



**HAL**  
open science

**Contribution à l'étude expérimentale et numérique du  
comportement d'un limon sollicité en traction :  
Approche par éléments discrets**

Abdelkader Ammeri

► **To cite this version:**

Abdelkader Ammeri. Contribution à l'étude expérimentale et numérique du comportement d'un limon sollicité en traction : Approche par éléments discrets. Sciences de l'ingénieur [physics]. Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 2009. Français. NNT : . tel-00425161

**HAL Id: tel-00425161**

**<https://theses.hal.science/tel-00425161>**

Submitted on 20 Oct 2009

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Ecole Nationale d'Ingénieurs de Tunis  
Unité de Recherche Ingénierie Géotechnique

Université Joseph Fourier de Grenoble  
Laboratoire d'Etude des Transferts en  
Hydrologie et Environnement

## **THESE en cotutelle**

*Pour obtenir le grade de :*

### **DOCTEUR EN GENIE CIVIL**

*De*

**L'ECOLE NATIONALE D'INGENIEURS DE TUNIS  
&  
L'UNIVERSITE JOSEPH FOURIER DE GRENOBLE**

*Présentée par :*

**Abdelkader AMMERI**

*Encadrement :*

**ENIT : M. BOUASSIDA (Directeur de thèse) et M. JAMEI (Codirecteur de thèse)  
UJF : J.P. GOURC (Directeur de thèse) et P. VILLARD (Codirecteur de thèse)**

*Sujet de thèse :*

---

**Contribution à l'étude expérimentale et numérique du  
comportement d'un limon sollicité en traction : Approche par  
éléments discrets**

---

*Soutenue le 18 mai 2009*

Composition du jury

<i>Président :</i>	<b>M. Hatem ZENZRI</b>	<i>Professeur</i>	<b>ENIT</b>
<i>Rapporteurs :</i>	<b>Mme Farimah MASROURI</b>	<i>Professeur</i>	<b>LAEGO, ENSG</b>
	<b>M. Rached EL FATMI</b>	<i>MDC</i>	<b>ENIT</b>
<i>Encadrants :</i>	<b>M. Mounir BOUASSIDA</b>	<i>Professeur</i>	<b>ENIT</b>
	<b>M. Pascal VILLARD</b>	<i>Professeur</i>	<b>3S-R, UJF</b>
	<b>M. Jean Pierre GOURC</b>	<i>Professeur</i>	<b>LTHE, UJF</b>

*A mes Parents,*

*A ma petite Maryouma,*

*A ma chère femme,*

*A mes chères soeurs,*

*A mes frères,*

## **REMERCIEMENTS**

Ce mémoire est le résultat d'un travail de recherche effectué au sein de l'Unité de Recherche Ingénierie Géotechnique et de l'ex-Laboratoire Interdisciplinaire de Recherche Impliquant la Géologie et la Mécanique. Durant cette période, j'ai bénéficié, à l'Ecole Nationale d'Ingénieurs de Tunis, du soutien attentif et des conseils précieux du Professeur Mounir Bouassida et de Monsieur Mehrez Jamei. A l'Université Joseph Fourier, une aide considérable, m'a été apportée par le Professeur Pascal Villard. Egalement, de la confiance et de la bienveillance que le Professeur Jean-Pierre Gourc a témoignées à mon égard le long de ce travail. Tous ces facteurs importants ont aidé à l'aboutissement de ce travail. Je tiens, donc, à leur exprimer tous mes remerciements.

Sur le plan de l'étude expérimentale réalisée à l'ENIT, je suis très reconnaissant à Madame Houda Guiras pour son soutien considérable. Je remercie également dans le même cadre Monsieur Olivier Plé et tous les techniciens de la section géotechnique de SCETAUROUTE de Grenoble.

Je remercie également les membres de jury de la thèse d'avoir accepté de rapporter et d'examiner ce travail de recherche.

Il serait difficile de citer ici toutes les personnes qui ont contribué à l'aboutissement de ce travail. J'adresse tout de même une pensée particulière à Monsieur Mabrouk Hatira et à Madame Samia Boussetta pour leurs instincts parentaux surdéveloppés.

Je remercie par la même occasion tous mes collègues de l'ISTEUB, de l'ENIT, de l'URIG et de l'ex-LIRIGM qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

# SOMMAIRE

INTRODUCTION GENERALE.....	5
<b>PARTIE I : SYNTHÈSE BIBLIOGRAPHIQUE SUR L'ÉTUDE EXPERIMENTALE DES SOLS FINS EN TRACTION.....</b>	<b>8</b>
CHAPITRE I : COMPORTEMENT DES SOLS FINS SOLLICITES EN TRACTION .....	11
<i>Introduction</i> .....	11
I. <i>Mise en traction des sols fins</i> .....	11
I.1 Développement de Schubert .....	13
I.2 Développement de Molenkamp et Nazemi .....	14
II. <i>Critère de rupture par traction</i> .....	15
III. <i>Les essais de traction</i> .....	16
III.1 Essai de traction directe.....	17
III.2 Essai brésilien .....	20
III.3 Essai de traction par compression annulaire.....	25
III.4 Essai de flexion trois points .....	27
III.5 Essai de flexion quatre points .....	29
III.6 Essai sur tubes coaxiaux .....	31
III.7 Essai de poinçonnement .....	32
<i>Conclusion</i> .....	33
CHAPITRE II : ÉTUDE DE L'INFLUENCE DES CONDITIONS D'ESSAIS ET DES CONDITIONS INITIALES SUR LE COMPORTEMENT EN TRACTION D'UN SOL FIN ARGILEUX .....	35
<i>Introduction</i> .....	35
I. <i>Influence de la taille de l'éprouvette sur le comportement à la traction</i> .....	35
II. <i>Influence des conditions initiales sur le comportement en traction de l'éprouvette</i> .....	41
III. <i>Influence de la vitesse de sollicitation sur le comportement en traction d'un matériau (cas des matériaux fragiles)</i> .....	49
IV. <i>Influence de la minéralogie d'un sol sur le comportement en traction</i> .....	51
V. <i>Comparaison entre les résultats des essais de traction</i> .....	55
<i>Conclusion</i> : .....	59
<b>PARTIE II : APPROCHE NUMÉRIQUE POUR L'ÉTUDE DU COMPORTEMENT DES SOLS FINS SOLLICITES EN TRACTION : INVESTIGATION DES POTENTIALITES DE LA MÉTHODE DES ELEMENTS DISCRETS COMME NOUVELLE APPROCHE.....</b>	<b>61</b>
CHAPITRE III : LA MÉTHODE DES ÉLÉMENTS DISCRETS : PRINCIPES ET POTENTIALITES .....	63
<i>Introduction</i> .....	63
I. <i>Aperçu historique</i> .....	64
II. <i>Aspects numérique et mécanique d'une simulation par la MED</i> .....	66
II.1 Principe de la MED .....	66
II.1.1 Déformabilité des grains.....	66
II.1.2 Modèle rhéologique de la MED.....	67

II.2	Principe de la résolution numérique d'un problème d'éléments discrets.....	71
II.2.1	Cycle de calcul .....	71
II.2.2	Temps de calcul.....	74
II.3	Passage d'un milieu discret à milieu continu associé ou équivalent.....	77
II.3.1	Calcul des contraintes.....	77
II.3.2	Calcul des déformations .....	81
III.	<i>Création d'une structure discrète</i> .....	82
	<i>Conclusion</i> .....	85
<b>CHAPITRE IV : ETUDE PARAMETRIQUE DU MODELE NUMERIQUE</b> .....		87
	<i>Introduction</i> .....	87
I.	<i>Organigramme du modèle par la MED</i> .....	87
II.	<i>Réalisation de l'essai de traction directe</i> .....	90
II.1	Préparation des éprouvettes .....	90
II.2	Mise en traction des éprouvettes.....	94
II.3	Caractéristiques du sol étudié .....	95
III.	<i>Optimisation de la réalisation de l'essai de traction</i> .....	99
III.1	Discrétisation du domaine .....	99
III.2	optimisation de la vitesse de l'essai de traction .....	101
IV.	<i>Influence des micro - propriétés du modèle sur le comportement en traction</i> .....	106
IV.1	Influence du coefficient de frottement .....	106
IV.2	Influence des adhésions normale et tangentielle.....	107
IV.3	Influence des raideurs normale et tangentielle .....	107
	<i>Conclusion</i> .....	112
<b>PARTIE III : ETUDES EXPERIMENTALE ET NUMERIQUE DU</b>		
<b>COMPORTEMENT EN TRACTION DES SOLS FINS : RESISTANCE A LA</b>		
<b>TRACTION</b> .....		<b>113</b>

<b>CHAPITRE V : ETUDE EXPERIMENTALE AU LABORATOIRE POUR LA CARACTERISATION A</b>		
<b>LA RUPTURE PAR TRACTION D'UN SOL FIN</b> .....		115
	<i>Introduction</i> .....	115
I.	<i>Préparation du matériau</i> .....	116
I.1	Provenance.....	116
I.2	Reconstitution du sol.....	116
I.2.1	Séchage .....	116
I.2.2	Broyage.....	116
I.2.3	Tamissage.....	116
II.	<i>Identification du sol</i> .....	116
II.1	Granulométrie .....	116
II.2	Plasticité.....	117
II.3	Poids spécifique .....	117
II.4	Caractéristiques du compactage.....	117
III.	<i>Confection des éprouvettes pour les essais mécaniques</i> .....	118
III.1	Humidification .....	118
III.2	Compactage des éprouvettes cylindriques.....	118

III.2.1	Compactage par couches .....	119
III.2.2	Compactage simple effet réalisé en une seule couche.....	120
III.2.3	Compactage double effets en une seule couche.....	120
III.2.4	Comparaison entre les différents modes de compactage.....	121
III.3	compactage des éprouvettes parallélépipédiques.....	122
IV.	<i>Les essais de compression simple</i> .....	122
V.	<i>Essais de flexion</i> .....	124
VI.	<i>Essais de traction par fendage</i> .....	127
VI.1	Influence des conditions initiales.....	127
VI.2	Influence de la vitesse de chargement.....	130
VI.3	Influence de la forme de l'échantillon.....	133
VII.	<i>Critère de résistance</i> .....	135
	<i>Conclusion</i> .....	136
<b>CHAPITRE VI : ANALYSE DES ESSAIS DE TRACTION PAR LA METHODE DES ELEMENTS</b>		
DISCRETS	.....	139
	<i>Introduction</i> .....	139
I.	<i>Analyse des essais de traction par simulations numériques</i> .....	140
I.1	Détermination de la résistance à la traction par fendage (essai brésilien) .....	140
I.1.1	Formulation analytique de l'essai brésilien .....	140
I.1.2	Evolution des contraintes dans l'éprouvette lors de l'essai brésilien.....	141
I.1.3	Propagation des fissures et rupture de l'éprouvette de l'essai brésilien.....	145
I.2	Détermination de la résistance à la traction par un essai de flexion .....	153
I.2.1	Analyse de l'essai de flexion trois points .....	153
I.2.2	Analyse de l'essai de flexion quatre points .....	156
II.	<i>Application des modèles numériques au limon de Nabeul</i> .....	158
II.1	Procédure de calage du modèle.....	158
II.2	Application de la procédure de calage au limon de Nabeul .....	159
II.3	Comparaison des résultats numériques et expérimentaux : essais de traction indirecte.....	166
II.4	Enveloppe de rupture.....	170
	<i>Conclusion</i> .....	172
<b>CONCLUSION GENERALE</b> .....		
<b>REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES</b> .....		
		177





## Introduction générale

Classiquement l'étude du comportement des sols qu'ils soient pulvérulents ou fins est souvent menée avec des essais de compression ou de cisaillement. La motivation de cette étude qui remonte à des décennies est certainement liée aux problèmes pratiques, lorsqu'on sait que pour la majorité d'ouvrages en géotechnique, le sol est sollicité en compression et pour la plupart des cas pathologiques la rupture se produit plutôt par cisaillement. De ce fait, rares sont les études qui ont abordé le comportement des sols en traction. Les premières tentatives remontent, à notre connaissance, aux années cinquante (Tshebotarioff et al., 1952), mais tout en restant peu approfondies et en posant particulièrement deux questions, sans non plus des réponses définitives :

Le comportement des sols et particulièrement les sols fins est-il bimodulaire ? Les modules de déformation en compression et en traction sont-ils différents ?

Comment définir et surtout déterminer expérimentalement la résistance à la traction ?

Ces deux questions sont toujours d'actualité si on se réfère aux besoins de dimensionner des ouvrages en terre sollicités en traction. Tel est le cas des couvertures des centres de stockage de déchets qui sont constituées essentiellement par un sol à dominance argileuse, pour assurer une protection du bon fonctionnement de la décharge en diminuant les infiltrations d'eau par réduction de la perméabilité. Cependant, pour une décharge en cours de service les tassements des déchets, souvent significatifs, conduisent ainsi à la flexion de l'ensemble de la couche de couverture. Dans ce cas, le sol se trouve sollicité en traction et la couche de sol argileux peut donc subir une rupture exclusivement par traction. La prédiction des déformations, et donc de la rupture de cette couche, ne peut se faire que par la connaissance de la loi de comportement en traction du sol utilisé et de son critère de rupture. De même, et pour d'autres ouvrages tels que les noyaux des barrages en terre et les remblais routiers, c'est le mode de déformation du sol de fondation qui induit des contraintes de traction souvent inadmissibles pour le sol constitutif, engendrant ainsi des fissures par traction et, par suite, un problème de fonctionnement.

C'est dans ce contexte et pour remédier à ces carences que ce travail de thèse s'intègre.

Bien évidemment, la démarche de l'ingénieur et du chercheur pour étudier ce comportement consiste à se baser sur des essais de laboratoire, ou éventuellement pour certains cas d'études sur des essais in situ. Quant aux essais de laboratoire, l'étude du comportement en traction d'un certain nombre de matériaux, autre que les sols, est souvent conduite par différents types d'essais qui sont normalisés (cas du mortier, du béton et des roches). Plusieurs travaux de recherches sont aussi conduits sur ces types de matériaux. Ils sont basés sur des essais de traction directe ou de traction indirecte. Le recours à des essais de traction indirecte constitue une alternative à la difficulté de réalisation de l'essai de traction directe (uniaxiale), qui reste bien évidemment l'essai de référence. On peut citer à titre non exhaustif les essais de traction indirecte les plus

utilisés : l'essai de fendage ou l'essai brésilien, l'essai de compression annulaire, l'essai de flexion soit trois points ou quatre points, l'essai sur tubes coaxiaux. Mise à part la difficulté de faisabilité de l'un ou l'autre de ces essais, les interprétations et donc les résultats qui en découlent (notamment la résistance à la traction) ne sont pas, pour la plupart, convergents. Pour Ramanathan et Raman (1974) et Frydman (1964), l'essai de fendage ne peut conduire à une bonne estimation de la résistance à la traction que si les hypothèses de la solution de Hertz sont satisfaites: ponctualité de la charge uniforme appliquée sur la génératrice du cylindre et initiation de la fissuration au centre de l'éprouvette. D'ailleurs pour d'autres auteurs (Mellor et Hawkes, 1971), l'essai de compression annulaire, constitue une alternative à l'essai de fendage, en permettant d'assurer naturellement la dernière hypothèse. Quant à l'essai de flexion, Ajaz et Parry, (1975), signalent la difficulté de l'interpréter si on admet que ces matériaux sont à comportement bimodulaire, d'où la nécessité de procéder à des mesures de déformations dans différentes sections de la poutre et particulièrement dans les fibres extrêmes. Tous ces débats constituent encore un champ d'investigation pour des matériaux de comportement peu ductile, et bien évidemment encore plus pour les matériaux ductiles. Pour ces derniers (le cas par exemple des sols argileux), d'autres contraintes s'ajoutent pour rendre l'interprétation des essais de traction indirecte délicate. Quant à l'essai de traction directe, la difficulté de sa réalisation est beaucoup plus importante et s'avère parfois impossible pour des teneurs en eau élevées (proches de celle de la saturation). Le poinçonnement, de l'éprouvette de l'essai de fendage au niveau de la baguette de chargement, quasiment inévitable, conduit à une concentration de contraintes de cisaillement. De même, l'hypothèse de comportement fragile du sol argileux est certainement peu réaliste. Pour ce qui est de l'essai de flexion, la difficulté de préparer des éprouvettes élancées, constitue une contrainte majeure et par conséquent, seules des éprouvettes de faible élancement (inférieur à 4) sont réalisables. Ce qui représente une contrainte, en plus, par rapport à l'interprétation de l'essai de flexion, du moins dans le cadre de la théorie de la résistance des matériaux.

Dans ce travail de thèse, on s'est donné comme premier objectif, la détermination de la résistance à la traction des sols fins en se basant sur une révision des interprétations des essais de traction indirecte réalisables. Reste toujours la difficulté d'avoir des résultats d'essais de tractions directe, comme étant une référence pour juger de la pertinence des interprétations des essais de traction indirecte et des conclusions qui en découlent. Nous nous sommes donc confrontés à une difficulté qui ne peut être à notre sens résolue que via une démarche numérique.

A ce niveau les techniques numériques basées sur la mécanique des milieux continus (cas des éléments finis par exemple) ne peuvent pas constituer une alternative pour la bonne raison qu'il est nécessaire d'avoir la loi de comportement et de la loi d'écoulement plastique pour prédire la réponse du matériau jusqu'à sa rupture. De même, la difficulté de simuler des essais brésiliens avec post fissuration à l'aide d'un code d'éléments finis sans avoir recours à des techniques avancées de maillages adaptatifs, constitue un handicap supplémentaire à ce type d'approche.

Par ailleurs, l'approche par des éléments discrets permet de surmonter ces types de contraintes. En effet, en se basant sur des essais réalisables tels que l'essai de compression ou de cisaillement, et parfois sur un essai de traction indirecte (Ammeri et al, 2009), on peut prédire le comportement en traction. De même, on peut et sans handicap réaliser des essais de traction directe de référence, par rapport auxquels on peut mener la discussion des résultats obtenus à partir des essais de traction indirecte (essais de fendage, essais de flexion).

Ce mémoire de thèse est constitué de trois parties :

La première partie composée de deux chapitres constituant une synthèse bibliographique sur l'étude expérimentale des sols fins en traction mettant en relief les avantages et les inconvénients des différents essais ainsi que les contraintes de réalisation. On présente dans le premier chapitre le processus de mise en traction ainsi que les techniques expérimentales utilisées pour la détermination du comportement en traction des sols fins. Le deuxième chapitre est dédié aux effets des conditions de l'essai et des conditions initiales de l'échantillon sur le comportement en traction d'un sol fin argileux. Dans la deuxième partie, comprenant les troisième et quatrième chapitre, on présente l'approche numérique utilisée pour l'étude du comportement en traction des sols fins. Le troisième chapitre constitue une présentation des principes et potentialités de la méthode des éléments discrets (MED) comme une nouvelle approche de modélisation des sols fins. On présente ensuite au quatrième chapitre l'étude paramétrique du modèle numérique développé avec la mise en œuvre de la MED. La troisième partie est dédiée à l'étude expérimentale, développée au cinquième chapitre, et numérique, développée au sixième chapitre. Ces études ont été entreprises dans ce travail pour la détermination de la résistance à la traction d'un sol fin avec l'application au cas du limon de Nabeul.



PARTIE I: SYNTHÈSE BIBLIOGRAPHIQUE SUR L'ÉTUDE  
EXPÉRIMENTALE DES SOLS FINS EN TRACTION



# Chapitre I : Comportement des sols fins sollicités en traction

## Introduction

Les ouvrages constitués en partie ou en totalité de sols sont souvent sollicités en compression ou en cisaillement. D'où l'intérêt, qui remonte à des décennies, porté à l'étude du comportement des sols en compression et particulièrement en cisaillement. Cependant, rares les travaux qui ont abordé le comportement des sols en traction. Alors que pour beaucoup d'ouvrages, les sols sont fortement sollicités en traction. Tel est le cas des ouvrages en terre, tels les barrages pour lesquels les noyaux sont soumis à des efforts de traction, induisant ainsi des fissures qui conduisent à une forte diminution de la perméabilité, ou les couches de couverture des centres de stockage des déchets et les remblais routiers.

Face à la nécessité de mener des études pour caractériser le comportement en traction des sols et particulièrement les sols fins argileux, quelques travaux de recherche ont été initiés et qui ont pour la majorité tenté d'extrapoler les démarches d'études du comportement d'autres matériaux tels que les roches, le béton et les mortiers. Cependant la difficulté qui réside dans la faisabilité de ces essais pratiqués pour de tels matériaux, a rendu une telle extrapolation limitée dans le cas des sols argileux humides (à des teneurs en eau non négligeables), voire impossible dans certains cas.

C'est dans ce contexte que cette étude s'intègre. Elle a pour objectif de comprendre en première étape comment un sol fin argileux peut être sollicité en traction. Quels sont les phénomènes microscopiques (à l'échelle des particules) qui naissent et qui conditionnent le comportement macroscopique du matériau.

Après avoir synthétiser ces phénomènes, on présente les démarches expérimentales déjà entreprises par différents auteurs en insistant sur les techniques et les dispositifs utilisés pour caractériser le comportement en traction des matériaux tout en soulignant leurs limitations.

### I. Mise en traction des sols fins

La résistance à la traction est souvent négligée lorsqu'on traite des problèmes courants de mécanique des sols. Cette hypothèse, qui semble généralement raisonnable, a contribué à la limitation de l'état des connaissances quant au comportement en traction des sols fins. Celui-ci, comme la majorité des propriétés des sols fins, est étroitement lié à l'interaction entre l'eau et les particules de sol. En effet plusieurs investigations ont montré que la quantité d'eau contenue dans le sol conditionne plusieurs de ses propriétés (gonflement, cisaillement, compressibilité, etc.).

La figure 1.1 montre une coupe schématique de l'arrangement des particules d'un sol fin (Heibrock et al., 2003). Ce schéma est en fait caractéristique d'un sol argileux compacté du côté sec de l'optimum Proctor. Les groupes de particules d'argiles sont liées entre elles pour former des agrégats de 2  $\mu\text{m}$  à 10  $\mu\text{m}$  de diamètre. Les pores entre ces agrégats ont toujours une taille supérieure à 0,1  $\mu\text{m}$ . Le nombre

ainsi que la taille de ces pores inter – agrégats dépendent de l'énergie de compactage et de la teneur en eau du compactage. Jasmud et Lagaly (1993), cités par Heibrock et al., 2003, et Nagaraj et Murthy (1986) ont prouvé que l'eau dans le sol n'engendre pas des forces de surface entre les particules argileuses pour des distances entre particules supérieures à  $6.10^{-3} \mu\text{m}$ . Ainsi, l'eau emprisonnée dans les pores inter – agrégats est considérée comme une eau capillaire (libre). Par ailleurs les pores intra – agrégats ont une taille inférieure à  $0,1 \mu\text{m}$ . Ainsi Le nombre et la taille de ces pores ne sont généralement pas influencés par le compactage mais plutôt par les forces inter – particules. L'eau emprisonnée dans les pores intra – agrégats est influencée par les forces de surface des particules ainsi que par les forces capillaires.

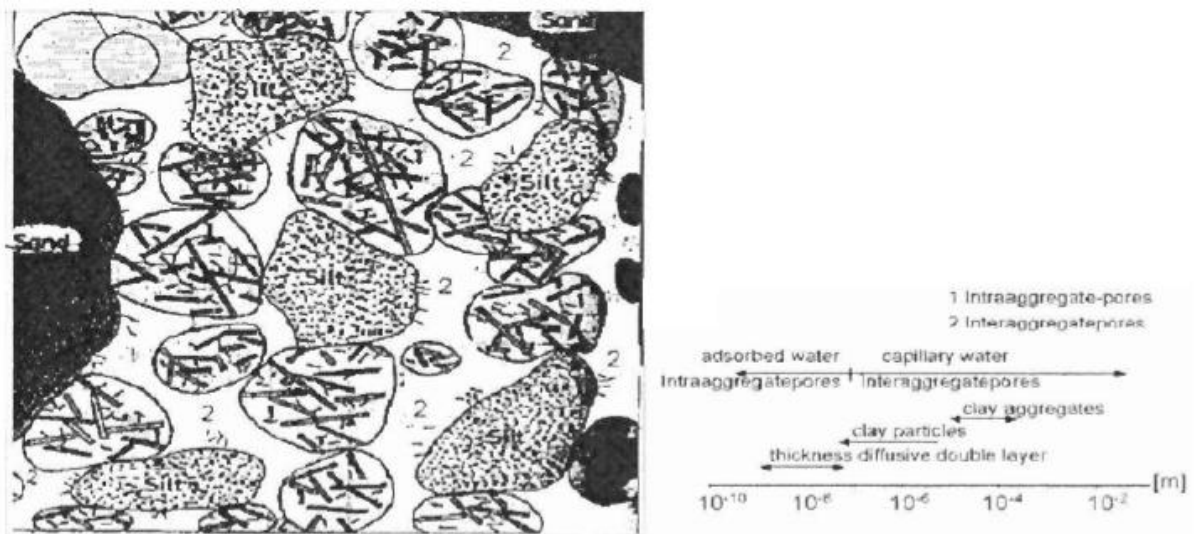


Figure 1.1 : Composition minéralogique d'un sol fin (Heibrock et al., 2003)

Des modèles simples ont été développés pour décrire la relation entre la variation des contraintes de traction au sein d'une matrice argileuse compactée en fonction de la teneur en eau. En se basant sur le modèle poreux des argiles, la résistance à la traction est directement liée aux forces transmises entre les agrégats, puisque la résistance à la traction des agrégats eux mêmes est nettement supérieure. de ce fait, la résistance à la traction d'une argile compactée est analogue à celle d'un sol équivalent constitué de particules ayant les mêmes formes et tailles des agrégats d'argiles. Ainsi, la théorie capillaire peut être utilisée pour décrire le processus de sollicitation en traction des argiles et ensuite, déterminer une relation entre la résistance à la traction et la teneur en eau. Selon Schubert (1982), cité par Heibrock et al., 2003, si l'état du sol est proche de la saturation, la résistance à la traction  $t$  est égale à la pression interstitielle  $p_k$  multipliée par le degré de saturation  $S_r$ . Lorsque la saturation diminue entre les pores, les contraintes de traction seront transmises, d'une part, par les ménisques d'eau entre les particules et, d'autre part, par les pores qui sont encore saturés. Schubert indique que cette étape est une phase transitoire et il définit la résistance à la traction comme étant la somme des contraintes transmises par les ménisques d'eau  $s_t$  et celles transmises par les pores saturés  $Sp_k$  ( $t = s_t + (Sr.p_k)$ ). Lorsque tous les pores deviennent non saturés la résistance à la traction tend vers  $s_t$ .



A l'état non saturé, l'eau agit sur les particules du sol par les ménisques formés entre elles. Schubert (1982) et Molenkamp et Nazemi (2003) ont développé des approches micro – mécaniques pour évaluer les forces entre les particules à l'état non saturé. En se basant sur ces approches on peut estimer la valeur de la contrainte de traction développée dans un sol fin.

### I.1 Développement de Schubert

Les calculs de Schubert sont basés sur la mécanique des milieux poreux. Il a déterminé l'expression de la contrainte de traction développée entre deux particules pour plusieurs géométries de contact (sphères identiques, sphères de tailles différentes, sphère en contact avec un plan, etc.). La détermination de la contrainte de traction est basée sur la connaissance de deux paramètres (figure 1.2):

Le rapport entre le volume du ménisque d'eau et le volume de la sphère ( $V_l/V_s$ )

L'angle du ménisque  $\beta$

Ces deux données sont utiles pour la lecture de la valeur de la force adimensionnelle  $F/\gamma x$  à partir du diagramme de la figure 1.3, où  $\gamma$  représente la tension superficielle (pour l'eau et l'air purs, à une température de 293°K, la tension superficielle est  $\gamma \cong 0.0727$  N/m);  $x$  est le diamètre de la sphère.

Enfin, la contrainte de traction  $\sigma_t$  est donnée par (Rumpf et Schubert, 1978, cités par Heibrock et al., 2003) ou  $e$  représente l'indice des vides du sol.

$$s_t = \frac{(1 - e)F}{ex^2} \quad (1.1)$$

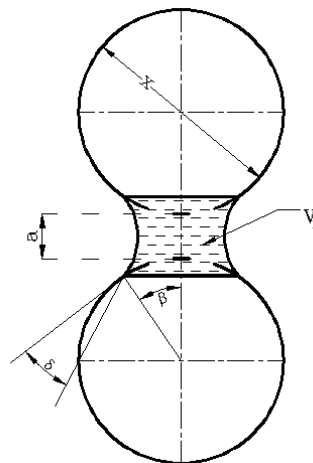


Figure 1.2 : Deux particules sphériques en présence d'un ménisque d'eau

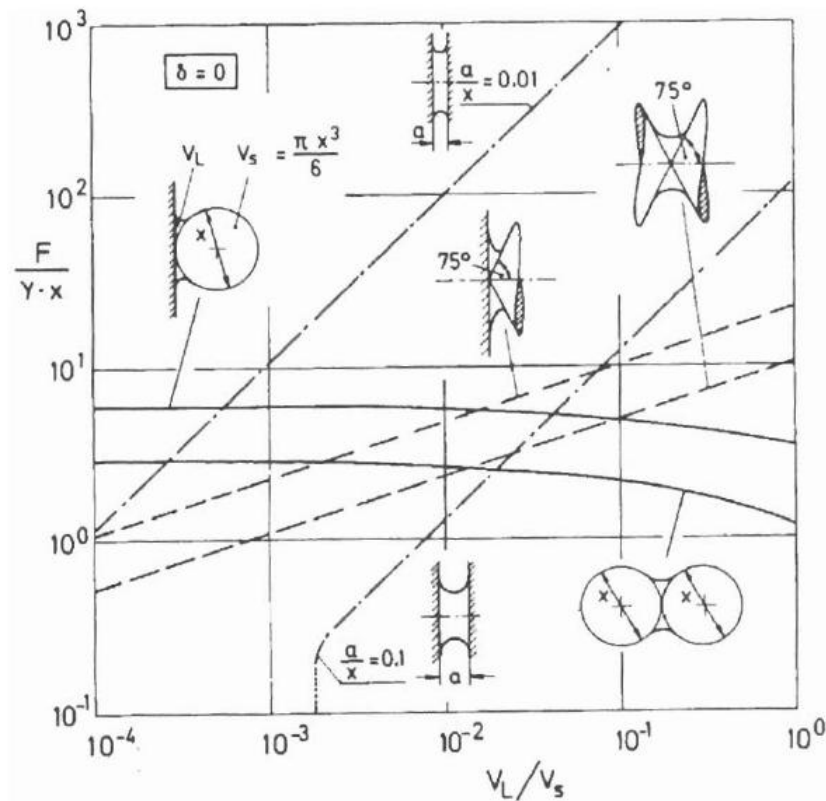


Figure 1.3 : Diagramme des forces de contact en fonction de la forme du contact et du rapport entre les volumes du ménisque et de la sphère

## 1.2 Développement de Molenkamp et Nazemi

Molenkamp et Nazemi (2003) ont étudié l'interaction entre deux sphères rugueuses. La figure 1.4 montre la géométrie du problème. Les auteurs ont proposé une relation entre la force de traction adimensionnelle  $F$  et la succion adimensionnelle  $\psi$ .

$$F = \frac{f}{xg} = y\rho Y_c^2 + 2\rho Y_c \sin(b + q) \quad (1.2)$$

Avec  $Y_c = \sin b$

$$y = (u_a - u_w)x / g$$

$u_a$  et  $u_w$  représentent respectivement : la pression de l'air et la pression de l'eau

La contrainte de traction  $S_t$  est déterminée à partir de l'équation (1.1).

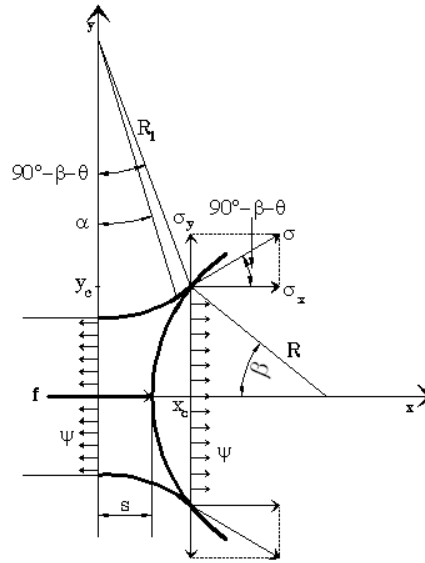


Figure 1.4 : Géométrie de la partie droite du ménisque d'eau et les actions qui y sont appliquées

*Remarque :* Bien que les développements de Schubert / Molenkamp et Nazemi ont la force de donner des expressions de la résistance à la traction en fonction de la géométrie des particules, la géométrie des ménisques d'eau et l'état de saturation du sol, ils restent loin d'être appliqués pour la détermination de la résistance à la traction d'un sol fin donné. En effet, leurs développements analytiques sont basés d'une part sur des distributions granulaires idéalisées et d'autre part sur des mesures microscopiques fines des volumes de l'eau interstitielle et de sa géométrie. Par conséquent, ces développements peuvent servir à l'écriture d'un modèle numérique de milieu poreux pour la détermination de la résistance à la traction d'un sol fin. En ce propos, Heibroek et al. (2003) ont montré que les équations de Schubert / Molenkamp et Nazem donnent une bonne approximation de la résistance à la traction d'un limon qu'ils ont étudié expérimentalement.

## II. Critère de rupture par traction

Le critère de rupture de Griffith est généralement admis comme étant le plus adapté pour caractériser la rupture des matériaux fragiles. Selon ce critère la rupture se produit lorsque :

$$s_1 = s_T \quad \text{si } 3s_1 + s_3 \geq 0 \quad (1.3)$$

$$(s_1 - s_3)^2 + 8s_T(s_1 + s_3) = 0 \quad \text{si } 3s_1 + s_3 < 0 \quad (1.4)$$

Avec  $\sigma_1$  la contrainte principale majeure (traction),  $\sigma_3$  la contrainte principale mineure, et  $s_T$  la résistance à la traction uniaxiale du matériau (la traction est positive). Le critère suppose que la contrainte principale intermédiaire  $\sigma_2$  n'intervient pas dans la rupture.

Le critère de Griffith peut être représenté dans le plan de Mohr par une enveloppe de rupture non linéaire dont l'équation est :

$$\tau^2 + 4s_t s_1 - 4s_t^2 = 0 \quad (1.5)$$

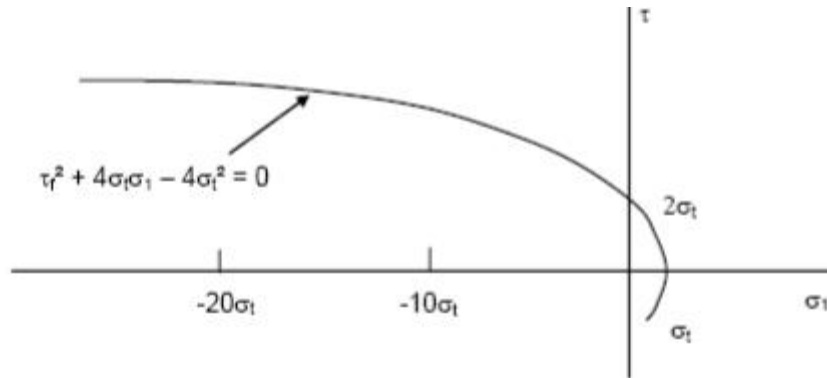


Figure 1.5 : Critère de rupture de Griffith

Le critère de Griffith suppose que pour une contrainte de confinement nulle (1.4), le rapport entre la contrainte à la traction qui engendre l'ouverture d'une fissuration (la contrainte limite en traction) et la contrainte en compression est égal à 8 (Mellor et Hawkes, 1971). Cette hypothèse peut ne pas être satisfaite pour plusieurs matériaux et le rapport de 8 peut être complètement différent de cette valeur. Par conséquent plusieurs matériaux fragiles peuvent ne pas obéir au critère de rupture de Griffith. Ainsi, Fairhurst (1964) a réécrit le critère de rupture de Griffith en introduisant un rapport  $n$  dépendant du matériau. Ce critère généralisé s'écrit comme suit :

$$s_1 = s_T \quad \text{si } m(m-2)s_1 + s_3 \geq 0 \quad (1.6)$$

$$\frac{(s_1 - s_3)^2}{s_1 + s_3} = -2(m-1)^2 s_T \frac{e_1}{e} + \frac{2s_T}{s_1 + s_3} \left[ \frac{m-1}{2} \frac{\sigma^2}{\sigma} - \frac{1}{2} \frac{\sigma^2}{\sigma} \right] \quad (1.7)$$

$$\text{si } m(m-2)s_1 + s_3 < 0$$

$$\text{Avec } m = \sqrt{n+1}$$

### III. Les essais de traction

Comme on l'avait indiqué précédemment, toute étude de comportement en traction des matériaux doit s'appuyer sur des essais de laboratoire, en privilégiant l'essai de traction directe comme étant l'essai de référence, qui quand il est réalisable et fiable, conduira à une meilleure caractérisation du matériau en traction. Il permettra dans ce cas de déterminer les modules de rigidités sécants et tangents et la résistance à la traction. Il permettra sans doute de caractériser le caractère ductile ou fragile du matériau. Néanmoins, cet essai pour beaucoup de matériaux, est difficile à réaliser, voire impossible pour des matériaux tels que les argiles à forte teneur en eau.

C'est pour toutes ces raisons que les essais de traction dite indirecte étaient utilisés.

On présente dans la suite ces différents essais en insistant sur leurs modes de réalisation ainsi que sur les interprétations qui en découlent.

### III.1 Essai de traction directe

Bien évidemment, l'essai de traction directe est l'essai le mieux approprié pour la détermination du comportement en traction des matériaux. En effet le champ des contraintes de traction produit dans l'éprouvette est un champ homogène uniaxial. Cependant, l'essai de traction directe reste techniquement très difficile à réaliser dans le cas des sols fins et particulièrement pour des échantillons à teneurs en eau significatives, spécifiquement du côté humide de l'optimum (Madjoudj, 2001), (Hiroshi et Masayuki, 1964). Cet essai consiste à exercer une traction aux deux extrémités d'une éprouvette cylindrique ou parallélépipédique (figure 1.6), préalablement collées à des plaques d'acier fixées à une presse. La contrainte de traction est déterminée par (1.8), avec S la section de l'éprouvette.

$$s_t = \frac{F}{S} \quad (1.8)$$

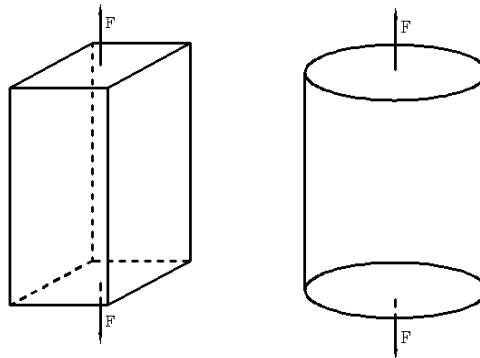


Figure 1.6 : Essai de traction directe

La difficulté de réalisation de l'essai de traction directe réside dans le fait qu'il soit complexe de coller les mors de traction sur l'éprouvette sans provoquer du remaniement ou poinçonnement ce qui induit des flexions parasites pendant l'essai (figure 1.7). Plusieurs solutions ont été proposées pour réussir l'essai de traction directe, notamment en modifiant la forme (figure 1.8) ou la technique de mise en traction de l'éprouvette (figures 1.9, 1.10, 1.11). Seuls les essais de traction directe réalisés sur des éprouvettes d'argile séchées ont été possibles malgré le problème de reproductibilité (Boughanmi, 2002).

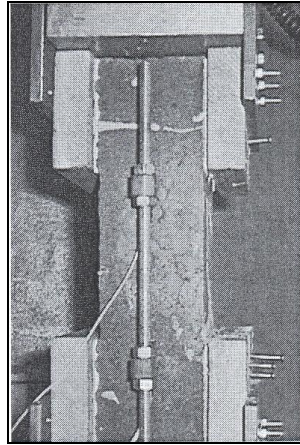


Figure 1.7 : Dispositif de l'essai de traction directe (ENTPE Lyon) (D'après Boughanmi, 2002)

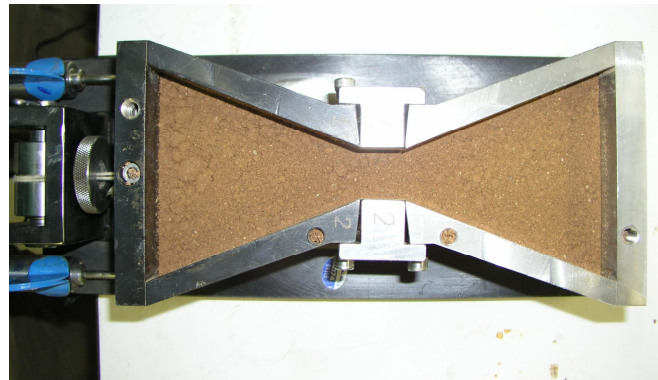


Figure 1.8 : Dispositif amélioré de l'essai de traction directe (Université polytechnique de Catalunya, (Trabelsi, 2008))

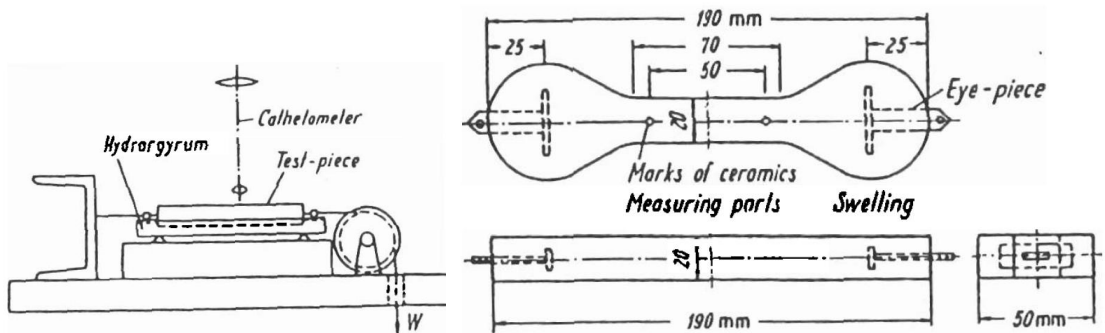


Figure 1.9 : Dispositif de l'essai de traction directe proposé par (Hiroshi et Masayuki, 1964)

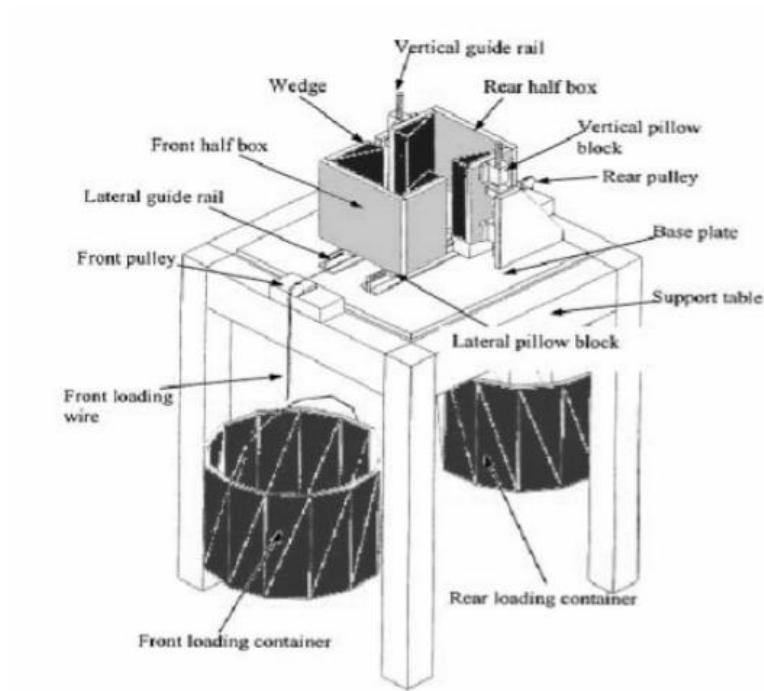


Figure 1.10 : Dispositif de l'essai de traction directe proposé par (Haydar et al., 2007)

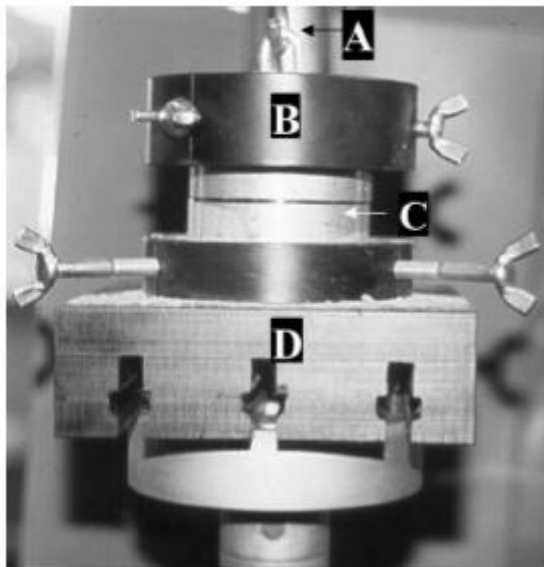


Figure 1.11 : Dispositif pour l'essai de traction directe proposé par (Lars et al., 2002)

Vu les difficultés citées précédemment, et malgré les améliorations apportées au dispositif de l'essai de traction directe, cet essai reste d'utilisation limitée aux matériaux à grandes déformabilités tels que les enrobés bitumineux. Malgré la faisabilité de l'essai de traction directe sur le béton (norme NF. P.18409, février 1964), comparé à celui sur les sols fins argileux, ce dernier a été abandonné en 1981 au profit de l'essai brésilien qui a l'avantage d'être beaucoup plus facile à réaliser.

### III.2 Essai brésilien

L'essai brésilien a été développé par Carneiro et Barcellos en 1953 comme essai de traction pour les matériaux rocheux. En 1978, il a été proposé officiellement par la Société Internationale de Mécanique des Roches comme méthode de détermination de la résistance à la traction des matériaux rocheux puis a été normalisé par "the American Society for Testing and Materials" (ASTM) pour la détermination de la résistance à la traction des bétons.

Cet essai consiste à comprimer une éprouvette cylindrique le long de deux génératrices diamétralement opposées (Figure 1.12). L'effort appliqué induit des contraintes de traction et de compression au sein de l'éprouvette. Pour les roches et les bétons, la rupture s'obtient par traction le long du diamètre vertical, entraînant un fendage vertical de l'éprouvette.

Cet essai présente l'avantage d'être simple à réaliser. D'ailleurs, seul le matériel de l'essai de compression simple est nécessaire à sa réalisation si on ne s'intéresse qu'à la détermination de la résistance à la traction. Dans le cas où l'on souhaite déterminer, en plus, les modules de rigidité et autres paramètres, des mesures supplémentaires du déplacement sont nécessaires (Wang et al., 2004). L'essai brésilien, présentant plusieurs avantages de simplicité et de rapidité de réalisation, a fait l'objet d'études et de réflexions en vue d'étendre son application à d'autres matériaux.

L'état des contraintes dans l'éprouvette, durant l'essai brésilien, a été déterminé avec l'hypothèse de l'élasticité linéaire pour des matériaux isotropes par Hertz en 1895 (Les notations sont indiquées sur la figure 1.12).

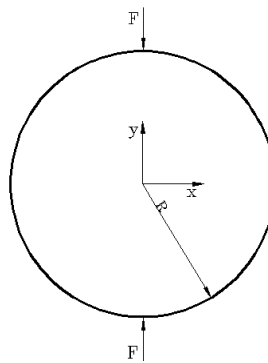


Figure 1.12 : Paramètres de l'essai brésilien

$$s_x = \frac{-2F}{ph} \left[ \frac{x^2 (R - y)}{b_1^4} + \frac{x^2 (R + y)}{b_2^4} - \frac{1}{2R} \right] \quad (1.9)$$

$$s_y = \frac{-2F}{ph} \left[ \frac{(R - y)^3}{b_1^4} + \frac{(R + y)^3}{b_2^4} - \frac{1}{2R} \right] \quad (1.10)$$



$$s_{xy} = \frac{2F}{ph} \left[ \frac{x(R-y)^2}{b_1^4} + \frac{x(R+y)^2}{b_2^4} \right] \quad (1.11)$$

Avec

$$b_1^2 = (R - y)^2 + x^2 \quad (1.12)$$

$$b_2^2 = (R + y)^2 + x^2 \quad (1.13)$$

h : la longueur de l'éprouvette

Ainsi, pour déterminer la résistance à la traction par fendage d'un matériau à partir des équations de Hertz, il faut satisfaire aux hypothèses d'un comportement élastique linéaire fragile et d'un chargement uniforme appliqué sur une génératrice du cylindre (Figure 1.13). La résistance à la compression du matériau testé doit par ailleurs dans ces conditions être au moins trois fois supérieure à la résistance à la traction pour que la rupture s'initie par traction et non pas par compression.

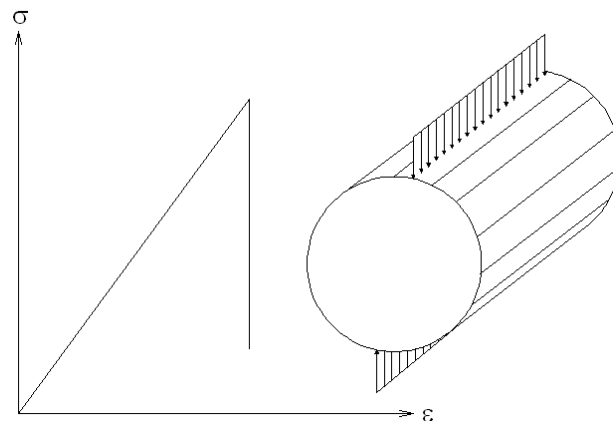


Figure 1.13 : Hypothèses de validité de l'essai brésilien

L'expression de la contrainte de traction au centre, pour cette configuration de chargement, est donnée par :

$$s_t = \frac{F}{pRh} \quad (1.14)$$

Pour pouvoir appliquer l'essai brésilien aux sols cohérents Tshebotarioff cité par Ramanathan et Raman (1974) les a classés en trois catégories selon le taux de déformation axiale obtenue à la rupture par compression simple (tableau 1.1)

Taux de déformation à la rupture en compression simple	Comportement
3 – 8 %	Fragile
8 – 14 %	Semi – fragile
14 – 20 %	plastique

Tableau 1.1 : Classification des sols cohérents (Ramanathan et Raman, 1974)

Ainsi, selon Tshebotarioff, pour les sols développant une déformation axiale en compression simple inférieure à 8%, l'hypothèse de fragilité du comportement peut être retenue. Par ailleurs, les sols présentent généralement dans la gamme de petites déformations un comportement élastique linéaire.

On note qu'il est difficile d'appliquer un chargement ponctuel, surtout pour le cas des sols fins, du fait de l'enfoncement des baguettes de chargement dans l'éprouvette qui s'accroît avec l'augmentation de la plasticité du sol. C'est d'ailleurs pour cette raison que des auteurs comme Hondros (1959) ont développé une solution en contraintes, toujours en élasticité linéaire, pour un chargement radial et supposé appliqué sur un arc (figure 1.14).

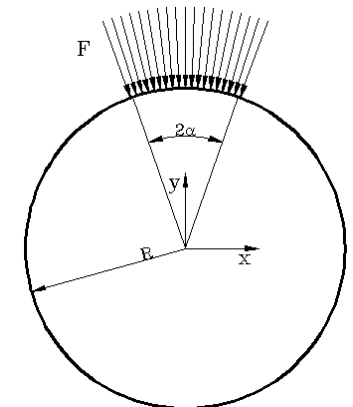


Figure 1.14 : Chargement réparti sur un arc

Les expressions des contraintes sur le diamètre horizontal ( $y=0$ ) et sur le diamètre vertical ( $x=0$ ) sont respectivement :

$$s_{qy}, s_{qx} = \pm \frac{F}{apRh} \frac{1 - \frac{r^2}{R^2} \sin 2a}{1 \mp 2 \frac{r^2}{R^2} \cos 2a + \frac{r^4}{R^4}} \mp \tan^{-1} \frac{1 \pm \frac{r^2}{R^2}}{1 \mp \frac{r^2}{R^2}} \tan a \quad (1.15)$$

$$s_{ry}, s_{rx} = \mp \frac{F}{apRh} \frac{1 - \frac{r^2}{R^2} \sin 2a}{1 \mp 2 \frac{r^2}{R^2} \cos 2a + \frac{r^4}{R^4}} \pm \tan^{-1} \frac{1 \pm \frac{r^2}{R^2}}{1 \mp \frac{r^2}{R^2}} \tan a \quad (1.16)$$

On en déduit la valeur de la contrainte à la rupture par traction du matériau qui s'écrit

$$s_t = \frac{F}{apRh} [\sin 2a - a] \quad (1.16a)$$

La solution proposée par Hondros considérant un chargement radial réparti sur un arc, est difficilement exploitable compte tenu qu'il est expérimentalement difficile d'assurer un tel type de chargement. Ainsi Frydman (1964), cité par Ramanathan et Raman (1974), a proposé de prendre en considération lors de l'essai brésilien des charges réparties verticales appliquées sur une petite largeur ( $2a$ ) bien qu'aucune expression analytique en contraintes ne puisse être établie (figure 1.15).

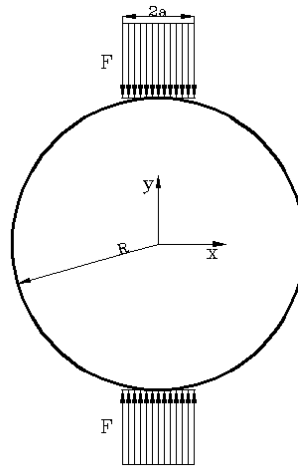


Figure 1.15 : Essai brésilien avec un chargement réparti

Hondros (1959) a proposé une valeur de  $a/R \leq 0,1$  pour que l'expression de la contrainte de traction proposée par Hertz au centre de l'éprouvette (1.14) reste valable. Frydman(1964) a constaté que sous la condition  $a/R \leq 0,27$  la contrainte au centre n'est pas influencée par la nouvelle configuration de chargement et l'erreur induite par rapport à la solution de Hertz sur la contrainte de traction est inférieure à 10%.

Pour cette dernière configuration, le chargement est réparti, mais sa résultante est appliquée initialement au point de contact avec l'éprouvette. Ce qui induit une concentration de la contrainte de cisaillement au voisinage des baguettes de chargement. Par conséquent l'éprouvette se fissure au niveau des génératrices chargées et la rupture peut ne pas avoir lieu par traction. Pour remédier à ce problème de cisaillement et pour que les efforts soient répartis, Wang et al. (2004) ont proposé d'apporter un aplatissement à l'éprouvette elle-même (figure 1.16).

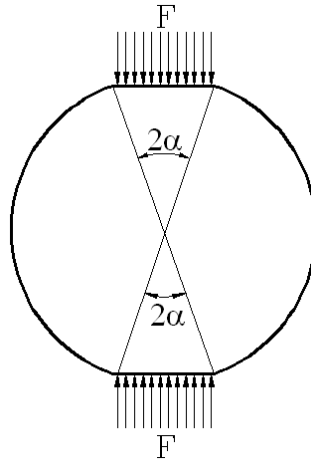


Figure 1.16 : Essai brésilien avec une éprouvette aplatie soumise à une charge uniforme

Pour cette configuration les équations précédentes ne sont plus valables pour la détermination du champ des contraintes au sein de l'éprouvette. Comme la valeur de la contrainte recherchée par l'essai brésilien est celle correspondant à la traction au centre de l'éprouvette, Wang et al. (2004) ont proposé la formule (1.17) pour déterminer cette valeur en introduisant un coefficient correctif à l'équation de Hertz.

$$s_t = k \frac{2F}{pDt} \quad (1.17)$$

Avec

$$k = \frac{2 \cos^3 a + \cos a + \frac{\sin a}{a}}{8 \cos a + \frac{\sin a}{a}} \quad (1.18)$$

Pour  $\alpha$  tendant vers 0 ( $k$  tend vers 1) on retrouve l'équation (1.14) proposée par Hertz.

Pour l'essai brésilien classique, il n'y a pas de solution en déplacement. Wang et al. (2004) ont proposé une expression approchée pour le raccourcissement vertical ( $\Delta w$ ) de l'éprouvette dans le domaine élastique (1.19). Ayant le coefficient de Poisson du matériau, cette expression permet la détermination du module d'élasticité du matériau par l'essai brésilien avec plats.

$$\Delta w = \frac{2F}{pEh} \left[ (1 - \nu) - \ln \left( 1 + \frac{4\nu a}{\sin^2 a} \right) \right] \quad (1.19)$$

Où  $E$  et  $\nu$  sont respectivement le module d'élasticité et le coefficient de Poisson.

Bofinger (1970) ainsi que Krishnayya et Eisenstein (1974), ayant constaté que les matériaux dont la résistance à la traction est très faible possèdent des modules de

traction considérablement inférieurs à ceux en compression. Partant de ces constatations Krishnayya et Eisenstein (1974) ont proposé de prendre en considération la bimodularité du comportement des sols fins lors de l'analyse de l'essai Brésilien. La relation contrainte – déformation en élasticité bilinéaire doit être de forme orthotropique et peut être décrite en contraintes planes et dans le plan principal par :

$$\begin{pmatrix} s_{t/c} \\ s_{c/y} \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{1 - n_t n_c} \begin{pmatrix} E_t & n_t E_c & 0 \\ n_t E_c & E_c & 0 \\ 0 & 0 & G \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_t \\ e_c \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1.20)$$

Avec

$s_{t/c}$  : La contrainte principale de traction / de compression

$e_{t/c}$  : La déformation principale de traction / de compression

$E_{t/c}$  : Le module de Young en traction / en compression

$n_{t/c}$  : Le coefficient de Poisson associé à la traction / à la compression

$G$  : Le module de cisaillement

Krishnayya et Eisenstein (1974) ont noté qu'en tenant compte de la bimodularité du matériau, la contrainte de compression au centre est supérieure par comparaison à celle où les deux modules sont égaux, par contre la contrainte de traction est inférieure.

### III.3 Essai de traction par compression annulaire

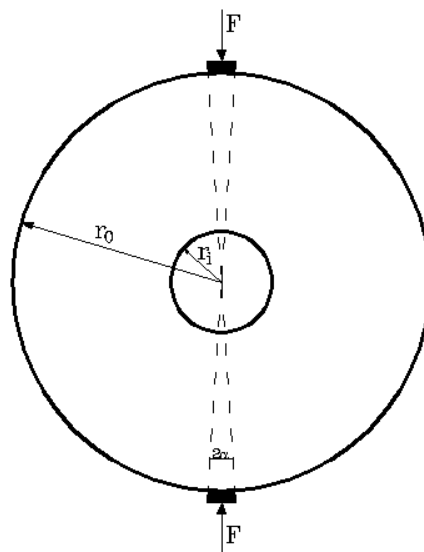


Figure 1.17 : Essai sur tube annulaire

L'essai sur tube annulaire est un essai brésilien modifié qui permet la détermination indirecte de la résistance à la traction par fendage des matériaux. Il s'agit de la compression diamétrale d'un tube cylindrique (figure 1.17) jusqu'à la rupture par traction. Les fissurations au cours de cet essai s'initient en bordure du creux central dans le diamètre vertical du chargement. L'avantage que représente l'essai sur tube annulaire par rapport à l'essai brésilien consiste en l'initiation de la rupture dans une zone où le champ de contraintes est uniaxial. Par opposition à l'essai brésilien, le champ des contraintes au centre de l'éprouvette, origine hypothétique de la rupture, est biaxial (contraintes de compression au centre de l'éprouvette trois fois supérieures aux contraintes de traction pour un matériau élastique). En outre l'idée principale de l'essai sur tube annulaire est d'amorcer l'initiation des fissures à partir du centre de l'échantillon. Par conséquent la résistance à la traction uniaxiale est mieux approchée lorsque le diamètre intérieur du tube est faible. Par ailleurs, l'essai brésilien présente l'avantage d'une répartition uniforme des contraintes de traction le long du diamètre vertical sauf au voisinage des points d'application de la charge. Le champ des contraintes dans l'éprouvette lors de l'essai par compression annulaire est approché par développement en série de Fourier à l'ordre n par les expressions(1.21), (1.22) et (1.23) (Mellor et Hawkes, 1971).

$$s_r = 2 \frac{A_0}{r_0^2} + \frac{B_0}{r_0^2} \frac{r_0^2}{r_0^2} r_0^{-2} + \frac{A(2-n)(1+n)}{r_0^2} \frac{r_0^2}{r_0^2} r_0^n + \frac{Bn(1-n)}{r_0^2} \frac{r_0^2}{r_0^2} r_0^{n-2} \frac{\cos(nq)}{r_0^2} - \frac{Cn(1+n)}{r_0^2} \frac{r_0^2}{r_0^2} r_0^{-n-2} + \frac{D(2+n)(1-n)}{r_0^2} \frac{r_0^2}{r_0^2} r_0^{-n} \frac{\cos(nq)}{r_0^2} \quad (1.21)$$

$$s_q = 2 \frac{A_0}{r_0^2} - \frac{B_0}{r_0^2} \frac{r_0^2}{r_0^2} r_0^{-2} + \frac{C_0}{r_0^2} \frac{r_0^2}{r_0^2} 3 + 2 \log \frac{r_0^2}{r_0^2} + \frac{A(2+n)(1+n)}{r_0^2} \frac{r_0^2}{r_0^2} r_0^n - \frac{Bn(1-n)}{r_0^2} \frac{r_0^2}{r_0^2} r_0^{n-2} \frac{\cos(nq)}{r_0^2} + \frac{Cn(1+n)}{r_0^2} \frac{r_0^2}{r_0^2} r_0^{-n-2} + \frac{D(2-n)(1-n)}{r_0^2} \frac{r_0^2}{r_0^2} r_0^{-n} \frac{\cos(nq)}{r_0^2} \quad (1.22)$$

$$s_{rq} = \frac{A(1+n)}{r_0^2} \frac{r_0^2}{r_0^2} r_0^n - \frac{B(1-n)}{r_0^2} \frac{r_0^2}{r_0^2} r_0^{n-2} \frac{n \sin(nq)}{r_0^2} + \frac{C(1+n)}{r_0^2} \frac{r_0^2}{r_0^2} r_0^{-n-2} + \frac{D(1-n)}{r_0^2} \frac{r_0^2}{r_0^2} r_0^{-n} \frac{n \sin(nq)}{r_0^2} \quad (1.23)$$

$r_0$  : le rayon extérieur de l'anneau

$$A_0 = -\frac{F r_0}{2ph(1-a^2)}; B_0 = \frac{F r_0 a^2}{ph(1-a^2)}; C_0 = 0$$

$$A = \frac{F r_0}{phR} \frac{\sin na}{na} a^{2n} - \frac{1+na^{2n-2}}{1+n}; B = \frac{F r_0}{phR} \frac{\sin na}{na} a^{2n} - \frac{1-na^{2n+2}}{1-n}$$

$$C = \frac{F r_0}{phR} \frac{\sin na}{na} a^{2n} - \frac{a^{4n}+na^{2n+2}}{1+n}; D = \frac{F r_0}{phR} \frac{\sin na}{na} a^{2n} - \frac{a^{4n}-na^{2n-2}}{1-n}$$

Avec

$$R = (1-a^{2n})^2 - n^2 a^{2n-2} (1-a^2)^2$$

$$a = \frac{r_i}{r_0}$$

On en déduit (pour n=1) l'expression des contraintes de traction le long du diamètre vertical ( $q = \frac{\rho}{2}$ )

$$s_q = -\frac{F}{pr_0 h(1-a^2)} - \frac{Fa^2}{ph(1-a^2)} \frac{r_0^2}{r_0^2} \quad (1.24)$$

Soit pour le cas particulier de l'essai brésilien sur un cylindre plein ( $a = 0$ ), on retrouve

$$s_q = -\frac{F}{pr_0 h} \quad (1.25)$$

### III.4 Essai de flexion trois points

L'essai de flexion trois points (figure 1.18) tire son appellation des trois points d'application des efforts qui le caractérisent : un point de chargement et deux points d'appui. Cet essai est généralement utilisé pour déterminer la résistance à la traction par flexion des matériaux tels que le mortier, le béton, le bois, ... Il a cependant été utilisé pour les matériaux argileux tels que les blocs de terre comprimée (BTC), notamment pour en contrôler la qualité. L'interprétation de tels essais reste délicate puisque l'élançement des éprouvettes de BTC varie généralement entre 2 et 3 ce qui exclut l'utilisation des formules classiques inspirées de la résistance des matériaux (formule 1.26).

$$s_{xx} = \frac{3PL}{2e^2 I} \quad (1.26)$$

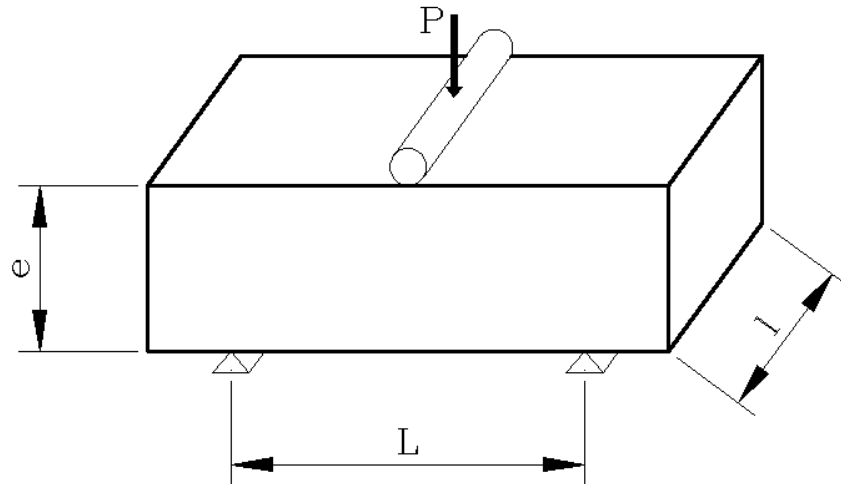


Figure 1.18 : Essai de flexion 3 points

Bien que les hypothèses de la résistance des matériaux soient violées pour les éprouvettes de faible élancement pour des essais de flexion trois points, Walker (2000), Venkatarama et Jagadish (1992) ont utilisé la formule (1.26) pour déterminer la résistance à la traction et la corréler par conséquent à la résistance à la compression. Cependant Morel et al. (2003) ont proposé de déterminer la résistance à la traction à partir de cet essai par un modèle de « bielles et tirant » (figure 1.19)

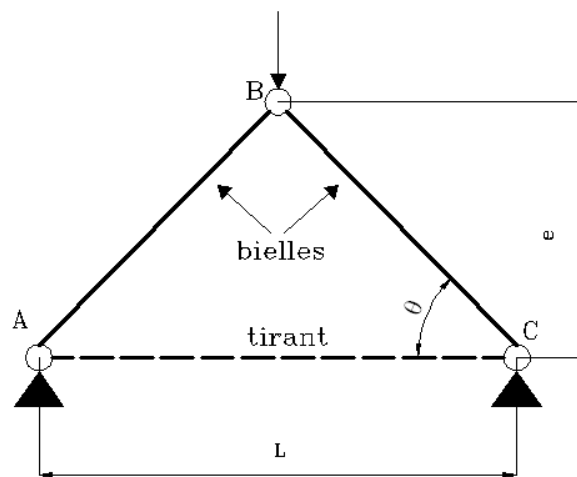


Figure 1.19: Modèle de bielles et tirant (Morel et al., 2003)

En écrivant les expressions des efforts normaux dans les bielles et dans le tirant Morel et al., (2003) ont déduit les expressions de la contrainte de compression développée dans les bielles (1.27) et celle de traction développée dans le tirant(1.28).

$$s_c = \frac{-PL}{2h_0el} \sqrt{1 + \frac{L^2}{4e^2}} \quad (1.27)$$



$$s_t = \frac{PL}{4elh_t} \quad (1.28)$$

$h_0$  est la hauteur de la bielle dans le cas d'une éprouvette carrée.  $h_t$  représente la hauteur du tirant, elle est déterminée en fonction de  $h_0$  par :

$$h_t = \frac{kh_0}{2\sqrt{1 + \frac{L^2}{4e^2}}} \quad (1.29)$$

$k$  représente le rapport entre les résistance à la compression  $s_c$  et à la traction  $s_t$

$$k = - \frac{s_c}{s_t} \quad (1.30)$$

Morel et al. (2003) supposent que  $k$  et  $h_0$  sont des paramètres intrinsèques du matériau.  $h_0$  est déterminé par l'expression

$$h_0 = \frac{-PL}{2s_{c0}el} \sqrt{1 + \frac{L^2}{4e^2}} \quad (1.31)$$

Où  $s_{c0}$  représente la résistance à la compression simple obtenue sur des éprouvettes de mêmes caractéristiques que celle utilisée pour l'essai de flexion.

