



HAL
open science

INTERACTION D'UN GRAND NOMBRE DE SOLITONS DANS UN LASER A FIBRE: DU "GAZ" AU "CRISTAL" DE SOLITONS

Adil Haboucha

► **To cite this version:**

Adil Haboucha. INTERACTION D'UN GRAND NOMBRE DE SOLITONS DANS UN LASER A FIBRE: DU "GAZ" AU "CRISTAL" DE SOLITONS. Physique [physics]. Université d'Angers, 2008. Français. NNT: . tel-00429782

HAL Id: tel-00429782

<https://theses.hal.science/tel-00429782>

Submitted on 4 Nov 2009

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ D'ANGERS
UFR sciences
Laboratoire POMA

Année 2008
N° d'ordre : 905

INTERACTION D'UN GRAND NOMBRE DE SOLITONS DANS UN LASER A FIBRE : DU "GAZ" AU "CRISTAL" DE SOLITONS

THESE DE DOCTORAT

Spécialité : Physique

ECOLE DOCTORALE D'ANGERS

Présentée et soutenue publiquement
le 30 juin 2008
à l'Université d'Angers
par Adil HABOUCHA

Devant le jury ci-dessous :

Mr AÏT AMEUR Kamel	Examineur	Professeur	Université de Caen
Mr DUDLEY John	Rapporteur	Professeur membre de l'IUF	Université de Franche-Comté
Mr GRELU Philippe	Rapporteur	Professeur	Université de Bourgogne
Mr HUIGNARD Jean-Pierre	Examineur	DRA	Thales TRT

Directeur de thèse : Mr SANCHEZ François, Professeur, Université d'Angers
Co-encadrant : Mr LEBLOND Hervé, Professeur, Université d'Angers

Laboratoire des Propriétés Optiques des Matériaux et Applications-FRE CNRS 2988
Université d'Angers, 2 Bd Lavoisier, 49045 ANGERS

TABLE DES MATIÈRES

TABLE DES MATIÈRES	i
LISTE DES TABLEAUX	v
LISTE DES FIGURES	vi
LISTE DES APPENDICES	xii
DÉDICACE	xiii
REMERCIEMENTS	xv
AVANT-PROPOSxviii
 CHAPITRE 1 : INTRODUCTION : L'HISTORIQUE DES LASERS	
 À MODES BLOQUÉS 1	
1.1 Les travaux pionniers	1
1.2 Les lasers à fibre à modes bloqués	4
1.3 Contexte et motivations pour ce travail de recherche	8
1.4 Organisation de la thèse	10
1.5 Notre contribution à la recherche	12
 CHAPITRE 2 : GÉNÉRATION D'IMPULSIONS ULTRA-COURTES	
 ET LA THÉORIE DE LEUR PROPAGATION DANS	
 LES FIBRES OPTIQUES 17	
2.1 Propagation d'une impulsion dans les fibres optiques : mise en équation	18
2.1.1 Dispersion et biréfringence dans les fibres	18
2.1.2 Non-linéarités dans les fibres	21
2.1.3 Equation de propagation d'une impulsion dans un milieu dis-	
persif et non linéaire : Fibres monomodes	22

2.1.4	Propagation dans la fibre dopée erbium : gain et dispersion du gain	25
2.2	Modèles des lasers à fibre	28
CHAPITRE 3 : CONFIGURATION A FAIBLE NOMBRE D'IMPULSIONS (MULTISTABILITÉ) 31		
3.1	Introduction	31
3.2	Modèle théorique : modèle scalaire avec saturation	32
3.2.1	Introduction : principe de l'approche adoptée	32
3.2.2	Propagation non-linéaire dans la fibre et influence des lames de phase	34
3.2.3	Prise en compte de la dispersion et du gain	42
3.2.4	Le modèle	44
3.2.5	Procédure de résolution	45
3.2.6	Régime multi-impulsionnel et phénomène d'hystérésis	46
3.3	Résultats expérimentaux	49
3.3.1	Hystérésis en régime de dispersion normale	49
3.3.2	Régime multi-impulsions, influence de la largeur spectrale du gain	51
3.3.3	Idée d'un schéma expérimental pour la mise en évidence de l'influence de la largeur spectrale du gain	52
3.4	Conclusion	54
CHAPITRE 4 : INTERACTION D'UN GRAND NOMBRE DE SOLITONS : DU 'GAZ' AU 'CRISTAL' 57		
4.1	Introduction	57
4.2	Dispositif expérimental	60
4.3	Des centaines d'impulsions solitaires et un état lié	62
4.4	Génération d'une brochette de 350 impulsions liées	66
4.4.1	Introduction	66
4.4.2	Obtention expérimentale d'un réseau de solitons liés	66

4.4.3	Reconstruction (confirmation du régime)	70
4.5	Autres comportements : Du ‘gaz’ au ‘cristal’ de solitons	75
4.5.1	‘Gaz’ de solitons	77
4.5.2	Agrégats de solitons	79
4.5.3	Vers un cristal de solitons	79
4.5.4	Analogie thermodynamique : transitions de phases des multi-solitons	81
CHAPITRE 5 : CRISTAL DE SOLITONS : MODÉLISATION . . .		91
5.1	Introduction.	91
5.2	Éléments d’analyse théorique : Quand l’analyse multi-échelles fournit une explication	94
5.2.1	Paramètres physiques de l’équation du gain	94
5.2.2	Résolution de l’équation dynamique du gain	95
5.2.3	Formation du train d’impulsions : Interprétation	98
5.3	Comportement local : Équation d’évolution ‘moyenne’	99
5.3.1	Équations de propagation non-linéaire dans la fibre	99
5.3.2	Approche perturbative de résolution	100
5.3.3	Effet du polariseur	104
5.3.4	Forme modifiée de l’équation de Ginzburg-Landau complexe (CGL) cubique	108
5.4	Structure locale : multi-solitons formant un train périodique.	111
5.4.1	Préambule	112
5.4.2	Algorithme numérique	113
5.4.3	Formation du train périodique	114
5.4.4	Les caractéristiques de la solution périodique	117
5.5	Variations ‘lentes’ du gain : facteur limitatif rendant la longueur du train finie	118
5.5.1	Dépletion du gain	121
5.5.2	La relaxation du gain	127

5.6	Conclusion et perspectives	130
5.6.1	Le modèle reproduit les observations expérimentales	130
5.6.2	Type d'interaction et régime de fonctionnement	130
CHAPITRE 6 : CONCLUSION		133
6.1	Configuration à faible nombre d'impulsions : régime de dispersion normale	133
6.2	Configuration à grand nombre d'impulsions	134
6.2.1	Observations expérimentales singulières	135
6.2.2	Analyse de la formation du réseau de solitons temporels dans notre laser à fibre à verrouillage de modes passif	136
BIBLIOGRAPHIE		138
RÉSUMÉxxvi
ABSTRACT		xxvii

LISTE DES TABLEAUX

3.1	Paramètres et normalisation	44
5.1	Paramètres physiques du laser avec leurs valeurs respectives	100
5.2	Valeurs numériques pour différentes orientations des angles θ_+ and θ_-	128

LISTE DES FIGURES

1	(a) Schéma de principe des lasers femtoseconde indiquant les 3 processus nécessaires à la production d'impulsions ultra-courtes. (b) représentation de notre laser expérimental et répartition des blocs favorisant le verrouillage de phase.	xx
3.1	Représentation schématique de la cavité en anneau unidirectionnel étudiée théoriquement : elle concerne un laser à fibre dopée erbium à verrouillage de phase par RNLP.	33
3.2	Rotation non-linéaire de la polarisation de l'impulsion, induite par effet Kerr dans la fibre optique.	35
3.3	Procédure numérique de résolution. Pour chaque tour de cavité, la résolution se fait en deux temps : d'abord, le champ est évalué en tenant compte des pertes non-linéaires (Eq. 3.34) ; ensuite le champ résultant est utilisé comme donnée initiale pour résoudre l'équation (3.33) par la méthode de Fourier à pas scindé. Cette procédure est répétée d'une façon itérative jusqu'à l'obtention d'un état stationnaire.	46
3.4	Dépendance théorique du nombre d'impulsions dans la cavité en fonction du taux de pompage pour différentes largeurs spectrales du gain. Les paramètres utilisés sont $D_i = -1$, $\alpha_1 = -0,2$, $\alpha_3 = 0,2$, $b = 0,017$, et $\rho_c = 0$. (a) $\omega_g = 10^{12}$ rad/s, (b) $\omega_g = 10^{13}$ rad/s, et (c) $\omega_g = 10^{14}$ rad/s	48
3.5	Évolution expérimentale du nombre d'impulsions en fonction de la puissance de pompe en régime normal de dispersion ($\beta_2 L = +0,06$ ps ² , Cadence : 8,85 MHz). Du diagramme, la courbe $N = f(Pompe)$ obtenue à la croissance de la pompe ne se superpose pas avec la courbe obtenue à la décroissance de celle-ci. Généralement, la raison en est que les variations de N ne sont pas totalement réversibles.	50
3.6	Évolution expérimentale du nombre d'impulsions en fonction de la puissance de pompe en régime de dispersion anormale($\beta_2 L = -0,31$ ps ² , Cadence : 10,78 MHz).	53

- 3.7 Dépendance théorique du nombre d'impulsions dans la cavité en fonction du taux de pompage pour différentes largeurs spectrales pour les pertes. Les paramètres utilisés sont $D_i = -1$, $\alpha_1 = -1, 1$, $\alpha_3 = 0, 2$, et $\omega_g = 10^{14}$ rad/s. (a) $\omega_d = 10^{12}$ rad/s, (b) $\omega_d = 10^{13}$ rad/s, et (c) $\omega_d = 10^{14}$ rad/s 55
- 4.1 Quelques scénarios de la répartition que peut prendre les impulsions dans la cavité. (a) Régime mono-impulsionnel (émission d'une impulsion par tour de cavité). (b,c,d) 3 cas de régime multi-impulsionnel : (b) Cas général où des impulsions de tailles différentes prennent des positions aléatoires dans la cavité; (c) Verrouillage de modes harmonique; (d) Régime d'état lié de 3 impulsions. 59
- 4.2 Montage expérimental du laser à fibre double gaine dopée erbium-ytterbium (*ErYb-DCF*) à verrouillage de modes par RNLP (*rotation non linéaire de la polarisation*). Les différents composants de la cavité (*isolateur, coupleur et fibre standard SMF₂₈*) ainsi que l'*ErYb-DCF* ont une dispersion anormale. Pour compenser en partie la dispersion, une fibre à dispersion décalée (*DSF*) est utilisée. Le signal laser est extrait avec un coupleur dont le coefficient de couplage vers l'extérieur est de 10%. Le faisceau de sortie est analysé avec un analyseur de spectre optique, un autocorrélateur et un oscilloscope rapide. 60
- 4.3 La figure de gauche montre un train temporel composé de paquets réguliers d'impulsions verrouillées en phase; un zoom sur une période est représenté sur la figure de droite, montrant que la durée du paquet est de 40 ns et que le temps d'un tour de cavité est de 105 ns. 62
- 4.4 Trace démontrant que les impulsions *de la brochette* générées se resserrent en partant de l'avant vers l'arrière du paquet (a). En incrusté (b), le zoom montre que les impulsions ont une séparation moyenne de 125 ps dans la partie avant du paquet. 63
- 4.5 Spectre optique exhibant une forte modulation, ce qui prouve la liaison en phase de quelques impulsions. 64

4.6	Trace temporelle montrant un train des multisolitons très serrés, le signal rectangulaire prouve que les séparations entre les impulsions sont en dessous de la résolution du scope rapide (a). Zoom sur un créneau du train indique que les impulsions sont réparties dans des paquets de 8,2 ns de largeur.	67
4.7	Spectre optique large bande en échelle logarithmique présentant une forte modulation, ce qui atteste que les multisolitons sont liés.	68
4.8	(a) Spectre optique en échelle linéaire. (b) Le zoom de ce spectre montre une forte modulation de contraste égal à 1, la période de la modulation (interfrange) est égale à 0,36 nm. La présence de ces interférences multiples, conséquence d'une relation de phase fixe entre les solitons formant le chapelet, prouvent que les multisolitons sont liés. La finesse de chacun des pics est limitée par la résolution de l'analyseur de spectre (égale à 50 pm).	69
4.9	Trace d'autocorrélation expérimentale montrant que les multisolitons liés ont une séparation de 23 ps.	70
4.10	Spectre basse fréquence.	71
4.11	(a) Spectre simulé pour deux impulsions (profil sech) de 540 fs non-chirpées, ayant une séparation de 2,7 ps et une différence de phase de $\pi/2$. (b) La trace d'autocorrélation correspondante.	72
4.12	(a) Spectre simulé pour deux impulsions (profil sech) de 610 fs non-chirpées, ayant une séparation de 6,8 ps et une différence de phase de $\pi/2$. (b) La trace d'autocorrélation.	73
4.13	Allure temporelle de la succession des trains de réseaux de solitons considérés en simulation (a). Le zoom permet de visualiser la structure du réseau de solitons.	74
4.14	Trace d'autocorrélation en simulation pour une fenêtre d'acquisition de 200 ps.	75
4.15	Spectre en échelle logarithmique obtenu pour 100 impulsions liées ayant un déphasage nul et un paramètre de chirp $c = 1,2$	75
4.16	Spectre en échelle linéaire obtenu pour 100 impulsions liées ayant un déphasage nul et un paramètre de chirp $c=1,2$ (a) ; avec un zoom au niveau du spectre, on obtient une période de modulation de 0.36 nm et une finesse spectrale des pics de 4.5 pm (b).	76

4.17	Gaz de solitons : Comportements temporels ou les solitons sont libres de se déplacer dans tout l'espace permis par la cavité.	78
4.18	Gaz de solitons à un instant donné : (a) le comportement temporel montrant en détail les positions aléatoires que peuvent prendre les solitons dans la cavité; le spectre associé qui est 'chahuté' avec une forte composante continue, échelle linéaire (b), échelle logarithmique (c).	83
4.19	'colloïde' de solitons : (a) Comportement temporel dans lequel les solitons sont regroupés dans des paquets; les modulations apparentes au niveau du spectre optique (en échelle linéaire (b) et logarithmique (c)) ainsi que les structures des traces d'autocorrélations (d, e, et f) prouvent la cohérence des solitons à l'intérieur des blocs qu'ils forment. Le léger piédestal présent sur les traces montre que -quelques uns- des solitons restent libres.	84
4.20	Du liquide de solitons au cristal de solitons :traces temporelles montrant les blocs de solitons évoluer pour donner naissance à un seul bloc figé et stable de solitons.	85
4.21	Évolution du liquide de solitons au cristal de solitons; évolution au niveau spectral $((a, b) \rightarrow (d, e) \rightarrow (g, h))$; traces d'autocorrélations prouvant que lors de l'évolution $((c) \rightarrow (f) \rightarrow (i))$, les multisolitons se structurent pour former à la fin un motif périodique.	86
4.22	État final d'un scénario d'évolution. La trace temporelle montre que les solitons se regroupent en un seul bloc (a). La présence d'une modulation au niveau du spectre optique (b) combinée avec la structure de la trace d'autocorrélation (c) prouvent qu'une partie des solitons (une quinzaine) forment un état lié.	87
4.23	Liquide de solitons. (1) vers (8) : Évolution perpétuelle des blocs pour former un seul paquet de solitons (8). Ce schéma d'évolution est analogue à 3 'gouttes' d'un liquide de solitons qui fusionnent.	88
4.24	Liquide de solitons. Spectre optique initial;(a) échelle linéaire;(b) échelle logarithmique .(c) et (d) Traces d'autocorrélation en évolution.	89

5.1	Evolution du gain le long de la cavité : il est diminué par chaque impulsion du train, puis restauré par le pompage	99
5.2	Orientation des angles θ_- et θ_+	105
5.3	Contour plot du profil temporel de l'intensité se propageant le long de la fibre. (a) Obtention d'un chapelet d'impulsions liées à partir d'un soliton se propageant dans le milieu à gain. (b) Le zoom permet de visualiser l'impulsion initiale qui provoque la génération de nombreux solitons non équidistants au début mais qui le deviennent au fur et à mesure de leur propagation.	116
5.4	Profil temporel du train de solitons lors de la propagation	117
5.5	Évolution du profil temporel de l'intensité durant la propagation régie par l'Eq. (5.55) : Un train de solitons liés est formé à partir d'une impulsion solitonique initiale. a) L'impulsion initiale génère deux impulsions de forte énergie (géantes). b,c) Les impulsions de forte énergie créent à leur tour d'autres impulsions, avec différentes amplitudes et séparations. d,e) Le train d'impulsions devient de plus en plus régulier et tend à remplir en entier la boîte de calcul. f) Obtention de la solution périodique. Les paramètres : $\beta = 0.8$, $\delta = 0.1$, $\epsilon = 0.2$ et $\chi = 0.0008$	118
5.6	Dynamique du régime observé lors de l'évolution. Profil temporel du train d'impulsions multiples lors de la propagation (a). Evolution du spectre de la solution numérique en échelle linéaire (b) et logarithmique (c). Une modulation au niveau du spectre de l'impulsion initiale apparaît durant la propagation, ce qui démontre la formation d'un état multi-solitonique lié.	119
5.7	Caractéristiques de la solution périodique numérique de l'Eq. (5.55). Temporellement, nous avons un train régulier d'impulsions de mêmes amplitudes (a); (b) représente la trace d'autocorrélation calculée pour le même train et qui prouve que les multi-impulsions sont identiques et équidistantes. Dans le domaine fréquentiel, spectres de la solution numérique en échelle linéaire (c) et en échelle logarithmique (d) : la forte modulation, avec un contraste proche de l'unité, prouve que les impulsions sont liées entre elles.	120

5.8	la séparation moyenne $\Delta\tau$ entre les impulsions en fonction du carré de l'amplitude maximale des pics, pour différentes données initiales. Dans tous les cas, la solution converge vers une solution périodique stable avec une amplitude et des séparations fixes.	121
5.9	Evolution du paramètre du chirp α ainsi que le paramètre Ξ en fonction de l'orientation des lames θ_+ et θ_- . Le paramètre Ξ est positif (a). La solution acceptable du chirp α pour que la solution analytique existe (b).	124
5.10	Le signe de la quantité \mathcal{H} en fonction des angles θ_+ et θ_- : une expression analytique de l'impulsion existe au dessus d'une valeur seuil de l'excès de gain, si $\mathcal{H} < 0$ (région en gris).	125
5.11	Représentation du produit (carré de l'amplitude \times durée) $\Phi = \mathcal{F}_0 ^2\tau^2$ en Wps^2 , en fonction des angles d'orientation θ_+ et θ_-	126
5.12	The pulse duration τ in ps versus the angles θ_+ and θ_-	127
5.13	Le nombre N de solitons qui forment le train, en fonction des angles θ_+ et θ_-	129
I.1	Système à quatre niveaux d'énergie	xxiii

LISTE DES APPENDICES

Annexe I :	Equation dynamique du gain	xxiii
------------	--------------------------------------	-------

Pour mes parents *Abderrahmane* et *Fatima*,

À mon adorable épouse *Kenza*,

À ma grand mère : *Yamina*,

À mes sœurs : *Ilhame*, *Ibtissame* et *Hanane*,

À mes beaux frères : *SiMohamed* et *Chakir*.

‘‘C’est avec la logique que nous prouvons,
et avec l’intuition que nous trouvons’’.

H. Poincare (1854-1912) mathématicien

‘‘It is through science that we prove,
but through intuition that we discover.’’

H. Poincare (1854-1912) mathématicien

REMERCIEMENTS

*Quoi que je dise, Quoi que je fasse, je ne saurais jamais remercier les deux très chères personnes à mon cœur, à ceux qui ni les mots, ni les gestes, ni rien au monde ne pourra exprimer mes sentiments envers eux, à ceux qui m'ont donné la joie de vivre, à qui la vie avec eux devient un paradis au quotidien, à qui n'ont jamais douter de moi, à qui je dois ce succès et pour qui le sens du sacrifice au cours de ces longues années d'étude ne s'est jamais tari et a été le plus précieux de leurs cadeaux...A vous les perles de mes yeux...**Mes parents.***

Ce travail de thèse synthétise les recherches accomplies pendant 3 ans et demi au laboratoire des Propriétés Optiques des Matériaux et Applications (POMA). Je remercie son directeur, Monsieur **André Monteil** de m'y avoir accueilli. Je le remercie également pour sa gentillesse et sa disponibilité.

Je tiens à adresser ma plus vive reconnaissance aux membres du jury pour avoir accepté de juger mon travail. En particulier je tiens à dire combien je suis conscient de l'honneur que m'a fait Monsieur **Jean-Pierre Huignard** pour avoir pris sur son emploi du temps pourtant chargé afin de participer à ma soutenance. J'exprime ma gratitude à Messieurs **John Dudley** et **Philippe Grelu** qui m'ont fait honneur en acceptant la lourde charge de rapporter ce travail. Ils se sont rendus disponibles et patients malgré leurs plannings chargés. Je les remercie donc vivement ici, pour les critiques constructives et les conseils qu'ils m'ont suggérés lors de la lecture de mon mémoire. Enfin, toute ma reconnaissance va à Monsieur **Kamel Aït Ameur** d'avoir présidé le jury et pour ses remarques pertinentes.

Un doctorat signifie beaucoup choses pour différentes personnes. En ce qui me concerne, c'est l'accomplissement d'un rêve. Je suis reconnaissant d'avoir été supervisé par deux personnes qui m'ont permis de mener à bien ce projet. Grâce à eux, j'ai pu explorer différents aspects de mon domaine tout en confirmant mon goût pour la recherche. Cela a fait mûrir mes démarches scientifiques et m'a permis d'élargir l'éventail de mes compétences scientifiques avec une vision plus large de

l'optique.

François Sanchez pour m'avoir proposé ce sujet de thèse. Ses compétences scientifiques, et notamment expérimentales, m'ont permis d'avancer tout au long de cette thèse. Je le remercie de m'avoir transmis une partie de son savoir et de son expérience sur les lasers et les problématiques qui lui sont associées. Sa bonne humeur, ses qualités humaines et sa disponibilité m'ont permis de profiter d'une ambiance de travail détendue.

Hervé Leblond, qui m'a beaucoup conseillé au cours de mes recherches. Son savoir faire théorique et sa maîtrise des techniques numériques est un atout non seulement pour les membres de notre groupe mais aussi à des éléments d'autres équipes qui viennent le consulter régulièrement sur des questions diverses. Son aide m'était précieuse lors de la modélisation. D'une grande simplicité, il a toujours su m'encourager au cours de mes périodes de doute. J'ai beaucoup apprécié son aide lors de la rédaction de ce manuscrit et la préparation de la soutenance.

Mes remerciements vont au personnel scientifique, technique et administratif du laboratoire POMA.

J'ai une pensée amicale pour les personnes avec qui j'ai partagé mon bureau durant ces années : **Mohamed Salhi** et **Andrey Komarov**. C'était un vrai plaisir de travailler avec eux. J'ai beaucoup apprécié les discussions que nous avons lors des poses cafés et qui continuaient parfois jusqu'au bureau. Leur bonne humeur était derrière la très bonne ambiance qui régnait au sein de notre groupe.

Une intention à **Foued Amrani** à qui j'ai eu le plaisir de faire découvrir l'avalanche de solitons que nous étions capable de générer et d'appriivoiser. Je suis content qu'il prenne la suite de ce travail qui me tient à cœur et je lui souhaite bon courage.

Ma pensée va également vers toutes les personnes du laboratoire POMA que j'ai côtoyées pendant ces années sans oublier tous les thésards qui ont rendu la vie au labo si agréable.

Je suis très reconnaissant envers **Sylvie DABOS-SEIGNON** d'avoir relu et critiqué les deux derniers chapitres de ce manuscrit.

En dernier lieu, merci à ma famille, à *mes sœurs* et à mes indispensables *ami(e)s* qui ont su être là aux bons moments en me prêtant une oreille toujours attentive, en étant patients même si parfois mes préoccupations étaient éloignées des leurs. Votre amitié m'est très précieuse et je tiens à vous adresser mes plus vifs remerciements.

Enfin et surtout, une pensée particulière à ma chère *Kenza* que j'ai eu la chance d'avoir à mes côtés durant la délicate période de rédaction.

Simplement : merci à tous.

A.H.

AVANT-PROPOS

Le télescope a ouvert la voie à l'exploration du cosmos et de ses dimensions astronomiques. Le microscope nous a dévoilé, quant à lui, le monde des petites dimensions, un apport inestimable à une myriades de disciplines comme la biologie, la chimie et la physique. Pour explorer l'infiniment bref, il fallait un instrument d'une envergure comparable : c'est le laser à impulsions ultra-brèves qui allait remplir cette importante fonction.

Les systèmes laser femtosecondes sont devenus maintenant des outils incontournables utilisés pour des recherches -fondamentales ou appliquées- dans différents laboratoires de physique, de chimie et de biologie. De plus, de nombreuses applications de ces lasers sont en train de voir le jour dans le domaine de l'industrie, comme par exemple le marquage et le micro-usinage de précision. Dans le domaine médical, ces systèmes sont d'usage en ophtalmologie ; citons la chirurgie réfractive, le traitement de la cataracte ou des glaucomes. Ils ont également une myriade d'applications dans d'autres secteurs tels que l'environnement (détection des polluants), la météorologie (LIDAR femtoseconde, contrôle de la foudre¹), ... etc

Pour le développement de ces lasers, moins de trois décades ont suffi pour parvenir à raccourcir la durée d'impulsions lumineuses du domaine de la nanoseconde à celui de la femtoseconde, c'est à dire pour gagner six ordres de grandeur. À contenu énergétique constant, ces impulsions ont permis d'atteindre des puissances instantanées gigantesques de l'ordre du pétawatt (le record pour un laser commercial - Ti :Sa à 800 nm- est de 100 TW, -300 fs).

Actuellement, deux classes majeures de lasers permettent la génération d'impulsions femtoseconde : lasers solides (*bulk*) et lasers à fibre [1]. La mise en évidence des caractéristiques de cristaux massifs de saphir dopé au titane [2], a permis au laser (Ti : saphir) d'être le précurseur de la révolution qu'ont connu les lasers femtoseconde au début des années 90 [3]. De plus différentes architectures ont été ima-

¹Au moyen du guidage par laser dans le cadre d'un projet au sein du LASIM de l'Université Claude Bernard Lyon 1(J. P. Wolf et *al.*)

générées dans le but de générer des impulsions les plus courtes et les plus énergétiques possibles. À présent les meilleures performances sont obtenues grâce aux lasers à base de cristaux massifs de saphir dopé au titane [4]. Néanmoins ces lasers sont complexes et très coûteux comparés aux lasers à fibre.

Dans ce contexte, il semble que les lasers à fibre constituent une solution extrêmement prometteuse. En effet, les sources à impulsions courtes à base de fibres optiques permettent d'atteindre un niveau d'intégration bien plus élevé que les lasers classiques. Les fibres dopées avec des ions de terres rares (ytterbium ou erbium) sont bien adaptées au développement de sources lasers femtoseconde. La bande spectrale d'amplification (de l'ordre de 6 THz) est suffisamment large pour produire des impulsions de moins de 100 fs. Le contrôle de la dispersion, facteur important pour les lasers femtoseconde, est relativement aisé pour des longueurs d'onde au-delà de $1,3 \mu\text{m}$, car elle s'effectue dans la fibre optique elle-même. De plus les dispositifs permettant la gestion de la dispersion ne sont pas aussi encombrants que la paire de prismes utilisée dans des lasers femtoseconde à base de cristaux massifs. Depuis quelques années, les techniques d'élaboration des fibres dopées permettent de réaliser des fibres monomodes à double gaine (*double clad*). La gaine interne permet d'avoir une propagation multimode du faisceau issu d'une diode de pompe de puissance. Le cœur monomode est dopé avec des ions de terres rares (erbium, ytterbium, néodyme...) et assure la propagation monomode de la lumière émise par ces ions lorsqu'ils sont excités par la pompe. Cela permet de réaliser des amplificateurs à fibre de puissance ainsi que les lasers de puissance. On sait actuellement faire des lasers à fibre émettant en continu quelques dizaines de kW (jusqu'à 50 kW avec un laser à fibre dopée ytterbium commercialisé par *IPG Photonics YLR-HP Series*).

La production d'impulsions ultra-courtes nécessite le blocage de modes du laser. Plusieurs techniques peuvent être utilisées, elles reposent toute sur le même principe présenté sur la figure 1. La condition essentielle pour obtenir un régime laser impulsionnel est de disposer d'une courbe de gain suffisamment large pour qu'un très grand nombre des modes longitudinaux de la cavité laser oscillent si-

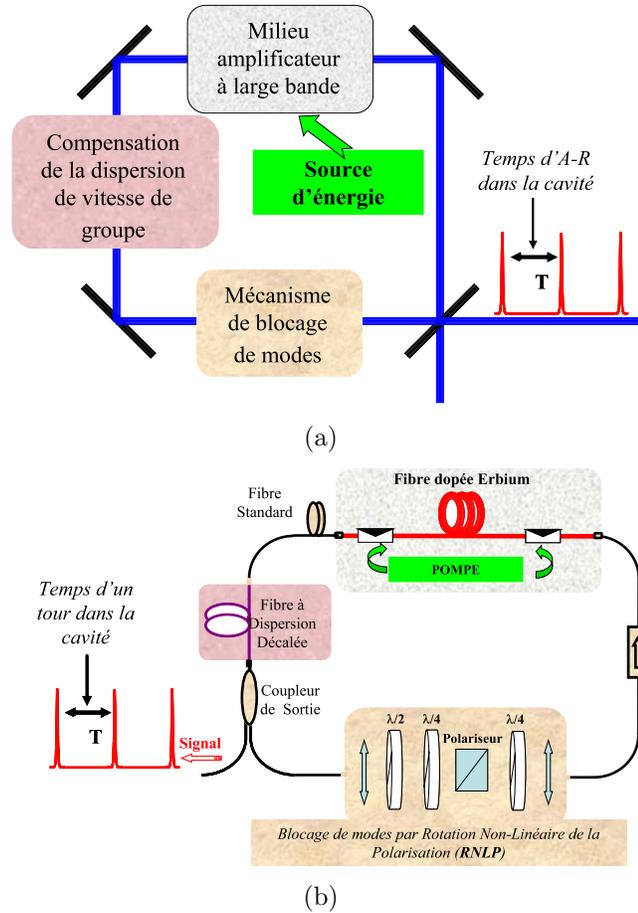


FIGURE 1 – (a) Schéma de principe des lasers femtoseconde indiquant les 3 processus nécessaires à la production d'impulsions ultra-courtes. (b) représentation de notre laser expérimental et répartition des blocs favorisant le verrouillage de phase.

multanément. Dans notre cas (le schéma de bas de la Fig. 1), la largeur spectrale d'émission de l'erbium est d'environ 20 nm centrée autour de $1,5 \mu\text{m}$. La longueur de la cavité laser définit l'intervalle entre les modes. Si elle est telle que cet intervalle est de l'ordre de 10 MHz, environ 130 000 modes longitudinaux oscillent simultanément. A l'état 'naturel', tous ces modes n'ont aucune relation de phase entre eux, et leurs interférences donnent une résultante continue. Pour que cette résultante devienne un train d'impulsions il est nécessaire qu'une relation de phase déterminée existe entre ces différents modes. Alors, les interférences constructives

entre ces modes créent un champ intense dans une région limitée de l'espace à un instant donné. Ailleurs les interférences sont destructives. Plus le nombre de modes entrant en jeu est important et plus l'espace où a lieu les interférences constructives est réduit, autrement dit plus l'impulsion est étroite. Le fonctionnement du laser s'apparente alors à la propagation d'une impulsion dans la cavité, dont une faible partie s'échappe par le coupleur de sortie. Le taux de répétition des impulsions est donné par le temps mis par l'impulsion pour parcourir un tour de cavité. La largeur ultime de chacune de ces impulsions est liée fondamentalement à l'inverse de la largeur spectrale du laser $1/\Delta\nu_g$ et à la dispersion de la vitesse de groupe dans la cavité (GVD : Group Velocity Dispersion). C'est pour cela que la gestion de la dispersion de la cavité est essentielle dans ce type de systèmes.

Plusieurs techniques sont couramment utilisées pour réaliser ce fonctionnement en modes bloqués, toutes basées sur l'introduction de pertes qui soient importantes pour le régime continu. Le mécanisme de blocage de modes adopté pour notre laser est passif et dit à verrouillage de phase par rotation non-linéaire de la polarisation (RNLP). Il utilise l'effet Kerr optique, c'est-à-dire la dépendance de l'indice de réfraction n de la fibre avec l'intensité I du champ électrique lumineux : $n = n_0 + n_2 I$. L'action de l'effet Kerr associé aux lames de phase et au polariseur est équivalente à celle d'un absorbant saturable ultra-rapide, et favorise donc la formation de l'impulsion. Une fois cette impulsion créée, le verrouillage en phase des modes s'auto-entretient puisque le fonctionnement du laser présente alors plus de gain qu'en régime continu. De plus, le fonctionnement unidirectionnel dans des configurations de lasers en anneau favorise l'auto-démarrage des modes bloqués [5, 6], et c'est également le cas dans le dispositif que nous avons utilisé.

Lorsque l'impulsion est créée, il est également nécessaire qu'elle puisse se propager sans 'trop se déformer'. En effet, la largeur du spectre est telle qu'on ne peut pas négliger les variations d'indice dans la fibre entre les fréquences extrêmes. Les différentes fréquences ne voyant pas le même indice, elles ne voyagent pas à la même vitesse dans la cavité. Cette dispersion d'indice induit dans le cas général une dispersion de la vitesse de groupe qui mène à un élargissement des impulsions.

Une solution utilisée pour recomprimer l'impulsion dans la cavité est d'introduire un système de compensation de la GVD grâce à une fibre à dispersion décalée par exemple. C'est ce type de compensation qui est utilisé dans notre laser (cf. Fig. 1).

CHAPITRE 1

INTRODUCTION : L'HISTORIQUE DES LASERS À MODES BLOQUÉS

L'appellation «**laser à modes bloqués**», terminologie souvent employée par les laséristes francophones, tire parti du mot anglais «*Mode-locked laser*». D'autres termes sont également utilisés tels que «laser mode-loqué», «laser à verrouillage de modes», «laser à modes verrouillés en phase» ou encore «laser à synchronisation modale». Ces trois dernières expressions semblent scientifiquement plus rigoureuses et seront privilégiées dans ce mémoire.

Ce chapitre donne une brève introduction historique au vaste domaine des lasers à modes verrouillés en phase. Nous mettrons l'accent d'abord sur la naissance des lasers à mode bloqués et des différentes techniques de verrouillage de modes.

Nous parlerons ensuite du contexte actuel des lasers à fibre à synchronisation modale passive. Le fait de souligner la dynamique singulière de ce type de systèmes, va nous permettre de justifier les motivations pour lesquelles ces travaux de recherche ont été érigés.

Enfin, après un bref résumé des chapitres de ce mémoire, nous donnerons une vue d'ensemble de nos contributions à la recherche.

1.1 Les travaux pionniers

Les lasers à verrouillage de modes ont une longue histoire qui remonte à 1963 et particulièrement aux travaux de Gürs et Müller [7]. Toutefois, c'est grâce aux travaux de Lamb et l'étude menée par ce dernier sur le verrouillage de phase de trois modes que la première affirmation de ce phénomène a été constaté [8]. Au cours de cette période, les lasers étaient étudiés d'une manière analytique dans le domaine des fréquences, où il était bien connu qu'un laser dispose de plusieurs modes longitudinaux, analogues à ceux d'un étalon Fabry-Perot.

C'est avec cette approche que DiDomenico a envisagé le blocage de modes en cavité laser. En effet, il a souligné que si l'on parvenait à verrouiller simultanément l'ensemble des modes de la cavité pour être en phase les uns avec les autres -origine du terme 'modes bloqués'-, on pourrait alors obtenir des impulsions courtes dans le domaine des temps [9].

Indépendamment des travaux de DiDomenico, la première réalisation expérimentale d'un laser à verrouillage de modes a été accomplie par Hargrove, Fork, et Pollack. Dans leur montage, ils ont employé un modulateur acousto-optique jouant le rôle d'un modulateur d'amplitude (AM) dans la cavité laser. Une modulation synchronisée avec le temps d'aller-retour (AR) dans la cavité leur a permis d'obtenir un verrouillage de mode AM, rendant ainsi le fonctionnement du laser pulsé [10].

Pendant la même année, l'insertion en cavité laser d'un modulateur de fréquence (FM) a permis à Harris et Targ d'obtenir le verrouillage de mode FM [11]. A la suite de cette démonstration expérimentale du verrouillage de mode FM, des travaux théoriques réalisés par Harris et McDuff [12] ont permis une étude détaillée de ce régime.

En 1965, Collins et Mocker ont réalisé le premier laser à verrouillage de mode passif. Ils ont constaté que l'absorbant saturable à colorant utilisé initialement pour *Q-Switcher* le laser à rubis peut également être utilisé pour le blocage de mode de ce même laser [13]. Dans leur travail, Mocker et Collins ont constaté que les impulsions initialement générées par le laser en mode déclenché se scindent en multiples impulsions ultra-courtes et espacées par le temps d'AR dans la cavité. Toutefois, ce type passif de verrouillage de mode était intermittent et non prévisible.

Durant cette même année, McClure a étudié l'impact de la longueur de cavité et le positionnement du modulateur à l'intérieur du résonateur sur les performances du laser. Il a été ainsi le premier à obtenir le verrouillage de mode à une harmonique plus élevée [14].

Enfin, ce n'est qu'en 1972 que Ippen, Shank et Dienes parviennent à réaliser le

premier¹ laser ultra-stable et à synchronisation modale passive [15].

D'un point de vue théorique, il est important de souligner la différence entre la description des phénomènes physiques dans le domaine des fréquences et celui des temps. Dans certains cas, il s'avère également indispensable de procéder à une description dans le domaine mixte temps-fréquence. A cet effet, tous les premiers travaux ont traité le régime du verrouillage de modes uniquement dans le domaine des fréquences. Un traitement de ce type pour le champ laser a permis dans le passé d'avoir d'excellents résultats. D'abord pour la description des lasers continus (cw), ce qui a permis -à titre d'exemple- à Lamb de prévoir l'élargissement Doppler et de donner une explication au phénomène du 'hole burning' [8]. Ensuite pour les lasers pulsés, avec un traitement dans le domaine des fréquences, DiDomenico a été en mesure de prévoir le verrouillage de modes AM [9]. Une telle analyse a permis également à Harris et McDuff d'expliquer le verrouillage de modes FM [12].

Ce n'est qu'en 1970 que Kuizenga et Siegman ont traité pour la première fois le verrouillage de modes actif dans le domaine temporel [16]. Cette approche leur a permis de prédire le profil et la largeur des impulsions à verrouillage de modes sous une forme simplifiée et en adéquation avec leurs résultats expérimentaux [16]. Avec l'utilisation de la démarche temporelle de Kuizenga et de Siegman, Kim, Marathe, et Rabson ont montré que l'impulsion devrait avoir comme forme la fonction d'Hermite-Gauss [17] et que le profil gaussien de l'impulsion considérée par Kuizenga et Siegman n'est qu'une éventualité de la famille des solutions possibles.

Néanmoins, Haus a montré deux ans plus tard que les fonctions d'Hermite-Gauss d'ordre supérieur étaient linéairement instables [18] et que l'impulsion fondamentale de gauss est physiquement réalisable. Dans le même travail, Haus a également cherché à concilier les descriptions du verrouillage de modes dans les domaines temporel et fréquentiel. Plus tard en cette même année, Haus a développé le premier modèle analytique pour le laser à verrouillage de modes passif par absorbant

¹Sept ans après la première observation du verrouillage passif de modes de nature sporadique dans un laser.

saturable en utilisant l'approche dans le domaine temporel de Siegman [19].

Enfin, en 1991 les effets spatio-temporels ont été exploités pour produire des impulsions de 60 femtosecondes dans un laser à base de cristaux massifs de saphir dopé au titane ($Ti^{3+} : Al_2O_3$). Dans ce cas, le titane-saphir joue le double rôle² : celui du milieu à gain et celui de 'bloqueur' de modes [3].

En effet, du point de vue spatial, l'effet Kerr optique qui se produit dans le milieu actif provoque une focalisation plus importante du centre au dépend des ailes de l'impulsion. L'insertion d'une fente ou d'un diaphragme à l'intérieur de la cavité -après le milieu à gain- permet d'engendrer des pertes importantes aux extrémités de l'impulsion : effet bloquant pour la lumière qui n'est pas bien focalisée.

De point de vue temporel, le sommet de l'impulsion, grâce à sa forte intensité, sera focalisé, subissant ainsi une faible atténuation. Les ailes de l'impulsion seront bloquées. Ainsi, pour de fortes puissances l'effet non-linéaire de l'auto-focalisation sert à contrer l'effet passif de l'élargissement induit par la diffraction. En introduisant une ouverture, le fonctionnement en régime impulsionnel est favorisé au fonctionnement continu (CW) et le laser est à blocage passif de modes.

Ce procédé de verrouillage de modes nommé verrouillage de modes par lentille Kerr (KLM) (*Kerr-lens mode locking*) joue le même rôle qu'un absorbant saturable. Cette technique est à ce jour celle qui permet de produire les impulsions les plus courtes à partir d'un résonateur (~ 5 fs à 780 nm) ; la cadence étant inférieure à 100 MHz [20]. Ce type de blocage de modes est actuellement extrêmement populaire et les lasers Ti :saphir, utilisant ce procédé, équipent aujourd'hui des centaines si ce n'est des milliers de laboratoires de recherche.

1.2 Les lasers à fibre à modes bloqués

L'utilisation d'une fibre à large cœur dopée au néodyme a permis en 1961 au laser à fibre de voir le jour [21]. Cependant, il a fallu attendre 22 ans avant que

²Autofocalisation de la lumière due à l'effet Kerr optique qui se produit dans le milieu actif.

Dzhibladze parvienne à réaliser le premier laser à fibre à verrouillage de modes (en 1983) [22]. Dans ce laser, des centres colorés transitoires ont été produits par une lampe flash. Ces centres colorés agissaient comme un absorbant saturable effectif permettant ainsi le verrouillage passif des modes du laser.

En 1984, le fait de coupler la cavité principale à une cavité à fibre auxiliaire, a permis à Mollenauer et à Stolen de verrouiller les modes du laser et de générer des impulsions de 210 fs [23]. Ce soi-disant ‘laser soliton’ exploitait l’automodulation de phase dans la fibre optique pour produire une phase qui dépend de l’intensité pour l’impulsion qui se propage dans la fibre. Lorsque cette impulsion ‘chirpée’ rentre à nouveau dans la cavité principale, elle interfère avec son double ‘non-chirpé’. Les longueurs des deux cavités sont ajustées pour que les sommets des deux impulsions soient en phase et interfèrent de façon constructive et que les ailes interfèrent de façon destructive. Ce laser nécessitait le maintien des longueurs des deux cavités constantes à une échelle inférieure à la longueur d’onde (précision interférométrique) ce qui limitait son caractère pratique.

A ce moment il était connu théoriquement que ce mode de fonctionnement était inhérent à la formation de soliton ce qui exigeait un régime de dispersion anormale. Cependant, les études menées ultérieurement par Blow et Wood ont montré que la dispersion anormale n’était pas indispensable [24].

Peu après ces réalisations expérimentales, une étude analytique détaillée a été accomplie ce qui a permis d’éclaircir ce type de verrouillage de modes [25], [26]. Cette technique entièrement nouvelle -due à l’interférence qui résulte de l’addition des champs- a été surnommée le verrouillage de mode par addition d’impulsion ou APM qui est l’acronyme anglo-saxon de *Additive pulse mode locking*. De cette façon, l’impulsion de la cavité principale subit une augmentation de son sommet et une suppression de ses ailes, donc un raccourcissement. La cavité auxiliaire peut être vue comme une source de pertes qui dépendent de l’intensité équivalent à un effet d’absorbant saturable ultra-rapide.

Durant les années 80, il a été constaté que les impulsions produites par les lasers à blocage de mode actif ont un profil plus proche d’une sécante hyperbolique que

d'un profil gaussien. Ce comportement a été prédit auparavant par les théories. Il a été établi également que les effets non-linéaires et la dispersion déterminent le profil de l'impulsion. En 1986, Haus et Silberberg ont essayé d'intégrer d'une manière analytique ces effets pour modéliser les lasers à verrouillage de modes AM en régime de dispersion anormale [27]. Dans leur travail, ils ont ignoré l'effet du modulateur et ont supposé que la forme de l'impulsion est déterminée par les éléments de la cavité seulement. Cette étude a concerné les lasers à verrouillage de modes AM, néanmoins les résultats sont également applicables pour les laser à synchronisation modale passive [28].

Le premier laser à fibre à verrouillage de modes FM a été proposé par Geister et Ulrich en Mai 1988 [29]. Dans la même année, Phillips, Ferguson, et Hanna ont également présenté un laser exploitant la même technique [30]. En 1989, Kafka, Baer, et Hall ont réalisé le premier laser à verrouillage de modes AM et utilisant une configuration en anneau [31]. Dans les années qui vont suivre, le développement des lasers à fibre va connaître un grand essor avec l'apparition de nouvelles architectures de cavité. En 1990, Duling a présenté le laser en forme de 'huit' -*figure-eight laser*-, qui permet de faire le lien entre le verrouillage de modes par addition d'impulsions APM et l'interféromètre 'Auxiliaire' de Sagnac pour générer les impulsions [32,33]. Dans ce laser, une impulsion dans la cavité est séparée en deux par le coupleur. Les deux impulsions résultantes parcourent la boucle de Sagnac selon des directions opposées et interfèrent au niveau du coupleur avant de rentrer à nouveau dans la cavité en anneau unidirectionnelle.

En 1991, Hofer et *al.* ont présenté une mise en œuvre ingénieuse du verrouillage de mode par addition d'impulsions en exploitant l'évolution de la polarisation elliptique de l'impulsion dans la fibre monomode standard [34]. Dans ce laser, le contrôleur de polarisation constitué de lames de retard de phase transforme l'état de polarisation linéaire en polarisation elliptique. Les deux composantes de la polarisation évoluent de façon non-linéaire dans la cavité lors de leur propagation le long de la fibre optique à cause des effets combinés de l'automodulation de phase (SPM) et de la modulation de phase croisée (XPM). Ainsi, un alignement adéquat du pola-

riseur permet au sommet de l'impulsion de le traverser avec moins de pertes que les ailes qui subissent des pertes importantes. L'impulsion obtenue est par conséquent plus courte. Bien que ce type de laser repose sur le mécanisme de l'APM (entre les deux polarisations de l'impulsion), il est communément considéré comme un verrouillage de modes par rotation non-linéaire de la polarisation (RNLP)³ faisant allusion à l'action de la fibre sur l'impulsion.

Une année plus tard, Tamura, Haus, et Ippen ont réalisé en 1992 le premier laser tout fibré à verrouillage de modes par RNLP et en configuration en anneau unidirectionnelle [35].

Le plus grand avantage des lasers à fibre en forme de 'huit' ou en configuration en anneau utilisant le laser APM -initié par Mollenauer et Stolen- est qu'ils sont auto-stabilisants. En effet, étant donné que les chemins optiques pour les deux impulsions sont les mêmes, ces lasers ne nécessitent pas de boucles de rétroaction ou une stabilisation active pour fonctionner. En plus, ils s'appuient sur la non-linéarité de la fibre dont le temps de réponse presque instantanée permet la génération d'impulsions femtosecondes. Pour information, le record actuel en terme de durée d'impulsion dans un laser à fibre est de 33 fs et il est détenu par un laser réalisé chez Cornell en 2006 [36].

En 1993, Tamura, Ippen, et Haus ont réalisé le premier laser à impulsion étirée [37]. Dans ce laser, à une cavité initialement en régime de dispersion anormale, les auteurs ont incorporé une section de fibre à dispersion normale [37]. Les impulsions produites par ce laser à gestion de la dispersion avaient une forme plus proche d'une gaussienne que d'une sécante hyperbolique. Ces impulsions peuvent contenir approximativement 100 fois plus de puissance que leurs 'cousines' anormales avant que les instabilités induites par la non-linéarité de Kerr n'apparaissent. Par conséquent, ce type de configuration est attractif pour ceux qui souhaitent obtenir des impulsions plus énergétiques. Le laser à fibre à impulsion étirée tient son

³nous allons utiliser la RNLP tout au long de cette thèse pour désigner ce type de verrouillage de modes. Cependant, il ne s'agit pas d'un mécanisme de verrouillage de modes; c'est juste une mise en œuvre de l'APM

nom du fait que le profil temporel de l'impulsion s'élargit et se comprime au cours de son évolution dans la cavité.

