HAL
open science

Superfluidité dans un gaz de fermions ultrafroids

Leticia Tarruell

To cite this version:

Leticia Tarruell. Superfluidité dans un gaz de fermions ultrafroids. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2008. Français. NNT : . tel-00429181

HAL Id: tel-00429181

https://theses.hal.science/tel-00429181

Submitted on 1 Nov 2009

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Département de physique
École Normale Supérieure

Laboratoire Kastler Brossel

THÈSE de DOCTORAT de l'UNIVERSITÉ PARIS 6

Spécialité :
Physique Quantique

présentée par

Leticia TARRUELL

pour obtenir le grade de DOCTEUR de l'UNIVERSITÉ PARIS 6

Sujet de la thèse :

Superfluidité dans un gaz de fermions ultrafroids

Soutenue le 30 Juin 2008
devant le jury composé de :

Mme	**Hélène Perrin**	Rapporteur
M.	**Jacques Vigué**	Rapporteur
Mme	**Claire Lhuillier**	Examinateur
Mme	**Anna Sanpera**	Examinateur
M.	**Claude Cohen-Tannoudji**	Examinateur
M.	**Christophe Salomon**	Directeur de thèse

Table des matières

Introduction générale 11

I Etude de la transition BEC-BCS 17

1 Superfluidité fermionique et transition BEC-BCS 19
1.1 Gaz de Fermi dégénérés . . . 19
1.1.1 Gaz sans interaction . . . 19
1.1.2 Collisions dans les gaz ultra-froids . . . 21
1.1.3 Fermions en interaction attractive : instabilité de Cooper . . . 23
1.2 Théorie BCS de la supraconductivité . . . 24
1.2.1 Position du problème . . . 24
1.2.2 État BCS . . . 25
1.2.3 Spectre d'excitations . . . 26
1.3 Transition BEC-BCS : des paires de Cooper au condensat de molécules . . . 27
1.3.1 Théorie de champ moyen à T=0 . . . 28
1.3.2 Système à température finie . . . 29
1.3.3 Limite unitaire et universalité . . . 32
1.3.4 Etat actuel des connaissances théoriques et expérimentales . . . 34

2 Résonances de Feshbach du lithium 39
2.1 Un peu de théorie . . . 39
2.1.1 Bref rappel sur les résonances de diffusion . . . 39
2.1.2 Un cas particulier : les résonances de Feshbach . . . 41
2.2 Résonances de Feshbach du lithium . . . 44
2.2.1 Résonances du ^{6}Li . . . 45
2.2.2 Résonances hétéronucléaires ^{6}Li –^{7}Li . . . 48
2.3 Mesure du couplage à l'état moléculaire . . . 49
2.3.1 Motivation : résonances larges et étroites . . . 49
2.3.2 Principe de la mesure . . . 50
2.3.3 Protocole expérimental . . . 51
2.3.4 Analyse des résultats . . . 52

3 Distribution en impulsion dans la transition BEC-BCS 55
3.1 Introduction . . . 55
3.2 Distribution en impulsion : un peu de théorie . . . 55
3.2.1 Système homogène à température nulle . . . 56
3.2.2 Prise en compte du potentiel de piégeage . . . 58
3.2.3 Ailes de la distribution . . . 61
3.2.4 Évolution de la distribution avec la température . . . 64
3.3 Résultats expérimentaux . . . 65

3.3.1 Protocole expérimental . . . 66
3.3.2 Résultats . . . 67
3.3.3 Erreurs systématiques . . . 67
3.3.4 Comparaison à d'autres expériences . . . 70
3.3.5 Extraction de C . . . 71
3.4 Conclusion et perspectives . . . 73

4 Expansion d'un superfluide fermionique 75
4.1 Introduction . . . 75
4.1.1 Expansion d'un gaz classique . . . 75
4.1.2 Expansion d'un gaz superfluide . . . 77
4.2 Expansion superfluide dans la transition BEC-BCS . . . 78
4.2.1 Un modèle simple . . . 78
4.2.2 Brisure de paires . . . 80
4.3 Résultats expérimentaux . . . 80
4.3.1 Protocole expérimental . . . 80
4.3.2 Inversion d'ellipticité . . . 81
4.3.3 Ellipticité en fonction de la force des interactions . . . 82
4.4 Conclusion . . . 84

II Construction d'une expérience de seconde génération 85

5 Conception du montage et refroidissement laser 87
5.1 Introduction . . . 87
5.1.1 Le chemin vers la dégénérescence quantique fermionique . . . 87
5.1.2 Présentation générale du dispositif expérimental . . . 88
5.1.3 Problèmes de l'ancien montage et cahier des charges . . . 90
5.2 Système laser . . . 90
5.2.1 Principe général et sources laser . . . 91
5.2.2 Montage expérimental . . . 92
5.3 Système à vide . . . 93
5.4 Jet atomique . . . 95
5.4.1 Four . . . 95
5.4.2 Ralentisseur Zeeman . . . 100
5.5 Piège magnéto-optique . . . 105
5.5.1 Particularités du lithium . . . 105
5.5.2 Montage expérimental . . . 106
5.5.3 Performances du PMO . . . 107
5.5.4 Du PMO au PMO comprimé . . . 109
5.6 Conclusion . . . 110

6 Piégeage magnétique 111
6.1 Introduction . . . 111
6.2 Pompage optique . . . 111
6.3 Piège quadrupolaire . . . 113
6.4 Transport magnétique . . . 114
6.4.1 Principe et montage expérimental . . . 114
6.4.2 Performances . . . 115
6.5 Piège de Ioffe-Pritchard . . . 116
6.5.1 Conception . . . 116

6.5.2 Montage expérimental . . . 118
6.5.3 Procédure de chargement . . . 120
6.5.4 Caractérisation . . . 121
6.6 Circuits électriques, de refroidissement et de sécurité . . . 122
6.7 Refroidissement Doppler dans le piège magnétique . . . 124
6.7.1 Principe et montage expérimental . . . 124
6.7.2 Performances . . . 125
6.8 Évaporation radio-fréquence . . . 127
6.9 Conclusion . . . 128

7 Piégeage dipolaire et détection **131**
7.1 Piégeage dipolaire . . . 131
7.1.1 Montage expérimental . . . 132
7.1.2 Manipulation du potentiel optique . . . 137
7.2 Champ magnétique de Feshbach . . . 138
7.3 Vers l'obtention d'un superfluide fermionique de seconde génération . . . 138
7.3.1 Stratégie de refroidissement dans l'ancien montage . . . 139
7.3.2 Propositions pour le nouveau montage . . . 143
7.4 Détection des atomes . . . 144
7.4.1 Choix des transitions d'imagerie et génération des fréquences . . . 145
7.4.2 Systèmes optiques et caméras . . . 146
7.5 Conclusion . . . 148

Conclusion **153**

Publications **159**

Références **203**

Liste des figures

1.1 Mer de Fermi et fonction de distribution de Fermi-Dirac 20
1.2 Potentiel d'interaction interatomique 22
1.3 Problème de Cooper 24
1.4 Spectre d'excitations à une particule de la théorie BCS 27
1.5 Évolution du gap et du potentiel chimique dans la transition BEC-BCS 29
1.6 Évolution du spectre d'excitations à une particule dans la transition BEC-BCS . 30
1.7 Température de formation des paires et température critique 32
1.8 Variation de l'énergie de liaison des paires avec la température 33
1.9 Évolution de la valeur attendue pour la constante universelle β 35
1.10 Énergie par particule d'un système homogène à $T = 0$ dans la transition BEC-BCS 37

2.1 Résonances de diffusion d'un puits carré attractif 40
2.2 Résonances de diffusion d'un potentiel de Van der Waals tronqué 40
2.3 Couplage d'un état discret à un continuum de diffusion 42
2.4 Potentiels singulet et triplet 44
2.5 Schéma de principe d'une résonance de Feshbach dans le cas des alcalins 44
2.6 Niveaux d'énergie du ^{6}Li et ^{7}Li en fonction du champ magnétique 45
2.7 Position des résonances de Feshbach du ^{6}Li 46
2.8 Longueur de diffusion du mélange $|F = 1/2, m_F = \pm 1/2\rangle$ du ^{6}Li 47
2.9 Résonances de Feshbach hétéronucléaires ^{6}Li –^{7}Li 49
2.10 Formation de molécules par traversée d'une résonance de Feshbach 51
2.11 Méthode de détection utilisée pour les expériences de formation de molécules . . 52
2.12 Fraction d'atomes détectés en fonction de la durée du temps de vol en champ . . 52
2.13 Fraction d'atomes détectés en fonction de la densité du nuage 53

3.1 Distribution en impulsion du gaz homogène selon la théorie BCS 57
3.2 Comparaison des prédictions BCS et QMC pour le gaz homogène 59
3.3 Profil de densité et distribution en impulsion du gaz unitaire piégé 60
3.4 Distributions en impulsion du gaz piégé selon la théorie BCS 61
3.5 Fonction d'ajustement pour l'énergie par particule des simulations QMC 63
3.6 Valeur du paramètre C en fonction de $-1/k_{\mathrm{F}}a$ 64
3.7 Convergence de la distribution vers C/k^4 à grande impulsion 64
3.8 Évolution de la distribution d'un gaz homogène avec la température 66
3.9 Mesures expérimentales de la distribution en impulsion 68
3.10 Critère de brisure des molécules et des paires 69
3.11 Modélisation de la vitesse finie d'extinction des interactions 70
3.12 Comparaison aux données de JILA à la limite unitaire 71
3.13 Extraction de la valeur de C par analyse du second moment de la distribution . . 72

4.1 Rôle des collisions pendant l'expansion d'un gaz classique 76
4.2 Influence de la valeur de l'indice polytropique sur l'expansion 79
4.3 Valeur de l'indice polytropique effectif en fonction de $-1/k_{\mathrm{F}}a$ 79

4.4 Diminution de la densité du nuage au cours de l'expansion et variation de $\alpha_{N\,\mathrm{corps}}$ 81
4.5 Évolution de l'anisotropie du nuage au cours de l'expansion 82
4.6 Mesure de l'ellipticité du superfluide fermionique en fonction de $-1/k_{\mathrm{F}}a$ 83
4.7 Disparition du réseau de vortex au cours de l'expansion d'un superfluide fermionique en rotation 84

5.1 Forme de la cellule de l'expérience 89
5.2 Structure de niveaux des deux isotopes du lithium 91
5.3 Stabilisation en fréquence des lasers 94
5.4 Enceinte à vide de l'expérience 96
5.5 Schéma du four 98
5.6 Schéma du montage pour l'étuvage du four et du lithium 99
5.7 Collimation du jet atomique 100
5.8 Flux du jet atomique en fonction de la température du four 100
5.9 Comparaison des différents types de ralentisseurs Zeeman 102
5.10 Montage expérimental du ralentisseur Zeeman 104
5.11 Distribution de vitesses du jet atomique ralenti 105
5.12 Système optique du piège magnéto-optique 107
5.13 Chargement et durée de vie du PMO de ^{7}Li 108
5.14 Images et profils de densité du nuage dans les phases de PMO et PMO comprimé 110

6.1 Montage expérimental pour le pompage optique 112
6.2 Schéma de principe du transport magnétique 114
6.3 Position du nuage et courants électriques pendant le transport 115
6.4 Gradients et rapports d'aspect du piège quadrupolaire au cours du transport . . . 115
6.5 Performances du transport magnétique 117
6.6 Schéma de principe du piège de Ioffe-Pritchard 118
6.7 Géométrie des barres Ioffe 119
6.8 Vue d'ensemble du piège magnétique 120
6.9 Mesure des fréquences du piège magnétique 122
6.10 Circuit électrique du piège magnétique 123
6.11 Section efficace de diffusion et taux de collision du ^{7}Li en fonction de T 125
6.12 Montage expérimental pour le refroidissement Doppler dans le piège Ioffe 126
6.13 Images du nuage pendant le refroidissement Doppler 128
6.14 Images d'un nuage de ^{7}Li au cours de l'évaporation 129
6.15 Performances de l'évaporation dans le piège Ioffe-Pritchard 129

7.1 Schéma du piège dipolaire 132
7.2 Mesure du col du faisceau du piège dipolaire 134
7.3 Système optique du piège dipolaire 135
7.4 Alignement du piège dipolaire 136
7.5 Mesure des fréquences radiale et axiale du piège dipolaire 136
7.6 Caractéristiques des bobines pinch pour le champ Feshbach 139
7.7 Caractéristiques des bobines de compensation pour le champ Feshbach 139
7.8 Circuit électrique pour le champ magnétique de Feshbach 140
7.9 Modification rapide du champ magnétique de Feshbach 140
7.10 Niveaux d'énergie du ^{6}Li en fonction du champ magnétique 142
7.11 Proposition de piège mixte optique-magnétique 145
7.12 Longueurs de diffusion du ^{6}Li et du ^{7}Li dans les niveaux hyperfins inférieurs . . . 145
7.13 Transitions d'imagerie du ^{6}Li 149
7.14 Génération des fréquences des faisceaux d'imagerie 150

7.15 Systèmes optiques d'imagerie dans la cellule et l'appendice 151
7.16 Accès optique pour l'imagerie 151
7.17 Systèmes optiques d'imagerie dans les directions horizontale et verticale 152

Introduction générale

Des gaz d'atomes ultra-froids ...

Le principe d'incertitude de Heisenberg affirme que l'extension Δp d'une particule dans l'espace des impulsions et son extension Δx dans l'espace des positions vérifient la relation $\Delta p \Delta x \geqslant \hbar/2$. Ainsi, si l'on refroidit un ensemble de particules, Δp est réduit et l'extension spatiale des paquets d'onde associés augmente. À des températures suffisamment basses il est possible de rendre Δx comparable à la distance moyenne entre particules. Dans ce régime dit de *dégénérescence quantique* le comportement du système reflète directement les lois de la mécanique quantique et en particulier les effets de la statistique bosonique ou fermionique des particules qui le constituent. Pour un système de bosons sans interaction, l'entrée dans ce régime s'accompagne d'une transition de phase, la condensation de Bose-Einstein, et les particules s'accumulent dans l'état quantique de plus faible énergie. Dans le cas des fermions, cette accumulation est interdite par le principe d'exclusion de Pauli et l'état fondamental du système est une *mer de Fermi* où les particules occupent successivement les niveaux de plus basse énergie.

La condensation de Bose-Einstein a été obtenue en 1995 dans des gaz dilués d'atomes bosoniques [1–4]. Pour les fermions, le régime de dégénérescence quantique a été atteint à partir de 1999 [5–7]. La réalisation de tels systèmes à été rendue possible par le développement des techniques de refroidissement par laser, ainsi que par l'application du concept de refroidissement par évaporation. Ces travaux ont été récompensés par deux prix Nobel, le premier décerné en 1997 à S. Chu, C. Cohen-Tannoudji et W. D. Phillips *pour le développement de méthodes pour refroidir et piéger des atomes avec des faisceaux laser* [8–10] et le second décerné en 2001 à E. Cornell, W. Ketterle et C. Wieman *pour la réalisation de la condensation de Bose-Einstein dans les gaz d'atomes alcalins dilués et pour les premières expériences fondamentales sur les propriétés des condensats* [11, 12].

L'obtention de la condensation de Bose-Einstein dans les gaz atomiques ultra-froids a stimulé le développement d'une nouvelle branche de l'optique, *l'optique atomique*, où les ondes lumineuses sont remplacées par des ondes de matière. Dans ce contexte, les condensats, constitués de plusieurs centaines de milliers d'atomes qui occupent le même état quantique, apparaissent comme l'analogue des lasers en optique traditionnelle et peuvent être utilisés comme source d'ondes de matière cohérentes ou « lasers à atomes » [13–15]. À la différence des photons toutefois, les atomes interagissent entre eux et l'optique atomique est intrinsèquement non linéaire. Cet aspect a été mis en évidence de façon spectaculaire à travers la réalisation d'expériences de mélange à quatre ondes [16], l'observation de solitons d'ondes de matière [17–20], et l'étude de la divergence des lasers à atomes [21]. Les expériences récentes s'orientent désormais vers l'optique atomique *quantique* : génération d'états non classiques (états de Fock, états massivement intriqués, « chats » de Schrödinger...) et analyse des corrélations [22–24].

Les expériences sur les condensats ne se restreignent pas au domaine de l'optique atomique. En effet, les gaz condensés en interaction présentent la propriété d'être superfluides et leur caractérisation est ainsi en lien étroit avec la physique de la matière condensée. Ils constituent même un sujet d'étude particulièrement intéressant car, du fait de leur caractère dilué, les in-

teractions peuvent y être décrites de façon simple et le potentiel de piégeage peut être contrôlé avec une grande précision, autorisant une maîtrise fine de la géométrie. Dès la première réalisation de la condensation de Bose-Einstein, de nombreux travaux ont été menés dans cette voie et il a été possible d'étudier en détail la superfluidité dans les condensats : déplacement d'un obstacle [25], transfert d'impulsion par diffraction de Bragg [26], mise en rotation et nucléation de vortex [27, 28] ... Un point commun à toutes ces expériences est qu'elles sont extrêmement bien décrites par la théorie de champ moyen développée par E. P. Gross, L. P. Pitaevskii et N. N. Bogoliubov dans les années 50, dont la validité a ainsi été établie de façon spectaculaire.

... aux simulateurs quantiques

A contrario des systèmes simples que nous venons d'évoquer, il existe en physique de la matière condensée de nombreux systèmes *fortement corrélés* qui ne peuvent pas être décrits par des approches de champ moyen. C'est dans ces systèmes que l'on observe certains des phénomènes les plus intrigants de la physique moderne, comme l'effet Hall quantique fractionnaire, la supraconductivité à haute température critique ou encore le magnétisme quantique.

Le terrain naturel d'étude expérimentale de ces phénomènes est constitué par des échantillons solides. Au fil des années, les expérimentateurs ont appris à façonner et à contrôler des aspects essentiels de ces échantillons, comme la maille cristalline, le désordre ou encore la dimensionnalité. Leur caractérisation à l'échelle microscopique est également possible grâce aux puissantes techniques de diffraction de neutrons, spectroscopie ARPES [1], etc. La richesse des possibilités expérimentales a stimulé de nombreux travaux théoriques, et notre compréhension des phénomènes complexes observés dans les systèmes fortement corrélés s'est considérablement améliorée.

Néanmoins, dans certains cas, le contrôle microscopique des échantillons solides n'est pas suffisant pour permettre de cerner définitivement les paramètres et propriétés nécessaires et suffisantes pour l'apparition de ces phénomènes. C'est justement sur ce point que les gaz quantiques dilués peuvent apporter une solution en fournissant un terrain d'étude complémentaire. En effet, grâce aux techniques aujourd'hui disponibles pour manipuler les atomes, il est possible de réaliser expérimentalement les hamiltoniens utilisés pour la description des systèmes fortement corrélés et d'ajuster indépendamment les quelques paramètres dont le rôle n'est pas encore bien connu. Ainsi, l'intensité des interactions peut être contrôlée en utilisant un certain type de résonances de diffusion, les résonances de Feshbach. On peut également simuler un réseau cristallin uni-, bi- ou tri-dimensionnel en faisant interférer des faisceaux laser sur les atomes, et ajuster sa géométrie et sa profondeur en modulant l'angle entre les faisceaux et leur intensité. Cette flexibilité, ce contrôle précis et cette grande facilité de mise en œuvre font des gaz ultra-froids un excellent « simulateur quantique », au sens donné par Feynman en 1982 [**?**].

Depuis l'expérience pionnière réalisée dans le groupe de I. Bloch et T. W. Hänsch à Munich en 2002, qui a mis en évidence la transition d'un état superfluide vers un état isolant de Mott dans un gaz de bosons [29], les succès dans cette voie se sont multipliés. Ont ainsi été observés entre autres le gaz de Tonks-Girardeau dans un système de bosons unidimensionnel [30, 31], la transition Berezinskii-Kosterlitz-Thouless dans les gaz bidimensionnels [32], l'isolant de Mott fermionique [33] ou encore la superfluidité fermionique dans un régime fortement corrélé, qui est le sujet de cette thèse.

Un exemple : la transition BEC-BCS

Parmi les problèmes paradigmatiques de matière condensée figure la superfluidité, c'est à dire, l'absence totale de viscosité pour un fluide. Cette propriété se manifeste à la fois dans

1. Angle resolved photoemission spectroscopy.

des systèmes fermioniques et bosoniques. Pour les fermions, les premières observations ont été réalisées en 1911 avec la découverte par H. Kammerlingh-Onnes de la supraconductivité, qui n'est autre chose que la superfluidité d'un gaz d'électrons. La superfluidité bosonique a été mise en évidence pour la première fois en 1937 dans l'hélium 4 par P. L. Kapitza , J. F. Allen et A. D. Misener.

Très tôt, F. London a suggéré la condensation de Bose-Einstein comme mécanisme commun à la superfluidité dans ces deux systèmes. Pour les fermions la condensation serait rendue possible par la formation de paires faiblement liées qui se comporteraient comme des bosons. Il a cependant fallu attendre jusqu'en 1957 pour qu'une théorie microscopique, proposée par J. Bardeen, L. N. Cooper et J. R. Schrieffer, explique la formation de ces paires et leur condensation [34,35].

En 1980 A. J. Leggett, en se basant sur les travaux de D. M. Eagles [36], a posé la question du devenir des paires de la théorie de Bardeen, Cooper et Schrieffer (BCS) lorsque leur énergie de liaison augmente. Pour traiter ce problème il s'est appuyé sur la théorie BCS et a montré qu'il était possible de construire une description unifiée de la superfluidité pour les bosons et les fermions. Dans celle-ci la seule différence entre des systèmes fermionique et bosonique est l'énergie de liaison des paires, puisque les bosons ne sont rien d'autre que des ensembles de fermions fortement liés [37, 38]. Le passage d'un superfluide de paires fortement liées à un superfluide de paires faiblement liées reçoit le nom de transition (ou *crossover*) BEC-BCS. Peu de temps après, P. Nozières et S. Schmitt-Rink ont étendu cette étude aux températures finies et proposé le premier diagramme de phases du système. En particulier, ils ont montré que la température critique de transition vers la phase superfluide augmente avec l'énergie de liaison des paires.

La découverte des premiers matériaux supraconducteurs à haute température critique a stimulé le développement de ces idées. En effet, Y. J. Uemura, un expérimentateur travaillant sur ce domaine, a rapidement remarqué que tous ces matériaux avaient en commun une énergie de liaison des paires plus élevée que dans les supraconducteurs traditionnels, ce qui, dans le cadre la théorie de Nozières et Schmitt-Rink, explique naturellement la température critique élevée [39]. En physique nucléaire également la transition BEC-BCS suscite un grand intérêt car elle pourrait décrire certaines propriétés du cœur des étoiles à neutrons. Néanmoins, malgré les très nombreux travaux théoriques motivés par ces connexions, une théorie complète de la transition BEC-BCS fait encore défaut.

Mon arrivée au sein de l'équipe, en janvier 2004, coïncide avec la production des premiers gaz de fermions ultra-froids dans la transition BEC-BCS. Notre dispositif nous permet depuis cette date de produire des superfluides fermioniques et de faire varier l'énergie de liaison des paires sur une très large gamme à l'aide d'une résonance de Feshbach. Ce système constitue donc un outil de choix pour étudier les différents régimes de couplage et observer la transition de la superfluidité fermionique à la superfluidité bosonique. Il donne également accès au régime intermédiaire entre ces deux extrêmes, qui est un système fortement corrélé aux propriétés remarquables. Ces expériences constituent de véritables simulations quantiques et ont été réalisées également dans d'autres laboratoires (Innsbruck, JILA, MIT, Duke, Rice, Melbourne et Tokyo). Elles ont stimulé de nombreux travaux théoriques ainsi que le développement de nouvelles techniques de calcul numérique.

Plan de la thèse

Le travail que j'ai effectué pendant ma thèse comporte essentiellement trois aspects. Lors de mon arrivée dans l'équipe, j'ai participé à l'obtention de notre premier superfluide fermionique. Suite à ce premier résultat, nous avons étudié un type particulier de résonances de Feshbach, à savoir des résonances en onde p, dans le but de produire des superfluides fermioniques possédant des degrés de liberté internes. Cette partie de mon travail a déjà été décrite dans les thèses de Julien Cubizolles [40] et Thomas Bourdel [41], ainsi que dans les références [42–44]. C'est la

raison pour laquelle je ne la présenterai pas dans ce manuscrit.

En second lieu, j'ai réalisé des expériences visant à caractériser le superfluide fermionique dans la transition BEC-BCS à travers l'étude de son expansion. Deux situations ont été considérées : l'expansion du gaz en absence d'interactions, qui permet de mesurer la distribution en impulsion du système, et son expansion avec interactions, à partir de laquelle nous étudions son caractère superfluide. Ces données sont analysées à l'aide de la théorie BCS et de résultats extraits de simulations Monte-Carlo.

Enfin, j'ai participé à la conception et à la construction d'un dispositif expérimental de seconde génération. Celui-ci nous permettra de réaliser dans les meilleures conditions de nouvelles expériences de simulation quantique. Ses principaux atouts sont les suivants : un très bon accès optique permettant de réaliser des réseaux optiques de géométrie variable et d'observer le gaz avec une haute résolution spatiale selon plusieurs axes, une grande stabilité et reproductibilité autorisant l'automatisation de l'expérience sur plusieurs heures et un taux de répétition cinq fois supérieur à celui de l'ancien montage entraînant un bon traitement statistique des données. Le nouveau dispositif a déjà permis d'atteindre le seuil de dégénérescence quantique dans un gaz bosonique avec des performances très satisfaisantes.

La structure de ce mémoire reflète ces deux derniers aspects de mon travail de thèse. Dans la première partie je présente et interprète les résultats des expériences réalisées sur la transition BEC-BCS. La deuxième partie est consacrée à une description détaillée du nouveau dispositif expérimental et de ses apports par rapport à l'ancien montage.

Première partie : Étude de la transition BEC-BCS

- Le chapitre 1 est consacré à l'introduction du système physique que nous étudions, à savoir, un gaz superfluide dans la transition BEC-BCS. Dans un premier temps nous développons une généralisation de la théorie BCS qui décrit les aspects essentiels du problème. Nous présentons ensuite l'état actuel des connaissances sur le système à travers un bref résumé des expériences réalisées jusqu'à présent.
- Un des avantages principaux de notre système est la possibilité d'ajuster la force des interactions entre atomes et donc l'énergie de liaison des paires. Cela est réalisé grâce à un certain type de résonance de diffusion, la résonance de Feshbach. Le chapitre 2 est consacré à sa description. Nous passons brièvement en revue les résonances disponibles et donnons un aperçu des problèmes physiques qu'elles permettent de simuler. Enfin, nous présentons une caractérisation expérimentale de la résonance que nous avons utilisée pour l'étude de la transition BEC-BCS à travers la mesure de sa force de couplage.
- Le chapitre 3 est consacré à l'expansion du gaz en l'absence d'interactions qui, sous certaines conditions, permet de déterminer sa distribution en impulsion. Celle-ci constitue un ingrédient essentiel pour la description théorique du système et reflète la variation de la force des interactions. Nous analysons en détail nos mesures expérimentales, les comparons à différentes prédictions théoriques et discutons leurs limites. Nous montrons également que le comportement à grands vecteurs d'onde de la distribution en impulsion fournit des informations nouvelles sur le système et suggérons une méthode adaptée pour sa mesure.
- Enfin, dans le chapitre 4 nous abordons l'expansion du superfluide en présence d'interactions. Nous relâchons le gaz à partir d'un piège anisotrope et étudions l'évolution de l'ellipticité du nuage dans différents régimes d'interaction. A travers cette mesure nous mettons en évidence la disparition de la superfluidité au cours de l'expansion dans la région faiblement attractive du diagramme de phase. Cet effet est attribué à la brisure des paires.

Seconde partie : Conception et construction d'un dispositif expérimental de seconde génération

- Le chapitre 5 aborde la conception du nouveau montage expérimental. Dans un premier temps nous établissons le cahier des charges imposé par les expériences envisagées et présentons la stratégie générale qui a été retenue. Nous décrivons ensuite les premières étapes de la production d'un nuage ultra-froid jusqu'au refroidissement laser. Les innovations technologiques introduites sont passées en revue et les performances sont comparées à celles du dispositif précédent.
- Au cours du chapitre 6 nous présentons les deux phases de piégeage magnétique de l'expérience : la réalisation d'un transport magnétique et le confinement du gaz dans un piège de type Ioffe-Pritchard. Nous caractérisons également les processus de refroidissement qui ont lieu dans ce dernier. Le refroidissement par évaporation habituel est en effet précédé d'une phase de refroidissement Doppler dont nous évaluons les performances.
- Le dernier chapitre de ce manuscrit est consacré à la description du piège dipolaire dans lequel sont effectuées les expériences proprement dites. Nous avons conçu un montage original qui permet de contrôler la géométrie du potentiel de piégeage de façon dynamique. Celui-ci peut par ailleurs être modifié à l'aide de champs magnétiques, ce qui autorise la réalisation de potentiels dépendants de l'état interne. Enfin, nous décrivons les systèmes de détection grâce auxquels il est possible d'observer le nuage avec une bonne résolution spatiale selon trois axes différents.

Pour conclure, nous présentons les perspectives ouvertes par ce travail de thèse, notamment quelques expériences que le nouveau dispositif devrait permettre de réaliser.

Première partie

Etude de la transition BEC-BCS

Chapitre 1

Superfluidité fermionique et transition BEC-BCS

Ce chapitre est consacré à une introduction des propriétés physiques des gaz atomiques de fermions ultra-froids. Nous présentons brièvement les outils théoriques indispensables à leur description et en particulier à la prise en compte des interactions entre atomes. Nous abordons ensuite le problème de la superfluidité fermionique à travers une généralisation de la théorie classique de la supraconductivité, la théorie BCS, qui permet de décrire la transition du régime d'interaction faible au régime d'interaction forte. Enfin, nous donnons un aperçu de l'état actuel des connaissances sur cette transition BEC-BCS à travers un bref résumé des principales avancées théoriques et expérimentales réalisées au cours de ces dernières années.

1.1 Gaz de Fermi dégénérés

Au cours de cette section nous rappelons les résultats classiques concernant un gaz de Fermi dégénéré sans interaction, tant dans le cas homogène que dans celui d'un piège harmonique pertinent dans nos expériences. Nous présentons ensuite un résumé de la façon dont les interactions sont décrites dans les gaz dilués ultra-froids et introduisons la notion de longueur de diffusion utilisée pour les caractériser. Enfin, nous analysons l'effet d'une faible interaction attractive sur le système et l'instabilité de Cooper qui en résulte, phénomène à la base de la superfluidité fermionique.

1.1.1 Gaz sans interaction

Système homogène

La distribution d'équilibre d'un gaz de Fermi sans interaction avec deux composantes de spin ($\sigma = \uparrow, \downarrow$) est décrite dans l'ensemble grand canonique par la fonction de distribution de Fermi-Dirac

$$N_\sigma(\epsilon) = \frac{1}{\mathrm{e}^{\beta(\epsilon-\mu)} + 1}, \tag{1.1}$$

où ϵ est l'énergie des états à un atome, $\beta = 1/k_\mathrm{B}T$ et μ le potentiel chimique du système. Cette fonction de Fermi-Dirac représente la probabilité d'occupation des états à une particule et est bornée supérieurement par 1 puisque, à cause du principe d'exclusion de Pauli, deux fermions identiques ne peuvent pas occuper le même état quantique. À température nulle il s'agit d'une fonction de Heaviside $\Theta(\mu - \epsilon)$ avec 1 pour $\epsilon < \mu$ et 0 si $\epsilon > \mu$. Les niveaux d'énergie du système sont alors successivement occupés à partir de l'état fondamental et l'on obtient une mer de Fermi (figure 1.1). L'énergie du dernier niveau occupé, qui coïncide avec la valeur du potentiel

chimique, reçoit le nom d'énergie de Fermi E_F. Elle constitue l'énergie caractéristique du système à partir de laquelle il est habituel de définir le vecteur d'onde de Fermi $k_\mathrm{F} = \sqrt{2mE_\mathrm{F}/\hbar^2}$ et la température de Fermi $T_\mathrm{F} = E_\mathrm{F}/k_\mathrm{B}$. Ces trois échelles caractéristiques s'expriment en fonction de la densité n du nuage car on a

$$E_\mathrm{F} = \frac{\hbar^2}{2m}\left(3\pi^2 n\right)^{2/3}. \tag{1.2}$$

À température finie la fonction de Fermi-Dirac s'élargit. Cet effet reste cependant faible pour des températures $T \ll T_\mathrm{F}$ pour lesquelles le système est fortement dégénéré (figure 1.1).

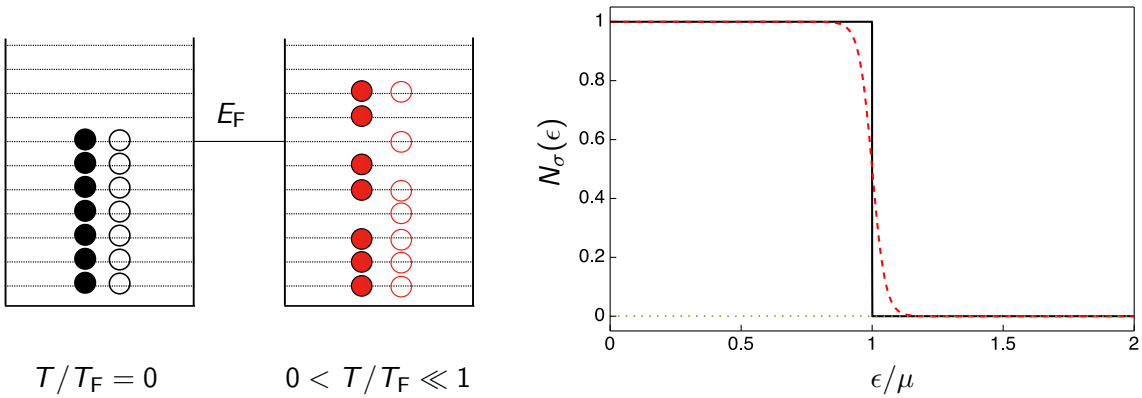


FIGURE 1.1 – *Représentation schématique d'une mer de Fermi avec deux états de spin pour $T = 0$ et $T \ll T_\mathrm{F}$. À température nulle, les atomes occupent successivement les états de plus faible énergie et l'énergie du dernier état occupé reçoit le nom d'énergie de Fermi E_F. La fonction de distribution de Fermi-Dirac $N_\sigma(\epsilon)$ désigne la probabilité d'occupation des états à un atome d'énergie ϵ. Il s'agit d'une fonction de Heaviside à $T = 0$ (trait plein), qui s'élargit légérement pour $0 < T \ll T_\mathrm{F}$ (trait tireté).*

Gaz piégé

Les expériences que nous réalisons ont lieu dans un piège harmonique de potentiel

$$V(\mathbf{r}) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{3} m\omega_i^2 r_i^2. \tag{1.3}$$

Celui-ci peut être pris en compte de façon simple en utilisant l'approximation semi-classique, valable si l'écart entre les différents niveaux d'énergie du piège est bien inférieur à l'énergie de Fermi :$\hbar\omega_i \ll E_\mathrm{F}$ [45]. L'expression (1.1) devient alors

$$f(\mathbf{r},\mathbf{p}) = \frac{1}{(2\pi\hbar)^3}\frac{1}{\mathrm{e}^{\beta(\epsilon(\mathbf{r},\mathbf{p})-\mu)}+1} \quad \text{avec} \quad \epsilon(\mathbf{r},\mathbf{p}) = \frac{\mathbf{p}^2}{2m} + V(\mathbf{r}), \tag{1.4}$$

qui est le spectre classique des états d'énergie à une particule du piège. À partir de cette équation nous pouvons obtenir de façon immédiate le profil de densité du gaz ainsi que sa distribution en impulsion à température nulle :

$$n(\mathbf{r}) = \frac{k_\mathrm{F}^3}{3\pi^2}\left[1 - \sum_{i=1}^{3}\left(\frac{r_i}{R_{\mathrm{TF}_i}}\right)^2\right]^{3/2} \tag{1.5}$$

$$n(\mathbf{k}) = \frac{\prod_{i=1}^{3} R_{\mathrm{TF}_i}}{3\pi^2}\left[1 - \left(\frac{k}{k_\mathrm{F}}\right)^2\right]^{3/2}, \tag{1.6}$$

où $R_{\mathrm{TF}_i} = \hbar k_{\mathrm{F}}/m\omega_i$, le rayon de Thomas-Fermi selon la direction i, désigne la taille du nuage pour laquelle la densité s'annule. Un système inhomogène comme celui-ci est décrit à partir d'une énergie de Fermi locale dont la valeur dans le nuage vérifie $\varepsilon_{\mathrm{F}}(r) = E_{\mathrm{F}} - V(\mathbf{r})$. Au centre du piège elle coïncide avec l'énergie de Fermi

$$E_{\mathrm{F}} = \hbar\bar{\omega}(3N)^{1/3} \quad \text{avec} \quad \bar{\omega} = \prod_{i=1}^{3} \omega_i^{1/3}. \tag{1.7}$$

Nous pouvons calculer de façon analogue, quoique numériquement, le profil de densité et la distribution en impulsion du gaz à température finie. C'est l'analyse de tels profils qui permet de déterminer la température du système dans les expériences.

1.1.2 Collisions dans les gaz ultra-froids

La section précédente est consacrée à la description d'un gaz de Fermi sans interaction. Dans les paragraphes suivant nous allons rappeler très brièvement la façon dont on peut décrire les collisions entre atomes au sein d'un gaz ultra-froid. Pour une description plus détaillée sur le sujet on se reportera aux références [46–48].

Interactions élastiques et inélastiques entre atomes alcalins

L'allure du potentiel d'interaction entre deux atomes alcalins, que l'on calcule à l'aide de l'approximation de Born-Oppenheimer [1], est représentée sur la figure 1.2. À longue distance il s'agit d'une interaction attractive de Van der Waals entre dipôles induits ($-C_6/r^6$), alors qu'à courte distance, du fait de la répulsion existant entre nuages électroniques, le potentiel est de type « cœur dur ». Si nous négligeons la faible interaction magnétique dipôle-dipôle entre les spins des deux électrons de valence (interaction dipolaire), le potentiel est central. On le décompose suivant l'état de spin des deux électrons de valence, qui donnent lieu à des configurations symétrique et antisymétrique de spin total (également appelées singulet et triplet) :

$$V(r) = V_{\mathrm{S}}\mathcal{P}_{\mathrm{S}} + V_{\mathrm{T}}\mathcal{P}_{\mathrm{T}}, \tag{1.8}$$

où l'indice S désigne le potentiel singulet ($S = 0$), l'indice T se réfère au potentiel triplet ($S = 1$) et $\mathcal{P}_{\mathrm{S}}$, $\mathcal{P}_{\mathrm{T}}$ sont les projecteurs sur les sous-espaces correspondants.

Les collisions interatomiques peuvent être classifiées en deux grandes catégories, selon que l'énergie cinétique est conservée ou non au cours du processus, ce qui correspond au cas des collisions élastiques ou inélastiques respectivement.

- Les collisions élastiques préservent l'état interne des atomes impliqués et modifient uniquement leur impulsion. Elles assurent donc la redistribution de l'énergie cinétique au sein du nuage et permettent sa thermalisation.
- Les collisions inélastiques, en revanche, entraînent le changement d'état interne de l'un au moins des atomes. La conservation de l'énergie totale implique alors une augmentation de l'énergie cinétique qui provoque soit un chauffage du nuage, soit une perte d'atomes. Ces processus font intervenir deux ou trois atomes. Dans le premier cas les collisions inélastiques peuvent être provoquées soit par la partie centrale du potentiel, soit par l'interaction dipolaire et donnent lieu respectivement à des pertes par renversement de spin ou dipolaires [2].

1. Cette approximation consiste à considérer les noyaux fixes et à calculer l'énergie d'interaction en fonction de la distance entre eux.

2. Les taux de pertes par renversement de spin sont toujours bien supérieurs à ceux des pertes dipolaires (environ de trois ordres de grandeur) car l'interaction dipolaire est très faible. Cependant, les règles de sélection sont bien plus restrictives dans le premier cas, où le spin total des deux atomes doit être conservée, que dans le deuxième.

Les processus de recombinaison à trois corps, quant à eux, donnent lieu à la formation de molécules.

Nous allons maintenant nous concentrer sur les collisions élastiques.

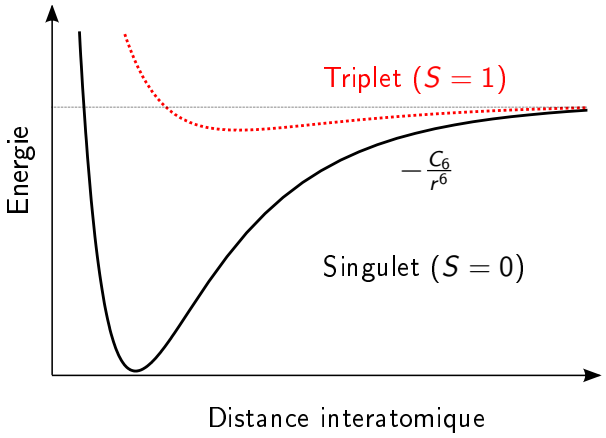


FIGURE 1.2 – *Potentiel d'interaction entre atomes neutres. Il résulte de la combinaison d'un terme fortement répulsif à faible distance interatomique et d'un terme de Van der Waals ($-\frac{C_6}{r^6}$) à longue distance. Il se décompose en deux contributions, singulet et triplet, en fonction de l'état de spin total des deux électrons de valence.*

Rappels de théorie de la diffusion

L'invariance par translation d'un problème de diffusion élastique entre deux atomes permet de séparer le mouvement du centre de masse du mouvement relatif, qui est équivalent à la diffusion d'une particule relative fictive sur un centre diffuseur immobile. Le problème se réduit ainsi au calcul des états propres du hamiltonien du mouvement relatif $H_{\mathrm{rel}} = p^2/2m_{\mathrm{r}} + V$, où m_{r} est la masse réduite des deux atomes et V leur potentiel d'interaction. Ces états reçoivent le nom d'états stationnaires de diffusion et ont pour forme asymptotique

$$\psi_{\mathbf{k}}(r) \sim \mathrm{e}^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} + f(\theta)\frac{\mathrm{e}^{ikr}}{r} \quad \text{lorsque} \quad r \to \infty. \tag{1.9}$$

L'expression (1.9) est la superposition d'une onde plane incidente d'impulsion $\mathbf{k}$ et d'une onde sphérique sortante. Elle fait intervenir une fonction $f(\theta)$ qui a les dimensions d'une longueur et dépend en principe de l'angle θ entre l'onde incidente et la direction considérée, et qui reçoit le nom d'amplitude de diffusion. Elle est solution de l'équation intégrale

$$f(\theta) = -\frac{m_{\mathrm{r}}}{2\pi\hbar^2}\int \mathrm{d}\mathbf{r}\, \mathrm{e}^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}'} V(\mathbf{r}')\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}'), \tag{1.10}$$

et permet de caractériser complètement le processus.

À cause de sa symétrie sphérique, le potentiel d'interaction interatomique ne couple pas des états stationnaires de diffusion de moment angulaire orbital différent. Il est ainsi possible de résoudre de façon indépendante le problème de diffusion pour chaque valeur de l en faisant intervenir un potentiel effectif

$$V_{\mathrm{eff}}(\mathbf{r}) = V(r) + \frac{\hbar^2}{2m}\frac{l(l+1)}{r^2}, \tag{1.11}$$

somme de $V(r)$ et d'une barrière centrifuge. Dans le cas d'un gaz ultra-froid la hauteur de cette dernière est supérieure à l'énergie cinétique disponible pour le processus de diffusion, ce qui a

pour effet d'inhiber les collisions avec $l \neq 0$ [3]. Seules les collisions en onde s ($l = 0$) sont possibles. L'amplitude de diffusion est isotrope et se réduit à une simple constante, la longueur de diffusion a :

$$\lim_{k \to 0} f(k) = -a. \tag{1.12}$$

Lorsque nous considérons la diffusion entre atomes identiques les effets de la statistique quantique correspondante doivent être pris en compte. Ainsi, le vecteur d'état de deux bosons doit être symétrique, tandis que celui de deux fermions doit être antisymétrique. Cela interdit l'existence de collisions en onde s dans un gaz de Fermi polarisé. Seul un mélange de fermions dans deux états internes différents permet de telles interactions.

Enfin, un résultat très général que nous utiliserons par la suite est que lorsqu'un potentiel de longueur de diffusion a possède un état faiblement lié (c'est-à-dire, très proche du seuil de dissociation), son énergie de liaison est donnée par $E = -\hbar^2/ma^2$ [49].

Potentiel effectif

Nous avons vu que dans un gaz d'atomes ultra-froids la longueur de diffusion a permet de caractériser complètement les propriétés de collision responsables des interactions entre atomes. Lorsqu'on construit des théories à N atomes en interaction il est préférable de remplacer le véritable potentiel interatomique, très complexe, par un potentiel modèle de même longueur de diffusion. Cette approximation est en général très satisfaisante puisque dans les conditions habituelles la longueur d'onde de De Broglie des atomes est presque cent fois supérieure à la portée du potentiel de Van der Waals et que, en conséquence, ces derniers sont très peu sensibles aux détails du potentiel.

Dans la suite de ce manuscrit nous utiliserons comme potentiel effectif un potentiel de contact $V(r) = V_0\delta(r)$. Cette forme a l'avantage de se prêter facilement aux calculs analytiques, à condition toutefois de prendre garde aux éventuelles divergences associées à l'absence de coupure en énergie. Pour ce potentiel, la longueur de diffusion est donnée par [49, 50]

$$\frac{m}{4\pi\hbar^2 a} = \int \frac{\mathrm{d}^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3}\frac{1}{2\epsilon_{\mathbf{k}}} + \frac{1}{V_0} \quad \text{avec} \quad \epsilon_{\mathbf{k}} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}. \tag{1.13}$$

Nous verrons par la suite que l'intégrale divergente de cette expression permet de régulariser naturellement celles que l'on rencontrera dans le développement de la théorie.

1.1.3 Fermions en interaction attractive : instabilité de Cooper

L'existence d'un superfluide fermionique repose de façon fondamentale sur la formation de paires de fermions dans le système. En effet, c'est la présence de ces bosons composites qui permet la transition vers un état avec l'ordre à longue portée et la cohérence nécessaires à la superfluidité.

Naïvement, on peut supposer qu'un ensemble de deux fermions en interaction attractive dans l'espace libre possède des états liés quelle que soit la force de cette attraction. Or, il est simple de montrer que si cela est vrai en une ou deux dimensions, ce n'est plus le cas lorsque le système est tridimensionnel [4]. Comme dans un supraconducteur l'interaction attractive entre électrons propagée par les phonons est extrêmement faible, ce résultat a compliqué le développement d'une théorie microscopique de la supraconductivité.

C'est uniquement en 1956 que Cooper a compris que ce résultat était modifié en présence d'un milieu. Pour cela, il a considéré deux fermions situés à la surface d'une mer de Fermi (figure

3. En toute rigueur, celles-ci sont importantes uniquement en présence d'une résonance de diffusion comme celles qui seront discutées dans le chapitre 2.

4. Il est utile pour cela de considérer le cas particulier d'un puits sphérique [51].

1.3) et a montré qu'il existait un état lié pour une interaction attractive arbitrairement faible entre les deux [52].

En conséquence, la présence d'une interaction attractive entre fermions, aussi faible soit-elle, rend une mer de Fermi instable car il devient énergétiquement favorable de former des paires dans le système. L'énergie de liaison de ces *paires de Cooper* est d'autant plus importante que le mouvement de leur centre de masse est faible. Il s'agit donc en général de paires d'impulsion $\mathbf{k} \leftrightarrow -\mathbf{k}$. La description de l'état du système dans ces conditions est l'objet de la section suivante.

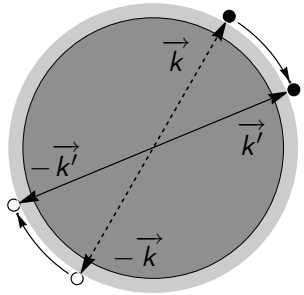


FIGURE 1.3 – *Représentation schématique du problème de Cooper, dans lequel on considère deux atomes en interaction attractive (petites sphères noires et blanches) à la surface d'une mer de Fermi (sphère grise). L'effet de cette dernière est de réduire le nombre d'état accessibles après une collision, car tous les états avec $k \leqslant k_{\mathrm{F}}$ sont occupés et donc « bloqués » à cause du principe de Pauli. Cela permet l'existence d'un état lié pour une interaction attractive arbitrairement faible entre les deux atomes. Le processus est plus favorable pour deux atomes d'impulsion $\mathbf{k}$, $-\mathbf{k}$, qui forment des paires au repos, que lorsque celles-ci ont une impulsion finie $\mathbf{q}$.*

1.2 Théorie BCS de la supraconductivité

La théorie BCS, proposée par Bardeen, Cooper et Schriffer en 1957, fournit une description théorique simple d'un système de N fermions en faible interaction attractive dans lequel se forment des paires de Cooper [34,35]. À l'origine, cette théorie était orientée vers la description du gaz d'électrons dans les supraconducteurs classiques. Au cours de cette section nous allons cependant l'appliquer à un gaz d'atomes fermioniques ultra-froids. L'ensemble des résultats présentés dans les paragraphes qui suivent sont abordés bien plus en détail dans les ouvrages classiques sur la supraconductivité, en particulier dans les références [53–55].

1.2.1 Position du problème

Le système auquel nous nous intéressons est un gaz de fermions répartis entre deux états internes différents ($\uparrow$ et $\downarrow$) avec des populations identiques. À basse température seules les interactions en onde s sont possibles, et donc seuls les atomes de spin opposé interagissent. En représentation d'impulsion leur potentiel attractif d'interaction s'écrit

$$V_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} = \int \frac{\mathrm{d}^3\mathbf{r}}{\Omega} V(\mathbf{r},\mathbf{r}')\, \mathrm{e}^{-i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\mathbf{k}'\cdot\mathbf{r}')}, \tag{1.14}$$

où Ω désigne un volume de quantification.

Le hamiltonien qui décrit le système est

$$\hat{H} = \sum_{\mathbf{k},\sigma} \epsilon_{\mathbf{k}} \hat{c}^{\dagger}_{\mathbf{k},\sigma}\hat{c}_{\mathbf{k},\sigma} + \sum_{\mathbf{k},\mathbf{k}',\mathbf{q}} V_{\mathbf{k},\mathbf{k}'} \hat{c}^{\dagger}_{\mathbf{k}+\frac{\mathbf{q}}{2},\uparrow}\hat{c}^{\dagger}_{-\mathbf{k}+\frac{\mathbf{q}}{2},\downarrow}\hat{c}_{-\mathbf{k}'+\frac{\mathbf{q}}{2},\downarrow}\hat{c}_{\mathbf{k}'+\frac{\mathbf{q}}{2},\uparrow}, \tag{1.15}$$

où $\hat{c}^\dagger_{\mathbf{k},\sigma}$ et $\hat{c}_{\mathbf{k},\sigma}$ sont respectivement les opérateurs de création et de destruction d'un fermion de spin σ et d'impulsion $\mathbf{k}$. Ils obéissent évidemment à des relations d'anti-commutation, puisqu'il s'agit d'opérateurs fermioniques.

Pour simplifier le problème nous utilisons comme potentiel modèle le potentiel de contact introduit précédemment. Dans l'espace des impulsions on a donc $V_{\mathbf{k},\mathbf{k}'} = -V_0/\Omega$. Par ailleurs, comme nous avons vu dans le problème de Cooper que l'énergie de liaison d'une paire est maximale lorsque son centre de masse est au repos, nous considérons $\mathbf{q} = 0$.

1.2.2 État BCS

Le point de départ de la théorie BCS est de supposer que l'état fondamental du système est un ensemble cohérent de paires de fermions. On propose donc une fonction d'onde variationnelle qui dans l'ensemble grand canonique prend la forme

$$|\psi_{\mathrm{BCS}}\rangle = \prod_{\mathbf{k}} \left(u_{\mathbf{k}} + v_{\mathbf{k}} \hat{c}^\dagger_{\mathbf{k},\uparrow} \hat{c}^\dagger_{-\mathbf{k},\downarrow} \right) |0\rangle \,. \tag{1.16}$$

Dans cette expression $|0\rangle$ désigne le vide et le terme en $\hat{c}^\dagger_{\mathbf{k},\sigma}\hat{c}_{\mathbf{k},\sigma}$ rend compte de la formation de paires dans le système. Pour garantir la normalisation de $|\psi_{\mathrm{BCS}}\rangle$ les coefficients $u_{\mathbf{k}}$ et $v_{\mathbf{k}}$ doivent vérifier $u^2_{\mathbf{k}} + v^2_{\mathbf{k}} = 1$. Leur valeur est fixée à partir de la minimisation de l'énergie libre

$$\begin{aligned}
\left\langle \hat{H} - \mu\hat{N} \right\rangle &= \sum_{\mathbf{k},\sigma} (\epsilon_{\mathbf{k}} - \mu) \left\langle \hat{c}^\dagger_{\mathbf{k},\sigma}\hat{c}_{\mathbf{k},\sigma} \right\rangle - \frac{V_0}{\Omega} \sum_{\mathbf{k},\mathbf{k}'} \left\langle \hat{c}^\dagger_{\mathbf{k},\uparrow}\hat{c}^\dagger_{-\mathbf{k},\downarrow}\hat{c}_{-\mathbf{k},\downarrow}\hat{c}_{\mathbf{k},\uparrow} \right\rangle = \\
&= \sum_{\mathbf{k},\sigma} (\epsilon_{\mathbf{k}} - \mu) \left\langle \hat{c}^\dagger_{\mathbf{k},\sigma}\hat{c}_{\mathbf{k},\sigma} \right\rangle - \\
&- \frac{V_0}{\Omega} \sum_{\mathbf{k},\mathbf{k}'} \left[\left\langle \hat{c}^\dagger_{\mathbf{k},\uparrow}\hat{c}^\dagger_{-\mathbf{k},\downarrow} \right\rangle \left\langle \hat{c}_{\mathbf{k},\uparrow}\hat{c}_{-\mathbf{k},\downarrow} \right\rangle + \mathrm{h.c.} + \left\langle \hat{c}^\dagger_{\mathbf{k},\uparrow}\hat{c}_{\mathbf{k},\uparrow} \right\rangle \left\langle \hat{c}^\dagger_{-\mathbf{k},\downarrow}\hat{c}_{-\mathbf{k},\downarrow} \right\rangle + \uparrow\leftrightarrow\downarrow \right]
\end{aligned} \tag{1.17}$$

où nous avons utilisé le théorème de Wick pour évaluer le terme quartique $\left\langle \hat{c}^\dagger_{\mathbf{k},\uparrow}\hat{c}^\dagger_{-\mathbf{k},\downarrow}\hat{c}_{-\mathbf{k},\downarrow}\hat{c}_{\mathbf{k},\uparrow} \right\rangle$ [53, 56]. À ce stade, il est intéressant de remarquer que celui-ci donne lieu à deux contributions différentes :

- un premier terme d'appariement entre les deux états de spin, pour lequel il est habituel d'introduire la notation $\Delta = -\frac{V_0}{\Omega}\sum_{\mathbf{k}} \left\langle \hat{c}_{\mathbf{k},\uparrow}\hat{c}_{-\mathbf{k},\downarrow} \right\rangle$. Remarquons que chaque paire ressent l'effet des autres à travers Δ, qui est le « champ moyen » qu'elles créent et qui reçoit le nom de *gap* pour des raisons qui deviendront claires par la suite. La théorie BCS est à ce niveau une théorie de champ moyen ;
- un deuxième terme de type Hartree qui représente l'effet que produit sur chaque atome de spin donné l'ensemble d'atomes de spin opposé et vaut $U_{\mathrm{Hartree}} = 2\pi\hbar^2 an/m$. Sa seule conséquence est d'introduire un décalage du potentiel chimique μ que nous négligerons dans les sections suivantes. Nous y reviendrons cependant au chapitre 3.

Après ces simplifications la valeur moyenne de l'énergie libre dans l'état $|\psi_{\mathrm{BCS}}\rangle$ s'écrit :

$$\left\langle \hat{H} - \mu\hat{N} \right\rangle = E - \mu N = 2\sum_{\mathbf{k}} (\epsilon_{\mathbf{k}} - \mu) v^2_{\mathbf{k}} + 2\Delta \sum_{\mathbf{k}} u_{\mathbf{k}} v_{\mathbf{k}}, \tag{1.18}$$

et sa minimisation entraîne

$$\begin{aligned} u_{\mathbf{k}}^2 &= \frac{1}{2}\left(1+\frac{\xi_{\mathbf{k}}}{E_{\mathbf{k}}}\right), \\ v_{\mathbf{k}}^2 &= \frac{1}{2}\left(1-\frac{\xi_{\mathbf{k}}}{E_{\mathbf{k}}}\right), \\ \xi_{\mathbf{k}} &= \epsilon_{\mathbf{k}}-\mu \quad \text{et} \\ E_{\mathbf{k}} &= \sqrt{\xi_{\mathbf{k}}^2+\Delta^2}. \end{aligned} \tag{1.19}$$

Avec les valeurs des coefficients $u_{\mathbf{k}}$ et $v_{\mathbf{k}}$ on peut finalement déterminer la valeur du paramètre de champ moyen de façon auto-cohérente :

$$\begin{aligned} \Delta &= -\frac{V_0}{\Omega}\sum_{\mathbf{k}} u_{\mathbf{k}}v_{\mathbf{k}} = -\frac{V_0}{\Omega}\sum_{\mathbf{k}}\frac{\Delta}{2E_{\mathbf{k}}} \rightarrow \\ -\frac{1}{V_0} &= \frac{1}{\Omega}\sum_{\mathbf{k}}\frac{1}{2E_{\mathbf{k}}} = \int \frac{\mathrm{d}^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3}\frac{1}{2E_{\mathbf{k}}}, \end{aligned} \tag{1.20}$$

Cette dernière relation reçoit le nom *d'équation du gap* de la théorie BCS. Dans cette expression nous observons la présence d'une intégrale divergente en $\mathbf{k}$. L'approche BCS traditionnelle consiste à l'éliminer en tronquant la somme à une certaine énergie, qui dans le cas des supraconducteurs est naturellement la fréquence de Debye des phonons. Pour un gaz d'atomes froids l'identification d'une énergie de coupure est moins aisée. En revanche, on peut utiliser (1.13) pour exprimer V_0 en fonction de la longueur de diffusion a, qui est un paramètre ajustable expérimentalement. Cette approche a l'avantage de régulariser naturellement l'équation du gap (1.20), qui devient

$$-\frac{m}{4\pi\hbar^2 a} = \int \frac{\mathrm{d}^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3}\left(\frac{1}{2E_{\mathbf{k}}}-\frac{1}{2\epsilon_{\mathbf{k}}}\right), \tag{1.21}$$

et permet d'obtenir $\Delta = \frac{8}{\mathrm{e}^2}\mathrm{e}^{-1/2k_{\mathrm{F}}|a|}$ si l'on suppose que le potentiel chimique du système μ reste très proche de l'énergie de Fermi.

A partir de cette dérivation, l'état fondamental du système décrit par le hamiltonien (1.15) apparaît clairement comme un ensemble de fermions appariés $(\mathbf{k},\uparrow) \leftrightarrow (-\mathbf{k},\downarrow)$. Le coefficient $v_{\mathbf{k}}^2$ de la fonction d'onde s'interprète d'ailleurs de façon immédiate comme la probabilité d'occupation d'une telle paire. Cependant, le sens physique de certains paramètres comme Δ ou $E_{\mathbf{k}}$ est moins transparent. Nous allons comprendre leur rôle en étudiant les excitations par rapport à l'état fondamental.

1.2.3 Spectre d'excitations

Une façon systématique de traiter les excitations est d'utiliser le formalisme de Bogoliubov-Valatin [57,58]. Nous introduisons pour cela des nouveaux opérateurs fermioniques [5]

$$\begin{aligned} \hat{\gamma}_{\mathbf{k},\uparrow} &= u_{\mathbf{k}}\hat{c}_{\mathbf{k},\uparrow} - v_{\mathbf{k}}\hat{c}^{\dagger}_{-\mathbf{k},\downarrow} \\ \hat{\gamma}^{\dagger}_{-\mathbf{k},\downarrow} &= u_{\mathbf{k}}\hat{c}^{\dagger}_{-\mathbf{k},\downarrow} + v_{\mathbf{k}}\hat{c}_{\mathbf{k},\uparrow}, \end{aligned} \tag{1.22}$$

qui vérifient $\hat{\gamma}_{\mathbf{k},\uparrow}|\psi_{\mathrm{BCS}}\rangle = \hat{\gamma}_{-\mathbf{k},\downarrow}|\psi_{\mathrm{BCS}}\rangle = 0$, ce qui veut dire que leur vide est $|\psi_{\mathrm{BCS}}\rangle$.

Ces opérateurs permettent d'écrire le hamiltonien comme

$$\hat{H} = E_{\mathrm{BCS}} + \sum_{\mathbf{k}} E_{\mathbf{k}}\left(\hat{\gamma}^{\dagger}_{\mathbf{k},\uparrow}\hat{\gamma}_{\mathbf{k},\uparrow} + \hat{\gamma}^{\dagger}_{-\mathbf{k},\downarrow}\hat{\gamma}_{-\mathbf{k},\downarrow}\right), \tag{1.23}$$

5. Ils satisfont donc des relations d'anticommutation comme les opérateurs $c_{\mathbf{k},\sigma}$ et $c^{\dagger}_{\mathbf{k},\sigma}$.

où il apparaît clairement que, dans le cadre de la théorie BCS, les excitations par rapport à l'état fondamental $E_{\mathrm{BCS}} = \sum_{\mathbf{k}} \xi_{\mathbf{k}} - E_{\mathbf{k}}$ sont des quasi-particules fermioniques qui n'interagissent pas entre elles. Leur nombre est donné par $\left\langle \hat{\gamma}^{\dagger}_{\mathbf{k},\uparrow}\hat{\gamma}_{\mathbf{k},\uparrow}\right\rangle + \left\langle \hat{\gamma}^{\dagger}_{-\mathbf{k},\downarrow}\hat{\gamma}_{-\mathbf{k},\downarrow}\right\rangle$, leur énergie est $E_{\mathbf{k}}$ et elles sont donc distribuées selon $f(E_{\mathbf{k}}) = (1 + \mathrm{e}^{\beta E_{\mathbf{k}}})^{-1}$.

L'énergie d'une excitation à une particule vaut donc $E_{\mathbf{k}} = \sqrt{\xi_{\mathbf{k}}^2 + \Delta^2}$ et est représentée sur la figure (1.4). Elle présente un minimum de valeur Δ pour des impulsions correspondantes à la surface de Fermi. Le fait que l'énergie minimale d'une excitation soit Δ justifie le nom de *gap*.

Enfin, remarquons que l'énergie de l'état fondamental est $E_{\mathrm{BCS}} = \sum_{\mathbf{k}} \xi_{\mathbf{k}} - E_{\mathbf{k}}$, ce qui est équivalent à considérer que l'énergie de liaison des paires vaut $E_{\mathrm{paire}} = \Delta^2/2E_{\mathrm{F}}$ [51]. Nous utiliserons cette expression dans les chapitres 3 et 4.

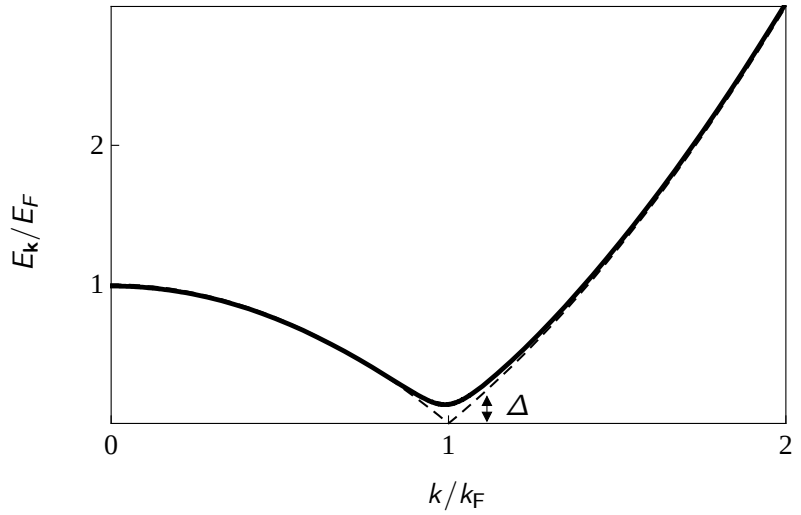


FIGURE 1.4 – *Comparaison du spectre d'excitations à une particule pour un gaz de Fermi sans interaction (tirets) et dans un état BCS (trait plein), qui présente un gap* Δ.

1.3 Transition BEC-BCS : des paires de Cooper au condensat de molécules

La validité de la théorie BCS pour décrire le gaz d'électrons dans les supraconducteurs classiques ou, plus généralement, un système de fermions en interaction faiblement attractive, ne fait aujourd'hui aucun doute. Pour l'extrême opposé, c'est à dire lorsque cette interaction est tellement forte que chaque paire de fermions forme une molécule fortement liée et peut être considérée comme un boson ponctuel, l'état fondamental du système est simplement un condensat de Bose-Einstein de bosons composites. Dans les années 80, Leggett [37, 38], en se basant sur une idée originelle de Eagles [36], a montré que la fonction d'onde variationnelle BCS permet de comprendre l'évolution entre les deux régimes extrêmes. Il a ainsi ouvert la voie à la construction d'une théorie unifiée de la superfluidité qui explique aussi bien les limites bosonique et fermionique que le régime intermédiaire, c'est-à-dire l'ensemble de la transition BEC-BCS.

Cette section est consacrée à la description de ce problème. Dans un premier temps nous présentons une adaptation du modèle originel de Leggett à notre système. Celui-ci consiste en une généralisation de la théorie BCS qui permet de prendre en compte la variation de l'énergie de liaison des paires. Cette description théorique reste simple, puisqu'il s'agit d'une approche de champ moyen, et donne des informations qualitatives sur le problème. Nous abordons ensuite la description du système à température finie. Dans ce régime les limitations de la théorie BCS

généralisée deviennent évidentes. Afin de discuter le diagramme de phase du système nous nous appuyons donc sur des théories plus élaborées. Dans le régime le plus fortement corrélé de la transition BEC-BCS le comportement du système devient indépendant de sa nature microscopique exacte. Nous présentons quelques résultats remarquables qu'il est possible d'extraire dans cette situation, qui reçoit le nom de *limite unitaire*. Enfin, nous résumons l'état actuel du domaine à travers la présentation des principaux résultats expérimentaux obtenus au cours des quatre dernières années et les avancées théoriques (modèles et simulations numériques) réalisées.

1.3.1 Théorie de champ moyen à T=0

À température nulle l'adaptation du formalisme BCS à la description de la transition entre l'état BCS et un condensat de molécules est presque immédiate. Il suffit d'ajouter à l'équation du gap (1.21) une contrainte supplémentaire, qui est la conservation du nombre total de particules :

$$n = 2\sum_{\mathbf{k}} v_{\mathbf{k}}^2 = \int \frac{\mathrm{d}^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3}\left(1 - \frac{\xi_{\mathbf{k}}}{E_{\mathbf{k}}}\right), \tag{1.24}$$

expression qui pour des raisons évidentes reçoit le nom *d'équation du nombre*.

Les expressions des équations du gap et du nombre sont considérablement simplifiées en introduisant l'énergie de Fermi $E_F = \hbar^2 k_{\mathrm{F}}^2/2m$ et le vecteur d'onde de Fermi $k_{\mathrm{F}} = (3\pi^2 n)^{1/3}$, ce qui permet de les rendre adimensionnées :

$$-\frac{1}{k_{\mathrm{F}}a} = \frac{2}{\pi}\left(\frac{2}{3I_2\left(\mu/\Delta\right)}\right)^{1/3} I_1\left(\frac{\mu}{\Delta}\right) \tag{1.25}$$

$$\frac{\Delta}{E_F} = \left(\frac{2}{3I_2\left(\mu/\Delta\right)}\right)^{2/3}. \tag{1.26}$$

avec [6]

$$I_1(x_0) = \int_0^\infty \mathrm{d}x\, x^2\left(\frac{1}{\sqrt{(x^2-x_0)^2+1}} - \frac{1}{x^2}\right) \tag{1.27}$$

$$I_2(x_0) = \int_0^\infty \mathrm{d}x\, x^2\left(1 - \frac{x^2-x_0}{\sqrt{\left(x^2-x_0\right)^2+1}}\right). \tag{1.28}$$

Le problème est alors complètement posé. La force des interactions est décrite par le paramètre adimensionné $-1/k_{\mathrm{F}}a$, avec $-1/k_{\mathrm{F}}a \to +\infty$ pour le régime BCS et $-1/k_{\mathrm{F}}a \to -\infty$ dans la limite BEC. La résolution de la première équation permet de déterminer le rapport μ/Δ en fonction de la valeur du paramètre d'interaction. À partir de la deuxième nous obtenons la valeur du gap et du potentiel chimique, représentés sur la figure 1.5.

Nous avons déjà vu que dans le régime BCS on a

$$\mu \simeq E_F, \tag{1.29}$$

$$\Delta \simeq \frac{8}{\mathrm{e}^2}\mathrm{e}^{-1/2k_{\mathrm{F}}|a|}, \tag{1.30}$$

avec un gap qui diminue exponentiellement avec la force des interactions.

6. Ces intégrales sont simples à évaluer numériquement car elles s'expriment en termes de fonctions elliptiques [59].

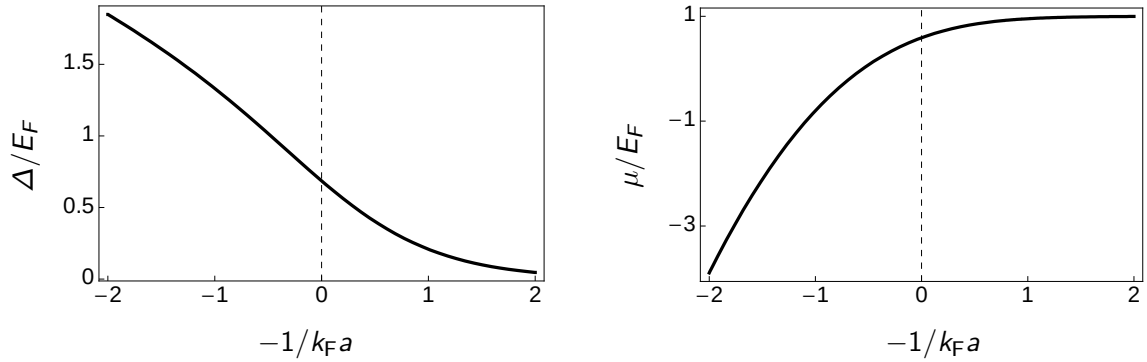


FIGURE 1.5 – *Evolution du gap Δ et du potentiel chimique μ dans la transition BEC-BCS en fonction de la force des interactions. La valeur du gap diminue progressivement du régime BEC au régime BCS, où la décroissance devient exponentielle. Le potentiel chimique, en revanche, augmente. Pour $a > 0$ il est principalement déterminé par l'énergie de liaison des molécules, tandis qu'à la limite BCS il tend vers celui d'un gaz de Fermi sans interaction.*

À la limite BEC la valeur du potentiel chimique et du gap est donnée par

$$\mu \simeq -\frac{\hbar^2}{2ma^2} + \frac{\pi\hbar^2 an}{m} = -\frac{\hbar^2}{2ma^2} + \frac{2\pi\hbar^2 a_{\mathrm{M}} n_{\mathrm{M}}}{m_{\mathrm{M}}}, \tag{1.31}$$

$$\Delta \simeq \sqrt{\frac{16}{3\pi}}\frac{E_F}{\sqrt{k_{\mathrm{F}}a}}, \tag{1.32}$$

où $n_{\mathrm{M}} = n/2$ désigne la densité de molécules, $m_{\mathrm{M}} = 2m$ leur masse et a_{M} leur longueur de diffusion. Le potentiel chimique par atome est la somme de deux contributions : la moitié de l'énergie de liaison d'une molécule plus la moitié de l'énergie de Hartree entre molécules. Dans le cadre de la théorie BCS celle-ci est répulsive et de longueur de diffusion $a_{\mathrm{M}} = 2a$. Le résultat exact, obtenu par résolution du problème à quatre corps associé, est $a_{\mathrm{M}} = 0.6\,a$ [60]. La différence est due au fait que la théorie BCS traite l'interaction entre paires uniquement au niveau du champ moyen. Seule l'incorporation de corrélations supplémentaires molécule-molécule et atome-molécule permet d'obtenir le bon résultat [61,62].

Il est également intéressant d'analyser l'évolution du spectre d'excitations à une particule en fonction de $-1/k_{\mathrm{F}}a$ (figure 1.6). On observe des comportements très différents en fonction du signe du potentiel chimique μ. Pour $\mu < 0$ l'énergie minimale d'excitation correspond à $k = 0$, comme pour un condensat de Bose Einstein d'atomes, et vaut $\sqrt{\mu^2 + |\Delta|^2}$. En revanche, lorsque $\mu > 0$ le spectre a un gap Δ à $k = \sqrt{2m\mu/\hbar^2}$. Dans la théorie BCS la valeur $\mu = 0$ correspond à un paramètre d'interaction $-1/k_{\mathrm{F}}a \simeq -0.553$. Elle marque la transition entre un système « fermionique » avec une sorte de surface de Fermi ($\mu > 0$) et un système « bosonique » où celle-ci a complètement disparu ($\mu < 0$) [63,64].

Enfin, dans le cadre de ce modèle il est également possible de calculer la fonction d'onde des paires et donc leur taille [65], qui est donnée par $\xi_0 = \frac{2}{k_{\mathrm{F}}\pi}\frac{\mu}{\Delta}$ à la limite BCS et par la longueur de diffusion a à la limite BEC. Nous reviendrons sur ce point dans le chapitre 3.

1.3.2 Système à température finie

Théorie de champ moyen : température de formation des paires

En principe, la théorie de champ moyen que nous avons présentée dans la section précédente peut être adaptée de façon simple à la description d'un système de température non nulle. Pour

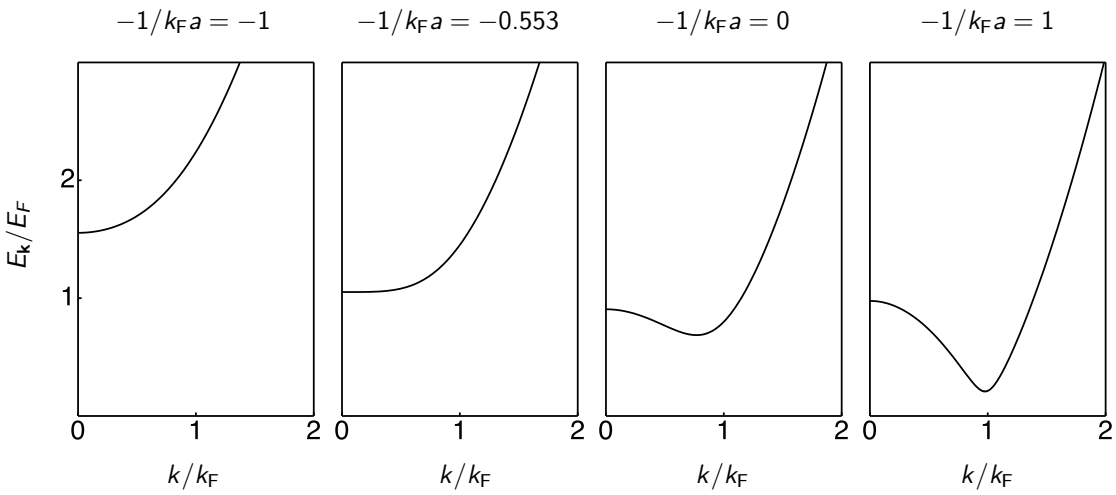


FIGURE 1.6 – *Evolution du spectre d'excitations à une particule calculé à partir de la théorie BCS généralisée. Ces excitations reflètent le fait que pour $-1/k_F a > -0.553$ ($\mu > 0$) le gaz est « fermionique » et dispose d'une sorte de surface de Fermi où l'énergie des excitations est minimale, tandis que pour $-1/k_F a < -0.553$ ($\mu < 0$) il devient purement « bosonique » et les excitations se concentrent à $k = 0$.*

ce faire les équations du gap et du nombre doivent être modifiées afin de prendre en compte la présence d'excitations. En utilisant le formalisme de Bogoliubov on peut calculer de façon immédiate les valeurs moyennes pertinentes

$$\left\langle \hat{c}^\dagger_{\mathbf{k},\uparrow}\hat{c}_{\mathbf{k},\uparrow}\right\rangle = u^2_{\mathbf{k}}\left\langle \gamma^\dagger_{\mathbf{k},\uparrow}\gamma_{\mathbf{k},\uparrow}\right\rangle + v^2_{\mathbf{k}}\left[1-\left\langle \gamma^\dagger_{-\mathbf{k},\downarrow}\gamma_{-\mathbf{k},\downarrow}\right\rangle\right] \tag{1.33}$$

$$\left\langle \hat{c}_{\mathbf{k},\uparrow}\hat{c}_{-\mathbf{k},\downarrow}\right\rangle = u_{\mathbf{k}}v_{\mathbf{k}}\left[1-\left\langle \gamma^\dagger_{\mathbf{k},\uparrow}\gamma_{\mathbf{k},\uparrow}\right\rangle - \left\langle \gamma^\dagger_{-\mathbf{k},\downarrow}\gamma_{-\mathbf{k},\downarrow}\right\rangle\right], \tag{1.34}$$

à partir desquelles on obtient les équations du gap et du nombre à température finie :

$$-\frac{m}{4\pi\hbar^2 a} = \int \frac{\mathrm{d}^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3}\left(\frac{1}{2E_{\mathbf{k}}}\tanh\left(\frac{\beta E_{\mathbf{k}}}{2}\right)-\frac{1}{2\epsilon_{\mathbf{k}}}\right), \tag{1.35}$$

$$n = 2\int \frac{\mathrm{d}^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3}\left[v^2_{\mathbf{k}}(1-f(E_{\mathbf{k}}))+u^2_{\mathbf{k}}f(E_{\mathbf{k}})\right], \tag{1.36}$$

ou, de façon adimensionnée :

$$-\frac{1}{k_F a} = \frac{2}{\pi}\left(\frac{\Delta}{E_F}\right)^{1/2}\tilde{I}_1\left(\frac{\mu}{\Delta},\beta\Delta\right) \tag{1.37}$$

$$1 = \frac{3}{2}\left(\frac{\Delta}{E_F}\right)^{3/2}\tilde{I}_2\left(\frac{\mu}{\Delta},\beta\Delta\right), \tag{1.38}$$

avec

$$\tilde{I}_1(x_0,\tilde{\beta}) = \int_0^\infty \mathrm{d}x\, x^2\left(\frac{\tanh\left(\tilde{\beta}\sqrt{(x^2-x_0)^2+1}/2\right)}{\sqrt{(x^2-x_0)^2+1}}-\frac{1}{x^2}\right) \text{ et} \tag{1.39}$$

$$\tilde{I}_2(x_0,\tilde{\beta}) = I_2(x_0)+2\int_0^\infty \mathrm{d}x\, x^2\left(\frac{x^2-x_0}{\sqrt{(x^2-x_0)^2+1}}\right)\frac{1}{1+\mathrm{e}^{\tilde{\beta}\sqrt{(x^2-x_0)^2+1}}}, \tag{1.40}$$

qui sont la généralisation à température finie des intégrales $I_1(x_0)$ et $I_2(x_0)$.

Nous pouvons maintenant accéder à deux informations intéressantes : la température T^* à laquelle le gap s'annule et la variation du gap et du potentiel chimique pour des températures $T < T^*$ [66–68].

La température d'annulation du gap augmente indéfiniment avec l'énergie de liaison des paires (figure 1.7). Dans les deux régimes extrêmes on a

$$T^*_{\mathrm{BCS}} = \frac{\mathrm{e}^{\gamma}}{\pi}\frac{8}{\mathrm{e}^2}\mathrm{e}^{-\pi/2k_{\mathrm{F}}|a|} \tag{1.41}$$

$$T^*_{\mathrm{BEC}} = \frac{|E_{\mathrm{mol}}|}{2\left(\ln|E_{\mathrm{mol}}/E_F|\right)^{1/2}}, \tag{1.42}$$

où γ est la constante d'Euler et $E_{\mathrm{mol}} = -\hbar^2/ma^2$ l'énergie de liaison des molécules. T^* correspond à la température à laquelle commencent à se former des paires dans le système. Dans la limite BCS, T^* coïncide avec la température critique de transition vers la phase superfluide car les paires se forment et condensent simultanément. Ce n'est pas le cas lorsque l'énergie de liaison devient plus importante : il devient alors énergétiquement favorable de former des paires même si celles-ci ont une énergie cinétique considérable (on parle alors de *paires préformées*). Dans ce cas, c'est seulement à plus basse température que le mouvement du centre de masse des paires est suffisamment réduit pour que le système entre dans la phase superfluide. Or, dans l'état BCS de départ nous avons considéré uniquement des paires au repos. Notre modèle simple ne peut donc pas décrire ces effets.

L'autre quantité que nous pouvons calculer est la valeur de Δ en fonction de la température (figure 1.8). Comme nous l'avons vu, à température finie il est possible d'avoir des paires même si le système n'est pas superfluide. Δ ne coïncide donc pas forcément avec le paramètre d'ordre. En réalité, cette quantité représente l'énergie moyenne de liaison des paires dans le gaz. Dans le régime BEC, par exemple, il s'agit simplement du produit du nombre moyen de molécules dans le gaz par l'énergie de liaison de l'état moléculaire. Lorsqu'on considère le régime fortement corrélé, cette énergie de liaison des paires non condensées reçoit le nom de *pseudo-gap*.

Prise en compte du mouvement des paires : température critique

Clairement, le calcul de la température critique de transition vers la phase superfluide dans la transition BEC-BCS nécessite une description théorique du système bien plus sophistiquée que le simple modèle de champ moyen que nous avons utilisé jusqu'à présent. La construction d'une telle théorie, dont la différence essentielle est la prise en compte du mouvement du centre de masse des paires, est bien plus compliquée. Les premiers pas dans cette direction ont été réalisés par Nozières et Schmitt-Rink qui, en 1985, ont proposé le premier diagramme de phase de la transition BEC-BCS [66] obtenu à travers l'étude de l'état du système pour $T \geqslant T_c$. Leur travail a été étendu à la description de la phase superfluide par Randeria, Sá de Melo et Engelbrecht quelques années plus tard [65,67,68]. Ces approches constituent la base de toutes les théories de la transition BEC-BCS élaborées par la suite, qui prédisent qualitativement les mêmes résultats. Les différences quantitatives qui existent entre les divers modèles sont principalement déterminées par le degré d'auto-cohérence considéré lors de la résolution des équations du gap et du nombre, ainsi que par le type de fluctuations du centre de masse des paires qui sont incluses (à savoir, uniquement thermiques ou thermiques et quantiques).

La figure 1.7 montre un exemple du diagramme de phases du système homogène prédit par ces théories. Dans le régime BCS la température critique coïncide avec T^*, puisque les paires se forment et condensent simultanément [7]. À la limite BEC et lorsque $|-1/k_{\mathrm{F}}a| \gg 1$ la température

7. On obtient ici la valeur de la température critique de la théorie BCS. En toute rigueur, L. P. Gorkov et T. K. Melik-Barkhudarov on montré que celle-ci est réduite d'un facteur ~ 2.2 à cause d'effets d'écrantage dans la mer de Fermi [69, 70].

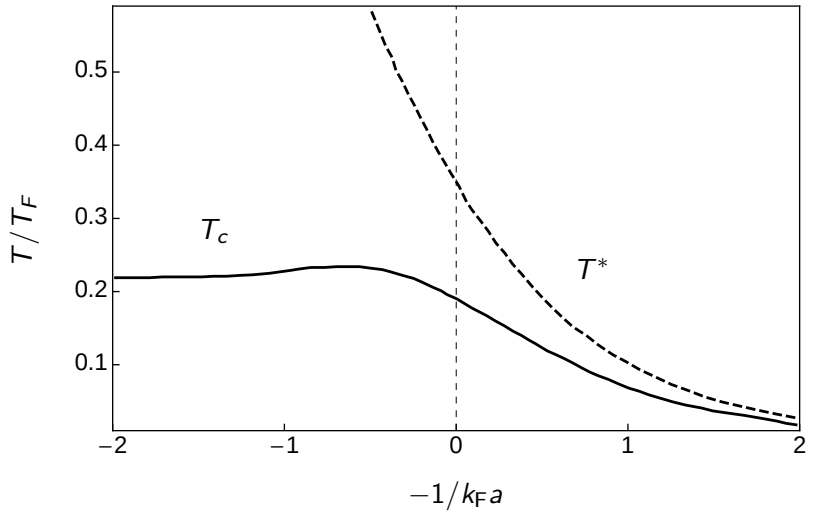


FIGURE 1.7 – *Température de formation des paires T^* et température critique de transition vers la phase superfluide T_c en fonction de la valeur du paramètre d'interaction $-1/k_\mathrm{F}a$. La première est calculée à partir de la théorie de champ moyen à température finie que nous avons présentée dans le texte. La deuxième résulte d'un modèle de type Nozières-Schmitt-Rink qui prend en compte le mouvement du centre de masse des paires [67]. Les deux coïncident uniquement à la limite BCS, où les paires se forment et condensent simultanément. Dans le reste de la transition BEC-BCS et pour la gamme de températures comprise entre T_c et T^* on observe des paires préformées, non cohérentes, et dont l'énergie de liaison reçoit le nom de pseudogap.*

critique tend vers celle d'un condensat de molécules sans interaction

$$\frac{T_c}{T_\mathrm{F}} = \left(\frac{n}{2\zeta(3/2)}\right)^{2/3} \frac{2\pi}{k_\mathrm{F}^2} \simeq 0.21. \tag{1.43}$$

Une caractéristique générale de ce diagramme de phases est que la valeur de T_c est pratiquement indépendante du paramètre d'interaction pour $-1/k_\mathrm{F}a < 1$, alors qu'elle diminue exponentiellement avec l'énergie de liaison lorsque $-1/k_\mathrm{F}a > 1$. Cela reflète directement la nature bosonique ou fermionique du système. Dans le premier cas la superfluidité est perdue lorsque le mouvement du centre de masse des paires, qui est indépendant de leur énergie de liaison, devient trop important, alors que dans le deuxième la perte de cohérence du système implique la brisure des paires de Cooper, plus fragiles lorsque leur énergie de liaison est plus faible. Entre ces deux limites bien comprises la température critique présente un maximum pour une valeur de $-1/k_\mathrm{F}a$ qui n'est pas encore bien déterminée.

1.3.3 Limite unitaire et universalité

Dans le régime intermédiaire de la transition BEC-BCS, lorsque $-1 < -1/k_\mathrm{F}a < 1$, la description de l'état du système est en générale très compliquée du fait de son caractère fortement corrélé. Il existe cependant une exception notable. En effet, pour $-1/k_\mathrm{F}a = 0$ et lorsque la portée des interactions est très faible, le comportement du gaz devient extrêmement simple. A ce point, qui reçoit le nom de *limite unitaire*, la longueur de diffusion diverge. a n'est plus un paramètre pertinent du système et ne joue plus aucun rôle dans sa description. La seule échelle de longueur qui reste est la distance moyenne entre particules $n^{-1/3}$, et l'énergie caractéristique correspondante est l'énergie de Fermi. On dit alors que le système est *universel* [71]. En ce point,

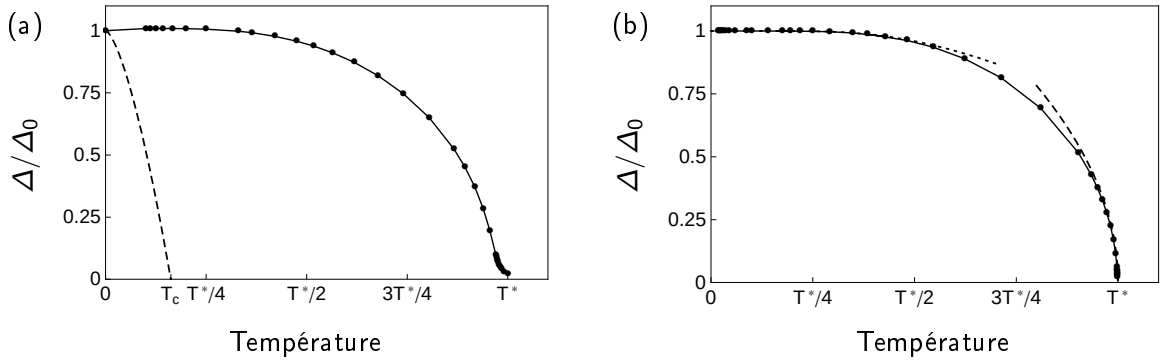


FIGURE 1.8 – *Variation de Δ avec la température pour un gaz homogène dans les régimes BEC ($-1/k_{\mathrm{F}}a = -1$) et BCS ($-1/k_{\mathrm{F}}a = 2$). Les courbes en trait plein sont obtenues par résolution numérique des équations du gap et du nombre à température finie. (a) Dans la limite BEC Δ coïncide avec le paramètre d'ordre uniquement à $T = 0$. La dépendance en température de ce dernier, qui est simplement la fraction de molécules condensées, est très différente : $\frac{N_0}{N} = 1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^{3/2}$ (courbe en tirets). Il en va de même pour la température critique T_c et la température de formation des paires T^*. (b) Pour le régime BCS on a $T_c = T^*$: les paires se forment et condensent simultanément et Δ est directement le paramètre d'ordre. Dans ce cas il est simple de déterminer l'expression asymptotique de $\Delta(T)$ à proximité de $T = 0$ et T_c : $\Delta/\Delta_0 = 1 - \sqrt{\frac{2\pi}{\beta\Delta_0}}\mathrm{e}^{-\beta\Delta_0}$ pour $T \ll T_c$ (pointillés) et $\Delta/\Delta_0 = \sqrt{\frac{8\pi^2}{7\zeta(3)}}\frac{\mathrm{e}^{\gamma}}{\pi}\sqrt{1 - \frac{T}{T_c}}$ pour $T_c - T \ll T_c$ (tirets).*

le potentiel chimique, la température critique, l'énergie de liaison des paires, ... sont simplement proportionnels à E_F, alors que leur taille ξ_0 est proportionnelle à $1/k_{\mathrm{F}}$:

$$\mu = \xi E_F \tag{1.44}$$
$$T_c = \gamma T_F \tag{1.45}$$
$$\xi_0 = \alpha/k_{\mathrm{F}} \quad ,\ldots \tag{1.46}$$

Les facteurs de proportionnalité ξ, α, $\gamma, \ldots$ sont des constantes universelles : elles sont identiques pour tout système à la limite unitaire, quelle que soit sa nature exacte. Par exemple, l'équation d'état d'un gaz de fermions ultra-froids extrêmement dilué est probablement identique à celle du cœur d'une étoile à neutrons, dans laquelle la densité est pourtant supérieure de 25 ordres de grandeur ! Cette équation d'état est donnée par l'expression (1.44). Nous montrerons par la suite que les fermions ultra-froids ont permis de mesurer la constante universelle correspondante, ξ, avec une grande précision. Cette dernière est souvent exprimée comme $\xi = 1 + \beta$ afin de mettre en évidence la correction β par rapport à l'équation d'état d'un gaz de Fermi sans interaction.

L'argument qui nous a permis de postuler l'universalité à la limite unitaire s'étend à température finie. On peut alors écrire

$$\tilde{\mu} = \mu/E_F = f_\mu(T/T_{\mathrm{F}}) \tag{1.47}$$
$$\mathcal{E} = E/nE_F = f_E(T/T_{\mathrm{F}}) \tag{1.48}$$
$$\mathcal{S} = S/N = k_{\mathrm{B}} f_S(T/T_{\mathrm{F}}) \tag{1.49}$$
$$\mathcal{P} = P/nE_F = f_P(T/T_F) \quad ,\ldots \tag{1.50}$$

pour le potentiel chimique, l'énergie par particule, l'entropie et la pression respectivement [8]. Ces relations sont valables tant dans la phase normale que dans la phase superfluide, mais évidemment les fonctions universelles f_i prennent des formes différentes dans les deux situations.

8. Ces expressions sont reliées entre elles par des relations thermodynamiques. On trouvera une liste très utile des expressions les plus utilisées dans la référence [72].

Une conséquence de l'universalité du gaz à la limite unitaire que nous retrouverons au chapitre 3 est que, dans le cas où il est confiné dans un piège harmonique V_{ext}, il obéit au théorème du viriel comme un gaz de Fermi idéal [73–75]. En effet, pour être à l'équilibre, le gaz doit respecter la condition [9] :

$$\boldsymbol{\nabla} P + n \boldsymbol{\nabla} V_{\text{ext}} = 0. \tag{1.51}$$

La pression se calcule à partir de l'énergie en utilisant la relation $P = -(\partial E/\partial V)_{S,N}$. La dérivée à entropie constante est équivalente à une dérivée à température constante, puisqu'on doit avoir $f'_S(T/T_F) = 0$. On obtient donc $P = -(\partial E/\partial V)_{T,N} = 2\mathcal{E}/3$. En notant $E_{\text{piège}}$ l'énergie potentielle du gaz due au potentiel de piégeage et en remplaçant dans (1.51) on arrive bien au théorème du viriel

$$E_{\text{piège}} = \frac{E}{2}. \tag{1.52}$$

Pour conclure cette section nous soulignerons la différence qui existe entre les classes d'universalité qui apparaissent dans le contexte des transitions de phase et la notion d'universalité que nous avons introduite. Alors que la première regroupe des systèmes physiques très différents et n'est valable qu'à proximité de la température critique, la deuxième concerne uniquement des systèmes unitaires (paramètre d'interaction $-1/k_{\text{F}}a = 0$ et potentiel de portée « nulle ») mais sans aucune restriction en température.

1.3.4 Etat actuel des connaissances théoriques et expérimentales

La théorie BCS généralisée que nous avons développée dans la première partie de cette section nous a permis de comprendre le comportement du système dans la transition BEC-BCS à température nulle. Néanmoins, ses prédictions ne sont pas valables du point de vue quantitatif [10]. La raison en est qu'il s'agit d'une théorie de champ moyen qui ne prend pas en compte toutes les corrélations existant dans le système et ne considère pas les fluctuations du mouvement du centre de masse des paires. Nous avons également mentionné l'existence de théories plus avancées, basées sur les idées de Nozières et Schmitt-Rink, qui tentent d'inclure ces effets. La description du système dans le régime fortement corrélé $-1 < -1/k_{\text{F}}a < 1$ est cependant très compliquée car il n'existe pas de petit paramètre qui permette la construction d'une théorie perturbative. Il est donc très difficile de vérifier la validité des approximations introduites.

La réalisation en 2004 de la transition BEC-BCS dans les gaz ultra-froids a complètement modifié cette situation. Les expériences ont énormément stimulé le développement de nouveaux modèles théoriques tout en imposant des contraintes fortes sur leurs prédictions. Par ailleurs, des techniques originales de simulation numérique ont été proposées puis réalisées. Notre connaissance du problème s'est donc beaucoup amélioré. Sur la figure 1.9 nous avons représenté un exemple concret : l'évolution de la valeur théorique et expérimentale de la constante universelle β qui caractérise l'énergie du système à la limite unitaire. Les mesures expérimentales, de plus en plus précises, ont permis d'éliminer certains modèles théoriques jusqu'à contraindre fortement la valeur de ce paramètre universel, qui peut maintenant être utilisée pour décrire d'autres systèmes de fermions dans ce régime.

Afin de donner une vue d'ensemble de l'état actuel des connaissances sur le problème de la superfluidité fermionique dans la transition BEC-BCS nous allons mentionner maintenant les principaux résultats expérimentaux et théoriques obtenus au cours des quatre dernières années. Pour des descriptions plus détaillées on pourra se reporter à la référence [76].

9. Cette condition est identique à celle de l'approximation de densité locale que nous utilisons au chapitre 3.

10. Un exemple que nous avons déjà abordé est la relation existant entre la longueur de diffusion molécule-molécule et la longueur de diffusion atomique. Dans le cadre de la théorie BCS $a_{\text{mol}} = 2a$, alors que le résultat exact $a_{\text{mol}} = 0.6a$ est bien plus faible.