Quant au valeur de  $k$ , il présente le maillon faible de la méthode puisque la résistance à la traction devrait être connue au préalable. Les auteurs proposent sa détermination par le biais de l'essai de fendage sur une éprouvette prismatique ce qui suppose implicitement la fiabilité de cet essai quant à la mesure de la résistance à la traction.

$$s_t = 0.9 \frac{2F}{elp} \quad (1.32)$$

### III.5 Essai de flexion quatre points

L'essai de flexion quatre points est considéré comme un essai de traction indirecte duquel on peut déduire la rigidité ainsi que la résistance à la traction. Il est le plus représentatif du comportement des ouvrages en terre soumis à la traction par flexion. L'essai quatre points est réalisé sur une poutre isostatique sur appuis simples et chargée par deux forces symétriques (figure 1.20). Par rapport à l'essai de flexion trois points, l'essai quatre points présente l'avantage d'avoir le moment fléchissant constant entre les deux points de chargement d'où la possibilité d'améliorer la précision des mesures en faisant la moyenne sur plusieurs sections.

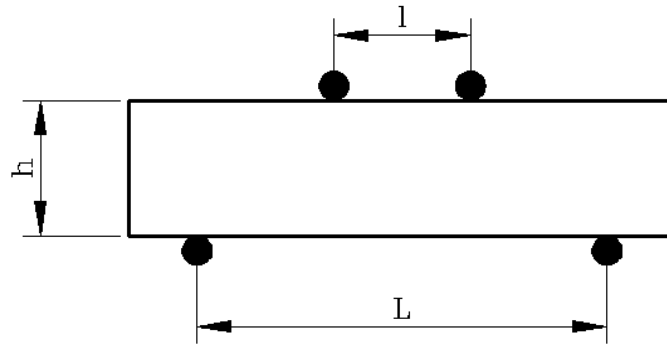


Figure 1.20: Essai de flexion 4 points

Trois modèles sont proposés pour l'analyse de l'essai de flexion quatre points. Le premier modèle est celui de « la flexion élastique » (figure 1.21). Ce modèle suppose que les hypothèses de la résistance des matériaux sont satisfaites, à savoir (i) les sections planes restent planes après déformation, (ii) les contraintes sont linéairement proportionnelles aux déformations. De plus, le matériau est supposé avoir le même module de rigidité en compression et en traction. Les contraintes de compression et de traction aux fibres limites (supérieure et inférieure) ont la même intensité qui s'exprime par :

$$s_{c,t} = \frac{6M}{ah^2} \quad (1.33)$$

Avec  $M$  le moment fléchissant entre les points d'application de la charge et  $a$  la largeur de la poutre.

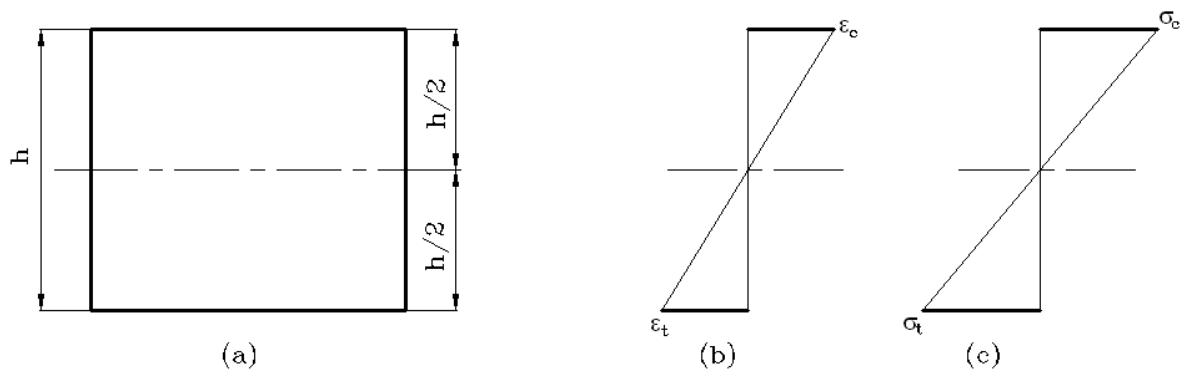


Figure 1.21 : (a) Section de la poutre ; (b) diagramme des déformations ; (c) diagramme des contraintes par la méthode de la flexion élastique ;

Le deuxième modèle est celui de « la méthode directe » (figure 1.22) qui est basé sur les mêmes hypothèses que le modèle de « flexion élastique », mais le matériau possède deux modules différents en compression et en traction. Les contraintes de compression et de traction sont données en fonction des déformations de compression et de traction par les expressions (1.34) et (1.35).

$$s_c = \frac{3M}{ah^2} \frac{e_c + e_t}{e_c} \quad (1.34)$$

$$s_t = \frac{3M}{ah^2} \frac{e_c + e_t}{e_t} \quad (1.35)$$

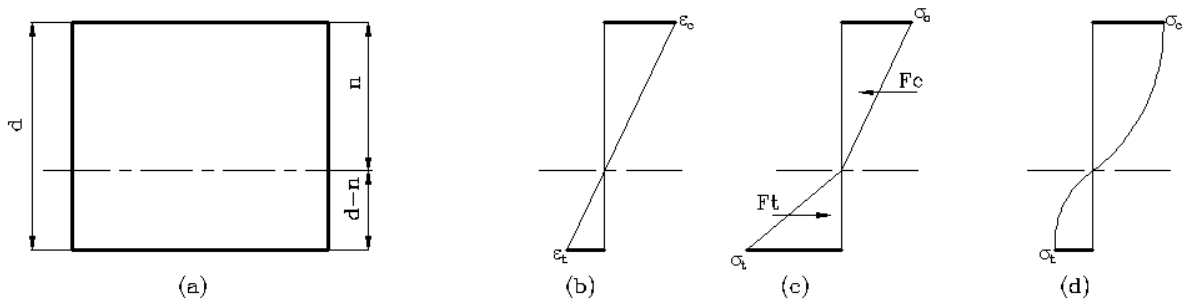


Figure 1.22 : (a) Section de la poutre ; (b) diagramme des déformations ; (c) diagramme des contraintes par la méthode directe ; (d) diagramme des contraintes par la méthode différentielle

Le troisième modèle est « la méthode différentielle » développée par Prentis (1951) (figure 1.22). Ce modèle, par rapport aux deux premiers modèles, ne considère pas une loi de comportement préférentielle. Les expressions des contraintes de compression et de traction sont données par :

$$s_c = \frac{1}{e_c + e_t} \frac{\eta x}{\eta e_c} \quad (1.36)$$

$$s_t = \frac{1}{e_c + e_t} \frac{\eta x}{\eta e_t} \quad (1.37)$$

Avec

$$x = \frac{M(e_c + e_t)^2}{ah^2} \quad (1.38)$$

### III.6 Essai sur tubes coaxiaux

Cet essai a été proposé par Stimpson et Chen (1993) pour la détermination de la résistance à la traction des roches ainsi que les modules de rigidité en compression et en traction. Il consiste à confectionner une éprouvette cylindrique dans laquelle deux rainurages tubulaires coaxiaux inversés sont effectués (figure 1.23). La contrainte de traction est développée dans l'éprouvette suite à l'application d'une force de compression, d'un côté sur le cylindre central et de l'autre côté sur l'anneau extérieur. Du fait de sa symétrie, la fixation de l'éprouvette ainsi que l'application de l'effort de compression sont réalisées aisément durant l'essai. Par ailleurs la taille de l'éprouvette constitue un élément important pour la réussite de l'essai vu qu'elle doit être optimisée

pour garantir une contrainte homogène de traction dans la partie centrale de l'éprouvette. L'avantage de cet essai par rapport à la plupart des essais de traction indirecte, est qu'il produit un champ de contraintes de traction uni – axial au sein de l'éprouvette. La contrainte de traction au sein de l'échantillon est déterminée par :

$$s_t = \frac{F}{p(r_e^2 - r_i^2)} \quad (1.39)$$

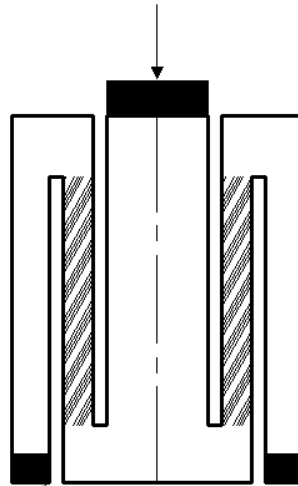


Figure 1.23 : Essai sur tubes coaxiaux

Cet essai est généralement bien adapté aux bétons et aux roches, par contre certaines difficultés sont apparues pour la confection des éprouvettes de sol compacté (Madjoudj, 2001). En effet, pour les bétons et les roches le rainurage peut se faire à l'eau, cependant un rainurage à sec est nécessaire dans le cas des sols compactés. Malgré tout, ce type de fabrication entraîne des microfissurations importantes qui constituent des points de fragilités dans l'éprouvette.

### III.7 Essai de poinçonnement

En raison de sa simplicité de réalisation, l'essai de traction par poinçonnement a été largement utilisé par plusieurs auteurs (Fang et Chen, 1971), (Fang et Fernandez, 1981), (Chen et Trumbauer, 1972) et (Chen et Drucker, 1969). Il s'agit de l'application, par le biais de deux disques, d'une charge verticale sur une éprouvette cylindrique (figure 1.24). D'après Chen et Drucker (1969) la contrainte maximale de traction est donnée par l'équation :

$$s_{\max. t} = \frac{F}{p \left( \frac{d}{2} h - a^2 \right)} \quad (1.40)$$

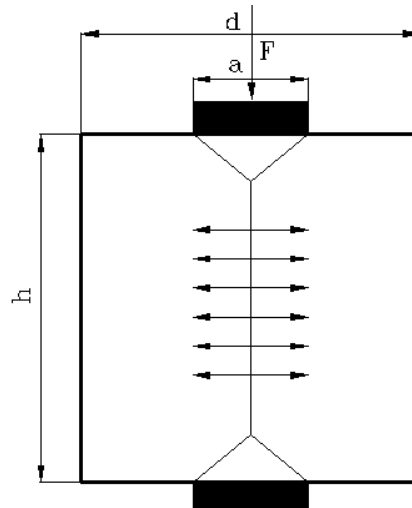


Figure 1.24 : Essai de poinçonnement

Avec  $k$  une constante qui dépend de la nature du sol, des dimensions du poinçon et de l'éprouvette. On donne dans le tableau 2 quelques valeurs de  $k$  proposées par (Fang et Fernandez, 1981) pour un rapport entre de diamètre du poinçon et le diamètre de l'éprouvette compris entre 0,2 et 0,3.

Dimensions des éprouvettes	Valeur de $k$ pour les sols
Moule Harvard ( $\lambda=2.18$ )	1.05 à 1.10
Moule Proctor ( $\lambda=1.15$ )	1.0
Moule CBR ( $\lambda=0.83$ )	0.8

Tableau 2 : Valeurs de  $k$  (Fang et Fernandez, 1981)

## Conclusion

Dans ce chapitre on a énuméré les techniques couramment utilisées pour la caractérisation du comportement en traction des sols fins. La technique la plus simple à interpréter, vu la distribution homogène du champ des contraintes de traction dans l'échantillon, est l'essai de traction directe. Cependant cette technique s'avère la plus délicate à réaliser, malgré plusieurs tentatives d'amélioration du dispositif d'essai. Comme alternative, à l'essai de traction directe, des essais de traction indirecte ont été développés pour caractériser la traction des sols fins. Ainsi, on se trouve confronté à des problèmes d'interprétation des résultats de ces essais vu la non-homogénéité du champ des contraintes au sein de l'échantillon testé. Plusieurs modèles d'interprétation des essais basés sur des hypothèses plus ou moins appropriées pour les sols fins ont été décrits. Comme il y a une multitude d'essais de traction indirecte, la comparaison entre les résultats de ces essais ainsi que la dépendance de ces résultats aux conditions d'essais font l'objet du chapitre suivant.

De même, on doit signaler à ce niveau qu'on ne trouve pas (ou du moins rarement) dans la littérature une comparaison nette entre les résultats des différents essais, ce qui limitera les critiques accordées à chacun. Cependant nous nous engageons dans la suite de ce travail, aussi bien bibliographique que numérique, de tenter de donner une réponse à cette grande interrogation.

# Chapitre II : Etude de l'influence des conditions d'essais et des conditions initiales sur le comportement en traction d'un sol fin argileux

## Introduction

Comme nous l'avons indiqué précédemment, les paramètres qui caractérisent le comportement en traction d'un sol fin et même d'un matériau quelconque dépendent fortement de l'essai et de l'interprétation qu'on en fait. Une des raisons essentielles est la non homogénéité des champs de contraintes et de déformations qui en résultent. La seconde difficulté liée particulièrement à l'étude du comportement en traction des sols fins est que ce dernier dépend étroitement des conditions de réalisation des essais de caractérisation. En effet, les conditions initiales, les conditions aux limites, la taille des éprouvettes testées, la minéralogie du matériau ainsi que la vitesse de sollicitation conditionnent la réponse en traction des échantillons d'un sol fin. En outre, les travaux expérimentaux antérieurs montrent aussi qu'il y a une divergence entre les valeurs de la résistance à la traction déduite à partir des différents essais. Dans ce chapitre on établit un recueil de l'ensemble des études expérimentales menées en vue de déterminer l'influence de différents paramètres sur le comportement en traction des matériaux et en particulier des sols fins. Les conditions initiales, la minéralogie du matériau ainsi que la vitesse de l'essai de traction seront analysés pour en déterminer l'influence sur la résistance à la traction. On présente aussi une comparaison entre les différents essais en fonction des constatations et des résultats enregistrés par différents auteurs. Comme on pourra le constater durant la lecture de ce chapitre, la comparaison entre les résultats issus des différents essais de traction reste toujours incomplète et même parfois confuse.

### I. Influence de la taille de l'éprouvette sur le comportement à la traction

Plusieurs travaux ont été menés à bien pour étudier la sensibilité de la résistance à la traction vis-à-vis de la taille des éprouvettes testées. On note  $D$  le diamètre de l'éprouvette,  $h$  la hauteur ou l'épaisseur de l'éprouvette et  $S$  sa section. L'élançement de l'éprouvette est caractérisé par le rapport  $h/D$ . Rocco et al. (1999) ont étudié l'effet du diamètre de l'éprouvette sur la résistance à la traction par fendage, noté  $S_f$ , du mortier et du granit. Des tendances similaires ont été observées pour les deux matériaux (Figures 2.1 et 2.2). En effet, pour une longueur fixée, lorsque le diamètre de l'éprouvette augmente la résistance à la traction par fendage diminue. Pour des petites tailles d'éprouvettes, la résistance à la traction obtenue par fendage est nettement supérieure à la résistance à la traction uniaxiale ; elle peut atteindre 130%. Par conséquent les auteurs indiquent que le diamètre de l'éprouvette pour l'essai brésilien doit être suffisamment grand, dans les limites des standards expérimentaux, pour que la résistance à la traction par fendage tende vers la résistance à la traction uniaxiale (mais bien évidemment si cette dernière référence est réalisable). L'explication avancée

pour cette dépendance est que, pour une largeur  $b$  constante des baguettes de chargement, plus le rayon  $R$  de l'éprouvette augmente, plus le rapport  $b/R$  diminue. On se ramène alors vers l'application d'une charge linéique concentrée sur une génératrice. On retient donc que la différence entre ces deux types d'essais est liée à l'effet de l'application des charges sur une petite bande autour de la génératrice du cylindre (de l'éprouvette cylindrique). On en conclut donc que l'effet du diamètre de l'éprouvette ne peut pas être déduit de l'étude menée par Rocco et al. (1999) puisqu'il suffirait d'appliquer, dans la mesure du possible, une charge concentrée (linéique) pour les éprouvettes de petit diamètre pour effacer l'effet du diamètre de l'éprouvette.

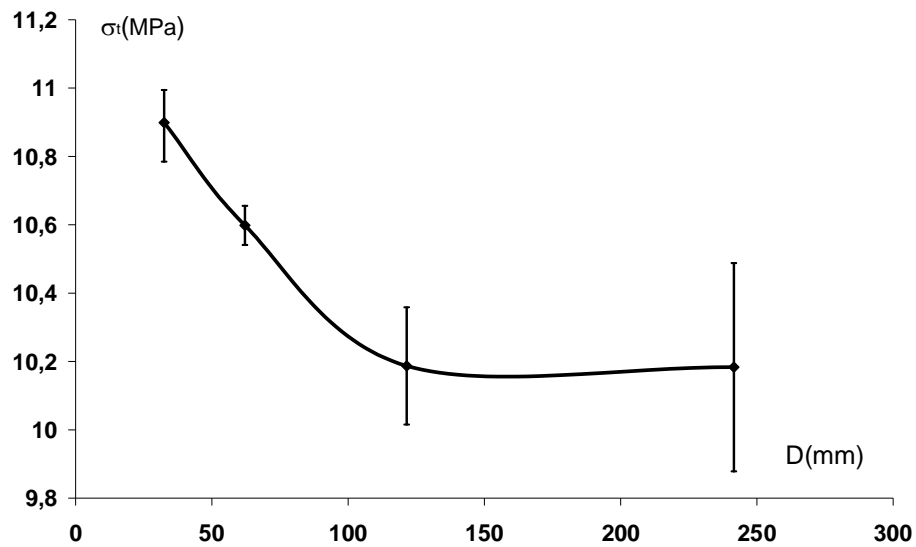


Figure 2.1 : Influence du diamètre d'une éprouvette de granit sur la résistance à la traction par fendage (Rocco et al., 1999) ( $h=30$  mm)

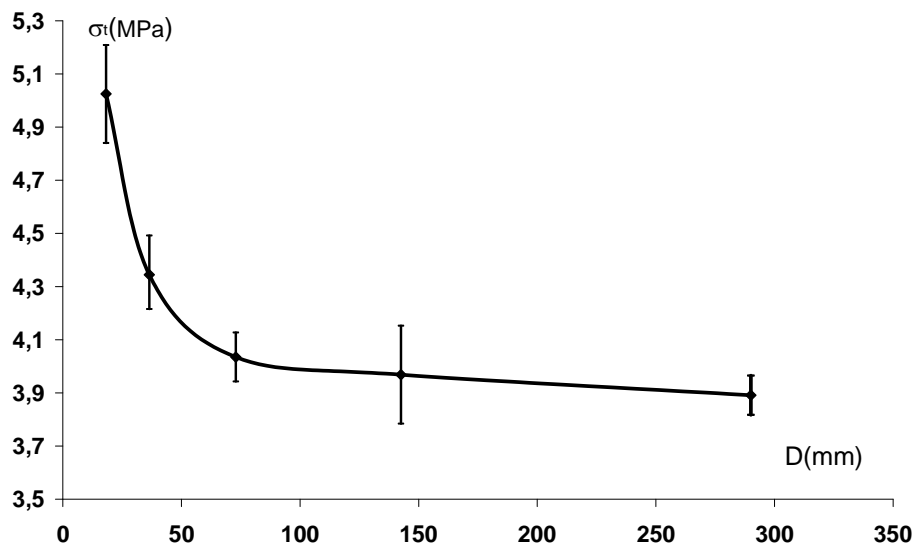


Figure 2.2 : Influence du diamètre d'une éprouvette de mortier sur la résistance à la traction par fendage (Rocco et al., 1999) ( $h=50$  mm)



Kaklis et Vardoulakis (2004) ont également étudié l'influence du diamètre des éprouvettes de marbre (Figure 2.3) sur la résistance à la traction par fendage. Les essais ont été réalisés en fixant le rapport entre le diamètre  $D$  et l'épaisseur  $h$  égal à 2 et un angle de chargement ( $\alpha$ ) constant d'environ  $10^\circ$  (Figure 2.4).

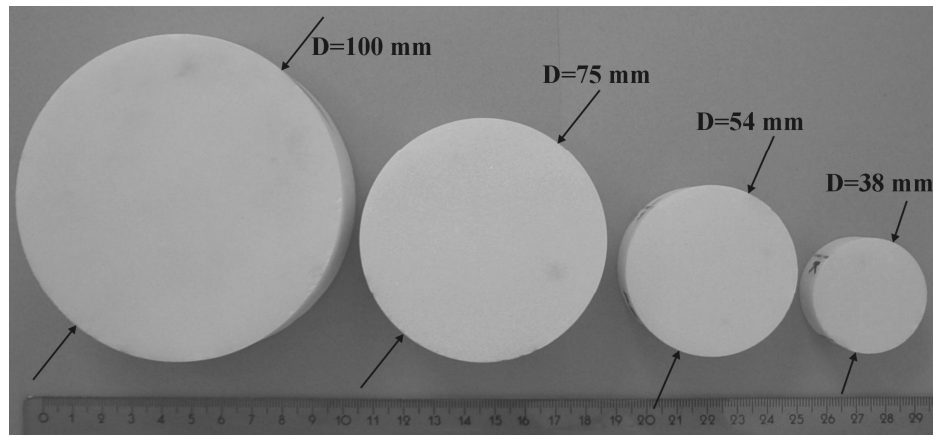


Figure 2.3 : Dimensions des éprouvettes de marbre testées (Kaklis et Vardoulakis, 2004)

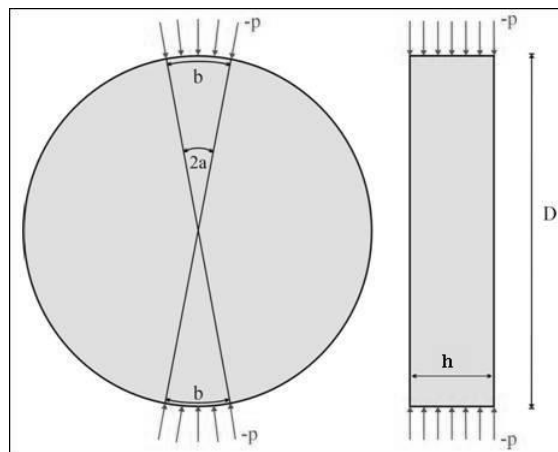


Figure 2.4 : Chargement des éprouvettes (Kaklis et Vardoulakis, 2004)

Les résultats de vingt essais menés sur des éprouvettes homothétiques testées dans des conditions d'essais similaires mais à différents diamètres, sont résumés sur la figure 2.5.

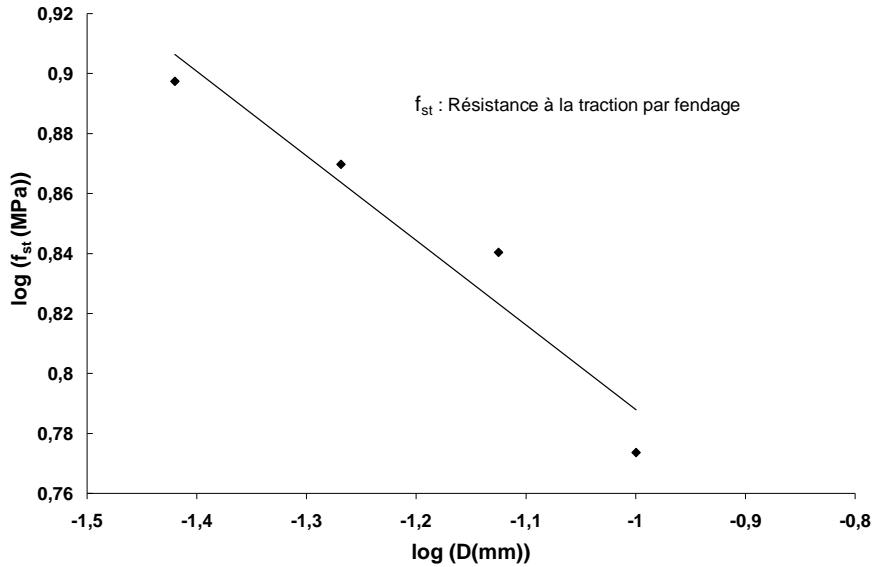


Figure 2.5 : Influence du diamètre d'une éprouvette sur la résistance à la traction par fendage de marbre (Kaklis et Vardoulakis, 2004) ( $D/h=2$ )

Kakis et Vardoulakis (2004) retrouvent la même tendance que Rocco et al. (1999). En effet ils confirment une influence notable de la taille de l'éprouvette sur la résistance à la traction par fendage qui diminue avec le diamètre de l'échantillon testé.

Lars et al. (2002) confirment également la diminution de la résistance à la traction avec la section de l'éprouvette. Leur étude est basée sur des essais de traction directe réalisés sur une argile sableuse. Ils ont trouvé que la résistance à la traction directe décroît linéairement avec la section de l'éprouvette en échelle logarithmique (Figure 2.6).

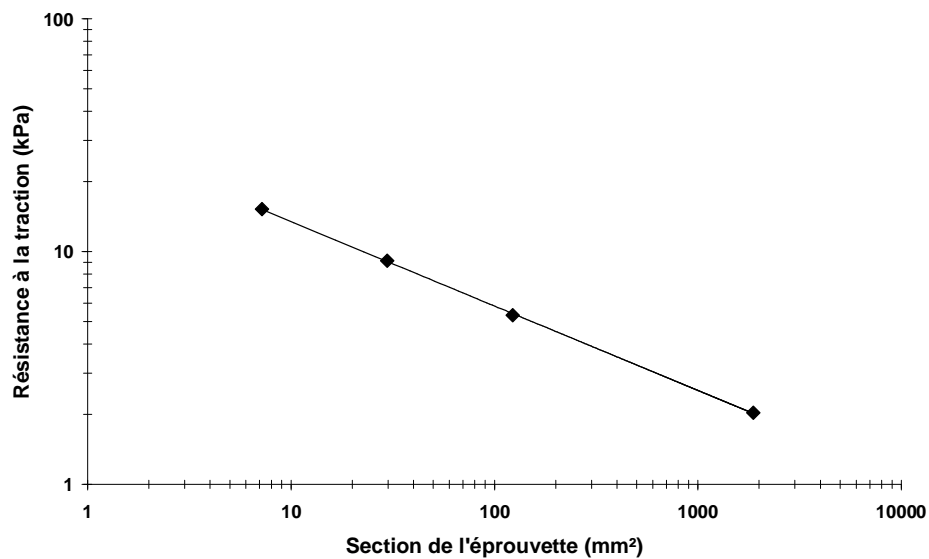


Figure 2.6 : Influence de la section d'une éprouvette sur la résistance à la traction d'une argile sableuse (Lars et al., 2002)

Haydar et al. (2007), se sont aussi intéressés à l'influence de taille de l'éprouvette sur la résistance à la traction dans le cadre de leur étude de caractérisation d'un sol lunaire (de provenance de la lune). En faisant augmenter la hauteur de l'éprouvette de forme prismatique (figure 1.10, chapitre 1) dans l'essai de traction directe, Haydar et al., 2007, ont constaté, contrairement à d'autres auteurs une augmentation de la résistance à la traction avec la hauteur de l'échantillon (Figure 2.7) (à ce niveau il peut y avoir des problèmes d'homogénéité qui s'imposent).

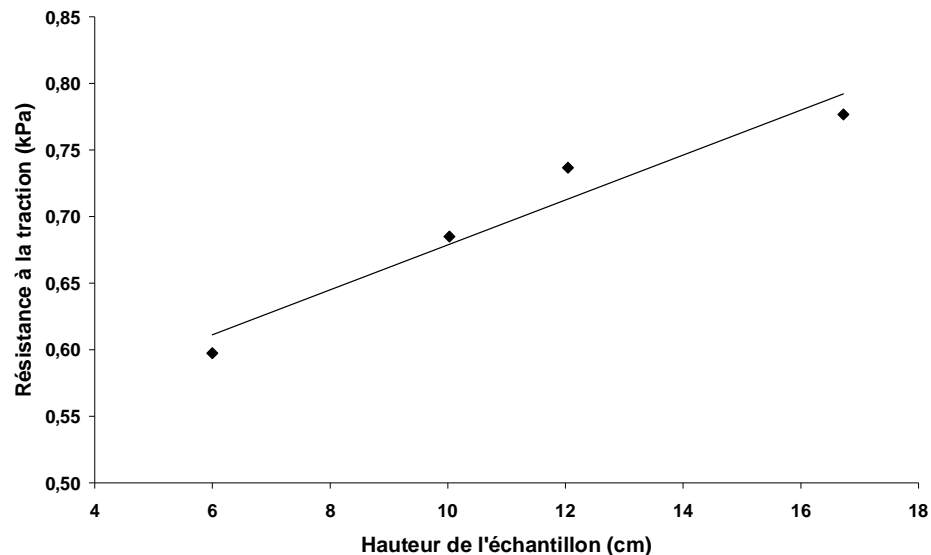


Figure 2.7 : Influence de la hauteur d'une éprouvette sur la résistance à la traction d'un sol lunaire (Haydar et al., 2007)

L'augmentation de la résistance à la traction avec l'accroissement de la hauteur de l'éprouvette est expliquée par les auteurs par le développement progressif des contraintes de traction le long de l'éprouvette du haut (zone de chargement) vers le bas (zone d'encastrement). Ainsi, pour un effort de traction donné, la contrainte de traction développée au milieu de l'éprouvette, zone potentielle de rupture, est inférieure lorsque l'éprouvette est fortement élancée. Par conséquent, l'éprouvette élancée manifeste davantage la résistance à la traction comparée à une éprouvette moins élancée.

L'influence de l'élancement des éprouvettes a été investiguée par ailleurs par Yong et al. (2006), dans le cadre de l'essai de fendage sur des matériaux rocheux. Les résultats obtenus montrent que la résistance à la traction chute lorsque l'élancement de l'éprouvette augmente (figure 2.8) quoique l'élancement dans le cas de l'essai de fendage et l'essai de traction directe n'est pas un paramètre comparable puisque les facettes de traction ne se situent pas dans le même plan.

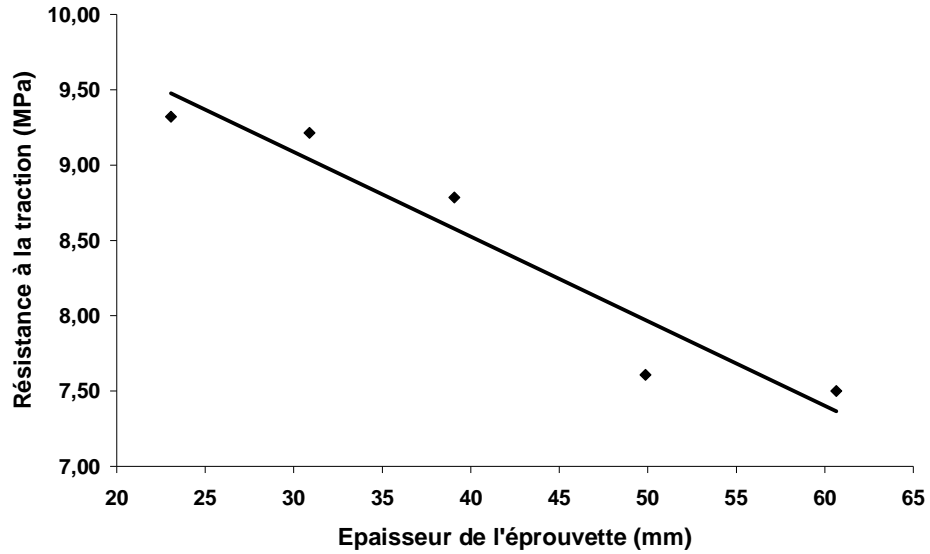


Figure 2.8 : Influence de l'élancement des éprouvettes sur la résistance en traction obtenue lors d'un essai de fendage sur roche (Yong et al., 2006) ( $D=50$  mm)

Cependant, Malcolm et Ivor (1971) ont constaté que la résistance à la traction par fendage de quelques roches croît avec l'élancement de l'éprouvette (par augmentation de la hauteur de l'éprouvette en gardant le diamètre fixé) jusqu'à un certain optimum pour décroître au delà de cette valeur caractéristique (figure 2.9).

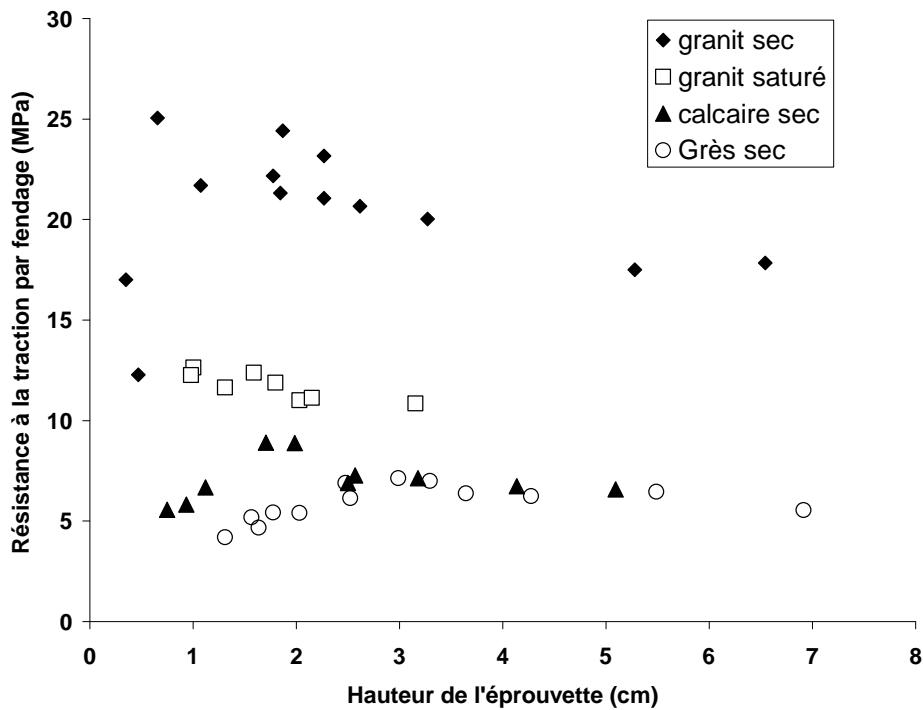


Figure 2.9 : Influence de l'élancement des éprouvettes lors de l'essai de fendage (Malcolm et Ivor, 1971) ( $D=5.4$  cm)

La même constatation a été aussi observée en augmentant le diamètre des éprouvettes testées tout en gardant fixée la longueur des éprouvettes (Figure 2.10).

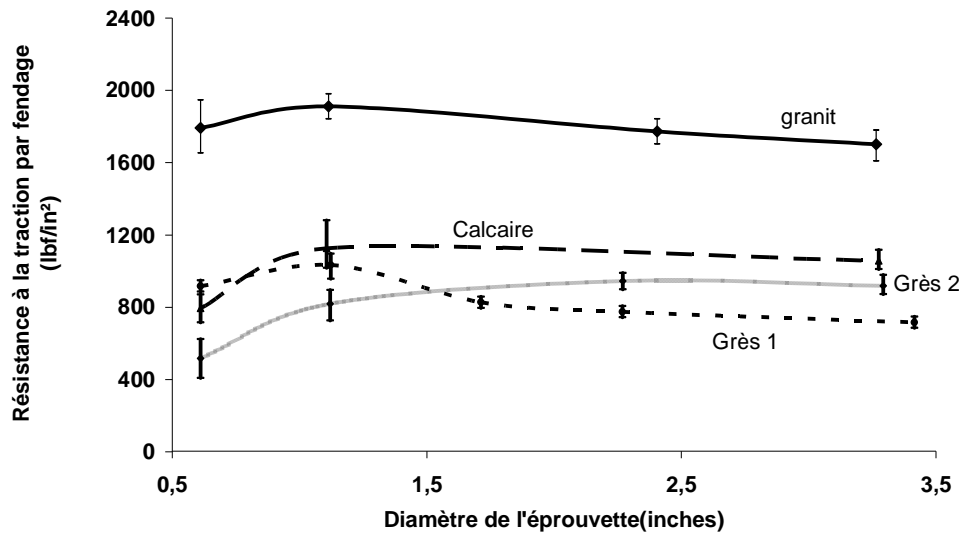


Figure 2.10 : Influence du diamètre des éprouvettes lors d'un essai de fendage (Malcolm et Ivor, 1971) ( $H/D=0.5$  ;  $1 \text{ inch}=2.54 \text{ cm}$  ;  $1 \text{ lbf/in}^2=6.89 \text{ kPa}$ )

## II. Influence des conditions initiales sur le comportement en traction de l'éprouvette

Les conditions initiales des éprouvettes testées (Jagdish et Prakash, 1970) (Ajaz et Parry, 1975), (Madjoudj, 2001) ont une grande influence sur le comportement en traction du sol étudié. Généralement les conditions initiales des éprouvettes regroupent le couple teneur en eau - densité sèche ainsi que l'énergie de compactage. Ces trois paramètres qui peuvent être soit couplés ou bien découplés dans la démarche d'une étude expérimentale ont fait l'objet d'investigations de la part de plusieurs auteurs.

Les résultats des essais de fendage réalisés par Jagdish et Prakash (1970), sur plusieurs types de sols nommés A,B,C,D,E et F, montrent que la résistance à la traction par fendage augmente avec la teneur en eau jusqu'à l'optimum Proctor pour diminuer au-delà de cette valeur (Figure 2.11).

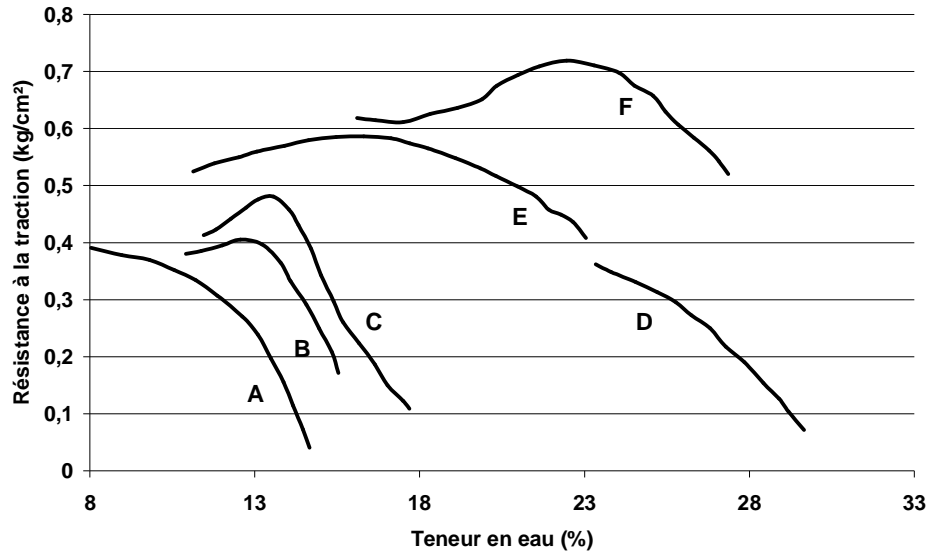


Figure 2.11 : Influence de la teneur en eau sur la résistance à la traction par fendage (Jagdish et Prakash, 1970) (les sols A B C D E et F sont identifiés par les auteurs par leurs teneurs en eau optimales)

Des essais de traction directe réalisés par Ajaz et Parry (1975) sur deux sols argileux confirment les tendances enregistrées par Jagdish et Prakash (1970), bien que leurs résultats pour des teneurs en eau du côté sec semblent correspondre en partie à des valeurs proches de la teneur en eau optimale (Figure 2.12).

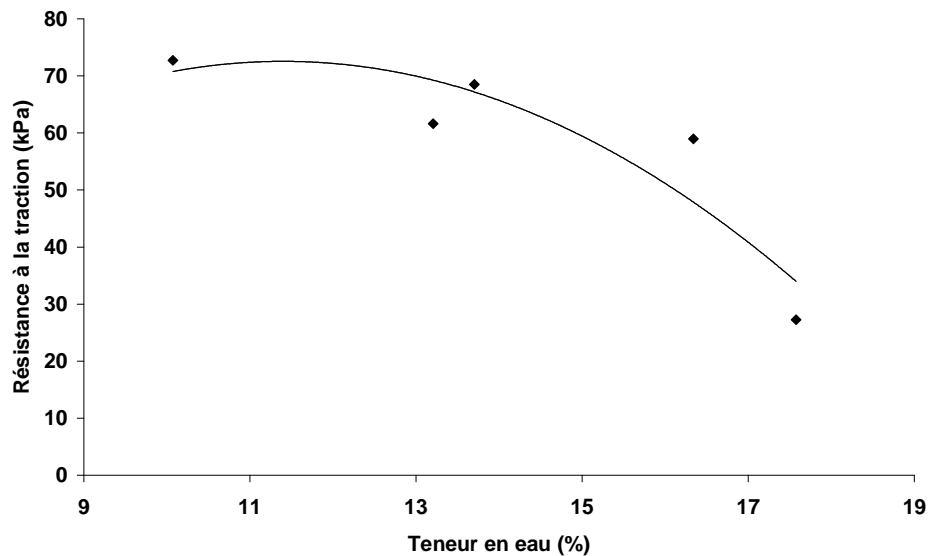


Figure 2.12 : Influence de la teneur en eau sur la résistance à la traction uniaxiale (Ajaz et Parry, 1975)

Tae-Hyung et Changsoo (2003) ont étudié l'influence de la teneur en eau et de la densité relative d'un sol fin quartzueux sur sa résistance à la traction uniaxiale. La figure 2.13 montre l'augmentation asymptotique de la résistance à la traction avec la teneur

en eau. Cette augmentation est expliquée par l'expansion des ménisques d'eau au niveau des contacts des particules et, par conséquent, l'adhésion inter-particulaire croît pour assurer une meilleure résistance à la traction. D'un point de vue de la mécanique des sols non saturés, c'est le développement de la succion qui engendre des efforts d'adhésion entre les particules. Bien évidemment cela s'inverse quand la succion chute. Comme l'étude a été limitée à des teneurs en eau faibles (<4%), les résultats avancés par ces auteurs ne sont pas nécessairement contradictoires avec les résultats de Jagdish et Prakash, vu que l'optimum Proctor n'a pas encore été atteint.

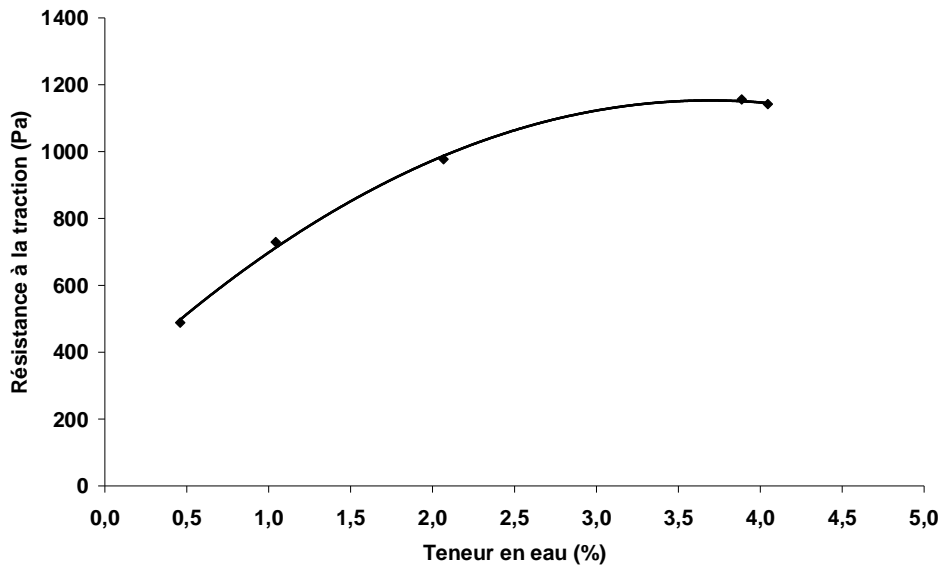


Figure 2.13 : Effet de la teneur en eau sur la résistance à la traction uni – axiale (Tae-Hyung et Changsoo, 2003)

La figure 2.14 montre l'influence de la densité relative du sol, pour différentes teneurs en eau, sur la résistance à la traction. Une augmentation de la résistance à la traction avec la densité relative a été enregistrée. Cette augmentation paraît insignifiante pour des teneurs en eau très faibles (entre 0,5 et 1%). Cependant l'augmentation enregistrée dépasse 50% lorsque la densité relative augmente de 15% à 75%, pour une teneur en eau de 4%. Ceci est dû à l'augmentation du nombre de contacts inter-particulaires et, par conséquent, au nombre de ménisques d'eau, ce qui fait augmenter la résistance à la traction mesurée.

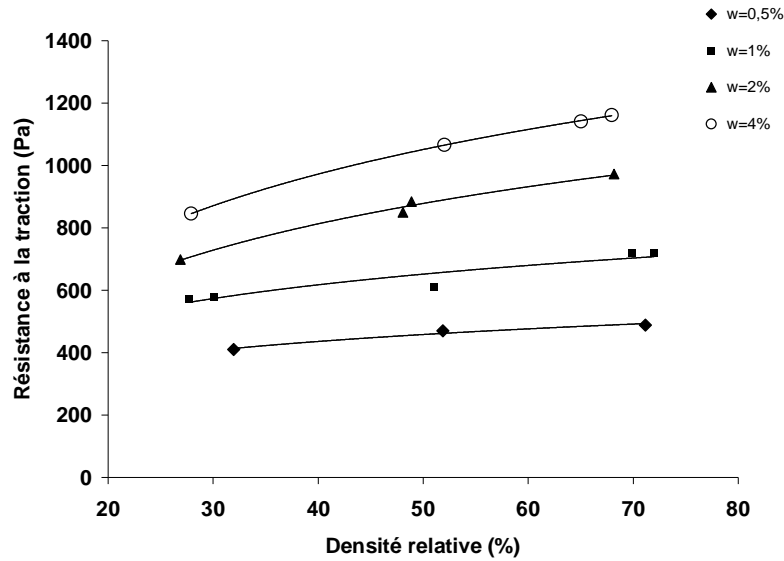


Figure 2.14 : Influence de la densité relative sur la résistance à la traction uniaxiale (Tae-Hyung et Changsoo, 2003)

Causarano (1993) a observé lors de son étude effectuée sur un sol sableux et un sol argileux, que la résistance à la traction par fendage diminue avec l'augmentation de la teneur en eau (pour ces auteurs, la résistance à la traction est définie toujours selon la formule utilisée pour des matériaux fragiles). En effet, à partir des courbes de la figure 2.15, on remarque une chute de la résistance à la traction pour une faible augmentation de la teneur en eau.

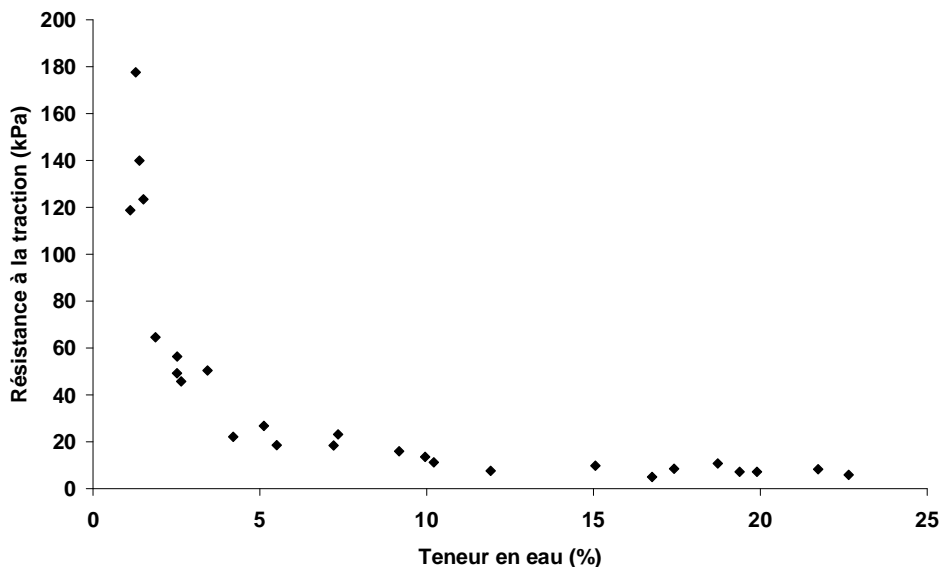


Figure 2.15 : Influence de la teneur en eau sur la résistance à la traction par fendage (Causarano, 1993)

Krishnayya et al. (1974) ont mené une étude sur l'influence de la teneur en eau sur le comportement en traction du Mica Till (Figure 2.16); ils confirment les résultats



de Causarano (1993), mais la pente correspondante à la diminution de la résistance à la traction par fendage est moins raide que celle enregistrée par Causarano (1993) pour les sols sableux et argileux.

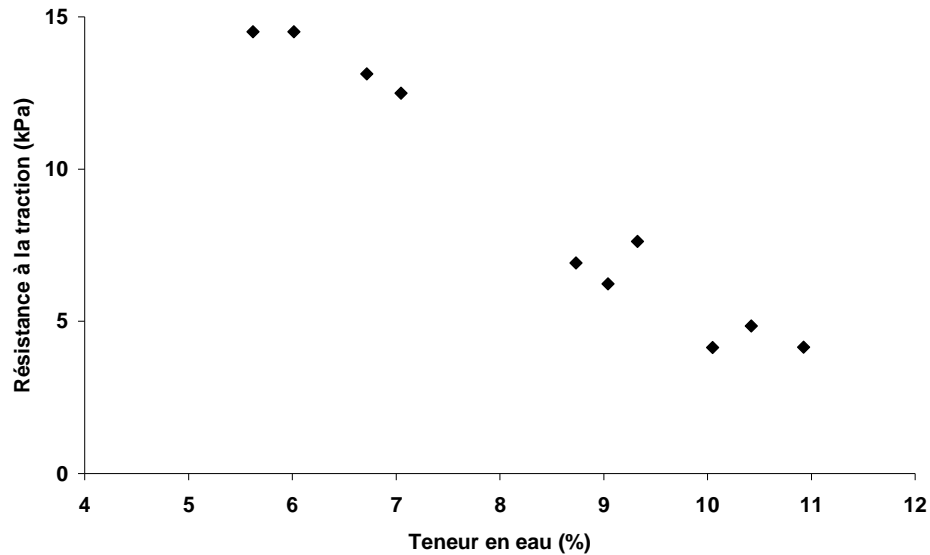


Figure 2.16 : Influence de la teneur en eau sur la résistance à la traction par fendage (Krishnayya et al., 1974)

Jun-Jie et al. (2007) confirment aussi la diminution de la résistance à la traction uniaxiale lorsque la teneur en eau augmente. Leur étude, réalisée sur un sol argileux contenant un faible pourcentage de gravier, a mis également en évidence l'augmentation de la résistance à la traction avec l'augmentation de la densité sèche (figure 2.17).

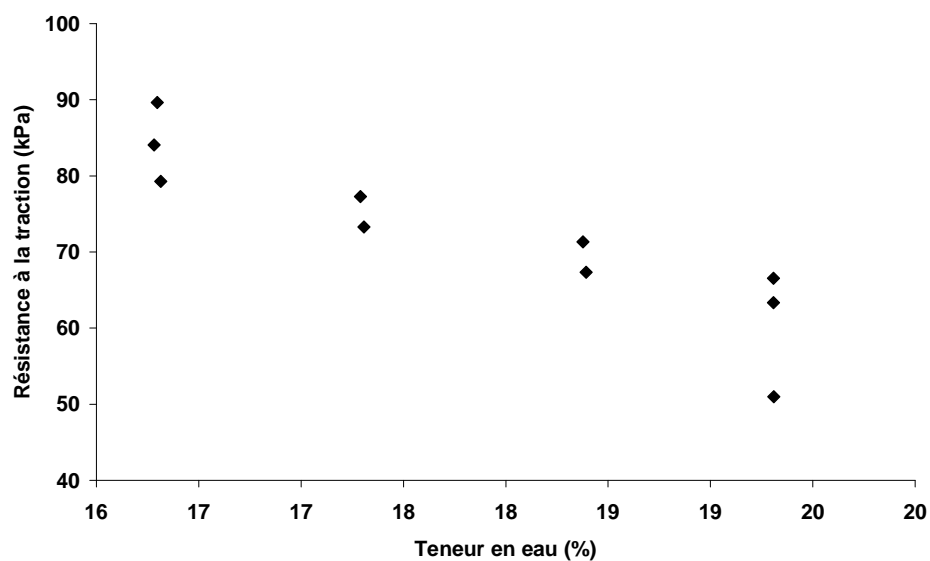


Figure 2.17 : Influence de la teneur en eau sur la résistance à la traction uni-axiale (Jun-Jie et al., 2007)

L'augmentation de la résistance à la traction uniaxiale avec la densité sèche a été confirmée par Haydar et al. (2007) qui ont étudié le comportement d'un sol lunaire (figure 2.18).

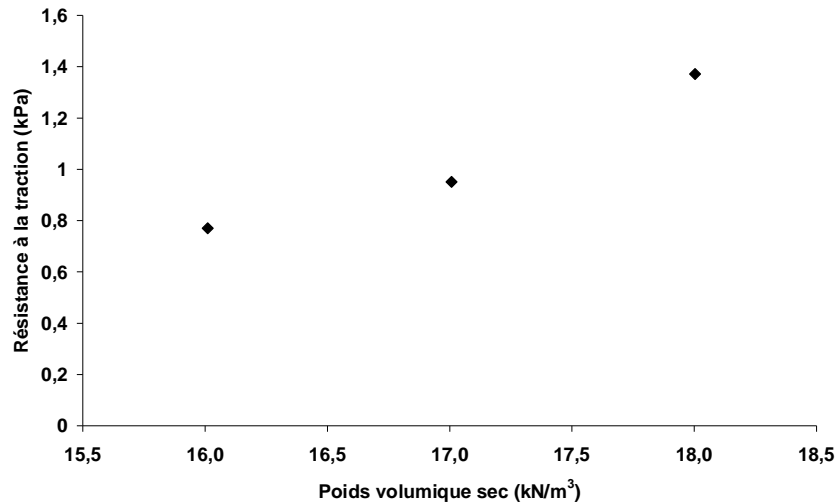


Figure 2.18 : Influence de la densité sur la résistance à la traction uni - axiale (Haydar et al., 2007)

Madjoudj (2001) rejoint Jagdish et Prakash (1970), et confirme que la contrainte de traction maximale déterminée à partir de plusieurs essais de traction (traction directe, traction par fendage, traction par poinçonnement et traction par flexion) augmente avec la teneur en eau jusqu'à l'optimum Proctor pour diminuer à partir de cette valeur (Figure 2.19 ). Ce constat a été observé pour deux sols différents. On remarque par la même occasion que les différents essais conduisent à des «résistances à la traction» différentes dont le rapport entre les valeurs obtenues de deux essais de traction différents peut varier de 1 à 2.

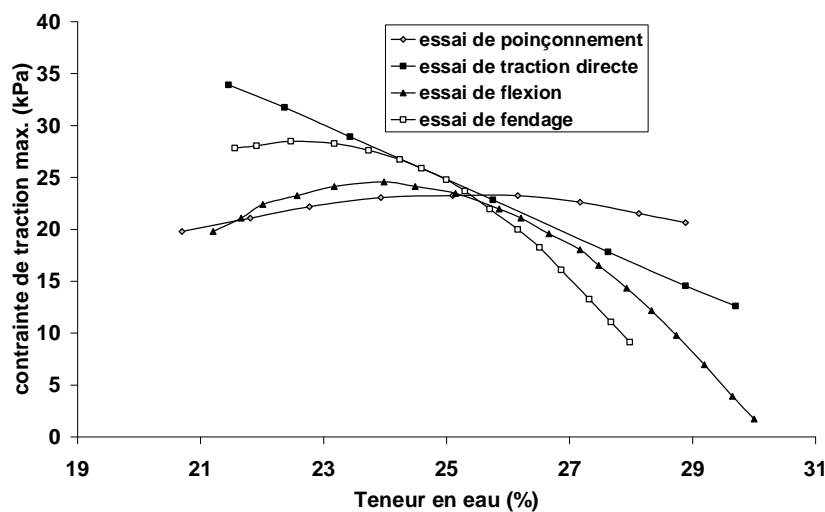


Figure 2.19 : Influence de la teneur en eau sur la résistance à la traction, obtenue lors de divers essais. (Madjoudj, 2001)

L'influence de l'effort de compactage (ou sous une autre forme, l'énergie de compactage) sur la résistance à la traction a de même fait l'objet de plusieurs investigations. Fang et Chen (1971) montrent que la résistance à la traction par poinçonnement croît avec l'augmentation de l'énergie de compactage pour des teneurs en eau du côté sec de l'optimum Proctor, ce processus s'atténue du côté humide et l'effort de compactage n'a pas d'influence sur la résistance à la traction (Figure 2.20).

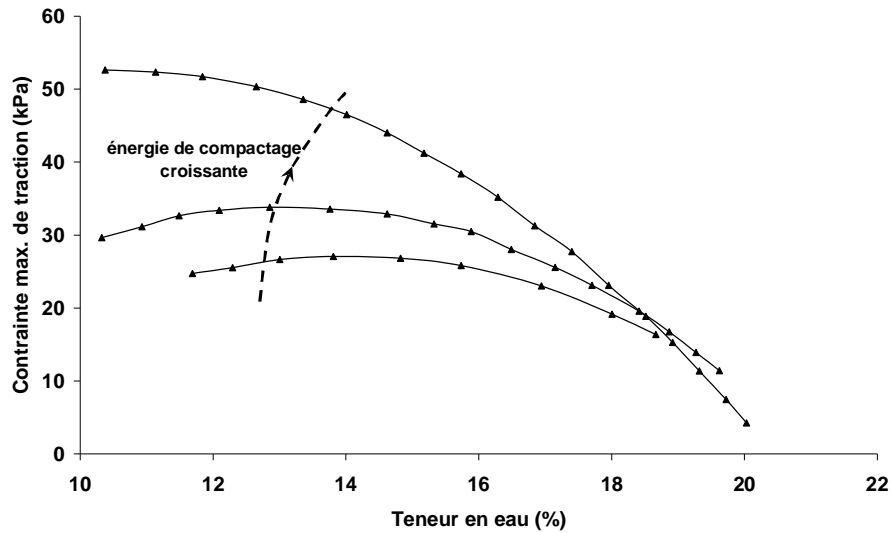


Figure 2.20 : Influence de l'énergie de compactage sur la résistance à la traction par poinçonnement (Fang et Chen, 1971)

Jagdish et Prakash (1970) et Krishnayya et al. (1974) sont en accord avec Fang et Chen (1971) et montrent que la résistance à la traction diminue lorsque l'énergie de compactage augmente du côté humide de l'optimum Proctor (Figure 2.21).

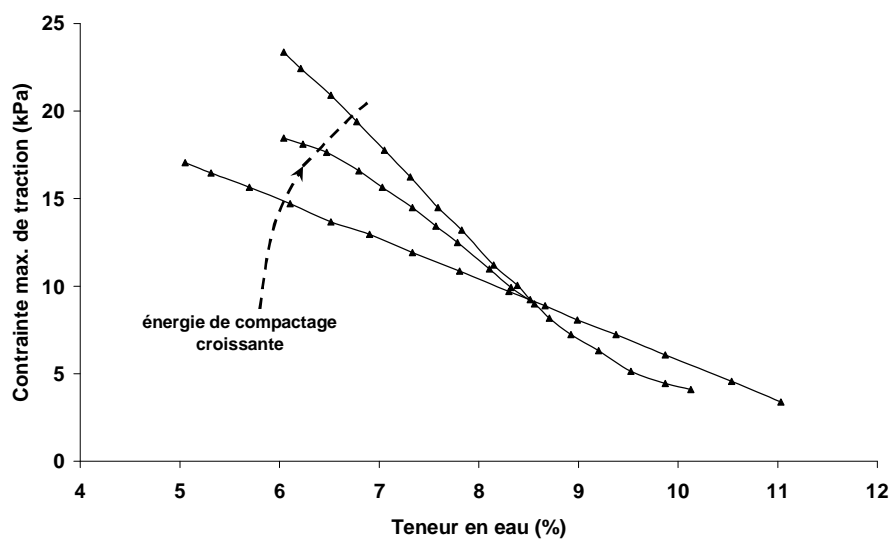


Figure 2.21 : Influence de l'énergie de compactage sur la résistance à la traction (Krishnayya et al., 1974)

Le module tangent initial est défini comme étant la pente initiale de la courbe contrainte – déformation enregistrée lors d’un essai de traction directe. Le module sécant est le rapport entre la contrainte de traction à la rupture et la déformation correspondante (Madjoudj, 2001) (cette définition est relative à l’auteur). Ces deux modules varient en fonction de la teneur en eau initiale du matériau testé. Ajaz et Parry (1975) enregistrent la diminution du module tangent d’une argile lorsque la teneur en eau augmente (Figure 2.22). La même tendance est également observée pour le module sécant qui diminue avec la teneur en eau d’une façon similaire au module tangent.

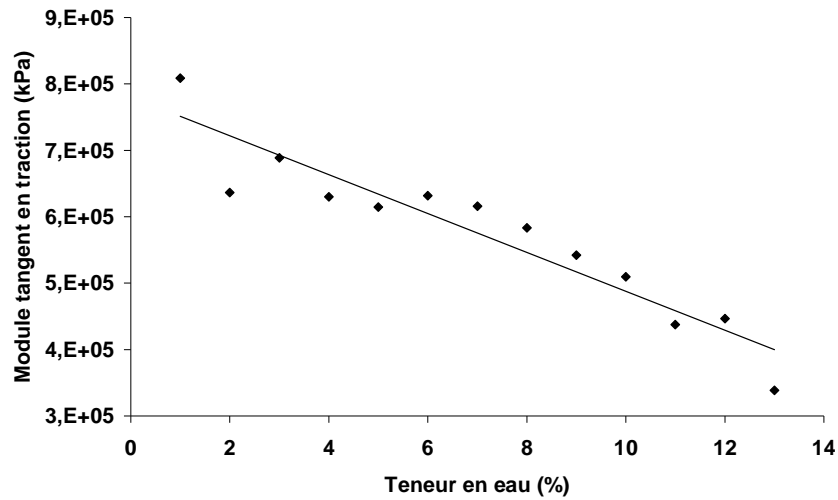


Figure 2.22 : Influence de la teneur en eau sur le module tangent lors d’un essai de traction (Ajaz et Parry, 1975)

La diminution du module sécant lorsque la teneur en eau croît a été confirmée par Madjoudj (2001), à la différence près que la diminution enregistrée n’était pas linéaire comme celle enregistrée par d’autres auteurs (Figure 2.23).

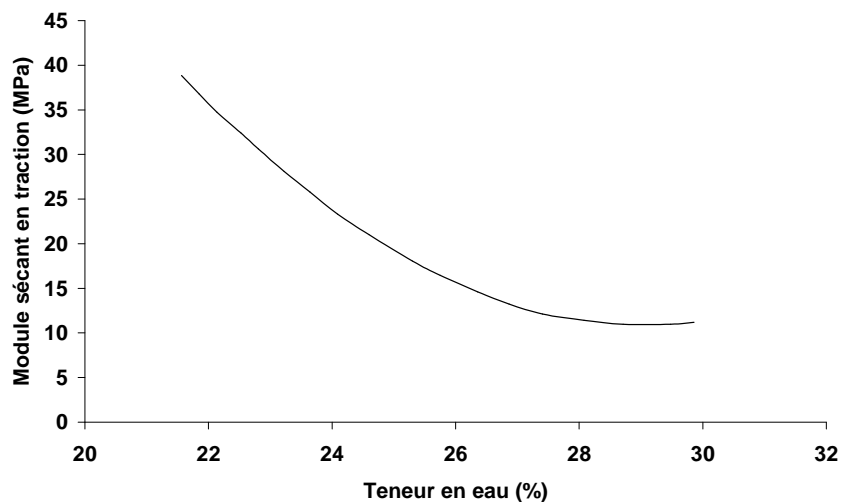


Figure 2.23 : Influence de la teneur en eau sur le module sécant (Madjoudj, 2001)

### III. Influence de la vitesse de sollicitation sur le comportement en traction d'un matériau (cas des matériaux fragiles)

Il s'est avéré, d'après les expérimentations menées par plusieurs auteurs, que la vitesse de l'essai influence la valeur de la résistance à la traction. Elle se caractérise par une vitesse de sollicitation dans le cas d'essai à contrainte contrôlée ou bien par un taux de déformation dans le cas d'un essai à vitesse de déplacement contrôlée.

Pour Rocco et al. (1999) la résistance à la traction par fendage, d'éprouvettes de granit et de mortier, croît lorsque la vitesse de chargement augmente (figure 2.24) . D'après les auteurs, un taux de chargement faible (relative à la nature du sol) permet d'approcher au mieux la résistance à la traction par fendage.

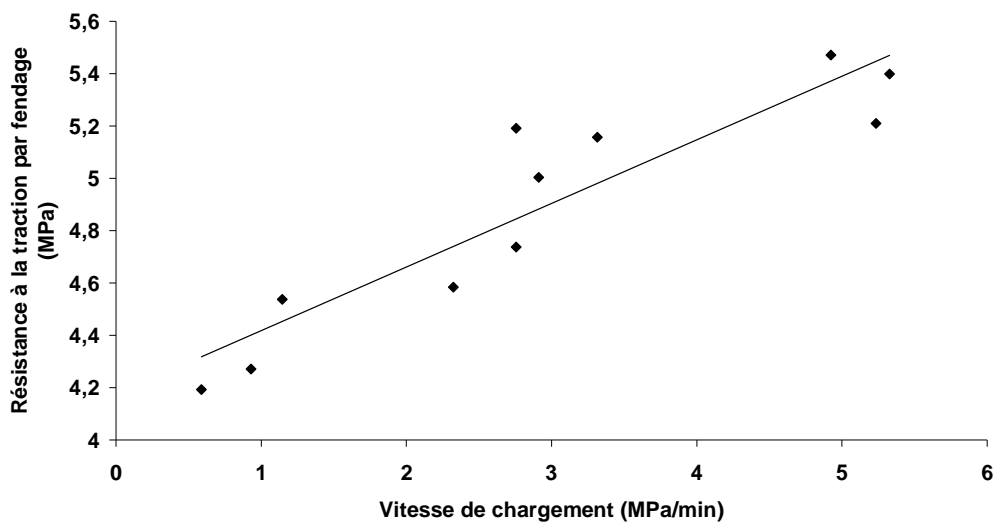


Figure 2.24 : Influence de la vitesse de sollicitation sur la résistance à la traction par fendage (Rocco et al., 1999)

Cependant, Bragg et Andersland (1981), montrent que la résistance à la traction par fendage d'un sable congelé augmente légèrement avec la vitesse de déplacement, jusqu'à un pic puis elle décroît (figure 2.25). Ces auteurs indiquent que pour une vitesse très faible, une rupture typique par fendage n'a pas été observée et seul un poinçonnement local au niveau des baguettes de chargement a pu être observé. Par conséquent Bragg et Andersland (1981) recommandent une vitesse de déplacement relativement élevée pour la réalisation de l'essai brésilien pour ce type de matériau. Si donc d'après ces essais effectués sur un matériau à comportement fragile, l'effet de la vitesse de sollicitation est bien net, on s'attend à ce qu'il soit beaucoup plus marqué pour le cas des matériaux à comportement ductile (le cas par exemple des sols fins plastiques).

