

L'entre-deux-guerres mathématique à travers les thèses soutenues en France

Juliette Leloup

sous la direction d'Hélène Gispert et de Catherine Goldstein

17 juin 2009

Institut de mathématiques de Jussieu
Université Pierre et Marie Curie

I

Les images actuelles de l'entre-deux-guerres

Les images actuelles de l'entre-deux-guerres

- Une image d'ensemble fondée sur des témoignages, des récits et des souvenirs de certains acteurs de l'époque, la plupart liés au groupe Bourbaki.

WEIL André, 1991, *Souvenirs d'apprentissage*. Basel, Boston, Berlin : Birkhäuser.

SCHWARTZ Laurent, 1997, *Un mathématicien aux prises avec le siècle*. Paris : Éditions Odile Jacob.

DUGAC Pierre, 1995, *Jean Dieudonné Mathématicien complet*. Éditions Jacques Gabay.

JACKSON A., 1999, «Interview with Henri Cartan». *Notices of the American Mathematical Society*, 46 (7) 782-788.

GUEDJ Denis, 1985 «Nicholas Bourbaki, collective mathematician : An interview with Claude Chevalley». *Mathematical Intelligencer*, 7 (2) 18-22.

Les images actuelles de l'entre-deux-guerres

- Une image d'ensemble fondée sur des témoignages, des récits et des souvenirs de certains acteurs de l'époque, la plupart liés au groupe Bourbaki.

WEIL André, 1991, *Souvenirs d'apprentissage*. Basel, Boston, Berlin : Birkhäuser.

SCHWARTZ Laurent, 1997, *Un mathématicien aux prises avec le siècle*. Paris : Éditions Odile Jacob.

DUGAC Pierre, 1995, *Jean Dieudonné Mathématicien complet*. Éditions Jacques Gabay.

JACKSON A., 1999, «Interview with Henri Cartan». *Notices of the American Mathematical Society*, 46 (7) 782-788.

GUEDJ Denis, 1985 «Nicholas Bourbaki, collective mathematician : An interview with Claude Chevalley». *Mathematical Intelligencer*, 7 (2) 18-22.

- Un travail pionnier de Liliane Beaulieu sur le groupe Bourbaki pour réexaminer cette image.

BEAULIEU Liliane, 1990, Bourbaki, *Une histoire du groupe de mathématiciens français et de ses travaux (1934-1944)*. Thèse de doctorat, Université de Montréal, Institut d'histoire et de sociopolitique des sciences.

- D'autres études, locales, sur les institutions, les mathématiques appliquées.

SIEGMUND-SCHULTZE, 2001, *Rockfeller and the Internationalization of Mathematics between the two World Wars*. Basel : Birkhäuser.

MOUNIER-KUHN Pierre, 1996, «Un programme technologique national : la Mécanique des fluides» in A. Grelon et M. Grossetti (dir.), *Programme Villes et Institutions scientifiques*. Rapport final, CNRS PIR Villes.

BRU Bernard sur les probabilités (ex. BRU Bernard, 2003, «Souvenirs de Bologne». *Journal de la Société française de statistique*, 144 (1-2) 135-226).

Les témoignages comme source : un problème historiographique

- Image d'ensemble procédant de la constitution d'une «mémoire collective» à partir des mémoires individuelles des membres d'un groupe.
- Interaction entre deux types de mémoires.
- Interaction entre passés et présents.
 - Reconstruction *a posteriori* des événements passés des membres de ce groupe et des souvenirs propres au groupe.
 - Contextes de mise en mémoire particuliers influant sur la mémoire retranscrite.

BEAULIEU Liliane, 1998, «Jeux d'esprit et jeux de mémoire chez N. Bourbaki» in Abir-Am Pnina (dir.), *La mise en mémoire de la science. Pour une ethnographie historique des rites commémoratifs*. Éditions des archives contemporaines, 75-123.

HALBWACHS Maurice, 1994, *Les cadres sociaux de la mémoire*. Albin Michel, postface de Gérard NAMER. 1^{ère} édition en 1925.

HALBWACHS Maurice et NAMER Gérard (dir.), 1997, *La mémoire collective*. Albin Michel, 1^{ère} édition aux Presses universitaires de France en 1950.

Choix d'un nouveau corpus

Choix d'un nouveau corpus

- Corpus indépendant de souvenirs écrits et des témoignages directs ou rapportés des acteurs de l'époque.

Choix d'un nouveau corpus

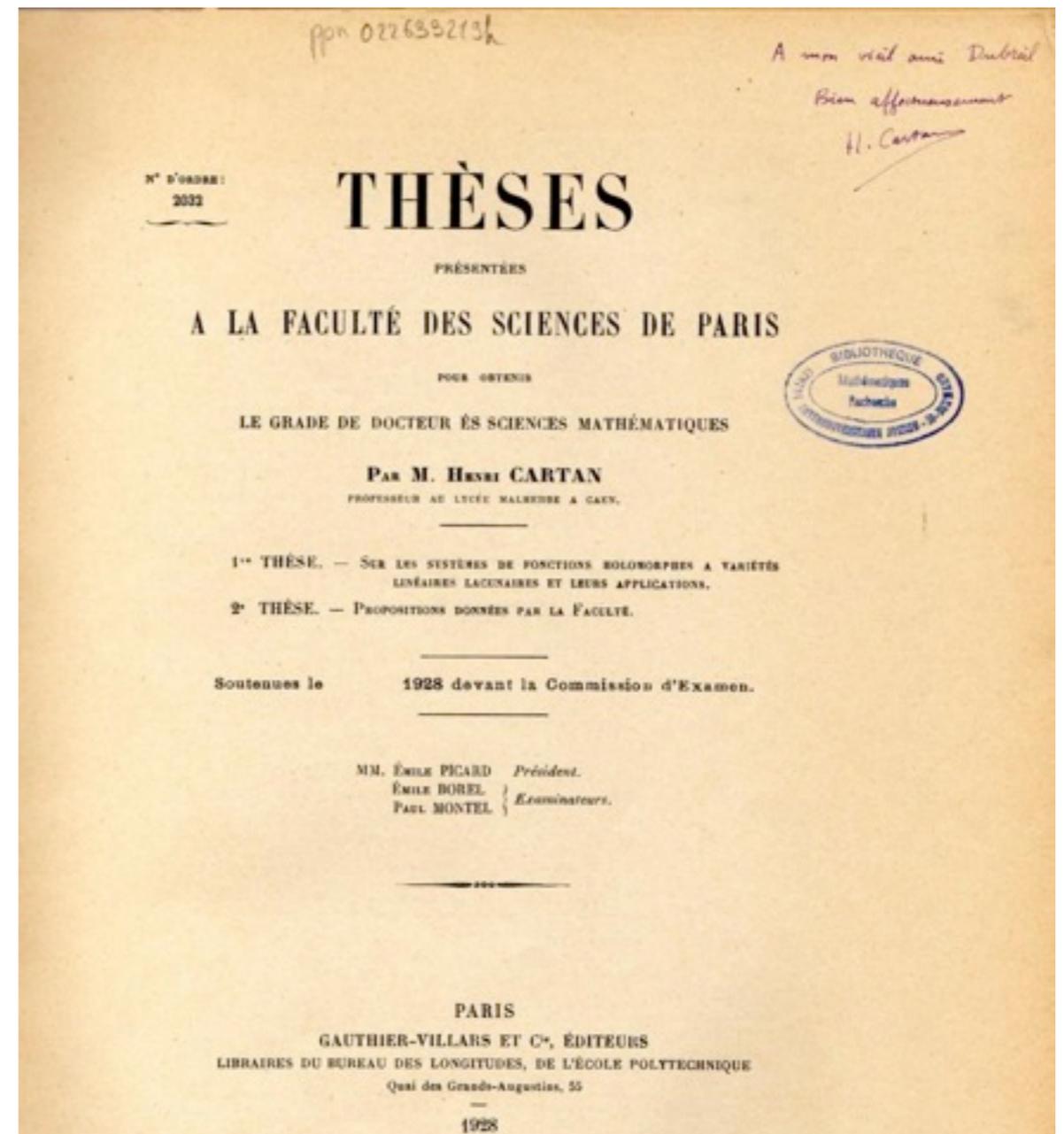
- Corpus indépendant de souvenirs écrits et des témoignages directs ou rapportés des acteurs de l'époque.
- Corpus homogène sans morcellements ni sélection *a priori* de domaines mathématiques.

Choix d'un nouveau corpus

- Corpus indépendant de souvenirs écrits et des témoignages directs ou rapportés des acteurs de l'époque.
- Corpus homogène sans morcellements ni sélection *a priori* de domaines mathématiques.
- Corpus permettant d'articuler anciennes et nouvelles générations de mathématiciens de l'entre-deux-guerres.

L'objet thèse

- Une publication mathématique
- Un auteur
- Un jury
- Un rapport de thèse et un rapport de soutenance

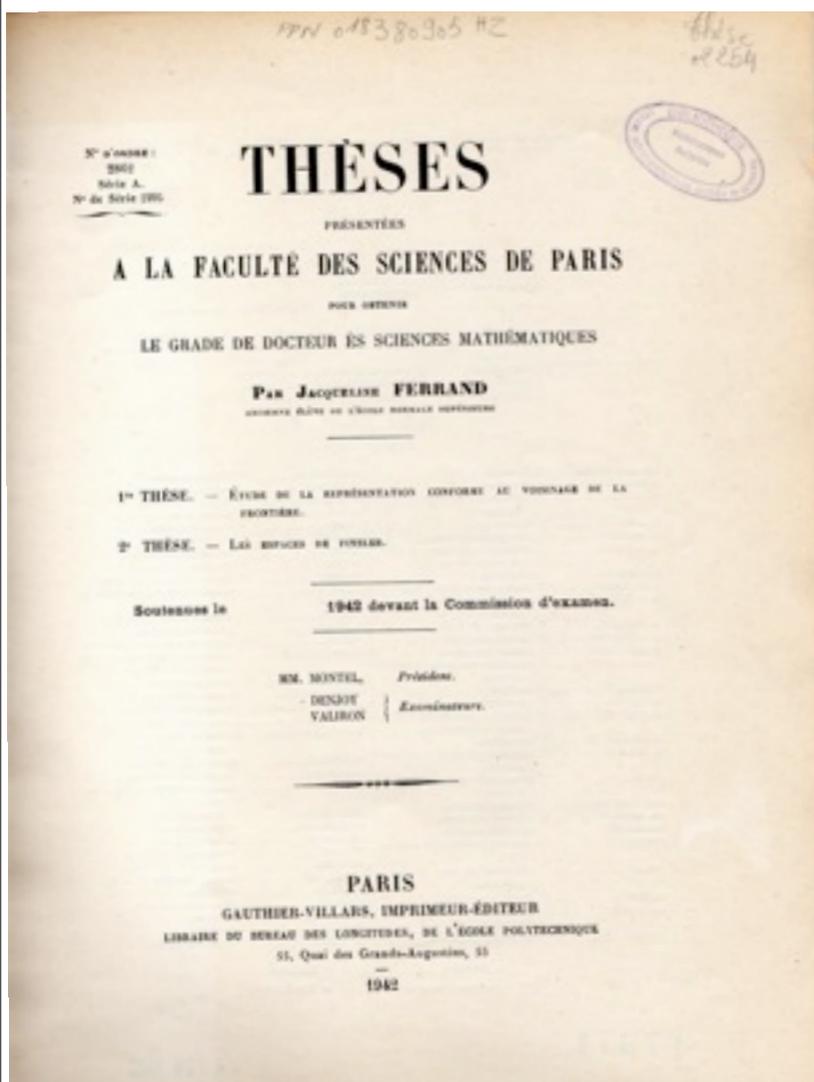


Une publication mathématique (I)

- Une publication mathématique presque toujours imprimée chez un éditeur, parfois republiée intégralement dans des périodiques ou partiellement sous forme de notes aux CRAS.

