions bidisperses	178
D	Suspension bidisperse 1 : $\lambda = 1.69$ et $\beta = 0.5$	181
E	Suspension bidisperse 2 : $\lambda = 1.36$ et $\beta = 0.5$	184
F	Suspension bidisperse 3 : $\lambda = 1.27$ et $\beta = 0.5$	189

G	Suspension bidisperse 4 : $\lambda = 1.23$	194
G.1	Suspension bidisperse 4p et 4g : $\beta = 0.5$	194
G.2	Suspension bidisperse 4p1.5 et 4p2 : $\beta < 0.5$	194
G.3	Suspension bidisperse 4g1.5 : $\beta > 0.5$	194
H	Suspension bidisperse 5 : $\lambda = 1.19$ et $\beta = 0.5$	208

Introduction

Les systèmes dispersés sont continuellement présents, que ce soit dans l'environnement (les rivières, les nuages,...), dans l'industrie (le béton, la peinture, les réactions catalytiques,...) ou bien dans notre cuisine (mayonnaise,...). Suivant le type des interactions (colloïdales, hydrodynamiques,...), ou bien la nature, la taille, la forme des inclusions, ou encore les propriétés rhéologiques du fluide, la physique impliquée sera différente. Ceci rend difficile la généralisation de ces systèmes. Pour ma part, je me suis intéressée aux suspensions solide/liquide, où la phase liquide est continue et la phase solide dispersée.

La connaissance du comportement de tels systèmes est nécessaire et s'applique dans différents domaines. On peut citer, dans le traitement de l'eau : la ségrégation des particules, due à la différence entre les vitesses de sédimentation pour les particules n'ayant pas la même forme ou la même densité, utilisée dans les bains de décantation ; dans l'industrie pétrolière : l'extraction du pétrole nécessitant l'injection de fortes pressions de fluide avec des petites particules en suspension (boue de forage) ; ou bien, dans le domaine biologique : avec la circulation du sang qui est une suspension de globules rouges, de globules blancs et de plaquettes dispersés dans un plasma.

Suivant le régime d'écoulement, les interactions présentes et à prendre en compte sont différentes. Elles amènent cependant toutes à une agitation des particules au sein de la suspension. A bas nombre de Reynolds (effets inertiels négligeables devant les effets visqueux, $Re \ll 1$), dans le cas de faible nombre de Peclet (transport convectif négligeable devant le transport diffusif, $Pe \ll 1$), les particules sont animées de mouvements chaotiques résultant de l'agitation thermique qui les entraînent à parcourir, de façon aléatoire, une grande distance (par rapport à leur taille), c'est le cas dans les suspensions browniennes où la taille des particules est inférieure au $1 \mu\text{m}$. Au contraire, à haut Peclet, $Pe \gg 1$, les interactions prédominantes sont les interactions hydrodynamiques, elles induisent également une dispersion des particules dans le fluide, qui cette fois peut s'effectuer dans une direction privilégiée. On parle alors de suspensions macroscopiques. Même si les interactions sont différentes, nous verrons notamment que la réponse d'une suspension dont les particules sont agitées en ré-

gime visqueux, est similaire à la réponse d'une suspension Brownienne où les particules sont agitées naturellement par l'agitation thermique.

Pour comprendre ces interactions, nous avons étudié des suspensions macroscopiques modèles composées de particules solides, rigides, sphériques et dispersées dans un fluide visqueux. De plus, nous limitons notre étude aux suspensions pour lesquelles le nombre de Reynolds particulaire est inférieur à l'unité, les interactions sont purement hydrodynamiques et l'agitation thermique y est négligeable ($Pe \gg 1$). Ces interactions hydrodynamiques multicorps, sont difficiles à décrire et constituent un problème majeur quant à la résolution du problème. Dans le cas des suspensions, si elles sont composées de peu d'éléments dispersés ($\phi < 0.10$), et modèles de surcroît (particules sphériques et de taille identique), la tâche est plus aisée. Batchelor en 1972 a résolu ce problème et a trouvé des expressions exactes, en considérant seulement les interactions à deux corps [10]. Lorsque les suspensions sont plus concentrées, le problème reste encore ouvert. Pour palier ces lacunes théoriques, les études expérimentales sont indispensables pour comprendre au mieux ces systèmes.

Parmi les études possibles, on peut distinguer deux grandes catégories de suspensions : les suspensions isodenses ($\rho_p = \rho_f$) et les suspensions en sédimentation (ou en fluidisation) :

– Dans le cas de suspensions isodenses, les particules sont fixes dans la suspension, tant que l'on n'impose pas un écoulement à la suspension. On peut par exemple imposer un écoulement de cisaillement, comme c'est le cas dans les expériences rhéologiques. Depuis les travaux de thèse de Gadala-Maria [34] en 1979, pendant lesquels il a observé une resuspension stationnaire lorsqu'il cisailait une suspension, de nombreuses études, aussi bien théoriques, expérimentales que numériques, se sont attelées à la lourde tâche de décrire le comportement rhéologique des suspensions. À ce jour, les travaux sont encore en développement. Ma première étude contribue à cette description. Cette étude, inspirée du concept de pression osmotique des suspensions Browniennes, vise à mesurer les contraintes relatives aux différentes phases d'une suspension isodense cisillée dans un dispositif de Couette cylindrique.

– Lorsque les particules n'ont plus la même densité que le fluide, elle tombent naturellement sous leur propre poids, c'est le processus de sédimentation. Pour une suspension monodisperse (une seule taille de particules), il n'existe toujours pas de prédiction théorique, mais une loi empirique, proposée par Richardson & Zaki en 1954 [72], permet de connaître la vitesse de sédimentation des particules. Elle reste, à ce jour, la plus utilisée. Lorsque la suspension n'est plus monodisperse, la présence de particules différentes (en taille et/ou en densité) va modifier cette vitesse. Dans ce cas plus complexe, différents modèles ont été pro-

posés pour la vitesse de sédimentation, mais aucun d'eux ne fait à ce jour l'unanimité. Du point de vue expérimental, la caractérisation de la sédimentation des suspensions polydisperses n'est pas chose aisée. En effet, celle-ci impose dans certains cas, de pouvoir mesurer différentes vitesses de sédimentation présentant parfois de faibles contrastes, et ce pendant le temps fini d'une expérience de sédimentation. Pour ma part, j'ai évité en partie ce problème en ayant recours à la fluidisation. Elle consiste à imposer au fluide une vitesse s'opposant à la sédimentation. Ainsi, le profil de concentration d'une suspension bidisperse s'adapte de telle sorte que la vitesse de sédimentation de chaque particule, dépendant de la concentration de chaque type de particules, équilibre la vitesse du fluide imposée. On se propose d'étudier cette répartition spatiale et temporelle dans une seconde étude.

Le manuscrit est donc naturellement décomposé en deux parties :

— la première concernera l'étude rhéologique de suspensions contenant des particules et du fluide de même densité. Dans un premier chapitre, je commencerai par aborder quelques propriétés rhéologiques générales des suspensions, nécessaires à la compréhension de leur comportement. Puis, dans un second chapitre, je présenterai l'étude expérimentale réalisée en mettant l'accent sur le dispositif expérimental, les résultats obtenus et leur comparaison avec des prédictions par simulation et modèles correspondants.

— la seconde partie portera sur l'étude de suspensions composées de particules de densité identique entre elles mais différente de celle du fluide, et de deux tailles différentes, en lit fluidisé. Un premier chapitre décrira le principe de la sédimentation et la fluidisation de suspensions monodisperses et bidisperses. Dans un second chapitre, je m'attacherai à décrire le dispositif expérimental et la technique de mesures acoustiques sur des suspensions monodisperses. Enfin, les deux derniers chapitres décriront les comportements observés lors de l'étude de suspensions bidisperses, selon que le rapport de taille est assez grand ou proche de 1. D'une part, des expériences de ségrégation ont été réalisées dans lesquelles les vitesses de sédimentation dans des suspensions bidisperses ont été mesurées et comparées aux modèles existants. D'autre part, une description du comportement périodique, surprenant, observé à faible rapport de taille sera faite.

Première partie

Etude des suspensions monodisperses cisainées

Dans cette partie, on s'intéresse à la rhéologie des suspensions. Ce premier axe consiste à étudier les contraintes dues aux particules σ^p dans une suspension cisailée. Pour cela, on s'intéresse à un système le plus simple possible : une suspension dans laquelle les particules, sphériques et de tailles identiques, de l'ordre de la centaine de microns, sont en suspension dans un fluide Newtonien de même densité que les particules (suspensions isodenses) et de viscosité η_f élevée.

Des travaux expérimentaux antérieurs, ont montré qu'un phénomène de migration de particules pouvait apparaître dans certaines géométries d'écoulement. Ce comportement apparaît même dans les plus simples écoulements, comme dans un canal rectiligne, dans lequel Koh *et al* [45] ont remarqué une accumulation de particules au centre du tube. Leighton & Acrivos en 1987 [49] ont expliqué ce phénomène par l'équilibre de différents flux. Cependant, les observations dans certaines expériences, dont celles de Chow *et al* [22] [21], ont été en contradiction avec cette théorie. C'est seulement récemment, que la diffusion apparaissant dans les différentes géométries, longtemps assimilée à une simple migration de particules due à la géométrie, a été expliquée par l'action d'une pression Π exercée par les particules, grâce au modèle de Morris & Boulay [60]. Cette pression est identifiée à la pression osmotique dans les suspensions colloïdales, dans la limite des faibles cisaillements [82]. Cependant, malgré les études expérimentales, même les plus complètes [83], aucune mesure directe n'a permis d'avoir accès à cette pression particulaire.

On propose ici une méthode de mesure, suggérée par Jeffrey Morris et développée durant ma thèse, permettant de mettre en évidence cette pression, $\Pi = -\frac{\sum \sigma_{ii}^p}{3}$, proportionnelle au cisaillement imposé $\dot{\gamma}$, analogue à la pression osmotique, proportionnelle à la température dans les systèmes Browniens.

Chapitre 1

Propriétés rhéologiques des suspensions solide/liquide

Pour décrire les propriétés collectives d'une suspension, on peut utiliser les outils de la mécanique des milieux continus, dont on va, dans un premier temps, rappeler le formalisme pour un fluide Newtonien, avant de les étendre au cas des suspensions. Nous verrons, notamment, qu'il est possible de dissocier les effets des différentes interactions au sein du tenseur des contraintes totales d'une suspension. Je présenterai par la suite, les propriétés caractérisant les suspensions (viscosité et différences de contraintes normales). Enfin, nous verrons le rapprochement entre les suspensions macroscopiques étudiées et les suspensions colloïdales, qui est la base de l'expérience réalisée dans cette étude.

1.1 Rappel des propriétés d'un fluide Newtonien

1.1.1 Equations bilans

On s'intéresse ici à décrire le comportement d'un fluide Newtonien incompressible de masse volumique ρ . Pour retrouver les équations bilans, considérons un volume V , fixe et de surface S . A chaque instant, le fluide entre et sort de ce volume, la variation de masse m qu'il contient est donc égale et de signe opposée au flux sortant à travers la surface :

$$\frac{dm}{dt} = \frac{d}{dt} \iiint_V \rho dv = - \iint_S \rho(\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}) ds \quad (1.1)$$

où \mathbf{n} est le vecteur unitaire normal à la surface S , orienté vers l'extérieur, et \mathbf{u} , le vecteur vitesse du fluide. En changeant l'intégrale de surface par une intégrale en volume, cette

équation se réécrit :

$$\iiint_V \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \mathbf{u} \right) dv = 0 \quad (1.2)$$

L'équation étant valable pour tout volume V , cela implique qu'en faisant tendre la taille du volume V vers 0, l'équation de conservation de la masse devient :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \mathbf{u} = 0 \quad (1.3)$$

Pour un liquide (fluide incompressible), l'équation se simplifie et s'écrit :

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1.4)$$

En appliquant le principe fondamental de la dynamique dans ce même volume de contrôle V , on trouve l'équation de la quantité de mouvement. Le taux de variation de quantité de mouvement est égal à l'ensemble des forces de volume et de surface appliquées sur V :

$$\frac{d}{dt} \iiint_V \rho \mathbf{u} dv = - \iint_S \rho \mathbf{u} (\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}) ds + \iint_S \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} ds + \iiint_V \rho \mathbf{g} dv \quad (1.5)$$

Le premier membre de droite correspond aux forces inertielles non linéaires de transport convectif, négligeable dans cette étude. Le tenseur $\boldsymbol{\sigma}$ représente l'ensemble des forces surfaciques exercées sur le volume de fluide (forces de pression, correspondant aux contraintes normales et les forces de viscosité dues à la déformation du fluide). La force \mathbf{g} est l'accélération de la gravité. En changeant les intégrales de surface en intégrales de volume et en faisant tendre la taille du volume V vers 0, l'expression prend la forme :

$$\rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \rho (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = \rho \mathbf{g} + \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} \quad (1.6)$$

1.1.2 Décomposition du tenseur des contraintes

Le tenseur des contraintes $\boldsymbol{\sigma}$ représente les forces surfaciques exercées sur le fluide. Il représente les composantes tangentielles σ_{ij} à l'origine du cisaillement et les composantes normales σ_{ii} à l'origine des compressions et des elongations. La notation de la contrainte σ_{ij} sous entend que la contrainte est suivant la direction i et est appliquée sur la surface de normale j (un exemple de décomposition d'une contrainte appliquée sur une surface de normale \mathbf{n} parallèle à un axe est représenté sur la figure 1.1).

Lors d'un cisaillement quelconque, son expression générale, dans le repère local (1, 2, 3) correspondant aux directions respectives de l'écoulement, de gradient et de vorticit e s'écrit :

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{pmatrix} \quad (1.7)$$

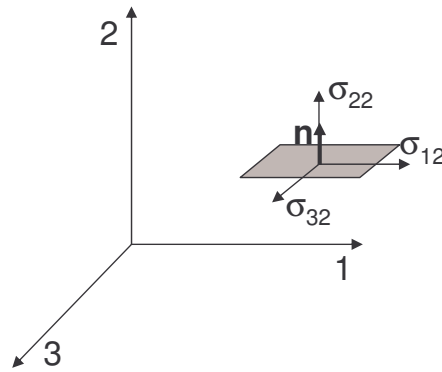


FIGURE 1.1 – Composantes de la contrainte s'exerçant sur une surface de normale \mathbf{n} orientée suivant l'axe 2.

Lorsque le fluide est au repos, les contraintes sont exclusivement normales et isotropes. Les seuls termes non nuls sont les termes diagonaux du tenseur σ_{ii} , tous identiques et égaux à l'opposé de la pression :

$$\sigma_{ii} = -p\delta_{ii} \quad (1.8)$$

$$\sigma_{ii} = -\frac{\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}}{3} \quad (1.9)$$

Lorsque le fluide Newtonien est en mouvement, il apparaît des contraintes tangentielles σ_{ij} , représentant les forces de frottements (forces visqueuses) et faisant apparaître la viscosité η_f du fluide.

On peut donc séparer le tenseur des contraintes $\boldsymbol{\sigma}$ en une partie correspondant aux forces de pression, et une partie liée aux forces visqueuses :

$$\boldsymbol{\sigma} = -p\mathbf{I} + \boldsymbol{\tau} \quad (1.10)$$

où $\boldsymbol{\tau}$ est le tenseur des contraintes de cisaillement (appelé aussi tenseur des contraintes visqueuses) existant dès lors que le fluide se déforme (*i. e.* possède un champ de vitesse non uniforme).

Pour connaître les forces appliquées sur ce fluide, donc évaluer le tenseur des contraintes, il est nécessaire d'imposer une déformation caractérisée par le taux de déformation \mathbf{D} et définie par $\mathbf{D} = \frac{1}{2}(\nabla\mathbf{u} + \nabla\mathbf{u}^T)$. Pour cela, on s'intéresse à un écoulement le plus simple possible afin d'avoir une expression la plus simplifiée de \mathbf{D} . C'est le cas dans le cisaillement entre deux plans parallèles en translation relative (cf figure 1.2).

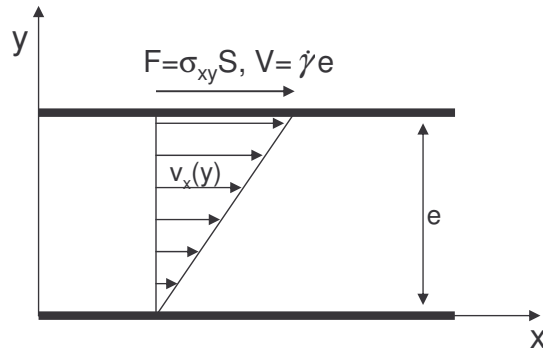


FIGURE 1.2 – Schéma du cisaillement entre 2 plans parallèles en mouvement relatif.

1.1.3 Mouvement de cisaillement simple

Pour relier le tenseur des contraintes au tenseur de déformation, il est nécessaire de connaître la loi de comportement. Celle-ci s'obtient en mesurant la réponse du fluide à une déformation simple comme par exemple, un cisaillement simple. Pour cela on peut imaginer le fluide placé entre deux plaques "infinies" parallèles séparées d'une distance e . La plaque inférieure (en $y = 0$) est fixe, tandis qu'une force tangentielle \mathbf{F} est appliquée sur la plaque supérieure (en $y = e$). Cette dernière se déplace alors à une vitesse \mathbf{V} . Le mouvement est caractérisé par le taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ exprimé en s^{-1} . Il correspond à la variation de vitesse entre deux couches de fluide rapportée à la distance entre elles, c'est-à-dire à la dérivée de la vitesse par rapport à la direction normale à l'écoulement $\frac{\partial u}{\partial y}$, et est constant dans toute l'épaisseur. Il est donc égal au rapport de la vitesse V du plan mobile sur cette épaisseur cisailée e , ce qui correspond au gradient de vitesse :

$$\dot{\gamma} = \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{V}{e} \quad (1.11)$$

Dans ces conditions d'écoulement, le tenseur \mathbf{D} s'exprime simplement par :

$$\mathbf{D} = \frac{\dot{\gamma}}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (1.12)$$

La réponse d'un fluide Newtonien sous cette sollicitation extérieure s'exprime dans le tenseur des contraintes totales $\boldsymbol{\sigma}$ par l'apparition de composantes tangentielles :

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} -p & \sigma_{xy} & 0 \\ \sigma_{xy} & -p & 0 \\ 0 & 0 & -p \end{pmatrix} \quad (1.13)$$

On peut montrer également que la composante tangentielle σ_{xy} , qui correspond à la contrainte le long de chaque plan dans la direction du mouvement est constante dans tout l'intervalle e . Cette contrainte, notée τ , correspond à la force exercée sur la plaque supérieure par unité de surface :

$$\tau = \sigma_{xy} = \frac{F}{S} \quad (1.14)$$

En admettant que la pression $p = -\frac{1}{3}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz})$ est déterminée indépendamment, l'expression du tenseur $\boldsymbol{\sigma}$ se réduit à la recherche d'une seule inconnue $\tau = \sigma_{xy}$. Pour un fluide Newtonien, le tenseur des contraintes de cisaillement $\boldsymbol{\tau}$ dépend linéairement du tenseur du taux de déformation \boldsymbol{D} , par l'intermédiaire de la viscosité η_f :

$$\boldsymbol{\tau} = 2\eta_f \boldsymbol{D} \quad (1.15)$$

La viscosité, caractérisant le fluide, s'écrit alors simplement :

$$\eta_f = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} \quad (1.16)$$

Précisons que dans le cas général d'un fluide quelconque, la viscosité peut dépendre du taux de cisaillement $\eta_f(\dot{\gamma})$. Des composantes normales anisotropes (autre que la pression hydrostatique) peuvent également apparaître lors du cisaillement, en plus des contraintes tangentielles. On définit alors, la première et seconde différence de contraintes normales N_1 et N_2 par :

$$N_1 = \sigma_{11} - \sigma_{22} \quad (1.17)$$

$$N_2 = \sigma_{22} - \sigma_{33} \quad (1.18)$$

où je rappelle que les indices (1,2,3) correspondent aux directions respectives de l'écoulement, de gradient et de vorticité. Dans le cas du cisaillement simple représenté sur le schéma 1.2, elles s'écriraient $N_1 = \sigma_{xx} - \sigma_{yy}$ et $N_2 = \sigma_{yy} - \sigma_{zz}$. Les grandeurs τ , N_1 et N_2 sont les caractéristiques d'un fluide. Ainsi, si on sait les mesurer pour un type d'écoulement particulier, généralement le plus simple possible, on pourra alors en déduire les caractéristiques dynamiques de tous les écoulements de ce fluide, même les plus complexes.

Le principe de la rhéologie est donc de trouver expérimentalement ces variables τ , N_1 et N_2 , en se ramenant à des relations entre scalaires plutôt que de rechercher directement l'expression tensorielle des contraintes. Différentes géométries de cisaillement, présentées en annexe B, sont utilisées pour déterminer ces différences de contraintes et la viscosité du fluide.

Nous venons de rappeler les propriétés rhéologiques d'un fluide Newtonien. Lorsque des particules sont ajoutées à ce fluide, on introduit une variable supplémentaire caractérisant leur présence. La fraction volumique en particules, appelée également concentration, que l'on notera ϕ , correspond au rapport entre le volume occupé par les particules solides et le volume total occupé par la suspension. Nous allons maintenant nous intéresser au cas des suspensions, où l'approche des milieux continus est également utilisée pour écrire les équations décrivant leur comportement.

1.2 Equations bilans dans les suspensions

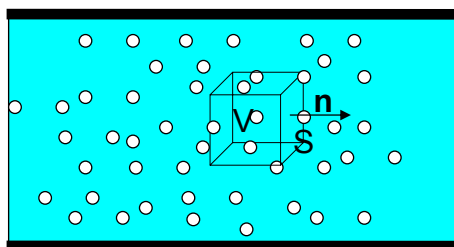


FIGURE 1.3 – Schéma d'un volume de contrôle V , de surface S et d'un vecteur unitaire \mathbf{n} , orienté vers l'extérieur.

Afin d'établir les équations de conservation des différentes quantités dans une suspension de particules, nous considérons, comme dans le cas précédent, un volume élémentaire de contrôle V , fixe, de surface extérieure S , contenant une concentration ϕ_p de particule et une concentration ϕ_f de fluide ($\phi_p + \phi_f = 1$). On s'intéresse à l'évolution de la masse et de la quantité de mouvement de la suspension dans ce volume.

1.2.1 Conservation de la masse

L'ensemble de la matière (particule + fluide) est conservé dans le volume élémentaire V . Cela signifie que le taux de variation de la masse de la suspension, présente dans le volume V , est égal au flux de suspension traversant la surface S :

$$\frac{d}{dt} \iiint_V \rho dv = - \iint_S \rho(\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}) ds \quad (1.19)$$

où \mathbf{n} désigne la normale extérieure à S , ρ la masse volumique de la suspension ($\rho = \rho_p \phi_p + \rho_f \phi_f$) et \mathbf{u} la vitesse massique moyenne de la suspension défini par :

$$\rho \mathbf{u} = \rho_p \phi_p \mathbf{u}_p + \rho_f \phi_f \mathbf{u}_f \quad (1.20)$$

Il faut bien faire la distinction entre cette vitesse massique moyenne intervenant dans le transport de masse et la vitesse volumique moyenne, qui sera introduite dans la seconde expérience (en sédimentation et fluidisation) (cf section 4.2.1) et définie par :

$$\mathbf{v} = \phi_p \mathbf{u}_p + \phi_f \mathbf{u}_f \quad (1.21)$$

Dans cette première étude, les particules et le fluide ont la même masse volumique, $\rho_p = \rho_f = \rho$. Les deux vitesses citées sont identiques. L'expression locale de la conservation de la masse s'écrit :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \mathbf{u} = 0 \quad (1.22)$$

Notons que cette équation de conservation est semblable à celle pour le fluide seul, avec des définitions de ρ et de u différentes. En réalité, cette équation est commune à tous les milieux continus.

1.2.2 Conservation de la quantité de mouvement

Comme précédemment, nous considérons le même volume élémentaire V . La conservation de la quantité de mouvement s'applique aux particules d'une part et au fluide d'autre part. La variation au cours du temps de la quantité de mouvement des particules dans le volume V résulte de forces de surface et de volume. Elle s'écrit :

$$\frac{d}{dt} \iiint_V \phi_p \rho_p \mathbf{u}_p \, dv = \iint_S (-\phi_p \rho_p \mathbf{u}_p (\mathbf{u}_p \cdot \mathbf{n}) + \boldsymbol{\sigma}^p \cdot \mathbf{n}) \, ds + \iiint_V (\mathbf{F}_{pf} + \phi_p \rho_p \mathbf{g}) \, dv \quad (1.23)$$

Les forces en surface comprennent un premier terme qui correspond au flux de quantité de mouvement dû aux particules traversant la surface S du volume de contrôle. Le deuxième terme des forces en surface résulte des forces exercées par la suspension qui se trouve à l'extérieur du volume sur les particules comprises à l'intérieur. Notons que $\boldsymbol{\sigma}^p$ est le tenseur des contraintes de la phase particulaire et qu'il exprime notamment les collisions ou les contacts (directs ou indirects) entre les particules. Dans nos expériences, elles sont dues exclusivement aux contacts indirects entre les particules par l'intermédiaire du fluide (interactions hydrodynamiques). En ce qui concerne les forces en volume, elles sont d'une part dues aux échanges de quantité de mouvement avec le fluide, qui se trouve dans le volume de contrôle et agissant aux interfaces mais exprimées ici par une densité volumique de force \mathbf{F}_{pf} ; et d'autre part dues aux forces extérieures appliquées, ici la gravité \mathbf{g} . Tous les termes de la relation (1.23) peuvent se transformer en intégrale de volume. On obtient une équation locale :

$$\frac{\partial \phi_p \rho_p \mathbf{u}_p}{\partial t} + \nabla \cdot (\phi_p \rho_p \mathbf{u}_p \otimes \mathbf{u}_p) = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}^p + \mathbf{F}_{pf} + \phi_p \rho_p \mathbf{g} \quad (1.24)$$

De la même manière, on obtient le bilan de la quantité de mouvement de la phase fluide. On retrouve la même force \mathbf{F}_{pf} exercée par la phase fluide sur les particules avec un signe contraire (principe d'action/réaction : $\mathbf{F}_{fp} = -\mathbf{F}_{pf}$), et $\boldsymbol{\sigma}^f$ le tenseur de la phase fluide. Le bilan s'écrit :

$$\frac{\partial \phi_f \rho_f \mathbf{u}_f}{\partial t} + \nabla \cdot (\phi_f \rho_f \mathbf{u}_f \otimes \mathbf{u}_f) = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}^f - \mathbf{F}_{pf} + \phi_f \rho_f \mathbf{g} \quad (1.25)$$

En sommant ces 2 équations de conservation de la quantité de mouvement, on exprime l'équation pour la suspension totale :

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \nabla \cdot \mathbf{u} \right) = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \rho \mathbf{g} \quad (1.26)$$

où $\boldsymbol{\sigma}$ est le tenseur des contraintes de la suspension, comprenant notamment la somme des tenseurs de contraintes de chaque phase : les particules et le fluide, et une contribution inertielle due à l'agitation des éléments :

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}^p + \boldsymbol{\sigma}^f - \rho \phi_p \phi_f (\mathbf{u}_p - \mathbf{u}_f) \otimes (\mathbf{u}_p - \mathbf{u}_f) \quad (1.27)$$

Lorsque le nombre de Reynolds est petit, ce qui est le cas dans nos expériences, on peut négliger les termes non-linéaires dans les relations ci-dessus. Nous travaillons sur des suspensions isodenses ($\rho_p = \rho_f$) contenant des particules et du fluide incompressibles. Par ailleurs, en se plaçant en régime permanent, les relations (1.22), (1.26) et (1.27) se simplifient pour donner :

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1.28)$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} = -\rho \mathbf{g} \quad (1.29)$$

$$\text{avec } \boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}^p + \boldsymbol{\sigma}^f \quad (1.30)$$

1.2.3 Décomposition du tenseur des contraintes

Nous venons de voir dans la section précédente, que ce tenseur des contraintes totales, pouvait être séparé suivant 2 contributions : celles qui n'affectent que les particules, les contraintes particulières $\boldsymbol{\sigma}^p$ et celles dues à la présence du fluide et qui existent même en l'absence de particules $\boldsymbol{\sigma}^f$:

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}^p + \boldsymbol{\sigma}^f \quad (1.31)$$

Lorsqu'il n'y a pas de particules, le tenseur se réduit à la simple expression de $\boldsymbol{\sigma}^f$ et est donnée par la relation (1.10). Le tenseur total de la suspension peut alors s'écrire :

$$\boldsymbol{\sigma} = -p_f \mathbf{I} + 2\eta_f \mathbf{D} + \boldsymbol{\sigma}^p \quad (1.32)$$

L'expression (1.32) met en évidence certaines propriétés d'une suspension de particules dans un fluide Newtonien. Le fluide contribue seulement aux contraintes visqueuses de cisaillement, $\boldsymbol{\tau}$, par $2\eta_f \mathbf{D}$, où η_f est la viscosité du fluide porteur. Alors que les particules contribuent aux contraintes visqueuses $\boldsymbol{\tau}$ mais également à des contraintes normales anisotropes, apparaissant dans le tenseur des contraintes particulières $\boldsymbol{\sigma}^p$. Le fluide porteur étant Newtonien, les différences N_1 et N_2 peuvent s'exprimer en fonction des contraintes normales du tenseur total $\boldsymbol{\sigma}$ puisque $\sigma_{ii} - \sigma_{jj} = \sigma_{ii}^p - \sigma_{jj}^p$.

Notons que lorsque la suspension est au repos, les seules contraintes non nulles sont les termes diagonaux σ_{ii} , isotropes, définis par $\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33} = -p$ où p est la pression hydrostatique $p = p_{atm} + \rho gh$.

Le tenseur des contraintes particulières $\boldsymbol{\sigma}^p$ peut être lui aussi décomposé, suivant la démarche de Batchelor [13], en séparant les contraintes associées aux différents types d'interactions présentes au sein de la suspension :

$$\boldsymbol{\sigma}^p = \boldsymbol{\sigma}^H + \boldsymbol{\sigma}^C + \boldsymbol{\sigma}^P \quad (1.33)$$

avec $\boldsymbol{\sigma}^H$, les contraintes relatives aux interactions hydrodynamiques dues à la présence du fluide entre les particules, $\boldsymbol{\sigma}^C$ relatives aux interactions colloïdales dues à l'agitation thermique, et $\boldsymbol{\sigma}^P$ relatives aux interactions de contacts.

Cette décomposition, générale pour toutes les suspensions, paraît être un moyen direct de déterminer les contraintes relatives à chaque type d'interaction, mais ce n'est pas aussi simple. En effet, toutes ces interactions sont couplées entre elles. Par exemple, le nombre de particules en contact ou l'intensité des interactions hydrodynamiques varient selon la distribution spatiale des particules dans le fluide, qui elle-même varie au cours du temps, ce qui complique le problème.

On peut choisir d'écrire les termes diagonaux du tenseur des contraintes particulières $\boldsymbol{\sigma}^p$, en introduisant une pression, que l'on nommera Π :

$$\Pi = - \left(\frac{\sigma_{11}^p + \sigma_{22}^p + \sigma_{33}^p}{3} \right) \quad (1.34)$$

Elle permet d'isoler la partie "isotrope" des contraintes normales σ_{ii}^p . Ce type de description présente également l'avantage de décrire simplement la limite colloïdale : Π doit tendre vers la pression osmotique, Π_o , lorsque les tenseurs $\boldsymbol{\sigma}^H$ et $\boldsymbol{\sigma}^P$ deviennent négligeables (agitation thermique dominante). De plus, cette description gardera un sens si les différences de

contraintes normales N_1 et N_2 s'avèrent rester petites devant Π . La seule pression Π permettra alors de rendre compte au premier ordre des termes diagonaux σ_{ii}^p , au delà du régime colloïdal. Notons qu'alors cette pression Π n'aura pas nécessairement une origine entropique mais résultera des forces exercées entre particules, qui peuvent être dues, par exemple, au contact direct des particules entre elles, dans le cas des granulaires mouillés en régime collisionnel, ou aux interactions hydrodynamiques dans notre cas. Notons que cette pression Π ne peut être estimée *a priori* qu'en mesurant les trois composantes σ_{11} , σ_{22} et σ_{33} , et en vérifiant *a posteriori* que les différences de contraintes normales N_1 et N_2 sont négligeables ou nulles, comme c'est le cas dans les suspensions Browniennes, où une seule composante est nécessaire pour connaître Π .

En introduisant cette pression Π , il résulte de l'équation (1.32), l'expression du tenseur total des contraintes :

$$\boldsymbol{\sigma} = -p_f \mathbf{I} - \Pi \mathbf{I} + 2\eta_f \mathbf{D} + \boldsymbol{\tau}^p \quad (1.35)$$

$$\text{avec } \boldsymbol{\tau}^p = 2\eta_f \phi K(\phi) \mathbf{D} + \mathbf{Q} \quad (1.36)$$

Le premier terme de $\boldsymbol{\tau}^p$ est donné par une expression analogue à celle du tenseur des contraintes visqueuses dans un fluide Newtonien, avec un facteur K qui dépend de la fraction volumique en particule ϕ , et qui peut également dépendre du taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ imposé. Par analogie, on appellera viscosité de la suspension, que l'on notera η_{eff} , le terme :

$$\eta_{eff} = \eta_f + \eta_f \phi K(\phi) \quad (1.37)$$

Si pour des suspensions modèles (particules sphériques et identiques) et très diluées, la théorie permet de trouver une expression de la viscosité d'une suspension, nous allons voir que pour des suspensions plus concentrées, ce n'est plus le cas.

Le second terme de $\boldsymbol{\tau}^p$, \mathbf{Q} , rend compte de l'anisotropie des contraintes normales. En effet, après avoir déduit un terme commun, qui est la pression Π , il reste des composantes normales qui sont représentées dans ce tenseur. \mathbf{Q} comprend donc uniquement des termes diagonaux $Q_{ii} = \sigma_{ii}^p + \Pi$.

1.3 Loi de comportement d'une suspension

1.3.1 Viscosité d'une suspension

L'ajout de particules dans un fluide Newtonien a pour conséquence d'augmenter la viscosité de ce fluide. On introduit la viscosité relative η_r , grandeur indépendante du fluide,

définie par la viscosité effective de la suspension η_{eff} (cf équation (1.37)) normalisée par la viscosité du fluide suspendant η_f :

$$\eta_{eff} = \eta_f \eta_r \quad (1.38)$$

L'expression du tenseur des contraintes (1.35) rend compte de cette augmentation de viscosité lorsqu'on introduit des particules dans un fluide. Dans ce formalisme, la viscosité relative s'écrit :

$$\eta_{eff} = \eta_f(1 + \phi K(\phi)) \quad (1.39)$$

Dans le cas très dilué ($\phi < 0.03$), Einstein [30] a déterminé une formule de viscosité pour des sphères dures de tailles identiques :

$$\eta_r = (1 + 2.5\phi) \quad (1.40)$$

La formule n'est valable que pour des suspensions suffisamment diluées de telle sorte que les interactions hydrodynamiques soient négligeables. La prise en compte des interactions entre sphères plus éloignées ajoute des termes d'ordre supérieur à la formule d'Einstein.

Une expression au second ordre en concentration ϕ a été proposée par Batchelor et Green [10], en considérant les interactions de paires et pour des fractions volumiques $\phi < 0.10$:

$$\eta_r = (1 + 2.5\phi + 5.2\phi^2) \quad (1.41)$$

Ces deux expressions théoriques sont bien vérifiées expérimentalement pour des suspensions de concentration $\phi < 0.1$. Notons que ces formulations ont été déterminées pour des particules sphériques et de tailles identiques. Le problème de la détermination de la viscosité devient plus compliqué, pour des suspensions composées de particules différentes en taille et/ou en forme [73]. De plus, lorsque la fraction volumique en particules augmente, l'analyse devient également plus difficile. Lorsque l'on se rapproche de la fraction d'empilement compact maximum ϕ_{max} , la viscosité de la suspension diverge. Pour expliquer ce phénomène, il faut tenir compte des interactions à plusieurs corps et de la lubrification entre contact des particules. On peut alors ajouter des termes d'ordre plus élevé, mais chaque terme ne ferait qu'accroître à chaque fois que de très peu le domaine de validité de la formule. Aussi, de nombreuses études expérimentales [58] et numériques [68, 77] ont été menées du point de vue rhéologique sur les suspensions concentrées. De nombreuses lois phénoménologiques, données en annexe A, supposées valables pour toutes fractions volumiques, ont été proposées pour ajuster aux données expérimentales. Parmi elles, nous avons choisi d'utiliser, par la suite, la loi proposée par Krieger-Dougherty en 1959 [46] :

$$\eta_r = \left(1 - \frac{\phi}{\phi_{max}}\right)^{-2.5\phi_{max}} \quad (1.42)$$

où ϕ_{max} est la fraction volumique d'empilement compact maximal aléatoire, correspondant au volume maximum de particules qui peut être placé dans un volume de fluide donné. Cette concentration ϕ_{max} dépend des conditions d'écoulement avant l'obtention du sédiment (de concentration ϕ_{max}), aussi sa valeur est estimée par les expériences. Dans notre cas, elle est de l'ordre de $\phi_{max} \simeq 0.57$.

Toutes ces formulations de la viscosité rendent compte de son augmentation avec la fraction volumique des particules. Les différences entre elles se font ressentir à l'approche de la concentration d'empilement compact maximum $\phi \rightarrow \phi_{max}$ où la viscosité diverge. L'expression de la viscosité effective des suspensions est un sujet qui a été et continue d'être largement étudié. Il n'en est pas de même des contraintes normales.

1.3.2 Contraintes normales dans une suspension

Les suspensions sont considérées comme des fluides non-Newtoniens. Même si la viscosité η_{eff} ne dépend pas du taux de cisaillement $\dot{\gamma}$, le cisaillement crée des contraintes normales avec des différences de contraintes, quoique faibles, non nulles.

Cette anisotropie des contraintes, due à la présence des particules, est responsable de phénomènes de migration de particules observés dans différentes géométries d'écoulement. Ils seront présentés dans le paragraphe 1.4.1. Des études rhéologiques [34, 19] ont été menées, sur des suspensions macroscopiques, afin de déterminer les grandeurs N_1 et N_2 . On peut notamment citer le travail exhaustif de Zarraga *et al* [83]. Tous ces travaux montrent une dépendance linéaire avec la contrainte $\eta_f \dot{\gamma}$, avec un coefficient fonction de la concentration en particule ϕ . Ils trouvent une valeur positive de $N_1 - N_2$ avec N_1 faiblement positive difficilement mesurable dans des rhéomètres classiques [19].

Dans notre étude, nous avons choisi de prendre le contrepied de l'approche rhéologique classique consistant à mesurer les contraintes normales σ_{11} , σ_{22} , σ_{33} . Nous avons, au contraire, postulé *a priori* que les contraintes normales étaient bien décrites, au premier ordre, par la pression Π , proportionnelle à $\eta_f \dot{\gamma}$ dans les suspensions macroscopiques. Cette démarche, inspirée des expériences de mesures de la pression osmotique dans les systèmes Browniens, sera décrite au paragraphe 1.5.2.

1.4 Mesures de rhéomètres classiques

Pour connaître la loi de comportement d'un matériau, l'utilisation de la rhéométrie est nécessaire. Elle consiste à étudier l'écoulement dans des géométries les plus simples possibles

(pour se rapprocher au plus près de la géométrie plan-plan). Différentes géométries de rhéomètres existent. Je présente en annexe B, une courte description des principales géométries utilisées en rhéologie : géométrie de Couette cylindrique (cf annexe B.1), à disques parallèles (cf annexe B.2) et cône-plan (cf annexe B.3). Chacune d'elles permet d'extraire des grandeurs globales moyennes et non locales. Elles donnent des informations sur les contraintes de cisaillement totales τ et non relatives, impliquant dans le cas des suspensions, qu'elles ne permettent pas de différencier la contrainte particulière τ^p de la contrainte de la phase fluide τ^f . Notons que certains expérimentateurs comme Lenoble *et al.* [50] ou bien Ovarlez *et al.* [65] ont mené des études rhéologiques, sur des suspensions macroscopiques, en couplant sur des rhéomètres classiques, des dispositifs d'imagerie (Couette cylindre avec imagerie par résonance magnétique [65] et fond de Couette avec des observations vidéos (PIV) [50]), afin d'obtenir des informations plus locales, comme le profil de vitesse ou de concentration. Ces techniques permettent de mesurer localement les déformations (qui cessent d'être modélisées), mais les mesures de contraintes restent les forces et couples appliqués au rotor ou au stator et sont donc des mesures de contraintes intégrées.

Aussi, les rhéomètres, considérés en annexe B, imposent une vitesse de rotation Ω au rotor (cylindre, disque ou cône) et mesurent le couple C qu'ils doivent exercer pour vaincre les forces de frottement appliquées par l'échantillon sur le corps mobile et également la force F_z exercée par l'échantillon sur l'axe de rotation. On parlera de rhéomètres à déformation imposée par opposition aux rhéomètres à contrainte imposée. Pour toutes les géométries, la connaissance de τ et $\dot{\gamma}$ permet d'extraire la viscosité η . Dans le cas d'un rhéomètre à disques parallèles et cône-plan, une information supplémentaire est extraite sur les différences de contraintes normales. Le premier cité permet de mesurer la différence $N_1 - N_2$, et le deuxième permet d'extraire N_1 . Les mesures sont possibles car ces grandeurs, dans ces géométries, sont orientées suivant l'axe vertical (axe de rotation où la force F_z est mesurée). Dans la géométrie de Couette cylindrique, les contraintes étant dans la direction radiale du cylindre et non verticale, les différences de contraintes normales ne peuvent être extraites. Pour caractériser les suspensions, il est possible d'utiliser les techniques de rhéologie habituelles, notamment les géométries de Couette cylindrique et plan-plan, alors que la géométrie cône-plan est moins adaptée. En effet, le cône doit être distant de quelques tailles de particules du plan. Cependant des phénomènes perturbant les expériences de rhéométries tels que l'apparition de bandes de concentrations [80], ou bien des migrations de particules [21] dont nous allons discuter, peuvent apparaître. Ces effets sont en réalité des caractéristiques spécifiques à ce type de milieux et non des effets perturbateurs. Il n'en reste pas moins qu'il est difficile de les prendre en compte dans les relations théoriques de rhéométrie classique.

Morris & Boulay [60], dans leur étude théorique sur les écoulements curvilignes, prennent en compte ces phénomènes dans les différentes géométries étudiées, et retrouvent les propriétés des suspensions.

1.4.1 Phénomènes de migration observés

Des phénomènes de migration collective de particules au sein de suspensions non colloïdales ont été observés au cours d'expériences de rhéométrie. Ce phénomène de diffusion macroscopique, présent en l'absence d'inertie et de sédimentation (suspensions isodenses), est dû aux interactions hydrodynamiques entre particules et provient des hétérogénéités de gradient de vitesse, de concentration ou de viscosité. La migration est observée aussi bien dans des écoulements rectilignes induits par un gradient de pression [45], que dans des écoulements curvilignes [2, 47, 67].

En géométrie de Couette cylindrique à large entrefer, dans lequel le taux de cisaillement varie en $1/r^2$, Abbott *et al* [2] et Phillips *et al.* [67] ont observé une augmentation de la concentration en particules près du cylindre extérieur où le cisaillement est le plus faible. En tube rectiligne, Koh *et al* [45] ont constaté une accumulation au centre du tube correspondant également à la région de l'écoulement de Poiseuille, où $\dot{\gamma}$ est le plus faible.

Leighton & Acrivos [49] ont expliqué ce phénomène de migration dans les zones de faibles cisaillements par trois courants diffusifs :

- Une diffusion due aux interactions beaucoup plus fréquentes dans les zones de fort cisaillement (près du cylindre intérieur) : une particule initialement dans une région agitée subit de nombreux "chocs" (les contacts sont lubrifiés, il n'y a pas physiquement de chocs entre les particules, mais les interactions hydrodynamiques font que les particules "sentent" la présence de leurs voisines). Certains chocs peuvent l'amener à sortir de cette zone agitée, et à migrer vers des zones plus calmes où les interactions sont moins fréquentes. Statistiquement, elle aura moins de probabilité de revenir dans la région agitée.

- Un gradient de concentration en particules apparaît alors qui génère un flux de particules qui s'oppose à la migration induite par cisaillement.

- Une diffusion due au gradient de viscosité lié au gradient de concentration. La viscosité de la suspension $\eta_{eff}(\phi)$, qui augmente avec la concentration des particules ϕ , est plus élevée près du cylindre intérieur, que près du cylindre extérieur, où la concentration est plus faible. Le gradient de concentration crée donc un gradient de viscosité. Le déplacement d'une particule par rapport à sa trajectoire initiale est d'autant plus dévié que la viscosité est faible. Le gradient de viscosité est à l'origine d'un flux de particules vers les régions les

moins visqueuses.

Le flux résultant dû aux différents gradients s'exprime approximativement par :

$$\mathbf{j}_\perp \sim -\frac{\phi a^2}{\eta_{eff}} \nabla(\eta_{eff} \dot{\gamma} \phi) \quad (1.43)$$

Ce modèle de "Shear Induced Diffusion" a permis d'expliquer un grand nombre d'expériences. Toutefois, contrairement aux prédictions du modèle, Chow *et al* [22] n'ont observé aucune migration au sein d'un rhéomètre à disques parallèles alors qu'il existe pourtant un gradient de cisaillement ($\dot{\gamma}(r) = \Omega r/h$). Une autre contradiction apparaît dans le cas de géométrie cône-plan, où le taux de cisaillement imposé est constant ($\dot{\gamma} = \Omega/\theta$). Alors qu'aucune diffusion n'est attendue, Chow *et al* [21] ont constaté une migration du centre vers l'extérieur. Pour rendre compte de ces observations contradictoires avec la théorie, Krishnan [47] a introduit un quatrième flux lié à la courbure des lignes de courant. La force répulsive entre deux particules se rencontrant sur une ligne courbe possède une composante dirigée vers l'extérieur. Le flux correspondant de particules tend vers les lignes de courant faiblement courbées.

Toutes ces approches sont phénoménologiques et basées sur la compétition entre plusieurs flux associés aux gradients de différentes variables (cisaillement, concentration, viscosité). Ces phénomènes de diffusion, souvent dissociés, amènent donc à des coefficients de diffusion différents pour chacun d'eux et indépendants.

Une théorie alternative, basée sur les contraintes normales de la phase particulaire σ^p , a été développée par Nott & Brady [64] puis par Morris & Boulay [60]. Leur modèle d'écoulement utilise l'anisotropie des contraintes normales des particules, induites par le cisaillement, dans les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement. Leur analyse rend compte de tous les phénomènes de diffusion, observés dans les différentes géométries d'écoulement décrites auparavant, en utilisant les seuls coefficients τ , N_1 et N_2 . Il en résulte que le flux de diffusion sous cisaillement s'exprime par :

$$\mathbf{j}_\perp \sim M(\phi) \nabla \cdot \sigma^p \quad (1.44)$$

où $M(\phi)$ est la mobilité des particules en suspension.

L'anisotropie de ce tenseur σ^p dont l'origine provient des interactions hydrodynamiques asymétriques agissant au sein de la suspension lors du cisaillement, est responsable de cette diffusion collective. Nous avons vu qu'expérimentalement, ce tenseur des contraintes particulières σ^p ne peut être obtenu directement. Du point de vue mécanique, l'analyse, présentée

au début de ce chapitre (cf section 1.2.3), est également compliquée. Nous proposons, dans cette première étude, une approche expérimentale permettant de caractériser ce tenseur particulaire, par une mesure de pression, que nous avons nommé pression osmotique généralisée Π (cf relation (1.34)). Pour cela, nous allons nous reporter à un autre phénomène de diffusion plus connu et mieux compris : la diffusion Brownienne présente dans des suspensions de taille nettement inférieure à celles utilisées dans nos expériences, et dans laquelle intervient la "vraie" pression osmotique Π_o .

1.5 Analogie entre diffusion macroscopique sous gradient et diffusion Brownienne

1.5.1 Diffusion Brownienne et pression osmotique

Le mouvement chaotique de particules Browniennes (particules de taille inférieure au micron) suspendues dans un fluide résulte d'une diffusion caractérisée par un coefficient de diffusion D tel que le flux diffusif s'écrit $\mathbf{j}_d = -D\nabla n$ où n est la densité du nombre de soluté. Ce phénomène dû à l'agitation thermique a été expliqué par Einstein [29] en 1905. Il montre que l'agitation thermique des molécules tend à dissiper les gradients de concentration pour atteindre un état où $\nabla n = 0$.

Pour cela, Einstein suppose que chaque particule de la suspension est soumise à une force externe \mathbf{F} (réelle ou virtuelle) dérivant d'un potentiel U , $\mathbf{F} = -\nabla U$. Cette force, déplaçant chaque particule de soluté, entraîne un gradient de concentration et induit donc un flux $\mathbf{j}_f = n\mathbf{u}$ avec \mathbf{u} la vitesse d'une particule donnée par $\mathbf{u} = M\mathbf{F}$, où M est la mobilité des particules. En exprimant un argument d'invariance à l'équilibre de l'énergie libre de la suspension par rapport à des déplacements virtuels, Einstein démontre que ce flux \mathbf{j}_f , dû aux forces extérieures équilibre le flux diffusif \mathbf{j}_d :

$$\mathbf{j}_f + \mathbf{j}_d = 0 \quad (1.45)$$

$$-nM\nabla U - D\nabla n = 0 \quad (1.46)$$

Un équilibre dynamique est atteint entre la force \mathbf{F} qui fait bouger les particules et leur agitation due au mouvement Brownien. En écrivant qu'à l'équilibre thermodynamique, la distribution des particules dans le potentiel U s'écrit $n = n_0 \exp(-\frac{U}{kT})$, il vient de (1.46) la relation $D = MkT$, où M est la mobilité ($M = (6\pi\eta_f a)^{-1}$ à $\phi = 0$) et k est la constante de Boltzmann. Einstein montre également que la force d'origine thermodynamique ($\frac{D\nabla n}{M}$),

s'opposant à la force $n\mathbf{F}$ à l'équilibre thermodynamique, pouvait s'écrire sous la forme :

$$\mathbf{F}^{thermo} \sim -\nabla\Pi_o \quad (1.47)$$

où la pression osmotique Π_o s'écrit :

$$\Pi_o = nkT \quad (1.48)$$

Notons que cette approche, de type "contraintes" redonne le flux diffusif Brownien sous la forme :

$$\mathbf{j}_f = -M\nabla\Pi_o \quad (1.49)$$

De manière plus générale, la pression osmotique se définit en thermodynamique par :

$$\Pi_o = -\left(\frac{\partial A}{\partial V}\right)_{N,T} = \frac{\phi}{V} \left(\frac{\partial A}{\partial \phi}\right)_{N,T} \quad (1.50)$$

où A est l'énergie libre d'Helmholtz. Cette définition explique bien le rôle de Π_o dans les suspensions colloïdales. Une diminution de la concentration ϕ réduit l'énergie libre et une minimisation de A est possible pour une dilution infinie $\phi = 0$. Ceci implique que les particules tendent à se diluer à l'infini.

Ainsi, l'approche de type "contrainte" donne le même flux sous gradient que l'approche de type "diffusif", mais elle ne permet pas de décrire les phénomènes de mélanges pouvant apparaître au sein d'une suspension homogène et causée par les trajectoires Browniennes des particules. En revanche, cette approche de type "contrainte" explique clairement le phénomène d'osmose, observé pour la première fois en 1748 par Nollet [63] et schématisé sur la figure de gauche 1.4. Il apparaît lorsqu'une solution de concentration ϕ^0 est séparée du solvant pur ($\phi = 0$), ou d'une solution de plus faible concentration ($\phi < \phi^0$), par une membrane semie-perméable laissant circuler seulement le solvant. Le soluté étant contraint à rester dans la branche gauche du tube manométrique en U, c'est le solvant qui traverse la membrane pour diluer la solution afin de rééquilibrer l'énergie libre dans les 2 branches. La pression osmotique Π_o est la pression à exercer sur la solution pour rééquilibrer la pression dans les 2 branches du tube et empêcher l'écoulement du solvant à travers la membrane. Cette contrainte surfacique appliquée contrebalance la contrainte exercée par le soluté au sein de la solution, afin que la solution reste à sa concentration initiale ϕ^0 .

Cette pression osmotique a été calculée par Brady [16] et Russel [74], pour une dispersion colloïdale de sphères dures :

$$\frac{\Pi_o}{nkT} = 1 + 4\phi g(2) \quad (1.51)$$

où $g(2)$ est la fonction de distribution de paire au contact.

1.5.2 Principe des mesures de pression des particules

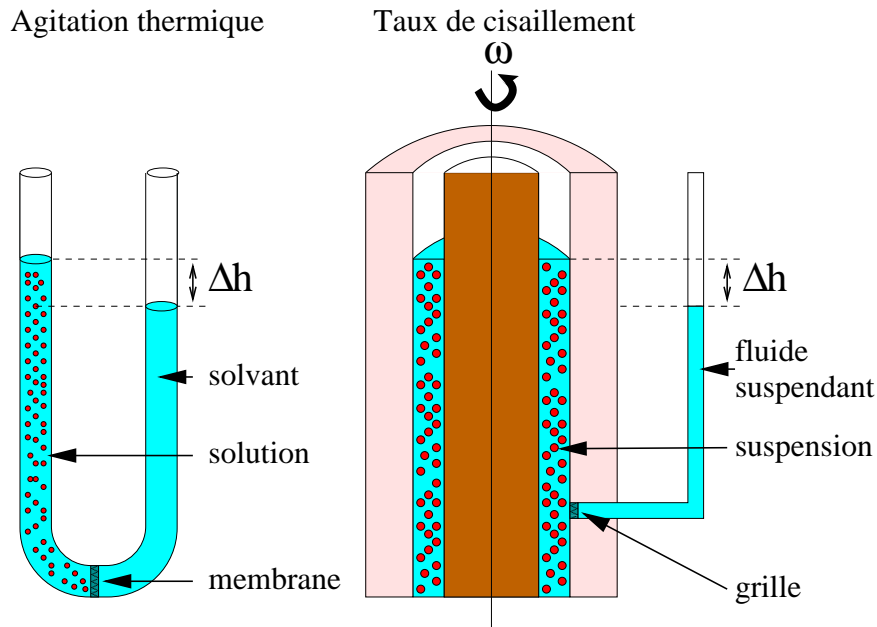


FIGURE 1.4 – Gauche : Schéma de l'osmose dans un tube en U. Droite : Schéma du dispositif expérimental.

Nous venons de voir la diffusion Brownienne opérant dans les suspensions colloïdales. Pour des particules plus grosses, cette diffusion est négligeable, mais il existe d'autres types de diffusion, en sédimentation [55, 62, ?] ou en cisaillement [?, 27, 49, 69], induites également par les trajectoires chaotiques des particules mais dont l'origine est totalement différente : elle est due aux interactions hydrodynamiques. Ces interactions induisent, en présence de cisaillement, une diffusion qui tend à dissiper les gradients de concentrations. Cependant, nous avons vu dans la section 1.4.1, que lorsque l'intensité des interactions entre particules, en mouvement relatif, varie spatialement, une diffusion collective de particules apparaît, dont le flux est caractérisé par $\mathbf{j} = M\nabla\sigma^P$. On peut penser que, dans le cas de suspensions macroscopiques cisailées, la pression des particules Π joue un rôle similaire à celui de la pression osmotique Π_o , pour les suspensions colloïdales. Comme dans le cas des systèmes thermiques, les particules suivent des trajectoires aléatoires et les contraintes peuvent être décrites en termes de flux diffusifs :

$$\mathbf{j}_\perp = M\nabla\sigma^P = -M\nabla\Pi \quad , \text{ dans les systèmes athermiques} \quad (1.52)$$

$$\mathbf{j}_\perp = -M\nabla\Pi_o \quad , \text{ dans les systèmes thermiques} \quad (1.53)$$

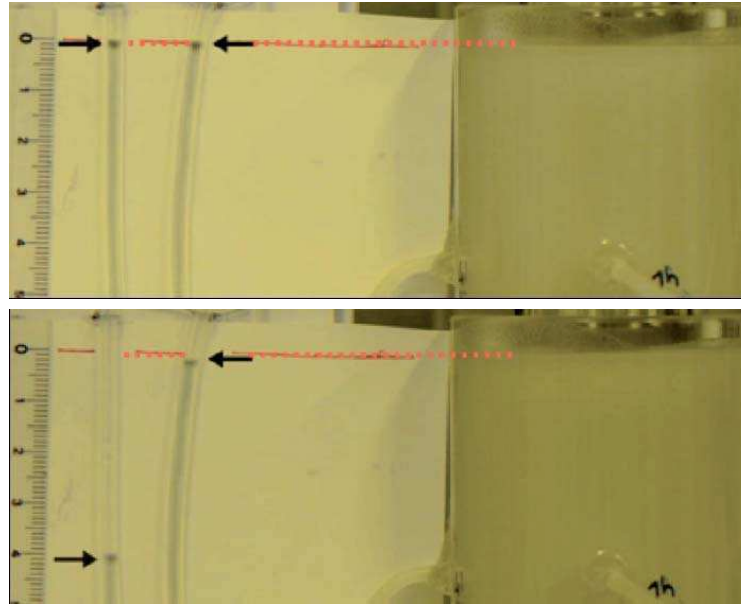


FIGURE 1.5 – Photo avant (en haut) et après (en bas) un cisaillement $\dot{\gamma} = 70\text{s}^{-1}$ imposée à une suspension de sphères de diamètre $2a = 80\ \mu\text{m}$ à $\phi = 0.40$. Le tube de gauche est relié à la suspension par l'intermédiaire d'une grille, alors que le tube de droite est relié sans grille.

Le but est donc de montrer expérimentalement le lien entre la pression osmotique Π_o et la pression des particules Π , évoquée en théorie [42] et dans des simulations [82], pour calculer celle-ci en étendant le cas des interactions colloïdales aux interactions hydrodynamiques. Pour cela, on se base sur l'expérience mettant en évidence la pression osmotique dans les suspensions colloïdales, décrite précédemment, afin d'illustrer cette pression particulière. Le schéma 1.4 montre l'analogie entre l'expérience d'osmose et notre dispositif. Dans le cas de l'osmose, le soluté ou les particules Browniennes sont agitées et veulent se diluer, mais étant forcées à rester dans une des branches du tube en U, des contraintes sont exercées par les particules sur la solution. La réponse à ces contraintes est une dépression dans la phase fluide du mélange et donc une aspiration du fluide par la solution pour équilibrer les pressions totales dans les deux branches du tube. On utilise ce concept pour mesurer les pressions induites par le cisaillement dans notre suspension visqueuse de particules macroscopiques. La suspension pouvant être modélisée comme un système incompressible et les contraintes exercées sur chaque phase (phase particulaire et phase fluide), étant symétriques ($\sigma^p + \sigma^f = 0$), cela amène à une pression nulle dans la suspension, que l'on peut décomposer en pressions dans la phase fluide P^f et dans les particules P^p [70, 82] :

$$P = P^f + P^p = 0 \quad (1.54)$$

La méthode consiste ici à mesurer la pression dans la phase fluide P^f en plaçant une

grille sur la paroi latérale du cylindre extérieur d'un dispositif de Couette (cf figure droite 1.4) et laissant passer le fluide mais interdisant le passage des particules. Étant donnée la relation (1.54), la pression mesurée P^f , sera égale à l'opposée de la pression dans la phase particulaire : $P^f = -P^p$, et sous certaines conditions, dont je discuterai à la fin du chapitre suivant (cf section 2.3.3), sera égale à la pression osmotique généralisée Π .

Pour vérifier l'expression (1.54) et valider le principe de la méthode, j'ai réalisé une expérience de cisaillement d'une suspension, constituée de billes de diamètre $80\ \mu\text{m}$ de fraction volumique en particules $\phi = 0,40$, dont des photos à l'instant initial ($\dot{\gamma} = 0$, en haut) et final ($\dot{\gamma} = 70\ \text{s}^{-1}$, en bas) sont montrées sur la figure 1.5 (la description est expliquée plus en détail dans le chapitre suivant). Deux tubes manométriques sont reliés à la suspension cisailée : un relié directement à la suspension (sans grille) (cf figure 1.5 tube de droite) et l'autre par l'intermédiaire d'une grille d'ouvertures plus petites que la taille des particules (cf figure 1.5 tube de gauche). Cette expérience met en évidence une variation importante du niveau de fluide dans le tube comportant une grille tandis que le niveau du tube relié directement à la suspension n'est que faiblement affecté. Ceci révèle une dépression P^f dans la phase fluide et une faible pression totale au sein de la suspension ($P^f + P^p \approx 0$).

Chapitre 2

Dispositifs expérimentaux et résultats

2.1 Montage préliminaire

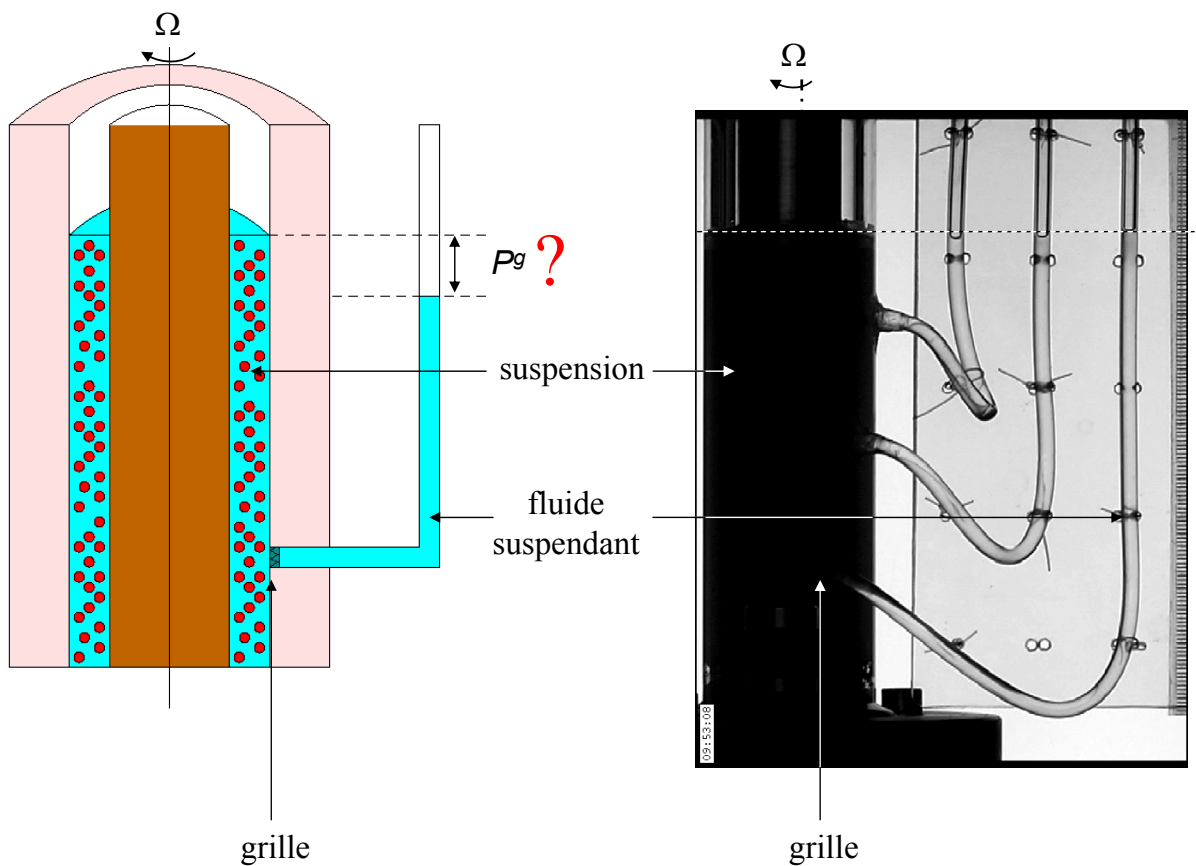


FIGURE 2.1 – Schéma et photographie (à $\Omega = 0$) du montage préliminaire du dispositif de Couette cylindrique adapté pour observer la pression Π due aux particules.

Un premier montage, dont un schéma et une photographie sont donnés sur la figure 2.1, a été réalisé pour une étude préliminaire. Une suspension très concentrée ($\phi = 0.45$) de particules de tailles macroscopiques ($2a = 140 \mu\text{m}$) dispersées dans un fluide très visqueux ($\eta_f \simeq 2 \text{ Pa}\cdot\text{s}$), ajusté à la densité des particules ($\rho = 1.050 \pm 0.001 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$), est cisailée dans l'espace annulaire (d'épaisseur $e = 3 \text{ mm}$) entre deux cylindres. Le cylindre extérieur, fixe, est percé de trois trous, à différentes positions (différentes hauteurs et différents angles), recouverts d'une grille d'ouvertures calibrées et de tailles inférieures à celle des particules. Ces trous sont connectés, à l'extérieur du cylindre, à des tubes manométriques, remplis du fluide porteur.

L'agitation des particules est induite par le cisaillement de la suspension obtenu en imposant une vitesse au cylindre intérieur. Cette partie de notre dispositif est assimilable à la solution moléculaire, dans laquelle les molécules sont maintenues en mouvement par l'agitation thermique, située dans la branche gauche du tube en U sur la figure gauche 1.4. Quant aux tubes manométriques du dispositif, ils sont le pendant de la branche droite du tube en U, dans l'expérience d'osmose. Enfin, les particules sont contraintes à rester dans l'entrefer des deux cylindres grâce à des grilles, placées entre les tubes manométriques et la cellule de cisaillement. Les grilles sont l'analogue de la membrane semi-perméable dans l'expérience d'osmose.

Initialement, dans notre suspension isodense, aucune vitesse n'est imposée (cf figure 2.2-a), le niveau de fluide dans les tubes manométriques est alors au même niveau que celui de la suspension dans l'entrefer. Il n'existe pas de différence de pression : on mesure seulement la pression hydrostatique dans la phase fluide $P^f(\dot{\gamma} = 0) = P_{atm} + \rho gh$, où h est la hauteur de la suspension au-dessus du point de mesure de pression considéré. La densité de la suspension est égale à celle du fluide, de sorte que la hauteur de fluide dans le tube manométrique est égale à la hauteur de suspension dans l'entrefer : le ménisque dans chaque tube est au niveau de la suspension. Je précise également que la pression hydrostatique sera la pression de référence dans toute l'étude et je noterai la différence de pression $\Delta P = P^f(\dot{\gamma}) - P^f(\dot{\gamma} = 0)$. Lorsque la suspension est cisailée, on s'attend à ce que le niveau dans les tubes diminue, mettant en évidence l'existence de la pression particulière Π . La photographie 2.2-b montre la suspension après 3 h de cisaillement à $\dot{\gamma} = 40 \text{ s}^{-1}$, correspondant à une vitesse de rotation de $\Omega = 4 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$. Le niveau dans les tubes est descendu d'environ 25 mm : une différence de pression est bien observée.

Cette expérience qualitative permet de visualiser la dépression du fluide lorsque la suspension est soumise à un cisaillement $\dot{\gamma}$, et ainsi montrer que les particules macroscopiques agitées par un cisaillement, tout comme des particules browniennes soumises à l'agitation

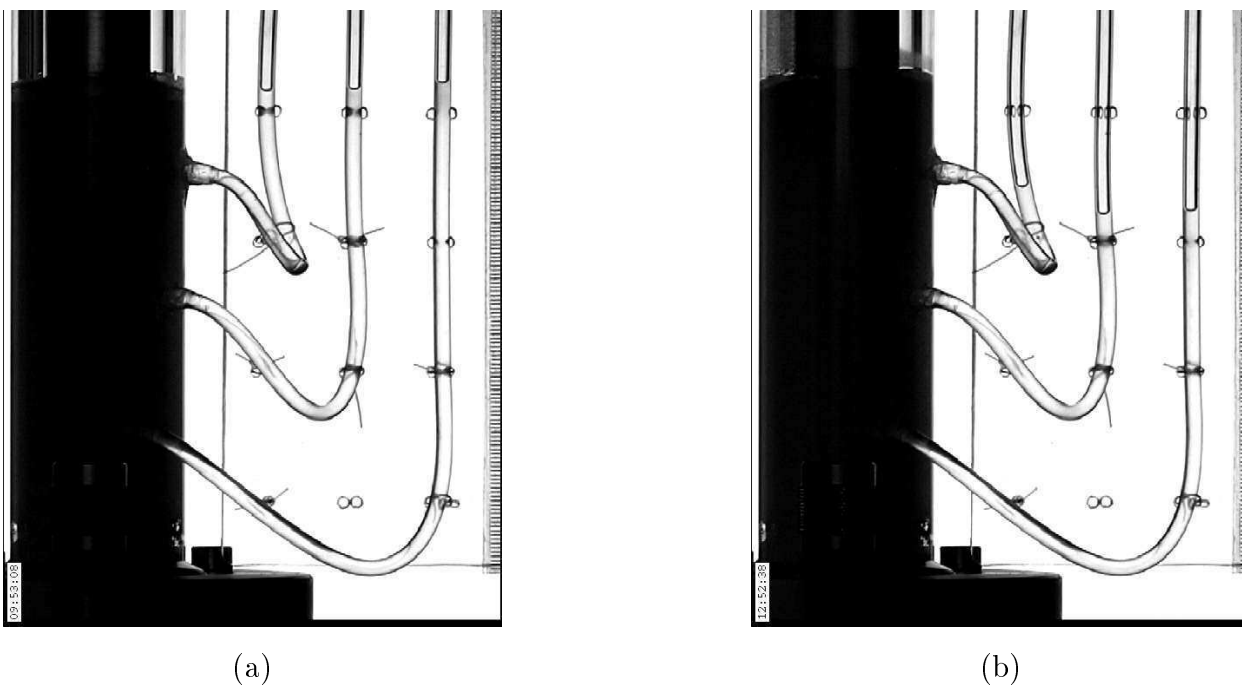


FIGURE 2.2 – Expérience préliminaire avec des tubes manométriques sur une suspension de particules de diamètre $140\ \mu\text{m}$ à $\phi = 0.45$. Le niveau du fluide est montré à $t = 0$, sans cisaillement (a) et à $t = 3\ \text{h}$, après stabilisation pour un cisaillement de $\dot{\gamma} = 40\ \text{s}^{-1}$.

thermique, exercent une dépression sur le fluide. Dans les deux cas, l'aspiration du fluide est la conséquence des contraintes exercées par les particules au sein des suspensions, dont le moteur est la pression osmotique Π_o , dans le cas des systèmes thermiques et Π , dans le cas des systèmes athermiques. Ce premier montage permet de rendre visible la pression induite par les particules (par le biais de la dépression de la phase fluide), cependant il présente certains inconvénients. Tout d'abord, le temps de mesure est relativement long pour atteindre la stabilisation des niveaux de fluide dans les tubes manométriques, ce qui entraîne une augmentation de température due à la dissipation visqueuse, modifiant la viscosité du fluide. Je précise que le long temps de réponse (temps mis par le fluide pour que son ménisque se stabilise dans les tubes manométriques) est uniquement dû au temps nécessaire pour que le fluide de viscosité très élevée traverse la grille et aille dans la cellule de cisaillement. Mais, ce montage ne permet pas de contrôler ou de mesurer la température. De plus, dans une telle géométrie d'écoulement, une variation, même infime, de l'entrefer provoque de fortes variations de pressions suivant l'angle entre l'axe horizontal passant par le centre du cylindre extérieur et le point de mesure de pression. Le réglage seul de la concentricité des cylindres, effectué sur ce montage, n'est pas suffisant pour s'affranchir de ces écarts de pression. Enfin, lorsque le fluide est aspiré, une dilution locale s'opère au niveau de chaque prise de pression.

La concentration varie donc localement et étant un des paramètres de contrôle, ce phénomène de dilution influe sur nos mesures. Aussi, nous avons amélioré le dispositif expérimental pour obtenir des mesures beaucoup plus fiables et précises. Je discuterai des solutions apportées au nouveau montage pour s'affranchir des problèmes de température et d'excentricité, dans le paragraphe 2.2.4 et 2.2.3.

L'étude quantitative, présentée maintenant, utilise donc un montage différent dans lequel les tubes manométriques sont remplacés par des capteurs de pression (sans surface libre). La principale différence avec le premier montage est l'absence de surface libre au niveau des tubes reliés à la cellule de cisaillement, toujours par l'intermédiaire de grille. Ainsi, la mesure de P^f peut-être obtenue rapidement et sans dilution, puisqu'elle ne nécessite plus un flux de fluide à travers la grille.

2.2 Nouveau dispositif expérimental

2.2.1 Caractéristiques des suspensions étudiées

Les propriétés du fluide porteur ont été des conditions déterminantes quant à son choix. Sa viscosité doit être élevée (mais être tout de même raisonnable afin que le mélange avec les particules reste manipulable lorsque leur concentration augmente) et sa densité doit être proche de celles des billes pour s'affranchir des effets de sédimentation. Plusieurs fluides et billes ont été testés.

Constituants des suspensions

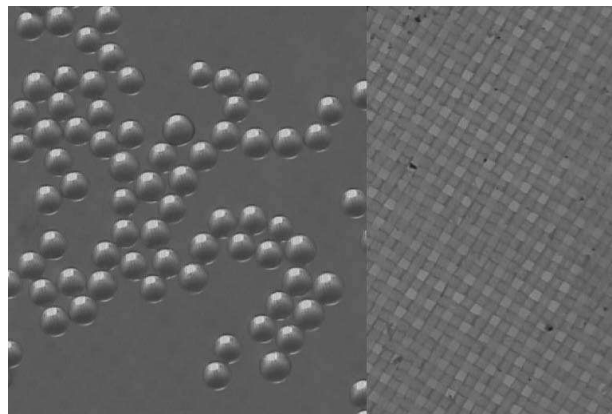


FIGURE 2.3 – Photo d'un échantillon de billes de diamètre $2a = 80 \mu\text{m}$ (à gauche) et de la grille d'ouverture carrée de taille $20 \mu\text{m}$ (à droite).

Les suspensions sont composées de billes de polystyrène, représentées sur la figure 2.3, de masse volumique $\rho = 1.05 \text{ g.cm}^{-3}$. L'étude est réalisée sur des suspensions de particules de différents diamètres : $40 \pm 2 \mu\text{m}$, $80 \pm 3 \mu\text{m}$, $140 \pm 5 \mu\text{m}$ et $250 \pm 10 \mu\text{m}$. Le fluide Newtonien utilisé est du poly(éthylène glycol-ran-polypropylène glycol)monobutyl éther de viscosité $\eta_f = 3 \pm 0.09 \text{ Pa.s}$ à $T = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ et de masse volumique $\rho = 1.050 \pm 0.001 \text{ g.cm}^{-3}$. Avec ces constituants, les effets de la sédimentation sont négligeables : une expérience test a montré que les billes parcouraient $\sim 1 \text{ cm}$ en 15 jours. De plus, j'ai vérifié le caractère Newtonien du fluide. La figure 2.4 représente le rhéogramme, obtenu en utilisant un rhéomètre Gemini HR nano (de chez Malvern Instrument) pour deux géométries différentes. Les données mesurées avec les géométries de Couette cylindrique et cône-plan sont concordantes : la viscosité est constante jusqu'à des taux de cisaillement de 500 s^{-1} . Il est à noter que les mesures (incohérentes) obtenues pour des cisaillements $\dot{\gamma} > 500 \text{ s}^{-1}$ ne sont plus significatives. En effet, pour de tels cisaillements, une correction d'inertie aurait été nécessaire avec ce type d'appareils utilisant la technologie "Drag Cup" (entraînement magnétique de l'axe) du rhéomètre HR nano. Ne sachant pas quel algorithme est utilisé, j'ai préféré garder les données brutes. Quoiqu'il en soit, pour les expériences que j'ai réalisées, pour lesquelles le taux de cisaillement n'excède pas 300 s^{-1} , le caractère Newtonien du fluide est vérifié.

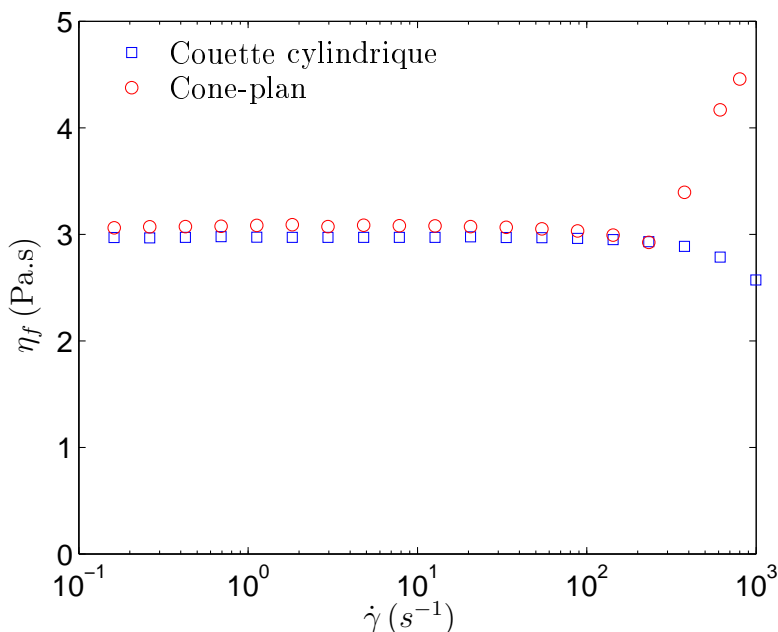


FIGURE 2.4 – Viscosité η_f du fluide en fonction du cisaillement $\dot{\gamma}$ mesurée dans un rhéomètre Gemini HR nano, en géométrie cône-plan et Couette cylindrique, à température constante $T = 20 \text{ }^\circ\text{C}$.

La figure 2.5 représente la viscosité du fluide mesurée, sans correction d'inertie, pour dif-

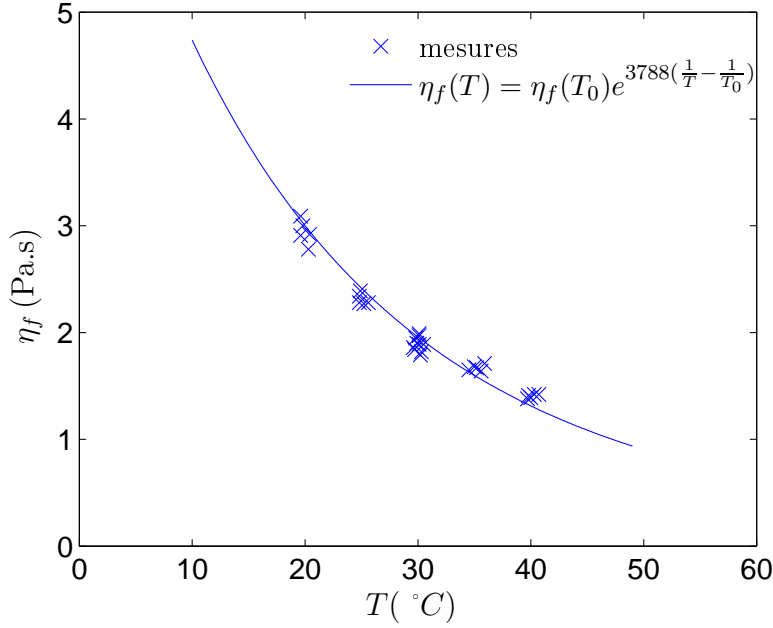


FIGURE 2.5 – Evolution de la viscosité η_f du fluide avec la température, obtenue dans un rhéomètre Stresstech en géométrie double gap.

férentes températures (en géométrie double gap) et la courbe d’ajustement correspondante, d’équation :

$$\eta_f(T) = \eta_f(T_0)e^{3788(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0})} \quad (2.1)$$

où $\eta_f(T_0 = 293 \text{ K}) \simeq 3 \text{ Pa.s}$. Remarquons que si on considère un changement de température de 20 à 30 °C, la viscosité diminue considérablement. Pour fixer la viscosité à 10% près, il serait nécessaire de contrôler la température à 2 °C près. Cependant, le contrôle de la température est une procédure lourde et difficile à réaliser. Nous avons choisi l’alternative consistant à relever la température de mesure, pour estimer la viscosité du fluide grâce à la relation (2.1).

Dans notre étude, le nombre de Peclet, caractérisant les effets des forces de cisaillement sur l’agitation thermique, est donné par :

$$Pe = \frac{6\pi\eta_f\dot{\gamma}a^3}{kT} \quad (2.2)$$

Il est de l’ordre de $Pe = 10^7$ pour les plus petites particules $2a = 40 \mu\text{m}$ en supposant un faible taux de cisaillement imposé $\dot{\gamma} = 1 \text{ s}^{-1}$. L’agitation thermique est donc négligeable.