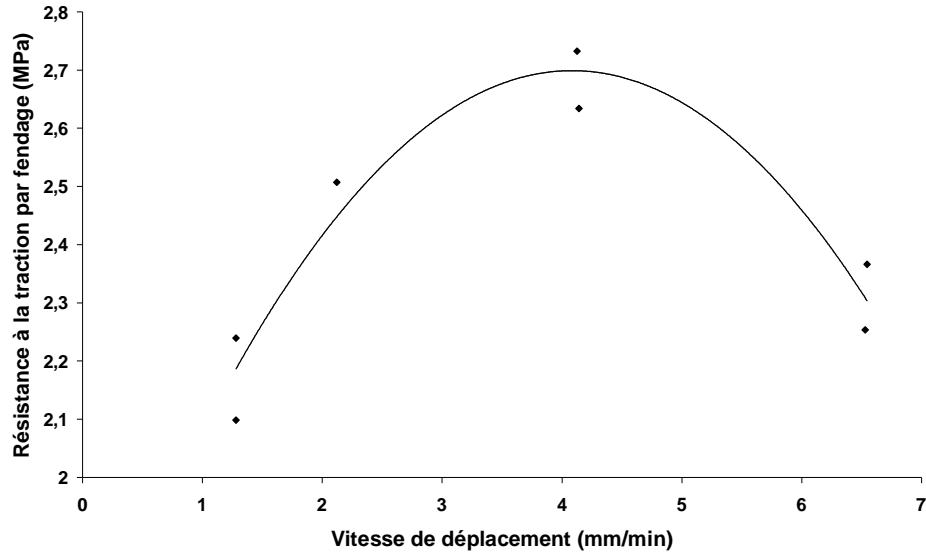


Figure 2.25 : Influence de la vitesse de déplacement sur la résistance à la traction par fendage (Bragg et Andersland, 1981)

Malcom et Ivor (1971) ont étudié l'influence de la vitesse des plateaux de chargement lors de l'essai de fendage et l'essai de traction sur tube annulaire. De la glace polycristalline fine, du granit et du grès ont été testés à différentes vitesses de déplacement, les figures 2.26 et 2.27 montrent les résultats obtenus.

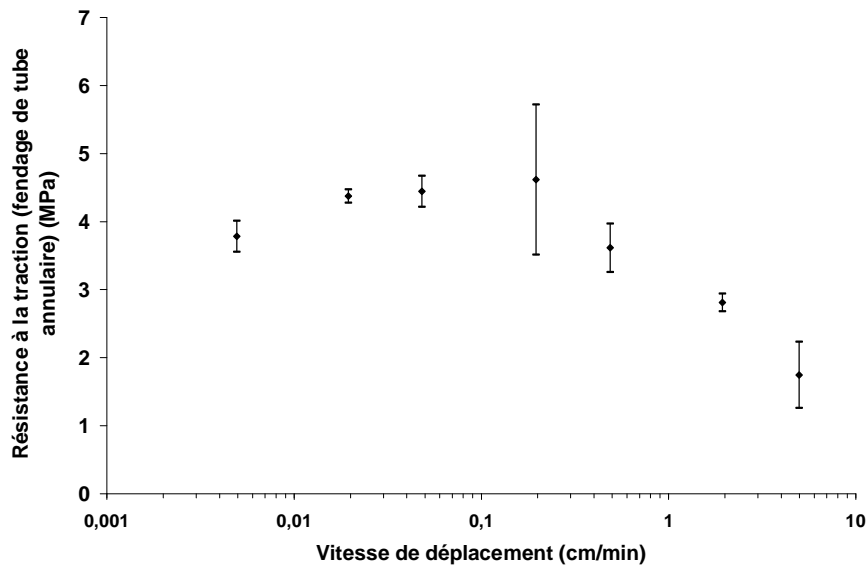


Figure 2.26 : Influence de la vitesse de déplacement sur la résistance à la traction de la glace polycristalline fine par fendage sur disque et sur tube annulaire (Malcom et Ivor, 1971)

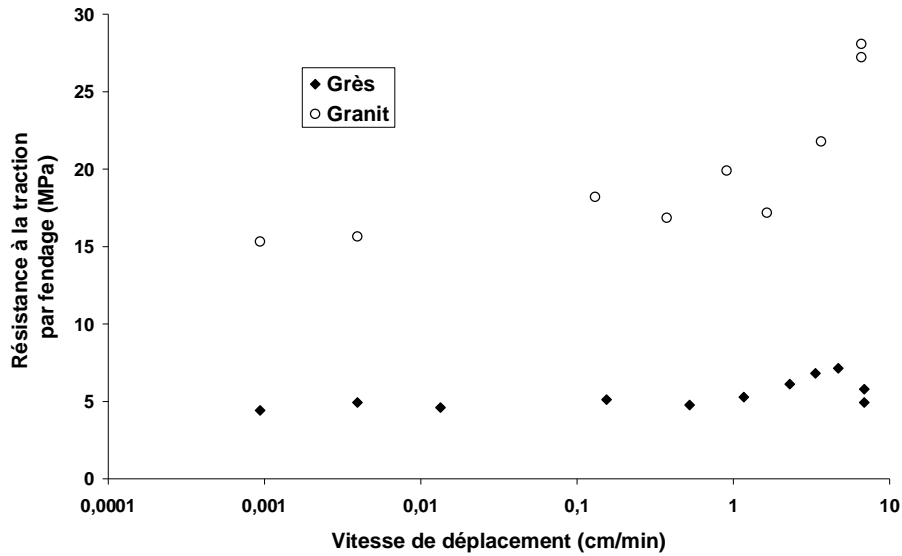


Figure 2.27 : Influence de la vitesse de déplacement sur la résistance à la traction par fendage (Malcom et Ivor, 1971)

D'après les travaux de Malcom et Ivor (1971), différentes réponses sont enregistrées vis-à-vis de l'augmentation de la vitesse de déplacement durant les essais de fendage sur disque et sur tube annulaire. Pour la glace polycristalline fine, une chute de l'effort maximal a été enregistrée lorsque la vitesse de déplacement imposée lors de l'essai brésilien augmente. Cependant, dans le cas de l'essai sur tube annulaire, une augmentation de l'effort maximal (jusqu'à un optimum suivi d'une chute) a été enregistrée, cette réponse ressemble à celle observée dans le cas de l'essai brésilien réalisé sur du grès. Par ailleurs, seule une augmentation de l'effort maximal a été observée dans le cas de l'essai brésilien réalisé sur du granit.

#### IV. Influence de la minéralogie d'un sol sur le comportement en traction

La minéralogie du sol joue, en plus, un rôle important dans son comportement en traction. Plusieurs travaux ont été dédiés à l'analyse de l'effet de la minéralogie sur la résistance à la traction des sols, notamment les travaux de Tshebotarioff et al. (1953), Fang et Hirst (1973), Koolen et Vaandrager (1984) et Barzegar et al. (1994).

Barzegar et al. (1994), ont montré que la teneur en argile dans un sol donné a une influence notable sur sa résistance à la traction. On note que les sols étudiés ont été obtenus par reconstitution d'un sol naturel en faisant l'extraction de l'argile qu'il contient, le sable et le limon. Ayant fixée la teneur en argile, du sable et du limon ont été ajoutés pour le mélange (figure 2.28).

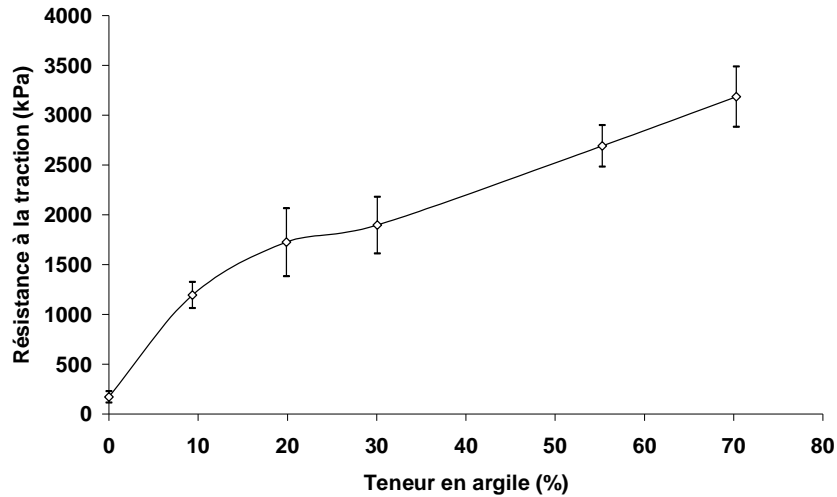


Figure 2.28 : Influence de la teneur en argile sur la résistance à la traction (Barzegar et al., 1994)

Certes la comparaison entre les valeurs des résistances à la traction de cette argile (Figure 2.28) avec celles du granite et du grès (figure 2.27) laisse entendre que cette argile est fortement compactée et que les éprouvettes correspondantes sont sèches.

En outre Barzegar et al. (1994) ont constaté que lorsque la granulométrie des particules d'argile est plus fine, sa résistance à la traction devient importante. Ceci est dû au nombre important de contacts inter – particulaire formés dans le cas des particules fines, ce qui induit une forte adhésion entre les grains.

Une autre analyse encore plus poussée également réalisée par Barzegar et al. (1994) a permis de classer la résistance des sols en fonction de leurs minéralogies (figure 2.29). Ils ont montré que la résistance à la traction des smectites est la plus élevée, ceci est probablement lié au caractère gonflant de ce type de sol. Alors que celle des kaolinites est la plus faible.

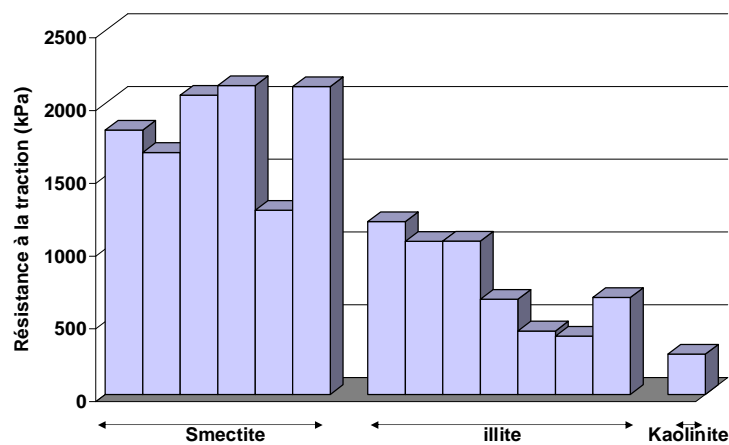


Figure 2.29 : Influence de la minéralogie sur la résistance à la traction (Barzegar et al., 1994)



La même tendance a été obtenue par Tshebotarioff et al. (1953), mais les valeurs des résistances trouvées restent peu comparables, ceci résulte, probablement de la teneur en eau de l'argile étudié dans les deux cas (Figure 2.30).

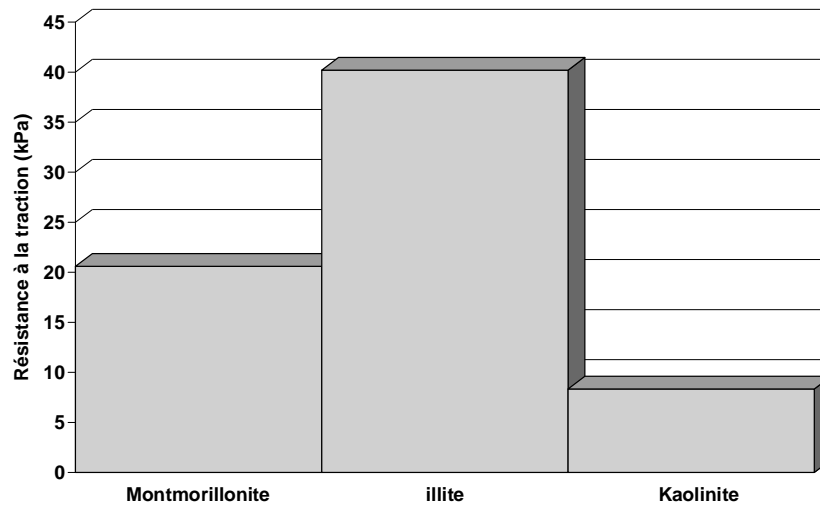


Figure 2.30 : Influence de la minéralogie sur la résistance à la traction (Tshebotarioff et al., 1953)

Barzegar et al. (1994) ont relié la résistance à la traction d'un sol à la capacité d'échange des cations dans sa fraction argileuse. Il s'est avéré que plus le sol a une capacité d'échange des cations importante, plus sa résistance à la traction augmente (Figure 2.31). Les auteurs lient en effet cette capacité d'échange des cations à l'adhésion entre les particules, et mentionnent qu'elle est inversement proportionnelle à leur taille.

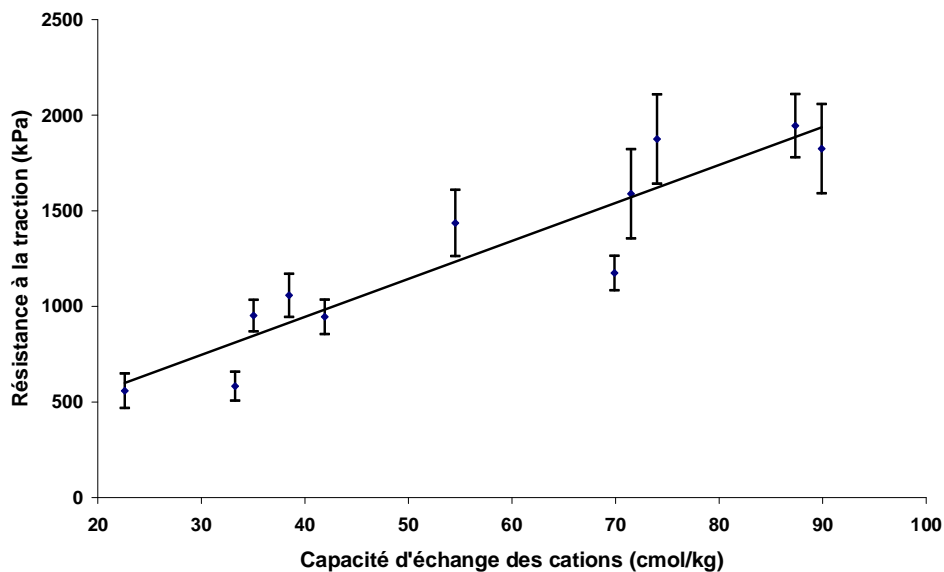


Figure 2.31 : Influence de la capacité d'échange des cations de la fraction argileuse sur la résistance à la traction (Barzegar et al., 1994)

La cohésion d'un sol conditionne, en outre, selon Koolen et Vaandrager (1984), sa résistance à la traction qui lui est proportionnelle (Figure 2.32).

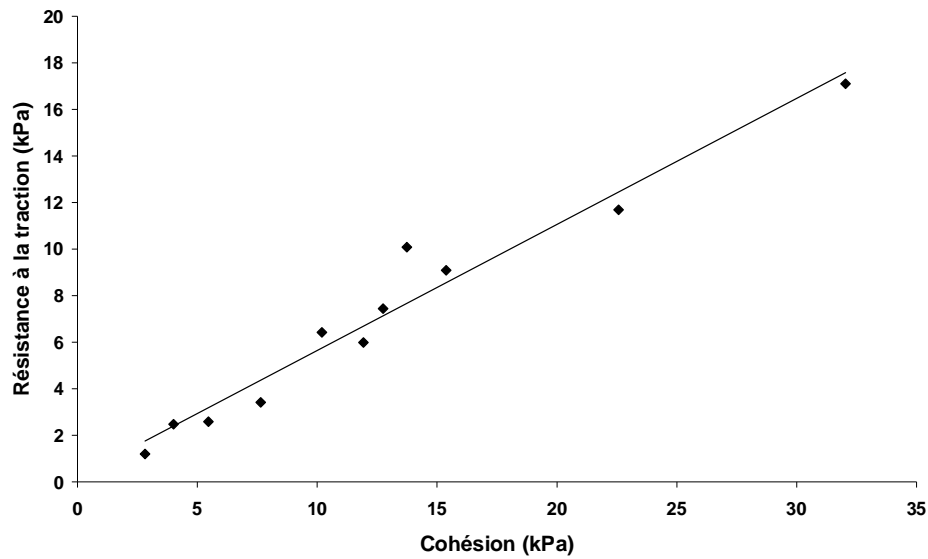


Figure 2.32 : Influence de la cohésion sur la résistance à la traction (Koolen et Vaandrager, 1984)

Enfin, lorsque l'indice de plasticité augmente la résistance à la traction l'est aussi. Ce constat a été avancé par Fang et Hirst (1973), qui ont mesuré la résistance à la traction par fendage et par poinçonnement pour divers types de sols argileux ayant des indices de plasticité différents (Figure 2.33).

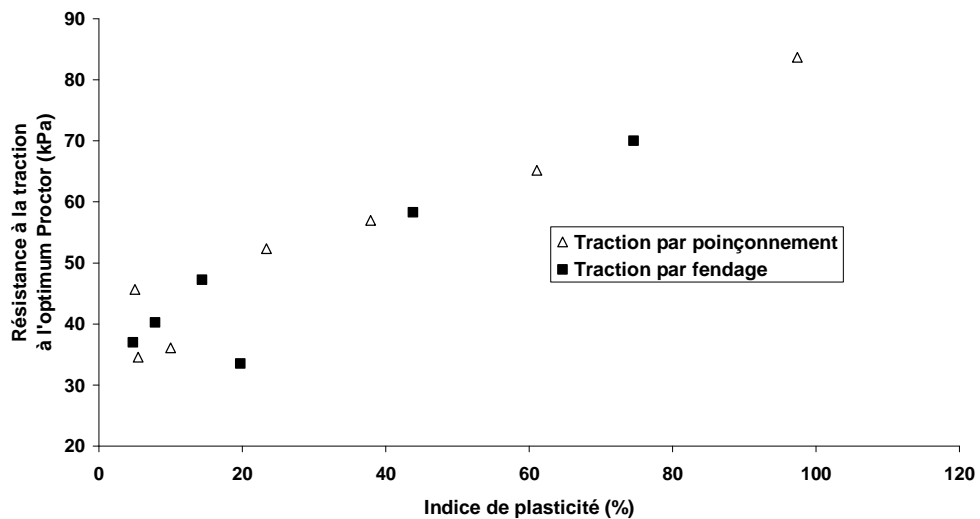


Figure 2.33 : Influence de l'indice de plasticité sur la résistance à la traction (Fang et Hirst, 1973)

Tshebotariouff et al. (1953) cités par Madjoudj (2001) confirment le résultat des précédents auteurs en montrant que la Montmorillonite d'indice de plasticité de 487 %

possède la résistance à la traction la plus élevée (40,2 kPa) par rapport à d'autres argiles qu'ils ont étudié. Par ailleurs la kaolinite ayant un indice de plasticité de 38% possède la résistance à la traction minimale de 8,34 kPa.

## V. Comparaison entre les résultats des essais de traction

Vu la multitude d'essais de traction, principalement des essais de traction indirecte, la comparaison entre les résultats qu'ils fournissent est indispensable pour juger de leurs performances. En effet, la performance d'un essai de traction dépend de plusieurs paramètres qui peuvent être liés, soit aux conditions de sa réalisation (taille de l'éprouvette, vitesse de chargement, vitesse de déplacement,...), soit au potentielité de faire des essais sur différents matériaux (élastique – fragile, ductile, visqueux, ...). Le modèle d'interprétation de l'essai est par ailleurs un facteur important qu'il convient de considérer pour définir la pertinence de l'essai quant à la détermination de la résistance en traction du matériau étudié. Plusieurs travaux ont été entrepris pour comparer entre eux les résultats des essais de traction, notamment les travaux de Ajaz et Parry (1975), Rao et Rao (1972), Fang et Chen (1971), Fang et Hirst (1973), Madjoudj (2001), Jack et al. (1994) et Malcolm et Ivor (1971).

Ajaz et Parry (1975) ont conclu que la déformation à la rupture d'une argile dans le cas de l'essai de flexion est largement supérieure à celle mesurée dans l'essai de traction uniaxiale (Figure 2.34)

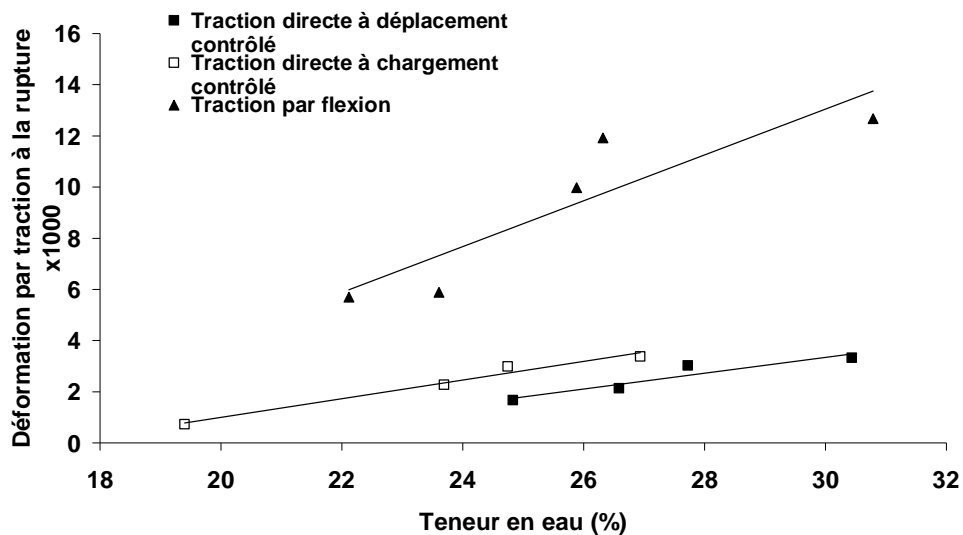


Figure 2.34 : Déformation à la rupture par traction dans l'essai de flexion et l'essai de traction directe (Ajaz et parry, 1975)

Plusieurs essais de traction ont été réalisés par Rao et Rao (1972) sur un sol argileux à différentes teneurs en eau. Les résultats sont représentés sur la figure 2.35. A l'optimum Proctor la résistance à la traction, déduite à partir de différents essais, varie entre 50 et 120 kPa. L'essai de flexion fournit la résistance la plus élevée, alors que

l'essai brésilien fournit la résistance la plus faible, une valeur intermédiaire a été obtenue par l'essai de traction directe.

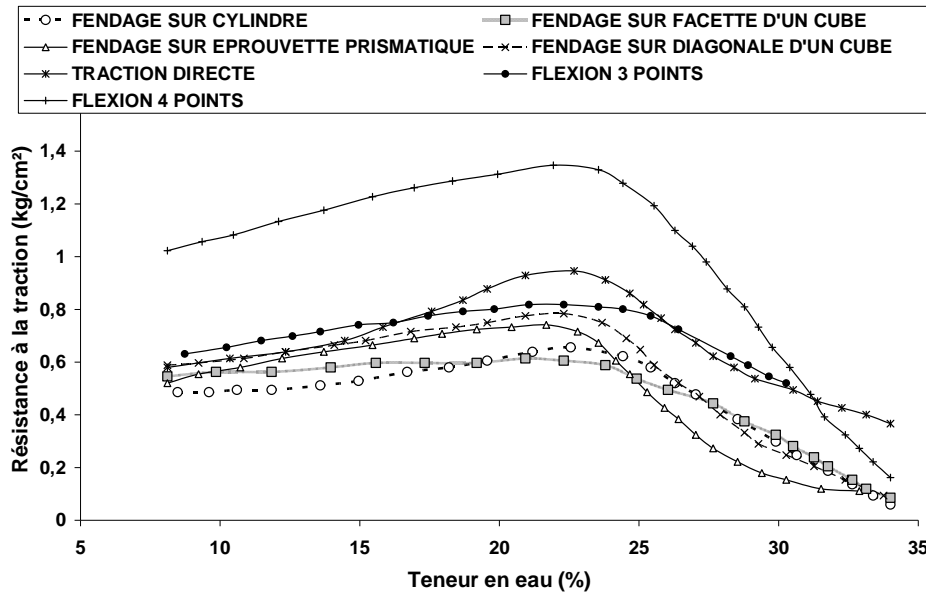


Figure 2.35 : Résistance à la traction en fonction de la teneur en eau, déterminée à partir de plusieurs essais (Rao et Rao, 1972)

Par contre, Madjoudj (2001) a enregistré pour un sol argileux, une résistance à la traction directe plus faible que celle déduite à partir d'un essai de poinçonnement qui est plus élevée. Les résistances déduites de l'essai de flexion et de l'essai brésilien ont des valeurs intermédiaires qui sont comparables (Figure 2.36)

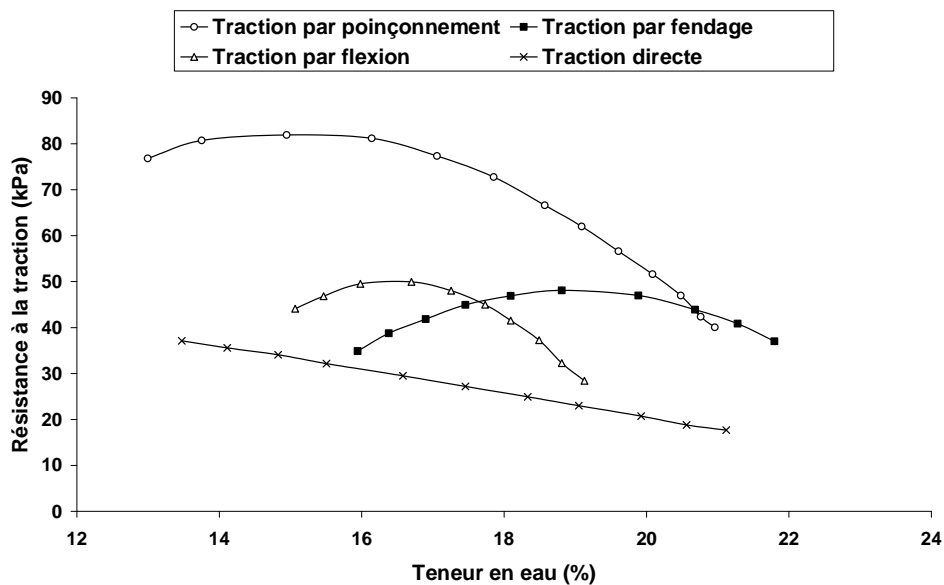


Figure 2.36 : Résistance à la traction d'un sol argileux en fonction de la teneur en eau, déterminée à partir de plusieurs essais (Madjoudj, 2001)

Fang et Chen (1971) ont enregistré des valeurs comparables des résistances à la traction déduites à partir d'essai de fendage et de l'essai de poinçonnement (Figure 2.37).

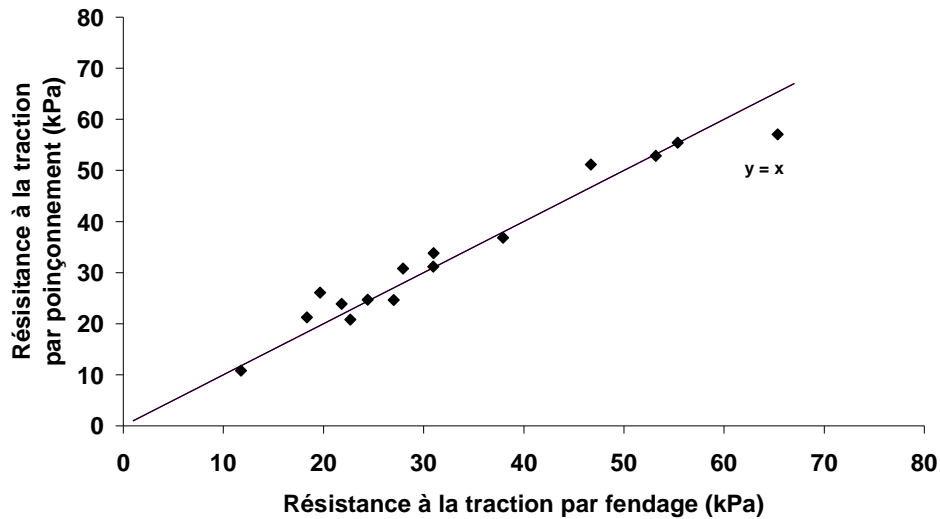


Figure 2.37 : Résistance à la traction déterminée à partir de l'essai brésilien et de l'essai de poinçonnement (Fang et Chen, 1971)

Le résultat précédent a été confirmé par Fang et Hirst (1973) pour plusieurs matériaux (Figure 2.38)

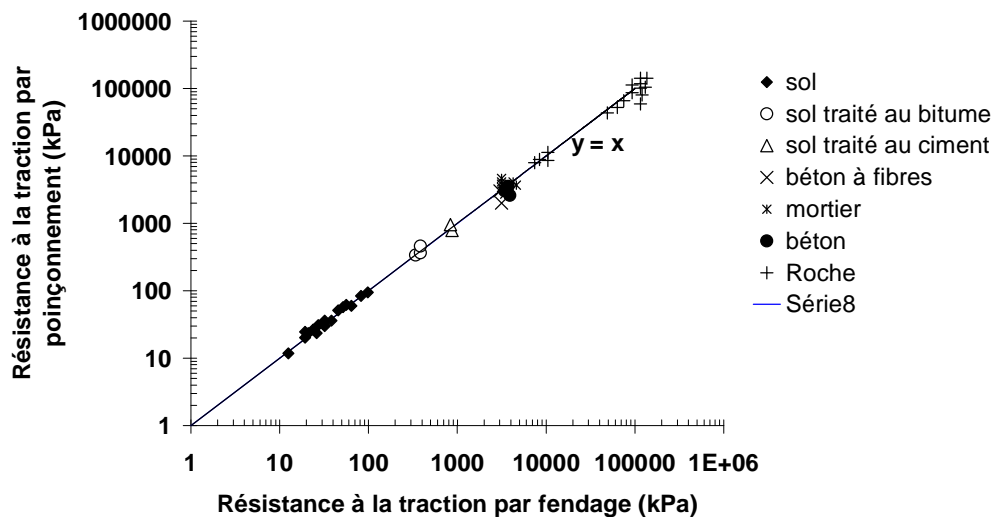


Figure 2.38 : Résistance à la traction déterminée à partir de l'essai brésilien et de l'essai de poinçonnement (Fang et Hirst, 1973)

Jack et al. (1994) ont trouvé que la résistance à la traction d'un sol argileux déduite de l'essai de traction sur tube annulaire est nettement supérieure à celle déduite des autres essais. Le rapport entre les résistances à la traction, donné par les auteurs, est résumé dans le tableau 2.1.

Type d'essai	Dimensions de l'éprouvette (mm)	Résistance par compression annulaire / Résistance à partir d'autres essais
Tube annulaire	$R_e/R_i=8$ ; $R_e=50$ ; $h=25$	1
Flexion trois points	200x50x25	1,78
	100x50x25	1,56
Flexion quatre points	200x50x25	3,00
Fendage	$R=50$ ; $h=25$	4,10
Traction directe	$D=25$ ; $h=35$	4,50

Tableau 2.1 : Rapport entre la résistance à la traction de l'essai de compression annulaire et celle déduite d'autres essais (Jack et al., 1994)

Cependant Malcolm et Ivor (1971) ont constaté que la résistance à la traction uniaxiale, pour du calcaire et du granit, est supérieure à celle déduite de l'essai du tube annulaire (Figure 2.39), alors qu'elle est comparable à la résistance à la traction par fendage (Figure 2.40).

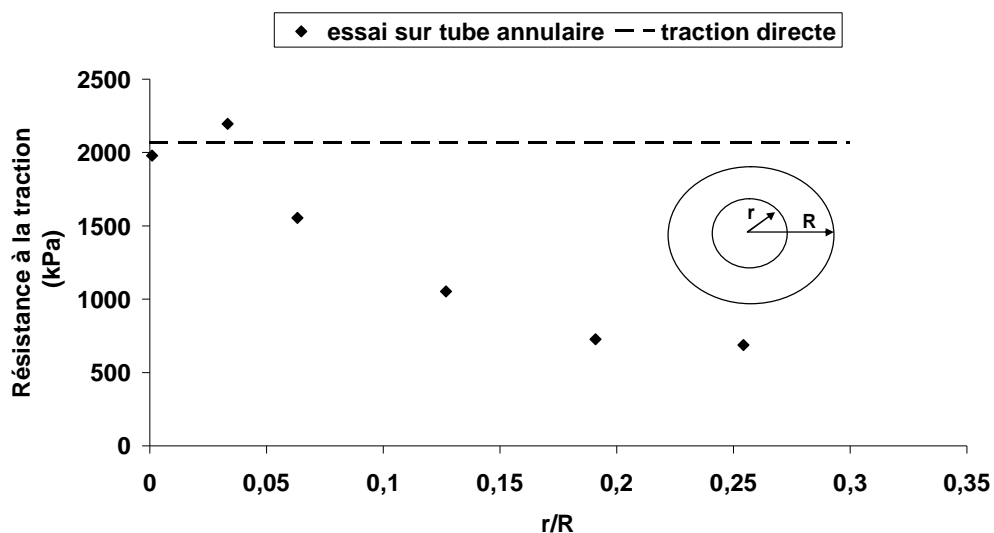


Figure 2.39 : Comparaison entre la résistance à la traction enregistrée à partir de la compression annulaire et celle de l'essai de traction uni - axiale (Malcolm et Ivor, 1971)

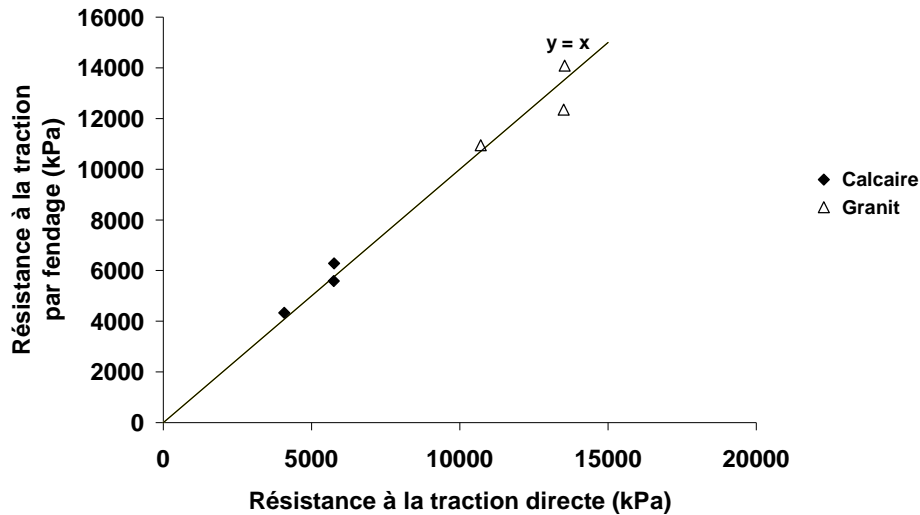


Figure 2.40 : Comparaison entre l'essai de traction par fendage et l'essai de traction uni-axiale (Malcolm et Ivor, 1971)

### Conclusion :

L'étude du comportement en traction des sols fins a été menée par plusieurs auteurs dans des conditions d'essais différentes et en utilisant des techniques diverses. Il ressort de cette étude bibliographique, que la taille des éprouvettes testées a une grande influence sur la résistance à la traction. Pour certains auteurs celle-ci croît avec l'augmentation du diamètre de l'éprouvette alors que pour d'autres elle diminue. En revanche, la diminution de la résistance à la traction en fonction de la teneur en eau au-delà de l'optimum Proctor semble une constatation commune à tous les auteurs. Cependant, la variation de la résistance à la traction pour des teneurs en eau au-dessous de l'optimum Proctor reste un point de divergence entre certains auteurs. La densification du sol, soit par augmentation de l'énergie de compactage, soit par croissance de l'effort de compactage, a pour tous les auteurs, un rôle positif sur l'augmentation de la résistance à la traction. La vitesse de chargement ou bien le taux de déformation imposé ont un effet sur la résistance à la traction mesurée. Différentes tendances ont été enregistrées dans la littérature, certains auteurs concluent que la résistance mesurée augmente avec la vitesse, d'autres constatent le contraire. Des divergences aussi marquées ont été obtenues quant à l'effet de la minéralogie du sol sur sa résistance à la traction. Enfin, pour nous et dans l'objectif de cette étude, il est très important de noter que pour le même matériau et dans les mêmes conditions d'essais, les essais de traction ne fournissent pas tous la même valeur de la résistance à la traction et des divergences très nettes ont été enregistrées. Ceci peut être lié à plusieurs facteurs; comme la mauvaise capacité des essais à rendre compte de la résistance en traction du matériau (cisaillement, compression ou flexion parasites développées dans l'échantillon) ou par une mauvaise interprétation de l'essai suite à l'utilisation d'une formulation analytique mal adaptée, et particulièrement conditionnée par un ensemble d'hypothèses (sur la géométrie de l'échantillon, sur l'homogénéité des champs de contraintes et de déformations développées dans l'échantillon, sur le comportement du matériau, ...).

Devant ces divergences marquées dans la littérature, la détermination expérimentale du comportement en traction doit être accompagnée par une étude numérique fine pour mesurer l'effet de l'ensemble des phénomènes développés au cours des essais de traction. Dans ce travail de recherches, un choix délibéré pour la méthode des éléments distincts est fait. Nous exposons dans les chapitres 3, 4 et 6 aussi bien la méthodologie de l'étude que les résultats obtenus.



**PARTIE II : APPROCHE NUMÉRIQUE POUR L'ÉTUDE DU  
COMPORTEMENT DES SOLS FINS SOLLICITÉS EN TRACTION :  
INVESTIGATION DES POTENTIALITÉS DE LA MÉTHODE DES  
ÉLÉMENTS DISCRETS COMME NOUVELLE APPROCHE**



## Chapitre III : La méthode des éléments discrets : principes et potentialités

### Introduction

Les sols sont des milieux constitués par des particules (ou grains) à des tailles et formes très différentes, en interactions mécaniques, hydriques et physico-chimiques. Ils sont souvent étudiés dans le cadre de la mécanique des milieux continus où cette spécificité granulaire est effacée selon une échelle de regard macroscopique. Plusieurs paramètres décrivant leurs comportements sont mesurés et interprétés aussi à une échelle macroscopique (échelle de l'échantillon sur lequel un essai de laboratoire est réalisable). Cette hypothèse qui considère que le sol est un milieu continu peut avoir une justification satisfaisante tant qu'on se limite à l'étude des problèmes géotechniques mettant en jeu des petites déformations, ce qui représente en réalité une gamme étendue des applications géotechniques. Une des méthodes numériques la plus utilisée pour la modélisation des ouvrages géotechniques est la méthode des éléments finis. Il faut noter qu'avec les modèles en éléments finis il existe plusieurs approches (parfois avec des procédures de maillage adaptatif) pour étudier les matériaux fissurés, qui sont d'avantage discontinus. Cependant l'utilisation de la méthode des éléments finis pour simuler un milieu réellement granulaire ou bien même poreux bi-phasiques ou tri-phasiques nécessite l'introduction d'hypothèses supplémentaires surtout si les grandes déformations ainsi que les phénomènes post rupture sont à analyser. Ainsi la méthode des éléments discrets a été proposée pour prendre en compte à la fois la nature discrète du matériau et donner l'accès à une analyse raffinée de quelques phénomènes importants pour le dimensionnement et l'analyse de la stabilité des ouvrages géotechniques (apparition et propagation des fissures, écoulement granulaire, relations entre grandeurs mécaniques macroscopiques et grandeurs microscopiques à l'échelle des grains et fonction de leurs interactions, ...).

En fonction du problème étudié et des performances informatiques disponibles, les modèles par éléments discrets sont soit plans (2D) soit tridimensionnels (3D). En effet, comme la modélisation 3D des problèmes est généralement coûteuse en terme d'espace mémoire et de temps de calcul, les modèles 2D ont été les plus utilisés aussi bien pour résoudre des problèmes réellement plans, que pour les problèmes tridimensionnels soumis à des hypothèses généralement justifiables. Par ailleurs, les modèles 3D commencent à être de plus en plus utilisés ces dernières années avec le développement de la capacité de mémoire des machines de calcul.

Le principe de base de la simulation par éléments discrets est de subdiviser le domaine d'étude en particules dont la géométrie et le taux de déformabilité dépendent du problème étudié. En ce qui concerne la géométrie, les particules peuvent représenter les grains du matériau, si la forme ou la géométrie et la distribution des grains sont connues. Par contre les particules peuvent avoir des formes simplifiées lorsque l'on cherche avant tout à mettre en exergue la nature discrète du milieu. Par ailleurs, les particules sont soit rigides pour l'étude des matériaux très lâches dont le comportement est essentiellement régi par la dynamique des particules, soit déformables localement au niveau des points de contact pour simuler le comportement

quasi-statique des matériaux denses tels que les sols ou même déformables à l'échelle du grain même (le cas par exemple de matériaux à grains expansés comme l'argile, la perlite, ou des matériaux comme le polyester). Cette méthode permet aussi d'étudier les ruptures locales des grains de certains matériaux granulaires.

Comme le dimensionnement des ouvrages nécessite la détermination de paramètres macroscopiques, généralement utilisés par l'ingénieur, les chercheurs s'intéressant à la modélisation par la méthode des éléments discrets se sont focalisés sur le développement de relations permettant le passage entre les grandeurs ou variables issus des modèles discrets (forces de contacts, déplacements des particules) et leurs homologues à l'échelle macroscopique pour un milieu continu équivalent (contraintes, déformations).

Ce chapitre à caractère bibliographique est illustré par des simulations réalisées à l'aide du logiciel PFC2D. On y présente l'historique du fondement de la MED et on y donne un aperçu de la diversité des problèmes géotechniques étudiés par cette méthode. Le principe de la MED sera exposé et on mettra l'accent sur quelques aspects techniques spécifiques à la méthode nécessaires à une bonne interprétation des simulations réalisées par la MED. L'aspect mécanique de la MED fera de même l'objet d'une investigation sommaire.

## I. Aperçu historique

L'interprétation des essais sur un milieu granulaire est difficile parce que les contraintes au sein de l'échantillon ne sont pas directement mesurables et doivent être déduites à partir des conditions aux limites. Alors que, plusieurs techniques expérimentales ont été développées pour mesurer directement les déformations au sein d'un échantillon tels que les techniques de photographie par rayons X et les techniques d'analyse d'images. Cependant, de telles techniques ne permettent pas la mesure des contraintes. L'inaccessibilité aux mesures des contraintes a orienté les recherches vers le développement de modèles de milieux granulaires où la forme des particules est déjà simplifiée par rapport à la forme réelle. Les déplacements et les contraintes sont alors soit « mesurés » ou calculés selon un schéma donné du modèle. Ces modèles en majorité consistent en des assemblages de disques (2D) ou de sphères (3D) et peuvent être analytiques, physiques ou numériques.

Les modèles analytiques sont limités par la restriction des séquences de chargement possibles, l'uniformité de la taille des grains et leur périodicité (Deresiewicz, 1958). De même les modèles physiques présentent l'inconvénient de ne pas donner un accès au cours d'essai à certaines grandeurs physiques qui doivent être déduites à partir des conditions aux limites. C'est pourquoi, les modèles numériques sont les plus performants dans la modélisation du comportement des assemblages de disques (2D) ou de sphères (3D). Ceci est lié à la flexibilité de l'application des modèles numériques par rapport aux modèles analytiques et au fait que les modèles numériques présentent l'avantage par rapport aux modèles physiques de donner accès à différentes informations (déplacements, forces,...) au fur et à mesure de l'essai. La

flexibilité des modèles numériques s'étend aux différentes configurations de chargements, à la distribution des tailles des particules et à leurs propriétés physiques.

Rodriguez-Ortiz (1974), cité par Cundall et Strack (1979) a développé un modèle numérique pour un assemblage de disques ou de sphères. Les forces de contact et les déplacements sont calculés à partir des lois forces - déplacements, reliant les incréments des forces de contact aux incréments des déplacements des centres des particules. L'inconvénient majeur, cité par l'auteur (Rodriguez-Ortiz, 1974), réside dans le temps de calcul important nécessaire à une simulation, et par conséquent à la limitation du nombre de particules du modèle. Ceci est dû en grande partie à la reformulation des équations associées aux contacts à chaque création ou perte de contact.

La méthode des éléments discrets fut le premier modèle numérique qui a permis l'étude d'un assemblage de particules de différentes formes interagissant uniquement au niveau des contacts. Elle a été développée par Cundall (1971) pour l'étude des problèmes de mécanique des roches. Ensuite, Cundall et Strack (1979) ont mis en œuvre un modèle numérique se basant sur la philosophie de la méthode des éléments discrets dans le programme BALL. Ce programme permet d'intégrer des particules déformables au niveau des contacts permettant de simuler notamment les matériaux denses.

Certes, la méthode a été initialement conçue pour les problèmes de mécanique des roches, étendue ensuite aux matériaux granulaires, mais son application pour l'étude des problèmes géotechniques n'est pas du tout limitée vu la diversité des thématiques qui ont déjà été traitées par cette méthode. En effet, pour les sols purement frottants l'application de la MED n'est pas très contraignante du moment où on peut approcher les grains par des disques (2D) ou par des sphères (3D). La modélisation des sols cohérents a nécessité l'introduction de conditions de contact spécifiques permettant de simuler l'effet de la cohésion. Certains auteurs ont également cherché à modéliser l'action de l'eau sur le comportement des sols fins. Lors des dernières années l'investigation des problèmes géotechniques par la MED a été très étendue. Liu et Sun (2002) ont étudié l'effondrement des sols non saturés par la MED, la prise en compte de la succion a été faite par l'introduction de forces adhésives interparticulaires agissant perpendiculairement au plan tangent au grain au niveau du point de contact. Chareyre et al. (2002) se sont intéressés à l'étude du comportement du composite sol-géosynthétique. Les géosynthétiques ont été pris en compte par des éléments barres interagissant avec des disques simulant les particules du sol. L'utilisation de cette technique lui a permis d'approcher un problème de dimensionnement réel qui est celui de l'ancrage d'une nappe de géosynthétique utilisée pour la stabilité des pentes. R. Deluzarche (2004) a utilisé la MED pour l'étude de stabilité des barrages en enrochement en phase de construction. Des simulations de comportement des barrages sous sollicitations sismiques ont été aussi réalisées par le même auteur, montrant ainsi la forte potentialité de la MED pour tenir compte du caractère dissipatif des enrochements.

D'Addetta et al. (2002) ont étudié la fracturation des matériaux cohérents frottants, les grains ont des formes polygonales et la cohésion a été prise en compte par des liaisons de type poutres agissant entre les centres des particules. Gröger et al. (2003) ont simulé des essais de cisaillement et de traction directe sur un matériau cohérent, l'effet de l'eau a été pris en compte par des amortisseurs au niveau des contacts. Mori et al. (2003) ont étudié le risque de liquéfaction par la MED, les surpressions interstitielles ont été corrélées à l'énergie élastique non dissipée et à l'énergie dissipée par les cisaillements. Anandarajah (2003) a étudié par la MED le phénomène de surconsolidation apparente faisant suite à la saturation d'une kaolinite par un fluide organique différent de l'eau. La forme des particules correspond à des feuillets minces similaires à ceux d'argile et le phénomène de surconsolidation a été directement corrélé au nombre croissant de contacts entre particules.

## II. Aspects numérique et mécanique d'une simulation par la MED

### II.1 Principe de la MED

La méthode des éléments discrets a été initialement introduite par Cundall (1971) pour l'étude des problèmes de mécanique des roches, et a été ensuite étendue et appliquée pour les sols. Elle permet de prendre en compte les discontinuités présentes dans les matériaux. Les discontinuités sont soit existantes à l'état initial tel que le cas des sols, soit provoquées par fissuration tel que le cas des matériaux rocheux (dans la roche même). Le milieu, objet d'étude par la MED, est alors discrétisé sous forme d'assemblages de particules qui interagissent au niveau des contacts. Chaque particule ne peut interagir qu'avec les particules avoisinantes par des lois écrites au niveau des points de contacts. La discrétisation du domaine par des particules est vue de deux façons différentes selon le problème étudié. En effet, les particules de discrétisation peuvent correspondre aux grains réels, tel que le cas des matériaux granulaires, ou peuvent ne représenter qu'une schématisation arbitraire de discrétisation du domaine dans le cas où l'on ne s'intéresse qu'au comportement global du matériau ou bien lorsque la forme des grains n'est pas maîtrisée. Dans cette étude, le code de calcul utilisé (PFC2D) est basé sur une discrétisation du milieu à l'aide de disques. Néanmoins on peut associer des particules de différentes tailles de façon à obtenir des clusters ou un groupement de grains aux formes variées.

#### II.1.1 Déformabilité des grains

La division d'un domaine en des particules discrètes nécessite bien évidemment des hypothèses sur la nature des particules et, en particulier, sur leur déformabilité. Deux approches sont actuellement utilisées : la « dynamique des contacts » qui est basée sur l'hypothèse du non déformabilité des particules et la « dynamique moléculaire » basée sur l'hypothèse de déformabilité des particules.

##### II.1.1.a Classe des particules rigides

Cette approche suppose les particules non déformables et le contact entre deux particules est, par conséquent, pour le cas des disques ou sphères, localisé strictement en un point. Cette classe est bien adaptée à la modélisation des matériaux très lâches pour lesquels on veut étudier la dynamique des particules et les chocs entre elles. La résolution d'un tel problème de dynamique des contacts nécessite l'écriture de la conservation de la quantité du mouvement à chaque cycle de calcul pour actualiser les vitesses des particules et par suite leurs positions.

#### *II.1.1.b Classe des particules déformables*

La déformabilité des particules dans cette famille de méthodes est limitée au niveau des points de contacts. Ainsi les contacts sont localisés dans une région de chevauchement entre deux particules. Cette zone est repérée par les coordonnées du premier point géométrique auquel les deux particules sont entrées en contact. La modélisation de l'interaction entre deux particules au niveau de ce chevauchement est généralement faite par deux ressorts et deux amortisseurs dans les directions normale et tangentielle. Ainsi la résolution d'un tel problème est basée, contrairement au cas des particules rigides, sur le principe fondamental de la dynamique. Ainsi la rupture concerne les contacts. Il faut noter cependant qu'il existe d'autres méthodes basées sur une discrétisation par particules sécables où la rupture concerne les grains eux-mêmes. Ces modèles modélisent la déformabilité des particules par le biais d'une discrétisation de la particule elle-même en des sous-particules déformables au niveau du contact (Georgopoulos et al., 2008).

Dans la suite on se limitera au cas 2D, mettant en œuvre des particules déformables localement au niveau des contacts.

#### II.1.2 Modèle rhéologique de la MED

Le modèle consiste en une discrétisation du domaine en des disques qui, suite à une sollicitation, interagissent au niveau des contacts. Les disques peuvent à tout moment se dissocier ou entrer de nouveau en contact.

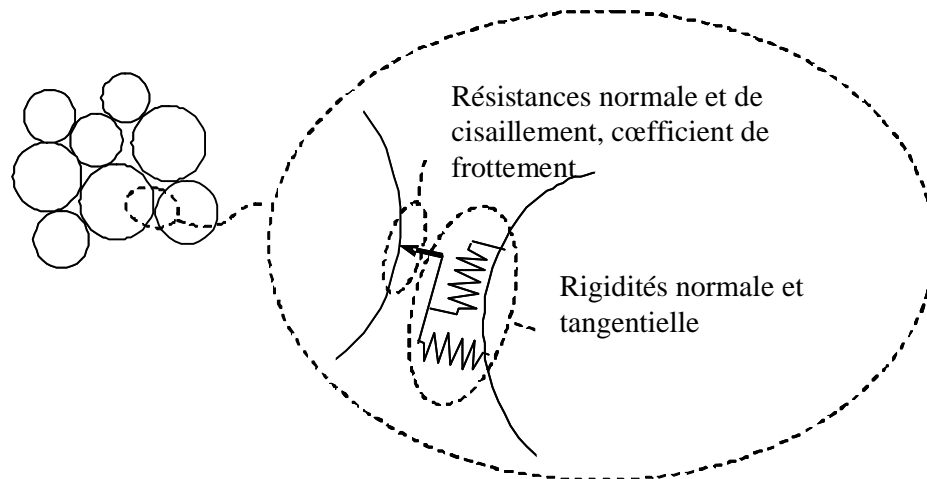


Figure 3.1 : Modèle rhéologique de la MED

Le comportement global d'un matériau est simulé en associant un modèle simple à chaque contact (Figure 3.1). Le modèle constitutif agissant en un point de contact se compose de trois parties : un modèle de rigidité, un modèle de glissement et un modèle d'adhésion. Le modèle de rigidité fournit une relation élastique entre la force de contact et le déplacement relatif. Le modèle de glissement impose une relation entre la force normale et la force de cisaillement et fournit par conséquent une condition de glissement relatif des disques en contact. Le modèle d'adhésion sert à limiter les forces normales et tangentielles développées au niveau d'un contact en imposant des valeurs de résistance.

#### II.1.2.a Modèle de rigidité : modèle incrémental élastique linéaire

La composante normale de la force de contact ( $F^n$ ) est proportionnelle au chevauchement des particules au niveau du contact, alors que l'incrément de la composante tangentielle ( $DF^s$ ) est proportionnel à l'incrément du déplacement tangentiel des particules en contact. Ainsi, les équations qui définissent les lois de contact entre deux particules sont :

$$F_i^n(t) = K^n U_i^n(t) \quad (3.1)$$

$$DF_i^s = -K^s DU_i^s \quad (3.2)$$

$$F_i^s(t) = F_i^s(t - Dt) + DF_i^s \quad (3.3)$$

Où  $U_i^n$  et  $DU_i^s$  sont respectivement le déplacement normal (chevauchement) et le déplacement tangentiel relatif des grains au niveau du contact (i).  $Dt$  représente le pas de temps optimal<sup>1</sup> calculé en fonction des masses et des raideurs du système pour

<sup>1</sup> Le pas de temps optimal est défini comme étant une fraction de la valeur minimale de tous les pas de temps critiques évalués au niveau de chaque contact. Le pas temps critique est celui qui assure une fréquence de sollicitation égale à la fréquence propre du système.



garantir la stabilité de la solution des équations de mouvement. Les rigidités de contact sont exprimées par :

$$K_n = \frac{(K_{ni}K_{nj})}{K_{ni} + K_{nj}} \quad (3.4)$$

$$K_s = \frac{(K_{si}K_{sj})}{K_{si} + K_{sj}} \quad (3.5)$$

Avec  $K_{ni}$ ,  $K_{nj}$ ,  $K_{si}$  et  $K_{sj}$  les modules de rigidité attribués aux particules  $(i)$  et  $(j)$ .

### II.1.2.b Modèle de glissement

Le modèle de glissement relie l'intensité de la force tangentielle au niveau du contact à la force normale par le biais d'un coefficient de frottement. Le modèle de glissement est défini par le coefficient de frottement au contact  $m$ , où  $m$  est le coefficient de frottement minimum des deux entités entrant en contact. Ainsi le glissement a lieu si on dépasse la force de tangentielle maximale permise :

$$F_{\max}^s = m|F^n| \quad (3.6)$$

Nous retrouvons donc le critère de Coulomb au niveau du point de contact.

### II.1.2.c Modèles d'adhésion

Les modèles d'adhésion servent à définir la résistance d'un contact vis-à-vis du cisaillement et de la traction. En effet pour restituer un comportement macroscopique global donné il faut retenir un modèle d'adhésion adéquat au niveau des contacts. A titre d'exemple on présentera quatre modèles d'adhésion qui peuvent être utilisés pour simuler le comportement d'un sol. Bien évidemment en fonction de la granulométrie et de la plasticité du sol on retiendra un modèle plutôt qu'un autre ou une combinaison de ces modèles.

#### II.1.2.c.1 Modèle d'adhésion de contact

Le modèle d'adhésion de contact peut être vu comme un lien ponctuel entre les deux particules au niveau du point de contact. Ce lien est assimilé à une articulation définie par les deux ressorts du modèle de rigidité auxquels on a attribué des résistances au cisaillement et à la traction. Par conséquent l'existence de ce modèle au niveau d'un contact exclu le modèle de glissement jusqu'à ce que la résistance au cisaillement définie par l'adhésion de contact soit atteinte. Deux adhésions normale  $C^n$  et de cisaillement  $C^s$  sont alors nécessaires pour définir le modèle. Le critère de rupture du contact s'écrit alors :

$$|F^s| > F_{\max}^s \quad (3.7)$$

$$F^n > C^n \quad (3.8)$$

$$F_{\max}^s = \max(m|F^n|, C^s) \quad (3.9)$$

Les résultats d'une simulation de deux disques sollicités en traction (Figure 3.2) présentés comme illustration au comportement d'un contact régi par ce modèle sont présentés dans la figure 3.3 :

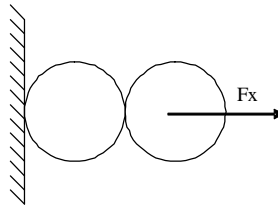


Figure 3.2 : Traction de deux rouleaux

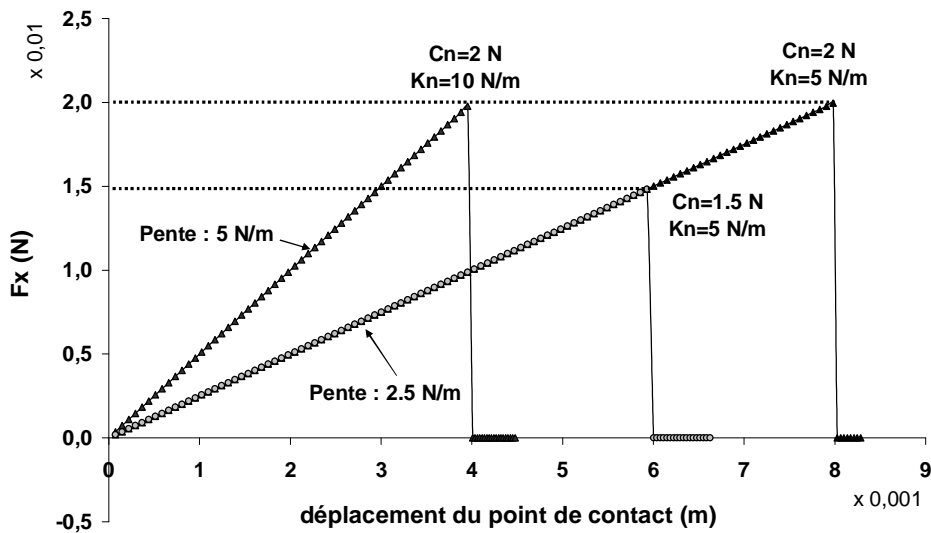


Figure 3.3 : Modèle d'adhésion de contact

L'adhésion de contact est spécifique à un comportement élastique linéaire à rupture fragile.

#### II.1.2.c.2 Modèle d'adhésion parallèle

Ce modèle simule le comportement associé à la cimentation des particules. Il agit sur une bande parallèle au plan tangent aux deux particules et peut être vu comme une poutre élastique de forte rigidité à la flexion. Ainsi il diffère essentiellement de l'adhésion de contact par la transmission des moments entre les grains. Le modèle d'adhésion parallèle peut être utilisé pour définir des assemblages de grains de formes complexes en attribuant aux poutres des résistances supérieures aux contraintes qui

peuvent être engendrées au sein du matériau. Il est ainsi défini par la donnée des deux résistances normale et au cisaillement et convient pour un comportement élastique linéaire à rupture fragile.

### II.1.2.c.3 Modèle viscoélastique

Le modèle viscoélastique correspond à un comportement élastique visqueux en cisaillement, il est assimilé à un ressort monté en série avec un amortisseur dans le plan tangent aux deux particules en contact. La vitesse de cisaillement est ainsi décomposée en une partie élastique et une partie visqueuse. Ce modèle est défini, en plus des rigidités, par de la viscosité au cisaillement.

### II.1.2.c.4 Modèle ductile

Ce modèle est basé sur le modèle d'adhésion de contact, mais restitue un comportement ductile. Il est défini, en plus des paramètres du modèle d'adhésion de contact, par un paramètre supplémentaire de rigidité post-rupture  $K_{duc}$ . La simulation de la figure 3.4 reproduit le modèle ductile restitué.

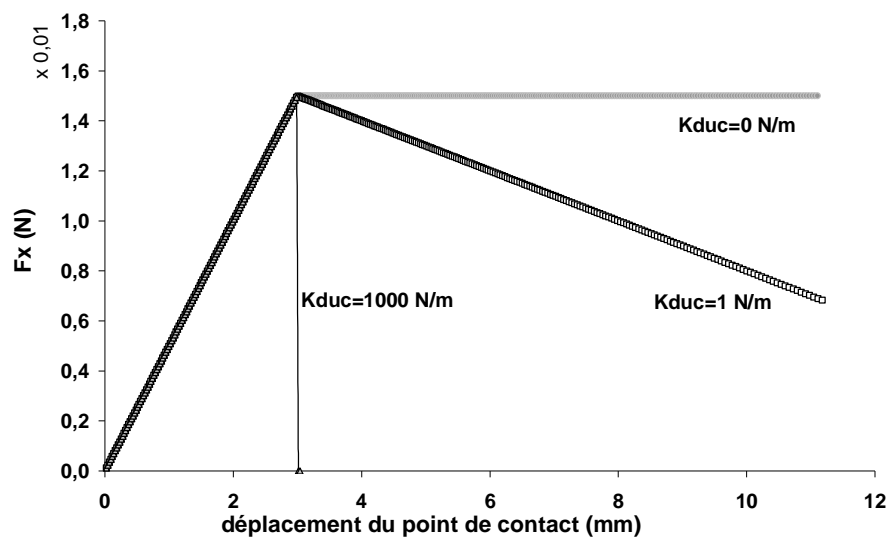


Figure 3.4 : Modèle ductile

## II.2 Principe de la résolution numérique d'un problème d'éléments discrets

### II.2.1 Cycle de calcul

Un cycle de calcul dans une simulation discrète constitue l'opération de base qui se répète jusqu'à atteindre un critère donné. Durant ce cycle la deuxième loi de Newton est appliquée à chaque particule pour en déterminer la vitesse et une nouvelle position à l'instant suivant. En fonction des nouvelles positions des particules les listes de contact sont réactualisées tout comme les conditions aux limites (contacts avec les murs). La loi de comportement (force-déplacement) est appliquée à chaque contact

d'où la mise à jour des forces inter partielles (Figure 3.5). Un nouveau cycle de calcul peut alors être ré- initié.

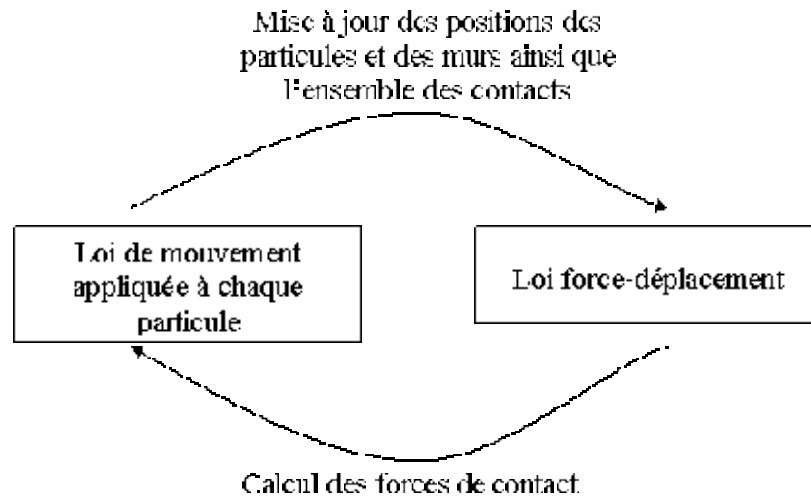


Figure 3.5 : Schéma d'un cycle de calcul

#### II.2.1.a Loi de mouvement : deuxième loi de Newton

La loi de mouvement est basée sur la deuxième loi de Newton pour les mouvements de translation et l'équation d'Euler pour les mouvements de rotation qui s'écrivent respectivement :

$$F_i = m_i (\ddot{x}_i - g_i) \quad (3.10)$$

$$M_{i(3)} = I_{i(3)} \dot{w}_{i(3)} \quad (3.11)$$

$m_i$  est la masse de la particule ( $i$ ),  $\ddot{x}_i$  son accélération et  $g_i$  l'accélération de la pesanteur.  $M_{i(3)}$ ,  $I_{i(3)}$  et  $\dot{w}_{i(3)}$  sont respectivement la résultante des moments, le moment d'inertie de la particule et l'accélération angulaire par rapport à l'axe du disque.

Les équations (3.10) et (3.11) sont résolues par un schéma explicite par différences finies centrées. Le mouvement de translation du centre de la particule est décrit par sa position  $x_i$ , sa vitesse  $\dot{x}_i$ , et son accélération  $\ddot{x}_i$ . Le mouvement de rotation de la particule est donné par sa vitesse angulaire  $w_3$  et son accélération angulaire  $\dot{w}_3$ . Si  $Dt$  désigne le pas de temps de calcul, les équations de mouvement conduisent à :

$$\ddot{x}_i^{(t)} = \frac{1}{Dt} (\dot{x}_i^{(t+Dt/2)} - \dot{x}_i^{(t-Dt/2)}) \quad (3.12)$$

$$\dot{w}_3^{(t)} = \frac{1}{Dt} (w_3^{(t+Dt/2)} - w_3^{(t-Dt/2)}) \quad (3.13)$$

$$\dot{x}_i^{(t+Dt/2)} = \dot{x}_i^{(t-Dt/2)} + \frac{F_i^{(t)}}{m_i} + g_i \frac{\ddot{\theta}}{\theta} Dt \quad (3.14)$$

$$w_3^{(t+Dt/2)} = w_3^{(t-Dt/2)} + \frac{M_3^{(t)}}{I} \frac{\ddot{\theta}}{\theta} Dt \quad (3.15)$$

$$x_i^{(t+Dt)} = x_i^{(t)} + \dot{x}_i^{(t+Dt/2)} Dt \quad (3.16)$$

Il faut noter que tant que le comportement reste élastique, l'énergie transmise à l'assemblage est conservée. Ainsi en utilisant la formule (3.10) pour la détermination des vitesses de déplacement des particules, on s'aperçoit qu'elles ne peuvent pas s'immobiliser totalement. Pour remédier à ce problème, un terme d'amortissement local (non visqueux) est introduit dans l'équation de mouvement pour permettre au système d'absorber l'énergie de vibration et pour que l'on puisse converger rapidement vers une solution quasi-statique. Le coefficient d'amortissement  $k$ , qui ne correspond pas à une viscosité réelle, est pris en compte en substituant l'équation (3.10) par :

$$F_i (1 - k \cdot \text{sign}(V_i)) = m_i (\ddot{x}_i - g_i) \quad (3.17)$$

$$k \cdot \text{sign}(V_i) = \begin{cases} +k & \text{si } V_i \geq 0 \\ -k & \text{si } V_i < 0 \end{cases} \quad (3.18)$$

$V_i$  est la vitesse de la particule dans la direction  $e_i$ .