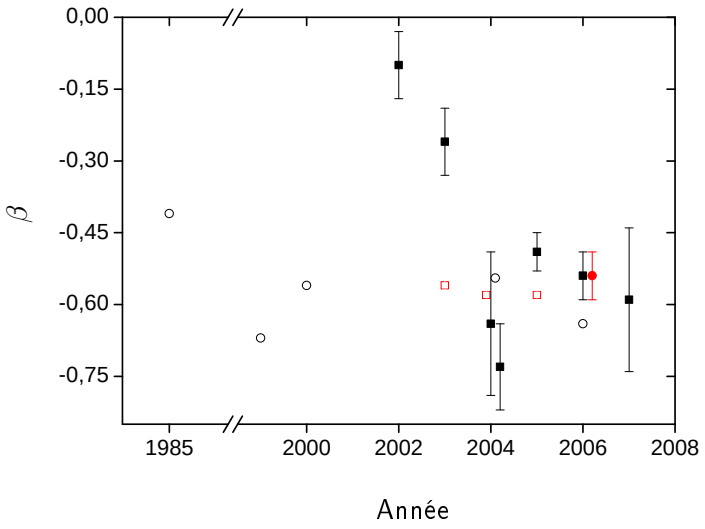


FIGURE 1.9 – *Evolution de la valeur attendue pour la constante universelle β, qui désigne l'écart de l'équation d'état d'un gaz unitaire par rapport à celle d'un gaz de Fermi sans interaction $\mu = (1+\beta)E_{\mathrm{F}}$, au cours du temps. Les symboles vides correspondent aux prédictions théoriques (cercles pour les calculs, carrés pour les simulations numériques) et les symboles pleins aux mesures expérimentales réalisées sur des gaz fermioniques ultra-froids (carrés pour ^6Li et cercles pour ^{40}K). Ces dernières sont aujourd'hui suffisamment précises pour éliminer un grand nombre de théories, dont l'approche de champ moyen de la théorie BCS généralisée. Par ailleurs, le bon accord entre les mesures réalisées sur ^6Li et ^{40}K montre bien l'universalité du système.*

Expériences sur la transition BEC-BCS (2004-2008)

L'étude expérimentale de la transition BEC-BCS a été réalisée dans les groupes de R. Grimm à Innsbruck [77], D. Jin à JILA [78], W. Ketterle à MIT [79], J. Thomas à Duke [80] et R. Hulet à Rice [81], ainsi que dans notre équipe [42]. Très récemment deux nouveaux groupes se sont joints à ce domaine : les équipes de P. Hannaford à Melbourne [82] et de T. Mukaiyama à Tokyo [83].

Les résultats expérimentaux peuvent être classés en deux grandes catégories selon qu'ils concernent les propriétés statiques ou dynamiques du système. Par ailleurs, nous distinguerons également entre les mesures orientées vers la caractérisation des propriétés thermodynamiques du système et celles consacrées à la mesure de propriétés microscopiques.

Dans le cadre des propriétés thermodynamiques du gaz nous mentionnerons :

- la détermination de l'équation d'état du système à température nulle, c'est-à-dire de la fonction $\mu(k_{\mathrm{F}}a)$. Différentes méthodes ont été utilisées, comme la mesure du profil de densité du gaz dans le piège [84,85], l'évaluation de l'énergie relâchée pendant l'expansion du nuage en présence d'interactions [42,86], l'excitation de modes collectifs d'oscillation du nuage dans lesquels celui-ci est comprimé [80,87–91] ou encore la mesure de la vitesse du son dans le gaz, également reliée à sa compressibilité [92] ;
- la détermination de la température critique et de la fraction condensée (bien que l'interprétation de ces mesures ne soit pas encore claire) [83,93,94] ;
- la mesure de l'énergie par particule en fonction de l'entropie du gaz à la limite unitaire, ce qui permet d'accéder à la thermodynamique universelle du système [86,95] ;
- la mesure de la chaleur spécifique du gaz [96].

En ce qui concerne les propriétés microscopiques du système les problèmes suivants ont été abordés :

- la mesure spectroscopique de la taille des paires et de leur énergie de liaison [97,98] ;
- la détermination de la distribution en impulsion du système [99–101] ;

– l'observation du spectre de quasi-particules [102].

Enfin, toute une série d'expériences ont été consacrées à l'étude des propriétés dynamiques du système. Certaines de ces mesures permettent de mettre en évidence le caractère superfluide du gaz :

– l'étude de la fréquence et de l'amortissement de modes collectifs du nuage en fonction de la température et de la force des interactions. Ont été étudiés des modes de compression [80,87,88,90,91] et des modes de surface [103] ;
– la caractérisation des propriétés du nuage en rotation : observation de vortex, preuve univoque de superfluidité [104], et d'un moment d'inertie réduit [105] ;
– l'étude de l'expansion du gaz en présence d'interactions [101,106].
– la mesure de la vitesse du son [92] ;
– la détermination de la vitesse critique de Landau en dessous de laquelle un obstacle peut être déplacé sans friction dans le système, qui est également une preuve claire de superfluidité [107].

Approches théoriques

Du point de vue théorique les deux approches essentielles utilisées pour étudier la transition BEC-BCS sont d'une part le développement de théories de type Nozières-Schmitt-Rink fondées sur des méthodes diagrammatiques [11] [64,108–110] et d'autre part la réalisation de simulations numériques. Ces simulations Monte-Carlo quantiques (QMC) sont cependant compliquées à réaliser car, du fait de l'antisymétrie des fonctions d'onde fermioniques, les algorithmes habituels ne peuvent pas être appliqués [12]. Au cours de ces quatre dernières années des méthodes numériques originales ont été mises au point afin de contourner dans la mesure du possible cette difficulté.

Une possibilité est d'utiliser des simulations variationnelles (et donc intrinsèquement approchées). Cette méthode permet de reproduire le comportement d'un système homogène d'environ cinquante atomes [112–115]. Les résultats semblent fiables à $T = 0$. Par exemple, sur la figure 1.10 nous avons représenté la valeur de l'énergie par particule E/N extraite des simulations ainsi que celle qui résulte des développements perturbatifs de l'équation d'état pour un gaz de Fermi faiblement attractif et un gaz de molécules ponctuelles en interaction répulsive :

$$\frac{E_{\text{pert.}}}{N} = \begin{cases} \frac{3}{5}E_{\text{F}}\left(1 + \frac{10}{9\pi}(k_{\text{F}}a) + \frac{4(11-2\ln 2)}{21\pi^2}(k_{\text{F}}a)^2 + \dots\right) + O\left(\frac{\Delta^2}{E_{\text{F}}}\right) & \text{à la limite BCS} \\ -\frac{\hbar^2}{2ma^2} + \frac{\alpha}{6\pi}(k_{\text{F}}a)E_{\text{F}}\left(1 + \frac{128}{15\sqrt{6\pi^3}}\alpha^{3/2}(k_{\text{F}}a)^{3/2} + \dots\right) & \text{à la limite BEC.} \end{cases} \tag{1.53}$$

Ces expressions incorporent des corrections à la simple interaction de champ moyen (initialement proposées par Lee, Huang et Yang [116,117] pour des fermions ou bosons ponctuels, puis très récemment justifiées pour des bosons composites par X. Leyronas et R. Combescot [118]). L'accord entre les deux est très satisfaisant et valide ce type de simulation à température nulle. Ont ainsi été déterminées la valeur à $T = 0$ de la fraction condensée, la distribution en impulsion du système [119], la fonction de correlation à deux corps $g^{(2)}_{\uparrow\downarrow}$ [120] et le gap [121]. En revanche, les prédictions concernant le comportement du gaz à température finie contiennent des erreurs importantes et il n'est pas possible d'en extraire des valeurs fiables de la température critique ou du gap à $T \neq 0$ [122].

On utilise pour cela des méthodes Monte-Carlo sur réseau, valables pour $T > 0$ [72,123–125]. Dans ce cas des algorithmes récents permettent de réaliser des simulations exactes (aux erreurs statistiques près). Néanmoins, afin d'obtenir des prédictions applicables au continuum il est

11. Une autre possibilité est d'introduire un petit paramètre artificiel à partir duquel on peut construire une théorie perturbative. Plusieurs tentatives ont été faites dans cette direction mais les prédictions qui en résultent ne sont pour l'instant pas quantitatives.

12. Il s'agit du « problème du signe » qui est présenté en détail dans la référence [111]

nécessaire d'extrapoler les résultats au cas d'un remplissage nul du réseau, ce qui peut entraîner des erreurs systématiques. La comparaison aux résultats expérimentaux reste donc essentielle.

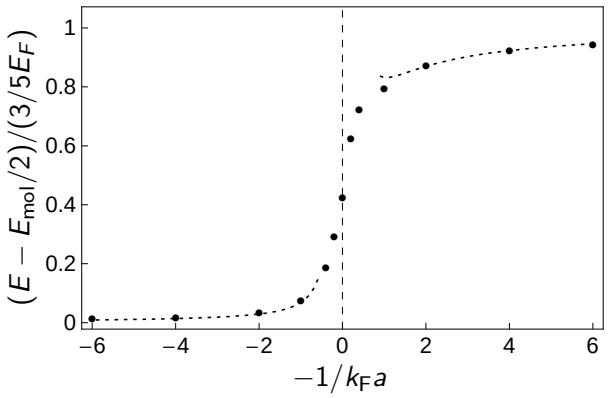


FIGURE 1.10 – *Énergie par particule du système dans la transition BEC-BCS. Les points sont extraits des simulations QMC variationnelles de la référence [112], tandis que les traits pointillés indiquent les résultats des développements perturbatifs (1.53) avec, dans la limite BEC, la valeur de la longueur de diffusion entre molécules* $a_{\mathrm{M}} = \alpha a = 0.6a$ *[60].*

Chapitre 2

Résonances de Feshbach du lithium

Afin d'observer expérimentalement la transition BEC-BCS dans un gaz de fermions ultra-froids il est indispensable de pouvoir changer la valeur de la longueur de diffusion dans une large gamme. Nous utilisons pour cela un certain type de résonances de diffusion, les résonances de Feshbach. Dans la première partie du chapitre nous présentons un modèle simple de ce phénomène. Nous abordons ensuite le cas particulier du lithium, pour lequel nous présentons une mesure expérimentale du couplage avec l'état moléculaire.

2.1 Un peu de théorie

Cette section est consacrée à l'introduction de la notion de résonance de Feshbach. Dans un premier temps nous rappelons le concept de diffusion résonante, puis nous expliquons comment le phénomène de résonance de Feshbach (originellement introduit en physique nucléaire) s'applique aux atomes alcalins. Nous introduisons également un modèle simple qui décrit les aspects essentiels de ce type de résonances de diffusion.

2.1.1 Bref rappel sur les résonances de diffusion

Dans la grande majorité des situations les propriétés de diffusion d'un gaz d'atomes froids peuvent être caractérisées par un seul paramètre, la longueur de diffusion a. Or, la valeur de celle-ci est extrêmement sensible à la profondeur exacte du potentiel d'interaction entre atomes.

Considérons deux particules qui interagissent à travers un potentiel modèle : un puits carré de profondeur $-V_0 = -\hbar^2 k_0^2/m$ et de portée b (figure 2.1a). Le problème est exactement soluble et la valeur de la longueur de diffusion est donnée par

$$a = b - \frac{\tan(k_0 b)}{k_0}, \tag{2.1}$$

résultat qui est représenté sur la figure 2.1b. En variant la profondeur du potentiel nous observons que la longueur de diffusion présente des divergences pour $k_0 b = (n+1/2)\pi$ avec n entier, valeurs qui correspondent à l'apparition d'un nouvel état lié. La présence d'un état lié d'énergie proche du continuum domine complètement le comportement de a : il s'agit d'un phénomène de *résonance de diffusion*. Lorsque l'état lié est virtuel, a est négatif alors que pour un état lié réel nous avons $a > 0$.

En réalité, le lien entre la divergence de la longueur de diffusion et l'apparition d'un nouvel état lié du potentiel est un phénomène général (théorème de Levinson [49]). Ce résultat se maintient donc pour un potentiel modèle plus réaliste, comme celui qui est représenté sur la figure 2.2a. La partie à longue portée de ce potentiel est de la forme de Van der Waals $-C_6/r^6$, tandis qu'un cœur dur permet de prendre en compte l'effet répulsif à courte distance [126]. En

variant la position r_c de celui-ci, il est possible de modifier la profondeur du potentiel. La figure 2.2b montre la variation de la longueur de diffusion qui en résulte, qualitativement la même que pour le puits carré.

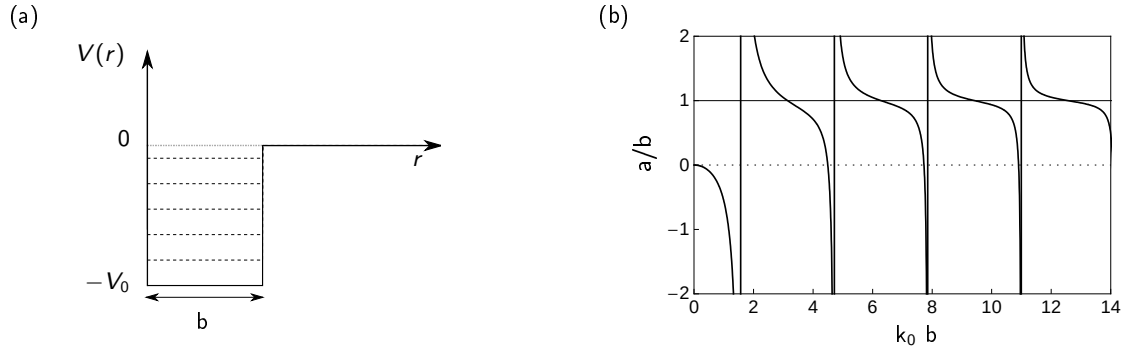


FIGURE 2.1 – *(a) Diffusion par un puits carré attractif de profondeur $-V_0 = -\hbar^2 k_0^2/m$ et largeur b. (b) Valeur de la longueur de diffusion a en fonction de la profondeur du potentiel. Nous observons des résonances chaque fois qu'un nouvel état lié apparaît dans le puits.*

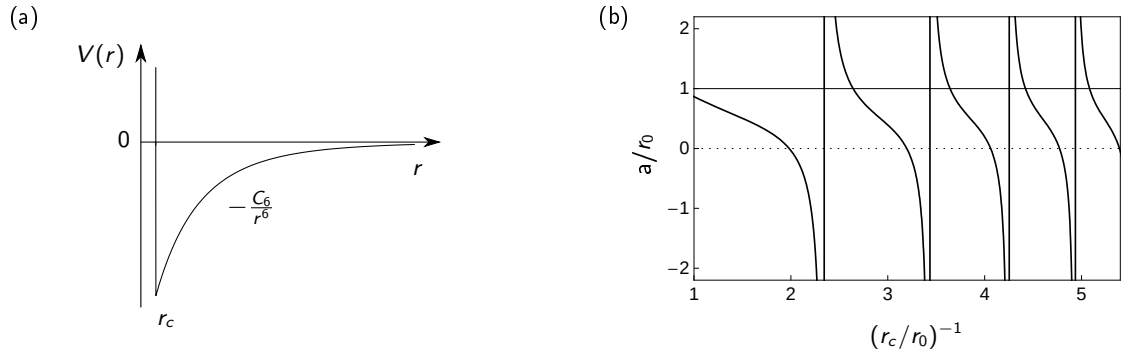


FIGURE 2.2 – *(a) Diffusion par un potentiel modèle plus réaliste constitué d'un terme de Van der Waals $-C_6/r^6$ tronqué à courte distance. (b) Lorsque nous varions la profondeur du potentiel en modifiant la position r_c du cœur dur, la longueur de diffusion présente des résonances. La position de celles-ci correspond à nouveau à l'apparition d'un nouvel état lié du potentiel. Remarquons que, comme dans le cas du puits carré, un état lié réel entraîne une longueur de diffusion positive, alors que pour les états liés virtuels $a < 0$. La longueur de diffusion et le cœur dur sont exprimés en termes de la longueur caractéristique du potentiel de Van der Waals $r_0 = (C_6 m/\hbar^2)^{1/4}$.*

Une image physique simple permet de comprendre la raison pour laquelle la diffusion est résonante lorsque l'énergie d'un état lié coïncide avec celle du continuum. L'idée est la suivante : au cours de la collision, les particules peuvent occuper l'état lié uniquement si l'énergie de celui-ci, que nous noterons ϵ_L, est suffisamment proche de celle du continuum. Or, dans l'état lié les particules sont localisées au voisinage du centre diffuseur et ressentent plus fortement son effet : la diffusion devient résonante. Pour des collisions en onde s, cela se traduit par une divergence de la longueur de diffusion. Quant au signe de a, il résulte de l'anti-croisement entre l'état lié et l'état de diffusion des deux atomes (figure 2.3) :

- lorsque $\epsilon_L < 0$, l'état lié voit son énergie diminuer, tandis que celle de l'état de diffusion augmente ; cela se traduit par une interaction répulsive entre les particules libres et $a > 0$;

– pour $\epsilon_L > 0$ c'est le contraire qui se produit : l'énergie de l'état lié augmente et celle de l'état de diffusion devient négative, ce qui implique une interaction attractive entre particules ($a < 0$).

A partir des considérations précédentes il est clair que la modification de l'écart en énergie entre l'état lié et le continuum permet d'ajuster la force des interactions entre particules dans ce dernier. Or, si l'on ne peut pas varier la profondeur du potentiel d'interaction interatomique, il existe un certain type de résonances de diffusion qui permettent d'ajuster cet écart : les résonances de Feshbach.

2.1.2 Un cas particulier : les résonances de Feshbach

Les résonances de Feshbach sont un type particulier de résonances de diffusion qui font intervenir non pas *un*, mais *deux* potentiels d'interaction couplés entre eux et dont l'écart en énergie peut être varié à l'aide d'un paramètre externe. Cela permet de modifier la différence en énergie existante entre le continuum de diffusion d'un potentiel et un état lié de l'autre, et donc d'ajuster la valeur et le signe de la longueur de diffusion. Ce phénomène, originellement décrit par Feshbach en physique nucléaire [127] et par Fano en physique atomique [128], a une importance particulière dans les gaz d'atomes ultra-froids [129]. Nous allons dans la suite de cette section en présenter une analyse détaillée.

Modèle général

Notons $|\phi\rangle$ l'état moléculaire et $|\mathbf{q}\rangle$ le continuum d'états de diffusion, qui est constitué d'états à deux particules d'impulsion relative $\mathbf{q}$. En prenant comme origine d'énergie l'état de diffusion à $\mathbf{q} = 0$ on peut écrire

$$\begin{aligned} H_0 |\phi\rangle &= \delta |\phi\rangle \\ H_0 |\mathbf{q}\rangle &= 2\epsilon_{\mathbf{q}} |\mathbf{q}\rangle , \end{aligned} \tag{2.2}$$

où H_0 est le hamiltonien en absence de couplage, $\epsilon_{\mathbf{q}} = \hbar^2 q^2/2m$ est l'énergie du continuum et δ est l'énergie de l'état lié qui peut être variée. Le couplage entre les deux est caractérisé par les éléments de matrice $\langle\phi| V |\mathbf{q}\rangle = V_{\mathbf{q}}/\sqrt{\Omega}$, où Ω est un volume de quantification.

L'effet du continuum sur l'état discret est très important. On peut l'évaluer à travers la résolution de l'équation aux valeurs propres

$$H |\psi_{\text{mol}}\rangle = E_{\text{mol}} |\psi_{\text{mol}}\rangle \tag{2.3}$$

pour l'énergie $E_{\text{mol}} < 0$ et la fonction d'onde $|\psi_{\text{mol}}\rangle = \alpha |\phi\rangle + \sum_{\mathbf{q}} c_{\mathbf{q}} |\mathbf{q}\rangle$ de l'état moléculaire habillé. Dans le cas d'interactions en onde s le couplage $V_{\mathbf{q}}$ est une constante V_0 et l'on arrive à [1]

$$\begin{aligned} E_{\text{mol}} &= \begin{cases} 0 \quad \text{si} \quad \delta \geqslant \delta_0 \\ -\delta + \delta_0 - E_0 + \sqrt{(\delta - \delta_0 - E_0)^2 - (\delta_0 - \delta)^2} \quad \text{si} \quad \delta < \delta_0, \end{cases} \\ \text{avec} \quad \delta_0 &= \frac{V_0^2}{\Omega} \sum_{\mathbf{q}} \frac{1}{2\epsilon_{\mathbf{q}}} \quad \text{et} \quad E_0 = \left(\frac{V_0^2}{2\pi}\right)^2 \left(\frac{m}{2\hbar^2}\right)^3 . \end{aligned} \tag{2.4}$$

Ce résultat est représenté sur la figure 2.3a. Remarquons quelques points intéressants :

– l'état lié atteint le continuum à $\delta = \delta_0$ et non plus à $\delta = 0$. Cela est dû au couplage avec le continuum ;

1. Dans ces expressions apparaissent des sommes divergentes qu'il est nécessaire de tronquer à $k = 1/r_0$, où à nouveau r_0 désigne la portée du potentiel. Pour plus de détails on se reportera à [44].

– à proximité de δ_0 l'énergie de l'état lié peut s'écrire comme $E_{\text{mol}} \propto (\delta - \delta_0)^2$. On peut montrer que ce résultat est spécifique aux interactions en onde s [44]. Pour des interactions en onde p, par exemple, on a une dépendance linéaire en $\delta - \delta_0$ [130, 131] ;
– comme attendu, lorsque $|\delta - \delta_0| \gg E_0$ l'énergie de l'état lié coïncide avec celle de l'état moléculaire original.

L'influence de l'état discret sur le continuum a pour seul effet de modifier les propriétés de diffusion de celui-ci. Dans le cas d'interactions en onde s, cela se traduit par une modification de la longueur de diffusion a. En notant a_{bg} sa valeur en absence de l'état moléculaire on peut écrire

$$a = a_{\text{bg}} \left(1 - \frac{m}{4\pi\hbar^2 a_{\text{bg}}} \frac{V_0^2}{\delta - \delta_0} \right), \tag{2.5}$$

résultat qui est représenté sur la figure 2.3b. Nous ne démontrons pas ici cette expression, car le calcul (un peu long) ne présente pas de difficulté de principe et est détaillé dans de nombreuses références [132,133]. Le point important est de remarquer est que la longueur de diffusion présente une divergence lorsque $\delta = \delta_0$, c'est-à-dire lorsque l'énergie de l'état habillé atteint le continuum, et non pas pour $\delta = 0$. Notons également qu'à proximité de la résonance de a les expressions (2.4) et (2.5) permettent d'exprimer l'énergie de l'état moléculaire habillé comme $E_{\text{mol}} = -\hbar^2/ma^2$.

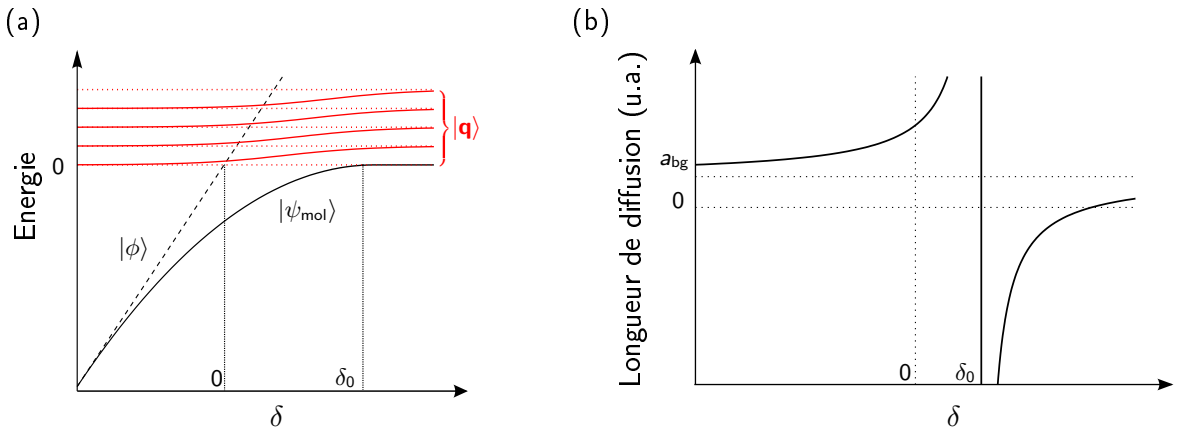


FIGURE 2.3 – *(a) Étude du couplage d'un seul état lié $|\phi\rangle$ (tirets) avec un continuum d'états de diffusion $|\mathbf{q}\rangle$, que nous avons représenté par un ensemble de niveaux équidistants (pointillés). L'écart en énergie entre les deux est noté δ. Le couplage au continuum modifie l'énergie de l'état lié (trait plein), ainsi que la valeur δ_0 pour laquelle son énergie s'annule. L'état moléculaire habillé est noté $|\psi_{\text{mol}}\rangle$. (b) La présence de l'état lié modifie les interactions effectives entre particules dans le continuum et donc la longueur de diffusion. Celle-ci diverge lorsque $\delta = \delta_0$. Loin de la résonance la valeur de a est simplement celle que l'on aurait en absence de l'état lié $a = a_{\text{bg}}$.*

Application aux atomes alcalins

Rappelons que le potentiel d'interaction entre deux atomes alcalins peut s'écrire comme la somme de deux potentiels moléculaires distincts V_S et V_T, correspondant aux deux valeurs possibles du spin total électronique $S = 0$ (singulet) et $S = 1$ (triplet) [134] auxquels il faut ajouter l'interaction hyperfine [2] de couplage entre les spin électroniques ($\mathbf{s}_1$ et $\mathbf{s}_2$) et nucléaires

2. En toute rigueur il faudrait également prendre en compte l'interaction dipolaire magnétique. Nous ne la considérerons pas ici, car elle est considérablement plus faible. Elle peut également donner lieu à des résonances de Feshbach, mais bien plus étroites [135].

($\mathbf{i}_1$ et $\mathbf{i}_2$) :

$$\begin{aligned} V_{\mathrm{hf}} &= A_{\mathrm{hf}}\left(\mathbf{s}_1\cdot\mathbf{i}_1+\mathbf{s}_2\cdot\mathbf{i}_2\right)= \\ &= \frac{A_{\mathrm{hf}}}{2}\mathbf{S}\left(\mathbf{i}_1+\mathbf{i}_2\right)+\frac{A_{\mathrm{hf}}}{2}\left(\mathbf{s}_1-\mathbf{s}_2\right)\left(\mathbf{i}_1-\mathbf{i}_2\right)= \\ &= V_{\mathrm{hf}}^{+}+V_{\mathrm{hf}}^{-}. \end{aligned} \tag{2.6}$$

Le potentiel hyperfin ne commute pas avec $\mathbf{S}$, et les potentiels triplet et singulet sont couplés à travers V_{hf}^{-}. Par ailleurs, ils n'ont pas le même moment magnétique. En présence d'un champ magnétique externe et par effet Zeeman on a donc $V_{T,m_S=-1} < V_S, V_{T,m_S=0} < V_{T,m_S=+1}$, avec des différences en énergie de $2\mu_B B$. Les états avec $m_S = -1$ sont ceux de plus faible énergie (figure 2.4).

Intéressons nous à ce cas et considérons la diffusion de deux atomes de spin électronique $m_{s_1} = m_{s_2} = -1/2$ plongés dans un champ magnétique externe. S'il n'existait pas de couplage hyperfin, les deux atomes interagiraient uniquement à travers V_T. Or, à cause de V_{hf}^{-} ils explorent également le potentiel V_S. Par conservation de l'énergie, l'état final après diffusion ne peut néanmoins pas correspondre au continuum de V_S ou $V_{T,m_S=0,+1}$. Il s'agit de *canaux fermés* pour notre processus, en opposition au *canal ouvert* que constitue le continuum du potentiel $V_{T,m_S=-1}$.

Une résonance de Feshbach se produit par exemple lorsque l'énergie de l'état initial triplet coïncide avec celle d'un état lié singulet (figure 2.5). L'écart en énergie des deux états peut être ajusté en modifiant la valeur du champ magnétique externe, puisqu'ils ont des moments magnétiques différents. Il est ainsi possible de varier la force de l'interaction effective entre les atomes. Nous sommes bien devant un phénomène de diffusion résonante qui fait intervenir :

- deux potentiels d'interaction distincts, les potentiels V_S et $V_{T,m_S=-1}$;
- un couplage entre les deux, le terme V_{hf}^{-} de l'interaction hyperfine ;
- un paramètre qui permet de varier leur différence en énergie δ, le champ magnétique.

Nous pouvons y appliquer directement les raisonnements de la section précédente. Le couplage entre l'état discret singulet $|\phi, S=0\rangle$ et le continuum triplet $|\mathbf{q}, S=1\rangle$ s'écrit [129]

$$\langle\phi, S=0|\, V\, |\mathbf{q}, S=1\rangle \propto \langle\phi|\mathbf{q}\rangle\, \langle S=0|\, V_{\mathrm{hf}}^{-}\, |S=1\rangle\,, \tag{2.7}$$

et est donc proportionnel au recouvrement de leur fonction d'onde spatiale, ainsi qu'au couplage hyperfin entre leurs états internes. Par ailleurs, la différence d'énergie δ entre les deux peut être ajustée en modifiant la valeur du champ magnétique puisqu'ils ont des moments magnétiques différents. On peut donc écrire $\delta - \delta_0 = \Delta\mu(B - B_0)$, où $\Delta\mu = 2\mu_{\mathrm{B}}$ est la différence de moment magnétique entre les deux états, ce qui entraîne

$$a = a_{\mathrm{bg}}\left(1-\frac{\Delta B}{B-B_0}\right) \quad \text{avec} \quad \Delta B = \frac{m}{4\pi\hbar^2}\frac{V_0^2}{a_{\mathrm{bg}}\Delta\mu}. \tag{2.8}$$

Enfin, remarquons que ce type de résonances n'est pas restreint aux collisions élastiques en onde s. D'une part, si l'état lié qui intervient a un moment cinétique orbital $l > 0$ ce sont les interactions de l'onde partielle correspondante qui seront amplifiées. Nous pouvons ainsi avoir des résonances de Feshbach en onde p, d... selon que l'état lié ait $l = 1, 2 \ldots$ [136–138]. Dans ces cas la description en termes de longueur de diffusion n'est évidemment plus valable. Par ailleurs, le phénomène de résonance affecte également les collisions inélastiques, ce qui peut réduire de façon importante la durée de vie du système. Expérimentalement on se restreint donc aux configurations pour lesquelles les processus inélastiques sont au moins partiellement inhibés.

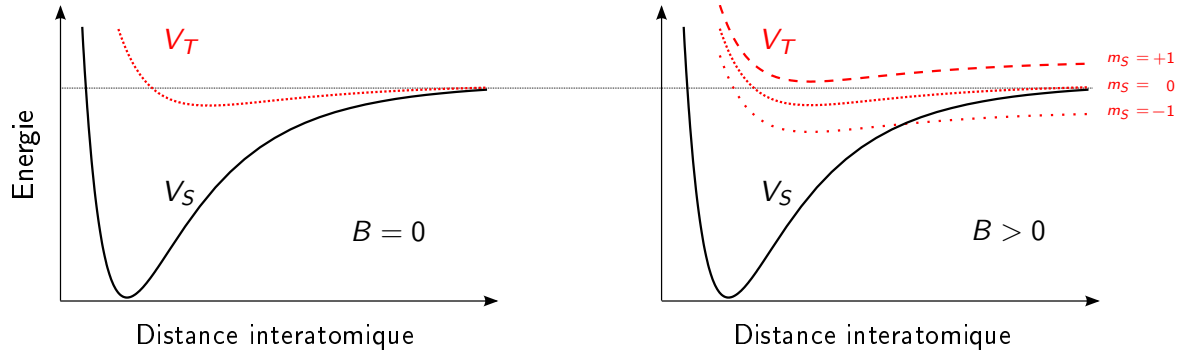


FIGURE 2.4 – *Le potentiel d'interaction entre deux atomes alcalins s'écrit comme la somme de deux contributions correspondant aux deux valeurs possibles du spin total électronique $S = 0$ (singulet) et $S = 1$ (triplet). Ces potentiels ont des moments magnétiques différents et leur écart en énergie peut être modifié grâce à la valeur du champ magnétique externe.*

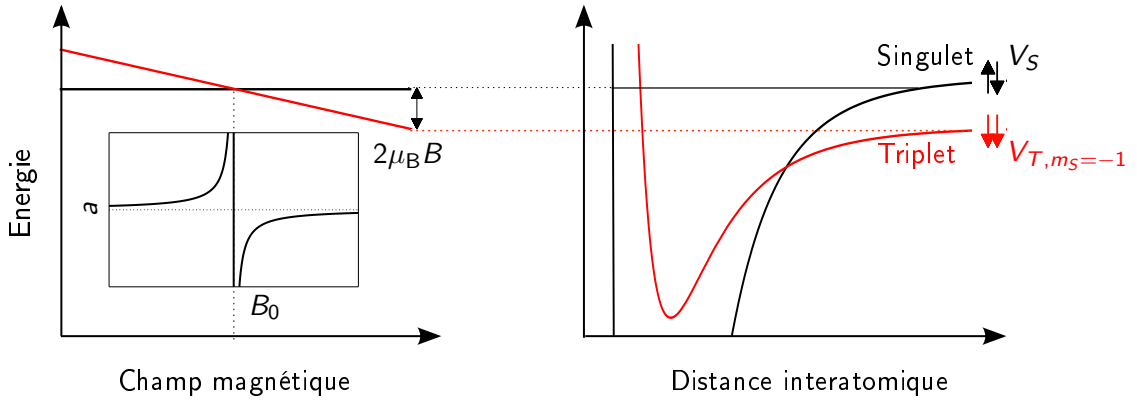


FIGURE 2.5 – *Schéma de principe d'une résonance de Feshbach dans le cas de deux atomes alcalins. Nous considérons le cas où ceux-ci occupent initialement les états de plus faible énergie $m_{s_1} = m_{s_2} = -1/2$, ce qui correspond au potentiel triplet $V_{T,m_S=-1}$. Remarquons que le continuum du potentiel singulet V_S a une énergie supérieure et constitue donc un canal fermé pour le processus de diffusion. L'écart en énergie des deux potentiels peut être modifié en variant la valeur du champ magnétique externe, car ils ont des moments magnétiques différents. La résonance se produit au champ magnétique B_0 pour lequel l'énergie du continuum triplet (trait pointillé) coïncide avec celle d'un état lié singulet (trait plein) et, dans le cas de collisions élastiques en onde s, se traduit par une divergence de la longueur de diffusion (encadré). Les valeurs $a > 0$ correspondent à un état lié stable, tandis que $a < 0$ lorsque l'état lié est seulement virtuel.*

2.2 Résonances de Feshbach du lithium

Intéressons nous maintenant au cas particulier du lithium, qui dispose d'un grand nombre de résonances de Feshbach. Nous allons nous concentrer sur celles qui concernent les états hyperfins de plus basse énergie : $|F = 1/2, m_F = \pm 1/2\rangle$ pour le ^{6}Li et $|F = 1, m_F = 1\rangle$ pour le ^{7}Li (figure 2.6). Il s'agit en effet des configurations pour lesquels la stabilité du gaz est optimale, car les processus inélastiques y sont réduits.

Du point de vue expérimental, la localisation préliminaire d'une résonance de Feshbach se fait normalement en mesurant la durée de vie du nuage en fonction de la valeur du champ magnétique externe. A proximité d'une résonance les processus inélastiques y sont résonants, ce qui se traduit par une diminution du nombre d'atomes piégés [139]. Il est ensuite possible de déterminer de façon plus précise la position de la résonance par mesure spectroscopique de l'énergie de l'état

lié.

Du point de vue théorique, la détermination des positions des résonances implique une bonne connaissance des potentiels d'interaction inter-atomiques, puisqu'il est nécessaire de connaître de façon précise l'énergie de leurs états liés. Toutes les prédictions théoriques présentées dans cette section résultent de la modélisation des potentiels du ^{7}Li et ^{6}Li réalisée dans les groupes de B. Verhaar et S. Kokkelmans, ainsi que du calcul du couplage entre les différents canaux de diffusion possibles [140].

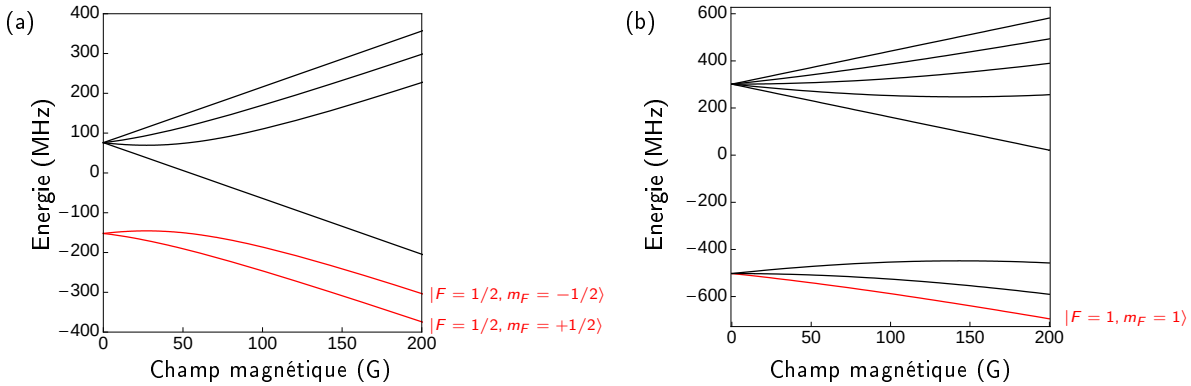


FIGURE 2.6 – *Niveaux d'énergie de l'état fondamental du ^{6}Li (a) et du ^{7}Li (b). En rouge, les états de plus basse énergie dont nous étudions les résonances de Feshbach.*

2.2.1 Résonances du ^{6}Li

Le ^{6}Li possède un certain nombre de résonances de Feshbach dans les deux états de plus basse énergie que nous considérons. Elles sont toutes produites par le dernier état vibrationnel du potentiel singulet. Celui-ci donne lieu à plusieurs états liés qui diffèrent uniquement par leur état interne ou leur moment cinétique orbital, et qui sont représentés sur la figure 2.7. Remarquons que l'énergie de ces états ne dépend pas du champ magnétique, puisqu'ils appartiennent au potentiel singulet.

Sur la même figure nous avons également représenté les différents états de diffusion possibles : deux atomes dans $|F = 1/2, m_F = 1/2\rangle$, deux atomes dans $|F = 1/2, m_F = -1/2\rangle$ ou un atome dans chacun des états. Leur énergie est simplement la somme des énergies internes des deux atomes qui entrent en collision (figure 2.6b). À haut champ magnétique elle diminue donc linéairement avec le champ magnétique, puisque ces états correspondent au potentiel triplet.

Une résonance de Feshbach apparaît chaque fois que l'énergie d'un état de diffusion coïncide avec celle d'un état lié auquel il est couplé. Les conditions de symétrie de la fonction d'onde à deux corps imposent la règle de sélection $S + l + I =$ pair, où S est le spin électronique total, l le moment cinétique orbital et I le spin nucléaire total. Par ailleurs, l'état lié et l'état de diffusion doivent avoir le même moment cinétique orbital. Enfin, nous considérons uniquement des résonances pour lesquelles le couplage est assuré par l'interaction hyperfine.

Nous observons la présence de cinq résonances : deux résonances en onde s et trois résonances en onde p.

Résonances en onde s

Dans un gaz de fermions ultra-froids, seul un mélange de deux états internes différents permet l'existence de collisions en onde s. Nous avons vu que le mélange d'états $|F = 1/2, m_F = +1/2\rangle +$

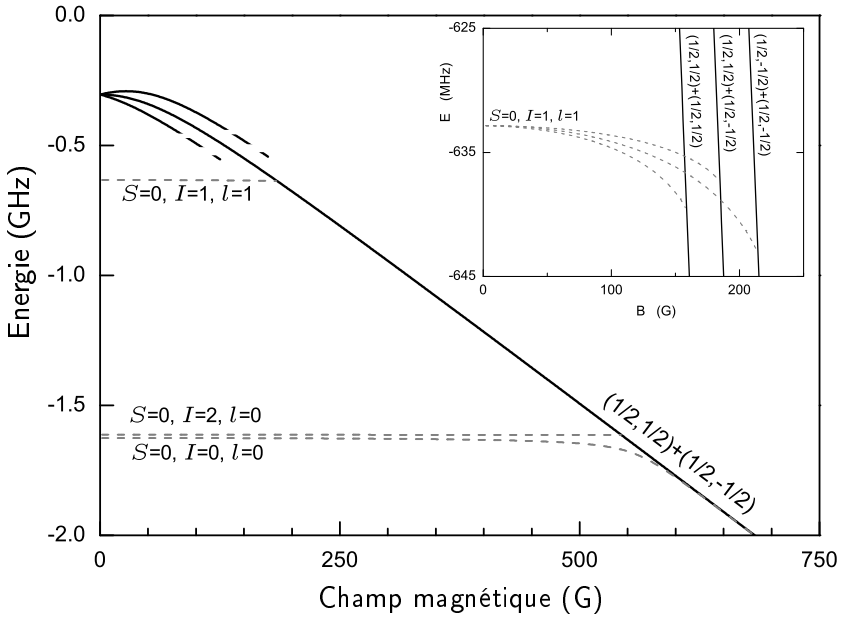


FIGURE 2.7 – *Position des résonances de Feshbach existantes dans les états de plus basse énergie du ^6Li . En trait plein, les trois états de diffusion possibles. À haut champ magnétique ils correspondent au potentiel triplet et leur énergie varie donc linéairement avec le champ magnétique. En tirets, les états liés qui entrent en jeu. Ils correspondent tous au même état vibrationnel du potentiel singulet ($v = 38$) mais ont différentes valeurs du spin nucléaire et du moment cinétique orbital. Les états avec $l = 0$ donnent lieu à deux résonances en onde s, tandis que ceux avec $l = 1$ produisent trois résonances en onde p (encadré).*

$|F = 1/2, m_F = -1/2\rangle$ du ^{6}Li possède deux résonances de Feshbach avec $l = 0$.

Ce mélange est très favorable, car les processus inélastiques y sont fortement réduits :

- il n'existe pas de collisions inélastiques à deux corps, car les pertes dipolaires sont supprimées. En effet, la partie spatiale de la fonction d'onde est symétrique puisque $l = 0$ et l'antisymétrie doit être assurée par la partie de spin. La combinaison de cette contrainte et des règles de sélection des transitions dipolaires magnétiques ($|\Delta| l \leqslant 2, 0 < |\Delta m_F| \leqslant 2$) rend ces dernières impossibles ;
- à proximité de la résonance les collisions inélastiques atome-molécule et molécule-molécule sont inhibées. En effet, l'état moléculaire étant très faiblement lié, il s'agit pratiquement de processus à trois ou quatre fermions libres, où au moins deux d'entre eux sont identiques. Et cela est fortement inhibé par le principe de Pauli [60].

Comme nous pouvons le voir sur la figure 2.7, les deux résonances sont dues à des états moléculaires qui diffèrent entre eux uniquement par la valeur du spin nucléaire ($I = 0$ ou $I = 2$) et dont l'énergie en absence de couplage coïncide avec celle de l'état de diffusion à 543 G. Or, la prise en compte du couplage entraîne un décalage très différent pour les deux : une résonance se produit à 543.25 G [141], tandis que la deuxième est repoussée à 834.5 G [142]. Leurs largeurs ΔB sont également très différentes (figure 2.8).

Par ailleurs, le comportement de la longueur de diffusion dans le canal ouvert $a_{\rm bg}$ est atypique : elle évolue d'une valeur presque nulle à bas champ magnétique jusqu'à atteindre environ $-2100\,a_0$ à haut champ. Cela est bien supérieur à la portée caractéristique du potentiel de Van der Waals $r_0 \sim 63\,a_0$, et indique la présence d'un état lié virtuel très proche du seuil dans le potentiel triplet, d'énergie $E_{v_T} \simeq -\hbar^2/ma_{\rm bg}^2 \simeq h \cdot 300$ kHz. L'existence de cet état virtuel explique les différences existantes entre les deux résonances : l'état moléculaire $I = 0$ responsable de la résonance à 834

G y est couplé, ce qui n'est pas le cas de l'état $I = 2$ qui provoque la résonance à 543 G.

La résonance à 834 G a été utilisée dans toutes les expériences présentées dans cette thèse, car elle est extrêmement bien adaptée à l'étude de la transition BEC-BCS. Ses caractéristiques résultent de la combinaison des deux phénomènes résonants qui affectent simultanément les potentiels singulet et triplet [143,144]. Le décalage de sa position peut être entièrement attribué à l'effet de l'état virtuel triplet. Il en va de même pour sa grande largeur $\Delta B = 300$ G, à comparer à des largeurs de l'ordre de 1 G pour la plupart des résonances connues.

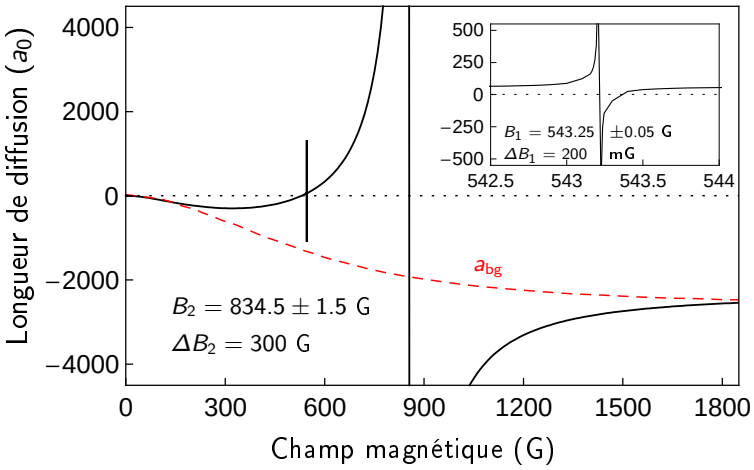


FIGURE 2.8 – *Longueur de diffusion du mélange $|F = 1/2, m_F = \pm 1/2\rangle$ du ^{6}Li en fonction de la valeur du champ magnétique [140, 144]. Les divergences indiquent la présence de résonances de Feshbach à 543 et 834 G. Grâce à sa grande largeur cette dernière est bien adaptée à l'étude de la transition BEC-BCS. Trait tireté : longueur de diffusion dans le canal ouvert a_{bg}. Sa variation est due à l'évolution des états de diffusion d'une configuration singulet+triplet à bas champ magnétique vers une configuration purement triplet avec un état lié virtuel à haut champ magnétique.*

Résonances en onde p

Nous avons vu que le ^{6}Li possède également trois résonances en onde p. Deux d'entre elles correspondent à des états de diffusion complètement polarisés. Contrairement aux résonances en onde s cela est possible car l'antisymétrie de la fonction d'onde est assurée par sa composante radiale ($l = 1$).

Les trois résonances ont leur origine dans le même état moléculaire (l'état $S = 0$, $I = 1$ et $l = 1$ de la figure 2.7) dont l'énergie est supérieure à celle des états avec $l = 0$ à cause du potentiel centrifuge. Elles se situent donc à des champs magnétiques plus faibles (tableau 2.1).

$B_{\mathrm{Th.}}$ (G)	$B_{\mathrm{Exp.}}$ (G)
159	160.2(6)
185	186.2(6)
215	215.2(6)

TABLE 2.1 – *Position des résonances de Feshbach en onde p. Les valeurs expérimentales sont le résultat des expériences réalisées dans notre groupe en 2004 [43], et sont en bon accord avec des mesures plus récentes [131, 145, 146].*

Des résonances similaires ont été observées dans un gaz de ^{40}K [137] et un mélange ^{6}Li $-^{40}$K [147]. Leur existence permet la création et le piégeage de molécules faiblement liées avec un moment cinétique orbital $l = 1$ [130, 131]. L'obtention d'un superfluide fermionique de paires avec $l = 1$ serait extrêmement intéressante. En effet, le paramètre d'ordre associé est vectoriel, et la physique encore plus riche que dans le cas des interactions en onde s [148–152].

Cependant, toutes les expériences réalisées jusqu'à présent ont été confrontées à la faible stabilité du gaz à proximité de ces résonances. Dans le cas du ^{6}Li nous avons étudié en détail les processus inélastiques qui entrent en jeu [44]. Pour les deux résonances qui font intervenir l'état $|F = 1/2, m_F = -1/2\rangle$ la stabilité du gaz est limitée par des pertes à deux corps provoquées par l'interaction dipolaire, qui n'est plus supprimée lorsque $l = 1$. Or, ce type de collisions n'existe pas dans l'état hyperfin inférieur $|F = 1/2, m_F = 1/2\rangle$. La durée de vie du gaz à proximité de la résonance correspondante est légèrement meilleure. Néanmoins, le taux de recombinaison à trois corps reste très important puisque, à différence du cas de l'onde s, il n'est pas inhibé par le principe de Pauli. Pour le ^{40}K les processus inélastiques dominants sont toujours des pertes dipolaires [137]. Dans le cas du mélange ^{6}Li –^{40}K la durée de vie du gaz à proximité des résonances en onde p n'a pas encore été étudiée en détail. Ainsi, la production d'un superfluide fermionique à proximité d'une résonance de Feshbach en onde p semble compromise par la faible durée de vie des molécules correspondantes. Il est cependant possible que la réalisation de systèmes de faible dimensionalité ou le confinement du gaz dans un réseau optique permette d'obtenir une stabilité suffisante pour la réalisation d'expériences [153].

2.2.2 Résonances hétéronucléaires ^{6}Li –^{7}Li

Enfin, nous nous sommes intéressés aux propriétés de diffusion d'un mélange boson-fermion, pour lequel le nombre de résonances existantes est plus élevée car les contraintes liées à la symétrisation ou antisymétrisation de la fonction d'onde ne s'appliquent plus. Nous nous sommes restreints à l'état de diffusion le plus stable : un atome de ^{7}Li dans $|F = 1, m_F = 1\rangle$ et un atome de ^{6}Li dans $|F = 1/2, m_F = 1/2\rangle$, pour lequel les seules collisions inélastiques possibles sont des processus de recombinaison à trois corps.

Comme nous pouvons le voir sur la figure 2.9a, les états liés qui provoquent les résonances correspondent au potentiel triplet (avec $m_S = +1$ ou $m_S = 0$). Le couplage avec l'état de diffusion est faible, et les résonances qui en résultent sont très étroites (figure 2.9b). Leurs positions sont précisées dans le tableau 2.2.

$B_{\text{Theor.}}$ (G)	$B_{\text{Exp.}}$ (G)
218	Non observée
230	226.4(6)
251	246.9(8)
551	539.9(8)
559	548.2(9)

TABLE 2.2 – *Position des résonances de Feshbach existantes dans l'état de diffusion* $|F = 1, m_F = +1\rangle \otimes |F = 1/2, m_F = +1/2\rangle$ *[144, 154]. Seule la résonance située à* 218 *G n'a pas été observée, probablement à cause de sa faible largeur (*$\sim$ 1 *mG).*

L'existence de résonances de Feshbach entre les deux isotopes du lithium ouvre la voie à la production de molécules fermioniques dans notre système, ainsi qu'à l'étude de mélanges bosons-fermions avec des interactions ajustables.

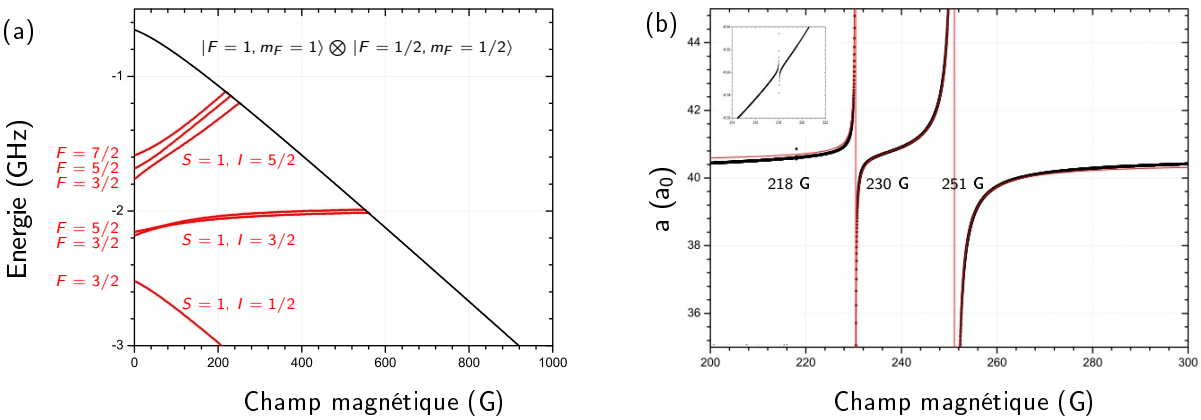


FIGURE 2.9 – *Résonances de Feshbach du mélange* $|F=1, m_F=1\rangle \otimes |F=1/2, m_F=1/2\rangle$. *(a) Ces résonances sont provoquées par des états liés du potentiel triplet avec* $m_S=+1$ *(entre* 218 *et* 250 *G) et* $m_S=0$ *(entre* 539 *et* 550 *G). (b) Longueur de diffusion à proximité des trois premières résonances. Celles-ci sont extrêmement étroites à cause de la grande différence entre les moments magnétiques des états liés et du continuum, ainsi que de la faible valeur de l'élément de matrice du couplage* $\langle \phi, S=1| V_{\rm hf}^{-} |\mathbf{q}, S=1\rangle$.

2.3 Mesure du couplage à l'état moléculaire

2.3.1 Motivation : résonances larges et étroites

Une résonance de Feshbach fait toujours intervenir deux canaux distincts : un continuum de diffusion (canal ouvert) qui est couplé à un état moléculaire discret (canal fermé). Or, dans la description de la transition BEC-BCS que nous avons présenté au chapitre précédent, nous n'avons pas inclus ce dernier dans le hamiltonien. Nous avons implicitement supposé que le seul effet de l'état moléculaire était de modifier les propriétés de diffusion du continuum. Par ailleurs, nous avons considéré que l'état lié était très fortement hybridé par celui-ci, et que la contribution du canal fermé à la fonction d'onde était négligeable. Le comportement du système à la limite unitaire repose de façon fondamentale sur ces hypothèses : toute caractéristique du gaz qui dépend des détails du potentiel inter-atomique, en particulier du canal fermé, brise l'universalité.

Nous allons maintenant vérifier le domaine de validité de ces hypothèses. Pour ce faire, nous utilisons (2.3) afin de calculer la fraction de la fonction d'onde de la molécule habillée dans le canal fermé :

$$\alpha^2 = 2\sqrt{\frac{E_{\rm F}}{E_0}}\frac{1}{k_{\rm F}a}. \tag{2.9}$$

Clairement, celle-ci est négligeable uniquement si la condition $E_0 \gg E_{\rm F}$ est vérifiée, c'est-à-dire si l'énergie caractéristique

$$E_0 = \left(\frac{V_0^2}{2\pi}\right)^2 \left(\frac{m}{2\hbar^2}\right)^3 = \frac{1}{2}\frac{(\Delta\mu\,\Delta B)^2}{\hbar^2/ma_{\rm bg}^2}, \tag{2.10}$$

de la résonance est bien supérieure à celle du système $E_{\rm F}$. On parle ainsi de résonances de Feshbach de couplage fort ou faible, selon que l'on ait $E_0 \gg E_{\rm F}$ ou $E_0 \sim E_{\rm F}$ et que la physique soit universelle ou influencée par le canal fermé. Remarquons que les termes de résonance large ou étroite sont souvent utilisés à la place de couplage fort ou faible. Cette appellation peut se révéler trompeuse, car la force du couplage est déterminée par le produit $\Delta\mu\,\Delta B$. On peut ainsi avoir des résonances avec faible $\Delta\mu$, ce qui entraîne une grande largeur par rapport au champ magnétique, mais pas forcément l'appartenance au régime de couplage fort.

Considérons les différentes résonances de Feshbach en onde s connues dans les gaz d'atomes alcalins fermioniques. Il existe des résonances des deux types :

- les résonances du ^{40}K à 224 G et celle du ^{6}Li à 834 G qui ont été exploitées pour l'étude de la transition BEC-BCS sont dans le régime de couplage fort. En effet, on a $E_0/k_\mathrm{B} \sim 1$ mK et ~ 50 K respectivement, à comparer à $E_\mathrm{F} \sim 1\ \mu$K ;
- la résonance du ^{6}Li à 543 G et les résonances en onde s du mélange ^{6}Li –^{40}K sont dans le régime de couplage faible, avec des énergies caractéristiques $E_0/k_\mathrm{B} \sim 1\,\mu$K de l'ordre de E_F.

Toutes les expériences sur la transition BEC-BCS réalisées dans notre groupe ont été effectuées à proximité de la résonance large du ^{6}Li . Dans les paragraphes suivant nous présentons une mesure expérimentale du couplage entre le continuum atomique du canal ouvert et l'état moléculaire du canal fermé, qui confirme bien qu'il s'agit d'une résonance dans le régime de couplage fort.

2.3.2 Principe de la mesure

Notre expérience repose sur l'étude de l'efficacité de formation de molécules. Pour ce faire, nous préparons un gaz de N atomes non appariés du côté de la résonance de Feshbach où la longueur de diffusion est négative et il n'existe pas d'état lié. Nous traversons ensuite la résonance et mesurons le nombre de molécules produites. Si le processus est réalisé adiabatiquement le système suit l'état fondamental et l'efficacité est proche de 100%. Remarquons que dans ces conditions l'expérience est parfaitement réversible : en traversant la résonance en sens inverse nous pouvons dissocier toutes les molécules et revenir aux conditions initiales. C'est d'ailleurs en utilisant cette méthode que le groupe de JILA [155] puis le notre [156] ont prouvé pour la première fois qu'il était possible de produire des molécules de longue durée de vie.

Or, il est également possible de traverser la résonance de façon non adiabatique. Cela entraîne la projection de l'état atomique initial sur une superposition d'atomes et molécules (figure 2.10). Afin de décrire ce processus, remarquons qu'il présente une forte analogie avec une transition Landau-Zener entre deux états discrets couplés, pour laquelle la probabilité de transition de l'état initial à l'état final est donnée par

$$P_{|i\rangle\to|f\rangle} = 1 - \mathrm{e}^{-2\pi\frac{|V|^2}{\hbar\dot{E}}}, \tag{2.11}$$

où $\dot{E}$ est le taux de variation de la différence d'énergie entre les deux états et V leur couplage.

Dans notre système les deux états sont le continuum atomique et l'état moléculaire. L'écart en énergie entre les deux est modifié en variant le champ magnétique car $\dot{E} = \Delta\mu\dot{B}$. En ce qui concerne le couplage nous pouvons écrire

$$V = \sqrt{\frac{N}{2\Omega}}\,V_0 = \sqrt{\frac{n}{2}}V_0, \tag{2.12}$$

où interviennent $V_0/\sqrt{\Omega} = \langle\phi|\,V_\mathrm{hf}^-\,|\mathbf{q}\rangle$, l'élément de matrice du couplage introduit précédemment, ainsi que la densité du nuage. En effet, si nous considérons un système homogène de volume Ω, chaque atome de spin donné dispose en principe de $N/2$ partenaires de spin opposé avec lesquels s'associer pour former une molécule. Avec ces expressions nous pouvons estimer la probabilité de formation de molécules [135]

$$P_{|\mathrm{at}\rangle\to|\mathrm{mol}\rangle} = 1 - \mathrm{e}^{-A\frac{n}{2\dot{B}}}, \tag{2.13}$$

qui tend bien vers l'unité lorsque $\dot{B} \to 0$ et la résonance est traversée très lentement.

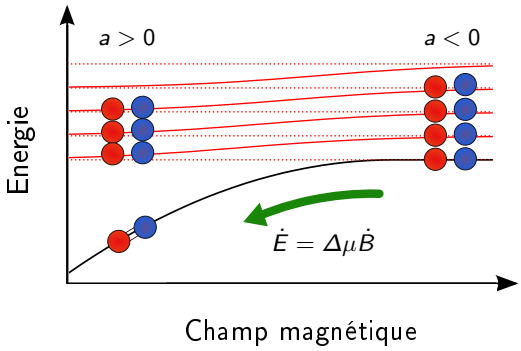


FIGURE 2.10 – *Formation de molécules en traversant une résonance de Feshbach. Le point de départ est un gaz d'atomes libres du côté $a < 0$. Les molécules sont produites lorsque le champ magnétique est balayé à travers la résonance jusqu'à atteindre $a > 0$. Si le processus est réalisé adiabatiquement le système suit l'état fondamental et l'efficacité de formation de molécules peut atteindre 100%. En revanche, lorsque la rampe est trop rapide la conversion est seulement partielle.*

Dans (2.13) nous avons défini la quantité $A = 2\pi V_0^2/\hbar\Delta\mu$, qui caractérise exclusivement la force de couplage de la résonance de Feshbach. Selon le modèle simple introduit en début de chapitre

$$A = \frac{8\pi^2\hbar a_{\mathrm{bg}}\Delta B}{m}, \tag{2.14}$$

prédiction que nous allons comparer aux données expérimentales.

2.3.3 Protocole expérimental

Le point de départ de l'expérience [3] est un gaz de 5.9×10^4 atomes dans un piège de fréquences $\omega_z = 2\pi \times 1.9$ kHz, $\omega_y = 2\pi \times 3.6$ kHz et $\omega_x = 2\pi \times 4.1$ kHz, ce qui correspond à une densité maximale au centre du nuage de 1.3×10^{14} atomes/cm^3.

Afin de mesurer l'efficacité de formation de molécules il est indispensable de disposer d'un moyen de détection qui permette de les distinguer des atomes libres. Pour ce faire, nous diminuons le champ magnétique à zéro avant d'imager le nuage. Les molécules formées suivent l'état moléculaire qui, à champ magnétique nul, est séparé d'environ 1.2 GHz de l'état atomique (figure 2.11). Un faisceau d'imagerie résonant avec la transition atomique ne détecte donc pas les molécules. Leur présence peut cependant être inférée à partir de la fraction d'atomes manquants :

$$\frac{N_{\mathrm{mol}}}{N_{\mathrm{tot}}} = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{N_{\mathrm{det}}}{N_{\mathrm{tot}}}\right). \tag{2.15}$$

Remarquons que ceci constitue une borne supérieure à la fraction de molécules formées, car des processus inélastiques dans le nuage peuvent également conduire à des pertes d'atomes.

Enfin, à partir de l'expression 2.13 il est clair que pour une résonance de Feshbach donnée nous disposons de deux moyens de modifier l'efficacité de production de molécules, à savoir :

- la variation de la rampe de champ magnétique utilisée pour traverser la résonance ;
- le changement de la densité du nuage au moment où la résonance est traversée.

3. Pour une description détaillée de la méthode de préparation du gaz on se reportera au chapitre 7.

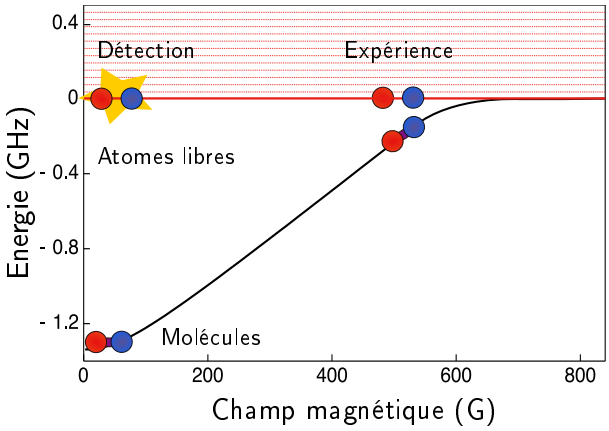


FIGURE 2.11 – *Afin de distinguer les atomes des molécules nos diminuons le champ magnétique jusqu'à atteindre une valeur nulle. Les molécules formées suivent l'état moléculaire du canal fermé, qui est à environ* 1.2 *GHz de la transition atomique. Elles ne sont donc pas détectées par le faisceau d'imagerie et apparaissent simplement comme une diminution du nombre total d'atomes.*

En pratique, la valeur maximale de $\dot{B}$ est limitée par l'inductance des bobines que nous utilisons. Nous avons donc choisi de varier la densité du nuage. Pour ce faire, nous laissons le gaz s'étendre à un champ magnétique de 1039 G (du côté $a < 0$ de la résonance) pendant un temps variable t_B, ce qui a pour effet de réduire sa densité. Ensuite, nous effectuons une rampe linéaire de 298 G/μs jusqu'à atteindre $B = 0$. Avec ce type de rampe les molécules produites pendant la traversée de la résonance suivent l'état moléculaire et ne sont pas sensibles au faisceau d'imagerie. La détection des atomes libres est enfin réalisée après 0.5 ms d'expansion libre supplémentaire.

2.3.4 Analyse des résultats

Sur la figure 2.12 nous avons représenté la fraction d'atomes détectée $N_{\mathrm{det}}/N_{\mathrm{tot}}$ en fonction du temps d'expansion t_{B}. Nous détectons environ 60% moins d'atomes pour $t_{\mathrm{B}} = 0$ que pour $t_{\mathrm{B}} = 0.5$ ms, situation pour laquelle la densité du nuage au moment de traverser la résonance est mille fois inférieure.

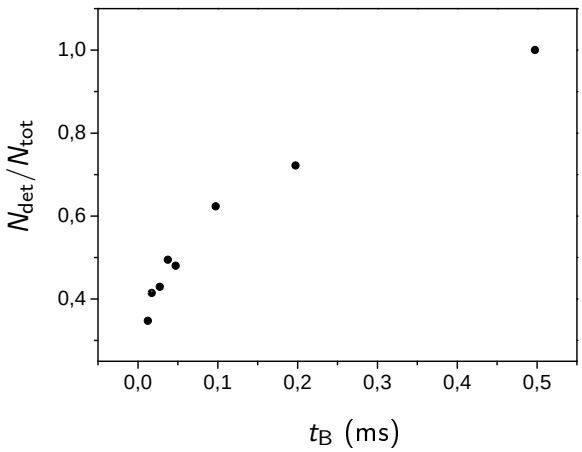


FIGURE 2.12 – *Fraction d'atomes détectés en fonction de la durée du temps de vol en champ* t_{B}. *Pour* $t_{\mathrm{B}} \simeq 0.5$ *ms elle atteint l'unité.*

Afin d'analyser les résultats nous devons connaître la variation de la densité du nuage n en fonction du temps t_{B}. En principe cela nécessite de modéliser la dynamique d'expansion du gaz en présence de fortes interactions, ce qui n'est pas simple[4]. En pratique, la dépendance de la densité moyenne du nuage avec t_{B} est relativement indépendante du modèle utilisé (figure 2.13a). Même en considérant que l'expansion a lieu en absence d'interactions l'erreur commise est inférieure à 15%. Nous utilisons donc cette approche et écrivons $n(t_{\mathrm{B}}) = n(0)/(1+\bar{\omega}^2 t_{\mathrm{B}}^2)^{3/2}$.

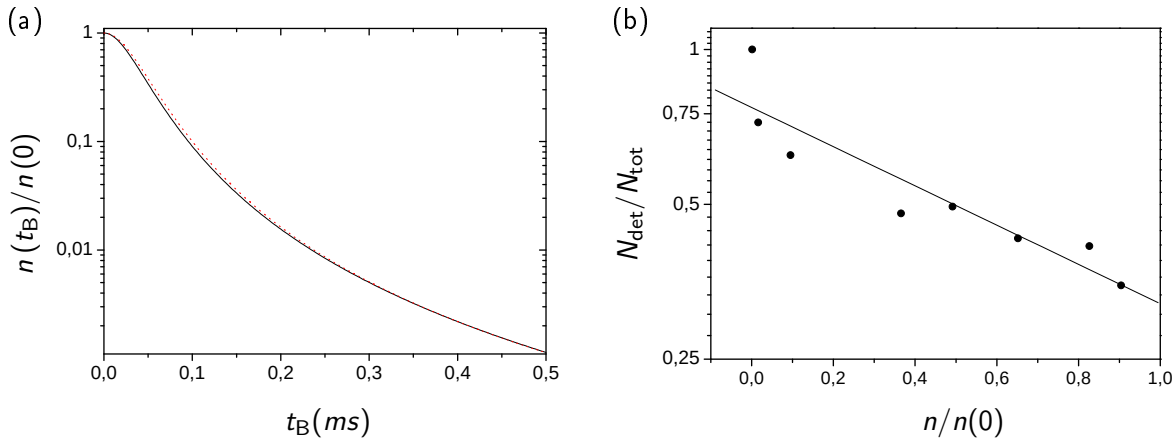


FIGURE 2.13 – *(a) Diminution de la densité moyenne du nuage au cours du temps de vol en champ. Celle-ci est relativement indépendante du modèle utilisé : hydrodynamique superfluide (trait plein) ou temps de vol balistique (tirets). (b) Fraction d'atomes détectés en fonction de la densité du nuage. Les faibles densités correspondent aux temps de vol longs. L'ajustement des données par l'expression (2.13) permet de déterminer le paramètre de couplage de la résonance.*

La figure 2.13b montre l'efficacité de formation de molécules en fonction de la densité moyenne du gaz que nous pouvons extraire à partir de nos données, ainsi que l'ajustement de cette courbe par l'expression (2.13). Nous en déduisons une valeur du paramètre de couplage

$$A = 5(3) \times 10^{-12}\,\mathrm{Gm}^3/\mathrm{s}, \tag{2.16}$$

où la barre d'erreur indiquée prend uniquement en compte l'incertitude liée à la détermination du nombre d'atomes et de la fonction $n(t_{\mathrm{B}})$.

Cette valeur est bien inférieure à la prédiction théorique (2.14) selon laquelle $A = 19 \times 10^{-12}$ G m^3/s, ainsi qu'à la mesure effectuée à MIT $A \simeq 24 \times 10^{-12}$ G m^3/s [51,157]. Nous pensons que le désaccord est dû au fait que nous avons réalisé l'expérience à des densités très élevées (dix fois supérieures à celles des mesures de MIT). Dans ces conditions il est possible que la formation de molécules se produise également par recombinaison à trois corps, malgré le fait que le temps passé dans la région de la résonance avec $a > 0$ soit extrêmement court.

Pour mettre cet effet en évidence il serait nécessaire de mesurer l'efficacité de production de molécules en fonction de la densité du nuage en faisant varier celle-ci sur plusieurs ordres de grandeur. On pourrait ainsi déterminer la dépendance fonctionnelle existante entre le couplage atomes-molécules et la densité du nuage, et vérifier le domaine de validité de l'expression (2.12). Remarquons qu'une telle mesure ne manque pas d'intérêt. En effet, le modèle de type Landau-Zener que nous avons présenté est couramment utilisé pour interpréter la production de molécules à proximité des résonances de Feshbach. Dans le cas des gaz bosoniques ses prédictions se sont

4. Ce problème sera traité en détail dans le chapitre 4.

avérées adéquates uniquement pour des nuages non dégénérés, alors que pour un condensat de Bose-Einstein (qui est bien plus dense) il existe une différence d'un ordre de grandeur entre théorie et expérience [158]. La mesure que nous suggérons permettrait de vérifier le domaine de validité de ce modèle dans le cas des gaz fermioniques.

En conclusion, malgré les erreurs systématiques présentes dans notre mesure, celle-ci confirme que le couplage existant entre le continuum atomique et l'état moléculaire est extrêmement important et que la résonance de Feshbach à 834 G du ^{6}Li est dans le régime de couplage fort. Des mesures analogues ont été réalisées sur la résonance à 224 G du ^{40}K [155] mais en modifiant le taux de variation du champ magnétique et non la densité. Bien que le résultat obtenu $A \simeq 4 \times 10^{-15}$ G m^3/s soit inférieur par trois ordres de grandeur à celui de la résonance que nous utilisons, il correspond encore à la limite de couplage fort.

Chapitre 3

Distribution en impulsion dans la transition BEC-BCS

Ce chapitre est consacré à l'étude de la distribution en impulsion d'un gaz de fermions dans la transition BEC-BCS. Dans un premier temps nous discutons l'information que cette quantité physique peut fournir sur le système. Pour cela nous prenons comme modèle la théorie BCS, que nous comparons à des théories plus avancées. Nous analysons ensuite les expériences réalisées dans notre groupe, ainsi que dans celui de JILA. Les erreurs systématiques des mesures sont discutées en détail, et une nouvelle méthode d'analyse des données est proposée. Celle-ci devrait permettre de déterminer la valeur d'une nouvelle constante universelle à la limite unitaire.

3.1 Introduction

À température nulle, la distribution d'impulsion d'un gaz de fermions sans interactions est une marche de Fermi. En présence d'interactions il devient énergétiquement plus favorable de l'élargir car l'augmentation d'énergie cinétique qui en résulte est compensée par le gain en énergie potentielle lié à l'appariement. Dans les matériaux supraconducteurs cet élargissement est extrêmement faible et difficile à observer directement. En revanche, dans les gaz quantiques la distribution en impulsion est une quantité physique *a priori* facilement mesurable. Il suffit de laisser le nuage atomique s'étendre *en absence d'interactions* pendant un temps long, ce que l'on peut faire en utilisant une résonance de Feshbach. Le profil de densité du nuage reproduit alors directement la distribution en impulsion initiale du gaz et peut être mesuré par imagerie d'absorption.

Dans la transition BEC-BCS, la distribution en impulsion du gaz de fermions reflète la variation de l'énergie de liaison des paires [159]. La taille et l'impulsion interne de ces dernières sont reliées par $\Delta x \times \Delta k \sim 1$. On s'attend à observer une distribution en impulsion d'autant plus large que les paires sont fortement liées, et donc un effet bien plus spectaculaire que dans les supraconducteurs. La mesure expérimentale d'une telle quantité semble donc un moyen prometteur pour caractériser le système, en particulier ses propriétés microscopiques.

3.2 Distribution en impulsion : un peu de théorie

Cette section passe en revue les prédictions concernant la distribution en impulsion du gaz fournies par les différentes approches théoriques abordées dans le chapitre 1. Dans un premier temps nous considérons le cas simple d'un système homogène à température nulle, pour lequel nous développons en détail les prédictions de la théorie BCS. Celles-ci ne sont pas quantitativement justes, car il s'agit d'une simple théorie de champ moyen. Elles permettent cependant de

comprendre le rôle des différents paramètres physiques qui entrent en jeu. Comme les expériences sont réalisées dans un piège harmonique, nous calculons ensuite les distributions en impulsion théoriques lorsque le potentiel de piégeage est pris en compte. Nous utilisons pour cela l'approximation de densité locale. Un autre point abordé est l'étude du comportement de la distribution à grands vecteurs d'onde. Nous montrons que celui-ci peut fournir des informations nouvelles sur le système, en particulier sur ses propriétés microscopiques. Enfin, nous évaluons les modifications qu'une température finie introduit sur la distribution en impulsion du système.

3.2.1 Système homogène à température nulle

Théorie BCS (champ moyen)

La distribution en impulsion du gaz est un élément essentiel de la théorie BCS. Nous avons en effet vu au premier chapitre que l'état BCS

$$|\psi_{\mathrm{BCS}}\rangle = \prod_{\mathbf{k}} \left(u_{\mathbf{k}} + v_{\mathbf{k}} \hat{c}^{\dagger}_{\mathbf{k},\uparrow} \hat{c}^{\dagger}_{-\mathbf{k},\downarrow} \right) |0\rangle \tag{3.1}$$

fait directement apparaître la probabilité d'occupation d'une paire $|v_{\mathbf{k}}|^2$. Cette quantité donne directement la distribution en impulsion par état de spin, car on a

$$n_{\mathbf{k},\uparrow} = n_{\mathbf{k},\downarrow} = \langle \psi_{\mathrm{BCS}} | \hat{c}^{\dagger}_{\mathbf{k},\uparrow} \hat{c}_{\mathbf{k},\uparrow} | \psi_{\mathrm{BCS}} \rangle = |v_{\mathbf{k}}|^2 . \tag{3.2}$$

La distribution en impulsion du gaz peut donc s'écrire comme

$$n_{\mathbf{k}} = n_{\mathbf{k},\uparrow} + n_{\mathbf{k},\downarrow} = 2\,|v_{\mathbf{k}}|^2 = 1 - \frac{\epsilon_{\mathbf{k}} - \mu}{\sqrt{(\epsilon_{\mathbf{k}} - \mu)^2 + \Delta^2}}, \tag{3.3}$$

où nous avons utilisé le critère de normalisation $\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}^3\mathbf{k}\, n_{\mathbf{k}}/k_{\mathrm{F}}^3 = 1$.

La figure 3.1 montre l'évolution de $n_{\mathbf{k}}$ dans la transition BEC-BCS. On observe comme attendu un élargissement progressif de la distribution lorsque l'énergie de liaison des paires augmente (ou, de façon équivalente, lorsque leur taille diminue).

Dans le régime BCS ($-1/k_{\mathrm{F}}a \gg 1$), l'élargissement autour de la surface de Fermi est très faible et vaut [1] $\delta k \simeq \Delta k_{\mathrm{F}}/\mu \simeq \mathrm{e}^{-\pi/2k_{\mathrm{F}}a} k_{\mathrm{F}}$. Cette quantité est comme attendu de l'ordre de l'inverse de la longueur de correlation des paires $1/\xi_0 = \pi\Delta k_{\mathrm{F}}/2\mu$.

À la limite unitaire ($-1/k_{\mathrm{F}}a = 0$) le potentiel chimique et le gap deviennent comparables à l'énergie de Fermi ($\mu \simeq 0.59 E_{\mathrm{F}}$ et $\Delta \simeq 0.68 E_{\mathrm{F}}$), ce qui entraîne une distribution dont la largeur est donnée par k_{F}.

Enfin, pour le condensat de molécules sans interactions ($-1/k_{\mathrm{F}}a \ll 1$) on attend $n_{\mathbf{k}} = |\phi_{\mathbf{k}}|^2$, où

$$\phi_{\mathbf{k}} \propto \frac{1}{1 + k^2 a^2} \tag{3.4}$$

est la transformée de Fourier de la fonction d'onde moléculaire, qui peut s'écrire comme $\phi(r) \propto \mathrm{e}^{-r/a}/r$ [60]. Il s'agit en effet de la distribution en impulsion des atomes à l'intérieur de la molécule, à ne pas confondre avec la distribution en impulsion du centre de masse de ces molécules (qui est elle une fonction piquée autour de $k = 0$, puisqu'on a affaire à un BEC). Le modèle BCS [2] prédit à nouveau la bonne forme pour la distribution

$$n_{\mathbf{k}} = \frac{4}{3\pi (k_{\mathrm{F}}a)^3} \left(\frac{1}{1 + k^2 a^2} \right)^2 . \tag{3.5}$$

1. Nous avons utilisé les expressions asymptotiques du gap et du potentiel chimique dérivées dans le premier chapitre $\Delta_{\mathrm{BCS}} \simeq (8/\mathrm{e}^2)\mathrm{e}^{-\pi/2k_{\mathrm{F}}a} E_{\mathrm{F}}$ et $\mu_{\mathrm{BCS}} \simeq E_{\mathrm{F}}$.

2. Dans la limite du condensat de molécules, $\Delta_{\mathrm{BEC}} \simeq \sqrt{16/3\pi k_{\mathrm{F}}a} E_{\mathrm{F}}$ et $\mu_{\mathrm{BEC}} \simeq -(1/k_{\mathrm{F}}a)^2 E_{\mathrm{F}}$.

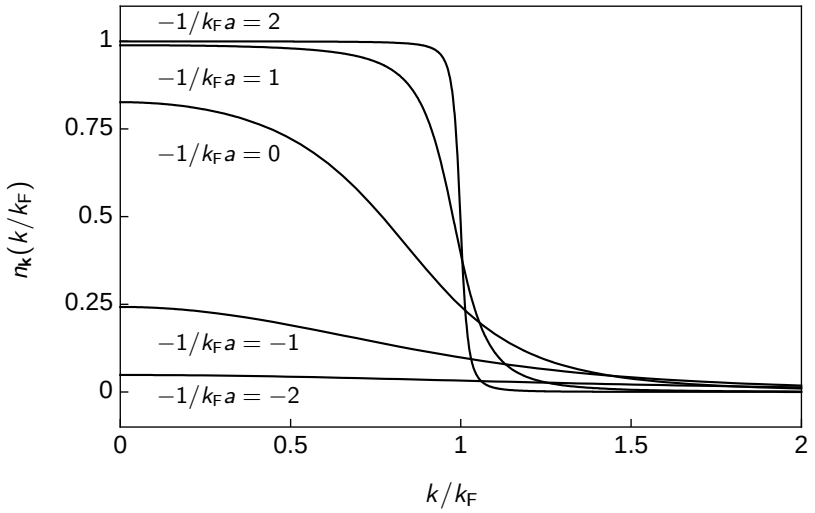


FIGURE 3.1 – *Évolution de la distribution en impulsion en fonction de la valeur du paramètre* $-1/k_Fa$. *On observe un élargissement progressif entre le régime BCS* ($-1/k_Fa = 2$) *et BEC* ($-1/k_Fa = -2$).

Rappelons que la distribution en impulsion $n_{\mathbf{k}}$ est une observable purement fermionique. Son élargissement avec la force des interactions peut également être interprété comme l'évolution d'un gaz de Fermi fortement dégénéré dans lequel l'occupation des états de faible impulsion est très important, vers un système de fermions non dégénérés qui sont à l'intérieur des molécules et occupent des états d'impulsion élevée. Évidemment, dans ce cas ce sont les molécules qui sont dans le régime de dégénérescence quantique et forment un condensat de Bose-Einstein.

Dans la transition BEC-BCS, l'étude d'une observable à un corps ne fournit donc pas d'informations concernant la cohérence des paires. Seules les observables à deux corps qui contiennent les deux états de spin permettent de la sonder[3]. Elle fournit néanmoins des informations très intéressantes sur la nature du système du point de vue microscopique, comme nous verrons par la suite.

Effet d'un terme de Hartree

Lors de la dérivation des équations BCS dans la section (1.2.2) nous avons supprimé du hamiltonien le terme de Hartree, dont le seul effet est d'introduire un décalage global en énergie $U_{\text{Hartree}} = 2\pi\hbar^2 an/m = \frac{4}{3\pi}(k_Fa)E_F$. La raison est que ce terme est proportionnel à la longueur de diffusion a et diverge à la limite unitaire. S'il ne permet pas de généraliser de façon simple la théorie BCS à toute la transition BEC-BCS, dans le régime BCS il ne pose aucun problème.

Dans ce régime le terme de Hartree est attractif et a pour effet de réduire le potentiel chimique du système de μ à $\mu' = \mu + U_{\text{Hartree}}$. Afin d'évaluer si cela a une influence sur la distribution en impulsion du système, nous pouvons résoudre les équations du gap et du nombre du chapitre 1 en remplaçant μ par μ'. Nous observons que pour un gaz homogène et dans le cadre de la théorie BCS la fonction $n_{\mathbf{k}}(k/k_F)$ n'est pas modifiée.

Simulations Monte-Carlo

La théorie BCS est une simple théorie de champ moyen. Il est important de comparer les résultats qu'elle nous a permis de dériver à ceux que l'on obtient à partir de théories plus

3. Il faut par exemple mesurer la fonction de corrélation à deux corps $\left\langle \hat{c}^\dagger_{\mathbf{k},\uparrow}\hat{c}^\dagger_{-\mathbf{k},\downarrow}\hat{c}_{\mathbf{k}',\uparrow}\hat{c}_{-\mathbf{k}',\downarrow}\right\rangle = u_{\mathbf{k}}v_{\mathbf{k}}u_{\mathbf{k}'}v_{\mathbf{k}'}$, ce qui n'est pas simple. On trouvera une proposition d'expérience dans la référence [160].

avancées, où des corrélations d'ordre supérieur sont prises en compte. En particulier, nous allons considérer les résultats des simulations Monte-Carlo quantiques de type variationnel (*Fixed-node QMC*). Celles-ci fournissent des prédictions concernant la distribution en impulsion du gaz [119] à travers la détermination de la matrice densité à un corps $\rho_1(\tilde{\mathbf{r}} = \mathbf{r} - \mathbf{r}')$, qui est simplement sa transformée de Fourier

$$n_{\mathbf{k}} = \int \mathrm{d}^3\tilde{\mathbf{r}}\rho_1(\tilde{\mathbf{r}})\mathrm{e}^{i\mathbf{k}\cdot\tilde{\mathbf{r}}}. \tag{3.6}$$

Nous disposons ainsi d'une prédiction de la distribution en impulsion qui ne suppose pas la forme de la fonction $n_{\mathbf{k}}(k_{\mathrm{F}}a)$. Afin de vérifier en quelle mesure l'expression proposée par la théorie BCS est correcte il est intéressant d'ajuster le résultat des simulations par

$$n_{\mathbf{k}}^{\mathrm{fit}} = A\left(1 - \frac{(k/k_{\mathrm{F}})^2 - (\mu/E_{\mathrm{F}})}{\sqrt{\left[(k/k_{\mathrm{F}})^2 - (\mu/E_{\mathrm{F}})\right]^2 + (\Delta/E_{\mathrm{F}})^2}}\right), \tag{3.7}$$

qui coïncide avec (3.3) pour $A = 1/2$. Le tableau 3.1 résume le résultat de cet ajustement. Celui-ci semble raisonnablement bon lorsqu'on considère les valeurs du coefficient χ^2. Cependant, les valeurs du potentiel chimique qui en résultent ne sont pas en accord avec celles obtenues directement à partir de la même simulation. Remarquons également qu'au delà de la limite BCS la valeur du paramètre A diffère considérablement de la prédiction 1/2 de la théorie BCS. Cela suggère que la véritable distribution en impulsion du gaz peut s'écrire comme la somme d'une contribution de type champ moyen (de la forme (3.2) mais avec les véritables valeurs de Δ et μ), et d'une deuxième fonction $f(k_{\mathrm{F}}a)$ dont le poids devient plus important à mesure que l'on augmente la force des interactions. C'est par ailleurs ce qu'implique l'équation du nombre utilisée dans les approches théoriques plus avancées que la théorie BCS classique [61, 62, 161, 162] [4].

	χ^2	A_{fit}	$\Delta_{\mathrm{fit}}/E_{\mathrm{F}}$	$\mu_{\mathrm{fit}}/E_{\mathrm{F}}$	$\mu_{\mathrm{QMC}}/E_{\mathrm{F}}$
$-1/k_{\mathrm{F}}a = -1$	1.20	0.499	1.209	−0.558	−1.65
$-1/k_{\mathrm{F}}a = 0$	0.81	0.608	0.660	0.471	0.42
$-1/k_{\mathrm{F}}a = 1$	1.52	0.513	0.152	0.977	0.79

TABLE 3.1 – *Résultats obtenus en ajustant les résultats des simulations Monte-Carlo pour les distributions en impulsion [119] par la fonction d'ajustement (3.7). La valeur du potentiel chimique $\mu_{\mathrm{QMC}}/E_{\mathrm{F}}$ prédite par ces mêmes simulations [112] est également indiquée. Le désaccord entre μ_{fit} et μ_{QMC} est discuté dans le texte.*

Enfin, sur la figure 3.2 nous comparons le résultat des simulations Monte-Carlo aux prédictions de la théorie BCS. Il est clair que, dans le cas d'un système homogène, cette dernière surestime systématiquement l'élargissement de la distribution.

3.2.2 Prise en compte du potentiel de piégeage

Dans les expériences, le nuage atomique est confiné dans un piège harmonique de fréquence moyenne $\bar{\omega}$ qu'il est indispensable d'inclure dans la théorie si l'on veut faire des comparaisons

4. En collaboration avec X. Leyronas nous avons entrepris le calcul de la distribution en impulsion qui en résulte, mais ne disposons malheureusement pas encore du résultat final.

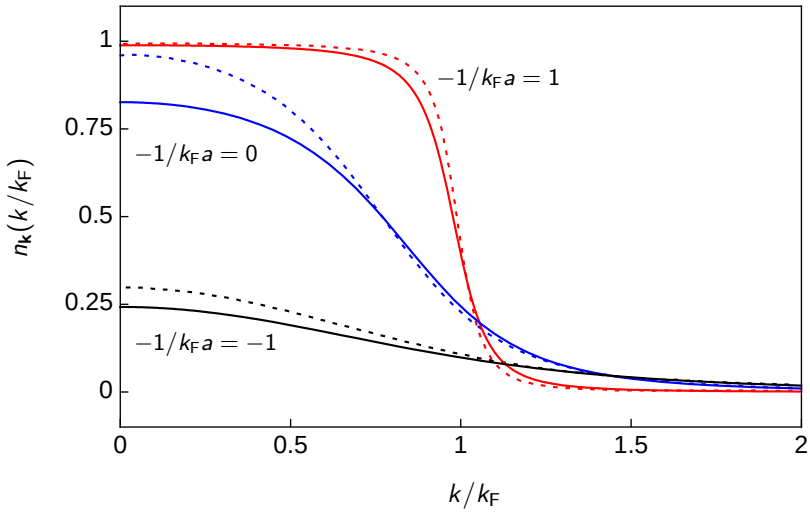


FIGURE 3.2 – *Distributions en impulsion du gaz homogène obtenues à partir de la théorie BCS (trait plein) et des prédictions des simulations QMC (trait pointillé). Les paramètres d'interactions considérés sont* $-1/k_F a = -1, 0$ *et* $+1$ *(courbes noire, rouge et bleue respectivement).*

quantitatives. Une possibilité est de développer une approche théorique qui considère directement des systèmes inhomogènes. Par exemple, dans le cas de la théorie BCS il est possible de prendre en compte le potentiel de piégeage $V(\mathbf{r})$ en utilisant les équations de Bogoliubov-de Gennes [163]. Cependant, les théories plus avancées emploient normalement des méthodes diagrammatiques, dont l'application est intrinsèquement limitée aux systèmes homogènes. Il en va de même pour les simulations numériques.

L'approche habituelle consiste donc à réaliser les calculs dans le cas homogène, puis considérer le potentiel de piégeage en utilisant l'approximation de densité locale. Cela revient à supposer qu'il existe en tout point du nuage un volume mésoscopique (grand par rapport à la longueur de cohérence du système, mais petit par rapport à la taille du nuage) dans lequel le gaz peut être considéré homogène. À l'équilibre il suffit donc de remplacer le potentiel chimique du système μ_0 par un « potentiel chimique local » $\mu(\mathbf{r}) = \mu_0 - V(\mathbf{r})$.

C'est cette deuxième option que nous utilisons pour calculer la distribution en impulsion du gaz piégé, que nous noterons

$$n_{\mathbf{k}\,\text{piège}} = \frac{1}{(R_{T_F})^3} \int \frac{\mathrm{d}^3\mathbf{r}}{(2\pi)^3} n_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}), \tag{3.8}$$

où R_{TF}, le rayon de Thomas-Fermi, est la taille du nuage pour laquelle la densité s'annule.

Limite unitaire

À la limite unitaire le comportement du nuage est universel. Comme nous avons vu dans le premier chapitre, le potentiel chimique est relié à l'énergie de Fermi par la constante ξ. Pour le gaz piégé on a donc localement $\mu(r) = \xi E_{\mathrm{F}}(r)$ et le profil de densité du nuage est celui d'un gaz de Fermi sans interactions modifié par un simple facteur d'échelle :

$$n(r) = \frac{8}{\pi^2 \xi^{3/4}} \left(1 - \left(\frac{r}{\xi^{1/4} R_0}\right)^2\right)^{3/2}, \tag{3.9}$$

où $R_0 = \sqrt{2E_{\mathrm{F}}/m\bar{\omega}^2}$ est le rayon de Thomas-Fermi du gaz de Fermi sans interactions. Nous pouvons utiliser cela pour évaluer la distribution en impulsion du gaz piégé. Il suffit d'intégrer

$n_{\mathbf{k}}(r) = n_{\mathbf{k}}(k/k_{\mathrm{F}}(r))$ sur la taille du nuage en utilisant la valeur locale du vecteur d'onde de Fermi, qui est fixée par le profil de densité selon $k_{\mathrm{F}}(r) = (3\pi^2 n(r))^{1/3}$.

Dans le cas homogène, la distribution en impulsion reflétait simplement l'effet des interactions dans le nuage. En présence du piège on a un effet supplémentaire lié au confinement, qui élargit également $n_{\mathbf{k}}$. La théorie BCS et les simulations Monte-Carlo fournissent des prédictions différentes pour l'équation d'état du gaz et donc pour le profil de densité du nuage (figure 3.3a). Le gaz est plus comprimé dans le deuxième cas car la valeur du potentiel chimique est inférieure ($\xi_{\mathrm{QMC}} = 0.44$ tandis que $\xi_{\mathrm{BCS}} = 0.59$). La figure 3.3b montre les distribution en impulsion qui en résultent. Nous voyons que, lorsque le gaz est piégé, la contribution du confinement l'emporte sur l'effet de l'appariement. Ainsi, contrairement au cas homogène, la distribution prédite par la théorie BCS est moins large que la distribution QMC.

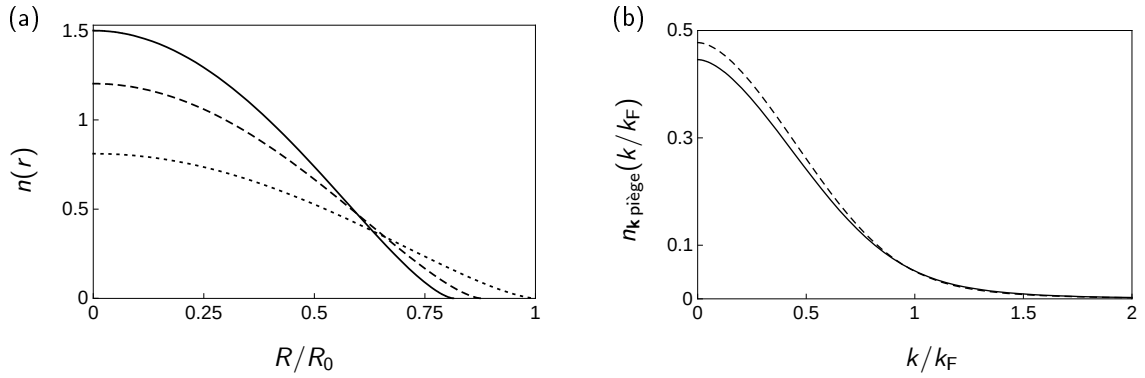


FIGURE 3.3 – *(a) Profil de densité d'un gaz piégé à la limite unitaire selon l'équation d'état des simulations QMC (trait plein) et selon la théorie BCS (tirets). En pointillés, un gaz de Fermi sans interaction. (b) Distribution en impulsion d'un gaz unitaire piégé à $T = 0$. À nouveau, le trait plein correspond au résultat des simulations QMC tandis que la courbe en tirets est la prédiction de la théorie BCS.*

Transition BEC-BCS

Dans le reste de la transition BEC-BCS nous pouvons calculer la distribution en impulsion d'un gaz piégé en utilisant la théorie BCS [159], dans le cadre de laquelle

$$\begin{aligned} n_{\mathbf{k}\,\text{piège}} &= \frac{1}{R_{\mathrm{TF}}^3}\int \frac{\mathrm{d}^3\mathbf{r}}{(2\pi)^3} n_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \frac{1}{R_{\mathrm{TF}}^3}\int_0^{R_{\mathrm{TF}}} \frac{\mathrm{d}\,r\,r^2}{2\pi^2}\left(1 - \frac{\epsilon_{\mathbf{k}} - \mu(r)}{\sqrt{(\epsilon_{\mathbf{k}} - \mu(r))^2 + \Delta^2}}\right) = \\ &= \frac{1}{R_{\mathrm{TF}}^3}\int_0^{R_{\mathrm{TF}}} \frac{\mathrm{d}\,r\,r^2}{2\pi^2}\left(1 - \frac{(k/k_{\mathrm{F}})^2 - (\mu(r)/E_{\mathrm{F}})}{\sqrt{((k/k_{\mathrm{F}})^2 - (\mu(r)/E_{\mathrm{F}}))^2 + (\Delta/E_{\mathrm{F}})^2}}\right). \end{aligned} \tag{3.10}$$

Pour utiliser cette équation nous devons connaître les fonctions $\mu(r)$ et $\Delta(r)$. Dans l'approximation de densité locale, la première est déterminée par $\mu(r) = \mu_0 - V(r)$. À l'aide de l'équation du gap (1.20) nous pouvons obtenir la valeur $\Delta(r)$ correspondante. On en extrait enfin la distribution en impulsion en intégrant sur tout le piège [5].