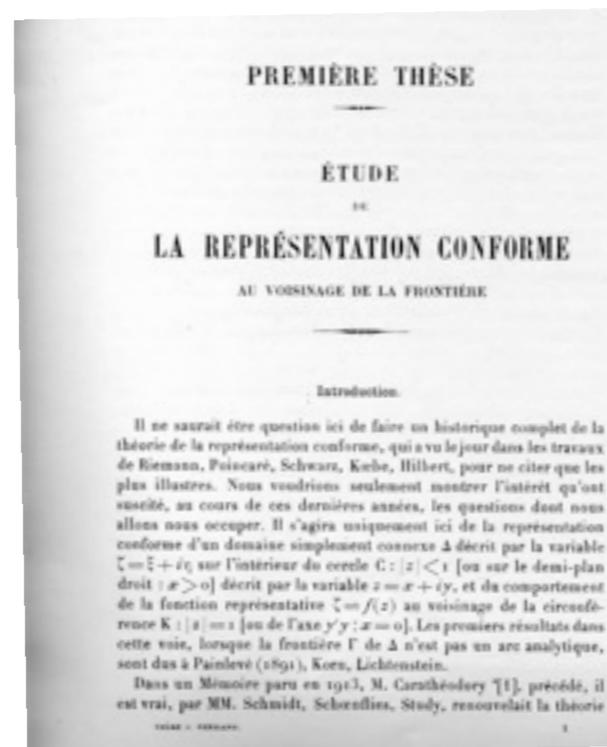
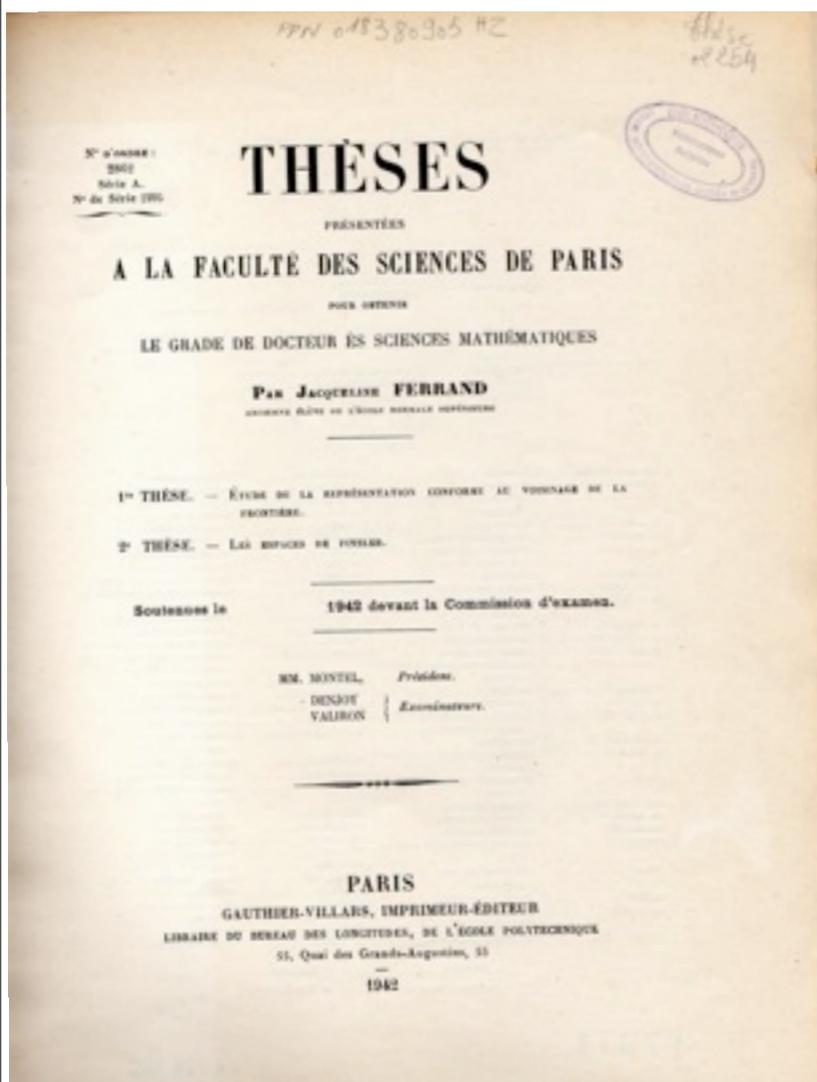
Une publication mathématique (I)

- Une publication mathématique presque toujours imprimée chez un éditeur, parfois republiée intégralement dans des périodiques ou partiellement sous forme de notes aux CRAS.



Une publication mathématique (I)

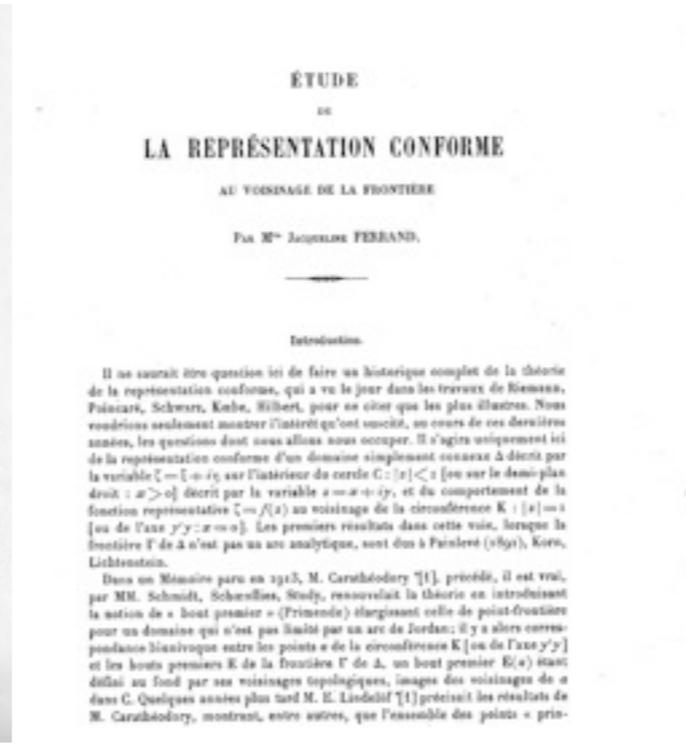
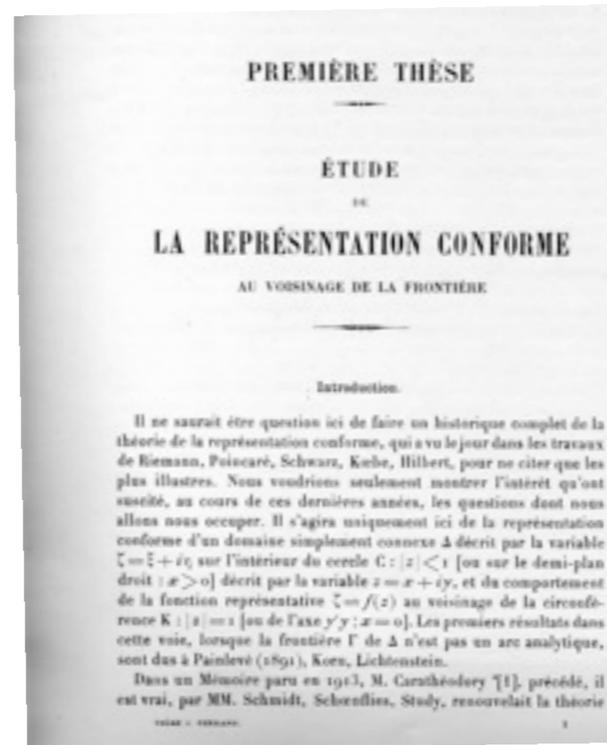
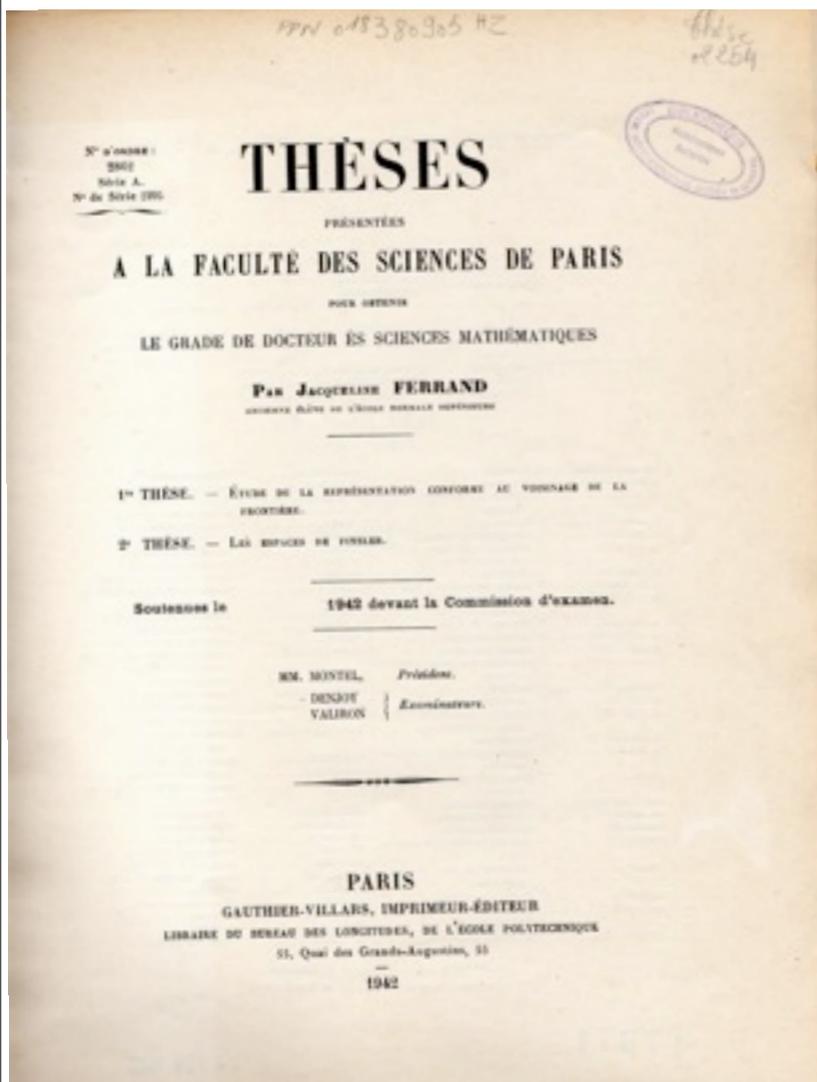
- Une publication mathématique presque toujours imprimée chez un éditeur, parfois republiée intégralement dans des périodiques ou partiellement sous forme de notes aux CRAS.