Enfin, en 2004, arrivent les résultats surprenants et atypiques de Ilday et *al* [38]. En effet, des simulations numériques et le choix d'une configuration particulière de cavité, leur ont permis de générer et de faire propager en cavité laser des impulsions d'un type nouveau, les similaritons⁴. La cavité était en régime de dispersion exclusivement normale. Le laser avait un mode de fonctionnement différent du régime à impulsion étirée prévu dans ce genre de cavités [38]. Les réalisateurs de ce laser l'ont nommé laser à fibre à similariton. Pendant la propagation, la durée et la puissance crête de ces impulsions évoluent tandis que leur forme reste inchangée. Raison pour laquelle, ces impulsions sont dites autosimilaires ou similaritons. En d'autres termes, les impulsions à n'importe quel endroit spatial peuvent être mesurées en fonction de l'état qu'elles avaient à un autre endroit spatial. Dans un amplificateur optique, les profils temporel et spectral prennent une forme parabolique et que ces impulsions présentent une dérive de fréquence linéaire [39]. En ce qui concerne le laser à similariton, des précisions s'imposent pour nuancer les résultats rapportés en [38]. En réalité, la définition d'un similariton nous amène à affirmer qu'il est impossible créer un véritable laser à similariton puisque la cavité contribue à affecter rapidement son fonctionnement pour qu'il devienne CW. La présence d'un mécanisme de verrouillage de modes (RNL) garanti la formation des impulsions qui ne peuvent pas être de réels similaritons malgré la présence d'un profil d'auto-similarité pour les impulsions observées.

1.3 Contexte et motivations pour ce travail de recherche

Les lasers à fibre à synchronisation modale passive sont des sources fascinantes à étudier. Ils sont caractérisés par une dynamique riche qui leur permet d'avoir toute une variété de comportements. En effet, en plus du verrouillage de phase

⁴désignée également sous le nom d'impulsion auto-similaire car une fois générée cette impulsion conserve sa forme inchangée en propagation tandis qu'elle subit une évolution simultanée de sa puissance crête et de sa durée temporelle.

standard -caractérisé par l'émission d'une impulsion à chaque tour de cavité-, une panoplie d'autres régimes où plusieurs impulsions sont émises ont été observés expérimentalement et prédits théoriquement. La génération de ces régimes à impulsions multiples concerne plusieurs architectures de lasers à fibre. C'est effectivement le cas avec des fibres dopées erbium dans des lasers en forme de huit [40–45] où plusieurs scénarios ont été observés (allant du cas où les multi-impulsions sont très espacées les unes des autres et se positionnent d'une manière aléatoire dans la cavité, jusqu'au cas de figure où elles s'auto-organisent d'une manière régulière dans la cavité pour donner naissance au verrouillage de mode harmonique).

D'autres comportements ont également été rapportés tels que le fonctionnement en mode déclenché ou encore le phénomène de la bistabilité entre le régime continu et le régime à modes bloqués [43, 44]. De plus, l'évolution du nombre d'impulsions en fonction de la puissance de pompe a également été étudié par Grudinin et *al.* [44]. Dans ce cas, il a été montré que les impulsions disparaissent une par une lorsque la pompe décroît.

Dès 1992, plusieurs équipes de recherche ont publié les premières expériences de verrouillage de modes par RNLP [35, 46, 47]. Ici également, l'émission des impulsions multiples a été observée bien que la configuration soit différente de celle des lasers en forme de huit. L'emploi des cavités à gestion de la dispersion, pour les lasers en régime étiré, mène aussi à des comportements dynamiques variés tels que la bistabilité et l'émission des impulsions multiples [37, 48–50]. Tang et *al.* ont prouvé l'existence d'un large domaine de bistabilité entre le régime CW et le régime ML. Ils ont aussi étudié l'évolution du nombre d'impulsions en fonction de la pompe. Ils ont conclu que les impulsions se créent une par une lorsque la pompe augmente et qu'elles sont également supprimées une par une lorsque la pompe décroît, ceci étant accompagné par un large effet d'hystérésis [50]. D'autres comportements ont également été observés dans les lasers à modes bloqués par RNLP. Ainsi, il est possible de produire une scission des impulsions ou encore la génération des états liés par un simple ajustement d'une des lames utilisées pour le contrôle de la polarisation [51–57].

La génération des états liés de solitons a également été observée dans les lasers en forme de huit [58, 59]. Nous pouvons compléter ce que nous venons de passer en revue par d'autres références qui figurent dans les deux articles [60, 61]. Il apparaît que la génération d'impulsions multiples, bistabilité entre le régime CW et le régime ML, la génération des états liés ou encore les autres scénarios de répartition des multiples impulsions sont des comportements qui caractérisent les lasers à fibre quelque soit l'architecture optique adoptée. En outre, la majorité de ces régimes s'obtiennent par une simple rotation des lames de phases.

La diversité surprenante des scénarios d'évolution des multiples impulsions confère aux lasers à fibre, à rotation non-linéaire de la polarisation, une dynamique singulière qui n'est pas sans intérêt. Ce qui constitue l'objet de cette thèse.

1.4 Organisation de la thèse

Le manuscrit est organisé comme suit :

Dans le premier chapitre : Nous commencerons d'abord par une description du principe du verrouillage de modes -passif- dans les lasers à fibre. Nous présenterons les différentes techniques existantes qui permettent de produire des impulsions ultra-courtes. Ensuite, après une descriptions des phénomènes à considérer lors de l'évolution de l'impulsion dans la fibre monomode, nous donnerons les équations de base qui régissent cette propagation non-linéaire. Enfin, nous parlerons de la modélisation des lasers à fibre à modes bloqués : après une brève présentation des modèles utilisés, nous présenterons le modèle développé. Une comparaison avec les autres modèles (scalaires et vectoriels), permettra de situer notre démarche théorique dans l'échiquier des modèles existants.

Le **deuxième chapitre** de ce manuscrit traite du régime à impulsions multiples dans les configurations à faible nombre d'impulsions. Le travail effectué s'intéresse à étudier les raisons pour lesquelles notre laser erbium en régime normal de dispersion

émet plusieurs impulsions par tour de cavité (même à faible taux de pompage). Pour cela, après une présentation du modèle développé au sein de notre équipe, nous donnerons les résultats théoriques qui mettent en évidence l'influence du filtrage du gain sur le fonctionnement à impulsions multiples. Ensuite, nous présenterons des résultats expérimentaux, qui seront confrontés au modèle. Enfin, nous proposerons une configuration expérimentale utilisant un laser unique, qui prouvera, d'une façon irréfutable, l'influence du filtrage du gain sur la génération des impulsions multiples en régime normal de dispersion.

Le **troisième chapitre** sera consacré aux résultats expérimentaux obtenus dans une configuration à grands nombre d'impulsions (régime anormal de dispersion). Le dispositif expérimental utilisé nous a révélé l'existence d'une panoplie de régimes à très grand nombre d'impulsions. Nous nous attarderons sur deux d'entre eux : le premier concerne des centaines d'impulsions solitaires qui se resserrent d'une manière régulière pour donner naissance à un état lié de quelques unes d'entre elles.

Le second régime concerne l'obtention expérimentale d'un réseau formé de 350 solitons en état lié, très stable. Un tel mode de fonctionnement n'avait jamais été observé auparavant. Une étude approfondie lui sera consacrée dans ce chapitre. De plus une analyse théorique détaillée de cette structuration spontanée fera l'objet du quatrième chapitre.

Enfin, nous parlerons d'un comportement encore plus étonnant que les précédents. Il s'agit de l'observation d'un phénomène analogue à une transition de phase de la matière. Nous verrons, entre autres, une transition dans laquelle un grand nombre de solitons formant un 'gaz' -c'est-à-dire des solitons qui sont libres et occupent toute la cavité- évolue vers un état où ils forment un 'cristal' de solitons -où tous les solitons sont figés et forment une structure périodique-.

Enfin, le **quatrième chapitre** sera réservé à l'étude théorique menée pour analyser la formation expérimentale du réseau de solitons liés. Nous présenterons notre travail théorique qui utilise une approche multi-échelles. Nous montrerons que l'évolution rapide du gain contribue à établir une équation de type Ginzburg-

Landau complexe (CGL) cubique avec un terme intégral. Nous prouverons numériquement que cette équation possède une solution périodique. On justifiera, ensuite le rôle de l'évolution 'rapide' d'un petit excès de gain sur la stabilisation du train périodique d'impulsions. En contrepartie, nous démontrerons que c'est l'évolution lente de la valeur moyenne du gain qui détermine la longueur finie de ce train de solitons (qui n'est à cette échelle que quasi-périodique). Nous indiquerons également que cette analyse permet de calculer le nombre d'impulsions formant le train à partir des paramètres physiques du laser.

1.5 Notre contribution à la recherche

Les travaux présentés dans cet ouvrage sont consacrés à l'étude du laser à fibre à rotation non-linéaire de la polarisation. Les travaux sont à la fois expérimentaux et théoriques. Les observations et analyses sont en grande partie l'œuvre de l'auteur. Je me dois toutefois de souligner l'efficacité de l'équipe au sein de laquelle ce travail de recherche a été mené. La richesse et la qualité des résultats obtenus reviennent aux nombreux conseils prodigués par François Sanchez et Hervé Leblond, mes directeurs de recherche. Je tiens à signaler que les résultats théoriques présentés en chapitre 3 sont le fruit d'une collaboration avec Andrey Komarov (lors de son stage post-doctoral au sein de l'équipe). Je suis également redevable à Hervé Leblond pour son aide précieuse lors de l'élaboration du modèle qui nous a permis de comprendre le régime 'cristal de solitons' exhibé dans notre laser.

Le travail réalisé comprend un grand nombre de résultats ayant acquis une reconnaissance internationale, et a contribué de façon certaine à l'avancé des connaissances dans ce domaine. Les recherches effectuées sont d'une qualité et d'une quantité considérable sur un domaine de recherche d'un grand intérêt. Ces recherches ont mené à 9 publications dans des revus à comité de lecture (dont 2 à apparaître prochainement), ainsi que plusieurs présentations dans des conférences nationales et internationales. L'ensemble de nos contributions est présenté dans la partie qui suit :

PUBLICATIONS ET CONFÉRENCES DE L'AUTEUR

Publications dans des revues scientifiques

1. A. Haboucha, M. Salhi, A. Komarov, H. Leblond and F. Sanchez, "Influence of the Nonlinear Polarization Rotation on a Nonlinear Fiber Loop", *JNOPM*, **15**, pp. 157-165, (2006).
2. H. Leblond, A. Komarov, M. Salhi, A. Haboucha and F. Sanchez, "Cis bound states of three localized pulses of the cubic-quintic CGL equation". *J. Opt. A : Pure Appl. Opt.*, **8**, pp. 319-326, (2006).
3. A. Haboucha, A. Komarov, H. Leblond, M. Salhi et F. Sanchez, "Investigation of multiple pulsing and hysteresis phenomena in the erbium-doped double-clad fiber laser", *Journal of Optoelectronics and Advanced Materials*, **10**, pp. 164-168, (2008).
4. M. Salhi, A. Haboucha, H. Leblond, et F. Sanchez, "Theoretical study of figure-eight all fiber laser", *Phys. Rev. A*, **77**, 033828, (2008).
5. A. Haboucha, A. Komarov, H. Leblond, G. Martel and F. Sanchez, "Mechanism of multiple pulse formation in the normal dispersion regime of passively mode-locked fiber ring lasers", *Optical Fiber Technology*, **14**, pp. 262-267, (2008).
6. F. Sanchez, H. Leblond, M. Salhi, A. Komarov, A. Haboucha, "Models for passively mode-locked fiber lasers", invited paper, *Fiber and Integrated Optics*, **27**, pp.370-391, (2008).
7. A. Haboucha, H. Leblond, M. Salhi, A. Komarov, F. Sanchez, "Coherent soliton pattern formation in a fiber laser", *Opt. Lett.*, **33**, pp. 524-526, (2008).
8. A. Haboucha, H. Leblond, M. Salhi, A. Komarov, F. Sanchez, "Analysis of soliton pattern formation in passively mode-locked fiber lasers", to be published in *Phys. Rev. A*.

9. A. Komarov, A. Haboucha, F. Sanchez, “Ultra-high repetition rate bound-soliton harmonic passive mode-locked fiber laser”, to be published in *Opt. Lett.*

Conférences

1. A. Haboucha, M. Salhi, H. Leblond et F. Sanchez, “Laser à fibre double gaine dopée Erbium Verrouillé en phase”, *JNOG 2004*, 25-27 Oct., Paris, France 2004.
2. F. Sanchez, M. Salhi, A. Haboucha and H. Leblond, “Developments of High Power Fiber Lasers”, *ICTON (6th International Conference on Transparent Optical Networks)*, 4-8 July, Wroclaw, Poland 2004.
3. A. Haboucha, H. Leblond, M. Salhi et F. Sanchez, “Caractérisation des régimes multi-impulsionnels dans un laser à fibre double gaine dopée Erbium/Ytterbium”, *COLOQ 9 (9^{ème} Colloque sur les Lasers et l’Optique Quantique)*, 7-9 Sept., Dijon, France 2005.
4. H. Leblond, A. Komarov, M. Sahli, A. Haboucha, and F. Sanchez, “Cis bound states of three localized pulses of the cubic-quintic CGL equation”, *Micro-to-Nano-Photonics ROMOPTO 2006 Conference*, August 2006, Sibiu, Roumanie.
5. A. Haboucha, A. Komarov, H. Leblond and F. Sanchez, “Multiple Pulsing and Hysteresis Phenomena in Fiber Lasers : Theory and Experiment”, *ICTON (8th International Conference on Transparent Optical Networks)* 18-22 June, Nottingham, United Kingdom, 2006 (Invited).
6. H. Leblond, A. Komarov, M. Salhi, A. Haboucha and F. Sanchez, “Triple bound states of the cubic-quintic cgl equation : The ‘cis’ symmetry”, *In Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering*, volume **6785**, (2007).

7. A. Haboucha, H. Leblond and F. Sanchez, “Bound state of hundreds pulses in the Er :Yb-doped double-clad fiber laser”, *CLEO/Europe (European Conference on Lasers and Electro-Optics)*, 17-22 June, Munich, Germany, 2007 (accepted as an oral presentation).
8. F. Sanchez, A. Haboucha, H. Leblond, M. Salhi, A. Komarov, “Soliton crystal fiber laser”, *SPIE/Europe (Photonics Europe)*, 7-10 April, Strasbourg, France 2008 (Oral presentation).
9. M. Salhi, A. Haboucha, H. Leblond and F. Sanchez, “Analytical study of the mode-locked regime of a figure-eight all-fiber laser”, *Laser Optics 2008*, Saint-Petersbourg.
10. A. Haboucha, A. Komarov, M. Salhi, H. Leblond, F. Sanchez “Soliton crystal fiber laser”, *SPIE Proceedings*, **6998**, pp. 699805(8), (Photonics Europe, Solid State Lasers and Amplifiers III, Strasbourg, France, April 7-10, 2008).
11. A. Haboucha, “Analyse de la formation d’un agrégat de solitons dans un laser à fibre à verrouillage de modes passif”, *Photonique Nonlinéaire et Milieux Microstructurés GDR 3073*, (2ème Rencontre Lille 29-30) Mai 2008.
12. F. Sanchez, H. Leblond, M. Salhi, A. Komarov, A. Haboucha, “Models for Passively Mode-Locked Fiber Lasers”, *Proceedings of ICTON 2008 (ICTON, Athens, Greece, June 22 - 26, 2008)*, pp.214-217.

CHAPITRE 2

GÉNÉRATION D'IMPULSIONS ULTRA-COURTES ET LA THÉORIE DE LEUR PROPAGATION DANS LES FIBRES OPTIQUES

La génération d'impulsions optiques ultracourtes dans les lasers à fibre nécessite de verrouiller en phase les différents modes longitudinaux de la cavité. Pour cela, nous avons retenu la technique de la Rotation Non-Linéaire de la Polarisation (RNLP) pour verrouiller en phase notre laser en cavité en anneau unidirectionnelle. Après le blocage des modes, les impulsions vont se propager continuellement dans la cavité. La propagation de ces impulsions est affectée par la dispersion et les effets non-linéaires présents dans la fibre. De plus le gain et la dispersion du gain, dûs au milieu amplificateur -constitué par la fibre dopée erbium dans notre cas- rendront cette propagation plus compliquée. En plus de cela, il est nécessaire de tenir compte de la biréfringence essentiellement linéaire, due en général à des contraintes internes développées lors de l'étirage de la fibre.

Dans le chapitre introductif, nous avons passé en revue les différentes techniques de verrouillage de modes qui permettent de générer des impulsions ultracourtes avec des lasers à fibre. Ce chapitre est consacrée à la description des phénomènes et à la présentation des équations de base qui régissent la propagation non-linéaire des impulsions dans les fibres monomodes. La dernière partie de ce chapitre sera réservée à la modélisation des lasers à fibre à modes bloqués. Nous exposerons brièvement les différents modèles existants (scalaires et vectoriels) et nous finirons par une description sommaire de notre modèle, en le comparant aux autres.

2.1 Propagation d'une impulsion dans les fibres optiques : mise en équation

Nous allons maintenant décrire la propagation d'impulsions dans les fibres optiques et les phénomènes qui lui sont associés. La propagation d'impulsions dans un milieu non-linéaire et dispersif a été étudiée en détail dans le cadre de l'approximation des enveloppes lentement variables [62]. Les équations qui décrivent cette propagation sont basées sur l'équation d'onde obtenue à partir des équations de Maxwell. Nous présentons ici un bref résumé de cette théorie.

2.1.1 Dispersion et biréfringence dans les fibres

La dispersion est une propriété intrinsèque aux fibres optiques. Elle caractérise l'étalement du signal lié à sa largeur spectrale (deux longueurs d'ondes différentes ne se propagent pas exactement à la même vitesse). Cette dispersion dépend de la longueur d'onde considérée et résulte de la somme de deux effets : la dispersion propre au matériau¹, et la dispersion du guide liée à la forme du profil d'indice. Il est donc possible de la minimiser en adaptant le profil. Pour une fibre en silice, le minimum de dispersion se situe vers 1300 – 1310 nm.

La dispersion est une propriété optique linéaire. Elle a une influence sur la propagation des impulsions dans les fibres optiques. Pour une description précise de ce phénomène, on exprime généralement la constante de propagation β d'une onde (de fréquence ω) à l'aide d'un développement en série de Taylor autour de ω_0 (fréquence de la porteuse) :

$$\beta(\omega) = \beta_0 + \beta_1(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2}\beta_2(\omega - \omega_0)^2 + \frac{1}{6}\beta_3(\omega - \omega_0)^3 + \dots \quad (2.1)$$

¹appelée également dispersion chromatique, elle est due au fait que l'indice du matériau varie (faiblement) avec la longueur d'onde. Par exemple la variation de l'indice de réfraction du verre avec la longueur d'onde est responsable de la dispersion d'une lumière blanche dans un prisme. De même la variation de l'indice de l'eau avec la longueur d'onde est à l'origine de l'arc-en-ciel.

avec

$$\beta_m = \left(\frac{d^m \beta}{d\omega^m} \right)_{\omega=\omega_0} \quad m = 0, 1, 2, 3 \dots \quad (2.2)$$

Le premier terme du développement de $\beta(\omega)$ est la constante de propagation à la fréquence ω_0 . Le second terme β_1 est l'inverse de la vitesse de groupe et le troisième β_2 traduit la variation de cette vitesse au voisinage de la fréquence ω_0 . Le paramètre β_2 est appelé coefficient de dispersion de la vitesse de groupe (GVD : Group Velocity Dispersion). Il est responsable de l'élargissement de l'impulsion lors de la propagation et il s'exprime en ps^2/m .

Qualifier une fibre de “monomode” constitue un abus de langage. Dans une fibre optique réelle, toute onde électromagnétique est associée à un état de polarisation. Une fibre optique monomode, si elle ne présente aucune biréfringence, permet en fait la propagation de deux modes dégénérés ayant des polarisations orthogonales. Il y a un seul mode selon chaque direction de polarisation mais au total deux modes se propagent simultanément suivant les deux directions de polarisation. Dans les conditions idéales, on suppose que les fibres sont parfaitement cylindriques et ne sont soumises à aucune contrainte mécanique, courbure ou torsion. Mais dans les conditions expérimentales, les fibres monomodes ne sont pas parfaitement symétriques². A cette biréfringence s'ajoute une anisotropie induite par les contraintes que subit la fibre. Ces défauts mènent à un mélange de deux états de polarisations, ce qui correspond à une brisure de la dégénérescence du mode longitudinal, brisure qui se traduit par une constante de propagation β qui est légèrement différente pour les directions de propagation x et y . On appelle ce phénomène la “biréfringence modale” et sa force est définie par la longueur de battement³ L_B définie par :

²on observe toujours des déviations mêmes faibles de la cylindricité des fibres.

³Cette longueur définit la période pour laquelle un échange de puissance s'opère périodiquement entre les deux modes lors de la propagation.

$$L_B = \frac{\lambda}{|n_x - n_y|}, \quad (2.3)$$

où n_x et n_y sont les indices de réfraction modaux pour les deux états de polarisation orthogonaux. Pour fixer les idées, nous qualifierons de faible une biréfringence pour laquelle $L_B > 5$ cm. Dans le cas inverse elle est désignée comme étant forte, on peut la mesurer grâce à différentes techniques⁴.

À cause de la biréfringence, la polarisation d'un faisceau lumineux arbitrairement polarisé change au cours de la propagation. De plus, $|n_x - n_y|$ n'est pas constant tout au long de la fibre, mais subit des variations aléatoires dues aux fluctuations de la forme du cœur et aux contraintes anisotropes. L'évolution de la polarisation s'effectue en partie de façon aléatoire.

La propagation d'un signal continu (CW) de faible puissance dans une fibre mono-mode ayant une biréfringence linéaire est décrite par :

$$\begin{aligned} \frac{dA_x}{dz} &= i\beta_x A_x \\ \frac{dA_y}{dz} &= i\beta_y A_y, \end{aligned} \quad (2.4)$$

où β_x et β_y sont les constantes de propagation suivant les deux axes propres de polarisation de la fibre ; A_x et A_y sont les projections de l'amplitude du faisceau lumineux sur les deux axes de polarisation. Après une propagation sur une distance L , les deux composantes de polarisation accumulent une différence de phase de $\Delta\Phi = 2\pi(n_x - n_y)L/\lambda = 2\pi L/L_B$. Ce qui veut dire que la polarisation de la lumière

⁴On cite parmi elles la méthode thermique proposée par Suzanne Lacroix et *al* [63]. Une autre technique plus simple est basée sur l'étude de l'état de polarisation en sortie -pour un état de polarisation connu en entrée- en fonction de la longueur de la fibre [64]. D'autres méthodes reposent sur la variation de l'état de la polarisation à la sortie de la fibre, reliée à une perturbation soit localisée (par exemple modulation locale de la polarisation par effet Kerr ou Faraday [65,66]), soit répartie (en introduisant un pouvoir rotatoire par une torsion uniformément répartie sur la longueur de la fibre [67]). La mesure peut aussi être sur l'analyse de la polarisation rétrodiffusée par une fibre [68]. D'autres méthodes existent pour de fortes biréfringences ($L_B < 5$ cm), parmi lesquelles figurent celles présentées dans les deux références [69,70].

varie le long de la fibre. À une distance L multiple de L_B , les deux composantes de la polarisation vont avoir une différence de phase multiple de 2π . Par conséquent, la polarisation de la lumière revient à son état initial. Ainsi, la grandeur L_B représente physiquement la longueur de propagation caractéristique qui permet à la lumière de reconstituer son état de polarisation initial.

La vitesse de propagation de la lumière est directement reliée à l'indice de réfraction. La lumière polarisée suivant différents axes de polarisation a des phases et des vitesses de groupes différentes. Dans une fibre biréfringente, si $n_x > n_y$, la lumière polarisée selon l'axe x a une propagation plus lente que celle polarisée suivant l'axe y . L'axe x est appelé axe lent, et y axe rapide. La longueur de battement varie d'un type de fibre à l'autre. Ainsi pour les fibres monomodes standard L_B est de l'ordre de quelques mètres, alors que pour les fibres à maintien de polarisation -où une forte biréfringence est délibérément introduite-, L_B est de l'ordre de quelques millimètres.

Finalement, la longueur de battement est le paramètre pertinent pour tenir compte des effets de polarisation dans les lasers à fibre de quelques mètres de longueur.

2.1.2 Non-linéarités dans les fibres

La propagation des signaux de forte puissance dans les fibres monomodes nécessite de considérer les effets non-linéaires. La non-linéarité dans la fibre est causée par la réponse non-linéaire de la polarisation à un champ lumineux intense. Comme les fibres optiques sont constituées de verre SiO_2 , ayant une structure moléculaire centro-symétrique, l'ordre le plus bas des effets non-linéaires dans la fibre est celui du troisième ordre⁵. L'effet Kerr, la diffusion Raman et l'effet Brillouin sont par conséquent les principales sources de non-linéarité dans les fibres optiques.

L'effet Kerr optique est attribué au fait que l'intensité du champ apporte une modification à l'indice de réfraction. Ceci se traduit par l'équation suivante :

⁵Notons toutefois que la génération du 3^{eme} harmonique nécessite des conditions d'accord de phase qui ne sont pas satisfaites dans les fibres.

$$n(I) = n(\omega) + n_2 I. \quad (2.5)$$

Donc globalement l'indice s'écrit comme somme d'une partie linéaire dispersive $n(\omega)$ et d'un terme non-linéaire qui dépend de l'intensité du champ électrique I . L'indice non-linéaire n_2 caractérise le milieu d'indice $n_0 = n(\omega_0)$ à la fréquence de la porteuse. Aux longueurs d'ondes optiques, l'indice non-linéaire du verre est de l'ordre de $2,2$ à $3,4 \times 10^{-20} \text{ m}^2/\text{W}$ [71]. Bien que cette valeur soit très petite, les effets non-linéaires dans les fibres optiques monomodes sont importants ce qui peut altérer sérieusement la forme de l'impulsion. Par exemple, une fibre optique monomode, qui a un diamètre d'environ $10 \mu\text{m}$, requiert seulement quelques milliwatts pour que le terme non-linéaire devienne important. En effet l'intensité très importante -puissance confinée dans le cœur de faible dimension- associée à la grande distance d'interaction dans la fibre⁶ rendent l'influence de ce terme ($n_2 I L$) très forte.

2.1.3 Equation de propagation d'une impulsion dans un milieu dispersif et non linéaire : Fibres monomodes

2.1.3.1 Propagation scalaire

Contrairement à un signal continu (CW) dont la largeur spectrale est très petite - considéré 'grossièrement' comme une onde monochromatique-, une impulsion optique contient plusieurs composantes spectrales (plus courte est l'impulsion, plus large est le spectre qui lui est associé).

La propagation des impulsions optiques -présentant des durées allant de 10 fs à 10 ns - dans une fibre monomode est régie par l'équation de Schrödinger Non-Linéaire (NLS). Cette équation tient compte des effets de la dispersion et de la nonlinéarité Kerr influant simultanément sur l'impulsion [62] :

⁶grâce au phénomène de guidage et une atténuation très faible (moins de $0,2 \text{ dB/Km}$ à $1,55 \mu\text{m}$).

$$\frac{\partial \mathcal{A}}{\partial z} = -\beta_1 \frac{\partial \mathcal{A}}{\partial t} - i \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 \mathcal{A}}{\partial t^2} + i\gamma |\mathcal{A}|^2 \mathcal{A}, \quad (2.6)$$

où \mathcal{A} désigne l'enveloppe lentement variable du champ électrique. Le paramètre non-linéaire γ est défini par

$$\gamma = \frac{n_2 \omega_0}{c A_{eff}}, \quad (2.7)$$

où A_{eff} est l'aire effective du mode ; c est la vitesse de la lumière dans le vide.

L'équation 2.8 décrit la propagation d'une onde dans une fibre optique. Le terme β_1 traduit la vitesse de propagation de l'énergie tandis que β_2 exprime la dispersion de cette vitesse autour de la pulsation centrale ω_0 .

Remarques :

1. En pratique on mesure l'intensité I de l'onde et sa puissance P , plutôt que le carré de l'amplitude $|\mathcal{A}|^2$. Ces quantités sont reliées par

$$I = (\varepsilon_0 n c / 2) F^2 |\mathcal{A}|^2 \text{ et } P = \int I dS = (\varepsilon_0 n c / 2) \left(\int F^2 dS \right) |\mathcal{A}|^2,$$

où F est la distribution transversale du champ et \mathcal{A} son enveloppe lentement variable.

On peut ainsi définir une variable $U(z, t)$ qui satisfait les conditions :

$$\begin{aligned} U(z, t) &= M \mathcal{A}(z, t) \\ \text{avec, } M &= \sqrt{\frac{\varepsilon_0 n c}{2} \left(\int F^2 dS \right)} \\ \text{et, } P &= |U(z, t)|^2. \end{aligned} \quad (2.8)$$

On multiplie chaque membre de l'équation 2.6 par F^2 . On effectue les changements appropriés et après intégration sur la section transverse dS , on obtient

$$\frac{\partial U}{\partial z} = -\beta_1 \frac{\partial U}{\partial t} - i \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + i\gamma |U|^2 U, \quad (2.9)$$

où U (en \sqrt{W}) est l'enveloppe lentement variable de l'impulsion.

2. Dans le but de simplifier l'équation 2.9, nous nous plaçons dans un repère qui se déplace à la vitesse de groupe v_g de l'impulsion. On effectue donc le changement de variable : $\tau = t - \beta_1 z$ (temps local). Il s'ensuit que l'équation de propagation devient :

$$\frac{\partial U}{\partial z} = -i\frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2} - i\gamma|U|^2 U, \quad (2.10)$$

3. L'équation de Schrödinger non-linéaire (NLS) n'a de sens que dans le référentiel qui se déplace à la vitesse de groupe $v_g = \beta_1^{-1}$.
4. Dans le cas d'une impulsion de puissance P_0 et de durée T_0 on peut faire apparaître deux grandeurs caractéristiques de la propagation

$$L_D = \frac{T_0}{|\beta_2|} \quad \text{et} \quad L_{NL} = \frac{1}{\gamma P_0}. \quad (2.11)$$

Ces deux grandeurs ont la dimension d'une longueur. La longueur de dispersion L_D et la longueur de non-linéarité L_{NL} représentent respectivement les distances de propagation au bout desquelles les effets dispersifs et non-linéaires ne sont plus négligeables (pour plus de détails se référer à la thèse de Franck Belhache [72]).

2.1.3.2 Propagation vectorielle d'une impulsion : Effets de polarisation

Si on considère en plus la biréfringence de la fibre, on peut décrire la propagation de l'impulsion par deux équations NLS couplées [73] :

$$\begin{aligned} \partial_z \mathcal{A}_x &= i\kappa \mathcal{A}_x - \delta \partial_t \mathcal{A}_x - i\frac{\beta_2}{2} \partial_t^2 \mathcal{A}_x \\ &+ i\gamma (\mathcal{A}_x |\mathcal{A}_x|^2 + A \mathcal{A}_x |\mathcal{A}_y|^2 + B \mathcal{A}_y^2 \mathcal{A}_x^*) \\ \partial_z \mathcal{A}_y &= -i\kappa \mathcal{A}_y + \delta \partial_t \mathcal{A}_y - i\frac{\beta_2}{2} \partial_t^2 \mathcal{A}_y \\ &+ i\gamma (\mathcal{A}_y |\mathcal{A}_y|^2 + A \mathcal{A}_y |\mathcal{A}_x|^2 + B \mathcal{A}_x^2 \mathcal{A}_y^*). \end{aligned} \quad (2.12)$$

Dans ce cas \mathcal{A}_x et \mathcal{A}_y sont les enveloppes lentement variables selon les axes rapide et lent ; Les valeurs des coefficients A et B sont fixées par la nature du matériau, dans notre cas $A = 2/3$ et $B = 1/3$ (silice loin des résonances) ; κ est le paramètre de biréfringence (en m^{-1}) relié aux indices de réfraction selon les axes x et y par la relation $\kappa = (\beta_{0x} - \beta_{0y})/2 = \pi(n_x - n_y)/\lambda$; $\delta = (\beta_{1x} - \beta_{1y})/2 = \kappa\lambda/(2\pi c)$ est le désaccord des vitesses de groupe. Le système des deux équations (2.12) est exprimé dans un référentiel qui se déplace à la vitesse de groupe moyenne $\overline{v_g^{-1}} = \overline{\beta_1} = (\beta_{1x} + \beta_{1y})/2$. Par conséquent l'impulsion en propagation est soumise à un élargissement temporel à cause de la dispersion. La biréfringence de la fibre influence également cette propagation qui devient vectorielle. Ainsi les deux composantes de l'impulsion - selon les deux états propres de la polarisation- vont avoir des vitesses de groupe différentes, ce qui provoquera l'élargissement ou même un dédoublement de l'impulsion initiale. A ces deux phénomènes (dispersion et biréfringence), s'ajoute la non-linéarité Kerr qui comprend en plus de l'auto-modulation de phase (SPM), la modulation de phase croisée (XPM), et le terme du mélange à quatre ondes (FWM) qui dépend de la biréfringence de la fibre [73].

2.1.4 Propagation dans la fibre dopée erbium : gain et dispersion du gain

L'introduction de l'effet du milieu actif est essentielle pour décrire l'influence de l'amplification sur l'évolution de l'impulsion dans la fibre dopée. Un amplificateur à fibre est caractérisé par son gain en petits signaux, sa largeur de bande, son gain saturé et son facteur de bruit.

Dans un milieu amplificateur à élargissement homogène, le coefficient du gain en (CW) s'écrit [74]

$$g(\omega) = \frac{G}{1 + (\omega - \omega_a)^2 T_2 + P/P_s}, \quad (2.13)$$

où G est le gain en petit signal, ω_a est la fréquence de résonance de la transition, T_2 le temps de relaxation dipolaire des dopants, P la puissance de la lumière et P_s

est la puissance de saturation⁷ du milieu actif. La bande de gain est définie par la largeur totale à mi-hauteur (FWHM : Full Width at Half Maximum) de la courbe spectrale du gain $g(\omega)$. Pour un élargissement homogène, la largeur spectrale du gain est inversement liée au temps de relaxation dipolaire des dopants (T_2).

Lors de la propagation d'une impulsion optique dans un milieu amplificateur (fibre dopée à l'erbium), il est nécessaire de tenir compte de l'effet de l'amplification. Généralement, l'interaction de la lumière avec le dopant (erbium dans notre cas) est régie par les équations de Maxwell-Bloch [74]. Néanmoins, lorsque le temps de relaxation T_2 est inférieur à la durée de l'impulsion alors le terme de gain peut être simplement ajouté dans la SNLE. La dispersion du gain a pour effet de réduire le gain pour les composantes spectrales éloignées du pic du gain centré à ω_0 . Par conséquent, la dépendance en fréquence du gain peut être approximée par :

$$g(\omega) = g(\omega_0) + \left(\frac{\partial g}{\partial \omega} \right)_{\omega=\omega_0} (\omega - \omega_0) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 g}{\partial \omega^2} \right)_{\omega=\omega_0} (\omega - \omega_0)^2 + \dots \quad (2.14)$$

En supposant que la fréquence de la porteuse coïncide avec le pic du gain, l'équation qui décrit la propagation de l'impulsion dans la fibre dopée devient :

$$\frac{\partial \mathcal{A}}{\partial z} = -\beta_1 \frac{\partial \mathcal{A}}{\partial t} - i \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 \mathcal{A}}{\partial t^2} + i\gamma |\mathcal{A}|^2 \mathcal{A} + g\mathcal{A} + \frac{g}{\Omega_g^2} \frac{\partial^2 \mathcal{A}}{\partial t^2}. \quad (2.15)$$

Ω_g est appelée largeur spectrale du gain, elle est reliée au coefficient de gain par $\Omega_g^2 = -2g/g''$ (où $g = g(\omega_0)$ et $g'' = \frac{\partial^2 g}{\partial \omega^2}|_{\omega=\omega_0}$).

Le coefficient du gain varie avec le temps à cause de la saturation, et son évolution est régie par l'équation [75] :

$$\frac{\partial g}{\partial t} = \frac{G - g}{T_1} - \frac{g|\mathcal{A}|^2}{E_s}, \quad (2.16)$$

où T_1 est la durée de vie du niveau excité, E_s est l'énergie de saturation. Pour

⁷Grandeur caractéristique du milieu actif qui dépend de la section efficace de l'émission stimulée et de la durée de vie du niveau excité.

l'erbium $T_1 \sim 10$ ms est très grand devant la durée de l'impulsion. Par conséquent le terme de $(G - g)/T_1$ est négligeable durant l'amplification de l'impulsion, $g(t)$ devient :

$$g(t) = G \exp\left(-\frac{1}{E_s} \int_{-\infty}^t |\mathcal{A}|^2 dt\right). \quad (2.17)$$

L'expression 2.15 est connue par l'équation de Ginzburg-Landau Complexe (CGLE). L'équation CGL n'est pas "complètement intégrable" contrairement à la NLS intégrable et qui admet une solution exacte de type 'soliton'. Néanmoins, il a été trouvé qu'en régime anormal de dispersion, l'équation CGL possède également des solutions solitoniques pour lesquelles le profil d'impulsion ne change pas durant la propagation [76]. Sous l'influence du gain optique, les solitons évoluant dans les fibres dopées deviennent *chirpés* en fréquence. De plus, tous les solitons fondamentaux ont exactement la même durée et la même puissance maximale, et qui sont déterminées uniquement par le gain et sa largeur spectrale dans la fibre dopée [77]. Contrairement à cela, le soliton fondamental en propagation dans les fibres passives peut avoir différentes durées et différentes puissances crêtes, tant que l'effet de la GVD est compensé par l'effet de la SPM. Il reste à mentionner qu'une impulsion incidente de profil quelconque évoluera éventuellement vers un soliton, suite à sa propagation dans la fibre dopée.

Dans une fibre dopée et biréfringente, les équations (2.12) deviennent alors :

$$\begin{aligned} \partial_z \mathcal{A}_x &= i\kappa \mathcal{A}_x - \delta \partial_t \mathcal{A}_x - i \frac{\beta_2}{2} \partial_t^2 \mathcal{A}_x + i\gamma \left(\mathcal{A}_x |\mathcal{A}_x|^2 + \frac{2}{3} \mathcal{A}_x |\mathcal{A}_y|^2 \right) \\ &+ i\gamma \frac{1}{3} \mathcal{A}_y^2 \mathcal{A}_x^* + g \mathcal{A}_x + \frac{g}{\Omega_g^2} \frac{\partial^2 \mathcal{A}_x}{\partial t^2} \\ \partial_z \mathcal{A}_y &= -i\kappa \mathcal{A}_y + \delta \partial_t \mathcal{A}_y - i \frac{\beta_2}{2} \partial_t^2 \mathcal{A}_y + i\gamma \left(\mathcal{A}_y |\mathcal{A}_y|^2 + \frac{2}{3} \mathcal{A}_y |\mathcal{A}_x|^2 \right) \\ &+ i\gamma \frac{1}{3} \mathcal{A}_x^2 \mathcal{A}_y^* + g \mathcal{A}_y + \frac{g}{\Omega_g^2} \frac{\partial^2 \mathcal{A}_y}{\partial t^2}. \end{aligned} \quad (2.18)$$

Dans ce cas, l'expression du coefficient du gain saturé est donnée par :

$$g(t) = G \exp\left(-\frac{1}{E_s} \int_{-\infty}^t (|\mathcal{A}_x|^2 + |\mathcal{A}_y|^2) dt\right). \quad (2.19)$$

2.2 Modèles des lasers à fibre

Plusieurs approches théoriques existent pour décrire le verrouillage de phase dans les lasers à fibre dopée aux terres rares. Les premiers modèles se sont basés sur des équations scalaires qui avaient l'avantage d'être simples [78–82]. L'inconvénient de cette approche réside dans le fait qu'elle n'inclut pas le rôle des lames de phase pourtant essentiel dans de tels systèmes. En effet c'est l'orientation des lames qui permet de contrôler les pertes non-linéaires résultant du mécanisme de la RNLP. Par conséquent, ignorer leur influence revient à ne pas prendre en considération le processus responsable du verrouillage de phase. Dans ce cas là, la modélisation revient à écrire des équations scalaires dont les termes sont introduits d'une manière phénoménologique et dont les effets sont petits sur un tour de cavité. Ces équations incluent la dispersion de la vitesse de groupe (GVD), la nonlinéarité de Kerr et le gain du milieu actif. Cette approche permet de bien décrire les propriétés du verrouillage de phase pour les lasers à fibre en régime normal et anormal de dispersion. Elle reste néanmoins limitée et incapable de rendre compte d'une façon complète la dynamique qui régit ce type de systèmes. Dès lors, le recours à des modèles vectoriels a l'avantage de donner une meilleure description mais leur mise en œuvre est complexe. L'intérêt d'inclure les effets de la polarisation est utile pour cerner les mécanismes qui résultent du blocage de mode. Le premier modèle vectoriel décrivant d'une manière complète un laser à modes bloqués n'a été donné que récemment (en 2000) [83]. D'autres modèles vectoriels ont été publiés depuis [84–87]. Les références [84–86] concernent la modélisation du verrouillage de phase par RNLP alors que la référence [87] penche sur le blocage de modes par absorbant saturable (SBR : Saturable Bragg Reflector).

Les travaux théoriques menés au sein de notre équipe concernent des modèles dans lesquels la formulation vectorielle du champ électrique est prise en compte

menant en fin de compte à une équation scalaire. Les effets des lames de phases et du polariseur sont inclus d'une manière explicite. Nous résumons ci-dessus les travaux de modélisation effectués.

Le premier est un modèle scalaire et a été initialement proposé pour décrire les propriétés d'un laser à fibre dopée ytterbium à verrouillage de phase par RNLP [88]. Ensuite il a été étendu dans un premier temps pour modéliser le fonctionnement d'un laser erbium en régime anormal de dispersion [89] et dans un second temps en régime à impulsion étirée [90]. La modélisation concerne une cavité en anneau unidirectionnelle comprenant une fibre dopée amplificatrice et un polariseur. Le modèle ainsi développé tient compte de l'effet Kerr, de la dispersion chromatique, du gain et également de la biréfringence de la fibre (la saturation du gain a été négligée dans un premier temps). De ce modèle, une équation de type CGL cubique a été établie, dont les coefficients sont reliés aux paramètres physiques du laser. Le point fort de ce modèle réside dans le fait qu'il mène à des expressions analytiques des solutions (à blocage de mode). Ceci a permis, entre autre, d'étudier la stabilité de ces solutions en fonction des orientations des angles dans les deux régimes de dispersion (normale et anormale). Néanmoins, ce premier modèle qui n'inclut pas la saturation du gain était incapable de prédire certains comportements du laser à verrouillage de phase notamment les régimes multi-impulsionnels ainsi que les multiples effets de bistabilité.

Nous avons été amené alors à intégrer l'effet de la dynamique du gain aux calculs. Ces calculs supplémentaires, basés sur une analyse multi-échelle, nous ont permis d'établir un modèle plus complet. L'équation qui en résulte prend la forme d'une CGL cubique avec un terme intégral. Avec cette démarche théorique, nous avons pu donner une explication aux mécanismes entraînant la génération expérimentale des trains périodiques d'impulsions liées [91]. Nous avons également prouvé numériquement l'existence d'une solution périodique des multi-solitons liés [92]. Le dernier chapitre de ce manuscrit est réservé au modèle développé et aux résultats obtenus. En parallèle à ce travail, en suivant un cheminement différent, un autre modèle a été également développé. Ce modèle complémentaire a l'avantage de décrire toute une

variété des régimes liés au verrouillage de phase et notamment le verrouillage de mode harmonique [93]. Ce modèle nous a été utile dans l'étude des régimes multi-impulsionnels et les phénomènes de multi-stabilités qui leur sont associés [94–96]. Le troisième chapitre de ce manuscrit est consacré à la présentation de ce modèle, nous donnerons également une partie des résultats obtenus en les comparant à ceux obtenus expérimentalement.

CHAPITRE 3

CONFIGURATION A FAIBLE NOMBRE D'IMPULSIONS (MULTISTABILITÉ)

3.1 Introduction

L'émission d'impulsions multiples est un comportement inhérent aux lasers à modes bloqués. Il a été observé avec des lasers solides tels que Cr :forsterite [97,98], Ti :saphir [99, 100] ou Nd :YAG [101]. Ce mode de fonctionnement est également habituel dans de nombreuses configurations et architectures de lasers à fibre, en particulier, les lasers en forme de huit, les lasers à impulsions étirées ou encore les lasers à verrouillage de phase par RNLP (Rotation Non-Linéaire de la Polarisation) [42, 45, 49, 50, 102, 103]. Dans ce dernier cas, le fonctionnement 'en mode' multi-impulsionnel se produit quelque soit le régime de dispersion (anormal ou normal), et pour des ions actifs terres rares différents, tel que l'erbium ou l'ytterbium.

En régime de dispersion anormal, dès que la puissance de pompe dépasse un certain seuil, c'est la quantification de l'énergie du soliton qui est responsable de l'émission de plusieurs impulsions par tour de cavité [44, 50, 104, 105]. En régime normal de dispersion, les énergies des impulsions ne sont pas quantifiées, néanmoins des impulsions multiples sont générées au delà d'un certain seuil [106], parfois dès le seuil du régime à modes bloqués.

Expérimentalement, en utilisant des fibres double gaine dopées à l'ytterbium comme milieu actif, un régime mono-impulsionnel peut être obtenu sans difficulté. Un ajustement de l'orientation des lames permet en plus de générer des impulsions multiples [88, 107, 108]. Pour une configuration similaire mais avec l'erbium en tant que milieu actif, le régime mono-impulsionnel est difficile à obtenir. Nous avons remarqué que ce mode de fonctionnement n'est possible que pour une gamme réduite des puissances de pompe. D'ailleurs, il est atteint indirectement après un démarrage sur le mode multi-impulsionnel dans un premier temps, et ensuite il ne

s'obtient qu'après une diminution de la puissance de pompe près du seuil.

D'un point de vue théorique, en régime normal de dispersion, le fait d'introduire un terme additionnel qui tient compte de la largeur spectrale des pertes a permis d'obtenir des impulsions multiples [94]. Cependant, ce terme additionnel est difficilement quantifiable physiquement car il est relié à des pertes non contrôlées, qui dépendent de la longueur d'onde. Le but de ce chapitre est d'expliquer l'influence du filtrage spectral sur la génération d'impulsions multiples en régime normal de dispersion. Nous prouverons que la largeur spectrale du gain a un effet indéniable sur le comportement multi-impulsionnel de notre laser.

Dans ce chapitre et dans un premier temps nous présenterons le modèle développé au sein de notre équipe. Puis, en considérant le régime normal de dispersion, nous donnerons les résultats théoriques qui mettent en évidence l'influence de la largeur spectrale du gain sur le comportement multi-impulsionnel du laser. Ensuite, nous parlerons des résultats expérimentaux que nous avons obtenus avec l'erbium. Ainsi, une comparaison de nos résultats à ceux obtenus avec l'ytterbium d'une part, et une confrontation avec le modèle d'autre part, permettent de mettre en évidence le rôle des propriétés spectroscopiques du milieu actif. En fait, des résultats expérimentaux obtenus avec un laser unique donneraient une preuve incontestable de l'influence de la bande de gain sur le comportement multi-impulsionnel. Nous proposons donc ensuite l'architecture d'un schéma de laser qui permet de relier l'effet du filtrage spectral des pertes au comportement à impulsions multiples du laser. Cette approche nécessite de prouver l'équivalence entre les effets du filtrage spectral des pertes et celui de la bande de gain, ce qui sera possible grâce à des résultats théoriques supplémentaires qui seront également présentés.

3.2 Modèle théorique : modèle scalaire avec saturation

3.2.1 Introduction : principe de l'approche adoptée

Le schéma de la figure 3.1 modélise la configuration expérimentale de notre laser. Il comprend tous les éléments qui permettent de contrôler les pertes non-linéaires

même si la fibre est considérée comme parfaitement isotrope¹.

Après le polariseur, le champ électrique a une polarisation linéaire. Cet état de polarisation ne subit pas de rotation dans la fibre (car sous les hypothèses de cette étude, nous allons montrer que l'angle de rotation est proportionnel à l'aire de l'ellipse). Pour cela, il est nécessaire de placer une lame quart-d'onde (α_3) qui permettra de transformer la polarisation linéaire en une polarisation elliptique. Cet état de polarisation va évoluer de façon non-linéaire au cours de sa propagation dans la fibre, à cause des effets combinés de la SPM (*Self-Phase Modulation*), de la XPM (*Cross-Phase Modulation*) et du FWM (*Four Wave Mixing*) induites sur les deux composantes de la polarisation par effet Kerr. L'angle de rotation de du grand axe de l'ellipse est proportionnel à l'intensité, à l'aire de l'ellipse et à la longueur de la fibre. A la sortie de la fibre, la polarisation elliptique du sommet de l'impulsion peut être orientée selon l'axe passant du polariseur grâce à la lame demi-onde (α_2). Elle sera ensuite transformée en une polarisation linéaire grâce à la quart-onde (α_1). Dans ce cas le sommet de l'impulsion traverse le polariseur avec moins de pertes que les ailes et l'impulsion obtenue est plus courte.

