



HAL
open science

La Robustesse : Une nouvelle approche pour l'intégration des systèmes de génération aéronautique

Matthieu Sautreuil

► **To cite this version:**

Matthieu Sautreuil. La Robustesse : Une nouvelle approche pour l'intégration des systèmes de génération aéronautique. Sciences de l'ingénieur [physics]. Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 2009. Français. NNT: . tel-00431340

HAL Id: tel-00431340

<https://theses.hal.science/tel-00431340>

Submitted on 12 Nov 2009

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITE JOSEPH FOURIER

N°attribué par la bibliothèque

/ / / / / / / / / / / / / /

T H E S E

Pour obtenir le grade de
DOCTEUR DE L'UNIVERSITE JOSEPH FOURIER

Spécialité : « Génie Electrique »

Préparée au Laboratoire de Génie Electrique de Grenoble (G2Elab)

Dans le cadre de l'Ecole Doctorale « Electronique, Electrotechnique, Automatique,
Télécommunication, Signal »

Présentée et soutenue publiquement

par

Matthieu SAUTREUIL

Le 9 Juillet 2009

La Robustesse :
Une nouvelle approche pour l'intégration des systèmes de génération
aéronautique

Directeur de thèse : Nicolas Retière

Co-encadrante : Delphine Riu

JURY

M. JAMES ROUDET	Président	Laboratoire G2Elab, Grenoble
M. LUC LORON	Rapporteur	Laboratoire IREENA, Nantes
M. XAVIER ROBOAM	Rapporteur	Laboratoire LAPLACE, Toulouse
M. OLIVIER SENAME	Examineur	Laboratoire GIPSA-Lab, Grenoble
M. LUCIEN PRISSE	Examineur	AIRBUS France, Toulouse
M. NICOLAS RETIERE	Directeur de thèse	Laboratoire G2Elab, Grenoble
MME DELPHINE RIU	Co-encadrante	Laboratoire G2Elab, Grenoble

Remerciements

Le plus dur, ce n'est pas de savoir qui remercier, mais comment. Alors certains me trouveront quelque peu pudique, mais ceux-là sauront que mes remerciements ne se limitent pas à ce qui est écrit ici.

Une thèse c'est une aventure scientifique, mais aussi et surtout humaine.

Mes premières pensées vont naturellement vers ceux qui ont suivi mes travaux au plus près : mes « chefs ». Je ne me serais peut être pas lancé dans cette aventure sans avoir rencontré Delphine auparavant, lors de mon stage de Master. Sacrée rencontre, et pour sûr un oiseau rare dans le milieu universitaire. J'ai beaucoup apprécié nos échanges au cours de ces 3 années ½, ta franchise, ton écoute et ton soutien. J'aurais bien aimé répéter ces discussions encore plus souvent. Je n'avais pas rencontré Nicolas avant de commencer la thèse. Personnalité unique dans la labo, sans aucun doute ! Ta rigueur et ton professionnalisme ont largement contribué au succès de cette thèse. On s'est retrouvé à travailler à deux forts caractères, ça aurait pu être une situation « explosive ». Au final, même si parfois ça n'a pas été facile, je n'en retiens que du bon et je pense qu'on a bien appris à se connaître malgré nos échanges principalement scientifiques. Et merci pour tes cours de powerpoint, tu as largement contribué au succès de ma soutenance ! Bref, merci à vous deux, Nico et Delphine pour votre encadrement, j'ai beaucoup appris. J'espère que l'on aura l'occasion de se retrouver, que ce soit dans un cadre professionnel ou non.

La troisième personne que je tiens à remercier est Olivier Sename. Vue l'aide que tu m'as apportée, tu aurais pu être noté comme co-encadrant en première page. Sans toi, cette thèse ne serait pas ce qu'elle est, merci pour ton accueil quand je suis venu te voir la première fois, merci de m'avoir accordé tout ce temps, de m'avoir donné tous ces conseils si précieux. J'espère que la collaboration maintenant plus officielle avec Nico et Delphine continuera et fera des petits car beaucoup reste à faire.

Je tiens aussi à remercier Monsieur Prisse pour avoir accepté de participer à mon Jury. Votre présence donne une portée industrielle indispensable à ces travaux. Le travail de rapporteur est une tâche particulièrement compliquée et longue ; merci donc à Messieurs Loron et Roboam de vous y être consacrés et pour toutes vos remarques éclairées qui m'ont aidé à orienter ma présentation orale. Je tiens particulièrement à remercier Monsieur Loron pour notre longue conversation téléphonique avant la soutenance, vos remarques et encouragements. Merci enfin à James pour avoir accepté de présider ce Jury.

Durant ces trois années, j'ai eu l'occasion d'encadrer trois stagiaires, Amir, David et Jean-Valère, que je tiens à remercier pour leurs travaux qui ont contribué à éclairer des problématiques complexes. Je tiens aussi à dire un grand « Merci » à Hieu que j'ai oublié de remercier lors de ma soutenance (le coup de l'émotion !), nos travaux finalement se recourent et ton aide m'a été précieuse.

Je tiens aussi à remercier le personnel administratif du laboratoire, notamment Jacqueline pour son efficacité et sa gentillesse.

Sans détente, pas de travail efficace... Et pour se détendre, il y avait des candidats ! Merci à Arnaud, Doudou, Yannick, Steph, Coco, Teu, Damien, Benjamin (le parisien, bouuuuh !), pour nos coups du vendredi soir à Eve (ah, la Maredsous...), nos tennis, foot et autres soirées... Merci aussi à Benjamin (le vieux) pour ses discussions vertes du midi (m'en veux pas, mais un peu barbant des fois quand même... ;-)), à l'autre vieux qui se reconnaîtra sans plus de détails. Merci à Maxime pour son accueil chez lui en Allemagne (ah, Patrick on te regrettera...mmmm... en fait chui pas si sûr). Je pense aussi aux stagiaires et thésards qui étaient en salle epte avant le déménagement, ou à Aline que j'ai eu l'occasion de connaître uniquement après mon arrivée en salle microsystemes, merci pour ta gentillesse, tes encouragements et bonne chance à toi pour la suite.

De la détente, il y en a eu aussi à l'extérieur du labo, je pense aux copains de longue date, notamment ceux qui ont fait le déplacement à Grenoble pour fêter ça : Jb, ami de toujours, Olivier, Delphine, PM, Rémy, Bichette, Jo, ceux qui n'ont pas pu venir, Ophélie, Julien, Gégé, Lyly, Aurélie et François, Jf.

Je remercie aussi grandement les parents d'Amandine pour leur gentillesse, et en particulier sa maman pour avoir si bien cuisiné pour le pot.

J'en viens maintenant à ceux qui m'ont toujours donné un soutien indéfectible, ceux à qui sont en particulier adressées les deux premières phrases de ces remerciements. Je pense en particulier à mes grand-parents, chez qui on se sent toujours si bien, à Maman, la meilleure maman qui existe, Aude, Jean-Maxime et Jean-Philippe. Mes dernières pensées vont vers ma petite Mistinguette, qui m'a soutenu, encouragé depuis le début de l'aventure, et qui m'apporte tant...

Bref, je penserai à vous à l'autre bout du monde (et j'espère n'avoir oublié personne... !). Et pour ceux à qui j'aurais oublié de laisser mon mail avant le grand départ : matthieu.sautreuil@gmail.com

Table des Matières

Table des Matières

Remerciements	2
Table des Matières	6
Introduction Générale	12
Chapitre 1 Vers l'avion « Tout Electrique » : nouvelles architectures et problématiques de conception	16
1. Evolution de la distribution électrique dans les avions	16
1.1 Energie hydraulique, électrique et pneumatique	16
1.2 L'avion à puissance hydraulique	16
1.3 L'avion « Plus Electrique »	18
1.4 L'avion « Tout Electrique »	19
1.4.1 Toujours plus de charges électriques...	19
1.4.2 Vers une distribution en courant continu	21
2. La question du choix de la conversion alternatif/continu	22
2.1 Les solutions à base de redresseurs à diodes	22
2.1.1 Le redressement 6 pulses	22
2.1.2 Les redressements 12 pulses et 18 pulses	23
2.2 Les solutions à base de redresseurs commandés	24
2.2.1 Redresseur commandé en pleine onde	25
2.2.2 Redresseur commandé en MLI	25
2.3 Bilan des solutions	25
3. Dimensionnement dynamique des réseaux continus aéronautiques	27
3.1 L'avionneur: un intégrateur de sous-systèmes	27
3.1.1 L'intégration de sous-systèmes : un processus itératif	27
3.1.2 Un exemple pour mieux comprendre les enjeux de l'intégration	30
3.1.3 Conclusion	34
3.2 Trois approches pour le dimensionnement dynamique du réseau	35
3.2.1 L'approche classique	35
3.2.2 L'approche « Pareto »	36
3.2.3 L'approche « Robuste »	36
4. Conclusion : Positionnement de l'étude	37
4.1 Positionnement scientifique	37
4.1.1 Deux questions scientifiques majeures	37
4.1.2 Positionnement par rapport aux travaux sur le dimensionnement dynamique des réseaux continus	37
4.1.3 Positionnement par rapport aux travaux sur la commande	38
4.2 Positionnement applicatif	39
Chapitre 2 Méthodes et Outils pour l'analyse et la conception de systèmes électriques sous critères dynamiques	44
1. Introduction	44
1.1 Définitions de la stabilité	44
1.2 Une vue d'ensemble sur les méthodes d'analyse de stabilité	45
2. Modélisation dynamique	46
2.1 Modélisation dynamique nominale des systèmes d'électronique de puissance	46
2.1.1 Modèle moyen classique	46
2.1.2 Modèle moyen généralisé	47
2.1.3 Qu'entend-t-on habituellement par « Modèle Moyen » ?	47
2.2 Modélisation des incertitudes dynamiques de modèles	48

2.2.1	Incertitudes de modélisation	48
2.2.2	Incertitudes de conception	48
3.	Analyse nominale de stabilité	49
3.1	Analyse nominale de stabilité des systèmes non-linéaires	49
3.1.1	Stabilité au sens de Lyapunov : méthode directe	49
3.1.2	Théorèmes de Brayton & Moser	49
3.1.3	Conclusion	51
3.2	Analyse nominale de stabilité des systèmes linéaires	52
3.2.1	Analyse de stabilité de systèmes linéaires par les méthodes algébriques	52
3.2.2	Analyse de stabilité de systèmes linéaires par les méthodes temporelles	54
3.2.3	Analyse de stabilité des systèmes linéaires par les méthodes fréquentielles	56
4.	Analyse de robustesse en stabilité	64
4.1	Analyse de robustesse en stabilité par méthode algébrique	64
4.1.1	Théorie	64
4.1.2	Application	65
4.1.3	Conclusion	66
4.2	Analyse de robustesse en stabilité par le théorème de Lyapunov	66
4.2.1	Théorie	66
4.2.2	Application	67
4.2.3	Conclusion	68
4.3	Analyse de robustesse en stabilité et en performance dans le domaine fréquentiel	69
4.3.1	Analyse de robustesse par le théorème des petits gains	69
4.3.2	La μ -analyse	73
4.3.3	Conclusion	84
5.	Conclusion sur les méthodes	84
6.	Choix d'une technique de contrôle optimal: le contrôle H^∞	86
6.1	Pourquoi choisir une technique de contrôle optimal ?	86
6.2	La commande H_∞	87
6.2.1	Commande optimale H_∞	87
6.2.2	Problème de sensibilité mixte	88
7.	Démarche d'étude pour une conception robuste des sous-systèmes d'un réseau	90

Chapitre 3 Applications: analyse de trois structures d'alimentation _____ **96**

Première section: Le redressement par ATRU : Quand la structure fixe les performances... _____ **97**

1.	Description du système ATRU 18-pulses et objectifs de l'étude	97
2.	Modélisation dynamique nominale	98
2.1	Identification de l'impédance de sortie de la source	98
2.1.1	Méthode	98
2.1.2	Identification de la source. Cas 1 : toutes les dynamiques côté AC sont prises en compte	99
2.1.3	Identification de la source. Cas2 : l'alternateur est supposé être une source idéale de tension	100
2.2	Modélisation dynamique nominale du réseau	101
2.3	Validation du modèle nominal par simulation temporelle	102
3.	Analyse de robustesse	102
3.1	Mise en forme du problème	102
3.1.1	Modélisation des incertitudes de conception	102
3.1.2	Spécification de performances	103
3.1.3	Mise en forme pour la μ -analyse	104
3.2	Capacité d'intégration de l'ensemble Alternateur – ATRU dans le réseau (cas 1)	104
3.3	Influence du contrôle de l'alternateur sur la capacité d'intégration de la source	107
4.	Conclusion	108

Deuxième Section: Le redressement triphasé à diodes : un exemple de co-conception structure – commande _____ **110**

1.	Description du système et dimensionnement statique et harmonique	110
1.1	Description du système	110
1.2	Dimensionnement statique et harmonique de la source	110
2.	Modélisation dynamique	111
2.1	Modélisation de l'alternateur à rotor bobiné	111
2.2	Modélisation du redresseur triphasé à diodes	112

2.2.1	Etude qualitative du comportement du redresseur	112
2.2.2	Modélisation semi analytique du redresseur à diodes	114
2.3	Equations d'état du système alternateur + redresseur	116
2.4	Validation du modèle de l'alternateur + redresseur à diodes en boucle ouverte	117
3.	Contrôle du système non soumis aux incertitudes de conception	118
3.1	Définition du problème de contrôle H_∞	118
3.1.1	Le problème H_∞ à résoudre	118
3.1.2	Choix des spécifications de performances $W_{perf}(s)$ et $W_u(s)$	119
3.2	Synthèse et analyse d'un correcteur au point de fonctionnement nominal $f_e=400\text{Hz}$	121
3.2.1	Synthèse du correcteur à $f_e = 400\text{Hz}$	121
3.2.2	Analyse des performances pour $360\text{Hz}<f_e<800\text{Hz}$	122
3.3	Synthèse et analyse d'un correcteur au « pire » point de fonctionnement	122
3.3.1	Synthèse d'un correcteur à $f_e = 800\text{Hz}$	122
3.3.2	Analyse des performances pour $360\text{Hz}<f_e<800\text{Hz}$	124
3.4	Validation du contrôle par simulation temporelle	125
4.	Analyse et Dimensionnement robuste	127
4.1	Rappel du problème et de la démarche	127
4.2	Analyse de performance nominale du système Source - Filtre DC - Charge	128
4.2.1	Analyse	128
4.2.2	Les solutions pour respecter les performances nominales requises	129
4.2.3	Ce qu'il faut retenir...	130
4.3	Analyse de robustesse en performance et compromis pour le dimensionnement	131
4.3.1	Rappel : Mise en forme du problème d'analyse de robustesse	131
4.3.2	Comment respecter une spécification de robustesse en performance ?	132
4.3.3	Quel est le coût en masse d'une spécification de robustesse ?	134
4.3.4	Influence de la norme transitoire de tension sur la masse à robustesse donnée	136
4.3.5	Compromis Masse / Performances / Robustesse à alternateur donné	137
4.3.6	Etude de plusieurs solutions de dimensionnement de l'alternateur et de leur compromis Masse / Performances / Robustesse	137
5.	Conclusion	141

Troisième section: Le redresseur contrôlé en pleine onde : vers l'utilisation du contrôle pour la robustesse ? **144**

1.	Description du système et dimensionnement harmonique	144
1.1	Description du système	144
1.2	Dimensionnement harmonique	145
2.	Modélisation dynamique	145
2.1	Modélisation de l'alternateur	145
2.2	Modélisation du redresseur commandé en pleine onde	146
2.2.1	Principe de la commande pleine onde	146
2.2.2	Modèle moyen du redresseur	146
2.3	Equations d'état du système alternateur + redresseur en boucle ouverte	147
3.	Contrôle du système non soumis aux incertitudes de conception	148
3.1	Mise en forme du problème de contrôle H_∞	149
3.2	Synthèse et analyse d'un correcteur	149
3.2.1	Synthèse d'un correcteur à $f_e = 400\text{Hz}$	149
3.2.2	Analyse des performances pour $360\text{Hz}<f_e<800\text{Hz}$	151
3.3	Validation du contrôle par simulation temporelle	152
4.	Contrôle du redresseur et robustesse en performance	153
4.1	Rappel de la problématique	153
4.2	Analyse de robustesse en performance	154
4.3	Contrôle du redresseur et robustesse en performance	155
4.4	Structure de la source et robustesse en performance	156
4.4.1	Influence des paramètres de l'alternateur	156
4.4.2	Influence de la capacité de sortie du redresseur	156
5.	Etude comparative entre conversion par redresseur commandé et par redresseur à diodes du point de vue « Robustesse »	157
6.	Conclusion	159

Conclusion Générale **164**

1.	Bilan des travaux	164
2.	Perspectives de recherche	165

2.1	Le choix de la source _____	165
2.2	Le perfectionnement de la méthode _____	165
2.3	Pour une nouvelle vision de la conception de l'architecture électrique d'un avion _____	166
Annexes _____		168
<i>Annexe 1: Paramètres pour les simulations du Chapitre 1</i> _____		<i>170</i>
<i>Annexe 2: Modélisation des incertitudes fréquentielles</i> _____		<i>171</i>
<i>Annexe 3: Démonstration du critère de Middlebrook</i> _____		<i>172</i>
<i>Annexe 4: Quelques éléments de théorie pour l'analyse des systèmes LTI multivariables</i> _____		<i>174</i>
<i>Annexe 5: Une généralisation de la valeur singulière structurée</i> _____		<i>177</i>
<i>Annexe 6: Identification de l'impédance de sortie de l'ATRU</i> _____		<i>178</i>
<i>Annexe 7: Modèle d'état de l'ensemble alternateur – redresseur à diodes – charge à puissance constante</i> _____		<i>179</i>
<i>Annexe 8: Modèle de masse de la capacité de sortie du redresseur</i> _____		<i>185</i>
<i>Annexe 9: Modèle moyen linéaire du redresseur commandé en pleine onde</i> _____		<i>186</i>
Bibliographie _____		190

Introduction Générale

Introduction Générale

L'efficacité énergétique, le respect de l'environnement, la baisse des coûts de maintenance et de fonctionnement sont autant d'objectifs à atteindre pour tous les concepteurs de systèmes, notamment dans le secteur des transports. Ces objectifs étant de plus en plus contraignants, la distribution de l'énergie embarquée dans les moyens de transport doit être entièrement revue [EHS04, NOR06]. L'énergie électrique y joue un rôle central car elle présente de nombreux avantages face à ses concurrentes plus classiques, les énergies hydraulique et pneumatique, qui nécessitent des tuyauteries lourdes et complexes alors que les progrès de l'électronique de puissance depuis maintenant plusieurs décennies ont rendu la distribution de l'énergie électrique moins lourde, moins coûteuse, plus flexible et plus fiable. La tendance est donc d'aller vers le « Plus Electrique », voire même le « Tout Electrique ».

Le projet européen « **M**ore **O**pen **E**lectrical **T**echnologies » [MOE09], dans lequel s'inscrivent ces travaux de thèse, vise à accompagner cette évolution majeure dans le secteur aéronautique. Pour Airbus, l'objectif est de quantifier les gains en masse, en consommation de carburant et en coût de maintenance de l'« avion MOET » vis-à-vis d'un appareil classique de taille similaire. Ainsi, en terme de consommation de carburant par exemple, le gain attendu est d'au moins 5%. Plus précisément, les objectifs du projet sont les suivants :

- Définir et valider de nouvelles architectures électriques, notamment des architectures à courant continu, pour des puissances embarquées allant jusqu'à 1MW,
- Définir de nouveaux équipements électriques pour remplacer les solutions hydraulique et pneumatique existantes et standardiser ces équipements pour une utilisation des équipements dans des avions de tailles variées,
- Evaluer l'intégration dans l'avion de ces équipements (en terme de masse et de volume),
- Développer un environnement logiciel cohérent et générique permettant de concevoir des systèmes de puissance et de complexité différentes.

Pour parvenir à ces objectifs, l'avionneur doit définir de nouvelles spécifications à imposer aux équipementiers. Par exemple, du point de vue dynamique, la mise en parallèle de convertisseurs d'électronique de puissance sur un bus continu commun peut amener à des performances dégradées, voire même à l'instabilité du système après une variation de charge. Les normes imposées aux équipementiers doivent dès lors éviter l'apparition de ces phénomènes. Autrement dit, elles doivent permettre de résoudre le problème de l'intégration des équipements dans le réseau électrique de l'avion – et ce bien entendu à un coût en masse moindre et avec un temps de conception maîtrisé. La question est alors de savoir comment les définir.

Dans ce mémoire, ces problèmes seront étudiés à travers l'analyse des performances dynamiques d'un système de génération électrique DC embarqué dans un avion gros porteur civil.

Dans le Chapitre 1, nous détaillerons l'évolution des réseaux d'énergie embarqués dans les avions depuis ceux dits « à puissance hydraulique » jusqu'aux « Tout Electriques » du futur. Les nouvelles problématiques scientifiques et industrielles liées à l'intégration des équipements dans le réseau seront expliquées en détail dans ce chapitre. Nous verrons notamment que le problème de l'intégration est en fait très lié à la robustesse du dimensionnement de chaque sous-système du réseau vis-à-vis de son environnement de fonctionnement.

Le Chapitre 2 sera consacré au choix d'une méthode pour résoudre la problématique de l'intégration. Les méthodes d'analyse des systèmes dynamiques et de leur robustesse vis-à-vis d'incertitudes seront expliquées et comparées entre elles, et nous choisirons la μ -analyse, particulièrement adaptée au contexte scientifique et industriel de cette thèse. Nous proposerons enfin une démarche d'étude rigoureuse pour résoudre le problème de l'intégration d'un équipement dans le réseau, utilisant notamment le contrôle H_∞ pour la synthèse des correcteurs.

Le Chapitre 3 sera divisé en trois sections et focalisera sur l'application de la méthodologie proposée dans le chapitre précédent à différentes structures de source d'énergie. Dans la première section, le redressement par ATRU (« Auto-transformer Rectifier Unit ») sera traité. La deuxième section sera dédiée au redressement triphasé à diodes. Dans la troisième section, nous traiterons la conversion par redresseur contrôlé en pleine onde.

Enfin, la conclusion de ce mémoire dressera un bilan des travaux effectués et donnera les principales perspectives de recherche.

**Chapitre 1 : Vers l'avion l'avion « Tout
Electrique » : nouvelles architectures et
problématiques de conception**

Chapitre 1

Vers l'avion « Tout Electrique » : nouvelles architectures et problématiques de conception

1. Evolution de la distribution électrique dans les avions

1.1 Energie hydraulique, électrique et pneumatique

Dans les avions, les besoins en énergie dite « secondaire » (c'est-à-dire hors propulsion) sont importants. Cette énergie permet notamment d'actionner les gouvernes de vol, la seule force humaine n'étant plus suffisante pour des avions de taille importante. Elle sert aussi à l'alimentation des appareils de navigation et de contrôle, ou encore des cuisines (fours...), de l'éclairage, climatisation, etc...

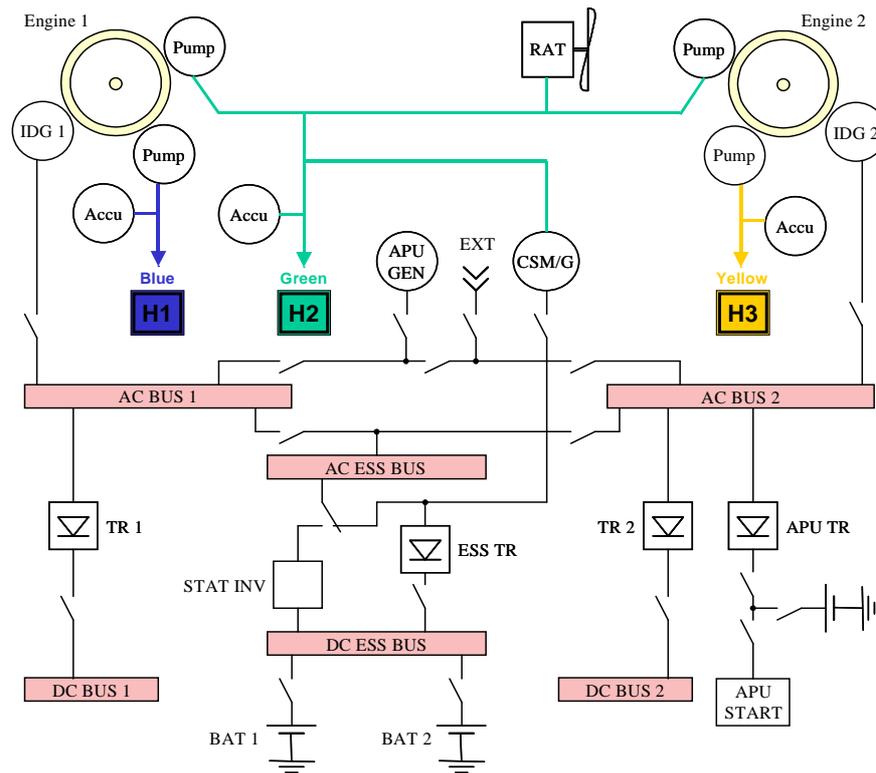
Plusieurs formes d'énergie peuvent être utilisées pour alimenter ces charges : l'énergie hydraulique, pneumatique ou électrique. Les énergies hydraulique et électrique sont prélevées directement au niveau des moteurs via des entraînements mécaniques. L'énergie hydraulique est générée à partir de pompes hydrauliques, l'énergie électrique à partir d'un générateur électrique. L'énergie pneumatique, quant à elle, est actuellement générée via un prélèvement d'air au niveau des étages compresseurs haute et basse pression des réacteurs.

Comme cela a été présenté dans l'introduction, l'énergie électrique présente de nombreux avantages par rapport aux deux autres, et ce grâce notamment aux progrès de l'électronique de puissance. A partir des structures « classiques » de distribution énergétique, où l'énergie est principalement sous forme hydraulique, nous allons maintenant montrer les évolutions actuelles vers le « Plus Electrique » à bord des appareils récents (type A380) et enfin expliquer les mutations attendues.

1.2 L'avion à puissance hydraulique

Dans l'avion « à puissance hydraulique », les actionneurs des commandes de vol sont à puissance hydraulique. La Figure 1.1 donne un schéma simplifié de la distribution de l'énergie à bord d'un biréacteur actuel de type A330 ou A340, de puissance électrique installée égale à environ 300kVA.

Remarque : Depuis les années 80, la commande des actionneurs est effectuée électriquement : c'est le concept du « Fly by wire » [BAR05]. Les liaisons mécaniques entre le levier du pilote et les commandes des actionneurs sont ainsi supprimées.



Pump	Pompe hydraulique
Accu	Accumulateur qui permet d'éviter les variations de pression sur le réseau hydraulique
H1, H2, H3	Circuits hydrauliques
APU	Auxiliary Power Unit, génération auxiliaire pour un démarrage autonome des moteurs
BAT	Batteries
CSM/G	Constant Speed Motor / Generator
ESS	Alimentation des charges "essentiels"
IDG	Integrated Drive Generator, générateur électrique
STAT INV	Onduleur
TR	Transformateur - Redresseur
RAT	Ram Air Turbine, éolienne utilisée en secours

Figure 1.1: Architecture type d'un biréacteur actuel A330, constituée de trois circuits hydrauliques et d'un circuit électrique [LAN05]

Les avions disposent en général de trois circuits hydrauliques indépendants afin de conserver la possibilité d'actionner les commandes de vol en cas de défaillance de l'un d'entre eux (principe de redondance). Ces circuits sont alimentés par des pompes hydrauliques entraînées par le réacteur. Des accumulateurs permettent d'éviter des phénomènes de choc dans les circuits hydrauliques à la suite de changements de consigne brutaux (coup de bélier). La RAT est une éolienne qui se déploie en cas de besoin et permet d'alimenter un des trois circuits hydrauliques de façon à maintenir les fonctions vitales de l'avion.

Le circuit électrique, quant à lui, comporte une partie alternative 115Vac/200Vac à 400Hz et une partie continue 28Vdc. Le réseau alternatif est alimenté par les IDG (« Integrated Drive Generator»). Chacun d'entre eux alimente le réseau électrique à partir du compresseur haute pression des réacteurs. Ce compresseur fonctionnant à vitesse variable, les IDG sont associés à une régulation mécanique qui permet d'entraîner le générateur à vitesse fixe. Une tension à fréquence fixe de 400Hz est ainsi obtenue. Chaque générateur alimente un des bus AC principaux, alimentés par l'APU quand l'avion est au sol. Les bus AC alimentent les charges de

forte puissance. Le bus AC ESS fournit l'énergie aux charges jugées essentielles. Il peut lui-même être alimenté par :

- des batteries, via un onduleur « STAT INV »,
- un CSM/G : c'est le générateur de secours, de puissance relativement faible par rapport aux IDG.

1.3 L'avion « Plus Electrique »

De nombreuses avancées technologiques ont été accomplies avec l'A380. Ces avancées vont toutes vers une conception « Plus Electrique » de la distribution énergétique (Figure 1.2):

- le secours est entièrement électrique,
- un tiers des actionneurs fonctionne à puissance électrique,
- la génération est à fréquence variable (entre 360Hz et 800Hz).

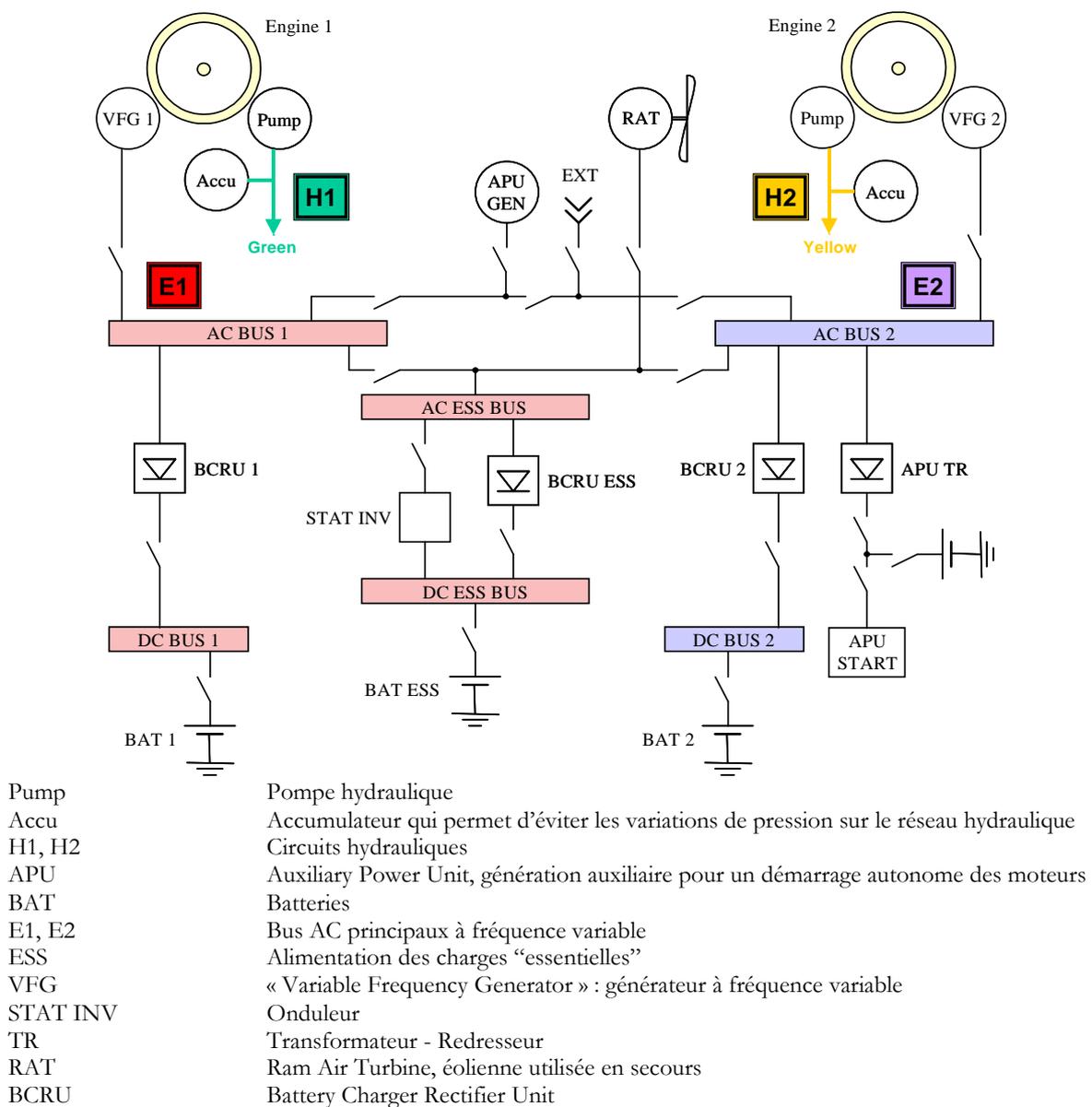


Figure 1.2: Architecture type d'un biréacteur "Plus Electrique", constitué de deux circuits hydrauliques et d'un circuit électrique (inspiré d'un A380) [LAN05]

La première grande avancée concerne le remplacement du troisième circuit hydraulique par un circuit électrique. Ainsi, des économies de masse ont été réalisées et environ un tiers des actionneurs est à puissance électrique. La RAT est connectée directement au réseau électrique essentiel et ne fournit plus de puissance hydraulique. Des actionneurs à puissance hydraulique deviennent des EHA (Electro-Hydrostatic Actuator, Figure 1.3) ou des EMA (Electro-Mechanical Actuator).

Une autre avancée présente dans l'A380 est l'utilisation de 4 VFG (« Variable Frequency Generator ») de 150kVA chacun. L'amplitude de la tension AC délivrée n'a pas été modifiée (elle est toujours de 115Vac/200Vac) mais la fréquence des bus AC n'est plus réglée à 400Hz. Elle dépend directement des conditions de vol et varie entre 360Hz et 800Hz. Ainsi, l'élément lourd et sensible qui permet la régulation de vitesse mécanique dans les IDG est supprimé. Ceci va encore vers une réduction de la masse des avions. Mais les charges électriques doivent maintenant être capables de supporter ces variations de fréquence, ce qui est réalisé grâce à des convertisseurs d'électronique de puissance. Les EHA et EMA présentent en effet un bus continu à partir duquel des moteurs synchrones sont pilotés via un onduleur.

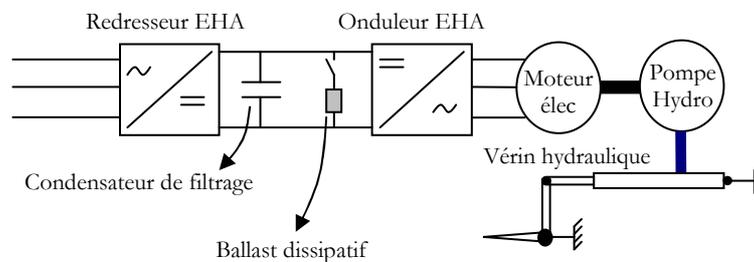


Figure 1.3: Représentation d'un EHA, utilisé pour déplacer les surfaces des commandes de vol [LAN05]

1.4 L'avion « Tout Electrique »

1.4.1 Toujours plus de charges électriques...

Nous avons montré à travers l'exemple de l'A380 que l'augmentation de la proportion de puissance électrique dans les avions conduit à la diminution de la masse des appareils. Mais dans quelle mesure ces avancées permettent-elles une diminution de la masse par rapport à une conception « classique »? Quels sont les liens entre l'augmentation de la puissance électrique dans les avions et l'évolution de la masse ?

Pour répondre à ces questions, nous présentons sur la Figure 1.4 la relation entre la puissance électrique embarquée et le poids maximal des avions pour différentes générations d'appareils.

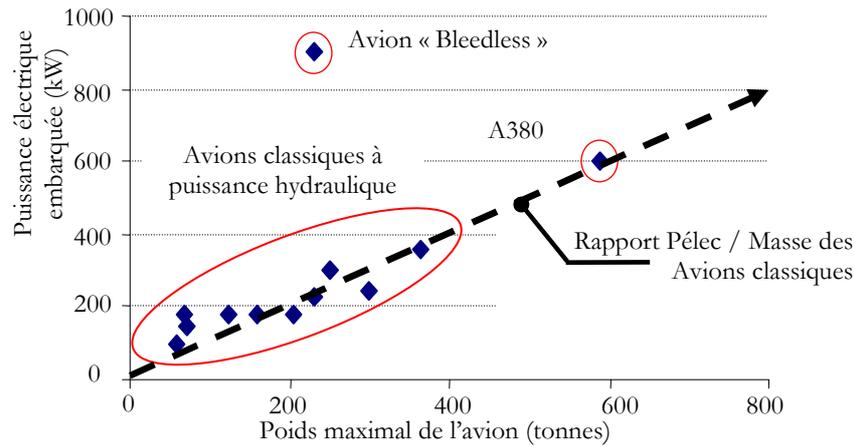


Figure 1.4: Rapport Puissance électrique / masse max. des avions actuels, plus électriques et « Bleedless » [FOC04]

Les avions « classiques » à puissance hydraulique présentent un rapport Puissance électrique / Masse maximale qui est à peu près constant quelle que soit la taille des appareils. Ainsi, pour ces avions, nous pouvons dire que la puissance électrique embarquée dépend directement de la taille de l'appareil. Nous observons ainsi que l'A380 se situe dans cette lignée. Autrement dit, si les avancées présentes dans cet avion sont incontestables, elles ne permettent pas de diminuer significativement la masse par rapport à une conception plus classique.

Pour espérer des gains substantiels sur la masse des appareils, les avionneurs attendent beaucoup de la suppression du prélèvement d'air au niveau des turbines pour l'alimentation du réseau pneumatique. En effet, ce prélèvement crée d'énormes pertes au niveau des turbines et donc une consommation supplémentaire de carburant. Cela permettra aussi de faire l'économie de tuyauteries encombrantes et lourdes. Ces systèmes pneumatiques seront alors remplacés par des systèmes électriques, c'est le concept de l'avion « Bleedless ». Ce sera, au vu de la rupture attendue dans le rapport Pélec / Masse Max. de l'avion (Figure 1.4) un pas décisif vers l'avion « Tout Electrique ». Cet avion embarquera une puissance électrique pouvant aller jusqu'à 1MW, soit trois fois plus que les avions actuels de taille similaire mais pour une masse réduite. D'après Boeing, le futur 787 serait de ce type.

Actuellement, le réseau pneumatique assure plusieurs fonctions, la première étant le conditionnement d'air. L'air prélevé au niveau des réacteurs est acheminé via des canalisations jusqu'au système de conditionnement. Un conditionnement d'air électrique permettra de générer de l'air haute pression tout en supprimant ces canalisations. Le « bleed » pneumatique permet aussi de démarrer les réacteurs grâce à l'air fourni par le générateur auxiliaire APU ou par un groupe d'air au sol. En supprimant le « bleed », il faudra trouver une autre solution pour la mise en route des réacteurs. L'idée serait de les démarrer électriquement, via l'APU et les générateurs principaux. Les générateurs principaux fonctionneront alors en moteur pour le démarrage des réacteurs, puis en générateur [LAN05]. Enfin, de l'air chaud est actuellement utilisé pour le dégivrage (des ailes par exemple) grâce au « bleed ». On envisage de remplacer ce système par un dégivrage électrique en utilisant par exemple des résistances chauffantes.

Nous voyons donc que la proportion d'actionneurs électriques dans l'avion augmentera encore dans la perspective d'un avion « Bleedless »... De plus, l'augmentation de la puissance des

charges commerciales (pour le divertissement des passagers notamment) contribuera elle aussi à l'accroissement de la puissance électrique embarquée. Ainsi, de profonds changements structurels de la distribution de puissance sont attendus.

1.4.2 Vers une distribution en courant continu

Pour illustrer les évolutions attendues du réseau de distribution, gardons la structure du réseau principal de l'A380 et considérons un nombre important de charges de type EHA ou EMA alimentées par le réseau (Figure 1.5(a)). Nous allons voir que pour économiser encore de la masse, la distribution du type « A380 » sera amenée à évoluer.

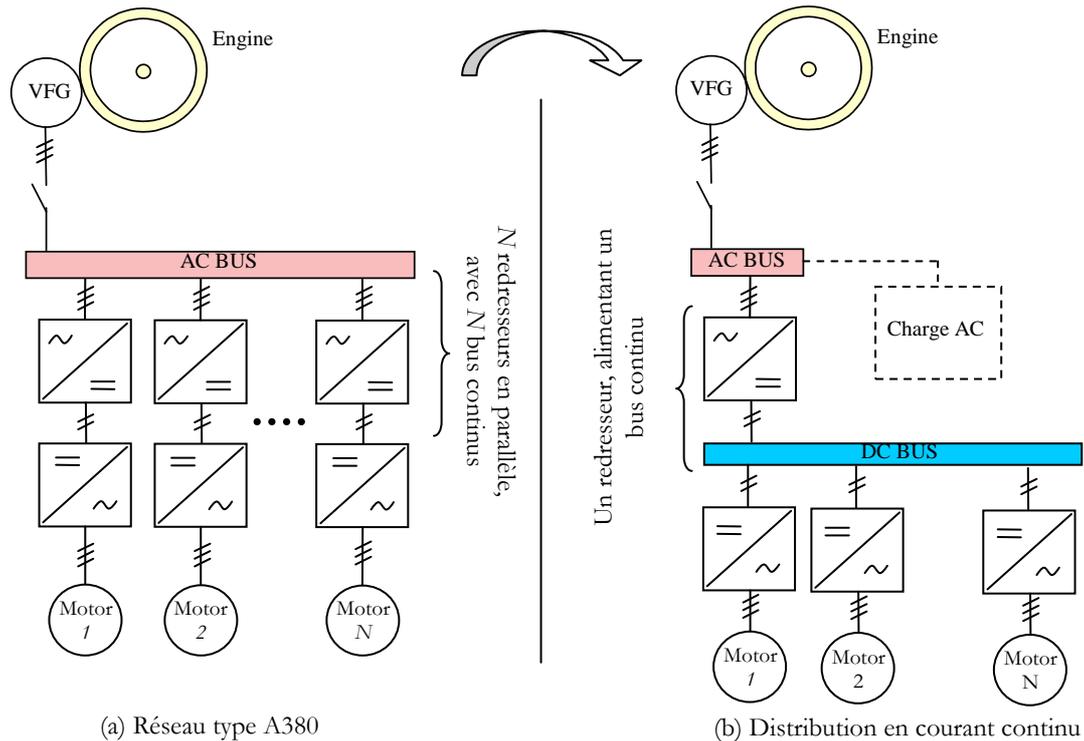


Figure 1.5: Du réseau de distribution de l'A380 vers une distribution en courant continu

1.4.2.1 Evolutions du bus alternatif

Le bus alternatif sera toujours alimenté par un générateur à fréquence variable. Afin de diminuer encore la masse des appareils, une première idée est d'augmenter la tension côté AC en passant d'un système à 115Vac/200Vac à un système 230Vac/400Vac. Ainsi, la densité de courant dans les câbles sera diminuée, ce qui permettra de réduire les pertes et l'encombrement côté alternatif. Une évolution directe du réseau de l'A380 consiste à alimenter certaines charges de puissance importante par le bus AC, d'autres par le bus DC. C'est ce que nous appellerons un avion « Encore Plus Electrique ». Dans ce cas, toutes les charges de puissance importante seront alimentées par le bus continu (Figure 1.5(b)). Voyons quels sont les avantages d'une distribution en courant continu.

1.4.2.2 Les avantages d'une distribution en courant continu

- *Economie d'étages de redressement*

L'augmentation du nombre de charges de type EMA ou EHA (Figure 1.3, Figure 1.5) sur un réseau de type A380 conduit à la mise en parallèle d'autant de bus continus qu'il y a de charges.

Nous voyons directement ici l'intérêt d'une distribution en courant continu : économiser des étages de redressement. Ainsi, nous réduirons l'encombrement, la masse et la complexité du système électrique. Notons aussi que le retour du courant se fait habituellement par la structure métallique de l'avion, il n'y aura donc qu'un seul conducteur à distribuer. Cet avantage par rapport au triphasé doit tout de même être nuancé par l'introduction progressive de matériaux composites (moins conducteurs que les matériaux actuels) dans la structure des avions.

- *Stockage d'énergie*

La réflexion doit aussi porter sur la possibilité de stocker de l'énergie via des batteries ou super-capacités. Que ce soit pour le réseau de secours ESS [LAN06] ou le réseau principal, l'introduction d'un stockage permettra de rationaliser le dimensionnement des sources. En effet, les alternateurs ne seront plus dimensionnés pour la puissance maximale que les charges sont susceptibles de consommer, mais pour une puissance moyenne. Les « pics » de consommation seront absorbés par le stockage. Or, les actionneurs EHA ou EMA actuels (Figure 1.3) présentent tous un redresseur à diodes en tête. Ils ne sont donc pas réversibles en puissance et l'énergie mécanique récupérée au freinage est dissipée dans des résistances ballast. Si ces charges sont directement distribuées via un bus DC commun, la récupération et le stockage de l'énergie sont facilités. Reste bien sûr à vérifier que la masse supplémentaire introduite par le stockage est compensée par une économie au moins aussi importante sur la masse des alternateurs.

1.4.2.3 *Comment choisir la conversion alternatif / continu ?*

Nous venons de montrer les avantages d'une distribution en courant continu par rapport à une distribution en courant alternatif. Se pose maintenant la question du choix de la conversion AC/DC. Ce choix sera en fait très influencé par la nécessité ou non d'alimenter des charges « sensibles » par le bus AC. Si c'est le cas (avion « Encore Plus Electrique »), une solution de conversion AC/DC peu polluante d'un point de vue harmonique sera préférée de façon à ne pas perturber le fonctionnement des charges AC. Si aucune charge n'est alimentée par le bus AC, la pollution harmonique rejetée sur celui-ci aura bien moins d'importance et d'autres solutions (éventuellement plus « polluantes ») pourront être envisagées. Nous allons maintenant lister l'ensemble des conversions AC/DC possibles et les comparer entre elles pour une utilisation dans l'avion « Encore Plus Electrique » ou « Tout Electrique ».

2. La question du choix de la conversion alternatif/continu

2.1 Les solutions à base de redresseurs à diodes

2.1.1 Le redressement 6 pulses

Le redressement 6 pulses est certainement le plus simple et le plus connu. Son emploi a l'inconvénient de générer des perturbations harmoniques très importantes sur le réseau AC, et cette solution est généralement évitée quand des charges AC sensibles sont présentes : les normes de qualité de l'énergie sur les réseaux AC sont en effet très contraignantes. Par contre, si dans le futur toutes les charges¹ sont alimentées à partir du bus continu, nous pouvons imaginer qu'il ne

¹ Ou du moins les charges les plus sensibles.

sera plus nécessaire de fixer des normes de qualité contraignantes du côté AC. Pour l'avion « Tout Electrique », le redressement par pont de diodes devient alors envisageable. La tension continue sera dans ce cas contrôlée via l'excitation d'un alternateur à rotor bobiné².

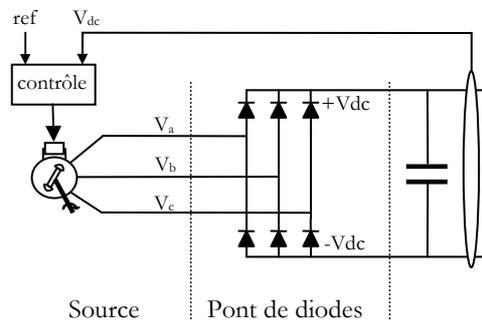


Figure 1.6: Source à pont de diodes triphasé

2.1.2 Les redressements 12 pulses et 18 pulses

Les structures ATRU 12 et 18 pulses sont décrites sur les schémas de la Figure 1.7. Le redressement 12 pulses est obtenu par l'utilisation d'un autotransformateur destiné à générer deux systèmes de tension déphasés de 30 degrés [NGU08]. Chacun de ces systèmes de tension alimente un redresseur. Les deux tensions continues obtenues sont ensuite mises en parallèle grâce à une inductance d'interphase. Le principe est le même pour le redressement 18 pulses de la Figure 1.7-b: l'autotransformateur crée cette fois-ci 3 systèmes de tension déphasés de 40 degrés les uns des autres.

Dans ces deux structures, l'inductance d'interphase permet d'équilibrer les courants entre les ponts redresseurs [REG06]. En effet, les ponts de diodes conduisent simultanément: la distribution de courant sur chacun des ponts de diodes dépend de l'impédance du chemin qu'emprunte ce courant (loi d'Ohm). Or, rien ne garantit que ces impédances soient identiques. Le courant, la puissance transitée et les pertes s'équilibrent alors de façon non homogène entre chacun des ponts de diodes. L'emploi du transformateur d'interphase permet de résoudre ce problème.

² Si toutes les charges sont alimentées par le bus DC, nous avons tout intérêt à contrôler la tension continue plutôt que la tension alternative.

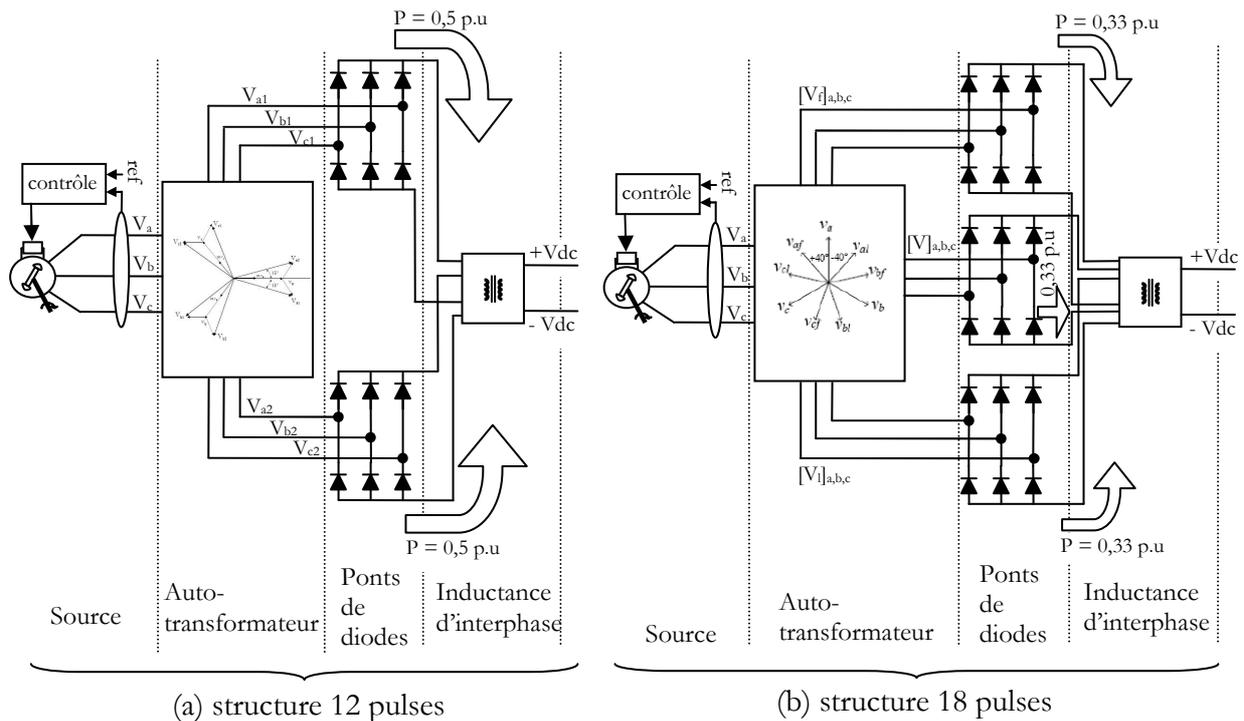


Figure 1.7: Structures ATRU 12 pulses et 18 pulses

Nous ne présentons ici qu'une structure d'ATRU 18 pulses, mais il faut savoir qu'il en existe notamment deux autres qui ne seront pas détaillées dans ce mémoire. Le lecteur trouvera une comparaison des performances (THD, puissance dimensionnante de l'autotransformateur,...) des 3 structures d'ATRU 18 pulses existantes dans [UAN03]. Ainsi que nous l'avons déjà mentionné, l'ATRU permet d'améliorer la qualité harmonique de la tension AC : ceci est nécessaire quand un certain nombre de charges sensibles est présent sur le bus AC. Cette solution est donc envisageable pour l'avion « Encore Plus Electrique ». Dans ce cas, la tension alternative est contrôlée via l'excitation d'un alternateur à rotor bobiné.

2.2 Les solutions à base de redresseurs commandés

Nous venons de voir les solutions à base de redresseur à diodes. Un redresseur commandé à IGBT sera aussi envisagé pour la conversion AC/DC (Figure 1.8). Comparée aux solutions à base de redresseur(s) à diodes, celle-ci a l'avantage d'être réversible en courant et ce convertisseur pourra donc être directement utilisé pour un démarrage électrique des réacteurs. Deux modes de commande pourront être envisagés : la commande « pleine onde » ou la « Modulation de Largeur d'Impulsion » (MLI).

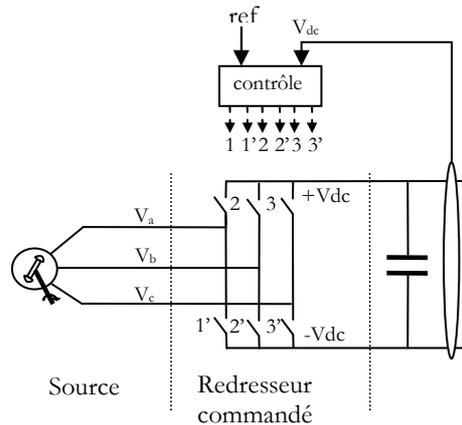


Figure 1.8: Solution à redresseur commandé

2.2.1 Redresseur commandé en pleine onde

La commande « pleine onde » a été envisagée dans le projet européen « **Power Optimized Aircraft** » [BAR05], qui précède le projet MOET dans lequel se situent ces travaux. La commande des interrupteurs est faite à la pulsation de la *fem* de l'alternateur, la commande des bras étant réalisée de façon complémentaire. Le fonctionnement détaillé du redresseur commandé en pleine onde n'est pas présenté à ce stade. Dans la mesure où la commutation des interrupteurs s'effectue à la fréquence de la tension réseau, nous pouvons estimer que c'est une conversion assez polluante du point de vue harmonique. Ainsi, elle sera plutôt envisagée pour l'avion « Tout Electrique ». La tension AC n'ayant pas besoin d'être contrôlée, l'emploi d'un alternateur à aimants est possible.

2.2.2 Redresseur commandé en MLI

La commutation des interrupteurs sera réalisée à fréquence élevée (environ 10 – 20 kHz). Cela permettra notamment de générer des perturbations harmoniques hautes fréquences, plus faciles à filtrer du côté AC. Ainsi, cette solution pourra être utilisée aussi bien pour l'avion « Encore Plus Electrique » que pour l'avion « Tout Electrique », puisque les pollutions harmoniques côté AC seront faibles et la tension DC pourra être contrôlée.

2.3 Bilan des solutions

Dans les paragraphes précédents, nous avons détaillé les structures de conversion AC/DC possibles, comprenant un (des) redresseur(s) à diodes ou un redresseur commandé. Nous comparons ici ces solutions du point de vue de :

- Leur application : avion « Encore Plus Electrique » (notation : EPE), où des charges AC sensibles sont alimentées, ou bien avion « Tout Electrique » (notation : TE), dans lequel toutes les charges sont connectées sur le bus DC.
- La technologie de l'alternateur : à rotor bobiné ou à aimants. L'avantage d'un alternateur à aimants par rapport à un alternateur à rotor bobiné est l'absence d'un circuit d'excitation. La génération d'énergie est ainsi simplifiée, la masse est réduite et le rendement est meilleur (pas de pertes dues au circuit d'excitation).