FERRAND Jacqueline, 1942, «Etude de la représentation conforme au voisinage de la frontière», *Annales scientifiques de l'École normale supérieure* 59 (3) 43-106

Une publication mathématique (I)

- Une publication mathématique presque toujours imprimée chez un éditeur, parfois republiée intégralement dans des périodiques ou partiellement sous forme de notes aux CRAS.

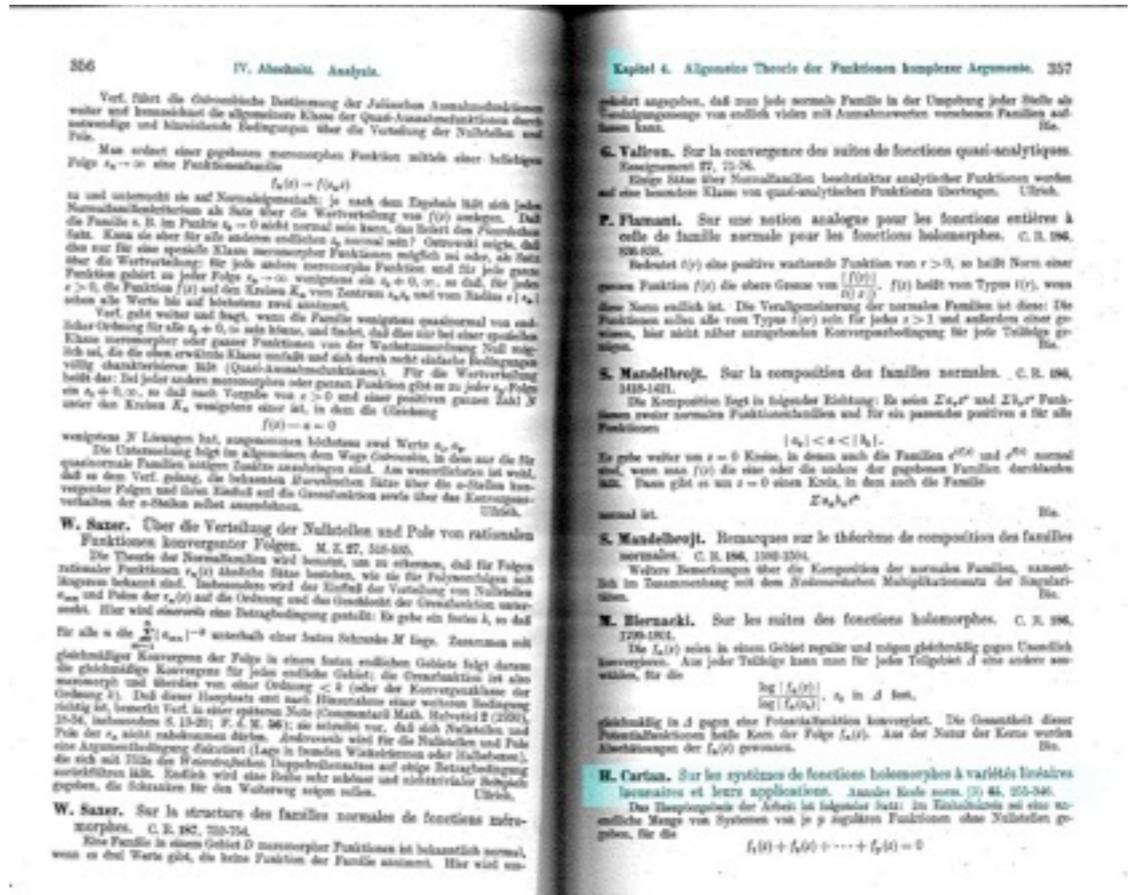
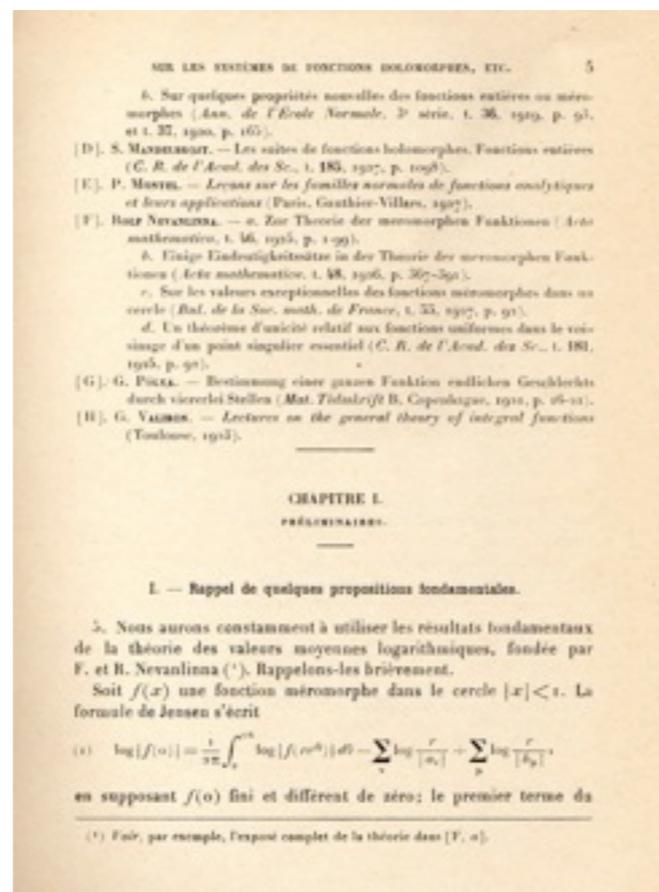
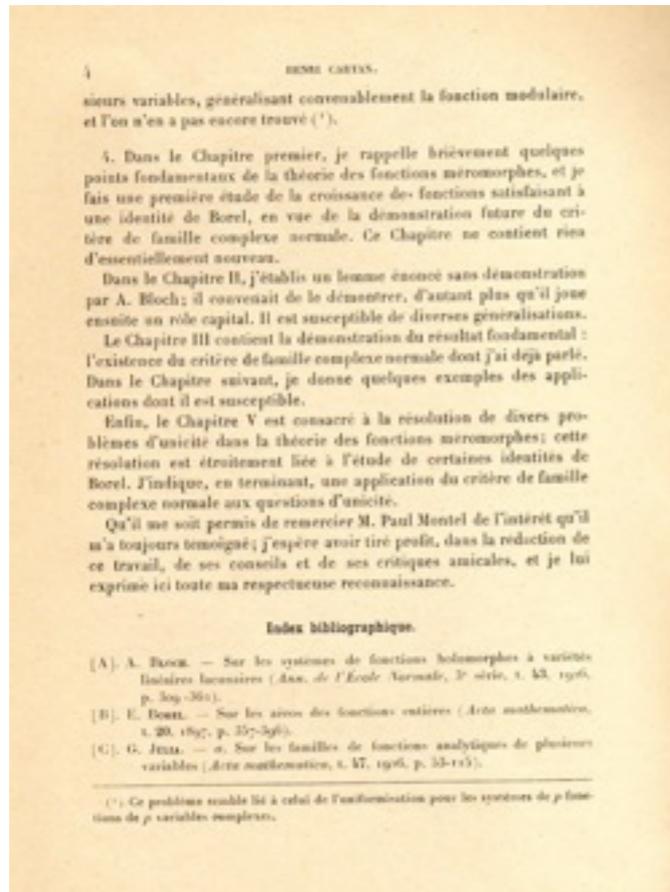


FERRAND Jacqueline, 1942, «Etude de la représentation conforme au voisinage de la frontière», *Annales scientifiques de l'École normale supérieure* 59 (3) 43-106

FERRAND Jacqueline, 1941, «Sur la représentation conforme au voisinage d'un point frontière», *Comptes rendus de l'Académie des sciences* 212 977-980

Une publication mathématique (II)

- un classement dans un domaine ou un sous-domaine des sciences mathématiques
- des notions de mathématiques
- des réseaux de textes



Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik (54). 1928

Index bibliographique de la thèse d'Henri Cartan

Un auteur

Un auteur

- Informations biographiques

Un auteur

- Informations biographiques

PAR M. GASTON JULIA,
Ancien élève de l'École Normale supérieure,
Sous-lieutenant au 34^e régiment d'infanterie.

PAR M. HENRI CARTAN
PROFESSEUR AU LYCÉE MALHERBE A CAEN.

PAR PIERRE LELONG
ANCIEN ÉLÈVE DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE
AGRÉGÉ DE MATHÉMATIQUES

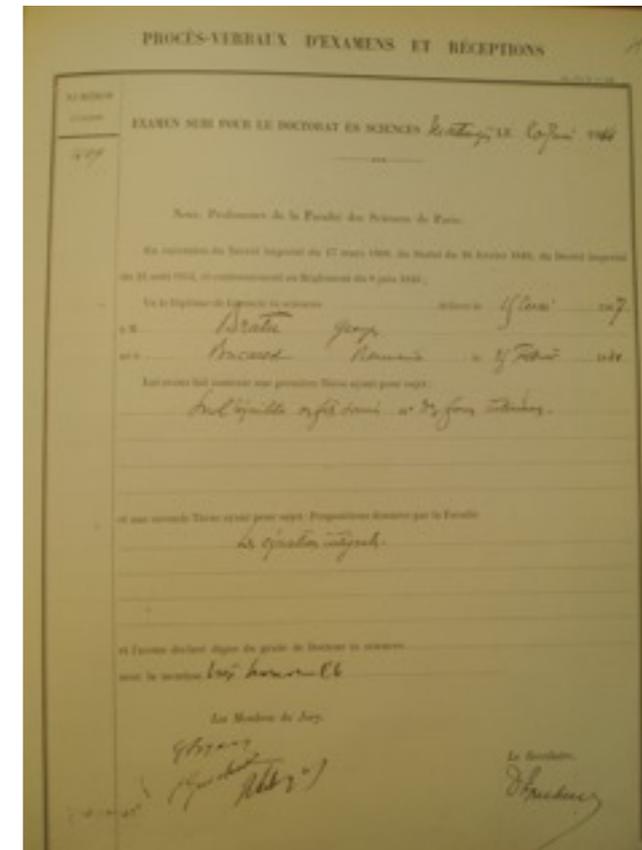
Un auteur

- Informations biographiques

PAR M. GASTON JULIA,
Ancien élève de l'École Normale supérieure,
Sous-lieutenant au 34^e régiment d'Infanterie.

PAR M. HENRI CARTAN
PROFESSEUR AU LYCÉE MALHERBE A CAEN.

PAR PIERRE LELONG
ANCIEN ÉLÈVE DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE
AGRÉGÉ DE MATHÉMATIQUES



Procès verbal du
doctorat de
Georges Bratu

Un auteur

- Informations biographiques

PAR M. GASTON JULIA,
Ancien élève de l'École Normale supérieure,
Sous-lieutenant au 34^e régiment d'Infanterie.