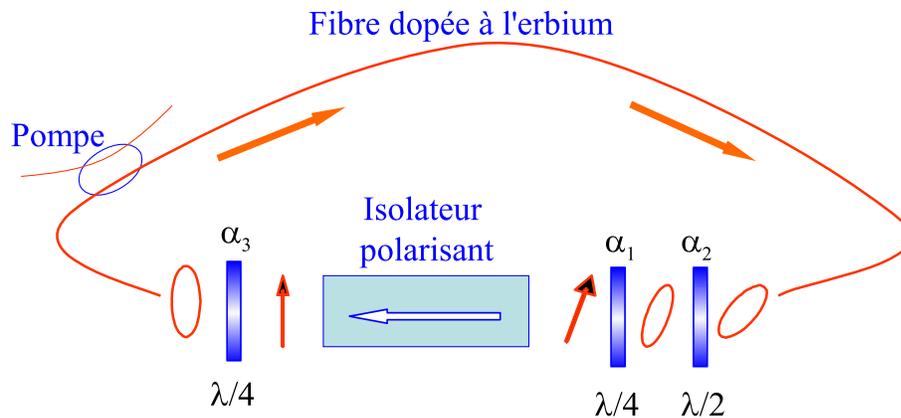


FIGURE 3.1 – Représentation schématique de la cavité en anneau unidirectionnel étudiée théoriquement : elle concerne un laser à fibre dopée erbium à verrouillage de phase par RNLP.

¹Dans le modèle on ne tient pas compte de la biréfringence linéaire de la fibre

La modélisation du système représenté sur la figure 3.1 se fera en deux étapes :

Dans une première étape, on prend en compte uniquement l'effet Kerr optique qui intervient lors de la propagation dans la fibre. On fera intervenir également le rôle des lames de phases ainsi que celui du polariseur.

Dans une seconde étape, seront introduits les effets de la dispersion de la vitesse de groupe et du gain.

Remarque : Les calculs sont basés sur l'hypothèse que les variations de l'amplitude du champ dues au gain sont petites sur un tour de cavité. Il existe néanmoins des situations où cette hypothèse n'est pas vérifiée et que l'impulsion varie énormément sur un tour.

3.2.2 Propagation non-linéaire dans la fibre et influence des lames de phase

On considère un paquet d'onde qui se propage le long de l'axe des 'z' dans une fibre optique monomode (sans biréfringence linéaire), en présence de l'effet Kerr.

Sur un tour de cavité et pour des puissances élevées des pics, les non-linéarités sont prédominantes. A cette échelle, les effets combinés de l'amplification et du filtrage fréquentiel du gain ainsi que celui de la dispersion de la vitesse de groupe peuvent donc être négligés dans un premier temps².

Avec cette hypothèse, les équations de propagation des deux composantes lentement variables du champ électrique sont comme suit :

$$\frac{\partial u}{\partial z} = i\gamma (u |u|^2 + Au |v|^2 + Bv^2 u^*), \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial z} = i\gamma (v |v|^2 + Av |u|^2 + Bu^2 v^*), \quad (3.2)$$

où γ est le coefficient non linéaire, réel³.

²Ils seront considérés par la suite comme des perturbations, dont les effets seront notables pour un grand nombre de tours.

³Il est défini par $\gamma = n_2\omega/cA_{eff}$, où n_2 est l'indice non linéaire, c est la vitesse de la lumière

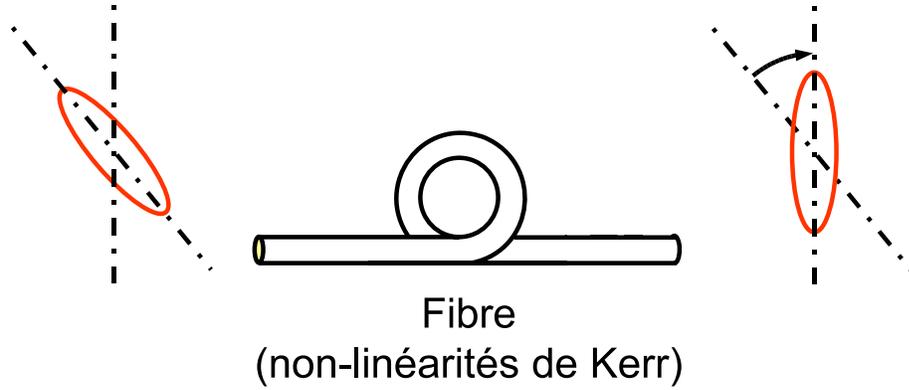


FIGURE 3.2 – Rotation non-linéaire de la polarisation de l’impulsion, induite par effet Kerr dans la fibre optique.

Nous allons maintenant prouver que le système des équations (3.1 et 3.2) obéit à deux lois de conservation.

3.2.2.1 Conservation de l’énergie

Soient $u(0) = u_0$, $v(0) = v_0$ les composantes du champ électrique à l’entrée de la fibre (en $z = 0$). Nous avons

$$\begin{aligned} \frac{\partial |u|^2}{\partial z} &= u^* \frac{\partial u}{\partial z} + u \frac{\partial u^*}{\partial z} \\ &= i\gamma B (v^2 u^{*2} - v^{*2} u^2), \end{aligned} \quad (3.3)$$

et

$$\frac{\partial |v|^2}{\partial z} = i\gamma B (u^2 v^{*2} - u^{*2} v^2). \quad (3.4)$$

Donc

$$\frac{\partial}{\partial z} (|u|^2 + |v|^2) = 0, \quad (3.5)$$

dans le vide et A_{eff} la section effective du mode fondamental.

ce qui implique que :

$$I = |u(z)|^2 + |v(z)|^2 = |u(0)|^2 + |v(0)|^2. \quad (3.6)$$

Conclusion : L'équation (3.6) précise que l'intensité totale (proportionnelle à $|u|^2 + |v|^2$) se conserve lors de la propagation le long de la fibre. Ce résultat était prévisible car nous avons négligé le gain et les autres effets non-conservatifs.

3.2.2.2 Conservation de l'aire de l'ellipse.

Commençons par calculer la dérivée suivante :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} \left(u^* v - uv^* \right) &= u^* \frac{\partial v}{\partial z} + v \frac{\partial u^*}{\partial z} - v^* \frac{\partial u}{\partial z} - u \frac{\partial v^*}{\partial z} \\ &= i\gamma \left[(|v|^2 + A|u|^2 - |u|^2 - A|v|^2 - B|v|^2 + B|u|^2) u^* v \right. \\ &\quad \left. + (|v|^2 + A|u|^2 - |u|^2 - A|v|^2 - B|v|^2 + B|u|^2) uv^* \right] \\ &= i\gamma \left[((A+B)|u|^2 - |u|^2 - (A+B)|v|^2 + |v|^2) u^* v \right. \\ &\quad \left. + ((A+B)|u|^2 - |u|^2 - (A+B)|v|^2 + |v|^2) uv^* \right]. \end{aligned} \quad (3.7)$$

Si nous supposons que $A + B = 1$, ce qui est vrai pour les fibre en silice, nous obtenons alors :

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(u^* v - uv^* \right) = \frac{\partial}{\partial z} \left(2i \operatorname{Im}(uv^*) \right) = 0. \quad (3.8)$$

Ainsi,

$$J = \operatorname{Im} \left[u(z)v^*(z) \right] = \operatorname{Im} \left[u(0)v^*(0) \right]. \quad (3.9)$$

La relation (3.9) stipule que l'aire de l'ellipse de polarisation se conserve lors de la propagation de la fibre.

3.2.2.3 Résolution du système d'équations de propagation non-linéaire dans la fibre : RNLP

Le but est de résoudre le système d'équations (3.1 et 3.2) régissant la propagation non-linéaire dans la fibre. Nous allons nous baser sur les lois de conservation -déjà établies- et qui sont données par les équations (3.6) & (3.9).

On pose $E_{\pm} = u \pm v$, à partir des équations (3.1) et (3.2), on a

$$\begin{aligned}
\frac{\partial E_+}{\partial z} &= \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial z} \\
&= i\gamma \left[\left(|u|^2 + (A+B)|v|^2 \right) u - B|v|^2 u + Bv^2 u^* \right. \\
&\quad \left. + \left(|v|^2 + (A+B)|u|^2 \right) v - B|u|^2 v + Bu^2 v^* \right] \\
&= i\gamma \left[(|u|^2 + |v|^2)(u+v) - B(u^*v - uv^*)(u-v) \right], \tag{3.10}
\end{aligned}$$

avec $A + B = 1$.

On remplace par la suite $(|u|^2 + |v|^2)$ par I (Eq.(3.6)) et $(u^*v - uv^*)$ par $2iJ$ (Eq. (3.9)), l'équation d'évolution de E_+ est alors :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial E_+}{\partial z} &= i\gamma \left(IE_+ - 2iBJE_- \right) \\
&= i\Omega_0 E_+ + \Omega E_-, \tag{3.11}
\end{aligned}$$

avec $\Omega_0 = \gamma I$ et $\Omega = 2\gamma BJ$. De même on montre que :

$$\frac{\partial E_-}{\partial z} = i\Omega_0 E_- - \Omega E_+. \tag{3.12}$$

$\begin{pmatrix} i\Omega_0 & \Omega \\ -\Omega & i\Omega_0 \end{pmatrix}$ est la matrice associée au système linéaire défini par les deux équations (3.11 et 3.12). Elle admet deux valeurs propres distinctes :

$\lambda_{1,2} = i\Omega_0 \pm i\Omega$. A ces deux valeurs propres, et dans la base (E_+, E_-) , correspondent

les deux vecteurs propres suivants :

$$\vec{v}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} \text{ et } \vec{v}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}.$$

De retour dans le référentiel du laboratoire (Ox, Oy) , les deux vecteurs propres unitaires sont :

$$\vec{v}'_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \text{ et } \vec{v}'_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ +i \end{pmatrix}.$$

\vec{v}'_1 et \vec{v}'_2 sont des états propres de polarisation⁴ dans la fibre en présence de l'effet Kerr.

Donc les solutions $E_{\pm}(z)$ du système des deux équations (3.11 et 3.12) s'écrivent

$$\begin{pmatrix} E_+(z) \\ E_-(z) \end{pmatrix} = C \exp(\lambda_1 z) \vec{v}_1 + D \exp(\lambda_2 z) \vec{v}_2 \quad (3.13)$$

avec C et D des constantes qui sont fonction des conditions initiales $u(0)$ & $v(0)$.

Or $u(z) = \frac{1}{2}(E_+(z) + E_-(z))$ et $v(z) = \frac{1}{2}(E_+(z) - E_-(z))$, on trouve alors

$$u(z) = \exp(i\Omega_0 z) \left(u(0) \cos(\Omega z) + v(0) \sin(\Omega z) \right), \quad (3.14)$$

et

$$v(z) = \exp(i\Omega_0 z) \left(-u(0) \sin(\Omega z) + v(0) \cos(\Omega z) \right). \quad (3.15)$$

Finalement, la matrice de Jones associée à la propagation dans la fibre, s'écrit de la manière suivante

$$\begin{pmatrix} u(z) \\ v(z) \end{pmatrix} = \exp(i\Omega_0 z) \begin{pmatrix} \cos(\Omega z) & \sin(\Omega z) \\ -\sin(\Omega z) & \cos(\Omega z) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u(0) \\ v(0) \end{pmatrix} = W \begin{pmatrix} u(0) \\ v(0) \end{pmatrix}, \quad (3.16)$$

⁴ \vec{v}'_1 correspond à une polarisation circulaire droite ; \vec{v}'_2 correspond à une polarisation circulaire gauche.

$\Omega_0 = \gamma I$ représente le déphasage non-linéaire et $\Omega = 2\gamma BJ$ est l'angle de rotation de la polarisation. Cet angle est proportionnel à l'aire⁵ de l'ellipse J qui dépend de l'intensité de la lumière.

Lors de la propagation le long de la fibre, l'expression 3.16 montre que la polarisation initialement elliptique tourne avec une vitesse angulaire Ω constante, tandis que le degré d'ellipticité reste inchangé.

Cas particulier : polarisation linéaire

Soit une onde incidente dont la polarisation est linéaire. A l'entrée de la fibre nous avons :

$$\vec{E}_0 = E_0 \begin{pmatrix} \cos(\theta) \\ \cos(\theta) \end{pmatrix}, \text{ dans ce cas le déphasage non linéaire est } \Omega_0 = \gamma |E_0|^2.$$

L'angle de rotation est $\Omega = 2\gamma B \text{Im}[u(o)v^*(0)] = 2\gamma B \text{Im}\left[|E_0|^2 \cos(\theta) \cos(\theta)\right] = 0$. Par conséquent, si une onde a une polarisation linéaire à l'entrée d'un milieu Kerr non biréfringent, sa polarisation ne subit pas de rotation non linéaire (c'est-à-dire, pas de pertes non-linéaires).

Nous allons expliciter maintenant l'influence des lames de phases. Pour les calculs il sera pratique d'utiliser le formalisme de Jones [109]. Les matrices de Jones -dans une base définie par les axes neutres des lames- associées à une lame demi-onde et une lame quart-d'onde, sont respectivement

$$W_{\lambda/2} = \begin{pmatrix} -i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix}, \quad W_{\lambda/4} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1-i & 0 \\ 0 & 1+i \end{pmatrix}. \quad (3.17)$$

Dans une base liée au référentiel du laboratoire, on note par M_k la matrice de Jones de la lame k ($k = 1, 2, 3$). M_k est reliée à W_k par la relation suivante :

$$M_k = R(\alpha_k)W_kR(-\alpha_k), \quad (3.18)$$

⁵une des grandeurs qui caractérisent l'état de polarisation

où

$$R(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix} \quad (3.19)$$

est la matrice associée à une rotation d'un angle α de la lame d'onde considérée ; W_k correspond soit à $W_{\lambda/2}$, soit à $W_{\lambda/4}$. La matrice de Jones associée au polariseur dont l'axe passant est supposé parallèle à l'axe des x est donnée par :

$$M_p = \begin{pmatrix} \Gamma & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (3.20)$$

où Γ est la transmission du polariseur.

Soit $\begin{pmatrix} f_n(t) \\ 0 \end{pmatrix}$, l'expression du champ électrique juste après le polariseur (il est orienté suivant x).

Il existe une relation qui relie l'amplitude du champ à l'amplitude qu'il avait au tour précédent. Elle est donnée par :

$$\begin{pmatrix} f_{n+1}(t) \\ 0 \end{pmatrix} = M_p M_1 M_2 W M_3 \begin{pmatrix} f_n(t) \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (3.21)$$

On a $\Omega = \gamma B |f_n|^2$, si on pose $\alpha = 2\alpha_2 - \alpha_1 - \alpha_3$, pour une fibre de longueur L on établit l'expression suivante :

$$\begin{aligned} f_{n+1}(t) &= -\Gamma e^{i\gamma |f_n(t)|^2 L} \left[\cos(\Omega L + \alpha) \cos(\alpha_1 - \alpha_3) \right. \\ &\quad \left. + i \sin(\Omega L + \alpha) \sin(\alpha_1 + \alpha_3) \right] f_n(t). \end{aligned} \quad (3.22)$$

La relation (3.22) met en évidence la contribution de l'effet de la RNLP combiné à celui des lames et du polariseur. L'effet qui en résulte est donc comparable à celui d'un absorbant saturable rapide. Autrement dit, l'équation (3.22) peut être vue comme l'expression de pertes non-linéaires.

3.2.2.4 Contre-réaction positive : le rôle des lames

Nous allons raisonner en terme d'intensité. En posant $I_n = \gamma L |f_n|^2$ et $p = B \sin(2\alpha_3)$, l'équation (3.22) devient

$$I_{n+1}(t) = \Gamma^2 \left[\cos^2(pI_n + \alpha) \cos^2(\alpha_1 - \alpha_3) + \sin^2(pI_n + \alpha) \sin^2(\alpha_1 + \alpha_3) \right] I_n(t). \quad (3.23)$$

Les pertes non-linéaires sont dues aux termes qui sont fonction de la grandeur $(pI_n + \alpha)$. Cette dépendance disparaît si $\cos^2(\alpha_1 - \alpha_3) = \sin^2(\alpha_1 + \alpha_3)$, ce qui est le cas si $\cos(2\alpha_1) \cos(2\alpha_3) = 0$. Cette condition est vérifiée si $\alpha_1 = \pm\pi/4$ ou bien $\alpha_3 = \pm\pi/4$.

D'autre part, le maximum de transmission est atteint lorsque :

$$\cos^2(pI_n + \alpha) \cos^2(\alpha_1 - \alpha_3) + \sin^2(pI_n + \alpha) \sin^2(\alpha_1 + \alpha_3) = 1. \quad (3.24)$$

Dans le cas où $\cos^2(pI_n + \alpha)$ et $\sin^2(pI_n + \alpha)$ sont tous les deux non nuls, la transmission est maximale lorsque les deux termes (en l'occurrence $\cos^2(\alpha_1 - \alpha_3)$ et $\sin^2(\alpha_1 + \alpha_3)$) atteignent leur valeur maximale égale à un. Cependant, lorsque cette situation est vérifiée, la dépendance non-linéaire de l'intensité disparaît. Dans ce cas, il est impossible de discriminer les faibles intensités au dépens des fortes, ce qui rend le mécanisme de blocage de modes irréalisable. Par conséquent, il est nécessaire que l'un des deux membres soit nul (c'est-à-dire il faut que $\cos^2(\alpha_1 - \alpha_3) = 0$ ou bien que $\sin^2(\alpha_1 + \alpha_3) = 0$). Avec ces conditions, deux cas de figures sont possibles :

$$f_{n+1}(t) = -\Gamma e^{i\gamma |f_n(t)|^2 L} \cos(p\gamma L |f_n(t)|^2 + \alpha) \cos(\alpha_1 - \alpha_3) f_n(t) \quad (3.25)$$

si $\alpha_1 + \alpha_3 = 0, \pm\pi$,

ou bien

$$f_{n+1}(t) = i\Gamma e^{i\gamma|f_n(t)|^2 L} \sin(p\gamma L|f_n(t)|^2 + \alpha) \sin(\alpha_1 + \alpha_3) f_n(t) \quad (3.26)$$

si $\alpha_1 - \alpha_3 = \pm\pi/2$.

On considère à titre d'exemple la première situation avec $\alpha_1 + \alpha_3 = 0$ (cf. 3.25) et on suppose en plus que p est positif, c'est-à-dire $0 < \alpha_3 < \pi/2$ ou $-\pi < \alpha_3 < -\pi/2$. Dans les intervalles $-\pi/2 < pI_n + \alpha < 0$ et $\pi/2 < pI_n + \alpha < \pi$, la transmission non-linéaire agit comme une contre-réaction positive : de fortes intensités induisent de faibles pertes. Par contre, dans les intervalles $0 < pI_n + \alpha < \pi/2$ et $-\pi < pI_n + \alpha < -\pi/2$, la transmission non-linéaire intervient comme une contre-réaction négative ; les fortes intensités engendrent de fortes pertes. Les résultats s'inversent si $p < 0$. Une contre-réaction positive est requise pour avoir le verrouillage de phase. C'est en agissant sur les orientations des lames de phase $\alpha_2 = \alpha/2$ ou α_3 qu'il sera possible de l'obtenir.

3.2.3 Prise en compte de la dispersion et du gain

Jusqu'à maintenant seules les pertes non-linéaires ont été prises en compte (Eq. 3.22). Dans une première approximation, les effets de la dispersion, de l'amplification et du filtrage spectral du gain ont été négligés. A l'échelle d'un tour de cavité, leur action est petite comparée à celle de la non-linéarité de Kerr et elle peut donc être traitée comme une perturbation.

Si on ne prend en compte que les effets qui ont été négligés dans l'analyse précédente, l'amplitude f , prise par le champ électrique juste après le polariseur, est régie par une équation différentielle qui inclut les effets de la dispersion, de l'amplification et du filtrage spectral du gain -effets négligés dans une première approximation devant la non-linéarité Kerr à l'échelle d'un tour de cavité- [88]. En d'autres termes, il s'agit de l'équation de propagation de l'amplitude du champ dans un milieu dispersif à gain saturable et sans effet Kerr. En se plaçant dans un

référentiel se déplaçant à la vitesse de groupe, cette équation s'écrit [62] :

$$\frac{\partial f}{\partial z} = \left(\rho - i\frac{\beta_2}{2} \right) \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} + gf, \quad (3.27)$$

où β_2 et ρ (en ps²/m) sont respectivement la dispersion de la vitesse de groupe et le coefficient du filtrage du gain. Le coefficient de gain saturable (en m⁻¹) a l'expression suivante :

$$g = \frac{g_0}{1 + \frac{1}{P_{sat}T_{rt}} \int |f|^2 dt}, \quad (3.28)$$

où $T_{rt} = L/c$ (s) est le temps d'un tour de cavité, g_0 (m⁻¹) est le gain en petits signaux (gain non saturé), et P_{sat} (W) est la puissance de saturation (cf. I).

Soit ω_g (s⁻¹) la largeur spectrale du gain, au coefficient de filtrage du gain g/ω_g^2 est ajouté d'une manière phénoménologique le paramètre⁶ ρ_c . Ce terme supplémentaire⁷ tient compte de la dispersion en fréquence de la transmission. Le coefficient (global) du filtrage spectral prend ainsi la forme suivante :

$$\rho = \frac{g}{\omega_g^2} + \rho_c. \quad (3.29)$$

Le terme phénoménologique ρ_c sera appelé paramètre de **filtrage des pertes**. Comme nous allons le voir au paragraphe 3.3.3, un paramètre ω_d sera introduit. Il est défini par $\omega_d = 1/\sqrt{\rho_c L}$, où L est la longueur de la cavité, et ω_d en (ps⁻¹) sera nommé la **largeur spectrale des pertes**.

⁶Le terme additionnel ρ_c est introduit pour tenir compte des variations des pertes en fonction de la fréquence. Cette dépendance en fréquence est due aux éléments intra-cavité qui peuvent influer sur le spectre optique soit directement soit par le biais des pertes qui dépendent de la fréquence et qui sont difficilement quantifiables.

⁷Dans une étude antérieure [94], l'ajout de ce terme s'était avéré nécessaire pour obtenir le régime multi-impulsionnel.

3.2.4 Le modèle

Procéder à une normalisation permet de faciliter l'implémentation numérique du modèle. On introduit à cet effet les quantités normalisées sans dimension définies dans le tableau (3.1).

Paramètre	Expression	Coefficient de normalisation
Champ	$\mathcal{E} = \frac{f}{\sqrt{I_r}}$	$I_r = \frac{1}{\gamma L}$ en [W]
Variable d'espace	$\zeta = \frac{z}{L}$	L est la longueur de la cavité en [m]
Variable de temps	$\mathcal{T} = \frac{t}{\delta t}$	$\delta t = \sqrt{\frac{ \beta_2 L}{2}}$ en [ps]

TABLE 3.1 – Paramètres et normalisation

En utilisant ces nouvelles variables, l'équation 3.22 devient alors :

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{n+1}(\mathcal{T}) = & -\Gamma e^{iI_n} \left[\cos(pI_n + \alpha) \cos(\alpha_1 - \alpha_3) \right. \\ & \left. + i \sin(pI_n + \alpha) \sin(\alpha_1 + \alpha_3) \right] \mathcal{E}_n(\mathcal{T}), \end{aligned} \quad (3.30)$$

avec $I_n = |\mathcal{E}_n|^2$ et comme défini précédemment $p = B \sin(2\alpha_3)$. Ainsi l'Eq. 3.27 se transforme en :

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \zeta} = \left(D_r + iD_i \right) \frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial \mathcal{T}^2} + \frac{a}{1 + b \int I d\mathcal{T}} \mathcal{E}, \quad (3.31)$$

où $D_i = -\text{sgn}(\beta_2)$ ($D_i = -1$ en régime de dispersion normale et $D_i = +1$ en régime de dispersion anormale), $D_r = \rho/|\beta_2|$, $b = I_r \delta t / (P_{sat} T_{rt})$, et $a = g_0 L$ est le paramètre de pompage.

L'exponentiel en facteur dans l'équation 3.30 est un phase non-linéaire. L'autre facteur décrit la transmission non-linéaire du système composé de la fibre, des lames

de phases et l'isolateur-polariseur. La transformation

$$E = \mathcal{E} \exp(i \int^{\zeta} Id\zeta'), \quad (3.32)$$

permet alors d'ôter ce facteur de phase non-linéaire de l'équation 3.30. Un terme d'effet Kerr réapparaît dans l'équation de propagation (Eq. 3.31) qui devient :

$$\frac{\partial E}{\partial \zeta} = \left(D_r + iD_i \right) \frac{\partial^2 E}{\partial \mathcal{T}^2} + \left(G + i|E|^2 \right) E. \quad (3.33)$$

Pour avoir une écriture simplifiée, on a posé $G = a/(1 + b \int Id\mathcal{T})$; ainsi $D_r = GD_r^0 + d_r$, avec $D_r^0 = 2/(|\beta_2|L\omega_g^2)$ et $d_r = 2\rho/|\beta_2|$.

En effectuant l'approximation, $\int_{\zeta_n}^{\zeta_{n+1}} Id\zeta' \approx I_n(\zeta_{n+1} - \zeta_n) = I_n$, ce qui est cohérent avec ce qui précède⁸ la relation (3.30) devient finalement :

$$\begin{aligned} E_{n+1}(\mathcal{T}) = & -\Gamma \left[\cos(pI_n + \alpha) \cos(\alpha_1 - \alpha_3) \right. \\ & \left. + i \sin(pI_n + \alpha) \sin(\alpha_1 + \alpha_3) \right] E_n(\mathcal{T}). \end{aligned} \quad (3.34)$$

3.2.5 Procédure de résolution

La procédure numérique de résolution est schématisée sur la figure 3.3. D'abord, par le biais de l'équation 3.34, on commence par calculer le champ électrique qui transite par le milieu Kerr et traverse les lames de phases ainsi que le polariseur. Ensuite, le champ électrique résultant de cette opération est utilisé comme valeur initiale pour résoudre l'équation 3.33 sur une distance 1 (la variable est ζ). On emploie pour cela la méthode de Fourier à pas scindé⁹. La formule (3.34) est appliquée

⁸Par définition $\zeta_{n+1} - \zeta_n = 1$ (ζ correspond au nombre de tours); par hypothèse l'intensité varie peu sur un tour de cavité

⁹La méthode de Fourier à pas scindé est l'une des plus utilisées actuellement pour la résolution numérique de ce type de problèmes. Comme son nom l'indique elle fait appel à des algorithmes de transformée de Fourier rapide (*Fast Fourier transform* FFT). Si F représente le profil du champ,

à nouveau au champ à la sortie ainsi calculé. Cette procédure itérative est répétée jusqu'à l'obtention d'un état stationnaire.

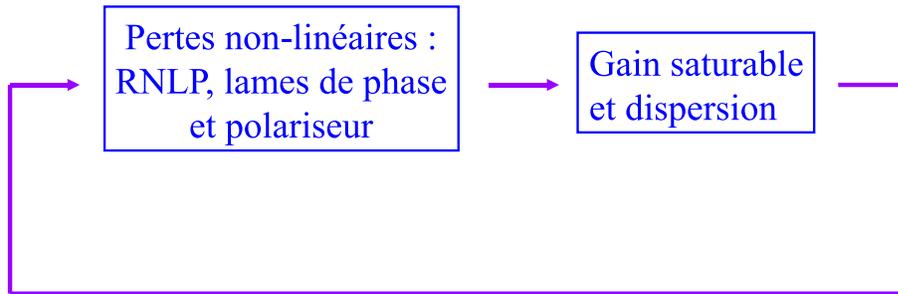


FIGURE 3.3 – Procédure numérique de résolution. Pour chaque tour de cavité, la résolution se fait en deux temps : d'abord, le champ est évalué en tenant compte des pertes non-linéaires (Eq. 3.34) ; ensuite le champ résultant est utilisé comme donnée initiale pour résoudre l'équation (3.33) par la méthode de Fourier à pas scindé. Cette procédure est répétée d'une façon itérative jusqu'à l'obtention d'un état stationnaire.

3.2.6 Régime multi-impulsionnel et phénomène d'hystérésis

Dans une première étude [94], l'obtention théorique des multi-impulsions en régime normal de dispersion a été possible grâce au terme additionnel¹⁰ ρ_c .

Maintenant, en considérant que $\rho_c = 0$, nous allons mettre en évidence le rôle de la largeur spectrale du gain (ω_g) dans la génération d'impulsions multiples en régime normal de dispersion.

La méthode de Fourier à pas scindé permet de résoudre des équations de la forme :

$$\frac{\partial E}{\partial \zeta} = \left[\hat{D} + \hat{N} \right] E, \quad (3.35)$$

où \hat{D} est un opérateur différentiel linéaire rendant compte de la dispersion et du filtrage spectral, \hat{N} est un opérateur non-linéaire local qui contient les effets non-linéaires et l'amplification. Il s'en suit que ces deux opérateurs sont donnés par : $\hat{D} = (D_r + iD_i)\partial^2/\partial T^2$ et $\hat{N} = G + i|E|^2$. Ils agissent simultanément à chaque moment de la propagation et sont non commutatifs. La méthode consiste à résoudre, à chaque pas en z , la partie linéaire \hat{D} de l'équation de propagation dans l'espace de Fourier, puis la partie non-linéaire \hat{N} dans le domaine temporel. Il reste à souligner que la méthode de Fourier à pas scindé ne s'applique en pratique qu'aux équations écrites dans l'approximation des amplitudes lentement variables [62].

¹⁰terme phénoménologique dû aux pertes supplémentaires qui dépendent de la fréquence.

La figure 3.7 donne l'évolution du nombre d'impulsions N dans la cavité en fonction du paramètre de pompage a pour 3 différentes valeurs de ω_g . Les paramètres considérés dans cette étude sont : $\gamma = 3 \times 10^{-3}$ W/m, $L = 9$ m, $c = 3 \times 10^8$ m/s, $r = 5 \times 10^{-6}$ m, $\beta_2 = 0.026$ ps²/m, $T_1 = 8 \times 10^{-4}$ s et $\Gamma = 0,95$.

Ces résultats obtenus prouvent que la largeur naturelle de la courbe du gain -du milieu amplificateur considéré- a une responsabilité dans le mode de fonctionnement que peut avoir le laser. En effet, pour un taux de pompage donné et lorsque la largeur spectrale du gain augmente, le régime multi-impulsionnel du laser tend à disparaître (Fig. 3.7).

D'un point de vue pratique, les résultats de ce travail théorique sont très importants. Ils prouvent que les propriétés spectroscopiques du milieu actif sont responsables de l'émission d'impulsions multiples en régime normal de dispersion. Néanmoins, les orientations des lames de phase ont également une répercussion sur ce mode de fonctionnement. Ainsi si l'on modifie les angles tout en conservant les paramètres des figures (3.7 -a et 3.7-b), les simulations prouvent que l'émission d'une seule impulsion par tour de cavité est possible, même pour des taux de pompage dépassant 2. Dans ce cas, lors de la propagation dans la fibre, l'ellipse (l'état de polarisation elliptique en l'occurrence) de la partie centrale de l'impulsion subit une RNLP dont l'angle n'est plus optimum. Ceci est nécessairement une conséquence d'une nouvelle orientation des lames α_2 et α_3 . Cette nouvelle disposition des lames contribue à diminuer l'ellipticité de la polarisation de l'onde à l'entrée de la fibre (qui va tendre vers une polarisation linéaire). Par conséquent, seules les impulsions les plus énergétiques subiront de faibles pertes et seront ainsi favorisées¹¹. En réalité, l'anisotropie est présente dans les fibres et le mécanisme pouvant mener à supprimer les multi-impulsions disparaît¹². C'est probablement cette raison qui rend plus difficile l'obtention d'un régime mono-impulsionnel dans les expériences

¹¹En effet, l'aire de l'ellipse à l'entrée de la fibre devient plus petite avec la diminution de l'ellipticité. Comme l'angle de la RNLP est proportionnel à l'aire de l'ellipse, seules les impulsions les plus énergétiques subiront une rotation importante de leur polarisation.

¹²L'anisotropie présente dans la fibre joue le rôle d'une lame de phase additionnelle transformant une polarisation linéaire en elliptique.

avec de faibles largeurs de la bande de gain.

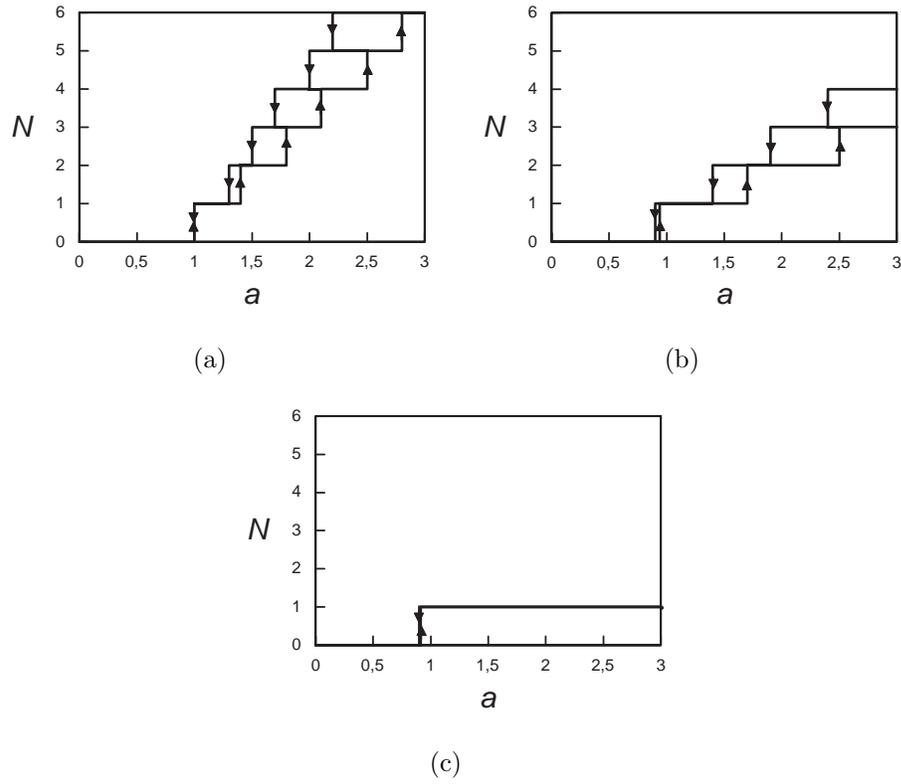


FIGURE 3.4 – Dépendance théorique du nombre d’impulsions dans la cavité en fonction du taux de pompage pour différentes largeurs spectrales du gain. Les paramètres utilisés sont $D_i = -1$, $\alpha_1 = -0,2$, $\alpha_3 = 0,2$, $b = 0,017$, et $\rho_c = 0$. (a) $\omega_g = 10^{12}$ rad/s, (b) $\omega_g = 10^{13}$ rad/s, et (c) $\omega_g = 10^{14}$ rad/s

Finalement de cette étude théorique nous pouvons tirer les constatations suivantes :

- pour de grandes valeurs de ω_g , le laser reste mono-impulsionnel quelle que soit l’orientation des lames.

- pour de faibles largeurs spectrales du gain, il est plus probable d’avoir des impulsions multiples. Cependant, il existe quelques positions¹³ des angles qui permettent de rendre le fonctionnement mono-impulsionnel.

¹³Le jeu des orientations possibles α_i diminue avec la diminution de la bande de gain ω_g .

- lorsque ω_g est petite, l'anisotropie dans les fibres contribue vraisemblablement à l'obtention d'un régime à impulsions multiples. Cependant le modèle est incapable de donner une confirmation théorique de ce dernier point.

En conclusion, le filtrage spectral du gain apparaît comme un mécanisme influant sur la génération des impulsions multiples.

3.3 Résultats expérimentaux

La procédure que nous avons suivie pour étudier le régime multi-impulsionnel est :

Tout d'abord, on fixe la puissance de pompe à une valeur intermédiaire. Ensuite, on ajuste les lames de phase et le contrôleur de polarisation de façon à obtenir le verrouillage de phase du laser. On obtient alors un signal régulier caractérisé par l'émission de plusieurs impulsions par tour de cavité. Les impulsions formant le paquet sont bien séparées (quelques dizaines de *ps*) et il est possible de les résoudre avec notre système de détection¹⁴. Enfin, il est possible de calculer le nombre d'impulsions émises pour une puissance de pompe croissante, puis décroissante.

Nous avons considéré dans un premier temps une cavité laser en régime normal de dispersion. Nous avons également étudié une configuration où le laser est en régime soliton (régime de dispersion anormale). Les résultats de notre étude sont résumés ci-dessous.

3.3.1 Hystérésis en régime de dispersion normale

Dans ce cas, le fonctionnement du laser en régime normal de dispersion est obtenu avec une cavité ayant une longueur $L = 22$ m, ce qui correspond à une cadence de 8,85 MHz.

Le diagramme " $N = f(Pompe)$ " donnant l'évolution du nombre d'impulsions N en fonction de la puissance de pompe est représenté sur la figure 3.5. Lorsque la puis-

¹⁴Constitué d'un oscilloscope de 12 GHz de bande passante associé à un détecteur ultra-rapide : cet ensemble nous permet d'avoir une résolution temporelle de 25 ps

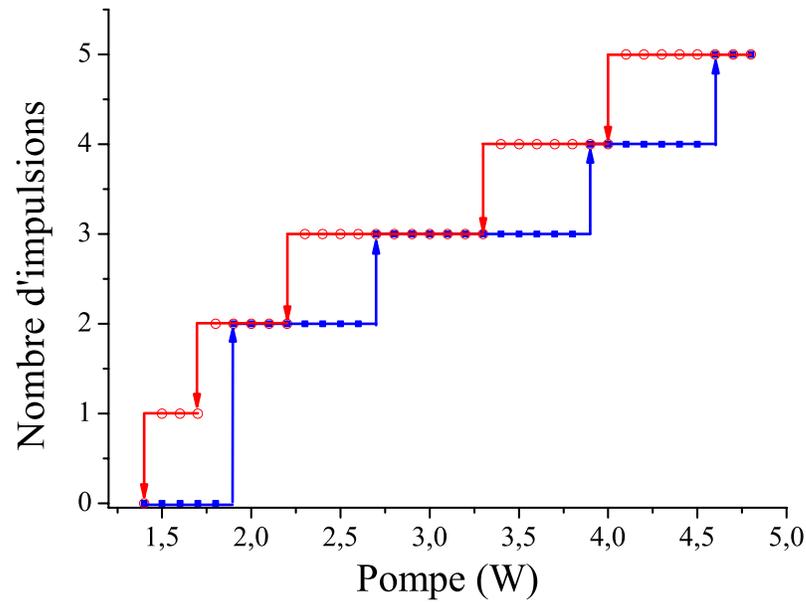


FIGURE 3.5 – Évolution expérimentale du nombre d'impulsions en fonction de la puissance de pompe en régime normal de dispersion ($\beta_2 L = +0,06 \text{ ps}^2$, Cadence : 8,85 MHz). Du diagramme, la courbe $N = f(\text{Pompe})$ obtenue à la croissance de la pompe ne se superpose pas avec la courbe obtenue à la décroissance de celle-ci. Généralement, la raison en est que les variations de N ne sont pas totalement réversibles.

sance de pompe augmente, le démarrage du laser se fait directement par l'émission de deux impulsions par tour de cavité. Nous constatons que le nombre d'impulsions augmente progressivement -une par une- avec la pompe jusqu'à atteindre 5 impulsions par tour de cavité. A ce niveau si la puissance de pompe décroît, on constate que les impulsions disparaissent une par une mais les basculements se font à des valeurs de pompes différentes. C'est-à-dire que l'on constate l'existence d'une hystérésis pour des puissances de pompe croissantes et décroissantes. Des résultats similaires ont été observés en régime anormal de dispersion. Le schéma de l'évolution de la figure 3.5 n'est pas unique. Nous avons remarqué que pour d'autres positions des lames, nous pouvons avoir des diagrammes d'évolution différents. Nous avons testé plusieurs configurations avec des valeurs de la dispersion

différentes et une multitude d'orientations des lames ont également été examinées. Nous avons eu des difficultés à obtenir un régime mono-impulsionnel susceptible de perdurer lorsque le taux de pompage augmente. De toutes les expériences menées, nous avons relevé que le fonctionnement en régime multi-impulsionnel est un comportement très récurrent dans notre système¹⁵. Dans notre cas, la largeur spectrale du gain est de l'ordre de $\omega_g \approx 2 \times 10^{13}$ rad/s, les résultats expérimentaux sont en adéquation avec l'évolution théorique représentée sur la figure 3.7-b. Le plus important dans cette comparaison n'est ni l'évolution exacte du nombre d'impulsions, ni la forme des courbes d'hystérésis (il est possible d'obtenir différentes évolutions par une simple rotation des lames de phases), mais plutôt que le régime multi-impulsionnel a lieu expérimentalement pour n'importe quelle position des lames.

3.3.2 Régime multi-impulsions, influence de la largeur spectrale du gain

Nous allons considérer maintenant un autre milieu dont la largeur spectrale du gain est plus grande que celle de l'erbium (cas de l'ytterbium par exemple). A cet égard, des travaux qui concernent un laser à fibre double gaine dopée ytterbium avaient déjà été publiés. La largeur spectrale du gain de l'ytterbium est de l'ordre de $\omega_g \approx 10^{14}$ rad/s et on s'attend à obtenir facilement un fonctionnement en régime mono-impulsionnel (cf. Fig.3.7-c). La configuration expérimentale est semblable à celle avec la fibre dopée à l'erbium et le verrouillage de phase est obtenu également par RNLP. Comme le prédit la théorie dans ce cas de figure, le laser fonctionne en général en régime mono-impulsionnel [108].

La largeur spectrale du gain relativement petite du laser à fibre dopée à l'erbium influe sur son comportement : il a tendance à émettre plusieurs impulsions par tour de cavité.

Dans notre système, nous avons noté qu'en général, le régime mono-impulsionnel s'obtient pour de faibles taux de pompage et d'une manière indirecte. En effet, le

¹⁵Fibre double gaine dopée erbium qui constitue un milieu à gain de forte puissance.

laser à modes bloqués démarre d'abord sur un mode où deux impulsions par tour de cavité sont émises. Ensuite en diminuant la puissance de pompe on obtient un fonctionnement mono-impulsionnel du laser. En d'autres termes, dans notre laser, le régime mono-impulsionnel n'est pas auto-démarrant.

Comme mentionné dans la partie théorique, la biréfringence résiduelle dans les fibres peut avoir une influence significative, qui réduit davantage les possibilités d'obtenir une impulsion par tour de cavité.

Dans le cas de l'ytterbium, le verrouillage de phase où une impulsion par tour de cavité est émise s'obtient facilement. Cela n'empêche que d'autres modes de fonctionnements peuvent être obtenus théoriquement [110] et expérimentalement [107] (CW, Q-switch, régime à modes bloqués bruité).

Pour le cas particulier de l'erbium, le fonctionnement en régime mono-impulsionnel a déjà été observé par d'autres équipes. Néanmoins, il est connu que le codopage [111] et également les fortes concentrations de l'erbium [112, 113] modifient d'une façon significative les propriétés spectrales et en particulier la largeur de la bande de gain. Ce qui explique la possibilité des laser à fibre dopée erbium à verrouillage de phase passif à fonctionner soit en régime mono-impulsionnel soit en régime multi-impulsionnel, et que cela dépend de la composition exacte de la fibre dopée.

3.3.3 Idée d'un schéma expérimental pour la mise en évidence de l'influence de la largeur spectrale du gain

Les résultats expérimentaux que nous venons de présenter confirment bien les prédictions théoriques. Ils restent cependant incomplets puisqu'ils ont été obtenus pour deux lasers différents. D'autre part, il n'est pas possible d'étudier expérimentalement l'influence de la largeur spectrale du gain sur le mode de fonctionnement d'un laser à verrouillage de phase. L'idée est de considérer dans un premier temps un laser dont le milieu amplificateur possède une largeur spectrale de gain suffisamment grande pour avoir aisément l'émission d'une impulsion à chaque tour de cavité. Puis le fait d'insérer dans la cavité un élément dispersif (un réseau

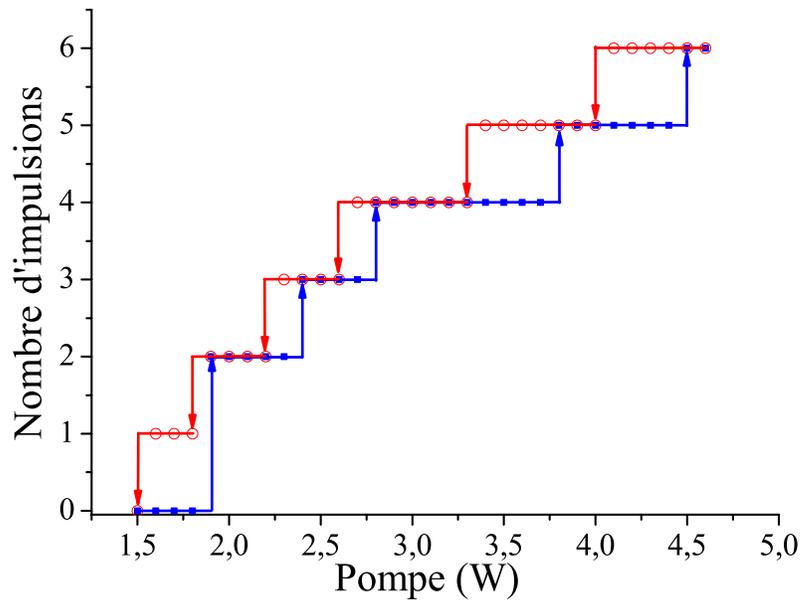


FIGURE 3.6 – Évolution expérimentale du nombre d’impulsions en fonction de la puissance de pompe en régime de dispersion anormale ($\beta_2 L = -0,31 \text{ ps}^2$, Cadence : 10,78 MHz).

par exemple) va nous permettre d’agir sur l’étendue spectrale du faisceau. Ensuite, il nous sera possible de réduire le spectre initial par l’emploi d’un filtre variable. De cette manière, nous pouvons nous attendre à avoir un laser -initialement mono-impulsionnel- qui devient fonctionnel en régime multi-impulsionnel. Il est clair que dans une telle expérience on contrôlera les pertes spectrales plutôt que d’agir directement sur la largeur de la bande de gain. Par conséquent, nous avons été amenés à effectuer une étude théorique supplémentaire dans le but de prouver l’équivalence entre ces deux effets¹⁶. Pour cette étude, on a introduit le paramètre de pertes spectrales ($\omega_d = 1/\sqrt{\rho_c L}$), où ρ_c est le coefficient de filtrage des pertes (cf. Eq. (3.30)). On a fixé la largeur spectrale du gain à $\omega_g = 10^{14} \text{ rad/s}$, et on a essayé de résoudre numériquement les deux équations (Eqs. 3.33 et 3.34) pour des valeurs différentes

¹⁶Il s’agissait de prouver l’équivalence entre les effets qui résultent de la diminution de la bande spectrale du gain et ceux dus à l’augmentation des pertes spectrales.

de ω_d . Les résultats obtenus sont représentés en diagrammes ($N = f(a)$) donnant, pour chaque ω_d , l'évolution du nombre d'impulsions N pour un paramètre de pompage a croissant, puis décroissant (Fig. 3.7). Les paramètres utilisés en simulation sont les mêmes que ceux utilisés précédemment, sauf que dans le cas présent la largeur de gain est fixe. Il est clair que le filtrage spectral des pertes provoque le fonctionnement multi-impulsionnel du laser. Lorsque la largeur spectrale des pertes équivaut à la largeur de la bande de gain, le laser émet une seule impulsion par tour de cavité comme le montre la figure (3.7-c). Nous avons vérifié que ce régime de fonctionnement reste inchangé lorsque le paramètre de pompage dépasse 4. Il apparaît donc qu'avec de tels paramètres, le régime multi-impulsionnel disparaît. Une aussi grande valeur théorique de pompage n'a pas d'intérêt pratique car elle correspond à des puissances de pompe 4 fois supérieures au seuil. Ce qui veut dire que lorsque la pompe augmente l'énergie par impulsion augmente également.

Lorsque la largeur spectrale des pertes diminue, le laser émet plusieurs impulsions par tour de cavité (cf. Figs. 3.7-a,b). Les résultats théoriques que nous venons d'exposer prouvent que ces deux effets sont équivalents : ils agissent de la même manière sur le fonctionnement du laser qui aura tendance à avoir un régime multi-impulsionnel. En effet, sans filtrage spectral (du gain ou des pertes), le laser à verrouillage de modes délivre une impulsion par tour de cavité. Lorsqu'il y a un filtrage spectral, le laser peut émettre plusieurs impulsions par tour de cavité alors que le régime mono-impulsionnel du laser peut être obtenu mais difficilement.

3.4 Conclusion

Nous avons identifié le mécanisme du filtrage spectral du gain comme facteur responsable de la génération d'impulsions multiples dans les lasers à fibre à synchronisation modale passive [95].