- La contrôlabilité de la tension DC. Le choix de contrôler la tension AC ou la tension DC est en fait surtout lié à l'application (avion EPE ou TE).
- La qualité de l'énergie côté AC : ici encore, une solution « propre » est nécessaire pour l'avion EPE alors que les contraintes harmoniques n'existeront a priori pas pour l'avion TE (où aucune charge ne sera alimentée côté AC).
- La fiabilité de la conversion. C'est un critère très important. Les solutions les plus fiables sont les solutions à redresseur(s) à diodes (pas de commande des interrupteurs). Une conversion de type ATRU présente plusieurs ponts de diodes en parallèle, et la conversion est encore assurée si un des ponts est défaillant. Ainsi, cette solution est très certainement la plus fiable. La solution redresseur 6 pulses l'est un peu moins. Les conversions par redresseurs commandés sont en général jugées moins fiables. Cependant, notons que la fiabilité de ces conversions a tendance à augmenter avec les progrès en électronique de puissance.
- La masse. En effet, n'oublions pas que le but est de gagner de la masse partout où cela est possible ! De ce point de vue, la solution ATRU est désavantageuse puisqu'un autotransformateur est utilisé. Des études plus poussées seraient nécessaires pour départager les autres solutions de ce point de vue. Nous estimons donc qu'elles présentent une masse équivalente.

Table 1-I: Comparaison de solutions de conversion AC/DC pour les avions futurs

	Redresseur(s) à diodes		Redresseur commandé	
	Redresseur 6 pulses	ATRU (12 ou 18 pulses)	Pleine onde	MLI
avion EPE / TE	TE	EPE	TE	TE
Technologie alternateur	Rotor bobiné	Rotor bobiné	Aimants	Aimants
Contrôlabilité tension DC	OUI	NON	OUI	OUI
Qualité Energie côté AC	--	+	--	++
Fiabilité	+	++	-	-
Masse	+	--	+	+

Nous donnons maintenant le cadre applicatif des travaux présentés dans ce mémoire. Ils traiteront en détail de trois solutions de redressement :

- conversion envisagée pour les avions « encore Plus Electriques » : l'ATRU, plus particulièrement l'ATRU 18 pulses.
- conversions envisagées pour les avions « Tout Electriques » :
 - o à base de redresseur à diodes,
 - o à base de redresseur commandé. Nous étudierons uniquement la solution qui a été envisagée dans le cadre du POA [POA05] : la commande en pleine onde.

3. Dimensionnement dynamique des réseaux continus aéronautiques

Le dimensionnement dynamique des réseaux continus est largement traité dans la littérature, comme le montre le nombre de publications consacrées à l'étude de stabilité ou la stabilisation des réseaux continus depuis une trentaine d'années [MID76a, MID76b, LEW89, JAN92, LOU99]. Les couplages dynamiques entre les sous-systèmes d'un réseau continu peuvent en effet être très forts, et éventuellement mener à l'instabilité du réseau si aucune précaution n'est prise lors du dimensionnement de chaque sous-système. Du point de vue de l'avionneur, nous allons voir que cette question du dimensionnement dynamique peut se traduire par un problème d'intégration de sous-systèmes au sein d'un même réseau continu. Il sera notamment montré que la méthode usuelle de dimensionnement des réseaux d'avions est difficilement applicable aux futurs réseaux continus. Nous proposerons donc d'autres approches.

3.1 L'avionneur: un intégrateur de sous-systèmes

3.1.1 L'intégration de sous-systèmes : un processus itératif

L'avion est construit à partir de sous-systèmes élémentaires qui, une fois connectés les uns aux autres, doivent fonctionner correctement. En général, chaque équipement est conçu indépendamment des autres selon le processus décrit sur la figure suivante [NGU08, BAR05] :

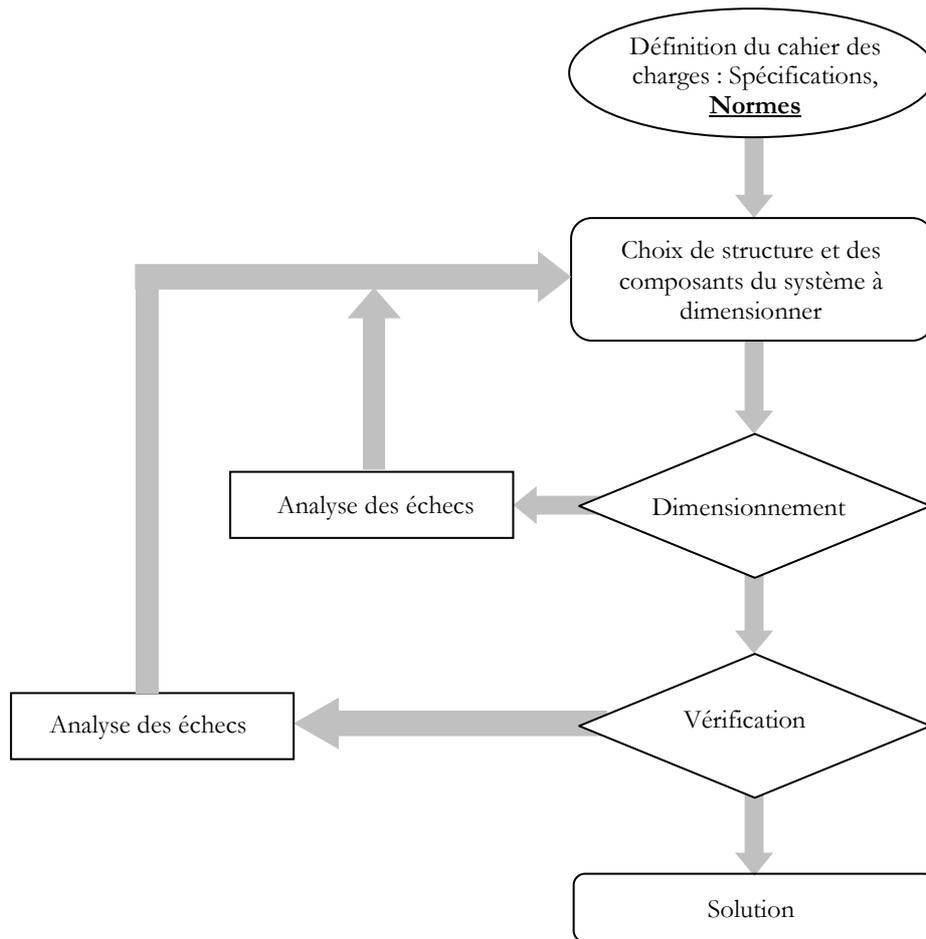


Figure 1.9: Démarche de conception pour chaque équipement [NGU08]

Le cahier des charges définit les spécifications à respecter lors de la conception : contraintes de fonctionnement (qualité de l'énergie par exemple), d'intégration physique (masse, volume) ou encore contraintes économiques (coût de fabrication ou de fonctionnement). A partir de ce cahier des charges, le concepteur doit choisir la structure et les composants. Dans notre cas, il s'agira par exemple de choisir le convertisseur (redresseur à diodes, commandé, etc..) pour l'alimentation du bus DC et la structure du filtrage associé. Viendra ensuite l'étape de dimensionnement, par exemple le calcul du correcteur qui permettra de vérifier des normes en régime transitoire, ou le choix de la valeur des éléments de filtrage. Le respect des spécifications de conception sera vérifié et si elles ne sont pas satisfaites, les échecs seront analysés.

Toute la difficulté vient du fait qu'un fournisseur de sous-système ne connaît pas les paramètres du réseau auquel son équipement est raccordé, ni les autres sous-systèmes, généralement fabriqués par d'autres équipementiers. Ceci est illustré sur la Figure 1.10:

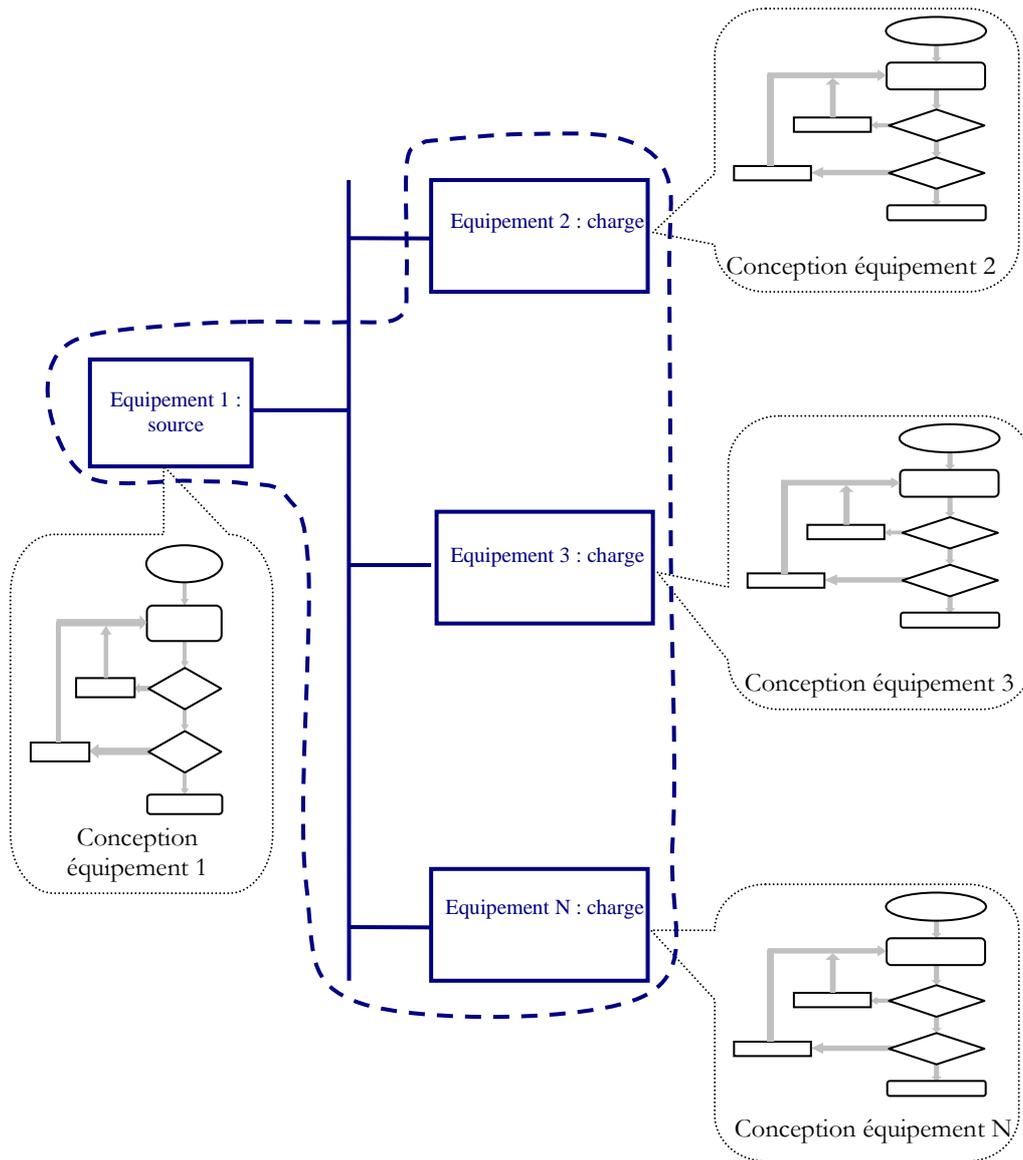


Figure 1.10: Chaque équipement est conçu individuellement des autres

Ainsi, l'avionneur doit spécifier des normes aux équipementiers de telle façon que le fonctionnement soit correct au niveau « système ». Un processus itératif se met alors en place, comme illustré sur la Figure 1.11 :

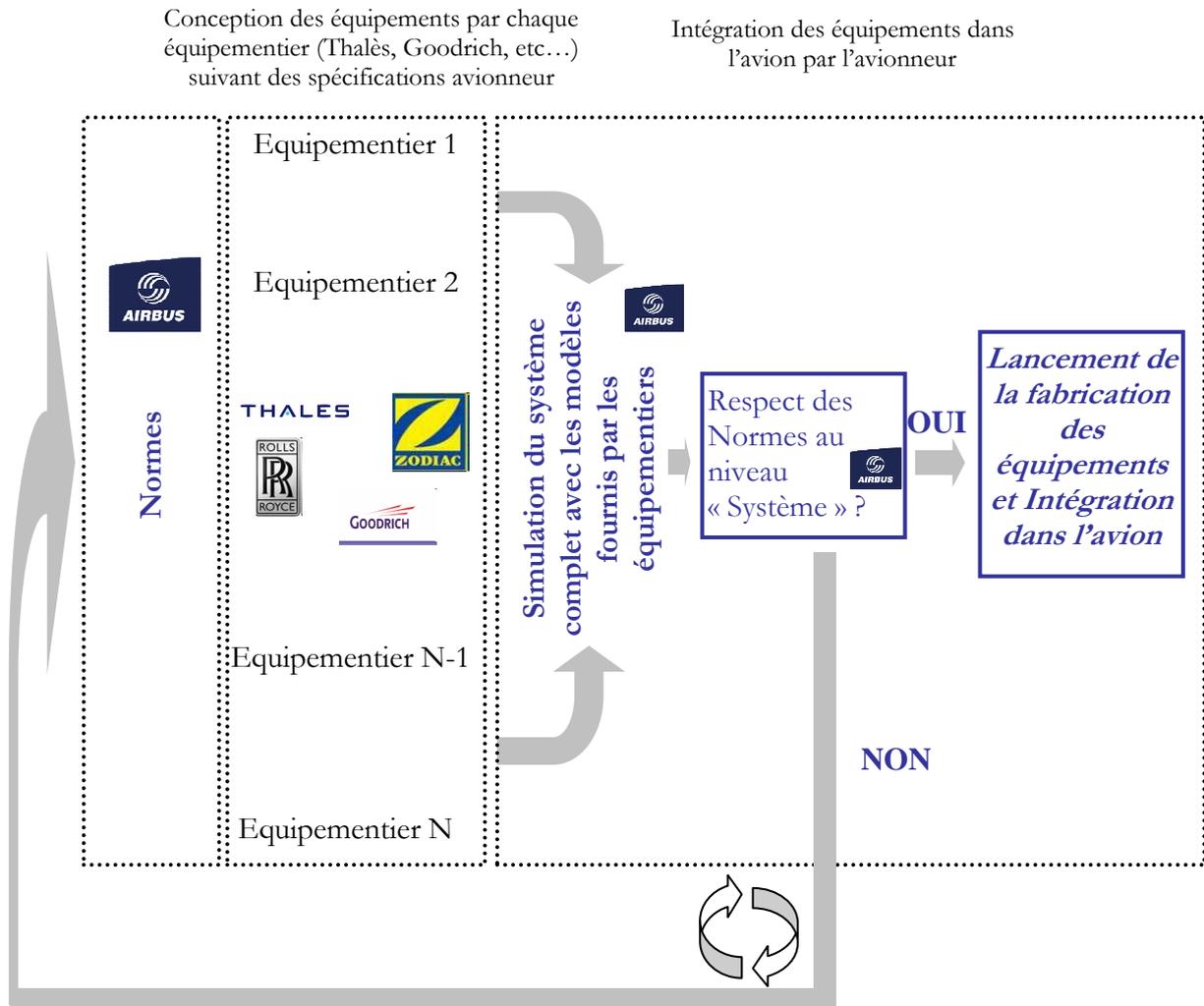


Figure 1.11: L'intégration de sous-systèmes : un processus itératif

Les normes définissent le cahier des charges de conception pour chaque équipement. Après dimensionnement, les équipementiers le livrent à l'avionneur qui vérifie le respect des normes dans le contexte « avion ». Afin de limiter les risques, le premier test d'intégration est effectué en simulation. Ainsi les équipementiers fournissent des modèles qui permettront à l'avionneur de faire des simulations au niveau « système ». Si ces simulations mettent en évidence un comportement indésirable d'un ou plusieurs sous-systèmes, les équipementiers se verront obligés de revoir leur dimensionnement. Et ainsi de suite jusqu'à ce que le comportement soit correct au niveau « système ». C'est donc un processus itératif qui est mis en place. Nous voyons ici apparaître l'importance des normes. En effet, si celles-ci sont « bien » définies, le nombre d'allers-retours entre les équipementiers et l'avionneur sera réduit. En étant « strictes », « sévères », le temps de conception du système sera certainement réduit. Par contre, le prix à payer risque d'être une augmentation de la masse globale du système. Illustrons ces considérations par un exemple simple.

3.1.2 Un exemple pour mieux comprendre les enjeux de l'intégration

Prenons l'exemple d'un réseau continu constitué d'une source et de deux charges. Ce réseau est décrit sur la Figure 1.12 :

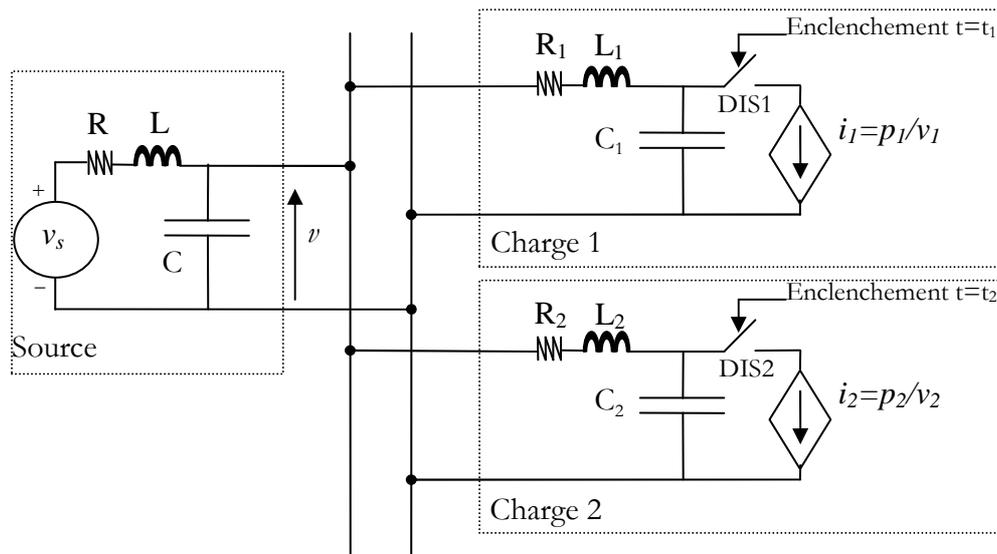


Figure 1.12: Un exemple de réseau de bord continu

La source est modélisée par une impédance R, L, C et chaque charge est un ensemble filtre – convertisseur. Les convertisseurs sont supposés présenter un comportement de charge à puissance constante [SAU08]. Nous posons le problème de l'intégration de sous-systèmes comme suit :

- Nous supposons que le concepteur de chaque charge connaît le modèle de la source mais ignore les paramètres de l'autre charge.
- Chaque charge doit être dimensionnée de façon à respecter des performances données en régime transitoire aux bornes de la capacité C .
- La question est alors : est-ce que la norme que respecte chacune des charges est aussi respectée au niveau « système », lorsque les deux charges fonctionnent en parallèle ?

Les paramètres du filtre de la charge 1 sont choisis de façon à garantir certaines performances en régime transitoire suite à l'enclenchement du disjoncteur 1, lorsque seule la charge 1 est alimentée par la source. Le schéma de simulation pour la conception de la charge 1 (qui se limite ici au choix des paramètres R_1, L_1 et C_1) est donc le suivant :

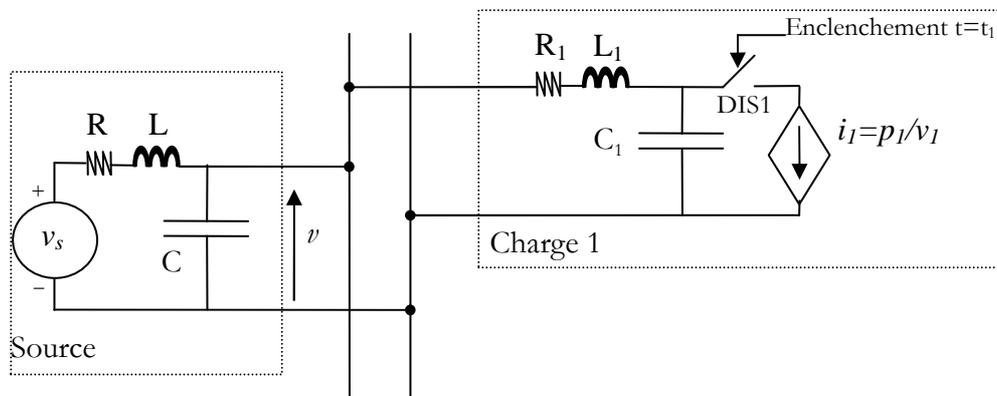


Figure 1.13 Schéma de simulation pour la conception de la charge 1

En Annexe 1, nous donnons un jeu de paramètres (R_1, L_1, C_1) qui permet de respecter la norme donnée sur la figure suivante :

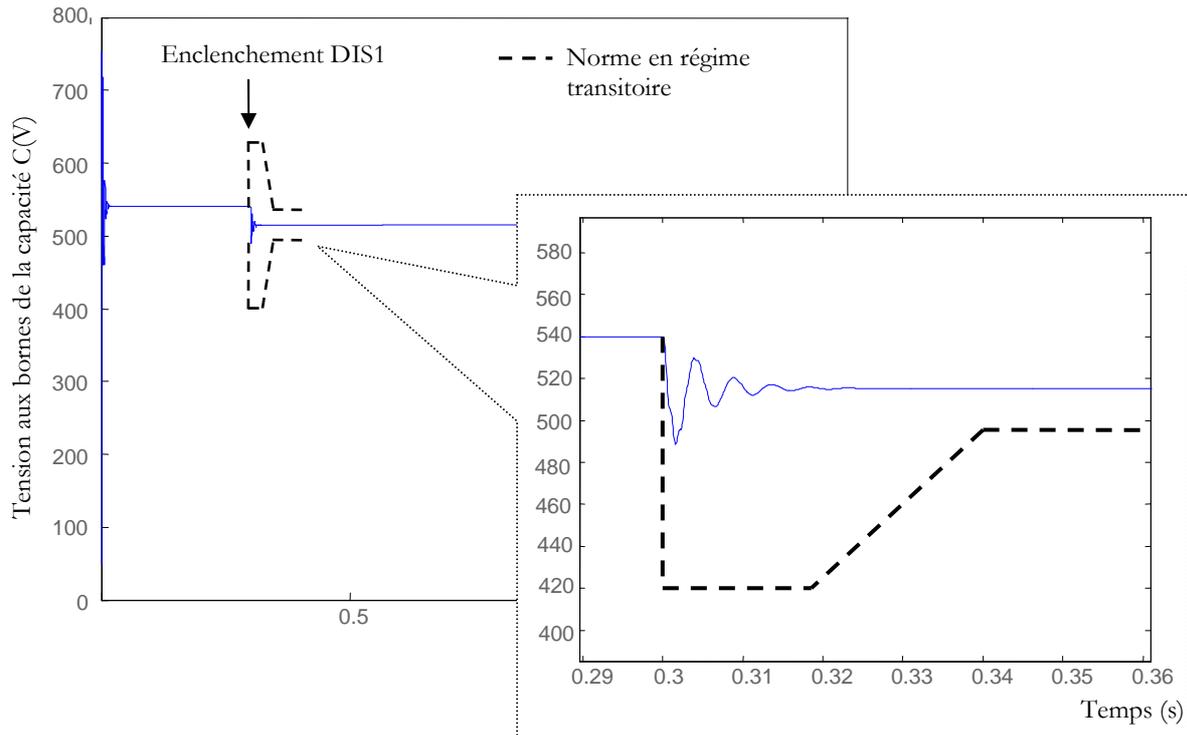


Figure 1.14: Performances en régime transitoire pour la charge 1 suite à l'enclenchement du disjoncteur DIS1

De même, le filtre 2 est dimensionné de façon à garantir des performances équivalentes suite à l'enclenchement de la charge 2. Le schéma de simulation pour la conception de la charge 2 est le suivant :

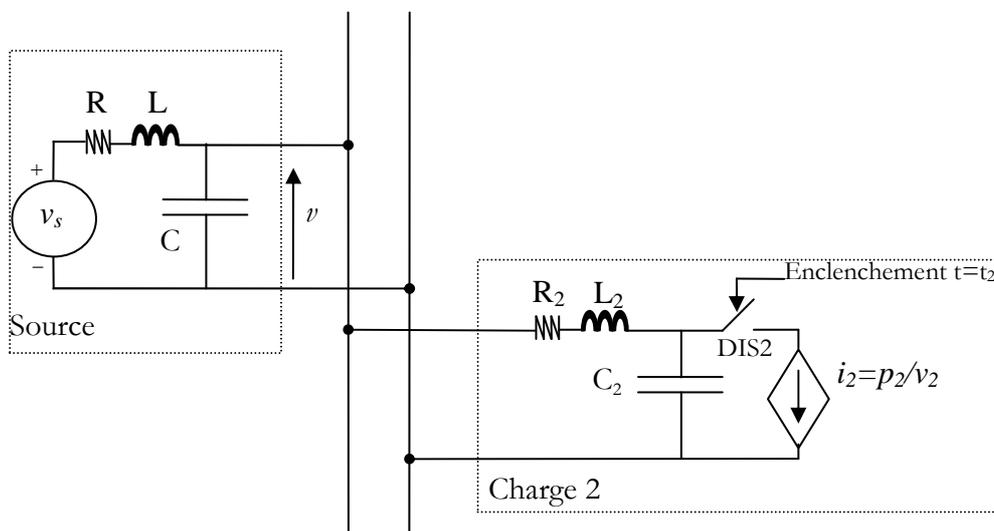


Figure 1.15 Schéma de simulation pour la conception de la charge 2

Un jeu de paramètres (R_2 , L_2 , C_2) qui permet de respecter la norme représentée sur la Figure 1.16 est donné en Annexe 1.

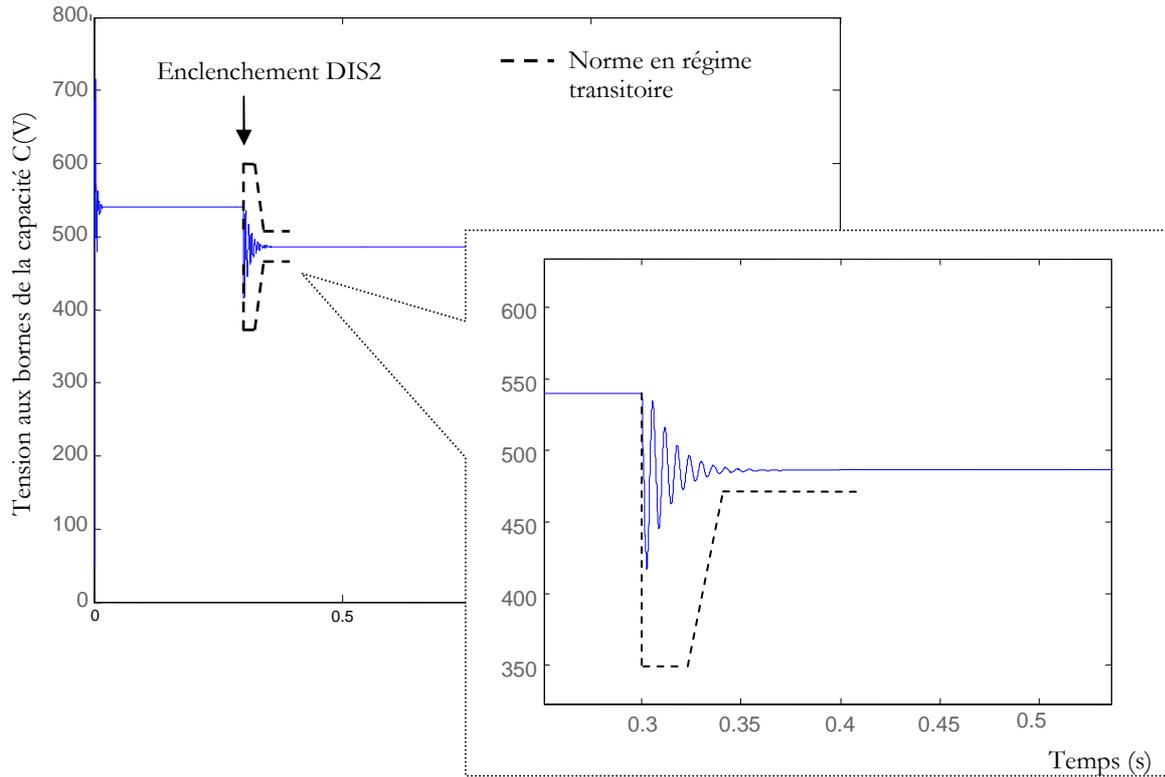


Figure 1.16: Performances en régime transitoire pour la charge 2 suite à l'enclenchement du disjoncteur DIS2

Nous avons donc choisi les paramètres des filtres de façon à ce que les performances requises soient largement respectées lors de la conception de chacune des charges. Il s'agit maintenant pour nous d'illustrer les difficultés auxquelles peut être confronté l'avionneur lors de l'intégration de sous-systèmes au sein d'un même réseau. La Figure 1.17 montre la simulation de notre réseau d'étude avec ses deux charges fonctionnant en parallèle. Nous voyons que le système est stable et passe la norme lors de l'enclenchement du disjoncteur DIS1 (charge 1), mais lors de l'enclenchement du disjoncteur DIS2, le système devient instable.

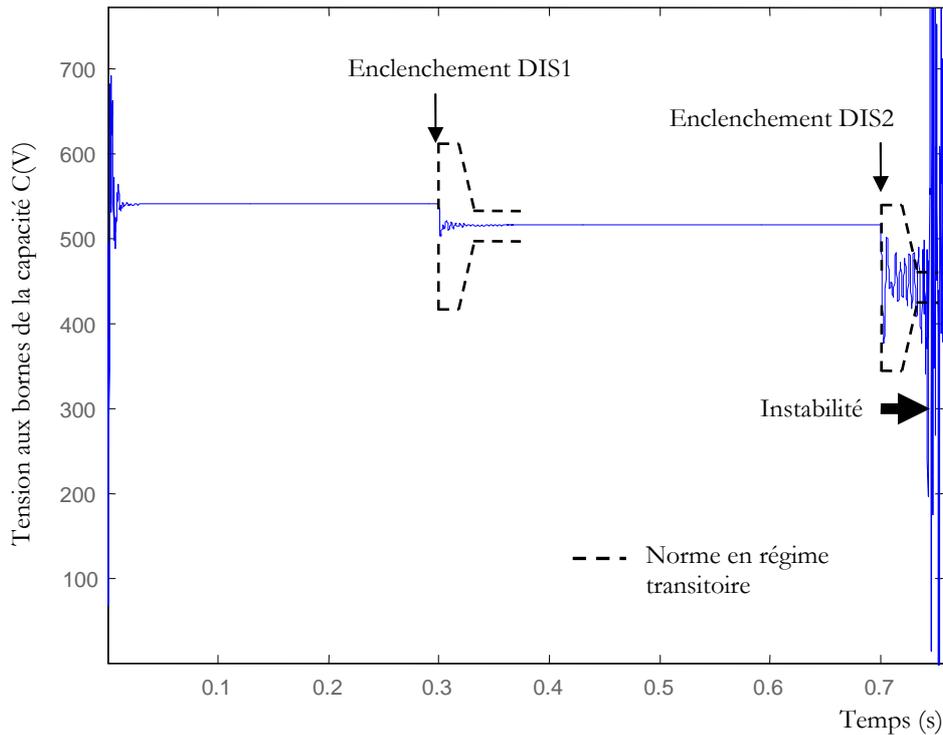


Figure 1.17: Intégration des deux sous-systèmes au sein du même réseau

Nous montrons donc que ce n'est pas parce que tous les sous-systèmes d'un réseau passent une norme que leur interconnexion la passera aussi. Ceci est particulièrement vrai lorsque les performances d'un sous-système sont étroitement liées à l'environnement de fonctionnement de ce sous-système. Autrement dit, lorsque les couplages (par exemple dynamiques) entre les sous-systèmes sont forts, comme nous l'avons illustré ici. Notons que ces problèmes de couplages dynamiques dans les réseaux continus sont largement reportés dans la littérature [LOU99, CHA00, LEW89].

Revenons à notre exemple. Comment faire pour « stabiliser » le réseau au niveau système ? Faut-il revoir le dimensionnement des deux équipements ? Ou seulement celui de l'équipement 2, puisque c'est lors de l'enclenchement de la charge 2 que l'instabilité apparaît ? Ou celui de l'équipement 1, qui représente l'environnement de fonctionnement de la charge instable ? Ces questions sont particulièrement cruciales pour l'avionneur, puisque suivant la solution adoptée, la masse du système électrique sera bien évidemment différente. Les enjeux sont donc énormes.

3.1.3 Conclusion

3.1.3.1 *Les enjeux de l'intégration de sous-systèmes*

A travers un exemple simple, nous venons de révéler les enjeux de l'intégration de sous-systèmes du point de vue de l'avionneur :

- D'une part, l'importance des normes. Dans l'idéal, ces normes permettent de garantir a priori (c'est-à-dire avant l'intégration de tous les équipements) le bon fonctionnement au niveau du système. Cela permet de réduire au maximum les allers-retours entre l'avionneur et les équipementiers (Figure 1.11) et donc les temps de conception.
- D'autre part, la question du dimensionnement optimal du réseau du point de vue de la masse. Cet aspect est en fait lié au précédent. En effet, si des normes trop « strictes » sont

imposées aux équipementiers, la masse risque d'augmenter alors que cela n'est pas nécessaire.

3.1.3.2 *La question du choix des normes*

Nous avons considéré dans le cas d'étude précédent une certaine norme pour la tension du bus continu. Notons cependant qu'il n'existe pas de norme applicable aux réseaux continus haute tension 540Vdc. Par contre, un bus continu de 270Vdc est employé dans certains avions militaires. Dans le projet MOET, nous reprenons la norme militaire [MIL00] que nous adaptons en multipliant par deux les valeurs minimum et maximum des surtensions et sous-tensions en régime transitoire. Il en est de même pour les valeurs limites en régime établi. Cette norme est rappelée sur la Figure 1.18 :

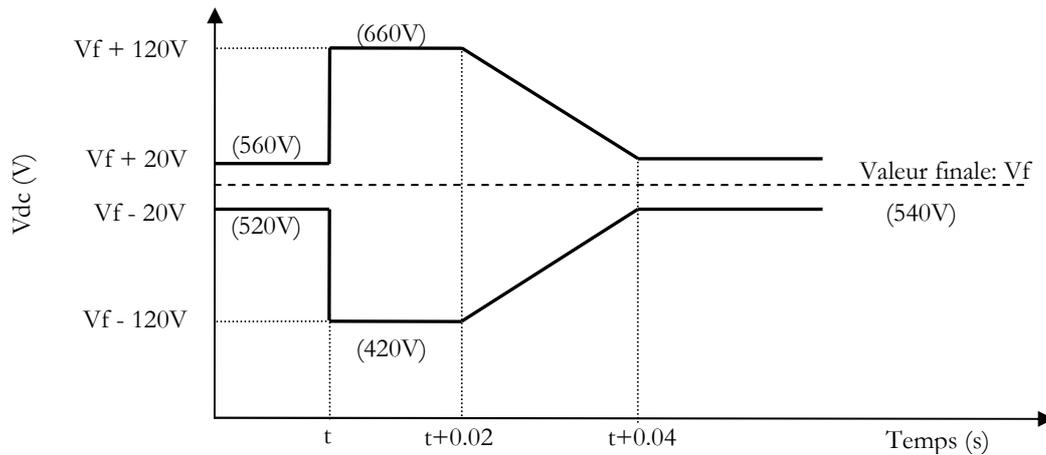


Figure 1.18: Enveloppe transitoire normative au niveau « Système » pour la tension du bus 540Vdc

Remarque : Les valeurs entre parenthèses correspondent aux normes pour une tension de bus régulée à 540V. Dans le cas où la tension n'est pas régulée (c'est à dire lorsque la source présente une résistance interne), nous définissons les performances (surtension max. par exemple) par rapport à la valeur finale V_f de la tension obtenue après le transitoire.

3.2 Trois approches pour le dimensionnement dynamique du réseau

3.2.1 L'approche classique

L'approche classique est en fait celle que nous avons illustrée dans l'exemple précédent. Cette approche est suivie par Airbus pour la conception des avions actuels. Une norme transitoire de tension est spécifiée aux équipementiers, et le rôle de l'avionneur est de vérifier que cette norme est aussi respectée une fois les différents équipements connectés les uns aux autres. Dans le cas contraire, de nouvelles spécifications doivent être données à un ou plusieurs équipementiers. Or, nous avons vu au travers l'exemple de la section 3.1.2 que dans le cas du dimensionnement de réseaux continus :

- Cette approche ne permet pas la maîtrise des temps de conception,
- Ce processus ne garantit pas que la masse du système électrique finalement obtenu soit minimale. Pour pallier à cet inconvénient, une approche que nous appelons « approche Pareto » est envisageable.

3.2.2 L'approche « Pareto »

Cette approche est issue des travaux proposés dans [NGU08]. Une courbe de Pareto lie pour chaque équipement les performances à la masse. Cette approche est illustrée sur la figure suivante :

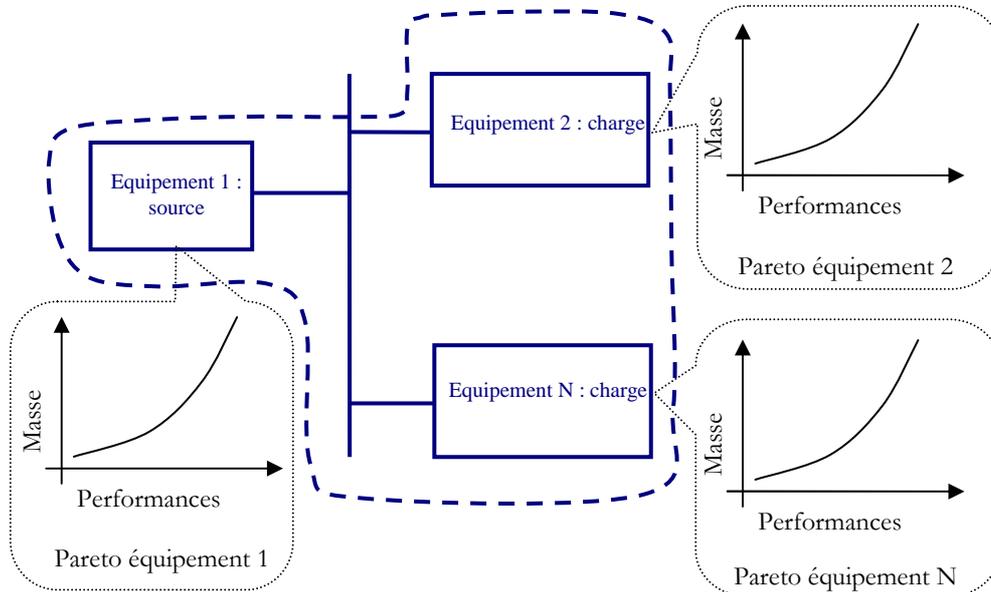


Figure 1.19: Conception dynamique par l'approche «Pareto»

Chaque courbe de Pareto fournit au concepteur du système un ensemble de points de dimensionnement pour chaque équipement. A chaque point sont associées une performance et une masse, c'est à l'avionneur de choisir les bons compromis masse/performance pour chaque équipement de façon à minimiser la masse totale du système et garantir le respect des normes une fois tous les équipements connectés ensemble.

Cette approche permet donc de résoudre le problème de l'optimisation de la masse au niveau « système ». Cependant, ce processus de conception suppose que si un équipement présente certaines performances lorsqu'il est pris indépendamment des autres, il présentera les mêmes performances lorsqu'il sera intégré dans l'avion. Autrement dit, cela revient à supposer que les équipements sont découplés entre eux. Or, nous avons vu que cela est faux lorsque l'on s'intéresse aux performances dynamiques dans les réseaux continus. Ainsi, le problème de convergence du processus de conception reste entier. Pour pallier à cet inconvénient de l'« approche Pareto », nous proposons ce que nous appelons l'« approche Robuste ».

3.2.3 L'approche « Robuste »

L'idée est de dimensionner chaque sous-système de façon à le rendre robuste face à des incertitudes sur son environnement de fonctionnement. Autrement dit, le découpler de son environnement de fonctionnement. Nous ajoutons alors à l'« approche Pareto » une dimension « Robustesse », comme illustré sur la Figure 1.20 :

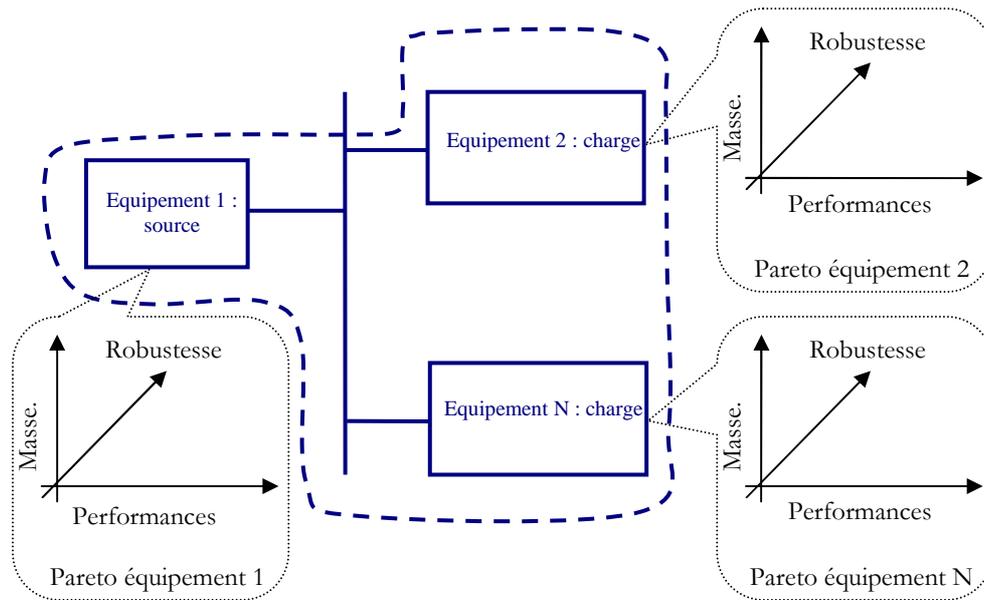


Figure 1.20: Conception dynamique par l'approche "Robuste"

Si un équipement est robuste vis-à-vis de son environnement de fonctionnement, les performances qu'il présente avant son intégration dans le système seront aussi respectées après son intégration. Les équipements seront découplés entre eux et le problème de convergence du processus de conception de l'« approche Pareto » est résolu. La question est alors : quel est le coût en masse d'une spécification de robustesse du dimensionnement d'un sous-système ?

4. Conclusion : Positionnement de l'étude

4.1 Positionnement scientifique

4.1.1 Deux questions scientifiques majeures

Cette thèse s'intéresse à deux questions scientifiques majeures :

- Comment l'analyse directe de la robustesse peut-elle permettre de résoudre le problème de l'intégration de sous-systèmes ? Quel est son intérêt / ses inconvénients par rapport aux autres méthodes disponibles dans la littérature ?
- Quel peut être l'apport de la commande pour diminuer la masse tout en garantissant de la robustesse au dimensionnement des sous-systèmes ?

La première question nous amène à positionner nos travaux par rapport à ceux traitant du dimensionnement dynamique des réseaux continus, la seconde par rapport à ceux sur la commande.

4.1.2 Positionnement par rapport aux travaux sur le dimensionnement dynamique des réseaux continus

L'ensemble des publications des années 70-80 dédiées au dimensionnement dynamique des réseaux continus ne traite que du cas d'un réseau dont tous les sous-systèmes sont connus par le concepteur [MID76a, MID76b, LEW89]. Plus tard, le problème de l'intégration de sous-systèmes

tel que nous l'avons posé est traité. Citons par exemple une phrase qui résume très bien les objectifs dans [CIE00]:

“Clearly, a criterion [...] must be assigned
for each device that guarantees that if that device is inserted
into the network, in a myriad of possible configurations,
the system will remain stable”

Dans [ZAN04], plusieurs critères dérivés du critère de Middlebrook donnent des spécifications sur les impédances d'entrée et de sortie des convertisseurs du réseau de façon à garantir la stabilité au niveau « système ». Ces spécifications sur le modèle nominal du système permettent de garantir la stabilité du réseau en introduisant de façon « cachée » de la robustesse (ou du moins du conservatisme) dans le dimensionnement des sous-systèmes. Paradoxalement, si le problème est clairement lié à la robustesse du dimensionnement de chaque sous-système vis-à-vis de son environnement final de fonctionnement, à notre connaissance seule une publication [LEE93] cherche à utiliser directement les méthodes d'analyse de robustesse telles qu'elles sont proposées par les automaticiens pour le dimensionnement dynamique des réseaux continus.

4.1.3 Positionnement par rapport aux travaux sur la commande

Les premières études des interactions dynamiques dans les réseaux continus ont traité des interactions entre un filtre et un convertisseur régulé [MID76a, MID76b]. Ces études ont été présentées par Middlebrook dans les années 70. Ce dernier a publié un critère de stabilité sur la connexion de sous-systèmes dans les réseaux continus. Depuis, ce critère a été largement utilisé, notamment pour la conception des filtres en amont des convertisseurs alimentés par le réseau DC [LEW89, SAN92, JAN92]. Dans ces trois articles par exemple, les filtres sont dimensionnés après les régulations des convertisseurs : les valeurs des inductances, résistances et capacité de filtre sont choisies de façon à ne pas perturber le fonctionnement de la régulation des hacheurs. Ici, la stratégie de dimensionnement dynamique est donc claire : dimensionner en premier le convertisseur « seul » avec sa régulation, puis choisir les paramètres du filtre de façon à respecter le critère de stabilité de l'interconnexion de ces deux sous-systèmes. La démarche est la même dans [BEL95] où les convertisseurs régulés sont vus comme des boîtes noires. L'objectif est là encore d'éviter les interactions filtres - convertisseurs en amortissant convenablement les filtres harmoniques. Globalement, si de nombreux travaux résolvent le problème du dimensionnement dynamique dans les réseaux continus par une conception adéquate des filtres passifs, l'influence du contrôle des convertisseurs sur la stabilité globale du réseau n'est, elle, que rarement traitée. Dans [SUD98], l'auteur montre la possibilité de dimensionner la commande d'une source continue pour annuler les effets déstabilisateurs d'un ensemble filtre - convertisseur - machine, au moins sur une certaine bande passante. Si cela n'est pas été fait, selon l'auteur, il faudrait adopter la solution classique qui consiste à augmenter la capacité de sortie de la source. Ainsi, grâce à un contrôle adapté, il semble possible de diminuer la masse et le volume de certains éléments passifs. C'est notamment cette possibilité que nous voulons étudier.

La question du choix de la technique de contrôle se pose alors. Plusieurs techniques de commande ont été appliquées aux systèmes d'électronique de puissance, notamment au laboratoire G2Elab. De façon non exhaustive, citons [OYA98, PET97, KAN96, GUF00, AMM00] :

- les techniques de commande non-linéaires, comme l'approche à structure variable (plus connue sous le nom de commande par modes glissants), ou les techniques de commande utilisant une fonction de Lyapunov,
- les techniques de commande linéaires, comme les techniques LQG, H_2 , H_∞ ou μ -synthèse.

Pour déterminer s'il est possible ou non d'utiliser la commande pour rendre robuste un équipement vis à vis de son environnement de fonctionnement – et donc éviter d'augmenter la masse par l'augmentation de valeurs d'éléments passifs (voir § 3.2.3) – il faudrait en théorie appliquer l'ensemble des techniques de contrôle disponibles à notre problème et analyser la robustesse des lois de commande obtenues vis-à-vis d'incertitudes portant sur l'environnement de fonctionnement du sous-système étudié. Ceci n'est bien évidemment pas envisageable. Notre choix s'orientera vers la technique de contrôle optimal H_∞ , qui a l'avantage d'offrir un cadre unifié à la fois pour l'analyse de robustesse et la commande [COL96]. Ce choix sera expliqué plus longuement dans le Chapitre 2.

4.2 Positionnement applicatif

Les questions scientifiques posées dans les paragraphes précédents seront traitées dans ce mémoire à travers plusieurs exemples applicatifs, qui ont été décrit dans le paragraphe 2. Pour chacune de ces applications, nous étudierons le problème de l'intégration (paragraphe 3) grâce à une méthode que nous allons choisir dans le Chapitre 2. Nous étudierons notamment la possibilité d'utiliser la commande de la source pour stabiliser l'ensemble du réseau continu, qui par définition sera inconnu (la conception de la source étant faite indépendamment de la conception des charges et de leur filtre). Nous évaluerons dans quelle mesure il est possible d'atteindre des objectifs de robustesse en utilisant au maximum la commande. Si par la commande nous arrivons à ne pas augmenter la taille de certains éléments passifs, nous aurons économisé de la masse. Les résultats obtenus pour chaque application seront ensuite comparés entre eux, et cette comparaison pourra aider l'avionneur au choix de la conversion AC/DC de la génération d'énergie à bord des avions futurs.

Chapitre 2 : Méthodes et Outils pour l'analyse et la conception de systèmes électriques sous critères dynamiques

Quelques définitions préliminaires

Avant de décrire les différentes méthodes d'analyse de stabilité en intégrant parfois le respect de performances, nous allons rappeler quelques définitions de base autour de la stabilité.

LTI : Linear Time Invariant

SISO : Single Input / Single Output. Désigne un système à une entrée et une sortie

MIMO : Multiple Inputs / Multiple Outputs. Désigne un système multivariable

Analyse de stabilité, stabilité nominale : analyse de la stabilité d'un système non soumis à des incertitudes (ou à incertitudes nulles). Abréviations : NS

Analyse de performance, performance nominale : analyse de performance d'un système non soumis à des incertitudes (ou à incertitudes nulles). Les performances sont définies soit dans le domaine temporel (amortissement, temps de réponse, ...etc) soit dans le domaine fréquentiel (marges de stabilité, pulsation de coupure, facteur de surtension, ...etc). Abréviations : NP

Robustesse en stabilité : analyse de stabilité d'un système soumis à des incertitudes de modèle. Si le système est stable quelles que soient les incertitudes modélisées, il est dit robuste en stabilité à ces incertitudes. Abréviations : RS

Robustesse en performance : analyse de performance d'un système soumis à des incertitudes de modèle. Si le système respecte les spécifications de performance quelles que soient les incertitudes modélisées, il est dit robuste en performance à ces incertitudes. Abréviations : RP

Chapitre 2

Méthodes et Outils pour l'analyse et la conception de systèmes électriques sous critères dynamiques

Dans le Chapitre 1, nous avons mis en évidence les problèmes d'interactions dynamiques possibles entre les équipements alimentés par un réseau continu, ainsi que le problème de l'intégration de sous-systèmes qui en découle. Dans ce second chapitre, le lecteur trouvera une description complète des Méthodes et Outils permettant l'analyse et le dimensionnement des réseaux continus sous critères dynamiques. Après avoir défini la notion de stabilité (paragraphe 1) et donné une vue d'ensemble sur les méthodes disponibles pour l'analyser, nous traiterons la modélisation dynamique des systèmes d'électronique de puissance et des incertitudes auxquelles ils peuvent être soumis (paragraphe 2). Dans les paragraphes 3,4 et 5, les méthodes et outils pour analyser le comportement dynamique d'un système électrique, en particulier d'un réseau continu, seront décrites, expliquées et comparées entre elle. Ce travail nous permettra de choisir la méthode qui nous semblera la plus adaptée pour traiter le problème de l'intégration de sous-systèmes. Le paragraphe 6 sera consacré à l'explication d'une méthode de contrôle dit « optimal », le contrôle H_∞ . En effet, nous avons déjà précisé dans le Chapitre 1 qu'un des objectifs de cette thèse est d'évaluer dans quelle mesure la commande peut être utilisée pour faciliter l'intégration d'un sous-système. Pour cela, nous nous orientons vers une technique de contrôle optimal. Enfin, le paragraphe 7 proposera une démarche de conception permettant de garantir une « bonne » intégration des sous-systèmes en utilisant au maximum le contrôle de façon à éviter d'augmenter la masse.

1. Introduction

1.1 Définitions de la stabilité

Nous allons dans ce chapitre présenter des méthodes pour l'analyse de stabilité des systèmes dynamiques. Il est donc important de définir dans un premier temps cette notion de stabilité. En effet, il existe une dizaine de sortes de stabilité différentes [SCH04, PEA00].

Un point d'équilibre x_e est tel que l'état x du système n'évolue pas dans le temps dès lors que $x = x_e$. La stabilité « simple » de ce point d'équilibre signifie que si l'état est dans un voisinage de l'équilibre, il reste par la suite dans le voisinage de ce point d'équilibre. C'est la stabilité au sens

entrée bornée – sortie bornée (EBSB). La stabilité asymptotique de ce point d'équilibre est garantie si l'état converge vers l'équilibre. La stabilité asymptotique globale, quant à elle, signifie qu'à partir de n'importe quelle condition initiale de l'état, le système revient vers l'équilibre. Dans le cas particulier où nous étudions un système LTI (Linéaire à Temps Invariant), la stabilité est nécessairement globale et la propriété étudiée est la stabilité asymptotique. En effet, un système simplement stable est dans ce cas oscillant et donc à la limite de l'instabilité.

Ainsi, quand la stabilité d'un système linéaire LTI est étudiée, les notions de stabilité et de stabilité asymptotique sont équivalentes. Dans le cas de systèmes non-linéaires, elles ne le sont plus. Dans la suite et sans précision de notre part, la stabilité est étudiée au sens EBSB pour les systèmes non-linéaires et au sens de la stabilité asymptotique pour les systèmes linéaires. Dans les deux cas, par abus de langage nous parlerons d'analyse de stabilité (sans précision supplémentaire).

1.2 Une vue d'ensemble sur les méthodes d'analyse de stabilité

Notre objectif est dans ce chapitre de présenter l'ensemble des méthodes d'analyse dynamique disponibles dans la littérature qui peuvent être utilisées pour le dimensionnement dynamique d'un réseau électrique, et en particulier pour la résolution du problème de l'intégration de sous-systèmes. Nous nous limitons ici à l'étude des méthodes applicables aux systèmes à temps et paramètres invariants dans le temps (LTI). Nous présentons donc les méthodes d'analyse dynamique suivant la classification de la Figure 2.1 :

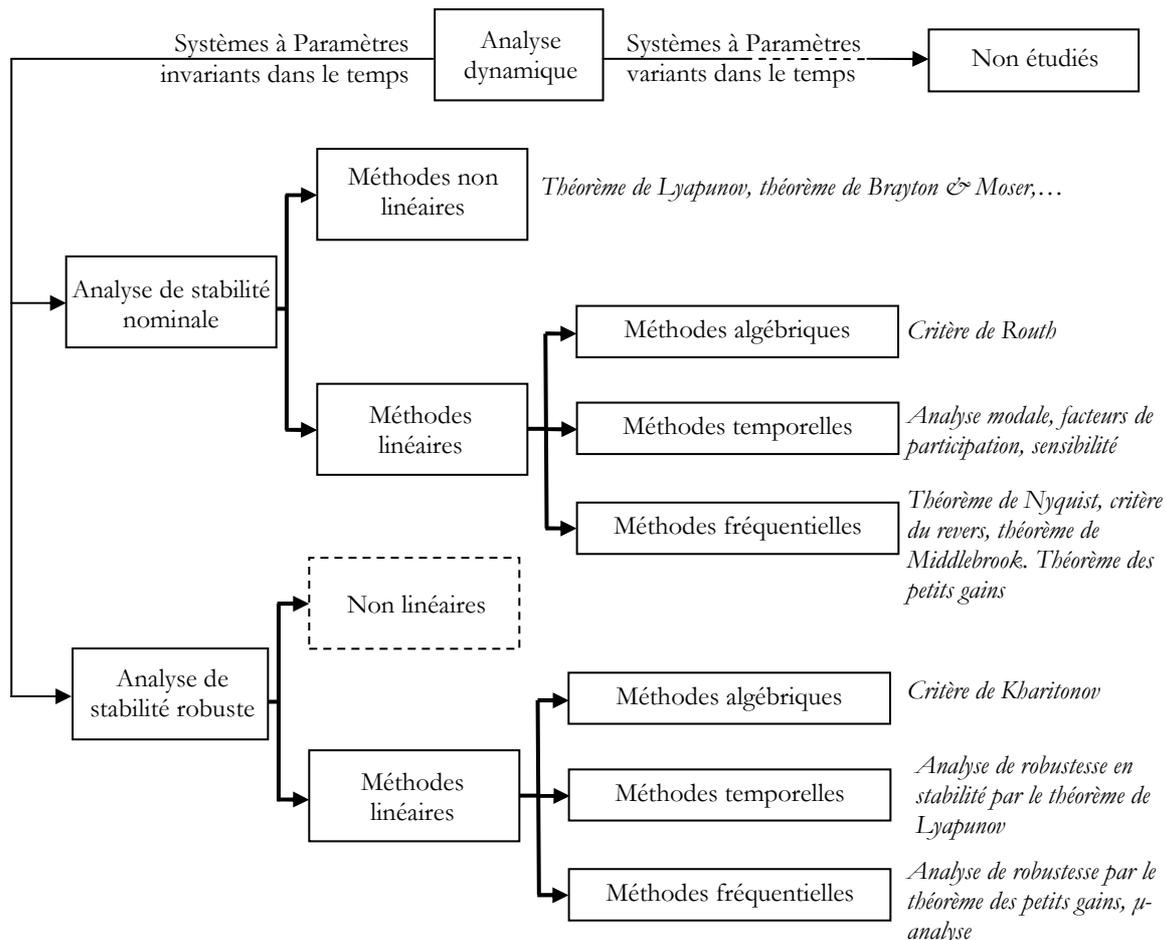


Figure 2.1 : Classification des méthodes d'analyse des systèmes dynamiques

Différentes classes de méthodes existent pour étudier la stabilité nominale d'un système, notamment suivant la nature de celui-ci (linéaire ou non linéaire). Les méthodes linéaires sont elles-mêmes différenciées suivant qu'elles sont algébriques, temporelles ou fréquentielles. Lorsque la robustesse en stabilité est étudiée, les méthodes sont principalement linéaires. Celles-ci sont encore une fois différenciées suivant qu'elles appartiennent au domaine algébrique, temporel ou fréquentiel [SCH01, SCH04]. Sur la Figure 2.1, nous donnons les noms de quelques unes des méthodes qui seront développées dans ce chapitre. Notons que ce travail de synthèse sur les méthodes d'analyse de stabilité nominale / robustesse en stabilité ne se veut pas exhaustif. Il a vocation à être complété notamment pour ce qui concerne les méthodes non-linéaires par les travaux menés par les automaticiens. Cependant, la majorité des méthodes appliquées à l'analyse de stabilité des réseaux électriques sera décrite dans ce chapitre. Avant d'exposer ces méthodes, nous expliquons la modélisation dynamique des systèmes électriques – et en particulier des réseaux à forte insertion d'électronique de puissance.