PAR M. HENRI CARTAN
PROFESSEUR AU LYCÉE MALHERBE A CAEN.

PAR PIERRE LELONG
ANCIEN ÉLÈVE DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE
AGRÉGÉ DE MATHÉMATIQUES

- Dédicaces diverses

A MES PARENTS

Dédicace de la thèse
d'Henri Cartan

PREMIÈRE THÈSE
ET DEUXIÈME PARTIE
À MESSIEURS
KING-LAI HIONG
PRÉSIDENT DE L'UNIVERSITÉ YUNNAN
ET
GEORGES VALIRON
PROFESSEUR À LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS
Hommage de son respectueux reconnaissant.

Dédicace de la thèse de
Chi-Tai Chuang

PROCÈS-VERBAUX D'EXAMENS ET RÉCEPTIONS
ÉLUS SUIVANT LE DOCTORAT EN SCIENCES Mathématiques le 12 Juin 1944
M. Bratu
M. Lelong
M. Julia
M. Valiron
M. Cartan

Procès verbal du
doctorat de
Georges Bratu

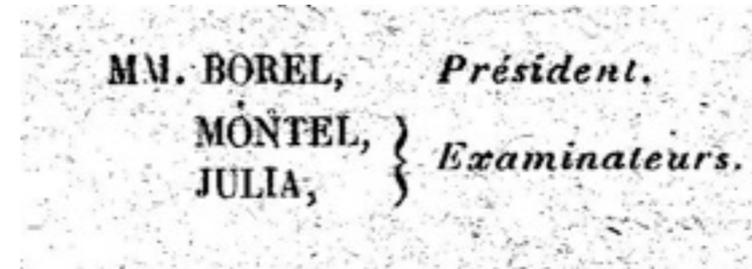
A LA MÉMOIRE
DE NOS
CAMARADES DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE
TUÉS A L'ENNEMI

Dédicace de la thèse de
Gaston Julia

Un jury et des rapports

Un jury et des rapports

- Un jury



a remplacé le voyage par une infinité de nombre de points infinis au domaine d'une seule variable. Or, M. Ostrowski, abandonnant la condition d'être bornée, pour les fonctions $f_n(z)$, suppose que la courbe dans le voyage est assez rapide, cette rapidité étant naturellement liée à la rapidité de la convergence avec n des fonctions $f_n(z)$. La propriété de convergence dans le domaine subsiste encore. M. Milloux remplace le voyage de convergence par une infinité de nombre de points suivant une loi assez rapide.

La dernière partie est en liaison étroite avec les recherches récentes de M. Bicharbach sur la grandeur des angles dans lesquels une fonction entière d'ordre p peut admettre une valeur exceptionnelle: l'oscillation ne peut dépasser le plus grand des deux nombres $\frac{\pi}{p}$ ou $2\pi - \frac{\pi}{p}$. M. Milloux démontre ce résultat par une voie différente qui en montre plus profondément la rigueur, et y ajoute des précisions nouvelles par une étude approfondie des fonctions qui sont d'ordre p dans un angle.

Dans l'ensemble, le travail de M. Milloux apporte une méthode et des résultats nouveaux dans l'étude des valeurs d'une fonction méromorphe au voisinage d'un point essentiel isolé. L'auteur fait preuve de qualité d'investigation, sans s'écarter de la rigueur dans les deductions, ni de la précision dans les résultats. Il a agité dans le domaine où il s'est tenu, cette fameuse liaison avec les théories matricielles qui est une des premières conditions de la recherche, ainsi que beaucoup de détails dans le mouvement des procédés modernes de l'Analyse.

Le travail de M. Milloux me paraît tout à fait digne d'être accepté comme Thèse de doctorat.

le 23 février 1924
 Paul Montel

J'ai aussi exprimé mes appréciations à M. Montel. Ce travail a fait preuve de subtilité, de pénétration et d'innovation qui permettent de les bien apprécier à l'avance de ses recherches. On peut espérer qu'il fera honneur par ses travaux à notre enseignement supérieur. Sa qualité de clarté dans l'exposition de la précision et de la sûreté de la thèse, l'élégance et la précision de ses connaissances, en font un très bon professeur.

Son mérite est d'autant plus grand qu'il a fait ses études à Lille pendant l'occupation, sous la direction du regretté Demarthe, dont il convient de rappeler dans cette occasion le dévouement.

Le jury a été unanime à accorder à M. Milloux la mention très honorable et à exprimer le vœu qu'il entre dignement dans l'enseignement supérieur.

Le 26 novembre 1924
 le Président du jury
 Emile Borel

Monsieur: très honorable

**Rapport sur la thèse d'Henri Milloux (2 dernières pages)
 et rapport sur la soutenance**

Constitution d'une base de données

Constitution d'une base de données

Date	Nom	Origine	Président	Examineurs	Titre de la 1ère thèse	Titre de la seconde thèse	Nbre de pages	Faculté	Classement dans le Jahrbuch	Ref. et Publication dans les répertoires	Maison d'édition indiquée sur le manuscrit	Fonds
9-janv.-14	Th. Got	Ancien ingénieur de la Marine	Picard	Cartan, Humbert	Questions diverses concernant certaines formes quadratiques ternaires indéfinies et les groupes fuchsien arithmétiques qui s'y rattachent	Théorie des surfaces de Riemann et propriétés fondamentales des intégrales abéliennes	99	Paris	Arithmétique inférieure et supérieure. Théorie des nombres. Théorie des formes // Arithmétique et Algèbre. Théorie arithmétique des formes.	Ref. J.B. 2 Publications : Toulouse, Privat (1913)/Annales de Toulouse (1914)	Toulouse, Imprimerie et Librairie Edouard Privat, librairie de l'université, 1913	E.N.S.
mai-14	Jacques Chapeton	polytechnicien, élève ingénieur des Mines	Picard	Painlevé, Humbert	Sur les relations entre les nombres des classes de formes quadratiques binaires de déterminant négatif	Les équations de l'hydrodynamique et la théorie des tourbillons	195	Paris	Ref. 2 fois. Arithmétique et Algèbre. Théorie arithmétique des formes // Arithmétique inférieure et supérieure. Théorie des nombres. Théorie des Formes	Ref. J.B. Publication dans le Journal de l'Ecole Polytechnique (1915)	Paris, Gauthier-Villars, 1914	E.N.S.
13-juin-14	Georges Bouligand	E.N.S. 1909	Picard	Borel, Hadamard	Sur les fonctions de Green et de Neumann du cylindre	Des invariants intégraux : application à l'étude de la stabilité	75	Paris	Calcul différentiel et intégral. Equations différentielles partielles, y compris la théorie du Potentiel.	Ref. J.B. Publication au Bulletin de la SMF (1914)	Paris, Gauthier-Villars, 1914	E.N.S.
20-juin-14	G. Valiron	E.N.S. 1905	Picard	Borel, Drach	Sur les fonctions entières d'ordre nul et d'ordre fini et en particulier les fonctions à correspondance régulière	Séries trigonométriques. Méthode de sommation de Féjer. Théorèmes de Riemann, de Cantor et de Du Bois-Reymond	141	Paris	Analyse. Théorie générale des fonctions de variables complexes.	Ref. J.B. Thèse, Paris; Annales de Toulouse (1914)	Toulouse, Imprimerie et Librairie Edouard Privat, librairie de l'université, 1914	E.N.S.
20-juin-14	Georges Brau	roumain	Appell	Guichard, Lebesgue	Sur l'équilibre des fils soumis à des forces intérieures	Les équations intégrales	62	Paris	Mécanique. Statique et dynamique des système de points et des solides. Mécanique statistique.	Non ref.	Paris, Gauthier-Villars, 1914	E.N.S.
avr.-15	J. Kampé de Fériet		Appell	E. Cartan, Guichard	Sur les fonctions hypersphériques	Mécanique analytique : les équations canoniques et le principe de l'action variable d'Hamilton	105	Paris	Analyse. Besondere Funktionen : fonctions particulières.	Ref. Dans le Jahrbuch. Publication à Gauthier-Villars	Paris, Gauthier-Villars, 1915	Service des thèses
mai-15	Joseph Pérès	E.N.S. 1908	Borel	Vessiot, Hadamard	Sur les fonctions permutable de première espèce de M. Vito Volterra	Les fonctions quasi-périodiques et leurs applications à la Mécanique.	97	Paris	Analyse. Calcul différentiel et intégral. Equations différentielles ordinaires et équations fonctionnelles	Ref. Dans le Jahrbuch. Publication dans le Journal de Mathématiques	Paris, Gauthier-Villars, 1915	Service des thèses
19-juin-15	A. Besserve		Picard	Cartan, Vessiot	Le cerce et les surfaces cerdées en géométrie conforme	Fonctions algébriques d'une variable et intégrales abéliennes	139	Paris	Géométrie. Géométrie différentielle.	Non ref.	Paris, Gauthier-Villars, 1915	E.N.S.
15-janv.-16	François Jager		Picard	Vessiot, Lebesgue	Sur les marées d'un bassin à parois verticales	Séries trigonométriques.	56	Paris	Astronomie, Géodésie et Géophysique. Figure des corps du ciel	Ref. J.B. Publication dans le Journal de Mathématiques	Paris, Gauthier-Villars, 1916	E.N.S.
22-janv.-16	Georges Giraud	E.N.S. 1909	Picard	Humbert, Lebesgue	Sur la classe de groupes discontinus de transformations birationnelles quadratiques et sur les fonctions de trois variables indépendantes restant invariables par ces transformations	Sur la nature analytique des solutions des équations linéaires aux dérivées partielles à caractéristiques imaginaires et sur leur détermination par certaines conditions aux limites.	167	Paris	Analyse. Fonctions particulières.	Double référence dans Jahrbuch. Ref. Comme thèse (1916), Gauthier-Villars; et dans les Annales de l'ENS (1915)	Paris, Gauthier-Villars, 1915	E.N.S.
7-avr.-16	A. Angelesco (Aurélian)	roumain	Appell	Cartan, Vessiot	Sur les polynômes généralisant les polynômes de Legendre et d'Hermite et sur le calcul approché des intégrales multiples	Les tourbillons	140	Paris	Analyse. Fonctions particulières.	Ref. J.B. Publication : Paris, Gauthier-Villars (1916)	Paris, Gauthier-Villars, 1916	E.N.S.
17-juil.-16	Siméon Stoilow	roumain	Picard	Goursat, Cartan	Sur une classe de fonctions de deux variables définies par les équations linéaires aux dérivées partielles	Extension des idées de Galois à la théorie des équations différentielles linéaires	81	Paris	Analyse. Equation aux dérivées partielles.	Ref. J.B. Publication : Paris, Gauthier-Villars (1916)	Paris, Gauthier-Villars, 1916	E.N.S.
12-déc.-17	Gaston Julia	E.N.S. 1911	Picard	Lebesgue, Humbert	Etude sur les formes binaires non quadratiques à indéterminées réelles, ou complexes, ou à indéterminées conjuguées	Sur les équations intégrales et quelques-unes de leurs applications à la Physique mathématique	293	Paris	Arithmétique et Algèbre. Théorie arithmétique des formes.	Prix Bordin. Non ref. J.B. 2 références dans le Jahrbuch, dont 1 comme thèse (1918), une autre dans le Journal de l'école Polytechnique (1919)	Paris, Gauthier-Villars, 1917	E.N.S.
18-juin-18	Pierre Humbert	X	Appell	Painlevé, Guichard	Sur les surfaces de Poincaré	Théorie des systèmes triples orthogonaux comprenant une famille de quadriques	82	Paris	Astronomie, Géodésie et Géophysique. Figure des corps du ciel		Paris, Gauthier-Villars, 1918	E.N.S.
11-avr.-19	Axel Egnell	né en Suède	Appell	Guichard, Koenigs	Géométrie infinitésimale vectorielle	Sur les propriétés générales des courbes conjuguées dans le mouvement relatif de deux corps solides	127	Paris	Géométrie. Géométrie différentielle.	Non ref. J.B.	Paris, Gauthier-Villars, 1919	E.N.S.