Nous travaillons en régime visqueux, le nombre de Reynolds, caractérisant les effets visqueux sur les effets inertiels s’écrit :

$$Re = \frac{\rho\dot{\gamma}e^2}{\eta_f} \quad (2.3)$$

Il est inférieur à 1 dans toutes les expériences réalisées, et l'inertie dans l'écoulement peut donc être négligée.

Préparation des suspensions

La préparation de suspensions isodenses, pour obtenir un mélange homogène, à la concentration de particules ϕ souhaitée, est une opération délicate. Pour cela, le fluide suspensé est d'abord versé sur les billes et non pas l'inverse pour éviter au maximum l'entrée de bulles d'air dans la suspension puis on mélange délicatement à la spatule. Le mélange est alors placé dans une cloche à vide. Les bulles éventuellement présentes dans la suspension deviennent de plus en plus grosses, remontent à la surface et disparaissent. Dans le cas des suspensions très concentrées, pour $\phi > 0.50$, plusieurs passages dans la cloche à vide sont nécessaires en mélangeant soigneusement entre chaque passage.

Pour chaque taille de particules, deux suspensions sont préparées de cette manière, à des concentrations différentes $\phi = 0.40$ et 0.50 . Elles sont introduites tour à tour dans la cellule de cisaillement, puis, après avoir réalisé les séries de mesures à ces concentrations, je dilue directement la suspension dans la cellule en y ajoutant une masse de fluide appropriée pour obtenir les concentrations respectives de $\phi = 0.35$ et 0.45 . Une deuxième et dernière dilution est effectuée pour étudier les dernières concentrations $\phi = 0.30$ et 0.40 . Le bon accord des résultats obtenus pour les deux suspensions à $\phi = 0.40$, préparées différemment, nous a permis de valider la méthode de préparation des suspensions. Avant chaque étude, les suspensions sont pré-cisaillées une quinzaine de minutes à un cisaillement modéré ($\dot{\gamma} \sim 40 \text{ s}^{-1}$, afin d'homogénéiser la concentration suivant la direction verticale. En effet, si la concentration en particules n'est pas uniforme sur toute la hauteur de suspension, le phénomène de diffusion sous gradient, expliquée dans la section 1.4.1, permettra de dissiper les gradients de concentration et d'homogénéiser les suspensions.

2.2.2 Description de la cellule de Couette

La cellule de Couette, dont une coupe suivant l'axe des cylindres est représentée schématiquement sur la figure 2.6-b, est constituée d'un cylindre intérieur mobile en acier inoxydable de rayon $R_i = 17.5 \text{ mm}$ et d'un cylindre extérieur fixe en altuglass transparent de rayon $R_e = 20 \text{ mm}$. Dans ces conditions, l'entrefer $e = 2.5 \text{ mm}$ étant très petit devant le rayon intérieur ($e/R_i < 0.2$), le taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ imposé par la rotation du cylindre intérieur à la vitesse Ω , est supposé uniforme dans toute l'épaisseur e , et est calculé par $\dot{\gamma} = \Omega R_i/e$. La hauteur du dispositif, limitée par l'usinage du cylindre extérieur, est de $H = 11 \text{ cm}$. Le

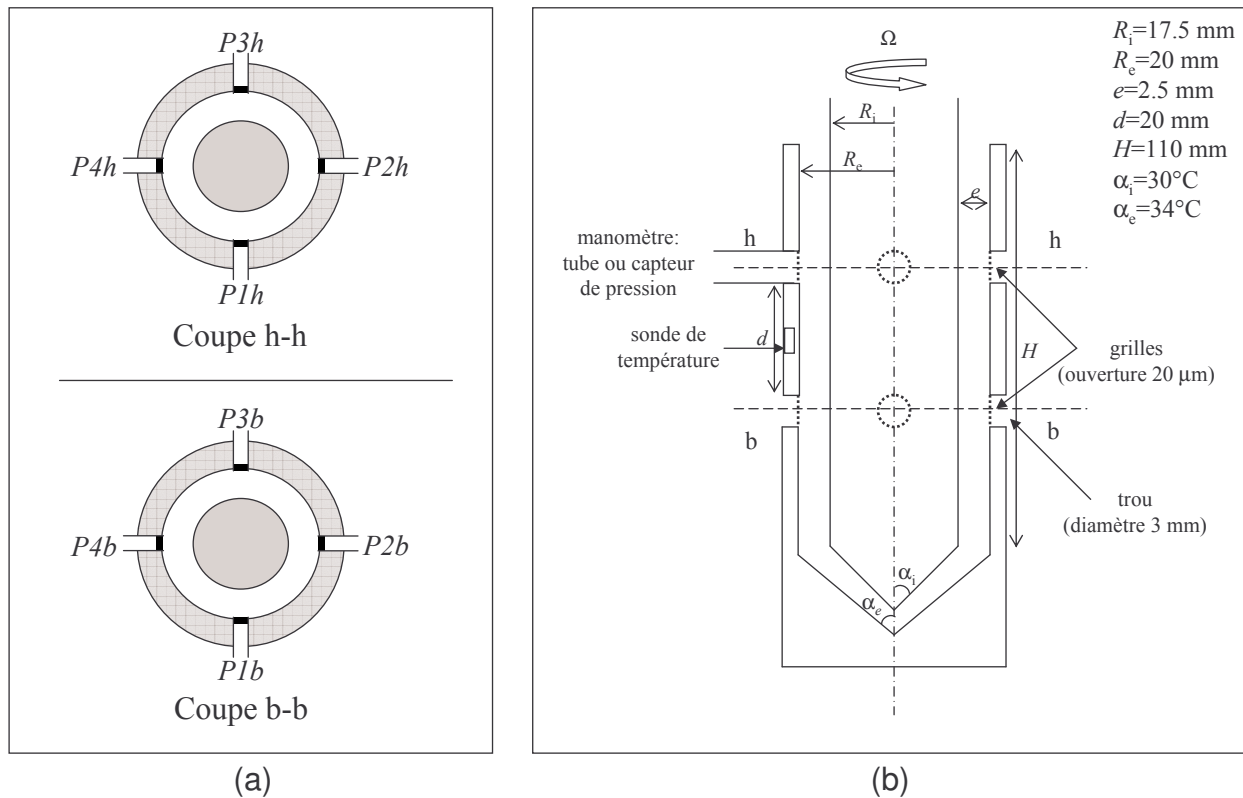


FIGURE 2.6 – (a) : Schéma de coupes transversales suivant les deux niveaux de mesure : h et b . (b) : Schéma de la coupe suivant l'axe des cylindres de la cellule de Couette cylindrique.

fond du cylindre extérieur et l'extrémité du rotor sont de formes côniques (cf figure 2.6-b) afin de limiter le gradient de cisaillement dans le fond de la cellule de Couette. De plus, on corrige le fond du cylindre extérieur avec un angle faible $\alpha = \alpha_e - \alpha_i = 4^\circ$ (cf figure 2.6-b), afin d'assurer un cisaillement uniforme entre le fond de la cellule et l'entrefer cylindrique (en réalité, légèrement supérieur dans le fond de la cellule, afin de pouvoir chasser les particules).

Le cylindre extérieur est percé de huit trous, de 3 mm de diamètre, répartis sur deux niveaux distants de $d = 4$ cm dont le niveau supérieur est à 6 cm du bas de la cellule et au minimum à 2 cm de l'interface air/suspension. Sur chaque niveau, les 4 trous sont espacés de 90° . Une grille en polypropylène avec des ouvertures carrées de $20 \mu\text{m}$, présentée sur la photographie 2.3, recouvre chaque trou sur la paroi interne du cylindre, et empêche ainsi le passage des particules. Des tubes sont emmanchés en force et collés dans ces trous. Ces tubes sont connectés à des capteurs de pressions et sont remplis de fluide porteur. Les pressions mesurées dans ces 8 tubes sont notées $P1b$, $P2b$, $P3b$ et $P4b$, sur le premier niveau et $P1h$, $P2h$, $P3h$ et $P4h$, sur le deuxième, comme indiqué sur la figure 2.6-a. Ainsi, les 4 couples

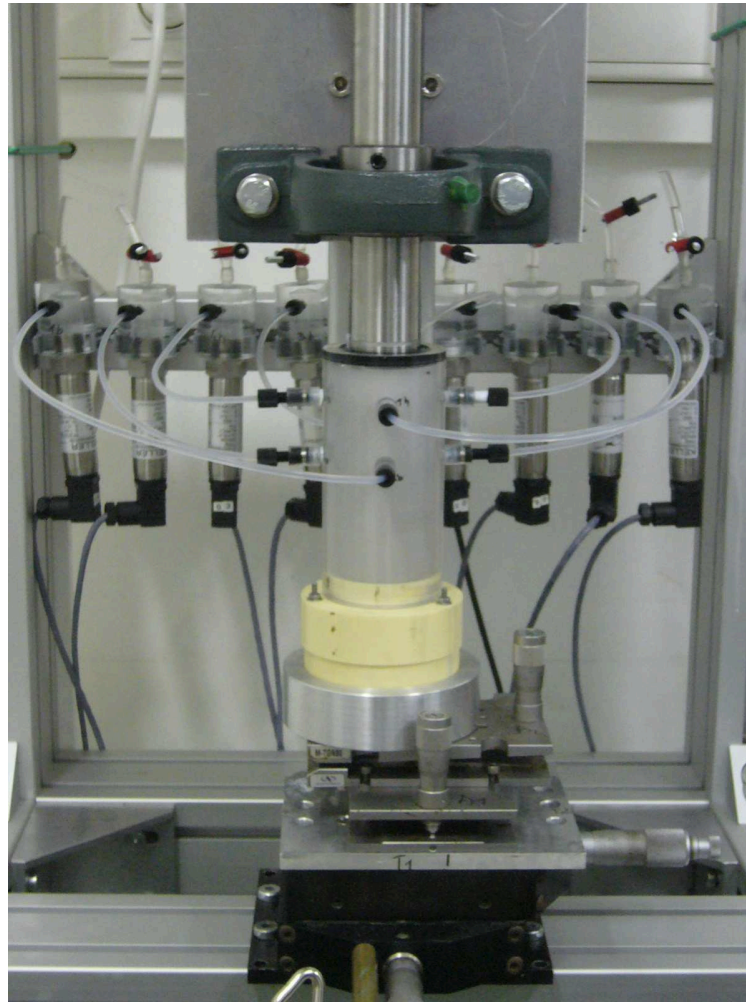


FIGURE 2.7 – Photo de la cellule de Couette.

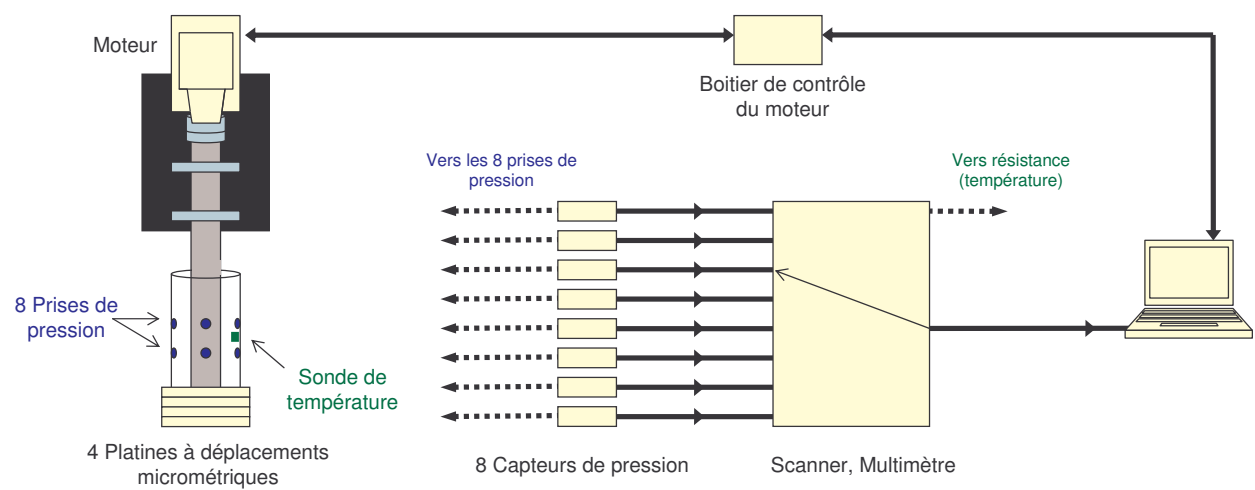


FIGURE 2.8 – Schéma du dispositif expérimental.

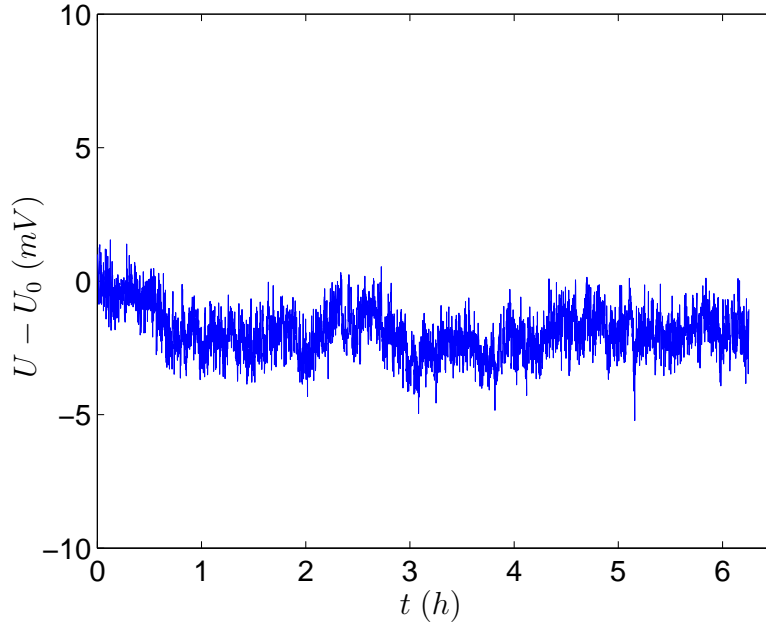


FIGURE 2.9 – Variation dans le temps du signal brut délivré par un capteur de pression piézoélectrique différentiel.

de capteurs symétriques par rapport à l'axe de rotation sont $(1h, 3h)$, $(2h, 4h)$, $(1b, 3b)$ et $(2b, 4b)$. Une photographie du dispositif est présentée sur la figure 2.7 sur laquelle on peut voir la cellule contenant une suspension (en blanc), la partie haute du cylindre intérieur en inox, 6 prises de pression avec les tubes remplis de fluide reliés aux capteurs de pression situés derrière la cellule.

Les capteurs de pression utilisés sont des transducteurs piézoélectriques différentiels (marque Keller, type PR-21S) délivrant une tension de 10 V pour une pression de 1 bar. La précision obtenue pour la mesure de pression est de 0.001 bar. La figure 2.9 montre le signal brut délivré au cours du temps, par un des capteurs, correspondant au bruit de mesure. On remarque une légère dérive de ~ 2.5 mV ($P = 25$ Pa), après 1h de mesure, du même ordre de grandeur que le bruit. Lorsqu'aucun cisaillement n'est appliqué à la suspension, le signal correspond à la pression hydrostatique $P^f(\dot{\gamma} = 0) = P_{atm} + \rho gh$, qui sera notre pression de référence. Dans les expériences, nous voulons mesurer l'écart à la pression hydrostatique, causé par un cisaillement. Afin de s'affranchir de la dérive lente des capteurs, on mesure la pression de référence (pression hydrostatique) à retrancher, avant chaque cisaillement imposé.

Le cylindre intérieur est entraîné par un moteur Brushless de 750 W, asservi en vitesse et permettant des vitesses de rotation variant de 0 à 3000 trs.min⁻¹ avec une précision de

0.02%. Le moteur est fixé au cylindre intérieur par l'intermédiaire d'un accouplement et deux paliers à billes (dont l'un est visible sur la figure 2.7) assurent le guidage en rotation du cylindre tout en réduisant les frottements. Pour régler la coaxialité des cylindres intérieur et extérieur, la cellule est fixée sur une superposition de quatre platines de déplacements micrométriques placées en quinconce. Deux platines d'angle permettent d'orienter l'axe de la cellule, et deux platines de translation permettent d'ajuster sa position dans le plan horizontal.

2.2.3 Réglage de la concentricité des cylindres avec le fluide seul

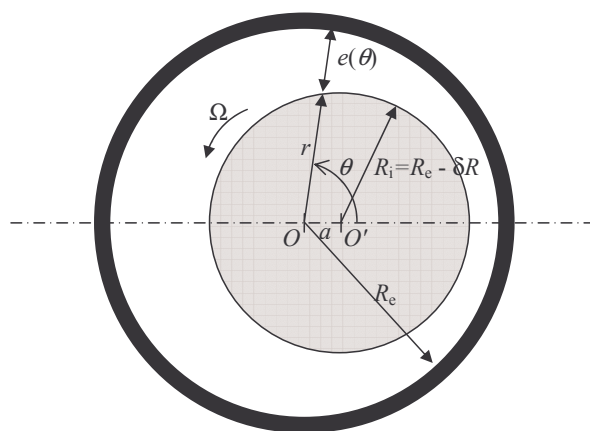


FIGURE 2.10 – Schéma de l'écoulement entre deux cylindres non concentriques.

Rappelons tout d'abord que le cisaillement d'un fluide Newtonien ne faisant apparaître aucune contrainte normale autre que la pression hydrostatique, notre mesure de pression diminuée de la pression hydrostatique doit être nulle lorsque ce fluide est cisailé dans notre dispositif. Néanmoins, dans cette géométrie "cylindrique", des pressions apparaissent dès que les deux cylindres, entre lesquels le fluide s'écoule, ne sont pas rigoureusement concentriques.

L'origine de ces pressions provient de la modification de l'écoulement de notre fluide Newtonien de viscosité $\eta_f \simeq 3 \text{ Pa}\cdot\text{s}$, représenté schématiquement sur la figure 2.10, entre notre cylindre extérieur de rayon $R_e = 20 \text{ mm}$ et notre cylindre intérieur de rayon proche $R_i = R_e - \delta R$ ($\epsilon = \delta R/R_e \ll 1$), tournant à une vitesse angulaire Ω , lorsque les axes des cylindres sont décalés d'une distance $a = \lambda \delta R$ ($\lambda \leq 1$). En supposant que les axes des cylindres sont parallèles, donc que l'écoulement est invariant dans cette direction (Oz), et moyennant quelques approximations géométriques, on peut calculer la pression [3] dans l'entrefer $P^f(\theta)$ où θ représente l'angle entre le point de mesure et l'axe orthogonal aux

cylindres et passant par leur centre. Notons que lorsque $\lambda = 1$, les cylindres sont coaxiaux et la pression est identique selon θ .

Aussi, étant donnée la grande valeur du rayon de courbure par rapport à l'épaisseur $e(\theta)$ de l'intervalle entre les cylindres, défini comme indiqué sur le schéma 2.10, l'écoulement peut être assimilé à un écoulement entre deux plans formant un petit angle. Cela revient à négliger les effets liés à la courbure comme le gradient de pression dû à la force centrifuge. On montre alors que la distribution de pression suivant θ s'écrit :

$$P^f(\theta) = P_0^f + \frac{6\eta_f\Omega}{\epsilon^2} \left(\int_0^\theta \frac{d\theta}{(1 - \lambda \cos \theta)^2} - \frac{I_2(\lambda)}{I_3(\lambda)} \int_0^\theta \frac{d\theta}{(1 - \lambda \cos \theta)^3} \right) \quad (2.4)$$

$$\text{avec} \quad I_n(\lambda) = \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{(1 - \lambda \cos \theta)^n} \quad (2.5)$$

où P_0^f est la pression à $\theta = 0$ (qui est identique à $\theta = 2\pi$).

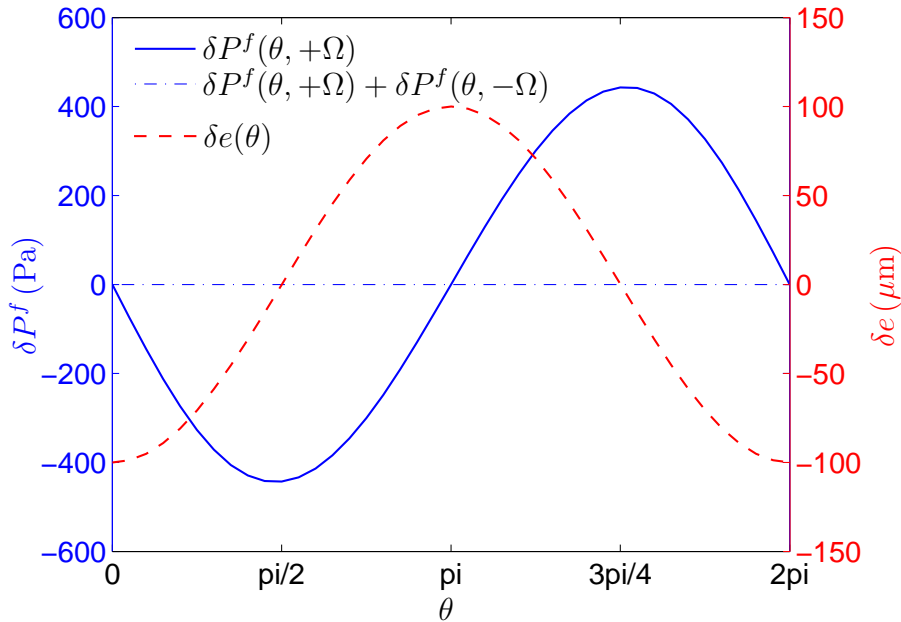


FIGURE 2.11 – Variation théorique de la pression δP^f et de l'entrefer δe en fonction de l'angle θ , lors de l'écoulement d'un fluide Newtonien entre deux cylindres décentrés de $a = 100 \mu\text{m}$ ($\lambda = 0.04$), pour une vitesse de rotation de $\Omega = 4\pi \text{ s}^{-1}$; ainsi que la somme des variations de pressions dans chaque sens de rotation $\delta P^f(\theta, +\Omega) + \delta P^f(\theta, -\Omega)$.

La figure 2.11 montre la variation de pression théorique $\delta P^f = P^f - P_0^f$ suivant l'angle θ , ainsi que l'écart d'entrefer $\delta e (= e(\theta) - e(\theta = 0))$ correspondant, pour un décentrage de $a = 100 \mu\text{m}$ (soit un écart de 4% de l'entrefer), et une valeur de vitesse angulaire $\Omega = 4\pi \text{ s}^{-1}$. On constate une forte diminution de pression en aval ($\theta = \pi/2$) du point où les cylindres

sont les plus proches ($\theta = 0$) et une forte augmentation en amont ($\theta = 3\pi/4$). Cet écart de pression calculé ici pour une valeur élevée de vitesse de rotation, est du même ordre de grandeur que les pressions mesurées lors de l'étude des suspensions. Un moyen de s'affranchir de ces écarts de pression est de mesurer alternativement la pression dans un sens de rotation $+\Omega$, puis dans l'autre $-\Omega$, et de moyennner les deux valeurs, comme le montre théoriquement le tracé $\delta p(\theta, +\Omega) + \delta p(\theta, -\Omega)$ sur la figure 2.11.

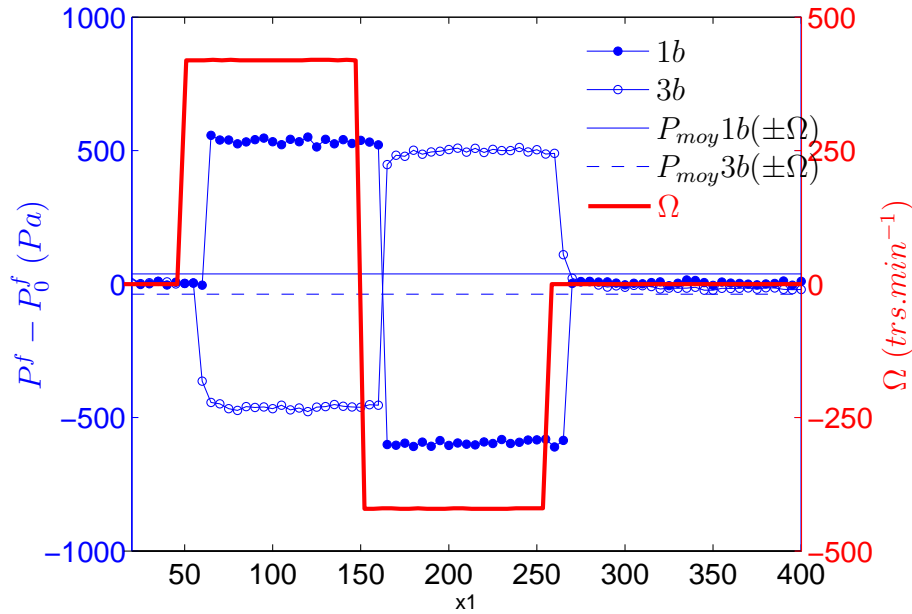


FIGURE 2.12 – Variation expérimentale de pression pour une vitesse imposée positive et négative $\Omega = \pm 420 \text{ trs.min}^{-1}$ sur 2 prises de pression diamétralement opposées et pression moyennée correspondante.

Expérimentalement, cette méthode est bien vérifiée. La variation de pression du fluide mesurée, dans notre dispositif rempli de fluide seul, au niveau de 2 points diamétralement opposés ($\theta = 0$ et $\theta = \pi$), à une vitesse de rotation $\Omega = \pm 7 \text{ rad.s}^{-1}$, est présentée sur la figure 2.12. A l'instant $t = 0$, le fluide n'est soumis à aucun cisaillement. La mesure représentée, donnant l'écart à la pression hydrostatique, est nulle lorsque le fluide est au repos. Lorsqu'il est soumis à un cisaillement (entre $t = 50 \text{ s}$ et $t = 150 \text{ s}$), une surpression est mesurée instantanément sur le capteur $1b$ tandis qu'une dépression est détectée à l'opposé, sur le capteur $3b$. A $t = 150 \text{ s}$, le sens de rotation est inversé et seul le signe de la pression sur chaque prise est inversé, la valeur de pression $|\Delta P|$ reste identique. Notons que les pressions sont stables lors de chaque cisaillement. Lorsque la rotation du cylindre est stoppée (à $t = 250 \text{ s}$), les variations de pression redeviennent nulles. Les valeurs moyennées dans les deux sens de rotation, sur chaque prise de pression, reportées sur la figure 2.12 ($P_{moy} 1b(\pm\Omega) = 38 \text{ Pa}$

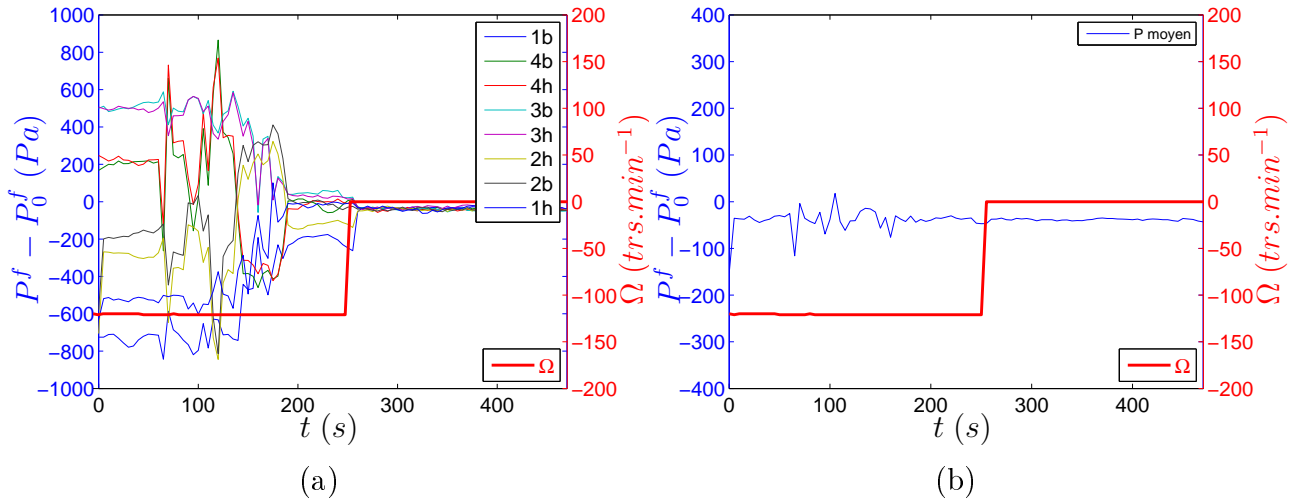


FIGURE 2.13 – (a) : Evolution dans le temps des pressions mesurées aux huit points de mesure, au cours du réglage de la concentricité des cylindres (il est effectué de $t = 70$ s à 175 s). (b) : Moyenne des pressions mesurées sur les huit capteurs.

et $P_{moy3b}(\pm\Omega) = -38$ Pa), montrent que la variation de pression, due à l'excentricité des axes, est nettement diminuée. Toutefois, les écarts ne se compensent pas complètement. Par conséquent, pour améliorer ces résultats, la pression est mesurée puis moyennée sur deux ensembles de quatre capteurs situés à deux hauteurs différentes et orientés à 90° les uns des autres.

Dans l'étude des suspensions, en plus des surpressions décrites ci-avant, un entrefer non uniforme donnerait lieu à des migrations des particules vers les zones de faibles cisaillements, qui auraient un effet sur nos mesures difficilement compensable. C'est pour cette raison que le réglage de la coaxialité est toujours effectué, avant de commencer les mesures de pression dans les suspensions. Je le réalise en utilisant les mesures de pression avec le fluide Newtonien dans l'entrefer, qui sont très sensibles aux variations. En imposant un cisaillement au fluide, la déviation de la pression, due aux variations d'entrefer, est mesurée et je déplace le cylindre extérieur, à l'aide des vis micrométriques, de sorte à minimiser les variations de pressions sur les huit points sondés, tout en gardant le cisaillement imposé. Un exemple de réglage est présenté sur le graphe 2.13-a : les réponses des huit capteurs sont reportées ainsi que la vitesse à laquelle le réglage est effectué. A l'instant $t = 0$, un cisaillement est imposé au fluide : on observe clairement les écarts de pression dus à l'excentricité des cylindres, puis au temps $t = 70$ s, je déplace le cylindre extérieur de l'ordre d'une dizaine de microns, pour amoindrir ces variations de pression, ce qui est le cas en fin de cisaillement (de 175 s $< t < 250$ s). Enfin, le cisaillement est arrêté et toutes les variations de pressions reviennent à 0.

En représentant sur la figure 2.13-b, la moyenne des 8 points de pression, correspondant à ce réglage, on constate qu'avant et après le réglage du dispositif, les variations de pression entre vitesse nulle et vitesse imposée, sont quasiment nulles. Cela valide notre méthode de moyenne et de centrage des axes. On remarque au passage que les mesures de pressions effectuées "en desaxé", ont des valeurs individuelles dispersées (cf figure 2.13-a), mais donnent des mesures moyennées correctes (proches de zéro, ici) (cf figure 2.13-b). Dans ce cas, en effet, l'inhomogénéité du cisaillement n'influence pas les pressions moyennées. Dans la suite du rapport, la pression représentée sera toujours celle obtenue après moyennage et en ayant déduit la pression mesurée en cisaillement nul (la pression hydrostatique). Elle sera notée ΔP .

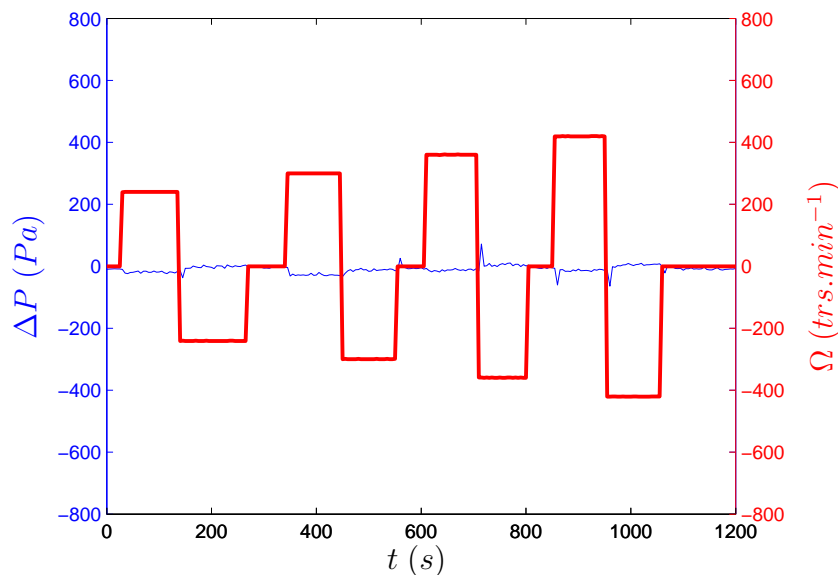


FIGURE 2.14 – Pression moyennée sur les 8 points pour différents taux de cisaillement imposés au fluide.

Après avoir réalisé ce réglage, des mesures à différentes vitesses de rotation du cylindre sont effectuées toujours avec le fluide seul. Le graphique 2.14 montre la pression obtenue en réalisant des incréments de vitesse de rotation Ω . La pression est nulle tout le temps de la rampe de cisaillement. Notre méthode de mesure rend compte du caractère Newtonien du fluide, validant ainsi notre principe de mesure.

Avant d'étudier les suspensions, il nous faut s'affranchir de l'évolution de la viscosité, avec la température, du fluide porteur.

2.2.4 Evolution de la température

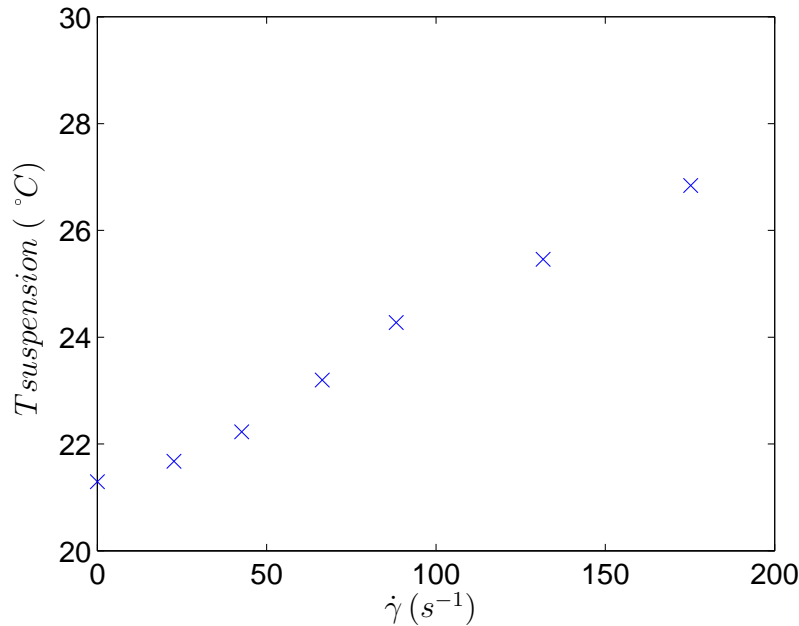


FIGURE 2.15 – Température en fonction du cisaillement imposé, de manière croissante, sur une suspension de $225 \mu m$ à $\phi = 0.40$.

Au cours du cisaillement, la dissipation visqueuse peut être importante et entraîner une forte augmentation de la température du milieu cisailé (fluide ou suspension). L'évolution de la température d'une suspension, de $225 \mu m$ de concentration $\phi = 0.40$, en fonction du taux de cisaillement imposé ($\dot{\gamma}$ incrémenté de manière croissante avec le temps) est représentée sur la figure 2.15. Initialement, la suspension est à une température inférieure à $22 \text{ }^{\circ}C$, lorsque le cisaillement augmente, la température augmente également jusqu'à atteindre plus de $26 \text{ }^{\circ}C$ en fin d'expérience. Ce relevé a été effectué (dans des expériences tests) en plaçant une sonde de température dans l'entrefer après chaque cisaillement imposé. Notons qu'elle ne peut être relevée ainsi, au cours des expériences de mesures de pression car la sonde perturbe l'interface de la suspension et crée de grandes oscillations qui modifient localement la pression hydrostatique. Dans notre étude, nous avons utilisé une sonde placée dans une entaille de la paroi du cylindre extérieur (à $\sim 1 \text{ mm}$ de la suspension). Un étalonnage, représenté sur le graphe 2.16, a permis de relier la température mesurée en paroi à la température régnant dans la suspension cisailée. Grâce à cet étalonnage, la température de la suspension peut être déduite de la température en paroi avec une précision de $\pm 1 \text{ }^{\circ}C$. Remarquons que la température peut s'élever à plus de $32 \text{ }^{\circ}C$, ce qui confirme l'importance de l'augmentation de température au cours des expériences.

L'élévation de la température provoque une diminution non négligeable de la viscosité du fluide, donc de la viscosité de la suspension. La prise en compte du changement de viscosité est faite en utilisant la relation (2.1) obtenue par la rhéologie du fluide avec la température représentée sur la figure 2.5. Une incertitude de $1\text{ }^{\circ}\text{C}$ entraîne une incertitude de l'ordre de 7% sur la viscosité. Par ailleurs, pour éviter une trop grande augmentation de la température, on a limité les durées de cisaillement à environ $\sim 1 - 2$ min.

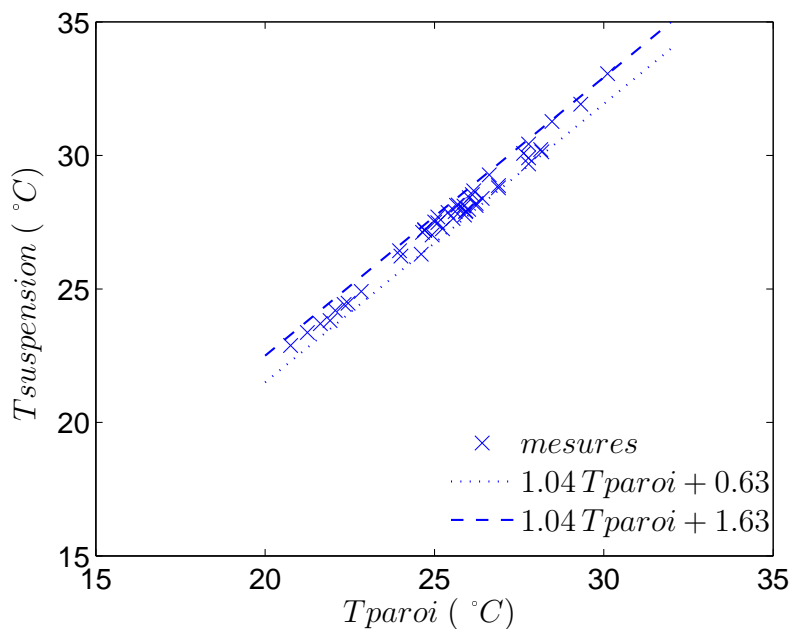


FIGURE 2.16 – Température à l'intérieur de la suspension en fonction de la température mesurée en paroi.

Nous venons d'évoquer dans cette section, les effets perturbateurs arrivant dans notre écoulement et les solutions apportées pour s'en affranchir. La conception du dispositif expérimental ainsi que le choix des constituants des suspensions a été un aspect important dans ce travail.

2.3 Etude de la pression des particules

2.3.1 Influence du taux de cisaillement

Un exemple de rampe de vitesse est présenté sur la figure 2.17 avec la réponse en pression d'une suspension de $40\text{ }\mu\text{m}$ de concentration $\phi = 0.45$. Lorsque la suspension est cisailée, la pression mesurée chute, quelque soit le sens de la vitesse imposée. Notons au passage qu'avec

l'utilisation des capteurs de pression, la réponse en pression est instantanée. La valeur de la pression $|\Delta P|$ augmente avec l'intensité du cisaillement.

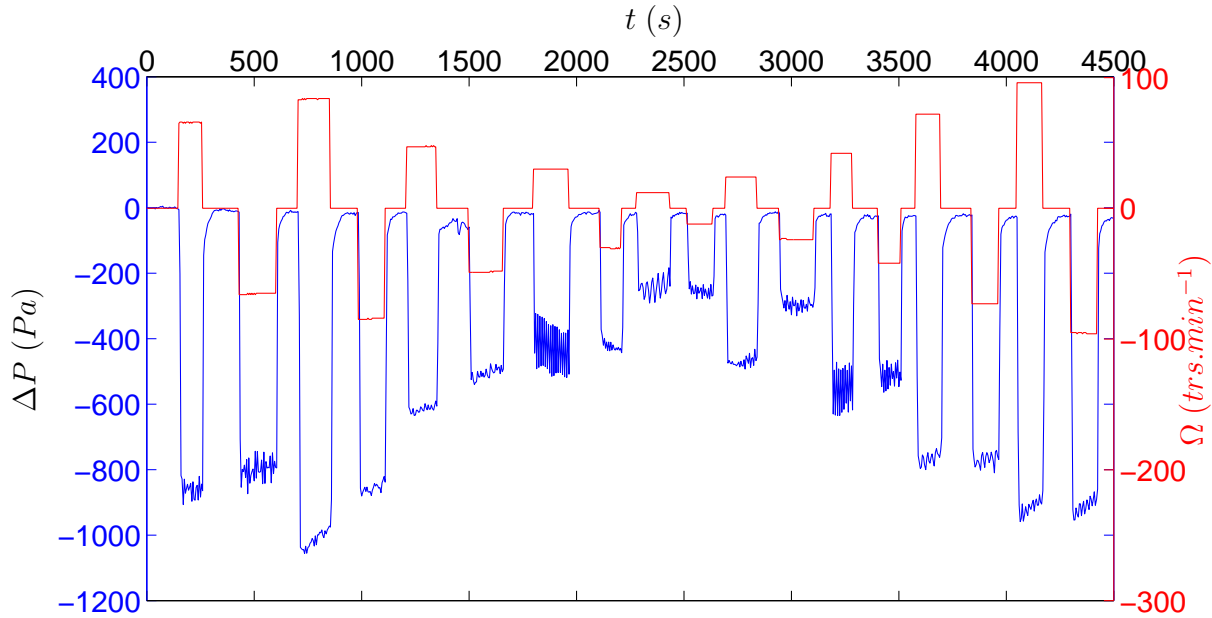


FIGURE 2.17 – Pression moyennée sur les 8 points pour différents taux de cisaillement imposés à une suspension de $40\ \mu\text{m}$ à $\phi = 0.45$.

Notons que pour certaines vitesses, la réponse en pression n'est pas stable, la valeur de $|\Delta P|$ diminue légèrement dans le temps, au cours du cisaillement. Cette variation est accentuée pour des valeurs élevées de $|\Omega|$, ce qui nous amène à limiter le temps de mesure à une minute, pour chaque cisaillement. L'origine de cette dérive est la diminution de la viscosité du fluide au cours du cisaillement (due à l'augmentation de la température) dont la pression dépend. Des oscillations, d'amplitude plus ou moins variable, peuvent également apparaître. Leur cause nous est encore inconnue.

Les différences de pression ΔP correspondant à chaque vitesse de rotation imposée, sont reportées en fonction de la contrainte de cisaillement du fluide seul, $\eta_f \dot{\gamma}$, sur le graphique 2.18 avec η_f la viscosité du fluide corrigée en température. La valeur de la pression $|\Delta P|$ augmente linéairement avec la contrainte. La pression ne présente pas d'hystérésis : on ne distingue pas les mesures obtenues pendant le cycle croissant ou décroissant de la vitesse de rotation. La pression n'est donc pas influencée par l'état par lequel est passé la suspension.

Les barres d'incertitude, ici assez grandes, sont estimées en prenant l'écart entre la moyenne des 8 pressions et la moyenne des 4 pressions sur le niveau inférieur et supérieur, dont les valeurs sont également présentées sur la figure 2.18. Les écarts de mesures de

pression en haut et en bas de la cellule sont relativement importants, ici, et ne permettent d'obtenir qu'une évaluation de la pente à 30% près. Notons que les mesures du haut de la cellule ne sont pas systématiquement plus grandes que celles du bas, ce qui nous amène à penser que ces incertitudes sur la pression semble provenir de la non coaxialité résiduelle des deux cylindres (cf paragraphe 2.2.3).

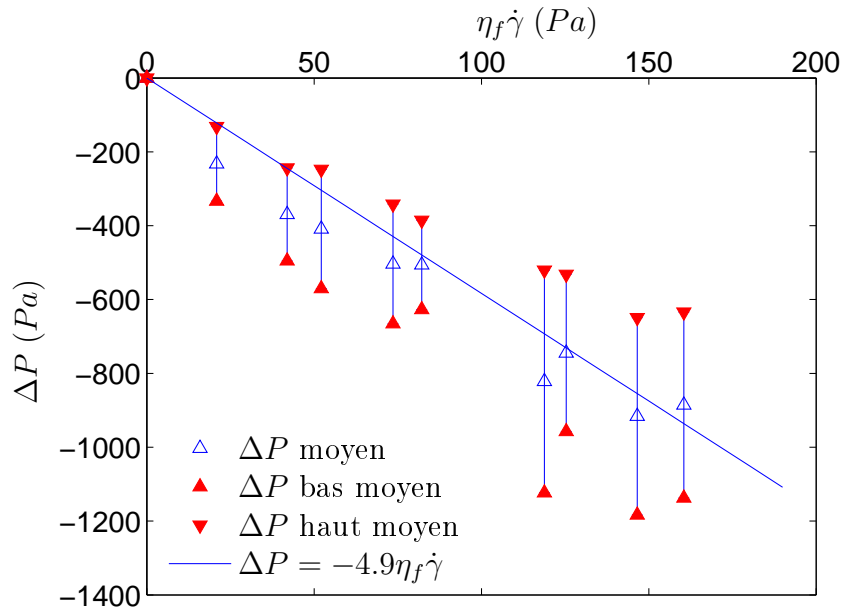


FIGURE 2.18 – Evolution de la pression moyennée sur chaque niveau (bas et haut) et sur les deux niveaux en fonction de la contrainte de cisaillement du fluide seul, de viscosité η_f corrigée en température, d'une suspension de $40 \mu m$ à $\phi = 0.44$.

2.3.2 Influence de la fraction volumique des particules

Le comportement linéaire avec la contrainte de cisaillement $\eta_f \dot{\gamma}$, est observé pour toutes les concentrations en particules étudiées, $0.30 < \phi < 0.50$. Les évolutions sont présentées sur la figure 2.19-a avec leur régression linéaire respective. Les incertitudes de mesures augmentent fortement lorsque les suspensions sont plus concentrées, mais restent cependant inférieures aux pressions mesurées. Les données obtenues lors du cisaillement du fluide seul sont également reportées. Elles montrent une réponse nulle $\Delta P = 0$.

En ce qui concerne les suspensions, les coefficients linéaires dépendent fortement de la concentration en particules ϕ . Ils varient de $\frac{|\Delta P|}{\eta_f \dot{\gamma}} = 0.35$ pour $\phi = 0.30$ à $\frac{|\Delta P|}{\eta_f \dot{\gamma}} = 18.5$ pour $\phi = 0.50$.

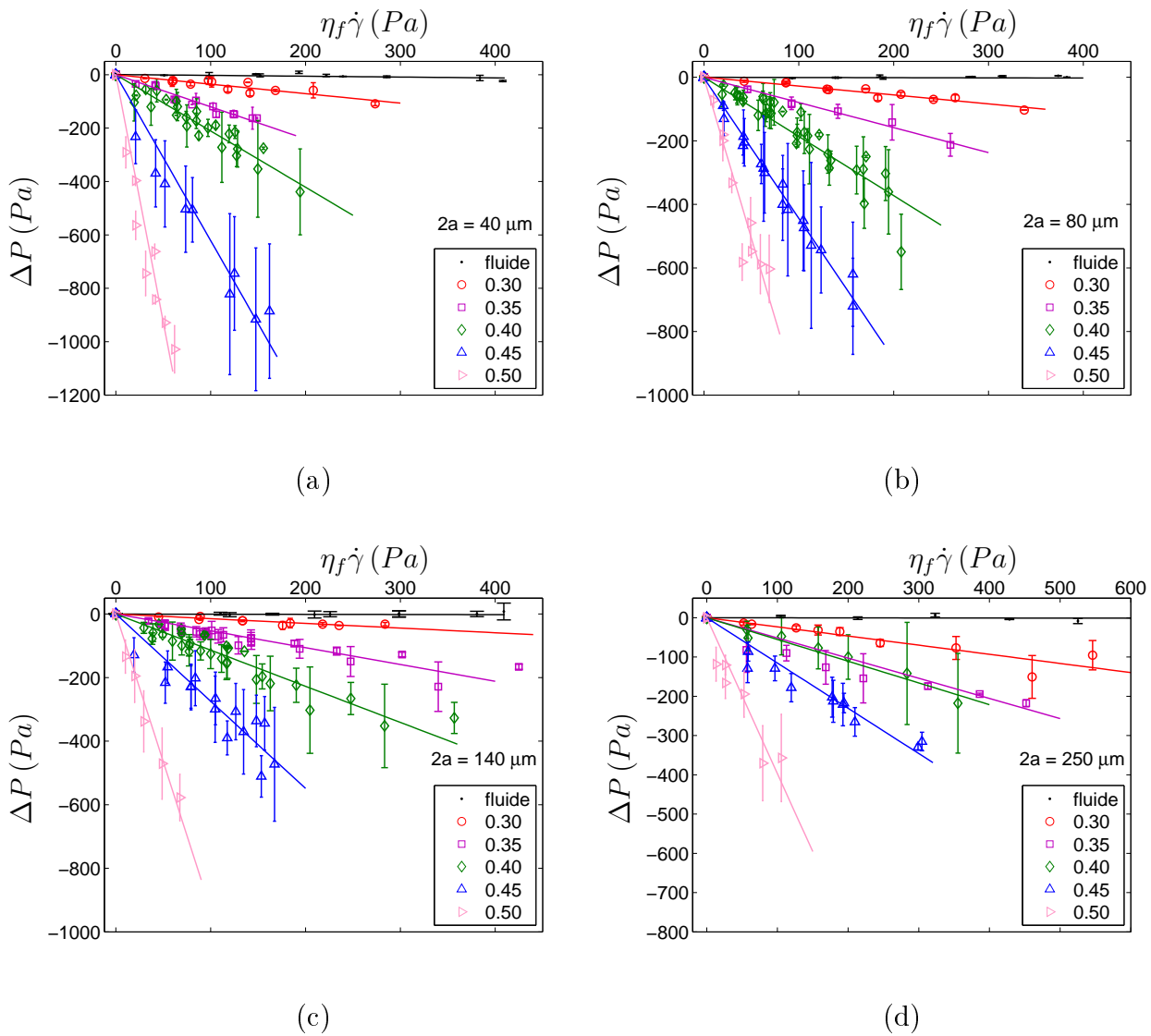


FIGURE 2.19 – Evolution de la pression ΔP en fonction de la contrainte de cisaillement du fluide seul $\dot{\gamma}\eta_f$, pour différentes concentrations allant de $\phi = 0.30$ à 0.50 , et pour différentes tailles de particules 40 , 80 , 140 et $250 \mu\text{m}$

Les figures 2.19-b-c-d correspondent aux résultats obtenus pour des suspensions contenant des particules de taille respective de 80 , 140 et $250 \mu\text{m}$. Le comportement est similaire à celui décrit pour les suspensions de $40 \mu\text{m}$. Toutefois, les valeurs de pression mesurées sont d'autant plus faibles que la taille des particules augmente, toutes autres grandeurs égales par ailleurs. Je discuterai de l'origine possible de cette diminution de pression par la suite.

L'évolution avec la concentration, de la pression $|\Delta P|$ normalisée par la contrainte de cisaillement $\eta_f \dot{\gamma}$ (ce qui correspond à la pente de chaque droite vue précédemment), est

présentée sur la figure 2.20-a. Toutes les tailles de particules sont représentées, montrant également la dépendance de cette pression normalisée avec la taille. Cette pression normalisée faible pour les petites concentrations, devient du même ordre de grandeur que la contrainte de cisaillement lorsque ϕ approche 0.40 puis elle évolue très rapidement lorsque la concentration approche celle de l'empilement compact maximum ϕ_{max} . L'allure exponentielle des courbes $|\Delta P|/(\eta_f \dot{\gamma})$ en fonction de la concentration ϕ , observée sur la figure 2.20-a est confirmée par les droites observées, en échelle semi-log sur la figure 2.20-b.

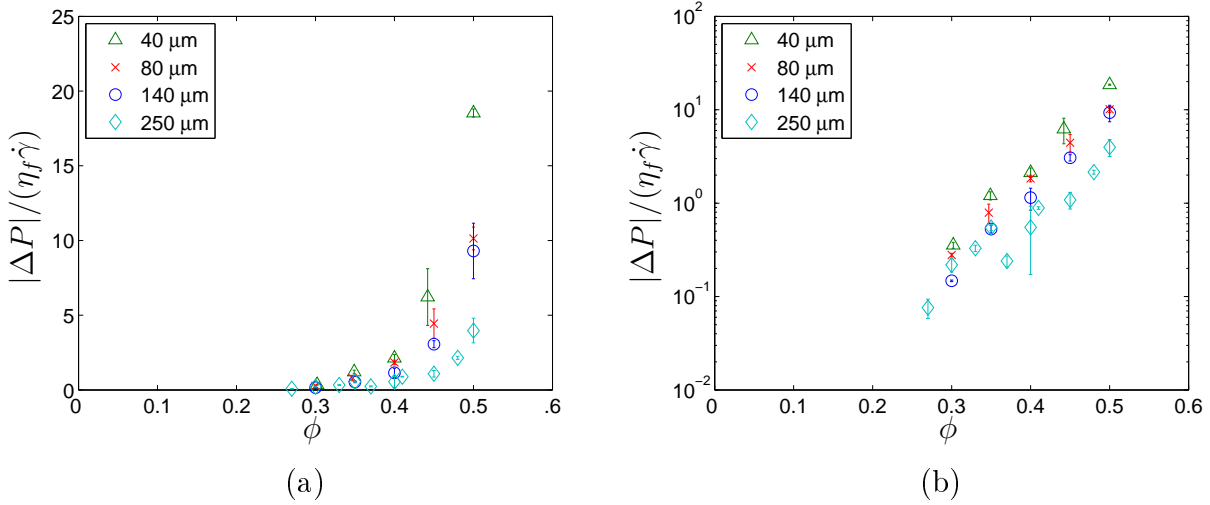


FIGURE 2.20 – Variation en échelle linéaire (a) et en échelle semi-log (b) de la pression ΔP normalisée par la contrainte de cisaillement du fluide seul, $\dot{\gamma} \eta_f$, en fonction de la concentration en particules ϕ , pour différentes tailles de particules.

On voit nettement sur cette représentation que les pressions mesurées pour les suspensions contenant les plus grosses particules étudiées (250 μm) sont considérablement plus petites que pour les autres tailles. Ces faibles valeurs de la pression normalisée pourraient être dues à des phénomènes de glissement apparaissant au niveau des parois. En effet, si un tel glissement se produit, le taux de cisaillement réellement imposé dans les suspensions est plus petit que celui estimé par nos calculs, et les pressions résultantes doivent donc être également plus faibles. On peut supposer que le glissement se produit sur une épaisseur de l'ordre de la taille des billes, et réduit d'autant plus le cisaillement réel que la taille des particules est grande. Cette tendance est observée pour toutes les concentrations étudiées et est clairement montrée sur la figure 2.20-b où les pressions normalisées sont représentées en échelle semi-log. Nous avons corrigé nos mesures en apportant une correction au cisaillement, tenant compte d'un glissement suivant la loi proposée par Jana *et al.* [41]. La correction à apporter ne concerne que les suspensions très concentrées ($\phi > 0.45$) et dans notre cas s'applique seulement aux

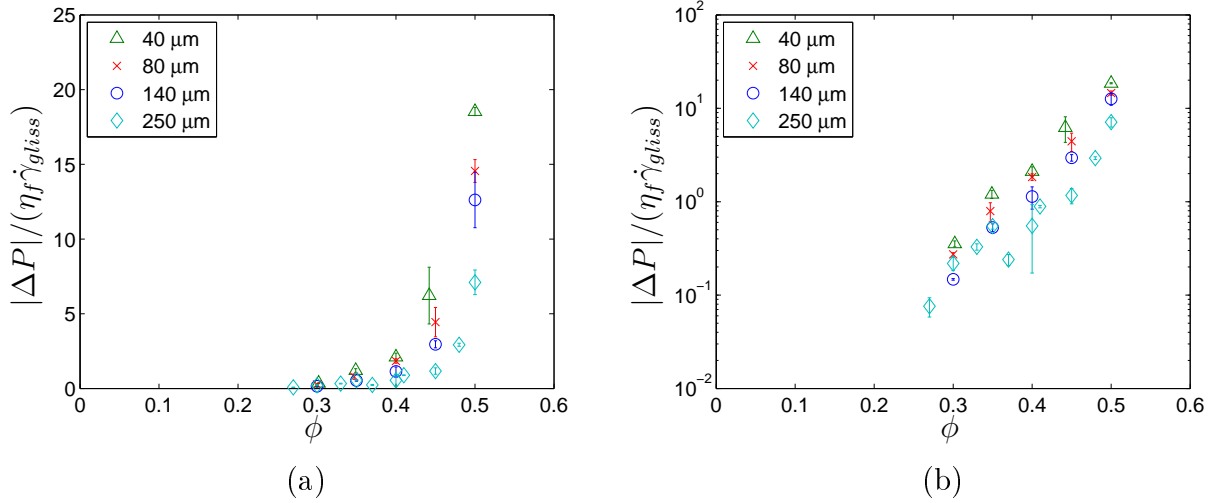


FIGURE 2.21 – Variation en échelle linéaire (a) et en échelle semi-log (b) de la pression ΔP normalisée par la contrainte de cisaillement du fluide seul tenant compte d'un glissement, $\dot{\gamma}_{gliss} \eta_f$, en fonction de la concentration en particules ϕ , pour différentes tailles de particules. $\dot{\gamma}_{gliss}$ est le cisaillement calculé sur le cylindre intérieur avec un glissement (d'après Jana *et al.* [41]).

particules de taille supérieure à 80 μm . La figure 2.21 montre les pressions $|\Delta P|$ normalisées par la contrainte de cisaillement du fluide seul, en tenant compte d'un glissement $\eta_f \dot{\gamma}_{gliss}$. La correction faite est négligeable et ne permet pas de rassembler les données sur une même courbe maîtresse. Il n'est donc pas établi que l'on puisse attribuer les différences de $|\Delta P(\phi)|$ observées pour les différentes tailles aux seuls effets de glissement aux parois.

2.3.3 Comparaison entre la pression de grille $|\Delta P|$ et la pression des particules Π

Aucune mesure directe de la pression des particules Π n'a été réalisée jusqu'à maintenant. Or notre méthode de mesure de pression des particules induite par le cisaillement suppose que $\Pi = -\Delta P$ par analogie avec la pression osmotique d'origine entropique Π_o . Ce lien avec les suspensions Browniennes est confirmé par des travaux numériques de Y. Yurkovetsky & J. Morris [82] dans lesquels l'équivalence entre la pression osmotique et la pression des particules dans la limite des très faibles cisaillements est montrée :

$$\lim_{\dot{\gamma} \rightarrow 0} \Pi = \Pi_o. \quad (2.6)$$

Cependant la définition, du point de vue mécanique, de la pression des particules est $\Pi = -\frac{1}{3}(\sigma_{11}^p + \sigma_{22}^p + \sigma_{33}^p)$. Notre mesure expérimentale est la contrainte exercée par les particules

sur une surface normale à la direction verticale, c'est-à-dire la composante σ_{33}^p . L'égalité $|\Delta P| = \Pi$ suppose que les contraintes normales appliquées par les particules soient identiques dans les 3 directions 1, 2 et 3. Or, nous avons vu dans le chapitre précédent que les particules induisaient une anisotropie des contraintes normales. Toutefois, la détermination expérimentale [83] ou numérique [82] des différences N_1 et N_2 montre une très faible valeur de celles-ci par rapport à la pression des particules et indique donc que $\sigma_{33} \approx \Pi$. Notre approximation $|\Delta P| \approx \Pi$ ne semble donc pas déraisonnable. Cela est confirmé par une étude menée par Zarraga *et al.* [83], qui a permis une évaluation de la pression Π , en fonction de la fraction volumique ϕ et de la contrainte de cisaillement τ . Ils ont caractérisé expérimentalement les différences de contraintes normales $N_1 - N_2$ et N_1 en utilisant des rhéomètres classiques en géométrie parallèle et cône-plan. Une autre technique de mesure consistant à mesurer la déflexion de l'interface d'une suspension cisailée dans un dispositif cylindrique à large entrefer (permettant d'évaluer $N_2 + \frac{1}{2}N_1$), est associée afin de déterminer au mieux la faible valeur de N_1 . Ils utilisent également une formulation de conservation de la quantité de mouvement, adaptée pour s'ajuster aux expériences d'Acrivos *et al.* [4] sur la resuspension dans une cellule de Couette, afin de déterminer la composante dans la direction de la vorticité, de la contrainte normale σ_{33} . L'expression de la pression Π obtenue en combinant toutes ces données s'écrit :

$$\Pi = 1.89 \eta_f \left(\frac{\phi}{1 - \frac{\phi}{\phi_{max}}} \right)^3 \dot{\gamma} \quad (2.7)$$

La pression des particules a été également estimée par la modélisation de Morris & Boulay [60] consistant à résoudre l'équation de Stokes en distinguant les composantes tangentielles σ_{ij}^p des composantes normales σ_{ii}^p du tenseur des contraintes des particules. Leur méthode consiste à décomposer le tenseur des contraintes des particules σ^p en une partie composée uniquement des composantes normales en introduisant une "viscosité de contrainte normale" $\eta_n(\phi)$, adimensionnée par la viscosité du fluide η_f , et une partie tangentielle faisant intervenir une viscosité $\eta_p(\phi)$ qui correspond à la contribution des particules à la contrainte de cisaillement :

$$\boldsymbol{\sigma}^p = -\eta_f \eta_n(\phi) \dot{\gamma} \widehat{\mathbf{Q}} + 2\eta_f \eta_p(\phi) \mathbf{D} \quad (2.8)$$

où η_n est construit à partir de la composante normale particulaire σ_{11}^p et η_p , à partir de la contrainte tangentielle totale σ_{12} :

$$\eta_n(\phi) = -\frac{\sigma_{11}^p}{\eta_f \dot{\gamma}} \quad \text{et} \quad \eta_p(\phi) = \eta_r - 1 \quad (2.9)$$

$$= \frac{\sigma_{12}}{\eta_f \dot{\gamma}} - 1 \quad (2.10)$$

L'expression du tenseur des contraintes s'écrit alors :

$$\boldsymbol{\sigma}^p = -\eta_f \eta_m(\phi) \dot{\gamma} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{pmatrix} + \eta_f \eta_p(\phi) \dot{\gamma} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

$$\text{avec} \quad \lambda_2 = \frac{\sigma_{22}^p}{\sigma_{11}^p} \quad \text{et} \quad \lambda_3 = \frac{\sigma_{33}^p}{\sigma_{11}^p} \quad (2.12)$$

La détermination de λ_2 et λ_3 est faite en modélisant des écoulements curvilignes : en géométrie à disques parallèles, cylindrique et cône-plan. Un seul couple de constantes ($\lambda_2 = 0.8$ et $\lambda_3 = 0.5$) permet de rendre compte des données expérimentales dans toutes les géométries d'écoulement.

$$\Pi = \eta_f \eta_m \dot{\gamma} \left(\frac{1 + \lambda_2 + \lambda_3}{3} \right) \quad (2.13)$$

où l'expression de η_m est modélisée par :

$$\eta_m = 0,75 \left(\frac{\phi}{\phi_{max}} \right)^2 \left(1 - \frac{\phi}{\phi_{max}} \right)^{-2} \quad (2.14)$$

Enfin, des simulations numériques de type Dynamique Stokesienne réalisées en $2D$, par Sierou et Brady [77], puis en $3D$, par Yurkovetsky et Morris [82], ont également permis de déterminer la pression due aux particules. Les dernières simulations, plus récentes, simulent des suspensions cisillées pour différentes valeurs de Peclet dont $Pe \rightarrow +\infty$ mais en ne tenant pas compte, dans ce régime, d'agitation thermique, contrairement aux précédentes. Il ressort de leurs calculs, la viscosité de la suspension η_{eff} , la première et seconde différence N_1 , N_2 et la pression des particules Π en fonction de la concentration ϕ .

La figure 2.22 compare nos valeurs de pressions de grille $|\Delta P|$ aux déterminations de la pression des particules Π (toutes deux normalisées par la contrainte $\eta_f \dot{\gamma}$), obtenues par les différentes méthodes évoquées : corrélation de mesures expérimentales [83], modélisation [60] et simulations numériques [77, 82]. Toutes ces prédictions de la pression des particules Π se comparent très bien avec nos mesures de pression $|\Delta P|$. Les données les plus concordantes sont celles obtenues pour les particules de plus petit diamètre $40 \mu\text{m}$, pour lesquelles les éventuels effets de parois doivent être négligeables. La technique de mesure utilisée ici permet bien de mesurer la pression exercée par les particules Π .

Dans toutes ces prédictions, l'influence de la fraction volumique ϕ est en partie prise en compte dans la viscosité effective des suspensions. En effet, en normalisant la pression Π , dans les expressions (2.7) et (2.13), par la contrainte de cisaillement de la suspension τ , il

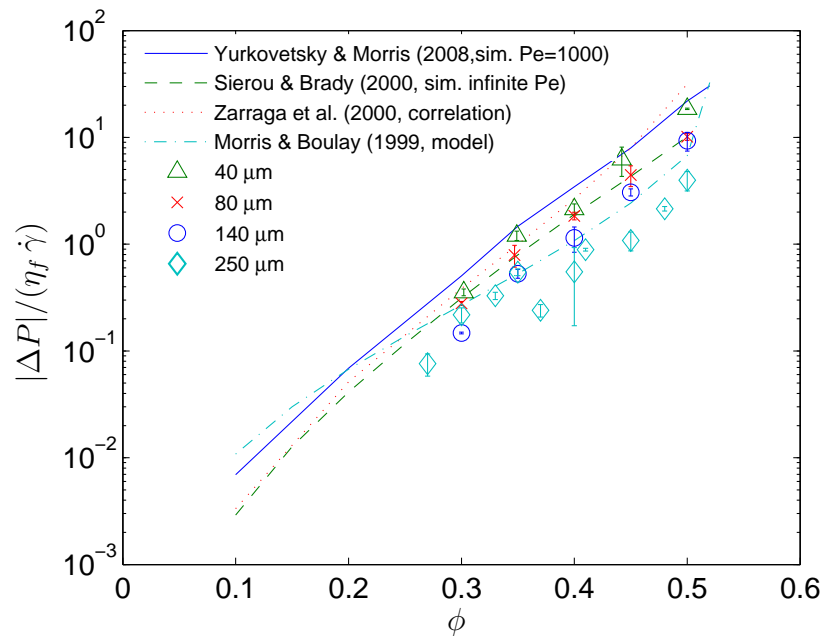


FIGURE 2.22 – Comparaison de la pression $|\Delta P|$ normalisée par la contrainte de cisaillement du fluide pur $\eta_{eff}\dot{\gamma}$, avec des corrélations, modèle, simulations.

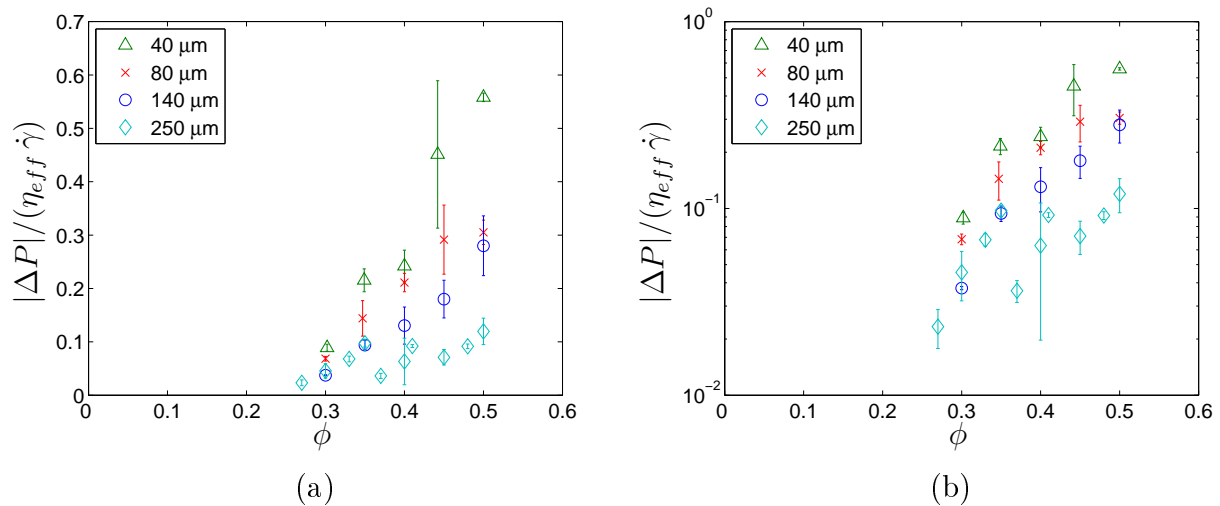


FIGURE 2.23 – Variation de la pression ΔP normalisée par la contrainte de cisaillement, utilisant une loi de viscosité de type Krieger-Dougherty, $\dot{\gamma}\eta_{eff}$, en échelle linéaire (a) et semi-log (b), en fonction de la concentration en particules ϕ , pour différentes tailles de particules.

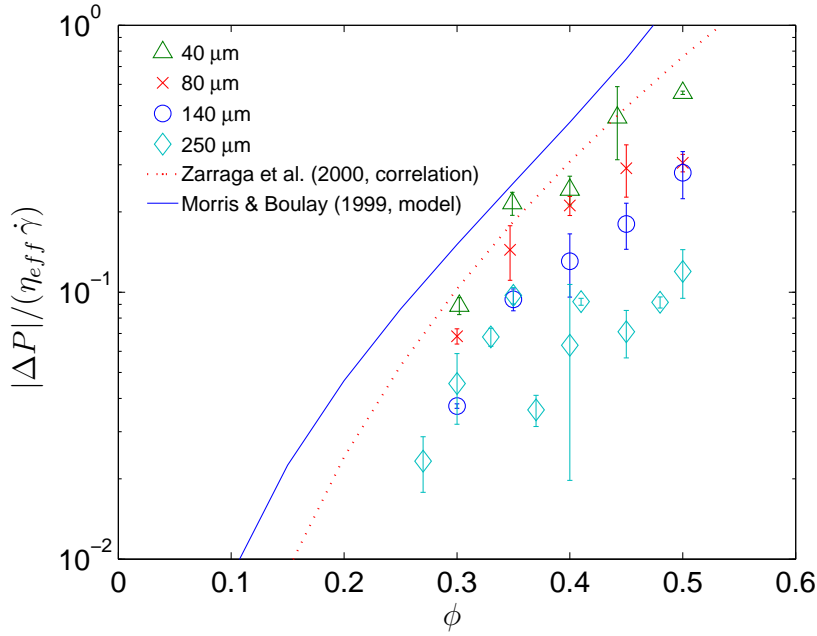


FIGURE 2.24 – Comparaison de la pression $|\Delta P|$ normalisée par la contrainte de cisaillement $\tau = \eta_{eff}\dot{\gamma}$, en utilisant la loi de viscosité proposée par Kreiger-Dougherty, avec les formulation de Zarraga *et al.* et de Morris & Boulay.

reste une dépendance avec la concentration.

D'après Zarraga *et al.* :

$$\frac{\Pi}{\tau} = 1.89\phi^3 e^{2.34\phi} \quad (2.15)$$

D'après Morris & Boulay :

$$\frac{\Pi}{\tau} = \frac{\left(\frac{\phi}{\phi_{max}}\right)^2}{1.1 + 2.5\phi_{max}\left(\frac{\phi}{\phi_{max}}\right)^{-2}\left(1 - \frac{\phi}{\phi_{max}}\right)^{-3}} \quad (2.16)$$

J'ai tenté de comparer mes mesures à ces modèles. Pour cela, j'ai utilisé la loi de viscosité proposée par Kreiger-Dougherty [46] : $\eta_{eff} = \eta_f \left(1 - \frac{\phi}{\phi_{max}}\right)^{-2.5\phi_{max}}$, pour estimer la contrainte de cisaillement imposée à la suspension $\tau_{cis} = \eta_{eff}\dot{\gamma}$. La figure 2.23 correspond à la pression $|\Delta P|$ normalisée par cette contrainte estimée, en fonction de la concentration ϕ , en échelle linéaire et semi-log. Sur la figure 2.24, on constate que les mesures ont une évolution similaire à celle attendue par ces prédictions, avec une meilleure concordance avec la formulation proposée par Zarraga *et al.*.

J'ai, également, essayé de connaître la contrainte de cisaillement τ , par une méthode plus directe. J'ai, pour cela, mesuré le couple exercé par la suspension sur le rotor. Ce moyen permet de nous affranchir des problèmes de variations de la viscosité du fluide, des éventuels

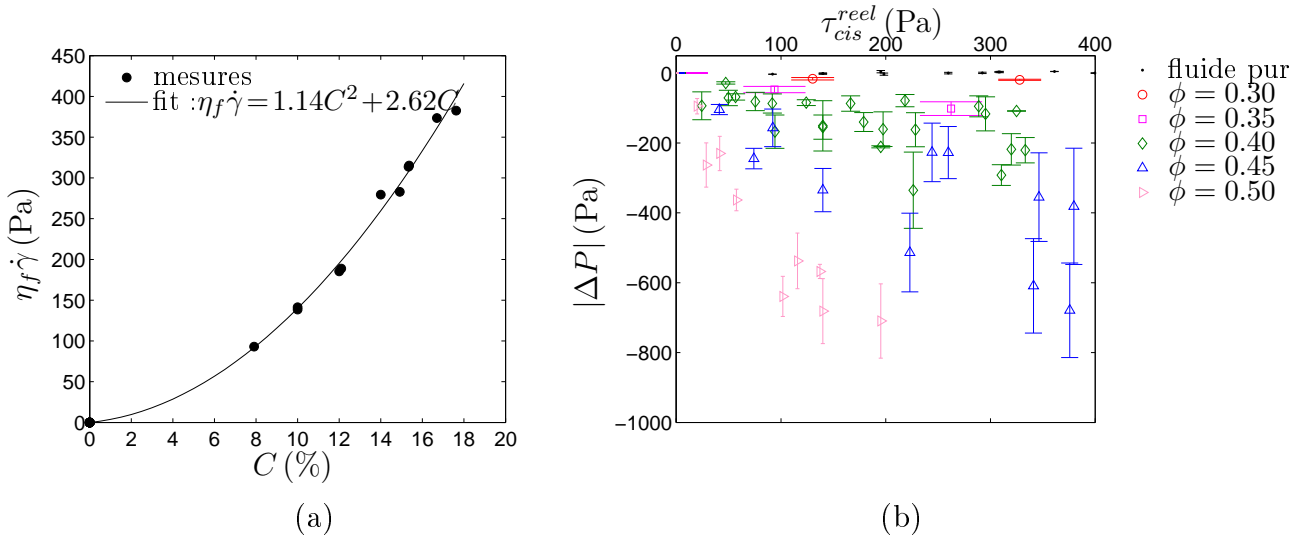


FIGURE 2.25 – (a) : Relation entre la contrainte de cisailment calculée $\tau_{cis}^{calc} = \eta_f \dot{\gamma}$ et le couple C exercé sur le rotor, obtenue au cours du cisailment du fluide pur. (b) : Evolution de la pression ΔP en fonction de la contrainte τ_{cis}^{reel} déduite du couple, pour différentes concentrations.

problèmes de glissement et l'utilisation de loi de viscosité. Nous avons tenté de tracer ΔP en fonction de τ_{cis}^{reel} , où τ_{cis}^{reel} désigne la contrainte de cisailment mesurée sur le rotor et donnée par l'intermédiaire du couple C . Les mesures de couples données en pourcentage du couple maximum par le moteur lors du cisailment ne donnent pas de résultats satisfaisants. On aurait pu penser que le couple C mesuré dans le cas du cisailment d'une suspension permettait de retrouver la contrainte réellement imposée à la suspension τ_{cis}^{reel} en connaissant la relation $\tau_{cis}^{reel} = f(C)$, déduite du cisailment du fluide pur $C = f(\tau_{cis}^{calc})$ (cf figure 2.25-a), où τ_{cis}^{calc} est calculée par $\tau_{cis}^{calc} = \eta_f \dot{\gamma}$. Les tests, sur une taille de billes ($80 \mu\text{m}$), représentés sur la figure 2.25-b, montre que les mesures de $|\Delta P|$ tracées en fonction de la contrainte τ_{cis}^{reel} , déduite du couple C , donnent des mesures beaucoup plus dispersées que ces mêmes mesures tracées en fonction de la contrainte τ_{cis}^{calc} . Notons qu'étant donnée la gamme de cisailment du fluide pur ($\dot{\gamma} < 400 \text{ s}^{-1}$) (correspondant à un couple $C < 20\%$), la relation $\tau_{cis}^{reel} = f(C)$ n'est valable que dans cette gamme. C'est pourquoi toutes les données ne sont pas représentées sur la figure 2.25-b, seules celles pour lesquelles le couple mesuré est inférieur à 20% sont reportées sur le graphe.

Chapitre 3

Conclusion

La méthode développée durant ma thèse, consistant à mesurer la pression derrière une grille à la surface d'une suspension soumise à un cisaillement est un moyen ingénieux pour mesurer la pression exercée par les particules. Ce concept basé sur l'expérience d'osmose observée pour les systèmes thermiques montre le lien robuste entre la pression des particules Π et la pression osmotique Π_o .

Jusqu'à maintenant cette pression particulière Π utilisée dans des modèles pour des suspensions macroscopiques [42, 82] et Browniennes [23, 32] et exprimée par $\Pi \sim \eta_{eff}\dot{\gamma}$, n'avait jamais été observée expérimentalement. Seules des simulations en accord avec les prédictions théoriques [82] montraient jusqu'alors l'existence de cette grandeur. Ce travail met en évidence expérimentalement cette pression Π , dont les variations observées, avec la fraction volumique en particules ϕ , allant de $0.30 < \phi < 0.50$, et le taux de cisaillement $\dot{\gamma}$, sont en accord avec les différents modèles [49, 60, 64, 82, 83] prédisant le flux \mathbf{j}_\perp de particules lorsqu'elles sont soumises à un cisaillement, exprimé notamment par les relations (1.43) et (1.44) :

$$\mathbf{j}_\perp \sim \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}^p \approx -\nabla \Pi = \left(\frac{\partial \Pi}{\partial \phi} \nabla \phi + \frac{\partial \Pi}{\partial \dot{\gamma}} \nabla \dot{\gamma} \right) \quad (3.1)$$

Les expériences réalisées dans cette étude montrent que l'osmose est générale dans les mélanges solide/liquide et résulte du fait que les "chocs" entre les particules tendent à agiter et donc à diluer ces mélanges. Cette tendance était connue dans les colloïdes et les granulaires compacts, dont la déformation n'est possible que si les grains se désimbriquent, donc en augmentant leur volume (dilatance de Reynolds [71]). Elle reste robuste dans des suspensions où les particules ne subissent pas de choc mais sont soumises à des interactions hydrodynamiques.

Deuxième partie

Etude des suspensions bidisperses fluidisées

Dans cette seconde partie, nous nous intéressons à des suspensions dans lesquelles une dispersion hydrodynamique est provoquée par une différence de densité entre le fluide porteur et les particules. Dans cette configuration, les particules vont chuter dans le fluide, sous leur propre poids : c'est la sédimentation. Toutes les études expérimentales de suspensions monodisperses sont unanimes sur la vitesse de sédimentation U proposée par Richardson & Zaki [72] en 1954. Cependant, pour ce qui est des fluctuations de vitesse ΔV autour de la vitesse moyenne des particules $\langle V_p \rangle$, induites par la dispersion hydrodynamique, les travaux théoriques sont encore en désaccord sur l'amplitude de ces fluctuations [18, 39, 44] et certains sont en contradiction avec les expériences [36]. En compensant la sédimentation par un flux ascendant de fluide, la dispersion peut être observée et les fluctuations de vitesses des particules ΔV étudiées sur de longues périodes [79]. En effet, la fluidisation de suspensions monodisperses permet d'atteindre un état stationnaire [55] où les particules adaptent leur concentration pour avoir une vitesse moyenne nulle mais avec des fluctuations ΔV . Segré & MacClimer [75] mettent en évidence que, dans une suspension monodisperse, les fluctuations de vitesse sont de l'ordre de la vitesse de Stokes d'une particule U^0 . Cependant, en présence de particules différentes en taille et/ou en densité, toutes les vitesses évoquées sont modifiées. En fluidisation, lorsque les particules diffèrent seulement en taille : $a_g > a_p$, $\Delta\rho_s = \rho_g - \rho_p = 0$

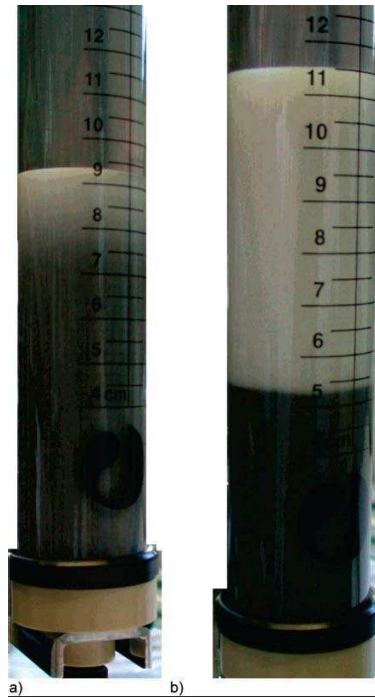


FIGURE 3.1 – Suspension bidisperse de particules différentes en taille et en densité avant (a) et après (b) la ségrégation. Tiré de l'article de Bandaru *et al.* de 2007 [8].