Dans cette approche par la MED, le coefficient  $k$  diffère fondamentalement de la viscosité introduite par le modèle viscoélastique du fait qu'il est attribué aux particules et non pas aux contacts comme la viscosité. La figure 3.6 montre les rebonds successifs d'une particule circulaire sur un support rigide pour différentes valeurs du coefficient d'amortissement.

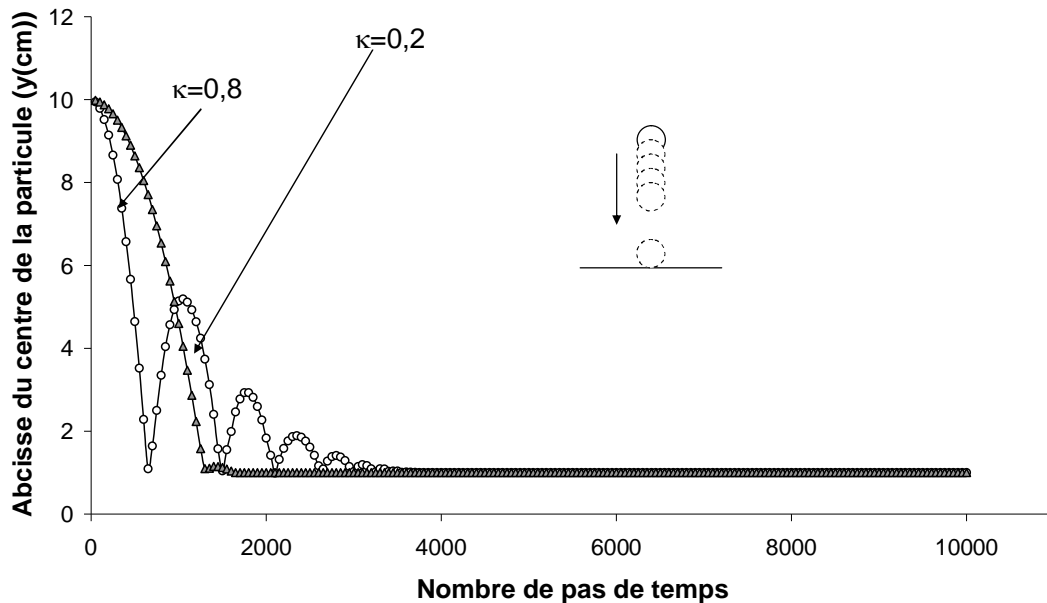


Figure 3.6 : Influence du coefficient d'amortissement sur les rebonds d'une particule

Pour les valeurs du coefficient d'amortissement de 0,2 et 0,8 les rebonds sont amortis et un état d'équilibre statique est atteint en un nombre restreint de pas de temps.

Dans le cadre de notre travail de thèse, le coefficient d'amortissement local a été fixé à  $k = 0,7$

## II.2.2 Temps de calcul

La performance d'une technique numérique dépend de plusieurs facteurs, entre autre le temps de calcul nécessaire à une simulation et la stabilité des schémas de résolution pour une convergence optimale. En ce qui concerne la MED elle est basée sur une double discrétisation : spatiale et temporelle. La discrétisation spatiale correspond à la répartition géométrique des particules alors que la discrétisation temporelle correspond au choix du pas de temps qui doit être choisi avec convenance pour assurer une bonne convergence.

### II.2.2.a Pas de temps

Comme la résolution des équations de mouvement se fait par différences finies centrées (équ.(3.16)), la solution obtenue demeure stable si le pas de temps  $\mathbf{Dt}$  n'excède pas une valeur critique  $\mathbf{Dt}_{crit}$  qui est liée à la période propre minimale de tout le système (c'est-à-dire pour l'assemblage de particules). Comme cet assemblage est sans cesse changeant, le pas de temps critique est alors calculé comme étant le minimum des

pas de temps critiques évalués à l'échelle des particules. Pour chaque particule de raideur équivalente  $k_i$  et de masse  $m_i$ , on définit  $Dt_{crit}$  comme étant :

$$Dt_{crit} = \sqrt{\frac{m_i}{k_i}} \quad (3.19)$$

Ainsi le pas de temps est une fraction du pas du temps critique de tout le système :

$$Dt = a \min_{i=1,n} Dt_{crit}^i \quad (3.20)$$

Avec  $a$  un coefficient positif inférieur à 1, et  $n$  le nombre de particules.

### II.2.2.b Recherche des contacts

L'opération la plus pénalisante en terme de temps de calcul, lors d'une simulation par éléments discrets, est l'actualisation de la liste des contacts pour chaque particule à chaque cycle de calcul. Ainsi, l'optimisation de la détection des contacts a fait l'objet de nombreuses recherches. En effet, pour déterminer la liste des contacts d'une particule il faut définir au préalable la liste des particules qui sont en contact avec elle. La façon la plus simple consiste à parcourir toutes les paires de particules possibles. Cette opération s'avère très coûteuse en terme de nombre d'opérations (de l'ordre de  $n^2$ ). Par conséquent, les recherches se sont focalisées sur la définition de voisinage pour chaque particule dans lequel se fait la détection des contacts. Quatre techniques de recherche de voisinage ont été proposées dans la littérature (Müller, 1996) et sont présentés ci-après.

#### II.2.2.b.1 Quadrillage fixe de l'espace

Cette méthode consiste en un quadrillage de l'espace au moyen d'une grille formée de carrés ou de rectangles de même taille. Une fois la maille incluant le centre de gravité de la particule détectée, on recherche les contacts dans cette maille et dans les mailles avoisinantes. Cette méthode est très performante lorsque l'espace est formé de disques de tailles voisines, mais elle perd son efficacité si les disques sont de tailles très dispersées ou bien si la distribution des particules dans l'espace est très hétérogène. Généralement la taille de la maille est prise de l'ordre de la taille de la plus grande particule (Figure 3.7).

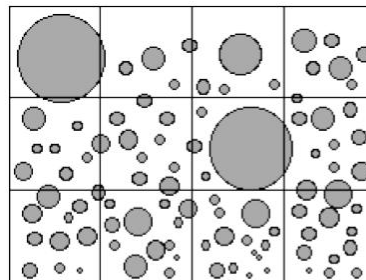


Figure 3.7 : Quadrillage régulier (fixe)

### II.2.2.b.2 Quadrillage adaptatif de l'espace

Comme le quadrillage fixe perd son efficacité lorsque les tailles des disques sont très dispersées, comme présenté sur la figure 3.7, un quadrillage adaptatif de l'espace a été proposé par Wenzel et Bicanic (1993), cité par Pournin (2005). Ce quadrillage utilise un maillage raffiné dans les zones des particules fines et un maillage grossier dans les zones des particules de tailles importantes (Figure 3.8). Ce quadrillage paraît plus efficace pour détecter les points de contact en un temps optimisé, cependant il présente l'inconvénient d'être dynamique c'est-à-dire qu'il doit être reconstruit à chaque fois que les particules changent de position.

Il faut noter que dans ces deux dernières techniques une numérotation des particules est nécessaire. Dans ce cas, la recherche de la liste des contacts pour une particule donnée ne se fait que pour les particules de numéro d'ordre supérieur et ce pour éviter d'examiner deux fois le même contact.

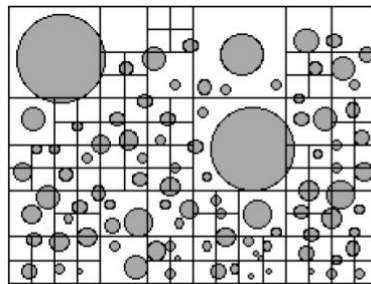


Figure 3.8 : Quadrillage adaptatif

### II.2.2.b.3 Technique de Tri

Cette technique est basée sur une détermination dynamique du voisinage d'une particule. Elle consiste à faire un balayage à la fois horizontal et vertical des particules en vue de les trier de bas en haut et de gauche à droite (Figure 3.9). La largeur de la bande de balayage doit être au moins supérieure à la taille de la particule concernée par la recherche du voisinage, faute de quoi des contacts seront ignorés. Les particules chevauchant l'intersection des deux balayages seront intégrées au voisinage et la recherche des contacts se limitera à la zone située en haut et à droite de la particule pour éviter d'examiner deux fois le même contact.

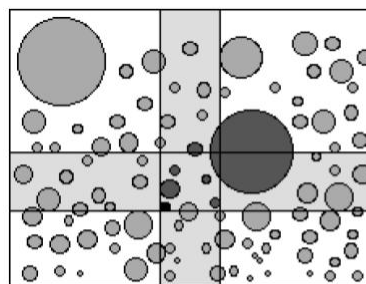


Figure 3.9 : Technique de Tri



#### II.2.2.b.4 Technique du halo

Cette technique consiste à définir, pour chaque particule, une zone carrée ou circulaire appelée halo ayant pour centre la particule elle-même, l'étendue du halo doit être réduite pour éviter de rechercher inutilement des contacts avec des particules éloignées sans pour autant oublier des contacts. Le halo doit être mis à jour à des pas de temps réguliers (Figure 3.10).

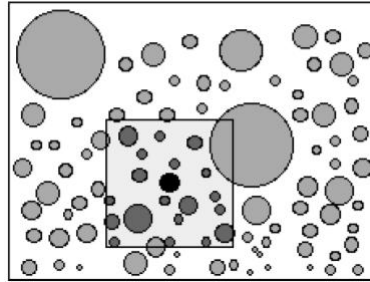


Figure 3.10 : Technique du halo

### II.3 Passage d'un milieu discret à milieu continu associé ou équivalent

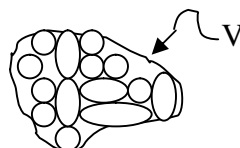
Comme le dimensionnement d'un ouvrage nécessite souvent la connaissance des champs de contraintes et de déformations, les relations qu'on peut donc établir entre ces grandeurs macroscopiques et leurs homologues microscopiques (forces de contact et déplacements des particules), est alors indispensable. Ces relations entre grandeurs discrètes et grandeurs continues ont fait l'objet de recherches diverses basées sur différentes théories (statistiques, par homogénéisation,...). On se limite dans la suite à la présentation de la technique utilisée au cours de ce travail et implantée dans PFC2D.

#### II.3.1 Calcul des contraintes

Le calcul des contraintes pour un système discret a été établi par plusieurs auteurs (Bardet, 1998), (Love, 1927), (Weber, 1966), (Christoffersen et al. 1981), (Cambou et al., 1995). Le tenseur des contraintes moyennes est déterminé par (3.21),

$$\underline{\underline{s}} = \frac{1}{V} \sum_c \underline{F}^{(c)} \underline{A} \underline{I}^{(c)} \quad (3.21)$$

Avec  $\underline{I}^{(c)}$  le vecteur reliant les centres des deux particules en contact ( $\mathcal{C}$ ),  $\underline{F}^{(c)}$  le vecteur force de contact. La sommation porte sur tous les contacts inclus dans le volume ( $V$ ).



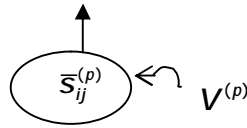
L'expression du tenseur des contraintes moyennes  $\bar{s}_{ij}$  en fonction des forces de contact, s'écrit en considérant un volume matériel  $V$  :

$$\bar{s}_{ij} = \frac{1}{V} \int_V s_{ij} dV \quad (3.22)$$

Comme les contraintes sont nulles dans les vides et ne peuvent exister qu'au sein des particules, l'intégrale peut être remplacée par une sommation sur les  $N_p$  particules contenues dans le volume  $V$ .

$$\bar{s}_{ij} = \frac{1}{V} \sum_{N_p} \bar{s}_{ij}^{(p)} V^{(p)} \quad (3.23)$$

Le tenseur des contraintes moyennes  $\bar{s}_{ij}^{(p)}$  qui règne au sein de la particule  $p$  de volume  $V^{(p)}$  s'écrit :



$$\bar{s}_{ij}^p = \frac{1}{V^{(p)}} \int_{V^{(p)}} s_{ij}^{(p)} dV^p \quad (3.24)$$

En introduisant les dérivées de  $s_{ij}^{(p)}$  par rapport aux coordonnées  $x_i$ , cette expression peut être écrite :

$$\bar{s}_{ij}^p = \frac{1}{V^{(p)}} \int_{V^{(p)}} \left( x_i s_{kj}^{(p)} \right)_{,k} - x_i s_{kj,k}^{(p)} dV^p \quad (3.25)$$

Comme les particules sont supposées en équilibre quasi-statique, la condition d'équilibre s'écrit en l'absence des forces de volume :

$$s_{ij,i} = 0 \quad (3.26)$$

Substituant (3.26) dans (3.25) on obtient :

$$\bar{s}_{ij}^p = \frac{1}{V^{(p)}} \int_{V^{(p)}} \left( x_i s_{kj}^{(p)} \right)_{,k} dV^p \quad (3.27)$$

L'intégrale de volume dans l'équation (3.27) peut être remplacée par une intégrale de surface en appliquant le théorème de divergence de Gauss :

$$\bar{s}_{ij}^p = \frac{1}{V^{(p)}} \int_{S^{(p)}} \left( x_i s_{kj}^{(p)} \right) n_k dS^{(p)} \quad (3.28)$$

Où  $S^{(p)}$  représente la surface de la particule et  $n_k$  la normale unitaire extérieure. Considérant  $t_j^{(p)}$  le vecteur force de traction. On peut alors écrire :

$$\bar{s}_{ij}^{(p)} = \frac{1}{V^{(p)}} \oint_{S^{(p)}} x_i t_j^{(p)} dS^{(p)} \quad (3.29)$$

Comme les forces appliquées sur la particule sont des forces concentrées (appliquées de façon ponctuelle au point de contact), l'intégrale de l'équation (3.29) peut être remplacée par une sommation sur les  $N_c$  contacts :

$$\bar{s}_{ij}^{(p)} = - \frac{1}{V^{(p)}} \mathring{a}_{N_c} x_i^{(c)} F_j^{(c)} \quad (3.30)$$

$F_j^{(c)}$  représente la force agissant au point de contact et  $x_i^{(c)}$  l'abscisse en ce point définie par :

$$x_i^{(c)} = x_i^{(p)} + |x_i^{(c)} - x_i^{(p)}| n_i^{(c,p)} \quad (3.31)$$

$x_i^{(p)}$  est l'abscisse du centre de la particule p ,  $n_i^{(c,p)}$  est le vecteur normal unitaire dirigé du centre de la particule p vers le point de contact c. En substituant (3.31) dans (3.30) on obtient :

$$\bar{s}_{ij}^{(p)} = - \frac{x_i^{(p)}}{V^{(p)}} \mathring{a}_{N_c} F_j^{(c)} - \frac{1}{V^{(p)}} \mathring{a}_{N_c} |x_i^{(c)} - x_i^{(p)}| n_i^{(c,p)} F_j^{(c)} \quad (3.32)$$

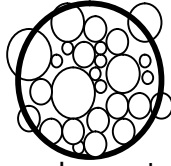
Comme pour une particule en équilibre on a :

$$\mathring{a}_{N_c} F_j^{(c)} = 0 \quad (3.33)$$

La contrainte moyenne s'écrit alors :

$$\bar{s}_{ij}^{(p)} = - \frac{1}{V^{(p)}} \mathring{a}_{N_c} |x_i^{(c)} - x_i^{(p)}| n_i^{(c,p)} F_j^{(c)} \quad (3.34)$$

Ainsi le calcul du tenseur des contraintes moyennes dans un volume matériel V se fait en utilisant les équations (3.23) et (3.34) en parcourant toutes les particules contenues dans le volume V. En pratique, les mesures des contraintes se font dans des cercles de mesure sans prendre en considération les particules ayant une intersection avec le cercle de mesure ce qui engendre des approximations sur le calcul du volume réel. Pour prendre en compte ces erreurs sur le calcul des contraintes, un coefficient correcteur est introduit. Il est évalué en fonction de la porosité  $n$  et est déterminé en supposant qu'un champ de contraintes homogène  $s_0$  règne dans le volume défini par le cercle de mesure. En évaluant le tenseur des contraintes réelles et celui mesuré à partir des équations (3.23) et (3.34) on détermine le coefficient correcteur.



L'expression corrigeant le tenseur des contraintes moyennes  $\bar{s}$  dans un cercle de mesure de volume  $V_m$  est donnée par :

$$\bar{s} = \frac{1}{V_m} \hat{a} \bar{s}^{(p)} V^{(p)} = \frac{1}{V_m} \bar{s}^{(p)} \hat{a} V^{(p)} = s_0 \frac{\hat{a} V^{(p)} \ddot{0}}{V_m \ddot{0}} = s_0(1 - n) \quad (3.35)$$

La sommation s'effectue sur toutes les particules ou portions de particules contenues dans le cercle de mesure.

En écrivant l'expression de la contrainte moyenne pour les particules dont les centres appartiennent au cercle de mesure on obtient :

$$\hat{s} = \frac{1}{V_m} \hat{a}_{N_p} \bar{s}^{(p)} V^{(p)} = s_0 \frac{\hat{a}_{N_p} V^{(p)} \ddot{0}}{V_m \ddot{0}} \quad (3.36)$$

La relation entre les expressions (3.35) et (3.36) est :

$$\frac{\bar{s}}{\hat{s}} = \frac{1 - n}{\hat{a}_{N_p} V^{(p)} \ddot{0}} V_m \ddot{0} \quad (3.37)$$

L'expression corrigée de la contrainte moyenne mesurée dans un cercle de mesure s'écrit alors :

$$\bar{s} = \frac{1 - n}{\hat{a}_{N_p} V^{(p)} \ddot{0}} \hat{a}_{N_p} \bar{s}^{(p)} V^{(p)} \quad (3.38)$$

L'expression finale utilisée pour le calcul du tenseur des contraintes moyennes dans un cercle de mesure est obtenue en substituant (3.34) dans (3.38) d'où :

$$\bar{s}_{ij} = - \frac{1 - n}{\hat{a}_{N_p} V^{(p)} \ddot{0}} \hat{a}_{N_p} \hat{a}_{N_c} |x_i^{(c)} - x_i^{(p)}| n_i^{(c,p)} F_j^{(c)} \quad (3.39)$$

Comme les mesures des contraintes sont basées sur des calculs de moyenne, le nombre de particules entrant en jeu dans un calcul est certainement d'une influence non négligeable. Ainsi, il est préférable que le nombre de particules contenues dans un cercle de mesure soit suffisamment important sans pour autant que le cercle soit de volume (ou de surface) étalé. En effet la mesure dans un cercle correspond à une approximation de la valeur de la contrainte en son centre, ainsi si le cercle est grand on risque de faire entrer dans le calcul des particules éloignées du point concerné, d'où la nécessité d'optimiser le nombre de particules appartenant au cercle de mesure.

La figure 3.11 montre des valeurs de la contrainte horizontale  $\sigma_{xx}$  obtenues dans un échantillon confiné à une contrainte  $\sigma_0$ . Les mesures ont été faites aux endroits indiqués par les positions des cercles de mesure. L'influence de la taille des cercles et, par conséquent, du nombre de particules qui y sont incluses a été observée. En effet on remarque que pour un nombre réduit de particules, l'erreur sur la valeur obtenue est élevée. Un nombre de particules aux alentours de 60 est généralement suffisant pour que l'erreur soit minimale.

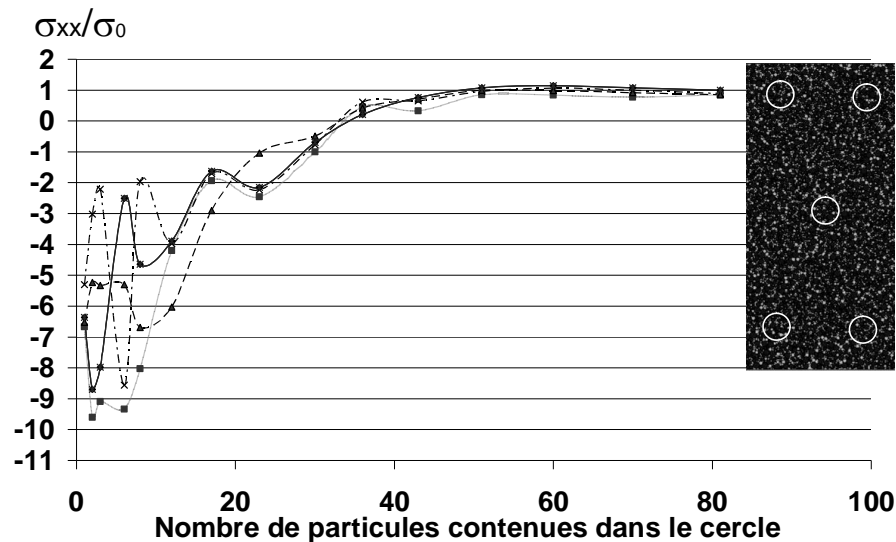


Figure 3.11 : Contrainte horizontale en fonction du nombre de particules dans un cercle de mesure

### II.3.2 Calcul des déformations

La procédure employée pour mesurer les déformations dans un assemblage de particules diffère de celle utilisée pour mesurer les contraintes. En effet dans la détermination des contraintes, le tenseur des contraintes est déterminé en fonction des forces de contact puisque les contraintes sont nulles dans les vides. Cependant, l'utilisation des vitesses de déplacement de manière analogue aux forces de contact pour déterminer les vitesses de déformations n'est pas possible parce que le champ de vitesses de déplacement n'est plus nul dans l'espace poreux. Plusieurs approches sont utilisées pour estimer le champ de déformations, l'approche utilisée dans PFC2D est celle du meilleur ajustement proposée par Liao et al. (1997). Cette approche est basée sur la comparaison entre le champ de déplacements des particules calculé à partir d'un

champ de déformations hypothétique et le champ de déplacements réels des particules. Le champ de déformations hypothétique tend vers le champ de déformations réel si l'erreur entre les déplacements calculés et ceux mesurés est minimale.

Considérant un cercle de mesure contenant  $n$  particules,  $u_i^{(p)}$  est la différence entre la translation de la particule ' $P$ ' et la translation moyenne des  $n$  particules et  $x_i^{(p)}$  la position relative de la particule ' $P$ ' par rapport à la position moyenne des  $n$  particules. Supposons que toutes les particules contenues dans le cercle de mesure se déplacent en translation auquel correspond un tenseur gradient de déformation  $a_{ij}$ , une estimation des translations des particules est donnée par :

$$\tilde{u}_i^{(p)} = a_{ij} x_j^{(p)} \quad (3.40)$$

L'erreur entre la valeur calculée et la valeur estimée est donnée par :

$$e = u_i^{(p)} - \tilde{u}_i^{(p)} \quad (3.41)$$

Ainsi, on cherche à déterminer le tenseur  $a_{ij}$  qui permet de réaliser une erreur minimale en résolvant un problème de moindres carrés:

$$F(a_{ij}) = \sum_{N_p} |u_i^{(p)} - a_{ij} x_j^{(p)}|^2 \quad (3.42)$$

La condition d'erreur minimale s'écrit donc:

$$\frac{\partial F}{\partial a_{ij}} = 0 \quad (3.43)$$

Substituant (3.42) dans (3.43), on obtient le système d'équations suivant, dont la solution fournit le tenseur gradient des déformations.

$$\begin{pmatrix} \sum_{N_p} x_1^{(p)} x_1^{(p)} & \sum_{N_p} x_2^{(p)} x_1^{(p)} \\ \sum_{N_p} x_1^{(p)} x_2^{(p)} & \sum_{N_p} x_2^{(p)} x_2^{(p)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{i1} \\ a_{i2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{N_p} u_i^{(p)} x_1^{(p)} \\ \sum_{N_p} u_i^{(p)} x_2^{(p)} \end{pmatrix}, \quad i = 1, 2 \quad (3.44)$$

Ce système d'équations est résolu par une simple décomposition LU. Ainsi on obtient les déformations moyennes qui correspondent à la partie symétrique du tenseur  $a_{ij}$ .

### III. Création d'une structure discrète

Si le maillage d'un milieu continu ne pose généralement pas de problème particulier, du moment qu'il ne dépend que des conditions aux limites et du problème

étudié, le cas de la définition d'un milieu discret formé d'un assemblage de particules, qui assure l'homogénéité ainsi que l'isotropie est indispensable. Par ailleurs la répartition granulaire des particules est une donnée de base qui est essentiellement liée à la philosophie de l'usage de la MED. En effet, les particules peuvent être vues comme de vrais grains s'il s'agit d'un matériau granulaire dont les grains ont une géométrie et une forme maîtrisées. Par contre dans le cas contraire, la distribution des particules peut être considérée comme le maillage de discrétisation. Par conséquent un nombre élevé de particules correspond à un maillage raffiné et un nombre faible correspond à un maillage grossier.

La connaissance de la porosité et de l'état de compacité, en plus de la répartition granulométrique, est nécessaire pour la génération d'une structure discrète proche de l'état réel de l'échantillon. Ayant ces données, le défi consiste à créer un échantillon homogène et isotrope qui satisfait ces contraintes. La méthode qu'on a utilisée est la méthode dite d'Expansion des Rayons et Diminution du Frottement (ERDF) (Figure 3.12) développée par Chareyre (2002), qui consiste à placer des grains répartis d'une façon aléatoire dans un domaine délimité par des murs rigides qui assurent le confinement de l'échantillon. Les grains sont de différentes tailles selon une granulométrie homothétique et de dimension plus faible que la granulométrie désirée. Un coefficient de frottement initial est attribué à l'ensemble des particules. Comme la porosité et l'état de confinement sont deux conditions fixées au préalable et à satisfaire simultanément, on procède à l'expansion des rayons des grains tout en contrôlant la porosité. Une fois la porosité choisie est atteinte on arrête l'expansion des rayons, et on cherche à diminuer le coefficient du frottement pour faciliter le déplacement relatif des grains et diminuer ainsi la contrainte de confinement de l'échantillon. On arrête le processus lorsqu'on atteint la contrainte de confinement désirée ou bien lorsque les frottements s'annulent. Dans ce dernier cas la solution obtenue ne vérifie pas les critères de porosité ou de confinement que l'on s'était fixé. Néanmoins, par l'introduction de conditions plus souples satisfaisant une cohérence géométrique et mécanique, la procédure ERDF fournit bien des échantillons homogènes et isotropes. Nous illustrons l'homogénéité de l'échantillon ainsi que l'isotropie de la distribution initiale des forces de contact (d'où le caractère isotrope de l'échantillon à l'état de sa préparation) sur les figures 3.13 et 3.14.

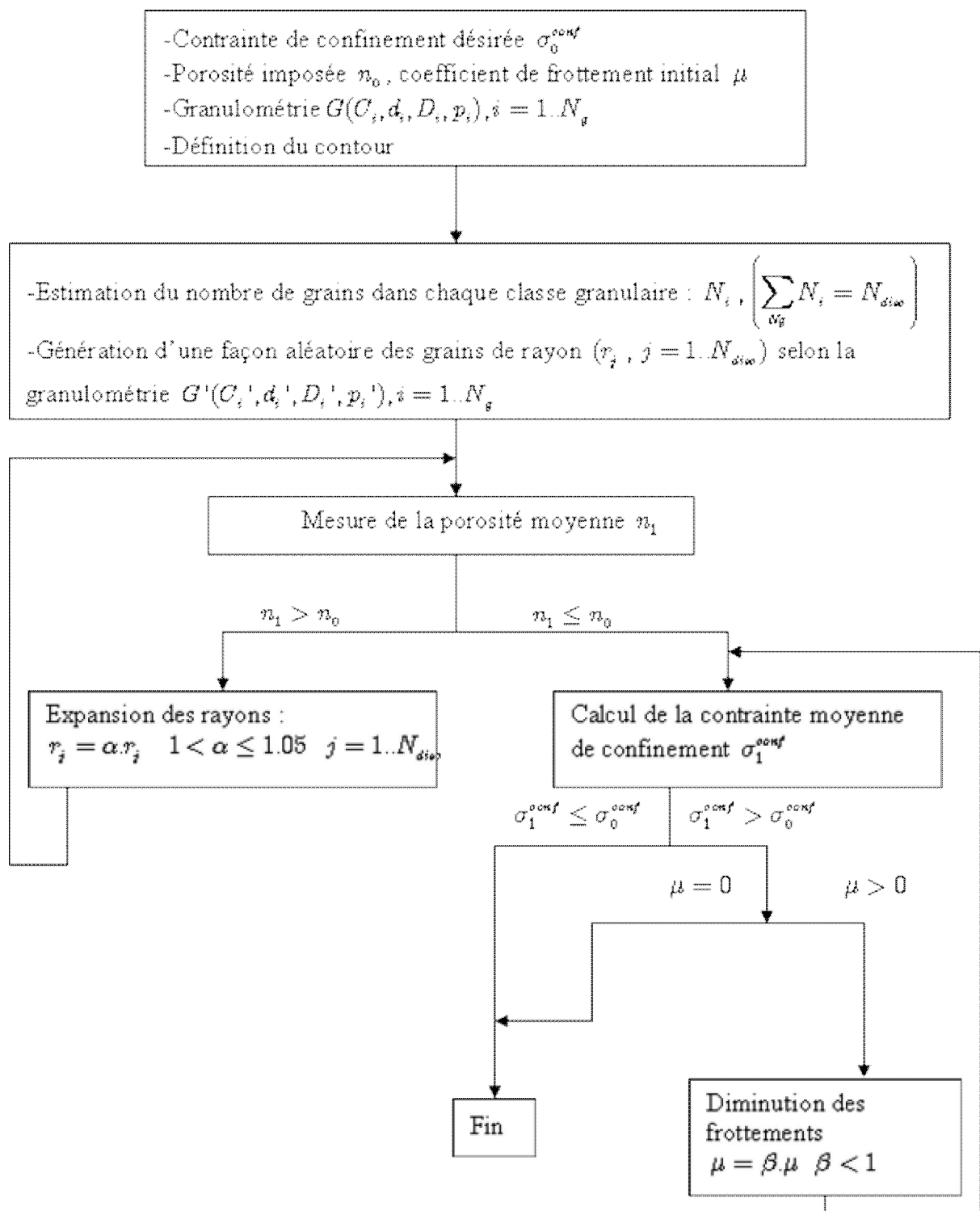


Figure 3.12 : les étapes de la méthode ERDF de préparation des échantillons

La figure 3.13 montre la distribution des porosités obtenues par la procédure ERDF en différents cercles de mesure répartis sur la surface de l'échantillon. Avec un coefficient de variation de la porosité au sein de l'échantillon inférieur à 4% on peut confirmer l'homogénéité de l'échantillon généré par la procédure ERDF.



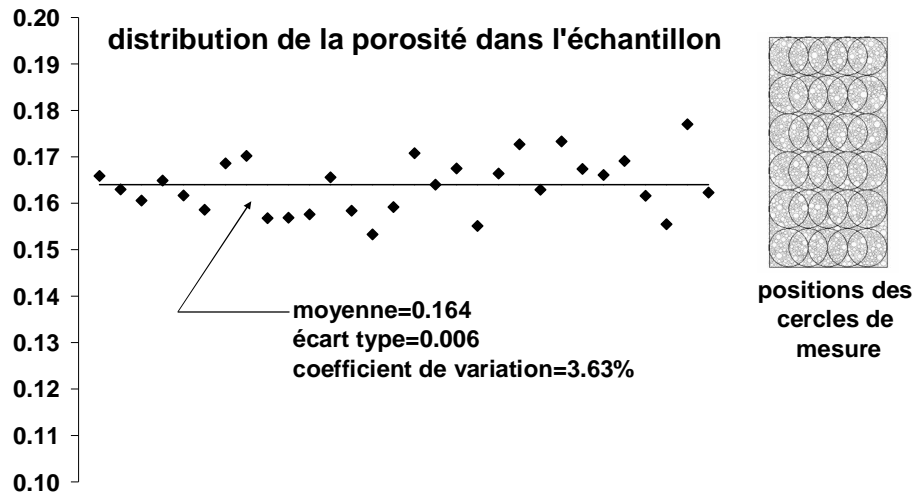


Figure 3.13 : Distribution de la porosité au sein de l'échantillon

La figure 3.14 qui représente le nombre de contacts portés par chaque direction montre que l'orientation des chaînes de contact au sein d'un échantillon est bien isotrope et uniforme.

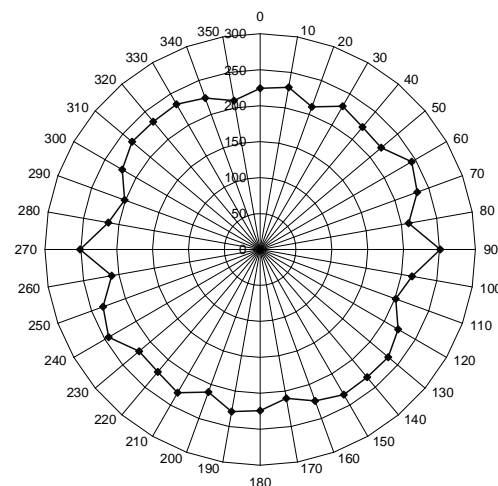


Figure 3.14 : Orientation des chaînes de contact

Ces deux critères sont semblables à ceux de la procédure expérimentale que l'on a cherché à satisfaire (mode de préparation par compactage de l'échantillon pour assurer son homogénéité et son isotropie). Il faut noter que tout comme lors des expériences en laboratoire, la convergence et la reproductibilité des résultats issus d'une simulation par la MED dépend fortement de l'homogénéité et de l'isotropie de l'échantillon avant qu'il ne soit soumis à une quelconque sollicitation.

## Conclusion

La méthode des éléments discrets présente l'avantage de prendre en considération les discontinuités présentes dans un sol et offre la possibilité de suivre les fissurations ainsi que la phase post rupture. Cependant l'utilisation de cette

approche pour étudier des problèmes géotechniques nécessite l'optimisation de la méthode de génération de la structure, des paramètres micro mécaniques et de la loi de contact caractérisant le comportement. Par ailleurs, les mesures au sein d'une structure discrète des grandeurs continues nécessitent une attention particulière du moment qu'elles dépendent du nombre de particules au sein du volume de mesure.

## Chapitre IV : Etude paramétrique du modèle numérique

### Introduction

Une bonne interprétation des essais de traction directe et indirecte nécessite la compréhension des phénomènes microscopiques régnant dans l'argile compactée. Dans ce chapitre on présente le modèle numérique que nous avons développé pour simuler les essais de traction.

Ce modèle a été développé en utilisant comme base le code commercial « Particle Flow Code in 2 Dimensions » PFC2D. Le développement du modèle est fait dans des programmes associés au code PFC2D, utilisant le langage Fish.

Comme pour tout modèle numérique, un ensemble de paramètres est à introduire pour simuler le problème étudié. Les paramètres peuvent être classés en deux catégories : la première regroupant les paramètres purement numériques, conditionnant la convergence et assurant l'optimalité des solutions, alors que la deuxième catégorie regroupe les paramètres physiques nécessaires au rapprochement du modèle numérique au problème réel simulé. En vue d'un bon usage du modèle numérique, les deux catégories de paramètres doivent être judicieusement choisies.

Dans cet objectif, ce chapitre est réservé à une étude paramétrique du modèle développé. On suppose, comme c'est le cas au laboratoire, la simulation numérique de l'essai de traction directe pose plus de difficultés que tous les autres types d'essais de traction indirecte. En conséquence, on choisit de mener l'étude paramétrique pour analyser la sensibilité du modèle sur la base de l'essai de traction uniaxiale.

On présente dans la première partie la technique numérique adaptée pour réaliser l'essai de traction. Dans la deuxième partie, on étudie les conditions minimales à satisfaire pour assurer la convergence du modèle. La troisième partie est dédiée au passage micro-macro afin d'analyser le comportement à la traction d'un matériau et le rôle que peut jouer les paramètres micro – mécaniques.

### I. Organigramme du modèle par la MED

Le développement de modèles représentant un matériau qui n'est pas parfaitement granulaire (au sens où les grains qui le constituent ne sont pas de forme unique et connue et que les interactions physiques entre eux ne sont pas non plus bien connues) par un ensemble de particules collées les unes aux autres à leurs contacts, exige un ensemble étendu d'algorithmes de support qui garantissent aux différents stades l'analogie entre le problème réel et le problème simulé. L'organigramme de la figure 4.1, résume la démarche de modélisation par la MED, avec le code PFC2D de problèmes réels. On distingue quatre processus dans le phasage de la simulation numérique :

Créer l'assemblage de particules correspondant au système étudié.

Déterminer les micro – propriétés appropriées au matériau.

Introduire le changement d'état auquel on veut étudier la réponse du système.

Visualiser et suivre la réponse du système (élasticité, initiation de la rupture, localisation, ...).

Ces étapes correspondent à des algorithmes créés par l'utilisateur avec le langage de programmation FISH inclus dans PFC2D. En effet avec le langage FISH, on peut définir de nouvelles variables et fonctions qui peuvent être employées pour prolonger l'utilisation de PFC2D vers des applications spécifiques.

Ces étapes ont été développées pour l'application de l'organigramme de la figure 4.1 à la modélisation de l'essai de traction directe :

- 1- Création d'éprouvettes rectangulaire de géométrie fixée et à distribution granulométrique donnée.
- 2- Attribution des caractéristiques micro – mécaniques et des propriétés physiques correspondant à l'échantillon de sol étudié.
- 3- Mise en traction de l'éprouvette de sol.
- 4- Enregistrement de la réponse de l'éprouvette en traction au cours des cycles de calcul.

## II. Réalisation de l'essai de traction directe

Étant donné que l'objectif principal de ce travail est l'analyse de la pertinence et la cohérence des interprétations souvent faites à partir des essais de traction indirecte, l'étude paramétrique est exclusivement menée, pour une optimalité d'usage du modèle numérique, sur la base de l'essai de traction uni – axiale. Bien évidemment ce choix est motivé par le fait que l'essai de traction directe est le plus approprié pour la compréhension du comportement en traction des matériaux et particulièrement des sols.

Dans la suite et après avoir présenté la procédure numérique de réalisation de l'essai de traction, on présente l'influence des différents paramètres conditionnant l'optimalité de la convergence, la reproductibilité de l'essai et la cohérence des résultats.

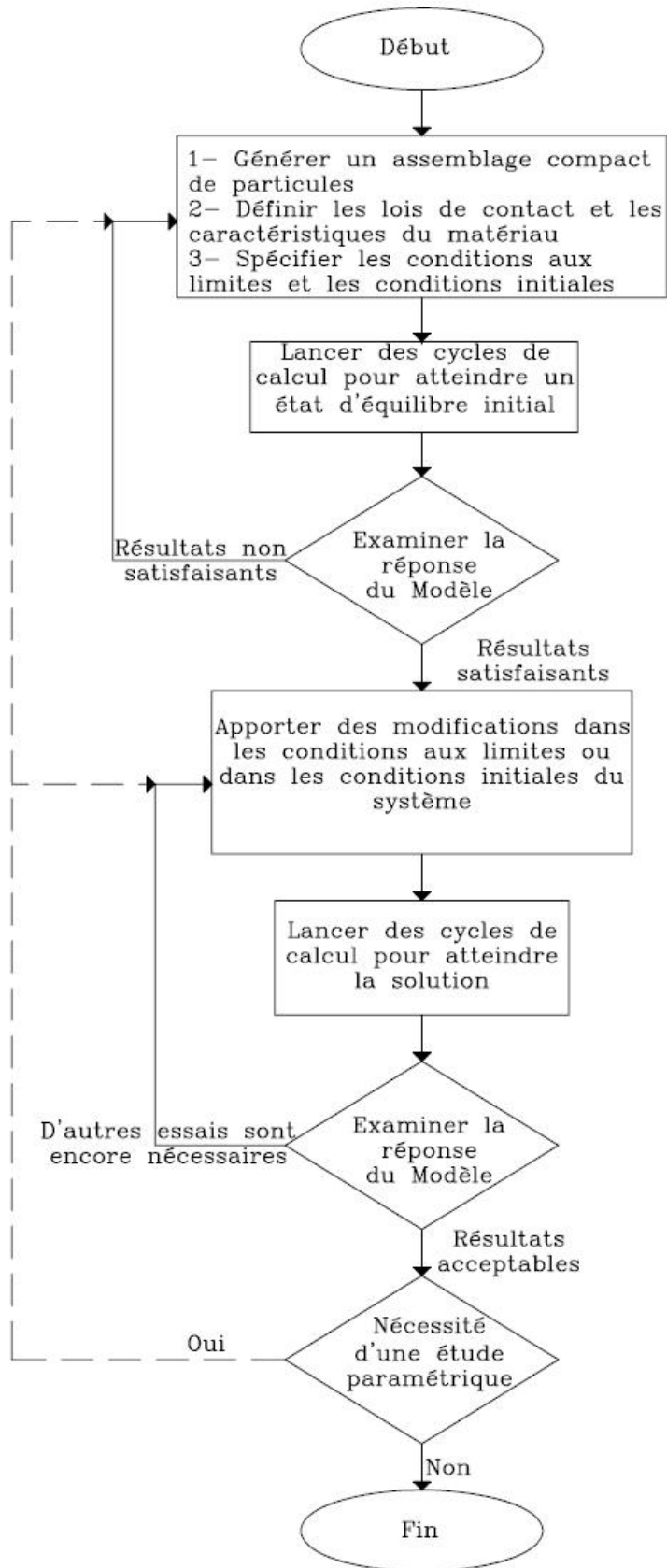


Figure 4.1 : Organigramme des modèles par la MED

## II.1 Préparation des éprouvettes

Comme c'est le cas au laboratoire, en vue de réaliser l'essai de traction uni – axiale, les éprouvettes doivent être homogènes et initialement isotropes. Pour cela la procédure d'Expansion des Rayons et Diminution des Frottements (ERDF) décrite dans le chapitre 3 a été utilisée. On rappelle, à ce propos, que les entités utilisées dans les simulations 3D par la MED sont des particules sphériques et des murs plans rigides. Ces entités se réduisent à des disques et des murs linéiques dans le cas 2D. Les disques représentent les particules du sol, alors que les murs servent à appliquer les conditions aux limites.

Afin de créer des éprouvettes rectangulaires pour l'essai de traction, la géométrie de l'éprouvette ainsi que sa granulométrie doivent être définies. Rappelons ici que la granulométrie définie peut correspondre à la granulométrie réelle du sol dans le cas des sables, par exemple, ou dans le cas où l'on s'intéresse à des phénomènes mettant en jeu la taille des particules. Cependant, dans l'étude menée au cours du présent travail de recherches, introduire la granulométrie réelle conduit à des temps de calcul faramineux en raison du nombre important de particules, nécessaire à la simulation. Par conséquent, la granulométrie introduite dans cette étude ne représente qu'un schéma particulier de discrétisation du domaine d'étude.

La granulométrie utilisée est définie par la donnée des différentes classes granulaires qui constituent le matériau ainsi que par leurs fractions volumiques respectives. Une classe granulaire est définie par une répartition «uniforme» en diamètre des particules compris entre un diamètre minimal et un diamètre maximal.

La figure 4.3 montre un exemple d'une granulométrie G1 caractérisée par les données du tableau 4.2

	Classe granulaire	Diamètre min (mm)	Diamètre max (mm)	Fraction volumique (%)
G1	Classe 1	0,22	0,42	40
	Classe 2	0,08	0,22	60

*Tableau 4.2 : Granulométrie caractéristique du matériau*

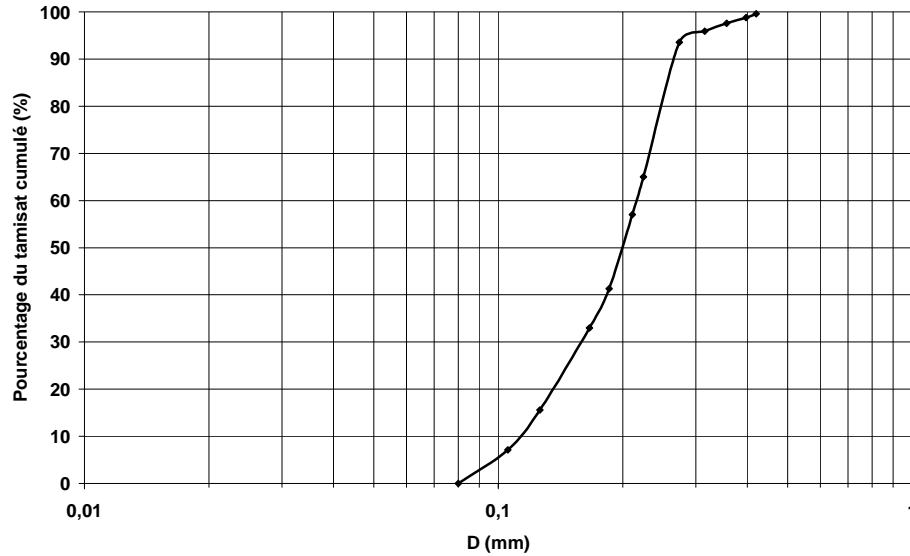


Figure 4.3 : Courbe granulométrique du matériau

Pour une granulométrie fixée (Figure 4.3), une éprouvette rectangulaire peut être créée par la procédure ERDF tout en fixant la porosité ou l'indice des vides ainsi que l'état du confinement initial (figure 4.4). Le confinement est assuré par les faces actives de quatre murs<sup>1</sup> « standards »<sup>2</sup>.

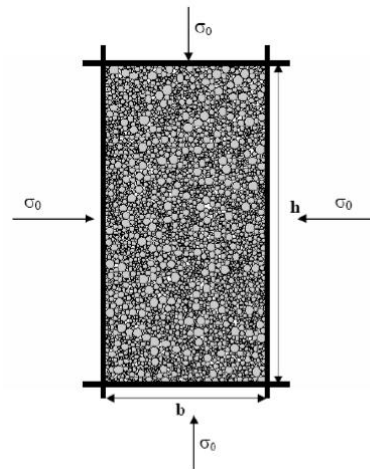


Figure 4.4 : Compactage de l'éprouvette de l'essai de traction uni – axiale

La gamme de porosité pouvant être atteinte est comprise entre une porosité maximale, au-delà de laquelle la stabilité de l'assemblage ne peut plus être assurée par les paramètres micromécaniques mis en œuvre, et une porosité minimale correspondante à l'assemblage géométrique le plus dense pouvant être obtenu sans frottement sous une contrainte donnée  $\sigma_0$ . La convergence de la procédure de mise en place n'est donc pas systématiquement assurée quand les porosités recherchées sont

1 Un mur n'interagit pas avec un autre mur, par conséquent le chevauchement entre les murs est possible. Cependant les murs interagissent avec les disques.

2 Contrairement aux murs généraux qui ont deux faces actives, un mur standard est doté d'une face active qui interagit avec les disques, tandis que la deuxième face est passive et elle est physiquement neutre.

pour une contrainte de confinement donnée en dehors de la gamme admissible. Par conséquent une comparaison de l'indice des vides  $e_0$  et de la contrainte de confinement  $\sigma_0$  désirés avec l'indice des vides  $e_1$  et la contrainte de confinement  $\sigma_1$  obtenus est souhaitable pour juger de la convergence de la procédure numérique.

Ceci est mis en évidence sur la figure 4.5 qui montre la variation, en fonction de l'indice des vides initial désiré  $e_0$ , de l'indice des vides obtenu  $e_1$  ainsi que le rapport  $\sigma_1/\sigma_0$  pour une contrainte de confinement initiale  $\sigma_0$  donnée et une granulométrie fixée.

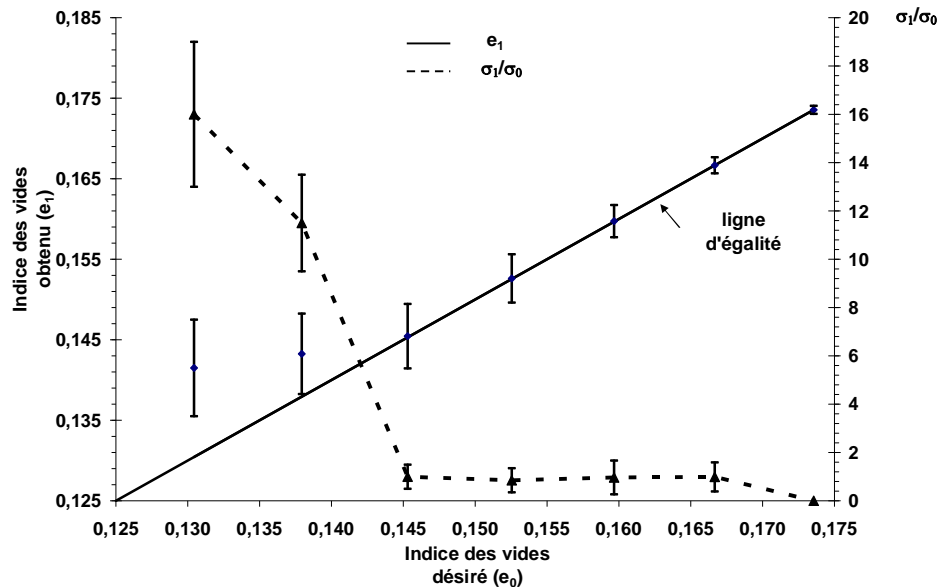


Figure 4.5 : Convergence de la procédure ERDF

Chaque point de mesure des courbes de la figure 4.5 représente la moyenne de 10 essais, et la longueur des segments correspond à l'écart type des valeurs obtenues.

D'après la figure 4.5, on constate effectivement que la procédure ERDF converge tant que la valeur de l'indice des vides est comprise entre les deux extremums  $e_{\min}$  et  $e_{\max}$  qui dépendent de la granulométrie choisie (respectivement 0,145 et 0,167). En effet pour des valeurs de l'indice des vides inférieures à  $e_{\min}$  (0,145 pour le cas traité dans la figure 4.5) la contrainte de confinement nécessaire à l'obtention de la porosité désirée devrait prendre des valeurs importantes qui permettent d'augmenter artificiellement l'interpénétration des particules (ou le réarrangement des particules) et donc de réduire la porosité. Pour des valeurs de porosité supérieures à  $e_{\max}$  (0,167) on obtient un ensemble très lâche dont le nombre insuffisant de contacts ne permet pas l'obtention de la contrainte de confinement donné. D'ailleurs la figure 4.6 montre l'évolution du nombre de coordination<sup>3</sup> durant la procédure ERDF pour deux valeurs de porosité. Pour une porosité de 0,167 l'assemblage est stable et compact ( $C_n \approx 3$ ), alors que pour une porosité de 0,21 l'assemblage est très lâche avec un nombre de contacts entre les

3 Le nombre de coordination est défini comme étant la moyenne, sur tous les disques concernés par la

mesure au nombre  $N_d$ , du nombre de contact par disque  $C_n = \frac{\sum n_c^{(d)}}{N_d}$



disques insuffisant pour assurer correctement la mise en place de l'échantillon ( $C_n \approx 1$ ) (Figure 4.7).

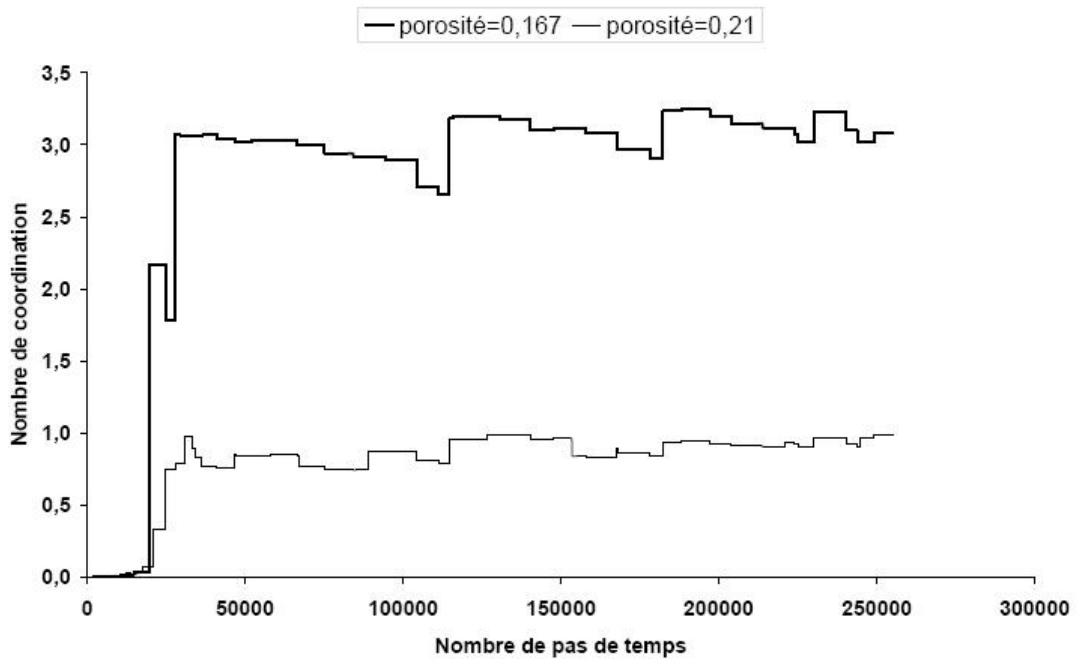


Figure 4.6 : Evolution du nombre de coordination au cours de la procédure ERDF

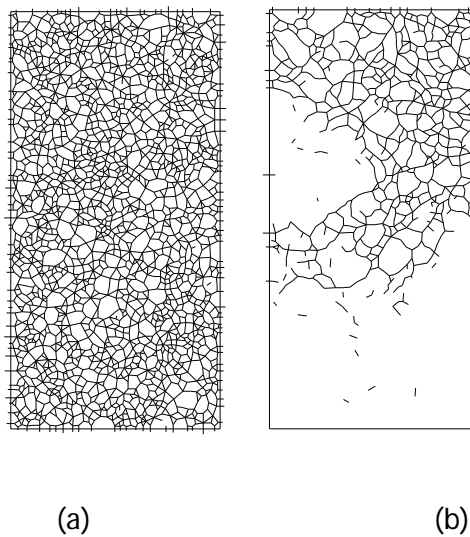


Figure 4.7 : Chaîne de contact d'un échantillon pour deux porosités (a)  $n=0,167$  (b)  $n=0,21$

Notons que pour une optimalité d'usage de la procédure ERDF pour la création d'un assemblage compact homogène et isotrope il faut bien choisir le pas de temps de calcul. Ce dernier doit être suffisamment petit pour pouvoir admettre l'hypothèse: «durant un pas de temps, les perturbations ne peuvent se propager, plus loin que vers les voisinages immédiats d'une particule». Celui ci, peut être calculé automatiquement à partir des rigidités des contacts et des masses des particules. Le calcul mené avec un pas de temps donné fournit une vraie réponse dynamique de l'assemblage lors de l'expansion des rayons. Cependant, lors de la phase de création de l'assemblage des

grains, on ne s'intéresse qu'à la solution quasi – statique finale (où l'accélération de toutes les particules devienne nulle) on peut donc imposer un pas de temps unitaire<sup>4</sup> ce qui réduit le nombre de cycles<sup>5</sup> nécessaire pour atteindre la solution quasi – statique finale. En revanche le calcul mené avec un pas de temps imposé égal à l'unité ne fournit pas la vraie réponse dynamique intermédiaire.

## II.2 Mise en traction des éprouvettes

Les difficultés expérimentales, que présente la mise en traction des éprouvettes prismatiques, subsistent encore numériquement dans le cas des éléments discrets. En effet, les contacts murs – particules sont modélisés par des ressorts qui ne travaillent qu'en compression. Par conséquent, on ne peut pas exercer une traction sur les particules par le biais des murs. Ainsi, on a mis en traction les éprouvettes en créant numériquement des mors de traction positionnés aux deux extrémités de l'éprouvette. Ces mors de traction sont constitués par des particules solidaires par des contacts très résistants comparés aux contacts entre les disques représentant les particules du sol testé (Figure 4.8). Les deux mors de traction sont similaires et sont composés chacun de deux parties :

-La partie 1 : Constituée d'un matériau ayant des contacts entre particules quatre fois plus résistants (Ayant des adhésions de contact de valeurs égales à quatre fois l'adhésion dans le sol) que les contacts des particules représentant le sol testé et sur laquelle des conditions en force ou en déplacement sont imposées pour exercer l'effort de traction.

-La partie 2 : Constituée d'un matériau ayant des contacts deux fois plus résistants que les contacts des particules représentant le sol testé et qui constitue une zone de transition entre les zones de traction et l'échantillon testé

L'essai a été réalisé à déplacement contrôlé, en imposant une vitesse de déplacement sur les particules du mors de traction (parties 1). Les efforts de traction sont alors transmis par le biais de l'adhésion entre les particules des mors et celles du sol. Il convient alors de veiller à ce que la rupture ne se produise pas au niveau des contacts sol – mors ce qui est potentiellement possible suite à des effets inertiels et dynamiques consécutifs à des vitesses de déplacement des particules trop importantes. La force de traction correspond à la somme des efforts non équilibrés agissant sur les particules des parties haute et basse (parties 1).

---

4 Le pas de temps peut être choisi égal à l'unité en faisant une variation différentielle des masses des particules tout en modifiant, au début de chaque cycle, les masses des disques pour satisfaire les critères de stabilité avec un pas de temps unitaire

5 L'assemblage de 2474 disques qui a une porosité de 0,17 des figures 4.6 et 4.7 (a) a été obtenu avec un calcul à pas de temps automatique et un calcul à pas de temps unitaire. Le gain en terme de temps de calcul est de (5min/33min) soit 15% de temps de calcul. Il est sous entendu que les résultats fournis par les deux calculs sont « identiques »

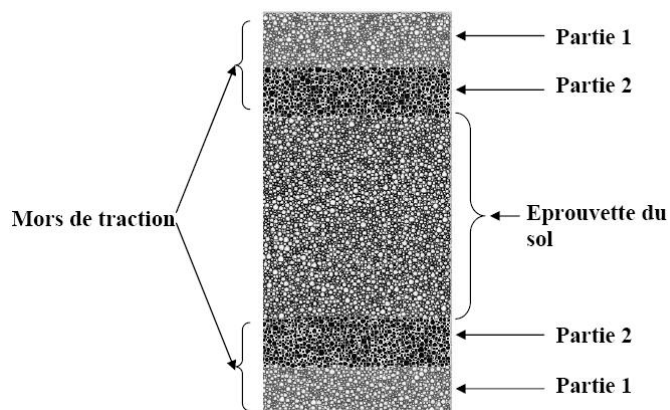


Figure 4.8 : Modèle de l'essai de traction uni – axiale

### II.3 Caractéristiques du sol étudié

Outre la difficulté de préparer un assemblage numérique compact, homogène et isotrope, il faut encore pouvoir simuler un matériau dont le comportement s'apparente à celui d'un matériau réel. Pour les codes basés sur des hypothèses en milieux continus, les propriétés d'entrée (tels que la rigidité et le critère de résistance) peuvent être déduites directement des mesures effectuées sur des échantillons de laboratoire. Pour des codes éléments discrets tel que PFC2D qui restitue un comportement macroscopique du matériau, à partir des interactions des composants microscopiques, il est difficile d'appréhender facilement les propriétés d'entrée des constituants microscopiques.

La procédure de calibrage du modèle doit être développée en fonction du problème physique étudié, parce qu'il n'y a aucune théorie complète (au sens de l'intégration de toutes les formes et la distribution des hétérogénéités) qui permet de prévoir le comportement macroscopique à partir des propriétés microscopiques. On rappelle, alors que les caractéristiques du matériau sont de type micro – mécaniques définies au niveau des contacts entre les particules. On peut se demander alors quelle est la loi de contact micro - mécanique la plus appropriée pour simuler le comportement macro – mécanique du sol testé et quel ensemble de paramètres micromécaniques choisir ?

Pour répondre à ces questions, deux approches sont généralement adaptées par les utilisateurs de la MED, la première approche consiste en un calage micro – micro alors que la deuxième considère un calage micro – macro.

Pour le calage micro – micro, des mesures à l'échelle des grains sont nécessaires pour déterminer les paramètres du modèle rhéologique. Les essais réalisés sur un grain du matériau sont reproduits numériquement sur un seul grain, et la loi de contact obtenue est généralisée pour tout le matériau. Cette technique de calage nécessite un matériel sophistiqué ayant la précision de mesures à l'échelle d'un grain. Elle est généralement adaptée dans le cas des matériaux granulaires modèles dont les grains sont de forme régulière.

Par opposition à cette méthode le calage micro-macro permet de restituer un comportement global du matériau sans chercher à reproduire de manière fine la géométrie des particules, leur nombre et les lois de contact réelles du matériau.

Rappelons qu'une loi de contact entre deux particules est définie nécessairement par l'association d'une loi de rigidité avec une loi de glissement de type Coulomb. Une loi d'adhésion, facultative, peut être aussi associée avec les deux autres lois. La loi de rigidité correspond à la partie élastique du comportement, la loi de glissement sert à limiter les forces de cisaillement en fonction des forces normales agissant au niveau du contact, alors que la loi d'adhésion sert à limiter les forces normales et tangentielles agissant au niveau du contact et décrire le comportement post - élastique. Lorsque l'une des deux adhésions normale ou tangentielle est atteinte, le lien cohésif est rompu totalement (perte simultanée des adhésions normale et tangentielle) (ITASCA, 2004).

Une analyse sommaire des essais expérimentaux réalisés sur le limon étudié, peut nous aider au choix des lois de contact à utiliser pour décrire son comportement. La figure 4.9 présente quelques résultats expérimentaux des essais de compression simple, de traction par fendage, de traction par flexion ainsi que les cercles de Mohr des contraintes correspondant<sup>6</sup>.

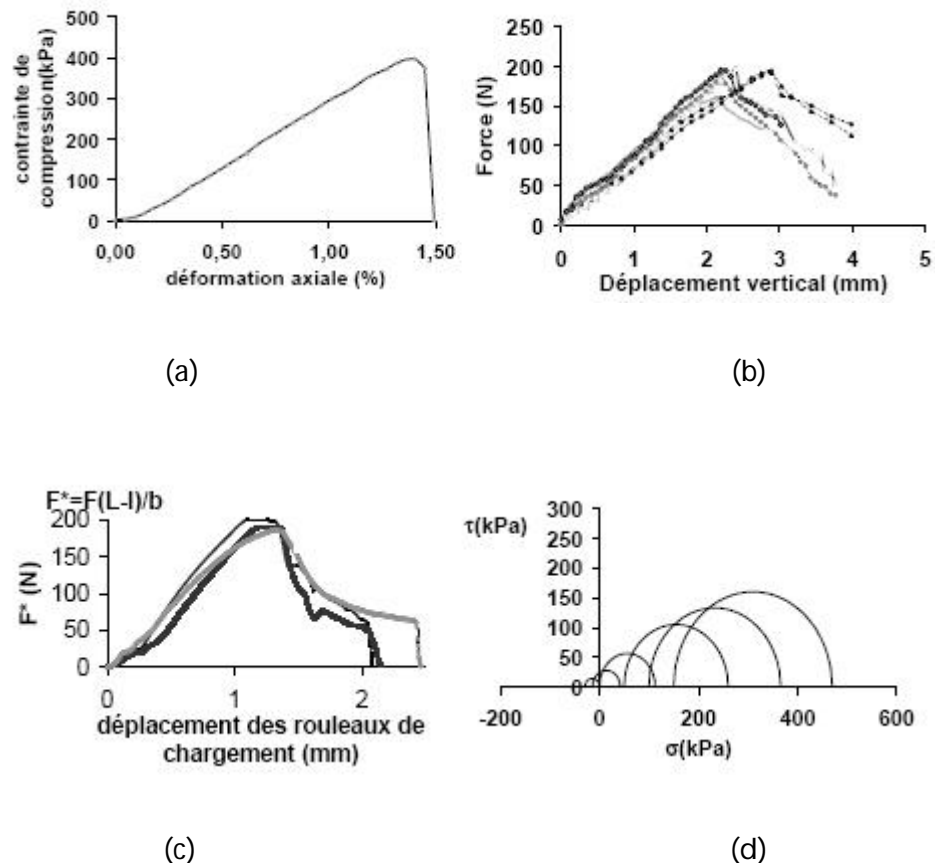


Figure 4.9 : Courbes « Contrainte – déplacement » : (a) compression simple (b) brésilien (c) flexion quatre points et cercles de Mohr des contraintes (d)

<sup>6</sup> Les courbes de la figure 4.9 sont extraites des résultats de l'étude expérimentale réalisée sur le limon de Nabeul présentée dans le chapitre V.

Les trois courbes (a), (b) et (c) de la figure 4.9 sont en première partie quasi – linéaires, ce qui exclu à priori l'utilisation d'une loi de rigidité non linéaire (du moins pour le limon objet de cette étude). Par conséquent, une loi de rigidité linéaire sera retenue, cette loi est définie par les deux rigidités, normale et tangentielle respectivement  $K_n$  et  $K_s$ .

La partie (d) de la figure 4.9 montre un matériau frottant dont la résistance à la traction est non nulle (si on extrapole simplement l'enveloppe de Mohr Coulomb jusqu'à l'intervalle des contraintes normales négatives). On admet au niveau du contact entre deux grains la validité de la loi de frottement de type Coulomb, définie par un coefficient  $\mu$ .

Par le biais de ces deux lois, habituellement on approche le comportement des matériaux purement frottants, tels que les sables. En revanche, pour les matériaux cohérents, il faudrait une loi permettant d'intégrer l'adhésion des particules. De ce fait, pour simuler l'effet de la cohésion du limon, on ajoute dans le modèle une loi d'adhésion à la loi de rigidité et à la loi de glissement. Ainsi, on intègre le comportement en traction du matériau. L'adhésion est au niveau du contact puisqu'il s'agit selon les courbes (a) (b) et (c) de la figure 4.9 d'un comportement élastique fragile. Cette loi est complètement définie par les deux valeurs de la résistance normale  $C_n$  et tangentielle  $C_s$  du contact.

Enfin, la loi du contact choisie pour simuler le comportement du limon est définie par un ensemble  $P_{micro}$  de paramètres micro – mécaniques définis au niveau du contact :

$$P_{micro} = \{K_n, K_s, m, C_n, C_s\}$$

Dans la suite de ce chapitre on retient, lorsque le paramètre n'est pas l'objet d'une variation, les valeurs suivantes :

$$K_n/K_s=1 ; K_n=7.000.000 \text{ N/m}$$

$$C_n/C_s=1 ; C_n=320.000 \text{ N/m}$$

$$\mu =0,2 ; \gamma = 20 \text{ kN/m}^3$$

Rappelons que les forces limites cohésives normale et tangentielle entre les grains sont définies respectivement par  $C_n \cdot \min(ray_1, ray_2)$  et  $C_s \cdot \min(ray_1, ray_2)$  avec  $ray_1$  et  $ray_2$  les rayons des particules en contact. Ceci rend le modèle indépendant de la taille de discrétisation des particules du sol vis-à-vis des paramètres  $C_n$  et  $C_s$ .

### III. Optimisation de la réalisation de l'essai de traction

La simulation d'un essai de traction uni – axiale doit satisfaire les critères de convergence du modèle numérique pour que les résultats qui en sont issus soient exploitables. En effet, outre les lois de contact ainsi que les paramètres qui les définissent, l'assemblage des particules (forme géométrique, nombre et porosité) et la vitesse de déformation doivent être optimisées pour assurer la convergence du modèle vers la bonne solution.