**Premier niveau d'analyse :
l'analyse quantitative du corpus des doctorats (I)**

Premier niveau d'analyse : l'analyse quantitative du corpus des doctorats (I)

- 242 thèses d'Etat soutenues entre 1914 et 1945, 203 à Paris, 39 dans les autres facultés de province

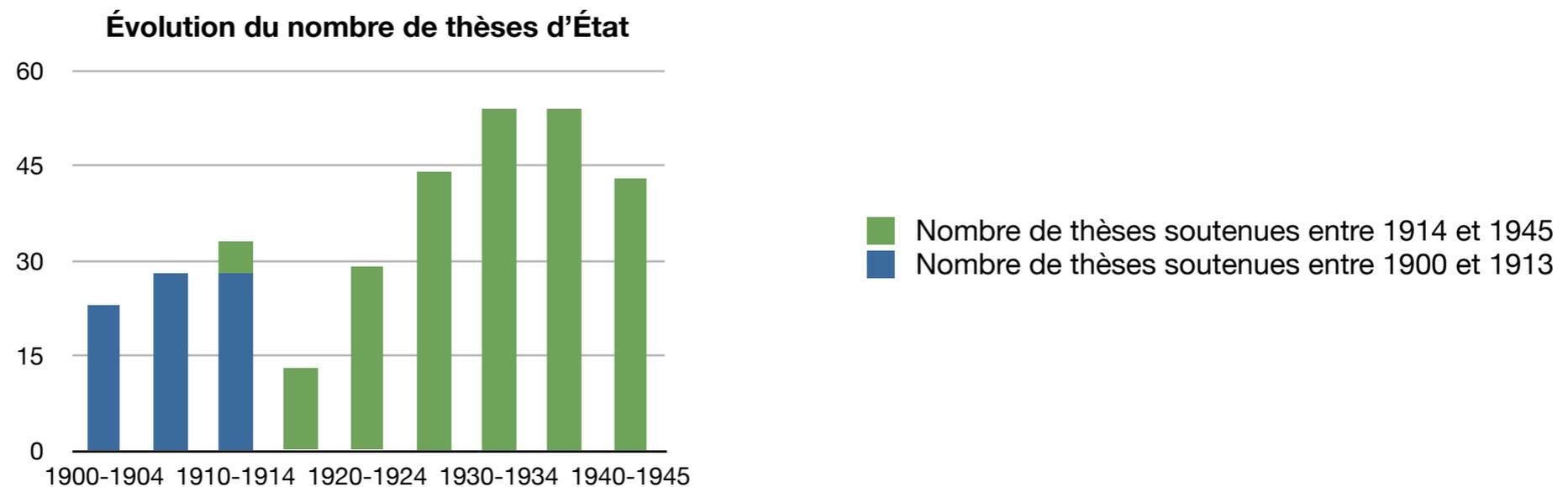
Premier niveau d'analyse : l'analyse quantitative du corpus des doctorats (I)

- 242 thèses d'Etat soutenues entre 1914 et 1945, 203 à Paris, 39 dans les autres facultés de province
- Quelle est l'évolution globale en nombre de doctorats sur la période ?

Premier niveau d'analyse : l'analyse quantitative du corpus des doctorats (I)

- 242 thèses d'Etat soutenues entre 1914 et 1945, 203 à Paris, 39 dans les autres facultés de province
- Quelle est l'évolution globale en nombre de doctorats sur la période ?

1900-1904	1905-1909	1910-1913	1914	1915-1919	1920-1924	1925-1929	1930-1934	1935-1939	1940-1945
23	28	28	5	13	29	44	54	54	43

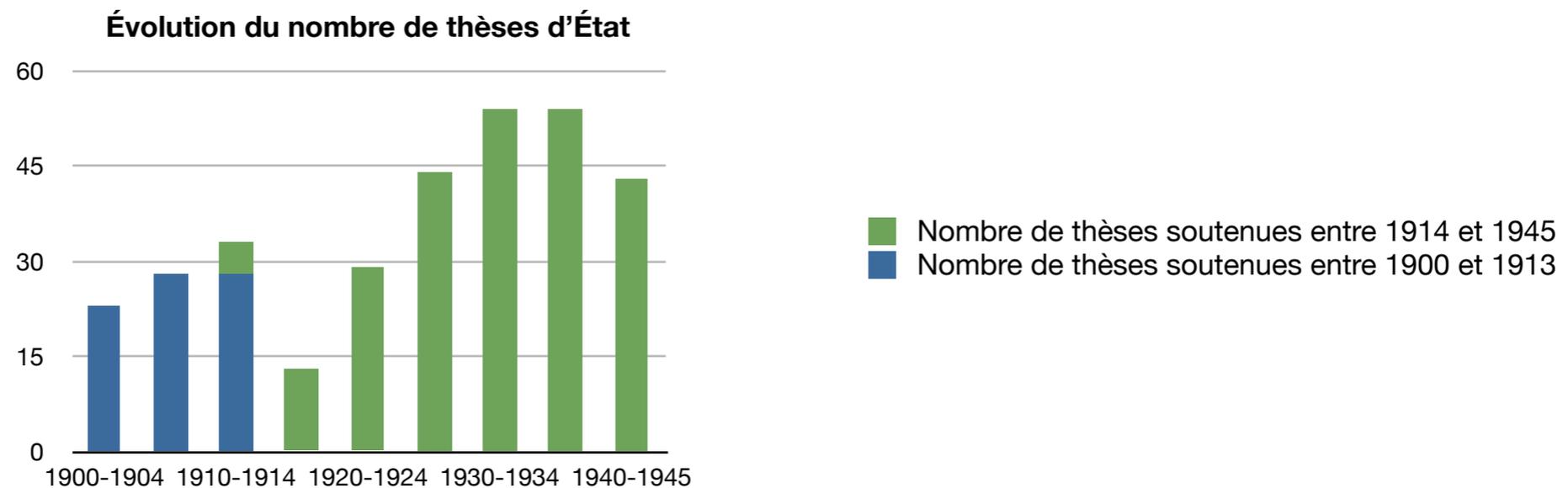


Premier niveau d'analyse : l'analyse quantitative du corpus des doctorats (I)

- 242 thèses d'Etat soutenues entre 1914 et 1945, 203 à Paris, 39 dans les autres facultés de province
- Quelle est l'évolution globale en nombre de doctorats sur la période ?

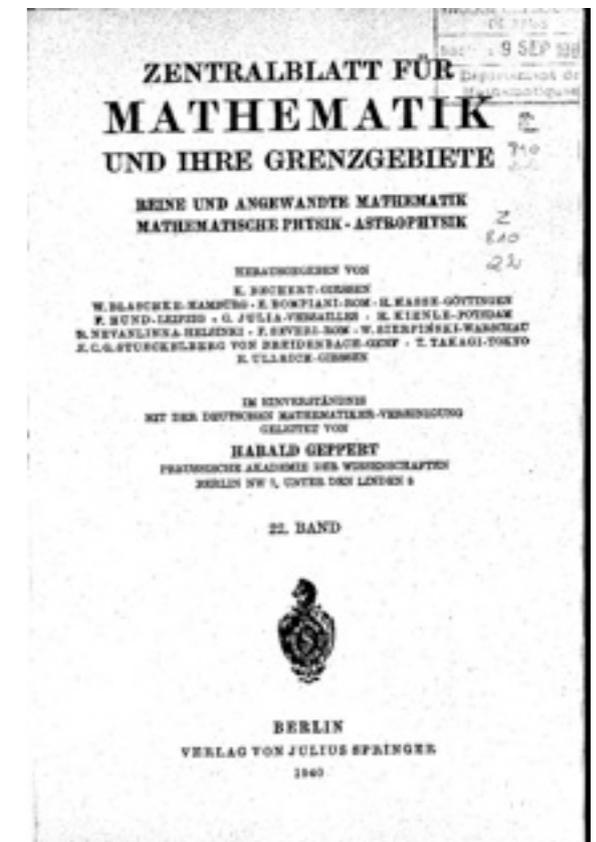
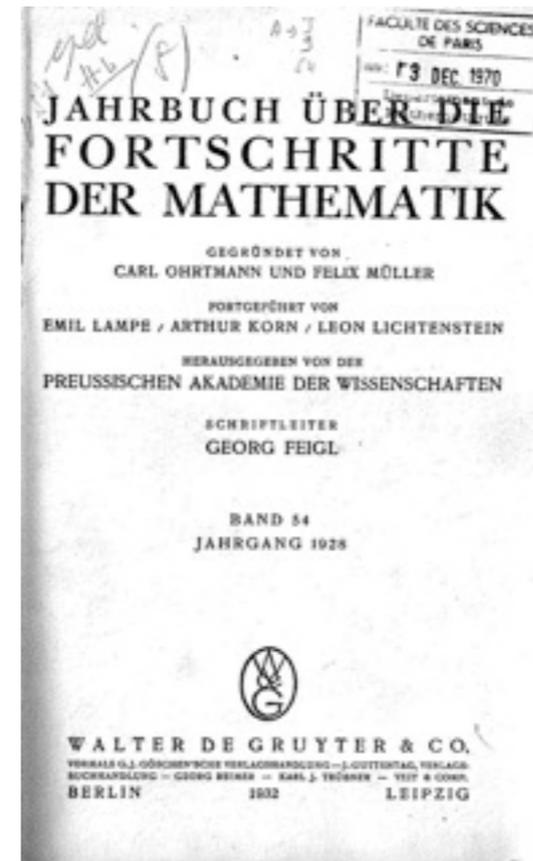
Effets des guerres et croissance forte dans l'entre-deux-guerres pour rattraper le rythme de croissance d'avant-guerre.