(ou en densité : $\rho_g > \rho_p$, $a_g = a_p$) et pour un rapport de tailles suffisamment grand, une stratification de la suspension est observée, quel que soit le débit de fluide imposé. Les particules les plus grosses se trouvent en bas du lit et les plus petites, en haut de la suspension avec, à l'interface, une zone de mélange plus ou moins étendue dépendant des paramètres du système comme le rapport de tailles ou la vitesse du fluide injecté. La photo 3.1, issue de l'étude de Bandaru *et al.* [8], montre un tel état. Lorsque les particules sont différentes en taille et en densité (petites particules plus denses (a_p, ρ_p) que les grosses ($a_g > a_p, \rho_g < \rho_p$)), différents états stationnaires peuvent apparaître selon la vitesse du fluide. Pour des faibles débits, les particules plus denses sont en bas et les plus légères en haut. Au contraire, lorsque le débit est supérieur à une valeur critique, appelée point d'inversion, la répartition spatiale des particules s'inverse, les plus légères se retrouvent en bas et les plus denses en haut. La figure 3.2 schématise ce comportement, appelé phénomène d'inversion, observé et étudié notamment par Morimomi en 1982 [59] et Di Felice [26]. Ce comportement est expliqué par le fait qu'il existe une vitesse débitante donnée, pour laquelle les suspensions monodisperses (contenant les particules i seules composant la suspension bidisperse) ont une concentration identique : la décompaction plus importante des particules les plus petites est compensée par le fait que celles-ci sont plus denses.

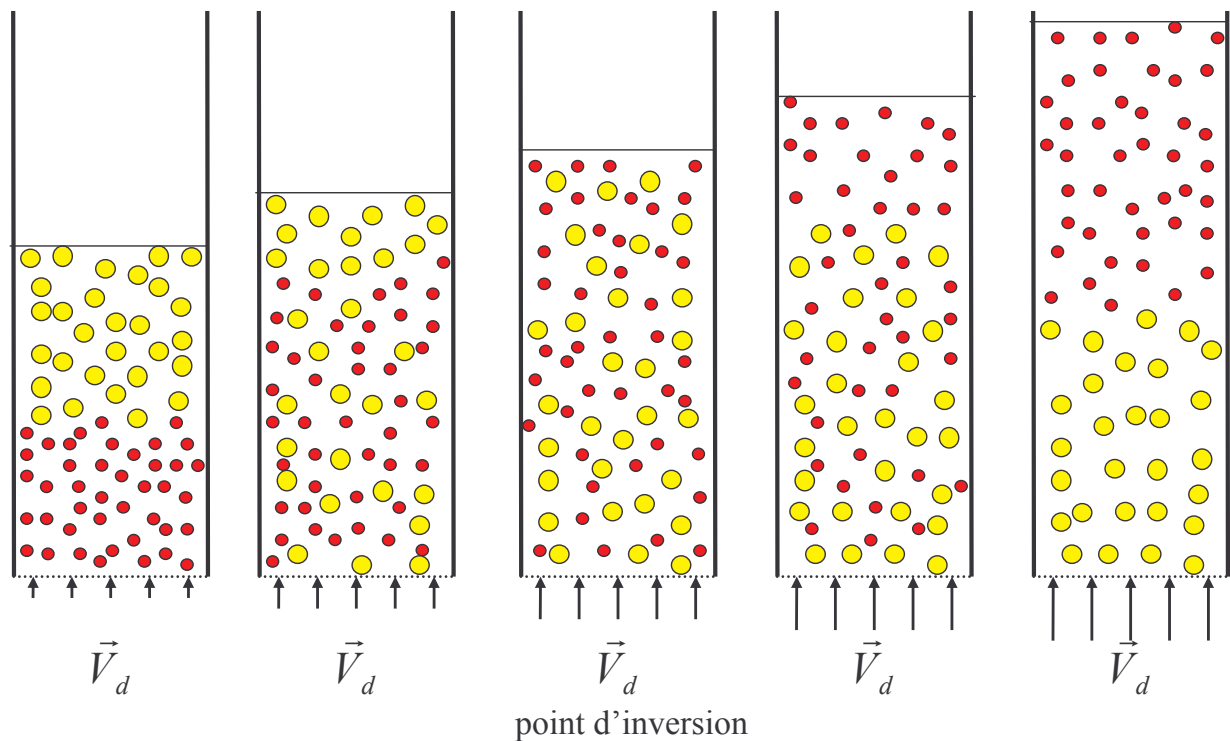


FIGURE 3.2 – Schéma du phénomène d'inversion observé pour une suspension bidisperse avec $a_p < a_g$ et $\rho_p > \rho_g$.

Par ailleurs, en sédimentation, l'étude de stabilité de Batchelor [11] ne prévoit aucune instabilité pour des suspensions bidisperses de particules de même densité ($\Delta\rho_s = 0$), contrairement au cas des suspensions où $\Delta\rho_s \neq 0$. En effet, Weiland *et al.* [81], ont observé des instabilités pour ce dernier cas. Des photographies tirées de leur étude montre le comportement instable d'une suspension à $\Delta\rho_s \neq 0$ et $\Delta a = 0$ (cf figure 3.3-a), et d'une suspension à $\Delta\rho_s = 0$ et $\Delta a \neq 0$ (cf figure 3.3-b), en sédimentation. Elles montrent des structures internes verticales formant des doigts.

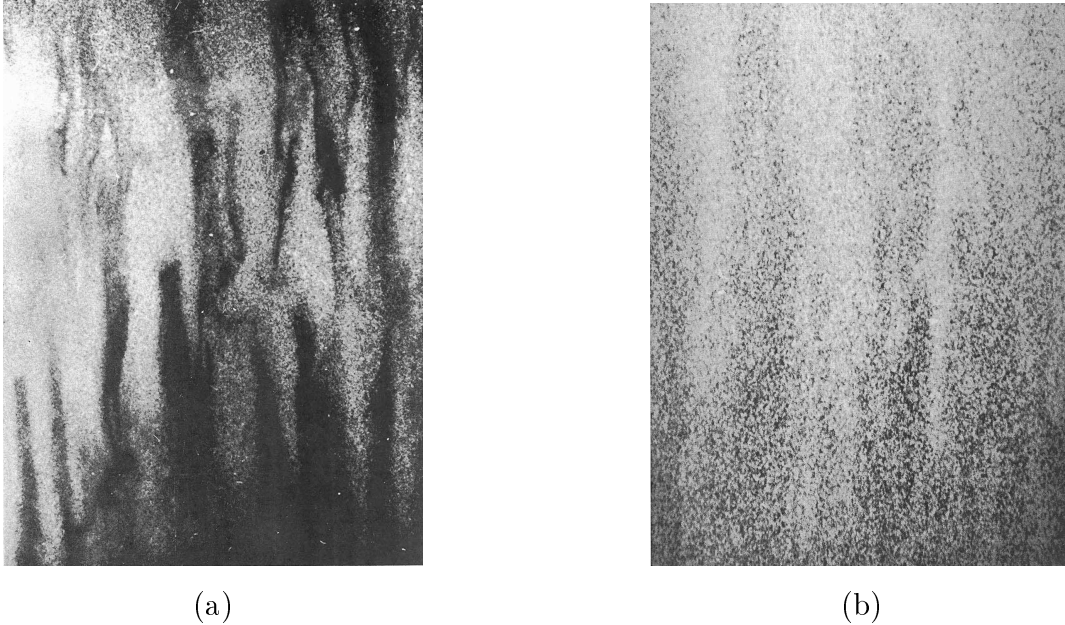


FIGURE 3.3 – (a) : Comportement d'une suspension à $\Delta\rho_s \neq 0$ et $\Delta a = 0$ en sédimentation (particules les plus denses en noir). (b) : Comportement d'une suspension à $\Delta\rho_s = 0$ et $\Delta a \neq 0$ en sédimentation (particules les plus grosses en noir). Tiré de l'article de Weiland *et al.* [81].

Pour ma part, je me suis intéressée au cas de suspensions bidisperses ($\Delta a \neq 0$) dans lesquelles les particules ont la même densité, le phénomène d'inversion n'est pas attendu ($\Delta\rho_s = 0$). En l'absence de contraste de densité entre les particules, les grosses particules forment toujours une suspension fluidisée plus dense que les petites. Je présente dans cette partie l'étude de la répartition spatiale et temporelle d'une suspension bidisperse contenant des billes différentes uniquement en taille, et dont le rapport de taille est proche de 1. Dans ces conditions, un profil vertical de concentration stationnaire, est attendu, résultant de deux tendances opposées : l'une à mélanger, provoquée par la dispersion hydrodynamique, et l'autre à ségréger, induite par la différence de vitesse moyenne entre les particules.

Le premier chapitre décrit la sédimentation de suspensions monodisperses, en introduisant les différentes vitesses nécessaires pour cette étude. Je présenterai, dans un deuxième

temps, le principe de la fluidisation, puis, la description des suspensions bidisperses en sédimentation. Je présenterai différents modèles existant pour la vitesse de sédimentation. Enfin, j'expliquerai les différents états auxquels on peut s'attendre dans le cas de la fluidisation de suspensions bidisperses.

Dans le chapitre suivant, je m'attacherai à décrire le principe de mesure acoustique permettant d'accéder à la concentration et à la proportion de chaque type de billes présentes localement dans la suspension, ainsi que le dispositif expérimental et son calibrage avec les suspensions monodisperses.

Enfin, les deux derniers chapitres sont consacrés, respectivement aux deux différents comportements observés, dans mes expériences. Le chapitre 5 sera consacré à l'analyse de la dynamique de ségrégation, observée pour des rapports de tailles λ assez grand ($\lambda > 1.23$). Enfin, le chapitre 6 présentera des phénomènes d'oscillations, encore inexpliqués, que nous avons observé dans les suspensions bidisperses de faible contraste de tailles ($\lambda < 1.23$).

Chapitre 4

Sédimentation et fluidisation des suspensions

4.1 Sédimentation d'une particule dans un milieu infini

Considérons le cas d'une unique sphère solide de rayon a , initialement au repos, se déplaçant dans un fluide incompressible infini de densité ρ_f et de viscosité dynamique η_f . La particule, après un régime transitoire, acquiert une vitesse limite U^0 , appelée vitesse de sédimentation, résultant de l'équilibre des trois forces appliquées sur celle-ci :

- son poids

$$\vec{P} = \frac{4}{3}\pi a^3 \rho_p \vec{g} \quad (4.1)$$

- la poussée d'Archimède :

$$\vec{F}_{Arch} = -\frac{4}{3}\pi a^3 \rho_f \vec{g} \quad (4.2)$$

- une force de friction visqueuse, qui pour des faibles nombres de Reynolds "particulaires" (à l'échelle de la particule), $R^0 = 2a\rho_f U^0 / \eta_f \ll 1$, est appelée force de Stokes :

$$\vec{F}_h = -6\eta_f \pi a \vec{U}^0 \quad (4.3)$$

L'expression de cette vitesse, appelée vitesse de Stokes, est :

$$\vec{U}^0 = \frac{2 a^2 (d - 1)}{9 \nu_f} \vec{g} \quad (4.4)$$

Où $d = \frac{\rho_p}{\rho_f}$ est le rapport de densité entre solide et fluide et $\nu_f = \frac{\eta_f}{\rho_f}$ est la viscosité cinématique du fluide.

On constate que pour une particule sphérique tombant sous son propre poids en régime de Stokes, sa vitesse de sédimentation est proportionnelle à la différence de densité entre les deux phases ainsi qu'au carré de son rayon et inversement proportionnelle à la viscosité du fluide. Une simple variation de 10% du rayon entraîne une variation de 20% sur la vitesse.

En plus du nombre de Reynolds, on définit le nombre de Peclet particulaire Pe^0 , caractérisant l'importance relative des effets des forces extérieures F_{ext} (transport convectif) et de l'agitation thermique (transport diffusif), défini, ici par :

$$Pe^0 = \frac{m_e g a}{kT} = \frac{4\pi (\rho_p - \rho_f) g}{3} \frac{g}{kT} a^4 \quad (4.5)$$

Pour des masses volumiques usuelles ($\rho_p \sim \rho_g \sim 10^3 \text{kg.m}^{-3}$) et à température ambiante, on trouve $Pe^0 \sim 1$ pour $a \sim 1 \mu\text{m}$. Notons que cet ordre de grandeur est très robuste, puisque pour gagner un ordre de grandeur sur a à Pe^0 constant, il faut faire varier la taille des particules de quatre ordres de grandeur. Dans mes expériences, les plus petites billes utilisées ont un diamètre de $2a = 100 \mu\text{m}$, donc $Pe^0 \gg 1$.

4.2 Suspension monodisperse

4.2.1 Sédimentation d'une suspension homogène

Pour une suspension homogène de particules identiques, de fraction volumique $\phi \neq 0$, sédimentant dans un volume fini, la vitesse instantanée de chaque particule n'est plus égale à la vitesse de Stokes. Elle dépend de la position de toutes les autres, et il n'existe pas de configuration stable (dans laquelle toutes les particules auraient la même vitesse) [18]. Par conséquent, une particule au sein de la suspension aura une vitesse qui fluctuera autour d'une valeur moyenne $\langle \vec{V}_p \rangle$ [18, 39]. De plus, en tombant vers le fond du récipient, celles-ci déplacent du fluide vers le haut, créant un contre-courant ("back flow") qui va s'opposer à la chute des particules. Le fluide possède alors une vitesse moyenne $\langle \vec{V}_f \rangle \neq \vec{0}$ (cf figure 4.1), ce qui n'était pas le cas pour une particule seule dans un volume infini, le volume de fluide déplacé étant négligeable. Plus les particules sont nombreuses, plus l'effet du contre-courant est important, il s'ensuit que la vitesse des particules diminue quand la concentration en particules augmente.

On appelle la vitesse de sédimentation $\vec{U}(\phi)$, la différence entre la vitesse moyenne des particules $\langle \vec{V}_p \rangle$ et la vitesse volumique moyenne de la suspension \vec{V}_C , aussi appelée

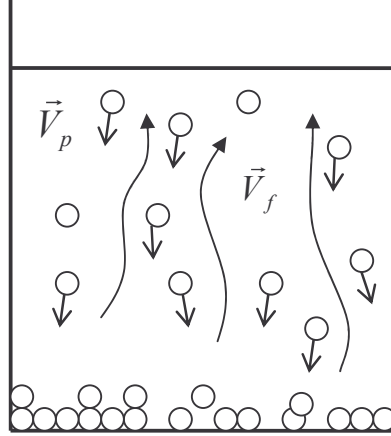


FIGURE 4.1 – Suspension "homogène" en sédimentation.

vitesse de convection :

$$\vec{U}(\phi) = \langle \vec{V}_p \rangle - \vec{V}_C = (1 - \phi)(\langle \vec{V}_p \rangle - \langle \vec{V}_f \rangle) \quad (4.6)$$

où la vitesse de convection \vec{V}_C est donnée par la relation :

$$\vec{V}_C = \phi \langle \vec{V}_p \rangle + (1 - \phi) \langle \vec{V}_f \rangle \quad (4.7)$$

Notons que cette vitesse de sédimentation caractérise la vitesse moyenne relative des particules, par rapport à la suspension. Tout comme la vitesse de Stokes, elle résulte de l'équilibre entre le poids apparent des particules ($\vec{P} + \vec{F}_{Arch}$) et la moyenne des contraintes visqueuses exercées par le fluide sur les particules, caractérisant la friction entre les particules et le fluide.

4.2.2 Vitesse de sédimentation

La difficulté à trouver une expression théorique de la vitesse de sédimentation provient de l'évaluation des interactions hydrodynamiques entre les particules via le fluide. En effet, une particule (1) qui sédimente, crée un champ de vitesse dans le fluide et perturbe le mouvement d'une particule (2) voisine, la vitesse de cette dernière sera alors modifiée au 1^{er} ordre. A son tour, la particule (2) modifie le mouvement d'autres particules, ainsi que celui de la particule (1) au 1^{er} ordre. En itérant le même raisonnement, on pourrait estimer la modification des vitesse au n^e ordre pour ces deux particules. On parlera dans cet exemple d'interactions de paires. Etant donné que le champ de vitesse dépend de la distance r à la particule ($\propto 1/r$),

la distribution des particules dans le fluide est un point essentiel pour trouver la vitesse de sédimentation.

Dans le cas de suspensions diluées ($\phi < 0.10$), les interactions de paires entre les particules suffisent à décrire le système. Hasimoto [37], en considérant un arrangement périodique des particules, a proposé une loi du type :

$$\vec{U}(\phi) = \vec{U}^0(1 - K\phi^{1/3}) \quad (4.8)$$

où K est un coefficient qui dépend de la géométrie du réseau ($K = 1.76$ pour un réseau cubique simple).

Hinch [38], quant à lui, considère une distribution aléatoire des particules dans la suspension mais avec une position relative fixe au cours de la sédimentation. Il obtient :

$$\vec{U}(\phi) = \vec{U}^0\left(1 - \frac{3}{\sqrt{2}}\phi^{1/2}\right) \quad (4.9)$$

Cependant, ces théories ne traduisent pas la décroissance linéaire de U en fonction de ϕ , à faible concentration, observée dans les expériences ; d'où l'importance de la prise en compte de la possibilité qu'ont les particules d'explorer toutes les configurations de l'espace au cours du temps. Une description plus réaliste est proposée par Batchelor et Green [10]. Ils ont calculé la vitesse de sédimentation en moyennant les vitesses des particules sur l'ensemble des configurations possibles en supposant une distribution aléatoire des positions des particules. Ils ont pu établir une expression valable pour des suspensions diluées :

$$\vec{U}(\phi) = \vec{U}^0(1 - 6,55\phi) \quad (4.10)$$

Une autre méthode a permis à Snabre & Mills [78] de proposer une expression de la vitesse de sédimentation, pour des suspensions concentrées. Ils ont utilisé la conservation de l'énergie en estimant l'énergie de dissipation visqueuse, dans des suspensions diluées et concentrées. Ainsi, ils trouvent comme expression de la vitesse de sédimentation :

$$\vec{U}(\phi) = \vec{U}^0 \frac{(1 - \phi)}{1 + \alpha\phi/(1 - \phi)^3} \quad (4.11)$$

où α est un coefficient évalué à partir de données expérimentales.

Toutes ces formulations rendent compte du fait que les particules d'une suspension monodisperse sédimentent moins vite lorsqu'elles sont concentrées. Néanmoins, les expressions théoriques supposent que les suspensions sont composées de particules strictement identiques (en tailles, en densité, en forme,...), ce qui est impossible à réaliser expérimentalement. On

peut seulement restreindre au maximum, la distribution de tailles, pour obtenir une suspension faiblement polydisperse avec une distribution en taille continue, étroite et centrée sur une valeur moyenne de diamètre $2a_{eff}$. On considère alors la suspension comme monodisperse et composée de particules effectives de taille $2a_{eff}$ identiques.

Pour estimer rigoureusement, la vitesse de sédimentation d'une telle suspension, il faudrait théoriquement calculer la vitesse moyenne des vitesses de sédimentation de chaque population de billes de tailles différentes, pondérée sur le volume qu'elles occupent dans la suspension [17] :

$$\vec{U}(\phi) = \frac{\sum_i^N \phi_i \vec{U}_i}{\sum_i^N \phi_i} \quad (4.12)$$

où ϕ_i est la concentration des particules i , de diamètre $2a_i$, telle que la concentration moyenne $\phi = \sum_i^N \phi_i$ et U_i est la vitesse de sédimentation des particules i .

Cela ajoute une difficulté supplémentaire à la détermination théorique de la vitesse de sédimentation d'une suspension monodisperse réalisée expérimentalement. Bruneau *et al.* [17] en ressortent une expression de la vitesse de sédimentation, dans le cas faiblement polydisperse :

$$\vec{U}(\phi) = \overrightarrow{U}_{eff}^0 (1 - 5.6\phi) \quad (4.13)$$

où $\overrightarrow{U}_{eff}^0$ est la vitesse moyenne de Stokes, pondérée sur la distribution en tailles des particules constituant la suspension et le préfacteur -5.6 est cohérent avec les calculs de Batchelor dans le cas faiblement polydisperse (cf équation (4.10)).

Malgré toutes ces tentatives, aucune loi théorique ne permet de prédire la vitesse de sédimentation sur toute la gamme de concentration. Il est donc préférable d'avoir recours à une loi de corrélation empirique. Richardson & Zaki [72], en 1954, en ont proposé une donnant, dans le cas de suspensions monodisperses, la vitesse de sédimentation $U(\phi)$ en fonction de la concentration ϕ valable pour des faibles nombres de Reynolds :

$$\vec{U}(\phi) = \overrightarrow{U}^0 (1 - \phi)^n \quad (4.14)$$

où \overrightarrow{U}^0 est la vitesse de Stokes donnée par l'expression (4.4) et n est compris entre 5 et 5,5, pour les faibles nombres de Reynolds et 2,5, pour les nombres de Reynolds plus élevés.

Cette corrélation empirique est encore à ce jour la formulation la plus utilisée par les expérimentateurs. C'est une expression très robuste, qui nous le verrons peut même s'accorder

avec les mesures expérimentales de vitesses de sédimentation de suspensions bidisperses, en utilisant un exposant n_{eff} et une vitesse de Stokes U_{eff}^0 effectifs. Au vu de toutes ces considérations, il est nécessaire de mesurer la vitesse de sédimentation, en fonction de la concentration, pour chaque échantillon de particules utilisées dans notre étude, afin de connaître les exposants n et les vitesses de Stokes U^0 à utiliser dans la relation (4.14). Ces deux grandeurs sont indispensables pour étudier les suspensions bidisperses, notamment pour comparer les vitesses de sédimentation de particules (i), en présence de particules (j) de tailles différentes avec les modèles proposés (cf section 4.3.1).

4.2.3 Lit fluidisé

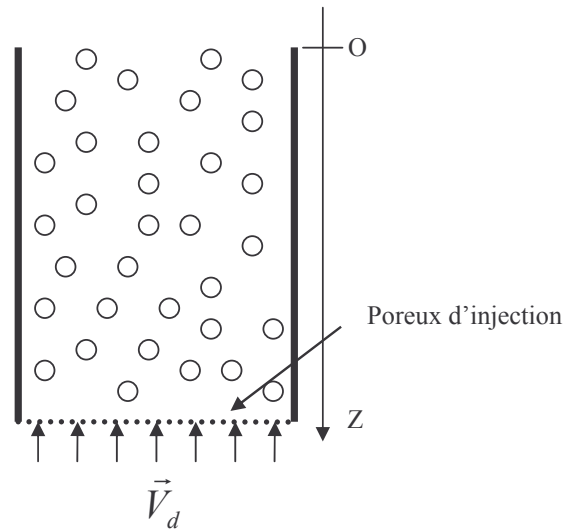


FIGURE 4.2 – Représentation schématique d'un lit fluidisé.

Jusqu'à présent nous avons évoqué le cas où les particules et le fluide étaient soumis uniquement à leur propre poids. L'observation à long terme d'une telle suspension reste difficile. Une méthode permet d'étudier ce phénomène de sédimentation dans une suspension stationnaire : le lit fluidisé.

Les expériences ont été réalisées dans une cellule de fluidisation, décrite dans le paragraphe (5.2), ayant les caractéristiques suivantes :

- les parois sont verticales et de hauteur H très grande devant la dimension des particules ($H \gg a$)

- la section $S = el$ est très grande devant la dimension des particules ($e \sim 50 - 100a$ selon la taille des particules)
- un écoulement de fluide est imposé à la base de la cellule de fluidisation, avec une vitesse débitante V_d , à travers un poreux d'injection qui assure l'uniformité de l'écoulement.

La cellule a été dimensionnée de telle sorte que la concentration ϕ soit homogène dans la section et permette une description (1D) de la fluidisation. En effet, les parois sont verticales et leur influence peut être négligée. Les seules forces à prendre en compte sont la gravité et la vitesse débitante \vec{V}_d . Un tel système conserve donc une invariance par translation dans tous les plan horizontaux et peut être caractérisé avec une seule coordonnée dirigée selon l'axe vertical (Oz). Certains auteurs ont apporté une correction à la vitesse de sédimentation des particules (cf section 4.3.1), lorsque les parois peuvent influencer la concentration ϕ [31, 35, 76]. Dans mon cas, ces corrections sont négligeables.

Le principe d'un lit fluidisé est de compenser le poids apparent des particules en imposant un flux ascendant de fluide à la suspension (cf figure 4.2), avec une vitesse débitante que nous noterons \vec{V}_d . Pour une vitesse V_d constante, la suspension fluidisée s'adapte pour que, en régime stationnaire, les particules aient une vitesse moyenne nulle (dans le référentiel du laboratoire) avec des fluctuations qui sont de l'ordre de leur vitesse de Stokes.

Pour comprendre le principe de la fluidisation, intéressons-nous à l'évolution d'une suspension uniforme à la concentration ϕ_0 dans un lit fluidisé auquel on impose une vitesse débitante ascendante, la conservation du débit dans la suspension se traduit par la relation :

$$\vec{V}_C = \vec{V}_d \quad (4.15)$$

Les vitesses respectives des particules et du fluide s'écrivent à l'aide des relations (4.6) et (4.7) et deviennent :

$$\langle \vec{V}_p \rangle = \vec{U}(\phi_0) + \vec{V}_d \quad (4.16)$$

$$\langle \vec{V}_f \rangle = -\left(\frac{\phi_0}{1 - \phi_0}\right)\vec{U}(\phi_0) + \vec{V}_d \quad (4.17)$$

Notons que lorsque le régime stationnaire est atteint ($\langle \vec{V}_p \rangle = 0$), la relation (4.7) donne :

$$\vec{V}_d = (1 - \phi_f) \langle \vec{V}_f \rangle \quad (4.18)$$

où ϕ_f est la concentration finale correspondante à la vitesse débitante \vec{V}_d .

Nous noterons $U(\phi)$, la projection algébrique sur l'axe vertical descendant (Oz) et nous noterons $|V_d|$ le débit surfacique dans le lit.

Deux cas peuvent se présenter selon la valeur de la vitesse débitante :

1^{er} cas : $|V_d| < U(\phi_0)$

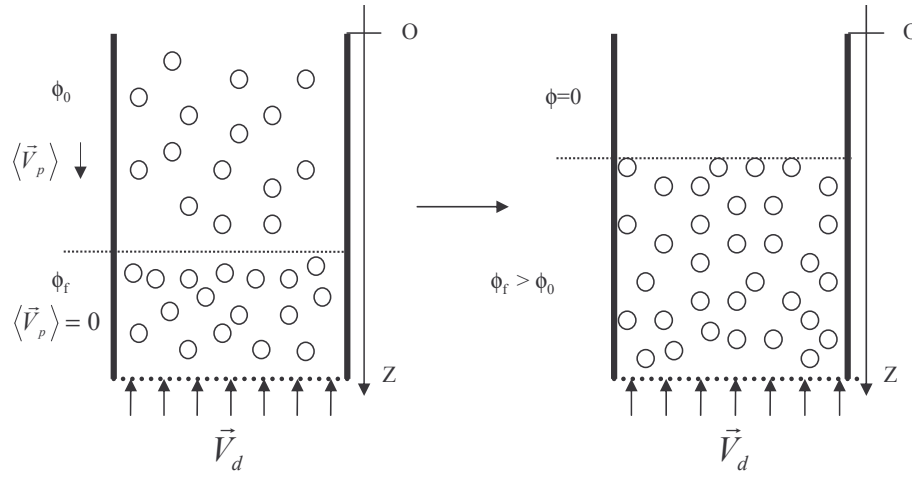


FIGURE 4.3 – Etat transitoire et état final d’une suspension fluidisée, initialement à la concentration ϕ_0 , et soumise à une vitesse débitante $|V_d| = U(\phi_f) < U(\phi_0)$.

Les particules ont une vitesse moyenne orientée vers les z positifs, la contrainte exercée par le fluide ne permet pas de compenser le poids des particules et celles-ci chutent dans le fond de la cellule (cf figure 4.3). Elles se compactent et laissent de moins en moins de place à l’écoulement du fluide. Par conséquent pour conserver son débit le fluide accélère et augmente ainsi la force de friction visqueuse sur les particules. Donc pour des vitesses débitantes pas trop faibles, il existe une valeur de concentration ϕ_f pour laquelle la friction visqueuse va compenser le poids apparent, et les particules vont cesser de chuter. L’état final sera donc une suspension homogène de concentration ϕ_f , supérieure à la concentration initiale, et fixée par la vitesse débitante suivant la relation :

$$U(\phi_f) = |V_d| \quad (4.19)$$

Cependant si la vitesse débitante est trop faible, la contrainte visqueuse sera toujours inférieure au poids apparent et les particules tomberont jusqu’à toucher le poreux d’injection. Elles formeront un sédiment de concentration $\phi_{max} \sim 0.57$. On ne peut plus alors parler de suspension mais plutôt de milieu poreux. Le passage entre poreux non consolidé et suspension a lieu lorsque la vitesse débitante est telle que la force de friction exercée par l’écoulement à travers le sédiment compense exactement le poids apparent des particules. Cette vitesse est appelée vitesse minimum de fluidisation V_{mf} et vérifie la relation.

$$U(\phi_{max}) = |V_{mf}| \quad (4.20)$$

2^e cas : $|V_d| > U(\phi_0)$

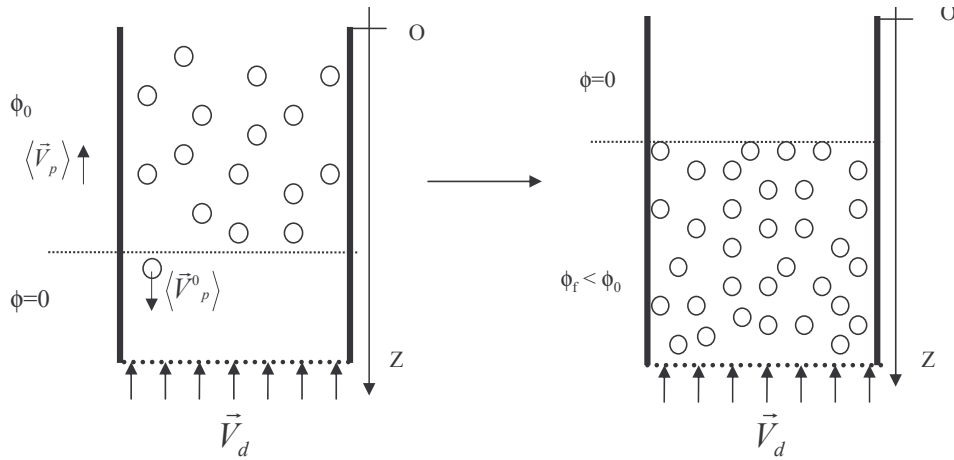


FIGURE 4.4 – Etat transitoire et état final d’une suspension fluidisée, initialement à la concentration ϕ_0 , et soumise à une vitesse débitante $|V_d| = U(\phi_f) > U(\phi_0)$.

Cette fois, la vitesse moyenne des particules est orientée vers les z négatifs, les particules montent et s’éloignent du poreux d’injection. On pourrait s’attendre à obtenir une zone de fluide pur surmontée d’une zone de concentration ϕ_0 mais dans cette situation, ce front, suspension / fluide ($\phi = 0$), est instable.

En effet, si une particule se détache du front, sa vitesse de sédimentation est $U^0 > U(\phi_0)$ et elle aura une vitesse $V_p = U^0 + V_d$. Si $|V_d| < U^0$, V_p est orienté vers les z positifs, la particule isolée aura donc tendance à s’éloigner du front et tombera sur la paroi semi-perméable. En réalité, ce sont des amas de particules qui vont tomber et après un régime transitoire, on obtiendra une suspension homogénéisée de concentration ϕ_f .

Si $|V_d| > U^0$, les particules auront une vitesse ascendante quelle que soit leur concentration. Elles sortiront du lit fluidisé, ou si la cellule est fermée par une paroi semi-perméable, elles s’accumuleront dans le haut et formeront un sédiment de concentration ϕ_{max} .

En conclusion, trois configurations stationnaires peuvent s’établir selon la valeur de la vitesse débitante imposée :

- $|V_d| > U^0$: les particules sont aspirées hors de la cellule,
- $U^0 > |V_d| > |V_{mf}|$: les particules ont une vitesse moyenne nulle, elles sont en suspension avec une concentration homogène donnée par la relation $U(\phi) = |V_d|$,
- $|V_d| < |V_{mf}|$: les particules forment un empilement compact de concentration ϕ_{max} en bas de la cellule.

Il apparaît donc que l'emploi d'un tel système permet d'obtenir une suspension homogène de concentration ϕ contrôlable par la vitesse débitante imposée V_d et vérifiant les relations :

$$|V_d| = U(\phi) = U^0(1 - \phi)^n \quad (4.21)$$

$$\phi = 1 - \left(\frac{|V_d|}{U^0}\right)^{\frac{1}{n}} \quad (4.22)$$

Ainsi, une augmentation de débit revient à diminuer la concentration de la suspension et inversement. Le tracé de $\ln(|V_d|)$ en fonction de $\ln(1 - \phi)$, avec ϕ mesurée grâce à la hauteur de suspension H_{susp} ($\phi = \frac{m}{\rho_p S H_{susp}}$), représenté sur la figure 4.5 et obtenu pour une suspension fluidisée de billes de verre de diamètre $2a$ compris entre 100 et 125 μm , permet de vérifier la relation 4.21. En effet, les mesures expérimentales donnent une droite de pente 5.15 et d'ordonnée à l'origine $\ln(U^0) = -0.8617$, ce qui correspond à une vitesse de Stokes de $U^0 = 0.422 \text{ mm.s}^{-1}$. On trouve un écart relatif d'environ 1.5% avec la vitesse de Stokes calculée théoriquement, pour $a = 56.25 \mu\text{m}$. Par conséquent, la vitesse de sédimentation obéit bien à la corrélation de Richardson-Zaki, donnée par l'équation (4.14), et la relation (4.21), entre la vitesse débitante et la fraction volumique est vérifiée pour un exposant $n = 5.15$.

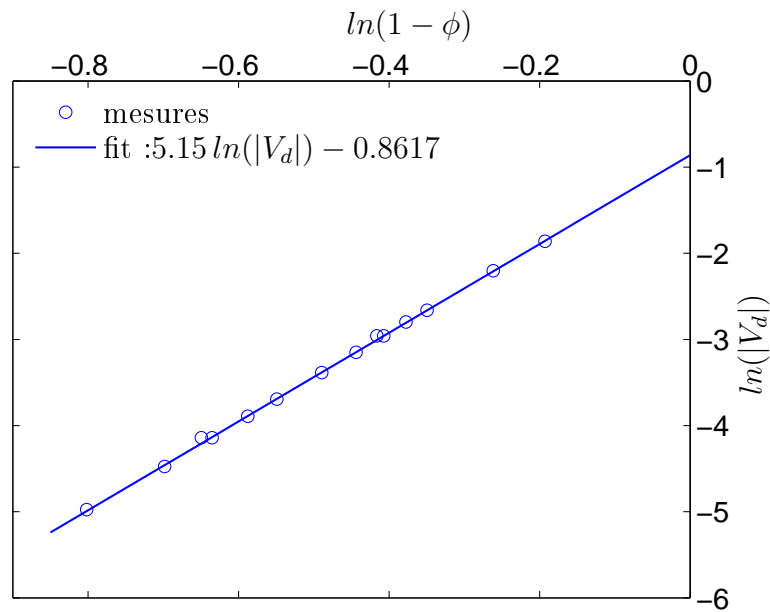


FIGURE 4.5 – $\ln(1 - \phi)$ en fonction de $\ln(|V_d|)$ pour une suspension monodisperse de billes de diamètre $2a = 100 - 125 \mu\text{m}$, fluidisée.

4.2.4 Interactions hydrodynamiques

Nous avons signalé que les particules sédimentant dans un fluide ($\rho_p \neq \rho_f$) n'avaient pas toutes des vitesses identiques, mais qu'elles présentaient des fluctuations de vitesse ΔV_p autour d'une vitesse moyenne $\langle V_p \rangle$ identique pour toutes les particules. En effet, le mouvement d'une particule dans un fluide visqueux crée une perturbation qui s'étend dans tout le fluide, affectant ainsi le mouvement des autres particules voisines. Ces interactions à longue portée ont pour conséquence de faire fluctuer la vitesse des particules significativement et de manière plus ou moins collective autour de leur vitesse moyenne. Les études théoriques [18, 39, 44], dont la difficulté provient de l'évaluation de ces interactions, ne permettent pas à ce jour une description quantitative. Des expériences en sédimentation [36, 61, 66, ?] et en fluidisation [?, 75, 79] ont été réalisées dans le but de comprendre cette dispersion hydrodynamique. Notons que les expériences en fluidisation, ont montré que les fluctuations de vitesses étaient similaires à celles observées en sédimentation $\Delta V_p \sim U^0$. De plus, les mesures de fluctuations de vitesses en sédimentation, ont permis de montrer le caractère diffusif anisotrope [62] : dans le référentiel dans lequel les particules sont immobiles ($\langle V_p \rangle = 0$, référentiel du lit fluidisé), elles effectuent une sorte de marche aléatoire avec une direction privilégiée dans la direction verticale. Des coefficients d'auto-diffusion hydrodynamique, peuvent être déduit, reliant le déplacement quadratique moyen d'une particule, au temps suivant l'expression :

$$(x(t) - x(0))^2 = 2Dt \quad (4.23)$$

- au temps long D^∞ , lorsque t tend vers ∞ . D^∞ traduit le mouvement d'une particule qui a pu explorer différentes configurations.
- au temps court D^0 , lorsque t tend vers 0. D^0 traduit, quant à lui, le mouvement d'une particule qui est restée dans une configuration, c'est-à-dire lorsque celle-ci conserve les mêmes voisines et reste dans sa "cage hydrodynamique".

Les observations, faites en sédimentation, sont similaires à celles obtenues dans les expériences de cisaillement [?, 27, 49], où les particules ont la même densité que le fluide. Cette diffusion hydrodynamique induit une agitation des particules, donc un mélange. Il est à noter, par ailleurs, qu'un coefficient de diffusion collective macroscopique D est également défini et étudié [54]. Il traduit le mouvement global des particules et relie le flux de particules \mathbf{j} et le gradient macroscopique de concentration, par la loi de Fick :

$$\mathbf{j} = -D\nabla C \quad (4.24)$$

C'est notamment cette diffusion collective qui est entre autre à l'origine de la diffusion induite par le cisaillement d'une suspension de particules de même densité que le fluide, étudiées

dans la première partie de ce manuscrit.

4.3 Suspension bidisperse

On s'intéresse, maintenant, au cas de suspensions contenant deux populations de billes de tailles différentes mais proches. Dans ces conditions, la dispersion hydrodynamique de chaque particule est modifiée. Il a été observé que les fluctuations de vitesse des plus petites particules sont accentuées lorsqu'elles sont en présence de particules de plus grande taille, que ce soit en sédimentation [66] ou sous cisaillement simple [1]. De plus, le mélange induit par la dispersion hydrodynamique sera opposé à la ségrégation due à la différence de taille des particules. On peut s'attendre à ce que la ségrégation l'emporte lorsque la différence de tailles entre les particules présentes dans la suspension est assez grande. Dans nos expériences, il est impossible de prédire le phénomène prépondérant du fait de la très faible différence entre les vitesses de sédimentation de chaque population de billes. Avant de prévoir les éventuels états attendus pour une suspension bidisperse fluidisée, je commencerai par décrire les comportements observés, en sédimentation.

4.3.1 Sédimentation

Dans le cas de suspensions polydisperses, des particules, i ; j ; k ; \dots , différentes en taille ne sédimentent pas, *a priori*, à la même vitesse. Nous devons donc introduire de nouvelles vitesses de sédimentation $U_{i,j,k,\dots}$ (fonction des concentrations ϕ_i , ϕ_j , ϕ_k , \dots des particules i , j , k , \dots présentes dans la suspension) et représentant la vitesse de sédimentation des particules i en présence des particules j , k , \dots .

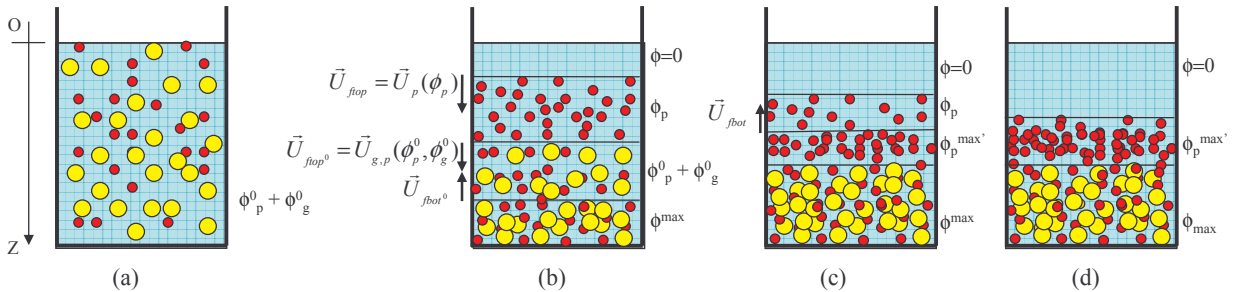


FIGURE 4.6 – Schéma des différentes étapes de la sédimentation d'une suspension bidisperse.

Considérons une suspension bidisperse en taille, constituée de particules (p), les plus petites, et de particules (g), les plus grosses. Les particules ont des vitesses de Stokes, U_p^0 et

U_g^0 , différentes donc des vitesses de sédimentation, U_p et U_g , différentes : les particules (g) vont sédimenter plus vite que les particules (p). Lors de la sédimentation d'une telle suspension initialement à la concentration $(\phi_p^0 + \phi_g^0)$ (cf figure 4.6-a), des zones de concentrations et de compositions différentes apparaissent [40] (cf figure (4.6-b-c-d)). On parle de ségrégation. Ces régions sont séparées par des fronts qui se déplacent à des vitesses constantes. Dans un premier temps (cf figure (4.6-b)), on distingue, de bas en haut, les zones suivantes :

- un sédiment de particules (p) et (g) à une concentration $\phi^{max} = \phi_p^{max} + \phi_g^{max}$
- une zone de mélange dont la concentration est celle de la suspension initiale : $\phi_p^0 + \phi_g^0$
- une région contenant uniquement des particules (p) de concentration ϕ_p
- une zone correspondant au fluide pur $\phi = 0$

Puis, il apparaît (cf figure 4.6-c) une zone compactée de particules (p) de concentration $\phi_p^{max'}$. Finalement, on obtient (cf figure 4.6-d) un sédiment de particules (p) et (g) de concentration $\phi_p^{max} + \phi_g^{max}$ surmontée d'un sédiment monodisperse de particules (p) de concentration $\phi_p^{max'}$.

Vitesses de sédimentation dans une suspension bidisperse

La vitesse de chaque front de séparation entre deux zones (notée 1 et 2, par exemple) est déterminée par les équations de conservation de flux de chaque espèce de particules i , lors du passage de la concentration ϕ_i^1 , dans la zone 1, à la concentration ϕ_i^2 , dans la zone 2 :

$$\phi_i^1(U_i(\phi_i^1) - U_f) = \phi_i^2(U_i(\phi_i^2) - U_f) \quad (4.25)$$

où U_f est la vitesse à laquelle se déplace le front entre la zone 1 et la zone 2 et $U_i(\phi_i^1)$ et $U_i(\phi_i^2)$ désignent les vitesses des particules i de part et d'autre du front.

Aussi, les expressions des différentes vitesses de fronts peuvent s'exprimer en fonction de la concentration et des vitesses de sédimentation de chaque espèce de billes :

– pour l'interface qui sépare le fluide pur ($\phi = 0$) et la zone de petites particules de concentration ϕ_p , nous avons :

$$U_{ftop} = \frac{\phi_p U_p(\phi_p) - 0}{\phi_p - 0} = U_p(\phi_p) > 0 \quad (4.26)$$

Cela correspond à la vitesse de sédimentation des petites particules seules à la concentration ϕ_p , données par $U_p(\phi_p) = U_p^0(1 - \phi_p)^{n_p}$.

– pour l'interface qui sépare la zone de petites particules seules de concentration ϕ_p , et la zone bidisperse de concentration $\phi_p^0 + \phi_g^0$, le front correspond au déplacement des grosses billes dans la zone de mélange bidisperse. La vitesse de ce front est la vitesse des grosses

billes à la concentration ϕ_p^0 , en présence des petites de concentration ϕ_g^0 , que l'on note $U_{g,p}$, mais peut également être exprimée par la conservation des petites billes :

$$U_{ftop^0} = \frac{\phi_p^0 U_{p,g}(\phi_p^0, \phi_g^0) - \phi_p U_p(\phi_p)}{\phi_p^0 - \phi_p} = U_{g,p}(\phi_p^0, \phi_g^0) > 0 \quad (4.27)$$

où, $U_{p,g}(\phi_p^0, \phi_g^0)$ est la vitesse des petites particules de concentration ϕ_p^0 , en présence des grosses de concentration ϕ_g^0 .

– pour l'interface qui sépare la zone bidisperse, de concentration $\phi_p^0 + \phi_g^0$, du sédiment bidisperse, de concentration $\phi_p^{max} + \phi_g^{max}$, la vitesse de front U_{fbot^0} s'écrit :

$$U_{fbot^0} = \frac{\phi_g^0 U_{g,p}(\phi_p^0, \phi_g^0)}{\phi_g^0 - \phi_g^{max}} = \frac{\phi_p^0 U_{p,g}(\phi_p^0, \phi_g^0)}{\phi_p^0 - \phi_p^{max}} < 0 \quad (4.28)$$

– pour l'interface qui sépare la zone de petites billes seules, de concentration ϕ_p , du sédiment monodisperse de petites, de concentration $\phi_p^{max'}$ (cf figure 4.6-c), nous avons :

$$U_{fbot} = \frac{\phi_p U_p(\phi_p)}{\phi_p - \phi_p^{max'}} < 0 \quad (4.29)$$

Les vitesses de ces fronts sont donc reliées entre elles par les relations suivantes :

$$\left| \frac{U_p(\phi_p)}{U_{fbot}} \right| = \frac{\phi_p^{max'}}{\phi_p} - 1 \quad \text{et} \quad \left| \frac{U_{g,p}(\phi_p^0 + \phi_g^0)}{U_{fbot^0}} \right| = \frac{\phi_g^{max}}{\phi_g^0} - 1 \quad (4.30)$$

Elles sont reliées aux différentes concentrations intervenant dans les relations ci-dessus. En connaissant les vitesses de fronts et les concentrations de chaque espèce de particules, dans les différentes zones, on peut retrouver les vitesses de sédimentation de chaque espèces de particules dans la suspension bidisperse : $U_{g,p}$ est donnée directement en mesurant la vitesse du front U_{ftop^0} et $U_{p,g}$ peut être déduite par la relation suivante :

$$U_{p,g} = \frac{\phi_g^0(\phi_p^0 - \phi_p^{max})}{\phi_p(\phi_g^0 - \phi_g^{max})} U_{g,p} \quad (4.31)$$

C'est de cette manière que les vitesses de sédimentations dans les suspensions bidisperses sont, généralement mesurées [5]. Cette méthode possède l'inconvénient de mesurer toutes les concentrations évoquées et de travailler sur des suspensions de rapport de tailles assez grand afin d'obtenir des fronts distincts dont on peut mesurer leur vitesse de déplacement, sur des temps finis.

Comme nous l'avons vu précédemment, la vitesse de sédimentation pour une suspension monodisperse est connue de façon empirique par la loi de corrélation de Richardson & Zaki

(relation (4.14)). Pour une suspension bidisperse, de nombreuses expressions théoriques [6, 12], semi-empiriques [25] ou empiriques [76] ont été proposées. Toutefois, contrairement au cas monodisperse, aucune expression des vitesses de sédimentation dans une suspension bidisperse ne fait à ce jour l'unanimité.

Du point de vue théorique, Batchelor [9] a montré que pour des faibles concentrations (typiquement $\phi = \sum_i \phi_i < 0.10$), la vitesse moyenne d'une espèce (i) dans une suspension composée de N espèces de particules (différentes en tailles et/ou en densité) dépendait de la vitesse de Stokes des particules (i), du rapport de tailles λ , du rapport de densité des particules, de la concentration ϕ_i des particules (i), mais également de la concentration ϕ_j des autres particules (j) présentes. L'expression générale est :

$$U_i = U_i^0 \left[1 + \sum_{j=1}^N S_{ij} \phi_j \right] \quad (4.32)$$

avec $i = 1, 2, \dots, N$ et S_{ij} les coefficients de sédimentation, fonction de λ_{ij} et $\gamma_{ij} = \frac{\rho_i - \rho_f}{\rho_j - \rho_f}$. Dans le cas monodisperse ($i = j$), on retrouve l'expression (4.10) : $U_1 = U^0(1 + S_{11}\phi)$, avec $S_{11} = -6.55$.

Dans le cas bidisperse, les vitesses de sédimentation ont la forme :

$$U_{g,p}(\phi_p, \phi_g) = U_g^0(1 + S_{gp}\phi_p + S_{gg}\phi_g) \quad (4.33)$$

$$U_{p,g}(\phi_p, \phi_g) = U_p^0(1 + S_{pp}\phi_p + S_{pg}\phi_g) \quad (4.34)$$

Par la suite, Batchelor & Wen (1982) [12] ont calculé les coefficients de sédimentation S_{ij} pour différents systèmes (particules Browniennes ou non, ayant des densités différentes ou non,...). Ces expressions sont valables à faible nombre de Reynolds et pour des concentrations en particules faibles. Pour des particules non-colloïdales de même densité ($\gamma_{ij} = 1$), $S_{ii} = -5.60$ et S_{ij} est donné par :

$$S_{ij} = -3.50 - 1.10\lambda_{ij} - 1.02\lambda_{ij}^2 - 0.002\lambda_{ij}^3 \quad (4.35)$$

où $\lambda_{ik} = a_i/a_k$.

A plus forte concentration, différents modèles ont été proposés. La plupart reposent sur la formulation de Richardson & Zaki (cf relation (4.14)), notamment celui de Lockett & Al-Habbooby (1973-1974) [52, 53], utilisant la vitesse de glissement U_{si} de chaque population de particules. Cette dernière est définie comme étant la différence entre la vitesse des particules (i), V_i et la vitesse du fluide V_f :

$$U_{si} = V_i - V_f \quad (4.36)$$

La vitesse de sédimentation des particules (i) est alors donnée par :

$$U_i = U_{si} - \sum_{j=1}^N \phi_j U_{sj} \quad (4.37)$$

Le modèle Masliyah-Lockett-Bassoon (MLB) (1979) [56, 51] et celui de Selim *et al* (1983) [76] utilisent également la loi de Richardson & Zaki, contrairement à Davis & Gecol (1994) [25] et Cheung *et al.* (1996) [20]. Notons que ces derniers n'utilisent aucun coefficient ajustable aux données expérimentales, à l'inverse des autres modèles cités. Tous ces modèles sont présentés succinctement en annexe C.

Toutes les expressions de vitesses de sédimentation proposées, normalisées par la vitesse de Stokes : $U_{i,j}/U_i^0$ rendent compte à la fois de la dépendance du rapport de taille, du rapport de densité des particules, de la concentration ϕ_i , mais également de la concentration ϕ_j des autres particules (j) présentes. La forme de cette fonction est cruciale pour décrire les phénomènes de ségrégation par décantation : en effet le phénomène de ségrégation au sein d'une suspension bidisperse aura lieu dès que les deux types de particules ne sédimentent pas à la même vitesse, et sera au contraire inhibé si la suspension a une composition telle que $U_p = U_g$.

Notons que la plupart de ces modèles n'ont été testés que dans des expériences de sédimentation, en mesurant les vitesses de fronts introduites dans la section précédente (cf schéma 4.6). Ce type de mesures n'est possible que pour des vitesses de sédimentation suffisamment différentes, afin que des zones distinctes, qui se forment durant le temps de la sédimentation, soient suffisamment développées pour être observables, ce qui n'est pas le cas lorsque le rapport de taille est très proche ou lorsque la distribution en tailles est continue.

Stabilité des suspensions bidisperses

Il est à noter que Weiland *et al* [81] ont observé des instabilités pour certains rapports de tailles λ , y compris pour des particules de densités identiques ($\lambda = 1.6$, composition : 9.5% petites + 14.3% grosses). Ces instabilités se traduisent, lors de la sédimentation, par une inhomogénéité des suspensions avec la formation de structures verticales, véritables couloirs de sédimentation dans lesquels les particules sédimentent plus vite (cf figure 4.7). Il est à noter que des chenalizations similaires ont également été observées dans des expériences de sédimentation de particules macroscopiques dans un fluide rhéofluidifiant [24]. Dans le cas

d'un fluide porteur Newtonien, Batchelor & Janse Van Rensburg [11] ont travaillé sur la stabilité de la sédimentation. Ils n'ont observé de déstabilisation colonnaire que dans le cas de particules solides ayant des densités différentes. Cette observation est en accord avec l'interprétation théorique de l'instabilité, qu'ils associent à une transition hyperbolique/elliptique des équations de conservation décrivant l'évolution des concentrations du système.

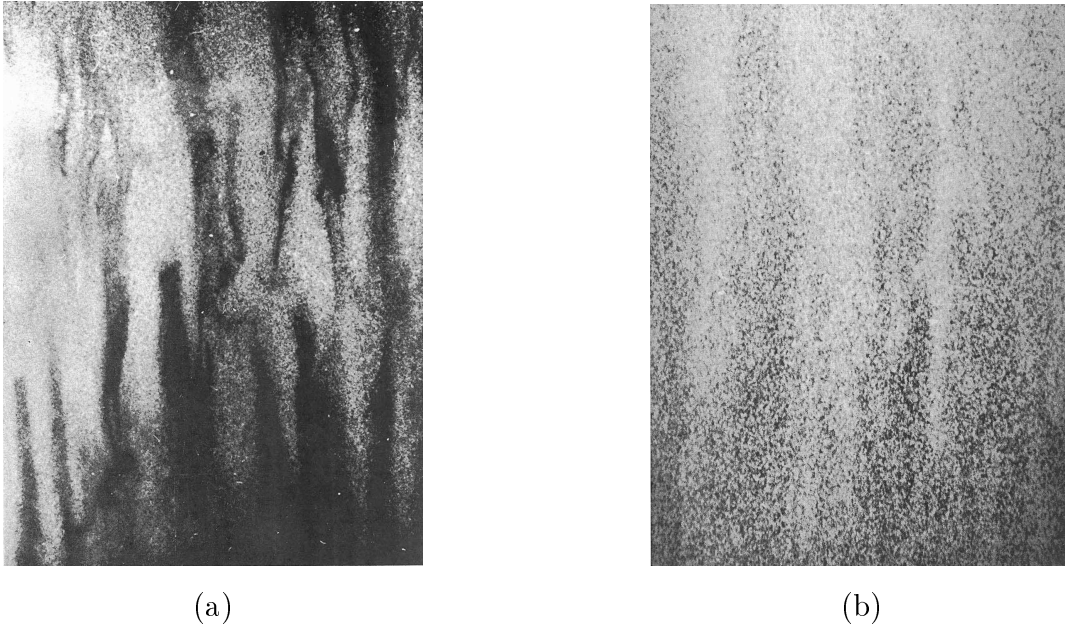


FIGURE 4.7 – (a) : Comportement d'une suspension à $\Delta\rho_s \neq 0$ et $\Delta a = 0$ en sédimentation (particules les plus denses en noir). (b) : Comportement d'une suspension à $\Delta\rho_s = 0$ et $\Delta a \neq 0$ en sédimentation (particules les plus grosses en noir). Tiré de l'article de Weiland *et al.* [81].

Inhibition de la ségrégation

Des phénomènes d'inhibition de la ségrégation ont été observés par Hoyos *et al.* [40], dans certaines expériences de sédimentation, à forte concentration ($\phi > 0.45$, rapport de densité=1 et de rapport de taille $\lambda = 1.68$). L'absence de ségrégation suppose que les deux espèces de particules possèdent la même vitesse de sédimentation pour une composition donnée :

$$U_{1,2}(\phi_1, \phi_2) = U_{2,1}(\phi_1, \phi_2) \quad (4.38)$$

Notons que les expressions proposées pour les vitesses de sédimentation $U_{i,j}$ dans les suspensions bidisperses ne permettent pas de satisfaire l'équation (4.38). En effet, dans ces

modèles, les particules (p), ayant les vitesses de Stokes les plus faibles, sédimentent toujours moins vite que les particules (g), quelle que soit la composition du mélange.

4.3.2 Fluidisation

Avant de passer aux expériences, il est utile de passer en revue les différents états stationnaires attendus lors d'une fluidisation à débit constant. On peut, notamment, se demander quelle configuration adopterait la suspension s'il y avait une inhibition de la ségrégation, comme observée en sédimentation par Hoyos *et al.* [40]. Mais d'abord, considérons le scénario le plus plausible.

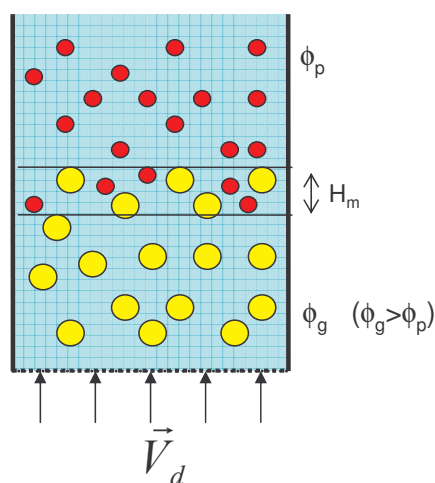


FIGURE 4.8 – Représentation d'une suspension bidisperse fluidisée dans l'état ségrégré.

Une suspension bidisperse, une fois fluidisée, devrait se retrouver sous la forme d'une suspension de grosses particules, surmontée par une suspension de petites. Toutefois ce phénomène de ségrégation, en fluidisation comme en sédimentation, est en compétition avec le phénomène de mélange dû à la dispersion hydrodynamique. Il existerait donc une zone de mélange (cf figure 4.8) d'extension H_m .

Toutefois, s'il existe une composition (ϕ_p^m, ϕ_g^m) satisfaisant l'équation (4.38) pour une vitesse débitante $|V_d|$: $U_{p,g}(\phi_p^m, \phi_g^m) = U_{g,p}(\phi_p^m, \phi_g^m) = |V_d|$, alors la suspension de composition (ϕ_p^m, ϕ_g^m) sera stationnaire en fluidisation (inhibition de la ségrégation). Aussi, si on introduit dans le lit, un mélange dans les proportions (ϕ_p^m, ϕ_g^m) ("mélange stoechiométrique"), on s'attend à observer une suspension bidisperse uniforme stationnaire (cf figure 4.9-b) lors de la fluidisation à la vitesse $|V_d|$.

En revanche, si on introduit des particules (p) (respectivement (g)) en excès par rapport

aux proportions (ϕ_p^m, ϕ_g^m) , on devrait observer en plus de la suspension bidisperse une zone monodisperse des billes (p) en excès, ou respectivement de billes (g). La configuration des deux strates de suspension dépendra alors de la densité effective de la suspension bidisperse stable, $\rho_{eff}(\phi_p^m, \phi_g^m)$, donnée par :

$$\rho_{eff}(\phi_p^m, \phi_g^m) = \rho_f(1 - \phi) + \rho_s(\phi_p^m + \phi_g^m) \quad (4.39)$$

En effet, la strate la plus dense sera sous la strate la moins dense. Dans le cas où $\rho_{eff}(\phi_p) < \rho_{eff}(\phi_p^m, \phi_g^m) < \rho_{eff}(\phi_g)$, la disposition des différentes zones est représentée sur les schémas 4.9-a et 4.9-c.

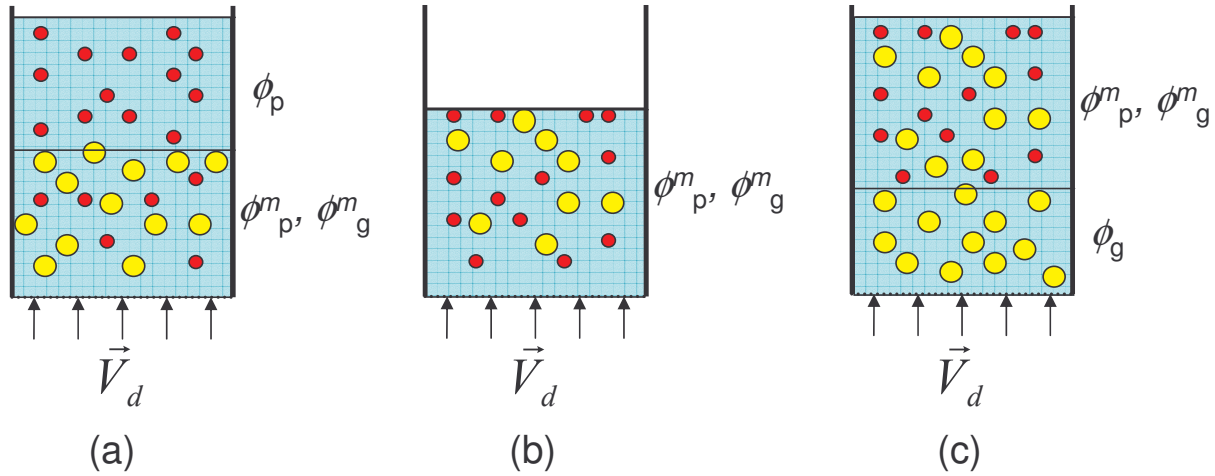


FIGURE 4.9 – Représentation d'une suspension fluidisée, lorsqu'il existe une composition de mélange stable (ϕ_p^m, ϕ_g^m) : (a) avec des petites particules en excès ; (b) en mélange stoechiométrique ; (c) avec des grosses particules en excès.

En fluidisation, Kennedy & Bretton [43] ont proposé un modèle simple de vitesse V_i des particules (i) dans une suspension fluidisée composée de deux types de particules (i) et (j), de tailles différentes et de même densité. Leur expression est :

$$V_i = \frac{|V_d| - U_i^0(1 - \phi)^{n_i}}{1 - \phi} + V_m \quad (4.40)$$

où, V_m est la vitesse massique moyenne des particules :

$$V_m = \frac{1}{\rho_{eff}} \rho_f(1 - \phi)V_f + \sum_{j=1}^N \rho_k \phi_k V_k \quad (4.41)$$

avec V_f , la vitesse du fluide et V_k , la vitesse des particules k , dans le référentiel du lit fluidisé. Pour décrire le comportement en fluidisation, ils écrivent également (sans justification précise) que la vitesse massique moyenne des particules est nulle (\equiv à la nullité de la vitesse

volumique moyenne des particules, dans notre étude ($\Delta\rho_s = 0$). Avec cette hypothèse, on peut retrouver une expression simplifiée de la vitesse des particules qui ne tient plus compte directement de la présence des particules (j) de tailles différentes. Elles sont prises en compte indirectement par le biais de la concentration ϕ , qui s'adapte différemment à la vitesse débitante V_d , selon le rapport de taille λ . La vitesse de sédimentation de chaque particules i peut être alors retrouvée :

$$U_{g,p} = \frac{1}{\phi(1-\phi)} (U_g^0(1-\phi)^{n_g}(\phi_g(2-\phi) - \phi) + U_p^0(1-\phi)^{n_p}(2-\phi)\phi_p) \quad (4.42)$$

$$U_{p,g} = \frac{1}{\phi(1-\phi)} (U_p^0(1-\phi)^{n_p}(\phi_p(2-\phi) - \phi) + U_g^0(1-\phi)^{n_g}(2-\phi)\phi_g) \quad (4.43)$$

A notre connaissance, les seuls auteurs ayant proposé des expressions $U_{i,j}(\phi_1, \phi_2)$ permettant de satisfaire (4.38) sont Funamizu & Takakuwa [33]. Ils ont développé, à partir de la relation de Richardson & Zaki, une formule donnant la vitesse de sédimentation en fluidisation, pour une suspension bidisperse en fonction des deux concentrations ϕ_p et ϕ_g . Leurs travaux ont été menés sur des suspensions à deux et trois espèces de particules de rapport de tailles et de densités différents. Ils ont proposé les lois semi empiriques suivantes :

$$U_{g,p}(\phi_p, \phi_g) = U_g^0 \sqrt{1-\phi} \left[1 - \phi_g - \left(\frac{d_g}{d_p} \right)^{\alpha_g} \phi_p \right]^{n_g-1/2} \quad (4.44)$$

$$U_{p,g}(\phi_p, \phi_g) = U_p^0 \sqrt{1-\phi} \left[1 - \phi_p - \left(\frac{d_p}{d_g} \right)^{\alpha_p} \phi_g \right]^{n_p-1/2} \quad (4.45)$$

où U_g^0 et U_p^0 , et n_g et n_p , sont les vitesses de Stokes et les exposants respectifs des particules (p) et (g), provenant de la loi de Richardson-Zaki pour le cas monodisperse. α_g et α_p , quant à eux, sont des exposants ajustables par les données expérimentales.

Remarquons que l'on retrouve bien la loi de Richardson-Zaki pour les particules p (ou g) si $\phi_p = 0$ (ou $\phi_g = 0$).

Je présente, dans les chapitres suivants, l'étude expérimentale menée sur des suspensions bidisperses (deux tailles de particules) fluidisées à bas nombre de Reynolds. Le lit fluidisé est *a priori* l'outil idéal pour traquer les inhibitions de ségrégation. En effet, utilisé à vitesse débitante V_d constante, il permet d'obtenir une suspension stationnaire, dans laquelle toutes les particules doivent avoir une vitesse moyenne nulle. Ainsi, une suspension bidisperse ne pourra être stationnaire en fluidisation que si elle correspond à une composition (ϕ_g^m, ϕ_p^m) d'inhibition de ségrégation, pour laquelle $U_{g,p} = U_{p,g} = V_d$. Si en revanche, une telle composition n'existe pas pour la vitesse de fluidisation imposée, la suspension bidisperse se ségrégera

pour se présenter à l'état stationnaire, sous la forme de deux suspensions monodisperses, l'une au-dessus de l'autre.

Chapitre 5

Description et étalonnage du dispositif expérimental

5.1 Caractéristiques des suspensions étudiées

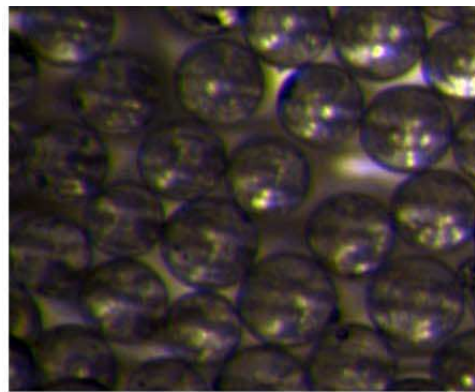


FIGURE 5.1 – Photo d'un échantillon de billes de diamètre $160\ \mu\text{m}$.

Les suspensions étudiées sont composées de billes de verre sphériques de masse volumique $\rho = 2.5\ \text{g.cm}^{-3}$ dispersées dans un fluide Newtonien. Le fluide est un mélange eau/glycérol dont le pourcentage massique en glycérol est de $\sim 74\%$ de densité $d = 1.190 \pm 0.005\ \text{g.cm}^{-3}$ correspondant à une viscosité $\eta_f = 30 \pm 5\ \text{cP}$ à $20\ ^\circ\text{C}$. Au cours des différentes expériences, la densité est, régulièrement, mesurée.

Les expériences sont menées sur des suspensions contenant deux populations de billes différentes en tailles, dont un échantillon de diamètre $160\ \mu\text{m}$ est représenté sur la photographie 5.1. Au cours des expériences, nous garderons constante la taille des grosses billes, dont le diamètre est compris entre $180 < 2a < 200\ \mu\text{m}$, tandis que celle des petites est variable de

suspension	$2a_p$ (μm)	$2a_g$ (μm)	λ	U_p^0 (mm.s^{-1})	U_g^0 (mm.s^{-1})
1	100-125	180-200	1.69	0.415	1.185
2	140	180-200	1.36	0.532	0.980
3	150	180-200	1.27	0.562	0.901
4	150-160	180-200	1.23	0.558	0.815
5	160	180-200	1.19	0.613	0.850

FIGURE 5.2 – Tableau des propriétés des différentes suspensions bidisperses étudiées dans la cellule de section $S = 400 \text{ mm}^2$.

suspension	m_p (g)	m_g (g)	β_g	U_p^0 (mm.s^{-1})	U_g^0 (mm.s^{-1})
4p1	30	30	0.5	0.622	0.801
4p1.5	45	30	0.4	0.622	0.801
4p2	60	30	0.33	0.622	0.801
4g1	30	30	0.5	0.520	0.781
4g1.5	30	45	0.6	0.520	0.781

FIGURE 5.3 – Tableau des différentes compositions étudiées pour un rapport de taille $\lambda = 1.23$ et dans la cellule de section $S = 504 \text{ mm}^2$.

112.5 ± 12.5 à $160 \mu\text{m}$. Les suspensions sont caractérisées par différents rapport de tailles λ ($\frac{a_g}{a_p}$) et leurs propriétés sont reportées dans le tableau 5.2.

On définit la composition en masse relative des grosses particules β_g correspondant au rapport entre la masse de grosses particules et la masse totale de particules présentes dans les suspensions :

$$\beta_g = \frac{m_g}{m_g + m_p} \quad (5.1)$$

Dans un premier temps, j'ai fixé une composition $\beta_g = 0.5$ (30 g de petites et 30 g de grosses), et j'ai fait varier le rapport de tailles λ de 1.19 à 1.69. Puis dans un deuxième temps, j'ai, cette fois, fixé un rapport de tailles $\lambda = 1.23$ et j'ai fait varier la composition β_g de 0.33 à 0.6, en ajoutant à deux suspensions, numérotées 4p1 et 4g1, contenant initialement la même proportion en masse de petites et grosses particules ($\beta_g = 0.5$), soit des petites ($\beta_g < 0.5$), soit des grosses ($\beta_g > 0.5$). La première série est étudiée dans une cellule de section $S = 400 \text{ mm}^2$ et la deuxième, dans une cellule de section $S = 504 \text{ mm}^2$. Il est à noter que le nombre de billes dans l'épaisseur varie d'environ 20% d'une cellule à l'autre, sachant que le nombre de billes passe d'une cinquantaine à une centaine de billes toujours dans l'épaisseur, selon la taille des

billes. Le tableau 5.3 récapitule les masses relatives de particules, avec les compositions β_g correspondant.

5.2 Cellule de fluidisation

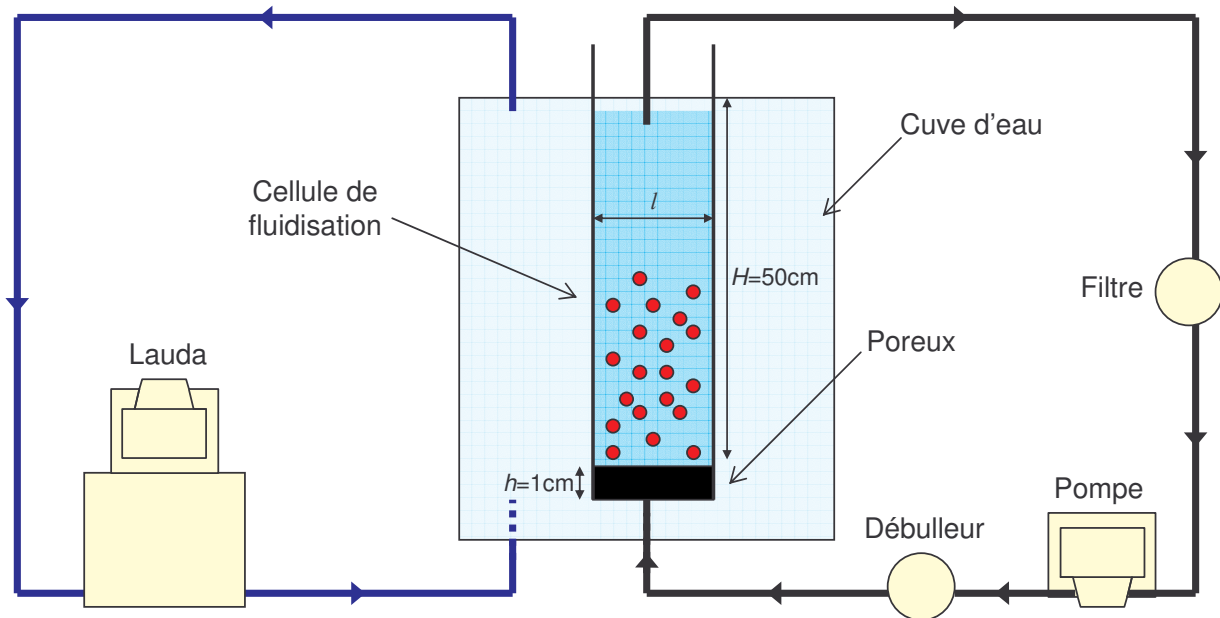


FIGURE 5.4 – Schéma du lit fluidisé

Le lit fluidisé est schématisé sur la figure 5.4, il est composé de différents éléments :

– Une cellule verticale contenant la suspension de longueur $H = 50$ cm ; deux cellules ont été utilisées :

- une de largeur $l = 4,2$ cm et d'épaisseur $e = 1,2$ cm ($S = 504$ mm²) : elle est constituée de deux plaques de Plexiglas, séparées par deux plaques de PVC qui sont mises en contact par des joints et vissées avec les plaques de Plexiglass. Les suspensions n° 4p1, 4p1.5, 4p2, 4g1 et 4g1.5 ont été étudiées dans cette cellule.
- une de largeur $l = 4$ cm et d'épaisseur $e = 1$ cm ($S = 400$ mm²), constituée des mêmes éléments mais où les plaques sont collées entre elles. Les suspensions n° 1, 2, 3, 4 et 5 ont été étudiées dans cette cellule.

Une résistance en platine est introduite dans la cellule et est reliée à un multimètre pour permettre de mesurer la température effective du fluide suspendant.

– Un poreux d'injection de hauteur $h = 1$ cm : il est constitué de deux plaques de polypropylène poreux constitué de billes frittées, de taille de pore égale à 35 μ m. Il permet

de faire circuler le fluide, uniformément sur toute la section S , de la pompe vers la cellule tout en ne laissant pas passer les billes afin qu'elles restent dans la suspension. L'impédance hydrodynamique créée par le milieu poreux est grande devant celle de la suspension afin que les fluctuations de concentration de la suspension n'entraîne pas d'inhomogénéité d'injection.

– Une pompe à engrenages (Ismatec, modèle BVP-Z standard), à vitesse variable réglable par un vernier de 1 à 999 divisions, avec une tête de pompe délivrant un débit maximum de 102 ml.min^{-1} assure la circulation du mélange eau/glycérine dans la cellule. Le fluide est injecté dans le bas de la cellule à travers le poreux et il est récupéré en haut de la cellule (il circule en circuit fermé).

– Un bain thermostaté : la cellule est plongée dans une cuve ($V \sim 70 \text{ L}$) d'eau dont le niveau et la température sont réglés par un bain thermostaté (Lauda[®]). Cette régulation est reliée par la circulation de l'eau entre le Lauda[®] et la cuve, et permet de pomper et d'injecter de l'eau que l'appareil aura au préalable mise à la température imposée $T = 20,00 \pm 0.02 \text{ }^\circ\text{C}$.

5.3 Principe de la méthode acoustique

Du point de vue théorique, la détermination des propriétés acoustiques, comme la vitesse ou l'atténuation du son, dans un milieu tel qu'une suspension reste un travail compliqué et encore à l'étude [14]. La propagation d'une onde ultrasonore dans une suspension fait intervenir la fréquence de l'onde, la viscosité et la densité du fluide suspendant, la taille et la densité des particules en suspension, la température, les différentes constantes élastiques et la concentration en particule. Autant de paramètres qui doivent être pris en compte pour étudier les propriétés acoustiques d'une suspension.

5.3.1 Mesures du temps de vol

La technique de mesure utilisée dans nos expériences a été développée à l'origine pour l'étude des écoulements dans les milieux poreux [15]. Elle se fonde sur la variation de la propagation du son en fonction du milieu traversé. Dans un milieu poreux, la vitesse de propagation d'une onde acoustique de longueur d'onde Λ dépend en général de la concentration de chaque phase. En généralisant la théorie de Biot [15] aux suspensions [7], il est possible de montrer, que la vitesse de propagation v d'une onde acoustique dans une suspension présente deux régimes en fréquences, départagés par une fréquence critique $\omega_c = \eta/\rho a^2$. Dans la limite des hautes fréquences ($\omega \gg \omega_c \Rightarrow \Lambda \ll a$), où l'épaisseur de couche visqueuse (épaisseur

du fluide à partir de la paroi sur laquelle l'écoulement est perturbé par des effets visqueux) $\delta = \sqrt{\frac{2\eta_0}{\rho_0\omega}}$ est très petite devant la taille des billes, la suspension peut être considérée comme un milieu effectif de densité ρ_{eff} et de perméabilité κ_{eff} définis comme :

$$\begin{aligned}\frac{1}{\kappa_{eff}} &= \frac{\phi}{\kappa_p} + \frac{1-\phi}{\kappa_f} \\ \rho_{eff} &= \rho_f \frac{(2-\phi)\rho_p + (1-\phi)\rho_f}{2(1-\phi)^2\rho_p + [(1+2\phi(1-\phi))]\rho_f}\end{aligned}\quad (5.2)$$

où les indices f et p représentent respectivement le fluide et les particules.

La vitesse de propagation du son est donnée par la relation $v(\phi) = \sqrt{\frac{\kappa_{eff}}{\rho_{eff}}}$. Pour les fréquences testées, $f = 0.5, 2$ et 3 MHz, $\delta = 1 \mu\text{m}$ est petite devant la taille typique des billes utilisées dans nos suspensions $a = 100 \mu\text{m}$. Dans ce régime, la vitesse du son dépend donc de la fraction volumique ϕ , mais est indépendante de la taille des particules composant la suspension.