### III.1 Discrétisation du domaine

La discrétisation du domaine correspond à la définition de la granulométrie ainsi que la porosité de l'assemblage. Pour une géométrie donnée, et pour une granulométrie correspondante à des grains de petits diamètres, le nombre de particules est important. Certainement, gérer un nombre de particules élevé revient à réserver un espace mémoire (RAM)<sup>7</sup> important, et un temps de calcul élevé est nécessaire pour la simulation numérique. L'optimisation de la discrétisation est alors indispensable pour faire la simulation en un temps «raisonnable» sans pour autant perdre de la précision sur la solution recherchée. Dans cet objectif plusieurs essais de traction ont été réalisés à différents nombres de particules.

La figure 4.10 montre que la courbe contrainte – déformation, correspondant à l'essai de traction directe, dépend du nombre de particules utilisé pour la simulation. A partir de 2000 particules (soit environ 30 particules sur la largeur de l'échantillon testé) on peut à priori assurer la convergence du problème posé et la dispersion sur les résultats, en terme de résistance à la traction, commence à devenir faible. Il est à signaler que, dans la gamme du nombre de particules testé, le module de traction est pratiquement insensible au nombre de particules utilisé. Cependant, la figure 4.11 montre la dépendance de la résistance à la traction apparente<sup>8</sup> du nombre de particules utilisé dans la simulation.

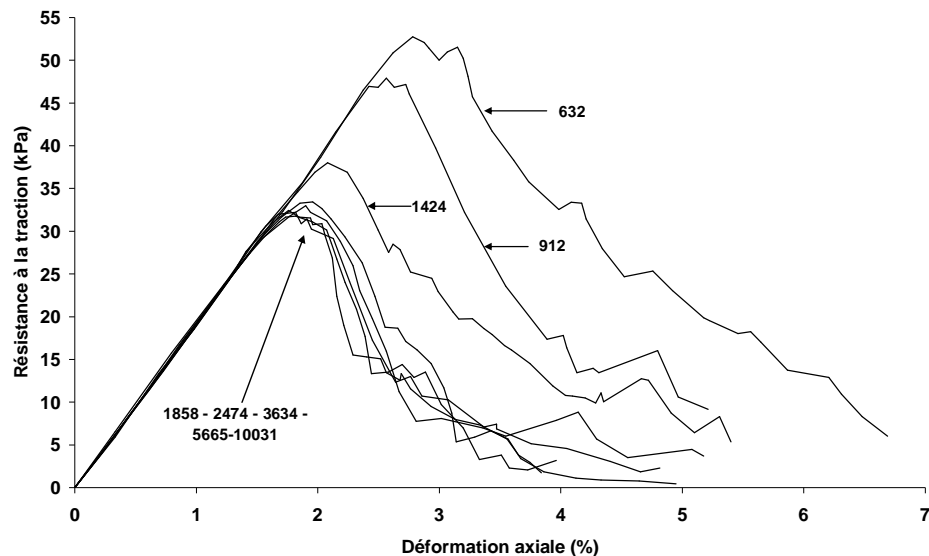


Figure 4.10 : Résultat de l'essai de traction directe à différents nombres de particules

<sup>7</sup> Le nombre maximum de particules est limité en fonction de l'espace mémoire alloué pour la simulation. Une relation quasi-linéaire existe entre les deux. Pour 10 Mo de RAM un maximum de 10000 particules est possible.

<sup>8</sup> Admettant que la résistance à la traction est un paramètre intrinsèque du matériau, le mot « apparente » sera ajouté lorsqu'il y a une variation de sa valeur pour le même matériau sous l'effet de la variation d'autres paramètres extérieures (Nombre de particules, vitesse de déformation, taille de l'éprouvette,...).

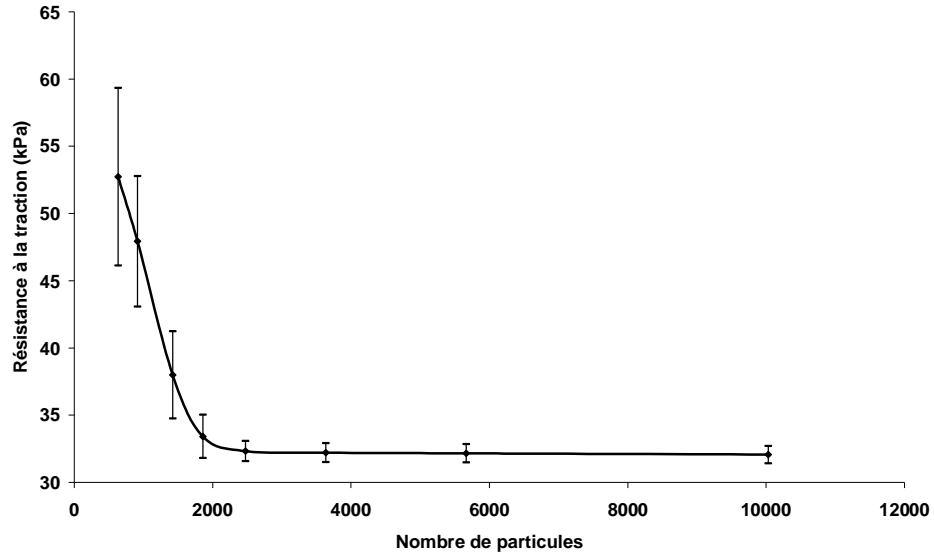


Figure 4.11 : Résistance à la traction apparente en fonction du nombre de particules

La figure 4.12 représente un histogramme des chaînes de contact avant et durant l'essai au moment où le maximum de la résistance à la traction est atteint (valeur au pic). On remarque que suite à la sollicitation, une orientation privilégiée des contacts s'organise parallèlement au sens de chargement.

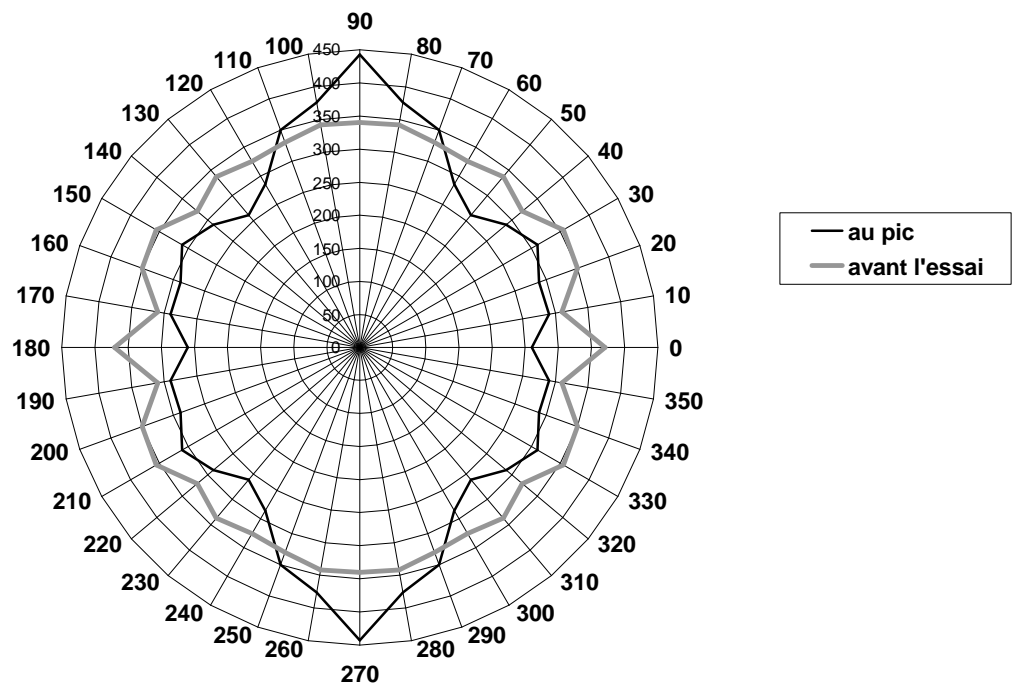


Figure 4.12 : Histogramme des chaînes de contacts avant l'essai et au pic

Outre le nombre de particules utilisé au cours d'une simulation, la forme des particules peut aussi influencer la réponse du matériau. Certes, les particules utilisées dans PFC2D ont une forme idéalisée de disque, mais on peut créer d'autres formes en associant les particules les unes aux autres. Dès lors, on a créé des particules de forme

allongée par l'association de deux disques de différents diamètres (Figure 4.13). L'association est assurée par une adhésion parallèle<sup>9</sup> rigide. La figure 4.14 permet de montrer que la forme de la particule de base à une influence notable sur le comportement macroscopique du matériau et notamment sur le comportement élastique par le fait que la liaison rigide entre les grains limite en ce point toute interpénétration ou chevauchement qui se serait produit sans lien rigide. En revanche la contrainte au pic est peu affectée par l'effet de forme dans la gamme testée.



Figure 4.13 : Particules allongées obtenues par assemblage de disques

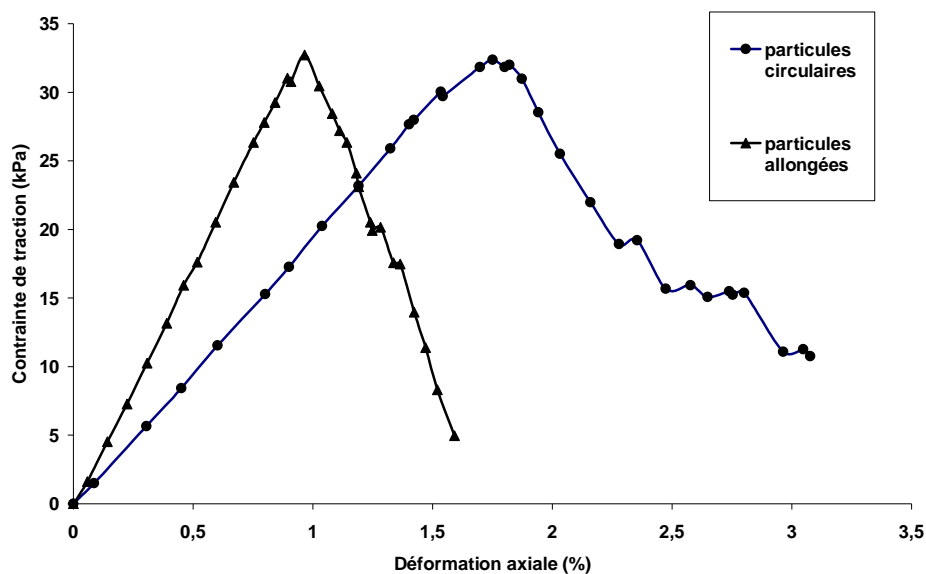


Figure 4.14 : Courbes contrainte – déformation durant l'essai de traction pour des particules circulaires et des particules allongées

### III.2 optimisation de la vitesse de l'essai de traction

Durant l'essai de traction uni – axiale, la vitesse de déformation doit être suffisamment faible pour que l'échantillon reste dans un état d'équilibre quasi – statique durant tout l'essai. En effet, on doit veiller à ce que les effets dynamiques et inertiels soient négligeables pour éviter des ruptures inattendues et prématurées des contacts qui peuvent résulter de la propagation des ondes au sein de l'échantillon. Le contrôle de la quasi – staticité, autrement dit sans avoir les effets de l'accélération introduite par le schéma numérique, permettrait l'obtention d'une valeur adéquate de la vitesse de déformation. Ce contrôle est assuré selon plusieurs critères vérifiés simultanément. Tout d'abord le mode de rupture peut être utile pour écarter les vitesses qui peuvent être jugées trop élevées. La figure 4.15 montre la rupture d'un

<sup>9</sup> L'adhésion parallèle correspond à la cimentation des particules, par conséquent deux particules liées par une adhésion parallèle sont solidaires puisque la rotation relative est bloquée.



échantillon pour deux vitesses différentes, la première vitesse est exagérée et conduit à une rupture brutale au niveau des mors sous l'effet des forces d'inertie trop importantes. La seconde rupture est cinématiquement admissible mais la validité du champ de vitesses retenu doit être confortée par des critères quantitatifs plus précis.

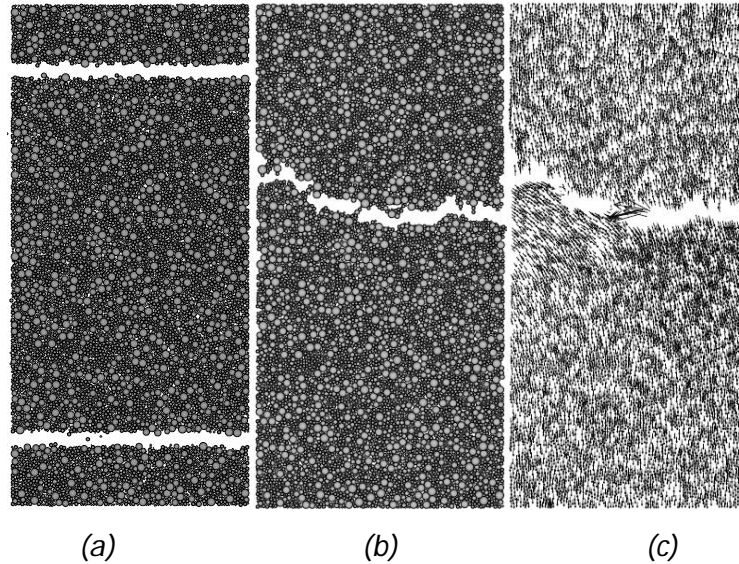


Figure 4.15 : (a) Rupture non admissible (vitesse trop élevée); (b) Rupture admissible (vitesse faible) ; (c) champ de vitesses

On a pour cela adopté un deuxième critère de jugement de l'optimalité de la vitesse de déformation, qui consiste à l'arrêt du chargement pendant la phase élastique puis stabilisation de l'échantillon. Une fois le chargement arrêté, la contrainte de traction développée au sein de l'échantillon doit, en principe, rester constante si le système est en un état quasi - statique. Cependant la figure 4.16 montre que la contrainte de traction continue, pour la gamme de vitesse de déformation choisie, à augmenter. Ceci est dû à un excès d'énergie qui s'est transformée en partie en énergie cinétique diffusée au sein de l'assemblage de particules<sup>10</sup>.

<sup>10</sup> Comme un tel excès d'énergie peut provoquer des instabilités numériques, l'amortissement non visqueux assure l'absorption de cette énergie après un certain nombre de cycles de calcul qui peut varier en fonction de la valeur du coefficient d'amortissement.

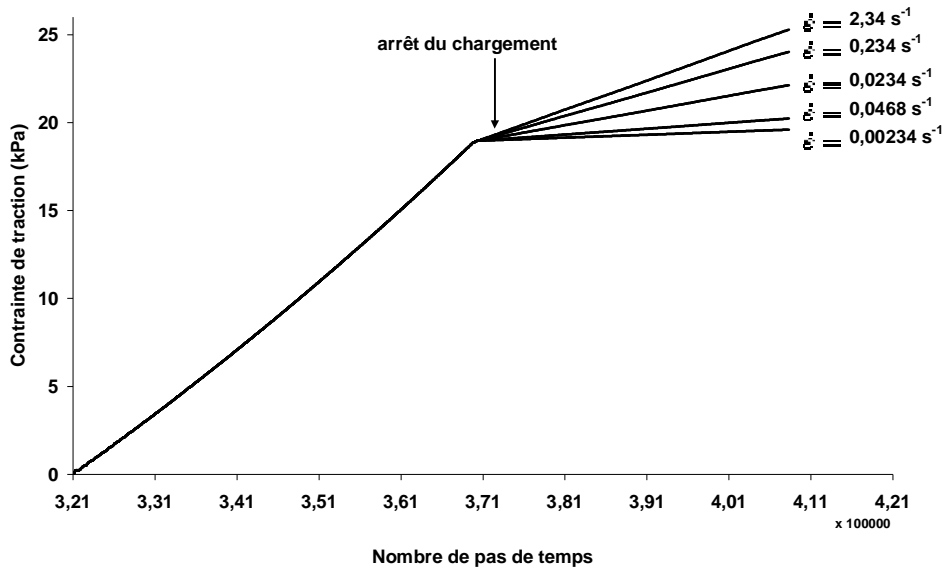


Figure 4.16 : Recherche de la vitesse optimale par arrêt de chargement

Un troisième critère de jugement de l'optimalité de la vitesse de déformation consiste à contrôler l'équilibre global du système durant l'essai de traction qui se traduit en fait par la vérification de la deuxième loi de Newton au niveau de chaque contact. En effet, chaque particule doit passer durant l'essai par une succession d'états d'équilibre statique. Cet équilibre est assuré par une valeur nulle de la résultante des forces exercées sur chaque particule. Ainsi, pour contrôler la quasi - staticité, la résultante des forces est calculée pour chaque particule pendant chaque pas de temps. L'amplitude de la force excédant l'équilibre correspond à ce qu'on appelle «la force non équilibrée». Pour un assemblage de particules, la quasi - staticité est jugée par la valeur moyenne de l'amplitude de la résultante des forces non équilibrées rapportées à la valeur maximale de l'amplitude des forces de contact. La vitesse est considérée admissible lorsque le rapport tend vers zéro.

La figure 4.17 montre le rapport entre les valeurs moyennes de l'amplitude de la résultante des forces non équilibrées et des forces maximales de contact (appelée moyenne normalisée des forces non équilibrées) en fonction du temps. Pour la vitesse de déformation de  $2,34 \text{ s}^{-1}$ , elle dépasse 0,25 tandis qu'elle n'atteint que 0,003 pour la vitesse de déformation de  $0,024 \text{ s}^{-1}$ .

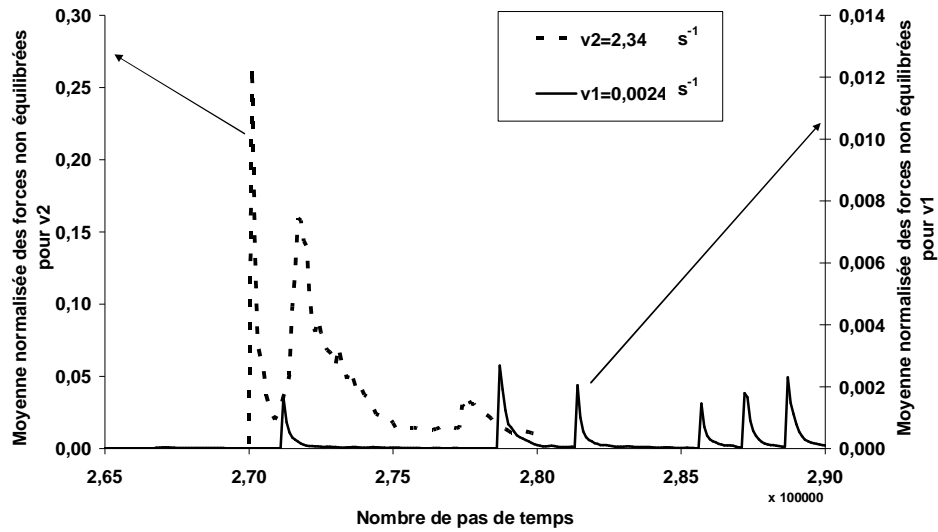


Figure 4.17 : Moyenne normalisée des forces non équilibrées pour deux vitesses différentes

Enfin une valeur faible de la vitesse vérifiant à la fois les trois critères cités précédemment peut être adoptée pour réaliser l'essai de traction uni – axiale, et on peut obtenir dans ce cas un comportement censé être indépendant de la vitesse de chargement. Cependant une amélioration dans l'application de la vitesse peut être encore apportée pour effacer au maximum son effet sur le comportement. En effet, lorsqu'on impose le déplacement des mors à une vitesse donnée, un gradient de vitesse se produit et une onde de vitesses de déformation se propage dans l'échantillon. Comme l'échantillon est encore en phase élastique, la dissipation de l'excès de l'énergie ne peut avoir lieu que par l'amortissement non visqueux. Par conséquent, une augmentation progressive de la vitesse selon l'équation (5.1) à partir de zéro jusqu'à la valeur optimale choisie (Figure 4.18) atténue fortement le gradient de vitesse.

$$V(t) = V_f \left[ 1 - e^{-n \frac{t - t_0}{t_{95}}} \right] \quad (5.1)$$

Avec

$V_f$  : La vitesse de déformation à imposer

$t_0$  : Le temps initial

$t_{95}$  : Le temps auquel  $V(t)$  atteint 95% de  $V_f$

$n$  : Entier positif qui conditionne la vitesse d'atteinte de  $V_f$ . Pour les courbes des figures 4.18 et 4.19, on a  $n=3$ .

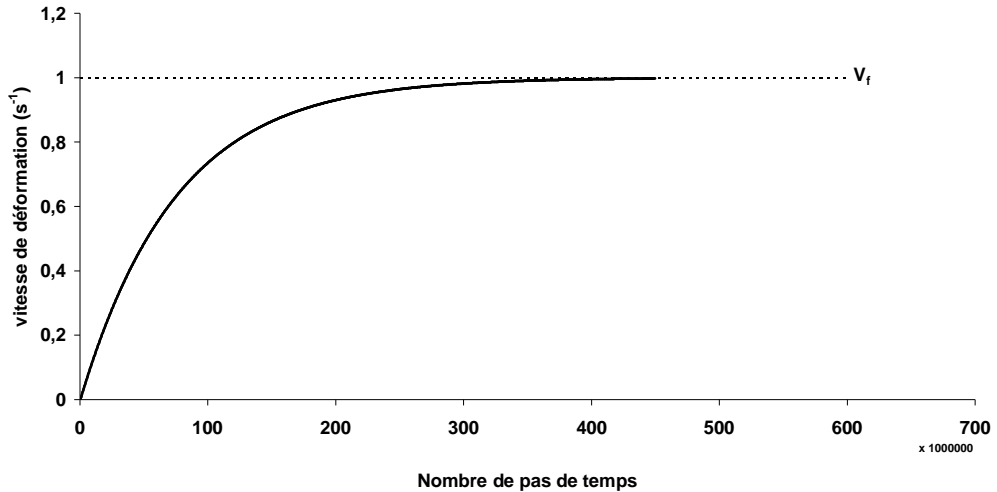


Figure 4.18 : Progressivité de la vitesse en fonction du pas de temps

Les moyennes normalisées des forces non équilibrées ont été tracées (figure 4.19) pour la même vitesse de déformation de  $0,0024 \text{ s}^{-1}$ , mais avec une application instantanée et une application progressive. On remarque que l'application progressive fait décroître considérablement les forces non équilibrées dans le système et permet d'avoir une meilleure convergence. Par ailleurs, il faut noter que l'application progressive de la vitesse nécessite un temps de calcul important parce qu'il faut mettre à jour la vitesse à chaque cycle.

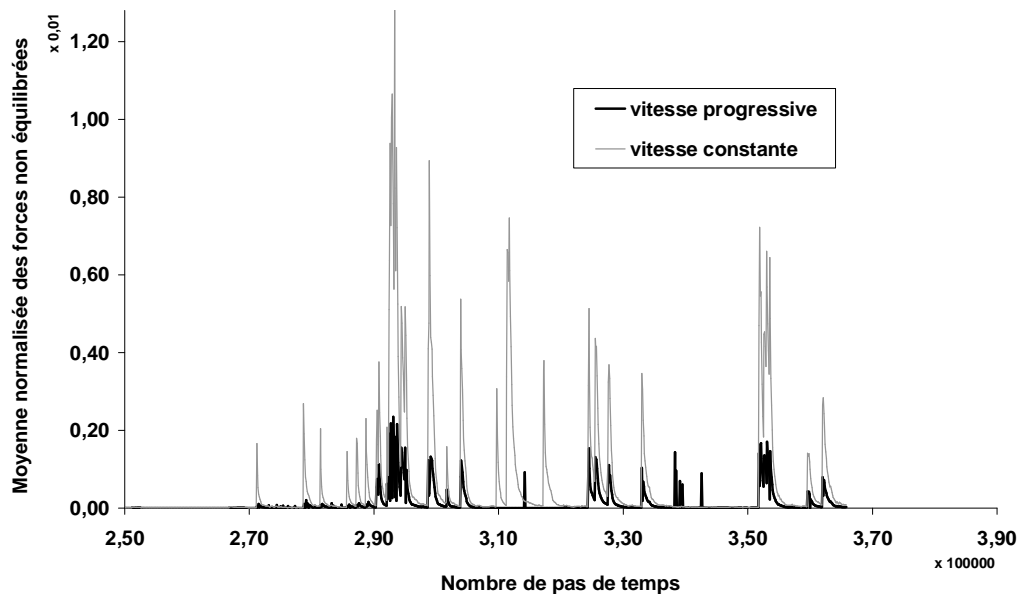


Figure 4.19 : Moyenne normalisée des forces non équilibrées pour une vitesse progressive et une vitesse constante

Enfin, macroscopiquement la vitesse de déformation appliquée n'affecte que la valeur de la contrainte de traction au pic (Figure 4.20), alors que le module de rigidité reste insensible à la valeur de la vitesse.

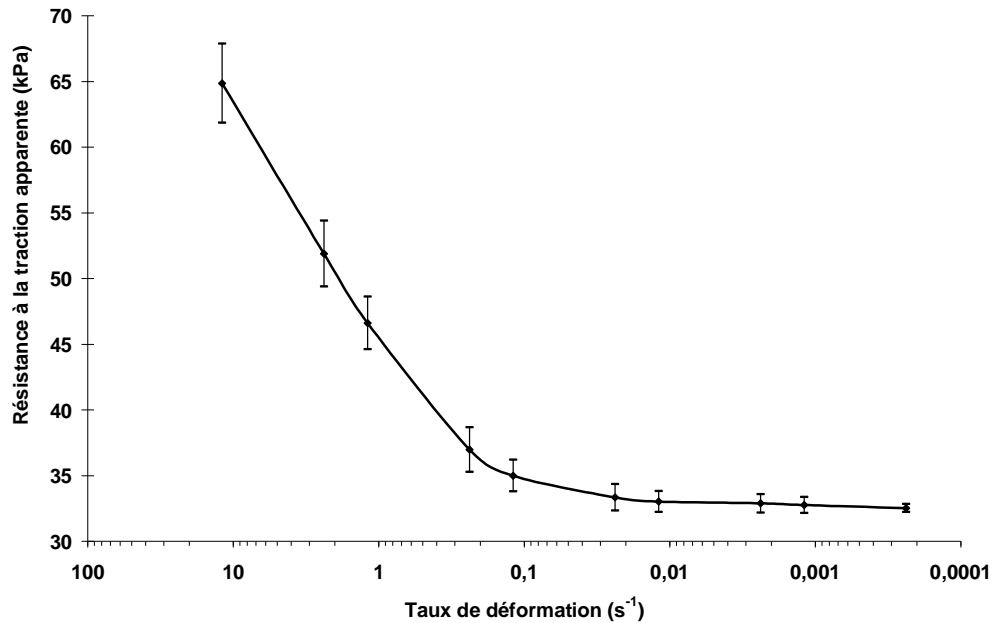


Figure 4.20 : Résistance à la traction «apparente» en fonction de la vitesse de déformation

#### IV. Influence des micro - propriétés du modèle sur le comportement en traction

Ayant choisi une loi de contact à rigidités linéaires, à glissement de type Coulomb et à adhésion ponctuelle de contact, l'ensemble des paramètres adimensionnels ou représentatifs pouvant influencer le comportement en traction se résume à :

$$P_{micro} = \left\{ C_n, K_n, \frac{C_n}{C_s}, \frac{K_n}{K_s}, m \right\}$$

Au cours de l'essai de traction les points de contact vont être sollicités, suite à des déplacements normaux ou tangentiels entre les particules, à des contraintes normales (le plus souvent de traction) et à des contraintes tangentielles. La rupture de l'échantillon surviendra par conséquent par rupture des contacts en traction ou en cisaillement suivant que le critère de rupture cohésif en traction ou en cisaillement sera prépondérant, d'où l'influence évidente des paramètres  $C_n$  et  $C_s$  sur la contrainte de rupture de l'échantillon. De plus, pour une même cinématique de rupture en déplacement, la mobilisation plus ou moins rapide des contraintes normales ou tangentielles par le biais des rigidités normales  $K_n$  et tangentielle  $K_s$ , va influencer et conditionner fortement le mode de rupture. On rappelle également que la rupture d'une des deux liaisons cohésives entraîne la rupture totale du lien cohésif. Par exemple la rupture du lien cohésif tangentiel entraîne immédiatement la perte de la cohésion normale. On analysera individuellement dans ce paragraphe l'effet de chaque paramètre de contact sur le comportement macroscopique en traction sans pour autant exclure l'influence croisée de certains paramètres. Les paramètres de base de l'étude paramétrique sont :

$K_n/K_s=1$  ;  $K_n=7.000.000$  N/m

$C_n/C_s=1$  ;  $C_n=320.000$  N/m

$\mu =0,2$  ;  $\gamma = 20$  kN/m<sup>3</sup>

#### IV.1 Influence du coefficient de frottement

La figure 4.21 montre que le coefficient de frottement est sans effet sur la courbe contrainte – déformation. Cependant, ce résultat n'est valide que dans le cas de l'essai de traction uni – axiale où le chemin de chargement est tel que l'adhésion tangentielle efface l'effet du coefficient de frottement. En effet, la condition de glissement de Coulomb est inactive au niveau du contact (par le fait que les efforts normaux sont essentiellement des efforts de traction) tant que le seuil de l'adhésion tangentielle n'est pas dépassé.

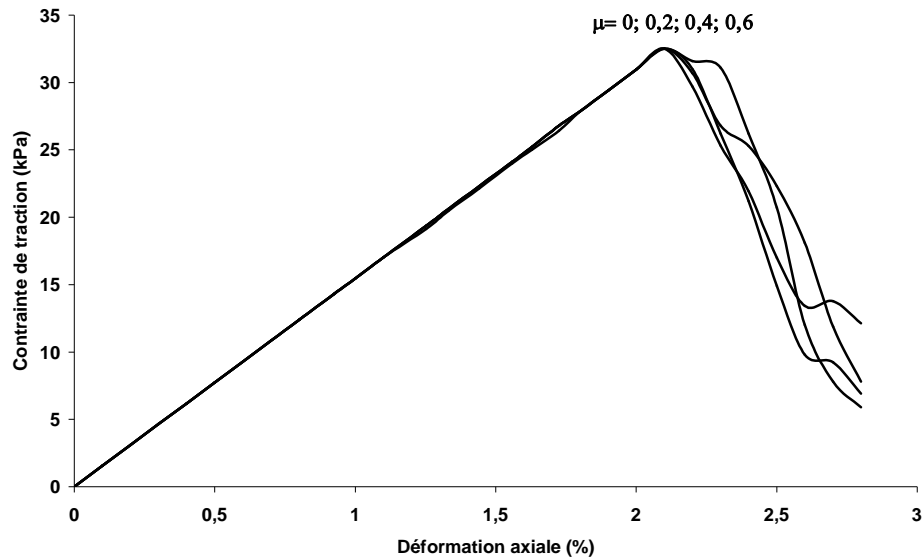


Figure 4.21 : Courbes contrainte – déformation lors d'un essai de traction directe pour différents coefficients de frottement

#### IV.2 Influence des adhésions normale et tangentielle

L'influence des adhésions normale et tangentielle sur le comportement en traction a été investigué grâce à une série de simulations numériques réalisées à partir de la configuration de base. La figure 4.22 montre que la variation du rapport des adhésions<sup>11</sup> affecte la résistance à la traction, en revanche le module tangent initial reste inchangé.

<sup>11</sup> La variation du rapport est faite en augmentant l'adhésion  $C_n$  pour  $C_s$  fixée

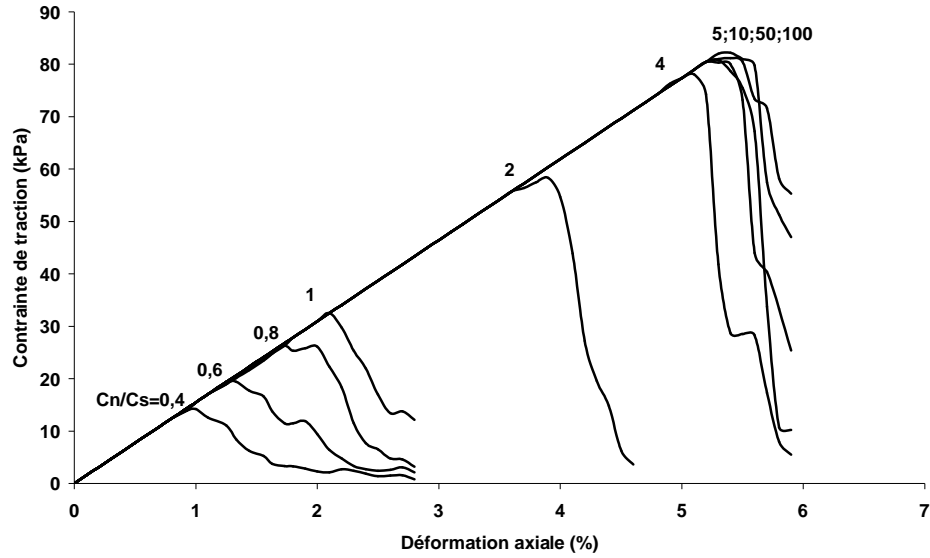


Figure 4.22 : Evolution des courbes contrainte – déformation pour différents rapports des adhésions

On remarque d'après la figure 4.23 que la résistance à la traction continue à augmenter avec le rapport des adhésions jusqu'à un seuil qui est atteint (pour  $k_n/k_s = 1$ ) à partir d'un rapport  $C_n/C_s$  égal à 5.

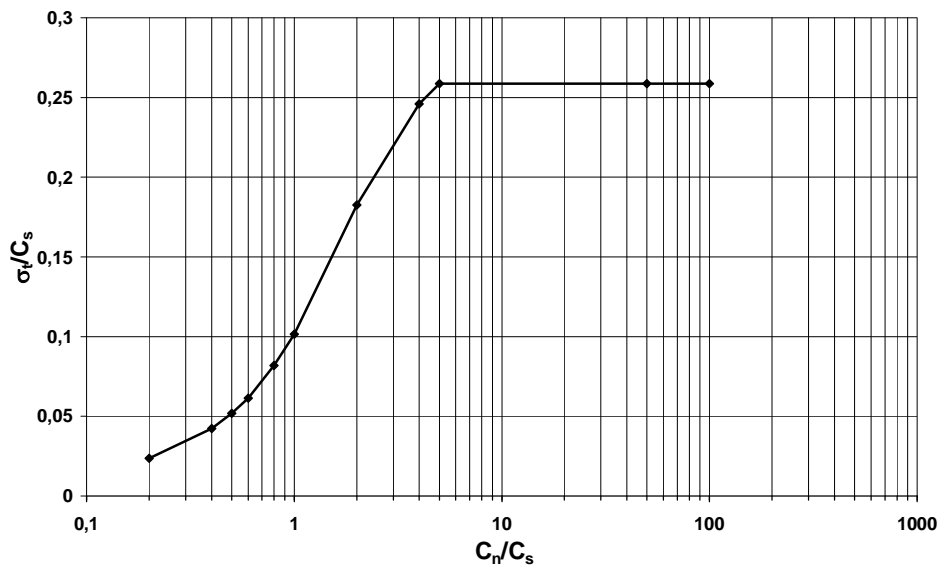


Figure 4.23 : Evolution de la résistance à la traction adimensionnelle en fonction du rapport des adhésions

En vue de fournir une explication quant à l'allure de la courbe sur la figure 4.23, on a procédé à l'analyse du mode de rupture prédit numériquement pour divers valeurs des rapports d'adhésion (figure 4.24).

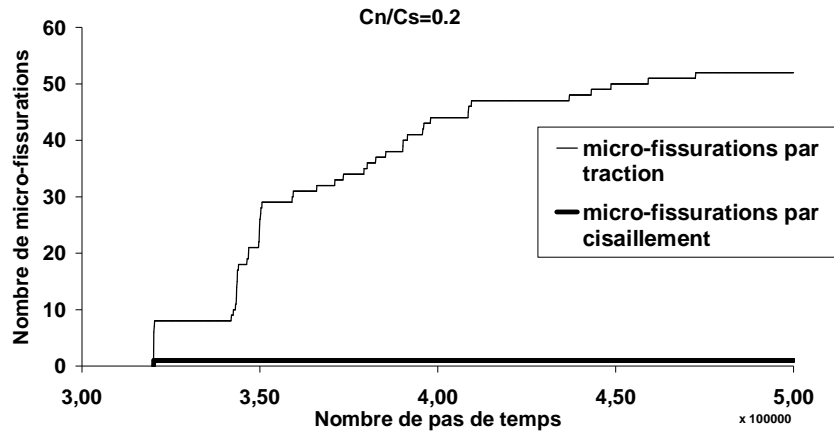


Figure 4.24 (a) : Evolution des micro – fissurations au cours de l’essai de traction pour  $C_n/C_s=0,2$

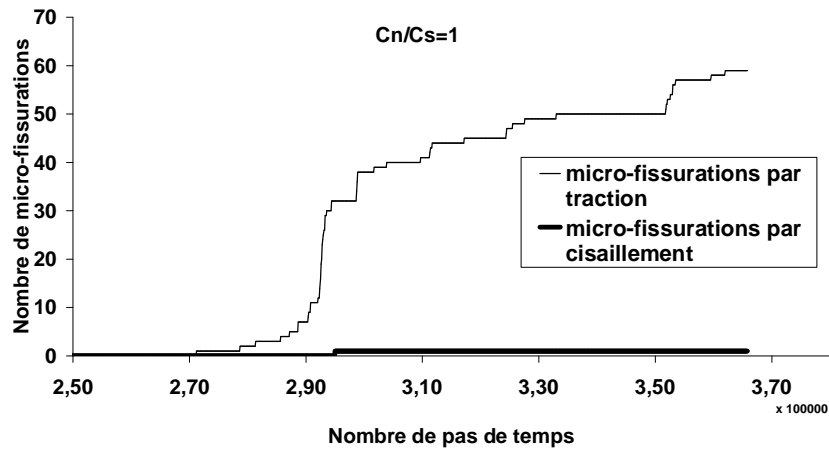


Figure 4.24 (b) : Evolution des micro – fissurations au cours de l’essai de traction pour  $C_n/C_s=1$

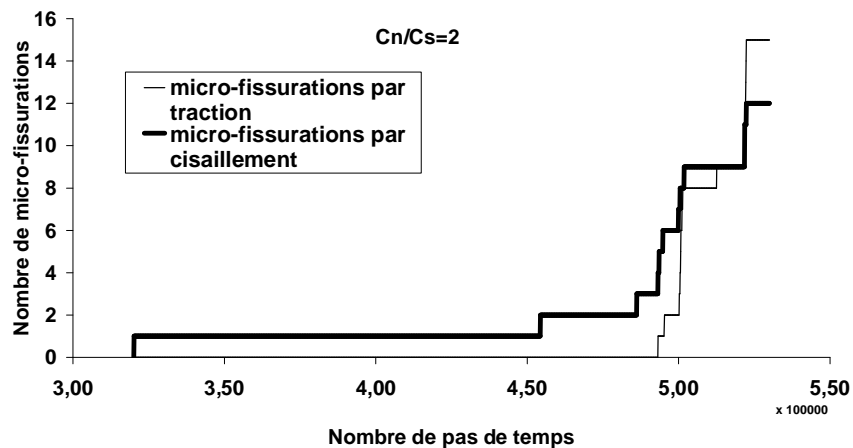


Figure 4.24 (c) : Evolution des micro – fissurations au cours de l’essai de traction pour  $C_n/C_s=2$



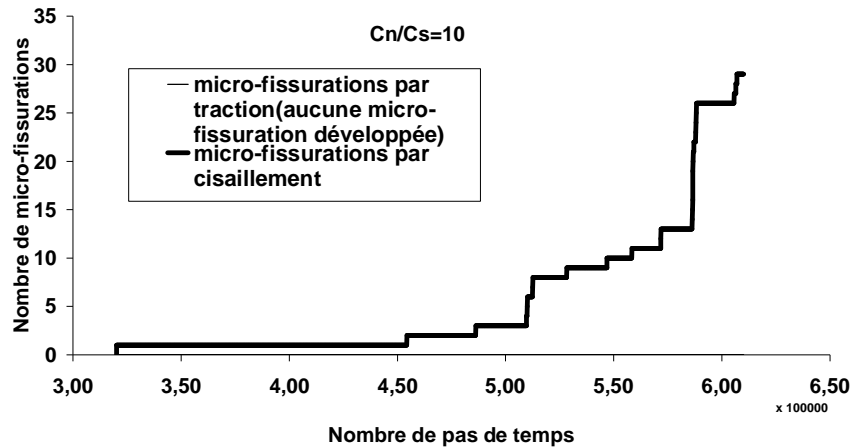


Figure 4.24 (d) : Evolution des micro – fissurations au cours de l’essai de traction pour  $C_n/C_s=10$

- Pour des rapports  $C_n/C_s$  de 0,2 (a) et 1 (b) (et pour  $k_n/K_s=1$ ) les microfissurations sont en totalité normales , c'est-à-dire par traction,
- Pour un rapport de 2 (c) les microfissurations sont normales et tangentielles
- pour le rapport 10 (d) les microfissurations sont purement tangentielles. En effet, une adhésion normale relativement grande devant une adhésion tangentielle, conduit à ce que l'échantillon ait une de résistance vis-à-vis de la traction suffisamment grande et donc que seule la rupture par cisaillement puisse se manifester au niveau d'un ensemble de contacts.

En conclusion, on peut dire que pour des rapports  $C_n/C_s$  faibles, une valeur de l'adhésion normale faible au regard de l'adhésion tangentielle, entraîne une rupture par traction de l'échantillon d'où l'influence majeure du paramètre  $C_n$  sur le comportement global en traction de l'échantillon testé. En revanche, pour un rapport de 1, les deux adhésions sont égales, donc les deux différents modes de rupture sont équiprobables, reste que le chemin de chargement privilégie le seuil de traction. L'adhésion normale l'emporte et a une influence sur la valeur de la résistance à la traction. Pour des rapports  $C_n/C_s$  compris entre 1 et 5, l'adhésion tangentielle est susceptible de jouer un rôle mais la sollicitation favorise (pour  $k_n/k_s=1$ ) les fissurations normales (par traction). Dans ce cas les deux types de fissuration existent en même temps dans l'éprouvette, et par conséquent la valeur du rapport  $C_n/C_s$  a encore une influence sur la valeur de la résistance à la traction. Enfin pour les valeurs supérieures à 5, l'adhésion normale est nettement supérieure à l'adhésion tangentielle, toutes les microfissurations sont de type tangentiel ce qui entraîne immédiatement la rupture du lien cohésif d'où l'indépendance de la résistance à la traction vis-à-vis de  $C_n$  pour des faibles valeurs de  $C_s$ .

### IV.3 Influence des raideurs normale et tangentielle

On a simulé plusieurs simulations numériques pour différentes valeurs du rapport des raideurs normale et tangentielle. Contrairement au rapport des adhésions qui n'a pas d'effet sur le module tangent initial, le rapport des raideurs a à la fois un

effet sur le module tangent et la valeur de la résistance à la traction. L'effet de ce rapport sur le module tangent est très remarquable.

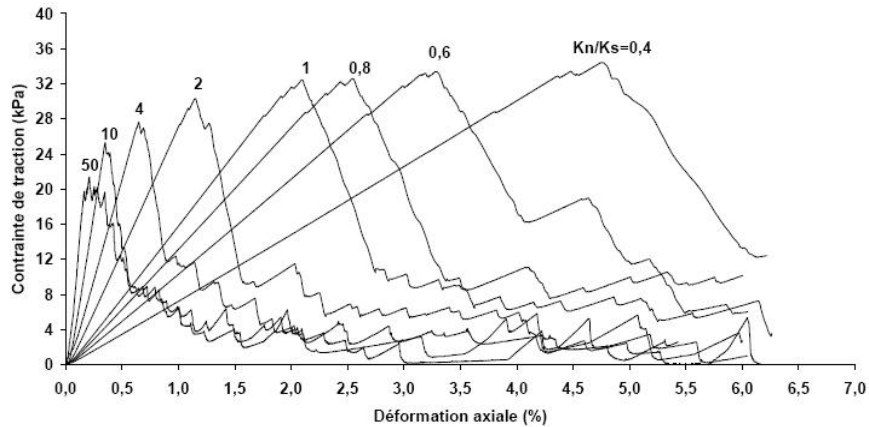


Figure 4.25 : Courbes contrainte – déformation enregistrées en fonction du rapport des raideurs

La figure 4.26 montre un lien étroit entre le module tangent initial et le rapport des raideurs. En effet il augmente avec l'augmentation de la raideur normale, puisque pour ces résultats, les rapports ont été augmentés à une raideur tangentielle constante.

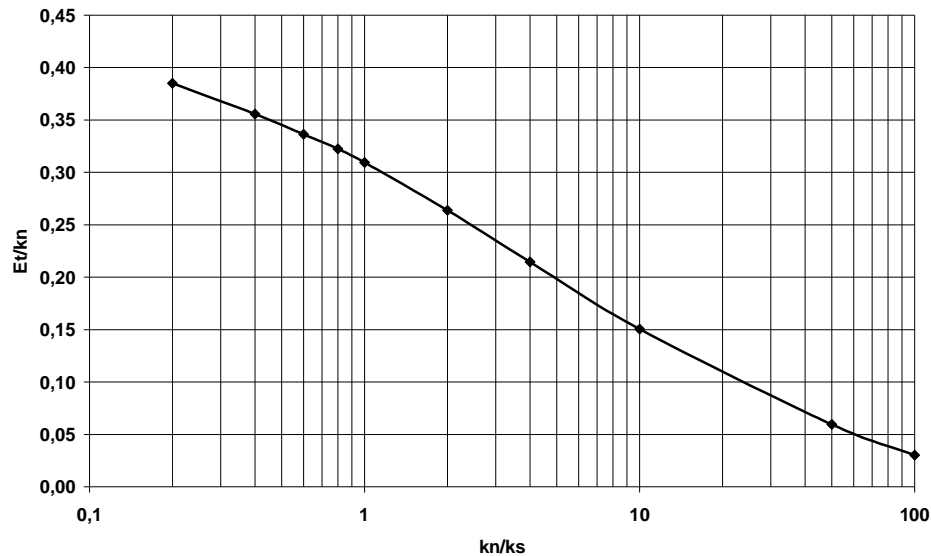


Figure 4.26 : le module tangent en traction en fonction des rapports des raideurs

On a vu précédemment (pour  $K_n/K_s=1$ ) qu'un rapport  $C_n/C_s=1$  engendre essentiellement de la microfissuration par traction. Par conséquent, pour une même cinématique en déplacement, l'augmentation de  $K_n$  conduit à atteindre plus rapidement la limite en traction de l'adhésion normale ce qui a pour conséquence une rupture prématurée des contacts par traction et une valeur de la contrainte maximale en traction de l'échantillon plus faible. Inversement, diminuer  $K_n$  permet de retarder la rupture par traction des contacts (toujours effective pour  $C_n/C_s=1$ ) et donc de mobiliser un peu plus les forces tangentielles, d'où une légère augmentation de la contrainte maximale en traction de l'échantillon. Si l'on s'intéresse au mode de fissuration

développé au cours de l'essai, on constate sur la figure 4.27 que, quelle que soit la configuration testée, le mode de rupture des échantillons correspond (pour  $C_n/C_s=1$ ) effectivement à de la micro-fissuration par traction.

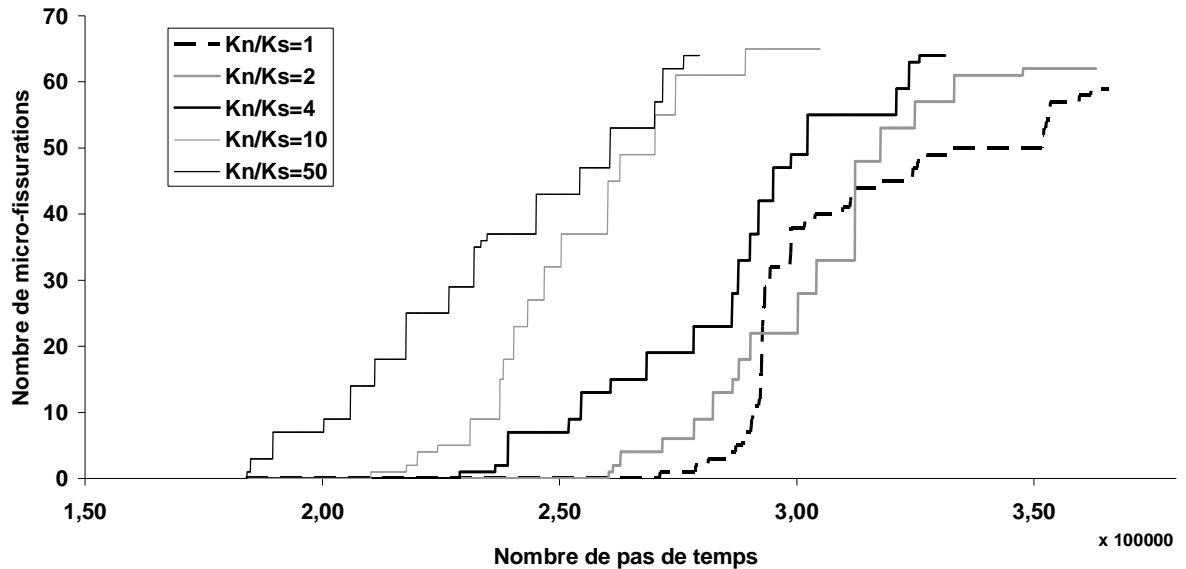


Figure 4.27 : Evolution des micro – fissurations par traction ( $C_n/C_s=1$ )

## Conclusion

Dans ce chapitre, l'étude paramétrique du modèle numérique a été faite dans un objectif de quantifier à la fois l'effet des paramètres micromécaniques et les paramètres numériques en vue de son application pour l'analyse des essais de traction dans le chapitre VI (l'essai de traction étant choisi comme essai de référence). Concernant les particules «disques» utilisées pour modéliser le sol, ils s'agissaient d'une simple discrétisation du domaine, un nombre minimum de 2000 particules est suffisant pour simuler correctement un essai de traction. Trois critères ont été avancés pour juger l'optimalité de la vitesse de déformation : le mode de rupture, la reproductibilité de l'essai pour un seuil de chargement donné et l'amplitude maximale de la moyenne des forces non équilibrées. En outre une formulation de l'application progressive de la vitesse a été proposée pour assurer l'optimalité de la convergence. En ce qui concerne les paramètres micro – mécaniques de la loi de contact, le coefficient de frottement s'avère sans effet sur le comportement en traction. Cependant le rapport des adhésions normales et tangentielles a un effet sur la résistance à la traction jusqu'à une valeur seuil à partir de laquelle l'adhésion normale devient prépondérante. Le rapport des raideurs a un effet double sur le module tangent et sur la résistance à la traction. En effet, le module tangent en traction augmente avec la valeur de la raideur normale, alors qu'un rapport des adhésions supérieur à 1 accentue les mécanismes de micro-fissuration par traction et par conséquent affecte la résistance maximale à la traction de l'échantillon.

Les constatations tirées de cette étude paramétrique serviront aux analyses microscopiques et macroscopiques des essais de traction, qui feront l'objet du chapitre VI.

**PARTIE III : ETUDES EXPÉRIMENTALE ET NUMÉRIQUE DU  
COMPORTEMENT EN TRACTION DES SOLS FINS : RÉSISTANCE À LA  
TRACTION**



## Chapitre V : Etude expérimentale au laboratoire pour la caractérisation à la rupture par traction d'un sol fin

### Introduction

Comme l'étude numérique ne peut prouver sa pertinence et sa potentialité que si elle reproduit la réalité, une étude expérimentale a été menée sur un matériau de site pour calibrer le modèle numérique et servir de base de comparaison.

Dans ce chapitre on va présenter l'étude expérimentale qui a été menée sur un matériau provenant d'un site qui a été prévu comme site de stockage des déchets ménagers du gouvernorat de Nabeul. Il s'agit d'un limon de faible plasticité, constituant le matériau de base de la couche de surface. Il est à utiliser en grande partie dans la couche de couverture du centre de stockage lorsqu'un casier de la décharge sera rempli de déchets. Ce matériau est choisi pour sa réputation d'être peu perméable et relativement plastique (donc déformable et relativement ductile). Ultérieurement et dans les conditions de service de la décharge, il est sollicité, suite aux tassements différentiels des déchets par compression et par biodégradation, à des tractions par flexion. Si les sollicitations induites par le déplacement de la masse de déchets support, conduisent à des contraintes en traction dans le matériau de couverture dépassant sa résistance, des fissurations apparaissent mettant son rôle de protection en péril. Bien évidemment des chemins préférentiels d'infiltration se créent, conduisant à des quantités d'eau infiltrées mettant en question l'étanchéité et le fonctionnement de tout le système de la décharge.

Après identification, le matériau choisi a fait l'objet d'une campagne d'essais de tractions indirectes.

Pour l'ensemble de raisons évoquées dans les deux chapitres de la première partie, nous avons choisi deux essais indirects : principalement l'essai de fendage et en seconde étape l'essai de flexion. L'essai de compression simple a été aussi choisi, pour sa simplicité, afin de déterminer la résistance à la compression du sol fin choisi pour le site du stockage.

Au laboratoire géotechnique du département Génie Civil de l'ENIT, Le matériau a fait l'objet d'une reconstitution par séchage, broyage et tamisage puis on a réalisé une série d'essais d'identification. En outre des essais de compression simple ainsi que des essais de cisaillement triaxiaux ont été réalisés avec des essais brésiliens dans différentes conditions. A SCETAUROUTE (Grenoble) on a procédé à la préparation d'éprouvettes pour les essais de flexion simple qu'on a réalisé au LIRIGM (UJF).

En outre, l'effet de quelques paramètres influant sur le comportement du matériau telles que la teneur en eau, la vitesse et la forme de l'échantillon a également été étudié.

## I. Préparation du matériau

### I.1 Provenance

Pour orienter nos recherches vers une application réelle, nous avons retenu pour l'étude expérimentale un matériau de site. Il s'agit d'un sol argileux présent sur le site de stockage des ordures ménagères du gouvernorat de Nabeul, qui était lors du démarrage de notre étude en cours d'exploitation. Ce matériau est pressenti pour former la couche de couverture du centre de stockage une fois remblayé et sera donc soumis à des tractions. Au total, 2,5 tonnes de matériau ont été extraites pour notre étude après élimination d'éventuelles impuretés.

### I.2 Reconstitution du sol

Le sol extrait, se présentant initialement sous forme de mottes solides de différentes tailles, a été fortement remanié pour assurer son homogénéité et limiter le nombre de paramètres non maîtrisés. La reconstitution a été obtenue par séchage du matériau, broyage et élimination des gros grains par tamisage.

#### I.2.1 Séchage

Afin de faciliter le broyage des mottes du sol déjà cimentées par hydratation, le séchage préalable du matériau a été réalisé dans une étuve pendant au moins 24 heures à une basse température (60°) afin de ne pas altérer sa composition minéralogique.

#### I.2.2 Broyage

Une fois séché, le sol a été broyé dans un broyeur cylindrique à l'aide de boules métalliques pendant une durée de 45 minutes. L'objectif du broyage est de pulvériser le sol en éléments fins et d'assurer son homogénéité.

#### I.2.3 Tamisage

Le sol broyé a été tamisé à 2 mm afin d'éliminer toutes les impuretés éventuelles qui restaient après séchage et broyage. En outre, seule la partie fine pouvant éventuellement entrer en jeu dans le comportement en traction a été gardée. Ainsi le sol reconstitué se présente sous la forme d'une poudre sèche dont les grains ont un diamètre inférieur ou égal à 2 mm.

## II. Identification du sol

### II.1 Granulométrie

Afin de vérifier la non altération de la structure du sol après reconstitution, on a déterminé les courbes granulométriques du matériau avant et après reconstitution. La granulométrie effectuée sur les échantillons non reconstitués a été faite par voie humide et par sédimentométrie (Bouassida et Boussetta, 2007), alors que celle effectuée



sur les échantillons reconstitués a été réalisée par le procédé « granulométrie laser » (NF 13320).

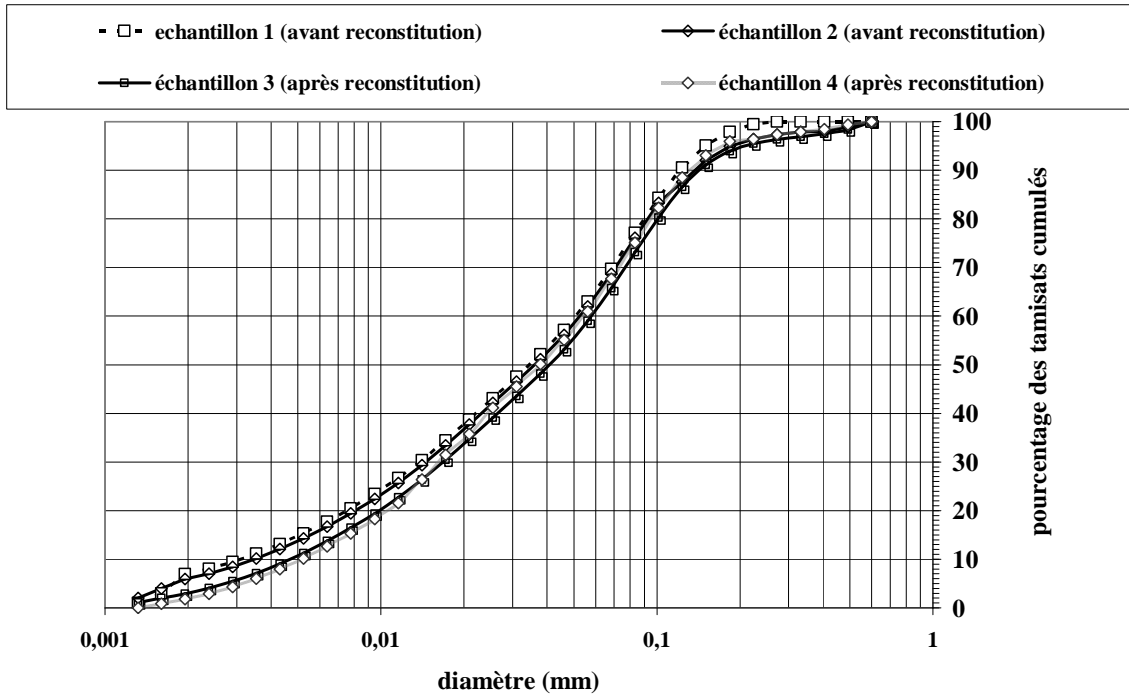


Figure 5.1 : Courbes granulométriques du sol étudié (Avant et après reconstitution)

Les courbes granulométriques ont été tracées pour quatre échantillons avant et après reconstitution. On remarque que la reconstitution du sol n'introduit pas de modifications notables sur sa granulométrie (Figure 5.1) et que 70% des grains ont un diamètre inférieur à 80  $\mu\text{m}$ . Ce sol appartient donc à la classe des sols fins.

## II.2 Plasticité

La détermination des limites d'Atterberg du matériau montre, selon la classification de Casagrande, qu'il est de faible plasticité (Limite de liquidité=28%, limite de plasticité=15%, Indice de plasticité=13%). Par conséquent, en se basant sur la classification en vigueur, le sol, objet de l'étude, est un limon peu plastique.

## II.3 Poids spécifique

Le poids volumique spécifique du sol  $G_s$  mesuré à l'aide du pycnomètre est égal à 26,28  $\text{kN/m}^3$

## II.4 Caractéristiques du compactage

L'influence de la teneur en eau sur les caractéristiques de compactage a été mise en évidence grâce à des essais effectués sur des échantillons de sol compactés à l'optimum Proctor. La courbe de compactage du matériau testé (densité sèche en fonction de la teneur en eau) est présentée sur la figure 5.2.

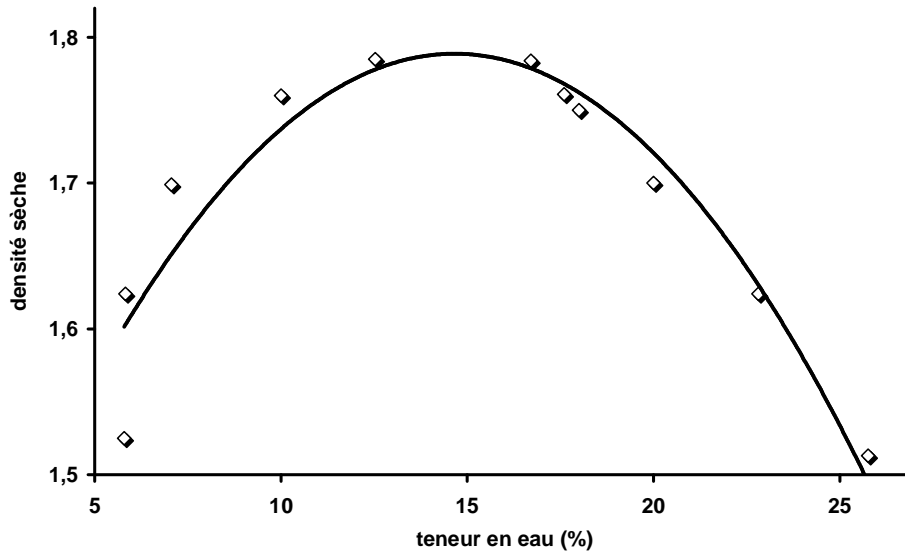


Figure 5.2 : Courbe de compactage Proctor Normal

Il s'agit d'un sol dont les caractéristiques liées au compactage sont relativement sensibles à l'eau. L'optimum correspond à une densité sèche maximale égale à 1,79 pour une teneur en eau optimale de 14,8%.

### III. Confection des éprouvettes pour les essais mécaniques

Le sol reconstitué se présente sous forme d'une poudre sèche. Afin d'en confectionner des échantillons, il faut humidifier la poudre et la compacter dans des moules spécifiques pour obtenir des éprouvettes de forme et de dimensions bien définies pour la réalisation des essais mécaniques.

#### III.1 Humidification

L'humidification du sol devrait permettre d'aboutir à une teneur en eau précise et homogène. Pour cela, le sol mélangé manuellement avec la quantité d'eau adéquate, a été conservé pendant 24 heures dans des sacs étanches puis mélangé de nouveau de telle sorte que toutes les mottes soient pulvérisées. Une fois homogénéisé, des mesures de teneur en eau ont été faites pour déterminer précisément l'état d'humidité du sol avant le début des essais.

#### III.2 Compactage des éprouvettes cylindriques

Les éprouvettes vouées à la réalisation des essais de compression triaxiale, des essais de compression simple (non confinés), et des essais de compressions diamétrales sont de formes cylindriques avec différents élancements et diamètres. Ces éprouvettes ont été compactées statiquement dans des moules cylindriques en acier, à l'aide de deux pistons rigides, l'un positionné en haut de l'échantillon, l'autre en bas (Figure 5.3).

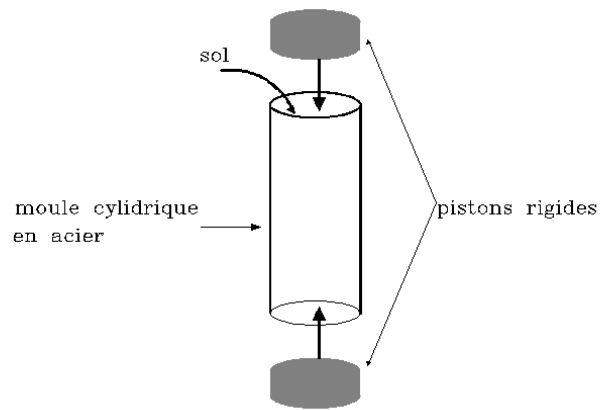


Figure 5.3 : Schéma de principe pour la confection des éprouvettes cylindriques

L'objectif de la procédure de compactage est l'obtention d'une éprouvette de forme et de dimensions fixées ayant une teneur en eau et une densité sèche homogènes en tout point de l'échantillon.

Dans la phase de recherche de la procédure optimale de compactage, on a testé trois procédés différents.

### III.2.1 Compactage par couches

Une fois humidifiée à la teneur en eau désirée, la quantité de sol a été divisée en trois. Chaque partie a été successivement placée dans le moule puis compactée à l'énergie de compactage retenue (figure 5.4). L'inconvénient de ce procédé est lié au fait que la première couche est compactée trois fois, alors que la deuxième couche reçoit l'énergie de compactage deux fois et la troisième qu'une seule fois. Ceci crée inévitablement de l'hétérogénéité en terme de densité tout le long de la hauteur de l'éprouvette.

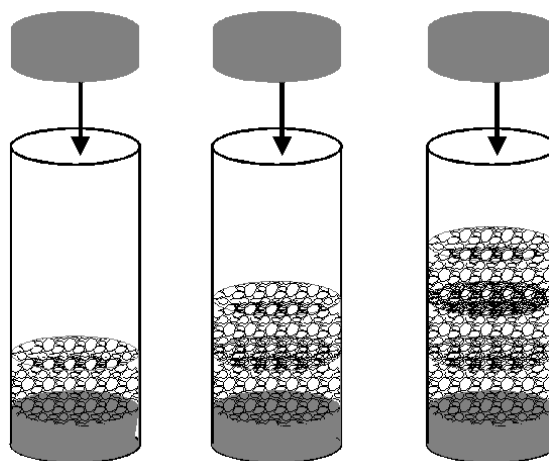


Figure 5.4 : Principe de compactage par couches

### III.2.2 Compactage simple effet réalisé en une seule couche

Pour éviter les problèmes d'hétérogénéité éventuels dus au compactage par couches, on a procédé au compactage de l'échantillon de sol en une seule fois. Le moule qui doit être utilisé doit être suffisamment élancé pour que l'on puisse mettre toute la quantité du matériau foisonné (figure 5.5). Certes par ce procédé on minimise le risque d'hétérogénéité, mais si l'échantillon est de hauteur importante, la distribution de la densité pourrait varier avec la hauteur.

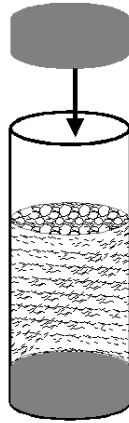


Figure 5.5 : Principe de compactage simple effet en une couche

### III.2.3 Compactage double effets en une seule couche

Le risque d'hétérogénéité présenté par les deux procédés précédents, peut être minimisé si on arrive à assurer un compactage double effets en déplaçant simultanément deux pistons disposés sur les parties haute et basse de l'éprouvette (figure 5.6). Comme nous ne disposons pas de presse double effets, nous avons envisagé un mode de compactage qui semble être équivalent en déplaçant le piston du bas jusqu'à atteindre la moitié de l'énergie de compactage, puis en retournant le moule pour poursuivre le compactage de l'autre côté de l'éprouvette. Une fois que la valeur de la densité désirée après compactage est atteinte on arrête le déplacement du piston.

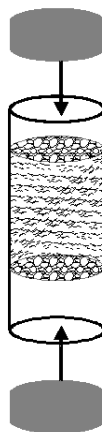


Figure 5.6 : Principe de compactage double effets en une seule couche

### III.2.4 Comparaison entre les différents modes de compactage

Afin de retenir un mode de mise en oeuvre pour la confection des éprouvettes cylindriques de sol, les trois modes de compactage précédemment cités ont été comparés sur plusieurs séries d'échantillons. Un contrôle d'homogénéité a donc été fait en mesurant la teneur en eau et la densité sèche en différentes couches des éprouvettes testées.

