



**HAL**  
open science

# APPROCHES EXPERIMENTALE ET NUMERIQUE DE L'ÉCOULEMENT DE FLUIDES A SEUIL DE CONTRAINTES AUTOUR D'OBSTACLES CYLINDRIQUES.

Dodji Léagnon Tokpavi

► **To cite this version:**

Dodji Léagnon Tokpavi. APPROCHES EXPERIMENTALE ET NUMERIQUE DE L'ÉCOULEMENT DE FLUIDES A SEUIL DE CONTRAINTES AUTOUR D'OBSTACLES CYLINDRIQUES.. Mécanique [physics.med-ph]. Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 2008. Français. NNT: . tel-00423529

**HAL Id: tel-00423529**

**<https://theses.hal.science/tel-00423529v1>**

Submitted on 11 Oct 2009

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**UNIVERSITE JOSEPH FOURIER – GRENOBLE 1**

**ECOLE DOCTORALE**

**I-MEP2 : Ingénierie - Matériaux, Mécanique, Environnement, Energétique,  
Procédés, Production**

**Doctorat**

Mécanique des fluides, Energétique, Procédés

**AUTEUR**

**Dodji Léagnon TOKPAVI**

**APPROCHES EXPERIMENTALE ET NUMERIQUE DE L'ECOULEMENT  
DE FLUIDES A SEUIL DE CONTRAINTE AUTOUR D'OBSTACLES CYLINDRIQUES**

*Thèse dirigée par Pascal JAY et Albert MAGNIN*

Soutenue le 03 décembre 2008

**Jury :**

M. Jean-Robert CLERMONT	Président
Mme Dominique ANNE-ARCHARD	Rapporteur
M. Michel LÉBOUCHE	Rapporteur
M. Pascal JAY	Directeur de thèse
M. Albert MAGNIN	Co-Directeur de thèse
M. Abdoulaye TOURE	Examineur



*A Rosine DEGAN, ma très chère et regrettée maman,*

*Je dédie ce manuscrit.*



# REMERCIEMENTS

Le travail de thèse présenté dans le présent manuscrit a été réalisé, dans le cadre d'une allocation de recherche MENRT. Je transmets ma profonde gratitude à Monsieur **Albert MAGNIN** (Directeur de recherches au CNRS, Directeur du Laboratoire de Rhéologie et co-Directeur de cette thèse), pour la confiance qu'il m'a accordée depuis notre premier contact en juin 2004 avant mon entrée en Master 2R et pour m'avoir ensuite accueilli au sein du Laboratoire de Rhéologie pour mon stage de Master 2R et les trois années de thèse.

J'exprime ma grande reconnaissance et mes sincères remerciements à mon Directeur de thèse Monsieur **Pascal JAY** (Maître de conférences à l'Université Joseph Fourier) et bien sûr, à mon co-Directeur de thèse, Monsieur **Albert MAGNIN**, pour leur disponibilité, leur excellent encadrement et conseils avisés durant ces trois années de thèse.

Je tiens à remercier Monsieur **Jean-Robert CLERMONT**, Directeur de recherches au CNRS et Chercheur au Laboratoire de Rhéologie, pour m'avoir fait l'honneur d'accepter de présider ce jury de thèse.

Je remercie Madame **Dominique ANNE-ARCHARD**, Chargée de recherches au CNRS et Chercheur à l'Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse, ainsi que Monsieur **Michel LEBOUCHE**, Professeur de l'Université Henry Poincaré de Nancy et Chercheur au Laboratoire d'Energétique et de Mécanique Théorique et Appliquée - Nancy, pour avoir accepté d'être les rapporteurs de cette thèse.

Je remercie aussi Monsieur **Abdoulaye TOURE**, Manager Secteur Amont Pétrole & Gaz – Direction Energies chez AJILON Engineering, pour avoir accepté d'examiner cette thèse.

Je souhaite remercier le Professeur **Jean-Michel PIAU** pour son grand intérêt pour les fluides à seuil et ses conseils très constructeurs.

Je ne saurais oublier tous les Chercheurs et Enseignant-Chercheurs du Laboratoire de Rhéologie pour leur soutien intellectuel, leur apport humain, leur accompagnement dans l'exercice de mes services d'enseignement et les nombreuses discussions à travers lesquelles ils ont permis l'enrichissement et le renforcement de mes connaissances scientifiques. Je voudrais citer : *Amine AMMAR, Pierre ATTANE, Frédéric BOSSARD, François CATON, Jean-Robert CLERMONT, Nadia EL KISSI, Pascal JAY, Laurent JOSSIC, Albert MAGNIN, Christel METIVIER, Magdeleine NORMANDIN, Monique PIAU, Frédéric PIGNON, Yahya RHARBI, Denis ROUX et Gérard TURREL.*

Mes remerciements vont également à l'endroit de Madame *Hélène GAILLARD* (Ingénieur de recherche UJF) et Monsieur *Didier BLESES* (Ingénieur d'études UJF) pour leur aide et soutien sans faille mais aussi pour leurs conseils d'expérimentés avertis.

Que Mesdames et Messieurs *François BERGEROT* et *Sylvie GAROFALLO* (Assistants Ingénieurs Secrétariat), *Mohamed KARROUCH* (Technicien), *Frédéric HUGENELL* (Ingénieur de recherches), *Guillaume CHARLAIX* (Assistant Ingénieur) ainsi que *Simone FAURE* (Secrétaire à la retraite) et *Catherine COULAUD* (Ancienne Assistante Ingénieur du Laboratoire) trouvent ici l'expression de ma sincère reconnaissance pour leur soutien technique et administratif mais aussi pour leur humanité sans réserve.

A tous les autres Doctorants et Stagiaires du Laboratoire de Rhéologie, je dis merci pour tous les bons moments passés ensemble.

A ma famille, à tous mes amis et à toutes autres personnes qui, de près ou de loin, ont contribué à l'aboutissement de ce travail, recevez ici mes sincères remerciements. Un clin d'œil à *Corah Balance AGUIAR-KINT, Sessi Noudélé TOKPAVI, Espoir LOKO, Sandra LOKO, Nana-Degaul NZOUTCHOUA, Nolwenn JARNO, Anaïs PETREQUIN, David RIASETTO* et *Franck BARTHIER.*

# SOMMAIRE

<i>Introduction générale</i>	9
<b>Chapitre I</b>	17
<i>Écoulement très lent d'un fluide viscoplastique de Bingham autour d'un cylindre circulaire.</i>	17
<b>I.1. Introduction</b>	21
<b>I.2. Formulation du problème</b>	22
<b>I.3. Méthode numérique</b>	24
<b>I.3.1. Modèle numérique</b>	24
<b>I.3.2. Localisation des zones rigides</b>	25
<b>I.4. Résultats et discussion</b>	27
<b>I.4.1. Influence des paramètres numériques</b>	27
<b>I.4.1.1. Milieu infini</b>	27
<b>I.4.1.2. Maillage, paramètre de régularisation <math>m</math> et <math>\varepsilon</math></b>	28
<b>I.4.2. Zones rigides</b>	33
<b>I.4.3. Cinématique de l'écoulement</b>	36
<b>I.4.4. Champs de contrainte</b>	44
<b>I.4.4.1. Contraintes sur le cylindre</b>	44
<b>I.4.4.2. Coefficient de traînée</b>	46
<b>I.5. Conclusion</b>	49
<b>I.6. Annexes</b>	51
<b>I.6.1. Annexe 1</b>	51
<b>I.6.2. Annexe 2</b>	51
<b>Chapitre II</b>	55
<i>Interaction entre deux cylindres circulaires dans un écoulement lent de fluide viscoplastique.</i>	55
<b>II.1. Introduction</b>	59
<b>II.2. Formulation du problème et méthode de résolution</b>	60
<b>II.3. Résultats et discussion</b>	63
<b>II.3.1. Paramètres numériques</b>	63
<b>II.3.1.1. Milieu infini</b>	63
<b>II.3.1.2. Maillage, paramètre de régularisation et <math>\varepsilon</math></b>	64
<b>II.3.2. Zones rigides</b>	66



<i>II.3.3. Cinématique de l'écoulement</i>	<i>74</i>
<i>II.3.4. Champs de contrainte</i>	<i>79</i>
<i>II.3.4.1. Contraintes sur les cylindres</i>	<i>79</i>
<i>II.3.4.2. Coefficient de traînée</i>	<i>81</i>
<i>II.4. Conclusion</i>	<i>87</i>
 <i>Chapitre III</i>	 <i>89</i>
<i>Etude expérimentale de l'écoulement très lent d'un fluide à seuil de contrainte autour d'un cylindre circulaire.</i>	<i>89</i>
<i>III.1. Introduction</i>	<i>93</i>
<i>III.2. Théorie</i>	<i>94</i>
<i>III.3. Dispositif expérimental</i>	<i>96</i>
<i>III.4. Matériel et rhéométrie</i>	<i>99</i>
<i>III.5. Résultats et discussion</i>	<i>105</i>
<i>III.5.1. Conditions limites et initiales</i>	<i>105</i>
<i>III.5.2. Résultats</i>	<i>108</i>
<i>III.5.2.1. Champ global</i>	<i>108</i>
<i>III.5.2.2. Champ proche</i>	<i>110</i>
<i>III.5.2.3. Coefficient de traînée</i>	<i>113</i>
<i>III.5.3. Discussion</i>	<i>114</i>
<i>III.6. Conclusion</i>	<i>116</i>
<i>III.7. Annexe</i>	<i>117</i>
 <i>Chapitre IV</i>	 <i>119</i>
<i>Écoulement inertiel 2D d'un fluide à seuil de contrainte autour d'un cylindre circulaire dans une cuve tournante : Etudes expérimentale et numérique.</i>	<i>119</i>
<i>IV.1. Introduction</i>	<i>123</i>
<i>IV.2. Etude expérimentale</i>	<i>125</i>
<i>IV.2.1. Matériels et Méthodes</i>	<i>126</i>
<i>IV.2.1.1. Dispositif expérimental</i>	<i>126</i>
<i>IV.2.1.2. Rhéométrie</i>	<i>128</i>
<i>IV.2.2. Résultats expérimentaux</i>	<i>130</i>
<i>IV.2.2.1. Cas du fluide newtonien</i>	<i>130</i>
<i>IV.2.2.2. Cas des fluides à seuil de contrainte</i>	<i>135</i>
<i>IV.3. Simulation numérique</i>	<i>141</i>
<i>IV.3.1. Formulation du problème et méthode de résolution</i>	<i>141</i>

<i>IV.3.2. Résultats</i>	<i>143</i>
<i>IV.3.2.1. Cas newtonien</i>	<i>143</i>
<i>IV.3.2.2. Effets de la plasticité et de la rhéofluidification.</i>	<i>146</i>
<i>IV.4. Discussion</i>	<i>149</i>
<i>IV.5. Conclusion</i>	<i>151</i>
<i>Conclusion générale et perspectives</i>	<i>153</i>
<i>Références bibliographiques</i>	<i>159</i>



# Introduction générale



L'optimisation des procédés industriels faisant intervenir la transformation et/ou la mise en œuvre des matières premières (Industries agroalimentaire, pétrochimique, pharmaceutique, cosmétique, métallurgique, papetière, de bétons et ciments et de production et traitement des eaux, etc.) est étroitement liée à la maîtrise et au contrôle de l'hydrodynamique des systèmes. Cette hydrodynamique est elle-même fonction des propriétés rhéologiques des matériaux, de la géométrie des systèmes et des conditions de mise en œuvre.

Dans la recherche de cette optimisation, les premières caractérisations proposées par les ingénieurs et les scientifiques sur les écoulements générés étaient essentiellement basées sur des écoulements de matériaux newtoniens. Or, les matériaux qui font notre quotidien sont essentiellement non-newtoniens avec des propriétés rhéologiques parfois très complexes augmentant ainsi les difficultés de leur mise en œuvre.

Cependant, malgré l'avancée technologique, donc des moyens d'investigation dans le milieu scientifique, l'exploration des fluides non-newtoniens, bien que très rapide, n'a pas encore connu le même essor que l'exploration des fluides newtoniens auxquels la mécanique des fluides a consacré des siècles de travaux. Les difficultés d'étude de ces matériaux résident dans la complexité de leurs lois de comportement, compliquant leurs études analytiques et numériques et leurs mises en œuvre expérimentales. Il existe donc un manque crucial de résultats sur l'écoulement de ces matériaux.

De nombreuses approximations sont alors utilisées pour caractériser l'hydrodynamique des procédés. Malheureusement, ces approximations ne tiennent pas toujours compte de la complexité que peut engendrer la variation, par rapport aux régimes d'écoulement, des propriétés rhéologiques de certains matériaux non-newtoniens. Il en est de même pour les effets couplés de ces paramètres rhéologiques et de la géométrie des systèmes qui peuvent entraîner par exemple, l'existence dans le système, d'écoulements secondaires, de zones rigides (zones non cisillées), d'instabilités, etc. Le manque d'études approfondies constitue un frein à des conceptions innovantes et conduit souvent au surdimensionnement des installations. Dans le contexte actuel de réduction de coût de production et de consommation énergétique, il est nécessaire de mettre à la disposition des Ingénieurs de procédés, des connaissances plus précises sur l'hydrodynamique des fluides non-newtoniens.

Par ailleurs, les propriétés rhéologiques des matériaux non-newtoniens les plus rencontrés sont la viscosité, la rhéofluidification, l'élasticité, la plasticité et la thixotropie. Avec le développement du pétrole et de ses produits dérivés tels que les polymères, le

comportement viscoélastique des matériaux non-newtoniens a été très largement étudié comparé aux autres propriétés rhéologiques, notamment plastique (caractéristique principale des fluides à seuil de contrainte). Ceci est essentiellement dû au caractère discontinu des lois de comportement des fluides à seuil de contrainte, mais aussi au fait que ces derniers soient en majorité non transparents. Leurs études analytiques, numériques et expérimentales se révèlent donc très difficiles. De très nombreux matériaux ont un comportement de fluide à seuil de contrainte et on peut citer parmi tant d'autres, les boues de forages, les suspensions, certains gels de polymère, les laves, les formations neigeuses sujets aux avalanches, les huiles lourdes, les crèmes cosmétiques, le sang, les argiles, le béton frais, les pâtes (Cf. Bird et al (1982) pour une plus large liste de fluides à seuil de contrainte). Cette liste, loin d'être exhaustive, permet de comprendre l'intérêt porté à cette thématique depuis quelques décennies.

Les fluides à seuil de contrainte sont des matériaux présentant au moins un comportement viscoplastique. La viscoplasticité se traduit par l'existence d'un seuil d'écoulement. Lorsque la contrainte à laquelle les matériaux viscoplastiques sont soumis est inférieure à une certaine limite (la contrainte seuil), ils ne se déforment pas et se comportent comme un solide rigide. Lorsque la contrainte imposée dépasse la contrainte seuil, ils se déforment et s'écoulent comme un fluide. Dans un même domaine d'écoulement, du fait de la non-uniformité du champ de contrainte (présence de parois, d'obstacles, etc.), il existe donc des zones non déformées qualifiées de zones rigides et des zones déformées qualifiées de zones fluides. Ce comportement initialement décrit par Bingham (1922) a été analysé tout d'abord par Oldroyd (1947), Prager (1954) et Reiner (1958).

Le comportement idéal de ces fluides est celui de Bingham dont la loi, basée sur le critère de Von Mises (Oldroyd (1947) ; Prager (1954)), est donnée dans le cas d'un cisaillement simple par :

$$\begin{cases} \tau = \tau_0 + K \dot{\gamma} & \text{si } \tau > \tau_0 \\ \dot{\gamma} = 0 & \text{si } \tau \leq \tau_0 \end{cases}, \quad (\text{i-1})$$

avec  $\tau_0$  la contrainte seuil et  $K$  le coefficient de consistance du matériau.  $\tau$  et  $\dot{\gamma}$  sont respectivement la contrainte et la vitesse de cisaillement.

Dans la réalité, les fluides viscoplastiques ont souvent un comportement rhéofluidifiant au-delà de la contrainte seuil. La partie visqueuse de la loi est alors représentée en loi puissance. On obtient alors le modèle viscoplastique de Herschel-Bulkley donné par :

$$\begin{cases} \tau = \tau_0 + K \dot{\gamma}^n & \text{si } \tau > \tau_0 \\ \dot{\gamma} = 0 & \text{si } \tau \leq \tau_0 \end{cases}, \quad (\text{i-2})$$

avec  $n$  l'exposant de la loi puissance ou indice de rhéofluidification.

L'agitation et le mélange, les milieux poreux ou fibreux, les écoulements multiphasiques, le transport hydraulique de matériaux particuliers, les échangeurs thermiques sont, avec bien d'autres encore, des concepts industriels dans lesquels la présence d'obstacles et/ou de particules est inhérente. La maîtrise de l'hydrodynamique des systèmes relève donc en grande partie de la compréhension du problème de base de la mécanique des fluides que constitue l'écoulement de fluides autour d'obstacles. Il est à noter que, la majorité des études réalisées sur l'écoulement d'un fluide à seuil de contrainte autour d'obstacles n'a concerné que le cas asymptotique où les effets de plasticité sont négligeables et le cas où ces effets sont relativement faibles. Le second cas asymptotique, où les effets de plasticité sont significatifs, n'a presque pas été abordé, sinon numériquement par Beris et al. (1985) dans le cas d'obstacles sphériques et par Mitsoulis (2004) dans le cas d'obstacles cylindriques.

Dans le présent travail de thèse, nous nous intéresserons donc à l'hydrodynamique des fluides non-newtoniens à seuil de contrainte lors de leur écoulement autour d'obstacles. Comme obstacles, nous nous intéresserons aux obstacles cylindriques à section circulaire. Le cas des effets de plasticité significatifs sera particulièrement examiné. Dans cette étude, à la fois expérimentale et numérique, nous procéderons à la caractérisation complète des écoulements. Ceci se fera par la détermination des champs de vitesse et de contrainte, l'identification et la caractérisation des zones rigides. Les effets des paramètres rhéologiques et de la géométrie sur ces caractéristiques seront identifiés et quantifiés. Dans certains procédés industriels tels que la mise et/ou maintien de particules en suspension, la nécessité de définir des critères de stabilité s'avère très souvent nécessaire. Avec la détermination des forces de traînée sur les obstacles, nous déterminerons les critères de stabilité.

*Le premier chapitre (Chapitre I)* servira de base à tout ce travail. Par une étude numérique détaillée ce chapitre permettra de réexaminer et d'étendre aux cas des effets de plasticité significatifs, le cas de l'écoulement très lent d'un fluide viscoplastique de Bingham autour d'un cylindre en milieu infini. Les zones rigides seront identifiées et caractérisées et les champs de vitesse et de contrainte seront déterminés.



Les interactions engendrées par la proximité d'obstacles dans les systèmes d'applications industrielles peuvent affecter considérablement l'hydrodynamique du système. D'ailleurs, le but recherché dans certaines conceptions est de favoriser au maximum le cisaillement par le rapprochement des obstacles. Dans certains cas, cette proximité des obstacles, combinée aux effets des paramètres rhéologiques, peut défavoriser le cisaillement. C'est le cas par exemple de la formation de certaines zones rigides notamment celles statiques. Par contre, dans les opérations de mise et/ou maintien de particules en suspension, cette même proximité des obstacles peut favoriser la stabilité.

*Le deuxième chapitre (Chapitre II)* de cette thèse portera donc sur l'étude numérique de l'interaction entre cylindres dans un fluide viscoplastique de Bingham en milieu infini avec les effets d'inertie négligeables. Par comparaison des résultats au cas d'un cylindre seul en milieu infini (résultats du Chapitre I), les effets combinés de l'interaction et de la plasticité sur les zones rigides, sur la cinématique et sur la dynamique ainsi que sur les critères de stabilité seront déterminés. La transition entre configuration de cylindres isolés (configuration de deux cylindres dans un même domaine d'écoulement mais sans aucune interaction) et configurations de cylindres en interaction sera aussi précisée.

Dans la pratique, rare sont les matériaux non-newtoniens viscoplastiques inélastiques. La plupart des fluides à seuil de contrainte ont une certaine part de comportement élastique qui peut se manifester en dessous et/ou au-delà de la contrainte seuil. Il en est ainsi pour le fluide expérimental qu'est le gel de Carbopol. Ce gel physique produit par B.F Goodrich Co est utilisé dans de nombreuses applications (Cf. Molyneux (1985)) du fait de sa non-toxicité, sa neutralité chimique, sa transparence et sa facilité à être préparé.

En effet, en dessous de la contrainte seuil, le gel de Carbopol se comporte comme un solide élastique (variation linéaire de la contrainte en fonction de la déformation). Au-delà de la contrainte seuil, on observe un comportement plutôt viscoélastique rhéofluidifiant (Piau 2007). Dans ce dernier domaine peuvent coexister, pour ce que nous savons jusqu'à présent, des effets de viscosité, de relaxation et de contraintes normales qui, selon le type d'écoulement et les conditions d'expérimentation, peuvent engendrer des structures d'écoulement et de champs de contrainte plus complexes.

Ainsi donc, dans *le troisième chapitre (Chapitre III)* de ce travail de thèse, nous nous intéresserons à l'étude expérimentale de l'écoulement d'un fluide à seuil de contrainte autour

d'un cylindre. Le but de ce chapitre sera d'identifier la morphologie des écoulements et les phénomènes pouvant provenir de la nature élastoviscoplastique du fluide. Ceci se fera par une visualisation du domaine d'écoulement par vélocimétrie par image de particule (PIV) et bien sûr par une caractérisation rhéologique détaillée du fluide utilisé. Dans le but d'enrichissement des résultats disponibles dans la littérature, l'accent sera particulièrement mis sur les mesures locales, c'est à dire dans le voisinage immédiat de l'obstacle. Les résultats seront comparés à ceux obtenus numériquement en utilisant la loi viscoplastique de Herschel-Bulkley.

Les vitesses mises en jeu dans les applications industrielles peuvent atteindre des niveaux où les effets d'inertie ne sont plus négligeables. Les régimes d'écoulement parcourus vont alors du laminaire stationnaire au turbulent. Toutefois, le caractère non-newtonien des matériaux apporte de nouvelles propriétés qui peuvent, selon leur importance, affecter ces différents régimes hydrodynamiques en agissant par exemple sur l'apparition de certaines instabilités.

Dans *le quatrième chapitre (Chapitre IV)* de cette thèse, nous examinerons donc, l'écoulement des fluides à seuil de contrainte autour d'un cylindre. Afin de disposer des grandes vitesses nécessaires à la formation des instabilités inertielles, un autre dispositif expérimental sera utilisé. Il est constitué d'une cuve circulaire tournante contenant le fluide dans lequel est plongé l'obstacle. Ce chapitre est réalisé en deux parties.

La première partie concerne l'étude expérimentale. Il s'agira ici d'identifier les effets du comportement élastoviscoplastique du fluide expérimental sur le régime laminaire stationnaire ainsi que sur la transition entre ce régime et le régime laminaire avec détachement de tourbillons.

L'étude numérique permettra ensuite d'examiner les effets séparés de la plasticité et de la rhéofluidification.

Une *conclusion générale* et des *perspectives* termineront cette thèse.



# Chapitre I

## *Ecoulement très lent d'un fluide viscoplastique de Bingham autour d'un cylindre circulaire.*

*TOKPAVI D. L., MAGNIN A., JAY P., Very slow flow of Bingham viscoplastic fluid around a circular cylinder, J. Non-Newtonian Fluid Mech. 154 (2008) 65–76.*

### Sommaire

<i>Résumé</i> .....	19
<i>I.1. Introduction</i> .....	21
<i>I.2. Formulation du problème</i> .....	22
<i>I.3. Méthode numérique</i> .....	24
<i>I.3.1. Modèle numérique</i> .....	24
<i>I.3.2. Localisation des zones rigides</i> .....	25
<i>I.4. Résultats et discussion</i> .....	27
<i>I.4.1. Influence des paramètres numériques</i> .....	27
<i>I.4.1.1. Milieu infini</i> .....	27
<i>I.4.1.2. Maillage, paramètre de régularisation <math>m</math> et <math>\varepsilon</math></i> .....	28
<i>I.4.2. Zones rigides</i> .....	33
<i>I.4.3. Cinématique de l'écoulement</i> .....	36
<i>I.4.4. Champs de contrainte</i> .....	44
<i>I.4.4.1. Contraintes sur le cylindre</i> .....	44
<i>I.4.4.2. Coefficient de traînée</i> .....	46
<i>I.5. Conclusion</i> .....	49
<i>I.6. Annexes</i> .....	51
<i>I.6.1. Annexe 1</i> .....	51

---

***I.6.2. Annexe 2*** ..... ***51***

## Résumé

Dans ce chapitre, nous avons étudié par simulation numérique par éléments finis l'écoulement très lent d'un fluide viscoplastique de Bingham autour d'un cylindre circulaire en milieu infini avec des effets d'inertie négligeables. La méthode de régularisation de Papanastasiou est utilisée pour approximer le modèle. Le domaine des grands nombres d'Oldroyd est particulièrement examiné et la convergence des solutions examinée en détail. La cinématique de l'écoulement ainsi que les champs de contraintes sont déterminés. Les différentes zones rigides sont identifiées et caractérisées. Aux grands nombres d'Oldroyd, lorsque les effets de plasticité deviennent prépondérants, une couche limite viscoplastique est identifiée autour du cylindre et caractérisée. Les résultats obtenus sont comparés aux résultats théoriques existants notamment aux prédictions de la théorie de la couche limite viscoplastique et de la théorie de la plasticité.

**Mots clés :** Fluide Viscoplastique, Ecoulement lent, Cylindre circulaire, Zones rigides, Couche limite, Critère de stabilité.



## I.1. Introduction

Dans ce chapitre, nous étudierons le problème de base de la mécanique des fluides que constitue l'écoulement très lent d'un fluide viscoplastique de Bingham autour d'un cylindre circulaire en milieu infini.

Le but de ce travail est d'examiner en détail le domaine des grands nombres d'Oldroyd  $Od$  (défini comme le rapport des effets de plasticité aux effets de viscosité) en étendant cette étude aux aspects cinématiques et dynamiques. Ceci se fera par simulation numérique par éléments finis. L'accent sera mis particulièrement sur les effets des paramètres numériques sur les caractéristiques de l'écoulement. Les effets de parois seront examinés et les conditions de milieu infini déterminées. Les coefficients de traînée seront calculés. Les champs de vitesse et de contraintes ainsi que les variations de la forme, de la taille et de la position des zones rigides seront présentées sur un large intervalle du nombre d'Oldroyd ( $Od \in [10; 2 \times 10^5]$ ).

Du fait du manque crucial de résultats théoriques sur les effets de plasticité sur ce type d'écoulement, le lien entre les écoulements de fluides viscoplastiques aux grands effets de plasticité et les écoulements de matériaux parfaitement plastiques sera considéré. Les résultats obtenus aux grands nombres d'Oldroyd seront alors comparés aux prédictions de la théorie de la plasticité (Ansley et al. (1967) ; Hill (1950) ; Randolph et al. (1984) et Aubeny et al. (2005)).

Oldroyd (1947) développa la théorie de la couche limite viscoplastique dans laquelle il montre qu'à très grands nombres d'Oldroyd, le matériau devient rigide partout sauf dans une fine couche où les effets visqueux et plastiques sont tous les deux importants. Il désigna cette fine couche par "couche limite viscoplastique". Piau (2002) et Piau et al. (2004), réexaminent et corrigent cette théorie d'Oldroyd. Ces auteurs ont en effet étudié le cas de l'écoulement très lent d'un fluide viscoplastique de Bingham autour d'une plaque plane. Les caractéristiques de cet écoulement et particulièrement l'évolution de l'épaisseur de la couche limite viscoplastique le long de la plaque ainsi que la force de traînée sont exprimées en fonction du nombre d'Oldroyd. Nous examinerons les résultats numériques à la lumière de cette théorie.



## I.2. Formulation du problème

On considère donc l'écoulement très lent d'un fluide viscoplastique de Bingham autour d'un cylindre de diamètre  $d$ . Le cylindre est situé à mi-chemin entre deux plaques planes distantes de  $2L$  (Figure I-1) de sorte que le milieu puisse être considéré comme infini. La longueur de l'écoulement vaut  $2H$ . La vitesse du fluide loin du cylindre est constante et égale à  $U$ .

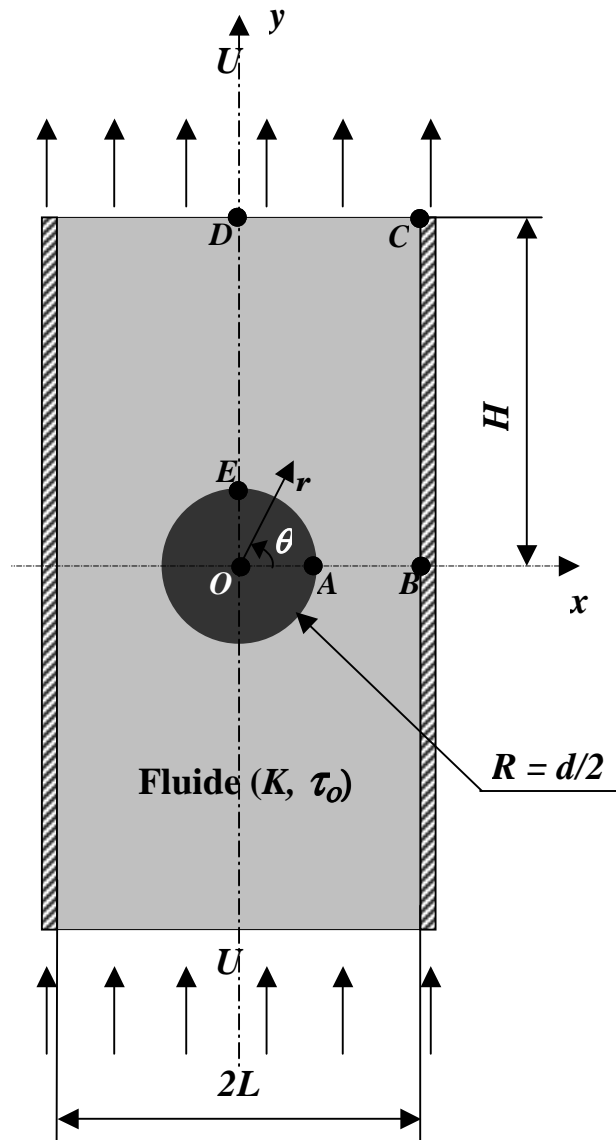


Figure I-1 : Domaine d'écoulement.  
Représentation schématique du problème.

Le fluide est incompressible et l'écoulement est supposé permanent et isotherme. Il est gouverné par les équations de conservation de masse et de quantité de mouvement qui, en absence d'inertie s'écrivent :

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0, \quad (\text{I-1})$$

$$\nabla \cdot \underline{\underline{\tau}} - \nabla p = 0, \quad (\text{I-2})$$

où  $\vec{V}$  est le vecteur vitesse,  $p$  la pression et  $\underline{\underline{\tau}}$  tenseur de extra-contraintes.

La loi de comportement du fluide de Bingham, basée sur le critère de Von Mises (Oldroyd (1947) ; Prager (1954)), est donnée par :

$$\begin{cases} \underline{\underline{\tau}} = 2 \left( K + \frac{\tau_0}{2\dot{\underline{\underline{\gamma}}}} \right) \dot{\underline{\underline{\gamma}}} & \text{si } \tau > \tau_0 \\ \dot{\underline{\underline{\gamma}}} = 0 & \text{si } \tau \leq \tau_0 \end{cases}, \quad (\text{I-3})$$

où  $\tau_0$  et  $K$  sont respectivement la contrainte seuil et la consistance du fluide. L'Eq. I-3 est présentée sous la forme de l'équation de fluide newtonien généralisé donnée par  $\underline{\underline{\tau}} = 2\eta\dot{\underline{\underline{\gamma}}}$

avec  $\eta$  la viscosité généralisée.  $\dot{\underline{\underline{\gamma}}} = \frac{1}{2}(\nabla\vec{V} + \nabla\vec{V}^T)$  est le tenseur des taux de déformation.

$\dot{\underline{\underline{\gamma}}} = \sqrt{\frac{1}{2}\text{tr}(\dot{\underline{\underline{\gamma}}}^2)}$  et  $\tau = \sqrt{\frac{1}{2}\text{tr}(\underline{\underline{\tau}}^2)}$  sont respectivement le second invariant du tenseur des taux de déformation et le second invariant du tenseur déviateur de contrainte.

Le seul nombre adimensionnel du problème est le nombre d'Oldroyd ( $Od$ ) défini comme suit :

$$Od = \frac{\tau_0 d}{KU}. \quad (\text{I-4})$$

Toutes les longueurs sont adimensionnalisées par le diamètre  $d$  du cylindre, les vitesses par la vitesse  $U$  du fluide loin du cylindre. Les pressions et contraintes sont adimensionnalisées par la contrainte seuil puisque nous nous intéressons aux écoulements très lents.

L'inertie étant négligée, deux plans de symétrie peuvent être considérés. Le domaine d'étude se réduit alors au quart OBCD du domaine d'écoulement (Figure I-1) et les conditions limites imposées sont :

- sur le plan de symétrie vertical (ED),  $V_x=0$  et  $\partial V_y/\partial x=0$ ,
- sur le plan de symétrie horizontal (AB),  $V_x=0$  et  $\partial V_y/\partial y=0$ ,
- non glissement sur la surface du cylindre,  $V_x=0$  et  $V_y=0$ ,
- sur les frontières (BC) et (CD),  $V_x=0$  et  $V_y=U$ ,
- la pression est référencée à zéro au point B.

Le coefficient de traînée sera présenté sous deux formes :

$$C_d = \frac{F}{A \left( \frac{KU}{d} \right)} = \frac{F}{lKU}, \quad (\text{Coefficient de traînée visqueuse}) \quad (\text{I-5})$$

$$C_d^* = \frac{F}{A \tau_0} = \frac{C_d}{Od}, \quad (\text{Coefficient de traînée plastique}) \quad (\text{I-6})$$

avec  $F$ , la force de traînée exercée par le fluide sur le cylindre et  $A=ld$  la surface frontale.  $l$  désigne la longueur du cylindre.

### I.3. Méthode numérique

#### I.3.1. Modèle numérique

La résolution numérique des écoulements des fluides viscoplastiques se révèle difficile du fait de la discontinuité que présente leur loi constitutive. Afin de s'affranchir de cette discontinuité, différentes solutions consistant à introduire une continuité dans la loi ont été développées. Plusieurs auteurs ont examiné ces modèles dits régularisés (modèle simple, modèle bi-visqueux et modèle de Papanastasiou) pour plusieurs types d'écoulement en comparant les résultats aux solutions exactes. Il apparaît, du moins pour ces types d'écoulements examinés et pour des effets de plasticité relativement faible, que le modèle de régularisation de Papanastasiou (Papanastasiou (1987)) avec un paramètre de régularisation bien choisi présente la meilleure vitesse de convergence et prédit bien la forme et position des zones rigides.

La régularisation de l'équation constitutive du fluide de Bingham avec le modèle de Papanastasiou donne l'équation suivante :

$$\underline{\tau} = 2 \left\{ K + \frac{\tau_0 (1 - e^{(-2M\dot{\gamma})})}{2\dot{\gamma}} \right\} \dot{\gamma}, \quad (\text{I-7})$$

avec  $M$  en seconde le paramètre de régularisation.  $m = M \times \frac{U}{d}$  désignera la forme adimensionnelle de  $M$ .

Le problème posé par l'utilisation de la méthode de régularisation réside dans le fait que les zones rigides dans lesquelles la vitesse de déformation devrait être nulle sont remplacées par des régions avec des vitesses de déformation très faibles. Dans cette étude, une attention particulière sera portée au choix du paramètre de régularisation.

Les calculs sont effectués avec le logiciel d'éléments finis Polyflow (Fluent Inc). Les variables du problème sont les deux composantes de la vitesse et la pression. Les éléments finis utilisés sont des éléments quadrilatéraux avec une approche quadratique sur la vitesse et linéaire sur la pression. La méthode de Galerkin est utilisée pour la solution approchée. Le schéma itératif de Newton est utilisé pour le cas newtonien et les itérations de Picard pour le cas non-newtonien. L'algorithme SIMPLE est utilisé pour la correction de la pression. Dans le cas présent, les itérations cessent lorsque la variation maximale de la norme de la vitesse relative est inférieure à  $10^{-4}$ .

### I.3.2. Localisation des zones rigides

Comme montré par Burgos et al. (1999), les surfaces seuil (frontières entre les zones rigides et les zones fluides) sont obtenues par la condition  $\tau = \tau_0 (1 \pm \varepsilon)$  avec  $\varepsilon$  un petit nombre dépendant de la configuration de l'écoulement et du paramètre de régularisation  $m$ . Dans le domaine d'écoulement, toutes les zones dans lesquelles l'inéquation  $\tau \leq \tau_0 (1 \pm \varepsilon)$  est vérifiée sont considérées comme rigides. Elles sont considérées comme fluides dans le cas contraire.

Les études antérieures réalisées sur l'écoulement d'un fluide viscoplastique autour d'un cylindre (Adachi et al. (1973) ; Deglo De Besses et al. (2003) ; Mitsoulis (2004) ; Zisis et al. (2002) ; Roquet et al. (2003)) ont révélé l'existence de trois zones rigides à savoir (Figure I-2) :

- une enveloppe rigide renfermant la zone fluide que nous désignons par  $Zr1$ ,
- deux zones rigides statiques ( $Zr2$ ) en forme de triangle, collées au cylindre aux points d'arrêt,
- deux noyaux rigides ( $Zr3$ ) en rotation, situés dans la zone fluide, à l'équateur et de part et d'autre du cylindre.

Les surfaces seuil sont désignées par (Figure I-2) :

- $S1$ , frontière entre l'enveloppe rigide  $Zr1$  et la zone fluide,
- $S2$ , frontière entre les zones rigides statiques  $Zr2$  et la zone fluide,
- $S3$ , frontière entre les noyaux rigides en rotation  $Zr3$  et la zone fluide.

Les différentes zones rigides sont caractérisées par leur taille et position définies par les grandeurs  $x1, x2, x3, Y1, Y2, Y3, \phi$  et  $\phi$  (Figure I-2).

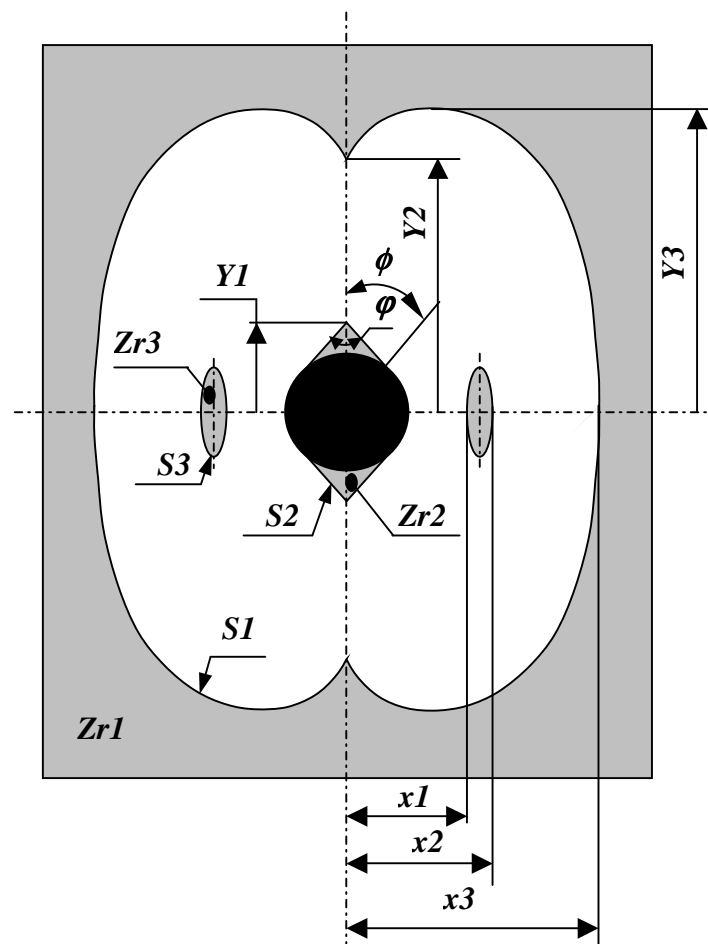


Figure I-2 : Définition des zones rigides (en gris), des zones fluides (en blanc), des surfaces seuil et des caractéristiques dimensionnelles des zones rigides.

## **I.4. Résultats et discussion**

### **I.4.1. Influence des paramètres numériques**

Il s'agit ici de déterminer les conditions du milieu infini ( $L$  et  $H$ , Figure I-1), le paramètre de régularisation optimal  $m$ , le nombre  $\varepsilon$  et le maillage nécessaires à la bonne caractérisation de l'écoulement. Ceci se fera par l'étude de l'influence de ces différents paramètres sur le coefficient de traînée et les zones rigides.

#### **I.4.1.1. Milieu infini**

Les effets de parois sur l'écoulement d'un fluide viscoplastique autour d'un cylindre diminuent lorsque le nombre d'Oldroyd augmente (Mitsoulis (2004)).  $L$  et  $H$  sont donc déterminés pour  $Od=10$  par leurs effets sur le coefficient de traînée. Cinq valeurs de  $L$  et  $H$  ont été adoptées donnant les domaines  $L/d \times H/d = 1.5 \times 1.5$ ,  $L/d \times H/d = 3 \times 3$ ,  $L/d \times H/d = 5 \times 5$ ,  $L/d \times H/d = 7 \times 7$  et  $L/d \times H/d = 10 \times 10$ . Signalons que dans cette étude, nous avons utilisé  $L=H$  pour la détermination des caractéristiques de l'écoulement.

Nous savons par ailleurs que le maillage et le paramètre de régularisation ont une faible influence sur le coefficient de traînée (Mitsoulis (2004)). Ceci nous permet d'utiliser ici un maillage pas trop raffiné (voir Tableau I-1) et de prendre  $m=10^3$  ( $10^3$  étant la valeur maximale de  $m$  utilisée par la plupart des auteurs (Blackery et al. (1997) ; Deglo De Besses (2003) ; Mitsoulis (2004)). Le paramètre de régularisation nécessaire à l'identification correcte des surfaces seuil sera déterminé dans la section suivante.

Au-delà de  $L/d \times H/d = 3 \times 3$ , la variation du coefficient de traînée devient négligeable (Tableau I-2) ; l'erreur relative étant de  $10^{-3}\%$ . Le domaine  $L/d \times H/d = 5 \times 5$  a été donc adopté pour la suite de l'étude.

Pour le cas Newtonien, les coefficients de traînée obtenus numériquement ont été comparés (Tableau I-3) à ceux obtenus par la formule de Faxén (1946) (voir Annexe 1). Nous pouvons remarquer que les résultats sont similaires et que l'erreur relative est d'autant plus petite que le domaine d'écoulement est plus grand.

Taille domaine ( $L/d \times H/d$ )	1.5x1.5	3x3	5x5	7x7	10x10
Nbres d'éléments	761	945	1129	1529	2235

Tableau I-1 : Détermination du milieu infini : Maillages utilisés pour les différents domaines.

Taille domaine ( $L/d \times H/d$ )	1.5x1.5	3x3	5x5	7x7	10x10
$C_d^*$ ( $Od=10$ )	17.77613	16.26407	16.26355	16.26328	16.26303

Tableau I-2 : Détermination du milieu infini : Variation du coefficient de traînée en fonction de la taille du domaine.

Taille domaine ( $L/d \times H/d$ )	1.5x1.5	3x3	5x5	7x7	10x10
$C_d$ (résultats numériques) Cas newtonien	36.75232	13.89679	9.07557	7.33784	6.08648
$C_d$ (Formule de Faxén)	35.32341	13.61952	8.95067	7.25495	6.02897
Erreur relative (%)	4.0452	2.0358	1.3955	1.1425	0.9539

Tableau I-3 : Validation du milieu infini pour le cas newtonien par comparaison des résultats obtenus numériquement à ceux obtenus par l'utilisation de la formule de Faxén.

#### I.4.1.2. Maillage, paramètre de régularisation $m$ et $\epsilon$

Ici, l'étude sera séparée en deux parties correspondant au cas des effets de plasticité relativement faibles et au cas des grands effets de plasticité.

Il est connu que le paramètre de régularisation  $m$  a une forte influence sur la localisation des zones rigides (Burgos et al. (1999)). Les faibles valeurs de  $m$  ne rendent pas correctement compte du comportement du fluide tandis que ses trop grandes valeurs entraînent des oscillations des surfaces seuil et la diminution de la vitesse de convergence. Les formes et positions connues pour les différentes zones rigides qui se forment pendant l'écoulement d'un fluide viscoplastique autour d'un cylindre nous amènent à choisir un maillage par bloc (Figure

I-3). Très concentré aux alentours du cylindre, il l'est moins dans les zones éloignées où s'étend l'enveloppe rigide  $Zr1$ . Il est également très raffiné dans les endroits où les surfaces seuil sont présentes.

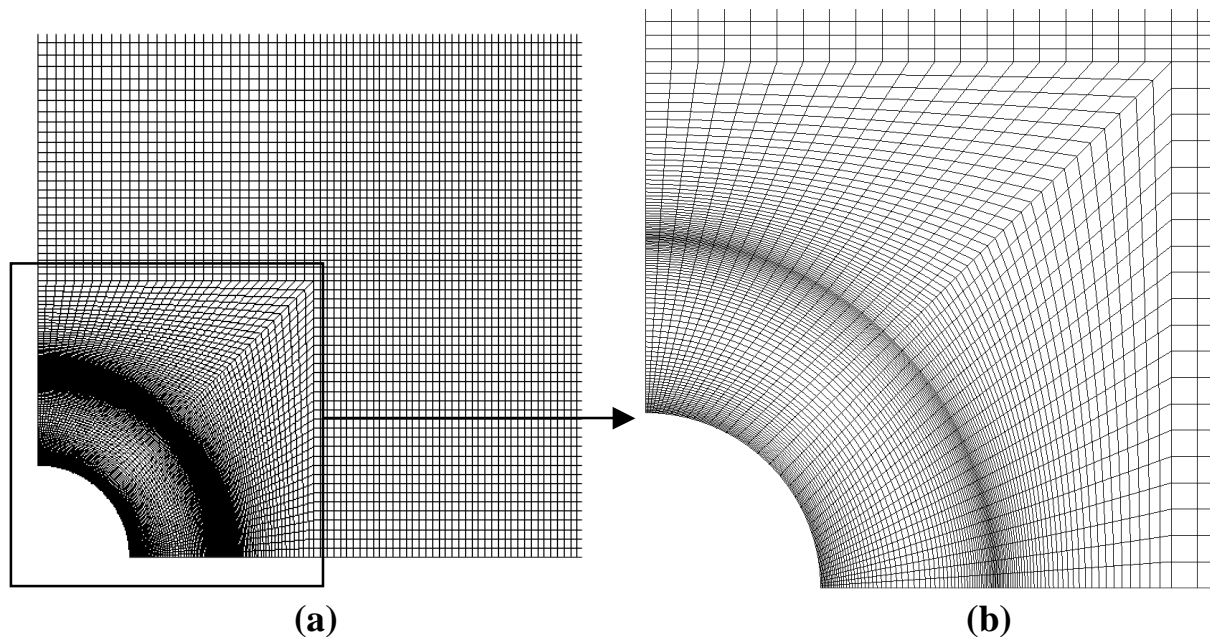


Figure I-3 : (a) Vue du maillage par bloc. (b) Zoom sur (a).

#### *Cas des effets de plasticité relativement faibles*

La Figure I-4 (a) montre, pour  $Od=10$ , la variation des surfaces seuil pour trois valeurs de  $m$  ( $10^3$ ,  $10^4$  et  $10^5$ ) avec  $\varepsilon$  pris égal à 0. Le domaine maillé  $L/d \times H/d = 5 \times 5$  comprend 1810 éléments. Nous pouvons remarquer qu'à partir de  $m=10^4$  la variation des surfaces seuil devient négligeable.

Par ailleurs, pour  $m=10^4$ , la Figure I-4(b) montre que les surfaces seuil sont bien caractérisées pour  $\varepsilon=0$ .

$m$  et  $\varepsilon$  ayant été pris respectivement égaux à  $10^4$  et 0, quatre maillages sont considérés (voir Tableau I-4). Le raffinement du maillage s'est fait par une augmentation quasi uniforme de la densité de maillage sur tout le domaine maillé. La Figure I-4 (c) montre qu'à partir de M3, l'influence du maillage sur les surfaces seuil devient négligeable. Il est à noter que, pour le maillage et les valeurs de  $m$  et  $\varepsilon$  choisis, il n'y a presque pas de changement dans la forme et position des zones rigides  $Zr2$  et dans une moindre mesure pour la zone rigide  $Zr3$ .



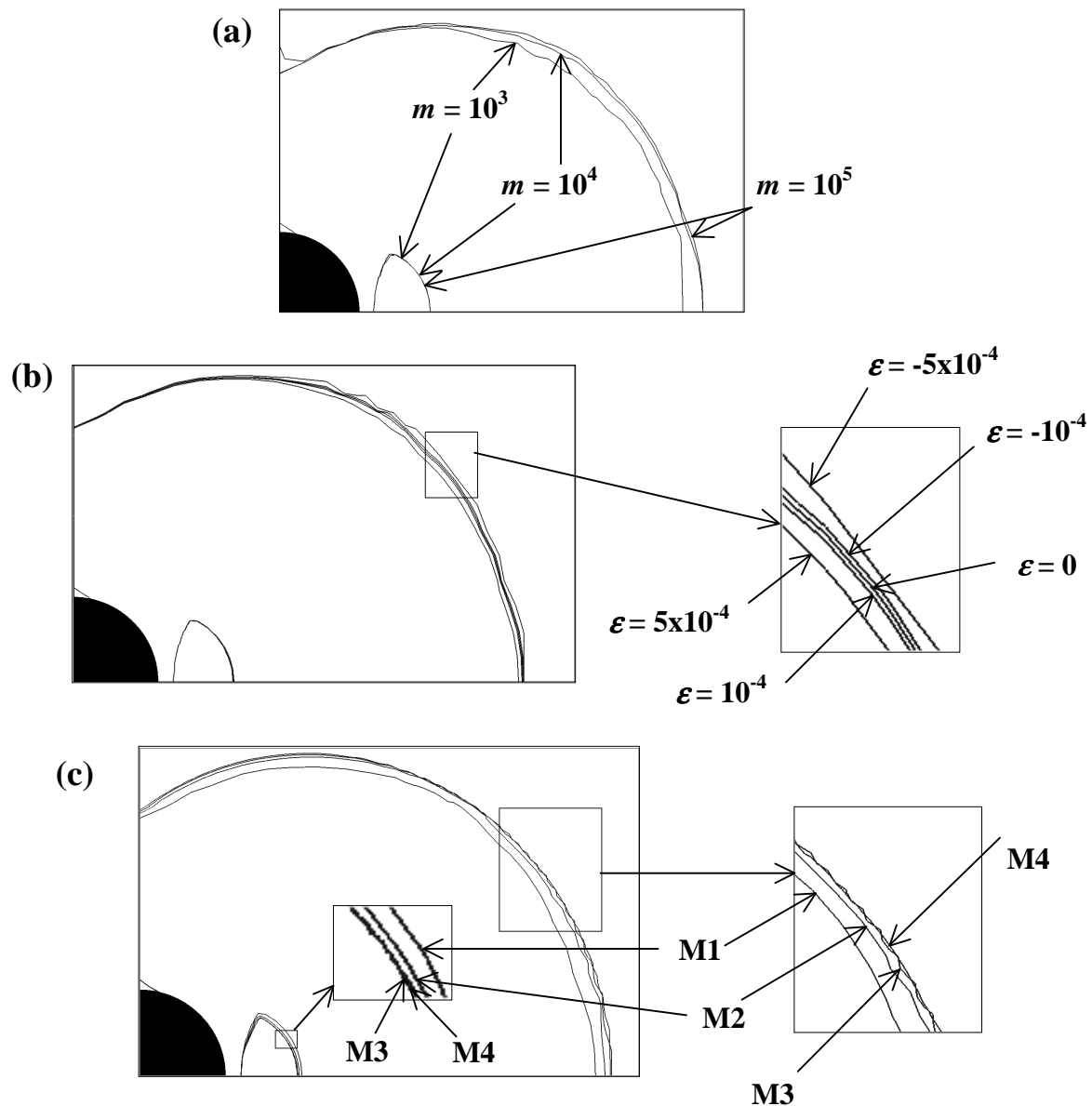


Figure I-4 : Détermination du paramètre de régularisation  $m$ , de  $\varepsilon$  et du maillage ;  $Od=10$ .  
 (a) Variation des surfaces seuil en fonction de  $m$ .  $\varepsilon=0$ . Le domaine  $L/d \times L/H=5 \times 5$  comporte 1810 éléments. (b) Variation des surfaces seuil en fonction de  $\varepsilon$ .  $m=10^4$  et le maillage comporte 1810 éléments. (c) variation des surfaces en fonction du maillage.  $\varepsilon=0$ ,  $m=10^4$ .