Expérimentalement, la mesure relevée est le temps de vol tv qui correspond au temps mis par l'onde pour passer d'un transducteur émetteur à un transducteur récepteur, placés en vis à vis, de part et d'autre de la suspension. Pour obtenir la concentration, le temps de vol $tv(\phi)$ mesuré est comparé avec une valeur de référence obtenue dans le fluide seul (sans bille) $tv(\phi = 0)$ mesurée au dessus de la suspension. On établit la différence Δtv entre ces deux temps $tv(\phi = 0)$ et $tv(\phi)$:

$$\Delta tv(\phi) = tv(\phi = 0) - tv(\phi) \quad (5.3)$$

En notant l la distance parcourue dans la suspension, on voit apparaître la vitesse de l'onde :

$$\Delta tv(\phi) = l\left(\frac{1}{v(\phi = 0)} - \frac{1}{v(\phi)}\right) \quad (5.4)$$

La variation de vitesse selon la concentration est représentée sur la figure 5.5, obtenue expérimentalement pour une suspension de billes de verre de diamètre compris entre 180 et $200 \mu\text{m}$ dans un mélange eau/glycérol à 70% en masse de glycérol. Une courbe d'équation polynômiale d'ordre 3 permet d'ajuster les mesures et de retrouver la fraction volumique en mesurant la vitesse du son. Notons que la variation théorique de la vitesse du son est également reporté sur la figure 5.5, il faut tout de même préciser que la valeur de κ_f est donnée par $\kappa_f = \rho_f v^2(\phi = 0)$ et que la valeur de la perméabilité κ_p des particules est ajustée à nos mesures. Ici, la courbe théorique est tracée avec $\kappa_p = 1290$ MPa, de valeur différente à celle donnée théoriquement pour le verre $\kappa_{ptheo} = 69000$ MPa. Nos données expérimentales se comparent très bien avec les valeurs théoriques. On constate que plus la concentration est grande, meilleure est la précision : pour une variation relative $\frac{\Delta V}{V} \sim 10^{-4}$, la variation

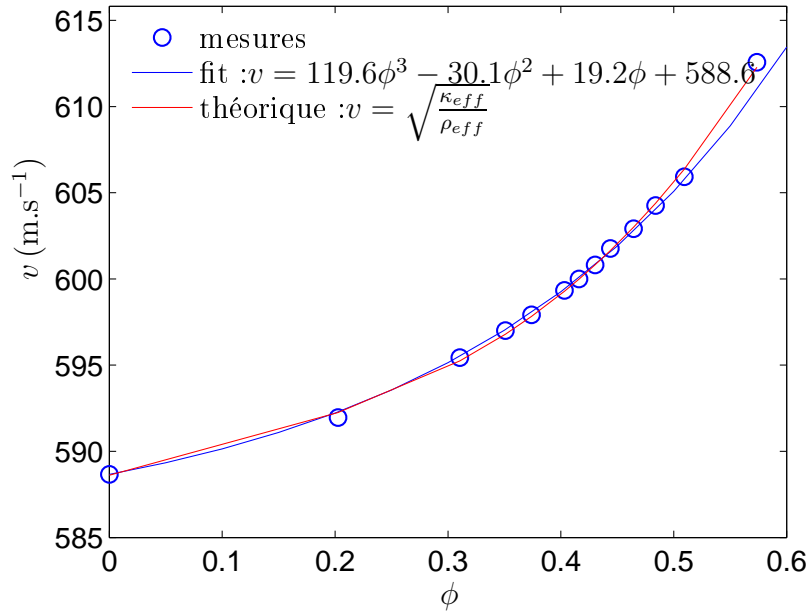


FIGURE 5.5 – Vitesse du son en fonction de la concentration pour une suspension de billes de verre de diamètre 180-200 μ m dans une solution d’eau/glycérol à 70%

de concentration $\Delta\phi$ est estimée à 0.1% pour les faibles concentrations, et diminue à 0.01% pour les concentrations proches de la concentration maximum ϕ_{max} ($\phi_{max} \sim 0,6$). Cette sensibilité accrue aux fortes concentrations est un des avantages des mesures de concentration par acoustique par rapport aux autres méthodes couramment utilisées (mesures par rayons X).

La seule connaissance de la concentration en particules ne permet pas d’étudier pleinement le comportement de suspensions contenant des particules de différentes tailles. Nous avons donc, en plus du temps de vol, mesuré l’atténuation afin de pouvoir connaître la proportion locale de petites et grosses billes présente dans la suspension.

5.3.2 Mesures d’atténuation

Dans le cas général, l’affaiblissement d’une onde se propageant dans un milieu peut être dû à trois phénomènes : l’absorption (dégradation de l’énergie vibratoire en chaleur), la diffusion (dispersion de l’énergie par les hétérogénéités du matériau) et la diffraction (dispersion du faisceau due à la diffraction). L’importance de chaque phénomène dépend à la fois des propriétés physiques de l’échantillon traversé (taille des grains, anisotropie, inhomogénéité,...) et des propriétés de l’onde acoustique envoyée (fréquence, type d’onde,...). Dans notre gamme de fréquences testées ($\frac{2\pi a}{\lambda} \sim 1$), la diffraction et la diffusion du son sont

négligeables. L'onde perd de l'énergie essentiellement par absorption due à la présence des billes. Cette absorption est d'autant plus grande que les particules sont grosses, comme on va le voir sur la figure 5.9-3b.

L'atténuation est caractérisée par le coefficient α , définie par $\frac{U_l}{U_0} = e^{-\alpha l}$ où

$$\alpha = -\frac{20}{l} \log\left(\frac{U_l}{U_0}\right) \quad (5.5)$$

avec U_0 l'amplitude de l'onde de référence, mesurée dans le fluide suspendant dans notre cas, et U_l l'amplitude mesurée à la distance l du transducteur transmetteur.

Le but est de distinguer, grâce à la mesure d'atténuation, la proportion de petites et de grosses billes présentes localement dans la suspension. En effet, suivant la taille des billes présentes, l'onde est plus ou moins atténuée. En jouant sur la fréquence de l'onde transmise dans la suspension, nous allons pouvoir remonter à la composition en taille. Il est donc nécessaire de choisir la fréquence la plus appropriée afin que la discrimination en taille des particules soit la plus satisfaisante. Ce choix sera discuté (cf section 5.4.2) après avoir décrit les différents instruments de mesures (cf section 5.3.3).

5.3.3 Dispositif acoustique

Le dispositif expérimental, schématisé sur la figure 5.6 et dont une photographie est donnée sur la figure 5.7, est composé de plusieurs éléments.

- Deux transducteurs similaires de fréquences de résonance 2.5 MHz sont placés en vis à vis, de part et d'autre de la cellule. Une onde de compression est envoyée d'un des transducteurs, qui servira donc d'émetteur ; le signal se propage dans la suspension et le deuxième transducteur, servant de récepteur, récupère l'onde atténuée. Notons que pour limiter les ruptures d'impédances (causes de réflexions) le long du trajet acoustique, nous avons veillé à ce que tous les milieux traversés aient une impédance proche de celle de la suspension. De ce fait, les transducteurs et la cellule de fluidisation sont placés dans une cuve d'eau et les parois de la cellule sont en polycarbonate.

- Un générateur de fonction programmable délivre des trains d'onde de type sinusoïdal composés de 4 périodes de fréquence 3 MHz (le choix de la fréquence est discuté dans la section 5.4.2), avec une fréquence de répétition de 2 kHz, choisie de telle sorte que les signaux émis ne se superposent pas avec les échos successifs dus aux réflexions sur les parois de la cellule.

- Un oscilloscope numérique permet de visualiser le signal d'entrée et de sortie après

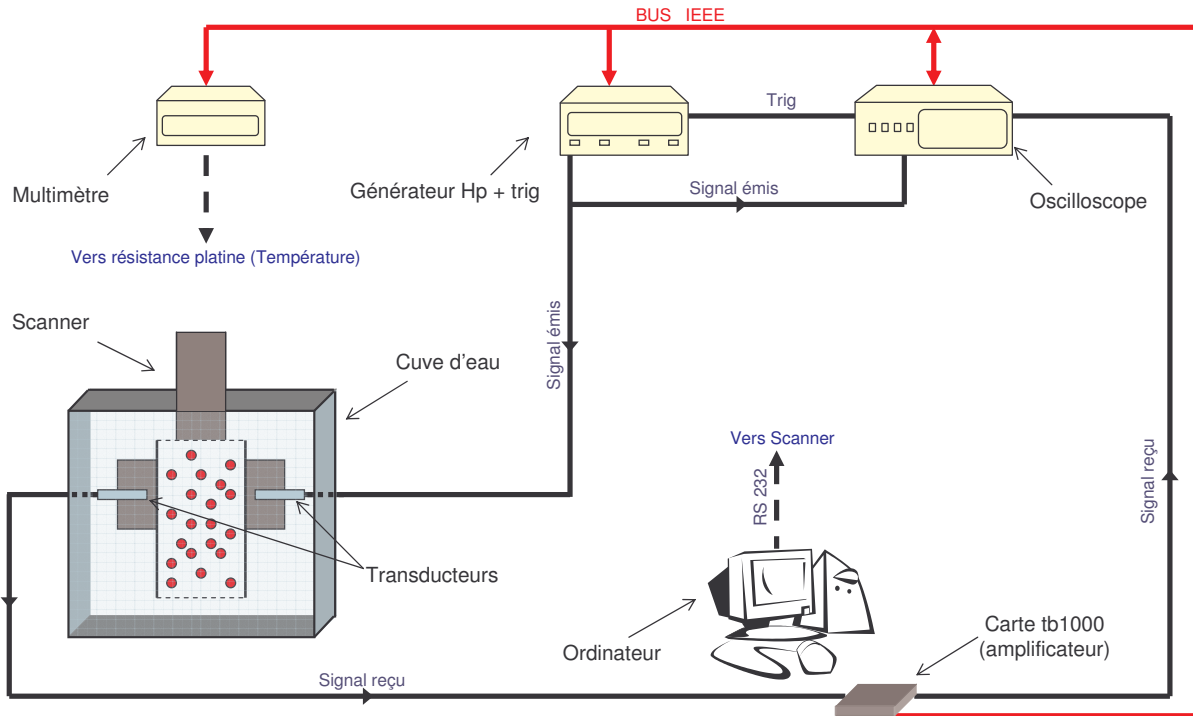


FIGURE 5.6 – Schéma du dispositif acoustique.

amplification. Il permet de fixer un seuil sur le signal émis, afin de mesurer le temps de vol. Pour chaque position, la mesure, itérée 512 fois, permet d'obtenir une moyenne du temps de vol et de l'atténuation.

– Un ordinateur muni d'une carte amplificatrice (carte tb1000), permet d'une part de piloter les appareils (scanner, générateur de fonctions), et d'autre part d'acquérir les données transmises par d'autres (multimètre, oscilloscope). Celles-ci sont enregistrées au fur et à mesure à chaque fin de cycle (descendant et montant).

5.4 Etalonnage des suspensions monodisperses

Avant d'étudier les suspensions bidisperses, il est indispensable de commencer par explorer acoustiquement chaque échantillon de billes utilisé. Nous allons voir, dans cette section, le calibrage de la méthode acoustique, à l'aide de suspensions monodisperses, nécessaire afin d'optimiser la distinction des particules selon leur taille. Pour cela, nous utilisons 2 populations de billes de tailles assez proches : $150 - 160 \mu\text{m}$ et $180 - 200 \mu\text{m}$. L'évolution, suivant la position dans la cellule, du temps de vol Δt_v et de l'atténuation α est examinée pour différentes vitesses débitantes du fluide V_d , et cela pour différentes fréquences d'ondes

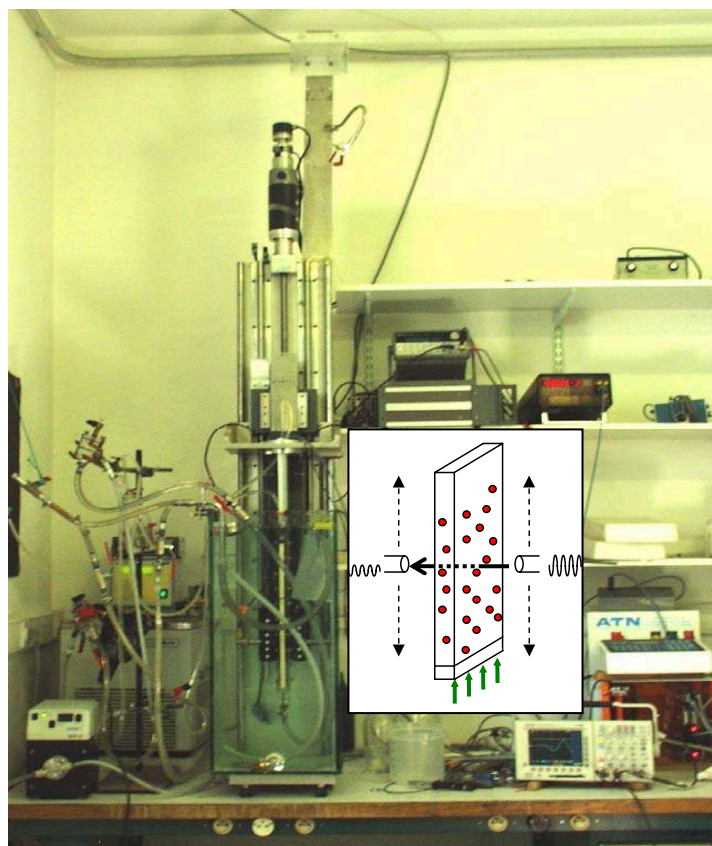


FIGURE 5.7 – Photo du dispositif acoustique.

ultrasonores : 0.5, 2 et 3 MHz.

5.4.1 Profil de temps de vol et d'atténuation

Les valeurs de temps de vol Δtv et d'atténuation α sont mesurées à différentes cotes z suivant une ligne verticale centrée au milieu de la cellule de fluidisation afin de connaître l'évolution spatiale $\Delta tv(z)$ et $\alpha(z)$ de la suspension étudiée. La technique consiste à déplacer verticalement et automatiquement la paire de transducteurs par un moteur pas-à-pas piloté par ordinateur (scanner acoustique). L'évolution temporelle est étudiée en sondant la cellule en continu, par des successions de cycles descendant et montant. Remarquons que le temps d'un scan (un cycle descendant ou montant) est déterminé par le nombre de points de mesures sondés le long de la cellule, il est de l'ordre ~ 15 min pour des nombres de points de mesures de l'ordre ~ 150 .

Des scans des suspensions monodisperses de tailles différentes, effectués pour différentes vitesses débitantes, permettent de tracer l'atténuation et le temps de vol en fonction de z , la

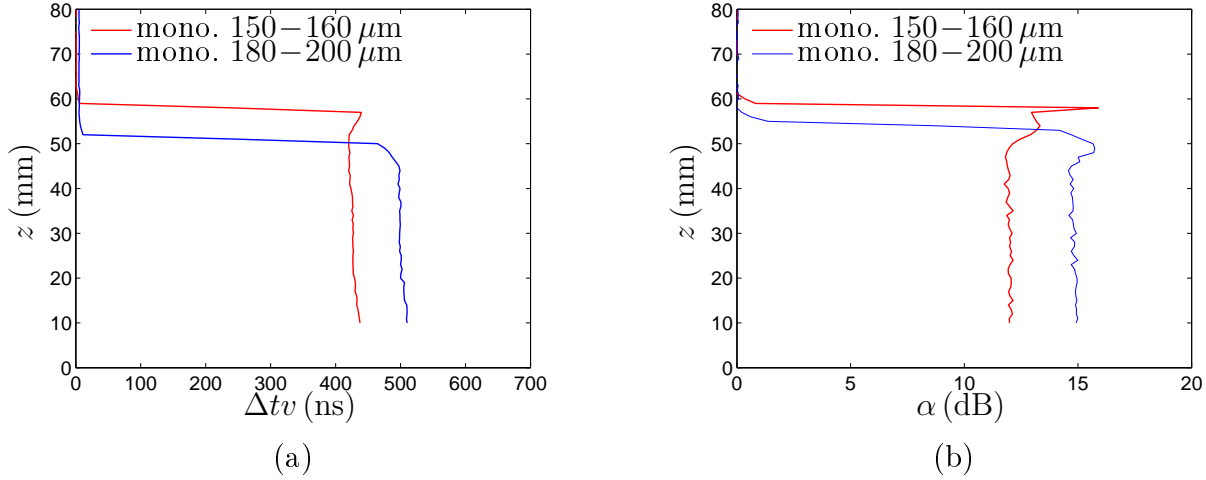


FIGURE 5.8 – Profil de différence de temps de vol Δtv (a) et de l'atténuation α (b) suivant la position dans la cellule z pour 2 suspensions monodisperses de tailles différentes, pour une même vitesse débitante du fluide $|V_d| = 0.053 \text{ mm.s}^{-1}$.

position dans la cellule. Notons qu'après un changement de vitesse débitante V_d , nous laissons la suspension se stabiliser avant de scanner la cellule. Des exemples de profils de temps de vol et d'atténuation, pour une vitesse débitante de fluide identique $|V_d| = 0.053 \text{ mm.s}^{-1}$, sont représentés sur la figure 5.8.

Pour chaque profil, on distingue deux zones : une première région, située en haut de la cellule ($z > 60 \text{ mm}$ pour les petites billes et $z > 53 \text{ mm}$ pour les grosses billes), où les valeurs coïncident avec celles mesurées dans le fluide pur, et une seconde région, localisée en bas de la cellule, où les valeurs diffèrent de l'étalonnage du fluide, ce qui indique la présence des billes. Ces deux zones uniformes (plateaux) sont séparées par un front que l'on peut repérer par une brusque variation d'atténuation et de temps de vol, détectée par la position du point d'inflexion de la courbe. Ce front correspond au haut de la suspension. En pratique, l'origine de la position du scanner pouvant varier, nous "recaleons" les cotes de mesures en faisant coïncider la position du front mesurée par acoustique avec la hauteur de la suspension H_{susp} mesurée optiquement grâce à un cathétomètre (lunette optique).

Comme on peut le voir sur les courbes, ces hauteurs H_{susp} sont différentes pour les deux suspensions ($H_{susp g} = 56 \text{ mm}$ et $H_{susp g} = 59 \text{ mm}$). En effet, ayant des vitesses de Stokes U^0 différentes, chaque suspension adapte sa concentration afin d'équilibrer la vitesse débitante imposée V_d à la vitesse de sédimentation $U_i(\phi)$. Par conséquent, la suspension de grosses billes ayant une vitesse $U_g(\phi)$ plus grande que celle des petites billes, elle est moins décom-

pactée que celle contenant les petites (cf equation (4.22)).

Il est à noter que des interférences au niveau du front de la suspension (visibles sur une plage d'environ un centimètre) peuvent entâcher les mesures acoustiques dans cette zone, ce qui est nettement visible sur le profil d'atténuation des petites billes sur la figure 5.8-b.

En moyennant sur l'intervalle correspondant à la suspension, on obtient les mesures caractéristiques, pour chaque espèce de billes (petites et grosses), à une concentration donnée.

5.4.2 Choix de la fréquence de l'onde

Les mesures caractéristiques de temps de vol et d'atténuation pour les 2 suspensions de tailles différentes sont relevées pour différentes concentrations en utilisant 3 fréquences différentes : 0.5, 2 et 3 MHz.

Les résultats sur le temps de vol Δtv (cf figures 5.9-1a-2a-3a) confirment qu'il varie seulement avec la concentration ϕ . On note que l'évolution est identique quelque soit la fréquence d'onde utilisée. De même, les valeurs mesurées à une concentration donnée sont sensiblement les mêmes pour les petites et les grosses billes. Le temps de vol donne donc uniquement accès à la mesure de la concentration totale en particules, $\phi = \phi_p + \phi_g$.

Le choix de la fréquence se fait en examinant l'atténuation α (cf figures 5.9-1b-2b-3b). Plus la fréquence est élevée, plus les particules d'une même taille atténuent. Les mesures à $f = 0.5$ MHz montrent une dispersion des valeurs pour les petites billes, alors que celles mesurées pour les 2 autres fréquences, $f = 2$ et 3 MHz, évoluent de façon monotone avec la concentration. De plus, l'atténuation pour une même concentration est différente selon la taille des billes : l'atténuation est d'autant plus grande que la taille des billes est élevée. La fréquence la plus appropriée pour distinguer les grosses des petites billes est $f = 3$ MHz, c'est pour celle-ci que l'écart entre les atténuations est le plus grand. Par conséquent, nous utiliserons cette fréquence dans toute la suite de l'étude.

Le principe de mesure est alors de déterminer la concentration locale par la mesure du temps de vol, puis de déterminer la composition de la suspension par la mesure d'atténuation. Précisons que l'atténuation ne permet pas de connaître avec certitude la proportion de petites et de grosses billes dans un mélange. En effet, elle est très sensible à la présence des grosses billes, ce qui peut masquer la présence des petites si ces dernières ne sont pas majoritaires dans le mélange. Chaque population de billes utilisée est étalonnée en imposant différentes vitesses débitantes V_d . Les mesures caractéristiques, temps de vol Δtv et atténuation α , des suspensions monodisperses sont représentées en annexe sur les figures D.1, pour un rapport de tailles $\lambda = 1.69$, E.2, pour $\lambda = 1.36$, F.2, pour $\lambda = 1.27$, G.2, G.11, pour $\lambda = 1.23$, et

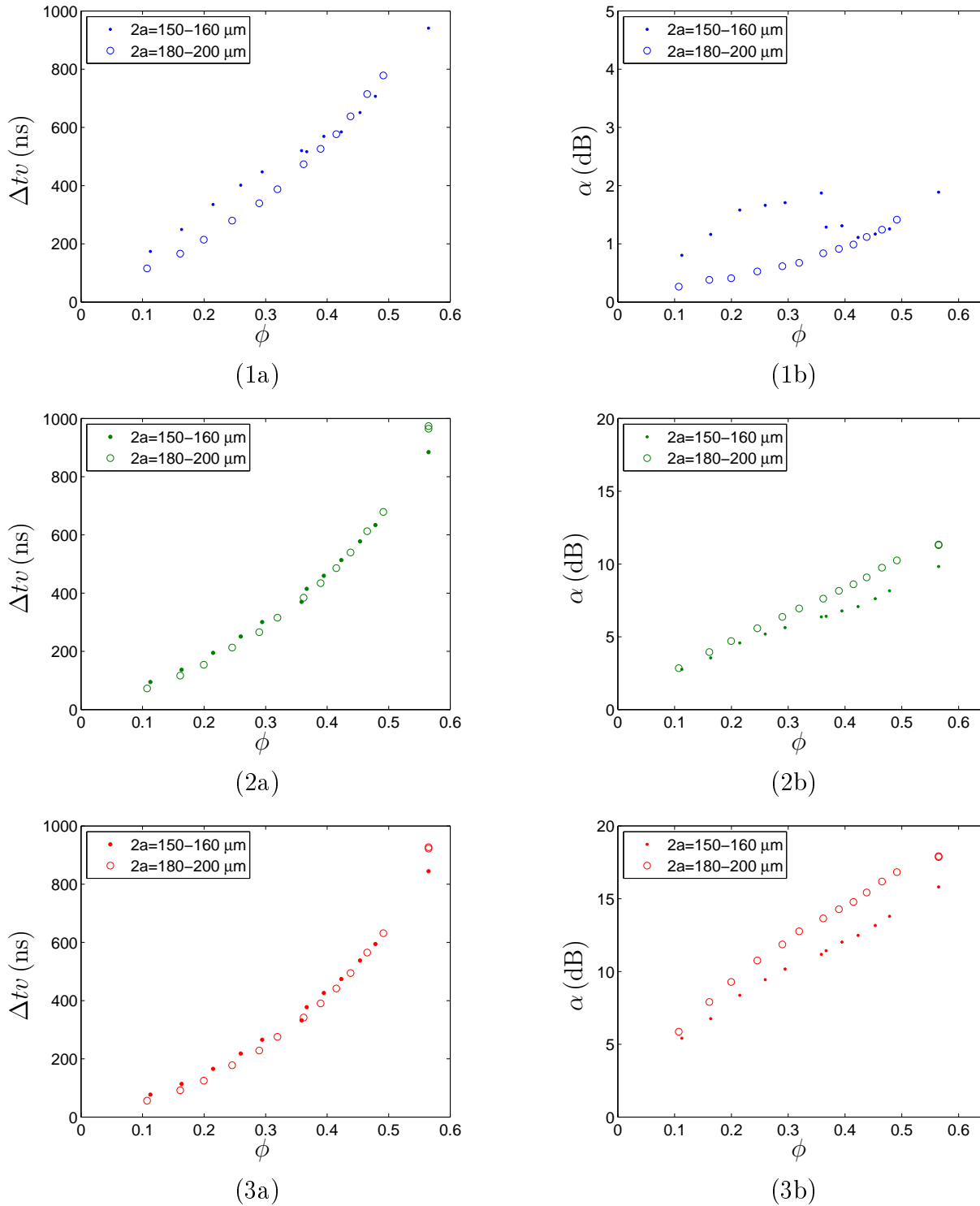


FIGURE 5.9 – Evolution du temps de vol (a) et de l'atténuation (b) en fonction de la concentration, pour 2 suspensions monodisperses de tailles différentes $150-160 \mu\text{m}$ et $180-200 \mu\text{m}$ pour différentes fréquences : 0.5 MHz (1), 2 MHz (2) et 3 MHz (3).

H.2, pour $\lambda = 1.19$.

5.4.3 Diagrammes spatio-temporels

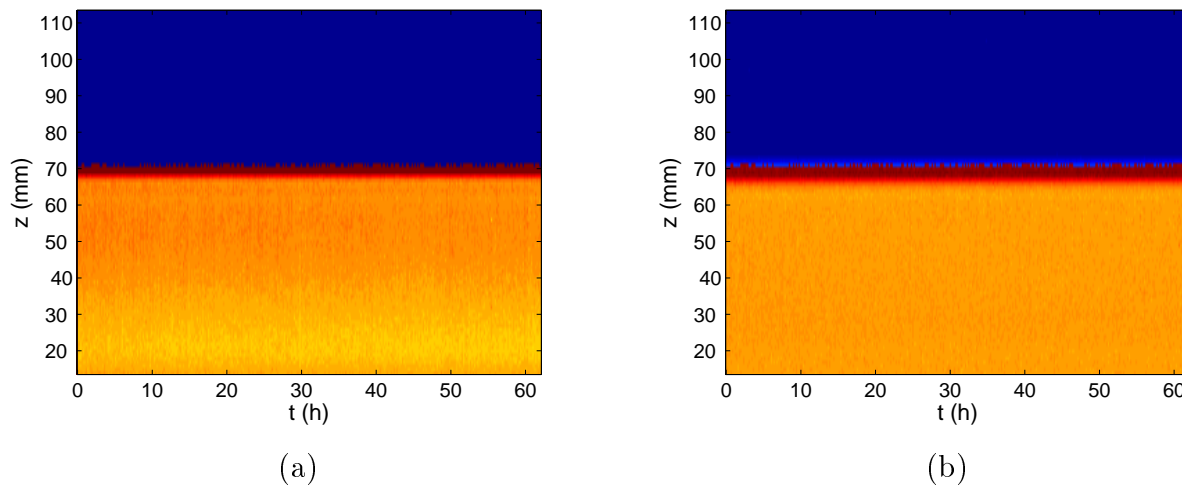


FIGURE 5.10 – Diagrammes spatio-temporels du temps de vol Δtv (a) et de l'atténuation α (b) dans une suspension monodisperse de $140 \mu\text{m}$ fluidisée à une vitesse débitante $|V_d| = 0.034 \text{ mm.s}^{-1}$ correspondant à une concentration moyenne en particules de $\phi = 0.42$.

Dans cette étude, nous nous intéressons à l'évolution dans le temps des suspensions bidisperses. Les mesures acoustiques, temps de vol et atténuation, sont relevées continuellement le long de la cellule. Nous pouvons ainsi reconstituer un diagramme spatio-temporel du temps de vol et de l'atténuation. Un exemple type pour une suspension monodisperse est présenté sur les figures 5.10-a-b. Elles correspondent à l'évolution durant environ $60h$ d'une suspension de billes de diamètre $140 \mu\text{m}$ et de fraction volumique $\phi = 0.42$, obtenue en fluidisant à une vitesse débitante $|V_d| = 0.034 \text{ mm.s}^{-1}$. Chaque verticale de la figure 5.10-a (respectivement b) représente le profil instantané de temps de vol Δtv (respectivement d'atténuation α), codé en couleur et reporté en fonction du temps t (axe horizontal). La zone bleue située au dessus de $z > 70$ mm correspond aux valeurs nulles dans le fluide pur. La hauteur de la suspension (interface fluide pur/suspension) correspond à la variation de couleur ($z = 70$ mm). La partie inférieure représente les valeurs mesurées dans la suspension. Nous avons vu précédemment les profils de temps de vol et d'atténuation constants le long des suspensions monodisperses, il en découle une couleur correspondante uniforme le long de l'axe des ordonnées. De plus, ces profils n'évoluent pas dans le temps : la teinte est également uniforme dans le temps (suivant l'axe des abscisses). Les variations de temps de vol sont d'environ 7%, ce qui correspond à un

écart de 4% sur la fraction volumique. Ainsi, nous vérifions l'uniformité et la stationnarité en concentration des suspensions monodisperses utilisées. De plus, en examinant l'atténuation, nous validons la monodispersité des particules.

Chapitre 6

Etat stationnaire : $\lambda > 1$

Dans ce chapitre, nous allons décrire l'état stationnaire observé pour des rapports de taille λ assez grand. Nous nous limitons à la description d'une suspension constituée de petites billes de taille $100-125 \mu\text{m}$ et de grosses billes de taille $180-200 \mu\text{m}$ (rapport de tailles $\lambda = 1.69$). Les résultats obtenus pour $\lambda = 1.27$ et $\lambda = 1.36$ étant similaires, les commentaires s'appliquent également à ces suspensions. Ils sont donnés en annexe (F) pour $\lambda = 1.27$ et en annexe (E) pour $\lambda = 1.36$.

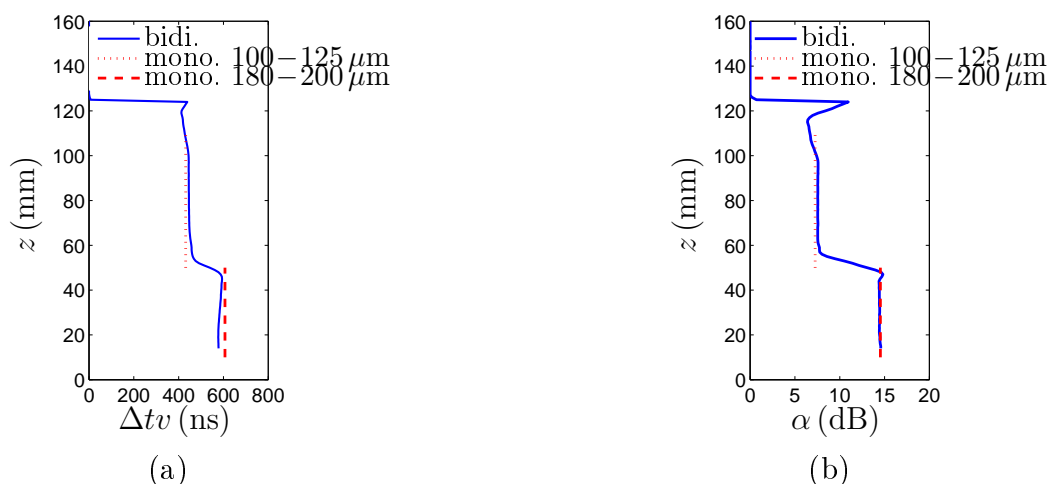


FIGURE 6.1 – Profil de temps de vol Δtv (a) et d'atténuation α (b) en fonction de la position dans la cellule z , dans une suspension bidisperse ($\lambda = 1.69$) fluidisée à une vitesse débitante $|V_d| = 0.020 \text{ mm.s}^{-1}$ ($\phi_{moy} = 0.48$).

6.1 Ségrégation totale

Les profils de temps de vol et d'atténuation pour une suspension bidisperse constituée de billes de diamètre $100-125\ \mu\text{m}$ et $180-200\ \mu\text{m}$, fluidisée à une vitesse débitante $|V_d| = 0.020\ \text{mm}\cdot\text{s}^{-1}$, sont tracés sur la figure 6.1. Les atténuations caractéristiques des deux types de billes, obtenues avec des suspensions monodisperses, sont également reportées sur le profil d'atténuation.

Contrairement aux profils présentés pour les suspensions monodisperses, deux zones distinctes sont observées à l'intérieur de la suspension. Ces deux zones sont séparées par un front interne caractérisé par les brusques variations de temps de vol Δtv et d'atténuation α à la cote $z = 52\ \text{mm}$. L'évolution du temps de vol (cf figure 6.1-a) montre une première zone uniforme, en bas de la suspension, jusqu'à la position $z = 48\ \text{mm}$, dont la concentration déduite du temps de vol Δtv moyenné, est de $\phi = 0.55$. Au-dessus de cette position, le temps de vol diminue, ce qui implique une diminution de concentration. A partir de $z = 57\ \text{mm}$, une deuxième zone homogène apparaît jusqu'à l'interface suspension/fluide à $z = 124\ \text{mm} = H_{\text{susp}}$, dans laquelle la concentration est également uniforme mais nettement plus faible ($\phi = 0.45$) que dans la zone inférieure. Ces concentrations, dans le bas et le haut, correspondent exactement aux concentrations ϕ_g^{mono} et ϕ_p^{mono} qu'auraient les grosses et les petites billes seules et fluidisées à la vitesse V_d (cf figure 6.1-a), données par la relation (4.22). Le profil d'atténuation 6.1-b montre que le bas de la cellule ($z < 48\ \text{mm}$) est homogène en taille et composé uniquement de grosses billes. En effet, l'atténuation coïncide exactement à celle mesurée dans une suspension de grosses billes à cette vitesse débitante. Puis une nette diminution de l'atténuation, caractéristique du front à $z = 48\ \text{mm}$, montre un appauvrissement en grosses billes et un enrichissement en petites jusqu'à la côte $z = 57\ \text{mm}$ au-dessus de laquelle la suspension est à nouveau monodisperse et contient exclusivement des petites billes. Il est à remarquer que l'extension de la zone de transition entre les deux zones homogènes ($48\ \text{mm} < z < 57\ \text{mm}$), de $9\ \text{mm}$ environ, est comparable à la taille des transducteurs utilisés ($10\ \text{mm}$) et, n'est donc malheureusement pas une mesure significative : ceci illustre le principal point faible de notre technique acoustique, à savoir sa faible résolution spatiale.

Ces profils correspondent à un état de ségrégation totale selon la taille des billes. Cette suspension est composée de deux suspensions monodisperses, l'une de grosses billes située en bas de la cellule et l'autre constituée des petites billes. La concentration de chaque suspension est identique à celle qu'elle aurait si elle était seule à la vitesse imposée V_d .

Les évolutions temporelles du temps de vol et de l'atténuation de cette suspension sont présentées sur la figure 6.2. Sur ces diagrammes, les premiers profils tracés (à $t = 0$ sur

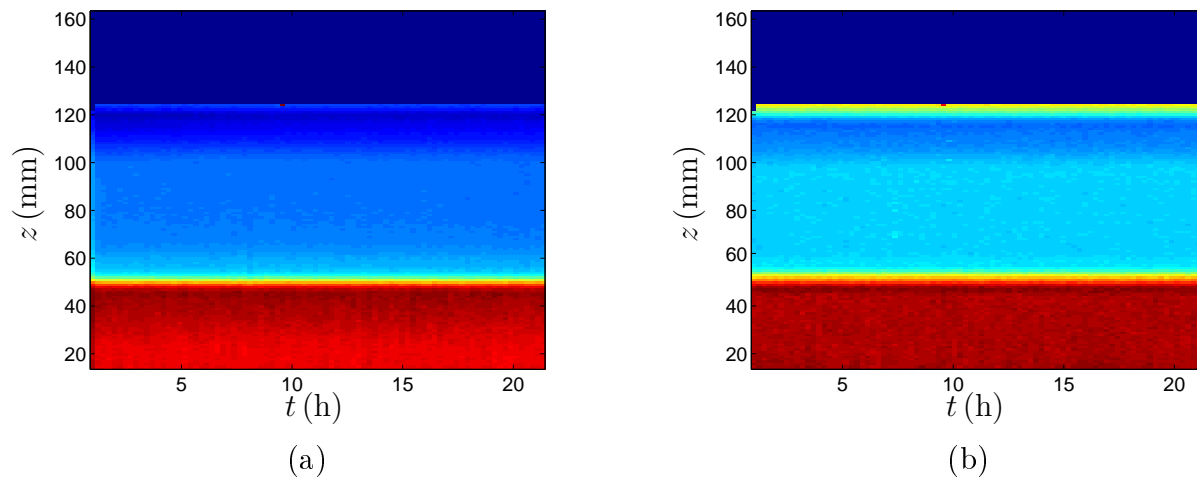


FIGURE 6.2 – Diagrammes spatio-temporels du temps de vol Δtv (a) et de l’atténuation α (b) d’une suspension bidisperse ($\lambda = 1.69$) fluidisée pour une vitesse débitante $|V_d| = 0.020 \text{ mm.s}^{-1}$ ($\phi_{moy} = 0.48$).

les diagrammes) correspondent à l’état ségrégé décrit précédemment. Les deux zones contenant respectivement chaque population de billes se distinguent par une couleur différente uniforme : le bas de la suspension ($z < 52 \text{ mm}$), constitué des grosses billes, est représenté en rouge et le haut ($52 \text{ mm} < z < 124 \text{ mm}$), composé des petites, est représenté en bleu. Nous retrouvons au-dessus, les mesures dans le fluide pur. Le diagramme du temps de vol (figure 6.2-a) ne montre aucune variation, la concentration est constante dans le temps. La même observation est faite sur le diagramme d’atténuation (figure 6.2-b), la proportion de petites et de grosses billes est identique à celle de l’état initial. La suspension bidisperse reste totalement ségrégée.

On s’intéresse, par la suite, à la répartition spatiale et temporelle des particules selon leur taille. Les mesures de temps de vol permettant de connaître seulement la concentration moyenne ($\phi_p + \phi_g$) locale, je choisis de commenter prioritairement les mesures d’atténuation qui sont, elles, discriminantes pour qualifier la composition de petites et de grosses particules présentes localement. Il est à noter que ces deux mesures, temps de vol et atténuation, ont une évolution similaire, comme on peut le constater en comparant les diagrammes 6.3-b et 6.4-b.

Pour vérifier si la suspension n’est pas dans un état métastable, j’ai appliqué une perturbation aux suspensions se trouvant dans cette configuration ségrégée stationnaire. Pour cela, tout en maintenant la vitesse débitante constante, $|V_d| = 0.034 \text{ mm.s}^{-1}$, j’ai mélangé manuellement une suspension initialement ségrégée afin d’obtenir une suspension uniformé-

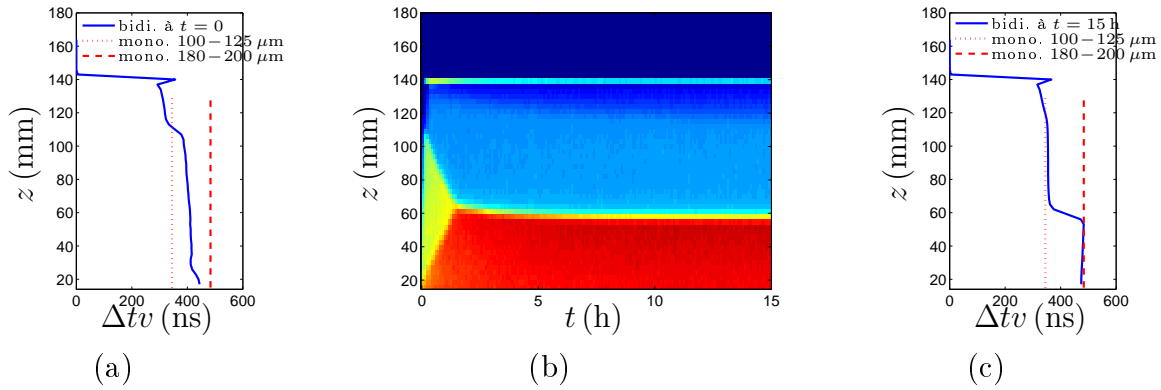


FIGURE 6.3 – Diagramme spatio-temporel du temps de vol (b) d'une suspension bidisperse ($\lambda = 1.69$) fluidisée à $|V_d| = 0.034 \text{ mm.s}^{-1}$ ($\phi_{moy} = 0.43$), avec les profils initial mélangé (a) et final totalement ségrégé (c).

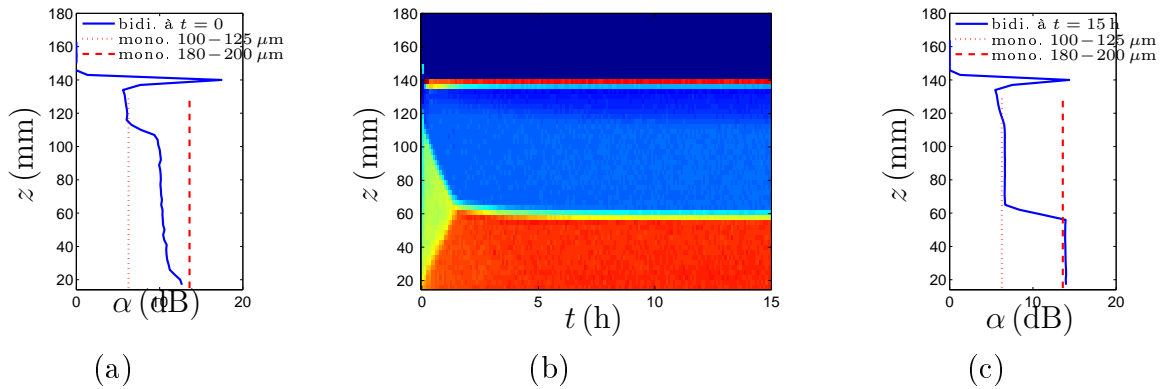


FIGURE 6.4 – Diagramme spatio-temporel d'atténuation (b) d'une suspension bidisperse ($\lambda = 1.69$) fluidisée à $|V_d| = 0.034 \text{ mm.s}^{-1}$ ($\phi_{moy} = 0.43$), avec les profils initial mélangé (a) et final totalement ségrégé (c).

ment mélangée.

Le profil d'atténuation, obtenu quelques minutes après avoir mélangé la suspension (le temps nécessaire pour que la hauteur de la suspension se stabilise), est représenté sur la figure 6.4-a. Il montre une atténuation quasiment constante sur une grande partie de la suspension (jusqu'à $z = 104 \text{ mm}$) dont la valeur est comprise entre les deux valeurs obtenues dans des suspensions monodisperses de petites et de grosses billes à cette même vitesse V_d imposée. Cette région est constituée d'un mélange homogène en composition de petites et de grosses billes. Une zone en haut de la suspension, est visible sur environ 2 cm (de $z = 113$ à 134 mm) où l'atténuation est également constante. Cette atténuation est la même que celle mesurée pour une suspension monodisperse de petites billes obtenue pour la même vitesse

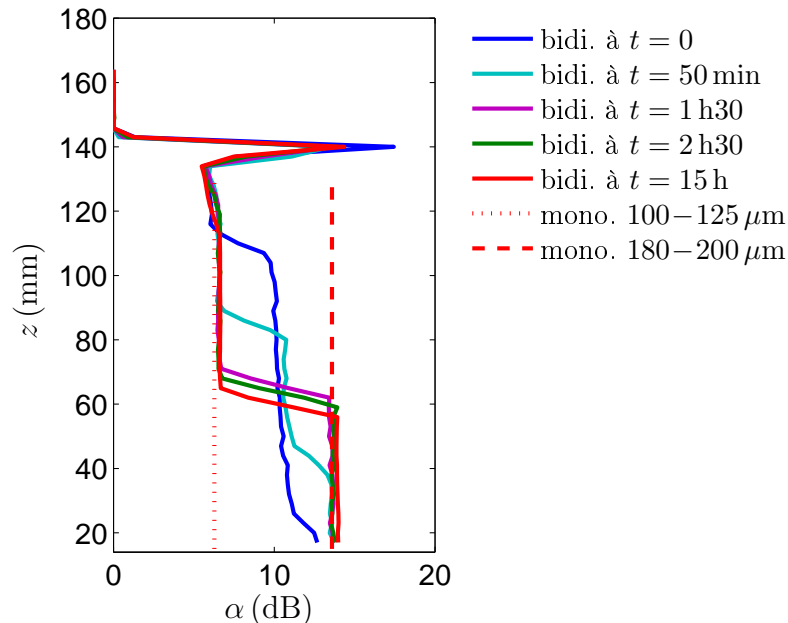


FIGURE 6.5 – Profils d’atténuation initial mélangé (à $t = 0$), intermédiaires (à $t = 50$ min, 1 h30 et 2 h30) et final totalement ségrégué (à $t = 15$ h), dans une suspension bidisperse ($\lambda = 1.69$) fluidisée à $|V_d| = 0.034 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$ ($\phi_{moy} = 0.43$).

V_d . Cette zone comporte uniquement des petites billes. La suspension est donc dans une configuration de ségrégation très partielle (que l’on peut considérer comme mélangée) : une région bidisperse sur quasiment toute la hauteur de la suspension et une région monodisperse de petites billes dans la partie supérieure, séparées par un front à la position $z = 110$ mm. Le suivi temporel de l’atténuation dans cette suspension est représenté sur le diagramme (6.4-b). La suspension se trouve initialement dans un état quasiment mélangé, la couleur verte sur la gauche du diagramme est uniforme sur pratiquement toute la hauteur. Au cours du temps, la suspension change de configuration : la région bidisperse occupe de moins en moins d’espace dans la cellule et fait apparaître deux zones dans le haut et le bas de la suspension, représentées respectivement en bleu clair et en rouge, et qui s’élargissent dans le temps. Les atténuations dans ces deux zones coïncident exactement avec celles mesurées dans les suspensions monodisperses, comme le révèle le profil instantané à $t = 50$ min, représenté sur la figure 6.5. Deux fronts sont nettement visibles à cet instant : à $z = 85$ mm et $z = 43$ mm, séparant le centre de la suspension bidisperse, d’atténuation constante et identiques à celles mesurées dans l’état initial, et le haut de la suspension constitué uniquement de petites billes et le bas constitué exclusivement de grosses billes. Notons que le front inférieur est plus étendu que le front supérieur. Ces deux fronts, que l’on peut suivre aisément

sur le diagramme spatio-temporel 6.4-b, évoluent au cours du temps. Le front supérieur, entre le mélange en jaune et les petites billes en bleu, descendant à la vitesse V_{fg} , correspond à la sédimentation des grosses billes. Tandis que le front inférieur, entre le mélange et les grosses billes en rouge, montant à la vitesse V_{fp} , correspond quant à lui, à la remontée des petites billes. Ces fronts se rejoignent (à $t = 1 \text{ h}30$) avec des vitesses constantes dans le temps et pratiquement identiques $V_{fg} = 9.32 \mu\text{m.s}^{-1}$ et $V_{fp} = 7.96 \mu\text{m.s}^{-1}$. Le mélange, au cours du temps, laisse des petites billes en haut de la suspension et des grosses billes en bas de la suspension, à des concentrations ϕ_p et ϕ_g . Un point remarquable est que ces deux concentrations n'évoluent pas : les fronts restent toujours entre deux régions de composition identique au cours du temps. Dès que ces régions monodisperses apparaissent, elles sont déjà aux concentrations qu'auraient les petites et les grosses seules fluidisées à $V_d : \phi_p^{mono}$ et ϕ_g^{mono} . Lorsqu'il n'existe plus qu'un seul front (à $t = 1 \text{ h}30$), celui-ci ralentit considérablement et commence à se stabiliser. A l'instant $t \sim 10 \text{ h}$, il se stabilise à une hauteur, notée h_f , pour aboutir à l'état totalement ségrégué. Le dernier profil du diagramme, tracé sur la figure 6.4-c confirme la ségrégation totale de la suspension. Les atténuations et les hauteurs de chaque zone coïncident exactement avec celles mesurées pour la même vitesse débitante V_d dans les suspensions monodisperses.

Au cours de cette expérience, la suspension initialement homogène en concentration et en proportion de petites et grosses billes se restructure selon la taille de particules. Globalement, dans cette suspension bidisperse fluidisée à une faible vitesse débitante ($|V_d| = 0.034 \text{ mm.s}^{-1}$), les grosses billes descendent et les petites remontent avec des vitesses V_{fg} et V_{fp} identiques.

6.2 Influence de la concentration

La concentration moyenne en particules ϕ_{moy} est fixée par le débit de fluide imposé à la suspension. La figure 6.6 représente différents diagrammes spatio-temporel d'atténuation dans des suspensions bidisperses, initialement mélangées, fluidisées à différentes vitesses débitantes $|V_d| \in [0.01, 0.05 \text{ mm.s}^{-1}]$, ce qui correspond à des fractions volumiques $\phi_{moy} \in [0.3, 0.55]$. Il faut préciser que pour chaque diagramme représenté, le code couleur est adapté pour garder le maximum d'information sur la dynamique spatiale et temporelle des suspensions. Ainsi, une même couleur pour 2 diagrammes ne correspond pas forcément à une même valeur d'atténuation (ou de temps de vol, suivant la représentation). Néanmoins les valeurs dans le fluide seront toujours représentées en bleu foncé.

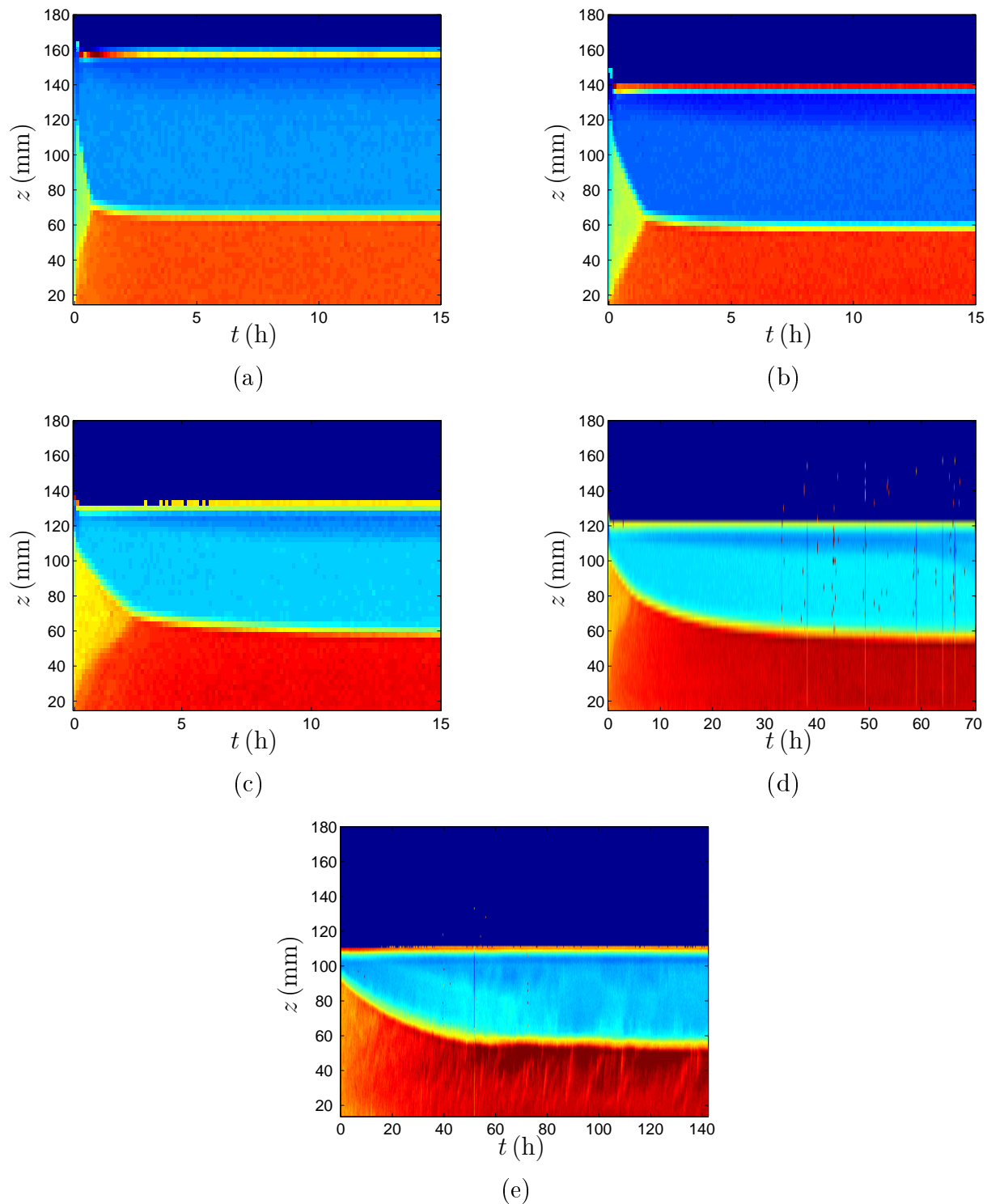


FIGURE 6.6 – Diagrammes spatio-temporels de l'atténuation dans une suspension bidisperse de $100\text{--}125$ et $180\text{--}200\ \mu\text{m}$ pour différentes vitesses débitantes $|V_d|$: $0.052\ \text{mm}\cdot\text{s}^{-1}$ ($\phi_{moy} = 0.38$) (a), $0.034\ \text{mm}\cdot\text{s}^{-1}$ ($\phi_{moy} = 0.43$) (b), $0.025\ \text{mm}\cdot\text{s}^{-1}$ ($\phi_{moy} = 0.46$) (c), $0.016\ \text{mm}\cdot\text{s}^{-1}$ ($\phi_{moy} = 0.51$) (d) et $0.011\ \text{mm}\cdot\text{s}^{-1}$ ($\phi_{moy} = 0.54$) (e).

Pour toutes les expériences réalisées, on observe une phase de sédimentation des grosses particules avec la présence d'un front descendant dans la suspension, jusqu'à l'apparition de l'état final de ségrégation. Notons que la vitesse du front V_{fg} dépend de la concentration moyenne de la suspension ϕ_{moy} et qu'elle varie dans le même sens que la vitesse débitante V_d . Plus la suspension est concentrée, moins les grosses particules sédimentent vite dans la suspension, nous discuterons de cette vitesse de front dans la paragraphe 6.3.1.

Pour des fortes vitesses débitantes $|V_d| > 0.03 \text{ mm.s}^{-1}$ (cf figures 6.6-a-b), on identifie clairement les deux fronts, décrits précédemment : le front des grosses billes descendant dans la suspension et le front des petites montant dans la suspension. Ces fronts se rejoignent avec des vitesses constantes dans le temps, et s'ensuit un état stationnaire totalement ségrégé. Lorsque la vitesse débitante est plus faible $|V_d| = 0.025 \text{ mm.s}^{-1}$ et 0.016 mm.s^{-1} (cf figures (6.6-c-d)), le front inférieur est de plus en plus diffus, entraînant par la même occasion une vitesse du front supérieur V_{fg} de moins en moins constante dans le temps. Enfin, pour des petites vitesses $|V_d|$, c'est-à-dire lorsque la concentration ϕ_{moy} se rapproche de la concentration d'empilement maximum ϕ_{max} , notamment pour $\phi_{moy} = 0.54$ (obtenue à $|V_d| = 0.011 \text{ mm.s}^{-1}$, cf figures 6.6-e), le front inférieur a totalement disparu. De plus, à cette concentration, des fluctuations d'atténuation dans les régions situées de part et d'autre du front montrent une réorganisation permanente, ce qui implique nécessairement la présence de billes de tailles différentes dans ces zones. Pour des fortes concentrations, le mélange, au fur et à mesure qu'il descend dans la cellule, s'enrichit en grosses billes, en laissant échapper les plus petites. Sa composition évolue dans le temps, contrairement au cas des suspensions faiblement concentrées dans lesquelles deux fronts coexistent (cf figure 6.6-a-b-c), et où le mélange reste dans une composition identique à celui de l'état initial. De plus, la vitesse V_{fg} à laquelle évolue le front séparant le mélange et les petites billes n'est plus constante, elle devient de plus en plus faible au cours du temps. Ceci est dû au fait que le front sépare des régions dont les compositions changent, la vitesse V_{fg} dépendant de la concentration de chaque type de billes ϕ_g et ϕ_p de part et d'autre de ce front, d'après la conservation des flux de particules.

6.2.1 Composition dans les différentes régions

Les mesures acoustiques, temps de vol et atténuation, sont moyennées dans trois zones des suspensions bidisperses permettant de caractériser l'état mélangé forcé et l'état ségrégé :

- la région mélangée quand la suspension est initialement mélangée (cf schéma 6.12-a),
- la région basse de la suspension lorsqu'elle a atteint l'état stationnaire ségrégé (cf schéma 6.12-d),

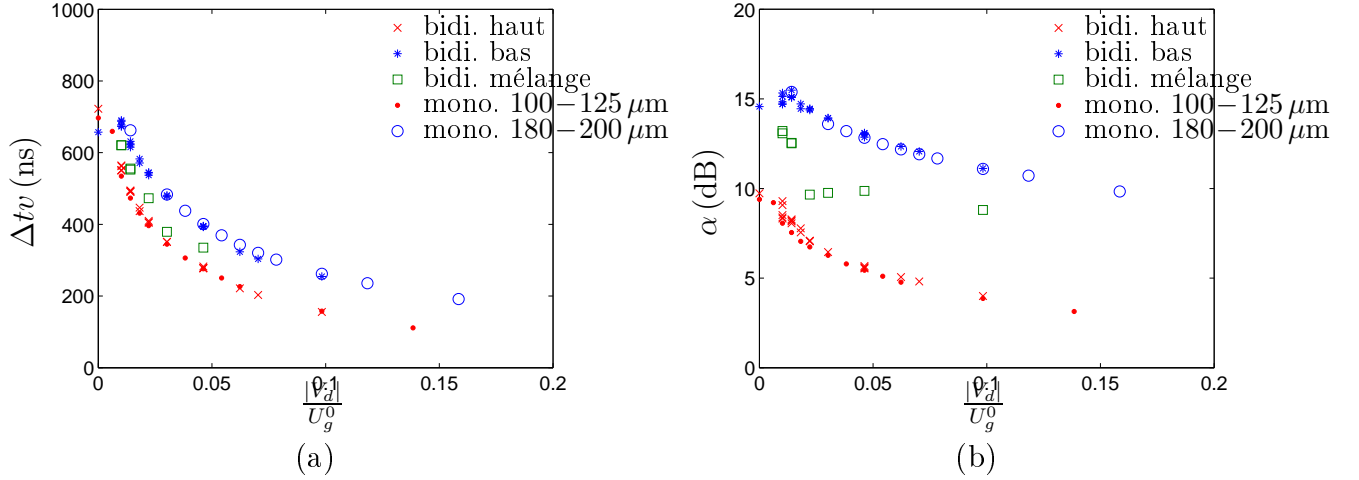


FIGURE 6.7 – Temps de vol Δtv (a) et atténuation α (b) dans les différentes zones : haut, bas des suspensions bidisperses ségréguées, et zone mélangé des suspensions bidisperses mélangées, ainsi que les valeurs dans des suspensions monodisperses, en fonction de la vitesse débitante $|V_d|$ normalisée par la vitesse de Stokes des grosses billes.

– la région haute de la suspension lorsqu'elle a atteint l'état stationnaire ségrégué (cf schéma 6.12-d).

Les figures 6.7-a-b présentent les temps de vol et les atténuations moyennés dans ces différentes régions en fonction de la vitesse débitante $|V_d|$ normalisée par la vitesse de Stokes des grosses billes U_g^0 . Ces valeurs sont comparées aux mesures réalisées lors de l'étalonnage dans des suspensions monodisperses. Les valeurs de temps de vol et d'atténuation mesurées dans le mélange se situent entre celles des petites et celles des grosses billes pour une même vitesse débitante normalisée, ce qui confirme la composition du mélange constitué à la fois de petites et de grosses billes en proportions plus ou moins égales. En effet, initialement, pour certaines suspensions, le mélange ne s'étend pas sur toute la hauteur et la suspension présente déjà une zone composée exclusivement de petites billes dans le haut de la suspension, comme on peut le voir clairement sur les diagrammes 6.6-d et 6.6-e. En ce qui concerne les mesures dans les zones situées en haut et en bas de la suspension ségréguée dans l'état final, elles se comparent parfaitement avec les valeurs respectives des petites et des grosses billes seules : ceci confirme une ségrégation totale de la suspension bidisperse fluidisée. Elle se compose d'une suspension monodisperse de grosses billes de concentration ϕ_g^{mono} surmontant une suspension monodisperse de petites billes de concentration ϕ_p^{mono} , où la concentration ϕ_i^{mono} désigne la concentration des billes (i) seules, fluidisées à la vitesse débitante V_d considérée.

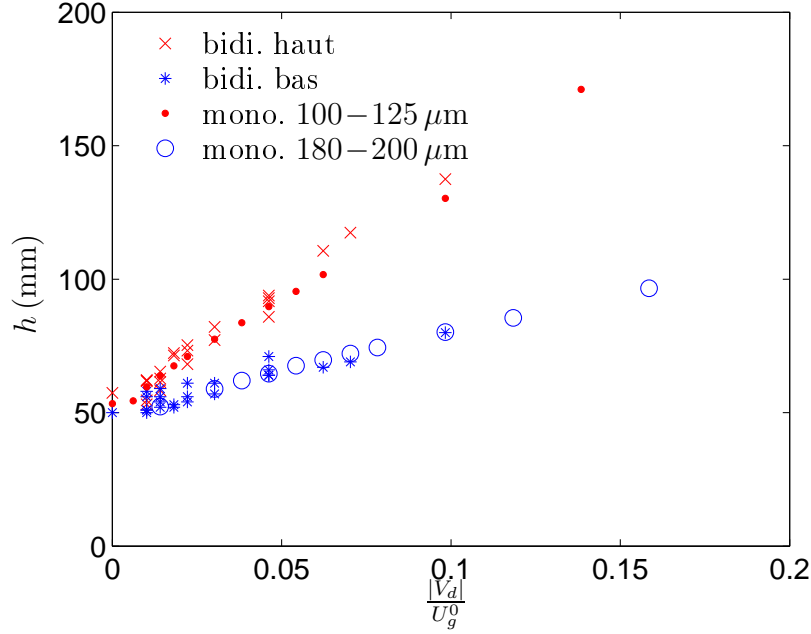


FIGURE 6.8 – Hauteurs des différentes zones : haut et bas des suspensions bidisperses ségréguées, et hauteurs des suspension monodisperses, en fonction de la vitesse débitante $|V_d|$ normalisée par la vitesse de Stokes des grosses billes U_g^0 .

Une telle ségrégation totale a été observée, pour les rapports de tailles $\lambda \in [1.27, 1.69]$, quelque soit la vitesse débitante imposée (quelque soit la fraction volumique moyenne $\phi_{moy} \in [0.28; 0.54]$). Les valeurs de temps de vol et d'atténuation, mesurées dans les différentes régions, sont représentées en annexe sur la figure E.3, pour $\lambda = 1.36$ et sur la figure F.3, pour $\lambda = 1.27$.

6.2.2 Hauteur des différentes régions

Les mesures des hauteurs, h_f et $H_{susp} - h_f$, des différentes zones obtenues dans l'état stationnaire, représentées sur la figure 6.8 en fonction de $\frac{|V_d|}{U_g^0}$, confirment cet état totalement ségrégué. Ces hauteurs de zone de grosses et de petites billes, dans les suspensions bidisperses, sont comparées à celles qu'ont les suspensions monodisperses correspondantes pour une même vitesse débitante normalisée. La hauteur de chaque zone dans les suspensions bidisperses ségréguées, correspond à la hauteur des suspensions monodisperses. Je précise que les hauteurs de suspension H_{susp} sont mesurées au cathétomètre (à $100 \mu\text{m}$ près), tandis que les valeurs des hauteurs de front h_f sont déduites des profils obtenus par acoustique (à quelques mm près).

Les mesures de hauteur obtenues grâce au cathétomètre (lunette optique) ne permettent

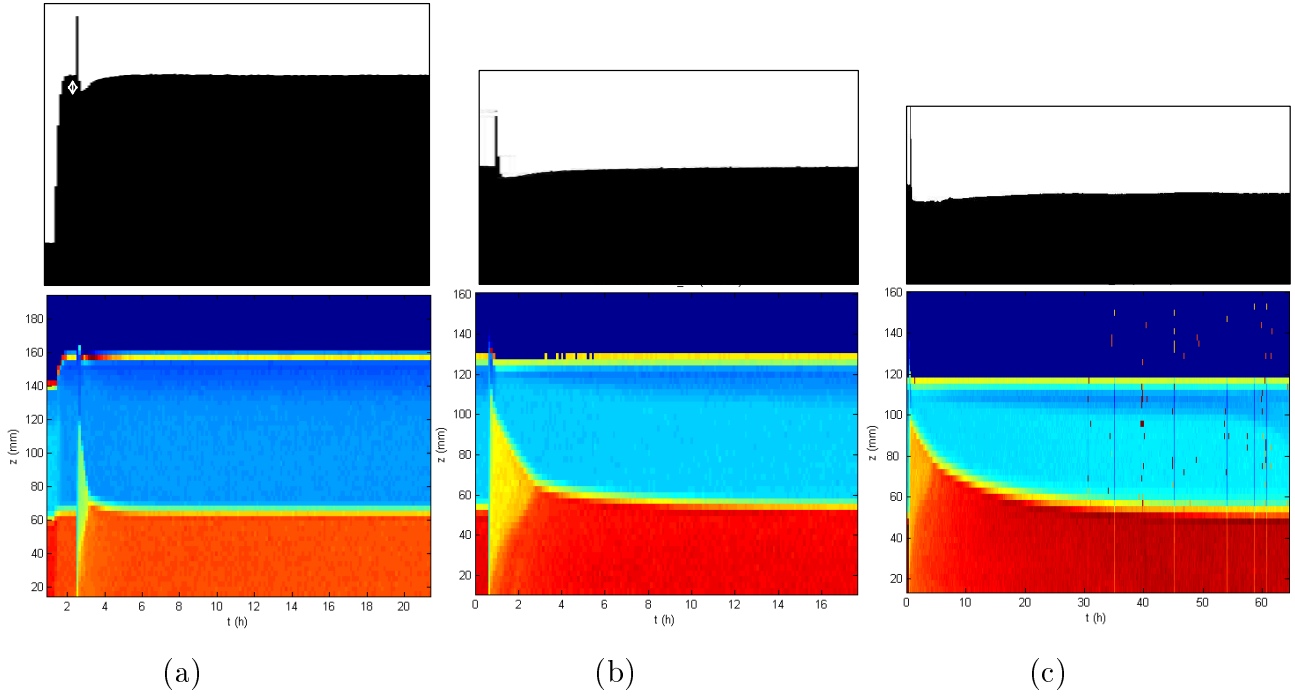


FIGURE 6.9 – Diagrammes spatio-temporels obtenus par binarisation de photos prises au niveau de l’interface (en haut) et diagrammes spatio-temporel d’atténuations correspondant (en bas), dans des suspensions bidisperses ($\lambda = 1.689$), fluidisées à $|V_d| = 0.52 \text{ mm.s}^{-1}$ ($\phi = 0.38$) (a), $|V_d| = 0.25 \text{ mm.s}^{-1}$ ($\phi = 0.46$) (b) et $|V_d| = 0.16 \text{ mm.s}^{-1}$ ($\phi = 0.51$) (c).

pas de distinguer, avec précision, l’évolution de celle-ci selon les états de la suspension. Pour savoir, avec précision, si la concentration moyenne ϕ_{moy} de la suspension évolue suivant les différents états de la suspension : mélangé et ségrégué, on prend des photos de l’interface de la suspension, en zoomant, à chaque début de scan (de cycle montant et descendant). La figure 6.9 montre les diagrammes spatio-temporels binarisés obtenus à partir des photographies (en haut), ainsi que les diagrammes d’atténuation correspondant (en bas), pour des suspensions bidisperses fluidisées à trois vitesses débitantes $|V_d|$ décroissantes, donc pour trois concentrations moyennes croissantes. Dans ces expériences, la suspension est mélangée manuellement. Ce mélange se décompacte (pics visibles sur les images binarisées), mais la suspension s’ajuste ensuite très rapidement (moins d’un temps de scan) à une hauteur qui varie ensuite très peu. Elle évolue légèrement au cours de la phase de ségrégation, et elle se stabilise ensuite à la hauteur dans l’état stationnaire. La différence de hauteur est de l’ordre de 1.6 mm pour $\phi = 0.38$ (cf figure 6.9-a), ce qui correspond à une variation de concentration de $\frac{\Delta\phi}{\phi} \sim 1\%$ et de 0.5 mm pour $\phi = 0.51$ (cf figure 6.9-c) correspondant à $\frac{\Delta\phi}{\phi} \sim 0.5\%$. Au cours du réarrangement de la suspension (phase de ségrégation), la suspension se décom-

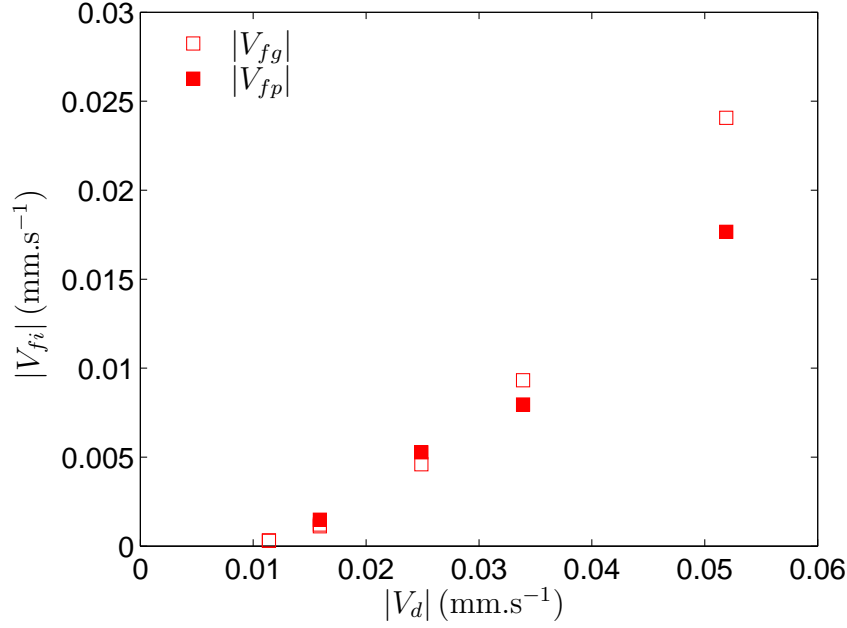


FIGURE 6.10 – Vitesse de front des grosses $|V_{fg}|$ et des petites billes $|V_{fp}|$, dans une suspension bidisperse de rapport de taille $\lambda = 1.69$ en fonction de la vitesse débitante $|V_d|$ imposée.

pacte légèrement. Cette variation de concentration varie en sens inverse avec la concentration moyenne. C'est pourquoi, pour des concentrations faibles, elle est visible sur les diagrammes d'atténuation (au niveau de l'interface suspension/fluide, cf figure 6.9-a-b), mais ne l'est plus pour des fortes concentrations moyennes (cf figure 6.9-c).

La stabilisation quasi instantanée de la hauteur, après mélange, semble signifier qu'il n'existe pratiquement plus de transport de particules au sein de la suspension, ou du moins que les flux de chaque espèce de billes sont compensés. Ceci se traduirait donc par une vitesse volumique moyenne des particules V nulle :

$$V = \phi_g^0 V_{fg} + \phi_p^0 V_{fp} \simeq 0 \quad (6.1)$$

Les mesures de vitesses des fronts descendant V_{fg} et montant V_{fp} , correspondant aux fronts respectifs des grosses et petites billes, reportées en fonction de la vitesse débitante $|V_d|$, sur la figure 6.10, semble confirmer cette hypothèse. En effet, d'après la composition initiale des suspensions bidisperses $\phi_g^0 = \phi_p^0 = \frac{\phi}{2}$, nous devrions mesurer des vitesses de front, V_{fg} et V_{fp} , identiques pour une même vitesse débitante. A l'exception des vitesses mesurées pour la plus grande et la plus petite vitesse débitante (pour laquelle il n'existe plus de front montant), les vitesses de fronts sont quasiment identiques. L'hypothèse ne semble donc pas déraisonnable. Notons que ces vitesses de fronts peuvent être, pour des faibles vitesses

débitantes, donc pour des fortes concentrations ($\phi_{moy} > 0.50$), 10 fois plus petites que la vitesse $|V_d|$ imposée.

Le point remarquable, dans ces expériences de ségrégation, est l'adaptation instantanée des concentrations des grosses et petites particules dans les deux zones extrêmes de la suspension fluidisée à la vitesse V_d (lorsqu'elles sont présentes), à la concentration ϕ_g^{mono} et ϕ_p^{mono} . Les seules équations que doivent satisfaire les vitesses des fronts sont données par les équations de conservation de flux de particules, au niveau de chaque surface de séparation des zones (cf relation (4.25)). Ainsi, pour la surface qui sépare la région de petites billes de concentration ϕ_p^{mono} et la région de mélange de concentration (ϕ_g^0, ϕ_p^0) , nous avons :

$$V_{fg} = U_{g,p}(\phi_p^0, \phi_p^0) = \frac{\phi_p^{mono} U_p(\phi_p^{mono}) - \phi_p^0 U_{p,g}(\phi_g^0, \phi_p^0)}{\phi_p^{mono} - \phi_p^0} \quad (6.2)$$

La surface qui sépare la zone de mélange et la zone de grosses billes de concentration ϕ_g^{mono} nous donne également la vitesse de déplacement du front montant :

$$V_{fp} = U_{p,g}(\phi_p^0, \phi_p^0) = \frac{\phi_g^{mono} U_g(\phi_g^{mono}) - \phi_g^0 U_{g,p}(\phi_g^0, \phi_p^0)}{\phi_g^{mono} - \phi_g^0} \quad (6.3)$$

Ces relations fixent d'une part les vitesses de fronts (par $U_{g,p}(\phi_g^0, \phi_p^0)$ et $U_{p,g}(\phi_g^0, \phi_p^0)$) et d'autre part les concentrations des petites et grosses billes de part et d'autre de la zone bidisperse, dans notre cas ϕ_p^{mono} et ϕ_g^{mono} . Cependant, il n'y a, *a priori*, aucune raison pour que ces concentrations soient égales aux concentrations monodisperses correspondantes à V_d . Les particules laissées par la zone bidisperse, lorsqu'elle évolue, peuvent être moins concentrées ou plus concentrées que ces mêmes particules seules. Les faibles décompactations observées, lors de la ségrégation, suggèrent ce dernier cas. En effet, si les particules sont à une concentration ϕ_p^{mono+} plus grande que ϕ_p^{mono} attendue dans l'état stationnaire, alors elles se décompacteraient, ce qui semble être le cas. Cependant cette différence de concentration est tellement faible que la concentration peut être considérée comme fixée dès le départ de la ségrégation.

6.2.3 Résumé

En résumé, pour des suspensions bidisperses faiblement concentrées, initialement mélangées à la concentration $(\phi_p^0 + \phi_g^0)$ (cf figure 6.11-a), la composition du mélange reste identique $(\phi_p^0 + \phi_g^0)$ et laisse apparaître l'existence de deux fronts séparant chacun deux suspensions gardant la même composition tout au long de la phase de ségrégation (cf figure 6.11-b-c). D'une part la suspension bidisperse de composition $(\phi_p^0 + \phi_g^0)$ et une suspension monodisperse de petites billes de concentration ϕ_p^{mono} , et d'autre part la suspension bidisperse de composition $(\phi_p^0 + \phi_g^0)$ et une suspension monodisperse de grosses billes de concentration ϕ_g^{mono} .

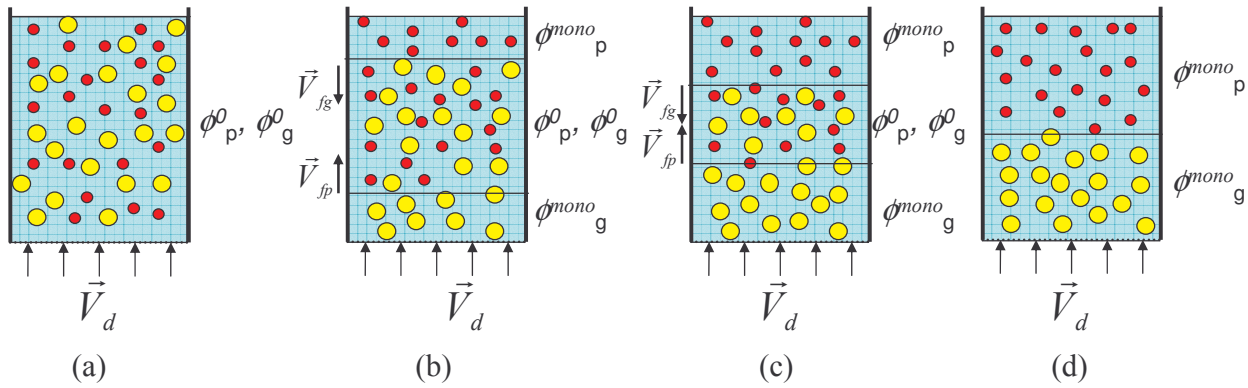


FIGURE 6.11 – Schémas de l'évolution d'une suspension bidisperse fluidisée à une forte vitesse débitante $|V_d|$, avec la coexistence de deux fronts.

La composition ne variant pas dans les différentes régions de part et d'autre des fronts, ils gardent des vitesses identiques au cours de la ségrégation $V_{fi}(t) = cste$, jusqu'à ce qu'ils se rejoignent. Ces vitesses sont fixées par la concentration de chaque espèce de billes de part et d'autre des fronts, par les relations (6.3) et (6.2). Puis l'unique front restant ralentit et se stabilise enfin pour aboutir à une ségrégation totale par taille et stationnaire (cf figure 6.11-d).

Au contraire, pour des suspensions très concentrées, initialement mélangées à la concentration $(\phi_p^0 + \phi_g^0)$ (cf figure 6.12-a), la composition du mélange évolue, les petites billes s'échappent de la suspension bidisperse (cf figure 6.12-b). Le bas de la suspension change de configuration au cours du temps (cf figure 6.12-b-c), elle s'appauvrit en petites billes et il n'existe plus de front montant. Le seul front existant est le front descendant de grosses billes qui n'évolue plus de manière constante, du fait du changement de configuration qui s'opère dans le temps, en dessous de ce front : il ralentit et finit par se stabiliser. Il fait apparaître une suspension plus ou moins ségrégée, dans la mesure où des petites billes peuvent persister dans la région inférieure.

Pour les autres suspensions de rapports de taille étudiés λ , fluidisées à différentes vitesses débitantes V_d , les diagrammes spatio-temporels d'atténuation sont donnés en annexe (cf figure E.1, pour $\lambda = 1.36$ et figure F.1, pour $\lambda = 1.27$). Ils montrent un comportement similaire à celui décrit pour $\lambda = 1.69$: une ségrégation stationnaire selon la taille. Néanmoins le front montant des petites billes, lorsqu'il existe, est très diffus et peut présenter une évolution discontinue (cf figure F.1, pour $\phi = 0.34, 0.29$ et 0.44), ce qui rend impossible la mesure de vitesse. Je m'intéresserai, par la suite, principalement à la description du front

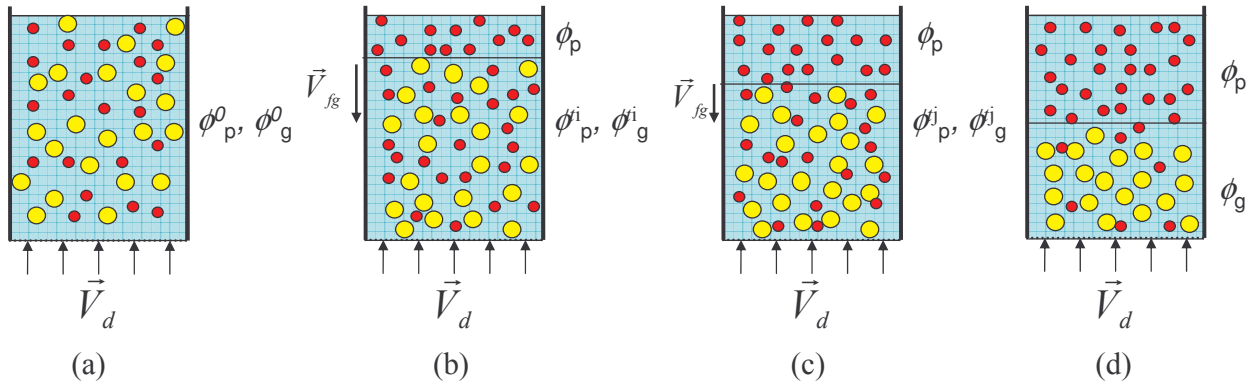


FIGURE 6.12 – Schémas de l'évolution d'une suspension bidisperse fluidisée à une faible vitesse débitante $|V_d|$, avec l'existence d'un seul front.

descendant des grosses particules toujours présent.

6.2.4 Vitesse de sédimentation d'une suspension bidisperse

La vitesse de sédimentation des suspensions bidisperses, notée $U_{g+p} = |V_d|$, est comparée à celles des suspensions monodisperses obéissant à la corrélation de Richardson-Zaki : $U_i(\phi) = |V_d| = U_i^0(1 - \phi)^{n_i}$, avec $i = g$ ou p suivant que l'on s'intéresse aux petites ou aux grosses billes. La figure 6.13 représente la variation de $\ln(|V_d|)$ avec $\ln(1 - \phi_{moy})$ dans le cas des expériences en bidisperses, où ϕ_{moy} est calculée grâce à la hauteur de suspension H_{susp} dans l'état ségrégué. Une telle représentation permet de savoir si la loi de Richardson & Zaki permet de suivre l'évolution de la vitesse de sédimentation de suspensions bidisperses U_{g+p} avec la concentration. Les données mesurées dans le cas de suspensions monodisperses contenant respectivement les petites et les grosses billes composant la suspension bidisperse sont également reportées sur la figure, avec leur régression linéaire donnant comme exposant $n_p = 5,15$ et $n_g = 4,95$ et les vitesses de Stokes $U_p^0 = 0,416 \text{ mm.s}^{-1}$ et $U_g^0 = 1,122 \text{ mm.s}^{-1}$. On remarque que la relation empirique permet de traduire, avec un bon accord, les variations de vitesses avec la concentration. La régression linéaire, correspondant à nos mesures en bidisperse, d'équation $\ln(|V_d|) = 5,01 \ln(1 - \phi_{moy}) - 0,567$, montre que la vitesse de sédimentation d'une telle suspension peut être assimilée à celle d'une suspension monodisperse. En effet, l'ordonnée à l'origine donne une vitesse de Stokes "effective" de $U_{eff}^0 = 0,566 \text{ mm.s}^{-1}$ comprise entre les deux vitesses de Stokes des petites et des grosses mais plus proche de celle des petites billes. Une telle vitesse de Stokes effective correspondrait à un "rayon effectif" de $65 \mu\text{m}$, compris entre les rayons $56,25 \mu\text{m}$ et $90 \mu\text{m}$ des petites et grosses particules, composant la suspension bidisperse.