1900-1904	1905-1909	1910-1913	1914	1915-1919	1920-1924	1925-1929	1930-1934	1935-1939	1940-1945
23	28	28	5	13	29	44	54	54	43



Premier niveau d'analyse : l'analyse quantitative du corpus des doctorats (II)

- L'ensemble des doctorats est classé dans 6 domaines des sciences mathématiques :
 - arithmétique et algèbre
 - analyse
 - géométrie
 - mathématiques appliquées (mécanique, physique mathématique, astronomie et géodésie)
 - calcul des probabilités
 - théorie des ensembles



Premier niveau d'analyse : l'analyse quantitative des sujets des doctorats (II)

Premier niveau d'analyse : l'analyse quantitative des sujets des doctorats (II)

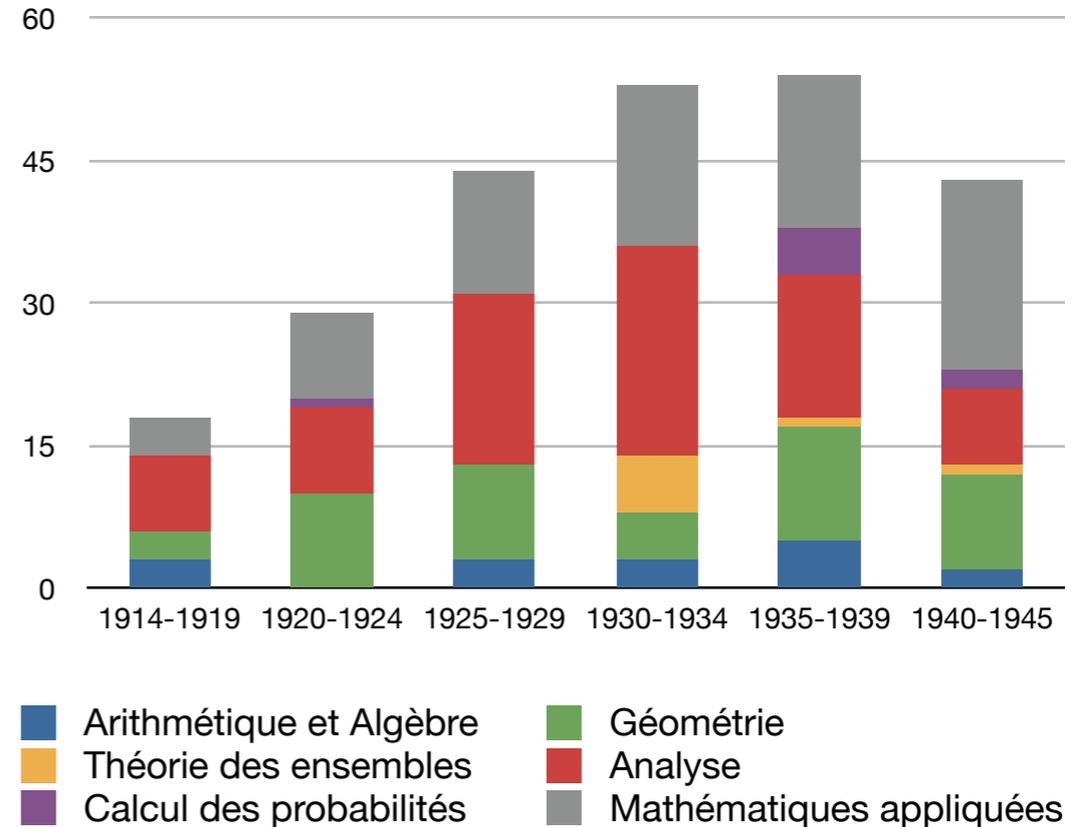
Comment évoluent les équilibres
entre domaines des sciences
mathématiques ?

Premier niveau d'analyse : l'analyse quantitative des sujets des doctorats (II)

Comment évoluent les équilibres entre domaines des sciences mathématiques ?

	1914-1919	1920-1924	1925-1929	1930-1934	1935-1939	1940-1945	Totaux
Arithmétique et Algèbre	3	0	3	3	5	2	16
Géométrie	3	10	10	5	12	10	49
Théorie des ensembles	0	0	0	6	1	1	8
Analyse	8	9	18	22	15	8	80
Calcul des probabilités	0	1	0	0	5	2	8
Mathématiques appliquées	4	9	13	17	16	20	79
Totaux	18	29	44	54	54	43	

Evolution des équilibres entre domaines des sciences mathématiques



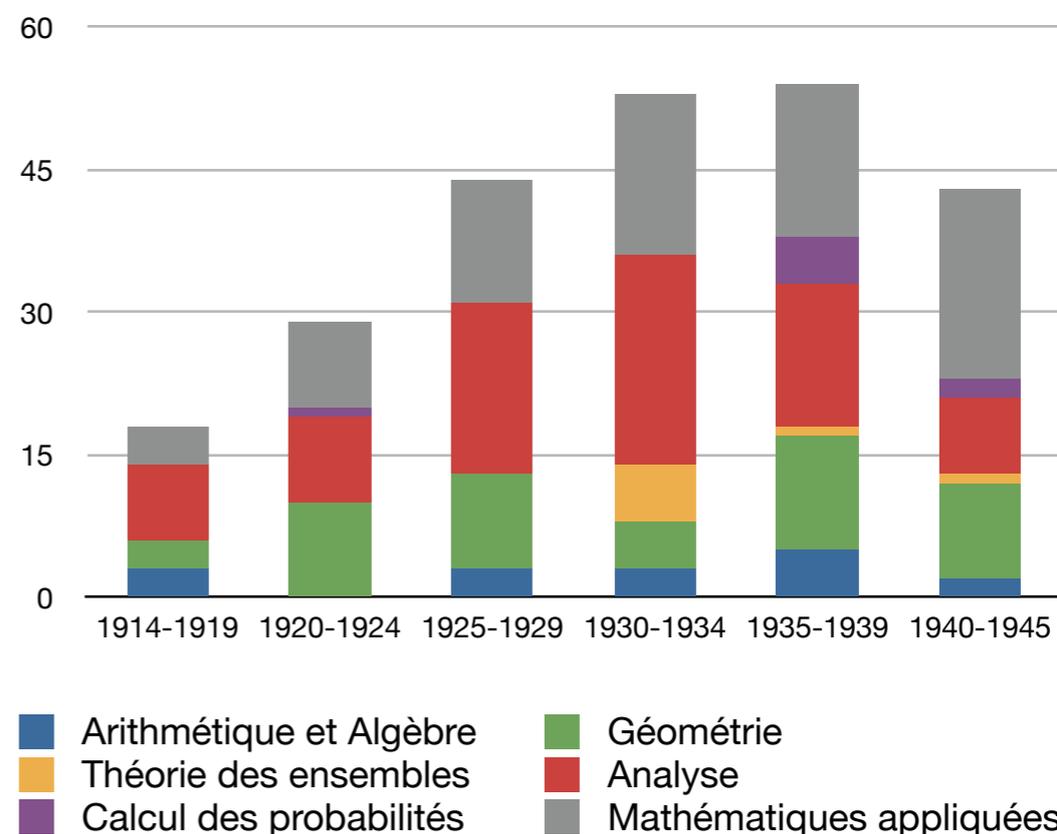
Premier niveau d'analyse : l'analyse quantitative des sujets des doctorats (II)

Comment évoluent les équilibres entre domaines des sciences mathématiques ?

- L'analyse et les mathématiques appliquées se partagent la majorité des sujets de thèses ;
- Croissance des mathématiques appliquées au détriment de l'analyse ;
- Part constante de l'arithmétique et de l'algèbre ainsi que de la géométrie ;
- Émergence dans les années 1930 de la théorie des ensembles et du calcul des probabilités.

	1914-1919	1920-1924	1925-1929	1930-1934	1935-1939	1940-1945	Totaux
Arithmétique et Algèbre	3	0	3	3	5	2	16
Géométrie	3	10	10	5	12	10	49
Théorie des ensembles	0	0	0	6	1	1	8
Analyse	8	9	18	22	15	8	80
Calcul des probabilités	0	1	0	0	5	2	8
Mathématiques appliquées	4	9	13	17	16	20	79
Totaux	18	29	44	54	54	43	

Evolution des équilibres entre domaines des sciences mathématiques



Premier niveau d'analyse : l'analyse quantitative des doctorants (II)

Premier niveau d'analyse : l'analyse quantitative des doctorants (II)

- 5 femmes dont 2 étudiantes à l'E.N.S. et 2 astronomes.

Premier niveau d'analyse : l'analyse quantitative des doctorants (II)

- 5 femmes dont 2 étudiantes à l'E.N.S. et 2 astronomes.
- Différentes nationalités parmi les étudiants étrangers : roumaine, russe, chinoise, iranienne, polonaise, suisse, américaine...

Premier niveau d'analyse : l'analyse quantitative des doctorants (II)

- 5 femmes dont 2 étudiantes à l'E.N.S. et 2 astronomes.
- Différentes nationalités parmi les étudiants étrangers : roumaine, russe, chinoise, iranienne, polonaise, suisse, américaine...

	Normaliens		Etrangers		Polytechniciens		Ingénieurs		Total
Total	74	31 %	60	25 %	12	5 %	10	4 %	242
Paris	70	34 %	47	23 %	10	5 %	8	4 %	203
Province	4	10 %	13	33 %	2	5 %	2	5 %	39
Analyse	28	35 %	29	36 %	2	2 %	2	2 %	80
Arithmétique et algèbre	7	44 %	1	1 %	2	13 %	1	1 %	16
Géométrie	16	33 %	10	21 %	0	0 %	1	2 %	49
Mathématiques appliquées	13	16 %	17	22 %	8	11 %	6	8 %	79
Théorie des ensembles	2	25 %	2	25 %	0	0 %	0	0 %	8
Calcul des probabilités	6	75 %	1	13 %	0	0 %	0	0 %	8

Premier niveau d'analyse : l'analyse quantitative des doctorants (II)

- 5 femmes dont 2 étudiantes à l'E.N.S. et 2 astronomes.
- Différentes nationalités parmi les étudiants étrangers : roumaine, russe, chinoise, iranienne, polonaise, suisse, américaine...
- Sujets choisis par les normaliens essentiellement dans des domaines de mathématiques pures et en calcul des probabilités.

	Normaliens		Etrangers		Polytechniciens		Ingénieurs		Total
Total	74	31 %	60	25 %	12	5 %	10	4 %	242
Paris	70	34 %	47	23 %	10	5 %	8	4 %	203
Province	4	10 %	13	33 %	2	5 %	2	5 %	39
Analyse	28	35 %	29	36 %	2	2 %	2	2 %	80
Arithmétique et algèbre	7	44 %	1	1 %	2	13 %	1	1 %	16
Géométrie	16	33 %	10	21 %	0	0 %	1	2 %	49
Mathématiques appliquées	13	16 %	17	22 %	8	11 %	6	8 %	79
Théorie des ensembles	2	25 %	2	25 %	0	0 %	0	0 %	8
Calcul des probabilités	6	75 %	1	13 %	0	0 %	0	0 %	8

Premier niveau d'analyse : l'analyse quantitative des doctorants (II)

- 5 femmes dont 2 étudiantes à l'E.N.S. et 2 astronomes.
- Différentes nationalités parmi les étudiants étrangers : roumaine, russe, chinoise, iranienne, polonaise, suisse, américaine...
- Sujets choisis par les normaliens essentiellement dans des domaines de mathématiques pures et en calcul des probabilités.