Domaine $L/d \times H/d=5 \times 5$ )	M1	M2	M3	M4
Nbres d'éléments	1810	7560	16780	25990

Tableau I-4 : Détermination des surfaces seuil : raffinement et caractéristiques des maillages utilisés.

Enfin, pour le cas des relativement faibles effets de plasticité, le choix des paramètres numériques a été validé par comparaison de nos résultats numériques obtenus par la méthode de régularisation de Papanastasiou aux résultats obtenus avec une autre méthode numérique. Roquet et al. (2003) ont utilisé la méthode du Lagrangien augmenté pour le même type d'écoulement avec un maillage auto adaptatif pour  $Od=20$ . Les résultats obtenus par les deux méthodes sont très similaires (Tableau I-5).

### *Cas des grands effets de plasticité*

Les résultats obtenus pour  $Od=5 \times 10^3$  sont identiques à ceux obtenus pour  $Od=10$  ( $\varepsilon=0$  et le maillage M3 sont suffisants pour déterminer correctement les surfaces seuil) avec la seule différence que (voir Figure I-5), dès  $m=10^3$  le paramètre de régularisation n'a plus d'influence sur les surfaces seuil. Ceci rejoint l'observation de Burgos et al. (1999) qui trouvent que, dans le cas d'un fluide de Herschel-Bulkley pour un écoulement en coin, la valeur minimale de  $m$  est une fonction décroissante de l'indice de structure  $n$  du matériau et du nombre d'Oldroyd  $Od$ .

Vers  $Od=10^4$ , contrairement aux surfaces seuil  $S1$  et  $S2$  dont les variations en fonction du maillage deviennent très faibles à partir de M3, la surface seuil  $S3$  continue quant à elle à changer avec la densité du maillage. Par exemple, la zone rigide  $Zr3$  obtenue pour la grille M4 devient plus petite quand la grille est extrêmement raffinée. Le cas correspondant à  $Od=10^4$  est présenté sur la figure I-6. En fait, pour les grandes valeurs de  $Od$ , juste autour de la zone rigide  $Zr3$  il existe une zone d'écoulement dans laquelle le taux de déformation est assez faible et que seul un très important raffinement du maillage permettrait d'identifier correctement. La convergence des surfaces seuil  $S3$  pour le maillage n'a donc pas été obtenue pour  $Zr3$  à partir de  $Od=10^4$ . Il est cependant important de noter que la caractéristique  $x1$  reste non affectée par ce raffinement de maillage. La convergence par rapport au maillage a donc été obtenue pour cette longueur.

Afin d'examiner correctement le problème de couche limite viscoplastique dont l'épaisseur est très petite devant la caractéristique dimensionnelle de l'obstacle (le diamètre  $d$  du cylindre dans ce cas), un important raffinement du maillage a été réalisé au voisinage très immédiat du cylindre. Il est constitué d'une couche d'épaisseur 1/2000 fois le diamètre, discrétisée en 20 éléments dans le sens du rayon.

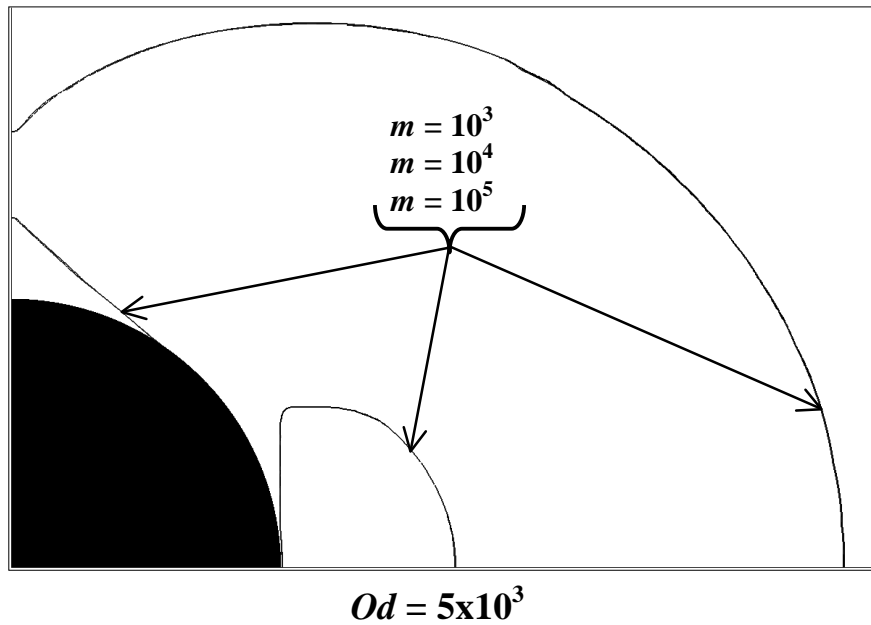


Figure I-5 : Variation des surfaces seuil en fonction de  $m$ . Cas de  $Od=5 \times 10^3$ .

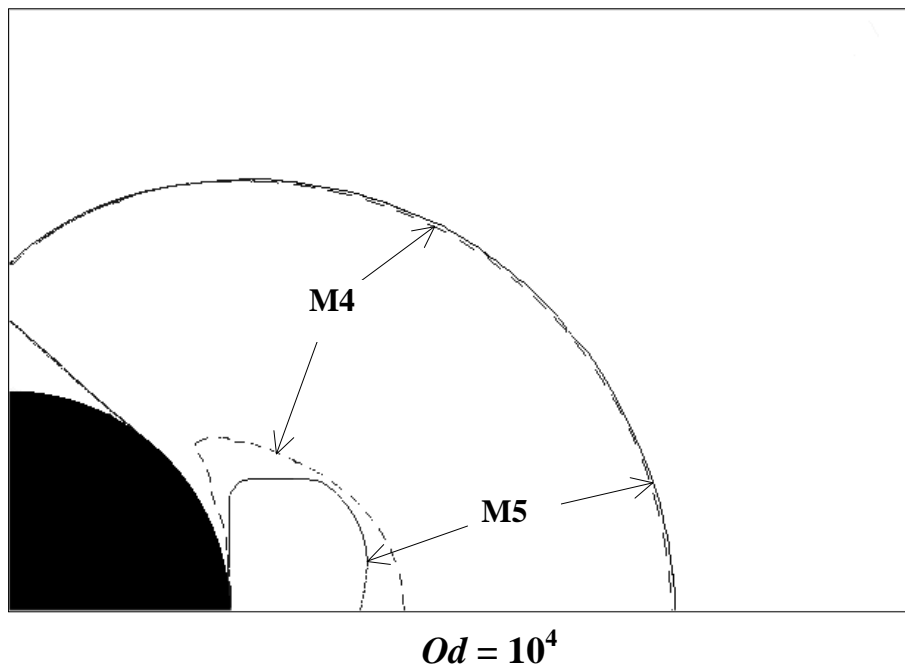


Figure I-6 : Evolution des surfaces seuil en fonction du raffinement du maillage aux grands nombres d'Oldroyd. Cas de  $Od=10^4$ . Les contours en lignes discontinues représentent les surfaces seuil obtenues avec M4 et ceux en ligne continues représentent les surfaces seuil obtenues avec un maillage M5 beaucoup plus raffiné que M4.

$Od=20, L/d=1.5$	Méthode de régularisation de Papanastasiou. ( $m=10^4, \varepsilon=0, H/d=5$ et un maillage en bloc de 13520 éléments)	Méthode du Lagrangien augmenté avec un maillage auto-adaptatif (Roquet et al. (2003))
$x1/d$	1.15	1.16
$x2/d$	1.88	1.8
$Y1/d$	0.11	0.1
$Y2/d$	1.24	1.36

Tableau I-5 : Caractéristiques dimensionnelles des zones rigides obtenues par la méthode de régularisation de Papanastasiou et par la méthode du Lagrangien augmenté.

#### I.4.2. Zones rigides

La Figure I-7 présente en fonction de  $Od$  l'évolution globale des zones rigides. La Figure I-8 montre en détail les variations de forme des zones rigides statiques  $Zr2$ . L'évolution des caractéristiques dimensionnelles des zones rigides est présentée en fonction de  $Od$  sur la Figure I-9 ( $x2$  n'est présent que pour  $Od \in [10; 5 \times 10^3]$ ). Sur la Figure I-9, les grandeurs avec « ' » sont celles obtenues en modélisant l'écoulement d'un fluide de Bingham aux très grands nombres d'Oldroyd par l'écoulement d'un matériau parfaitement plastique avec l'approche de la théorie de la plasticité (voir Annexe I-2).

Entourant la zone fluide, l'enveloppe rigide  $Zr1$  augmente en taille lorsque  $Od$  augmente, entraînant la diminution de la surface seuil  $S1$  (Figure I-7). Cette dernière a la même forme que celle proposée par Ansley et al. (1967) dans le cas d'une sphère par l'analyse des lignes de glissement (Théorie de la plasticité ; Hill (1950)) et reprise par Adachi et al. (1973) pour un cylindre circulaire. En effet, dans le cas de la sphère, avec l'analyse des lignes de glissement, l'enveloppe seuil est un genre de tore croisé tronqué de section centrée sur la surface du cylindre et ayant un diamètre égale à  $d\sqrt{2}$ . Selon l'étude réalisée par Randolph et al. (1984) avec la même théorie, sur un pieu de section circulaire dans un sol cohésif, la caractéristique dimensionnelle  $x3$  deviendrait donc, pour les très grands nombres

d'Oldroyd,  $\frac{x3'}{d} = \frac{(\pi + 8)}{8} \approx 1.39$  (Figure I-9 et Annexe I-2). Avec notre approche (simulation numérique avec une approximation par la méthode de régularisation de Papanastasiou), pour  $Od=2 \times 10^5$ ,  $x3'/d \approx 1.4$ . Les deux résultats sont très proches.

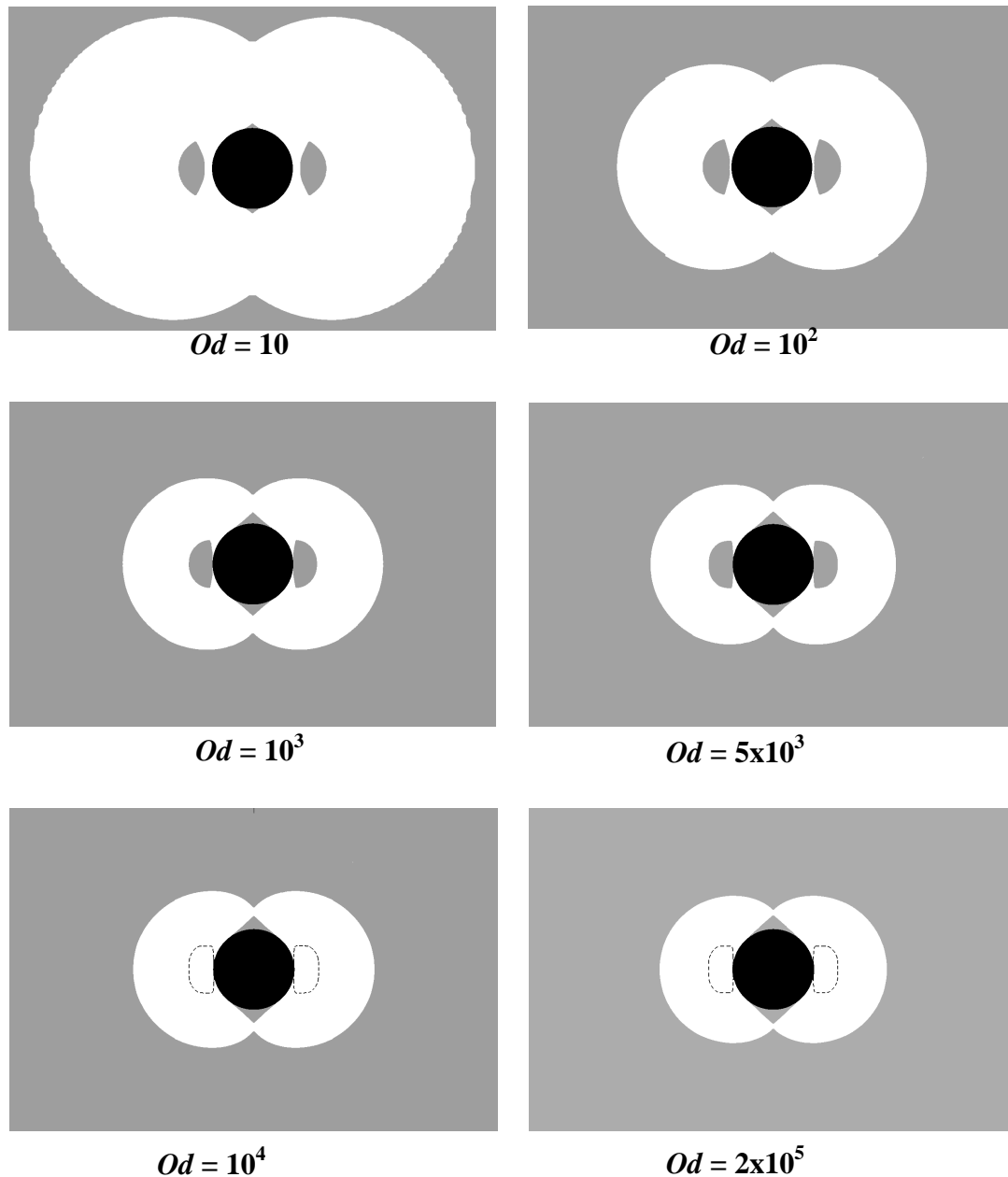


Figure I-7 : Evolution globale des zones rigides en fonction du nombre d'Oldroyd. Les formes proposées aux zones rigides  $Zr3$  pour  $Od=10^4$  et  $Od=2 \times 10^5$  (en lignes discontinues) sont obtenues à partir de l'interprétation du comportement asymptotique du champ de vitesse aux grands nombres d'Oldroyd.

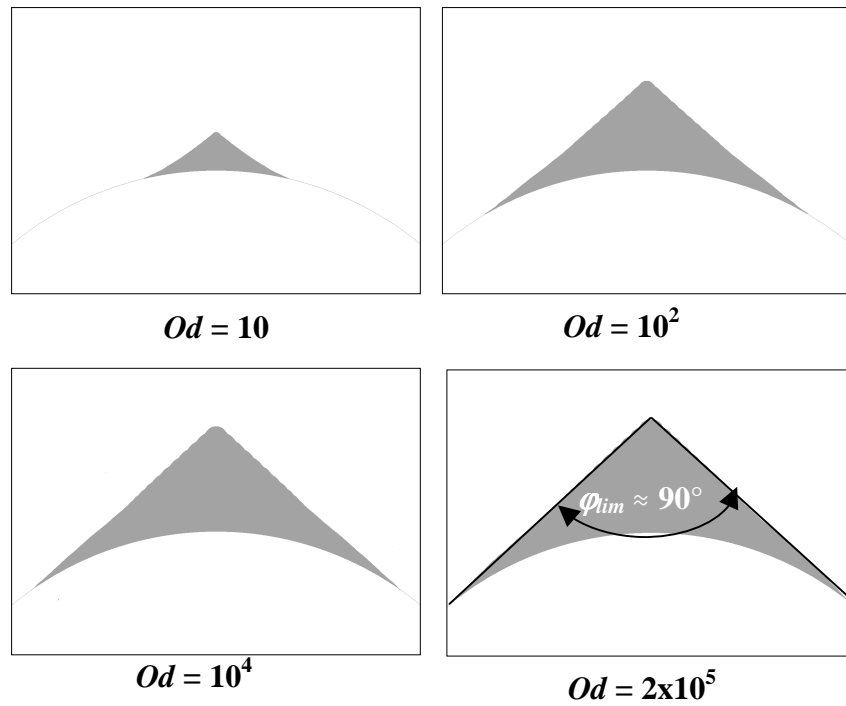


Figure I-8 : Evolution des zones rigides statiques  $Zr2$  en fonction du nombre d'Oldroyd.

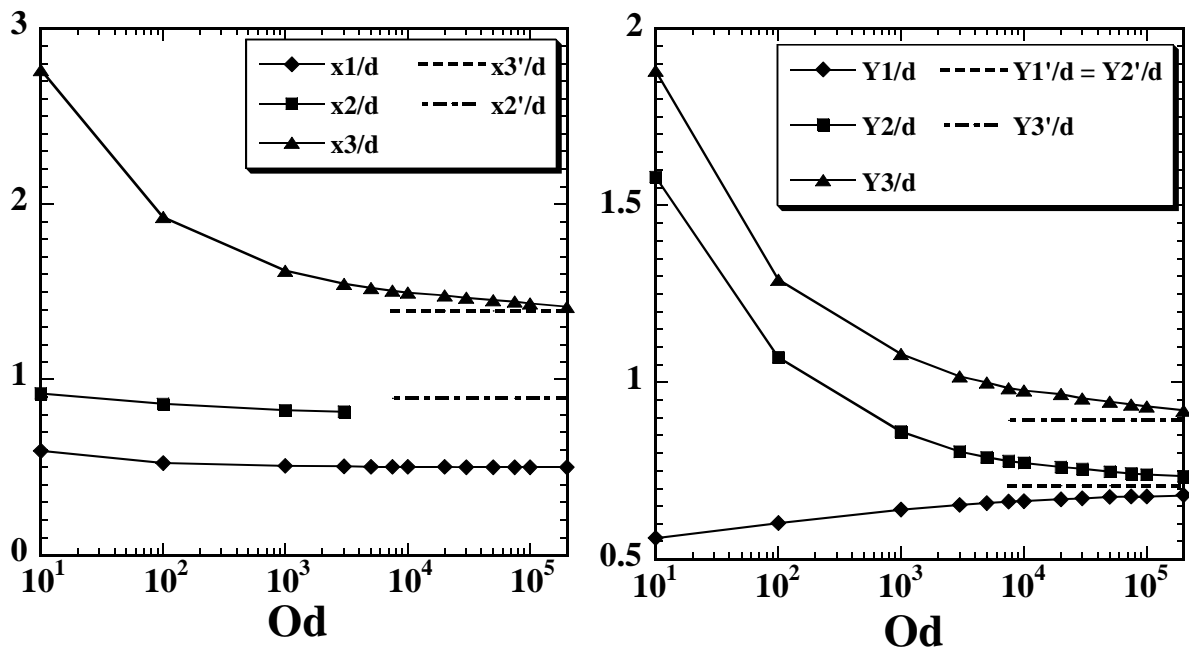


Figure I-9 : Evolution des caractéristiques dimensionnelles  $x_i$  et  $Y_i$  en fonction du nombre d'Oldroyd.  $x_2$  présenté seulement pour  $Od \leq 5 \times 10^3$ .  $x_i'$  et  $Y_i'$  sont les grandeurs  $x_i$  et  $Y_i$  obtenus analytiquement par l'analyse des lignes de glissement présentée en Annexe 2.

De plus, le nombre d'Oldroyd n'a pas d'influence sur la forme de l'enveloppe rigide  $Zr1$ . Le tore croisé tronqué obtenu pour les petites valeurs de  $Od$  reste inchangé lorsque  $Od$  augmente (du moins pour  $Od \in [10 ; 2 \times 10^5]$ ).

Pour ce qui est des noyaux rigides  $Zr3$  (Figure I-7), chacun d'eux a une forme presque elliptique aux petites valeurs de  $Od$  ( $Od \leq 10^2$ ). Au-delà de  $Od=10^2$  jusqu'à  $Od=5 \times 10^3$ , ils semblent adopter une forme de demi-lune. Comme annoncé précédemment, puisque le raffinement de maillage n'a pas été suffisant pour l'obtention de la forme finale de  $Zr3$  pour les nombres d'Oldroyd supérieur à  $5 \times 10^3$ , les formes proposées pour  $Od=10^4$  et  $Od=2 \times 10^5$  sont celles obtenues par interprétation de l'évolution asymptotique du champ de vitesse aux très grands nombres d'Oldroyd (voir section I.4.3). Notons tout de même que les forme et taille des noyaux rigides, obtenues avec cette tendance aux grands nombres d'Oldroyd sont très similaires à celles obtenues par l'analyse des lignes de glissement présentée en Annexe I-2 (voir Figure I-9).

Les zones rigides statiques  $Zr2$  augmentent en taille (Figure I-8) jusqu'à  $Od=10^4$  environ pour se stabiliser après. Elles gardent la même forme triangulaire avec les côtés adjacents au sommet légèrement convexes aux petites valeurs de  $Od$  et devenant rectilignes aux très grands  $Od$ . L'angle  $\phi$  atteint sa valeur maximale  $\phi_{lim} \approx 90^\circ$  aux très grands  $Od$  (Figure I-8). Cette valeur limite a été aussi obtenue par l'analyse des lignes de glissement présentée en Annexe I-2. L'angle  $\phi$  semble avoir aussi une évolution asymptotique aux très grands  $Od$  et sa valeur pour  $Od=2 \times 10^5$  est de l'ordre de  $38^\circ$ . Nous avons trouvé par l'analyse des lignes de glissement  $\phi_{lim}=\pi/4=45^\circ$  (Cf. Annexe I-2).

Les différentes évolutions des zones rigides donc des surfaces seuils en fonction de  $Od$  engendrent le confinement de la zone fluide pour les très grandes valeurs de  $Od$  (Figures I-7 et I-9). Ce confinement de la zone fluide, très important entre le cylindre et la surface seuil  $S3$  (épaisseur de la zone fluide très petite devant le diamètre  $d$  du cylindre), met en exergue la présence, à cet endroit, d'une couche limite. L'évolution de l'épaisseur de cette couche aux grands  $Od$  sera étudiée en détail dans la section suivante.

### I.4.3. Cinématique de l'écoulement

Les Figures I-10 et I-11 présentent l'évolution de la vitesse verticale  $V_y$  respectivement sur l'axe de symétrie vertical ( $\theta=\pi/2$ ) et à l'équateur ( $\theta=0$ ).

Nous pouvons remarquer que les différents profils de vitesses  $V_y$  deviennent indépendants de  $Od$  pour les grandes valeurs de ce dernier.

Les portions des profils de la Figure I-10 pour lesquelles  $V_y$  est constante correspondent aux zones rigides. La première, collée au cylindre et pour laquelle  $V_y=0$ , correspond aux zones rigides statiques  $Zr2$ . La seconde pour laquelle  $V_y=U$  correspond à l'enveloppe rigide  $Zr1$ . Entre ces deux portions se situe une troisième dans laquelle la vitesse  $V_y$  évolue de 0 à  $U$ . Elle correspond à la zone fluide entre l'enveloppe rigide  $Zr1$  et les zones rigides statiques  $Zr2$ . L'épaisseur de cette zone fluide diminue lorsque  $Od$  augmente ; preuve du confinement du fluide annoncé dans la section précédente.

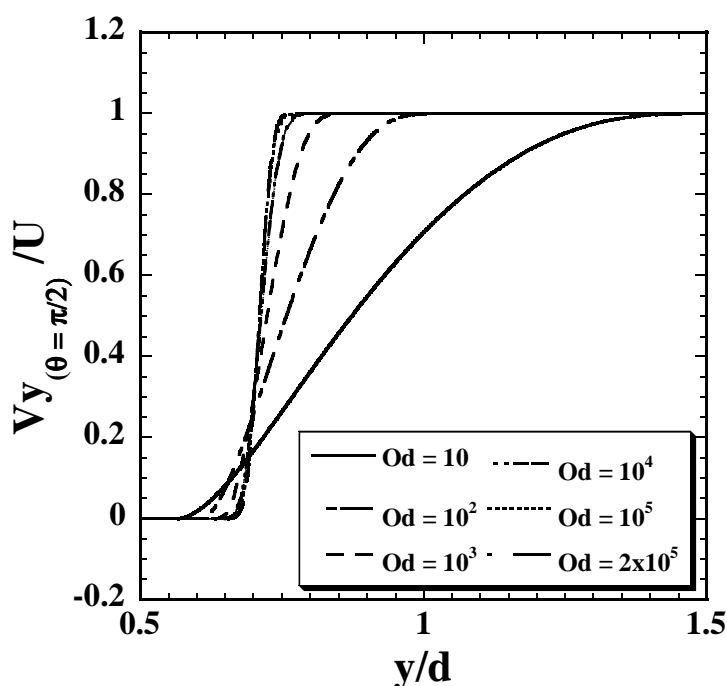


Figure I-10 : Profils adimensionnels de la vitesse verticale  $V_y$  sur l'axe de symétrie vertical ( $\theta=\pi/2$ ) en fonction de  $y/d$ . Cas de  $Od$  allant de 10 à  $2 \times 10^5$ .

Sur la Figure I-11, la portion du profil de vitesse pour laquelle  $V_y=U$  correspond à l'enveloppe rigide  $Zr1$ . Les noyaux rigides  $Zr3$  correspondent quant à eux à la portion du profil où la vitesse  $V_y$  augmente de  $U$  jusqu'à environ  $1.7U$  aux grands  $Od$ . Ceci nous permet d'avoir un peu plus d'information sur l'étendue de  $Zr3$  à l'équateur et de nous rendre compte par la même occasion que la grandeur  $x_2$  diminue jusqu'à atteindre une limite aux très grands nombres d'Oldroyd. La vitesse de rotation rigide est donnée par la pente de la portion du profil de vitesse dans cette zone et le centre de rotation rigide s'obtient à l'intersection du prolongement de cette pente avec l'axe des  $x$  (Voir Figure I-12.). Cette pente évoluant en



fonction de  $Od$  (Figure I-11), le centre de rotation rigide varie aussi en fonction de  $Od$  et devient constant au grand  $Od$ . Pour  $Od \leq 10^2$ , la zone entre  $Zr3$  et  $Zr1$  est une zone fluide dans laquelle la vitesse décroît rapidement jusqu'à  $U$  (Figure I-11). Dès  $Od=10^3$ , nous observons sur les profils de vitesse que cette zone fluide se divise en deux parties. Celle qui est directement collée à  $Zr3$  est la zone d'écoulement dans laquelle le taux de déformation est faible comme annoncé dans la Section I-4.1.2.

Par ailleurs – toujours sur Figure I-11 – entre le cylindre et les noyaux rigides  $Zr3$  où l'existence d'une couche limite a été signalée (Section I-4.2.), la vitesse  $V_y$  atteint  $U$  – vitesse du fluide loin du cylindre – sur la surface seuil  $S3$  où les effets visqueux deviennent négligeables devant les effets de seuil de contrainte. Cette couche limite peut donc être qualifiée de couche limite viscoplastique.

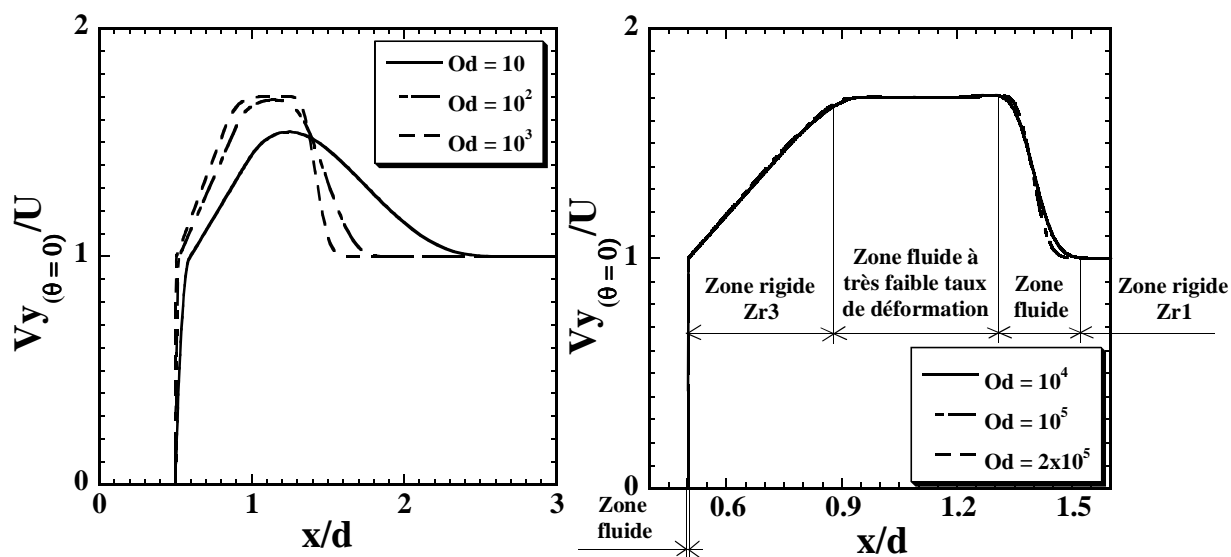


Figure I-11 : Profils adimensionnels de la vitesse verticale  $V_y$  à l'équateur ( $\theta=0$ ) en fonction de  $x/d$ . Cas de  $Od$  allant de 10 à  $2 \times 10^5$ . Les zones correspondant aux différentes portions des profils de vitesse sont mentionnées.

En désignant par  $\delta_0$  l'épaisseur minimale de cette couche limite viscoplastique obtenue à l'équateur ( $\theta=0$ ), pour un  $Od$  donné, elle correspond à la distance entre la paroi du cylindre et le premier point (en s'éloignant du cylindre) où la vitesse  $V_y$  à l'équateur est égale à  $U$ . Ce point étant obtenu sur la surface seuil  $S3$ , la condition  $\frac{\partial V}{\partial x} = 0$  est aussi satisfaite. Ce point est déterminé par interpolation linéaire des valeurs l'encadrant.

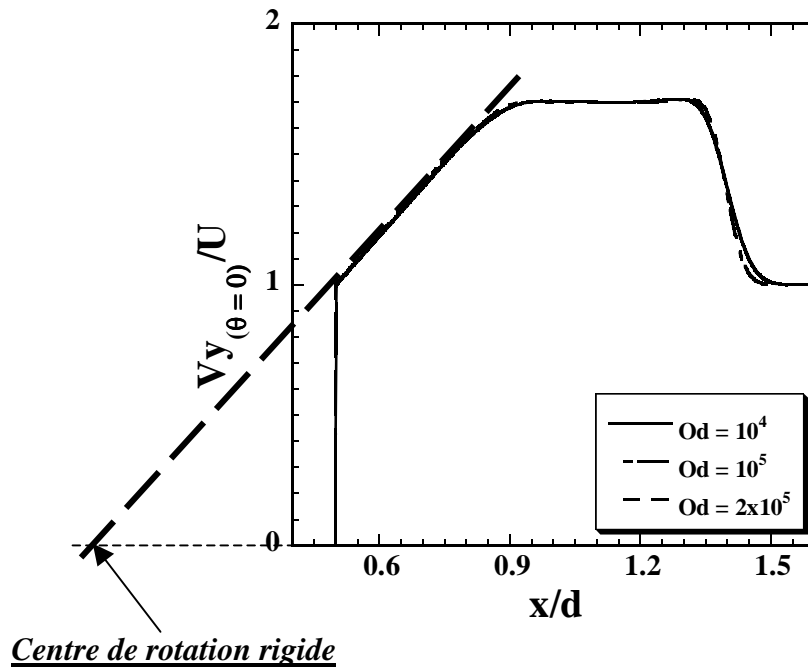


Figure I-12 : Centre de rotation rigide de la zone rigide  $Zr3$  aux grands nombres d'Oldroyd.

La Figure I-13 présente l'évolution de  $\delta_0$  pour  $Od$  allant de 10 à  $2 \times 10^5$ . La courbe de tendance obtenue par régression non linéaire est donnée par la loi puissance suivante :

$$\frac{\delta_0}{d} = 0.3.Od^{-0.54} \quad Od \in [10; 2 \times 10^5] \quad (I-8)$$

A l'aide d'une approche théorique basée sur la théorie de la couche limite viscoplastique, Piau (2002) et Piau et al. (2004) trouvent au milieu d'une plaque plane et mince contournée par un fluide de Bingham (l'épaisseur de la couche limite viscoplastique étant supposée constante le long de la plaque) la relation suivante :

$$\delta = a.Od^{-0.5} \quad (I-9)$$

dans laquelle  $a$  désigne la demi-longueur de la plaque.

L'exposant de la loi puissance obtenue théoriquement par Piau (2002) et Piau et al. (2004) sont donc assez proches celui obtenu dans la présente étude.

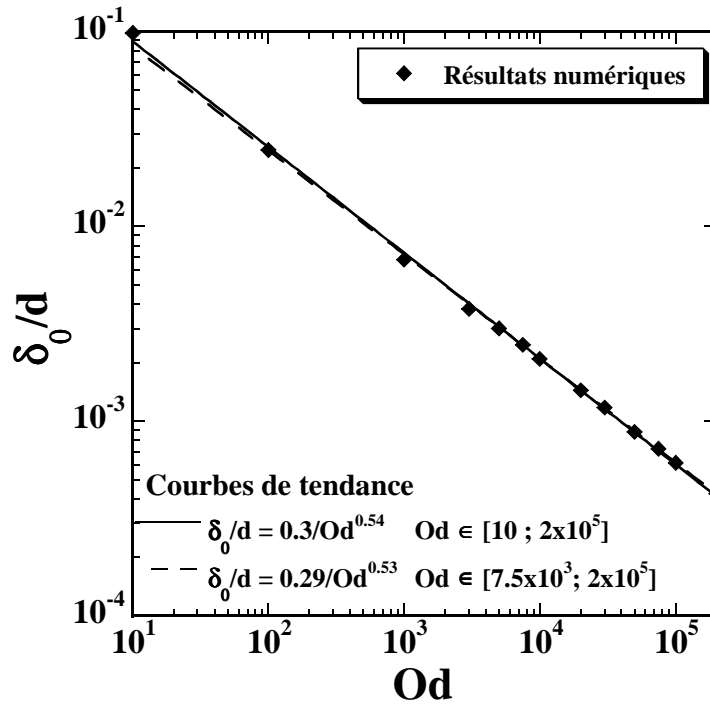


Figure I-13 : Épaisseur minimale adimensionnelle de la couche limite viscoplastique en fonction du nombre d'Oldroyd à l'équateur ( $\theta=0$ ).

A l'équateur, le profil de vitesse adimensionnelle  $V_y/U$  est présenté en fonction de  $Od$  dans la couche limite viscoplastique pour  $Od$  allant de 10 à  $2 \times 10^5$  (Figure I-14). Ce profil devient indépendant de  $Od$  à partir de  $Od=7.5 \times 10^3$  environ. L'espace entre le cylindre et la zone rigide  $Zr3$  peut être considéré comme couche limite à partir de  $Od=7.5 \times 10^3$  environ.

Dans le concept de la couche limite viscoplastique (Oldroyd (1947) ; Piau (2002)), l'hypothèse de couche limite viscoplastique suppose que l'épaisseur de cette couche est très petite devant la caractéristique géométrique de l'obstacle (ici le diamètre  $d$  du cylindre) et la longueur d'écoulement  $L_e$  (longueur de la zone fluide le long du bloc {cylindre- $Zr2$ }). Pour tenir compte de ce critère, nous avons choisi  $\delta_0/d$  et  $\delta_0/L_e$  de l'ordre de  $10^{-3}$ . Avec  $Od=7.5 \times 10^3$ , les valeurs obtenues pour  $\delta_0/d$  et  $\delta_0/L_e$  sont respectivement 0.0024 et 0.0013 qui sont évidemment de l'ordre de  $10^{-3}$ . La courbe de tendance recalée sur  $Od \in [7.5 \times 10^3 ; 2 \times 10^5]$  donne (Figure I-13) :

$$\frac{\delta_0}{d} = 0.29.Od^{-0.53} \quad Od \in [7.5 \times 10^3 ; 2 \times 10^5] \quad (I-10)$$

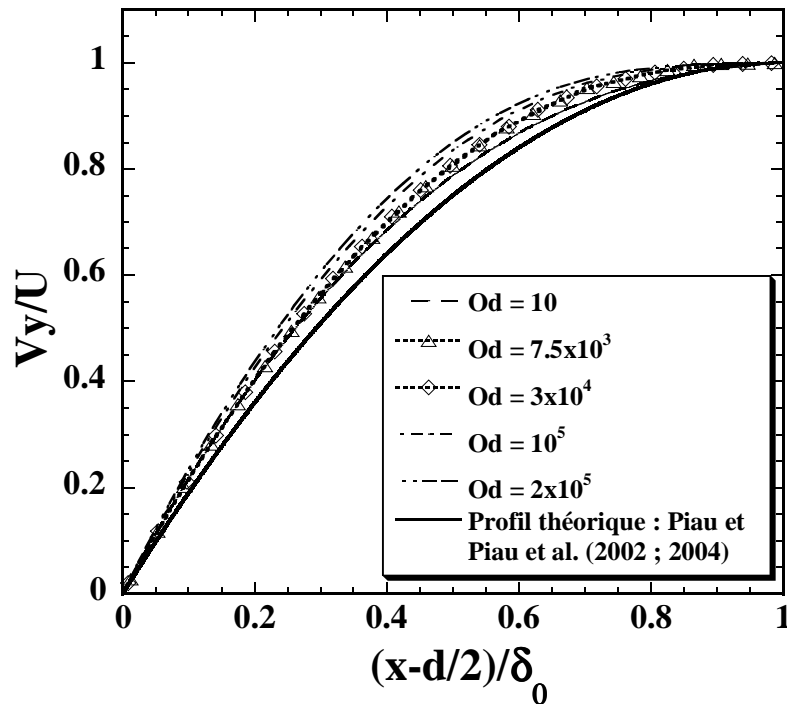


Figure I-14 : Profils adimensionnels de la vitesse verticale  $V_y$  dans la couche limite viscoplastique à l'équateur en fonction de  $(x-d/2)/\delta_0$  pour plusieurs valeurs de  $Od$ .

Par ailleurs, toujours sur la Figure I-14, le profil de vitesse adimensionnelle dans la couche limite reste indépendant de  $Od$  à partir de  $Od=7.5 \times 10^3$  jusqu'à  $Od=3 \times 10^4$ . Au-delà de  $Od=3 \times 10^4$ , les profils commencent à s'écarter du profil unique. Ceci résulte certainement de l'augmentation des erreurs numériques aux très grands  $Od$ , l'épaisseur de la couche limite devenant trop petite.

L'approche théorique de la couche limite viscoplastique (Piau (2002) et Piau et al. (2004)) donne le profil de vitesse adimensionnelle  $V_y/U$  dans la couche par la relation suivante :

$$\frac{V_y}{U} = 2 \left[ \frac{x - \frac{d}{2}}{\delta_0} \right] - \left[ \frac{x - \frac{d}{2}}{\delta_0} \right]^2. \quad (\text{I-11})$$

La différence observée sur la Figure I-14 entre le profil numérique (obtenu pour  $Od \in [7.5 \times 10^3; 3 \times 10^4]$ ) et celui théorique provient certainement de l'erreur engendrée par la méthode de régularisation.

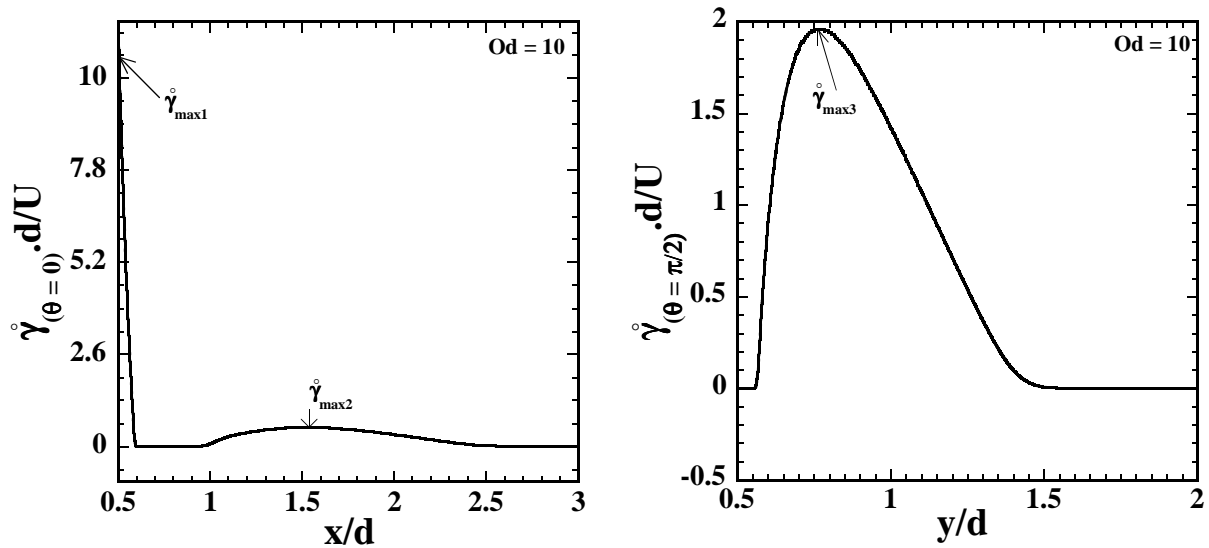


Figure I-15 : Profils adimensionnels du second invariant des taux de déformation à l'équateur et sur l'axe de symétrie vertical.  $Od=10$ .

La Figure I-15 montre le profil du taux de déformation à l'équateur et sur l'axe de symétrie vertical pour  $Od=10$  (les cas des grands  $Od$  n'ont pas été présentés pour des raisons de visualisation). Deux extrema peuvent être observés à l'équateur. Le premier ( $\dot{\gamma}_{max1}$ ) se situe sur le cylindre et le deuxième ( $\dot{\gamma}_{max2}$ ) est localisé dans la zone fluide entre  $Zr1$  et  $Zr3$ . Sur l'axe de symétrie vertical, le seul extremum ( $\dot{\gamma}_{max3}$ ) se localise dans la zone fluide entre  $Zr1$  et  $Zr2$ .

Les Figures I-16 et I-17 présentent les évolutions de ces extrema en fonction de  $Od$ . Ils sont tous fonctions croissantes de  $Od$  avec une tendance asymptotique aux grands  $Od$ .

Le taux de déformation sur le cylindre à l'équateur ( $\dot{\gamma}_{max1}$ ) étant inversement proportionnel à l'épaisseur de la couche limite ( $\dot{\gamma}_{max1} \propto U / \delta_0$ ), l'équation traduisant son évolution en fonction de  $Od$  est aussi en loi puissance. Les tendances donnent (Figure I-16) :

$$\dot{\gamma}_{max1} \cdot d / U = 3.27 Od^{0.56}, \quad Od \in [10; 2 \times 10^5] \quad (I-12)$$

et

$$\dot{\gamma}_{max1} \cdot d / U = 3.025 Od^{0.56}, \quad Od \in [7.5 \times 10^3; 2 \times 10^5] \quad (I-13)$$

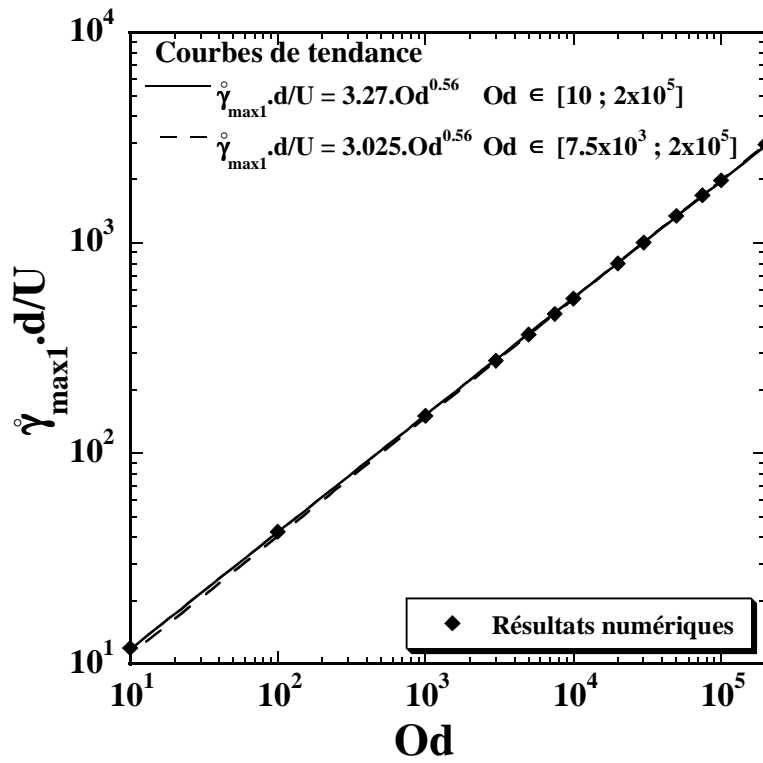


Figure I-16 : Evolution du second invariant des taux de déformation  $\dot{\gamma}_{max1}$  en fonction du nombre d'Oldroyd.

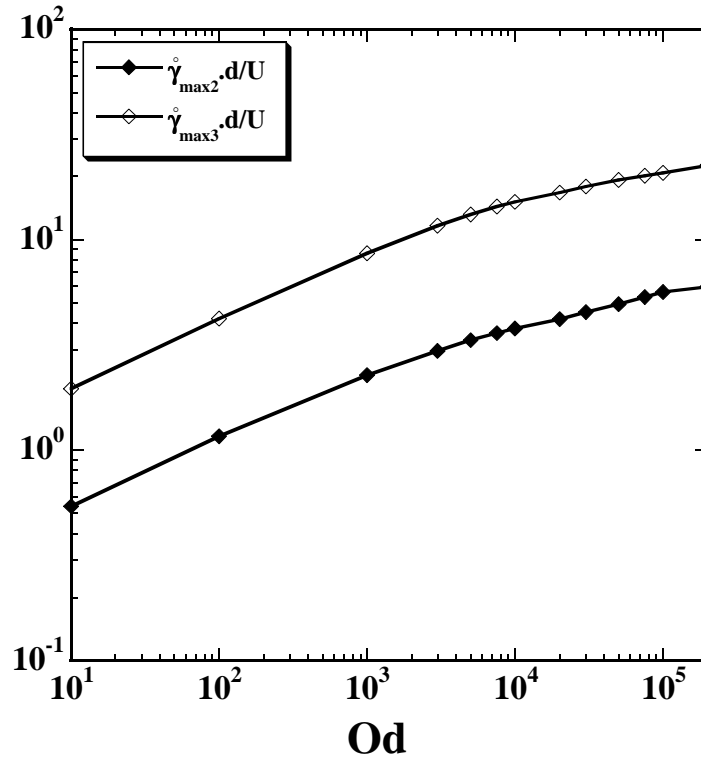


Figure I-17 : Evolution des seconds invariants des taux de déformation  $\dot{\gamma}_{max2}$  et  $\dot{\gamma}_{max3}$  en fonction du nombre d'Oldroyd.

#### I.4.4. Champs de contrainte

##### I.4.4.1. Contraintes sur le cylindre

Les Figures I-18 à I-21 montrent les évolutions typiques de la répartition sur le cylindre des composantes normale et tangentielle (dans le repère  $(O,r,\theta)$ ) des contraintes adimensionnalisées par  $\tau_0$  et de la pression adimensionnalisée par  $2\pi\tau_0$ . Les composantes des contraintes ont été obtenues par changement de repère  $(O,x,y)$  à  $(O,r,\theta)$  et sont données par

$$\tau_{rr} = \cos^2(\theta)\tau_{xx} - \sin(2\theta)\tau_{xy} + \sin^2(\theta)\tau_{yy}, \quad \tau_{\theta\theta} = \sin^2(\theta)\tau_{xx} + \sin(2\theta)\tau_{xy} + \cos^2(\theta)\tau_{yy} \quad \text{et}$$

$$\tau_{r\theta} = \sin(2\theta)\frac{\tau_{xx} + \tau_{yy}}{2} + \cos(2\theta)\tau_{xy}.$$

Nous observons une diminution de contraintes et pression sur le cylindre lorsque le nombre d'Oldroyd augmente. Aux très grands nombres d'Oldroyd, les profils de contraintes et de pression adimensionnelles sur le cylindre deviennent indépendants de  $Od$ . Les valeurs maximales des contraintes normales et tangentielle sur le cylindre sont alors de l'ordre de  $\tau_0$  (Figures I-18 à 20) tandis que de la pression atteint son maximum qui est de l'ordre de  $2\pi\tau_0$  dans la zone rigide  $Zr2$  (Figure I-21).

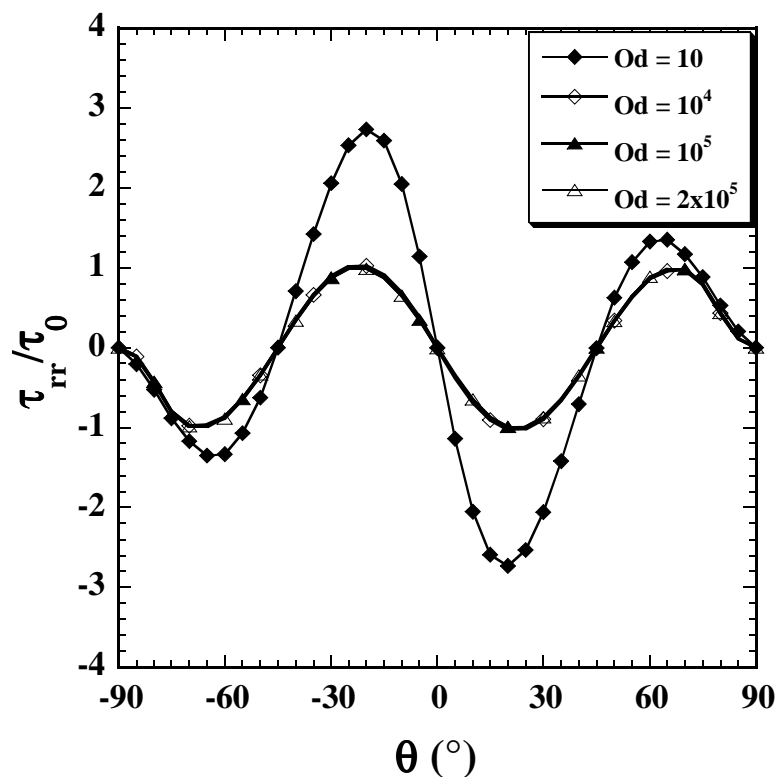


Figure I-18 : Evolution de la contrainte normale adimensionnelle  $\tau_{rr}/\tau_0$  sur le cylindre pour plusieurs valeurs de  $Od$ .