2. Modélisation dynamique

2.1 Modélisation dynamique nominale des systèmes d'électronique de puissance

L'insertion d'électronique de puissance dans les réseaux électriques aéronautiques est massive et sera amenée à devenir encore plus importante dans les avions «Tout Electriques». Ces systèmes d'électronique de puissance possèdent des éléments commutés (interrupteurs), et à chaque état des interrupteurs correspond un schéma équivalent différent (autrement dit un jeu d'équations différentielles différent). La modélisation moyenne consiste à développer un jeu d'équations qui représente « en moyenne » le comportement de ces dispositifs. Autrement dit, elle consiste à transformer le modèle topologique (discontinu et généralement non linéaire) d'un convertisseur en un modèle continu non linéaire. Plusieurs modèles moyens ont été mis en œuvre dans la littérature [GOM05, PET97]. Nous rappelons ci-dessous les grands principes de cette modélisation.

2.1.1 Modèle moyen classique

Pour établir le modèle moyen classique [GOM05, BAR05], on effectue la moyenne glissante des signaux de commande des interrupteurs et des variables d'état du système sur une période de découpage T_d :

$$\langle f(t) \rangle_0(t) = \frac{1}{T_d} \int_{t-T_d}^t f(\tau) d\tau \quad \text{équation 2.1}$$

Une propriété importante de la moyenne glissante est l'expression de la dérivée :

$$\frac{d}{dt} \langle f(t) \rangle_0(t) = \left\langle \frac{d}{dt} f(t) \right\rangle_0(t) \quad \text{équation 2.2}$$

En appliquant la transformée de Laplace à l'équation 2.1, [GOM05] montre que le fait de moyenniser revient à filtrer les signaux au-delà de la fréquence $f_d/2$, f_d étant la fréquence de

découpage des interrupteurs. Au-delà, les dynamiques sont atténuées et le modèle moyen n'est donc théoriquement plus valable.

2.1.2 Modèle moyen généralisé

Le modèle moyen classique présente des insuffisances. En effet, il n'est plus applicable dès que les variables d'état sont en conduction discontinue ou qu'elles ont une valeur moyenne nulle sur une période (par exemple les grandeurs sinusoïdales) [GOM05]. Pour pallier à ces insuffisances, le modèle moyen généralisé a été développé [SAN91, BAC95]. L'idée est de décrire les dynamiques des coefficients de Fourier d'une variable complexe $x(t)$ sur une période T :

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{k=\infty} \langle x \rangle_k(t) \cdot e^{-jk\omega t} \quad \text{équation 2.3}$$

où $\langle x \rangle_k(t)$ désignent les coefficients de Fourier complexes de rang k et de pulsation de référence $\omega = 2\pi/T$. Ces coefficients sont calculés par une moyenne glissante :

$$\langle x \rangle_k(t) = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t x(\tau) \cdot e^{-jk\omega\tau} d\tau \quad \text{équation 2.4}$$

Si ω est fixe, l'expression de la dérivée des coefficients $\langle x \rangle_k(t)$ est donnée par :

$$\frac{d}{dt} \langle x_k \rangle(t) = \left\langle \frac{d}{dt} x \right\rangle_k(t) - j.k.\omega.x_k(t) \quad \text{équation 2.5}$$

Nous remarquons que dans le cas de variables continues ($k=0$), nous retrouvons le modèle moyen classique. Le modèle moyen généralisé a par exemple été appliqué avec succès dans [PET97] à la modélisation d'un onduleur triphasé commandé en pleine onde ou encore dans [GOM05] à la modélisation d'un onduleur commandé en MLI.

2.1.3 Qu'entend-t-on habituellement par « Modèle Moyen » ?

Quand il s'agit d'étudier la stabilité d'un système, généralement seul le fondamental des valeurs alternatives est modélisé ($k=1$, équation 2.5). On parle alors de développement au premier harmonique. Ceci peut être justifié par le fait que dans le cadre de nos études, l'énergie stockée dans le système est majoritairement portée par le fondamental. En effet, il est rare que courants et tensions soient tous les deux distordus et présentent un grand nombre d'harmoniques communs. Or il est possible de montrer que la stabilité d'un système est liée à l'évolution de l'énergie stockée dans ce système (voir plus loin les théorèmes de Lyapunov par exemple). Ainsi, pour l'étude dynamique d'un réseau, seul un développement au premier harmonique est en général nécessaire. Dans la littérature, par abus de langage on parle souvent de « Modèle Moyen » pour désigner le « Modèle Moyen Généralisé au premier harmonique ».

Ce modèle moyen est dans la plupart des cas non-linéaire, et valable quelle que soit l'amplitude des variations des variables d'état. On dit alors que c'est un Modèle Moyen « Grands Signaux ». Il peut être ensuite linéarisé autour d'un point de fonctionnement pour obtenir le Modèle Moyen linéaire [BAR05], valable uniquement pour de petites variations des variables d'état autour d'un point d'équilibre : on parle alors de modèle « Petits Signaux ».

2.2 Modélisation des incertitudes dynamiques de modèles

2.2.1 Incertitudes de modélisation

L'ingénieur conçoit un système à partir de modèles des différents équipements. Dans le cas idéal, ces modèles reflètent parfaitement le comportement du système réel. Mais pour un système aussi complexe qu'un réseau électrique, les sources d'erreur de modélisation sont nombreuses : approximations numériques, erreurs d'identification de paramètres, hypothèses de linéarité ou de conduction continue, ordre de troncature choisi pour la réduction de modèle, etc. Par exemple, lors de l'identification dynamique d'un système, un nombre fini de points de mesure est considéré ; ceci peut alors conduire à occulter certaines dynamiques critiques du point de vue du dimensionnement (par exemple, des résonances avec des largeurs de bande très étroites).

Citons aussi les approximations « fréquentielles » faites lors de l'établissement d'un modèle moyen de convertisseur, où seules les fréquences inférieures à la moitié de la fréquence de commutation des interrupteurs sont modélisées. Le modèle devient dès lors obsolète pour les plus hautes fréquences. Cependant, cette dernière approximation n'est généralement pas considérée comme étant un problème dans les études de stabilité. En général, les dynamiques très hautes fréquences sont négligées en électrotechnique. En effet, un filtre ayant pour but principal de filtrer les harmoniques rejetés par le convertisseur, sa fréquence de coupure sera choisie bien en dessous des fréquences de commutation. Les problèmes de stabilité venant souvent des interactions filtre – convertisseur, le concepteur pourra alors faire l'hypothèse qu'il n'est pas nécessaire de modéliser le comportement à plus haute fréquence.

Dans ce mémoire, nous choisissons de négliger les incertitudes de modélisation, et ne considérerons uniquement que des incertitudes liées à la conception.

2.2.2 Incertitudes de conception

Lors de la conception d'un équipement électrique aéronautique, son environnement de fonctionnement final n'est pas connu. Par exemple, le concepteur d'un équipement i ne connaît a priori pas la dynamique de la régulation d'un équipement j ni les paramètres de son filtre d'entrée ou de sortie. Ici encore, rappelons que la majorité des problèmes de stabilité des réseaux continus mentionnés dans la littérature proviennent des interactions filtre – convertisseur. Ainsi, dans ce mémoire, seules des incertitudes portant sur les paramètres des filtres du réseau continu sont modélisées, et la robustesse de la conception d'un équipement par rapport à ces incertitudes paramétriques est supposée être représentative de sa capacité d'intégration dans le réseau.

Suivant le domaine d'étude (temporel, algébrique ou fréquentiel), le formalisme utilisé pour la modélisation d'incertitudes paramétriques sera différent. Par exemple, dans le domaine temporel, le système linéaire sera modélisé sous forme d'état. Nous devons alors trouver un formalisme qui permette de modéliser l'ensemble des matrices d'état possibles suivant les incertitudes. Pour plus de clarté, nous choisissons de présenter la modélisation des incertitudes au fur et à mesure que les méthodes seront expliquées dans ce chapitre. Notons que dans la littérature, les incertitudes, paramétriques ou non, sont modélisées sous une forme dite « structurée » ou « non structurée », suivant que le modèle des incertitudes fasse apparaître une certaine structure ou non. Cette notion de structure sera explicitée dans la suite de ce chapitre. Nous allons maintenant

dresser un état de l'art des méthodes disponibles pour l'analyse dynamique des systèmes électriques, suivant la classification de la Figure 2.1.

3. Analyse nominale de stabilité

3.1 Analyse nominale de stabilité des systèmes non-linéaires

3.1.1 Stabilité au sens de Lyapunov : méthode directe

Ce théorème s'applique aussi bien aux systèmes linéaires qu'aux systèmes non-linéaires. Il est basé sur le fait que si l'énergie totale d'un système décroît avec le temps, alors ce système tend à se ramener vers un état d'équilibre stable. Il consiste donc à trouver une fonction représentative de l'énergie du système qui admet une dérivée temporelle négative. L'état d'équilibre $x = x_e$ est stable au sens de Lyapunov s'il existe une fonction continûment dérivable $V(.)$ telle que :

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & V(x) > 0, \forall x \neq x_e, \\ \text{(b)} \quad & \frac{d}{dt}V(x) < 0, \forall x \neq x_e, \end{aligned} \tag{équation 2.6}$$

x étant défini dans un voisinage du point d'équilibre. La fonction $V(.)$ est appelée fonction de Lyapunov, ou fonction d'énergie du système. Dans les réseaux Haute Tension classiques, la stabilité est souvent étudiée par cette méthode [PAI81, CHI95, KUN94]. Une application typique de ce théorème est le calcul de la stabilité d'angle interne d'un alternateur raccordé à un bus infini [KUN94]. Cette méthode peut aussi servir à estimer la stabilité d'un réseau en « temps réel » [TAN94]. La difficulté réside alors dans le choix d'une « bonne » fonction d'énergie, représentative de l'énergie stockée dans le réseau [SCH04]. Il semble enfin que l'analyse de stabilité par la méthode directe de Lyapunov prenne de l'intérêt dans les réseaux à base d'électronique de puissance depuis quelques années [BER01, BER02, GLO03, LOO05]. Retenons que la principale difficulté de la méthode consiste à trouver une fonction de Lyapunov adéquate.

3.1.2 Théorèmes de Brayton & Moser

3.1.2.1 *Théorie*

Au début des années 60, Brayton et Moser ont démontré trois théorèmes concernant la stabilité de circuits électriques non linéaires comprenant des résistances, inductances et capacités (réseaux RLC). Dans ces réseaux, le système d'équations différentielles peut être écrit sous la forme [BRA64a] :

$$\begin{aligned} L(i) \frac{di}{dt} &= \frac{\partial U(i, v)}{\partial i} \\ C(v) \frac{dv}{dt} &= -\frac{\partial U(i, v)}{\partial v} \end{aligned} \tag{équation 2.7}$$

La fonction $U(i,v)$ est appelée « mixed potential function » (ou potentiel mixte) dans la littérature, et peut être utilisée pour construire des fonctions de type fonction de Lyapunov [BRA64a, BRA64b, BRA64c] afin de démontrer la stabilité sous certaines conditions. B&M proposent une démarche systématique pour construire le potentiel mixte, ce qui constitue un avantage certain par rapport à la méthode directe de Lyapunov [BRA64a]. Chacun des théorèmes de B&M s'applique à différentes classes de non linéarités dans le système, par exemple des valeurs de capacités dépendant des tensions à leurs bornes, ou d'inductances dépendant des courants qui les traversent [JEL05a, JEL05b]. Le plus connu de ces théorèmes (appelé troisième théorème de B&M) est appliqué dans [BEL95] à l'analyse de stabilité d'un réseau DC constitué d'une source et de plusieurs ensembles filtre – convertisseurs.

3^{ème} théorème de Brayton & Moser :

Si $i=(i_1, \dots, i_r)$ représente les courants dans les inductances et $v=(v_{r+1}, \dots, v_{r+s})$ les tensions aux bornes des capacités dans le système, alors la fonction potentiel U peut s'exprimer par [BRA64a] :

$$U = U(i, v) = \int \sum_{\mu > r+s} v_{\mu} di_{\mu} + \sum_{\sigma=r+1}^{r+s} v_{\sigma} i_{\sigma} \quad \text{équation 2.8}$$

Il est possible en général d'exprimer $U(i,v)$ sous la forme* :

$$U = -\frac{1}{2}(i, Ai) + B(v) + (i, \gamma - a) \quad \text{équation 2.9}$$

Dans cette expression, $B(v)$ est la somme d'intégrales non linéaires, γ est une matrice de constantes et a un vecteur de constantes. Si les conditions suivantes sont vérifiées :

A est définie positive,

$B(v) + |\gamma| \xrightarrow{v \rightarrow \infty} \infty$,

$$\|K\| = \|L^{1/2}(i)A^{-1}\gamma C^{-1/2}(v)\| < 1$$

alors la stabilité Grands Signaux. est garantie.

*Remarque : si x et y sont deux vecteurs de dimension r , (x, y) est défini par : $(x, y) = \sum_{i=1}^r x_i y_i$ et la norme

matricielle est définie par : $\|K\| = \max \frac{(Kx, Kx)}{(x, x)}$.

3.1.2.2 Application

Soit le réseau suivant, constitué d'une source modélisée par une impédance (R,L) qui alimente un réseau continu via une capacité C. Le réseau est modélisé par une charge à puissance constante (Figure 2.2).

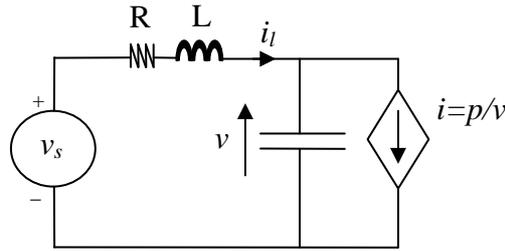


Figure 2.2 : source (R,L,C) alimentant une charge à puissance constante

Un potentiel mixte pour ce réseau est défini par l'équation 2.9:

$$U = -\frac{1}{2}Ri^2 + \int \frac{p}{v} dv + i(V_s - v) \quad \text{équation 2.10}$$

Par identification à l'équation 2.9, nous retrouvons les conditions d'application du théorème de B&M avec $A=R$, $B(v)$ la primitive de p/v $\gamma=-1$ et $a=-V_s$. La vérification des deux premières conditions du théorème de B&M est triviale et la troisième condition conduit à l'inégalité suivante :

$$\|K\| = \left\| -L^{1/2}R^{-1}C^{-1/2} \right\| < 1 \quad \text{équation 2.11}$$

ou encore :

$$\frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} < 1 \quad \text{équation 2.12}$$

Application numérique :

$R = 520\text{m}\Omega$, $L = 2,5\text{mH}$. La stabilité « Grands Signaux » est garantie pour $C > L/R^2$, soit une capacité minimum $C = 9,2\text{mF}$. Remarquons que le théorème donne une condition suffisante de stabilité : ainsi, le dimensionnement risque d'être conservatif.

3.1.3 Conclusion

Nous avons exposé le théorème de base pour l'analyse de stabilité nominale des systèmes non-linéaires, à savoir le théorème de Lyapunov. Or, il n'existe pas de méthode générique pour construire une fonction de Lyapunov, ce qui en fait son principal inconvénient [SCH04]. Les théorèmes de Brayton & Moser pallient à cette difficulté puisque ses auteurs donnent dans [BRA64a] une démarche générique de construction de la fonction potentiel pour les circuits de type (R, L, C). Notons que ces théorèmes n'ont été appliqués qu'aux réseaux continus. Dans des applications plus « réalistes », la source (par exemple) n'est généralement pas identifiable à de simples résistances ou inductances (linéaires ou non). Les dynamiques sont bien plus complexes, notamment de par le fait qu'une source DC fait intervenir un convertisseur AC/DC. Or, la possibilité d'appliquer les théorèmes de B&M aux réseaux mixtes AC/DC n'a jamais été évaluée à notre connaissance. De plus, la prise en compte de l'influence du contrôle est loin d'être simple [JEL05a, JEL05b]. En conclusion, cette méthode ne nous semble pas adaptée pour le dimensionnement dynamique d'un réseau continu.

3.2 Analyse nominale de stabilité des systèmes linéaires

3.2.1 Analyse de stabilité de systèmes linéaires par les méthodes algébriques

3.2.1.1 Théorie

Soit un système SISO défini par une fonction de transfert $F(p)$ sous sa forme polynomiale :

$$F(p) = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_1 p + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0}, n > m \quad \text{équation 2.13}$$

Soit le polynôme caractéristique de la fonction F :

$$A(p) = a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0 \quad \text{équation 2.14}$$

Construisons le tableau de Routh à partir des coefficients de F (équation 2.15):

a_n	a_{n-2}	a_{n-4}	\dots	\dots	0	équation 2.15
a_{n-1}	a_{n-3}	a_{n-5}	\dots	\dots	0	
c_1	c_2	c_3	\dots	\dots		
d_1	d_2	\dots	\dots			
\dots	\dots	\dots				

Avec : $c_1 = -\frac{\begin{vmatrix} a_n & a_{n-2} \\ a_{n-1} & a_{n-3} \end{vmatrix}}{a_{n-1}}$ $c_2 = -\frac{\begin{vmatrix} a_n & a_{n-4} \\ a_{n-1} & a_{n-5} \end{vmatrix}}{a_{n-1}}$ $d_1 = -\frac{\begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} \\ c_1 & c_2 \end{vmatrix}}{c_1}$ $d_2 = -\frac{\begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-5} \\ c_1 & c_3 \end{vmatrix}}{c_1}$

Le critère de Routh-Hurwitz s'énonce alors de la façon suivante [ZEL93] :

Critère de Routh :

Le nombre de pôles à partie réelle positive est donné par le nombre de changements de signe des termes de la première colonne du tableau (équation 2.15). Dans le cas où le tableau possède un élément nul dans la première colonne, alors :

- si la ligne correspondante contient un ou plusieurs éléments non nuls, $A(p)$ possède au moins une racine à partie réelle strictement positive.
- Si tous les éléments de la ligne sont nuls alors :
 - o soit $A(p)$ a au moins une paire de racines imaginaires pures (système oscillant)
 - o soit $A(p)$ possède une paire de racines réelles de signe opposé
 - o soit $A(p)$ possède quatre racines complexes conjuguées deux à deux et de parties réelles de signe opposé deux à deux.

Notons que cette méthode est très largement appliquée à l'étude de stabilité de systèmes électrotechniques. Elle a généralement l'avantage de déboucher sur l'obtention d'un critère de stabilité assez simple et facilement programmable [NGU08]. Ainsi, son utilisation pour la conception des systèmes électriques est assez appréciée des ingénieurs. Elle est par exemple utilisée pour tracer des domaines de stabilité dans le plan des paramètres d'un réseau d'avion dans [GIR08]. Cependant, il est utile de souligner un point faible : cette méthode ne traite que la stabilité et n'inclut aucune notion de performances.

3.2.1.2 *Application*

Reprenons l'exemple applicatif de la Figure 2.2. Les équations d'état sont données par les équations suivantes :

$$C \frac{dv}{dt} = is - \frac{p}{v}$$

équation 2.16

$$L \frac{di_l}{dt} = v_s - R.i_s - v$$

Remarquons que la charge est décrite par une expression non linéaire en v . Nous devons donc linéariser ces équations autour d'un point de fonctionnement, qui est choisi tel que $v_{eq} = 540V$ et $p_{eq} = 60kW$. L'équation de la charge est décrite par l'équation 2.17, l'indice « eq » désignant une valeur à l'équilibre et le symbole « Δ » des variations autour du point d'équilibre :

$$\Delta i = \Delta \left(\frac{p}{v} \right) = \frac{1}{v_{eq}} \Delta p - \frac{p_{eq}}{v_{eq}^2} \Delta v$$

équation 2.17

Le système est alors décrit par le système d'état suivant :

$$\begin{bmatrix} \dot{\Delta v} \\ \dot{\Delta i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{p_{eq}}{C.v_{eq}^2} & \frac{1}{C} \\ -1 & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta v \\ \Delta i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} \Delta p$$

équation 2.18

Le polynôme caractéristique de ce système est écrit comme suit :

$$F(p) = p^2 + \left(\frac{R}{L} - \frac{p_{eq}}{C.v_{eq}^2} \right) p + \left(\frac{1}{L.C} - \frac{R}{L} \cdot \frac{p_{eq}}{C.v_{eq}^2} \right)$$

équation 2.19

Le paramètre c_1 du tableau est donné par :

$$c_1 = \frac{-1}{a_1} \begin{vmatrix} a_2 & a_0 \\ a_1 & 0 \end{vmatrix} = \frac{-1}{a_1} \times (-a_0 \cdot a_1) = a_0$$

équation 2.20

Nous trouvons ainsi le tableau de Routh suivant :

$a_2 = 1$	$a_0 = \left(\frac{1}{L.C} - \frac{R}{L} \cdot \frac{p_{eq}}{C.v_{eq}^2} \right)$
$a_1 = \left(\frac{R}{L} - \frac{p_{eq}}{C.v_{eq}^2} \right)$	0
$c_1 = \frac{1}{L.C} - \frac{R}{L} \cdot \frac{p_{eq}}{C.v_{eq}^2}$	

équation 2.21

Suivant le critère de Routh, le système est stable en « Petits Signaux » si, et seulement si :

$$(a) \frac{R}{L} - \frac{p_{eq}}{C.v_{eq}^2} > 0 \Leftrightarrow C > \frac{L}{R} \cdot \frac{p_{eq}}{v_{eq}^2}$$

équation 2.22

$$(b) \frac{1}{L.C} - \frac{R}{L} \cdot \frac{P_{eq}}{C.v_{eq}^2} > 0 \Leftrightarrow R < \frac{v_{eq}^2}{P}$$

Application numérique :

$R = 520\text{m}\Omega$, $L = 2,5\text{mH}$, $p_{eq} = 60\text{kW}$, $v_{eq} = 540\text{V}$. L'équation 2.22(b) est vérifiée si $R < 4,86\Omega$, ce qui est une condition indépendante de la valeur de la capacité C et qui est largement vérifiée pour notre système. L'équation 2.22(a) en revanche donne une condition de stabilité dépendant de la capacité C . La stabilité « Petits Signaux » est ainsi garantie pour une capacité minimale $C = 989\mu\text{F}$. Remarquons que cette valeur est bien inférieure à celle trouvée par le théorème de Brayton & Moser. Nous expliquons ceci par le fait que la stabilité « Petits Signaux » (autour d'un point d'équilibre) est une condition *nécessaire mais non suffisante* de stabilité « Grands Signaux ». Ainsi, une analyse par une méthode linéaire donnera généralement une valeur de capacité plus faible qu'une méthode non-linéaire. Notons aussi que le théorème de B&M fournit en plus un résultat *conservatif*, puisqu'il ne donne qu'une condition *suffisante* de stabilité « Grands Signaux ».

3.2.1.3 Conclusion

Nous avons rappelé et appliqué la méthode très classique d'analyse de stabilité d'un système nominal par le critère de Routh. Cette méthode a l'avantage d'être simple et de présenter un critère de stabilité sous forme d'inégalité(s), ce qui est très pratique pour l'optimisation d'un système par des méthodes numériques [NGU08]. Par contre, cette méthode n'inclut aucune notion de performances (temps de réponse, amortissement...). Ainsi, nous ne pouvons pas garantir que les normes transitoires de tension seront respectées suite à son application. Ceci en fait son principal inconvénient.

3.2.2 **Analyse de stabilité de systèmes linéaires par les méthodes temporelles**

3.2.2.1 Théorie

Soit le système linéaire décrit par le système différentiel suivant :

$$\frac{d}{dt} x(t) = Ax(t), x \in R^n \tag{équation 2.23}$$

Le point d'équilibre candidat est $x = 0$.

Théorème de Lyapunov (1)

En prenant $V(x) = x^T Qx$ avec $Q = Q^T > 0$, la condition de stabilité s'écrit [SCH04]:

$$V(\dot{x}) = x^T (A^T Q + QA)x < 0 \Leftrightarrow A^T Q + QA < 0, \tag{équation 2.24}$$

ce qui signifie que toutes les valeurs propres de la matrice symétrique $A^T Q + QA$ sont strictement négatives.

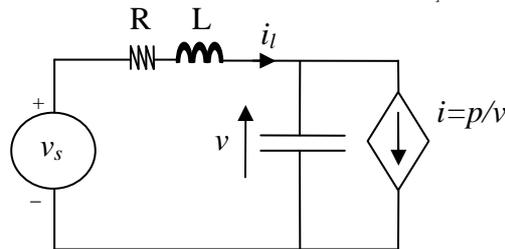
Théorème de Lyapunov (2)

Le système est stable si, et seulement si, les valeurs propres de A sont à partie réelle négative.

Notons que la fonction $V(.)$ est alors une fonction quadratique, c'est pourquoi on parle de stabilité quadratique. La stabilité quadratique de Lyapunov est équivalente au critère de stabilité classique de Lyapunov, qui énonce que le système est stable si et seulement si sa matrice d'état A a toutes ses valeurs propres à partie réelle négative. Lorsque la stabilité est étudiée par ce théorème, on parle souvent d'analyse modale.

3.2.2.2 Application

Nous reprenons l'exemple applicatif de la Figure 2.2, rappelé ci-dessous, en gardant les mêmes valeurs de $R = 520 \text{ m}\Omega$ et $L = 2,5 \text{ mH}$. Nous allons chercher la valeur de C telle que le système soit stable autour de son point d'équilibre défini par $p_{eq} = 60 \text{ kW}$ et $v_{eq} = 540 \text{ V}$.



L'équation d'état est donnée par l'équation 2.18, rappelée ci-dessous :

$$\begin{bmatrix} \dot{\Delta v} \\ \dot{\Delta i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{p_{eq}}{C \cdot v_{eq}^2} & \frac{1}{C} \\ -\frac{1}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta v \\ \Delta i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} \Delta P$$

Visualisons l'évolution des valeurs propres de la matrice d'état en fonction de la capacité C .

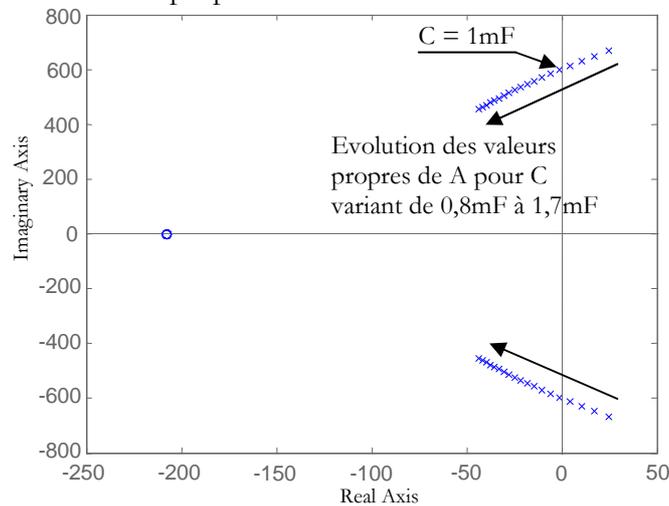


Figure 2.3 : Evolution des valeurs propres de la matrice d'état en fonction de la capacité C

Nous trouvons $C = 1 \text{ mF}$, c'est-à-dire la même valeur que celle qui a été obtenue par la méthode algébrique.

3.2.2.3 Conclusion

Des outils complets d'analyse modale ont été développés au sein du laboratoire. Ceux-ci permettent de lier les valeurs propres (ou modes) du système aux variables d'état (facteurs de participation) ou encore les termes de la matrice d'état aux modes du système (facteurs de sensibilité). Nous pouvons ainsi, dans une certaine mesure, associer le déplacement d'un mode à une variation paramétrique d'un composant du système [BAR05]. Ces méthodes sont alors d'une aide certaine pour choisir sur quels paramètres physiques du système le concepteur peut agir. Mais, bien que cette approche puisse paraître intéressante pour analyser l'influence d'un paramètre, elle ne donne pas véritablement d'indication sur la variation simultanée de plusieurs paramètres – et donc sur la robustesse d'un système. Par contre, elle peut être utilisée pour placer les pôles d'un système de façon à lui garantir un certain amortissement [SCH04] : nous pouvons donc inclure des notions de performance (même si nous ne montrons pas dans cette thèse comment traduire les normes en spécification sur le lieu des pôles). Cette méthode offre de ce fait des perspectives intéressantes. Le lecteur trouvera des exemples d'application dans [BAR05] et les fondements théoriques dans [KUN94].

Notons que nous avons choisi de ne pas inclure d'analyse de sensibilité ou de facteur de participation dans notre exemple. En effet, les pôles du système étant complexes conjugués, un paramètre aura la même influence sur les deux pôles du système : nous trouverons alors les mêmes facteurs de sensibilité et de participation pour les deux pôles. Cette analyse n'a donc aucun intérêt pour un exemple aussi simple. Le lecteur se référera à [BAR05] pour une application de cette analyse à des systèmes plus complexes. Notons aussi qu'il est possible de placer les pôles de façon à garantir un certain amortissement du système.

3.2.3 Analyse de stabilité des systèmes linéaires par les méthodes fréquentielles

Nous présentons ici des outils d'analyse très largement utilisés par les ingénieurs, car basées notamment sur des critères graphiques. Nous partirons du théorème de Nyquist et du critère du revers pour démontrer le critère de Middlebrook [MID76a], qui permet de garantir la stabilité d'un réseau à partir de critères sur des rapports d'impédance. Les ingénieurs électrotechniciens parlent souvent d'adaptation d'impédance pour désigner la stabilisation d'un réseau continu par cette méthode.

3.2.3.1 Les critères fréquentiels classiques

✓ *Le théorème de Nyquist (cas SISO)*

Soit le système SISO (« Single Input – Single Output ») suivant décrit par deux fonctions de transferts G_1 et G_2 :

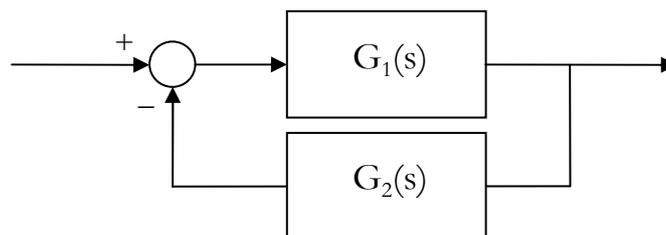


Figure 2.4 : Système bouclé

Théorème de Nyquist

Dans le cas où la fonction de transfert en boucle ouverte $FTBO = G_1 * G_2$ ne possède pas de pôles imaginaires purs, le système bouclé SISO représenté sur la figure ci-dessus est stable si et seulement si le tracé de la fonction de transfert en BO, $FTBO(j\omega)$, dans le plan complexe quand ω évolue entre 0 et l'infini ne passe pas par le point (-1,0) et l'encercle (dans le sens inverse des aiguilles d'une montre) un nombre de fois égal au nombre de pôles instables de $FTBO(j\omega)$.

Ce théorème est le plus souvent utilisé dans le cas simplifié où FTBO constitue un système stable. On parle alors de critère du revers.

✓ *Un cas particulier du théorème de Nyquist : le critère du revers*

Critère du Revers

Si FTBO est un système stable, il suffit de vérifier que lorsque l'on parcourt le lieu de la BO quand ω croît, le tracé de $FTBO(j\omega)$ laisse le point (-1,0) sur sa gauche pour garantir la stabilité du système bouclé. Si, en plus, le tracé de $FTBO(j\omega)$ ne coupe jamais le cercle de centre 0 et de rayon 1 (ce qui revient à dire que le système a une marge de phase infinie), le critère se résume à : $\forall \omega \quad |FTBO(j\omega)| < 1$

Nous voyons que seule l'étude du *gain* de la FTBO est alors nécessaire. Ceci est l'idée de base du critère de Middlebrook.

3.2.3.2 Le critère de Middlebrook

✓ *Le critère original*

Soient deux systèmes 1 et 2, stables indépendamment l'un de l'autre, et connectés en série (Figure 2.5). Z_s est l'impédance de sortie du système 1, Z_i l'impédance d'entrée du système 2.

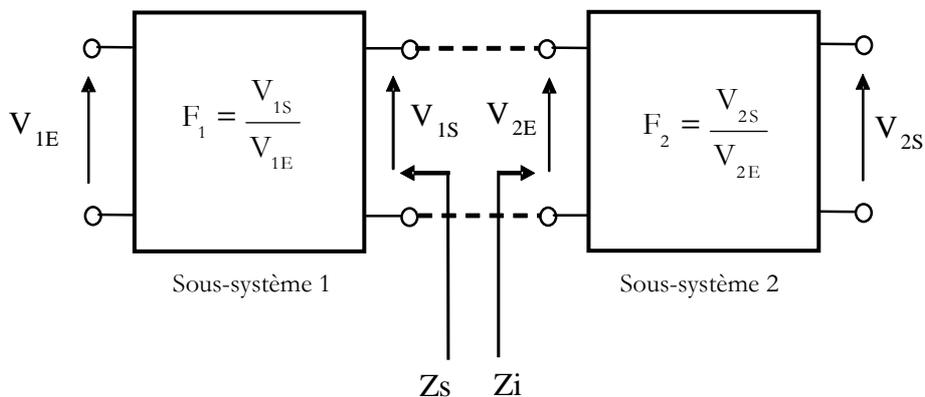


Figure 2.5 : Interconnexion série de deux sous-systèmes

Critère de Middlebrook [MID76a, MID76b]

Une condition *suffisante* de stabilité du système complet est :

$$\forall \omega \quad |T(j\omega)| = \left| \frac{Z_s}{Z_i}(j\omega) \right| < 1 \quad \text{équation 2.25}$$

Ce critère est classiquement utilisé pour l'étude des interactions filtre – convertisseur [JAN92, LEW89, LOU99]. Il peut être démontré par l'application du théorème de Nyquist au transfert suivant (Voir en Annexe 3):

$$1 + T(j\omega) = 1 + \frac{Z_s}{Z_i}(j\omega) \quad \text{équation 2.26}$$

Le critère de Middlebrook permet de réduire l'étude de stabilité aux seules amplitudes des impédances, ce qui en fait un critère de dimensionnement très facilement exploitable. Dans le plan complexe, il revient à placer le transfert T dans le cercle de centre 0 et de rayon 1, et donc à imposer une marge de phase infinie au rapport d'impédance. L'inconvénient principal de ce critère est son conservatisme, puisqu'il ne fournit qu'une condition suffisante de stabilité. Afin de réduire le conservatisme de l'approche, de nombreux critères de Middlebrook « modifiés » ont été proposés dans la littérature, par exemple en réduisant la marge de phase [SUD00, LIU07]. Ces critères sont résumés sous la forme d'un tableau dans [ZHA04].

Remarquons de plus que le critère est le plus souvent énoncé sous la forme suivante, définissant un rapport entre l'impédance de source et l'impédance de charge « très inférieur à » 1 :

$$\forall \omega \quad |T(j\omega)| = \left| \frac{Z_s}{Z_i}(j\omega) \right| \ll 1 \quad \text{équation 2.27}$$

Cette notion, certes très imprécise de « très inférieur à », fait apparaître la nécessité d'inclure une marge de gain au critère, nécessité qui sera là encore prise en compte uniquement dans les critères qui lui sont postérieurs [ZHA04].

Le critère, tel que nous venons de l'expliquer, s'applique au cas où seul un sous-système charge est connecté à un sous-système source. Etudions désormais la stabilité d'un sous-système source connecté à plusieurs autres en parallèle, typiquement une source qui alimente plusieurs charges en parallèle.

✓ *Généralisation du critère de Middlebrook*

○ *Généralisation directe du critère de Middlebrook au cas de plusieurs charges en parallèle*

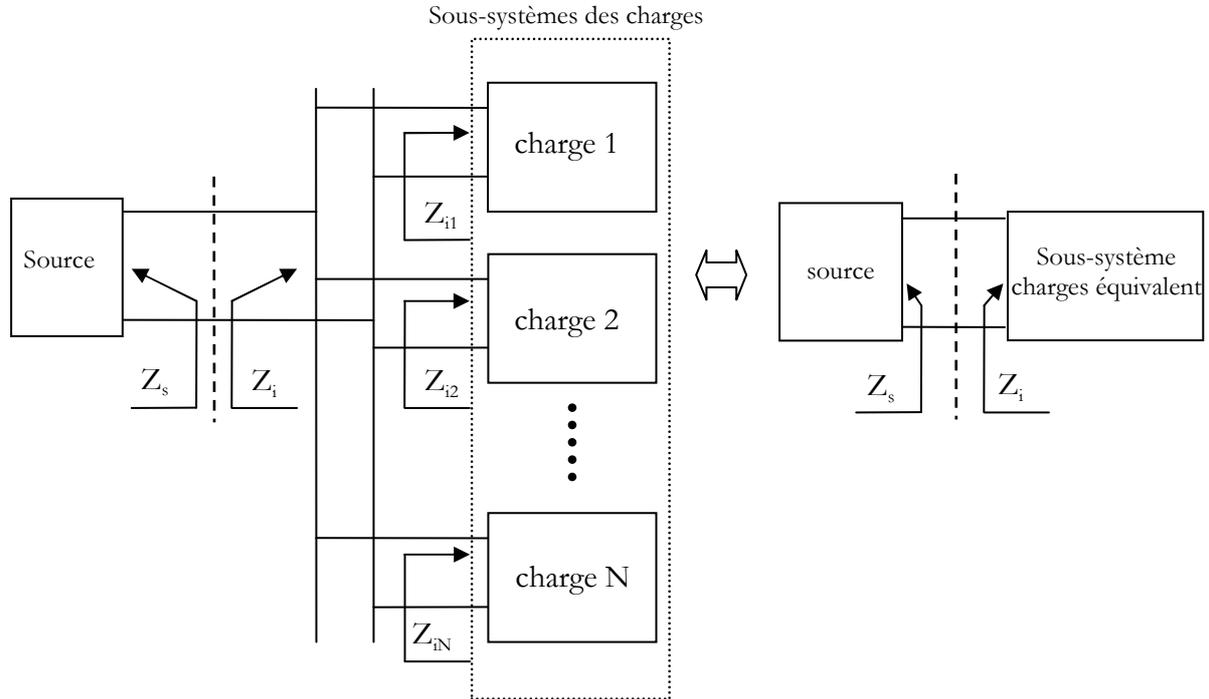


Figure 2.6 : Réseau comprenant une source et plusieurs charges

La relation entre l'impédance Z_i et les impédances Z_{ik} est donnée par :

$$Z_i = Z_{i1} // Z_{i2} // \dots // Z_{in} = \left(\frac{1}{Z_{i1}} + \frac{1}{Z_{i2}} + \dots + \frac{1}{Z_{in}} \right)^{-1} \quad \text{équation 2.28}$$

La stabilité de ce système est alors donnée par les racines du transfert suivant :

$$F = 1 + T' = 1 + \frac{Z_s}{Z_i} = 1 + \sum \frac{Z_s}{Z_{ik}} \quad \text{équation 2.29}$$

L'application directe du critère du revers revient alors à étudier le module de la somme des rapports d'impédance $\left| \sum Z_s / Z_{ik} \right|$. Dans une démarche de conception, où l'on cherche à adapter chacune des impédances d'entrée des charges, cette étude peut s'avérer très complexe car trop de paramètres sont à étudier simultanément. Il est plus pratique d'étudier chacun des rapports $\left| Z_s / Z_{ik} \right|$. Par souci de simplicité, nous ne considérerons dans la suite que le cas particulier où deux charges sont connectées en parallèle ($n=2$). Nous avons ainsi :

$$\left| \frac{Z_s}{Z_i} \right| = \left| \frac{Z_s}{Z_{i1}} + \frac{Z_s}{Z_{i2}} \right| \leq \left| \frac{Z_s}{Z_{i1}} \right| + \left| \frac{Z_s}{Z_{i2}} \right| \quad \text{équation 2.30}$$

En prenant les deux conditions suivantes, nous garantissons alors le respect du théorème du revers :

$$\begin{cases} \left| \frac{Z_s}{Z_{i1}} \right| < 1/2 \\ \left| \frac{Z_s}{Z_{i2}} \right| < 1/2 \end{cases} \quad \text{équation 2.31}$$

Ainsi, l'application d'un critère sur chacune des impédances des charges permet de garantir la stabilité du système lors de la mise en parallèle de ces charges. Ceci revient en fait à découpler les charges entre elles, de façon à pouvoir les concevoir indépendamment l'une de l'autre. Cependant, ce critère ne permet pas de différencier la conception de charges de puissances très différentes, ce qui peut conduire à des analyses très conservatives [ZHA04]. Il est néanmoins possible d'affiner l'analyse en tenant compte des niveaux de charge en considérant par exemple les critères suivants :

$$\begin{cases} \left| \frac{Z_s}{Z_{i1}} \right| < 1/2 \cdot \frac{P_1}{P_1 + P_2} \\ \left| \frac{Z_s}{Z_{i2}} \right| < 1/2 \cdot \frac{P_2}{P_1 + P_2} \end{cases} \quad \text{équation 2.32}$$

Le critère de Middlebrook est toujours vérifié puisque :

$$\left| \frac{Z_s}{Z_i} \right| \leq \left| \frac{Z_s}{Z_{i1}} \right| + \left| \frac{Z_s}{Z_{i2}} \right| < 1 \quad \text{équation 2.33}$$

Notons que nous avons considéré seulement une condition sur les gains des rapports d'impédances du système, ce qui correspond –on l'a vu– à une marge de phase infinie. D'autres critères tenant compte de marges de phase et de gains plus fines sont également définis pour les systèmes à plusieurs charges [ZHA04]. La difficulté est de lier les marges de stabilité sur chacune des impédances Z_s/Z_{ik} et la marge de stabilité sur le rapport Z_s/Z_i . Dans le paragraphe suivant, une de ces méthodes est décrite.

- Prise en compte de marges de stabilité dans le cas de plusieurs charges en parallèle

Soit la condition suivante sur chacun des rapports d'impédance [FEN02] :

$$\operatorname{Re} \left(\frac{Z_s}{Z_{ik}} \right) > -\frac{1}{2} \frac{P_k}{P_{totale}}, \quad P_{totale} = \sum_j P_j \quad \text{équation 2.34}$$

Nous avons alors :

$$\operatorname{Re} \left(\frac{Z_s}{Z_i} \right) = \operatorname{Re} \left(\sum_k \frac{Z_s}{Z_{ik}} \right) = \sum_k \operatorname{Re} \left(\frac{Z_s}{Z_{ik}} \right) \quad \text{équation 2.35}$$

et donc :

$$\operatorname{Re} \left(\frac{Z_s}{Z_i} \right) > -\frac{1}{2} \underbrace{\sum_k \frac{P_k}{P_{totale}}}_{=1} = -\frac{1}{2} \quad \text{équation 2.36}$$

Ainsi, une spécification sur chacun des rapports d'impédance mène clairement à une spécification sur le système global interconnecté. Les marges de stabilité garanties pour le système complet sont données sur la figure suivante :

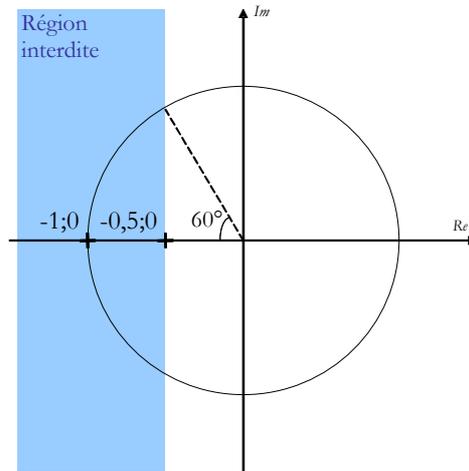


Figure 2.7 : Performances obtenues au niveau système par le critère de l'équation 2.34

La région interdite coupe l'axe réel en $(-1/2 ; 0)$, la marge de gain est donc de 6dB. De plus, une marge de phase de 60° est garantie. Enfin, notons que par cette méthode, une marge de module de 6dB est également garantie. Ainsi, des marges de stabilité satisfaisantes sont garanties et ces spécifications tiennent aussi compte des différents niveaux de puissance des charges.

3.2.3.3 Application

Reprenons l'exemple que nous avons considéré jusqu'à présent, à savoir l'étude de stabilité du réseau de la Figure 2.8. Nous prenons toujours $R = 520\text{m}\Omega$ et $L = 2,5\text{ mH}$. Nous allons appliquer le critère de Middlebrook à ce réseau. Nous cherchons à calculer la capacité C telle que le système soit stable.

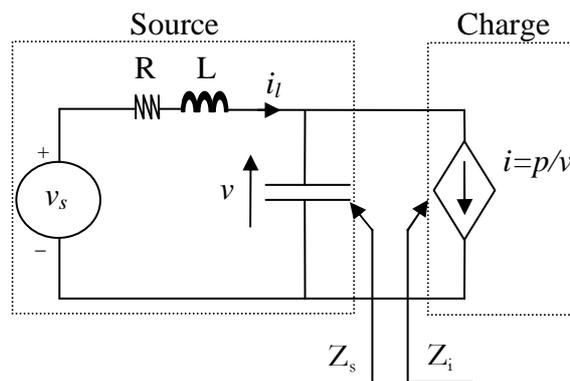


Figure 2.8 : Réseau d'étude

Calculons l'impédance d'entrée de la charge par l'équation suivante:

$$\delta p = \delta(v.i) = v_{eq} \cdot \delta i + \delta v \cdot i_{eq} \quad \text{équation 2.37}$$

avec δ une petite variation de la variable d'état et l'indice « eq » désignant une valeur à l'équilibre. L'impédance d'entrée de la charge autour du point d'équilibre est alors donnée par :

$$Z_i = \frac{\delta v}{\delta i} = -\frac{v_{eq}^2}{P} \quad \text{équation 2.38}$$

avec $v_{eq}=540V$ et $P=60kW$. Nous constatons ici que l'impédance d'entrée d'une charge à puissance constante est une résistance négative. L'impédance de sortie de la source est donnée par :

$$Z_s(p) = \frac{-(R + L.p)}{L.C.p^2 - R.C.p + 1} \quad \text{équation 2.39}$$

Comparons maintenant les impédances Z_i et Z_s sur la Figure 2.9. L'impédance de sortie de la source est tracée pour différentes valeurs de capacités C , de 0,5mF à 1,7mF par pas de 0,2mF. Le critère de Middlebrook est vérifié lorsque $Z_s < Z_i$ (Figure 2.9).

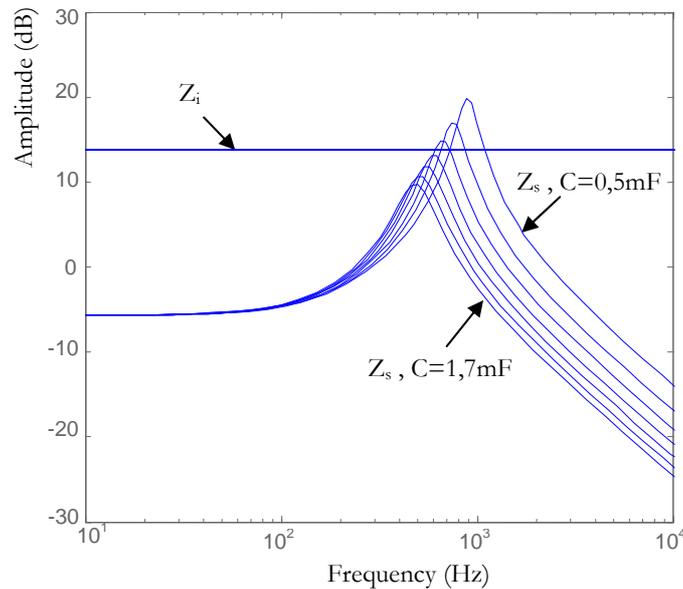


Figure 2.9 : Tracé des impédances Z_i et Z_s

D'après le critère de Middlebrook, une valeur de capacité $C=1mF$ garantit la stabilité du système. Nous voyons que cette valeur est très proche de celle trouvée par les autres méthodes linéaires (méthodes algébrique et temporelle, qui sont des conditions nécessaires et suffisantes de stabilité). Ainsi, sur cet exemple, bien que le critère de Middlebrook soit seulement une condition suffisante de stabilité, il n'apporte pas de conservatisme dans le dimensionnement du réseau. Voyons maintenant quelle est la capacité C à choisir pour vérifier les marges de stabilité décrites sur la Figure 2.7. La Figure 2.10 montre que les marges sont vérifiées pour $C = 2,1mF$.

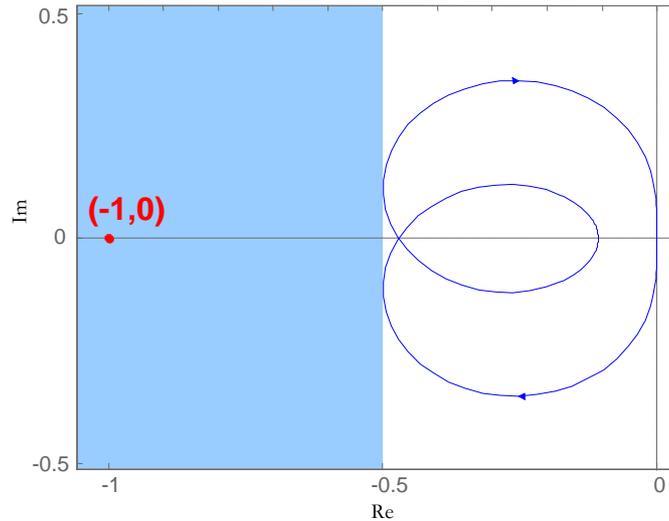


Figure 2.10 : Vérification du critère de Nyquist pour le rapport Z_s/Z_i et $C = 2,1\text{mF}$

Ce critère permet de garantir une marge de robustesse satisfaisante (6dB) au système. Cependant, la phase du rapport d'impédance doit être étudiée et l'analyse perd donc la simplicité du critère de Middlebrook (qui permet de n'étudier que le gain).

3.2.3.4 Conclusion sur le(s) critère(s) de Middlebrook

Le critère de Middlebrook est largement utilisé dans la littérature pour le dimensionnement dynamique de réseaux continus. Il permet de garantir la stabilité d'un système à partir de l'étude du seul gain des impédances des sous-systèmes du réseau. Cependant, il ne garantit pas de marge de gain ou de marge de module. Ainsi, le système pourra en théorie être dimensionné à la limite de la stabilité, et ce malgré une marge de phase infinie. Ceci explique pourquoi de nombreux critères postérieurs ont été développés, de façon à inclure des marges de dimensionnement supplémentaires, comme une marge de gain. Nous avons présenté et démontré l'un d'entre eux. Pour en trouver d'autres, le lecteur pourra se référer à [ZHA04], où un état de l'art présente l'ensemble des méthodes disponibles.

Les méthodes présentées permettent de garantir la stabilité du système complet par une spécification sur chacun des sous-systèmes. Ce critère répond donc au problème de l'intégration de sous-systèmes tel que nous l'avons posé dans le Chapitre 1. Par contre, il n'est pas possible de faire le lien entre les marges de stabilité obtenues au niveau « Système » (Figure 2.7) et les normes transitoires de tension que nous avons données au Chapitre 1. Il n'est donc pas possible en l'état actuel de la méthode, de garantir le respect de normes transitoires de tension (à moins bien sûr de considérer de très grandes marges de stabilité, ce qui se traduirait par un dimensionnement très conservatif). Ceci est un inconvénient majeur de la méthode.

4. Analyse de robustesse en stabilité

4.1 Analyse de robustesse en stabilité par méthode algébrique

4.1.1 Théorie

Le théorème de Kharitonov permet d'étudier la stabilité d'un système soumis à des incertitudes paramétriques sur les coefficients de sa fonction de transfert [YEU87]. Soit $F(p)$ une fonction de transfert dont les coefficients sont définis par des intervalles caractérisant leur dispersion :

$$F(p) = \frac{N(p)}{D(p)} = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_1 p + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0}, n > m, \text{ avec :}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} b_m \in [b_m^-; b_m^+] \\ b_{m-1} \in [b_{m-1}^-; b_{m-1}^+] \\ \dots \\ b_1 \in [b_1^-; b_1^+] \\ b_0 \in [b_0^-; b_0^+] \end{array} \right. \text{ et } \left\{ \begin{array}{l} a_m \in [a_m^-; a_m^+] \\ a_{m-1} \in [a_{m-1}^-; a_{m-1}^+] \\ \dots \\ a_1 \in [a_1^-; a_1^+] \\ a_0 \in [a_0^-; a_0^+] \end{array} \right. \quad \text{équation 2.40}$$

Le théorème de Kharitonov s'énonce de la façon suivante :

Théorème de Kharitonov :

Soit la famille de polynômes caractéristiques :

$$P(p; a_0, a_2, \dots; a_1, a_3, \dots) = a_m p^m + a_{m-1} p^{m-1} + \dots + a_1 p + a_0 \quad \text{équation 2.41}$$

où les a_i sont les valeurs perturbées et bornées par :

$$\underline{a}_i < a_i < \overline{a}_i, \text{ avec } a_i > 0, i = 0, 1, \dots, m$$

La famille de polynômes est stable *si et seulement si* les quatre polynômes suivants sont stables (i.e. vérifient le critère de Routh) :

$$P(p, E_1, O_1) = \overline{a}_0 + \overline{a}_1 p + \underline{a}_2 p^2 + \underline{a}_3 p^3 + \overline{a}_4 p^4 + \overline{a}_5 p^5 + \dots$$

$$P(p, E_1, O_2) = \overline{a}_0 + \underline{a}_1 p + \underline{a}_2 p^2 + \overline{a}_3 p^3 + \overline{a}_4 p^4 + \underline{a}_5 p^5 + \dots$$

$$P(p, E_2, O_1) = \underline{a}_0 + \overline{a}_1 p + \overline{a}_2 p^2 + \underline{a}_3 p^3 + \underline{a}_4 p^4 + \overline{a}_5 p^5 + \dots$$

$$P(p, E_2, O_2) = \underline{a}_0 + \underline{a}_1 p + \overline{a}_2 p^2 + \overline{a}_3 p^3 + \overline{a}_4 p^4 + \underline{a}_5 p^5 + \dots$$

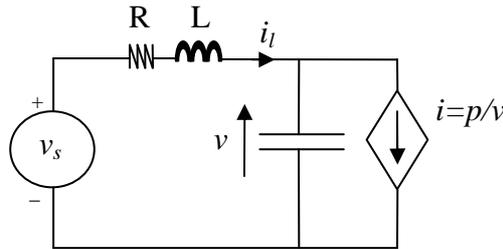
où E_1, E_2, O_1 et O_2 représentent respectivement les ensembles $\{\overline{a}_0, \underline{a}_2, \overline{a}_4, \underline{a}_6, \dots\}$, $\{\underline{a}_0, \overline{a}_2, \underline{a}_4, \overline{a}_6, \dots\}$, $\{\overline{a}_1, \underline{a}_3, \overline{a}_5, \underline{a}_7, \dots\}$, $\{\underline{a}_1, \overline{a}_3, \underline{a}_5, \overline{a}_7, \dots\}$.