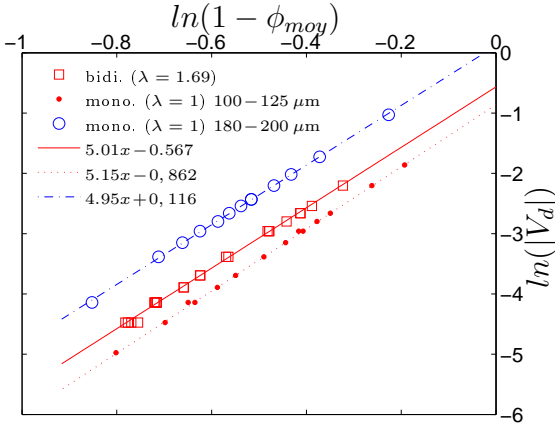


FIGURE 6.13 – $\ln(|V_d|)$ en fonction de $\ln(1 - \phi_{moy})$ pour une suspension bidisperse de rapport de tailles $\lambda = 1,69$ avec sa régression linéaire, et pour les suspensions monodisperses de petites et de grosses billes avec les ajustements suivant la loi de Richardson-Zaki : $|V_d| = U_i^0(1 - \phi_{moy})^{n_i}$.

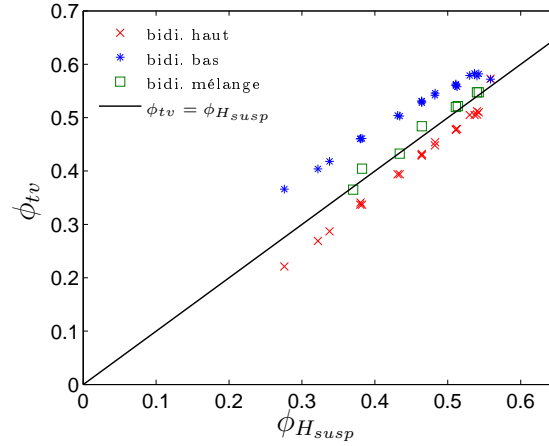


FIGURE 6.14 – Concentration déduite du temps de vol ϕ_{tv} dans les différentes zones des suspensions bidisperses ségréguées (haut et bas) et mélangées (moyenne) en fonction de la concentration moyenne de la suspension déduite de la hauteur de suspension $\phi_{H_{susp}}$.

Notons que la véritable concentration à prendre en compte est la concentration moyenne de la suspension bidisperse initiale mélangée $\phi_p^0 + \phi_g^0$, or nous avons constaté que la différence de concentration entre l'état final ségrégué et l'état initial mélangé était négligeable. Cela est confirmé par la concordance entre la concentration déduite du temps de vol et moyennée dans le mélange et celle obtenue par la hauteur de suspension. Celles-ci sont, notamment, comparées sur la figure 6.14.

6.3 Influence du rapport de tailles

La description a été faite jusqu'alors pour un seul rapport de taille $\lambda = 1.69$. Tous les commentaires sont valables pour les autres rapports de tailles $\lambda \in [1.27, 1.69]$ où il existe quelque soit la fraction volumique un état stationnaire ségrégué. Toutefois, lorsque le rapport de taille se rapproche de 1, la concentration et la composition dans les régions basses et hautes des suspensions ségréguées, s'éloignent légèrement des mesures obtenues dans les suspensions monodisperses. Le bas des suspensions notamment, constitué principalement de grosses particules, semble avoir piégé quelques particules de plus petite taille. Notons que des phénomènes comparables aux oscillations décrites dans le prochain chapitre, peuvent apparaître dans le haut de la suspension composée principalement de petites billes (cf diagramme

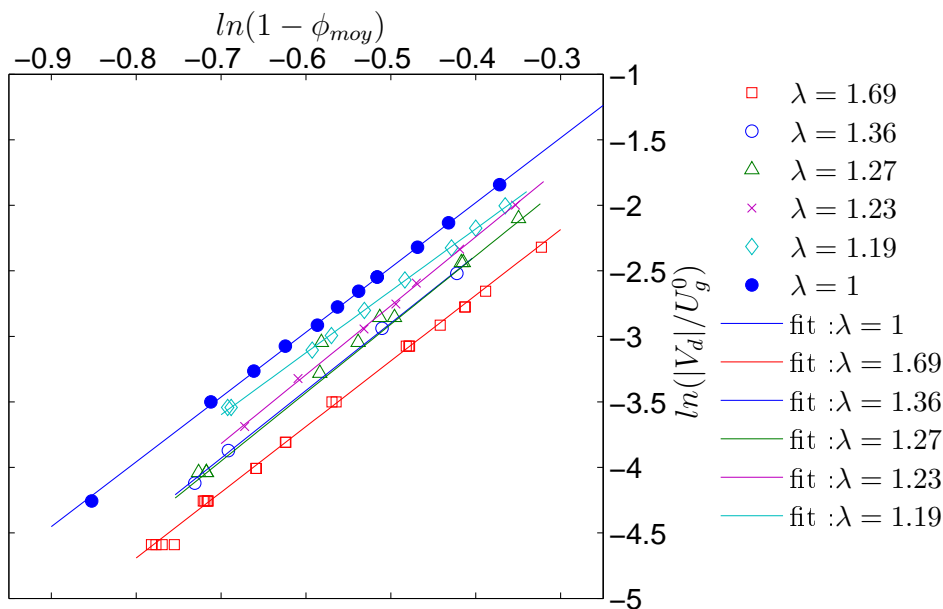


FIGURE 6.15 – $\ln(|V_d|/U_g^0)$ en fonction de $\ln(1 - \phi_{moy})$ pour les suspensions bidisperses à différents rapports de taille λ ; $\lambda = 1$ correspond à une suspension monodisperse de billes de diamètre 180–200 μm .

de la suspension à $\phi = 0.49$ G.1 en annexe), dont on ne discutera pas, ici, le comportement. Ces événements confirment la nature "bidisperse" des zones ségréguées.

On s'intéresse ici, aux différentes vitesses de sédimentation : des suspensions bidisperses U_{g+p} , des grosses particules en présence des petites $U_{g,p}$ et des petites particules en présence des grosses $U_{p,g}$. Elles vont être comparées aux vitesses calculées à partir des modèles en bidisperse décrit dans la section 4.3.1.

6.3.1 Vitesse de sédimentation des particules

La figure 6.15 représente les vitesses de sédimentation des suspensions bidisperses $U_{g+p} = |V_d|$ normalisées par la vitesse de Stokes des grosses billes U_g^0 , pour différents rapports de tailles λ . Elles sont comparées à la vitesse de sédimentation d'une suspension monodisperse composée uniquement de grosses billes de taille 180–200 μm ($\lambda = 1$). Je rappelle que la taille des grosses billes utilisées dans toutes les suspensions bidisperses est gardée constante. Pour chaque rapport de taille, les données forment des droites dont les pentes sont sensiblement identiques et varient de 4.73 à 5.26 et dont les valeurs sont données dans le tableau 6.16. Pour les suspensions bidisperses contenant des billes de tailles les plus éloignées, les vitesses de sédimentation sont les plus écartées de celles de suspensions monodisperses de grosses

λ	1.69	1.36	1.27	1.23	1.19
n_g	4.95	4.95	4.95	4.95	4.95
U_g^0 (mm.s ⁻¹)	1,185	0.980	0.901	0.815	0.850
n_p	5.15	4.93	5.02	5.01	4.89
U_p^0 (mm.s ⁻¹)	0,415	0.532	0.562	0.558	0.613
n_{eff}	5.012	5.159	5.224	5.261	4.730
$\frac{U_{eff}^0}{U_g^0}$	0.506	0.727	0.744	0.873	0.75
U_{eff}^0 (mm.s ⁻¹)	0.566	0.7122	0.671	0.712	0,638

FIGURE 6.16 – Tableau des exposants de Richardson-Zaki n_i et des vitesses de Stokes U_i^0 pour les différents rapports de taille λ , suivant la corrélation $|V_d| = U_i^0(1 - \phi)^{n_i}$.

billes. Elles s'en approchent, lorsque le rapport de taille tend vers 1.

En première approximation, la corrélation de Richardson & Zaki : $U_{g+p}(\phi) = |V_d| = U_{eff}^0(1 - \phi)^{n_{eff}}$, en ajustant des exposants et des vitesses de Stokes d'une suspension composée de billes de rayon identique "effectif", permet de suivre l'évolution de ces vitesses avec la concentration. Ces résultats montrent que la loi empirique de Richardson & Zaki est robuste car en accord avec les vitesses de sédimentation obtenues dans le cas de suspensions bidisperses. Les valeurs de n_{eff} et de U_{eff}^0 sont données, pour tous les rapports de taille λ , dans le tableau 6.16. Les figures 6.17-a-b comparent les exposants effectifs et les vitesses de Stokes effectives à ceux obtenus pour les suspensions monodisperses (n_p , n_g et U_p^0 , U_g^0), pour les différents λ . On constate que les coefficients n_{eff} sont, pour la plupart, au dessus des coefficients trouvés en monodisperse, mais reste proche de 5. Quant aux vitesses de Stokes effectives U_{eff}^0 , elles se trouvent entre celles des suspensions monodisperses, mais en étant plus proche des vitesses de Stokes des petites billes U_p^0 . La relation de Richardson & Zaki, bien qu'en accord avec les mesures en bidisperse, ne permet pas de relier les coefficients et les vitesses de Stokes des suspensions monodisperses aux valeurs n_{eff} et U_{eff}^0 . C'est l'objectif des modèles proposés en bidisperse, présentés en annexe C et prédisant la vitesse de sédimentation de chaque population de billes dans des suspensions polydisperses.

Ces modèles proposent des expressions de vitesses de sédimentation de chaque espèce de particules : vitesse de sédimentation des grosses $U_{g,p}$ et vitesse de sédimentation des petites billes $U_{p,g}$, lorsqu'une suspension bidisperse mélangée sédimente. Ces vitesses modélisées, correspondent aux vitesses des petites et des grosses billes dans une même région caractérisée par une composition en billes $\phi_g + \phi_p$ (cf figure 4.6-b). Les expériences menées dans cette étude sont réalisées en fluidisation, il est donc nécessaire de tenir compte de la vitesse de

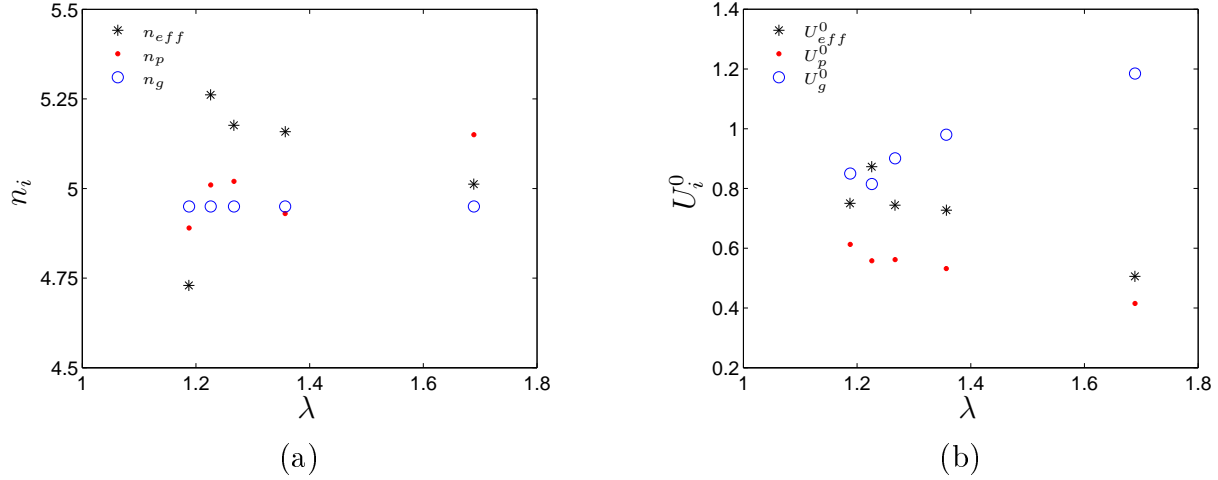


FIGURE 6.17 – Evolution avec λ , des exposants n_i (a) et des vitesses de Stokes U_i^0 (b), pour les suspensions monodisperses et bidisperses suivant la loi de Richardson & Zaki $|V_d| = U_i^0(1 - \phi)^{n_i}$.

convection imposée dans le lit fluidisé pour pouvoir comparer les modèles avec les mesures de vitesses de fronts V_{fi} (cf figure 6.11-b) :

$$V_{fi} = U_{i,j} - |V_d| \quad (6.4)$$

où les vecteurs sont donnés dans le référentiel de sédimentation : suivant l'axe (Oz) dirigé vers le bas. $U_{i,j}$ est la vitesse de sédimentation des particules i , en présence de j , dans la zone mélangée de concentration $\phi_g + \phi_p$, dirigée vers le bas. V_{fi} est la vitesse des fronts mesurée en fluidisation, dans la suspension bidisperse mélangée de concentration $\phi_g + \phi_p$. Pour le front des grosses particules, V_{fg} est dirigé vers le bas, et pour le front des petites, V_{fp} est dirigé vers le haut. V_d , est dirigé vers le haut. Par conséquent, les vitesses de fronts, en sédimentation, deviennent :

$$|V_{fg}| = U_{g,p} - |V_d| \quad (6.5)$$

$$|V_{fp}| = |V_d| - U_{p,g} \quad (6.6)$$

Les figures 6.18-a-h comparent les valeurs de vitesses de fronts $|V_{fg}|$ (mesurées pour différents rapports de taille λ) et $|V_{fp}|$ (mesurées pour un seul rapport de taille $\lambda = 1.69$), normalisée par U_g^0 , par rapport aux vitesses normalisées attendues en utilisant les relations (6.5) et (6.6) prédites par les différents modèles de vitesses de sédimentations (cf annexe C) Toutes les vitesses de front sont reportées, pour les différents rapport de taille λ et en fonction de la concentration moyenne de la suspension ϕ_{moy} , calculée à partir de la hauteur de suspension (mesurée au cathétomètre).

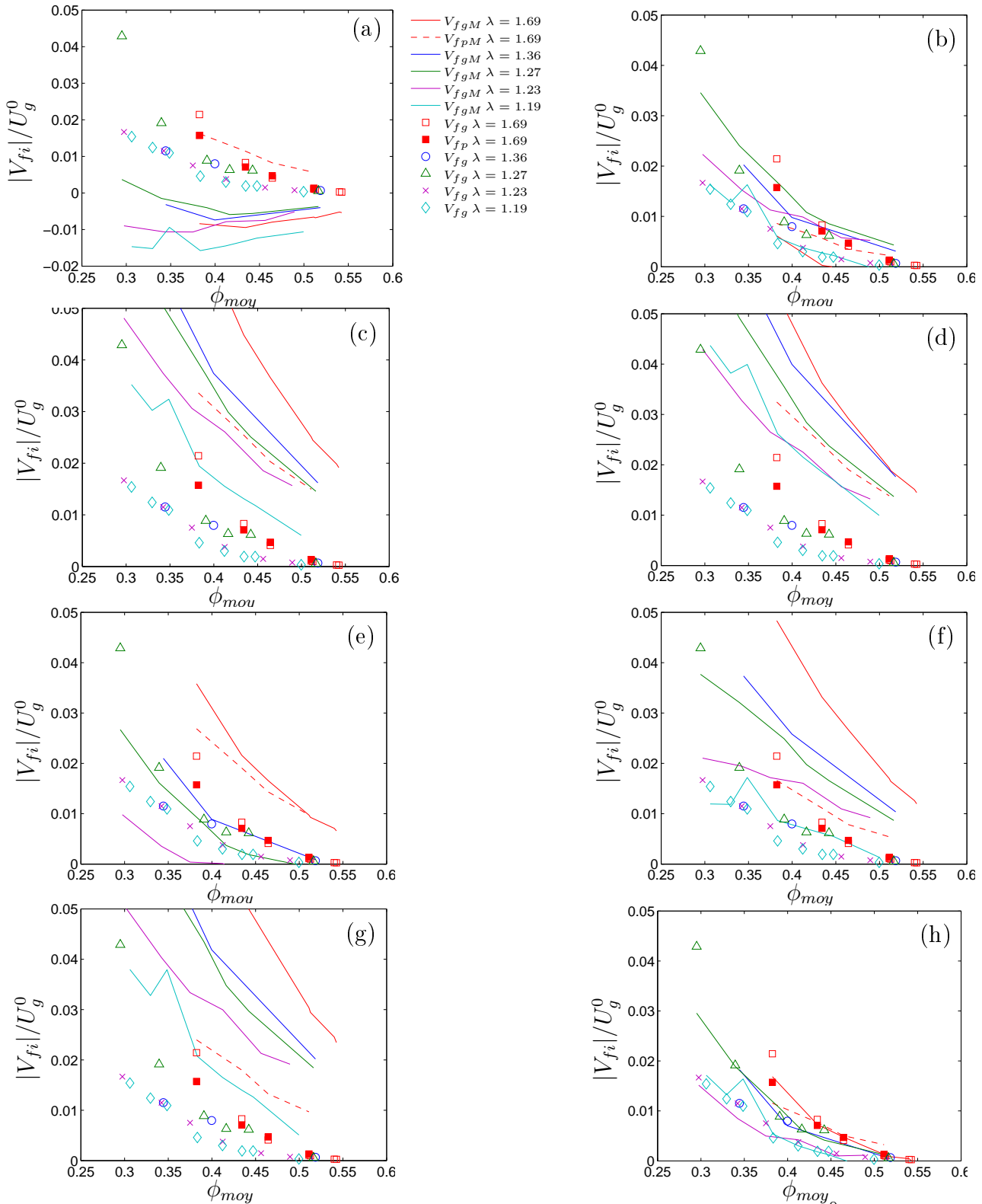


FIGURE 6.18 – Comparaison entre les vitesses de fronts mesurées normalisées, $|V_{fi}|/U_g^0$, et les vitesses calculées à partir des modèles donnés en annexe C, $\frac{U_{i,j}+V_d}{U_g^0}$: Davis & Gecol avec $S_{ii} = -5.6$ (a), Davis & Gecol avec $S_{ii} = -n_{ii}$ (b), LA (c), MLB (d), Selim *et al.* (e), Cheung *et al.* (f), Kennedy & Bretton (g) et Funamizu & Takakuwa (h), pour différents λ .

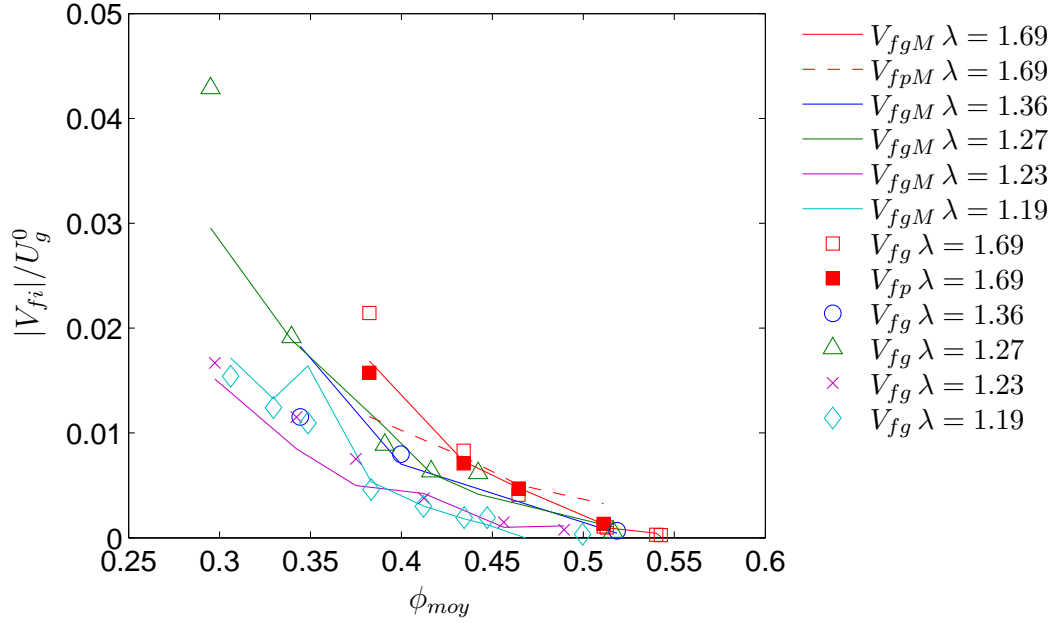


FIGURE 6.19 – Comparaison entre les vitesses de fronts normalisées, $|V_{fi}|/U_g^0$, et les vitesses attendues, $\frac{U_{i,j}+V_d}{U_g^0}$, calculées à partir du modèle de Funamizu & Takakuwa, pour tous les λ étudiés.

Le modèle de Davis & Gecol est comparé en utilisant les relations (C.3) et (C.4) : d'une part, en gardant, les coefficients $S_{i,j}$ donnés par Batchelor & Wen [12] (relation (C.2)) (cf figure 6.18-a) et, d'autre part, en posant, les coefficients $S_{gg} = -n_{gg}$ et $S_{pp} = -n_{pp}$ (cf figure 6.18-b). Cette correction permet de retrouver la vitesse de sédimentation U_i des particules de taille i lorsqu'elles sont seules, à partir de ce modèle bidisperse corrigé ($U_{i,i}$), ce qui n'est pas le cas du modèle initial de Davis & Gecol (il retrouve l'expression (4.32) de Batchelor). Notons que les expressions des vitesses de sédimentation sont évaluées en supposant la suspension bidisperse totalement mélangée. On a alors dans nos expériences : $\phi_g = \phi_p = \phi/2$.

On constate que seul le modèle de Davis & Gecol non corrigé (cf figure 6.18-a), qui n'a pas de paramètres ajustables est très éloigné de nos mesures. Leurs relations prédisent même des vitesses de fronts $|V_{fg}|$ négatives, ce qui indique une vitesse de sédimentation des grosses billes modélisée plus petite que la vitesse débitante imposée. Ce désaccord assez grossier n'est pas très surprenant dans la mesure où leurs expressions ne permettent pas de retrouver les vitesses de sédimentation des suspensions monodisperses obtenues expérimentalement. En corrigeant les coefficients $S_{i,j}$, pour retrouver la relation de Richardson & Zaki en monodisperse, cela améliore les choses (cf figure 6.18-b). On note toutefois que le modèle prédit pour $\lambda = 1.69$, $|V_{fp}| > |V_{fg}|$, en désaccord avec la relation $|V_{fp}| \simeq |V_{fg}|$ obtenue expérimentalement. Les

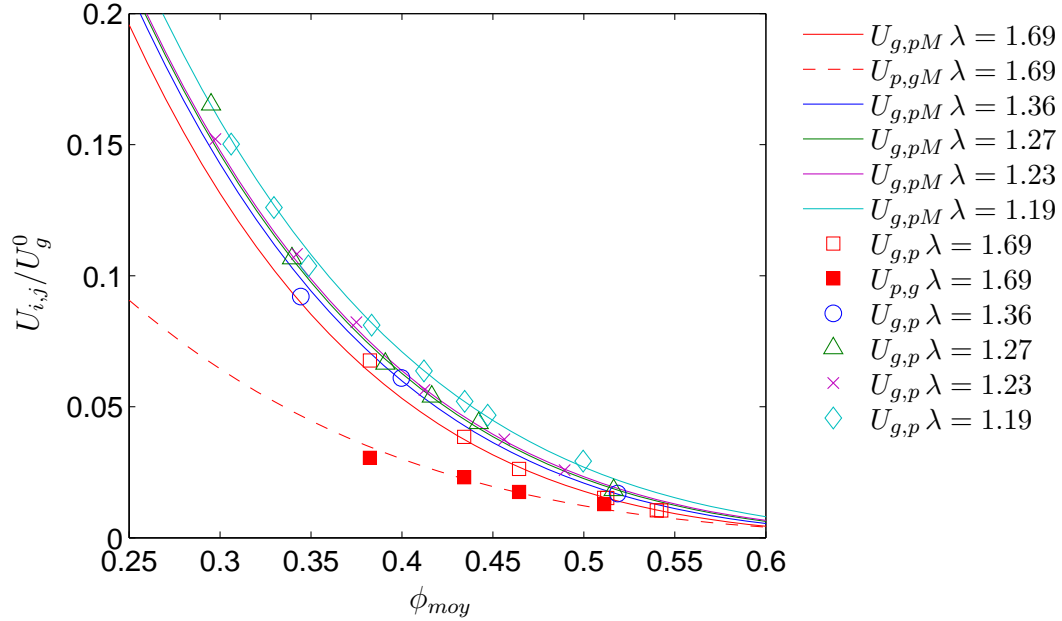


FIGURE 6.20 – Comparaison entre les vitesses de sédimentation normalisées mesurées, $(V_d - V_{fi})/U_g^0$, et calculées, $\frac{U_{i,j}}{U_g^0}$, à partir du modèle de Funamizu & Takakuwa, pour tous les λ étudiés.

modèles de Lockett & Al Habbooby (cf figure 6.18-c), de MLB (cf figure 6.18-d), de Selim *et al.* (cf figure 6.18-e), de Cheung *et al.* (cf figure 6.18-f) et celui de Kennedy & Bretton (cf figure 6.18-g), ne permettent pas, non plus, de rendre compte des vitesses de fronts mesurées. En revanche, le modèle de Funamizu & Takakuwa est en très bon accord avec nos expériences (cf figure 6.23-g et figure 6.19). Cependant, il faut noter que ce modèle des vitesses de sédimentation utilise, en plus des paramètres de fit des suspensions monodisperses (U_g^0, U_p^0, n_g, n_p) , deux paramètres supplémentaires, α_p et α_g , ajustables pour chaque couple de suspensions. Les valeurs de α_g et α_p adaptés sont représentés sur la figure 6.24, en fonction de λ . Je rediscuterai de ces coefficients par la suite. Notons, tout de même, que le modèle de Cheung *et al.*, tout comme Davis & Gecol non corrigé, ne fait intervenir aucun coefficient ajustable aux données expérimentales obtenues, aussi bien en monodisperse qu'en bidisperse. C'est un atout par rapport aux autres modèles proposés, utilisant au moins deux coefficients ajustables (n_g et n_p) : les résultats, avec ce modèle, ne sont pas plus éloignés que ceux obtenus avec ces derniers.

La comparaison entre la vitesse de sédimentation de chaque population de billes normalisée $\frac{U_{i,j}}{U_g^0}$ modélisées par Funamizu & Takakuwa, en utilisant les mêmes coefficients α_i que précédemment, et les vitesses, normalisées, attendues en sédimentation, déduites des mesures

des vitesses de fronts V_{fi} (en utilisant les relations (6.5) et (6.6)) est représentée sur la figure 6.20. Elle révèle un accord parfait entre les vitesses modélisées et les vitesses de sédimentation calculées à partir des données expérimentales. Les mêmes représentations sont tracées, pour les autres modèles, sur les figures 6.21-a-g. Elles montrent que les modèles prédisant directement les vitesses de sédimentation (tous, à l'exception de celui de Kennedy & Bretton (cf figure 6.21-g), qui modélise la vitesse des particules dans le référentiel du lit fluidisé V_{fi} en admettant que la vitesse volumique moyenne des particules est nulle, ce qui semble être le cas dans nos expériences (relation 6.1)) ont une évolution, avec la concentration, similaires à celles des mesures. Mais certains (cf figure 6.21-c-e-f) montrent une évolution des courbes suivant λ , en sens inverse de nos mesures. Notons que les vitesses de fronts mesurées sont, pour la plupart un ordre de grandeur en dessous de celui des vitesses débitantes. Aussi, la comparaison de la vitesse de sédimentation déduite de nos mesures ($V_{fi} - V_d$) est beaucoup moins discriminante, que celle de la vitesse de fronts, présentée précédemment. En effet, pour certaines expériences, cette comparaison des vitesses de sédimentation mesurée ($V_{fi} - V_d$) avec celles calculées par les modèles $U_{i,j}$ se résume à la comparaison entre la vitesse débitante $|V_d|$ et $U_{i,j}$, lorsque $|V_{fi}| \ll |V_d|$. Une conséquence de ces faibles vitesses de front, par rapport à la vitesse débitante, implique que si on laisse sédimenter les suspensions dans la cellule, le front interne n'aura pas le temps d'apparaître. J'ai pu vérifier ce phénomène expérimentalement : si je laisse sédimenter une suspension bidisperse, initialement dans un état mélangé et fluidisé, en arrêtant l'injection de fluide, elle ne révèle aucun front interne et forme un sédiment complètement mélangé. Ceci montre que le phénomène d'inhibition de la ségrégation, observé en sédimentation [40] pourrait être en fait dû à une ségrégation trop lente comparée au temps de sédimentation.

Enfin, nous avons supposé que la vitesse volumique moyenne des particules était nulle (cf section 6.2.2), ce qui semblait être vérifiée, d'après les expériences par des mesures de vitesses de fronts des grosses et petites billes en proportions identiques ($V_{fg} = V_{fp}$). On peut donc retrouver une expression simple de la vitesse débitante :

$$|V_d| = \frac{U_{g,p} + U_{p,g}}{2} \quad (6.7)$$

La vitesse débitante imposée V_d est égale à la vitesse moyenne des vitesses de sédimentation des petites et grosses billes. Ainsi, on peut retrouver la vitesse de sédimentation d'une suspension bidisperse, étant donnée $V_d = -U_{i+j}$. Je teste cette relation avec le modèle de Funamizu & Takakuwa. Ici, contrairement aux vitesses de sédimentation de chaque particules $U_{i,j}$, comparées précédemment, la vitesse de sédimentation d'une suspension bidisperse U_{i+j}

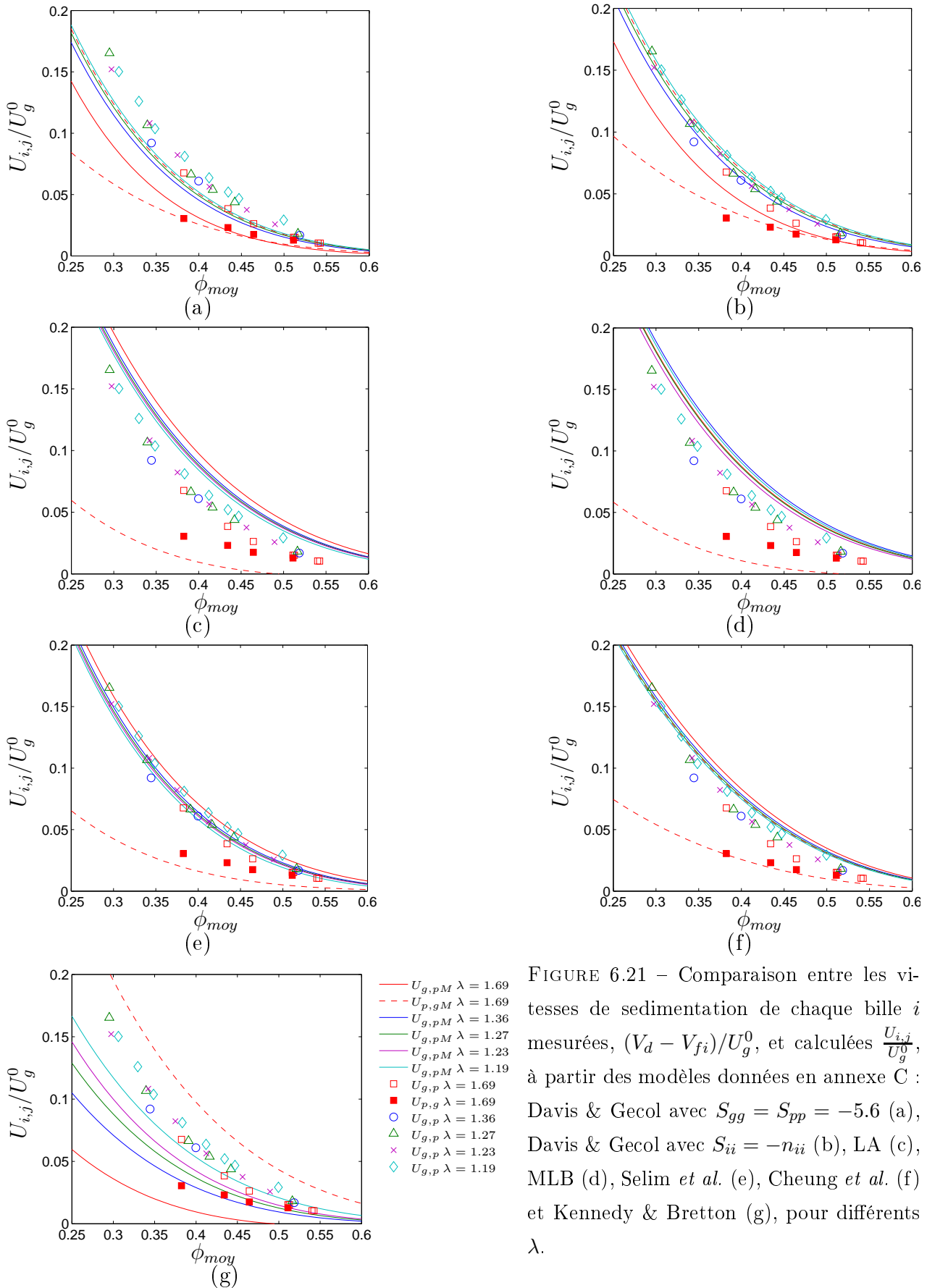


FIGURE 6.21 – Comparaison entre les vitesses de sédimentation de chaque bille i mesurées, $(V_d - V_{fi})/U_g^0$, et calculées $\frac{U_{i,j}}{U_g^0}$, à partir des modèles donnés en annexe C : Davis & Gecol avec $S_{gg} = S_{pp} = -5.6$ (a), Davis & Gecol avec $S_{ii} = -n_{ii}$ (b), LA (c), MLB (d), Selim *et al.* (e), Cheung *et al.* (f) et Kennedy & Bretton (g), pour différents λ .

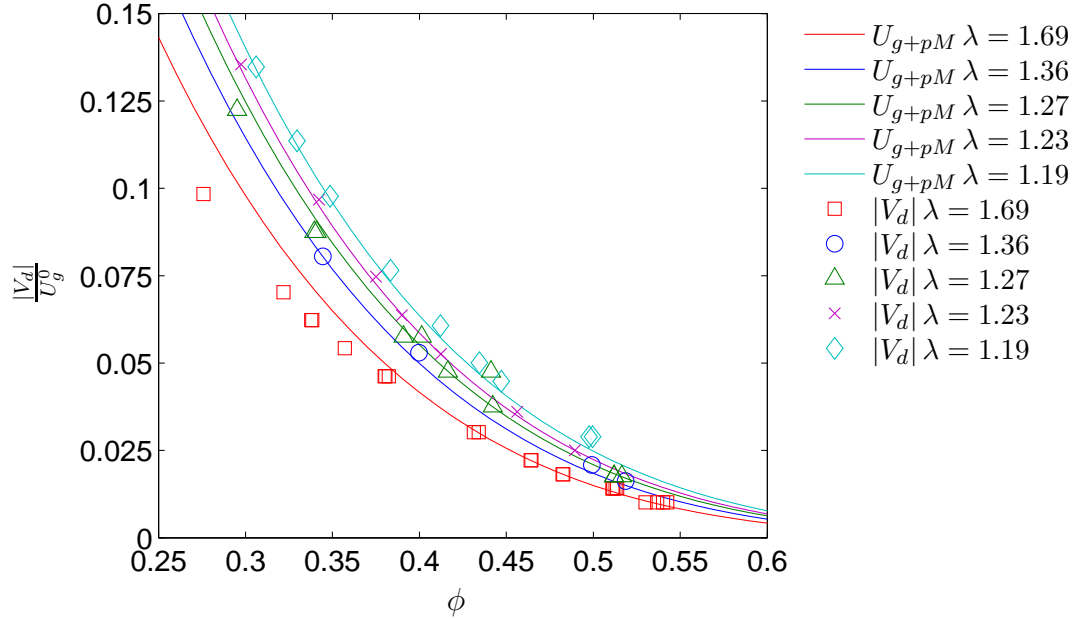


FIGURE 6.22 – Comparaison entre les vitesses débitantes normalisées, $|V_d|/U_g^0$, et les vitesses de sédimentation moyennes $\frac{U_{g,p}+U_{p,g}}{2U_g^0}$, calculées à partir du modèle de Funamizu & Takakuwa, pour tous les λ étudiés.

fait intervenir les deux coefficients α_g et α_p . J'impose donc les coefficients α_g et l'unique α_p , utilisés précédemment et j'ajuste les derniers α_p manquants (en l'absence de vitesses de front V_{fp} mesurable). La comparaison entre la vitesse débitante imposée et la moyenne des vitesses de sédimentation de chaque bille (toutes deux normalisées par U_g^0) est tracée sur la figure 6.22. La moyenne des vitesses de sédimentation de chaque bille, calculée avec le modèle de Funamizu & Takakuwa, s'accorde très bien avec la vitesse débitante, pour tous les rapports de taille λ étudiés. Notons que malgré le désaccord des autres modèles avec les expériences, en ce qui concernent les vitesses de fronts et les vitesses de sédimentation des billes, les résultats, présentés sur les figures 6.23-a-g, montrent des valeurs de $|V_d|$ proches de celles de la moyenne des vitesses de sédimentation des billes. Cela montre que la vitesse de sédimentation de nos suspensions bidisperses est égale à la moyenne des vitesses de sédimentation de chaque bille :

$$U_{p+g} = \frac{U_{g,p} + U_{p,g}}{2} \quad (6.8)$$

Ce résultat confirme la nullité de la vitesse volumique moyenne des particules, dans nos expériences :

$$V = \phi_g V_{fg} + \phi_p V_{fp} = 0 \quad (6.9)$$

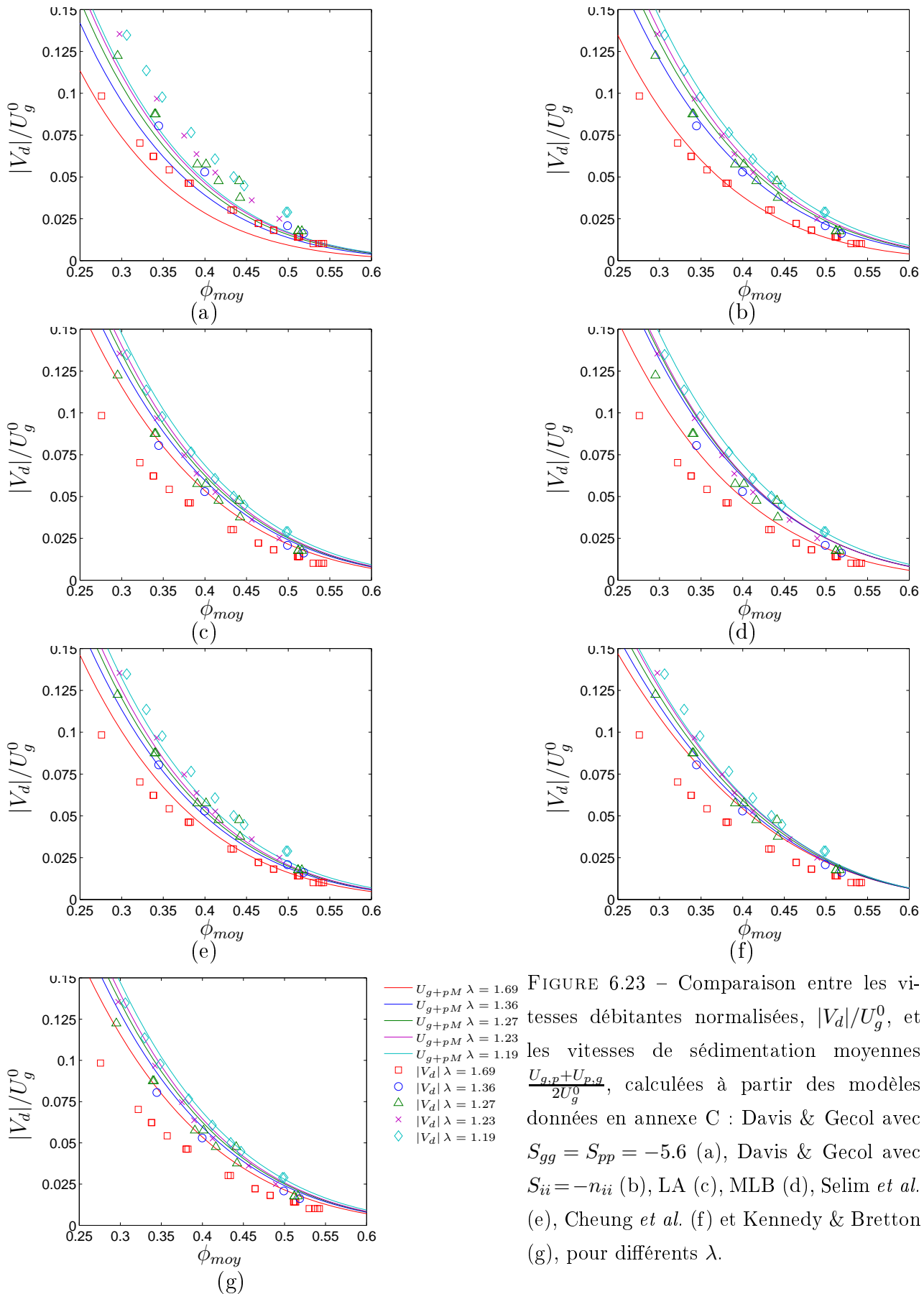


FIGURE 6.23 – Comparaison entre les vitesses débitantes normalisées, $|V_d|/U_g^0$, et les vitesses de sédimentation moyennes $\frac{U_{g,p}+U_{p,g}}{2U_g^0}$, calculées à partir des modèles données en annexe C : Davis & Gecol avec $S_{gg} = S_{pp} = -5.6$ (a), Davis & Gecol avec $S_{ii} = -n_{ii}$ (b), LA (c), MLB (d), Selim *et al.* (e), Cheung *et al.* (f) et Kennedy & Bretton (g), pour différents λ .

Les coefficients α_g et α_p , adaptés dans le modèle de Funamizu & Takakuwa, sont représentés sur la figure 6.24. Les valeurs de α_g ne semblent pas influencées par le rapport de taille λ , lorsque celui-ci tend vers 1. Pour un grand rapport de taille, le coefficient est plus petit mais reste dans le même ordre de grandeur. Quant aux coefficients α_p , ils sont nuls pour tous les rapports de taille λ . Funamizu & Takakuwa ont trouvé des coefficients $\alpha_g = 0.4$ et $\alpha_p = 2$ pour une suspension de billes de verre de diamètre $2a = 130 \mu\text{m}$ et de billes de carbone de diamètre de $2a = 500 \mu\text{m}$. Dans leur étude, ils ont gardé ces coefficients fixes pour toutes leurs expériences faites sur des rapports de taille différents avec une différence de densité constante ($\rho_g \neq \rho_p$). Nos valeurs sont différentes ($\alpha_g \simeq 0.5$ et $\alpha_p \simeq 0$) mais varient peu avec le rapport de taille λ (cf figure 6.24). Un point remarquable est que pour nos expériences, α_p est nul. Ceci implique que la vitesse de sédimentation des petites billes en présence de grosses billes est la vitesse qu'aurait les petites seules à la concentration $\phi = \phi_g + \phi_p$. Les expressions des différentes vitesses de sédimentation $U_{g,p}$, $U_{p,g}$ et U_{g+p} , proposées par le modèle de Funamizu & Takakuwa, se simplifient :

$$U_{g,p}(\phi_p, \phi_g) = U_g^0 \sqrt{1 - \phi} \left[1 - \phi_g - \left(\frac{d_g}{d_p} \right)^{\alpha_g} \phi_p \right]^{n_g - 1/2} \quad (6.10)$$

$$U_{p,g}(\phi_p, \phi_g) = U_p^0 (1 - \phi)^{n_p} \quad (6.11)$$

$$U_{g+p}(\phi_p, \phi_g) = \frac{1}{2} \left(U_g^0 \sqrt{1 - \phi} \left[1 - \phi_g - \left(\frac{d_g}{d_p} \right)^{\alpha_g} \phi_p \right]^{n_g - 1/2} + U_p^0 (1 - \phi)^{n_p} \right) \quad (6.12)$$

où $\alpha_g \simeq 0.5$.

Remarquons, toutefois que nous n'avons validé ces expressions que pour une seule proportion $\frac{\phi_p}{\phi_g} = 1$. Il serait intéressant de tester la robustesse de ces expressions en faisant varier la proportion de petites et grosses billes dans le mélange.

6.4 Conclusion

Dans ce chapitre, je me suis attachée à décrire le comportement de suspensions bidisperses fluidisées et initialement mélangées, contenant des billes dont le rapport de taille ($\lambda \in [1.36; 1.69]$) est assez grand pour qu'une ségrégation totale selon leur taille s'opère. Un état stationnaire a été atteint quelque soit la concentration moyenne de la suspension : une suspension de grosses billes de concentration ϕ_g^{mono} , surmontée d'une suspension de petites de concentration ϕ_p^{mono} , où ϕ_i^{mono} est la concentration des particules i fluidisées à la vitesse débitante V_d imposée à la suspension bidisperse. Lors de la phase de ségrégation, un front descendant, séparant la suspension mélangée de concentration $\phi_g^0 + \phi_p^0$ et la zone monodisperse de petites billes, est toujours observé, correspondant aux grosses billes qui sédimentent.

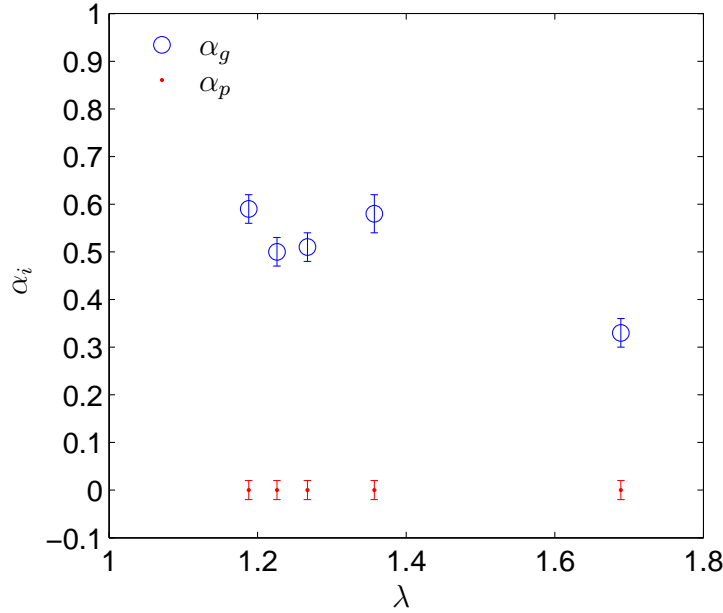


FIGURE 6.24 – Coefficients α_g et α_p ajustés aux données expérimentales, en fonction des différents rapport de taille λ .

En revanche un front montant, séparant la suspension mélangée de concentration $\phi_g^0 + \phi_p^0$ et la zone monodisperse de grosses billes, n'est clairement observé que pour des concentrations assez faibles. Un point remarquable est que, lorsque les deux fronts sont présents, la composition de la zone bidisperse n'évolue pas au cours de la ségrégation et laisse en-dessous et au-dessous d'elle des zones monodisperses à la concentration ϕ_i^{mono} . L'hypothèse de la nullité de la vitesse volumique moyenne des particules, basée sur cette observation a été confirmée par l'égalité entre les mesures de vitesses des fronts de grosses billes V_{fg} et celles des petites V_{fp} dans la suspension fluidisée pour $\phi_p = \phi_g$. Elle est également vérifiée par la concordance entre la vitesse de sédimentation des suspensions bidisperses mesurées $U_{p+g} = |V_d|$ et son expression déduite de l'hypothèse, à savoir la moyenne des vitesses de sédimentation de chaque espèce de billes $U_{i,j}$:

$$U_{p+g} = \frac{U_{g,p} + U_{p,g}}{2} \quad (6.13)$$

Différents modèles, proposés dans la littérature, pour les vitesses de sédimentation $U_{g,p}$, de grosses billes, et $U_{p,g}$, de petites, dans une suspension bidisperse ont été testés. Le modèle de Funamizu & Takakuwa, faisant intervenir des paramètres ajustables supplémentaires, en plus de ceux obtenus pour des suspensions monodisperses, est celui qui rend compte, au mieux, des expériences réalisées. Dans le cas de suspension monodisperse, la loi empirique de

Richardson & Zaki donnant la relation entre la vitesse de sédimentation U_i et la concentration en particules, est la plus utilisée. Cette loi empirique nécessite tout de même l'ajustement d'un coefficient n_i sur les données. Il n'est donc pas difficile de comprendre que dans le cas de la sédimentation de particules en présence de particules de tailles différentes, certains modèles ont également recours à des coefficients ajustables aux données obtenues sur les suspensions bidisperses, comme c'est le cas avec le modèle de Funamizu & Takakuwa. L'ajustement d'un seul coefficient $\alpha_g \simeq 0.5$ ($\alpha_p = 0$) nous a permis de rendre compte, avec un très bon accord, de l'évolution avec la concentration, des différentes vitesses déduites des expériences : les vitesses des deux fronts, V_{fg} et V_{fp} , observés dans notre lit fluidisé, les vitesses de sédimentation de chaque bille i en présence des billes j , $U_{i,j}$, et les vitesses de sédimentation des suspensions bidisperses, U_{g+p} .

Chapitre 7

Etat instationnaire

En dessous d'un rapport de tailles $\lambda = 1.23$ et pour une gamme restreinte de fraction volumique moyenne ($0.37 < \phi_{moy} < 0.45$), aucun état stationnaire n'apparaît. Dans cette plage de concentration, la suspension montre un comportement alternant des états mélangés et des états partiellement ségrégés quasi-périodiques. Précisons tout de suite que pour les deux rapports de tailles différents, pour lesquels le phénomène a été observé, les expériences ont été réalisées dans deux cellules de dimensions légèrement différentes (cf section 5.2). Les résultats obtenus dans ces deux cellules, pour un même rapport de taille, donnant des comportements oscillants quelque peu différents, ils ne permettent pas de comparer l'influence de λ sur le phénomène.

Dans ce chapitre, je décris le phénomène oscillant observé, en m'attachant particulièrement aux différentes zones de la suspension visibles lors de l'évolution de la suspension. Je m'intéresserai à leur comportement suivant la composition initiale en petites et en grosses billes ($\beta_g \in [0.33; 0.66]$, où $\beta_g = m_g/(m_g + m_p)$) présentes dans la suspension, et à l'influence de la viscosité du fluide pur sur le phénomène oscillant.

7.1 Comportement oscillant : $\lambda \simeq 1$

7.1.1 Dynamique

Je réalise le même type d'expériences que dans le chapitre précédent. Un exemple de mesures d'atténuation α obtenues pour une suspension fluidisée à $|V_d| = 0.036 \text{ mm.s}^{-1}$ est représenté sur la figure 7.1-a. A l'instant initial, la suspension est dans un état mélangé : l'atténuation est uniforme pour $z < 100 \text{ mm}$, et les seules variations de teinte visibles, pour $100 < z < 110 \text{ mm}$, correspondent à la plage d'interférence acoustique. Le profil correspon-

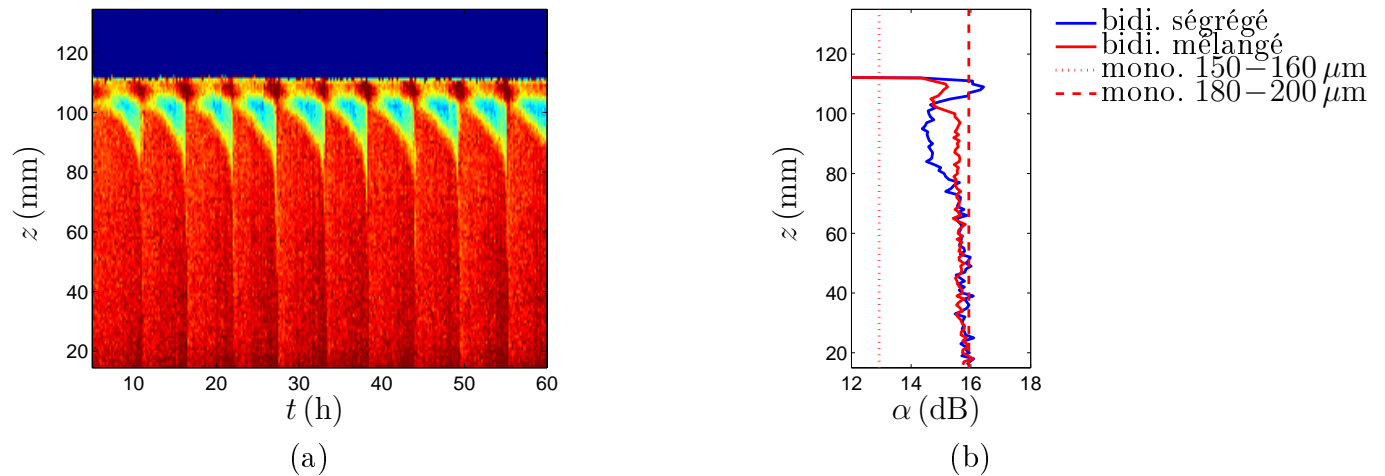


FIGURE 7.1 – (a) : Diagramme spatio-temporel d'atténuation d'une suspension bidisperse ($\lambda = 1.23$) fluidisée à $|V_d| = 0.036 \text{ mm.s}^{-1}$ ($\phi = 0.42$). (b) : Deux profils correspondant à un état mélangé et ségrégué avec les atténuations respectives des petites et grosses billes à cette même vitesse débitante.

Le profil d'atténuation correspondant à cet état est tracé sur la figure 7.1-b et révèle bien une composition homogène de la suspension. Il apparaît ensuite un front interne, au-dessous de l'interférence, en $z = 100 \text{ mm}$, puis celui-ci descend pour atteindre $z = 80 \text{ mm}$ après environ 10 h. Ce front de ségrégation correspond à l'apparition, et à la croissance d'une strate supérieure, enrichie en petites particules. Puis subitement, cet état partiellement ségrégué à $t < 10 \text{ h}$ disparaît et la suspension devient homogène (teinte uniforme en $t = 10 \text{ h}$). Cette phase rapide de mélange est ensuite suivie par une nouvelle phase de ségrégation et ainsi de suite. On observe, qu'à l'exception de la première, toutes les phases de ségrégations ont des durées similaires, de l'ordre de 4 h30, comparables au temps typique de sédimentation $h/|V_d| \simeq 1 \text{ h}$. Ainsi la suspension bidisperse fluidisée n'atteint jamais d'état stationnaire, mais oscille entre un état mélangé et un état partiellement ségrégué.

Nous verrons que différentes zones peuvent être décrites, au sein de la suspension :

- une zone qui évolue en permanence, où les oscillations sont observées, que l'on nommera "cellule de mélange", de hauteur $(z_{fmax} - z_{fmin})$, que l'on nommera hauteur de ségrégation (cf figure 7.3),

- une zone située au-dessus de la "cellule de mélange", de hauteur $(H_{susp} - z_{fmax})$, apparaissant (cf figure 7.3) ou non (cf figure 7.1), et n'évoluant pas suivant les phases de ségrégation et les phases de mélange, lorsqu'elle existe.

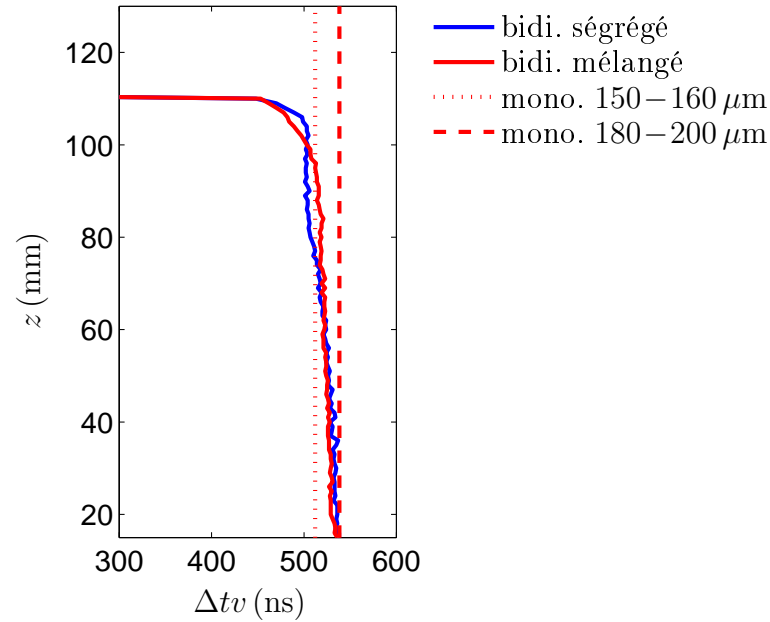


FIGURE 7.2 – Profils de temps de vol dans une suspension bidisperse, dans un état ségrégué partiellement et un état mélangé, fluidisée à $|V_d| = 0.036 \text{ mm.s}^{-1}$ ($\phi = 0.42$).

– une zone située en-dessous de la "cellule de mélange", de hauteur (z_{fmin}), toujours mélangée (bidisperse).

Le profil à l'instant où la suspension est ségréguée est représenté sur la figure 7.1-b. Il confirme l'existence de deux zones uniformes : la zone inférieure ($z < 75 \text{ mm}$) composée majoritairement de grosses billes (d'atténuation la plus élevée) et la zone supérieure enrichie en petites particules. L'atténuation mesurée dans la strate supérieure est significativement plus élevée que l'atténuation d'étalonnage mesurée dans la suspension de petites billes. Cette strate, même si elle s'est appauvrie en grosses particules, est donc bien restée bidisperse. Quant à la strate inférieure, elle occupe un volume supérieur au volume qu'occupait pour le même débit, les grosses billes lorsqu'elles étaient seules (durant l'étalonnage). Il est donc clair, là encore, que cette strate contient forcément des petites billes et est donc également restée bidisperse. La suspension bidisperse fluidisée est donc dans un état de ségrégation partielle.

Nous avons vu dans le chapitre précédent (cf section 6.2.2), que la phase de ségrégation entraînait une faible décompaction de la suspension qui n'était visible sur les diagrammes spatio-temporels que pour des suspensions de faibles concentrations. Ici, même pour des concentrations faibles, les diagrammes ne montrent pas d'évolution de l'interface suivant les

phases par lesquelles passe la suspension. Il est remarquable que la concentration moyenne de cette suspension n'évolue pas au cours de l'expérience : la hauteur de la suspension reste la même, que la suspension soit mélangée ou ségrégée partiellement. Il en est de même pour la concentration locale, mesurée par le temps de vol, représenté sur la figure 7.2. Les profils mesurés dans l'état mélangé et dans l'état ségrégé révèlent une suspension bidisperse homogène sur toute la hauteur, à l'exception de la faible variation inférieure à 1% observée en haut de la suspension fluidisée. On note que ces profils bidisperses sont très semblables à ceux obtenus dans les suspensions monodisperses et ne révèlent qu'un léger gradient (stable).

Notons, au passage, que pour les suspensions de compositions $\beta_g \leq 0.5$ (cf figure 7.9), la hauteur de la suspension bidisperse est supérieure (de 3% à 8%, selon les compositions) à la somme des hauteurs de suspension en monodisperse. Ceci signifie que pour une même vitesse débitante, la suspension, en bidisperse, est en moyenne moins compactée qu'en monodisperse, ce qui est contraire à ce que nous avons observé dans le cas de la ségrégation totale (cf section 6.2.2). On en conclut qu'à fraction volumique moyenne égale, ces suspensions bidisperses mélangées sédimentent en moyenne moins vite qu'une suspension bidisperse ségrégée. En revanche, pour les autres suspensions, de composition $\beta_g > 0.5$ (cf figure 7.10), la hauteur des suspensions bidisperses coïncident exactement avec les hauteurs attendues si elles étaient complètement ségrégées.

Afin de caractériser ce comportement oscillant entre phases de ségrégation et phases de mélange, nous enregistrons pour chaque expérience et chaque période les données, illustrées sur le diagramme spatio-temporel 7.3, suivantes :

- La cote la plus basse du front interne, notée z_{fmin} , définie par la position minimum du front décrit dans le paragraphe précédent.
- La cote maximum du front interne, notée z_{fmax} , définie par la position maximum du front. Remarquons que cette position maximum peut être égale à la hauteur de suspension H_{susp} , ce qui est le cas dans la suspension décrite précédemment (cf 7.1-a).
- La vitesse de ségrégation, notée V_f , définie par la vitesse initiale du front lorsqu'il commence à descendre depuis la position z_{fmax} . Celle-ci n'étant pas obligatoirement constante sur tout le temps de ségrégation, j'ai choisi de prendre la vitesse du front au début de la phase de ségrégation.
- Les temps de ségrégation et de mélange, notés respectivement t_{seg} et t_{mel} , correspondant aux temps mis par la suspension pour ségréger (temps pour le front de passer de z_{fmax} à z_{fmin}) et pour se mélanger (temps pour le front de passer de z_{fmin} à z_{fmax}).
- Les atténuations α et les temps de vol Δtv moyens dans les différentes zones uniformes

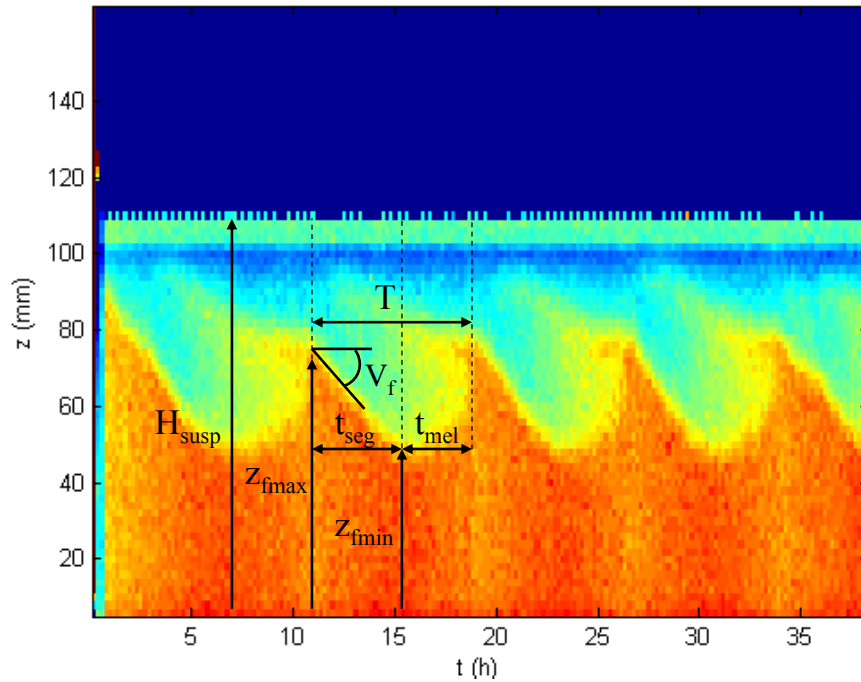


FIGURE 7.3 – Diagramme spatio-temporel d'atténuation dans une suspension bidisperse fluidisée à $|V_d| = 0.046 \text{ mm.s}^{-1}$ ($\phi_{moy} = 0.41$) avec les différentes données extraites pour caractériser le comportement oscillant.

de la suspension sur les profils moyens ségrégués et mélangés : le haut des suspensions ségréguées de hauteur $H_{susp} - z_{fmax}$, le bas des suspensions ségréguées, de hauteur z_{fmin} et la zone de mélange, de hauteur z_{fmax} .

7.2 Paramètres du phénomène

7.2.1 Concentration en particules

La figure 7.4 présente des exemples de comportement de la suspension, pour différentes vitesses débitantes. Notons que tous les résultats des différentes expériences réalisées sur cette suspension sont données en annexe (figure G.1) en imposant des vitesses dans la gamme $0.016 \text{ mm.s}^{-1} < |V_d| < 0.198 \text{ mm.s}^{-1}$, ce qui nous permet d'explorer des concentrations moyennes allant de $0.22 < \phi_{moy} < 0.47$.

Suivant la vitesse du fluide, la suspension se comporte différemment : le phénomène d'oscillation, décrit au début de ce chapitre, n'apparaît pas sur toute la gamme de vitesses imposées.

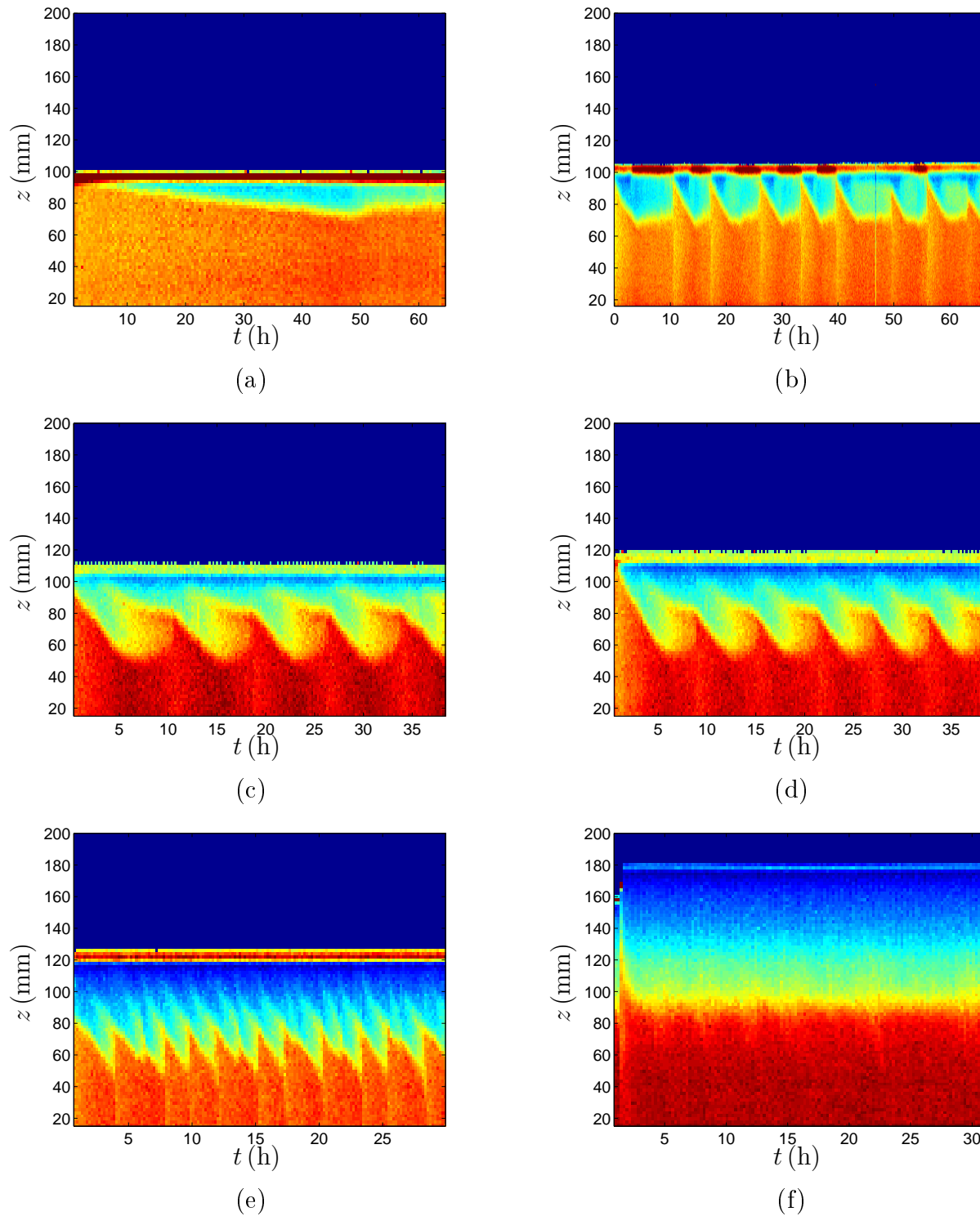


FIGURE 7.4 – Diagrammes spatio-temporels de l'atténuation dans une suspension bidisperse de $150 - 160$ et $180 - 200 \mu\text{m}$ pour différentes vitesses débitantes $|V_d|$ imposées : 0.016 mm.s^{-1} (a), 0.026 mm.s^{-1} (b), 0.046 mm.s^{-1} (c), 0.053 mm.s^{-1} (d), 0.066 mm.s^{-1} (e) et 0.148 mm.s^{-1} (f), ce qui correspond à des concentrations moyennes ϕ_{moy} respectives de 0.47 , 0.45 , 0.41 , 0.39 , 0.37 , 0.26 .

Pour des faibles vitesses débitantes ($|V_d| < 0.026 \text{ mm.s}^{-1}$), donc des grandes fractions volumiques (cf figure 7.4-a), la suspension évolue lentement vers un état faiblement ségrégé avec une petite zone appauvrie en grosses particules en haut de la suspension. On peut penser que si nous avions continué de suivre l'évolution de cette suspension, celle-ci aurait pu montrer un comportement oscillant avec une période T supérieure à 60 h. Mais ne pensant pas avoir des temps d'évolution aussi grands, j'ai stoppé l'expérience.

Au dessus d'une vitesse débitante $|V_d| = 0.026 \text{ mm.s}^{-1}$, correspondant à une fraction volumique moyenne de $\phi_{moy} = 0.45$, le comportement alternant phase de ségrégation et phase de mélange apparaît (cf figure 7.4-b). Le phénomène d'alternance n'est pas rigoureusement périodique puisque chaque état, ségrégé ou mélangé, peut se figer sur des temps plus ou moins longs. Sur la figure 7.4-b, c'est l'état ségrégé qui se "fige", entre $t = 4$ et 10 h, et entre $t = 43$ et 50 h (contrairement à la figure 7.23-a où l'état mélangé se "fige", entre $t = 0$ et 20 h et entre $t = 28$ et 33 h). Nous reviendrons, à la fin de ce chapitre (cf section 7.3), sur ces phénomènes d'intermittences pouvant exister pour des fortes fractions volumiques.

Lorsqu'on augmente encore la vitesse débitante, le phénomène oscillant est observé jusqu'à des vitesses débitantes $|V_d| = 0.066 \text{ mm.s}^{-1}$ ($\phi_{moy} = 0.394$). Les diagrammes 7.4-c-d montrent des oscillations périodiques où les états mélangés et partiellement ségrégés ne restent pas figés. Enfin, pour des fortes vitesses ($|V_d| > 0.115 \text{ mm.s}^{-1}$), donc pour de faibles concentrations moyennes en particules ($\phi_{moy} < 0.296$), la suspension est stationnaire et semble être dans un état de ségrégation totale (cf figure 7.4-f).

En observant ces diagrammes, on vérifie que la phase de ségrégation est plus longue que celle de mélange, c'est donc le phénomène de ségrégation et plus particulièrement la vitesse de ségrégation V_f qui vont être déterminants pour la durée de la période T . L'évolution de celle-ci est représentée sur la figure 7.5 en fonction du rapport $|V_d|/U_g^0$ (évolution en concentration ϕ inversée). La période diminue lorsque la vitesse débitante augmente. En allant vers des concentrations faibles, la période des oscillations diminue, jusqu'à atteindre une période comparable aux temps de mesure d'un scan ($\sim 20 \text{ min}$) qui est identifiable sur les diagrammes comme un bruit. La période est d'environ 3h pour la plus faible concentration et elle atteint presque 25h pour la concentration la plus grande.

La figure 7.6-a compare les temps de vol mesurés dans les différentes zones des suspensions bidisperses, définies auparavant, aux mesures obtenues dans les suspensions monodisperses. Ils sont représentés en fonction de la vitesse débitante normalisée par la vitesse de Stokes des grosses particules $|V_d|/U_g^0$. Les valeurs moyennées dans chaque zone apparaissant lors des oscillations, dont les points sont ceux compris dans la gamme $|V_d|/U_g^0 \in [0.036, 0.08]$,

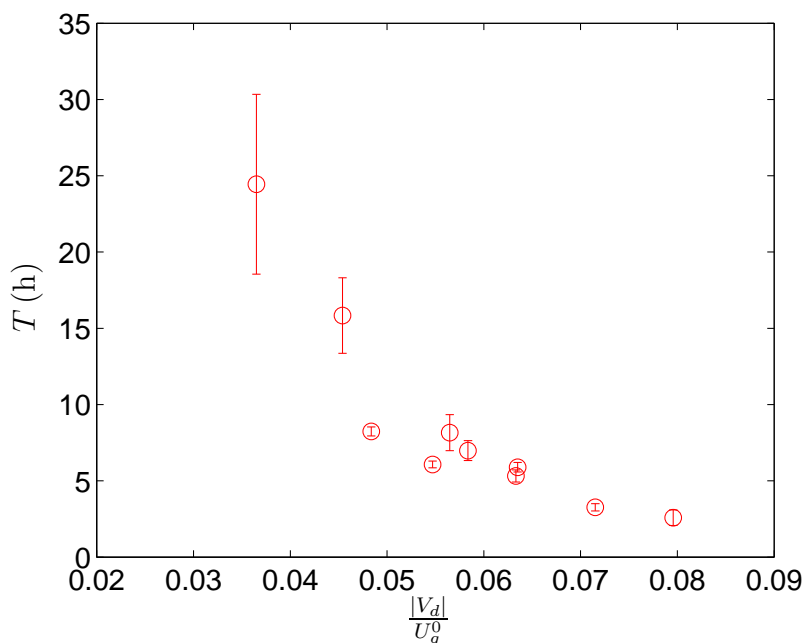


FIGURE 7.5 – Période des oscillations en fonction de la vitesse débitante $|V_d|$ normalisée par la vitesse de Stokes des grosses particules U_g^0 .

sont similaires entre elles et également aux mesures en monodisperse. Notons que pour les faibles concentrations pour lesquelles il n'existe plus de comportement oscillant $|V_d|/U_g^0 > 0.08$ ($\phi_{moy} < 0.30$), les valeurs dans le haut et dans le bas sont différentes. Les temps de vol mesurés en haut des suspensions sont légèrement plus faibles que ceux mesurés en monodisperse, ce qui implique que le haut est plus décompacté qu'en monodisperse.

Les valeurs d'atténuations dans ces mêmes zones sont reportées sur le graphique 7.6-b : lorsque le phénomène oscillant existe ($|V_d|/U_g^0 \in [0.036, 0.08]$), les mesures moyennées dans le bas de la suspension dans l'état ségrégué sont légèrement inférieures à celles mesurées dans une suspension monodisperse de grosses billes, tandis que celles moyennées dans le haut des suspensions, dans ce même état, sont légèrement supérieures à celles d'une suspension monodisperse de petites billes. Ceci implique que la suspension est dans une configuration de ségrégation partielle dans laquelle le bas et le haut restent bidisperses mais avec tout de même une grande majorité de grosses billes en bas et de petites en haut. Quant aux valeurs dans la région mélangée, elles sont comprises entre les deux précédentes mesures, tout en restant proche de l'atténuation mesurée dans une suspension composée uniquement de grosses billes, ce qui indique que la suspension n'est pas complètement mélangée et contient une proportion plus grande de grosses billes que de petites. En effet, les suspensions bidisperses fluidisées, comme celles représentées sur les diagrammes 7.4-c-d-e, possèdent une zone, plus ou moins

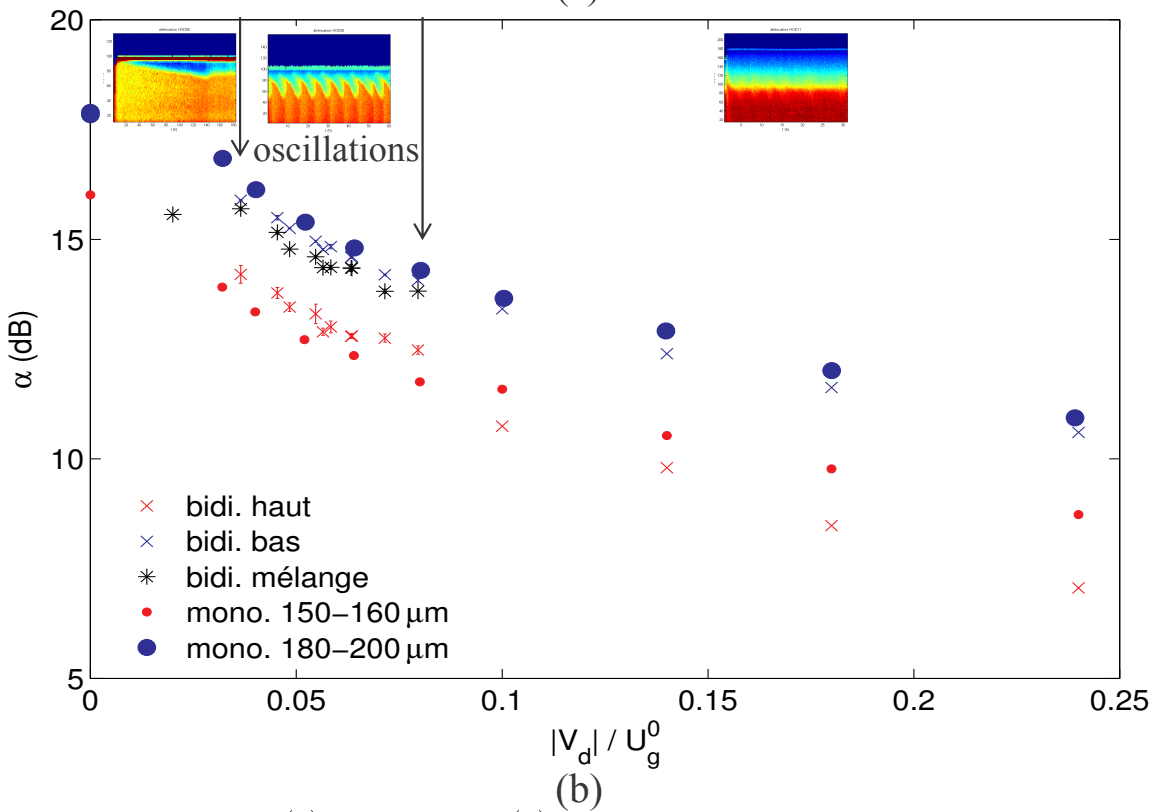
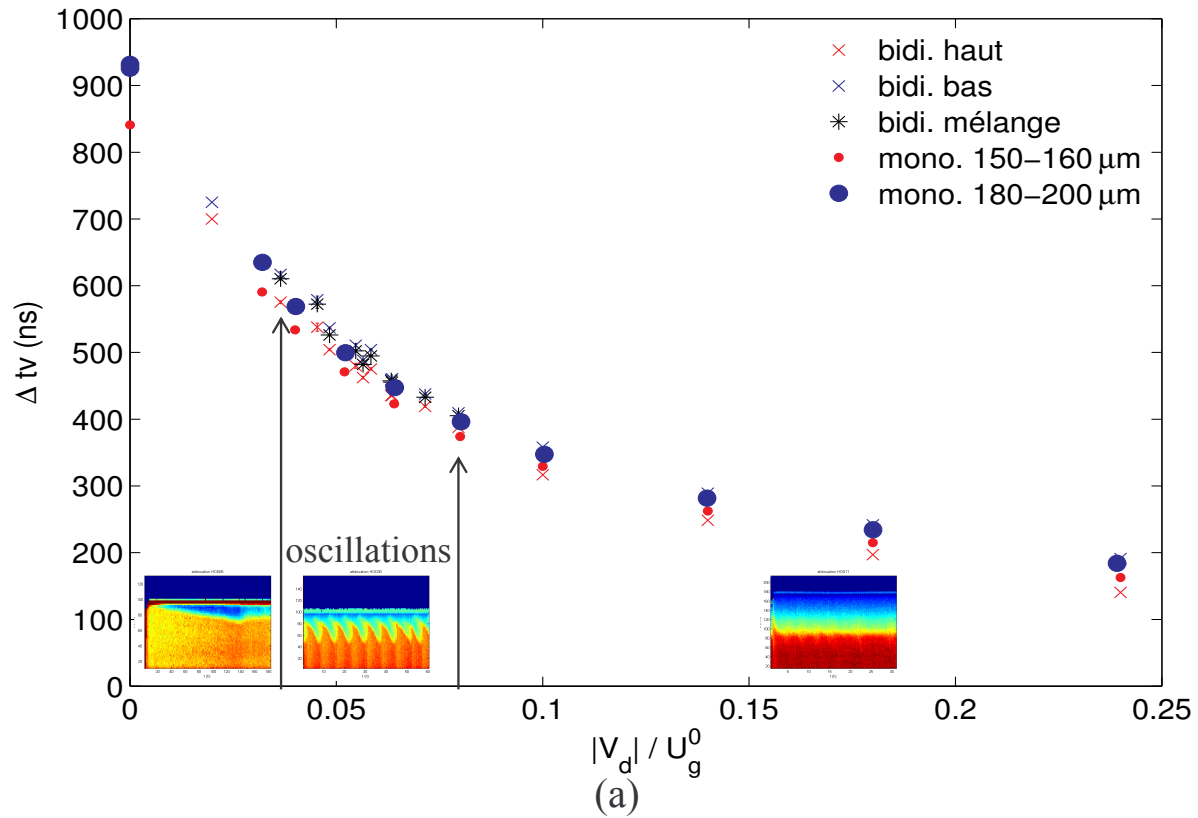


FIGURE 7.6 – Temps de vol (a) et atténuation (b) moyennés dans les différentes zones des suspensions bidisperses : haut ségrégué, bas ségrégué et mélangé, en fonction de la vitesse débitante $|V_d|$ normalisée par U_g^0 .