Le résultat de ce calcul pour différents paramètres d'interaction $-1/k_{\mathrm{F}}a$ est représenté sur la figure 3.4 (l'analogue de la figure 3.1 mais pour un gaz piégé). La présence du confinement harmonique élargit les distributions et réduit les différences existantes entre les différents régimes par

5. Nous ne détaillons pas ici le calcul, qui ne présente aucune difficulté de principe et est déjà discuté dans [164, 165].

rapport au cas homogène. Elles restent néanmoins suffisamment importantes pour être mesurées expérimentalement.

Il est enfin intéressant de remarquer qu'à cause du potentiel de piégeage plusieurs régimes d'interaction sont présents dans un même nuage. Lorsque la longueur de diffusion est négative, il est ainsi possible d'avoir un système de nature « fermionique » au centre du nuage et un comportement « bosonique » dans la périphérie, au sens introduit dans la section 1.3.1 du chapitre 1 [64]. La transition entre les deux régimes se produit dans la région du nuage pour laquelle le potentiel chimique s'annule (ce qui, comme nous avons vu au premier chapitre, correspond à un paramètre d'interaction $-1/k_{\mathrm{F}}a = -0.553$ dans le cadre du modèle BCS).

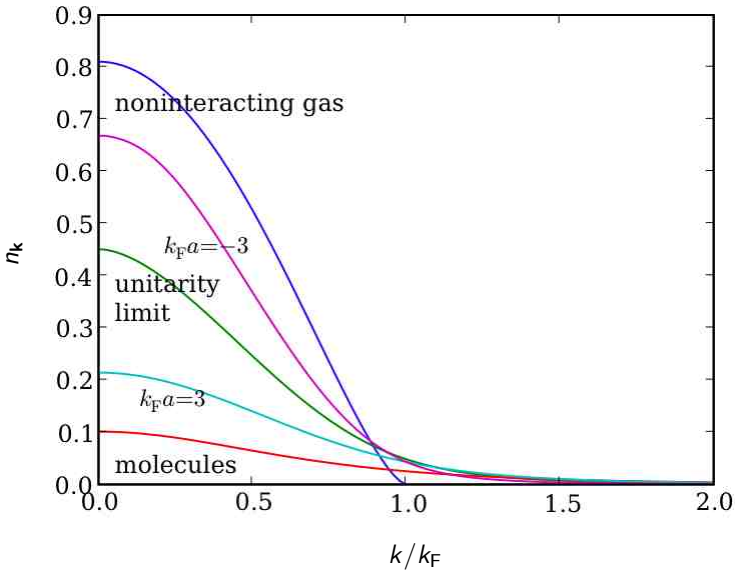


FIGURE 3.4 – *Évolution de la distribution en impulsion du gaz piégé en fonction de la valeur du paramètre $-1/k_{\mathrm{F}}a$. Pour comparaison nous avons également représenté la distribution en impulsion d'un gaz de Fermi et d'un gaz de molécules sans interactions.*

3.2.3 Ailes de la distribution

Le comportement de la distribution en impulsion à grands vecteurs d'onde fournit des informations complémentaires sur le système qui n'ont pas vraiment été exploitées jusqu'à présent. Pour un potentiel de contact, $n_{\mathbf{k}}$ a des ailes qui décroisent en $1/k^4$. Cela est une conséquence directe de la condition de Bethe-Peierls [166], selon laquelle pour toute paire d'atomes i, j la fonction d'onde à N corps obéit la condition

$$\Psi(|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j| \to 0) \propto \frac{1}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|} - \frac{1}{a}. \tag{3.11}$$

La divergence en $1/r$ entraîne les ailes en $1/k^4$ de la distribution en impulsion.

Très récemment, S. Tan a montré que le coefficient de proportionnalité

$$C = \lim_{k\to\infty} k^4 n_{\mathbf{k},\sigma} \tag{3.12}$$

caractérise le comportement du système à courte distance et a une interprétation physique simple [167]. En effet, le nombre d'atomes de spin opposé présents dans une sphère de rayon $s \to 0$ autour d'un atome donné peut s'exprimer comme

$$N_{\uparrow\downarrow}(s) = \Omega \frac{C}{4\pi} s, \tag{3.13}$$

où Ω est un volume de quantification. La valeur de C peut être extraite à partir du comportement de la fonction de corrélation à deux corps $g^{(2)}_{\uparrow\downarrow}(s)$ à courte distance car [120]

$$N_{\uparrow\downarrow}(s) = 4\pi n \int_0^s \mathrm{d}r r^2 g^{(2)}_{\uparrow\downarrow}(r). \tag{3.14}$$

À partir des deux expressions précédentes il est clair que le paramètre C dépend de la force des interactions et que sa valeur est d'autant plus importante que les paires sont fortement liées. Remarquons qu'à la limite unitaire C doit atteindre une valeur universelle qui, à différence des constantes que nous avons introduit dans la section 1.3.3, caractérise le système d'un point de vue *microscopique*. Ce paramètre peut être relié aux caractéristiques *macroscopiques* du système. En particulier, la variation de l'énergie totale du gaz avec la force des interactions est proportionnelle à C [168]

$$\frac{\partial E}{\partial(-1/a)} = \Omega \frac{\hbar^2 C}{4\pi m}. \tag{3.15}$$

Dans le cas d'un gaz piégé la variation de l'énergie totale du gaz avec les interactions acquiert une pertinence physique particulière. S. Tan et F. Werner ont en effet montré qu'il est possible de formuler un théorème du viriel généralisé, analogue à celui du gaz unitaire présenté dans la section 1.3.3 mais valable dans toute la transition BEC-BCS, qui fait intervenir cette quantité [169,170]

$$E = 2E_{\text{piège}} + \frac{1}{2a}\frac{\partial E}{\partial(1/a)}. \tag{3.16}$$

En utilisant la relation (3.7) et les prédictions pour l'équation d'état disponibles dans la littérature nous pouvons estimer la valeur de C pour différentes valeurs du paramètre d'interaction.

Dans les limites BEC et BCS nous pouvons utiliser les développements perturbatifs de l'équation d'état présentés dans le premier chapitre [6] :

$$\frac{C_{\text{pert.}}}{k_{\mathrm{F}}^4} = \begin{cases} \frac{4}{3\pi}\frac{1}{k_{\mathrm{F}}a} + \frac{\alpha}{(3\pi)^2}\left(1 + \frac{64}{3\pi\sqrt{6\pi}}\alpha^{3/2}(k_{\mathrm{F}}a)^{3/2} + \dots\right) & \text{à la limite BEC} \\ \left(\frac{2}{3\pi}\right)^2 (k_{\mathrm{F}}a)^2 \left(1 + \frac{12(11-2\ln 2)}{35\pi}(k_{\mathrm{F}}a) + \dots\right) & \text{à la limite BCS} \end{cases} \tag{3.17}$$

où nous avons utilisé la relation entre les longueurs de diffusion moléculaires et atomiques $\alpha = a_{\mathrm{M}}/a = 0.6$ calculée dans [60].

Pour le régime d'interaction forte $-1 < -1/k_{\mathrm{F}}a < 1$ nous disposons de la valeur de l'énergie par particule ε prédite par les simulations Monte-Carlo [112]. En fonction du paramètre d'interaction $\eta = -1/k_{\mathrm{F}}a$ l'énergie totale du gaz vaut

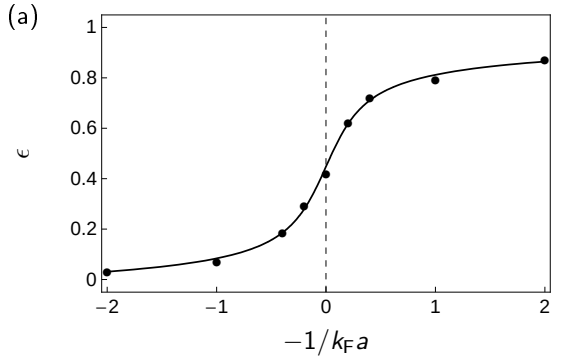
$$E(\eta) = N\varepsilon(\eta) = \left(\frac{3}{5}\epsilon(\eta) - \Theta(-\eta)\eta^2\right) E_{\mathrm{F}}, \tag{3.18}$$

où $\Theta(-\eta)$ est la fonction de Heaviside et $\epsilon(\eta) = A + B_1 \arctan(C_1\eta) + B_2 \arctan(C_2\eta)$ une fonction d'ajustement empirique (figure 3.5).

À partir de cette expression nous pouvons extraire :

$$\frac{C_{\text{QMC}}}{k_{\mathrm{F}}^4} = \frac{2}{3\pi}\left(\frac{3}{5}\epsilon'(\eta) - 2\eta\Theta(-\eta)\right). \tag{3.19}$$

6. Ces expressions sont légèrement différentes de celles de la référence [168] car nous avons uniquement conservé les termes des développements perturbatifs qui ont été vérifiés expérimentalement ou par comparaison aux simulations QMC.



(b)

A	0.448
B_1	−0.0587
C_1	−0.432
B_2	0.261
C_2	3.62

FIGURE 3.5 – *(a) La fonction d'ajustement $\epsilon(\eta)$ définie dans le texte (trait plein) permet d'interpoler entre les prédictions de l'énergie par particule fournies par les simulations Monte-Carlo (points). (b) Paramètres de l'ajustement par $\epsilon(\eta) = A + B_1 \arctan(C_1\eta) + B_2 \arctan(C_2\eta)$.*

À la limite BCS la valeur de C obtenue par cette méthode n'est pas très fiable, car la dérivée de la fonction $\epsilon(\eta)$ devient faible et le résultat est plus sensible aux erreurs de l'ajustement. Nous envisageons de contourner ce problème en utilisant les prédictions que ces mêmes simulations fournissent pour la fonction de corrélation $g^{(2)}_{\uparrow\downarrow}$ à courte distance [120] et les expressions (3.13) et (3.14).

Enfin, à partir du comportement de la distribution en impulsion à grands vecteurs d'onde la simple théorie BCS prédit

$$\frac{C_{\mathrm{BCS}}}{k_{\mathrm{F}}^4} = \left(\frac{\Delta}{4E_{\mathrm{F}}}\right)^2 . \tag{3.20}$$

La figure 3.6 résume cet ensemble de résultats. Nous observons que dans le régime BEC le comportement de C est dominé par la dérivée par rapport à $1/a$ de l'énergie de liaison de l'état moléculaire, qui est bien capturée par tous les modèles. En revanche, à la limite BCS la théorie BCS prédit une une décroissance exponentielle de C avec le paramètre d'interaction, en complet désaccord avec tous les autres résultats. Au premier abord cela peut sembler surprenant, puisque le domaine d'application de la théorie BCS est justement le régime de faibles interactions. La raison est que, si cette théorie décrit de façon appropriée l'écart en énergie entre l'état normal et l'état superfluide, les valeurs absolues ne sont pas correctes. Par exemple, nous avons vu au premier chapitre que l'énergie par particule du gaz vaut dans ce régime

$$\frac{E}{N} = \frac{3}{5}E_{\mathrm{F}}\left(1 + \frac{10}{9\pi}(k_{\mathrm{F}}a) + \frac{4(11-2\ln 2)}{21\pi^2}(k_{\mathrm{F}}a)^2 + \dots\right) + O\left(\frac{\Delta^2}{E_{\mathrm{F}}}\right), \tag{3.21}$$

où le premier terme correspond à l'énergie de l'état normal et le deuxième à la diminution d'énergie liée à l'appariement. Et seul ce dernier est considéré dans une théorie BCS sans terme de Hartree. Ce que montre la figure 3.6 est que la dérivée de l'énergie totale de l'état superfluide en fonction du paramètre d'interaction n'est pas non plus correcte, même pour $-1/k_{\mathrm{F}}a \gg 1$.

Enfin, nous savons que le vrai potentiel d'interaction entre atomes n'est pas un potentiel de contact, mais a une portée finie [7] r_0. Il est donc important de vérifier que le paramètre C est bien mesurable. L'effet de la portée finie du potentiel est d'introduire une coupure exponentielle des ailes de la distribution en impulsion pour $k \gtrsim 1/r_0$ [171]. Or, la convergence de la distribution vers le régime asymptotique en $1/k^4$ est déterminée par l'échelle d'impulsion caractéristique du

7. Celle-ci est donnée par la longueur caractéristique du potentiel de Van der Waals $r_0 = (mC_6/\hbar^2)^{1/4}$ qui, pour le cas spécifique du lithium, vaut $r_0 \sim 63a_0 \simeq 3.3$ nm.

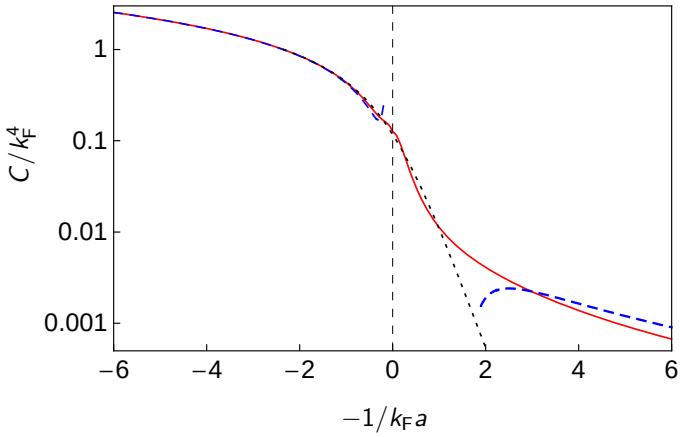


FIGURE 3.6 – *Valeur du paramètre C qui caractérise le comportement de la distribution en impulsion à grand k pour un gaz homogène. Nous comparons les résultats asymptotiques exacts correspondant aux limites BEC et BCS (tirets), les prédictions des simulations QMC (trait plein) et celles la théorie BCS (trait pointillé).*

système, qui vaut $1/a$ dans le régime BEC et k_F dans la limite BCS, et est toujours plus faible que $1/r_0$. Le comportement en $1/k^4$ est donc *a priori* observable et se manifestera dans la gamme de vecteurs d'onde

$$\max(k_F, 1/a) < k < 1/r_0. \tag{3.22}$$

Pour un potentiel réel toutes les expressions que nous avons introduit dans cette section restent donc valables en remplaçant les limites $k \to \infty$ et $s \to 0$ par $r_0 \ll s \ll \min(a, 1/k_F)$ et $\max(1/a, k_F) \ll k \ll 1/r_0$.

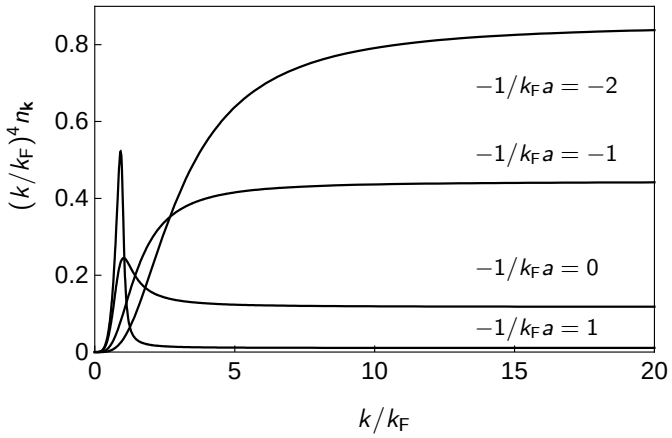


FIGURE 3.7 – *La distribution en impulsion décroît comme C/k^4 à grands vecteurs d'onde. La convergence vers ce régime asymptotique est d'autant plus lente que le gaz est dans le régime BEC (et que les molécules sont fortement liées). Nous représentons ici les prédictions de la théorie BCS.*

3.2.4 Évolution de la distribution avec la température

À température finie, la présence d'excitations modifie considérablement la distribution en impulsion du gaz. Lorsque la température augmente, la probabilité d'occupation des états de faible

impulsion est réduite en faveur d'états de plus grande énergie, ce qui entraîne un élargissement de $n_{\mathbf{k}}$. D'autre part, la diminution du nombre d'atomes appariés tend à réduire la largeur de la distribution. Nous allons voir que lorsque l'appariement est important ces deux effets entrent en compétition.

Calculons pour cela la variation de la distribution en impulsion du gaz avec la température prédite par la théorie BCS étendue à $T \neq 0$ que nous avons présenté dans le premier chapitre. Nous savons que cette théorie ne prend pas en compte les fluctuations du centre de masse des paires. À la limite BEC, lorsque cet effet devient important, elle ne peut donc pas prédire la température critique de transition vers la phase superfluide. Nous avons vu que des approches théoriques qui l'incorporent deviennent alors indispensables [66, 67]. Néanmoins, pour un gaz ultra-froid la contribution du mouvement des paires à la distribution en impulsion du système est bien plus faible que l'impulsion interne de celles-ci. Dans le régime BEC cette dernière est en effet donnée par $1/a$, alors que le centre de masse des molécules est pratiquement au repos. Il est donc raisonnable d'espérer que les prédictions de la théorie BCS à $T \neq 0$ *concernant la distribution en impulsion* soient qualitativement valables dans toute la transition BEC-BCS.

Dans le cadre de cette théorie on a

$$n_{\mathbf{k}} = 2\left[v_{\mathbf{k}}^2(1 - f(E_{\mathbf{k}})) + u_{\mathbf{k}}^2 f(E_{\mathbf{k}})\right], \tag{3.23}$$

expression qui doit être calculée à partir des valeurs du gap et du potentiel chimique à température finie.

La figure 3.8a montre les résultats obtenus pour un gaz homogène à différentes valeurs de la température et du paramètre d'interaction $-1/k_{\mathrm{F}}a$. Il est particulièrement intéressant de tracer l'évolution de la largeur à mi-hauteur de $n_{\mathbf{k}}$ avec T (figure 3.8b). On observe un comportement particulier à $T \sim \Delta$, car c'est alors que les effets du gap et des excitations thermiques sur la largeur de la distribution sont du même ordre.

Le groupe de D. Jin à JILA a réalisé des expériences visant à étudier la variation de la distribution en impulsion du gaz piégé en fonction de la température [100, 172]. Ils observent que la largeur de $n_{\mathbf{k}}$ évolue de façon non monotone avec T et présente un minimum pour une certaine température. En modélisant le système, le groupe de K. Levin a montré que cette température est comparable à la valeur moyenne de l'énergie de liaison des paires dans le piège [100].

Remarquons enfin que le minimum de la largeur de $n_{\mathbf{k}}$ est simple à mesurer expérimentalement et peut servir comme point de repère pour évaluer la température du gaz. Cependant, la valeur exacte de celle-ci pourra être déterminée uniquement dans le cadre d'un modèle théorique.

3.3 Résultats expérimentaux

Dans notre groupe nous avons mesuré expérimentalement la distribution en impulsion d'un gaz de ^{6}Li dans la transition BEC-BCS. Afin d'accéder à cette quantité nous relâchons le gaz à partir du piège dans lequel il est initialement confiné et le laissons s'étendre librement, en absence de toute interaction entre atomes. Lorsque

$$\tau \gg 1/\bar{\omega}, \tag{3.24}$$

où τ est le temps d'expansion et $1/\bar{\omega}$ l'échelle de temps caractéristique associée au potentiel de piégeage $\bar{\omega}$, le profil de densité du nuage reflète directement la distribution en impulsion initiale du gaz dans le piège.

Dans cette section nous présentons les mesures de la distribution en impulsion du gaz obtenues pendant ma thèse et les comparons aux prédictions théoriques introduites précédemment. Les

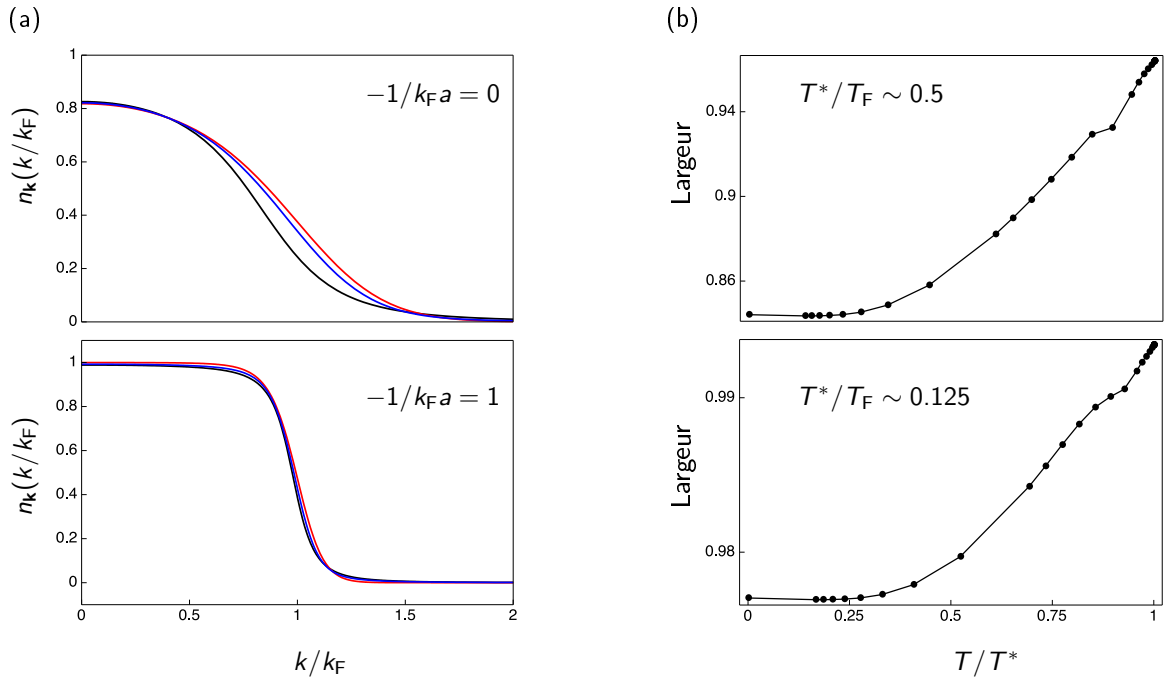


FIGURE 3.8 – *(a) Évolution de la distribution en impulsion d'un gaz homogène en fonction de la température. Pour chaque paramètre d'interaction nous avons représenté trois températures différentes : $T/T^* = 0$ (noir), 0.75 (bleu) et 1 (rouge), où T^* désigne la température de formation des paires. (b) Largeur à mi-hauteur de $n_{\mathbf{k}}$ correspondante (normalisée par rapport à celle d'un gaz de Fermi sans interactions à $T = 0$) en fonction de la température. La courbe présente une inflexion lorsque $T \sim \Delta$.*

erreurs systématiques de l'expérience sont discutées en détail. Nous proposons enfin une nouvelle méthode d'analyse des données qui, dans de futures expériences, devrait permettre l'extraction du paramètre C à partir du comportement de la distribution en impulsion à grands vecteurs d'onde.

3.3.1 Protocole expérimental

Le point de départ des expériences[8] est un gaz de $N = N_\uparrow + N_\downarrow = 3\times10^4$ atomes confinés dans un piège dipolaire croisé de fréquences $\omega_x = 2\pi \times 2.78$ kHz, $\omega_y = 2\pi \times 1.23$ kHz et $\omega_z = 2\pi \times 3.04$ kHz (fréquence moyenne $\bar{\omega} = 2\pi \times 2.18$ kHz). Le champ magnétique initial est de 828 G. Afin d'atteindre différents points dans la transition BEC-BCS nous modifions sa valeur en effectuant des rampes linéaires de 50 ms. Le taux de variation du champ magnétique est au plus de 2 G/ms, ce qui garantit que le processus soit bien adiabatique.

Nous relâchons alors le gaz en coupant simultanément les deux faisceaux du piège dipolaire et le champ magnétique. L'extinction de B entraîne la suppression des interactions entre atomes, car la valeur de la longueur de diffusion à $B = 0$ est pratiquement nulle (figure 2.8 du second chapitre). Le gaz s'étend alors librement pendant $\tau = 1$ ms, et l'absence de collisions garantit que la distribution en impulsion ne soit pas modifiée pendant l'expansion. Les atomes sont enfin détectés par imagerie d'absorption. On peut espérer que les profils de densité enregistrés (qui sont évidemment intégrés selon la direction d'imagerie) reflètent directement la distribution en impulsion initiale du nuage, puisque la condition (3.24) est bien vérifiée. Nous allons cependant voir que ce type d'expérience est plus délicat que ce qu'il paraît, et que des effets systématiques

8. Nous ne présentons pas ici la méthode utilisée pour préparer le système, car le sujet est abordé en détail dans le chapitre 7.

importants peuvent affecter nos mesures.

3.3.2 Résultats

La figure 3.9 montre la distribution en impulsion obtenue pour trois paramètres d'interaction différents, correspondant au côté BCS de la résonance, la limite unitaire et un condensat de molécules. Il s'agit de distributions en impulsion unidimensionnelles. En effet, afin d'améliorer le rapport signal sur bruit des données expérimentales nous les avons intégrées sur une direction supplémentaire. Par ailleurs, nous avons effectué une moyenne glissante sur cinq points pour éliminer le bruit à haute fréquence présent dans les données.

Les résultats expérimentaux correspondent tous au régime d'interaction forte $-1 < -1/k_{\mathrm{F}}a < 1$. Nous observons comme attendu un élargissement progressif entre les limites BCS et BEC. Les prédictions de la théorie BCS présentées dans la section précédente reproduisent qualitativement cet effet. À la limite unitaire nous avons également tracé le résultat extrait des simulations QMC. Malheureusement, à cause de leur précision limitée, nos données ne permettent pas de discerner entre les deux théories.

3.3.3 Erreurs systématiques

Il est important de considérer les possibles sources d'erreurs systématiques de notre mesure. Nous avons identifié trois types de problèmes, que nous discutons dans cette section.

Détermination du nombre d'atomes

Un problème habituel des expériences d'atomes froids est la difficulté de déterminer précisément le nombre d'atomes présents dans le nuage. Lors de la mesure de la distribution en impulsion l'incertitude sur N (qui peut atteindre 50%) affecte d'une part la valeur du paramètre d'interaction $-1/k_{\mathrm{F}}a$ et d'autre part la normalisation des courbes, puisque k_{F} en dépend. Néanmoins, la relation entre le vecteur d'onde de Fermi et le nombre d'atomes se fait à travers une loi de puissance $k_{\mathrm{F}} \propto N^{1/3}$ dont l'exposant est faible. En pratique, les erreurs systématiques associées restent inférieures à celles de deux autres problèmes que nous avons identifié.

Temps d'extinction des interactions

Le véritable point critique de l'expérience est que l'extinction des interactions doit être suffisamment rapide pour que la distribution en impulsion du système ne soit pas modifiée. Il faut donc que le temps de coupure du champ magnétique soit bien inférieur aux échelles de temps caractéristiques du système. De cette façon l'état du gaz n'évoluera pas pendant ce temps. En pratique, le champ magnétique est produit par des bobines de faible inductance, ce qui permet une extinction extrêmement rapide. En première approximation on a une rampe linéaire de pente $\dot{B} = -296$ G/μs. Comme à proximité de la résonance de Feshbach la longueur de diffusion est inversement proportionnelle à $B - B_0$, la coupure des interactions s'effectue avec

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{1}{a}\right) \simeq \frac{\dot{B}}{a_{\mathrm{bg}}\Delta B} = \text{constante}. \tag{3.25}$$

Concernant le système il a deux échelles de temps pertinentes, qui caractérisent la réponse du problème à deux corps et du problème à N corps. Pour le problème à deux corps, la variation de l'énergie de liaison des molécules pendant la coupure doit être rapide par rapport à la pulsation

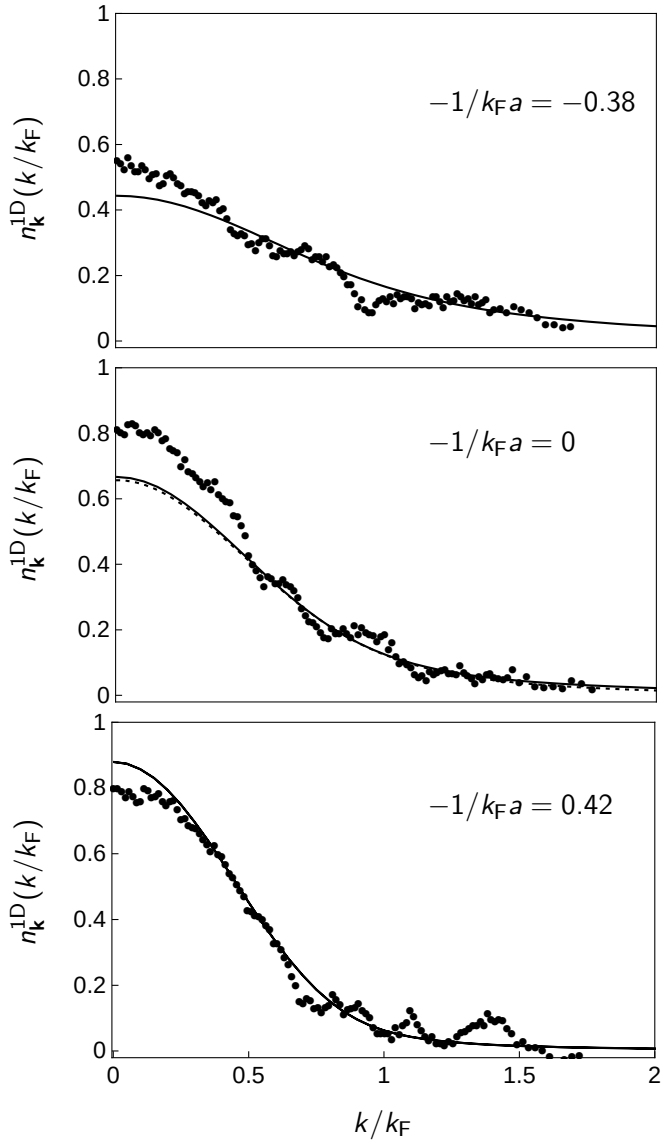


FIGURE 3.9 – *Mesures expérimentales de la distribution en impulsion du gaz dans trois régimes différents de la transition BEC-BCS. Les données sont comparées aux prédictions de la théorie BCS. À la limite unitaire et en pointillés le résultat des simulations QMC.*

d'oscillation de la molécule. Ainsi, le suivi de l'état moléculaire devient impossible et les molécules sont dissociées. La condition correspondante est [9] [156]

$$\frac{E_{\mathrm{mol}}}{\dot{E}_{\mathrm{mol}}} \ll \frac{\hbar}{E_{\mathrm{mol}}}, \tag{3.26}$$

où $E_{\mathrm{mol}} = -\hbar^2/ma^2$. Il est utile de reformuler (3.26) de façon plus compacte en définissant un *paramètre d'adiabaticité* sans dimensions

$$\alpha_{2\,\mathrm{corps}} = \frac{\hbar}{E_{\mathrm{mol}}}\frac{\dot{E}_{\mathrm{mol}}}{E_{\mathrm{mol}}} = \frac{\hbar}{E_{\mathrm{F}}}\frac{1}{\eta^3}\frac{\dot{B}}{k_{\mathrm{F}} a_{\mathrm{bg}} \Delta B} \tag{3.27}$$

pour lequel la dissociation des molécules correspond à $\alpha_{2\,\mathrm{corps}} \gg 1$. Dans cette expression $\eta = -1/k_{\mathrm{F}}a$ est le paramètre d'interaction.

9. Remarquons que cette condition peut être démontrée de façon rigoureuse dans certains cas particuliers [173].

Dans le cas du problème à N corps il est plus difficile d'identifier l'échelle de temps pertinente. On est tenté de généraliser le critère (3.27) en remplaçant E_{mol} par l'énergie de liaison des paires $E_{\mathrm{paire}} = \Delta^2/2E_{\mathrm{F}}$ que nous avons introduit au premier chapitre. On obtient ainsi un critère de brisure des paires

$$\alpha_{N\,\mathrm{corps}} = \frac{4\hbar}{E_{\mathrm{F}}}\left(\frac{E_{\mathrm{F}}}{\Delta}\right)^2\frac{\dot{\Delta}}{\Delta} = \frac{4\hbar}{E_{\mathrm{F}}}\left(\frac{E_{\mathrm{F}}}{\Delta}\right)^2\frac{\partial_\eta\Delta}{\Delta}\frac{\dot{B}}{k_{\mathrm{F}}a_{\mathrm{bg}}\Delta B} \gg 1, \tag{3.28}$$

où $\alpha_{N\,\mathrm{corps}}$ est le paramètre d'adiabaticité pour le problème à N corps.

La figure 3.10 présente les valeurs de α correspondant à nos conditions expérimentales, pour lesquelles $\hbar/E_{\mathrm{F}} \sim 1.3\,\mu$s. Le critère de brisure des molécules est bien vérifié. En revanche, pour le problème à N corps (et selon la théorie BCS) le temps d'extinction des interactions est uniquement satisfaisant dans le régime BCS. À la limite unitaire et dans le cas du condensat de molécules il est donc probable que les distributions en impulsion mesurées aient subi des modifications par rapport aux distributions originales.

En principe ces modifications ne sont pas simples à quantifier. Une possibilité est de modéliser du point de vue microscopique l'évolution du système pendant l'extinction des interactions. M. L. Chiofalo, S. Giorgini et M. Holland ont effectué ce calcul dans le cadre de la théorie BCS. Selon leur modèle, la conséquence essentielle de la rampe de champ magnétique est d'introduire une coupure à grands vecteurs d'onde. Les distributions mesurées ont donc tendance à surestimer les contributions de faible impulsion (figure 3.11). La comparaison aux expériences réalisées dans le groupe de JILA semble confirmer leurs conclusions mais l'accord reste toutefois qualitatif [174].

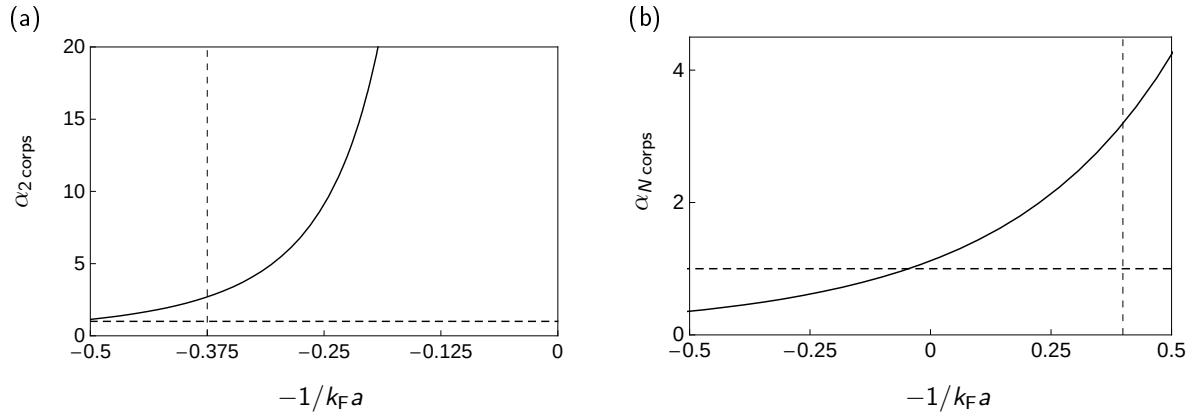


FIGURE 3.10 – *(a) Dans nos conditions expérimentales le critère de brisure des molécules $\alpha_{2\,\mathrm{corps}} \gg 1$ est raisonnablement vérifié jusqu'à $-1/k_{\mathrm{F}}a \sim -0.4$, ce qui correspond à un champ magnétique de l'ordre de 750 G. Remarquons que nous n'effectuons pas de mesures pour des molécules plus fortement liées, car leur durée de vie devient faible [60]. (b) Le critère de brisure des paires $\alpha_{N\,\mathrm{corps}} \gg 1$ est bien satisfait pour $-1/k_{\mathrm{F}}a \gtrsim 0.4$ (valeur qui correspond à nos mesures côté BCS). Pour des valeurs inférieures du paramètre d'interaction la rampe de champ magnétique peut introduire des modifications sur les distributions en impulsion mesurées. Dans les deux figures nous avons tracé comme référence $\alpha = 1$ (tirets).*

Couplage à l'état moléculaire

Dans notre système, l'extinction des interactions se fait en traversant l'état moléculaire. Nous avons vu dans le chapitre précédent qu'il est possible de former des molécules pendant la rampe de champ magnétique si celle-ci n'est pas suffisamment rapide. Comme les molécules ne sont pas

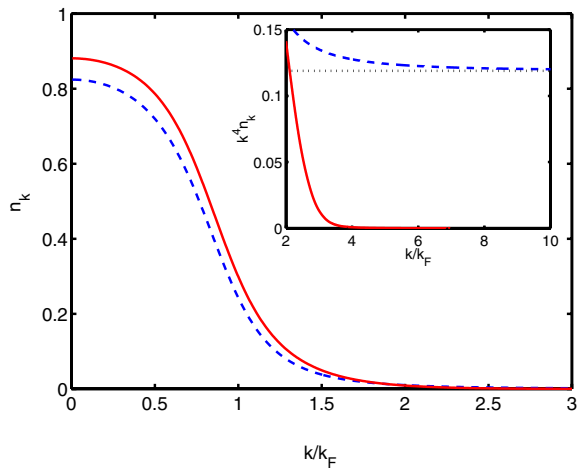


FIGURE 3.11 – *Distribution en impulsion d'un gaz homogène à la limite unitaire obtenue à partir de la théorie BCS pour une rampe infiniment rapide (tirets) et pour une rampe avec* $\dot{\eta} = 73$ ns^{-1} *(trait plein). L'effet d'une extinction trop lente des interactions est d'introduire une coupure à grands vecteurs d'onde, et de surestimer les contributions de faible impulsion. Pour nos paramètres expérimentaux on a plutôt* $\dot{\eta} = 111$ ns^{-1}. *Figure extraite de [174].*

détectées par le faisceau d'imagerie, ceci peut nous faire sous-estimer le nombre total d'atomes présents dans le nuage et obtenir une valeur erronée de k_{F}.

Nous pouvons estimer le nombre de molécules formées de cette façon en utilisant le modèle Landau-Zener développé dans le chapitre précédent et la valeur de la constante de couplage avec l'état moléculaire que nous avons mesurée $A = 5 \times 10^{-12}$ G/m^3 s. Pour nos conditions expérimentales nous attendons une perte d'atomes d'environ 25%, valeur qui est comparable aux fluctuations relatives de N entre images.

Enfin, nous savons que l'efficacité de formation des molécules dépend de la densité du nuage (comme nous avons vu au chapitre 2), et probablement aussi de l'impulsion des atomes concernés. On peut *a priori* espérer que les paires dont l'impulsion interne est importante aient un meilleur recouvrement avec l'état lié du canal fermé et que la formation de molécules soit plus favorable dans ce cas. L'effet sur la distribution en impulsion sera en principe d'introduire une coupure supplémentaire à grand k.

3.3.4 Comparaison à d'autres expériences

Comme nous avons déjà mentionné, le groupe de D. Jin à JILA a également mesuré la distribution en impulsion du gaz dans la transition BEC-BCS [99]. Les expériences sont réalisées avec du ^{40}K, et la technique utilisée est très similaire à la nôtre. Sur la figure 3.12 nous comparons la distribution en impulsion à la limite unitaire mesurée dans les deux groupes. Les données de JILA sont des distributions en impulsion bidimensionnelles, intégrées uniquement selon la direction d'observation. Afin de les comparer directement aux nôtres nous avons effectué un ajustement des points extraits de [99], suivi d'une intégration supplémentaire pour obtenir un profil unidimensionnel. Cela explique l'absence de bruit sur la courbe. Par rapport aux prédictions théoriques les deux expériences surestiment la contribution à faible k et sous-estiment les ailes. Cet effet est dû à la vitesse finie d'extinction des interactions.

Il existe une différence importante entre les deux expériences. Dans le cas du ^{40}K la longueur de diffusion s'annule à un champ magnétique supérieur à celui de la résonance de Feshbach B_0, car $a_{\mathrm{bg}} > 0$. L'extinction des interactions se fait sans traverser l'état moléculaire et n'entraîne

pas de pertes d'atomes par formation de molécules. Par ailleurs, bien que la rampe de champ magnétique utilisée à JILA soit plus lente ($\dot{B} = 0.5$ G/μs), la largeur de leur résonance ainsi que l'énergie de Fermi du système sont également plus faibles ($\Delta B = 7.8$ G et $\hbar/E_{\mathrm{F}} \sim 14\,\mu$s). Le critère (3.28) est mieux vérifié, et les erreurs systématiques sont vraisemblablement plus faibles que pour notre expérience.

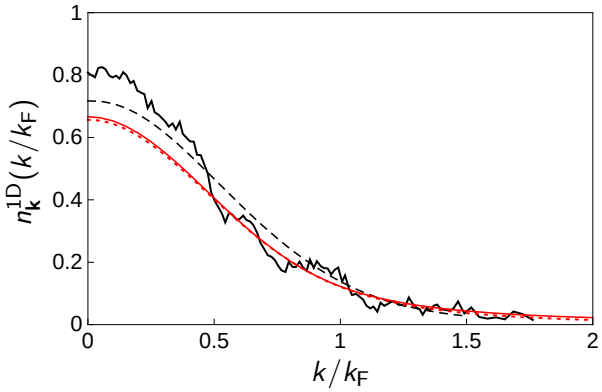


FIGURE 3.12 – *Comparaison des distributions en impulsion unitaires mesurées à JILA (tirets) et dans notre laboratoire (trait plein). En rouge, les prédictions de la théorie BCS (trait plein) et des simulations QMC (trait pointillé).*

3.3.5 Extraction de C

Comme nous avons vu, les erreurs systématiques présentes dans notre mesure affectent principalement le comportement à grands vecteur d'onde de la distribution en impulsion. Il semble donc compliqué d'extraire des informations fiables concernant le coefficient C introduit dans la section 3.2.3. Une difficulté supplémentaire est le mauvais rapport signal sur bruit des données dans les ailes, pour lesquelles la densité est faible. Or, on peut vraisemblablement s'affranchir de ces problèmes en utilisant une nouvelle méthode de traitement des données proposée par S. Tan. Il s'agit d'évaluer le moment d'ordre deux de la distribution en impulsion mesurée

$$E_c(k) = \sum_{|\mathbf{k}'|<k} \frac{\hbar^2 k'^2}{2m} n_{\mathbf{k}'}, \tag{3.29}$$

qui représente l'énergie cinétique du système intégrée jusqu'à une certaine valeur de k. À grande impulsion ce moment tend vers une droite de pente positive [168]

$$E_c(k) \to E_{\mathrm{int}} + \frac{\hbar^2 \Omega C}{2\pi^2 m}\left(k - \frac{\pi}{2a}\right) + O(1/k), \tag{3.30}$$

à partir de laquelle nous pouvons extraire la valeur de C, ainsi que l'énergie interne du gaz E_{int}. Cette expression n'est évidemment plus valable pour des impulsions comparables à $1/r_0$, pour lesquelles la portée finie du potentiel devient apparente. La fonction $E_c(k)$ tend alors vers une constante, qui est la valeur de l'énergie cinétique du système.

Nous proposons d'utiliser la mesure du moment $E_c(k)$ pour identifier la valeur de k à partir de laquelle la vitesse finie d'extinction des interactions commence à modifier les ailes de la distribution en impulsion, que nous noterons k_c. Remarquons en effet que dans une expérience réelle l'expression (3.30) n'est plus valable jusqu'à $k \sim 1/r_0$ mais uniquement dans un domaine de vecteurs d'onde plus restreint

$$\max(k_{\mathrm{F}}, 1/a) < k < k_c < 1/r_0. \tag{3.31}$$

La valeur de $E_c(k)$ tend donc vers une constante dès que $k \gtrsim k_c$. Cette quantité n'est clairement pas l'énergie cinétique du système, mais uniquement l'énergie la plus élevée qu'il est possible d'atteindre avec la vitesse d'extinction des interactions utilisée. À partir de la dépendance en k du second moment de la distribution en impulsion il semble donc possible de mesurer la valeur de k_c. On peut ensuite modifier la raideur du potentiel de piégeage pour préparer un système avec une faible valeur de k_F. On devrait ainsi accéder à une plage de vecteurs d'onde suffisante pour appliquer (3.30) et en extraire le paramètre C. Cela sera plus simple dans la limite BCS, pour laquelle la convergence vers le régime asymptotique en $1/k^4$ est rapide.

Afin de vérifier la pertinence de cette méthode d'analyse nous l'avons appliqué aux données de JILA, qui ont *a priori* moins d'erreurs systématiques que les nôtres. Les expériences permettent uniquement de mesurer la distribution en impulsion intégrée selon une direction. Le moment qui nous intéresse est alors donné par

$$E_c(k) = \frac{\sum_{|k'|<k} k'^3\, n_\mathrm{exp}(k')}{\sum_{|k'|} k'\, n_\mathrm{exp}(k')}, \tag{3.32}$$

où $n_\mathrm{exp}(k')$ désigne la distribution intégrée mesurée, qui est directement extraîte de la densité optique DO(r) et la durée de l'expansion τ à travers la relation $k' = mr/\tau\hbar$.

Les résultats obtenus sont représentés sur la figure 3.13. Pour les paramètres expérimentaux utilisés la coupure en impulsion se produit à $k/k_\mathrm{F} \sim 2.5$, ce qui est en accord avec l'analyse de [174] et la figure 3.11. Dans la limite BCS, où la convergence vers le régime asymptotique en $1/k^4$ est rapide, il est donc possible de mesurer la valeur de C. Cela n'est malheureusement pas le cas à la limite unitaire, et encore moins dans le régime du condensat de molécules. Remarquons cependant qu'*a priori* il aurait été possible d'obtenir la valeur universelle de C à la limite unitaire si le système avait été préparé avec une énergie de Fermi trois fois plus faible.

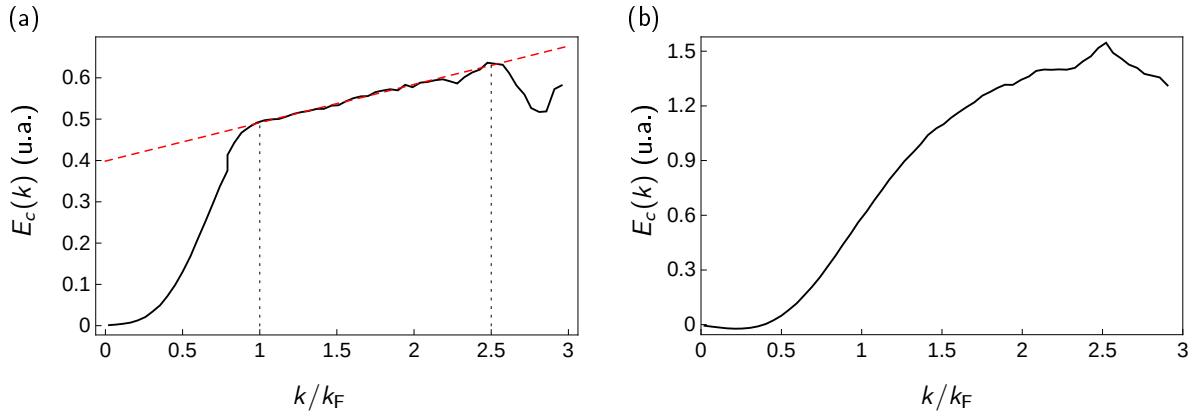


FIGURE 3.13 – *Extraction de la fonction $E_c(k)$ définie dans le texte à partir des expériences de JILA. (a) La vitesse finie de la rampe de champ magnétique entraîne une coupure pour $k/k_\mathrm{F} > 2.5$, qui se manifeste par une valeur de $E_c(k)$ constante. Cet effet est clairement observable pour un gaz de Fermi en interaction faible. La pente de la droite tiretée permet de déterminer le paramètre C et l'ordonnée à l'origine donne accès à l'énergie interne E_int. (b) À la limite unitaire la convergence vers le régime asymptotique est beaucoup plus lente. L'extraction de la valeur universelle à partir de ces données semble impossible, puisqu'il faudrait mesurer la pente d'une droite entre $1.5 < k/k_\mathrm{F} < 2.5$.*

Lors de la réalisation des expériences, le groupe de JILA n'a pas traité les données en utilisant cette méthode. Leur analyse concernant le comportement de la distribution à grande impulsion

s'est limité à la détermination de $E_c(k_c)$. Or, cette quantité fournit uniquement des informations sur la vitesse d'extinction des interactions, qui est un simple paramètre expérimental, et non sur les propriétés du système. Nous avons montré à partir des exemples de la figure 3.13 qu'il doit être possible d'extraire des informations bien plus pertinentes à partir de ces mêmes mesures en se restreignant au domaine de vecteurs d'onde approprié.

3.4 Conclusion et perspectives

Au cours de ce chapitre nous avons analysé en détail les informations qu'il est possible d'extraire sur l'état du système dans la transition BEC-BCS à partir de la mesure de sa distribution en impulsion. Dans un premier temps nous avons abordé le problème du point de vue théorique, puis nous avons présenté les mesures expérimentales réalisées pendant ma thèse.

Dans la partie théorique nous avons montré, en nous appuyant sur la théorie BCS, que la largeur de la distribution reflète directement la taille des paires ou, de façon équivalente, leur énergie de liaison. Nous avons également quantifié dans quelle mesure la présence d'un potentiel de piégeage harmonique modifie l'allure de la distribution, ce qui est un point essentiel pour relier théorie et expérience. Les prédictions de la théorie BCS ont été comparées aux résultats de simulations numériques QMC, qui prennent en compte les corrélations au delà du champ moyen. Un autre aspect auquel nous nous sommes intéressés est le comportement à grands vecteurs d'onde de la distribution en impulsion, qui a des ailes de la forme C/k^4. Des travaux théoriques récents indiquent que ce paramètre C donne accès à des informations complémentaires sur le système qui concernent ses caractéristiques microscopiques. Ainsi, il permet par exemple de déterminer la valeur de la fonction de corrélation à deux corps $g_{\uparrow\downarrow}$ à courte distance. La mesure de C semble particulièrement intéressante à la limite unitaire, où elle atteint une valeur universelle. Enfin, nous avons considéré l'influence de la température sur la distribution en impulsion et avons montré que sa largeur présente une évolution non monotone avec T. Celle-ci pourrait être utilisée comme repère de thermométrie dans le système.

Du point de vue expérimental nous avons présenté une méthode de mesure de la distribution en impulsion qui repose sur la suppression des interactions pendant l'expansion du gaz. Cela est réalisé à l'aide de la résonance de Feshbach. Bien qu'en principe très simples, nous avons montré que les expériences sont affectées par des erreurs systématiques importantes. Le problème essentiel est que, du fait de la vitesse finie d'extinction des interactions, la distribution est modifiée pour les grands vecteurs d'onde. Dans ces conditions il semble difficile de mesurer le paramètre C. Une condition indispensable est de déterminer clairement la valeur critique k_c à partir de laquelle les perturbations apparaissent. Pour ce faire nous avons introduit un critère basé sur l'évaluation du comportement à grande impulsion du moment d'ordre deux de $n_{\mathbf{k}}$ dont l'application semble prometteuse. Cette méthode est également bien adaptée à la détermination du paramètre qui nous intéresse.

En résumé, la mesure de la distribution en impulsion peut fournir des informations nouvelles sur l'état du système. Les expériences réalisées jusqu'à présent, tant dans notre groupe que dans celui de D. Jin à JILA, ne permettent pas d'y accéder pleinement. Cependant, nous disposons maintenant d'une bonne compréhension des limitations associées à ces mesures et d'une méthode qui permet de les évaluer de façon précise. En principe tous les éléments sont donc réunis pour effectuer de nouvelles expériences dans les meilleures conditions.

Chapitre 4

Expansion d'un superfluide fermionique

Nous abordons dans ce chapitre l'étude de l'expansion d'un superfluide fermionique en présence d'interactions. Lorsque le gaz est relâché à partir d'un piège anisotrope elles déterminent l'évolution de la forme du nuage. Nous utilisons la mesure de son ellipticité pour caractériser l'effet de l'expansion sur l'état du système. Dans la région faiblement attractive du diagramme de phases nous observons une réduction de son caractère hydrodynamique, vraisemblablement due à la brisure de paires pendant l'expansion.

4.1 Introduction

Au cours du chapitre précédent nous avons vu que, lorsque le gaz s'étend en absence d'interactions, la mesure de son profil de densité permet de déterminer sa distribution en impulsion initiale. En revanche, celui-ci est modifiée si les interactions sont présentes pendant l'expansion. Une méthode classique pour étudier leur rôle est de relâcher le nuage à partir d'un piège anisotrope, puis d'enregistrer l'évolution de sa forme au cours du temps. Dans cette section nous rappelons les informations que cette mesure fournit sur l'état du système, en considérant successivement un gaz classique, puis un superfluide bosonique ou fermionique.

4.1.1 Expansion d'un gaz classique

Les gaz atomiques ultra-froids sont normalement sans collisions, dans le sens où le libre parcours moyen d'un atome entre deux collisions élastiques est bien supérieur à la taille du nuage. Pour un gaz classique confiné dans un piège harmonique nous pouvons écrire cette condition comme

$$l_0 = \frac{1}{\sqrt{2} n_0 \sigma} \gg R_i = \sqrt{\frac{k_\mathrm{B} T}{m \omega_i^2}}, \tag{4.1}$$

où n_0 est la densité au centre du nuage, l_0 est le libre parcours moyen et R_i la taille caractéristique du nuage selon la direction i. Afin de caractériser le régime collisionnel du gaz on définit habituellement le paramètre hydrodynamique

$$\Phi_i = \frac{R_i}{l_0}, \tag{4.2}$$

qui correspond approximativement au nombre de collisions subies par un atome pendant une période d'oscillation. Le régime sans collisions implique $\Phi \ll 1$ alors qu'à partir de $\Phi \sim 1$ l'effet des collisions commence à devenir important. Bien que ce soit moins courant, il est possible de

préparer des gaz ultra-froids bosoniques [175–177], ou fermioniques [178–183] dans ce régime en augmentant la densité du nuage ou la section efficace de diffusion.

Plusieurs méthodes permettent de caractériser le régime collisionnel du gaz. Une possibilité est d'étudier le retour à l'équilibre du système après l'application d'une perturbation extérieure, par exemple en mesurant le temps de relaxation d'un mode collectif. Une autre technique est de relâcher le nuage à partir d'un piège anisotrope et d'étudier l'évolution de sa forme, en particulier de ses rapports d'anisotropie

$$\lambda_{ij}(t) = \frac{R_i}{R_j} \quad \text{avec} \quad \lambda_{ij}(0) = \frac{\omega_j}{\omega_i} = \frac{\Phi_i}{\Phi_j}. \tag{4.3}$$

En absence de collisions dans le nuage celui-ci s'étend de façon balistique. Comme nous avons vu dans le chapitre précédent, lorsque le temps d'expansion est suffisamment long ($\bar{\omega}\, t \gg 1$) le profil de densité du nuage reflète directement sa distribution en impulsion initiale (évidemment isotrope pour un gaz classique). En revanche, en présence de collisions élastiques celles-ci redistribuent l'impulsion des atomes pendant l'expansion. Nous avons alors un transfert d'impulsion des directions de faible confinement vers celles de fort confinement, car le nombre de collisions élastiques est plus important dans le premier cas que dans le deuxième (figure 4.1), et cela entraîne une inversion de l'anisotropie du nuage.

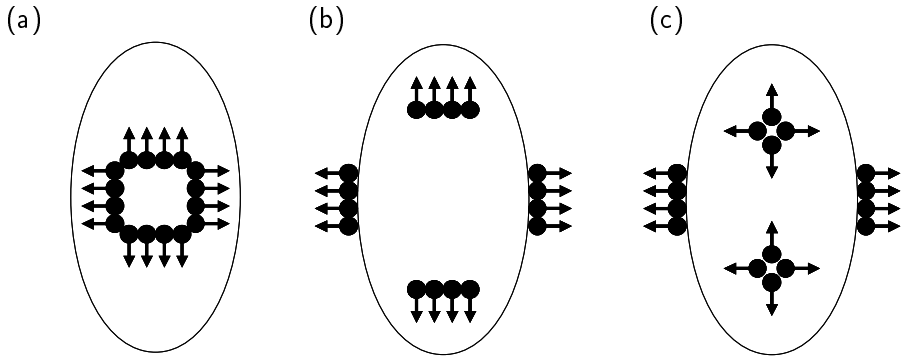


FIGURE 4.1 – *Rôle des collisions pendant l'expansion d'un gaz classique à partir d'un piège anisotrope. Les ellipses indiquent la forme initiale du nuage, tandis que les cercles sont des atomes dont la vitesse est indiquée par les flèches. (a) Dans le piège la distribution en impulsion est isotrope. (b) Expansion balistique dans le cas d'un gaz sans collisions. (c) Expansion d'un gaz avec* $\Phi_{\text{hor}} \ll 1$ *et* $\Phi_{\text{ver}} \gtrsim 1$. *Dans la direction verticale les collisions redistribuent l'impulsion des atomes et la transfèrent vers les directions horizontales. Celles-ci s'étendent donc plus rapidement, ce qui entraîne une inversion de l'anisotropie du nuage. Figure extraite de [182].*

Enfin, lorsque le nombre de collisions élastiques est suffisant pour garantir l'équilibre thermodynamique local du gaz ($\Phi \gg 1$), celui-ci peut être décrit simplement à partir des équations hydrodynamiques

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\boldsymbol{\nabla} \cdot (n\mathbf{v}) \quad \text{et} \tag{4.4}$$

$$m\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\boldsymbol{\nabla}\left(\mu(\mathbf{r},t) + V(\mathbf{r}) + \frac{1}{2}mv^2\right), \tag{4.5}$$

où V et μ désignent respectivement les potentiels de piégeage et chimique. Ce dernier est de la forme $\mu \propto n^\gamma$, avec $\gamma = 1$ pour les bosons et $\gamma = 2/3$ pour des fermions, et l'expansion du nuage

se réduit à une simple mise à l'échelle (abordée pour la première fois dans [184, 185] pour les bosons et [186] pour les fermions)

$$n(r_i,t) = \frac{1}{\prod_j b_j} n(\frac{r_i}{b_i},0) \quad \text{et} \quad v_i(r_i,t) = \frac{\dot{b}_i}{b_i} r_i$$
$$\text{avec} \quad \ddot{b}_i = \frac{\omega_i^2}{\left(\prod_j b_j\right)^\gamma b_i} \quad \text{et} \quad \mu \propto n^\gamma. \tag{4.6}$$

Ces équations permettent de relier les propriétés du nuage après expansion à celles du gaz piégé et sont extrêmement utiles pour interpréter les expériences, dans lesquelles on observe souvent le nuage après temps de vol.

4.1.2 Expansion d'un gaz superfluide

Un gaz superfluide est toujours décrit par des équations hydrodynamiques. En effet, l'existence d'un ordre à longue portée garantit la cohérence du système, qui peut alors être décrit à partir de variables macroscopiques locales.

Cela est particulièrement simple à comprendre dans le cas d'un condensat de Bose-Einstein [132,187]. Le condensat est complètement déterminé par une fonction d'onde macroscopique $\psi = |\psi| \, \mathrm{e}^{i\varphi}$ à deux degrés de liberté, amplitude et phase. On en dérive deux variables macroscopiques : la densité locale $n = |\psi|^2$ et le champ de vitesses $\mathbf{v} = (\hbar/m)\boldsymbol{\nabla}\varphi$. On peut alors montrer que pour un gaz dilué de faible température ($na^3 \ll 1$ et $T/T_c \ll 1$) l'équation d'évolution de ψ (équation de Gross-Pitaevskii) est équivalente aux équations hydrodynamiques (4.4) et (4.5) pour n et $\mathbf{v}$ respectivement. Dans ce système, le rôle du libre parcours moyen est remplacé par la longueur de cicatrisation

$$\xi = \sqrt{\frac{\hbar^2}{2m\mu}}, \tag{4.7}$$

où μ est le potentiel chimique du gaz. C'est donc ξ qui doit être bien inférieure à la taille du nuage.

Un superfluide fermionique obéit également aux équations hydrodynamiques. La nature composite des paires rend cependant le problème plus compliqué, raison pour laquelle les équations hydrodynamiques ont uniquement été dérivées explicitement dans les régimes BEC [188] et BCS [189, 190]. La densité du nuage et le champ de vitesses font en effet intervenir les deux états de spin :

$$n(\mathbf{r},t) = n_\uparrow(\mathbf{r},t) + n_\downarrow(\mathbf{r},t) \quad \text{et} \quad \mathbf{v} = \frac{\hbar}{2m}\boldsymbol{\nabla}\phi(\mathbf{r},t)$$
$$\text{avec} \quad \Delta(\mathbf{r},t) = |\Delta(\mathbf{r},t)| \, \mathrm{e}^{i\phi(\mathbf{r},t)}. \tag{4.8}$$

Remarquons que, comme pour un condensat de Bose-Einstein, le champ de vitesses correspond au gradient de la phase du paramètre d'ordre. Dans ce cas l'échelle de longueur pertinente est la taille des paires qui, à la limite BCS, est donnée par

$$\xi_0 \simeq \frac{\mu}{k_\mathrm{F}\Delta}. \tag{4.9}$$

L'expansion d'un superfluide, qu'il soit bosonique ou fermionique, est donc décrite par les mêmes équations que celle d'un gaz classique dans le régime hydrodynamique. Indépendamment de la nature du système, les expressions (4.4) et (4.5) montre que dans tous les cas il existe une force proportionnelle au gradient de la densité. Cette force conduit à une inversion de l'ellipticité du nuage lorsque celui-ci est relâché à partir d'un piège anisotrope. Différents systèmes peuvent

avoir des équations d'état différentes. Si la dynamique du processus est similaire dans tous les cas, la valeur finale de l'ellipticité peut différer d'un système à un autre.

Enfin, remarquons que l'observation d'une inversion d'ellipticité après expansion du nuage à partir d'un piège anisotrope met uniquement en évidence son caractère hydrodynamique. Afin de pouvoir l'interpréter comme preuve de la superfluidité du système, celui-ci doit être dans un régime faiblement collisionnel. Cette condition est facilement réalisable dans les gaz bosoniques, où il est suffisant de diminuer la densité pour obtenir un gaz sans collisions. En revanche, les expériences sur les fermions superfluides sont réalisées à proximité d'une résonance de Feshbach car la présence de fortes interactions est indispensable pour que la température de transition de phase soit suffisamment élevée. Or, dans ces conditions la section efficace de diffusion est très importante et on est dans le régime $\Phi \sim 1$. Dans les expériences que nous présentons par la suite nos paramètres expérimentaux (fréquences de piégeage, température et régime d'interaction) correspondent à $\Phi \lesssim 3$, comme M. Teichmann l'a discuté en détail dans sa thèse [165]. Cela correspond à un régime partiellement hydrodynamique, compliqué à décrire même dans la phase normale à cause des fortes corrélations qui existent dans le gaz.

4.2 Expansion superfluide dans la transition BEC-BCS

La dynamique d'un superfluide fermionique dans la transition BEC-BCS est décrite par les équations hydrodynamiques, qui dépendent de l'expression du potentiel chimique μ en fonction de la densité du nuage n et du paramètre d'interaction $\eta = -1/k_{\mathrm{F}}a$. Nous pouvons donc espérer que la caractérisation de l'expansion d'un superfluide dans la transition BEC-BCS permette de déterminer l'équation d'état du système. Dans cette section nous allons tout d'abord proposer un modèle permettant, à partir d'une forme approchée de l'équation d'état, de dériver des lois d'échelle observables pendant l'expansion. Néanmoins, cette approche présuppose que le gaz conserve son caractère superfluide au cours de l'expansion, et ce malgré la diminution de sa densité. Nous aborderons ce problème dans un deuxième temps.

4.2.1 Un modèle simple

Nous avons vu dans l'introduction que l'expansion du gaz est particulièrement simple à décrire lorsque l'équation d'état du système peut s'écrire comme $\mu \propto n^{\gamma}$. En effet, l'évolution du nuage se réduit alors à une simple mise à l'échelle selon les lois (4.6). Dans la transition BEC-BCS, on rencontre cette situation dans les cas suivants :

- dans le régime du condensat de molécules $\mu \propto n$ et nous avons $\gamma = 1$;
- à la limite unitaire $\mu = \xi E_{\mathrm{F}}$ et $\gamma = 2/3$;
- dans le régime BCS en faible interaction $\mu \simeq E_{\mathrm{F}}$ et à nouveau $\gamma = 2/3$.

Les prédictions des lois d'échelle concernant ces régimes particuliers sont représentées sur la figure 4.2. Nous observons que l'expansion du nuage est plus rapide lorsque la valeur de γ est faible. Il est donc clair que ce type d'expérience peut fournir des informations sur l'équation d'état du système.

Dans la plupart des régimes d'interaction l'équation d'état n'est pas polytropique. Il est cependant possible, pour chaque valeur du paramètre d'interaction, d'approcher la fonction $\mu(n, \eta)$ par une forme polytropique [191]. En effet, la quantité

$$\gamma = \frac{n}{\mu}\frac{\partial \mu}{\partial n} \tag{4.10}$$

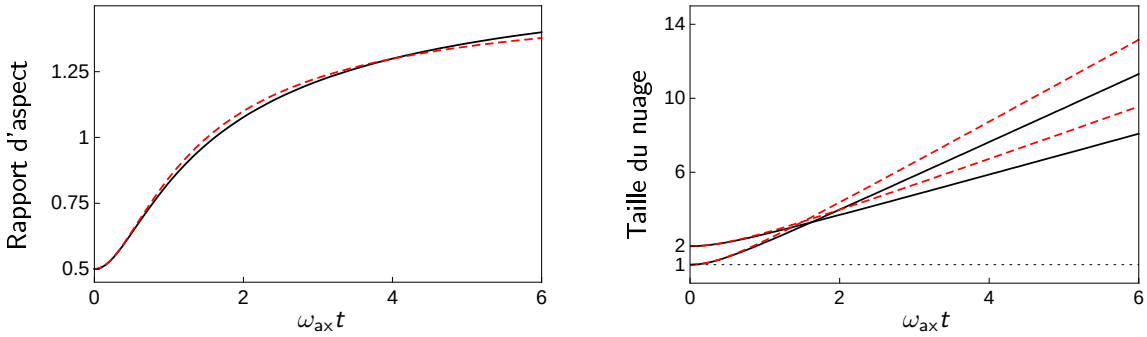


FIGURE 4.2 – *Description de l'expansion hydrodynamique d'un gaz relâché à partir d'un piège cylindrique de rapport d'aspect* $\lambda = \omega_{\rm ax}/\omega_{\rm rad} = 0.5$. *Nous comparons un gaz bosonique d'indice polytropique* $\gamma = 1$ *(trait plein) à un gaz de Fermi avec* $\gamma = 2/3$ *(tirets). (a) L'évolution du rapport d'aspect du nuage montre l'inversion de son d'ellipticité. (b) Évolution des tailles axiale et radiale exprimées en fonction de la valeur initiale de cette dernière.*

dépend uniquement de la valeur du paramètre d'interaction $\eta = -1/k_{\rm F}a$ et on peut donc écrire

$$\mu(\eta) \propto n^{\gamma(\eta)}. \tag{4.11}$$

L'expansion est ensuite modélisée en utilisant les lois d'échelle (4.6) avec la valeur de l'indice polytropique effectif $\gamma(\eta)$ correspondant.

Afin d'estimer la valeur de celui-ci nous avons utilisé les prédictions de l'énergie par particule des simulations Monte-Carlo [112]. Nous employons pour cela la même fonction d'ajustement $\epsilon(\eta)$ que dans le chapitre précédent (figure 3.5). L'expression (4.10) nous permet alors d'écrire

$$\gamma_{\rm QMC} = \frac{\frac{2}{3}\epsilon(\eta) - \frac{2}{5}\eta\epsilon'(\eta) + \frac{1}{15}\eta^2\epsilon''(\eta)}{\epsilon(\eta) - \frac{1}{5}\eta\epsilon'(\eta)}, \tag{4.12}$$

résultat qui est représenté sur la figure 4.3.

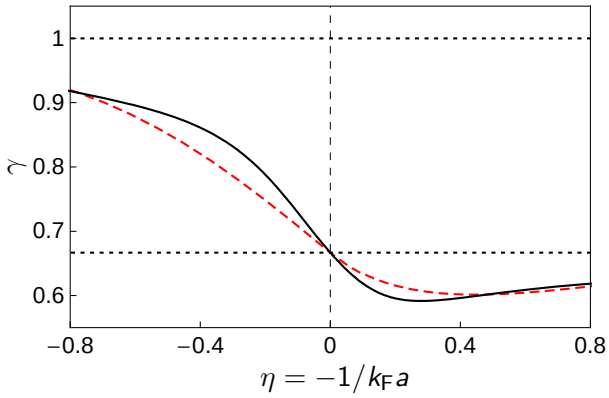


FIGURE 4.3 – *Valeur de l'indice polytropique effectif utilisé pour décrire l'expansion d'un gaz superfluide dans la transition BEC-BCS. Nous comparons les prédictions des simulations QMC (trait plein) à celles de la théorie BCS (tirets). En pointillés, les résultats exacts valables dans le régime BEC* ($\gamma = 1$)*, à la limite unitaire* ($\gamma = 2/3$) *et dans le régime BCS lorsque* $\eta \gg 1$ ($\gamma = 2/3$ *également).*

4.2.2 Brisure de paires

Au cours des expériences d'expansion que nous avons réalisé la densité du gaz diminue typiquement par trois ordres de grandeur (figure 4.4a). Pour un condensat de Bose-Einstein cela entraîne simplement la dilution du nuage et préserve son caractère superfluide. Le cas d'un superfluide fermionique est plus compliqué, car sa cohérence repose sur la cohésion des paires qui le constituent. Nous avons vu que dans la transition BEC-BCS la nature de ces paires dépend fortement du régime d'interaction. Ainsi, à la limite BEC il s'agit de vraies molécules dont l'énergie de liaison est indépendante de la densité. Dans le régime BCS l'appariement est un effet à N corps et la valeur de l'énergie de liaison des paires $E_{\text{paire}} = \Delta^2/2E_{\text{F}}$ dépend fortement de n. Intuitivement, l'influence de l'expansion sur les paires sera différente dans les deux limites et d'autant plus importante que le gaz est dans le régime BCS et que la force des interactions est faible.

De façon plus quantitative nous pouvons calculer la variation de l'énergie de liaison des paires associée à la dilution du nuage pendant l'expansion. Le problème est en quelque sorte analogue à celui de la brisure des paires pendant l'extinction des interactions rencontré au chapitre précédent. Cependant, ce n'est plus la valeur de la longueur de diffusion qui est variée mais celle du vecteur d'onde de Fermi. Afin d'éviter toute brisure de paires pendant l'expansion le paramètre d'adiabaticité pour le problème à N corps doit vérifier une condition du type

$$\alpha_{N\,\text{corps}} = \frac{\hbar}{E_{\text{paire}}}\frac{\dot{E}_{\text{paire}}}{E_{\text{paire}}} = \frac{4\hbar}{E_{\text{F}}}\left(\frac{E_{\text{F}}}{\Delta}\right)^2 \frac{\partial_\eta \Delta}{\Delta}\eta\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{k_{\text{F}}(0)}{k_{\text{F}}(t)}\right) \ll 1 \tag{4.13}$$

La figure 4.4b montre la valeur de ce paramètre calculée à partir de la théorie BCS à $T = 0$. Nous voyons que la condition $\alpha_{N\,\text{corps}} \ll 1$ est très contraignante en dehors du régime BEC et de la limite unitaire. Même à température nulle, dans le régime BCS les paires sont très fragiles vis-à-vis de l'expansion et peuvent facilement se briser. À température finie cet effet est encore plus important puisque la valeur du gap est plus faible.

En conclusion, on s'attend à ce que la conservation du caractère superfluide du système au cours de l'expansion ne soit pas forcément assurée dans le régime BCS. Si les phénomènes de brisure de paires deviennent importants le gaz peut perdre son caractère hydrodynamique et son expansion ne sera plus correctement décrite par les lois d'échelle de la section précédente.

4.3 Résultats expérimentaux

Nous présentons dans cette section les résultats expérimentaux concernant l'expansion d'un superfluide fermionique qui ont été obtenus pendant ma thèse. Les données expérimentales sont comparées au modèle simple d'expansion introduit dans la section précédente. Nous mettons également en évidence une perte du caractère hydrodynamique du nuage dans le régime BCS. Nous l'attribuons à la brisure de paires liée à la diminution de densité du gaz.

4.3.1 Protocole expérimental

Le point de départ de l'expérience est un gaz d'environ $N = 5\times10^4$ atomes dans la transition BEC-BCS. Le nuage est confiné dans un piège anisotrope approximativement cylindrique et son rapport d'anisotropie avant expansion est $\lambda \sim 0.4$. Dans le reste du chapitre nous noterons $\omega_{\text{ax}} = \omega_x$ et $\omega_{\text{rad}} \simeq \omega_y, \omega_z$, avec $\omega_y < \omega_z$. L'imagerie est réalisée selon l'axe z.

Le caractère superfluide du système est confirmé par l'observation d'un condensat de molécules du côté BEC ($a > 0$) de la résonance. Celui-ci est identifié grâce à la présence d'une double structure dans le profil de densité du nuage après expansion, ce qui garantit que la température

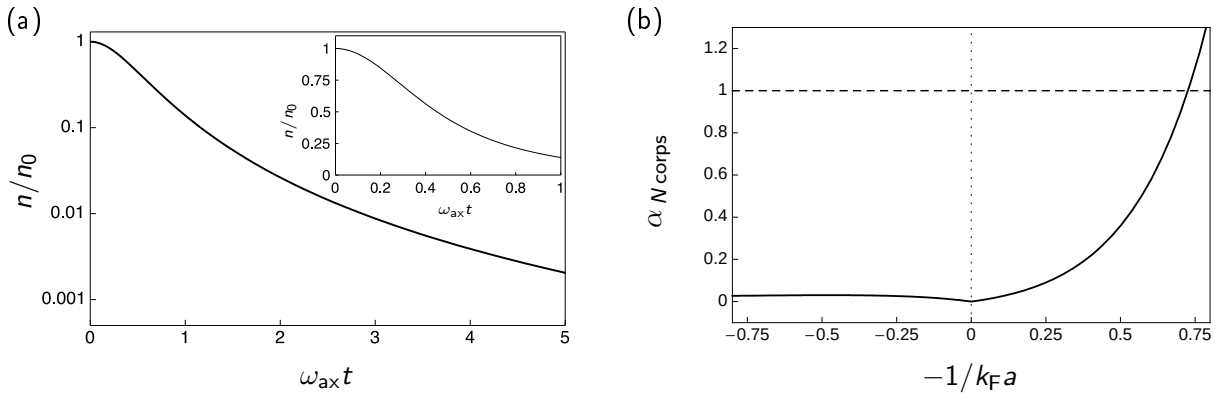


FIGURE 4.4 – *(a) Diminution de la densité du nuage au cours de l'expansion. Nous avons considéré un gaz de Fermi unitaire ou faiblement interagissant d'indice polytropique $\gamma = 2/3$. L'encadré représente la variation de n pendant les instants initiaux. (b) Valeur du paramètre d'adiabaticité $\alpha_{N\,\mathrm{corps}}$ défini dans le texte en fonction de la force des interactions. À la limite BCS les paires sont bien plus fragiles vis-à-vis d'une diminution de densité dans le nuage et peuvent se briser plus facilement car $\alpha_{N\,\mathrm{corps}}$ devient proche de 1.*

du système est inférieure à T_c [42]. On se reportera aux thèses de mes prédécesseurs pour une description détaillée des caractéristiques du condensat moléculaire [40,41,165].

Pour les expériences qui suivent nous nous plaçons à des températures telles que le condensat soit pratiquement pur. Dans la transition BEC-BCS une thermométrie précise du système est très difficile à réaliser à cause de la présence de fortes interactions. Nous estimons $T \lesssim 0.2T_\mathrm{F}$ à partir des mesures réalisées pendant la préparation du nuage (voir chapitre 7). Cette valeur est bien inférieure à la profondeur du piège $U \lesssim 2\,T_\mathrm{F}$. Au cours de toute la section nous utiliserons U comme échelle de température relative. Les nuages les plus froids correspondent en effet aux pièges de moindre profondeur, pour lesquels nous avons effectué un refroidissement par évaporation plus poussé.

Une fois atteint le régime superfluide du côté BEC nous modifions la valeur du champ magnétique en 50 ms jusqu'à atteindre différentes valeurs dans la transition BEC-BCS et donc différentes valeurs du paramètre d'interaction $-1/k_\mathrm{F}a$. Dans tous les cas cette variation de champ magnétique est réalisée suffisamment lentement pour garantir le suivi adiabatique du système.

Nous réalisons ensuite les expériences d'expansion proprement dites. Pour ce faire nous relâchons le gaz à partir du piège dipolaire en éteignant simultanément les deux faisceaux qui le constituent, puis nous observons son expansion. Celle-ci est toujours réalisée en deux étapes : une phase d'expansion en présence du champ magnétique (et donc des interactions) de durée $t_\mathrm{B} \leqslant 0.5$ ms est suivie d'une phase d'expansion balistique de 0.5 ms en absence d'interactions. Nous pouvons ainsi détecter le nuage par imagerie d'absorption à champ magnétique nul [1].

4.3.2 Inversion d'ellipticité

Dans un premier temps nous avons analysé l'évolution de l'anisotropie du nuage au cours du temps. L'expérience est réalisée à partir d'un gaz de 6×10^4 atomes confinés dans un piège de fréquences $\omega_x = 2\pi \times 1.9$ kHz, $\omega_y = 2\pi \times 3.6$ kHz et $\omega_z = 2\pi \times 4.1$ kHz à un champ magnétique de 828 G, ce qui correspond à la limite unitaire. La figure 4.5 montre la valeur de l'ellipticité atteinte

1. En effet, nous verrons au chapitre 7 que la détection du gaz à proximité de la résonance de Feshbach nécessite d'un faisceau d'imagerie spécifique, car le désaccord par rapport à la transition atomique à champ nul est d'environ 1.4 MHz. Lors de la réalisation de ces expériences nous ne disposions pas d'une telle imagerie à haut champ magnétique.

après un temps de vol de durée variable en présence de champ magnétique, auquel il faut rajouter 0.5 ms d'expansion balistique. Nous observons que l'inversion d'anisotropie du nuage se produit très rapidement et que le rapport d'aspect final est atteint après seulement 0.2 ms d'expansion en présence d'interactions, ce qui correspond à $\omega_z t_B \sim 2.4$. Les données expérimentales sont en bon accord avec les prédictions hydrodynamiques obtenues à partir des lois d'échelle (4.6). Nous avons cependant inclus dans celles-ci la présence d'un potentiel expulsant selon la direction de confinement faible[2] créé par les bobines qui génèrent le champ magnétique (voir chapitre 7). Indépendamment de la durée du temps de vol en champ t_B les images sont toujours prises après 0.5 ms d'expansion balistique. À $t_B = 0$ le profil de densité mesuré reflète donc la distribution en impulsion du nuage et est isotrope. Pour $t_B > 0$ toute valeur non nulle de l'ellipticité du nuage est une conséquence de l'effet interactions pendant la phase de temps de vol en présence de champ magnétique.

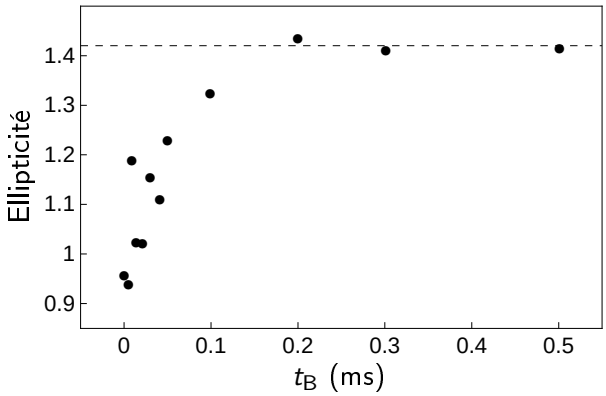


FIGURE 4.5 – *Evolution de l'anisotropie d'un superfluide fermionique à la limite unitaire au cours de l'expansion. Le temps indiqué correspond à la durée de la phase d'expansion en présence des interactions. Le trait tireté correspond à la prédiction des équations hydrodynamiques.*

En conclusion, cette mesure montre que dans ces conditions l'ellipticité du nuage atteint la valeur prédite par les équations hydrodynamiques dès que le temps de vol en présence d'interactions est suffisamment long. Nous pouvons donc utiliser cette quantité pour évaluer le caractère hydrodynamique du système pendant l'expansion.

4.3.3 Ellipticité en fonction de la force des interactions

Nous avons également étudié la valeur maximale de l'ellipticité du nuage après expansion en fonction de la valeur du champ magnétique (et donc du paramètre d'interaction $\eta = -1/k_F a$). Les mesures sont effectuées à partir d'un gaz de $N = 3 \times 10^4$ atomes à deux températures différentes.

La première série d'expériences est réalisée dans un piège de fréquences $\omega_x = 2\pi \times 1.39$ kHz, $\omega_y = 2\pi \times 3.09$ kHz et $\omega_z = 2\pi \times 3.38$ kHz et profondeur $U \sim 1.8 T_F$. La valeur de l'ellipticité mesurée après 0.5 ms de temps de vol en interaction est représentée sur la figure 4.6a. Du côté BEC de la résonance et à la limite unitaire les données expérimentales sont en bon accord avec les

2. La prise en compte de cet anti-piégeage est très simple, puisqu'il suffit d'utiliser la forme générale des lois d'échelle [184, 185] :

$$\ddot{b}_i = \frac{\omega_i^2}{\left(\prod_j b_j\right)^\gamma b_i} + \omega_{i\,\mathrm{exp}}^2 b_i, \tag{4.14}$$

où $\omega_{x\,\mathrm{exp}}$ désigne la fréquence antipiégeante pendant l'expansion et $\omega_{y\,\mathrm{exp}} = \omega_{z\,\mathrm{exp}} = 0$.

prédictions hydrodynamiques obtenues à partir du modèle simple de la section 4.2.1. Cependant, lorsque la force des interactions est réduite (côté BCS de la résonance) nous observons une diminution progressive de l'ellipticité.

Pour la deuxième série d'expériences nous préparons un nuage plus froid dans un piège de profondeur moindre ($U \sim 1.6T_{\mathrm{F}}$) et fréquences $\omega_x = 2\pi \times 1.24$ kHz, $\omega_y = 2\pi \times 2.76$ kHz et $\omega_z = 2\pi \times 3.03$ kHz. Dans ce cas nous observons que le comportement de l'ellipticité est très différent (figure 4.6b) : pour $-1/k_{\mathrm{F}}a < 0.3$ elle atteint une valeur pratiquement constante et en bon accord avec les prédictions hydrodynamiques. À $-1/k_{\mathrm{F}}a = 0.3$ on constate un saut de l'ellipticité, qui passe de 1.4 à 1.2. Cette deuxième valeur est inférieure à celle d'un système complètement hydrodynamique mais supérieure à celle d'un gaz de Fermi sans interactions. Elle met en évidence l'existence d'une perte partielle d'hydrodynamicité du nuage au cours de l'expansion pour $-1/k_{\mathrm{F}}a > 0.3$. Le fait que l'ellipticité du système reste non nulle peut être attribué à une fraction superfluide réduite. Elle peut également correspondre à un gaz normal dans un régime collisionnel intermédiaire entre les limites hydrodynamique et sans collisions. Dans ce dernier cas la description de l'expansion du nuage reste un problème ouvert à cause des fortes corrélations qui existent dans le système [192].

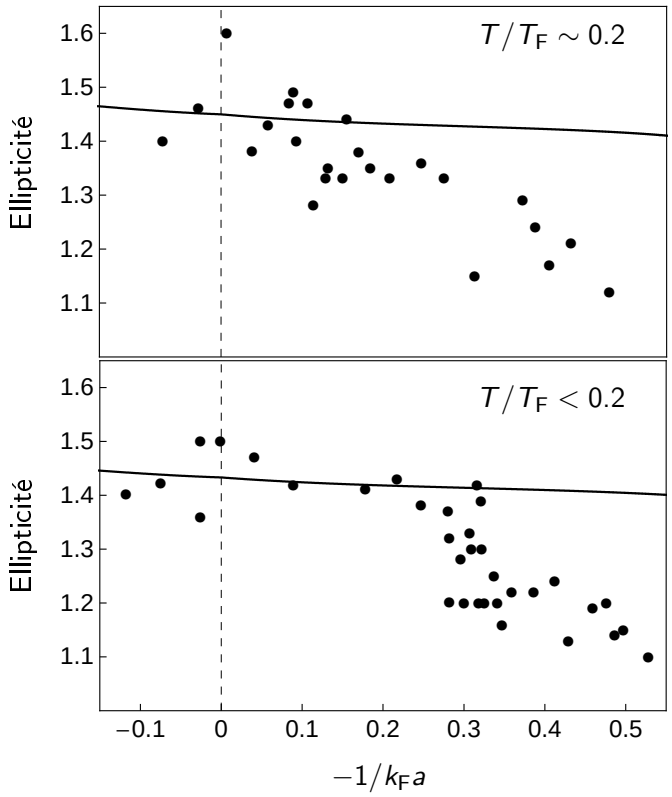


FIGURE 4.6 – *Mesure de l'ellipticité du nuage après temps de vol en interaction en fonction de $-1/k_{\mathrm{F}}a$. Les deux séries de mesures ont été réalisées dans des pièges similaires mais à des températures différentes. Dans les deux cas on observe un comportement asymptotique identique et en accord avec les prédictions hydrodynamiques pour $-1/k_{\mathrm{F}}a < 0.2$ (trait plein). Lorsque $-1/k_{\mathrm{F}}a$ augmente le nuage « froid » présente une baisse brutale de l'ellipticité alors que l'ellipticité du nuage « chaud » varie lentement.*

4.4 Conclusion

Au cours de ce chapitre nous avons étudié l'expansion en présence d'interactions d'un superfluide fermionique dans la transition BEC-BCS. Pour cela nous avons observé l'évolution de la taille du nuage après l'avoir relâché à partir d'un piège anisotrope. Nos mesures montrent l'existence d'une inversion d'anisotropie pour tous les régimes d'interaction considérés. Cependant, la valeur finale de celle-ci est en bon accord avec les prédictions hydrodynamiques uniquement dans le régime BEC, à la limite unitaire et jusqu'à $-1/k_{\mathrm{F}}a \lesssim 0.25$. Dans le régime BCS nous observons une diminution de l'ellipticité du nuage après expansion, ce qui prouve que le caractère hydrodynamique du système est réduit. La valeur du paramètre d'interaction $-1/k_{\mathrm{F}}a$ à laquelle celle-ci apparaît est d'autant plus élevée que la température du gaz est faible.

La cause de cette perte d'hydrodynamicité dans le régime BCS n'est pas encore établie avec certitude. Nous pensons qu'elle résulte de la brisure des paires au cours de l'expansion. En effet, lorsque le gaz s'étend sa densité est fortement réduite et cela entraîne une diminution de l'énergie de liaison des paires, qui deviennent fragiles. À plus faible température la valeur du gap est plus importante. Les paires sont plus robustes et survivent à des valeurs de $-1/k_{\mathrm{F}}a$ plus élevées.

Cette interprétation est compatible avec des expériences réalisées postérieurement à MIT [106] sur l'expansion d'un superfluide en rotation. La preuve de la superfluidité du nuage est dans ce cas la présence d'un réseau de vortex et non l'anisotropie du nuage. Les mesures montrent que le nombre de vortex présents dans le nuage diminue lorsque le nuage s'étend jusqu'à disparaître complètement (figure 4.7). Une autre expérience mettant en évidence la fragilité des paires dans le régime BCS a été réalisée dans le groupe d'Innsbruck. Dans cette expérience l'étude d'un mode collectif oscillant à une fréquence proche du gap met en évidence la perte d'hydrodynamicité liée à la brisure des paires [87, 193]. Par ailleurs, la même équipe a récemment réalisé une expérience d'expansion similaire à la nôtre et observé des résultats analogues[3].

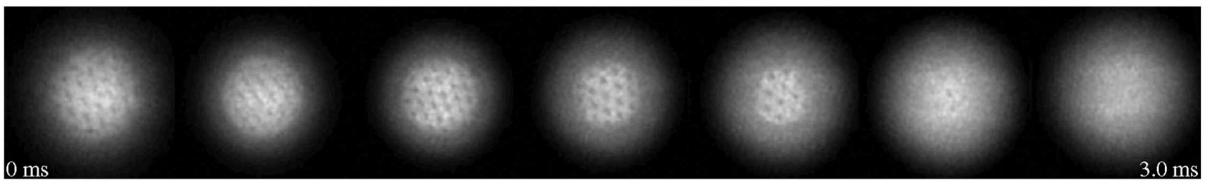


FIGURE 4.7 – *Expérience de MIT visant à étudier l'effet de l'expansion sur un superfluide fermionique. Le système est mis en rotation dans le piège afin de créer un réseau de vortex, qui apparaît dans la région centrale du nuage et prouve la superfluidité de cette zone du gaz. Les images sont prises à des moments différents au cours de l'expansion. On observe une disparition progressive des vortex qui correspond à une réduction de la fraction superfluide. Cet effet apparaît initialement à la surface du gaz, car la densité y est plus faible. La superfluidité finit par disparaître lorsque le système devient trop dilué.*

À ce jour, nous ne disposons pas d'une description théorique quantitative de l'expansion d'un superfluide fermionique. Il s'agit en effet d'une expérience où le système est soumis à une perturbation très importante et dont les conséquences dépendent fortement du régime d'interaction considéré. La modélisation de la dynamique du système du point de vue microscopique semble compliquée, puisque des phénomènes complexes comme la brisure des paires semblent y jouer un rôle important. La compréhension de situations hors équilibre comme celle que nous avons abordé dans ce chapitre reste donc un domaine à explorer, tant du point de vue expérimental que théorique.

3. Ces résultats ne sont pas encore publiés, mais on trouvera une courbe préliminaire dans la référence [76].

Deuxième partie

Construction d'une expérience de seconde génération

Chapitre 5

Conception du montage et refroidissement laser

Ce chapitre décrit la conception d'un nouveau montage expérimental destiné à l'obtention de gaz fortement dégénérés de ^6Li . Dans un premier temps, les limitations de l'ancien montage sont passées en revue afin d'établir un cahier des charges pour le nouveau dispositif. La deuxième partie du chapitre est consacrée à la description des étapes de refroidissement laser de la nouvelle expérience. Nous abordons leur réalisation pratique et évaluons leurs performances.

5.1 Introduction

5.1.1 Le chemin vers la dégénérescence quantique fermionique

Le chemin à suivre pour refroidir un gaz d'atomes froids jusqu'au régime de dégénérescence quantique est actuellement bien établi [1]. Il comporte une première étape de refroidissement laser réalisée dans un piège dissipatif, le piège magnéto-optique (PMO), qui permet d'atteindre une densité dans l'espace des phases d'environ 10^{-5}. Ensuite, le seul moyen connu pour parcourir les cinq ordres de grandeur restants est de réaliser une deuxième phase de refroidissement dans un piège non dissipatif, le *refroidissement par évaporation.*

La mise en œuvre de cette technique dans un gaz de fermions ultra-froids est compliquée par l'absence de collisions entre fermions polarisés à très basse température, qui est une conséquence directe du principe de Pauli et empêche la thermalisation du nuage. Heureusement, ce problème peut être contourné. Depuis l'obtention du premier gaz de Fermi dégénéré en 1999 dans le groupe de D. Jin à JILA [5], cinq espèces d'atomes fermioniques ont ainsi été refroidies jusqu'au régime de dégénérescence quantique. Il s'agit des deux seuls atomes alcalins fermioniques stables (^{40}K [5] et ^{6}Li [6, 7]), d'un atome métastable (^{3}He* [195]), et des deux isotopes fermioniques stables de l'ytterbium (^{171}Yb et ^{174}Yb [196]).

Pour ce faire, deux stratégies ont été exploitées :

- le refroidissement par évaporation de deux états de spin du même atome fermionique. Cette technique a été utilisée pour atteindre la dégénérescence quantique du ^{40}K [5], ^{6}Li [82, 83, 197, 198] ou ^{174}Yb [196] ;
- le refroidissement par contact thermique avec un réservoir froid, qui est normalement un gaz de bosons refroidi par évaporation. Cette méthode, appelée *refroidissement sympathique*, est de loin la plus courante. Un grand nombre de mélanges on été utilisés jusqu'à présent : ^{6}Li–^{7}Li [6, 7], ^{40}K–^{87}Rb [23, 199–204], ^{6}Li–^{23}Na [205], ^{6}Li–^{87}Rb [206], ^{6}Li–^{87}Rb–^{40}K

1. Les techniques désormais classiques de refroidissement et piégeage des gaz ultra-froids ne seront pas décrites dans ce manuscrit. On pourra se reporter à la référence [194] pour tout détail concernant ces aspects.

[207], ^{3}He*–^{4}He* [195] et ^{171}Yb–^{172}Yb [196].

Ces deux stratégies peuvent être mises en place dans n'importe quel type de piège non dissipatif, qu'il soit magnétique ou optique. L'utilisation d'un piège magnétique permet l'obtention d'un nombre de fermions dégénérés bien plus important. L'équipe de MIT a ainsi réalisé des mers de Fermi de plus de dix millions d'atomes [205], ce qui représente un gain de presque deux ordres de grandeur par rapport à ce que l'on peut réaliser avec un piège optique. Deux raisons expliquent cette différence :

- les pièges magnétiques, bien plus profonds, permettent de transférer un plus grand nombre d'atomes à partir du PMO et donc de commencer l'évaporation avec un nombre d'atomes très important ;
- dans ces pièges l'utilisation de transitions radio-fréquence permet d'adresser sélectivement différentes espèces atomiques et de mettre en œuvre de façon simple le refroidissement sympathique, où seuls les atomes du réservoir sont évaporés [2].

En revanche, dans un piège optique on peut ajuster le taux de collisions pendant l'évaporation avec des résonances de Feshbach et augmenter son efficacité. Le résultat est un taux de répétition de l'expérience environ dix fois plus élevé [197,198], ce qui peut s'avérer très utile pour des mesures où le traitement statistique des données est crucial. Par ailleurs, les dispositifs « tout optique » sont généralement plus simples et disposent d'un meilleur accès optique puisque le nombre de bobines nécessaires est inférieur.

En résumé, les deux approches sont complémentaires. Le choix d'une ou de l'autre dépend finalement du type d'expériences que l'on souhaite réaliser avec le dispositif.

5.1.2 Présentation générale du dispositif expérimental

La stratégie expérimentale utilisée dans notre groupe pour obtenir un gaz de Fermi dégénéré est le refroidissement sympathique d'un gaz de ^{6}Li par évaporation du ^{7}Li dans un piège magnétique. Nous avons choisi un piège magnétique et privilégions donc le nombre d'atomes dégénérés par rapport au taux de répétition de l'expérience. Cela nous a semblé plus favorable pour les expériences de simulation quantique auxquelles le dispositif sera consacré. Nous y reviendrons dans la conclusion de ce manuscrit.

Le choix du ^{7}Li comme refroidisseur est de nature principalement historique. Lors de la construction du premier dispositif expérimental les propriétés de collision des deux isotopes du lithium étaient raisonnablement connues, et des résonances de Feshbach avaient déjà été prédites. L'utilisation de deux isotopes d'un même élément semblait également simplifier la réalisation pratique de l'expérience sur plusieurs aspects :

- une seule source atomique est nécessaire. Par ailleurs, on peut utiliser du lithium naturel car le rapport isotopique est bien adapté aux besoins de l'expérience ;
- les longueurs d'onde des transitions de refroidissement laser des deux isotopes sont proches. A l'époque, des sources laser à semi-conducteur (diodes et amplificateurs) étaient disponibles sur le marché. Nous verrons que lors de la construction du nouveau montage la situation n'était malheureusement plus aussi simple ;
- les deux isotopes ont des masses très similaires, ce qui favorise le contact thermique pendant le refroidissement par évaporation puisque les deux nuages sentent à peu près le même effet de la gravité.