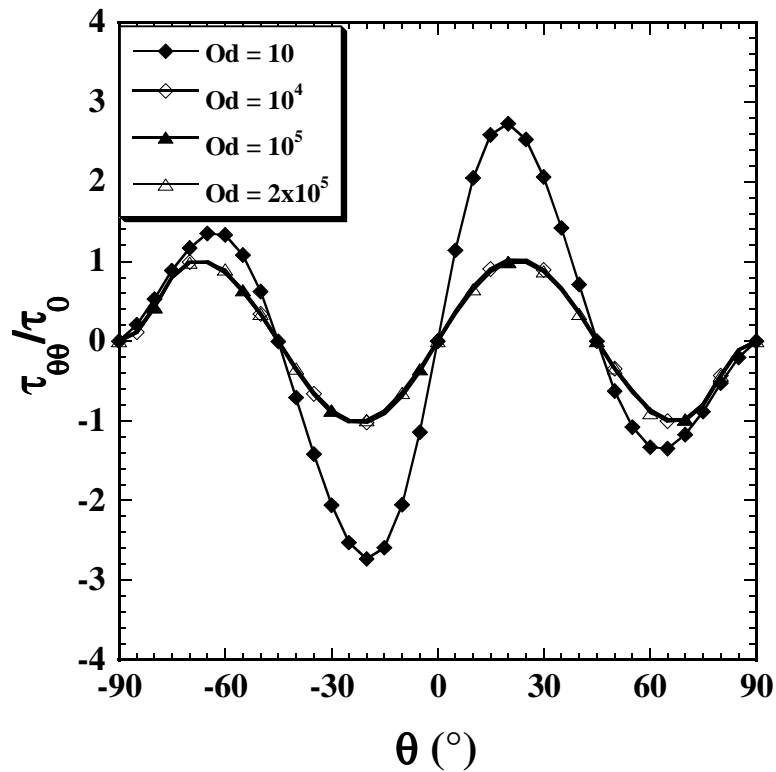


Figure I-19 : Evolution de la contrainte normale adimensionnelle  $\tau_{\theta\theta}/\tau_0$  sur le cylindre pour plusieurs valeurs de  $Od$ .

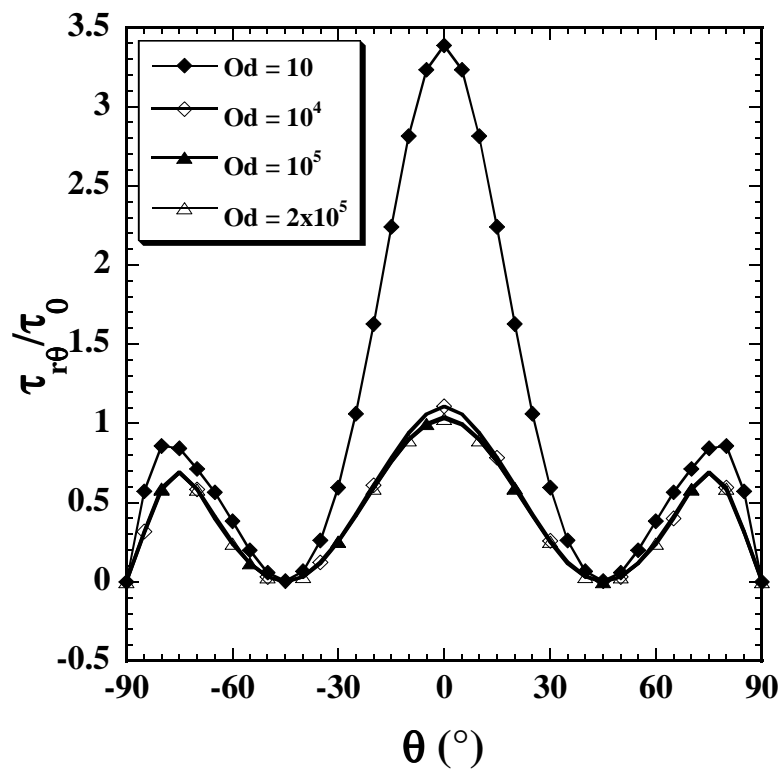


Figure I-20 : Evolution de la contrainte normale adimensionnelle  $\tau_{r\theta}/\tau_0$  sur le cylindre pour plusieurs valeurs de  $Od$ .



Par ailleurs, la Figure I-22 présente la répartition en fonction de  $Od$  de la contrainte de cisaillement maximal (norme du déviateur de contrainte) sur le cylindre. Cette contrainte de cisaillement maximal atteint sa valeur maximale à l'équateur, reste plus élevée que la contrainte seuil dans la zone fluide, diminue rapidement dès qu'on rentre dans la zone rigide  $Zr2$  pour s'annuler après sur l'axe de l'écoulement ( $(\theta=\pi/2)$ ).

La répartition de la contrainte de cisaillement maximal sur le cylindre devient indépendante du nombre d'Oldroyd aux très grandes valeurs de ce dernier avec une valeur maximale de l'ordre de la contrainte seuil  $\tau_0$ .

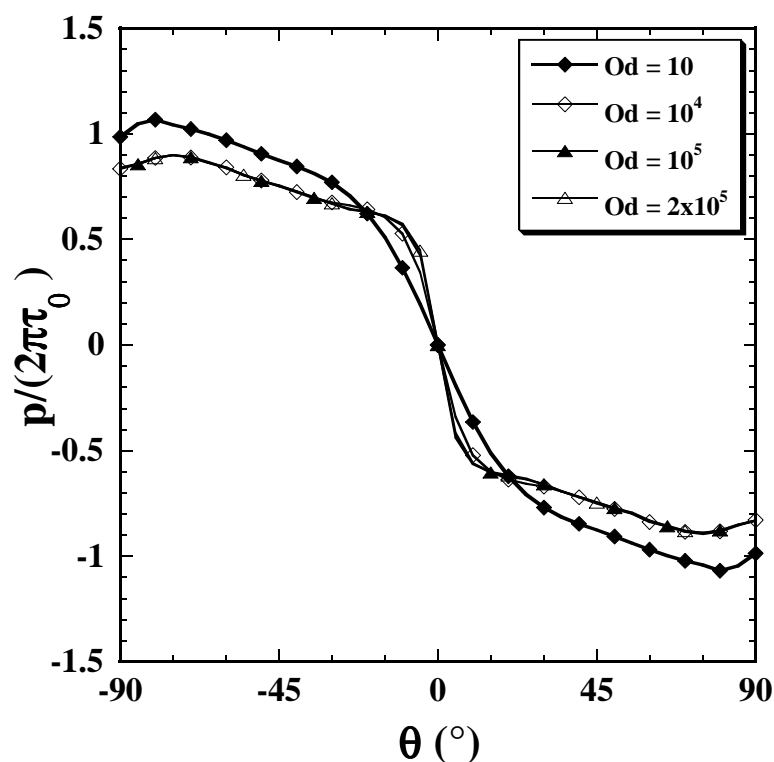


Figure I-21 : Evolution de la pression adimensionnelle  $p/(2\pi\tau_0)$  sur le cylindre pour plusieurs valeurs de  $Od$ .

#### I.4.4.2. Coefficient de traînée

La Figure I-23 présente l'évolution des coefficients de traînée  $C_d^*$  en fonction de  $Od$ . Les résultats obtenus montrent une diminution du coefficient de traînée  $C_d^*$  lorsque  $Od$  augmente, avec une tendance asymptotique aux très grands  $Od$ .

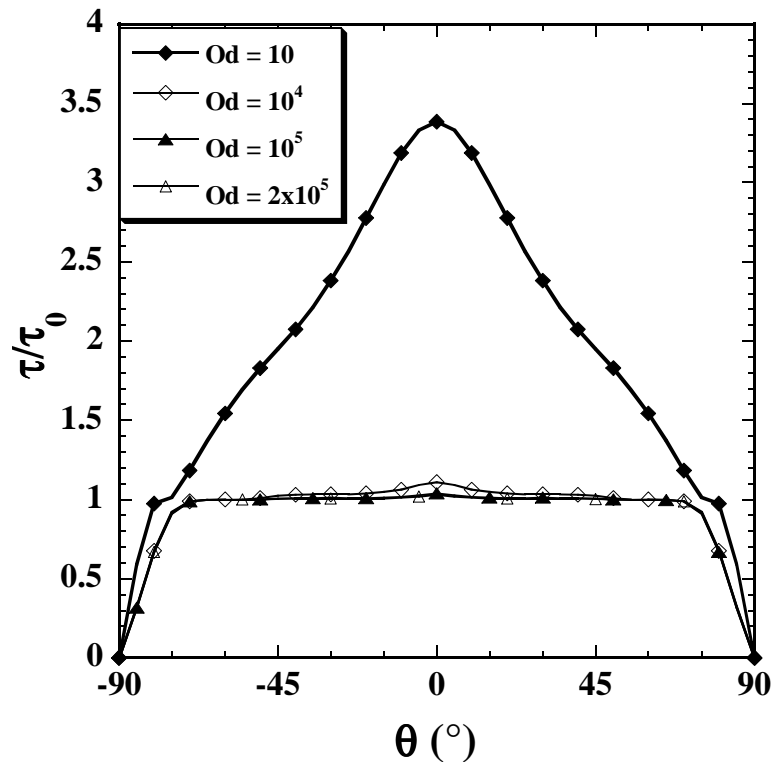


Figure I-22 : Evolution du cisaillement maximal adimensionnel  $\tau/\tau_0$  sur le cylindre pour plusieurs valeurs de  $Od$ .

Cette tendance est similaire à celles obtenues par Adachi et al. (1973) par le principe du maximum et par Mitsoulis (2004) par le modèle de régularisation de Papanastasiou.

En séparant les effets visqueux des effets de plasticité, le coefficient de traînée  $C_d^*$  peut s'écrire en fonction de  $Od$  de la manière suivante :

$$C_d^* = C1 + C2Od^{C3}, \quad (\text{I-14})$$

dans laquelle  $C1$ ,  $C2$  et  $C3$  sont des constantes et  $C1$  le coefficient de traînée lorsque les effets de plasticité deviennent prépondérants. Par regression non-linéaire de nos résultats nous obtenons :

$$C_d^* = 11.98 + 20.43Od^{-0.68}, \quad Od \in [10; 2 \times 10^5] \quad (\text{I-15})$$

et

$$C_d^* = 11.94 + 13.15Od^{-0.55}, \quad Od \in [7.5 \times 10^3; 2 \times 10^5] \quad (\text{I-16})$$

Lorsque les effets de plasticité deviennent prépondérants c'est à dire quand  $Od$  devient très grand, le coefficient de traînée est constant et égal dans notre cas à  $C_{d\infty}^* = 11.94$ .

Pour un cylindre circulaire rugueux dans un matériau parfaitement plastique, Randolph et al. (1984) montrent la méthode des lignes de glissement que le facteur de charge est égal à  $4\sqrt{2} + 2\pi \approx 11.94$  (voir aussi Aubeny et al. (2005)). Ceci reste en accord avec nos résultats.

En nous référant à Jossic et al. (2001), il est alors possible d'établir un critère de stabilité défini comme la plus petite valeur  $Y_G$  du rapport de la contrainte seuil aux effets de gravité. Pour cette valeur, le solide (ici le cylindre) reste immobile dans le fluide.

Sous cette condition,  $Y_G$  est donné par :

$$Y_G = \frac{\tau_0}{gl'(\rho_c - \rho_f)} = \frac{l}{C_{d\infty}^*}. \quad (\text{I-17})$$

Dans cette équation,  $g$  est l'accélération de la pesanteur,  $l' = V/A$  une longueur caractéristique telle que  $A$  est défini comme dans les Eqs I-5 et I.6 et  $V$  le volume du cylindre.  $\rho_c$  et  $\rho_f$  désignent respectivement la masse volumique du cylindre et la masse volumique du fluide.

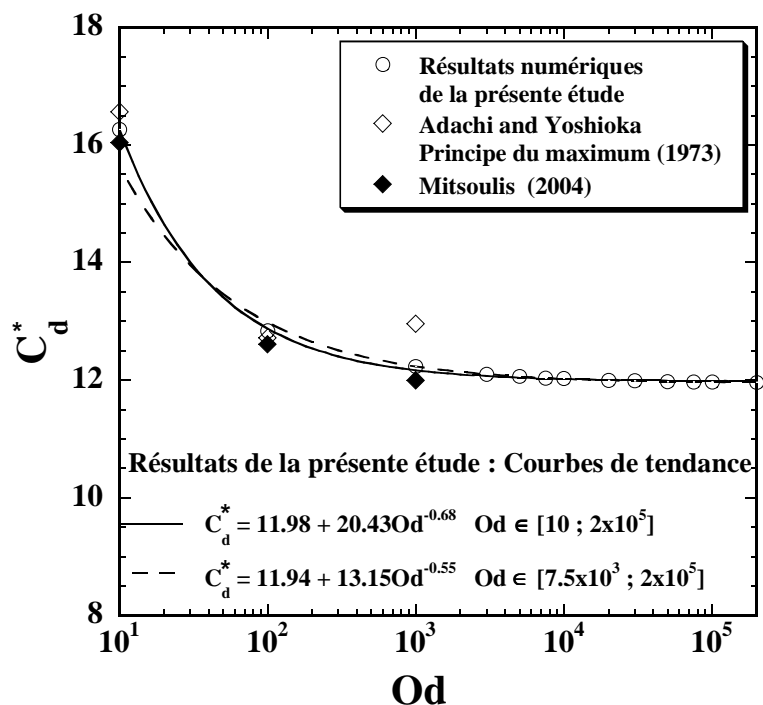


Figure I-23 : Evolution du coefficient de traînée plastique  $C_d^*$  en fonction du nombre d'Oldroyd. Cas de la présente étude et des études réalisées par d'autres auteurs.

Le Tableau I-6 compare les valeurs de  $C_{d\infty}^*$  et de  $Y_G$  obtenues dans la présente étude avec celles obtenues par d'autres auteurs. Les différents résultats sont du même ordre de grandeur. La présente étude, réalisée sur une plus grande plage de  $Od$ , permet de préciser jusqu'à  $Od=2 \times 10^5$  la valeur de  $C_{d\infty}^*$  calculée par Mitsoulis (2004). Cette valeur obtenue par simulation numérique est plus élevée que celle obtenue par l'analyse des lignes de glissement mis en œuvre par Adachi et al. (1973).

Auteurs	$C_{d\infty}^*$	$Y_G$
Présente étude	11.94	0.084
Adachi et Yoshioka (1973) Analyse des lignes de glissement	10.28	0.097
Mitsoulis (2004)	11.7	0.085
Randolph et Houlsby (1984) Théorie de la plasticité	11.94	0.084

Tableau I-6 : Coefficients de traînée  $C_{d\infty}^*$  et coefficients de stabilité  $Y_G$  obtenus par différents auteurs pour un cylindre circulaire dans un fluide de Bingham pour les très importants effets de plasticité ou dans un matériau parfaitement plastique.

## I.5. Conclusion

Cette étude décrit l'approche numérique détaillée du problème de base de la mécanique des fluides que constitue l'écoulement très lent d'un fluide viscoplastique autour d'un cylindre circulaire par l'utilisation de la méthode de régularisation de Papanastasiou. Après une étude systématique de l'influence des différents paramètres numériques sur la convergence des résultats, le domaine des grands nombres d'Oldroyd où l'effet de plasticité est prépondérant a été exploré. Les résultats obtenus se comparent bien aux résultats analytiques disponibles.

La présence d'une couche limite viscoplastique est mise en évidence lorsque le nombre d'Oldroyd devient très grand. L'évolution de l'épaisseur minimale de cette couche limite viscoplastique a été donnée en fonction du nombre d'Oldroyd.

Les autres caractéristiques de l'écoulement (vitesses, traînée, formes et positions des zones rigides) ont également été déterminées. Leurs expressions asymptotiques ont été proposées en fonction du nombre d'Oldroyd.

## I.6. Annexes

### I.6.1. Annexe 1

*Formule de Faxén :*

$$F = \frac{4\mu\pi U}{\ln(L/R) - 0.9157 + 1.7244(R/L)^2 - 1.7302(R/L)^4 + 2.4056(R/L)^6 - 4.5913(R/L)^8} \quad (\text{I-18})$$

### I.6.2. Annexe 2

Pour déterminer la solution exacte de la résistance latérale limite d'un pieu circulaire chargé latéralement dans un sol cohésif, Randolph et al. (1984) utilisent la théorie de la plasticité avec l'analyse du champ des lignes de glissement et l'analyse cinématique limite. Le sol supposé se déformer à vitesse constante est modélisé comme un matériau parfaitement plastique et le problème se réduit à un problème de déformation plane dans la théorie de plasticité de Hill (Hill (1950)).

Considérons maintenant l'écoulement très lent d'un fluide viscoplastique de Bingham autour d'un cylindre circulaire de diamètre  $d$ . Aux très grands nombres d'Oldroyd, lorsque les effets de plasticité deviennent prépondérants et les effets de viscosité négligeables, le matériau de Bingham peut être modélisé par un matériau parfaitement plastique. De plus, le fluide viscoplastique de Bingham est incompressible, la longueur du cylindre est supposée infinie et l'écoulement est continu et isotherme. Le problème peut alors se réduire à un problème de déformation plane dans la théorie de la plasticité.

Par l'analyse des lignes de glissement, le champ de lignes de glissement obtenu par Randolph et al. (1984) pour un cylindre circulaire parfaitement rugueux est présenté sur la Figure I-24 (Notons que seul le premier quadrant est présenté sur cette figure. Le domaine entier est obtenu par symétrie par rapport aux axes  $x$  et  $y$ ). Pour plus de détail, se référer à Randolph et al. (1984) et Aubeny et al. (2005). Rappelons que les lignes de glissement sont définies par les plans sur lesquels la contrainte de cisaillement atteint sa valeur maximale. Le champ de lignes de glissement contient donc les surfaces seuil recherchées.

Le champ de lignes de glissement est un réseau orthogonal formé par deux familles de lignes de glissement. Dans le cas présent, une des familles est composée de lignes droites et l'autre famille de lignes courbes.

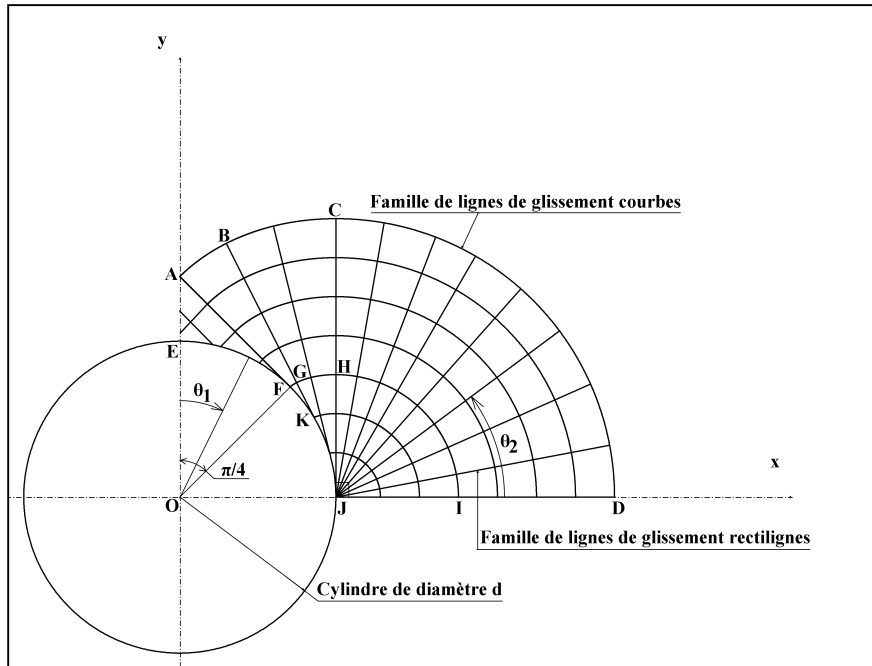


Figure I-24 : Famille de lignes de glissement pour un matériau parfaitement plastique s'écoulant autour d'un cylindre circulaire avec une condition de non-glissement à la paroi.

Avec la condition d'adhérence à la paroi du cylindre, les lignes de glissement droites contenues dans la zone ABCHJKF sont tangentes au cylindre (voir Figure I-24). Dans cette zone, les lignes de glissement courbes sont donc des portions de développantes du cercle de base de diamètre  $d$ . Elles sont caractérisées par l'Eq. (I-19)

$$\begin{cases} x = \frac{d}{2} \sin(\theta_1) - \frac{d}{2} (\theta_1 - \alpha) \cos(\theta_1) \\ y = \frac{d}{2} \cos(\theta_1) + \frac{d}{2} (\theta_1 - \alpha) \sin(\theta_1) \end{cases}, \quad (\pi/4 \leq \theta_1 \leq \pi/2), \quad (\text{I-19})$$

où  $\alpha = [\text{inv}(\beta) = \tan(\beta) - \beta]$  et  $\beta$  (radian) ( $OM \cos \beta = \frac{d}{2}$ ) sont définis sur la Figure I-25.

CDIJH est un secteur angulaire centré sur la surface du cylindre et les lignes de glissement courbes qui y sont forment des arcs de cercle avec pour équation caractéristique l'Eq. (I-20).





HIJ est formé d'une série de réservoirs cylindriques concentriques, centrée en J, tournant les uns par rapport aux autres avec une vitesse angulaire qui diminue quand le rayon augmente.

En nous référant à la définition des zones rigides et de leurs caractéristiques dimensionnelles présentées dans la Section I-3.2, le domaine d'écoulement pour les très grands effets de plasticité est présenté sur la Figure I-26. Dans cette configuration,  $Y1'=Y2'$  et  $x1'=0$ . Nous obtenons finalement :

- $\phi'=\pi/2$  soit  $\phi'=\pi/4$  et
- $\frac{Y1'}{d} = \frac{Y2'}{d} = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0.707$ ,
- $\frac{Y3'}{d} = \frac{(\pi+4)}{8} \approx 0.89$ ,
- $\frac{x2'}{d} = \frac{(\pi+4)}{8} \approx 0.89$ ,
- $\frac{x3'}{d} = \frac{(\pi+8)}{8} \approx 1.39$ .

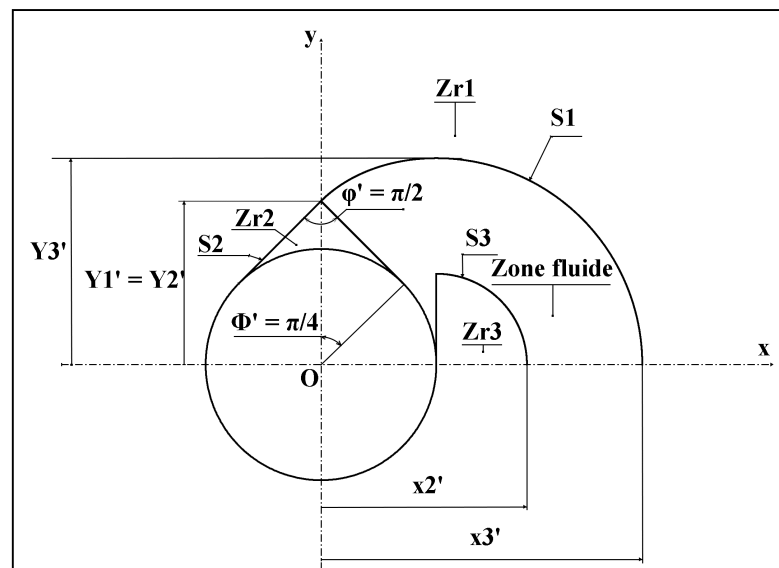


Figure I-26 : Domaine d'écoulement pour les effets de plasticité prépondérants obtenu par l'analyse des lignes de glissement. Voir Section I.3.2 pour la définition des différentes caractéristiques.

## Chapitre II

### *Interaction entre deux cylindres circulaires dans un écoulement lent de fluide viscoplastique.*

*TOKPAVI D. L., JAY P., MAGNIN A., Interaction between two circular cylinders in a slow flow of Bingham viscoplastic fluid, J. Non-Newtonian Fluid Mech. (2008). In press.*

#### Sommaire

---

<i>Résumé</i> .....	57
<i>II.1. Introduction</i> .....	59
<i>II.2. Formulation du problème et méthode de résolution</i> .....	60
<i>II.3. Résultats et discussion</i> .....	63
<i>II.3.1. Paramètres numériques</i> .....	63
<i>II.3.1.1. Milieu infini</i> .....	63
<i>II.3.1.2. Maillage, paramètre de régularisation et <math>\epsilon</math></i> .....	64
<i>II.3.2. Zones rigides</i> .....	66
<i>II.3.3. Cinématique de l'écoulement</i> .....	74
<i>II.3.4. Champs de contrainte</i> .....	79
<i>II.3.4.1. Contraintes sur les cylindres</i> .....	79
<i>II.3.4.2. Coefficient de traînée</i> .....	81
<i>II.4. Conclusion</i> .....	87



## Résumé

L'interaction entre deux cylindres circulaires a été étudiée dans le cas de l'écoulement lent d'un fluide viscoplastique en milieu infini et sans effet d'inertie. La configuration étudiée est celle dans laquelle la direction de l'écoulement est parallèle à la ligne de centres des cylindres. Des simulations numériques par éléments finis ont été réalisées avec une approximation par la méthode de régularisation de Papanastasiou. Le cas des effets de plasticité significatifs a été particulièrement examiné. La convergence des solutions a été examinée en détail. Pour un fluide viscoplastique de Bingham, l'évolution des zones rigides, de la cinématique et des contraintes a été déterminée par rapport au degré d'interaction fonction de la distance entre cylindres et de l'effet de plasticité. Les résultats comparés au cas d'un cylindre isolé montrent que la plasticité diminue les effets d'interaction. La transition entre configurations de cylindres en interaction et configuration de cylindres isolés a été examinée en fonction de l'effet de plasticité. Des corrélations ont été proposées pour le coefficient de traînée et le critère de stabilité.

**Mots clés :** Interaction, Fluide Viscoplastique, Ecoulement lent, Cylindre circulaire, Zones rigides, Critère de stabilité.



## II.1. Introduction

Ce chapitre traite de l'interaction entre deux cylindres circulaires dans un écoulement de fluide viscoplastique par simulation numérique par éléments finis. La configuration étudiée est celle dans laquelle la direction de l'écoulement est parallèle à la ligne de centres des cylindres. Le milieu est considéré comme infini et l'inertie supposée négligeable. Le domaine d'étude considéré est celui des nombres d'Oldroyd élevés donc des effets de plasticité significatifs. Le fluide utilisé est celui de Bingham. Les conditions d'obtention d'un milieu infini sont d'abord déterminées. Les effets d'interaction sur les champs cinématiques et dynamiques sont ensuite évalués. Les coefficients de traînée, le nombre de zones rigides et leur forme sont déterminés en fonction de la distance entre cylindres et du nombre d'Oldroyd. Les résultats sont comparés au cas d'un cylindre isolé en milieu infini et aux autres résultats existants. La distance entre cylindres, en dessous de laquelle ces derniers commencent à interagir est identifiée en fonction du nombre d'Oldroyd.

## II.2. Formulation du problème et méthode de résolution

La Figure II-1 présente le domaine d'écoulement avec les deux cylindres de longueur infinie et de diamètre  $d$ . Les centres  $O_1$  et  $O_2$  des cylindres sont situés à une distance  $h$  l'un de l'autre. La direction de l'écoulement est parallèle à la ligne de centres des cylindres. La vitesse du fluide loin des cylindres est égale à  $U$ . La largeur et la longueur de l'écoulement sont respectivement  $2L$  et  $h+2L$ . Le milieu infini est obtenu pour la valeur de  $L$  à partir de laquelle les variations du coefficient de traînée, de la forme, de la taille et de la position des zones rigides deviennent négligeables.

En absence d'inertie, les équations de conservation de masse et de quantité de mouvement, déjà définies dans le Chapitre I, sont données en régime permanent et dans des conditions isotherme et isochore par :

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0, \quad (\text{II-1})$$

$$\nabla \cdot \underline{\underline{\tau}} - \nabla p = 0, \quad (\text{II-2})$$

Le modèle viscoplastique du fluide de Bingham s'écrit (Voir Chapitre I; Eq. II-3) :

$$\begin{cases} \underline{\underline{\tau}} = 2 \left( K + \frac{\tau_0}{2\dot{\gamma}} \right) \dot{\underline{\underline{\gamma}}} & \text{si } \tau > \tau_0 \\ \dot{\underline{\underline{\gamma}}} = 0 & \text{si } \tau \leq \tau_0 \end{cases}. \quad (\text{II-3})$$

Les longueurs sont adimensionnalisées par le diamètre  $d$  des cylindres, les vitesses par  $U$ . La pression et les contraintes sont adimensionnalisées par la contrainte seuil  $\tau_0$ .

Le nombre d'Oldroyd est défini par :

$$Od = \frac{\tau_0 d}{KU}. \quad (\text{II-4})$$

Le coefficient de traînée visqueux est donné pour le cas newtonien par :

$$C_d = \frac{F}{A \left( \frac{KU}{d} \right)} = \frac{F}{lKU}. \quad (\text{II-5})$$

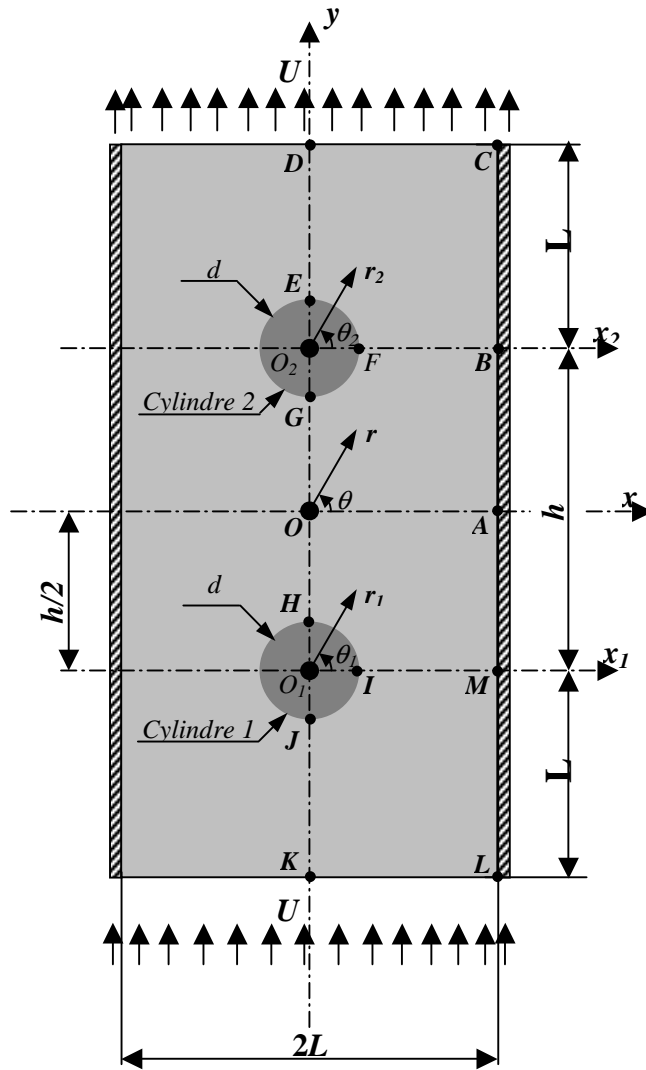


Figure II-1 : Domaine d'écoulement.  
Représentation schématique du problème.

Pour le cas viscoplastique, le coefficient de traînée plastique est défini par :

$$C_d^* = \frac{F}{A \tau_0} = \frac{C_d}{Od} \quad (\text{II-6})$$

$F$  est la force de traînée exercée par le fluide sur un cylindre.  $A=ld$  est la surface frontale d'un cylindre de longueur  $l$ .

Nous désignerons par  $C_{d-Cyl1}^*$ ,  $C_{d-Cyl2}^*$  et  $C_{d-Cyl\infty}^*$  les coefficients de traînée plastiques respectivement pour le cylindre 1, le cylindre 2 et un cylindre seul en milieu infini.  $C_{d-Cyl\infty}^*$  sera aussi utilisé lorsque les cylindres sont suffisamment éloignés l'un de l'autre pour qu'il n'y ait pas d'interaction. Dans ce dernier cas, la configuration des cylindres sera désignée par « configuration de cylindres isolés ». L'inertie étant négligeable dans la présente étude,



$C_{d-Cyl1}^* = C_{d-Cyl2}^*$ . Pour mettre en avant les effets d'interaction, les grandeurs adimensionnelles suivantes ont été définies :

$$\xi = \frac{h}{d}, \quad (\text{II-7})$$

et

$$\chi = \frac{C_{d-Cyl1}^*}{C_{d-Cyl\infty}^*} = \frac{C_{d-Cyl2}^*}{C_{d-Cyl\infty}^*}. \quad (\text{II-8})$$

Lorsque les cylindres se touchent, nous avons  $\xi = \xi_{\min} = 1$ . Afin d'éviter des problèmes de singularité, nous avons choisi  $\xi_{\min} = 1.01$ . Quand ils sont suffisamment éloignés pour ne plus interagir (configuration de cylindres isolés), nous avons  $\chi = 1$ . Il s'agit là du critère d'interaction pour la traînée. La condition limite définie sur les parois des cylindres est une condition d'adhérence. Pour des raisons de symétrie, seule la moitié (ACDO<sub>2</sub>OO<sub>1</sub>KL) du domaine est utilisée comme domaine d'étude (Figure II-1).

Lors de l'étude approfondie de l'écoulement très lent d'un fluide de Bingham autour d'un cylindre circulaire (Chapitre I) avec une approximation par le modèle de régularisation de Papanastasiou (Papanastasiou (1987)), nous avons montré que, lorsque le paramètre de régularisation est bien choisi avec un maillage suffisant, les résultats de l'approximation par la méthode de régularisation sont proches des résultats théoriques disponibles. Dans la présente étude, nous avons donc utilisé le modèle de régularisation de Papanastasiou qui s'écrit pour un fluide de Bingham comme :

$$\underline{\tau} = 2 \left\{ K + \frac{\tau_0 (1 - e^{(-2M\dot{\gamma})})}{2\dot{\gamma}} \right\} \dot{\gamma}, \quad (\text{II-9})$$

avec  $M$  en seconde le paramètre de régularisation.  $m = M \times \frac{U}{d}$  désignera ici aussi la forme adimensionnelle de  $M$ .

Tout comme dans le cas du cylindre seul en milieu infini (Chapitre I), la même attention sera portée ici à la détermination du paramètre de régularisation  $m$ .

L'obtention des zones rigides se fera comme dans le Chapitre I, c'est-à-dire avec la condition  $\tau = \tau_0(I \pm \varepsilon)$ . Toutes les zones dans lesquelles la relation  $\tau \leq \tau_0(I \pm \varepsilon)$  est vérifiée sont considérées comme rigides.

Ici aussi, les calculs sont effectués avec le logiciel d'éléments finis Polyflow (Fluent Inc). Pour la détermination des zones rigides, les itérations cessent lorsque la variation maximale de la vitesse relative est inférieure à  $10^{-7}$ . Pour cette condition, avec les raffinements effectués et le paramètre de régularisation utilisé (nous y reviendrons plus loin), les oscillations de contours des zones rigides sont négligeables.

## II.3. Résultats et discussion

### II.3.1. Paramètres numériques

#### II.3.1.1. Milieu infini

Comme annoncé au début de la Section II-2, le milieu infini est obtenu pour la valeur de  $L$  (Figure II-1) à partir de laquelle les variations du coefficient de traînée, de la forme, de la taille et de la position des zones rigides deviennent négligeables. Afin d'optimiser les temps de calcul, deux valeurs de  $L$  ont été déterminées. Une pour l'étude de la traînée et l'autre pour l'étude des zones rigides.

En effet, nous savons que le paramètre de régularisation affecte peu la traînée (Cf. Chapitre I ; Mitsoulis (2004)). Il en est de même pour le maillage lorsqu'il est bien raffiné autour de l'obstacle. Ceci réduit les difficultés de calcul permettant ainsi l'utilisation d'un grand domaine maillé nécessaire à l'exploration du domaine des petites valeurs du nombre d'Oldroyd. L'étude de la traînée s'est donc faite sur un large intervalle du nombre d'Oldroyd soit  $Od \in [10^{-1}; 2 \times 10^5]$ .

Concernant l'étude des zones rigides, le travail est plus complexe (paramètre de régularisation  $m$  plus grand et maillage plus dense). Un domaine maillé trop grand nécessiterait un nombre d'éléments finis trop important. Ceci, ajouté à un paramètre de régularisation déjà grand entraînerait d'importantes difficultés de convergence. La plus petite valeur de  $Od$  choisi à cet effet est  $Od=1$ . Les zones rigides sont alors étudiées de  $Od=1$  jusqu'à la valeur de  $Od$  pour laquelle la variation des surfaces seuil en fonction du maillage reste négligeable (cette valeur sera précisée plus loin).

A ce niveau de l'étude, seul le cas de cylindres côte à côte ( $\xi_{min}=1.01$ ) est présenté. La démarche reste la même pour les autres valeurs de  $\xi$ . Ici, le paramètre de régularisation  $m$  est choisi égal à  $10^4$ . Pour l'étude de la traînée, le milieu infini est obtenu pour  $\xi=1.01$  à  $L/d=25$  (écart relatif inférieur à 0.1% ; Tableau II-1) avec  $Od=10^{-1}$  (les effets de parois sur la traînée étant une fonction décroissante en  $Od$ . Cf. Chapitre I ; Mitsoulis (2004) ; Deglo De Besses et al. (2003)). Pour l'étude des zones rigides, le milieu infini est obtenu pour  $\xi=1.01$  à  $L/d=10$  (Tableau II-2 et Figure II-2) avec  $\varepsilon=0$  et  $Od=1$  (la zone fluide étant la plus grande pour la plus petite valeur de  $Od$ ).

Dans cette recherche du milieu infini, il est à noter que concernant les maillages utilisés, le maillage réalisé par exemple pour le domaine défini par  $L/d=10$  est obtenu à partir de celui réalisé pour le domaine défini par  $L/d=5$ . La différence entre les deux maillages se situe seulement dans la partie non commune aux deux domaines.

### II.3.1.2. Maillage, paramètre de régularisation et $\varepsilon$

Rappelons que le travail effectué ici pour la détermination du maillage, de la constante  $\varepsilon$  et du paramètre de régularisation  $m$  ne concerne que l'étude des zones rigides. Les paramètres retenus sont ceux pour lesquels les variations des formes, tailles et positions des zones rigides sont négligeables.

Tout comme dans la recherche du milieu infini, seul le cas de  $\xi = \xi_{min}=1.01$  sera présenté ici. Les valeurs retenues pour  $m$  et  $\varepsilon$  avec  $\xi = \xi_{min}=1.01$  ont été validées pour les autres distances  $\xi$  entre cylindres. Le domaine maillé pour  $\xi = \xi_{min}=1.01$  est donné par  $L/d=10$ . Le maillage utilisé, très raffiné autour du cylindre est constitué par bloc.

$\xi=1.01; Od=10^{-1}$						
$L/d$	5	10	15	20	25	30
$C_{d-Cyl1}^* = C_{d-Cyl2}^*$	70.416	54.409	52.073	51.892	51.874	51.859
Erreur relative (%)	22.73%	4.29%	0.35%	0.035%	0.029%	

Tableau II-1 : Détermination du milieu infini pour la traînée. Variation du coefficient de traînée en fonction de la taille du domaine.

$\xi=1.01; Od=1$							
$L/d$	5	10	15	20	25	30	35
$C_{d-Cyl1}^* = C_{d-Cyl2}^*$	17.745	17.638	17.638	17.638	17.638	17.638	17.638

Tableau II-2 : Détermination du milieu infini pour les surfaces seuil. Variation du coefficient de traînée en fonction de la taille du domaine.

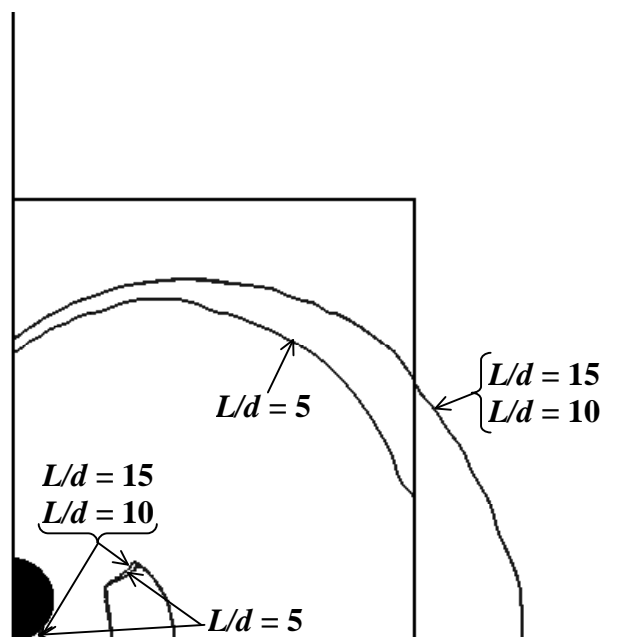


Figure II-2 : Détermination du milieu infini pour les surfaces seuil.  $\xi=1.01$  avec  $Od=1$ ,  $m=10^4$  et  $\varepsilon=0$ .

Avec un maillage de 24950 éléments et pour  $\varepsilon=0$ , la Figure II-3 présente la variation des surfaces seuil en fonction de  $m$  pour  $Od=1$  (Figure II-3 (a)) et  $Od=10^3$  (Figure II-3 (b)). Pour  $Od=1$ , à partir de  $m=10^6$ , la variation des surfaces seuil devient négligeable. Lorsque  $Od$  augmente, la stabilité des surfaces seuil en fonction de  $m$  est obtenue beaucoup plus vite. C'est le cas par exemple de  $Od=10^3$  pour lequel cette stabilité est obtenue à partir de  $m=10^5$ . Cette observation rejoint celle que nous avons faite dans le cas d'un cylindre seul en milieu

infini (Chapitre I) où nous avons trouvé que la valeur minimale du paramètre de régularisation diminue lorsque le nombre d'Oldroyd augmente. Rappelons que la même remarque a été faite par Burgos et Alexandrou (1999) dans le cas de l'écoulement d'angle d'un fluide de Herschel-Bulkley. Toutefois,  $m=10^6$  a été utilisé pour toute la gamme du nombre d'Oldroyd parcourue.

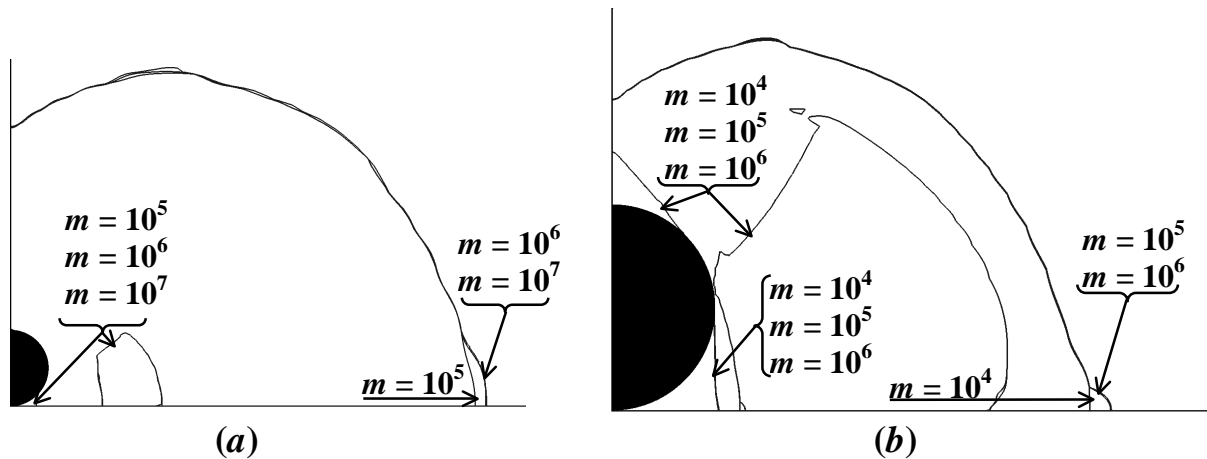


Figure II-3 : Variation des surfaces seuil en fonction du paramètre de régularisation  $m$ . Cas de  $\xi=1.01$ . Le domaine maillé ( $L/d=10$ ) comporte 24950 éléments.  $\varepsilon$  est pris égal à 0. (a) :  $Od=1$  et (b) :  $Od=10^3$ . Notez qu'à ce niveau, les formes des surfaces seuil importent peu. Elles seront précisées avec le raffinement du maillage. Seules leurs évolutions en fonction de  $m$  nous intéressent ici.

Pour chaque  $Od$ , avec  $m=10^6$  et  $\varepsilon=0$ , le maillage a été raffiné jusqu'à ce que la variation des surfaces seuil en fonction du maillage devienne négligeable. La Figure II-4 présente le maillage utilisé pour  $\xi=2.5$  et  $Od=10^3$ . Il comporte 97770 éléments. Dès que la variation des surfaces seuil est négligeable par rapport au maillage, la vérification du choix de la condition  $\varepsilon=0$  dans la détermination des zones rigides est faite. La Figure II-5 montre pour  $Od=1$  et  $Od=10^3$  que les surfaces seuil sont bien approximées par  $\varepsilon=0$ .

### II.3.2. Zones rigides

L'intervalle de nombres d'Oldroyd exploré pour l'étude des zones rigides s'étend de  $Od=1$  à  $Od=10^3$ . En effet, pour les  $\xi$  explorés, le raffinement minimal nécessaire à l'obtention de la convergence des surfaces seuil en fonction du maillage n'a été obtenu que pour  $Od \leq 10^3$ .

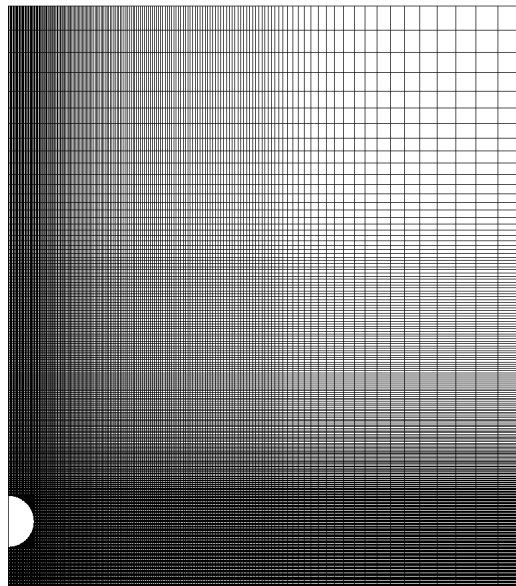


Figure II-4 : Vue du maillage utilisé pour  $\xi=2.5$  et  $Od=10^3$ . Le domaine maillé ( $L/d=10$ ) comporte 97770 éléments.

La Figure II-6 rappelle, pour  $Od=10^3$ , les différentes zones rigides obtenues dans le cas d'un cylindre seul en milieu infini (Chapitre I). Il s'agit de :

- Une enveloppe rigide ( $Zr1$ ) en translation renfermant la zone fluide,
- Deux zones rigides statiques ( $Zr2$ ), collés au cylindre aux points d'arrêt,
- Deux noyaux rigides ( $Zr3$ ) en rotation, situés à l'équateur de part et d'autre du cylindre.

Dans la présente étude, selon le degré d'interaction (fonction de  $\xi$  et  $Od$ ), les principales zones rigides observées et présentées sur la Figure II-7 sont :

- Une enveloppe rigide ( $Zr1$ ) en translation et renfermant la zone fluide,
- Deux ou quatre zones rigides statiques ( $Zr2$ ), collés aux points d'arrêt des cylindres,
- Deux noyaux rigides ( $Zr3$ ) en rotation, situés à l'équateur de part et d'autre de chaque cylindre,
- Un pont rigide statique ( $Zr4$ ) reliant les deux cylindres,
- Une zone rigide inter-cylindres ( $Zr5$ ) en translation et centrée en O. Dans certains cas cette zone rigide peut résulter de la rupture du pont rigide statique ( $Zr4$ ) lors de l'éloignement des cylindres. Nous y reviendrons plus en détail,
- Deux grandes zones rigides ( $Zr6$ ) en rotation et latérales à la paire de cylindres.

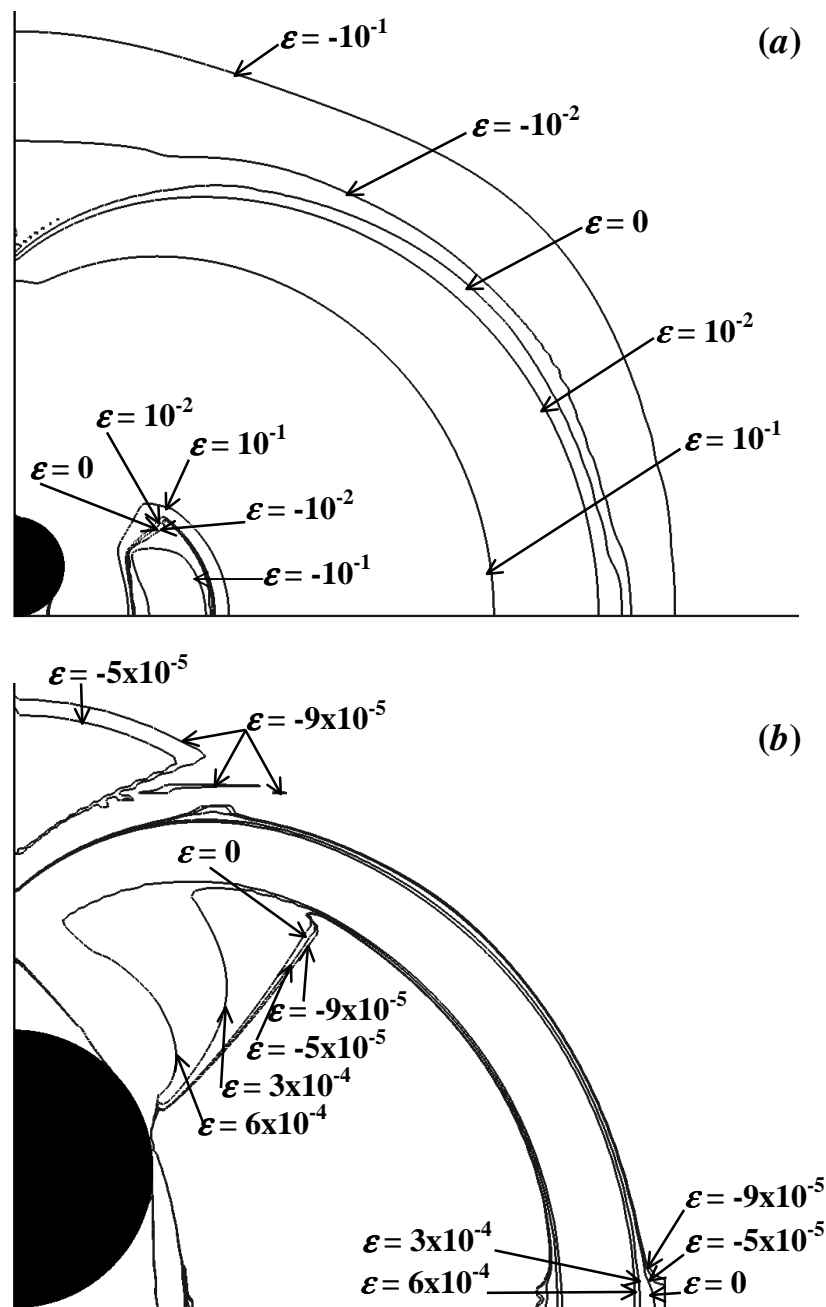


Figure II-5 : Variation des surfaces seuil en fonction de  $\varepsilon$ . Cas de  $\xi=1.01$  avec  $m=10^6$ . Le domaine maillé ( $L/d=10$ ) comporte 80750 éléments. (a) :  $Od=1$  et (b) :  $Od=10^3$ .

Certaines de ces zones rigides ont été identifiées par Spelt et al. (2005) dans le cas d'obstacles cylindriques et par Liu et al. (2003) et Jie et Ke-Qin (2006) dans le cas d'obstacles sphériques.

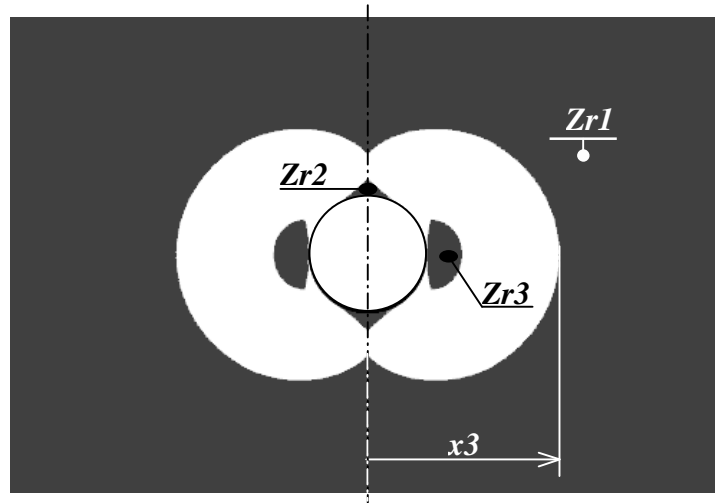


Figure II-6 : Zones rigides obtenues dans le cas d'un cylindre circulaire dans un fluide de Bingham (voir Chapitre I pour plus d'information).