En régime normal de dispersion, la génération d'une impulsion unique dans la cavité s'obtient aisément dans les systèmes à fibre de puissance avec l'yttrium comme ion actif. En revanche, avec l'erbium comme dopant dans notre am-

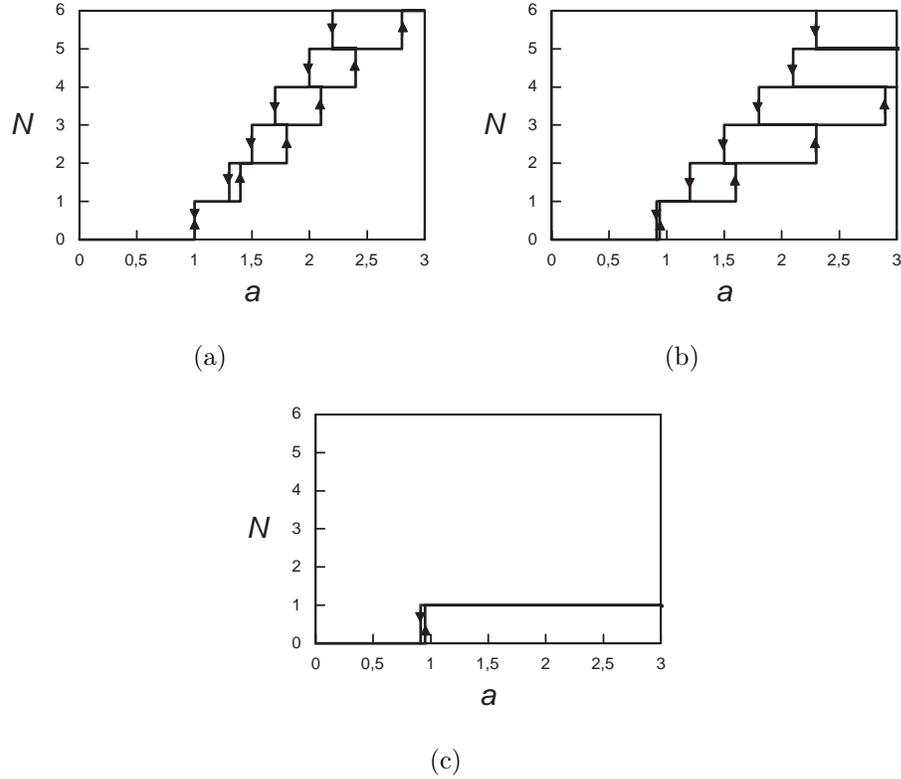


FIGURE 3.7 – Dépendance théorique du nombre d’impulsions dans la cavité en fonction du taux de pompage pour différentes largeurs spectrales pour les pertes. Les paramètres utilisés sont $D_i = -1$, $\alpha_1 = -1, 1$, $\alpha_3 = 0, 2$, et $\omega_g = 10^{14}$ rad/s. (a) $\omega_d = 10^{12}$ rad/s, (b) $\omega_d = 10^{13}$ rad/s, et (c) $\omega_d = 10^{14}$ rad/s

plificateur de puissance, notre laser¹⁷ a tendance à fonctionner en régime multi-impulsionnel. Notre étude avait pour but de donner une explication à ce constat. En d’autres termes, il fallait comprendre pourquoi, avec deux configurations similaires de laser, le régime **mono-impulsionnel** était facilement accessible avec l’ytterbium, alors qu’il ne l’est pas avec l’erbium.

Une étude théorique -exploitant un modèle développé au sein de l’équipe- nous a d’abord révélé que le fonctionnement à impulsions multiples n’est pas possible s’il n’y a pas assez de filtrage spectral du gain. De tels résultats sont en accord avec

¹⁷ayant une architecture de verrouillage de modes semblable à celle utilisée pour l’ytterbium.

l'expérience car, pour l'ytterbium, la largeur de la bande de gain est plus grande. Par conséquent, nous avons mis en évidence le lien entre la composition exacte de la fibre dopée et le comportement que peut avoir le laser à modes bloqués. Nous avons également mentionné le rôle du codopage et la forte concentration des dopants sur les propriétés spectrales du milieu actif.

Les résultats expérimentaux confrontés au modèle ont été obtenus dans deux lasers différents. Il serait alors plus convaincant de pouvoir confirmer des résultats théoriques avec des expériences effectuées sur un laser unique. Pour cela, nous avons proposé le schéma d'un montage expérimental contenant un élément sélectif variable qui permettra d'agir sur l'étendue spectrale. Avec cette expérience, c'est l'influence de filtrage spectral des pertes -et non pas la largeur spectrale du gain- qui sera examinée. Au moyen d'une étude théorique supplémentaire, nous avons vérifié que l'effet des pertes spectrales est équivalent à celui du filtrage du gain. Ce qui prouve qu'ils mènent tous les deux à la génération des impulsions multiples dès que leur largeur de bande devient petite.

CHAPITRE 4

INTERACTION D’UN GRAND NOMBRE DE SOLITONS : DU ‘GAZ’ AU ‘CRISTAL’

4.1 Introduction

Les lasers à fibre à synchronisation modale passive sont des sources très attractantes pour générer des impulsions “solitoniques” ultra-courtes. Dans ces lasers [35, 46, 47, 114–116], l’équilibre dynamique de base qui garantit le verrouillage passif des modes est assuré par trois ingrédients principaux, à savoir :

- un gain saturable *lent* fourni par les amplificateurs optiques dopés (à l’erbium par exemple),
- une absorption saturable ‘ultra-rapide’ assurée par la rotation non linéaire de la polarisation (RNLP) et les éléments sélectifs de la polarisation,
- Un filtrage fréquentiel dû aux résonances de la cavité -dépendantes de la fréquence- combinées avec l’absorbant saturable.

Des impulsions dont la durée est de l’ordre de quelques dizaines de femtosecondes peuvent ainsi être générées. Outre le régime de fonctionnement mono impulsionnel (Fig. 4.1-a), et pour des puissances de pompe élevées, le laser bascule vers un autre régime stable en émettant plusieurs impulsions par tour de cavité. L’évolution de ce groupe d’impulsions dans la cavité peut suivre plusieurs agencements : les impulsions peuvent interagir aléatoirement dans la cavité et occuper des positions relativement stables (Fig. 4.1-b) [117, 118]. Ce comportement est l’un des scénarios possibles d’agencement. Sous certaines conditions, les impulsions peuvent se réarranger pour avoir une distribution régulière et donner lieu à un verrouillage de modes harmonique (Fig. 4.1-c) [119, 120]. Un autre phénomène pouvant

également se produire, est celui de la collision entre deux ou plusieurs groupes distincts d'impulsions [121–123]. Dans d'autres circonstances, les impulsions peuvent former un paquet d'impulsions stables, liées par une relation de phase fixe et ayant les mêmes séparations. Dans ce cas, on parle d'états liés¹ des impulsions (Fig. 4.1-d). Cette thématique des impulsions liées en cavité laser a été initiée en France en 2001 par Philippe Grellu et *al.* [124].

Plusieurs études expérimentales ont rapporté l'observation de ce phénomène dans les lasers à fibre à verrouillage passif de phase par rotation non linéaire de la polarisation [45, 51, 53–55, 57, 125–130]. La génération des impulsions en état lié est une conséquence directe d'une interaction entre impulsions. L'origine de cette interaction a été étudiée dans la littérature et plusieurs explications à ce phénomène ont été données. Grundini et *al.* [119], ont suggéré que cette interaction entre les impulsions pourrait être due aux ondes acoustiques stimulées à partir de l'*électrostriction* par les impulsions elles mêmes. Cette proposition est très plausible vu que la durée de vie de ces ondes dans une fibre optique est de l'ordre de 100 ns. A cet égard, cet effet qui est de 'type acoustique'² a été examiné théoriquement et numériquement [131]. Les résultats montrent que dans la majorité des cas, l'interaction acoustique mène à la formation de bouquets d'impulsions non régulières. Cependant dans des circonstances bien précises, elle mène à des impulsions régulièrement espacées. En régime normal de dispersion, le recouvrement partiel des champs appartenant à des impulsions successives expliquerait la

¹Lorsque deux impulsions se lient en phase, des franges d'interférences à deux ondes paraissent sur le spectre optique. La séparation de temps $\Delta\tau$ entre impulsions mesurée avec l'autocorrélateur et l'interfrange en fréquence $\Delta\nu$ sont alors liés de manière simple. La longueur d'onde étant définie par $\lambda = c/\nu$, l'interfrange en longueur d'onde $\Delta\lambda$ se déduit de la relation suivante :

$$\Delta\tau = \frac{1}{\Delta\nu} \approx \frac{\lambda_0^2}{c\Delta\lambda}, \quad (4.1)$$

où λ_0 est la longueur d'onde centrale du spectre.

²L'interaction acoustiques entre impulsions à verrouillage de phase passif dans des lasers à fibre en anneau est analogue à l'interaction acoustique entre solitons dans les lignes de communication à longue distance.

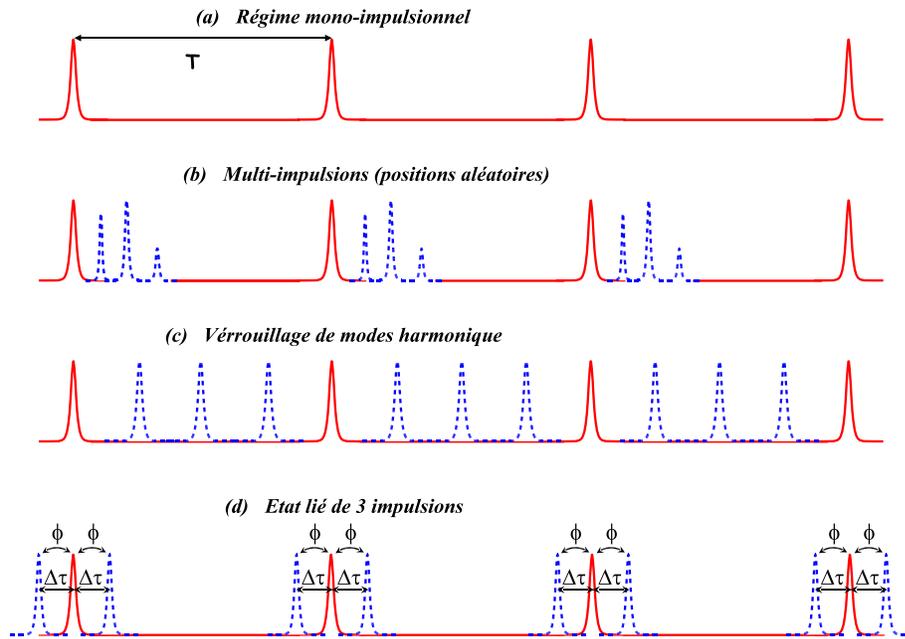


FIGURE 4.1 – Quelques scénarios de la répartition que peut prendre les impulsions dans la cavité. (a) Régime mono-impulsionnel (émission d’une impulsion par tour de cavité). (b,c,d) 3 cas de régime multi-impulsionnel : (b) Cas général où des impulsions de tailles différentes prennent des positions aléatoires dans la cavité ; (c) Verrouillage de modes harmonique ; (d) Régime d’état lié de 3 impulsions.

cohérence à l’intérieur d’un groupe d’impulsions dans ce régime d’émission³ [130]. En régime d’émission solitonique, il a été montré que les ondes dispersives émises par les impulsions qui encourent des perturbations périodiques à chaque tour de cavité pourraient être responsables de ce phénomène [132]. Socci et Romagnoli dans [133] se sont également penchés sur le rôle de ces ondes dispersives dans la formation des états liés de solitons, qui serviraient d’intermédiaires à l’interaction

³L’opération du laser dans le régime de dispersion normale et à proximité du zéro de dispersion, n’est généralement pas accompagnée par l’émission d’ondes dispersives. Toutefois, l’alternance de segments de dispersions opposées dans la cavité laser a pour effet d’étirer et de comprimer successivement les impulsions à l’entrée et à la sortie de chaque segment de fibre optique. Il a été montré que cette dynamique particulière permet le recouvrement partiel des champs appartenant à des impulsions successives, ce qui permet d’expliquer la cohérence interne d’un groupe d’impulsions dans ce régime d’émission.

à longue portée. La formation des états liés pourrait également être due aux accrochages des ondes radiatives solitoniques comme l'avait étudié Buryak [134]. Il reste à noter que les *bound solitons* qui peuvent être formés par les deux derniers mécanismes que nous venons de citer ont une faible stabilité. Cependant, les résultats expérimentaux prouvent le contraire. Jusqu'à maintenant, le nombre d'impulsions en état lié qui ont été générées par rotation non linéaire de polarisation ne dépassait pas une dizaine d'impulsions. Leur stabilité décroissait en fonction de leur nombre. Dans ce travail, nous présentons des résultats originaux liés à l'observation d'un état lié à très grand nombre d'impulsions. Ce régime, s'est révélé d'une remarquable stabilité.

4.2 Dispositif expérimental

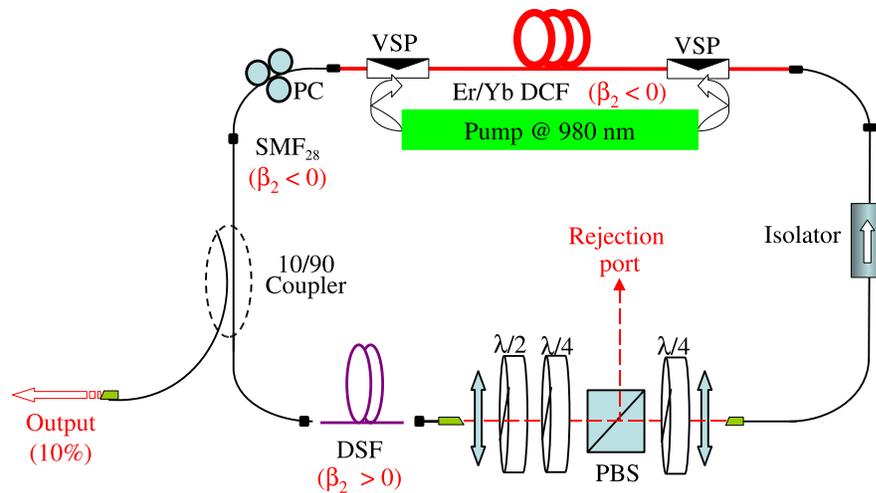


FIGURE 4.2 – Montage expérimental du laser à fibre double gaine dopée erbium-ytterbium (*ErYb-DCF*) à verrouillage de modes par RNLP (*rotation non linéaire de la polarisation*). Les différents composants de la cavité (*isolateur, coupleur et fibre standard SMF₂₈*) ainsi que l'*ErYb-DCF* ont une dispersion anormale. Pour compenser en partie la dispersion, une fibre à dispersion décalée (*DSF*) est utilisée. Le signal laser est extrait avec un coupleur dont le coefficient de couplage vers l'extérieur est de 10%. Le faisceau de sortie est analysé avec un analyseur de spectre optique, un autocorrélateur et un oscilloscope rapide.

La configuration du laser est représentée sur la figure 4.2. Il s'agit d'une cavité

en anneau unidirectionnelle comprenant une section à l'air libre. Le milieu actif est formé d'une fibre double gaine dopée erbium/ytterbium de 8 m de longueur ($\beta_2^{\text{DCF}} = -0,015 \text{ ps}^2/\text{m}$). Deux diodes de pompage à 980 nm et d'environ 3W sont utilisées en montage contra-propagatif. A $1,55 \mu\text{m}$, les fibres DCF et SMF28 sont en régime de dispersion anormale. Un bout de fibre à dispersion décalée *DSF* ($\beta_2^{\text{DSF}} = 0,14 \text{ ps}^2/\text{m}$) est ajouté pour compenser en partie la dispersion du reste de la cavité. La longueur de la fibre DSF choisie pour que la dispersion totale de la cavité demeure légèrement anormale (tel que $\beta_2^{\text{Tot}} \times L = -0,04 \text{ ps}^2$). Cela nous assure de rester en régime soliton. La rotation non-linéaire de polarisation, subie par l'onde laser durant sa propagation dans les fibres, rend la transmission à travers le polariseur (PBS) dépendante de l'intensité, ce qui permet au blocage de modes passif d'être ajusté grâce aux lames de phases.

La caractérisation des impulsions émises à travers le coupleur de sortie se fera au moyen :

- du spectre optique enregistré avec un analyseur de spectre optique (*Anritsu MS9710 C*),
- des mesures d'autocorrélation de second ordre avec un autocorrélateur optique commercial (*Femtochrome FR-103XL*),
- de l'étude de l'allure temporelle des multi-solitons dans la cavité laser grâce à un oscilloscope rapide *monocoup* de 12 GHz de bande passante (*Tektronix TDS 61 124C*) associé à un photodétecteur rapide InGaAs/InP de 12 GHz (*Newport TIA-1200*).

La configuration expérimentale utilisée s'est avérée très fructueuse : elle a révélé l'existence d'une grande variété de régimes multi-impulsionnels. Nous allons nous attarder sur deux régimes particulièrement intéressants que nous étudierons en détail dans la suite.

4.3 Des centaines d'impulsions solitaires et un état lié

Dans cette configuration, le laser fonctionne en régime 'solitonique' perturbé. A partir d'un ajustement adéquat des orientations des lames de phases et pour un niveau de pompage suffisant, nous avons obtenu un régime particulier de fonctionnement. Ce régime est caractérisé par l'émission régulière de paquets d'impulsions très espacées. La figure 4.3, illustre le signal temporel observé.

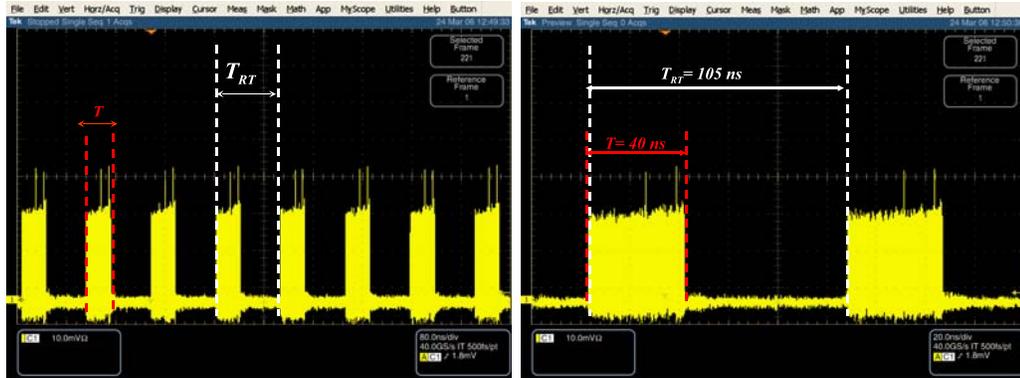


FIGURE 4.3 – La figure de gauche montre un train temporel composé de paquets réguliers d'impulsions verrouillées en phase; un zoom sur une période est représenté sur la figure de droite, montrant que la durée du paquet est de 40 ns et que le temps d'un tour de cavité est de 105 ns.

Cette génération de bouquets d'impulsions est caractérisée par l'aptitude de plusieurs centaines d'impulsions à se regrouper dans un paquet serré et stable. La durée de ce paquet est de 40 ns (ce qui correspond, à peu près, à la moitié du temps d'un tour dans la cavité ~ 100 ns). Dans ce cas, l'oscilloscope à notre disposition nous permet de résoudre, en partie, les impulsions qui ont un temps de séparation moyen, au début du paquet, de 125 ps (cf. l'encart (b) de la figure 4.4).

Examinons en détail le train des impulsions générées (cf. figure 4.4). Le point marquant est que les impulsions sont très espacées temporellement à l'arrière du paquet et se resserrent d'une façon progressive au fur et à mesure du déplacement vers l'avant du paquet. A cette région là, les impulsions deviennent si proches (l'oscilloscope est incapable de les résoudre) qu'un état lié se forme entre quelques unes d'entre elles. L'apparition de franges d'interférences au niveau du spectre



FIGURE 4.4 – Trace démontrant que les impulsions *de la brochette* générées se resserrent en partant de l’avant vers l’arrière du paquet (a). En incrusté (b), le zoom montre que les impulsions ont une séparation moyenne de 125 ps dans la partie avant du paquet.

optique (cf. figure 4.5) prouve que quelques-unes des impulsions ont une relation de phase fixe. Dans ce cas, le recours à un autocorrélateur optique permettrait de connaître la nature de cet état lié (doublet, triplet ou autre). Malheureusement, lors de l’obtention de ce résultat nous n’avions pas d’autocorrélateur optique à notre disposition. A partir de l’interfrange en longueur d’onde $\Delta\lambda = 0,36 \text{ nm}$ (cf. figure 4.5), il est possible de remonter à la séparation de temps $\Delta\tau$ entre les impulsions en état lié. En effet, $\Delta\tau$ se déduit en utilisant la relation suivante : $\Delta\tau = \frac{\lambda_0^2}{c \cdot \Delta\lambda}$, où $\lambda_0 \approx 1,57 \mu\text{m}$ est la longueur d’onde centrale du spectre. Nous constatons ainsi que les impulsions en état lié présentent entre elles un temps de séparation $\Delta\tau = 23 \text{ ps}$.

Des résultats similaires ont été obtenus par Seong et Kim dans un laser à fibre

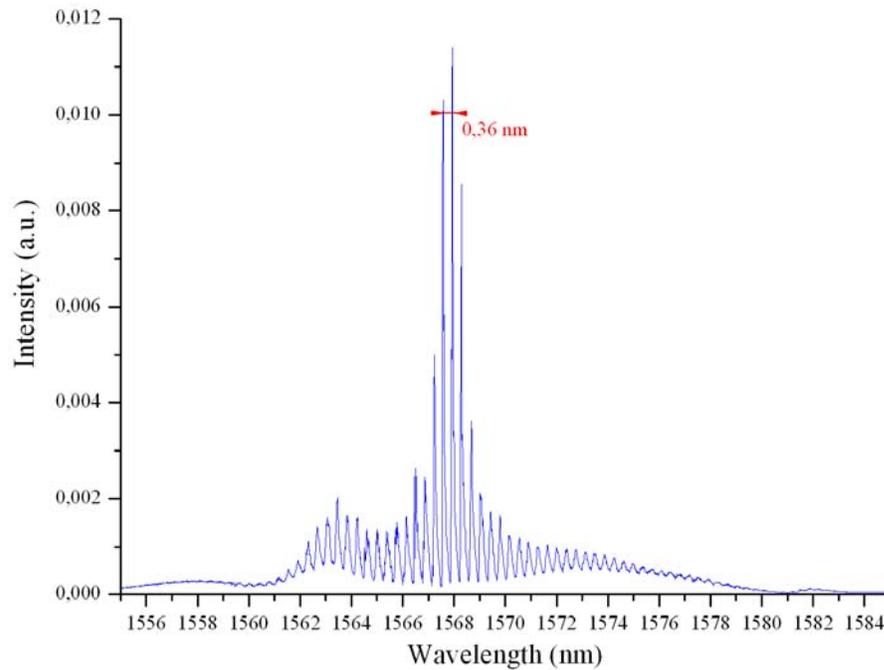


FIGURE 4.5 – Spectre optique exhibant une forte modulation, ce qui prouve la liaison en phase de quelques impulsions.

en forme de ‘huit’⁴ [58]. Les auteurs ont pu obtenir, entre autres, un paquet de 13 impulsions solitaires qui se resserrent pour donner naissance à un état lié de deux impulsions. Ce qui est spectaculaire dans notre cas, est le nombre d’impulsions solitaires formant le paquet (plusieurs centaines). En se resserrant, un état lié de quelques impulsions se reforme.

Enfin, pour expliquer la distribution temporelle que prennent les impulsions dans chaque paquet (cf. figure 4.4). Le raisonnement qui suit, donné également par Seong et Kim dans [58], paraît plausible. Dans une ligne de transmission à fibre optique avec un EDFA⁵ (amplificateur à fibre dopée erbium), la propagation des impulsions est régie par une équation établie par Agrawal à partir de l’équation de Ginzburg-Landau complexe (CGL) [62]. De cette équation⁶, on obtient l’expression

⁴En anglais, figure-eight fiber laser

⁵Erbium-Doped Fiber Amplifier

⁶Le détail des calculs est donné à la page 168 du livre d’Agrawal [62]. Dans l’expression

(4.2) qui nous permet de déduire la vitesse de groupe.

$$\beta_1^{eff} = \beta_1 + \frac{g_p T_2}{2} \frac{(1 - \delta^2 + 2i\delta)}{(1 + \delta^2)^2} \quad (4.2)$$

T_2 est le temps de relaxation du dipôle (≈ 100 fs) et g_p est le paramètre du gain. Soit ω_0 la pulsation du signal et ω_{amp} la pulsation de la transition atomique, δ est défini comme un paramètre de désaccord et est donné par $\delta = (\omega_0 - \omega_{amp})T_2$.

En pratique, dans un système d'amplification en configuration simple passage⁷, la vitesse de groupe peut être approximée par $1/\beta_1$. Cependant, dans les lasers à fibre à verrouillage de phase passif, les impulsions circulent indéfiniment à travers l'amplificateur à fibre dopé à l'erbium. Dans ce cas là, la contribution du second terme de l'équation (4.2) devient significative.

Considérons un système laser fonctionnant en régime multi-impulsionnel. Les impulsions circulant dans l'EDFA, ont une vitesse de groupe égale à $1/(\beta_1 + g_p T_2/2)$ (pour simplifier on a pris $\delta = 0$ dans (1)). Ainsi, l'impulsion se trouvant en tête du train subira plus de gain que celles se trouvant à l'arrière du train. Ainsi, l'intervalle entre deux impulsions adjacentes va décroître progressivement en partant de l'avant vers l'arrière du paquet jusqu'à ce qu'un état stationnaire soit atteint par la saturation du gain. A ce moment, les impulsions voisines sont suffisamment proches pour favoriser la formation d'un état lié de deux ou plusieurs impulsions. D'ailleurs, les franges d'interférences à fort contraste de la figure 4.5 prouvent ce constat.

(4.2), en plus du terme réel qui est relié à la vitesse de groupe, il y a également les effets de l'absorption/gain à la résonance via le paramètre δ .

⁷En effet, le second terme de l'équation 4.2 est 104 fois plus petit que le premier terme pour une amplification en configuration simple passage.

4.4 Génération d'une brochette de 350 impulsions liées

4.4.1 Introduction

La génération de chapelets d'impulsions en état lié est un comportement particulier de l'arrangement des impulsions dans la cavité. Ceci correspond à l'aptitude de plusieurs impulsions liées par une relation de phase fixe à se grouper dans un paquet serré et stable. Plusieurs études existantes rapportent des observations de paquets d'impulsions liées. Ces paquets sont généralement des doublets, triplets ou quadruplets d'impulsions obtenus dans des lasers à fibre verrouillés en phase par la technique de rotation non-linéaire de la polarisation. D'autre part, des régimes multi-impulsionnels (ou multisolitons) comportant un plus grand nombre d'impulsions ont été observés [56]. Les auteurs ont essayé de donner des éléments de réponse à deux questions essentielles. D'abord, l'information sur le nombre d'impulsions qui peuvent former un état multisolitonique, ensuite, si cet état était l'état le plus large que l'on puisse générer. Le manque de stabilité de ces états a amené les auteurs à les interpréter comme des dislocations de triplets et de quadruplets d'impulsions. Jusqu'à présent, le nombre maximum d'impulsions liées générées dans des lasers à fibre à verrouillage de phase passif, toutes configurations confondues, n'a pas dépassé une vingtaine d'impulsions. A cet égard, des résultats concernant la génération de 16 impulsions liées ont été rapportés [135]. La cavité était de type Fabry-Perot et le verrouillage de modes était assuré au moyen d'un miroir à absorbant saturable. Enfin, l'analyse théorique des régimes comprenant un grand nombre d'impulsions est très consommatrice en temps de calcul, ce qui explique le très faible nombre de papiers qui traitent théoriquement le sujet.

4.4.2 Obtention expérimentale d'un réseau de solitons liés

Dans nos travaux, nous rapportons l'observation de paquets de quelques centaines d'impulsions en états liés, régulièrement espacées et d'une stabilité remarquable. De tels résultats n'ont jamais été observés auparavant. La configuration expérimentale utilisée est la même que celle représentée sur la figure 1. Pour un

pompage fort (~ 3 W), on obtient aisément un verrouillage de mode bruité (*Broadband noise-like pulse*). Ce phénomène est bien connu et a été observé par plusieurs équipes [136, 137]. A partir de ce mode de fonctionnement, un ajustement fin des contrôleurs de polarisation nous a permis de basculer vers un autre régime que nous avons qualifié au début d'*exotique*, mais qui s'est avéré, par la suite, correspondre à quelques centaines d'impulsions en état lié. Sur l'oscilloscope rapide (12 GHz de bande passante), on a visualisé un signal périodique en créneaux ($T = 105$ ns correspondant à l'ISL de la cavité égal à 9,52 MHz) avec un rapport cyclique de 8% (figure 4.6).

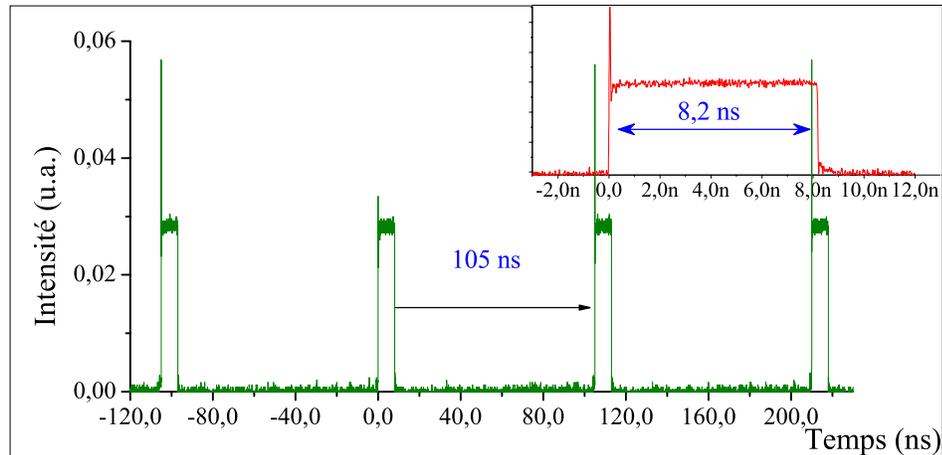


FIGURE 4.6 – Trace temporelle montrant un train des multisolitons très serrés, le signal rectangulaire prouve que les séparations entre les impulsions sont en dessous de la résolution du scope rapide (a). Zoom sur un créneau du train indique que les impulsions sont réparties dans des paquets de 8,2 ns de largeur.

Le recours simultané à l'analyseur de spectre optique et à l'auto-corrélateur optique nous a permis d'identifier ce régime comme étant des multi-solitons en état lié. En effet, le spectre optique correspondant à ce régime est présenté sur la figure (4.7). La largeur à mi-hauteur du spectre est de 9,1 nm. La longueur d'onde centrale est de 1570 nm. Le spectre présente une forte modulation avec une figure

d'interférence à plusieurs ondes.

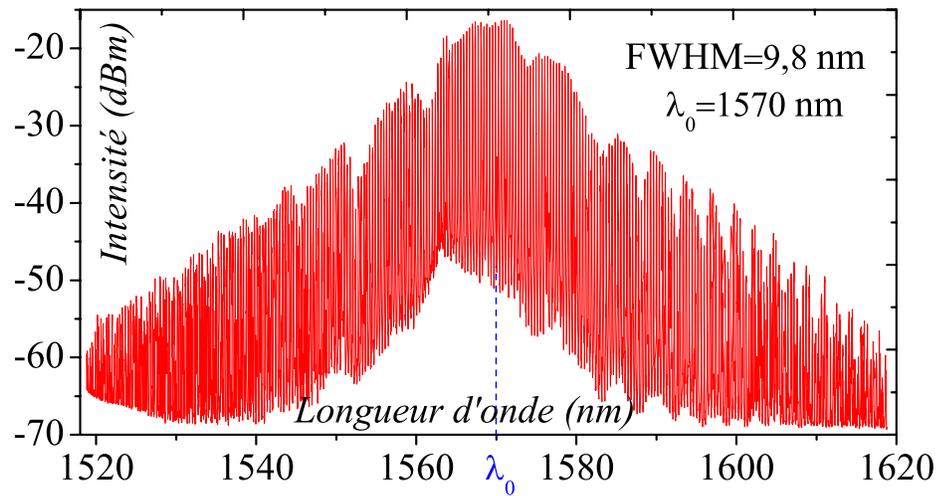


FIGURE 4.7 – Spectre optique large bande en échelle logarithmique présentant une forte modulation, ce qui atteste que les multisolitons sont liés.

La période de la modulation est de $\Delta\lambda = 0,36$ nm autour de 1570 nm (cf. figure 4.8-b), ce qui indique une séparation temporelle entre impulsions de $\Delta\tau = 23$ ps. La trace d'auto-corrélation obtenue est présentée sur la figure (4.9). Elle fait apparaître un grand nombre d'impulsions de même hauteur et régulièrement espacées. La fenêtre d'acquisition de l'autocorrélateur, limitée dans notre cas à environ 200 ps, ne nous permet pas de déterminer le nombre total d'impulsions. En effet, la petite fenêtre d'acquisition ne nous permet pas d'identifier l'enveloppe a priori triangulaire de la trace d'autocorrélation. De plus, le rapport entre l'intensité du pic central et celle du pic adjacent à celui-ci est égal à $N/(N-1)$, où N est le nombre d'impulsions en état lié. Cette mesure est impossible à réaliser à cause des fluctuations, car $N/(N-1)$ est très proche de 1.

Une question apparaît : comment peut-on déduire le nombre d'impulsions ?

Il est impossible de l'obtenir avec la trace d'autocorrélation. Cependant, au

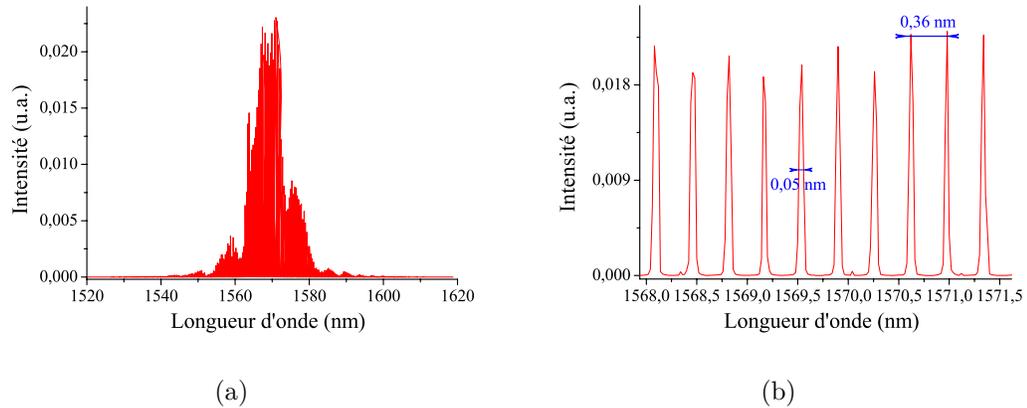


FIGURE 4.8 – (a) Spectre optique en échelle linéaire. (b) Le zoom de ce spectre montre une forte modulation de contraste égal à 1, la période de la modulation (interfrange) est égale à 0,36 nm. La présence de ces interférences multiples, conséquence d’une relation de phase fixe entre les solitons formant le chapelet, prouvent que les multisolitons sont liés. La finesse de chacun des pics est limitée par la résolution de l’analyseur de spectre (égale à 50 pm).

travers du spectre optique, il est imaginable de déterminer N en exploitant la finesse des pics obtenus. Cette mesure est également impossible puisque le pouvoir de résolution de l’analyseur est de 0,05 nm ce qui ne nous permet pas de mesurer cette finesse. Le recours, par exemple, à un étalon Fabry-Pérot nous aurait permis cette mesure mais nous ne l’avons pas à notre disposition.

Nous avons pu déduire le nombre d’impulsions en état lié en considérant qu’elles étaient uniformément réparties dans des paquets de 8,2 ns de largeur (figure 4.6), et que la séparation entre 2 impulsions successives est de 23 ps (figure 4.9). Du rapport entre ces deux grandeurs, on déduit que le nombre d’impulsions est environ $N = 350$.

Le spectre optique basse fréquence qui correspond à ce réseau de solitons liés est présenté sur la figure 4.10. Il représente un train périodique avec une fréquence égale à l’ISL de la cavité. Ce train est modulé par une enveloppe qui a la forme d’un sinus cardinal (transformée de Fourier de l’enveloppe rectangulaire du train).

Des simulations sous *Matlab* nous ont permis de reproduire les résultats obtenus expérimentalement.

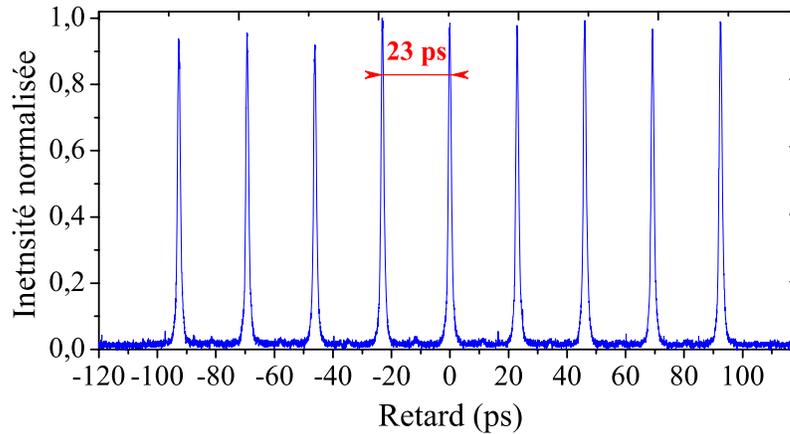


FIGURE 4.9 – Trace d'autocorrélation expérimentale montrant que les multisolitons liés ont une séparation de 23 ps.

4.4.3 Reconstruction (confirmation du régime)

Les résultats expérimentaux présentés dans le paragraphe précédent correspondent-ils réellement à 350 impulsions en état lié ? Les simulations effectuées et que nous allons présenter dans ce paragraphe prouvent bien cela. Le programme élaboré permet de calculer l'autocorrélation intensimétrique ainsi que le spectre optique à partir d'un train d'impulsions régulièrement espacées, ces valeurs seront comparées à l'expérience.

Dans notre reconstruction, nous avons considéré un train formé par une succession de N impulsions identiques ayant chacune un profil en sécante hyperbolique, comme suit :

$$f = \sum_{j=1}^N E e^{i(\omega(t-j\Delta\tau)+j\delta\varphi)} \frac{e^{-iC \frac{(t-j\Delta\tau)^2}{2\tau^2}}}{\cosh\left(\frac{t-j\Delta\tau}{\tau}\right)}. \quad (4.3)$$

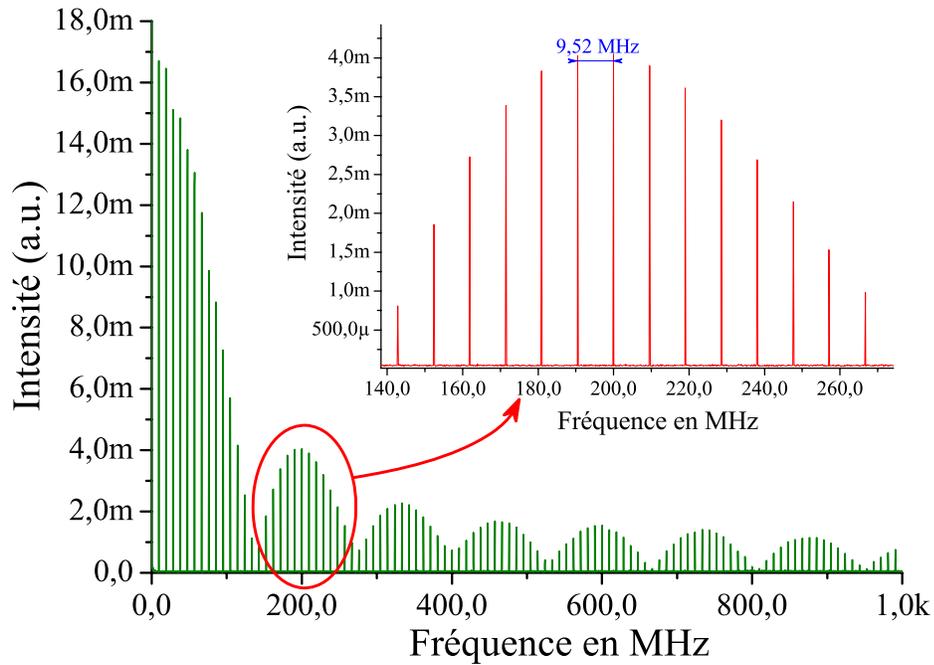


FIGURE 4.10 – Spectre basse fréquence.

Les paramètres du programme à définir au préalable sont : τ reliée à la durée τ_p ⁸, la séparation $\Delta\tau$ entre les impulsions, le déphasage $\delta\varphi$, le paramètre du chirp linéaire C , le nombre de points en relation avec l'intervalle du temps ainsi que le nombre N d'impulsions formant le train. Nous pouvons également tenir compte de

⁸En effet, la forme mathématique pour chacune des impulsions du train est :

$$f_0(t) = E_0 \operatorname{sech}\left(\frac{t}{\tau}\right) \exp\left(\frac{-iCt^2}{2\tau^2}\right), \quad (4.4)$$

où C représente le chirp et τ est relié à la durée de l'impulsion τ_p (largeur à mi-hauteur de l'intensité de l'impulsion) par :

$$\tau_p = 2\tau \ln(\sqrt{2} + 1) \approx 1,763\tau. \quad (4.5)$$

Cette relation s'obtient en résolvant $|f_0(\tau/2)|^2 = 1/2$. Ainsi, en posant $X = e^{\frac{\tau}{\tau}}$, on obtient $X^2 - \sqrt{8}X + 1 = 0$, ce qui conduit à $\tau/2\tau = \ln(\sqrt{2} + 1)$ et $\tau_p = 2\tau/2 = 2\tau \ln(\sqrt{2} + 1)$.

la dérive de l'écart temporel entre les impulsions.

Dans un premier temps, nous allons valider le programme en effectuant des simulations à deux impulsions liées et les comparer avec les résultats publiés. Ensuite, nous procéderons à des simulations pour un grand nombre d'impulsions (une centaine). Enfin, nous comparerons les résultats des simulations avec l'expérience.

4.4.3.1 Validation

Les simulations préliminaires effectuées ont concerné, dans un premier temps, le cas de deux impulsions de 540 fs, très proches (séparées de 2,7 ps) et ayant une relation de phase de $\pi/2$ (cf. figure 4.11). Ensuite, nous avons considéré deux impulsions liées plus éloignées (séparation de 6,8 ps), ayant une durée de 610 fs et une relation de phase de $\pi/2$ (cf. figure 4.16). Les résultats obtenus sont semblables à ceux mentionnés dans [54]. Notre outil de simulation est ainsi fiable.

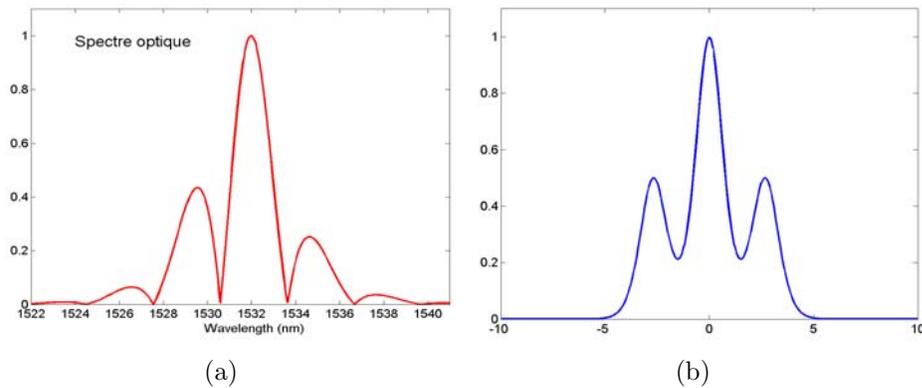


FIGURE 4.11 – (a) Spectre simulé pour deux impulsions (profil sech) de 540 fs non-chirpées, ayant une séparation de 2,7 ps et une différence de phase de $\pi/2$. (b) La trace d'autocorrélation correspondante.

4.4.3.2 Multisolitons liés : confirmation de notre interprétation

A partir d'un train de 350 impulsions liées (cf. figure 4.13), ayant une durée de 900 fs et espacées de 23 ps, incluant un chirp linéaire C et un déphasage $\delta\varphi$ entre

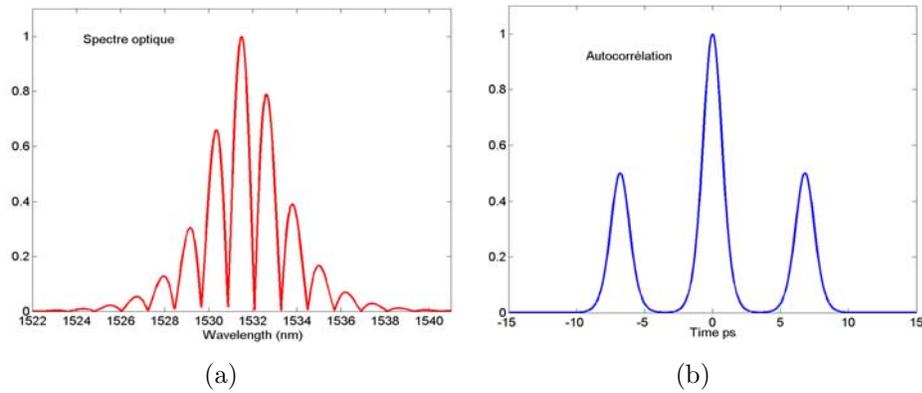


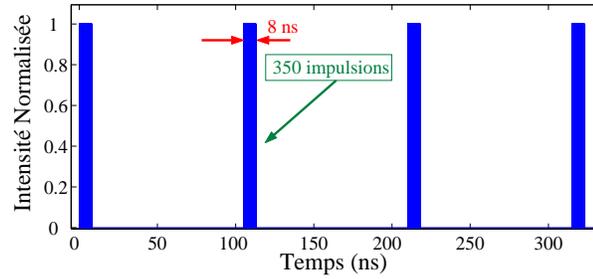
FIGURE 4.12 – (a) Spectre simulé pour deux impulsions (profil sech) de 610 fs non-chirpées, ayant une séparation de 6,8 ps et une différence de phase de $\pi/2$. (b) La trace d'autocorrélation.

deux impulsions voisines constant, le calcul de l'autocorrélation intensimétrique est représenté sur la figure 4.14.

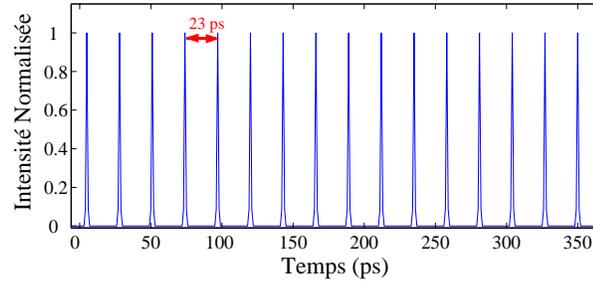
Dans le cas de deux impulsions liées, la valeur $\delta\varphi$ du déphasage entre les deux impulsions modifie la forme du spectre, et elle peut être déduite à partir de ce dernier, comme c'est le cas dans la référence [54]. Cependant, la séparation $\Delta\tau$ entre les multi-solitons liés est très grande dans notre cas. Ainsi, le nombre d'oscillations présentes sur le spectre optique est très grand, ce qui empêche la détermination du déphasage. Par conséquent, $\delta\varphi$ ne peut pas être déterminée expérimentalement, et sa valeur exacte n'a pas une réelle importance pour la reconstruction. Nous prenons ainsi d'une façon arbitraire $\delta\varphi = 0$.

La fréquence optique est égale à 193 THz. Pour le calcul du spectre optique, le nombre de multi-solitons simulés est restreint à 100 car la capacité mémoire de notre ordinateur de calcul est limitée. Par ailleurs, pour un très grand nombre d'impulsions, l'influence de leur nombre n'agit que sur la finesse des pics du spectre optique⁹. Il est aisé de comprendre cela par une simple analogie avec la figure de diffraction par un réseau. En effet, dans ce dernier cas plus le nombre de traits est

⁹Expérimentalement, la résolution de notre analyseur de spectre est égale à 50 pm. Elle est par conséquent insuffisante pour résoudre les pics dont la finesse spectrale est autour de 1 pm (estimée pour 350 impulsions verrouillées en phase).