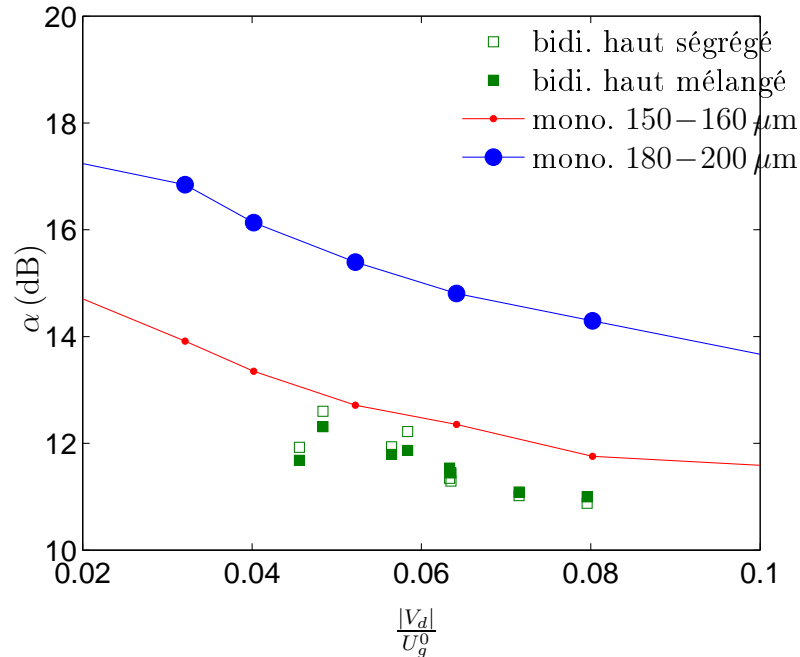


FIGURE 7.7 – Atténuation moyennée dans la petite zone surmontant la zone de mélange, en fonction de la vitesse débitante $|V_d|$ normalisée par la vitesse de Stokes des grosses particules U_g^0 .

étendue de hauteur $H_{susp} - z_{fmax}$, proche de l'interface qui ne semble pas participer au phénomène oscillant. Des mesures de l'atténuation sont possibles dès lors que cette zone se trouve à plus de 2 cm de l'interface (compte tenu de la zone d'interférence acoustique). Ces mesures, présentées sur la figure 7.7, dans l'état mélangé et dans l'état ségrégé, montrent des atténuations quasiment identiques, dans cette région, que la suspension soit dans un état ségrégé ou mélangé, ce qui indique que sa composition en petites et grosses billes ne change pas au cours des différents états de la suspension. De plus, les billes contenues dans cette zone ont des atténuations plus faibles que celles mesurées lors de l'étalonnage des petites billes. Cette zone ne participant pas aux oscillations ségrégation/mélange semble donc être constituée des plus petites billes contenues dans l'échantillon de petites billes utilisées.

Nous allons maintenant nous intéresser à l'influence de chaque population de billes de tailles différentes sur ce phénomène périodique, en faisant varier la composition relative β_g . Nous tenterons de comprendre d'une part, l'action des petites billes et d'autre part celle des grosses billes sur les différentes zones intervenant dans le phénomène : la "cellule de mélange" et les zones situées au-dessus et en-dessous de celle-ci. Je commencerai donc par décrire les positions et les hauteurs de ces zones. Nous discuterons, notamment de l'évolution inattendue de cette bande, située au-dessus de la zone d'oscillation, apparemment "inactive". Puis je tenterai une explication sur l'influence de la composition β_g sur les différentes zones

suspension	m_p (g)	m_g (g)	β_g	U_p^0 (mm.s ⁻¹)	U_g^0 (mm.s ⁻¹)
4p1	30	30	0.5	0.622	0.801
4p1.5	45	30	0.4	0.622	0.801
4p2	60	30	0.33	0.622	0.801
4g1	30	30	0.5	0.520	0.781
4g1.5	30	45	0.66	0.520	0.781

FIGURE 7.8 – Tableau des différentes compositions étudiées pour un rapport de taille $\lambda = 1.23$. La notation p et g indique les billes dont on a fait varier la proportion dans les suspensions initiales $4p1$ et $4g1$ et le chiffre qui suit est la proportion de billes p ou g rajoutée.

citées.

7.2.2 Composition relative des particules

Différentes compositions en masse de grosses particules ont été étudiées : $\beta_g \in [0.33; 0.66]$, reportées dans le tableau 7.8. Je rappelle que l'étude a été réalisée en utilisant deux suspensions, numérotées $4p1$ et $4g1$, contenant initialement des billes dont le rapport de tailles et la composition sont identiques : $\lambda = 1.23$ et $\beta_g = 0.5$. Notons que la différence de vitesses de Stokes U_i^0 des deux groupes de suspensions ($4pi$ et $4gi$) est d'environ 10%, ce qui paraît important mais implique seulement une différence de 3% sur la taille des particules. Pour faire varier la composition β_g , on ajoute à l'une des suspensions (n° $4p1$), des petites billes de même taille, par deux fois, pour obtenir $\beta_g = 0.4$ (suspension n° $4p1.5$), puis $\beta_g = 0.33$ (suspension n° $4p2$), tandis que des grosses billes ont été ajoutées à la deuxième suspension (n° $4g1$) afin d'avoir $\beta_g = 0.66$ (suspension n° $4g1.5$).

Les diagrammes spatio-temporels d'atténuation pour chaque suspension, fluidisée à différentes vitesses débitantes, sont données en annexe : les figures G.6 et G.13 pour $\beta_g = 0.5$, G.9 pour $\beta_g = 0.4$, G.10 pour $\beta_g = 0.33$ et G.14 pour $\beta_g = 0.66$. Le caractère oscillant des suspensions persiste quelque soit la composition de la suspension. Il est à noter que les deux suspensions de composition $\beta_g = 0.5$, *a priori* similaires, présentent des oscillations avec une évolution du front interne z_f quelque peu différente.

Positions du front

Les figures 7.9 et 7.10 représentent, pour chaque composition β_g des suspensions, la hauteur de la suspension H_{susp} , la position minimum z_{fmin} et maximum z_{fmax} du front interne

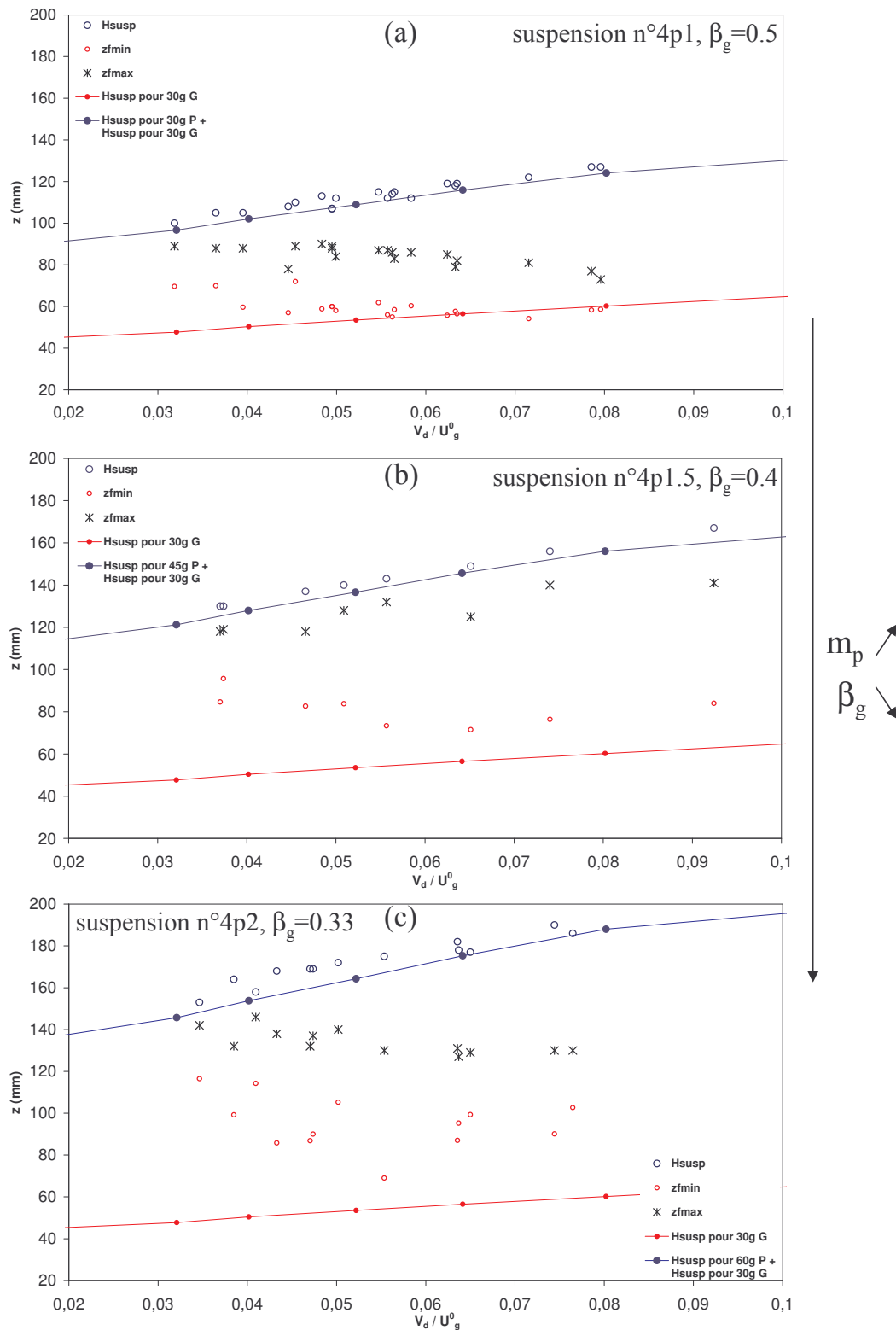


FIGURE 7.9 – Position minimum z_{fmin} et maximum z_{fmax} du front interne, et hauteur H_{susp} des suspensions bidisperses n°4p1 ($\beta_g = 0.5$) (a), n°4p1.5 ($\beta_g = 0.4$) (b) et n°4p2 ($\beta_g = 0.33$) (c), en fonction de $\frac{|V_d|}{U_g^0}$. Elles sont comparées aux fronts et aux hauteurs de suspensions si elles étaient complètement ségréguées.

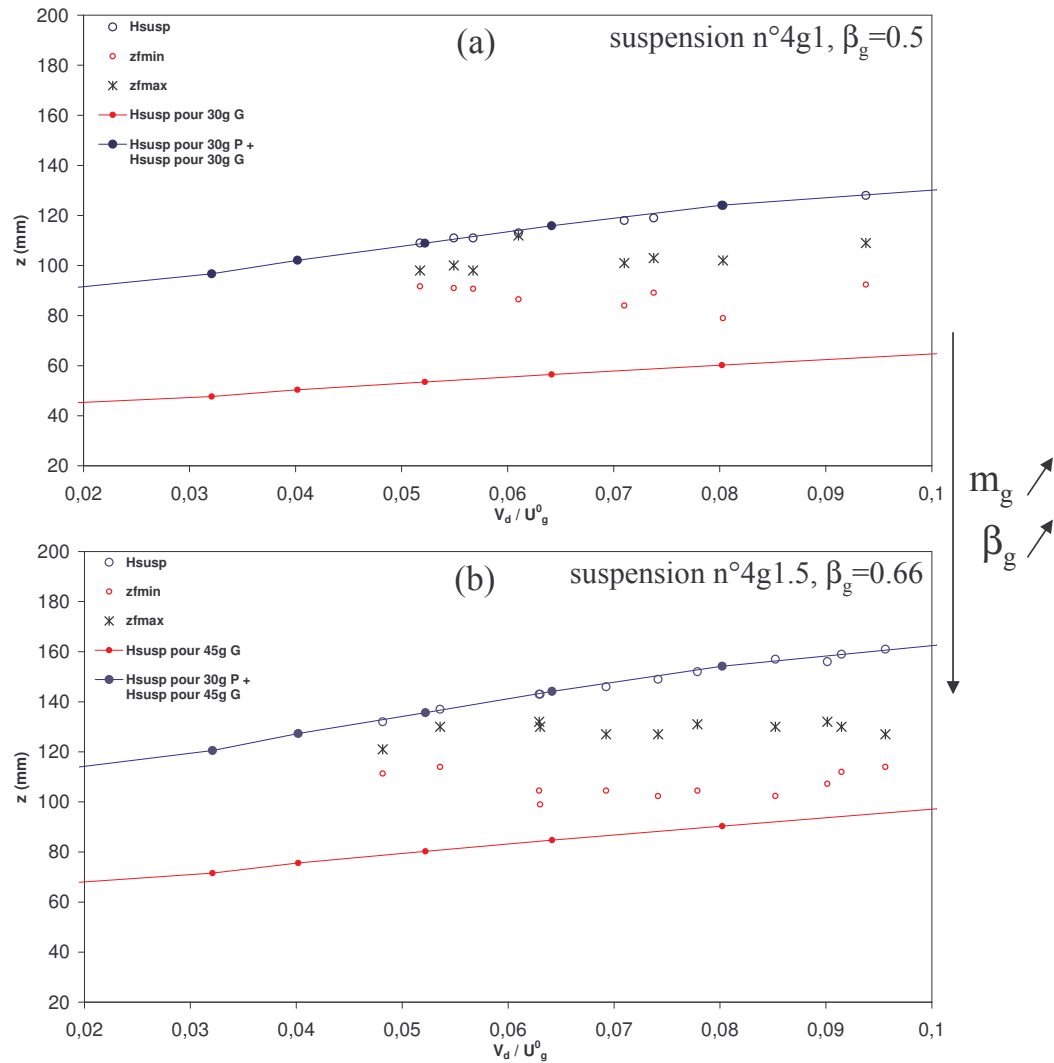


FIGURE 7.10 – Position minimum z_{fmin} et maximum z_{fmax} du front interne, et hauteur H_{susp} dans les suspensions bidisperses n°4g1 ($\beta_g = 0.5$) (a) et n°4g1.5 ($\beta_g = 0.66$) (b), en fonction de $\frac{|V_d|}{U_g^0}$. Elles sont comparées aux fronts et aux hauteurs des suspensions si elles étaient complètement ségrégées.

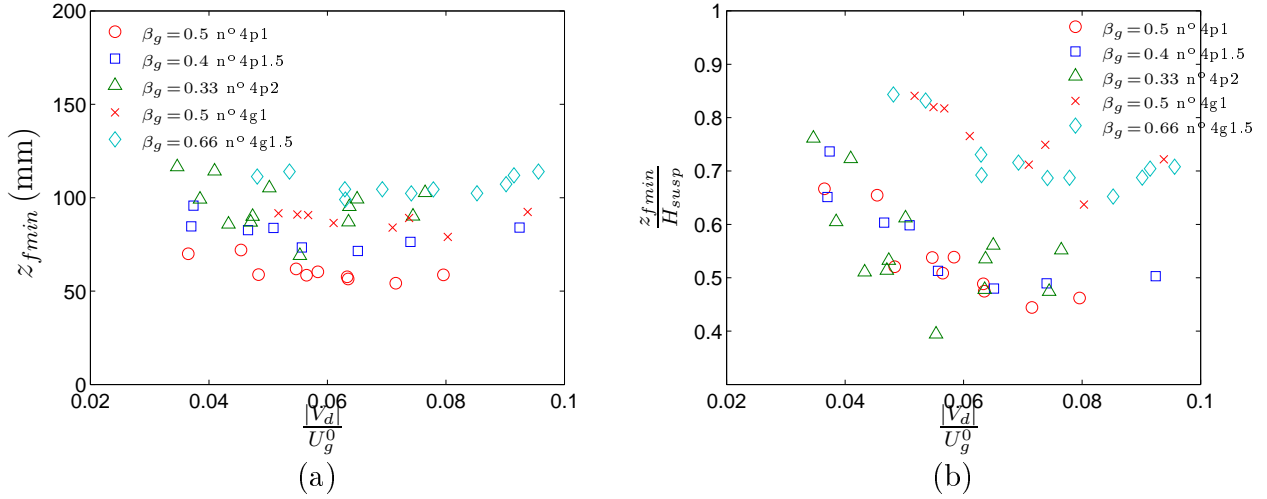


FIGURE 7.11 – Position minimum z_{fmin} du front (a) et position relative minimum par rapport à la hauteur de suspension $\frac{z_{fmin}}{H_{susp}}$ (b), dans les suspensions bidisperses n° 4p1 ($\beta_g = 0.5$), n° 4p1.5 ($\beta_g = 0.4$), n° 4p2 ($\beta_g = 0.33$), n° 4g1 ($\beta_g = 0.5$) et n° 4g1.5 ($\beta_g = 0.66$).

suisant $|V_d|/U_g^0$. La hauteur de la suspension monodisperse de grosses billes (obtenue lors de l'étalonnage, cf section 5.4), ainsi que l'addition de celle-ci avec la hauteur de suspension monodisperse de petites billes, y figurent également (afin de représenter la hauteur de la suspension et la position du front interne, attendues dans un état de ségrégation totale, pour la vitesse débitante considérée). Globalement, pour toutes les compositions données β_g , la position minimum du front interne (z_{fmin}) diminue légèrement pour des valeurs de $|V_d|/U_g^0 < 0.08$ (correspondant à des concentrations moyennes $\phi > 0.40$) et semble remonter ensuite, pour des valeurs de $|V_d|/U_g^0 > 0.09$. Les positions minimums du front z_{fmin} , pour les différentes suspensions, sont rassemblées sur la figure 7.11-a et montre cette tendance. Par ailleurs, on s'aperçoit que l'étude de deux suspensions ayant la même composition $\beta_g = 0.5$, ne nous donne pas les mêmes résultats sur la position des fronts. La différence entre ces deux suspensions réside dans les échantillons de billes utilisés (tamisés par deux expérimentateurs différents) qui peuvent avoir une distribution en taille différente. Ainsi, une différence, *a priori* infime, entre les deux suspensions semble entraîner un changement sur la position des fronts, même si cela n'altère pas de manière drastique les comportements périodiques observés. Il faut donc prendre garde à comparer les suspensions n° 4p1, n° 4p1.5 et n° 4p2 ($\beta \leq 0.5$) entre elles et les suspensions n° 4g1 et n° 4g1.5 ($\beta \geq 0.5$) entre elles. La différence est flagrante sur la position minimum relative par rapport à la hauteur de suspension $\frac{z_{fmin}}{H_{susp}}$, représentée sur la figure 7.11-b. Elle est quasiment identique pour chaque série de suspensions (n° 4p1, n° 4p1.5 et n° 4p2, d'une part et n° 4g1 et n° 4g1.5, d'autre part), dans la limite de

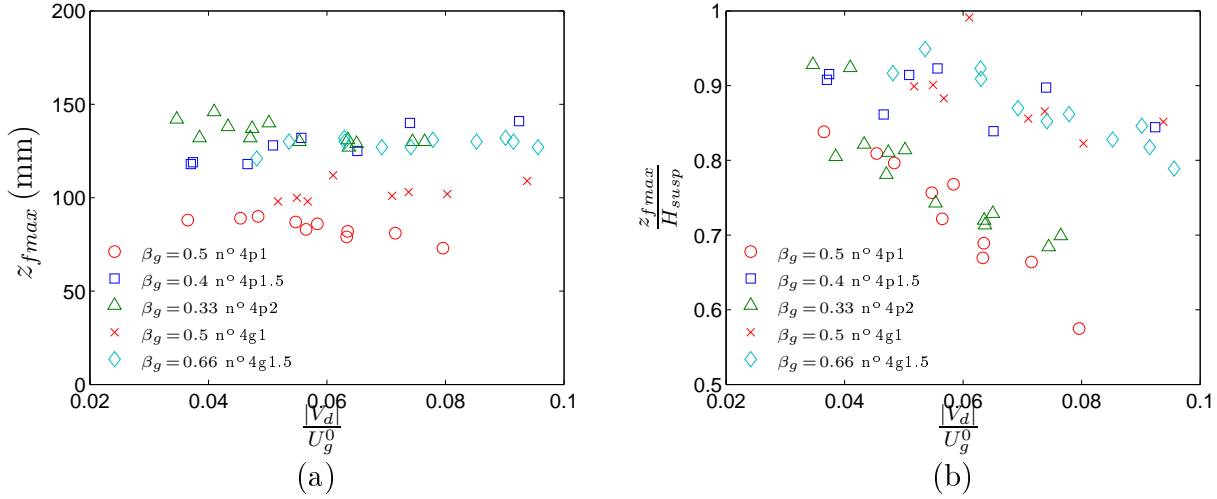


FIGURE 7.12 – Position maximum z_{fmax} du front (a) et position relative maximum par rapport à la hauteur de suspension $\frac{z_{fmax}}{H_{susp}}$ (b), dans les suspensions bidisperses n° 4p1 ($\beta_g = 0.5$), n° 4p1.5 ($\beta_g = 0.4$), n° 4p2 ($\beta_g = 0.33$), n° 4g1 ($\beta_g = 0.5$) et n° 4g1.5 ($\beta_g = 0.66$).

dispersion pour une composition, mais très différente pour chaque série. La position minimum est située plus haut dans les suspensions de la deuxième série (suspensions n° 4g) que dans celles de la première série (suspensions n° 4p).

En ce qui concerne la position maximum z_{fmax} du front interne, elle semble constante avec la vitesse débitante normalisée avec une légère tendance à diminuer ou à augmenter, selon les suspensions. Pour les suspensions n° 4p1 (cf figure 7.9-a) et n° 4p2 (cf figure 7.9-c), la position maximum tend à diminuer avec $|V_d|/U_g^0$, alors que pour les suspensions n° 4p1.5 (cf figure 7.9-b) et n° 4g1 (cf figure 7.10-a), elle tend à augmenter, et pour la suspension n° 4g1.5 (cf figure 7.10-b), elle semble constante. La figure 7.12-a rassemble toutes ces données sur un même graphique. En revanche, l'évolution de cette position relative à la hauteur de suspension (cf figure 7.12-b) montre une tendance générale : elle diminue avec $\frac{|V_d|}{U_g^0}$.

On peut noter que lorsque le front z_{fmax} est éloigné du haut de la suspension H_{susp} , cela indique que les phénomènes de mélange et de ségrégation n'affectent qu'une "cellule de mélange", d'extension ($z_{fmax} - z_{fmin}$), située au sein même de la suspension. En revanche, lorsque le z_{fmax} s'identifie à H_{susp} , aux incertitudes d'interférence acoustique près, (c'est-à-dire que $\frac{z_{fmax}}{H_{susp}}$ est proche de 1 sur la figure 7.12-b), cela signifie que la "cellule de mélange" se situe au sommet de la suspension (cf figure 7.9-b). Dans ce cas, l'existence de la zone située au dessus de cette cellule et d'étendue $H_{susp} - z_{fmax}$, n'est plus certaine, car elle se trouve dans la zone d'interférence.

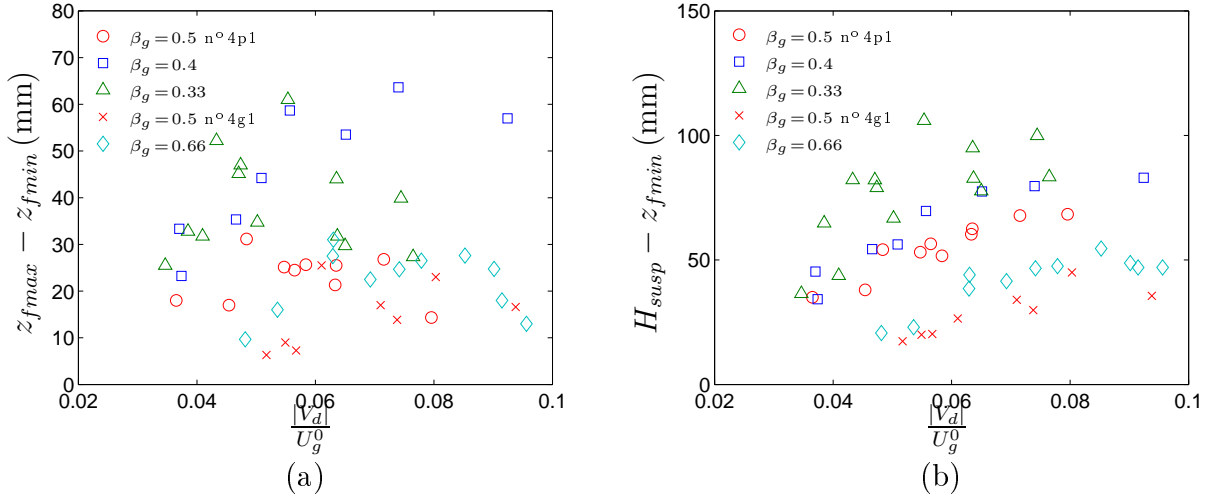


FIGURE 7.13 – Hauteur de ségrégation $z_{fmax} - z_{fmin}$ (a) et hauteur de la zone $H_{susp} - z_{fmin}$ (b), en fonction de $|V_d|/U_g^0$, dans les suspensions bidisperses n° 4p1 ($\beta_g=0.5$), n° 4p1.5 ($\beta_g=0.4$), n° 4p2 ($\beta_g=0.33$), n° 4g1 ($\beta_g=0.5$) et n° 4g1.5 ($\beta_g=0.66$).

La figure 7.13-a représente la hauteur de ségrégation $z_{fmax} - z_{fmin}$ en fonction de $|V_d|/U_g^0$. Pour toutes les compositions, on observe une augmentation de cette hauteur jusqu'à une certaine valeur de $|V_d|/U_g^0$, puis, une diminution. Ceci concorde avec les observations faites dans la limite de faibles et fortes vitesses débitantes, où le phénomène périodique n'existe plus. En effet, lorsque la vitesse débitante tend vers les limites extrêmes du phénomène oscillant, la hauteur $z_{fmax} - z_{fmin}$ tend obligatoirement vers une faible valeur, à faible et forte vitesse débitante, d'après les observations expérimentales.

On remarque que l'ajout de grosses billes ne change pas la valeur de $|V_d|/U_g^0$ à laquelle la diminution de la hauteur de ségrégation se fait ($|V_d|/U_g^0 \sim 0.08$). L'évolution de l'extension $z_{fmax} - z_{fmin}$ avec la vitesse débitante normalisée est similaire pour les suspensions n° 4g1 et n° 4g1.5. Tandis que l'ajout de petites billes influence cette valeur, l'augmentation de la hauteur $z_{fmax} - z_{fmin}$ est stoppée beaucoup plus rapidement pour une composition identique en petites et grosses (suspension n° 4p1), que pour les deux autres suspensions contenant un excès de petites billes (suspensions n° 4p1.5 et n° 4p2).

Nous avons signalé, précédemment, que la zone située au-dessus de la position z_{fmax} n'évoluait pas suivant les différentes configurations de la suspension bidisperse et qu'elle pourrait correspondre à de très petites billes "expulsées" de la suspension bidisperse (billes de taille inférieure à la taille moyenne de l'échantillon de petites billes utilisées) et qui ne

participent pas au phénomène d'oscillation ségrégation/mélange. La figure 7.14 représente la hauteur de cette zone $H_{susp} - z_{fmax}$, pour les différentes compositions β_g . On constate que l'ajout de petites billes influe sur l'étendue de cette zone : celle-ci diminue lors du premier ajout (suspension n° 4p1.5), puis elle augmente lors du deuxième ajout (suspension n° 4p2), dépassant même la hauteur $H_{susp} - z_{fmax}$ dans la suspension initiale (suspension n° 4p1). Au contraire, lorsqu'on ajoute des grosses billes (suspension n° 4g1.5), la zone garde la même hauteur que la suspension initiale (suspension n° 4g1). Cela laisse à penser que les petites billes influencent la répartition spatiale des suspensions.

En variant les compositions des suspensions, nous pensions observer une augmentation de l'écart " $H_{susp} - z_{fmin}$ ", lorsque des petites billes étaient ajoutées $\beta_g < 0.5$, et au contraire une augmentation de z_{fmin} lorsque des grosses billes étaient ajoutées $\beta_g > 0.5$. En réalité, on observe une augmentation de la zone $H_{susp} - z_{fmin}$ à chaque introduction de billes et quelle que soit la taille des billes introduites dans la suspension, comme le montre la figure 7.13-b.

Vitesse du front oscillant

Même si deux suspensions apparemment similaires (n° 4p1 et n° 4g2) ne redonnent pas les même positions de front, les vitesses de front V_f restent cependant identiques ; elles sont données sur la figure 7.15-a, pour les différentes compositions en masse β_g . On constate que l'ajout de grosses billes ($\beta_g > 0.5$) n'entraîne aucun changement de vitesse ($V_f(\phi_p, \phi_g) = V_f(\phi_p, \phi_g^+)$), alors que l'ajout de petites billes ($\beta_g < 0.5$) influence celle-ci ($V_f(\phi_p, \phi_g) \neq$

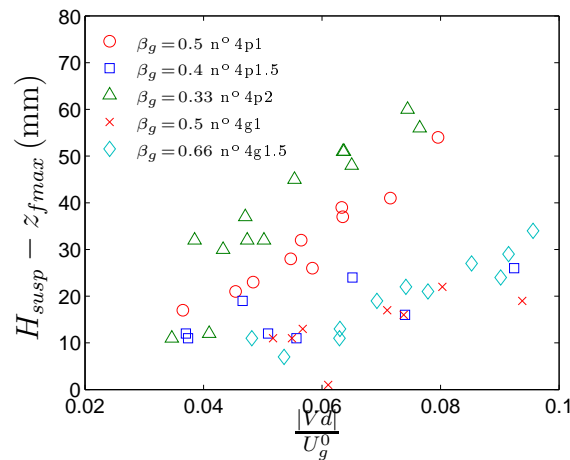


FIGURE 7.14 – Hauteur de la zone $H_{susp} - z_{fmax}$ en fonction de $\frac{|V_d|}{U_g}$, pour les différentes compositions en grosses billes β_g étudiées.

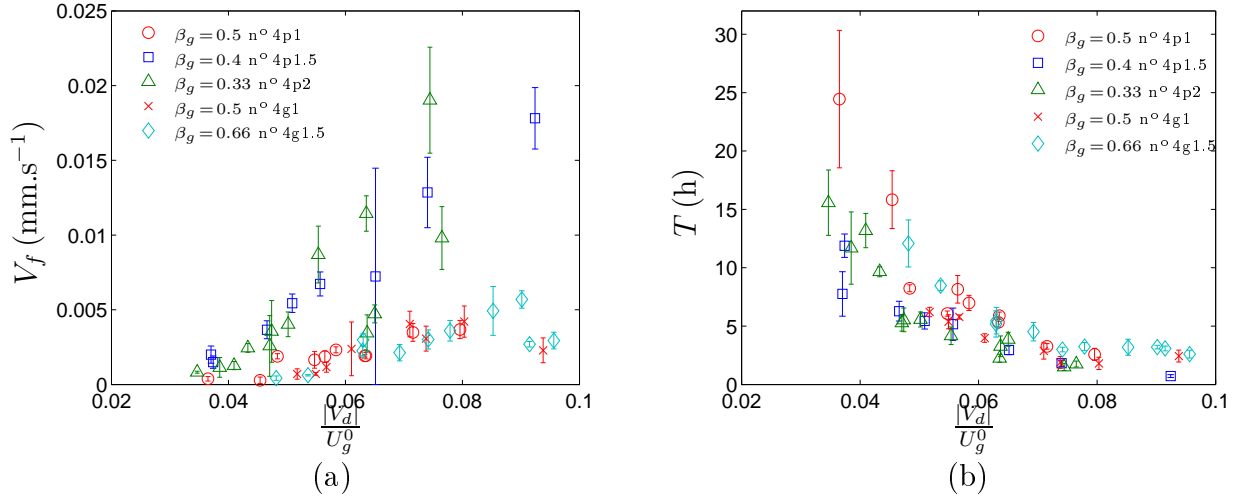


FIGURE 7.15 – Vitesses du front oscillant (a) et période des oscillations (b), pour les différentes compositions en grosses billes β_g étudiées, en fonction de $\frac{|V_d|}{U_g^0}$.

$V_f(\phi_p^+, \phi_g)$). Toutefois, une fois que les petites billes sont en excès, la vitesse de front ne semble plus varier selon la composition : les valeurs pour $\beta_g = 0.33$ et 0.4 se recouvrent parfaitement pour des faibles vitesses, c'est-à-dire pour des fortes concentrations. La vitesse de front oscillant est donc influencée uniquement par la composition des petites billes. Cependant, l'action des petites billes sur la ségrégation des grosses billes, suivant leur composition ϕ_p , ne paraît pas triviale. La figure 7.15-b représente la période des oscillations, pour les différentes compositions β_g , en fonction de la vitesse débitante normalisée. Les deux suspensions de composition identique $\beta_g = 0.5$ ne redonnent pas des périodes parfaitement similaires. Ceci est simplement dû au fait que, dans la deuxième suspension (n° 4g1), le front interne parcourt une distance " $z_{fmax} - z_{fmin}$ " plus petite (cf figure 7.10-a) que dans la première suspension (n° 4p1) (cf figure 7.9-a). La vitesse du front étant identique, le temps mis par le front pour passer de la position z_{fmax} à la position z_{fmin} (t_{seg}), dans la suspension n° 4g1, est donc plus petit que le temps de ségrégation de la suspension n° 4p1. La période des oscillations étant essentiellement fixée par le temps de ségrégation ($t_{seg} > t_{mel}$), elle est donc plus faible dans la suspension n° 4g1 que dans la suspension n° 4p1, ce que l'on constate sur la figure 7.15-b. L'évolution de la période avec la vitesse débitante évolue sensiblement de la même manière suivant la composition de la suspension. Je rappelle que pour des vitesses débitantes élevées, la période est de l'ordre de grandeur du temps de mesure le long de la suspension ($t_{scan} \sim 20$ min). Toutefois, pour les suspensions n° 4g1 et n° 4g1.5 ($\beta_g \geq 0.5$), on peut remarquer un plateau lorsqu'elle est calculable (à partir de $|V_d|/U_g^0 > 0.08$), à $T \sim 2$ h. En revanche, pour les autres suspensions, ($\beta_g < 0.5$), il n'existe pas de plateau pour des grandes

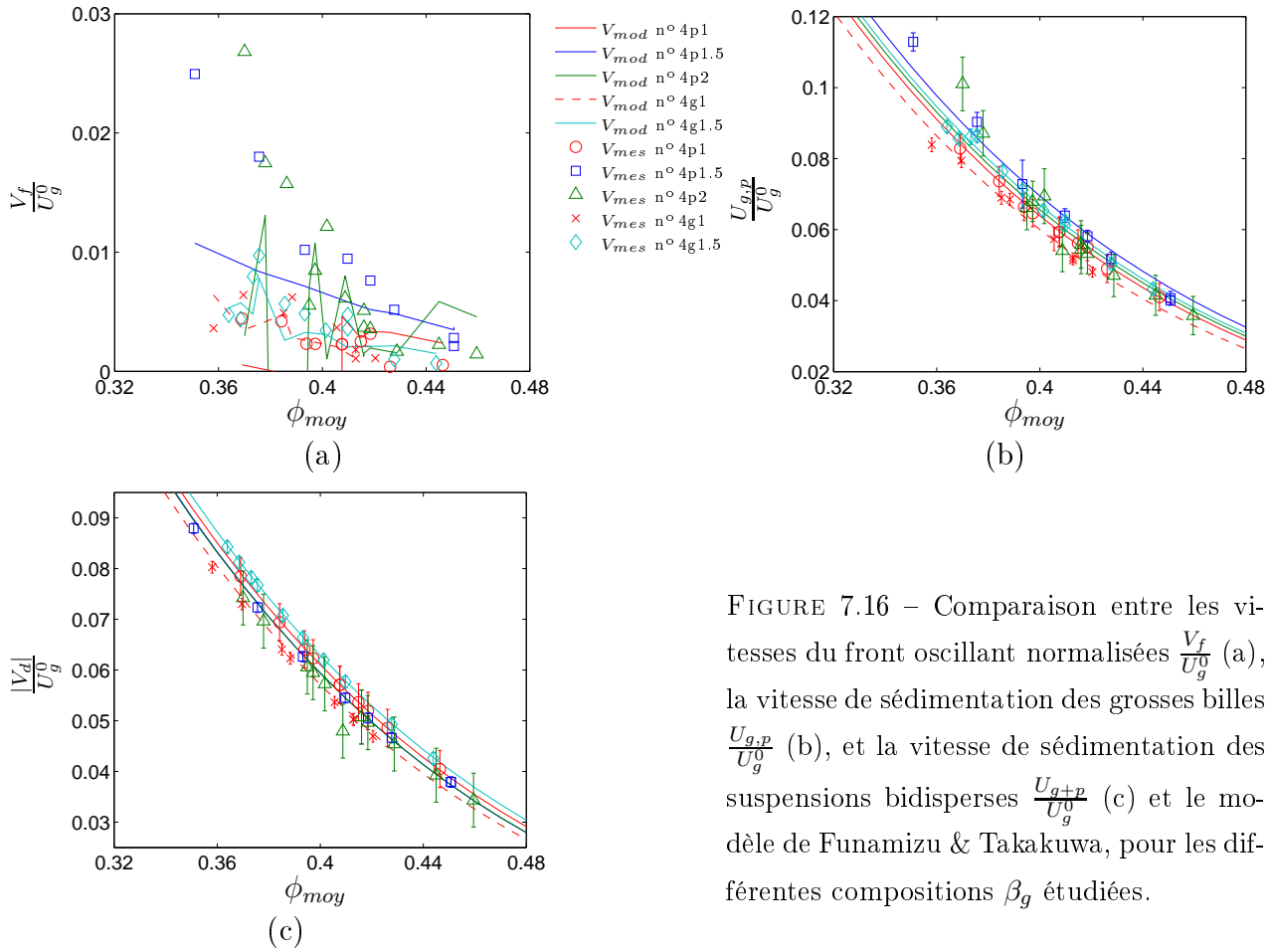


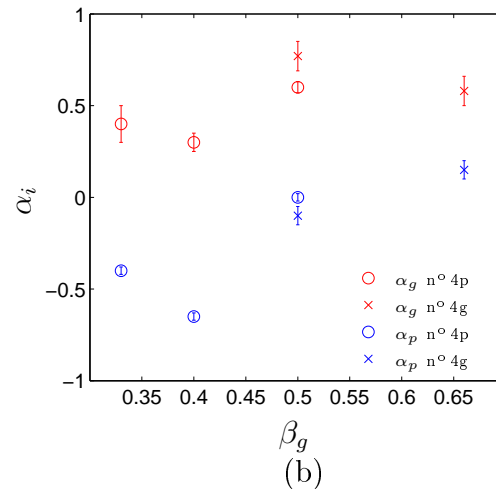
FIGURE 7.16 – Comparaison entre les vitesses du front oscillant normalisées $\frac{V_f}{U_g^0}$ (a), la vitesse de sédimentation des grosses billes $\frac{U_{g,p}}{U_g^0}$ (b), et la vitesse de sédimentation des suspensions bidisperses $\frac{U_{g+p}}{U_g^0}$ (c) et le modèle de Funamizu & Takakuwa, pour les différentes compositions β_g étudiées.

valeurs de $|V_d|/U_g^0$, la période continue de diminuer et cesse rapidement d'être mesurable ($T \sim t_{scan}$).

Dans le chapitre précédent, nous avons testé les différents modèles de vitesses de sédimentation dans une suspension bidisperse (cf paragraphe 6.3.1). Le modèle de Funamizu & Takakuwa est celui qui s'adapte le mieux aux mesures expérimentales obtenues sur les suspensions de différents rapports de tailles étudiées (comparaison de la vitesse des fronts sur la figure 6.19). Aussi, les figures 7.16 comparent ce modèle pour les différentes vitesses pouvant être déduites des mesures : la vitesse du front oscillant V_f (a), la vitesse de sédimentation des grosses billes $U_{g,p}$ (b) et la vitesse de sédimentation des suspensions bidisperses U_{g+p} (c). On trouve une bonne corrélation entre les mesures de vitesses de sédimentation $U_{g,p}$ et $U_{g+p}(= |V_d|)$ et celles calculées avec le modèle (cf figure 7.16-b-c) en ajustant, pour chaque suspension de compositions différentes, le coefficient α_g . Toutefois, on remarque que pour les suspensions n° 4p1.5 et n° 4p2, et pour des concentrations inférieures à $\phi_{moy} < 0.38$, les mesures s'éloignent des vitesses de sédimentation calculées à partir du modèle. De plus,

suspension	β_p	β_g	α_g	α_p
4p1	0.5	0.5	0.60	0
4p1.5	0.6	0.4	0.3	-0.65
4p2	0.33	0.66	0.4	-0.4
4g1	0.5	0.5	0.77	-0.1
4g1.5	0.4	0.6	0.58	0.15

(a)



(b)

FIGURE 7.17 – Tableau des coefficients α_g ajustés pour les différentes suspensions de compositions différentes.

il ne permet pas de prédire parfaitement les vitesses du front oscillant, pour ces mêmes suspensions, correspondant à des compositions $\beta_g > 1$. Les valeurs des α_i sont données, à titre indicatif, dans le tableau 7.17-a et sont représentées, en fonction de la composition en grosses particules β_g , sur la figure 7.17-b. Notons que l'on a différencié la suspension n° 4p et n° 4g, qui donne des valeurs de α_g différentes, pour la même composition. Les valeurs de α_g et α_p sont du même ordre de grandeur que celles trouvées dans le chapitre précédent : $\alpha_g \simeq 0.3-0.6$ et $\alpha_p \simeq 0.65-0.15$.

7.2.3 Discussion

Sur la base de toutes les observations faites, on peut essayer de comprendre l'action respective des grosses et des petites billes sur le phénomène oscillant.

Si on écarte la zone de hauteur $H_{susp} - z_{fmax}$ non-mobilisée et qu'on s'intéresse seulement à la suspension située en dessous de la position z_{fmax} (dans laquelle toutes les billes se réorganisent et participent au mélange), la nouvelle composition de la suspension à considérer est $(\phi_p^- < \phi_p^0, \phi_g^0)$. Lorsqu'on ajoute des grosses billes à cette nouvelle suspension, sa composition en petites et grosses particules devient $(\phi_p^-, \phi_g^+ > \phi_g^0)$, on peut donc penser que les grosses billes vont amplifier leur action car on change la composition en grosses billes de la suspension qui ségrège. On devrait vérifier cette influence en constatant un changement de vitesse de front V_f car celle-ci dépend de la composition (ϕ_p, ϕ_g) , or ce n'est pas le cas. La vitesse de front V_f reste inchangée $V_f(\phi_p^-, \phi_g^+) \simeq V_f(\phi_p^-, \phi_g^0)$ (cf figure 7.15-a). L'ajout de grosses billes n'influence donc pas la vitesse du phénomène d'oscillation, si ce n'est la

hauteur $z_{fmax} - z_{fmin}$ sur laquelle ségrégent les grosses billes (cf figure 7.13-a).

A contrario, lorsqu'on ajoute des petites billes à une suspension bidisperse contenant en même proportion des petites et des grosses billes ($\phi_p^0 = \frac{\phi}{2}$ et $\phi_g^0 = \frac{\phi}{2}$) et dans laquelle on est certain qu'il existe une bande "inactive" de très petites billes dans la partie supérieure de la suspension (cf figure 7.9-a), on s'attend à ce que cette zone s'agrandisse, ce qui n'est pas le cas (cf figure 7.9-b). Cette bande diminue considérablement et semble même disparaître. Cette diminution non négligeable est accompagnée d'un changement de la vitesse de front, il devient plus rapide. Toutes les billes se réorganisent dans la suspension et participent au phénomène d'oscillation. Lorsqu'on ajoute encore des petites billes, cette zone qui ne semblait pas participer réapparaît et est plus étendue. On peut penser que la vitesse de front va également changer mais elle reste identique à la précédente. Ceci confirme bien une influence des petites billes, mais montre que la bande qui semblait être de très petites billes expulsées de la suspension et "inactives" dans le phénomène oscillant, en réalité ne l'est pas. Malheureusement, nous n'avons pas trouvé d'explication à ce phénomène.

L'étude des différentes compositions ne nous permettant pas de clarifier l'influence relative de chaque billes de taille différente, sur le phénomène oscillant, et de mieux comprendre ce comportement, nous avons donc étudié un autre paramètre sur une suspension de composition en petites et grosses billes identique ($\phi_p = \phi_g = \frac{\phi}{2}$) : la viscosité du fluide suspendant.

7.2.4 Influence de la viscosité du fluide

L'effet de la viscosité a été testé sur le comportement oscillant des suspensions bidisperses en modifiant la température de l'eau dans laquelle est placée la cellule de fluidisation. Trois températures différentes sont imposées : $T = 20, 25$ et 30 °C, ce qui permet d'obtenir une viscosité respective de $\eta_f \sim 27, 19$ et 17 cP. En conséquence, la vitesse de Stokes de chaque particule augmente d'environ 40% en passant de 20 à 30 °C. Pour chaque température imposée, différentes vitesses débitantes V_d sont imposées. Les diagrammes spatio-temporels d'atténuation pour tous les débits étudiés sont représentés en annexe : sur la figure G.6, pour $T = 20$ °C, G.7, pour $T = 25$ °C et G.8, pour $T = 30$ °C. Le phénomène d'oscillation est toujours présent. La figure 7.18 représente trois exemples de diagrammes spatio-temporels d'atténuation, pour les trois températures différentes, dans une suspension de fraction volumique identique $\phi_{moy} = 0.41$ (soit trois vitesses débitantes différentes $|V_d|(T = 20$ °C) = 0.046 mm.s⁻¹, $|V_d|(T = 25$ °C) = 0.059 mm.s⁻¹ et $|V_d|(T = 30$ °C) = 0.066 mm.s⁻¹, mais correspondant à une même valeur du rapport $|V_d|/U_g^0 = 0.056$). On remarque que pour une même hauteur de suspension H_{susp} , les positions minimum z_{fmin} et maximum z_{fmax} du front sont

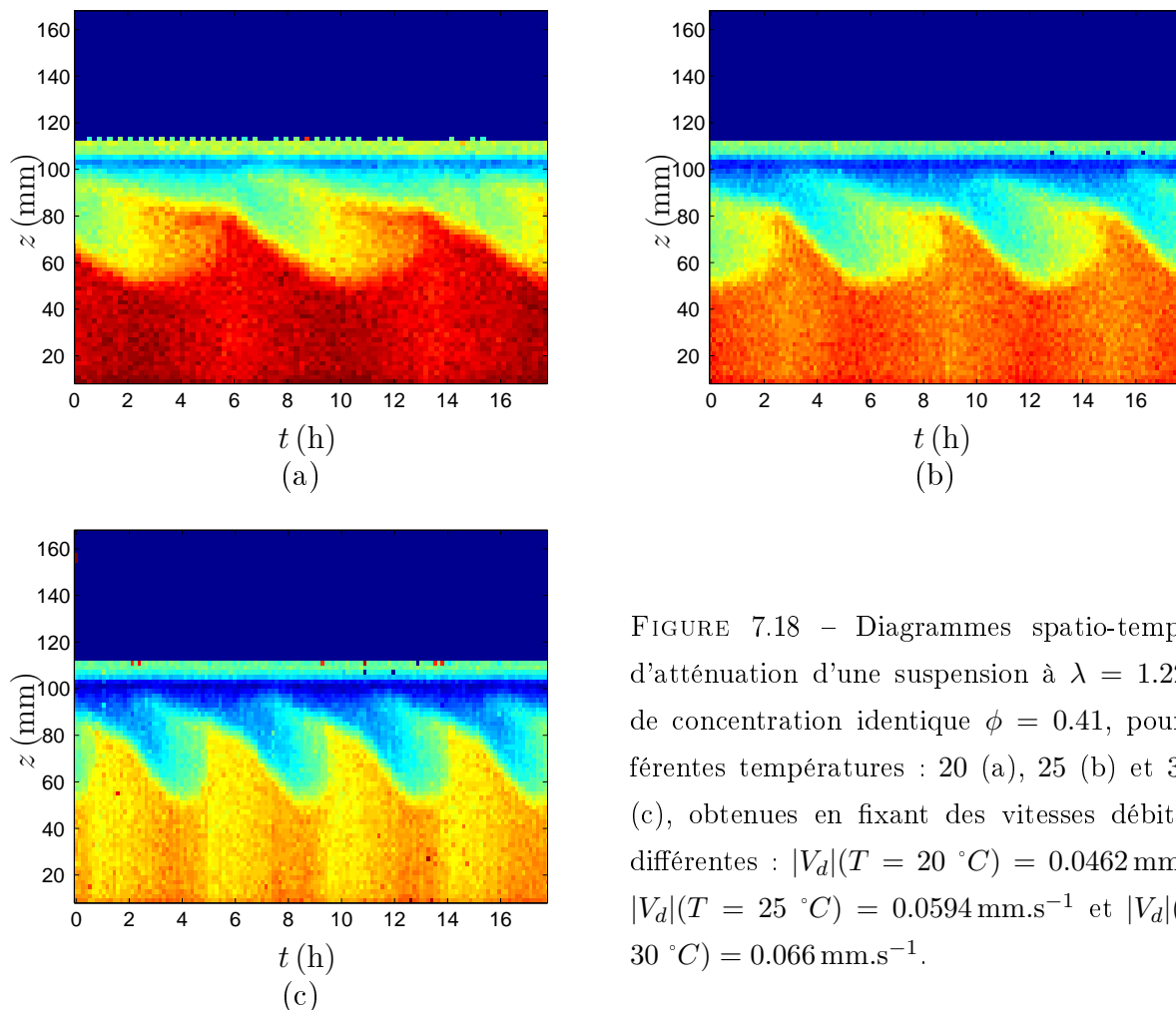


FIGURE 7.18 – Diagrammes spatio-temporels d’atténuation d’une suspension à $\lambda = 1.226$ et de concentration identique $\phi = 0.41$, pour différentes températures : 20 (a), 25 (b) et 30 °C (c), obtenues en fixant des vitesses débitantes différentes : $|V_d|(T = 20 \text{ °C}) = 0.0462 \text{ mm.s}^{-1}$, $|V_d|(T = 25 \text{ °C}) = 0.0594 \text{ mm.s}^{-1}$ et $|V_d|(T = 30 \text{ °C}) = 0.066 \text{ mm.s}^{-1}$.

identiques. La figure 7.19 représente ces deux positions et la hauteur de suspension, pour les trois températures différentes imposées, en fonction de la vitesse débitante normalisée par la vitesse de Stokes des grosses billes $|V_d|/U_g^0$. Elles sont comparées à la hauteur de la suspension ($H_{suspG} + H_{suspP}$) et à la position du front interne ($z = H_{suspG}$) attendues pour une suspension complètement ségrégée. Ceci permet de comparer les positions du front à celles attendues si la suspension bidisperse était totalement ségrégée, ainsi que les hauteurs de suspension. L’évolution des différentes hauteurs est identique pour les trois températures. Notons que la hauteur de suspension, quelle que soit la vitesse débitante normalisée est légèrement plus grande que celle qu’elle aurait si elle était totalement ségrégée à cette même vitesse normalisée. La suspension bidisperse dans l’état mélangé ou ségrégé partiellement est légèrement plus décompactée que si elle était ségrégée totalement. A $|V_d|/U_g^0$ fixé (\equiv à concentration fixée), la période, quant à elle, change lorsque l’on varie la viscosité du fluide interstitiel (cf figure 7.18). Elle est de $\sim 8 \text{ h}$ à $T = 20 \text{ °C}$, passe à $\sim 6 \text{ h}$ pour $T = 25 \text{ °C}$,

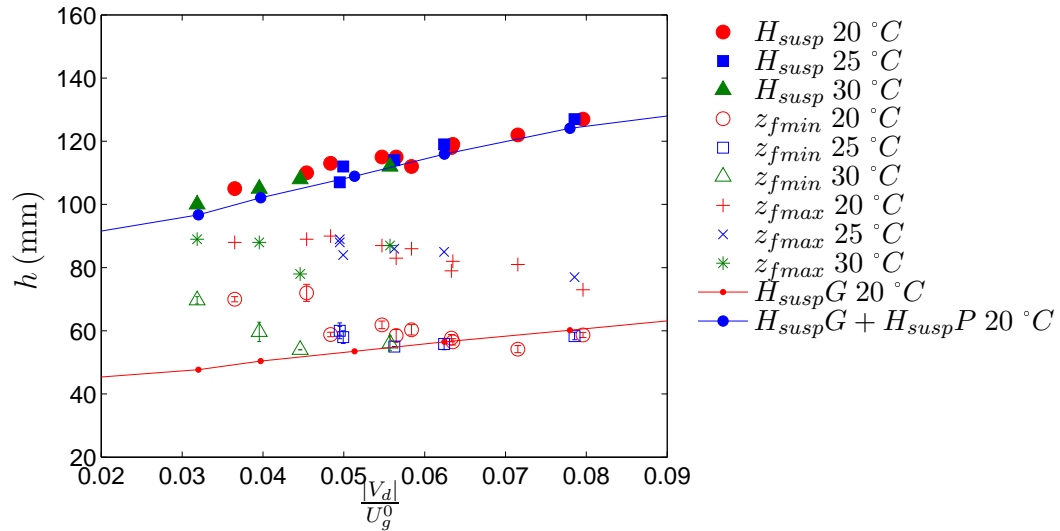


FIGURE 7.19 – Position minimum z_{fmin} et maximum z_{fmax} du front interne, en fonction de la vitesse débitante $|V_d|$ normalisée par la vitesse de Stokes des grosses particules U_g^0 . Elles sont comparées aux hauteurs de suspensions si elles étaient constituées uniquement des grosses billes et constituées d’une superposition de suspensions monodisperses de grosses et petites billes.

et diminue encore à $\sim 4 h30$ à $T = 30$ °C. Moins le fluide est visqueux, plus la période est petite.

En effet, lorsque la viscosité diminue, la vitesse de Stokes des particules devient plus grande, les grosses billes ségrègent donc plus vite que dans un fluide moins visqueux et *a fortiori*, dans une suspension de viscosité effective plus faible. La période étant liée étroitement au temps de ségrégation, elle devient donc plus petite. On peut donc supposer qu’une normalisation de la période mais également des autres grandeurs : temps de ségrégation, temps de mélange et vitesse du front, peuvent être réalisée avec la vitesse de Stokes. Je choisis de prendre celles des grosses billes, ayant gardé constant la taille de celles-ci tout au long de l’étude des suspensions bidisperses. Je précise que la normalisation par la vitesse de Stokes des petites donne des résultats similaires. Pour l’échelle de longueur, nous avons évoqué, plusieurs distances, comme la hauteur de suspension H_{susp} , la hauteur de ségrégation $H_{seg} = z_{fmax} - z_{fmin}$, la hauteur $H_{susp} - z_{fmin}$ ou bien la hauteur $H_{susp} - z_{fmax}$. Toutes ces longueurs ont été testées pour la normalisation, ainsi qu’une longueur fixe au système : la taille des grosses billes $2a_g$.

Les périodes non normalisées et normalisées par les différentes échelles de longueur, sont représentées sur les figures 7.20-a1-b1-c1 et 7.21-d1-e1-f1, pour les trois températures diffé-

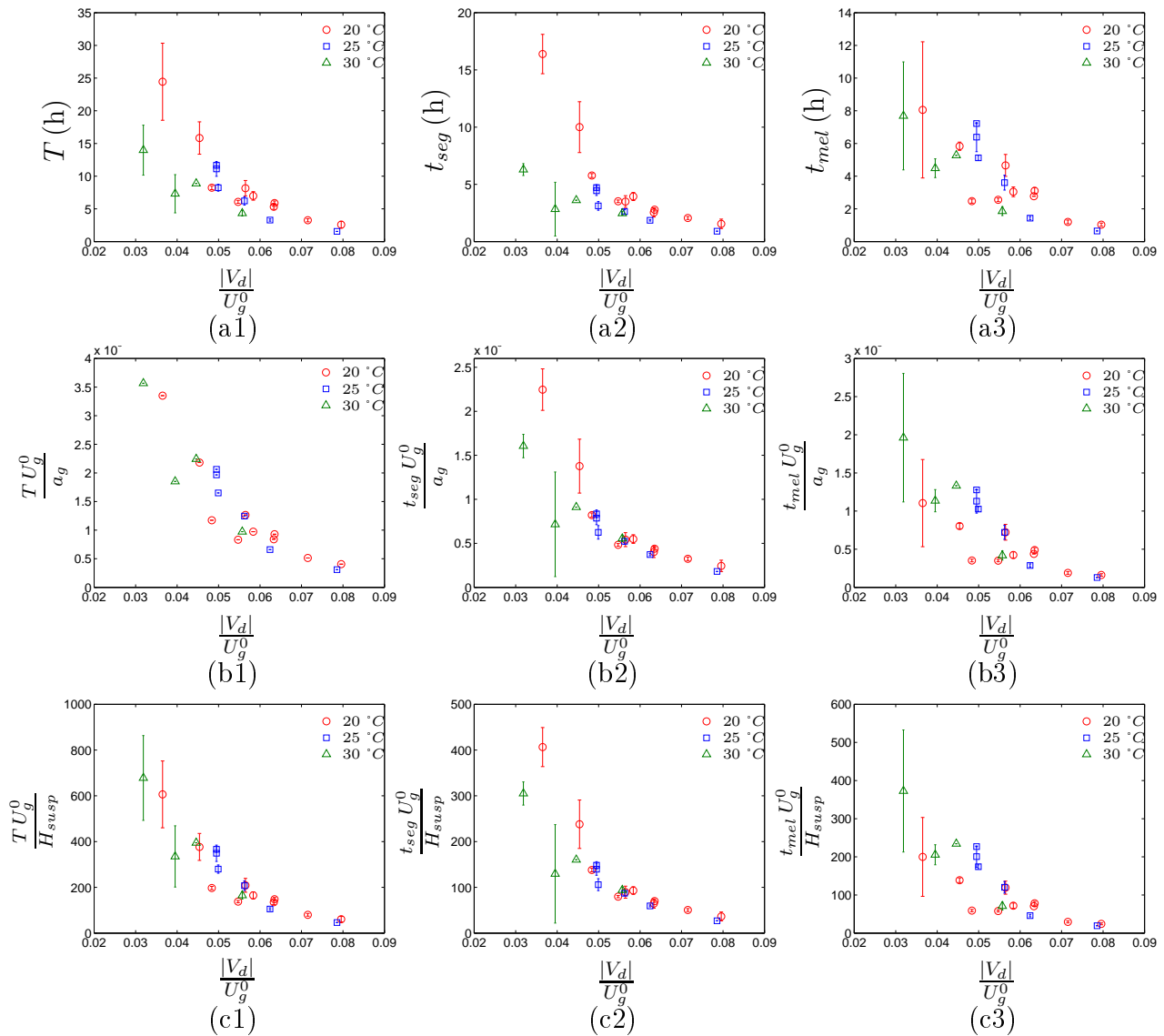


FIGURE 7.20 – Période T (a1), temps de ségrégation t_{seg} (a2) et temps de mélange t_{mel} (a3), en fonction de la vitesse débitante normalisée $|V_d|/U_g^0$, ainsi que les normalisations basées sur la vitesse de Stokes des grosses et sur différentes échelles de longueurs : le diamètre des grosses billes $2a_g$ (b) et la hauteur de suspension H_{susp} (c).

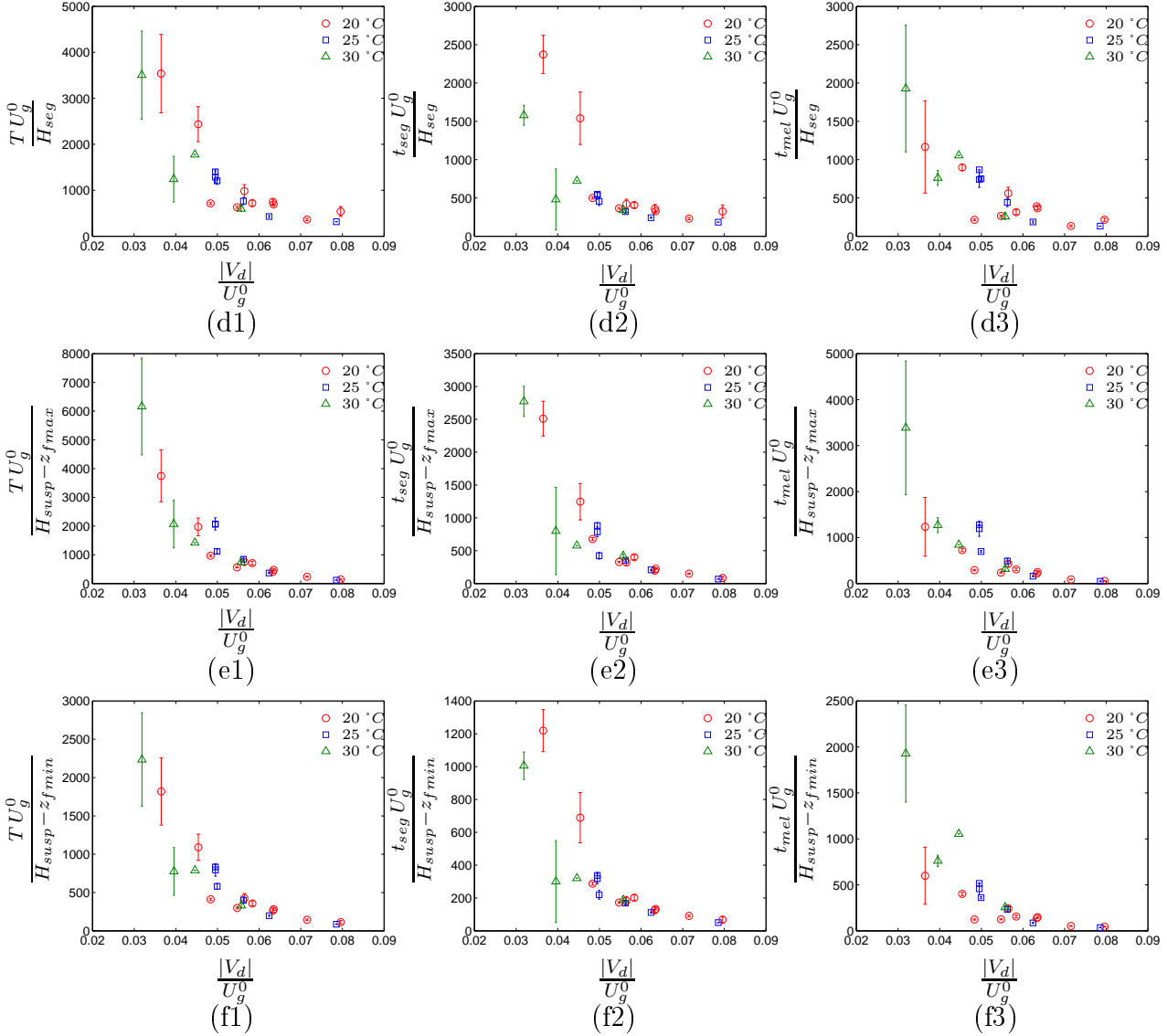


FIGURE 7.21 – Période T (1), temps de ségrégation t_{seg} (2) et temps de mélange t_{mel} (3), en fonction de la vitesse débitante normalisée $|V_d|/U_g^0$, ainsi que les normalisations basées sur la vitesse de Stokes des grosses et sur différentes échelles de longueurs : $H_{seg} = z_{fmax} - z_{fmin}$ (a), $H_{susp} - z_{fmax}$ (b) et $H_{susp} - z_{fmin}$ (c).

rentes, en fonction de la vitesse débitante normalisée $|V_d|/U_g^0$. Pour les trois températures, la période non normalisée (cf figure 7.20-a1) suit la même évolution avec la vitesse débitante normalisée, elle diminue lorsque la vitesse imposée augmente. On vérifie que plus la viscosité effective de la suspension est faible, plus la période diminue. On peut s'attendre à ce que la hauteur de suspension (cf figure 7.20-c) ou bien la hauteur de ségrégation (cf figure 7.21-d) soient les longueurs les plus judicieuses à choisir pour la normalisation. Cependant, les périodes normalisées par les différentes longueurs révèlent que la plus pertinente permettant une meilleure normalisation est la hauteur $H_{susp} - z_{fmax}$ de la zone située au-dessus de la "cellule ségrégation/mélange", et composée de petites billes (cf figure 7.21-e1). Elle permet de réunir les données sur une même courbe maîtresse.

La normalisation par ces différentes longueurs pouvant caractériser le phénomène, du temps de ségrégation t_{seg} et du temps de mélange t_{mel} est également testée. Ils sont reportés sur les figures 7.20-a2-b2-c2 et 7.21-d2-e2-f2 pour t_{seg} , et sur les figures 7.20-a3-b3-c3 et 7.21-d3-e3-f3 pour t_{mel} . On constate que la normalisation du temps de ségrégation t_{seg} , par la hauteur $H_{susp} - z_{max}$ est convaincante pour des vitesses débitantes élevées ($|V_d|/U_g^0 > 0.045$) (cf 7.21-e2), tandis que la normalisation du temps de la phase de mélange t_{mel} laisse une dispersion des données (cf 7.21-e3). Il est à noter que la dispersion des points qui subsiste sur le graphe normalisé est comparable à la dispersion des points au sein d'une même série. En ce qui concerne les vitesses du front V_f , la normalisation est convaincante pour les températures $T = 25$ et 30 °C et un peu moins pour $T = 20$ °C (cf figure 7.22).

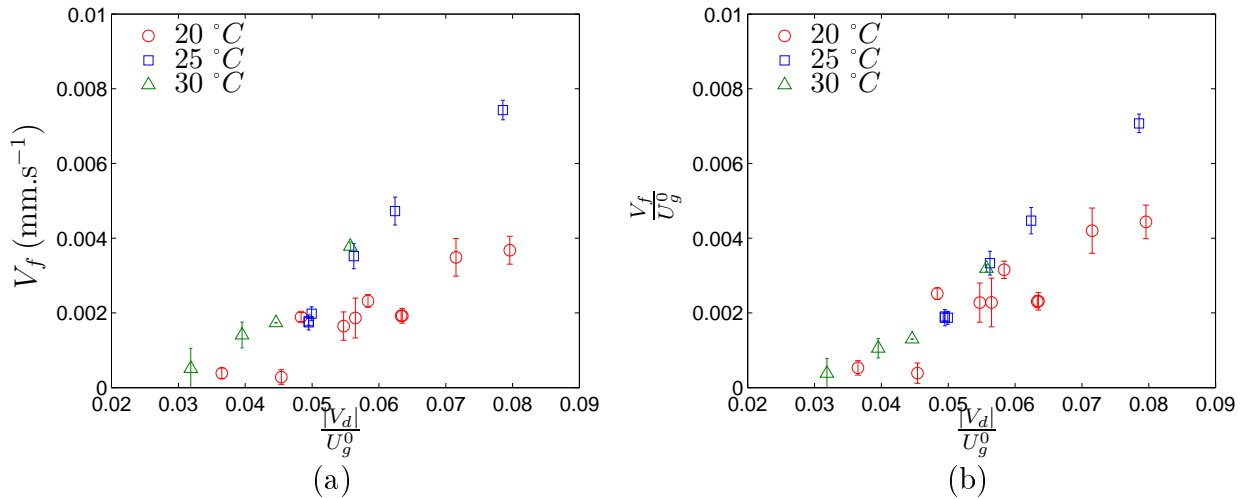


FIGURE 7.22 – Vitesse du front oscillant V_f (a) et vitesse du front oscillant normalisée par la vitesse de Stokes U_g^0 (b), en fonction de la vitesse débitante $|V_d|$ normalisée par U_g^0 , pour trois températures différentes : 20, 25 et 30 °C.

L'échelle de longueur caractérisant au mieux le comportement d'oscillation alternant états ségrégés et états mélangés est la hauteur de la zone située au-dessus de la cellule où le phénomène s'opère. Nous avons observé, dans la section précédente, que les billes, présentes globalement dans la suspension, influencent les oscillations. La zone de hauteur $H_{susp} - z_{fmax}$, comprenant une partie des petites billes, et qui nous semblait "inactive" dans la suspension bidisperse est en réalité active. L'alternance ségrégation et mélange des grosses billes, est influencée par ce qui se passe au dessus d'elles. Cependant, il nous est impossible de prédire à l'avance la présence ou non de cette zone de petites billes et son étendue.

7.3 Limites du phénomène

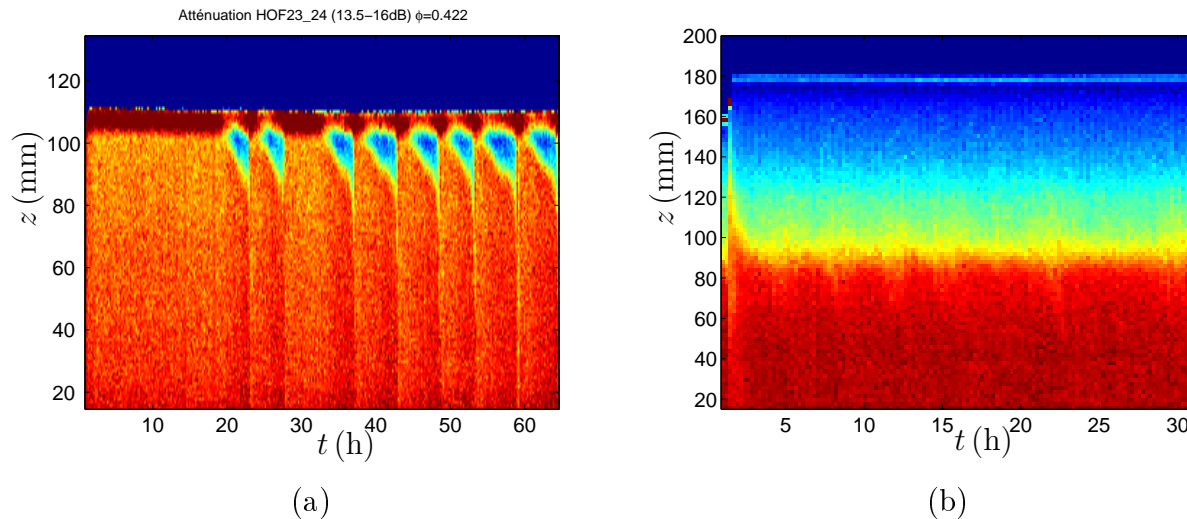


FIGURE 7.23 – Diagramme spatio-temporel de l'atténuation de suspensions bidisperses de composition $\beta_g = 0.5$, pour un rapport de taille $\lambda = 1.226$ fluidisée à $|V_d| = 0.0363 \text{ mm.s}^{-1}$ ($\phi = 0.42$) (a), et à $|V_d| = 0.148 \text{ mm.s}^{-1}$ ($\phi = 0.26$) (b).

Il existe un seuil minimum de vitesse débitante V_{dmin} , proche du seuil de fluidisation et différent pour chaque composition β_g , en deçà de laquelle les suspensions peuvent présenter des comportements intermittents, où l'état mélangé peut parfois perdurer plus ou moins longtemps. La figure 7.23-a montre un exemple d'évolution d'une suspension bidisperse de rapport de taille $\lambda = 1.226$ et de composition $\beta_g = 0.5$. La suspension présente un état mélangé, semblant "stationnaire", entrecoupé de bouffées oscillantes dont la période est régulière. Il est à noter que la durée typique des états mélangés "stationnaires" augmente lorsque le débit est abaissé, et pour les expériences réalisées juste au-dessous de la valeur

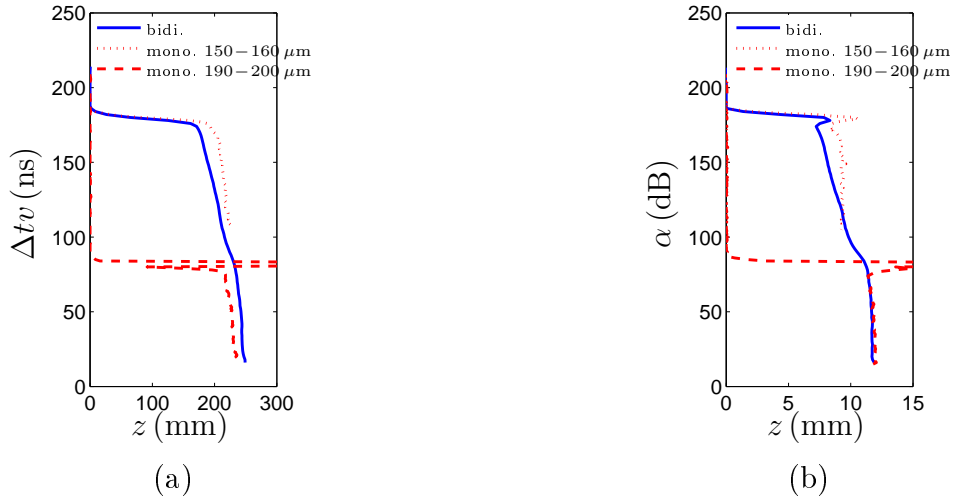


FIGURE 7.24 – Profil de temps de vol (a) et d’atténuation (b) dans une suspension pour une vitesse débitante $|V_d| = 0.148 \text{ mm.s}^{-1}$ ($\phi = 0.26$).

seuil V_{dmin} et pour ce rapport de taille, l’état mélangé est même le seul état observé (pour des durées d’expériences de plusieurs jours).

Au contraire, dans la limite des fortes vitesses débitantes, donc pour des concentrations moyennes en particules plus faibles, les suspensions, sont stationnaires et semblent être dans un état de ségrégation totale. L’incertitude à décrire l’état dans lequel se trouve les suspensions bidisperses à fortes vitesses débitantes, provient de la résolution temporelle du dispositif de mesure. Les diagrammes spatio-temporels présentent un front stationnaire entre le bas et le haut de la suspension (cf figure 7.23-b). De plus, pour des concentrations assez faibles ($\phi_{moy} < 0.30$), la concentration locale, en haut des suspensions, déduite grâce aux mesures de temps de vol, n’est plus constante, contrairement aux suspensions monodisperses de petites billes. Dans le bas des suspensions, la concentration est bien uniforme jusqu’à une certaine cote, puis, elle diminue continument avec une variation relative plus importante ($\sim 15\%$) que celle observée dans le cas d’une suspension monodisperse de petites billes à cette même vitesse débitante. Les profils de temps de vol et d’atténuations moyennés en temps lorsque l’état stationnaire est atteint, dans une suspension bidisperse fluidisée à une forte vitesse débitante ($|V_d| = 0.148 \text{ mm.s}^{-1}$), sont représentés sur la figure 7.24. Les profils dans les suspensions monodisperses en petites et grosses billes, fluidisées à la même vitesse débitante, sont également reportés sur les graphes. Ces profils montrent que le haut de la suspension n’est plus à une concentration constante.

7.4 Conclusion

Nous avons étudié le comportement des suspensions bidisperses de rapports de tailles tendant vers 1. Les suspensions à certaines vitesses débitantes, ne présentent pas d'état stationnaire. Pour une composition $\beta_g = 0.5$, la suspension oscille entre des états mélangés et des états partiellement ségrégés dans la gamme de fraction volumique $0.37 < \phi < 0.45$. L'alternance de phase de ségrégation, correspondant aux grosses billes qui sédimentent, et de phase de mélange, s'opère seulement sur une zone de la suspension ("cellule de mélange"). Ce phénomène présente une période bien définie. L'observation du front oscillant, lors de la phase de ségrégation, a permis des mesures de vitesses de front et des vitesses de sédimentation, qui coïncident à celles calculées par le modèle de Funamizu & Takakuwa, prédisant les vitesses de sédimentation de chaque espèce de billes.

Nous avons par ailleurs montré que la hauteur de suspension ne variait pas suivant les différentes étapes par lesquelles passe la suspension. Les changements de configuration spatiale s'opérant au sein même de la suspension ne modifie en rien la concentration moyenne de la suspension.

De plus, l'étude des différentes compositions relatives $\beta_g \in [0.33; 0.66]$ a montré, également, que le comportement oscillant était toujours présent, mais sur une gamme de concentration agrandie, quel que soit l'espèce de billes en excès (grosses ou petites, $\beta_g \neq 0.5$). Le diagramme 8.1-a résume les phénomènes observés, en fonction de la concentration, pour chaque suspension de compositions différentes.

Les résultats obtenus sur les suspensions de viscosités différentes et sur les suspensions de différente composition ont montré que les oscillations sont principalement influencées par ce qui est au-dessus de la "cellule de mélange", composée de petites billes.

Enfin, l'étude de trois suspensions de même rapport de taille ($\lambda = 1.23$) et de même composition ($\beta_g = 0.5$), réalisées avec des échantillons de billes provenant du même lot de billes mais tamisées différemment et dans deux cellules de sections légèrement différentes, a montré des différences dans le comportement oscillant. Ainsi, l'amplitude de la cellule d'oscillation ($z_{fzmax} - z_{fzmin}$) et sa position sont différentes suivant les distributions en tailles des billes composant les suspensions. A l'exception des positions des différents fronts et de la gamme de concentration sur laquelle apparaît les oscillations, le phénomène oscillant reste similaire. Cependant, ces différences ne mettent pas en cause l'existence du phénomène

Chapitre 8

Conclusion

Dans cette partie, je me suis intéressée à la fluidisation de suspensions bidisperses de rapport de tailles λ proche de 1.

L'étude montre que, pour des rapports de tailles assez éloignés de 1, $\lambda \in [1.36; 1.69]$, les suspensions montrent un état de ségrégation totale stationnaire, quelque soit la concentration moyenne de la suspension. L'état stationnaire se présente sous la forme d'une suspension monodisperse de grosses billes de concentration ϕ_g^{mono} , surmontée d'une suspension monodisperse de petites de concentration ϕ_p^{mono} , où ϕ_i^{mono} est la concentration des particules i fluidisées à la vitesse débitante V_d considérée. La dynamique de la ségrégation à vitesse de fluidisation constante, a été étudiée à partir d'un état initial mélangé fortement décompacté : la suspension bidisperse mélangée s'adapte rapidement à une hauteur H_{susp} , qui reste ensuite pratiquement constante lors du processus, lent, de ségrégation. Nous interprétons ce comportement comme une reconcentration rapide de la suspension à une fraction volumique $(\phi_p + \phi_g)$ telle que la fluidisation compense la vitesse volumique moyenne des particules :

$$U_{p+g} = \phi_g U_{g,p} + \phi_p U_{p,g} \quad (8.1)$$

La relation $|V_d| = U_{p,g}$ a été testée avec différents modèles, proposés dans la littérature, pour les vitesses de sédimentation $U_{i,j}$. Un bon accord a été trouvé, qui semble confirmer notre hypothèse sur la nullité du transport moyen des particules. Par contre parmi ces modèles testés, un seul, celui de Funamizu & Takakuwa, permet de rendre compte de nos mesures de vitesses de front de ségrégation V_{fi} . Il fait intervenir deux paramètres ajustables supplémentaires, en plus de ceux obtenus pour des suspensions monodisperses. Toutefois, d'après nos mesures de vitesses, l'ajustement d'un seul coefficient $\alpha_g \simeq 0.5$ ($\alpha_p = 0$) nous a permis de rendre compte, avec un très bon accord, des différentes vitesses déduites des expériences : les vitesses des deux fronts, V_{fg} et V_{fp} , observés dans notre lit fluidisé, les vitesses de sédi-

mentation de chaque bille i en présence des billes j , $U_{i,j}$, et les vitesses de sédimentation des suspensions bidisperse, U_{g+p} .