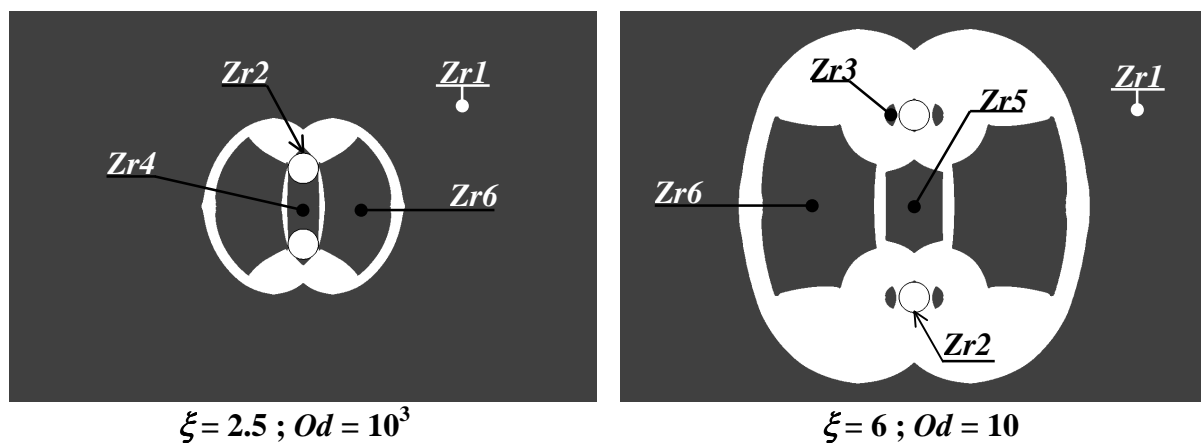


Figure II-7 : Principales zones rigides obtenues selon le degré d'interaction (fonction de  $\xi$  et  $Od$ ).

Signalons que les différentes configurations possibles de zones rigides sont obtenues à un nombre d'Oldroyd donné en faisant varier correctement la distance entre cylindres. Plus grand est le nombre d'Oldroyd et plus vite la configuration de cylindres isolés est atteinte. Les effets d'interaction sont en effet diminués par les effets de plasticité.

La description de l'évolution des zones rigides en fonction de  $\xi$  et de  $Od$  se fera en deux étapes, à  $Od$  donné en faisant varier  $\xi$  et à  $\xi$  donné en faisant varier  $Od$ .



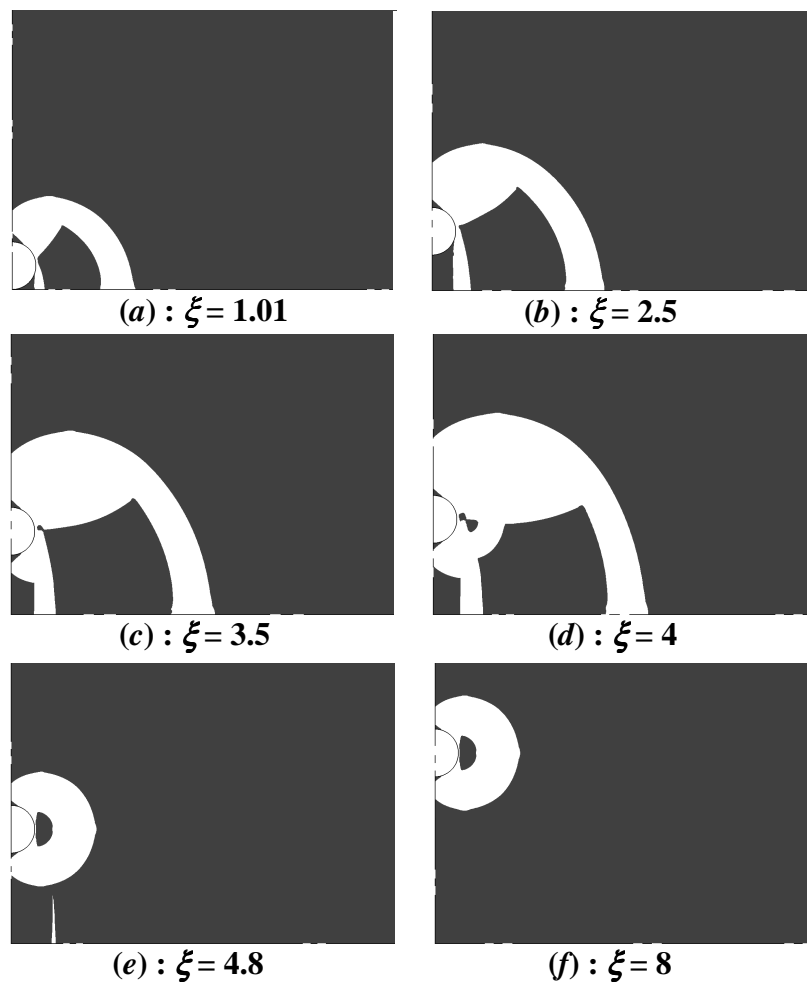


Figure II-8 : Evolution globale des zones rigides en fonction de  $\xi$  pour  $Od=10^3$ . Pour plus de visibilité et pour des raisons de symétrie, seul le quart du domaine est présenté.

#### *Evolution des zones rigides en fonction de $\xi$ pour un $Od$ donné.*

La Figure II-8 présente, pour  $Od=10^2$ , les principales configurations de zones rigides observées en fonction de  $\xi$ . Pour des  $\xi$  suffisamment petits de sorte qu'il n'y ait pas d'écoulement dans l'espace inter-cylindres, il se forme un pont rigide statique (Zr4) reliant les deux cylindres (Figures II-8 (a) et (b)). L'ensemble cylindres–pont rigide statique devient alors le nouvel obstacle autour duquel s'écoule le fluide de Bingham. Aux points d'arrêt de ce nouvel obstacle (i.e. aux points d'arrêt amont du cylindre 1 et aval du cylindre 2) se trouvent les zones rigides statiques (Zr2). A l'équateur (i.e. sur le plan de symétrie  $y=0$ ) et de part et d'autre de ce nouvel obstacle, il existe deux grandes zones rigides latérales (Zr6) en rotation.

Cet ensemble est contenu dans une unique zone fluide, elle-même entourée par une grande enveloppe rigide en translation.

Avec l'augmentation de la distance entre cylindres, l'écoulement se fait de plus en plus dans l'espace inter-cylindres entraînant la rupture du pont rigide. Les deux cylindres se séparent alors, laissant apparaître les zones rigides statiques aux points d'arrêt aval du cylindre 1 et amont du cylindre 2 mais aussi une zone rigide inter-cylindres ( $Zr5$ ) en translation et centrée en O (Figure II-8 (c)). Au moment de la rupture du pont rigide statique, les zones rigides statiques  $Zr2$  sur un même cylindre sont de taille différente. Les zones rigides statiques situées dans l'espace inter-cylindres sont plus grandes que celles situées en amont du cylindre 1 et en aval du cylindre 2 (Figure II-9).

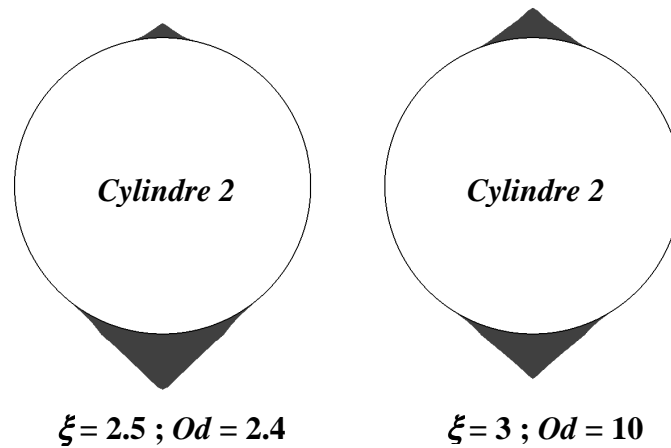


Figure II-9 : Différence de taille entre zones rigides statiques sur un même cylindre juste après rupture du pont rigide statique lorsque  $\xi$  augmente.

Par ailleurs, la Figure II-10 présente en fonction de  $\xi$  l'évolution de la zone rigide statique  $Zr2$  située en aval du cylindre 2. Nous remarquons que la taille de cette zone rigide augmente lorsque  $\xi$  diminue. Nous reviendrons plus en détail sur cette évolution dans la section suivante avec l'évolution des lignes de courant aux petites valeurs de  $\xi$ .

Au fur et à mesure que  $\xi$  augmente, nous observons sur chaque zone rigide latérale l'apparition de deux bras orientés chacun vers l'équateur de chaque cylindre (Figure II-8 (c)). Ces bras se détachent ensuite des zones rigides latérales, augmentent de taille pour former ensuite les noyaux rigides  $Zr3$  observés au Chapitre I dans le cas d'un cylindre isolé (Figure II-8 (d)). Il s'ensuit alors la fusion des deux zones rigides latérales avec l'enveloppe rigide (Figure II-8 (e)). Une nouvelle enveloppe rigide est alors formée. Pendant ce temps, la zone

rigide inter-cylindres augmente de taille elle aussi pour fusionner avec la nouvelle enveloppe rigide. Dès lors, le domaine d'écoulement est constitué de deux zones fluides entourant chacune un cylindre. La configuration de cylindres isolés est alors atteinte (Figure II-8 (f)).

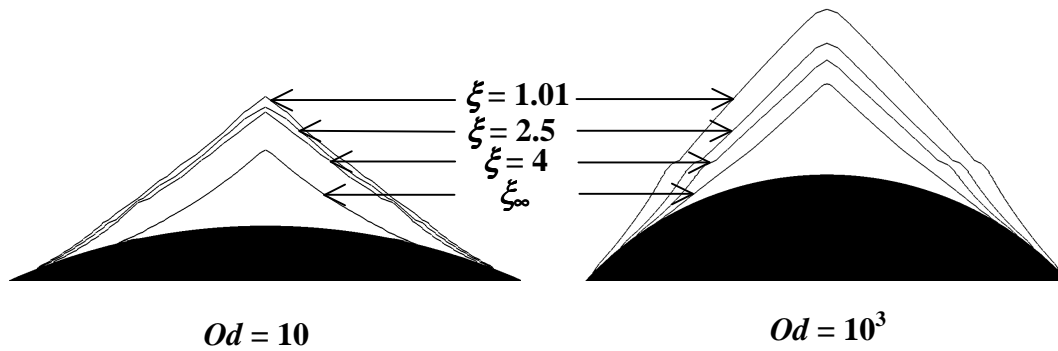


Figure II-10 : Evolution en fonction  $\xi$  de la taille des zones rigides statiques  $Zr2$  situées en amont du cylindre 1 et en aval du cylindre 2. Le cas correspondant à  $\xi_\infty$  (cas d'un cylindre seul) est pris des résultats du Chapitre I.

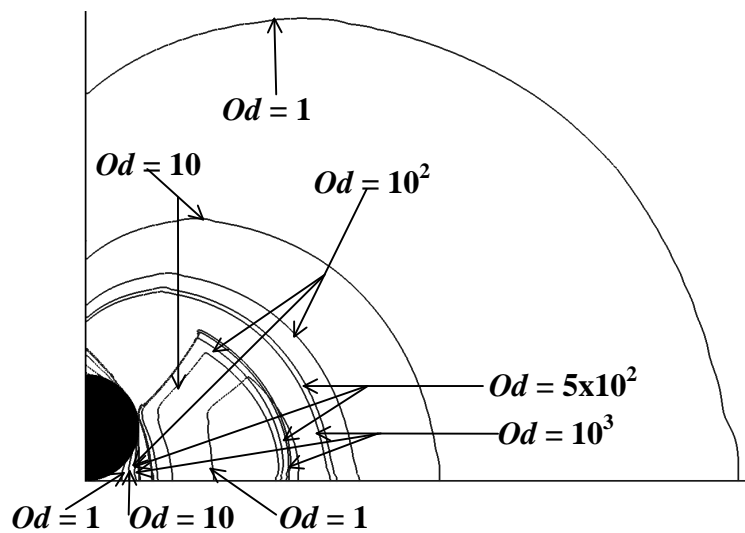


Figure II-11 : Evolution des surfaces seuil en fonction de  $Od$  pour  $\xi=1.01$ .

**Evolution des zones rigides en fonction de  $Od$  pour un  $\xi$  donné.**

Les Figures II-11, II-12 et II-13 présentent, respectivement pour  $\xi=1.01$ ,  $\xi=4$  et  $\xi=6$ , l'évolution des zones rigides en fonction de  $Od$ . Tout comme dans le cas d'un cylindre seul en milieu infini (Chapitre I), la taille des zones rigides augmente lorsque le nombre d'Oldroyd

croît entraînant le confinement du fluide autour des cylindres. Aux petits nombres d'Oldroyd, les faces latérales du pont rigide statique  $Zr4$  reliant les deux cylindres sont concaves (Figure II-14). Avec l'augmentation du nombre d'Oldroyd, le pont rigide statique s'étale sur tout le diamètre des cylindres avec cette fois-ci les faces latérales convexes.

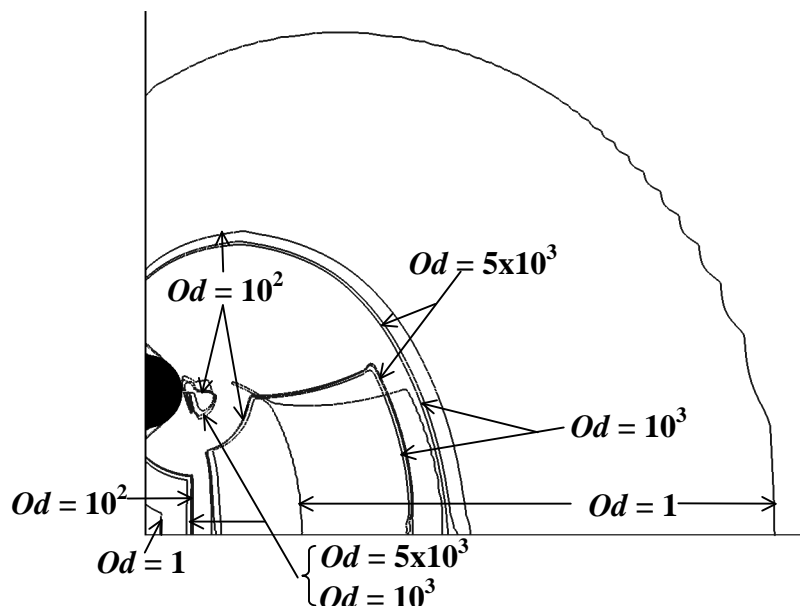


Figure II-12 : Evolution des surfaces seuil en fonction de  $Od$  pour  $\xi=4$ .

Notons par ailleurs sur les Figures II-12 et II-13 l'évolution de la configuration du domaine d'écoulement en nombre et forme des zones rigides. En effet, – et nous l'avons signalé plus haut – la plasticité ayant un effet atténuateur sur l'interaction, plus le nombre d'Oldroyd est grand et plus vite la configuration du domaine évolue vers celle de deux cylindres isolés. Toutefois, sur les Figures II-11 et II-12, nous observons, déjà vers  $Od=10^3$ , un début de comportement asymptotique dans l'évolution de la forme, taille et position des zones rigides. Ceci nous amène à conclure qu'il existe une valeur limite de  $\xi$  ( $\xi_{t-lim}$ ) en dessous de laquelle la configuration de cylindres isolés ne pourra être obtenue quelle que soit la grandeur de  $Od$ . Cette valeur limite  $\xi_{t-lim}$  a été estimée à environ 4.

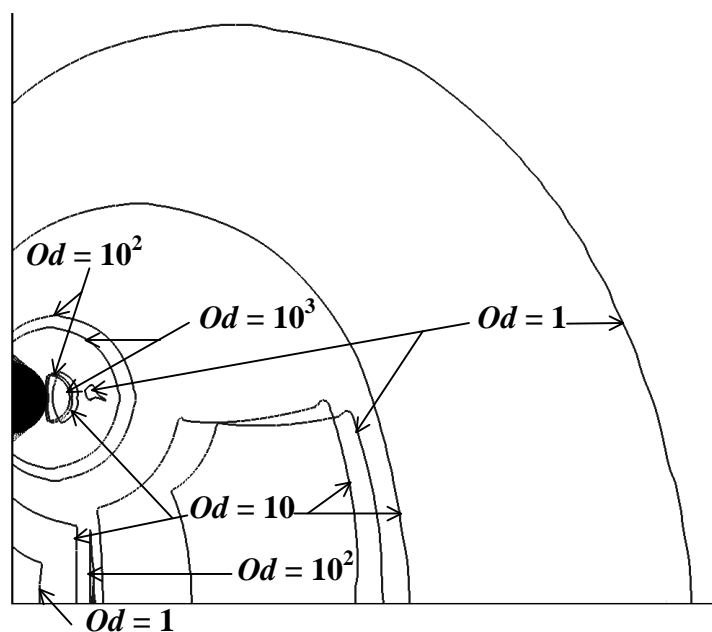


Figure II-13 : Evolution des surfaces seuil en fonction de  $Od$  pour  $\xi=6$ .

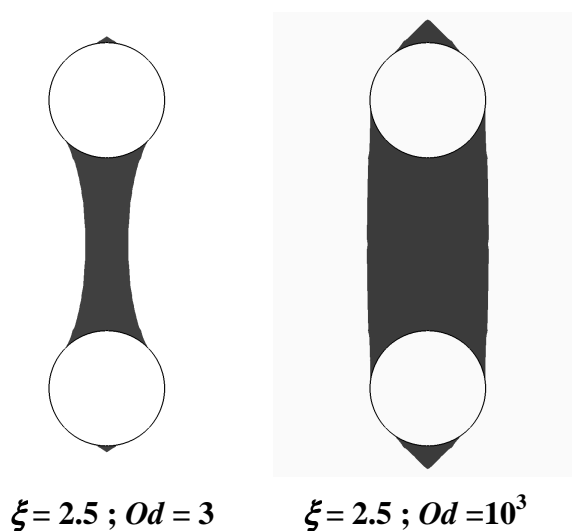


Figure II-14 : Variation en fonction de  $Od$  de la forme du pont rigide statique. Cas de  $\xi=2.5$ .

### II.3.3. Cinématique de l'écoulement

La Figure II-15 présente l'évolution des lignes de courant en fonction de  $Od$  pour différentes valeurs de  $\xi$ .

Pour  $\xi=4$ , notons l'allure particulière des lignes de courant autour des cylindres à  $Od=10^2$  et  $Od=10^3$ . Elle met en évidence le début de la formation des noyaux rigides  $Zr3$  à l'équateur de chaque cylindre.

A un nombre d'Oldroyd donné, lorsque  $\xi$  diminue, les lignes de courant s'écartent progressivement de l'espace inter-cylindres. En amont du cylindre 1 et en aval du cylindre 2, le décollement des lignes de courant se fait plus vite donc loin des points d'arrêt (plus visible pour  $Od=10^3$ ). Ceci explique l'observation faite dans la section précédente sur l'augmentation de la taille des zones rigides statiques  $Zr2$  situées en amont du cylindre 1 et en aval du cylindre 2 lorsque  $\xi$  diminue (Cf. Figure II-9).

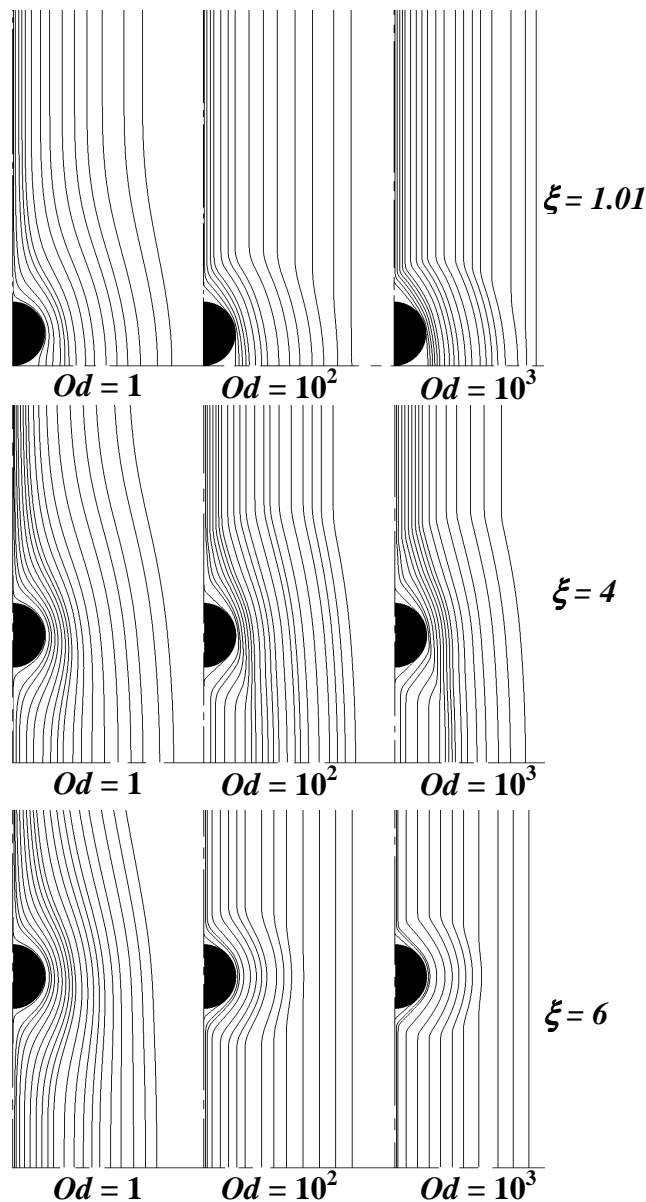


Figure II-15 : Profils des lignes de courant en fonction de  $Od$  pour  $\xi=1.01$ ,  $\xi=4$  et  $\xi=6$ .

Les Figures II-16 et II-17 présentent en fonction de  $\xi$  et  $Od$  les profils adimensionnels de la vitesse verticale sur les plans  $y=0$  (plan de symétrie horizontal),  $y=-h/2$  (équateur du cylindre 1) et  $x=0$  (plan de symétrie vertical). Sur la Figure II-16, la correspondance des différentes parties de ces profils de vitesse avec les zones rigides permet d'une part de confirmer la cinématique des zones rigides  $Zr1$ ,  $Zr2$  et  $Zr3$  et d'autre part de préciser la cinématique des nouvelles zones rigides  $Zr4$ ,  $Zr5$  et  $Zr6$  engendrées par les effets d'interaction. Concernant ces dernières zones rigides :

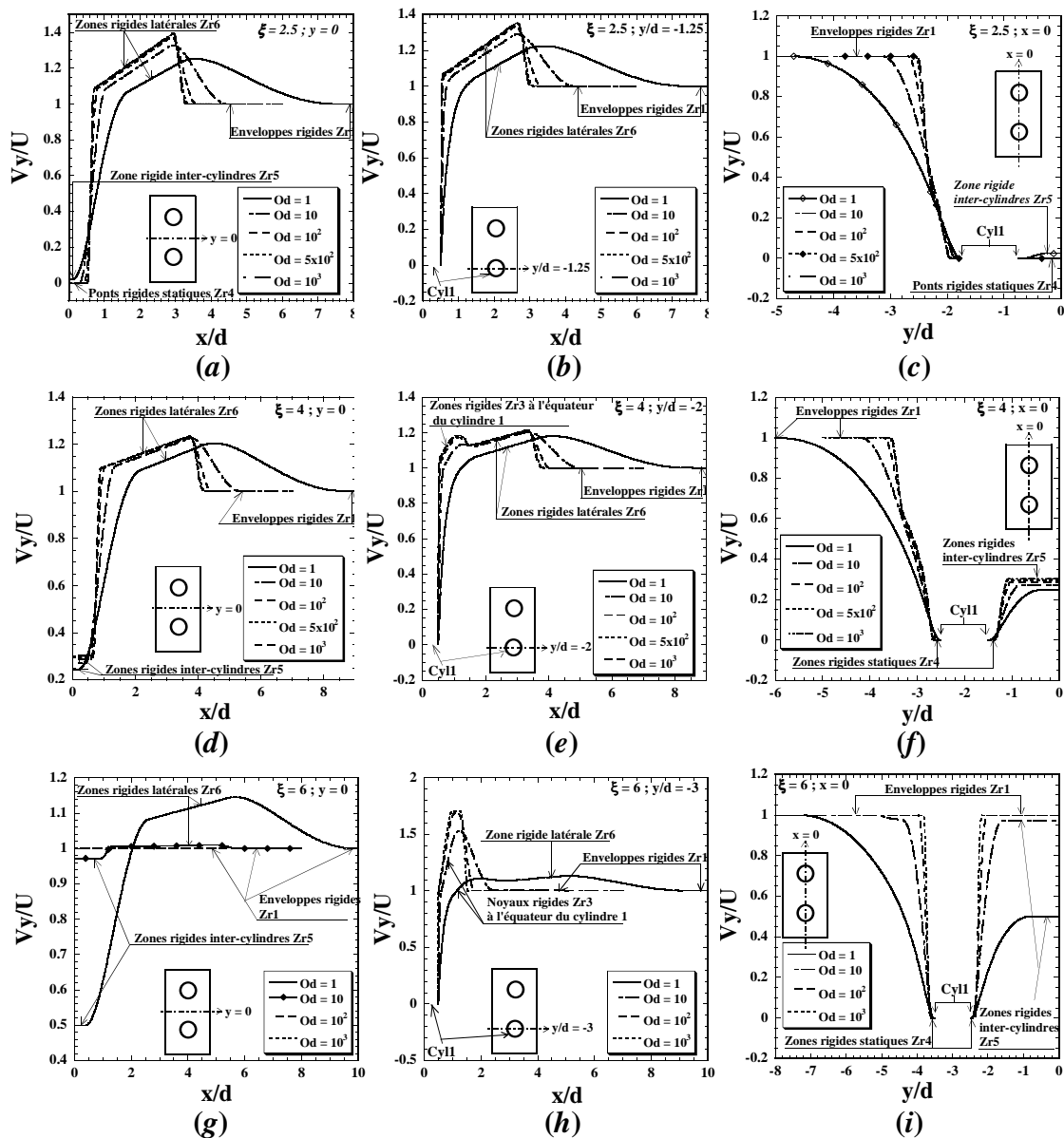


Figure II-16 : Profils des vitesses verticales adimensionnelles  $V_y/U$  en fonction de  $Od$  sur les axes de symétrie  $y=0$ ,  $x=0$  et à l'équateur du cylindre 1. Cas de  $\xi=1.01$ ,  $\xi=4$  et  $\xi=6$ .

- Les zones rigides latérales  $Zr6$  sont des zones en rotation rigide (Figures II-16 (a), (b), (d), (e), (g) et (h)). Tout comme dans le cas d'un cylindre isolé (Cf. Chapitre I), du fait du confinement de la zone fluide autour des cylindres, la vitesse de rotation des zones rigides latérale augmente lorsque  $Od$  augmente (voir l'évolution en fonction de  $Od$  de la pente des profils de vitesse dans ces zones rigides). Sur la Figure II-17 par contre, pour un  $Od$  donné (ici  $Od=10^3$ ), cette vitesse de rotation diminue lorsque  $\xi$  augmente jusqu'à s'annuler au moment de la fusion des zones rigides latérales  $Zr6$  avec l'enveloppe rigide  $Zr1$ . L'ensemble est alors en translation.

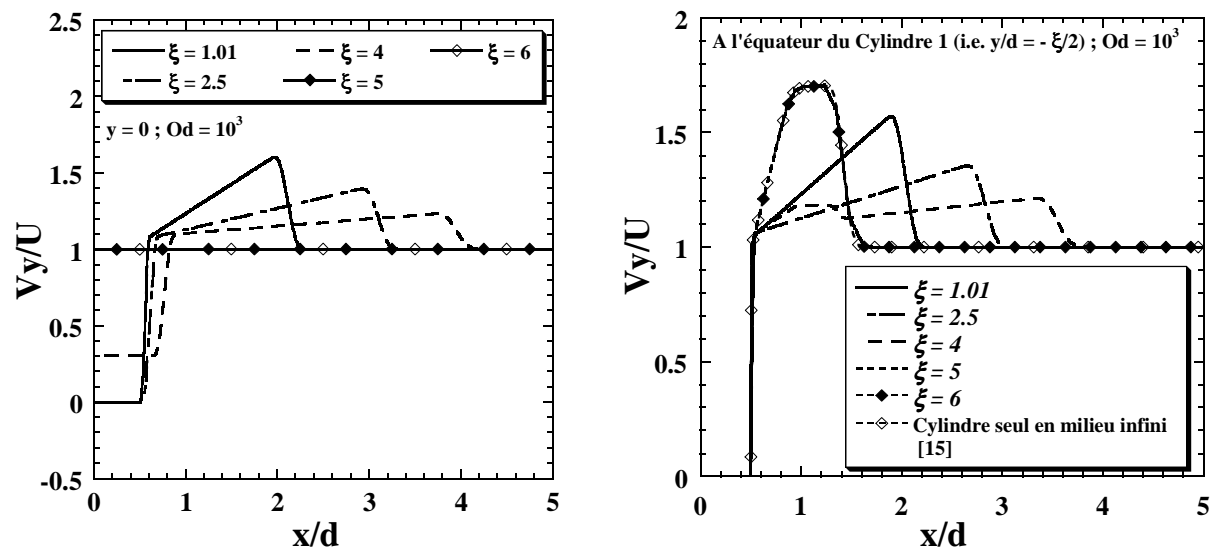


Figure II-17 : Profils des vitesses verticales adimensionnelles  $V_y/U$  fonction de  $\xi$  sur l'axe de symétrie  $y=0$  et à l'équateur du cylindre 1. Cas de  $Od=10^3$ .

- Le pont rigide  $Zr4$  reliant les deux cylindres est bien un pont rigide statique (Figures II-16 (a) et (c)) comme annoncé dans la section précédente.
- La zone rigide inter-cylindres  $Zr5$  est quant à elle en translation (Figures II-16 (a), (c), (d), (f) (g) et (i)). A distance entre cylindres  $\xi$  donnée, l'évolution en fonction de  $Od$  de la vitesse dans cette zone rigide se fait de deux manières. Pour  $\xi < 4$ , la vitesse de translation de la zone rigide inter-cylindres diminue lorsque  $Od$  augmente (Figure II-16 (a) et (c)). Elle met en évidence la transformation de la zone rigide inter-cylindres  $Zr5$  en pont rigide statique  $Zr4$  (de vitesse nulle) pour  $\xi < 4$ . Pour  $\xi \geq 4$ , nous observons une évolution contraire. La vitesse de translation de la zone rigide inter-cylindres augmente ici lorsque  $Od$  augmente (Figure II-16 (d), (f), (g) et (i)). Cette évolution met cette fois-ci en évidence l'évolution de la configuration vers celle de cylindres isolés. La même



observation a été faite par Jie et Ke-Qin (2006) pour le cas de deux sphères dans un fluide de Herschel-Bulkley d'exposant de loi de puissance  $n=0.5$  à  $Re = \frac{\rho U^{2-n} d^n}{K} = 0.1$  avec la transition obtenue vers  $\xi=3$ .

Ce changement de comportement peut aussi être observé sur les profils de vitesse verticale à l'équateur des cylindres (Figure II-16 (e) et (h)) où nous pouvons noter pour  $\xi \geq 4$  le changement d'allure avec l'apparition d'une deuxième pente ; preuve de la formation des noyaux rigides  $Zr3$ .

Par ailleurs, pour  $\xi \approx 4$ , remarquons le comportement asymptotique de la vitesse de translation de la zone rigide inter-cylindres sans que cette vitesse n'atteigne la vitesse  $U$  du fluide à l'infini (vitesse de l'enveloppe rigide  $Zr1$  ; Figures II-16 (d) et (f)). Ceci rejoint la conclusion faite dans la section précédente où nous remarquons que, bien que la plasticité ait un effet atténuateur sur l'interaction, pour  $\xi \leq 4$ , la configuration de cylindres isolés ne pourra pas être obtenue quelle que soit la grandeur de  $Od$ . Au-delà de  $\xi \approx 4$  l'évolution vers la configuration de cylindres isolés se fait normalement (cas  $\xi=6$  ; Figures II-16 (g), (h), (i)).

La Figure II-18 présente pour  $\xi=1.01$  l'évolution du second invariant du tenseur des taux de déformation sur le cylindre 1 et pour différentes valeurs de  $Od$ . Pour les grandes valeurs de  $Od$ , la valeur maximale du second invariant du tenseur des taux de déformation est obtenue à l'endroit où l'épaisseur de la couche limite viscoplastique est minimale. Comparée

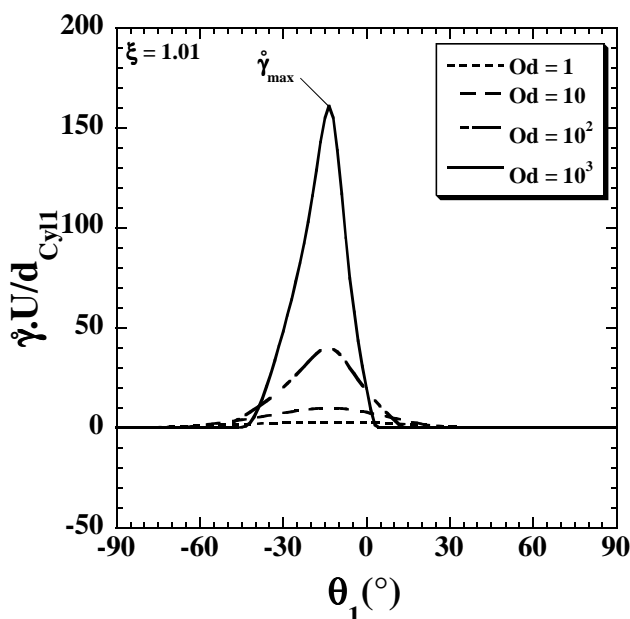


Figure II-18 : Evolution du second invariant des taux de déformation sur le cylindre 1 et pour différentes valeurs de  $Od$ . Cas de  $\xi=1.01$ .

au cas d'un cylindre seul en milieu infini (Chapitre I), l'épaisseur minimale de la couche limite viscoplastique lorsque les cylindres sont en interaction n'est pas obtenue à l'équateur de ces cylindres. Sa position est décalée d'un angle  $\theta_1$  par rapport à l'équateur de chaque cylindre. Cet angle est d'autant plus grand que la distance entre cylindres est petite (Figure II-19 (a)). La Figure II-19 (b) présente, pour le cylindre 1 et pour  $Od=10^3$ , l'évolution de cet angle (désigné ici par  $\theta_1^*$ ) en fonction de  $\xi$ . Le changement de courbure observé sur cette figure au niveau de  $\xi \approx 4$  montre une fois de plus que la transition aux grands  $Od$  se fait aux alentours de  $\xi=4$ .

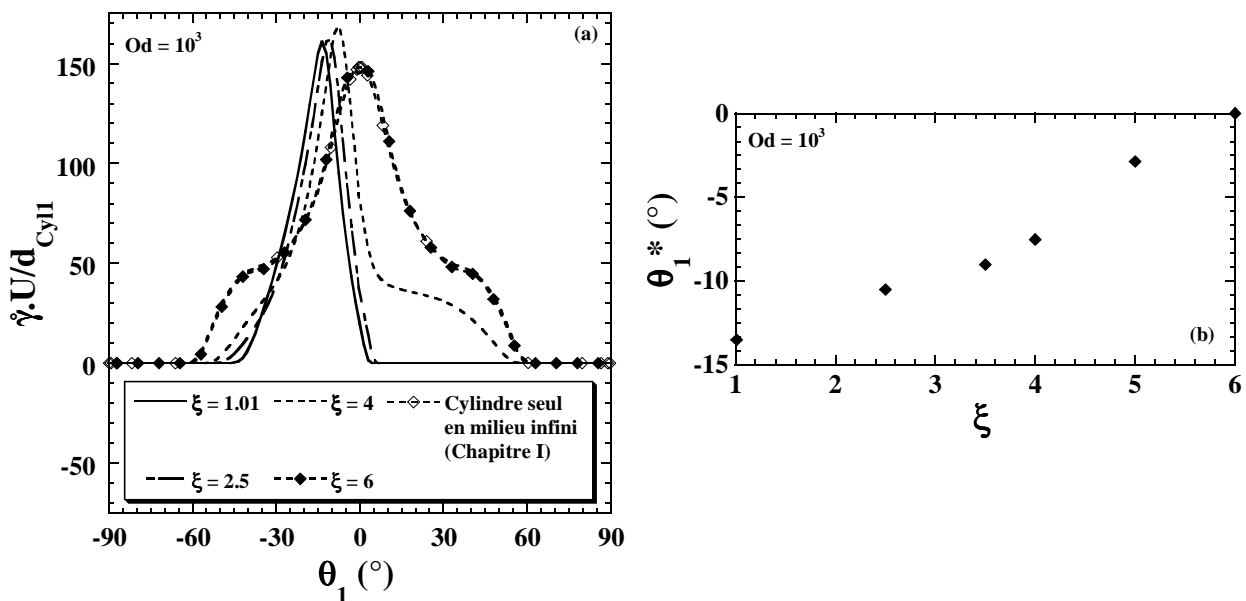


Figure II-19 : (a) : Evolution du second invariant des taux de déformation sur le cylindre 1 pour  $Od=10^3$  et pour différentes valeurs de  $\xi$ . Identification de la position  $\theta_1$  de l'épaisseur minimale de la couche limite viscoplastique sur le cylindre 1 en fonction de  $\xi$ . (b) : Position  $\theta_1$  de l'épaisseur minimale de la couche limite viscoplastique en fonction de  $\xi$

## II.3.4. Champs de contrainte

### II.3.4.1. Contraintes sur les cylindres

Les Figures II-20, II-21 et II-22 présentent les profils adimensionnels des contraintes normale  $\tau_{rr}$  et tangentielle  $\tau_{r\theta}$  et de la pression  $p$  sur le cylindre 1 pour  $Od=10^3$  et pour différentes valeurs de  $\xi$ . Les quelques irrégularités observées dans les profils proviennent du maillage. L'effet de la plasticité sur les contraintes et pression sur les cylindres (non présenté

ici) est identique à celui obtenu pour un cylindre seul en milieu infini (Chapitre I). La plasticité diminue en effet les contraintes et pression adimensionnelles sur les cylindres.

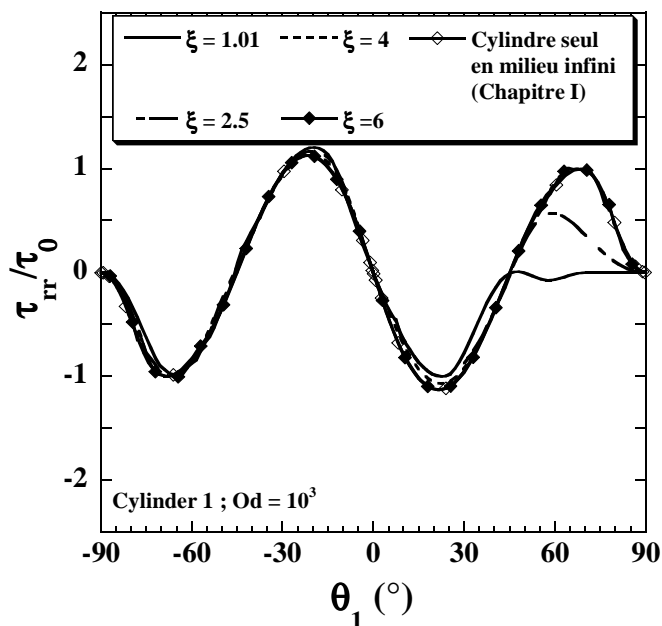


Figure II-20 : Profils adimensionnels de la contrainte normale  $\tau_{rr}$  sur le cylindre 1 et pour différentes valeurs de  $\xi$ . Cas de  $Od=10^3$ .

La comparaison de ces profils à ceux obtenus pour un cylindre seul en milieu infini (Chapitre I) montre que l'effet d'interaction est plus accentué dans l'espace inter-cylindres. L'écoulement s'y fait en effet de moins en moins avec la diminution de  $\xi$ . D'un autre côté, l'effet d'interaction diminue les valeurs des contraintes et pression sur le cylindre. Ceci a pour conséquence la diminution de la traînée sur le cylindre lorsque  $\xi$  diminue. Nous le verrons plus en détail dans la section suivante. Par ailleurs, en comparant les effets d'interaction sur les différentes contraintes et sur la pression, nous remarquons que la contrainte normale est la moins affectée (presque pas d'effet hors espace inter-cylindres) tandis que la pression, affectée presque du même ordre de grandeur sur tout le cylindre est la plus touchée par l'interaction.

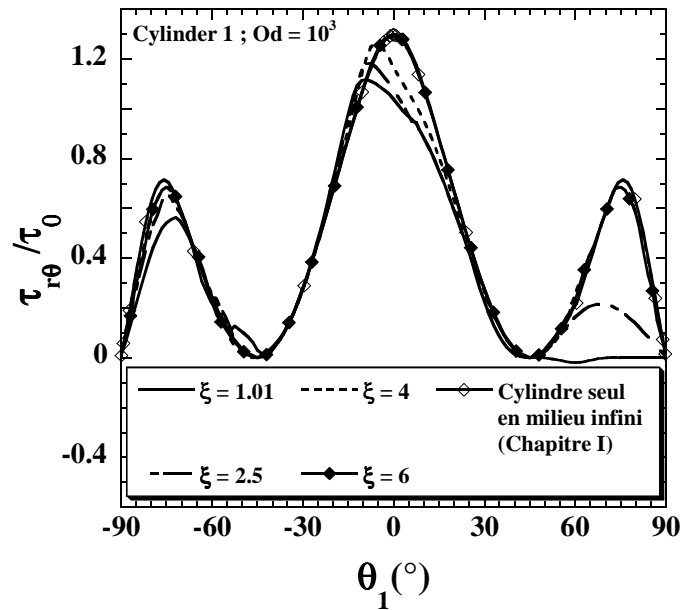


Figure II-21 : Profils adimensionnels de la contrainte tangentielle  $\tau_{r\theta}$  sur le cylindre 1 et pour différentes valeurs de  $\xi$ . Cas de  $Od=10^3$ .

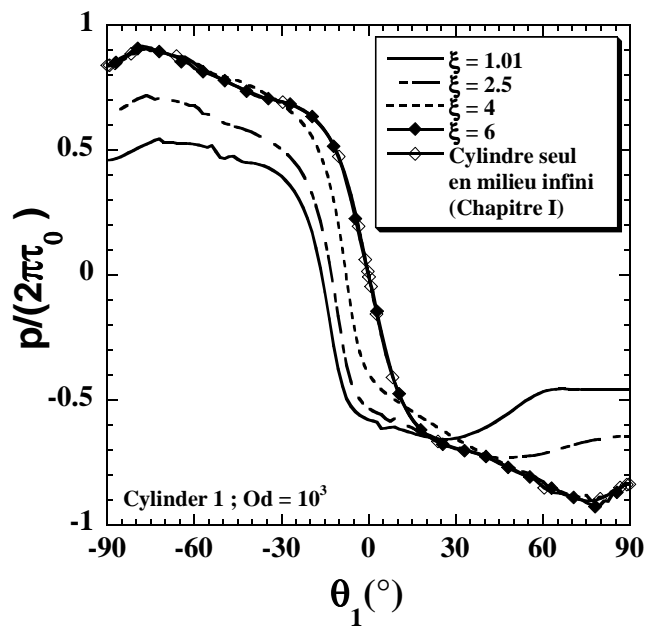


Figure II-22 : Profils adimensionnels de la pression sur le cylindre 1 et pour différentes valeurs de  $\xi$ . Cas de  $Od=10^3$ .

#### II.3.4.2. Coefficient de traînée

Rappelons ici que l'étude du coefficient de traînée s'est faite pour  $Od \in [10^{-1}; 2 \times 10^5]$  (Cf. Section II-3.1.1).

La Figure II-23 présente, pour différentes valeurs de  $\xi$ , l'évolution en fonction de  $Od$  des coefficients de traînée  $C_{d-Cyl1}^* = C_{d-Cyl2}^*$  sur chaque cylindre. L'allure de ces courbes est similaire à celle d'un cylindre seul en milieu infini (Chapitre I).  $C_d^*$  est en effet une fonction décroissante de  $Od$  avec un comportement asymptotique aux grands  $Od$ .

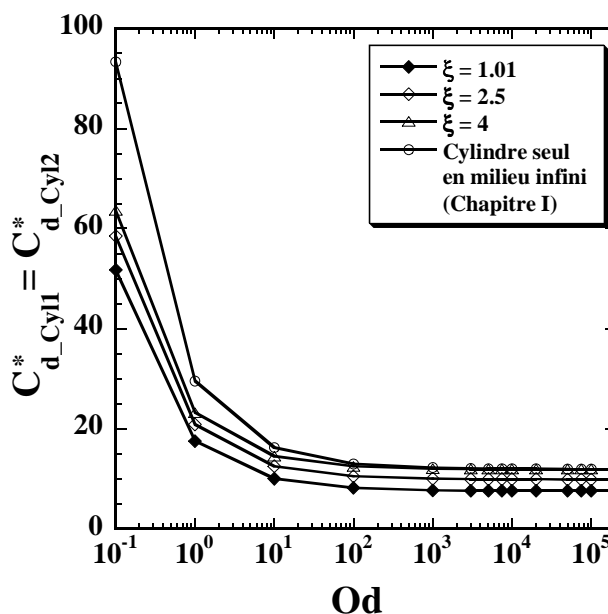


Figure II-23 : Evolution du coefficient de traînée  $C_d^*$  sur un cylindre en fonction de  $Od$  et pour différentes valeurs de  $\xi$

A un nombre d'Oldroyd donné, la Figure II-23 nous montre également que le coefficient de traînée  $C_d^*$  sur un cylindre en interaction avec un autre diminue lorsque la distance entre cylindre diminue. Le même résultat a été obtenu par Liu et al. (2003), Merkak et al. (2006) et Jie et Ke-Qin (2006) pour des sphères dans un fluide viscoplastique et par Umemura (1982) pour des cylindres dans un fluide newtonien. Ceci rejoint l'observation faite dans la section précédente où nous avons signalé que l'interaction diminue les valeurs des contraintes et pression sur les cylindres.

Remarquons toujours sur la Figure II-23 que plus  $Od$  est grand et moins importante est la différence entre les coefficients de traînée pour des  $\xi$  différents. Cette remarque met une fois de plus en évidence l'effet de la plasticité sur l'interaction. Cependant, comme signalé dans les sections précédentes, aussi important que soit l'effet de plasticité, tant que de  $\xi$  ne dépasse pas une certaine valeur limite, la traînée d'un cylindre isolé ne peut être obtenue.

La Figure II-24 présente pour différentes valeurs de  $\xi$ , l'évolution du paramètre d'interaction  $\chi$  (voir définition de  $\chi$  à l'Eq. II-8) en fonction de  $Od$ . A une distance  $\xi$  donnée entre cylindres, l'effet d'interaction devient négligeable quand  $\chi$  tend vers 1. Or, sur la Figure II-24, pour  $\xi$  inférieur à 4, l'évolution de  $\chi$  devient asymptotique sans que ce dernier n'atteigne 1. Nous retrouvons la valeur de  $\xi_{\text{lim}} \approx 4$  obtenue dans les sections précédentes.

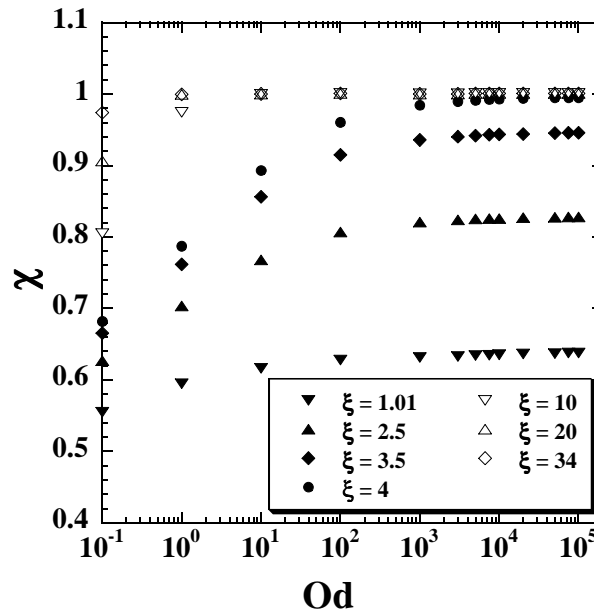


Figure II-24 : Evolution du paramètre d'interaction  $\chi$  en fonction de  $Od$  et pour différentes valeurs de  $\xi$ .

La Figure II-25 présente l'évolution de  $\chi$  en fonction de  $\xi$  pour différentes valeurs de  $Od$ . Les cas newtoniens présentés pour  $Re=10^{-2}$  ont été obtenus théoriquement par Umemura (1982). Cet auteur a montré qu'à très faibles nombres de Reynolds, lorsque plusieurs cylindres identiques sont en contact, les traînées sur les cylindres sont égales et leur résultante équivaut à la traînée obtenue sur un cylindre seul en milieu infini. Pour  $n_c$  cylindres en contact, nous avons donc :

$$n_c \lim_{Re \rightarrow 0} C_{d-Cyl_i} = \lim_{Re \rightarrow 0} C_{d-Cyl\infty}. \quad (\text{II-10})$$

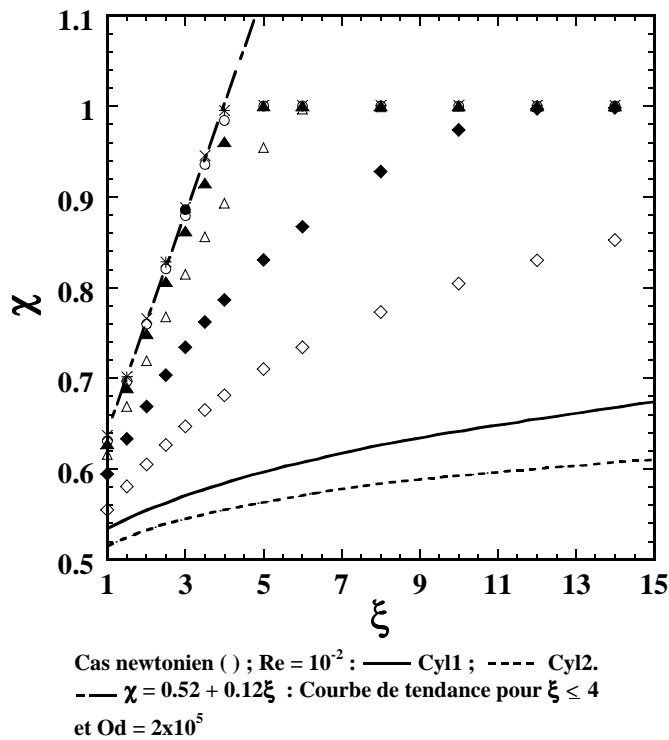
$C_d$  est défini selon l'Eq. II-5 et l'indice « i » se rapporte au « i<sup>ème</sup> cylindre parmi les cylindres en interaction »

Dans le cas de deux cylindres en interaction ( $n_c=2$ ), la relation suivante est alors obtenue :

$$\lim_{Re \rightarrow 0} \frac{C_{d-Cyl1}}{C_{d-Cyl\infty}} = \lim_{Re \rightarrow 0} \frac{C_{d-Cy2}}{C_{d-Cyl\infty}} = \frac{1}{2}. \tag{II-11}$$

Dans notre cas, en nous référant à cette relation, pour  $\xi = \xi_{min}$  et  $Od \rightarrow 0$  nous devons avoir  $\chi \rightarrow 1/2$ . C'est ce que nous obtenons sur la Figure II-25.