(a)



(b)

FIGURE 4.13 – Allure temporelle de la succession des trains de réseaux de solitons considérés en simulation (a). Le zoom permet de visualiser la structure du réseau de solitons.

important, plus la finesse des ordres de diffraction est grande. La largeur du spectre optique montre que les impulsions sont chirpées. Ainsi le meilleur ajustement¹⁰ spectral est obtenu pour un paramètre de chirp linéaire $C = 1,2$. Finalement la concordance du spectre expérimental (Fig. 4.7) et reconstruit (Fig.4.15), ainsi que la similitude entre les traces d'auto-corrélation expérimentale (Fig. 4.9) et reconstruite (Fig. 4.14) prouvent que les paramètres estimés, caractéristiques du régime obtenu, sont corrects. La démarche suivie nous permet ainsi de prouver

¹⁰Pour une sécante hyperbolique, il n'existe pas de relation analytique simple qui permet de donner l'élargissement spectral provoqué par un chirp. Par contre, pour des impulsions de profil gaussien, à partir de la largeur spectrale $\Delta\omega$ de l'impulsion et de sa durée τ_p , il est possible de calculer le paramètre de chirp C à partir de la relation analytique suivante :

$$\Delta\omega = \frac{(1 + C^2)^{1/2}}{\tau_p}, \quad (4.6)$$

où $\Delta\omega$ est la demi-largeur à $1/e$ de la densité spectrale de puissance. La largeur $\Delta\omega^{FWHM}$ à mi-hauteur du spectre est reliée à $\Delta\omega$ par : $\Delta\omega^{FWHM} = 2\sqrt{\ln(2)}\Delta\omega$.

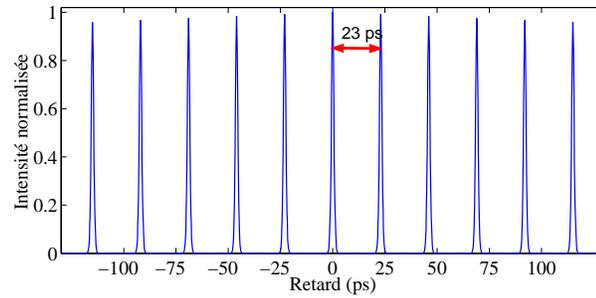


FIGURE 4.14 – Trace d'autocorrélation en simulation pour une fenêtre d'acquisition de 200 ps.

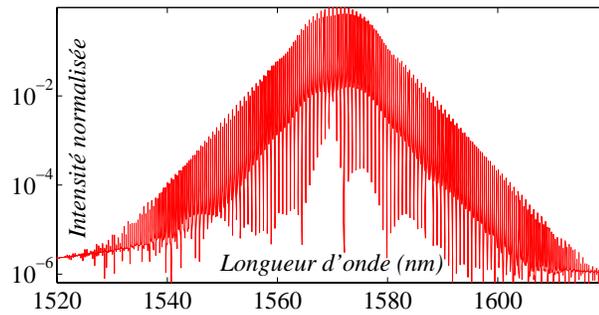


FIGURE 4.15 – Spectre en échelle logarithmique obtenu pour 100 impulsions liées ayant un déphasage nul et un paramètre de chirp $c = 1, 2$.

que le régime généré expérimentalement correspond en réalité à un état lié de 350 impulsions. Le chapitre suivant sera consacré au modèle que nous avons développé et qui explique la formation des motifs périodiques. L'équation établie grâce à cette modélisation permet également de reproduire le régime observé expérimentalement.

4.5 Autres comportements : Du 'gaz' au 'cristal' de solitons

De nombreux systèmes non-linéaires s'auto-organisent de façon à former des structures plus au moins ordonnées. C'est aussi le cas dans le domaine de l'optique où des motifs peuvent se former spatialement (dans le plan perpendiculaire à la direction de propagation de la lumière) ou temporellement (suivant la direction de la propagation). Une analogie entre les effets spatiaux et les effets temporels

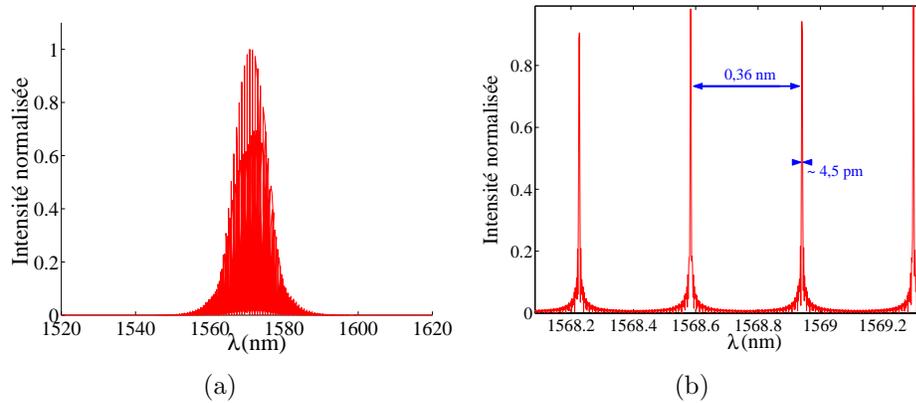


FIGURE 4.16 – Spectre en échelle linéaire obtenu pour 100 impulsions liées ayant un déphasage nul et un paramètre de chirp $c=1,2$ (a); avec un zoom au niveau du spectre, on obtient une période de modulation de 0.36 nm et une finesse spectrale des pics de 4.5 pm (b).

menant à de telles structures existe. Cette analogie a déjà été mise en évidence dans le papier fondamental de Zakharov & Shabat par l'équation de Schrödinger non-linéaire [138]. Dans ce contexte, la formation des solitons temporels résulte d'un équilibre entre la non-linéarité et la dispersion. Ces solitons, dits temporels, représentent un intérêt particulier dans le sens où ils sont de bons candidats pour les systèmes de télécommunications de longues distances. Ainsi la connaissance et la maîtrise de la dynamique qui régit leur propagation au sein d'un milieu non-linéaire sont devenues des enjeux d'importance majeure.

Des impulsions multiples 'solitoniques' dans des états différents ont été générées grâce à notre dispositif expérimental. Nous avons constaté que ces solitons peuvent se trouver d'abord dans une situation où ils sont perpétuellement en mouvement tout en occupant la totalité de l'espace qui leur est alloué (c'est-à-dire l'espace défini par l'intervalle spectral libre (ISL) de la cavité). Puis, ils commencent à former des blocs plus ou moins cohérents à l'intérieur de la cavité. Cette évolution peut continuer pour mener en fin de compte à la formation d'un seul bloc très cohérent où les multi-solitons sont tous liés les uns aux autres. D'un autre côté, et dans une configuration différente de la nôtre, des observations similaires ont déjà été observées. Des paquets de solitons avec des comportements analogues

ont été générés par instabilité modulationnelle dans une cavité passive [139–143]. Dans ces références, Mitschke et *al.* ont choisi les appellations, *gaz de solitons* et *crystal de solitons*, par analogie avec les états de la matière, étant donné que les comportements sont très similaires. Nous avons gardé cette même terminologie pour décrire les régimes observés, et nous sommes convaincus que ces analogies peuvent être poussées plus loin.

A titre de compléments, et en rapport avec les évolutions que peuvent avoir les multisolitons en cavité, des collisions pseudo-élastiques 2+1 ont été observées expérimentalement et validées théoriquement [144]. Des études plus détaillées sur les scénarios d'interaction ont également été rapportés [145]. Enfin, entre le comportement 'cristal' et le comportement 'gaz', on peut aussi situer l'existence de modes de vibration des positions relatives des solitons [146].

4.5.1 'Gaz' de solitons

Dans la documentation, il existe une quantité considérable de papiers dans lesquels ce mode de fonctionnement a été rapporté sous le nom de *gaz de solitons*. Cette appellation concernait divers domaines tels que la physique des plasmas [147] et la physique du solide [148]. La majorité des travaux effectués sont théoriques et peu de papiers expérimentaux existent [149, 150]. Pour les systèmes à fibre optique les travaux qui traitent du sujet ne sont pas nombreux non plus, à titre d'exemple, on cite les références [151–153] pour les travaux théoriques et la référence [154] en ce qui concerne les observations expérimentales.

Dans notre configuration expérimentale, et pour des positions bien précises des lames de phases, les multi-solitons ont un comportement similaire à celui d'un gaz. En effet, ils sont en mouvement perpétuel les uns par rapport aux autres, sans aucune relation de phase déterminée. Ainsi ils occupent tout l'espace disponible limité par l'intervalle spectral libre de la cavité (Fig. 4.17). Comme c'est le cas dans un gaz, la distance mutuelle entre les solitons est relativement grande, les interactions entre eux sont donc faibles, de sorte que les solitons sont libres de se déplacer dans tout l'espace qui leur est offert (Fig. 4.17-a,b,c et d), mais subissent

de nombreuses collisions au cours desquelles leur énergie peut varier. À un instant donné, les positions relatives que peuvent prendre les solitons sont représentées en détail sur la figure (4.18-a). Cet état où les solitons sont libres de bouger dans la cavité se traduit par un spectre ‘chahuté’ avec la présence d’une forte composante continue (Fig. 4.18-b,c).

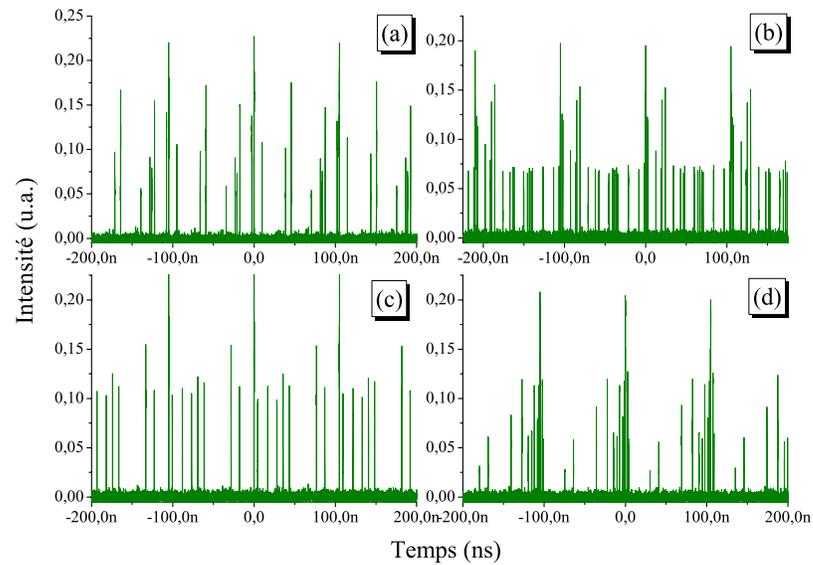


FIGURE 4.17 – Gaz de solitons : Comportements temporels où les solitons sont libres de se déplacer dans tout l’espace permis par la cavité.

4.5.2 Agrégats de solitons

En jouant légèrement sur les lames de phase, nous avons observé un comportement similaire à celui des molécules dans un liquide¹¹. En effet nous avons remarqué que les impulsions multiples se rapprochent un peu plus les unes des autres. Des blocs se forment alors dans lesquels les solitons commencent à se lier entre eux (Fig. 4.19 -a). L'état qui se forme peut bouger mais les blocs restent cohérents. Le spectre est donné sur la figure (4.19 -b,c). Les traces d'autocorrélations données sur la figure (4.19 -d,e,f) mettent en évidence cette cohérence à l'intérieur des blocs. Cet état où quelques 'goûtes' de solitons (formant des blocs cohérents) sont entourées par des solitons libres est analogue à un colloïde¹².

4.5.3 Vers un cristal de solitons

La caractéristique importante d'un gaz, c'est la distribution des vitesses. Plus la température est grande, plus la fraction des particules avec des vitesses très élevées est grande. L'enlèvement des particules les plus chaudes est un mécanisme de refroidissement efficace désigné sous le nom du refroidissement par évaporation. Ce procédé a été utilisé pour former des condensats de Bose-Einstein [155]. Pour un gaz de solitons généré par IM (Instabilité Modulationnelle) dans une cavité fibrée passive [140], un équivalent de ce procédé a été présenté : grâce à un filtre spectral placé dans la cavité, les auteurs ont pu transformer le gaz en un cristal de solitons.

Avec un procédé différent que celui utilisé par Mitschke et *al.* [140] (c'est-à-dire sans filtre spectral intracavité), nous avons pu obtenir un comportement similaire. Effectivement, rien qu'en modifiant légèrement les positions des lames, nous avons

¹¹Dans un liquide les distances mutuelles sont plus petites et les molécules sont moins libres : elles peuvent se déplacer dans tout le volume du liquide mais ne peuvent pas en sortir. Dans un solide chaque molécule est liée élastiquement à ses voisines et vibre autour d'une position moyenne fixe. Il en résulte que, dans tous les cas, la position et l'énergie de chaque particule sont aléatoires.

¹²Un colloïde désigne toute substance comportant deux phases distinctes, et dont les particules d'une phase, discontinue, sont bien plus petites, et diffusées dans l'autre phase.

pu transformer le gaz en un liquide de solitons dans un premier temps. Ensuite, en continuant l'ajustement des lames, le liquide de solitons se métamorphose à son tour pour donner naissance à un cristal de solitons (Figs. 4.20 et 4.21). La figure (4.20) montre comment se traduit cette évolution d'un point de vue temporel (c'est-à-dire leur répartition dans la cavité). La cohérence de l'état final est mise en évidence sur la figure (4.21). En effet, on part d'un liquide de solitons formé par des blocs partiellement cohérents, ce qui se traduit par des modulations fluctuantes au niveau du spectre (Fig. 4.21-a,b) et une trace d'autocorrélation montrant une liaison de phase partielle des solitons (Fig. 4.21-c). Un ajustement fin des lames, permet ainsi dans un premier temps de passer vers un état où les blocs de solitons sont plus cohérents (cf. spectres (4.21-d,e) et la trace d'autocorrélation (4.21-f)), pour donner naissance en fin de compte à un seul bloc où tous les solitons sont liés. Ce réseau de solitons ainsi obtenu est caractérisé par un spectre fortement modulé (Figs. 4.21-g,h) qui prouve qu'ils sont tous liés les uns aux autres et forment ainsi une structure périodique similaire à un cristal de solitons¹³ comme le montre la trace d'autocorrélation (cf. Fig. 4.21-i). Ce que nous venons de présenter n'est pas le seul scénario d'évolution possible.

Nous avons constaté d'autres possibilités de transformation comme par exemple la configuration multisolitonique présentée sur la figure 4.22. Cet état est caractérisé par la formation d'un paquet dans lequel seulement une partie des solitons sont liés par une relation de phase fixe (une quinzaine formant une structure périodique : cristal de solitons) (cf. trace d'autocorrélation 4.22-c). La trace d'autocorrélation présente un léger piédestal qui montre que l'autre partie des solitons n'est pas cohérente avec le groupe formant l'état lié. Ainsi le groupe de solitons formant le bloc avec 2 états de 'phases' distincts est analogue à un 'colloïde' de solitons.

Une autre possibilité d'évolution temporelle des blocs a été constatée et elle est

¹³Nous avons constaté une évolution d'un état où les solitons sont regroupés dans des ensembles cohérents (formation d'agrégats dans un liquide ou gaz) vers un état où tous les multisoliton forment un seul bloc figé (cristal de solitons). Dans ce dernier état, les solitons restent piégés par leurs voisins. Dans ce cas, un effet collectif de tous les multisolitons, et leur mouvement est impossible (bouger un seul d'entre eux revient à bouger toute la structure).

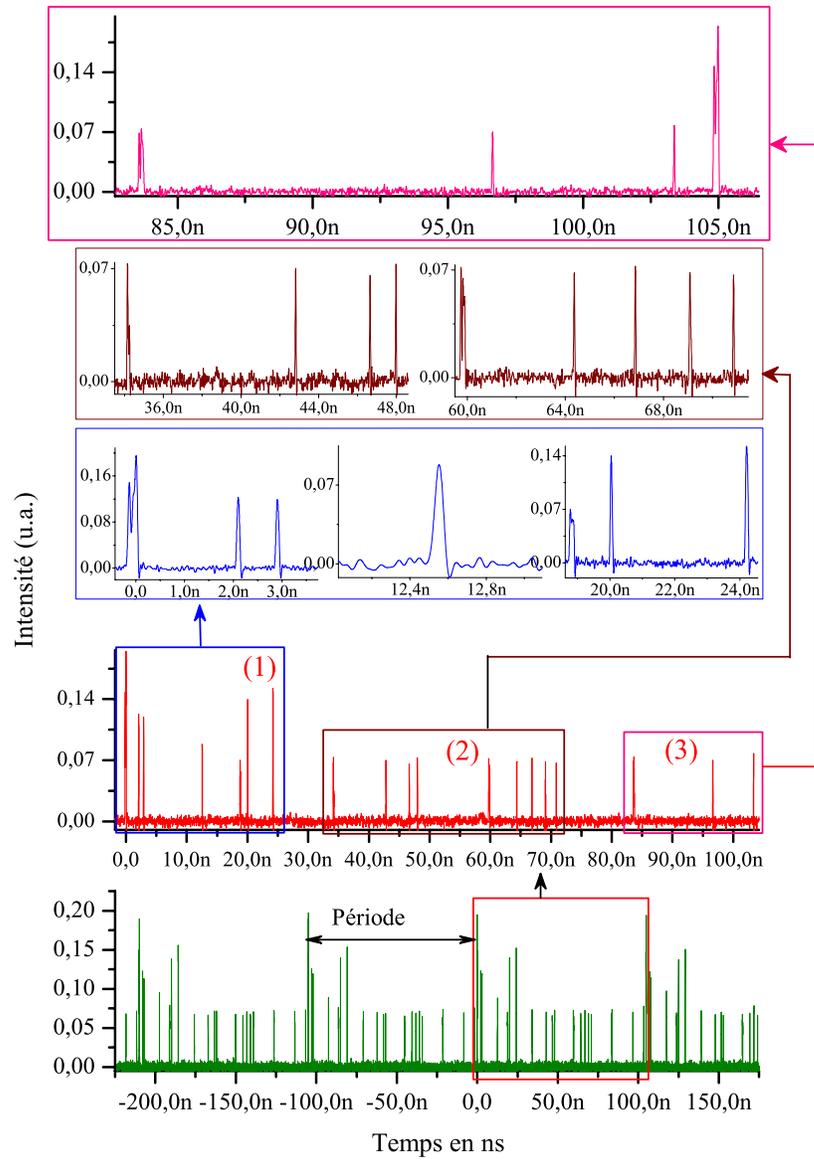
présentée sur la figure 4.23. Dans ce cas de figure, un liquide de solitons constitué initialement par 3 blocs distincts (cf. Fig. 4.23-1 : état analogue à 3 ‘gouttes’ d’un liquide de solitons) va évoluer vers un état où les 3 blocs vont se rapprocher progressivement pour former à la fin un seul bloc plus grand (cf. 1 → 8 Fig.4.23 : 3 gouttes de solitons qui fusionnent pour former une goutte plus grande). Cette évolution est accompagnée par une modification au niveau de la trace d’autocorrélation globale (Figs. 4.24-c,d). Le spectre initial est représenté en (4.24-a,b).

4.5.4 Analogie thermodynamique : transitions de phases des multisolitons

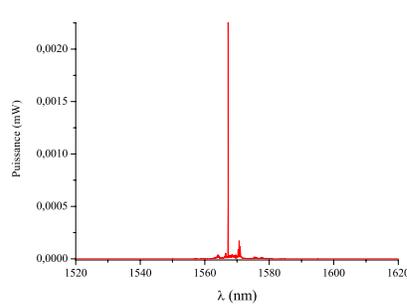
Une approche à la fois statistique et thermodynamique de ces multisolitons permettrait de comprendre les comportements qu’ils peuvent prendre dans la cavité. En effet, par analogie aux gaz et aux liquides, si on connaît toutes les vitesses possibles des molécules et la manière dont elles interagissent deux à deux, on peut alors déduire statistiquement du comportement d’une seule molécule celui de l’ensemble du liquide, et prévoir par exemple sa température ou encore sa pression. Ce n’est pas encore possible pour ces états de phases multisolitoniques. Ce qui n’est pas une raison pour renoncer à utiliser les concepts de la thermodynamique pour ces régimes que nous avons observés, à commencer par la notion de température ‘thermodynamique’. Il sera utile de tenter d’identifier l’équivalent de cette température pour un ensemble de solitons. Même s’il est difficile de quantifier ou d’imaginer la chaleur des solitons, il faut chercher à traduire les mouvements relatifs en température : celle-ci dépendrait à la fois des variations de la position d’un soliton au cours du temps et de l’influence du milieu à l’avancée de cette entité. Avoir une définition de la température pour ce milieu permettrait de mieux comprendre pour quelles conditions nous avons des blocs fixes de solitons (cristal de solitons) ou au contraire des solitons en perpétuel mouvement les uns vis à vis des autres et qui occupent tout l’espace possible c’est à dire la cavité (gaz de solitons). Cette étude statistique pourrait concerner également plusieurs volets tels que la distribution des puissances des pics des solitons, la distribution des durées des impulsions, le nombre de solitons

en jeu sans oublier la distribution des séparations entre les solitons. Par rapport à ce dernier point, mettre en évidence l'existence d'une distance caractéristique (ou bien des distances caractéristiques) d'interaction entre les solitons permettrait de mieux comprendre cette transition de phase.

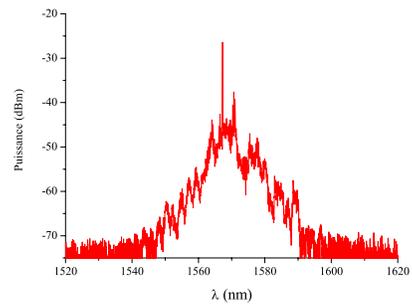
Il nous manque encore beaucoup d'informations sur les solitons en régimes multi-impulsionnels pour avoir un modèle réaliste et prédictif de leur comportement. On a beau connaître la nature des liaisons entre les solitons, tant qu'on ne saura pas comment un soliton isolé interagit non seulement avec ses premiers voisins mais aussi avec les autres (autrement dit, tant qu'on ne peut pas décrire théoriquement l'interaction, par exemple à l'aide d'un potentiel), alors aucun modèle ne sera capable de prédire tel ou tel comportement.



(a)



(b)



(c)

FIGURE 4.18 – Gaz de solitons à un instant donné : (a) le comportement temporel montrant en détail les positions aléatoires que peuvent prendre les solitons dans la cavité ; le spectre associé qui est ‘chahuté’ avec une forte composante continue, échelle linéaire (b), échelle logarithmique (c).

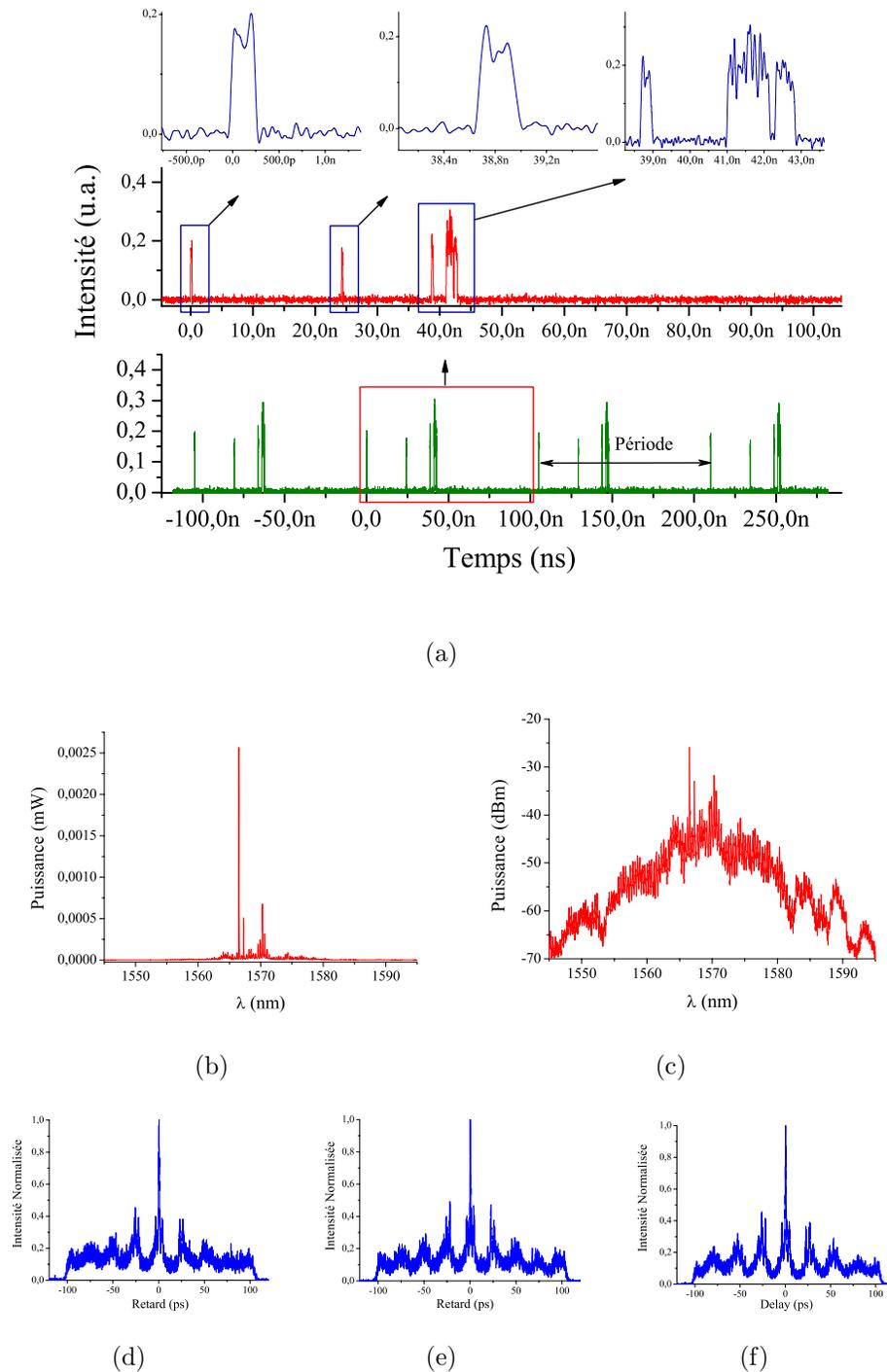


FIGURE 4.19 – ‘colloïde’ de solitons : (a) Comportement temporel dans lequel les solitons sont regroupés dans des paquets ; les modulations apparentes au niveau du spectre optique (en échelle linéaire (b) et logarithmique (c)) ainsi que les structures des traces d’autocorrélations (d, e, et f) prouvent la cohérence des solitons à l’intérieur des blocs qu’ils forment. Le léger piédestal présent sur les traces montre que -quelques uns- des solitons restent libres.

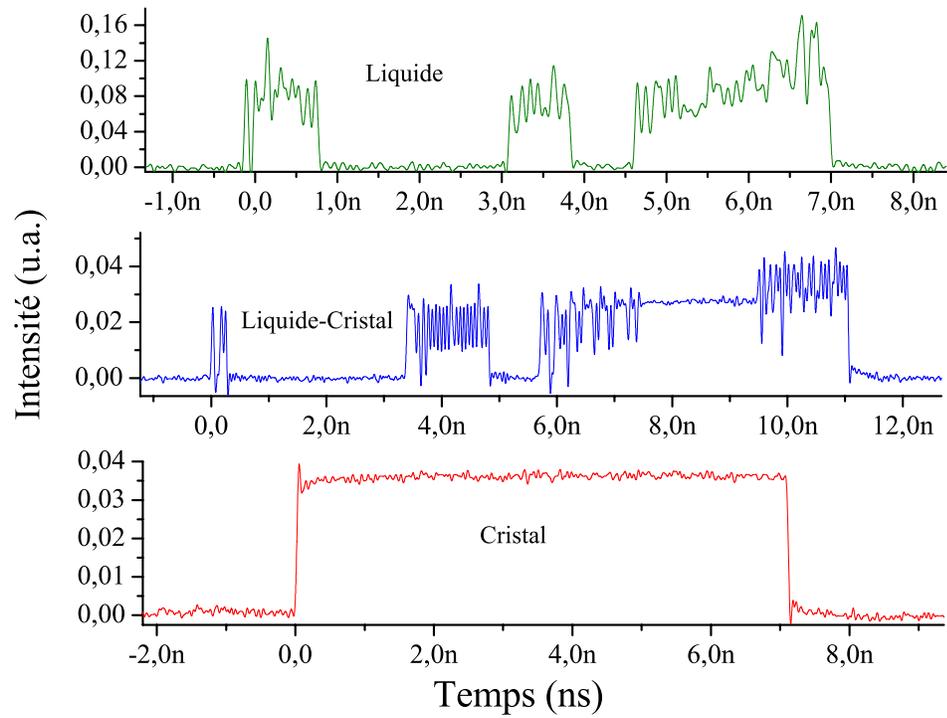


FIGURE 4.20 – Du liquide de solitons au cristal de solitons :traces temporelles montrant les blocs de solitons évoluer pour donner naissance à un seul bloc figé et stable de solitons.

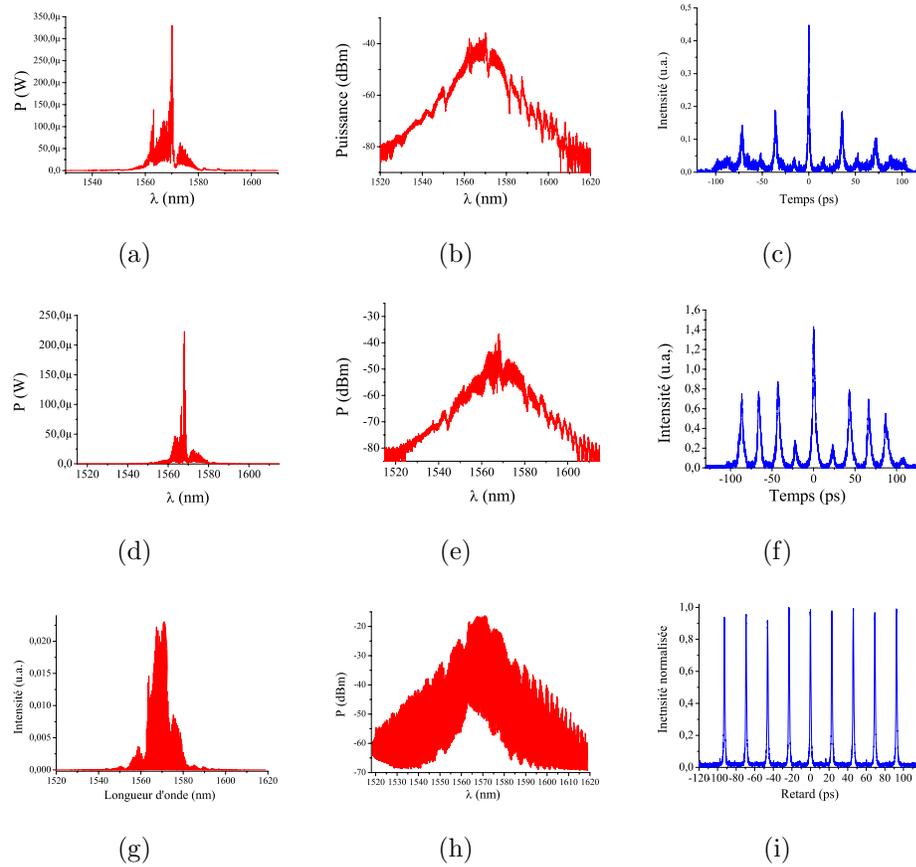
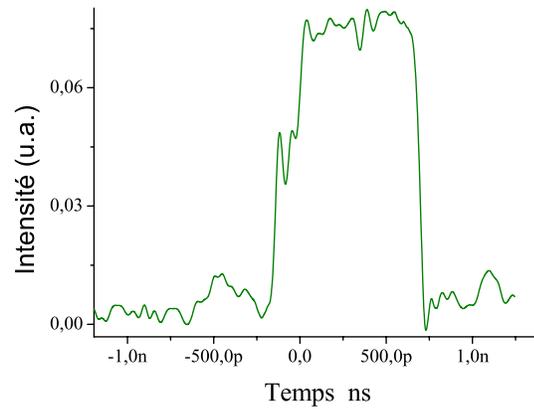
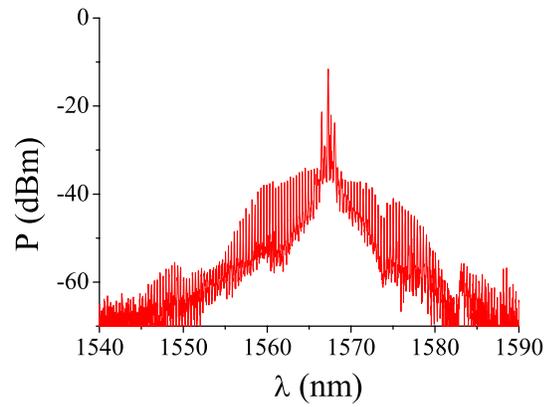


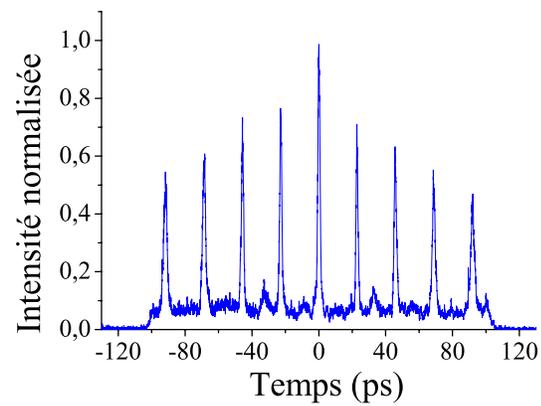
FIGURE 4.21 – Évolution du liquide de solitons au cristal de solitons; évolution au niveau spectral ((a, b) \rightarrow (d, e) \rightarrow (g, h)); traces d'autocorrélations prouvant que lors de l'évolution ((c) \rightarrow (f) \rightarrow (i)), les multisolitons se structurent pour former à la fin un motif périodique.



(a)



(b)



(c)

FIGURE 4.22 – État final d'un scénario d'évolution. La trace temporelle montre que les solitons se regroupent en un seul bloc (a). La présence d'une modulation au niveau du spectre optique (b) combinée avec la structure de la trace d'autocorrélation (c) prouvent qu'une partie des solitons (une quinzaine) forment un état lié.

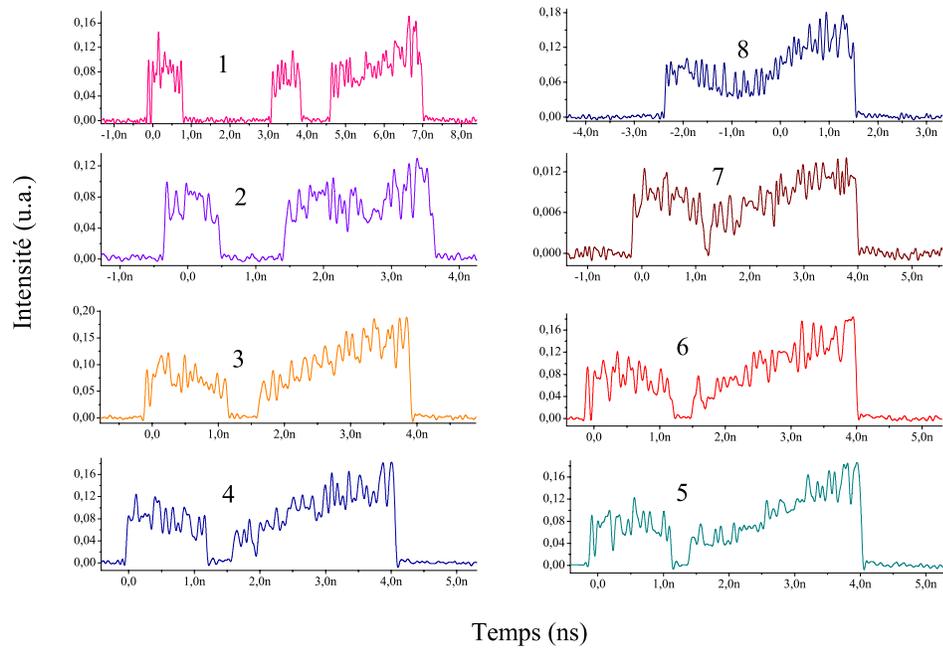
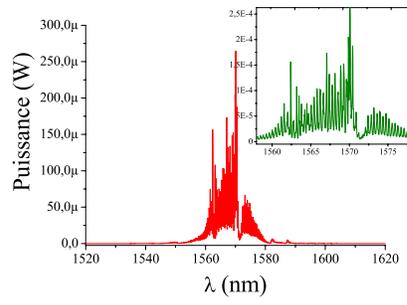
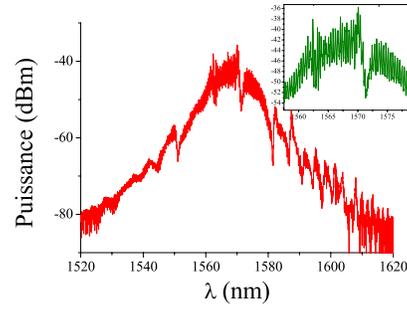


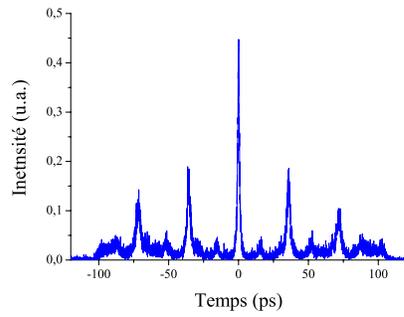
FIGURE 4.23 – Liquide de solitons. (1) vers (8) : Évolution perpétuelle des blocs pour former un seul paquet de solitons (8). Ce schéma d'évolution est analogue à 3 'goûtes' d'un liquide de solitons qui fusionnent.



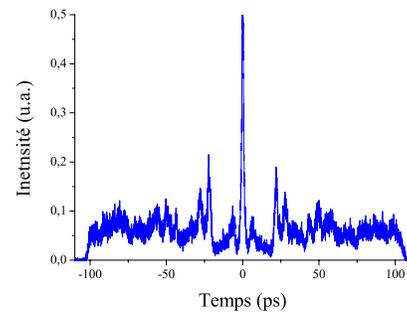
(a)



(b)



(c)



(d)

FIGURE 4.24 – Liquide de solitons. Spectre optique initial ;(a) échelle linéaire ;(b) échelle logarithmique .(c) et (d) Traces d'autocorrélation en évolution.

CHAPITRE 5

CRISTAL DE SOLITONS : MODÉLISATION

5.1 Introduction.

La dynamique non-linéaire des lasers à verrouillage de phase est un sujet d'étude fascinant qui recèle de nombreuses surprises. C'est le cas des régimes multi-impulsionnels qui sont fréquemment observés avec des comportements dynamiques riches et variés. Ces impulsions multiples interagissent en cavité, et suivant les distances qui les séparent et selon les échelles de temps impliquées, plusieurs mécanismes peuvent influencer leur distribution.

En effet, sous certaines conditions les interactions entre solitons mènent à la formation d'un état lié de deux ou plusieurs impulsions. L'état lié le plus simple est le doublet de solitons dissipatifs.

Les investigations autour de ce comportement, qui paraissait mystérieux au début, ont commencé il y a une dizaine d'années. Il a d'abord été prédit théoriquement sur la base d'une analyse de stabilité de l'équation de Ginzburg-Landau cubique-quintique à coefficients complexes [156–158].

Une telle équation est universelle [159]. Elle permet de décrire toute une variété de phénomènes physiques allant de la propagation non-linéaire des ondes jusqu'aux transitions de phase du second ordre [160]. Elle permet de décrire également d'autres phénomènes tels que la supraconductivité [161] ou la superfluidité [162] -*états étranges de la matière*- ainsi que les condensats de Bose-Einstein [163], sans oublier les cristaux liquides [164] et elle s'applique aussi au domaine de la théorie des cordes [165]. Cette équation a un intérêt particulier pour modéliser la propagation d'impulsions courtes dans un grand nombre de lasers à modes bloqués et plus précisément les lasers à fibre qui favorisent la présence de solitons dissipatifs. En effet, elle inclut de manière distribuée les effets dispersifs et dissipatifs linéaires et non-linéaires qui sont généralement les plus importants dans de tels systèmes.

En 2003, une description d'un modèle vectoriel de cavité laser a permis à d'établir clairement des paires de solitons liées en relation avec des attracteurs [166]. Des triplets et des quadruplets d'impulsions en état lié ont également été prédits [158, 167], et observés [56, 57, 126]. Cependant les observations expérimentales et les prédictions théoriques ont été jusqu'à maintenant limités à un nombre réduit d'impulsions.

D'un autre côté, dans un milieu Kerr à une dimension, des longs trains périodiques contenant une infinité de solitons (conservatifs) ont été décrits théoriquement et expérimentalement. La formation de ces trains est due à l'instabilité modulationnelle (IM) [168, 169]. Elle se rapporte au phénomène dans lequel une onde continue initialement perturbée tend à se briser spontanément en un train d'impulsions de type 'solitons' lorsqu'elle se propage dans un milieu dispersif et faiblement non-linéaire, tel une fibre optique [170–172]. L'état qui se forme alors n'est pas stable. On s'attend théoriquement à ce que l'onde continue (CW) soit rétablie par la récurrence dite de Fermi-Pasta-Ulam (FPU)¹ [174]. Une solution analytique de l'équation de Schrödinger non-linéaire (NLS) qui rend compte de ce phénomène a été trouvée [175]. Les observations expérimentales ont concerné à la fois les solitons spatiaux² [176] et temporels [172, 177]. Pour stabiliser ces réseaux de solitons,

¹Une fois formé ce train de solitons d'amplitudes variables, celui-ci a tendance à reconstituer approximativement la condition initiale. On reconnaît dans cette dynamique la récurrence FPU. Une explication phénoménologique en termes d'interactions entre solitons peut être donnée comme suit : L'onde initiale se module progressivement en un train périodique de solitons, qui possèdent des vitesses différentes en proportion de leurs amplitudes. Ces différences de vitesse conduisent à leur désalignement au sein du train, ce qui correspond à un transfert d'énergie vers plusieurs autres composantes spectrales. Par ailleurs, comme les conditions aux limites sont périodiques, si un soliton quitte une période de modulation d'un côté, un autre y entre par l'autre côté. En raison de la stabilité intrinsèque des solitons, le seul effet dû à leurs interactions est une série de déphasages, de sorte qu'ils retrouvent leur alignement d'origine et reforment l'onde initiale [173].

²À la manifestation temporelle de l'IM qui se produit dans les fibres optiques, il existe un analogue spatial à cette instabilité, l'autofilamentation. Bien entendu, ce dernier processus a aussi lieu dans des milieux non-linéaires, mais c'est alors la diffraction, et non la dispersion, qui entre en ligne de compte dans l'étude de l'instabilité. Ainsi, lorsqu'une légère modulation vient perturber un faisceau initialement uniforme dans un milieu non-linéaire autofocalisant, chaque période de modulation agit comme une lentille convergente puisque l'indice de refraction local y est accru. Par conséquent, le faisceau aura tendance, sous certaines conditions, à se concentrer périodiquement dans chacune de ces petites régions et finalement à se décomposer en filaments.

des essais pour éliminer les interactions entre ses solitons ont été effectués [178]. Dans des cavités optiques passives, la stabilisation des trains périodiques de solitons a été réalisée par le biais d'un filtre spectral intra-cavité menant ainsi à un *crystal de solitons* [139–143]. Des trains infinis de solitons dissipatifs ont été générés expérimentalement dans un laser à fibre dopé erbium par instabilité modulationnelle [179, 180]. Plus récemment, il a été montré que dans un laser à fibre, la génération d'impulsions à un haut taux de répétition pourrait aussi être due au terme du mélange à quatre ondes (FWM) non dégénéré [181]. Dans ce dernier, les dynamiques associées à ce régime ont été modélisées avec une équation de type CGL perturbée par des termes phénoménologiques.

Cette section sera réservée à l'étude théorique approfondie de nos observations expérimentales de longs trains de solitons [182]. La totalité des impulsions formant chacun de ces trains *multi-solitoniques* sont dans un état lié qui est très stable. La structure qu'ils forment est quasi-périodique comme s'il s'agissait d'un cristal de solitons. Chacun des trains a une longueur finie, très grande à l'échelle d'un soliton, mais très petite en comparaison avec la longueur de la cavité. Ces multisolitons liés ont une disposition similaire à une chaîne très longue d'atomes et forment une structure analogue à une macromolécule de solitons).

La modélisation développée est basée sur des notions généralement utilisés dans la littérature. Le modèle sera établi à partir de l'équation d'évolution du gain, pour représenter la dynamique du milieu actif, et des équations décrivant la propagation non-linéaire des composantes de l'enveloppe lentement variable du champ électrique dans la fibre.

Pour donner une vue d'ensemble de notre travail, les principales étapes de la modélisation sont données ci-dessous :

- Poser les équations régissant notre système et définir les paramètres physiques qui vont intervenir dans la modélisation.
- Résoudre l'équation dynamique du gain.

- Injecter l'expression de la composante rapide du gain dans le système d'équations régissant la propagation non-linéaire dans la fibre et appliquer une méthode de résolution perturbative.
- Intégrer le rôle de l'isolateur-polariseur et établir le modèle.
- Réseau de solitons liés : notre vision du phénomène par une analyse multi-échelles.
- Implémenter numériquement le modèle avec un langage de programmation. Confirmation numérique de l'existence d'une solution périodique à l'échelle du temps rapide.
- Etude analytique justifiant la longueur finie des trains à l'échelle du temps long.

Le présent chapitre explique en détail le processus de résolution découlant de ces points.

5.2 Éléments d'analyse théorique : Quand l'analyse multi-échelles fournit une explication

5.2.1 Paramètres physiques de l'équation du gain

Comme nous l'avons mentionné dans l'annexe (I), la dynamique du gain est régie par l'équation suivante :

$$\partial_t g = -\frac{g}{\tau_g} - agP + \Lambda, \quad (5.1)$$

où g est le coefficient de gain (en m^{-1}), ∂_t est l'opérateur de dérivation par rapport à la variable de temps, τ_g est le temps de relaxation du gain (en ms), a est le paramètre de saturation (en $W^{-1}ps^{-1}$), $P = |u|^2 + |v|^2$ est la puissance du champ électrique (en W), et Λ est le coefficient de pompage (en m^{-1}).

Calcul des paramètres physiques :

Le paramètre de saturation a peut être exprimé par :

$$a = \frac{\sigma}{h\nu A_{eff}} \frac{\tau_g}{T_{rt}}. \quad (5.2)$$

Nous avons $a = 9,8 \cdot 10^{-3} \text{ W}^{-1}\text{ps}^{-1}$, où $\sigma = 5 \cdot 10^{-25} \text{ m}^2$ [183–186] est la section efficace de l'émission stimulée, $A_{eff} \approx 70 \text{ }\mu\text{m}^2$ est l'aire effective du cœur de la fibre, $h\nu = 13,26 \cdot 10^{-20} \text{ J}$ est l'énergie du photon à $1,55 \text{ }\mu\text{m}$; $\tau_g \approx 10 \text{ ms}$ (pour l'erbium) et $T_{rt} \approx 110 \text{ ns}$ est l'inverse de l'ISL de la cavité.

Le coefficient de pompage Λ est relié au taux de pompage R_p par l'égalité $\Lambda = \sigma R_p$. Ainsi on peut évaluer R_p à partir des données expérimentales en utilisant l'équation [187],

$$R_p(r, z) = \frac{\alpha_{lin} I_p(r, z)}{h\nu_p}. \quad (5.3)$$

Dans l'équation (5.3), l'intensité de pompage I_p est supposée constante tout au long de la fibre (ie. $I_p(r, z) = I_p$). Ce qui implique que $R_p(r, z) = R_p$. Nous avons $h\nu_p = 2 \cdot 10^{-19} \text{ J}$: l'énergie du photon de pompe à 980 nm ; $\alpha_{lin} = 0,81 \text{ cm}^{-1}$ est le coefficient d'absorption linéaire de la pompe³. Le régime étudié a été obtenu pour une puissance de pompe $P_p = 3 \text{ W}$, à partir de laquelle on déduit $I_p = 382 \text{ MW/m}^2$ en utilisant la section de la gaine de la fibre dopée. Avec les données que nous venons d'explicitier, on trouve $R_p = 1,55 \cdot 10^{29} \text{ m}^{-3}\text{s}^{-1}$, et par conséquent $\Lambda = 77,5 \cdot 10^3 \text{ m}^{-1}\text{s}^{-1}$.

5.2.2 Résolution de l'équation dynamique du gain

Les trains périodiques de solitons générés expérimentalement parcourent d'une manière cyclique le milieu à gain constitué par la fibre dopée à l'erbium. La durée de chaque soliton constituant le train est de 900 fs et très petite devant le temps de relaxation du gain du milieu traversé ($\tau_g \approx 10 \text{ ms}$). Chacun de ces trains a une

³Le coefficient d'absorption des photons pompe à 980 nm mesuré est de $\alpha_{dB} = 350 \text{ dB/m}$ (donnée constructeur). Il est relié à α_{lin} , coefficient d'absorption linéaire, par : $\alpha_{lin} = 0,1 \ln(10) \times \alpha_{dB} = 0,81 \text{ cm}^{-1}$.

durée de (8.2 ns) qui est également très petite devant τ_g . Par conséquent l'évolution du gain fait intervenir deux échelles de temps très différentes. Cette évolution est caractérisée par une déplétion rapide qui suit les variations de l'enveloppe de l'onde, et une relaxation lente. Le but de cette section est de dériver d'une manière rigoureuse les équations qui découlent de ces deux phénomènes. Pour ce faire, nous allons procéder à un développement multi-échelles, technique appelée également 'méthode de perturbation réductive' [188].