Notons que le théorème de Kharitonov s'applique dans le cas de paramètres a_i et b_j indépendants entre eux. Cependant, ces coefficients sont calculés à partir des variations paramétriques du système ; ils sont donc des combinaisons de ces paramètres. Ainsi, en pratique,

les coefficients a_i peuvent ne pas être indépendants les uns des autres. L'analyse par le théorème de Kharitonov nécessite donc en général de prendre en compte un plus grand nombre de combinaisons paramétriques pour les coefficients a_i et b_j qu'il n'en existe en réalité. L'analyse de stabilité sera alors en général *conservative*. Le lecteur trouvera une démonstration de ce théorème dans [YEU87] et son application à l'étude de stabilité d'un hacheur en conduction continue dans [GAR02].

4.1.2 Application

Reprenons l'exemple de la Figure 2.2, rappelé ci-dessous :



Nous allons considérer des incertitudes de **10%** sur chacun des paramètres (R,L) de la source autour de leur valeur nominale $R_{nom} = 520\text{mOhms}$ et $L_{nom} = 2,5\text{mH}$. R et L sont définis tels que :

$$R \in [R_{min}; R_{max}] \quad L \in [L_{min}; L_{max}]$$

Nous allons chercher la capacité C minimale telle que le système soit stable quels que soient les paramètres de source dans les intervalles définis. Autrement dit, nous évaluons la robustesse en stabilité du système soumis à des incertitudes paramétriques. Rappelons l'expression du polynôme caractéristique du système linéarisé autour d'un point d'équilibre :

$$F(p) = p^2 + \left(\frac{R}{L} - \frac{P_{eq}}{C \cdot v_{eq}^2} \right) p + \left(\frac{1}{L \cdot C} - \frac{R}{L} \cdot \frac{P_{eq}}{C \cdot v_{eq}^2} \right) \quad \text{équation 2.42}$$

Ce polynôme est de la forme : $F(p) = a_2 p^2 + a_1 p + a_0$. Pour appliquer le théorème de Kharitonov, il faut évaluer les valeurs minimum et maximum de a_0 , a_1 et a_2 . Nous voyons alors apparaître une difficulté dans l'application du théorème. En effet, les paramètres R et L apparaissent plusieurs fois dans l'expression de a_0 . Il n'est donc généralement pas aisé de trouver « à la main » la valeur minimale ou maximale des coefficients a_i et ce pour un problème qui est relativement simple, à savoir la robustesse en stabilité d'un système d'ordre 2 soumis à seulement 2 incertitudes paramétriques ! Cependant, le problème est simplifiable dans le cas d'étude présent. En effet, l'équation 2.22(b) est largement vérifiée pour n'importe quelle valeur de $R \in [R_{min}; R_{max}]$ et seule l'équation 2.22(a) peut être prise en compte. D'après l'équation 2.22, le critère de Routh est vérifié si, et seulement si, l'inégalité suivante est vérifiée :

$$\frac{R}{L} - \frac{P_{eq}}{C \cdot v_{eq}^2} > 0 \Leftrightarrow C > \frac{L}{R} \cdot \frac{P_{eq}}{v_{eq}^2} \quad \text{équation 2.43}$$

et ce quelle que soit la valeur de a_0 (a_2 est fixe et vaut 1). Le théorème de Kharitonov revient donc ici à vérifier le critère de Routh pour la valeur minimale et maximale de a_1 . Autrement dit, le système est robuste en stabilité si, et seulement si les deux inégalités suivantes sont vérifiées :

$$C > \frac{L_{\max}}{R_{\min}} \cdot \frac{P_{eq}}{v_{eq}^2} \qquad C > \frac{L_{\min}}{R_{\max}} \cdot \frac{P_{eq}}{v_{eq}^2}$$

Application numérique :

En reprenant les valeurs de paramètres que nous avons définies plus haut, nous obtenons :

$$C > 1200 \mu F \qquad C > 809 \mu F$$

Autrement dit, le système est robuste en stabilité (en « Petits Signaux ») aux incertitudes de 10% sur R et L si, et seulement si, **C > 1200 μF**.

4.1.3 Conclusion

Nous avons proposé une analyse de robustesse en stabilité à des incertitudes paramétriques à partir du théorème de Kharitonov. Puisque des incertitudes de conception peuvent être considérées, le problème de l'intégration de sous-systèmes peut (théoriquement) être traité avec cette méthode. Cependant, nous avons vu que son utilisation peut être relativement complexe, même pour une analyse de robustesse sur un système simple, quand il s'agit de calculer les valeurs minimales et maximales des coefficients du polynôme caractéristique. Par ailleurs, aucune notion de performance n'est présente dans l'analyse par le théorème de Kharitonov. Enfin, notons que les résultats peuvent être conservatifs. Cette méthode n'est donc selon nous pas vraiment adaptée pour le dimensionnement dynamique d'un réseau électrique.

4.2 Analyse de robustesse en stabilité par le théorème de Lyapunov

Ce document ne prétend pas étudier de façon exhaustive la robustesse d'un système par le théorème de Lyapunov - problème qui a donné lieu à de nombreuses publications récemment - mais plutôt décrire succinctement le principe d'étude en donnant un théorème et son application. Le lecteur trouvera des compléments dans [SCH04].

4.2.1 Théorie

Soit le système suivant soumis à des incertitudes paramétriques :

$$\frac{d}{dt} x(t) = A(\delta).x(t) \qquad \text{équation 2.44}$$

Supposons que dans l'équation ci-dessus, $A(\delta)$ est une fonction affine du vecteur de paramètres incertains δ . Il existe alors des matrices réelles A_0, A_1, \dots, A_p toutes de dimension $n \times n$, telles que :

$$A(\delta) = A_0 + \delta_1.A_1 + \dots + \delta_p.A_p, \qquad \text{équation 2.45}$$

avec $\delta \in \Delta$. Supposons que l'ensemble Δ des incertitudes soit convexe et corresponde avec l'enveloppe convexe (c'est-à-dire l'ensemble convexe le plus petit) d'un ensemble fini $\Delta_0 \subset \mathfrak{R}^p$. Avec ces hypothèses sur A et Δ , le théorème suivant peut être appliqué [SCH04].

Théorème

Si $A(\cdot)$ est une fonction affine et $\Delta = \text{conv}(\Delta_0)$ avec $\Delta_0 \subset \mathfrak{R}^p$, alors le système est stable si et seulement si il existe $K = K^T > 0$ telle que :

$$\forall \delta \in \Delta_0, \quad A(\delta)^T \cdot K + K \cdot A(\delta) < 0 \quad \text{équation 2.46}$$

Autrement dit, l'ensemble Δ étant convexe, la stabilité est conditionnée par l'existence d'une unique fonction $K = K^T > 0$ qui vérifie l'équation 2.46 « aux coins » de l'ensemble convexe Δ (ces « coins » étant définis par l'ensemble fini Δ_0). L'inégalité définie dans l'équation 2.46 est appelée LMI (pour Linear Matrix Inequality).

4.2.2 Application

Reprenons à nouveau notre exemple. Nous cherchons la capacité C telle que le système soit robuste en stabilité aux incertitudes de 10% sur la résistance R et l'inductance L du système décrit par l'équation 2.18. La matrice d'état $A(\delta)$ est donnée par :

$$A(\delta) = \begin{bmatrix} \frac{p_{eq}}{C \cdot v_{eq}^2} & \frac{1}{C} \\ -1 & -(R_{nom} + \delta_r) \\ \frac{1}{L_{nom} + \delta_l} & \frac{-(R_{nom} + \delta_r)}{L_{nom} + \delta_l} \end{bmatrix} \quad \text{équation 2.47}$$

Avec $\delta_l \in [-0,1 \cdot L_{nom}; 0,1 \cdot L_{nom}]$ et $\delta_r \in [-0,1 \cdot R_{nom}; 0,1 \cdot R_{nom}]$ les incertitudes sur R et L . L_{nom} et R_{nom} sont les valeurs nominales de L et R et valent respectivement 2,5mH et 520mΩ. Nous voyons bien ici que la matrice $A(\delta)$ n'est pas une fonction affine du vecteur de paramètres incertains $\delta = (\delta_l, \delta_r)$. Nous réécrivons alors les coefficients de la matrice $A(\delta)$ sous la forme :

$$A(\delta') = \begin{bmatrix} \frac{p_{eq}}{C \cdot v_{eq}^2} & \frac{1}{C} \\ a_{21} + \delta_1 & a_{22} + \delta_2 \end{bmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \end{pmatrix} \in \Delta = [-40,4; 40,4] \times [-42; 42] \quad \text{équation 2.48}$$

Avec $a_{21} = 404$, $a_{22} = 212,2$ et $\delta' = (\delta_1, \delta_2)$. Ainsi, nous pouvons décomposer la matrice $A(\delta')$ sous la forme :

$$A(\delta') = \begin{bmatrix} \frac{p_{eq}}{C \cdot v_{eq}^2} & \frac{1}{C} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \delta_1 + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \delta_2, \quad \text{équation 2.49}$$

$A(\delta')$ est une fonction affine du vecteur de paramètres incertains $\delta' = (\delta_1, \delta_2)$. Le système est ainsi sous la forme de l'équation 2.45 nécessaire pour l'application du théorème d'analyse de robustesse en stabilité.

Remarque : La description des incertitudes donnée dans l'équation 2.48 revient à considérer que l'incertitude δ_2 est indépendante de δ_1 . Or, ces deux incertitudes sont toutes les deux liées à l'inductance L . Ainsi, nous analysons un système soumis à « plus d'incertitude » qu'il ne l'est en réalité. L'analyse est donc nécessairement conservative dans ce cas-ci.

Puisque $\Delta = \text{conv}(\Delta_0)$ avec $\Delta_0 = \{\delta^1, \dots, \delta^N\}$ les $N = 2^2 = 4$ points « extrêmes » du domaine balayé par les incertitudes, le système est robuste en stabilité si le système de 4 inégalités matricielles (LMI) suivant a une solution K :

$$K > 0, \quad A(\delta^j)^T . K + K . A(\delta^j) < 0, \quad j = 1, \dots, 4 \quad \text{équation 2.50}$$

Ou encore :

$$\begin{bmatrix} A(\delta^1)^T . K + K . A(\delta^1) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A(\delta^2)^T . K + K . A(\delta^2) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A(\delta^3)^T . K + K . A(\delta^3) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A(\delta^4)^T . K + K . A(\delta^4) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -K \end{bmatrix} < 0$$

équation 2.51

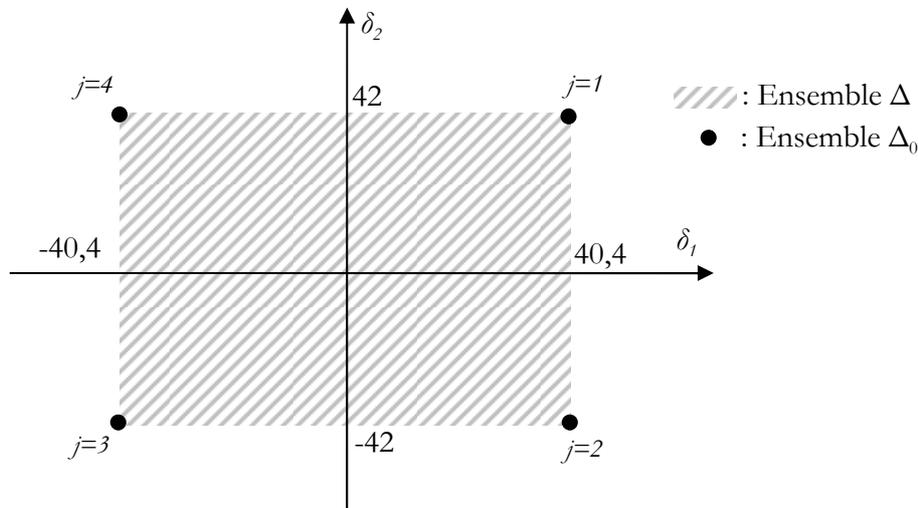


Figure 2.11 : Domaine des incertitudes et ses « points extrêmes »

Nous résolvons le système de LMI de l'équation 2.50 à l'aide de la LMI Toolbox de Matlab, et ce pour différentes valeurs de capacité C . Le système a une solution quand $C > 2\text{mF}$. Rappelons que le résultat donné par le théorème de Kharitonov est $C > 1,2\text{mF}$. Nous voyons bien que la mise sous forme affine de la matrice d'état conduit à un conservatisme relativement important, puisque $2\text{mF} \gg 1,2\text{mF}$.

4.2.3 Conclusion

Une analyse de robustesse par méthode temporelle a été proposée. Notons, bien que nous ne l'ayons pas montré, que des notions de performance peuvent être incluses, comme par exemple un certain amortissement. Le lecteur se référera à [SCH04] pour plus de détails. Ainsi, cette méthode mérite de retenir notre attention pour la conception d'un réseau sous critères dynamiques.

4.3 Analyse de robustesse en stabilité et en performance dans le domaine fréquentiel

Nous allons expliquer maintenant les méthodes fréquentielles d'analyse de robustesse en stabilité et en performance. Le lecteur se reportera à l'Annexe 4, où sont donnés les outils théoriques nécessaires à la compréhension des développements suivants. Nous y présentons notamment les outils mathématiques nécessaires à l'analyse des systèmes dynamiques multivariables (MIMO) dans le domaine fréquentiel, comme la notion de valeur singulière ou encore la définition des normes matricielles utilisées dans la suite [SCH01, SKO05].

4.3.1 Analyse de robustesse par le théorème des petits gains

4.3.1.1 Théorème des petits gains

Le théorème des petits gains constitue la base théorique pour l'analyse de la robustesse [KAN96, SKO05, ZIN05, SAM01]. Considérons le système bouclé suivant, où L_1 et L_2 sont des systèmes linéaires MIMO stables et connus :

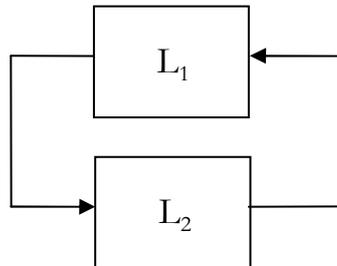


Figure 2.12 : Système MIMO bouclé, L_1 et L_2 connus

Théorème des petits gains, version 1

Une condition *suffisante* de stabilité de la boucle fermée de la Figure 2.12, où L_1 et L_2 sont connus et stables, est :

$$\forall \omega \quad \|L_1(j\omega)L_2(j\omega)\|_{\infty} < 1 \Rightarrow \forall \omega \quad \|L_1(j\omega)\|_{\infty} \|L_2(j\omega)\|_{\infty} < 1 \quad \text{équation 2.52}$$

Ce théorème traite le problème initialement proposé, à savoir la stabilité d'une boucle comprenant deux sous-systèmes parfaitement connus. Dès lors que l'on étudie la stabilité pour une famille de modèles linéaires MIMO (M, Δ) complète, c'est-à-dire pour *toutes* les matrices de fonctions de transfert stables Δ telles que $\|\Delta\|_{\infty} \leq \beta$, $\beta > 0$, la condition devient aussi nécessaire (Figure 2.13). La matrice Δ est alors *inconnue* (mais bornée en norme) :

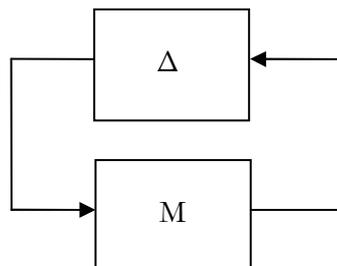


Figure 2.13 : Système MIMO bouclé, Δ inconnue mais bornée en norme

Théorème des petits gains, version 2

Une condition nécessaire et suffisante de stabilité de la boucle fermée de la Figure 2.13, où M est connu et stable et Δ est stable, inconnue mais bornée en norme, est :

$$\forall \omega \quad \|M(j\omega)\Delta(j\omega)\|_{\infty} < 1 \Leftrightarrow \|M(j\omega)\|_{\infty} < \frac{1}{\beta} \quad \text{équation 2.53}$$

Nous voyons que le théorème des petits gains donne une condition suffisante de stabilité lorsque la stabilité d'un système bouclé connu est étudiée, et une condition nécessaire et suffisante de stabilité lorsque la stabilité d'un système présentant des incertitudes (ou méconnaissances) est traitée. Ainsi, bien que le théorème des petits gains puisse être conservatif pour l'analyse de stabilité d'un système, il s'avère non conservatif pour l'étude de la robustesse. La démonstration du théorème des petits gains repose fortement sur le critère de Nyquist multivariable [BER00]. Ce dernier ne sera pas exposé dans ce document car au final, c'est bien le théorème des petits gains qui est le plus facilement utilisable pour les études de robustesse.

4.3.1.2 Application au cas particulier d'un système soumis à des incertitudes multiplicatives en entrée

Nous allons maintenant montrer comment le théorème des petits gains peut être utilisé pour l'étude de la robustesse. Il est possible de modéliser des incertitudes paramétriques par des incertitudes fréquentielles, comme cela est expliqué dans [FIL03] par exemple. Ces incertitudes peuvent être modélisées sous forme multiplicative ou additive (Annexe 2). Soit le système incertain suivant, décrit par des incertitudes multiplicatives en entrée et bouclé par un régulateur K :

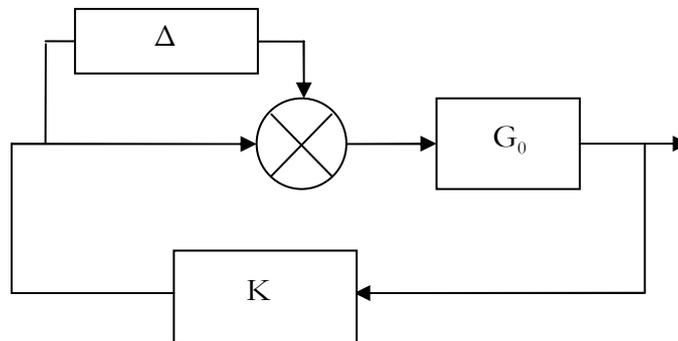


Figure 2.14 : Système bouclé à une incertitude fréquentielle multiplicative en entrée

Ce schéma bloc peut être redessiné sous la forme suivante :

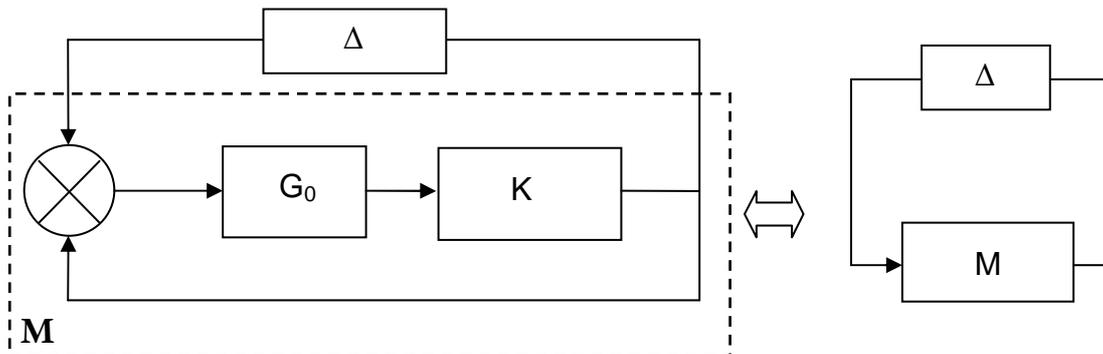


Figure 2.15 : Mise en forme pour l'application du théorème des petits gains

M représente la boucle fermée nominale avec :

$$M(s) = [I + K(s)G_0(s)]^{-1} K(s)G_0(s) \quad \text{équation 2.54}$$

Nous nous retrouvons dans les conditions d'application du théorème des petits gains dans sa deuxième version. Ainsi, sous les hypothèses suivantes :

- Δ est une matrice de transfert stable inconnue, complexe et pleine, telle que $\|\Delta\|_\infty < \delta$,
- La boucle fermée M est stable, ce qui revient à dire que le système nominal est stable, alors le système incertain en boucle fermée est stable si et seulement si :

$$\|M\|_\infty \leq \frac{1}{\delta} \quad \text{équation 2.55}$$

Sur le même principe, des conditions de stabilité robuste peuvent être obtenues pour les autres types d'incertitudes données en Annexe 2 (incertitudes multiplicatives en sortie, additives...). Nous voyons donc ici l'intérêt du théorème des petits gains pour l'étude de la robustesse en stabilité.

4.3.1.3 La notion de performances

Pour l'instant, seule la robustesse en stabilité a été étudiée. Nous allons voir que la robustesse en performance peut être aussi étudiée par une analyse de stabilité. Soit M le système MIMO étudié, auquel nous désirons spécifier des performances, comme par exemple un temps de réponse ou un amortissement. Nous pouvons interpréter la valeur de $\overline{\sigma}(M(jw))$ comme étant le gain du système M dans le « pire cas » des directions du vecteur d'entrée de ce système. Cette notion de direction est explicitée en Annexe 3 (voir aussi [SKO05]). Simplement, le lecteur retiendra qu'il est intéressant de limiter $\overline{\sigma}(M(jw))$ sur l'ensemble du domaine fréquentiel (c'est-à-dire à chaque fréquence w) et que ceci permet de *garantir* au système M des performances que nous pouvons spécifier. Soit le transfert $1/W_p$ un gabarit fréquentiel représentatif des performances désirées pour le système M. Autrement dit, $1/W_p$ spécifie le gain maximum autorisé pour le système M sur le domaine fréquentiel. Nous voulons donc garantir :

$$\forall w \quad \overline{\sigma}(M(jw)) < \frac{1}{|W_p(jw)|} \quad \text{équation 2.56}$$

La propriété 1 de l'Annexe 3 concernant les valeurs singulières peut dès lors être appliquée. Nous montrons alors que la condition de l'équation 2.56 est équivalente à :

$$\forall w \quad \overline{\sigma}(W_p M(jw)) < 1 \Leftrightarrow \|W_p M\|_\infty < 1 \quad \text{équation 2.57}$$

Ceci signifie simplement qu'en étudiant la stabilité de la connexion série $W_p M$, nous étudions les performances de M, spécifiées par la pondération W_p . Nous indiquerons plus tard comment régler cette pondération en fonction des spécifications désirées.

4.3.1.4 Application du théorème des petits gains à l'étude du cas général d'un système soumis à plusieurs incertitudes

En pratique, les incertitudes interviennent en plusieurs points d'une boucle complète de régulation. Nous allons voir que, dans ce cas plus général que celui qui a été traité jusqu'ici, le

théorème des petits gains montre ses limites. Soit par exemple un système bouclé soumis à trois incertitudes fréquentielles : une sur les actionneurs (Δ_A), une sur le système à commander lui-même (Δ_S) et une sur les capteurs (Δ_C). Nous les supposons toutes bornées en norme (Figure 2.16):

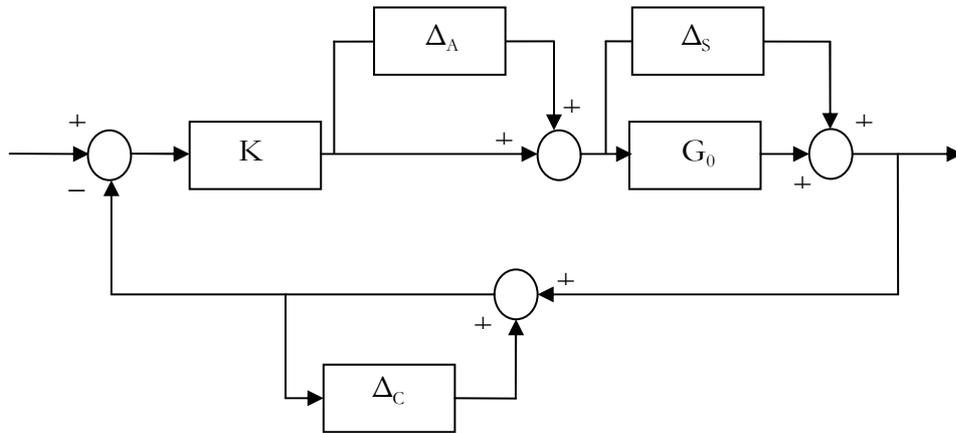


Figure 2.16 : Système bouclé à 3 incertitudes fréquentielles

Pour pouvoir appliquer le théorème des petits gains, il est nécessaire de ne faire apparaître qu'une seule incertitude dynamique Δ ; l'idée est alors de regrouper l'ensemble des incertitudes en une seule matrice comme sur le schéma suivant :

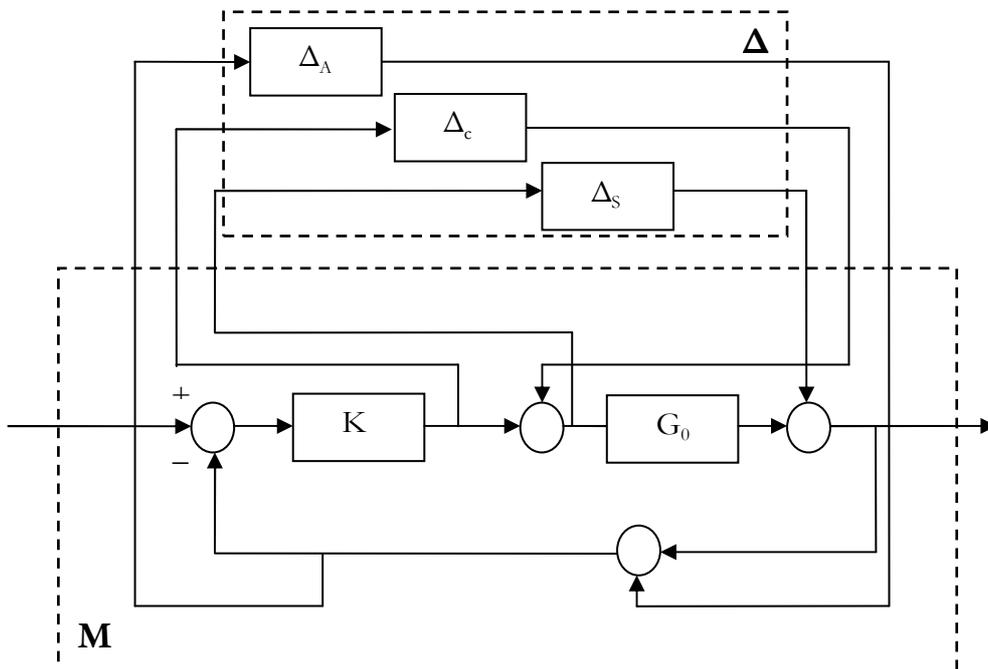


Figure 2.17 : Mise en forme du théorème des petits gains

Les incertitudes élémentaires sont donc regroupées en un seul bloc d'incertitudes Δ tel que :

$$\Delta = \begin{bmatrix} \Delta_A & 0 & 0 \\ 0 & \Delta_C & 0 \\ 0 & 0 & \Delta_S \end{bmatrix} \quad \text{équation 2.58}$$

Puisque les incertitudes élémentaires sont bornées en norme, Δ l'est aussi. Cependant, cette matrice n'est plus quelconque puisqu'elle est diagonale par blocs et non plus pleine. Autrement dit, dans ce cas, la matrice des incertitudes présente une structure particulière alors que le théorème des petits gains (2^{ème} version) donne une condition nécessaire et suffisante de stabilité pour une matrice Δ quelconque, ne présentant aucune structure particulière. Ainsi, l'application du théorème des petits gains (2ème version) ne donne dans ce cas qu'une condition suffisante de stabilité, ce qui peut conduire à des résultats conservatifs [SKO05]. C'est la raison pour laquelle il est nécessaire de tenir compte de la structure de la matrice d'incertitudes : c'est l'analyse par valeurs singulières structurées, ou μ -analyse.

4.3.2 La μ -analyse

Nous venons de montrer que dans le cas général de plusieurs incertitudes, l'application du théorème des petits gains peut donner des résultats conservatifs. La μ -analyse permet alors de généraliser le théorème des petits gains dans ce cas [ZIN05, SKO05]. Pour cela, nous avons besoin de mettre le problème sous une forme LFT (Linear Fractional Transformation, ou transformée linéaire fractionnelle). Cette mise en forme du problème sera décrite dans un premier temps. Nous définirons alors la valeur singulière structurée - μ - pour l'étude de la robustesse en stabilité puis pour la robustesse en performances.

4.3.2.1 Mise sous forme LFT du problème

✓ *Définition*

Soit le système P en boucle fermée suivant, défini par 2 entrées (u_1 et u_2) et 2 sorties (y_1 et y_2) :

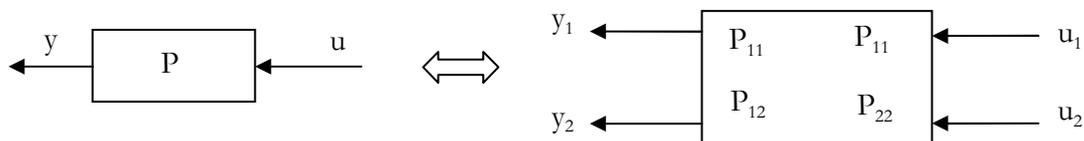


Figure 2.18 : Système multivariable (MIMO)

Nous pouvons écrire :

$$\begin{cases} y_1 = P_{11}u_1 + P_{21}u_2 \\ y_2 = P_{12}u_1 + P_{22}u_2 \end{cases} \quad \text{équation 2.59}$$

Supposons qu'une matrice Δ lie y_2 à u_2 telle que $u_2 = \Delta \cdot y_2$. La LFT connecte alors les deux systèmes comme suit :

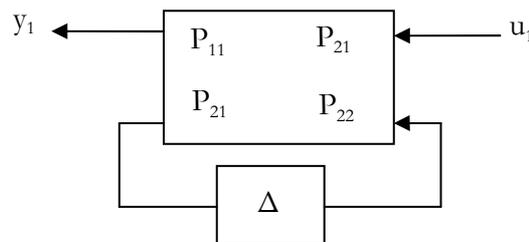


Figure 2.19 : LFT basse

Nous avons alors la relation entre y_1 et u_1 , appelée transformée linéaire fractionnelle *basse*:

$$y_1 = [P_{11} + P_{12}\Delta(I - P_{22}\Delta)^{-1}P_{21}] \cdot u_1 = F_L(P, \Delta) \cdot u_1 \quad \text{équation 2.60}$$

Nous pouvons également définir une transformation *haute* de façon similaire :

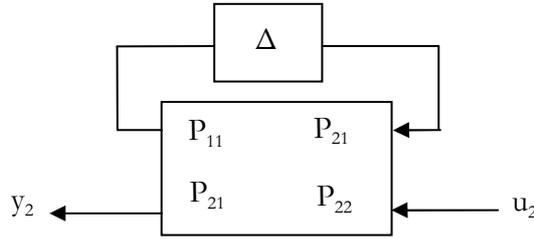


Figure 2.20 : LFT haute

avec :

$$y_2 = [P_{22} + P_{21}\Delta(I - P_{11}\Delta)^{-1}P_{12}] \cdot u_2 = F_U(P, \Delta) \cdot u_2 \quad \text{équation 2.61}$$

Notons que l'interconnexion de plusieurs LFT est une LFT. Ainsi, en pratique, la construction de LFT « à la main » consistera à construire des LFT élémentaires et à les connecter entre elles ensuite. Nous allons maintenant montrer comment modéliser un paramètre incertain sous forme de LFT.

✓ *Cas particulier des incertitudes paramétriques*

Soient deux paramètres incertains $X = X_{nom} \cdot (1 + p_x \cdot \delta_x)$ et $1/Y = 1/(Y_{nom} \cdot (1 + p_y \cdot \delta_y))$. Nous allons montrer comment obtenir les formes LFT de ces deux paramètres. Supposons une incertitude de 10% sur chacun des paramètres X et Y. Nous aurons alors $p_x = p_y = 0,1$ avec $|\delta_x| \leq 1$ et $|\delta_y| \leq 1$. Les paramètres peuvent être écrits sous la forme suivante :

$$(a) \frac{1}{Y} = \frac{1 + p_y \delta_y - p_y \delta_y}{Y_{nom} (1 + p_y \delta_y)} = \frac{1}{Y_{nom}} + \left(\frac{-p_y \delta_y}{1 + p_y \delta_y} \right) \left(\frac{1}{Y_{nom}} \right) \quad \text{équation 2.62 (a,b)}$$

$$(b) X = X_{nom} + 1 \times \frac{\delta_x}{1 - 0 \times \delta_x} \cdot p_x \cdot X_{nom}$$

La LFT haute correspondante est alors donnée sur la Figure 2.21 :

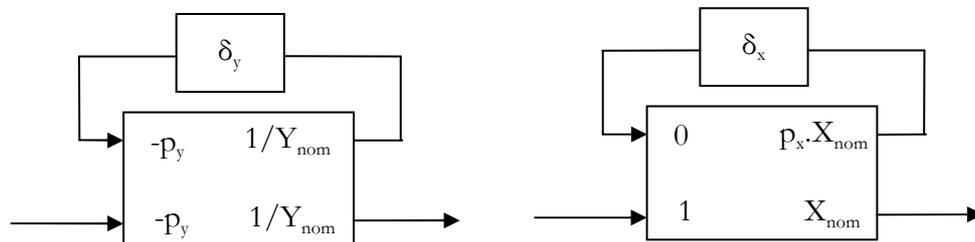


Figure 2.21 : Modélisation d'incertitudes paramétriques sous forme LFT haute

✓ *Cas général*

Nous avons décrit (sans le spécifier) comment traiter le cas simple des incertitudes fréquentielles dans le §4.3.1.4. Dans un cas plus général, les incertitudes peuvent aussi être paramétriques. Dans

le cas général où un système est soumis à la fois à m incertitudes fréquentielles et à n incertitudes paramétriques, nous pouvons l'écrire sous la forme :

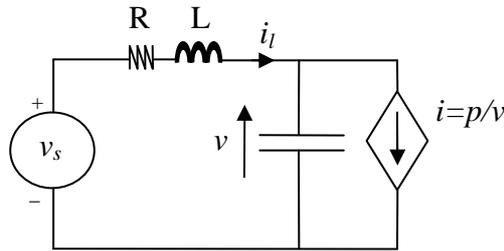
$$s = F_U(P, \Delta) \cdot e = F_U \left(P, \begin{bmatrix} \Delta_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & & \\ \vdots & & \Delta_m & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \ddots & \delta_{m+1} & \ddots & 0 \\ & & & & \ddots & 0 \\ & & & & & 0 & \delta_{m+n} \end{bmatrix} \right) \cdot e \quad \text{équation 2.63}$$

avec F_U la LFT haute. Les entrées e sont les entrées externes du système (références, perturbations) et les sorties s , les sorties externes du système (sorties contrôlées, par exemple une mesure de tension). Chaque perturbation diagonale est supposée stable et normalisée, c'est-à-dire :

$$\forall w \quad \bar{\sigma}(\Delta_i(jw)) \leq 1 \Leftrightarrow \|\Delta\|_\infty \leq 1 \quad \text{équation 2.64}$$

✓ *Application*

Reprenons le réseau que nous avons étudié jusqu'ici, et modélisons des incertitudes de 10% sur R et L :



Nous écrivons alors :

$$R = R_{nom} \cdot (1 + p_r \cdot \delta_r) \quad L = L_{nom} \cdot (1 + p_l \cdot \delta_l)$$

avec : $p_r = p_l = 0,1$ et $-1 < \delta_r, \delta_l < 1$. Le schéma bloc correspondant aux équations d'état que nous avons déjà données (équation 2.18) est représenté sur la Figure 2.22 avec les incertitudes sur R et L.

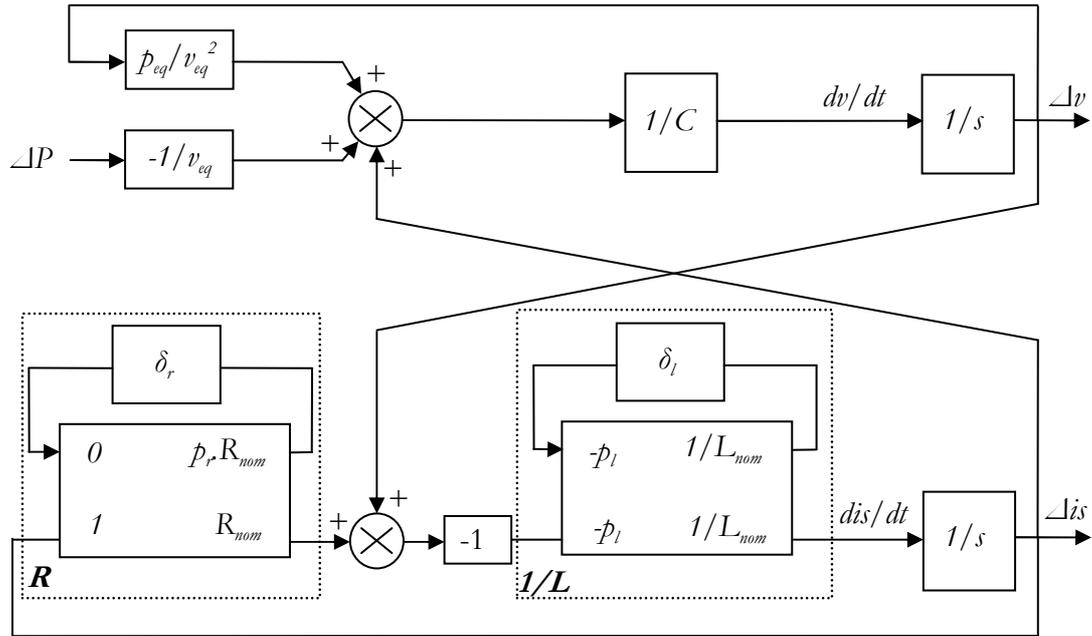


Figure 2.22 : Modélisation des incertitudes sur les paramètres de source R et L

A partir de la Figure 2.22, nous pouvons nous ramener à la LFT de la Figure 2.23 :

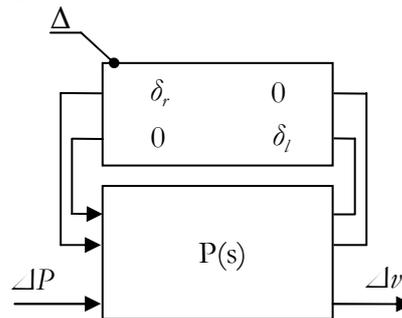


Figure 2.23 : LFT avec les incertitudes sur R et L

La LFT de la Figure 2.23 permettra d'étudier la stabilité de la tension v suite à une perturbation de puissance de la charge, et ce pour des incertitudes sur la résistance R et l'inductance L . Remarquons que puisque δ_r et δ_l ont une valeur absolue inférieure à 1, la matrice $\Delta = \text{diag}(\delta_r, \delta_l)$ des incertitudes a une norme infinie inférieure à 1. Nous allons maintenant donner le théorème de robustesse en stabilité et l'appliquer au système incertain que nous venons de décrire.

4.3.2.2 Valeur Singulière Structurée et Robustesse en stabilité

✓ Théorème de robustesse

La valeur singulière structurée, notée μ , permet d'obtenir des conditions de stabilité et de performances robustes moins conservatives qu'en utilisant le théorème des petits gains. Tout repose sur la structure diagonale de la matrice Δ des incertitudes. Rappelons la formule de la LFT haute (Figure 2.20) :

$$F_U(P, \Delta) = P_{22} + P_{21} \Delta (I - P_{11} \Delta)^{-1} P_{12} \quad \text{équation 2.65}$$

P étant nominalement stable, la seule source d'instabilité potentielle est le terme $(I - P_{11}\Delta)^{-1}$, d'où l'équivalence entre stabilité de la LFT de la Figure 2.20 et stabilité du système de la Figure 2.24, souvent appelée « forme (N, Δ) » :

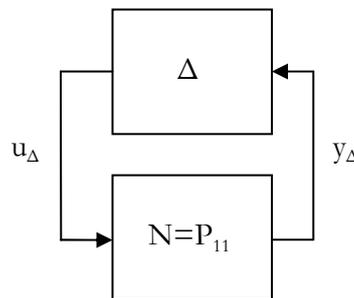


Figure 2.24 : Forme (N,Δ)

Le calcul de μ consiste alors à trouver la plus petite « taille » de la structure Δ qui rend singulière la matrice $I - N\Delta$. De façon plus formelle [SKO05, PAC93, ZIN05]:

$$\mu_{\Delta}(N(jw)) = \frac{1}{\min(\overline{\sigma}(\Delta) / \det(I - N\Delta) = 0 \text{ pour les structures } \Delta)} \quad \text{équation 2.66}$$

Ainsi,

Théorème

Dans le cas où $\|\Delta\|_{\infty} \leq 1$ (les incertitudes sont normalisées), une condition nécessaire et suffisante de stabilité robuste est [PAC93]:

$$\forall w \quad \mu_{\Delta}(N(jw)) < 1 \quad \text{équation 2.67}$$

Remarque 1: Le calcul exact de μ est complexe et il n'existe pas d'algorithme de calcul permettant de l'effectuer simplement. Seules des bornes supérieure et inférieure peuvent être calculées. Ceci implique que lorsque ces bornes sont très différentes l'une de l'autre, le résultat peut être conservatif même si nous utilisons une condition nécessaire et suffisante de stabilité.

Remarque 2: Les algorithmes de calcul numérique des bornes ne seront pas présentés dans ce document. Cependant, le lecteur peut se référer à [SKO05, PAC93] pour plus de détails.

✓ Cas particulier de la robustesse en stabilité d'un système soumis à des incertitudes paramétriques

Soit un système soumis uniquement à des incertitudes paramétriques.

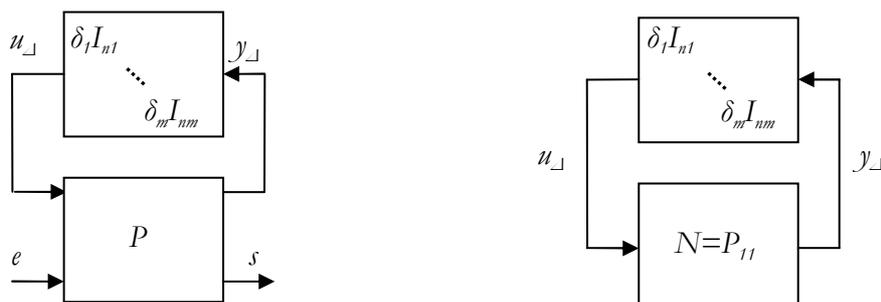


Figure 2.25 : analyse de robustesse d'un système soumis à des incertitudes paramétriques

Le calcul de la valeur singulière structurée donne une information binaire sur la stabilité du système incertain. Nous avons la réponse à la question suivante : Le système est-il robuste en stabilité aux incertitudes modélisées ? Supposons maintenant que le système soit stable (robuste aux incertitudes modélisées). Pour trouver le facteur d'échelle à appliquer à Δ de façon à garantir dans ce cas la stabilité de la boucle, définissons le gain km tel que [ZIN05] :

$$\det(I - km \cdot N\Delta(jw)) = 0 \quad \text{équation 2.68}$$

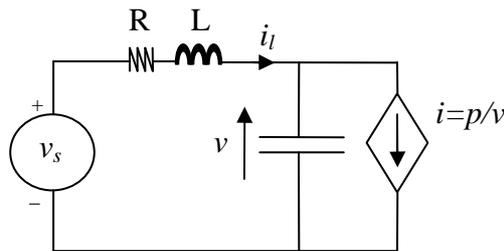
Par définition de μ , nous avons l'égalité suivante :

$$km = 1/\mu_{\Delta}(N(jw)) \quad \text{équation 2.69}$$

Ainsi, une valeur de $\mu=0.9$ signifie que tous les blocs d'incertitudes élémentaires peuvent être augmentés d'un facteur $1/0.9=1.11$ en conservant la stabilité du système. La valeur de μ nous permet alors d'estimer la marge tolérable sur les différents paramètres qui garantisse la stabilité du système.

✓ *Application*

Reprenons notre exemple simple (Figure 2.2) avec ses incertitudes de 10% sur les paramètres R et L :



Nous cherchons à calculer la capacité C telle que le système soit robuste en stabilité à ces incertitudes. Pour cela, nous avons présenté plus haut la modélisation du système avec ses incertitudes (modélisation sous forme LFI), étape nécessaire avant le calcul de la valeur singulière structurée μ .

Dans un premier temps, nous prenons une valeur de $C = 1\text{mF}$, valeur qui garantit la stabilité du système nominal (i.e. système sans incertitude) et calculons la robustesse en stabilité. La Figure 2.26 montre l'évolution des bornes supérieure (en bleu) et inférieure (en rouge) de μ sur le domaine fréquentiel.

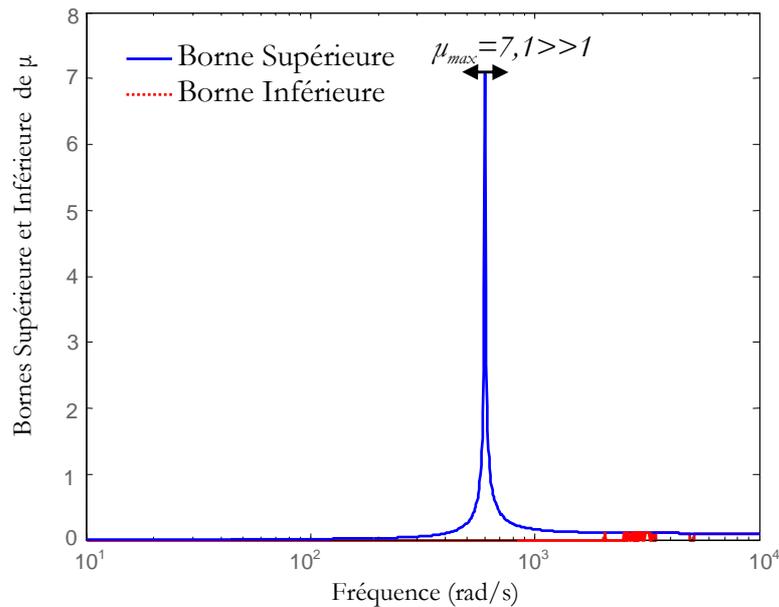


Figure 2.26 : Robustesse en stabilité pour des incertitudes de 10% sur R et L, C = 1mF

D'après la Figure 2.26, il existe des fréquences où $\mu > 1$: la condition de robustesse en stabilité de l'équation 2.67 n'est pas vérifiée. Ainsi, le système n'est pas robuste en stabilité aux incertitudes que nous avons modélisées. Le même calcul est présenté Figure 2.27, pour une capacité de 1,2mF :

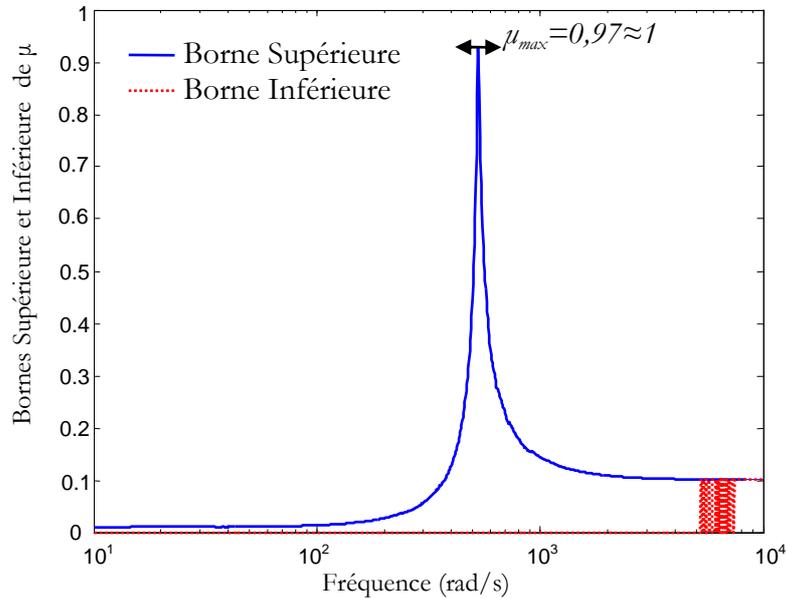


Figure 2.27 : Robustesse en stabilité pour des incertitudes de 10% sur R et L, C = 1,2mF

D'après la Figure 2.27, le système est robuste en stabilité aux incertitudes de 10% sur R et L, et ce pour une capacité **C = 1,2mF**. Nous retrouvons la même valeur de capacité que pour le calcul par méthode algébrique.

Remarque : La borne inférieure ne converge pas pour les deux calculs présentés. Numériquement, résoudre un problème de robustesse en stabilité à des incertitudes paramétriques réelles est très complexe et amène généralement à de grands écarts entre les bornes inférieure et supérieure de la valeur singulière structurée [PAC93]. Pour améliorer la convergence du calcul, il est possible d'ajouter une « petite » partie complexe aux incertitudes réelles [ZIN05].

4.3.2.3 *Robustesse en Performance*

✓ *Théorie*

Considérons désormais des spécifications de performances entre les sorties du système o_i et ses entrées e_i . Les performances désirées sont spécifiées par des transferts $1/W_{perf,i}$. Sur la Figure 2.28, et les sorties o_i sont donc pondérées par des transferts $W_{perf,i}$. Afin de calculer la robustesse en performance, les entrées e_i et les sorties s_i de la forme LFT sont rebouclées avec des incertitudes fictives.

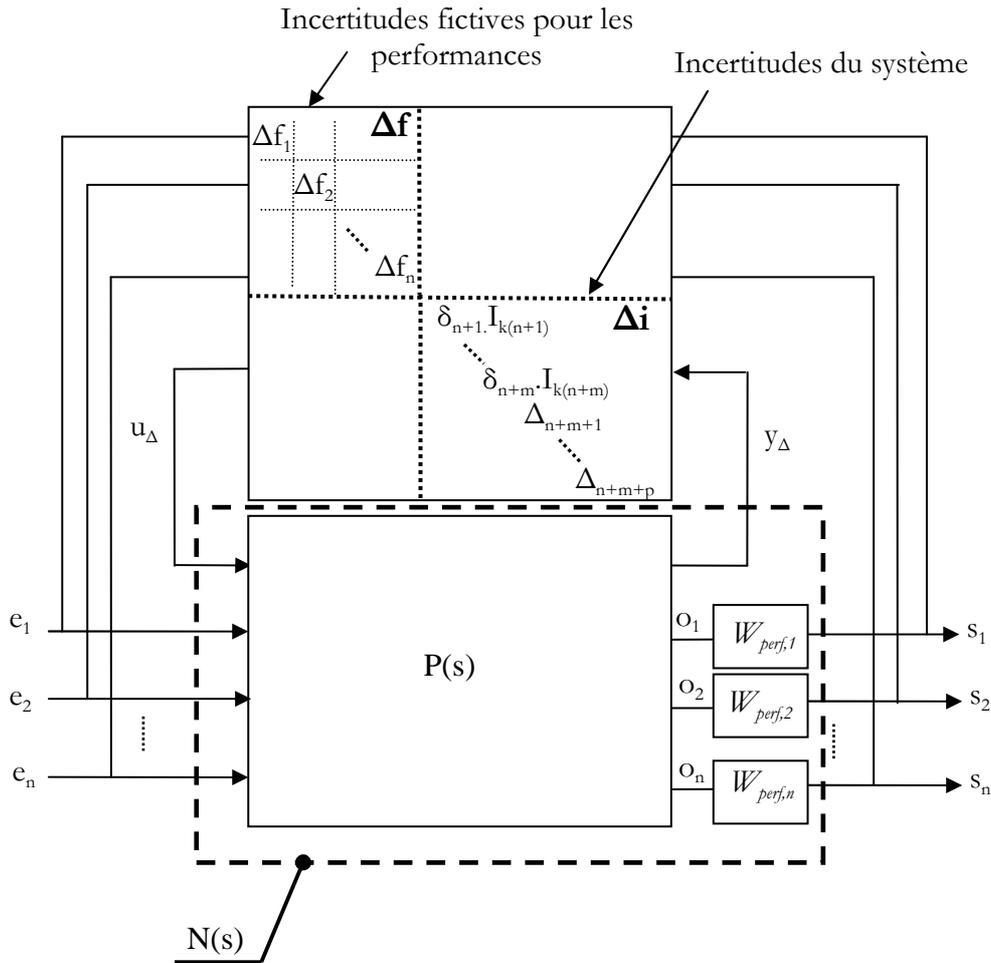


Figure 2.28 : Représentation matricielle pour l'analyse de robustesse en performance

La matrice des incertitudes $\Delta = \text{diag}(\Delta f, \Delta i)$ est constituée de :

- n incertitudes fictives, liées aux pondérations fréquentielles représentatives des performances :

$$\Delta f = \text{diag}\{\Delta f_1, \Delta f_2, \dots, \Delta f_n\}, \text{ avec } \|\Delta f_j\|_{\infty} \leq 1$$

- m blocs réels ou complexes, liés aux incertitudes paramétriques. Chaque incertitude paramétrique est répétée $k(n+1) ; \dots ; k(n+m)$ fois :

$$\text{diag}\{\delta_{n+1} I_{k(n+1)} ; \delta_{n+2} I_{k(n+2)} ; \dots ; \delta_{n+m} I_{k(n+m)}\}, \text{ avec } |\delta_k| \leq 1$$

- p blocs complexes pleins indépendants, liés aux incertitudes non structurées (fréquentielles) :

$$\text{diag}\{\Delta_{n+m+1}; \Delta_{n+m+2}; \dots; \Delta_{n+m+p}\}, \text{ avec } \|\Delta_l\|_\infty \leq 1$$

La stabilité du système N bouclé par la matrice Δ est strictement équivalente à l'étude de la robustesse du système défini par les entrées e_i et les sorties o_i vis-à-vis des performances définies par les pondérations $W_{perf,i}$ (voir §4.3.1.3, p.71). Une condition nécessaire et suffisante de robustesse en performance est alors :

$$\forall w \quad \mu_\Delta(N(jw)) < 1 \quad \text{équation 2.70}$$

Ainsi, les conditions de stabilité nominale (NS), performance nominale (NP), robustesse en stabilité (RS) et robustesse en performance (RP) sont données par :

Résumé sur les conditions de robustesse :

$$NS \Leftrightarrow N(s) \text{ est stable de manière interne}$$

$$NP \Leftrightarrow \forall w \quad \mu_{\Delta_f}(N_{22}(jw)) < 1 \text{ et NS}$$

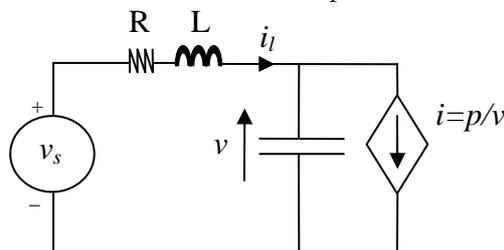
$$RS \Leftrightarrow \forall w \quad \mu_{\Delta_i}(N_{11}(jw)) < 1 \text{ et NS}$$

$$RP \Leftrightarrow \forall w \quad \mu_\Delta(N(jw)) < 1 \text{ et NS}$$

Remarque : une généralisation de la valeur singulière structurée existe, le « skew- μ » [FER04]. Elle répond directement par exemple à la question suivante : de quel facteur peut-on augmenter la taille des incertitudes paramétriques, de manière à garantir un niveau de performances donné ? Le lecteur se référera à l'Annexe 5.