Le fonctionnement de l'expérience a démontré que le mélange ^{6}Li -^{7}Li a aussi des inconvénients importants. La plupart des problèmes rencontrés sont liés aux propriétés collisionnelles du ^{7}Li dans l'état utilisé pour le refroidissement sympathique et réduisent son efficacité :

- faible longueur de diffusion ($a = -27a_0$) ;

2. Nous verrons au chapitre 7 que l'élimination sélective d'une seule espèce dans un piège dipolaire est loin d'être aussi simple.

- forte diminution de la section efficace de collision avec la température, allant jusqu'à son annulation ;
- taux de collisions inélastiques anormalement élevé ;
- instabilité du condensat à cause des interactions attractives, ce qui met une limite à la température que l'on peut atteindre dans un piège magnétique.

Néanmoins, grâce à l'expérience accumulée dans le groupe au cours des dix dernières années nous pouvons sans trop de problème surmonter toutes ces difficultés. Une conséquence très positive des caractéristiques collisionnelles particulières du lithium est l'existence de résonances de Feshbach dont la structure est plus riche que pour la plupart des atomes alcalins. Comme nous l'avons vu dans le deuxième chapitre, il existe non seulement des résonances en onde s et p pour le ^{6}Li , mais également une résonance en onde s du ^{7}Li bien adaptée à l'étude de gaz de bosons avec interactions ajustables, ainsi que des résonances entre les deux isotopes. Nous disposons donc d'un système expérimental peu courant et aux propriétés originales.

Le dispositif expérimental est spécialement adapté aux particularités du ^{7}Li et conçu pour garantir un taux de répétition de l'expérience aussi élevé que possible. De ce point de vue les deux étapes limitantes sont le temps de chargement du PMO et la durée du refroidissement par évaporation. Le taux de chargement du PMO est optimisé en utilisant des faisceaux de grand diamètre, alors que la durée de l'évaporation est d'autant plus courte que le piège est confinant. Pour ce faire, il est avantageux de placer des bobines à faible distance des atomes. Cela est particulièrement important dans le cas du ^{7}Li à cause de la faible valeur de la longueur de diffusion. Nous pouvons concilier ces deux exigences contradictoires en séparant spatialement le piège magnéto-optique du piège magnétique. Dans notre expérience cette approche se traduit par l'utilisation d'une cellule en verre composée de deux parties : un grand parallélépipède utilisé pour le PMO est surmonté d'un appendice autour duquel est placé le piège magnétique (figure 5.1).

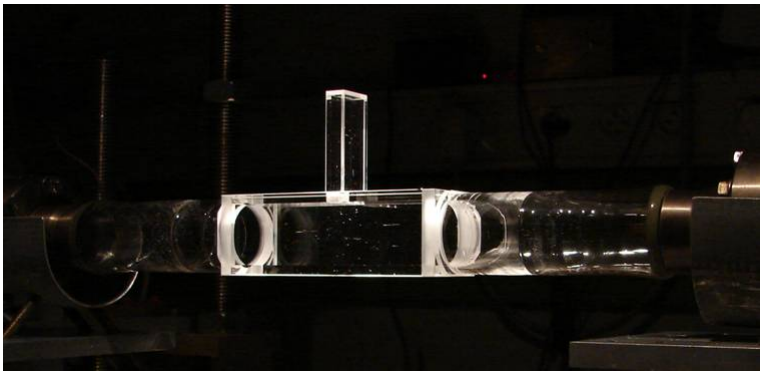


FIGURE 5.1 – *La forme de la cellule utilisée dans notre expérience permet la réalisation d'un piège magnétique extrêmement confinant tout en conservant un bon accès optique dans la région du piège magnéto-optique. Pour cela, les deux régions sont séparées spatialement : le PMO prend place dans le grand parallélépipède et le piégeage magnétique se fait dans l'appendice supérieur.*

Avec la stratégie choisie, la séquence expérimentale nécessaire dans notre dispositif expérimental pour obtenir un gaz de fermions dégénérés en interaction est composée des étapes suivante :

1. production d'un jet atomique ralenti contenant les deux isotopes du lithium (four et ralentisseur Zeeman) ;
2. refroidissement dans un piège magnéto-optique à deux isotopes ;

3. chargement d'un piège magnétique quadrupolaire et transport magnétique du nuage dans l'appendice ;
4. refroidissement sympathique des fermions par évaporation des bosons dans un piège magnétique Ioffe-Pritchard ;
5. chargement des fermions dans un piège optique dipolaire et préparation des états de spin souhaités ;
6. refroidissement par évaporation et ajustement des interactions à l'aide de résonances de Feshbach.

5.1.3 Problèmes de l'ancien montage et cahier des charges

L'ancien montage expérimental, dont la construction avait débuté en 1997, était l'un des premiers dispositifs consacrés à l'étude des gaz fermioniques dégénérés. Il a permis la réalisation d'un grand nombre d'études intéressantes, parmi lesquelles on peut citer l'obtention de la dégénérescence quantique du ^{6}Li [7], l'observation de solitons d'ondes de matière dans un gaz de ^{7}Li [18], les premières études des résonances de Feshbach dans un gaz fermionique [180], la formation de molécules faiblement liées [156], l'obtention d'un condensat de Bose-Einstein de ces dernières et l'étude de la transition BEC-BCS [42]. Malgré tous ces succès, au cours de la première année de cette thèse un certain nombre de problèmes sont devenus évidents. D'une part, certaines parties du montage montraient de clairs signes de vieillissement. On peut citer, entre autres, le ralentisseur Zeeman et le système laser. Par ailleurs, l'utilisation du dispositif avait montré des défauts de conception qui s'étaient avérés très limitants. Le principal était la mauvaise efficacité du transport magnétique qui, à cause de la faible taille de l'appendice de la cellule, entraînait la perte de 90% des atomes. Enfin, l'évolution du domaine vers l'étude de problèmes de physique de la matière condensée a changé les performances exigées pour un montage expérimental. Or, l'accès optique étant très réduit, il était pratiquement impossible de mettre en place un réseau optique ou d'imager avec une bonne résolution dans plusieurs directions.

Lorsque nous avons entrepris la construction d'un dispositif expérimental de deuxième génération nous avons donc défini le cahier des charges suivant :

- le montage expérimental doit être suffisamment robuste pour permettre l'automatisation de l'expérience sur plusieurs heures ;
- la durée maximale de l'expérience ne doit pas excéder une minute, afin d'avoir un taux de répétition suffisant pour pouvoir faire un bon traitement statistique des données ;
- le nombre d'atomes fortement dégénérés obtenus doit être augmenté au moins par un ordre de grandeur (de 10^5 atomes à 10^6) afin d'améliorer le rapport signal sur bruit. Dans le cas contraire, la construction d'un montage « tout optique » devient plus intéressante ;
- l'accès optique doit permettre l'installation d'un réseau optique tridimensionnel ;
- l'observation du gaz doit pouvoir se faire avec une haute résolution spatiale (de l'ordre de $1\,\mu$m) et selon plusieurs directions.

Au cours des prochains chapitres nous décrivons l'implémentation expérimentale de cette stratégie, et évaluons les performances du nouveau montage expérimental.

5.2 Système laser

Cette section est consacrée au système laser de l'expérience, qui a été complètement reconstruit lors de la mise en place du nouveau montage. Nous décrivons le principe général du système, les sources laser utilisées et leur stabilisation en fréquence. En revanche, les montages optiques spécifiques utilisés pour les cinq étapes de l'expérience qui utilisent ces faisceaux laser (ralentissement du jet, piège magnéto-optique, pompage optique, refroidissement Doppler dans

le piège magnétique et imagerie par absorption) sont décrits plus en détail dans les sections correspondantes.

5.2.1 Principe général et sources laser

Les quatre transitions optiques utilisées pour la manipulation des deux isotopes du lithium sont représentées sur la figure 5.2. Pour chaque isotope nous disposons de deux transitions, correspondant aux deux niveaux de structure fine de l'état excité et appelées raies D_1 et D_2 respectivement : $2^2S_{1/2} \rightarrow 2^2P_{1/2}$ et $2^2S_{1/2} \rightarrow 2^2P_{3/2}$. Le décalage entre les deux isotopes, ainsi qu'entre les raies D_1 et D_2 de chaque isotope est de 10 GHz. Par ailleurs, il existe une coïncidence fortuite entre la raie D_1 du ^{7}Li et la raie D_2 du ^{6}Li . En conséquence, si nous souhaitons utiliser les deux raies des deux isotopes, le système laser doit fournir trois faisceaux laser décalés de 10 GHz entre eux et à partir desquels on pourra dériver avec des modulateurs acousto-optiques toutes les fréquences nécessaires au fonctionnement de l'expérience. Celles-ci sont résumées sur le tableau 5.1.

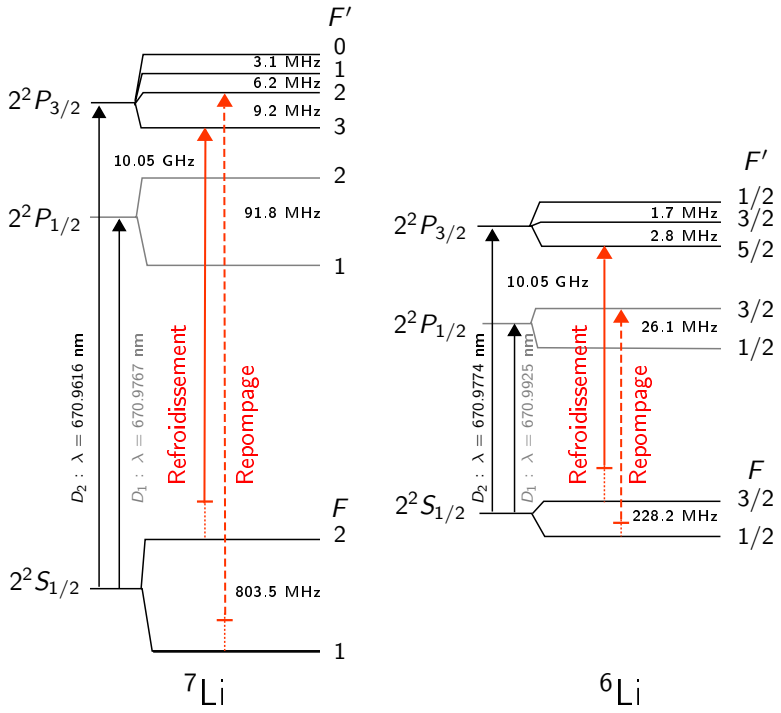


FIGURE 5.2 – *Structure de niveaux des deux isotopes du lithium. On remarquera la quasi-coïncidence fortuite entre la raie D_1 du ^{7}Li et la raie D_2 du ^{6}Li .*

Trois types de sources laser permettent d'atteindre la longueur d'onde de 671 nm dont nous avons besoin : lasers à colorant, lasers solides infra-rouges doublés et lasers à semi-conducteur. Les lasers à colorant ont été écartés à cause de leur coût élevé et de leur manipulation difficile. L'absence sur le marché de lasers infra-rouge commerciaux à 1342 nm nous a également fait éliminer la stratégie du doublage de fréquence. Cela aurait en effet impliqué la construction complète d'un laser solide (comme ce qui a été effectué dans [208]), avec un coût comparable à un laser à colorant. Nous nous sommes donc naturellement orientés vers un système construit uniquement à partir de sources laser à semi-conducteur. Or, nous avons alors été confrontés à

Fonction	Raie	Transition	δ (MHz)
Ralentissement Ral. Zeeman ^{7}Li	D_2	$F = 2 \rightarrow F' = 3$	-350
Ralentissement Ral. Zeeman ^{6}Li	D_2	$F = 3/2 \rightarrow F' = 5/2$	-350
Repompage Ral. Zeeman ^{7}Li	D_2	$F = 1 \rightarrow F' = 2$	-350
Repompage Ral. Zeeman ^{6}Li	D_1	$F = 1/2 \rightarrow F' = 3/2$	-350
Refroidissement PMO ^{7}Li	D_2	$F = 2 \rightarrow F' = 3$	-40
Refroidissement PMO ^{6}Li	D_2	$F = 3/2 \rightarrow F' = 5/2$	-40
Repompage PMO ^{7}Li	D_2	$F = 1 \rightarrow F' = 2$	-40
Repompage PMO ^{6}Li	D_1	$F = 1/2 \rightarrow F' = 3/2$	-40
Pompage hyperfin et rep. pour imagerie ^{7}Li	D_2	$F = 1 \rightarrow F' = 2$	0
Pompage hyperfin et rep. pour imagerie ^{6}Li	D_1	$F = 1/2 \rightarrow F' = 3/2$	0
Pompage optique ^{7}Li	D_1	$F = 1 \rightarrow F' = 2$	-177
Refroidissement Doppler piège magnétique ^{7}Li	D_2	$F = 2 \rightarrow F' = 3$	680
Imagerie à champ nul ^{7}Li	D_2	$F = 2 \rightarrow F' = 3$	0
Imagerie à champ nul ^{6}Li	D_2	$F = 3/2 \rightarrow F' = 5/2$	0
Imagerie à haut champ magnétique ^{6}Li	D_2	$m_{J,I} = -1/2, 1 \rightarrow m_{J',I'} = -3/2, 1$	-1200
Imagerie à haut champ magnétique ^{6}Li	D_2	$m_{J,I} = -1/2, 0 \rightarrow m_{J',I'} = -3/2, 0$	-1280

TABLE 5.1 – *Transitions et désaccords utilisés pendant l'expérience. Ces derniers sont exprimés par rapport aux transitions à champ nul.*

l'absence quasi complète de diodes laser à 671 nm sur le marché. Lors de la construction de la première version de l'expérience, des diodes laser 30 mW et des amplificateurs à semi-conducteur de type *tapered amplifier* de 500 mW étaient disponibles [3]. Depuis l'année dernière c'est à nouveau le cas, et le seul problème reste le prix très élevé de ces composants [4]. Malheureusement, nous avons eu à développer le système laser du nouveau montage alors que ces nouvelles sources n'étaient pas encore commercialisées. Pour ce faire, nous avons utilisé exclusivement des diodes laser [5] de haute puissance (120 mW) et dont la longueur d'onde est centrée autour de 660 nm. Afin de parcourir les 11 nm manquants nous les chauffons à une température d'environ 60°C. Le grand écart avec la température ambiante rend la stabilisation délicate et un soin particulier doit être accordé à l'isolation thermique des montures. Par ailleurs, la nécessité de faire fonctionner ces diodes laser à des températures élevées réduit leur durée de vie à typiquement un an et complique leur manipulation.

L'utilisation de ces diodes laser de haute puissance nous a permis de construire un système laser très flexible et à coût réduit. Ses performances en termes de stabilité et puissance sont comparables à ce que l'on peut obtenir avec des solutions bien plus onéreuses. L'approche choisie s'est donc finalement avérée tout à fait satisfaisante et est maintenant utilisée sur d'autres expériences.

5.2.2 Montage expérimental

Le système laser doit remplir deux fonctions : génération des fréquences nécessaires pour l'expérience et amplification en puissance de ces dernières. La première partie est réalisée sur un banc optique indépendant. Nous utilisons trois diodes laser montées en configuration Littrow et stabilisées par spectroscopie d'absorption saturée pour accéder aux raies D_1 et D_2 du ^{6}Li et du ^{7}Li . Des modulateurs acousto-optiques [6] en double passage sont ensuite utilisés pour obtenir quatre faisceaux à environ -120 MHz des transitions de refroidissement et repompage. Ces modulateurs permettent également d'ajuster le désaccord de chacun des quatre faisceaux

3. Diodes SDL-7311-G1 et amplificateur SDL-8630.
4. Diodes Toptica LD-0670-0025-AR-2 et amplificateur Toptica TA-0670-0500-5.
5. Mitsubishi ML101J27 et Hitachi HL6545MG.
6. Crystal Technology réf. 3080-122 et 3200-124.

sur une quarantaine de MHz (figure 5.3). Les quatre faisceaux sont ensuite transmis sur la table optique de l'expérience à l'aide de fibres optiques à maintien de polarisation [7]. Sur cette table chaque faisceau est divisé en deux afin d'injecter une diode laser esclave.

5.3 Système à vide

Deux changements majeurs ont été effectués sur l'enceinte à vide par rapport à l'ancien montage expérimental. Le premier concerne la façon dont la source atomique est isolée de l'expérience. L'objectif était d'augmenter le flux d'atomes en conservant la même qualité de vide dans la cellule. Le deuxième changement concerne directement cette dernière. Les dimensions de l'appendice ont été modifiées pour augmenter l'efficacité de la phase de transport.

La figure 5.4 montre une vue générale du système à vide actuel, qui est divisé en deux parties : source atomique et région de vide poussé où se déroule l'expérience. Les deux sont séparées par une vanne en ligne [8], qui permet de recharger du lithium dans le four tout en maintenant la cellule sous vide. Entre les deux il existe une différence de pression de 8 ordres de grandeur, que nous obtenons par pompage différentiel. En effet, la pression dans le four est d'environ 10^{-3} torr (pression de vapeur du lithium à sa température de fonctionnement), tandis que dans la cellule on a au plus 10^{-11} torr.

L'enceinte à vide destinée à la source atomique est constituée d'un four suivi d'une première chambre de pompage. Sont connectés à ce niveau une pompe ionique [9] 50 l/s et une pompe à sublimation de titane [10]. La pression dans cette enceinte (évaluée à partir du courant de la pompe ionique) est de 10^{-8} torr lorsque le four est en fonctionnement.

La région d'ultra-vide de l'expérience inclut le ralentisseur Zeeman, la cellule et une deuxième chambre de pompage. Celle-ci comporte une pompe ionique [11] 100 l/s , une deuxième pompe à sublimation de titane et des disques de graphite qui fonctionnent comme « getters ». L'extrémité de la chambre est fermée par une fenêtre qui permet d'envoyer le faisceau du ralentisseur Zeeman sur les atomes. Nous chauffons la fenêtre à environ 60°C pour éviter des dépôts de lithium, car celui-ci réagit avec le verre pour former un composé opaque. Comme nous avons également observé des réactions avec les traitements antireflet, la fenêtre utilisée actuellement n'est pas traitée [12].

Dans l'ancien montage la source atomique et la région d'ultra-vide étaient séparées par un seul tube de pompage différentiel. Afin de garantir une différence de pression suffisante, ce tuyau devait avoir une faible conductance. Néanmoins, un tube étroit tronque le jet atomique et provoque une réduction importante du flux disponible pour l'expérience. En pratique, la solution adoptée était d'ajuster la conductance du tuyau de pompage différentiel à chaque réouverture du four pour optimiser le flux atomique tout en conservant une pression suffisamment faible dans la cellule [13]. L'ancien montage a ainsi opéré avec trois tubes de pompage différentiel différents, de conductances variant entre 0.35 et 0.05 l/s.

Le nouveau système à vide règle complètement ce problème en introduisant un étage de pompage supplémentaire entre le four et la cellule. Pour ce faire, une deuxième chambre a été rajoutée avant le ralentisseur Zeeman. Elle est connecté à une pompe ionique 25 l/s et dispose de quatre fenêtres, très utiles pour caractériser le jet atomique. Il est également possible de les

7. Oz-Optics réf. PMJ-3A3A-633-4/125-3-5-1 et PMJ-3A3A-633-4/125-3-10-1.
8. Caburn-MDC MIV-150-V.
9. Meca2000 PID 50 N.
10. Caburn-MDC SUB-203.
11. Meca2000 PID 100 N.
12. MDC-Caburn CVP-63 en Kodial (Corning 7056).
13. La pression exacte dans le four est difficilement contrôlable, car elle dépend fortement des impuretés contenues dans le lithium.

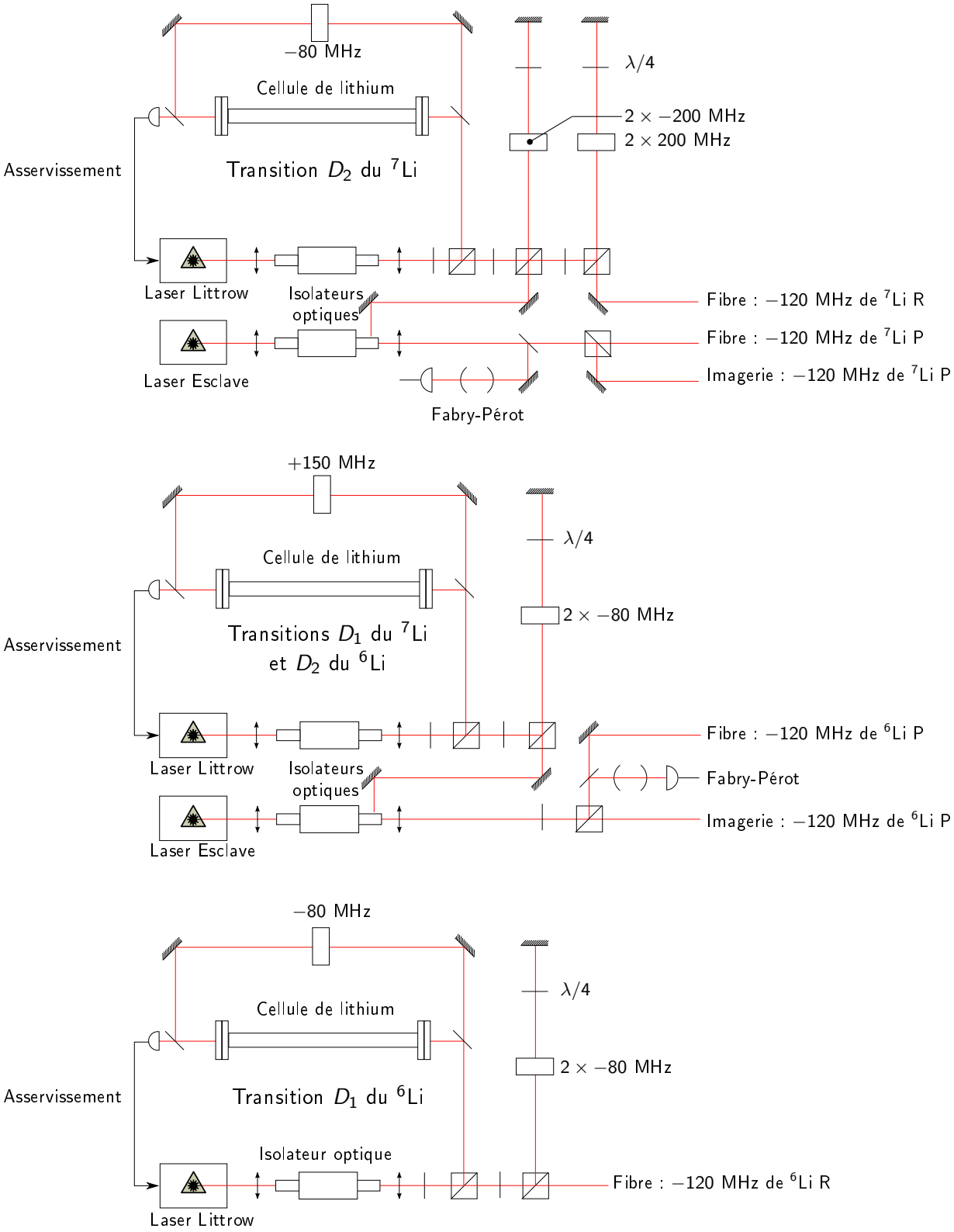


FIGURE 5.3 – *La stabilisation en fréquence des lasers utilisés pour l'expérience est effectuée avec un montage de spectroscopie d'absorption saturée en configuration modulation-transfert [209]. Un seul maître est utilisé pour générer les fréquences de refroidissement (noté P pour principal) et repompage (noté R) du ^{7}Li . Deux maîtres supplémentaires donnent accès aux transitions de refroidissement et repompage du ^{6}Li . Quatre modulateurs acousto-optiques en double passage permettent d'ajuster les fréquences finales sur une plage d'environ 40 MHz. Enfin, deux esclaves amplifient la puissance disponible sur les transitions principales afin de générer les faisceaux d'imagerie. La qualité de leur injection est contrôlée à l'aide d'une cavité Fabry-Pérot.*

utiliser pour réaliser une collimation transverse du jet. Néanmoins, le flux d'atomes au niveau du piège magnéto-optique étant plus que suffisant, nous n'avons finalement pas installé cette étape de refroidissement laser supplémentaire. Deux tuyaux de pompage différentiel séparent maintenant les trois zones de pompage. Leurs dimensions, résumées dans le tableau 5.3, permettent d'obtenir un vide satisfaisant dans la cellule tout en augmentant le flux atomique disponible.

La nouvelle cellule [14] est constituée d'un parallélépipède de $4 \times 4 \times 10$ cm surmonté par un appendice de $20 \times 50 \times 9$ mm. Elle est réalisée en Vycor [15], et l'épaisseur des parois est de 4 mm et 2 mm respectivement. La plus faible dimension intérieure de l'appendice est donc de 5 mm (figure 5.4).

	Diamètre intérieur (mm)	Longueur (mm)	Conductance (l/s)
Collimation four	5 (6 sans grille)	97	0.5
Pompage différentiel 1	4	120	0.06
Pompage différentiel 2	8	95	0.65

TABLE 5.2 – *Caractéristiques du tube de collimation du four et des deux tuyaux de pompage différentiel. Pour le tube de collimation nous avons indiqué la conductance du lithium à la température typique du four et dans le régime moléculaire ($C = 2.6 \times 10^{-4}\bar{v}D^3/L$ l/s, où $\bar{v}$ est la vitesse moyenne du gaz en cm/s, D le diamètre du tube et L sa longueur exprimés en cm [211]), alors que dans le cas des tuyaux de pompage différentiel les conductances correspondent à celles de l'air à température ambiante ($C = 12D^3/L$ l/s). Remarquons que le premier tube de pompage différentiel participe à la collimation du jet atomique, ce qui n'est pas le cas du deuxième.*

5.4 Jet atomique

5.4.1 Four

Le lithium est un métal dont la pression de vapeur saturante est très faible à température ambiante. Afin d'obtenir un jet atomique suffisant pour l'expérience nous le chauffons à des températures de l'ordre de 500°C dans un four.

Le principe du four que nous utilisons est très simple. Quelques grammes de lithium naturel sont introduits dans un cylindre d'acier inoxydable qui sert de réservoir. Un petit tuyau perpendiculaire à celui-ci relie le four au reste de l'enceinte à vide et permet ainsi d'obtenir un jet atomique de lithium collimaté. Si le four fonctionne dans le régime effusif, et le libre parcours d'un atome de lithium du réservoir est grand comparé au diamètre du tuyau de collimation, le flux d'atomes Φ est donné simplement par

$$\Phi = \frac{1}{4} n\bar{v}, \tag{5.1}$$

où n est la densité du gaz dans le réservoir et $\bar{v} = \sqrt{8k_\mathrm{B}T/\pi m}$ sa vitesse moyenne.

Montage expérimental

La réalisation expérimentale du four est plus délicate qu'il peut y paraître. Bien que dans le nouveau montage la conception générale du four soit identique à celle de la première version

14. Fabriquée sur mesure par Hellma.

15. Corning 7913, d'indice de réfraction très similaire à la silice comme on peut vérifier à partir des mesures de [210].

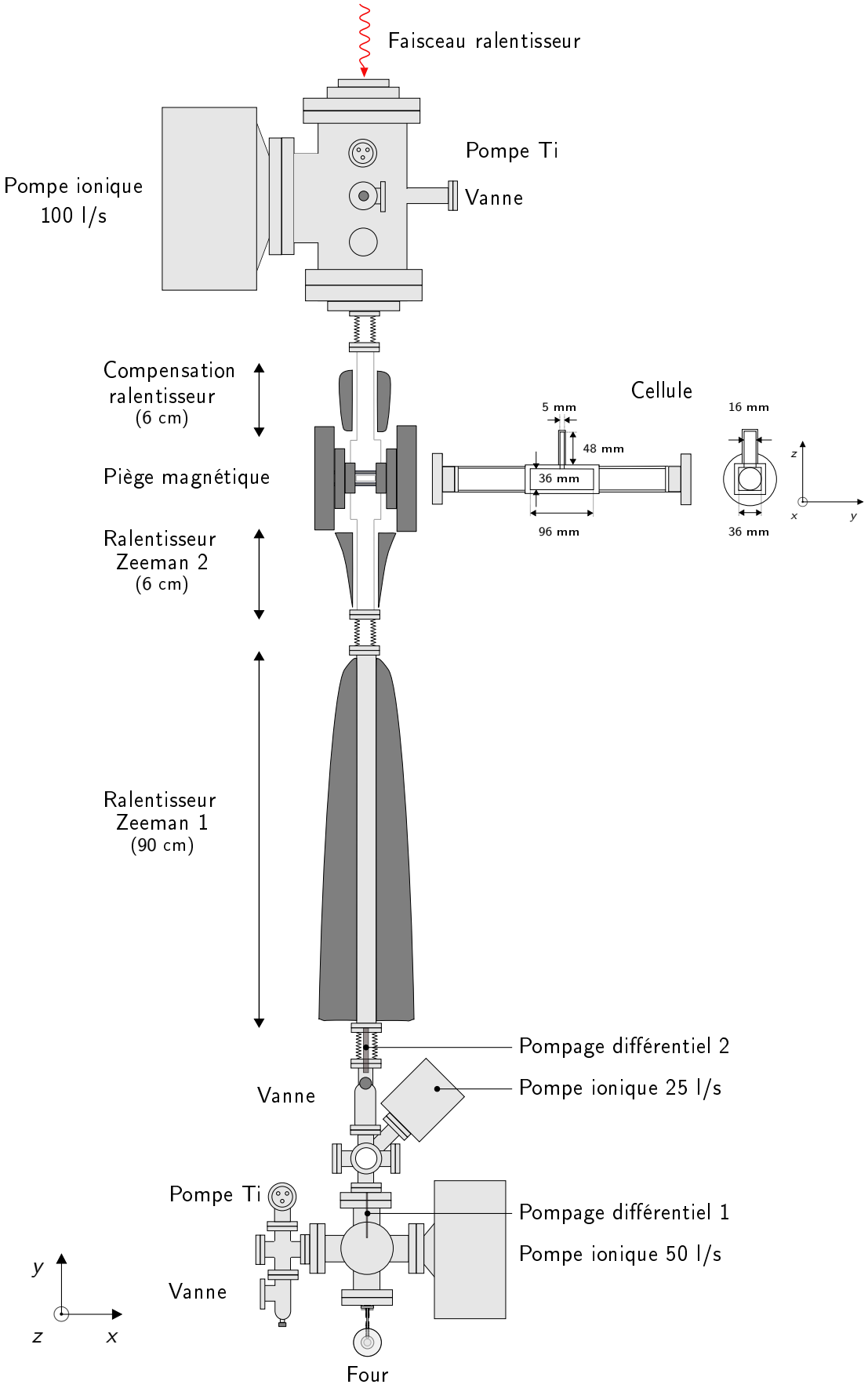


FIGURE 5.4 – *Vue d'ensemble de l'enceinte à vide de l'expérience.*

de l'expérience [212, 213], nous avons introduit un certain nombre d'améliorations techniques. Ces modifications permettent de résoudre les problèmes rencontrés précédemment : fuites au niveau du bouchon du réservoir, obstructions répétées du tuyau de collimation, nombre de cycles d'ouverture-fermeture du réservoir limité et système de chauffage peu flexible et pas remplaçable. Pendant cette thèse deux modèles de four ont été construits. Dans les paragraphes suivants je décris la dernière version, qui a été installée après la fin de la thèse de mon prédécesseur [165].

Le four est entièrement construit en acier inoxydable 304L et utilise des éléments de vide CF standards. La figure 5.5 montre les dimensions de ses composants. Par rapport aux anciennes versions du four, le diamètre interne du tuyau de collimation a été augmentée de 4 à 6 mm. Cela rend son obstruction par des gouttes de lithium liquide moins probable. Dans le passé, nous avons souvent eu des soucis pour ouvrir et refermer le réservoir après chauffage du four, le nombre de cycles d'ouverture-fermeture possibles étant limité par la fragilité des vis utilisées. Afin d'éviter ce problème, nous avons remplacé le bouchon CF-16 utilisé précédemment par un bouchon CF-40, scellé par des vis plus robustes [16] . Lors de l'assemblage des différents éléments du four il est important de lubrifier toutes les vis avec de la graisse résistante aux hautes températures. Enfin, comme le lithium attaque le cuivre, nous avons exclusivement utilisé des joints en nickel (tant pour le bouchon que pour la bride d'attache au reste de l'enceinte). Un autre avantage de ceux-ci est qu'ils supportent des températures plus élevées.

Le chauffage du four est réalisé à l'aide d'éléments chauffants [17] enroulés à la surface et fixés mécaniquement avec des colliers en acier. Lors des précédentes versions du four, l'élément chauffant était directement soudé au réservoir. Bien qu'avec la nouvelle méthode de fixation le contact thermique soit moins bon, à l'aide d'une bonne isolation du four (avec de la fibre de verre) on peut atteindre sans problème la température désirée. En revanche, la fixation mécanique a un avantage considérable : elle permet de remplacer à tout moment les éléments chauffant sans casser le vide, et de modifier leur disposition si cela s'avère nécessaire. Comme on peut le voir sur la figure 5.5, trois éléments chauffants ont été installés. Le premier élément chauffe le centre du réservoir de lithium pour obtenir le jet atomique. Le rôle des deux autres est de chauffer le tuyau de collimation et la jonction de ce dernier avec la bride d'attache au reste de l'enceinte [18]. On peut les utiliser pour faire disparaître d'éventuelles obstructions du tuyau et également pour régler le gradient de température le long de celui-ci.

En effet, afin de maximiser la durée de vie du lithium dans le four, nous souhaitons recycler la fraction d'atomes qui ne font pas partie du jet collimaté. Il faut pour cela établir un gradient décroissant de température le long du tuyau de collimation. Les forces de capillarité devraient alors entraîner le lithium liquide déposé sur les parois du tuyau vers le réservoir, car la tension de surface du lithium liquide diminue avec la température [214]. Pour améliorer le mouillage du lithium sur les parois nous avons installé une grille en acier inoxydable [19].

Cinq thermocouples résistant aux hautes températures ont été installées en différents points du four. L'un d'entre eux [20] est soudé au centre du réservoir et utilisé pour asservir sa température (figure 5.5). Les thermocouples supplémentaires sont fixés mécaniquement et utilisés pour contrôler le gradient du tuyau de collimation et la température à proximité des joints.

Un obturateur mécanique situé à la sortie du tuyau de collimation permet de bloquer le jet atomique lorsqu'il n'est pas utilisé. On utilise pour cela un écran en forme de demi-cylindre. Lors

16. Pour le four installé actuellement sur l'expérience, cette modification a été introduite lorsqu'il était déjà construit, et nous avons donc utilisé un réducteur CF-16/CF-40. Depuis, un four de rechange avec un raccord CF-40 directement soudé a été fabriqué. Cela économise un joint et rend l'ensemble plus résistant.

17. Thermocoax SEI 10/50-25/2xCM 10.

18. Dans ce dernier cas, l'élément chauffant est enroulé en spirale et maintenu contre la surface de la bride CF-63 avec un élément d'attache en acier inoxydable.

19. Alfa Aesar N°13477.

20. Omega XICB-K-1-1-3.

de la prochaine mise à l'air de l'enceinte du four, il serait utile de le remplacer par un écran plat en acier inoxydable, ce qui nous permettrait de l'utiliser comme miroir pour observer l'intérieur du four et l'état du tuyau de collimation [215].

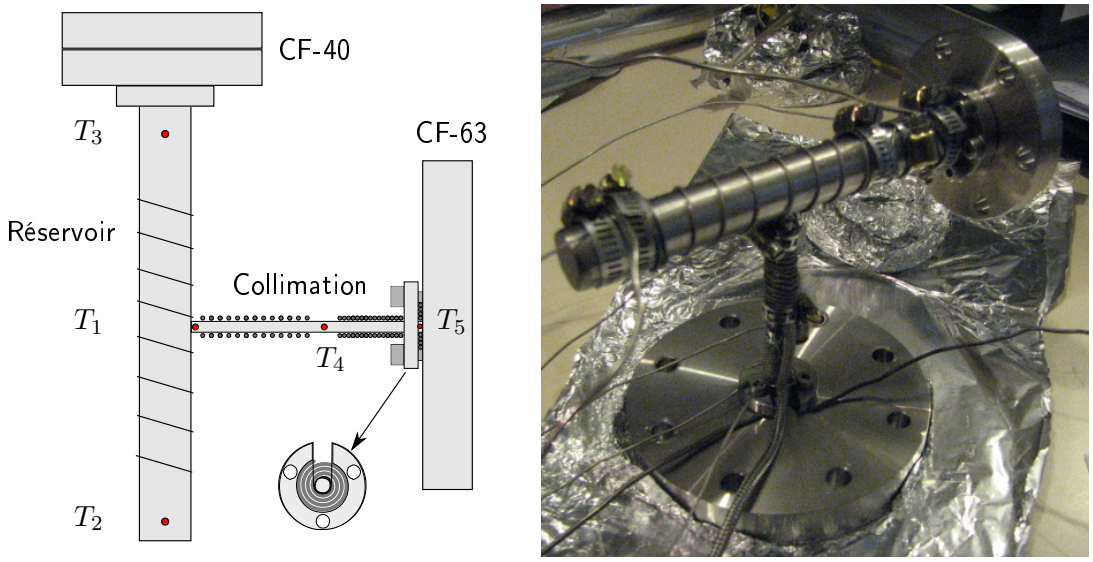


FIGURE 5.5 – *Schéma et vue du four actuellement installé dans l'expérience. Des thermocouples sont installés aux endroits indiqués par des points. T_1 est utilisé pour stabiliser activement la température du réservoir, T_2 donne la température du lithium et donc le régime de fonctionnement du four. T_3 permet de vérifier que les joints nickel ne sont pas chauffés au delà de leurs spécifications, tandis qu'avec T_4 et T_5 on peut contrôler le gradient dans le tube de collimation. Un des éléments chauffants est enroulé en spirale et maintenu contre la bride CF-63 à l'aide d'un élément d'attache en acier inoxydable. Il est utilisé pour chauffer la sortie du four afin d'éviter toute obstruction par des gouttes de lithium liquide.*

Procédure de remplissage et dégazage

Dans le montage expérimental le four est uniquement pompé à travers le tuyau de collimation, qui a une conductance faible. Avant de le remplir de lithium, il est utile de l'étuver pendant 48 heures en pompant directement par l'ouverture supérieure. En choisissant une température d'étuvage d'environ 600°C on élimine l'hydrogène adsorbé sur les parois. On réduit ainsi considérablement le dégazage de la source atomique pendant l'expérience.

Le four est ensuite rempli avec environ 5 g de lithium naturel [21], pur à 99.9%. La quantité de lithium est choisie de façon à ce qu'il reste en dessous du tuyau de collimation, et la proportion de ^{6}Li et ^{7}Li est simplement le rapport isotopique ($7.5 - 92.5\%$). Cette étape est réalisée à l'air. Elle est suivie d'un nouvel étuvage d'environ 12 heures, réalisé à la même température que le précédent. L'objectif de ce deuxième dégazage est d'éliminer les impuretés contenues dans le lithium [22] (des traces de l'huile utilisée pour l'entreposer, du nitrure de lithium, de l'hydrure de lithium ...). Il entraîne en général la perte de 50% du lithium initial. Notons que pendant cette étape il est utile d'utiliser une jauge pour contrôler la pression et de placer un point froid avant

21. Sigma-Aldrich réf. 265969.
22. La pureté spécifiée concerne uniquement les traces d'autres métaux.

les pompes et jauges pour éviter de les polluer par du lithium. La figure 5.6 montre un montage typique utilisé pour cet étuvage.

Enfin, nous fermons le four et le connectons à l'enceinte sous atmosphère d'argon, car c'est un des rares gaz qui ne réagit pas avec le lithium et à ce stade nous ne voulons plus introduire d'impuretés. Les pompes ioniques que nous utilisons dans l'expérience développent des instabilités lorsque la quantité d'argon dans l'enceinte est trop importante [213]. Il est donc indispensable de pomper pendant 12 heures avec une pompe turbomoléculaire avant de les amorcer [23].

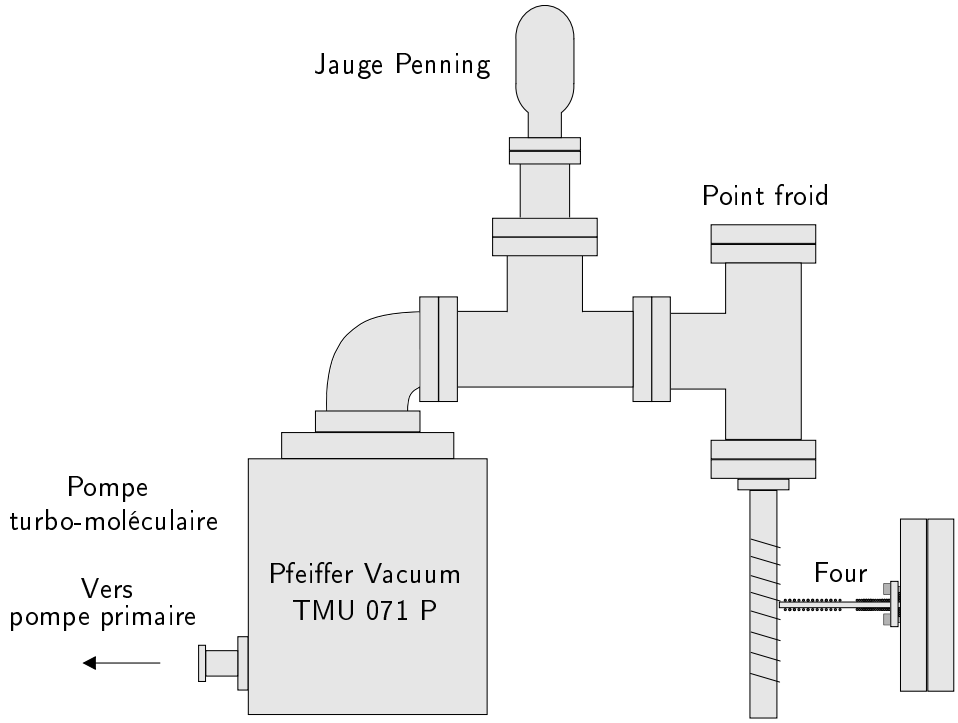


FIGURE 5.6 – *Schéma d'un montage typique utilisé pour étuver le four et le lithium. Il peut être intéressant d'installer un analyseur de gaz résiduel pour connaître la nature des impuretés présentes dans le lithium, mais en pratique il est suffisant d'utiliser une jauge Penning pour contrôler la pression.*

Performances

Les performances de la source atomique peuvent être évaluées théoriquement de façon simple en supposant que le four est dans le régime effusif. Bien qu'à sa température de fonctionnement cela ne soit pas rigoureusement le cas, un tel calcul nous permet de comparer les configurations de l'ancien et du nouveau montage et d'évaluer le gain en flux obtenu grâce à l'installation du nouvel étage de pompage différentiel. Dans cette approximation, le nombre d'atomes émis par la source par unité de temps est :

$$\dot{N} = \frac{1}{4} n\bar{v} \frac{A_1 A_2}{\pi L^2}, \tag{5.2}$$

où A_1 et A_2 sont respectivement les surfaces de la première et la dernière ouverture de collimation (dans notre cas le diamètre intérieur du tuyau de collimation du four et du premier tube de pompage différentiel), et L est la distance entre les deux (figure 5.7). À la température de

23. Ces instabilités sont réversibles et peuvent être résolues facilement en étuvant les pompes à 150°C.

fonctionnement typique, l'augmentation de flux attendue dans ce modèle par rapport à l'ancien montage est d'un facteur 3.

Nous avons caractérisé expérimentalement la nouvelle source en enregistrant la fluorescence émise par le jet atomique lorsqu'on l'éclaire avec un faisceau laser résonnant et perpendiculaire à sa direction de propagation (figure 5.8). Le point de fonctionnement choisi correspond à une température de consigne de 500°C. Dans ces conditions, nous mesurons un flux d'environ 10^{13} atomes/s, ce qui est tout à fait satisfaisant.

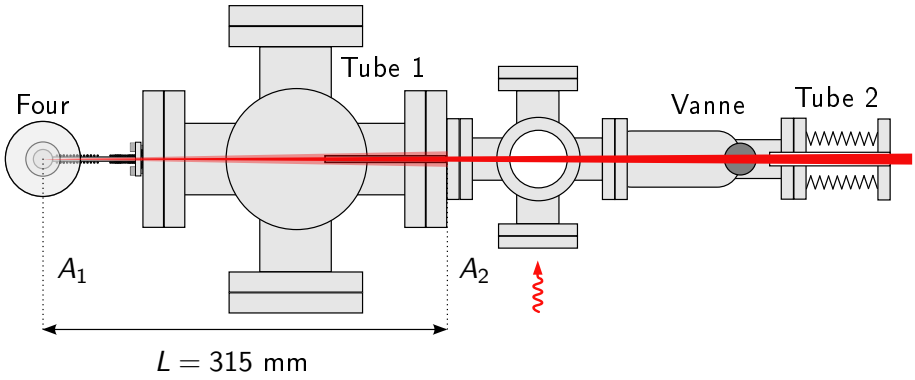


FIGURE 5.7 – *Le jet atomique est collimaté par le tuyau de sortie du four et le premier tube de pompage différentiel. Nous avons calibré le flux disponible pour l'expérience en mesurant la fluorescence émise par les atomes lorsqu'on les éclaire au niveau de la deuxième croix avec un faisceau laser résonant et perpendiculaire à leur direction de propagation.*

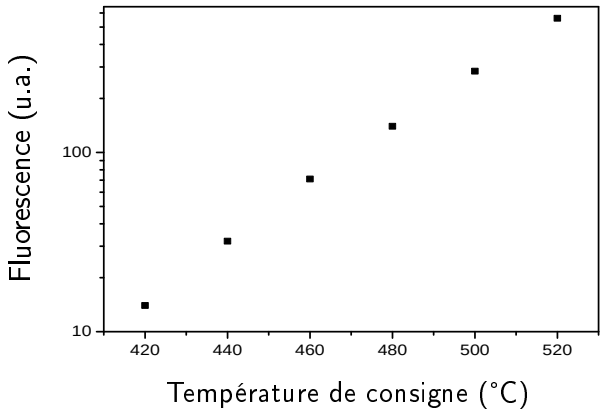


FIGURE 5.8 – *Fluorescence émise par le jet atomique en fonction de la température de consigne du four. Les mesures ont été faites en utilisant la raie D_2 du ^7Li et un faisceau repompeur. On observe que le flux est multiplié par deux tous les 20°.*

5.4.2 Ralentisseur Zeeman

La vitesse moyenne $\sqrt{9\pi k_B T/8m}$ du jet atomique fourni par le four est de l'ordre de 1700 m/s pour nos conditions de fonctionnement. Puisque la vitesse de capture du PMO est au plus de 50 m/s, il est indispensable de le ralentir. Nous utilisons pour cela la technique bien connue du

ralentisseur Zeeman, dont les performances en termes de flux sont bien supérieures à celles d'un PMO bidimensionnel. Le seul inconvénient est une mise en œuvre expérimentale plus lourde, avec un système à vide plus complexe.

Principe de fonctionnement et conception

Un faisceau laser contre-propageant par rapport au jet et résonnant avec une transition atomique exerce sur les atomes une force de pression de radiation qui les décélère. À mesure que leur vitesse diminue, les atomes sortent de résonance à cause de l'effet Doppler. L'idée très astucieuse du ralentisseur Zeeman est de compenser le décalage Doppler en exploitant l'effet Zeeman. Il suffit pour cela de réaliser un profil spatial de champ magnétique qui compense la variation de vitesse des atomes le long de leur direction de propagation. Pour obtenir une décélération constante, le champ magnétique doit varier comme la racine carrée de la distance parcourue par le jet. La décélération maximale qu'il est possible d'obtenir est $a_{\max} = \hbar k\Gamma/2m$, où m est la masse du lithium, Γ la largeur de l'état excité et k le vecteur d'onde de la lumière de ralentissement.

Comme dans l'ancien dispositif expérimental, nous employons un ralentisseur Zeeman en configuration *spin-flip*. Il est constitué d'une première section de champ magnétique décroissant, dans laquelle le ralentissement se fait à l'aide d'une transition avec $\Delta m_F = +1$ (polarisation σ^+ si l'on considère la direction du champ magnétique comme axe de quantification). Le champ magnétique croise ensuite zéro, puis s'inverse. Dans la deuxième section, de champ croissant, le ralentissement exploite une transition avec $\Delta m_F = -1$ (polarisation σ^- par rapport au champ). Le renversement du sens du champ magnétique est équivalent à un renversement de la polarisation du faisceau de ralentissement, ainsi que du spin des atomes, d'où le nom *spin-flip*. Cette configuration a été choisie car elle combine les avantages pratiques des ralentisseurs à champ uniquement croissant ou décroissant (figure 5.9) :

- comme dans les ralentisseurs à champ décroissant, il est possible d'obtenir une grande vitesse de capture v_{cap} en utilisant un faisceau de ralentissement pas trop désaccordé par rapport à la transition atomique. Cette fréquence peut être générée simplement à l'aide d'un modulateur acousto-optique. Par ailleurs, le faisceau est résonant avec les atomes de la région de champ magnétique nul, qui dans notre cas ont une vitesse de l'ordre de 250 m/s. Son désaccord est donc suffisant pour ne pas perturber le fonctionnement du piège magnéto-optique ;
- la division du ralentisseur en deux parties de champs magnétiques opposés réduit la puissance électrique nécessaire à son fonctionnement. Par ailleurs, elle permet de placer la deuxième section très proche du PMO, ce qui réduit les problèmes liés à la divergence du jet atomique ralenti ;
- à cause de la diminution brusque du champ magnétique à la fin du ralentisseur (après la région de champ croissant), les atomes ralentis se retrouvent très rapidement hors résonance. La distribution de vitesses est plus étroite qu'avec un ralentisseur à champ décroissant, où les atomes sont encore ralentis pendant leur extraction, et la capture dans le piège magnéto-optique est donc plus efficace.

Le seul désavantage de la configuration *spin-flip* est qu'elle rend nécessaire l'utilisation d'un faisceau repompeur dans la région de champ magnétique nul, ce qui complique un peu le système optique.

Lors de la conception d'un ralentisseur Zeeman nous voulons optimiser le flux total d'atomes ralentis. Le paramètre libre est sa longueur L. Une grande distance de ralentissement permet d'avoir une vitesse de capture élevée et de ralentir une fraction importante du jet atomique, puisque pour un mouvement uniformément décéléré $L \simeq v_{\text{cap}}^2/2a$. Remarquons que si $v_{\text{cap}} \sim$

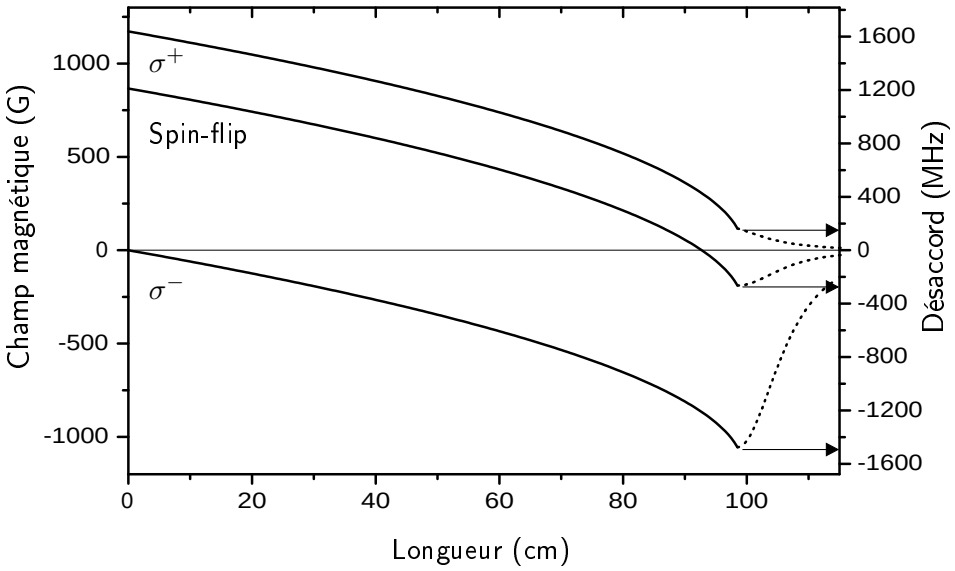


FIGURE 5.9 – *Comparaison des différents types de ralentisseurs Zeeman. Un ralentisseur en configuration spin-flip permet d'obtenir la même différence de champ magnétique (et donc la même variation de vitesse) que des ralentisseurs de type σ^+ ou σ^- avec une puissance électrique moindre, puisque le signe du champ s'inverse. Le désaccord du laser de ralentissement (indiqué par les flèches) reste suffisamment faible pour être obtenu simplement avec un modulateur acousto-optique en double passage (ce qui n'est pas le cas pour un ralentisseur σ^-). Enfin, la décroissance rapide du champ magnétique en sortie du solénoïde (tirets) facilite l'extraction des atomes et permet l'obtention d'une distribution de vitesses étroite (à différence d'un ralentisseur σ^+). Figure inspirée de [216] mais avec les paramètres de notre expérience.*

$\bar{v}_{\text{jet}} \propto \sqrt{k_{\text{B}}T/m}$, la longueur du ralentisseur dépend uniquement de la température du four T et des caractéristiques de la transition optique utilisée pour le ralentissement ($L \propto T\lambda/\Gamma$). L'application numérique aux différents atomes alcalins montre que, à flux atomique égal, un ralentisseur Zeeman pour le lithium doit être environ 1.5 fois plus long que pour le sodium ou le rubidium. Un autre point important est de maximiser la fraction d'atomes du jet qui atteignent la cellule, ce qui équivaut à maximiser l'angle solide entre la sortie du four et la fin du ralentisseur. Cet angle vaut approximativement $S/(L+d)^2$ (d est la distance entre la sortie du four et le début du ralentisseur et S sa section intérieure).

La longueur optimale du ralentisseur résulte d'un compromis entre les deux points précédents. Supposons que le four fonctionne dans le régime effusif. Le flux d'atomes froids qui atteint la région du piège magnéto-optique dépend alors de L selon :

$$\dot{N} \sim \frac{S}{(L+d)^2}\int_0^{v_{\text{cap}}} \mathrm{d}v f_{\text{jet}}(v) \propto \frac{S}{(L+d)^2}\left[1-\left(1+\frac{ma}{k_{\text{B}}T}L\right)\mathrm{e}^{-\frac{ma}{k_{\text{B}}T}L}\right], \tag{5.3}$$

où $f_{\text{jet}}(v) \propto v^3 \mathrm{e}^{-mv^2/2k_{\text{B}}T}$ est la distribution de vitesses du jet. Pour nos paramètres expérimentaux, $\dot{N}$ est optimal pour $L \simeq 75$ cm. Le ralentissement à décélération maximale $a_{\max}$ est instable. Nous avons donc conçu un ralentisseur plus long, de 110 cm (correspondant plutôt à une décélération de $2a_{\max}/3$), qui permet par ailleurs de compenser d'éventuelles imperfections locales du profil de champ magnétique ou une puissance laser insuffisante.

Réalisation expérimentale

Un nouveau ralentisseur Zeeman a été construit pendant ma thèse. Il est similaire à celui de l'ancien montage, mais avec quelques modifications techniques qui augmentent son efficacité et devrait améliorer sa durée de vie. Il est constitué d'une première section, de champ magnétique décroissant, de 90 cm de long suivie d'une deuxième section, de champ magnétique croissant, qui mesure 6 cm. La région de champ nul entre les deux est d'environ 15 cm (figure 5.10).

Le solénoïde de la première section du ralentisseur est étuvable jusqu'à 350°C. Un des problèmes essentiels dans l'ancien dispositif était la courte durée de vie de ses spires, probablement à cause d'un refroidissement insuffisant et de leur utilisation comme éléments chauffants lors de l'étuvage de l'enceinte à vide. Dans le nouveau montage (figure 5.10) nous avons résolu ce dernier problème en installant deux enroulements de fil chauffant destinés exclusivement au dégazage. Pour les spires du solénoïde nous avons utilisé du fil[24] de cuivre renforcé par du nickel et de section 2.5 mm^2. L'isolation du fil, en fibre de verre, est résistante aux hautes températures. Le refroidissement est assuré par trois couches de tuyau de cuivre[25] dans lequel circule de l'eau. Par rapport à l'ancien montage, le débit a été multiplié par un facteur 5 grâce l'utilisation pour chaque couche de deux tuyaux enroulés en parallèle au lieu d'un seul et à l'augmentation de leur diamètre intérieur. Par ailleurs, le contact thermique entre les spires et le tuyau de refroidissement a été amélioré en mélangeant du SiC au ciment céramique[26] utilisé pour le collage du solénoide.

La deuxième section du ralentisseur est bobinée après étuvage sur une coque en laiton placée autour de la transition verre-métal de la cellule. De cette façon, la distance entre la fin du ralentisseur et le piège magnéto-optique est réduite au maximum. Afin d'avoir une bobine aussi compacte que possible nous avons utilisé du fil de cuivre émaillé de section rectangulaire[27]. Un tuyau de cuivre soudé sur la face intérieure de la coque de support assure le refroidissement[28]. Enfin, une bobine similaire placée de façon symétrique autour de l'autre transition verre-métal mais parcourue par un courant de signe opposé compense le champ magnétique résiduel du ralentisseur au niveau du PMO.

Le circuit électrique du ralentisseur est particulièrement simple. La première section du ralentisseur dispose d'un circuit indépendant, tandis que la deuxième section et la bobine de compensation sont en série. Le courant est fournit par des alimentations stabilisées[29] et nous utilisons des MOSFET de puissance comme interrupteurs[30].

Le système laser du ralentisseur Zeeman est également schématisé sur la figure 5.10. Les transitions utilisées pour le ralentissement et le repompage sont les mêmes que celles employées pour le piège magnéto-optique, mais avec un désaccord de -350 MHz. On obtient ce désaccord grâce à un modulateur acousto-optique en double passage pour chacune des quatre fréquences nécessaires. Les quatre faisceaux du ralentisseur sont superposés avec un petit angle, mis en forme et focalisés sur la sortie du four. Dans l'ancien dispositif la puissance laser disponible était très juste, ce qui rendait les performances du ralentisseur extrêmement dépendantes de l'alignement et de la focalisation du faisceau de ralentissement sur le jet atomique. Maintenant, nous amplifions les quatre fréquences par injection de diodes laser six fois plus puissantes, ce qui rend le fonctionnement du ralentisseur beaucoup plus robuste. L'intensité de chacun des quatre

24. Garnisch GGCb250-K5-19.
25. Tuyau de diamètre 6×8 mm.
26. Sauereisen No. 10.
27. APX méplat réf. MEM 1.6×3.15 DIN200.
28. Tuyau de diamètre 2×4 mm.
29. Deux alimentations DeltaElektronika SM7045-D (70 V, 45 A) en série pour la première section du ralentisseur et une alimentation DeltaElektronika SM1540-D (15 V, 40 A) pour la deuxième section et la bobine de compensation.
30. Ixys Semiconductor IXFN150N15.

faisceaux au niveau de la fenêtre d'entrée est typiquement de 25 mW/cm$^2 \simeq 10 I_{\text{sat}}$.

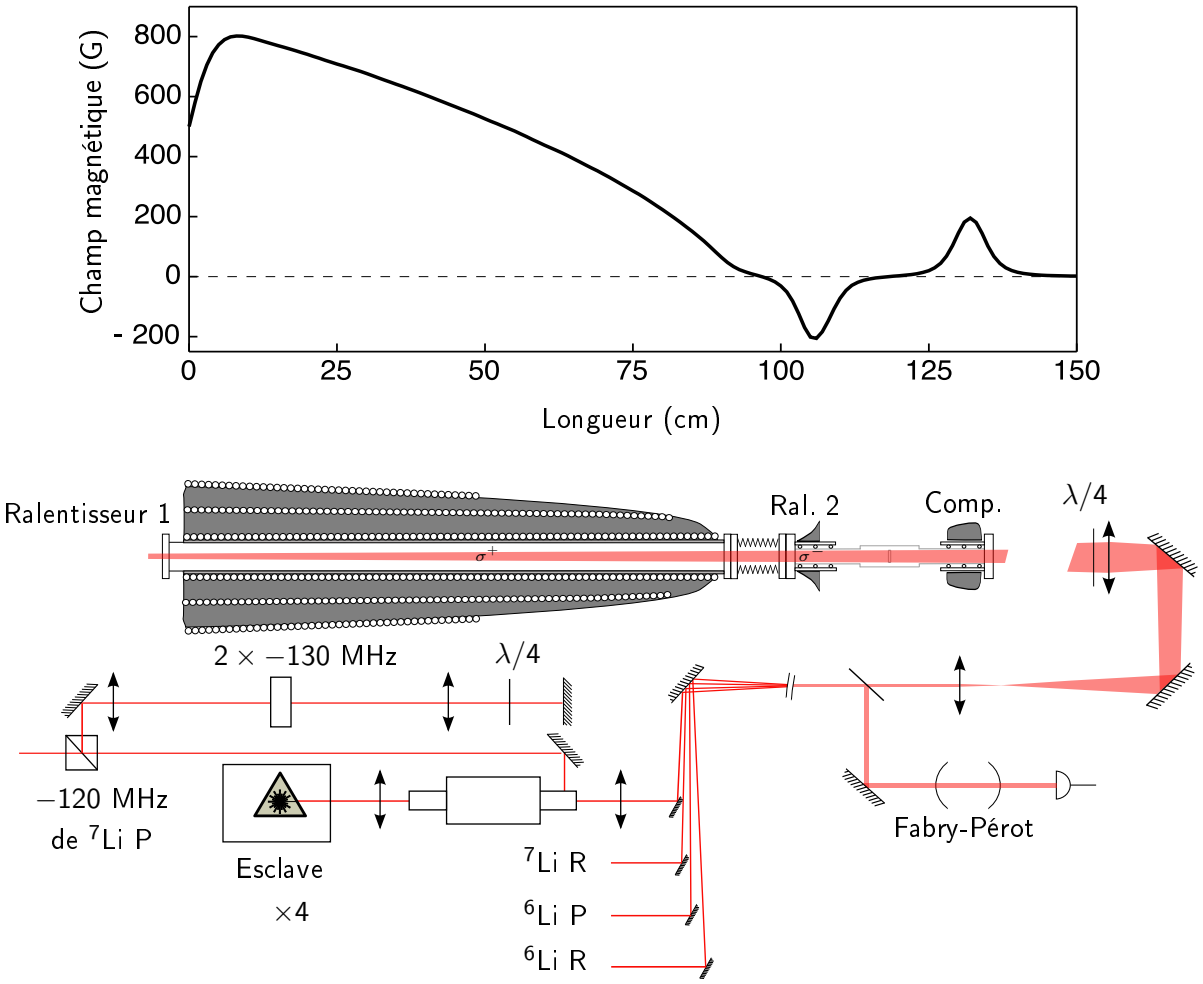


FIGURE 5.10 – *Montage expérimental du ralentisseur Zeeman. Le champ magnétique est produit par deux solénoïdes indépendants, dont la structure (spires et système de refroidissement) est schématisée sur la figure. Une bobine additionnelle permet de compenser le champ résiduel au niveau de la cellule pour ne pas perturber le fonctionnement du PMO. Le système laser est constitué de quatre diodes laser esclaves injectées à −350 MHz de résonance, superposées avec un petit angle et focalisées à l'entrée du premier solénoïde.*

Performances

Nous avons caractérisé les performances du nouveau ralentisseur Zeeman en mesurant le flux d'atomes ralentis. Pour ce faire, nous collectons la fluorescence émise par le jet atomique lorsqu'on l'éclaire avec un faisceau laser qui a une composante de son vecteur d'onde colinéaire au jet. Grâce à l'effet Doppler la mesure est sélective en vitesse et, en balayant la fréquence de ce faisceau, nous pouvons observer la distribution de vitesses avec et sans ralentissement (figure 5.11).

Le point de fonctionnement choisi correspond à des champs magnétiques $\Delta B_{\text{section1}} = 800$ G (20 A) et $\Delta B_{\text{section2}} = 200$ G (25 A), et un désaccord $\delta = -350$ MHz. Cela implique une vitesse

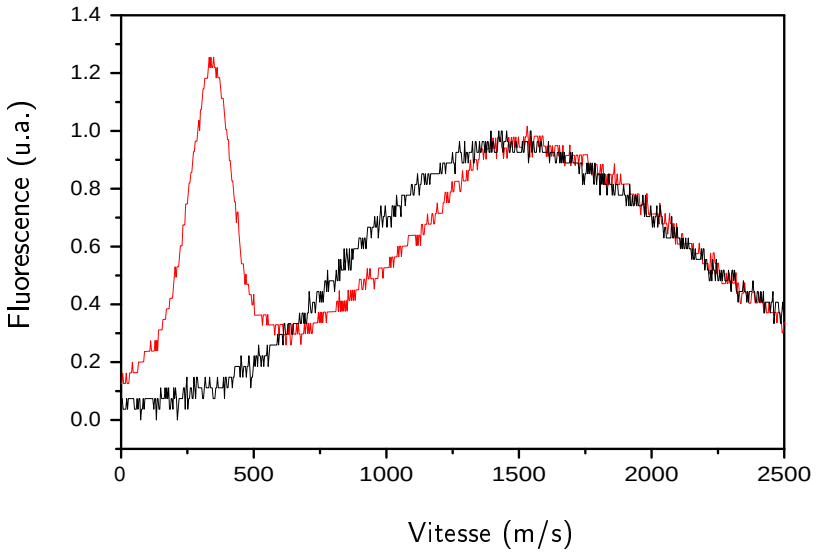


FIGURE 5.11 – *Distribution de vitesses du jet atomique non ralenti (en noir) et après décélération par la première section du ralentisseur (en rouge). La température du four correspondante est d'environ* 500 °*C. Les atomes ralentis apparaissent comme un pic centré à environ* 300 *m/s. La largeur de celui-ci est bien plus faible en sortie de la deuxième section du solénoïde, pour laquelle l'extraction est plus favorable (puisque la diminution du champ magnétique est plus rapide).*

de capture $v_{\text{cap}} = 1100$ m/s, une vitesse dans la région de champ nul de 250 m/s et une vitesse finale de 50 m/s. Par rapport à l'ancien ralentisseur, qui avait une vitesse de capture de 700 m/s, le flux d'atomes ralentis a augmenté d'un facteur 3. En revanche, v_{cap} est encore loin de la vitesse moyenne du jet, environ 1700 m/s. Comme la longueur et le profil de champ magnétique de notre ralentisseur ont été conçus pour avoir $v_{\text{cap}} \sim v_{\text{jet}}$, il suffirait de doubler le courant qui parcourt le premier solénoïde (tout en laissant inchangés le désaccord et le courant du deuxième solénoïde) pour atteindre la vitesse de capture optimale. Pour l'instant nous avons toujours opéré à courant réduit, car le flux d'atomes lents (environ 10^{10} atomes/s) suffit largement à nos besoins. Le nouveau ralentisseur Zeeman a en effet permis de réduire le temps de chargement du PMO par un ordre de grandeur, comme nous allons voir dans la section suivante.

5.5 Piège magnéto-optique

L'étape suivante de l'expérience est le piégeage et refroidissement laser simultané des deux isotopes du lithium. Nous réalisons un piège magnéto-optique en deux étapes : une première phase de chargement, destinée à capturer le plus grand nombre possible d'atomes, est suivie d'une phase de compression (ou PMO comprimé) pendant laquelle le refroidissement et la densité sont optimisés.

5.5.1 Particularités du lithium

Les caractéristiques optiques du lithium (figure 5.2) imposent quelques contraintes à prendre en compte si l'on veut avoir un piège magnéto-optique efficace.

La première particularité des deux isotopes du lithium est d'avoir une structure hyperfine très étroite où la séparation entre sous-niveaux excités est de l'ordre de leur largeur naturelle. A cause

de cela, les transitions de refroidissement ne peuvent pas être décrites par des systèmes à deux niveaux. Une première conséquence est que le rôle du repompeur dans le PMO devient essentiel : il doit être présent dans tous les faisceaux et avec puissance et polarisation identiques à celles du faisceau de refroidissement. Une autre conséquence fâcheuse est l'absence de refroidissement sub-Doppler. La température la plus basse que l'on peut espérer atteindre est donc simplement la température Doppler $T_{\mathrm{D}} = \hbar\Gamma/2k_{\mathrm{B}} \sim 150\ \mu\mathrm{K}$.

En revanche, un point avantageux du lithium est que le décalage entre les états de structure fine de l'état excité est uniquement de 10 GHz. Les atomes qui subissent des collisions inélastiques par échange de structure fine ($2^2P_{3/2} \rightarrow 2^2P_{1/2}$) peuvent être recapturés dans le piège magnéto-optique si celui-ci a une « profondeur » suffisante[31]. Celle-ci doit être supérieure à $E_{\mathrm{SF}} = 10$ GHz $\simeq 480$ mK [218,219]. Dans des conditions identiques, le nombre d'atomes piégés dans un PMO de lithium est supérieur à celui qu'on peut obtenir pour d'autres atomes alcalins comme le rubidium ou le césium. Pour tirer profit de cet effet il faut évidemment disposer d'une puissance laser importante.

Enfin, la coïncidence fortuite entre les raies D_1 du ^{7}Li et D_2 du ^{6}Li empêche l'utilisation de la transition ($\left|2^2S_{1/2}, F = 1/2\right\rangle \rightarrow \left|2^2P_{3/2}, F' = 3/2\right\rangle$) pour repomper le ^{6}Li , car on perturbe le fonctionnement du piège magnéto-optique de ^{7}Li . La solution est d'utiliser la raie D_1, ce qui complique légèrement le système optique[32].

5.5.2 Montage expérimental

Le système laser du piège magnéto-optique est schématisé dans la figure 5.12. Les quatre fréquences nécessaires à son fonctionnement (refroidissement et repompage pour les deux isotopes) sont amplifiées par injection de diodes laser esclaves de haute puissance (comme pour le ralentisseur Zeeman). Après chaque diode laser esclave, un modulateur acousto-optique permet l'extinction rapide du faisceau et le contrôle precis de son intensité, ce qui s'est avéré crucial pour le bon fonctionnement de la phase de piège magnéto-optique comprimé. Les quatre faisceaux indépendants sont ensuite combinés pour obtenir les six faisceaux du PMO. Pour que son fonctionnement soit efficace les six faisceaux doivent contenir les quatre fréquences avec :

- même polarisation ;
- une intensité comparable pour les transitions de refroidissement et repompage ;
- un paramètre de saturation tel que $I/I_{\mathrm{sat}} \sim 1$.

Nous avons choisi d'effectuer le mélange à l'aide de cubes non polariseurs[33], puisque la proximité des quatre fréquences nous interdit l'emploi de miroirs dichroïques, et que l'utilisation de cubes polariseurs entraîne une plus grande perte de puissance. Cette méthode nous permet de récupérer les trois quarts de la puissance disponible avant mélange. Finalement, nous obtenons un PMO constitué de six faisceaux indépendants de diamètre 2.5 cm et d'intensité de 1.8 mW/cm^2 = $0.7I_{\mathrm{sat}}$ par fréquence[34]. Dans notre montage nous avons observé que l'utilisation de faisceaux rétro-réfléchis, bien que plus simple à mettre en œuvre expérimentalement, produit des pièges dont le nombre d'atomes est inférieur par un ordre de grandeur. Remarquons que les faisceaux du PMO ne sont pas filtrés spatialement. Cela nous permet d'avoir plus d'intensité et de piéger un nombre d'atomes plus important. Cependant, l'alignement et l'équilibrage en intensité des faisceaux devient plus laborieux.

31. Le mot « profondeur » n'est pas vraiment adapté lorsqu'on considère un piège dissipatif comme le PMO. On peut néanmoins définir une vitesse maximale au dessus de laquelle les atomes s'échappent du piège. L'énergie correspondante est alors $E_{\mathrm{PMO}} = mv_{\mathrm{max}}^2/2$ [217].

32. D'une part le désaccord de 10 GHz oblige à utiliser un laser maître supplémentaire. D'autre part, comme elle est moins forte on a besoin du double de puissance pour atteindre la même saturation.

33. Melles-Griot 03BSL033.

34. Pour le repompeur du ^{6}Li cette intensité correspond uniquement à $0.35I_{\mathrm{sat}}$ puisque nous utilisons la transition D_1.

Le gradient du PMO est produit par une paire de bobines en configuration quadrupolaire, qui fournissent 0.67 G/cm A selon l'axe de confinement fort.

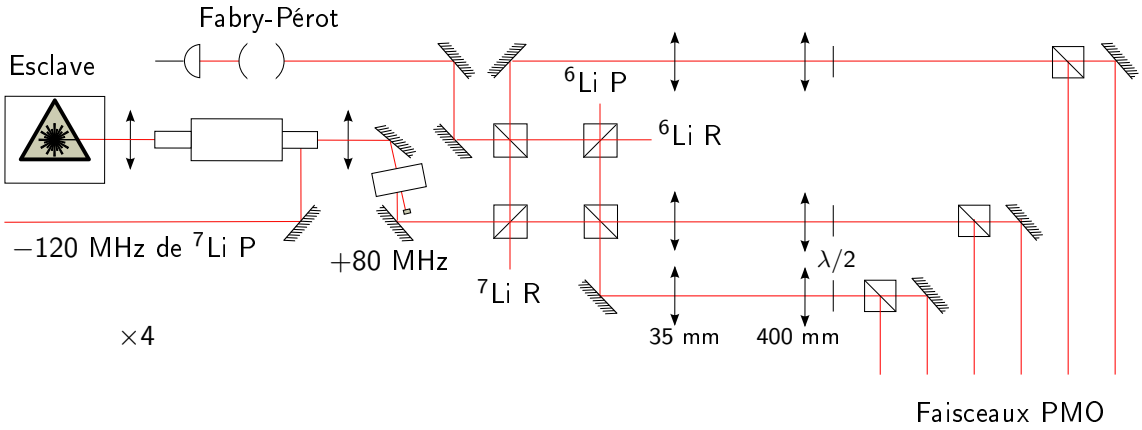


FIGURE 5.12 – *Système optique du piège magnéto-optique. Quatre lasers esclaves sont injectés aux fréquences correspondant aux transitions de refroidissement (notées P pour principales) et repompage (notées R) du ^{6}Li et du ^{7}Li . En sortie de chaque laser, un modulateur acousto-optique permet le contrôle de sa puissance ainsi que son extinction rapide. Les quatre fréquences sont mélangées sur autant de cubes non polariseurs, puis chacun des trois bras du PMO est séparé en deux avec un cube polariseur. Nous assurons ainsi l'équilibrage en intensité de chaque paire de faisceaux, qui est l'élément le plus critique. La qualité de l'injection des esclaves est à nouveau contrôlée à l'aide d'une cavité Fabry-Pérot.*

5.5.3 Performances du PMO

Nous avons caractérisé les performances du piège magnéto-optique du nouveau montage à partir de la fluorescence émise par les atomes piégés, ainsi que par imagerie d'absorption [35]. Nous avons ainsi déterminé le nombre d'atomes et la température du nuage (par mesure de temps de vol). Pour l'instant, seul le PMO de ^{7}Li a été étudié en détail. Dans le cas du ^{6}Li des mesures préliminaires ont été réalisées.

PMO de ^{7}Li

Au cours de la phase de chargement le paramètre à optimiser est le nombre total d'atomes piégés, qui résulte d'un équilibre entre le flux d'atomes capturés $\mathcal{F}$ et les pertes du PMO. Celles-ci sont de deux types : collisions avec le gaz résiduel et collisions inélastiques « assistées par la lumière » [36] [194]. La figure 5.13 montre une courbe typique de chargement du piège magnéto-optique de ^{7}Li ainsi qu'une mesure expérimentale de sa durée de vie. Les données, obtenues en enregistrant la fluorescence du nuage, sont interprétées en considérant que l'évolution du nombre d'atomes piégés N est donnée par

$$\dot{N} = \mathcal{F} - \frac{N}{\tau} - \frac{1}{\sqrt{8}}\beta n_0 N, \tag{5.4}$$

où τ est le taux de pertes par collisions avec le gaz résiduel, β le taux de pertes à deux corps et n_0 désigne la densité au centre du nuage. La durée de vie du PMO en l'absence de jet atomique

35. Le montage utilisé est décrit dans le chapitre 7, dans la section consacrée à l'imagerie.

36. Collisions entre deux atomes où l'un au moins d'entre eux est dans l'état excité. Dans le cas du lithium, les processus du type « radiative escape » dominent, puisque dans les collisions par changement d'état de structure fine et hyperfine les atomes peuvent être recapturés dans le PMO.

permet de remonter à β, qui dépend fortement des paramètres du piège, ainsi qu'à la qualité du vide. Nous mesurons $\tau \sim 60$ s (figure 5.13a). Quant au temps de chargement du piège, il est déterminé par le flux d'atomes capturés $\mathcal{F}$. La valeur typique, entre 10 et 15 s (figure 5.13b), est inférieure par un ordre de grandeur à celle de l'ancien montage. Elle correspond à $\mathcal{F} \sim 10^9$ atomes/s, soit environ 10% du flux fourni par le nouveau ralentisseur Zeeman, ce qui est tout à fait satisfaisant.

Dans le tableau 5.3 nous avons rassemblé les paramètres optimaux pour le chargement du PMO ainsi que les caractéristiques (nombre d'atomes et température) qui en résultent. Les désaccords importants des faisceaux de refroidissement et repompage sont essentiels pour permettre la capture d'atomes de vitesse 50 m/s fournis par le ralentisseur. Par ailleurs, la valeur du paramètre de saturation s et le gradient B' sont tels que le piège est suffisamment profond pour recapturer les atomes qui subissent des collisions par échange de structure fine. Cependant, si les paramètres choisis sont optimisés vis-à-vis du nombre d'atomes capturés, ils ne le sont pas vis-à-vis de la densité et la température du nuage. En effet, cette dernière est bien supérieure à la limite Doppler.

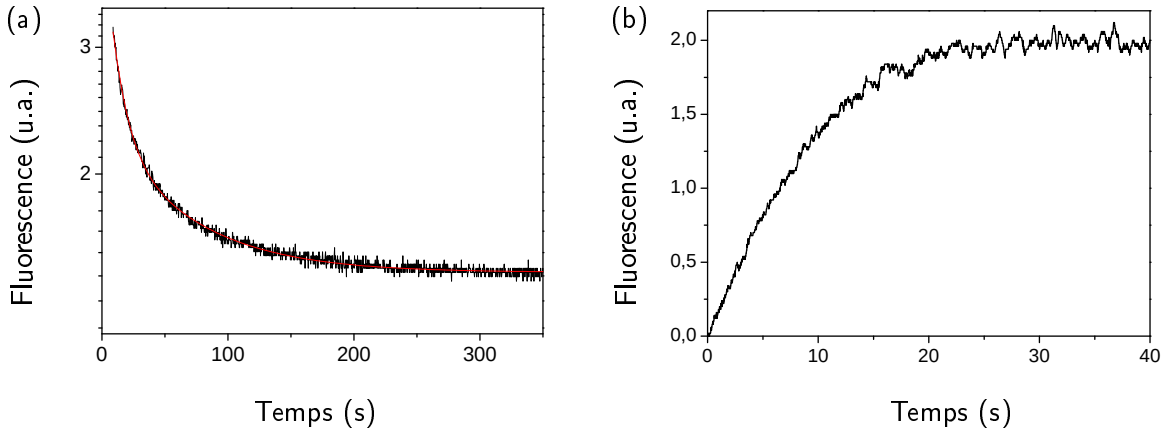


FIGURE 5.13 – *(a) Durée de vie du PMO de ^{7}Li obtenue en mesurant la fluorescence du nuage en absence du jet atomique. Aux temps courts nous observons une diminution rapide du nombre d'atomes piégés due aux collisions assistées par la lumière. Elle est suivie d'une décroissance exponentielle de constante de temps $\tau = 63.3(9)$ s, qui donne une indication de la qualité du vide. Les mesures correspondent à un PMO avec les paramètres du tableau 5.3. Pour une mesure analogue réalisée sur l'ancien montage on consultera la référence [212].(b) Chargement d'un PMO de ^{7}Li . Dans les conditions optimales le temps de chargement est typiquement de 10 s, soit dix fois plus rapide que dans l'ancien montage.*

PMO fermionique et PMO à deux isotopes

Seules des mesures préliminaires ont été réalisées sur le PMO de ^{6}Li . Pour l'instant, plus de 10^8 atomes ont été piégés. Avec la stratégie de refroidissement que nous avons choisie pour atteindre le régime de dégénérescence, à savoir le refroidissement sympathique du ^{6}Li par évaporation du ^{7}Li , ce nombre est plus que suffisant. Rappelons en effet qu'il s'agit d'une méthode où le nombre initial d'atomes fermioniques est conservé.

Enfin, le dernier point qu'il reste à étudier est le comportement du piège magnéto-optique lorsque les deux isotopes sont piégés simultanément. Dans l'ancien montage nous avons observé l'existence de collisions inélastiques inter-isotopiques qui se manifestent sous la forme d'une

Paramètre	2008	2002
δ_{7P} (MHz)	-40	-38
δ_{7R} (MHz)	-35	-30
I_{7P} (mW/cm^2)	1.8	4
I_{7R} (mW/cm^2)	1.8	3
B' (G/cm)	23.5	35
N_7	10^{10}	6×10^9
T_7 (mK)	2.7	1.5

TABLE 5.3 – *Paramètres et performances du PMO à une espèce. Le gradient indiqué est celui de la direction de confinement maximal. Les données relatives à l'ancien montage sont extraites de [212, 213, 220]. Malgré une puissance laser un peu inférieure, le nombre d'atomes piégés dans le nouveau montage est plus important. Cependant, du fait des processus de diffusion multiple, la température du nuage est également plus élevée.*

réduction de la durée de vie du PMO de ^{6}Li en présence de ^{7}Li . Ces processus devront être caractérisés afin de déterminer s'il est préférable de charger simultanément les deux isotopes ou plutôt de façon séquentielle (^{7}Li , puis ^{6}Li).

5.5.4 Du PMO au PMO comprimé

Pendant la phase de chargement la densité du PMO est limitée par des processus de diffusion multiple. A partir d'une certaine valeur de la densité la probabilité pour que les photons spontanés émis par un atome soient réabsorbés par les atomes proches devient importante. L'effet est une force répulsive effective entre atomes, qui affaiblit le piégeage [221]. La taille du nuage augmente et son profil s'écarte de la distribution gaussienne (figure 5.14). Afin de comprimer le piège magnéto-optique il est donc indispensable de réduire ces processus. Pour ce faire, nous diminuons fortement l'intensité du repompeur. Les atomes passent alors la plus grande partie de leur temps dans les états hyperfins inférieurs ($F = 1$ et $F = 1/2$ pour ^{7}Li et ^{6}Li), où ils ne sont plus sensibles aux photons spontanés. Ceci est l'analogue temporel de la technique de *dark-spot* [222].

Un autre objectif de la phase de PMO comprimé est de réduire au minimum la température du nuage. Dans notre cas les mécanismes de refroidissement sont entièrement contenus dans le modèle Doppler. La température minimale T_D est obtenue pour un désaccord de $-\Gamma/2$. Nous rapprochons donc les lasers de refroidissement de résonance. Comme finalement le PMO de lithium fonctionne autant sur la transition de refroidissement que sur celle de repompage, le désaccord des lasers repompeurs est également réduit.

Le tableau 5.4 rassemble les paramètres que nous utilisons actuellement. Par rapport à l'ancien dispositif nous disposons maintenant de la possibilité d'ajuster indépendamment les intensités des quatre fréquences (refroidissement et repompage des deux isotopes) et de changer leurs rapports entre la phase de chargement et celle de compression. L'optimisation de ces paramètres conduit en pratique vers la stratégie de *dark-spot* temporel que nous avons mentionnée. Remarquons que le désaccord du repompeur est sensiblement différent de celui utilisé dans l'ancien montage. Nous pensons que cela permettait de compenser une trop forte intensité du faisceau, qui ne pouvait pas être contrôlée indépendamment de celle du faisceau de refroidissement.

Enfin, signalons qu'à cause des collisions inélastiques assistées par la lumière, le PMO comprimé a une durée de vie courte, de l'ordre de $1/\beta n_0$. Expérimentalement, la durée optimale de la phase de compression est d'environ 8 ms. Pendant ce temps la température du nuage diminue d'un facteur trois, alors que seulement 35% des atomes sont perdus.

Paramètres	2008	2002
δ_{7P} (MHz)	-15	-17
δ_{7R} (MHz)	-20	-58
I_{7P} (mW/cm^2)	0.13	1.2
I_{7R} (mW/cm^2)	0.09	0.9
B' (G/cm)	23.5	35
N_7	6×10^9	3.4×10^9
T_7 (mK)	1	0.6

TABLE 5.4 – *Paramètres et performances du PMO comprimé. La principale différence par rapport à l'ancien montage est qu'il est maintenant possible d'ajuster indépendamment l'intensité de tous les faisceaux. Cela conduit à un optimum différent, avec un nombre d'atomes plus élevé mais une température également plus importante.*

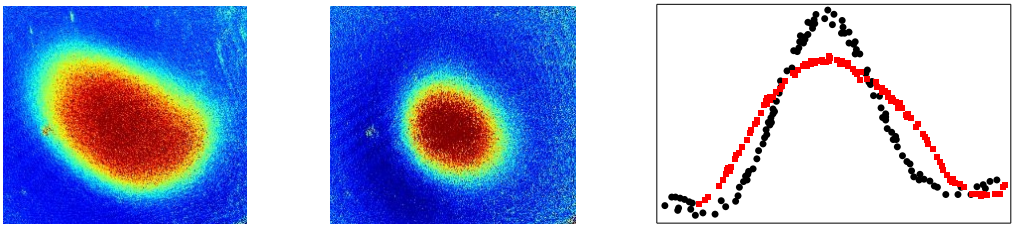


FIGURE 5.14 – *De gauche à droite : un PMO de ^7Li , le même nuage après la phase de compression et les profils de densité correspondants (courbes rouge et noire respectivement). On constate que le profil du PMO comprimé redevient gaussien à cause de la réduction des processus de diffusion multiple.*

5.6 Conclusion

Nous avons commencé ce chapitre en présentant la stratégie choisie dans notre groupe pour atteindre la dégénérescence quantique et en établissant un cahier des charges pour le nouveau dispositif expérimental. Dans les sections suivantes nous avons décrit les étapes initiales de l'expérience : système à vide, système laser, source atomique (four et ralentisseur Zeeman) et refroidissement laser dans le piège magnéto-optique. Toutes ces phases ont des performances au moins égales et souvent supérieures à celles de l'ancien montage et répondent aux exigences du cahier des charges.

L'amélioration essentielle que nous avons introduite est la réduction du temps de chargement du PMO par un ordre de grandeur (de 120 à 10 s), qui ne limite plus le taux de répétition de l'expérience. Pour cela nous avons conçu et réalisé un four et un ralentisseur plus performants et, afin d'éviter toute dégradation de la qualité du vide, nous avons introduit un étage de pompage différentiel additionnel.

Le système laser de l'expérience a également été reconstruit. Au moment de la construction du montage, l'absence de sources laser à semi-conducteur à la longueur d'onde nécessaire nous a amenés à développer une approche originale. Après quelques difficultés initiales, celle-ci s'est avérée tout à fait satisfaisante. Le système laser actuel est ainsi stable, très flexible et peu coûteux. Grâce à cela, nous avons par exemple pu améliorer les performances du PMO comprimé.

Chapitre 6

Piégeage magnétique

Nous décrivons dans ce chapitre la réalisation expérimentale et les performances des étapes de piégeage magnétique de l'expérience. Celles-ci sont au nombre de deux : transport magnétique et piège de Ioffe-Pritchard. Dans ce dernier, la réalisation d'une phase de refroidissement Doppler suivie du refroidissement par évaporation permet d'atteindre le seuil de dégénérescence quantique pour l'isotope bosonique.

6.1 Introduction

La première étape de piégeage non dissipatif de l'expérience est magnétique. Dans notre montage nous utilisons successivement deux pièges magnétiques différents : un piège magnétique quadrupolaire dans la région du piège magneto-optique et un piège de type Ioffe-Pritchard dans l'appendice. Entre les deux, les atomes sont transportés magnétiquement sur une distance de 6 cm.

Seuls les états atomiques dont l'énergie augmente avec le champ magnétique peuvent être confinés dans ce type de piège statique. Dans notre cas le choix des états de spin des deux isotopes est encore plus restreint, puisque la durée de vie du mélange doit être suffisante. En pratique, les seuls états appropriés sont les états complètement polarisés ($|F = 2, m_F = +2\rangle$ et $|F = 3/2, m_F = +3/2\rangle$ pour le ^{7}Li et le ^{6}Li respectivement), qui sont simultanément piégeables et stables vis-à-vis des pertes par retournement de spin. Dans cette configuration, les propriétés de collision du système sont données par la valeur des longueurs de diffusion $a_{77} = -27a_0$ et $a_{67} = 40.8\,a_0$. Le fait que la longueur de diffusion du ^{7}Li soit négative entraîne une forte diminution de la section efficace de diffusion avec la température. Nous réalisons donc une étape supplémentaire de refroidissement laser dans le piège magnétique afin d'atteindre un taux de collisions suffisant pour démarrer l'évaporation. Celle-ci est réalisée dans un piège fortement confinant, ce qui permet de compenser la faible valeur de a_{77} et d'atteindre le seuil de dégénérescence quantique.

Au cours du chapitre nous abordons brièvement la réalisation pratique des différents pièges magnétiques, leur caractérisation et évaluons leurs performances. Nous discutons également les deux processus de refroidissement qui y prennent place.

6.2 Pompage optique

Avant de transférer les atomes du PMO dans le piège magnétique nous réalisons une phase de pompage optique, qui a pour objectif de transférer la plus grande fraction d'atomes possible dans les états complètement polarisés afin d'optimiser l'efficacité de chargement du piège. Il est également important de réduire au minimum le nombre d'atomes dans les états $|F = 2, m_F = +1\rangle$ et $|F = 3/2, m_F = +1/2\rangle$, qui sont piégeables magnétiquement mais ne sont pas stables par rapport

aux collisions inélastiques par renversement de spin. Comme les mélanges $|F=2, m_F=+2\rangle + |F=2, m_F=+1\rangle$ et $|F=3/2, m_F=+3/2\rangle + |F=3/2, m_F=+1/2\rangle$ sont également instables, la présence de ces états dans le piège magnétique entraîne une perte d'atomes ainsi qu'un chauffage du nuage.

Pendant le PMO comprimé les atomes s'accumulent dans les états hyperfins inférieurs ($F=1$ et $F=1/2$). Dans un premier temps il est donc indispensable de réaliser un pompage hyperfin, pour lequel nous utilisons les mêmes transitions que pour le repompage du piège magnéto-optique. Cette étape de pompage ne sélectionne pas efficacement le sous-niveau Zeeman. Pour le ^{7}Li nous réalisons donc également un pompage Zeeman. Pour ce faire, le nuage atomique est éclairé avec un faisceau laser polarisé σ^+ et résonant avec une transition $F=2 \rightarrow F'=2$. Après absorption d'un nombre suffisant de photons les atomes s'accumulent dans l'état $|F=2, m_F=2\rangle$, qui est un état noir. En pratique il n'est pas nécessaire de réaliser un pompage Zeeman du ^{6}Li , car le nombre d'atomes transférés dans le piège magnétique après pompage hyperfin seul est largement suffisant.

Nous utilisons la raie D_1 pour réaliser la transition $F=2 \rightarrow F'=2$. D'une part, la structure hyperfine est dix fois plus importante (figure 5.2), ce qui permet une meilleure sélectivité et donc un pompage *a priori* plus efficace. Par ailleurs, il n'existe ainsi aucun niveau commun entre les transitions de pompage hyperfin et Zeeman. Cela garantit que l'état $|F=2, m_F=2\rangle$ reste un état noir même si les deux faisceaux sont utilisés simultanément.

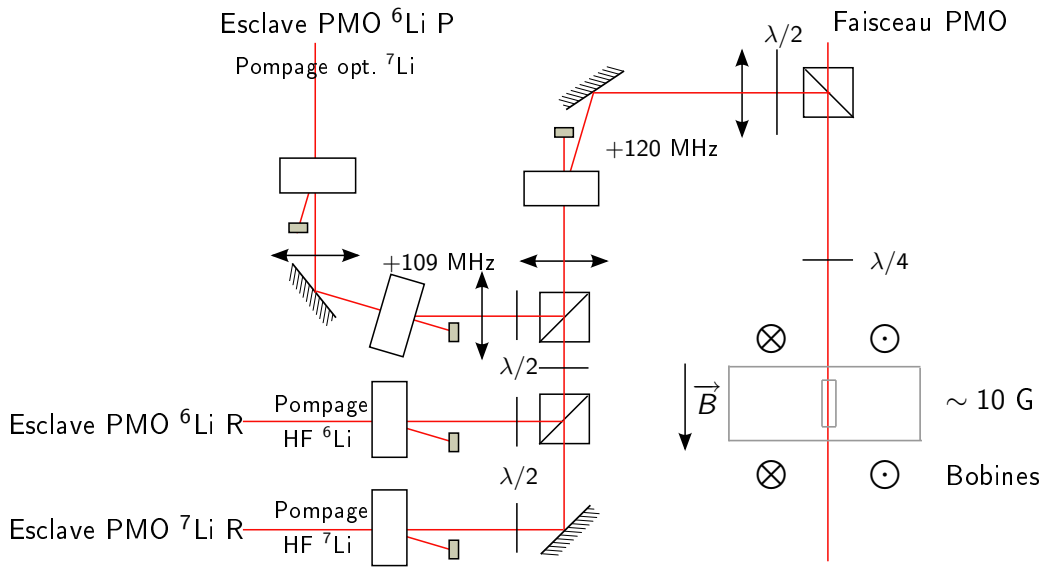


FIGURE 6.1 – *Schéma du montage expérimental utilisé pour le pompage optique. Les faisceaux sont issus des esclaves amplificateurs du PMO (à partir de l'ordre zéro des modulateurs acousto-optiques correspondants). Deux modulateurs acousto-optiques sont ensuite utilisés pour atteindre les fréquences nécessaires. Ils permettent également l'extinction rapide et le contrôle indépendant des faisceaux de pompage hyperfin et Zeeman. Enfin, une paire de bobines en configuration Helmoltz fournit un champ suffisant pour aligner l'axe de quantification des spins atomiques sur la direction de propagation des faisceaux de pompage.*

En pratique, l'efficacité du pompage Zeeman est grandement diminuée pour des nuages contenant un grand nombre d'atomes [223]. D'une part, la réabsorption de photons spontanés devient importante, ce qui ralentit le processus de pompage et provoque un échauffement du gaz. Par

$I_{\mathrm{HF}\,7}$ (mW/cm^2)	3.2
$I_{\mathrm{Zeeman}\,7}$ (mW/cm^2)	23
$\delta_{\mathrm{HF}\,7}$ (MHz)	10
$\delta_{\mathrm{Zeeman}\,7}$ (MHz)	-177
B (G)	10
δT (μs)	300

TABLE 6.1 – *Paramètres utilisés pour la phase de pompage optique du ^7Li .*

ailleurs, comme le milieu est optiquement épais, le faisceau de pompage est fortement atténué en traversant le nuage. Nous contournons ce dernier problème en utilisant un faisceau de pompage optique Zeeman très désaccordé [224], ce qui permet d'obtenir une absorption mieux répartie sur l'ensemble du gaz. Un autre avantage est qu'en présence du champ magnétique le désaccord différentiel qui existe entre les différentes transitions de pompage est beaucoup moins critique. Il faut en contrepartie augmenter très fortement l'intensité du faisceau afin d'avoir un nombre suffisant de photons absorbés par atome (tableau 6.1).