Nous introduisons ainsi deux variables de temps différentes, une variable τ lente qui est reliée à la relaxation, et une variable T rapide qui tient compte des variations dues à l'enveloppe de chacune des impulsions.

τ_g est pris comme temps de référence, le temps lent τ coïncidera donc avec le temps physique t , et nous introduisons un paramètre de petitesse η de telle sorte que le temps rapide est $T = t/\eta$. Le paramètre η est typiquement le rapport entre la durée de l'impulsion et le temps de relaxation τ_g . Ainsi, l'opérateur de dérivation par rapport au temps devient

$$\partial_t = \frac{1}{\eta} \partial_T + \partial_\tau. \quad (5.4)$$

Le développement du gain en série de puissances de η s'écrit :

$$g = g_0 + \eta g_1 + O(\eta^2), \quad (5.5)$$

ce développement est reporté dans l'équation (5.1).

Au premier ordre η^{-1} , on trouve que $\partial_T g_0 = 0$, par conséquent g_0 dépend seulement de la variable lente τ : Les variations rapides du gain restent petites.

A l'ordre η^0 , on obtient

$$\partial_T g_1 + \partial_\tau g_0 = - \left(\frac{1}{\tau_g} + aP \right) g_0 + \Lambda. \quad (5.6)$$

L'intégration de l'équation (5.6) donne :

$$g_1(T, \tau) = (T - T_0) \left(-\partial_\tau g_0 - \frac{g_0}{\tau_g} + \Lambda \right) - a g_0 \int_{T_0}^T P(T', \tau) dT' + g_1(T_0, \tau), \quad (5.7)$$

T_0 étant un temps initial arbitraire. On sait que g_0 ne dépend pas de T . Nous supposons que le paramètre de pompage Λ n'en dépend pas non plus, c'est effectivement le cas pour un pompage constant. Le terme séculaire dans l'expression (5.7) de g_1 doit être nul. Plus précisément, la correction g_1 doit être sous-linéaire, c'est-à-dire $\lim_{T \rightarrow +\infty} (g_1/T) = 0$. Cela correspond à la condition :

$$\frac{\partial g_0}{\partial \tau} = - \left(\frac{1}{\tau_g} + a \langle P \rangle \right) g_0 + \Lambda, \quad (5.8)$$

où

$$\langle P \rangle = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} \int_{T_0}^T P(T', \tau) dT'. \quad (5.9)$$

$\langle P \rangle$ qui dépend uniquement de la variable lente τ . On fait tendre T_0 vers $-\infty$, ainsi $\langle P \rangle$ est la valeur moyenne de P sur toutes les valeurs de la variable rapide T . C'est donc la condition de non-sécularité pour l'évolution de la correction g_1 en fonction de la variable rapide T qui détermine la loi d'évolution de g_0 -*terme du premier ordre du gain*- en fonction de la variable lente τ . Une telle propriété est souvent utilisée dans les développements multi-échelles. En posant $\Delta P = P - \langle P \rangle$, et en supposant que g_1 s'annule quand T tend $-\infty$, l'expression de g_1 est alors :

$$g_1 = -a g_0 \int_{-\infty}^T \Delta P(T') dT'. \quad (5.10)$$

Cette expression tient compte des variations rapides du gain. Par retour au référentiel du laboratoire, nous obtenons

$$g = g_0 \left(1 - a \int_{-\infty}^t (P(t') - \langle P \rangle) dt' \right), \quad (5.11)$$

où $\langle P \rangle$ est la valeur moyenne de la puissance sur un ou quelques tours de cavité.

5.2.3 Formation du train d'impulsions : Interprétation

L'étude qui précède a mis en évidence deux échelles de temps différentes qui régissent l'évolution du gain. La première correspond à une réponse quasi-immédiate à la perturbation induite par l'impulsion, elle s'exprime par un terme intégral. La seconde échelle est conforme à une relaxation lente.

La réponse immédiate g_1 peut être responsable de la modification des propriétés des différentes impulsions lors de la propagation, ainsi que les interactions avec leurs voisins. A cette échelle, la structure du train d'impulsions est périodique. D'autre part, l'ensemble du train d'impulsions a une longueur finie. A l'échelle de temps qui caractérise cette longueur, les variations que subit le gain moyen g_0 ne sont plus négligeables. Entre deux passages consécutifs du train, l'évolution du gain est régie par la relaxation et le pompage, tandis que la déplétion du gain se produit au passage de chaque impulsion, et se cumule sur l'ensemble du train. La longueur du train sera déterminée par la condition qui exprime la conservation de l'énergie, de telle sorte que la déplétion du gain accumulée tout au long du train soit exactement compensée par la récupération du gain dû à la relaxation et au pompage. Cette évolution est schématisée sur la Fig. 5.1.

Dans ce qui va suivre, nous allons établir l'équation qui gouverne l'évolution rapide, autrement dit la structure locale du champ électrique. Puis, nous montrerons numériquement que l'équation obtenue admet une solution périodique et que l'amplitude et la séparation entre les impulsions sont définies par les paramètres de la cavité. Ensuite, nous allons évaluer la déplétion du gain consécutive au passage d'une impulsion. Pour ce faire, nous allons utiliser l'expression analytique d'une solution de l'équation d'évolution pour une impulsion. Finalement, la valeur de la déplétion du gain obtenue sera comparée au gain récupéré à travers le pompage. Ainsi le nombre d'impulsions théorique formant le train sera comparé à la valeur expérimentale.

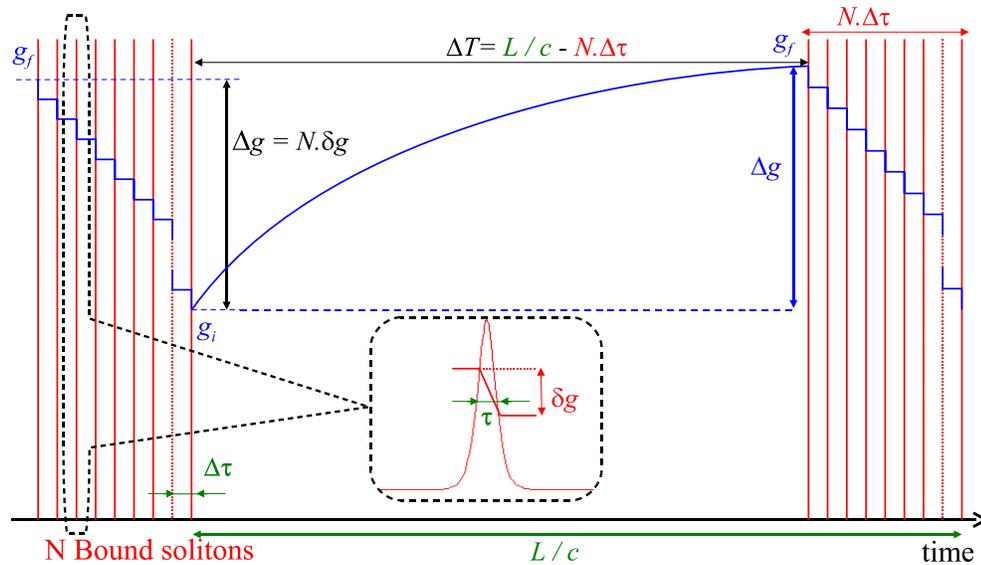


FIGURE 5.1 – Evolution du gain le long de la cavité : il est diminué par chaque impulsion du train, puis restauré par le pompage

5.3 Comportement local : Équation d'évolution 'moyenne'

5.3.1 Équations de propagation non-linéaire dans la fibre

La propagation non-linéaire des composantes de l'enveloppe lentement variable de l'impulsion dans la fibre est régie par le système de deux équations aux dérivées partielles (EDP) suivant [85] [62] :

$$i\partial_z u - Ku - \frac{\beta_2}{2}\partial_t^2 u + \gamma(u|u|^2 + Au|v|^2 + Bv^2u^*) = ig\left(1 + \frac{1}{\omega_g^2}\partial_t^2\right)u, \quad (5.12)$$

$$i\partial_z v + Kv - \frac{\beta_2}{2}\partial_t^2 v + \gamma(v|v|^2 + Av|u|^2 + Bu^2v^*) = ig\left(1 + \frac{1}{\omega_g^2}\partial_t^2\right)v, \quad (5.13)$$

Ces deux équations sont données dans un repère d'axes propres se déplaçant à la vitesse de groupe.

Les coefficients des deux équations ci-dessus sont définis comme suit :

- K est le paramètre de biréfringence⁴ en (m^{-1})
- $\gamma = 2\pi n_2/(\lambda A_{eff})$ est le coefficient non-linéaire, avec n_2 (en m^2/W) le coefficient de l'indice non-linéaire et A_{eff} (en m^2) l'aire effective du cœur de la fibre.
- A et B représentent respectivement l'effet de la modulation de phase croisée (XPM : Cross Phase Modulation) et le mélange à quatre ondes (FWM : Four-wave mixing). Ces paramètres sont fixés par la nature du matériau. Pour la fibre en silice, $A = 2/3$ and $B = 1/3$ [62].
- β_2 est le paramètre de dispersion de la vitesse de groupe, g est le coefficient du gain et ω_g est la largeur spectrale du gain.

Symbole	Signification	Valeur	unité
β_2	Dispersion de la vitesse de groupe	-0.002	ps^2/m
κ	Paramètre de biréfringence	1,5	m^{-1}
γ	Coefficient non-linéaire	$3 \cdot 10^{-3}$	$\text{W}^{-1}\text{m}^{-1}$
g	Coefficient du gain	— — —	m^{-1}
ω_g	Largeur spectrale du gain	15.7	ps^{-1}

TABLE 5.1 – Paramètres physiques du laser avec leurs valeurs respectives

Le tableau (5.1) énumère les différents symboles se rattachant aux équations de propagation ainsi que les valeurs des paramètres correspondant à notre configuration expérimentale, qui seront utilisés dans les simulations numériques.

5.3.2 Approche perturbative de résolution

Dans les système des deux Eq. (5.12 et 5.13), le coefficient du gain est substitué en utilisant l'équation (5.11). Alors, nous avons le système des deux équations sui-

⁴ K est relié aux indices de réfraction suivant x et y par la relation : $K = \pi(n_x - n_y)/\lambda$, où λ est la longueur d'onde.

vantes :

$$\begin{aligned}
i\partial_z u &= Ku + \frac{\beta_2}{2}\partial_t^2 u - \gamma(u|u|^2 + Au|v|^2 + Bv^2u^*) \\
&+ ig_0 \left(1 - a \int_{-\infty}^t (P(t') - \langle P \rangle) dt'\right) \left(1 + \frac{1}{\omega_g^2}\partial_t^2\right) u, \quad (5.14)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
i\partial_z v &= Kv + \frac{\beta_2}{2}\partial_t^2 v - \gamma(v|v|^2 + Av|u|^2 + Bu^2v^*) \\
&+ ig_0 \left(1 - a \int_{-\infty}^t (P(t') - \langle P \rangle) dt'\right) \left(1 + \frac{1}{\omega_g^2}\partial_t^2\right) v, \quad (5.15)
\end{aligned}$$

où g_0 est considéré comme constant. Cette hypothèse est raisonnable vu que son temps de relaxation est très lent (≈ 10 ms) en le comparant avec le temps d'un tour de cavité (≈ 100 ns).

Nous utilisons une méthode de résolution perturbative [88–90, 189]. Nous supposons que la dispersion de vitesse groupe β_2 , le coefficient non-linéaire γ et le filtrage du gain $\rho = g_0/\omega_g^2$ influent peu sur les composantes du champ électrique en un tour de cavité, comparés à g_0 et au paramètre de biréfringence K . C'est également le cas pour le paramètre a quantifiant la dynamique du gain. Nous pouvons ainsi introduire un paramètre de petitesse ε puis remplacer respectivement ces paramètres par $\varepsilon\beta_2$, $\varepsilon\gamma$, $\varepsilon\rho$ et εa . Avec ces hypothèses, le paramètre ε coïncide avec le paramètre η de la section précédente, ce qui signifie que l'effet de la dynamique du gain a le même ordre de grandeur que ceux de la non-linéarité et de la dispersion. Bien que les équations (5.14 et 5.15) soient écrites en utilisant le temps physique t , ce dernier représente la même échelle de temps que celle représentée par T dans le paragraphe précédent.

En se limitant à un développement au 1^{er} ordre, l'évolution du champ électrique est décrite par le système d'équations suivant :

$$\begin{aligned}
i\partial_z u &= (K + ig_0)u + \varepsilon \left\{ \frac{\beta_2}{2} \partial_t^2 u - \gamma (u |u|^2 + Au |v|^2 + Bv^2 u^*) \right. \\
&\quad \left. + i\rho \partial_t^2 u - ig_0 a u \int_{-\infty}^t (P(t') - \langle P \rangle) dt' \right\}, \tag{5.16}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
i\partial_z v &= (-K + ig_0)v + \varepsilon \left\{ \frac{\beta_2}{2} \partial_t^2 v - \gamma (v |v|^2 + Av |u|^2 + Bu^2 v^*) \right. \\
&\quad \left. + i\rho \partial_t^2 v - ig_0 a v \int_{-\infty}^t (P(t') - \langle P \rangle) dt' \right\}. \tag{5.17}
\end{aligned}$$

Remarque : Le terme qui correspond à $\frac{\partial u^2}{\partial t^2} \int_{-\infty}^t (P(t') - \langle P \rangle) dt'$ n'apparaît pas car il est d'ordre plus élevé.

Maintenant, nous cherchons des solutions (u, v) du système sous la forme d'un développement en puissances de ε , comme suit :

$$u = u_0 + \varepsilon u_1 + O(\varepsilon^2), \tag{5.18}$$

$$v = v_0 + \varepsilon v_1 + O(\varepsilon^2). \tag{5.19}$$

A l'ordre ε^0 nous avons

$$u_0 = \tilde{u}_0 e^{(g_0 - iK)z}, \tag{5.20}$$

$$v_0 = \tilde{v}_0 e^{(g_0 + iK)z}, \tag{5.21}$$

où \tilde{u}_0 et \tilde{v}_0 ne dépendent pas de z , c'est-à-dire dépendent seulement de la variable temporelle t .

Pour alléger le calcul, nous allons expliciter dans ce qui va suivre uniquement

les expressions qui correspondent à la composante u du champ électrique. Ainsi, pour la composante v , des expressions analogues existent et seront omises.

A l'ordre ε on obtient

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{u}_1}{\partial z} &= \left(\rho - i \frac{\beta_2}{2} \right) \partial_t^2 \tilde{u}_0 \\ &+ i\gamma (\tilde{u}_0 |\tilde{u}_0|^2 + A \tilde{u}_0 |\tilde{v}_0|^2) e^{2g_0 z} + i\gamma B \tilde{v}_0^2 \tilde{u}_0^* e^{(2g_0 + 4iK)z} \\ &- g_0 a \tilde{u}_0 \left[\int_{-\infty}^t (|\tilde{u}_0|^2 - \langle |\tilde{u}_0|^2 \rangle) + |\tilde{v}_0|^2 - \langle |\tilde{v}_0|^2 \rangle \right] (t') dt' \Big] e^{2g_0 z}, \end{aligned} \quad (5.22)$$

où nous avons effectué la transformation

$$u_1 = \tilde{u}_1(z, t) e^{(g_0 - iK)z}, \quad (5.23)$$

$$v_1 = \tilde{v}_1(z, t) e^{(g_0 + iK)z}. \quad (5.24)$$

Remarque : Le développement des calculs à l'ordre ε nous a permis de remplacer l'intégrant $\Delta P = P(t') - \langle P \rangle$ par $\left(|\tilde{u}_0|^2 + |\tilde{v}_0|^2 - \langle |\tilde{u}_0|^2 \rangle - \langle |\tilde{v}_0|^2 \rangle \right)$.

On intègre l'équation (5.22) suivant z . Nous pouvons, ainsi, reconstituer l'expression de la composante u du champ en utilisant

$$u(z, t) = (\tilde{u}_0(t) + \varepsilon \tilde{u}_1(z, t)) e^{(g_0 - iK)z} + O(\varepsilon^2), \quad (5.25)$$

ce qui nous permettra d'établir l'expression de la composante u pour tout z .

$$\begin{aligned}
u(z, t) &= u(0, t)e^{(g_0 - iK)z} + \varepsilon \left\{ z \left(\rho - \frac{i\beta_2}{2} \right) \partial_t^2 u(0) \right. \\
&\quad + \left[i\gamma (u(0) |u(0)|^2 + Au(0) |v(0)|^2) \right. \\
&\quad \left. \left. - g_0 au(0) \int_{-\infty}^t \left(|u(0)|^2 - \langle |u(0)|^2 \rangle + |v(0)|^2 - \langle |v(0)|^2 \rangle \right) dt' \right] \frac{e^{2g_0z} - 1}{2g_0} \right. \\
&\quad \left. + i\gamma Bv(0)^2 u^*(0) \frac{e^{(2g_0 + 4iK)z} - 1}{2g_0 + 4iK} \right\} e^{(g_0 - iK)z} + O(\varepsilon^2), \tag{5.26}
\end{aligned}$$

Pour la composante v , il existe une expression analogue, comme expliqué auparavant, qui a l'expression suivante :

$$\begin{aligned}
v(z, t) &= v(0, t)e^{(g_0 + iK)z} + \varepsilon \left\{ z \left(\rho - \frac{i\beta_2}{2} \right) \partial_t^2 v(0) \right. \\
&\quad + \left[i\gamma (v(0) |v(0)|^2 + Av(0) |u(0)|^2) \right. \\
&\quad \left. \left. - g_0 av(0) \int_{-\infty}^t \left(|u(0)|^2 - \langle |u(0)|^2 \rangle + |v(0)|^2 - \langle |v(0)|^2 \rangle \right) dt' \right] \frac{e^{2g_0z} - 1}{2g_0} \right. \\
&\quad \left. + i\gamma Bu(0)^2 v^*(0) \frac{e^{(2g_0 - 4iK)z} - 1}{2g_0 - 4iK} \right\} e^{(g_0 + iK)z} + O(\varepsilon^2). \tag{5.27}
\end{aligned}$$

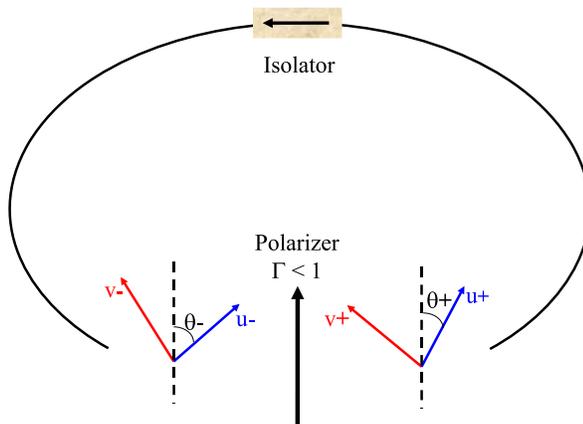
5.3.3 Effet du polariseur

Les axes propres de la fibre, respectivement, avant et après le polariseur font des angles θ_+ et θ_- avec l'axe passant de ce dernier. (u_-, v_-) et (u_+, v_+) sont les composantes du champ juste avant et juste après le polariseur (cf. figure 5.2), respectivement.

L'action du polariseur se traduit par l'équation suivante :

$$\begin{pmatrix} u_+ \\ v_+ \end{pmatrix} = \Gamma \begin{pmatrix} \cos \theta_+ \\ \sin \theta_+ \end{pmatrix} (\cos \theta_- \quad \sin \theta_-) \begin{pmatrix} u_- \\ v_- \end{pmatrix}, \tag{5.28}$$

où Γ est le coefficient de transmission du polariseur, $\Gamma < 1$.

FIGURE 5.2 – Orientation des angles θ_- et θ_+ .

La polarisation du champ électrique immédiatement après le polariseur est linéaire. On note par f_n son amplitude au début du $n^{\text{ème}}$ tour. Nous avons

$$\begin{pmatrix} u_{+,n}(0) \\ v_{+,n}(0) \end{pmatrix} = f_n \begin{pmatrix} \cos \theta_+ \\ \sin \theta_+ \end{pmatrix}, \quad (5.29)$$

$$f_n = \Gamma (\cos \theta_- \quad \sin \theta_-) \cdot \begin{pmatrix} u_{-,n-1}(L) \\ v_{-,n-1}(L) \end{pmatrix}, \quad (5.30)$$

$(u_n, v_n)(z)$ étant les composantes du champ durant le $n^{\text{ème}}$ tour. À l'entrée de la fibre, immédiatement après le polariseur, les composantes du champ sont $u_{+n} = u_n(0)$ et $v_{+n} = v_n(0)$. À la sortie de la fibre, juste avant le polariseur, ces composantes seront respectivement transformées en $u_n(L) = u_{-n}$ et $v_n(L) = v_{-n}$.

$u_n(0)$ et $v_n(0)$ sont proportionnelles à f_n . En utilisant les formules de propagation (5.26) et (5.27), on peut calculer $u_n(L)$ et $v_n(L)$.

Nous avons :

$$f_{n+1} = \Gamma (\cos \theta_- u_n(L) + \sin \theta_- v_n(L)) \quad (5.31)$$

c'est-à-dire

$$\begin{aligned}
f_{n+1} = & \Gamma \left\{ \cos \theta_- \left[(u_n(0) e^{(g_0 - iK)L} \right. \right. \\
& + \varepsilon \left(L \left(\rho - \frac{i\beta_2}{2} \right) \frac{\partial^2 u_n(0)}{\partial t^2} + \left[i\gamma (u_n(0) |u_n(0)|^2 + Au_n(0) |v_n(0)|^2) \right. \right. \\
& \left. \left. - g_0 a u_n(0) \int_{-\infty}^T \left(|u_n(0)|^2 - \langle |u_n(0)|^2 \rangle_T + |v_n(0)|^2 - \langle |v_n(0)|^2 \rangle_T \right) (t') dt' \right) \right] \times \\
& \left. \frac{e^{2g_0L} - 1}{2g_0} + i\gamma B v_n^2(0) u_n^*(0) \frac{e^{(2g_0 + 4iK)L} - 1}{2g_0 + 4iK} \right) e^{(g_0 - iK)L} + O(\varepsilon^2) \left. \right] \\
& + \sin \theta_- \left[(v_n(0) e^{(g_0 + iK)L} \right. \\
& + \varepsilon \left(L \left(\rho - \frac{i\beta_2}{2} \right) \frac{\partial^2 v_n(0)}{\partial t^2} + \left[i\gamma (v_n(0) |v_n(0)|^2 + Av_n(0) |u_n(0)|^2) \right. \right. \\
& \left. \left. - g_0 a v_n(0) \int_{-\infty}^T \left(|u_n(0)|^2 - \langle |u_n(0)|^2 \rangle_T + |v_n(0)|^2 - \langle |v_n(0)|^2 \rangle_T \right) (t') dt' \right) \right] \times \\
& \left. \frac{e^{2g_0L} - 1}{2g_0} + i\gamma B u_n^2(0) v_n^*(0) \frac{e^{(2g_0 - 4iK)L} - 1}{2g_0 - 4iK} \right) e^{(g_0 + iK)L} + O(\varepsilon^2) \left. \right] \Big\} \tag{5.32}
\end{aligned}$$

Or $u_n(0) = u_{+,n} = f_n \cos \theta_+$, et $v_n(0) = v_{+,n} = f_n \sin \theta_+$

L'équation (5.32) permet d'écrire la relation de récurrence qui relie f_{n+1} à f_n :

$$\begin{aligned}
f_{n+1} = & \Gamma e^{g_0L} \left\{ Q f_n + \varepsilon \left[\left(\rho - \frac{i\beta_2}{2} \right) L Q \partial_t^2 f_n + i P f_n |f_n|^2 \right. \right. \\
& \left. \left. - R g_0 a f_n \int_{-\infty}^t (|f_n|^2 - \langle |f_n|^2 \rangle) dt' \right] \right\} + O(\varepsilon^2), \tag{5.33}
\end{aligned}$$

avec

$$Q = (\cos(\theta_+ - \theta_-) \cos KL - i \cos(\theta_+ + \theta_-) \sin KL), \tag{5.34}$$

$$\begin{aligned}
P = & \gamma \left\{ \frac{e^{2g_0L} - 1}{2g_0} \left(Q + \frac{A-1}{2} \sin 2\theta_+ \right) \right. \\
& \times [\sin(\theta_+ + \theta_-) \cos KL - i \sin(\theta_+ - \theta_-) \sin KL] \Big) \\
& + \frac{B}{2} \sin 2\theta_+ \left[\sin \theta_+ \cos \theta_- e^{-iKL} \frac{e^{(2g_0+4iK)L} - 1}{2g_0 + 4iK} \right. \\
& \left. \left. + \cos \theta_+ \sin \theta_- e^{iKL} \frac{e^{(2g_0-4iK)L} - 1}{2g_0 - 4iK} \right] \right\}, \tag{5.35}
\end{aligned}$$

et

$$R = \frac{e^{2g_0L} - 1}{2g_0} Q. \tag{5.36}$$

L'approche mathématique utilisée ici nous permet d'estimer le gain au seuil. En effet le laser oscille lorsque le gain compense les pertes. Lorsque cette condition est remplie, l'onde se retrouve alors identique à elle-même après un tour de cavité. Ce qui revient à écrire que $|f_{n+1}| = |f_n|$ (ie. que l'amplitude de l'onde reste égale à elle-même). Cette situation implique que $|\Gamma e^{g_0L} Q| = 1$.

Avec un raisonnement plus rigoureux, en tenant compte des pertes d'ordre ε , nous pouvons dire que le champ électrique conserve son amplitude après un tour dans la cavité. Cette condition peut s'écrire alors comme $|f_{n+1}| = |f_n| + O(\varepsilon)$. En utilisant l'Eq. (5.33), ceci revient à écrire que $|\Gamma e^{g_0L} Q| = 1 + O(\varepsilon)$, où $g_0 = g_0^L + \varepsilon g_1^L$, et g_1^L est l'excès de gain qui compense les pertes d'ordre ε , et

$$\begin{aligned}
g_0^L &= \frac{-1}{2L} \ln (\Gamma^2 |Q|^2) \\
&= \frac{-1}{2L} \ln \left\{ \Gamma^2 [\cos^2(\theta_+ - \theta_-) - \sin 2\theta_+ \sin 2\theta_- \sin^2 KL] \right\}. \tag{5.37}
\end{aligned}$$

La condition ci-dessus est introduite dans l'équation (5.33), en écrivant $\Gamma e^{g_0^L L} Q$ sous forme d'un facteur de phase global $e^{i\psi}$. Dans ce qui va suivre nous allons simplifier les notations en omettant l'exposant L de g_0 et de g_1 . Nous obtenons en

fin de compte l'expression suivante

$$f_{n+1} = e^{i\psi} (1 + \varepsilon g_1 L) f_n + \varepsilon \left(\rho - \frac{i\beta_2}{2} \right) L e^{i\psi} \partial_t^2 f_n + i\varepsilon \frac{P e^{i\psi}}{Q} f_n |f_n|^2 - \varepsilon e^{i\psi} a g_0 \frac{e^{2g_0 L} - 1}{2g_0} f_n \int_{-\infty}^t (|f_n|^2 - \langle |f_n|^2 \rangle) dt' + O(\varepsilon^2). \quad (5.38)$$

Maintenant, il reste à décrire l'évolution de l'amplitude du champ f_n par une équation continue. À cet effet, pour un grand nombre de tours, on interpole la suite discrète f_n par une fonction continue $f(z = nL) = f_n$. Le paragraphe suivant présente le détail des calculs.

5.3.4 Forme modifiée de l'équation de Ginzburg-Landau complexe (CGL) cubique

Considérons maintenant une fonction f d'une variable z continue, obéissant à une équation de la forme :

$$i \frac{\partial f}{\partial z} = (\mathcal{A} + i\varepsilon \mathcal{B}) f + \varepsilon \mathcal{C} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} + \varepsilon \mathcal{D} f |f|^2 - i\varepsilon \mathcal{G} f \int_{-\infty}^t (|f|^2 - \langle |f|^2 \rangle) dt' \quad (5.39)$$

avec \mathcal{A} , \mathcal{B} et \mathcal{G} réels, et les coefficients \mathcal{C} et \mathcal{D} complexes.

Pour l'équation (5.39), nous cherchons des solutions de la forme :

$$f = f_0 + \varepsilon f_1 + \dots \quad (5.40)$$

À l'ordre ε^0 , on a :

$$i \frac{\partial f_0}{\partial z} = \mathcal{A} f_0. \quad (5.41)$$

La solution de cette équation sera donc

$$f_0(z, t) = \tilde{f}_0(0, t) e^{-i\mathcal{A}z}. \quad (5.42)$$

A l'ordre ε^1 , on a :

$$i\frac{\partial f_1}{\partial z} = \mathcal{A}f_1 + i\mathcal{B}f_0 + \mathcal{C}\frac{\partial^2 f_0}{\partial t^2} + \mathcal{D}f_0|f_0|^2 - i\mathcal{G}f_0 \int_{-\infty}^t \left(|f_0|^2 - \langle |f_0|^2 \rangle \right) dt'. \quad (5.43)$$

On trouve

$$f_1 = \tilde{f}_1(z, t)e^{-iAz}, \quad (5.44)$$

avec

$$\tilde{f}_1(z, t) = \tilde{f}_1(z_0, t) + \left\{ \mathcal{B}\tilde{f}_0 - i\mathcal{C}\frac{\partial^2 \tilde{f}_0}{\partial t^2} - i\mathcal{D}\tilde{f}_0|\tilde{f}_0|^2 - \mathcal{G}\tilde{f}_0 \int_{-\infty}^T \left(|\tilde{f}_0|^2 - \langle |\tilde{f}_0|^2 \rangle_T \right) (t') dt' \right\} (z - z_0), \quad (5.45)$$

d'où,

$$\begin{aligned} f(z, t) &= f_0(z, t) + \varepsilon f_1(z, t) + O(\varepsilon^2) \\ &= \left(\tilde{f}_0(0, t) + \varepsilon \tilde{f}_1(z, t) \right) e^{-iAz} + O(\varepsilon^2). \end{aligned} \quad (5.46)$$

Pour $z_0 = 0$, $\tilde{f}_1(0) = 0$, ce qui implique que $f(0) = f(0, t) = \tilde{f}_0$.

Nous pouvons écrire alors :

$$f(z) = \left\{ f(0) + \varepsilon \left[\mathcal{B}f(0) - i\mathcal{C}\frac{\partial^2 f(0)}{\partial t^2} - i\mathcal{D}f(0)|f(0)|^2 - \mathcal{G}f(0) \int_{-\infty}^t \left(|f(0)|^2 - \langle |f(0)|^2 \rangle \right) dt' \right] z \right\} e^{-iAz}, \quad (5.47)$$

ou encore, pour $z = L$,

$$f(L) = \left\{ f(0) + \varepsilon \left[\mathcal{B}f(0) - i\mathcal{C} \frac{\partial^2 f(0)}{\partial t^2} - i\mathcal{D}f(0) |f(0)|^2 - \mathcal{G}f(0) \int_{-\infty}^t \left(|f(0)|^2 - \langle |f(0)|^2 \rangle \right) dt' \right] L \right\} e^{-iAL}, \quad (5.48)$$

Par définition, on a $f(0) \equiv f_n$ et $f(L) \equiv f_{n+1}$. En identifiant les deux équations (5.38) et (5.48), nous obtenons les égalités suivantes :

$$e^{-iAL} = e^{i\psi}, \quad (5.49)$$

$$\mathcal{B} = g_1, \quad (5.50)$$

$$\mathcal{C} = \frac{\beta_2}{2} + i\rho, \quad (5.51)$$

$$\mathcal{D} = \mathcal{D}_r + i\mathcal{D}_i = \frac{-P}{QL}, \quad (5.52)$$

et

$$\mathcal{G} = g_0 a \frac{e^{2g_0 L} - 1}{2g_0 L}. \quad (5.53)$$

Ainsi, la séquence discrète f_n peut être interpolée par l'équation continue (5.39). L'approximation continue est appropriée lorsque le nombre de tours est très grand. En effet, les impulsions à verrouillage de phase correspondent à cette situation. Les 'petites' corrections de l'ordre ε figurant dans les équations (5.39) et (5.48) prennent en compte des variations de f pour les distances de propagation qui correspondent à un nombre de tours très grand, de l'ordre de $1/\varepsilon$. Ceci pourra être mis en évidence d'une façon rigoureuse en utilisant l'analyse multi-échelles. On introduit la variable lente $\xi = \varepsilon z$ de façon que

$$\partial_z = \partial_{\bar{z}} + \varepsilon \partial_{\xi}, \quad (5.54)$$

tandis que l'évolution rapide peut se mettre comme un facteur de phase linéaire. Ce qui nous permettra d'écrire f sous la forme $f(z, t) = \mathcal{F}(\xi, t) \exp(-i\mathcal{A}\hat{z})$.

Avec cette transformation, les expressions des coefficients \mathcal{B} , \mathcal{C} , \mathcal{D} et \mathcal{G} déjà établies et données par les équations(5.50-5.53), l'équation 5.39 devient

$$i\partial_\xi \mathcal{F} = ig_1 \mathcal{F} + \left(\frac{\beta_2}{2} + i\rho \right) \partial_t^2 \mathcal{F} + (\mathcal{D}_r + i\mathcal{D}_i) \mathcal{F} |\mathcal{F}|^2 - i\mathcal{G} \mathcal{F} \int_{-\infty}^t (|\mathcal{F}|^2 - \langle |\mathcal{F}|^2 \rangle) dt', \quad (5.55)$$

en revenant aux variables initiales (du laboratoire)(sans ε), les paramètres β_2 , γ , ρ et a prennent à nouveau leurs valeurs physiques. Par ailleurs, ξ coïncide avec la distance z parcourue dans la cavité. Elle est supposée prendre de grandes valeurs qui correspondent à un grand nombre de tours.

\mathcal{D}_r et \mathcal{D}_i peuvent être calculés en utilisant les équations (5.33, 5.34 et 5.52). Ils dépendent de l'orientation des angles θ_+ et θ_- . On peut prouver numériquement que le paramètre \mathcal{D}_r qui correspond à l'automodulation de phase est toujours négatif. \mathcal{D}_i es le gain non-linéaire effectif 'algébrique'. Selon le signe qu'il peut prendre, \mathcal{D}_i représente soit un gain soit des pertes. soit les pertes effectives non-linéaires. Ces paramètres ont déjà été étudiés dans la référence [88], contrairement à \mathcal{G} , qui représente le paramètre de modulation du gain. Le calcul de \mathcal{G} se fait par le biais des équations (5.2), (5.37) et (5.53), il est également fonction des angles θ_+ et θ_- . L'équation (5.55) est de type Ginzburg-Landau Complexe (CGL : Complex Ginzburg-Landau) cubique [159], avec un terme intégral additionnel qui tient compte de la dynamique rapide du gain.

5.4 Structure locale : multi-solitons formant un train périodique.

Compte tenu des approximations et des échelles de temps considérées dans le paragraphe précédent, l'observation expérimentale d'un long train d'impulsions liées correspond en fait à une solution périodique (infiniment étendue) de l'équation

(5.55).

Le but de ce paragraphe est de prouver qu'une telle solution existe et qu'elle possède une période et une amplitude qui sont bien définies. Par ailleurs, il existe une solution analytique de l'équation (5.55) pour une impulsion localisée, que nous allons donner par la suite. En revanche, nos efforts pour trouver par une méthode analytique des solutions périodiques à l'équation. (5.55) ont été vains. Par conséquent, la description de la solution périodique nécessite une résolution numérique.

5.4.1 Préambule

Comme nous venons de le mentionner, des méthodes numériques doivent être appliquées à l'équation (5.55) dans le but de lui trouver une solution périodique. Pour ce faire, la démarche adoptée pour faciliter la résolution sera comme suit.

Une transformation de Fourier pour la coordonnée temporelle va nous permettre de nous défaire du terme intégral ainsi que de la dérivée seconde par rapport au temps. Dans l'espace réciproque, l'équation d'évolution (5.55) aura l'expression simplifiée suivante :

$$i \frac{\partial \tilde{\mathcal{F}}}{\partial z} = ig_1 \tilde{\mathcal{F}} + \left(\frac{\beta_2}{2} + i\rho \right) (2i\pi\nu)^2 \tilde{\mathcal{F}} + (\mathcal{D}_r + i\mathcal{D}_i) \mathfrak{F} \left[|\mathcal{F}|^2 \cdot \mathcal{F} \right] - \mathcal{G} \mathfrak{F} \left[\mathcal{E} \cdot \mathcal{F} \right] \quad (5.56)$$

avec

$$\mathcal{E} = \mathfrak{F}^{-1} \left\{ \frac{1}{(2i\pi\nu)} \mathfrak{F} \left[|\mathcal{F}|^2 - \langle |\mathcal{F}|^2 \rangle \right] \right\}. \quad (5.57)$$

\mathfrak{F} représente l'opérateur de transformée de Fourier. Pour l'implémentation numérique de cette opération, l'algorithme de la transformée de Fourier rapide (FFT : Fast Fourier Transform) Nous justifierons qu'une telle opération sera en adéquation avec l'équation initiale (5.55). Il ne restera alors qu'à résoudre l'équation différentielle en ξ .

5.4.2 Algorithme numérique

Pour la résolution numérique de l'Eq. (5.55), nous utilisons la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 pour résoudre l'équation différentielle en ξ dans l'espace de Fourier. Cette méthode est couramment utilisée et il est facile de la retrouver dans les références bibliographiques sur l'analyse numérique [190]. Comme mentionné auparavant, les termes non-linéaires sont calculés en appliquant la transformée de Fourier inverse (implémenté à travers l'algorithme de la FFT⁵). On calcule le produit dans l'espace direct et on applique à nouveau la transformée de Fourier directe. Une attention particulière doit être accordée au terme intégral.

Soit f_j , $j = 0, \dots, N - 1$ la fonction correspondant à la fonction continue $f(t)$, et F_k sa transformée de Fourier discrète (TFD) définie par :

$$F_k = \sum_{j=0}^{N-1} f_j e^{-\frac{2i\pi}{N}kj}, \quad (5.58)$$

$$f_j = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} F_k e^{\frac{2i\pi}{N}kj}. \quad (5.59)$$

Il est plutôt bien connu que la TFD (5.59) appliquée à $2i\pi k F_k$ donne une bonne approximation de la dérivée $f'(t)$. De même, si on considère⁶ $F_k^p = F_k / (2i\pi k)$ si $k \neq 0$ et $F_0^p = 0$, nous pouvons reconstruire sa transformée de Fourier inverse f_j^p en utilisant (5.59). Soit $f^p(t)$ la fonction continue qui lui correspond : sa dérivée n'est pas exactement $f(t)$ mais plutôt la fonction continue dont la TFD est F_k si $k \neq 0$, mais 0 pour $k = 0$. Puisque F_0 est la moyenne $\langle f \rangle$ de $f(t)$, alors $f^p(t)$ est la primitive de $(f(t) - \langle f \rangle)$ dont la moyenne est nulle. Nous utilisons cette propriété pour calculer le terme intégral dans l'équation (5.55).

⁵il s'agit d'un algorithme de calcul de la transformée de Fourier discrète.

⁶L'exposant 'p' réfère à la primitive.

5.4.3 Formation du train périodique

La résolution de l'équation (5.55) se fait numériquement par le biais de l'algorithme numérique présenté précédemment. Avant de procéder à son implémentation numérique avec un langage de programmation, il est commode d'utiliser des paramètres normalisés. Le changement de variable

$$\tau = \frac{t}{\sqrt{-\beta_2}}, \quad E = \mathcal{F} \sqrt{-\mathcal{D}_r}, \quad (5.60)$$

permet de réduire l'équation (5.55) à

$$i \frac{\partial E}{\partial z} - i\delta E + \left(\frac{1}{2} - i\beta \right) \partial_\tau^2 E + (1 - i\epsilon) |E|^2 E + i\chi E \int^\tau (|E|^2 - \langle |E|^2 \rangle) d\tau' = 0, \quad (5.61)$$

avec

$$\delta = g_1, \quad \beta = \frac{\rho}{-\beta_2}, \quad (5.62)$$

$$\epsilon = \frac{\mathcal{D}_i}{-\mathcal{D}_r}, \quad \chi = \frac{\mathcal{G}}{-\mathcal{D}_r} \sqrt{-\beta_2}. \quad (5.63)$$

Si le term intégral est supprimé, l'équation (5.61) prend la forme réduite de l'équation CGL analysée dans la référence [191], et étudiée également par les mêmes auteurs dans d'autres travaux [192–196].

Cette forme réduite de l'équation (5.55) suppose que les deux coefficients β_2 et \mathcal{D}_r sont être négatifs. C'est effectivement le cas pour notre configuration expérimentale. Il reste à noter que les deux paramètres δ et χ , il y a une possibilité de fixer l'un, moyennant un changement de variable ad hoc, et la modification correspond à l'autre coefficient. Les valeurs des coefficients de l'équation (5.55) peuvent être calculées à partir de leurs expressions établies précédemment. Pour le régime considéré, nous obtenons $\beta = 7 \cdot 10^{-3}$, $\epsilon = 7 \cdot 10^{-3}$ et $\chi = 7 \cdot 10^{-4}$. Avec ces valeurs des coefficients, le calcul numérique montre l'émergence d'un motif périodique. Cependant les dynamiques qui leurs sont associées sont très lentes et ne peuvent pas être ana-

lysées en détail, le temps de calcul est en effet excessivement long. Pour pallier ce problème, nous avons remplacé ces valeurs par d'autres, *ad hoc* plus grandes, pour lesquelles la dynamique est analogue et l'étude numérique peut être accélérée. On prouve que cette équation admet une solution périodique pour laquelle l'amplitude des pics, les séparations ainsi que le déphasage entre les impulsions sont tous bien définis.

Pour la résolution, nous avons considéré comme condition initiale, la solution analytique d'un soliton de l'équation CGL⁷, c'est-à-dire de l'équation (5.61) avec $\chi = 0$ [157, 193, 197].

L'implémentation numérique que nous avons réalisé sous *Matlab* fonctionne bien. Par ajustement des paramètres de notre système (ie. β , δ , ε et χ), plusieurs scénarios d'évolution des impulsions dans la cavité peuvent ainsi être reproduits.

Ainsi, nous avons pu observé une génération des multi-solitons liés en partant d'un soliton unique rien qu'en considérant les bons paramètres et particulièrement χ (paramètre de la saturation du gain normalisé).

Lors de la propagation l'évolution de la distribution temporelle de la puissance est donnée par les figures 5.4 et 5.5. La représentation (Fig.5.5) nous permet de suivre les étapes qui conduisent à la génération d'un chapelet d'impulsions liées à

7

$$F(\tau, z) = a(\tau)^{1+id} e^{-i\omega z}, \quad (5.64)$$

où

$$d = \frac{3(1 + 2\varepsilon\beta) - \sqrt{9(1 + 2\varepsilon\beta)^2 + 8(\varepsilon - 2\beta)^2}}{2(\varepsilon - 2\beta)}, \quad (5.65)$$

et

$$\omega = \frac{-\delta(1 - d^2 + 4\beta d)}{2(d - \beta + \beta d^2)}. \quad (5.66)$$

d représente le paramètre d'étirement. L'amplitude $a(\tau)$ s'écrit :

$$a(T) = BC \operatorname{sech}(B\tau), \quad (5.67)$$

avec

$$B = \sqrt{\frac{\delta}{d - \beta + \beta d^2}}, \quad C = \sqrt{\frac{3d(1 + 4\beta^2)}{2(2\beta - \varepsilon)}}. \quad (5.68)$$

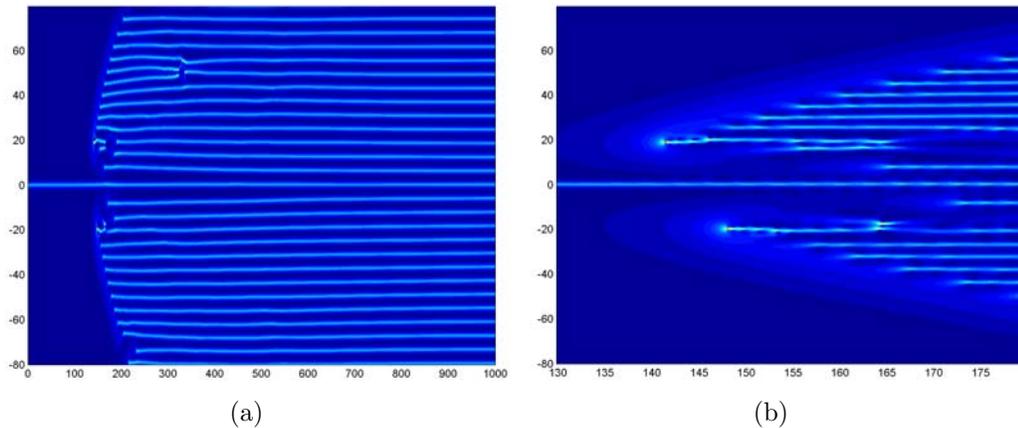


FIGURE 5.3 – Contour plot du profil temporel de l’intensité se propageant le long de la fibre. (a) Obtention d’un chapelet d’impulsions liées à partir d’un soliton se propageant dans le milieu à gain. (b) Le zoom permet de visualiser l’impulsion initiale qui provoque la génération de nombreux solitons non équidistants au début mais qui le deviennent au fur et à mesure de leur propagation.

partir d’un soliton initial se propageant dans le milieu à gain. Autrement dit, nous observons la formation d’une solution périodique à partir d’un soliton initial ainsi que toutes les étapes intermédiaires. L’impulsion solitaire qui se développe dans la fibre dopée va engendrer quelques impulsions qui en créeront d’autres à leur tour (150 est le nombre de tours pour lequel le basculement vers le régime multi-impulsionnel est observé numériquement). Au début de ce processus, les multiples impulsions ainsi créées sont très irrégulières (amplitude et durée différentes) et leurs positions ne sont pas ordonnées (Figs. 5.3 b et 5.5a,b). Elles s’auto-organisent au fur et à mesure de la propagation dans le milieu à gain, tout en remplissant progressivement l’ensemble de la boîte de calcul (Figs. 5.4 b et 5.5 c,d,e). Ainsi, au cours de cette évolution leurs amplitudes, leurs durées et également les séparations entre elles s’équilibrent pour donner naissance à un train d’impulsions liées identiques et équidistantes (Figs. 5.3 a, 5.4 a et 5.5 f).

L’évolution présentée sur la figure 5.6 est pratique pour mieux décortiquer la dynamique du régime qui mène au bout du compte à une solution périodique (Fig. 5.6, a). D’autre part, l’apparition d’une modulation au niveau du spectre et qui s’intensifie au fil des tours est une preuve qu’il existe une relation de phase

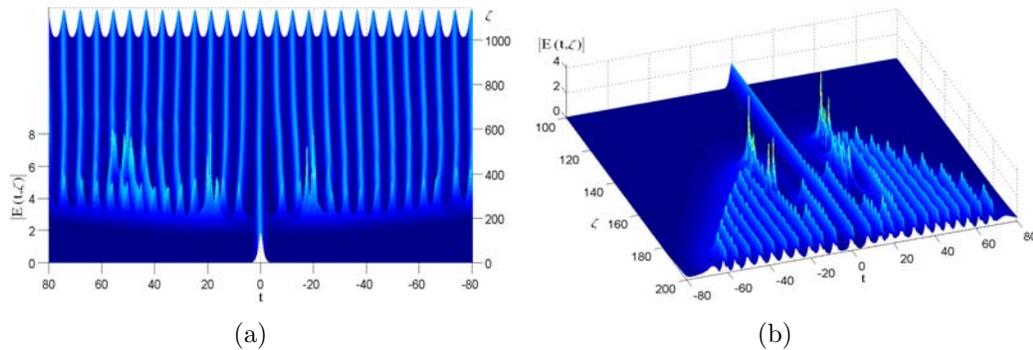


FIGURE 5.4 – Profil temporel du train de solitons lors de la propagation

déterminée qui commence à se dessiner entre les multi-impulsions (Figs. 5.6, b,c).

5.4.4 Les caractéristiques de la solution périodique

La structure finale est stable et périodique et nous obtenons un train régulier de multi-solitons identiques et équidistants (Fig. 5.7, a). La trace d'autocorrélation correspondante, représentée sur la figure (5.7,b), fournit une preuve de la régularité de la structure. Le spectre optique est donné sur les figures (5.7, c et d). Il est fortement modulé, ce qui est une conséquence directe de l'existence d'une relation de phase bien déterminée entre les multi-solitons formant le train. Le contraste des franges est proche de l'unité, ce qui prouve que les solitons forment un état lié.