	Normaliens		Etrangers		Polytechniciens		Ingénieurs		Total
Total	74	31 %	60	25 %	12	5 %	10	4 %	242
Paris	70	34 %	47	23 %	10	5 %	8	4 %	203
Province	4	10 %	13	33 %	2	5 %	2	5 %	39
Analyse	28	35 %	29	36 %	2	2 %	2	2 %	80
Arithmétique et algèbre	7	44 %	1	1 %	2	13 %	1	1 %	16
Géométrie	16	33 %	10	21 %	0	0 %	1	2 %	49
Mathématiques appliquées	13	16 %	17	22 %	8	11 %	6	8 %	79
Théorie des ensembles	2	25 %	2	25 %	0	0 %	0	0 %	8
Calcul des probabilités	6	75 %	1	13 %	0	0 %	0	0 %	8
			17						

Premier niveau d'analyse : l'analyse quantitative des doctorants (II)

- 5 femmes dont 2 étudiantes à l'E.N.S. et 2 astronomes.
- Différentes nationalités parmi les étudiants étrangers : roumaine, russe, chinoise, iranienne, polonaise, suisse, américaine...
- Sujets choisis par les normaliens essentiellement dans des domaines de mathématiques pures et en calcul des probabilités.
- Sujets choisis par les étudiants étrangers essentiellement dans le domaine de l'analyse.

	Normaliens		Etrangers		Polytechniciens		Ingénieurs		Total
Total	74	31 %	60	25 %	12	5 %	10	4 %	242
Paris	70	34 %	47	23 %	10	5 %	8	4 %	203
Province	4	10 %	13	33 %	2	5 %	2	5 %	39
Analyse	28	35 %	29	36 %	2	2 %	2	2 %	80
Arithmétique et algèbre	7	44 %	1	1 %	2	13 %	1	1 %	16
Géométrie	16	33 %	10	21 %	0	0 %	1	2 %	49
Mathématiques appliquées	13	16 %	17	22 %	8	11 %	6	8 %	79
Théorie des ensembles	2	25 %	2	25 %	0	0 %	0	0 %	8
Calcul des probabilités	6	75 %	1	13 %	0	0 %	0	0 %	8
			17						

Premier niveau d'analyse : l'analyse quantitative des doctorants (II)

- 5 femmes dont 2 étudiantes à l'E.N.S. et 2 astronomes.
- Différentes nationalités parmi les étudiants étrangers : roumaine, russe, chinoise, iranienne, polonaise, suisse, américaine...
- Sujets choisis par les normaliens essentiellement dans des domaines de mathématiques pures et en calcul des probabilités.
- Sujets choisis par les étudiants étrangers essentiellement dans le domaine de l'analyse.

	Normaliens		Etrangers		Polytechniciens		Ingénieurs		Total
Total	74	31 %	60	25 %	12	5 %	10	4 %	242
Paris	70	34 %	47	23 %	10	5 %	8	4 %	203
Province	4	10 %	13	33 %	2	5 %	2	5 %	39
Analyse	28	35 %	29	36 %	2	2 %	2	2 %	80
Arithmétique et algèbre	7	44 %	1	1 %	2	13 %	1	1 %	16
Géométrie	16	33 %	10	21 %	0	0 %	1	2 %	49
Mathématiques appliquées	13	16 %	17	22 %	8	11 %	6	8 %	79
Théorie des ensembles	2	25 %	2	25 %	0	0 %	0	0 %	8
Calcul des probabilités	6	75 %	1	13 %	0	0 %	0	0 %	8
				18					

Les thèses soutenues en province

Les thèses soutenues en province

- Strasbourg : une image attendue et déjà étudiée dans un contexte d'après-première guerre mondiale.

BEAULIEU Liliane, op.cit.

Crawford E. et Olf-Nathan Josiane (dir.), 2005, *La science sous influence : l'université de Strasbourg, enjeux des conflits franco-allemands, 1872-1945*, Strasbourg : La Nuée Bleue.

Les thèses soutenues en province

- Strasbourg : une image attendue et déjà étudiée dans un contexte d'après-première guerre mondiale.

BEAULIEU Liliane, op.cit.

Crawford E. et Olf-Nathan Josiane (dir.), 2005, *La science sous influence : l'université de Strasbourg, enjeux des conflits franco-allemands, 1872-1945*, Strasbourg : La Nuée Bleue.

- Poitiers :
 - Premiers doctorats de sciences mathématiques soutenus dans les années 1930.
 - Volonté de décentraliser les mathématiques françaises ?
 - Des sujets de mathématiques pures dont plusieurs sont liés aux recherches de Georges Bouligand, professeur de l'université.

Georges Bouligand à Poitiers

- animateur de la vie mathématique de Poitiers (1921-1938)
- *Introduction à la géométrie infinitésimale directe*, 1931.
- Références à ses travaux dans des thèses à Poitiers, mais aussi à Toulouse et à Paris. (Exemple de Rabaté à Toulouse).



BOULIGAND (GEORGES), né à Lorient (Morbihan) le 13 octobre 1889, décédé à Paris le 12 avril 1979. – Promotion de 1909.

Photo datant probablement de 1935

Des facultés de province, centres de mathématiques appliquées

Des facultés de province, centres de mathématiques appliquées

- Lyon :
 - Faculté de province où le plus de doctorats sont soutenus pendant l'entre-deux-guerres et ceci de façon constante pendant l'entre-deux-guerres.
 - Essentiellement des doctorats de mathématiques appliquées. La majeure partie porte sur des sujets d'astronomie et est réalisée en collaboration avec l'Observatoire de Lyon.

Des facultés de province, centres de mathématiques appliquées

- Lyon :
 - Faculté de province où le plus de doctorats sont soutenus pendant l'entre-deux-guerres et ceci de façon constante pendant l'entre-deux-guerres.
 - Essentiellement des doctorats de mathématiques appliquées. La majeure partie porte sur des sujets d'astronomie et est réalisée en collaboration avec l'Observatoire de Lyon.
- Montpellier :
 - Des thèses de géométrie appliquées (1938-1945),
 - Et sur les recherches d'Emile Turrière.

Deuxième et troisième niveaux d'analyse - I

- Appliqués aux thèses soutenues à Paris.
- Étude des doctorats classés dans les domaines de l'arithmétique et l'algèbre, la géométrie, la théorie des fonctions et des probabilités.
- Étude de différentes parties de l'objet thèse.

Deuxième niveau	Troisième niveau
rapports	rapports
introduction de la thèse	le mémoire lui-même

Deuxième et troisième niveaux d'analyse - II

- Quels sont les sujets abordés, les problèmes étudiés, les résultats obtenus ?
- Quels sont les objets et les notions mathématiques utilisés ?
- A quels travaux de mathématiciens, à quelles théories font-ils référence ?
Quelles sont les publications à l'origine de leur recherche ? Sur lesquelles fondent-ils leurs travaux ?
- ...
- Quelles sont les fonctions des membres des jurys ? Intellectuelles ?
Institutionnelles ?
- Quelles influences exercent-ils sur les doctorats ?

Quelques résultats de l'analyse

Quelques résultats de l'analyse

- Dans le domaine de l'arithmétique et de l'algèbre (2^e niveau) : confirmation de résultats obtenus sur la même période et déjà mis en évidence par des analyses de corpus différents.

GOLDSTEIN Catherine, 2009, «La théorie des nombres en France dans l'entre-deux-guerres : de quelques effets de la première guerre mondiale» in *Revue d'histoire des mathématiques*, Hors série «Regards sur les mathématiques en France entre deux guerres».

Quelques résultats de l'analyse

- Dans le domaine de l'arithmétique et de l'algèbre (2^e niveau) : confirmation de résultats obtenus sur la même période et déjà mis en évidence par des analyses de corpus différents.

GOLDSTEIN Catherine, 2009, «La théorie des nombres en France dans l'entre-deux-guerres : de quelques effets de la première guerre mondiale» in *Revue d'histoire des mathématiques*, Hors série «Regards sur les mathématiques en France entre deux guerres».

- Des sujets laissés dans l'ombre par l'historiographie : théorie des courbes et des surfaces de Darboux et de Guichard, l'étude des formes...

Quelques résultats de l'analyse

- Dans le domaine de l'arithmétique et de l'algèbre (2^e niveau) : confirmation de résultats obtenus sur la même période et déjà mis en évidence par des analyses de corpus différents.

GOLDSTEIN Catherine, 2009, «La théorie des nombres en France dans l'entre-deux-guerres : de quelques effets de la première guerre mondiale» in *Revue d'histoire des mathématiques*, Hors série «Regards sur les mathématiques en France entre deux guerres».

- Des sujets laissés dans l'ombre par l'historiographie : théorie des courbes et des surfaces de Darboux et de Guichard, l'étude des formes...
- Rôle frappant de certains mathématiciens :
 - En géométrie (2^e niveau) :
Importance d'Élie Cartan par son poids institutionnel et son influence intellectuelle. Ses travaux sur le repère mobile et les invariants de Pfaff et sur les espaces généralisés sont repris à différentes périodes dans plusieurs thèses.
 - En calcul des probabilités (2^e et 3^e niveau) :
Importance de Georges Darmois pour les thèses de statistiques et pour les thèses liées aux applications des probabilités à d'autres domaines scientifiques comme la génétique et l'électricité.

La théorie des fonctions (2^e et 3^e niveaux)

- Plusieurs sujets repris et travaillés au cours de l'entre-deux-guerres à l'intérieur des trois domaines distingués par le *Jahrbuch* des «Fonctions particulières», de la «théorie des fonctions de la variable réelle», de la «théorie des fonctions de la variable complexe».
- Exemples :
 - les thèses sur les séries trigonométriques,
 - les thèses qui ont pour source les théorèmes de Picard,
 - les thèses sur la théorie des fonctions univalentes ou multivalentes,
 - les thèses sur les surfaces de Riemann,
 - ...
- Références à des travaux internationaux :
 - Pas uniquement allemands (références allemandes, anglaises et finlandaises),
 - Références tout au long de la période,
 - Évolution de ces références au cours de l'entre-deux-guerres.

Un exemple : les thèses dans la suite des théorèmes de Picard

- Cinq thèses regroupées autour de l'étude de propriétés générales de fonctions entières, holomorphes ou méromorphes (propriétés de croissance, propriétés vérifiées par l'ordre des fonctions, étude de la distribution des valeurs prises par les fonctions) :
 - Georges Valiron, *Sur les fonctions entières d'ordre nul et d'ordre fini et en particulier les fonctions à correspondance régulière*, 1914.
 - Henri Milloux, *Le théorème de M. Picard. Suite de fonctions holomorphes. Fonctions méromorphes et fonctions entières*, 1924.
 - Henri Cartan, *Sur les systèmes de fonctions holomorphes à variétés linéaires lacunaires et leurs applications*, 1928.
 - André Rauch, *Extensions de théorèmes relatifs aux directions de Borel de fonctions méromorphes*, 1933.
 - King-Lai Hiong, *Sur les fonctions entières et les fonctions méromorphes d'ordre infini*, 1934

Théorèmes de Picard de 1879

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les fonctions entières*. Note de M. E. PICARD, présentée par M. Hermite.