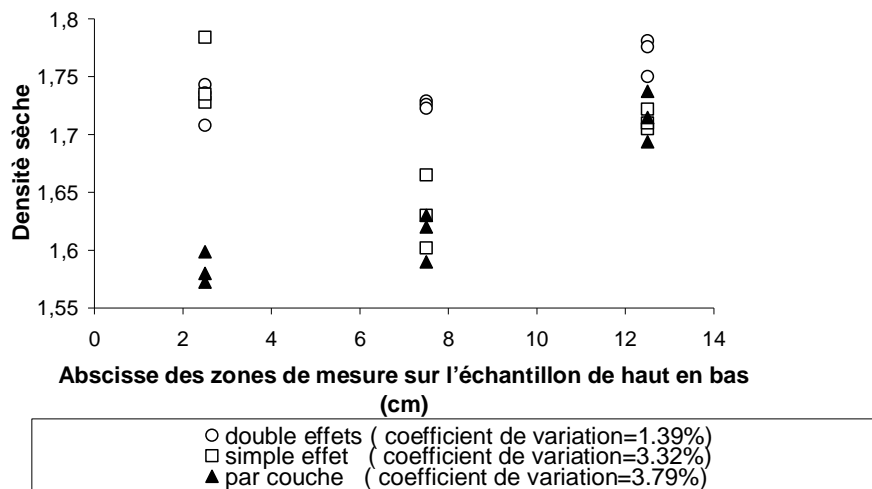


Figure 5.7 : variation de la densité sèche au long de l'échantillon en fonction du mode de compactage

D'après la figure 5.7, Il est clair que la procédure de compactage double effets est celle qui fournit une variation minimale de la densité au sein de l'échantillon, ceci peut être attribué au fait que toutes les zones (du haut, du bas ou du milieu) de l'échantillon reçoivent à peu près la même énergie de compactage. Ainsi, dans la suite de ce travail tous les échantillons cylindriques ont été compactés par la procédure double effets (Figure 5.8).

Comme le sol étudié est d'origine limoneuse, donc de conductivité hydraulique non négligeable, le temps consacré au compactage ne doit pas être trop important pour ne pas favoriser un écoulement d'eau au sein de l'échantillon qui induirait par la suite un gradient de la teneur en eau sur sa hauteur. Pour ces raisons on a essayé de retenir des vitesses de compactage modérées pour éviter le risque d'écoulement sans pour autant que ces vitesses soient élevées car dans ce cas on risque de ne pas avoir suffisamment de temps pour obtenir une diffusion homogène des contraintes de compactage au sein de l'échantillon.



Figure 5.8 : Moule de compactage des éprouvettes cylindriques

### III.3 compactage des éprouvettes parallélépipédiques

Pour la réalisation des essais de flexion un dispositif de compactage simple effet permettant la confection d'éprouvettes parallélépipédiques a été utilisé. Ce dispositif a été conçu au LIRIGM (S. Camp). Afin de contrôler le déroulement du compactage ce dispositif a été réalisé en plexiglas (figure 5.9) .

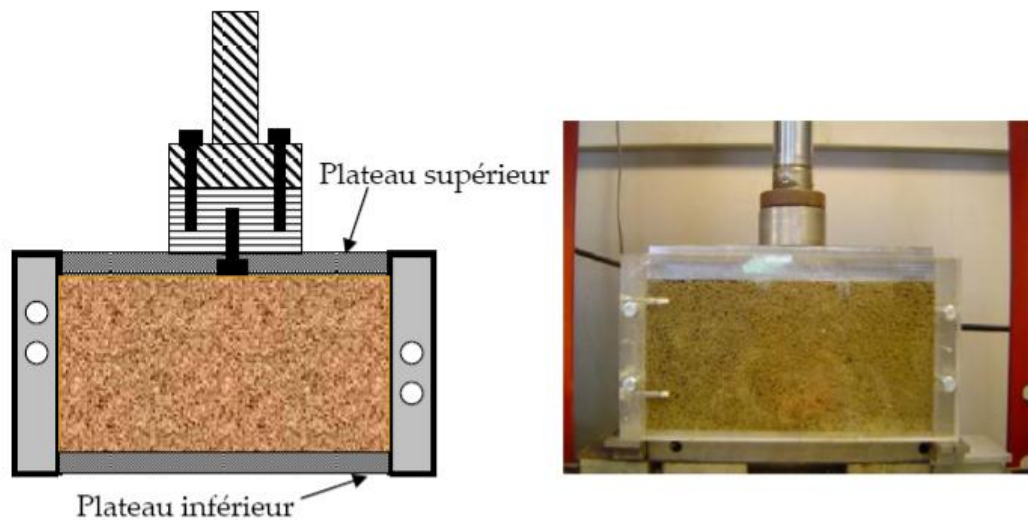


Figure 5.9 : Moule de compactage d'éprouvettes parallélépipédiques

## IV. Les essais de compression simple

Les essais de compression simple ont été réalisés sur des éprouvettes cylindriques d'élanement 2. Les éprouvettes compactées à une teneur en eau et une densité données ont des dimensions initiales voisines de 7,3cm x 14,6cm.

Une série d'essais de compression simple a été réalisée dans des conditions de teneur en eau initiale et par conséquent de densité sèche de l'échantillon différentes et ce pour investiguer l'influence de ces paramètres sur le comportement en compression du matériau. Pour déterminer l'influence de la vitesse d'écrasement sur le comportement du matériau, deux valeurs de vitesses dans le régime quasi statique ont été retenues.



Figure 5.10 : Rupture d'un échantillon en compression simple

La figure 5.10 montre la rupture d'un échantillon après un essai de compression simple. Ce mode de rupture, le plus fréquent et le plus reproductible, correspond à une rupture par cisaillement suivant un plan incliné. Il faut noter que d'autres modes de rupture ont été obtenus. En effet dans certains cas l'échantillon s'est déformé en tonneau jusqu'à la rupture qui s'est produite par effondrement de la partie centrale.

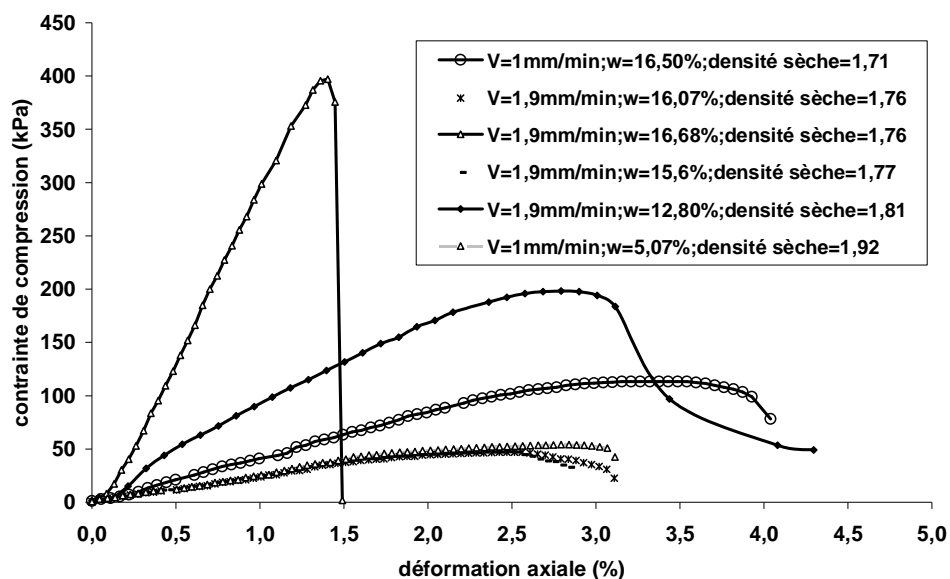


Figure 5.11 : comportement en compression simple

La lecture des courbes de la figure 5.11, montre clairement la sensibilité du comportement à plusieurs paramètres. En effet on visualise dans ces courbes l'influence du couple teneur en eau – densité sèche aussi bien que l'influence de la vitesse d'écrasement sur la rigidité du matériau dans la partie élastique et sur la phase post-élastique.

On note donc, que le comportement du matériau testé est quasiment élastique linéaire. La rigidité ainsi que la résistance sont inversement proportionnelles à la

teneur en eau. La vitesse d'écrasement, a également une influence sur la résistance ainsi que la rigidité.

## V. Essais de flexion

Une série d'essais expérimentaux a été faite en condition quasi-statique sur des échantillons à conditions initiales comparables. La teneur en eau ainsi que la densité sèche ont une influence notable sur le comportement du limon étudié. Les valeurs retenues pour les essais de flexion sont une teneur en eau de l'ordre de l'optimum +2% (la moyenne de la teneur en eau est  $17\% \pm 0,5\%$ , le degré de saturation est 95%), et une densité sèche voisine de la densité sèche maximale Proctor (la densité sèche moyenne est de  $1,73 \pm 0,03$ ).

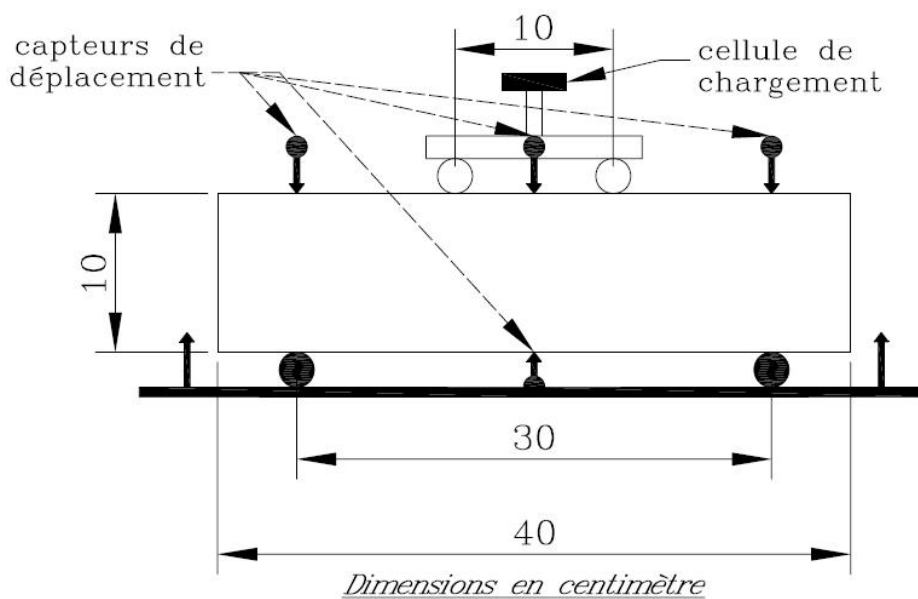


Figure 5.12 : dispositif de l'essai de flexion

Le dispositif de l'essai de flexion mis au point au LIRIGM permet de réaliser des essais sur des échantillons de dimensions  $10 \times 10 \times 40$  cm<sup>3</sup> (Ammeri et al., 2006). La distance entre les rouleaux d'appuis est de 30 cm et celle qui sépare les rouleaux de chargement est de 10 cm. L'instrumentation utilisée lors des essais consiste en des capteurs de déplacement et de forces reliés à un système d'acquisition automatique des données. Quatre capteurs de déplacements ont été utilisés : trois sur la fibre supérieure et un sur la fibre inférieure de l'échantillon (figure 5.12). La zone centrale de l'échantillon est peinte pour permettre la détermination du champ des déformations par analyse d'images. Un capteur de force est positionné sur la cellule de chargement pour mesurer la force résultante transmise à l'échantillon. Le chargement a été appliqué par élévation du plateau inférieur avec une vitesse de déplacement constante de 0,2 mm/min.

Les figures 5.13, 5.14 et 5.15 illustrent les photos prises au cours d'un essai de flexion 4 points réalisé sur le limon dans les conditions indiquées précédemment. Ces photos montrent que la fissuration s'initie par traction dans la partie inférieure de l'échantillon puis se propage vers le haut pour provoquer la rupture. On en conclut



que la rupture est fragile puisqu'elle survient dès lors que les premières fissures apparaissent.

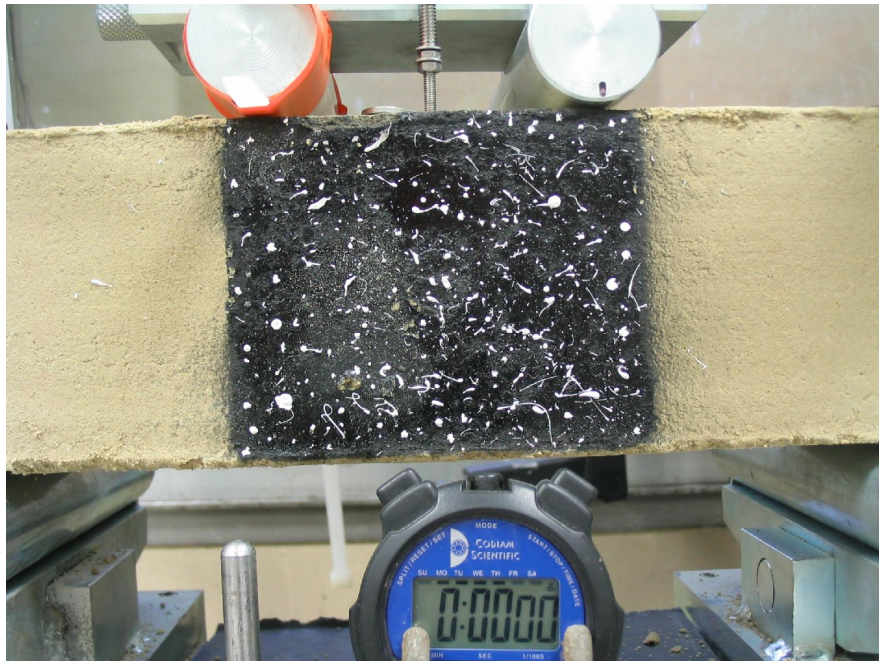


Figure 5.13 : Début de l'essai de flexion (déplacement des rouleaux de chargement = 0 mm)

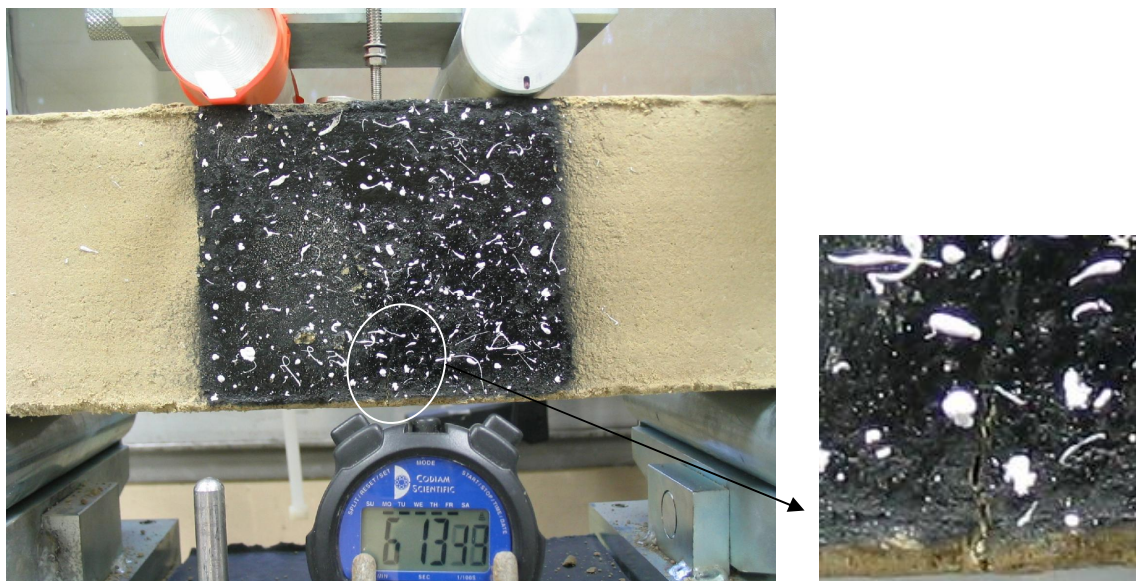


Figure 5.14 : Initiation de la fissuration (déplacement des rouleaux de chargement = 1,24 mm)

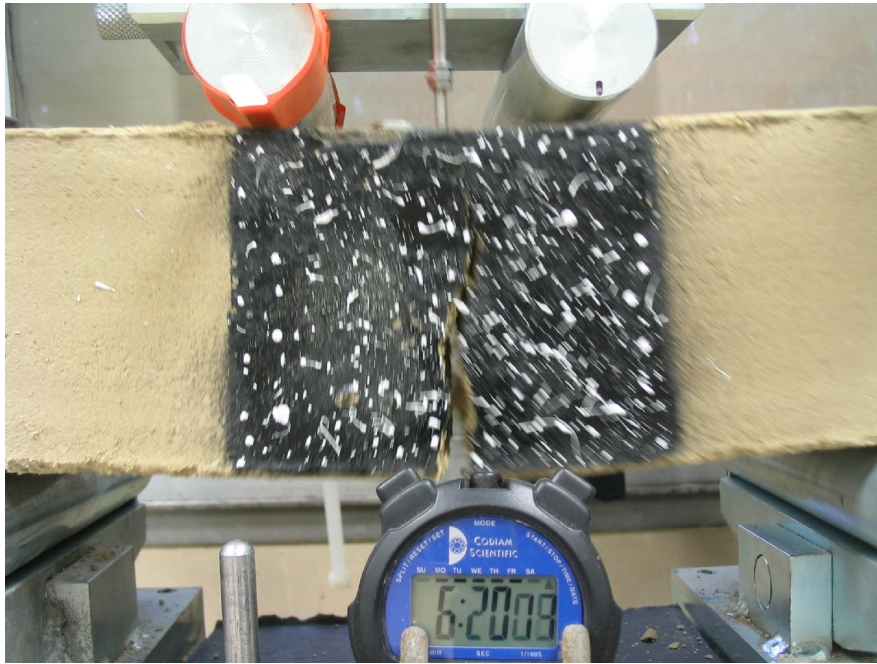


Figure 5.15 : Rupture de l'éprouvette (déplacement des rouleaux de chargement = 1,27 mm)

Les courbes effort-déplacement de la figure 5.16 montrent que le comportement du limon est globalement élastique linéaire fragile. Comme la rupture résulte d'un mécanisme de traction on peut parler alors d'un comportement fragile en traction.

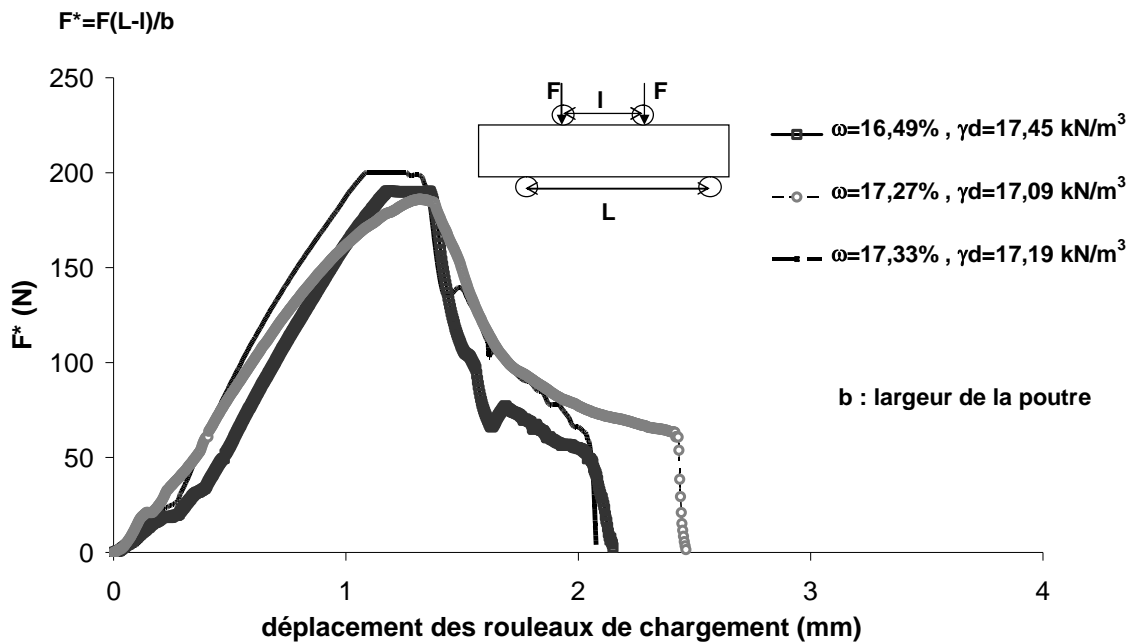


Figure 5.16 : Courbes effort - déplacement lors des essais de flexion

## VI. Essais de traction par fendage

L'essai de compression diamétrale (figure 5.17) (dit également essai brésilien) fut l'essai le plus couramment utilisé pour l'investigation du comportement en traction des sols vu sa simplicité de mise en œuvre et de réalisation (le matériel de l'essai étant le même que celui de l'essai de compression simple). Cependant l'interprétation de l'essai de fendage reste un sujet de discussion dans le cas des sols. Ainsi on a réalisé une campagne d'essais brésiliens dans le but d'investiguer cet essai et pour maîtriser l'ensemble des phénomènes qui conditionnent son interprétation. En effet, on a étudié dans cette campagne d'essais l'influence de plusieurs paramètres qui peuvent être classifiés en deux catégories : la première qui se rapporte aux conditions initiales et la seconde qui regroupe les conditions aux limites.

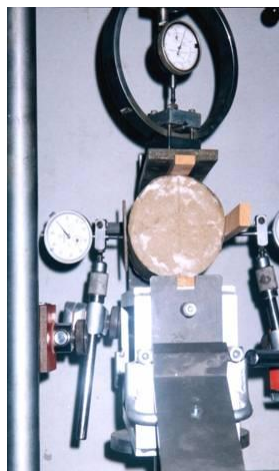


Figure 5.17 : Dispositif de l'essai brésilien

### VI.1 Influence des conditions initiales

Dans le but d'étudier l'effet de la teneur en eau initiale sur le comportement de l'échantillon en compression diamétrale, une série d'essais brésiliens a été effectuée à des teneurs en eau croissantes. Comme il est difficile de garder la densité sèche constante pour les différentes valeurs de la teneur en eau, on a essayé de conserver un écart faible entre les densités sèches minimale et maximale. Une campagne d'essais à des teneurs en eau comprise entre 8% et 18% a été réalisée en mesurant l'effort appliqué sur la génératrice supérieure de l'échantillon et le déplacement vertical du plateau de chargement. Il faut noter que la confection d'éprouvettes à des teneurs en eau inférieures à 8% ou supérieures à 18% est relativement délicate. Les essais ont été réalisés à une vitesse de déplacement constante de 1 mm/min. Les courbes effort – déplacement sont présentées sur la figure 5.18.

La lecture des courbes de la figure 5.18 montre nettement l'influence de la teneur en eau sur le comportement en fendage du sol étudié. En effet, si on définit la pente initiale de la courbe force – déplacement comme étant la rigidité au fendage (figure 5.19) et la valeur maximale de la force appliquée durant l'essai comme étant la résistance au fendage (figure 5.20), on remarque que la rigidité diminue avec l'augmentation de la teneur en eau. Par contre la résistance au fendage est

sensiblement influencée par la teneur en eau lorsque celle-ci est inférieure à l'optimum Proctor (14,5%), cependant elle diminue considérablement lorsque la teneur en eau dépasse l'optimum Proctor.

Les trois derniers échantillons ayant presque la même teneur en eau ( $w=17,7\%$ ) mais des densités sèches différentes montrent aussi que plus le sol compacté est dense plus la rigidité ainsi que la résistance sont importantes.

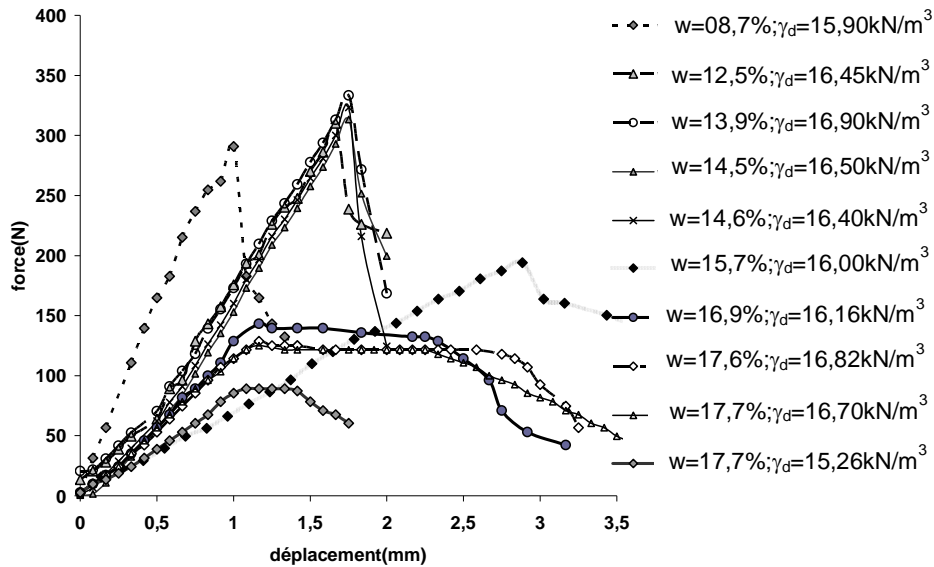


Figure 5.18 : Résultats de l'essai Brésilien à différentes teneurs en eau

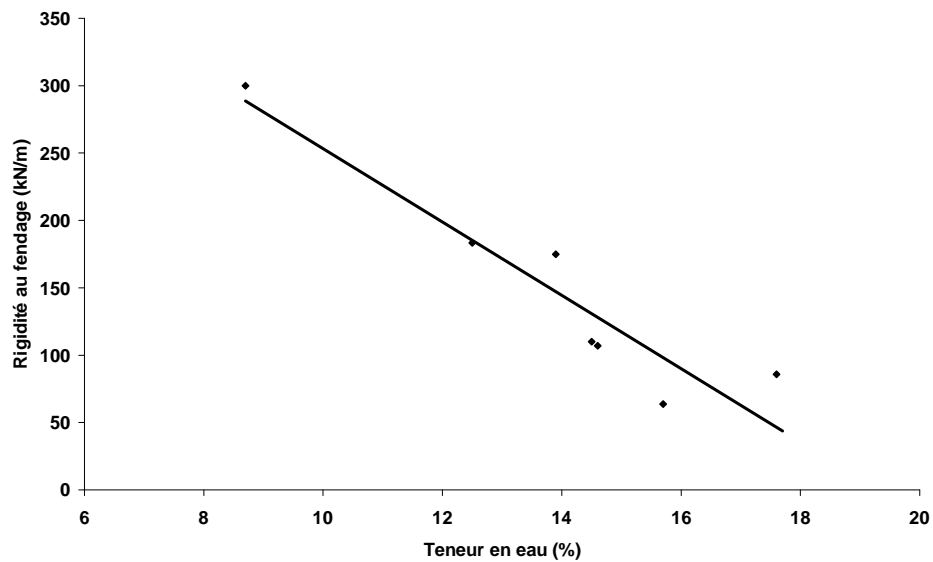


Figure 5.19 : Influence de la teneur en eau sur la rigidité au fendage



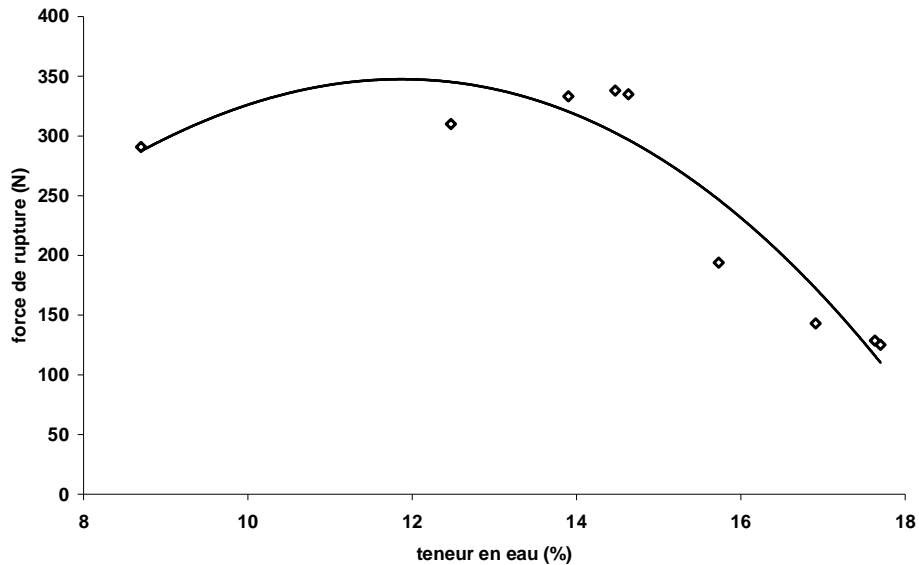


Figure 5.20 : Influence de la teneur en eau sur la force de rupture

Par ailleurs on doit mentionner que la réalisation de l'essai de fendage sur un sol à de fortes teneurs en eau peut engendrer des erreurs d'interprétation de l'essai. En effet, on a remarqué, pour les échantillons ayant les teneurs en eau les plus importantes, l'apparition d'un phénomène de poinçonnement au voisinage de la génératrice de chargement comme indiqué sur la figure 5.21. Ainsi une partie de l'énergie de déformation est dissipée par poinçonnement, ce qui nécessiterait l'introduction de corrections spécifiques dans les formulations actuelles (établies en élasticité) permettant de déterminer la résistance à la traction par fendage.

Un autre problème que l'on a remarqué dans le cas des échantillons à fortes teneurs en eau, est le risque de l'hétérogénéité et ce malgré l'optimisation du mode de compactage. En effet, comme dans le cas du compactage statique on a tout intérêt à compacter à une vitesse faible pour une bonne répartition des contraintes au sein de l'échantillon. On risque cependant dans le cas de teneur en eau élevée de provoquer durant le compactage un écoulement d'eau préférentiel du haut vers le bas de l'échantillon. Ainsi une hétérogénéité induite apparaît, ce qui favorise la rupture dans la zone la moins dense (celle où la teneur en eau est plus élevée) alors que la zone la plus dense (celle où la teneur en eau est moins élevée) continue à supporter la sollicitation appliquée. Ce phénomène concerne les éprouvettes dont la teneur en eau est voisine de 17% et s'apparente à une fausse ductilité (figure 5.18). Mais il faut noter que ce phénomène ne concerne que les sols à perméabilité élevée tel que le limon objet de la présente étude.

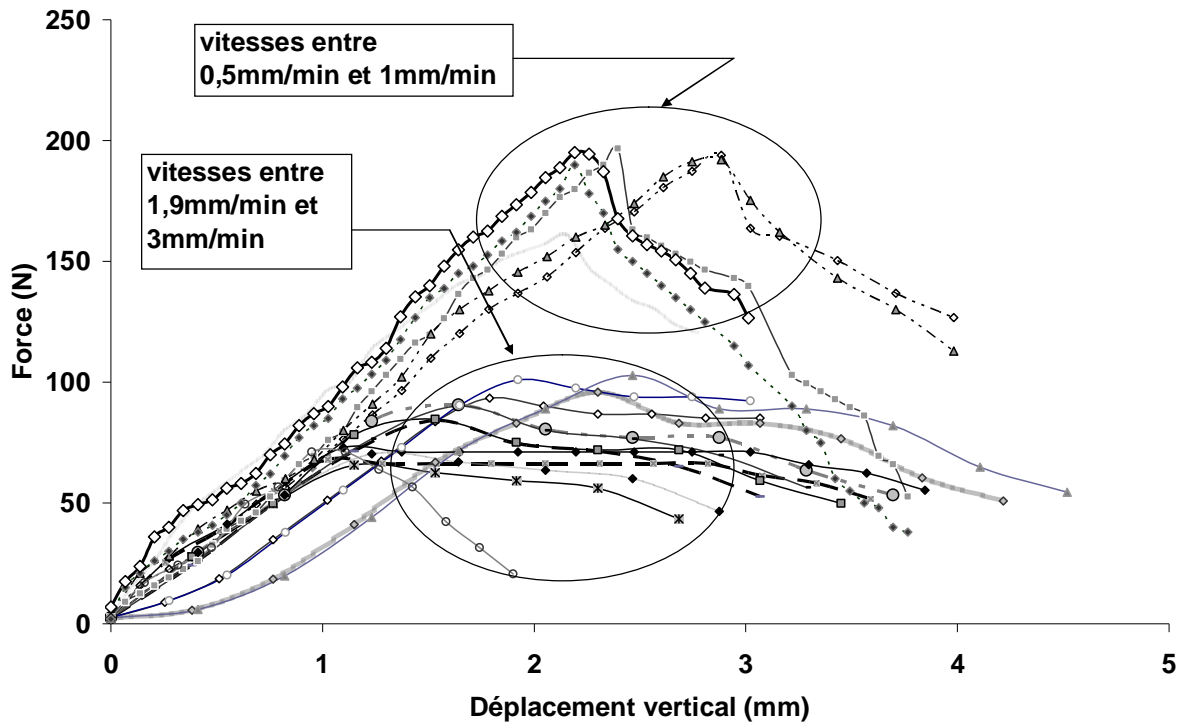


*Figure 5.21 : Poinçonnement de l'éprouvette au voisinage de la génératrice de chargement*

## VI.2 Influence de la vitesse de chargement

Le comportement des sols est généralement étudié sous un chargement quasi statique, autrement dit à de faibles vitesses. En vue de fixer la gamme de vitesse appropriée pour la réalisation de l'essai de fendage, une série d'essais a été menée à des vitesses allant de 0,5 mm/min à 3 mm/min. Les éprouvettes ont été testées à des conditions initiales : une teneur en eau de l'ordre de  $15\% \pm 0,5$  et à une densité sèche de  $1,65 \pm 0,05$ .

Les résultats des essais de fendage sont représentés sur les figures 5.22 et 5.23. On remarque que les résultats peuvent être regroupés en deux familles selon la vitesse de réalisation de l'essai. En effet, les essais réalisés à des vitesses allant de 0,5 mm/min à 1 mm/min indiquent des comportements similaires qui diffèrent notablement de la réponse du matériau sollicité à des vitesses comprises entre 1,9 mm/min et 3 mm/min. Dans la première gamme de vitesses le comportement est linéaire fragile atteignant une force de rupture de l'ordre de 200 N. Pour la seconde gamme de vitesses on note qu'une certaine ductilité apparaît et que la force de rupture est atteinte aux alentours de 90 N.



- |  |  |
|--|--|
| —■— $\omega=16,4\%; \gamma_{\sigma}=16,2\text{kN/m}^3; v=0,5$  | —○— $\omega=15,8\%; \gamma_{\sigma}=16,7\text{kN/m}^3; v=0,5$  |
| —■— $\omega=15,4\%; \gamma_{\sigma}=17,1\text{kN/m}^3; v=0,75$ | —●— $\omega=15,6\%; \gamma_{\sigma}=16,8\text{kN/m}^3; v=0,75$ |
| —▲— $\omega=15,8\%; \gamma_{\sigma}=16,7\text{kN/m}^3; v=1$    | —◇— $\omega=15,7\%; \gamma_{\sigma}=16,3\text{kN/m}^3; v=1$    |
| —○— $\omega=16,1\%; \gamma_{\sigma}=16,9\text{kN/m}^3; v=1,9$  | —◇— $\omega=15,7\%; \gamma_{\sigma}=17\text{kN/m}^3; v=1,9$    |
| —■— $\omega=15,5\%; \gamma_{\sigma}=16,9\text{kN/m}^3; v=2$    | —◆— $\omega=16,3\%; \gamma_{\sigma}=17\text{kN/m}^3; v=2$      |
| —○— $\omega=15,9\%; \gamma_{\sigma}=17,2\text{kN/m}^3; v=2$    | —○— $\omega=16,3\%; \gamma_{\sigma}=16,1\text{kN/m}^3; v=3$    |
| —×— $\omega=15,9\%; \gamma_{\sigma}=16,5\text{kN/m}^3; v=3$    | —◇— $\omega=15,7\%; \gamma_{\sigma}=16,6\text{kN/m}^3; v=3$    |
| —■— $\omega=16,1\%; \gamma_{\sigma}=16,2\text{kN/m}^3; v=3$    | —■— $\omega=16,4\%; \gamma_{\sigma}=16,4\text{kN/m}^3; v=3$    |
| —▲— $\omega=16,3\%; \gamma_{\sigma}=15,7\text{kN/m}^3; v=3$    | —◆— $\omega=16,3\%; \gamma_{\sigma}=16,4\text{kN/m}^3; v=3$    |
| —▲— $\omega=16,0\%; \gamma_{\sigma}=16,6\text{kN/m}^3; v=3$    |  |

Figure 5.22 : Résultats de l'essai brésilien à différentes vitesses de chargement

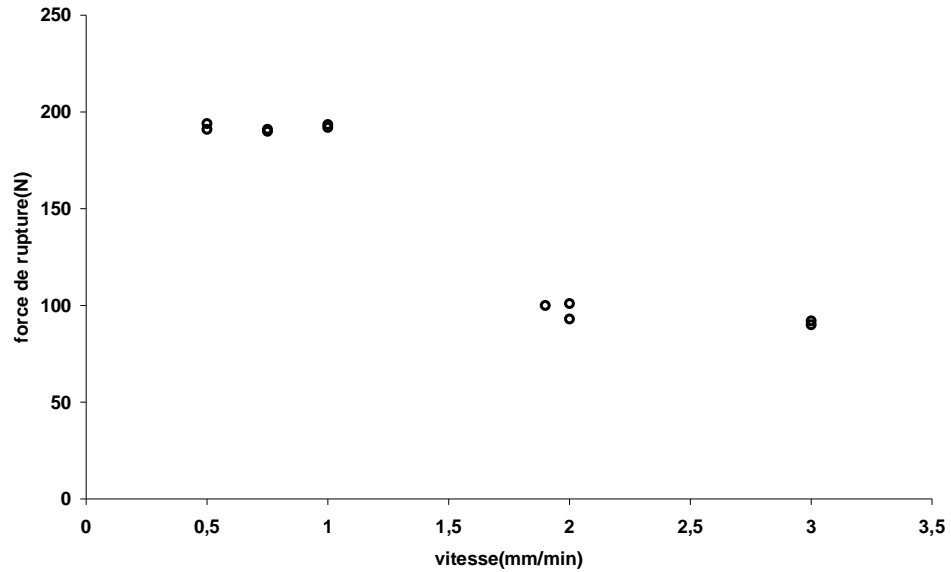


Figure 5.23 : Variation de la force de rupture en fonction de la vitesse de chargement

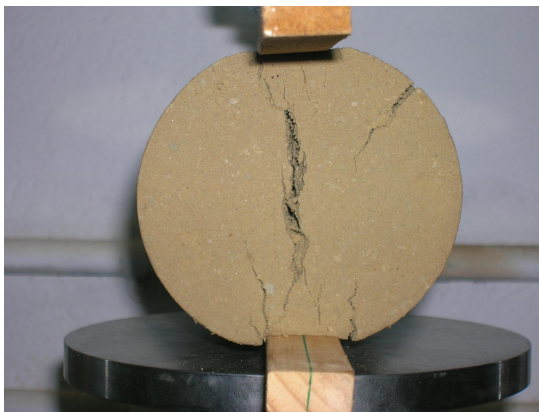


Figure 5.24a : Rupture de l'éprouvette à la vitesse 3mm/min



Figure 5.24b : Rupture de l'éprouvette à la vitesse 1mm/min

En analysant les photos de la figure 5.24 on peut voir nettement qu'il s'agit de deux modes de rupture différents. Pour la vitesse 3mm/min, qui est relativement élevée, on constate un cisaillement intense et du poinçonnement au voisinage des baguettes de chargement avant le développement des contraintes de traction au centre de l'échantillon. Ceci explique la valeur faible de la force de rupture pour les vitesses élevées. Pour la vitesse 1mm/min on observe l'ouverture d'une fissure sur le diamètre vertical de l'échantillon, qui illustre la rupture due au développement des contraintes de traction à l'intérieur de l'échantillon. En conclusion, on peut dire que lorsqu'il est réalisé à des vitesses élevées, l'essai brésilien ne peut pas être interprété comme un essai de traction indirecte puisque le cisaillement n'est pas négligeable et, par conséquent, la totalité de la résistance à la traction ne peut être développée au sein de l'échantillon.



### VI.3 Influence de la forme de l'échantillon

En réalisant l'essai brésilien sur un échantillon cylindrique le risque d'avoir une concentration des contraintes au voisinage des baguettes de chargement est toujours présent. Ces contraintes de cisaillement produisent généralement des microfissurations qui empêchent l'échantillon de développer sa résistance à la traction. Le mode de rupture peut être visualisé par le mode de propagation des fissures (figure 5.24). En effet si les fissures s'initient au centre de l'éprouvette et se propagent vers les bords dans la direction des baguettes de chargement on peut dire que la rupture a lieu par traction et que le matériau a développé son entière résistance à la traction. Cependant, si les fissures ne s'initient pas au centre de l'éprouvette, on risque d'avoir de la traction conjuguée avec du cisaillement. Dans ce cas, la résistance à la traction du matériau ne sera développée que partiellement.

Ainsi, pour limiter la concentration des contraintes sur les bords de l'éprouvette, un aplatissement au voisinage des baguettes de chargement a été pratiqué. Cet aplatissement est défini par l'angle au centre, comme indiqué sur la figure 5.25, et est obtenu par découpe de l'éprouvette après compactage (Figure 5.26).

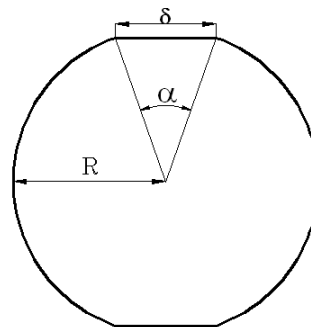


Figure 5.25 : Géométrie des éprouvettes testées lors des essais brésiliens

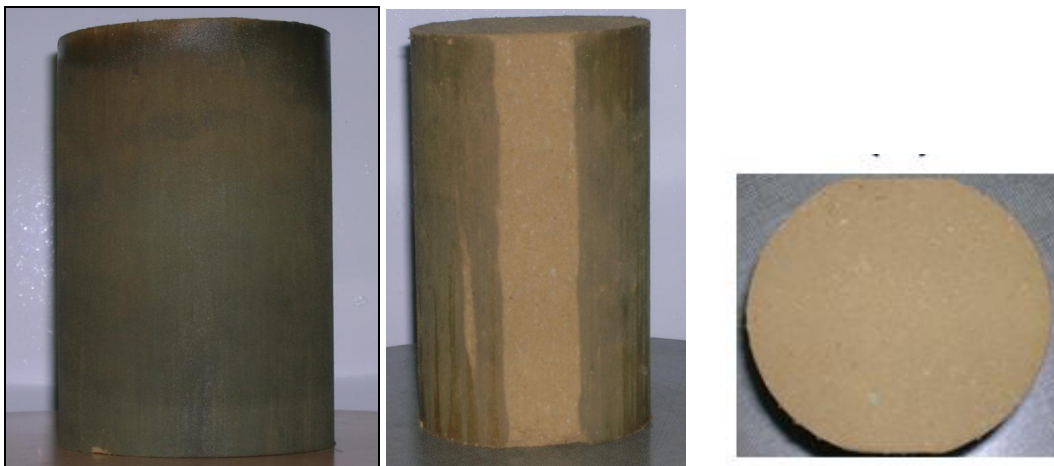


Figure 5.26 : Aplatissement de l'éprouvette de l'essai brésilien

Une série d'essais a été réalisée à la vitesse de 1mm/min pour différentes valeurs de l'angle  $\alpha$ , les résultats sont représentés sur les figures 5.27 et 5.28.

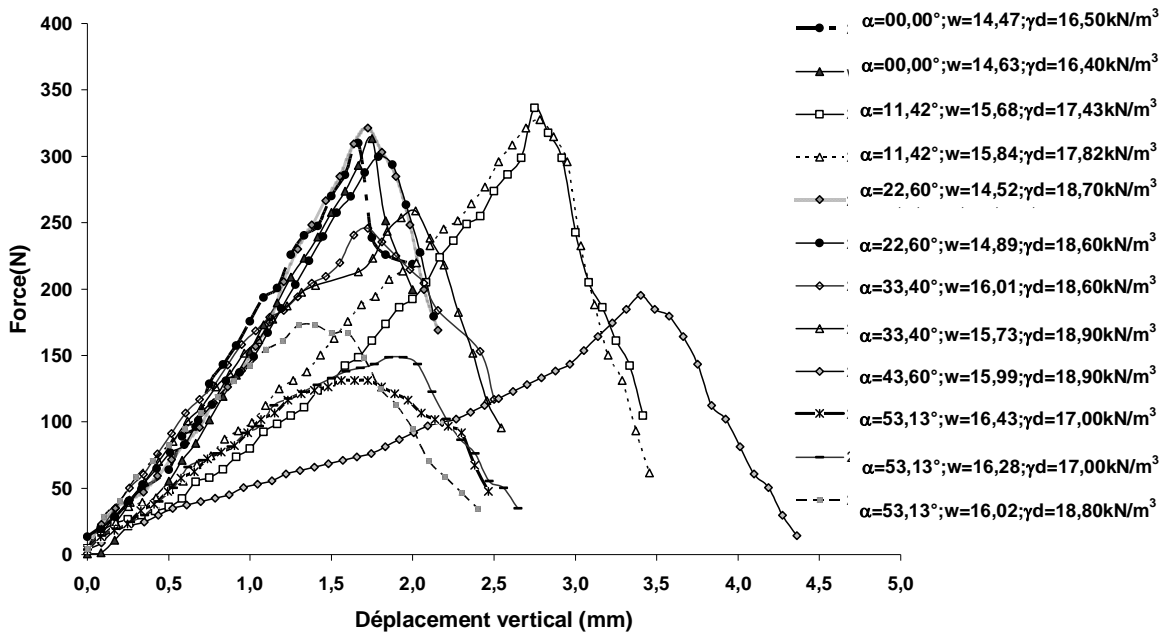


Figure 5.27 : Résultats d'essais brésiliens réalisés à différents aplatissements

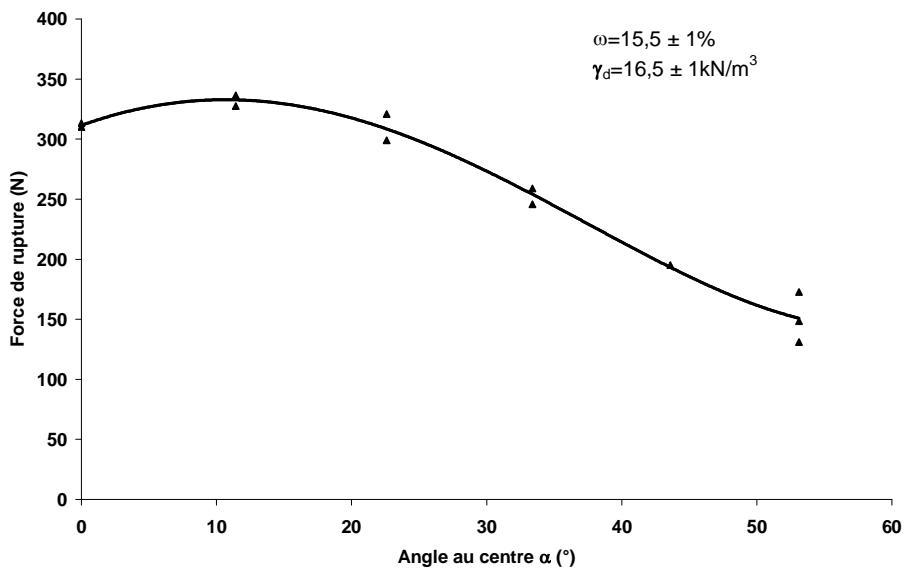


Figure 5.28 : Variation de la force de rupture en fonction de l'angle au centre  $\alpha$

La lecture des courbes des figures 5.27 et 5.28 montre que l'introduction d'un aplatissement au niveau des deux génératrices de chargement influence la force maximale de rupture par fendage et, par conséquent, la contrainte de traction développée au sein de l'échantillon. On remarque qu'un léger aplatissement ( $10^\circ \leq \alpha \leq 15^\circ$ ) conduisant à l'obtention des forces de rupture maximale est nécessaire pour limiter l'effet de la concentration de contraintes (contraintes infinies) au niveau des génératrices de chargement. Pour ces valeurs d'aplatissement, ce constat est validé par le mode d'initiation de la fissuration (Ammeri et al. 2007, Ammeri et al. 2008). En effet,

on a observé l'apparition des premières fissures au centre de l'échantillon sans développement de fissurations de cisaillement au niveau des appuis (figure 5.29).

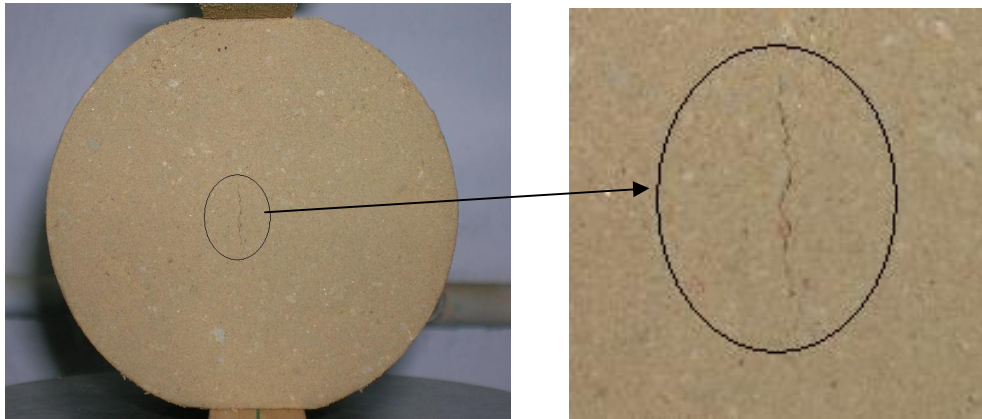


Figure 5.29 : Initiation de la fissuration au centre de l'échantillon aplati

## VII. Critère de résistance

Afin de tracer la courbe enveloppe de rupture par cisaillement du limon objet de l'étude, on a réalisé, en complément, des essais triaxiaux UU à des contraintes de confinement de 50, 100 et 150 kPa. Le déviateur de contrainte en fonction de la déformation axiale est représenté sur la figure 5.30.

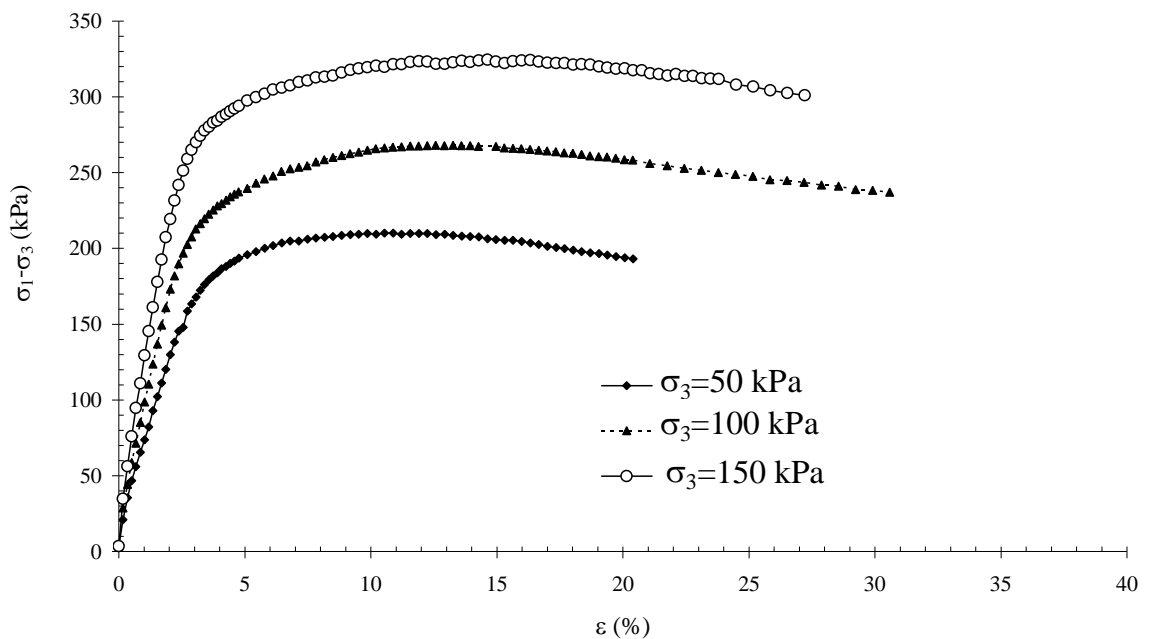


Figure 5.30 : Déviateur de contrainte en fonction de la déformation axiale

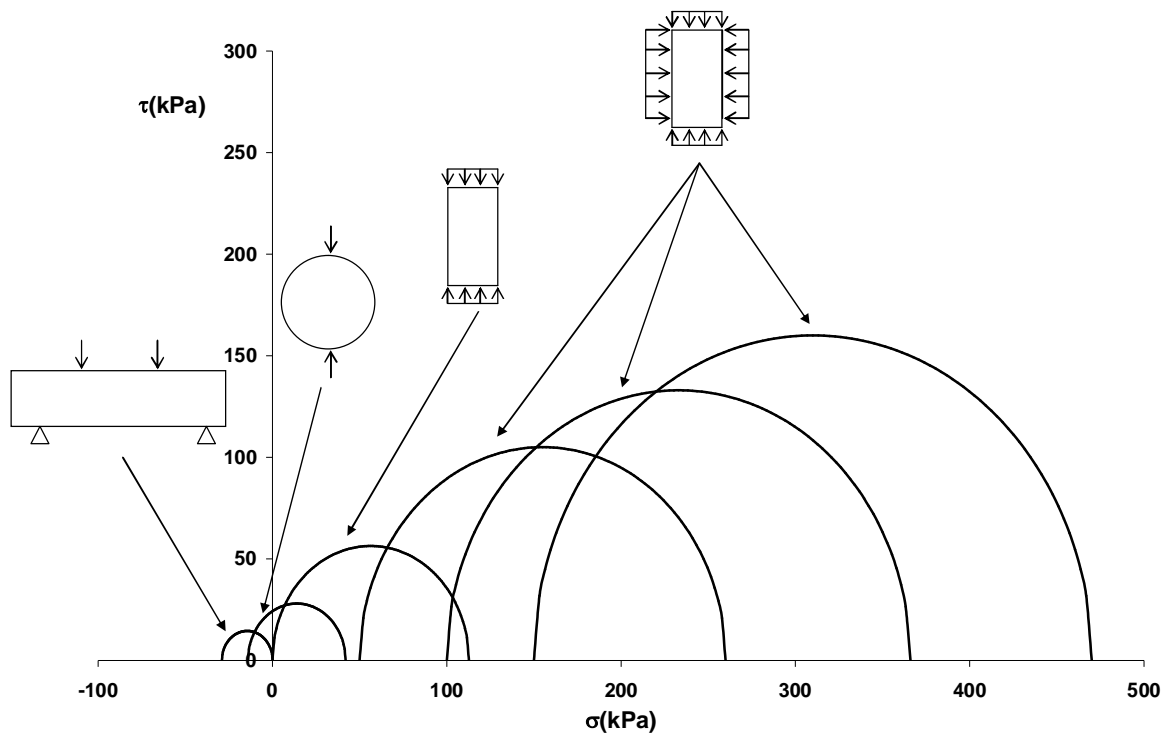


Figure 5.31 : Cercles de Mohr à partir de différents essais

Comme les comportements enregistrés lors des essais étaient pratiquement linéaires à rupture fragile, on a fait une estimation des résistances de traction par fendage et par flexion par les modèles d'élasticité linéaire ce qui a permis d'obtenir les cercles de Mohr des contraintes présentés par la figure 5.31. On remarque à priori une cohérence des différents cercles et le critère de résistance peut être approché par un critère de Coulomb avec résistance à la traction non négligeable.

## Conclusion

L'étude expérimentale décrite dans ce chapitre montre, d'une part, la dépendance du comportement du matériau vis-à-vis de certains paramètres, comme la teneur en eau, la densité et, d'autre part, la nécessité de lier l'interprétation des essais aux conditions de leurs réalisations. En particulier le compactage double effet a montré sa potentialité par rapport au compactage par couches pour la confection d'éprouvettes homogènes. Par ailleurs, les conditions initiales de teneur en eau et de densité sèche sont à prendre en considération lors de l'interprétation de l'essai de fendage notamment pour les fortes valeurs de teneur en eau. La vitesse de réalisation de l'essai de fendage doit être faible pour assurer, d'une part, le caractère quasi statique et, d'autre part, pour éviter les risques de concentration des contraintes et de localisation des déformations qui peuvent empêcher le développement des contraintes de traction dans l'échantillon. De même un léger aplatissement de l'échantillon au niveau des génératrices de chargement des éprouvettes de l'essai de fendage est nécessaire pour assurer la rupture de l'échantillon par traction. Il est enfin utile de rappeler que l'objet de ce chapitre n'était pas une étude expérimentale approfondie mais plutôt une investigation du comportement d'un limon compacté pour permettre une étude paramétrique à la fois de l'influence des conditions initiales et des conditions aux

limites. Ceci est nécessaire dans la démarche du calage numérique. En effet les résultats obtenus serviront de base de données et de base de comparaison bien évidemment pour le calage mais surtout pour la validité et la pertinence de l'approche numérique. Nous reviendrons aussi sur la conclusion à propos de la forme du critère de rupture dans la zone de traction : est-elle linéaire dans le plan de Mohr. Quel est bien évidemment le sens de la définition de la résistance à la traction relative à chaque essai ?



## Chapitre VI : Analyse des essais de traction par la méthode des éléments discrets

### Introduction

Comme nous l'avons indiqué précédemment (chapitre I et II), la résistance à la traction, le module élastique à la traction et son évolution en fonction de l'état de déformation (écrouissage par traction) ne sont définis sans ambiguïté qu'à partir d'un essai de traction directe. En revanche, ces mêmes grandeurs ne sont pas mesurables directement et souvent leur détermination découle d'une série d'hypothèses associées à chaque type d'essai, conduisant ainsi à des ambiguïtés dans la manière de les définir. Par conséquent, toutes ces grandeurs vont être liées au type d'interprétation de l'essai de traction indirecte. Dans cet objectif, on a utilisé le modèle numérique, décrit dans le chapitre IV, pour mener une analyse comportementale des essais de traction indirecte les plus couramment utilisés pour la détermination de la résistance à la traction des sols fins.

On s'intéressera particulièrement à l'essai brésilien, l'essai de flexion quatre points et l'essai de flexion trois points. Une analyse de l'évolution de l'état des contraintes au sein des échantillons au cours de ces essais nous permet, par comparaison entre les résultats obtenus numériquement et les modèles analytiques développés pour l'analyse des essais de traction, de légiférer quant à la pertinence des formulations analytiques proposées. Une révision des hypothèses sur lesquelles sont basées les modèles analytiques constituera aussi un objectif essentiel de la suite de ce rapport.

Notons que la démarche d'analyse menée dans ce chapitre est basée sur «la mesure» directe des grandeurs, en utilisant «les cercles de mesure»<sup>1</sup>. Ainsi, en se basant sur les calculs et les conclusions des chapitres III et IV, toutes les simulations conduites par la suite ont été réalisées dans des conditions optimales de vitesse de déformation et de nombre de particules. En effet, on se place dans des conditions où la solution est insensible aux légères perturbations de vitesse et du nombre de particules. En outre, les mesures sont elles aussi optimisées par le choix du rayon optimal du cercle de mesures qui assure un nombre important de particules sans pour autant que le cercle soit étendu sur une grande surface. Les paramètres microscopiques utilisés par défaut pour l'ensemble des simulations numériques sont : ( $C_n=440$  kN/m,  $C_s/C_n=1$ ,  $K_n=740$  kN/m,  $k_s/k_n=0.5$  et  $\mu=0.25$ )<sup>2</sup>.

Après avoir vérifié la pertinence des simulations numériques pour caractériser le comportement en traction des sols fins, celles-ci seront confrontées aux résultats expérimentaux obtenus sur le limon de Nabeul et pour les essais de traction indirecte. Une procédure de calage macroscopique des paramètres du modèle a été proposée et l'analyse des phénomènes mis en jeu durant les divers essais de traction a été faite. Les paramètres du modèle ont été obtenus exclusivement sur la base des essais triaxiaux puis appliqués directement aux autres essais sans aucune modification. L'ensemble des

---

<sup>1</sup> La quantification des grandeurs par la technique des cercles de mesure est expliquée dans le chapitre III

<sup>2</sup> Paramètres correspondant au limon de Nabeul. La méthode de détermination est illustrée dans la deuxième partie de ce chapitre.

résultats obtenus permet, pour le jeu de paramètres retenu, de définir une enveloppe de rupture complète du matériau, avec en particulier les parties correspondant à la traction directe et indirecte. Nous comparerons ainsi les «contraintes maximales de traction» obtenues par chacun des essais simulés et nous tenterons d'expliquer les différences obtenues pour aboutir d'une part à des recommandations quant à l'interprétation de chacun de ces essais, et d'autre part à la définition de la résistance à la traction.

## I. Analyse des essais de traction par simulations numériques

### I.1 Détermination de la résistance à la traction par fendage (essai brésilien)

#### I.1.1 Formulation analytique de l'essai brésilien

L'essai brésilien a été largement utilisé par plusieurs auteurs pour déterminer la résistance à la traction des matériaux fragiles. En supposant la validité du critère de rupture de Griffith, des études utilisant l'essai brésilien ont été aussi conduites sur des sols fins peu plastiques. Par conséquent, nous avons accordé une attention particulière à cet essai puisqu'il est le plus facile à réaliser et le plus utilisé.

La validité des formules utilisées dans l'interprétation de l'essai brésilien repose sur deux hypothèses caractéristiques du matériau qui sont l'élasticité et la fragilité du comportement. Notons que l'hypothèse d'élasticité est nécessaire pour l'utilisation de la solution en contraintes, développée en élasticité par Hertz, tandis que l'hypothèse de la fragilité permet l'extension de la même solution d'élasticité jusqu'au point de rupture. En outre l'hypothèse de fragilité du comportement est nécessaire pour que le matériau obéisse au critère de rupture de Griffith.

La solution de Hertz ainsi que le critère de rupture de Griffith sont à la base de l'interprétation théorique de l'essai brésilien en tant qu'essai de traction indirecte, conduisant ainsi à la détermination de la dite «résistance à la traction».

La solution de Hertz conduit au champ de contraintes suivant:

$$s_x = \frac{-2F}{ph} \left[ \frac{x^2(R-y)}{b_1^4} + \frac{x^2(R+y)}{b_2^4} - \frac{1}{2R} \right] \quad (6.1)$$

$$s_y = \frac{-2F}{ph} \left[ \frac{(R-y)^3}{b_1^4} + \frac{(R+y)^3}{b_2^4} - \frac{1}{2R} \right] \quad (6.2)$$

$$s_{xy} = \frac{2F}{ph} \left[ \frac{x(R-y)^2}{b_1^4} + \frac{x(R+y)^2}{b_2^4} \right] \quad (6.3)$$

Avec

$$b_1^2 = (R-y)^2 + x^2 \quad (6.4)$$

$$b_2^2 = (R+y)^2 + x^2 \quad (6.5)$$



Le critère la rupture de Griffith est défini par :

$$s_1 = s_T \quad \text{si } 3s_1 + s_3 \geq 0 \quad (6.6)$$

$$(s_1 - s_3)^2 + 8s_T(s_1 + s_3) = 0 \quad \text{si } 3s_1 + s_3 < 0 \quad (6.7)$$

Avec  $\sigma_1$  la contrainte principale majeure (traction),  $\sigma_3$  la contrainte principale mineure, et  $\sigma_T$  la résistance à la traction uni axiale du matériau.

Ainsi au centre de l'éprouvette de l'essai brésilien ( $x=y=0$ ) on obtient :

$$\text{La contrainte de traction} \quad s_x = \frac{F}{phR} \quad (6.8)$$

$$\text{La contrainte de compression} \quad s_y = \frac{-3F}{phR} \quad (6.9)$$

(La convention de signe retenue implique que les contraintes de compression sont négatives)

En admettant la solution de Hertz, le seul point où l'état de contraintes de cisaillement est nul et tel que  $3s_1 + s_3 \geq 0$  est le centre de l'éprouvette. Par conséquent, l'état de contraintes en ce point est exclusivement de la compression et de la traction. Ainsi, si la rupture s'initie au centre de l'éprouvette (premières fissurations), la valeur de  $s_x$  correspondrait à la résistance à la traction uni - axiale. L'initiation des fissurations au centre de l'éprouvette, attribuée intégralement à la rupture par traction, représente alors une troisième condition fondamentale pour pouvoir interpréter l'essai brésilien comme étant un essai de traction indirecte.

La démarche de l'analyse de cet essai repose alors sur la vérification numérique de la solution de Hertz et sur l'étude de la propagation des fissurations dans l'échantillon pendant le déroulement de l'essai.

### 1.1.2 Evolution des contraintes dans l'éprouvette lors de l'essai brésilien

Les modélisations numériques de l'essai brésilien ont été réalisées sur des échantillons de forme cylindrique, qui ont été préparés par la procédure ERDF par le biais de segments de murs juxtaposés. Une fois compacté, l'échantillon subit de la compression diamétrale par l'intermédiaire de deux murs horizontaux diamétralement opposés (figure 6.1).

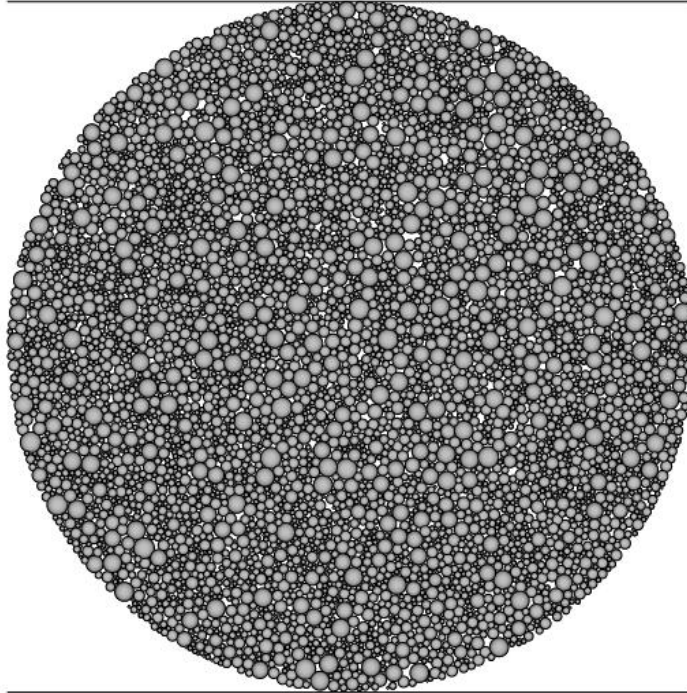


Figure 6.1 : Modélisation de l'essai brésilien

Les contraintes au sein de l'échantillon sont calculées dans des cercles de mesures réparties régulièrement sur les axes horizontaux et verticaux comme indiqué sur la figure 6.2 . La moyenne des nombres de particules par cercle de mesures est 80. Les contraintes  $s_{xx}$  et  $s_{yy}$  ont été mesurées durant l'essai aux centres des cercles. Les figures 6.3 et 6.4 montrent l'évolution, durant l'essai, des contraintes de traction et  $s_{xx}$  de compression  $s_{yy}$  selon le diamètre horizontal ( $y=0$ ).