Pour un  $Od$  donné, avec la Figure II-25, nous pouvons déterminer la distance approximative entre cylindres  $\xi_t$  (distance approximative de transition) à partir de laquelle les cylindres entrent en interaction. À  $Od$  donné,  $\xi_t$  correspond en effet à la valeur de  $\xi$  pour laquelle  $\chi \approx 1$ . L'évolution de  $\chi$  devenant très lisse quand  $\chi$  tend vers 1, la détermination de  $\xi_t$  se fera pour  $\chi \approx 0.99$ . La Figure II-26 présente l'évolution de  $\xi_t$  en fonction de  $Od$  avec un comportement asymptotique aux grands  $Od$  (symboles blancs). La valeur de cette asymptote est égale à  $\xi_{t-lim} \approx 4$  comme nous l'avons obtenue dans les sections précédentes.



◇	$Od = 10^{-1}$	△	$Od = 10$	○	$Od = 10^3$	×	$Od = 10^5$
◆	$Od = 1$	▲	$Od = 10^2$	●	$Od = 10^4$	+	$Od = 2 \times 10^5$

Figure II-25 : Evolution du paramètre d'interaction  $\chi$  en fonction de  $\xi$  pour  $Od=10^{-1}$  à  $Od=2 \times 10^5$ .

En considérant le cas de deux cylindres se rapprochant l'un de l'autre dans le fluide viscoplastique, les résultats numériques et analytiques obtenus dans le cas d'un cylindre seul en milieu infini (Chapitre I) peuvent être utilisés pour obtenir une estimation de  $\xi_t$ . En tenant compte de la zone fluide autour de chaque cylindre, nous pouvons supposer que les deux cylindres entrent en interaction au moment où les cylindres virtuels circonscrits aux zones fluides se touchent. Parmi les caractéristiques dimensionnelles des zones rigides (donc des zones fluides) définies pour un cylindre seul dans le Chapitre I,  $x_3$  est la plus grande. Le rayon du cylindre virtuel circonscrit à une zone fluide est alors  $x_3$ . La transition entre configurations de cylindres en interaction et la configuration de cylindres isolés s'obtiendrait dans ce cas pour une distance entre cylindres  $\xi_t = 2(x_3)$ . Avec la variation en fonction de  $Od$  de  $x_3$  que nous avons obtenue au Chapitre I, nous pouvons remonter à une approximation de l'évolution de  $\xi_t$  en fonction de  $Od$ . Elle est présentée sur la Figure II-26 (symboles noirs) où nous obtenons des valeurs de  $\xi_t$  plus petites que celles obtenues avec la condition  $\chi \approx 0.99$ . Notons qu'aux grands nombres d'Oldroyd, nous avons obtenu analytiquement (Cf. Chapitre

$$I) \frac{x_3'}{d} = \frac{(\pi + 8)}{8} \approx 1.39. \text{ Ceci donne } \xi_{t\text{-lim}} = 2(x_3) \approx 2.8 < 4.$$

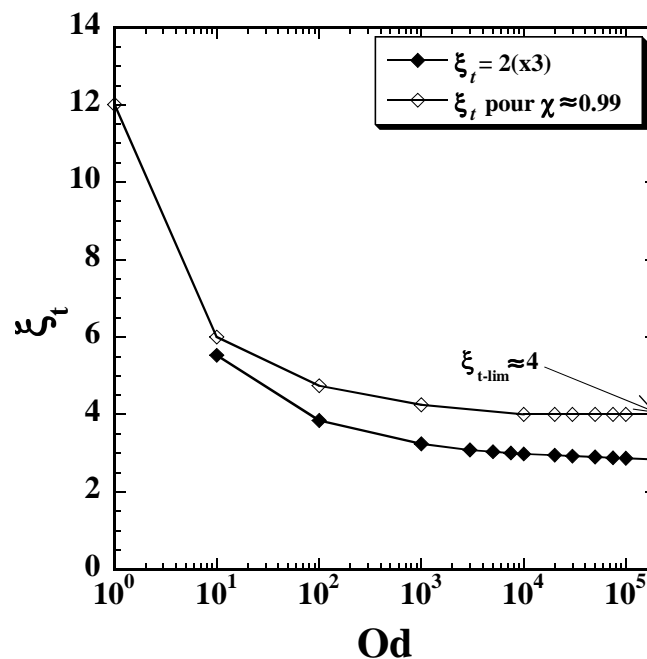


Figure II-26 : Transition entre configurations avec cylindres en interaction et configuration de cylindres isolés. Evolution de la distance approximative de transition  $\xi_t$  en fonction de  $Od$ .



Par ailleurs, sur la Figure II-25, aux grands  $Od$ , nous observons, indépendamment de  $Od$ , une évolution linéaire de  $\chi$  en fonction de  $\xi$  pour  $\xi \leq 4$ . Le calage nous donne la relation suivante aux grands  $Od$  :

$$\begin{cases} \chi = 0.523 + 0.12\xi & \text{si } \xi \leq 4 \\ \chi = 1 & \text{si } \xi > 4 \end{cases}, \quad (\text{II-12})$$

soit :

$$\begin{cases} C_{d-Cyl1}^* = C_{d-Cyl2}^* = (0.523 + 0.12\xi)C_{d-Cyl\infty}^* & \text{si } \xi \leq 4 \\ C_{d-Cyl1}^* = C_{d-Cyl2}^* = C_{d-Cyl\infty}^* & \text{si } \xi > 4 \end{cases}. \quad (\text{II-13})$$

Dans le cas d'un cylindre seul en milieu infini (Chapitre I), aux très grands  $Od$ , nous avons trouvé  $C_d^* = 11.94 + 13.15Od^{-0.55}$ . Ceci nous amène alors à poser les relations suivantes :

$$\begin{cases} C_{d-Cyl1}^* = C_{d-Cyl2}^* = (6.24 + 1.437\xi) + (6.87 + 1.58\xi)Od^{-0.55} & \text{si } \xi \leq 4 \\ C_{d-Cyl1}^* = C_{d-Cyl2}^* = 11.94 + 13.15Od^{-0.55} & \text{si } \xi > 4 \end{cases}. \quad (\text{II-14})$$

De l'Eq. II-14, nous pouvons donc définir un critère de stabilité (plus petite valeur du rapport de la contrainte seuil aux effets de gravité pour laquelle le cylindre reste immobile dans le fluide (Cf. Chapitre I)) pour un cylindre en fonction de la distance  $\xi$ . Ce critère est donné par les relations :

$$\begin{cases} Y_G = 6.24 + 1.437\xi & \text{si } \xi \leq 4 \\ Y_G = 11.94 & \text{si } \xi > 4 \end{cases}. \quad (\text{II-15})$$

Le critère de stabilité  $Y_G$  ainsi défini montre que l'interaction favorise la stabilité. Plus les cylindres sont proches et plus il sera facile de les maintenir en suspension.

## II.4. Conclusion

Par simulation numérique par éléments finis, avec une approximation par la méthode de régularisation de Papanastasiou, nous avons réalisé l'étude détaillée de l'interaction entre deux cylindres circulaires dans un fluide viscoplastique de Bingham en milieu infini.

Tout comme dans le cas de l'écoulement très lent d'un fluide viscoplastique de Bingham autour d'un cylindre circulaire (Chapitre I), une attention particulière a été portée à la détermination des paramètres numériques.

L'évolution des zones rigides, de la cinématique et des champs de contrainte a été examinée en fonction du degré d'interaction (fonction de la distance entre cylindres et du nombre d'Oldroyd). Ceci nous a permis de tirer les conclusions suivantes :

- En plus des zones rigides observées dans le cas d'un cylindre isolé (Chapitre I), trois principaux types de zones rigides sont susceptibles d'être observées selon le degré d'interaction. Il s'agit d'un pont rigide statique reliant les deux cylindres, d'une zone rigide en translation, localisée dans la zone inter-cylindres et deux grandes zones rigides en rotation, disposées latéralement à la paire de cylindres.
- A un nombre d'Oldroyd donné, les différentes configurations possibles de zones rigides peuvent être observées en faisant varier correctement la distance entre cylindres.
- La configuration de cylindres isolés est obtenue en augmentant la distance entre cylindres et ceci d'autant plus vite que les effets de plasticité sont importants. La plasticité atténue les effets d'interaction.
- L'interaction diminue les contraintes et pression et par conséquent la traînée sur les cylindres.
- Pour les distances entre cylindres  $\xi \leq 4$ , quelle que soit l'importance de l'effet de plasticité, la configuration de cylindres isolés ne peut être obtenue.  $\xi = \xi_{\text{lim}} \approx 4$  correspond à la distance de transition entre configurations de cylindres en interaction et configuration de cylindres isolés aux grands effets de plasticité.

Des évolutions de la distance approximative de transition entre configurations de cylindres en interaction et configuration de cylindres isolés ont été proposées. Une expression de l'évolution du coefficient de traînée en fonction de la distance entre cylindre et du nombre d'Oldroyd a été aussi proposée et un critère de stabilité établi en fonction de la distance entre cylindres.



## Chapitre III

### *Etude expérimentale de l'écoulement très lent d'un fluide à seuil de contrainte autour d'un cylindre circulaire.*

#### Sommaire

<i>Résumé</i>	91
<i>III.1. Introduction</i>	93
<i>III.2. Théorie</i>	94
<i>III.3. Dispositif expérimental</i>	96
<i>III.4. Matériel et rhéométrie</i>	99
<i>III.5. Résultats et discussion</i>	105
<i>III.5.1. Conditions limites et initiales</i>	105
<i>III.5.2. Résultats</i>	108
<i>III.5.2.1. Champ global</i>	108
<i>III.5.2.2. Champ proche</i>	110
<i>III.5.2.3. Coefficient de traînée</i>	113
<i>III.5.3. Discussion</i>	114
<i>III.6. Conclusion</i>	116
<i>III.7. Annexe</i>	117



## Résumé

L'écoulement lent d'un fluide à seuil de contrainte autour d'un cylindre circulaire a été étudié par vélocimétrie par image de particule et par mesure de traînée. Le fluide utilisé est un gel de Carbopol à comportement élastoviscoplastique rhéofluidifiant. Le cas des effets de plasticité significatif a été examiné. En plus du champ global s'étendant au-delà de la zone cisailée, le champ très proche de l'obstacle cylindrique a été particulièrement examiné. Par comparaison aux résultats de l'approximation numérique par le modèle viscoplastique de Herschel-Bulkley, une dissymétrie a été observée entre l'écoulement amont et l'écoulement aval. L'examen du champ très proche a révélé l'existence d'une zone de recirculation en amont de l'obstacle. Une zone rigide statique collée au cylindre a été observée seulement au point d'arrêt aval. Une caractérisation rhéométrique détaillée du gel utilisé a montré que les contraintes normales pourraient être à l'origine de cette recirculation amont responsable de la dissymétrie observée.

**Mots Clés :** Fluide à seuil de contrainte, Cylindre circulaire, Viscoplasticité, Elastoviscoplasticité, Champs de vitesse, Traînée, Zones rigides, Rhéométrie, Dissymétrie amont-aval.



### III.1. Introduction

Dans ce chapitre, nous étudierons expérimentalement le cas de l'écoulement lent d'un fluide à seuil de contrainte autour d'un cylindre circulaire.

Le fluide utilisé est le gel physique Carbopol à comportement élastoviscoplastique. En dessous de la contrainte seuil, ce gel se comporte comme un solide élastique et au-delà de cette contrainte, seuil il se comporte comme un fluide viscoélastique rhéofluidifiant.

Dans la littérature disponible sur les écoulements lents de fluides à seuil de contrainte autour d'obstacles, la force de traînée constitue la caractéristique la plus étudiée. Très peu d'études ont concerné la visualisation des champs de vitesse. A notre connaissance, l'une des premières visualisations présentant des informations quantitatives sur les écoulements de fluides à seuil de contrainte autour d'obstacles a été réalisée par Atapattu et al. (1995). A partir des profils de vitesses déterminés dans cette étude, ces auteurs ont essayé de remonter à la forme approximative de la zone cisailée autour d'une sphère dans un gel de Carbopol. Plus récemment, Putz et al. (2008) ont réexaminé le cas d'une sphère en sédimentation dans du Carbopol. Dans toutes ces études, c'est le champ présentant la zone cisailée dans sa globalité qui est examiné. Le champ très proche reste non abordé. De plus, ces études sont réalisées dans le domaine des effets de plasticité relativement faibles. Au maximum,  $Od$  est égal à 5.53 pour Atapattu et al. (1995) et 0.25 pour Putz et al. (2008).

Par visualisation par images de particules, nous procéderons dans ce chapitre à la détermination des champs de vitesse dans un écoulement très lent d'un fluide à seuil de contrainte autour d'un cylindre circulaire et ceci pour des effets de plasticité significatifs ( $Od=20$  à  $Od=32$ ). L'accent sera mis sur le champ global mais aussi et plus particulièrement sur le champ très proche du cylindre. Une étude rhéométrique approfondie du gel et une analyse détaillée des conditions limites et initiales de l'écoulement seront réalisées. Les résultats expérimentaux seront comparés aux résultats obtenus numériquement avec la loi viscoplastique de Herschel-Bulkley.



### III.2. Théorie

Le domaine d'écoulement est présenté sur la Figure III-1. L'écoulement étant supposé lent ( $Re \ll 1$ ), les effets d'inertie sont négligés. Les équations de conservation de masse et de quantité de mouvement sont identiques à celles définies dans les Chapitres I et II (Eqs. I-1, I-2, II-1 et II-2). Elles sont données par :

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0, \quad (III-1)$$

$$\nabla \cdot \underline{\underline{\tau}} - \nabla p = 0. \quad (III-2)$$

Le modèle viscoplastique de Herschel-Bulkley habituellement utilisé pour caractériser les gels de Carbopol est celui présenté comme suit :

$$\begin{cases} \underline{\underline{\tau}} = 2 \left( K(2\dot{\gamma})^{n-1} + \frac{\tau_0}{2\dot{\gamma}} \right) \dot{\gamma} & \text{si } \tau > \tau_0 \\ \dot{\gamma} = 0 & \text{si } \tau \leq \tau_0 \end{cases}. \quad (III-3)$$

avec  $n$  l'indice de rhéofluidification.

Le nombre d'Oldroyd est défini par :

$$Od = \frac{\tau_0}{K \left( \frac{U}{d} \right)^n}. \quad (III-4)$$

$U$  désigne la vitesse du fluide loin du cylindre. Il correspond – nous le verrons après – à la vitesse de déplacement du réservoir contenant le fluide. Pour le gel utilisé et les vitesses imposées au réservoir, le nombre de Reynolds défini par  $Re = \frac{\rho}{K} U^{2-n} d^n$  est compris entre  $1.3 \times 10^{-9}$  et  $1.29 \times 10^{-8}$ .

La Figure III-2 présente le résultat de la simulation numérique par éléments finis (méthode de régularisation de Papanastasiou avec  $m=10^4$ ) pour un fluide de Herschel-Bulkley avec  $n=0.36$  et  $Od=30$ . Elle donne à titre d'exemple, le champ de vitesse autour du cylindre et la configuration des zones rigides. La forme et la position des zones rigides sont semblables à celles obtenues dans le Chapitre I pour le fluide viscoplastique de Bingham ( $n=1$ ). Par la suite, cette figure servira à comparer les effets de l'élastoviscoplasticité du gel aux effets de viscoplasticité obtenus numériquement.

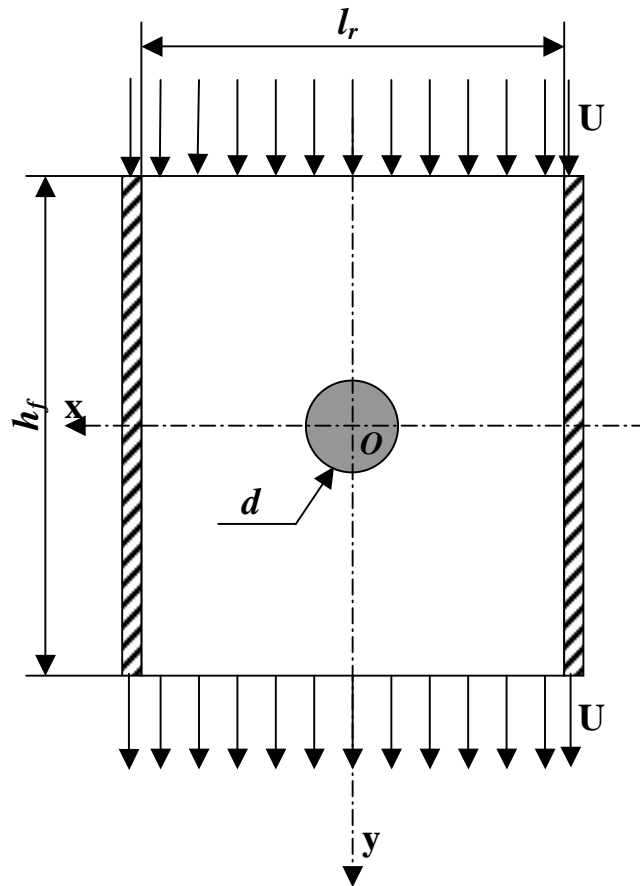


Figure III-1 : Domaine d'écoulement de longueur  $h_f$  et de largeur  $l_r$ .

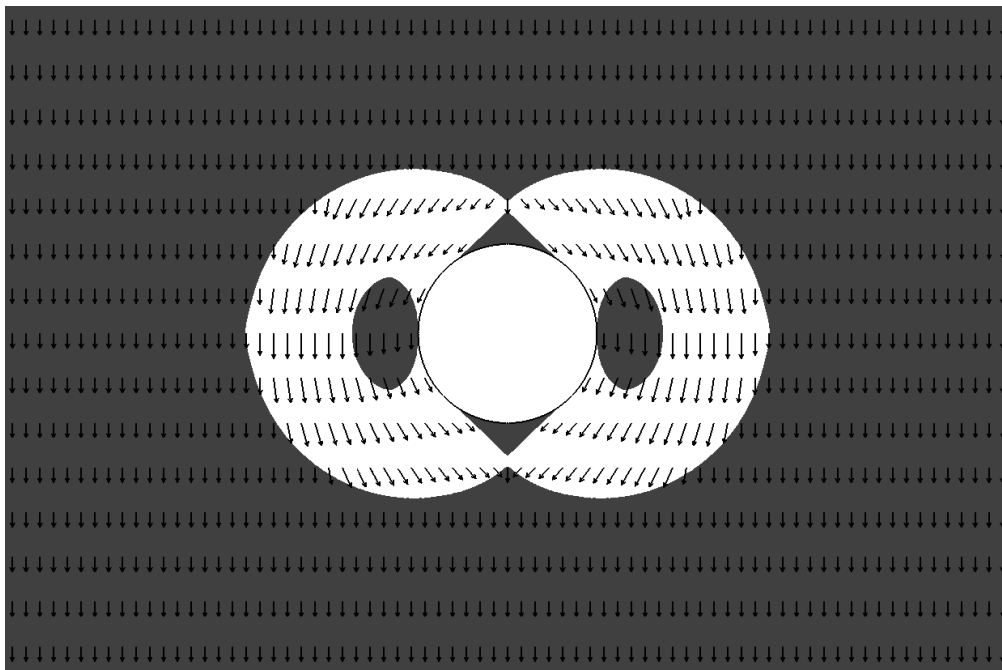


Figure III-2 : Simulation numérique. Configuration du domaine d'écoulement pour un fluide de Herschel-Bulkley avec  $n=0.36$  et  $Od=30$ . Zones rigides ( noir), zone cisailée (blanc), les flèches représentent les vecteurs vitesse.

Nous savons par ailleurs que le gel de Carbopol a un comportement élastoviscoplastique rhéofluidifiant et qu'en dessous du seuil d'écoulement, il se comporte comme un solide élastique. Afin de mieux tenir compte de ce comportement élastique en dessous du seuil d'écoulement, nous utiliserons dans cette étude expérimentale le modèle élastoviscoplastique rhéofluidifiant présenté par Piau (2002) et Piau et al. (2004) et qui est donnée par :

$$\begin{cases} \tau = 2 \left( K(2\dot{\gamma})^{n-1} + \frac{\tau_0}{2\dot{\gamma}} \right) \dot{\gamma} & \text{si } \tau > \tau_0 \\ \tau = G\gamma & \text{si } \tau \leq \tau_0 \end{cases} \quad (\text{III-5})$$

où  $G$  désigne le module élastique de cisaillement du gel.

Au-delà du seuil de contrainte, afin d'évaluer les éventuels effets d'élasticité se manifestant par la relaxation du fluide, le nombre adimensionnel de Weissenberg a été défini de la manière suivante :

$$We = \frac{\lambda}{\left(\frac{d}{U}\right)} = \lambda \times \left(\frac{U}{d}\right), \quad (\text{III-6})$$

où  $\lambda = \left(\frac{K}{G'}\right)^{1/n}$  désigne le temps de relaxation et  $\left(\frac{d}{U}\right)$  le temps caractéristique de l'expérimentation.  $G'$  est le module d'élasticité du matériau obtenu en rhéométrie dynamique. Il est assimilable à  $G$  en dessous du seuil d'écoulement. Nous reviendrons plus loin sur le cas en écoulement.

### III.3. Dispositif expérimental

#### *Pour la visualisation :*

Le dispositif expérimental utilisé est présenté sur la Figure III-3. L'obstacle cylindrique en acier inoxydable de diamètre  $d=6.9$  mm et de longueur  $l_c=200$  mm est suspendu à un support fixe par deux fils en nylon de 0.22 mm de diamètre. La surface du cylindre est moletée, ce qui lui confère une rugosité de 300  $\mu\text{m}$ .

L'écoulement du fluide autour du cylindre est assuré par un système réservoir–table micrométrique–moteur. Le moteur communique un déplacement vertical descendant à la table micrométrique sur laquelle est posé le réservoir contenant le fluide. La vitesse de déplacement de la table est constante et peut varier de  $10^{-2}$  à  $10^{-6}$   $\text{ms}^{-1}$  avec une précision de  $10^{-7}$   $\text{ms}^{-1}$ .

Le réservoir possède des faces latérales en verre. Il a une forme prismatique de base rectangulaire (longueur  $L_r=300$  mm et largeur  $l_r=150$  mm) et de hauteur  $H=320$  mm. La hauteur du fluide dans le réservoir est de  $h_f=250$  mm.

Le support fixe auquel sont accrochés les fils de suspension de l'obstacle cylindrique comporte un dispositif à vis de réglage qui permet d'obtenir l'horizontalité de l'obstacle cylindrique. Dans un plan horizontal contenant l'axe du cylindre, le positionnement de l'obstacle dans le réservoir est présenté sur la Figure III-4.

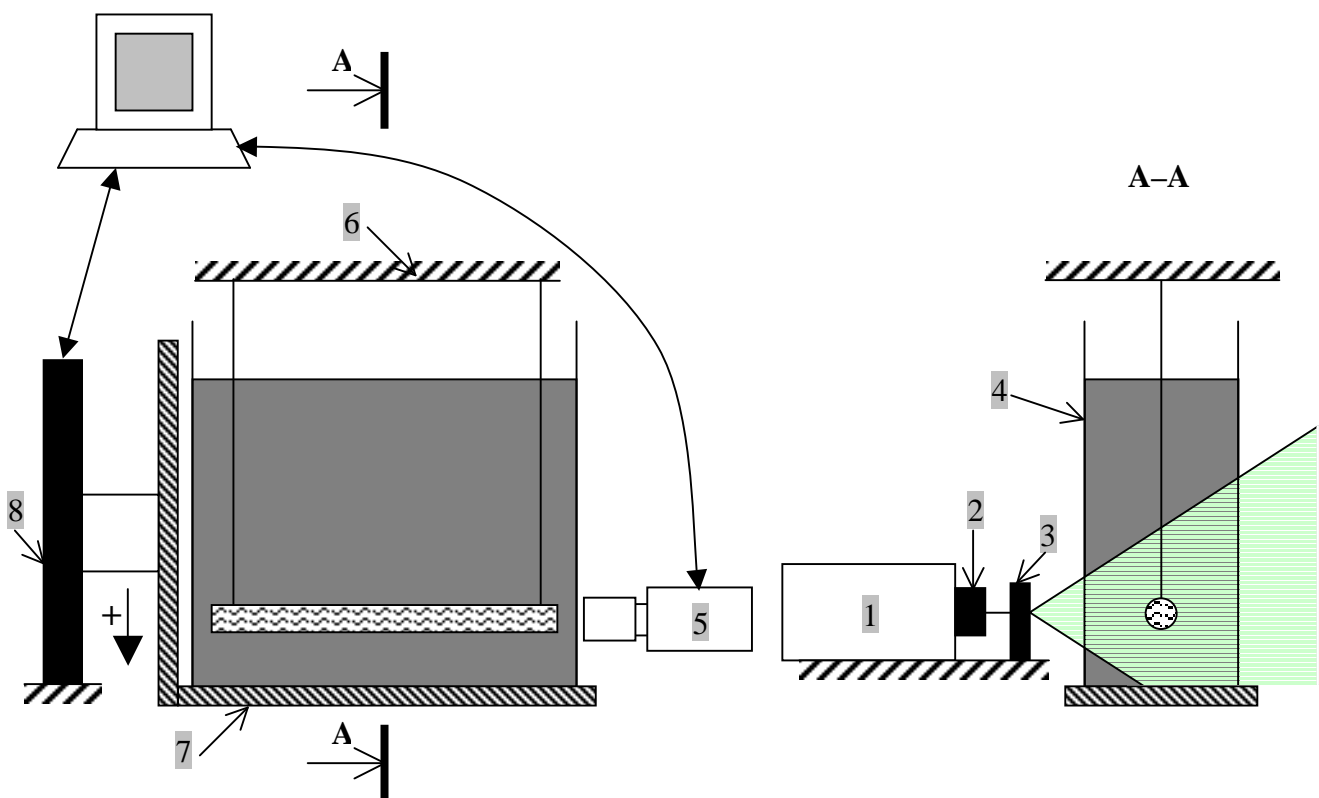


Figure III-3 : Dispositif expérimental. 1 : Laser ; 2 : Collimateur ; 3 : Lentilles cylindriques ; 4 : Réservoir ; 5 : Caméra ; 6 : Support fixe pour la suspension du cylindre ; 7 : Table micrométrique ; 8 : Moteur.

Les distances de l'obstacle aux parois du réservoir sont alors données par  $a=50\approx 7.25d$  et  $b=75\approx 10.87d$ . Pendant l'expérimentation, les enregistrements ont été réalisés lorsque l'obstacle cylindrique est à mi-distance par rapport au fond du réservoir et la surface libre.

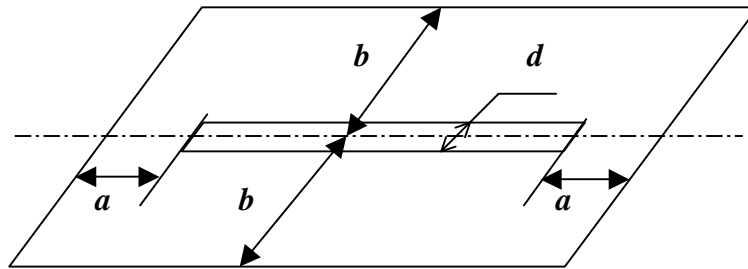


Figure III-4 : Positionnement de l'obstacle cylindrique dans un plan horizontal.

Le système de visualisation est composé d'une caméra CCD de 25 images par seconde et de résolution  $720 \times 576$  pixel<sup>2</sup>. La caméra, disposée dans l'axe de l'obstacle cylindrique est reliée à un ordinateur pour l'enregistrement des images.

Le fluide est ensemencé de billes de verre creuses argentées de diamètre  $20 \mu\text{m}$  qui servent de marqueurs. L'éclairage est obtenu par un laser continu (Spectra Millénia II) de longueur d'onde  $532 \text{ nm}$  et de puissance maximale de  $2 \text{ W}$ . Un collimateur est fixé sur le laser pour affiner le faisceau. Un système de lentilles cylindriques transforme ensuite le faisceau en une nappe verticale qui traverse de fluide et intercepte l'obstacle cylindrique en son milieu (pour éviter les effets de bord). Les images enregistrées sont traitées par le logiciel de PIV Flowman (Dantec) pour l'obtention des champs de vitesse par corrélations croisées. Le temps inter-images  $\Delta t$  est choisi en fonction de la vitesse de déplacement du réservoir. Pour une vitesse de  $2 \times 10^{-6} \text{ ms}^{-1}$ ,  $\Delta t = 16.66 \text{ s}$ . Selon qu'on s'intéresse au champ global ou au champ proche, les zones d'interrogation utilisées sont de  $32 \times 32 \text{ pi}^2$  avec un recouvrement de 50% ou de  $64 \times 64 \text{ pi}^2$  avec un recouvrement de 75%.

La nappe laser étant éloignée des extrémités du cylindre, afin d'éviter les effets d'ombre et obtenir des informations un peu plus près de la paroi du cylindre, l'axe de l'objectif de la caméra est légèrement incliné par rapport à l'axe de l'obstacle cylindrique. Ceci pourrait entraîner une légère dissymétrie par rapport à la ligne d'écoulement.

La température du fluide pendant les mesures est de  $23\pm 1^\circ\text{C}$ .

#### ***Pour la mesure de la force de traînée :***

Dans le cas de la mesure de la force de traînée sur le cylindre, la seule différence par rapport au dispositif décrit précédemment est le remplacement du support fixe par une balance de précision (Precisa 400M de capacité 400 g avec une précision de 1 mg) à laquelle est accroché le fil soutenant l'obstacle cylindrique. La balance est ensuite reliée à l'ordinateur pour l'acquisition des données.

### **III.4. Matériel et rhéométrie**

Le gel utilisé est obtenu par dissolution du polymère Carbopol – fabriqué par Goodrich B. F. – dans de l'eau déminéralisée. Il est ensuite neutralisé avec du NaOH (pH=6.7).

Les paramètres rhéologiques du fluide ont été déterminés à l'aide du rhéomètre TA Instruments (AR-G2) de résolution angulaire de  $2.5 \times 10^{-8}$  rad et de résolution sur le couple de  $10^{-10}$  Nm.

Le gel de Carbopol, fluide à seuil de contrainte, est sujet à des localisations de déformation pouvant entraîner des fractures et du glissement à la paroi des outils de mesure (Magnin et al. (1990 et 1991) ; Piau (2007)). Tout ceci ajouté à l'évaporation possible du solvant et au phénomène de migration sous écoulement (Magnin et al. (1990 et 1991) ; Piau (2007)) nous a amené à prendre certaines précautions lors de la caractérisation rhéologique du fluide. Il s'agit de l'utilisation de cellule anti-évaporation, d'outils à surfaces rugueuses et du contrôle régulier de la forme des surfaces libres de l'échantillon pour la détection d'éventuelles déformations dues à l'évaporation ou/et aux fractures. A la fin de chaque test, les premières mesures sont refaites pour contrôler le vieillissement de l'échantillon. Toutes les mesures ont été réalisées à  $23\pm 1^\circ\text{C}$  pour rester en accord avec les températures de mesures des champs de vitesse.

### Courbe d'écoulement

Avec un outil cône–plan et dans les conditions énumérées ci-dessus, la courbe d'écoulement du gel a été déterminée et présentée sur la Figure III-5 (symboles noirs). Elle donne la variation de la contrainte de cisaillement en fonction de la vitesse de cisaillement en conditions continues. La modélisation par la loi viscoplastique de Herschel-Bulkley (trait continu) permet de remonter aux paramètres rhéologiques que sont la contrainte seuil  $\tau_0=98.6$  Pa, l'indice de rhéofluidification  $n=0.36$  et la consistance  $K=56.47$  Pa.s<sup>0.36</sup>.

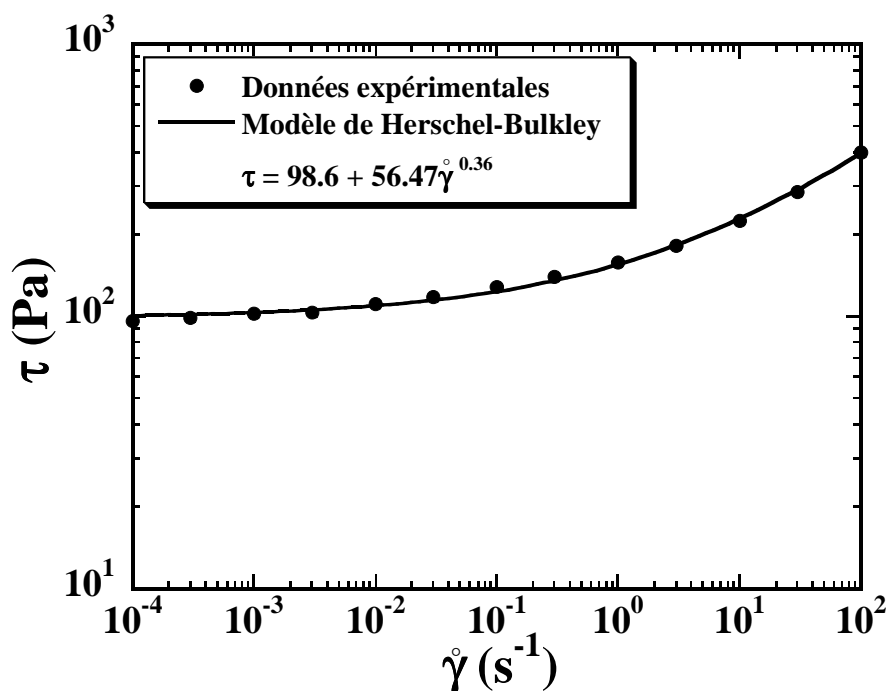


Figure III-5 : Courbe d'écoulement du fluide expérimental (Carbopol 940 à 0.9%).

### Viscoélasticité du gel

Avec un outil plan–plan, d'autres mesures ont été réalisées pour évaluer les propriétés dynamiques du gel. La Figure III-6 donne l'évolution des modules élastique  $G'$  et visqueux  $G''$  en fonction de la déformation pour une fréquence  $\omega=1$  rad.s<sup>-1</sup>. Le domaine linéaire est obtenu pour des déformations inférieures ou égales à 1%. Dans ce domaine, le module élastique  $G'$  est largement supérieur au module visqueux. Le gel a bien un comportement semblable à celui d'un solide élastique de module d'élasticité égal à environ 450 Pa. Dès que la déformation dépasse les 1%, nous observons une diminution progressive du module élastique et en même temps une augmentation du module visqueux jusqu'à des déformations

de l'ordre 180% où le module visqueux  $G''$  devient plus grand que le module élastique  $G'$ . Les déformations comprises entre 1% et 180% correspondent en effet à la phase de transition où les contributions visqueuses et élastiques sont toutes deux non négligeables (Piau 2007). Au-delà de 180%, nous sommes dans la phase d'écoulement où s'exprime le comportement viscoélastique rhéofluidifiant du matériau. Remarquons que la contrainte correspondant à la déformation de 180% est de l'ordre de la contrainte seuil obtenue en conditions continues sur la Figure III-5.

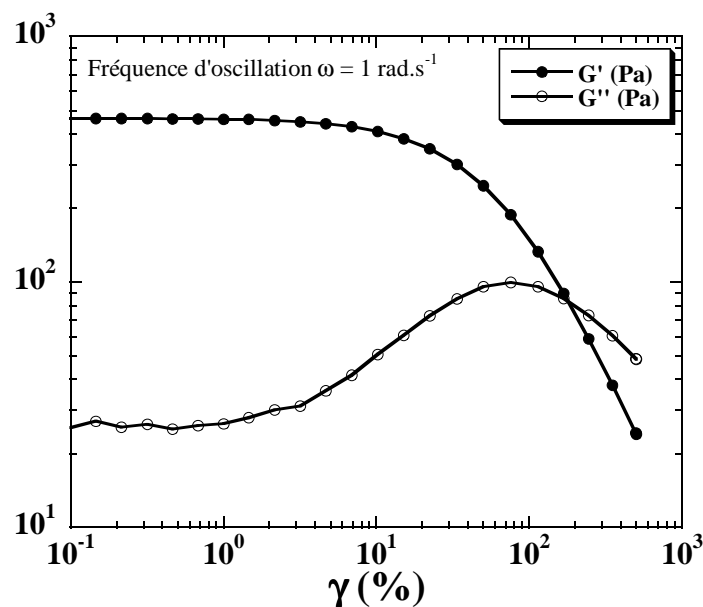


Figure III-6 : Module élastique  $G'$  et module visqueux  $G''$  en fonction de la déformation pour une fréquence d'oscillation  $\omega=1\text{rad.s}^{-1}$ .

Le type d'essai utilisé pour les mesures présentées sur les Figures III-8 à III-10 est présenté sur le schéma de la Figure III-7. Il s'agit de la superposition d'une contrainte d'oscillation à une contrainte d'écoulement. Bien évidemment il n'y aura pas d'écoulement quand la contrainte imposée est inférieure à la contrainte seuil.

Les Figures III-8, III-9 et III-10 présentent les évolutions de  $G'$  et  $G''$  en fonction de la fréquence  $\omega$  pour différentes valeurs de la contrainte d'écoulement. La contrainte oscillante imposée est égale à 5 Pa et correspond à une déformation d'environ 1% soit au régime linéaire.

Lorsque la contrainte d'écoulement imposée est de l'ordre de la contrainte seuil ou inférieure à cette dernière (Figure III-8),  $G'$  reste largement supérieur à  $G''$ . Nous notons une



faible variation de  $G'$  en fonction de la fréquence (du moins pour les fréquences comprises entre 0.1 et 100  $\text{rad.s}^{-1}$ ). Les courbes représentant  $G'$  (symboles noirs) sont superposables dans ce domaine de contrainte d'écoulement (0 à 100 Pa) tandis qu'aux basses fréquences nous observons une légère augmentation de  $G''$  avec l'augmentation de la contrainte d'écoulement. En dessous du seuil d'écoulement, le module élastique du gel est bien une constante et de l'ordre de 450 Pa. Ceci confirme les résultats présentés sur la Figure III-6.

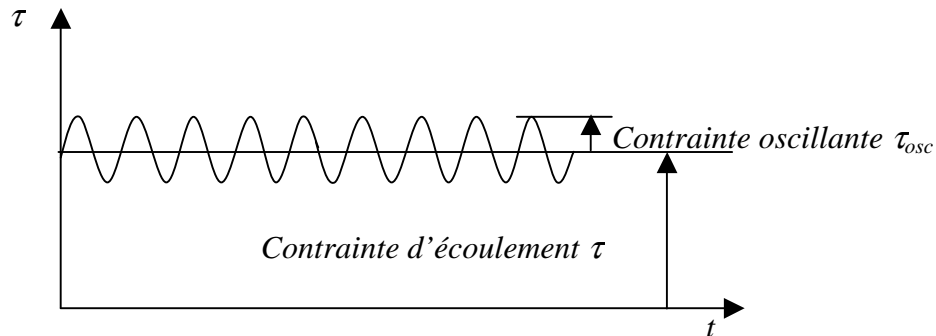


Figure III-7 : Schéma représentatif des essais des Figures III-7 à III-9. Superposition d'une contrainte oscillante à une contrainte d'écoulement.

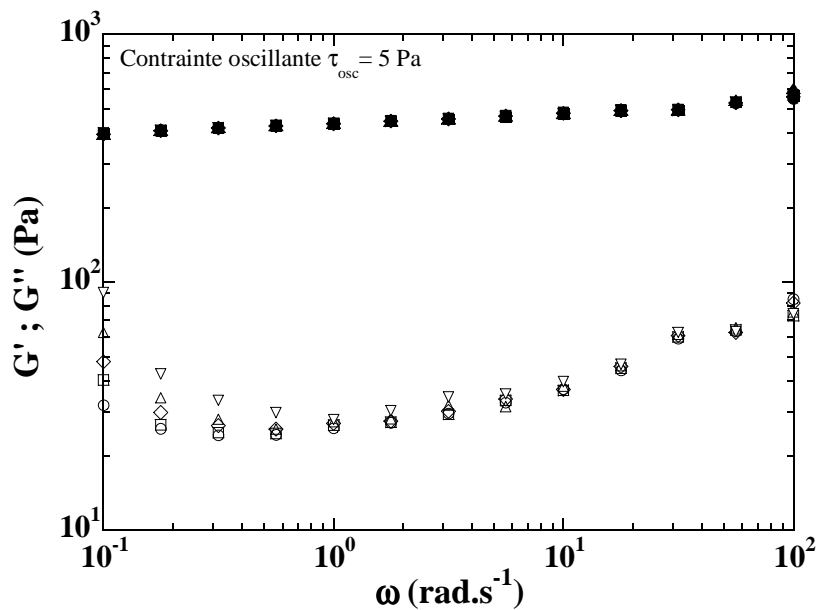


Figure III-8 : Evolution du module élastique  $G'$  (symboles noirs) et du module visqueux ( $G''$ ) (symboles blancs) en fonction de la fréquence d'oscillation pour des contraintes d'écoulement de 0 à 100 Pa. Rond : 0 Pa ; carré : 40 Pa ; losange : 60 Pa ; triangle droit : 80 Pa ; triangle inversé : 100 Pa.

Pour les contraintes d'écoulement supérieures à la contrainte seuil (Figures III-9 et III-10), aux basses fréquences, les courbes représentant le module visqueux  $G''$  sont au-dessus des courbes représentant le module élastique  $G'$  et l'écart se creuse au fur et à mesure que la contrainte d'écoulement imposée s'éloigne de la contrainte seuil. Lorsque la fréquence d'oscillation augmente, les deux courbes représentant  $G'$  et  $G''$  se rejoignent progressivement jusqu'à se croiser.

De là, elles évoluent aux plus grandes fréquences vers les valeurs obtenues pour les contraintes d'écoulement de l'ordre de la contrainte seuil ou inférieures à cette dernière. Nous avons là un comportement semblable à celui d'un fluide viscoélastique avec, aux basses fréquences, les pentes de  $G''$  et  $G'$  de l'ordre de 1 et 2 respectivement (voir l'exemple des courbes en traits pleins correspondant à la contrainte d'écoulement de 160 Pa sur la Figure III-9).

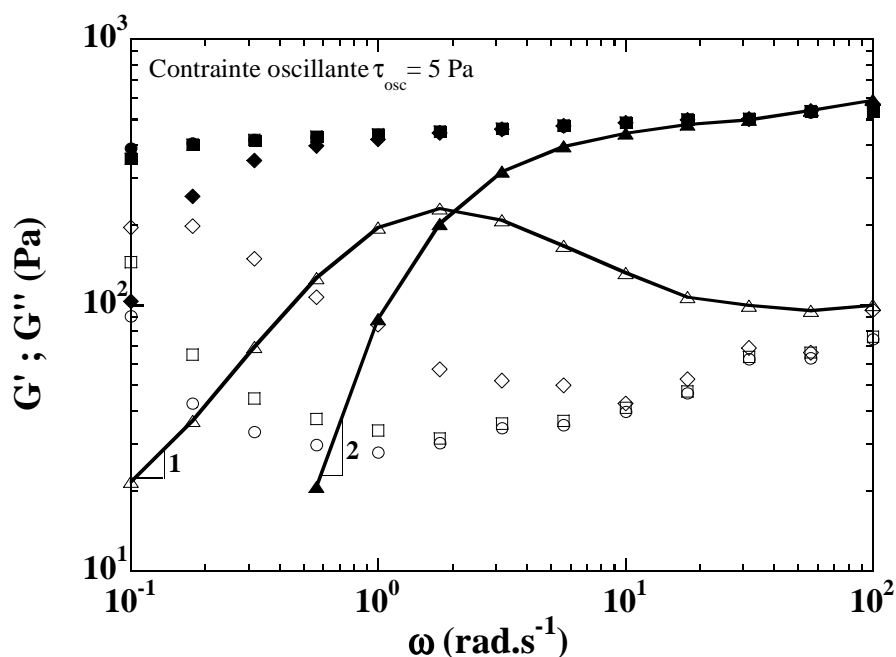


Figure III-9 : Evolution du module élastique  $G'$  (symboles noirs) et du module visqueux (symboles blancs) en fonction de la fréquence d'oscillation pour des contraintes d'écoulement de 100 à 160 Pa. Symbole rond : 100 Pa ; carré : 120 Pa ; losange : 140 Pa ; triangle droit : 160 Pa.

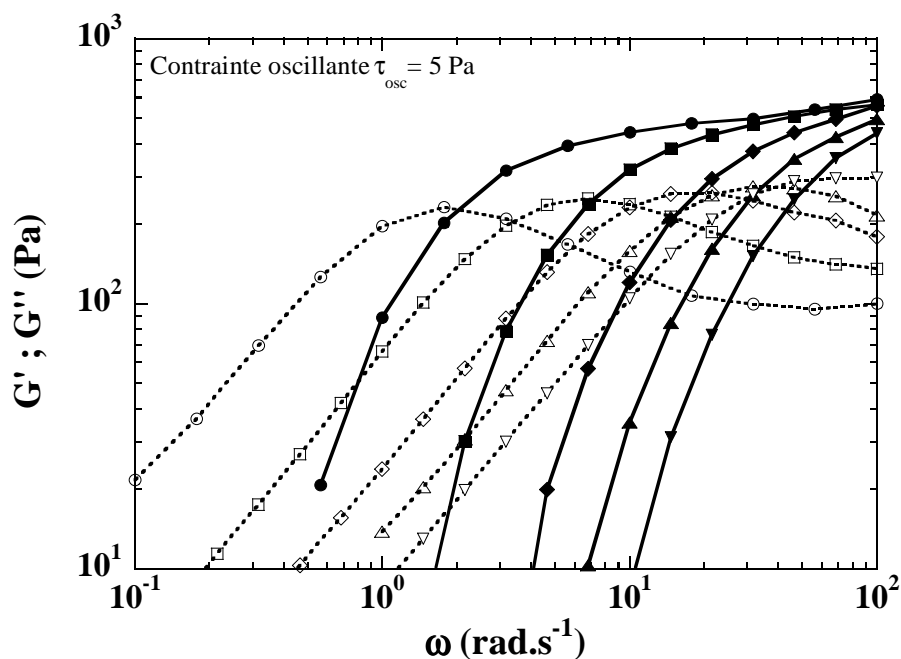


Figure III-10 : Evolution du module élastique  $G'$  (symboles noirs) et du module visqueux ( $G''$ ) (symboles blancs) en fonction de la fréquence d'oscillation pour des contraintes d'écoulement de 160 à 240 Pa. Symbole rond : 160 Pa ; carré : 180 Pa ; losange : 200 Pa ; triangle droit : 220 Pa ; triangle inversé : 240 Pa.

En nous référant au modèle viscoélastique de Maxwell (Cf. Annexe pour plus de détail), nous pouvons alors remonter au temps de relaxation du fluide sous écoulement et obtenir ainsi son évolution en fonction de la contrainte de cisaillement. Pour une contrainte d'écoulement donnée, ce temps équivaut à l'inverse de la fréquence à laquelle les courbes  $G'$  et  $G''$  se croisent (période de résonance). Son évolution en fonction de la contrainte de cisaillement est présentée sur la Figure III-11. Le temps de relaxation du fluide sous écoulement décroît donc lorsque le cisaillement augmente. Par ailleurs, toujours en nous référant au modèle viscoélastique de Maxwell, avec l'ordonnée du point de croisement de  $G'$  et de  $G''$ , nous pouvons obtenir le module élastique  $g$  du matériau sous écoulement.

Pour des contraintes d'écoulement comprises entre 140 Pa et 240 Pa, la Figure III-12 donne l'évolution de  $g$  en fonction de la contrainte d'écoulement. Nous obtenons une faible variation de  $g$  en fonction de la contrainte d'écoulement avec une moyenne d'environ 495 Pa assez proche du module d'élasticité lorsque la contrainte est inférieure au seuil d'écoulement (Figure III-8). La part élastique du comportement du gel est donc du même ordre de grandeur en dessous et au-delà du seuil d'écoulement.

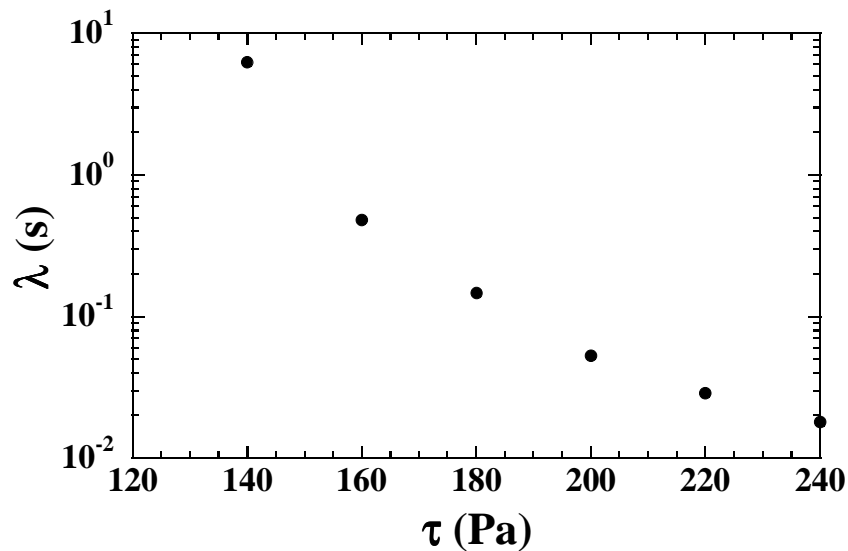


Figure III-11 : Relaxation de l'échantillon sous écoulement. Evolution du temps de relaxation en fonction de la contrainte d'écoulement.

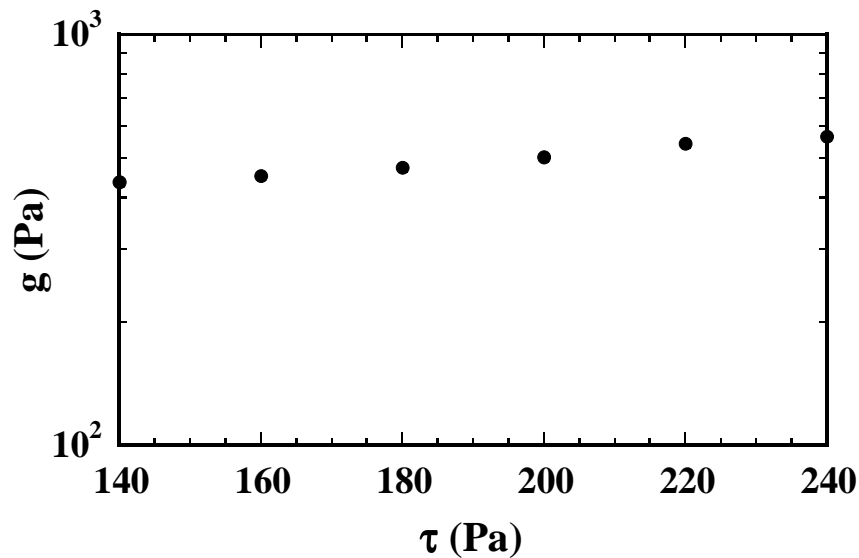


Figure III-12 : Evolution du module élastique du gel en fonction de la contrainte d'écoulement.

### III.5. Résultats et discussion

#### III.5.1. Conditions limites et initiales

Rappelons que l'obstacle cylindrique présente une surface moletée de rugosité de 300  $\mu\text{m}$ . Les micros-gels de Carbopol ayant des tailles de l'ordre du micromètre. Compte tenu du rapport d'échelle de longueur, la condition d'adhérence sur la paroi de l'obstacle est assurée. Du fait du sens de déplacement du réservoir (descendant) et aidé de la gravité, les particules fluides collées aux parois du réservoir ont la même vitesse que ce dernier.