La figure 6.1 résume le montage optique utilisé pour générer l'ensemble des faisceaux de pompage optique. Les faisceaux de pompage hyperfin sont dérivés des esclaves amplificateurs des fréquences de repompage du PMO. Un modulateur acousto-optique fournit le désaccord de 120 MHz nécessaire pour qu'ils soient à résonance. Il permet également d'ajuster leur intensité et d'assurer leur extinction rapide. Le faisceau de pompage Zeeman du ^{7}Li est issu de l'esclave qui amplifie la fréquence de refroidissement du PMO de ^{6}Li . Sa fréquence est obtenue en utilisant un modulateur acousto-optique supplémentaire. Les trois faisceaux sont mélangés à l'un des faisceaux horizontaux du piège magnéto-optique. Le pompage est réalisé sur un nuage en expansion. Une paire de bobines en configuration Helmholtz produit un champ magnétique d'environ 10 G, suffisant pour aligner l'axe de quantification des spins atomiques sur la direction de propagation des faisceaux de pompage.

Nous avons évalué l'efficacité du pompage hyperfin et Zeeman en mesurant le nombre d'atomes piégés dans le quadrupole 500 ms après le transfert. Ce délai est suffisant pour garantir la pureté des états $|F = 2, m_F = 2\rangle$ et $|F = 3/2, m_F = 3/2\rangle$, puisque l'échelle de temps caractéristique des collisions inélastiques par renversement de spin dans notre piège est de 100 ms [213]. Nous déterminons ainsi une efficacité d'environ 35% avec pompage hyperfin seul et 45% avec pompage hyperfin et Zeeman. Les paramètres utilisés sont rassemblés dans le tableau 6.1. Expérimentalement, nous avons observé qu'il est plus efficace d'introduire un délai supplémentaire de 100 μs entre l'extinction du piège magnéto-optique et l'allumage des faisceaux pompeurs. Il s'agit du temps nécessaire pour éteindre le gradient du PMO et obtenir un champ directeur stable. Enfin, la durée du pompage est limitée à 300 μs. Au delà, la taille du nuage devient trop importante, ce qui se traduit par une température élevée lors de la capture dans le piège magnétique.

6.3 Piège quadrupolaire

Après les phases de piège magnéto-optique et de pompage optique les atomes sont chargés dans un piège magnétique quadrupolaire, dont le champ est donné par :

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \begin{pmatrix} -b'\,x \\ -b'\,y \\ 2\,b'z \end{pmatrix} \tag{6.1}$$

Dans l'expérience il est constitué par les bobines du PMO parcourues par un courant de 500 A. Il en résulte un gradient $2b' = 335$ G/cm. Typiquement, le nombre d'atomes piégés est de 10^9 pour le ^{7}Li et 10^7 pour le ^{6}Li . La durée de vie du nuage dans ce piège, d'environ 16 s, est limitée par les *transitions Majorana* que les atomes subissent dans la région de champ magnétique nul [225].

6.4 Transport magnétique

6.4.1 Principe et montage expérimental

Le transfert des atomes de la région du piège magnéto-optique à celle du piège Ioffe-Pritchard est fait magnétiquement. Nous utilisons pour cela deux paires de bobines en configuration quadrupolaire, qui coïncident avec les bobines du PMO et une des paires de bobines du piège Ioffe et sont respectivement centrées sur le grand parallélépipède et sur l'appendice de la cellule (figure 6.2). En choisissant de façon adaptée les courant qui les traversent, nous pouvons déplacer le centre du piège quadrupolaire sur une distance de l'ordre de 6 cm.

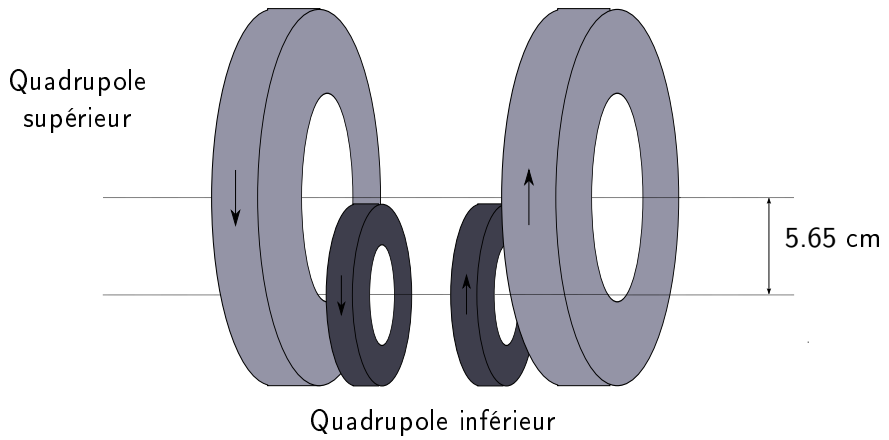


FIGURE 6.2 – *Le transport magnétique s'effectue à l'aide de deux paires de bobines en configuration quadrupolaire, qui coïncident avec les bobines du piège magnéto-optique et les bobines de compensation du piège de Ioffe-Pritchard.*

Expérimentalement nous disposons de deux paramètres pour contrôler le transport magnétique. Le premier est le gradient créé par chaque paire de bobines. Nous souhaitons confiner le nuage autant que possible afin de limiter d'éventuelles pertes d'atomes par collisions avec les parois de la cellule. Le gradient du piège est donc maximisé pendant le transfert en procédant de la façon suivante (figure 6.3a) :

1. le piège quadrupolaire inférieur est comprimé autant que possible ;
2. le courant qui traverse les bobines du quadrupole supérieur est augmenté jusqu'à sa valeur maximale, ce qui a pour effet de déplacer le centre du piège d'environ 2.5 cm vers le haut ;
3. le courant dans le quadrupole inférieur est diminué jusqu'à l'extinction complète. À la fin de cette rampe le centre du piège quadrupolaire est situé dans la région du piège Ioffe, au centre de l'appendice.

Le deuxième paramètre ajustable est la position du centre du quadrupole au cours du temps, qui est déterminée par le rapport des courants des deux bobines. Nous avons choisi d'imposer une évolution parabolique, ce qui équivaut à diviser le transport en une phase d'accélération a constante suivie d'une deuxième phase où le signe de a s'inverse (figure 6.3b).

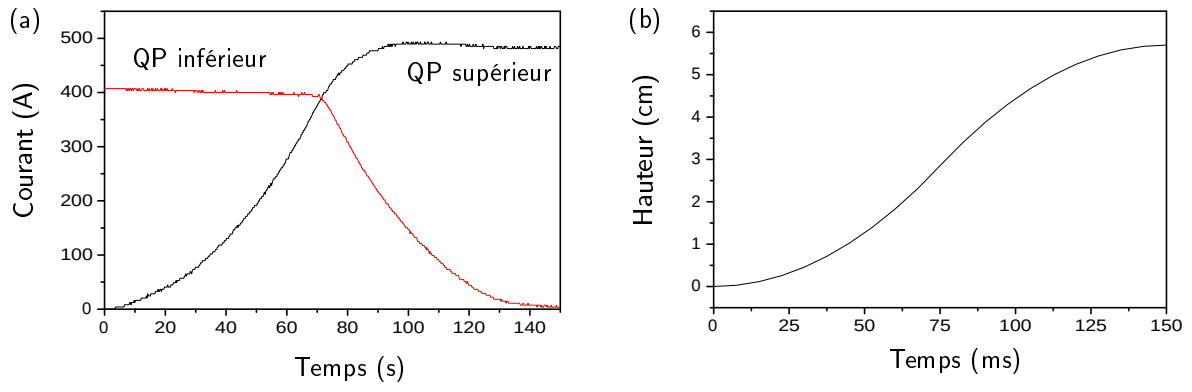


FIGURE 6.3 – *(a) Evolution des courants dans les quadrupoles inférieur et supérieur au cours du transport magnétique. Leurs valeurs on été choisies de façon à maximiser le confinement du nuage à chaque instant. (b) Le centre du piège décrit un mouvement parabolique à accélération puis décélération constante.*

Remarquons que l'utilisation d'uniquement deux paires de bobines ne nous permet pas de contrôler le rapport d'aspect du nuage. Celui ci change au cours du transport (figure 6.4). On peut s'inquiéter de l'éventuel chauffage qui pourrait se produire. Nous n'avons pas observé d'effet appréciable. Cependant, lors de la réalisation expérimentale de transports magnétiques sur des distances plus importantes il est préférable de maintenir un rapport d'aspect constant. L'ajout d'une troisième paire de bobines permet de contrôler ce paramètre supplémentaire [226].

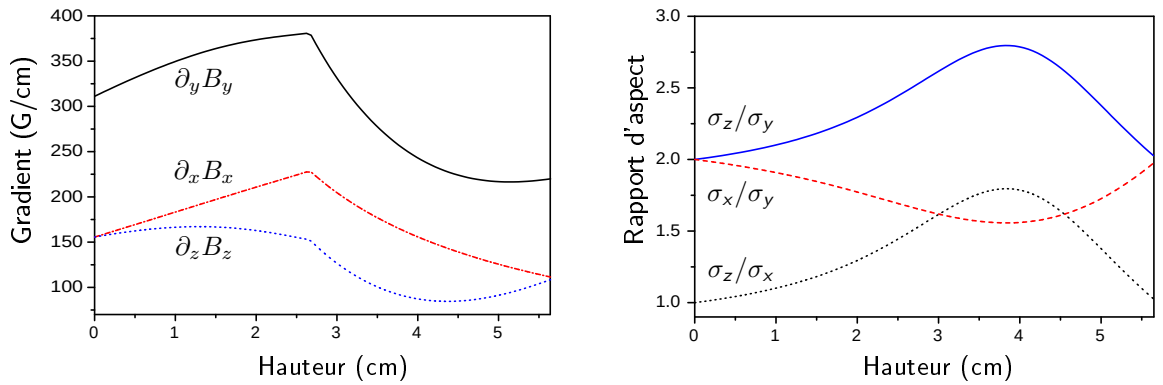


FIGURE 6.4 – *Gradients du piège quadrupolaire au cours du transport et rapports d'aspect du nuage qui en résultent.*

6.4.2 Performances

Dans l'ancien dispositif expérimental l'efficacité du transport était uniquement de 10%. La raison est que la taille intérieure de l'appendice (3 mm) était inférieure à celle du nuage atomique dans le piège quadrupolaire (typiquement 6 mm). Pendant le transport la plupart des atomes

étaient donc perdus par collisions avec les parois de la cellule ! Ce grave défaut de conception est dû au fait que les phénomènes de diffusion multiple, très importants dans les pièges magnéto-optiques à grand nombre d'atomes, limitent la température qu'il est possible d'atteindre. Or cet effet, associé à l'absence de refroidissement sub-Doppler dans le PMO, entraîne en pratique des températures dix fois supérieures à celles attendues et donc des nuages trop gros...

Comme nous avons vu dans le chapitre précédent, un des changements fondamentaux du nouveau montage concerne la cellule. La taille intérieure de l'appendice a été augmenté de 3 à 5 mm afin de réduire les pertes d'atomes au maximum, tout en conservant un confinement magnétique suffisant pour l'évaporation.

Afin de mesurer l'efficacité du transport magnétique et évaluer les pertes d'atomes par collisions avec les parois du nouvel appendice nous avons mesuré le nombre d'atomes présents dans le piège magnétique après

- transport sur une distance z ;
- attente de 100 ms ;
- retour au quadrupole inférieur

et l'avons comparé au nombre d'atomes mesuré dans le quadrupole inférieur après une attente de durée identique à la séquence de montée-descente complète.

Sur la figure 6.5 nous avons représenté le rapport de ces deux mesures en fonction de la fraction spatiale de transport réalisée. Nous observons une perte d'atomes significative après 20% de transfert, ce qui correspond à l'entrée du nuage dans l'appendice. Comparées à celles réalisées sur l'ancien montage, nos mesures impliquent un gain total d'un facteur cinq sur l'efficacité du transport. Les résultats expérimentaux sont en accord qualitatif avec ceux obtenus par simulation numérique de la dynamique du gaz transporté en présence de l'appendice [1]. Pour une température initiale $T = 1.3$ mK cette même simulation prédit une efficacité de transport de 47% lorsque les phases d'attente et descente ne sont pas réalisées.

En conclusion, l'augmentation de la taille intérieure de l'appendice de 2 mm s'est avérée très satisfaisante, puisqu'elle doit permettre le chargement de cinq fois plus d'atomes dans le piège magnétique d'évaporation.

6.5 Piège de Ioffe-Pritchard

Une fois dans l'appendice, les atomes sont chargés dans un piège magnétique de type Ioffe-Pritchard [228]. Cette section est consacrée à la description du nouveau piège qui a été construit pendant ma thèse. Nous passons en revue la conception du nouveau montage, sa réalisation pratique et sa caractérisation complète.

6.5.1 Conception

La modification des dimensions de l'appendice a entraîné la reconstruction complète du piège de Ioffe-Pritchard. Nous avons décidé de conserver la même configuration que dans l'ancien montage, représentée sur la figure 6.6. Le confinement radial est assuré par les quatre *barres Ioffe*, le confinement axial par une paire de bobines *pinch* et le champ de biais par une paire de bobines de *compensation* [2]. Par ailleurs, ce dernier peut être réglé finement en utilisant une paire de bobines supplémentaires, que nous appelons *pinch-offset*.

Le champ magnétique produit par cet ensemble de bobines est bien de la forme Ioffe-

1. La simulation, réalisée par Andrea Alberti, est décrite en détail dans [227].
2. Ces bobines coïncident avec celles utilisées pour le transfert dans l'appendice.

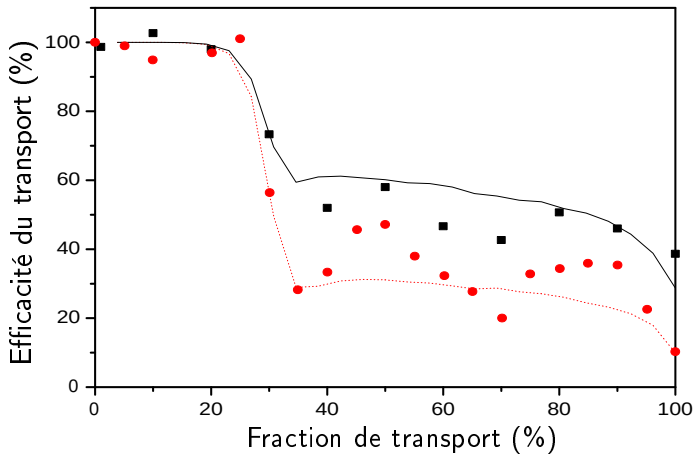


FIGURE 6.5 – *Évaluation de l'efficacité du transport magnétique. Nous comparons les mesures réalisées sur le nouveau montage expérimental (carrés) et celles correspondantes à l'ancien dispositif (cercles) [212]. Les traits pleins résultent d'une simulation numérique de la dynamique du gaz pendant le transport, dans laquelle tout atome qui heurte les parois de l'appendice est perdu.*

Pritchard :

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \begin{pmatrix} Gx \\ -Gy \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -C_{\mathrm{ax}}xz \\ -C_{\mathrm{ax}}yz \\ B_0 + \frac{1}{2}C_{\mathrm{ax}}(z^2 - (x^2+y^2)/2) \end{pmatrix}, \tag{6.2}$$

où G désigne le gradient des barres, B_0 le champ de biais et C_{ax} la courbure axiale.

Pour des nuages assez froids (tels que $x, y \lesssim B_0/G$) le potentiel est harmonique et l'on a :

$$B(r) \simeq B_0 + \frac{1}{2}C_{\mathrm{ax}}z^2 + \frac{1}{2}C_{\mathrm{rad}}(x^2+y^2), \tag{6.3}$$

avec des fréquences d'oscillation données par :

$$\omega_i = \sqrt{\frac{\mu_B C_i}{m}}, \tag{6.4}$$

où C_i est la courbure axiale ou radiale. La courbure radiale s'exprime en fonction des paramètres du piège comme :

$$C_{\mathrm{rad}} = \frac{G^2}{B_0} - \frac{C_{\mathrm{ax}}}{2}. \tag{6.5}$$

L'avantage de la configuration choisie par rapport à d'autres implémentations du piège de Ioffe-Pritchard (comme par exemple les configurations QUIC [229] ou cloverleaf [230]) est la possibilité de réaliser des pièges plus confinants. La faible distance des barres aux atomes permet l'obtention de gradients très élevés, ce qui est essentiel pour évaporer le ^{7}Li . Un autre point positif est que, à cause de leurs petites dimensions, les bobines ont une faible inductance. Le champ magnétique peut donc être éteint rapidement, ce qui facilite la réalisation d'expériences de temps de vol. Le principal inconvénient est en général un accès optique plus réduit. Afin de contourner cette difficulté nous avons construit des barres Ioffe de géométrie adaptée et extrêmement compactes.

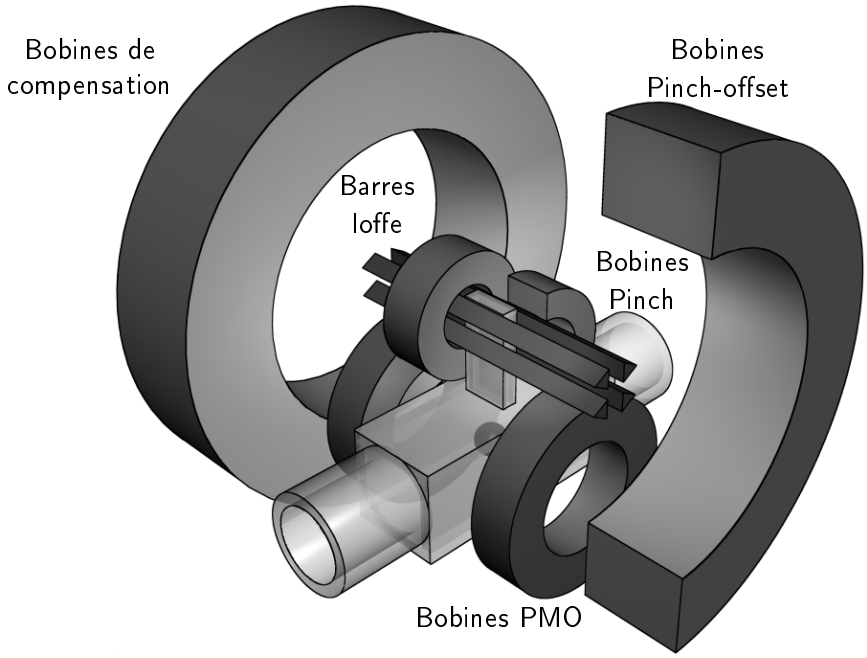


FIGURE 6.6 – *Nous utilisons un piège magnétique de Ioffe Pritchard constitué de quatre barres Ioffe, une paire de bobines de confinement axial (pinch) et des bobines qui permettent de compenser et ajuster finement le champ de biais (compensation et pinch-offset respectivement).*

6.5.2 Montage expérimental

Trois critères ont guidé la construction du nouveau piège : la conservation d'un confinement similaire à celui de l'ancien montage, l'amélioration de l'accès optique et la stabilité mécanique et thermique de l'ensemble.

Concernant le confinement, les nouvelles dimensions de l'appendice nous ont obligé à augmenter la distance des barres Ioffe aux atomes[3] d de 7 à 10 mm. Or, comme le gradient des barres est inversement proportionnel au carré de cette distance ($G = 2\mu_0 nI/\pi d^2$), cela représente une diminution du confinement de 50% ! Afin de contourner ce problème nous avons augmenté de 3 à 4 le nombre n de tours par barre (figure 6.7). Nous obtenons ainsi un gradient inférieur seulement de 20% à celui de l'ancien montage. Cette petite différence est compensée en augmentant légèrement le courant I qui les traverse. Les bobines de confinement axial, ou bobines *pinch*, ont également été reconstruites. En effet, leur diamètre a été augmenté afin qu'elles puissent contenir les nouvelles barres. Cela entraîne une réduction de 20% de la courbure axiale, facilement compensée en augmentant le courant électrique. Enfin, les bobines de compensation et pinch-offset n'ont pas été modifiées par rapport à l'ancien montage.

Dans la configuration que nous utilisons l'accès optique est limité par la proximité des barres Ioffe aux atomes[4]. Afin de disposer d'un axe avec un bon accès optique nous avons construit une bobine extrêmement compacte et de profil triangulaire (figure 6.7). Pour ce faire, chacun des 4 tours qui la composent ont une section triangulaire de taille et orientation appropriées. Quand à la direction axiale, l'accès optique a été maximisé en réduisant la longueur des barres

3. L'appendice a été élargi de 2 mm, et nous avons augmenté de 1 mm la distance de sécurité entre les parois de l'appendice et les barres.

4. On se reportera à la figure 7.16 du chapitre 7, qui schématise l'accès optique disponible selon toutes les directions.

au minimum. Cela augmente le champ magnétique résiduel créé au niveau des atomes par les raccords électriques entre différentes couches de la bobine. Nous réduisons cet effet en choisissant une géométrie dans laquelle ces champs résiduels s'annulent presque complètement au centre du piège.

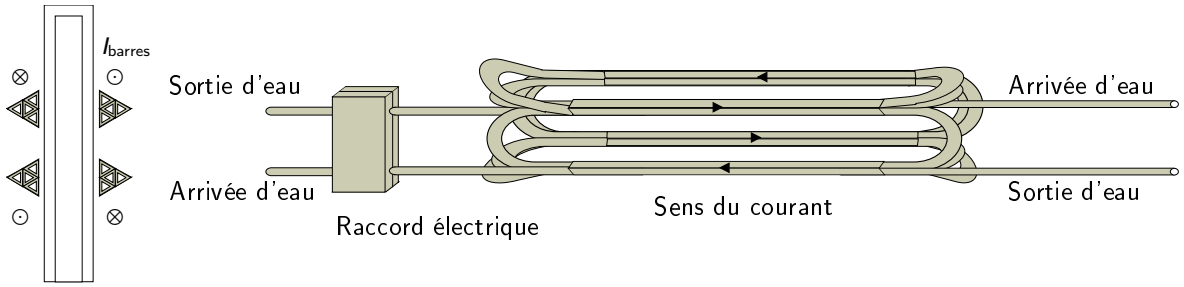


FIGURE 6.7 – *Géométrie des barres Ioffe du piège magnétique. Le profil de chaque barre est un triangle qui est à son tour composé de quatre tuyaux triangulaires. Le courant (jusqu'à 700 A) circule dans le cuivre et produit un quadrupole bi-dimensionnel. L'intérieur des tuyaux est parcouru par de l'eau de refroidissement, avec un débit de l'ordre de 0.4 l/min. La bobine est composé de deux sections raccordées électriquement mais refroidies de façon indépendante. Les pliures du tuyau entre les différentes couches sont réalisés comme dans une bobine base-ball, mais avec des angles tournés de 90°. Le champ magnétique total créé selon l'axe du piège par ces pliures est ainsi réduit, puisque les différentes couches se compensent. Nous avons néanmoins mesuré la présence d'un faible champ de biais résiduel, de l'ordre de 7 mG/A, dû à l'absence de compensation pour la couche où le circuit de refroidissement est dédoublé.*

L'ensemble des bobines est réalisé en tuyau de cuivre recuit [5] à la surface duquel circule le courant électrique et dont l'intérieur est traversé par de l'eau pour le refroidissement. Dans le cas des barres Ioffe celui-ci a été amélioré en divisant la bobine en deux sections connectées électriquement mais dont le refroidissement est indépendant. L'isolation électrique entre les différentes couches est faite avec de la fibre de verre [6] qui, grâce à sa faible épaisseur, permet la réalisation de bobines extrêmement compactes. L'ensemble est maintenu avec de la colle epoxy résistant aux hautes températures [7].

Enfin, nous avons porté une attention toute particulière à la rigidité et la stabilité de l'ensemble. Toutes les bobines sont montées dans des supports en plastique [8] afin d'éviter les courants de Foucault lors de la coupure des champs magnétiques. Nous avons par ailleurs conçu un système compact d'arrivée des courants électriques et de l'eau de refroidissement, ce qui a permit d'améliorer considérablement l'accès optique par rapport à l'ancien montage expérimental (figure 6.8).

5. Tuyau rond de diamètre 2×4 mm pour les barres Ioffe, tuyau carré de dimensions 2×4 mm pour les bobines pinch et tuyau rectangulaire de dimensions 8×4 mm extérieur et 4×2 mm intérieur pour les bobines de compensation (Westdeutscher Metall-Handel - F.W. Hermann).

6. Nous utilisons une gaine dans le cas des barres et du ruban pour les bobines de symmétrie cylindrique (Tisstech STB 505, épaisseur 8/100 mm).

7. UHU 300 kg/cm^2.

8. Les parties les plus critiques sont en Delrin, tandis que les autres pièces ont été réalisées en PVC.

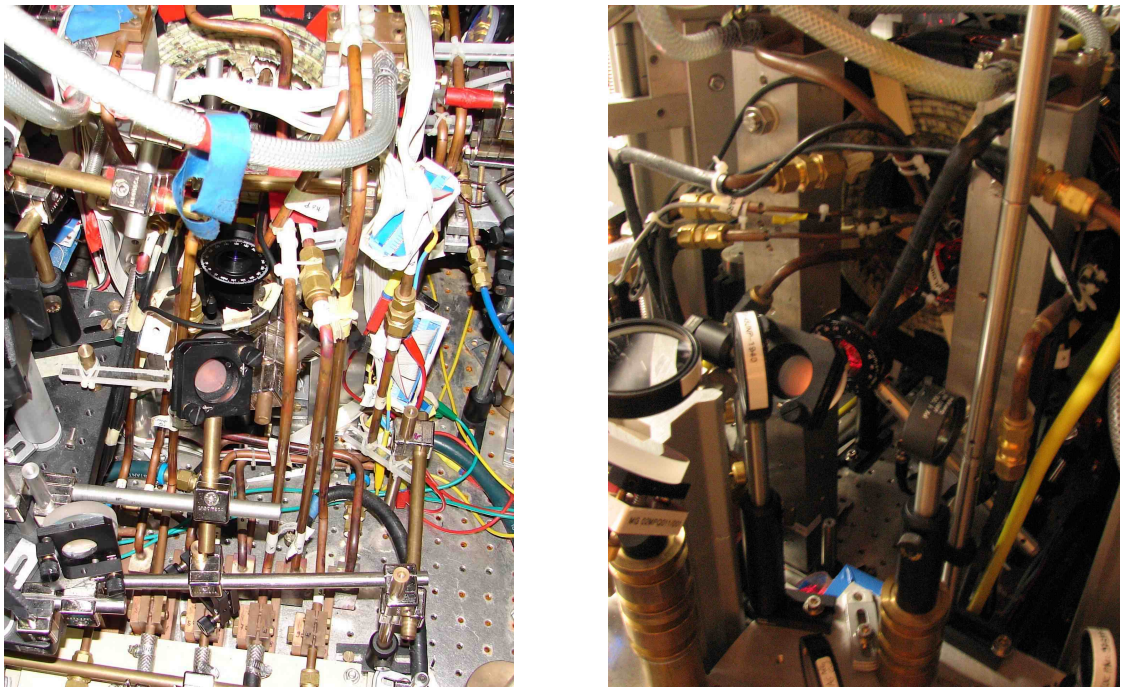


FIGURE 6.8 – *Vue d'ensemble du piège magnétique de l'expérience dans l'ancien (gauche) et dans le nouveau dispositif (droite). Bien que le principe soit resté le même, nous avons grandement amélioré l'accès optique. En particulier, le système d'arrivée des courants électriques et de l'eau de refroidissement a été conçu de façon à limiter au minimum l'encombrement autour de la cellule. Cela facilite le montage du piège dipolaire et permet l'installation d'un réseau optique ainsi que d'un système d'imagerie selon l'axe de confinement faible des bobines.*

6.5.3 Procédure de chargement

Le chargement des atomes dans le piège Ioffe-Pritchard à partir du piège quadrupolaire de transport est effectué de façon à garantir un « mode matching » aussi bon que possible. Nous procédons en trois étapes :

- dans un premier temps nous réalisons un alignement fin du centre du piège quadrupolaire de transport sur le centre des barres Ioffe. Pour cela nous faisons circuler dans les bobines du PMO un courant de 20 A en sens inverse à celui qui est utilisé pour le transport, ce qui a pour effet de faire monter le centre du quadrupole d'environ 2 mm ;
- nous déformons ensuite le piège quadrupolaire jusqu'à obtenir un rapport d'aspect similaire à celui du piège Ioffe. La déformation est réalisée en superposant au quadrupole tri-dimensionel de transport le quadrupole bi-dimensionel des barres. Dans cette configuration il existe une direction (dans notre cas la direction verticale) pour laquelle les deux bobines produisent des champs magnétiques de sens opposé, et donc un certain rapport de courant entre les deux qui annule le confinement du nuage selon cet axe. Nous évitons le problème en augmentant très rapidement le courant des barres au dessus du courant critique. Remarquons que l'annulation du champ magnétique vertical pendant un bref instant provoque la dépolarisation d'une petite fraction du nuage, qui est cependant très faible dans nos conditions expérimentales (typiquement 3% des atomes sont transférés dans des états anti-piégés) ;
- finalement nous allumons les bobines pinch tout en diminuant progressivement le quadrupole de transport. Cela permet de conserver toujours un confinement axial du nuage.

Le gaz est ainsi transféré dans un piège de Ioffe-Pritchard non compensé, constitué uniquement des barres Ioffe et des bobines pinch et qui a un grand champ de biais. La diminution de celui-ci avec les bobines de compensation permet ensuite de comprimer le nuage (piège Ioffe compensé).

6.5.4 Caractérisation

Afin d'évaluer les caractéristiques du nouveau piège nous avons déterminé les fréquences de piégeage axiale et radiale d'un nuage d'atomes de ^{7}Li et mesuré de façon précise le champ de biais. Les résultats obtenus sont rassemblés dans le tableau 6.2.

G_{Barres}	2.67 G/cm A
C_{axPinch}	1.04 G/cm^2 A *
C_{axComp}	-59 mG/cm^2 A *
$B_{0\text{Barres}}$	-6.7 mG/A
$B_{0\text{Pinch}}$	2.4 G/A *
$B_{0\text{Comp}}$	-2.4 G/A *
$B_{0\text{Pinch}} - B_{0\text{Comp}}$	5.5 mG/A
$B_{0\text{Pinch}-\text{offset}}$	0.94 G/A

TABLE 6.2 – *Paramètres du nouveau piège magnétique de Ioffe-Pritchard. Le gradient et le biais des barres, la courbure des bobines pinch, le biais des bobines pinch-offset et le défaut de compensation entre bobines pinch et compensation ont été mesurés directement, alors que les valeurs des autres paramètres sont extraits du calcul du champ des bobines. Les paramètres marqués par une astérisque devront être calibrés de façon plus précise dans le piège dipolaire, car ils sont essentiels pour contrôler les interactions avec des résonances de Feshbach, ainsi que pour connaître exactement le potentiel de piégeage à ces champs magnétiques (comme nous le verrons au chapitre 7). Cette calibration peut être réalisée à travers la mesure des fréquences de transition entre niveaux hyperfins en fonction de la valeur de B.*

La fréquence axiale a été mesurée dans un piège Ioffe non compensé. En éclairant le nuage pendant un bref instant avec un faisceau laser résonant nous déplaçons le centre de masse du nuage. La mesure des oscillations du centre de masse qui en résultent nous permet de déterminer la fréquence axiale et donc la courbure axiale des bobines pinch (figure 6.9a).

Pour mesurer la fréquence radiale nous préparons un nuage atomique très froid ($T \leqslant 70\mu$K) dans le piège Ioffe compensé, de façon à être dans le régime harmonique. Nous réalisons ensuite une modulation sinusoïdale du champ de biais du piège. La mesure du chauffage induit sur le nuage en fonction de la fréquence de modulation nous permet de déterminer la fréquence radiale de piégeage (figure 6.9b).

Enfin, la détermination du champ de biais du piège est réalisée en mesurant la distribution en énergie du gaz. Pour ce faire, tous les atomes dont l'énergie est supérieure à $E_{\text{cut}} > 0$ sont éliminés du piège avec un couteau radio-fréquence. Lorsque ce processus est rapide par rapport à l'inverse du taux de collisions dans le nuage $1/\Gamma_{\text{el}}$ la fraction d'atomes restants peut s'exprimer comme

$$\mathcal{F}(E_{\text{cut}}) = \frac{N(E_{\text{cut}})}{N} = \frac{\int_0^{E_{\text{cut}}} \rho_{\text{IP}}(E) f(E)}{\int_0^{\infty} \rho_{\text{IP}}(E) f(E)}, \tag{6.6}$$

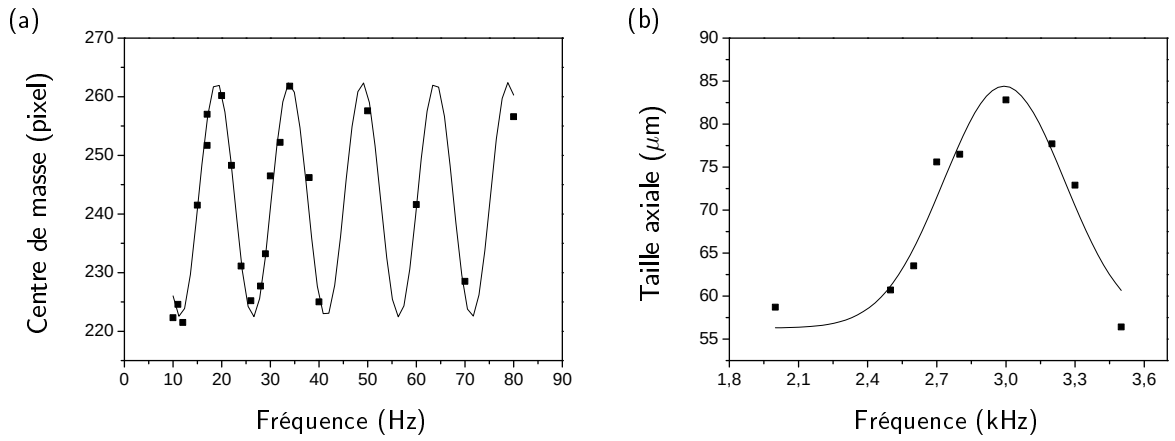


FIGURE 6.9 – *Mesure des fréquences du piège magnétique. (a) La fréquence axiale est mesurée à partir de la fréquence d'oscillation du centre de masse du nuage. Pour exciter ce mode le gaz est poussé avec un faisceau proche de résonance. Dans les conditions expérimentales de la figure ($I_{\mathrm{pinch}} = 212$ A) la fréquence d'oscillation est de 66.7 ± 0.5 Hz. (b) La fréquence radiale ν_{rad} est mesurée par excitation paramétrique du gaz. Pour ce faire, nous modulons le champ de biais du piège et observons un chauffage du nuage pour tout multiple entier de ν_{rad}. Les conditions expérimentales de la figure sont $I_{\mathrm{barres}} = 500$ A, $I_{\mathrm{Pinch-Comp}} = 250$ A et $I_{\mathrm{Pinch-Offset}} = 6$ A, ce qui conduit à une fréquence radiale de 3.1 ± 0.1 kHz.*

où $\rho_{\mathrm{IP}}(E)$ est la densité d'états du piège Ioffe et $f(E)$ la distribution en énergie du gaz. La mesure de la fonction $\mathcal{F}(E_{\mathrm{cut}})$ permet de déterminer la valeur du champ de biais B_0 puisque [231]

$$\rho_{\mathrm{IP}}(E) = \frac{m^{3/2}}{\pi\hbar^3\mu_{\mathrm{B}}^{5/2}G^2\sqrt{C_{\mathrm{ax}}}}E^3\left(1+\frac{\mu_{\mathrm{B}}B_0}{E}\right)\left(1-\frac{\mu_{\mathrm{B}}B_0}{E}\right)^2. \tag{6.7}$$

Par ailleurs, cette méthode peut également être utilisée pour déterminer la température du gaz à partir de la fonction de distribution $f(E)$.

6.6 Circuits électriques, de refroidissement et de sécurité

Circuit électrique

Le circuit électrique utilisé pour l'ensemble des pièges magnétiques de l'expérience a été en grande partie reconstruit. Le montage actuel est schématisé sur la figure 6.10. Les sources de courant utilisées sont des alimentations de haute puissance [9]. Nous utilisons des IGBT [10] comme interrupteurs. Le sens du courant dans certaines sections du circuit est imposé par des diodes de puissance [11]. Enfin, des varistances [12] protègent les différents composants.

Ce circuit permet la réalisation des différentes configurations nécessaires :

9. Lambda EMI, Electronic Measurements Inc., ESS-10-1000-D-TC-CE (10 V, 1000 A), ESS-20-500-D-TC-CE (20 V, 500 A) et ESS-30-500-D-TC-CE (30 V, 500 A), ainsi que DeltaElektronika SM7045-D (70 V, 45 A)

10. Un IGBT (Insulated Gate Bipolar Transistor) est un transistor de puissance dont le circuit de commande est analogue à un MOSFET et le circuit de puissance à un transistor bipolaire, et qui permet de couper très rapidement des courants de plusieurs centaines d'ampères. Dans le montage nous utilisons le modèle Mitsubishi CM 600 HA-24H. Comme le courant continu maximal que ces transistors peuvent supporter est de 300 A, dans certaines sections du circuit nous en utilisons deux, voire quatre en parallèle.

11. Vishay réf. 300UR60A (300 A, 400 V).

12. Epcos S20K avec différentes tensions limites (types 60 à 320).

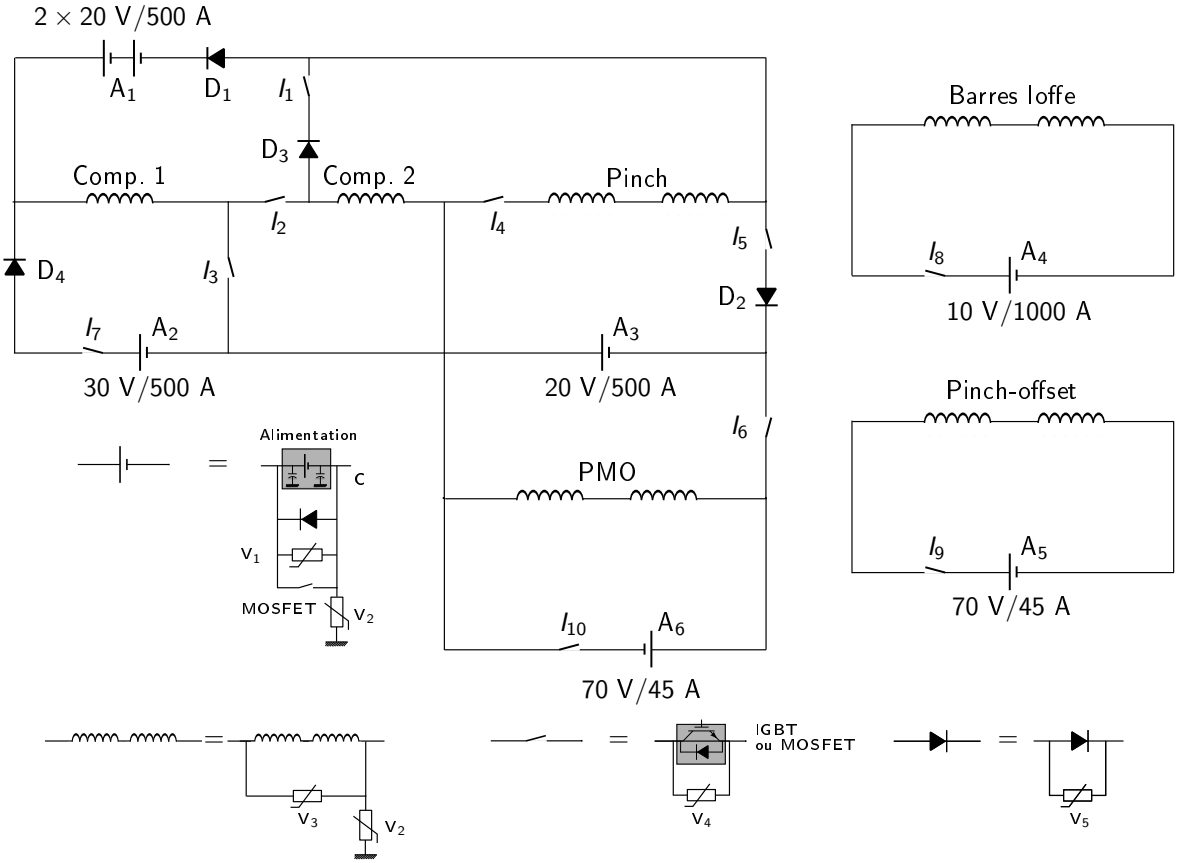


FIGURE 6.10 – *Circuit électrique utilisé pour les différentes étapes de piégeage magnétique de l'expérience. Les sources de courant sont des alimentations de haute puissance (A_i). Nous utilisons comme interrupteurs (I_i) des IGBT ou des MOSFET, en fonction du courant qui les traverse. Des diodes (D_i) permettent d'imposer le sens du courant dans certaines sections du circuit. Leur présence est indispensable car les interrupteurs fonctionnent uniquement pour une polarité. Enfin, des varistances (V_i) protègent les différents composants. Pendant la coupure des champs magnétiques il est fréquent de charger les capacités internes des alimentations de courant. Un circuit annexe permet de les court-circuiter pour les décharger.*

- piège quadrupolaire inférieur : interrupteur I_6 fermé ;
- piège quadrupolaire de transport : interrupteurs I_1, I_3 et I_6 fermés ;
- piège de Ioffe-Pritchard non compensé : interrupteurs I_4, I_5 et I_8 fermés ;
- piège de Ioffe-Pritchard compensé : interrupteurs I_2, I_4, I_8 et I_9 fermés.

Les alimentations à découpage que nous utilisons ne sont pas très stables en courant. Cela provoque des fluctuations du potentiel magnétique qui peuvent entraîner un chauffage important du nuage. Le piège Ioffe est *a priori* le plus critique de ce point de vue, puisque c'est celui où les atomes passent la plus grande partie de la séquence expérimentale. Le champ de biais du piège résulte de la compensation des grands champs magnétiques crées par les bobines de confinement axial et de compensation, qui sont en sens inverse. Afin qu'il soit aussi stable que possible les deux paires de bobines sont placées en série et traversées par un courant généré à partir d'une alimentation commune. Cela réduit donc l'effet de ses fluctuations sur B_0.

La coupure du champ magnétique créé par une paire de bobines est réalisée par simple

ouverture de l'interrupteur correspondant [13]. Une varistance placée en parallèle avec la bobine maintient une tension constante entre ses bornes, et le courant diminue linéairement au cours du temps. Lorsque l'inductance des bobines est faible, cette méthode permet une extinction très rapide avec un circuit remarquablement simple. Pour des bobines de grande inductance il est cependant préférable de rajouter un chemin dissipatif (diode + résistance) annexe.

Circuits de refroidissement et de sécurité

Le refroidissement des bobines des pièges magnétiques et du circuit électrique correspondant est assuré par un circuit à eau perdue divisé en deux parties. De l'eau à basse pression est utilisée pour le refroidissement des bobines PMO et pinch, ainsi que les IGBT et les diodes du circuit électrique. Les bobines de compensation et les barres Ioffe sont refroidies avec de l'eau sous pression (environ 15 bar) grâce à un compresseur [14]. Remarquons que chacune des bobines qui constituent une paire dispose d'un circuit de refroidissement indépendant, et que le refroidissement des barres Ioffe est également divisé en deux sections. L'utilisation d'un circuit à eau perdue évite le développement d'algues dans le système, mais entraîne une corrosion plus importante des tuyaux de cuivre, des différences de température de l'eau de refroidissement au cours de l'année et un coût en eau élevé. Dans le futur nous envisageons de le remplacer par un circuit fermé où la température de l'eau est stabilisée activement.

La puissance totale dissipée dans le piège magnétique peut atteindre 45 kW, et les bobines sont placées à seulement 1 mm de la cellule. Afin d'éviter tout risque lié à une défaillance du système de refroidissement, le débit d'eau en sortie de chacune des bobines est contrôlé avec un débitmètre [15]. La température est également mesurée [16]. Toute valeur anormale de débit ou température entraîne la coupure immédiate des alimentations de courant à travers un circuit électronique de sécurité.

6.7 Refroidissement Doppler dans le piège magnétique

6.7.1 Principe et montage expérimental

La longueur de diffusion négative du ^{7}Li ($a_{77} = -27a_0$) entraîne une forte dépendance de la section efficace de collision avec la température [48]. Comme on peut voir sur la figure 6.11a, celle-ci s'annule lorsque l'impulsion relative des atomes est de l'ordre de l'inverse de la portée du potentiel, ce qui correspond à des énergies de collision $E/k_\mathrm{B} \sim 6$ mK. Or, il s'agit justement de la température du nuage dans le piège Ioffe comprimé avant de commencer l'évaporation ! La réduction du taux de collisions élastiques qui en résulte (figure 6.11b) empêche la thermalisation du nuage, et le refroidissement par évaporation devient complètement inefficace.

Afin de contourner ce problème nous effectuons une étape de refroidissement laser supplémentaire dans le piège magnétique de Ioffe-Pritchard. Cette stratégie a été développée dans notre groupe dès 1999 et est extrêmement efficace. Elle peut en principe être appliquée à toutes les espèces atomiques, et a déjà été utilisée avec succès sur le sodium [228], l'hydrogène, le lithium [232], le chrome [233] et l'hélium métastable [234]. Pour les atomes aux propriétés collisionnelles peu favorables, comme le ^{7}Li ou le ^{52}Cr, elle permet d'augmenter le taux de collisions élastiques initial afin de commencer le refroidissement par évaporation dans les meilleures conditions.

13. Lorsque plusieurs interrupteurs sont en série, il est essentiel d'en ouvrir qu'un seul. Dans le cas contraire des surtensions dangereuses peuvent survenir dans le circuit.

14. Sinatec HVX 2/18.

15. Nous utilisons les modèles Omega FPR121 et Gems Sensors RotorFlow-type RFS pour les débits supérieurs à 0.7 l/min et Gems Sensors type FS105E pour les débits inférieurs.

16. Capteur LM35 de National Semiconductor.

Dans notre système, le refroidissement est réalisé à l'aide d'un seul faisceau aligné selon la direction de faible confinement magnétique, de polarisation σ^+ et légèrement désaccordé vers le rouge de la transition $|F=2, m_F=2\rangle \rightarrow |F=3, m_F=3\rangle$ pour les atomes placés au centre du piège. À cause de l'effet Zeeman, les atomes situés aux bords du nuage sont beaucoup plus désaccordés et n'absorbent pas la lumière. L'intensité du faisceau de refroidissement est très faible afin d'avoir un paramètre de saturation petit. Nous utilisons un piège avec un fort champ de biais, ce qui fournit une transition cyclante presque parfaite.

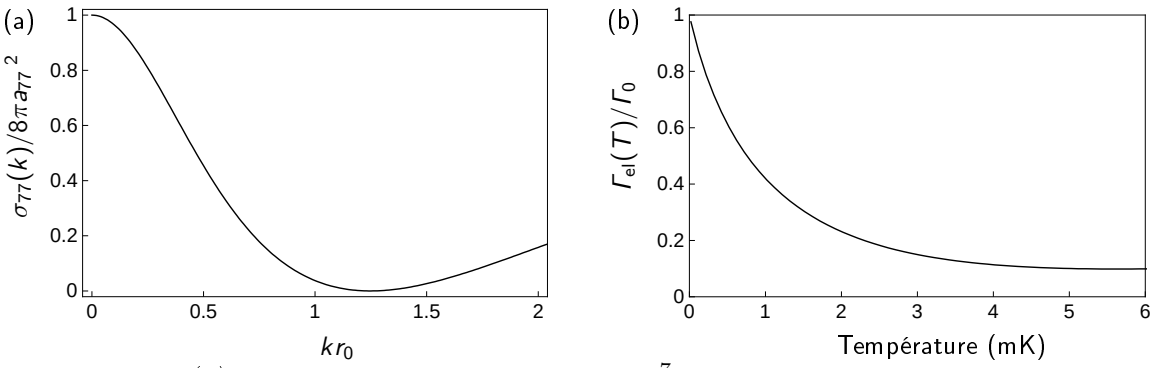


FIGURE 6.11 – *(a) La section efficace de diffusion du ^{7}Li dépend fortement de l'impulsion relative des deux atomes qui entrent en collision. En particulier, elle s'annule pour $kr_0 \sim 1$, où r_0 est la longueur de Van der Waals qui caractérise la portée du potentiel. Sa dépendance en impulsion peut être facilement obtenue en modélisant le potentiel d'interaction par un terme de Van der Waals $-C_6/r^6$ et un cœur dur dont la position est ajustée pour obtenir $a_{77} = -27a_0$ [132]. (b) Variation du taux de collisions élastiques avec la température du gaz. Les valeurs sont exprimées en fonction du taux de collisions à température nulle Γ_0.*

Le nuage peut être refroidi avec un seul faisceau laser uniquement parce qu'il est simultanément piégé et que le confinement magnétique compense la force de pression de radiation du faisceau. Cependant, ce dernier ne doit pas être allumé ou éteint brusquement, car cela provoque des oscillations du centre de masse du nuage. C'est d'ailleurs ainsi que nous avons mesuré la fréquence axiale du piège Ioffe. En pratique nous effectuons donc des rampes linéaires d'intensité de 100 ms.

Il est clair que dans cette géométrie seule la direction axiale est activement refroidie. Le refroidissement de la direction radiale repose sur la thermalisation du nuage, qui peut se produire grâce à différents processus : réabsorption des photons spontanés [233], mélange non linéaire des différentes directions (dû à l'anharmonicité du piège [235]) ou collisions élastiques dès que le taux de collisions devient suffisant.

Le montage expérimental utilisé pour le refroidissement Doppler est représenté sur la figure 6.12. Le grand champ de biais du piège magnétique (environ 505 G) est obtenu en ajoutant du courant dans les bobines pinch à l'aide d'une alimentation supplémentaire (figure 6.12a). Le faisceau de refroidissement est issu de l'esclave repompeur du PMO qui, bien qu'à 680 MHz de désaccord de la transition à champ nul, est à résonance pour cette valeur du champ magnétique (figure 6.12b).

6.7.2 Performances

Dans l'expérience nous effectuons deux étapes successives de refroidissement Doppler, dont les paramètres sont résumés dans le tableau 6.3. La première est réalisée dans un piège peu

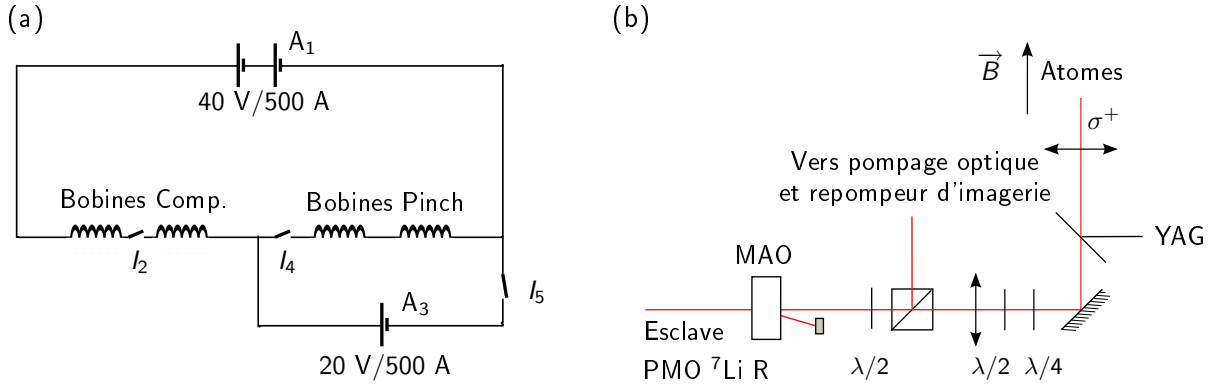


FIGURE 6.12 – *Montage expérimental utilisé pour le refroidissement Doppler. (a) Le circuit électrique des bobines permet d'ajuster le confinement axial du piège tout en conservant un champ de biais constant. Pour cela nous utilisons deux alimentations de courant indépendantes : A_1 fait circuler du courant simultanément dans les bobines pinch et de compensation, ce qui crée uniquement une courbure. Avec A_3 nous pouvons alors rajouter du courant dans les bobines pinch pour obtenir le biais souhaité (environ 505 G). (b) Le montage optique est extrêmement simple. Le faisceau utilisé est issu du laser esclave repompeur du PMO. Il s'agit de l'ordre zéro d'un modulateur acousto-optique, ce qui permet d'ajuster grossièrement son intensité. Cependant, son extinction complète nécessite l'utilisation d'un obturateur mécanique.*

confinant, de fréquences $\omega_{\rm rad} = 2\pi \times 198$ Hz et $\omega_{\rm ax} = 2\pi \times 66$ Hz. Pour des nuages de 3×10^8 atomes elle permet de réduire la température du nuage selon la direction axiale de 1.5 mK à 370 μK. Au cours du refroidissement, qui dure une centaine de millisecondes, la température radiale diminue légèrement jusqu'à atteindre 1.05 mK. Le nuage n'est donc pas à l'équilibre thermodynamique à l'issue de cette phase et $T_{\rm rad,\,ax}$ sont des températures effectives (figure 6.13). Nous avons vérifié que le mécanisme prépondérant de couplage entre les directions axiale et radiale est la diffusion multiple de photons dans le nuage. Les données expérimentales sont par ailleurs en accord qualitatif avec le modèle développé dans ce sens par l'équipe de T. Pfau pour l'atome de chrome [233]. À ce stade, le taux de collisions élastiques ($\Gamma_{\rm el} = \bar{n}\sigma\bar{v} < 0.5$ s^{-1}) est beaucoup trop faible pour garantir la thermalisation du gaz à cette échelle de temps. Il en va de même pour le mélange non linéaire, car l'anharmonicité du piège utilisé est négligeable.

Le nuage est ensuite transféré dans un piège plus comprimé ($\omega_{\rm rad} = 2\pi \times 353$ Hz et $\omega_{\rm ax} = 2\pi \times 122$ Hz), ce qui entraîne une augmentation de sa densité et de sa température. Dans ces conditions nous réalisons une deuxième phase de refroidissement Doppler. Nous pouvons ainsi atteindre des températures de 110 et 370 μK selon les directions axiale et radiale respectivement. Par rapport à la première étape de refroidissement Doppler, le rapport de ces températures effectives est inchangé. Dans un tel piège, la densité est cependant plus importante et les collisions élastiques commencent à intervenir dans la thermalisation. Nous avons donc entrepris de déterminer la valeur du taux de collisions élastiques dans le nuage en fonction de la température à travers la mesure du temps de relaxation du système vers l'équilibre thermodynamique.

En conclusion, ces deux phases de refroidissement laser dans le piège Ioffe ont pour effet de réduire l'énergie du nuage de façon importante. Dans le piège initial ($\omega_{\rm rad} = 2\pi \times 198$ Hz et $\omega_{\rm ax} = 2\pi \times 66$ Hz) les températures axiale et radiale du gaz sont $T_{\rm rad} = T_{\rm ax} = 1.5$ mK avant refroidissement, $T_{\rm rad} = 1.05$ mK et $T_{\rm ax} = 370$ mK après la première phase et $T_{\rm rad} = 203\,\mu$K et $T_{\rm ax} = 110\,\mu$K à la fin de la deuxième phase de refroidissement Doppler. Le processus entraîne la disparition d'entre 25 et 40% des atomes. Il s'agit de pertes inélastiques en présence lumière dont la nature exacte reste à déterminer. Le résultat final est une augmentation de la densité

dans l'espace des phases d'un facteur 45. Par ailleurs, la diminution de la température du nuage permet d'augmenter le taux de collisions élastiques[17] d'un facteur 16, ce qui est crucial pour pouvoir amorcer le refroidissement par évaporation.

Refroidissement Doppler 1	
I (μW/cm^2)	15
δ_0 (MHz)	680
δ (MHz)	−21
τ (ms)	150
I_{Pinch} (A)	212.5
I_{Comp} (A)	0
I_{Barres} (A)	380
$\omega_{\text{rad}}/2\pi$ (Hz)	198
$\omega_{\text{ax}}/2\pi$ (Hz)	67
N ($\times 10^8$)	2.5
T_{rad} (μK)	1050
T_{ax} (μK)	370

Refroidissement Doppler 2	
I (μW/cm^2)	6.5
δ_0 (MHz)	680
δ (MHz)	−21
τ (s)	2
I_{Pinch} (A)	711
I_{Comp} (A)	500
I_{Barres} (A)	680
$\omega_{\text{rad}}/2\pi$ (Hz)	353
$\omega_{\text{ax}}/2\pi$ (Hz)	122
N ($\times 10^8$)	2.4
T_{rad} (μK)	370
T_{ax} (μK)	110

TABLE 6.3 – *Paramètres des deux étapes de refroidissement Doppler dans le piège Ioffe. Dans le tableau, δ_0 désigne le désaccord par rapport à la transition à champ nul et δ le désaccord par rapport à la transition au champ magnétique de 505 G que nous utilisons.*

6.8 Évaporation radio-fréquence

La dernière étape effectuée dans le piège de Ioffe-Pritchard est le refroidissement par évaporation radio-fréquence. Celui-ci est réalisé dans un piège compensé de faible champ de biais dont les paramètres sont résumés dans le tableau 6.4. Au cours de la rédaction de ce manuscrit la mise en œuvre de l'évaporation a permis d'atteindre le seuil de dégénérescence du ^{7}Li . À cause de la nature attractive des interactions, le condensat s'effondre dès que le nombre d'atomes devient trop important. Dans nos conditions expérimentales ce seuil est de quelques centaines d'atomes, raison pour laquelle nous n'avons pas pu observer le condensat directement. Néanmoins, la mesure de la densité dans l'espace des phases montre bien que le régime de dégénérescence quantique est atteint (figure 6.15a).

Dans la configuration finale de l'expérience nous comptons arrêter le refroidissement par évaporation dans le piège Ioffe dès que la température est suffisamment faible pour transférer les atomes efficacement dans le piège dipolaire. En pratique, cela correspond à une température d'environ 100 μK , à laquelle nous disposons de 10^7 atomes avec une densité dans l'espace des phases de 10^{-3}. Nous avons choisi cette stratégie car l'évaporation du ^{7}Li devient peu efficace lorsque la température du nuage est faible. En effet, la valeur élevée du taux de pertes dipolaires $\beta_{77} = 1.4 \times 10^{-14}$ cm^3/s conduit à une diminution du taux de collisions élastiques dès que la

17. L'importance de ce gain est essentiellement due à la forte diminution de la section efficace de diffusion du ^{7}Li pour les énergies de collision élevées (figure 6.11). Pour une section efficace de diffusion constante $\sigma_0 = 8\pi a^2$, le taux de collision aurait été multiplié simplement par 4.

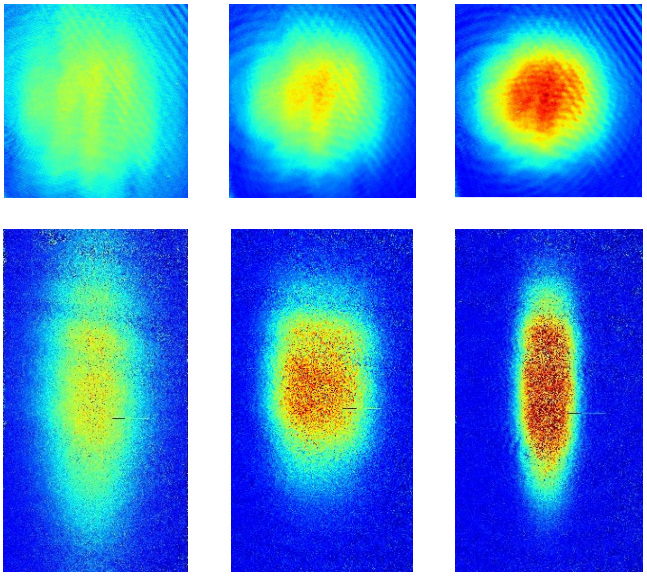


FIGURE 6.13 – *Images d'un nuage de* ^{7}*Li après temps de vol à partir d'un piège Ioffe non compensé de fréquences* $\omega_{\mathrm{rad}} = 2\pi \times 198$ *Hz et* $\omega_{\mathrm{ax}} = 2\pi \times 66$ *Hz. De gauche à droite : le nuage lors de son transfert dans ce piège, après la première phase de refroidissement Doppler et après la deuxième phase de refroidissement. La ligne supérieure montre une vue axiale du gaz, tandis que la ligne inférieure une vue radiale. Les températures et les nombres d'atomes dans les trois cas correspondent à ceux indiqués dans le texte. L'image prise à la fin du premier refroidissement Doppler montre clairement que le nuage n'est pas à l'équilibre thermodynamique.*

I_{Barres} (A)	500
I_{Pinch} (A)	250
I_{Comp} (A)	250
$I_{\mathrm{Pinch-Offset}}$ (A)	6
$\omega_{\mathrm{rad}}/2\pi$ (kHz)	3.1
$\omega_{\mathrm{ax}}/2\pi$ (Hz)	70
B_0 (G)	4

TABLE 6.4 – *Paramètres du piège magnétique de Ioffe-Pritchard utilisé pour l'évaporation radio-fréquence.*

température est inférieure à 100 μK (figure 6.15b). Le rapport entre les taux de collision élastiques et inélastiques

$$\frac{\Gamma_{\mathrm{el}}}{\Gamma_{\mathrm{dip}}} \sim \frac{\bar{n}\sigma_{77}\bar{v}}{\beta_{77}\bar{n}} = \frac{\sigma_{77}\bar{v}}{\beta_{77}}, \tag{6.8}$$

étant d'autant plus défavorable que la température du nuage est faible, il est préférable d'arrêter l'évaporation plus tôt et de la poursuivre dans le piège dipolaire.

6.9 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons abordé les différentes étapes de piégeage magnétique de l'expérience : piège quadrupolaire, transport magnétique et piège de Ioffe-Pritchard. Nous avons

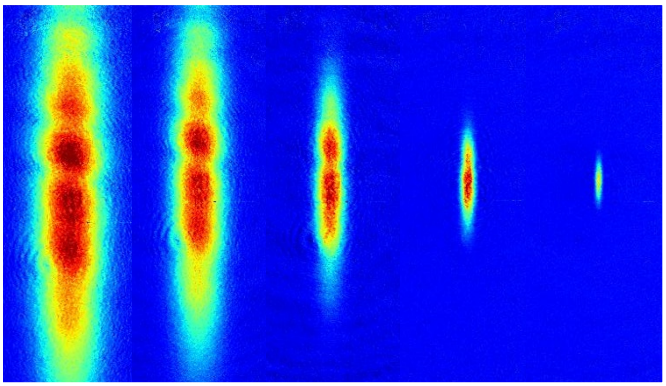


FIGURE 6.14 – *Images d'un nuage de ^7Li au cours du refroidissement par évaporation radio-fréquence dans le piège de Ioffe-Pritchard.*

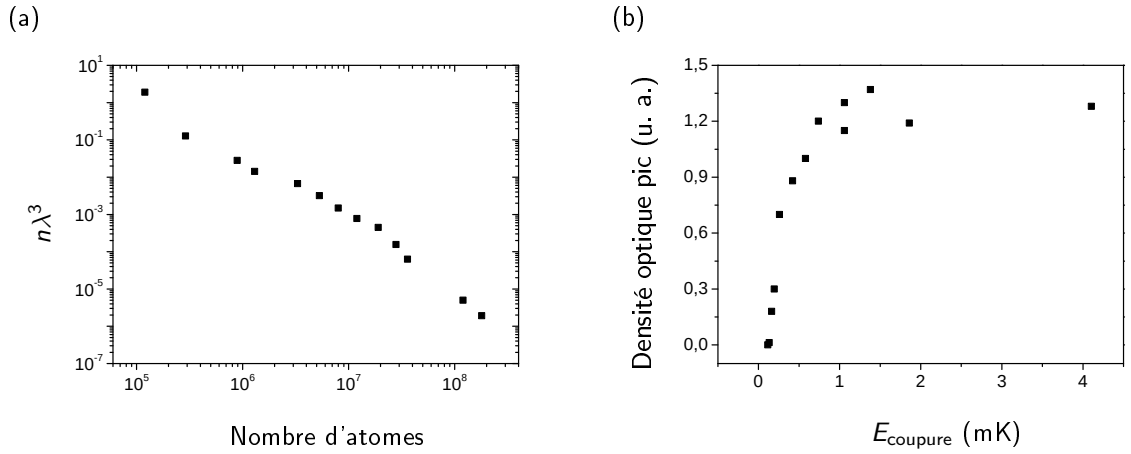


FIGURE 6.15 – *(a) Évolution de la densité dans l'espace des phases en fonction du nombre d'atomes piégés au cours de l'évaporation. Celle-ci permet d'atteindre le seuil de dégénérescence quantique du ^7Li . (b) Variation de la densité optique au centre du nuage, proportionnelle au taux de collisions élastiques, en fonction de l'énergie de coupure du couteau radio-fréquence. Nous observons une réduction de l'efficacité du refroidissement pour $E_{\text{coupure}} < 1$ mK, ce qui correspond à une température de 250 μK. Une modélisation du système montre [236] que cet effet est dû à l'importance des pertes dipolaires pour les nuages froids et denses.*

d'abord présenté un nouveau schéma de pompage optique, nettement plus efficace que celui du précédent montage, basé sur l'utilisation d'un faisceau intense très désaccordé.

Nous avons ensuite détaillé les performances du transport magnétique et avons montré que la nouvelle géométrie de l'appendice de la cellule a permis de multiplier l'efficacité du transfert par un facteur cinq qui, presque à lui seul, justifie la reconstruction de l'ensemble du montage.

La conception, la réalisation et les performances du nouveau piège de Ioffe-Pritchard ont également été passées en revue. Ce nouveau piège, aussi confinant que le précédent, est extrêmement stable et autorise un très bon accès optique.

Pour finir, nous avons décrit les deux processus de refroidissement qui ont lieu dans le piège Ioffe : d'abord une phase de refroidissement Doppler, puis le refroidissement par évaporation forcée. Le premier constitue une technique originale et efficace qui permet de contourner le problème de la dépendance en énergie de la section efficace de diffusion du ^{7}Li . La dynamique impliquée dans ce processus est en soi un sujet riche qui est actuellement en cours d'étude dans

notre équipe. Grâce à l'ensemble de ces modifications nous avons pu récemment atteindre le seuil de dégénérescence quantique du ^{7}Li .

Chapitre 7

Piégeage dipolaire et détection

Dans ce chapitre nous abordons la dernière étape de piégeage de l'expérience, à savoir le confinement du gaz dans un piège optique dipolaire. Le nouveau montage utilise un laser à fibre de très haute puissance et permet la manipulation de la géométrie du potentiel de piégeage au cours de l'expérience. Afin d'ajuster la force des interactions dans le gaz à l'aide de résonances de Feshbach nous avons conçu un système de génération et de contrôle des champs magnétiques flexible, que nous passons également en revue. Le montage actuel n'a pas encore permis l'obtention d'un superfluide fermionique. Nous décrivons donc la stratégie de refroidissement utilisée dans l'ancien dispositif et proposons un certain nombre d'améliorations. Enfin, les systèmes d'imagerie qui ont été installés pour détecter l'état du gaz sont discutés en détail.

7.1 Piégeage dipolaire

Afin d'étudier le gaz de Fermi dans le régime de forte interaction nous utilisons des résonances de Feshbach. Or, comme nous avons vu dans le chapitre 2, seuls les états du lithium qui ne sont pas magnétiquement piégeables disposent de telles résonances. Cela impose l'utilisation d'un piège optique dipolaire, qui permet de confiner les atomes indépendamment de leur état interne. Nous pouvons ainsi découpler le piégeage et l'ajustement de la force des interactions. Le premier est assuré par le faisceau du piège dipolaire et le deuxième par la valeur du champ magnétique externe.

Cette section est consacrée à la description de la conception, de la réalisation pratique et des performances du nouveau piège dipolaire qui a été installé sur l'expérience. Rappelons que, au fond du piège, le potentiel U fourni par un faisceau gaussien très désaccordé vers le rouge de la transition atomique est en bonne approximation harmonique et peut s'écrire comme

$$U = -\left|U_0\right| + \frac{1}{2}m\left(\omega_{\mathrm{rad}}^2 r^2 + \omega_{\mathrm{ax}}^2 z^2\right) \quad \text{avec} \tag{7.1}$$

$$U_0 = \frac{\hbar\Gamma^2 P}{4\pi w_0^2 I_{\mathrm{sat}}\left|\delta\right|}, \quad \omega_{\mathrm{rad}} = \sqrt{\frac{4\left|U_0\right|}{m w_0^2}} \quad \text{et} \tag{7.2}$$

$$\omega_{\mathrm{ax}} = \sqrt{\frac{2\left|U_0\right|}{m z_{\mathrm{R}}^2}} = \frac{\lambda}{\sqrt{2}\pi w_0}\omega_{\mathrm{rad}} \ll \omega_{\mathrm{rad}}, \tag{7.3}$$

où P, λ, w_0, z_{R} et δ désignent respectivement la puissance, la longueur d'onde, le col, la longueur de Rayleigh et le désaccord du faisceau, tandis que I_{sat} est l'intensité de saturation de la transition atomique.

Par rapport à l'ancien montage nous avons introduit deux modifications essentielles :

- d'une part, nous utilisons un laser avec une puissance dix fois supérieure, ce qui permet la réalisation de potentiels bien plus profonds et donc le chargement du gaz avec plus

d'atomes et à des températures plus élevées. Comme l'évaporation est considérablement plus efficace dans le piège dipolaire, nous espérons ainsi augmenter le nombre de fermions fortement dégénérés ;
- nous avons également installé un système optique qui permet la manipulation de la géométrie du potentiel optique au cours de l'expérience, ce qui augmente considérablement le nombre d'expériences qu'il est possible de réaliser.

7.1.1 Montage expérimental

Comme dans l'ancien dispositif expérimental, le piège dipolaire est réalisé à l'aide de faisceaux de longueur d'onde ~ 1 μm. La raison en est qu'il existe un grand choix de lasers commerciaux proches de cette valeur, qui est par ailleurs suffisamment éloignée de 671 nm pour garantir un faible taux de chauffage du nuage. En effet, si la profondeur du piège U_0 est proportionnelle à P/δ, le taux de chauffage est donné par $\Gamma'_{\text{ch.}} \propto P/\delta^2$ [237].

Nous disposons de deux faisceaux croisés à 90° pour le piège dipolaire. Cela permet premièrement d'obtenir un piège plus confinant, et donc une évaporation *a priori* plus efficace. Par ailleurs, l'emploi de deux faisceaux permet de modifier la géométrie du piège en ajustant le rapport des puissances des deux faisceaux, ce qui peut s'avérer utile pour de nombreuses expériences. Dans notre montage expérimental l'un des faisceaux se propage selon la direction verticale, tandis que le faisceau horizontal coïncide avec l'axe de confinement faible du piège magnétique (figure 7.1).

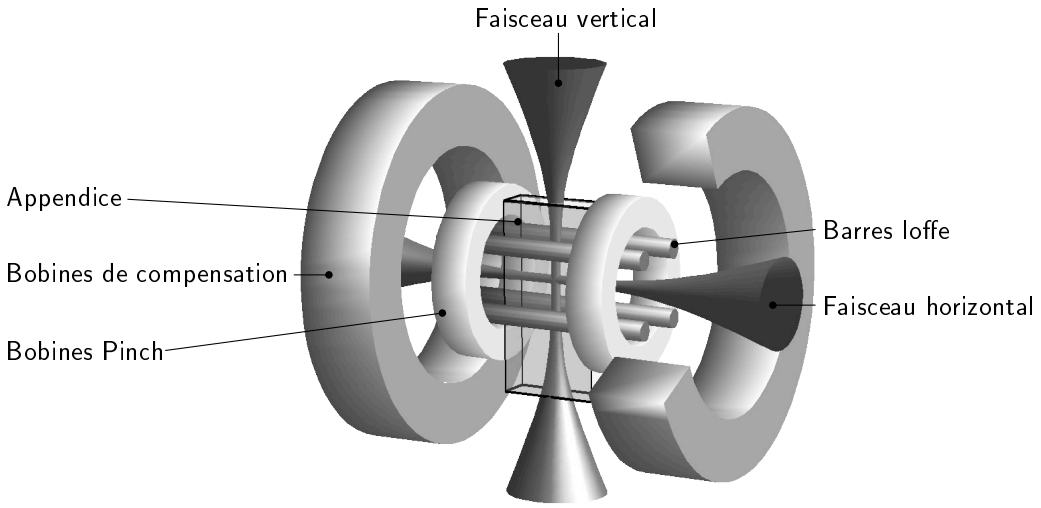


FIGURE 7.1 – *Schéma du piège dipolaire utilisé dans l'expérience. Il est constitué de deux faisceaux alignés selon la direction de confinement faible du piège Ioffe et selon la direction verticale.*

Système optique

Dans le nouveau dispositif expérimental le faisceau horizontal du piège dipolaire est fourni par un laser à fibre dopé à l'ytterbium de haute intensité [1]. La longueur d'onde du laser est de 1071 nm, avec une largeur spectrale de 2.64 nm. La puissance maximale est de 125 W dans un mode gaussien TEM_{00} de bonne qualité (coefficient $M^2 = 1.08$ spécifié). Remarquons que

1. Laser IPG YLR-120-LP.

l'emploi d'un laser de puissance élevée impose l'utilisation d'éléments optiques adaptés, avec des substrats en silice fondue qui minimisent les effets thermiques.

La figure 7.3 schématise le montage expérimental actuel, où le nombre d'éléments optiques a été réduit au strict minimum afin de préserver la qualité du mode spatial. Nous avons observé que celui-ci change en fonction de la puissance de sortie du laser. Il en va de même pour le bruit en intensité du faisceau, qui est minimal pour $P_{\max} \sim 125$ W. Nous opérons donc toujours à puissance maximale, et avons placé en sortie de fibre une lame demi-onde suivie d'une séparatrice dépendante de la polarisation [2] afin de pouvoir ajuster la puissance dirigée vers l'expérience. Le reste est dirigé vers un « piège à lumière » constitué d'un bloc de cuivre refroidit à eau et percé d'un trou en spirale où est envoyé le faisceau. L'ensemble est peint en noir afin d'éviter les réflexions parasites.

Le faisceau en sortie de fibre a un col de 2.5 mm, réduit à 1 mm avant de traverser deux modulateurs acousto-optiques [3] qui défléchissent selon deux direction orthogonales. Comme nous le verrons dans la section suivante, cela nous permet de contrôler et d'ajuster de façon précise la position et la forme du potentiel optique produit. Remarquons que dans cette configuration l'astigmatisme introduit par le premier modulateur acousto-optique est compensé par le deuxième. Le résultat est un mode spatial de meilleure qualité au niveau des atomes (figure 7.2). La focalisation sur le nuage atomique est effectuée à l'aide d'une lentille dont la longueur focale est fixée par les contraintes géométriques de l'expérience (~ 400 mm pour le faisceau horizontal et ~ 700 mm pour le vertical). Enfin, la valeur du col du faisceau au niveau des atomes est déterminée par le grandissement du télescope placé après le deuxième modulateur acousto-optique, qui fixe la taille du faisceau sur la lentille de focalisation.

L'utilisation d'un laser de cette puissance nécessite une atmosphère de travail propre. En effet, la moindre particule présente dans l'air peut être piégée dans un maximum d'intensité du faisceau et il est facile d'endommager les éléments optiques en brûlant des poussières déposées sur leur surface, ce qui dégraderait sérieusement le mode spatial du faisceau. Nous avons donc installé un système de flux laminaire [4] sur la table de l'expérience. Par ailleurs, toutes les modifications du col du faisceau sont réalisées à l'aide de télescopes de Galilée (lentilles convergente+divergente), ce qui évite l'existence de points de focalisation superflus. Enfin, un flux d'air sec supplémentaire permet d'assurer la propreté des modulateurs acousto-optiques et de la cellule, où la taille du faisceau est minimale.

Pour le faisceau vertical nous utilisons le même laser YAG que dans l'ancien montage [5], de longueur d'onde 1064 nm et de puissance 6 W. Le montage optique (figure 7.3) est similaire à celui du faisceau horizontal. Nous utilisons deux lasers indépendants pour les deux faisceaux du piège. La raison en est que plusieurs groupes ont observé des taux de pertes très importants dans des pièges croisés de ^{6}Li lorsque les deux faisceaux sont issus d'un même laser à fibre de grande largeur spectrale comme le notre. Ils attribuent cet effet à des transitions Raman : les atomes absorberaient des photons d'un faisceau et les re-émettraient dans l'autre, ce qui aurait pour conséquence un transfert d'impulsion important et donc le chauffage du nuage [6]. Par ailleurs, ces processus sont fortement réduits lorsque les deux faisceaux ont des polarisations orthogonales ou forment un petit angle [238]. Dans notre configuration, l'utilisation de deux lasers de longueurs d'onde très différentes devrait éliminer complètement le problème.

2. Polariseur Brewster Linos Photonics 8450-400-100-8.

3. IntraAction ATM-803DA6M, avec un cristal en TeO_2 refroidit à eau.

4. ADS Laminaire, trois caissons de filtration type Motojet 6/12.

5. Laser Spectra-Physics T40-Z-106C-02 SN 901.

6. Ce problème est absent dans le cas du ^{87}Rb, ce qui semble indiquer que la structure hyperfine très étroite du ^{6}Li est impliquée.

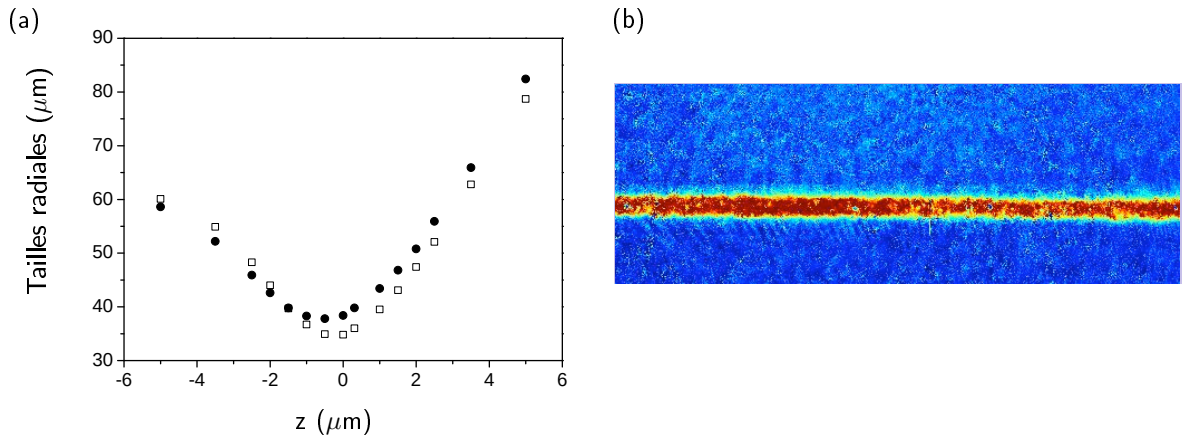


FIGURE 7.2 – *(a) Mesure du col du faisceau horizontal du piège dipolaire selon deux directions orthogonales. L'utilisation de deux modulateurs acousto-optiques croisés permet de réduire l'astigmatisme du faisceau à des valeurs très faibles, avec* $w_x/w_y = 1.08$ *pour les profils de la figure. (b) Confinement d'environ* 10^7 *atomes de* ^{7}*Li dans le piège qui en résulte.*

Alignement et caractérisation du piège

Une bonne connaissance des caractéristiques des faisceaux du piège dipolaire (mode spatial, taille du col et longueur de Rayleigh) est indispensable pour obtenir une performance optimale de ce dernier. Afin d'analyser les deux faisceaux nous enregistrons leurs profils d'intensité sur une caméra CCD [7]. Cette mesure doit être réalisée à haute puissance, dans des conditions identiques à celles de l'expérience. Pour éviter la saturation de la caméra, l'analyse est réalisée sur le faisceau transmis à travers un miroir YAG de haute puissance. Lorsqu'il s'agit d'un miroir à incidence normale avec la face arrière polie, les distorsions introduites sur le faisceau mesuré sont complètement négligeables. Afin de pouvoir contrôler à tout moment le mode spatial des deux faisceaux du piège, la caméra est installée de façon permanente sur l'expérience. Deux miroirs amovibles placés après les lentilles de focalisation permettent d'envoyer les faisceaux sur la caméra au lieu de le faire sur les atomes.

Un autre point critique de l'expérience est l'alignement du faisceau horizontal du piège dipolaire sur le piège magnétique, qui détermine l'efficacité de transfert d'un piège à l'autre. Dans l'ancien montage cet alignement était très pénible à réaliser et pouvait prendre une journée entière [40,41]. Pour faciliter la tâche nous avons installé un système d'imagerie dans la direction du faisceau horizontal. Il est ainsi possible de conjuguer sur la même caméra ce faisceau et l'image du gaz dans le piège magnétique. La superposition des deux est donc immédiate (figure 7.4). Un alignement plus fin est réalisé en optimisant le nombre d'atomes transférés dans le piège dipolaire horizontal. Pour cela, nous pouvons modifier la position de la lentille de focalisation, qui est montée sur une platine de translation tri-axe [8]. Enfin, des cales piezo-électriques [9] placées sur le miroir le plus proche des atomes permettent de réaliser l'ajustement final.

Le dernier point important est l'optimisation du croisement des deux faisceaux du piège. En effet, toute dérive de leur alignement relatif entraîne une modification de la fréquence de piégeage

7. Caméra industrielle Lumenera Lu75, avec des pixels de $7.5\times7.5\ \mu m^2$ et qui peut être connectée à l'ordinateur par USB 2. Le programme d'acquisition que nous utilisons a été écrit en MATLAB par E. Mimoun.

8. MicroContrôle-Newport M-UMR8.25, avec des vis micrométriques BM17.25 de sensibilité $1\,\mu m$ et résolution $10\,\mu m$.

9. Piezomechanik PSt 150/4/5.

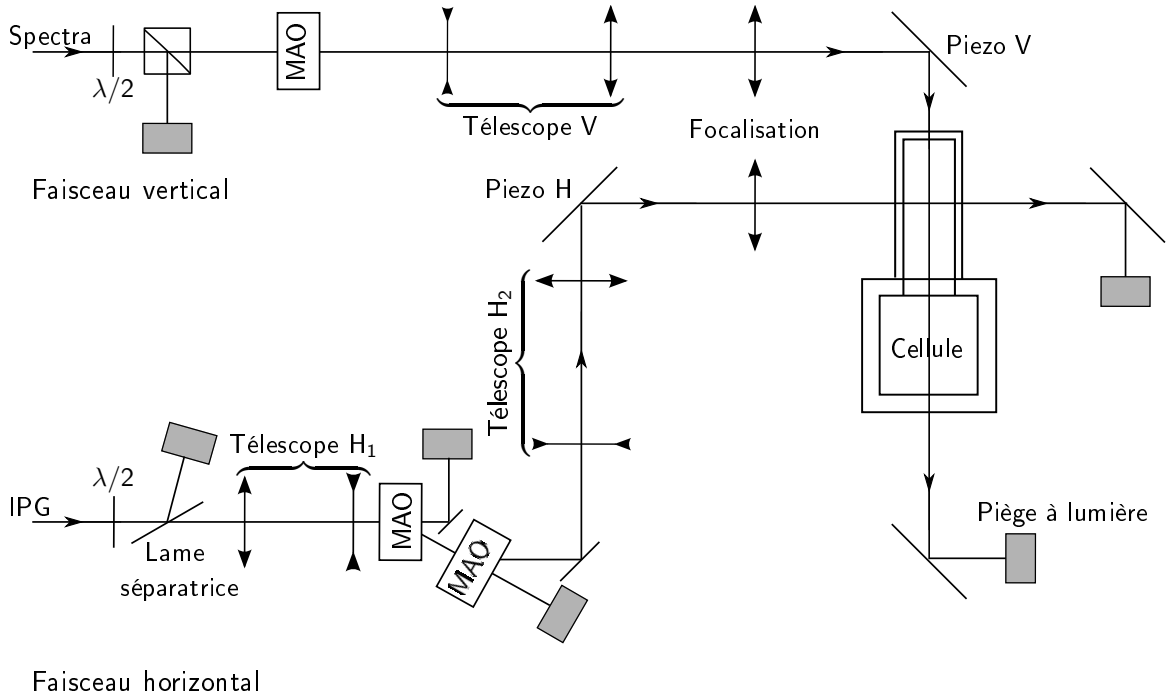


FIGURE 7.3 – *Système optique du piège dipolaire. Il est constitué de deux faisceaux orthogonaux issus de lasers indépendants. Pour chaque faisceau une lame $\lambda/2$ suivie d'une séparatrice permet d'ajuster la puissance envoyée sur l'expérience. Ensuite, un modulateur acousto-optique est utilisé pour contrôler l'intensité de chaque faisceau pendant l'évaporation et assurer une extinction rapide du piège lors des expériences de temps de vol. Dans le cas du faisceau horizontal nous disposons d'un modulateur acousto-optique supplémentaire qui défléchit selon la direction orthogonale et permet de modifier de façon dynamique la géométrie du potentiel optique. Les deux faisceaux sont ensuite envoyés sur les atomes à travers des lentilles de focalisation. La taille des faisceaux sur ces lentilles et donc les cols au niveau des atomes peuvent être ajustés à l'aide des télescopes H_2 et V qui les précédent.*

dans la direction orthogonale au plan qu'ils définissent. Pour ce faire, nous procédons dans l'ordre suivant :

- nous optimisons l'alignement du faisceau horizontal ;
- nous superposons le faisceau vertical seul sur le piège Ioffe, optimisons son centrage et maximisons le recouvrement des deux ;
- nous chargeons enfin un nuage de ^{7}Li dans l'état $|F = 2, m_F = 2\rangle$ dans le piège croisé et ajustons la position du faisceau vertical (en modifiant la position de la lentille de focalisation avec la platine tri-axe, puis le miroir sur cales piezoélectriques) jusqu'à maximiser la température du nuage. En effet, c'est lorsque le croisement est optimal que le piège est le plus confinant et que les processus inélastiques [10], qui provoquent un chauffage du gaz, y sont plus importants.

Afin de pouvoir changer les cols des faisceaux dipolaires au niveau des atomes, déterminés par le grandissement des télescopes placés avant les lentilles de focalisation, les lentilles qui les constituent ont été montées sur des rails. De cette façon, la modification du montage peut être réalisée en quelques heures.

La caractérisation finale du potentiel de piégeage se fait par chauffage paramétrique. Nous

10. Il s'agit essentiellement de collisions inélastiques dipolaires, qui donnent lieu à des taux de pertes proportionnels à la densité du nuage.

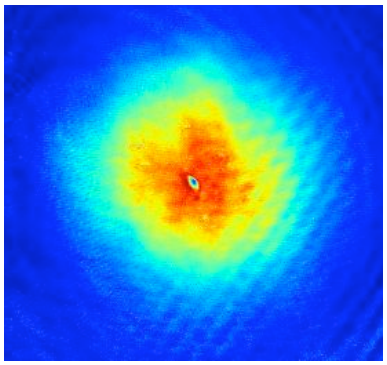


FIGURE 7.4 – *Afin de superposer le faisceau horizontal du piège dipolaire et le piège magnétique nous imageons le nuage selon la direction de confinement faible avec le laser YAG allumé. Les images obtenues permettent de repérer le centre de chacun des deux pièges et de les aligner. Sur la figure on observe un nuage de* ^7Li *après la deuxième étape de refroidissement Doppler et, au centre, le faisceau du piège dipolaire.*

modulons l'intensité du faisceau correspondant et enregistrons le nombre d'atomes piégés en fonction de la fréquence de modulation. Le maximum de pertes apparaît pour une fréquence de modulation égale au double de la fréquence de piégeage (figure 7.5).

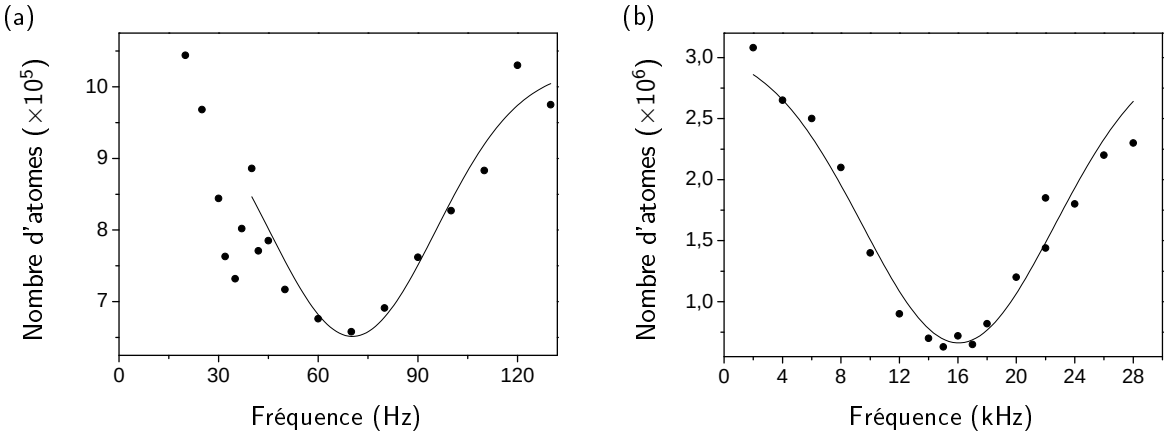


FIGURE 7.5 – *Détermination des fréquences radiale et axiale d'un piège dipolaire constitué du faisceau horizontal seul. Les mesures sont réalisées par chauffage paramétrique en modulant l'intensité du faisceau (et donc la fréquence de piégeage). Les valeurs obtenues sont* $\omega_{\mathrm{ax}} = 2\pi \times 35$ *Hz et* $\omega_{\mathrm{rad}} = 2\pi \times 8$ *kHz pour un faisceau de puissance* 10 *W et col* 55 μm. *Elles sont mesurées sur un nuage de* ^7Li *.*

Asservissement en intensité

Les deux faisceaux du piège dipolaire sont stabilisés en intensité. Nous évitons ainsi que du bruit en intensité des lasers introduise des fluctuations sur les fréquences de piégeage, ce qui peut provoquer des taux de chauffage considérables et raccourcir la durée de vie du gaz piégé [239, 240]. Cela permet également de compenser d'éventuelles dérives de l'efficacité des modulateurs acousto-optiques utilisés.

Le principe du système d'asservissement que nous avons installé est très simple. Nous mesurons la puissance des deux faisceaux en sortie de la cellule. Une boucle d'asservissement nous permet ensuite de contrôler l'intensité de chaque faisceau en régulant la puissance radio-fréquence du modulateur acousto-optique correspondant. Afin d'obtenir un fonctionnement satisfaisant du système il faut cependant prendre certaines précautions.

L'intensité de chaque bras du piège dipolaire est contrôlée en mesurant le faisceau transmis à travers un miroir. Les caractéristiques de celui-ci sont choisies de façon à éviter toute dérive de l'intensité du faisceau transmis [11]. Par ailleurs nous réalisons l'image du faisceau au niveau du nuage sur les photodiodes utilisées, ce qui évite de convertir du bruit de pointé en bruit en intensité.

Lors du refroidissement par évaporation, la puissance lumineuse doit être mesurée avec une bonne précision sur une plage d'environ deux ordres de grandeur. Pour ce faire, il est utile d'utiliser un amplificateur logarithmique pour la photodiode [241] ou bien de sommer les signaux détectés par deux photodiodes de gains différents [82] (ce qui fournit également une réponse non linéaire).

Enfin, il est important d'utiliser une boucle d'asservissement de bande passante élevée, au moins supérieure au double de la fréquence de piégeage maximale, car l'excitation paramétrique est la principale source de chauffage du nuage. Nous avons construit un contrôleur PI qui satisfait ces conditions [165, 236]. La bande passante du système actuel (environ 120 kHz) est limitée principalement par la réponse de l'atténuateur radio-fréquence utilisé [12].

Performances

Le nouveau piège dipolaire est actuellement en cours de caractérisation. Les résultats préliminaires sont très encourageants. Nous avons déjà piégé environ 5×10^6 atomes de ^{7}Li , soit 5 fois plus que dans l'ancien montage. Par ailleurs, le transfert à partir du piège magnétique peut être effectué à des températures de l'ordre de 100 μK. Cela évite la dernière phase d'évaporation dans le piège Ioffe qui, comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, est peu efficace à cause de l'importance des pertes dipolaires. Enfin, la durée de vie du gaz dans le nouveau piège (supérieure à 4 s pour l'état $|F = 2, m_F = +2\rangle$ du ^{7}Li) s'est avérée tout à fait satisfaisante.

7.1.2 Manipulation du potentiel optique

Nous avons conçu un piège dipolaire dont la géométrie peut être variée de manière très flexible au cours de la séquence expérimentale. En effet, le fait de disposer de modulateurs acousto-optiques sur les faisceaux du piège permet de faire varier dynamiquement leur position sur les atomes ; dans le cas d'une modulation périodique rapide (supérieure aux fréquences du piège statique) du pointé, les atomes « voient » ainsi un potentiel moyenné, selon un principe analogue au piège magnétique TOP [225]. Avec deux modulateurs acousto-optiques croisés sur le bras horizontal et un sur le bras vertical, le rapport d'aspect du piège selon les deux axes peut ainsi être modifié dans une large mesure. Parmi les profils de pièges les plus intéressants réalisables avec cette technique nous pouvons mentionner le piège sphérique [13], le double ou quadruple puits ou encore le piège à fond plat, particulièrement intéressant pour les expériences de simulation quantique car plus proche des modèles théoriques. La mise en œuvre de ces pièges est en cours, et les résultats préliminaires sont prometteurs.

11. En pratique nous utilisons des miroirs en silice fondue et à incidence normale, ce qui permet de minimiser les dérives thermiques et les dépendances en polarisation.

12. Modèle PAS-3 de Minicircuits.

13. Dans un tel piège il est prédit que le gaz unitaire obéisse à des lois d'échelle exactes, quelle que soit la température du système [74, 242].

7.2 Champ magnétique de Feshbach

Les champs magnétiques de l'ordre de 1000 G nécessaires pour atteindre les résonances de Feshbach peuvent être produits par deux paires de bobines : les bobines de confinement axial (ou pinch) et les bobines de compensation du champ de biais du piège de Ioffe-Pritchard (figure 7.1).

Les bobines pinch ont une faible inductance à cause de leur petite taille. Elles permettent des modification rapides de la valeur du champ magnétique, et peuvent être éteintes en un temps très court. La figure 7.6 résume leurs performances. Ces bobines sont donc très bien adaptées aux expériences de temps de vol en absence de champ, comme celles que nous avons présenté au chapitre 3. En revanche, elles ont l'inconvénient de produire un champ magnétique inhomogène. Dans les états d'intérêt cela crée un potentiel anti-piégeant selon l'axe des bobines et piégeant selon la direction radiale.

Les bobines de compensation, en revanche, créent un champ beaucoup plus homogène mais, à cause de leur grande inductance, elles ne permettent pas des manipulations rapides de champs magnétiques élevés. Le temps de montée du courant, ainsi que le temps de coupure des bobines sont représentés sur la figure 7.7. Elles sont bien adaptées à la réalisation d'expériences où les atomes sont détectés à haut champ magnétique.

Le circuit électrique des bobines, représenté sur la figure 7.8, a été conçu pour garantir une grande flexibilité dans la manipulation du champ magnétique de Feshbach. Pour cela, nous avons choisi une configuration dans laquelle les deux paires de bobines produisent des champs de sens inverses et peuvent être utilisées simultanément. La coupure d'une des bobines permet alors de varier très rapidement la valeur du champ total (figure 7.9), ce qui peut être extrêmement utile dans les expériences.

Enfin, les modifications que ces deux paires de bobines produisent sur le potentiel de piégeage « vu » par les atomes doivent être prises en compte de façon précise. Afin de décrire la nature expulsante du potentiel axial nous utilisons une fréquence d'antipiégeage imaginaire qui, à cause de la contrainte $\boldsymbol{\nabla}^2 B = 0$ imposée par les équations de Maxwell, est reliée à la fréquence radiale piégeante par $\omega_{\mathrm{ax}} = i\omega_{\mathrm{rad}}/\sqrt{2}$. Avec la géométrie de nos bobines nous avons

$$\begin{aligned}
\omega_{\mathrm{axPinch}} &= i\frac{\omega_{\mathrm{radPinch}}}{\sqrt{2}} = i\sqrt{\frac{\mu_{\mathrm{B}} C_{\mathrm{ax\,Pinch}}}{m_6}} \simeq 2\pi i \times 4.9\sqrt{I_{\mathrm{Pinch}}}\,\mathrm{Hz} \\
\omega_{\mathrm{axComp}} &= i\frac{\omega_{\mathrm{radComp}}}{\sqrt{2}} = i\sqrt{\frac{\mu_{\mathrm{B}} C_{\mathrm{ax\,Comp}}}{m_6}} \simeq 2\pi i \times 1.2\sqrt{I_{\mathrm{Comp}}}\,\mathrm{Hz},
\end{aligned} \tag{7.4}$$

pour un nuage de ^{6}Li dans l'état de spin électronique total $m_S = -1$ et à haut champ magnétique.