Les calculs relatés ci-dessus prouvent l'existence d'une solution périodique de l'Eq. (5.55). Ils prouvent également que cette solution est stable.

De plus, l'amplitude et la séparation $\Delta\tau$ entre les impulsions sont déterminées par les paramètres de l'équation, c'est-à-dire par les paramètres physiques du laser. Ceci peut être mis en évidence de la façon suivante : la figure 5.8 montre les trajectoires dans le plan $(\Delta\tau, \max |E|^2)$, c'est-à-dire l'évolution sur un grand nombre de tours de la séparation entre les impulsions en fonction de l'amplitude maximale du champ électrique, pour diverses données initiales (non-périodiques). On constate que toutes les courbes atteignent le même point qui représente une solution périodique stable et bien définie. Pour le calcul de $\Delta\tau$, nous avons d'abord

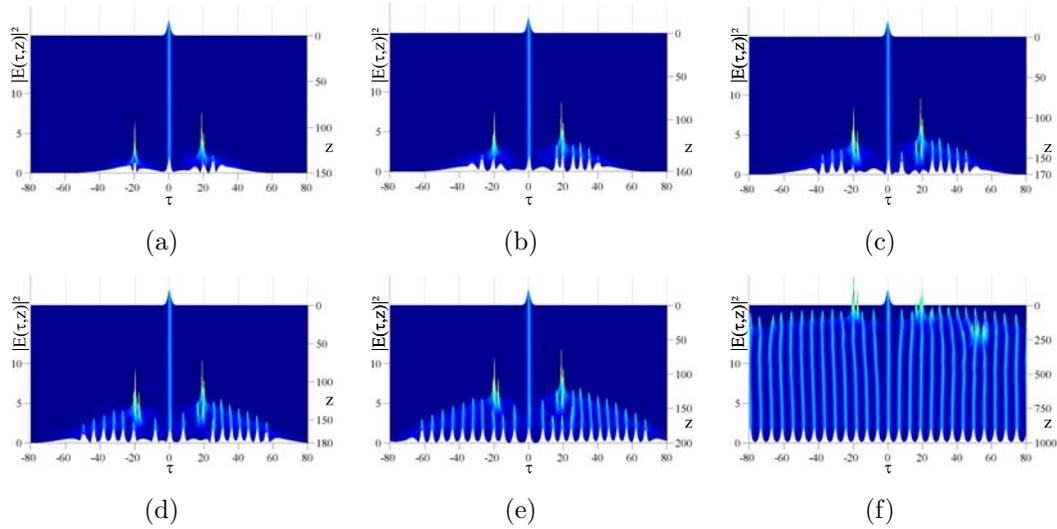


FIGURE 5.5 – Évolution du profil temporel de l’intensité durant la propagation régie par l’Eq. (5.55) : Un train de solitons liés est formé à partir d’une impulsion solitonique initiale. a) L’impulsion initiale génère deux impulsions de forte énergie (géantes). b,c) Les impulsions de forte énergie créent à leur tour d’autres impulsions, avec différentes amplitudes et séparations. d,e) Le train d’impulsions devient de plus en plus régulier et tend à remplir en entier la boîte de calcul. f) Obtention de la solution périodique. Les paramètres : $\beta = 0.8$, $\delta = 0.1$, $\epsilon = 0.2$ et $\chi = 0.0008$.

identifié les positions des impulsions d’une manière précise en effectuant une interpolation parabolique des données numériques. Ensuite, nous avons obtenu par soustraction les séparations entre toutes les impulsions consécutives. Finalement, $\Delta\tau$ est la valeur moyenne de toutes ces quantités pour une valeur donnée de la variable de propagation z . D’autres calculs que nous avons menés nous ont permis de confirmer ce constat, cependant la solution périodique stable n’est pas unique, mais elle appartient à un ensemble discret de solutions [72], ce qui n’est pas étonnant puisque les multi-stabilités sont fréquentes dans les systèmes des lasers à fibre.

5.5 Variations ‘lentes’ du gain : facteur limitatif rendant la longueur du train finie

Dans un contexte légèrement différent au nôtre, des travaux *antérieurs* basés sur une étude analytique et sur des simulations numériques ont permis de décrire

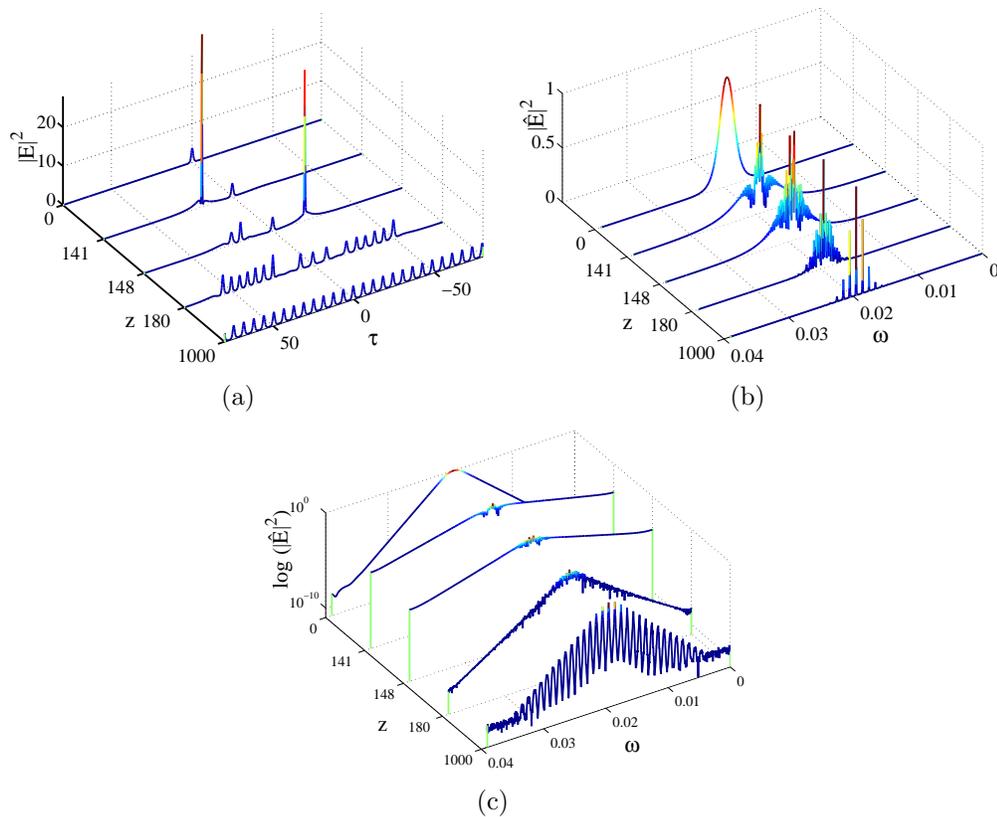


FIGURE 5.6 – Dynamique du régime observé lors de l’évolution. Profil temporel du train d’impulsions multiples lors de la propagation (a). Evolution du spectre de la solution numérique en échelle linéaire (b) et logarithmique (c). Une modulation au niveau du spectre de l’impulsion initiale apparaît durant la propagation, ce qui démontre la formation d’un état multi-solitonique lié.

le fonctionnement multi-impulsionnel. L’étude a concerné un laser à fibre verrouillé en phase par RNLP⁸ dans une configuration similaire à celle que nous décrivons ici [93] [94]. Une partie des investigations effectuées a concerné les processus susceptibles d’influer sur la distribution des impulsions dans la cavité. Les principaux mécanismes étudiés étaient [93] :

- la modulation active des pertes ou de l’indice de réfraction,

⁸Rotation Non Linéaire de la Polarisation

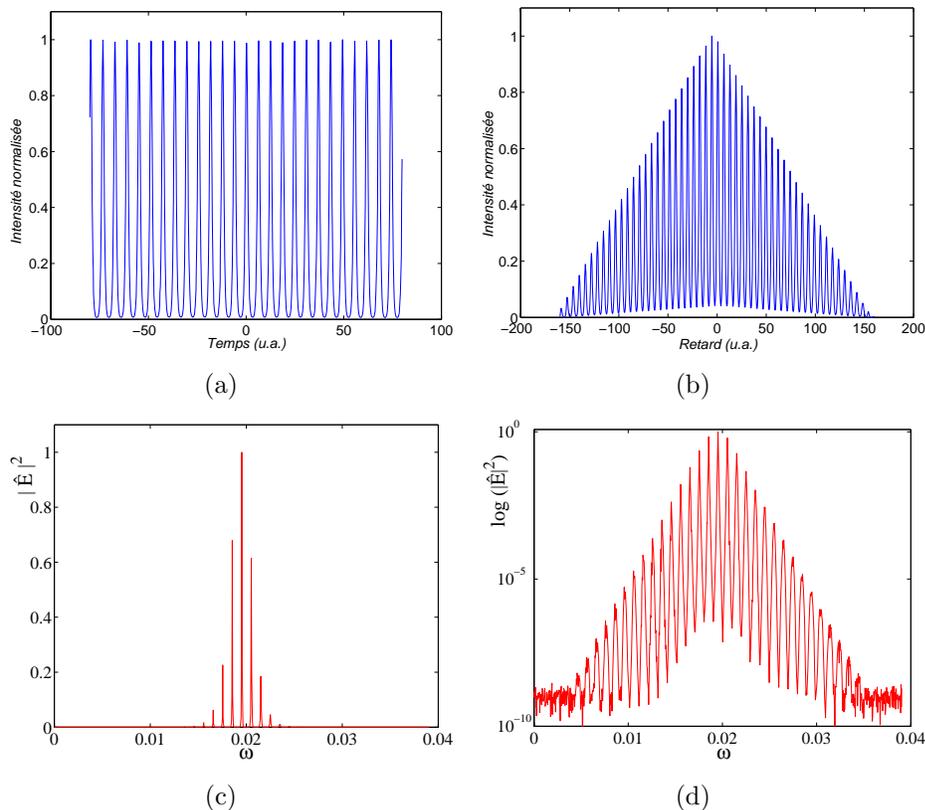


FIGURE 5.7 – Caractéristiques de la solution périodique numérique de l’Eq. (5.55). Temporellement, nous avons un train régulier d’impulsions de mêmes amplitudes (a) ; (b) représente la trace d’autocorrélation calculée pour le même train et qui prouve que les multi-impulsions sont identiques et équidistantes. Dans le domaine fréquentiel, spectres de la solution numérique en échelle linéaire (c) et en échelle logarithmique (d) : la forte modulation, avec un contraste proche de l’unité, prouve que les impulsions sont liées entre elles.

- la modulation passive⁹ de l’indice,
- et la modulation de l’amplification due à la déplétion et à la relaxation du gain.

C’est ce dernier mécanisme qui nous intéresse. Il sera considéré comme le socle de notre étude théorique.

⁹modulation propre aux éléments intra-cavité

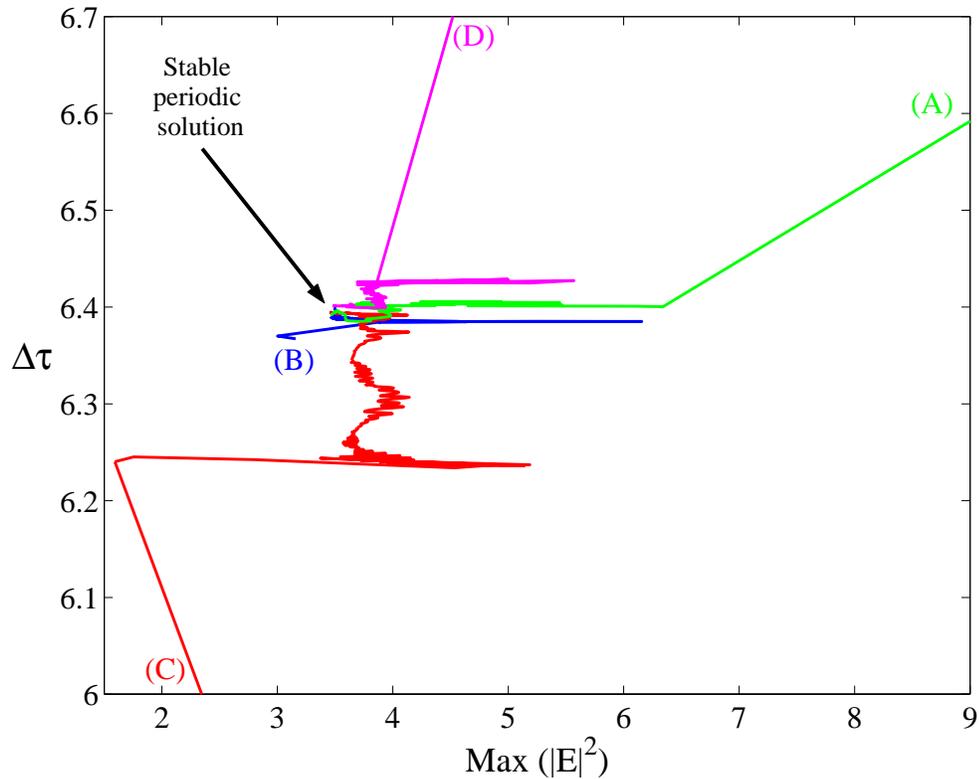


FIGURE 5.8 – la séparation moyenne $\Delta\tau$ entre les impulsions en fonction du carré de l’amplitude maximale des pics, pour différentes données initiales. Dans tous les cas, la solution converge vers une solution périodique stable avec une amplitude et des séparations fixes.

5.5.1 Dépletion du gain

Dans [93], une équation semblable à l’Eq. (5.55) a été établie. Une solution analytique d’une impulsion localisée de cette équation a été calculée. Ce paragraphe sera consacré à rappeler les résultats obtenus tout en utilisant nos propres notations. Si le lecteur se réfère au papier cité, il faut éviter toute confusion entre les quantités indiquées par D_r et D_i dans la référence [93] et celles que nous avons notées ici par \mathcal{D}_r et \mathcal{D}_i . Il n’y a aucune relation entre elles. Aussi, seule la partie réelle du paramètre A dans [93]¹⁰ correspond au paramètre que nous avons noté \mathcal{G} .

¹⁰**Remarque :** Dans [93] et afin d’étudier toutes les situations physiques, les auteurs ont considéré le cas général où le coefficient du terme intégral $A = A' + iA''$ est un nombre complexe.

5.5.1.1 Expression analytique d'une solution localisée

Il est important de noter que la valeur moyenne de l'impulsion localisée $\langle |\mathcal{F}|^2 \rangle$ est nulle. Ainsi, l'équation (5.55) admet la solution analytique suivante :

$$\mathcal{F} = \mathcal{F}_0 \frac{\exp i (\delta\omega t - \delta k z)}{\text{ch}^{1+i\alpha} [(t - wz) / \tau]}, \quad (5.69)$$

où τ représente la durée de l'impulsion. w représente l'inverse de la vitesse de l'impulsion (en ps/m) et est donné par

$$w = -|\mathcal{F}_0|^2 \frac{\tau^2}{1 + \alpha^2} \mathcal{G} \left(1 + \frac{\alpha\beta_2}{2\rho} \right). \quad (5.70)$$

Le décalage en fréquence $\delta\omega$ (en ps^{-1}) est

$$\delta\omega = \frac{-\alpha w}{\alpha\beta_2 + 2\rho}. \quad (5.71)$$

La correction du vecteur d'onde δk (en m^{-1}) est

$$\delta k = \frac{-2\alpha\rho}{\tau^2} + \frac{\beta_2}{2} \left(\frac{1 - \alpha^2}{\tau^2} - \delta\omega^2 \right), \quad (5.72)$$

et le module au carré de l'amplitude du pic (en W) est

$$|\mathcal{F}_0|^2 = \frac{3\alpha}{\tau^2} \frac{(4\rho^2 + \beta_2^2)}{2(\beta_2\mathcal{D}_i - 2\rho\mathcal{D}_r)}. \quad (5.73)$$

Le paramètre du chirp en fréquence α obéit à l'équation suivante :

$$\frac{\alpha}{2 - \alpha^2} = \frac{\beta_2\mathcal{D}_i - 2\rho\mathcal{D}_r}{3(\beta_2\mathcal{D}_r + 2\rho\mathcal{D}_i)}. \quad (5.74)$$

Nous avons montré que \mathcal{D}_r , \mathcal{D}_i et \mathcal{G} dépendent explicitement des paramètres du laser, et en particulier des angles θ_+ et θ_- . C'est également le cas pour le coefficient

La partie réelle A' correspond aux variations du gain -*terme du gain non-linéaire saturable*- et que nous avons noté \mathcal{G} . Quant à la partie imaginaire A'' -qui n'a pas d'analogue dans dans le modèle que nous avons établi-, elle correspond à la variation de l'indice non-linéaire (*saturable*).

du filtrage du gain ρ qui est proportionnel à g_0 . Donc ρ est fonction des angles parce que g_0 l'est aussi (cf. Eq 5.37). Par conséquent les coefficients \mathcal{F}_0 , $\delta\omega$, δk , α et τ de l'équation (5.69) peuvent être exprimés en fonction des angles θ_+ et θ_- .

5.5.1.2 Existence de la solution impulsionnelle

A partir de l'équation (5.73), le paramètre de chirp α doit avoir le même signe que la quantité $\Xi = (qD_r - pD_i)$. Il est à noter que l'équation (5.74) admet deux solutions pour α avec des signes opposés. La quantité Ξ peut être calculée numériquement sur tout le domaine décrit par les angles θ_+ et θ_- . Pour les calculs, nous utiliserons les paramètres qui correspondent à notre configuration expérimentale. Ainsi la dispersion de la vitesse de groupe de la cavité (GVD) $\beta_2 = -0.002 \text{ ps}^2/\text{m}$, le paramètre de la biréfringence moyenne est égal à $K = 1,5 \text{ m}^{-1}$; Le coefficient non-linéaire $\gamma = 3 \cdot 10^{-3} \text{ W}^{-1}\text{m}^{-1}$, la largeur spectrale du gain $\omega_g = 15.7 \text{ ps}^{-1}$ (ce qui correspond à une courbe de gain ayant une largeur $\Delta\lambda = 20 \text{ nm}$ à $1,55 \mu\text{m}$).

On remarque que Ξ est toujours positif (Fig. 5.9, (a)). Donc seulement la solution positive est acceptable pour le paramètre du chirp α comme illustré sur la figure (5.9, (b)).

Comme c'est le cas pour α , le produit $|\mathcal{F}_0|^2\tau^2 = \Phi$ (en Wps^2) déduit à partir de l'équation (5.73) dépend seulement des paramètres de la cavité que nous avons mentionnés avant. Par conséquent, l'expression du décalage en fréquence $\delta\omega$ peut être exprimée sous la forme :

$$\delta\omega = \frac{\Phi\alpha\mathcal{G}}{2(1+\alpha^2)\rho}. \quad (5.75)$$

La durée de l'impulsion τ doit vérifier l'équation du second degré suivante :

$$(g_1 - \rho\delta\omega^2)\tau^2 - \mathcal{G}\Phi\tau + [(1 - \alpha^2)\rho + \alpha\beta_2] = 0. \quad (5.76)$$

L'existence de la solution analytique (5.69) reste liée à l'existence d'une solution réelle τ de l'équation (5.76). Donc, il est indispensable de déterminer le signe de

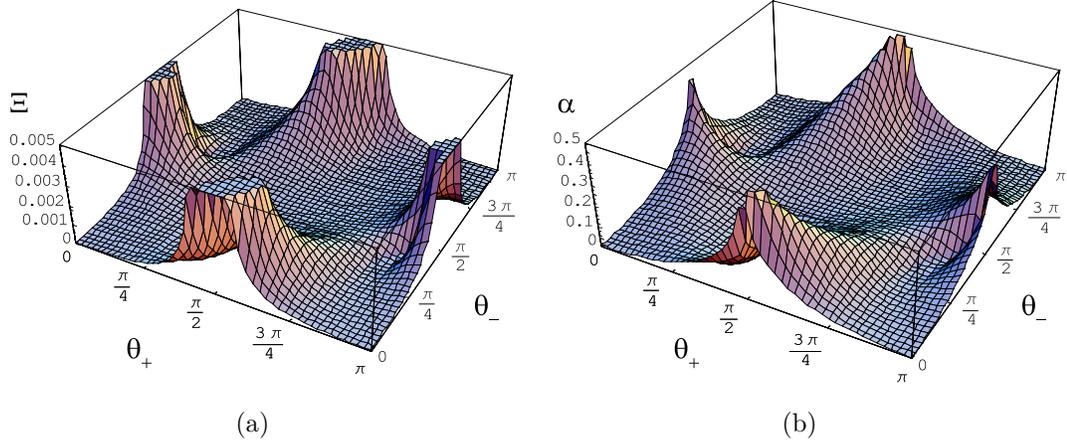


FIGURE 5.9 – Evolution du paramètre du chirp α ainsi que le paramètre Ξ en fonction de l'orientation des lames θ_+ et θ_- . Le paramètre Ξ est positif (a). La solution acceptable du chirp α pour que la solution analytique existe (b).

son discriminant Δ , qui doit être positif.

$$\Delta = \mathcal{G}^2 \Phi^2 - 4\mathcal{H} (g_1 - \rho\delta\omega^2), \quad (5.77)$$

où

$$\mathcal{H} = (1 - \alpha^2) \rho + 2\alpha\beta_2. \quad (5.78)$$

Ainsi, la solution analytique (5.69) existe pour un excès de gain g_1 supérieur ou inférieur à un certain seuil g_{1th} , suivant le signe de \mathcal{H} . L'existence d'une solution sous le seuil n'est pas acceptable physiquement. Nous retenons donc l'existence d'un seuil minimal qui impose que \mathcal{H} doit être négatif ($\mathcal{H} \leq 0$).

Ainsi, la solution (5.69) existe pour $g_1 > g_{1th}$, avec

$$g_{1th} = \frac{\mathcal{G}^2 \Phi^2}{4\mathcal{H}} + \rho\delta\omega^2. \quad (5.79)$$

Les quantités \mathcal{H} et $\Phi = |\mathcal{F}_0|^2 \tau^2$ peuvent être calculées en fonction des angles θ_+ et θ_- . Le signe de \mathcal{H} est représenté sur la figure 5.10 et la valeur de Φ est illustrée sur la figure 5.11.

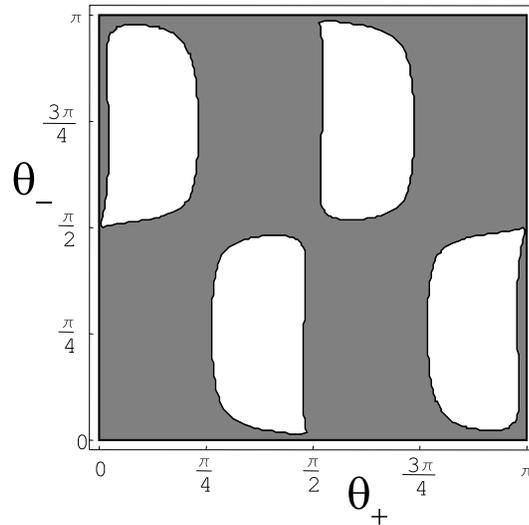


FIGURE 5.10 – Le signe de la quantité \mathcal{H} en fonction des angles θ_+ et θ_- : une expression analytique de l'impulsion existe au dessus d'une valeur seuil de l'excès de gain, si $\mathcal{H} < 0$ (région en gris).

Pour avoir accès à la durée des impulsions, nous nous plaçons au seuil c.à.d. $\Delta = 0$. Ainsi, d'après (5.76), nous avons :

$$\tau = \frac{2\mathcal{H}}{\mathcal{G}\Phi}, \quad (5.80)$$

L'évolution de la durée des impulsions en fonction des angles est représentée sur la figure 5.12.

En considérant par exemple une orientation des angles telle que $\theta_+ = 0.1$ rad et $\theta_- = 0.1$ rad, nous obtenons alors une durée des impulsions de l'ordre de 825 fs ce qui est en adéquation avec nos résultats expérimentaux (même ordre de grandeur !). Pour ces mêmes paramètres, nous avons vérifié que \mathcal{H} est négatif, ce qui confirme l'existence d'une solution *analytique* au dessus du seuil.

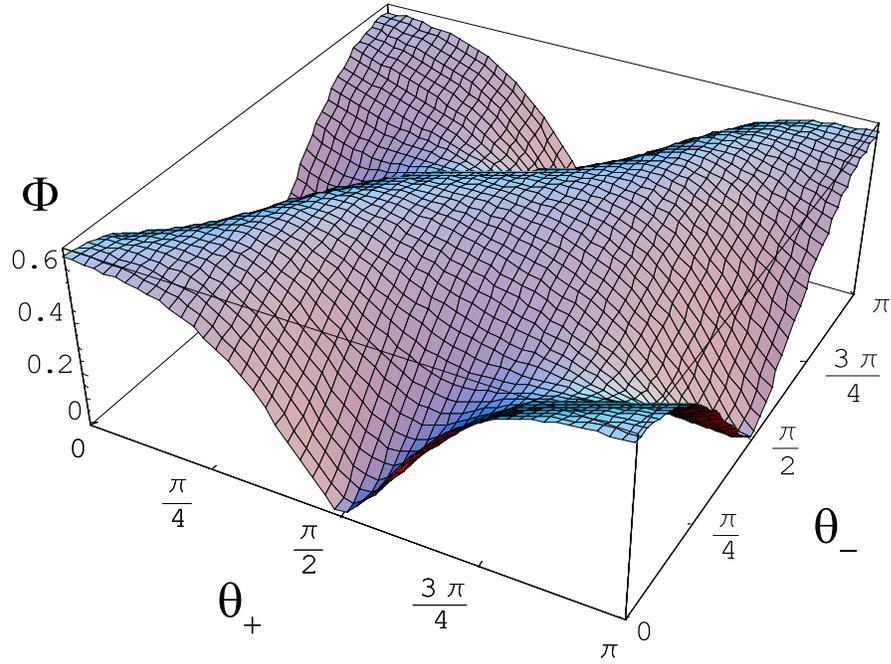


FIGURE 5.11 – Représentation du produit (carré de l'amplitude \times durée) $\Phi = |\mathcal{F}_0|^2 \tau^2$ en Wps^2 , en fonction des angles d'orientation θ_+ et θ_-

5.5.1.3 Déplétion du gain

Les calculs précédents effectués sous *Mathematica*, nous ont permis de trouver les angles θ_+ et θ_- qui fournissent des paramètres en accord avec les résultats expérimentaux de notre laser.

Connaissant \mathcal{G} , \mathcal{F}_0 et τ , nous pouvons déterminer la déplétion du gain δg consécutive au passage d'une impulsion. En effet, par le biais des Eqs. (5.11) et (5.55), cette chute de gain δg due à une impulsion isolée est donnée par :

$$\delta g = \mathcal{G} \int_{-\infty}^{+\infty} |\mathcal{F}(t)|^2 dt = 2\mathcal{G}|\mathcal{F}_0|^2 \tau. \quad (5.81)$$

Cette équation a déjà été établie dans la référence [93] (δg y était noté par $2\delta G$).

Par conséquent, il est possible de déduire la décroissance de gain provoquée par la totalité des impulsions du train : elle vaut $N\delta g$, où N est le nombre d'impulsions

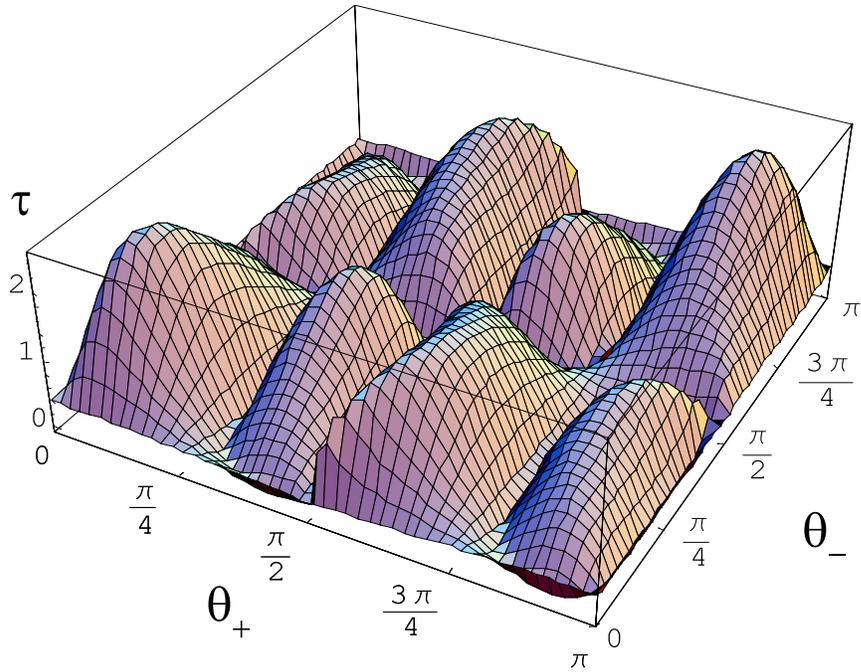


FIGURE 5.12 – The pulse duration τ in ps versus the angles θ_+ and θ_-

formant le train.

La synthèse de l'ensemble des résultats est donnée dans le paragraphe 5.5.2.

Il nous reste maintenant à vérifier que cette chute de gain $N\delta g$ est recouverte dans l'intervalle de temps séparant deux paquets successifs (ie. 100 ns d'après les résultats expérimentaux). C'est ce que nous allons prouver dans le paragraphe suivant.

5.5.2 La relaxation du gain

Entre deux trains (paquets) d'impulsions, les variations rapides du gains sont absentes. Par conséquent, le gain subira alors une relaxation qui obéit à l'équation d'évolution lente (Eq. 5.8). En fait, cette relaxation du gain se conforme exactement à l'équation initiale (5.1), avec $P = 0$. Dans ce cas, la résolution de cette équation donne :

$$g(t) = g(0)e^{\frac{-t}{\tau_g}} + \Lambda\tau_g \left(1 - e^{\frac{-t}{\tau_g}}\right). \quad (5.82)$$

Ainsi, la variation Δg du gain dans l'intervalle de temps ΔT qui sépare deux trains d'impulsions (cf. Fig. 5.1) est donnée par :

$$\Delta g = g_f - g_i = (\Lambda - g_i) \left(1 - e^{\frac{-\Delta T}{\tau_g}}\right). \quad (5.83)$$

Puisque $\Delta T/\tau_g \simeq 100 \text{ ns}/10 \text{ ms} \ll 1$, nous pouvons effectuer une approximation de l'expression (5.83). Ainsi nous pouvons écrire :

$$\Delta g \simeq \Lambda\Delta T. \quad (5.84)$$

Nous pouvons ainsi déduire le gain récupéré en absence de l'effet laser (5.84) : $\Delta g \approx 7,73 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-1}$ en prenant $\Lambda = 77,5 \cdot 10^3 \text{ m}^{-1}\text{s}^{-1}$ (cf.5.2.1) et $\Delta T = 100 \text{ ns}$.

D'un autre côté, en considérant différentes positions des angles, nous avons calculé la durée τ des impulsions générées ainsi que la chute de gain δg (induite par chacune des impulsions lors de son passage par le milieu actif). Les divers résultats obtenus sont récapitulés dans le tableau 5.2.

(θ_+, θ_-) (rad)	(0.1, 0.1)	(0.1, 0.2)	(3, 1.7)	(2, 1)
τ (ps)	0,825	1,11	0.839	1.72
δg (m^{-1})	$22,8 \cdot 10^{-6}$	$20 \cdot 10^{-6}$	$79.72 \cdot 10^{-5}$	$87.52 \cdot 10^{-6}$
Δg (m^{-1})	$7,73 \cdot 10^{-3}$	$7,73 \cdot 10^{-3}$	$7,73 \cdot 10^{-3}$	$7,73 \cdot 10^{-3}$
$\Delta g/\delta g$	340	386	10	88
(θ_+, θ_-) (rad)	(2.9, 2.9)	(2, 1.5)	(2.5, 3)	(1.7, 1.5)
τ (ps)	1.91	0.697	0.657	0.730
δg (m^{-1})	$14.25 \cdot 10^{-6}$	$83 \cdot 10^{-6}$	$13.24 \cdot 10^{-5}$	$30.47 \cdot 10^{-6}$
Δg (m^{-1})	$7,73 \cdot 10^{-3}$	$7,73 \cdot 10^{-3}$	$7,73 \cdot 10^{-3}$	$7,73 \cdot 10^{-3}$
$\Delta g/\delta g$	542	93	58	253

TABLE 5.2 – Valeurs numériques pour différentes orientations des angles θ_+ and θ_- .

D'après le tableau 5.2, si on considère le premier choix des angles (ie. $\theta_+ =$

0,1 rad et $\theta_- = 0,1$ rad), les impulsions générées ont une durée de 825 fs. La déplétion de gain due au passage d'une impulsions est $\delta g = 22,8 \cdot 10^{-6} \text{ m}^{-1}$. Si nous considérons un paquet qui comprend 340 impulsions, la chute de gain totale consécutive au passage de ce paquet serré d'impulsions est alors $N\delta g \approx 7,75 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-1}$. Le gain récupéré par notre dispositif expérimental -*grâce au pompage et à la relaxation*- dans l'intervalle de temps séparant deux passages consécutifs du train -*ie. pendant $\Delta T = 100\text{ns}$* - est $\Delta g \approx 7,73 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-1}$. Donc, le pompage compense complètement la déplétion du gain provoquée par le train à chaque tour de cavité. Le nombre N de multi-solitons obtenu concorde bien avec l'expérience, ce qui confirme la validité de notre interprétation. En utilisant la même procédure, nous avons calculé le nombre d'impulsions du train $N = \Delta g/\delta g$ en fonction des orientations des lames (cf. figure 5.13).

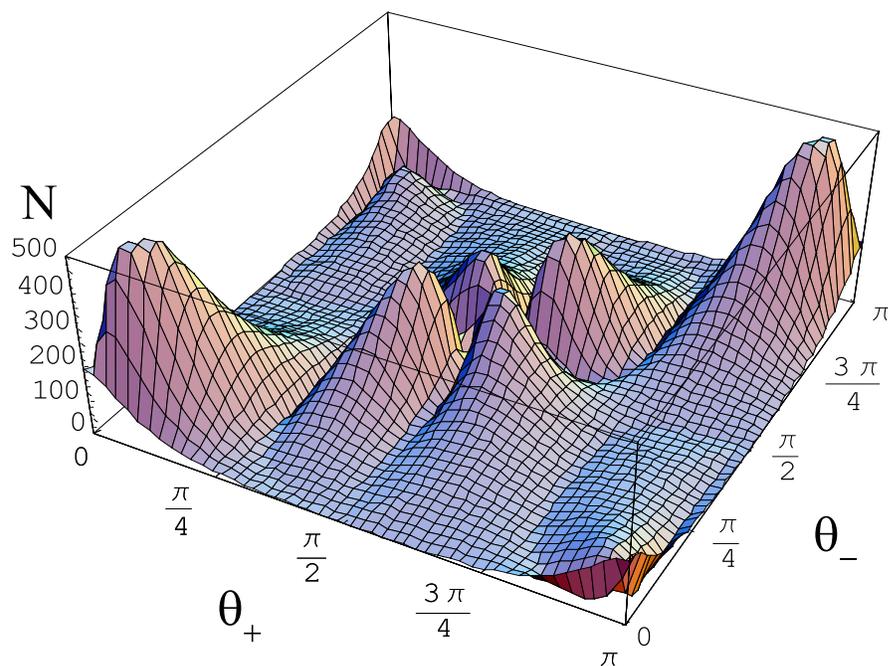


FIGURE 5.13 – Le nombre N de solitons qui forment le train, en fonction des angles θ_+ et θ_-

La totalité des résultats que nous venons d'exposer, permettent de valider notre vision physique de départ et sur laquelle nous avons basé nos calculs (cf. figure 5.1).

5.6 Conclusion et perspectives

5.6.1 Le modèle reproduit les observations expérimentales

La théorie que nous présentons utilise une approche multi-échelles. Les différentes échelles correspondent expérimentalement à différents procédés de mesure. L'équation du modèle n'est pas simplement une CGL pure. L'évolution rapide du gain contribue à une équation CGL avec un terme intégral additionnel, qui jusqu'à présent a été très peu étudié. Cette équation (5.55) découle des équations physiques fondamentales par le moyen d'une approche perturbative. Les coefficients de ces équations sont explicitement connus, il n'y a pas des paramètres ajustables, excepté ceux qui le sont aussi dans l'expérience (orientation des lames de phase et pompage). La déplétion du gain due à chaque impulsion est évaluée en utilisant une solution analytique. L'évolution lente du gain s'explique par l'équation de relaxation, qui est déduite de l'équation fondamentale par la même technique perturbative multi-échelles, qui conduit à l'équation d'évolution rapide. La formation d'un train d'impulsions liées qui est périodique pour une échelle de temps intermédiaire entre l'échelle de temps de l'impulsion et celle d'un tour de cavité est prouvée numériquement. Cette approche contient des idées innovantes, qui sont importantes pour la physique théorique en ce qui concerne la méthodologie utilisée, et qui, de plus, donne une bonne explication des observations expérimentales.

5.6.2 Type d'interaction et régime de fonctionnement

Un point important réside dans le fait que le comportement du train d'impulsions dépend de la nature de l'interaction : Si l'interaction est purement répulsive, il en résulte le verrouillage de modes harmonique dans lequel le train d'impulsions remplit toute la cavité. Si le régime d'état lié de plusieurs impulsions avec des séparations bien définies se produit, le train d'impulsions aura une longueur finie, égale au produit de la séparation entre les impulsions multiplié par le nombre d'impulsions que le taux de pompage autorise.

Cependant, en l'état actuel de notre recherche, la détermination de la nature

des interactions entre les impulsions entraînent des calculs numériques très longs. En plus de cela, l'ensemble des paramètres mis en jeu est large, et le comportement du laser en est très sensible. De là, il ne nous est pas encore possible de déterminer la nature de l'interaction en fonction des paramètres physiques, et par conséquent nous sommes incapables de donner une réponse à cette intéressante question.

CHAPITRE 6

CONCLUSION

Tout d'abord, un laser à fibre de puissance dans une configuration à gestion de dispersion a été réalisé. Le laser est à verrouillage de modes passif par RNL. La disponibilité de fortes puissances de pompage nous a permis de générer une grande panoplie de régimes à impulsions multiples. Ces régimes multi-impulsionnels observés sont caractérisés par des dynamiques riches et variées : multi-stabilité et phénomène d'hystérésis ; évolution analogue à une transition de phase de la matière ; génération d'un gaz, d'un liquide, d'un colloïde et d'un cristal de solitons . . . etc.

Les expériences ont été réalisées avec un laser à fibre à double gaine dopée à l'erbium. La dispersion totale de la cavité est ajustée par un tronçon de fibre à dispersion décalée. Le laser fonctionne soit en régime à impulsion étirée (dispersion totale normale) soit en régime solitonique (dispersion totale anormale).

Sur le plan théorique et pour mieux comprendre le fonctionnement et les dynamiques inhérentes à notre système, deux modèles ont été développés.

6.1 Configuration à faible nombre d'impulsions : régime de dispersion normale

Il est bien connu qu'en régime anormal de dispersion, l'interaction entre la dispersion, la non-linéarité et le gain va constituer une limite pour les impulsions sub-picosecondes. Ainsi une impulsion ultra-courte aura tendance à éclater en de multiples sous impulsions. Cette limitation -inhérente aux lasers en régime solitonique- n'a pas lieu en régime de dispersion normale cela n'empêche que le laser à impulsion étirée est également prédisposé à avoir un fonctionnement multi-impulsionnel.

En pratique, En régime normal de dispersion, avec la même configuration de laser, il est aisé d'obtenir des mono-impulsions ultra-courtes et énergétiques avec l'ytterbium alors que cela n'est pas possible dans notre laser employant une fibre

dopée à l'erbium comme milieu actif.

Le but de cette première étude était d'explorer et d'identifier les raisons pour lesquelles notre système ne permettait pas de générer des mono-impulsions.

Pour cela, nous avons exploité le modèle développé au sein de notre équipe par Andrey Komarov. Les résultats théoriques nous ont permis de mettre en évidence l'influence de la largeur spectrale du gain sur le comportement du laser. En effet, nous avons prouvé qu'un filtrage spectral de gain important favorise le fonctionnement multi-impulsionnel du laser. Ce résultat est en accord avec l'expérience car, pour l'ytterbium, la largeur de la bande de gain est plus grande. Nous avons confronté le modèle à des résultats expérimentaux obtenus avec deux lasers similaires : l'un utilise l'ytterbium comme milieu actif et l'autre (le nôtre) l'erbium. Nous avons ainsi mis en avant le rôle des propriétés spectroscopiques sur le comportement du laser en régime de dispersion normale. Donc, nous avons identifié le filtrage spectral du gain comme étant l'une des causes responsables de la génération des impulsions multiples.

Pour que notre confirmation soit plus convaincante, il serait utile d'effectuer des tests en employant un laser unique. Pour ce faire, nous avons proposé le schéma d'un montage expérimental -avec un laser unique- contenant un élément sélectif variable qui permet d'agir sur l'étendue spectrale. Cette expérience théorique permet alors de relier directement l'effet du filtrage spectral des **pertes** sur le comportement multi-impulsionnel du laser. Finalement et afin de compléter notre analyse physique, une étude théorique supplémentaire nous a permis de prouver l'équivalence entre l'effet d'un filtrage spectral des pertes et celui du filtrage du gain.

6.2 Configuration à grand nombre d'impulsions

Dans cette partie le laser fonctionne en régime solitonique. Des régimes à grand nombre de solitons dans des états différents formant des structures plus au moins ordonnées ont été générés : Tout d'abord, ces solitons en régime multi-impulsionnel peuvent former ce que nous avons appelé un 'gaz' de solitons. Dans cet état, les

multi-solitons sont en mouvement perpétuel les uns par rapport aux autres et ils occupent toute la cavité. Dans d'autres circonstances, nous avons constaté que ces solitons se regroupent pour former des blocs cohérents. Ceci mène à la formation d'agrégats de solitons environné par un 'liquide' ou un 'gaz' de solitons. Nous avons constaté que dans des cas bien particuliers, ces impulsions multiples peuvent former un bloc figé constitué par une structure périodique de solitons. La diversité de ces régimes d'émission provient de la forte puissance de pompage et surtout des éléments intra-cavité qui permettent de contrôler les pertes non-linéaires.

6.2.1 Observations expérimentales singulières

Du 'gaz' au 'cristal' de solitons : Nous avons observé un comportement surprenant dans lequel les multisolitons subissent une évolution analogue à la transition de phase de la matière. nous avons constaté que ces solitons peuvent se trouver en premier lieu dans un état où ils sont libre les uns les autres et occupant la totalité de la cavité. Un ajustement des lames de phase les conduit à former des blocs plus au moins cohérents à l'intérieur de la cavité. En continuant d'agir sur les lames, nous avons fini par obtenir un bloc figé constitué par un réseau de solitons.

Liquide de solitons en évolution (3 gouttes de solitons qui fusionnent) : Nous avons également observé d'autres états de figure de transformation. En effet, toujours en partant d'un gaz de solitons, nous avons obtenu un état dans lequel 3 blocs de solitons (chacun des blocs est analogue à une 'goutte' de solitons) qui se rapprochent pour donner naissance à un bloc plus grand (1 seule 'goutte' de solitons mais plus grande) .

Obtention d'un agrégat de solitons formant un état analogue à un colloïde : Nous avons obtenu un état caractérisé par la formation d'un agrégat de solitons dans lequel une structure d'une quinzaine d'impulsions liées est entourée par un ensemble non cohérent de solitons. Par analogie, cet état de figure où la totalité des solitons forme un agrégat d'impulsions dans deux états 'de phase' distincts est appelé 'colloïde' de solitons. Nous avons également remarqué l'existence d'autres formes de 'colloïde' de solitons.

Nous nous sommes attardés sur deux régimes particulièrement intéressants que nous avons examinés en détail :

Plusieurs centaines de solitons et un état lié : Ce premier régime observé concerne la génération de plusieurs centaines d'impulsions qui se regroupent dans un paquet serré et stable. Ce paquet remplit presque la moitié de la cavité. Le point remarquable est que les impulsions sont très espacées temporellement en arrière du paquet et se resserrent d'une manière progressive au fur et à mesure du déplacement vers l'avant du paquet. À cette région là, les impulsions deviennent si proches qu'un état lié se forme entre quelques-unes d'entre elles. Nous avons pu donner une explication à la distribution temporelle que prennent les impulsions dans chaque paquet et qui conduit à la formation d'un état lié.

Réseau de solitons liés : Le second régime marquant concerne l'observation expérimentale d'une structure périodique de quelques centaines d'impulsions formant un état d'une stabilité remarquable. Une étude approfondie de ce comportement appuyée par des simulations nous a permis de confirmer que ce régime correspond à la génération d'un réseau formé d'environ 350 impulsions en état lié. Sur le plan théorique, nous avons développé un modèle qui a permis de décrire ce mode de fonctionnement particulier du laser.

6.2.2 Analyse de la formation du réseau de solitons temporels dans notre laser à fibre à verrouillage de modes passif

Le modèle développé consistait dans un premier temps à résoudre l'équation de la dynamique du gain au moyen d'une approche multi-échelles. Puis, en tenant compte du terme de l'évolution rapide du gain, nous avons résolu les équations de Schrödinger non-linéaires couplées pour chacune des deux composantes vectorielles du champ dans la partie fibrée de la cavité. Ensuite, nous avons introduit l'effet du polariseur. Ainsi, nous avons abouti à une forme modifiée d'une équation scalaire de type CGL cubique caractérisant l'évolution de l'amplitude du champ. Cette équation comprend un terme intégral qui tient compte de l'évolution rapide du gain. Les coefficients de cette équation dépendent explicitement des paramètres de

la fibre et de l'orientation des lames de phase.

A travers le travail théorique effectué, nous avons donné une analyse détaillée de cette structuration spontanée (réseau de solitons liés). Nous avons montré que ce phénomène est décrit théoriquement au moyen d'une approche multi-échelles de la dynamique du gain : l'évolution d'un petit excès de gain est responsable de la stabilisation d'un train périodique d'impulsions, alors que l'évolution lente de la valeur moyenne du gain explique la longueur finie de ce train de solitons, qui n'est à cette échelle que quasi-périodique. Cette analyse nous a permis également de calculer le nombre d'impulsions formant le train à partir des paramètres physiques du laser.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Y. Ishida and K. Naganuma. Characteristics of femtosecond pulses near 1.5 μm in a self-mode-locked Cr^{4+} : YAG laser. *Opt. Lett.*, 19(23) :2003–2005, 1994.
- [2] P. F. Moulton. Spectroscopic and laser characteristics of Ti : Al_2O_3 . *J. Opt. Soc. Am. B*, 3(1) :125, 1986.
- [3] D.E. Spence, P.N. Kean, and W. Sibbett. 60-fsec pulse generation from a self-mode-locked Ti :sapphire laser. *Opt. Lett.*, 16(1) :42–44, 1991.
- [4] A. Fernandez, T. Fuji, A. Poppe, A. Fürbach, F. Krausz, and A. Apolonski. Chirped-pulse oscillators : A route to high-power femtosecond pulses without external amplification. *Opt. Lett.*, 29(12) :1366–1368, 2004.
- [5] K. Tamura, J. Jacobson, E.P. Ippen, H.A. Haus, and J.G. Fujimoto. Unidirectional ring resonators for self-starting passively mode-locked lasers. *Opt. Lett.*, 18(3) :220–222, 1993.
- [6] Ferenc Krausz and Thomas Brabec. Passive mode locking in standing-wave laser resonators. *Opt. Lett.*, 18(11) :888–890, 1993.
- [7] K. Gürs and R. Müller. Breitband-modulation durch steuerung der emission eines optischen masers (Auskoppel-modulation). *Phys. Lett.*, 5(3) :179–181, 1963.
- [8] W.E. Lamb Jr. Theory of an optical maser. *Phys. Rev. A*, 134(6) :1429–1450, 1964.
- [9] M. DiDomenico Jr. Small-signal analysis of internal (coupling-type) modulation of lasers. *J. Appl. Phys.*, vol. 35(no. 10) :pp. 2870–2876, 1964.