En dessous du seuil de contrainte, nous savons que le gel utilisé a un comportement de solide élastique. Ce comportement élastique remet en cause toute notion de milieu infini. La déformation enregistrée sur la paroi du cylindre au début du déplacement du réservoir ou sur la frontière entre zone cisailée et zone non cisailée lorsque l'écoulement est établi se propagera jusqu'aux parois du réservoir (voir illustration sur le Figure III-13). L'écoulement du gel autour du cylindre se fera donc lorsque le domaine élastique linéaire puis une partie voire tout le domaine transitoire (voir Figure III-6) seront franchis. A la fin du domaine transitoire, la déformation est d'environ 180% (voir Figure III-6). Pour un point de la surface du cylindre situé sur l'axe  $x$ , cette déformation est donnée par  $\delta / (0.5(l_r - d))$  avec  $\delta$  le déplacement du réservoir. Une déformation de 180% correspondra à un déplacement  $0.9(l_r - d)$  de soit 128.79 mm c'est-à-dire un déplacement d'environ  $18.66xd$ . La Figure III-14 présente une mesure de la force de traînée en fonction du déplacement du réservoir. Nous observons que la force de traînée ne devient constante qu'après un déplacement du réservoir sur une distance égale à  $5.5xd$  c'est à dire 37.95 mm. Ce déplacement correspondant à une déformation de 34.05 % située dans la phase de transition (voir Figure III-6) où les effets de viscosité ne sont plus négligeables comparés aux effets d'élasticité. Toutes les mesures et enregistrements sont réalisés après un déplacement du réservoir supérieur à  $5.5xd$ .

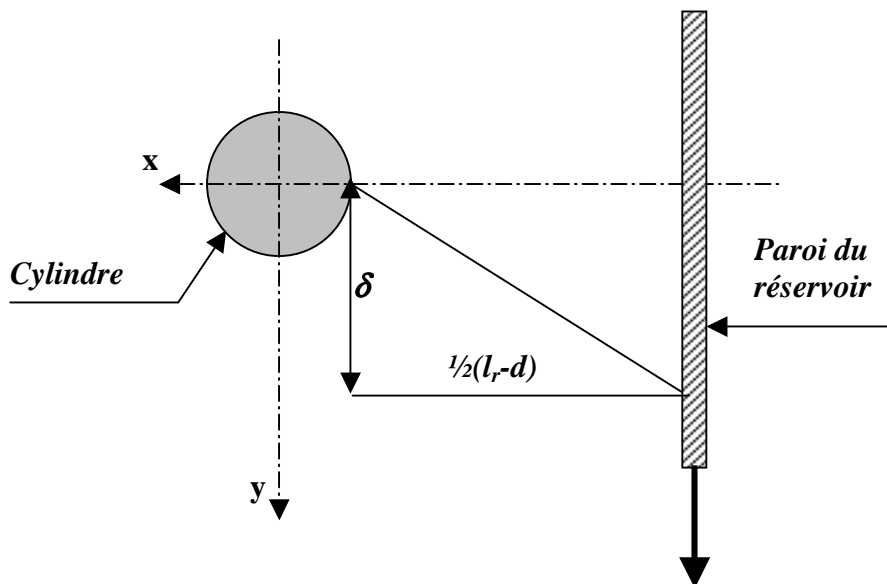


Figure III-13 : Illustration de la déformation élastique du gel avant l'établissement de l'écoulement.

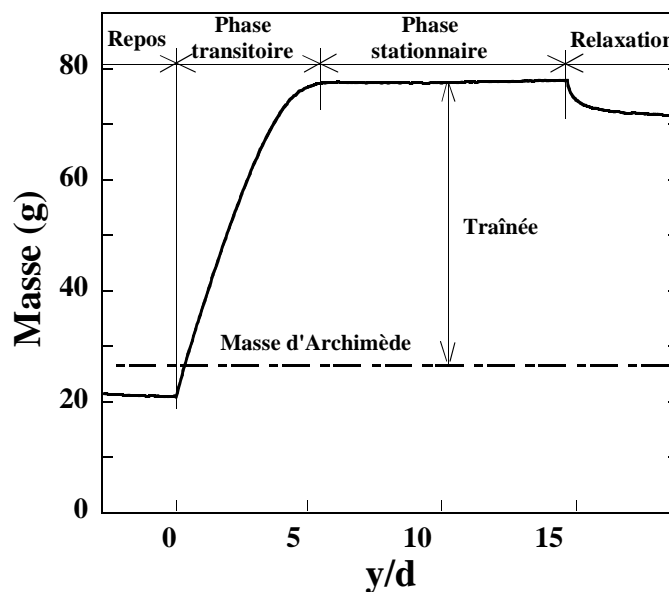


Figure III-14 : Mesure de la traînée. Evolution de la force de traînée en fonction de la distance de déplacement du réservoir.

Les premiers essais ont révélé des champs de vitesse (non présentés ici) présentant des localisations de vecteurs vitesse sous forme de vagues dans les endroits éloignés du cylindre. Ces observations proviennent en fait de l'existence dans le domaine d'écoulement de contraintes internes localisées. Les contraintes internes sont introduites par l'utilisation d'outils rigides lors du positionnement de l'obstacle cylindrique dans le gel mais aussi lors de l'extraction à l'aide de seringues des bulles d'air introduites au moment de l'entrée de l'obstacle cylindrique dans le gel (Voir Piau 2007 pour plus d'information sur l'influence de l'état de contrainte initial sur l'écoulement). Pour palier à cela, la mise en place de l'obstacle cylindre se fait en déplaçant le moins possible dans le gel, les outils de positionnement et les aiguilles des seringues d'extraction des bulles d'air. L'introduction de l'obstacle cylindrique se fait en prenant soin, dès le départ, de le mettre à peu près dans sa position définitive dans le plan horizontal (voir Figure III-4). Ce procédé suppose bien évidemment l'existence d'un certain état de contrainte initial dans la zone traversée par l'obstacle cylindrique lors de son introduction dans le gel (voir Figure III-15). Cet état de contrainte initial dans cette zone est différent de celui existant dans le reste du gel.

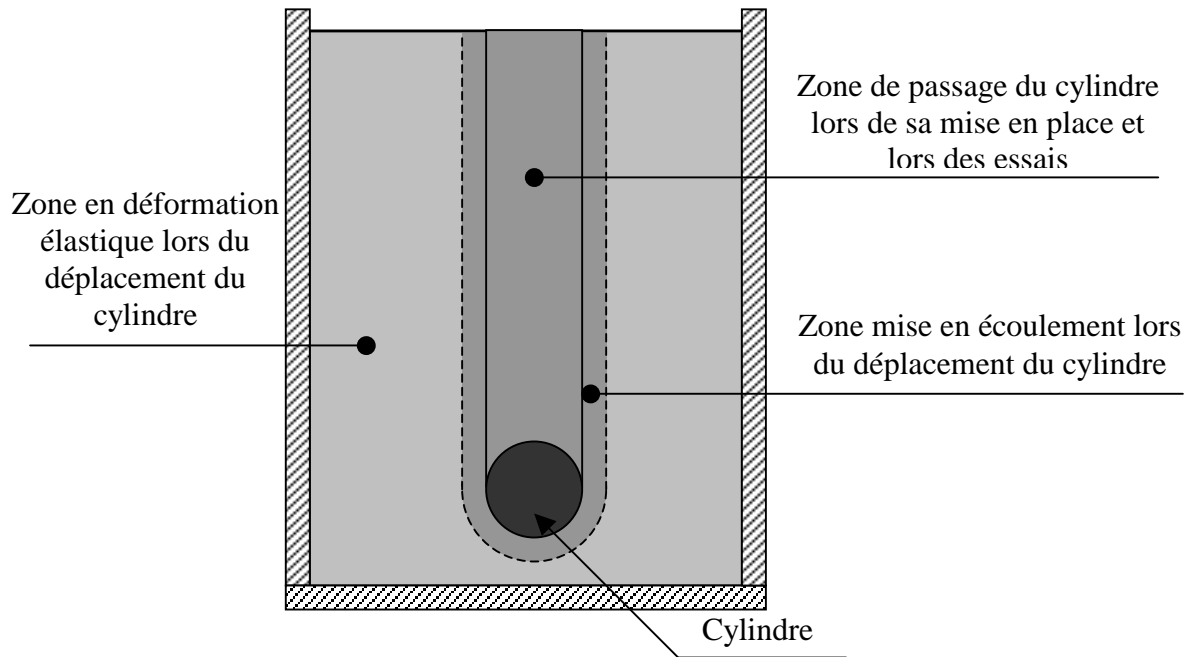


Figure III-15 : Zone de passage du cylindre lors de son introduction dans le gel. Introduction dans cette zone d'un état de contrainte différent du reste du domaine d'écoulement.

### III.5.2. Résultats

#### III.5.2.1. Champ global

La Figure III-16 présente le champ de vitesse global obtenu pour une vitesse de déplacement du réservoir de  $2 \times 10^{-6} \text{ m.s}^{-1}$ , c'est à dire pour un nombre d'Oldroyd  $Od=32.78$ . Signalons que pour avoir le maximum de champ, l'amont et l'aval de l'écoulement n'ont pas été pris sur une même image. Cependant, ces deux images ont été enregistrées pendant le même essai.

Comparée à la Figure III-2 qui présente les résultats numériques obtenus par utilisation du modèle viscoplastique de Herschel-Bulkley pour  $Od=30$ , nous observons une dissymétrie entre l'écoulement amont et l'écoulement aval.

En amont du cylindre et sur une distance d'environ  $d/2$  (en partant de la paroi du cylindre), il existe une zone où les vitesses sont beaucoup plus petites comparées à l'ensemble du domaine. Ceci n'est pas le cas de l'écoulement en aval du cylindre. La nature élastoviscoplastique rhéofluidifiante du gel utilisé engendre donc une dissymétrie entre l'écoulement amont et l'écoulement aval.

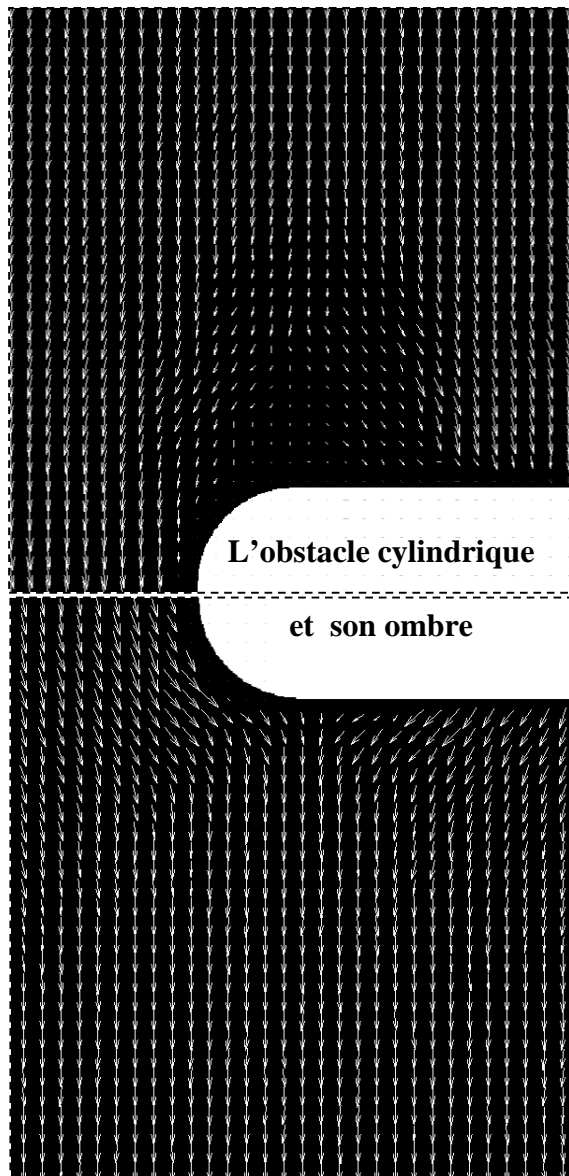


Figure III-16 : Champ de vitesse pour  $Od=32.78$ .

La Figure III-17 présente pour  $Od=20$ , les profils des vitesses adimensionnelles  $V_y/U$  sur l'axe d'écoulement  $x=0$ . La dissymétrie observée sur la Figure III-16 entre l'amont et l'aval du cylindre  $y$  est confirmée. Les résultats numériques correspondant sont ajoutés en guise de comparaison. Dans la zone à faibles vitesses observée en amont de l'écoulement, nous obtenons des valeurs négatives sur le profil de vitesse. Ceci montre l'existence d'un écoulement inversé en amont du cylindre. Comparé au cas numérique, la vitesse  $U$  loin du cylindre (vitesse de déplacement du réservoir) est atteinte plus lentement. Ceci n'est pas le cas de l'écoulement en aval du cylindre où nous observons peu de différence entre les résultats expérimentaux et numériques.



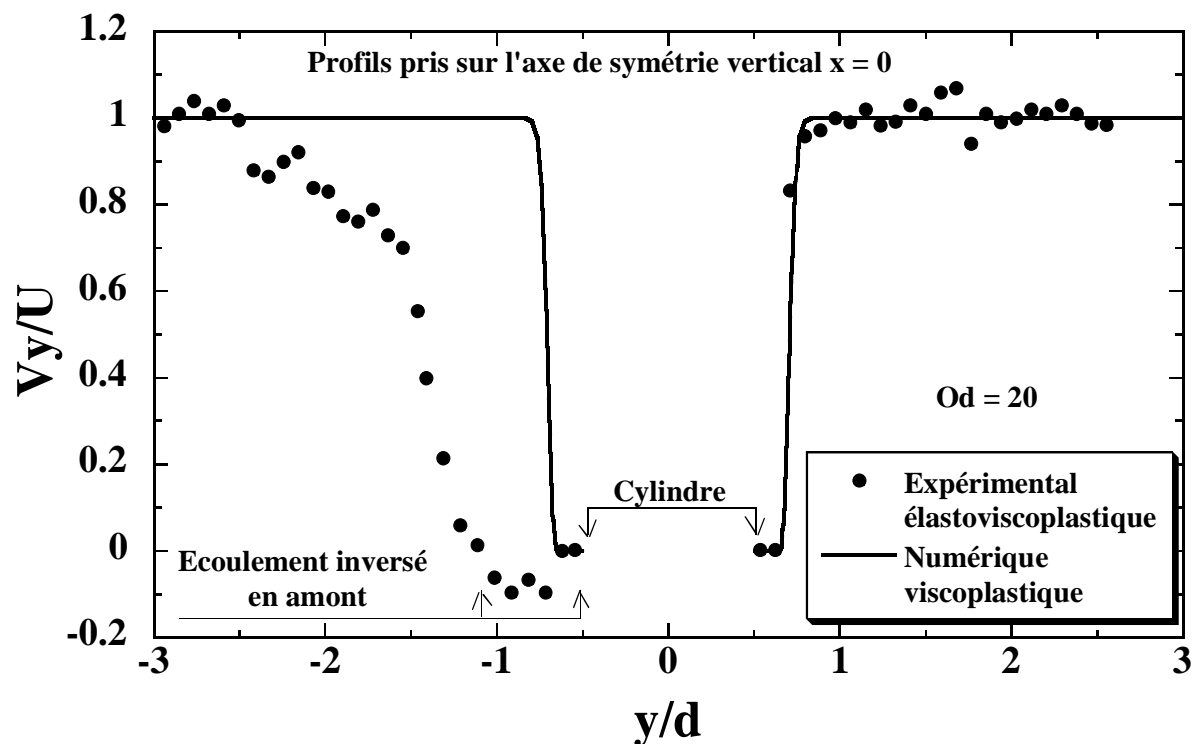


Figure III-17 : Profils de vitesse adimensionnelle  $V_y/U$  sur l'axe de symétrie  $x=0$  (axe d'écoulement). Cas de  $Od=20$ . Cas expérimental élastoviscoplastique et numérique viscoplastique.

La Figure III-18 présente pour  $Od=20$ , les profils des vitesses adimensionnelles  $V_y/U$  sur l'axe  $y=0$ . La différence observée sur les valeurs maximales montre que les vitesses de déformation sont plus faibles dans le domaine d'écoulement du gel élastoviscoplastique que dans celui du fluide viscoplastique. De plus, la vitesse de déplacement du réservoir est atteinte plus loin dans le cas du gel comparé au cas viscoplastique. Nous pouvons conclure avec les observations de la Figure III-17 que la zone fluide est plus étendue dans le cas élastoviscoplastique que dans le cas viscoplastique.

### III.5.2.2. Champ proche

Les Figures III-19 et III-20 présentent respectivement pour  $Od=20$ , les zooms sur l'amont et l'aval du cylindre. En amont du cylindre, nous observons une zone de recirculation qui vient confirmer l'inversion d'écoulement sur l'axe  $x=0$  obtenue sur le profil de vitesse adimensionnelle  $V_y/U$  sur la Figure III-17. En aval par contre, aucune recirculation n'est à

observer. La Figure III-21 présente une vue agrandie du domaine d'écoulement très proche du cylindre pour  $Od=25.54$ .

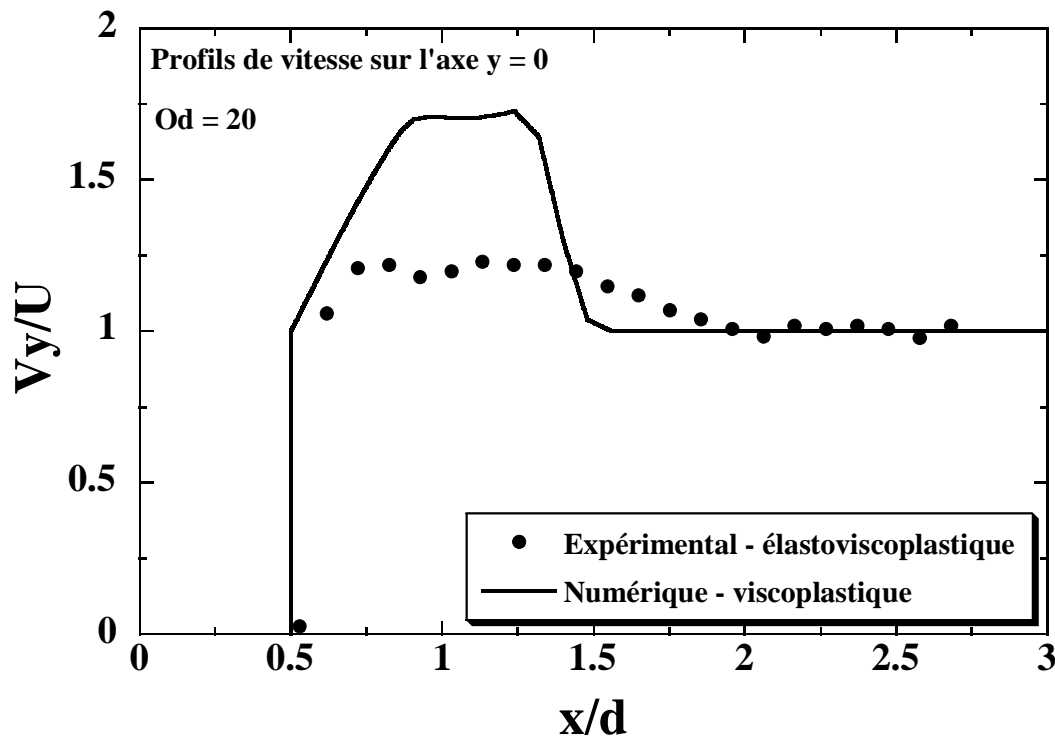


Figure III-18 : Profils de vitesse adimensionnelle  $V_y/U$  sur l'axe  $y=0$  (équateur du cylindre). Cas de  $Od=20$ . Cas expérimental élastoviscoplastique et numérique viscoplastique.

Nous observons en aval du cylindre, une forme triangulaire collée au cylindre au point d'arrêt et qui ressemble bien aux zones rigides statiques identifiées numériquement (Cf. Chapitre I et Figure III-1). Signalons que durant toute l'expérimentation, cette formation n'a jamais été observée en amont de l'écoulement, tout au moins pour les nombres d'Oldroyd étudiés. Nous avons là encore une preuve la confirmation de l'existence de dissymétrie dans le domaine d'écoulement entre l'amont et l'aval du cylindre. La présence de l'écoulement inversé en amont du cylindre ne peut en effet pas permettre l'existence d'une zone rigide à cet endroit.

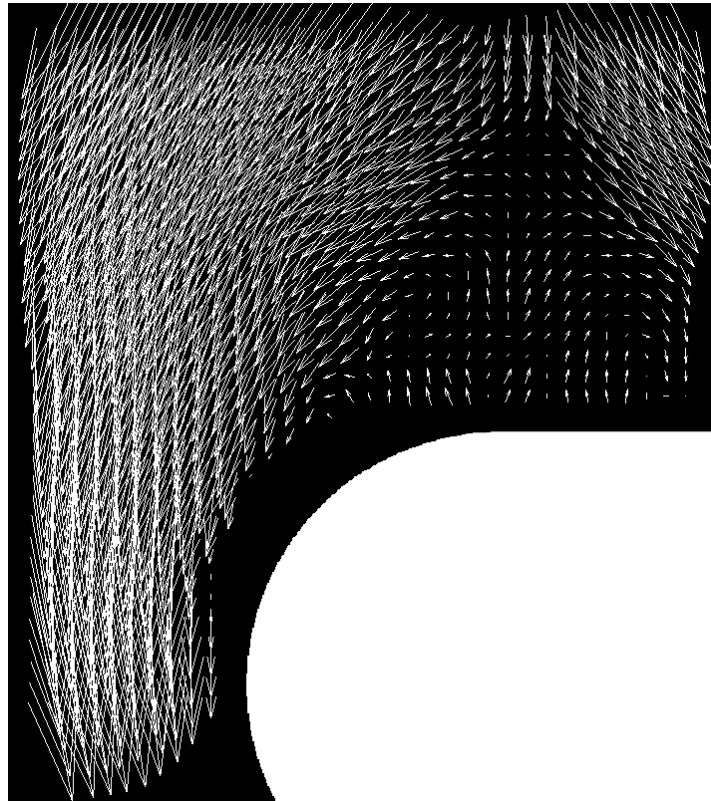


Figure III-19 : Champ de vitesse pour  $Od=20$ . Zoom sur la partie amont du cylindre. Mise en évidence de la présence d'une zone de recirculation.

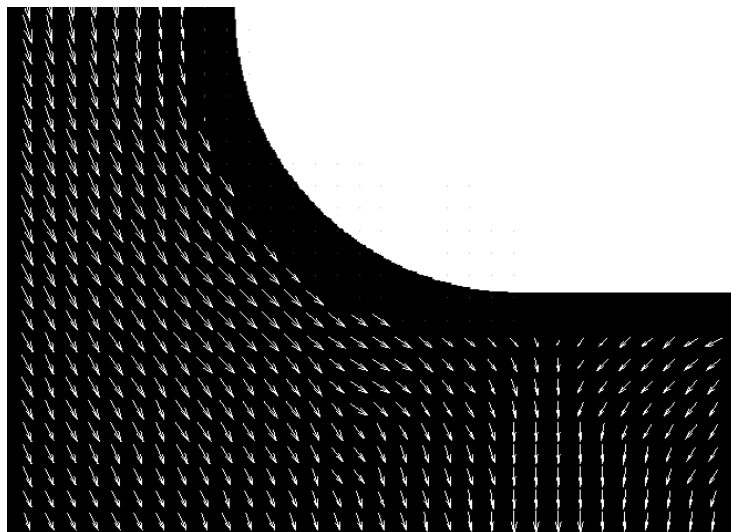


Figure III-20 : Champ de vitesse pour  $Od=20$ . Zoom sur la partie aval du cylindre.

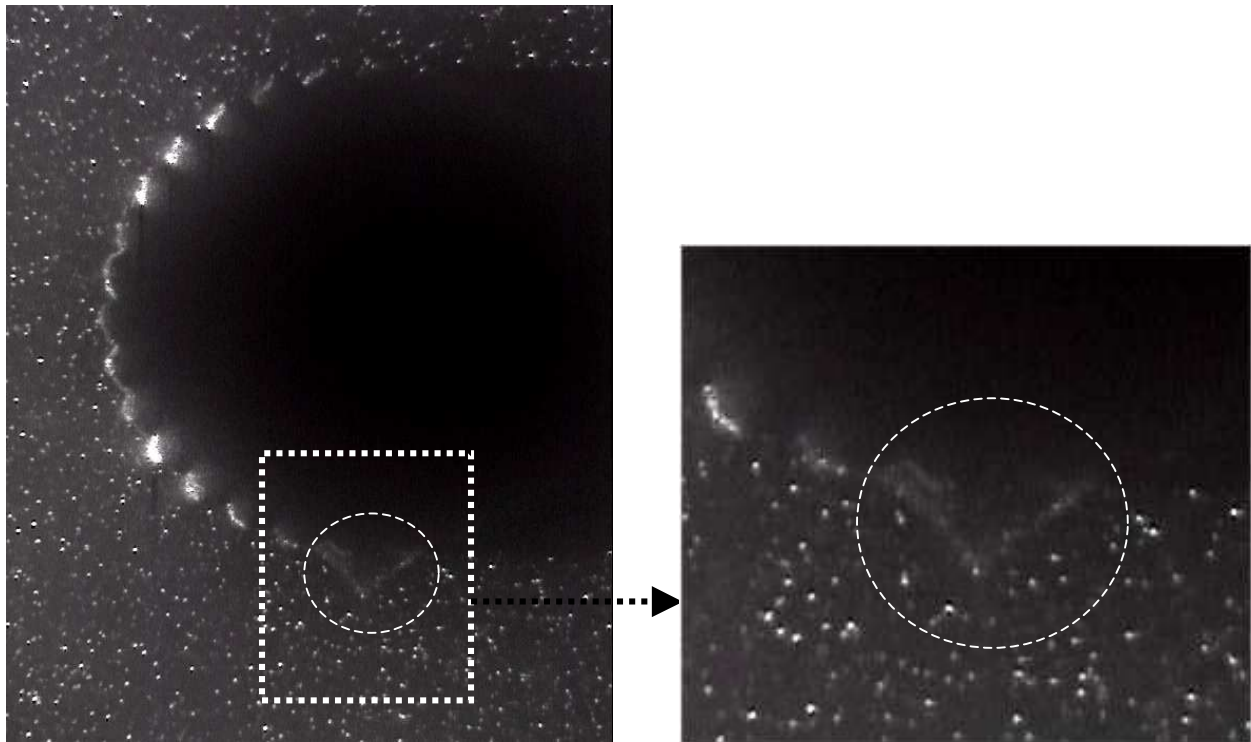


Figure III-21 : Domaine d'écoulement autour du cylindre. Observation d'une dissymétrie entre l'amont et l'aval du cylindre de l'écoulement par la présence seulement en aval d'une zone rigide statique. Cas de  $Od=25.54$ .

### III.5.2.3. Coefficient de traînée

La Figure III-22 présente les évolutions du coefficient de traînée obtenu expérimentalement et numériquement avec le modèle viscoplastique de Herschel-Bulkley. Nous observons des évolutions similaires c'est-à-dire une diminution de la traînée en fonction du nombre d'Oldroyd. Cependant, les valeurs obtenues numériquement sont inférieures à celles obtenues expérimentalement. Cet écart diminue avec l'augmentation de  $Od$ . Le comportement asymptotique pour  $Od$  grand est obtenu très tôt pour le cas viscoplastique. Le caractère élastoviscoplastique rhéofluidifiant du gel semble diminuer les effets de viscoplasticité.

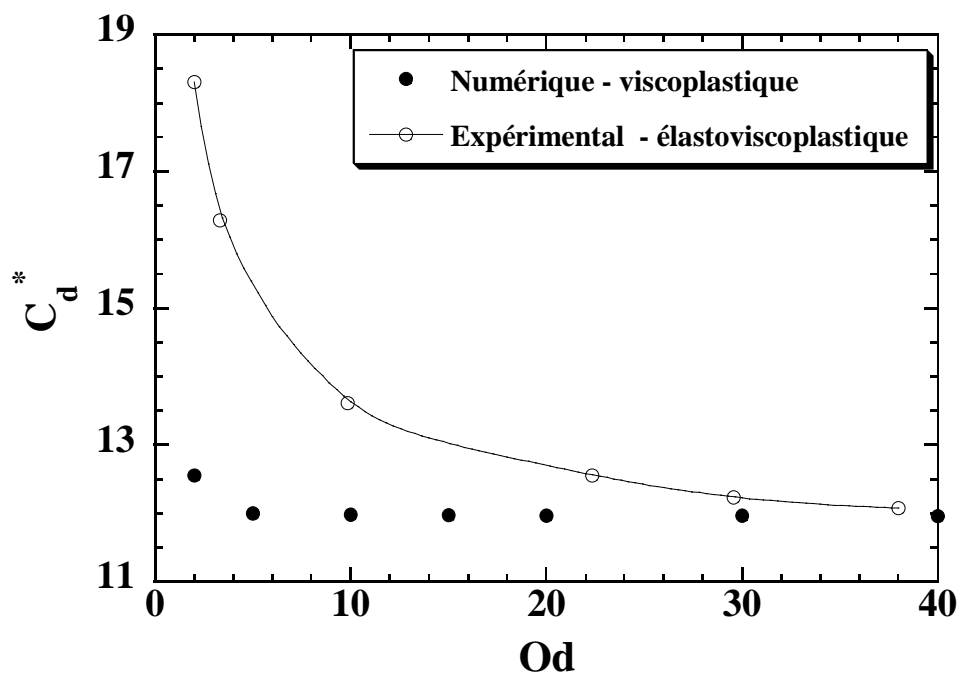


Figure III-22 : Evolution du coefficient de traînée sur le cylindre en fonction de  $Od$ . Cas expérimental (symboles blancs) et numérique (symboles noirs). Le cas numérique correspond au modèle viscoplastique de Herschel-Bulkley avec régularisation de Papanastasiou pour un paramètre de régularisation  $m=10^4$ .

### III.5.3. Discussion

Les observations expérimentales et notamment la présence de dissymétrie entre l'amont et l'écoulement aval du cylindre montre que le fluide n'est pas viscoplastique. Cette dissymétrie pourrait provenir de la part viscoélastique du gel.

Cependant, la notion de viscoélasticité sous-entend des phénomènes de relaxation, de contraintes normales voire élongationnelles. Une analyse approfondie des caractérisations rhéométriques et des conditions expérimentales s'avère donc nécessaire pour apporter une explication plus concrète à l'existence de la recirculation observée en amont du cylindre.

Dans les études réalisées sur les écoulements lents des fluides viscoélastiques autour d'obstacles, de nombreux auteurs ont observé des phénomènes assez curieux dans les environs immédiats des obstacles et notamment aux points d'arrêt. Il s'agit principalement d'« extension de sillage » et/ou de « sillage négatif » au point d'arrêt aval de l'écoulement. Parmi ces auteurs, nous citerons Sigli et al. (1977) ; Hassager (1979) ; Bush (1994) ; Arigo et al. (1995 et 1998) ; Chilcott et al. (1988) ; Harlen (2002) ; etc. La première remarque que

nous pouvons faire après exploration de tous ces travaux est le manque d'identification correcte de l'origine de ces phénomènes et l'existence de certaines contradictions dans leur condition d'apparition.

Parmi les causes probables de l'apparition de ces phénomènes, nous retiendrons la compétition entre des forces élongationnelles et une autre force. Les forces élongationnelles seraient à la base de l'extension de sillage et l'autre force à la base de l'apparition du sillage négatif. Harlen (2002) trouve, dans le cas d'une sphère en sédimentation dans un fluide viscoélastique, que cette autre force à l'origine du sillage négatif proviendrait de la relaxation aval des contraintes de cisaillement dans le voisinage immédiat de la sphère.

Notons que pour une sphère en sédimentation dans du gel de Carbopol, Putz et al. (2008) ont identifié en aval du cylindre, un sillage négatif qu'ils ont associé à la relaxation de contraintes de cisaillement qu'avait préconisé Harlen (2002). Toutefois, et nous l'avions mentionné dans l'introduction de ce chapitre, le nombre d'Oldroyd maximal utilisé par ces auteurs ( $Od_{max}=0.25$ ) dans leur étude est faible par rapport aux nombres d'Oldroyd explorés dans la présente étude ( $Od=20$  à  $Od=32$ ).

Par ailleurs, en étudiant l'origine du sillage négatif dans un fluide viscoélastique du second ordre, Joseph et al. (1995) ont montré que le sillage négatif en aval proviendrait des effets de contraintes normales. Dans cette même étude, ces auteurs ont aussi montré que ces mêmes contraintes normales engendreraient également un écoulement inversé en amont de l'obstacle.

Revenons maintenant à la caractérisation rhéométrique effectuée à la Section III-4. Nous avons montré que le module élastique dans le gel de Carbopol est du même ordre de grandeur en dessous et au-delà de la contrainte seuil. Le module élastique est d'environ 450 Pa en dessous de la contrainte seuil et en moyenne 495 Pa au-delà de la contrainte seuil (contrainte d'écoulement comprise entre 140 Pa et 240 Pa). Les résultats expérimentaux présentés correspondent à des vitesses de déplacement du réservoir de  $2 \times 10^{-6} \text{ m.s}^{-1}$  à  $8 \times 10^{-6} \text{ m.s}^{-1}$ . Ceci équivaut à des temps caractéristiques de l'expérimentation de 862.5 s à 3450s. Sous écoulement, le nombre de Weissenberg (Cf. Eqs. III-5 et III-6) varie donc entre  $2.8 \times 10^{-6}$  et  $6.9 \times 10^{-7}$ . Nous pouvons donc conclure dans le cas de la présente étude que, la relaxation élastique du matériau n'est pas la cause de la recirculation amont origine de la dissymétrie observée entre l'amont et l'aval du cylindre.

Magnin et Piau (1992) ont déterminé, pour 1% de Carbopol 940, l'évolution de la première différence de contrainte normale en fonction de la vitesse de cisaillement. Ces auteurs montrent que, pour  $\dot{\gamma}$  compris entre  $10^{-5}$  et  $10 \text{ s}^{-1}$ , la première différence de contrainte normale est supérieure à la contrainte de cisaillement et évolue de la même manière qu'elle en fonction de la vitesse de cisaillement. Dans ce contexte, l'origine de cette inversion d'écoulement pourrait bien provenir des contraintes normales.

Précisons que l'aspect élongationnel n'a pas été abordé dans cette étude. Il faudra alors préciser les effets de l'élongation et apporter des informations sur l'état de contrainte initial ou résiduel dans le gel.

### III.6. Conclusion

Ce chapitre présente l'étude expérimentale de l'écoulement très lent d'un fluide à seuil de contrainte autour d'un cylindre circulaire. Le domaine des grands nombres d'Oldroyd, où les effets de plasticité sont significatifs, a été abordé. Par vélocimétrie par image de particules, le champ global et plus particulièrement le champ très proche du cylindre ont été examinés. Comparé aux résultats numériques obtenus à partir du modèle viscoplastique de Herschel-Bulkley, nous avons identifié une dissymétrie entre l'écoulement amont et l'écoulement aval. Cette dissymétrie se caractérise par l'existence d'une zone de recirculation au point d'arrêt amont du cylindre et d'une zone rigide statique collée seulement au point d'arrêt aval du cylindre. Une caractérisation rhéométrique détaillée du gel élastoviscoplastique a permis de démontrer que les contraintes normales pourraient être à l'origine de la formation de cette recirculation. Nous avons aussi montré que le cisaillement est globalement moins marqué et que la zone cisailée est plus étendue dans le cas expérimental élastoviscoplastique comparé au cas viscoplastique. Des mesures de traînée ont aussi montré que le comportement asymptotique du gel est atteint plus lentement comparé au cas viscoplastique.

Cette étude devra être complétée par une analyse du comportement élongationnel du gel et l'état de contrainte initial ou résiduel dans le gel.

### III.7. Annexe

Le modèle viscoélastique de Maxwell (Figure III-23) est donné par la relation :

$$G_{(t)} = g e^{-\frac{t}{\lambda}}, \quad (\text{III-8})$$

avec  $G$  le module de cisaillement,  $g$  le module élastique du matériau,  $\lambda$  son temps de relaxation et  $\eta = g\lambda$  sa viscosité.

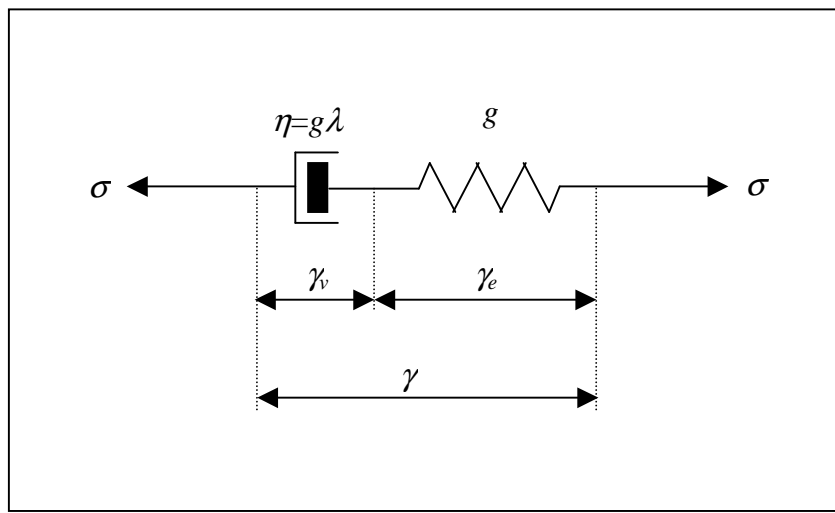


Figure III-23 : Modèle viscoélastique linéaire 1-D de Maxwell.

Par analogie mécanique, nous avons :

$$\begin{aligned} \gamma &= \gamma_e + \gamma_v \\ \dot{\gamma} &= \dot{\gamma}_e + \dot{\gamma}_v \\ \dot{\gamma} &= \frac{\dot{\sigma}}{g} + \frac{\sigma}{\eta} \end{aligned} \quad (\text{III-9})$$

Les indices « e » et « v » se rapportent respectivement aux comportements élastique et visqueux.

En essais dynamiques, les modules élastique et visqueux sont définis en fonction de la fréquence d'oscillation par (voir Figure III-24) :

$$\begin{aligned} G' &= g \frac{(\lambda\omega)^2}{1 + (\lambda\omega)^2} \\ G'' &= g \frac{(\lambda\omega)}{1 + (\lambda\omega)^2} \end{aligned} \quad (\text{III-10})$$



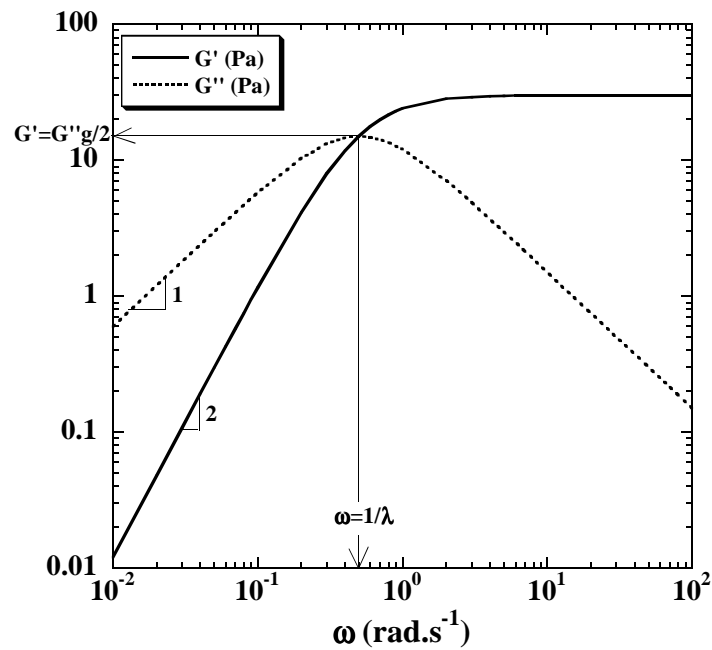


Figure III-24 : Evolution de  $G'$  et  $G''$  en fonction de  $\omega$  pour un modèle viscoélastique linéaire 1D de Maxwell.

Aux faibles fréquences d'oscillation, les pentes de  $G'$  et de  $G''$  sont respectivement de 2 et 1. Au point de croisement des deux courbes,  $G' = G'' = g/2$  et  $\omega = 1/\lambda$ . En connaissant les évolutions de  $G'$  et  $G''$  en fonction de  $\omega$ , nous pouvons donc remonter aux caractéristiques du matériau en régime continu.

## Chapitre IV

### *Écoulement inertiel 2D d'un fluide à seuil de contrainte autour d'un cylindre circulaire dans une cuve tournante : Etudes expérimentale et numérique.*

#### Sommaire

---

<i>Résumé</i>	121
<i>IV.1. Introduction</i>	123
<i>IV.2. Etude expérimentale</i>	125
<i>IV.2.1. Matériels et Méthodes</i>	126
<i>IV.2.1.1. Dispositif expérimental</i>	126
<i>IV.2.1.2. Rhéométrie</i>	128
<i>IV.2.2. Résultats expérimentaux</i>	130
<i>IV.2.2.1. Cas du fluide newtonien</i>	130
<i>IV.2.2.2. Cas des fluides à seuil de contrainte</i>	135
<i>IV.3. Simulation numérique</i>	141
<i>IV.3.1. Formulation du problème et méthode de résolution</i>	141
<i>IV.3.2. Résultats</i>	143
<i>IV.3.2.1. Cas newtonien</i>	143
<i>IV.3.2.2. Effets de la plasticité et de la rhéofluidification.</i>	146
<i>IV.4. Discussion</i>	149



## Résumé

L'écoulement inertiel d'un fluide à seuil de contrainte autour d'un obstacle cylindrique dans une cuve tournante a été étudié. Le fluide à seuil de contrainte utilisé est un gel de Carbopol à comportement élastoviscoplastique rhéofluidifiant. Comparé au cas newtonien, il a été montré expérimentalement que la nature élastoviscoplastique du gel a pour effet de retarder l'apparition du régime laminaire stationnaire avec décollement de lignes de courant ainsi que celui avec détachement de tourbillons. Après l'apparition d'un premier tourbillon due au décollement des lignes de courant, un deuxième tourbillon, non collé au cylindre, naît dans le cas élastoviscoplastique rhéofluidifiant. Des investigations numériques, complétées des résultats disponibles dans la littérature, ont permis de montrer que la plasticité serait la principale cause des retardements dans les transitions entre régimes d'écoulement. La rhéofluidification, combinée à l'inertie, est à l'origine de l'apparition du deuxième tourbillon.

**Mots clés :** Fluide à seuil de contrainte, Viscoplasticité, Elastoviscoplasticité, Cylindre circulaire, Instabilités inertielles, Recirculation, Détachement de tourbillons.



## IV.1. Introduction

L'étude de l'écoulement inertiel autour d'un obstacle cylindrique est un problème classique de la mécanique des fluides. Dans le cas newtonien, les études autant numériques qu'expérimentales sont très nombreuses. Pour ce qui est des fluides à seuil de contrainte, à notre connaissance, il ne semble exister aucune étude. C'est dans ce contexte que nous aborderons dans ce chapitre, expérimentalement et numériquement, l'étude de l'écoulement inertiel d'un fluide à seuil de contrainte autour d'un cylindre circulaire dans une cuve tournante.

Différents régimes d'écoulement régissent les instabilités inertielles autour d'un cylindre dans un écoulement uniforme de fluide newtonien (Figure IV-1). En fonction du nombre de Reynolds, on distingue :

- le régime laminaire sans séparation ou régime rampant pour  $Re \leq 5-6$  (voir Figure IV-1 *a*),
- le régime laminaire stationnaire avec décollement de lignes de courant et formation de deux tourbillons symétriques pour  $5-6 < Re < 49$  (voir Figure IV-1 *b*),
- le régime laminaire instationnaire périodique avec détachement de tourbillons pour  $Re = 49$  à  $Re \approx 140-194$  (voir Figure IV-1 *c*),
- le régime de transition à sillage 3-D de  $Re \approx 190$  à  $Re \approx 260$ ,
- le régime de transition de couche limite de  $Re \approx 10^3$  à  $Re \approx 2 \times 10^5$  (Voir Figure IV-1 *d*).

Pour plus de détails sur tous les différents régimes, voir Williamson (1996) et Zdravkovich (1997).

Contrairement à un écoulement uniforme (configuration modèle utilisée dans l'étude de sillage autour d'obstacles), l'une des conséquences de la non-uniformité de l'écoulement dans le système de la présente étude est la perturbation, à vitesse élevée, de l'écoulement amont par le sillage lointain (Cf. Wu et Sheridan (1997) pour plus d'information sur ce phénomène). Dans ce contexte, nous limiterons la présente étude au régime laminaire stationnaire et à la transition entre ce régime et le régime laminaire instationnaire avec détachement de tourbillons. Les vitesses dans ce régime sont en effet encore faibles pour que l'écoulement amont se trouve fondamentalement modifié par le sillage lointain.

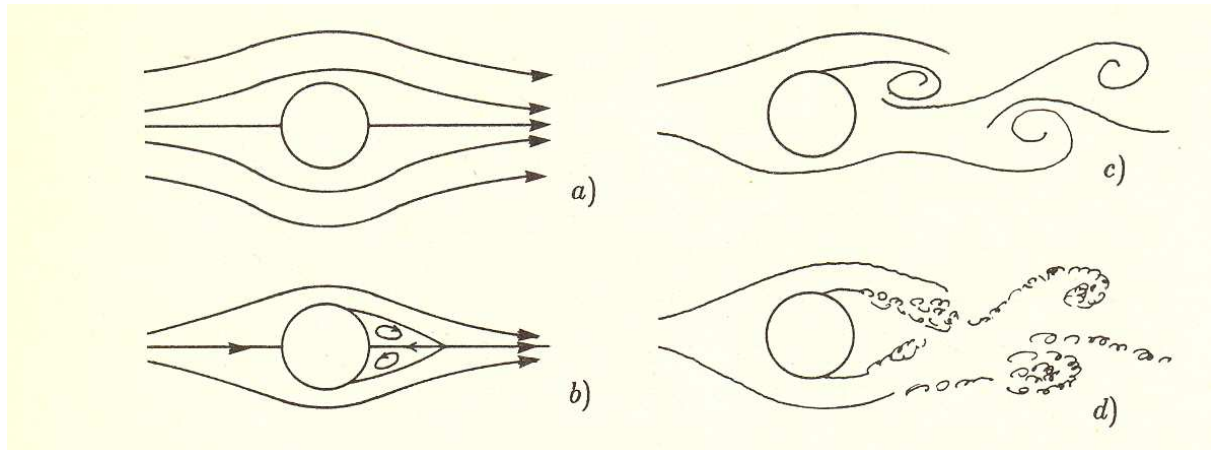


Figure IV-1 : Régimes d'écoulement autour d'un cylindre circulaire en fonction de  $Re$ . a)  $Re=10^{-2}$  écoulement rampant ; b)  $Re=20$  écoulement laminaire, stationnaire, décollement symétrique ; c)  $Re=10^2$  écoulement laminaire, instationnaire, allées de Von Karman ; d)  $Re=10^4$  Couche limite laminaire, sillage turbulent. Cette figure a été tirée de J. Cousteix, *Aérodynamique – Couche limite laminaire*. CEPADUES Editions 1988.

De par la nature élastoviscoplastique rhéofluidifiant du fluide expérimental (gel de Carbopol) et des conditions d'écoulement où les temps caractéristiques de l'expérimentation sont très courts, l'apparition et le développement du sillage derrière le cylindre dépendront non seulement des effets d'inertie et de viscosité mais aussi des effets de plasticité, de rhéofluidification et voire d'élasticité. Dans le but d'identifier l'influence séparée de ces propriétés sur le sillage derrière le cylindre, cette étude sera réalisée en deux parties.

La première partie sera consacrée à l'étude expérimentale de l'écoulement inertiel 2-D dans une cuve tournante. Elle se fera par visualisation des lignes de courant instantanées. Les résultats, comparés à une étude préalable sur le cas d'un fluide newtonien dans les mêmes conditions expérimentales, permettront de montrer l'effet global du comportement élastoviscoplastique rhéofluidifiant du gel sur le sillage derrière le cylindre. L'évolution de la zone de recirculation, son apparition et son développement ainsi que l'évolution de la transition entre régime laminaire stationnaire et régime laminaire avec détachement de tourbillons seront donc déterminées en fonction de paramètres adimensionnels que nous préciserons plus loin.

Dans la deuxième partie, nous étudierons par simulation numérique par éléments finis le cas d'un fluide newtonien et d'un fluide viscoplastique rhéofluidifiant (fluide de Herschel-Bulkley). Le régime laminaire stationnaire sera examiné. Pour des raisons de validation, le cas

newtonien sera traité et l'évolution de la zone de recirculation ainsi que les données telles que la pression et la traînée totale sur le cylindre seront présentées en fonction du nombre de Reynolds. Nous identifierons alors les effets séparés de la plasticité et de la rhéofluidification sur le sillage derrière le cylindre. L'évolution de la zone de recirculation et les variations de la pression et de la traînée totale sur le cylindre seront alors présentées en fonction du nombre d'Oldroyd et de l'indice de rhéofluidification (exposant de la loi puissance).

Ces résultats, ajoutés à ceux de la littérature sur les effets de l'élasticité sur le sillage derrière un cylindre nous permettront d'apporter des explications plus détaillées sur les résultats obtenus dans la partie expérimentale.

## IV.2. Etude expérimentale

Le modèle utilisé habituellement pour caractériser les gels de Carbopol est le modèle viscoplastique déjà présenté à l'équation III-4 du Chapitre III et dont la loi constitutive est donnée par :

$$\begin{cases} \tau = 2 \left( K(2\dot{\gamma})^{n-1} + \frac{\tau_0}{2\dot{\gamma}} \right) \dot{\gamma} & \text{si } \tau > \tau_0 \\ \dot{\gamma} = 0 & \text{si } \tau \leq \tau_0 \end{cases} \quad (\text{IV-1})$$

Pour tenir compte de la vraie nature élastoviscoplastique rhéofluidifiante des gels utilisés, nous utiliserons le modèle utilisé par Piau (2002) et Piau et al. (2004) et déjà présenté dans le chapitre III à l'Eq. III-5. Il est donné par :

$$\begin{cases} \tau = 2 \left( K(2\dot{\gamma})^{n-1} + \frac{\tau_0}{2\dot{\gamma}} \right) \dot{\gamma} & \text{si } \tau > \tau_0 \\ \tau = 2G\gamma & \text{si } \tau \leq \tau_0 \end{cases} \quad (\text{IV-2})$$

La présente étude se rapportant au sillage derrière l'obstacle cylindrique, le diamètre  $d$  de l'obstacle sera pris comme échelle caractéristique des longueurs. La vitesse  $V'=R'\omega$  obtenue sur le rayon  $R'$  (Cf. Section IV.2.1.1. et Figure IV-2 pour plus de précision sur les caractéristiques géométriques du système) sera prise comme vitesse de référence.



Dans ces conditions, en tenant compte de l'inertie, le nombre de Reynolds généralisé et le nombre d'Oldroyd sont définis comme suit :

$$Re = \frac{\rho}{K} V'^{2-n} d^n, \quad (IV-3)$$

$$Od = \frac{\tau_0}{K \left( \frac{V'}{d} \right)^n}. \quad (IV-4)$$

Lorsque  $n=1$ , nous retrouvons soit le cas d'un fluide de Bingham avec un coefficient de consistance  $K$  soit le cas d'un fluide newtonien avec une viscosité dynamique  $\eta=K$ .

L'évaluation des effets élastiques de relaxation se fera comme dans le Chapitre III par l'utilisation du nombre adimensionnel de Weissenberg donné par :

$$We = \frac{\lambda}{\left( \frac{d}{V'} \right)} = \lambda \times \left( \frac{V'}{d} \right), \quad (IV-5)$$

avec  $\lambda = \left( \frac{K}{G'} \right)^{1/n}$  le temps de relaxation du gel et  $G'$  son module élastique.