« J'ai montré dans une Communication récente (*Comptes rendus*, 19 mai 1879) qu'il ne peut y avoir plus d'une valeur finie qui ne soit susceptible de prendre une fonction entière pour une valeur finie de la variable. Je me propose de démontrer maintenant la proposition suivante, dont le théorème précédent n'est qu'un cas particulier : il ne peut y avoir plus d'une valeur finie a pour laquelle l'équation $G(z) = a$ [G(z) étant une fonction entière] ait seulement un nombre limité de racines, à moins que G(z) ne soit un polynôme. Nous allons montrer, en effet, que, a et b désignant deux quantités finies, G(z) est un polynôme si les équations $G(z) = a$ et $G(z) = b$ ont un nombre limité de racines.

PICARD Émile, 1879, «Sur les fonctions entières», *Comptes rendus de l'Académie des sciences* (89) 662-665.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les fonctions analytiques uniformes dans le voisinage d'un point singulier essentiel*. Note de M. E. PICARD, présentée par M. Hermite.

« On sait que M. Weierstrass, dans son célèbre Mémoire sur les fonctions analytiques uniformes (*Mémoires de l'Académie de Berlin*, 1876), partage en deux classes les points singuliers d'une fonction uniforme : ce sont les pôles et les points singuliers essentiels. L'illustre géomètre donne l'expression générale d'une fonction uniforme $f(x)$ ayant un nombre fini de points singuliers essentiels et des pôles en nombre quelconque, et il montre que, dans le voisinage d'un point singulier essentiel A, la fonction s'approche autant que l'on veut de toute valeur donnée, c'est-à-dire que, étant donnés deux nombres ρ et ε aussi petits que l'on voudra, on peut trouver, à l'intérieur du cercle ayant A pour centre et ρ pour rayon, un point pour lequel le module de $f(x) - a$ soit moindre que ε , a étant une constante quelconque. Je me propose de compléter ce dernier théorème en montrant qu'il y a toujours dans le voisinage de A un nombre infini de points pour lesquels $f(x)$ devient rigoureusement égal à a , une exception pouvant se produire seulement pour deux valeurs particulières de a .

PICARD Émile, 1879, «Sur les fonctions analytiques uniformes dans le voisinage d'un point singulier essentiel», *Comptes rendus de l'Académie des sciences* (89) 745-747.

Travaux qui ont suivi les théorèmes de Picard

- Introduction de nouvelles fonctions dans la recherche de propriétés de croissance des fonctions entières à la fin du XIX^e siècle.
 - le module maximum d'une fonction $M(r, f) = \sup_{|z|=r} |f(z)|$
 - le module minimum d'une fonction $\mu(r, f) = \inf_{|z|=r} |f(z)|$
- Etude comparée de ces deux fonctions.
- Relations avec l'allure des coefficients asymptotiques des coefficients de Taylor du développement de la fonction entière, avec l'allure des modules des zéros de la fonction.
- Estimations de $M(r, f)$
- Introduction de la notion d'ordre réel par Borel.

Définition de l'ordre
d'une fonction entière
par Hadamard (1893)

$$\lambda = \limsup_{r \rightarrow \infty} \frac{\log \log M(r, f)}{\log r}$$

Définition de l'ordre réel
d'une fonction entière
par Borel (1897)

« L'ordre est un nombre réel ρ tel que si a_n est le module de la $n^{\text{ième}}$ racine la série $\sum \frac{1}{a_n^{\rho+\epsilon}}$ est convergente et la série $\sum \frac{1}{a_n^{\rho-\epsilon}}$ est divergente, quelque petit que soit ϵ . »

Thèse de Georges Valiron en 1914

- Reprend les résultats et théorèmes d'Hadamard, Borel, Lindelöf, Boutroux, Denjoy, Wiman, Littlewood,...
- Relations entre le module maximum de la fonction sur un cercle $M(r, f)$ et le terme de module maximum de la série de Taylor $\max_{n \in \mathbb{N}} (|c_n| r^n)$ et le module du n^{e} zéro pour les fonctions entières d'ordre nul et d'ordre fini.
- Estimations de la croissance du module de ces fonctions.

Exemple de résultat obtenu par Georges Valiron

« Pour toute fonction d'ordre fini ρ , il existe une infinité de cercles de rayon R_s ($\lim_{s \rightarrow \infty} R_s = \infty$), tels que sur chacun d'eux on a l'inégalité

$$\log |f(z)| > h\mu_1(R_s), \quad |z| = R_s, \quad h > 0$$

sur des arcs dont la longueur totale est au moins $\frac{2\pi}{h}$, h étant le plus petit entier supérieur à 2ρ .

où ici $\mu_1(r) = \int_0^r \frac{n(x)}{x} dx$ et $n(x)$ désigne le nombre de zéros de la fonction $f(z)$ de module inférieur à x . »

Thèse de Milloux en 1924

- Etude des valeurs exceptionnelles des fonctions méromorphes pourvues d'une valeur asymptotique et de la distribution de cercles de remplissage. Il montre ainsi que pour les fonctions méromorphes et pour les fonctions entières qui possèdent une valeur asymptotique finie ou infini :

« Il existe une infinité de cercles du plan complexe, appelés cercles de remplissage, qui s'éloignent indéfiniment le long d'un chemin de détermination de la valeur asymptotique de la fonction, tels que les valeurs $Z = f(z)$ que prend la fonction dans ces cercles remplissent des anneaux limités par deux cercles dont les rayons tendent respectivement vers zéro et vers l'infini. »

- Références à d'autres théorèmes qu'il reprend :
 - une inégalité de Carleman,
 - un théorème déduit des théorèmes de Landau (1904) et de Schottky (1906), eux-mêmes des généralisations du théorème de Picard.
- Comparaison avec des théories qu'il ne reprend pas :
 - la théorie des familles normales de fonctions de Montel et l'utilisation qu'en font Montel et Julia,
 - des recherches récentes de Bierberbach (1919) sur les valeurs exceptionnelles des fonctions entières d'ordre fini dans certains angles.

Thèse de Rauch en 1933

- Rauch part de l'étude des cercles de remplissage de Milloux, retravaillée depuis 1924 conjointement par Milloux et Valiron et reprend leurs méthodes.
- Entre les 1924 et 1933, à partir de 1925-1926, introduction de la nouvelle théorie de Nevanlinna sur les fonctions méromorphes.
- Rauch en reprend les notions et les résultats principaux, notamment ceux sur la *fonction caractéristique*, fonction caractérisant la croissance des fonctions méromorphes dans un disque ou au voisinage de l'infini.
- Généralisation des résultats obtenus par Valiron (1928-1929) et caractérisation du nombre et de la distribution de zéros de fonctions $f(z)-\Pi(z)$ où f est une fonction méromorphe d'ordre donné ρ et Π une fonction méromorphe d'ordre inférieur à ρ .

Thèse de Hiong, 1934

- Récapitulatif de la théorie générale des fonctions entières et méromorphes d'ordre infini en utilisant les nouveaux outils mathématiques introduits depuis le début du XX^e siècle et notamment la théorie de Nevanlinna.
- Introduction d'une nouvelle notion d'ordre pour les fonctions méromorphes d'ordre fini et infini, définie à partir de la théorie de Nevanlinna.

*Si $f(z)$ est une fonction méromorphe d'ordre infini et $T(r)$ la fonction caractéristique de Nevanlinna de la fonction $f(z)$, on appelle **ordre** de $f(z)$ toute fonction $\rho(r)$ non-décroissante telle que la fonction $r^{\rho(r)}$ soit à croissance normale et telle que si petit que soit le nombre δ , on ait, à partir d'une certaine valeur $r_0(\delta)$ de r ,*

$$T(r) < r^{\rho(r)(1+\delta)}$$

et pour une suite de valeurs r_n de r tendant vers l'infini,

$$T(r) > r^{\rho(r)(1-\delta)}.$$

- Approfondissement et généralisation des résultats sur la croissance du module des fonctions, sur la densité de distribution de leurs valeurs, des arguments de leurs zéros, obtenus précédemment par Borel, Blumenthal, Denjoy, Valiron et Nevanlinna.

Thèse de Cartan en 1928

- Une thèse en décalage des quatre autres par son sujet.
- Généralisation aux fonctions holomorphes dans le cercle unité, sans zéros dans ce domaine du théorème de Borel suivant :

Soit $p \geq 3$. Si p fonctions entières sans zéros vérifient l'identité

$$X_1 + X_2 + \dots + X_p \equiv 0$$

« ou bien les rapports mutuels des fonctions sont des constantes, — ou bien les fonctions se partagent en plusieurs groupes, la somme des fonctions d'un même groupe est identiquement nulle, et leurs rapports mutuels sont des constantes. »

- Intégration dès 1928 de la théorie de Nevanlinna.
- Utilisation de la démarche générale d'André Bloch (1926), connaissance de la théorie des familles normales de Paul Montel qu'il cherche à compléter (critère de famille complexe normale).

La théorie des fonctions (conclusions)

- Aucune autre thèse sur de tels sujets après 1934.
- Les thèses en théorie des fonctions des années 1930 sont fondées sur une approche géométrique du domaine.
 - Thèses sur la représentation conforme des fonctions, sur les fonctions univalentes et multivalentes et sur les surfaces de Riemann.
 - Influence notamment des théories d'Ahlfors.
 - Les théorèmes comme ceux des Picard sont redémontrés comme applications de nouveaux théorèmes. Ex. dans la thèse de Jacques Dufresnoy en 1941.

Retour sur les images reçues

Retour sur les images reçues

- Contre l'idée du désert : périodisation de l'entre-deux-guerres transversales à l'ensemble des domaines étudiés. Les années 1920 ne ne sont pas les années 1930, les recherches y sont différentes mais elles existent cependant.

Retour sur les images reçues

- Contre l'idée du désert : périodisation de l'entre-deux-guerres transversales à l'ensemble des domaines étudiés. Les années 1920 ne sont pas les années 1930, les recherches y sont différentes mais elles existent cependant.
- Contre l'idée d'autarcie : les références sont diverses, françaises et étrangères (pas seulement allemandes). Elles sont intégrées rapidement aux recherches des doctorants.

Retour sur les images reçues

- Contre l'idée du désert : périodisation de l'entre-deux-guerres transversales à l'ensemble des domaines étudiés. Les années 1920 ne ne sont pas les années 1930, les recherches y sont différentes mais elles existent cependant.
- Contre l'idée d'autarcie : les références sont diverses, françaises et étrangères (pas seulement allemandes). Elles sont intégrées rapidement aux recherches des doctorants.
- Contre l'idée d'une génération sans maîtres : réévaluation des influences respectives des différents mathématiciens et de l'importance des différents domaines.

Retour sur les images reçues

- Contre l'idée du désert : périodisation de l'entre-deux-guerres transversales à l'ensemble des domaines étudiés. Les années 1920 ne sont pas les années 1930, les recherches y sont différentes mais elles existent cependant.
- Contre l'idée d'autarcie : les références sont diverses, françaises et étrangères (pas seulement allemandes). Elles sont intégrées rapidement aux recherches des doctorants.
- Contre l'idée d'une génération sans maîtres : réévaluation des influences respectives des différents mathématiciens et de l'importance des différents domaines.
- Perspectives :
 - ▶ Développement des sujets par les doctorants en aval de leur thèse pour saisir leur contribution aux domaines concernés.
 - ▶ Etude comparative avec d'autres corpus similaires à l'étranger : en Allemagne et en Italie.