- [10] L.E. Hargrove, R.L. Fork, and M.A. Pollack. Locking of hene laser modes induced by synchronous intracavity modulation. *Appl. Phys. Lett.*, 5(1) :4–5, 1964.
- [11] S.E. Harris and R. Targ. FM oscillation of the He-Ne laser. *Appl. Phys. Lett.*, 5(10) :202–204, 1964.
- [12] S.E. Harris and O.P. McDuff. FM laser oscillation-theory. *Appl. Phys. Lett.*, 5(10) :205–206, 1964.
- [13] H.W. Mocker and R.J. Collins. Mode competition and self-locking effects in a Q-switched Ruby laser. *Appl. Phys. Lett.*, 7(10) :270–273, 1965.
- [14] R.E. McClure. Mode locking behavior of gas lasers in long cavities. *Appl. Phys. Lett.*, 7(6) :148–150, 1965.
- [15] E.P. Ippen, C.V. Shank, and A. Dienes. Passive mode locking of the cw dye laser. *Appl. Phys. Lett.*, 21(8) :348–350, 1972.
- [16] D.J. Kuizenga and A.E. Siegman. FM and AM mode locking of the homogeneous laser-Part I, II. *IEEE J. Quantum Electron.*, QE-6(11) :694–715, 1970.
- [17] D.M. Kim, S. Marathe, and T.A. Rabson. Eigenfunction analysis of mode-locking process. *J. Appl. Phys.*, 44(4) :1673–1675, 1973.
- [18] Hermann A. Haus. Theory of forced mode locking. *IEEE J. Quantum Electron.*, QE-11(7 pt 1) :323–330, 1975.
- [19] H.A. Haus. Theory of mode locking with a fast saturable absorber. *J. Appl. Phys.*, 46(7) :3049–3058, 1975.
- [20] U. Morgner, F.X. Kärtner, S.H. Cho, Y. Chen, H.A. Haus, J.G. Fujimoto, E.P. Ippen, V. Scheuer, G. Angelow, and T. Tschudi. Sub-two-cycle pulses from a Kerr-lens mode-locked Ti :sapphire laser. *Opt. Lett.*, 24(6) :411–413, 1999.

- [21] E. Snitzer. Optical Maser action of Nd^{+3} in a Barium crown glass. *Phys. Rev. Lett.*, 7(12) :444–446, 1961.
- [22] M.I. Dzhibladze, Z.G. Esiashvili, E.Sh. Teplitskii, S.K. Isaev, and V.R. Sagaradze. Mode locking in a fiber laser. *Soviet J. Quantum Electron.*, 13(2) :245–247, 1983.
- [23] L.F. Mollenauer and R.H. Stolen. Soliton laser. *Opt. Lett.*, 9(1) :13–15, 1984.
- [24] K. J. Blow and David Wood. Mode-locked lasers with nonlinear external cavities. *J. Opt. Soc. Am. B*, 5(3) :629–632, 1988.
- [25] J. Mark, L. Y. Liu, K. L. Hall, H. A. Haus, and E. P. Ippen. Femtosecond pulse generation in a laser with a nonlinear external resonator. *Opt. Lett.*, 14(1) :48–50, 1989.
- [26] E. P. Ippen, H. A. Haus, and L. Y. Liu. Additive pulse mode locking. *J. Opt. Soc. Am. B*, 6(9) :1736–1745, 1989.
- [27] Hermann A. Haus and Yaron Silberberg. Laser mode locking with addition of nonlinear index. *IEEE J. Quantum Electron.*, QE-22(3) :325–331, 1986.
- [28] Nicholas G. Usechak. *Thèse : Mode Locking of Fiber Lasers at High Repetition Rates*. The Institute of Optics, University of Rochester, New York, 2006.
- [29] G. Geister and R. Ulrich. Neodymium-fibre laser with integrated-optic mode locker. *Opt. Commun.*, 68(3) :187–189, 1988.
- [30] M. W. Phillips, A. I. Ferguson, and D. C. Hanna. Frequency-modulation mode locking of a Nd^{+3} -doped fiber laser. *Opt. Lett.*, 14(4) :219–221, 1989.
- [31] J. D. Kafka, T. Baer, and D. W. Hall. Mode-locked erbium-doped fiber laser with soliton pulse shaping. *Opt. Lett.*, 14(22) :1269–1271, 1989.
- [32] I.N. Duling. Subpicosecond all-fibre erbium laser. *Electron. Lett.*, 27(6) :544–545, 1991.

- [33] I.N. Duling. All-fiber ring soliton laser mode locked with a nonlinear mirror. *Opt. Lett.*, 16(8) :539–541, 1991.
- [34] M. Hofer, M.H. Ober, F. Haberl, and M.E. Fermann. Characterization of ultrashort pulse formation in passively mode-locked fiber lasers. *IEEE J. Quantum Electron.*, 28(3) :720–728, 1992.
- [35] K. Tamura, H.A. Haus, and E.P. Ippen. Self-starting additive pulse mode-locked erbium fibre ring laser. *Electron. Lett.*, 28(24) :2226–2228, 1992.
- [36] J.R. Buckley, S.W. Clark, and F.W. Wise. Generation of ten-cycle pulses from an ytterbium fiber laser with cubic phase compensation. *Opt. Lett.*, 31(9) :1340–1342, 2006.
- [37] K. Tamura, E.P. Ippen, H.A. Haus, and L.E. Nelson. 77-fs pulse generation from a stretched-pulse mode-locked all-fiber ring laser. *Opt. Lett.*, 18(13) :1080–1082, 1993.
- [38] F.O. Ilday, J.R. Buckley, W.G. Clark, and F.W. Wise. Self-similar evolution of parabolic pulses in a laser. *Phys. Rev. Lett.*, 92(21) :213902–1, 2004.
- [39] M.E. Fermann, V.I. Kruglov, B.C. Thomsen, J.M. Dudley, and J.D. Harvey. Self-similar propagation and amplification of parabolic pulses in optical fibers. *Phys. Rev. Lett.*, 84(26) :6010–6013, 2000.
- [40] A. G. Bulushev, E. M. Dianov, and O. G. Okhotnikov. Self-starting mode-locked laser with a nonlinear ring resonator. *Opt. Lett.*, 16(2) :88, 1991.
- [41] D.J. Richardson, R.I. Laming, D.N. Payne, M.W. Phillips, and V.J. Matsas. 320 fs soliton generation with passively mode-locked erbium fibre laser. *Electron. Lett.*, 27(9) :730–732, 1991.
- [42] D.J. Richardson, R.I. Laming, D.N. Payne, V.J. Matsas, and M.W. Phillips. Pulse repetition rates in passive, selfstarting, femtosecond soliton fibre laser. *Electron. Lett.*, 27(16) :1451–1453, 1991.

- [43] Masataka Nakazawa, Eiji Yoshida, and Yasuo Kimura. Low threshold, 290 fs erbium-doped fiber laser with a nonlinear amplifying loop mirror pumped by ingaasp laser diodes. *Appl. Phys. Lett.*, 59(17) :2073–2075, 1991.
- [44] A.B. Grudinin, D.J. Richardson, and D.N. Payne. Energy quantisation in figure eight fibre laser. *Electron. Lett.*, 28(1) :67–68, 1992.
- [45] M.J. Guy, D.U. Noske, and J.R. Taylor. Generation of femtosecond soliton pulses by passive mode locking of an ytterbium-erbium figure-of-eight fiber laser. *Opt. Lett.*, 18(17) :1447–1449, 1993.
- [46] V.J. Matsas, T.P. Newson, D.J. Richardson, and D.N. Payne. Selfstarting passively mode-locked fibre ring soliton laser exploiting nonlinear polarisation rotation. *Electron. Lett.*, 28(15) :1391–1393, 1992.
- [47] D.U. Noske, N. Pandit, and J.R. Taylor. Subpicosecond soliton pulse formation from self-mode-locked erbium fibre laser using intensity dependent polarization rotation. *Electron. Lett.*, 28(23) :2185–2186, 1992.
- [48] K. Tamura, C. R. Doerr, L. E. Nelson, H. A. Haus, and E. P. Ippen. Technique for obtaining high-energy ultrashort pulses from an additive-pulse mode-locked erbium-doped fiber ring laser. *Opt. Lett.*, 19(1) :46–48, 1994.
- [49] K. S. Abedin, J. T. Gopinath, L. A. Jiang, M. E. Grein, H. A. Haus, and Erich P. Ippen. Self-stabilized passive, harmonically mode-locked stretched-pulse erbium fiber ring laser. *Opt. Lett.*, 27(20) :1758–1760, 2002.
- [50] D. Y. Tang, W. S. Man, and H. Y. Tam. Stimulated soliton pulse formation and its mechanism in a passively mode-locked fibre soliton laser. *Opt. Commun.*, 165(4-6) :189–194, 1999.
- [51] D.Y. Tang, W.S. Man, H.Y. Tam, and P.D. Drummond. Observation of bound states of solitons in a passively mode-locked fiber laser. *Phys. Rev. A*, 64(3) :0338141, 2001.

- [52] Y. D. Gong, P. Shum, T. Hiang, Cheng, Qi Wen, and D. Y. Tang. Bound soliton pulses in passively mode-locked fiber laser. *Opt. Commun.*, 200(1-6) :389–399, 2001.
- [53] D.Y. Tang, B. Zhao, D.Y. Shen, C. Lu, W.S. Man, and H.Y. Tam. Bound-soliton fiber laser. *Phys. Rev. A*, 66(3) :338061, 2002.
- [54] Ph. Grelu, F. Belhache, F. Gutty, and J.-M. Soto-Crespo. Phase-locked soliton pairs in a stretched-pulse fiber laser. *Opt. Lett.*, 27(11) :966–968, 2002.
- [55] A. Hideur, B.U. Ortaç, T. Chartier, M. Brunel, H. Leblond, and F. Sanchez. Ultra-short bound states generation with a passively mode-locked high-power yb-doped double-clad fiber laser. *Opt. Commun.*, 225(1-3) :71–78, 2003.
- [56] Ph. Grelu and J.M. Soto-Crespo. Multisoliton states and pulse fragmentation in a passively mode-locked fibre laser. *Journal of Optics B : Quantum and Semiclassical Optics*, 6(5) :S271–S278, 2004.
- [57] B. Ortaç, A. Hideur, T. Chartier, M. Brunel, P. Grelu, H. Leblond, and F. Sanchez. Generation of bound states of three ultrashort pulses with a passively mode-locked high-power yb-doped double-clad fiber laser. *IEEE Photonics Technology Letters*, 16(5) :1274–1276, 2004.
- [58] N.H. Seong and D.Y. Kim. Experimental observation of stable bound solitons in a figure-eight fiber laser. *Opt. Lett.*, 27(15) :1321–1323, 2002.
- [59] Y. D. Gong, P. Shum, D. Y. Tang, C. Lu, Z. W. Qi, W. J. Lai, W. S. Man, and H. Y. Tam. Close spaced ultra-short bound solitons from di-nolm figure-8 fiber laser. *Opt. Commun.*, 220(4-6) :297–302, 2003.
- [60] M. E. Fermann. Ultrashort-pulse sources based on single-mode rare-earth-doped fibers. *Appl. Phys. B*, 58(3) :197–209, 1994.
- [61] M.E. Fermann, A. Galvanauskas, G. Sucha, and D. Harter. Fiber-lasers for ultrafast optics. *Appl. Phys. B*, 65(2) :259–275, 1997.

- [62] G. P. Agrawal. *Nonlinear fiber optics*. 3rd ed. By Govind P. Agrawal. San Diego, CA : Academic Press, 2001.
- [63] S. Lacroix, M. Parent, J. Bures, and J. Lapierre. Mesure de la birefringence lineaire des fibres optiques monomodes par une methode thermique. *Appl. Opt.*, 23(15) :2649, 1984.
- [64] V. Ramaswamy, R.D. Standley, D. Sze, and W.G. French. Polarization effects in short length, single mode fibers. *Bell Syst. Tech. J.*, 57(3) :635–651, 1978.
- [65] R. Ulrich and A. Simon. Polarization optics of twisted single-moded fibers. *Appl. Opt.*, 18(13) :2241, 1979.
- [66] T. Chartier, A. Hideur, C. Özkul, F. Sanchez, and G. M. Stéphan. Measurement of the elliptical birefringence of single-mode optical fibers. *Appl. Opt.*, 40(30) :5343–5353, 2001.
- [67] M. Monerie and P. Lamouler. Birefringence measurement in twisted single-mode fibres. *Electron. Lett.*, 17(7) :252–253, 1981.
- [68] A.H. Hartog, D.N. Payne, and A.J. Conduit. Polarisation measurements on monomode fibres using optical time-domain reflectometry. *IEE Proceedings H : Microwaves Optics and Antennas*, 128(3) :168–170, 1981.
- [69] Ivan P. Kaminow. Polarization in optical fibers. *IEEE J. Quantum Electron.*, QE-17(1) :15–22, 1981.
- [70] K. Mochizuki, Y. Namihira, and Y. Ejiri. Birefringence variation with temperature in elliptically clad single-mode fibers. *Applied Optics*, 21(23) :4223–4228, 1982.
- [71] A. Fellegara, M. Artiglia, S.B. Andreasen, A. Melloni, F.P. Espunes, and S. Wabnitz. COST 241 intercomparison of nonlinear refractive index measurements in dispersion shifted optical fibres at $\lambda = 1550$ nm. *Electron. Lett.*, 33(13) :1168–1170, 1997.

- [72] Franck Belhache. *Thèse : Etude d'un laser à fibre en anneau à gestion de la dispersion avec génération d'impulsions verrouillées en phase*. Thèse de l'Université de Bourgogne, 2003.
- [73] Curtis R. Menyuk. Nonlinear pulse propagation in birefringent optical fibers. *IEEE J. Quantum Electron.*, QE-23(2) :174–176, 1987.
- [74] J. H. Eberly P. W. Milonni. *Lasers*. 3rd ed. Wiley, New York, 1988.
- [75] Govind P. Agrawal. Amplification of ultrashort solitons in erbium-doped fiber amplifiers. *IEEE Photonics Technology Letters*, 2(12) :875–877, 1990.
- [76] P.A. Belanger, L. Gagnon, and C. Pare. Solitary pulses in an amplified nonlinear dispersive medium. *Opt. Lett.*, 14(17) :943–945, 1989.
- [77] V.S. Grigoryan and T.S. Muradyan. Evolution of light pulses into autosolitons in nonlinear amplifying media. *J. Opt. Soc. Am. B*, 8 :1757–1765, 1991.
- [78] H. A. Haus, J. G. Fujimoto, and E. P. Ippen. Structures for additive pulse mode locking. *J. Opt. Soc. Am. B*, 8 :2068–2076, October 1991.
- [79] Hermann A. Haus, James G. Fujimoto, and Erich P. Ippen. Analytic theory of additive pulse and kerr lens mode locking. *IEEE J. Quantum Electron.*, 28(10) :2086–2096, 1992.
- [80] H.A. Haus, E.P. Ippen, and K. Tamura. Additive-pulse modelocking in fiber lasers. *IEEE J. Quantum Electron.*, 30(1) :200–208, 1994.
- [81] E. P. Ippen. Principles of passive mode locking. *Appl. Phys. B*, 58(3) :159–170, 1994.
- [82] L.E. Nelson, D.J. Jones, K. Tamura, H.A. Haus, and E.P. Ippen. Ultrashort-pulse fiber ring lasers. *Appl. Phys. B*, 65(2) :277–294, 1997.

- [83] W.S. Man, H.Y. Tam, M.S. Demokan, P.K.A. Wai, and D.Y. Tang. Mechanism of intrinsic wavelength tuning and sideband asymmetry in a passively mode-locked soliton fiber ring laser. *J. Opt. Soc. Am. B*, 17(1) :28–33, 2000.
- [84] K. M. Spaulding, D. H. Yong, A. D. Kim, and J. N. Kutz. Nonlinear dynamics of mode-locking optical fiber ring lasers. *J. Opt. Soc. Am. B*, 19(5) :1045–1054, 2002.
- [85] A.D. Kim, J.N. Kutz, and D.J. Muraki. Pulse-train uniformity in optical fiber lasers passively mode-locked by nonlinear polarization rotation. *IEEE J. Quantum Electron.*, 36(4) :465–471, 2000.
- [86] L. Zhihong, L. Caiyun, T.C. Kam, L. Yuhua, and G. Yizhi. Theoretical and experimental study of pulse-amplitude-equalization in a rational harmonic mode-locked fiber ring laser. *IEEE J. Quantum Electron.*, QE-37(1) :33–37, 2001.
- [87] J.M. Soto-Crespo, N.N. Akhmediev, B.C. Collings, S.T. Cundiff, K. Bergman, and W.H. Knox. Polarization-locked temporal vector solitons in a fiber laser : Theory. *J. Opt. Soc. Am. B*, 17(3) :366–372, 2000.
- [88] H. Leblond, M. Salhi, A. Hideur, T. Chartier, M. Brunel, and F. Sanchez. Experimental and theoretical study of the passively mode-locked ytterbium-doped double-clad fiber laser. *Phys. Rev. A*, 65(6 A) :638111, 2002.
- [89] M. Salhi, H. Leblond, and F. Sanchez. Theoretical study of the erbium-doped fiber laser passively mode-locked by nonlinear polarization rotation. *Phys. Rev. A*, 67(1) :0138021, 2003.
- [90] M. Salhi, H. Leblond, and F. Sanchez. Theoretical study of the stretched-pulse erbium-doped fiber laser. *Phys. Rev. A*, 68(3) :0338151, 2003.
- [91] A. Haboucha, H. Leblond, M. Salhi, A. Komarov, and F. Sanchez. Coherent soliton pattern formation in a fiber laser. *Opt. Lett.*, 33(5) :524–526, 2008.

- [92] A. Haboucha, H. Leblond, M. Salhi, A. Komarov, and F. Sanchez. Analysis of soliton pattern formation in passively mode-locked fiber lasers. *Submitted to Physical Review A - Atomic, Molecular, and Optical Physics*, 2008.
- [93] A. Komarov, H. Leblond, and F. Sanchez. Passive harmonic mode-locking in a fiber laser with nonlinear polarization rotation. *Opt. Commun.*, 267(1) :162–169, 2006.
- [94] A. Komarov, H. Leblond, and F. Sanchez. Multistability and hysteresis phenomena in passively mode-locked fiber lasers. *Phys. Rev. A*, 71(5) :1–9, 2005.
- [95] A. Haboucha, A. Komarov, H. Leblond, F. Sanchez, and G. Martel. Mechanism of multiple pulse formation in the normal dispersion regime of passively mode-locked fiber ring lasers. *To be published in Optical Fiber Technology*, 2008.
- [96] A. Haboucha, A. Komarov, H. Leblond, M. Salhi, and F. Sanchez. Investigation of multiple pulsing and hysteresis phenomena in the erbium-doped double-clad fiber laser. *Journal of Optoelectronics and Advanced Materials*, 10(1) :164–168, 2008.
- [97] B. Chassagne, G. Jonusauskas, J. Oberlé, and C. Rullière. Multipulse operation regime in a self-mode-locked Cr^{4+} :forsterite femtosecond laser. *Opt. Commun.*, 150(1-6) :355–362, 1998.
- [98] J. Herrmann, V.P. Kalosha, and M. Müller. Higher-order phase dispersion in femtosecond kerr-lens mode-locked solid-state lasers : Sideband generation and pulse splitting. *Opt. Lett.*, 22(4) :236–238, 1997.
- [99] M. Lai, J. Nicholson, and W. Rudolph. Multiple pulse operation of a femtosecond Ti :sapphire laser. *Opt. Commun.*, 142(1-3) :45–49, 1997.
- [100] J. Nicholson, W. Rudolph, and M. Lai. Multiple femtosecond pulses with asymmetric spacing from a Ti :sapphire laser. In *Conference Proceedings -*

Lasers and Electro-Optics Society Annual Meeting-LEOS, volume 11, pages 320–321, 1997.

- [101] M.A. Larotonda, A.A. Hnilo, and F.P. Diodati. Multipulse Nd :YAG Kerr lens mode-locked laser. *Opt. Commun.*, 221(4-6) :395–402, 2003.
- [102] V.J. Matsas, D.J. Richardson, T.P. Newson, and D.N. Payne. Characterization of a self-starting passively mode-locked fiber ring laser that exploits nonlinear polarization evolution. *Opt. Lett.*, 18(5) :358–360, 1993.
- [103] M. J. Guy, D. U. Noske, A. Boskovic, and J. R. Taylor. Femtosecond soliton generation in a praseodymium fluoride fiber laser. *Opt. Lett.*, 19(11) :828, 1994.
- [104] B. Zhao, D.Y. Tang, P. Shum, Y.D. Gong, C. Lu, W.S. Man, and H.Y. Tam. Energy quantization of twin-pulse solitons in a passively mode-locked fiber ring laser. *Appl. Phys. B*, 77(6-7) :585–588, 2003.
- [105] D.Y. Tang, L.M. Zhao, B. Zhao, and A.Q. Liu. Mechanism of multisoliton formation and soliton energy quantization in passively mode-locked fiber lasers. *Phys. Rev. A*, 72(4) :1–9, 2005.
- [106] A. Haboucha, A. Komarov, H. Leblond, and F. Sanchez. Multiple pulsing and hysteresis phenomena in fiber lasers : Theory and experiment. In *2006 International Conference on Transparent Optical Networks*, volume 1, pages 187–190, 2006.
- [107] A. Hideur, T. Chartier, M. Brunel, M. Salhi, C. Özkul, and F. Sanchez. Mode-lock, Q-switch and CW operation of an Yb-doped double-clad fiber ring laser. *Opt. Commun.*, 198(1-3) :141–146, 2001.
- [108] A. Hideur, T. Chartier, M. Brunel, S. Louis, C. Özkul, and F. Sanchez. Generation of high energy femtosecond pulses from a side-pumped yb-doped double-clad fiber laser. *Appl. Phys. Lett.*, 79(21) :3389–3391, 2001.

- [109] R. C. Jones. New calculus for the treatment of optical systems. III. The Sohncke theory of optical activity. *Journal of the Optical Society of America (1917-1983)*, 31 :500, July 1941.
- [110] A. Komarov, H. Leblond, and F. Sanchez. Theoretical analysis of the operating regime of a passively-mode-locked fiber laser through nonlinear polarization rotation. *Phys. Rev. A*, 72(6), 2005.
- [111] J.L. Wagener, F. Wysocki, M.J.F. Digonnet, H.J. Shaw, and D.J. DiGiovanni. Effects of concentration and clusters in erbium-doped fiber lasers. *Opt. Lett.*, 18(23) :2014–2016, 1993.
- [112] B.N. Samson, W.H. Loh, and J.P. De Sandro. Experimental evidence of differences in the absorption spectra of clustered and isolated ions in erbium-doped fibers. *Opt. Lett.*, 22(23) :1763–1765, 1997.
- [113] S. Colin, E. Contesse, P. Le Boudec, G. Stephan, and F. Sanchez. Evidence of a saturable-absorption effect in heavily erbium-doped fibers. *Opt. Lett.*, 21(24) :1987–1989, 1996.
- [114] M. Nakazawa, E. Yoshida, T. Sugawa, and Y. Kimura. Continuum suppressed, uniformly repetitive 136 fs pulse generation from an erbium-doped fibre laser with nonlinear polarisation rotation. *Electron. Lett.*, 29(15) :1327–1329, 1993.
- [115] C.-J. Chen, P. K. A. Wai, and C. R. Menyuk. Soliton fiber ring laser. *Opt. Lett.*, 17(6) :417–419, 1992.
- [116] S.M.J. Kelly. Characteristic sideband instability of periodically amplified average soliton. *Electron. Lett.*, 28(8) :806–807, 1992.
- [117] Zhi Chen and I.F. Blake. Interacting solitons in erbium fibre laser. *Electron. Lett.*, 27(14) :1257–1259, 1991.

- [118] D.Y. Tang, B. Zhao, L.M. Zhao, and H.Y. Tam. Soliton interaction in a fiber ring laser. *Phys. Rev. E*, 72(1) :1–10, 2005.
- [119] A.B. Grudinin, D.J. Richardson, and D.N. Payne. Passive harmonic mode-locking of a fibre soliton ring laser. *Electronics Letters*, 29(21) :1860–1861, 1993.
- [120] B. Ortaç, A. Hideur, and M. Brunel. Passive harmonic mode locking with a high-power ytterbium-doped double-clad fiber laser. *Opt. Lett.*, 29(17) :1995–1997, 2004.
- [121] V. Roy, M. Olivier, F. Babin, and M. Piché. Dynamics of periodic pulse collisions in a strongly dissipative-dispersive system. *Phys. Rev. Lett.*, 94(20) :1–4, 2005.
- [122] V. Roy, M. Olivier, and M. Piché. Pulse interactions in the stretched-pulse fiber laser. *Opt. Express*, 13(23) :9217–9223, 2005.
- [123] M. Olivier, V. Roy, M. Piché, and F. Babin. Pulse collisions in the stretched-pulse fiber laser. *Opt. Lett.*, 29(13) :1461–1463, 2004.
- [124] F. Gутty, Ph. Grelu, N. Huot, G. Vienne, and G. Millot. Stabilisation of modelocking in fibre ring laser through pulse bunching. *Electron. Lett.*, 37(12) :745–746, 2001.
- [125] B. Ortaç, A. Hideur, and M. Brunel. Binding widely-separated pulses with a passively mode-locked yb-doped double-clad fiber laser. *Appl. Phys. B*, 79(2) :185–192, 2004.
- [126] D.Y. Tang, L.M. Zhao, and B. Zhao. Multipulse bound solitons with fixed pulse separations formed by direct soliton interaction. *Appl. Phys. B*, 80(2) :239–242, 2005.

- [127] Y.D. Gong, P. Shum, D.Y. Tang, C. Lu, X. Guo, V. Paulose, W.S. Man, and H.Y. Tam. Regimes of operation states in passively mode-locked fiber soliton ring laser. *Optics and Laser Technology*, 36(4) :299–307, 2004.
- [128] B. Zhao, D.Y. Tang, P. Shum, X. Guo, C. Lu, and H.Y. Tam. Bound twin-pulse solitons in a fiber ring laser. *Phys. Rev. E*, 70(6 2) :0676021, 2004.
- [129] J.M. Soto-Crespo, N. Akhmediev, Ph. Grelu, and F. Belhache. Quantized separations of phase-locked soliton pairs in fiber lasers. *Opt. Lett.*, 28(19) :1757–1759, 2003.
- [130] Ph. Grelu, J. Beál, and J.M. Soto-Crespo. Soliton pairs in a fiber laser : From anomalous to normal average dispersion regime. *Opt. Express*, 11(18) :2238–2243, 2003.
- [131] A.N. Pilipetskii, E.A. Golovchenko, and C.R. Menyuk. Acoustic effect in passively mode-locked fiber ring lasers. *Opt. Lett.*, 20(8) :907–909, 1995.
- [132] J.M. Soto-Crespo, N. Akhmediev, Ph. Grelu, and F. Belhache. Quantized separations of phase-locked soliton pairs in fiber lasers. *Opt. Lett.*, 28(19) :1757–1759, 2003.
- [133] L. Socci and M. Romagnoli. Long-range soliton interactions in periodically amplified fiber links. *J. Opt. Soc. Am. B*, 16(1) :12–17, 1999.
- [134] A.V. Buryak. Stationary soliton bound states existing in resonance with linear waves. *Phys. Rev. E*, 52(1) :1156–1163, 1995.
- [135] A. Lagrost, T. Chartier, M. Gay, T.N. Nguyen, P. Besnard, D. Massoubre, and J-L. Oudar. Régime multi impulsional dans un laser à fibre dopée erbium contenant un absorbant saturable. JNOG, Metz, France, 2006.
- [136] M. Horowitz, Y. Barad, and Y. Silberberg. Noiselike pulses with a broadband spectrum generated from an erbium-doped fiber laser. *Opt. Lett.*, 22(11) :799–801, 1997.

- [137] D.Y. Tang, L.M. Zhao, and B. Zhao. Soliton collapse and bunched noise-like pulse generation in a passively mode-locked fiber ring laser. *Opt. Express*, 13(7) :2289–2294, 2005.
- [138] V. E. Zakharov and A. B. Shabat. Exact theory of two-dimensional self-focusing and one-dimensional self-modulation of waves in nonlinear media. *Ž. Èksper. Teoret. Fiz.*, 61(1) :118–134, 1971.
- [139] B.A. Malomed, A. Schwache, and F. Mitschke. Soliton lattice and gas in passive fiber-ring resonators. *Fiber and Integrated Optics*, 17(4) :267–277, 1998.
- [140] S. Rutz and F. Mitschke. Towards thermodynamics of solitons : cooling. *Journal of Optics B : Quantum and Semiclassical Optics*, 2(3) :364–366, 2000.
- [141] S. Rutz and F. Mitschke. Cooling of a soliton gas. *Conference on Quantum Electronics and Laser Science (QEELS) - Technical Digest Series*, pages 115–116, 2000.
- [142] Soeren Rutz, Tibor Koeroesi, and Fedor Mitschke. Manipulation of soliton ensembles by spectral filtering. In *IQEC, International Quantum Electronics Conference Proceedings*, page 67, 2000.
- [143] F. Mitschke and A. Schwache. Soliton ensembles in a nonlinear resonator. *Journal of Optics B : Quantum and Semiclassical Optics*, 10(6) :779–788, 1998.
- [144] P. Grelu and N. Akhmediev. Group interactions of dissipative solitons in a laser cavity : The case of 2+1. *Opt. Express*, 12(14) :3184–3189, 2004.
- [145] N. Akhmediev, J.M. Soto-Crespo, M. Grapinet, and Ph. Grelu. Dissipative soliton interactions inside a fiber laser cavity. *Optical Fiber Technology*, 11(3) :209–228, 2005.

- [146] M. Grapinet and Ph. Grelu. Vibrating soliton pairs in a mode-locked laser cavity. *Opt. Lett.*, 31(14) :2115–2117, 2006.
- [147] M.-M. Shen and D. R. Nicholson. Numerical comparison of strong Langmuir turbulence models. *Physics of Fluids*, 30 :1096–1103, April 1987.
- [148] H. Büttner and F. G. Mertens. Toda lattice : Statistical mechanics and solitons. *Solid State Communications*, 29(9) :663–665, 1979.
- [149] S. E. Nagler, W. J. L. Buyers, R. L. Armstrong, and B. Briat. Solitons in the one-dimensional antiferromagnet CsCoBr₃. *Phys. Rev. B*, 28(7) :3873–3885, Oct 1983.
- [150] L. A. Ostrovskii. Shock waves and solitons (selected problems). *Radiophys. Quantum Electron.*, 19(5) :464, 1976.
- [151] B.A. Malomed. Collision-induced radiative dynamics and kinetics of driven nonlinear Schrödinger solitons. *Phys. Rev. A*, 41(8) :4538–4540, 1990.
- [152] B. A. Malomed. Bound states in a gas of solitons supported by a randomly fluctuating force. *EPL (Europhysics Letters)*, 30(9) :507–512, 1995.
- [153] I. M. Uzunov, R. Muschall, M. Göllés, F. Lederer, and S. Wabnitz. Effect of nonlinear gain and filtering on soliton interaction. *Opt. Commun.*, 118 :577–580, February 1995.
- [154] A. Schwache and F. Mitschke. Properties of an optical soliton gas. *Phys. Rev. E*, 55(6) :7720–7725, June 1997.
- [155] M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman, and E. A. Cornell. Observation of bose-einstein condensation in a dilute atomic vapor 10.1126/science.269.5221.198. *Science*, 269(5221) :198–201, 1995.
- [156] V.V. Afanasjev, B.A. Malomed, and P.L. Chu. Stability of bound states of pulses in the ginzburg-landau equations. *Phys. Rev. E*, 56(5 SUPPL. B) :6020–6023, 1997.

- [157] N.N. Akhmediev, A. Ankiewicz, and J.M. Soto-Crespo. Multisoliton solutions of the complex ginzburg-landau equation. *Phys. Rev. Lett.*, 79(21) :4047–4051, 1997.
- [158] N.N. Akhmediev, A. Ankiewicz, and J.M. Soto-Crespo. Stable soliton pairs in optical transmission lines and fiber lasers. *J. Opt. Soc. Am. B*, 15(2) :515–523, 1998.
- [159] I.S. Aranson and L. Kramer. The world of the complex ginzburg-landau equation. *Reviews of Modern Physics*, 74(1) :99–143, 2002.
- [160] Y. Kuramoto. *Chemical oscillations, waves and turbulence*. Springer, Berlin, 1984.
- [161] M.C. Cross and P.C. Hohenberg. Pattern formation outside of equilibrium. *Reviews of Modern Physics*, 65(3) :851–1112, 1993.
- [162] A.C. Newell, T. Passot, and J. Lega. Order parameter equations for patterns. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 25(1) :399–453, 1993.
- [163] T. Bohr, M. H. Jensen, G. Paladin, and A. Vulpiani. *Dynamical Systems Approach to Turbulence*. Dynamical Systems Approach to Turbulence, by Tomas Bohr and Mogens H. Jensen and Giovanni Paladin and Angelo Vulpiani, pp. 370. ISBN 0521475147. Cambridge, UK : Cambridge University Press, August 1998., August 1998.
- [164] G. Dangelmayr and L. Kramer. *Mathematical approaches to pattern formation, Evolutions of spontaneous structures in dissipative continuous systems*. F. H. Busse and S. C. Müller (Springer, New York), 1998.
- [165] L.M. Pismen. *Vortices in nonlinear fields*. Oxford University/Clarendon Press, Oxford/New York, 1999.

- [166] P. Grelu, F. Belhache, F. Gутty, and J.M. Soto-Crespo. Relative phase locking of pulses in a passively mode-locked fiber laser. *J. Opt. Soc. Am. B*, 20(5) :863–870, 2003.
- [167] H. Leblond, A. Komarov, M. Salhi, A. Haboucha, and F. Sanchez. ‘Cis’ bound states of three localized pulses of the cubic-quintic CGL equation. *Journal of Optics A : Pure and Applied Optics*, 8(3) :319–326, 2006.
- [168] T.B. Benjamin and J.E. Feir. The disintegration of wave trains on deep water. *J. Fluid Mech.*, 27 :417–430, 1967.
- [169] T.B. Benjamin. Instability of periodic wave trains in nonlinear dispersive systems. *Proc. R. Soc. Ser. a*, 229(1456) :59–76, 1967.
- [170] D. Anderson and M. Lisak. Modulational instability of coherent optical-fiber transmission signals. *Opt. Lett.*, 9(10) :468–470, 1984.
- [171] Akira Hasegawa and W.F. Brinkman. Tunable coherent ir and fir sources utilizing modulational instability. *IEEE J. Quantum Electron.*, QE-16(7) :694–697, 1980.
- [172] K. Tai, A. Hasegawa, and A. Tomita. Observation of modulational instability in optical fibers. *Phys. Rev. Lett.*, 56(2) :135–138, 1986.
- [173] N.J. Zabusky and M.D. Kruskal. Interaction of “solitons” in a collisionless plasma and the recurrence of initial states. *Phys. Rev. Lett.*, 15(6) :240–243, 1965.
- [174] E. Fermi, J. Pasta, and S. Ulam. Studies of nonlinear problems. *Collected Papers of Enrico Fermi*, 2 :978–988, 1965.
- [175] N.N. Akhmediev and V.I. Korneev. Modulation instability and periodic solutions of the nonlinear Schrödinger equation. *Theoretical and Mathematical Physics*, 69(2) :1089–1093, 1986.

- [176] C. Cambournac, H. Maillotte, E. Lantz, J.M. Dudley, and M. Chauvet. Spatiotemporal behavior of periodic arrays of spatial solitons in a planar waveguide with relaxing Kerr nonlinearity. *J. Opt. Soc. Am. B*, 19(3) :574–585, 2002.
- [177] K. Tai, A. Tomita, J.L. Jewell, and A. Hasegawa. Generation of subpicosecond solitonlike optical pulses at 0.3 THz repetition rate by induced modulational instability. *Appl. Phys. Lett.*, 49(5) :236–238, 1986.
- [178] E. M. Dianov, P. V. Mamyshev, A. M. Prokhorov, and S. V. Chernikov. Generation of a train of fundamental solitons at a high repetition rate in optical fibers. *Opt. Lett.*, 14 :1008–1010, September 1989.
- [179] P. Franco, F. Fontana, I. Cristiani, M. Midrio, and M. Romagnoli. Self-induced modulational-instability laser. *Opt. Lett.*, 20 :2009–2011, October 1995.
- [180] E. Yoshida and M. Nakazawa. Low-threshold 115-GHz continuous-wave modulational-instability erbium-doped fiber laser. *Opt. Lett.*, 22(18) :1409–1411, 1997.
- [181] T. Sylvestre, S. Coen, P. Emplit, and M. Haelterman. Self-induced modulational instability laser revisited : Normal dispersion and dark-pulse train generation. *Opt. Lett.*, 27(7) :482–484, 2002.
- [182] A. Haboucha, H. Leblond, M. Salhi, A. Komarov, and F. Sanchez. Coherent soliton pattern formation in a fiber laser. *Opt. Lett.*, 33(5) :524–526, 2008.
- [183] Michel J.F.Digonnet. *Rare-Earth-Doped Fiber Lasers and Amplifiers*. Marcel Dekker, Inc., 2001.
- [184] S. Sudo. *Optical Fiber Amplifiers : Materials, Devices, and Applications*. Artech House Inc., 1997.

- [185] William L. Barnes, Richard I. Laming, Eleanor J. Tarbox, and P.R. Morkel. Absorption and emission cross section of Er^{3+} doped silica fibers. *IEEE J. Quantum Electron.*, 27(4) :1004–1010, 1991.
- [186] William J. Miniscalco. Erbium-doped glasses for fiber amplifiers at 1500 nm. *Journal of Lightwave Technology*, 9(2) :234–250, 1991.
- [187] O. Svelto. *Principles of Lasers*. Cambridge University Press, 1998.
- [188] Hervé Leblond. The reductive perturbation method and some of its applications. *Journal of Physics B : Atomic, Molecular and Optical Physics*, 41(4) :043001 (35pp), 2008.
- [189] B. Ortaç, A. Hideur, M. Brunel, T. Chartier, M. Salhi, H. Leblond, and F. Sanchez. Characterization of an ytterbium-doped double-clad fiber laser passively mode-locked by nonlinear polarization rotation. *Appl. Phys. B*, 77(6-7) :589–594, 2003.
- [190] A. Fortin. *Analyse numérique pour ingénieurs*. Montreal :Presses internationales Polytechnique, 2001.
- [191] Nail. N. Akhmediev and Adrian Ankiewicz. *Solitons, nonlinear pulses and beams*. Chapman Hall, First Edition, 1997.
- [192] J.M. Soto-Crespo, N.N. Akhmediev, V.V. Afanasjev, and S. Wabnitz. Pulse solutions of the cubic-quintic complex ginzburg-landau equation in the case of normal dispersion. *Phys. Rev. E*, 55(4) :4783–4796, 1997.
- [193] N.N. Akhmediev, V.V. Afanasjev, and J.M. Soto-Crespo. Singularities and special soliton solutions of the cubic-quintic complex ginzburg-landau equation. *Phys. Rev. E*, 53(1 SUPPL. B) :1190–1201, 1996.
- [194] N. Akhmediev and V.V. Afanasjev. Novel arbitrary-amplitude soliton solutions of the cubic-quintic complex ginzburg-landau equation. *Phys. Rev. Lett.*, 75(12) :2320–2323, 1995.

- [195] V.V. Afanasjev and N. Akhmediev. A new kind of periodic stationary solution of the cubic ginzburg-landau equation. *Physica A : Statistical Mechanics and its Applications*, 233(3-4) :801–808, 1996.
- [196] N. Akhmediev and A. Ankiewicz. Solitons around us : Integrable, hamiltonian and dissipative systems. *Optical Solitons : Theoretical and Experimental Challenges*, pages 105–126, 2003.
- [197] J.M. Soto-Crespo, N.N. Akhmediev, V.V. Afanasjev, and S. Wabnitz. Pulse solutions of the cubic-quintic complex ginzburg-landau equation in the case of normal dispersion. *Phys. Rev. E*, 55(4) :4783–4796, 1997.

Annexe I

Equation dynamique du gain

L'équation d'évolution du gain se trouve aisément dans la littérature. Les coefficients qui la régissent nous seront utiles pour nos simulations. Pour expliciter leurs expressions, nous avons besoin d'établir l'équation du gain du milieu actif.

On considère un système à quatre niveaux d'énergie (cf. figure (I.1)). Les populations des niveaux 1 et 3 sont telles que $N_1 \approx 0$ et $N_3 \approx 0$, car les transitions $(3) \rightarrow (2)$ et $(1) \rightarrow (g)$ sont très rapides. L'équation pour la population du niveau 2 est :

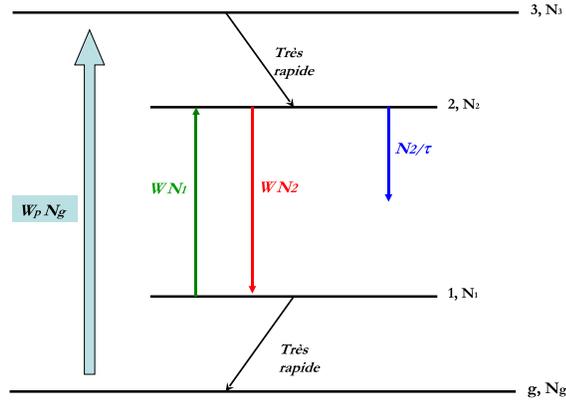


FIGURE I.1 – Système à quatre niveaux d'énergie

$$\frac{\partial N_2}{\partial t} = R_p - WN_2 - \frac{N_2}{\tau_g} \quad (\text{I.1})$$

En général le coefficient du gain est donné par $g = \sigma_{21}[N_2 - \frac{g_2}{g_1}N_1]$ (où g_1 et g_2 représentent les degrés de dégénérescence des niveaux (1) et (2)). Nous avons $N_1 \approx 0$, alors $g = \sigma_{21}N_2$ et par conséquent l'équation d'évolution du gain est alors :

$$\frac{\partial g}{\partial t} = \sigma_{21} R_p - Wg - \frac{g}{\tau_g} \quad (\text{I.2})$$

Avec, $\sigma_{21} = \sigma = \frac{W}{g_2 F}$, $F = \frac{I}{h\nu}$ et pour simplifier $g_2 = 1 \Rightarrow W = \frac{\sigma I}{h\nu}$.

Ainsi,

$$\frac{\partial g}{\partial t} = -\frac{g}{\tau_g} - \frac{\sigma I}{h\nu} g + \sigma R_p \quad (\text{I.3})$$

Finalement, en posant $I_{sat} = \frac{h\nu}{\sigma\tau_g}$, on arrive à :

$$\frac{\partial g}{\partial t} = -\frac{g}{\tau_g} \left[1 + \frac{I}{I_{sat}} \right] + \sigma R_p \quad (\text{I.4})$$

Coefficients de l'équation I.4 : I_{sat} et R_p

Calcul de I_{sat} :

$$I_{sat} = \frac{h\nu}{\sigma\tau_g}$$

Application numérique

La section efficace de l'émission stimulée est $\sigma = 5 \cdot 10^{-25} \text{ m}^2$ [183, 184];
 $\tau_g = 10 \text{ ms}$ (pour l'erbium); $h\nu = 6.63 \cdot 10^{-34} \frac{3 \cdot 10^8}{1.55 \cdot 10^{-6}} = 13.26 \cdot 10^{-20} \text{ J}$ et
 $I_{sat} = \frac{13.26 \cdot 10^{-20}}{5 \cdot 10^{-25} \cdot 10^{-2}} = 26,52 \text{ MW/m}^2$. Ainsi, $P_{sat} = I_{sat} \cdot \pi r_c^2 = 1,02 \text{ mW}$.

Taux de pompage : R_p

A partir des données expérimentales, calculons le taux de pompage R_p . L'expression du taux de pompage est donnée par l'équation (5.3) [187].

$$R_p(r, z) = \frac{\alpha_{lin} \cdot I_p(r, z)}{h\nu_p} \quad (\text{I.5})$$

Pour simplifier, on considère que l'intensité de pompage est constante tout au long de la fibre ($I_p(r, z) = I_p$). Par conséquent, $R_p(r, z) = R_p = C^{st}$

Application numérique

Nous avons $h\nu_p = h\frac{c}{\lambda_p} = 2 \cdot 10^{-19}$ J, avec $\lambda_p = 980$ nm est la longueur d'onde de pompe, $h = 6.63 \cdot 10^{-34}$ J.s la constante de planck et c la vitesse de la lumière.

Le régime des multi-solitons liés est obtenu pour une pompe $P_p = 3$ W. Donc $I_p = \frac{P_p}{\pi r_{clad}^2} = 382$ MW/m² avec $\pi r_{clad}^2 = 7.85 \cdot 10^{-9}$ m². Le coefficient d'absorption de la pompe en m^{-1} est donné par $\alpha_{lin} = \frac{\ln(10)}{10} \cdot \alpha_{dB} = 0.81$ cm⁻¹ (avec $\alpha_{dB} = 350$ dB/m donnée constructeur).

Finalement, $R_p = 1.55 \cdot 10^{29}$ m⁻³s⁻¹ .

Equation utilisée

Pour la modélisation, il est convenable de mettre en exergue les composantes u et v du champ dans l'équation d'évolution du gain. Ainsi, nous pouvons écrire l'équation (I.4) comme suit :

$$\frac{\partial g}{\partial t} = -\frac{g}{\tau_g} - a_1 \sigma g (|u|^2 + |v|^2) + \sigma \Lambda_1 \quad (\text{I.6})$$

où τ_g est le temps de relaxation du gain, $a = a_1 \sigma$ est le paramètre de la saturation, $\Lambda = \sigma \Lambda_1$ est le terme du pompage et g représente le gain.

Correspondances entre Eq. I.4 et Eq. I.6

$$(\text{I.6}) \quad \frac{\partial g}{\partial t} = -\frac{g}{\tau_g} [1 + a\tau_g (|u|^2 + |v|^2)] + \Lambda$$

Paramètre de pompage : Λ

Paramètre de saturation : a

$$(\text{I.4}) \quad \frac{\partial g}{\partial t} = -\frac{g}{\tau_g} [1 + \frac{I}{I_{sat}}] + \sigma R_p$$

$$\sigma R_p = 77,5 \cdot 10^3 \text{ m}^{-1}\text{s}^{-1}$$

$$\frac{1}{P_{sat} T_a} \approx 9,8 \cdot 10^{-3} \text{ W}^{-1}\text{ps}^{-1},$$

$$\text{avec } T_a = \frac{nL}{c} \approx 100 \text{ ns}$$

RÉSUMÉ

Un laser à fibre de puissance dans une configuration à gestion de dispersion a été réalisé. Le laser est à verrouillage de modes passif par Rotation Non-Linéaire de la Polarisation (RNLP). La disponibilité de fortes puissances de pompage nous a permis de générer une grande diversité de régimes à impulsions multiples. Ces régimes multi-impulsionnels sont caractérisés par des dynamiques riches et variées : multi-stabilité et phénomène d'hystérésis ; évolution analogue à une transition de phase de la matière ; génération d'un gaz, d'un liquide, d'un colloïde et d'un cristal de solitons ... etc.

Les expériences ont été réalisées avec un laser à fibre à double gaine dopée à l'erbium. La dispersion totale de la cavité est ajustée par un tronçon de fibre à dispersion décalée. Le laser fonctionne soit en régime à impulsion étirée (dispersion totale normale) soit en régime solitonique (dispersion totale anormale).

Sur le plan théorique et pour mieux comprendre le fonctionnement et les dynamiques inhérentes à notre système, deux modèles ont été développés. Nous donnons une analyse théorique détaillée de la génération d'un réseau de solitons liés ('cristal' de solitons). Cette structuration spontanée est décrite théoriquement au moyen d'une approche multi-échelles de la dynamique du gain : l'évolution d'un petit excès de gain est responsable de la stabilisation d'un train périodique d'impulsions, alors que l'évolution lente de la valeur moyenne du gain explique la longueur finie de ce train de solitons, qui n'est à cette échelle que quasi-périodique. Cette analyse permet de calculer le nombre d'impulsions formant le train à partir des paramètres physiques du laser.

Mots clés: Rotation non-linéaire de la polarisation, laser à fibre, verrouillage passif de modes, gestion de la dispersion, impulsions ultra-courtes, régimes multi-impulsionnels, multi-stabilité, états liés de solitons, 'gaz' de solitons, 'cristal' de solitons, analyse multi-échelles.

ABSTRACT

A passively mode-locked erbium doped fiber laser with dispersion-managed cavity exploiting the nonlinear polarization rotation was set up. The laser is operated in both anomalous and normal path-averaged dispersion regimes. When the pump power increase a large variety of pulse behavior is accessible : multistability and hysteresis phenomena ; phase transition of the multisolitons (evolution from a ‘gas’ to a ‘crystal’ of solitons); generation of a bound state of hundreds of pulses. . . etc.

We identify the spectral gain filtering as a mechanism of multiple pulse formation in the fiber laser operating in the normal dispersion regime. A correlation is theoretically established between the spectral gain bandwidth and the possibility for the laser to deliver several pulses by cavity round-trip: narrow spectrum favours multiple pulsing.

We give a detailed theoretical analysis of spontaneous periodic pattern formation in fiber lasers. The pattern consists in a bound state of hundreds of pulses in a ring fiber laser passively mode- locked by nonlinear rotation of the polarization. The phenomenon is described theoretically using a multiscale approach to the gain dynamics: the fast evolution of a small excess of gain is responsible for the stabilization of a periodic pattern, while the slow evolution of the mean value of gain explains the finite length of the quasi-periodic soliton train. The resulting model is well adapted to the experimental observations in our Er:Yb doped double-clad fiber laser.

Keywords: Passive mode locking, fiber laser, ring cavity, phase locking, dispersion management, multisolitons, bound states, soliton gas, soliton crystal, multiscale approach.