## IV.2.1. Matériels et Méthodes

### IV.2.1.1. Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental utilisé est présenté sur la Figure IV-2. La hauteur  $H$  de la cuve en Plexiglas® est égale à 200 mm et sa section droite a un diamètre  $D=2R=200$  mm. L'obstacle cylindrique de longueur  $h=180$  mm et de diamètre  $d=12$  mm est situé sur le rayon  $R'=0.3D$ . Un petit espacement  $e=2$  mm est laissé entre l'extrémité inférieure de l'obstacle et le fond de la cuve. L'écoulement du fluide est assuré par la rotation de la cuve autour de son axe. Afin d'éviter les problèmes liés au glissement à la paroi de la cuve (Cf. Anne-Archard et al. (2007)), la paroi interne verticale de la cuve est tapissée de papier de verre lui conférant une rugosité d'environ 200  $\mu\text{m}$ . Une tranche horizontale de 4 mm a été faite pour laisser passer la nappe laser du système de visualisation. La position de la nappe a été déterminée de sorte que l'écoulement dans la zone de visualisation ne soit pas perturbé par les effets d'extrémité de l'obstacle cylindrique. Pour cela, la nappe laser a été disposée verticalement et

intercepte l'obstacle sur une génératrice en aval. Le sillage est alors filmé de profil, donc le long de l'obstacle. Nous avons alors déterminé l'endroit où l'écoulement est bien bidimensionnel. La Figure IV-3 présente la zone non-perturbée par les effets d'extrémités pour les valeurs limites  $Re=24.91$  et  $Re=40.48$  des nombres de Reynolds étudiés pour le cas newtonien. La position choisie est située à 65 mm du fond de la cuve et est utilisée pour toutes les expérimentations. La température du gel pendant les mesures est de  $23\pm 1^\circ\text{C}$ .

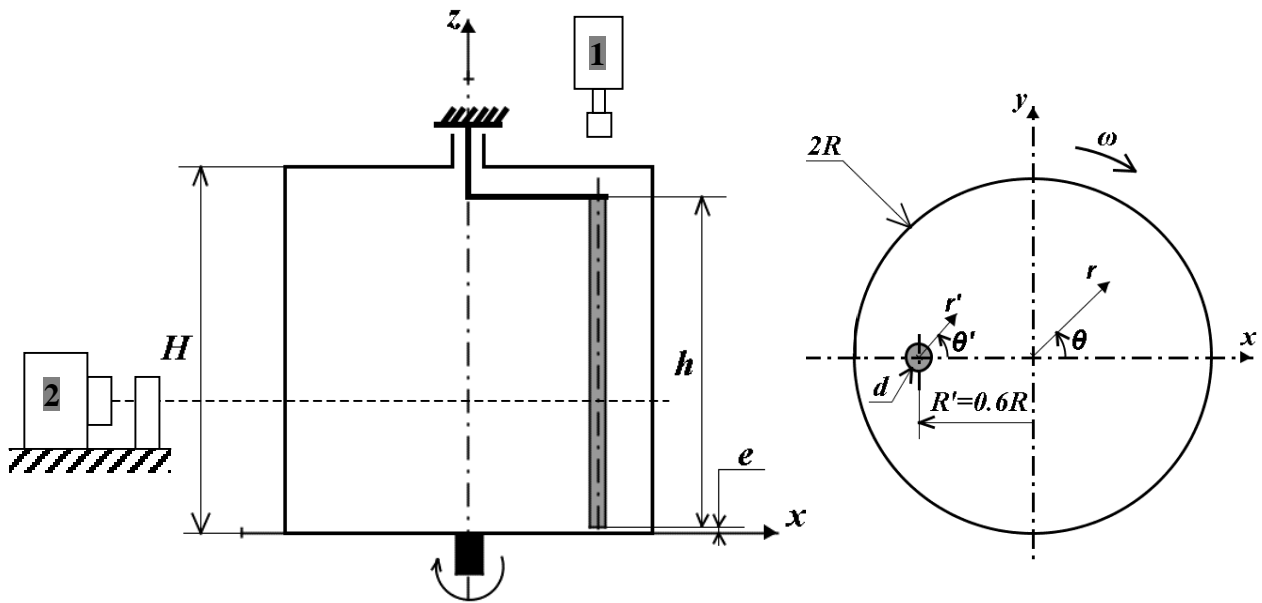


Figure IV-2 : Dispositif expérimental. 1 : Caméra ou Appareil photo ; 2 : Laser.

Le système de visualisation est composé d'un appareil photo numérique NIKON D200 et de la camera CCD de 25 images par seconde et du laser (Spectra Millénia II) utilisés dans le chapitre III (Voir Section III-2). Les fluides utilisés ont été ensemencés de billes de verres creuses argentées de diamètre  $20\ \mu\text{m}$  et qui servent de marqueurs. L'appareil photo (ou la caméra) est disposé parallèlement à l'axe de l'obstacle cylindrique et permet d'obtenir l'image du sillage derrière l'obstacle. En fonction de la vitesse de la rotation de la cuve, le réglage de la vitesse d'obturation de l'appareil photo permet l'obtention des lignes de courant instantanées.

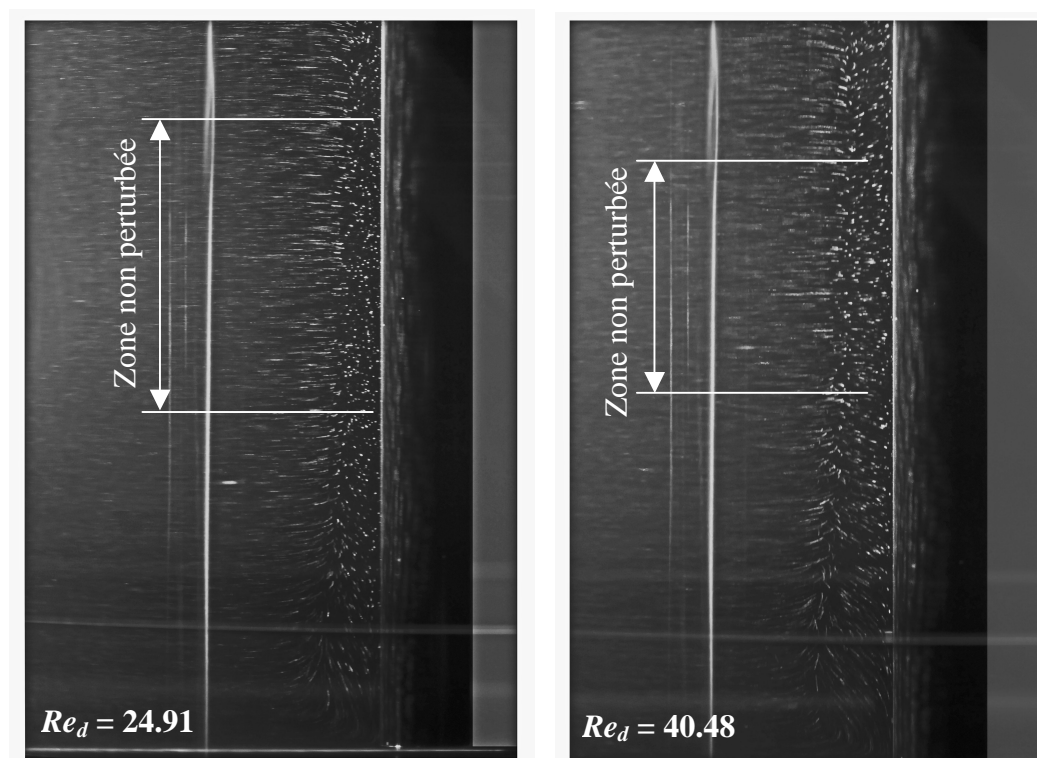


Figure IV-3 : Détermination de la position de la nappe laser. Identification de la zone non perturbée par les effets d'extrémités de l'obstacle cylindrique.

Il est par ailleurs connu que la rugosité, le rapport d'aspect du cylindre (rapport du diamètre  $d$  de l'obstacle cylindrique sur sa longueur  $h$ ), les conditions d'extrémité et l'effet de confinement affectent les transitions entre régimes d'écoulement sans toutefois modifier les évolutions (Williamson (1996)). Le dispositif expérimental et conditions les d'expérimentation sont les mêmes pour toutes les expérimentations. Le rapport d'aspect est égal ici à  $d/h=6.67\%$  et le rapport de confinement défini ici comme le diamètre  $d$  de l'obstacle cylindrique sur le rayon  $R$  de la cuve est égal à  $d/R=0.06$ . L'obstacle cylindrique en acier inoxydable a été peint en noir pour diminuer les effets de réflexion.

#### IV.2.1.2. Rhéométrie

Les caractérisations rhéologiques des fluides utilisés ont été réalisées comme dans le Chapitre III à l'aide du rhéomètre TA Instruments (AR-G2) de résolution angulaire de  $2.5 \times 10^{-8}$  rad et de résolution sur le couple de  $10^{-10}$  Nm. Les mêmes précautions concernant le contrôle et la limitation des phénomènes d'évaporation, de glissement et de fracture ont été

aussi prises. Les mesures en continu sont faites avec un outil cône-plan et les mesures en oscillation avec un outil plan-plan. Les mesures sur les échantillons de gel ont été faites à 23°C.

Le premier fluide utilisé et qui a servi de référence newtonienne est une solution de glucose de viscosité  $\eta=0.05$  Pa.s mesurée à 22°C. Précisons que pendant les expérimentations, les variations de température dans la solution de glucose sont prises en compte et la viscosité corrigée dans tous les calculs où elle intervient.

Deux gels A et B de Carbopol sont ensuite utilisées. Leurs courbes d'écoulement sont présentées sur la Figure IV-4 et les mesures en oscillation présentées sur les Figures IV-5 et IV-6. Le Tableau IV-1 récapitule les caractéristiques rhéologiques de ces deux gels.

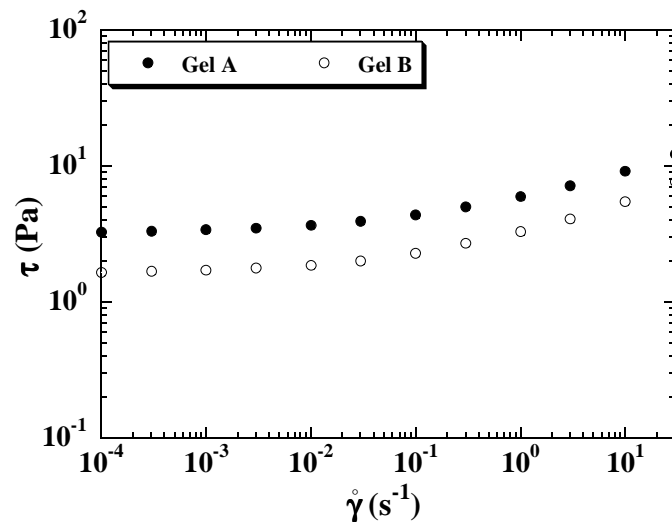


Figure IV-4 : Courbes d'écoulement des gels A et B utilisées.

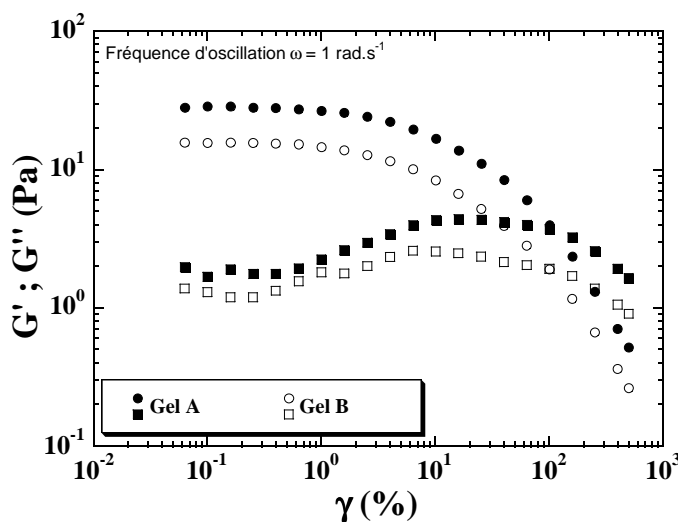


Figure IV-5 : Module élastique  $G'$  (symboles ronds) et module visqueux  $G''$  (symboles carrés) des gels A et B en fonction de la déformation pour une fréquence d'oscillation  $\omega=1\text{rad.s}^{-1}$ .

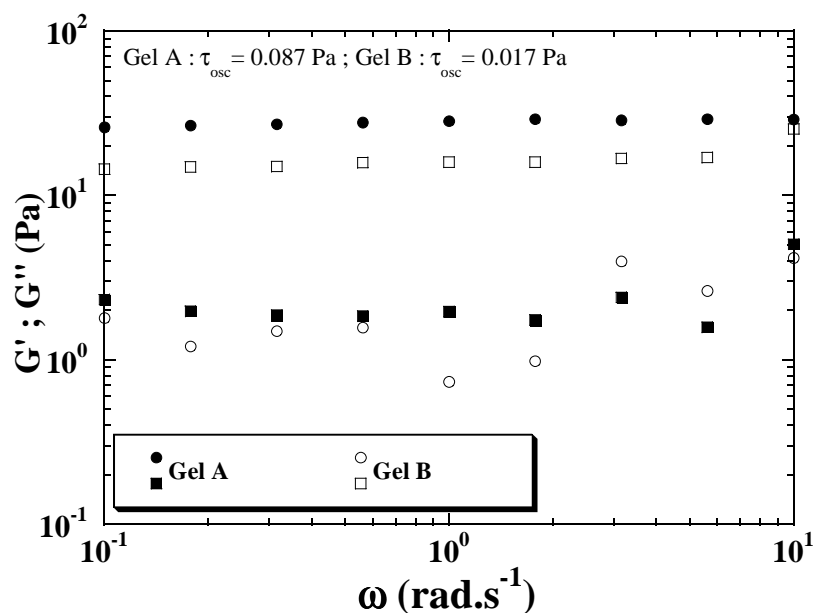


Figure IV-6 : Evolution du module élastique  $G'$  (symboles ronds) et du module visqueux ( $G''$ ) des gels A et B en fonction de la fréquence d'oscillation.

Caractéristiques rhéologiques	Contrainte seuil $\tau_0$ (Pa)	Consistance $K$ (Pa.s <sup>n</sup> )	Indice de rhéofluidification $n$	Module élastique $G$ (Pa)	Temps de relaxation $\lambda$ (s)
Gel A	3.17	2.73	0.35	25.88	0.0016
Gel B	1.6	1.65	0.38	14.39	0.0033

Tableau IV-1 : Caractéristiques rhéologiques des gels A et B.

## IV.2.2. Résultats expérimentaux

### IV.2.2.1. Cas du fluide newtonien

La Figure IV-7 présente, pour la solution newtonienne, l'évolution des lignes de courant instantanées en fonction du nombre de Reynolds  $Re$ . Elle nous renseigne sur la structure du sillage derrière le cylindre et son évolution dans le régime laminaire stationnaire c'est à dire avant le détachement des tourbillons. Les cas correspondant au sillage sans tourbillons ne sont pas présentés parce qu'ils correspondent à de faibles vitesses que le système de commande du moteur d'entraînement de la cuve ne permet pas de réguler.

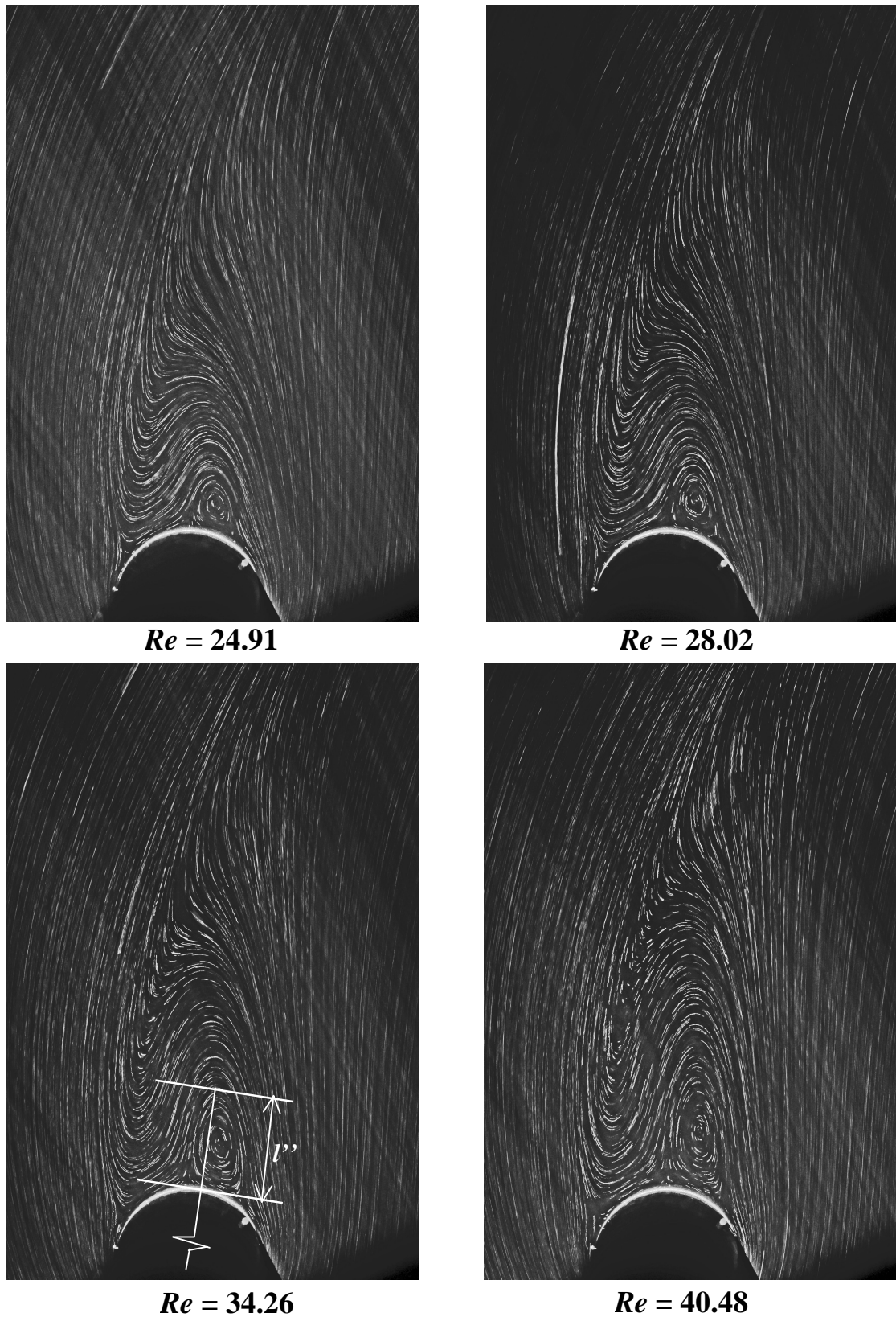


Figure IV-7 : Evolution en fonction du nombre de Reynolds du sillage derrière le cylindre avant la transition pour la solution de newtonienne.

La première remarque à faire concerne la conséquence de la non-uniformité de l'écoulement. Pour le rayon  $R'=0.3D$  sur lequel se situe l'obstacle cylindrique, cette conséquence se traduit par l'existence d'un seul tourbillon dans la zone de recirculation. Ce tourbillon est localisé du côté du cylindre le plus près du centre de la cuve. Les particules fluides venant de l'amont de l'écoulement contournent entièrement le tourbillon, passent du côté du cylindre le plus près de la paroi de la cuve et sont ensuite entraînées par l'écoulement qui y est plus rapide.

L'évolution en fonction de  $Re$  de la taille de la zone de recirculation contenant le tourbillon est semblable à celle obtenue dans le cas d'un écoulement uniforme. La taille de la zone de recirculation augmente en effet lorsque le nombre de Reynolds augmente. La transition entre régime laminaire stationnaire et régime laminaire avec détachement de tourbillon s'obtient au nombre de Reynolds critique  $Re_{c-3}\approx 43$ . Entre  $Re=40.48$  et  $Re\approx 43$ , le sillage commence à subir des oscillations mais sans aucun détachement de tourbillons. Nos résultats sont proches des prévisions disponibles dans la littérature sur les écoulements uniformes et pour lesquels le nombre de Reynolds critique est d'environ 49 (Williamson (1996)).

Au-delà du nombre de Reynolds critique, l'évolution du sillage derrière le cylindre est présentée en fonction du temps sur les Figures IV-8 (a) et (b) respectivement pour  $Re=44.98$  et  $Re=68.18$ . Bien qu'en dessous du nombre de Reynolds critique nous n'ayons observé qu'un seul tourbillon dans la zone de recirculation, sur les Figures IV-8 (a) et (b) nous observons bien le détachement alterné de deux tourbillons contra-rotatifs dû à l'oscillation du point de décollement (bifurcation de Hopf). Les positions occupées par ces points de décollement permettent en fait la formation de tourbillons des deux côtés de l'obstacle cylindrique. Toutefois, le tourbillon qui naît du côté du cylindre plus près de la paroi de la cuve se développe beaucoup plus que celui qui naît du côté du cylindre plus près du centre de la cuve. Pour les cas des nombres de Reynolds présentés, le détachement est encore périodique et les fréquences de détachement obtenues pour  $Re=45.54$  et  $Re=68.31$  sont respectivement de  $f=1.4$   $s^{-1}$  et  $f=2.18$   $s^{-1}$  soient des nombres de Strouhal  $Sr = \frac{fd}{V}$ , de 0.095 et de 0.099 respectivement. L'évolution est conforme au cas d'un écoulement uniforme c'est à dire que la fréquence de détachement des tourbillons et par conséquent le nombre de Strouhal augmentent lorsque le nombre de Reynolds augmente.

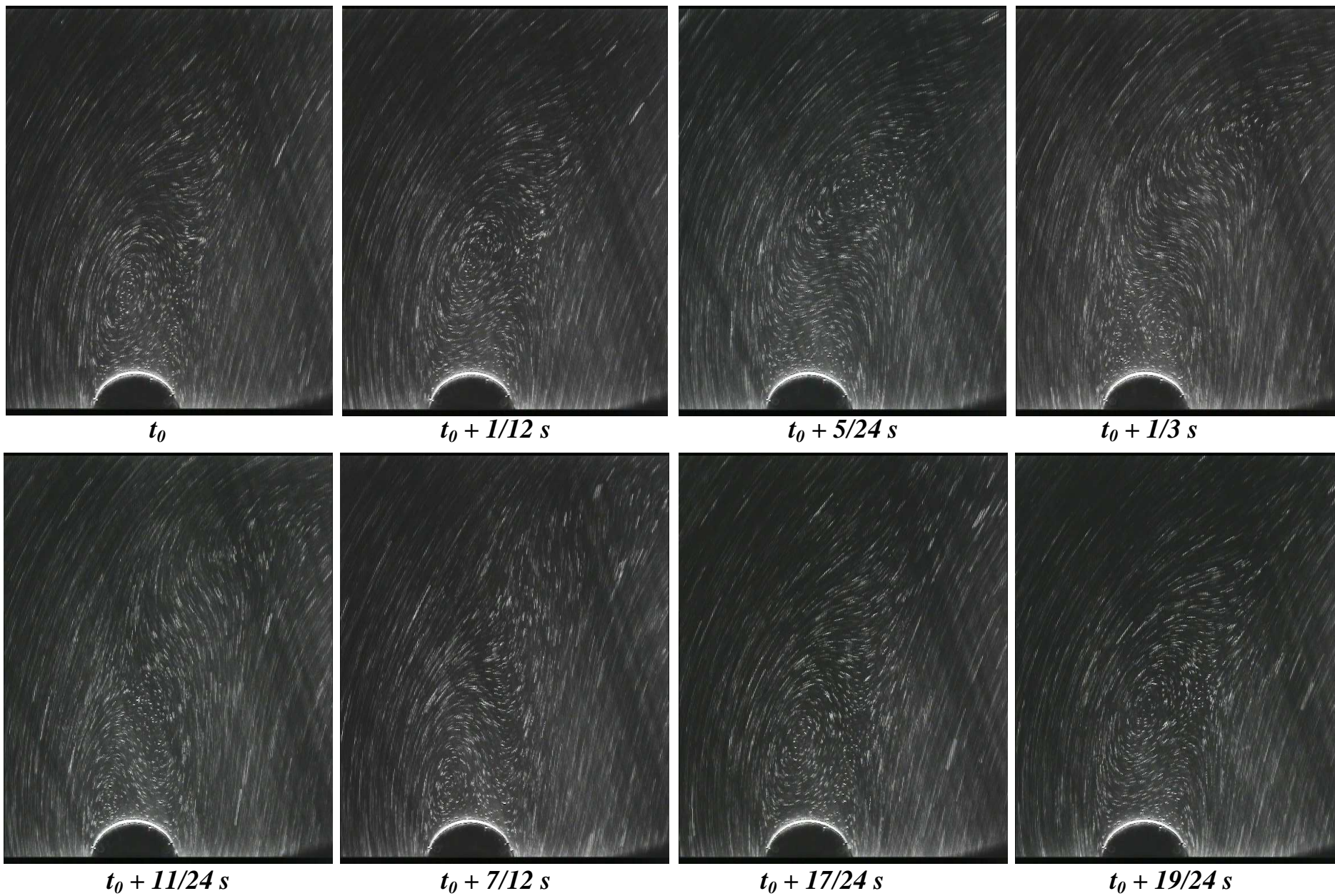
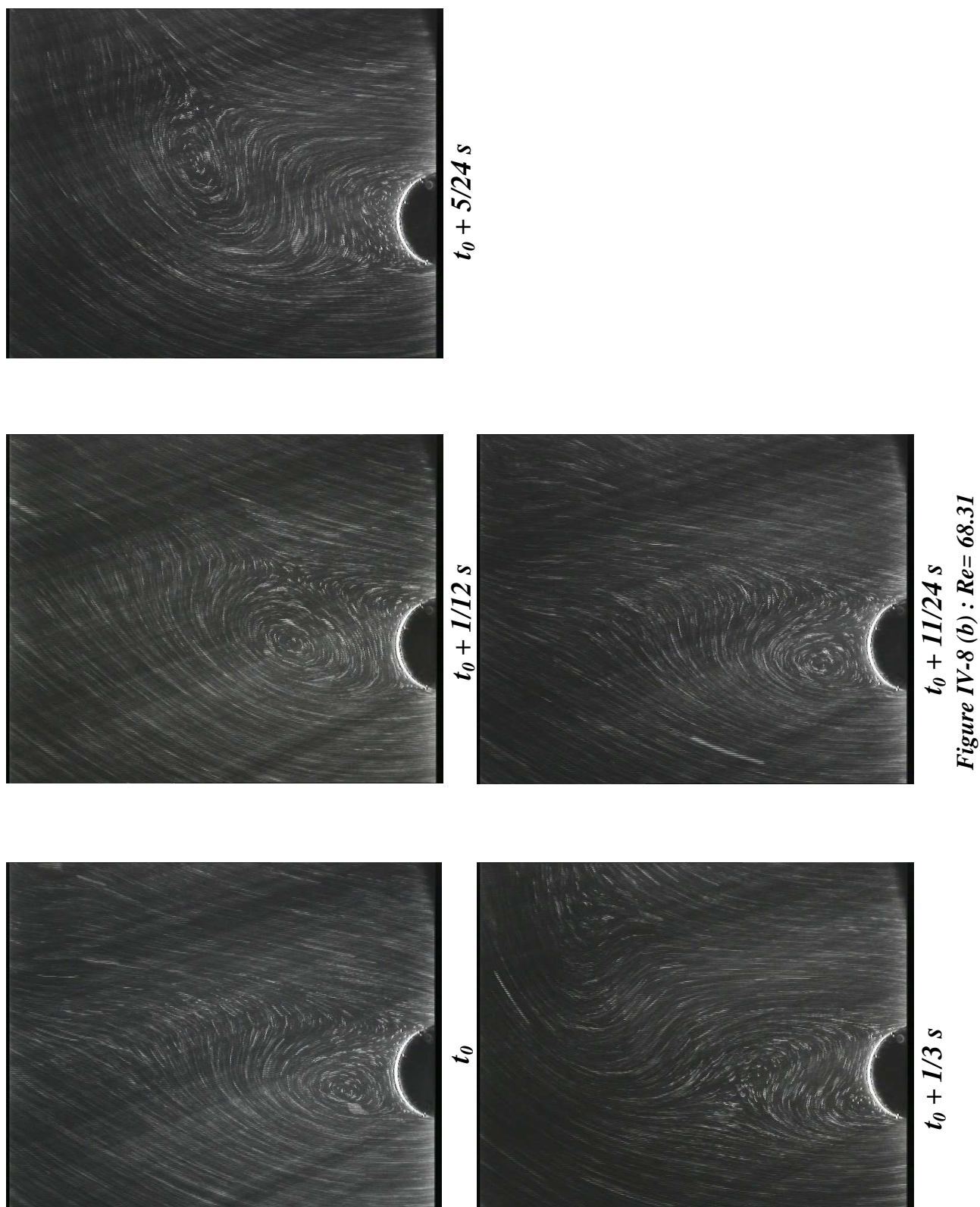


Figure IV-8 (a) :  $Re= 45.54$





*Figure IV-8 : Evolution du sillage derrière le cylindre en fonction du nombre de Reynolds et du temps après la transition pour le fluide newtonien. (a) :  $Re=45.54$  ; (b) :  $Re=68.31$ .*

#### IV.2.2.2. Cas des fluides à seuil de contrainte

L'évolution des lignes de courant instantanées dans le sillage du cylindre est présentée sur les Figures IV-9 à IV-12 en fonction de  $Re$ ,  $Od$  et  $We$  avant et juste après le détachement des tourbillons. Le cas du gel A correspond aux Figures IV-9 et IV10 et le cas du gel B correspond aux Figures IV-11 et IV12.

Pour le gel A, à  $Re=24.91$  (Fig. IV-9), nous observons la configuration du régime sans décollement de ligne de courant. Pour cette valeur de  $Re$ , pour le gel B (Fig. IV-11), le décollement est déjà présent. Le tourbillon principal apparaît pour le gel A vers  $Re_{c-1}=28.02$  et pour le gel B, il apparaît avant  $Re=24.91$ . La taille du tourbillon principal augmente lorsque  $Re$  augmente. Cette évolution est présentée sur la Figure IV-13. Bien au-delà des nombres de Reynolds où apparaît le tourbillon principal, nous observons pour les deux gels, vers  $Re_{c-2}\approx 56$ , l'apparition dans le sillage du cylindre, d'un deuxième tourbillon (tourbillon secondaire). Ce tourbillon secondaire, non collé au cylindre comme le tourbillon principal est localisé du côté opposé à ce dernier, c'est à dire plus près de la paroi de la cuve tournante et vers le point de rencontre des écoulements venant de l'amont. Il augmente de taille en s'étirant lorsque  $Re$  augmente jusqu'à la transition entre le régime laminaire stationnaire et le régime laminaire avec détachement de tourbillons. La transition entre le régime laminaire stationnaire et le régime avec détachement de tourbillons est obtenue pour les deux gels A et B aux nombres de Reynolds critiques  $Re_{c-3}\approx 83$  pour  $Od=0.243$  et  $We=0.141$  et  $Re_{c-3}\approx 85$  pour  $Od=0.193$  et  $We=0.234$  respectivement.

Le traitement du régime avec détachement de tourbillons n'a pas été réalisé avec la même finesse que dans le cas newtonien. En effet, pour les gels A et B, les vitesses correspondant à ce régime sont un peu trop élevées pour que les images obtenues à partir de la caméra utilisée fournissent des lignes de courant bien distinctes pour l'analyse.

Comparés au cas newtonien présenté sur la Figure IV-7, nous observons ce qui suit :

- L'apparition du régime tourbillonnaire est obtenue pour des nombres de Reynolds critiques  $Re_{c-1}$  plus élevés pour les gels A et B comparés au fluide newtonien. Au nombre de Reynolds critique où le détachement de tourbillon est obtenu pour le fluide newtonien ( $Re_{c-3}\approx 43$ ), le tourbillon principal dans la zone de recirculation est à peine naissant pour le cas des deux gels A et B. La nature élastoviscoplastique rhéofluidifiante des gels a donc pour effet de retarder l'apparition des tourbillons et la transition entre le régime laminaire stationnaire et le régime laminaire avec détachement de tourbillons.

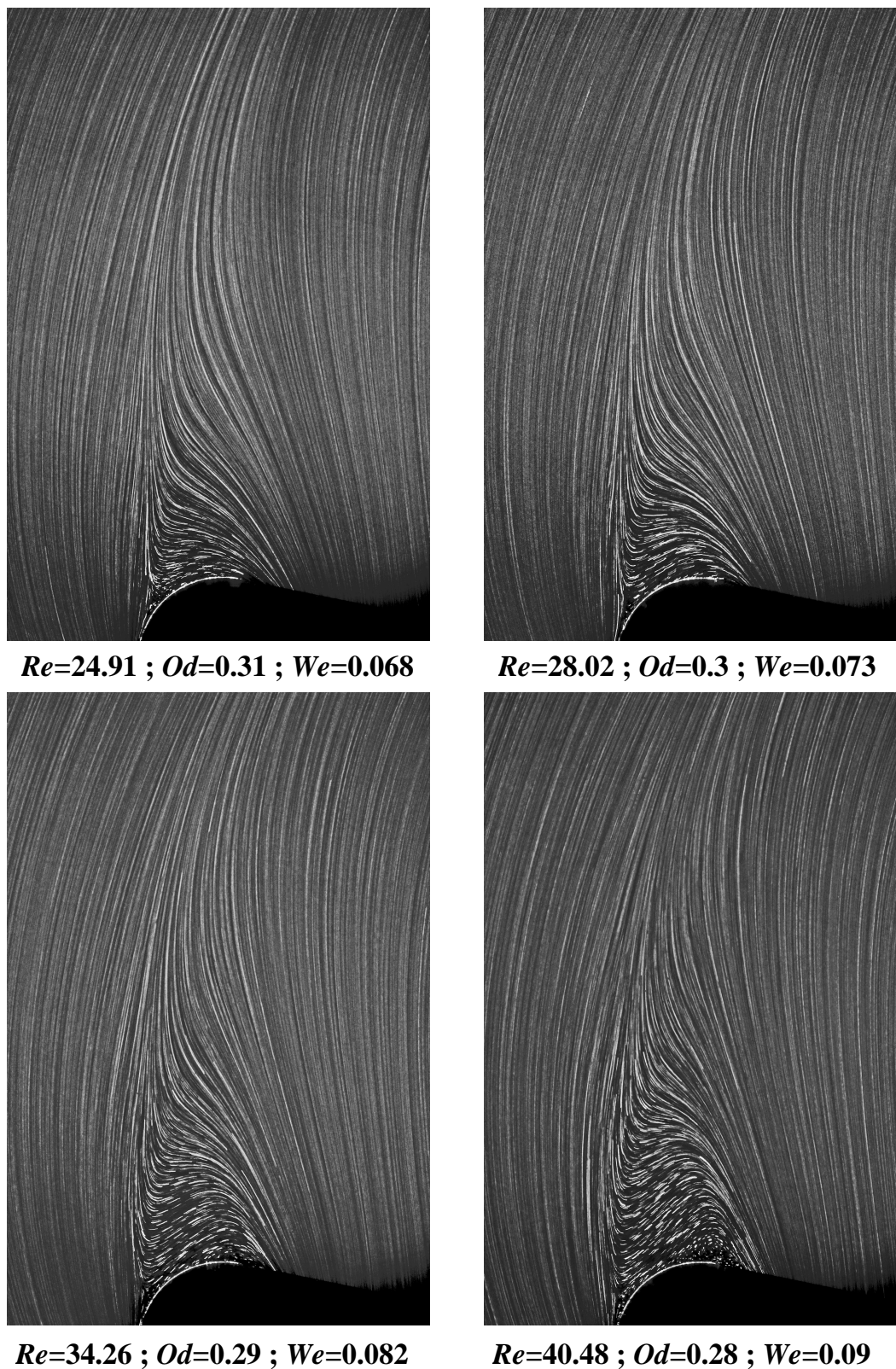
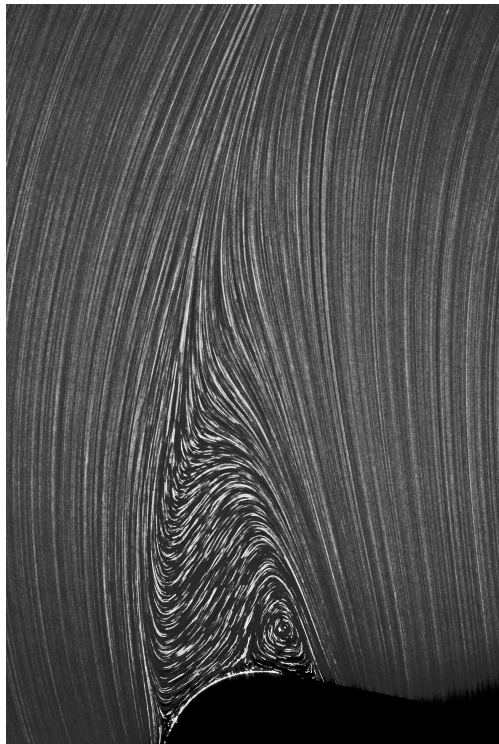
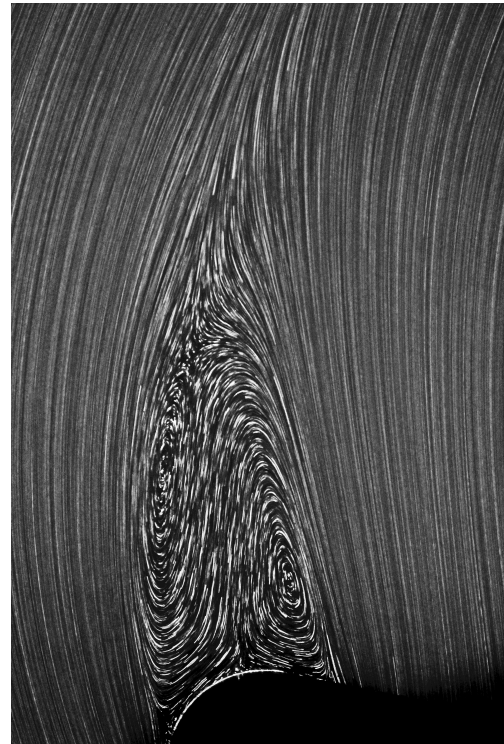


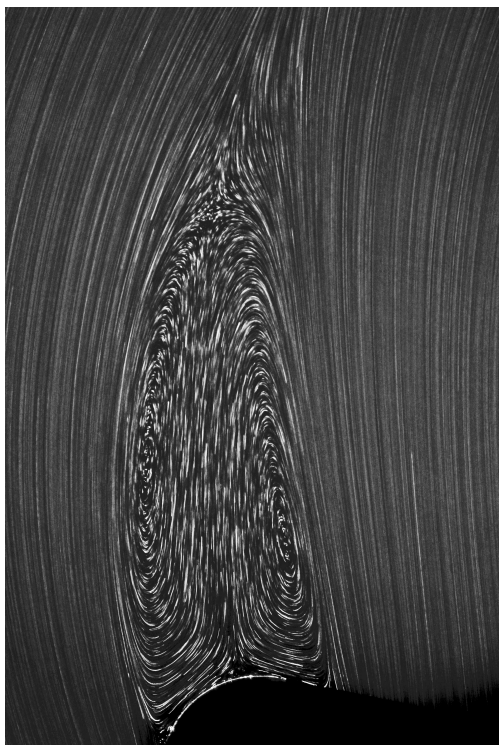
Figure IV-9 : Evolution en fonction du nombre de Reynolds du sillage derrière le cylindre avant la transition pour le gel A.



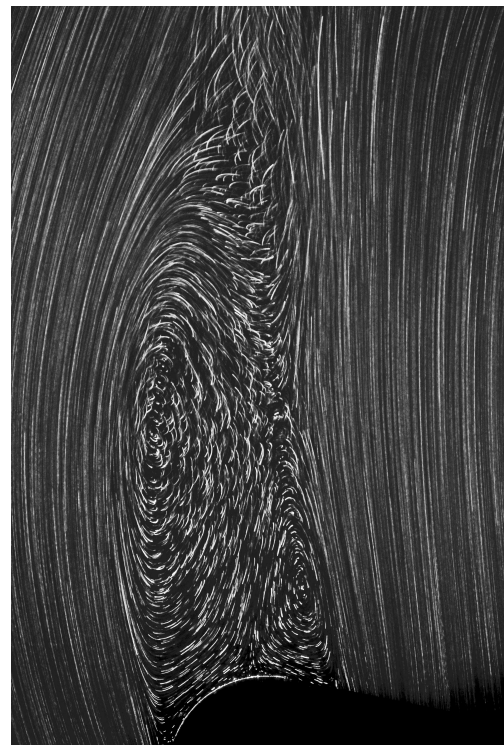
**$Re=48.82$  ;  $Od=0.27$  ;  $We=0.1$**



**$Re=62.96$  ;  $Od=0.26$  ;  $We=0.12$**



**$Re=82.56$  ;  $Od=0.243$  ;  $We=0.14$**



**$Re=86.73$  ;  $Od=0.241$  ;  $We=0.145$**

*Figure IV-10 : Evolution en fonction du nombre de Reynolds du sillage derrière le cylindre avant et juste après la transition pour la solution de carbopol A. Le cas avec détachement de tourbillons correspondant à  $Re=86.73$  est donné pour un instant  $t$  quelconque.*

- Avec les gels, nous observons, pour des nombres de Reynolds supérieurs à ceux où se forme le tourbillon principal, l'apparition d'un tourbillon secondaire. Ce nouveau tourbillon, n'a pas été observé dans le cas newtonien avant le détachement des tourbillons. Ce que nous observons sur la Figure IV-7 à  $Re=40.48$  et qui pourrait être pris pour un tourbillon secondaire n'est rien d'autre qu'un resserrement des lignes de courant à cet endroit.
- De l'apparition du tourbillon principal jusqu'à son détachement, les observations montrent que la largeur de la zone de recirculation est plus petite pour les gels comparée à celle obtenue pour le fluide newtonien (bien visible sur les images des Figures IV-10 et IV-12 juste avant la transition). Ceci pourrait être dû au confinement de cette zone du fait des vitesses élevées des écoulements qui l'encadrent. La taille de la zone de recirculation est par contre plus grande pour les gels comparés au fluide newtonien. Cette dernière comparaison s'observe bien sur la Figure IV-13 avec l'évolution de la taille adimensionnelle  $\zeta=l'/d$  du tourbillon principal en fonction du nombre de Reynolds.  $l'$  désigne la distance qui sépare la paroi du cylindre du sommet de la dernière et plus grande ligne de courant formant le tourbillon principal. Elle est prise sur la droite passant par ce sommet et le centre de la section droite du cylindre (voir Figure IV-7 pour  $Re=34.26$ ).

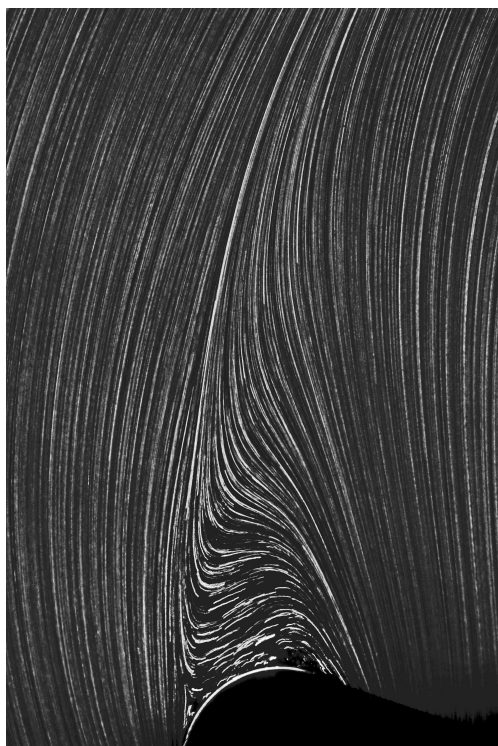
L'observation de l'évolution de la zone de recirculation en fonction du nombre de Reynolds, de  $Od$  et de  $We$  (voir Figures IV-8 à IV-13) montre que cette évolution est proche pour les deux gels. Malgré le rapport de presque « 2 » qui existe entre les contraintes seuil et les modules d'élasticité des deux gels, la différence entre les nombres de Reynolds critiques et la taille des tourbillons est faible. La variation des caractéristiques rhéologiques entre ces deux gels ne suffit donc pas pour extraire les effets isolés de chaque caractéristique sur l'évolution du sillage. La simulation numérique présentée dans la partie suivante nous permettra d'amener un peu plus d'explication.



**$Re=24.91$  ;  $Od=0.26$  ;  $We=0.11$**



**$Re=28.02$  ;  $Od=0.25$  ;  $We=0.12$**

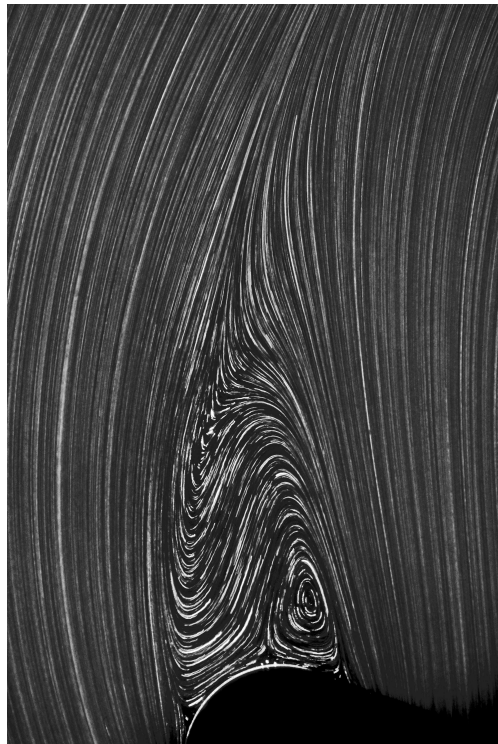


**$Re=34.26$  ;  $Od=0.24$  ;  $We=0.13$**

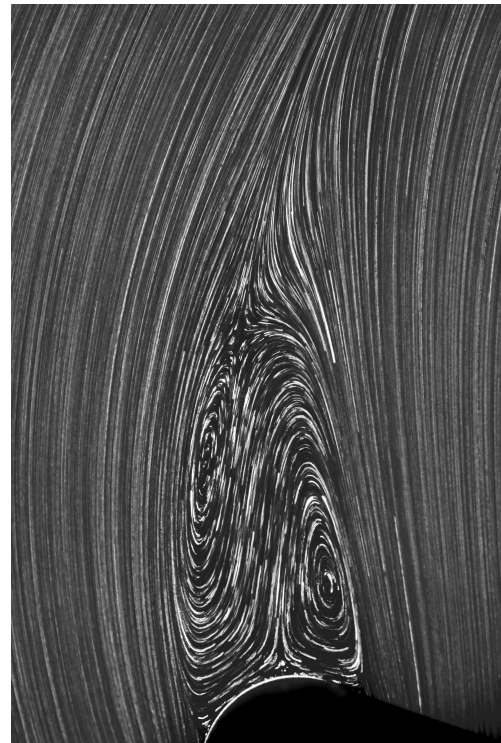


**$Re=40.48$  ;  $Od=0.23$  ;  $We=0.15$**

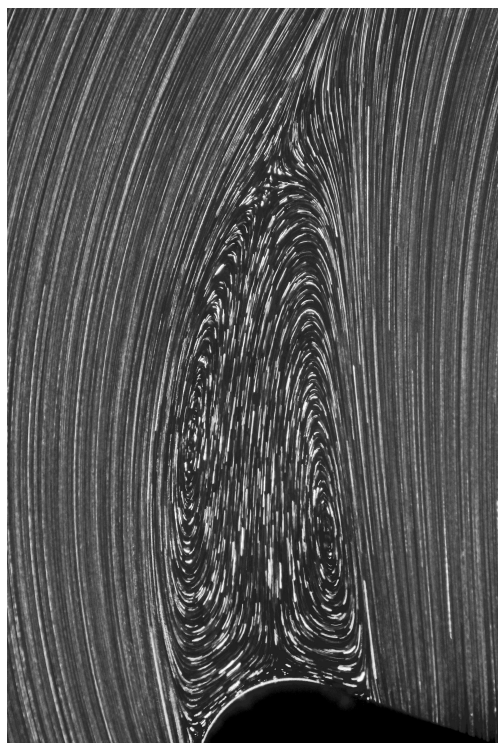
*Figure IV-11 : Evolution en fonction du nombre de Reynolds du sillage derrière le cylindre avant la transition pour le gel B.*



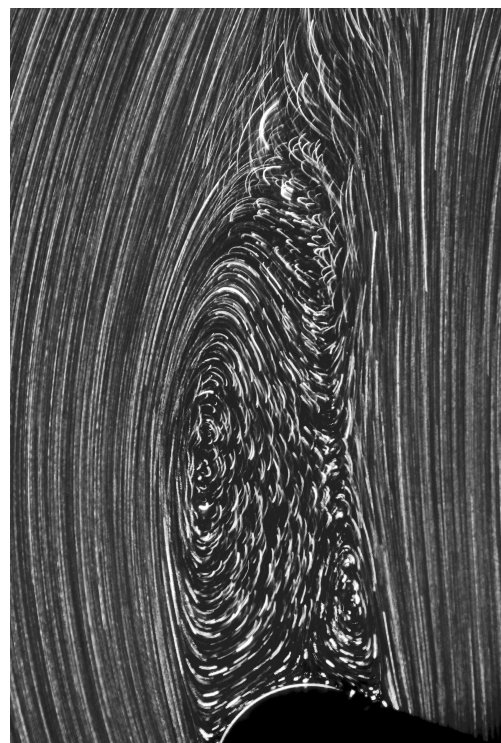
**$Re=53.17$  ;  $Od=0.22$  ;  $We=0.18$**



**$Re=62.96$  ;  $Od=0.21$  ;  $We=0.19$**



**$Re=82.56$  ;  $Od=0.194$  ;  $We=0.23$**



**$Re=86.46$  ;  $Od=0.192$  ;  $We=0.24$**

*Figure IV-12 : Evolution en fonction du nombre de Reynolds du sillage derrière le cylindre avant et juste après la transition pour le gel B. Le cas avec détachement de tourbillons correspondant à  $Re=86.46$  est donné pour un instant  $t$  quelconque*

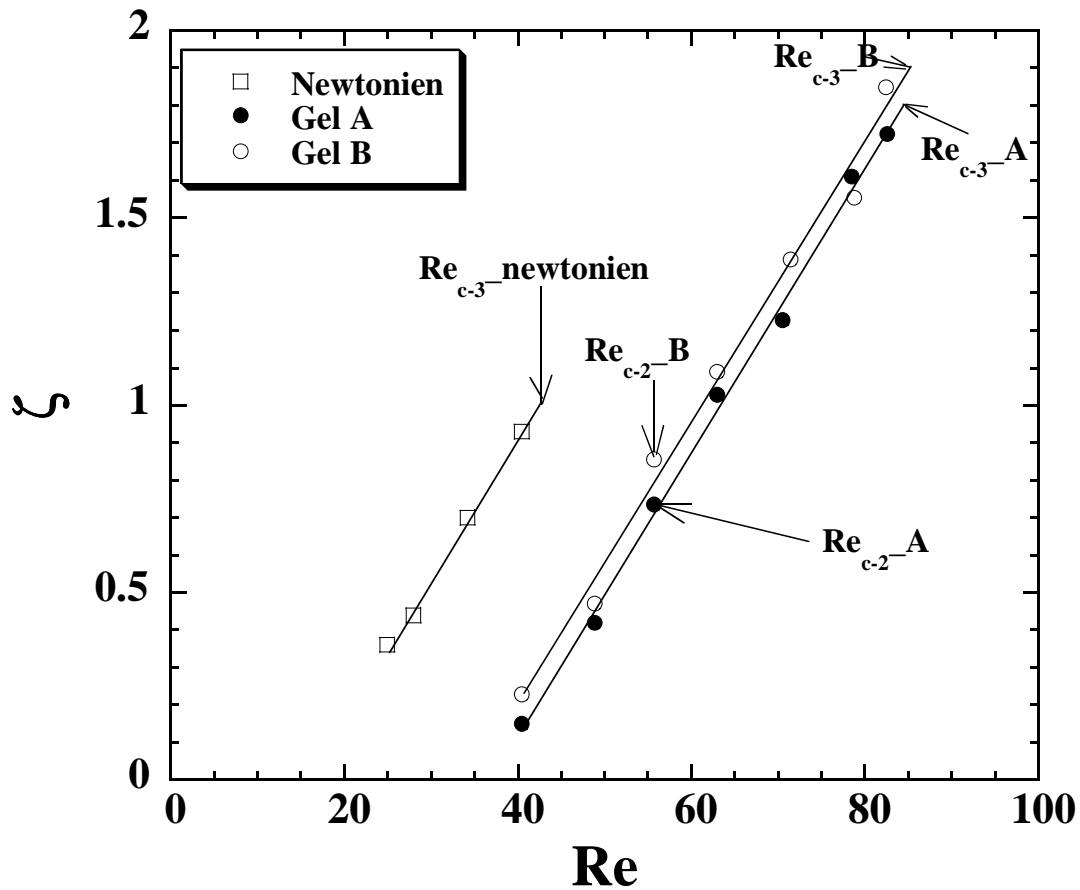


Figure IV-13 : Evolution de la taille adimensionnelle du tourbillon principal en fonction du nombre de Reynolds.