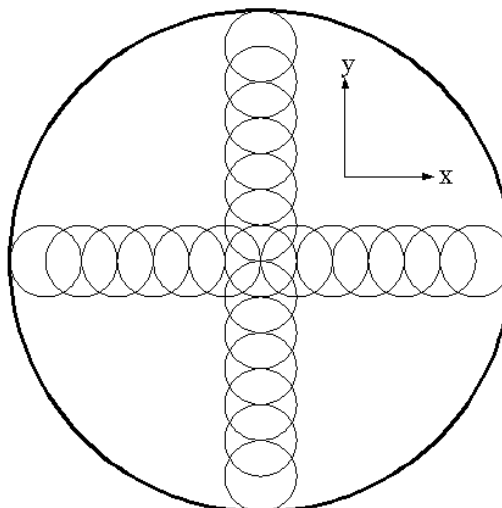


Figure 6.2 : Positions des cercles de mesure dans l'échantillon numérique de l'essai brésilien

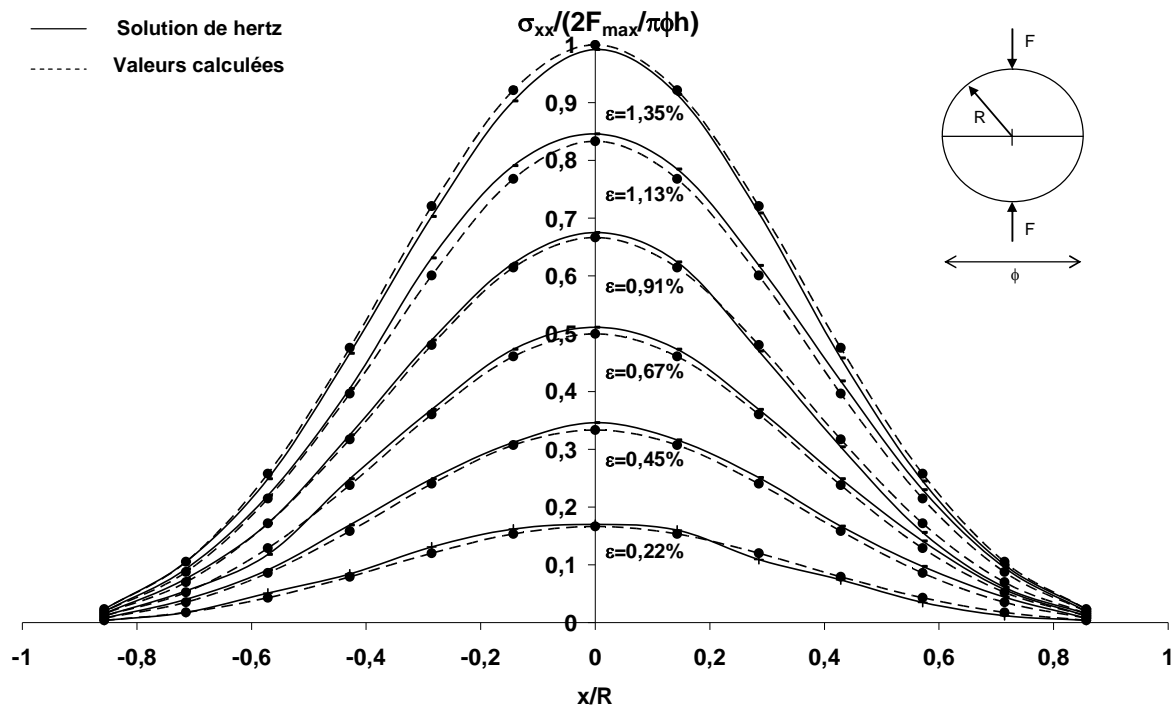


Figure 6.3 : Comparaison des évolutions de la contrainte normalisée  $S_{xx}$  durant l'essai brésilien (diamètre horizontal)

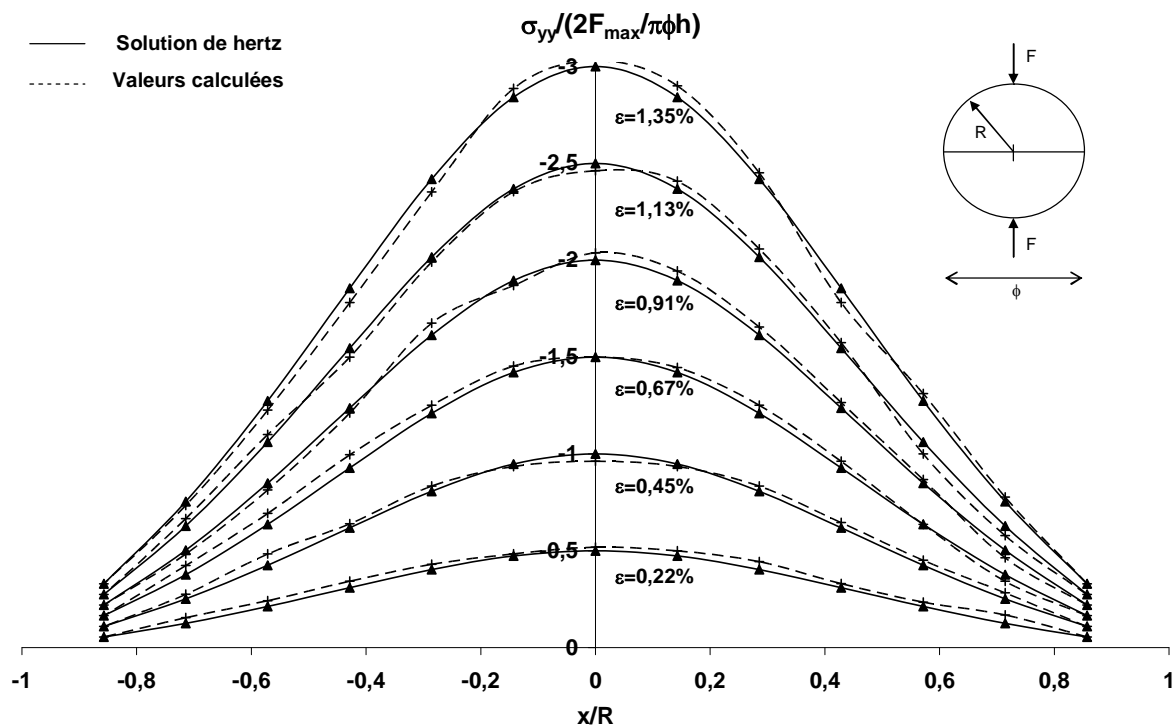


Figure 6.4 : Comparaison des évolutions de la contrainte normalisée  $S_{yy}$  durant l'essai brésilien (diamètre horizontal)

La figure 6.5 montre l'évolution de la contrainte de compression  $S_{yy}$  le long du diamètre vertical durant l'essai dans la phase de comportement élastique.

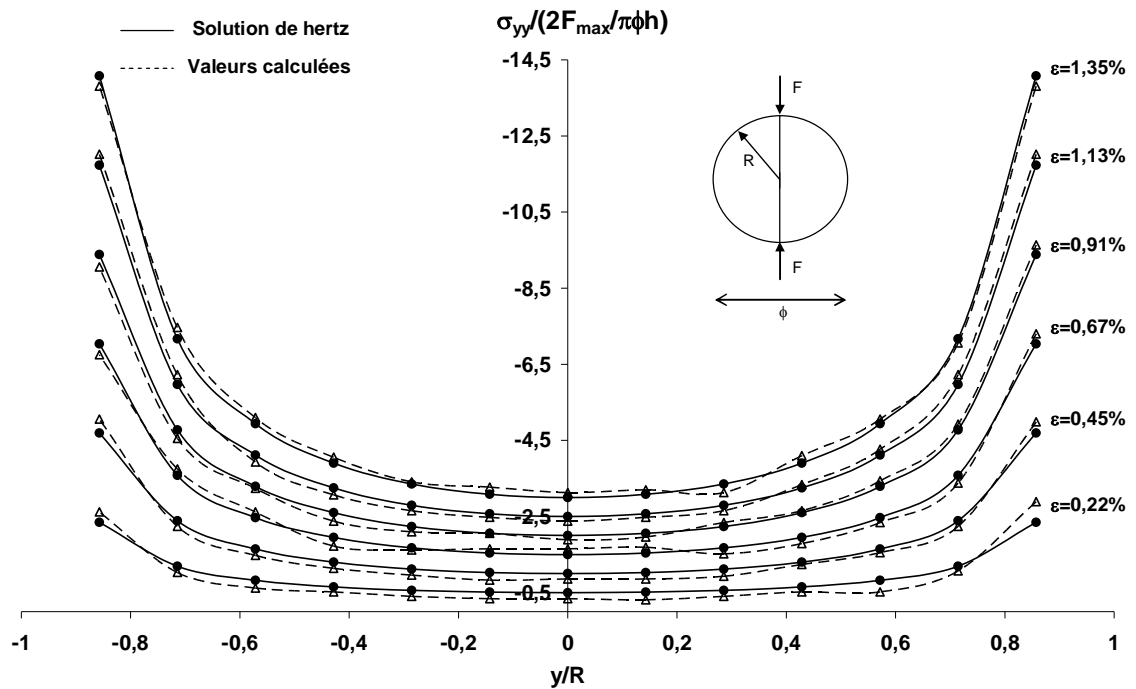


Figure 6.5 : Comparaison des évolutions de la contrainte normalisée  $S_{yy}$  durant l'essai brésilien (diamètre vertical)

Les diagrammes des contraintes présentés sur les figures 6.3, 6.4 et 6.5 mettent en évidence le caractère élastique du comportement du limon de Nabeul et donc la convenance de la solution en contraintes de Hertz. En effet, une erreur inférieure à 3% a été enregistrée entre la valeur de la contrainte mesurée au sein de l'échantillon et celle calculée par les équations de Hertz.

La figure 6.6 présente l'évolution des contraintes de compression et de traction au centre de l'éprouvette durant l'essai. Une superposition parfaite entre les valeurs calculées et les valeurs analytiques de la solution de Hertz a été enregistrée jusqu'à la rupture où une divergence se produit. Il en découle donc que le matériau reste élastique linéaire et par conséquent à la validité de la solution de Hertz jusqu'à l'initiation de la rupture ( $\epsilon < 1.3\%$ ).

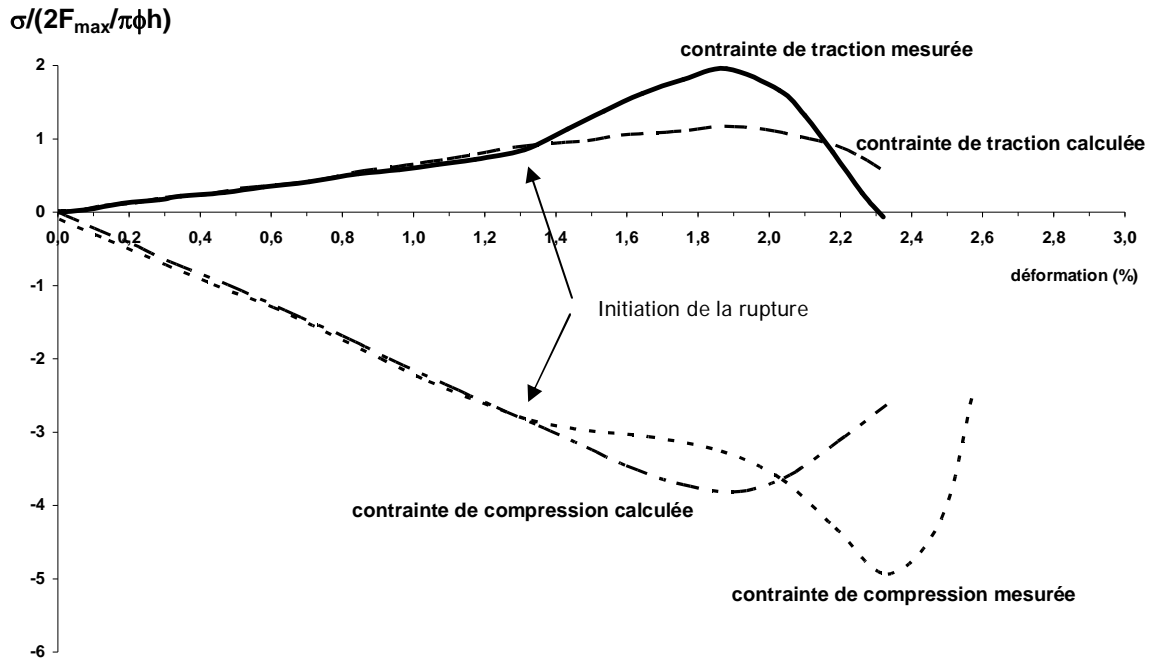


Figure 6.6 : Comparaison des évolutions des contraintes de compression – traction au centre de l'éprouvette

### 1.1.3 Propagation des fissures et rupture de l'éprouvette de l'essai brésilien

La localisation ainsi que la nature des premières fissures sont à la base du critère de jugement de la validité de l'essai brésilien pour la détermination de la résistance à la traction uni – axial. En effet, la rupture doit s'initier au centre de l'échantillon et ne doit résulter que des efforts de traction. La figure 6.7 montre la propagation des microfissures durant l'essai brésilien. Les microfissures développées sont classées en deux catégories : des fissures normales développées suite à des efforts de traction et des fissures tangentielles développées suite aux efforts de cisaillement.

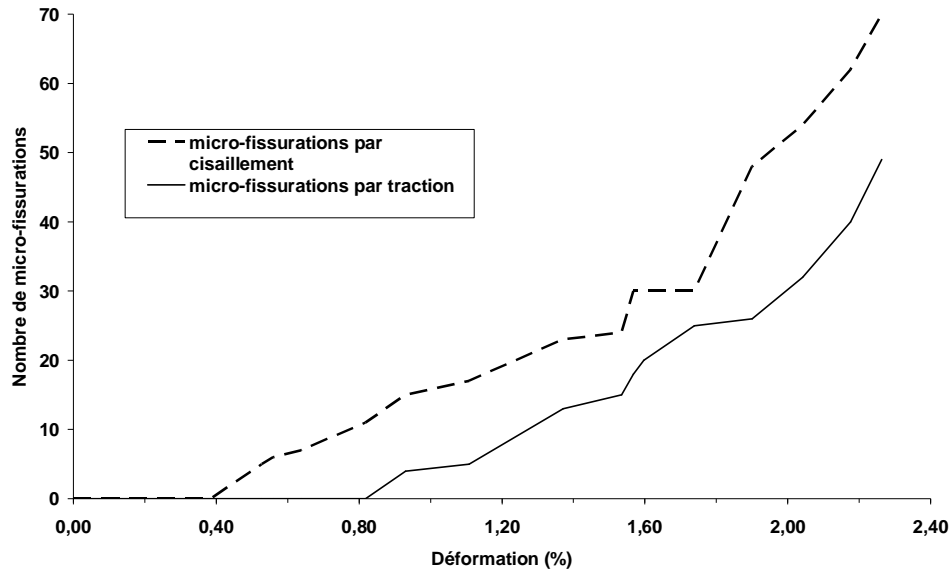


Figure 6.7 : évolution des fissures au cours de l'essai brésilien

La figure 6.7 montre l'apparition à un stade avancé des fissures par cisaillement ( $\epsilon=0.4$  %). Ces fissures naissent au niveau des plateaux de chargement supérieur et inférieur (figure 6.8). Par la suite des fissures de traction surviennent dans la zone centrale de l'échantillon, mais pas nécessairement au centre.

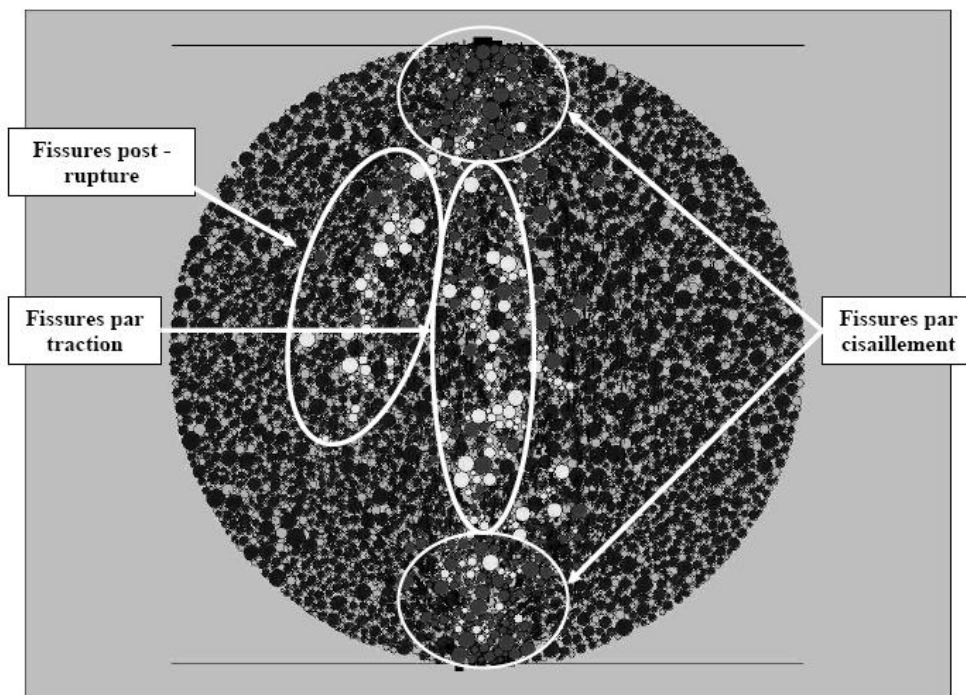


Figure 6.8 : types de fissures au cours de l'essai brésilien

Afin d'étudier le mode de propagation des fissures dans l'échantillon au cours de l'essai brésilien on a réalisé plusieurs essais sur des échantillons de diamètres différents. On a mesuré ensuite la contrainte de traction maximale au centre de

l'éprouvette pour chaque diamètre (tableau 1)<sup>3</sup>. En effet, la propagation des fissures dans l'échantillon peut être, soit surfacique (figure 6.9), soit volumique<sup>4</sup> (figure 6.10) ou correspond à un cas intermédiaire entre le surfacique et le volumique (essentiellement surfacique avec des microfissurations qui se propagent dans le volume entourant la surface de rupture).

D (m)	$\sigma_r$ (kPa)
0,09	17,05
0,12	15,6
0,15	13,2
0,18	11,7
0,24	10,9
0,3	10,5

Tableau 6.1 : Contraintes de traction maximales mesurées au centre de l'éprouvette en fonction du diamètre

En adoptant l'hypothèse que pour les matériaux quasi – fragiles, l'énergie élastique spécifique de rupture est proportionnelle au carré de la résistance à la traction par fendage (Kaklis et Vardoulakis, 2004) on peut écrire :

$$E_r = I s_f^2 \quad (6.10)$$

Carpinteri et Ferro (1994) supposent que l'énergie élastique spécifique de rupture est proportionnelle au diamètre de l'éprouvette élevé d'une certaine puissance.

$$E_r = bD^{n-3} \quad (6.11)$$

On note que pour n=2 on obtient le cas limite qui correspond à l'hypothèse de la théorie de rupture de Griffith qui suppose que la totalité de l'énergie élastique de déformation est convertie ou transformée en énergie de rupture de surface (figure 6.9). Pour n=3, on obtient le cas extrême qui suppose que l'énergie élastique de déformation est convertie en une chaîne de microfissures continue répartie sur tout le volume de l'éprouvette.

Afin d'examiner la validité de ces deux hypothèses, on écrit l'égalité entre les deux expressions précédentes de l'énergie élastique de déformation, on obtient :

$$E_r = I s_f^2 = bD^{n-3} \quad \Rightarrow \quad 2 \log(s_f) = \log(b/I) + (n - 3) \log(D) \quad (6.12)$$

3 Comme la granulométrie choisie pour toutes les éprouvettes est la même, le nombre de particules augmente avec le diamètre de l'éprouvette. Ainsi, pour éviter l'influence du nombre de particules sur la réponse du matériau, un nombre minimum de 3000 particules est assuré dans la petite éprouvette.

4 Les fissures surfaciques dans le cas du modèle (2D) se réduisent à des fissures développées le long du diamètre vertical. Alors que les fissures volumiques se réduisent à des fissures qui se propagent sur la surface de l'éprouvette.

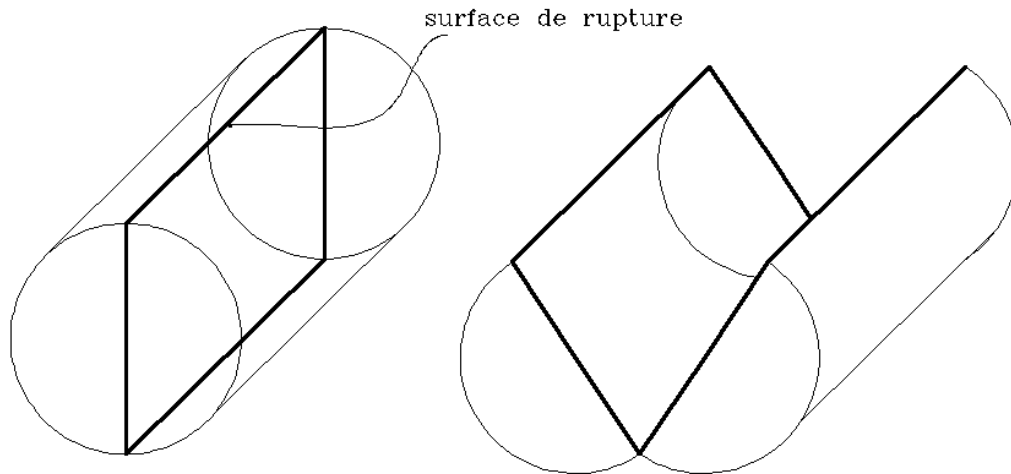


Figure 6.9 : Mode de propagation surfacique des fissures

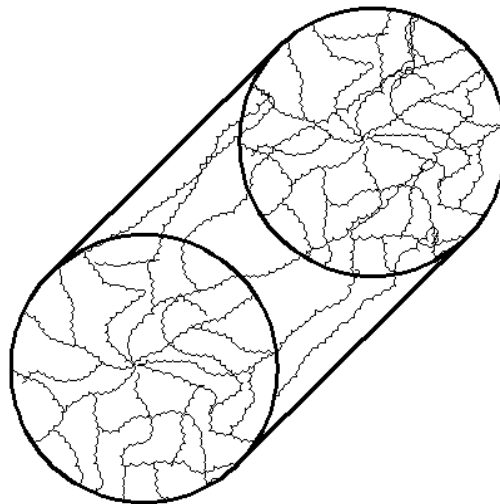


Figure 6.10 : Mode de propagation volumique des fissures

En d'autres termes si les résultats expérimentaux du tableau 1 sont reproduits dans un graphique à échelle logarithmique, et sont rapprochés par une ligne droite d'équation :

$$\log(s_f) = A + q \log(D) \quad (6.13)$$

L'exposant  $n$  s'écrit :

$$n = 2q + 3 \quad (6.14)$$

Selon la figure 6.11, les résultats numériques des essais brésiliens sur le limon de Nabeul conduisent à la valeur  $n=2,132$ .



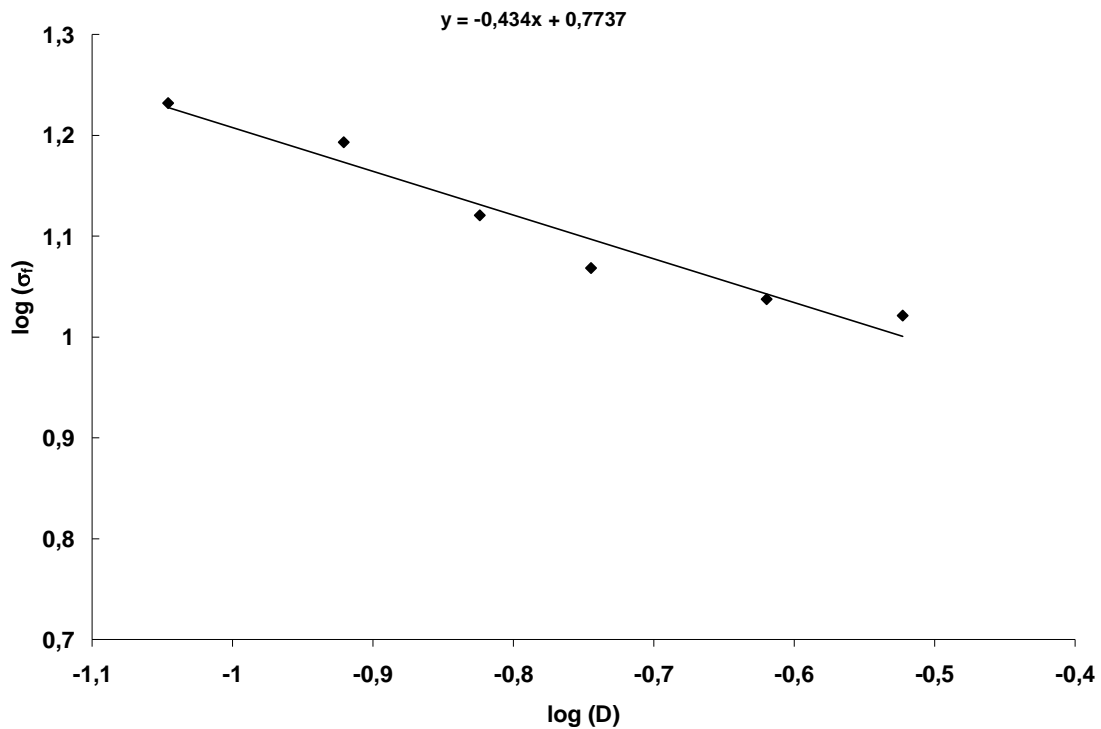


Figure 6.11 : Résistances à la traction par fendage en fonction du diamètre de l'éprouvette

Ainsi avec  $n=2,132$ , la correspondance des résultats numériques est plutôt en accord avec la théorie de Carpinteri, qui suppose que toute l'énergie de déformation élastique stockée est distribuée sur une dimension intermédiaire entre une surface et un volume. Ce résultat est confirmé par le mode de propagation des fissures observé dans la figure 6.8.

Comme la fissure initiale observée n'est pas localisée parfaitement au centre de l'éprouvette, on peut dire que, d'après le critère de rupture de Griffith, la contrainte de traction maximale mesurée au centre de l'éprouvette ne correspond pas non plus à la résistance à la traction uni - axiale. Par ailleurs, en analysant l'état de contraintes au niveau des cercles de mesure dans la zone juxtaposée aux plateaux de chargement, on conclut que ces fissures sont exclusivement produites par cisaillement. Par conséquent, on pourrait a priori éviter la concentration des contraintes en élargissant la zone d'application de l'effort de fendage. Ce qui revient à appliquer le chargement à travers une surface plus élargie (à travers deux plats diamétralement opposés et dont l'effort est uniformément réparti). La largeur de l'aplatissement apporté à l'éprouvette est définie par l'angle au centre  $2\alpha$  (figure 6.12). Ainsi, dans un but de définir l'aplatissement optimal qui conduit à une fissuration initiale au centre, plusieurs essais numériques avec des aplatissements différents ont été testés. La localisation des fissures a été ainsi enregistrée.

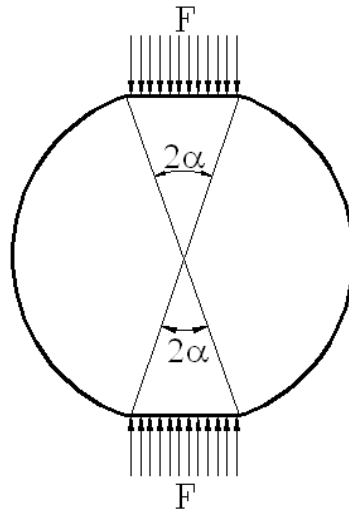


Figure 6.12 : Géométrie modifiée de l'éprouvette de l'essai brésilien

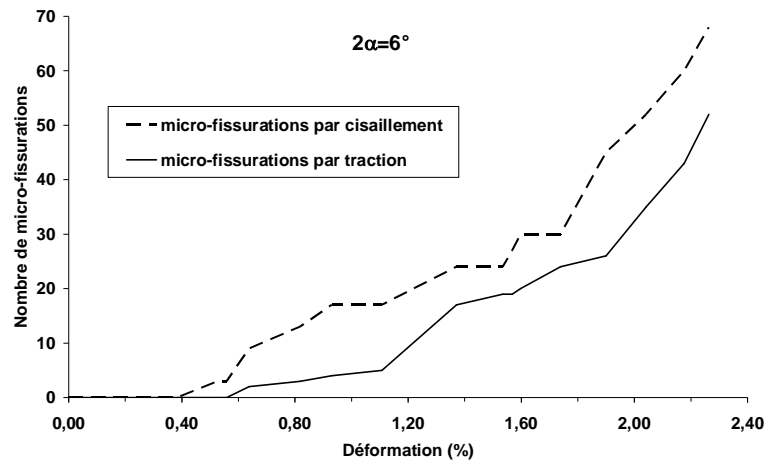


Figure 6.13 (a) : Evolution des fissurations pour  $2\alpha=6^\circ$

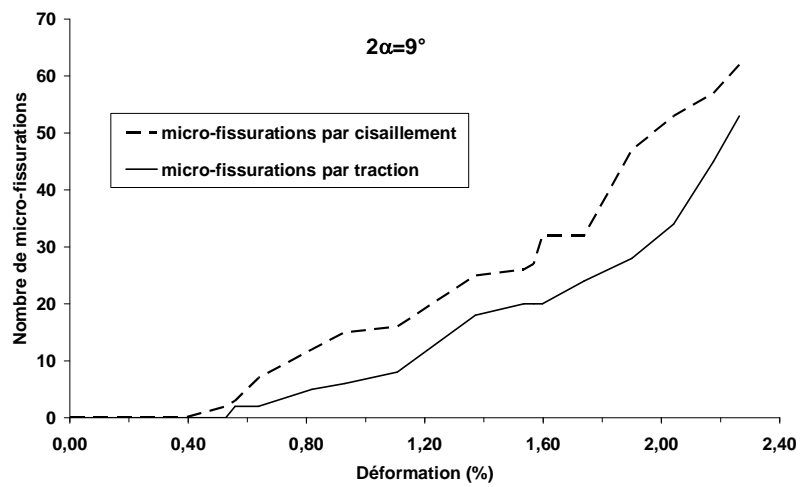


Figure 6.13 (b) : Evolution des fissurations pour  $2\alpha=9^\circ$

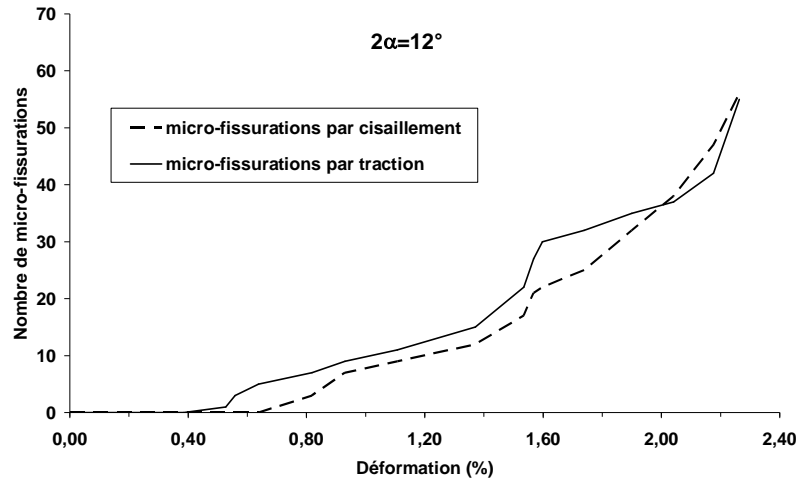


Figure 6.13 (c) : Evolution des fissurations pour  $2\alpha=12^\circ$

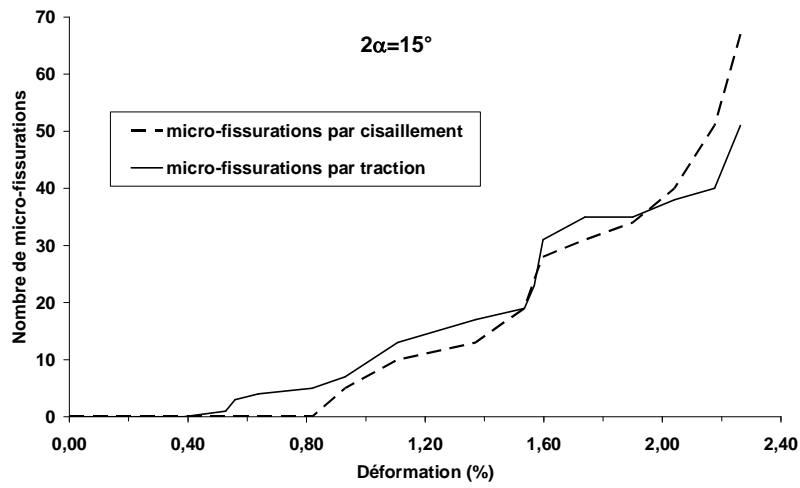


Figure 6.13 (d) : Evolution des fissurations pour  $2\alpha=15^\circ$

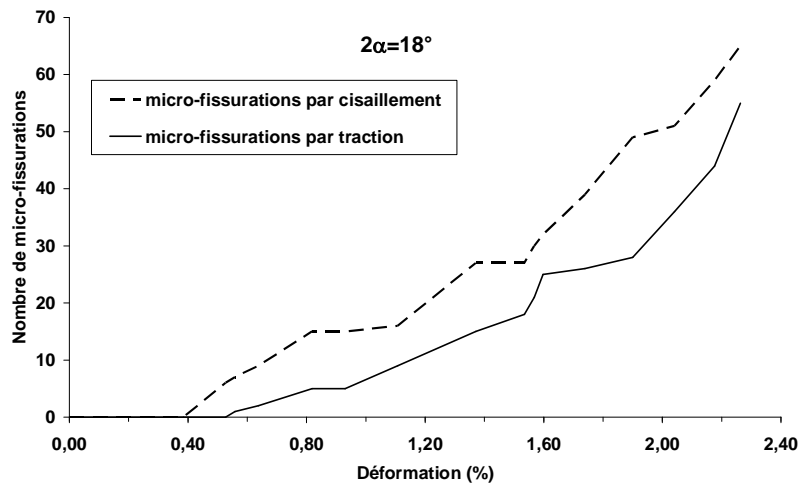


Figure 6.13 (e) : Evolution des fissurations pour  $2\alpha=18^\circ$

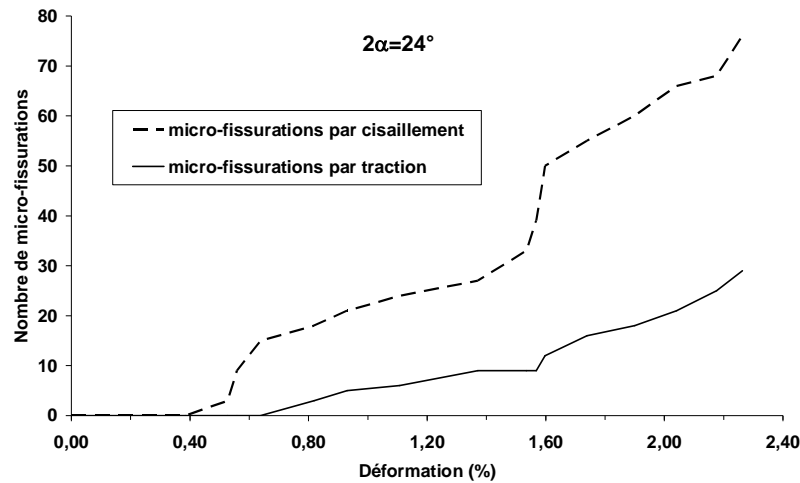


Figure 6.13 (f) : Evolution des fissurations pour  $2\alpha=24^\circ$

La figure 6.13 montre l'évolution des fissurations pour des angles au centre variant entre  $6^\circ$  et  $24^\circ$ . Pour des angles au centre inférieurs à  $12^\circ$  les premières fissurations sont provoquées par cisaillement au niveau des plateaux de chargement. Par ailleurs, pour des angles au centre supérieurs à  $15^\circ$ , un mode de rupture par bande de cisaillement, comparable à celui de l'essai de compression simple, a été observé. Par contre, pour les angles au centre compris entre  $12^\circ$  et  $15^\circ$  une première fissuration de traction a été observée au centre de l'éprouvette, ce constat a été aussi observé expérimentalement (chapitre V). Ainsi, un aplatissement au niveau des deux génératrices de chargement avec un angle au centre entre  $12^\circ$  et  $15^\circ$  peut assurer une rupture par traction de l'éprouvette. En revanche, la valeur de la contrainte de traction au centre n'est pas nécessairement la résistance à la traction uniaxiale. En effet, la condition  $3s_1 + s_3 \geq 0$  n'est pas systématiquement garantie puisque la solution de Hertz n'est plus valable pour la nouvelle géométrie de l'éprouvette aplatie. Rappelons ici, qu'à notre connaissance, il n'y a pas de solution en contraintes, proposée dans la littérature pour l'essai brésilien avec des éprouvettes aplaties<sup>5</sup>. En conséquence, on a procédé à la vérification numérique de la précédente condition, qui est indispensable pour que la valeur maximale de la contrainte de traction déduite de l'essai brésilien puisse être considérée comme la résistance à la traction uni-axiale.

On montre sur la figure 6.14 l'évolution de la valeur de  $3s_1 + s_3$  au centre d'une éprouvette aplatie à un angle de  $12^\circ$ . Une valeur négative de  $3s_1 + s_3$  a été obtenue pour le seuil de déformation de 1,9%, correspondant à l'initiation des fissures au centre de l'éprouvette. Par conséquent, la valeur maximale de  $s_1$  ne correspondrait pas à la résistance de traction. Cependant, elle demeure inférieure à cette dernière.

<sup>5</sup> Il y a des propositions de coefficient correcteur de la valeur de la contrainte de traction au centre en

$$k = \frac{2 \cos^3 a + \cos a + \frac{\sin a \delta^2}{a}}{8 \cos a + \frac{\sin a \delta}{a}} \frac{a}{\sin a} \quad (\text{Wang et al. (2004)}).$$

(2004)).

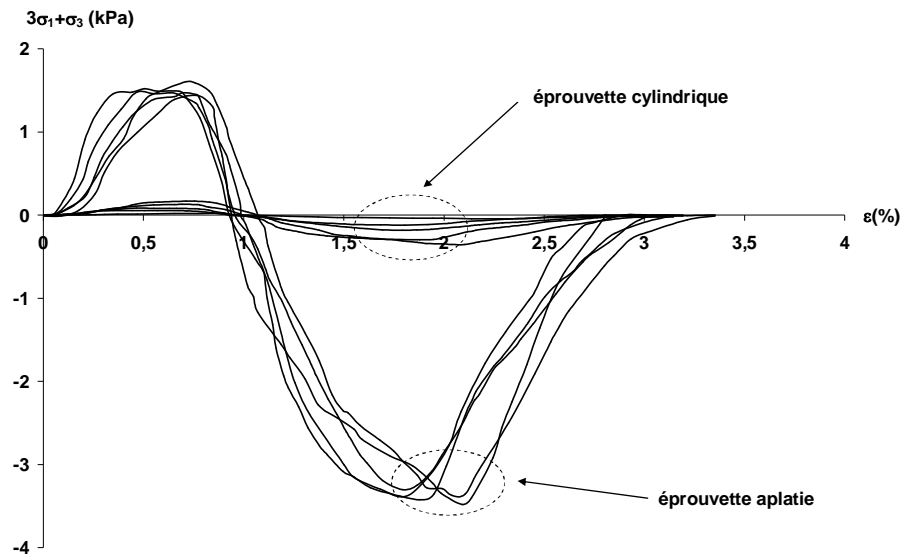


Figure 6.14 : Evolution de  $3\sigma_1 + \sigma_3$  au centre de l'éprouvette

En conclusion, l'essai brésilien réalisé sur ce type de sol limoneux, ne peut fournir la valeur de la résistance à la traction uni – axiale, même si la condition de l'initiation des fissures au centre est vérifiée. Rappelons qu'une telle condition n'est assurée que par aplatissement de l'éprouvette. En revanche, sans aplatissement, l'initiation des fissures n'est pas obtenue par traction pure.

## 1.2 Détermination de la résistance à la traction par un essai de flexion

Les essais de flexion pratiqués sur les sols fins sont des essais de flexion trois points ou quatre points. Le problème qui se pose pour l'interprétation de ces deux essais est essentiellement lié à la limitation de l'élancement des éprouvettes qui pour des raisons de faisabilité (difficultés de confectionner les l'éprouvettes à des teneurs en eau données et donc difficultés de réalisation des essais de flexion). Par conséquent l'analyse de ces essais par la théorie de la résistance des matériaux en assimilant les éprouvettes à des poutres est mise en question.

Pour les raisons évoquées précédemment et en se basant sur les résultats des simulations numériques par la méthode des éléments distincts, on souhaite étudier la validité des modèles d'analyse numérique associés aux essais de flexion réalisés sur des géométries standards.

### 1.2.1 Analyse de l'essai de flexion trois points

Pour des matériaux comme le mortier ou le béton, l'essai de flexion trois points (figure 6.15) est généralement considéré comme un essai de traction indirecte qui détermine la résistance à la traction uni – axiale. Il est analysé en élasticité linéaire par la théorie des poutres et la valeur de la résistance à la traction est donnée par :

$$s_t = \frac{3FL}{2e^2l} \quad (6.15)$$

Avec :

L : la longueur de la poutre

I : la largeur de la poutre

e : la hauteur de la poutre

F : l'effort appliqué

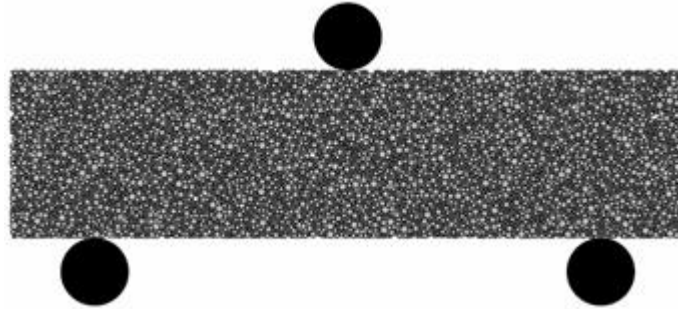


Figure 6.15 : Géométrie de l'essai de flexion trois points

En revanche pour des matériaux comme les sols fins, il est rarement utilisé et souvent considéré comme à la fois difficile à réaliser et à interpréter.

Malgré cela, différents travaux ont tenté de trouver des interprétations des résultats de cet essai. Pour la plupart, ils sont peu concluants, particulièrement pour des matériaux ductiles et des sols fins plastiques.

Pour des sols fins complètement secs (les échantillons sont reconstitués après broyage, homogénéisation et séchage), un modèle de bielles-tirant a été proposé et semble donner plus satisfaction (Morel et al., 2003).

Dans cette étude de flexion des éprouvettes du sol limoneux, en se basant sur le mode de propagation des fissures (figure 6.16), le modèle de bielles – tirant est utilisé pour l'analyse et l'interprétation. Le modèle<sup>6</sup> conduit à l'expression suivante de la dite «résistance à la traction»:

$$s_t = \frac{PL}{4elh_t} \quad (6.16)$$

Avec  $h_t$  l'épaisseur du tirant qui est déterminée numériquement

---

<sup>6</sup> Ce modèle est expliqué dans le chapitre I, paragraphe II-4

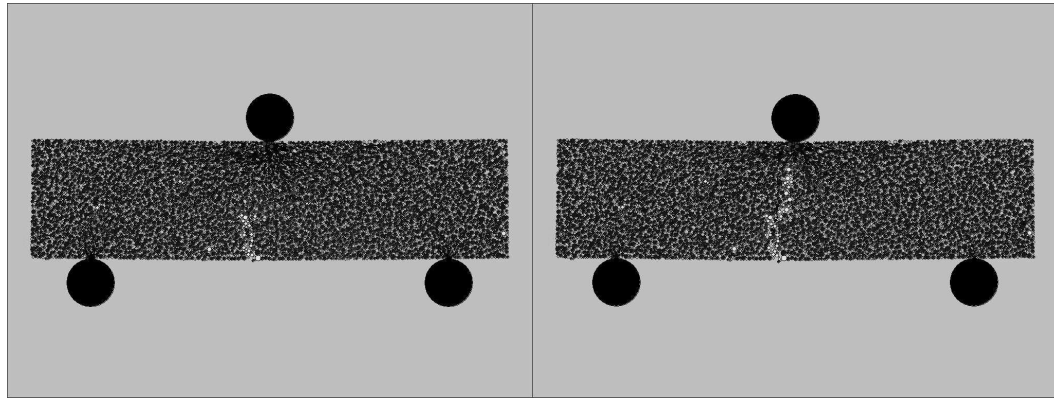


Figure 6.16 : Mode de propagation des fissures par traction

Comme l'élancement des éprouvettes sur lesquelles on réalise généralement l'essai de flexion trois points est de l'ordre de quatre, l'hypothèse qui consiste à associer l'éprouvette à une poutre n'est pas vérifiée. En outre, le développement des bielles ne peut avoir lieu que si les appuis et le rouleau de chargement sont proches, autrement dit pour des élancements faibles.

Pour définir les domaines de validité de ces deux formules, on a procédé à la détermination numérique des contraintes de traction maximales, durant l'essai, et dans la fibre inférieure de l'éprouvette. Ces valeurs ont été comparées aux valeurs analytiques des contraintes calculées par les deux modèles précédents pour des élancements différents variant entre 2 et 14. La figure 6.17 présente les résultats obtenus. On constate que pour des élancements faibles inférieurs à 4 le modèle de bielle-tirant donne une prédiction de la valeur de la contrainte maximale de traction proche de celle obtenue par éléments distincts. En revanche, le modèle d'élasticité la surestime pour ces valeurs d'élancements. Seule, une bonne prédiction par le modèle d'élasticité a été obtenue pour des élancements supérieurs à 8.

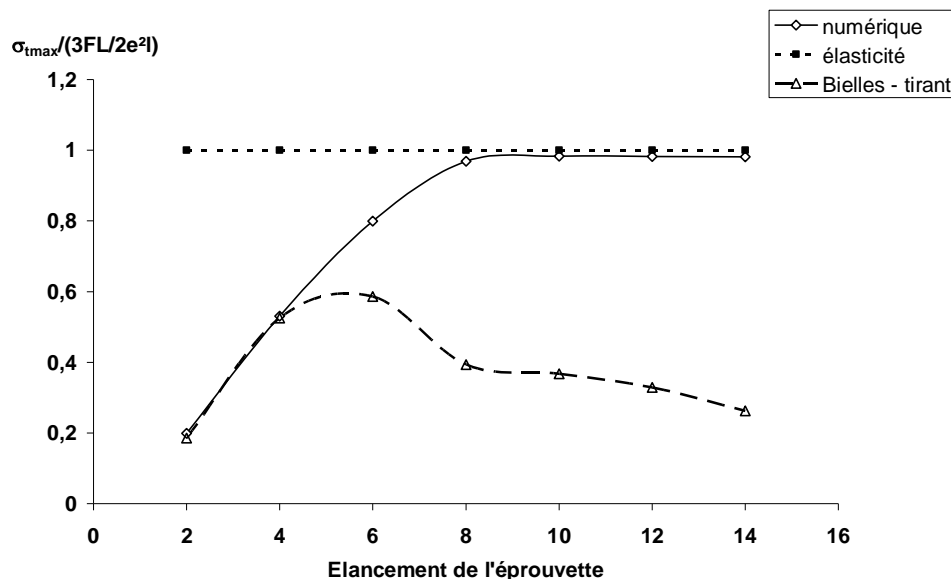


Figure 6.17 : Comparaison entre les modèles d'analyse de l'essai de flexion trois points et les résultats des simulations numériques

## 1.2.2 Analyse de l'essai de flexion quatre points

L'essai de flexion quatre points se distingue de l'essai de flexion trois points par le fait que le moment de flexion est constant dans la partie centrale de l'éprouvette pour la géométrie et le chargement considérés précédemment.

Nous discutons dans ce paragraphe les deux objectifs essentiels de ce chapitre : à savoir la détermination de la contrainte de traction maximale, comparée à celle obtenue soit par l'essai de flexion trois points soit par l'essai de fendage et le caractère dit bimodulaire des sols fins.

Trois modèles sont proposés dans la littérature pour l'analyse de l'essai de flexion quatre points. Le modèle d'élasticité linéaire qui suppose que le matériau a le même module de rigidité en compression et en traction, le modèle bimodulaire qui suppose deux rigidités différentes en compression et en traction, et le modèle différentiel qui ne repose pas sur la donnée d'une loi de comportement particulière pour interpréter l'essai de flexion.

Pour vérifier les domaines de validité des différents modèles existants, des simulations numériques de l'essai de flexion quatre points ont été réalisées. Pour déterminer l'allure du diagramme des contraintes normales, des cercles de mesures ont été placés dans l'échantillon selon la figure 6.18. Les évolutions du diagramme des contraintes normales au cours de l'essai dans la section médiane de la poutre sont présentées sur la figure 6.19. On constate que les diagrammes sont initialement linéaires sur la totalité de la section (pour des seuils de déformation inférieurs à 0,35%). Par la suite et pour des seuils de déformations supérieurs, cette linéarité est conservée uniquement dans la partie supérieure comprimée.

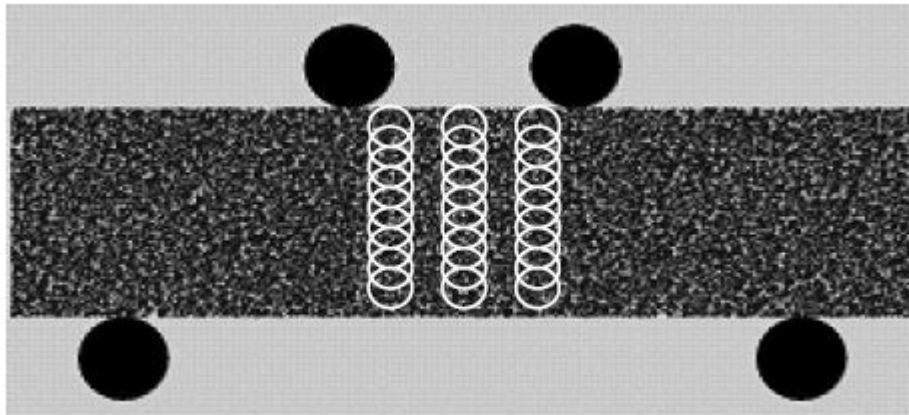


Figure 6.18 : Position des cercles de mesure



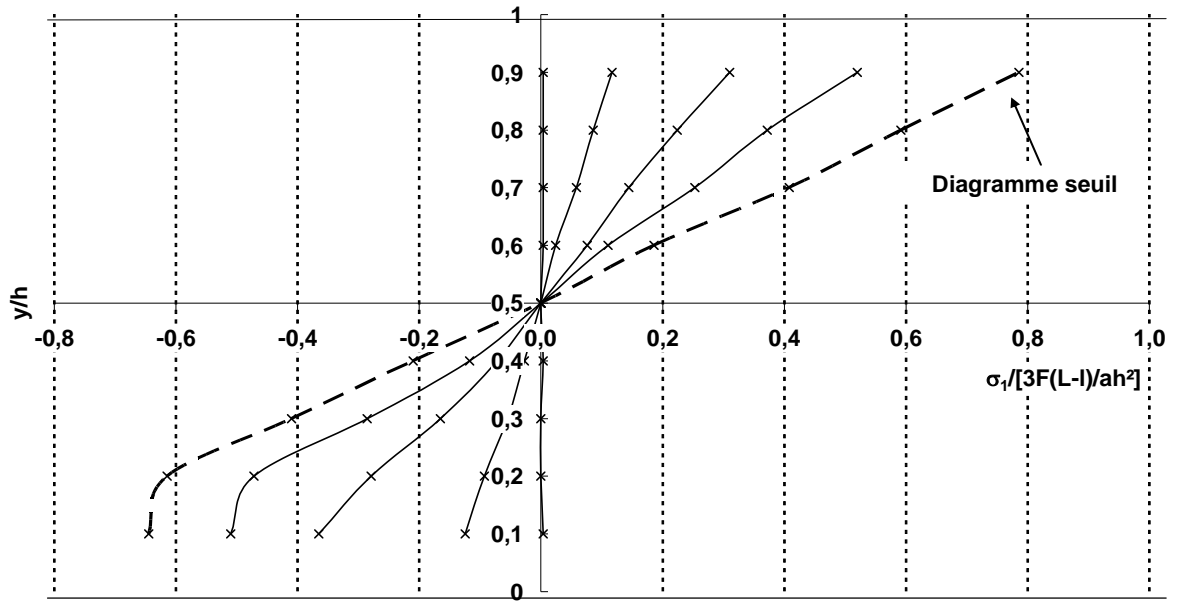


Figure 6.19 : Evolution des contraintes normales dans la section médiane

Les modèles analytiques sont comparés aux résultats des simulations numériques sur la figure 6.20. Les formules analytiques utilisées pour déterminer les contraintes normales sont pour chaque modèle<sup>7</sup> :

Le modèle élastique :

$$s_{c,t} = \frac{6M}{ay^2} \quad (6.17)$$

Le modèle bimodulaire :

$$s_c = \frac{3M}{ay^2} \frac{e_c + e_t}{e_c} \quad (6.18)$$

$$s_t = \frac{3M}{ay^2} \frac{e_c + e_t}{e_t} \quad (6.19)$$

Le modèle différentiel :

$$s_c = \frac{1}{e_c + e_t} \frac{\eta x}{\eta e_c} \quad (6.20)$$

$$s_t = \frac{1}{e_c + e_t} \frac{\eta x}{\eta e_t} \quad (6.21)$$

$$x = \frac{M(e_c + e_t)^2}{ay^2} \quad (6.22)$$

Avec

M : le moment fléchissant dans la section de calcul

a : la largeur de la poutre

<sup>7</sup> Les trois modèles sont expliqués dans le chapitre I, paragraphe II-5

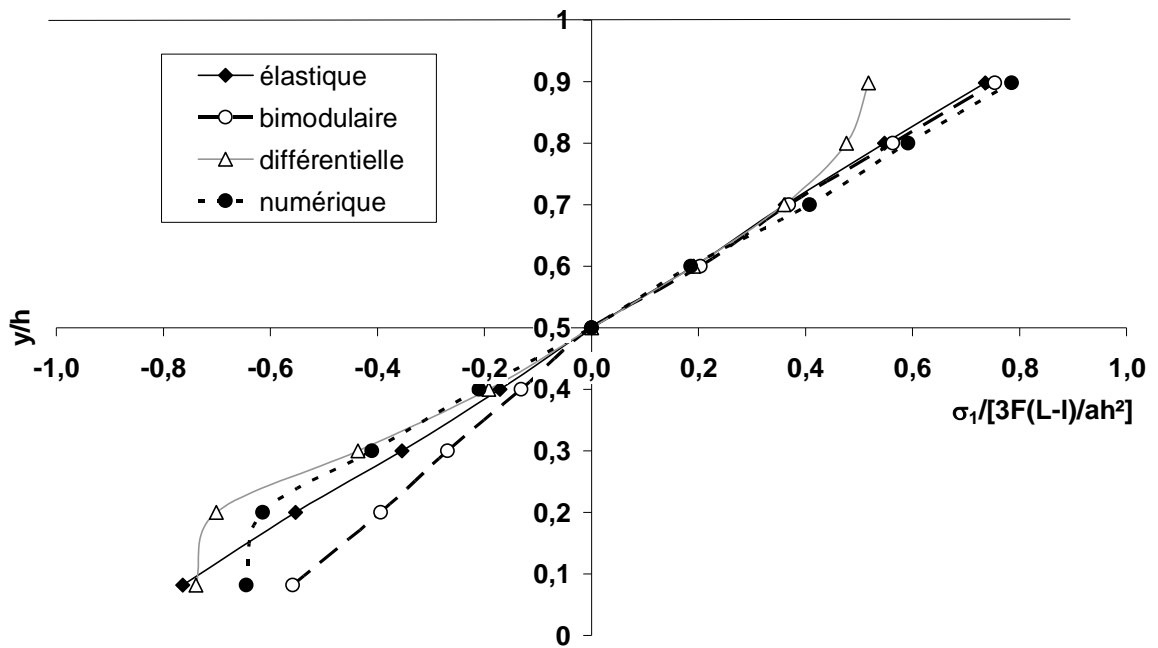


Figure 6.20 : Diagramme des contraintes normales dans la section médiane selon les différents modèles d'analyse

Les résultats du modèle numérique se situent entre les résultats des modèles élastiques et du modèle différentiel. On trouve ainsi que le modèle uni - modulaire surestime la valeur de la contrainte de traction maximale développée, par contre le modèle bimodulaire la sous-estime. Par ailleurs, le modèle différentiel donne une bonne approximation des contraintes de traction qui est liée à une redistribution plastique des contraintes dans la zone tendue, par contre l'allure du modèle différentiel dans la partie supérieure comprimée ne se justifie pas puisque la valeur de la contrainte de compression correspond au domaine élastique linéaire du comportement des fibres supérieures. Ainsi, le modèle numérique reproduit l'allure des modèles d'élasticité dans la zone comprimée et celle du modèle différentiel dans la zone tendue. Ce résultat nous paraît intéressant, puisque il donne plus de validité et de justification au modèle différentiel dont l'avantage le plus important est de ne pas exiger un prérequis sur le comportement du matériau.

## II. Application des modèles numériques au limon de Nabeul

### II.1 Procédure de calage du modèle

La pertinence d'un modèle numérique est souvent jugée par le taux de reproduction des phénomènes physiques observés expérimentalement. Ainsi, avant d'entamer l'analyse des essais de flexion, réalisés sur le limon de Nabeul, on a procédé à un calage micro - macro sur la base d'une comparaison entre les résultats des simulations numériques et des expérimentations de l'essai triaxial. On cherche de ce fait à déterminer les paramètres micromécaniques ( $C_n$ ,  $C_s$ ,  $K_n$ ,  $k_s$  et  $\mu$ ) qui permettent pour une granulométrie donnée de restituer un comportement macroscopique

caractérisé par  $C$ ,  $\varphi$  et  $E$ . Les étapes de calage comprennent une phase expérimentale et une phase théorique qui peuvent être résumées comme suit :

Phase expérimentale :

- Réaliser des essais triaxiaux à trois valeurs de la contrainte de confinement.
- En déduire les courbes expérimentales  $\sigma_1 - \sigma_3 = f(\varepsilon_1)$ .
- Tracer les cercles de Mohr correspondants.

Phase numérique<sup>8</sup> :

- Définir la morphologie des particules et leur agencement (géométrie et densité)
- Réaliser un échantillon par la procédure ERDF.
- Optimiser le nombre de particules.
- Modéliser des essais triaxiaux (biaxiaux en 2D) à des contraintes de confinement similaires à celles de l'expérimentation.
- Fixer  $K_s/K_n$  en fonction de la valeur du coefficient de poisson souhaitée<sup>9</sup>.
- Tracer la courbe  $E = f(K_n)$ .  $E$  correspond au module de rigidité initial.
- Déterminer  $K_n$  correspondant à  $E_{exp}$ .
- Tracer la courbe  $\varphi = f(\mu)$  pour un échantillon purement frottant ; avec  $\varphi$  l'angle de frottement interne et  $\mu$  le coefficient de frottement inter - granulaire.
- Déterminer le coefficient de frottement  $\mu$  correspondant à l'angle de frottement expérimental  $\varphi_{exp}$ .
- Fixer le rapport des adhésions  $C_n/C_s$  en fonction du comportement souhaité.
- Tracer la courbe  $\sigma_{pic} = f(C_n ; C_n/C_s = \text{constante})$ , pour une vitesse de déformation optimisée.
- Déterminer  $C_n$  permettant d'approcher la valeur expérimentale de  $\sigma_{pic}$ .

## II.2 Application de la procédure de calage au limon de Nabeul

On a procédé à l'application de la procédure de calage du modèle numérique sur le limon de Nabeul qui a fait l'objet des expérimentations présentées dans le chapitre V.

Phase expérimentale :

Des échantillons de limon ont été préparés à des teneurs en eau de  $16\% \pm 0,5$  et des densités sèches de  $1,77 \pm 0,2$ . Trois essais triaxiaux non consolidés non drainés U.U. ont été réalisés pour des contraintes de confinement de 50 kPa, 100 kPa et 150 kPa. La

---

<sup>8</sup> Une légère rectification des valeurs des paramètres peut être apportée à la fin de la phase numérique vu l'influence conjuguée des paramètres (par exemple, l'angle de frottement peut changer avec la valeur de  $C_n$ , par conséquent une légère rectification est à apporter à la valeur du coefficient de frottement).

<sup>9</sup> D'après Chareyre, (2003) le coefficient de Poisson dépend essentiellement de la valeur de  $K_s/K_n$ . A la valeur 0,5 correspond un coefficient de Poisson de 0,3.

figure 6.21 montre l'évolution du déviateur de contraintes en fonction de la déformation axiale.

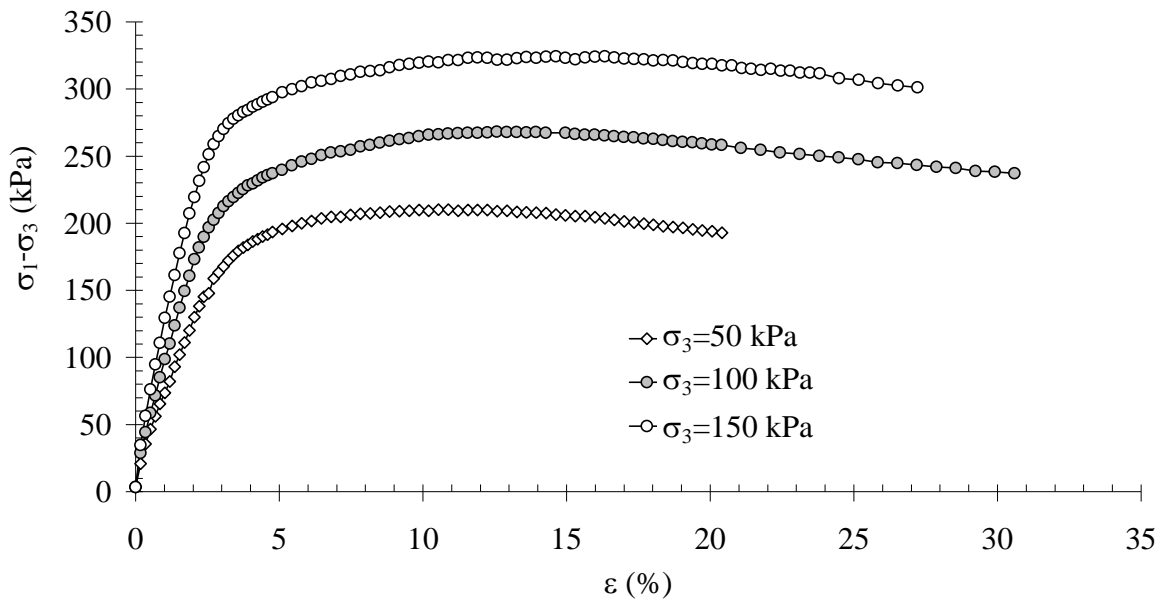


Figure 6.21 : Variation du déviateur de contraintes en fonction de la déformation axiale pour le limon de Nabeul

Les cercles de Mohr issus des essais triaxiaux (figure 6.22) montrent que le sol testé est à caractère cohérent et frottant ( $C_u = 68$  kPa,  $\phi = 17^\circ$ ).

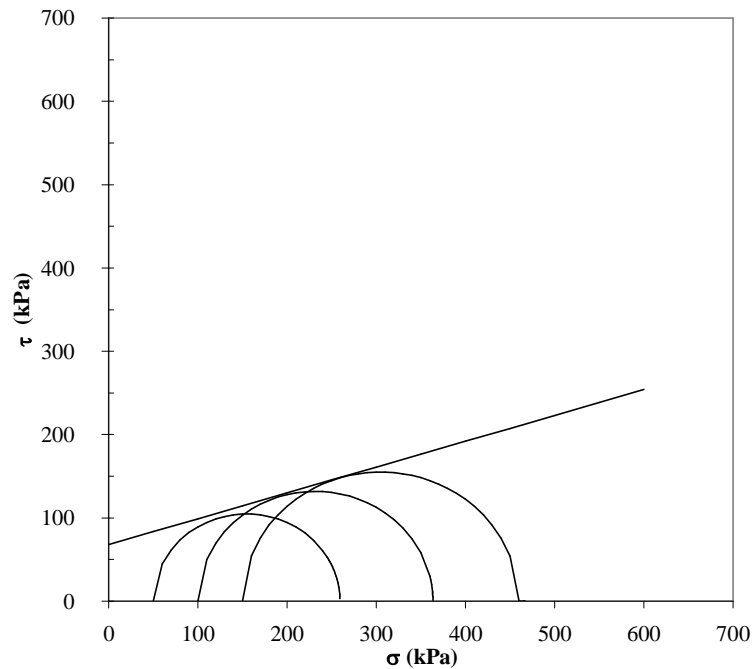


Figure 6.22 : Cercles de Mohr à partir d'essais triaxiaux UU

### Phase numérique :

Pour approcher numériquement le comportement du limon de Nabeul, plusieurs options numériques sont possibles (Ammeri et al., 2007). Des choix, arbitraires ou non, ont donc été formulés d'une part pour la morphologie des particules et la granulométrie de l'assemblage granulaire, d'autre part pour le modèle de contact. Concernant la morphologie des particules, des assemblages de deux sphères de tailles différentes ( $d_1/d_2=0,6$ ) ont été réalisés par le biais des adhésions parallèles afin d'obtenir des formes de particules allongées. Concernant la prise en compte de l'effet de la pression capillaire, qui se justifie par le fait que les expérimentations sont réalisées à des teneurs en eau significatives qui ne peuvent être négligées (supérieures à l'optimum Proctor), nous avons considéré et implémenté des lois de contact cohésives qui autorisent le recollement des contacts. En première approche, cette modélisation permettrait de simuler les succions (succions capillaires) en tenant compte, d'une certaine manière, de l'effet de la non saturation des échantillons. Signalons à ce niveau que d'autres travaux sont réalisés avec la méthode des éléments distincts avec la prise en compte des effets de la succion. Pour la plupart de ces travaux, l'effet de la succion est modélisé par des efforts d'adhésion qui s'ajoutent aux efforts de contact.

Dans sa version de base, le logiciel PFC2D met en œuvre des lois de contact cohésives qui prévoient de l'adhésion de contact uniquement pour les contacts existants à l'état initial. Les nouveaux contacts créés au cours d'un changement dans l'assemblage (après réarrangement des grains) ne sont plus adhésifs. Ce type de comportement peut approcher le comportement d'un sol fin ayant une teneur en eau initiale faible et une structure initiale non lâche: les premiers contacts sont adhésifs par effet de compactage, une fois rompus suite à la sollicitation appliquée les nouveaux contacts créés ne sont que frottants (dans l'hypothèse donc qu'il n'y ait pas de surpression interstitielle). Par contre, pour les sols fins ayant une teneur en eau élevée, les contacts créés au cours d'un changement sont aussi adhésifs. Par conséquent, on a opté, pour la simulation du comportement du limon de Nabeul, à l'attribution de l'adhésion à chaque contact créée au cours de la simulation.