Il serait intéressant de tester le modèle sur des suspensions fluidisées, dont on ferait varier la proportion en petite et grosse billes dans le mélange, afin de connaître la robustesse de celui-ci.

Les diagrammes 8.1-a-b résument les différents comportements obtenus, en fonction de la concentration, pour les suspensions ayant un rapport de tailles fixé $\lambda = 1.23$, mais des compositions différentes $\beta_g \in [0.33; 0.66]$ (cf figure 8.1-a), et pour les suspensions ayant la même composition en petites et grosses billes ($\beta_g = 0.5$), mais des rapports de tailles différents $\lambda \in [1.19; 1.69]$ (figure 8.1-b).

Lorsque le rapport de tailles tend vers 1, $\lambda < 1.23$, les suspensions ne présentent plus d'état stationnaire. Dans une gamme de concentration $0.37 < \phi < 0.45$, les suspensions de même composition que les suspensions précédentes, montrent une alternance de phase de ségrégation et de phase de mélange avec une période bien définie. L'alternance de phase de ségrégation, correspondant aux grosses billes qui sédimentent, et de phase de mélange, s'opère seulement sur une zone de la suspension ("cellule de mélange"). Les changements de configurations spatiales s'opérant au sein même de la suspension n'influent pas sur la concentration moyenne de la suspension, comme dans les suspensions précédentes.

L'étude de différentes compositions relatives $\beta_g \in [0.33; 0.66]$ a montré que le comportement oscillant était toujours présent sur une gamme de concentration variant avec la composition β_g (gamme d'autant plus étendue que la composition est déséquilibrée $\beta_g \neq 0.5$). De plus, l'effet de la viscosité semble montrer que les oscillations sont principalement influencées par la zone située au-dessus de la "cellule de mélange", composée essentiellement de petites billes. Enfin, l'étude de trois suspensions de même rapport de taille ($\lambda = 1.23$) et de même composition ($\beta_g = 0.5$), réalisées avec des échantillons de billes provenant du même lot de billes mais tamisées différemment et dans deux cellules de sections légèrement différentes, a montré des différences dans le comportement oscillant. Ainsi, l'étendue de la cellule d'oscillation ($z_{fmax} - z_{fmin}$) et sa position sont différentes suivant les distributions en tailles des billes composant les suspensions. A l'exception des positions des différents fronts et de la gamme de concentration sur laquelle apparaissent les oscillations, le phénomène oscillant reste toutefois similaire. Cependant, ces différences ne mettent pas en cause l'existence du phénomène.

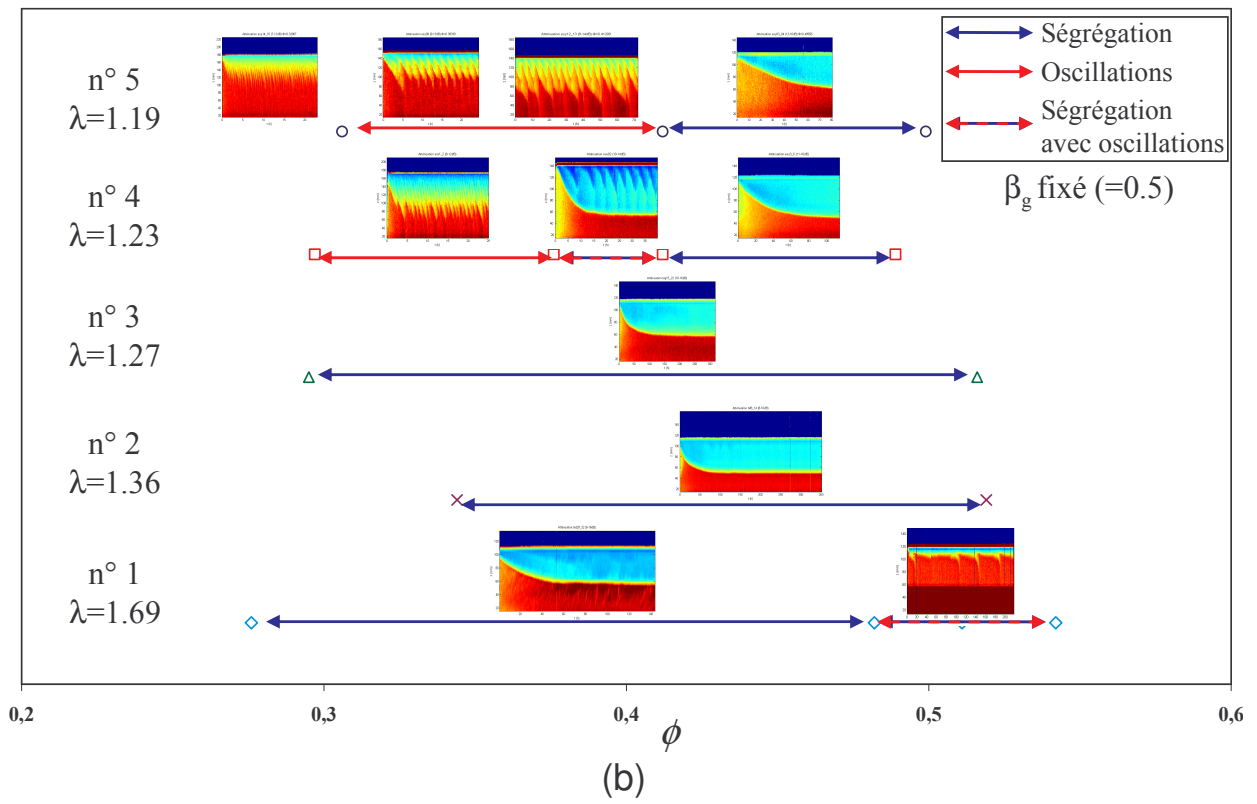
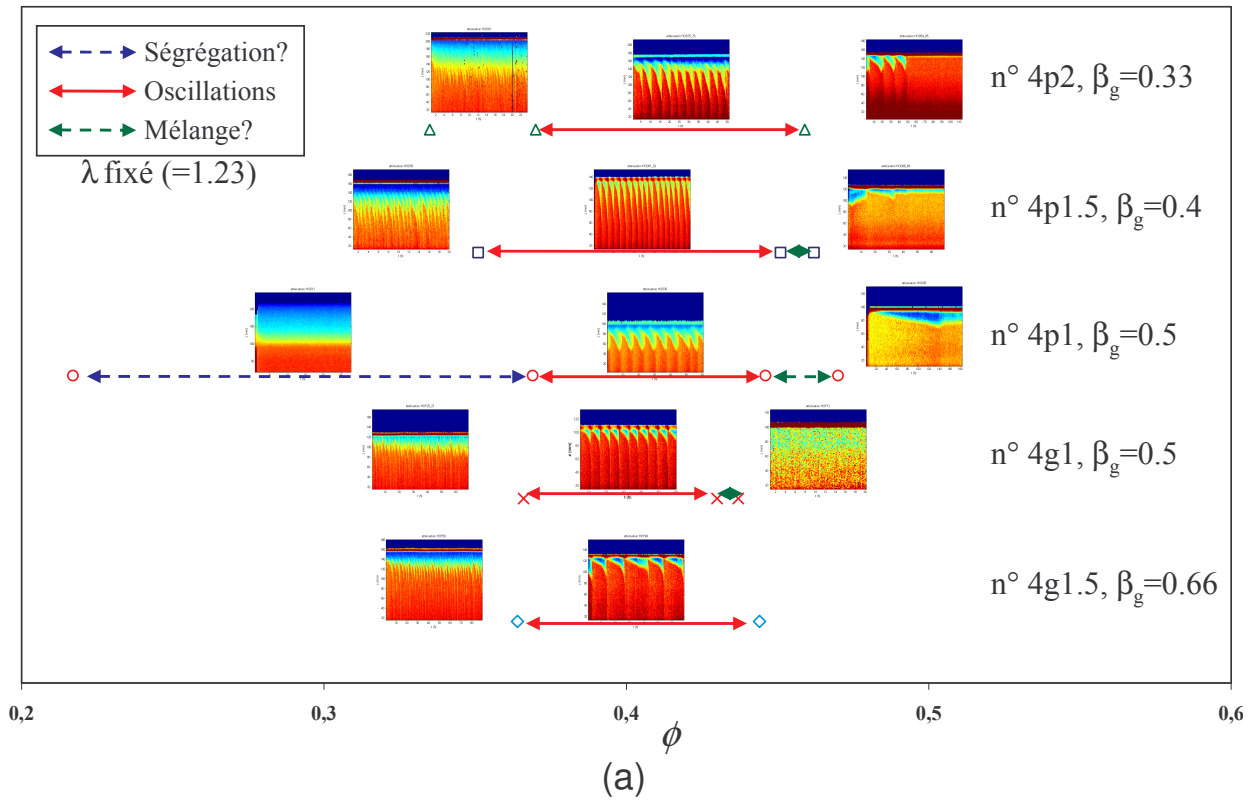


FIGURE 8.1 – Représentation des différents comportements par rapport de tailles et en fonction de la concentration ϕ

Chapitre 9

Conclusion générale

Ce travail s'est placé dans le cadre général de l'étude de suspensions macroscopiques, liquide/solide, en régime visqueux pour lesquelles les interactions sont purement hydrodynamiques. Deux aspects fondamentaux dans ce type de systèmes ont été abordés au travers de deux expériences modèles.

La première, de nature rhéologique, avait pour but la caractérisation des contraintes de la phase fluide dans une suspension isodense cisailée. La méthode de mesure, développée durant ma thèse, permet de mettre en évidence une pression des particules, proportionnelle au cisaillement imposé, analogue à la pression osmotique, proportionnelle à la température dans les systèmes Browniens. Les résultats obtenus sur des suspensions de concentration en particules allant de 0.30 à 0.50, indiquent que les contraintes normales induites varient linéairement avec le taux de cisaillement et dépendent fortement de la concentration.

La deuxième expérience concernait des suspensions bidisperses (différentes en tailles) fluidisées, dans lesquelles les particules avaient une densité différente du fluide suspendant. L'efficacité de la fluidisation à ségréger ou à mélanger les particules de tailles différentes a été testée pour différentes vitesses débitantes imposées. J'ai montré que pour des rapports de tailles assez grands ($\lambda > 1.27$) et quelque soit la concentration en particules, il existait un état ségrégé stationnaire, induit par la différence de vitesses de sédimentation (suspension monodisperse de grosses billes surmontée d'une suspension monodisperse de petites). La mesure des fronts de ségrégation a permis de discriminer les nombreux modèles empiriques proposés pour la sédimentation bidisperse. Un seul modèle (Funamizu & Takakuwa [33]) permet de rendre compte de nos mesures de fronts, avec un seul paramètre ajustable α_g (l'un des deux paramètres du modèle étant identiquement nul : $\alpha_p = 0$).

En revanche, lorsque le rapport de taille tend vers 1, et pour une certaine gamme de concentration ($0.37 < \phi < 0.45$), aucun état stationnaire n'a été observé. Les suspensions oscillent,

de façon périodique, entre des états mélangés et des états partiellement ségrégés avec une période variant selon la composition de la suspension et la concentration. Durant ces oscillations, le processus de ségrégation est interrompu par un phénomène de mélange encore inexpliqué.

Bibliographie

- [1] M. Abbas, E. Climent, O. Simonin, and M. R. Maxey. Dynamics of bidisperse suspensions under Stokes flows : Linear shear flow and sedimentation. *Phys. Fluids*, 18(12) :1504–1520, 2006.
- [2] JR Abbott, N. Tetlow, AL Graham, SA Altobelli, E. Fukushima, LA Mondy, and TS Stephens. Experimental observations of particle migration in concentrated suspensions : Couette flow. *Journal of Rheology*, 35 :773, 1991.
- [3] D. J. Acherson. *Elementary Fluid Dynamics*. Clarendon Press, 1990.
- [4] A. Acrivos, R. Mauri, and X. Fan. Shear-induced resuspension in a Couette device. *International journal of multiphase flow*, 19(5) :797–802, 1993.
- [5] M. A. Al-Naafa and M. S. Selim. Sedimentation of Polydisperse concentrated suspensions. *Canadian J. of Chem. Eng.*, 67 :257, 1989.
- [6] M. Asif. Segregation velocity model for fluidized suspension of binary mixture of particles. *Chemical Engineering and Processing*, 37(4) :279–286, 1998.
- [7] J.C. Bacri, M. Hoyos, N. Rakotomalala, D. Salin, M. Bourlion, G. Daccord, R. Lenormand, and S. Soucemarianadin. Ultrasonic diagnostic diagnostic in porous media and suspensions. *J. Phys.(France)*, 1 :1455–1466, 1991.
- [8] K. V. S. R. Bandaru, L. C. Kressler, M. W. Wolff, U. Reichl, A. Seidel Morgenstern, and S. Pushpavanam. Hydrodynamic characteristics and expansion behavior of beds containing single and binary mixtures of particles. *Ind. Eng. Chem. Res.*, 46 :4686–4694, 2007.
- [9] G. K. Batchelor. Sedimentation in a Dilute Polydisperse System of Interacting Spheres : 1. General Theory. *J. Fluid Mech.*, 119 :379, 1982.
- [10] G. K. Batchelor and J. T. Green. The determination of the bulk stress in a suspension of spherical particles to order c^2 . *J. Fluid Mech.*, 56(03) :401–427, 1972.
- [11] G. K. Batchelor and R.W. Jansa Van Rensburg. Structure formation in bidisperse sedimentation. *J. Fluid Mech.*, 166 :379–407, 1986.

- [12] G. K. Batchelor and C.S. Wen. Sedimentation in a Dilute Polydisperse System of Interacting Spheres : 2. Numerical Results. *J. Fluid Mech.*, 124 :495, 1982.
- [13] GK Batchelor. The stress system in a suspension of free-forces particles. *J. Fluid Mech.*, 41 :545–570, 1970.
- [14] M. Baudoin, J.L. Thomas, F. Coulouvrat, and D. Lhuillier. An extended coupled phase theory for the sound propagation in polydisperse concentrated suspensions of rigid particles. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 121 :3386, 2007.
- [15] M. A. Biot. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous medium. *J. Acoust. Soc. Am.*, 28 :168–178, 1956.
- [16] J. F. Brady. The rheological behavior of concentrated colloidal dispersions. *Chem. Phys.*, 99 :567–581, 1993.
- [17] D. Bruneau, R. Anthore, F. Feuillebois, X. Auvray, and C. Petipas. Measurement of the average velocity of sedimentation in a dilute polydisperse suspension of spheres. *J. Fluid Mech.*, 221 :577–596, 1990.
- [18] R. E. Caffisch and J. H. C. Luke. Variance in the sedimentating speed of a suspension. *Phys. Fluids*, 28 :1759, 1985.
- [19] D. Chan and RL Powell. Rheology of suspensions of spherical particles in a Newtonian and a non-Newtonian fluid. *Journal of non-newtonian fluid mechanics*, 15(2) :165–179, 1984.
- [20] MK Cheung, RL Powell, and MJ Mccarthy. Sedimentation of Noncolloidal Bidisperse Suspensions. *AIChE Journal*, 42(1) :271–276, 1996.
- [21] A. W. Chow, J. H. Iwayima, S. W. Sinton, and D. T. Leighton. Particle migration of non-brownian, concentrated suspensions in a truncated cone-and-plate. Society of Rheology Meeting (Sacramento), 1995.
- [22] A. W. Chow, S. W. Sinton, J. H. Iwayima, and T. S. Stephens. Shear-induced migration in couette and parallel-plate viscometers : Nmr imaging and stress measurements. *Phys. Fluids A*, 6 :2561–2676, 1994.
- [23] I. Cohen, T.G. Mason, and D.A. Weitz. Shear-Induced Configurations of Confined Colloidal Suspensions. *Physical Review Letters*, 93(4) :46001, 2004.
- [24] S. Daughan, L. Talini, Y. Peysson, and C. Allain. Settling in shear-thinning fluids. *Oil & Gas Sc. and Tech.*, 59 :71, 2004.
- [25] R.H. Davis and H. Gecol. Hindered settling function with no empirical parameters for polydisperse suspensions. *AIChE Journal*, 40(3) :570–575, 1994.

- [26] R. Di Felice. Hydrodynamics of liquid fluidisation. *Chem. Eng. Sc.*, 50(8) :1213–1245, 1995.
- [27] E. C. Eckstein, D. G. Bailey, and A. H Shapiro. Self-diffusion of particles in shear flow of suspension. *J. Fluid Mech*, 83 :695, 1977.
- [28] H. Eilers. The viscosity of emulsions made of highly viscous materials as a function of concentration. *Kolloid-Z*, 97, 1941.
- [29] A. Einstein. Über die von der molekularkinetischen Theorie der Wärme geforderte Bewegung von in ruhenden Flüssigkeiten suspendierten Teilchen. *Ann. Phys.(Leipzig)*, 17 :549–560, 1905.
- [30] A. Einstein. Investigations on the theory of the brownian movement. *Ann. Phys.*, 19, 1906. traduction de A. D. Cowper (1956).
- [31] A. W. Francis. Wall Effect in Falling Ball Method for Viscosity. *Physics*, 4 :403, 1933.
- [32] M. Frank, D. Anderson, E.R. Weeks, and J.F. Morris. Particle migration in pressure-driven flow of a Brownian suspension. *Journal of Fluid Mechanics*, 493 :363–378, 2003.
- [33] N. Funamizu and T. Takakuwa. A minimal potential energy model for predicting stratification pattern in binary and ternary solid-liquid fluidized beds. *Chemical Engineering Science*, 51(3) :341–351, 1996.
- [34] F. Gadala-Maria. *The rheology of concentrated suspensions*. PhD thesis, Stranford University, 1979.
- [35] J. Garside and M. R. Al-Dibouni. Velocity-voidage Relationship for Fluidization and Sedimentation in Solid-Liquid Systems. *Ind. Eng. Chem., Process Des. Dev.*, 16 :206, 1977.
- [36] J. H. Ham and G. M. Homsy. Hindered settling and hydrodynamic dispersion in quiescent suspension. *Intl. J. Multiphase Flow*, 14 :533–546, 1988.
- [37] H. Hasimoto. On the periodic fundamental solution of Stokes equation and their application to viscous flow past a cubic array of spheres. *J. Fluid Mech.*, 5 :317, 1959.
- [38] E. J. Hinch. An averaged-equation approach to particle interactions in a fluid suspension. *J. Fluid Mech.*, 83 :695, 1977.
- [39] E. J. Hinch. *Disorder and Mixing*, chapter Sedimentation of small particles, page 153. Kluwer Academic, 1988.
- [40] M. Hoyos, J.C. Bacri, J. Martin, and D. Salin. A study of the sedimentation of non-colloidal bidisperse, concentrated suspensions by an acoustic technique. *Phys. Fluids*, 6 :3809–3817, 1994.

- [41] S. C. Jana, B. Kapoor, and A. Acrivos. Apparent wall slip velocity coefficients in concentrated suspensions of noncolloidal particles. *J. Rheol.*, 39(6) :1123–1132, 1995.
- [42] D. J. Jeffrey, J. F. Morris, and J. F. Brady. The pressure moments for two spheres in low-reynolds-number flow. *Phys. Fluids A*, 5 :2317–2325, 1993.
- [43] S.C. Kennedy and R.H. Bretton. Axial dispersion of spheres fluidized with liquids. *A.I.Ch. J.*, 12 :24–30, 1966.
- [44] D. L. Koch and E. S. G. Shaqfeh. Screening in sedimenting suspensions. *J. Fluid Mech.*, 224 :275, 1991.
- [45] C. J. Koh, P. Hookham, and L. G. Leal. An Experimental Investigation of Concentrated Suspension Flows in a Rectangular Channel Flow. *J. Fluid Mech*, 363(1), 1994.
- [46] I. M. Krieger and T. J. Dougherty. A mechanism for non-newtonian flow in suspensions of rigid spheres. *J. Rheol.*, 3 :137–152, 1959.
- [47] G. P. Krishnan, S. Beimfohr, and D. T. Leighton. Shear-induced radial segregation in bidisperse suspensions. *J. Fluid Mech.*, 321 :371–393, 1996.
- [48] D. Leighton and Acrivos A. Viscous resuspension. *Chem. Eng. Sci.*, 41 :1377–1384, 1986.
- [49] D. Leighton and A. Acrivos. The shear-induced migration of particles in concentrated suspensions. *J. Fluid Mech.*, 177 :109–131, 1987.
- [50] M. Lenoble, P. Snabre, and B. Pouligny. The flow of a very concentrated slurry in a parallel-plate device : Influence of gravity. *Physics of Fluids*, 17 :073303, 2005.
- [51] M. J. Lockett and K. S. Bassoon. Sedimentation of binary particle mixtures. *Powder Technol*, 24(1-2), 1979.
- [52] MJ Lockett and HM Al-Habbooby. Differential settling by size of two particle species in a liquid. *Chemical Engineering Research and Design*, 51(a) :281–292, 1973.
- [53] MJ Lockett and HM Al-Habbooby. Relative particle velocities in two-species settling. *Powder Technol*, 10(1-2) :67–71, 1974.
- [54] J. Martin. *Exploration acoustique d’une suspension non-colloïdale perturbée. Mesure des grandeurs caractéristiques du système*. PhD thesis, Université P6, 1995.
- [55] J. Martin, N. Rakotomalala, and D. Salin. Hydrodynamic Dispersion of Noncolloidal Suspensions : Measurement from Einstein’s Argument. *Physical Review Letters*, 74(8) :1347–1350, 1995.

- [56] J.H. Masliyah. Hindered settling in a multiple-species particle system. *Chem. Eng. Sci.*, 34 :1166–1168, 1979.
- [57] P. Mills and P. Snabre. Rheology and structure of concentrated suspensions of spheres. shear induced particle migration. *J. Phys. II France*, 5 :1597–1608, 1995.
- [58] M. Mooney. The viscosity of a concentrated suspension of spherical particles. *J. Colloid Sci.*, 6(162-170) :8, 1951.
- [59] H. Morimati, T. Iwase, and T. Chiba. A comprehensive interpretation of solid layer inversion in liquid fluidized beds. *Chem. Eng. Sc.*, 37 :1751–1757, 1982.
- [60] J. F. Morris and F. Boulay. Curvilinear flows of noncolloidal suspensions : the role of normal stresses. *J. Rheol.*, 43 :1213–1237, 1999.
- [61] P. J. Mucha, S. Y. Tee, D. A. Weitz, B. I. Shraiman, and M. P. Brenner. A model for velocity fluctuations in sedimentation. *J. Fluid Mech.*, 501 :71–104, 2004.
- [62] H. Nicolai, B. Herzhaft, EJ Hinch, L. Oger, and E. Guazzelli. Particle velocity fluctuations and hydrodynamic self-diffusion of sedimenting non-Brownian spheres. *Physics of Fluids*, 7 :12, 1995.
- [63] A. Nollet. *Leçons de physique-experimentale*. CHippolyte-Louis Guerin, 1748.
- [64] P.R. Nott and J.F. Brady. Pressure-driven suspension flow : Simulation and theory. *J. Fluid Mech*, 275 :157, 1994.
- [65] G Ovarlez, F. Bertrand, and S Rodts. Local determination of the constitutive law of a dense suspension of noncolloidal particles through magnetic resonance imaging. *J. Rheol.*, 50 :259–292, 2006.
- [66] Y Peysson and E. Guazzelli. Velocity fluctuations in a bidisperse sedimenting suspension. *Phys. Fluids*, 11(7) :1953–1955, 1999.
- [67] R. J. Phillips, R. C. Armstrong, R. A. Brown, A. Graham, and J. R. Abbott. A constitutive model for concentrated suspensions that accounts for shear-induced particle migration. *Phys. Fluids*, 4 :679–695, 1992.
- [68] RJ Phillips, JF Brady, and G. Bossis. Hydrodynamic transport properties of hard-sphere dispersions. I. Suspensions of freely mobile particles. *Physics of Fluids*, 31 :3462, 1988.
- [69] DJ Pine, JP Gollub, JF Brady, and AM Leshansky. Chaos and threshold for irreversibility in sheared suspensions. *Nature*, 438(7070) :997–1000, 2005.
- [70] D. Prasad and HK Kytömaa. Particle stress and viscous compaction during shear of dense suspensions. *International Journal of Multiphase Flow*, 21(5) :775–785, 1995.

- [71] O. Reynolds. On the dilatancy of media composed of rigid particles in contact. *Phil. Mag*, 20(5) :46, 1885.
- [72] J. F. Richardson and W. N. Zaki. Sedimentation and fluidization :part i. *Trans. Inst. Chem. Eng.*, 32 :35, 1954.
- [73] R. Roscoe. The viscosity of suspensions of rigid spheres. *British Journal of Applied Physics*, 3(8) :267–269, 1952.
- [74] W.B. Russel, DA Saville, and W.R. Schowalter. *Colloidal Dispersions*. Cambridge University Press, 1989.
- [75] P. N. Segre and J. P. McClymer. Fluctuations, stratification and stability in a liquid fluidized bed at low Reynolds number. *J. Phys. Condensed Matter*, 16 :S4219–S4230, 2004.
- [76] MS Selim, AC Kothari, and RM Turian. Sedimentation of multisized particles in concentrated suspensions. *AI Ch. E. Journal*, 29(6) :1029–1038, 1983.
- [77] A. Sierou and JF Brady. Rheology and microstructure in concentrated noncolloidal suspensions. *Journal of Rheology*, 46 :1031, 2002.
- [78] P. Snabre and P. Mills. Settling and fluidization of non brownian hard spheres in a viscous liquid. *Eur. Phys. J. E*, 1 :105–114, 2000.
- [79] S. Y. Tee, P. J. Mucha, M. P. Brenner, and D. A. Weitz. Velocity fluctuations in a low-Reynolds-number fluidized bed. *J. Fluid Mech.*, 596 :467–475, 2008.
- [80] B. D. Timberlake and J. F. Morris. Concentration band dynamics in free-surface Couette flow of a suspension. *Physics of Fluids*, 14(5) :1580–1589, 2002.
- [81] R. H. Weiland, Y. P. Fessas, and B. V. Ramarao. On instabilities arising during sedimentation of two-component mixture of solids. *J. Fluid Mech.*, 142 :383–389, 1984.
- [82] Y. Yurkovetsky and J. F. Morris. Particle pressure in sheared brownian suspensions. *J. Rheol.*, 52 :141–164, 2008.
- [83] I. E. Zarraga, D. A. Hill, and D. T. Leighton. The characterization of the total stress of concentrated suspensions of noncolloidal spheres in newtonian fluids. *J. Fluid Mech.*, 44 :185–220, 2000.

Annexe A

Lois de viscosité de suspensions

Voici quelques relations de viscosité relative de suspensions η_r , valables pour toutes concentrations ϕ , où ϕ_{max} , est la concentration d'empilement compact maximal déterminée expérimentalement :

Eilers (1941) [28] :

$$\eta_r = \left(1 + \frac{1.25\phi}{1 - \frac{\phi}{\phi_{max}}} \right)^2 \quad (\text{A.1})$$

Mooney (1951) [58] :

$$\eta_r = e^{\left(\frac{2.5\phi}{1 - \frac{\phi}{\phi_{max}}} \right)} \quad (\text{A.2})$$

Mills-Snabre (1995) [57] :

$$\eta_r = \frac{1 + \phi}{\left(1 - \frac{\phi}{\phi_{max}} \right)^2} \quad (\text{A.3})$$

Leighton-Acrivos (1986) [48] :

$$\eta_r = \left(1 + \frac{1.5\phi}{1 - \frac{\phi}{\phi_{max}}} \right)^2 \quad (\text{A.4})$$

Morris-Boulay (1998) [60] :

$$\eta_r = 1 + 2.5\phi_{max} \left(1 - \frac{\phi}{\phi_{max}} \right)^{-1} + 0.1 \left(\frac{\phi}{\phi_{max}} \right)^2 \left(1 - \frac{\phi}{\phi_{max}} \right)^{-2} \quad (\text{A.5})$$

Zarraga-Hill (2000) [83] :

$$\eta_r = \frac{e^{-2.34\phi}}{\left(1 - \frac{\phi}{\phi_{max}} \right)^3} \quad (\text{A.6})$$

Annexe B

Mesures classiques de rhéométrie

B.1 Géométrie de Couette cylindrique

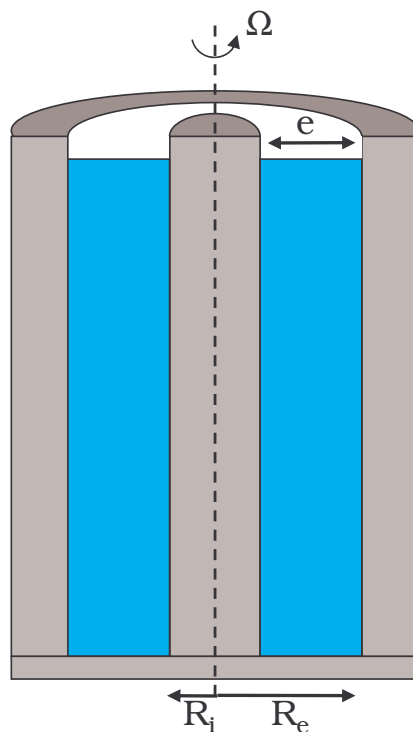


FIGURE B.1 – Schéma d'un rhéomètre à géométrie Couette cylindrique.

Cette géométrie est composée de deux cylindres coaxiaux de rayon intérieur R_i et extérieur R_e , en rotation relative, représentée schématiquement sur la figure B.1. L'échantillon est placé dans le volume inter-cylindrique d'épaisseur e . Les rhéomètres conçus dans cette géométrie, peuvent être à large entrefer $e = R_e - R_i \gg 1$ ou petit entrefer $R_e - R_i \ll 1$.

Pour se rapprocher du dispositif utilisé dans notre étude, nous considérons le cas où le cylindre intérieur seul est soumis à un mouvement de vitesse angulaire Ω imposée, alors que le cylindre extérieur reste fixe. Dans cet écoulement, le tenseur des contraintes totales se simplifie pour s'écrire :

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{rr} & \sigma_{r\theta} & 0 \\ \sigma_{r\theta} & \sigma_{\theta\theta} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{zz} \end{pmatrix}$$

On retrouve les différences de contraintes normales N_1 et N_2 dans les termes diagonaux du tenseur. Elle sont définies dans cette géométrie d'écoulement par :

$$N_1 = \sigma_{\theta\theta} - \sigma_{rr} \quad (\text{B.1})$$

$$N_2 = \sigma_{rr} - \sigma_{zz} \quad (\text{B.2})$$

Dans le cas de large entrefer e , le taux de cisaillement $\dot{\gamma}$, ainsi que la contrainte $\sigma_{r\theta}$ ne sont pas constants dans l'épaisseur. Leur profil en fonction de r se retrouve en exprimant en coordonnée cylindrique, l'équation 1.29 pour σ , et en utilisant la définition du taux de cisaillement $\dot{\gamma} = 2(\mathbf{D} : \mathbf{D})^{\frac{1}{2}}$:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \sigma_{r\theta}(r)) = 0 \quad (\text{B.3})$$

$$\dot{\gamma}(r) = r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{u_\theta(r)}{r} \right) \quad (\text{B.4})$$

La viscosité $\eta = \tau/\dot{\gamma}$ de l'échantillon est extraite en moyennant la contrainte de cisaillement $\tau = \sigma_{r\theta}$ et le taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ dans l'entrefer e .

$$\tau = \frac{C}{2\pi h R_i R_e} \quad (\text{B.5})$$

$$\dot{\gamma} = \frac{2\Omega R_i R_e}{R_e^2 - R_i^2} \quad (\text{B.6})$$

où C est le couple mesuré.

Pour un entrefer faible, le dispositif équivaut à un cisaillement entre deux plaques infinies parallèles, et $\sigma_{r\theta}$ et $\dot{\gamma}$ sont supposés constants dans l'épaisseur. On obtient leurs valeurs en considérant $R_e - R_i \ll R_i$:

$$\tau = \frac{C}{2\pi h R_i^2} \quad (\text{B.7})$$

$$\dot{\gamma} = \frac{\Omega R_i}{e} \quad (\text{B.8})$$

Dans cette géométrie de Couette cylindrique, les contraintes normales sont dans la direction radiale du cylindre et non verticale. Les mesures de couple C et de force F_z ne pouvant

seulement être mesurés suivant l'axe de rotation (axe vertical), on ne peut pas extraire les contraintes normales.

B.2 Géométrie à disques parallèles (dit "plan-plan")

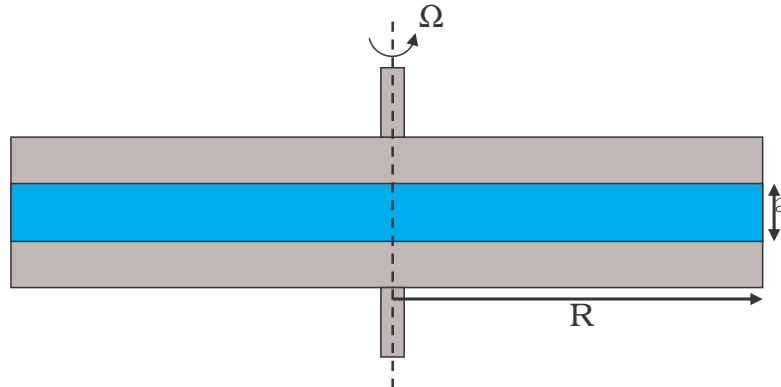


FIGURE B.2 – Schéma d'un rhéomètre à disques parallèles.

Dans ce système, l'échantillon est placé entre deux disques circulaires de même rayon R , écartés d'une distance e et dont les axes sont sur une même verticale. Le disque supérieur tourne à une vitesse angulaire Ω constante, alors que le disque inférieur est maintenu immobile par un dispositif de torsion.

Le taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ (ainsi que la contrainte σ) dépend de la distance r à l'axe de rotation, alors que l'entrefer e est constant. On a alors :

$$\dot{\gamma}(r) = \frac{r\Omega}{e} \quad (\text{B.9})$$

$\dot{\gamma}$ varie de 0 en $r = 0$ à $\frac{R\Omega}{e}$ lorsque $r = R$.

Le rhéomètre à disques parallèles permet de mesurer la viscosité η et la combinaison $N_1 - N_2$ des deux différences de contraintes normales, grâce aux mesures de couple C et de force F_z exercée sur le disque supérieur. Les différentes grandeurs mesurables en $r = R$ sont données par :

$$\tau(r = R) = \frac{C}{\pi R^3} \quad (\text{B.10})$$

$$\dot{\gamma}(r = R) = \frac{R\Omega}{e} \quad (\text{B.11})$$

$$N_1 - N_2(r = R) = \frac{F_z}{\pi R^2} \left(2 + \frac{d \ln F_z}{d \ln \dot{\gamma}(R)} \right) \quad (\text{B.12})$$

Il est à souligner que, dans cette géométrie, la définition des différences N_1 et N_2 n'est plus semblable à celle de la géométrie de Couette puisque les axes $(O\theta, Or, Oz)$ sont maintenant les directions d'écoulement, de gradient et de vorticité.

$$N_1 = \sigma_{\theta\theta} - \sigma_{zz} \quad (\text{B.13})$$

$$N_2 = \sigma_{zz} - \sigma_{rr} \quad (\text{B.14})$$

L'avantage de cette géométrie est l'ajustement possible de l'entrefer e , ce qui est idéal pour l'étude de suspension, contrairement à la géométrie cône-plan où l'utilisation est limitée par la taille des particules. Mais en revanche, cette géométrie mesure une viscosité effective moyennée sur une plage de cisaillement $[0; \frac{\Omega R}{e}]$.

B.3 Géométrie cône-plan

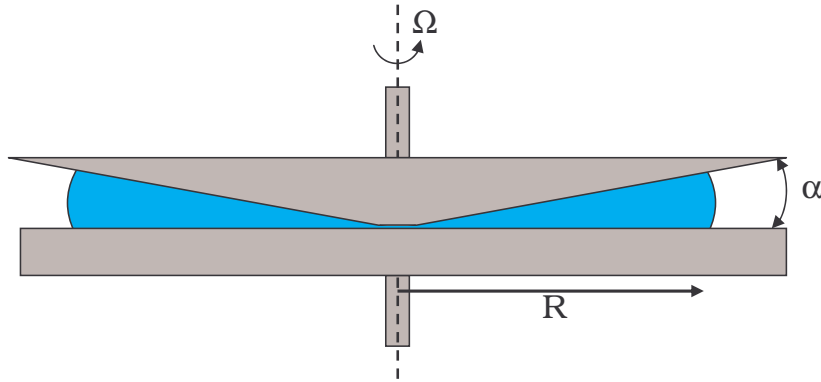


FIGURE B.3 – Schéma d'un rhéomètre à géométrie cône-plan.

La géométrie cône-plan consiste en un plateau horizontal et un cône circulaire dont le sommet est tronqué. L'angle α entre le cône et le plan est assez petit ($\alpha = O(1)$) pour que l'échantillon étudié soit "piégé" par les forces de tension de surface à l'interface échantillon-air. Le cône mobile tourne à une vitesse de rotation Ω .

Dans cette géométrie, le taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ est constant pour tout r , étant donné la dépendance de l'entrefer $e(r)$ et de la vitesse locale $r\Omega$. Il est donné par :

$$\dot{\gamma} = \frac{\Omega r}{e(r)} \quad (\text{B.15})$$

$$\dot{\gamma} = \frac{\Omega}{\tan \alpha} \sim \frac{\Omega}{\alpha} \quad (\text{B.16})$$

Le rhéomètre cône-plan permet de mesurer expérimentalement la contrainte de cisaillement τ et la première différence normale N_1 (en mesurant la force F_z exercée sur le cône) :

$$\tau = \frac{3C}{2\pi R^3} \quad (\text{B.17})$$

$$\dot{\gamma} = \frac{\Omega}{\alpha} \quad (\text{B.18})$$

$$N_1 = \frac{2F_z}{\pi R^2} \quad (\text{B.19})$$

L'avantage de cette géométrie est d'imposer un gradient de cisaillement uniforme (indépendant de r) dans tout l'entrefer, cisaillement le plus proche du cisaillement idéal entre deux plans parallèles en mouvement relatif. Cependant, la déformation de la surface libre à haute vitesse peut constituer un inconvénient. A haut cisaillement, un phénomène d'éjection de la matière apparaît, le volume mesuré diminue, ce qui entraîne une chute du couple transmis.

Annexe C

Modèle de vitesses de sédimentation dans des suspensions bidisperses

Le modèle de Davis & Gecol [25] utilise la formulation de Richardson-Zaki en monodisperse (relation (4.14)) en incorporant les coefficients déterminés par Batchelor & Wen [12], en bidisperse et à faible concentration. Leur expression générale de la vitesse de sédimentation de particules (i) dans une suspension polydisperse est :

$$U_i = U_i^0(1 - \phi)^{-S_{ii}}(1 + \sum_{k \neq i} (S_{ik} - S_{ii})\phi_k) \quad (\text{C.1})$$

Pour des particules non-colloïdales de même densité, $S_{ii} = -5.60$ et S_{ij} est donné par :

$$S_{ik} = -3.50 - 1.10\lambda_{ik} - 1.02\lambda_{ik}^2 - 0.002\lambda_{ik}^3 \quad (\text{C.2})$$

où $\lambda_{ik} = a_i/a_k$.

Les expressions de la vitesse de sédimentation des grosses et petites billes deviennent :

$$U_{g,p} = U_g^0(1 - \phi)^{-S_{gg}}(1 + (S_{gp} - S_{gg})\phi_p) \quad (\text{C.3})$$

$$U_{p,g} = U_p^0(1 - \phi)^{-S_{pp}}(1 + (S_{pg} - S_{pp})\phi_g) \quad (\text{C.4})$$

Remarquons que, dans ces expressions, les coefficients S_{ii} doivent nécessairement être égaux aux exposants n_i , pour retrouver la relation de Richardson & Zaki, lorsque le rapport de tailles $\lambda = 1$.

Lockett & Al-Habbooby [52, 53] ont proposé un modèle simple, reposant également sur la relation de Richardson & Zaki, et pour la vitesse de glissement U_{si} de chaque particule. Cette dernière est définie comme étant la différence entre la vitesse des particules (i), V_i et la vitesse du fluide V_f :

$$U_{si} = V_i - V_f \quad (\text{C.5})$$

La vitesse de sédimentation des particules (i) est alors donnée par :

$$U_i = U_{si} - \sum_{j=1}^N \phi_j U_{sj} \quad (\text{C.6})$$

Leurs études se sont portées sur deux espèces de particules différentes par la taille seulement. Ils ont proposé la relation suivante :

$$U_{si} = U_i^0 (1 - \phi)^{n_i - 1} \quad (\text{C.7})$$

Pour notre étude, les vitesses des grosses et petites particules deviennent :

$$U_{g,p} = U_g^0 (1 - \phi)^{n_g - 1} (1 - \phi_g) - U_p^0 (1 - \phi)^{n_p - 1} \phi_p \quad (\text{C.8})$$

$$U_{p,g} = U_p^0 (1 - \phi)^{n_p - 1} (1 - \phi_p) - U_g^0 (1 - \phi)^{n_g - 1} \phi_g \quad (\text{C.9})$$

Le modèle Masliyah-Lockett-Bassoon (MLB) [56, 51] prédit les vitesses de sédimentation de particules différentes en taille et en densité. Leur expression généralisée pour des particules (i) en présence de N espèces de particules est :

$$U_i = \frac{U_i^0}{(\rho_g - \rho_f)} (1 - \phi)^{n_i - 2} \left(\left(\frac{d_i}{d_g} \right)^2 (\rho_1 - \rho_{eff}(\phi)) - \sum_{k=1}^N \left(\frac{d_k}{d_g} \right)^2 \phi_k (\rho_k - \rho_{eff}(\phi)) \right) \quad (\text{C.10})$$

où l'indice g se réfère aux plus grosses particules présentes dans la suspension et $\rho_{eff}(\phi)$ la densité effective de la suspension définie par :

$$\rho_{eff}(\phi) = \rho_f (1 - \phi) + \sum_{j=1}^N \rho_j \phi_j \quad (\text{C.11})$$

Dans notre étude, cette relation se simplifie. La vitesse de sédimentation des grosses particules $U_{g,p}$ et des petites $U_{p,g}$ deviennent :

$$U_{g,p} = U_g^0 (1 - \phi)^{n_g - 1} \left((1 - \phi_g) - \left(\frac{d_p}{d_g} \right)^2 \phi_p \right) \quad (\text{C.12})$$

$$U_{p,g} = U_p^0 (1 - \phi)^{n_p - 1} \left(\left(\frac{d_p}{d_g} \right)^2 (1 - \phi_p) - \phi_g \right) \quad (\text{C.13})$$

Selim *et al* [76] proposent un modèle de vitesse de sédimentation de chaque espèce de billes de tailles et de densités différentes dans une suspension polydisperse. Ils utilisent la loi de Richardson-Zaki en apportant une correction sur la vitesse terminale de chute de chaque population de particules (i), en remplaçant d'une part la densité du fluide par la densité du mélange (particules ($j \neq i$) + fluide) dans lequel sédimentent les particules (i) et d'autre part

en prenant également en compte les effets de paroi (par le biais d'un coefficient de correction $R(a_i/D)$ où D est la taille du récipient). Dans le cas de suspensions bidisperses contenant des particules (p) et (g) de même densité, les vitesses de glissement s'écrivent :

$$U_{sp} = U_p^0 R(a_p/D) (1 - \phi)^{n_p - 1} \quad (\text{C.14})$$

$$\text{et } U_{sg} = U_g^0 R(a_g/D) \frac{(1 - \phi)^{n_g}}{(1 - \phi_g)} \quad (\text{C.15})$$

$$\text{avec } R(a_i/D) = \left[\frac{1 - 0.475 a_i/D}{1 - a_i/D} \right]^{-4} \quad (\text{C.16})$$

Dans notre système, $R(a_g/D)$ est quasiment égal à un, du fait du dimensionnement de la cellule de fluidisation (cf section 4.2.3), l'expression de la vitesse de sédimentation des grosses et petites billes deviennent alors :

$$U_{g,p} = U_g^0 (1 - \phi)^{n_g} - U_p^0 (1 - \phi)^{n_p - 1} \phi_p \quad (\text{C.17})$$

$$U_{p,g} = U_p^0 (1 - \phi)^{n_p - 1} (1 - \phi_p) - U_g^0 (1 - \phi)^{n_g} \frac{\phi_g}{(1 - \phi_g)} \quad (\text{C.18})$$

Cheung *et al.* [20], contrairement aux auteurs précédents, ne se basent pas sur la relation de Richardson & Zaki, et leurs expressions de vitesses de sédimentation ne font intervenir aucun coefficient ajustable aux données expérimentales n_i . Dans le cas de suspensions bidisperses, ils proposent :

$$U_{g,p} = U_g^0 \frac{(1 - \phi)}{g(\phi)} \left((1 - \phi_g) - \left(\frac{d_p}{d_g} \right)^2 \phi_p \right) \quad (\text{C.19})$$

$$U_{p,g} = U_p^0 \frac{(1 - \phi)^2}{g(\phi)} \quad (\text{C.20})$$

$$\text{avec } g(\phi) = (1 - \phi) \exp \left(\frac{5\phi}{3(1 - \phi)} \right) \quad (\text{C.21})$$

Annexe D

Suspension bidisperse 1 : $\lambda = 1.69$ et $\beta = 0.5$

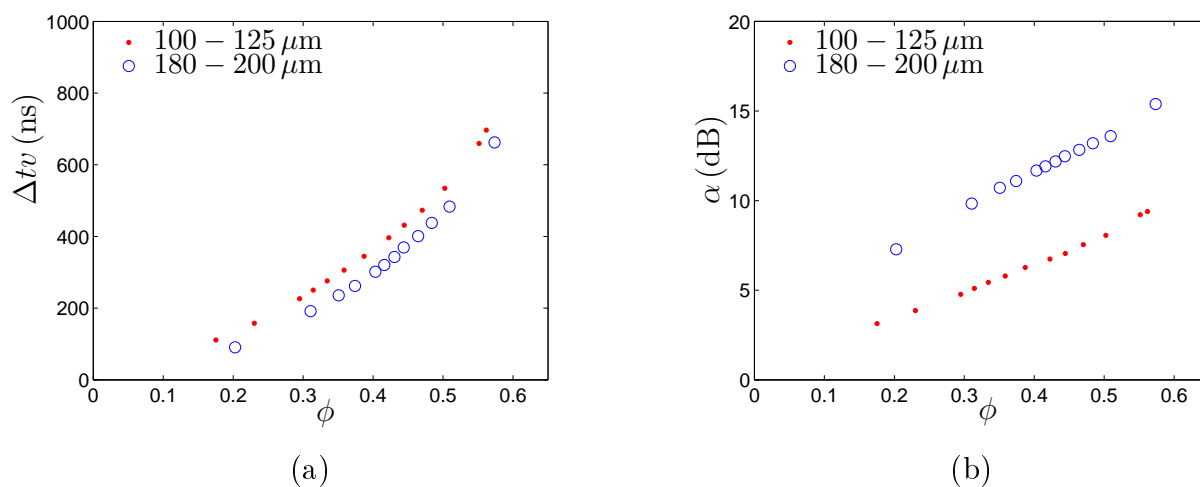


FIGURE D.1 – Evolution du temps de vol Δtv (a) et de l'atténuation α (b) pour 2 suspensions monodisperses de 100–125 μm et 180–200 μm , en fonction de la concentration ϕ , pour une fréquence de 3 MHz.

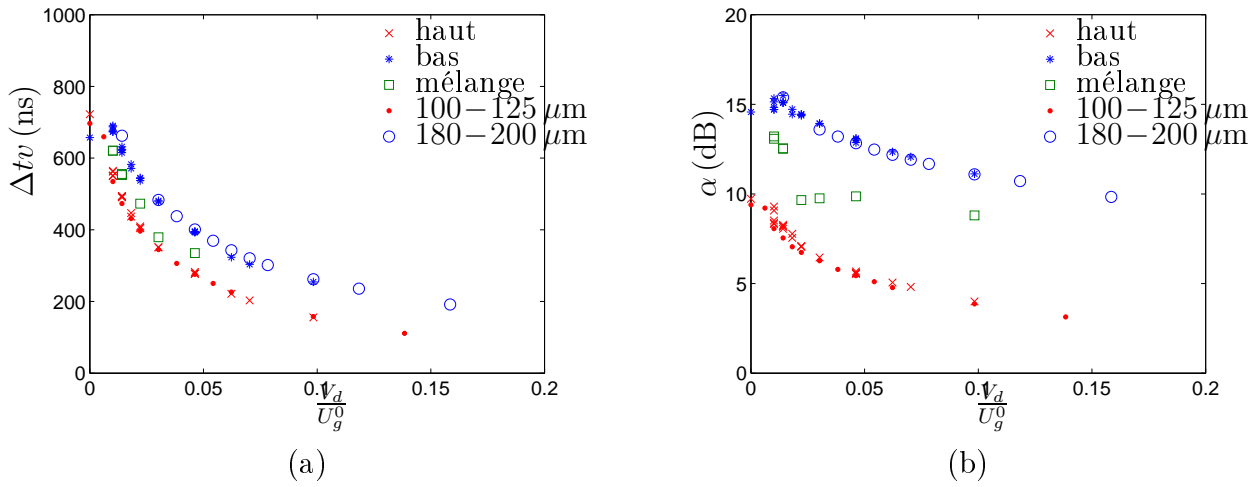


FIGURE D.2 – Temps de vol Δtv (a) et atténuation α (b) dans les différentes zones : haut et bas des suspensions bidisperses ségréguées, et zone mélangée des suspensions mélangées, ainsi que les atténuations des suspensions monodisperses, en fonction de $\frac{V_d}{U_g^0}$.

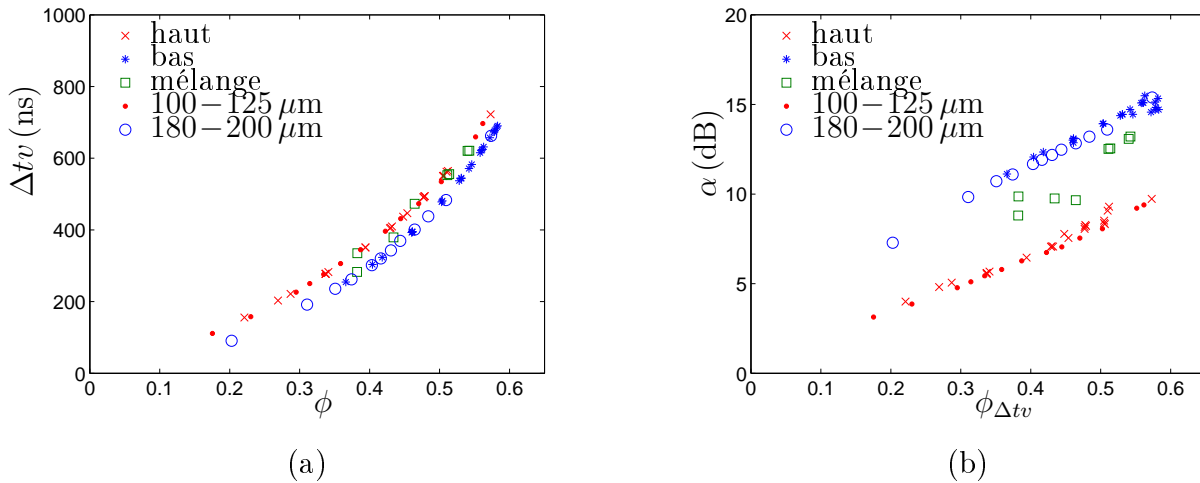


FIGURE D.3 – Temps de vol Δtv (a) et atténuation α (b) dans les différentes zones des suspensions bidisperses (haut, bas et mélangée), ainsi que les atténuations des suspensions monodisperses, en fonction de la concentration déduite du temps de vol $\phi_{\Delta tv}$.

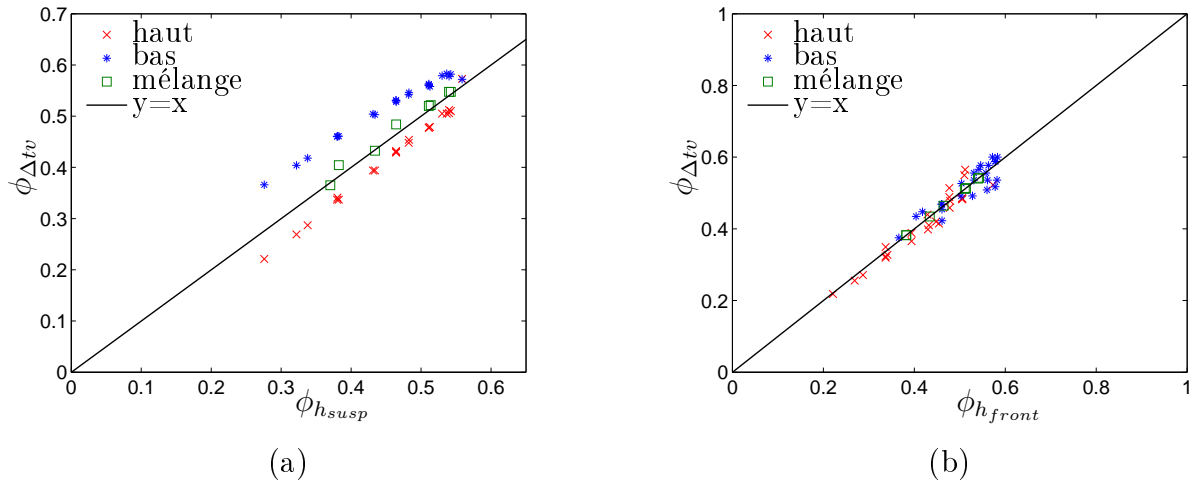


FIGURE D.4 – (a) : Concentration déduite du temps de vol $\phi_{\Delta tv}$ dans les différentes zones des suspensions bidisperses (haut, bas et mélangée), en fonction de la concentration moyenne de la suspension déduite de la hauteur de suspension $\phi_{h_{susp}}$. (b) : Concentration déduite du temps de vol $\phi_{\Delta tv}$ dans les différentes zones des suspensions bidisperses (haut, bas et mélangée), en fonction de la concentration déduite des hauteurs de fronts $\phi_{h_{front}}$, en considérant les suspensions totalement ségréguées.

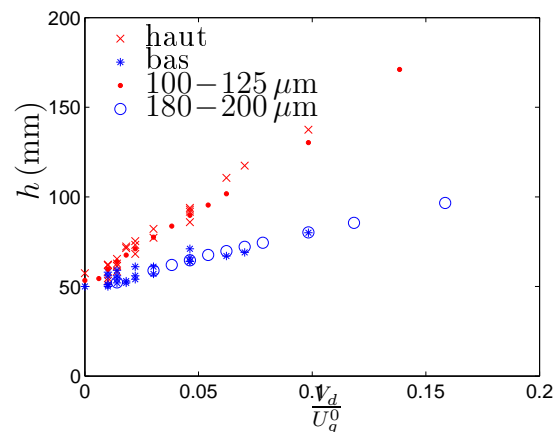


FIGURE D.5 – Hauteurs des différentes zones : haut et bas des suspensions bidisperses ségréguées, et les hauteurs des suspensions monodisperses, en fonction de $\frac{V_d}{U_g}$.

Annexe E

Suspension bidisperse 2 : $\lambda = 1.36$ et
 $\beta = 0.5$

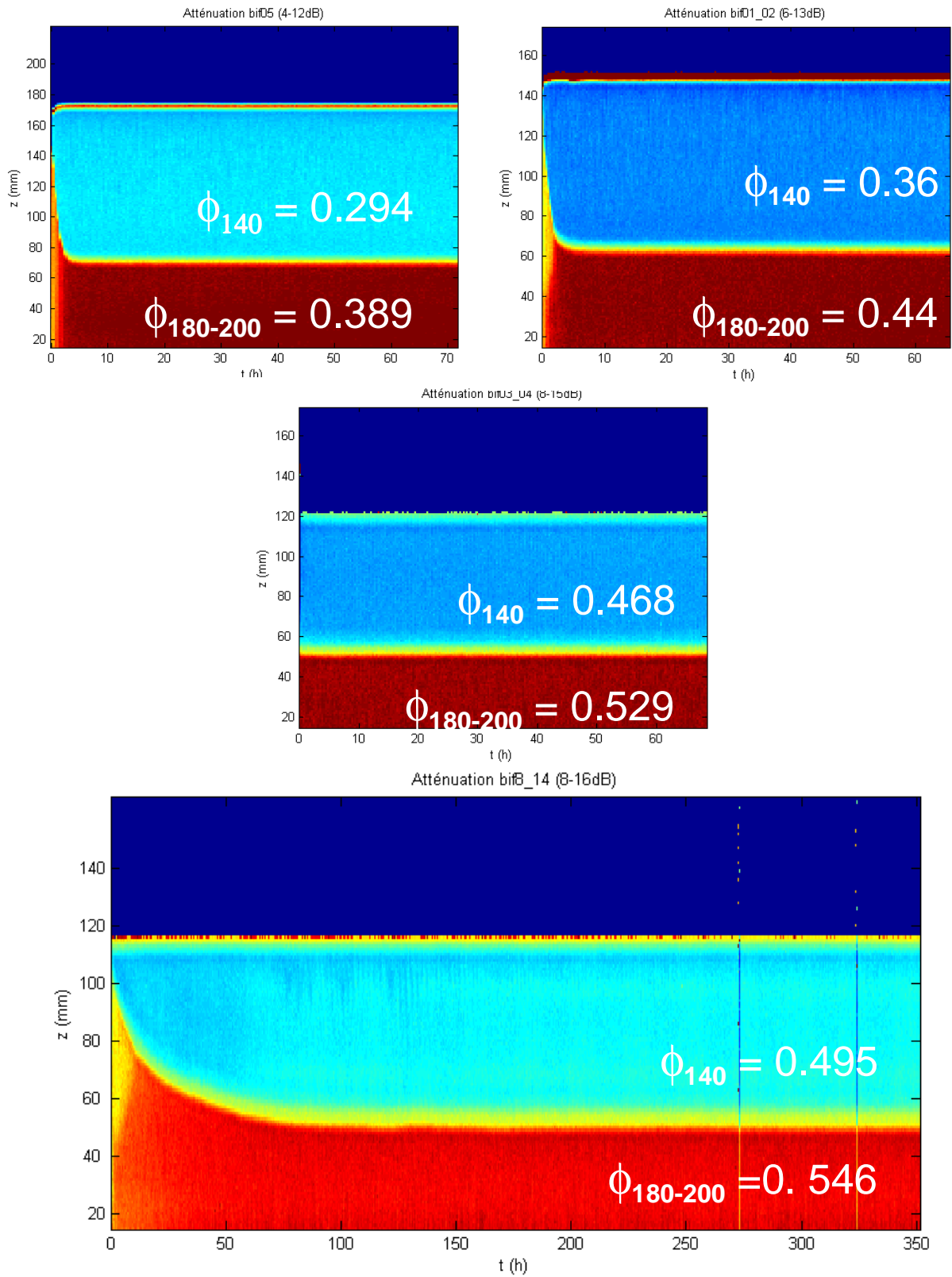


FIGURE E.1 – Diagrammes spatio-temporels d’atténuation d’une suspension bidisperse de rapport de tailles $\lambda = 1.36$ ($140 \mu\text{m} + 180\text{--}200 \mu\text{m}$) et de composition $\beta_g = 0.5$, fluidisée à différentes vitesses débitantes V_d .

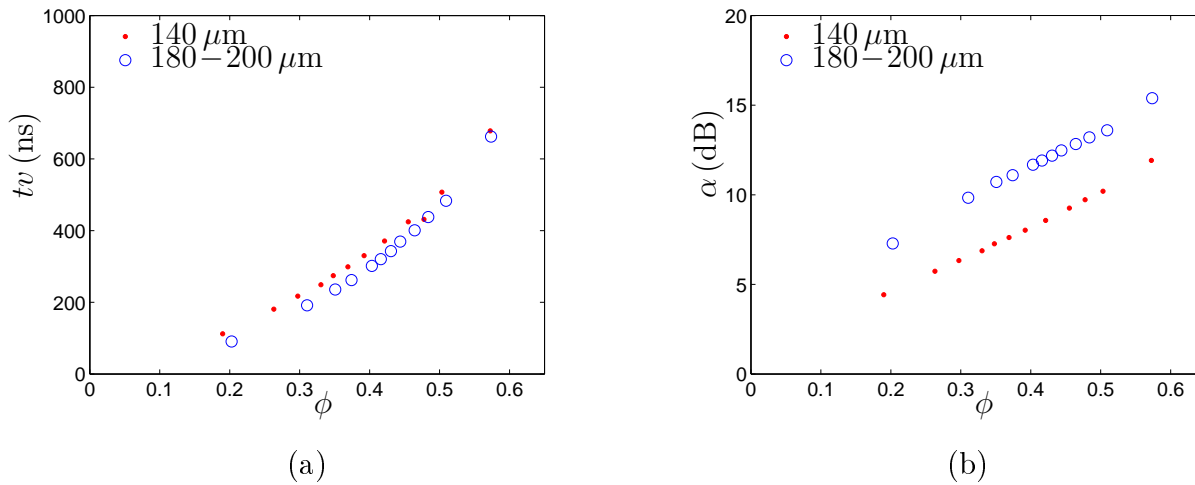


FIGURE E.2 – Evolution du temps de vol Δtv (a) et de l'atténuation α (b) pour 2 suspensions monodisperses de $140 \mu\text{m}$ et $180-200 \mu\text{m}$, en fonction de la concentration ϕ .

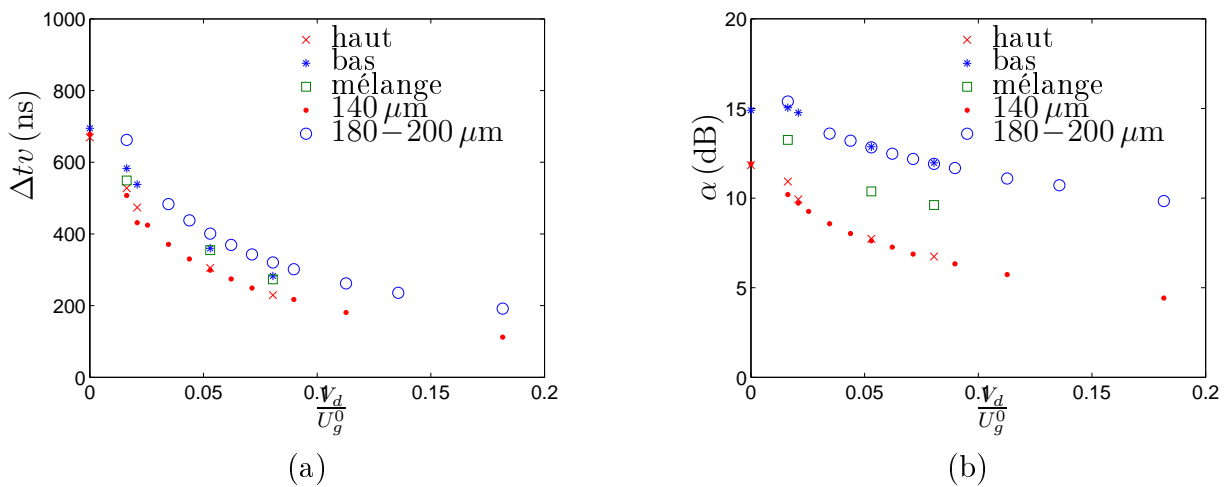


FIGURE E.3 – Temps de vol Δtv (a) et atténuation α (b) dans les différentes zones : haut et bas des suspensions bidisperses ségréguées, et zone mélangée des suspensions mélangées, ainsi que les atténuations des suspensions monodisperses, en fonction de $\frac{V_d}{U_g^0}$.

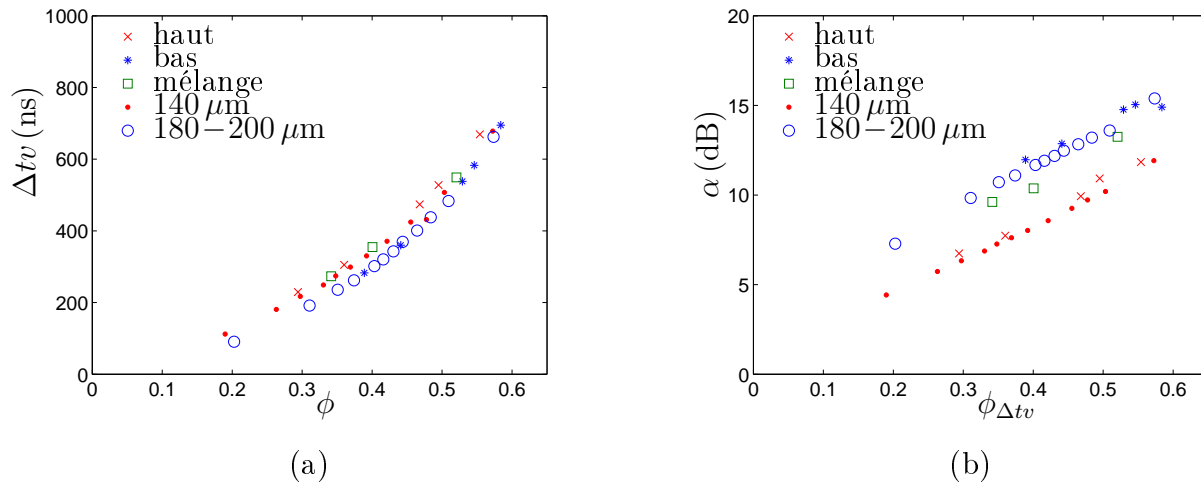


FIGURE E.4 – Temps de vol Δtv (a) et atténuation α (b) dans les différentes zones : haut et bas des suspensions bidisperses ségréguées, et zone mélangée des suspensions mélangées, en fonction de la concentration déduite du temps de vol $\phi_{\Delta tv}$.

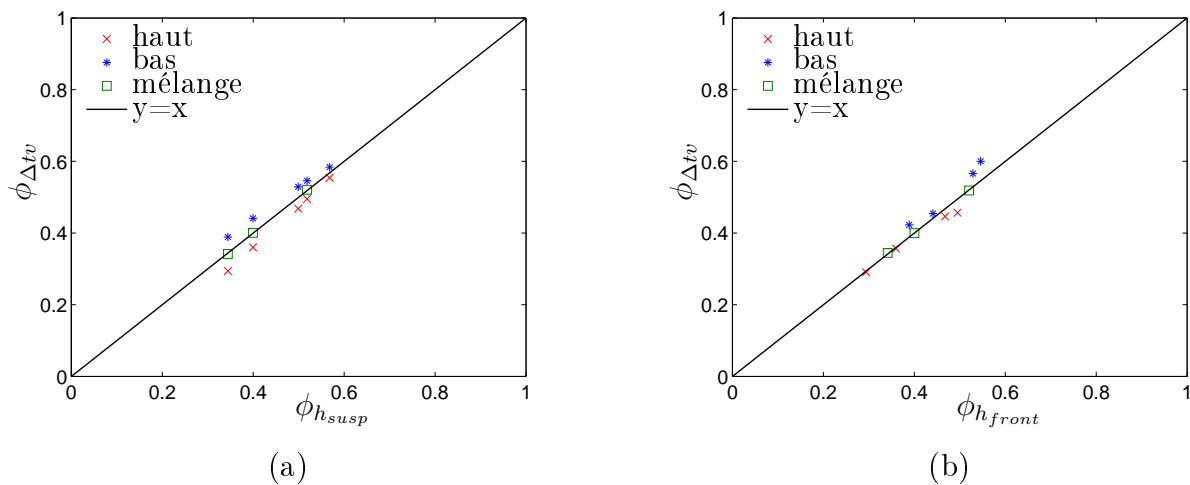


FIGURE E.5 – (a) : Concentration déduite du temps de vol $\phi_{\Delta tv}$ dans les différentes zones des suspensions bidisperses (haut, bas et mélangée), en fonction de la concentration moyenne de la suspension déduite de la hauteur de suspension $\phi_{h_{susp}}$. (b) : Concentration déduite du temps de vol $\phi_{\Delta tv}$ dans les différentes zones des suspensions bidisperses (haut, bas et mélangée) en fonction de la concentration déduite des hauteurs de fronts $\phi_{h_{front}}$, en considérant les suspensions totalement ségréguées.

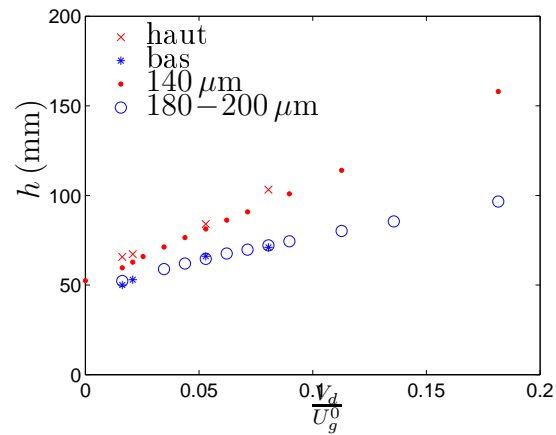


FIGURE E.6 – Hauteurs des différentes zones : haut et bas des suspensions bidisperses ségréguées, et les hauteurs des suspensions monodisperses, en fonction de $\frac{V_d}{U_g}$.

Annexe F

Suspension bidisperse 3 : $\lambda = 1.27$ et
 $\beta = 0.5$

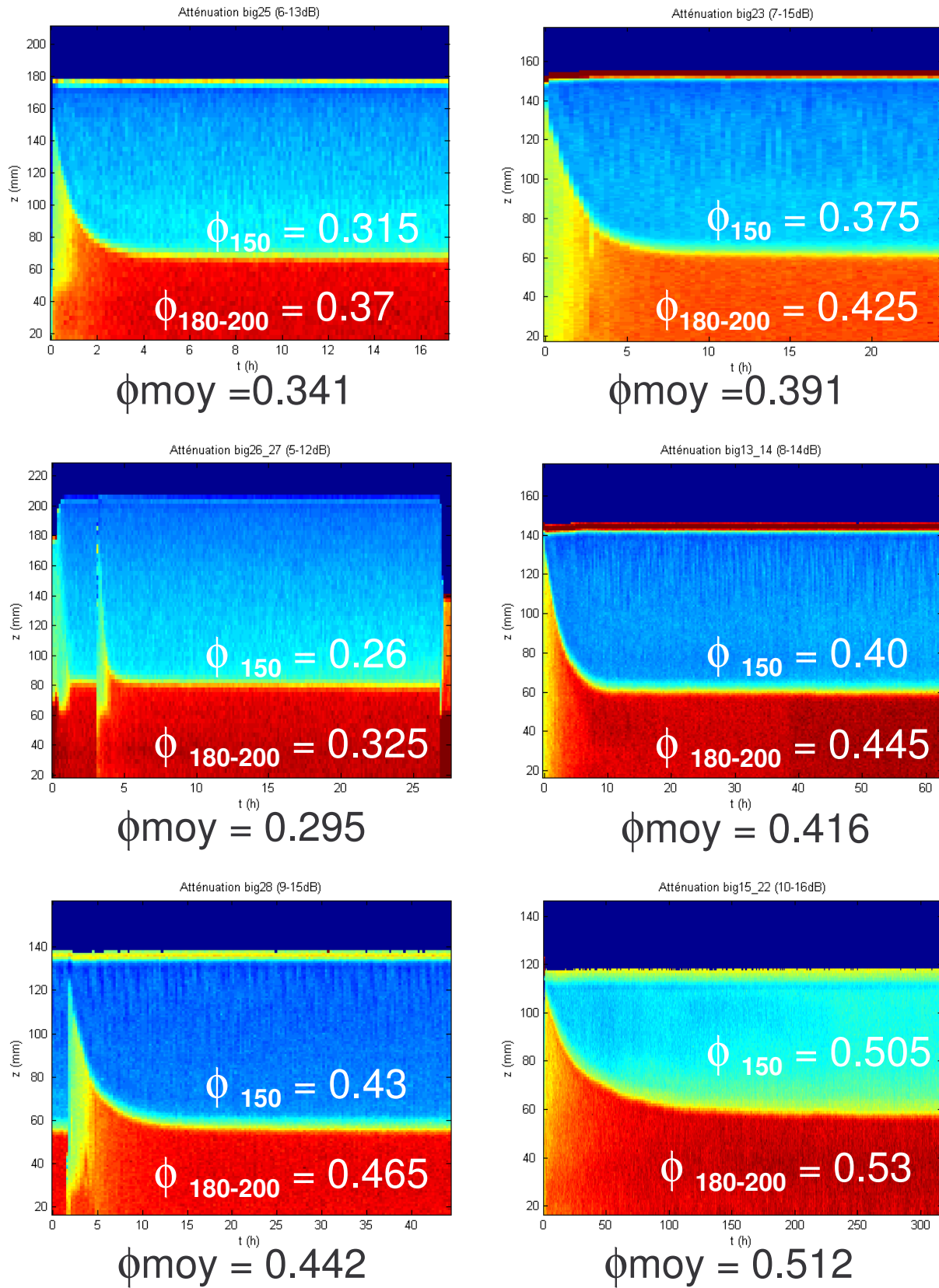


FIGURE F.1 – Diagrammes spatio-temporels d'atténuation d'une suspension bidisperse de rapport de tailles $\lambda = 1.27$ ($150 \mu\text{m} + 180\text{--}200 \mu\text{m}$) et de composition $\beta_g = 0.5$, fluidisée à différentes vitesses débitantes V_d .

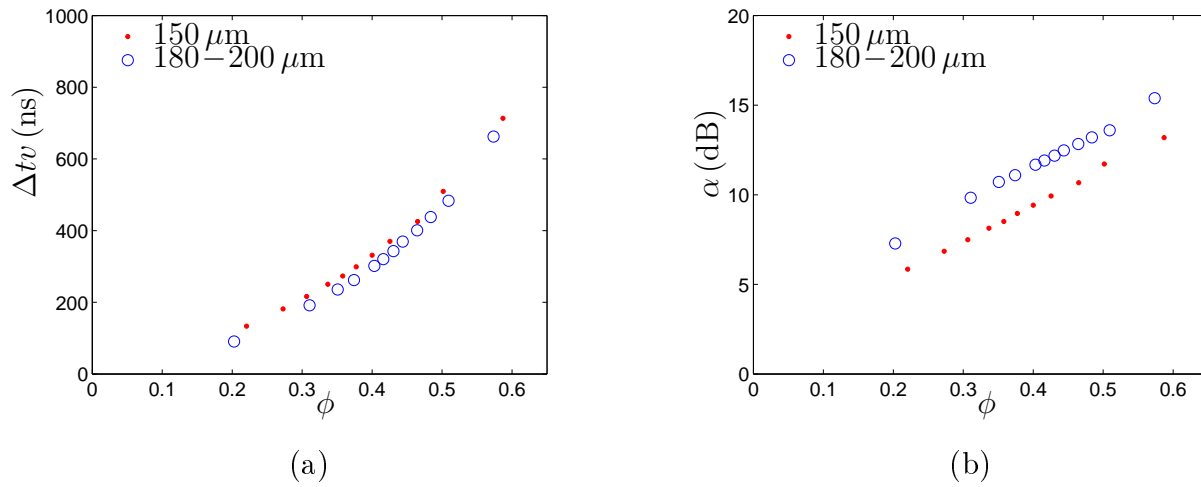


FIGURE F.2 – Evolution du temps de vol Δtv (a) et de l'atténuation α (b) pour 2 suspensions monodisperses de $150 \mu\text{m}$ et $180-200 \mu\text{m}$, en fonction de la concentration ϕ .

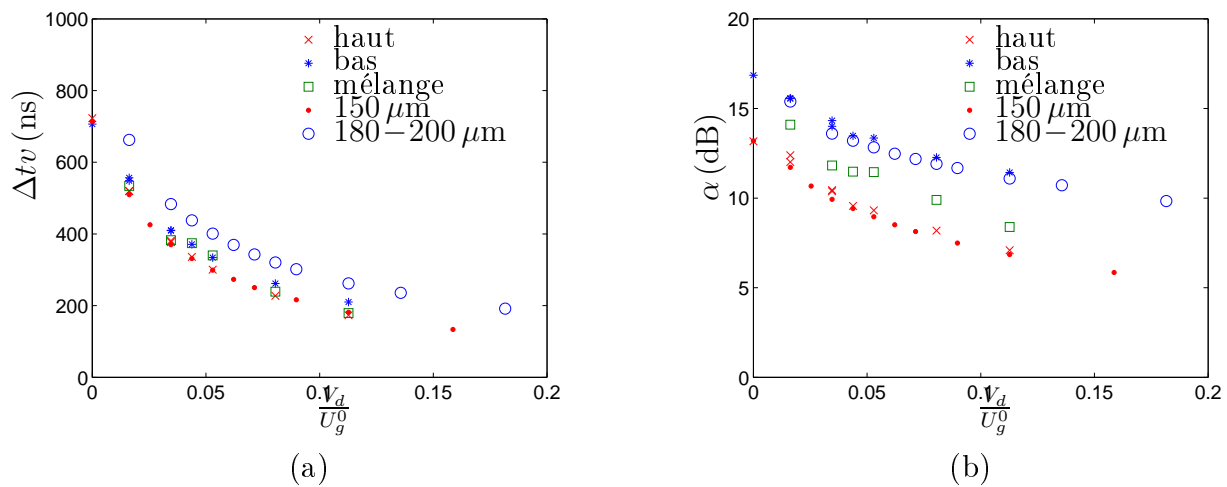


FIGURE F.3 – Temps de vol Δtv (a) et atténuation α (b) dans les différentes zones : haut et bas des suspensions bidisperses ségréguées, et zone mélangée des suspensions mélangées, ainsi que les atténuations des suspensions monodisperses, en fonction de $\frac{V_d}{U_g^0}$.

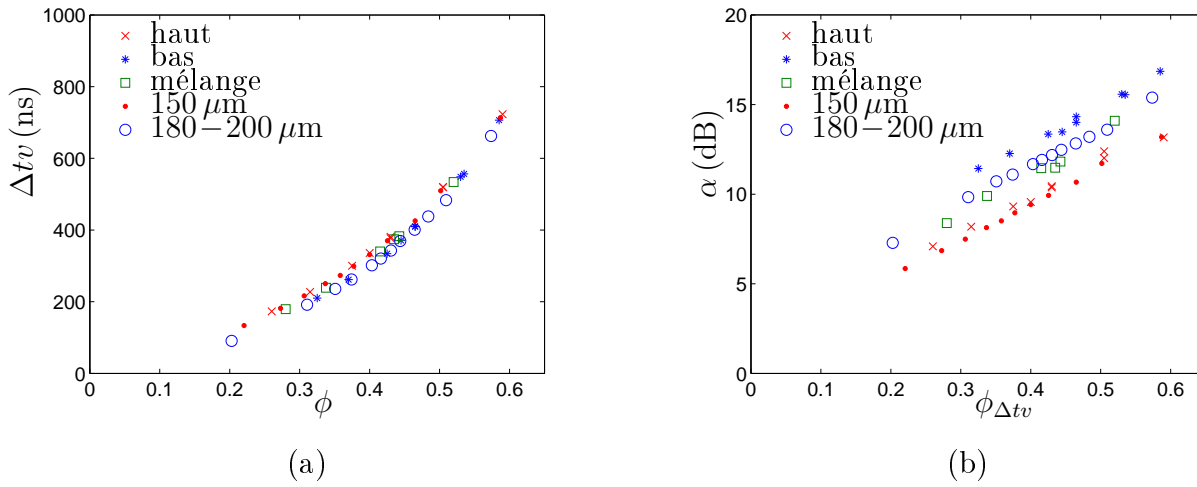


FIGURE F.4 – Temps de vol Δtv (a) et atténuation α (b) dans les différentes zones : haut et bas des suspensions bidisperses ségréguées, et zone mélangée des suspensions mélangées, ainsi que les atténuations des suspensions monodisperses, en fonction de la concentration déduite du temps de vol $\phi_{\Delta tv}$.