### IV.3. Simulation numérique

#### IV.3.1. Formulation du problème et méthode de résolution

Le domaine d'écoulement est défini comme la section droite de la cuve tournante présentée sur la Figure IV-2 (image de droite).

Les équations adimensionnelles, de conservation de masse et de quantité de mouvement, sont données par :

$$\nabla \cdot v = 0, \quad (\text{IV-6})$$

et

$$v \nabla v = \frac{1}{Re} \nabla \cdot \underline{\underline{\tau}} - \nabla p, \quad (\text{IV-7})$$



La force de traînée totale  $F$  sur le cylindre est adimensionnalisée par  $\left(\frac{1}{2}\rho V'^2\right) \times A$  avec  $\frac{1}{2}\rho V'^2$  la pression dynamique et  $A=ld$  la surface frontale du cylindre. Ceci permet de définir un coefficient de traînée  $C_d'$  donné, pour un cylindre de surface frontale unitaire, par :

$$C_d' = \frac{2F}{\rho V'^2}. \quad (\text{IV-8})$$

Les nombres de Reynolds et le nombre d'Oldroyd utilisés sont ceux définis aux équations Eqs. IV-3 et IV-4. Sur les parois de l'obstacle cylindrique et de la cuve tournante est définie une condition de non-glissement.

Comme nous l'avons fait dans les Chapitres I et II, la résolution numérique du problème sera faite par la méthode de régularisation de Papanastasiou. L'étude des zones rigides n'est pas abordée dans ce Chapitre. Le paramètre de régularisation et le maillage sont déterminés pour la traînée et les lignes de courant. Le paramètre de régularisation utilisé est égal à  $m=10^4$ . Le maillage retenu, très raffiné autour du cylindre, est présenté sur la Figure IV-14 et comporte 112000 éléments quadrilatéraux.

Les calculs sont effectués avec le logiciel d'éléments finis Polyflow (Fluent Inc). Les itérations cessent lorsque la variation maximale de la norme de la vitesse relative est inférieure à  $10^{-5}$ .

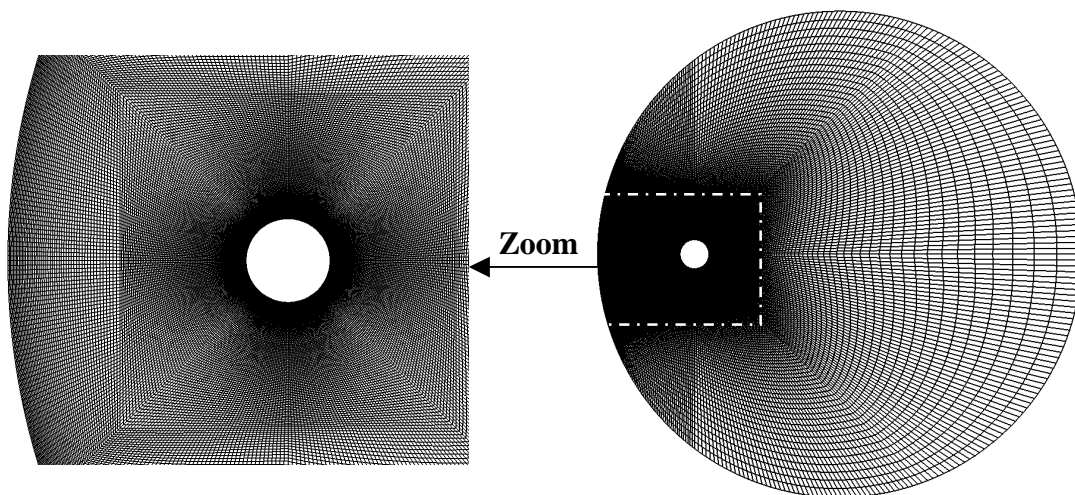


Figure IV-14 : Maillage utilisé. L'image de gauche représente un zoom sur la partie autour du cylindre.

### IV.3.2. Résultats

#### IV.3.2.1. Cas newtonien

Le Figure IV-15 présente pour le cas newtonien les lignes de courant en fonction du nombre de Reynolds  $Re$ . Elle nous renseigne sur la structure du sillage derrière le cylindre et son évolution avant le détachement des tourbillons. Les nombres de Reynolds  $Re$  utilisés sont les mêmes que ceux de l'étude expérimentale c'est-à-dire  $Re=24.91$  à  $Re=40.48$ .

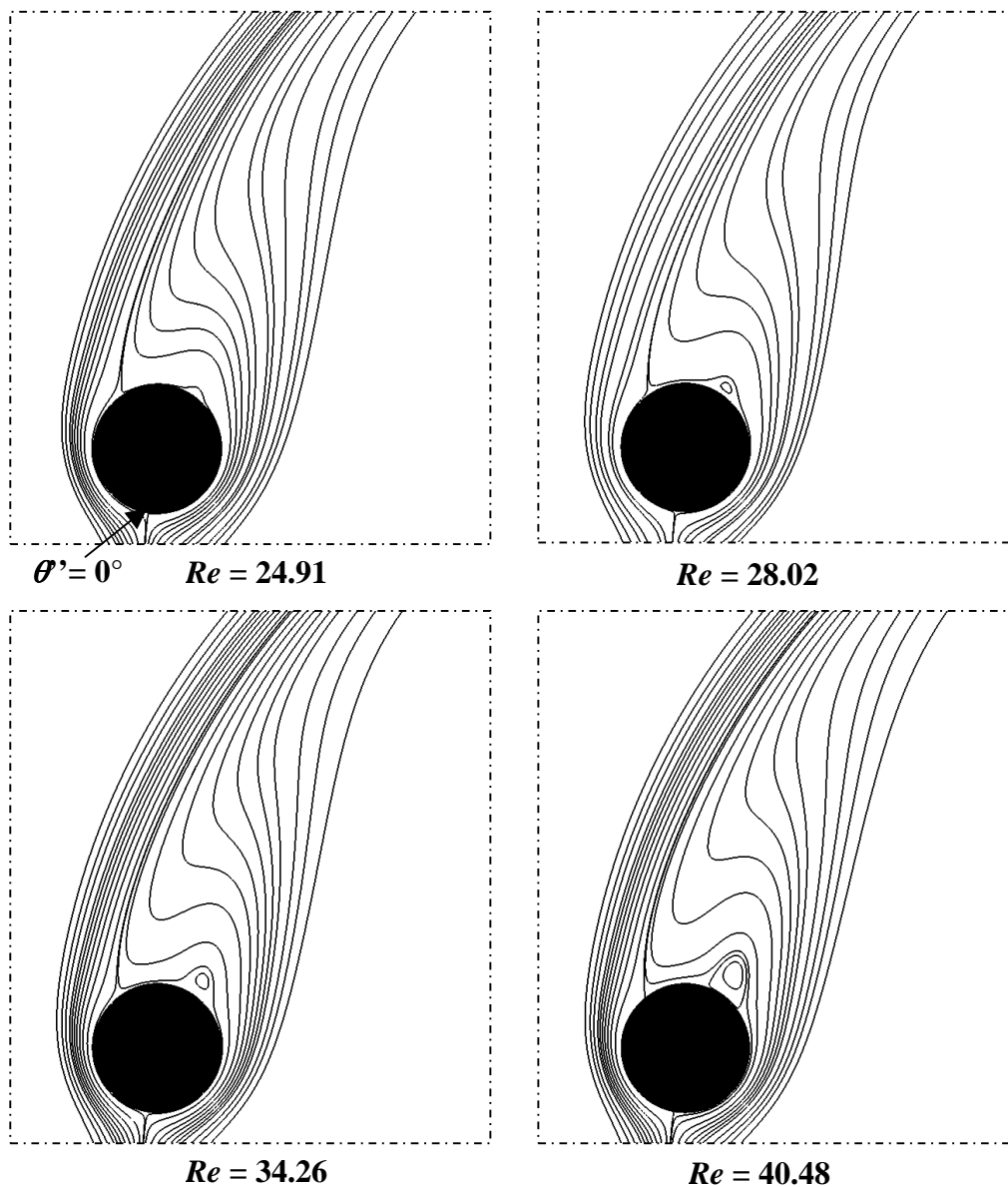


Figure IV-15 : Evolution du sillage derrière le cylindre en fonction du nombre de Reynolds pour le cas Newtonien. Apparition et développement de la zone de recirculation.

La structure des lignes de courant est similaire à celle obtenue dans l'étude expérimentale. Nous observons ici aussi un seul tourbillon principal localisé au même endroit que dans l'étude expérimentale. La taille de ce tourbillon augmente quand le nombre de Reynolds augmente. Tout comme dans le cas newtonien de l'étude expérimentale, aucun tourbillon secondaire n'a été observé ici. Notons toutefois la différence de taille entre les tourbillons obtenus ici et ceux obtenus dans l'étude expérimentale pour le même nombre de Reynolds. Un essai avec le code de calcul Fluent (approche par volumes finis) a donné des résultats avec des tailles de tourbillons plus proches de celles que nous avons obtenues expérimentalement.

L'évolution sur le cylindre de la différence de pression ( $p-p_i$ ) adimensionnalisée par la pression dynamique est présentée sur la Figure IV-16 pour plusieurs valeurs du nombre de Reynolds.  $p_i$  désigne la pression à l'infini. Elle est prise sur le rayon  $R'$  à  $\theta=0$  dans le repère  $(r, \theta)$  (Voir Figure IV-2). Comparé au cas d'un écoulement uniforme pour laquelle cette pression prise à l'infini est constante,  $p_i$  est ici située dans le sillage lointain et donc varie avec la vitesse de rotation de la cuve. L'angle  $\theta''=0^\circ$  représente le point d'arrêt amont (Voir Figure IV-15 ;  $Re=24.91$ ). Pour les nombres de Reynolds utilisés il varie de  $260^\circ$  à  $265^\circ$  environ dans le repère  $(r', \theta')$  (Voir Figure IV-2).  $\theta''=180^\circ$  correspond au point d'arrêt aval.

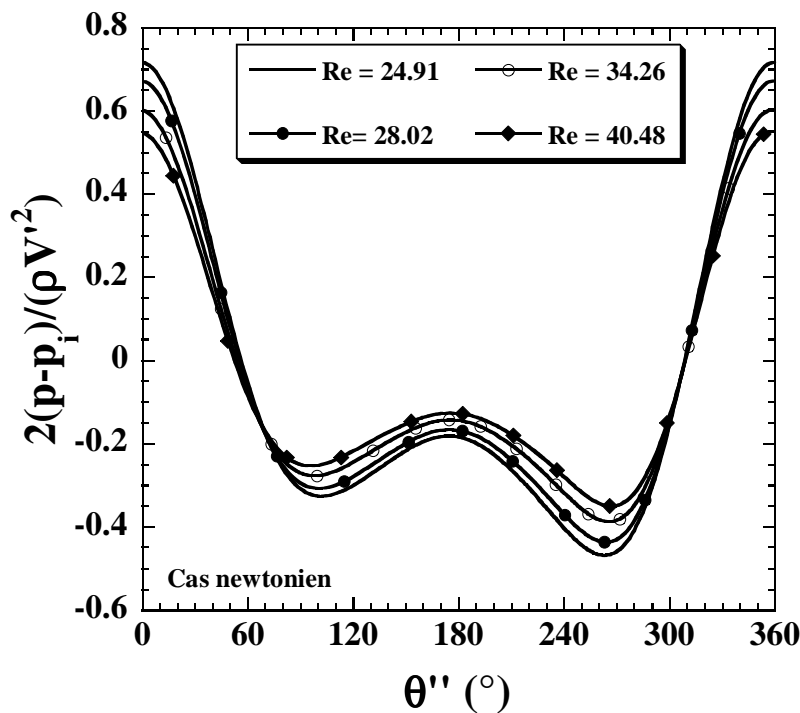


Figure IV-16 : Variation en fonction du nombre de Reynolds de la pression adimensionnelle sur le cylindre. Cas newtonien.

La dissymétrie observée entre le côté du cylindre plus près du centre de la cuve et son côté plus près de la paroi de la cuve résulte de la non-uniformité de l'écoulement. Le profil creusé en aval du cylindre fait montre de l'aspiration responsable de la recirculation. Cette aspiration est maximale au point d'arrêt aval  $\theta'=180^\circ$ . Au fur et à mesure que  $Re$  augmente, la dépression augmente intensifiant ainsi l'aspiration.

La Figure IV-17 présente en fonction de  $Re$  l'évolution du coefficient de traînée totale  $C_d'$ . Ce coefficient décroît de façon monotone lorsque les effets d'inertie augmentent. La même évolution a été obtenue numériquement (Méthode spectrale) dans le cas d'un écoulement uniforme par Henderson (1995). Cet auteur trouve, dans le domaine laminaire stationnaire, que la traînée totale sur un cylindre évolue en fonction du nombre de Reynolds selon l'expression  $C_d' = \frac{5.6106}{(Re_d)^{0.64}} + \frac{2.8676}{(Re_d)^{0.2815}}$ . La différence observée entre nos deux résultats provient en partie de la non-uniformité de l'écoulement dans la présente étude.

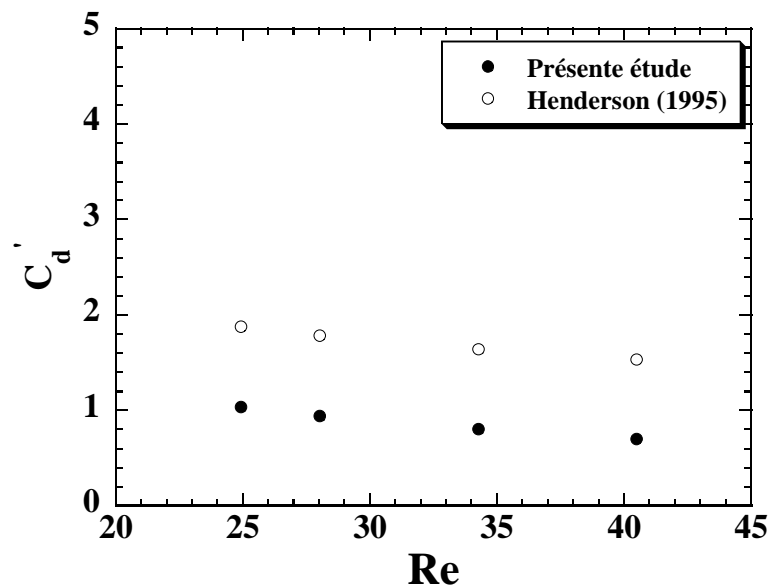


Figure IV-17 : Variation en fonction du nombre de Reynolds du coefficient de traînée totale  $C_d'$ . Comparaison avec le cas d'un écoulement uniforme non-confiné (Henderson, 1995).

### IV.3.2.2. Effets de la plasticité et de la rhéofluidification.

La Figure IV-18 présente pour  $n=1$  et  $Od=0.1$  la variation de la pression adimensionnelle sur le cylindre en fonction du nombre de Reynolds. Tout comme dans le cas newtonien, l'augmentation du nombre de Reynolds accroît l'aspiration en aval du cylindre favorisant ainsi l'apparition et le développement du tourbillon principal.

Pour  $Re=28.02$  et  $n=1$ , la Figure IV-19 présente l'évolution de la pression adimensionnelle en fonction du nombre d'Oldroyd. Le cas newtonien a été rappelé pour une bonne perception de cette évolution. En aval de l'écoulement, nous observons la diminution de l'aspiration au fur et à mesure que  $Od$  augmente. Ceci s'explique en effet par l'accroissement connu de la pression sur le cylindre lorsque le nombre d'Oldroyd augmente (Cf. Chapitre I). La plasticité a donc pour effet de retarder l'apparition et le développement du tourbillon dans la zone de recirculation. Nous l'observons sur la Figure IV-20 qui présente l'évolution en fonction de  $Od$  de la zone de recirculation derrière le cylindre pour  $Re=34.26$  et  $Re=40.48$  avec  $n=1$ .

La Figure IV-21 présente la variation de la pression adimensionnelle sur le cylindre en fonction de l'indice  $n$  de rhéofluidification pour  $Od=0.1$  et  $Re=28.02$ .

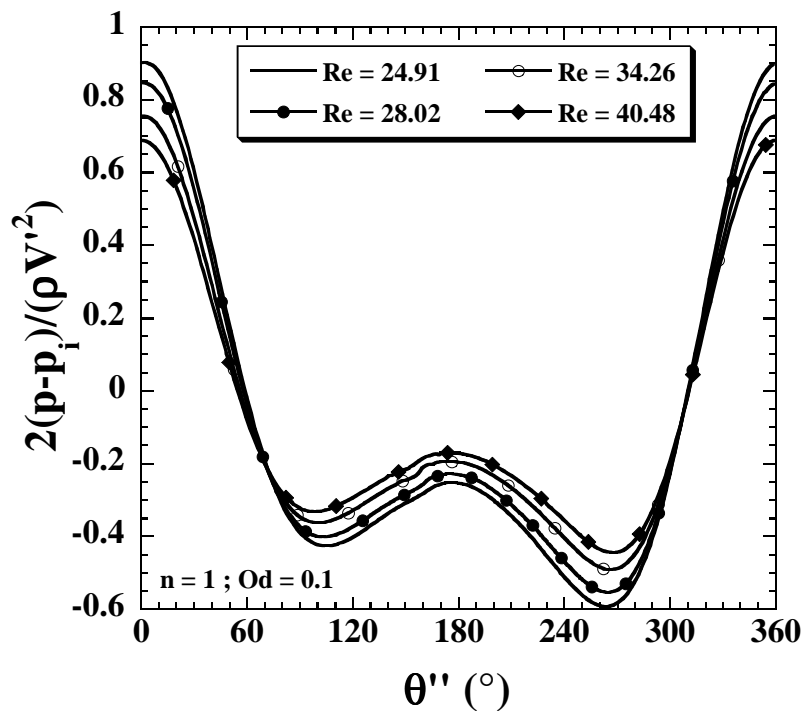


Figure IV-18 : Variation en fonction du nombre de Reynolds de la pression adimensionnelle sur le cylindre. Fluide de Bingham ;  $Od=0.1$ .

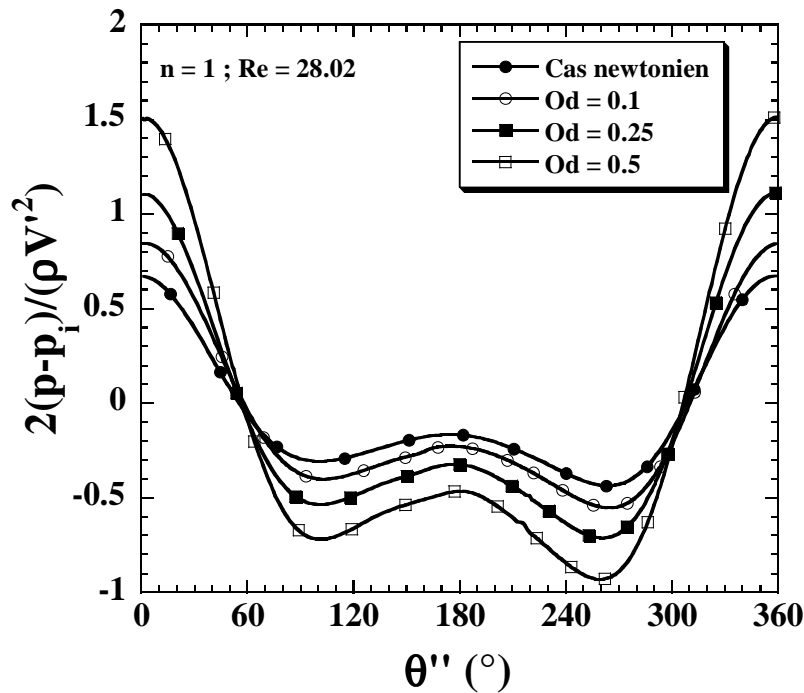


Figure IV-19 : Evolution du profil de pression adimensionnelle sur le cylindre en fonction de  $Od$ . Cas  $n=1$ ,  $Re=28.02$ .

L'effet de la diminution de  $n$  va dans le même sens que celui engendré par l'augmentation de l'inertie. La rhéofluidification accentue donc l'aspiration en aval du cylindre entraînant ainsi l'apparition et le développement rapide du tourbillon. La Figure IV-22 présente cette évolution du tourbillon en fonction de la rhéofluidification pour  $Od=0.1$  et  $Re=28.02$  avec une importante augmentation de la taille du tourbillon. Pour  $n=0.8$  et  $n=0.7$ , remarquons l'apparition du tourbillon secondaire non collé au cylindre. Ce tourbillon secondaire a été observé dans l'étude expérimentale présentée plus haut pour les gels A et B. La rhéofluidification apparaît donc être en partie responsable de l'apparition du tourbillon secondaire.

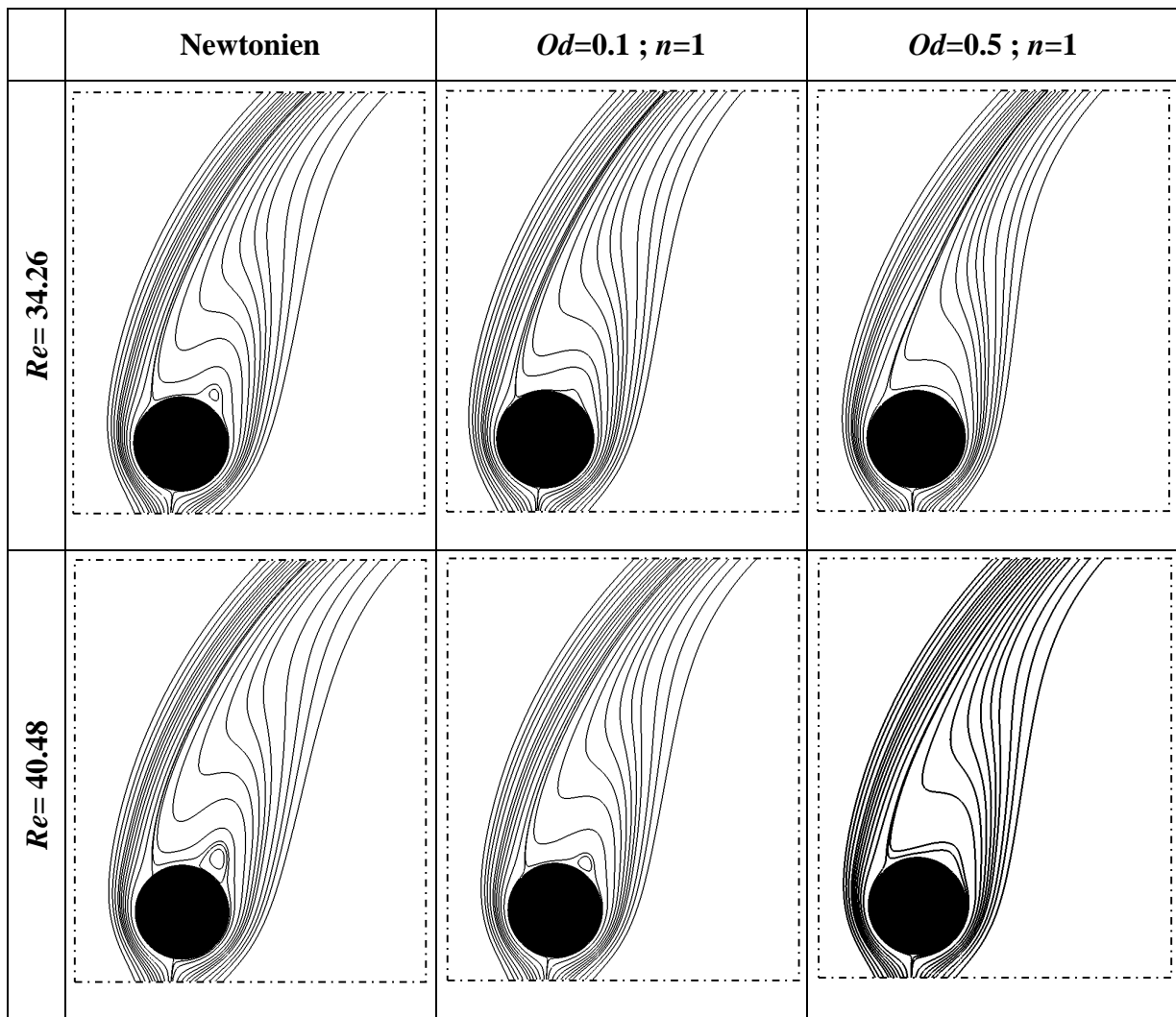


Figure IV-20 : Influence de l'effet de plasticité sur le sillage. Evolution en fonction de  $Od$  de la zone de recirculation.

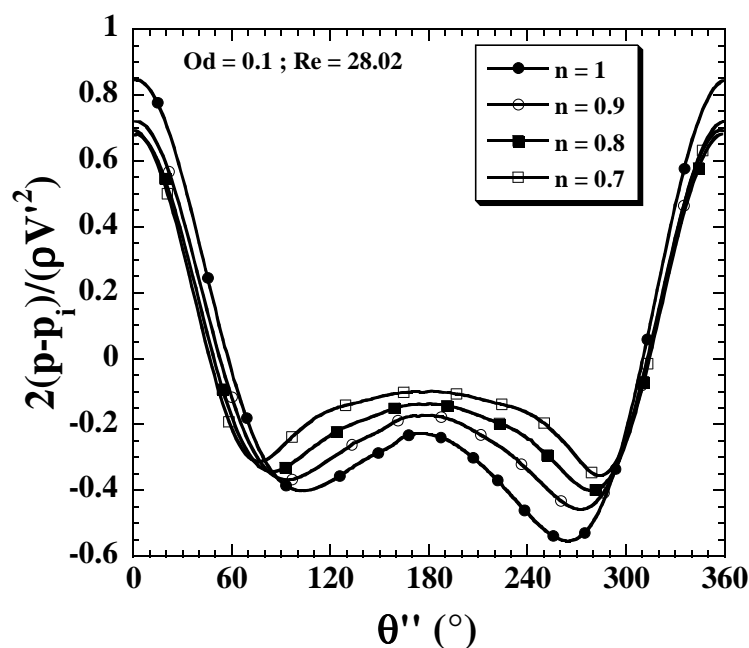


Figure IV-21 : Evolution du profil de pression adimensionnelle sur le cylindre en fonction de  $n$  pour  $Od=0.1$  et  $Re=28.02$ .

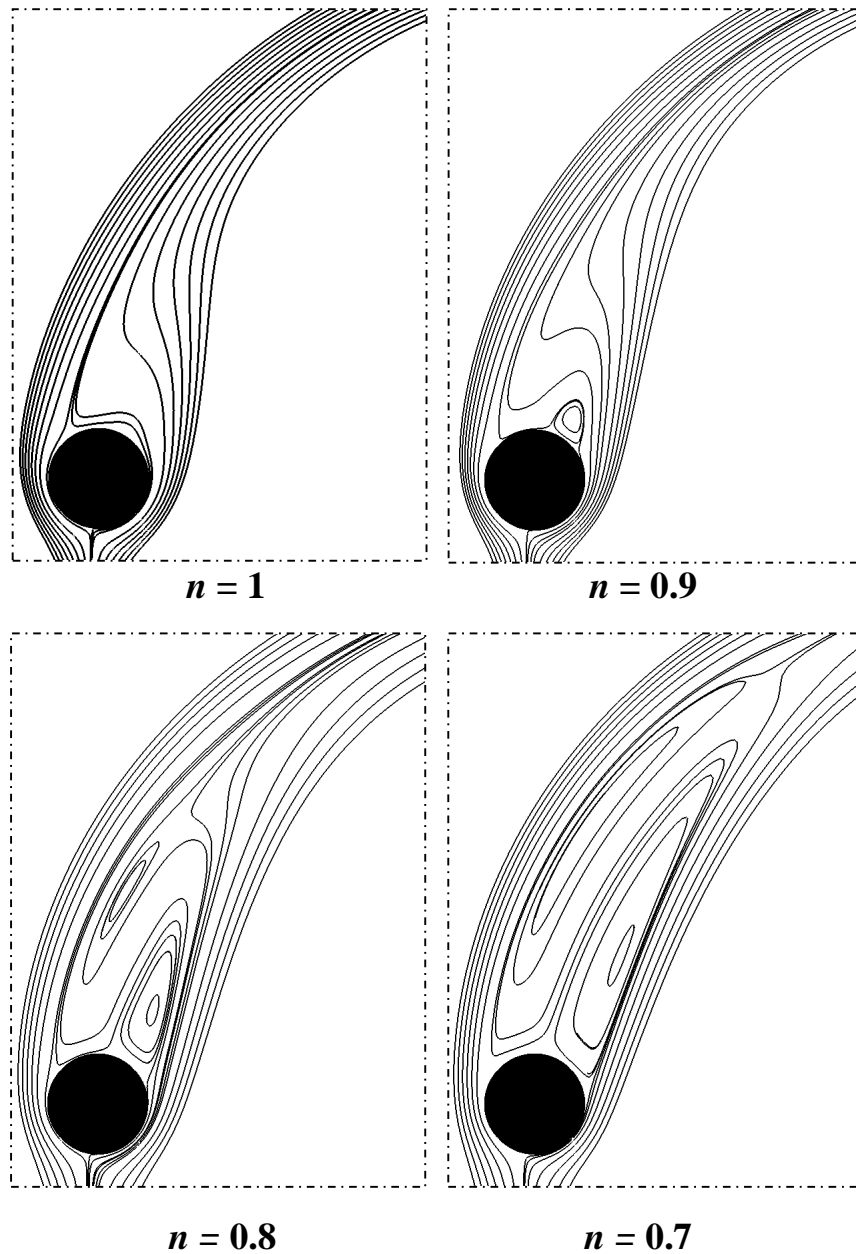


Figure IV-22 : Influence de la rhéofluidification sur le sillage derrière le cylindre pour  $Od=0.1$  et  $Re=28.02$ . Apparition et développement du tourbillon principal et du tourbillon secondaire.

#### IV.4. Discussion

Dans la section IV.2, nous avons montré expérimentalement, en comparaison avec le cas newtonien, que la nature élastoviscoplastique des gels a pour effet de retarder l'apparition et le développement de la recirculation derrière le cylindre mais aussi de retarder la transition



entre le régime laminaire stationnaire et le régime laminaire avec détachement de tourbillons. Les nombres de Reynolds critique caractérisant l'apparition des tourbillons et le début de leur détachement sont alors plus grands que ceux obtenus dans le cas newtonien.

Les investigations numériques menées dans la section IV.3 nous ont permis par la suite de déduire que la plasticité retarde l'apparition et le développement de la recirculation derrière le cylindre tandis que la rhéofluidification a l'effet contraire. Il a été aussi montré que la rhéofluidification est en partie responsable de l'apparition du tourbillon secondaire non collé au cylindre. Le fait que le tourbillon secondaire n'apparaisse qu'à partir d'un certain nombre de Reynolds (Figures IV-9 et IV-11) et que sur la Figure IV-22 il n'est pas présent pour toutes les valeurs de  $n$ , nous pouvons conclure que l'apparition de ce deuxième tourbillon résulte de l'effet combiné de l'inertie et de la rhéofluidification.

Par ailleurs, les récentes études réalisées sur les écoulements inertiels uniformes et bidimensionnels de fluides viscoélastiques autour d'un cylindre circulaire ont montré l'effet stabilisant de l'élasticité sur les instabilités. Les faibles augmentations de l'élasticité retardent le détachement des tourbillons (Sahin et Owens (2004) ; Pipe et Monkewitz (2006)). Le nombre de Reynolds critique correspondant au début du détachement des tourbillons est alors plus élevé que celui obtenu pour le cas newtonien.

Dans le cas d'un fluide élastique rhéofluidifiant, Coelho et Pinho (2003 et 2004) ont montré que l'effet combiné de l'élasticité et de la rhéofluidification est de diminuer la valeur du nombre de Reynolds critique qui est donc plus petit que celui obtenu pour le cas newtonien. Dans ces études, ces auteurs ont aussi montré que, dans le régime laminaire avec détachement de tourbillons, les effets d'élasticité et de rhéofluidification sont opposés. Ils montrent que l'effet de rhéofluidification dépasse celui de l'élasticité de sorte que la tendance globale observée est celle engendrée par la rhéofluidification. Ceci nous amène à supposer que la diminution du nombre de Reynolds critique observée par ces auteurs pour l'effet combiné de l'élasticité et de la rhéofluidification provient principalement de la rhéofluidification.

Dans ce contexte, en revenant au cas de la présente étude, nous pouvons conclure que l'augmentation du nombre de Reynolds critique observée pour les gels A et B proviendrait majoritairement de la plasticité.

#### IV.5. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons abordé l'écoulement inertiel d'un fluide à seuil de contrainte autour d'un obstacle cylindrique dans une cuve tournante. Le fluide à seuil de contrainte utilisé est un gel de Carbopol à comportement élastoviscoplastique rhéofluidifiant.

Comparé au cas d'un fluide newtonien, nous avons montré que la plasticité retarde l'apparition du régime laminaire avec recirculation ainsi que l'apparition du régime laminaire avec détachement de tourbillons. La rhéofluidification combinée aux effets d'inertie est à l'origine de l'apparition d'un deuxième tourbillon non observé dans le cas des fluides newtoniens.

La présente étude constitue une première approche. Des études futures devront préciser :

- les critères d'apparition des différents régimes,
- les caractéristiques des instabilités inertielles (nombre de Strouhal, coefficient de pression de base, traînée totale, etc.),
- la configuration et l'évolution des tourbillons dans les régimes instationnaires,
- la localisation et la caractérisation des zones rigides.



# Conclusion générale et perspectives



L'étude de l'écoulement de fluides à seuil de contrainte autour d'obstacles cylindriques a été abordée par simulations numériques et investigations expérimentales. Elle nous a permis, d'une part, de compléter les connaissances sur les écoulements des fluides viscoplastiques autour d'obstacles, et d'autres parts, d'apporter des éléments nouveaux sur le comportement des fluides à seuil de contrainte en écoulement.

Cette étude s'étend du domaine des écoulements très lents, où l'inertie est négligeable, jusqu'au domaine des écoulements avec instabilités inertielles. Le cas des effets de plasticité significatifs a été particulièrement examiné. Les simulations numériques ont été réalisées par approximation par éléments finis, avec la méthode de régularisation de Papanastasiou.

Dans un premier temps, nous avons examiné numériquement, l'écoulement très lent d'un fluide viscoplastique de Bingham autour d'un cylindre puis autour de deux cylindres en interaction. Une étude préalable de l'influence des paramètres numériques sur la convergence des solutions, notamment dans le domaine des grands nombres d'Oldroyd a été réalisée. La cinématique des écoulements, les champs de contrainte, la traînée et les zones rigides ont été déterminés en fonction du nombre d'Oldroyd et du degré d'interaction dans le cas des cylindres en interaction. Une couche limite viscoplastique a été identifiée et caractérisée. Dans le cas des cylindres en interaction, nous avons montré que les effets d'interaction sont atténués par la plasticité et qu'aux grands effets de plasticité,  $\xi \approx 4$  correspond à la distance adimensionnelle de transition entre configurations de cylindres en interaction et configuration de cylindres isolés.

Les résultats obtenus ont été comparés aux résultats disponibles notamment aux prévisions des théories de la plasticité et de la couche limite viscoplastique. Il s'est alors révélé que, lorsque les paramètres numériques sont bien choisis, les résultats se comparent bien aux résultats disponibles. Des expressions asymptotiques des caractéristiques des écoulements ont été proposées.

Par une étude expérimentale, nous avons ensuite examiné le cas de l'écoulement, autour d'un cylindre, d'un fluide à seuil de contrainte à comportement élastoviscoplastique pour des effets de plasticité significatifs et des nombres de Reynolds très petits.

Par vélocimétrie par image de particules, nous avons déterminé le champ de vitesse global et le champ très proche du cylindre. Ainsi, nous avons montré que les contraintes

normales pourraient être à l'origine de la dissymétrie entre l'écoulement amont et l'écoulement aval. Cette dissymétrie se manifeste par l'existence en amont du cylindre d'une zone de recirculation mais aussi l'existence, seulement en aval du cylindre, d'une zone rigide statique. Des caractérisations rhéométriques ont permis de montrer que, pour des effets de plasticité significatifs, les contraintes normales pourraient être à l'origine de cette dissymétrie. Les coefficients de traînée ont été aussi présentés en fonction du nombre d'Oldroyd.

Les effets d'inertie ont été ensuite pris en compte et les instabilités inertielles autour d'un cylindre ont été étudiées. La géométrie considérée est celle d'une cuve tournante contenant un gel élastoviscoplastique dans lequel est plongé l'obstacle. Expérimentalement, numériquement et par comparaison au cas newtonien, nous avons montré que l'élastoviscoplasticité retarde l'apparition du régime laminaire stationnaire avec décollement de lignes de courant et l'apparition du régime avec détachement de tourbillons. La plasticité a une part prépondérante dans ce comportement. Il a été aussi montré que la rhéofluidification, combinée à l'inertie, fait apparaître un deuxième tourbillon non observé avec un fluide newtonien.

Arrivé à la fin de ce mémoire, les perspectives sont nombreuses. Parmi elles, nous proposons d'examiner les points suivants :

- En matière de rhéométrie, comme l'avait suggéré Piau (2008), la caractérisation des gels de Carbopol doit être complétée. Les contraintes normales en cisaillement et le comportement élongationnel doivent être précisés. Plus généralement, il serait intéressant d'étudier l'influence des états de contraintes initiales ou résiduelles pour appréhender complètement les écoulements des fluides à seuil.
- Introduire des modèles numériques plus représentatifs du comportement des fluides élastoviscoplastiques. En plus des effets de seuil, l'élasticité linéaire en dessous du seuil d'écoulement et la viscoélasticité au-delà du seuil d'écoulement seront alors prises en compte.
- Prendre en compte les effets de glissement aux parois en introduisant des lois de glissement.

- 
- Approfondir expérimentalement l'étude des champs de vitesses et de contraintes par l'étude, par exemple, de la biréfringence. Les effets de l'élastoviscoplasticité sur les interactions entre obstacles pourront aussi être examinés.
  - Approfondir l'étude des instabilités inertielles autour du cylindre dans un fluide à seuil de contrainte. Les effets de la plasticité sur les tourbillons détachés seront alors précisés : variations de la fréquence de détachement, de la taille et de la forme des tourbillons, de la traînée totale, etc.,





# Références bibliographiques



**ADACHI K., YOSHIOKA N.**, On creeping flow of a viscoplastic fluid past a circular cylinder, *Chem. Eng. Sci.*, 28 (1973) 215–226.

**ANNE-ARCHARD D., BOISSON H. C., MAROUCHE M.**, Etude expérimentale d'une cuve agitée en fluide viscoplastique, 18ème Congrès Français de Mécanique, Grenoble, 27-31 août 2007.

**ANSLEY R. W., SMITH T. N.**, Motion of spherical particles in a Bingham plastic, *AIChE J.*, 13 (1967) 1193–1196.

**ARIGO M. T., RAJAGOPALAN D., SHAPLEY N., MCKINLEY GARETH H.**, The sedimentation of a sphere through an elastic fluid. Part 1. Steady motion, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 60 (1995) 225–257.

**ARIGO M. T., MCKINLEY GARETH H.**, An experimental investigation of negative wakes behind spheres settling in a shear-thinning viscoelastic fluid. *Rheol. Acta* 37 (1998) 307–327.

**ATAPATTU D. D., CHHABRA R. P., UHLHERR P. H. T.**, Creeping sphere motion in Herschel-Bulkley fluids: flow field and drag. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 59 (1995) 245–265.

**AUBENY C. P., SHI H., MURFF J. D.**, Collapse loads for a cylinder embedded in trench in cohesive soil. *International Journal of Geomechanics*, 5(2005) 320–325.

**BERIS A. N., TSAMOPOULOS J. A., ARMSTRONG R. C., BROWN R. A.**, Creeping Motion of a Sphere Through a Bingham Plastic, *J. Fluid Mech.*, 158 (1985) 219–244.

**BINGHAM E. C.**, *Fluidity and Plasticity*, McGraw-Hill, New York (1922) 215–218.

**BIRD R. B., DAI G. C., YARUSSO B. J.**, The Rheology and Flow of Viscoplastic Materials, *Rev. Chem. Eng.*, 1 (1983) 1–70.

- BLACKERY J., MITSOULIS E.**, Creeping motion of a sphere in tubes filled with a Bingham plastic material, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 70 (1997) 59–77.
- BURGOS G. R., ALEXANDROU A. N., ENTOV V.**, On the determination of yield surfaces in Herschel–Bulkley fluids. *J. Rheol.*, 43 (1999) 463–483.
- BUSH M. B.**, On the stagnation flow behind a sphere in a shear-thinning viscoelastic liquid. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 55 (1994) 229–247.
- CHILCOTT M. D., RALLISON J. M.**, Creeping flow of dilute polymer solutions past cylinders and spheres, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 29 (1988) 381–432.
- COELHO P. M., PINHO F. T.**, Vortex shedding in cylinder flow of shear-thinning fluids I. Identification and demarcation of flow regimes, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 110 (2003) 143–176.
- COELHO P. M., PINHO F. T.**, Vortex shedding in cylinder flow of shear-thinning fluids II. Flows characteristics, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 110 (2003) 177–193.
- COELHO P. M., PINHO F. T.**, Vortex shedding in cylinder flow of shear-thinning fluids III. Pressure measurements, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 121 (2004) 55–68.
- COUTEIX J.**, *Aérodynamique Couche limite laminaire*, CEPADUES Editions 1988.
- DEGLO DE BESSES B., MAGNIN A., JAY P.**, Viscoplastic flow around a cylinder in an infinite medium, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 115 (2003) 27–49.
- FAXÉN O. H.**, Forces exerted on a rigid cylinder in a viscous fluid between two parallel fixed planes, *Proc. R. Swed. Acad. Eng. Sci.*, 187 (1946) 1–13.
- HARLEN O. G.**, The negative wake behind a sphere sedimenting through a viscoelastic fluid, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 108 (2002) 411–430.

- HASSAGER O.**, Negative wake behind bubbles in non-Newtonian liquids, *Nature* 29 (1979) 402–403.
- HENDERSON R. D.**, Details of the drag curve near the onset of vortex shedding, *Phys Fluids* 7 (1995) 2102 – 2104.
- HILL R.**, *The mathematical theory of plasticity*. Oxford University Press, 1950.
- JIE P., KE-QIN Z.**, Drag force of interacting coaxial spheres in viscoplastic fluids, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 135 (2006) 83–91.
- JOSEPH D. D., FENG J.**, The negative wake in a second-order fluid, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 57 (1995) 313–320.
- JOSSIC L., MAGNIN A.**, Drag and stability of objects in a yield stress fluid, *AIChE J.*, 47 (2001) 2666–2672.
- LIU B.T., MULLER S.J., DENN M.M.**, Interactions of two rigid spheres translating collinearly in creeping flow in a Bingham material, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 113 (2003) 49–67.
- MAGNIN A., PIAU J.-M.**, Cone-and-plate rheometry of yield stress fluids. Study of an aqueous gel, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 36 (1990) 85–108.
- MAGNIN A., PIAU J.-M.**, Measurement of very low strains using a stress rheometer: a new rotating sensing transducer (RST), *J. Rheol.* 35 (1991) 1465–1479.
- MAGNIN A., PIAU J.-M.**, Flow of yield stress fluids through a sudden change of section, in: P. Moldenaers, R. Keunings (Eds.), *Theoretical and Applied Rheology*, Elsevier Science Pub. B.V, 1992, pp. 195–197.

**MERKAK O., JOSSIC L., MAGNIN A.**, Spheres and interactions between spheres moving at very low velocities in a yield stress fluid, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 133 (2006) 99–108.

**MITSOULIS E.**, On creeping drag flow of a viscoplastic fluid past a circular cylinder: wall effects, *Chem. Eng. Sci.*, 59 (2004) 789–800.

**MOLYNEUX P.**, *Water-Soluble Synthetic Polymers: Properties and Behavior*, CRC Press Inc., Boca Raton, FL, 1985.

**OLDROYD J. G.**, A Rational Formulation of the Equations of Plastic Flow for a Bingham Solid, *Proc. Comb. Phil. Soc.*, 43 (1947 a) 100–105.

**OLDROYD J. G.**, 2D plastic flow of a Bingham solid – a plastic boundary layer theory for slow motion, *Proc. Comb. Phil. Soc.*, 43 (1947 b) 383–395.

**PAPANASTASIOU T. C.**, Flow of materials with yield, *J. Rheol.*, 31 (1987) 385–404.

**PIAU J. M.**, Viscoplastic boundary layer, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 102 (2002) 193–218.

**PIAU J. M., DEBIANE K.**, The adhesive or slippery flat plate viscoplastic boundary layer for a shear-thinning power-law viscosity, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 117 (2004) 97–107.

**PIAU J. M.**, Carbopol gels: Elastoviscoplastic and slippery glasses made of individual swollen sponges. Meso- and macroscopic properties, constitutive equations and scaling laws, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 144 (2007) 1–29.

**PIPE C. J., MONKEWTIZ P. A.**, Vortex shedding in flows of dilute polymer solutions, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 139 (2006) 54–67.

**PRAGER W.**, On Slow Viscoplastic Flow. In *Studies in Mathematics and Mechanics: R. von Mises Presentation Volume*, (1954) 208–216. Academic Press.

- PUTZ A. M. V., BURGHELEA T. I., FRIGAARD I. A., MARTINEZ D. M.**, Settling of an isolated spherical particle in a yield stress shear thinning fluid, *Phys. Fluid.* 20, 033102 (2008).
- RANDOLPH M. F., HOULSBY G. T.**, The limiting pressure on a circular pile loaded laterally in cohesive soil. *Géotechnique* 34, 4 (1984) 613–623.
- REINER E. L.**, *Handbuch der Physik*, 6, Springer-Verlag, Berlin (1958) p 457.
- ROQUET N., SARAMITO P.**, An adaptive finite element method for Bingham fluid flows around a cylinder. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 192 (2003) 3317–3341.
- SAHIN M., OWENS R. G.**, On the effects of viscoelasticity on two-dimensional vortex dynamics in the cylinder wake, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 123 (2004) 121–139.
- SIGLI D., COUTANCEAU M.**, Effect of finite boundaries on the slow laminar isothermal flow of a viscoelastic fluid around a spherical obstacle, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 2 (1977) 1–21.
- SPELT P.D.M., SELERLAND T., LAWRENCE C.J., LEE P.D.**, Flow of inelastic non-Newtonian fluids through array of aligned cylinders. Part2. Inertial effects for square arrays, *J. Eng. Math.* 51 (2005) 81–97.
- TOKPAVI D. L., MAGNIN A., JAY P.**, Very slow flow of Bingham viscoplastic fluid around a circular cylinder, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 154 (2008) 65–76.
- TOKPAVI D. L., JAY P., MAGNIN A.**, Interaction between two circular cylinders in a slow flow of Bingham viscoplastic fluid, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* (2008). In press.
- UMEMURA A.**, Matched-asymptotic analysis of low-Reynolds-number flow past two equal circular cylinders, *J. fluid. Mech.* 121 (1982) 345–363.



---

**WILLIAMSON C.H.K.**, Vortex dynamics in the cylinder wake, *Annu. Rev. Fluid. Mech.* 28 (1996) 477–539.

**WU J., SHERIDAN J.**, The wake of an orbiting cylinder, *J. Fluids and Structures* 11 (1997) 617–626.

**ZDRAVKOVICH M.M.**, Flow around circular cylinders, vol. 1: Fundamentals Oxford University Press (1997).

**ZISIS TH., MITSOULIS E.**, Viscoplastic flow around a cylinder kept between parallel plates, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 105 (2002) 1–20.



## RESUME

Ce travail de thèse aborde l'hydrodynamique régissant un grand nombre d'applications industrielles mettant en œuvre des fluides à seuil de contrainte. Il s'intéresse plus particulièrement à l'étude du problème de base de la mécanique des fluides que constitue l'écoulement d'un fluide autour d'obstacles cylindriques.

Dans un premier temps, le domaine des grands nombres d'Oldroyd, peu abordé dans la littérature, a été examiné en s'intéressant plus particulièrement aux aspects cinématiques et dynamiques. Les effets d'inertie sont négligés. Le cas d'un seul obstacle cylindrique et celui de deux obstacles cylindriques en interaction ont été étudiés numériquement. Les résultats concernant les zones rigides, la stabilité, la couche limite viscoplastique ont été présentés en fonction du nombre d'Oldroyd. Expérimentalement, le cas du cylindre seul a été examiné par la mesure de la traînée et la caractérisation des champs de vitesses par vélocimétrie par image de particules. Le fluide à seuil de contrainte utilisé a été l'objet d'une caractérisation rhéométrique approfondie. Les résultats expérimentaux ont permis de comparer les effets de la nature élastoviscoplastique du gel utilisé aux résultats obtenus avec des lois viscoplastiques existantes.

Dans un second temps, les effets d'inertie ont été pris en compte. Une étude expérimentale a été menée sur l'écoulement autour d'un obstacle cylindrique plongé dans une cuve tournante. Cette étude, complétée par une simulation numérique, a permis d'identifier l'influence de la plasticité, de la rhéofluidification et de l'élasticité sur le sillage derrière un obstacle cylindrique dans un fluide à seuil de contrainte. La zone de recirculation présente dans le régime laminaire stable et la transition entre ce régime et le régime laminaire avec détachement de tourbillons ont été spécialement examinées.

**MOTS CLES :** Fluide à seuil de contrainte, Viscoplasticité, Elastoviscoplasticité, Ecoulement lent, Traînée, Couche limite viscoplastique, Critère de stabilité, Ecoulement inertiel, Instabilités inertielles, Cylindres circulaires, Zone de recirculation, Détachement de tourbillons, Rhéométrie.

---

## ABSTRACT

The hydrodynamic governing a great number of industrial applications - in which yield stress fluids are used - has been investigated in this work. The basic fluid mechanics problem that is the fluid flow around cylindrical obstacles is especially studied.

Firstly, the case corresponding to very high Oldroyd numbers that is very little approached in the literature has been examined by extending the study to kinematics and dynamics aspects. Inertial effects are negligible. The case of one cylindrical obstacle and that of two cylinders in interaction are studied by numerical simulations. The results concerning rigid zones, stability, viscoplastic boundary layer are presented as a function as Oldroyd number. The case of one cylinder has been examined experimentally by drag measurement and flow characterisation by particle image velocimetry. The yield stress fluid used has been the subject of an in-depth rheometrical characterisation. Experimental results allowed to compare the elastoviscoplastic behaviour of the used gel to the results obtained with existing viscoplastic laws.

In a second time, inertial effects were taken into account. An experimental study was undertaken on the flow around a cylindrical obstacle plunged in a rotating tank. This study, completed by numerical simulation, allowed to identify the effects of plasticity, shear-thinning and elasticity on the wake behind the cylindrical obstacle. The recirculation zone in the laminar steady regime and the transition between this regime and the one of laminar vortex shedding was specially examined.

**KEY WORDS:** Yield stress fluid, Viscoplasticity, Elastoviscoplasticity, Creeping flow, Inertial flow, Drag, Viscoplastic boundary layer, Stability criteria, Circular cylinders, Recirculation zone, Vortex shedding, Rheometry.

Laboratoire de Rhéologie, UMR5520  
1301, rue de la Piscine  
Domaine Universitaire, 38041 Grenoble