✓ Application

Etudions la robustesse en performance de notre exemple :



Nous allons chercher à trouver la capacité C telle que le système soit robuste en performance aux incertitudes de 10% sur la résistance R et l'inductance L . Pour cela, reprenons la LFT que nous avons définie sur la Figure 2.23. Nous cherchons à spécifier des performances sur la variation de tension Δv suite à une variation de puissance de charge Δp . Le problème est donc posé sous la forme suivante :

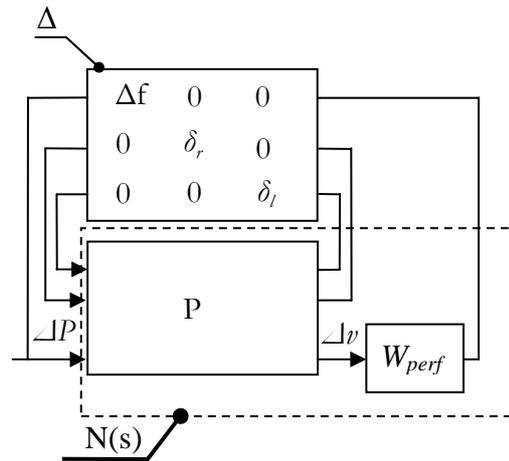


Figure 2.29 : Représentation matricielle pour l'analyse de robustesse en performances

Dans la Figure 2.29, la sortie Δv est pondérée par la fonction de transfert W_{perf} . Voyons maintenant comment spécifier les performances dans le domaine fréquentiel en réglant le transfert $1/W_{perf}$. Suite à une variation de puissance de la charge, nous cherchons à respecter la norme définie dans le Chapitre 1 et rappelée ci-dessous (Figure 2.30):

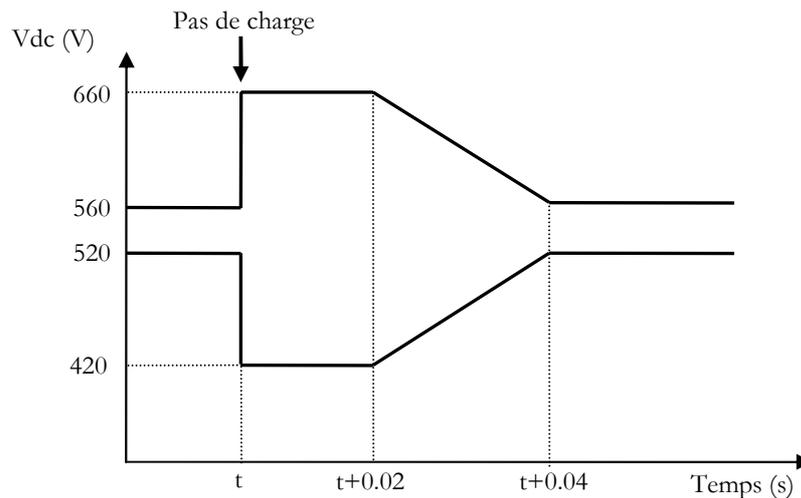


Figure 2.30 : Norme sur la tension suite à un pas de charge dans le domaine temporel

Cette norme spécifie donc un certain temps de réponse, une surs tension et une erreur statique suite à une variation de charge. Nous supposons dans la suite que la variation maximale de la puissance de charge est de 50% de la puissance nominale, soit ici de 30kW. Il est possible de trouver des équivalences entre performances dans le domaine temporel et performances dans le domaine fréquentiel. Par exemple, limiter la surs tension dans le domaine temporel revient à limiter le gain haute fréquence du transfert $\Delta v/\Delta p$. De même, un temps de réponse peut être garanti par le réglage de la fréquence de coupure de $\Delta v/\Delta p$ et une erreur statique est traduite en terme de gain basse fréquence. Le transfert $1/W_{perf}$ est représentatif des performances désirées. Nous choisissons W_{perf} tel que [SAU08] :

$$\frac{1}{W_{perf}(s)} = \frac{s + \omega_b \cdot \mathcal{E}}{s/M_s + \omega_b} \quad \text{équation 2.71}$$

Remarquons qu'à haute fréquence $1/W_{perf}$ tend vers M_s et qu'à basse fréquence $1/W_{perf}$ tend vers ε . Ainsi, en réglant M_s nous limitons la variation de tension juste après le pas de charge de 30kW ; en réglant ω_b , le temps de réponse du système est garanti et ε permet de limiter l'erreur statique. Ici, nous étudions une source ayant une résistance interne, une chute de tension (autrement dit une erreur statique) apparaît donc nécessairement après un pas de charge. Cette erreur statique sera maximale quand la résistance sera maximale et vaudra au plus 40V. Nous prenons les paramètres suivants :

$$\text{Limitation de la surtension : } M_s = \frac{660 - 540}{30000} = 4.10^{-3}$$

$$\text{Temps de réponse : } \omega_b = 24800 \text{ rad / s} \quad \text{équation 2.72}$$

$$\text{Erreur statique : } \varepsilon = \frac{40}{30000} = 1,3.10^{-3}$$

Maintenant que nous avons spécifié les performances, nous pouvons passer à l'analyse de robustesse en performance proprement dite. Nous cherchons par itérations la valeur limite de capacité C telle que la valeur maximale de μ soit légèrement inférieure à 1. Le calcul de la valeur singulière structurée pour C = 3,7 mF est donné sur la Figure 2.31 :

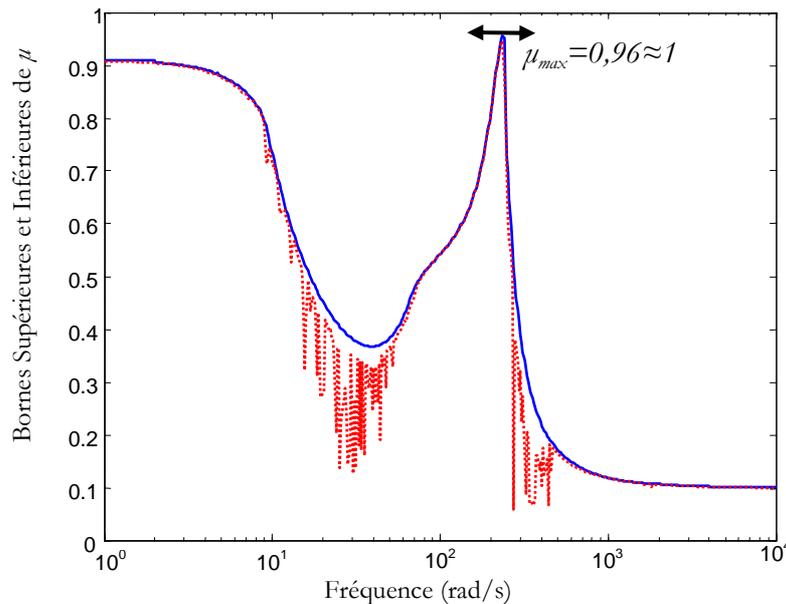


Figure 2.31 : Robustesse en Performance pour des incertitudes de 10% sur R et L, C = 3,7mF

L'équation 2.70 étant vérifiée, le système est robuste en performance pour les incertitudes de 10% en prenant une capacité C = 3,7mF. Remarquons que le calcul est ici précis, puisque les bornes inférieure et supérieure convergent vers la même valeur sur à peu près sur tout le domaine fréquentiel.

Remarque : Nous avons considéré une variation de charge de 50% pour régler les gains de la pondération W_{perf} . Or, l'approche est une approche « Petits Signaux », et rien ne garantit alors que le modèle linéaire soit encore valable pour une variation aussi importante. Cependant, en travaillant les performances « Petits Signaux », nous améliorons aussi les performances « Grands Signaux ». C'est l'inconvénient principal d'une approche « Petits Signaux ».

4.3.3 Conclusion

Nous avons déjà conclu que le critère de Middlebrook (et ses extensions) a pour inconvénient principal de ne pas garantir directement le respect de performances dans le domaine temporel. L'analyse de robustesse en performance que nous avons décrite pallie à cet inconvénient. En effet, nous avons montré comment garantir le respect d'une norme temporelle par une spécification dans le domaine fréquentiel. Et cette méthode répond à toutes nos attentes :

- elle permet une analyse de robustesse en performance vis-à-vis d'incertitudes de conception,
- les performances spécifiées sont directement « traduites » de la norme dans le domaine temporel. Autrement dit, nous sommes capables de garantir le respect de la norme transitoire de tension.

5. Conclusion sur les méthodes

Nous avons présenté l'ensemble des techniques d'analyse de stabilité et de performance d'un système dynamique linéaire ou non, en présence d'incertitudes dynamiques ou non. Parmi les méthodes décrites, nous allons en choisir une qui sera utilisée dans les chapitres suivants pour l'analyse des conversions alternatif / continu données dans le Chapitre 1. Nos critères de sélection sont les suivants :

- La méthode inclura la notion de performance, à savoir la possibilité de traduire directement les normes transitoires de tension dans l'analyse.
- Elle offrira un cadre pratique pour répondre au problème de l'intégration de sous-systèmes :
 - o soit par une spécification sur la conception nominale de chacun des sous-systèmes du réseau (par exemple une certaine marge de stabilité) de façon à respecter la norme lors de l'intégration des sous-systèmes dans le réseau.
 - o soit par une spécification de robustesse de l'équipement vis-à-vis d'incertitudes de conception (nous considérons des incertitudes paramétriques).

Dans un premier temps, nous avons traité **l'analyse de systèmes dynamiques non linéaires**, notamment par les théorèmes de Brayton & Moser. Ces théorèmes offrent un cadre séduisant pour l'analyse de stabilité des réseaux continus, mais présentent les inconvénients suivants :

- ils garantissent la stabilité, mais pas directement les performances dynamiques (respect d'une norme)
- ils permettent d'analyser uniquement des réseaux constitués de résistances, inductances et capacités. Or, le comportement dynamique d'un convertisseur n'est généralement pas directement modélisable par des éléments passifs, notamment lorsque le contrôle de ce convertisseur doit être pris en compte dans l'analyse ou le dimensionnement.

Nous avons ensuite présenté **les méthodes linéaires**, avec tout d'abord **la méthode algébrique**. Cette méthode peut faire apparaître un critère de stabilité sous forme d'inégalités, ce qui est pratique par exemple pour l'optimisation d'un système sous critères dynamiques [NGU08]. Cependant, ici encore la notion de performances (respect de normes) n'apparaît pas

directement dans l'analyse. Cette méthode ne répond donc pas au premier critère de sélection que nous nous sommes fixé.

Les méthodes temporelles pour l'analyse d'un système dynamique ont également des aspects séduisants. Par l'analyse de sensibilité et de facteur de participation, elles permettent de placer les pôles du système de façon à assurer un certain amortissement par exemple, et donc de garantir certaines performances nominales (bien que nous n'ayons pas cherché ici à traduire directement les normes en terme de placement des pôles). En effet, par ces méthodes il est possible de trouver les paramètres physiques influents et donc de savoir lesquels doivent être modifiés de façon à se trouver dans la zone où l'on veut placer les pôles. Supposons que nous sachions comment placer les pôles d'un sous-système de façon à respecter un certain domaine de stabilité au niveau « système », cette méthode pourrait alors résoudre le problème de l'intégration. Une analyse de robustesse face à des incertitudes paramétriques est aussi possible. Ces méthodes paraissent donc convenir à l'ensemble de nos critères.

Les méthodes fréquentielles, quant à elles, répondent directement au problème de l'intégration de sous-systèmes. Tout d'abord le critère de Middlebrook et ses dérivés garantissent la stabilité d'un réseau à partir de spécifications sur les impédances nominales des sous-systèmes. Aucune incertitude paramétrique n'est directement prise en compte. Seul problème : il n'est pas possible de traduire les normes en spécification sur les impédances et donc rien ne garantit qu'au final la solution trouvée passe les normes. Une solution est de prendre de plus grandes marges de stabilité sur les sous-systèmes : le risque est alors de surdimensionner des éléments et donc d'obtenir un système « lourd ». D'autres méthodes fréquentielles permettent l'analyse de systèmes soumis à des incertitudes paramétriques, comme la μ -analyse. Nous avons montré comment traduire les normes du domaine temporel dans le domaine fréquentiel. Nous avons aussi vu à travers un exemple qu'elles permettent de dimensionner un système spécifié en robustesse vis-à-vis d'incertitudes paramétriques.

L'ensemble de ces remarques nous permet d'établir le tableau comparatif suivant :

Méthode	Notion de performances	Permet de résoudre le problème de l'intégration de sous-systèmes	
		Par des spécifications sur les sous-systèmes « nominaux »	Par une spécification de robustesse
Non-linéaire	--	-	--
Linéaire Algébrique	--	-	-
Linéaire Temporelle	+	-	++
Linéaire Fréquentielle	++	++	++

En conclusion, deux méthodes nous paraissent particulièrement intéressantes : les méthodes linéaires temporelle et fréquentielle. L'étude dans le domaine fréquentiel nous semble cependant la plus adaptée au contexte industriel de cette thèse. Nous avons présenté les méthodes classiques d'analyse dans le domaine fréquentiel (comme le critère de Nyquist, de Routh ou même le critère de Middlebrook). Ces théorèmes ont été donnés dans le cadre monovarié (SISO), et tels qu'ils sont enseignés dans la formation initiale des ingénieurs. Les outils pour l'analyse des systèmes multivariés (MIMO) peuvent être vus comme des généralisations de notions bien connues des ingénieurs. Par exemple, la notion de valeur singulière n'est qu'une généralisation de la notion de gain aux systèmes MIMO. Ainsi, nous estimons que la μ -analyse est une méthode d'analyse de robustesse qui peut être facilement prise en main par des ingénieurs, d'autant plus que les algorithmes sont implantés dans des logiciels commerciaux comme Matlab. C'est donc cette méthode d'analyse de robustesse que nous utiliserons dans la suite de cette thèse.

6. Choix d'une technique de contrôle optimal: le contrôle H^∞

6.1 Pourquoi choisir une technique de contrôle optimal ?

Un des objectifs de la thèse est de résoudre le problème de l'intégration de sous-systèmes grâce à l'utilisation de la commande. Nous étudierons notamment la possibilité d'utiliser cette dernière pour rendre robuste en performance un système à des incertitudes de conception. Pour cela, nous définirons des objectifs de contrôle, qui seront à la fois des objectifs de performance (respect des normes), de robustesse (pour l'intégration) et bien entendu de réalisabilité du correcteur (contraintes d'implémentation pratique).

Nous pouvons alors envisager deux approches. La première consiste à concevoir un correcteur « à la main » en recherchant les paramètres du contrôle qui permettent de passer les objectifs de contrôle. Cette approche est très largement utilisée dans le domaine fréquentiel par exemple avec des outils tels que les diagrammes de Bode, Nyquist, Black, etc... Si le concepteur n'arrive pas à résoudre le problème de contrôle, alors :

- Soit le problème n'a pas de solution,
- Soit une solution existe mais elle n'a pas été trouvée.

Supposons que nous utilisions cette approche pour la synthèse de notre loi de commande robuste. Si nous n'arrivons pas à résoudre le problème, nous serons alors incapables de dire si aucune solution n'existe ou si nous n'avons pas réussi à la trouver. Nous ne pourrions donc pas conclure sur la possibilité d'utiliser la commande pour résoudre le problème de l'intégration. Pour cette raison, nous allons utiliser une deuxième approche qui consiste à utiliser une technique de commande optimale. Ceci nous permettra de conclure, en théorie clairement, sur le rôle de la commande pour une conception robuste d'un équipement. Autrement dit, nous supposons qu'une technique de commande optimale apporte une solution si elle existe. Ceci doit tout de même être nuancé. En effet, les commandes dites « optimales » se basent sur des algorithmes d'optimisation, qui peuvent converger ou non. La « non-convergence » peut aussi bien venir d'une incompatibilité dans les spécifications de performances que d'un problème strictement numérique. Ainsi, pour pouvoir dire si oui ou non la commande peut être rendue robuste aux

incertitudes de conception, il faudrait en théorie tester tous les algorithmes d'optimisation disponibles. Ce que nous ne ferons pas ici. Dans la suite, nous considérerons que si aucune solution au problème de contrôle n'est trouvée, c'est que les objectifs de performance ou de robustesse ne sont pas compatibles entre eux, ou pas atteignables. Ceci revient à négliger les possibles problèmes de convergence numérique vers une solution globale au problème d'optimisation.

Nous avons montré l'intérêt d'une méthode d'analyse de la robustesse dans le domaine fréquentiel. Nous choisissons donc une méthode de synthèse optimale dans le domaine fréquentiel : la commande H_∞ .

6.2 La commande H_∞

6.2.1 Commande optimale H_∞

Nous avons vu, notamment lors de la présentation du théorème des petits gains, que la norme H_∞ est un bon indicateur pour étudier la stabilité d'un système et ses performances (voir aussi l'Annexe 3). La synthèse H_∞ est un problème d'atténuation de perturbations. Elle consiste à minimiser les effets d'entrées $w(t)$ sur les signaux d'« erreur » $z(t)$ d'un système. Pour cela, nous disposons d'une mesure $v(t)$ et d'une commande $u(t)$. Sur la Figure 2.32, nous avons représenté le modèle du système en boucle ouverte P_{BO} avec ses entrées $[w(t), u(t)]$ et ses sorties $[z(t), v(t)]$.

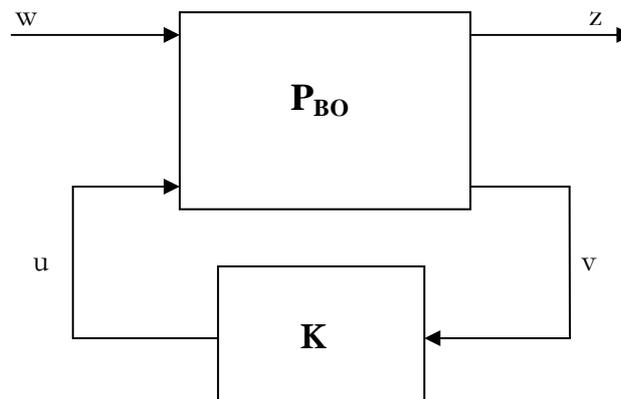


Figure 2.32 : Configuration générale de commande

Remarquons que le transfert en boucle fermée entre z et w est donné par :

$$z = F_L(P_{BO}, K) \cdot w, \quad \text{équation 2.73}$$

avec $F_L(\cdot)$ la LFT basse telle que nous l'avons définie à la section 4.3.2.1 de ce chapitre. Le problème de contrôle optimal H_∞ consiste alors à trouver les correcteurs stabilisant K qui minimisent :

$$\|F_L(P_{BO}, K)\|_\infty = \max_{\omega} \bar{\sigma}(F_L(P_{BO}, K)(j\omega)) \quad \text{équation 2.74}$$

Pour la majorité des applications, il n'est pas nécessaire d'obtenir un correcteur optimal pour le problème H_∞ et il est souvent plus aisé (numériquement) de résoudre un problème sous-optimal. Soit γ_{min} la valeur minimum de $\|F_L(P_{BO}, K)\|_\infty$ atteignable. Soit $\gamma > \gamma_{min}$, le problème sous-optimal consiste à trouver les correcteurs stabilisant K tels que :

$$\|F_L(P_{BO}, K)\|_\infty < \gamma \quad \text{équation 2.75}$$

Notons qu'en réduisant petit à petit γ , nous pouvons approcher la solution optimale. Tous les correcteurs qui seront donnés dans la suite seront obtenus par cette approche.

La résolution du problème numérique utilise des techniques faisant appel aux équations de Riccati ou à des inégalités matricielles linéaires (LMI). Nous ne détaillons pas ici les algorithmes, le lecteur trouvera des explications détaillées dans [SKO05].

6.2.2 Problème de sensibilité mixte

6.2.2.1 La synthèse d'un correcteur : une histoire de compromis

Nous abordons ici la définition des performances requises pour le problème de contrôle. Prenons par exemple la configuration de contrôle de la Figure 2.33, où r est la référence, d une perturbation, n un bruit de mesure et z la sortie à contrôler (les notations sont conformes à celles de la Figure 2.32).

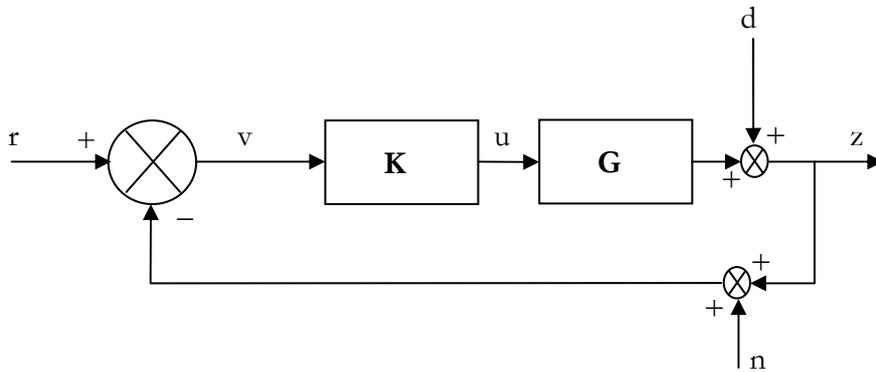


Figure 2.33 : Exemple de configuration de contrôle

Nous allons expliquer les problèmes de sensibilité mixte dans ce cas simple, où le correcteur n'a qu'un degré de liberté. Nous pouvons écrire :

$$z = \underbrace{\frac{1}{1+K.G}}_S d + \underbrace{\frac{K.G}{1+K.G}}_T r - \underbrace{\frac{K.G}{1+K.G}}_T n \quad \text{équation 2.76}$$

L'erreur v , est, elle donnée par :

$$v = -S.r + S.d - T.n \quad \text{équation 2.77}$$

Le transfert S est appelé fonction de sensibilité du système, et le transfert T fonction de sensibilité complémentaire. Remarquons que nous avons l'égalité $S + T = I$. Nous définissons aussi le gain de boucle $L = K.G$. Un contrôle « parfait » requiert :

$$0 = v \approx 0.d + 0.r + 0.n \quad \text{équation 2.78}$$

Dans l'équation 2.76, les deux premiers termes sont nuls si $S \approx 0$ ou de façon équivalente $T \approx I$. Pour cela, il faut que le gain de boucle L soit grand. Le troisième terme n'est nul que si $T \approx 0$, autrement dit il faut que $L \approx 0$.

Il faut donc minimiser S pour le suivi de consigne ou le rejet de perturbation, et minimiser T pour l'insensibilité au bruit de mesure. Or, ceci n'est pas réalisable simultanément (c'est-à-dire sur le même domaine fréquentiel) puisque $S + T = I$: des compromis devront être formalisés dans le problème de commande : nous parlons alors de synthèse mixte « S/T » [FIL03, SKO05].

Pour les problèmes de rejet de perturbation, le transfert $K.S$ est bien souvent lui aussi d'une importance considérable. Ce transfert décrit le comportement de la commande u suite à une perturbation d . Il est important d'inclure le transfert $K.S$ dans le problème de commande pour limiter la sollicitation en amplitude et en bande passante. La limitation en amplitude peut permettre d'éviter une destruction éventuelle de l'actionneur. La limitation en bande passante, quant à elle, peut servir à fixer une contrainte de réalisabilité pratique du correcteur (il n'est pas possible de concevoir un actionneur infiniment rapide). En résumé, la limitation sur $K.S$ limite donc l'énergie de contrôle. Nous parlons alors de synthèse mixte « S/KS ». C'est ce problème qui va nous intéresser dans la suite, nous formaliserons notamment des contraintes pratiques d'implémentation du correcteur.

6.2.2.2 Synthèse mixte « S/KS »

Nous allons voir ici comment formaliser le problème de synthèse mixte « S/KS ». Afin de formaliser les performances requises pour chacun des transferts S et $K.S$, nous utiliserons des pondérations fréquentielles : W_1 pour S et W_2 pour $K.S$. Nous expliquerons comment choisir ces transferts pour chaque application. Le problème H_∞ consiste à minimiser :

$$\left\| \begin{array}{l} W_1.S \\ W_2.K.S \end{array} \right\|_\infty \quad \text{équation 2.79}$$

Nous considérons la perturbation d comme étant la seule perturbation du système (Figure 2.33). Le schéma de régulation se pose alors sous la forme suivante :

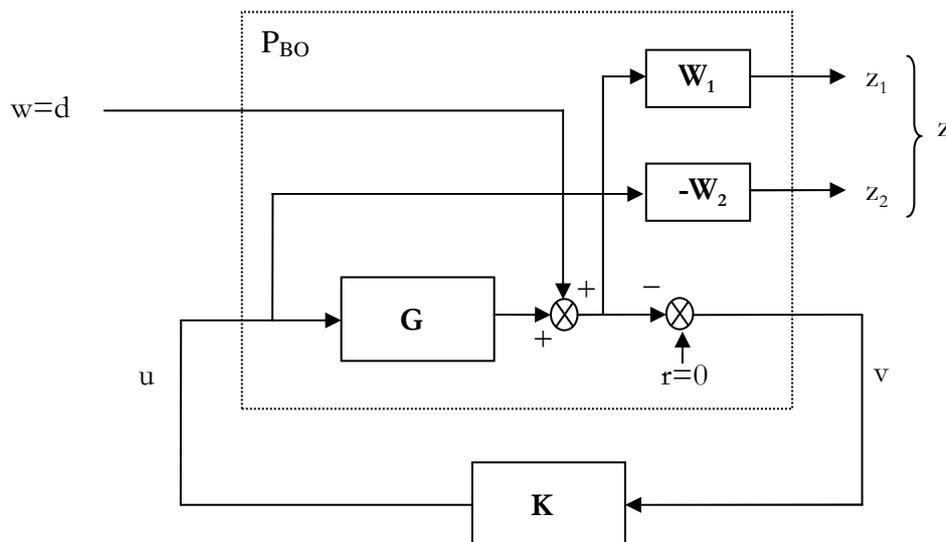


Figure 2.34 : Problème de sensibilité mixte S/KS : Mise en forme du problème

Les deux sorties du système peuvent s'exprimer par : $z_1 = W_1 S.w$ et $z_2 = W_2 K S.w$ (équation 2.76). Il nous faut alors mettre le problème sous la forme de la Figure 2.32. En partitionnant P_{BO} tel que :

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{BO,11} & P_{BO,12} \\ P_{BO,21} & P_{BO,22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix}, \quad \text{équation 2.80}$$

avec :

$$\begin{aligned} P_{BO,11} &= \begin{bmatrix} W_1 \\ 0 \end{bmatrix} & P_{BO,12} &= \begin{bmatrix} W_1 \cdot G \\ -W_2 \end{bmatrix} \\ P_{BO,21} &= -I & P_{BO,22} &= -G \end{aligned} \quad \text{équation 2.81}$$

Nous montrons que :

$$F_L(P_{BO}, K) = \begin{bmatrix} W_1 S \\ W_2 K S \end{bmatrix} \quad \text{équation 2.82}$$

La minimisation de cette LFT revient à minimiser la norme infinie de l'expression de l'équation 2.79 et donc à résoudre le problème S/KS . Il est ainsi possible d'obtenir le correcteur K vérifiant les objectifs de performance... s'il existe. Sa robustesse vis-à-vis d'incertitudes de conception pourra ensuite être étudiée comme expliqué précédemment. Cette démarche d'étude, qui sera suivie dans la suite de la thèse, est précisée dans la section suivante.

7. Démarche d'étude pour une conception robuste des sous-systèmes d'un réseau

Nous avons choisi d'étudier une démarche de dimensionnement d'un sous-système par une analyse de robustesse vis-à-vis d'incertitudes de conception portant sur les autres sous-systèmes du réseau. Les instabilités reportées dans la littérature sont majoritairement dues à des interactions filtre – convertisseur. Ainsi, les incertitudes de conception seront pour nous des incertitudes paramétriques portant sur les paramètres des filtres présents sur le réseau continu. La stabilité globale du réseau sera garantie si chaque équipement présente une conception robuste vis-à-vis de ces incertitudes.

Une des ambitions de cette thèse est d'étudier la possibilité d'utiliser la commande pour rendre robuste le sous-système aux incertitudes. Pour cela, nous avons montré l'intérêt d'une commande optimale, et nous avons choisi la synthèse H_∞ . D'une façon générale, nous considérons que si aucune solution n'est trouvée par cette méthode à un problème de contrôle, aucune solution n'existe. La démarche de dimensionnement d'un concepteur de sous-système sera donc la suivante :

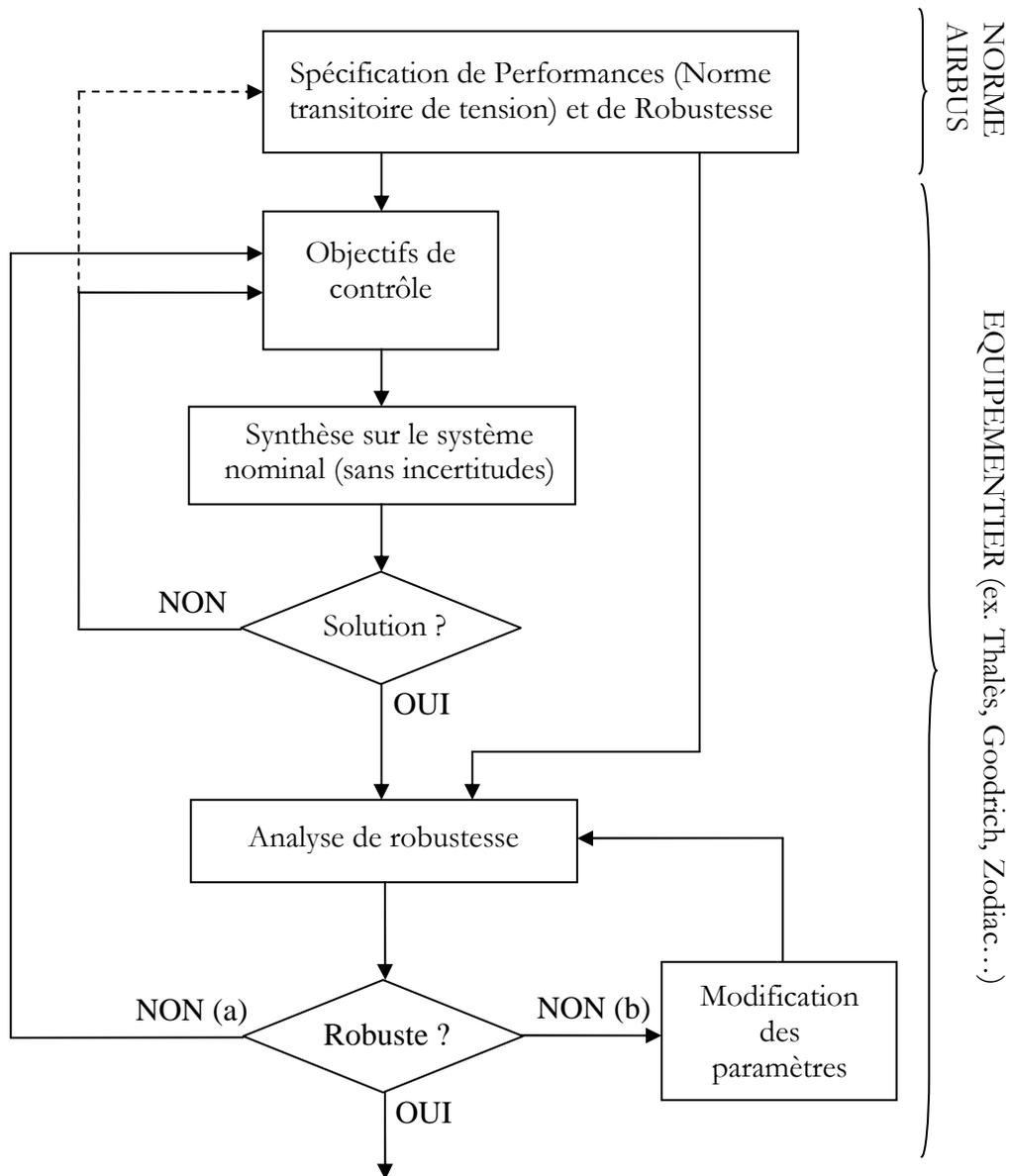


Figure 2.35 : Démarche pour une conception robuste des équipements

La première étape pour le concepteur du sous-système consistera à formaliser les objectifs de contrôle du système par des pondérations fréquentielles. Dans un premier temps, ces spécifications ne prendront en compte que des objectifs de performance nominale (respect de la norme transitoire de tension à réseau DC connu par exemple). S'il n'est pas possible de trouver une commande qui satisfasse ces objectifs, le fait que la commande soit optimale nous indique qu'il n'est pas possible de respecter les performances. Ainsi, il sera nécessaire de revenir sur ces dernières et de les relâcher (ce qui serait du ressort d'Airbus). Cette première étape peut d'ailleurs aider l'intégrateur système à préciser ses normes. Une fois que les performances sont respectées pour le sous-système nominal, la robustesse du sous-système face aux incertitudes de conception est analysée. Si cette robustesse est satisfaisante, nous avons trouvé une conception dynamique adéquate. Sinon, le concepteur doit tout d'abord revenir sur la synthèse du correcteur de façon à rendre robuste le sous-système. Si une conception robuste est atteignable par le contrôle, une solution sera trouvée et la conception dynamique sera satisfaisante. Sinon, les paramètres du sous-système seront modifiés de façon à obtenir une conception robuste, et ce au risque

d'augmenter la masse du sous-système. Cette démarche garantit que si une conception robuste peut être atteinte par le contrôle, elle peut être trouvée (cela vient encore une fois de la nature « optimale » du contrôle) et au final l'équipement aura une masse minimale.

Nous allons maintenant appliquer cette démarche au dimensionnement des sources DC que nous avons décrites en introduction.

Chapitre 3 : Applications : analyse de trois structures d'alimentation

Chapitre 3

Applications: analyse de trois structures d'alimentation

Ce chapitre est divisé en trois sections, correspondant chacune à l'application de la méthodologie que nous avons mise en place dans le Chapitre 2 à une structure de conversion alternatif / continu différente. Dans la première section, nous analyserons la robustesse en performance d'une structure de type ATRU vis-à-vis de son environnement de fonctionnement. Dans les deux suivantes, deux modes de conversion envisagés pour les futurs avions seront traités:

- ensemble alternateur à rotor bobiné – redresseur à diodes (section 2),
- ensemble alternateur à aimants – redresseur commandé en pleine onde (section 3).

A travers ces études, notre objectif sera d'apporter des réponses aux questions posées dans le Chapitre 1 (§4.1.1), et notamment de quantifier le coût en masse d'une spécification de robustesse. Pour cela, nous expliquerons comment établir les compromis entre masse, performances et robustesse en performance vis-à-vis de l'environnement de fonctionnement d'un équipement donné.

Première section: Le redressement par ATRU : Quand la structure fixe les performances...

La solution ATRU (« Auto-Transformer – Rectifier Unit ») est directement dérivée des réseaux actuels et reste séduisante du fait de sa fiabilité notamment. Le but est pour nous d'étudier la possibilité de spécifier la robustesse de cet équipement vis-à-vis d'incertitudes de conception portant sur le reste du réseau, et ce si possible en utilisant la commande de façon à maximiser la robustesse tout en évitant une augmentation de la masse. Après avoir rappelé la structure du système étudié et détaillé les objectifs d'étude, nous développerons un modèle dynamique puis mènerons une analyse de robustesse de cette source vis-à-vis d'incertitudes de conception du réseau continu.

1. Description du système ATRU 18-pulses et objectifs de l'étude

Nous nous plaçons du point de vue du concepteur de la source, celle-ci étant composée d'un alternateur et d'un ATRU 18-pulses. L'énergie électrique est fournie par un alternateur à rotor bobiné, et la tension alternative est régulée via l'excitation de cet alternateur par un contrôle PI. L'amplitude de cette tension est de 230V/400V et sa fréquence $f_e = 400\text{Hz}$. La tension continue est générée par l'ATRU. La structure du canal de puissance complet est donnée sur la Figure 3.1.

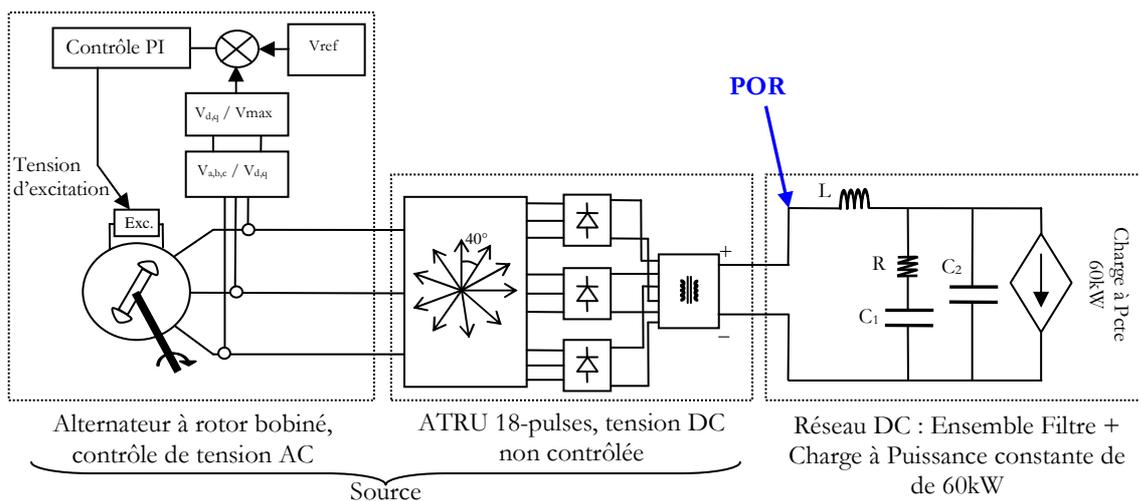


Figure 3.1 : Réseau d'étude : conversion AC / DC réalisée par un ATRU 18 – pulses

Nous étudions ici la capacité d'intégration de la source dans le réseau continu, dont la structure et les paramètres ne sont pas précisément connus. Nous supposons que, vu de la source, le réseau est équivalent (d'un point de vue dynamique) à un seul ensemble Filtre – Charge à puissance constante, les paramètres du filtre étant « incertains ». Plus la conception de la source est robuste face à ces incertitudes, plus la source est facilement « intégrable » dans le réseau continu.

Autrement dit, l'enjeu est de respecter la norme transitoire de tension au point POR après une variation de charge quels que soient les paramètres du réseau.

Dans la suite, nous nous poserons notamment la question de l'influence des paramètres de l'alternateur et de son contrôle sur la robustesse du sous-système « source » vis-à-vis des incertitudes sur les paramètres du filtre continu. Ainsi, nous mènerons deux études en parallèle : la première analysera la robustesse de la source en tenant compte des dynamiques de l'alternateur et de sa régulation, la seconde supposera que l'alternateur est une source idéale de tension, parfaitement régulée. Dans un premier temps, nous développerons les modèles dynamiques dans ces deux cas d'étude et les validerons sur un réseau nominal (c'est-à-dire non soumis aux incertitudes paramétriques). Nous mènerons ensuite l'analyse de robustesse dans nos deux cas d'étude. La comparaison des résultats permettra de conclure à la fois sur la capacité d'intégration de la source et sur l'intérêt d'une optimisation des paramètres de l'alternateur et de son contrôle pour l'amélioration de cette capacité d'intégration.

2. Modélisation dynamique nominale

2.1 Identification de l'impédance de sortie de la source

2.1.1 Méthode

La structure de la source étant complexe, nous choisissons d'identifier son comportement plutôt que de développer un modèle analytique comme dans [ZHU05a, ZHU05b]. Pour cela, nous identifions l'impédance de sortie de la source (au point POR) fréquence par fréquence tel que montré sur la Figure 3.2 :

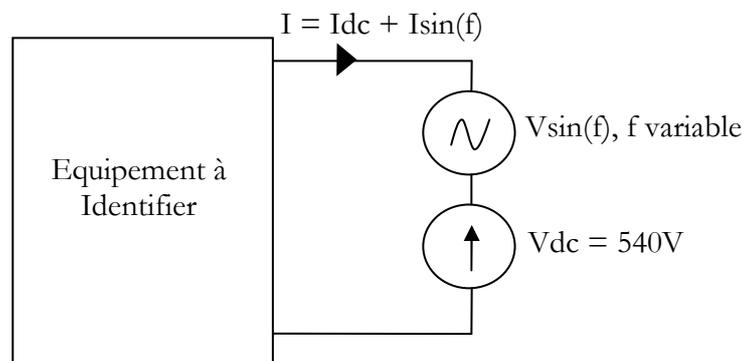


Figure 3.2 : Processus d'identification de l'impédance de sortie de la source

Le comportement de l'ensemble alternateur – ATRU est non-linéaire, au sens où son équivalent dynamique est différent suivant le point d'équilibre considéré. Ceci est valable pour la plupart des dispositifs à base d'électronique de puissance. La première étape consiste alors à fixer le point d'équilibre autour duquel nous souhaitons identifier le comportement dynamique de l'équipement. Ici, nous imposons la tension continue à $V_{dc} = 540V$ et le courant I_{dc} à une valeur telle que la puissance de charge $V_{dc} \cdot I_{dc}$ soit de $60kW$. La seconde étape consiste à exciter le système par une « petite » tension sinusoïdale $V_{sin}(f)$ autour de ce point de fonctionnement, puis à relever la valeur du courant $I_{sin}(f)$. Cette procédure est ensuite répétée pour d'autres fréquences

f, en prenant garde à mener l'identification dans le domaine de validité du modèle moyen, à savoir jusqu'à la moitié de la fréquence de découpage des convertisseurs, soit ici :

$$\frac{f_c}{2} = \frac{1}{2} \times 18 \times f_e = \frac{1}{2} \times 18 \times 400 = 3600 \text{ Hz} \quad \text{équation 3.1}$$

En prenant les conventions de signe de la Figure 3.2, l'amplitude et la phase de l'impédance Z_s à la fréquence f sont données par :

$$|Z_s(f)| = \frac{|V \sin(f)|}{|I \sin(f)|} \quad \text{équation 3.2}$$

$$-\varphi(Z_s(f)) = \varphi(V \sin(f)) - \varphi(I \sin(f))$$

Il suffit ensuite d'interpoler les points pour obtenir l'impédance de sortie de la source pour les autres fréquences. Nous allons appliquer cette méthode à l'identification de l'ATRU :

- une première identification pour le système avec toutes ses dynamiques côté AC (incluant le contrôle de l'alternateur),
- la seconde en considérant que l'alternateur est une source idéale de tension triphasée.

2.1.2 Identification de la source. Cas 1 : toutes les dynamiques côté AC sont prises en compte

Le schéma de simulation détaillé utilisé pour l'identification est donné en Annexe 5. La Figure 3.3 montre les résultats de l'identification :

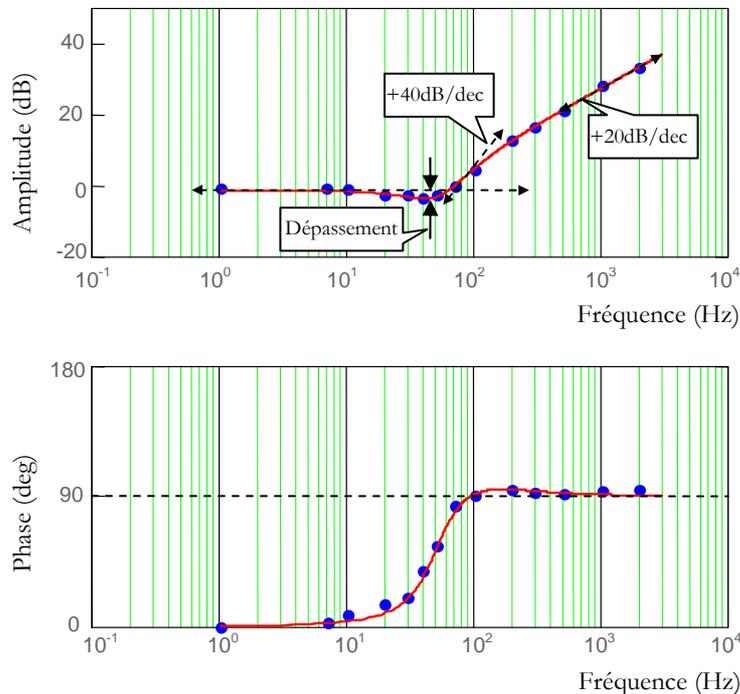


Figure 3.3 : Identification de l'impédance de sortie de la source (cas 1)

Les points de mesure (points bleus) ont été obtenus comme illustré sur la Figure 3.2. Il s'agit ensuite de trouver une expression analytique de la fonction de transfert qui relie tous ces points. Nous allons voir qu'il est ici possible de déterminer cette expression « à la main ».

Tout d'abord, nous voyons un léger dépassement autour de 40 Hz sur le gain de l'impédance, qui coïncide avec une augmentation assez rapide de la phase de 0 deg à une valeur supérieure à 90 deg. Ceci nous indique un comportement de type second ordre plutôt bien amorti. Mais au-delà de 200Hz, la phase n'augmente pas jusqu'à 180 deg comme cela aurait été le cas si le système avait été un simple second ordre. La phase se stabilise autour de 90 deg, la pente sur le gain est de +20dB/décade, ce qui nous indique qu'à « hautes » fréquences, le comportement est de type premier ordre. Ainsi, l'impédance de sortie peut être identifiable à un transfert du type :

$$Z_s(j\omega) = \frac{K \cdot \left(1 + \frac{2\xi}{\omega_0} \cdot j\omega + \left(\frac{j\omega}{\omega_0} \right)^2 \right)}{1 + T \cdot j\omega} \quad \text{équation 3.3}$$

Les paramètres de cette fonction de transfert sont déterminés eux aussi « à la main », nous trouvons alors les paramètres suivants (Figure 3.3, équation 3.4) :

$$\begin{cases} K = 0,65 \\ \xi = 0,6 \\ \omega_0 = 320 \text{rad} / \text{s} \\ T = 2,2 \text{ms} \end{cases} \quad \text{équation 3.4}$$

2.1.3 Identification de la source. Cas2 : l'alternateur est supposé être une source idéale de tension

Faisons maintenant l'hypothèse que l'alternateur est une source idéale de tension triphasée. Le lecteur trouvera en Annexe 5 le schéma de simulation nécessaire pour l'obtention des points de mesure. Ces derniers sont représentés sur la Figure 3.4 :

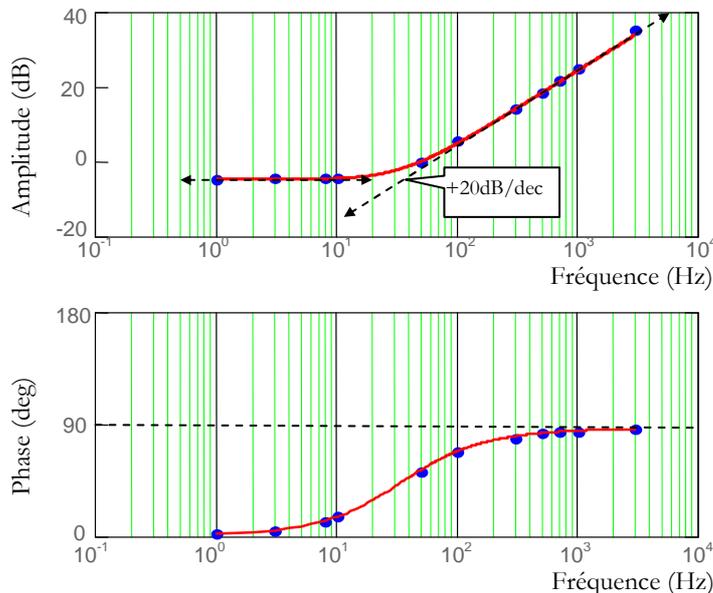


Figure 3.4 : Identification de l'impédance de sortie de la source (cas 2)

Ici, l'impédance de sortie est clairement un premier ordre. La phase augmente de 90 deg, de 0 deg à 90 deg, tandis que le gain présente une pente de +20dB / décade au-delà de 50Hz. Ceci est parfaitement cohérent avec les modèles analytiques développés dans la littérature [NGU08,

REG06, ZHU05b]. Dans [ZHU05b] par exemple, l'auteur montre que le schéma équivalent vu du côté continu d'un ATRU 18 pulses, alimenté par une source de tension idéale est une impédance (R,L). Nous avons donc :

$$Z_s(j\omega) = R_s + j.L_s.\omega, \quad \text{équation 3.5}$$

avec :

$$\begin{cases} R_s = 520m\Omega \\ L_s = 2,5mH \end{cases} \quad \text{équation 3.6}$$

Remarquons que dans ce cas, comme dans le précédent, l'ATRU présente une impédance non nulle à basses fréquences. Ainsi, la tension ne peut pas être réglée à 540V, mais présente une valeur statique qui dépend du courant de charge.

2.2 Modélisation dynamique nominale du réseau

Le réseau équivalent « Petits Signaux » est donné sur la Figure 3.5 :

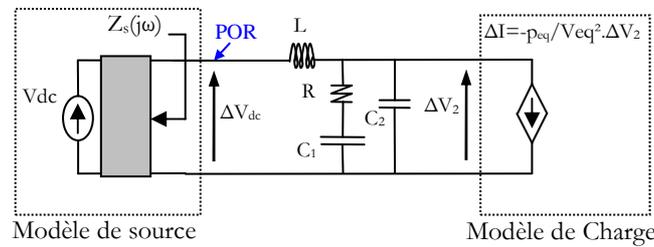


Figure 3.5 : Modèle « Petits Signaux » du réseau

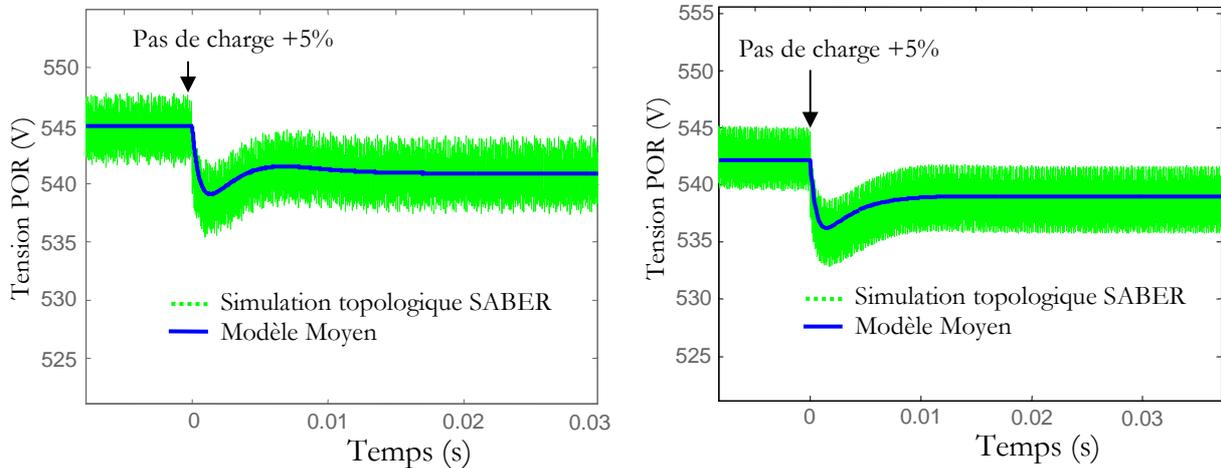
Nous avons linéarisé l'équation de la charge autour du point d'équilibre $V_2=540V$, comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent. Les paramètres nominaux du réseau sont donnés dans le tableau ci-dessous.

Table 3-I : Paramètres nominaux du canal de puissance étudié

Paramètre de source	Cas 1: toutes les dynamiques AC sont prises en compte	ζ	0.6
		ω_0	320rad/s
		T	2.2 ms
		K	0.65
	Cas 2: L'alternateur est supposé être une source idéale de tension	R_s	520mΩ
		L_s	2.5mH
Paramètre de charge	Puissance de charge P_{eq}	60kW	
Paramètres du filtre	L	20uH	
	R	1Ω	
	C_1	4700μF	
	C_2	400μF	

2.3 Validation du modèle nominal par simulation temporelle

Les modèles moyens « Petits Signaux » sont validés par comparaison avec une simulation topologique sous le logiciel SABER. Pour cela, nous simulons un pas de charge de +5% de la puissance nominale de la charge (soit une augmentation de charge de 3 kW) et nous relevons la tension au point POR (Figure 3.1, Figure 3.5). Les paramètres de simulation sont ceux du tableau 3-I.



(a) cas 1 : les dynamiques de l'alternateur et de sa régulation sont modélisées

(b) cas 2 : l'alternateur est supposé être une source idéale de tension

Figure 3.6 : Validation des modèles moyens par simulation temporelle

Nous voyons que les modèles moyens que nous avons trouvés par identification reproduisent fidèlement les dynamiques du modèle topologique dans les deux cas d'étude présentés. Ils sont donc validés autour du point d'équilibre considéré.

3. Analyse de robustesse

3.1 Mise en forme du problème

Selon la méthodologie mise en place dans le Chapitre 2, il nous faut mettre le système sous la forme (N, Δ) de la Figure 2.28 pour analyser sa robustesse. La première étape est la modélisation du système en boucle fermée soumis à ses incertitudes, la seconde est la spécification des performances dans le domaine fréquentiel.