7.3 Vers l'obtention d'un superfluide fermionique de seconde génération

Le nouveau montage expérimental n'a pas encore permis l'obtention d'un gaz de Fermi dégénéré en interaction forte. Dans cette section nous passons brièvement en revue les étapes qui restent à mettre en place : chargement du nuage de ^{6}Li dans le piège dipolaire, préparation d'un mélange des deux états de plus basse énergie, refroidissement par évaporation et ajustement des interactions pour obtenir un superfluide fermionique. Pour ce faire nous décrivons la stratégie utilisée dans l'ancien dispositif, expliquons comment l'adapter au nouveau montage et proposons certaines améliorations.

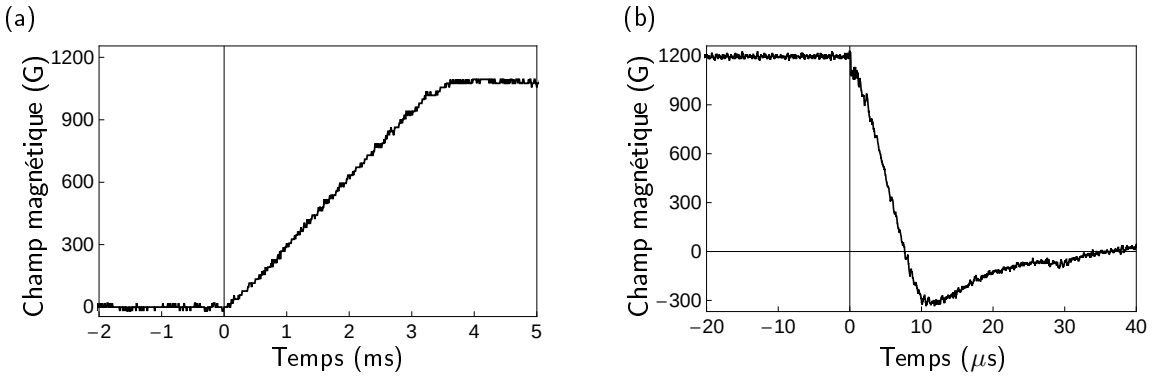


FIGURE 7.6 – *Caractéristiques des bobines pinch pertinentes pour la manipulation des interactions à proximité des résonances de Feshbach. (a) Le temps minimal de montée du courant dans les bobines est obtenu en contrôlant l'alimentation en mode tension. (b) Coupure du champ magnétique réalisée en ouvrant le circuit avec un IGBT. Dans les deux cas nous avons représenté le champ correspondant au courant qui circule dans les bobines. La variation du champ magnétique au niveau des atomes se produit à la même échelle de temps, comme nous avons pu le vérifier en mesurant le courant induit dans une spire placée à proximité des atomes, ce qui confirme l'absence de courants de Foucault induits dans les éléments mécaniques annexes.*

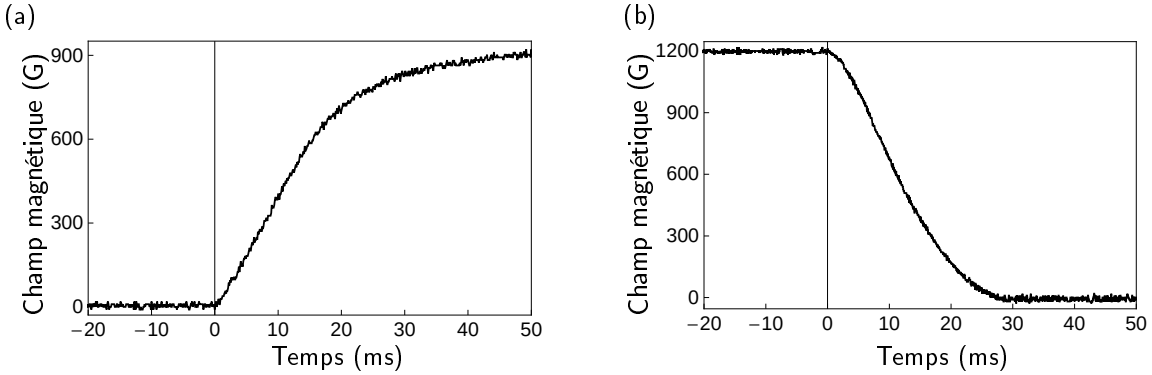


FIGURE 7.7 – *Caractérisation des bobines de compensation. (a) Temps minimal de montée du courant dans les bobines. (b) Coupure du champ magnétique réalisée en mettant les consignes de tension et courant de l'alimentation à zéro. À cause de la grande inductance des bobines il est préférable de ne pas couper le courant brusquement avec un IGBT, car cela peut provoquer des vibrations importantes.*

7.3.1 Stratégie de refroidissement dans l'ancien montage

Au cours de ma première année de thèse nous avons développé une nouvelle stratégie de chargement et refroidissement du gaz dans le piège dipolaire [101, 165]. Cela nous a permis de doubler le nombre d'atomes disponibles par rapport aux premiers superfluides fermioniques produits dans notre équipe [40–42]. Cette méthode a été utilisée pour préparer le système dans toutes les expériences décrites dans la première partie de ce manuscrit (chapitres 2, 3 et 4).

Chargement du gaz fermionique dans le piège dipolaire

Comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, le refroidissement sympathique du ^{6}Li par le ^{7}Li dans le piège Ioffe-Pritchard permet seulement d'atteindre le seuil de dégénérescence quantique des deux isotopes. Avant de transférer le nuage dans le piège dipolaire nous éliminons le ^{7}Li restant. Nous utilisons pour cela le couteau radio-fréquence de l'évaporation, dont nous ba-

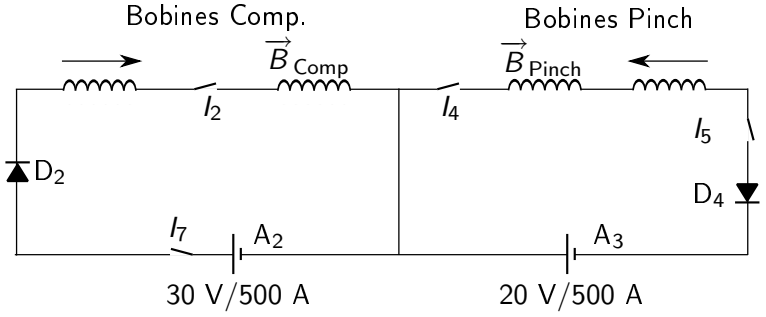


FIGURE 7.8 – *Circuit électrique utilisé pour la génération et la manipulation du champ magnétique de Feshbach. Nous disposons pour cela de deux paires de bobines : pinch et compensation. Dans la configuration actuelle elles produisent des champs de sens opposés. Cela peut être modifié de façon simple en inversant la polarité de D_2, I_7 et A_2.*

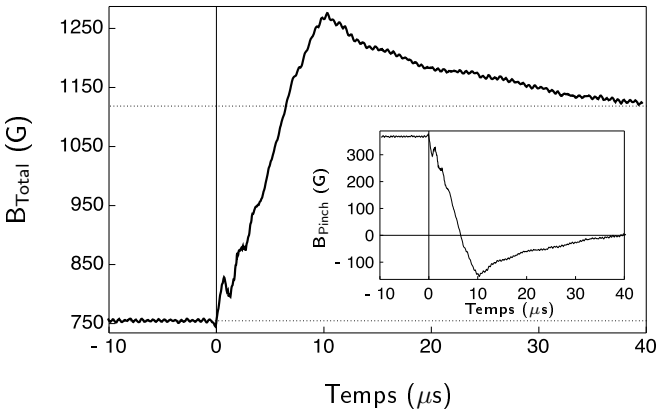


FIGURE 7.9 – *Pour modifier très rapidement la valeur du champ magnétique à proximité de la résonance de Feshbach il est utile d'utiliser simultanément les deux paires de bobines. Sur la figure, le champ magnétique initial est créé par les bobines pinch et compensation simultanément ($B_{\text{Total}} = B_{\text{Comp}} + B_{\text{Pinch}} = 1125 - 375 = 750$ G). L'extinction des bobines pinch (encadré) permet alors de traverser la résonance en quelques microsecondes.*

layons la fréquence jusqu'à dépasser le fond du piège. Remarquons que l'élimination sélective des bosons serait beaucoup plus compliquée à réaliser dans le piège dipolaire, puisque le confinement de celui-ci ne dépend pas de l'état interne de l'atome.

Nous transférons ensuite le gaz de ^{6}Li (polarisé dans l'état $|F = 3/2, m_F = 3/2\rangle$) du piège magnétique vers le piège dipolaire. Pour cela la puissance du piège dipolaire est augmentée linéairement en 1 s jusqu'à atteindre sa valeur maximale, puis les courants du piège magnétique sont éteints en 1 s également. Nous imposons cependant un champ magnétique d'environ 10 G afin de maintenir la polarisation du gaz.

À cause de l'absence de collisions le gaz n'est pas à l'équilibre thermodynamique à l'issue du transfert. Cependant, si celui-ci est lent par rapport aux fréquences d'oscillation du piège ($\mathrm{d}\omega_i/\mathrm{d}t \ll \omega_i^2/2\pi$) nous pouvons définir une température effective T_i pour chaque direction telle que le rapport T_i/ω_i est conservé. On peut alors écrire

$$T_i' = \frac{\omega_i'}{\omega_i} T, \tag{7.5}$$

où T et ω_i caractérisent le gaz dans le piège magnétique, tandis que T' et ω_i' font référence

au nuage dans le piège optique [14]. À partir de cette expression on peut en déduire la variation d'énergie correspondante

$$E' = \frac{1}{3}\left(\sum_i \frac{\omega_i'}{\omega_i}\right) E, \tag{7.6}$$

expression à comparer à $E' = \bar{\omega}'/\bar{\omega} E$, qui aurait été la variation d'énergie du gaz lors du transfert si celui-ci s'était produit en présence de collisions (et donc avec $T/\bar{\omega}$ constant).

À partir de ces expressions il est clair qu'un bon « mode matching » entre les deux pièges est crucial pour limiter l'augmentation d'énergie du nuage lors du transfert. En particulier, il est important de conserver un rapport d'aspect aussi proche que possible du rapport d'aspect initial. Pour ce faire, le piège dipolaire initial est constitué du seul faisceau horizontal (longueur d'onde 1030 nm, puissance 2.8 W et col $\sim$ 23 μm) ce qui fourni un potentiel de profondeur $\sim$ 143 μK et fréquences $\omega'_{\text{rad}} = 2\pi \times 6.2$ kHz et $\omega'_{\text{ax}} = 2\pi \times 63$ Hz, à comparer à celles du piège magnétique $\omega_{\text{rad}} = 4.3$ kHz et $\omega_{\text{ax}} = 2\pi \times 76$ Hz. Les rapports d'aspects sont suffisamment proches pour que l'augmentation d'énergie du nuage soit similaire à celle que l'on aurait obtenu en présence de collisions et reste bien inférieure à la profondeur du piège. Remarquons que la méthode précédemment utilisée consistait à transférer directement le gaz dans un piège dipolaire croisé. Dans ces conditions la fréquence axiale est modifiée par un ordre de grandeur, l'énergie du nuage devient comparable à la profondeur du piège [40] et, lorsque des collisions sont à nouveau introduites dans le système (dans notre cas par préparation d'un mélange de deux états internes différents), la thermalisation qui s'ensuit entraîne la perte d'un grand nombre d'atomes (jusqu'à 75% du nombre initial).

Préparation du mélange d'états de spin

L'étape suivante est la préparation de l'état interne du système. Dans un premier temps les atomes sont transférés dans l'état hyperfin inférieur $|F = 1/2, m_F = +1/2\rangle$. Celui-ci est réalisé par *passage adiabatique* en balayant la fréquence d'une onde radio-fréquence à travers la fréquence de résonance de la transition (typiquement 1 MHz pendant 50 ms et à un champ magnétique de 10 G). Cette méthode s'est avérée bien plus stable que l'utilisation d'une simple impulsion π et conduit à une efficacité de transfert supérieure à 90% [15].

La préparation du mélange $|F = 1/2, m_F = +1/2\rangle + |F = 1/2, m_F = -1/2\rangle$ est réalisée à un champ magnétique bien plus élevé ($\sim$ 270 G). En effet, ces deux état diffèrent uniquement par leur spin nucléaire. Dans le régime de Paschen-Back, à haut champ magnétique, leur écart en énergie est très peu sensible à la valeur de B (figure 7.10) et le transfert est plus robuste. Le champ est généré par les bobines de compensation, car à 270 G la fréquence axiale du piège dipolaire ne permet pas de compenser le potentiel expulsant des bobines pinch (equation 7.4).

Nous effectuons enfin un transfert partiel vers l'état $|F = 1/2, m_F = -1/2\rangle$ en réalisant le passage adiabatique avec une puissance radio-fréquence réduite. Cela produit une superposition cohérente des deux états qui cependant évolue très rapidement ($\sim$ 100 ms) vers un mélange statistique. Nous attribuons la décohérence à la courbure résiduelle des bobines, qui produit un champ magnétique inhomogène. On vérifie la qualité du mélange à 5% près en appliquant un gradient de champ magnétique pendant le temps de vol, ce qui permet de séparer spatialement les deux états comme dans l'expérience de Stern-Gerlach (figure 7.10).

14. Remarquons que, pour simplifier la discussion, nous avons supposé que les deux potentiels sont parfaitement harmoniques.

15. Evaluée soit en réalisant une expérience de Stern-Gerlach pendant le temps de vol, soit en imageant le gaz en absence de repompeur (ce qui ne permet pas la détection de l'état hyperfin inférieur).

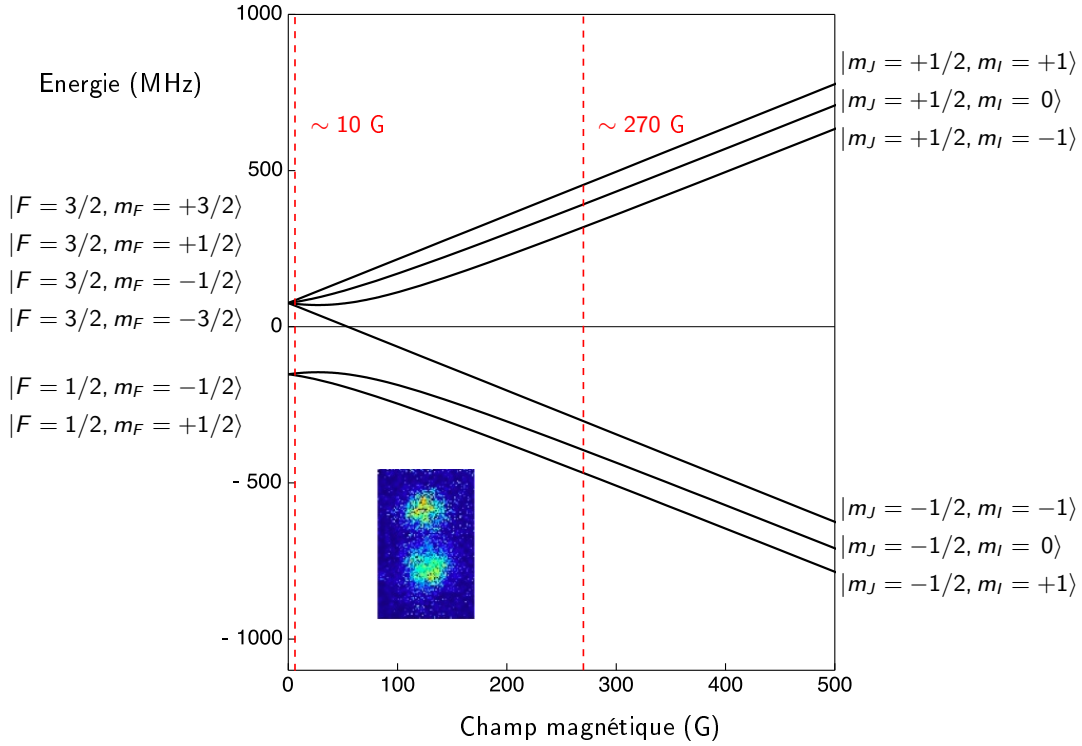


FIGURE 7.10 – *Énergie des sous-niveaux de l'état fondamental du ^6Li en fonction de la valeur du champ magnétique. À gauche de la figure, les nombres quantiques appropriés pour définir les états à champ magnétique faible. À droite, la nomenclature adaptée au régime de Paschen-Back (spin nucléaire et électronique découplés). Les atomes sont initialement dans l'état complètement polarisé $|F = 3/2, m_F = +3/2\rangle$. Nous les transférons dans l'état de plus basse énergie $|F = 1/2, m_F = +1/2\rangle$ à un champ magnétique d'environ 10 G. La valeur de celui-ci est ensuite augmentée jusqu'à atteindre 270 G. Nous réalisons alors un transfert partiel vers l'état $|F = 1/2, m_F = -1/2\rangle$ et obtenons ainsi le mélange souhaité. Sa qualité est vérifiée en réalisant une expérience de Stern-Gerlach pendant le temps de vol du nuage ($N_\uparrow/N_\downarrow = 0.500 \pm 0.025$ pour l'image de l'encadré).*

La création du mélange entraîne l'apparition de collisions dans le gaz, car la longueur de diffusion entre les deux états est d'environ $-280\,a_0$ à ce champ magnétique. La thermalisation du nuage qui, comme nous l'avons expliqué précédemment, n'était pas à l'équilibre thermodynamique dans le piège, est accompagnée de l'évaporation des atomes d'énergie élevée. Le résultat est une diminution de l'énergie et du nombre total d'atomes. Ce processus d'évaporation est bien moins efficace qu'un refroidissement par évaporation forcée. Il est donc important de le réduire au minimum. Nous avons observé que les pertes d'atomes observées dépendent fortement du « mode-matching » entre le piège magnétique et le piège dipolaire. Ainsi, pour un piège horizontal nous mesurons un taux de pertes inférieur à 50%, alors que lorsque le gaz est transféré directement dans le piège dipolaire croisé 75% des atomes sont perdus.

Refroidissement par évaporation

Nous disposons finalement d'environ 5×10^5 atomes à une température de 15 μK et un paramètre de dégénérescence $T/T_\mathrm{F} = 2.4$. Nous réalisons alors un refroidissement par évaporation forcée en diminuant exponentiellement la puissance du faisceau dipolaire en 5 s jusqu'à atteindre

une profondeur de $\sim 36\,\mu$K. Dans le processus le nombre d'atomes est divisé par deux, alors que la température diminue d'un facteur 5.

Le rapport d'aspect du piège est ensuite modifié en allumant le faisceau dipolaire vertical (longueur d'onde 1064 nm, col $\sim 25\,\mu$m et puissance ~ 125 mW) afin d'obtenir un piège plus isotrope, avec typiquement $\omega_x = 2\pi \times 2.7$ kHz, $\omega_y = 2\pi \times 1.2$ kHz et $\omega_z = 2\pi \times 3.0$ kHz et une profondeur d'environ $1.6\,T_{\mathrm{F}}$ limitée par ce faisceau. La dégénérescence du nuage peut être mesurée en ajustant le profil de densité après temps de vol par celui d'un gaz de Fermi sans interactions, ce qui est raisonnable puisque nous avons un paramètre d'interaction $na^3 \simeq 5 \times 10^{-4} \ll 1$. Nous obtenons un gaz de 10^5 atomes à $T/T_{\mathrm{F}} \leqslant 0.15$. Il s'agit d'une borne supérieure car le rapport signal sur bruit de nos données ne permet pas la détermination de températures plus faibles [165].

Le champ magnétique est enfin augmenté jusqu'à atteindre la résonance de Feshbach. Nous pouvons utiliser pour cela les bobines de compensation ou les bobines pinch car le confinement du piège croisé est toujours supérieur à l'anti-piégeage qu'elles produisent. Dans toutes les expériences décrites dans ce mémoire nous avons utilisé les bobines pinch, ce qui implique d'inverser le sens du champ magnétique. Rappelons en effet que les deux paires de bobines créent des champs de sens opposés. Pendant ce changement plusieurs résonances de Feshbach sont traversées (les trois résonances en onde p et la résonance étroite en onde s que nous avons décrites dans le chapitre 2). Dans la région dangereuse la variation du champ magnétique doit donc être suffisamment rapide. On peut ainsi éviter tout chauffage ou perte d'atomes.

La procédure de préparation du système que nous venons de décrire est celle qui a été utilisée pour toutes les expériences présentées dans la première partie de ce manuscrit (chapitres 2, 3 et 4).

7.3.2 Propositions pour le nouveau montage

Toutes les étapes qui restent à mettre en place dans le nouveau montage afin d'obtenir un superfluide fermionique ont été passées en revue. Le chargement du gaz de Fermi polarisé dans le piège dipolaire semble le processus le moins efficace, puisqu'il entraîne la perte de 50% des atomes lorsque les collisions sont rétablies. Nous avons également montré qu'un bon « mode-matching » entre le piège magnétique et le piège dipolaire permet de réduire cet effet. À ce stade deux possibilités s'offrent à nous. Il est possible de poursuivre la même stratégie en optimisant la géométrie du piège dipolaire pour conserver un rapport d'aspect constant pendant le chargement. Une autre option est de transférer simultanément du ^{7}Li dans le piège afin de maintenir l'équilibre thermodynamique du gaz. Nous devrons ensuite développer une méthode qui permette d'éliminer les bosons sans introduire de chauffage.

Optimisation de la géométrie du piège dipolaire

Dans l'ancien montage expérimental le seul moyen d'ajuster la géométrie du piège dipolaire horizontal était de modifier le col du faisceau. Or, pour obtenir un rapport d'aspect identique à celui du piège magnétique il aurait dû être de $12\,\mu$m ! Le volume du piège dipolaire correspondant est tellement faible qu'il ne permet pas de charger un nombre d'atomes raisonnable aux températures auxquelles nous travaillons. En pratique, le seul moyen d'améliorer le « mode-matching » aurait été de décomprimer le piège Ioffe dans la direction axiale avant de réaliser le transfert.

Grâce à la possibilité (décrite plus haut) de créer des potentiels optiques moyennés dans la direction radiale le nouveau dispositif est beaucoup plus flexible et permet d'ajuster le rapport d'aspect du piège dipolaire sans modifier le col du faisceau. L'obtention d'un « mode-matching » presque parfait semble donc réalisable.

Un piège mixte optique-magnétique

La deuxième possibilité est de transférer également le ^{7}Li dans le piège dipolaire, ce qui garantit la présence de collisions dans le gaz. Celles-ci redistribuent l'énergie selon les différentes directions et permettent de maintenir l'équilibre thermodynamique.

Cependant, nous souhaitons éliminer le ^{7}Li après la phase de chargement. Pour cela il est indispensable de pouvoir manipuler de façon indépendante le confinement des deux espèces. Or, le piège dipolaire seul ne permet pas d'atteindre cet objectif car le ^{7}Li et le ^{6}Li , étant deux isotopes du même atome, ont des polarisabilités et des masses extrêmement proches. Pour contourner ce problème une solution est de créer un piège mixte dont le confinement radial est dipolaire et le confinement axial magnétique. Ce dernier permet alors de sélectionner les états internes qui sont piégés.

Plus précisément, nous proposons de charger les deux isotopes dans un piège purement optique constitué du faisceau horizontal seul. À ce stade les atomes sont dans les états complètement polarisés ($|F = 2, m_F = 2\rangle$ et $|F = 3/2, m_F = 3/2\rangle$ pour ^{7}Li et ^{6}Li respectivement). Afin d'accroître la stabilité du gaz nous les transférons dans les états hyperfins inférieurs ($|F = 1, m_F = 1\rangle$ et $|F = 1/2, m_F = 1/2\rangle$) à l'aide de transitions radio-fréquence. Nous mettons alors en place le confinement axial magnétique, produit par un champ de courbure négative [16] puisque l'énergie des deux états diminue avec B (figures 7.10 et 7.11a). Celle-ci est choisie de façon à produire un confinement bien plus important que celui du faisceau dipolaire. Nous pouvons alors procéder à l'élimination du ^{7}Li en le transférant à nouveau dans l'état $|F = 2, m_F = 2\rangle$, qui dans le piège mixte ressent un potentiel axial expulsant (figure 7.11b).

Afin de choisir la valeur du champ magnétique la plus favorable pour supprimer les bosons et réaliser le mélange des deux états inférieurs du ^{6}Li il est important de considérer les propriétés de collision du système. Avant tout, il est essentiel d'éviter toute résonance de Feshbach qui pourrait réduire la durée de vie du gaz. Cela impose de se placer à un champ inférieur à 150 G, ce qui permet d'éviter les résonances de Feshbach en onde p du ^{6}Li (entre 160 et 215 G) ainsi que les résonances en onde s du mélange ^{6}Li –^{7}Li (entre 218 et 260 G). Le deuxième critère est de disposer de longueurs de diffusion suffisantes pour les mélanges ^{6}Li -^{7}Li et $|F = 1/2, m_F = 1/2\rangle +$ $|F = 1/2, m_F = -1/2\rangle$ du ^{6}Li qui assurent la thermalisation du système. La figure 7.12 montre que de ce point de vue les valeurs de champ magnétique élevées sont plus favorables. Remarquons que, comme dans cette plage la longueur de diffusion du ^{7}Li est pratiquement nulle, les collisions entre les deux isotopes sont essentielles pour maintenir les bosons à l'équilibre thermodynamique. Enfin, à champ magnétique élevé la susceptibilité magnétique des deux états inférieurs du ^{6}Li est similaire, ce qui permet de réaliser un transfert radio-fréquence efficace malgré l'inhomogénéité du champ dans la direction axiale. En conclusion $B \sim 150$ G semble être la valeur optimale mais, à cause de contraintes techniques (bande passante de l'amplificateur radio-fréquence limitée à 1 GHz) nous nous limitons à un champ de 80 G.

7.4 Détection des atomes

Dans toutes les expériences décrites dans ce mémoire de thèse les atomes sont détectés par imagerie d'absorption. Pour ce faire, le gaz est éclairé avec un faisceau laser résonnant avec une transition atomique. Le nuage absorbe de la lumière et l'ombre qu'il produit sur le faisceau est

16. Il s'agit exactement de la courbure « inverse » de celle que l'on utilise dans le piège Ioffe, où ce sont les états $|F = 2, m_F = 2\rangle$ et $|F = 3/2, m_F = 3/2\rangle$ qui sont piégés.

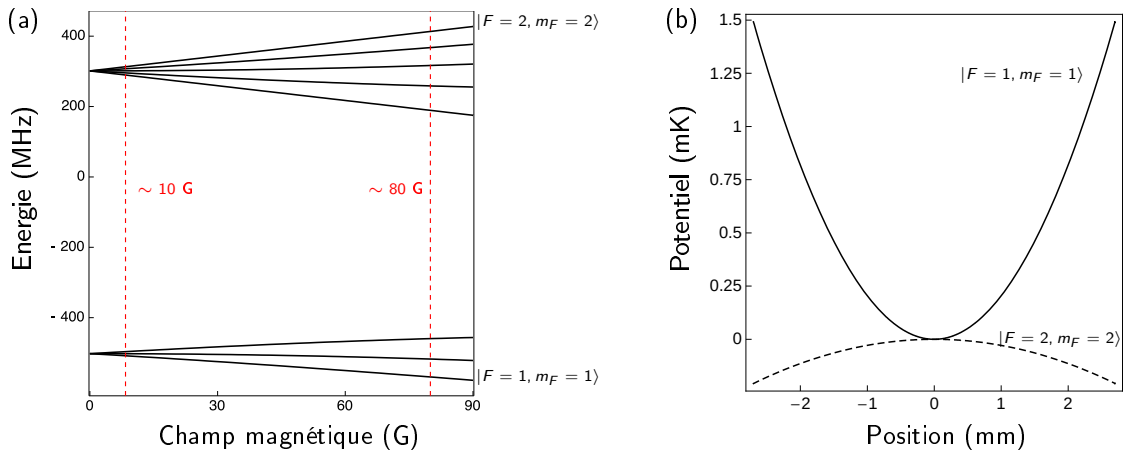


FIGURE 7.11 – *(a) Énergie des sous-niveaux de l'état fondamental du ^7Li en fonction de la valeur du champ magnétique. Lors du transfert dans le piège dipolaire les atomes sont dans l'état $|F = 2, m_F = 2\rangle$. Ils sont ensuite transférés dans l'état de plus basse énergie $|F = 1, m_F = 1\rangle$ à un champ magnétique d'environ 10 G afin d'améliorer la stabilité du gaz. Nous mettons alors en place le confinement axial magnétique puis nous induisons des transitions radio-fréquence vers l'état anti-piégé $|F = 2, m_f = 2\rangle$ à un champ magnétique de 80 G. (b) Potentiel axial de piégeage (trait plein) ou anti-piégeage (tirets) ressenti par les atomes de ^7Li dans les états internes $|F = 1, m_F = 1\rangle$ et $|F = 2, m_F = 2\rangle$ respectivement. Il est obtenu par combinaison du piégeage du faisceau dipolaire (68 Hz pour un faisceau de longueur d'onde 1071 nm, de puissance ~ 64 W et de col ~ 39 μm) et du piégeage (ou antipiégeage) d'un champ magnétique de biais 80 G et courbure $C_{\text{ax}} \sim -360$ G/cm^2 (obtenu avec $I_{\text{Pinch}} = 360$ A et $I_{\text{Comp}} = 388$ A).*

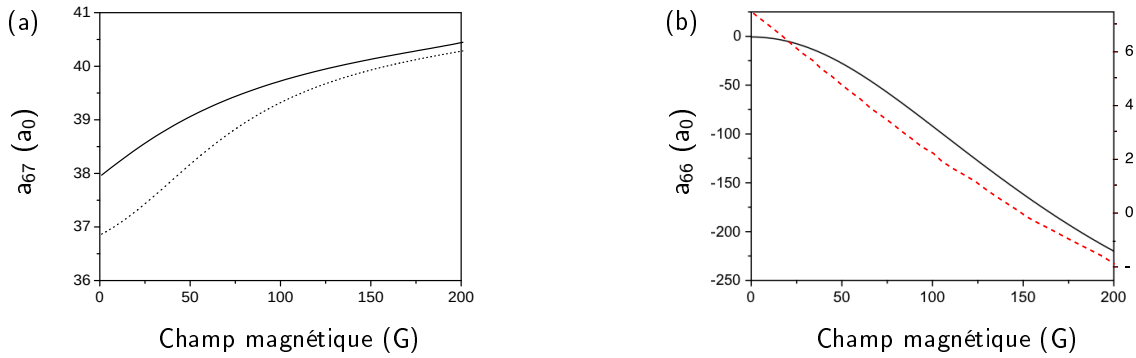


FIGURE 7.12 – *(a) Longueur de diffusion du mélange ^7Li –^6Li dans les combinaisons d'états $|F = 1, m_F = 1\rangle + |F = 1/2, m_F = 1/2\rangle$ (trait plein) et $|F = 1, m_F = 1\rangle + |F = 1/2, m_F = -1/2\rangle$ (tirets) en fonction du champ magnétique [140]. (b) Longueurs de diffusion d'un gaz de ^6Li dans le mélange $|F = 1/2, m_F = 1/2\rangle + |F = 1/2, m_F = -1/2\rangle$ (trait plein, axe de gauche) [140] et d'un gaz de ^7Li dans l'état $|F = 1, m_F = 1\rangle$ (tirets, axe de droite) [18].*

projetée sur une caméra CCD. Le signal enregistré permet finalement de remonter à la densité intégrée du système.

7.4.1 Choix des transitions d'imagerie et génération des fréquences

Au cours de la préparation du gaz dégénéré il est indispensable de disposer d'un système de détection des deux isotopes. Pour ce faire nous utilisons les transitions $F = 2 \rightarrow F' = 3$ et

$F = 3/2 \rightarrow F' = 5/2$ du ^{7}Li et du ^{6}Li respectivement. L'imagerie est réalisée après coupure du piège correspondant, à champ magnétique nul. Exceptionnellement nous réalisons des images *in situ* dans le piège magnétique quadrupolaire, dans le piège de transport ou dans le piège Ioffe-Pritchard comprimé en fin d'évaporation. La raison en est que dans ces configurations le temps nécessaire pour obtenir une extinction complète du champ magnétique est supérieur à 5 ms et le nuage devient trop dilué. La présence d'un champ magnétique inhomogène complique l'interprétation des images qui, en pratique, sont uniquement utilisées pour vérifier qualitativement le bon fonctionnement de l'expérience.

L'étude du gaz de fermions dégénérés en interaction est faite à haut champ magnétique, à proximité de la résonance de Feshbach du ^{6}Li . Pour la détection, une possibilité est d'imager le nuage après coupure du champ magnétique puisque nous avons vu que celle-ci peut être très rapide (figure 7.6). Remarquons cependant que dans ce cas les atomes sont dans l'état hyperfin inférieur et doivent être préalablement pompés dans $F = 3/2$. Une autre option est de détecter les atomes en présence du champ magnétique. Dans ces conditions il est possible d'imager de façon sélective les deux états qui nous intéressent, car leur désaccord est de l'ordre de 76 MHz.

Le système d'imagerie utilise donc quatre transitions de fréquences différentes (figure 7.13) :
- $F = 2 \rightarrow F' = 3$ du ^{7}Li à champ magnétique nul ;
- $F = 3/2 \rightarrow F' = 5/2$ du ^{6}Li à champ magnétique nul ;
- $|m_J = -1/2, m_I = +1\rangle \rightarrow |m_{J'} = -3/2, m_{I'} = +1\rangle$ du ^{6}Li entre 500 et 1200 G ;
- $|m_J = -1/2, m_I = 0\rangle \rightarrow |m_{J'} = -3/2, m_{I'} = 0\rangle$ du ^{6}Li , également à haut champ.

La génération des faisceaux d'imagerie, schématisée sur la figure 7.14, est intégralement réalisée sur le banc optique sur lequel sont stabilisés les lasers « maîtres ». On évite ainsi de perturber leur fréquence avec les vibrations causées par la coupure des champs magnétiques. Les faisceaux d'imagerie à champ nul sont issus des diodes laser esclaves du ^{7}Li et ^{6}Li situées sur ce banc optique qui sont à -120 MHz des transitions atomiques correspondantes. Le désaccord est couvert grâce à l'utilisation de deux modulateurs acousto-optiques ($+200$ MHz suivi de -80 MHz) en cascade. Cela permet d'assurer une atténuation optique excellente ($\gtrsim -100$ dB).

L'obtention des fréquences d'imagerie à haut champ magnétique nécessite l'utilisation d'un unique laser maître supplémentaire, stabilisé à environ -1.2 GHz de la transition principale du ^{6}Li . Pour ce faire nous réalisons un battement (de largeur ~ 1 MHz) entre ce laser et un faisceau d'imagerie à champ nul , que nous détectons avec une photodiode rapide [17]. Sa fréquence est comparée à celle d'un VCO et le signal d'erreur qui en résulte est utilisé pour stabiliser le maître. Son désaccord peut donc être contrôlé en ajustant la fréquence du VCO.

Dans tous les cas nous disposons d'un modulateur acousto-optique indépendant par faisceau, ce qui nous permet de sélectionner l'isotope ou l'état interne à détecter. Nous obtenons finalement un faisceau contenant les quatre fréquences d'imagerie, que nous divisons en quatre et transmettons sur la table de l'expérience par quatre fibres optiques à maintien de polarisation [18]. Associé à l'utilisation de collimateurs de qualité en sortie des fibres, cela garantirait des modes spatiaux presque parfaitement gaussiens.

7.4.2 Systèmes optiques et caméras

Nous disposons de quatre systèmes optiques indépendants pour l'imagerie. Le premier, placé au niveau de la partie inférieure de la cellule, est destiné au diagnostic des premières étapes de

17. New Focus réf. 1437.

18. L'injection de ces fibres est un peu laborieuse. Une solution pratique mais bien plus onéreuse serait d'utiliser une fibre séparatrice 1×4 (par exemple le modèle OzOptics réf. FOBS-14P-11111-4/125-PPPPP-671-25/25/25/25-40-3A3A3A3A3A-3-5,1,1).

l'expérience : piège magnéto-optique, pompage optique et piège quadrupolaire. Les trois systèmes supplémentaires sont consacrés à l'imagerie du nuage atomique dans l'appendice et permettent de l'observer selon trois axes orthogonaux.

Le système d'imagerie inférieur, représenté sur la figure 7.15, est très simple. Le système optique est constitué d'une seule lentille qui conjugue l'image des atomes sur une caméra. Cette dernière est un capteur CMOS 8-bit déclenchable par TTL, de petite taille et bas prix [19]. Elle fournit des images de faible qualité, mais suffisantes pour l'évaluation des nombres d'atomes et températures à ce stade. Sur le long terme, nous envisageons néanmoins de la remplacer par un capteur CCD. Les images sont prises en présence d'un faisceau repompeur, qui coïncide avec le faisceau de pompage optique hyperfin. Sa présence est indispensable lors de la détection du piège magnéto-optique comprimé, où les atomes sont dans l'état hyperfin inférieur.

Les trois systèmes d'imagerie pour l'appendice sont beaucoup plus élaborés, car ils sont destinés à la prise de données scientifiques. La figure 7.16 schématise l'accès optique disponible selon les trois directions de détection. Le meilleur accès est selon l'axe parallèle au jet atomique. Actuellement, le système optique correspondant est divisé en deux parties (voir figure 7.15). Dans un premier temps une image intermédiaire des atomes, de grandissement unité, est formée à l'extérieur de la cellule. Nous utilisons pour cela la combinaison de deux doublets et d'un ménisque commerciaux [20] qui fournissent un grandissement unité, une ouverture numérique de 0.1 et une résolution théoriquement limitée par la diffraction à 4.1 μm dans le plan des atomes. Pour le choix des lentilles nous nous sommes appuyés sur la modélisation du système optique complet (paroi de la cellule+lentilles) à l'aide du logiciel Oslo [21]. L'image est ensuite conjuguée sur la caméra CCD avec un objectif de microscope [22]. Ce système est très flexible, car le grandissement total peut être changé en utilisant simplement un objectif différent. Puisque les distances de travail et de conjugaison des objectifs de microscope sont standardisées, l'image reste presque parfaitement focalisée sur la caméra. Nous utilisons le même capteur CCD Andor [23] que sur l'ancien montage expérimental. On se reportera donc aux thèses de mes prédécesseurs [212, 213] pour une description détaillée de ses performances. Remarquons enfin que dans cette direction l'accès optique permet l'installation d'un système d'imagerie de très haute résolution (de l'ordre de 1μm). Cette possibilité devrait être exploitée dans les années à venir.

Les deux autres axes d'imagerie ont un accès optique plus réduit, limité par les barres Ioffe dans la direction horizontale et les parois de l'appendice dans la direction verticale. Les faisceaux d'imagerie doivent être superposés au piège dipolaire ainsi qu'au faisceau de refroidissement Doppler, ce qui rend les systèmes optiques plus complexes. La figure 7.17 schématise le montage actuel. À nouveau nous formons une image de grandissement unité à l'extérieur de la cellule en utilisant deux doublets [24]. Avant collection, l'image du nuage traverse un miroir dichroïque [25] qui forme un angle de 45° avec la direction de propagation du faisceau. Cela déforme le front d'onde et introduit un astigmatisme important. Nous le compensons en plaçant de façon symétrique un miroir identique au premier, mais avec un angle de −45° selon une direction orthogonale. À nouveau, la modélisation du système avec Oslo montre que la correction obtenue est satisfaisante. L'image est enfin focalisée avec un objectif de microscope sur la caméra. La résolution théorique de ces systèmes d'imagerie est d'environ 10 μm selon les deux directions.

19. IDS uEye UI-1410-M.
20. Melles Griot 01LAO624, 01LAO677 et 01LAM677.
21. Oslo *Light* version 6.3.
22. Nikon 4/0.10 160/-WD25
23. Andor Technologies V437-BV.
24. Melles Griot 01LAO690 pour la direction horizontale et 01LAO745 pour la verticale.
25. Il s'agit en réalité d'un miroir YAG dont la face arrière a été polie, ce qui permet de réfléchir 1.07 μm et de transmettre 671 nm.

Nous utilisons une seule caméra CCD [26] pour les deux axes. Il s'agit d'une caméra 12-bit non refroidie, de faible bruit de lecture (9 électrons rms spécifiés) et une efficacité quantique supérieure à 40% à 671 nm. Le capteur a 1392×1024 pixels, de taille $6.45 \times 6.45\,\mu\text{m}^2$. Grâce à sa grande surface nous l'avons divisé en deux et utilisons une moitié pour chaque système. Afin d'éviter que certaines parties du capteur puissent détecter des photons des deux faisceaux d'imagerie, ceux-ci sont tronqués spatialement avec des lames de rasoir placées au niveau des images intermédiaires. L'avantage essentiel de cette caméra est qu'elle permet la prise de deux images très rapprochées dans le temps (jusqu'à $10\,\mu$s). Elle présente cependant le problème que, sous certaines conditions, le temps d'exposition du capteur doit être supérieur ou égal à 100 ms. Afin de limiter la lumière parasite captée par la caméra nous réduisons ce temps à environ 5 ms en utilisant un obturateur mécanique rapide [27].

L'ensemble des systèmes optiques décrits dans cette section ont été installés sur l'expérience. Une des différences essentielles par rapport à l'ancien montage est la possibilité d'observer le nuage selon plusieurs axes. Ceci s'est déjà avéré très utile pour caractériser le système, par exemple lors de l'étude du refroidissement Doppler dans le piège magnétique et lors de l'alignement du piège dipolaire. Enfin, si les performances des différents systèmes optiques n'ont pas encore été évaluées en détail, leur modélisation indique que la résolution devrait être bien meilleure que dans l'ancien dispositif.

7.5 Conclusion

Au cours de ce chapitre nous avons décrit le nouveau piège dipolaire dans lequel seront effectuées les expériences. Grâce à l'utilisation d'un laser dix fois plus puissant que sur le montage précédent, le nombre d'atomes transférés dans le piège optique a déjà été augmenté d'un facteur cinq et devrait pouvoir être encore multiplié par deux. Par ailleurs, nous avons conçu un système optique qui permet de varier dans une large mesure la géométrie du potentiel ressenti par les atomes, d'une part en utilisant un ou deux faisceaux croisés pour le piège et d'autre part en déplaçant rapidement leur position sur les atomes à l'aide de modulateurs acousto-optiques. Enfin, nous avons prévu la possibilité de réaliser des pièges mixtes optiques-magnétiques afin d'ajuster le potentiel ressenti par les différents états de spin de chaque espèce et de contourner une des limitations essentielles des pièges purement optiques.

L'ajustement des interactions dans le gaz à l'aide de résonances de Feshbach est un élément clef de nos expériences. Dans le nouveau dispositif nous disposons d'un système de génération et de contrôle des champs magnétiques très flexible. En particulier, la valeur du champ peut être modifiée de plusieurs centaines de gauss à l'échelle de la microseconde. Ce temps est inférieur par un ordre de grandeur à ce qui est réalisé dans les expériences des autres équipes et devrait constituer un atout majeur du nouveau montage.

Enfin, nous avons décrit les systèmes d'imagerie qui ont été installés pour observer le nuage. Nous disposons maintenant de la possibilité de détecter les atomes dans le piège final selon trois axes orthogonaux et dans une large plage de champs magnétiques. Par ailleurs, l'accès optique dans l'une de ces directions est excellent et doit permettre la réalisation d'images de haute résolution spatiale (de l'ordre de $1\,\mu$m). Ces caractéristiques permettront donc de réaliser des expériences de simulation quantique dans les meilleures conditions.

26. PCO Imaging modèle PixelFly QE. La fenêtre du capteur CCD a été enlevée à notre demande pour éviter des franges d'interférence.

27. Uniblitz VS14S-1-T.

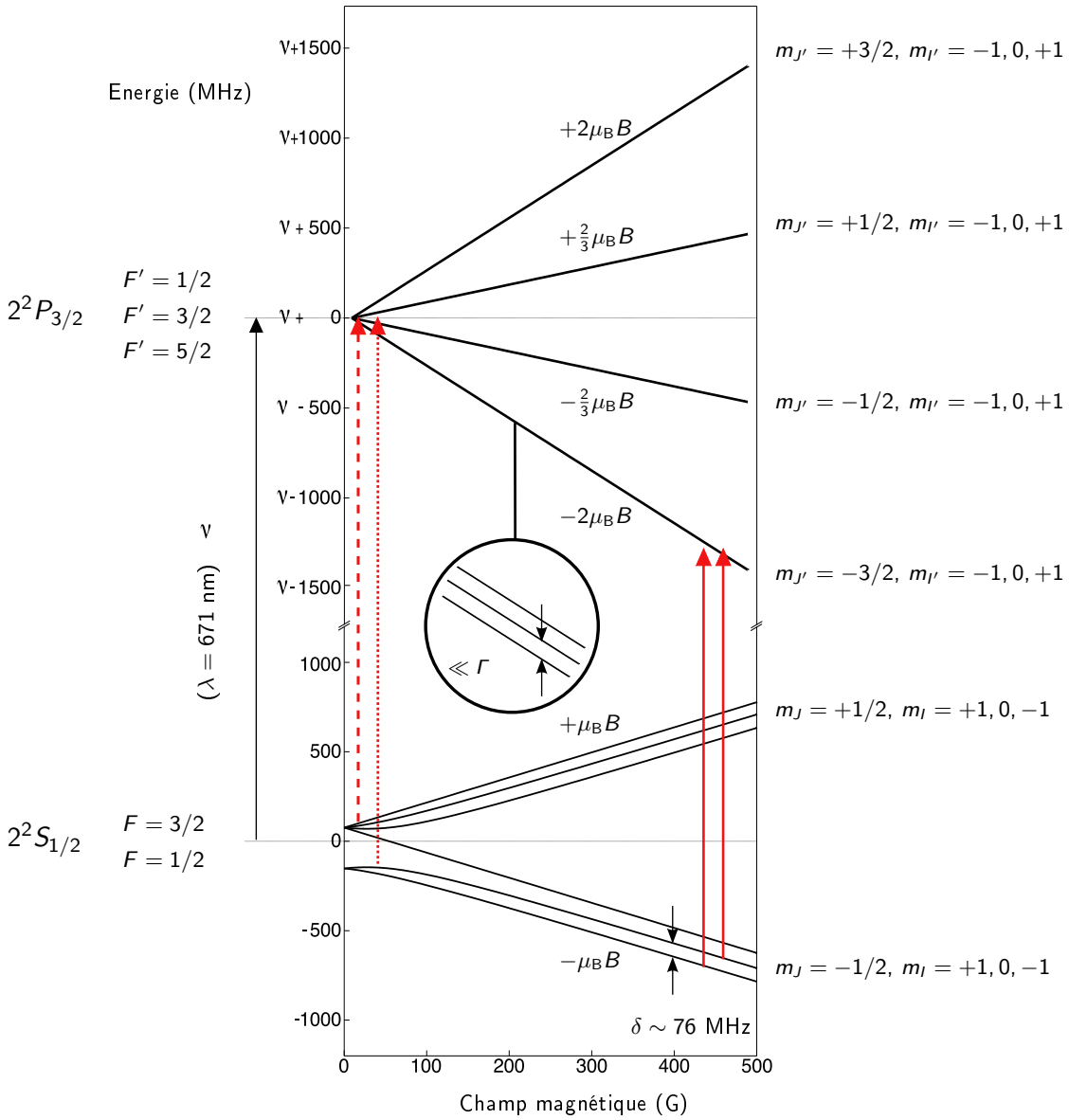


FIGURE 7.13 – *Transitions d'imagerie du* ^6Li *. À bas champ magnétique nous utilisons la transition* $F = 3/2 \rightarrow F' = 5/2$ *(flèche en tirets). Lorsque les atomes sont dans l'état hyperfin inférieur* $F = 1/2$ *il faut donc commencer par les pomper dans* $F = 3/2$ *en utilisant la transition* $F = 1/2 \rightarrow F' = 3/2$ *(flèche pointillée). À haut champ magnétique (typiquement entre* 500 *et* 1200 *G) nous utilisons les transitions vers l'état* $m_{J'} = -3/2$ *(flèches en traits pleins). À cause de l'effet Zeeman ces faisceaux sont désaccordés de* 1.2 *GHz au champ magnétique de la résonance de Feshbach (*834 *G). Un avantage essentiel de l'imagerie à haut champ est la possibilité de détecter indépendamment les deux états d'intérêt, dont la différence en énergie est de* $\sim$ 76 *MHz.*

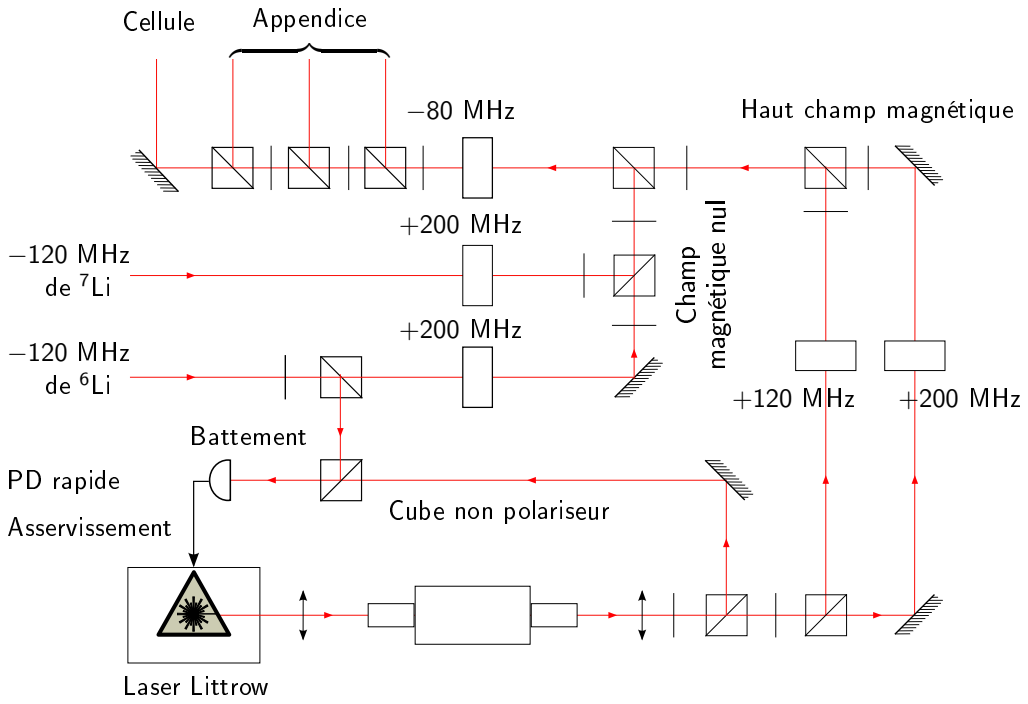


FIGURE 7.14 – *Génération des fréquences nécessaires pour la détection des deux isotopes à bas champ magnétique et des états* $|m_J = -1/2, m_I = 1\rangle$ *et* $|m_J = -1/2, m_I = 0\rangle$ *dans la plage* $500-1200$ *G. Nous disposons d'un modulateur acousto-optique indépendant par transition d'imagerie afin de pouvoir sélectionner de façon automatique l'isotope ou l'état à détecter. L'obtention des faisceaux d'imagerie à haut champ magnétique nécessite l'utilisation d'un laser « maître » supplémentaire, stabilisé par verrouillage en phase.*

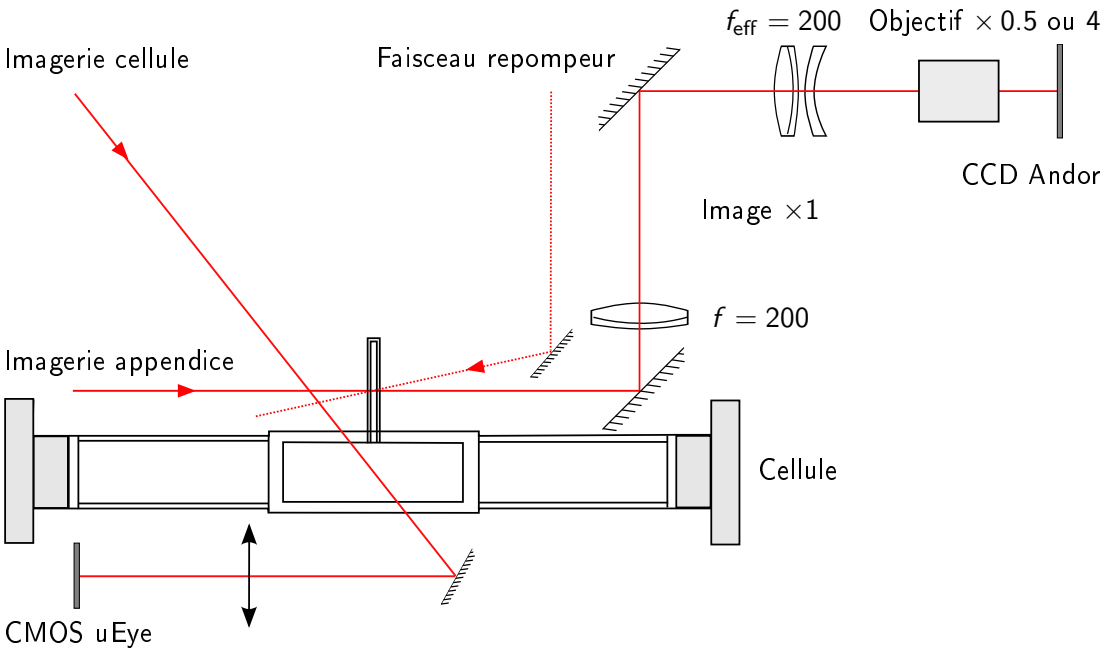


FIGURE 7.15 – *Systèmes optiques d'imagerie dans le parallélépipède inférieur de la cellule et dans l'appendice selon l'axe du jet atomique. Le premier est très simple et sert uniquement à vérifier le bon fonctionnement des étapes initiales de l'expérience (PMO, pompage optique et piège quadrupolaire). Le deuxième est destiné à la prise de données scientifiques. Il est constitué d'un ensemble de deux doublets et d'un ménisque qui permettent de translater l'image du nuage à l'extérieur de la cellule. Nous utilisons ensuite un objectif de microscope ou un doublet supplémentaire pour conjuguer l'image sur la caméra CCD avec le grandissement souhaité. L'utilisation d'un faisceau repompeur est indispensable pour détecter les atomes dans les états hyperfins inférieurs (trait pointillé contre-propageant au faisceau imageur).*

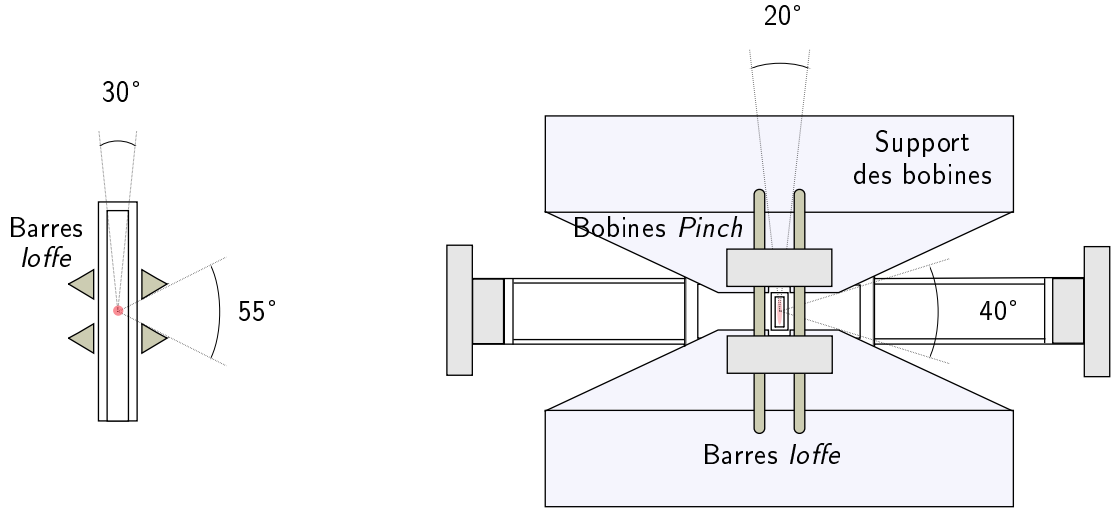


FIGURE 7.16 – *Dans l'expérience l'accès optique au niveau de l'appendice est limité par les parois de celui-ci et par les bobines du piège magnétique. Comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, la géométrie des barres Ioffe a été conçue de façon à garantir un accès optique excellent (angle d'ouverture de 55°) selon l'axe du jet atomique. Cela permettra l'installation d'un système d'imagerie de très haute résolution (de l'ordre du micromètre). La figure indique également l'accès optique disponible selon les autres directions.*

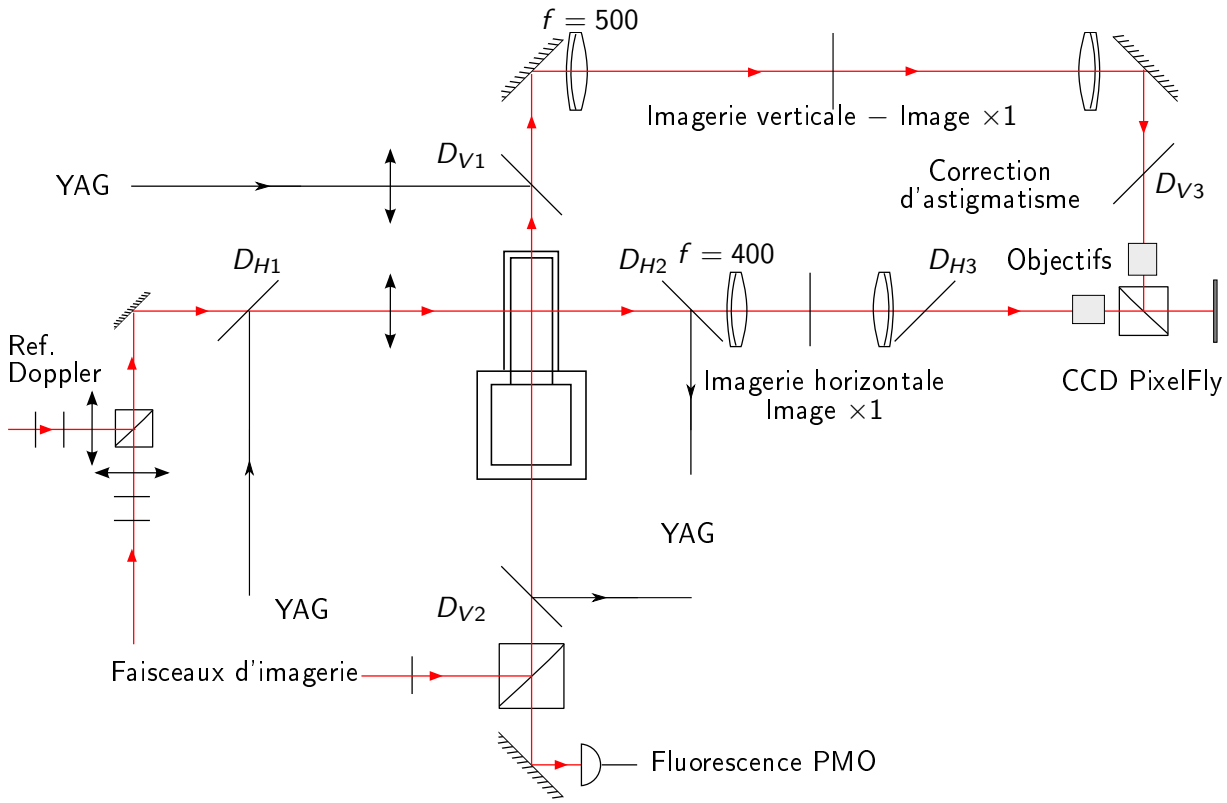


FIGURE 7.17 – *Systèmes optiques utilisés pour imager le gaz dans l'appendice selon les directions horizontale et verticale. À nouveau, l'image est d'abord translatée à l'extérieur de la cellule avant de la conjuguer sur le capteur CCD. Les deux faisceaux d'imagerie traversent un miroir dichroïque à 45° avant collimation. Cela déforme le front d'onde et provoque un astigmatisme important qu'il est indispensable de corriger si l'on veut obtenir des images de bonne qualité. Nous utilisons pour cela un miroir identique au premier, placé de façon symétrique mais à un angle de +45° par rapport au plan orthogonal au plan d'incidence.*

Conclusion

Résumé du manuscrit

Au cours des chapitres précédents nous avons abordé deux sujets distincts : l'étude d'un superfluide fermionique dans la transition BEC-BCS et la construction d'un dispositif expérimental de seconde génération destiné à la réalisation, dans des conditions optimales, d'expériences de simulation de hamiltoniens de matière condensée avec des gaz de Fermi ultra-froids.

L'observation en 2004 de la transition de phase superfluide dans un gaz d'atomes fermioniques ultra-froids a coïncidé avec le début de ma thèse. Ce système a permis de réaliser pour la première fois la transition BEC-BCS entre un superfluide de paires fortement liées et un superfluide de type BCS. L'étude expérimentale du régime intermédiaire, fortement corrélé, s'est avérée particulièrement riche. Elle a suscité de nombreux travaux théoriques et l'émergence de nouveaux concepts, comme celui d'universalité à la limite unitaire, qui sont amenés à se développer fortement dans les années à venir.

Dans la première partie de ce mémoire nous avons résumé les contributions de notre équipe dans ce domaine. Afin de situer le cadre dans lequel se sont déroulés nos travaux nous avons présenté l'état actuel des connaissances sur la superfluidité fermionique, tant du point de vue théorique qu'expérimental. La description théorique du système dans le régime fortement corrélé n'est pas aisée et, à ce jour, il n'existe pas encore de théorie complète de la transition BEC-BCS. Pour interpréter nos expériences nous nous sommes donc appuyés sur une simple généralisation de la théorie BCS qui, malgré ses limitations, permet de comprendre de façon qualitative le rôle des paramètres physiques qui entrent en jeu. Nous avons également comparé nos résultats aux prédictions de simulations Monte-Carlo quantiques (QMC) qui sont plus fiables du point de vue quantitatif.

Un atout essentiel du système que nous étudions est la possibilité d'ajuster de façon précise la force des interactions entre atomes à l'aide de résonances de Feshbach. Nous avons montré que, de ce point de vue, la physique à deux corps de l'atome de lithium est particulièrement riche. En effet, celui-ci dispose de résonances de Feshbach en onde s et p, ce qui permet de contrôler des interactions avec différentes valeurs du moment cinétique orbital ($l = 0$ et $l = 1$ respectivement). La production de superfluides fermioniques avec des interactions en onde p serait extrêmement intéressante car le caractère vectoriel du paramètre d'ordre entraîne l'existence d'un diagramme de phases complexe, analogue à celui de ^{3}He. De tels superfluides n'ont pas encore été observés à cause de la courte durée de vie du gaz à proximité des résonances correspondantes. Il est cependant possible que la réduction de la dimensionnalité du système à l'aide d'un réseau optique diminue suffisamment les pertes inélastiques pour que leur étude expérimentale devienne possible. Le nouveau montage expérimental permettra d'explorer cette piste. Un deuxième atout du lithium est l'existence de résonances de Feshbach entre les deux isotopes du lithium (^{6}Li et ^{7}Li), qui pourront être exploitées pour étudier des mélanges bosons-fermions avec des interactions ajustables.

Pour les expériences présentées dans ce mémoire nous nous sommes focalisés sur l'exploitation d'une seule résonance de Feshbach du ^{6}Li (à 834 G), qui permet de contrôler les interactions en

onde s entre les deux états internes de plus faible énergie. Nous l'avons caractérisée à travers la détermination de la force de couplage entre le continuum de diffusion et l'état moléculaire impliqué. Pour ce faire, nous avons mesuré l'efficacité de formation de molécules lorsque la résonance est traversée en fonction de la densité du nuage. Nous avons ainsi confirmé que cette résonance est dans le régime de couplage fort et permet d'atteindre l'universalité à la limite unitaire.

Après l'étude des propriétés à deux corps du système à proximité de la résonance de Feshbach nous avons abordé la caractérisation du problème à N corps dans la transition BEC-BCS. Pour ce faire, nous avons effectué des expériences d'expansion du nuage en absence, puis en présence d'interactions. Nous avons montré que le temps de vol sans interaction permet d'accéder à la distribution en impulsion du gaz. Cette dernière est un ingrédient essentiel de toute théorie de la transition BEC-BCS et son profil reflète l'effet des interactions dans le nuage. Par ailleurs, le comportement de la distribution à grands vecteurs d'onde fournit des informations sur les propriétés microscopiques du système et, à la limite unitaire, la valeur d'une nouvelle constante universelle. Nous avons ensuite présenté les mesures expérimentales de la distribution en impulsion qui ont été réalisées dans notre groupe et celui de JILA. Les deux expériences sont affectées par des erreurs systématiques importantes, liées à la vitesse finie d'extinction des interactions. Afin de les évaluer de façon précise et de s'en affranchir nous avons proposé une nouvelle méthode de traitement des données, qui repose sur l'étude du moment d'ordre deux de la distribution et dont l'application à des données préliminaires s'est avérée très encourageante. Un prolongement naturel de mon travail de thèse sera la réalisation de nouvelles mesures de la distribution en impulsion, exemptes d'erreurs systématiques et permettant d'extraire la valeur de cette nouvelle constante universelle.

Dans un deuxième temps nous avons caractérisé l'expansion du gaz en présence d'interactions. Ces expériences sont bien plus difficiles à interpréter, car il s'agit de décrire l'évolution d'un système en interaction forte dans une situation hors d'équilibre. A travers la mesure de l'inversion de l'anisotropie du nuage pendant l'expansion nous avons mis en évidence la perte de superfluidité du gaz au cours du temps de vol, et ce dans la région faiblement attractive du diagramme de phases. Nous attribuons cet effet à la brisure des paires lorsque la densité du nuage diminue et que leur énergie de liaison devient trop faible. Il n'existe à ce jour aucun modèle théorique qui permette de décrire la dynamique de l'expansion du point de vue microscopique et explique nos expériences. De façon plus générale, la superfluidité fermionique dans des situations hors équilibre reste un domaine à explorer, tant du point de vue théorique qu'expérimental.

Au cours de ces expériences le vieillissement du montage expérimental est devenu apparent. Du fait de son faible taux de répétition, d'un accès optique réduit et d'un nombre d'atomes faible et peu stable, le dispositif était peu adapté à la réalisation d'expériences de « simulation quantique » de problèmes de matière condensée. Nous avons donc entrepris la conception et construction d'un montage de seconde génération dont les caractéristiques ont été résumées dans la deuxième partie de ce manuscrit. Parmi les principales améliorations apportées on notera un gain d'un facteur cinq sur le taux de répétition de l'expérience, l'augmentation du nombre d'atomes d'un ordre de grandeur, la stabilité accrue du dispositif, la flexibilité dans la manipulation de la force des interactions et de la géométrie du potentiel de piégeage, ou encore le développement de systèmes d'imagerie permettant d'observer le nuage selon plusieurs directions et dans une large plage de champs magnétiques.

Pour arriver à ce résultat, les éléments-clefs de l'ancien montage ont été profondément modifiés. Nous avons ainsi construit une nouvelle source atomique et un nouveau ralentisseur Zeeman très efficace afin d'améliorer le taux de chargement du piège magnéto-optique. Les dimensions de l'appendice de la cellule ont été modifiées, ce qui a entraîné un gain d'un facteur cinq sur l'efficacité du transport magnétique. Enfin, nous avons complètement reconstruit le piège magnétique de Ioffe-Pritchard de façon à augmenter sa stabilité. Par ailleurs, un certain nombre de

techniques originales ont été développées. Nous avons construit un système laser flexible et peu coûteux, constitué exclusivement de diodes laser de haute puissance et dont les performances se sont avérées très satisfaisantes. Nous avons également conçu un piège dipolaire dont la géométrie peut être modifiée de façon flexible au cours de l'expérience. Enfin, nous avons introduit dans le nouveau montage la possibilité de réaliser des pièges mixtes optiques-magnétiques afin de pouvoir ajuster le potentiel ressenti par différents états de spin de chaque espèce.

Le nouveau dispositif a déjà permis d'atteindre le seuil de dégénérescence quantique du ^{7}Li, de transférer le gaz dans le piège dipolaire, d'ajuster le rapport d'aspect de celui-ci et de réaliser des potentiels mixtes optiques-magnétiques, le tout avec d'excellentes performances. Les prochaines étapes sont la mise en place du refroidissement sympathique des fermions dans le piège Ioffe, la préparation du mélange d'états de spin dans le piège dipolaire et l'obtention d'un gaz de Fermi fortement dégénéré. Nous disposerons alors d'un montage expérimental bien adapté à la réalisation d'expériences de matière condensée avec des gaz de fermions ultra-froids.

Perspectives

Les prochaines expériences seront un prolongement direct de mon travail de thèse. Dans un premier temps nous comptons réaliser de nouvelles mesures de la distribution en impulsion du gaz dans la transition BEC-BCS, en particulier de son comportement à grands vecteurs d'onde. Nous avons vu que la valeur d'une constante universelle à la limite unitaire peut également être extraite à partir d'une fonction de corrélation d'ordre deux entre les deux espèces de spin. Or il est possible en principe de mesurer directement cette dernière à la limite unitaire. Pour ce faire, nous proposons de relâcher le nuage à partir d'un piège sphérique. Dans ces conditions, l'expansion du gaz peut être décrite par des lois d'échelle exactes et ne modifie pas la forme des fonctions de corrélation [242]. Lorsque la taille du nuage est suffisante nous pouvons mesurer le profil de densité de chaque état de spin et *a priori* déterminer la valeur de cette fonction de corrélation, quantité qui n'a jusqu'à présent pas été mesurée. Une telle expérience est uniquement possible grâce aux améliorations introduites dans le nouveau montage et fait appel à deux techniques développées pendant ma thèse : la réalisation d'un piège sphérique et l'imagerie à haut champ magnétique sélective en état de spin.

Dans un deuxième temps nous envisageons d'étudier le comportement du gaz lorsque les populations des deux états de spin sont très différentes. Au cours des trois dernières années, les équipes de MIT [157, 243–245] et Rice [85, 246] ont réalisé des mesures sur ces gaz polarisés et montré qu'ils donnent accès à une physique très riche. Ce problème, étudié depuis longtemps du point de vue théorique, était difficile à étudier avec des échantillons solides. En effet, bien que le gaz d'électrons puisse en principe être polarisé à l'aide d'un champ magnétique externe, l'effet Meissner empêche celui-ci de pénétrer à l'intérieur du supraconducteur. En revanche, l'utilisation de gaz de fermions ultra-froids polarisés permet d'éviter complètement ce problème. Les expériences ont montré que dans un piège harmonique une séparation de phases apparaît. Au centre du nuage il existe ainsi un cœur superfluide où les deux populations sont égales, tandis que l'espèce majoritaire forme une couche normale à la périphérie. Cependant, les résultats obtenus dans les deux équipes diffèrent sur des aspects fondamentaux. Ainsi, le groupe de MIT a détecté une troisième phase qui n'est pas présente dans les expériences de Rice. Par ailleurs, dans un cas la superfluidité résiste à un déséquilibre arbitraire de populations, tandis que dans l'autre le cœur superfluide disparaît lorsque la polarisation du nuage excède une certaine valeur critique, appelée limite de Clogston. Ces résultats contradictoires sont probablement dus au fait que les conditions expérimentales (nombre d'atomes et géométrie du piège) sont très différentes dans les deux équipes, mais le rôle qu'elles jouent n'est pas encore bien compris. Notre nouveau montage expérimental nous permet de faire varier la géométrie du piège et le nombre d'atomes dans une très large gamme ; il semble donc très bien adapté pour étudier systématiquement le problème et

apporter des éléments nouveaux pour sa résolution. Un autre aspect que nous souhaitons aborder est l'excitation de modes collectifs du nuage où les deux états de spin oscillent en opposition de phase. La mesure de la fréquence de ces modes devrait permettre de déterminer l'équation d'état de la phase intermédiaire de façon précise [247]. Par ailleurs, le taux de répétition élevé du nouveau dispositif expérimental est bien adapté à ce type d'expérience.

À plus long terme, il est prévu d'installer un réseau optique sur l'expérience. Dans le nouveau montage nous disposons d'un accès optique suffisant pour réaliser un réseau uni-, bi- et tri-dimensionnel et, dans ce dernier cas, différentes géométries (cubique, triangulaire ou hexagonale) sont accessibles. Le nombre de problèmes qui pourront être abordés est extrêmement vaste. Par exemple, il sera possible d'étudier des systèmes de faible dimensionnalité où l'importance des fluctuations thermiques et quantiques est bien supérieure au cas tri-dimensionnel, ou encore d'observer des transitions de déconfinement en augmentant la dimensionnalité du gaz. Un autre sujet de recherches très riche est le magnétisme quantique et en particulier l'influence de la géométrie du réseau sur les phases ordonnées qui peuvent apparaître, avec l'existence de phénomènes de frustration magnétique. Il nous faut toutefois noter que l'observation de phases magnétiques dans les gaz quantiques nécessitera le développement de nouvelles techniques de refroidissement dans les réseaux car les températures impliquées sont à l'heure actuelle hors d'atteinte. Enfin, la réalisation expérimentale du hamiltonien le plus souvent utilisé pour décrire les supraconducteurs à haute température critique, à savoir le modèle de Hubbard fermionique avec des interactions répulsives et dans un système bi-dimensionnel, pourrait fournir de nouvelles pistes pour la compréhension de ce phénomène fascinant.

Publications

Article 1

Experimental Study of the BEC-BCS Crossover Region in Lithium 6

T. Bourdel, L. Khaykovich, J. Cubizolles, J. Zhang, F. Chevy, M. Teichmann, L. Tarruell, S.J.J.M.F. Kokkelmans et C. Salomon

Physical Review Letters, volume 93, page 050401, 27 Juillet 2004.

Experimental Study of the BEC-BCS Crossover Region in Lithium 6

T. Bourdel, L. Khaykovich, J. Cubizolles, J. Zhang, F. Chevy, M. Teichmann, L. Tarruell, S. J. J. M. F. Kokkelmans, and C. Salomon

Laboratoire Kastler-Brossel, ENS, 24 rue Lhomond, 75005 Paris

(Received 2 March 2004; revised manuscript received 14 April 2004; published 27 July 2004)

We report Bose-Einstein condensation of weakly bound $^6Li_2$ molecules in a crossed optical trap near a Feshbach resonance. We measure a molecule-molecule scattering length of 170^{+100}_{-60} nm at 770 G, in good agreement with theory. We study the 2D expansion of the cloud and show deviation from hydrodynamic behavior in the BEC-BCS crossover region.

DOI: 10.1103/PhysRevLett.93.050401 PACS numbers: 03.75.Ss, 05.30.Fk, 32.80.Pj, 34.50.–s

By applying a magnetic field to a gas of ultracold atoms, it is possible to tune the strength and the sign of the effective interaction between particles. This phenomenon, known as Feshbach resonance, offers in the case of fermions the unique possibility to study the crossover between situations governed by Bose-Einstein and Fermi-Dirac statistics. Indeed, when the scattering length a characterizing the 2-body interaction at low temperature is positive, the atoms are known to pair in a bound molecular state. When the temperature is low enough, these bosonic dimers can form a Bose-Einstein condensate (BEC) as observed very recently in ^{40}K [1] and ^{6}Li [2,3]. On the side of the resonance where a is negative, one expects the well-known Bardeen-Cooper-Schrieffer (BCS) model for superconductivity to be valid. However, this simple picture of a BEC phase on one side of the resonance and a BCS phase on the other is valid only for small atom density n. When $n|a|^3 \gtrsim 1$ the system enters a strongly interacting regime that represents a challenge for many-body theories [4–6] and that now begins to be accessible to experiments [7–9].

In this Letter, we report on Bose-Einstein condensation of ^{6}Li dimers in a crossed optical dipole trap and a study of the BEC-BCS crossover region. Unlike all previous observations of molecular BEC made in single beam dipole traps with very elongated geometries, our condensates are formed in nearly isotropic traps. Analyzing free expansions of pure condensates with up to 4×10^4 molecules, we measure the molecule-molecule scattering length $a_m = 170^{+100}_{-60}$ nm at a magnetic field of 770 G. This measurement is in good agreement with the value deduced from the resonance position [9] and the relation $a_m = 0.6\,a$ of Ref. [10]. Combined with tight confinement, these large scattering lengths lead to a regime of strong interactions where the chemical potential μ is on the order of $k_B T_C$ where $T_C \simeq 1.5\,\mu$K is the condensation temperature. As a consequence, we find an important modification of the thermal cloud time of flight expansion induced by the large condensate mean field. Moreover, the gas parameter $n_m a_m^3$ is no longer small but on the order of 0.3. In this regime, the validity of mean field theory becomes questionable [11–13]. We show, in particular, that the anisotropy and gas energy released during expansion varies monotonically across the Feshbach resonance.

Our experimental setup has been described previously [14,15]. A gas of ^{6}Li atoms is prepared in the absolute ground state $|1/2, 1/2\rangle$ in a Nd-doped yttrium aluminum garnet crossed beam optical dipole trap. The horizontal beam (respectively vertical) propagates along x (y), has a maximum power of $P_o^h = 2$ W ($P_o^v = 3.3$ W) and a waist of $\sim 25\,\mu$m ($\sim 40\,\mu$m). At full power, the ^{6}Li trap oscillation frequencies are $\omega_x/2\pi = 2.4(2)$, $\omega_y/2\pi = 5.0(3)$, and $\omega_z/2\pi = 5.5(4)$ kHz, as measured by parametric excitation, and the trap depth is $\sim 80\,\mu$K. After sweeping the magnetic field B from 5 to 1060 G, we drive the Zeeman transition between $|1/2, 1/2\rangle$ and $|1/2, -1/2\rangle$ with a 76 MHz rf field to prepare a balanced mixture of the two states. As measured very recently [9], the Feshbach resonance between these two states is peaked at 822(3) G, and for $B = 1060$ G, $a = -167$ nm. After 100 ms the coherence between the two states is lost and plain evaporation provides $N_\uparrow = N_\downarrow = N_{tot}/2 = 1.5 \times 10^5$ atoms at $10\,\mu\text{K} = 0.8 T_F$, where $k_B T_F = \hbar^2 k_F^2/2m = \hbar(3N_{tot}\omega_x\omega_y\omega_z)^{1/3} = \hbar\bar{\omega}(3N_{tot})^{1/3}$ is the Fermi energy. Lowering the intensity of the trapping laser to $0.1\,P_0$, the Fermi gas is evaporatively cooled to temperatures T at or below $0.2\,T_F$ and $N_{tot} \approx 7 \times 10^4$.

Then, sweeping the magnetic field to 770 G in 200 ms, the Feshbach resonance is slowly crossed. In this process atoms are reversibly transformed into cold molecules [14,16] near the BEC critical temperature as presented in Fig. 1(a). The onset of condensation is revealed by bimodal and anisotropic momentum distributions in time of flight expansions of the molecular gas. These images are recorded as follows. At a fixed magnetic field, the optical trap is first switched off. The cloud expands typically for 1 ms and then the magnetic field is increased by 100 G in 50 μs. This converts the molecules back into free atoms above resonance without releasing their binding energy [3]. Switching the field abruptly off in 10 μs, we detect free ^{6}Li atoms by light absorption near the D2 line. Using this method, expansion images are not altered by the adiabatic following of the molecular state to a

 © 2004 The American Physical Society

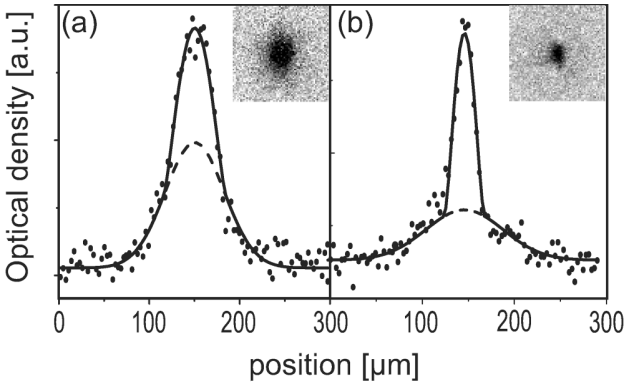


FIG. 1. Onset of Bose-Einstein condensation in a cloud of 2×10^4 ^{6}Li dimers at 770 G (a) and of 2×10^4 ^{7}Li atoms at 610 G (b) in the same optical trap. (a) 1.2 ms expansion profiles along the weak direction x of confinement. (b) 1.4 ms expansion. The different sizes of the condensates reflect the large difference in scattering length $a_m = 170$ nm for ^{6}Li dimers and $a_7 = 0.55$ nm for ^{7}Li. Solid line: Gaussian+Thomas-Fermi fit. Dashed line: Gaussian component. Condensate fractions are both 28%. $\omega_x/2\pi = 0.59(4)$ kHz, $\omega_y/2\pi = 1.6(1)$ kHz, and $\omega_z/2\pi = 1.7(1)$ kHz in (a). $\omega_x/2\pi = 0.55(4)$ kHz, $\omega_y/2\pi = 1.5(1)$ kHz, and $\omega_z/2\pi = 1.6(1)$ kHz in (b).

deeper bound state during switch-off as observed in our previous work [14]. Furthermore, we check that there are no unpaired atoms before expansion. In Fig. 1(b), a Bose-Einstein condensate of ^{7}Li atoms produced in the same optical trap is presented. The comparison between the condensate sizes after expansion reveals that the mean field interaction and scattering length are much larger for $^6Li_2$ dimers [Fig. 1(a)] than for ^{7}Li atoms [Fig. 1(b)].

To measure the molecule-molecule scattering length, we produce pure molecular condensates by taking advantage of our crossed dipole trap. We recompress the horizontal beam to full power while keeping the vertical beam at the low power of $0.035P_0^v$ corresponding to a trap depth for molecules $U = 5.6\,\mu$K. Temperature is then limited to $T \leq 0.9\,\mu$K assuming a conservative $\eta = U/k_B T = 6$, whereas the critical temperature increases with the mean oscillation frequency. Consequently, with an axial (respectively radial) trap frequency of 440 Hz (respectively 5 kHz), we obtain $T/T_C^0 \leq 0.3$, where $T_C^0 = \hbar\bar{\omega}(0.82N_{tot}/2)^{1/3} = 2.7\,\mu$K is the noninteracting BEC critical temperature. Thus, the condensate should be pure as confirmed by our images. After 1.2 ms of expansion, the radius of the condensate in the x (respectively y) direction is $R_x = 51\,\mu$m ($R_y = 103\,\mu$m). The resulting anisotropy $R_y/R_x = 2.0(1)$ is consistent with the value 1.98 [17] predicted the scaling equations [18,19]. Moreover, this set of equations leads to an *in-trap* radius $R_x^0 = 26\,\mu$m (respectively $R_y^0 = 2.75\,\mu$m). We then deduce the molecule-molecule scattering length from the Thomas-Fermi formula $R_{x,y}^0 = a_{ho}\bar{\omega}/\omega_{x,y}(15N_{tot}a_m/2a_{ho})^{1/5}$, with $a_{ho} = \sqrt{\hbar/2m\bar{\omega}}$. Averaging over several images, this yields $a_m = 170^{+100}_{-60}$ nm at 770 G. Here, the statistical uncertainty is negligible compared to the systematic uncertainty due to the calibration of our atom number. At this field, we calculate an atomic scattering length of $a = 306$ nm. Combined with the prediction $a_m = 0.6\,a$ of [10], we obtain $a_m = 183$ nm in good agreement with our measurement. For ^{7}Li, we obtain with the same analysis a much smaller scattering length of $a_7 = 0.65(10)$ nm at 610 G also in agreement with theory [20].

Such large values of a_m bring our molecular condensates into a novel regime where the gas parameter $n_m a_m^3$ is no longer very small. Indeed, $a_m = 170$ nm and $n_m = 6 \times 10^{13}$ cm^{-3} yield $n_m a_m^3 = 0.3$. As a first consequence, corrections due to beyond mean field effects [11,21] or to the underlying fermionic nature of atoms may play a role, since the average spacing between molecules is then of the order of the molecule size $\sim a/2$. Second, even in a mean field approach, thermodynamics is expected to be modified. For instance, in the conditions of Fig. 1(a), we expect a large shift of the BEC critical temperature [11–13]. The shift calculated to first order in $n^{1/3}a$ [12], $\Delta T_C/T_C^0 = -1.4$, is clearly inapplicable and a more refined approach is required [22]. Third, we observe that partially condensed cloud expansions are modified by interactions. Indeed, double structure fits lead to temperatures inconsistent with the presence of a condensate. In Fig. 1, we find $T = 1.6\,\mu$K, to be compared with $T_C^0 = 1.4\,\mu$K, whereas for the ^{7}Li condensate $T = 0.7\,\mu\text{K} = 0.6T_C^0$.

This inconsistency results from the large mean field interaction which modifies the thermal cloud expansion. To get a better estimate of the temperature, we rely on a release energy calculation. We calculate the Bose distribution of thermal atoms in a Mexican hat potential that is the sum of the external potential and the repulsive mean field potential created by the condensate. For simplicity we neglect the mean field resulting from the thermal component. The release energy is the sum of the thermal kinetic energy, condensate interaction energy, and Hartree-Fock interaction energy between the condensate and thermal cloud. The temperature and chemical potential are then adjusted to fit the measured atom number and release energy. For Fig. 1(a), we obtain a condensate fraction of 28% and $\mu = \hbar\overline{\omega}/2(15N_C a_m/2a_{ho})^{2/5} = 1.4\,\mu$K. The temperature $T = 0.9\,\mu$K is then found below $T_C^0 = 1.4\,\mu$K.

The condensate lifetime is typically $\sim$300 ms at 715 G ($a_m = 66$ nm) and $\sim 3\,s$ at 770 G ($a_m = 170$ nm), whereas for $a = -167$ nm at 1060 G, the lifetime exceeds 30 s. On the BEC side, the molecule-molecule loss rate constant is $G = 0.26^{+0.08}_{-0.06} \times 10^{-13}$ cm^3/s at 770 G and $G = 1.75^{+0.5}_{-0.4} \times 10^{-13}$ cm^3/s at 715 G with the fit procedure for condensates described in [23]. Combining similar results for four values of the magnetic field ranging from 700 to 770 G, we find $G \propto a^{-1.9\pm0.8}$. Our data are in

agreement with the theoretical prediction $G \propto a^{-2.55}$ of Ref. [10] and with previous measurements of G in a thermal gas at 690 G [14] or in a BEC at 764 G [8]. A similar power law was also found for ^{40}K [24].

We now present an investigation of the crossover from a Bose-Einstein condensate to an interacting Fermi gas (Figs. 2 and 3). We prepare a nearly pure condensate with 3.5×10^4 molecules at 770 G and recompress the trap to frequencies of $\omega_x = 2\pi \times 830$ Hz, $\omega_y = 2\pi \times 2.4$ kHz, and $\omega_z = 2\pi \times 2.5$ kHz. The magnetic field is then slowly swept at a rate of 2 G/ms to various values across the Feshbach resonance. The 2D momentum distribution after a time of flight expansion of 1.4 ms is then detected as previously.

Figure 2 presents the observed profiles (integrated over the orthogonal direction) for different values of the magnetic field. At the lowest field values $B \leq 750$ G, $n_m a_m^3 \ll 1$, condensates number are relatively low because of the limited molecule lifetime. As B increases, the condensate width gradually increases towards the width of a non-interacting Fermi gas, and nothing dramatic happens on resonance. At the highest fields ($B \geq 925$ G), where $k_F|a| \leq 3$, distributions are best fitted with zero temperature Fermi profiles. More quantitatively, Fig. 3(b) presents both the gas energy released after expansion E_{rel} and the anisotropy η across resonance. These are calculated from Gaussian fits to the density after time of flight: $E_{rel} = m(2\sigma_y^2 + \sigma_x^2)/2\tau^2$ and $\eta = \sigma_y/\sigma_x$, where σ_i is the rms width along i, and τ is the time of flight [17]. On the BEC side at 730 G, the measured anisotropy is $\eta \sim 1.6(1)$, in agreement with the hydrodynamic prediction, 1.75. It then decreases monotonically to 1.1 at 1060 G on the BCS side. On resonance, at zero temperature, superfluid hydrodynamic expansion is expected [25] corresponding to $\eta = 1.7$. We find, however, $\eta = 1.35(5)$, indicating a partially hydrodynamic behavior that could be due to a reduced superfluid fraction. On the $a < 0$ side, the decreasing anisotropy would indicate a further decrease of the superfluid fraction that could correspond to the reduction of the condensed fraction of fermionic atom pairs away from resonance observed in [7,9]. Interestingly, our results differ from that of Ref. [26] where hydrodynamic expansion was observed at 910 G in a more elongated trap for $T/T_F \simeq 0.1$.

In the BEC-BCS crossover regime, the gas energy released after expansion E_{rel} is also smooth [Fig. 3(c)]. E_{rel} presents a plateau for $B \leq 750$ G, and then increases monotonically towards that of a weakly interacting Fermi

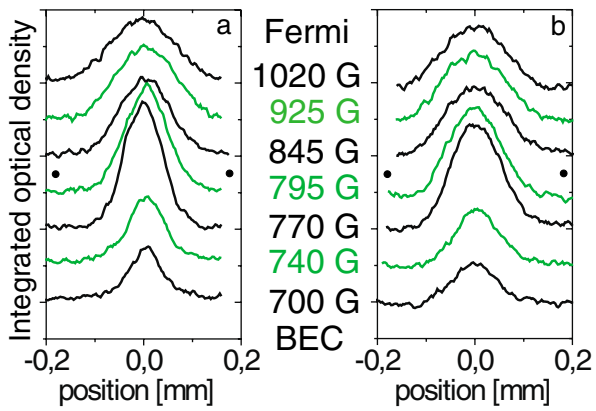


FIG. 2 (color online). Integrated density profiles across the BEC-BCS crossover region. 1.4 ms time of flight expansion in the axial (a) and radial (b) direction. The magnetic field is varied over the whole region of the Feshbach resonance from $a > 0$ ($B < 822$ G) to $a < 0$ ($B > 822$ G). ●: Feshbach resonance peak.

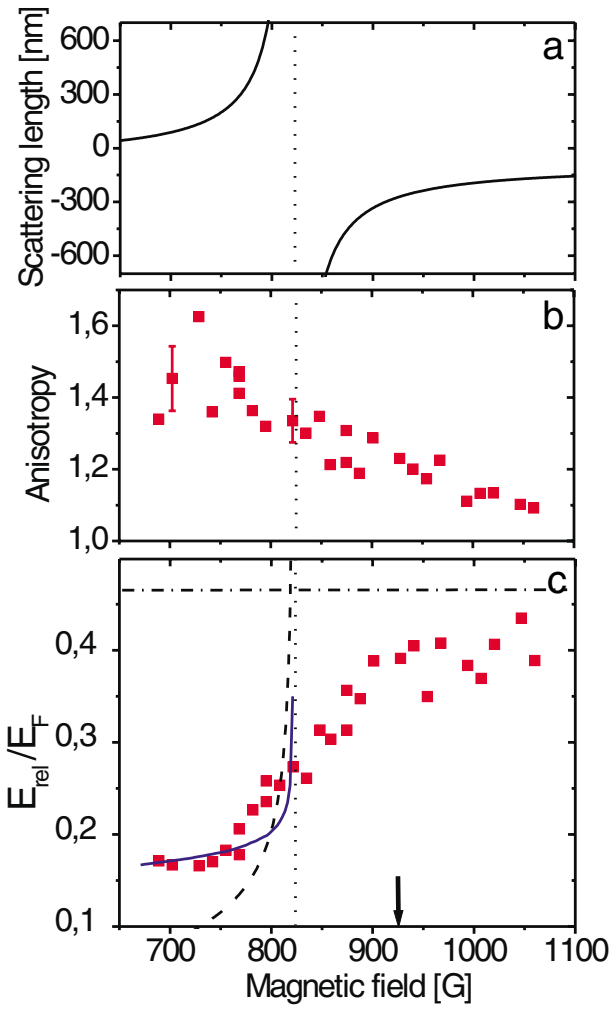


FIG. 3 (color online). (a) scattering length between the $|1/2, 1/2\rangle$ and $|1/2, -1/2\rangle$ ^{6}Li states. The Feshbach resonance peak is located at 822 G (dotted line). (b): anisotropy of the cloud, (c) release energy across the BEC-BCS crossover region. In (c), the dot-dashed line corresponds to a $T = 0$ ideal Fermi gas. The dashed curve is the release energy from a pure condensate in the Thomas-Fermi limit. The solid curve corresponds to a finite temperature mean field model described in the text with $T = 0.6\,T_C^0$. Arrow: $k_F|a| = 3$.

gas. The plateau is not reproduced by the mean field approach of a pure condensate (dashed line). This is a signature that the gas is not at $T = 0$. It can be understood with the mean field approach we used previously to describe the behavior of the thermal cloud. Since the magnetic field sweep is slow compared to the gas collision rate [14], we assume that this sweep is adiabatic and conserves entropy [27]. We then adjust this entropy to reproduce the release energy at a particular magnetic field, $B = 720$ G. The resulting curve as a function of B (solid line in Fig. 3(c)] agrees well with our data in the range 680 G $\leq B \leq$ 770 G, where the condensate fraction is 40%, and the temperature is $T \approx 0.6T_C^0 = 1.4\ \mu$K. This model is limited to $n_m a_m^3 \lesssim 1$. Near resonance the calculated release energy diverges and clearly departs from the data. On the BCS side, the release energy of a $T = 0$ ideal Fermi gas gives an upper bound for the data (dot-dashed curve), as expected from negative interaction energy and a very cold sample. This low temperature is supported by our measurements on the BEC side and the assumption of entropy conservation through resonance which predicts $T = 0.1\,T_F$ [27].

On resonance the gas is expected to reach a universal behavior, as the scattering length a is not a relevant parameter any more [5]. In this regime, the release energy scales as $E_{rel} = \sqrt{1+\beta}E_{rel}^0$, where E_{rel}^0 is the release energy of the noninteracting gas and β is a universal parameter. From our data at 820 G, we get $\beta = -0.64(15)$. This value is larger than the Duke result $\beta = -0.26 \pm 0.07$ at 910 G [26], but agrees with that of Innsbruck $\beta = -0.68^{+0.13}_{-0.10}$ at 850 G [8], and with the most recent theoretical prediction $\beta = -0.56$ [6]. Around 925 G, where $a = -270$ nm and $(k_F|a|)^{-1} = 0.35$, the release energy curve displays a change of slope. This is a signature of the transition between the strongly and weakly interacting regimes. It is also observed near the same field in [8] through *in situ* measurement of the trapped cloud size. Interestingly, the onset of resonance condensation of fermionic atom pairs observed in ^{40}K [7] and ^{6}Li [9], corresponds to a similar value of $k_F|a|$.

In summary, we have explored the whole region of the ^{6}Li Feshbach resonance, from a Bose-Einstein condensate of fermion dimers to an ultracold interacting Fermi gas. The extremely large scattering length between molecules that we have measured leads to novel BEC conditions. We have observed hydrodynamic expansions on the BEC side and nonhydrodynamic expansions at and above resonance. We suggest that this effect results from a reduction of the superfluid fraction and we point to the need of a better understanding of the dynamics of an expanding Fermi gas.

We are grateful to Y. Castin, C. Cohen-Tannoudji, R. Combescot, J. Dalibard, G. Shlyapnikov, and S. Stringari for fruitful discussions. This work was supported by CNRS, Collège de France, and Région Ile de France. S. Kokkelmans acknowledges a Marie Curie grant from the E.U. under Contract No. MCFI-2002-00968. Laboratoire Kastler-Brossel is Unité de recherche de l'Ecole Normale Supérieure et de l'Université Pierre et Marie Curie, associée au CNRS.