Des simulations numériques, similaires à celles réalisées expérimentalement ont été mise en oeuvre pour la procédure de calage. L'essai biaxial consiste en l'application d'un déviateur de contraintes avec une contrainte latérale, de confinement, maintenue constante au cours de l'essai (figure 6.23). Ainsi, des échantillons prismatiques ont été préparés par la procédure ERDF, le chargement est assuré par le déplacement à vitesse constante de deux murs horizontaux positionnés en haut et en bas de l'échantillon. Par ailleurs, la contrainte de confinement est maintenue constante par le déplacement de deux murs latéraux à des vitesses asservies en fonction de la contrainte latérale développée (figure 6.24).

Des études paramétriques ont été réalisées pour déterminer successivement les paramètres micromécaniques  $k_n$  et  $k_s$ , liés au comportement élastique du matériau, puis les paramètres micromécaniques  $\mu$ ,  $C_n$  et  $C_s$ , liés au critère de rupture

Le module de rigidité initial est déterminé en fonction de la valeur de la rigidité normale des contacts  $k_n$  pour un rapport  $k_s/k_n$  égal à 0.5 (figure 6.25). Le module de

rigidité initial expérimental est de l'ordre de 8 MPa, la valeur de  $K_n$  qui lui correspond est 0.74 MPa (figure 6.26).

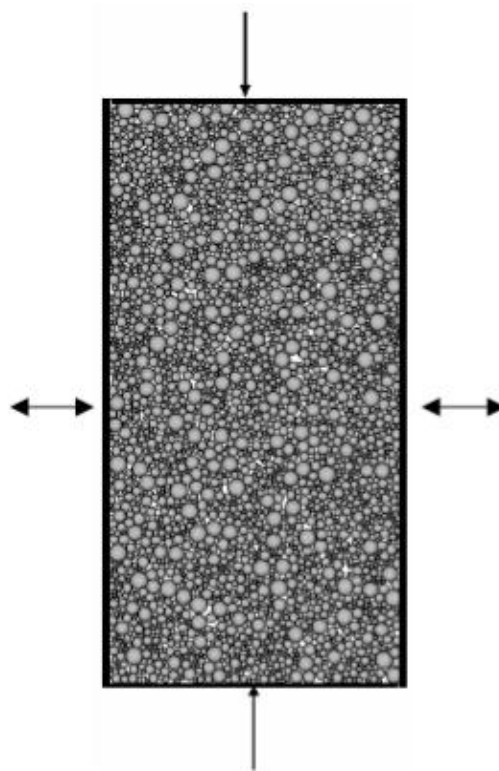


Figure 6.23 : Géométrie de l'essai biaxial

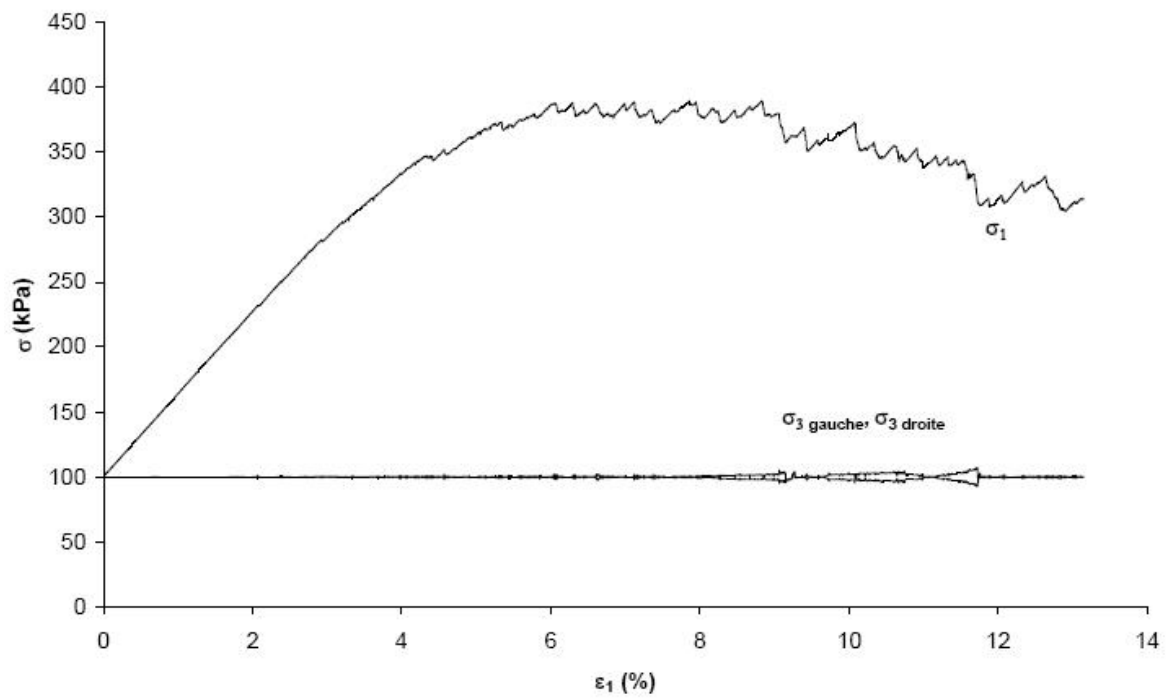


Figure 6.24 : Evolution des contraintes axiale et latérale en fonction de la déformation axiale (cas de l'essai biaxial)

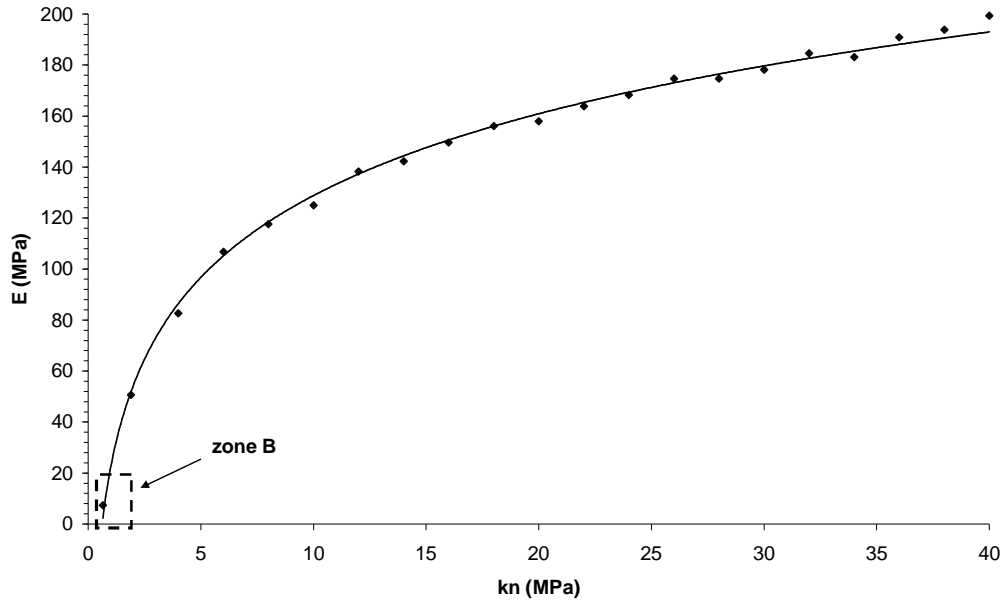


Figure 6.25 : Module de rigidité en fonction de la rigidité normale des contacts

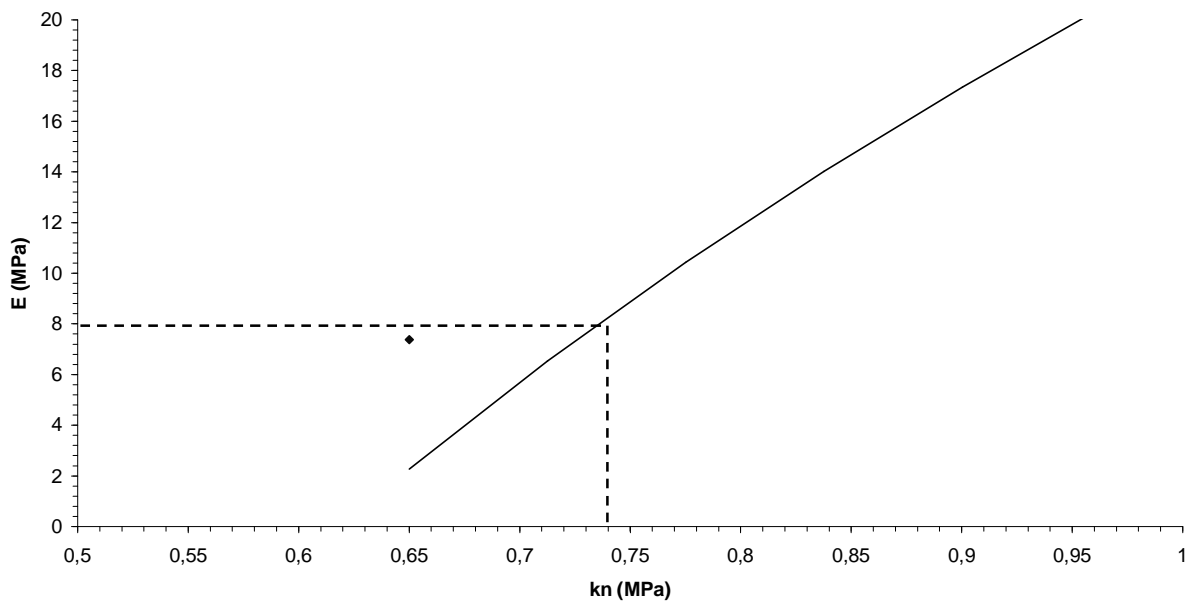


Figure 6.26 : Zoom sur la zone B de la figure 6.25

Pour caler la valeur du coefficient de frottement, des simulations numériques ont été réalisées pour différentes valeurs de  $\mu$  sur des assemblages de particules dont les contacts sont purement frottants. La figure 6.27 montre l'évolution de l'angle de frottement interne macroscopique en fonction du coefficient de frottement  $\mu$ . La valeur du coefficient de frottement correspondant à l'angle de frottement  $\varphi = 17^\circ$  déterminé à partir des essais triaxiaux est 0.25.

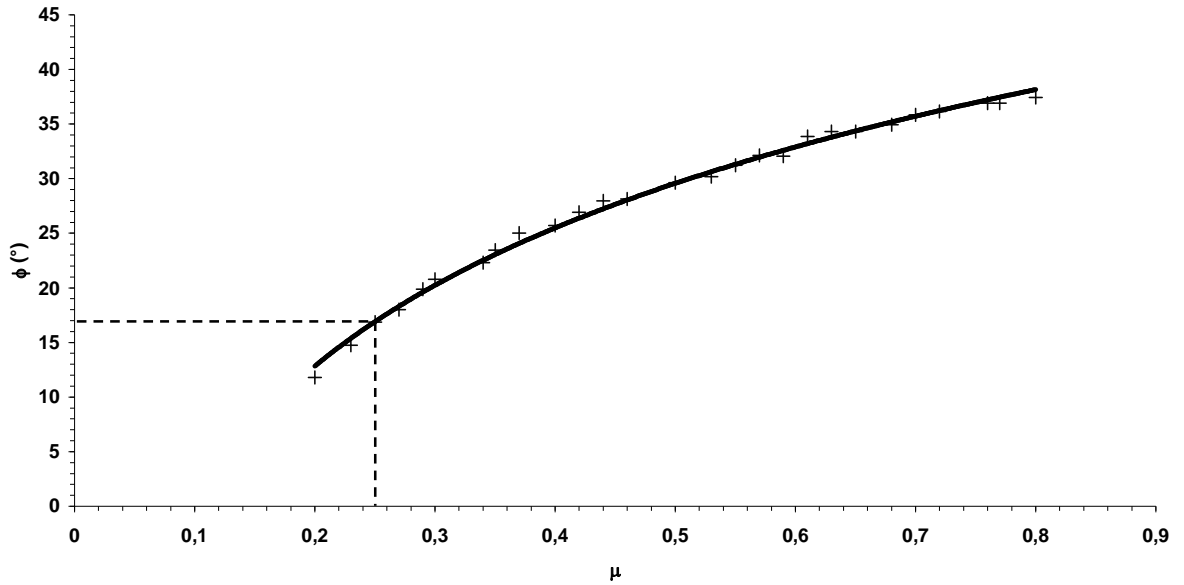


Figure 6.27 : Evolution de l'angle de frottement interne (macroscopique) en fonction du coefficient de frottement

Pour le calage de la valeur des adhésions normale et tangentielle plusieurs simulations d'essais biaxiaux ont été réalisées à des valeurs de contraintes de confinement similaires à celles de l'expérimentation (50, 100 et 150 kPa) pour un rapport  $C_n/C_s$  égal à 1. La figure 6.28 montre l'évolution de la contrainte déviatorique au pic en fonction de la valeur de l'adhésion normale pour les trois valeurs de la contrainte de confinement. Les rapports  $\sigma_{pic}/\sigma_3$  déterminés expérimentalement pour les trois contraintes de confinement 50, 100 et 150 kPa sont respectivement égaux à 4.18, 2.64 et 2.07.

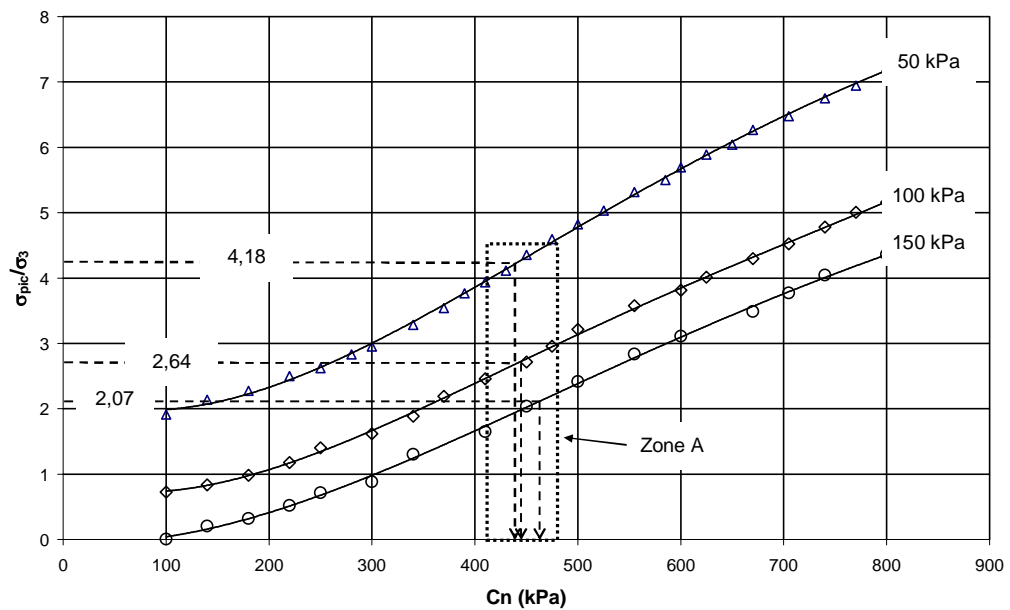


Figure 6.28 : Evolution de la contrainte déviatorique adimensionnelle au pic en fonction de  $C_n$



La figure 6.29 montre un zoom sur la zone A de la figure 6.28. Ainsi, la valeur de  $C_n$  correspondant au limon est comprise entre 432 kPa et 456 kPa.

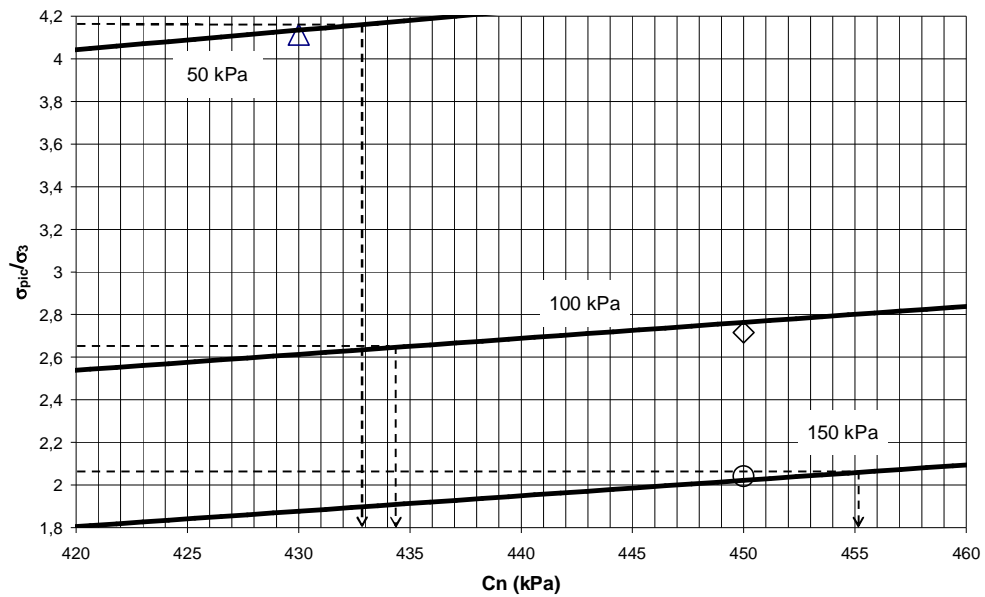


Figure 6.29 : Zoom sur la zone A de la figure 6.28

Finalement, par la procédure de calage proposée on a fait correspondre au limon de Nabeul caractérisé par une famille de paramètres macroscopique  $P_{macro}$  : ( $C=68$  kPa,  $\varphi =17^\circ$ ,  $E=8$  MPa) une famille de paramètres microscopiques  $P_{micro}$  : ( $C_n=440$  kN/m,  $C_s/C_n=1$ ,  $K_n=740$  kN/m,  $k_s/k_n=0.5$ ,  $\mu=0,25$ ). A titre de validation, on a simulé des essais biaxiaux aux mêmes contraintes de confinement avec la famille  $P_{micro}$ . Les échantillons sont formés par 2808 particules allongées de poids volumique  $2000$  kg/m<sup>3</sup>, la vitesse de déformation de  $0,05$  s<sup>-1</sup> est atteinte progressivement d'une façon quasi statique. Les résultats des simulations sont représentés avec les résultats expérimentaux sur la figure 6.30.

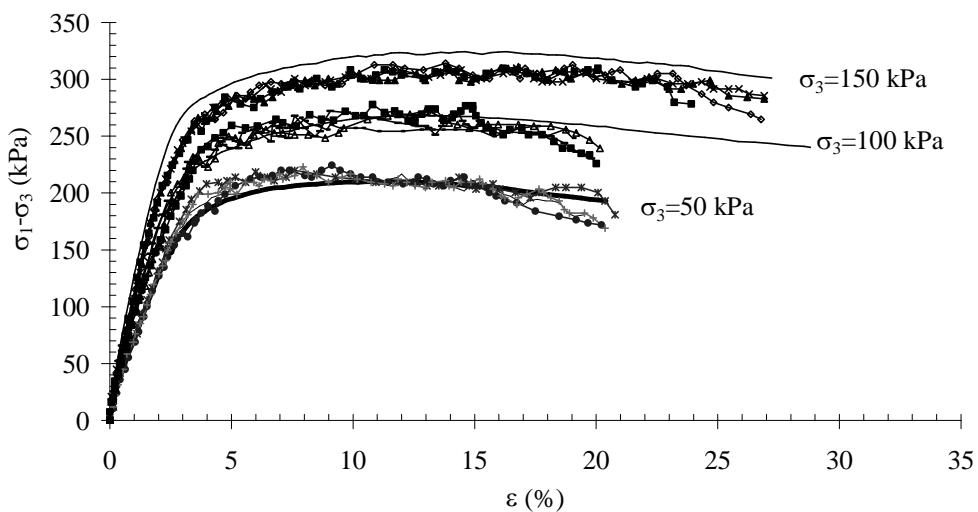


Figure 6.30 : Courbes des déviateurs des contraintes en fonction de la déformation axiale (comparaison expérimentation - modélisation)

La figure 6.30 montre la pertinence de la procédure de calage dans la reproduction des essais triaxiaux avec une erreur relative qui ne dépasse pas 8% pour la détermination de la contrainte au pic.

Partant de la même granulométrie que celle des échantillons utilisés dans les essais biaxiaux et avec la famille  $P_{\text{micro}}$  déterminée par la procédure de calage, on a simulé d'autres essais à des chemins de contraintes différents, de celui de l'essai biaxial, pour vérifier si l'on peut reproduire, avec la famille  $P_{\text{micro}}$ , les réponses du limon de Nabeul sous d'autres sollicitations. Pour ce, on a mis en œuvre des simulations numériques des essais de compression simple, des essais de flexion quatre points et des essais brésilien, pour comparaison avec les résultats expérimentaux qui ont été réalisés dans des conditions initiales comparables aux conditions des essais triaxiaux (teneurs en eau de  $16\% \pm 1$  et des densités sèches de  $1,75 \pm 0,6$ ). Le choix de ces trois essais est basé sur le fait que l'essai de compression fournit un champ de contraintes homogène en compression par contre les deux autres essais permettent le développement d'un champ de contraintes de traction, et par conséquent, on peut ainsi tester l'ajustement du modèle en compression et en traction. La détermination des caractéristiques du sol, les techniques de préparation des éprouvettes ainsi que les procédures de réalisation des essais sont jugées satisfaisantes si les trois critères suivants sont respectés :

- Correspondance entre les parties élastiques des courbes numériques et expérimentales.
- Correspondance entre la valeur au pic de l'effort appliqué des courbes numérique et expérimentale.
- Les modes de rupture, numérique et expérimental sont comparables. Nous accordons aussi de l'importance à la correspondance des allures des courbes avant et après pic par un choix judicieux du type d'assemblage.

### II.3 Comparaison des résultats numériques et expérimentaux : essais de traction indirecte

Des simulations numériques de l'essai de compression simple, de flexion quatre points et de l'essai brésilien ont été réalisées et comparées aux résultats expérimentaux. Les paramètres de la modélisation sont bien évidemment ceux obtenus lors de la procédure de calage. Les simulations numériques ont été réalisées suivant les protocoles établis au chapitre V pour l'essai brésilien et l'essai de flexion 4 points. La simulation de l'essai de compression simple repose sur le même principe que l'essai de traction uni – axial à la différence que le chargement s'effectue par deux murs standards disposés en haut et en bas de l'échantillon. Le déplacement simultané des deux murs dans des directions opposées selon une vitesse de déformation optimisée<sup>10</sup> provoque la rupture de l'échantillon par compression simple.

---

<sup>10</sup> Comme le chargement est effectué par des murs dans le cas de l'essai de compression simple, l'optimisation de la vitesse de déformation est basée sur la comparaison entre le travail effectué par les deux murs et l'énergie de déformation stockée dans l'assemblage des particules. En effet, durant la phase élastique de la déformation de l'échantillon, l'égalité de ces deux quantités implique la condition de

Les figures 6.31, 6.32 et 6.33 montrent les résultats numériques et expérimentaux des trois essais. Une bonne reproduction des courbes expérimentales a été observée. En outre les modes de rupture sont similaires dans les cas numériques et expérimentaux (figures 6.34, 6.35 et 6.36). Une différence au niveau des valeurs de contraintes aux pics, entre les trois courbes expérimentales qu'on retrouve avec les courbes numériques, est observée. Ceci est attribué aux différences des conditions initiales (densité sèche et teneur en eau).

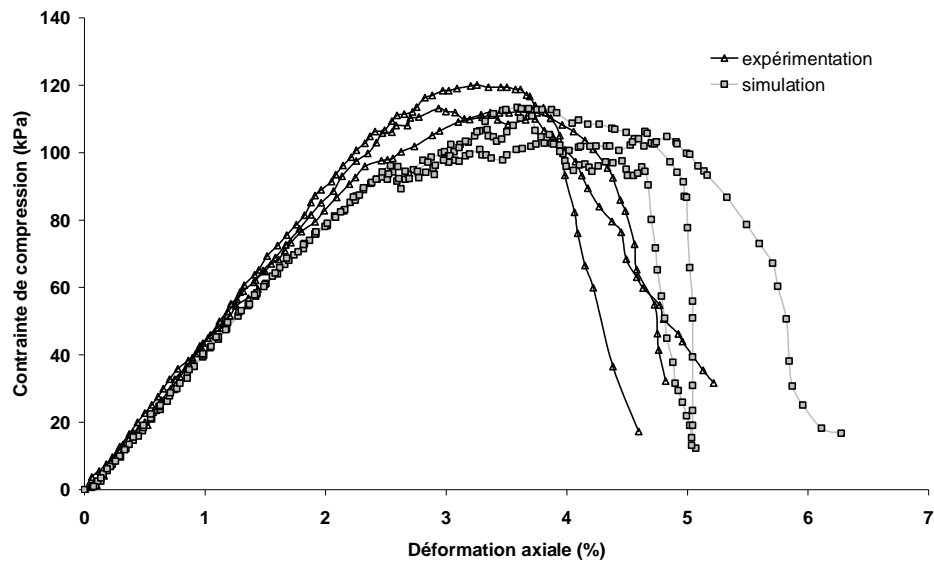


Figure 6.31 : Courbes contraintes – déformation, numériques et expérimentales de l'essai de compression simple

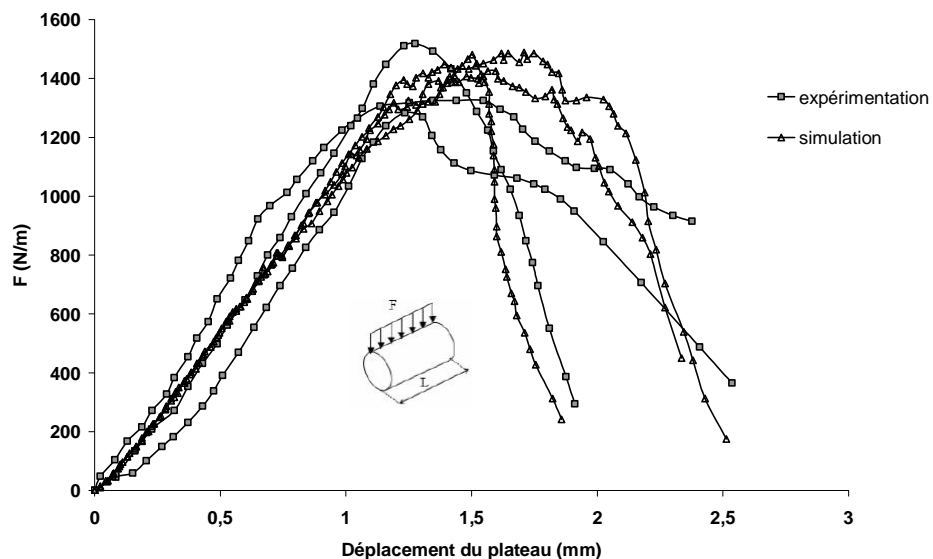


Figure 6.32 : Courbes efforts – déplacement, numériques et expérimentales de l'essai de compression diamétrale

chargement quasi – statique. Une inégalité indique, par contre, qu'un excès d'énergie est transformé en énergie cinétique qui doit être dissipée par l'amortissement non visqueux.

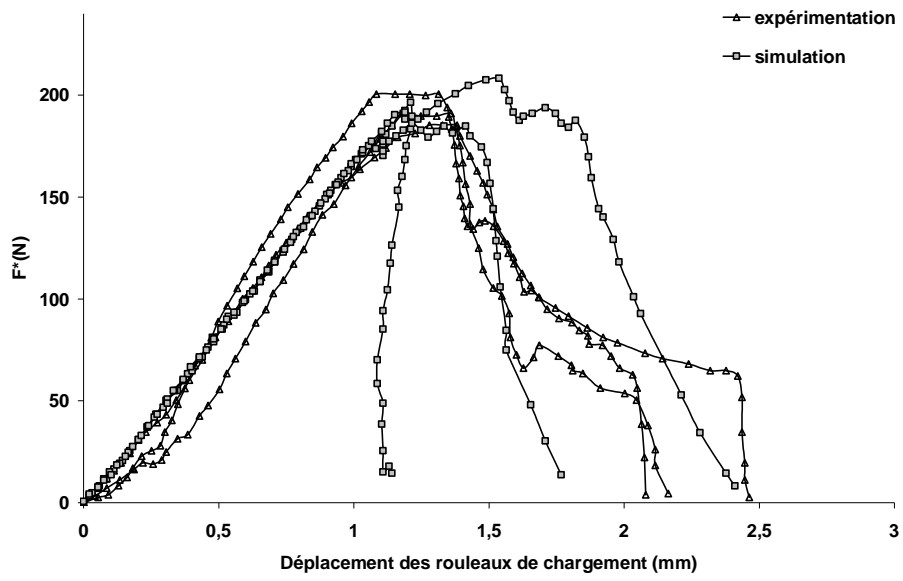


Figure 6.33 : Courbes efforts – déplacement, numériques et expérimentales de l'essai de flexion quatre points

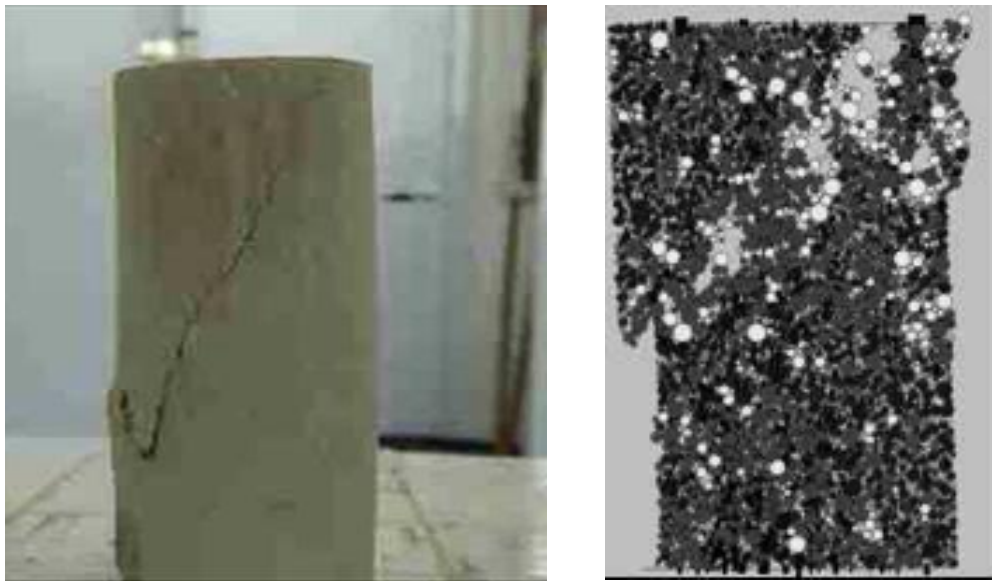


Figure 6.34 : Comparaison des modes de ruptures de l'échantillon lors de l'essai de compression simple : (a) expérimentation (b) modélisation

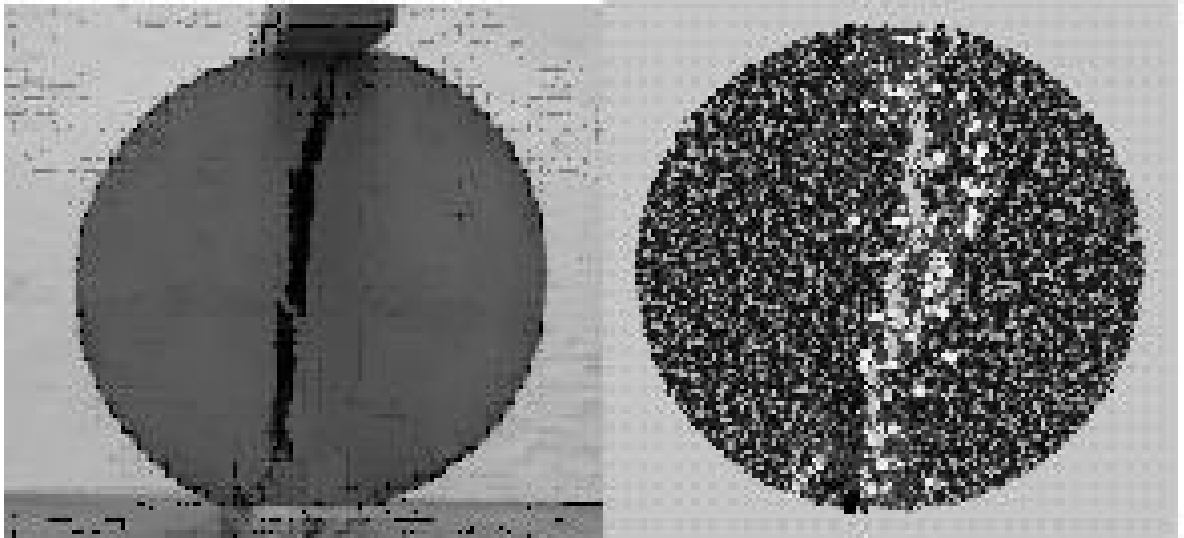


Figure 6.35 : Comparaison des modes de ruptures de l'échantillon durant l'essai de compression diamétrale : (a) expérimentation (b) modélisation

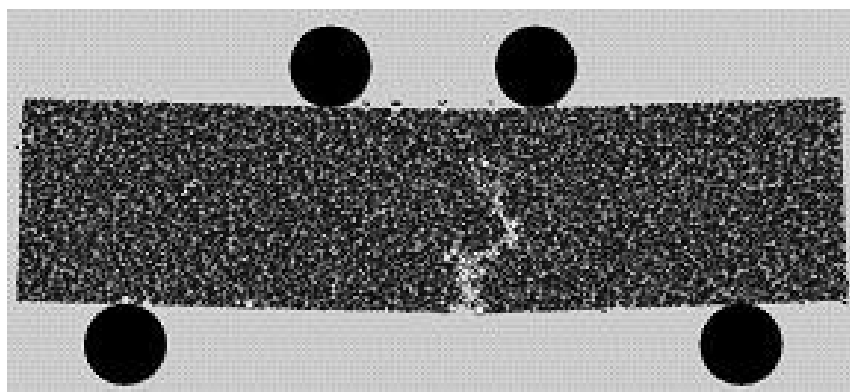
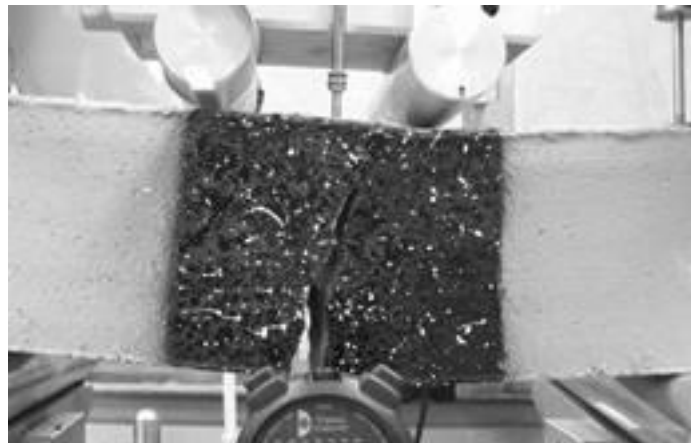


Figure 6.36 : Comparaison des modes de ruptures de l'échantillon durant l'essai de flexion quatre points : (a) expérimentation (b) modélisation

## II.4 Enveloppe de rupture

Pour compléter les simulations numériques précédentes, des modélisations de l'essai de traction directe ont été réalisées sur le limon de Nabeul avec un jeu de paramètres similaire à celui utilisé précédemment. On constate (figure 6.37) que le comportement en traction directe est élastique fragile et que la valeur de la résistance à la traction uni – axiale (30,07 kPa) enregistrée est supérieure aux autres valeurs des contraintes de traction maximale mesurées par l'essai brésilien (17,05 kPa) et par l'essai de flexion quatre points (27 kPa).

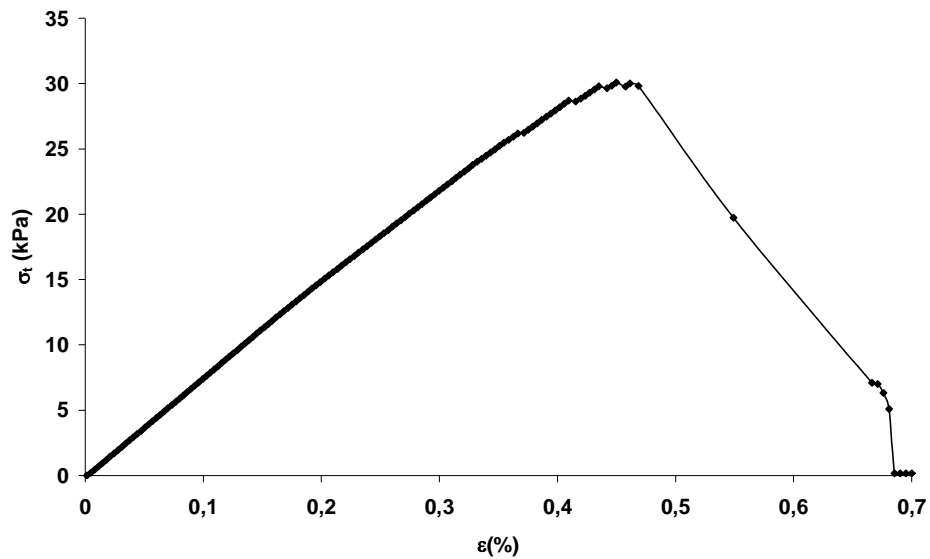


Figure 6.37 : Courbe contraintes – déformation des simulations de l'essai de traction directe

La figure 6.38 rassemble l'ensemble des cercles de Mohr déterminés numériquement à partir de l'essai triaxial, l'essai de compression simple, l'essai brésilien, l'essai de flexion quatre points et l'essai de traction directe, qui permet de définir l'enveloppe de rupture du matériau étudié.

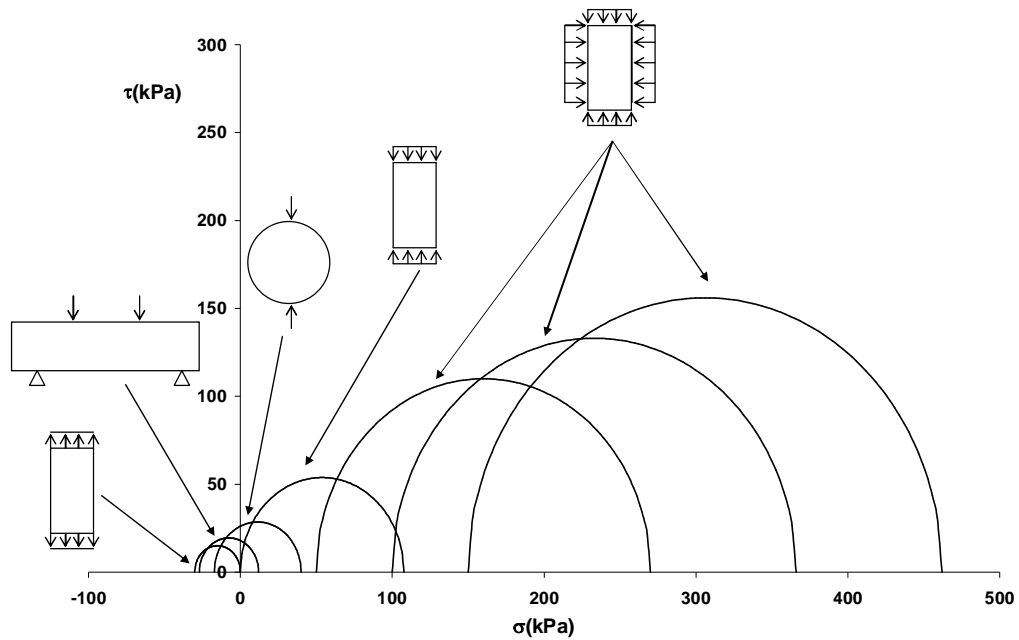


Figure 6.38 : Enveloppe de rupture numérique

Le cercle ensemble des contraintes de rupture, correspondant à l'essai de flexion quatre points présente une partie en compression et une partie en traction puisque les mesures effectuées aux sein des cercles de mesure ne permettent pas une lecture du tenseur des contraintes sur la fibre inférieure où l'état de contraintes est purement en traction, mais plutôt sur la fibre se situant à une distance égale au rayon du cercle par rapport au fibre inférieure. Par conséquent l'état des contraintes n'est pas totalement uni - axial.

Une superposition des cercles des contraintes de rupture, numériques et expérimentales (figure 6.39) montre la potentialité du modèle numérique dans la reproduction du comportement du limon de Nabeul.

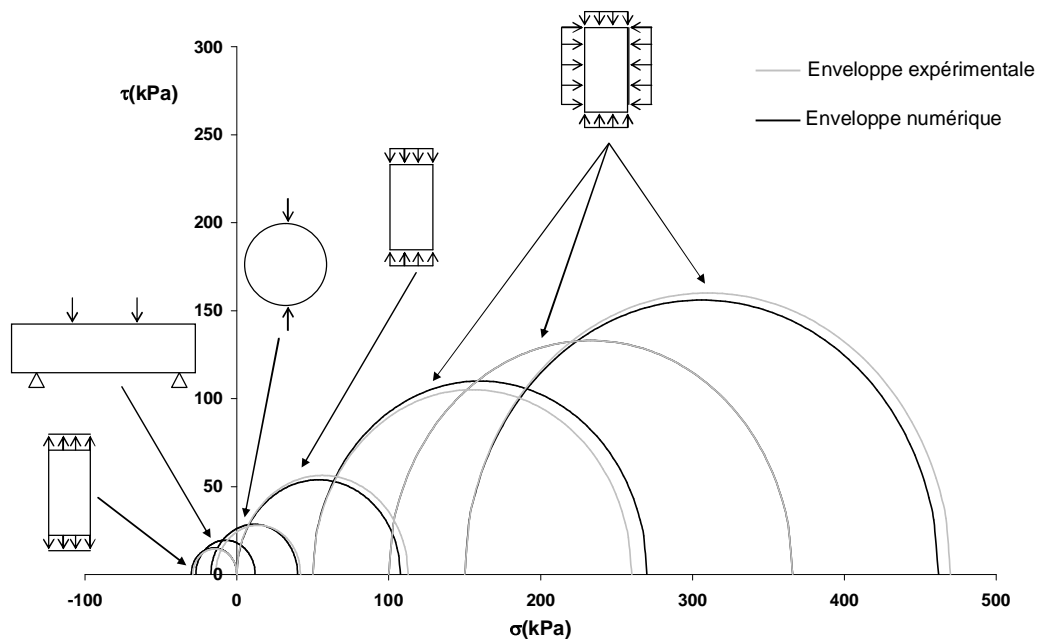


Figure 6.39 : Enveloppes de rupture, numérique et expérimentale

## Conclusion

Ayant développé une procédure de calage du modèle numérique en vue d'une détermination des micro - paramètres du modèle, on a pu apprécier sa capacité à reproduire numériquement des résultats expérimentaux sur des chemins de contraintes différents de ceux qui ont servis pour le calage.

On a montré que l'essai brésilien ne peut en aucun cas, au moins pour le cas du sol limoneux étudié, fournir la résistance à la traction uni - axiale. La valeur de contrainte maximale de traction déduite de l'essai brésilien reste bien inférieure à celle de la traction uniaxiale. Cependant, il semble que l'essai de flexion 4 points, interprété avec le modèle différentiel, conduit à une prédiction de la résistance à la traction potentiellement soutenable.

En ce qui concerne les modèles analytiques développés, dans le cadre de l'élasticité, pour analyser l'essai de flexion trois points par la théorie des poutres, il ressort qu'ils ne peuvent approcher la contrainte de traction maximale développée que si l'éprouvette a un élancement supérieur à 8. Pour les élancements faibles le modèle de bielles - tirant peut rendre compte de l'état des contraintes développées dans l'éprouvette.

Le modèle différentiel, ayant la potentialité de ne supposer aucune loi de comportement préférentielle, prédit bien l'allure du diagramme des contraintes dans la zone tendue de l'éprouvette de l'essai de flexion quatre points. Cependant, dans la zone comprimée, les modèles d'élasticités sont plus performants à reproduire l'allure du diagramme. Enfin, en absence des résultats de l'essai de traction directe, l'essai de flexion quatre points fournit une borne inférieure de la résistance à la traction uni - axiale avec une erreur minimale.



## Conclusion générale

Le travail de recherche mené dans le cadre de cette thèse et qui avait comme objectif principal la détermination de la résistance à la traction d'un sol fin à une teneur en eau donnée, constitue une contribution aussi bien d'un point de vue expérimental que d'un point de vue numérique via la méthode des éléments distincts.

La question de la validité des interprétations des essais de traction indirecte a été aussi un point central autour duquel on s'est focalisé.

Il ressort de l'étude expérimentale les conclusions suivantes :

Les essais qui ont été conduits sur le limon en tant que sol fin, sont des essais de compression, de cisaillement et de traction indirecte : par fendage et par flexion. Il ne nous était pas possible de réaliser des essais de traction directe. La préparation des éprouvettes a nécessité un compactage à double effet qui permettait d'assurer l'homogénéité des échantillons. Pour les essais de flexion, un dispositif spécial a été conçu en plexiglas qui permettait de contrôler le compactage des éprouvettes parallélépipédiques.

A partir des essais de fendage, on montre que la valeur de la résistance de traction calculée sur la base de la formule classique utilisée pour des matériaux à comportement élastique et fragile dépendait fortement de la teneur en eau. Cette résistance augmente avec la teneur en eau jusqu'à l'optimum Proctor pour diminuer du côté humide. Il en va de même pour la rigidité au fendage.

En revanche, la rupture semble s'initier par cisaillement au niveau des baguettes de chargement. Ce phénomène est à l'origine de la limitation de la validité de l'hypothèse de l'initiation au centre de la fissuration qui n'était d'ailleurs pas vérifiée dans les essais de fendage réalisés. Seul un aplatissement selon un angle au centre de 10° à 15° par rapport à l'axe de l'éprouvette permettait l'initiation de la fissuration au niveau du centre de l'éprouvette.

A partir des essais de flexion menés sur le dispositif conçu spécialement pour les sols fins, on constate que la rupture est typiquement par traction. On notera que certains auteurs (Morel et al., 2003) s'interrogent toujours sur le mode de rupture et envisagent plutôt de la compression (bielles) dans le cas des éprouvettes à faible élancement.

En comparant les résultats des valeurs de la résistance à la traction, comme elles sont définies à partir des formules classiques pour les essais de fendage et flexion, on constate que le rapport entre les valeurs obtenues varie de 1,7 à 2,07.

D'un autre côté l'approche numérique par éléments discrets, qui était une démarche originale dans cette étude, avait permis sur la base d'une méthodologie macroscopique de calage de paramètres, et donc un choix délibéré des essais de calage, de conclure que le modèle PFC2D basé sur des éléments rhéologiques permettait de retrouver le comportement quasi-fragile du limon.

L'approche numérique a permis de réaliser différents essais de traction : l'essai de traction directe, comme étant l'essai de référence pour juger de la validité des essais de traction indirecte et des interprétations qui en découlent.

Dans le cas d'un chargement ponctuel uniforme, on a mis en évidence la validité de la solution en contrainte de Hertz pour le cas du limon. Cependant la rupture ne se produit pas par fissuration au centre, mais se produit plutôt par diffusion surfacique des fissurations au voisinage du diamètre vertical, sans qu'elle s'initie au centre.

Par contre, en introduisant un aplatissement suivant un angle au centre de 12° à 15°, on a montré que la fissuration s'initie effectivement au centre. Néanmoins, c'est la condition de Griffith qui est cette fois non vérifiée ( $3\sigma_1 + \sigma_3$  n'est pas nulle). D'où l'impossibilité de déduire la résistance à la traction uniaxiale à partir de cet essai, du moins conformément à la démarche classique faite pour interpréter un essai de fendage.

D'un autre côté, et à partir des essais de flexion (trois points), on a conclu que le modèle de flexion élastique ne peut approcher la résistance à la traction que si l'élançement est supérieur à 8. Cependant le modèle de bielle-tirant peut l'approcher seulement pour des élançements faibles (inférieurs à 4).

Quant à l'essai de flexion quatre points, ce sont les modèles de flexion élastique et bimodulaire qui approchent le mieux l'état de contraintes dans la partie comprimée de la section puisque cette dernière reste en phase élastique. En revanche, le modèle différentiel paraît le mieux adapté pour déterminer le diagramme des contraintes dans la zone tendue de la section de l'éprouvette.

En utilisant les résultats de l'essai de traction directe, on conclut clairement que l'essai de flexion quatre points, analysé par le modèle différentiel (dans la zone tendue), approche le mieux la résistance à la traction uniaxiale.

Nous pouvons donc à partir de cette étude numérique basée sur une campagne d'essais expérimentaux au laboratoire, conclure que seul le modèle différentiel permet d'interpréter correctement les essais de flexion quatre points et semble pouvoir approcher la résistance à la traction. La réécriture du critère de Coulomb dans la partie de traction est donc nécessaire et peut se faire à partir des résultats numériques. Ce résultat est d'une commodité non négligeable pour les approches numériques en mécanique des milieux continus et en plasticité.

Comme perspectives à ce travail de recherches, nous pouvons citer à titre non exhaustif les remarques suivantes :

D'un point de vue expérimental : La conception et la fabrication d'un dispositif de traction directe semble nécessaire. De même, il serait utile d'améliorer le dispositif de flexion par des capteurs pour permettre l'analyse des résultats par le modèle différentiel.

D'un point de vue numérique: L'automatisation de la procédure de calage du modèle numérique pourrait se faire avantageusement en se basant sur des techniques avancées tels que les algorithmes génétiques. L'utilisation d'un modèle d'éléments discrets en 3D, pour prendre éventuellement en considération les phénomènes qui se produisent en volume peut également être envisagé.

La prise en compte de l'état non saturé des échantillons par le développement de lois de contact spécifiques serait aussi un challenge.



## Références bibliographiques

Afnor, norme française NF P 13-320, Granulométrie laser.

Afnor, norme française NF P 18-409, Essai de traction directe sur le béton.

Ajaz A., Parry R. H. G., 1975, "Stress-strain behaviour of two compacted clays in tension and compression", *Géotechnique*, Vol. 25, N°3, pp. 495-512.

Ammeri A., 2007, "Simulation des essais mécaniques sur des sols fins par éléments discrets : études expérimentale et numérique", Proceeding of the Young Geotechnical African Conference, Tunisia, 16-18th March.

Ammeri A., Bouassida M., Jamei M., Villard P., Gourc J.P, 2008, "Détermination expérimentale de la résistance à la traction par fendage des sols fins", Proceeding of the International Conference on Geotechnical Engineering, Hammamet, 24th - 26th March. Proceeding of the Young Geotechnical African Conference, Tunisia, 16-18<sup>th</sup> March.

Ammeri A., Bouassida M., Jamei M., Villard Pascal, Gourc J.P., 2007, "Interpretation of the split test carried out on cohesive soil", *Actes du 14ème Congrès Régional Africain de Mécanique des Sols et de Géotechnique*, Yaoundé, Cameroun, 10-13 décembre.

Ammeri A., Jamei M., Bouassida M., Plé O., Villard P., Gourc J.P, 2009, "Numerical study of bending test on compacted clay by DEM: tensile strength determination". *International Journal of Computer Applications in Technology*, Vol. 34, N° 1, pp. 13-22.

Ammeri A., Jamei M., Guiras H., Bouassida M., Villard Pascal, Ple Olivier, Camp S., Gourc J.P., 2006, "A numerical study of compacted clay tensile strength by discrete element modelling: A bending test application", *Proceeding of the First Euro Mediterranean in Advances in Geomaterials and Structures*, pp. 65-70, Hammamet 3-5 May, Tunisia.

Anandrajah A., 2003, "Discrete element modeling of leaching-induced apparent overconsolidation in kaolinite", *Soils and foundations*, Vol. 43, N° 6, pp. 1-13.

Bardet J-P., 1998, "Introduction to computational granular mechanics", in *Cambou B. (Ed.): Behaviour of Granular Materials*, No. 385 in CISM Courses and Lectures, Springer, Wien, New York, pp.99-170.

Barzegar A. R., Oades J. M., Rengasamy P., Murray R. S., 1995, "Tensile strength of dry, remoulded soils as affected by properties of the clay fraction", *Geoderma*, Vol. 65, pp. 93-108.

Bofinger H. E., 1970, "The measurement of the tensile properties of soil-cement", *Road Research Laboratory Report LR 365, Ministry of transport*, Crowthorne, Berkshire, England.

Bouassida M., Boussetta S., 2007, "Manuel de travaux pratiques de mécanique des sols", *Centre de Publication universitaire*, ISBN : 978-9973-37-393-9.

Boughanmi M., 2002, "étude expérimentale et numérique du comportement des argilles sollicitées en traction et renforcées par des fibres végétales", *mémoire de DEA, ENIT*.

Bragg R. A., ANDERSLAND O. B., 1981, "Strain rate, temperature, and sample size effects on compression and tensile properties, of frozen sand", *Engineering Geology*, Vol. 18, pp. 35-46.

Cambou B., Dubujet P., Emeriault F., Sidoroff F., 1995, "Homogenization for granular materials", *European J. of mechanics A/Solids*, Vol. 14, pp. 255-276.

Carniero F., Barcellos A., 1953, "International association of testing and research laboratories for materials and structures", *RILEM Bull.*, Vol. 13, pp. 13-23.

Carpinteri A., Ferro G., 1994, "Size effects on tensile fracture properties : a unified explanation based on disorder and fractality of concrete microstructure", *Materials and Structures (RILEM)*, Vol. 27, pp. 563-571.

Causarano H., 1993, "Factors affecting the tensile strength of soil aggregates", *Soil & Tillage Research*, Vol. 28, pp. 15-25.

Chareyre B., 2003, "Modélisation du comportement d'ouvrages composites sol – géosynthétique par éléments discrets – Application aux ancrages en tranchées en tête de talus", *Thèse de doctorat*, Université Joseph Fourier de Grenoble.

Chareyre B., Briancon L., Villard P., 2002, "Theoretical Versus Experimental Modeling of the Anchorage Capacity of geotextiles in Trenches", *Geosynthetics International*, Vol. 9, No. 2, pp. 97-123.

Chen W. F., Drucker D. C., 1969, "Bearing capacity of concrete blocks or rock", *J. of the Eng. Mech. Div.*, Vol. 95, N° EM4, pp. 955-978.

Chen W. F., Trumbauer B. E., 1972, "Double – punch test and tensile strength of concrete", *J. of Materials, JMLSA*, Vol. 7, Nn° 2, pp. 148-154.

Christoffersen J., Mehrabadi M. M., Nema-Nasser S., 1981, "A micromechanical description of granular material behaviour", *J. App. Mech.*, Vol. 48, pp.339–344.

Cundall P.A., 1971, "A computer model for simulating progressive, large-scale movements in blocky rock systems", *Proc. Symp. Int. Rock Mech., Nancy*, Vol 1, paper II-8.

Cundall P.A., Strack O. D. L., (1979), "A discrete numerical model for granular assemblies", *Géotechnique*, Vol. 29, N° 1, pp. 47-65.

D'Addetta G. A., Kun F., Ramm E., 2002, "On the application of a discrete model to the fracture process of cohesive granular materials", *Granular Matter*, Vol. 4, N° 2, pp. 77-90.

Deluzarche R., 2004, "Modélisation discrète des enrochements - Application aux barrages". *Thèse de doctorat*, Ecole Centrale de Lyon.

Deresiewicz H., 1958, "Stress-strain relation for a simple model of a granular medium", *J. of applied mechanics*, Vol. 25, N° 3, pp. 402-406.

Fairhurst C., 1964, "On the validity of the Brazilian test for brittle materials", *Int. J. Rock Mech. Mining Sci.* Vol. 1, pp. 535-546.

Fang H . Y., Chen W . F., 1971. "New method for determination of tensile strength of soils", *Highway Research Record*, Vol° 354, pp. 62-68.

Fang H. Y., Fernandez J., 1981, "Determination of tensile strength of soils by unconfined-penetration test", *ASTM STP*, Vol. 740, pp. 130-144.

Fang H. Y., Hirst T.J., 1973, "A method for determining the strength parameters of soils", *Highway Research Record*, Vol. 46, N°3 ,pp.45-50.

Georgopoulos I. O., Papanicolopoulos S. A., Ammeri A., Elghezal L., Stefanou I., Jamei M., Vardoulakis I., Kallel A., 2008, "Expanded Perlite as a Model Material to Study the Role of Grain Stiffness and Strength in Granular Media", *Proceeding of the Second Euro Mediterranean in Advances in Geomaterials and Structures*, pp. 727-733, Hammamet, Tunisia.

Gröger T., Tüzüm U., Heyes D. M., 2003, "Shearing of wet particle systems – discrete element simulations", *Proceedings of The 1st International PFC Symposium : Numerical Modelling in Micromechanics via Particle Methods*, Konietzky (ed.), pp. 65-72.

H. Arslan, S. Sture, S. Batiste, 2007, "Experimental Simulation of Tensile Behavior of Lunar Soil Simulant JSC-1", *Materials Science & Engineering Vol. A*, doi:10.1016/j.msea.2007.05.113.

Heibrock G., Zeh R. M., Witt K. J., 2003, "Tensile strength of compacted clays", *Proc. of Int. Conf. "From experimental evidence towards numerical modelling of unsaturated soils*, Germany 18-19 September, Vol. 1, pp. 395-412.

Hiroshi H., Masayuki I., 1964, "On the tensile strength test of disturbed soils", *Proceeding of Rheology and soil mechanics*, 1-8 April, pp. 405-412.

Hondros G., 1959, "The evaluation of Poisson's ratio and modulus of materials of a low tensile resistance by the Brazilian (indirect tensile) test with particular reference to concrete", *Aust. J. App. Sci.*, Vol. 10, N° 3, pp. 243-268.

Itasca Consulting Group., 2004, "PFC2D 3.10 particle flow code in two dimensions.", *Itasca Consulting Group, Inc., Minneapolis*.

Jack A., Harison B. O. H., Kamyar M., 1994, "Fracture toughness of compacted cohesive soils using ring test", *Journal of Geotechnical Engineering*, Vol. 120, No. 5, pp.872–889.

Kaklis K. N., Vardoulakis I., 2004, "An Experimental Investigation of the Size effect in indirect tensile test on Dionysos marble", *7<sup>th</sup> National Congress in Theoretical and Applied Mechanics*, Chania 21-26 June.

KOOLEN A. J., VAANDRAGER P., 1984, "Relationships between Soil Mechanical Properties", *J. agric. Eng. Res.*, Vol. 29, N° 3, pp. 13-3 19.

Krishnayya A .V .G., Eisenstein Z., Morgenstern N. R., 1974, "Behaviour of compacted soils in tension", *Journal of the geotechnical engineering division*, Vol. 100, N° GT9, pp. 1051-1061.

Krishnayya A. V. G., Eisentrein Z., 1974, "Brazilian tensile test for soils", *Can. Geotech. J.*, Vol. 11, pp. 632-641.



- Lars J. M., Per S., Bev D. K., 2002, "Tensile strength of soil cores in relation to aggregate strength, soil fragmentation and pore characteristics", *Soil & Tillage Research*, Vol. 64, pp. 125–135.
- Liao C., Chang T., Young D., Chang C., 1997, "Stress-strain relationships for granular materials based on the hypothesis of best fit", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 34, pp.4087–4100.
- Liu S. H., Sun D. A., 2002, "Simulating the collapse of unsaturated soil by DEM", *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, Vol.26, pp. 633-646.
- Love A. E. H., 1927, "A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity". ISBN-10, 0486601749, edition 4.
- Madjoudj N., 2001, "Caractérisation du comportement en traction des sols argileux pour les barrières de centres de stockage de déchets", *Thèse de doctorat*, Université Joseph Fourier de Grenoble.
- Mellor M., Hawkes I., 1971, "Measurement of tensile strength by diametral compression of discs and annuli", *Eng. Geol.*, Vol. 5, N° 3, pp. 173-225.
- Molenkamp F., Nazemi A. H., 2003, "Interaction between two rough spheres, water bridge and water vapour", *Géotechnique*, Vol. 53, N° 2, pp. 255-264.
- Morel J. C., P'kla A., Di Benedetto H., 2003, "Essai in situ sur blocs de terre comprimée", *Revue française de génie civil*, Vol. 7, N° 2, pp. 221-237.
- Mori H., Ogawa Y., Cao G. Q., 2003, "Liquefaction analysis of Yodo-gawa River dike with discrete element method", *Proceedings of The 1st International PFC Symposium : Numerical Modelling in Micromechanics via Particle Methods*, Konietzky (ed.), pp. 133-140.
- Müller D., 1996, "Techniques informatiques efficaces pour la simulation de milieux granulaires par des méthodes d'éléments distincts", *thèse de doctorat ès sciences*, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne.
- Nagaraj T. S., Murthy S., 1986, "A critical reappraisal of compression index equations", *Géotechnique*, Vol. 36, N° 1, pp. 27-32.
- Narain J., Rawat C., 1970, "Tensile strength of compacted soils", *J. of soil Mech. and Found. Div.*, Vol. 96, N° SM4, pp. 2185-2190.

Pournin L., 2005, "On the behaviour of spherical and non-spherical grain assemblies, its modelling and numerical simulation", *thèse de doctorat ès sciences*, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne.

Prentis H. M., 1951, "The distribution of concrete stress in reinforced and prestressed concrete beams when tested to destruction by a pure bending moment", *Mag. Conc. Res.*, Vol. 2, N° 5, pp. 73-77.

Ramanathan B., Raman V., 1974, "Split tensile strength of cohesive soils. *Geotechnical Engineering*", Vol.3, pp. 71-75.

Rao B. S., Rao K. S., 1972, "Measurement of tensile strength of compacted soil", *Geotechnical Engineering*, Vol. 3, pp. 61-66.

Rocco C., Guinea G. V., Planas J., Elices M., 1999, "Size effect and boundary conditions in Brazilian test : Experimental verification. *Materials and Structures*", Vol. 32, pp. 210-217.

Stimpson B., Chen R., 1993, "Measurement of rock elastic moduli in tension and in compression and its practical significance", *Can. Geotech. J.*, Vol. 30, pp. 338-347.

Tae-Hyung K., Changsoo H., 2003, "Modeling of tensile strength on moist granular earth material at low water content", *Engineering Geology*, Vol. 69, pp. 233-244

Trabelsi H., 2008, "Rapport interne", *Laboratoire genie civil*, ENIT.

Tschebotarioff G. P., Ward E. R., Dephilippe A. A., 1953, "The tensile strength of distributed and recompacted soil", *Proc. 3<sup>rd</sup> Int. Conf. Soil Mech. Fond. Eng.*, Vol. 1, pp. 207-210.

Venkatarama R. B., Jagadish K., 1992, "Field evaluation of pressed soil – cement blocks", *Proc. of the 4<sup>th</sup> int. seminar on structural masonry for developing countries*, pp. 168-175

Walker P., 2000, "Strength and durability testing of earth blocks", *Proc. of the 6<sup>th</sup> int. seminar on structural masonry for developing countries*, pp. 111-118.

Wang Q. Z., Jia X. M., Kou S. Q., Zhang Z. X., Lindqvist P., 2004, "The flattened Brazilian disc specimen used for testing elastic modulus, tensile strength and fracture toughness of brittle rocks: analytical and numerical results",

*International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, Vol. 41, N° 2, pp. 245-253.

Weber J., 1966, " Recherches concernant les contraintes intergranulaires dans les milieux pulvérulents. Application à la rhéologie de ces milieux " , *Cahiers du G.F.R.*, Vol. 3, pp.161–170.

Yong Y., Jianmin Y., Zouwu Z., 2006, "Shape effects in the Brazilian tensile strength test and a 3D FEM correction", *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, Vol. 43, pp. 623–627.

## ***Résumé***

L'étude du comportement des sols fins sollicités en traction a suscité l'intérêt des chercheurs et des ingénieurs pour de nombreuses applications depuis plus d'un demi siècle. Cependant, elle est restée sans issues claires, notamment pour l'identification du comportement des sols en traction pour des états de saturations différentes. La complexité est essentiellement d'origine expérimentale. Cette question est de nouveau posée. Des contributions récentes, assez prometteuses, permettent d'apporter un éclairage nouveau sur ces aspects. Ce travail de recherches s'intègre donc dans cette voie, où l'on cherche à apporter des éléments de réponse quant à la faisabilité et à l'interprétation d'un certain nombre d'essais de laboratoire de traction directe ou indirecte.

En se focalisant sur la détermination de la résistance à la traction d'un sol fin à un état de saturation donné, on a réalisé des essais au laboratoire sur un limon (assimilé à un matériau fin), se trouvant sur un site choisi initialement pour héberger un centre de stockage des déchets solides ménagers. La problématique relative à ce type d'application, est liée au fait qu'un tel sol (le limon) est utilisé majoritairement pour la construction de la couche de couverture, et qu'il risque donc d'être fortement sollicité en traction par flexion quand les déchets subissent des tassements. Dans ce but, l'étude expérimentale a été orientée vers des essais de traction indirecte à savoir l'essai de fendage et l'essai de flexion.

La complexité d'une telle étude réside, d'une part, dans l'interprétation qu'on peut en faire et, d'autre part, dans le couplage des effets de plusieurs paramètres (liés à la préparation de l'échantillon, les conditions initiales de saturation et de densité des échantillons, les dimensions des éprouvettes, les conditions aux limites associées à ces essais).

En faisant une étude paramétrique et une analyse fine de la réponse de ce matériau, via une méthodologie numérique qui nous semble bien appropriée (méthode des éléments distincts, DEM), nous avons apporté des éléments de réponse aux interprétations des essais de traction indirecte. L'approche DEM est appliquée selon une démarche de calibrage des paramètres sur la base des essais de cisaillement au triaxial. On montre que l'essai de fendage ne pourrait pas fournir la résistance à la traction uniaxiale (valeur de référence obtenue numériquement par la DEM par un essai de traction directe) même si l'initiation de la fissure apparaissait au centre. Une telle condition n'est satisfaite que pour un aplatissement de l'éprouvette cylindrique d'un angle au centre de la section par rapport à la génératrice variant de 10° à 12°.

D'un autre côté, l'essai de flexion interprété selon le modèle différentiel semble donner une bonne estimation de la résistance à la traction uniaxiale.

Dans ce travail de recherches, bien que la démarche numérique par éléments distincts semble dépendre des essais de laboratoire nécessaires au calage, sa potentialité demeure très importante puisque, non seulement elle offre l'opportunité de simuler des essais complexes de laboratoire, mais aussi elle permet d'avoir des outils d'interprétation fiables.

**Mots clés :** Résistance, Traction, Limon, MED

## ***Abstract***

The study of the tensile strength behaviour of a clay soil constitutes a new field investigation. It is generally accepted in geotechnical engineering that soil exhibit no or negligible tensile strength. However, there is significant evidence that interparticle forces arising capillary is an origin of a significant tensile strength particularly for a fine and clayey soils. The experimental difficulties related to the tensile parameters determination remain. At the same time, the classical extrapolation of the indirect tensile tests, such Brazilian test and bending test, used usually in rock mechanics and for concrete, remain largely uncertain. One of these aspects is the difficulty to interpret the results from the different tests.

The main purpose of this research was to experimentally examine the results via several Brazilian tests and bending tests and to use as numerical support the Distinct Element Method (DEM). This approach was accomplished by conducting several tests on the silt clay which was provided from Nabeul City. In fact the site was previously intended for a protection liner of a landfill.

The major conclusions obtained from this research include experimental and numerical results, tended to improve that the split tensile test can not give the uniaxial tensile strength, even if we guarantee the in-center crack initiation by double flats diametrically opposite.

However, the bending test can give a good prediction of the uniaxial tensile strength, especially using the analytical differential model. In fact, it seems that this model which is not based on a preferred behavior law assumption, leads to the same numerical stress diagram in tension zone.

**Keywords:** Strength, Tensile, Silt, DEM