3.1.1 Modélisation des incertitudes de conception

La première étape consiste à sélectionner les paires d'entrée / sortie du système. Ici, nous souhaitons respecter les normes de tension au point POR (Figure 3.1) suite à une variation de puissance Δp de la charge. Nous considérons donc une seule entrée (Δp) et une seule sortie (ΔV_{dc}). Ce transfert est soumis à des incertitudes de conception qui sont modélisées par des incertitudes paramétriques portant sur les paramètres R , L , C_1 et C_2 du filtre continu. Les notations suivantes sont utilisées pour la description des incertitudes :

$$\begin{aligned}
 L &= L_{nom} \cdot (1 + p_l \cdot \delta_l), \\
 R &= R_{nom} \cdot (1 + p_r \cdot \delta_r), \\
 C_1 &= C_{1,nom} \cdot (1 + p_{C_1} \cdot \delta_{C_1}), \\
 C_2 &= C_{2,nom} \cdot (1 + p_{C_2} \cdot \delta_{C_{21}}),
 \end{aligned}
 \tag{équation 3.7}$$

avec $|\delta_{l,r,C_1,C_2}| \leq 1$. Comme expliqué dans le chapitre précédent, nous pouvons modéliser le système soumis à ses incertitudes sous la forme donnée Figure 3.7. La matrice des incertitudes est notée Δi avec:

$$\Delta_i = \text{diag}\{\delta_r, \delta_l, \delta_{C_1}, \delta_{C_2}\}, \|\Delta_i\|_\infty \leq 1
 \tag{équation 3.8}$$

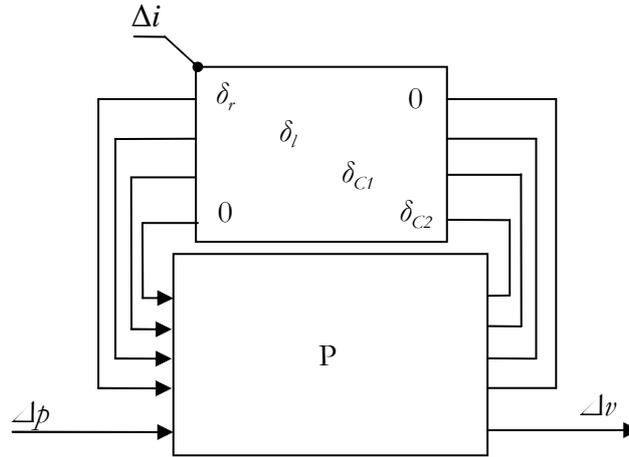


Figure 3.7 : Modélisation du système en boucle fermée soumis à ses incertitudes

3.1.2 Spécification de performances

Le transfert entre Δp et ΔV_{dc} est pondéré par une spécification fréquentielle de performances W_{perf} , $1/W_{perf}$ étant la traduction dans le domaine fréquentiel des normes temporelles au point POR. Dans le Chapitre 2, nous avons montré comment traduire les normes temporelles en spécifications dans le domaine fréquentiel. Nous choisissons $1/W_{perf}$ tel que :

$$\frac{1}{W_{perf}(s)} = \frac{s + \omega_b \cdot \varepsilon}{s/M_S + \omega_b}
 \tag{équation 3.9}$$

Nous montrons sur la Figure 3.8 comment traduire les normes transitoires de tension en gabarit de performance dans le domaine fréquentiel :

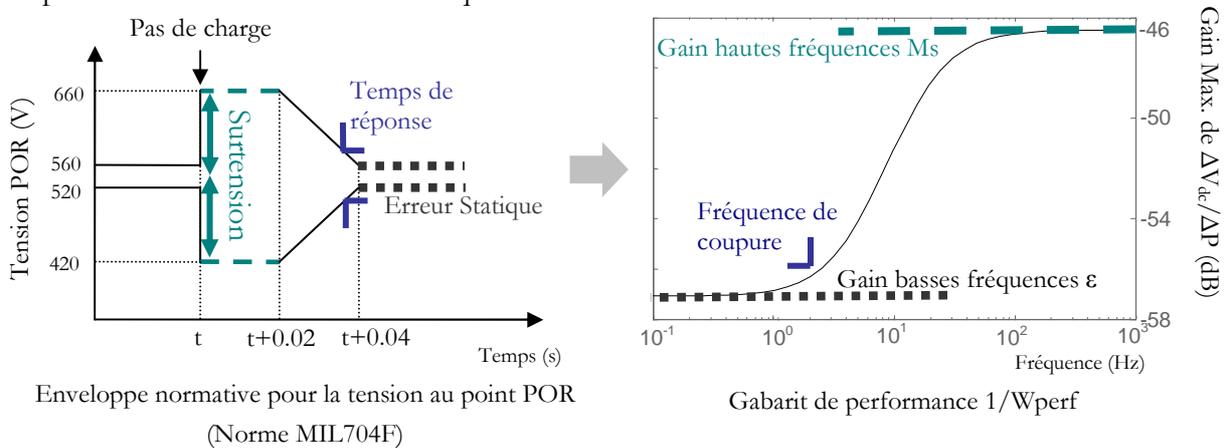


Figure 3.8 : Traduction de la norme temporelle en spécification dans le domaine fréquentiel

Pour régler les paramètres de la pondération W_{perf} , nous considérons que la variation maximale de la puissance de charge est de 50%, soit 30kW. Nous prenons donc les paramètres suivants :

Fréquence de coupure : $\omega_b = 24800 \text{ rad/s}$

Erreur statique : $\epsilon = \frac{40}{30000} = 1,3 \cdot 10^{-3}$ équation 3.10

Limitation de la surtension : $M_s = \frac{660 - 540}{30000} + \epsilon = 4 \cdot 10^{-3}$

En prenant ces paramètres, nous garantissons qu'après une variation de charge de 30kW la variation de tension juste après le pas de charge est limitée à 120V, et que la chute de tension sera de 40V maximum (rappelons que la tension DC n'est pas contrôlée et que la valeur statique de la tension dépend du niveau de charge). La fréquence de coupure est calculée de façon à garantir un temps de réponse de 40ms [SAU08].

3.1.3 Mise en forme pour la μ -analyse

Le système soumis à ses incertitudes paramétriques est modélisé sous la forme suivante (voir Chapitre 2) :

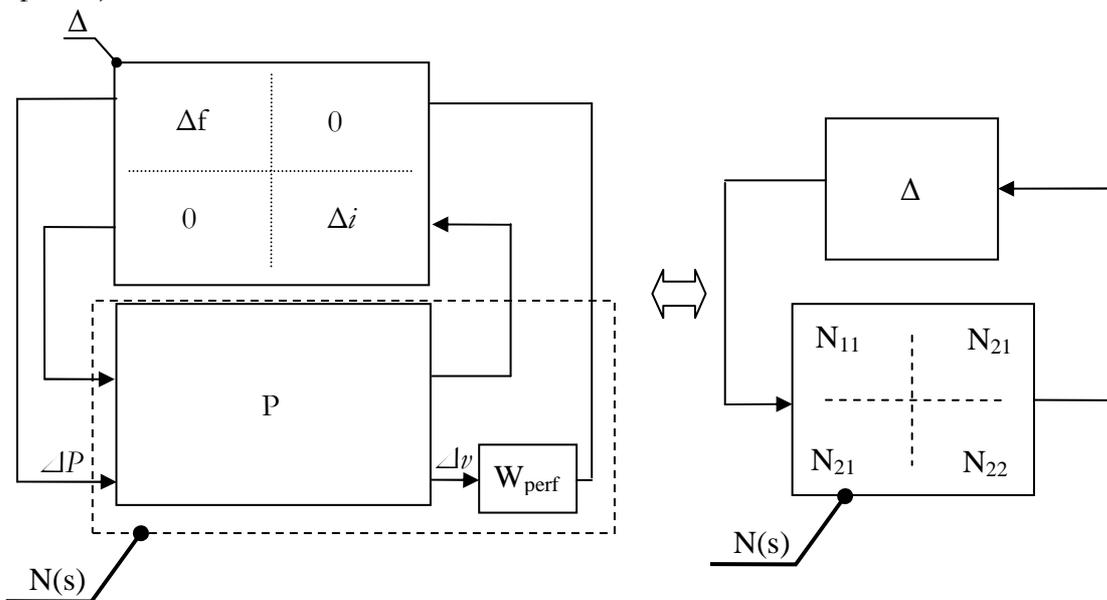


Figure 3.9 : Modélisation (N,Δ) du système soumis à ses incertitudes paramétriques

Une incertitude « fictive » Δf complète la matrice des incertitudes Δi (Figure 3.8) pour tenir compte de la spécification de performances dans l'analyse de robustesse. Maintenant que nous avons modélisé les incertitudes du système et réglé les performances désirées, nous pouvons analyser la robustesse du système de la Figure 3.9 grâce à la μ -analyse.

3.2 Capacité d'intégration de l'ensemble Alternateur – ATRU dans le réseau (cas 1)

Cette première étude s'intéresse à la « capacité d'intégration » de l'ensemble alternateur - ATRU dans le réseau. Plus la robustesse en performance de la source vis-à-vis des incertitudes paramétriques du réseau est importante, plus sa capacité d'intégration dans le réseau est grande

[SAU08]. Le modèle de la source est donné par l'équation 3.3. Pour cette première étude, nous calculons la robustesse en performance de la source (alternateur + ATRU) pour plusieurs niveaux d'incertitudes : 20%, 30%, 40% puis 52% des valeurs nominales du filtre données dans la Table 3-I. La Figure 3.10 montre le calcul des bornes inférieure et supérieure de la valeur singulière structurée pour ces incertitudes :

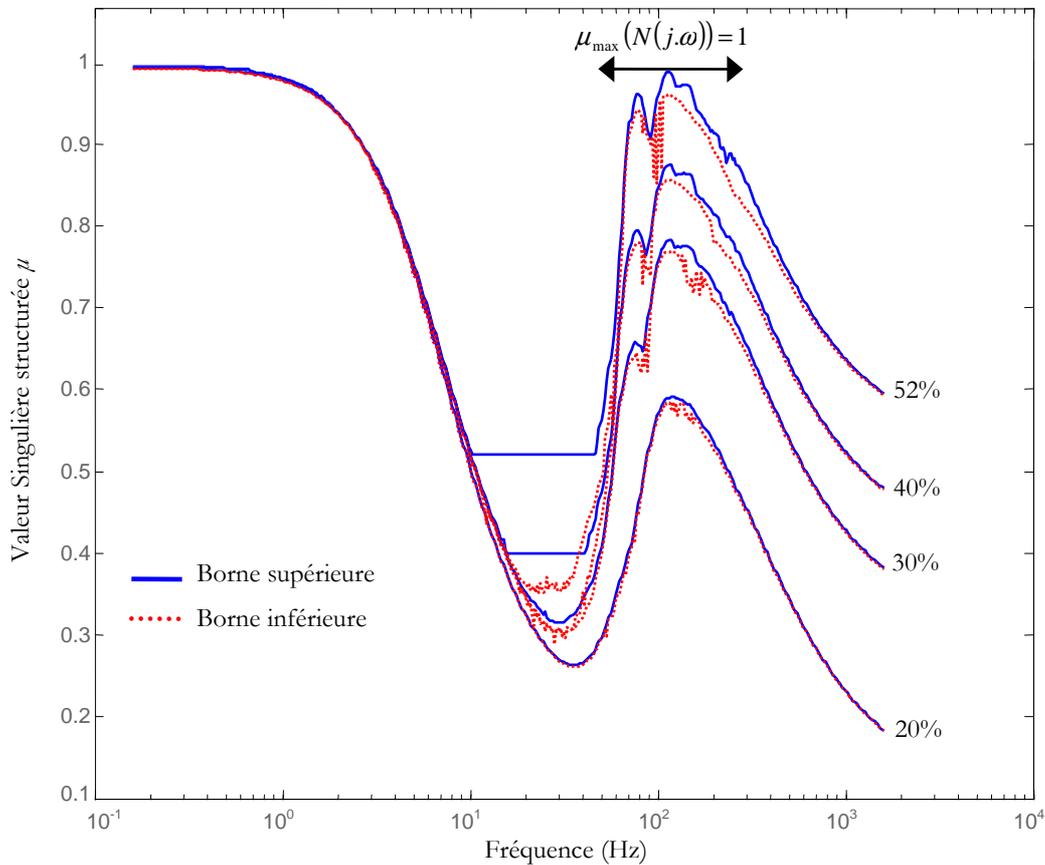


Figure 3.10 : Robustesse en performance pour des incertitudes de 20%, 30%, 40% et 52% sur les paramètres du filtre continu

Plusieurs conclusions peuvent être tirées de ces résultats. Tout d'abord, pour chaque niveau d'incertitude, les bornes supérieure et inférieure sont très proches l'une de l'autre sur la majorité du domaine fréquentiel : nous pouvons conclure que les résultats ne seront pas entachés de conservatisme lié à des problèmes de convergence numérique de l'algorithme de calcul. Les résultats sont donc précis d'un point de vue numérique. Notons que les plats entre 10 et 100Hz sur la Figure 3.10 sont dus à des problèmes de convergence numérique du calcul, mais n'affectent en rien la précision des résultats dans la mesure où les incertitudes ne sont pas influentes sur cette bande de fréquence (valeur de μ « faible »).

Nous pouvons aussi tirer des conclusions sur le domaine fréquentiel où les incertitudes modélisées sont influentes. Clairement, la valeur de μ n'évolue avec la taille des incertitudes que pour les fréquences supérieures à 30 Hz. C'est donc dans ce domaine fréquentiel que nous devons étudier la robustesse du système. Pour les fréquences inférieures à 30Hz, les incertitudes n'ont aucune influence sur la robustesse en performance du système.

Enfin, le système est robuste en performance pour des incertitudes de 52% sur les paramètres du filtre, ce qui correspond à $\mu_{\max}(N(j,\omega))=1$. Autrement dit, la robustesse de la source face à des incertitudes de conception du réseau continu est « très » importante. Sa capacité d'intégration dans le réseau continu est donc tout à fait satisfaisante. Afin de valider ce résultat, nous simulons une variation de charge de 30kW à $t=0s$ pour différentes combinaisons des paramètres du filtre DC dans les 52% d'incertitudes, puis comparons les réponses du système aux performances dynamiques requises dans le domaine temporel. Les résultats sont donnés sur la Figure 3.11 :

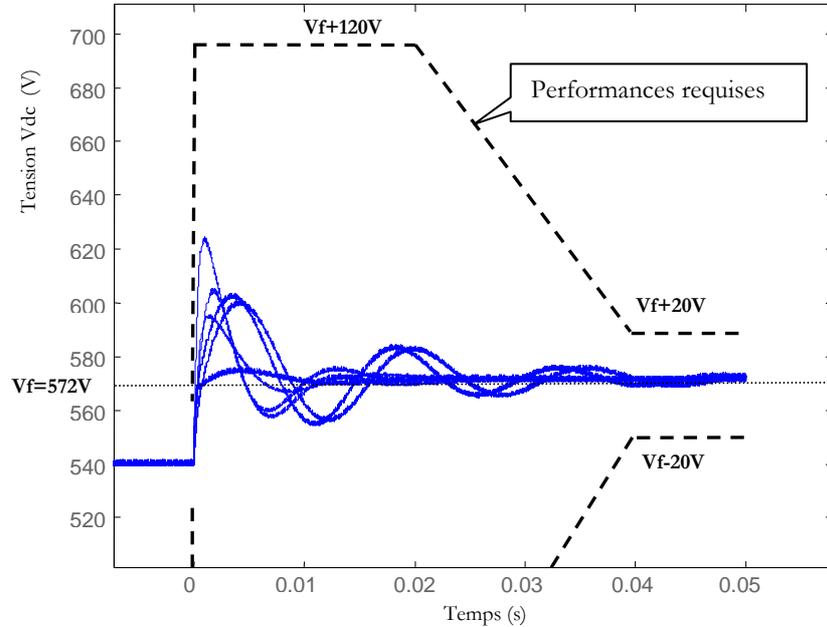


Figure 3.11: Validation du calcul de Robustesse par simulation temporelle

Nous voyons ici clairement que les performances requises dans le domaine temporel sont respectées quelles que soient les combinaisons paramétriques considérées. Le calcul de robustesse est ainsi validé. Notons cependant que les résultats sont entâchés de conservatisme dans la mesure où les performances requises sont « loin » d'être atteintes. D'une part, nous ne pouvons pas garantir que nous avons simulé le « pire-cas » des combinaisons paramétriques du point de vue des performances. D'autre part, le calcul introduit du conservatisme venant de la traduction des performances dans le domaine temporel en un gabarit fréquentiel (la méthode permet au final de *garantir* le respect de performances données).

Revenons maintenant à la démarche de conception que nous avons proposée dans le Chapitre 1. Dans notre démarche, c'est à l'avionneur de choisir la robustesse de chaque équipement. Il est donc primordial d'étudier les différentes solutions pour éventuellement augmenter la robustesse d'un équipement vis-à-vis des incertitudes côté réseau continu. La question est donc : Est-ce qu'une optimisation de la loi de commande de l'alternateur peut améliorer la robustesse du système vis-à-vis des incertitudes côté continu ? Un contrôle « idéal » consiste ici à maintenir la tension alternative à sa valeur nominale quelles que soient les variations de charge. Autrement dit, considérer que l'alternateur se comporte comme une source idéale de tension.

3.3 Influence du contrôle de l'alternateur sur la capacité d'intégration de la source

Nous analysons ici la robustesse de la source avec l'alternateur modélisé comme étant une source idéale de tension (équation 3.5). Les performances requises sont identiques à celles qui sont données Figure 3.8. Nous prenons toujours les valeurs nominales du filtre continu données dans la Table 3-I et nous modélisons des incertitudes sur les paramètres du filtre continu de respectivement 20%, 30%, 40% et 60%. Les résultats du calcul des bornes supérieure et inférieure de la valeur singulière structurée dans chacun de ces cas d'étude sont donnés Figure 3.12 :

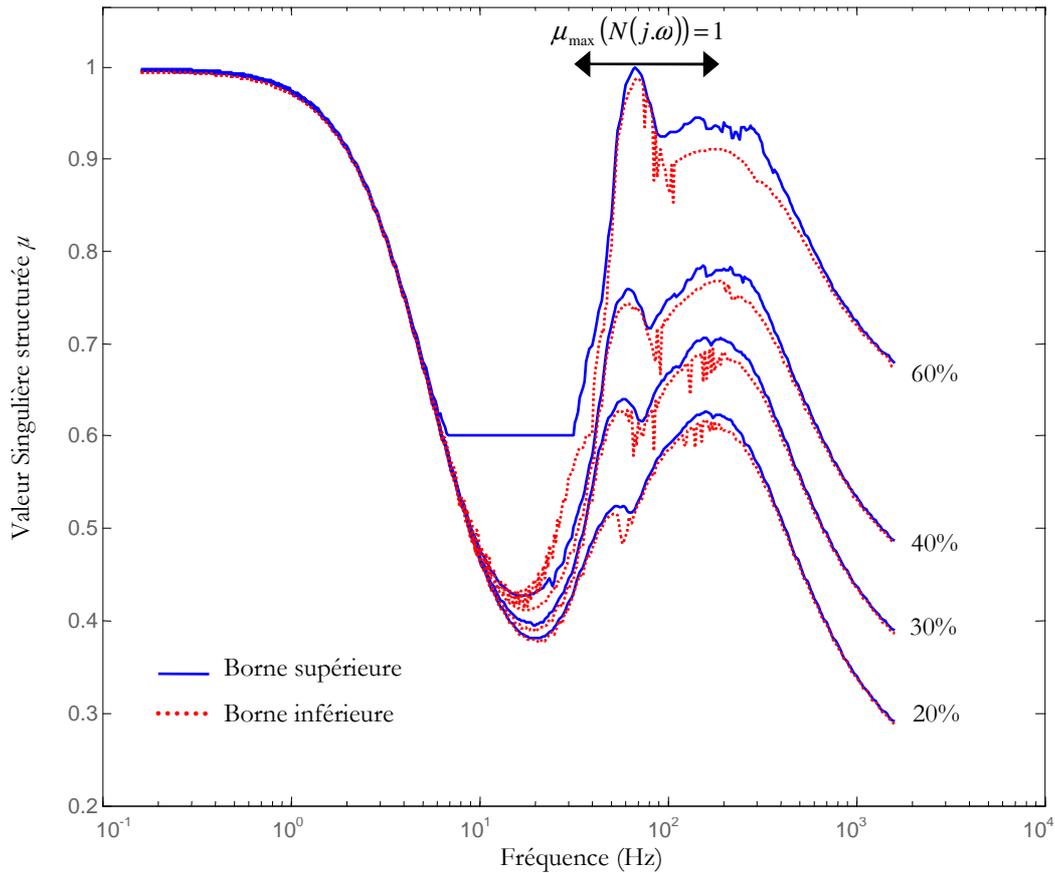


Figure 3.12 : Robustesse en performance pour des incertitudes de 20%, 30%, 40% et 52% sur les paramètres du filtre continu (hypothèse alternateur source idéale de tension)

Ici encore, les résultats ne sont pas conservatifs puisque les bornes supérieure et inférieure sont très proches l'une de l'autre sur la majorité du domaine fréquentiel. D'autre part, nous retrouvons le même domaine d'influence des incertitudes que dans le cas précédent, défini par $f > 30$ Hz.

Sur ce domaine, nous voyons que la condition $\mu_{\max}(N(j.\omega)) \leq 1$ est vérifiée pour des incertitudes allant jusqu'à 60% des valeurs nominales du filtre continu. Nous trouvons donc une robustesse en performance légèrement supérieure à celle qui a été mise en évidence dans le cas précédent (52%). Les paramètres physiques de l'alternateur et son contrôle influent donc sur la capacité d'intégration de la source, mais cette influence reste faible. Au mieux, en rendant idéaux l'alternateur et son contrôle, il est possible de gagner 8 points de robustesse en performance vis-

à-vis des incertitudes modélisées. Cela nécessiterait de revoir entièrement une partie de la conception de la source pour n'améliorer que modérément son intégration dans le réseau continu.

4. Conclusion

Nous pouvons tirer plusieurs enseignements des résultats que nous venons de présenter. Premièrement, la source – constituée d'un alternateur et d'un ATRU 18-pulses – est facilement intégrable dans le réseau puisque sa robustesse vis-à-vis d'incertitudes de conception du réseau continu est importante. Deuxièmement, sa capacité d'intégration dans le réseau continu ne peut pas être améliorée par l'optimisation de la commande de l'alternateur et / ou de ses paramètres. Nous avons vu que les paramètres de la source côté alternatif n'ont quasiment aucune influence sur la robustesse du système étudié : ainsi, l'ATRU découple le réseau alternatif du réseau continu. Autrement dit : c'est la structure du sous-système constitué par l'ATRU qui fixe les performances dynamiques. Cette conclusion doit tout de même être relativisée, dans la mesure où nous n'avons pas étudié dans cette section les conséquences de la fréquence variable sur les performances dynamiques et la robustesse du système. En effet, toute notre étude a été présentée à la fréquence fixe $f_e = 400\text{Hz}$.

Nous retiendrons ici surtout la force de la méthode de conception robuste présentée dans le Chapitre 2, qui nous a donné ici des informations essentielles sur la « capacité d'intégration » d'un équipement dans le réseau continu ainsi que des pistes pour l'améliorer.

La conversion étudiée dans cette section, à cause de la présence de l'autotransformateur, est un équipement lourd. Dans la section suivante, nous envisagerons le remplacement de l'ATRU, qui est un élément de découplage dynamique, par une conversion plus simple utilisant un simple redresseur à diodes triphasé. Nous pouvons alors poser les questions suivantes :

- La robustesse vis-à-vis des incertitudes de conception du réseau DC sera-t-elle toujours aussi satisfaisante ?
- Si non, l'usage du contrôle pourra-t-il permettre de gagner en robustesse vis à vis d'incertitudes de conception du réseau continu ? Et au final, que deviendra la masse ?

Deuxième Section: Le redressement triphasé à diodes : un exemple de co-conception structure – commande

Dans cette section, l'ensemble de la démarche présentée dans le Chapitre 2 est reprise pour une source associant un alternateur à rotor bobiné et un redresseur hexaphasé à diodes.

1. Description du système et dimensionnement statique et harmonique

1.1 Description du système

Le système étudié est décrit sur la Figure 3.13 suivante :

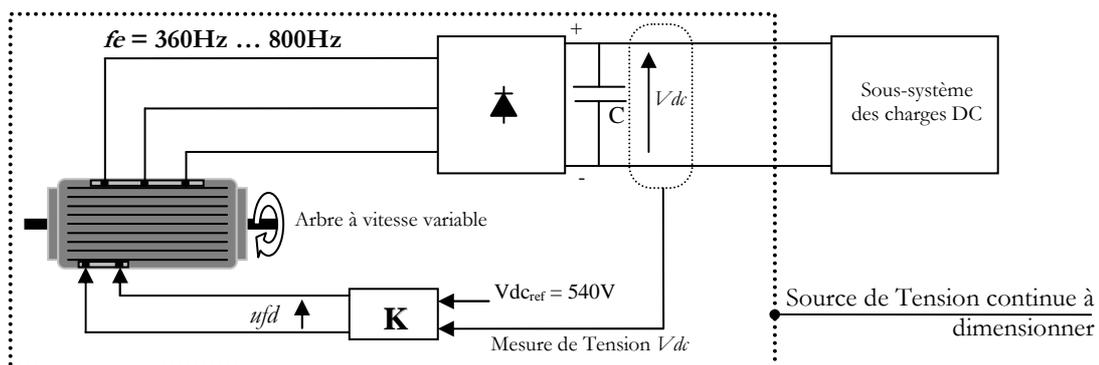


Figure 3.13 : Source DC : Alternateur à rotor bobiné+ Redresseur à diodes triphasé

L'énergie est fournie par l'alternateur « Megève », conçu par Thalès, qui est à rotor bobiné et de puissance nominale 209kVA, 150kW. Cet alternateur fonctionne à fréquence variable. La fréquence est imposée par la turbine et varie entre 360Hz et 800Hz. La tension alternative est redressée par un redresseur triphasé à diodes débitant sur le réseau continu par l'intermédiaire d'une capacité de filtrage C. La tension continue aux bornes de C est contrôlée via l'excitation de l'alternateur par un correcteur K. Nous faisons l'hypothèse d'un système d'excitation « idéal », qui est donc modélisé dans la suite par un gain unitaire.

1.2 Dimensionnement statique et harmonique de la source

Nous supposons que l'alternateur est déjà correctement dimensionné par son constructeur. Nous n'étudions donc pas ici les éventuels couplages entre le dimensionnement de l'alternateur et les performances de la source DC. Il ne reste donc pour nous qu'à dimensionner la capacité de sortie C. Celle-ci a pour but principal de filtrer les harmoniques de tension rejetés par le redresseur sur le réseau continu. Pour la dimensionner, nous prenons une charge résistive de 150kW et l'alternateur est contrôlé en boucle ouverte. La valeur de la tension d'excitation est imposée à une

valeur telle que la tension continue soit de 540V en régime permanent. Nous dimensionnons alors le système à masse minimum pour un alternateur donné, ce qui revient à prendre la plus petite capacité C telle que la norme harmonique soit respectée sur le bus DC. Notons que cette norme doit être vérifiée pour l'ensemble des points de fonctionnement, de $f_e = 360$ Hz à $f_e = 800$ Hz. Sur la Figure 3.14, nous voyons que cette condition est remplie pour $C = 0,7$ mF.

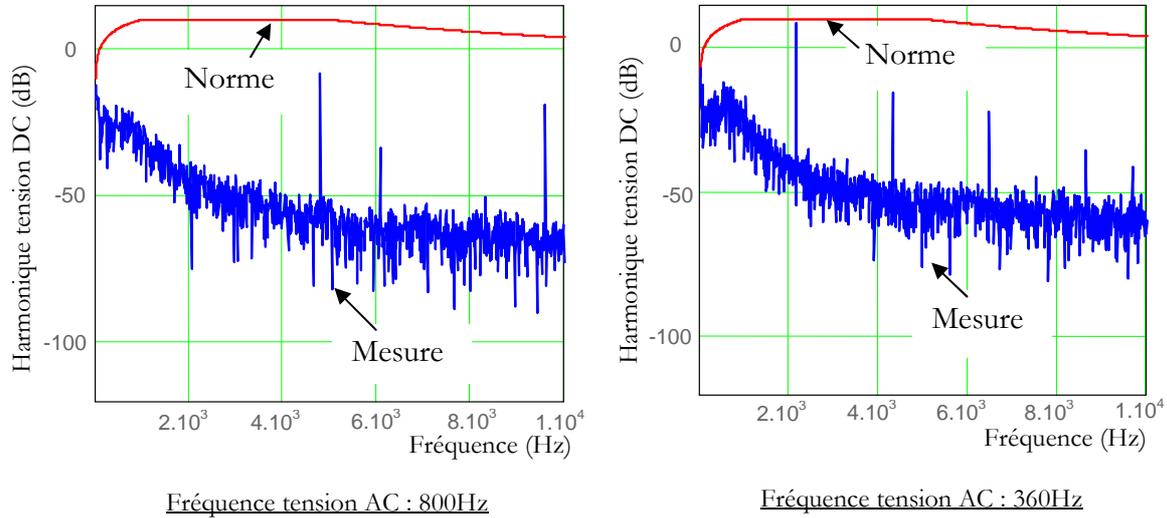


Figure 3.14 : Respect des normes harmoniques de tension sur le bus continu pour une capacité $C = 0,7$ mF.

2. Modélisation dynamique

2.1 Modélisation de l'alternateur à rotor bobiné

Dans la suite, nous utilisons le référentiel de Park défini par la transformée de l'équation 3.11 :

$$\begin{bmatrix} x_q \\ x_d \\ x_0 \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \times \begin{bmatrix} \cos wt & \cos(wt - 2\pi/3) & \cos(wt + 2\pi/3) \\ \sin wt & \sin(wt - 2\pi/3) & \sin(wt + 2\pi/3) \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} \quad \text{équation 3.11}$$

L'axe d de la machine coïncide avec la direction du flux d'excitation. L'axe q est placé à 90 degrés électriques de l'axe d de la machine. Nous prenons l'hypothèse que l'alternateur fournit un système de tensions équilibré, les composantes homopolaires sont donc nulles. L'alternateur est alors décrit par le système d'équations différentielles suivant [KRA02] :

$$uds = Rs.ids - we.(Lls.iqs + Lmq.(iqs + ikq)) + \frac{d}{dt}(Lls.iqs + Lmd.(ids + ifd + ikd)) \quad \text{équation 3.12}$$

$$uqs = Rs.iqs + we.(Lls.ids + Lmd.(ids + ifd + ikd)) + \frac{d}{dt}(Lls.iqs + Lmq.(iqs + ikq)) \quad \text{équation 3.13}$$

$$0 = Rkd.ikd + Llkd.\frac{dikd}{dt} + Lmd.\frac{d}{dt}(ids + ifd + ikd) \quad \text{équation 3.14}$$

$$0 = Rkq \cdot ikq + Llkq \cdot \frac{dikq}{dt} + Lmq \cdot \frac{d}{dt}(iqs + ikq) \quad \text{équation 3.15}$$

$$ufd = Rfd \cdot ifd + \frac{d}{dt}(Llfd \cdot ifd + Lmd \cdot (ids + ifd + ikd)) \quad \text{équation 3.16}$$

où uds et uqs sont les tensions statoriques d'axes d et q, ids et iqs les courants statoriques d'axe d et q, ufd et ifd la tension et le courant d'excitation de l'alternateur, ikd et ikq les courants dans les amortisseurs. Les résistances et inductances de la machine sont définies en Annexe 6. Utilisons maintenant les notations classiques suivantes [KRA02] :

$$\begin{aligned} Lq &= Lls + Lmq \\ Ld &= Lls + Lmd \\ Lf &= Llfd + Lmd \\ LD &= Llkd + Lmd \\ LQ &= Llqk + Lmq \end{aligned} \quad \text{équation 3.17}$$

Nous pouvons ainsi obtenir les équations d'état de l'alternateur :

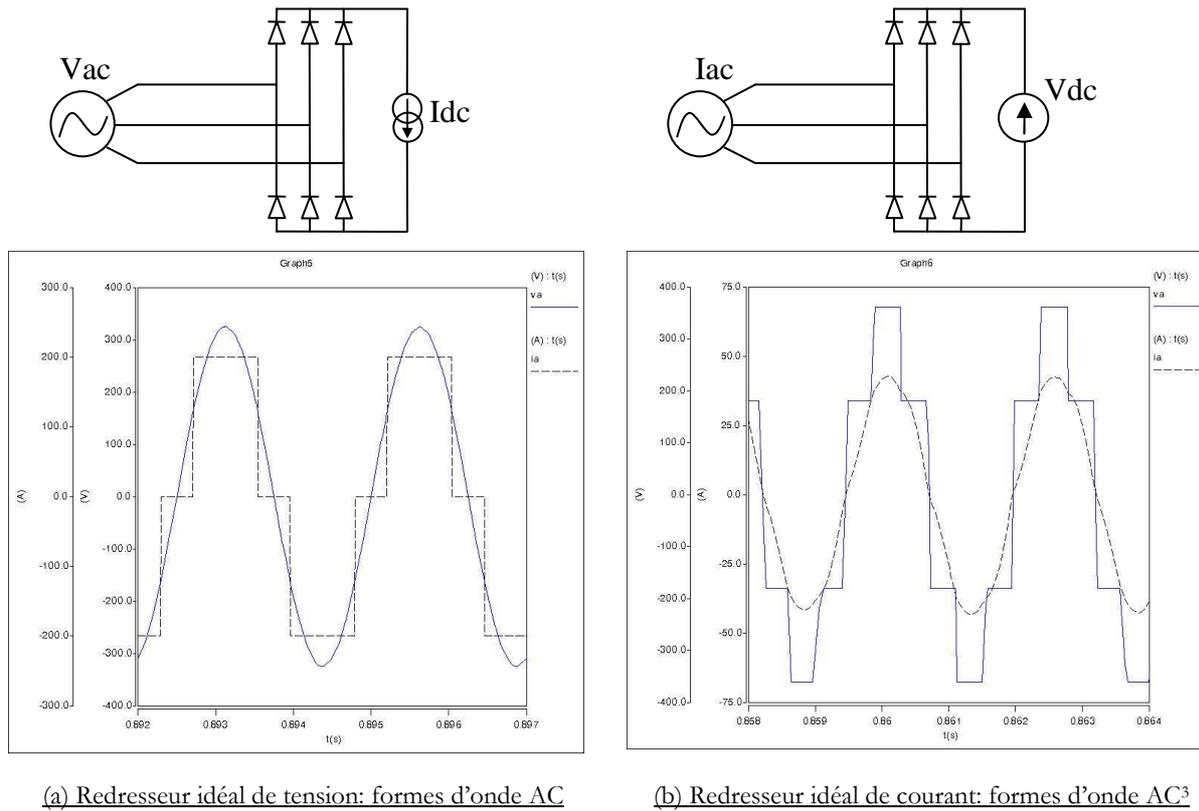
$$\begin{bmatrix} uds \\ ufd \\ 0 \\ uqs \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Rs & 0 & 0 & -weLq & -weLmq \\ 0 & Rfd & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Rkd & 0 & 0 \\ weLd & weLmd & weLmd & Rs & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Rkq \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} ids \\ ifd \\ ikd \\ iqs \\ ikq \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Ld & Lmd & Lmd & 0 & 0 \\ Lmd & Lf & Lmd & 0 & 0 \\ Lmd & Lmd & LD & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Lq & Lmq \\ 0 & 0 & 0 & Lmq & LQ \end{bmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} ids \\ ifd \\ ikd \\ iqs \\ ikq \end{bmatrix}$$

équation 3.18

2.2 Modélisation du redresseur triphasé à diodes

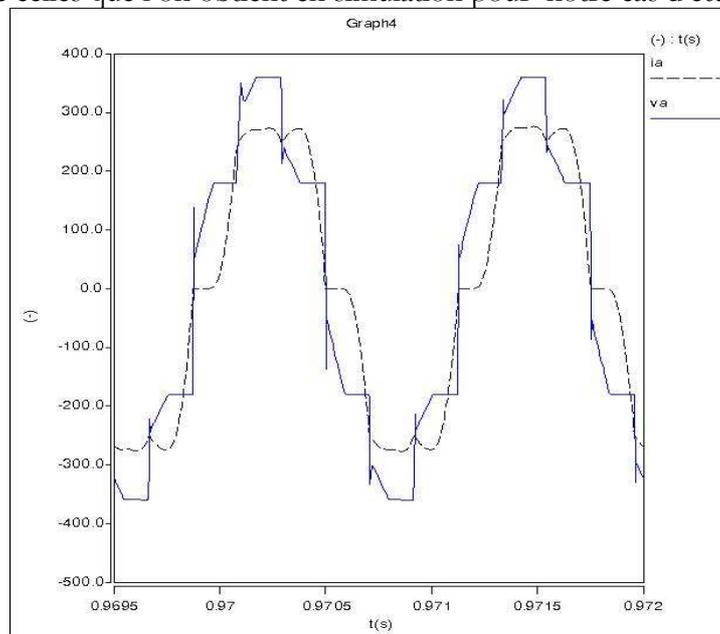
2.2.1 Etude qualitative du comportement du redresseur

Le redresseur à diodes est certainement la solution de conversion alternatif / continu parmi les plus simples à mettre en œuvre. Mais paradoxalement, sa modélisation est très complexe [PAT06]. Les commutations étant naturelles, les différentes configurations du redresseur dépendent directement de l'évolution des variables d'état. Ces configurations sont classifiables en deux catégories principales, suivant que le redresseur fonctionne en redresseur de tension ou en redresseur de courant. Afin de mieux comprendre, visualisons les formes d'onde côté alternatif obtenues pour un redresseur idéal de tension et un redresseur idéal de courant, pour lesquels des modèles analytiques simples existent [JAD98, SEG84, PAT06]:



**Figure 3.15 : Configurations idéales redresseur de tension et redresseur de courant
(traits pleins : tension, pointillés : courant)**

Ces deux cas d'étude correspondent à des configurations idéales. Comparons maintenant ces formes d'onde avec celles que l'on obtient en simulation pour notre cas d'étude :



**Figure 3.16 : Formes d'onde côté AC de l'ensemble Megève + Redresseur triphasé
(traits pleins : tension, pointillés : courant)**

³ La source idéale de courant est ici simulée par une source de tension en série avec une forte inductance, ce qui explique que le courant AC ne soit pas parfaitement sinusoïdal sur la Figure 3.14 (b)

Ces formes d'onde ne permettent pas de rapprocher le comportement du système étudié de celui d'un redresseur de courant ou de tension. Nous voyons que les formes d'onde des tension et courant alternatifs présentent une distorsion importante, due aux phénomènes de commutation [SEG84]. Pour tenir compte des effets de ce phénomène sur le comportement dynamique moyen des variables d'état, un modèle analytique simple existe : il correspond à la modélisation d'un redresseur de tension avec source inductive. Ce modèle est valable si l'angle de commutation μ respecte la condition $\mu \leq \pi/3$ avec [JAD98] :

$$\mu = \cos^{-1} \left(1 - \frac{2 \cdot \omega \cdot L_s \cdot Idc}{\sqrt{3} \cdot V_p} \right) \quad \text{équation 3.19}$$

où ω est la pulsation réseau alternatif, L_s est l'inductance de ligne en amont du redresseur, Idc est la valeur moyenne du courant continu et V_p est l'amplitude de la tension alternative. Selon [JAD98], si la source est un alternateur, l'inductance de commutation du redresseur L_s est de l'ordre de grandeur de l'inductance synchrone de l'alternateur et la tension V_p est la tension à vide de l'alternateur. Dans notre cas d'étude, nous aurions :

$$\left. \begin{array}{l} \omega = 2 \cdot \pi \cdot 400 \\ L_s \approx 700 \mu H \\ Idc \approx 270 A \quad (150 kW, 540 V) \\ V_p \approx 720 V \end{array} \right\} \Rightarrow \mu = 1,3 \cdot \pi / 3 > \pi / 3 \quad \text{équation 3.20}$$

Avec les paramètres que nous avons, la condition $\mu \leq \pi/3$ n'est pas vérifiée et le modèle analytique ne peut donc pas être utilisé. Les trois modèles analytiques les plus classiques ne sont donc pas utilisables pour la modélisation dynamique du redresseur à diodes de notre système. Il existe d'autres modèles analytiques plus adaptés mais ils se compliquent assez vite [ZHU05]. Nous avons donc préféré choisir une approche de modélisation semi-empirique (ou semi-analytique) qui a le double avantage de donner un modèle simple et d'avoir été validée à la fois en simulation et par expérimentation dans [JAD98] et [TIN03].

2.2.2 Modélisation semi analytique du redresseur à diodes

L'approche consiste à modéliser le redresseur comme la combinaison d'un gain en tension pour déterminer la tension continue à partir de la tension alternative, et d'un gain en courant pour déterminer le courant alternatif à partir du courant continu [JAD98]. Le système est alors représenté sous la forme donnée Figure 3.17 :

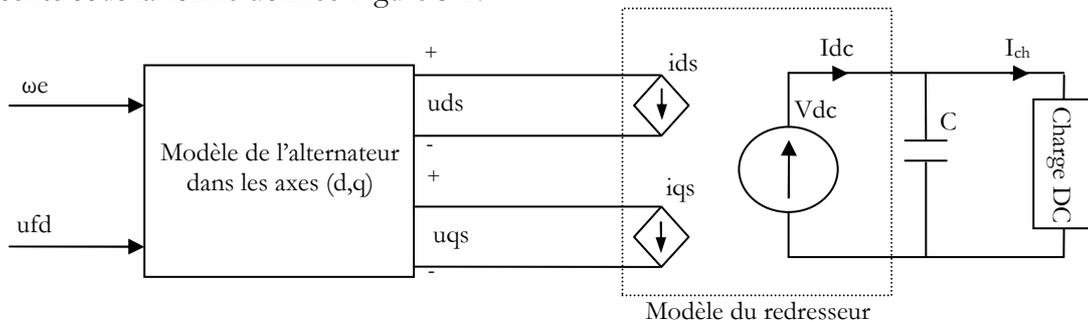


Figure 3.17 : Modélisation de l'alternateur et du redresseur triphasé

L'idée est de lier les variables d'état alternatives et continues par les équations suivantes :

$$Vdc = kv \cdot \sqrt{uds^2 + uqs^2} \quad \text{équation 3.21}$$

$$Idc = ki \cdot \sqrt{ids^2 + iqs^2} \quad \text{équation 3.22}$$

Dans les deux équations ci-dessus, les gains kv et ki sont non-linéaires et dépendent du point de fonctionnement du système. A partir de ces équations, nous pouvons établir le diagramme vectoriel suivant :

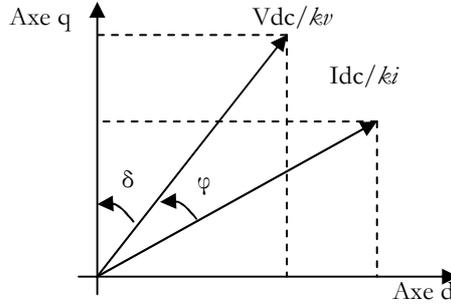


Figure 3.18 : Diagramme vectoriel pour la modélisation du redresseur

Sur la Figure 3.18, δ est l'angle interne de l'alternateur et φ le déphasage entre les fondamentaux du vecteur courant et du vecteur tension en entrée du redresseur. Nous pouvons en déduire les équations des courants côté alternatif comme suit :

$$ids = (k_{\cos} \cdot uds + k_{\sin} \cdot uqs) \cdot \frac{Idc}{Vdc} \quad \text{équation 3.23}$$

$$iqs = (k_{\cos} \cdot uqs - k_{\sin} \cdot uds) \cdot \frac{Idc}{Vdc} \quad \text{équation 3.24}$$

Où les coefficients k_{\cos} et k_{\sin} sont donnés par :

$$k_{\cos} = \frac{kv \cdot \cos \varphi}{ki} \quad \text{équation 3.25}$$

$$k_{\sin} = \frac{kv \cdot \sin \varphi}{ki} \quad \text{équation 3.26}$$

L'équation 3.23 et l'équation 3.24 sont clairement non linéaires puisque le rapport entre courant et tension continu apparaît. Afin d'obtenir le modèle linéaire du redresseur, nous linéarisons le système autour d'un point d'équilibre, noté par l'index « e » dans les équations suivantes. Les variations des variables d'état autour de ce point d'équilibre sont données par :

$$Vdc = \frac{kv_e \cdot uds_e}{\sqrt{uds_e^2 + uqs_e^2}} \cdot uds + \frac{kv_e \cdot uqs_e}{\sqrt{uds_e^2 + uqs_e^2}} \cdot uqs \quad \text{équation 3.27}$$

$$ids = \frac{k_{\cos_e} \cdot Idc_e}{Vdc_e} \cdot uds + \frac{k_{\sin_e} \cdot Idc_e}{Vdc_e} \cdot uqs + \frac{k_{\cos_e} \cdot uds_e + k_{\sin_e} \cdot uqs_e}{Vdc_e} \cdot Idc - \frac{ids_e}{Vdc_e} \cdot Vdc \quad \text{équation 3.28}$$

$$iqs = \frac{-k_{\sin_e} \cdot Idc_e}{Vdc_e} \cdot uds + \frac{k_{\cos_e} \cdot Idc_e}{Vdc_e} \cdot uqs + \frac{k_{\cos_e} \cdot uqs_e - k_{\sin_e} \cdot uds_e}{Vdc_e} \cdot Idc - \frac{iqs_e}{Vdc_e} \cdot Vdc \quad \text{équation 3.29}$$

Ces équations dépendent des valeurs à l'équilibre des variables d'état uds_e , uqs_e , ids_e , iqs_e , Vdc_e et Idc_e . Ces valeurs sont obtenues par simulation en boucle ouverte, d'où le fait que le modèle ne

soit pas analytique mais semi analytique. Nous ajoutons enfin l'équation du courant continu I_{dc} , donné par :

$$I_{dc} = C \frac{dV_{dc}}{dt} + I_{ch} \quad \text{équation 3.30}$$

2.3 Equations d'état du système alternateur + redresseur

En ajoutant les équations du redresseur aux équations de l'alternateur (équation 3.18), le système d'état suivant est obtenu (les calculs sont développés en Annexe 7) :

$$V.U = E.X + F.\dot{X} \quad \text{équation 3.31}$$

Avec U le vecteur des entrées du système et X le vecteur des variables d'état :

$$U = [i_{ch} \quad ufd]^T \quad \text{équation 3.32}$$

$$X = [ids \quad ifd \quad ikd \quad iqs \quad ikq \quad Vdc]^T \quad \text{équation 3.33}$$

Les matrices V , E et F sont données par les équations suivantes :

$$V = \begin{bmatrix} L_{21} + L_{22}L_{13} & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ L_{31} + L_{32}L_{13} & 0 \\ 0 & 0 \\ L_{13} & 0 \end{bmatrix} \quad \text{équation 3.34}$$

$$E = \begin{bmatrix} Rs - L_{20} - L_{22}L_{11} & 0 & 0 & -we.Lq - L_{22}L_{12} & -we.Lmq & -L_{23} - L_{22}L_{10} \\ 0 & Rfd & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Rkd & 0 & 0 & 0 \\ we.Ld - L_{32}L_{11} & we.Lmd & we.Lmd & Rs - L_{30} - L_{32}L_{12} & 0 & -L_{33} - L_{32}L_{10} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Rkq & 0 \\ -L_{11} & 0 & 0 & -L_{12} & 0 & -L_{10} \end{bmatrix}$$

équation 3.35

$$F = \begin{bmatrix} Ld & Lmd & Lmd & 0 & 0 & 0 \\ Lmd & Lf & Lmd & 0 & 0 & 0 \\ Lmd & Lmd & LD & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Lq & Lmq & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Lmq & LQ & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{équation 3.36}$$

Dans ces équations, des coefficients L_{ij} apparaissent : ces derniers sont donnés en Annexe 7. Nous pouvons vérifier que la matrice F est inversible et le système s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \dot{X} &= A.X + B.U \\ Y &= C.X \end{aligned} \quad \text{équation 3.37}$$

Avec $A = -F^{-1}.E$, $B = F^{-1}.V$ et $C = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1]$.

Il manque à déterminer l'équation d'état du côté continu. La charge alimentée par la source DC étant à puissance constante, nous pouvons écrire :

$$I_{ch} = \frac{P}{Vdc} \quad \text{équation 3.38}$$

La linéarisation de l'équation 3.38 donne alors :

$$I_{ch} = \frac{1}{Vdc_e} \cdot \Delta P - \frac{P_0}{Vdc_e^2} Vdc \quad \text{équation 3.39}$$

$Vdc_e = 540V$ est la valeur de la tension à l'équilibre, P_0 est la puissance nominale de la charge, I_{ch} et Vdc sont les variations de courant et de tension autour du point d'équilibre choisi et ΔP est la variation de puissance de charge.

2.4 Validation du modèle de l'alternateur + redresseur à diodes en boucle ouverte

Nous chargeons le système avec une résistance de 2Ω , ce qui correspond à une charge d'environ $150kW$ pour une tension continue de $540V$. A $t=2$ s, nous simulons un pas de charge de 2Ω à $2,5 \Omega$ et comparons le modèle moyen à la simulation temporelle.

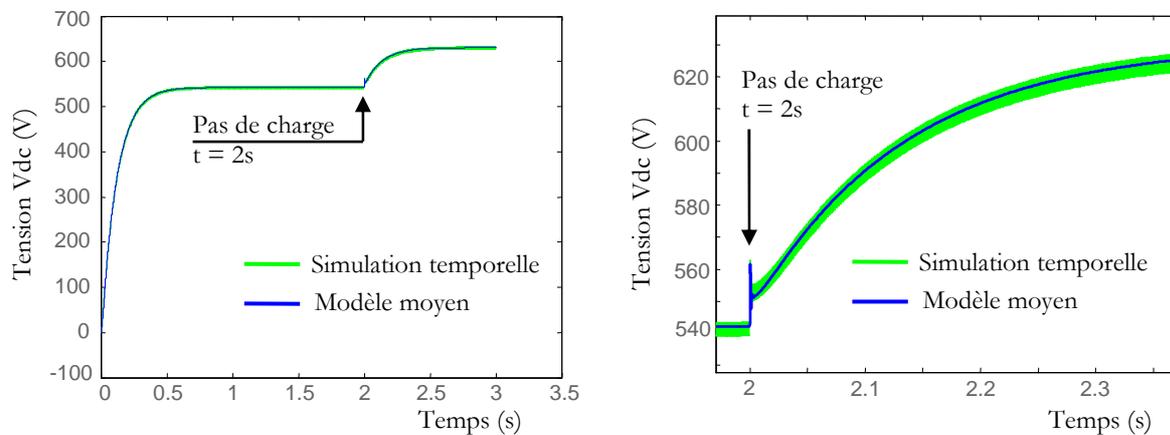


Figure 3.19 : Validation du modèle du système en boucle ouverte par simulation temporelle

Nous voyons clairement sur la Figure 3.19 que le modèle moyen que nous avons développé approxime très bien les dynamiques obtenues par simulation temporelle, même pour une variation de charge relativement importante (de 2Ω à $2,5 \Omega$). Le lecteur trouvera en Annexe 7 les courbes correspondant à la validation du modèle pour les autres variables d'état du système côté alternatif.

3. Contrôle du système non soumis aux incertitudes de conception

Dans le Chapitre 2, nous avons proposé une démarche de dimensionnement dynamique des sous-systèmes d'un réseau (Figure 2.35). Pour le concepteur de la source, il s'agit de parvenir à l'objectif de robustesse en performance fixé par l'avionneur.

Dans un premier temps, nous montrerons comment parvenir à garantir le respect de performances données, définies par l'enveloppe transitoire de tension donnée par la norme. Bien entendu, ces performances doivent être respectées quel que soit le point de fonctionnement du sous-système dimensionné. L'ensemble du réseau est alors modélisé par une charge et aucune incertitude n'est prise a priori en compte.

Dans un second temps, la robustesse de ce dimensionnement vis-à-vis d'incertitudes de conception, portant sur le réseau alimenté par la source, sera analysée. Si la robustesse de ce dimensionnement respecte les objectifs fixés par l'avionneur, la solution est trouvée. Sinon, le concepteur de la source doit revenir sur le contrôle et éventuellement sur la structure de la source comme indiqué dans le Chapitre 2 (§7).

3.1 Définition du problème de contrôle H_∞

3.1.1 Le problème H_∞ à résoudre

En boucle fermée, le système à contrôler peut être représenté sous la forme du schéma blocs suivant, K étant le correcteur régulant la tension continue :

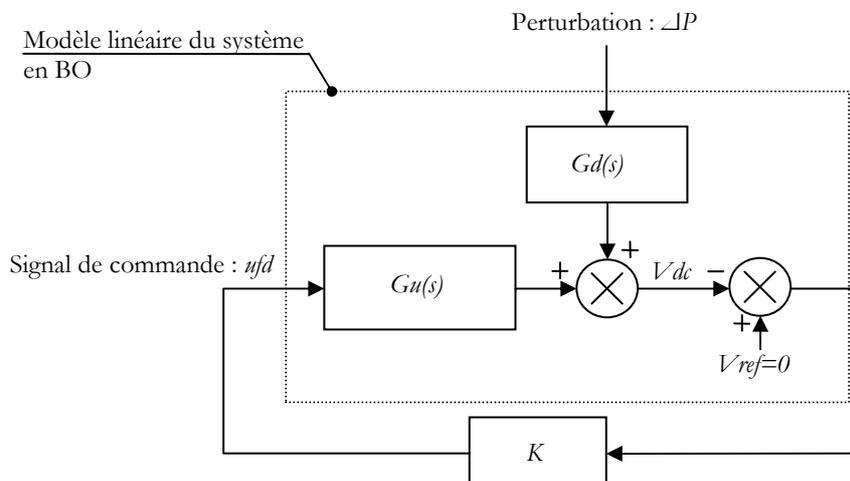


Figure 3.20 : Représentation en schéma blocs du système en Boucle Fermée (BF)

Sur ce schéma, ΔP est la perturbation que doit rejeter le système bouclé par le correcteur K . Les transferts $G_d(s)$ et $G_u(s)$ sont calculés à partir des équations d'état données dans le §2.3.

L'objectif est de maintenir la tension dans l'enveloppe transitoire définie par les normes. Le problème est donc clairement un problème de réjection de perturbation tel que nous l'avons défini dans le Chapitre 2. Pour le résoudre, la synthèse mixte dite « S/K.S » est particulièrement adaptée (§6.2.2, Chapitre 2). Elle permet par ailleurs de prendre en compte les contraintes d'implémentation pratique des correcteurs (comme par exemple une limitation en bande

passante). Cette méthode de synthèse nécessite de considérer une pondération fréquentielle $W_{perf}(s)$ pour formaliser les objectifs de rejet de perturbation (normes) et une pondération $W_u(s)$ pour traduire les contraintes d'implémentation pratique du correcteur. Le problème est alors donné sous la forme suivante (§6.2.2, Chapitre 2) :

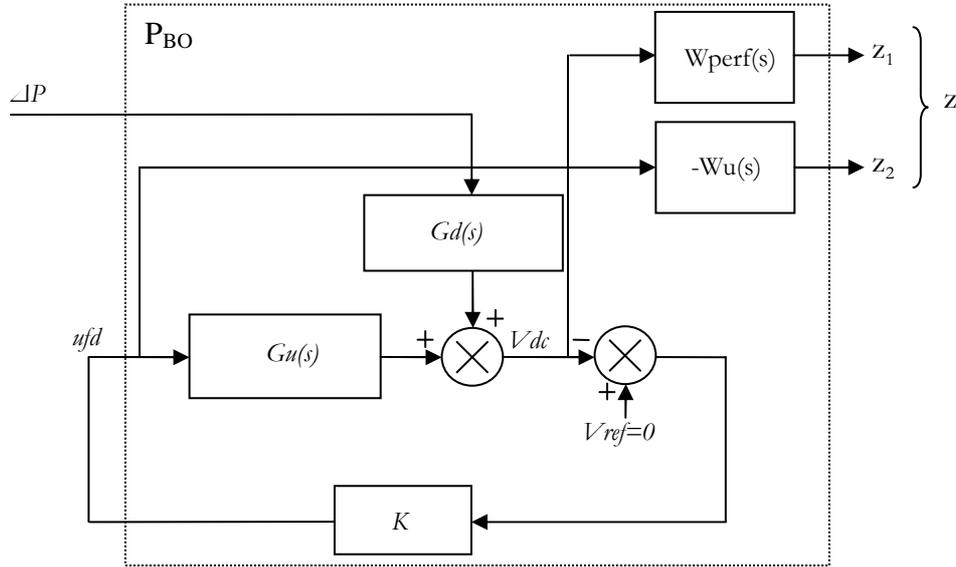


Figure 3.21 : Mise en forme du problème « S/K.S »

Nous avons ici :

$$\frac{V_{dc}}{\Delta P} = \frac{G_d}{1 + K \cdot G_d} = G_d \cdot S \quad \text{équation 3.40}$$

$$\frac{u_{fd}}{\Delta P} = \frac{-K \cdot G_d}{1 + K \cdot G_d} = -K \cdot G_d \cdot S \quad \text{équation 3.41}$$

Avec S la fonction de sensibilité du système. Les deux sorties z_1 et z_2 peuvent s'exprimer par :

$$z_1 = W_{perf} \cdot G_d \cdot S \quad \text{équation 3.42}$$

$$z_2 = W_u \cdot G_d \cdot K \cdot S \quad \text{équation 3.43}$$

Le problème H_∞ consiste alors à minimiser :

$$\left\| \begin{array}{l} W_{perf} \cdot G_d \cdot S \\ W_u \cdot G_d \cdot K \cdot S \end{array} \right\|_\infty \quad \text{équation 3.44}$$

3.1.2 Choix des spécifications de performances $W_{perf}(s)$ et $W_u(s)$

3.1.2.1 $W_{perf}(s)$

La pondération W_{perf} permet de définir les objectifs de performances sur le transfert $V_{dc}/\Delta P$. Autrement dit, elle permet de limiter les variations de la tension après une modification de la puissance de la charge, qui est ici la seule perturbation s'appliquant au système. Le transfert $1/W_{perf}(s)$ permet donc de garantir le respect des normes transitoires de tension [SAU09]. Nous choisissons $W_{perf}(s)$ comme dans le Chapitre 2 :

$$W_{perf}(s) = \frac{s/Ms + \omega b}{s + \omega b \cdot \varepsilon s} \quad \text{équation 3.45}$$

Avec :

- $M_s = 120/75 \cdot 10^3$ de façon à limiter la variation de tension à 120V au maximum suite à une variation de charge de 50%, c'est-à-dire 75kW,
- $\varepsilon s \approx 0$, de façon à garantir une erreur statique nulle,
- $\omega b = 24800$ rad/s de façon à atteindre les objectifs de temps de réponse (voir aussi chapitre 3 – §3.1.2).