[1] M. Greiner, C. A. Regal, and D. S Jin, Nature (London) **426**, 537 (2003).
[2] S. Jochim *et al.*, Science **302**, 2101 (2003).
[3] M.W. Zwierlein *et al.*, Phys. Rev. Lett. **91**, 250401 (2003).
[4] A. J. Leggett, J. Phys. C (Paris) **41**, 7 (1980); P. Nozières and S. Schmitt-Rink, J. Low Temp. Phys. **59**, 195 (1985); C. Sá de Melo, M. Randeria, and J. Engelbrecht, Phys. Rev. Lett. **71**, 3202 (1993); M. Holland, S. Kokkelmans, M. Chiofalo, and R. Walser, Phys. Rev. Lett. **87**, 120406 (2001); Y. Ohashi and A. Griffin, Phys. Rev. Lett. **89**, 130402 (2002); J. N. Milstein, S. J. J. M. F. Kokkelmans, and M. J. Holland, Phys. Rev. A **66**, 043604 (2002); R. Combescot, Phys. Rev. Lett. **91**, 120401 (2003); G. M. Falco and H. T. C. Stoof, cond-mat/0402579.
[5] H. Heiselberg, Phys. Rev. A **63**, 043606 (2001).
[6] J. Carlson, S-Y Chang, V. R. Pandharipande, and K. E. Schmidt, Phys. Rev. Lett. **91**, 050401 (2003).
[7] C. A. Regal, M. Greiner, and D. S. Jin, Phys. Rev. Lett. **92**, 040403 (2004).
[8] M. Bartenstein *et al.*, Phys. Rev. Lett. **92**, 120401 (2004).
[9] M. Zwierlein *et al.*, Phys. Rev. Lett. **92**, 120403 (2004).
[10] D. S. Petrov, C. Salomon, and G.V. Shlyapnikov, cond-mat/0309010.
[11] G. Baym *et al.*, Eur. Phys. J. B **24**, 107 (2001).
[12] F. Dalfovo, S. Giorgini, L. P. Pitaevskii, and S. Stringari, Rev. Mod. Phys. **71**, 463 (1999).
[13] F. Gerbier *et al.*, Phys. Rev. Lett. **92**, 030405 (2004).
[14] J. Cubizolles *et al.*, Phys. Rev. Lett. **91**, 240401 (2003).
[15] T. Bourdel *et al.*, Phys. Rev. Lett. **91**, 020402 (2003).
[16] C. A. Regal, C. Ticknor, J. L. Bohn, and D. S. Jin, Nature (London) **424**, 47 (2003).
[17] We correct our data for the presence of a magnetic field curvature which leads to an antitrapping frequency of 100 Hz at 800 G along x.
[18] Yu. Kagan, E. L. Surkov, and G.V. Shlyapnikov, Phys. Rev. A **54**, 1753(R) (1996).
[19] Y. Castin and R. Dum, Phys. Rev. Lett. **77**, 5315 (1996).
[20] L. Khaykovich *et al.*, Science **296**, 1290 (2002).
[21] L. Pitaevskii and S. Stringari, Phys. Rev. Lett. **81**, 4541 (1998).
[22] A mean field self-consistent calculation of the molecular density profile in the trap at T_C leads to $T_C^{mf} = 0.58T_C^0 \approx 0.8\,\mu$K. S. Kokkelmans (to be published).
[23] J. Söding *et al.*, Appl. Phys. B **69**, 257 (1999).
[24] C. Regal, M. Greiner, and D. Jin, Phys. Rev. Lett. **92**, 083201 (2004).
[25] C. Menotti, P. Pedri, and S. Stringari, Phys. Rev. Lett. **89**, 250402 (2002).
[26] K. O'Hara *et al.*, Science **298**, 2179 (2002); M. Gehm *et al.*, Phys. Rev. A **68**, 011401 (2003).
[27] L. D. Carr, G.V. Shlyapnikov, and Y. Castin, Phys. Rev. Lett. **92**, 150404 (2004).

Article 2

P-wave Feshbach resonances of ultra-cold ^{6}Li

J. Zhang, E. G. M. van Kempen, T. Bourdel, L. Khaykovich, J. Cubizolles, F. Chevy, M. Teichmann, L. Tarruell, S.J.J.M.F. Kokkelmans et C. Salomon

Physical Review A, volume 70, page 030702(R), 30 Septembre 2004.

PHYSICAL REVIEW A **70**, 030702(R) (2004)

P-wave Feshbach resonances of ultracold ^{6}Li

J. Zhang,[1,2] E. G. M. van Kempen,[3] T. Bourdel,[1] L. Khaykovich,[1,4] J. Cubizolles,[1] F. Chevy,[1] M. Teichmann,[1] L. Tarruell,[1] S. J. J. M. F. Kokkelmans,[1,3] and C. Salomon[1]

[1]*Laboratoire Kastler-Brossel, ENS, 24 rue Lhomond, 75005 Paris, France*

[2]*SKLQOQOD, Institute of Opto-Electronics, Shanxi University, Taiyuan 030006, People's Republic of China*

[3]*Eindhoven University of Technology, P.O. Box 513, 5600 MB Eindhoven, The Netherlands*

[4]*Department of Physics, Bar Ilan University, Ramat Gan 52900, Israel*

(Received 18 June 2004; published 30 September 2004)

We report the observation of three *p*-wave Feshbach resonances of ^{6}Li atoms in the lowest hyperfine state $f=1/2$. The positions of the resonances are in good agreement with theory. We study the lifetime of the cloud in the vicinity of the Feshbach resonances and show that, depending on the spin states, two- or three-body mechanisms are at play. In the case of dipolar losses, we observe a nontrivial temperature dependence that is well explained by a simple model.

DOI: 10.1103/PhysRevA.70.030702 PACS number(s): 34.50.−s, 03.75.Ss, 05.30.Fk, 32.80.Pj

In the presence of a magnetic field, it is possible to obtain a quasidegeneracy between the relative energy of two colliding atoms and that of a weakly bound molecular state. This effect, known as a Feshbach resonance, is usually associated with the divergence of the scattering length and is the key ingredient that led to the recent observation of superfluids from fermion atom pairs of ^{6}Li [1–4] and ^{40}K [5]. Up to now these pairs were formed in *s*-wave channels but it is known from condensed matter physics that fermionic superfluidity can arise through higher angular momentum pairing: *p*-wave Cooper pairs have been observed in ^{3}He [6] and *d*-wave cooper pairs in high-T_c superconductivity [7]. Although Feshbach resonances involving *p* or higher partial waves have been found in cold atom systems [8–10], *p*-wave atom pairs have never been directly observed.

In this paper we report the observation of three narrow *p*-wave Feshbach resonances of ^{6}Li in the lowest hyperfine state $f=1/2$. We measure the position of the resonance as well as the lifetime of the atomic sample for all combinations $|f=1/2,m_f\rangle+|f=1/2,m_f'\rangle$, henceforth denoted (m_f,m_f'). We show that the position of the resonances are in good agreement with theory. In the case of atoms polarized in the ground state $(1/2,1/2)$, the atom losses are due to three-body processes. We show that the temperature dependence of the losses at resonance cannot be described by the threshold law predicted by [11] on the basis of the symmetrization principle for identical particles. In the case of atoms polarized in $(-1/2,-1/2)$ or that of a mixture $(1/2,-1/2)$, the losses are mainly due to two-body dipolar losses. These losses show a nontrivial temperature dependence that can nevertheless be understood by a simple theoretical model with only one adjustable parameter. In the $(1/2,-1/2)$ channel, we take advantage of a sharp decrease of the two-body loss rate below the Feshbach resonance to present a first evidence for the generation of *p*-wave molecules.

The *p*-wave resonances described in this paper have their origin in the same singlet ($S=0$) bound state that leads to the *s*-wave Feshbach resonances located at 543 G and ~830 G. The latter has been used to generate stable molecular Bose-Einstein condensates [1–4]. In order to discuss the origin of these resonances, it is useful to introduce the molecular basis quantum numbers S,I, and l, which correspond to the total electron spin $\boldsymbol{S}=\boldsymbol{s}_1+\boldsymbol{s}_2$, total nuclear spin $\boldsymbol{I}=\boldsymbol{i}_1+\boldsymbol{i}_2$, and orbital angular momentum $\boldsymbol{l}$. Furthermore, the quantum numbers must fulfill the selection rule

$$S+I+l=\text{even}, \tag{1}$$

which is a result of the symmetrization requirements of the two-body wave function. Since the atomic nuclear spin quantum numbers are $i_1=i_2=1$, and $S=0$, there are two possibilities for the total nuclear spin in combination with an *s*-wave ($l=0$) collision: $I=0$ and $I=2$. These two states give rise to the two aforementioned *s*-wave Feshbach resonances. For *p*-wave ($l=1$) collisions only $I=1$ is possible. This bound state may then give rise to the three *p*-wave Feshbach resonances of Fig. 1. This threshold state does not suffer from exchange decay, and is therefore relatively stable. Our predicted resonance field values B_F (Table I) result from an analysis which takes into account the most recent experimental data available for ^{6}Li. The calculation has been performed for all spin channels (m_f,m_f') and a typical collision energy

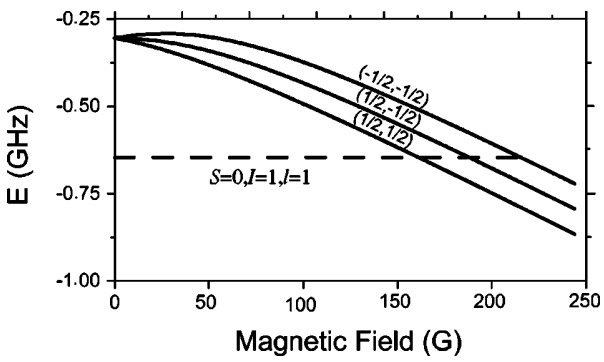


FIG. 1. Coupled channels calculation of *p*-wave binding energies, which give rise to Feshbach resonances at threshold. The two-atom states (full line) are indicated by their quantum number (m_{f_1},m_{f_2}), while the bound state (dashed line) is labeled by the molecular quantum numbers S,I, and l.

 ©2004 The American Physical Society

TABLE I. Theoretical and experimental values of the magnetic field B_F at the p-wave Feshbach resonance for ^{6}Li atoms in $|f_1=1/2,m_{f_1}\rangle$ and $|f_1=1/2,m_{f_2}\rangle$.

(m_{f_1},m_{f_2})	Theory (G)	Experiment (G)
$(1/2,1/2)$	159	160.2(6)
$(1/2,-1/2)$	185	186.2(6)
$(-1/2,-1/2)$	215	215.2(6)

of 15 μK. A more detailed analysis will be published elsewhere [12].

Experimentally, we probe these p-wave resonances using the setup described in previous papers [13,14]. After evaporative cooling in the magnetic trap, we transfer $\sim 5\times 10^5$ atoms of ^{6}Li in $|f=3/2,\ m_f=3/2\rangle$ in a far-detuned crossed optical trap at low magnetic field. The maximum power in each arm is $P_h^0=2$ W and $P_v^0=3.3$ W in the horizontal and vertical beam, respectively, and corresponds to a trap depth of ~ 80 μK. The oscillation frequencies measured by parametric excitation are, respectively, $\omega_x=2\pi\times 2.4(2)$ kHz, $\omega_y=2\pi\times 5.0(3)$ kHz, $\omega_z=2\pi\times 5.5(4)$ kHz, where the $x(y)$ direction is chosen along the horizontal (vertical) beam. A first radio-frequency (rf) sweep brings the atoms to $|f=1/2,\ m_f=1/2\rangle$ and, if necessary, we perform a second rf transfer to prepare the mixture $(1/2,-1/2)$ or the pure $(-1/2,-1/2)$. The variable magnetic field B is the sum of two independent fields B_0 and B_1. B_0 offers a wide range of magnetic field while B_1 can be switched off rapidly. After the radio-frequency transfer stage, we ramp the magnetic field to $B_0\sim 220$ G with $B_1\sim 8$ G in 100 ms. When needed, we reduce in 100 ms the power of the trapping beams to further cool the atoms. For the coldest samples, we obtain at the end of this evaporation sequence $N\sim 10^5$ atoms at a temperature ~ 5 μK. This corresponds to a ratio $T/T_F\sim 0.5$, where $k_BT_F=\hbar(6N\omega_x\omega_y\omega_z)^{1/3}$ is the Fermi energy of the system. To reach the Feshbach resonance, we reduce B_0 in 4 ms to its final value $B_{0,f}\sim B_F$, near the Feshbach resonance. At this stage, we abruptly switch off B_1 so that the total magnetic field is now close to resonance. After a waiting time in the trap $t_{\rm wait}=50$ ms, we switch off the trapping and the magnetic field and we measure the remaining atom number after a 0.35 ms time of flight.

We show in Fig. 2 the dependence of the atom number on the final value of $B_{0,f}$ in the case of the spin mixture $(1/2,-1/2)$ at a temperature $T\sim 14$ μK. As expected from theory, we observe a sharp drop of the atom number for values of the magnetic field close to 186 G. The other two p-wave Feshbach resonances have a similar loss signature and Table I shows that for all spin channels, the resonance positions are in good agreement with predictions. Note that in Table I the uncertainty is mainly due to the magnetic field calibration while the short term stability is $\lesssim 50$ mG.

To evaluate the possibility of keeping p-wave molecules in our trap, we have studied the lifetime of the gas sample at the three Feshbach resonances. We have measured the number N of atoms remaining in the trap after a variable time $t_{\rm wait}$. Accounting for two- and three-body processes only, N should follow the rate equation

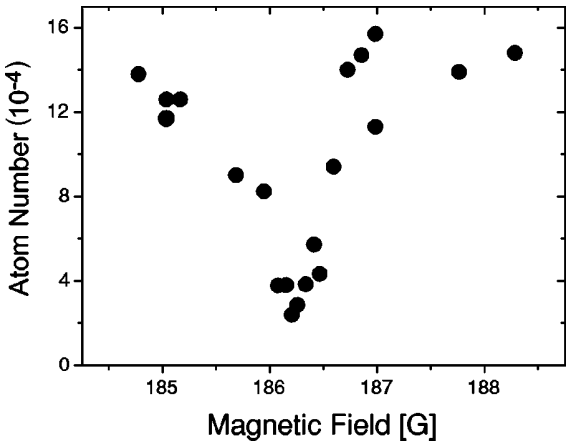


FIG. 2. Atom number vs magnetic field $B_{0,f}$ after a 50 ms wait for atoms in the spin mixture $(1/2,-1/2)$ at $T\sim 14$ μK. The sharp drop close to $B_0\sim 186$ G over a range $\simeq 0.5$ G is the signature of the p-wave Feshbach resonance predicted by theory.

$$\frac{\dot{N}}{N}=-G_2\langle n\rangle-L_3\langle n^2\rangle, \tag{2}$$

where n is the atom density and $\langle n^a\rangle=\int d^3r\, n^{a+1}/N$ $(a=1,2)$ is calculated from the classical Boltzman distribution. In this equation, we can safely omit one-body losses since the measured decay time is ~ 100 ms, much smaller than the one-body lifetime ~ 30 s.

In the $(1/2,1/2)$ channel, we find that three-body losses are dominant. The dependence of L_3 with temperature is very weak [Fig. 3(a)]. A theoretical calculation of the temperature dependence of three-body loss rate has been performed in [11] and it predicts that in the case of indistinguishable fermions L_3 should be proportional to T^λ, with $\lambda\geqslant 2$. Although this prediction seems in disagreement with our experimental

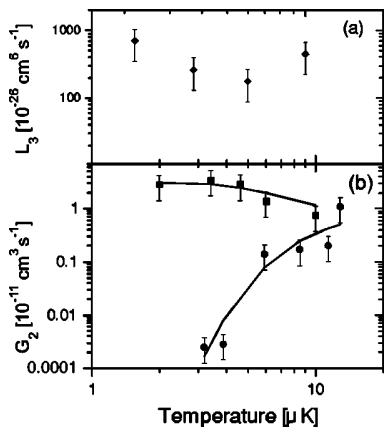


FIG. 3. Variations of (a) three-body and (b) two-body loss rates vs temperature at the Feshbach resonance. (a) ♦: atoms in the Zeeman ground state $|f=1/2,m_f=1/2\rangle$, $B_{0,f}\sim 159$ G. (b) ■: atoms polarized in $|f=1/2,m_f=-1/2\rangle$, $B_{0,f}\sim 215$ G. ●: the mixture $|f=1/2,m_f=1/2\rangle+|f=1/2,m_f=-1/2\rangle$, $B_{0,f}\sim 186$ G. In both cases, the full line is a fit to the data using the prediction of Eq. (4) with the magnetic field as the only fitting parameter.

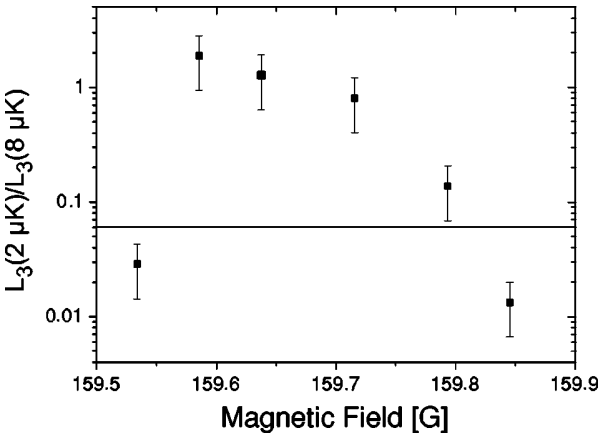


FIG. 4. Ratio $L_3(T=2\ \mu\mathrm{K})/L_3(T=8\ \mu\mathrm{K})$ of the three-body decay rate for two different temperatures for a gas of atoms polarized in $|f=1/2,m_f=1/2\rangle$. The full line is the threshold law $L_3\sim T^2$.

results, the analysis of [11] relies on a Wigner threshold law, i.e., a perturbative calculation based on the Fermi golden rule. At the Feshbach resonance where the scattering cross section is expected to diverge, this simplified treatment is not sufficient. This suggests that three-body processes must be described by a more refined formalism, analogous to the unitary limited treatment of the *s*-wave elastic collisions [15]. To confirm this assumption, we have compared the loss rates at two given temperatures ($T=2\ \mu$K and $T=8\ \mu$K, respectively) for various values of the magnetic field (Fig. 4). If the threshold law is valid, then the ratio $L_3(2\ \mu\mathrm{K})/L_3(8\ \mu\mathrm{K})$ should always be smaller than $(2/8)^2\sim 0.0625$ (full line of Fig. 4). As seen before, experimental data show no significant variation of L_3 with temperature near resonance. However, when the magnetic field is tuned out of resonance we recover a dependence in agreement with [11].

In contrast to *s*-wave Feshbach resonances where dipolar losses are forbidden in the $f=1/2$ manifold [16], the losses at resonance are found to be dominantly two body in the $(1/2,-1/2)$ and $(-1/2,-1/2)$ channels. The variations of the two-body loss rate with temperature are displayed in Fig. 3(b). The temperature dependence appears very different in the two cases. We show now that this is the consequence of a strong sensitivity to magnetic field detuning from resonance, rather than a specific property of the states involved. In an extension of the work presented in [17], we describe inelastic collisions by two noninteracting open channels coupled to a single *p*-wave molecular state [18]. This model leads to an algebra close to the one describing photoassociation phenomena [19] and the two-body loss rate at energy E is given by

$$g_2(E)=\frac{KE}{(E-\delta)^2+\gamma^2/4}. \tag{3}$$

Here $\delta=\mu(B-B_F)$ is the detuning to the Feshbach resonance and K,μ, and γ are phenomenological constants, depending on the microscopic details of the potential [21]. For each channel, these parameters are estimated from our coupled-channel calculation (Table II). To compare with experimental data, Eq. (3) is averaged over a thermal distribution and for $\delta>0$ and $\delta\gg\gamma$ we get

$$G_2\sim 4\sqrt{\pi}\frac{K}{\gamma}\left(\frac{\delta}{k_BT}\right)^{3/2}e^{-\delta/k_BT}. \tag{4}$$

TABLE II. Parameters characterizing the two-body loss rates for $(1/2,-1/2)$ and $(-1/2,-1/2)$ spin channels.

(m_{f_1},m_{f_2})	K (cm^3 μK s^{-1})	γ (μK)	μ (μK G^{-1})
$(1/2,-1/2)$	1.21×10^{-13}	0.05	117
$(-1/2,-1/2)$	7.33×10^{-13}	0.08	111

Equation (4) is used to fit the data of Fig. 3(b), with $B-B_F$ as the only fitting parameter. We get a fairly good agreement if we take $B-B_F=0.04$ G (0.3 G) for the $(-1/2,-1/2)[(1/2,-1/2)]$ channel, illustrating the extreme sensitivity of G_2 to detuning and temperature. This feature was also qualitatively tested by measuring the variations of G_2 with magnetic field at constant temperature. Another interesting feature of Eq. (4) is that it predicts that the width δB of the Feshbach resonance, as measured by atom losses, should scale like k_BT/μ. For a typical temperature $T\sim 15\ \mu$K, this yields $\delta B\sim 0.15$ G, in agreement with the resonance width shown in Fig. 2.

From Eq. (4) we see that G_2 nearly vanishes at $\delta=0$. The thermal average of Eq. (4) for $\delta=0$ yields $G_2(\delta=0)\propto Kk_BT$. The ratio between the maximum two-body loss rate ($\delta=3k_BT/2$) and that at $\delta=0$ is then $\sim k_BT/\gamma$, $\sim 10^2$ for $\sim 10\ \mu$K. In the region $\delta<0$ where we expect to form molecules, we benefit from a $1/\delta^2$ further reduction of the two-body losses [see Eq. (4)].

We have checked the production of molecules in $(1/2,-1/2)$ by using the scheme presented in [13,22]. We first generate molecules in $|S=0,\ I=1,\ l=1\rangle$ by ramping in 20 ms the magnetic field from 190 G$>B_F$ to $B_{\mathrm{nuc}}=185$ G$<B_F$. At this stage, we can follow two paths before detection (Fig. 5). Path 1 permits us to measure the number N_1 of free atoms: by ramping *down* in 2 ms the magnetic field from 185 G to 176 G, we convert the molecules into deeply bound molecu-

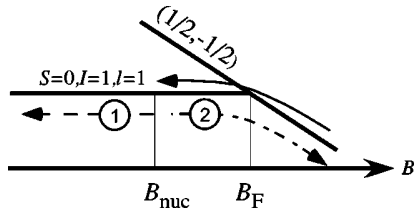


FIG. 5. Molecules are generated by ramping from a magnetic field higher than B_F to $B_{\mathrm{nuc}}<B_F$. From there, two paths are used. In path 1 (dashed line), the magnetic field is decreased to create tightly bound molecules that will not appear on absorption images. In path 2 (dashed-dotted line), the magnetic field is ramped up across resonance to dissociate the molecules. The efficiency of the molecule production is simply given by $(1-N_1/N_2)$, where N_i is the atom number measured after path i.

lar states that decay rapidly by two-body collisions. Path 2 gives access to the total atom number N_2 (free atoms + atoms bound in p-wave molecules). It consists of ramping *up* the magnetic field in 2 ms from B_{nuc} to 202 G$>B_F$ to convert the molecules back into atoms. Since the atoms involved in molecular states appear only in pictures taken in path 2, the number of molecules in the trap is $(N_2-N_1)/2$. In practice, both sequences are started immediately after reaching B_{nuc} and we average the data of 25 pictures to compensate for atom number fluctuations. We then get $N_1=7.1(5)\times 10^4$ and $N_2=9.1(7)\times 10^4$ which corresponds to a molecule fraction $1-N_1/N_2=0.2(1)$. Surprisingly, we failed to detect any molecule signal when applying the same method to $(1/2,1/2)$ atoms.

Since the dramatic reduction of inelastic losses close to a s-wave Feshbach resonance [23] was a key ingredient to the recent observation of fermionic superfluids, the formation of stable atom pairs requires a full understanding of the decay mechanisms at play close to a p-wave resonance. In this paper we have shown that in the particular case of two-body losses, the maximum losses take place when the detuning is positive. Since stable dimers are expected to be generated for negative detuning, dipolar losses should not present a major hindrance to further studies of p-wave molecules.

We thank Z. Hadzibabic for very helpful discussions. S.K. acknowledges support from the Netherlands Organization for Scientific Research (NWO). E.K. acknowledges support from the Stichting FOM, which is financially supported by NWO. This work was supported by CNRS, and Collège de France. Laboratoire Kastler Brossel is *Unité de recherche de l'École Normale Supérieure et de l'Université Pierre et Marie Curie, associée au CNRS*.

[1] S. Jochim *et al.*, Science **302**, 2101 (2003).
[2] M. W. Zwierlein *et al.*, Phys. Rev. Lett. **91**, 250401 (2003).
[3] T. Bourdel *et al.*, e-print cond-mat/0403091.
[4] J. Kinast *et al.*, Phys. Rev. Lett. **92**, 150402 (2004).
[5] M. Greiner, C. A. Regal, and D. S Jin, Nature (London) **426**, 537 (2003).
[6] D. M. Lee, Rev. Mod. Phys. **69**, 645 (1997).
[7] C. C Tsuei and J. R. Kirtley, Phys. Rev. Lett. **85**,182 (2000).
[8] C. Chin *et al.*, Phys. Rev. Lett. **85**, 2717 (2000).
[9] C. A. Regal *et al.*, Phys. Rev. Lett. **90**, 053201 (2003).
[10] T. Weber *et al.*, Phys. Rev. Lett. **91**, 123201 (2003).
[11] B. D. Esry, C. H. Greene, and H. Suno, Phys. Rev. A **65**, 010705 (2002).
[12] E. G. M. van Kempen *et al.*, e-print cond-mat/0406722.
[13] J. Cubizolles *et al.*, Phys. Rev. Lett. **91** 240401 (2003).
[14] T. Bourdel *et al.*, Phys. Rev. Lett. **91**, 020402 (2003).
[15] H. Suno, B. D. Esry, and C. H. Greene, Phys. Rev. Lett. **90**, 053202 (2003).
[16] K. Dieckmann *et al.*, Phys. Rev. Lett. **89**, 203201 (2002).
[17] M. Holland *et al.*, Phys. Rev. Lett. **87**, 120406 (2001).
[18] We also neglect the splitting between the different m_l predicted by [20].
[19] R. Napolitano *et al.*, Phys. Rev. Lett. **73**, 1352 (1994)
[20] C. Ticknor *et al.*, Phys. Rev. A **69**, 042712 (2004).
[21] Note that in our case μ is positive. This corresponds to molecular states stable at low field.
[22] C. A. Regal *et al.*, Nature (London) **424**, 47 (2003).
[23] D. S. Petrov, Phys. Rev. A **67**, 010703 (2003).

Article 3

Expansion of a lithium gas in the BEC-BCS crossover

J. Zhang, E. G. M. van Kempen, T. Bourdel, L. Khaykovich, J. Cubizolles, F. Chevy, M. Teichmann, L. Tarruell, S.J.J.M.F. Kokkelmans et C. Salomon

Proceedings of the XIX International Conference on Atomic Physics, ICAP 2004, AIP Conference Proceedings 770, page 228, 5 Mai 2005.

Expansion of a lithium gas in the BEC-BCS crossover

J.Zhang[a,b], E. G. M. van Kempen[c], T. Bourdel[a], L. Khaykovich[a,d], J. Cubizolles[a], F. Chevy[a]
M. Teichmann[a] L. Tarruell[a], S. J. J. M. F. Kokkelmans[a,c], and C. Salomon[a]
Laboratoire Kastler-Brossel, ENS, 24 rue Lhomond, 75005 Paris,
[b] *SKLQOQOD, Institute of Opto-Electronics, Shanxi University, Taiyuan 030006, P.R. China,*
[c] *Eindhoven University of Technology, P.O. Box 513, 5600 MB Eindhoven, The Netherlands,*
[d] *Department of Physics, Bar Ilan University, Ramat Gan 52900, Israel.*

We report on experiments in ^{6}Li Fermi gases near Feshbach resonances. A broad s-wave resonance is used to form a Bose-Einstein condensate of weakly bound $^6\mathrm{Li}_2$ molecules in a crossed optical trap. The measured molecule-molecule scattering length of 170^{+100}_{-60} nm at 770 G is found in good agreement with theory. The expansion energy of the cloud in the BEC-BCS crossover region is measured. Finally we discuss the properties of p-wave Feshbach resonances observed near 200 Gauss and new s-wave resonances in the heteronuclear ^{6}Li- ^{7}Li mixture.

Strongly interacting fermionic systems occur in a variety of physical processes, ranging from nuclear physics, to high temperature superconductivity, superfluidity, quark-gluon plasmas, and ultra-cold dilute gases. Thanks to the phenomenon of Feshbach resonances, these gases offer the unique possibility to tune the strength and the sign of the effective interaction between particles. In this way, it is possible to study the crossover between situations governed by Bose-Einstein and Fermi-Dirac statistics.

BEC-BCS CROSSOVER NEAR ^{6}LI S-WAVE RESONANCE

When the scattering length a characterizing the 2-body interaction at low temperature is positive, the atoms can pair in a weakly bound molecular state. When the temperature is low enough, these bosonic dimers can form a Bose-Einstein condensate (BEC) as observed very recently in ^{40}K [1] and ^{6}Li [2–4]. On the side of the resonance where a is negative, one expects the well known Bardeen-Cooper-Schrieffer (BCS) model for superconductivity to be valid. However, this simple picture of a BEC phase on one side of the resonance and a BCS phase on the other is valid only for small atom density n. When $n|a|^3 \gtrsim 1$ the system enters a strongly interacting regime that represents a challenge for many-body theories [5]. In the recent months, this regime has been the subject of intense experimental activity [4, 6–11].

Here we first report on Bose-Einstein condensation of ^{6}Li dimers in a crossed optical dipole trap, and a study of the BEC-BCS crossover region. Unlike all previous observations of molecular BEC made in single beam dipole traps with very elongated geometries, our condensates are formed in nearly isotropic strongly confining traps. The experimental setup has been described previously [12, 13]. A gas of ^{6}Li atoms is prepared in the absolute ground state $|1/2, 1/2\rangle$ in a Nd-YAG crossed beam optical dipole trap. The horizontal beam (resp. vertical) propagates along x (y), has a maximum power of $P_o^h = 2\,\mathrm{W}$ ($P_o^v = 3.3\,\mathrm{W}$) and a waist of $\sim 25\,\mu$m ($\sim 40\,\mu$m). At full power, the ^{6}Li trap oscillation frequencies are $\omega_x/2\pi = 2.4(2)$ kHz, $\omega_y/2\pi = 5.0(3)$ kHz, and $\omega_z/2\pi = 5.5(4)$ kHz, as measured by parametric excitation, and the trap depth is $\sim 80\,\mu$K. After sweeping the magnetic field B from 5 G to 1060 G, we drive the Zeeman transition between $|1/2, 1/2\rangle$ and $|1/2, -1/2\rangle$ with a 76 MHz RF field to prepare a balanced mixture of the two states. As measured recently [11], the Feshbach resonance between these two states is peaked at 834(2) G, and for B=1060 G, $a = -167$ nm. After 100 ms the coherence between the two states is lost and plain evaporation provides $N_\uparrow = N_\downarrow = N_{\mathrm{tot}}/2 = 1.5 \times 10^5$ atoms at $10\,\mu$K=$0.8\,T_{\mathrm{F}}$, where $k_{\mathrm{B}}T_{\mathrm{F}} = \hbar^2 k_{\mathrm{F}}^2/2m = \hbar(3N_{\mathrm{tot}}\omega_x\omega_y\omega_z)^{1/3} = \hbar\bar{\omega}(3N_{\mathrm{tot}})^{1/3}$ is the Fermi energy. Lowering the intensity of the trapping laser to $0.1\,P_0$, the Fermi gas is evaporatively cooled to temperatures T at or below $0.2\,T_{\mathrm{F}}$ and $N_{\mathrm{tot}} \approx 7 \times 10^4$.

Then, sweeping the magnetic field to 770 G in 200 ms, the Feshbach resonance is slowly crossed. In this process atoms are adiabatically and reversibly transformed into cold molecules [13, 14] near the BEC critical temperature as presented in figure 1a. The onset of condensation is revealed by bimodal and anisotropic momentum distributions in time of flight expansions of the molecular gas. These images are recorded as follows. At a fixed magnetic field, the optical trap is first switched off. The cloud expands typically for 1 ms and then the magnetic field is increased by 100 G in 50 μs. This converts the molecules back into free atoms above resonance without releasing their binding energy [3]. Switching the field abruptly off in 10 μs, we detect free ^{6}Li atoms by light absorption near the D2 line. We have checked that, in the trap before expansion, there are no unpaired atoms. In figure 1b, a Bose-Einstein condensate of ^{7}Li atoms produced in the same optical trap is presented. The comparison between the condensate sizes after expansion dramatically reveals that the mean field interaction and scattering length are much larger for $^6\mathrm{Li}_2$ dimers (Fig. 1a) than for ^{7}Li atoms (Fig. 1b).

To measure the molecule-molecule scattering length, we produce pure molecular condensates by taking advantage of our crossed dipole trap. We recompress the horizontal beam to full power while keeping the vertical beam at the low power of $0.035\,P_0^v$ corresponding to a trap depth for molecules $U = 5.6\,\mu$K. Temperature is then limited to $T \leq 0.9\,\mu$K assuming a conservative $\eta = U/k_{\mathrm{B}}T = 6$, whereas the critical temperature increases with the mean oscillation frequency. Consequently, with an axial (resp. radial) trap frequency of 440 Hz (resp. 5 kHz), we obtain $T/T_{\mathrm{C}}^0 \leq 0.3$, where $T_{\mathrm{C}}^0 = \hbar\bar{\omega}(0.82N_{\mathrm{tot}}/2)^{1/3}$ =2.7 μK is the non interacting BEC critical temperature. Thus, the condensate should be pure as confirmed by our images. After 1.2 ms of expansion, the radius of the condensate in the x (resp. y) direction is $R_x = 51$ μm ($R_y = 103$ μm). The resulting anisotropy

$R_y/R_x = 2.0(1)$ is consistent with the value 1.98 [15] predicted the scaling equations [16, 17]. Moreover, this set of equation leads to an *in-trap* radius $R_x^0 = 26\mu$m (resp. $R_y^0 = 2.75\mu$m). We then deduce the molecule-molecule scattering length from the Thomas-Fermi formula $R_{x,y}^0 = a_{\rm ho}\bar{\omega}/\omega_{x,y}(15N_{\rm tot}a_{\rm m}/2a_{\rm ho})^{1/5}$, with $a_{\rm ho} = \sqrt{\hbar/2m\bar{\omega}}$. Averaging over several images, this yields $a_{\rm m} = 170^{+100}_{-60}$ nm at 770 G. Here, the statistical uncertainty is negligible compared to the systematic uncertainty due to the calibration of our atom number. At this field, we calculate an atomic scattering length of $a = 306$ nm. Combined with the prediction $a_{\rm m} = 0.6\,a$ of [18], we obtain $a_{\rm m} = 183$ nm in good agreement with our measurement. For ^{7}Li, we obtain with the same analysis a much smaller scattering length of a_7=0.65(10) nm at 610 G also in agreement with theory [19].

The condensate lifetime is typically ∼300 ms at 715 G ($a_{\rm m} = 66$ nm) and ∼3 s at 770 G ($a_{\rm m} = 170$ nm), whereas for $a = -167$ nm at 1060 G, the lifetime exceeds 30 s. On the BEC side, the molecule-molecule loss rate constant is $G = 0.26^{+0.08}_{-0.06}\times10^{-13}$ cm^3/s at 770 G and $G = 1.75^{+0.5}_{-0.4}\times10^{-13}$ cm^3/s at 715 G with the fit procedure for condensates described in [20]. Combining similar results for four values of the magnetic field ranging from 700 G to 770 G, we find $G \propto a^{-1.9\pm0.8}$ (figure 2). Our data are in agreement with the theoretical prediction $G \propto a^{-2.55}$ of ref. [18] and with previous measurements of G in a thermal gas at 690 G [13] or in a BEC at 764 G [6]. A similar power law was also found for ^{40}K [21].

We then made an investigation of the crossover from a Bose-Einstein condensate to an interacting Fermi gas (Fig. 1.c and d). We prepare a nearly pure condensate with 3.5×10^4 molecules at 770 G and recompress the trap to frequencies of $\omega_x = 2\pi\times830$ Hz, $\omega_y = 2\pi\times2.4$ kHz, and $\omega_z = 2\pi\times2.5$ kHz. The magnetic field is then slowly swept at a rate of 2 G/ms to various values across the Feshbach resonance. The 2D momentum distribution after a time of flight expansion of 1.4 ms is then detected as previously. As B increases from the regime of weak interactions the condensate size gradually increases towards the width of a non interacting Fermi gas. Nothing particular happens on resonance. Fig. 1.c and 1.d present respectively the anisotropy of the cloud after expansion η and the corresponding released energy $E_{\rm rel}$. These are calculated from gaussian fits to the density after time of flight: $E_{\rm rel} = m(2\sigma_y^2+\sigma_x^2)/2\tau^2$ and $\eta = \sigma_y/\sigma_x$, where σ_i is the rms width along i, and τ is the time of flight. The anisotropy monotonically decreases from ∼1.6 on the BEC side, where hydrodynamic expansion predicts 1.75, to 1.1, at 1060 G, on the BCS side. On resonance, at zero temperature, a superfluid hydrodynamic expansion is expected [22] and would correspond to $\eta = 1.7$. We find however $\eta = 1.35(5)$, indicating a partially hydrodynamic behavior that could be due to a reduced superfluid fraction. On the $a < 0$ side, the decreasing anisotropy would indicate a further decrease of the superfluid fraction that could correspond to the reduction of the condensed fraction of fermionic atom pairs away from resonance observed in [7, 8]. Interestingly, our results differ from that of ref.[23] where hydrodynamic expansion was observed at 910 G in a more elongated trap for $T/T_{\rm F} \simeq 0.1$.

In the BEC-BCS crossover regime, the gas energy released after expansion $E_{\rm rel}$ is also smooth (Fig. 1.d). $E_{\rm rel}$ presents a plateau for $B \leq 750$ G, and then increases monotonically towards that of a weakly interacting Fermi gas. The plateau is not

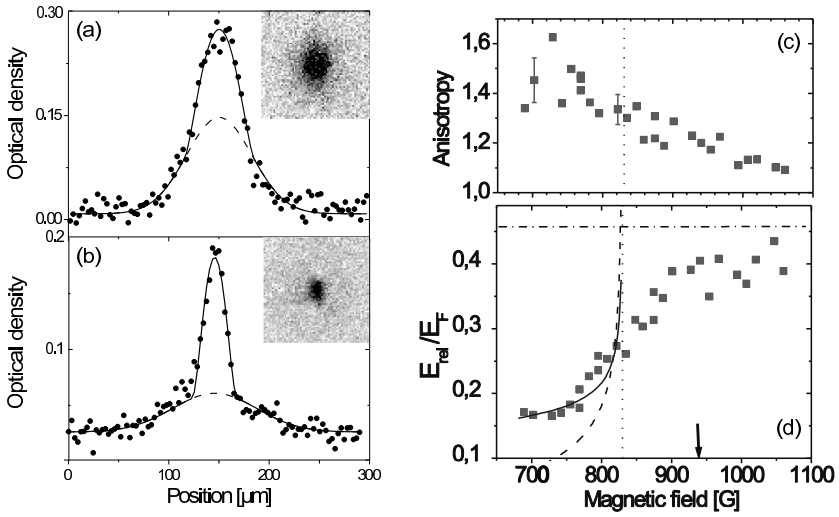


FIG. 1: a,b: Onset of Bose-Einstein condensation in a cloud of 2×10^4 ^{6}Li dimers at 770 G (a) and of 2×10^4 ^{7}Li atoms at 610 G (b) in the same optical trap. (a): 1.2 ms expansion profiles along the weak direction x of confinement. (b): 1.4 ms expansion. The different sizes of the condensates reflect the large difference in scattering length $a_{\rm m} = 170$ nm for ^{6}Li dimers and $a_7 = 0.55$ nm for ^{7}Li. Solid line: Gaussian+Thomas-Fermi fit. Dashed line: gaussian component. Condensate fractions are 44 % in (a) and 28% in (b). c,d: BEC-BCS crossover. (c): anisotropy of the cloud. (d): release energy across the BEC-BCS crossover region. In (d), the dot-dashed line corresponds to a $T = 0$ ideal Fermi gas. The dashed curve is the release energy from a pure condensate in the Thomas-Fermi limit. The solid curve corresponds to a finite temperature mean field model with $T = 0.5\,T_{\rm C}^0$. Arrow: $k_{\rm F}|a| = 3$.

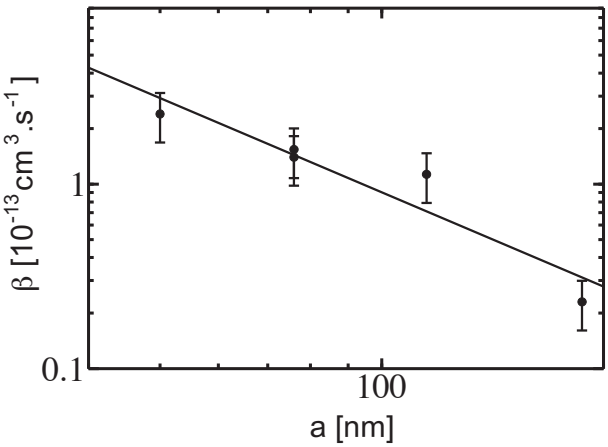


FIG. 2: Molecular condensate loss rate β as a function of the atomic scattering length a near the 834 G s-wave Feshbach resonance. The line is a power law fit with $\beta \sim a^{-1.9\pm0.8}$ in agreement with theory, $\beta \sim a^{-2.55}$ [18].

reproduced by the mean field approach of a pure condensate (dashed line). This is a signature that the gas is not at $T = 0$. It can be understood with the mean field approach we used previously to describe the behavior of the thermal cloud. Since the magnetic field sweep is slow compared to the gas collision rate [13], we assume that this sweep is adiabatic and conserves entropy [24]. We then adjust this entropy to reproduce the release energy at a particular magnetic field, $B = 720\,\mathrm{G}$. The resulting curve as a function of B (solid line in Fig. 1.d) agrees well with our data in the range $680\,\mathrm{G} \leq B \leq 770\,\mathrm{G}$, where the condensate fraction is 40%, and the temperature is $T \approx T_{\mathrm{C}}^0/2 = 1.4\,\mu\mathrm{K}$. This model is limited to $n_m a_{\mathrm{m}}^3 \lesssim 1$. Near resonance the calculated release energy diverges and clearly departs from the data. On the BCS side, the release energy of a $T = 0$ ideal Fermi gas gives an upper bound for the data (dot-dashed curve), as expected from negative interaction energy and a very cold sample. This low temperature is supported by our measurements on the BEC side and the assumption of entropy conservation through resonance which predicts $T = 0.1\,T_{\mathrm{F}}$ on the BCS side [24].

On resonance the gas is expected to reach a universal behavior, as the scattering length a is not a relevant parameter any more [25]. In this regime, the release energy scales as $E_{\mathrm{rel}} = \sqrt{1+\beta}E_{\mathrm{rel}}^0$, where E_{rel}^0 is the release energy of the non-interacting gas and β is a universal parameter. From our data at 820 G, we get $\beta = -0.64(15)$. This value is larger than the Duke result $\beta = -0.26 \pm 0.07$ at 910 G [23], but agrees with that of Innsbruck $\beta = -0.68^{+0.13}_{-0.10}$ at 850 G [6], and with the most recent theoretical prediction $\beta = -0.56$ [26, 27]. Around 925 G, where $a = -270\,\mathrm{nm}$ and $(k_{\mathrm{F}}|a|)^{-1} = 0.35$, the release energy curve displays a change of slope. This is a signature of the transition between the strongly and weakly interacting regimes. It is also observed near the same field in [6] through *in situ* measurement of the trapped cloud size. Interestingly, the onset of resonance condensation of fermionic atom pairs observed in ^{40}K [7] and ^{6}Li [8], corresponds to a similar value of $k_{\mathrm{F}}|a|$.

P-WAVE RESONANCES

Recently, both experimental [28–30] and theoretical [31] papers have devoted interest to the p-wave Feshbach resonances. The goal of these experiments is to nucleate molecules with internal angular momentum $l = 1$, that could lead to the observation of some non-conventional superconductivity, analogous to that observed in superfluid ^{3}He [32].

In the manifold $f = 1/2$ corresponding to the hyperfine ground state of ^{6}Li, coupled channels calculations have demonstrated that three Feshbach resonances could be observed in p-wave channels. The position of the resonances are calculated using the most recent experimental data available on ^{6}Li and are presented in Tab. I. The predicted values of the resonance position are compared with the location we obtained experimentally using the following procedure: we prepare ^{6}Li atoms in the dipole trap with the required spin state (m_f, m_f') using radiofrequency transfer. We then ramp up the magnetic field from 0 to a value B_1 slightly higher than the predicted position of the Feshbach resonance. The magnetic field is then abruptly decreased to a variable value B close to resonance. After a waiting time of 50 ms in the trap, we measure the atom number by time of flight imaging. In Fig. 3.a, we show the evolution of the atom number vs magnetic field in the channel (1/2,-1/2). We observe a sharp decrease of the atom number at ~ 186.5 G, close to the predicted value 185 G. The two other channels display similar losses in the vicinity of the theoretical position of the Feshbach resonances (Tab. I). Note that in this table the experimental uncertainty is mainly due to the magnetic field calibration.

One of the main issue of the physics of Feshbach resonances is related to the lifetime of the molecules, and more generally of the atoms, at resonance. Indeed, one of the key element that led to the experiments on the BEC-BCS crossover was the increase of the lifetime of molecules composed of fermions close to resonance. To address this issue, we have measured the time evolution of the atom number N in the sample at the three Feshbach resonances. Since the one-body lifetime is ~ 30 s, much longer than the measured decay time (~ 100 ms), we can fit the time evolution using the rate equation

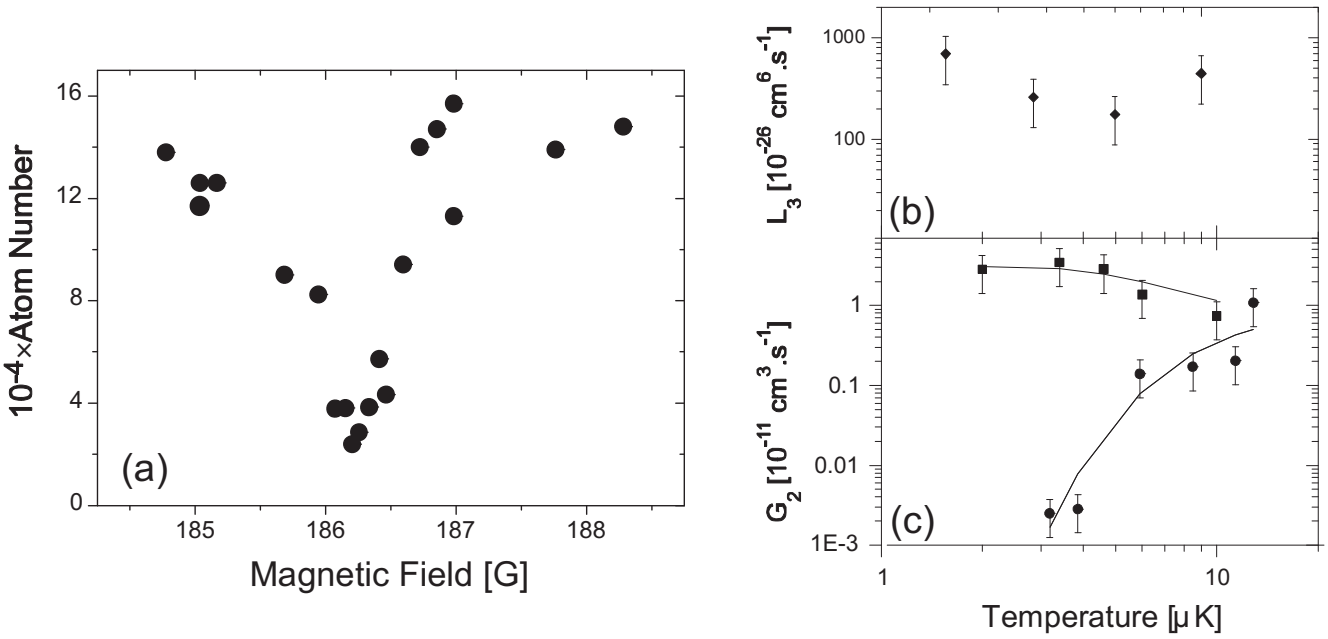


FIG. 3: (a) Atom number vs. magnetic field $B_{0,\mathrm{f}}$ after a 50 ms wait for atoms in the spin mixture $(1/2, -1/2)$ at $T \sim 14\mu$K. The sharp drop close to $B_0 \sim 186$ G over a range $\simeq 0.5$ G is the signature of the p-wave Feshbach resonance predicted by theory. (b) (resp. (c)) Variations of 3-body (2-body) loss rates vs temperature at the Feshbach resonance. (b): ♦: atoms in the Zeeman ground state $|f = 1/2, m_f = 1/2\rangle$, $B_{0,\mathrm{f}} \sim 159$ G. (c): ■: atoms polarized in $|f = 1/2, m_f = -1/2\rangle$, $B_{0,\mathrm{f}} \sim 215$ G. •: mixture $|f = 1/2, m_f = 1/2\rangle + |f = 1/2, m_f = -1/2\rangle$, $B_{0,\mathrm{f}} \sim 186$ G. In both cases, the full line is a fit to the data using prediction of Eq. 3 with the magnetic field as the only fitting parameter.

$$\frac{\dot{N}}{N} = -G_2\langle n\rangle - L_3\langle n^2\rangle, \tag{1}$$

where n is the atom density and $\langle n^a\rangle = \int \mathrm{d}^3r\, n^{a+1}/N$ $(a = 1, 2)$ is calculated from the classical Boltzman distribution.

In contrast to s-wave Feshbach resonances where dipolar losses are forbidden in the $f = 1/2$ manifold [33], the losses near a p-wave resonance are found to be dominantly 2-body in the (1/2,-1/2) and (-1/2,-1/2) channels. The variations of the 2-body loss rate with temperature are displayed in Fig. 3.c and show very different behaviors in these two channels. This non trivial dependence is actually not the consequence of some specific property of the states involved (eg., the quantum statistics) but can be recovered using a very simple three-state model. We describe inelastic processes by two non interacting open channels, respectively the incoming and decay channels, that are coupled to a single p-wave molecular state . This model leads to a very simple algebra that can be treated analytically [34] and yields for the two-body loss-rate at a given energy E

$$g_2(E) = \frac{KE}{(E-\delta)^2 + \gamma^2/4}. \tag{2}$$

Here $\delta = \mu(B - B_{\mathrm{F}})$ is the detuning to the Feshbach resonance and K, μ and γ are phenomenological constants depending on the microscopic details of the potential. For each channel, these parameters are estimated from our numerical coupled-channel calculation (Tab. I).

Eqn. (2) shows that, contrarily to s-wave processes that can be described accurately by their low energy behavior, p-wave losses are dominated by the resonance peak located at $E = \delta$ where the losses are maximum. In other word, the so-called "threshold laws", that give the low energy scattering behavior, are insufficient to describe a Feshbach resonance associated with p-wave molecular states (and, more generally, any non zero angular momentum molecular state).

To compare with experimental data, Eq. (2) is averaged over a thermal distribution and for $\delta > 0$ and $\delta \gg \gamma$ we get:

$$G_2 \sim 4\sqrt{\pi}\frac{K}{\gamma}\left(\frac{\delta}{k_{\mathrm{B}}T}\right)^{3/2} \mathrm{e}^{-\delta/k_{\mathrm{B}}T}. \tag{3}$$

Eqn. 3 is used to fit the data of Fig. 3.b, with $B - B_{\mathrm{F}}$ as the only fitting parameter. We get a fairly good agreement if we take $B - B_{\mathrm{F}} = 0.04$ G (resp. 0.3 G) for the (-1/2,-1/2) (resp. (1/2,-1/2)) channel, illustrating the extreme sensitivity of G_2 to detuning and temperature. This feature was also tested by measuring the variations of G_2 with magnetic field at constant temperature. Note that the width of the resonance, as given by Eqn. 3, is of the order of $k_{\mathrm{B}}T/\mu$. At $\sim 10\,\mu$K, this yields a width of ~ 0.1 G, which is comparable with the one observed in Fig. 3.a.

(m_{f_1}, m_{f_2})	$B_{\rm th}$ G	$B_{\rm exp}$ G	K $\rm cm^3 \cdot \mu K \cdot s^{-1}$	γ μK	μ $\mu \rm K \cdot G^{-1}$
(1/2,1/2)	159	160.2(6)	–	–	–
(1/2,-1/2)	185	186.2(6)	1.21×10^{-13}	0.05	117
(-1/2,-1/2)	215	215.2(6)	7.33×10^{-13}	0.08	111

TABLE I: Position and two-body losses parameters of the p-wave Feshbach resonances of ^{6}Li atoms in $|f_1 = 1/2, m_{f_1}\rangle$ and $|f_2 = 1/2, m_{f_2}\rangle$.

In the (1/2,1/2) channel, dipolar losses are forbidden and we indeed find that 3-body losses are dominant. The dependence of L_3 with temperature is very weak (Fig. 3.b) and contradicts the low energy theoretical calculation of the temperature dependence of three-body loss rate performed in [35]. Indeed, Wigner threshold law predicts that at low energy, L_3 should be proportional to T^λ, with $\lambda \geq 2$ for indistinguishable fermions. However, as we noticed earlier in the case of two-body losses, the threshold law is probably not sufficient to describe losses at resonance due to the existence of a resonance peak that might also be present in three-body processes. This suggests that 3-body processes must be described by a more refined formalism, analogous to the unitary limited treatment of the s-wave elastic collisions [36].

Finally, we have checked the production of molecules in (1/2,-1/2)mixture by using the scheme presented in [13, 14]. We first generate p-wave molecules by ramping in 20 ms the magnetic field from 190 G$> B_{\rm F}$ to $B_{\rm nuc} = 185$ G $< B_{\rm F}$. At this stage, we can follow two paths before detection. Path 1 permits to measure the number N_1 of free atoms: by ramping *down* in 2 ms the magnetic field from 185 G to 176 G, we convert the molecules into deeply bound molecular states that decay rapidly by 2-body collisions. Path 2 gives access to the total atom number N_2 (free atoms + atoms bound in p-wave molecules). It consists in ramping *up* the magnetic field in 2 ms from $B_{\rm nuc}$ to 202 G$> B_{\rm F}$ to convert the molecules back into atoms. Since the atoms involved in molecular states appear only in pictures taken in path 2, the number of molecules in the trap is $(N_2 - N_1)/2$. In practice, both sequences are started immediately after reaching $B_{\rm nuc}$ and we average the data of 25 pictures to compensate for atom number fluctuations. We then get $N_1 = 7.1(5) \times 10^4$ and $N_2 = 9.1(7) \times 10^4$ which corresponds to a molecule fraction $1 - N_1/N_2 = 0.2(1)$. Surprisingly, we failed to detect any molecule signal when applying the same method to (1/2,1/2) atoms.

HETERONUCLEAR FESHBACH RESONANCES

So far, the Feshbach resonances used in this paper were involving atoms of the same species (namely ^{6}Li). However, it was recently pointed out that the observation of Feshbach resonances between two different atom species could lead to a host of interesting effects ranging from the observation of supersolid order [37] to the study polar molecules [38]. In the case of a mixture of bosons and fermions, these molecules are fermions and are expected to be long lived. Indeed, Pauli principle keeps molecules far apart and prevents inelastic collisions. Such resonances were observed experimentally in ^{6}Li-^{23}Na [39] and ^{40}K-^{87}Rb [40] mixtures. In the case of ^{6}Li-^{7}Li in the stable Zeeman ground state $|f = 1/2, m_f = 1/2\rangle \otimes |f = 1, m_f = 1\rangle$, the existence and the position of heteronuclear Feshbach resonances were predicted in [41]. In that work, the ^{6}Li-^{7}Li interaction potential was extracted from the data on ^{6}Li-^{6}Li scattering properties by mean of a simple mass-scaling. Using coupled channels calculation it was found that this system exhibited five Feshbach resonances whose position is displayed in Tab. II [42].

Experimentally, we probed these Feshbach resonances using a mixture of respectively $N_6 \sim N_7 \sim 10^5$ atoms of ^{6}Li and ^{7}Li in the absolute Zeeman ground state $|1/2, 1/2\rangle \otimes |1, 1\rangle$. The gas is cooled at a temperature of $4\,\mu$K in the cross dipole trap and we locate the resonance by sweeping down in 1 s the magnetic field from a value located about 20 G above the predicted position of the resonance to a variable value B. By looking for the value of B at which we start loosing atoms, we were able to detect four of the five resonances at a value very close to that predicted by theory (Tab. II). The discrepancy between the experimental and theoretical values is larger in this case than in the case of th p-wave resonance. This is probably due to a breakdown of the Born-Oppenheimer approximation that one expects in the case of light atoms such as lithium and that forbids the use of the mass scaling [41]. Note also that the missing resonance is predicted to be very narrow ($\sim$1 mG).

As noticed in [43], the width of a Feshbach resonance strongly influences the molecule lifetime that can be much higher close to a wide resonance. Since the Feshbach resonances we found in $|1/2, 1/2\rangle \otimes |1, 1\rangle$ are very narrow (~ 0.1 G) it might prove interesting to look for wider Feshbach resonances. In the case of ^{6}Li-^{7}Li, a wide resonance is predicted to exist in the stable state $|3/2, 3/2\rangle \otimes |1, 1\rangle$ at ~ 530 G, in agreement with our observation of a large atom loss located between ~ 440 G and ~ 540 G.

[1] M. Greiner, C. A. Regal, and D. S Jin, Nature **426**, 537 (2003).
[2] S. Jochim *et al.*, Science **302**, 2101 (2003).
[3] M. W. Zwierlein *et al.*, Phys. Rev. Lett. **91**, 250401 (2003).
[4] T. Bourdel *et al.*, Phys. Rev. Lett. **93**, 050401 (2004)

$B_{\rm th}$ (G)	$B_{\rm exp}$ (G)
218	not seen
230	226.3(6) G
251	246.0(8) G
551	539.9(8) G
559	548.6(9) G

TABLE II: Predicted and observed positions of the heteronuclear Feshbach resonances of a ^{6}Li-^{7}Li gas. First column: resonance position as predicted by coupled channel calculation. Secund column: experimental determination of the resonances. The experimental error bars are due to the systematic uncertainty on the calibration of the magnetic field. The first Feshbach resonance is extremely narrow and could not be detected with our experimental resolution.

[5] A.J. Leggett, J. Phys. C. (Paris) **41**,7 (1980); P. Nozières and S. Schmitt-Rink, J. Low Temp. Phys. **59** 195 (1985); C. Sá de Melo, M. Randeria, and J. Engelbrecht, Phys. Rev. Lett. **71**, 3202 (1993); M. Holland, S. Kokkelmans, M. Chiofalo, and R. Walser, Phys. Rev. Lett. **87** 120406 (2001); Y. Ohashi and A. Griffin, Phys. Rev. Lett. **89**, 130402 (2002); J. N. Milstein, S. J. J. M. F. Kokkelmans, and M. J. Holland, Phys. Rev. A **66**, 043604 (2002); R. Combescot, Phys. Rev. Lett. **91**, 120401 (2003); G. M. Falco and H. T. C. Stoof, cond-mat/0402579.
[6] M. Bartenstein *et al.*, Phys. Rev. Lett. **92**, 120401 (2004).
[7] C. A Regal, M. Greiner, and D. S. Jin Phys. Rev. Lett. **92**, 040403 (2004).
[8] M. Zwierlein *et al.*, Phys. Rev. Lett. **92**, 120403 (2004).
[9] M. Greiner *et al.*, e-print cond-mat/0407381.
[10] J. Kinast *et al.*, Phys. Rev. Lett. *92*, 150402 (2004)
[11] C. Chin *et al.*, Science **305**, 1128 (2004).
[12] T. Bourdel *et al.*, Phys. Rev. Lett. **91**, 020402 (2003).
[13] J. Cubizolles *et al*, Phys. Rev. Lett. **91** 240401 (2003).
[14] C. A. Regal, C. Ticknor, J. L. Bohn, and D. S. Jin, Nature **424**, 47 (2003).
[15] We correct our data for the presence of a magnetic field curvature which leads to an anti-trapping frequency of 100 Hz at 800 G along x.
[16] Yu. Kagan, E. L. Surkov, and G. V. Shlyapnikov, Phys. Rev. A **54**, R1753 (1996).
[17] Y. Castin and R. Dum, Phys. Rev. Lett. **77**, 5315 (1996).
[18] D. S. Petrov, C. Salomon, and G. V. Shlyapnikov, Phys. Rev. Lett. **93**, 090404 (2004).
[19] L. Khaykovich *et al.*, Science **296**, 1290 (2002).
[20] J. Söding, *et al*, Applied Physics **B69**, 257 (1999)
[21] C. Regal, M. Greiner and D. Jin, Phys. Rev. Lett. **92**, 083201 (2004).
[22] C. Menotti, P. Pedri, and S. Stringari, Phys. Rev. Lett. **89**, 250402 (2002).
[23] K. O'Hara *et al.*, Science **298**, 2179 (2002). M. Gehm *et al.*, Phys. Rev. A **68**, 011401 (2003).
[24] L. D. Carr, G. V. Shlyapnikov, and Y. Castin, cond-mat/0308306.
[25] H. Heiselberg, Phys. Rev. A **63**, 043606 (2001).
[26] J. Carlson, S.Y. Chang, V. R. Pandharipande, and K. E. Schmidt, Phys. Rev. Lett. **91**, 050401 (2003).
[27] G. E. Astrakharchik, J. Boronat, J. Casulleras, and S. Giorgini, cond-mat 0406113 (2004).
[28] C. A. Regal, C. Ticknor, J. L. Bohn, and D. S. Jin Phys. Rev. Lett. **90**, 053201 (2003).
[29] J. Zhang *et al.*, Phys. Rev. A **70**, 030702 (2004)
[30] C. H. Schunck *et al.*, e-print cond-mat/0407373.
[31] T.L. Ho and N. Zahariev, e-print cond-mat/0408469; T.L. Ho and R.B. Diener, e-print cond-mat/0408468.
[32] D. M. Lee, Rev. Mod. Phys. **69**, 645 (1997).
[33] K. Dieckmann *et al.*, Phys. Rev. Lett. **89**, 203201 (2002).
[34] F. Chevy *et al.*, to be published.
[35] B. D. Esry, C. H. Greene, and H. Suno, Phys. Rev. A **65**, 010705 (2002).
[36] H. Suno, B. D. Esry, and C. H. Greene, Phys. Rev. Lett. 90, 053202 (2003).
[37] H.P. Büchler and G. Blatter, Phys. Rev. Lett. **91**,130404 (2003).
[38] M.A. Baranov, M.S. Mar'enko, V.S. Rychkov and G. Shlyapnikov, Phys. Rev. A **66** 013606 (2002).
[39] C.A. Stan *et al.*, Phys. Rev. Lett. **93**, 143001 (2004).
[40] S. Inouye *et al.*, e-print cond-mat/0406208.
[41] E.G.M. van Kempen, B. Marcellis and S.J.J.M.F Kokkelmans, e-print cond-mat/0406722.
[42] Note that the absence of symmetrization constraint in the case of a heteronuclear system allows for many more resonances than for a pure system.
[43] R. Combescot, Phys. Rev. Lett. **91**, 120401 (2003); G.M. Bruun and C. J. Pethick, Phys. Rev. Lett. **92**, 140404 (2004).

Article 4

Resonant scattering properties close to a *p*-wave Feshbach resonance

F. Chevy, E. G. M. van Kempen, T. Bourdel, J. Zhang, L. Khaykovich, M. Teichmann, L. Tarruell, S.J.J.M.F. Kokkelmans et C. Salomon

Physical Review A volume 71, page 062710, 22 Juin 2005.

Resonant scattering properties close to a *p*-wave Feshbach resonance

F. Chevy,[1] E. G. M. van Kempen,[2] T. Bourdel,[1] J. Zhang,[3] L. Khaykovich,[4] M. Teichmann,[1] L. Tarruell,[1] S. J. J. M. F. Kokkelmans,[2] and C. Salomon[1]

[1]*Laboratoire Kastler-Brossel, ENS, 24 rue Lhomond, 75005 Paris*

[2]*Eindhoven University of Technology, P. O. Box 513, 5600 MB Eindhoven, The Netherlands*

[3]*SKLQOQOD, Institute of Opto-Electronics, Shanxi University, Taiyuan 030006, People's Republic of China*

[4]*Department of Physics, Bar Ilan University, Ramat Gan 52900, Israel*

(Received 15 December 2004; published 22 June 2005)

We present a semianalytical treatment of both the elastic and inelastic collisional properties near a *p*-wave Feshbach resonance. Our model is based on a simple three-channel system that reproduces more elaborate coupled-channel calculations. We stress the main differences between *s*-wave and *p*-wave scattering. We show in particular that, for elastic and inelastic scattering close to a *p*-wave Feshbach resonance, resonant processes dominate over the low-energy behavior.

DOI: 10.1103/PhysRevA.71.062710 PACS number(s): 34.50.−s, 03.75.Ss, 05.30.Fk, 32.80.Pj

I. INTRODUCTION

The observation of molecular gaseous Bose-Einstein condensates (BECS) and the subsequent experimental study of the BEC-BCS crossover [1–5] were made possible by the possibility of tuning interatomic interactions using a magnetic field (the so-called Feshbach resonances). Although all these experiments were based on *s*-wave interatomic interactions, it is known from condensed matter physics that superfluidity of fermionic systems can also arise through higher-order partial waves. The most famous examples of this nonconventionnal superfluidity are ^{3}He [6], for which the Cooper pairs spawn from *p*-wave interactions, and high-T_c superconductivity, in which pairs are known to possess *d*-wave symmetry [7]. Recent interest in *p*-wave interactions in cold atom gases stemmed from these possibilities and resulted in the observation of *p*-wave Feshbach resonances in ^{40}K [8] and ^{6}Li [9,10], as well as theoretical studies on the superfluidity of cold atoms interacting through *p*-wave pairing [11,12].

The present paper is devoted to the study of *p*-wave interactions close to a Feshbach resonance and it derives some results presented in [9]. In a first part, we present the model we use to describe both elastic and inelastic processes that are discussed in the second part. We stress in particular the main qualitative differences between *p*-wave and *s*-wave physics and show that contrarily to the case of the *s* wave, which is dominated by low-energy physics, *p*-wave scattering is dominated by a resonance peak associated to the quasibound molecular state. Finally, we compare our analytical results to numerical coupled-channel calculations.

II. MODEL FOR *p*-WAVE INTERACTIONS

We consider the scattering of two identical particles of mass m. As usual when treating a two-body problem, we work in the center-of-mass frame and consider only the motion of a fictitious particle of mass $m/2$ interacting with a static potential. In order to study the *p*-wave Feshbach resonance, we use a model based on the separation of open and closed channels. In this framework, the Feshbach resonance arises in an open channel as a result of the coupling with a closed channel [13]. At resonance, scattering properties are dominated by resonant effects and we can neglect all "background" scattering (i.e., we assume there is no scattering far from resonance).

(1) We restrict ourselves to a three-channel system, labeled 1, 2, and 3, which correspond to the different two-body spin configurations (Fig. 1). Channels $|1\rangle$ and $|2\rangle$ are open channels. We focus on the situation where atoms are prepared initially in state $|1\rangle$. Atoms may be transferred to state $|2\rangle$ after an inelastic process. Channel $|3\rangle$ is closed and hosts the bound state leading to the Feshbach resonance.

Let us consider, for instance, the case of ^{6}Li atoms prepared in a mixture of $|F=1/2, m_F=1/2\rangle$ and $|F'=1/2, m_F'=-1/2\rangle$. In this system, the only two-body decay channel is associated with the flipping of an $m_F'=-1/2$ atom to $m_F'=1/2$. If we denote by (m_F, m_F') the symmetrized linear combination of the states $|F=1/2, m_F\rangle$ and $|F'=1/2, m_F'\rangle$, then $|1\rangle=(1/2,-1/2)$ and $|2\rangle=(1/2,1/2)$.

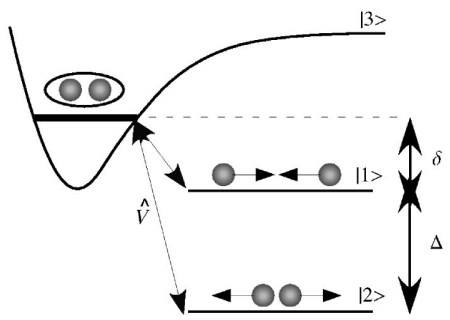


FIG. 1. The *p*-wave model: we consider three internal states, labeled $|1\rangle$, $|2\rangle$, and $|3\rangle$. States $|1\rangle$ and $|2\rangle$ are two open channels corresponding, respectively, to the incoming and decay channels. The released energy in an inelastic collision bringing an atom initially in $|1\rangle$ to $|2\rangle$ is denoted Δ. State $|3\rangle$ is a closed channel that possesses a *p*-wave bound state of energy δ nearly resonant with state $|1\rangle$. Finally, we assume that these three channels interact through a potential $\hat{V}$ acting only on the internal states and coupling the two open channels to the closed channel.

 ©2005 The American Physical Society

(2) The Feshbach resonances studied here are all located at values of the magnetic field where the Zeeman splitting is much larger than the hyperfine structure. In a first approximation we can therefore assume that the internal states are described by uncoupled electronic and nuclear spin states. In the absence of any dipolar or hyperfine coupling between the electronic singlet and triplet manifolds, we assume we have no direct interaction in channels 1 and 2 so that the eigenstates are plane waves characterized by their relative wave vector k and their energy $E_1(k)=\hbar^2k^2/m$ (channel 1) and $E_2(k)=-\Delta+\hbar^2k^2/m$ (channel 2). $\Delta>0$ is the energy released in an inelastic process leading from 1 to 2. Δ can be considered as independent of the magnetic field and is assumed to be much larger than any other energy scales (in the case relevant to our experiments, $\Delta/h\sim 80$ MHz is the hyperfine splitting of ^{6}Li at high field).

(3) In channel 3, we consider only a p-wave bound state nesting at an energy δ quasiresonant with channel 1. In the case of ^{6}Li atoms in the $F=1/2$ hyperfine state, $\delta=2\mu_B(B-B_0)$, where B is the magnetic field and B_0 is the position of the "bare" Feshbach resonance. If the projection of the angular momentum (in units of $\hbar$) is denoted by $m_{\mathbf{u}}$ for a quantization axis chosen along some vector $\mathbf{u}$, the eigenfunctions associated with this bound state can be written as $g(r)Y_1^{m_{\mathbf{u}}}(\theta,\phi)$, where (r,θ,ϕ) is the set of polar coordinates and the Y_l^m are the spherical harmonics.

(4) The coupling $\hat{V}$ between the various channels affects only the spin degrees of freedom. Therefore the orbital angular momentum is conserved during the scattering process and we restrict our analysis to the p-wave manifold. This is in contrast to the situation in heavy alkalimetals where incoming particles in the s wave can be coupled to molecular states of higher orbital angular momentum [14,15].

We assume also that the only nonvanishing matrix elements are between the closed and the open channels (i.e., $\langle 1,2|\hat{V}|3\rangle$ and $\langle 3|\hat{V}|1,2\rangle$).

Let us denote a state of the system by $|\alpha,\chi\rangle$, where $\alpha\in\{1,2,3\}$ and χ describe, respectively, the internal (spin) and the orbital degrees of freedom. According to assumption ((4)), the matrix element $\langle\alpha,\chi|\hat{V}|\alpha',\chi'\rangle$ is simply given by

$$\langle\alpha,\chi|\hat{V}|\alpha',\chi'\rangle=\langle\chi|\chi'\rangle\langle\alpha|\hat{V}|\alpha'\rangle, \tag{1}$$

and is therefore simply proportional to the overlap $\langle\chi|\chi'\rangle$ between the external states.

Let us now particularize to the case where $\alpha\in\{1,2\}$, and $|\chi\rangle=|\mathbf{k}\rangle$ is associated with a plane wave of relative momentum $\hbar\mathbf{k}$. According to hypothesis ((4)), this state is coupled only to the closed channel $|3\rangle$. Moreover, using the well-known formula $e^{ikz}=\sum_l i^l\sqrt{4\pi(2l+1)}j_l(kr)Y_l^0(\theta,\phi)$, where the j_l are the spherical Bessel functions, we see that $|\chi\rangle$ is coupled only to the state $|\alpha'=3,\mathbf{k}=\mathbf{0}\rangle$ describing the pair in the bound state $|\alpha'=3\rangle$ with zero angular momentum in the $\mathbf{k}$ direction. The matrix element then reads

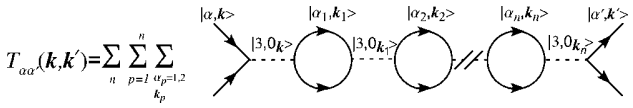


FIG. 2. Diagrammatic expansion of the T matrix. The full (dashed) lines represent free atoms (molecules). $|\alpha,\mathbf{k}\rangle$ is the scattering state of the two particles, in the internal state $\alpha=1,2$. $|3,0_{\mathbf{k}}\rangle$ represents the state of a p-wave molecule with orbital angular momentum component zero on the $\mathbf{k}$ direction.

$$\langle\alpha,\mathbf{k}|\hat{V}|3,m_{\mathbf{k}}\rangle=i\delta_{m_{\mathbf{k}},0}\sqrt{\frac{12\pi}{L^3}}\langle\alpha|\hat{V}|3\rangle\int g^*(r)j_1(kr)r^2dr, \tag{2}$$

where L^3 is a quantization volume. Since for small k we have $j_1(kr)\sim kr/3$, the matrix element $\langle\alpha,\mathbf{k}|\hat{V}|3,m_{\mathbf{k}}\rangle$ takes the general form

$$\langle\alpha,\mathbf{k}|\hat{V}|3,m_{\mathbf{k}}\rangle=\delta_{m_{\mathbf{k}},0}\frac{kF_\alpha(k)}{\sqrt{L^3}}, \tag{3}$$

where $F_\alpha(k)$ has a finite (in general nonzero) limit when k goes to zero.

Later on, we shall also need the coupling between $|\alpha,\mathbf{k}\rangle$ and $|3,m_{\mathbf{k}'}=0\rangle$ (that will be denoted by $|3,0_{\mathbf{k}'}\rangle$), where the momentum $\mathbf{k}$ and the direction of quantization $\mathbf{k}'$ are no longer parallel. The calculation presented above yields readily

$$\langle\alpha,\mathbf{k}|\hat{V}|3,0_{\mathbf{k}'}\rangle=\frac{kF_\alpha(k)}{\sqrt{L^3}}\langle 0_{\mathbf{k}}|0_{\mathbf{k}'}\rangle=\frac{kF_\alpha(k)}{\sqrt{L^3}}\cos(\widehat{\mathbf{k},\mathbf{k}'}), \tag{4}$$

where $(\widehat{\mathbf{k},\mathbf{k}'})$ is the angle between $\mathbf{k}$ and $\mathbf{k}'$ [16].

III. T MATRIX

From general quantum theory, it is known that the scattering properties of a system are given by the so-called T matrix $\hat{T}$. It can be shown in particular that $\hat{T}$ is given by the following expansion in powers of the coupling potential:

$$\hat{T}(E)=\hat{V}+\hat{V}\hat{G}_0(E)\hat{V}+\hat{V}\hat{G}_0(E)\hat{V}\hat{G}_0(E)\hat{V}+\cdots, \tag{5}$$

where $\hat{G}_0(E)=1/(E-\hat{H}_0)$ and $\hat{H}_0=\hat{H}-\hat{V}$ is the free Hamiltonian of the system.

Let us consider $|\alpha,\mathbf{k}\rangle$ and $|\alpha',\mathbf{k}'\rangle$, two states of the *open channels*, and let us set $T_{\alpha\alpha'}(\mathbf{k},\mathbf{k}',E)=\langle\alpha,\mathbf{k}|\hat{T}(E)|\alpha',\mathbf{k}'\rangle$. According to formula (5), this matrix element is the sum of terms that can be represented by the diagram of Fig. 2 and we get after a straightforward calculation

$$T_{\alpha\alpha'}(\mathbf{k},\mathbf{k}',E)=\frac{kk'}{L^3}F_\alpha(k)F^*_{\alpha'}(k')\sum_{n=0}^{\infty}R_n\Lambda(E)^nG_0^{(m)}(E)^{n+1}.$$

Here $G_0^{(m)}(E)=1/(E-\delta)$ is the free propagator for the molecule, $\Lambda=\Lambda_1+\Lambda_2$ with

$$\Lambda_\alpha(E) = \int \frac{q^4 dq}{(2\pi)^3} \frac{|F_\alpha(q)|^2}{E - E_\alpha(q)} \tag{6}$$

the results of the integration on the loops, and finally

$$R_n = \int d^2\Omega_1 \cdots d^2\Omega_n \cos(\widehat{\mathbf{k},\mathbf{k}_1}) \times \cos(\widehat{\mathbf{k}_1,\mathbf{k}_2}) \cdots \cos \widehat{\mathbf{k}_n,\mathbf{k}'},$$

where Ω_p is the solid angle associated with $\mathbf{k}_p$, arises from the pair-breaking vertices $|3,0_{\mathbf{k}_i}\rangle \to |\alpha_{i+1},\mathbf{k}_{i+1}\rangle$. This last integral can be calculated recursively and we get $R_n = (4\pi/3)^n \cos(\widehat{\mathbf{k},\mathbf{k}'})$, that is, for the T matrix

$$T_{\alpha\alpha'}(\mathbf{k},\mathbf{k}',E) = \frac{1}{L^3} \frac{kk' F_\alpha(k) F^*_{\alpha'}(k')}{E - \delta - \Sigma_1 - \Sigma_2} \cos(\widehat{\mathbf{k},\mathbf{k}'}),$$

with $\Sigma_\alpha = 4\pi\Lambda_\alpha/3$.

This expression can be further simplified since, according to Eq. (2), the width of $F_\alpha(q)$ is of the order of $1/R_e$, where R_e is the characteristic size of the resonant bound state. In the low-temperature limit, we can therefore expand Σ_α with the small parameter kR_e.

From Eq. (2), we see that replacing $F_\alpha(q)$ by its value at $q=0$ leads to a q^2 divergence. This divergence can be regularized by the use of counterterms in the integral, namely, by writing that

$$\Sigma_\alpha(E) = \int |F_\alpha(q)|^2 \left[\frac{q^4}{E - E_\alpha(q)} + \frac{mq^2}{\hbar^2} + \frac{m^2}{\hbar^4}[E - E_\alpha(0)] \right] \frac{dq}{6\pi^2} - \int |F_\alpha(q)|^2 \frac{mq^2}{\hbar^2} \frac{dq}{6\pi^2} - [E - E_\alpha(0)] \int |F_\alpha(q)|^2 \frac{m^2}{\hbar^4} \frac{dq}{6\pi^2},$$

where we have assumed that F_α was decreasing fast enough at large q to ensure the convergence of the integrals. $|F_\alpha(q)|^2$ can now be safely replaced by $\lambda_\alpha = |F_\alpha(0)|^2$ in the first integral and we finally get

$$\Sigma_\alpha = -i \frac{\lambda_\alpha}{6\pi} \frac{m}{\hbar^2} \left(\frac{m}{\hbar^2}[E - E_\alpha(0)] \right)^{3/2} - \delta_{0,\alpha} - \eta_\alpha [E - E_\alpha(0)],$$

with

$$\delta_0^{(\alpha)} = \int |F_\alpha(q)|^2 \frac{mq^2}{\hbar^2} \frac{dq}{6\pi^2},$$

$$\eta_\alpha = \int |F_\alpha(q)|^2 \frac{m^2}{\hbar^4} \frac{dq}{6\pi^2}.$$

If we assume that the release energy Δ is much larger than E and if we set $\delta_0 = \delta_0^{(1)} + \delta_0^{(2)}$ and $\eta = \eta_1 + \eta_2$, we get for the T matrix

$$T_{\alpha\alpha'}(\mathbf{k},\mathbf{k}',E) \simeq \frac{1}{L^3} \frac{kk' F_\alpha(0) F^*_{\alpha'}(0) \cos(\widehat{\mathbf{k},\mathbf{k}'})/(1+\eta)}{E - \tilde{\delta} + i\hbar\gamma(E)/2} \tag{7}$$

with

$$\hbar\gamma(E) = \left(\frac{m}{\hbar^2} \right)^{5/2} \frac{(\lambda_2 \Delta^{3/2} + \lambda_1 E^{3/2})}{3\pi(1+\eta)},$$

$$\tilde{\delta} = \frac{(\delta - \delta_0)}{1+\eta}.$$

We note that this expression for the T matrix is consistent with the general theory of multichannel scattering resonances [13], where resonantly enhanced transitions to other channels are readily included. In a similar context of two open channels and a Feshbach resonance, a recent experiment was analyzed [15] that involved the decay of a molecular state formed from a Bose-Einstein condensate.

IV. *s* WAVE VS *p* WAVE

This section is devoted to the discussion of the expression found for the T matrix. In addition to the scattering cross section, the study of the T matrix yields important information on the structure of the dressed molecular state underlying the Feshbach resonance and we will demonstrate important qualitative differences between the behaviors of p-wave and s-wave resonances.

A. Molecular state

The binding energy E_b of the molecule is given by the pole of T. In the limit $\delta \sim \delta_0$, it is therefore given by

$$E_b = \tilde{\delta} - i\hbar\gamma(\tilde{\delta})/2,$$

We see that the real part of E_b (the "physical" binding energy) is $\sim\tilde{\delta}$ and therefore scales linearly with the detuning $\delta - \delta_0$. This scaling is very different from what happens for s-wave processes where we expect a $(\delta - \delta_0)^2$ behavior. This difference is in practice very important: indeed, the molecules can be trapped after their formation only if their binding energy is smaller than the trap depth. The scaling we get for the p-wave molecules means that the binding energy increases much faster when we increase the detuning than what we obtain for s-wave molecules (this feature was already pointed out in [11]). Hence, p-wave molecules must be looked for only in the close vicinity of the Feshbach resonance—for instance, for $\eta \ll 1$ (relevant for ^{6}Li, as we show below) and a trap depth of 100 μK, the maximum detuning at which molecules can be trapped is $\simeq 0.1$ G.

This asymptotic behavior of the binding energy is closely related to the internal structure of the molecule. Indeed, the molecular wave function $|\psi_m(B)\rangle$ can be written as a sum $|\text{open}\rangle + |\text{closed}\rangle$ of its projections on the closed and open channels, which correspond, respectively, to short- and long-range molecular states. If we neglect decay processes by setting $\lambda_2 = 0$, we can define the magnetic moment of the molecule (relative to that of the free atom pair) by

$$\Delta\mu_{\rm eff}(B) = -\frac{\partial E_b}{\partial B} = -\frac{\partial \tilde{\delta}}{\partial B},$$

that is, in the case of ^{6}Li where $\delta = 2\mu_B(B - B_0)$,

$$\Delta\mu_{\rm eff}(B) = -\frac{2\mu_B}{1+\eta}. \tag{8}$$

On the other hand, we can also write $E_b = \langle \psi_m(B)|\hat{H}(B)|\psi_m(B)\rangle$. Since in the absence of any decay channel, the molecular state is the ground state of the two-body system, we can write using the Hellmann-Feynman relation

$$\Delta\mu_{\rm eff} = -\frac{\partial E_b}{\partial B} = -\langle \psi_m(B)|\frac{\partial \hat{H}(B)}{\partial B}|\psi_m(B)\rangle.$$

In our model, the only term of the Hamiltonian depending on the magnetic field is the energy $\delta = 2\mu_B(B - B_0)$ of the bare molecular state in the closed channel and we finally have

$$\Delta\mu_{\rm eff} = -2\mu_B\langle {\rm closed}|{\rm closed}\rangle. \tag{9}$$

If we compare Eqs. (8) and (9), we see that the probability $P_{\rm closed} = \langle {\rm closed}|{\rm closed}\rangle$ to be in the closed channel is given by

$$P_{\rm closed} = 1/(1+\eta).$$

In other words, unless $\eta = \infty$, there is always a finite fraction of the wave function in the tightly bound state. In practice, we will see that in the case of ^{6}Li, $\eta \ll 1$. This means that the molecular states that are nucleated close to a Feshbach resonance are essentially short-range molecules. On the contrary, for *s*-wave molecules, $E_b \propto (\delta - \delta_0)^2$ leads to $\Delta\mu_{\rm eff} = -2\mu_B\langle {\rm closed}|{\rm closed}\rangle \propto (\delta - \delta_0)$. This scaling leads to a zero probability of occupying the bare molecular state near an *s*-wave resonance.

We can illustrate these different behaviors in the simplified picture of Fig. 3. For small detunings around threshold, the *p*-wave potential barrier provides a large forbidden region, which confines the bound state behind this barrier. The bound-state wave function decays exponentially inside the barrier and the tunneling remains nearly negligible. Since there is no significant difference for the shape of the *p*-wave bound state for small positive and negative detunings, the linear dependence of the closed channel on magnetic field will be conserved for the bound state, and therefore the binding energy will also linearly approach the threshold. We note that the linear dependence close to threshold can also be found from the general Breit-Wigner expression for a resonance, in combination with the *p*-wave threshold behavior of the phase shift [13].

The imaginary part of E_b corresponds to the lifetime of the molecule. In the case of *s*-wave molecules for which two-body decay is forbidden [20,21], the only source of instability is the coupling with the continuum of the incoming channel that leads to a spontaneous decay when $\tilde{\delta} > 0$ [see Fig. 3(a)]. By contrast, we get a finite lifetime in the *p* wave even at $\tilde{\delta} < 0$: due to dipolar relaxation between its constituents, the molecule can indeed spontaneously decay toward state $|2\rangle$. For $\tilde{\delta} \sim 0$, the decay rate γ_0 associated with this process is given by

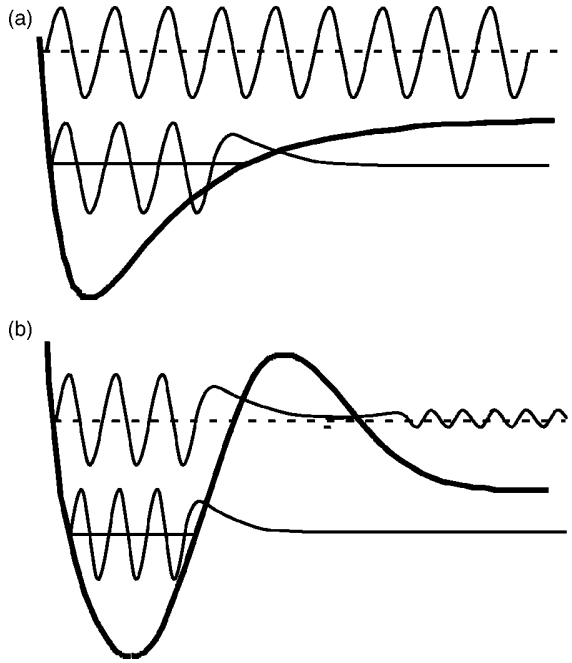


FIG. 3. Effect of the centrifugal barrier on the bound state in *p*-wave Feshbach resonances. (a) Case of *s*-wave scattering: the bare molecular state goes from $\delta < 0$ (full line) to $\delta > 0$ (dashed line). In the process, the molecular state becomes unstable and the wave function becomes unbounded. (b) In the case of a *p*-wave bound state, the presence of the centrifugal barrier smooths the transition from $\delta > 0$ to $\delta < 0$. Even for $\delta > 0$, the wave function stays located close to the bottom of the well.

$$\gamma_0 = \gamma(0) = \frac{\lambda_2}{1+\eta}\frac{m}{3\pi\hbar^3}\left(\frac{m\Delta}{\hbar^2}\right)^{3/2}.$$

B. Elastic scattering

The scattering amplitude $f(\mathbf{k},\mathbf{k}')$ for atoms colliding in the channel 1 can be extracted from the *T* matrix using the relation

$$f(\mathbf{k},\mathbf{k}') = -\frac{mL^3}{4\pi\hbar^2}T_{11}(\mathbf{k},\mathbf{k}', E = \hbar^2k^2/m),$$

that is,

$$f(\mathbf{k},\mathbf{k}') = -\frac{m\lambda_1}{4\pi\hbar^2}\left(\frac{k^2\cos(\widehat{\mathbf{k},\mathbf{k}'})/(1+\eta)}{\hbar^2k^2/m - \tilde{\delta} - i\hbar\gamma/2}\right).$$

The $\cos(\widehat{\mathbf{k},\mathbf{k}'})$ dependence is characteristic of *p*-wave processes and, once again, this expression shows dramatic differences from the *s*-wave behavior. First, at low k, $f(\mathbf{k},\mathbf{k}')$ vanishes like k^2. If we introduce the so-called scattering volume V_s [13] defined by

$$f(\mathbf{k},\mathbf{k}') = -V_s k^2,$$

then we have

$$V_s = \frac{-m\lambda_1}{4\pi\hbar^2[\delta - \delta_0 + i(1+\eta)\hbar\gamma_0/2]} \sim \frac{-m\lambda_1}{2\pi\hbar^2(\delta - \delta_0)},$$

if we neglect the spontaneous decay of the molecule. We see that in this approximation, the binding energy E_b of the molecule is given by

$$E_b = -\frac{m\lambda_1}{2\pi\hbar^2(1+\eta)}\frac{1}{V_s}.$$

In s-wave processes, the binding energy and the scattering length are related through the universal formula $E_b = -\hbar^2/ma^2$. This relationship is of great importance since it allows one to describe both scattering properties and the molecular state with only one scattering length, without having to be concerned care with any other detail of the interatomic potential. In the case of the p wave, we see that no such universal relation exists between the scattering volume and E_b, a consequence of the fact that we have to deal with short-range molecular states, even at resonance. We therefore need two independent parameters to describe both the bound states and the scattering properties.

In the general case, the elastic cross section σ_{el} is proportional to $|f|^2$. According to our calculation, we can put σ_{el} under the general form

$$\sigma_{\mathrm{el}}(E) = \frac{CE^2}{(E-\tilde{\delta})^2 + \hbar^2\gamma^2/4}, \tag{10}$$

where $E=\hbar^2k^2/m$ is the kinetic energy of the relative motion and C is a constant depending on the microscopic details of the system. Noticeably, the energy dependence of the cross section exhibits a resonant behavior at $E=\tilde{\delta}$ as well as a plateau when $E\to\infty$, two features that were observed in the numerical coupled-channel calculations presented in [17]. Once again, this leads to physical processes very different from what is expected in s-wave scattering. Indeed, we know that in s-wave scattering, we have $f\sim -a$, as long as $ka \ll 1$. Since a is in general nonzero, the low-energy behavior gives a non-negligible contribution to the scattering processes. By contrast, we have just seen that in the case of the p wave, the low-energy contribution is vanishingly small ($\sigma_{\mathrm{el}}\sim E^2$) so that the scattering will be dominated by the resonant peak $E\sim\tilde{\delta}$.

C. Inelastic scattering.

For two particules colliding in channel 1 with an energy $E=\hbar^2k^2/m$, the probability to decay to channel 2 is proportional to $\rho_2(k')|T_{12}(\mathbf{k},\mathbf{k}',E)|^2$ where ρ_2 is the density of states in channel 2. Since k' is given by the energy conservation condition $\hbar^2k'^2/m-\Delta=E$, and in practice $\Delta \gg E$, we see that $k'\sim\sqrt{m\Delta/\hbar^2}$ is therefore a constant. Using this approximation, we can write the two-body loss rate $g_2(E)$ for particles of energy E as

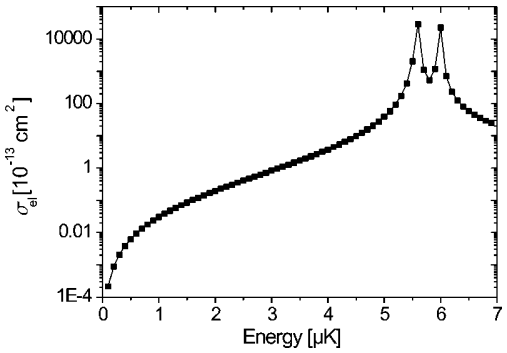


FIG. 4. Energy dependence of the elastic cross section. Dots: numerical closed-channel calculation. The left peak corresponds to $m_l=0$ and the right peak to $m_l=\pm 1$. Full line: Fits using Eq. (11).

$$g_2(E) = \frac{DE}{(E-\tilde{\delta})^2 + \hbar^2\gamma^2/4},$$

where D is a constant encapsulating the microscopic details of the potential.

V. COMPARISON WITH COUPLED-CHANNEL CALCULATION

The quantities such as C, D, γ_0, etc., that were introduced in the previous section were only phenomenological parameters to which we need to attribute some value to be able to perform any comparison with the experiment. These data are provided by *ab initio* numerical calculations using the coupled-channel scheme described in [18]. The result of this calculation for the elastic scattering cross section is presented in Fig. 4. The most striking feature of this figure is that it displays two peaks instead of one, as predicted by Eq. (10). This difference can be easily understood by noting that the dipolar interaction that couples the molecular state to the outgoing channel provides a "spin-orbit" coupling that modifies the relative orbital angular momentum of the pair [17]. In other words, each resonance corresponds to a different value of the relative angular momentum m_l (the $m_l=+1$ and $m_l=-1$ resonances are superimposed because the frequency shift induced by the dipolar coupling is proportional to m_l^2, as noted in [17]).

As the spin-orbit coupling is not included in our simplified three-level model, we take the multiple peak-structure into account by fitting the data of Fig. 4 using a sum of three laws (10) with a different set of phenomenological parameters for each value of the angular momentum:

$$\sigma_{\mathrm{el}}(E) = \sum_{m_l=-1}^{+1} \frac{C_{m_l}E^2}{(E-\tilde{\delta}_{m_l})^2 + \hbar^2\gamma_{m_l}^2/4}, \tag{11}$$

where $\tilde{\delta}_{m_l}$ is related to the magnetic field through $\tilde{\delta}_{m_l}=\mu(B-B_{F,m_l})$ and $\gamma_{m_l}=\gamma_{0,m_l}+a_{m_l}E^{3/2}$. Using this law, we obtain a perfect fit to the elastic as well as inelastic data obtained from the coupled-channel calculations. The values obtained

TABLE I. Values of the phenomenological parameters obtained after a fit to the coupled-channel calculation data of Fig. 4. δB_F is the shift between the $m_l=\pm 1$ and $m_l=0$ resonances.

Channel	$(1/2,-1/2)$			$(-1/2,-1/2)$		
m_l	-1	0	1	-1	0	1
$C(10^{-13}\ \mathrm{cm}^2)$	0.22	0.22	0.22	0.87	0.88	0.87
$D(10^{-13}\ \mathrm{cm}^2\ \mu\mathrm{K/s})$	0.00002	0.59	0.56	3×10^{-5}	1.54	5.72
$\gamma_0(\mathrm{s}^{-1})$	$<10^{-2}$	110	110	<1	220	830
$a(\mu\mathrm{K}^{-1/2})$	0.0017	0.0017	0.0017	0.0024	0.0024	0.0024
η	0.22	0.22	0.22	0.23	0.23	0.23
$\delta B_F(\mathrm{G})$	-0.0036	0	-0.0036	-0.012	0	-0.012

for the different phenomenological parameters are presented on Table I.