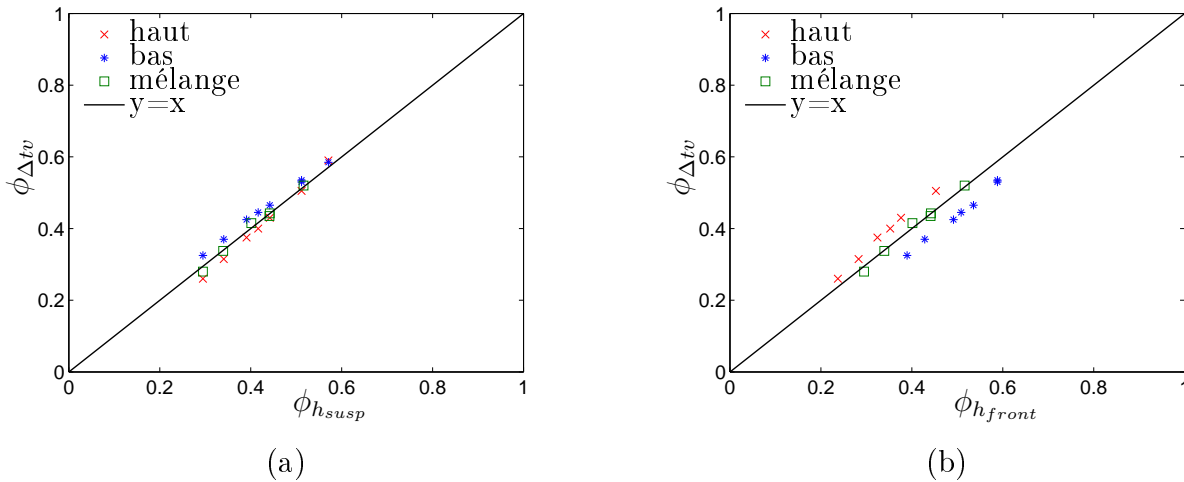


FIGURE F.5 – (a) : Concentration déduite du temps de vol $\phi_{\Delta tv}$ dans les différentes zones des suspensions bidisperses (haut, bas et mélangée), en fonction de la concentration moyenne de la suspension déduite de la hauteur de suspension ϕ_{hsusp} . (b) : Concentration déduite du temps de vol $\phi_{\Delta tv}$ dans les différentes zones des suspensions bidisperses (haut, bas et mélangée) en fonction de la concentration déduite des hauteurs de fronts $\phi_{h_{front}}$, en considérant les suspensions totalement ségréguées.

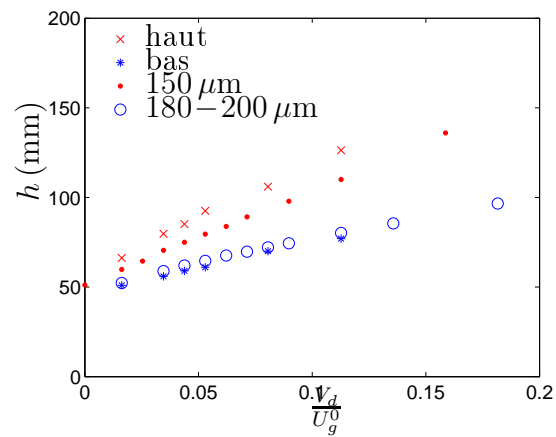


FIGURE F.6 – Hauteurs des différentes zones : haut et bas des suspensions bidisperses ségréguées, et les hauteurs des suspensions monodisperses, en fonction de $\frac{V_d}{U_g}$.

Annexe G

Suspension bidisperse 4 : $\lambda = 1.23$

G.1 Suspension bidisperse 4p et 4g : $\beta = 0.5$

G.2 Suspension bidisperse 4p1.5 et 4p2 : $\beta < 0.5$

G.3 Suspension bidisperse 4g1.5 : $\beta > 0.5$

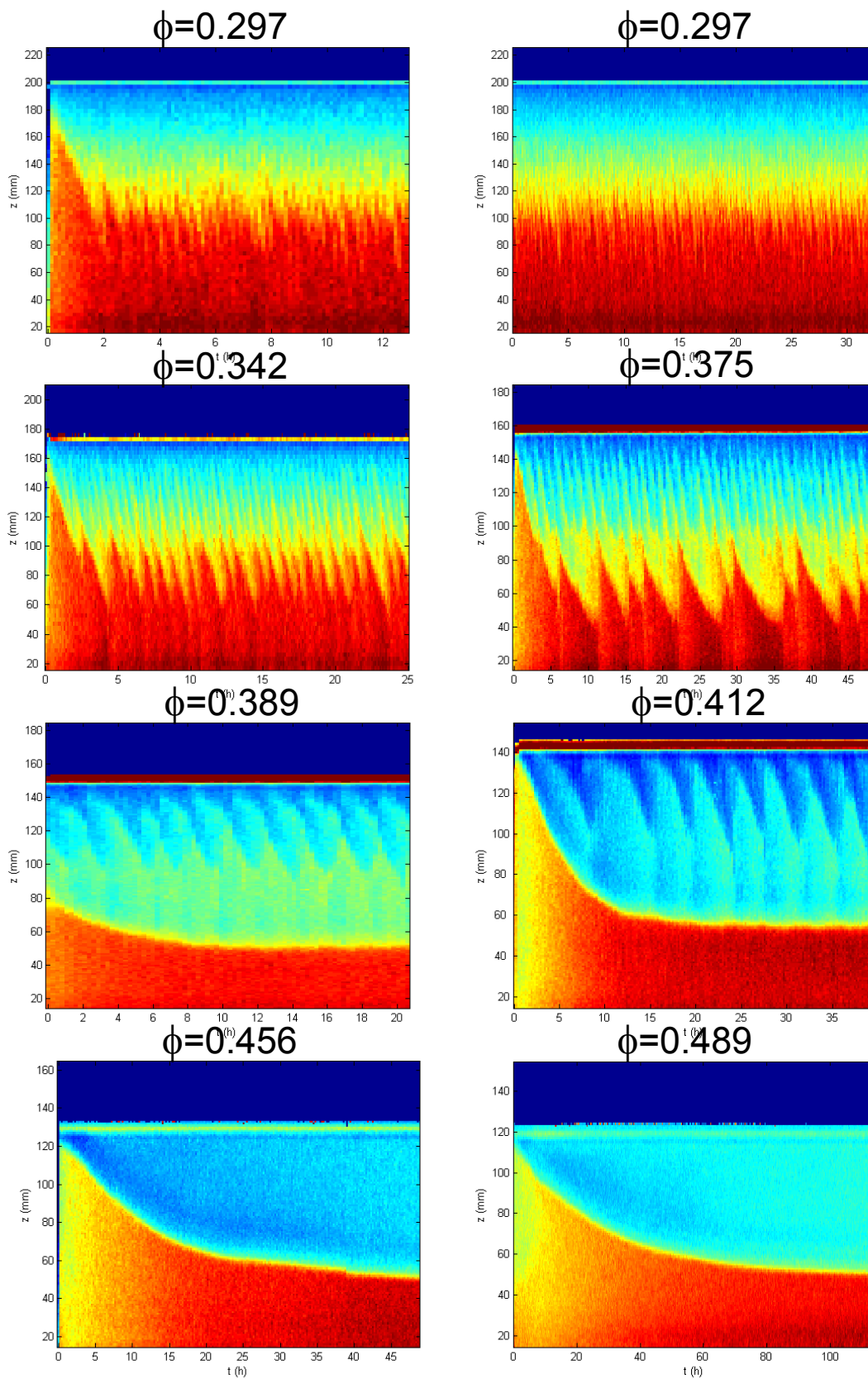


FIGURE G.1 – Diagrammes spatio-temporels d'atténuation d'une suspension bidisperse de rapport de tailles $\lambda = 1.23$ ($150-160 \mu\text{m} + 180-200 \mu\text{m}$) et de composition $\beta_g = 0.5$, fluidisée à différentes vitesses débitantes V_d .

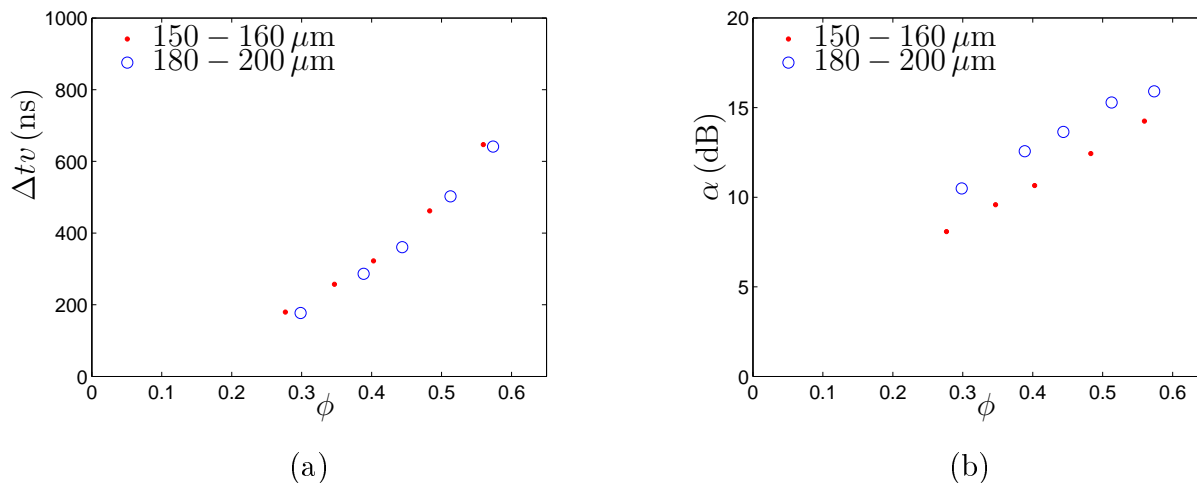


FIGURE G.2 – Evolution du temps de vol Δtv (a) et de l'atténuation α (b) pour 2 suspensions monodisperses de $150 - 160 \mu\text{m}$ et $180 - 200 \mu\text{m}$, en fonction de la concentration ϕ .

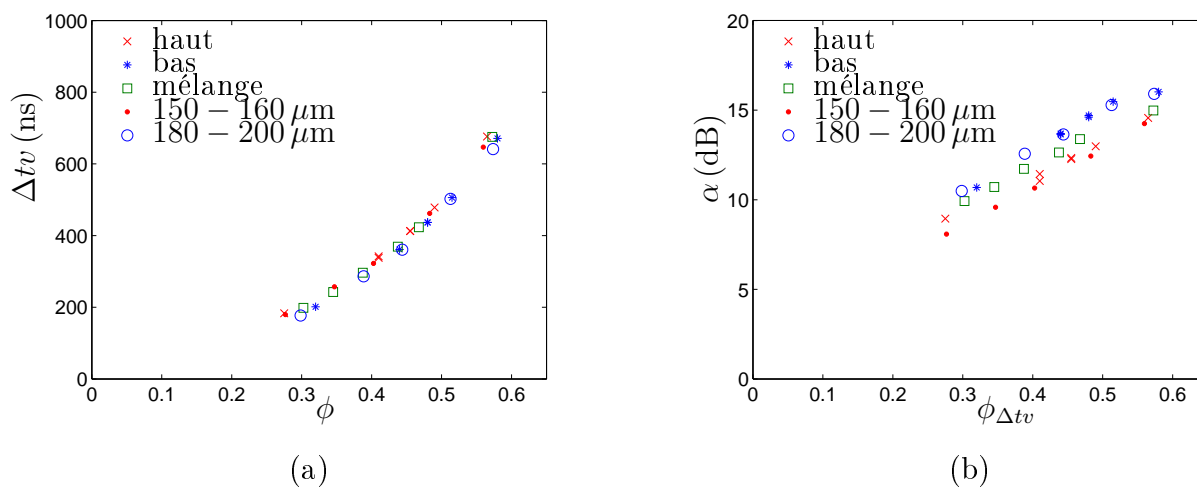


FIGURE G.3 – Temps de vol Δtv (a) et atténuation α (b) dans les différentes zones : haut et bas des suspensions bidisperses ségréguées, et zone mélange des suspensions mélangées, ainsi que les atténuations des suspensions monodisperses, en fonction de la concentration déduite du temps de vol $\phi_{\Delta tv}$.

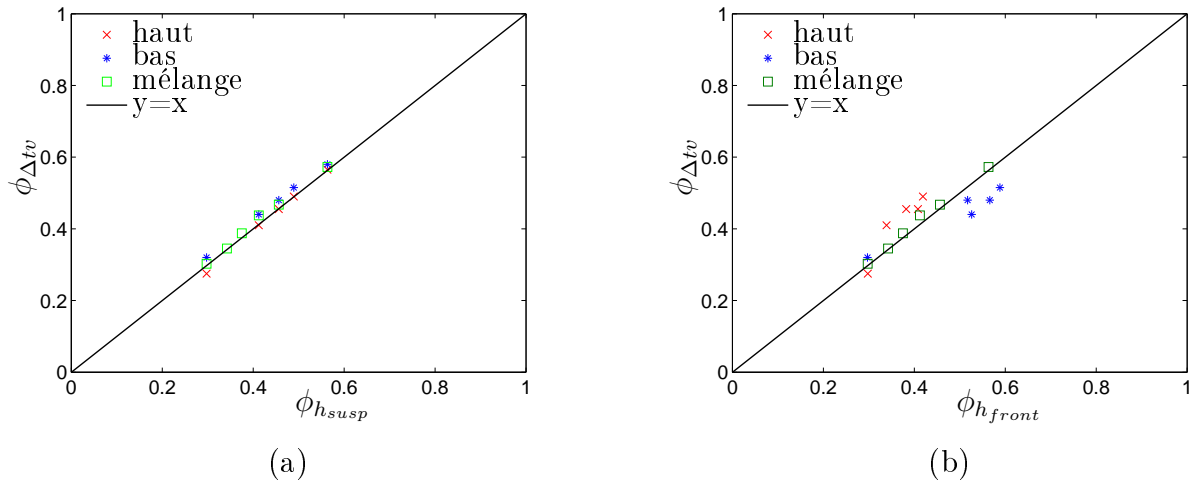


FIGURE G.4 – (a) : Concentration déduite du temps de vol $\phi_{\Delta tv}$ dans les différentes zones des suspensions bidisperses (haut, bas mélangée), en fonction de la concentration moyenne de la suspension déduite de la hauteur de suspension $\phi_{h_{susp}}$. (b) : Concentration déduite du temps de vol $\phi_{\Delta tv}$ dans les différentes zones des suspensions bidisperses (haut, bas mélangée), en fonction de la concentration déduite des hauteurs de fronts $\phi_{h_{front}}$, en considérant les suspensions totalement ségréguées.

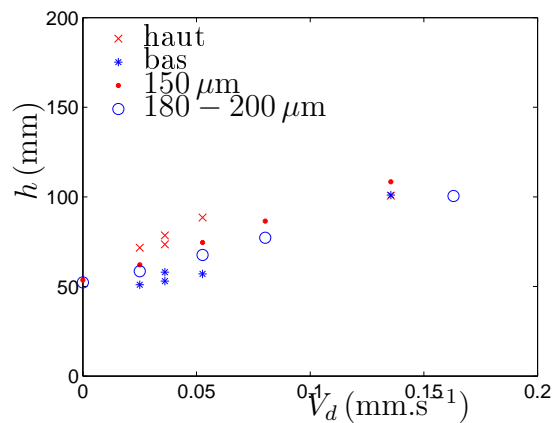


FIGURE G.5 – Hauteurs des différentes zones : haut et bas des suspensions bidisperses ségréguées, et les hauteurs des suspensions monodisperses, en fonction de $\frac{V_d}{U_g^0}$.

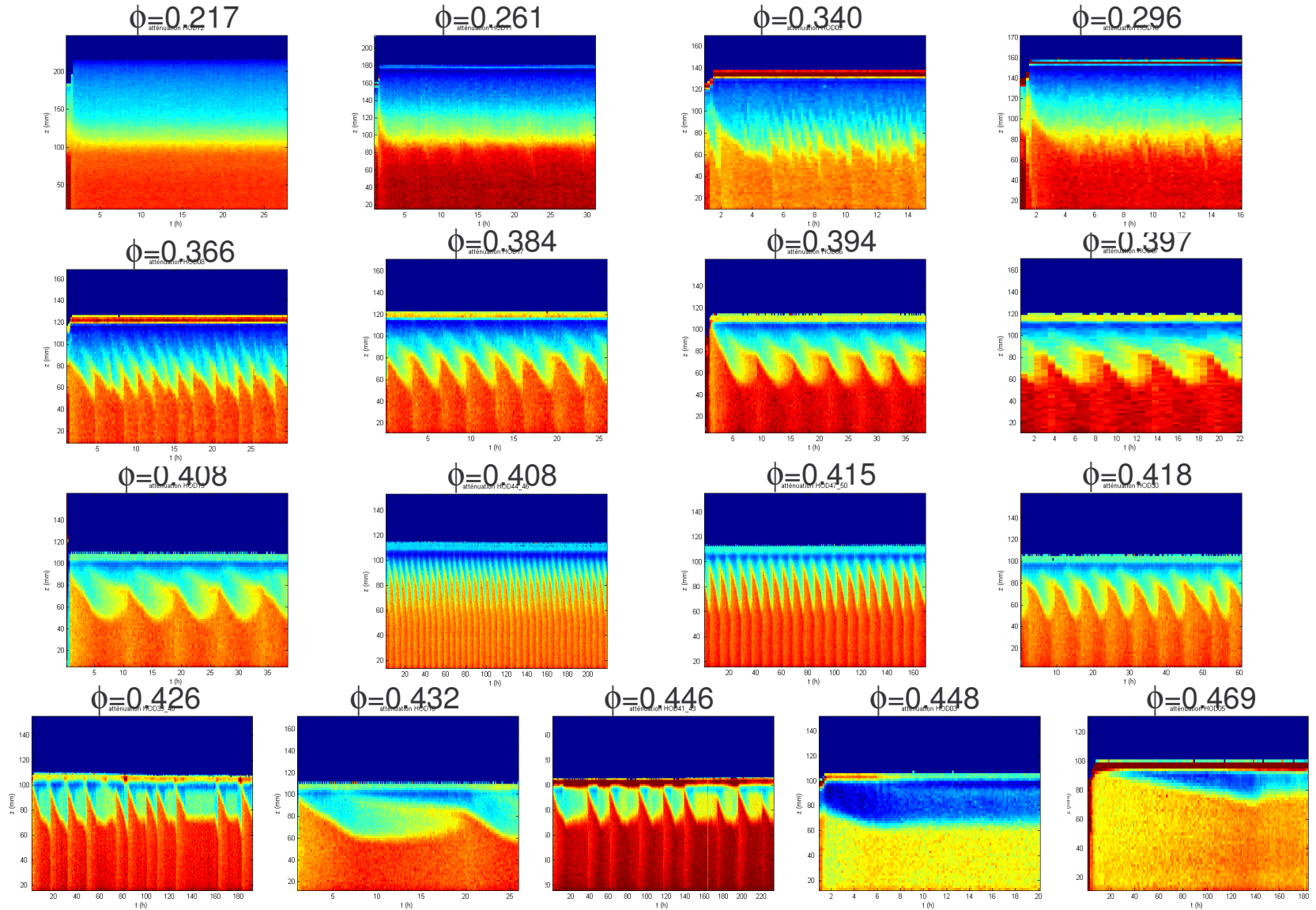
30g 150-160 μm + 30g 180-200 μm 

FIGURE G.6 – Diagrammes spatio-temporels dans une suspension bidisperse de rapport de tailles $\lambda = 1.23$ et de composition $\beta = 0.5$, fluidisée à différentes vitesses débitantes, à une température $T = 20^\circ\text{C}$.

30g 150-160 μm + 30g 180-200 μm
 $T=25^\circ\text{C}$

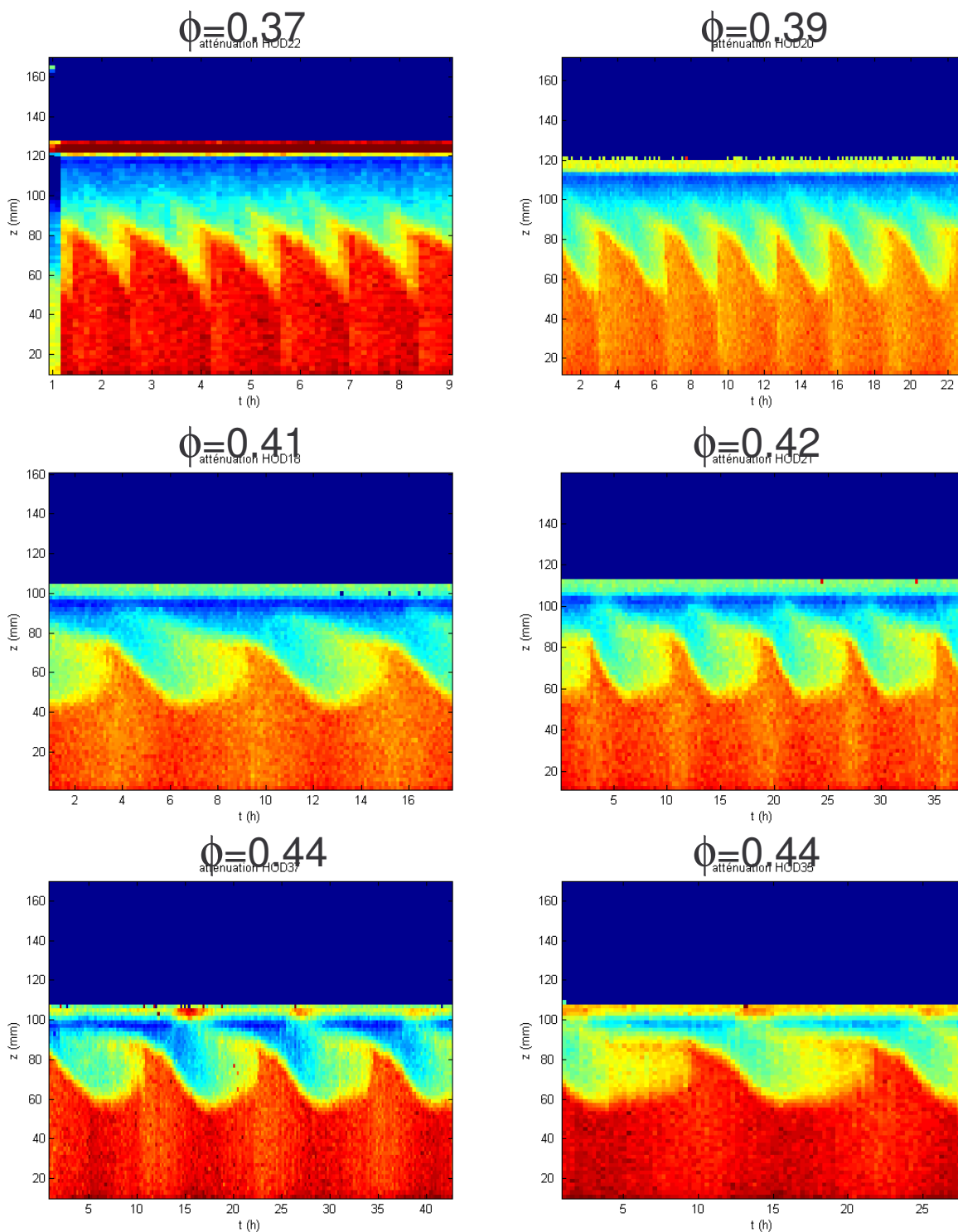


FIGURE G.7 – Diagrammes spatio-temporels dans une suspension bidisperse de rapport de tailles $\lambda = 1.23$ et de composition $\beta = 0.5$, fluidisée à différentes vitesses débitantes, à une température $T = 25^\circ\text{C}$.

30g 150-160 μm + 30g 180-200 μm
 $T=30^\circ\text{C}$

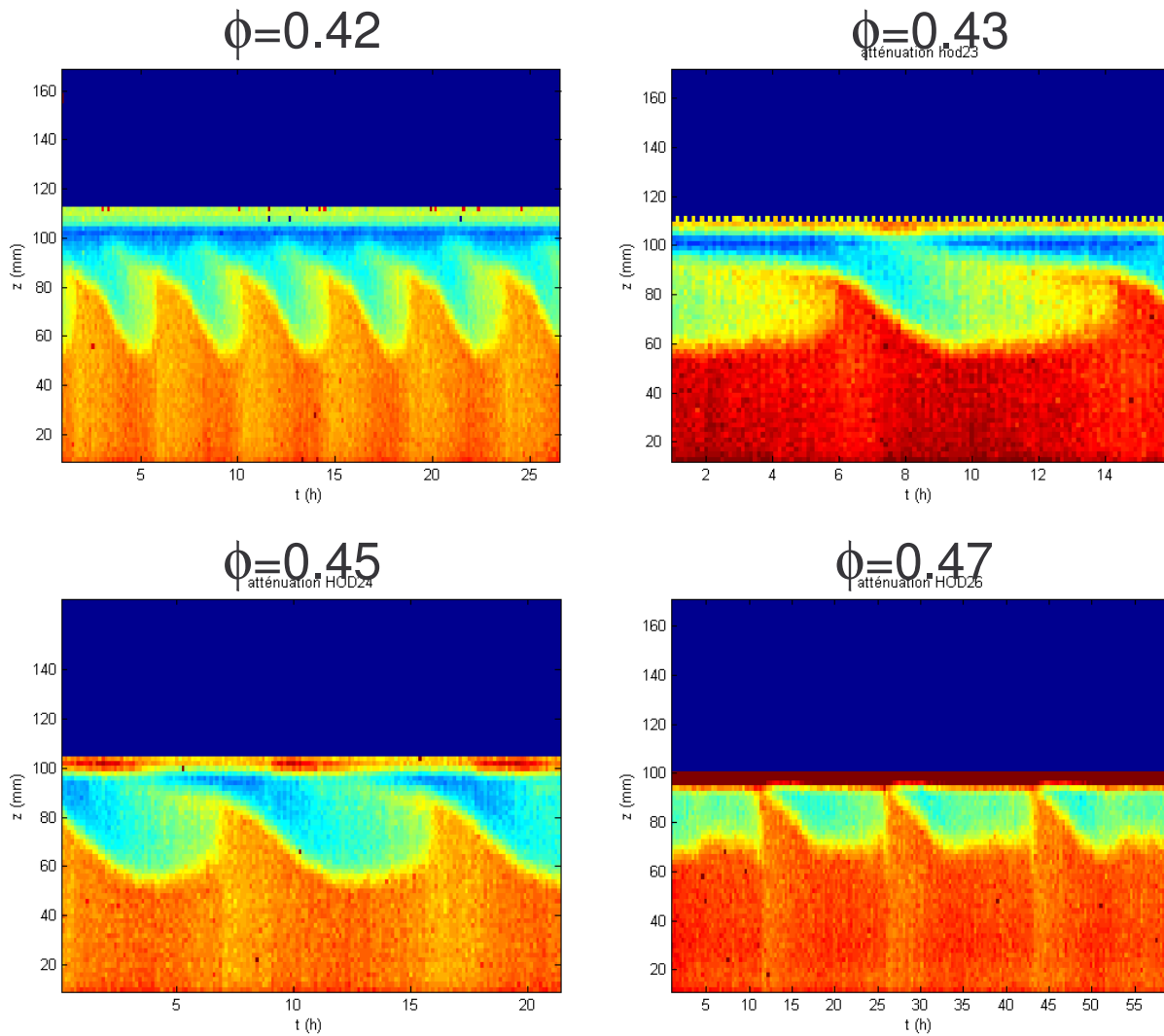


FIGURE G.8 – Diagrammes spatio-temporels dans une suspension bidisperse de rapport de tailles $\lambda = 1.23$ et de composition $\beta = 0.5$, fluidisée à différentes vitesses débitantes, à une température $T = 30^\circ\text{C}$.

45g 150-160 μ m + 30g 180-200 μ m

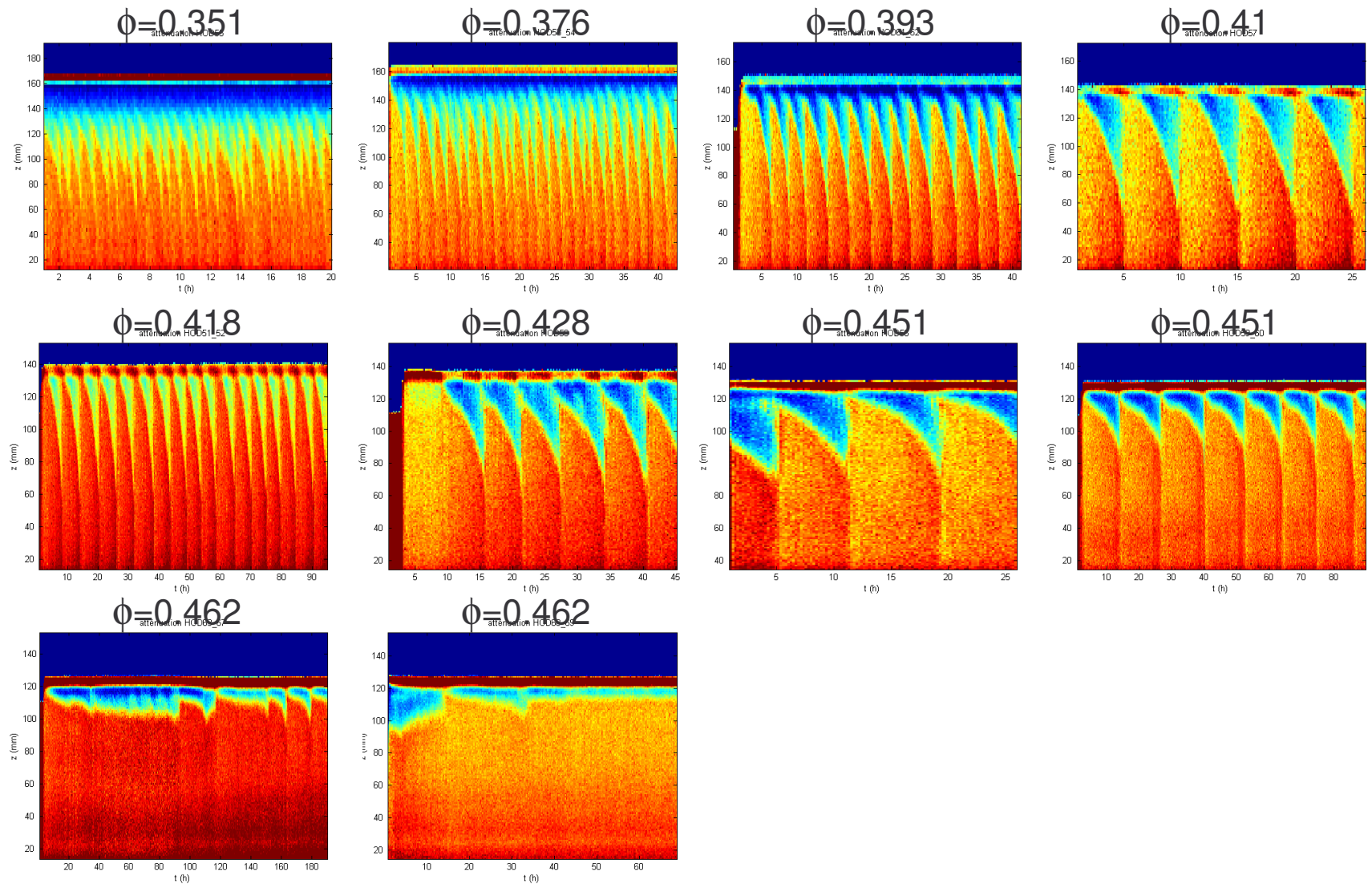


FIGURE G.9 – Diagrammes spatio-temporels dans une suspension bidisperse de rapport de tailles $\lambda = 1.23$ et de composition $\beta = 0.4$, fluidisée à différentes vitesses débitantes, à une température $T = 20 \text{ }^\circ\text{C}$.

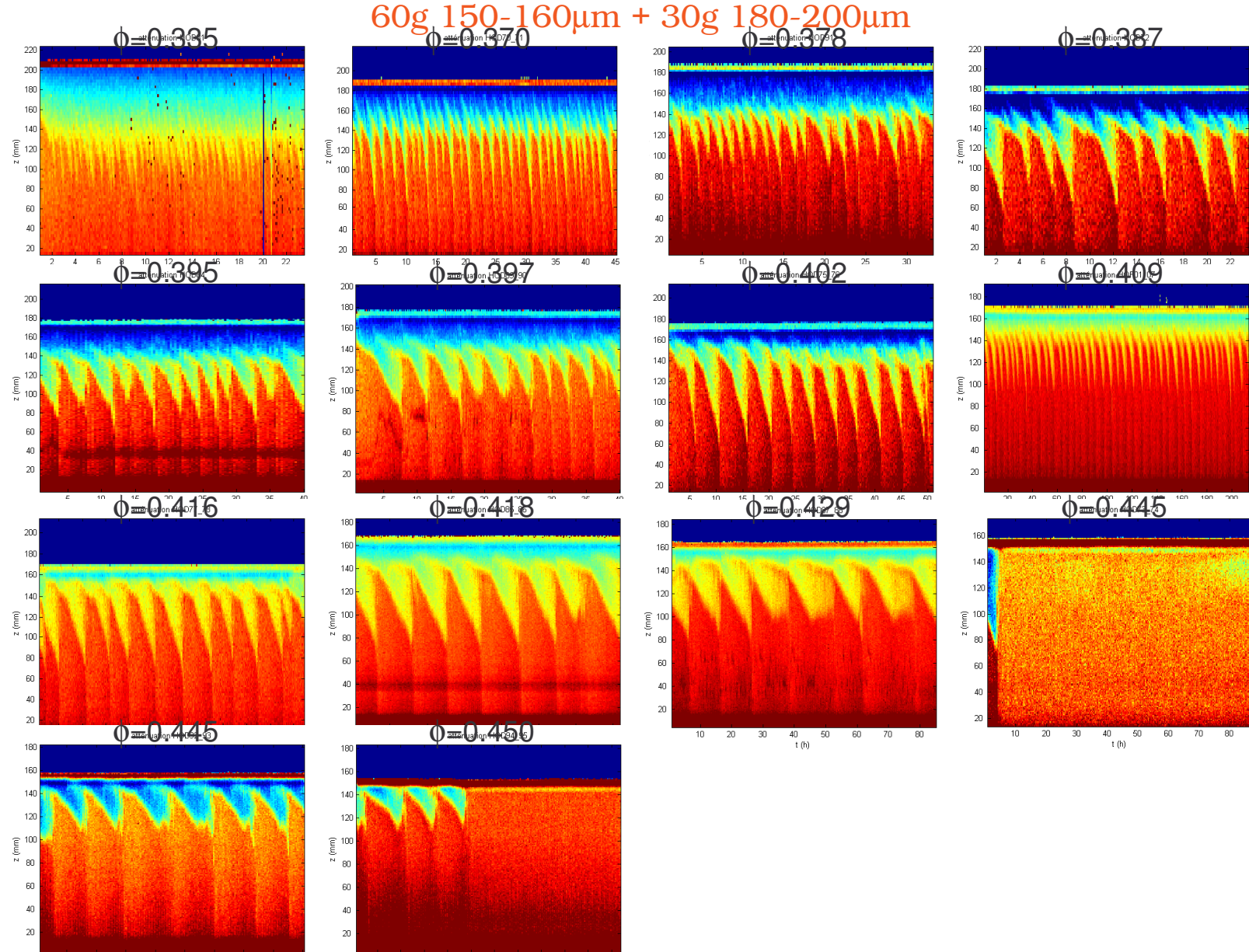


FIGURE G.10 — Diagrammes spatio-temporels dans une suspension bidisperse de rapport de tailles $\lambda = 1.23$ et de composition $\beta = 0.33$, fluidisée à différentes vitesses débitantes, à une température $T = 20^\circ\text{C}$.

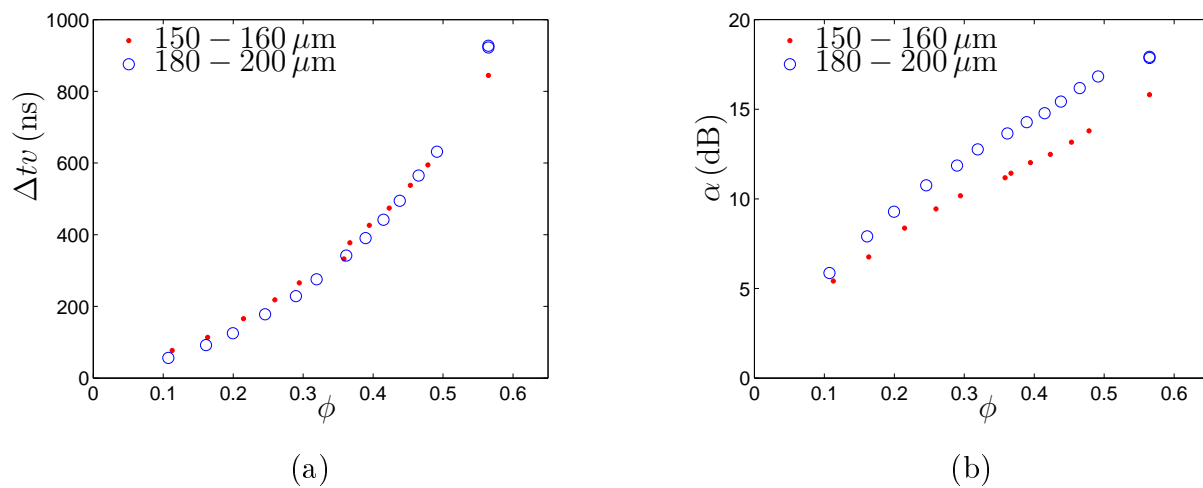
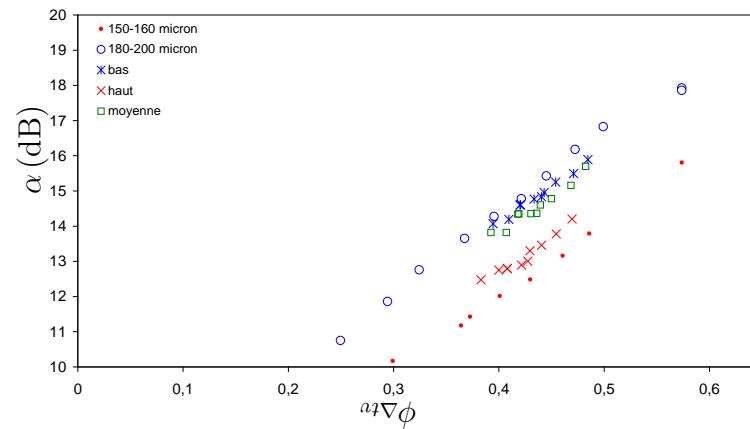
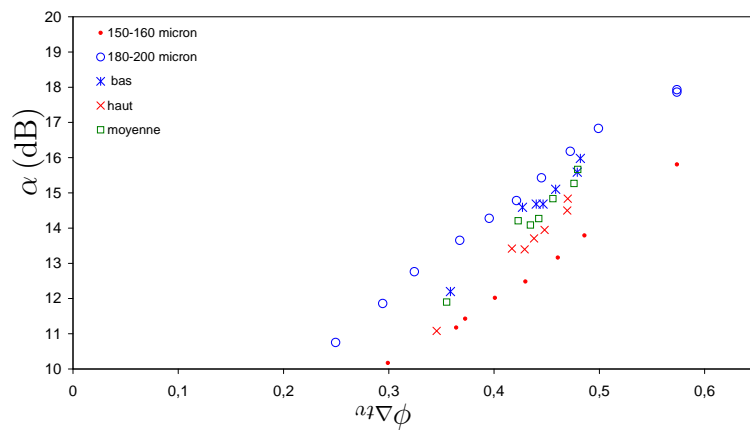


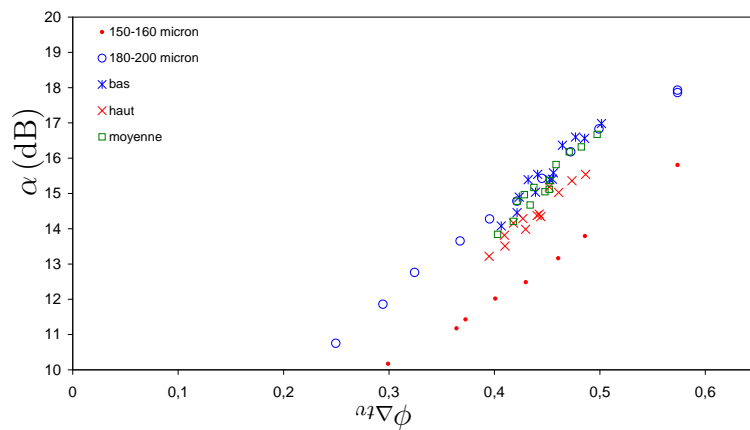
FIGURE G.11 – Evolution du temps de vol Δtv (a) et de l'atténuation α (b) pour 2 suspensions monodisperses de 150 – 160 μm et 180 – 200 μm , en fonction de la concentration ϕ .



(a)



(b)



(c)

FIGURE G.12 – Atténuation α (b) dans les différentes zones : haut et bas des suspensions bidisperses ségréguées, et zone mélangée des suspensions mélangées, ainsi que les atténuations des suspensions monodisperses, en fonction de la concentration déduite du temps de vol $\phi_{\Delta tv}$.

30g 150-160 μm + 30g 180-200 μm

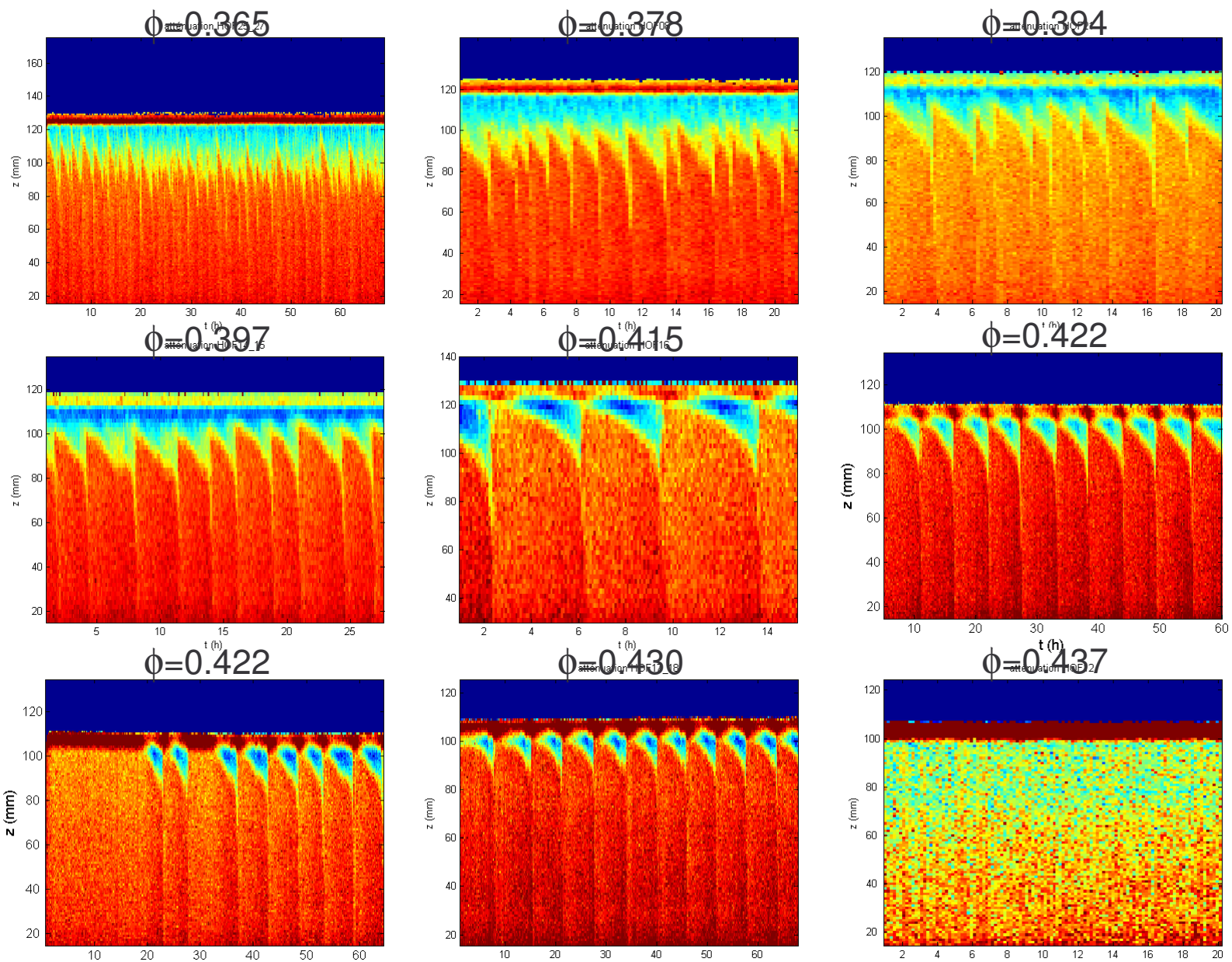


FIGURE G.13 – Diagrammes spatio-temporels dans une suspension bidisperse de rapport de tailles $\lambda = 1.23$ et de composition $\beta = 0.5$, fluidisée à différentes vitesses débitantes, à une température $T = 20^\circ\text{C}$.

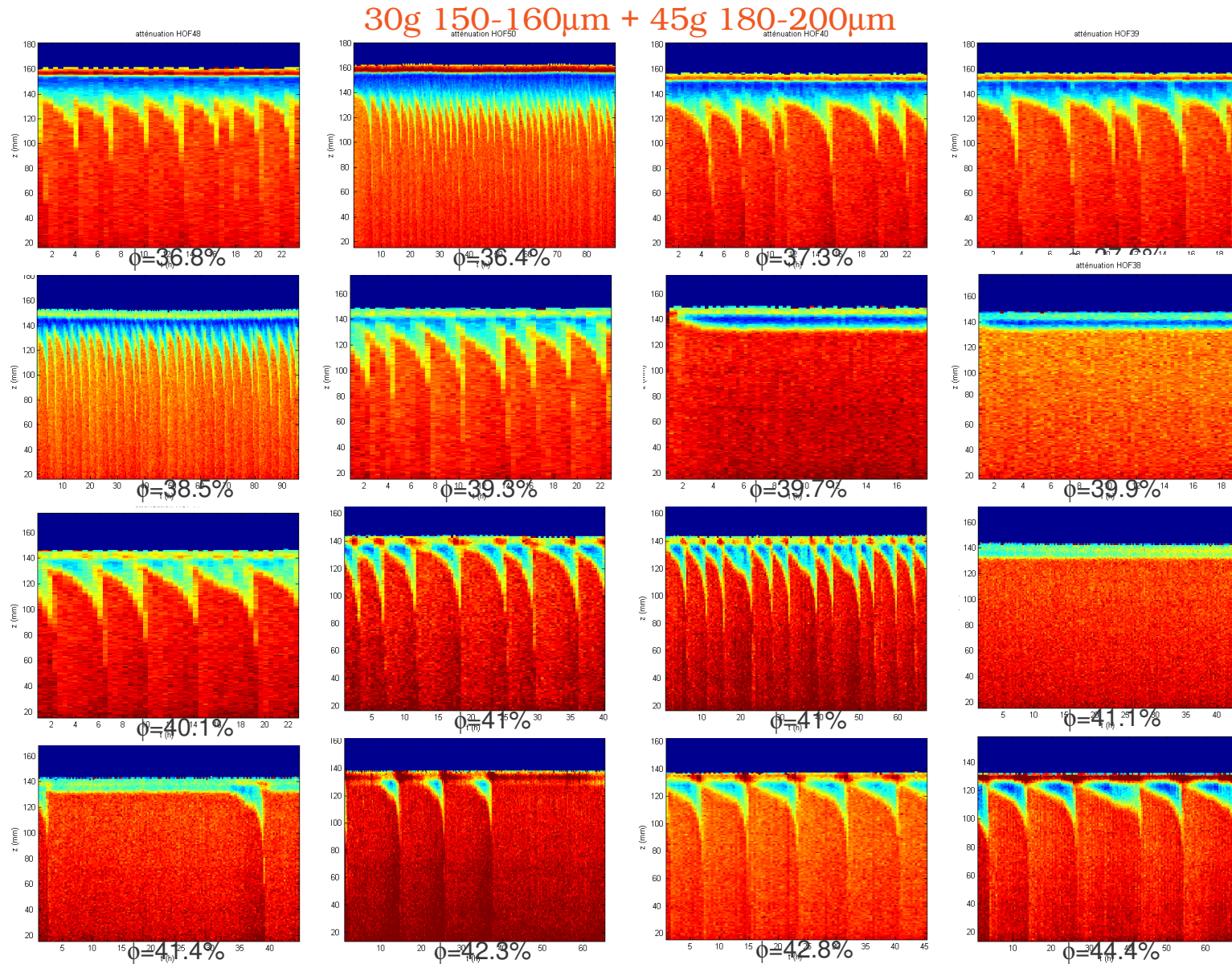
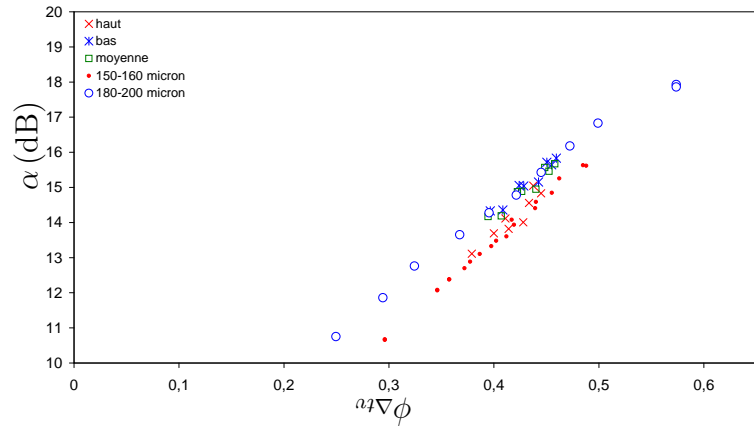
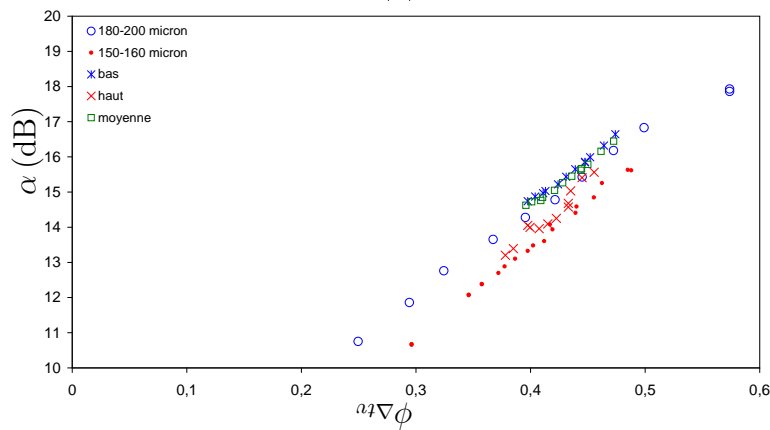


FIGURE G.14 – Diagrammes spatio-temporels dans une suspension bidisperse de rapport de tailles $\lambda = 1.23$ et de composition $\beta = 0.6$, fluidisée à différentes vitesses débitantes, à une température $T = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$.



(a)



(b)

FIGURE G.15 – Atténuation α (b) dans les différentes zones : haut et bas des suspensions bidisperses ségrégées, et zone mélangée des suspensions mélangées, ainsi que les atténuations des suspensions monodisperse, en fonction de la concentration déduite du temps de vol $\phi_{\Delta tv}$.

Annexe H

Suspension bidisperse 5 : $\lambda = 1.19$ et
 $\beta = 0.5$

30g 160 μm + 30g 180-200 μm

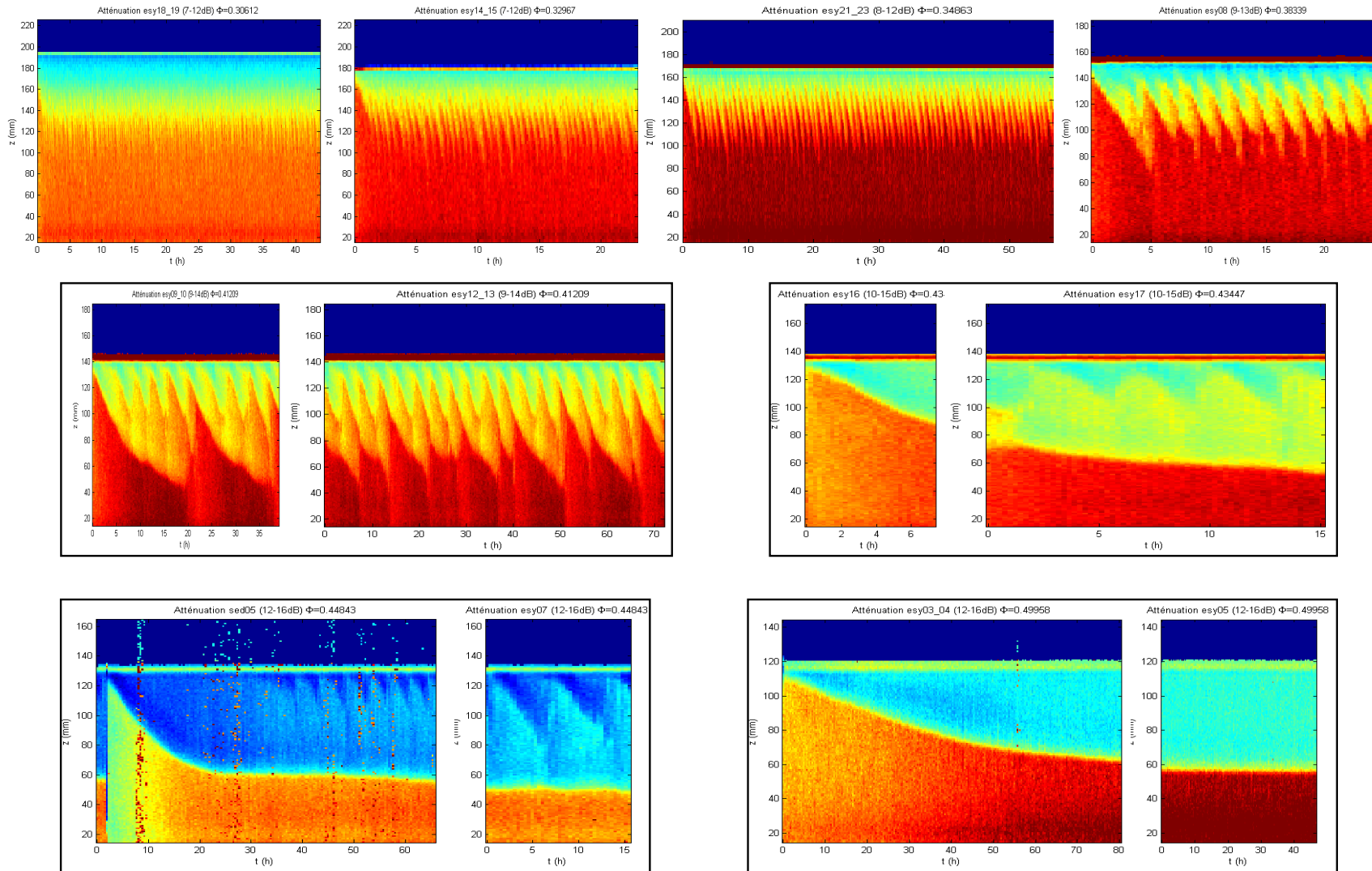


FIGURE H.1 – DDiagrammes spatio-temporels d'atténuation d'une suspension bidisperse de rapport de tailles $\lambda = 1.19$ (160 μm + 180–200 μm) et de composition $\beta_g = 0.5$, fluidisée à différentes vitesses débitantes V_d .

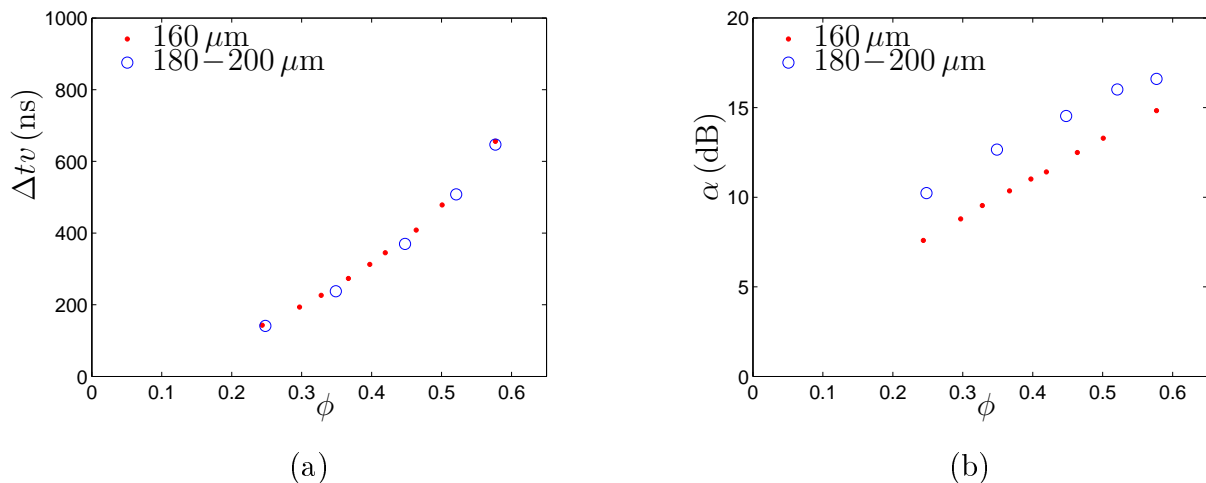


FIGURE H.2 – Evolution du temps de vol Δtv (a) et de l'atténuation α (b) pour 2 suspensions monodisperses de 160 μm et 180–200 μm , en fonction de la concentration ϕ .

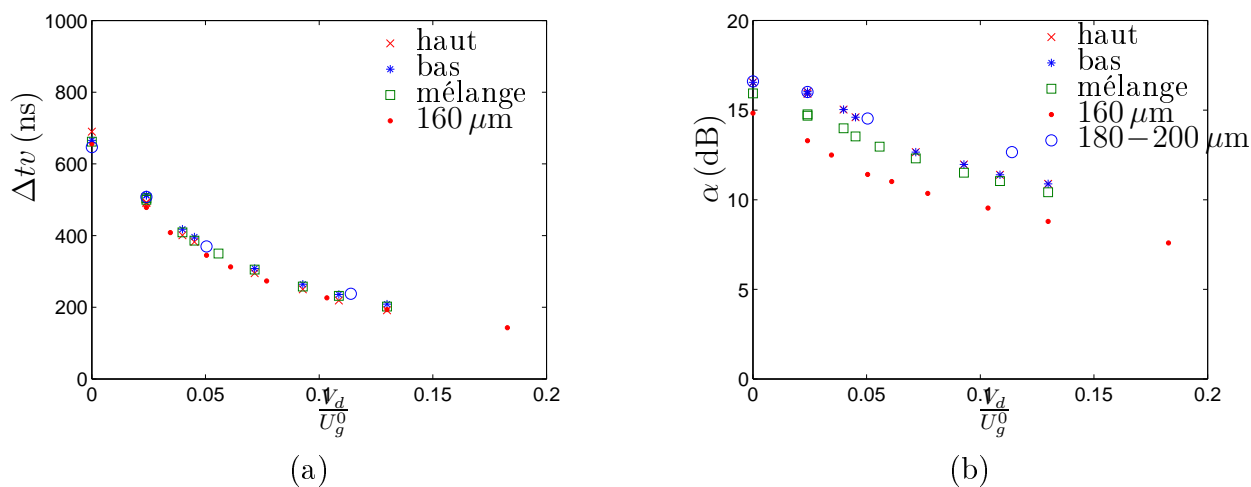


FIGURE H.3 – Temps de vol Δtv (a) et atténuation α (b) dans les différentes zones : haut et bas des suspensions bidisperses ségréguées, et zone mélangée des suspensions mélangées, ainsi que les atténuations des suspensions monodisperses, en fonction de la vitesse débitante V_d normalisée par la vitesse de Stokes des grosses billes U_g^0 .

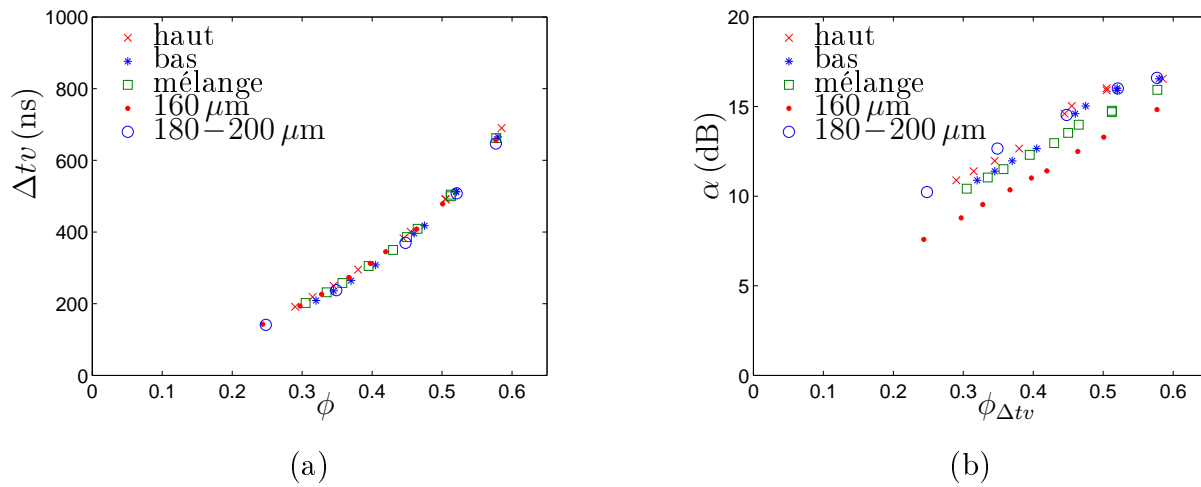


FIGURE H.4 – Temps de vol Δtv (a) et atténuation α (b) dans les différentes zones : haut et bas des suspensions bidisperses ségréguées, et zone mélangée des suspensions mélangées, ainsi que les atténuations des suspensions monodisperse, en fonction de la concentration déduite du temps de vol $\phi_{\Delta tv}$.

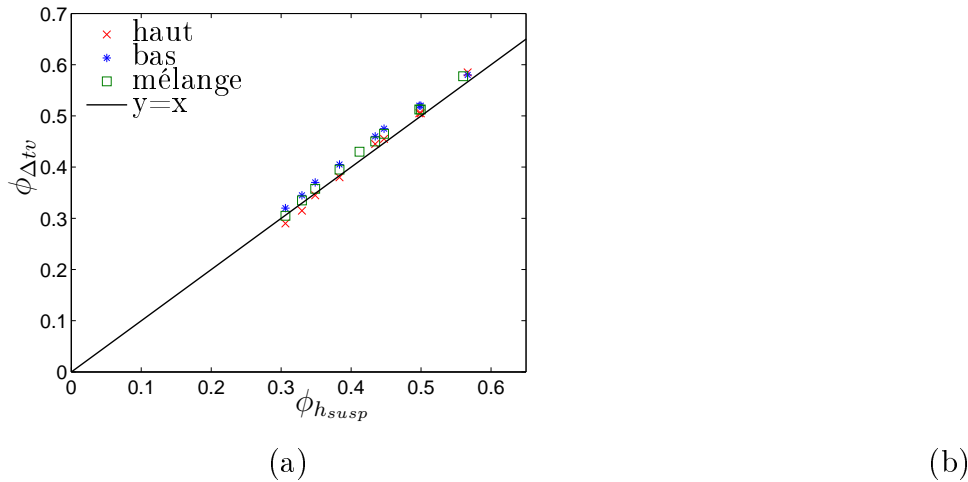


FIGURE H.5 – (a) : Concentration déduite du temps de vol $\phi_{\Delta tv}$ dans les différentes zones des suspensions bidisperses (haut, bas et mélangée) en fonction de la concentration moyenne de la suspension déduite de la hauteur de suspension ϕ_{hsusp} . (b) : Concentration déduite du temps de vol $\phi_{\Delta tv}$ dans les différentes zones des suspensions bidisperses (haut, bas et mélangée), en fonction de la concentration déduite des hauteurs de fronts $\phi_{h_{front}}$, en supposant les suspensions totalement ségréguées.

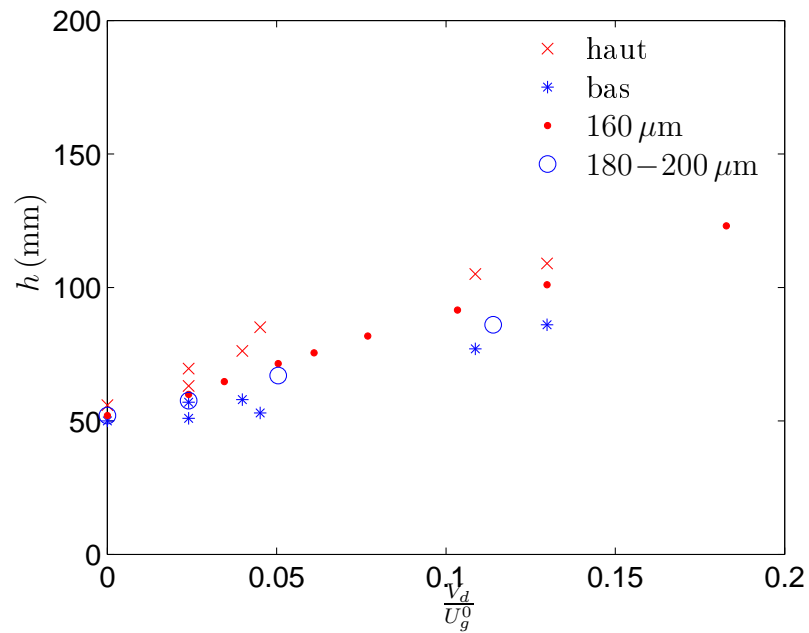


FIGURE H.6 – Hauteurs des différentes zones : haut et bas des suspensions bidisperses ségréguées, et les hauteurs des suspensions monodisperses, en fonction de la vitesse débitante V_d normalisée par la vitesse de Stokes des grosses billes U_g^0 .

Bibliographie

- [1] M. Abbas, E. Climent, O. Simonin, and M. R. Maxey. Dynamics of bidisperse suspensions under Stokes flows : Linear shear flow and sedimentation. *Phys. Fluids*, 18(12) :1504–1520, 2006.
- [2] JR Abbott, N. Tetlow, AL Graham, SA Altobelli, E. Fukushima, LA Mondy, and TS Stephens. Experimental observations of particle migration in concentrated suspensions : Couette flow. *Journal of Rheology*, 35 :773, 1991.
- [3] D. J. Acherson. *Elementary Fluid Dynamics*. Clarendon Press, 1990.
- [4] A. Acrivos, R. Mauri, and X. Fan. Shear-induced resuspension in a Couette device. *International journal of multiphase flow*, 19(5) :797–802, 1993.
- [5] M. A. Al-Naafa and M. S. Selim. Sedimentation of Polydisperse concentrated suspensions. *Canadian J. of Chem. Eng.*, 67 :257, 1989.
- [6] M. Asif. Segregation velocity model for fluidized suspension of binary mixture of particles. *Chemical Engineering and Processing*, 37(4) :279–286, 1998.
- [7] J.C. Bacri, M. Hoyos, N. Rakotomalala, D. Salin, M. Bourlion, G. Daccord, R. Lenormand, and S. Soucemarianadin. Ultrasonic diagnostic diagnostic in porous media and suspensions. *J. Phys.(France)*, 1 :1455–1466, 1991.
- [8] K. V. S. R. Bandaru, L. C. Kressler, M. W. Wolff, U. Reichl, A. Seidel Morgenstern, and S. Pushpavanam. Hydrodynamic characteristics and expansion behavior of beds containing single and binary mixtures of particles. *Ind. Eng. Chem. Res.*, 46 :4686–4694, 2007.
- [9] G. K. Batchelor. Sedimentation in a Dilute Polydisperse System of Interacting Spheres : 1. General Theory. *J. Fluid Mech.*, 119 :379, 1982.
- [10] G. K. Batchelor and J. T. Green. The determination of the bulk stress in a suspension of spherical particles to order c^2 . *J. Fluid Mech.*, 56(03) :401–427, 1972.
- [11] G. K. Batchelor and R.W. Jansa Van Rensburg. Structure formation in bidisperse sedimentation. *J. Fluid Mech.*, 166 :379–407, 1986.

- [12] G. K. Batchelor and C.S. Wen. Sedimentation in a Dilute Polydisperse System of Interacting Spheres : 2. Numerical Results. *J. Fluid Mech.*, 124 :495, 1982.
- [13] GK Batchelor. The stress system in a suspension of free-forces particles. *J. Fluid Mech.*, 41 :545–570, 1970.
- [14] M. Baudoin, J.L. Thomas, F. Coulouvrat, and D. Lhuillier. An extended coupled phase theory for the sound propagation in polydisperse concentrated suspensions of rigid particles. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 121 :3386, 2007.
- [15] M. A. Biot. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous medium. *J. Acoust. Soc. Am.*, 28 :168–178, 1956.
- [16] J. F. Brady. The rheological behavior of concentrated colloidal dispersions. *Chem. Phys.*, 99 :567–581, 1993.
- [17] D. Bruneau, R. Anthore, F. Feuillebois, X. Auvray, and C. Petipas. Measurement of the average velocity of sedimentation in a dilute polydisperse suspension of spheres. *J. Fluid Mech.*, 221 :577–596, 1990.
- [18] R. E. Caffisch and J. H. C. Luke. Variance in the sedimentating speed of a suspension. *Phys. Fluids*, 28 :1759, 1985.
- [19] D. Chan and RL Powell. Rheology of suspensions of spherical particles in a Newtonian and a non-Newtonian fluid. *Journal of non-newtonian fluid mechanics*, 15(2) :165–179, 1984.
- [20] MK Cheung, RL Powell, and MJ Mccarthy. Sedimentation of Noncolloidal Bidisperse Suspensions. *AIChE Journal*, 42(1) :271–276, 1996.
- [21] A. W. Chow, J. H. Iwayima, S. W. Sinton, and D. T. Leighton. Particle migration of non-brownian, concentrated suspensions in a truncated cone-and-plate. Society of Rheology Meeting (Sacramento), 1995.
- [22] A. W. Chow, S. W. Sinton, J. H. Iwayima, and T. S. Stephens. Shear-induced migration in couette and parallel-plate viscometers : Nmr imaging and stress measurements. *Phys. Fluids A*, 6 :2561–2676, 1994.
- [23] I. Cohen, T.G. Mason, and D.A. Weitz. Shear-Induced Configurations of Confined Colloidal Suspensions. *Physical Review Letters*, 93(4) :46001, 2004.
- [24] S. Daughan, L. Talini, Y. Peysson, and C. Allain. Settling in shear-thinning fluids. *Oil & Gas Sc. and Tech.*, 59 :71, 2004.
- [25] R.H. Davis and H. Gecol. Hindered settling function with no empirical parameters for polydisperse suspensions. *AIChE Journal*, 40(3) :570–575, 1994.

- [26] R. Di Felice. Hydrodynamics of liquid fluidisation. *Chem. Eng. Sc.*, 50(8) :1213–1245, 1995.
- [27] E. C. Eckstein, D. G. Bailey, and A. H Shapiro. Self-diffusion of particles in shear flow of suspension. *J. Fluid Mech*, 83 :695, 1977.
- [28] H. Eilers. The viscosity of emulsions made of highly viscous materials as a function of concentration. *Kolloid-Z*, 97, 1941.
- [29] A. Einstein. Über die von der molekularkinetischen Theorie der Wärme geforderte Bewegung von in ruhenden Flüssigkeiten suspendierten Teilchen. *Ann. Phys.(Leipzig)*, 17 :549–560, 1905.
- [30] A. Einstein. Investigations on the theory of the brownian movement. *Ann. Phys.*, 19, 1906. traduction de A. D. Cowper (1956).
- [31] A. W. Francis. Wall Effect in Falling Ball Method for Viscosity. *Physics*, 4 :403, 1933.
- [32] M. Frank, D. Anderson, E.R. Weeks, and J.F. Morris. Particle migration in pressure-driven flow of a Brownian suspension. *Journal of Fluid Mechanics*, 493 :363–378, 2003.
- [33] N. Funamizu and T. Takakuwa. A minimal potential energy model for predicting stratification pattern in binary and ternary solid-liquid fluidized beds. *Chemical Engineering Science*, 51(3) :341–351, 1996.
- [34] F. Gadala-Maria. *The rheology of concentrated suspensions*. PhD thesis, Stranford University, 1979.
- [35] J. Garside and M. R. Al-Dibouni. Velocity-voidage Relationship for Fluidization and Sedimentation in Solid-Liquid Systems. *Ind. Eng. Chem., Process Des. Dev.*, 16 :206, 1977.
- [36] J. H. Ham and G. M. Homsy. Hindered settling and hydrodynamic dispersion in quiescent suspension. *Intl. J. Multiphase Flow*, 14 :533–546, 1988.
- [37] H. Hasimoto. On the periodic fundamental solution of Stokes equation and their application to viscous flow past a cubic array of spheres. *J. Fluid Mech.*, 5 :317, 1959.
- [38] E. J. Hinch. An averaged-equation approach to particle interactions in a fluid suspension. *J. Fluid Mech.*, 83 :695, 1977.
- [39] E. J. Hinch. *Disorder and Mixing*, chapter Sedimentation of small particles, page 153. Kluwer Academic, 1988.
- [40] M. Hoyos, J.C. Bacri, J. Martin, and D. Salin. A study of the sedimentation of non-colloidal bidisperse, concentrated suspensions by an acoustic technique. *Phys. Fluids*, 6 :3809–3817, 1994.

- [41] S. C. Jana, B. Kapoor, and A. Acrivos. Apparent wall slip velocity coefficients in concentrated suspensions of noncolloidal particles. *J. Rheol.*, 39(6) :1123–1132, 1995.
- [42] D. J. Jeffrey, J. F. Morris, and J. F. Brady. The pressure moments for two spheres in low-reynolds-number flow. *Phys. Fluids A*, 5 :2317–2325, 1993.
- [43] S.C. Kennedy and R.H. Bretton. Axial dispersion of spheres fluidized with liquids. *A.I.Ch. J.*, 12 :24–30, 1966.
- [44] D. L. Koch and E. S. G. Shaqfeh. Screening in sedimenting suspensions. *J. Fluid Mech.*, 224 :275, 1991.
- [45] C. J. Koh, P. Hookham, and L. G. Leal. An Experimental Investigation of Concentrated Suspension Flows in a Rectangular Channel Flow. *J. Fluid Mech*, 363(1), 1994.
- [46] I. M. Krieger and T. J. Dougherty. A mechanism for non-newtonian flow in suspensions of rigid spheres. *J. Rheol.*, 3 :137–152, 1959.
- [47] G. P. Krishnan, S. Beimfohr, and D. T. Leighton. Shear-induced radial segregation in bidisperse suspensions. *J. Fluid Mech.*, 321 :371–393, 1996.
- [48] D. Leighton and Acrivos A. Viscous resuspension. *Chem. Eng. Sci.*, 41 :1377–1384, 1986.
- [49] D. Leighton and A. Acrivos. The shear-induced migration of particles in concentrated suspensions. *J. Fluid Mech.*, 177 :109–131, 1987.
- [50] M. Lenoble, P. Snabre, and B. Pouligny. The flow of a very concentrated slurry in a parallel-plate device : Influence of gravity. *Physics of Fluids*, 17 :073303, 2005.
- [51] M. J. Lockett and K. S. Bassoon. Sedimentation of binary particle mixtures. *Powder Technol*, 24(1-2), 1979.
- [52] MJ Lockett and HM Al-Habbooby. Differential settling by size of two particle species in a liquid. *Chemical Engineering Research and Design*, 51(a) :281–292, 1973.
- [53] MJ Lockett and HM Al-Habbooby. Relative particle velocities in two-species settling. *Powder Technol*, 10(1-2) :67–71, 1974.
- [54] J. Martin. *Exploration acoustique d’une suspension non-colloïdale perturbée. Mesure des grandeurs caractéristiques du système.* PhD thesis, Université P6, 1995.
- [55] J. Martin, N. Rakotomalala, and D. Salin. Hydrodynamic Dispersion of Noncolloidal Suspensions : Measurement from Einstein’s Argument. *Physical Review Letters*, 74(8) :1347–1350, 1995.

- [56] J.H. Masliyah. Hindered settling in a multiple-species particle system. *Chem. Eng. Sci.*, 34 :1166–1168, 1979.
- [57] P. Mills and P. Snabre. Rheology and structure of concentrated suspensions of spheres. shear induced particle migration. *J. Phys. II France*, 5 :1597–1608, 1995.
- [58] M. Mooney. The viscosity of a concentrated suspension of spherical particles. *J. Colloid Sci.*, 6(162-170) :8, 1951.
- [59] H. Morimati, T. Iwase, and T. Chiba. A comprehensive interpretation of solid layer inversion in liquid fluidized beds. *Chem. Eng. Sc.*, 37 :1751–1757, 1982.
- [60] J. F. Morris and F. Boulay. Curvilinear flows of noncolloidal suspensions : the role of normal stresses. *J. Rheol.*, 43 :1213–1237, 1999.
- [61] P. J. Mucha, S. Y. Tee, D. A. Weitz, B. I. Shraiman, and M. P. Brenner. A model for velocity fluctuations in sedimentation. *J. Fluid Mech.*, 501 :71–104, 2004.
- [62] H. Nicolai, B. Herzhaft, E.J Hinch, L. Oger, and E. Guazzelli. Particle velocity fluctuations and hydrodynamic self-diffusion of sedimenting non-Brownian spheres. *Physics of Fluids*, 7 :12, 1995.
- [63] A. Nollet. *Leçons de physique-experimentale*. CHippolyte-Louis Guerin, 1748.
- [64] P.R. Nott and J.F. Brady. Pressure-driven suspension flow : Simulation and theory. *J. Fluid Mech.*, 275 :157, 1994.
- [65] G Ovarlez, F. Bertrand, and S Rodts. Local determination of the constitutive law of a dense suspension of noncolloidal particles through magnetic resonance imaging. *J. Rheol.*, 50 :259–292, 2006.
- [66] Y Peysson and E. Guazzelli. Velocity fluctuations in a bidisperse sedimenting suspension. *Phys. Fluids*, 11(7) :1953–1955, 1999.
- [67] R. J. Phillips, R. C. Armstrong, R. A. Brown, A. Graham, and J. R. Abbott. A constitutive model for concentrated suspensions that accounts for shear-induced particle migration. *Phys. Fluids*, 4 :679–695, 1992.
- [68] R.J Phillips, JF Brady, and G. Bossis. Hydrodynamic transport properties of hard-sphere dispersions. I. Suspensions of freely mobile particles. *Physics of Fluids*, 31 :3462, 1988.
- [69] DJ Pine, JP Gollub, JF Brady, and AM Leshansky. Chaos and threshold for irreversibility in sheared suspensions. *Nature*, 438(7070) :997–1000, 2005.
- [70] D. Prasad and HK Kytömaa. Particle stress and viscous compaction during shear of dense suspensions. *International Journal of Multiphase Flow*, 21(5) :775–785, 1995.

- [71] O. Reynolds. On the dilatancy of media composed of rigid particles in contact. *Phil. Mag*, 20(5) :46, 1885.
- [72] J. F. Richardson and W. N. Zaki. Sedimentation and fluidization :part i. *Trans. Inst. Chem. Eng.*, 32 :35, 1954.
- [73] R. Roscoe. The viscosity of suspensions of rigid spheres. *British Journal of Applied Physics*, 3(8) :267–269, 1952.
- [74] W.B. Russel, DA Saville, and W.R. Schowalter. *Colloidal Dispersions*. Cambridge University Press, 1989.
- [75] P. N. Segre and J. P. McClymer. Fluctuations, stratification and stability in a liquid fluidized bed at low Reynolds number. *J. Phys. Condensed Matter*, 16 :S4219–S4230, 2004.
- [76] MS Selim, AC Kothari, and RM Turian. Sedimentation of multisized particles in concentrated suspensions. *AI Ch. E. Journal*, 29(6) :1029–1038, 1983.
- [77] A. Sierou and JF Brady. Rheology and microstructure in concentrated noncolloidal suspensions. *Journal of Rheology*, 46 :1031, 2002.
- [78] P. Snabre and P. Mills. Settling and fluidization of non brownien hard spheres in a viscous liquid. *Eur. Phys. J. E*, 1 :105–114, 2000.
- [79] S. Y. Tee, P. J. Mucha, M. P. Brenner, and D. A. Weitz. Velocity fluctuations in a low-Reynolds-number fluidized bed. *J. Fluid Mech.*, 596 :467–475, 2008.
- [80] B. D. Timberlake and J. F. Morris. Concentration band dynamics in free-surface Couette flow of a suspension. *Physics of Fluids*, 14(5) :1580–1589, 2002.
- [81] R. H. Weiland, Y. P. Fessas, and B. V. Ramarao. On instabilities arising during sedimentation of two-component mixture of solids. *J. Fluid Mech.*, 142 :383–389, 1984.
- [82] Y. Yurkovetsky and J. F. Morris. Particle pressure in sheared brownian suspensions. *J. Rheol.*, 52 :141–164, 2008.
- [83] I. E. Zarraga, D. A. Hill, and D. T. Leighton. The characterization of the total stress of concentrated suspensions of noncolloidal spheres in newtonian fluids. *J. Fluid Mech.*, 44 :185–220, 2000.