3.1.2.2 $W_u(s)$

La pondération W_u permet de spécifier les objectifs de performance du transfert $u_{fd}/\Delta P$. Autrement dit, en réglant W_u nous limitons les variations de la tension d'excitation u_{fd} suite à une variation de la puissance de charge. $W_u(s)$ est choisie telle que :

$$W_u(s) = \frac{s + \omega b u / M_u}{\varepsilon u \cdot s + \omega b u} \quad \text{équation 3.46}$$

Le paramètre M_u limite l'amplitude de la variation de la tension d'excitation après une variation de charge. Nous avons vu que la tension d'excitation est limitée entre 0V et 48V par une saturation. Nous avons alors deux possibilités pour régler M_u . La première solution consiste à garantir une tension d'excitation entre 0V et 48V lors du dimensionnement de la commande, la saturation n'est alors jamais sollicitée [SAU09]. La deuxième est de ne pas contraindre la commande de façon à limiter les variations de tension d'excitation et de « laisser le système saturer ». Un comportement non-linéaire apparaît alors et le modèle linéaire sur lequel est synthétisé le correcteur n'est en théorie plus valide. Une simulation temporelle doit alors être utilisée pour vérifier si les performances en simulation correspondent aux performances attendues par le modèle linéaire. C'est cette deuxième approche que nous privilégions. Le paramètre M_u est donc choisi de façon à ne pas être contraignant pour la synthèse du correcteur K , nous prenons $M_u = 70/75 \cdot 10^3$ (autrement dit, la tension d'excitation pourrait varier de 70V après une variation de charge de 75kW s'il n'y avait pas de saturation).

Le paramètre $\omega b u$ limite la bande passante du transfert $u_{fd}/\Delta P$. En effet, la tension continue mesurée présente une ondulation à $6 \cdot f_e$, f_e étant la fréquence de la tension alternative. Cette ondulation peut être considérée comme un bruit de mesure auquel le système doit être désensibilisé. Selon la fréquence de la tension alternative, ce bruit apparaît à une fréquence comprise entre 2160Hz ($f_e = 360$ Hz) et 4800Hz ($f_e = 800$ Hz). Pour garantir que le correcteur fonctionne correctement quelque soit le fréquence f_e , le transfert $u_{fd}/\Delta P$ doit être limité au-delà de 2160Hz, ce qui est garanti en limitant $\omega b u$ (nous choisissons $\omega b u = 1,13$ rad/s). Cette contrainte en bande passante est en fait une contrainte d'implémentation pratique du correcteur. A hautes fréquences, le gain du transfert $u_{fd}/\Delta P$ doit être nul. Ce gain est spécifié par le paramètre $\varepsilon u = 0$ de la pondération W_u .

3.2 Synthèse et analyse d'un correcteur au point de fonctionnement nominal $f_e=400\text{Hz}$

3.2.1 Synthèse du correcteur à $f_e = 400\text{Hz}$

Nous considérons ici que le point de fonctionnement nominal du système est défini par $f_e = 400\text{Hz}$. Nous choisissons dans un premier temps de synthétiser le correcteur autour de ce point de fonctionnement. Les valeurs à l'équilibre des tensions et courants du système pour $f_e = 400\text{Hz}$ sont données en Annexe 7. Nous trouvons une solution au problème H_∞ que nous avons défini plus haut, le correcteur synthétisé est d'ordre 8.

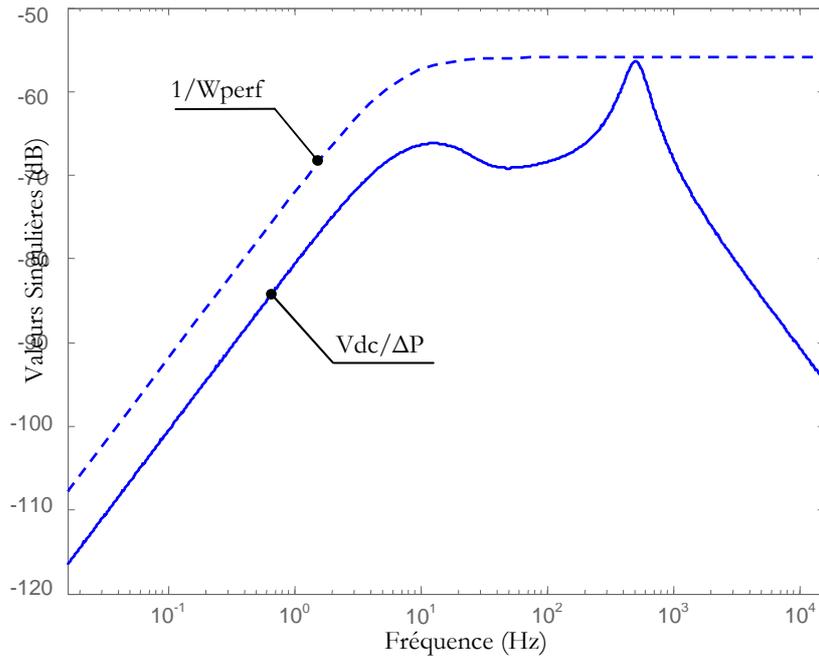


Figure 3.22 : Amplitude de la fonction de transfert $V_{dc}/\Delta P$ en BF et du gabarit $1/W_{perf}$, $f_e = 400\text{Hz}$

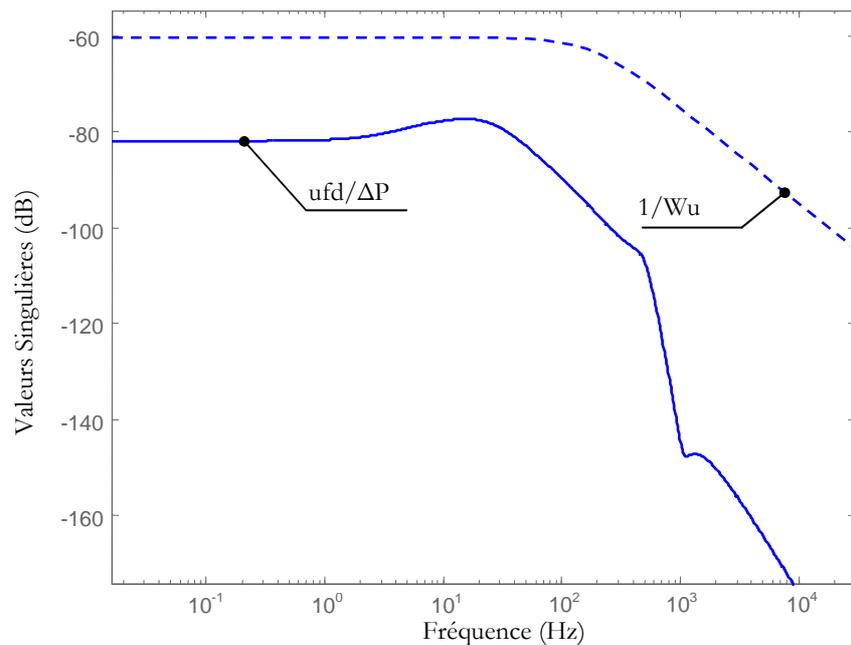


Figure 3.23 : Amplitude de la fonction de transfert $u_{fd}/\Delta P$ en BF et du gabarit $1/W_u$, $f_e = 400\text{Hz}$

Sur la Figure 3.22 et la Figure 3.23 les fonctions de transferts en boucle fermée (BF) $V_{dc}/\Delta P$ et $u_{fd}/\Delta P$ sont comparées respectivement aux gabarits $1/W_{perf}$ et $1/W_u$. Rappelons que le gabarit $1/W_{perf}$ est représentatif de la norme transitoire de tension ; nous voyons ainsi clairement sur la Figure 3.22 que nous trouvons un correcteur qui permet de respecter cette norme. Par ailleurs, les performances définies par le gabarit $1/W_u$ sont atteintes ; les contraintes d'implémentation du correcteur sont donc vérifiées. Evaluons maintenant les performances de ce correcteur autour des autres points de fonctionnement, à savoir pour $360\text{Hz} < f_e < 800\text{Hz}$.

3.2.2 Analyse des performances pour $360\text{Hz} < f_e < 800\text{Hz}$

Pour les fréquences $f_e = 360\text{Hz}$, 400Hz , 500Hz , 600Hz , 700Hz et 800Hz , les amplitudes des fonctions de transfert en BF $V_{dc}/\Delta P$ sont tracées sur la Figure 3.24 et comparées à l'amplitude du gabarit $1/W_{perf}$ représentatif de la norme transitoire de tension.

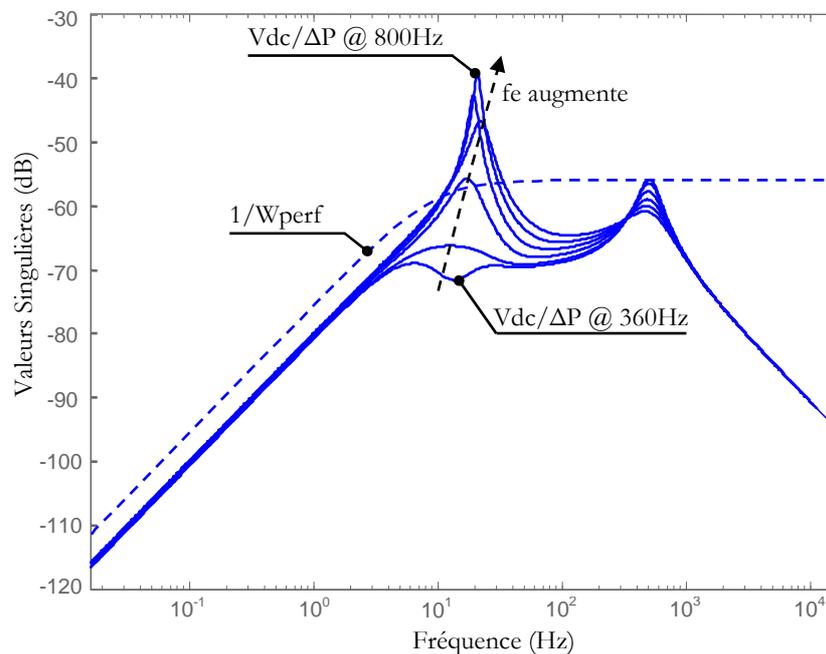


Figure 3.24 : Performances obtenues avec le correcteur synthétisé à 400Hz pour les points de fonctionnement correspondant à $f_e = 360\text{Hz}$, 400Hz , ..., 800Hz

Nous voyons clairement sur cette figure que les performances en rejet de perturbation, c'est-à-dire les normes, sont respectées pour $f_e = 360\text{Hz}$ et 400Hz . En revanche, dès lors que $f_e > 500\text{Hz}$, nous ne pouvons plus garantir que le dimensionnement du correcteur permette de passer les spécifications de performances. Autrement dit, ce correcteur synthétisé à 400Hz n'est pas satisfaisant. Un deuxième enseignement tiré de la Figure 3.24 est que le « pire » point de fonctionnement d'un point de vue des performances en rejet de perturbation est $f_e = 800\text{Hz}$. Autrement dit, si nous trouvons un correcteur qui permet de passer les normes au point de fonctionnement $f_e = 800\text{Hz}$, alors nous les passerons aussi pour des fréquences f_e inférieures.

3.3 Synthèse et analyse d'un correcteur au « pire » point de fonctionnement

3.3.1 Synthèse d'un correcteur à $f_e = 800\text{Hz}$

Le « pire cas » de fonctionnement pour les performances dynamiques est $f_e = 800\text{Hz}$. Nous cherchons donc à synthétiser un correcteur H_∞ autour de ce point. Les valeurs à l'équilibre des tensions et courants à $f_e = 800\text{Hz}$ sont données en Annexe 7. Les gabarits W_{perf} et W_u sont

inchangés par rapport à la synthèse précédente. Sur la Figure 3.25 et la Figure 3.26, les amplitudes des fonctions de transfert obtenues en BF avec le correcteur calculé sont comparées avec celles des gabarits $1/W_{perf}$ et $1/W_u$ (représentatifs des performances désirées).

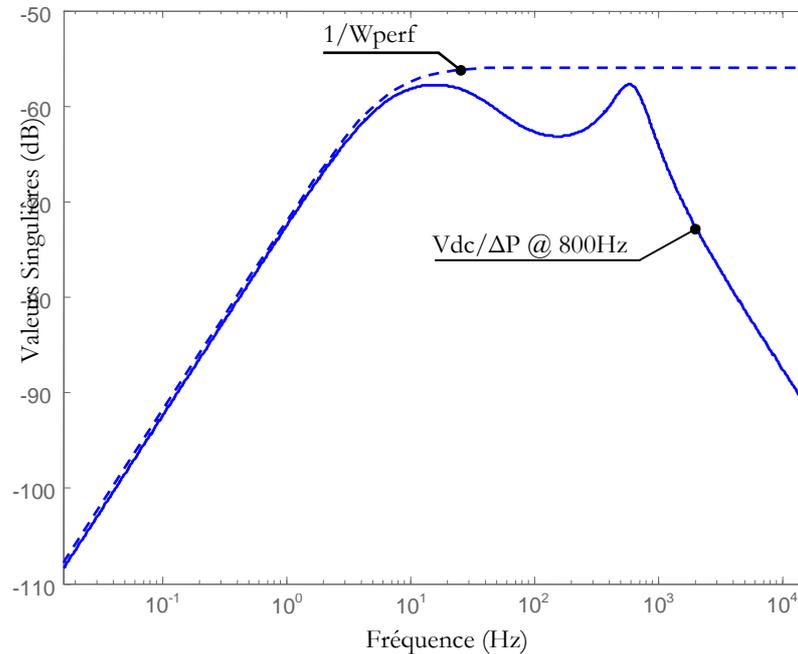


Figure 3.25 : Amplitude de la fonction de transfert $V_{dc}/\Delta P$ en BF et du gabarit $1/W_{perf}$, $f_e = 800\text{Hz}$

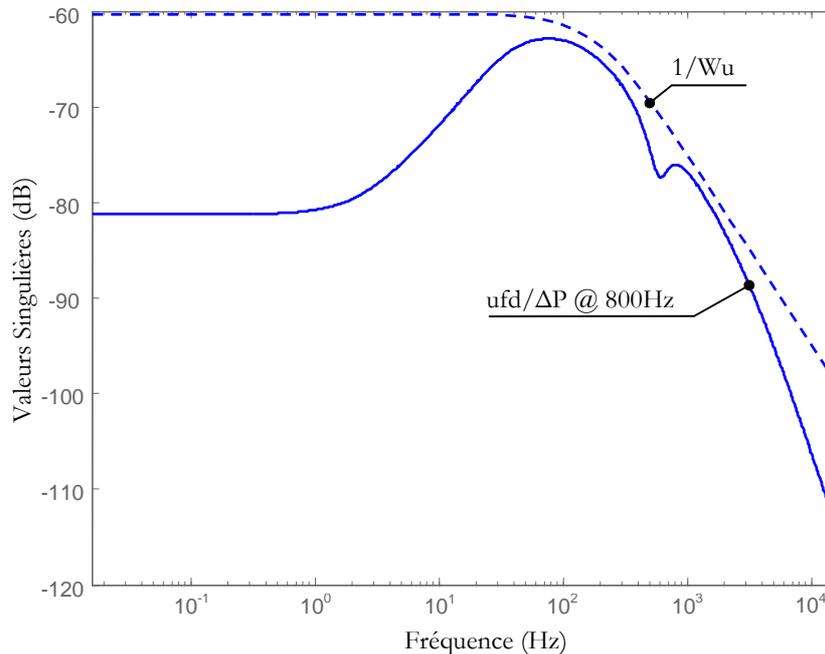


Figure 3.26 : Amplitude de la fonction de transfert $u_{fd}/\Delta P$ en BF et du gabarit $1/W_u$, $f_e = 800\text{Hz}$

Nous voyons donc clairement sur les figures précédentes que les performances désirées sont atteintes : nous garantissons que le correcteur obtenu permet de passer la norme (performances en rejet de perturbation) à 800Hz . Vérifions maintenant que le correcteur que nous venons de synthétiser à $f_e = 800\text{Hz}$ permet aussi de passer la norme pour des fréquences $f_e < 800\text{Hz}$.

3.3.2 Analyse des performances pour $360\text{Hz} < f_e < 800\text{Hz}$

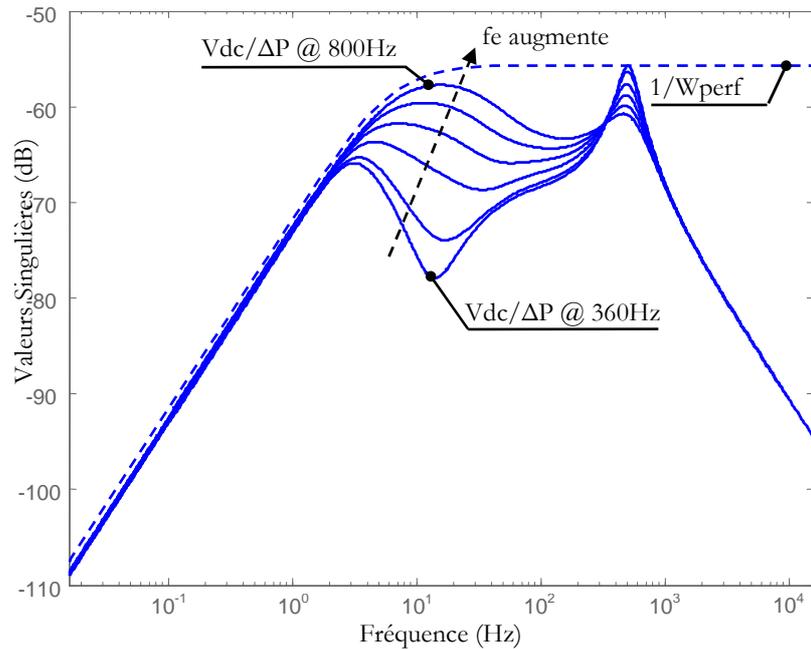


Figure 3.27 : Performances obtenues avec le correcteur synthétisé à 800Hz pour les points de fonctionnement correspondant à $f_e = 360\text{Hz}, 400\text{Hz}, \dots, 800\text{Hz}$

Sur la Figure 3.27, nous montrons clairement qu'un correcteur qui satisfait les objectifs de performances en rejet de perturbation pour $f_e = 800\text{Hz}$ les satisfait aussi pour des fréquences f_e inférieures. Nous vérifions par ailleurs sur la Figure 3.28 que les contraintes d'implémentation pratique du correcteur (spécifiées par la pondération W_u) sont aussi respectées quel que soit le point de fonctionnement du système :

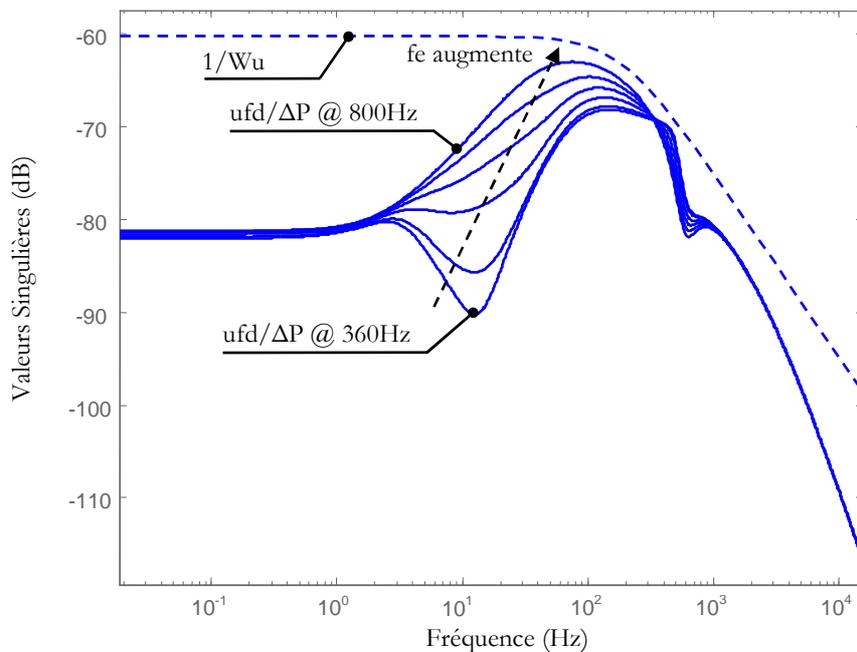


Figure 3.28 : Vérification des contraintes d'implémentation du correcteur sur l'ensemble des points de fonctionnement du système

3.4 Validation du contrôle par simulation temporelle

Afin de valider notre approche, nous simulons le réseau de la Figure 3.13, la charge côté continu étant une charge idéale à puissance constante. Rappelons que le correcteur a été synthétisé de façon à respecter les performances dans le domaine fréquentiel suite à une variation de 50% (soit 75kW) de la puissance nominale de la charge. Ainsi, pour valider la synthèse du correcteur, nous simulons des pas de charge de cette amplitude, et vérifions que la norme est respectée dans le domaine temporel. Le profil de charge simulé est donné sur la Figure 3.29 :

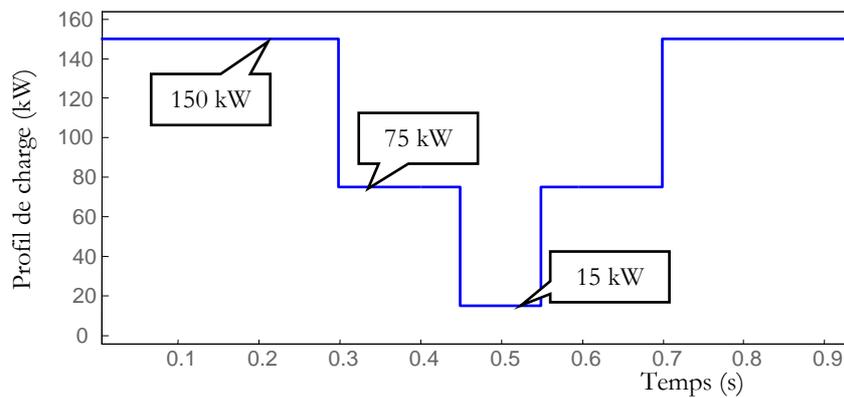


Figure 3.29 : Profil de charge simulé pour la validation du contrôle de l'alternateur

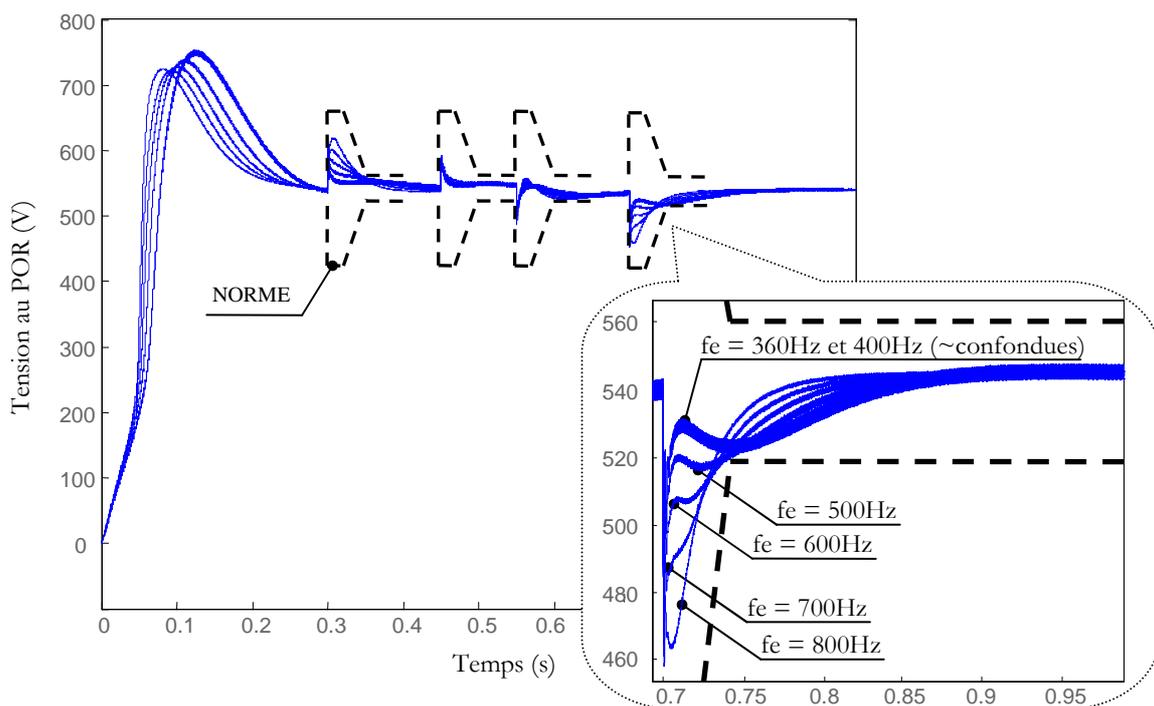


Figure 3.30 : Validation de la synthèse du correcteur par simulation temporelle : tension Vdc

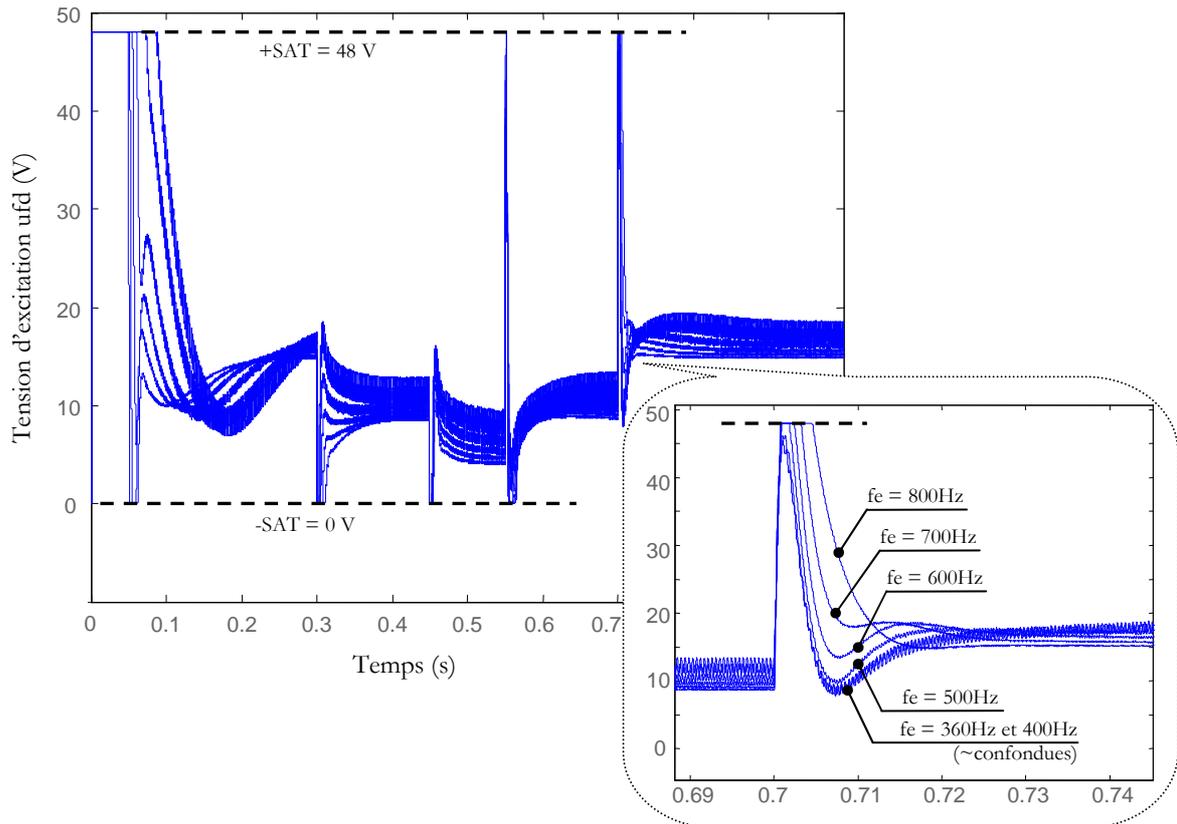


Figure 3.31 : Validation de la synthèse du correcteur par simulation temporelle : tension d'excitation ufd

Sur la Figure 3.30, nous voyons clairement que les performances en rejet de perturbation sont atteintes dans le domaine temporel, et ce quelque soit le point de fonctionnement du côté alternatif (fréquence f_e). Nous retrouvons aussi le fait que le point de fonctionnement $f_e = 800\text{Hz}$ est le « pire cas » des points de fonctionnement côté alternatif (f_e), puisque c'est à $f_e = 800\text{Hz}$ que nous obtenons les transitoires les plus importants.

Notons par ailleurs que la simulation temporelle prend en compte la limitation entre 0V et 48V de la tension d'excitation ufd, réalisée par une saturation (Figure 3.31). Or, lors de la synthèse du correcteur, cette non linéarité n'a pas été prise en compte. Nous aurions donc pu nous attendre à des performances dégradées par rapport à celles qui sont prévues par l'analyse linéaire. Cependant, nous voyons sur ces simulations que la présence de la saturation de la tension d'excitation n'entraîne pas de sévères dégradations par rapport aux performances attendues puisque la norme est respectée. Par ailleurs, rappelons que nous avons synthétisé le correcteur au point d'équilibre $P_0=150\text{ kW}$. Nous voyons en simulation que, pour les autres points de fonctionnement, le contrôle est encore satisfaisant ; les approximations liées à la linéarisation du système autour d'un point de fonctionnement précis sont donc ici sans conséquence sur les performances attendues.

Notre approche, qui consiste à spécifier les performances, synthétiser un correcteur, et analyser les performances dans le domaine fréquentiel est donc validée. Remarquons enfin que pour parvenir aux objectifs de performances (rejet de perturbation), seul le contrôle de l'alternateur a été utilisé ; aucune modification de la structure du système (modification d'inductances, capacités,...) n'a été nécessaire. Si nous revenons à la démarche de conception présentée sur la

Figure 2.35 du Chapitre 2, nous en arrivons maintenant à l'analyse et au dimensionnement robuste de la source face aux incertitudes de conception côté continu.

4. Analyse et Dimensionnement robuste

4.1 Rappel du problème et de la démarche

Comme dans le chapitre précédent (étude de l'ATRU), les incertitudes portent sur les paramètres du filtre de la charge. Rappelons en effet que d'une part, dans la littérature, la majorité des problèmes de stabilité vient des interactions filtre – convertisseurs : ainsi plus le dimensionnement de la source sera robuste vis-à-vis d'incertitudes portant sur les paramètres du filtre, plus la source sera facilement « intégrable » dans le réseau. D'autre part, le filtre de la charge n'est généralement pas connu par le concepteur de la source. Cette partie est donc organisée comme suit :

- Analyse de la performance nominale de la connexion source – filtre – charge. En effet, le respect des performances nominales est une condition nécessaire de la robustesse en performance,
- Rappel sur la mise en forme du problème d'analyse de robustesse,
- Résultats sur l'analyse et le dimensionnement robuste de la source et établissement des compromis entre robustesse, performances et masse comme proposé dans l'approche « Robuste » décrite dans le Chapitre 1 (§3.2.3, Chapitre 1).

Le système étudié est représenté sur la Figure 3.32. A la différence des paragraphes précédents, la charge n'est pas une simple puissance constante. Elle inclue un étage de filtre d'entrée.

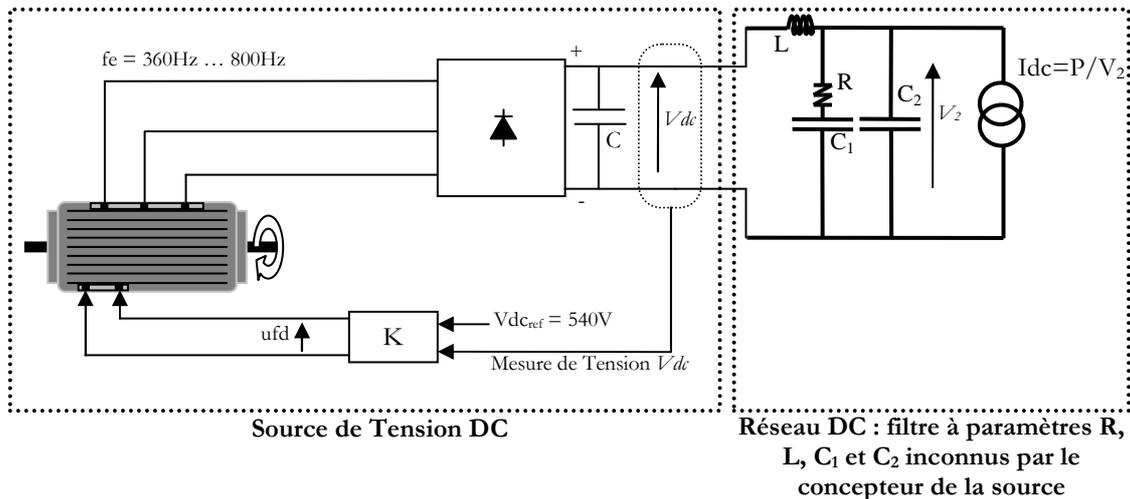


Figure 3.32 : Source DC alimentant un réseau « inconnu »

La capacité C de sortie du redresseur est initialement de $C = 0,7\text{mF}$. Les paramètres du réseau DC présentent une incertitude (que nous ne quantifions pas pour l'instant) définie en pourcentage autour des valeurs nominales données dans le tableau suivant :

Table 3-II : Paramètres nominaux du canal de puissance étudié

Paramètres du Filtre	L_{nom}	20uH
	R_{nom}	1Ω
	$C_{1,nom}$	4700uF
	$C_{2,nom}$	400uF

4.2 Analyse de performance nominale du système Source - Filtre DC - Charge

4.2.1 Analyse

Une condition nécessaire de la robustesse en performance est le respect des performances nominales (c'est-à-dire le respect des performances lorsque aucune incertitude n'est modélisée). Nous analysons donc tout d'abord les performances nominales du système lorsque le système filtre + charge est alimenté par la source avec le correcteur K dimensionné dans le paragraphe 3 de ce chapitre. Les paramètres du filtre sont ceux de la Table 3-I, la fréquence de fonctionnement fe est choisie égale à 800Hz (« pire cas » des points de fonctionnement côté alternatif). Pour analyser la performance nominale du système, nous traçons l'amplitude de la fonction de transfert $\Delta P/V_{dc}$ en boucle fermée et la comparons à l'amplitude du transfert $1/W_{perf}$, représentatif des performances désirées (norme). Les résultats sont donnés sur la Figure 3.33 :

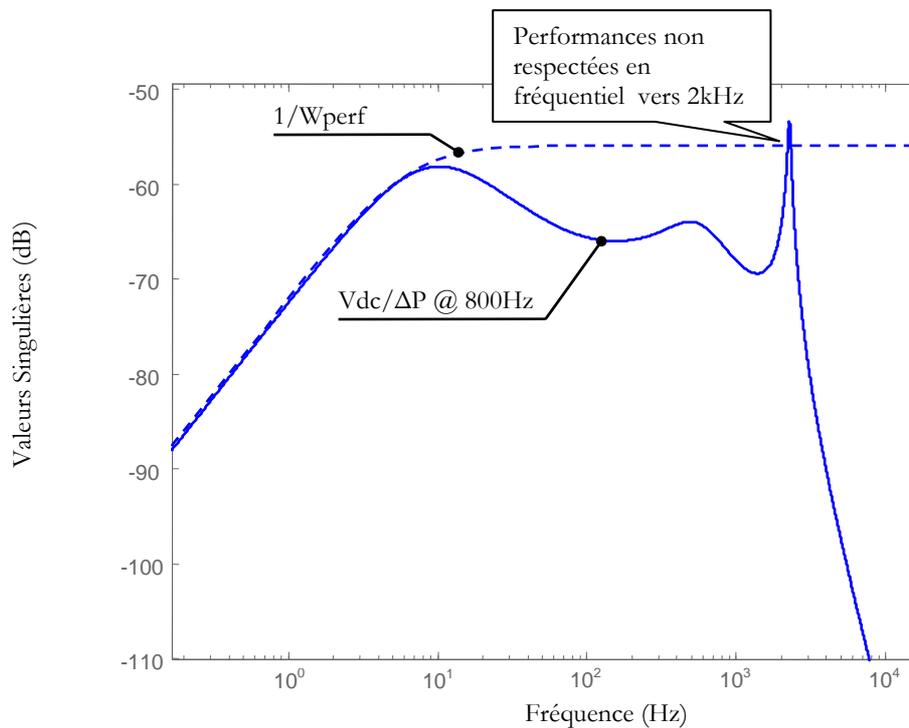


Figure 3.33 : Analyse nominale des performances du système source + charge DC

Nous voyons que l'amplitude du transfert $V_{dc}/\Delta P$ dépasse celle du gabarit $1/W_{perf}$ autour de 2kHz. En conclusion, les performances nominales ne sont pas respectées et donc a fortiori la robustesse en performance non plus. Nous devons donc « compenser » le pic à 2kHz sur le transfert $V_{dc}/\Delta P$ en revenant sur le dimensionnement de la source (en tant que concepteur de la

source, nous ne pouvons pas modifier d'autres paramètres). Nous avons alors deux possibilités : revenir sur la synthèse de la commande de l'alternateur, ou modifier les paramètres physiques de la source. La première solution est préférable car elle permet d'éviter des modifications potentiellement conséquentes pour la masse.

4.2.2 Les solutions pour respecter les performances nominales requises

4.2.2.1 La modification du contrôle de l'alternateur

Revenons sur la synthèse du contrôle de l'alternateur. Rappelons qu'aucun filtre n'est présent lors de la synthèse du correcteur: le schéma de contrôle est celui de la Figure 3.21. Pour « compenser » le pic apparaissant autour de 2kHz sur la Figure 3.33, les performances en rejection de perturbation de la source doivent être améliorées à « hautes » fréquences. Pour cela, nous modifions la pondération W_{perf} telle que le gain à hautes fréquences du gabarit $1/W_{perf}$ décroisse, et cherchons à résoudre le problème de contrôle H_∞ . Prenons donc maintenant W_{perf} de la forme :

$$W_{perf}(s) = \frac{(s/Ms + \omega b).(s/Ms' + \omega b')}{s + \omega b.\epsilon s} \quad \text{équation 3.47}$$

La pondération W_u , qui fixe les contraintes d'implémentation pratique du correcteur (limitation en bande passante), est inchangée. Nous tentons alors de résoudre le problème H_∞ pour plusieurs « décroissances » à hautes fréquences, c'est-à-dire différents jeux de paramètres $(Ms', \omega b')$. Sur la Figure 3.34, nous représentons l'évolution de la fonction de transfert en boucle fermée obtenue par synthèse H_∞ lorsque les performances requises en boucle fermée (données par le gabarit $1/W_{perf}$) sont modifiées. Les paramètres physiques de la source (inductances, capacités) sont inchangés.

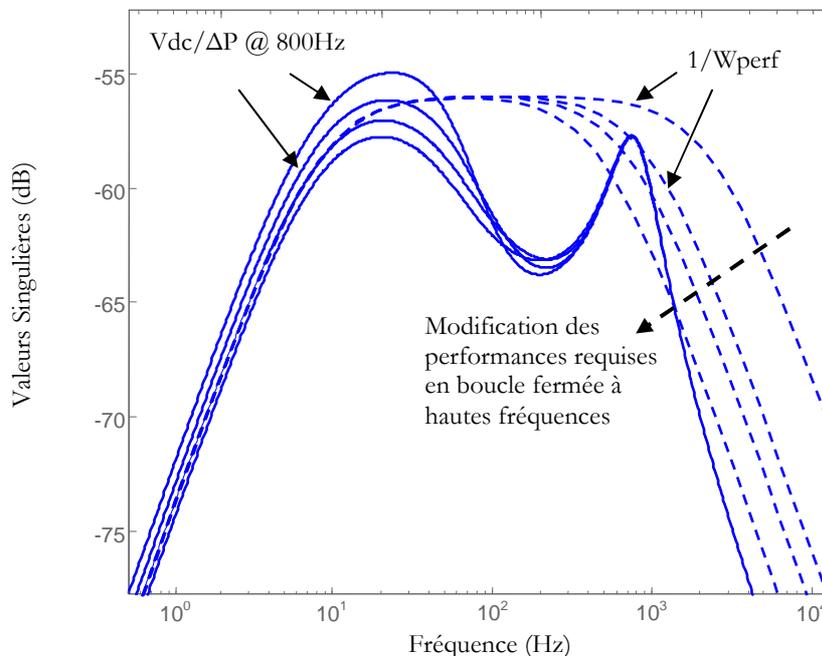


Figure 3.34 : Possibilités d'amélioration des performances en rejet de perturbation à hautes fréquences par la commande

Nous voyons clairement sur cette figure que le gain de la fonction de transfert en boucle fermée $V_{dc}/\Delta P$ n'évolue pas au-delà d'environ 200Hz quelles que soient les performances requises à

plus hautes fréquences. Le contrôle n'a donc pas d'influence sur les performances en rejet de perturbation au-delà de 200Hz. Ainsi, seule une modification de la structure de la source étudiée est possible pour passer les performances requises.

4.2.2.2 *La modification des paramètres physiques de la source*

Pour passer les performances nominales en présence du filtre de la charge, une solution est d'augmenter la capacité de sortie du redresseur, comme illustré sur la Figure 3.35 :

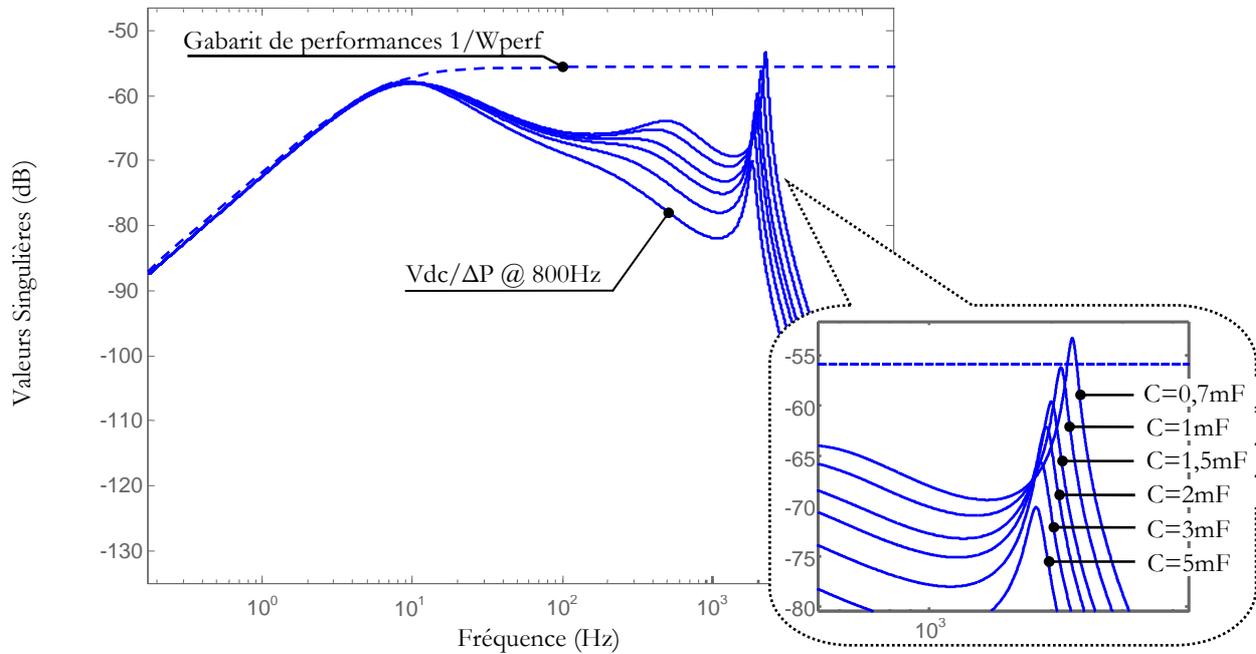


Figure 3.35 : Performances nominales en rejet de perturbation en présence du filtre : augmentation de la capacité de sortie du redresseur

Nous illustrons clairement que l'augmentation de la capacité de sortie du redresseur permet de limiter l'amplitude de la fonction de transfert $V_{dc}/\Delta P$ à hautes fréquences. En augmentant la valeur de la capacité de $C = 0,7 \text{ mF}$ à $C = 1 \text{ mF}$, nous garantissons le respect de la norme transitoire de tension aux bornes de la capacité.

4.2.3 Ce qu'il faut retenir...

Le lecteur retiendra ici que le contrôle de la source ne peut être utilisé pour améliorer les performances à hautes fréquences, où les paramètres du filtre DC sont influents. Ainsi, pour améliorer ces performances, seule une modification de la structure de la source est envisageable. Nous avons montré que l'augmentation de la valeur de la capacité de sortie du redresseur est une solution. Dans la suite, la robustesse en performance de la source vis-à-vis d'incertitudes sur les valeurs des paramètres du filtre DC est analysée.

4.3 Analyse de robustesse en performance et compromis pour le dimensionnement

4.3.1 Rappel : Mise en forme du problème d'analyse de robustesse

Le problème est formulé de façon similaire à l'étude que nous avons proposée dans la section 1 du Chapitre 3. La première étape pour l'analyse de robustesse est la modélisation du système soumis aux incertitudes. Les paramètres R , L , C_1 et C_2 , dont les valeurs ne sont pas connues, sont écrits sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} L &= L_{nom} \cdot (1 + p_l \cdot \delta_l), \\ R &= R_{nom} \cdot (1 + p_r \cdot \delta_r), \\ C_1 &= C_{1,nom} \cdot (1 + p_{C_1} \cdot \delta_{C_1}), \\ C_2 &= C_{2,nom} \cdot (1 + p_{C_2} \cdot \delta_{C_2}), \end{aligned} \quad \text{Equation 3.48}$$

avec $|\delta_{l,r,C_1,C_2}| \leq 1$. Nous pouvons alors modéliser le système en boucle fermée soumis à ses incertitudes sous la forme donnée Figure 3.7. La matrice de incertitudes est notée Δ_i avec :

$$\Delta_i = \text{diag}\{\delta_r, \delta_l, \delta_{C_1}, \delta_{C_2}\}, \quad \|\Delta_i\|_\infty \leq 1 \quad \text{équation 3.49}$$

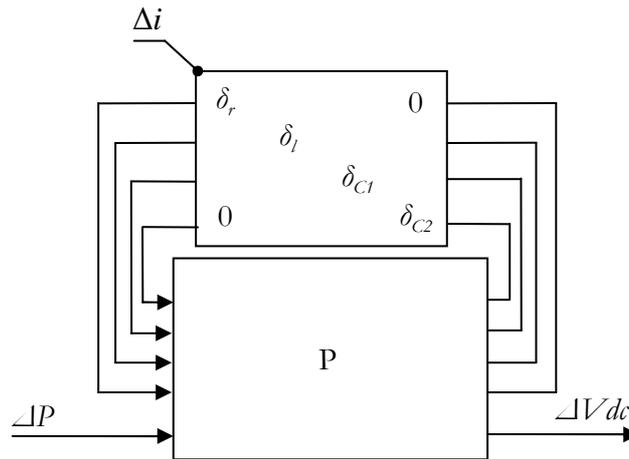


Figure 3.36 : Modélisation du système en boucle fermée soumis à des incertitudes

La seconde étape est l'inclusion de la spécification du gabarit de performance W_{perf} . Rappelons que le gabarit fréquentiel $1/W_{perf}$ est représentatif des objectifs de performances pour le rejet de la perturbation ΔP . Il est donc défini par l'équation 3.45, avec les mêmes paramètres. Cette spécification est incluse dans la matrice des incertitudes Δ_i sous la forme d'une incertitude « fictive » Δf . Maintenant que nous avons modélisé les incertitudes du système, et spécifié les performances désirées, nous pouvons analyser la robustesse du système de la Figure 3.37 grâce à une analyse par valeurs singulières structurées (μ -analyse).

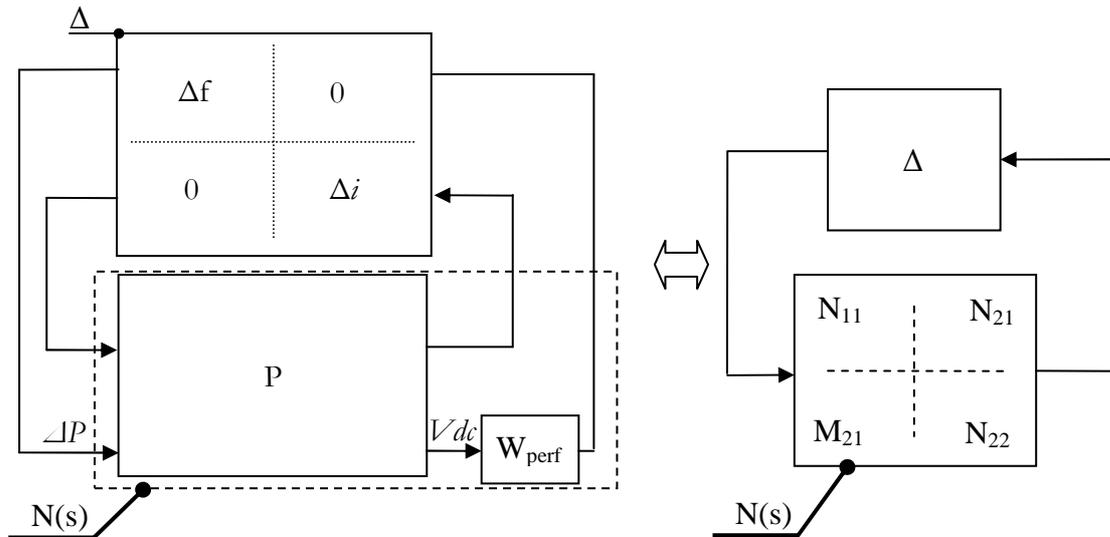


Figure 3.37 : Modélisation (N, Δ) du système soumis à des incertitudes paramétriques

4.3.2 Comment respecter une spécification de robustesse en performance ?

La fréquence côté AC est fixée à 800Hz, la source continue alimente un ensemble filtre – charge à puissance constante dont les paramètres présentent des incertitudes autour des valeurs nominales définies dans la Table 4-I. Le gabarit de performance est identique à celui que nous avons pris jusqu'ici : nous cherchons à garantir le respect des normes après une variation de charge de 50% de la puissance nominale de la source, soit 75kW.

Supposons une incertitude de 15% sur les valeurs des paramètres du filtre de la charge. La Figure 3.38 présente les résultats de l'analyse de robustesse en performance pour $C = 1\text{mF}$:

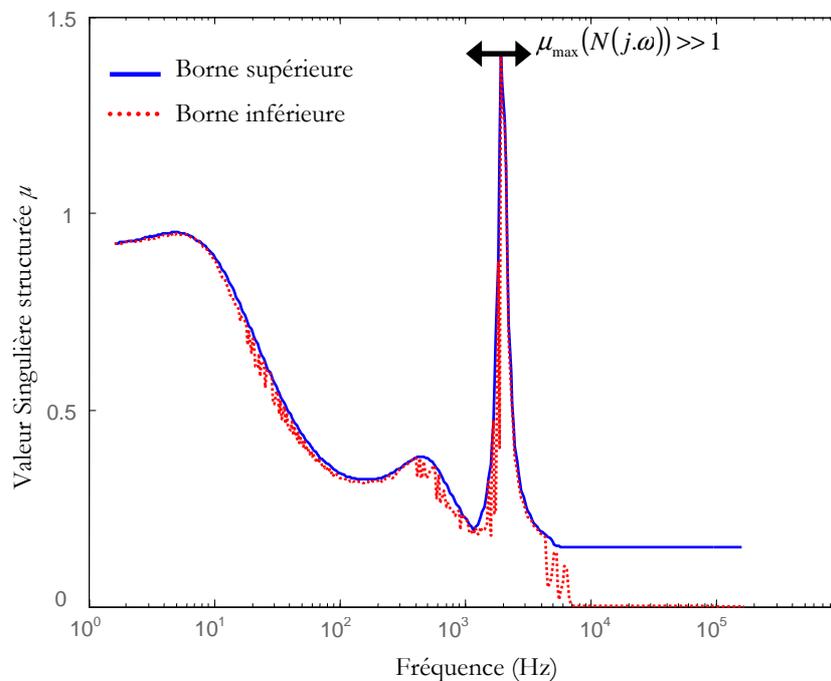


Figure 3.38 : Robustesse en Performance de la source vis-à-vis d'incertitudes de 15% sur les paramètres de filtre de charge. Capacité de sortie du redresseur $C = 1\text{mF}$

Autour de 2kHz, le critère $\mu_{max} < 1$ n'est pas respecté. Ainsi, le dimensionnement de la source n'est pas robuste en performance aux incertitudes modélisées. Il nous faut donc revoir le dimensionnement de la source à « hautes » fréquences. Or, nous avons montré que le contrôle de la source n'est pas influent autour de 2 kHz. Autrement dit, pour rendre le système robuste en performance, seule une modification de la structure de la source est envisageable. Sur la Figure 3.39, la robustesse en performance est analysée pour une capacité $C = 1,5 \text{ mF}$:

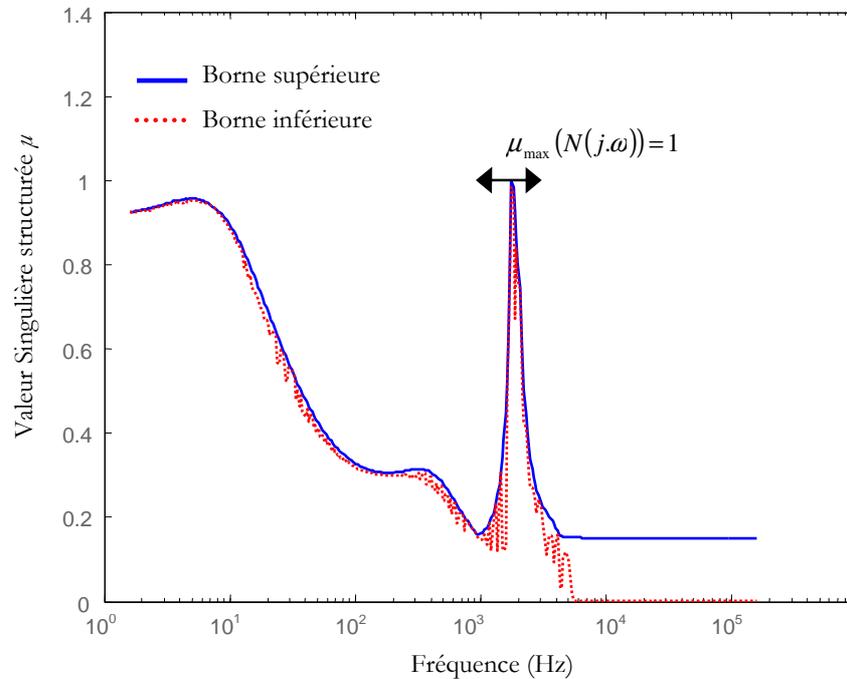


Figure 3.39 : Robustesse en Performance de la source vis-à-vis d'incertitudes de 15% sur les paramètres de filtre de charge. Capacité de sortie du redresseur $C = 1,5\text{mF}$

Sur la figure ci-dessus, le critère de robustesse en performance est vérifié. Ainsi, nous montrons que l'augmentation de la capacité de sortie du redresseur de 1 mF à 1,5 mF permet de garantir le respect des normes pour une incertitude de 15%. Ce résultat est validé par une simulation temporelle sur la Figure 3.40. Nous simulons une variation de charge de 75kW pour $C = 1,5\text{mF}$ et différentes combinaisons paramétriques du filtre DC dans les 15% d'incertitudes autour des valeurs nominales.