From these data, we see first that the "elastic" properties are independent of m_l. This comes from the fact that the elastic scattering is mainly a consequence of the hyperfine coupling that does not act on the center-of-mass motion of the atoms. However, we see that both the inelastic collision rate constant D and the molecule lifetime γ_0 exhibit large variations with the relative angular momentum [22]. First, the spontaneous decay rate γ_0 of a molecule in $m_l=0,+1$ is always larger than $\sim 10^2\ \mathrm{s}^{-1}$, which corresponds to a maximum lifetime of about 10 ms. Second, we observe a strong reduction of the losses in the $m_l=-1$ channel, in which no significant spontaneous decay could be found. An estimate of γ_0 can nevertheless be obtained by noting that, since the elastic parameters are independent of m_l, the ratio D/γ_0 should not depend on m_l [this can be checked by comparing the ratios D/γ_0 for $m_l=0$ and $m_l=+1$ in the $(-1/2,-1/2)$ channel]. Using this assumption we find that $\gamma_0\sim 4\times 10^{-3}\ \mathrm{s}^{-1}$ both in $(1/2,-1/2)$ and $(-1/2,-1/2)$. The reason for this strong increase of the lifetime of the molecules in $m_l=-1$ is probably because, due to angular momentum conservation, the outgoing pair is expected to occupy a state with $l=3$ after an inelastic process. Indeed, if we start in a two-body state (m_F,m_F') and if the dipolar relaxation flips the spin m_F', then the atom pair ends up in a state $(m_F,m_F'+1)$. This increase of the total spin of the pair must be compensated by a decrease of the relative angular momentum. Therefore, if the molecule was associated with a relative angular momentum m_l, it should end up with m_l-1. In the case of $m_l=-1$, this means that the final value of the relative angular momentum is $m_l=-2$, i.e., $l\geqslant 2$. But, according to selection rules associated with spin-spin coupling, the dipolar interaction can only change l by 0 or 2. Therefore, starting from a p-wave $(l=1)$ compound, this can only lead to $l=3$. Let us now assume that the coupling between the molecular state and the outgoing channel is still proportional to the overlap between the two states [see Eq. (1)], even in the presence of a dipolar coupling: the argument above indicates that the ratio $\rho=\gamma_{0,m_l=-1}/\gamma_{0,m_l'\neq -1}$ between the decay rate of molecules in $m_l=-1$ and the one of molecules in $m_l'\neq 1$ is then of the order of

$$\rho\sim\left|\frac{\int g^*(r)j_3(kr)r^2dr}{\int g^*(r)j_1(kr)r^2dr}\right|^2,$$

where $k=\sqrt{m\Delta/\hbar^2}$ is the relative momentum of the atoms after the decay. For lithium, we have $R_e\sim 3$ Å [23] which yields $kR_e\sim 7\times 10^{-2}$. This permits us to approximate the spherical Bessel functions j_l by their expansion at low $k, j_l(kr)\sim(kr)^l$, that is,

$$\rho\sim k^4\left|\frac{\int g^*(r)r^5dr}{\int g^*(r)r^3dr}\right|^2\sim(kR_e)^4.$$

With the numerical value obtained for kR_e, we get $\rho\sim 2\times 10^{-5}$, which is, qualitatively, in agreement with the numerical coupled-channel calculations presented above.

VI. TEMPERATURE AVERAGING

In realistic conditions, the two-body loss rate G_2 needs to be averaged over the thermal distribution of atoms. G_2 is therefore simply given by

$$G_2(E)=\sqrt{\frac{\pi}{4(k_BT)^3}}\int_0^\infty g_2(E)e^{-E/k_BT}E^{1/2}dE.$$

The evolution of G_2 vs detuning is displayed in Fig. 5 and shows a strongly asymmetric profile that was already noticed in previous theoretical and experimental papers [8,10].

This feature can readily be explained by noting that in situations relevant to experiments, γ_0 is small with respect to temperature. We can therefore replace g_2 by a sum of Dirac functions centered on δ_{0,m_l}. When the δ_{0,m_l} are positive, G_2 takes the simplified form

$$G_2=4\sqrt{\pi}\sum_{m_l}\left(\frac{D_{m_l}}{\hbar\gamma_{m_l}(\tilde{\delta}_{m_l})}\right)\left(\frac{\tilde{\delta}_{m_l}}{k_BT}\right)^{3/2}e^{-\tilde{\delta}_{m_l}/k_BT}.$$

Moreover, if we neglect the lift of degeneracy due to the dipolar interaction coupling and we assume all the $\tilde{\delta}_{m_l}$ to be equal to some $\tilde{\delta}$, we get

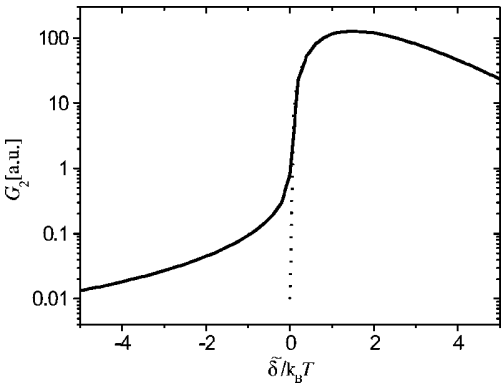


FIG. 5. Full line: numerical calculation of the loss rate for $T=10\ \mu$K. Dotted line: asymptotic expansion (12).

$$G_2 = 4\sqrt{\pi}\left(\frac{\overline{D}}{\hbar\overline{\gamma}(\tilde{\delta})}\right)\left(\frac{\tilde{\delta}}{k_BT}\right)^{3/2} e^{-\tilde{\delta}/k_BT}, \tag{12}$$

with $\overline{D}=\Sigma_{m_l}D_{m_l}$ and $\overline{D}/\overline{\gamma}=\Sigma_{m_l}D_{m_l}/\gamma_{m_l}$ [19].

For $\tilde{\delta}<0$ and $|\tilde{\delta}|\gg k_BT$, we can replace the denominator of g_2 by $\tilde{\delta}^2$ and we get the asymptotic form for G_2

$$G_2 = \frac{3}{2}k_BT\sum_{m_l}\frac{D_{m_l}}{\tilde{\delta}_{m_l}^2}. \tag{13}$$

Let us now comment on the two equations (12) and (13) .

(1) We note that the maximum value of G_2 is obtained for $\tilde{\delta}/k_BT=3/2$. It means that when tuning the magnetic field (i.e., $\tilde{\delta}$), the maximum losses are not obtained at the resonance $\tilde{\delta}=0$, but at a higher field, corresponding to $\tilde{\delta}=3k_BT/2$. For a typical experimental temperature $T=10\ \mu$K, this corresponds to a shift of about 0.1 G.

(2) Similarly, the width of $G_2(\tilde{\delta})$ scales like k_BT. Expressed in terms of magnetic field, this corresponds to $\sim$0.1 G for $T=10\ \mu$K. This width is a consequence of the resonance nature of the scattering in *p*-wave processes. As seen earlier, both elastic and inelastic collisions are more favorable when the relative energy $E=\tilde{\delta}$. When $\tilde{\delta}<0$, the resonance conditions cannot be satisfied, since there are no states in the incoming channel with negative energy. The scattering is then formally analogous to optical pumping or other second-order processes and yields the $1/\tilde{\delta}^2$ obtained in Eq. (13). When $\tilde{\delta}\gg k_BT$, the resonance condition is satisfied by states that are not populated (since for a thermal distribution, we populate states up to $E\sim k_BT$).

VII. CONCLUSION

In this paper, we have developed a simple model capturing the main scattering properties close to a *p*-wave Feshbach resonance. The analytical formulas we obtained show very good agreement with both numerical coupled-channel calculations and experimental measurements from our group [9] and from Chin and Grimm [24]. We have shown that the line shape of the resonance is very different from what is expected for an *s*-wave process: while *s*-wave scattering is mainly dominated by low-energy processes, *p*-wave scattering is rather dominated by collisions at energies equal to that of the molecular state. Regarding *p*-wave molecules, we have seen that at resonance their wave function was dominated by the short-range bare molecular state. Finally, the study of the spontaneous decay of these molecules has shown a very different lifetime depending on the relative angular momentum of its constituents, since molecules in $m_l=-1$ could live 10^4 times longer than those in $m_l=0,+1$. This very intriguing result might prove to be a valuable asset for the experimental study of *p*-wave molecules since it guarantees that $m_l=-1$ dimers are very stable against two-body losses in the absence of depolarizing collisions.

ACKNOWLEDGMENTS

We thank Z. Hadzibabic, J. Dalibard, and Y. Castin for very helpful discussions. S.K. acknowledges support from the Netherlands Organisation for Scientific Research (NWO) and E.U. Contract No. HPMF-CT-2002-02019. E.K. acknowledges support from the Stichting FOM, which is financially supported by NWO. M.T. acknowledges support from E.U. Contracts No. HPMT-2000-00102 and No. MEST-CT-2004-503847. This work was supported by CNRS, by the ACI photonique and nanosciences programs from the French Ministry of Research, and by Collège de France. Laboratoire Kastler Brossel is "Unité de recherche de l'École Normale Supèrieure et de l'Université Pierre et Marie Curie, associée au CNRS."

[1] S. Jochim, M. Bartenstein, A. Altmeyer, G. Hendl, S. Riedl, C. Chin, J. Hecker Denschlag, and R. Grimm, Science **302**, 2101 (2003).
[2] M. W. Zwierlein, C. A. Stan, C. H. Schunck, S. M. F. Raupach, S. Gupta, Z. Hadzibabic, and W. Ketterle, Phys. Rev. Lett. **91**, 250401 (2003).
[3] T. Bourdel, L. Khaykovich, J. Cubizolles, J. Zhang, F. Chevy, M. Teichmann, L. Tarruell, S. J. J. M. F. Kokkelmans, and C. Salomon, Phys. Rev. Lett. **93**, 050401 (2004).
[4] J. Kinast, S. L. Hemmer, M. E. Gehm, A. Turlapov, and J. E. Thomas, Phys. Rev. Lett. **92**, 150402 (2004).
[5] M. Greiner, C. A. Regal, and D. S. Jin, Nature (London) **426**, 537 (2003).
[6] D. M. Lee, Rev. Mod. Phys. **69**, 645 (1997).
[7] C. C. Tsuei and J. R. Kirtley, Phys. Rev. Lett. **85**, 182 (2000).
[8] C. A. Regal *et al.*, Phys. Rev. Lett. **90**, 053201 (2003).
[9] J. Zhang, E. G. M. van Kempen, T. Bourdel, L. Khaykovich, J. Cubizolles, F. Chevy, M. Teichmann, L. Tarruell, S. J. J. M. F. Kokkelmans, and C. Salomon, Phys. Rev. A **70**, 030702(R) (2004).

[10] C. H. Schunck, M. W. Zwierlein, C. A. Stan, S. M. F. Raupach, W. Ketterle, A. Simoni, E. Tiesinga, C. J. Williams, and P. S. Julienne, e-print cond-mat/0407373.
[11] T. L. Ho and N. Zahariev, e-print cond-mat/0408469; T. L. Ho and R. B. Diener, e-print cond-mat/0408468.
[12] Y. Ohashi, e-print cond-mat/0410516.
[13] J. R. Taylor, *Scattering Theory* (John Wiley, New York, 1972); H. Feshbach, *Theoretical Nuclear Physics* (John Wiley, New York, 1992).
[14] C. Chin, V. Vuletic, A. J. Kerman, and S. Chu, Phys. Rev. Lett. **85**, 2717 (2000); P. J. Leo, C. J. Williams, and P. S. Julienne, *ibid.* **85**, 2721 (2000).
[15] Thomas Volz, Stephan Drr, Niels Syassen, Gerhard Rempe, Eric van Kempen, and Servaas Kokkelmans, e-print cond-mat/0410083.
[16] A. R. Edmunds, *Angular Momentum in Quantum Mechanics* (Princeton University Princeton, NJ, Press, 1996).
[17] C. Ticknor, C. A. Regal, D. S. Jin, and J. L. Bohn, Phys. Rev. A **69**, 042712 (2004).
[18] E. G. M. van Kempen, B. Marcelis, and S. J. J. M. F. Kokkelmans, e-print cond-mat/0406722.
[19] For the sake of simplicity, these averaged parameters only were presented in [9].
[20] K. Dieckmann, C. A. Stan, S. Gupta, Z. Hadzibabic, C. H. Schunck, and W. Ketterle, Phys. Rev. Lett. **89**, 203201 (2002).
[21] H. T. C. Stoof, J. M. V. A. Koelman, and B. J. Verhaar, Phys. Rev. B **38**, 4688 (1988).
[22] Note that the different lifetimes calculated for the three m_l states do not violate any rotational symmetry. Indeed, the magnetic field used to reach the Feshbach resonance provides a preferred direction to the system.
[23] We evaluate R_e by identifying it with the relative distance r at which the total (centrifugal + long-range) potential $3\hbar^2/mr^2 - C_6/r^6 - C_8/r^8 - C_{10}/r^{10}$ cancels and we used the $C_{8,9,10}$ coefficients of [24]. Z.-C. Yan *et al.*, Phys. Rev. A **54**, 2824 (1996).
[24] C. Chin and R. Grimm (private communication).

Article 5

Expansion of an ultra-cold lithium gas in the BEC-BCS crossover

L. Tarruell, M. Teichmann, J. McKeever, T. Bourdel, J. Cubizolles, L. Khaykovich, J. Zhang, N. Navon, F. Chevy et C. Salomon

Proceedings of the International School of Physics "Enrico Fermi", Course CLXIV, Varenna, edited by M. Inguscio, W. Ketterle, and C. Salomon, IOS Press, Amsterdam, 2008.

Expansion of a lithium gas in the BEC-BCS crossover

L. Tarruell[1], M. Teichmann[1], J. McKeever[1], T. Bourdel[1], J. Cubizolles[1], L. Khaykovich[2], J. Zhang[3], N. Navon[1], F. Chevy[1], and C. Salomon[1]

[1] *Laboratoire Kastler Brossel, École normale supérieure, 24, rue Lhomond, 75005 Paris, France*
[2] *Department of Physics, Bar Ilan University, 52900 Ramat Gan, Israel*
[3] *SKLQOQOD, Institute of Opto-Electronics, Shanxi University, Taiyuan 030006, P. R. China*

Summary. — We present an experimental study of the time of flight properties of a gas of ultra-cold fermions in the BEC-BCS crossover. Since interactions can be tuned by changing the value of the magnetic field, we are able to probe both non interacting and strongly interacting behaviors. These measurements allow us to characterize the momentum distribution of the system as well as its equation of state. We also demonstrate the breakdown of superfluid hydrodynamics in the weakly attractive region of the phase diagram, probably caused by pair breaking taking place during the expansion.

1. – Introduction

Feshbach resonances in ultra cold atomic gases offer the unique possibility of tuning interactions between particles, thus allowing one to study both strongly and weakly interacting many-body systems with the same experimental apparatus. A recent major achievement was the experimental exploration of the BEC-BCS crossover [1, 2, 3, 4, 5, 6], a scenario proposed initially by Eagles, Leggett, Nozières and Schmitt-Rink to bridge the gap between the Bardeen-Cooper-Schrieffer (BCS) mechanism for superconductivity in metals, and the Bose-Einstein condensation of strongly bound pairs [7, 8, 9]. Here, we present a study of the crossover using time of flight measurements. This technique gives access to a wide range of physical properties of the system and has been successfully used in different fields of physics. The observation of elliptic flows was for instance used to demonstrate the existence of quark-gluon plasmas in heavy ion collisions [10]. In cold atoms, the ellipticity inversion after free flight is a signature of Bose-Einstein condensation [11, 12]. In an optical lattice the occurrence of interference peaks can be used as the signature of the superfluid to insulator transition [13] and, with fermions, it can be used

© Società Italiana di Fisica

to image the Fermi surface [14]. Two series of time-of-flight measurements are presented: expansion of the gas without interactions, which gives access to the momentum distribution, a fundamental element in the BEC-BCS crossover, or with interactions, which allows us to characterize the equation of state of the system, and probe the validity of superfluid hydrodynamics.

2. – Experimental method

In a magnetic trap, a spin polarized gas of $N = 10^6$ ^{6}Li atoms in $|F = 3/2, m_F = +3/2\rangle$ is sympathetically cooled by collisions with ^{7}Li in $|F = 2, m_F = +2\rangle$ to a temperature of 10 μK. This corresponds to a degeneracy of $T/T_F \sim 1$, where $T_F = \hbar\bar{\omega}(6N)^{1/3}/k_{\mathrm{B}}$ is the Fermi temperature of the gas. The magnetic trap frequencies are 4.3 kHz (76 Hz) in the radial (axial) direction, and $\bar{\omega} = (\omega_x\omega_y\omega_z)^{1/3}$ is the mean frequency of the trap. Since there are no thermalizing collisions between the atoms in a polarized Fermi gas, the transfer into our final crossed dipole trap, which has a very different geometry (Fig. 1), is done in two steps. We first transfer the atoms into a mode-matched horizontal single beam Yb:YAG dipole trap, with a waist of ~ 23 μm. At maximum optical power (2.8 W), the trap depth is ~ 143 μK (15 T_F), and the trap oscillation frequencies are 6.2(1) kHz (63(1) Hz) in the radial (axial) direction. The atoms are transferred in their absolute ground state $|F = 1/2, m_F = +1/2\rangle$ by an RF pulse. We then sweep the magnetic field to 273 G and drive a Zeeman transition between $|F = 1/2, m_F = +1/2\rangle$ and $|F = 1/2, m_F = -1/2\rangle$ to prepare a balanced mixture of the two states (better than 5%). At this magnetic field, the scattering length between both states is $-280\,a_0$ (Fig. 2). After 100 ms the mixture has lost its coherence, initiating collisions in the gas. During the thermalization process about half of the atoms are lost. We then perform a final evaporative cooling stage by lowering the trap depth to $\sim 36\,\mu$K. At this point, we ramp up a vertical Nd:YAG laser beam (power 126 mW and waist $\sim 25\,\mu$m), obtaining our final crossed dipole trap configuration (Fig. 1). The measured degeneracy is $T/T_F \lesssim 0.15$. The magnetic field is then increased to 828 G (in the vicinity of the Feshbach resonance, see Fig. 2), where we let the gas thermalize for 200 ms before performing subsequent experiments.

3. – Momentum distribution

In standard BCS theory, the ground state of an homogeneous system is described by a pair condensate characterized by the many-body wave function

$$|\psi\rangle = \prod_{\boldsymbol{k}} (u_{\boldsymbol{k}} + v_{\boldsymbol{k}} a^\dagger_{\boldsymbol{k},\uparrow} a^\dagger_{-\boldsymbol{k},\downarrow})|0\rangle,$$

where $|0\rangle$ is the vacuum and $a^\dagger_{\boldsymbol{k},\sigma}$ is the creation operator of a fermion with momentum $\boldsymbol{k}$ and spin σ. In this expression, $|v_{\boldsymbol{k}}|^2$ can be interpreted as the occupation probability in momentum space, and is displayed in Fig. 3a for several values of the interaction

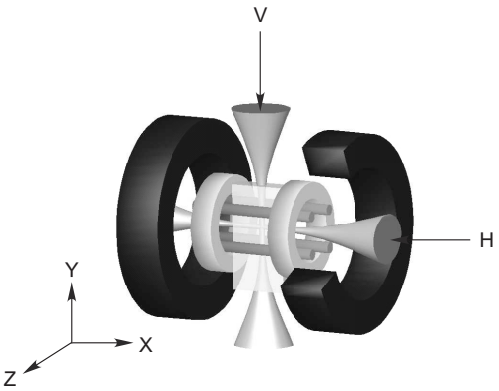


Fig. 1. – Ioffe-Pritchard trap and crossed dipole trap used for the experiments. The crossed geometry allows us to change the aspect ratio of the trap.

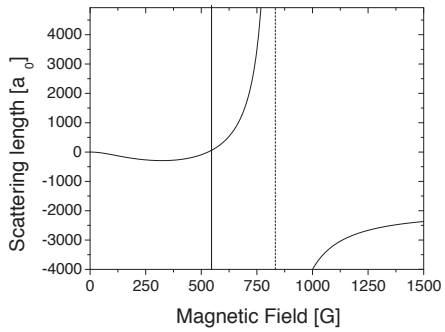


Fig. 2. – ^{6}Li Feshbach resonance between $|F = 1/2, m_F = +1/2\rangle$ and $|F = 1/2, m_F = -1/2\rangle$. The broad Feshbach resonance is located at 834 G. The balanced mixture is prepared at 273 G.

parameter $1/k_F a$, where k_F is the Fermi wave vector of the non interacting Fermi gas ($E_F = \hbar^2 k_F^2/2m$). One effect of the pairing of the atoms is to broaden the momentum distribution. In the BCS limit ($1/k_F a \to -\infty$), the broadening with respect to the momentum distribution of an ideal Fermi gas is very small, of the order of the inverse of the coherence length ξ. In the unitary limit ($1/k_F a \to 0$) it is expected to be of the order of k_F. In the BEC limit ($1/k_F a \to \infty$) we have molecules of size a so the momentum distribution, which is given by the Fourier transform of the molecular wave function, has a width $\hbar/a$.

In a first series of expansion experiments, we have measured the momentum distribution of a trapped Fermi gas in the BEC-BCS crossover. Similar experiments have been performed at JILA on ^{40}K [15].

In order to measure the momentum distribution of the atoms, the gas must expand freely, without any interatomic interactions. To achieve this, we quickly switch off the magnetic field so that the scattering length is brought to zero (see FIG. 2) [16]. We prepare $N = 3 \times 10^4$ atoms at 828 G in the crossed dipole trap with frequencies $\omega_x = 2\pi \times 2.78$ kHz, $\omega_y = 2\pi \times 1.23$ kHz and $\omega_z = 2\pi \times 3.04$ kHz. The magnetic field is adiabatically swept in 50 ms to different values in the crossover region. Then, we simultaneously switch off both dipole trap beams and the magnetic field (with a linear ramp of 296 G/μs). After 1 ms of free expansion, the atoms are detected by absorption imaging. The measured density profiles give directly the momentum distribution of the gas integrated along the imaging direction.

In FIG. 3, we show the measured momentum distributions for three different interaction parameters, corresponding to the BCS side of the resonance, the unitary limit and the BEC side of the resonance. Together with our data, we have plotted the predictions

of mean field BCS theory at $T = 0$, taking into account the trapping potential with a local density approximation [17]. k_F^0 is now the Fermi wave-vector calculated at the center of the harmonic trap for an ideal gas.

Some precautions need to be taken concerning this type of measurements due to possible density dependent losses during the magnetic field switch-off. If the magnetic field is not turned off fast enough, some atoms can be bound into molecules while the Feshbach resonance is crossed. The molecules are not detected with the imaging light and therefore will appear as a loss of the total number of atoms. Even if, as in our case, the Feshbach resonance is crossed in only 1 μs, this time may not be small compared to the typical many-body timescale ($\hbar/E_F \sim 1.3\,\mu s$ for Fig. 3 data).

To investigate quantitatively this effect, we have performed an additional experiment in a more tightly confining trap. We prepare a gas of 5.9×10^4 atoms at 828 G in a trap with frequencies $\omega_x = 2\pi \times 1.9$ kHz, $\omega_y = 2\pi \times 3.6$ kHz and $\omega_z = 2\pi \times 4.1$ kHz. The total peak density in the trap is 1.3×10^{14} atoms/cm^3. We let the gas expand at high field for a variable time t_B, then switch off B and detect the atoms after 0.5 ms of additional free expansion. Assuming hydrodynamic expansion at unitarity we calculate the density after t_B [18] and obtain the fraction of atoms detected as a function of the density of the gas when the resonance is crossed. For instance, we detect $\simeq 60\%$ fewer atoms for $t_B = 0$ compared to $t_B = 0.5$ ms, where the density is a factor $\simeq 10^3$ lower. The results are nicely fitted by a Landau-Zener model :

$$N_{\text{detected}}/N_{\text{total}} = \exp\left(-A\frac{n(t_B)}{2\dot{B}}\right),$$

where $n(t_B)$ is the total density at t_B, $\dot{B}$ the sweep rate and A the coupling constant between the atoms and the molecules. We determine $A \simeq 5 \times 10^{-12}$ G m^3/s. Our result is five times smaller than the MIT value $A \simeq 24 \times 10^{-12}$ G m^3/s [19], measured at a total peak density of 10^{13} atoms/cm^3 (one order of magnitude smaller than in our experiment). The theoretical prediction, assuming only two body collisions, is $A = 19 \times 10^{-12}$ G m^3/s [20]. The difference between our measurement and theory may suggest that many-body effects are important in our case. Finally, using our value of A the model predicts an atom number loss of about 27% for the momentum distribution measurements of Fig. 3. This loss is comparable to our shot-to-shot fluctuations in atom number and therefore was not unambiguously observed.

In conclusion, we have performed a measurement of the momentum distribution of a trapped Fermi gas. The results are found in reasonable agreement with BCS theory despite the fact that it is not expected to be quantitatively correct in the strongly interacting regime. In future work, experiments at lower density will be performed, in order to avoid the observed loss effect. This should allow us to distinguish between BCS and more exact theories [21]. It would also be interesting to perform measurements at different temperatures as in Ref. [22].

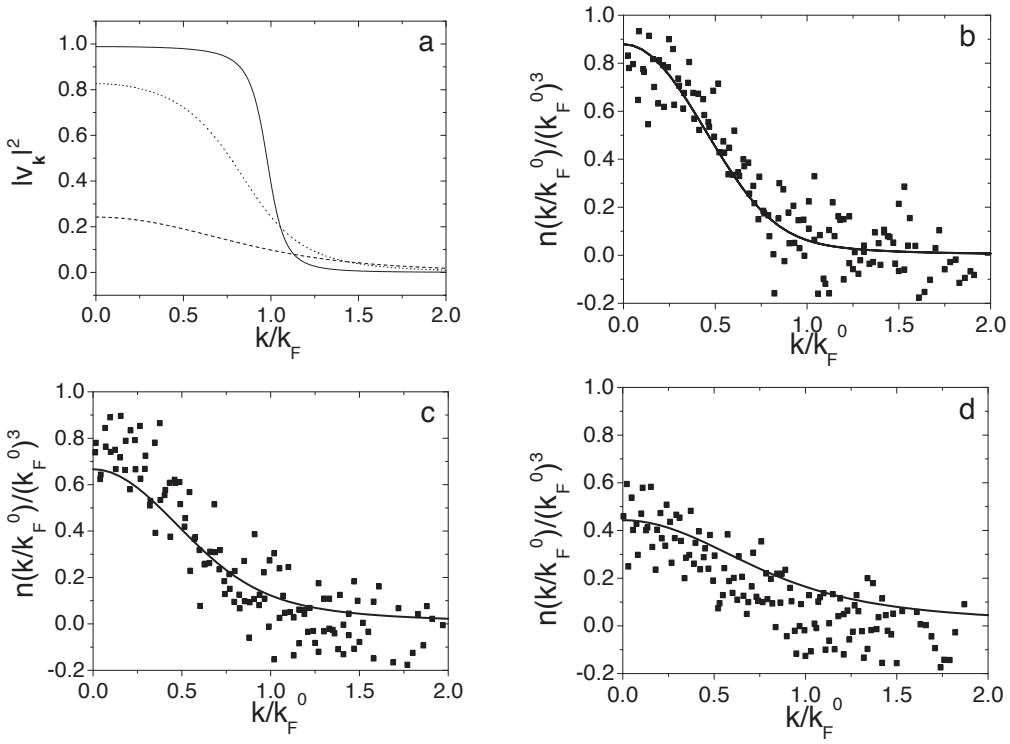


Fig. 3. – (a): Momentum distribution of a uniform Fermi gas for $1/k_F a = -1$ (solid line), $1/k_F a = 0$ (dotted line) and $1/k_F a = 1$ (dashed line) calculated from mean field BCS theory at $T = 0$ [17]. The results obtained from quantum Monte Carlo simulations [21] show that BCS theory slightly underestimates the broadening; (b): Measured momentum distribution of a trapped Fermi gas on the BCS side of the resonance ($1/k_F^0 a = -0.42$); (c): Unitary limit ($1/k_F^0 a = 0$); (d): BEC side of the resonance ($1/k_F^0 a = 0.38$). The solid lines in (b), (c) and (d) are the predictions of BCS mean field theory taking into account the trapping potential with a local density approximation [17]. k_F^0 is defined in the text.

4. – Release energy

In a second series of experiments, we have performed expansions at constant magnetic field, thus keeping the interactions present during the time of flight. The analysis of size measurement across the BEC-BCS crossover yields valuable information on the influence of interactions on the properties of the system. In particular, we have measured the release energy of the gas in the BEC-BCS crossover [3]. On resonance ($1/k_F^0 a = 0$), the gas reaches a universal behavior [23]. The chemical potential μ is proportional to the Fermi energy $\mu = (1 + \beta)E_F$. We have determined the universal scaling parameter β from our release energy measurement.

The starting point for the experiment is a nearly pure molecular condensate of 7×10^4 atoms at 770 G, in an optical trap with frequencies $\omega_x = 2\pi \times 830$ Hz, $\omega_y = 2\pi \times 2.4$ kHz, and $\omega_z = 2\pi \times 2.5$ kHz. We slowly sweep the magnetic field at a rate of 2 G/ms to various values across the Feshbach resonance. We detect the integrated density profile after a time of flight expansion of 1.4 ms in several stages: 1 ms of expansion at high magnetic field, followed by a fast ramp of 100 G in 50 μs in order to dissociate the molecules and, after the fast switch-off of the magnetic field, 350 μs of ballistic expansion.

Fig. 4 presents the gas energy released after expansion, which is calculated from gaussian fits to the optical density after time of flight: $E'_{\rm rel} = m(2\sigma_y^2 + \sigma_x^2)/2\tau^2$, where σ_i is the rms width along i and τ is the time of flight. We assume that the size σ_z (which is not observed) is equal to σ_y. Note that both in the weakly interacting case and unitarity limit the density has a Thomas-Fermi profile and the release energy can be calculated from the exact profiles. However, we have chosen this gaussian shape to describe the whole crossover region with a single fit function. This leads to a rescaling of the release energy. In particular, the ideal Fermi gas release energy in an harmonic trap is $E_{\rm rel} = 3/8 E_F$ but when using the gaussian fit to the Thomas-Fermi profile we get instead $E'_{\rm rel} = 0.46 E_F$ as shown in Fig. 4.

The release energy in the BEC-BCS crossover varies smoothly. It presents a plateau for $-1/k_F a \leq -0.5$, (BEC side) and then increases monotonically towards that of a weakly interacting Fermi gas. On resonance, the release energy scales as $E_{\rm rel} = \sqrt{1+\beta}\, E^0_{\rm rel}$, where $E^0_{\rm rel}$ is the release energy of the non interacting Fermi gas. The square root comes from the average over the trap. At 834 G, we get $\beta = -0.59(15)$. This value is slightly different from our previous determination $\beta = -0.64(15)$, where the resonance was assumed to be located at 820 G instead of 834 G [3]. Our result agrees with other measurements performed on ^{6}Li and with some theoretical predictions (see Table I). Remarkably, the recent ^{40}K measurement at JILA is also in very good agreement, thus proving the universality of the unitarity regime.

5. – Ellipticity

Nontrivial information can be extracted from the measurement of the aspect ratio of the cloud after expansion. For instance, in the first days of gaseous Bose-Einstein condensates, the onset of condensation was characterized by an ellipticity inversion after time of flight, a dramatic effect compared to the isotropic expansion of a non condensed Boltzmann gas. In the case of strongly interacting Fermi gases, ellipticity measurements can be used as probes for the hydrodynamic behavior of the system, and constitute an indirect signature of the appearance (or breakdown) of superfluidity.

We have studied the ellipticity of the cloud as a function of the magnetic field for different temperatures. As before, the density profiles are fitted with gaussians, and the ellipticity is defined as $\eta = \sigma_y/\sigma_x$. We prepare $N = 3 \times 10^4$ atoms at 828 G in a crossed dipole trap. The magnetic field is adiabatically swept in 50 ms to different values in the crossover region. Then, we switch off both dipole trap beams and let the gas expand

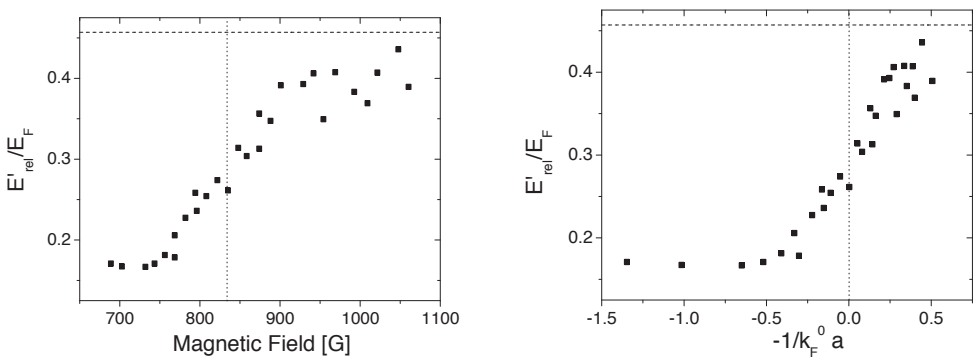


Fig. 4. – Rescaled release energy $E'_{\rm rel}$ of a trapped Fermi gas in the BEC-BCS crossover as a function of the magnetic field and as a function of $-1/k_F^0 a$ [3]. The dashed line is the rescaled release energy of a $T = 0$ non interacting Fermi gas. From the measurement at resonance we extract $\beta = -0.59(15)$.

		β
Experimental results on ^{6}Li at finite T	This work	$-0.59(15)$
	ENS 2004 [3]	$-0.64(15)$
	Innsbruck [24]	$-0.73^{+12}_{-0.09}$
	Duke [25]	$-0.49(4)$
	Rice [26]	$-0.54(5)$
Experimental result on ^{40}K extrapolation to T=0	JILA [27]	$-0.54^{+0.05}_{-0.12}$
Theoretical predictions at $T = 0$	BCS theory [7, 8, 9]	-0.41
	Astrakharchik *et al.* [28]	$-0.58(1)$
	Carlson *et al.* [29, 30]	$-0.58(1)$
	Perali *et al.* [31]	-0.545
	Padé approximation [23, 32]	-0.67
	Steel [33]	-0.56
	Haussmann *et al.* [34]	-0.64
Theoretical predictions at $T = T_c$	Bulgac *et al.* [35]	-0.55
	Burovski *et al.* [36]	$-0.507(14)$

TABLE I. – *List of the recent experimental measurements and theoretical predictions of the universal scaling parameter β.*

for 0.5 ms in the presence of the magnetic field. After 0.5 ms of additional expansion at $B = 0$, the atoms are detected by absorption imaging. Fig. 5a and Fig. 5b show the measured value of the ellipticity as a function of the magnetic field for two different samples, which are at different temperatures. Together with the experimental results we have plotted the expected anisotropy from superfluid hydrodynamics [18]. For this, we have extracted from the quantum Monte Carlo simulation of ref. [28] the value of the polytropic exponent γ, defined as $\gamma = \frac{n}{\mu}\frac{\partial \mu}{\partial n}$.

The first series of measurements is done in a trap with frequencies $\omega_x = 2\pi \times 1.39$ kHz, $\omega_y = 2\pi \times 3.09$ kHz, $\omega_z = 2\pi \times 3.38$ kHz and trap depth $\sim 1.8\, T_F$. The measured ellipticity (Fig. 5a) is in good agreement with the hydrodynamic prediction on the BEC side, at resonance and on the BCS side until $1/k_F^0 a = -0.15$. It then decreases monotonically to 1.1 at $1/k_F^0 a = -0.5$.

For the second series of experiments we prepare a colder sample in a trap with frequencies $\omega_x = 2\pi \times 1.24$ kHz, $\omega_y = 2\pi \times 2.76$ kHz, $\omega_z = 2\pi \times 3.03$ kHz and trap depth $\sim 1.6\, T_F$. In this case the behavior of the anisotropy is very different (Fig. 5b). We observe a plateau until $1/k_F^0 a = -0.33$, in good agreement with the hydrodynamic prediction, and at this critical magnetic field there is a sharp decrease of η to a value close to 1.2. This sharp transition seems analogous to the sudden increase of the damping of the breathing mode observed in Innsbruck [37].

In a third experiment, we measure the ellipticity at unitarity as a function of trap depth (hence of the gas temperature). Below a critical trapping laser intensity, the ellipticity jumps from a low value (1.1) to the hydrodynamic prediction 1.45.

In all cases, the decrease of the anisotropy indicates a breakdown of superfluid hydrodynamics in the weakly attractive part of the phase diagram or at higher temperature. A first possibility would be that the gas crosses the critical temperature in the trap. However, we know from the MIT experiment [38] that pair breaking can occur during the expansion. During the time of flight, both the density and k_F decrease. On the BEC side of resonance, the binding energy of the molecules ($-\hbar^2/ma^2$) does not depend on the density and the pairs are very robust. By contrast, on the BCS side of resonance the generalized Cooper pairs become fragile as the gap decreases with $1/k_F a$ and they can be broken during the expansion. Our experiments use the ellipticity of the cloud as a probe and are complementary to the MIT approach, where the breakdown of superfluidity was characterized by the disappearance of vortices during the expansion of the gas. We are planning additional experiments in order to investigate wether the breakdown of superfluidity occurs in the trap or during the expansion.

6. – Conclusion

The results presented here constitute a first step in the understanding of the free flight properties of strongly correlated fermionic systems. In future work, we will investigate more thoroughly the pair breaking mechanism taking place during the expansion in the BCS part of the phase diagram. We point out the need for a dynamic model of the

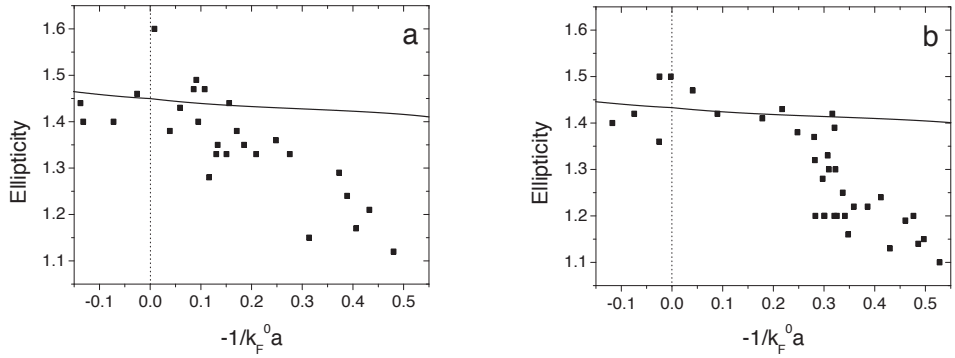


Fig. 5. – Ellipticity of the gas after expansion from a trap of depth $\sim 1.8\,T_F$(a) and from a trap of depth $\sim 1.6\,T_F$ (b). Solid lines: hydrodynamic predictions.

expanding gas at finite temperature.

7. – Acknowledgments

We gratefully acknowledge support by the IFRAF institute and the ACI Nanosciences 2004 NR 2019. We thank the ENS ultracold atoms group, S. Stringari, R. Combescot, D. Petrov and G. Shlyapnikov for stimulating discussions. Laboratoire Kastler Brossel is a research unit No. 8552 of CNRS, ENS, and Université Paris 6.

REFERENCES

[1] S. JOCHIM, M. BARTENSTEIN, A. ALTMEYER, G. HENDL, S. RIEDL, C. CHIN, J. HECKER DENSCHLAG, and R. GRIMM, *Science*, **302** (2003) 2101.
[2] M. GREINER, C. A. REGAL, and D. S. JIN, *Nature*, **426** (2003) 537.
[3] T. BOURDEL, L. KHAYKOVICH, J. CUBIZOLLES, J. ZHANG, F. CHEVY, M. TEICHMANN, L. TARRUELL, S. J. J. M. F. KOKKELMANS, and C. SALOMON, *Phys. Rev. Lett.*, **93** (2004) 050401.
[4] M. W. ZWIERLEIN, C. A. STAN, C. H. SCHUNCK, S. M. F. RAUPACH, S. GUPTA, Z. HADZIBABIC, and W. KETTERLE, *Phys. Rev. Lett.*, **91** (2003) 250401.
[5] J. KINAST, S. L. HEMMER, M. E. GEHM, A. TURLAPOV, and J. E. THOMAS, *Phys. Rev. Lett.*, **92** (2004) 150402.
[6] G. B. PARTRIDGE, K. E. STRECKER, R. I. KAMAR, M. W. JACK, and R. G. HULET, *Phys. Rev. Lett.*, **95** (2005) 020404.
[7] D. M. EAGLES, *Phys. Rev.*, **186** (1969) 456.
[8] A. J. LEGGETT, in Modern Trends in the Theory of Condensed Matter, Lecture Notes in Physics Vol. 115, edited by A. PEKALSKI and R. PRZYSTAWA, (Springer-Verlag, Berlin) 1980, p. 13.
[9] P. NOZIÈRES and S. SCHMITT-RINK, *J. Low Temp. Phys.*, **59** (1985) 195.
[10] E. SHURYAK, *Prog. Part. Nucl. Phys.*, **53** (2004) 273.

[11] M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman and E. A. Cornell, *Science*, **269** (1995) 198.
[12] K. B. Davis, M.-O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. S. Durfee, D. M. Kurn and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.*, **75** (1995) 3969.
[13] M. Greiner, O. Mandel, T. Esslinger, T. W. Hänsch, and I. Bloch, *Nature*, **415** (2002) 39.
[14] M. Köhl, H. Moritz, T. Stöferle, K. Günter, and T. Esslinger, *Phys. Rev. Lett.*, **94** (2005) 080403.
[15] C. A. Regal, M. Greiner, S. Giorgini, M. Holland, and D. S. Jin, *Phys. Rev. Lett.*, **95** (2005) 250404.
[16] T. Bourdel, J. Cubizolles, L. Khaykovich, K. M. F. Magalhães, S. J. J. M. F. Kokkelmans, G. V. Shlyapnikov, and C. Salomon, *Phys. Rev. Lett.*, **91** (2003) 020402.
[17] L. Viverit, S. Giorgini, L. Pitaevskii, and S. Stringari, *Phys. Rev. A*, **69** (2004) 013607.
[18] C. Menotti, P. Pedri, and S. Stringari, *Phys. Rev. Lett.*, **89** (2002) 250402.
[19] M. Zwierlein, PhD. Thesis, MIT (2006), p.107.
[20] J. Chwedeńczuk, K. Góral, T. Köhler, and P. Julienne, *Phys. Rev. Lett.*, **93** (2004) 260403.
[21] G. E. Astrakharchik, J. Boronat, J. Casulleras, and S. Giorgini, *Phys. Rev Lett.*, **95** (2005) 230405
[22] Q. Chen, C. A. Regal, D. S. Jin and K. Levin, *Phys. Rev. A*, **74** (2006) 011601.
[23] H. Heiselberg, *Phys. Rev. A*, **63** (2001) 043606
[24] M. Bartenstein, A. Altmeyer, S. Riedl, S. Jochim, C. Chin, J. H. Denschlag, and R. Grimm, *Phys. Rev. Lett.*, **92** (2004) 120401; revised value M. Bartenstein, PhD. Thesis, Universität Innsbruck, (2005), p.100.
[25] J. Kinast, A. Turlapov, J. Thomas, Q. Chen, J. Stajic, and K. Levin, *Science*, **307** (2005) 1296.
[26] G. B. Partridge, W. Li, R. I. Kamar, Y. Liao, and R. G. Hulet, *Science*, **311** (2005) 503.
[27] J. T. Stewart, J. T. Gaebler, C. A. Regal, and D. S. Jin, *Phys. Rev. Lett.*, **97** (2006) 220406.
[28] G. E. Astrakharchik, J. Boronat, J. Casulleras, and S. Giorgini, *Phys. Rev. Lett.*, **93** (2004) 200404.
[29] J. Carlson, S.-Y. Chang, V. R. Pandharipande, and K. E. Schmidt, *Phys. Rev. Lett.*, **91** (2003) 050401.
[30] J. Carlson and S. Reddy, *Phys. Rev. Lett.*, **95** (2005) 060401.
[31] A. Perali, P. Pieri, and G. C. Strinati, *Phys. Rev. Lett.*, **93** (2004) 100404.
[32] G. A. Baker, Jr., *Phys. Rev. C*, **60** (1999) 054311.
[33] J. V. Steele, e-print nucl-th/0010066.
[34] R. Haussmann, W. Rantner, S. Cerrito, and W. Zwerger, e-print cond-mat/0608282.
[35] A. Bulgac, J. E. Drut, and P. Magierski, *Phys. Rev. Lett.*, **96** (2006) 090404.
[36] E. Burovski, N. Prokof'ev, B. Svistunov, and M. Troyer, *Phys. Rev. Lett.*, **96** (2006) 160402.
[37] M. Bartenstein, A. Altmeyer, S. Riedl, S. Jochim, C. Chin, J. Hecker Denschlag, and R. Grimm, *Phys. Rev. Lett.*, **92** (2004) 203201.
[38] C. H. Schunck, M. W. Zwierlein, A. Schirotzek, and W. Ketterle, e-print cond-mat/0607298.

Références

Références

[1] M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman, and E. A. Cornell, Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor, Science **269**, 198 (1995).

[2] K. B. Davis, M. O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. S. Durfee, D. M. Kurn, and W. Ketterle, Bose-Einstein Condensation in a Gas of Sodium Atoms, Phys. Rev. Lett. **75**, 3969 (1995).

[3] C. C. Bradley, C. A. Sackett, J. J. Tollett, and R. G. Hulet, Evidence of Bose-Einstein Condensation in an Atomic Gas with Attractive Interactions, Phys. Rev. Lett. **75**, 1687 (1995).

[4] C. C. Bradley, C. A. Sackett, J. J. Tollett, and R. G. Hulet, Erratum : Evidence of Bose-Einstein Condensation in an Atomic Gas with Attractive Interactions [Phys. Rev. Lett. 75, 1687 (1995)], Phys. Rev. Lett. **79**, 1170 (1997).

[5] B. DeMarco and D. S. Jin, Onset of Fermi Degeneracy in a Trapped Atomic Gas, Science **285**, 1703 (1999).

[6] A. G. Truscott, K. E. Strecker, W. I. McAlexander, G. B. Partridge, and R. G. Hulet, Observation of Fermi Pressure in a Gas of Trapped Atoms, Science **291**, 2570 (2001).

[7] F. Schreck, L. Khaykovich, K. L. Corwin, G. Ferrari, T. Bourdel, J. Cubizolles, and C. Salomon, Quasipure Bose-Einstein Condensate Immersed in a Fermi Sea, Phys. Rev. Lett. **87**, 080403 (2001).

[8] S. Chu, Nobel Lecture : The manipulation of neutral particles, Rev. Mod. Phys. **70**, 685 (1998).

[9] C. N. Cohen-Tannoudji, Nobel Lecture : Manipulating atoms with photons, Rev. Mod. Phys. **70**, 707 (1998).

[10] W. D. Phillips, Nobel Lecture : Laser cooling and trapping of neutral atoms, Rev. Mod. Phys. **70**, 721 (1998).

[11] E. A. Cornell and C. E. Wieman, Nobel Lecture : Bose-Einstein condensation in a dilute gas, the first 70 years and some recent experiments, Rev. Mod. Phys. **74**, 875 (2002).

[12] W. Ketterle, Nobel lecture : When atoms behave as waves : Bose-Einstein condensation and the atom laser, Rev. Mod. Phys. **74**, 1131 (2002).

[13] M.-O. Mewes, M. R. Andrews, D. M. Kurn, D. S. Durfee, C. G. Townsend, and W. Ketterle, Output Coupler for Bose-Einstein Condensed Atoms, Phys. Rev. Lett. **78**, 582 (1997).

[14] E. W. Hagley, L. Deng, M. Kozuma, J. Wen, K. Helmerson, S. L. Rolston, and W. D. Phillips, A Well-Collimated Quasi-Continuous Atom Laser, Science **283**, 1706 (1999).

[15] I. Bloch, T. W. Hänsch, and T. Esslinger, Atom Laser with a cw Output Coupler, Phys. Rev. Lett. **82**, 3008 (1999).

[16] L. Deng, E. W. Hagley, J. Wen, M. Trippenbach, Y. Band, P. S. Julienne, J. E. Simsarian, K. Helmerson, S. L. Rolston, and W. D. Phillips, Four-wave mixing with matter waves, Nature **398**, 218 (1999).

[17] J. Denschlag, J. E. Simsarian, D. L. Feder, C. W. Clark, L. A. Collins, J. Cubizolles, L. Deng, E. W. Hagley, K. Helmerson, W. P. Reinhardt, S. L. Rolston, B. I. Schneider, and W. D. Phillips, Generating Solitons by Phase Engineering of a Bose-Einstein Condensate, Science **287**, 97 (2000).

[18] L. Khaykovich, F. Schreck, G. Ferrari, T. Bourdel, J. Cubizolles, L. D. Carr, Y. Castin, and C. Salomon, Formation of a Matter-Wave Bright Soliton, Science **296**, 1290 (2002).

[19] K. E. Strecker, G. B. Partridge, A. G. Truscott, and R. G. Hulet, Formation and propagation of matter-wave soliton trains, Nature **417**, 150 (2002).

[20] B. Eiermann, T. Anker, M. Albiez, M. Taglieber, P. Treutlein, K.-P. Marzlin, and M. K. Oberthaler, Bright Bose-Einstein Gap Solitons of Atoms with Repulsive Interaction, Phys. Rev. Lett. **92**, 230401 (2004).

[21] J.-F. Riou, W. Guerin, Y. L. Coq, M. Fauquembergue, V. Josse, P. Bouyer, and A. Aspect, Beam Quality of a Nonideal Atom Laser, Phys. Rev. Lett. **96**, 070404 (2006).

[22] M. Schellekens, R. Hoppeler, A. Perrin, J. V. Gomes, D. Boiron, A. Aspect, and C. I. Westbrook, Hanbury Brown Twiss Effect for Ultracold Quantum Gases, Science **310**, 648 (2005).

[23] T. Rom, T. Best, D. van Oosten, U. Schneider, S. Fölling, B. Paredes, and I. Bloch, Free fermion antibunching in a degenerate atomic Fermi gas released from an optical lattice, Nature **444**, 733 (2006).

[24] T. Jeltes, J. M. McNamara, W. Hogervorst, W. Vassen, V. Krachmalnicoff, M. Schellekens, A. Perrin, H. Chang, D. Boiron, A. Aspect, and C. I. Westbrook, Comparison of the Hanbury Brown-Twiss effect for bosons and fermions, Nature **445**, 402 (2007).

[25] C. Raman, M. Köhl, R. Onofrio, D. S. Durfee, C. E. Kuklewicz, Z. Hadzibabic, and W. Ketterle, Evidence for a Critical Velocity in a Bose-Einstein Condensed Gas, Phys. Rev. Lett. **83**, 2502 (1999).

[26] J. Stenger, S. Inouye, A. P. Chikkatur, D. M. Stamper-Kurn, D. E. Pritchard, and W. Ketterle, Bragg Spectroscopy of a Bose-Einstein Condensate, Phys. Rev. Lett. **82**, 4569 (1999).

[27] K. W. Madison, F. Chevy, W. Wohlleben, and J. Dalibard, Vortex Formation in a Stirred Bose-Einstein Condensate, Phys. Rev. Lett. **84**, 806 (2000).

[28] J. R. Abo-Shaeer, C. Raman, J. M. Vogels, and W. Ketterle, Observation of Vortex Lattices in Bose-Einstein Condensates, Science **292**, 476 (2001).

[29] M. Greiner, O. Mandel, T. Esslinger, T. W. Hansch, and I. Bloch, Quantum phase transition from a superfluid to a Mott insulator in a gas of ultracold atoms, Nature **415**, 39 (2002).

[30] B. Paredes, A. Widera, V. Murg, O. Mandel, S. Folling, I. Cirac, G. V. Shlyapnikov, T. W. Hansch, and I. Bloch, Tonks-Girardeau gas of ultracold atoms in an optical lattice, Nature **429**, 277 (2004).

[31] T. Kinoshita, T. Wenger, and D. S. Weiss, Local Pair Correlations in One-Dimensional Bose Gases, Phys. Rev. Lett. **95**, 190406 (2005).

[32] Z. Hadzibabic, P. Kruger, M. Cheneau, B. Battelier, and J. Dalibard, Berezinskii-Kosterlitz-Thouless crossover in a trapped atomic gas, Nature **441**, 1118 (2006).

[33] R. Jördens, N. Strohmaier, K. Günter, H. Moritz, and T. Esslinger, A Mott insulator of fermionic atoms in an optical lattice, arXiv : cond-mat/0804.4009 (2008).

[34] J. Bardeen, L. N. Cooper, and J. R. Schrieffer, Microscopic Theory of Superconductivity, Phys. Rev. **106**, 162 (1957).

[35] J. Bardeen, L. N. Cooper, and J. R. Schrieffer, Theory of Superconductivity, Phys. Rev. **108**, 1175 (1957).

[36] D. M. Eagles, Possible Pairing without Superconductivity at Low Carrier Concentrations in Bulk and Thin-Film Superconducting Semiconductors, Phys. Rev. **186**, 456 (1969).

[37] A. J. Leggett, *Modern Trends in the Theory of Condensed Matter*, Springer-Verlag, Berlin, 1980.

[38] A. J. Leggett, Cooper pairing in spin-polarized Fermi systems, J. Phys. Colloques **41**(C7), 19 (1980).

[39] Y. J. Uemura, L. P. Le, G. M. Luke, B. J. Sternlieb, W. D. Wu, J. H. Brewer, T. M. Riseman, C. L. Seaman, M. B. Maple, M. Ishikawa, D. G. Hinks, J. D. Jorgensen, G. Saito, and H. Yamochi, Basic similarities among cuprate, bismuthate, organic, Chevrel-phase, and heavy-fermion superconductors shown by penetration-depth measurements, Phys. Rev. Lett. **66**, 2665 (1991).

[40] J. Cubizolles, *Fermions et Bosons Dégénérés au Voisinage d'une Résonance de Feshbach : Production de Molécules et Solitons d'Ondes de Matière*, PhD thesis, Université Paris VI, 2004.

[41] T. Bourdel, *Gaz de Fermi en interaction forte : Du condensat de molécules aux paires de Cooper*, PhD thesis, Université Paris VI, 2004.

[42] T. Bourdel, L. Khaykovich, J. Cubizolles, J. Zhang, F. Chevy, M. Teichmann, L. Tarruell, S. J. J. M. F. Kokkelmans, and C. Salomon, Experimental Study of the BEC-BCS Crossover Region in Lithium 6, Phys. Rev. Lett. **93**, 050401 (2004).

[43] J. Zhang, E. G. M. van Kempen, T. Bourdel, L. Khaykovich, J. Cubizolles, F. Chevy, M. Teichmann, L. Tarruell, S. J. J. M. F. Kokkelmans, and C. Salomon, P-wave Feshbach resonances of ultracold ^{6}Li, Phys. Rev. A **70**, 030702 (2004).

[44] F. Chevy, E. G. M. van Kempen, T. Bourdel, J. Zhang, L. Khaykovich, M. Teichmann, L. Tarruell, S. J. J. M. F. Kokkelmans, and C. Salomon, Resonant scattering properties close to a p-wave Feshbach resonance, Phys. Rev. A **71**, 062710 (2005).

[45] D. A. Butts and D. S. Rokhsar, Trapped Fermi gases, Phys. Rev. A **55**, 4346 (1997).

[46] C. J. Joachain, *Quantum Collision Theory*, North-Holland, Amsterdam, 1975.

[47] J. Dalibard, Collisional dynamics of ultra-cold atomic gases, Proceedings of the International School of Physics "Enrico Fermi", Course CXL, Varenna, edited by M. Inguscio, S. Stringari, C. Wieman, IOS Press, Amsterdam, 1998.

[48] C. Cohen-Tannoudji, Condensation de Bose-Einstein des gaz atomiques ultra froids ; effets des interactions, Cours du Collège de France, 1999.

[49] J. J. Sakurai, *Modern Quantum Mechanics*, Addison-Wesley, 1994.

[50] J. Dalibard, Cours de DEA : Mécanique quantique avancée, 2000.

[51] W. Ketterle and M. W. Zwierlein, Making, probing and understanding ultracold Fermi gases, Proceedings of the International School of Physics "Enrico Fermi", Course CLXIV, Varenna, edited by M. Inguscio, W. Ketterle, and C. Salomon, IOS Press, Amsterdam, 2008.

[52] L. N. Cooper, Bound Electron Pairs in a Degenerate Fermi Gas, Phys. Rev. **104**, 1189 (1956).

[53] P.-G. de Gennes, *Superconductivity of Metals and Alloys*, Benjamin, 1966.

[54] M. Tinkham, *Superconductivity*, Gordon and Breach, 1965.

[55] M. Tinkham, *Introduction to Superconductivity*, Dover, 2004.

[56] Y. Castin, Basic theory tools for degenerate Fermi gases, Proceedings of the International School of Physics "Enrico Fermi", Course CLXIV, Varenna, edited by M. Inguscio, W. Ketterle, and C. Salomon, IOS Press, Amsterdam, 2008.

[57] N. N. Bogoliubov, On a new method in the theory of superconductivity, Il Nuovo Cimento **7**, 794 (1958).

[58] J. G. Valatin, Comments on the theory of superconductivity, Il Nuovo Cimento **7**, 843 (1958).

[59] M. Marini, F. Pistolesi, and G. C. Strinati, Evolution from BCS superconductivity to Bose condensation : analytic results for the crossover in three dimensions, Eur. Phys. J. B **1**, 151 (1998).

[60] D. S. Petrov, C. Salomon, and G. V. Shlyapnikov, Weakly Bound Dimers of Fermionic Atoms, Phys. Rev. Lett. **93**, 090404 (2004).

[61] H. Hu, X.-J. Liu, and P. D. Drummond, Equation of state of a superfluid Fermi gas in the BCS-BEC crossover, Europhys. Lett. **74**, 574 (2006).

[62] R. B. Diener, R. Sensarma, and M. Randeria, Quantum fluctuations in the superfluid state of the BCS-BEC crossover, Phys. Rev. A **77**, 023626 (2008).

[63] A. J. Leggett, *Quantum Liquids : Bose Condensation and Cooper Pairing in Condensed-Matter Systems*, Oxford University Press, 2006.

[64] Q. Chen, K. Levin, and J. Stajic, Applying BCS-BEC crossover theory to high-temperature superconductors and ultracold atomic Fermi gases, Low Temp. Phys. **32**, 406 (2006).

[65] J. R. Engelbrecht, M. Randeria, and C. A. R. Sá de Melo, BCS to Bose crossover : Broken-symmetry state, Phys. Rev. B **55**, 15153 (1997).

[66] P. Nozières and S. Schmitt-Rink, Bose condensation in an attractive fermion gas : From weak to strong coupling superconductivity, J. Low .Temp. Phys. **59**, 195 (1985).

[67] M. Randeria, Crossover from BCS Theory to Bose-Einstein Condensation, in *Bose-Einstein Condensation*, edited by A. Griffin, D. Snoke and S. Stringari, 1993.

[68] C. A. R. Sá de Melo, M. Randeria, and J. R. Engelbrecht, Crossover from BCS to Bose superconductivity : Transition temperature and time-dependent Ginzburg-Landau theory, Phys. Rev. Lett. **71**, 3202 (1993).

[69] L. Gorkov and T. K. Melik-Barkhudarov, Contribution to the Theory of Superfluidity in an Imperfect Fermi Gas, Sov. Phys. JETP **13**, 1018 (1961).

[70] H. Heiselberg, C. J. Pethick, H. Smith, and L. Viverit, Influence of Induced Interactions on the Superfluid Transition in Dilute Fermi Gases, Phys. Rev. Lett. **85**, 2418 (2000).

[71] T.-L. Ho, Universal Thermodynamics of Degenerate Quantum Gases in the Unitarity Limit, Phys. Rev. Lett. **92**, 090402 (2004).

[72] E. Burovski, N. Prokof'ev, B. Svistunov, and M. Troyer, The Fermi Hubbard model at unitarity, N. J. Phys. **8**, 153 (2006).

[73] J. E. Thomas, J. Kinast, and A. Turlapov, Virial Theorem and Universality in a Unitary Fermi Gas, Phys. Rev. Lett. **95**, 120402 (2005).

[74] F. Werner and Y. Castin, Unitary gas in an isotropic harmonic trap : Symmetry properties and applications, Phys. Rev. A **74**, 053604 (2006).

[75] J. E. Thomas, Virial theorem for confined universal Fermi gases, arXiv : cond-mat/0803.1647 (2008).

[76] S. Giorgini, L. P. Pitaevskii, and S. Stringari, Theory of ultracold Fermi gases, arXiv : cond-mat/0706.3360v2 (2007).

[77] S. Jochim, M. Bartenstein, A. Altmeyer, G. Hendl, S. Riedl, C. Chin, J. Hecker Denschlag, and R. Grimm, Bose-Einstein Condensation of Molecules, Science **302**, 2101 (2003).

[78] M. Greiner, C. A. Regal, and D. S. Jin, Emergence of a molecular Bose-Einstein condensate from a Fermi gas, Nature **426**, 537 (2003).

[79] M. W. Zwierlein, C. A. Stan, C. H. Schunck, S. M. F. Raupach, S. Gupta, Z. Hadzibabic, and W. Ketterle, Observation of Bose-Einstein Condensation of Molecules, Phys. Rev. Lett. **91**, 250401 (2003).

[80] J. Kinast, S. L. Hemmer, M. E. Gehm, A. Turlapov, and J. E. Thomas, Evidence for Superfluidity in a Resonantly Interacting Fermi Gas, Phys. Rev. Lett. **92**, 150402 (2004).

[81] G. B. Partridge, K. E. Strecker, R. I. Kamar, M. W. Jack, and R. G. Hulet, Molecular Probe of Pairing in the BEC-BCS Crossover, Phys. Rev. Lett. **95**, 020404 (2005).

[82] J. Fuchs, G. J. Duffy, G. Veeravalli, P. Dyke, M. Bartenstein, C. J. Vale, P. Hannaford, and W. J. Rowlands, Molecular Bose Einstein condensation in a versatile low power crossed dipole trap, J. Phys. B **40**, 4109 (2007).

[83] Y. Inada, M. Horikoshi, S. Nakajima, M. Kuwata-Gonokami, M. Ueda, and T. Mukaiyama, Universal Thermodynamics of a Strongly Interacting Molecular Condensate, arXiv :cond-mat/0712.1445v3 (2007).

[84] M. Bartenstein, A. Altmeyer, S. Riedl, S. Jochim, C. Chin, J. H. Denschlag, and R. Grimm, Crossover from a molecular Bose-Einstein condensate to a degenerate Fermi gas, Phys. Rev. Lett. **92**, 120401 (2004).

[85] G. B. Partridge, W. Li, R. I. Kamar, Y.-a. Liao, and R. G. Hulet, Pairing and Phase Separation in a Polarized Fermi Gas, Science **311**, 503 (2006).

[86] J. T. Stewart, J. P. Gaebler, C. A. Regal, and D. S. Jin, Potential Energy of a ^{40}K Fermi Gas in the BCS-BEC Crossover, Phys. Rev. Lett. **97**, 220406 (2006).

[87] M. Bartenstein, A. Altmeyer, S. Riedl, S. Jochim, C. Chin, J. H. Denschlag, and R. Grimm, Collective excitations of a degenerate gas at the BEC-BCS crossover, Phys. Rev. Lett. **92**, 203201 (2004).

[88] J. Kinast, A. Turlapov, and J. E. Thomas, Breakdown of hydrodynamics in the radial breathing mode of a strongly interacting Fermi gas, Phys. Rev. A **70**, 051401 (2004).

[89] J. Kinast, A. Turlapov, and J. E. Thomas, Damping of a Unitary Fermi Gas, Phys. Rev. Lett. **94**, 170404 (2005).

[90] A. Altmeyer, S. Riedl, C. Kohstall, M. Wright, R. Geursen, M. Bartenstein, C. Chin, J. H. Denschlag, and R. Grimm, Precision Measurements of Collective Oscillations in the BEC-BCS Crossover, Phys. Rev. Lett. **98**, 040401 (2007).

[91] A. Altmeyer, S. Riedl, M. J. Wright, C. Kohstall, J. H. Denschlag, and R. Grimm, Dynamics of a strongly interacting Fermi gas : the radial quadrupole mode, Phys. Rev. A **76**, 033610 (2007).

[92] J. Joseph, B. Clancy, L. Luo, J. Kinast, A. Turlapov, and J. E. Thomas, Measurement of Sound Velocity in a Fermi Gas near a Feshbach Resonance, Phys. Rev. Lett. **98**, 170401 (2007).

[93] C. A. Regal, M. Greiner, and D. S. Jin, Observation of Resonance Condensation of Fermionic Atom Pairs, Phys. Rev. Lett. **92**, 040403 (2004).

[94] M. W. Zwierlein, C. A. Stan, C. H. Schunck, S. M. F. Raupach, A. J. Kerman, and W. Ketterle, Condensation of Pairs of Fermionic Atoms near a Feshbach Resonance, Phys. Rev. Lett. **92**, 120403 (2004).

[95] L. Luo, B. Clancy, J. Joseph, J. Kinast, and J. E. Thomas, Measurement of the Entropy and Critical Temperature of a Strongly Interacting Fermi Gas, Phys. Rev. Lett. **98**, 080402 (2007).

[96] J. Kinast, A. Turlapov, J. E. Thomas, Q. Chen, J. Stajic, and K. Levin, Heat Capacity of a Strongly Interacting Fermi Gas, Science **307**, 1296 (2005).

[97] C. Chin, M. Bartenstein, A. Altmeyer, S. Riedl, S. Jochim, J. H. Denschlag, and R. Grimm, Observation of the Pairing Gap in a Strongly Interacting Fermi Gas, Science **305**, 1128 (2004).

[98] C. H. Schunck, Y.-I. Shin, A. Schirotzek, and W. Ketterle, Determination of the Fermion Pair Size in a Resonantly Interacting Superfluid, arXiv : cond-mat/0802.0341v1 (2008).

[99] C. A. Regal, M. Greiner, S. Giorgini, M. Holland, and D. S. Jin, Momentum Distribution of a Fermi Gas of Atoms in the BCS-BEC Crossover, Phys. Rev. Lett. **95**, 250404 (2005).

[100] Q. Chen, C. A. Regal, D. S. Jin, and K. Levin, Finite-temperature momentum distribution of a trapped Fermi gas, Phys. Rev. A **74**, 011601 (2006).

[101] L. Tarruell, M. Teichmann, J. Mckeever, T. Bourdel, J. Cubizolles, L. Khaykovich, J. Zhang, N. Navon, F. Chevy, and C. Salomon, Expansion of an ultra-cold lithium gas in the BEC-BCS crossover, Proceedings of the International School of Physics "Enrico Fermi", Course CLXIV, Varenna, edited by M. Inguscio, W. Ketterle, and C. Salomon, IOS Press, Amsterdam (2008).

[102] J. T. Stewart, J. P. Gaebler, and D. S. Jin, Using photoemission spectroscopy to probe a strongly interacting Fermi gas, arXiv : cond-mat/0805.0026 (2008).

[103] M. J. Wright, S. Riedl, A. Altmeyer, C. Kohstall, E. R. S. Guajardo, J. H. Denschlag, and R. Grimm, Finite-Temperature Collective Dynamics of a Fermi Gas in the BEC-BCS Crossover, Phys. Rev. Lett. **99**, 150403 (2007).

[104] M. W. Zwierlein, J. R. Abo-Shaeer, A. Schirotzek, C. H. Schunck, and W. Ketterle, Vortices and superfluidity in a strongly interacting Fermi gas, Nature **435**, 1047 (2005).

[105] B. Clancy, L. Luo, and J. E. Thomas, Observation of Nearly Perfect Irrotational Flow in Normal and Superfluid Strongly Interacting Fermi Gases, Phys. Rev. Lett. **99**, 140401 (2007).

[106] C. H. Schunck, M. W. Zwierlein, A. Schirotzek, and W. Ketterle, Superfluid Expansion of a Rotating Fermi Gas, Phys. Rev. Lett. **98**, 050404 (2007).

[107] D. E. Miller, J. K. Chin, C. A. Stan, Y. Liu, W. Setiawan, C. Sanner, and W. Ketterle, Critical Velocity for Superfluid Flow across the BEC-BCS Crossover, Phys. Rev. Lett. **99**, 070402 (2007).

[108] P. Pieri, L. Pisani, and G. C. Strinati, Comparison between a diagrammatic theory for the BCS-BEC crossover and quantum Monte Carlo results, Phys. Rev. B **72**, 012506 (2005).

[109] R. Haussmann, W. Rantner, S. Cerrito, and W. Zwerger, Thermodynamics of the BCS-BEC crossover, Phys. Rev. A **75**, 023610 (2007).

[110] H. Hu, X.-J. Liu, and P. D. Drummond, Comparative study of strong coupling theories of a trapped Fermi gas at unitarity, arXiv : cond-mat/0712.0037v1 (2007).

[111] K. Binder and D. P. Landau, *A Guide to Monte Carlo Simulations in Statistical Physics*, Cambridge University Press, 2000.

[112] G. E. Astrakharchik, J. Boronat, J. Casulleras, and S. Giorgini, Equation of State of a Fermi Gas in the BEC-BCS Crossover : A Quantum Monte Carlo Study, Phys. Rev. Lett. **93**, 200404 (2004).

[113] J. Carlson, S.-Y. Chang, V. R. Pandharipande, and K. E. Schmidt, Superfluid Fermi Gases with Large Scattering Length, Phys. Rev. Lett. **91**, 050401 (2003).

[114] S. Y. Chang, V. R. Pandharipande, J. Carlson, and K. E. Schmidt, Quantum Monte Carlo studies of superfluid Fermi gases, Phys. Rev. A **70**, 043602 (2004).

[115] J. Carlson and S. Reddy, Asymmetric Two-Component Fermion Systems in Strong Coupling, Phys. Rev. Lett. **95**, 060401 (2005).

[116] T. D. Lee and C. N. Yang, Many-Body Problem in Quantum Mechanics and Quantum Statistical Mechanics, Phys. Rev. **105**, 1119 (1957).

[117] T. D. Lee, K. Huang, and C. N. Yang, Eigenvalues and Eigenfunctions of a Bose System of Hard Spheres and Its Low-Temperature Properties, Phys. Rev. **106**, 1135 (1957).

[118] X. Leyronas and R. Combescot, Superfluid Equation of State of Dilute Composite Bosons, Phys. Rev. Lett. **99**, 170402 (2007).

[119] G. E. Astrakharchik, J. Boronat, J. Casulleras, and S. Giorgini, Momentum Distribution and Condensate Fraction of a Fermion Gas in the BCS-BEC Crossover, Phys. Rev. Lett. **95**, 230405 (2005).

[120] C. Lobo, I. Carusotto, S. Giorgini, A. Recati, and S. Stringari, Pair Correlations of an Expanding Superfluid Fermi Gas, Phys. Rev. Lett. **97**, 100405 (2006).

[121] J. Carlson and S. Reddy, Superfluid Pairing Gap in Strong Coupling, Phys. Rev. Lett. **100**, 150403 (2008).

[122] V. K. Akkineni, D. M. Ceperley, and N. Trivedi, Pairing and superfluid properties of dilute fermion gases at unitarity, Phys. Rev. B **76**, 165116 (2007).

[123] E. Burovski, N. Prokof'ev, B. Svistunov, and M. Troyer, Critical Temperature and Thermodynamics of Attractive Fermions at Unitarity, Phys. Rev. Lett. **96**, 160402 (2006).

[124] A. Bulgac, J. E. Drut, and P. Magierski, Spin 1/2 Fermions in the Unitary Regime : A Superfluid of a New Type, Phys. Rev. Lett. **96**, 090404 (2006).

[125] A. Bulgac, J. E. Drut, P. Magierski, and G. Wlazlowski, Gap and Pseudogap of a Unitary Fermi Gas by Quantum Monte Carlo, arXiv : cond-mat/0801.1504v1 (2008).

[126] G. F. Gribakin and V. V. Flambaum, Calculation of the scattering length in atomic collisions using the semiclassical approximation, Phys. Rev. A **48**, 546 (1993).

[127] H. Feshbach, Unified theory of nuclear reactions, Ann. Phys. **5**, 357 (1958).

[128] U. Fano, Effects of Configuration Interaction on Intensities and Phase Shifts, Phys. Rev. **124**, 1866 (1961).

[129] A. J. Moerdijk, B. J. Verhaar, and A. Axelsson, Resonances in ultracold collisions of ^{6}Li, ^{7}Li, and ^{23}Na, Phys. Rev. A **51**, 4852 (1995).

[130] J. P. Gaebler, J. T. Stewart, J. L. Bohn, and D. S. Jin, p-Wave Feshbach Molecules, Phys. Rev. Lett. **98**, 200403 (2007).

[131] J. Fuchs, C. Ticknor, P. Dyke, G. Veeravalli, E. Kuhnle, W. Rowlands, P. Hannaford, and C. J. Vale, Binding Energies of ^{6}Li p-wave Feshbach Molecules, arXiv : cond-mat/0802.3262v1 (2008).

[132] C. J. Pethick and H. Smith, *Bose-Einstein Condensation in Dilute Gases*, Cambridge University Press, 2002.

[133] J. Dalibard, Cours de DEA : Atomes Ultra-froids, 2006.

[134] B. H. Bransden and C. J. Joachain, *Physics of atoms and molecules*, Longman, 1983.

[135] T. Köhler, K. Góral, and P. S. Julienne, Production of cold molecules via magnetically tunable Feshbach resonances, Rev. Mod. Phys. **78**, 1311 (2006).

[136] C. Chin, V. Vuletić, A. J. Kerman, and S. Chu, High Resolution Feshbach Spectroscopy of Cesium, Phys. Rev. Lett. **85**, 2717 (2000).

[137] C. A. Regal, C. Ticknor, J. L. Bohn, and D. S. Jin, Tuning p-Wave Interactions in an Ultracold Fermi Gas of Atoms, Phys. Rev. Lett. **90**, 053201 (2003).

[138] T. Weber, J. Herbig, M. Mark, H. C. Nägerl, and R. Grimm, Three-Body Recombination at Large Scattering Lengths in an Ultracold Atomic Gas, Phys. Rev. Lett. **91**, 123201 (2003).

[139] S. Inouye, M. R. Andrews, J. Stenger, H.-J. Miesner, D. M. Stamper-Kurn, and W. Ketterle, Observation of Feshbach resonances in a Bose-Einstein condensate, Nature **392**, 151 (1998).

[140] S. J. J. M. F. Kokkelmans and E. G. M. van Kempen, communication privée, 2004.

[141] K. E. Strecker, G. B. Partridge, and R. G. Hulet, Conversion of an Atomic Fermi Gas to a Long-Lived Molecular Bose Gas, Phys. Rev. Lett. **91**, 080406 (2003).

[142] M. Bartenstein, A. Altmeyer, S. Riedl, R. Geursen, S. Jochim, C. Chin, J. Hecker-Denschlag, R. Grimm, A. Simoni, E. Tiesinga, C. J. Williams, and P. S. Julienne, Precise determination of ^{6}Li cold collision parameters by radio-frequency spectroscopy on weakly bound molecules, Phys. Rev. Lett. **94**, 103201 (2005).

[143] B. Marcelis, E. G. M. van Kempen, B. J. Verhaar, and S. J. J. M. F. Kokkelmans, Feshbach resonances with large background scattering length : Interplay with open-channel resonances, Phys. Rev. A **70**, 012701 (2004).

[144] E. G. M. van Kempen, B. Marcelis, and S. J. J. M. F. Kokkelmans, Formation of fermionic molecules via interisotope Feshbach resonances, Phys. Rev. A **70**, 050701 (2004).

[145] C. H. Schunck, M. W. Zwierlein, C. A. Stan, S. M. F. Raupach, W. Ketterle, A. Simoni, E. Tiesinga, C. J. Williams, and P. S. Julienne, Feshbach resonances in fermionic ^{6}Li, Phys. Rev. A **71**, 045601 (2005).

[146] B. Deh, C. Marzok, C. Zimmermann, and P. W. Courteille, Feshbach resonances in mixtures of ultracold ^{6}Li and ^{87}Rb gases, Phys. Rev. A **77**, 010701 (2008).

[147] E. Wille, F. M. Spiegelhalder, G. Kerner, D. Naik, A. Trenkwalder, G. Hendl, F. Schreck, R. Grimm, T. G. Tiecke, J. T. M. Walraven, S. J. J. M. F. Kokkelmans, E. Tiesinga, and P. S. Julienne, Exploring an ultracold Fermi-Fermi mixture : Interspecies Feshbach resonances and scattering properties of ^{6}Li and ^{40}K, Phys. Rev. Lett. **100**, 053201 (2008).

[148] V. Gurarie, L. Radzihovsky, and A. V. Andreev, Quantum Phase Transitions across a p-Wave Feshbach Resonance, Phys. Rev. Lett. **94**, 230403 (2005).

[149] C.-H. Cheng and S.-K. Yip, Anisotropic Fermi Superfluid via p-Wave Feshbach Resonance, Phys. Rev. Lett. **95**, 070404 (2005).

[150] Y. Ohashi, BCS-BEC Crossover in a Gas of Fermi Atoms with a p-Wave Feshbach Resonance, Phys. Rev. Lett. **94**, 050403 (2005).

[151] T.-L. Ho and R. B. Diener, Fermion Superfluids of Nonzero Orbital Angular Momentum near Resonance, Phys. Rev. Lett. **94**, 090402 (2005).

[152] M. Iskin and C. A. R. S. de Melo, Evolution from BCS to BEC Superfluidity in p-Wave Fermi Gases, Phys. Rev. Lett. **96**, 040402 (2006).

[153] K. Günter, T. Stöferle, H. Moritz, M. Köhl, and T. Esslinger, p-Wave Interactions in Low-Dimensional Fermionic Gases, Phys. Rev. Lett. **95**, 230401 (2005).

[154] J. Zhang, E. van Kempen, T. Bourdel, J. C. L. Khaykovich, F. Chevy, M. Teichmann, L. Tarruell, S. Kokkelmans, and C. Salomon, Expansion of a lithium gas in the BEC-BCS crossover, Proceedings of ICAP, 2004.

[155] C. A. Regal, C. Ticknor, J. L. Bohn, and D. S. Jin, Creation of ultracold molecules from a Fermi gas of atoms, Nature **424**, 47 (2003).

[156] J. Cubizolles, T. Bourdel, S. J. J. M. F. Kokkelmans, G. V. Shlyapnikov, and C. Salomon, Production of Long-Lived Ultracold ^{2}Li Molecules from a Fermi Gas, Phys. Rev. Lett. **91**, 240401 (2003).

[157] M. W. Zwierlein, A. Schirotzek, C. H. Schunck, and W. Ketterle, Fermionic Superfluidity with Imbalanced Spin Populations, Science **311**, 492 (2006).

[158] E. Hodby, S. T. Thompson, C. A. Regal, M. Greiner, A. C. Wilson, D. S. Jin, E. A. Cornell, and C. E. Wieman, Production Efficiency of Ultracold Feshbach Molecules in Bosonic and Fermionic Systems, Phys. Rev. Lett. **94**, 120402 (2005).

[159] L. Viverit, S. Giorgini, L. P. Pitaevskii, and S. Stringari, Momentum distribution of a trapped Fermi gas with large scattering length, Phys. Rev. A **69**, 013607 (2004).

[160] I. Carusotto and Y. Castin, Atom Interferometric Detection of the Pairing Order Parameter in a Fermi Gas, Phys. Rev. Lett. **94**, 223202 (2005).

[161] P. Pieri, L. Pisani, and G. C. Strinati, BCS-BEC crossover at finite temperature in the broken-symmetry phase, Phys. Rev. B **70**, 094508 (2004).

[162] J. Keeling, P. R. Eastham, M. H. Szymanska, and P. B. Littlewood, BCS-BEC crossover in a system of microcavity polaritons, Phys. Rev. B **72**, 115320 (2005).

[163] G. Bruun, Y. Castin, R. Dum, and K. Burnett, BCS theory for trapped ultracold fermions, Eur. Phys. J. D **7**, 433 (1999).

[164] N. Navon, Gaz de fermions ultra-froids dans le régime d'interaction forte, Master's thesis, École Polytechnique, 2005.

[165] M. Teichmann, *Ultracold Lithium-6 Atoms in the BEC-BCS Crossover : experiments and the construction of a new apparatus*, PhD thesis, Université Paris VI, 2007.

[166] H. Bethe and R. Peierls, Quantum Theory of the Diplon, R. Soc. London Proc. Ser. A **148**, 146 (1935).

[167] S. Tan, Energetics of the Fermi gas which has BEC-BCS crossover, arXiv : cond-mat/0505200v2 (2005).

[168] S. Tan, Large momentum part of fermions with large scattering length, arXiv : cond-mat/0508320v2 (2005).

[169] S. Tan, Generalized Virial Theorem and Pressure Relation for a strongly correlated Fermi gas, arXiv : cond-mat/0803.0841v1 (2008).

[170] F. Werner, Virial theorems for trapped quantum gases, arXiv : cond-mat/0803.3277v1 (2008).

[171] R. Haussmann, Properties of a Fermi liquid at the superfluid transition in the crossover region between BCS superconductivity and Bose-Einstein condensation, Phys. Rev. B **49**, 12975 (1994).

[172] C. A. Regal, *Experimental realization of BCS-BEC crossover physics with a Fermi gas of atoms*, PhD thesis, University of Colorado, 2006.

[173] I. Carusotto and Y. Castin, Calcul non publié, 2003.

[174] M. L. Chiofalo, S. Giorgini, and M. Holland, Released Momentum Distribution of a Fermi Gas in the BCS-BEC Crossover, Phys. Rev. Lett. **97**, 070404 (2006).

[175] D. M. Stamper-Kurn, H.-J. Miesner, S. Inouye, M. R. Andrews, and W. Ketterle, Collisionless and Hydrodynamic Excitations of a Bose-Einstein Condensate, Phys. Rev. Lett. **81**, 500 (1998).

[176] I. Shvarchuck, C. Buggle, D. S. Petrov, M. Kemmann, W. von Klitzing, G. V. Shlyapnikov, and J. T. M. Walraven, Hydrodynamic behavior in expanding thermal clouds, Phys. Rev. A **68**, 063603 (2003).

[177] M. Leduc, J. Leonard, F. Pereira Dos Santos, E. Jahier, S. Schwartz, and C. Cohen-Tannoudji, Hydrodynamic Modes in a Trapped Gas of Metastable Helium Above the Bose–Einstein Transition, Acta Phys. Pol. B **33**, 2213 (2002).

[178] S. D. Gensemer and D. S. Jin, Transition from Collisionless to Hydrodynamic Behavior in an Ultracold Fermi Gas, Phys. Rev. Lett. **87**, 173201 (2001).

[179] S. Jochim, M. Bartenstein, G. Hendl, J. H. Denschlag, R. Grimm, A. Mosk, and M. Weidemüller, Magnetic Field Control of Elastic Scattering in a Cold Gas of Fermionic Lithium Atoms, Phys. Rev. Lett. **89**, 273202 (2002).

[180] T. Bourdel, J. Cubizolles, L. Khaykovich, K. M. F. Magalhaes, S. J. J. M. F. Kokkelmans, G. V. Shlyapnikov, and C. Salomon, Measurement of interaction energy near a Feshbach resonance in a ^{6}Li Fermi gas, Phys. Rev. Lett. **91**, 020402 (2003).

[181] K. M. O'Hara, S. L. Hemmer, M. E. Gehm, S. R. Granade, and J. E. Thomas, Observation of a Strongly Interacting Degenerate Fermi Gas of Atoms, Science **298**, 2179 (2002).

[182] Z. Hadzibabic, *Studies of a Quantum Degenerate Fermionic Lithium Gas*, PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, 2003.

[183] S. Gupta, *Experiments with Degenerate Bose and Fermi Gases*, PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, 2003.

[184] Y. Castin and R. Dum, Bose-Einstein Condensates in Time Dependent Traps, Phys. Rev. Lett. **77**, 5315 (1996).

[185] Y. Kagan, E. L. Surkov, and G. V. Shlyapnikov, Evolution of a Bose gas in anisotropic time-dependent traps, Phys. Rev. A **55**, R18 (1997).

[186] C. Menotti, P. Pedri, and S. Stringari, Expansion of an Interacting Fermi Gas, Phys. Rev. Lett. **89**, 250402 (2002).

[187] L. P. Pitaevskii and S. Stringari, *Bose-Einstein Condensation*, Oxford University Press, 2004.

[188] P. Pieri and G. C. Strinati, Exact treatment of trapped imbalanced fermions in the BEC limit, Proceedings of the International School of Physics "Enrico Fermi", Course CLXIV, Varenna, edited by M. Inguscio, W. Ketterle, and C. Salomon, IOS Press, Amsterdam (2008).

[189] G. Tonini, F. Werner, and Y. Castin, Formation of a vortex lattice in a rotating BCS Fermi gas, Eur. Phys. J. D **39**, 283 (2006).

[190] M. Urban and P. Schuck, Dynamics of a trapped Fermi gas in the BCS phase, Phys. Rev. A **73**, 013621 (2006).

[191] H. Heiselberg, Collective Modes of Trapped Gases at the BEC-BCS Crossover, Phys. Rev. Lett. **93**, 040402 (2004).

[192] B. Jackson, P. Pedri, and S. Stringari, Collisions and expansion of an ultracold dilute Fermi gas, Europhys. Lett. **67**, 524 (2004).

[193] R. Combescot and X. Leyronas, Comment on Collective Excitations of a Degenerate Gas at the BEC-BCS Crossover, Phys. Rev. Lett. **93**, 138901 (2004).

[194] H. J. Metcalf and P. van der Straten, *Laser Cooling and Trapping*, Springer-Verlag, New York, 1999.

[195] J. M. McNamara, T. Jeltes, A. S. Tychkov, W. Hogervorst, and W. Vassen, Degenerate Bose-Fermi Mixture of Metastable Atoms, Phys. Rev. Lett. **97**, 080404 (2006).

[196] T. Fukuhara, Y. Takasu, M. Kumakura, and Y. Takahashi, Degenerate Fermi Gases of Ytterbium, Phys. Rev. Lett. **98**, 030401 (2007).

[197] S. R. Granade, M. E. Gehm, K. M. O'Hara, and J. E. Thomas, All-Optical Production of a Degenerate Fermi Gas, Phys. Rev. Lett. **88**, 120405 (2002).

[198] S. Jochim, M. Bartenstein, A. Altmeyer, G. Hendl, C. Chin, J. H. Denschlag, and R. Grimm, Pure Gas of Optically Trapped Molecules Created from Fermionic Atoms, Phys. Rev. Lett. **91**, 240402 (2003).

[199] G. Roati, F. Riboli, G. Modugno, and M. Inguscio, Fermi-Bose Quantum Degenerate ^{40}K$-^{87}$Rb Mixture with Attractive Interaction, Phys. Rev. Lett. **89**, 150403 (2002).

[200] J. Goldwin, S. Inouye, M. L. Olsen, B. Newman, B. D. DePaola, and D. S. Jin, Measurement of the interaction strength in a Bose-Fermi mixture with ^{87}Rb and ^{40}K, Phys. Rev. A **70**, 021601 (2004).

[201] M. Köhl, H. Moritz, T. Stöferle, K. Günter, and T. Esslinger, Fermionic Atoms in a Three Dimensional Optical Lattice : Observing Fermi Surfaces, Dynamics, and Interactions, Phys. Rev. Lett. **94**, 080403 (2005).

[202] S. Aubin, S. Myrskog, M. H. T. Extavour, L. J. Leblanc, D. McKay, A. Stummer, and J. H. Thywissen, Rapid sympathetic cooling to Fermi degeneracy on a chip, Nature Physics **2**, 384 (2006).

[203] S. Ospelkaus, C. Ospelkaus, R. Dinter, J. Fuchs, M. Nakat, K. Sengstock, and K. Bongs, Degenerate K-Rb Fermi-Bose gas mixtures with large particle numbers, Journal of Modern Optics **54**, 661 (2007).

[204] C. Klempt, T. Henninger, O. Topic, J. Will, S. Falke, W. Ertmer, and J. Arlt, Transport of a quantum degenerate heteronuclear Bose-Fermi mixture in a harmonic trap, arXiv : cond-mat/0708.2845v2 (2007).

[205] Z. Hadzibabic, C. A. Stan, K. Dieckmann, S. Gupta, M. W. Zwierlein, A. Görlitz, and W. Ketterle, Two-Species Mixture of Quantum Degenerate Bose and Fermi Gases, Phys. Rev. Lett. **88**, 160401 (2002).

[206] C. Silber, S. Günther, C. Marzok, B. Deh, P. W. Courteille, and C. Zimmermann, Quantum-Degenerate Mixture of Fermionic Lithium and Bosonic Rubidium Gases, Phys. Rev. Lett. **95**, 170408 (2005).

[207] M. Taglieber, A.-C. Voigt, T. Aoki, T. W. Hänsch, and K. Dieckmann, Quantum Degenerate Two-Species Fermi-Fermi Mixture Coexisting with a Bose-Einstein Condensate, Phys. Rev. Lett. **100**, 010401 (2008).

[208] Y. Louyer, P. Juncar, M. D. Plimmer, T. Badr, F. Balembois, P. Georges, and M. E. Himbert, Doubled Single-Frequency Nd :YLF Ring Laser Coupled to a Passive Nonresonant Cavity, Appl. Opt. **43**, 1773 (2004).

[209] J. L. Hall, L. Hollberg, T. Baer, and H. G. Robinson, Optical heterodyne saturation spectroscopy, Appl. Phys. Lett. **39**, 680 (1981).

[210] J. H. Wray and J. T. Neu, Refractive Index of Several Glasses as a Function of Wavelength and Temperature, J. Opt. Soc. Am. **59**, 774 (1969).

[211] J. H. Moore, C. C. Davis, and M. A. Coplan, *Building Scientific Apparatus*, Westview Press, 2002.

[212] G. Ferrari, *Piégeage simultané des isotopes fermionique et bosonique du lithium. Etude théorique de la relaxation dans un gaz de Fermi dégénéré*, PhD thesis, Université Paris VI, 2000.

[213] F. Schreck, *Mixtures of Ultracold Gases : Fermi sea and Bose-Einstein condensate of Lithium isotopes*, PhD thesis, Université Paris VI, 2002.

[214] K. A. Yakimovich and A. G. Mozgovoi, Experimental investigation of the density and surface tension of molten lithium at temperatures up to 1300 K, High Temp. **38**, 657 (2000).

[215] S. Jochim, communication privée, 2007.

[216] D. Durfee, *Dynamic Properties of Dilute Bose-Einstein Condensates*, PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, 1999.

[217] N. W. M. Ritchie, E. R. I. Abraham, Y. Y. Xiao, C. C. Bradley, R. G. Hulet, and P. S. Julienne, Trap-loss collisions of ultracold lithium atoms, Phys. Rev. A **51**, R890 (1995).

[218] J. Kawanaka, K. Shimizu, H. Takuma, and F. Shimizu, Quadratic collisional loss rate of a ^{7}Li trap, Phys. Rev. A **48**, 883 (1993).

[219] J. Kawanaka, K. Shimizu, and H. Takuma, Decay rate measurement of lithium in a magneto-optical trap, App. Phys. B **57**, 113 (1993).

[220] M.-O. Mewes, G. Ferrari, F. Schreck, A. Sinatra, and C. Salomon, Simultaneous magneto-optical trapping of two lithium isotopes, Phys. Rev. A **61**, 011403 (1999).

[221] T. Walker, D. Sesko, and C. Wieman, Collective behavior of optically trapped neutral atoms, Phys. Rev. Lett. **64**, 408 (1990).

[222] W. Ketterle, K. B. Davis, M. A. Joffe, A. Martin, and D. E. Pritchard, High densities of cold atoms in a dark spontaneous-force optical trap, Phys. Rev. Lett. **70**, 2253 (1993).

[223] M. Fleischhauer, Optical pumping in dense atomic media : Limitations due to reabsorption of spontaneously emitted photons, Europhys. Lett. **45**, 659 (1999).

[224] K. E. Strecker, *Tunable Interaction in Quantum Degenerate Lithium*, PhD thesis, Rice University, 2004.

[225] W. Petrich, M. H. Anderson, J. R. Ensher, and E. A. Cornell, Stable, Tightly Confining Magnetic Trap for Evaporative Cooling of Neutral Atoms, Phys. Rev. Lett. **74**, 3352 (1995).

[226] M. Greiner, I. Bloch, T. W. Hänsch, and T. Esslinger, Magnetic transport of trapped cold atoms over a large distance, Phys. Rev. A **63**, 031401 (2001).

[227] A. Alberti, Contributions to new generation ultra-cold Lithium experiments, Master's thesis, Università di Pisa, 2006.

[228] D. E. Pritchard, Cooling Neutral Atoms in a Magnetic Trap for Precision Spectroscopy, Phys. Rev. Lett. **51**, 1336 (1983).

[229] T. Esslinger, I. Bloch, and T. W. Hänsch, Bose-Einstein condensation in a quadrupole-Ioffe-configuration trap, Phys. Rev. A **58**, R2664 (1998).

[230] M.-O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. M. Kurn, D. S. Durfee, and W. Ketterle, Bose-Einstein Condensation in a Tightly Confining dc Magnetic Trap, Phys. Rev. Lett. **77**, 416 (1996).

[231] O. J. Luiten, M. W. Reynolds, and J. T. M. Walraven, Kinetic theory of the evaporative cooling of a trapped gas, Phys. Rev. A **53**, 381 (1996).

[232] F. Schreck, G. Ferrari, K. L. Corwin, J. Cubizolles, L. Khaykovich, M.-O. Mewes, and C. Salomon, Sympathetic cooling of bosonic and fermionic lithium gases towards quantum degeneracy, Phys. Rev. A **64**, 011402 (2001).

[233] P. O. Schmidt, S. Hensler, J. Werner, T. Binhammer, A. Görlitz, and T. Pfau, Doppler cooling of an optically dense cloud of magnetically trapped atoms, J. Opt. Soc. Am. B **20**, 960 (2003).

[234] A. S. Tychkov, T. Jeltes, J. M. McNamara, P. J. J. Tol, N. Herschbach, W. Hogervorst, and W. Vassen, Metastable helium Bose-Einstein condensate with a large number of atoms, Phys. Rev. A **73**, 031603 (2006).

[235] E. L. Surkov, J. T. M. Walraven, and G. V. Shlyapnikov, Collisionless motion of neutral particles in magnetostatic traps, Phys. Rev. A **49**, 4778 (1994).

[236] L. Tarruell, Interactions dans un gaz de fermions froids, Master's thesis, Université Paris VI, 2004.

[237] R. Grimm, M. Weidemüller, and Y. B. Ovchinnikov, Optical dipole traps for neutral atoms, Adv. At. Mol. Opt. Phys. **42**, 95 (2000).

[238] K. M. O'Hara and F. Schreck, communication privée, 2007.

[239] M. E. Gehm, K. M. O'Hara, T. A. Savard, and J. E. Thomas, Dynamics of noise-induced heating in atom traps, Phys. Rev. A **58**, 3914 (1998).

[240] M. E. Gehm, K. M. O'Hara, T. A. Savard, and J. E. Thomas, Erratum : Dynamics of noise-induced heating in atom traps [Phys. Rev. A 58, 3914 (1998)], Phys. Rev. A **61**, 029902 (2000).

[241] S. Jochim, *Bose-Einstein Condensation of Molecules*, PhD thesis, University of Innsbrück, 2004.

[242] Y. Castin, Exact scaling transform for a unitary quantum gas in a time dependent harmonic potential, C. R. Physique **5**, 407 (2004).

[243] M. W. Zwierlein, C. H. Schunck, A. Schirotzek, and W. Ketterle, Direct observation of the superfluid phase transition in ultracold Fermi gases, Nature **442**, 54 (2006).

[244] Y. Shin, M. W. Zwierlein, C. H. Schunck, A. Schirotzek, and W. Ketterle, Observation of Phase Separation in a Strongly Interacting Imbalanced Fermi Gas, Phys. Rev. Lett. **97**, 030401 (2006).

[245] C. H. Schunck, Y. Shin, A. Schirotzek, M. W. Zwierlein, and W. Ketterle, Pairing Without Superfluidity : The Ground State of an Imbalanced Fermi Mixture, Science **316**, 867 (2007).

[246] G. B. Partridge, W. Li, Y. A. Liao, R. G. Hulet, M. Haque, and H. T. C. Stoof, Deformation of a Trapped Fermi Gas with Unequal Spin Populations, Phys. Rev. Lett. **97**, 190407 (2006).

[247] G. M. Bruun, A. Recati, C. J. Pethick, H. Smith, and S. Stringari, Collisional Properties of a Polarized Fermi Gas with Resonant Interactions, arXiv : cond-mat/0804.1885 (2008).