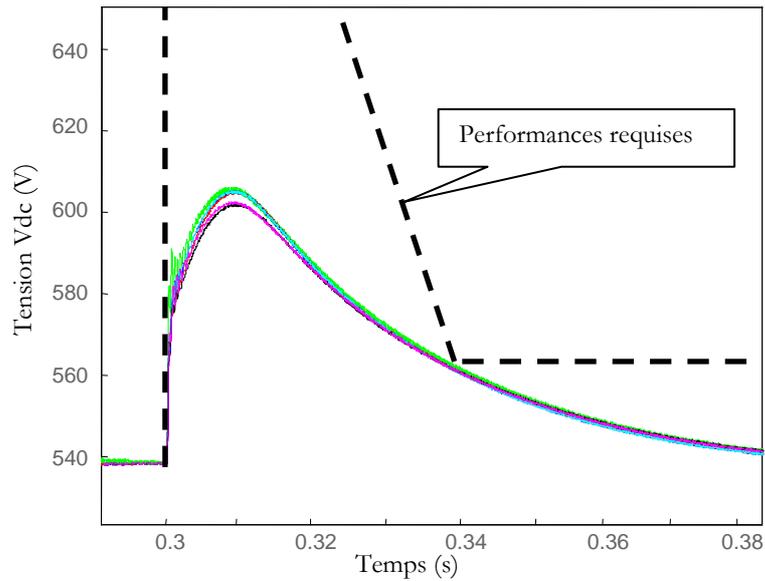


Figure 3.40: Validation du calcul de robustesse par simulation temporelle

Sur la Figure 3.40, nous voyons clairement que conformément à nos attentes, les performances dans le domaine temporel sont atteintes quelle que soit la combinaison des paramètres du filtre considérée. Notre démarche, qui consiste à analyser la robustesse d'un équipement dans le domaine fréquentiel, est donc encore une fois validée.

4.3.3 Quel est le coût en masse d'une spécification de robustesse ?

Plus un dimensionnement est robuste aux incertitudes modélisées, plus l'intégration dans le système est aisée. Cependant, nous venons de voir que la modification de la commande peut ne pas être suffisante pour respecter une spécification de robustesse et que des modifications structurelles sont alors nécessaires. Le problème devient alors : a-t-on gagné en robustesse mais perdu en masse ?

L'évolution de la masse de l'ensemble alternateur – redresseur en fonction de la spécification de robustesse est tracée sur la Figure 3.41. Pour cela, les hypothèses suivantes sont prises :

- Le calcul de la masse totale M est donné par $M = M_{alt} + M_{capa}$, avec M_{alt} la masse de l'alternateur et M_{capa} la masse de la capacité C de sortie du redresseur. La masse des diodes, circuits de refroidissements, etc... ne sont pas pris en compte dans cette étude.
- Le modèle de masse de la capacité est donné en Annexe 8. Le modèle de masse de l'alternateur est donné dans les travaux de [NGU09]. L'alternateur Megève a une masse $M_{alt} = 44$ kg pour un rendement de 94,6%.

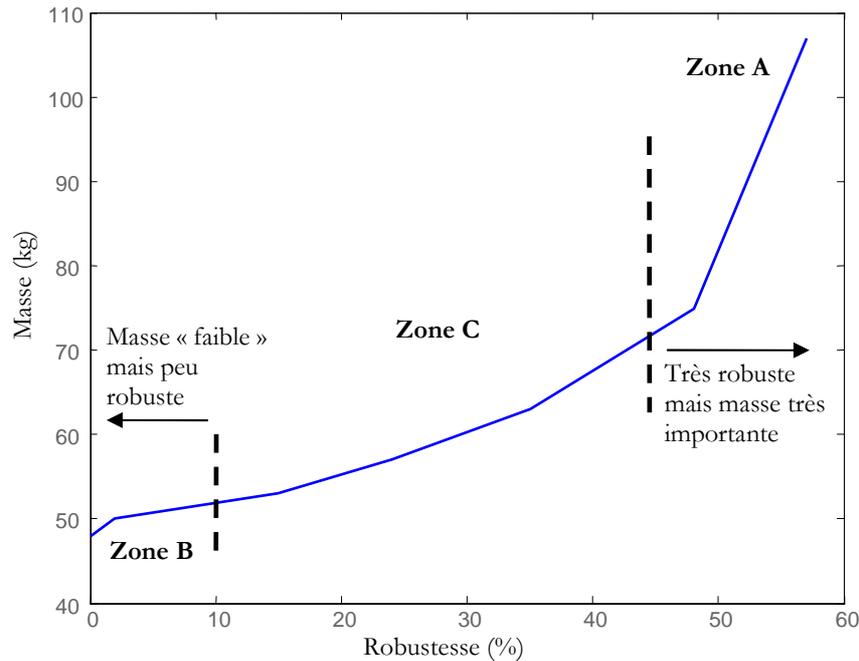


Figure 3.41 : Evolution de la masse en fonction de la robustesse à spécification de performances (norme) données.

La Figure 3.41 montre que la masse du système augmente avec le « niveau » de robustesse du dimensionnement. Analysons ces résultats sur chacune des trois zones A, B et C.

Zone A : Si le dimensionnement est très robuste (par exemple à des incertitudes de plus de 45% sur les paramètres du filtre de charge), le système étudié est très facilement « intégrable » dans le réseau puisque ses performances dynamiques ne dépendent alors pas de l'environnement de fonctionnement final dans l'avion. En revanche, la masse du système est très élevée et augmente très rapidement avec la robustesse. Ainsi, choisir une solution dans cette zone ne semble pas satisfaisant pour des raisons de masse.

Zone B : Une faible spécification de robustesse (par exemple de 5% ou 10%) est respectée avec une valeur de capacité - et donc une masse - peu élevée. Mais nous ne sommes alors pas capables de garantir que la norme sera respectée lors de l'intégration de la source dans l'avion. Cet ensemble de solutions n'est donc pas satisfaisant.

Zone C : La solution à choisir est très probablement dans cette zone. La robustesse est relativement importante, et la masse augmente avec la robustesse mais dans des proportions moindres que dans la zone A.

En conclusion, il n'y a pas d'autres solutions pour respecter une spécification de robustesse que d'augmenter la masse pour le système étudié. Et l'analyse des résultats de la Figure 3.41 nous montre que cette augmentation peut être très importante. Il s'agit donc de choisir le « niveau » de robustesse du dimensionnement de la source avec précaution.

4.3.4 Influence de la norme transitoire de tension sur la masse à robustesse donnée

Rappelons que la norme que nous avons considérée jusqu'ici (notée MIL-std) est adaptée des avions militaires et est susceptible d'être modifiée, notamment si des gains en masse peuvent être attendus (Chapitre 1). Dans ce paragraphe, nous supposons qu'une spécification de robustesse à des incertitudes de 30% sur les paramètres du filtre de charge permet de garantir une « bonne » capacité d'intégration, et étudions l'évolution de la masse de la source en fonction des performances requises. Les performances sont définies par rapport à la norme MIL-std comme illustré sur la figure suivante :

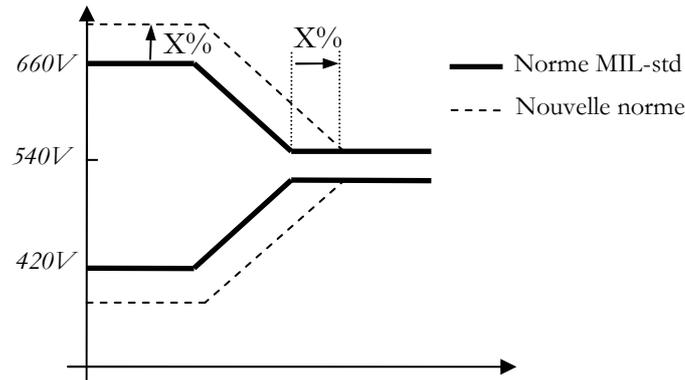


Figure 3.42 : Nouvelles performances (X) définies par rapport à la norme MIL-std : Définition.

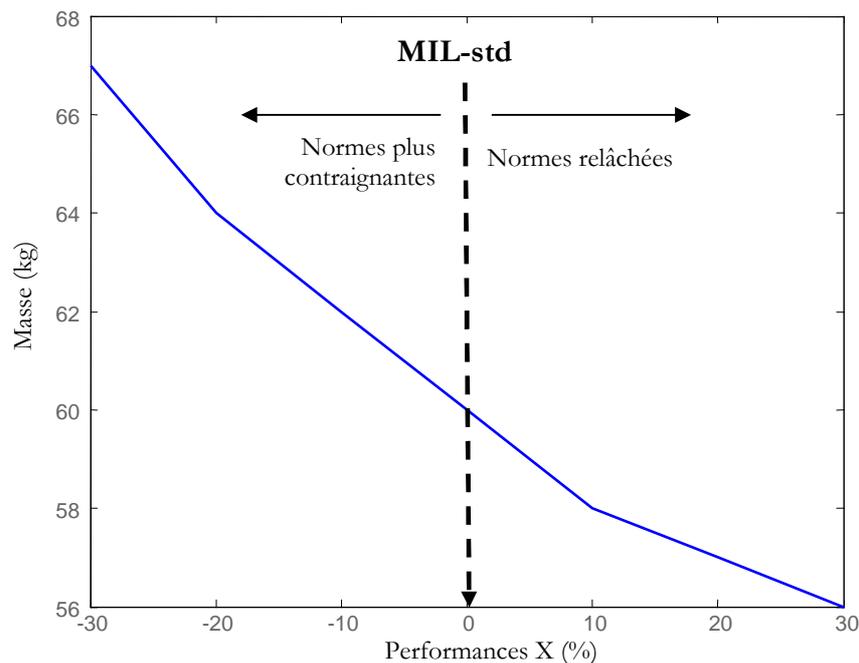


Figure 3.43 : Influence de la norme (performances X, Figure 4.29) sur la masse à robustesse donnée (30% d'incertitudes sur les paramètres du filtre de charge)

Sur la Figure 3.43, nous voyons clairement qu'un relâchement des performances requises, autrement dit de la norme, permet de gagner en masse. En effet, à robustesse donnée, plus les performances sont relâchées (plus X est grand), plus la capacité nécessaire pour respecter la spécification de robustesse est faible. Si l'avionneur possède cette courbe pour chaque équipement, il peut alors établir le compromis performances / masse au niveau du système complet et redéfinir la norme spécifiée aux équipementiers.

4.3.5 Compromis Masse / Performances / Robustesse à alternateur donné

La courbe précédente peut être tracée pour différents niveaux de robustesse (Figure 3.44) :

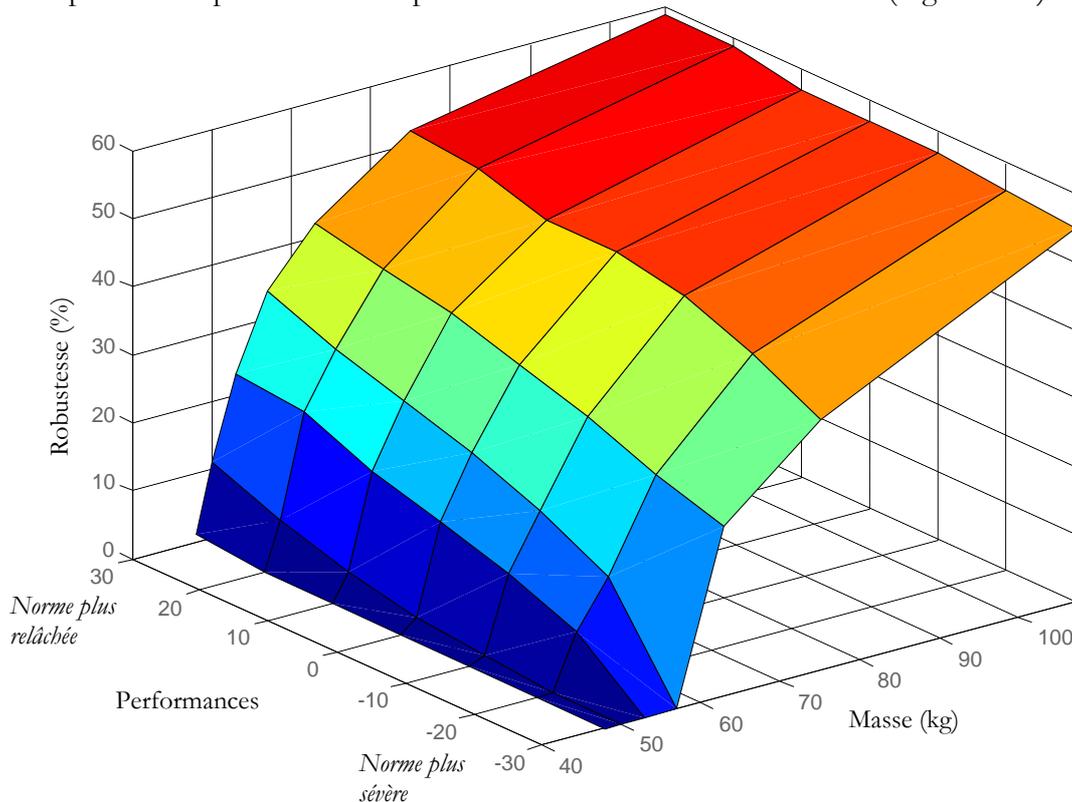


Figure 3.44 : Compromis Masse / Robustesse / Performances pour l'alternateur Megève – redresseur à diodes.

Cette courbe résume l'ensemble des compromis possibles pour un alternateur donné. Supposons que l'objectif soit de redéfinir la norme. En supposant que l'avionneur dispose de ces compromis pour chaque équipement du réseau, il peut évaluer le gain en masse qui peut être attendu d'un relâchement des performances requises au niveau du système complet, et ce pour différents niveaux de robustesse. Mais la difficulté réside dans le choix de cette robustesse à imposer aux équipementiers, puisque nous voyons dans cette étude que celle-ci a une influence considérable sur la masse, plus encore que les performances.

4.3.6 Etude de plusieurs solutions de dimensionnement de l'alternateur et de leur compromis Masse / Performances / Robustesse

Nous avons montré dans les développements ci-dessus que la robustesse du système vis-à-vis d'incertitudes de conception du réseau continu ne peut être atteinte que par une modification des paramètres. Nous avons alors choisi de modifier la valeur de la capacité de sortie C. Autrement dit, les paramètres de l'alternateur Megève n'ont pas été modifiés. Nous nous posons maintenant la question de savoir si un autre dimensionnement de l'alternateur permettrait des gains en terme de compromis entre masse, robustesse et performances.

4.3.6.1 *Alternateurs étudiés*

Grâce aux travaux de [NGU09], nous disposons de plusieurs dimensionnements d’alternateurs à rotor bobiné correspondant chacun à un couple (masse, rendement) différents. Ces solutions sont décrites dans le tableau suivant :

Table 3-III : Différentes solutions de dimensionnement pour l’alternateur

Nom	Alternateur 1	Alternateur 2	Alternateur 3	Alternateur 4 (Megève)
Rendement	95,7%	96%	96,4%	94,6%
Masse	43,3 kg	47,4 kg	66,4 kg	44 kg

4.3.6.2 *Contrôle et analyse des performances en boucle fermée des quatre alternateurs*

Nous donnons ici les résultats de synthèse H_∞ obtenus pour les quatre alternateurs décrits plus haut. La charge est à puissance constante, aucun filtre n’est présent lors de la synthèse du correcteur, et le point d’équilibre choisi est $f_e = 800\text{Hz}$. La capacité de sortie est fixée à $C = 1\text{mF}$. Pour les quatre alternateurs, le problème H_∞ a une solution. Sur la Figure 3.45, nous montrons les performances obtenues en rejet de perturbation :

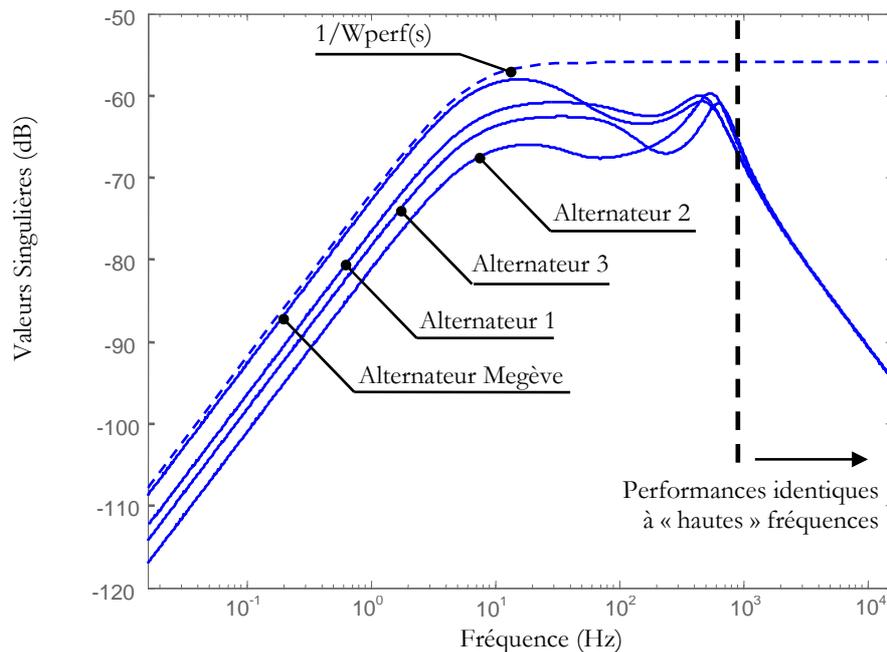


Figure 3.45 : Performances en rejet de perturbation avec quatre alternateurs différents

Sur la Figure 3.45, l’amplitude de la fonction de transfert $V_{dc}/\Delta P$ obtenue pour chaque alternateur est comparée à l’amplitude du gabarit $1/W_{perf}$, représentatif de la norme transitoire de tension (ici nous avons considéré la norme MIL-std, ce qui correspond à $X=0\%$ sur la Figure 3.42). Nous voyons clairement ici que les paramètres de l’alternateur sont influents jusqu’à environ 500Hz. Au-delà, quelque soit l’alternateur, les performances en rejet de perturbation sont *identiques*. Dans la mesure où les paramètres du filtre de charge sont influents vers 2kHz, nous

pouvons nous attendre aux mêmes résultats de robustesse en performance pour les quatre alternateurs considérés. Nous vérifions ceci dans le paragraphe suivant.

4.3.6.3 *Compromis Masse / Robustesse à performances données*

- *Est-il possible d'améliorer la robustesse en performance par le contrôle ?*

Afin d'étudier le compromis entre Masse et Robustesse pour les quatre alternateurs, une étude préliminaire consiste à évaluer la possibilité d'améliorer les performances autour de 2kHz par le contrôle. Cette étude est similaire à celle que nous avons menée dans le §4.2.2.1 de cette section. Le gabarit $1/W_{\text{perf}}$ est alors de la forme donnée dans l'équation 3.47.

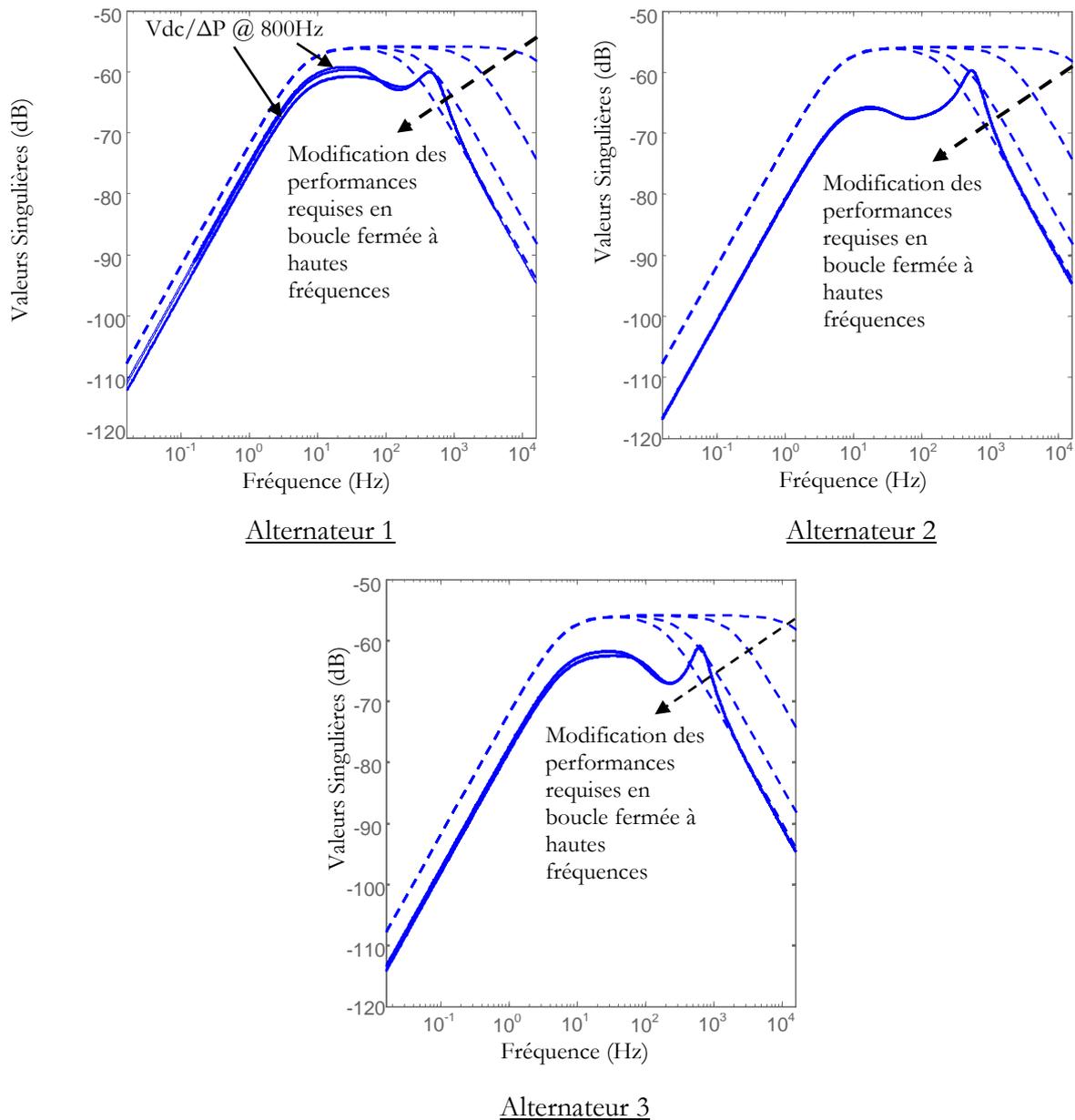


Figure 3.46 : Evaluation de la possibilité d'améliorer les performances en rejet de perturbation à « haute » fréquence (3 cas d'étude correspondant aux systèmes avec l'alternateur 1, 2 puis 3).

Sur la figure ci-dessus, nous montrons que pour tous les alternateurs étudiés, la modification des objectifs de contrôle ne permet pas l'amélioration des performances à hautes fréquences. Ainsi, nous montrons que dans chacun de ces cas d'étude, il n'est pas possible d'améliorer la robustesse

du dimensionnement par le contrôle (les incertitudes sur les paramètres des filtres étant influentes à « haute » fréquence). Nous montrons donc que quelque soit l'alternateur, la *seule* solution pour améliorer la robustesse en performance est d'augmenter la capacité de sortie du redresseur.

○ *Compromis Masse / Robustesse à performances données*

Nous étudions ici l'évolution de la masse de la source en fonction de la robustesse à performances données pour les quatre alternateurs. Les performances sont définies par la norme MIL-std. La seule solution pour améliorer la robustesse du dimensionnement vis-à-vis des incertitudes portant sur les paramètres du filtre de charge est d'augmenter la capacité C de sortie du redresseur – et donc augmenter la masse – et ce quelque soit l'alternateur considéré. Nous observons ceci sur la Figure 3.47 :

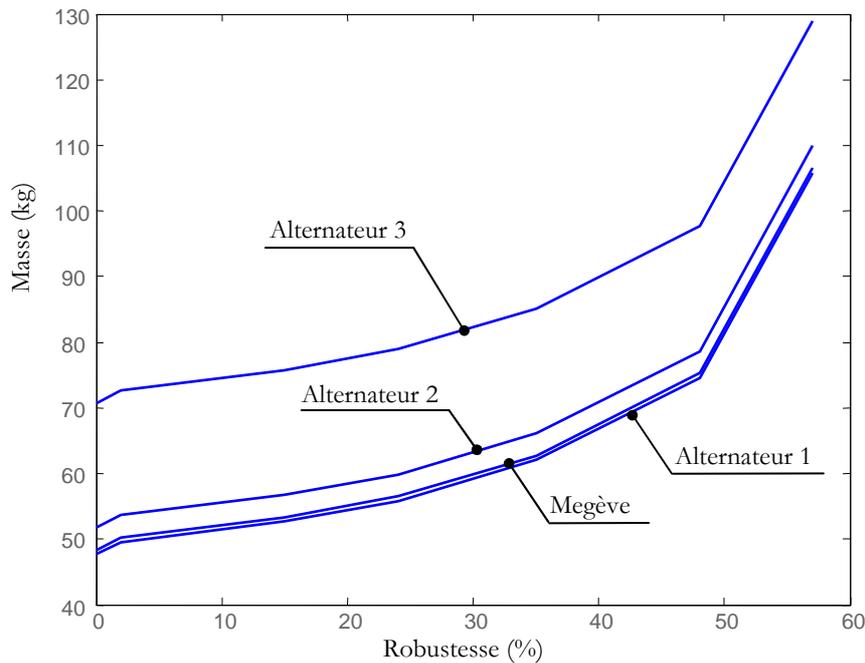


Figure 3.47 : Compromis Masse / Robustesse à performances données.

La masse évolue avec la robustesse de façon identique quelque soit l'alternateur. Nous expliquons ceci par le fait que la robustesse est uniquement liée à la valeur de la capacité de sortie du redresseur, et n'est pas corrélée aux paramètres de l'alternateur. Ainsi, pour minimiser la masse à robustesse donnée, il suffit de prendre l'alternateur le moins lourd et la plus petite capacité qui permet de passer la spécification de robustesse. Autrement dit, quelque soit le dimensionnement de l'alternateur, la robustesse en performance est identique et la source aura la même « capacité d'intégration » dans le réseau DC.

4.3.6.4 *Compromis Masse / Performance / Robustesse*

Nous donnons ici les compromis Masse / Performance / Robustesse correspondant aux alternateurs 1, 2 et 3. La courbe pour l'alternateur Megève est donnée sur la Figure 3.44 et n'est pas rappelée ici pour faciliter la lecture des résultats. Le concepteur dispose sur la Figure 3.48 d'un ensemble de solutions de dimensionnement possibles, correspondant à différentes masses, rendements d'alternateur, performances et robustesses vis-à-vis d'incertitudes de conception du réseau DC.

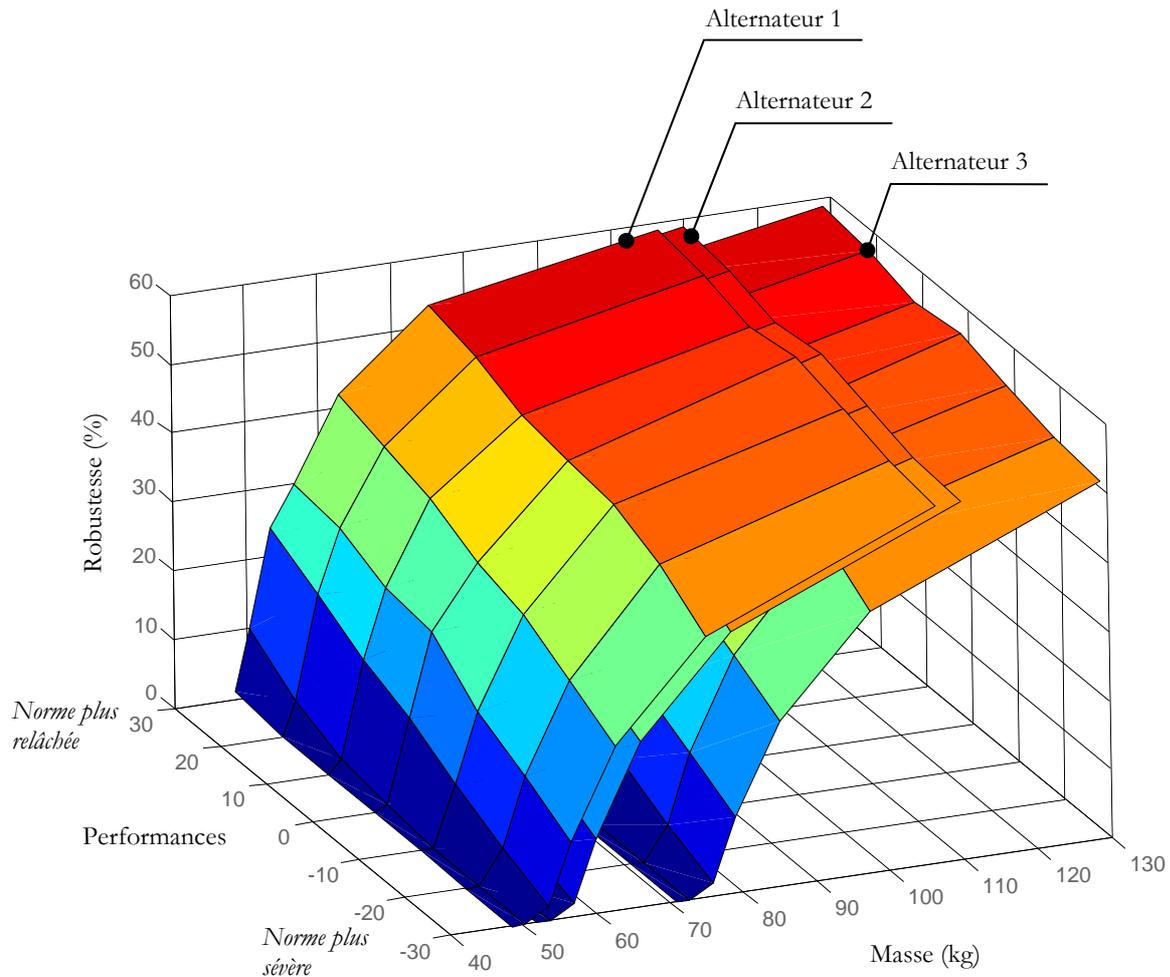


Figure 3.48 : Compromis Robustesse / Performances / Masse pour les alternateurs 1, 2 et 3.

5. Conclusion

En conclusion à cette section, nous avons montré comment obtenir les compromis robustesse / performances / masse d'un système de génération donné afin de résoudre le problème de l'intégration d'équipements dans les réseaux continus, et ce à masse minimale. Grâce à notre méthode de conception robuste, qui nous a permis de traiter ici un problème de co-conception commande – structure, nous pouvons maintenant répondre à plusieurs questions posées dans le Chapitre 1.

La première question (§4.1.1, Chapitre 1) est l'apport de la commande pour résoudre le problème de l'intégration – et donc au final la possibilité d'utiliser la commande pour diminuer (ou éviter d'augmenter) la masse. Nous avons vu ici que la commande n'agit qu'à « basses » fréquences, bien avant le domaine fréquentiel où les incertitudes de conception du réseau continu sont influentes. Elle ne peut donc pas être utilisée pour rendre le système plus robuste aux incertitudes portant sur le réseau continu. La seule solution envisageable est la modification de la structure du système étudié. Nous avons aussi montré que les paramètres de l'alternateur n'ont pas d'impact sur la robustesse du système. Pour respecter une contrainte de robustesse en performance, la seule

solution est donc d'augmenter la valeur de la capacité de sortie du redresseur. La seconde question (§3.2.3, Chapitre 1) - qui est en fait très liée à la première - est la mise en évidence du coût en masse d'une spécification de robustesse, et nous avons vu que l'augmentation de la valeur de la capacité de sortie peut mener à une augmentation de masse non négligeable pour l'application développée dans cette section. Autrement dit, nous n'avons pas intérêt à spécifier une robustesse en performance trop importante, car le coût en masse est alors élevé : un compromis entre robustesse et masse doit être trouvé .

Envisageons maintenant une autre structure d'alimentation, composée d'un alternateur à aimants permanents et d'un redresseur commandé en pleine onde. Par rapport à la conversion étudiée dans la section 2, le système d'excitation de l'alternateur est supprimé, ce qui permet d'obtenir des gains en masse au niveau de l'alternateur. La commande se situe maintenant directement au niveau du redresseur, et plus au niveau de l'alternateur. Qu'en sera-t-il de la robustesse de cette source vis-à-vis des incertitudes de conception du réseau continu ? La question de l'influence de la commande sur la robustesse sera notamment traitée.

Troisième section: Le redresseur contrôlé en pleine onde : vers l'utilisation du contrôle pour la robustesse ?

L'ensemble de la démarche déjà appliquée à deux structures de conversion dans les sections 1 et 2, est ici reprise pour une structure associant un alternateur à aimants permanents à un redresseur commandé en pleine onde.

1. Description du système et dimensionnement harmonique

1.1 Description du système

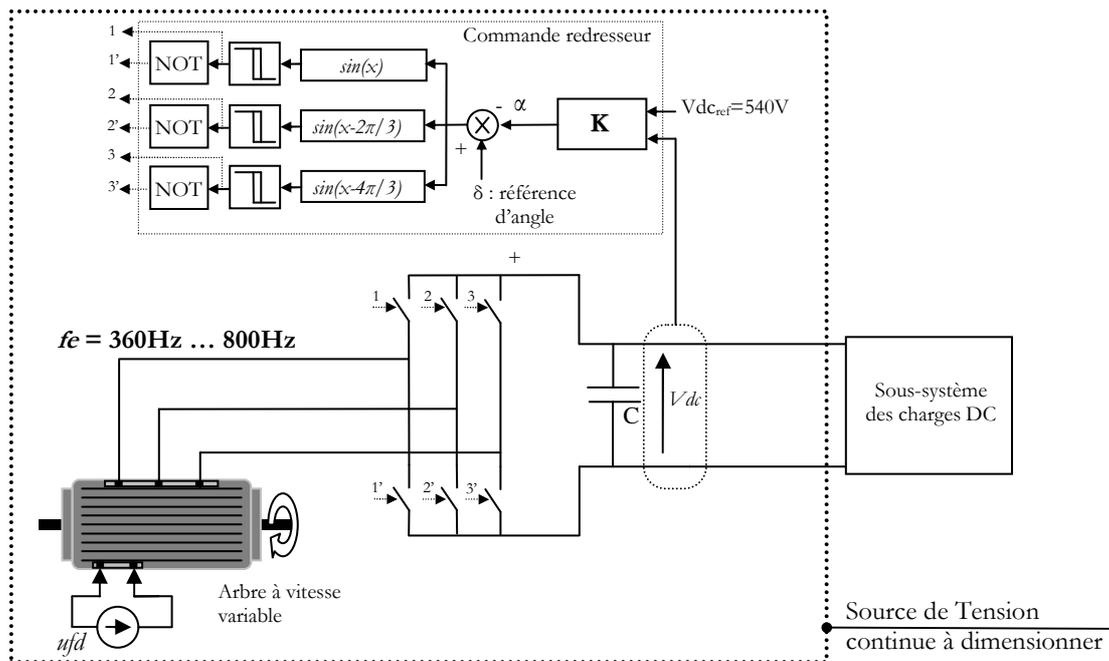


Figure 3.49 : Description du système source à redresseur commandé en pleine onde

L'énergie électrique est fournie par un alternateur à aimants permanents fonctionnant à vitesse variable, de telle sorte que la fréquence du réseau alternatif varie entre 360Hz et 800Hz. Ne disposant pas de modèle d'alternateur à aimants adapté au niveau de tension alternative (230V/400V) et à la puissance à fournir (150kW côté charge DC), nous utilisons dans la suite l'alternateur Megève contrôlé en boucle ouverte (tension d'excitation constante). Nous choisissons la tension d'excitation u_{fd} telle que la tension alternative soit de 230V/400V pour une fréquence $f_e = 400\text{Hz}$ et une charge DC de 150kW, soit $u_{fd} = 13\text{V}$. La tension alternative est ensuite redressée de façon à alimenter le réseau continu. Une capacité C filtre la tension continue fournie et contrôlée par le redresseur comme décrit sur la Figure 3.49.

1.2 Dimensionnement harmonique

Le dimensionnement harmonique consiste ici à choisir la capacité de sortie C de façon à respecter les normes harmoniques sur le bus DC 540V. Le redresseur est commandé en boucle ouverte de telle façon que la tension continue soit de 540V en régime permanent, la source alimentant une charge résistive de 150 kW. Comme dans le chapitre précédent, nous choisissons la plus petite capacité C qui permette de respecter les normes harmoniques sur l'ensemble des points de fonctionnement de 360Hz à 800Hz. Sur la Figure 3.50, nous voyons que cette condition est remplie pour C = 3,2 mF.

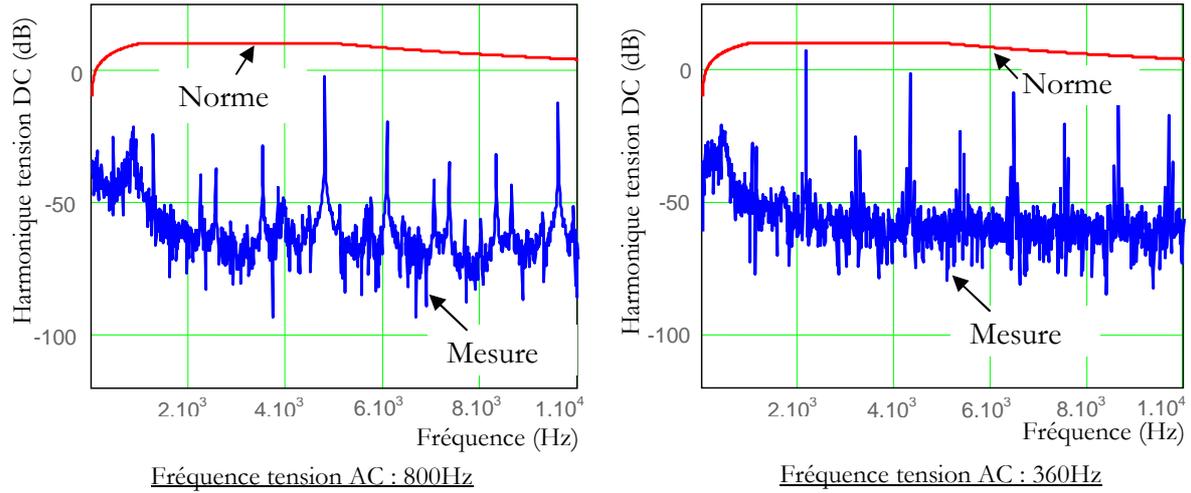


Figure 3.50 : Respect des normes harmoniques de tension sur le bus continu pour une capacité C = 3,2mF.

2. Modélisation dynamique

2.1 Modélisation de l'alternateur

Dans la suite, nous utilisons le même référentiel de Park que dans le chapitre précédent (équation 4.1). Les équations de l'alternateur sont données par les équations 3.12 à 3.18 (section 2). Rappelons ici le système d'équations :

$$\begin{bmatrix} uds \\ ufd \\ 0 \\ uqs \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Rs & 0 & 0 & -weLq & -weLmq \\ 0 & Rfd & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Rkd & 0 & 0 \\ weLd & weLmd & weLmd & Rs & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Rkq \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ids \\ ifd \\ ikd \\ iqs \\ ikq \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Ld & Lmd & Lmd & 0 & 0 \\ Lmd & Lf & Lmd & 0 & 0 \\ Lmd & Lmd & LD & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Lq & Lmq \\ 0 & 0 & 0 & Lmq & LQ \end{bmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} ids \\ ifd \\ ikd \\ iqs \\ ikq \end{bmatrix}$$

équation 3.50

2.2 Modélisation du redresseur commandé en pleine onde

2.2.1 Principe de la commande pleine onde

Le redresseur est commandé en pleine onde [BAR05]. La commande des interrupteurs est réalisée à la pulsation de la *fem* de l'alternateur et les interrupteurs d'un même bras sont commandés de façon complémentaire (Figure 3.49). L'angle de décalage α est défini comme étant le retard entre le passage à zéro de E_a (*fem* phase a) et la fermeture de l'interrupteur 1, comme illustré sur la Figure 3.51. Nous définissons aussi une fonction de commutation u_a , qui vaut -1 quand l'interrupteur 1 est ouvert et 1 quand il est fermé (des fonctions similaires sont définies pour les phases 2 et 3) :

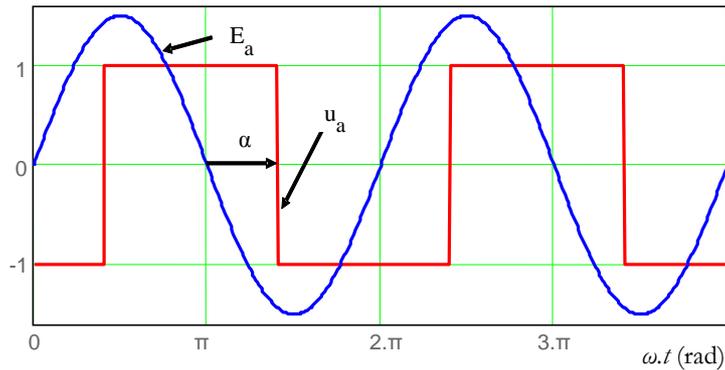


Figure 3.51 : Superposition de la *fem* E_a de l'alternateur et de la fonction de commutation u_a [BAR05]

2.2.2 Modèle moyen du redresseur

Nous n'allons pas reprendre ici l'ensemble des développements nécessaires pour la mise en place du modèle moyen du redresseur. Le lecteur trouvera ces derniers dans [PET97] ; ils ont ensuite été repris dans [BAR05, HER08, HER09]. Simplement, comme dans la section précédente, nous pouvons voir le redresseur comme un gain en tension et courant, dépendant ici de la grandeur de commande α :

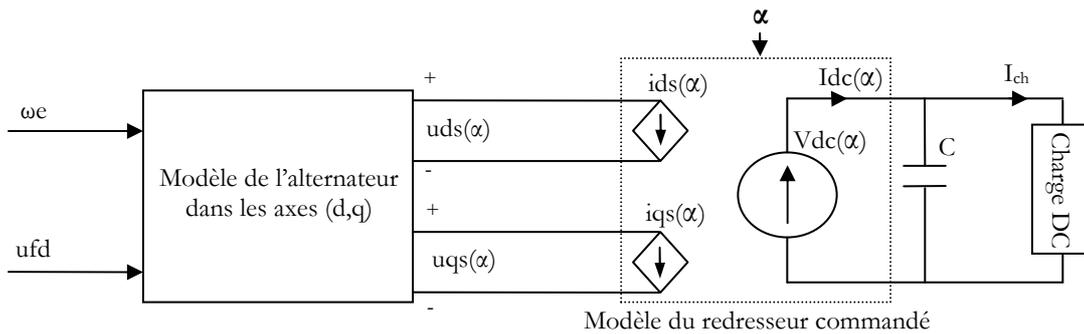


Figure 3.52 : Modélisation de l'alternateur et du redresseur commandé

D'après les travaux de [PET97], les tensions uds et uqs sont exprimées comme suit :

$$uds = u_1 \cdot \cos(\alpha) \cdot Vdc \quad \text{équation 3.51}$$

$$uqs = -u_1 \cdot \sin(\alpha) \cdot Vdc \quad \text{équation 3.52}$$

où $u_1=2/\pi$ est le module du coefficient de Fourier du premier harmonique du signal rectangulaire déphasé de l'angle α par rapport à l'origine [PET97, BAR05]. Le courant I_{dc} en sortie du redresseur est quant à lui donné par l'équation 3.53 :

$$I_{dc} = \frac{3}{2}u_1 \cdot \sin(\alpha) \cdot i_{qs} - \frac{3}{2}u_1 \cdot \cos(\alpha) \cdot i_{ds} \quad \text{équation 3.53}$$

La dérivée de la tension aux bornes de la capacité C est alors :

$$\frac{dV_{dc}}{dt} = \frac{1}{C}(I_{dc} - I_{ch}) \quad \text{équation 3.54}$$

Ces équations sont celles du modèle moyen non-linéaire du redresseur commandé en pleine onde et de sa charge. En annulant les dérivées temporelles dans l'équation 3.50, et en y ajoutant les équations 3.51 à 3.54, nous obtenons les points d'équilibre du système alternateur – redresseur - charge pour la puissance nominale du système. Ces derniers sont donnés en Annexe 9 pour différentes fréquences côté AC ($360\text{Hz} < f_e < 800\text{Hz}$). Pour obtenir le modèle moyen linéaire du système complet, nous linéarisons les équations 3.51 à 3.54 autour de l'équilibre choisi (les points d'équilibre sont notés par un indice « e ») :

$$u_{ds} = u_1 \cdot \cos(\alpha_e) \cdot V_{dc} - u_1 \cdot \sin(\alpha_e) \cdot V_{dc_e} \cdot \alpha \quad \text{équation 3.55}$$

$$u_{qs} = -u_1 \cdot \sin(\alpha_e) \cdot V_{dc} - u_1 \cdot \cos(\alpha_e) \cdot V_{dc_e} \cdot \alpha \quad \text{équation 3.56}$$

$$I_{dc} = \frac{3}{2}u_1 \cdot \sin(\alpha_e) \cdot i_{qs} - \frac{3}{2}u_1 \cdot \cos(\alpha_e) \cdot i_{ds} + \frac{3}{2}u_1 (\cos(\alpha_e) \cdot i_{qs_e} + \sin(\alpha_e) \cdot i_{ds_e}) \cdot \alpha \quad \text{équation 3.57}$$

Maintenant que nous disposons de toutes les équations linéaires du système, nous allons établir le modèle d'état de l'ensemble alternateur - redresseur - charge.

2.3 Equations d'état du système alternateur + redresseur en boucle ouverte

En ajoutant les équations 3.55 à 3.57 à l'équation 3.50, nous obtenons le système suivant :

$$V \cdot U = E \cdot X + F \cdot \dot{X} \quad \text{équation 3.58}$$

Avec U le vecteur des entrées du système et X le vecteur des variables d'état :

$$U = [I_{ch} \quad \alpha]^T \quad \text{équation 3.59}$$

$$X = [i_{ds} \quad i_{fd} \quad i_{kd} \quad i_{qs} \quad i_{kq} \quad V_{dc}]^T \quad \text{équation 3.60}$$

Les matrices V , E et F sont données par les équations suivantes :

$$V = \begin{bmatrix} 0 & -u_1 \cdot \sin(\alpha_e) \cdot V_{dc_e} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -u_1 \cdot \cos(\alpha_e) \cdot V_{dc_e} \\ 0 & 0 \\ -1/C & \frac{3 \cdot u_1}{2 \cdot C} (i_{qs_e} \cdot \cos(\alpha_e) + i_{ds_e} \cdot \sin(\alpha_e)) \end{bmatrix} \quad \text{équation 3.61}$$

$$E = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & -we.Lq & -we.Lmq & -u_1 \cdot \cos(\alpha_e) \\ 0 & R_{fd} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_{kd} & 0 & 0 & 0 \\ we.Ld & we.Lmd & we.Lmd & R_s & 0 & u_1 \cdot \sin(\alpha_e) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_{kq} & 0 \\ \frac{3u_1}{2.C} \cos(\alpha_e) & 0 & 0 & -\frac{3u_1}{2.C} \sin(\alpha_e) & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

équation 3.62

$$F = \begin{bmatrix} Ld & Lmd & Lmd & 0 & 0 & 0 \\ Lmd & Lf & Lmd & 0 & 0 & 0 \\ Lmd & Lmd & LD & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Lq & Lmq & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Lmq & LQ & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

équation 3.63

Nous pouvons vérifier que la matrice F est inversible et le système s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \dot{X} &= A.X + B.U \\ Y &= C.X \end{aligned}$$

équation 3.64

Avec $A = -F^{-1}.E$, $B = F^{-1}.V$ et $C = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1]$.

Dans ces développements, le courant de la charge I_{ch} est une entrée du système. Pour une charge à puissance constante :

$$I_{ch} = \frac{P}{Vdc} \quad \text{équation 3.65}$$

La linéarisation de l'équation 3.38 donne alors :

$$I_{ch} = \frac{1}{Vdc_e} \cdot \Delta P - \frac{P_0}{Vdc_e^2} Vdc \quad \text{équation 3.66}$$

Avec $Vdc_e = 540V$ la valeur de la tension à l'équilibre choisi, $P_0 = 150kW$ la puissance nominale de la charge. I_{ch} et Vdc sont des variations de courant et de tension autour du point d'équilibre choisi, ΔP est la variation de puissance de la charge. C'est la perturbation appliquée au système et qui doit être rejetée par la commande du redresseur. Le lecteur trouvera en Annexe 9 les courbes de validation du modèle moyen linéaire du système.

3. Contrôle du système non soumis aux incertitudes de conception

Nous adoptons la même démarche que dans la section précédente. Après avoir modélisé le comportement dynamique du système, nous dimensionnons son contrôle en utilisant la théorie H_∞ . Dans un premier temps, nous spécifions les objectifs de performance pour le contrôle et

menons la synthèse du correcteur autour d'un point de fonctionnement du système (à une fréquence f_e donnée). Une analyse de ce dimensionnement autour des autres points de fonctionnement du système ($360\text{Hz} < f_e < 800\text{Hz}$) nous permettra au final de dimensionner un correcteur qui fonctionne sur toute la plage de fonctionnement du système.

3.1 Mise en forme du problème de contrôle H_∞

La mise en forme du problème de synthèse H_∞ est similaire à celle de la Figure 3.19 de la section précédente. Nous ne détaillons ici que le réglage de la pondération $W_{\text{perf}}(s)$, qui spécifie les performances sur le transfert $V_{dc}/\Delta P$ et de $W_\alpha(s)$, qui spécifie les performances au transfert $\alpha/\Delta P$.

Comme dans la section précédente, nous considérons que la variation maximale de la puissance de la charge est de 50%, soit 75kW et nous définissons la pondération W_{perf} par :

$$W_{\text{perf}}(s) = \frac{s/Ms + \omega b}{s + \omega b \cdot \varepsilon s} \quad \text{équation 3.67}$$

Avec :

- $M_s = 120/75 \cdot 10^3$ de façon à limiter la variation de tension à 120V au maximum suite à une variation de charge de 50%, c'est-à-dire 75kW,
- $\varepsilon s \approx 0$, de façon à garantir une erreur statique nulle,
- $\omega b = 24800$ rad/s de façon à atteindre les objectifs de temps de réponse.

La pondération W_α est elle aussi réglée de façon similaire à la section précédente. $W_\alpha(s)$ est choisie telle que :

$$W_\alpha(s) = \frac{s + \omega\alpha/M\alpha}{\varepsilon\alpha + \omega\alpha} \quad \text{équation 3.68}$$

En particulier, le paramètre $\omega\alpha$ limite la bande passante du transfert $\alpha/\Delta P$. Nous le choisissons de façon à désensibiliser la commande aux harmoniques de tension continue. Les paramètres de la pondération sont :

- $M\alpha = \pi/75 \cdot 10^3$
- $\varepsilon\alpha \approx 0$,
- $\omega\alpha = 6 \cdot 10^{-3}$ rad/s

3.2 Synthèse et analyse d'un correcteur

3.2.1 Synthèse d'un correcteur à $f_e = 400\text{Hz}$

Nous supposons ici que le point de fonctionnement nominal du système est $f_e = 400\text{Hz}$. Une solution au problème H_∞ défini plus haut est trouvée et les résultats sont représentés sur la Figure 3.53. Le correcteur obtenu est d'ordre 8. Nous comparons les amplitudes des fonctions de transfert $V_{dc}/\Delta P$ et $\alpha/\Delta P$ en boucle fermée avec le correcteur obtenu aux gabarits fréquentiels $1/W_{\text{perf}}$ et $1/W_\alpha$ (respectivement) :

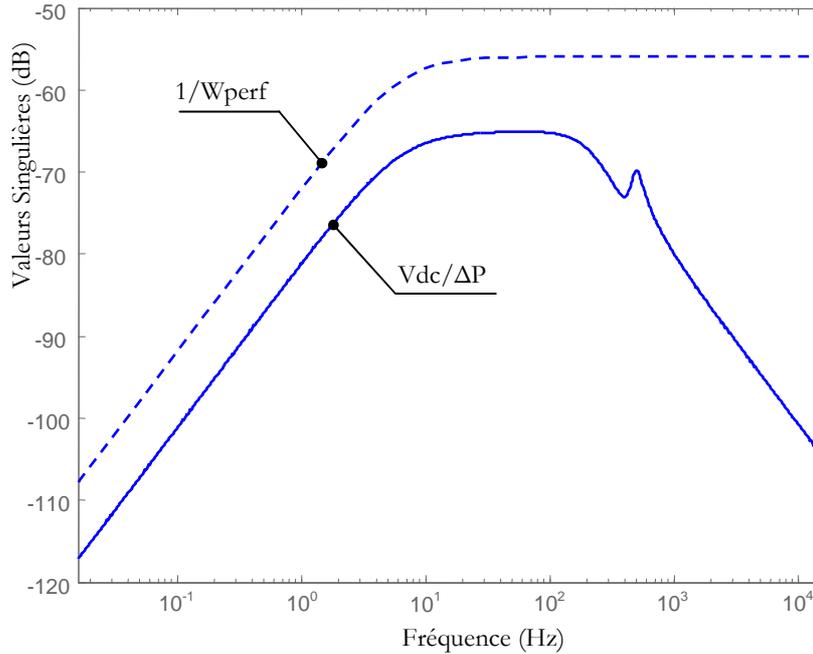


Figure 3.53 : Amplitude de la fonction de transfert $V_{dc}/\Delta P$ en BF et du gabarit $1/W_{perf}$, $f_e = 400\text{Hz}$

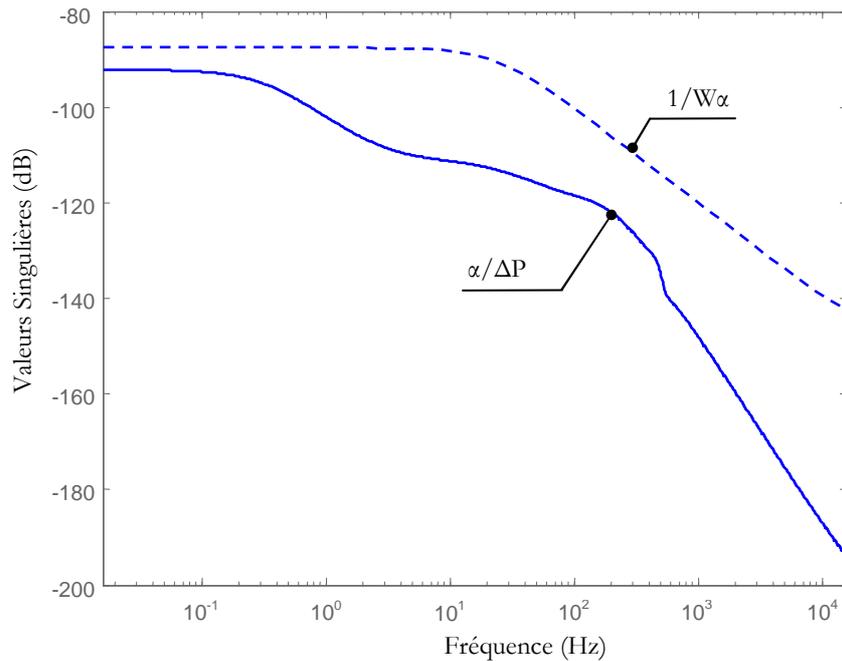


Figure 3.54 : Amplitude de la fonction de transfert $\alpha/\Delta P$ en BF et du gabarit $1/W_\alpha$, $f_e = 400\text{Hz}$

Sur la Figure 3.53, nous voyons que le correcteur que nous avons trouvé permet de respecter le gabarit fréquentiel $1/W_{perf}$, nous garantissons ainsi que les normes transitoires de tension seront respectées dans le domaine temporel. Sur la Figure 3.54, nous montrons que la solution trouvée permet de respecter le gabarit $1/W_\alpha$: le correcteur est donc désensibilisé aux bruits de mesure et sera implantable en simulation temporelle. Analysons maintenant le comportement du système bouclé par le correcteur que nous venons de calculer autour des autres points de fonctionnements ($360\text{Hz} < f_e < 800\text{Hz}$).

3.2.2 Analyse des performances pour $360\text{Hz} < f_e < 800\text{Hz}$

Les amplitudes des fonctions de transfert en BF $V_{dc}/\Delta P$ sont tracées sur la Figure 3.55 et comparées à l'amplitude du gabarit $1/W_{perf}$.

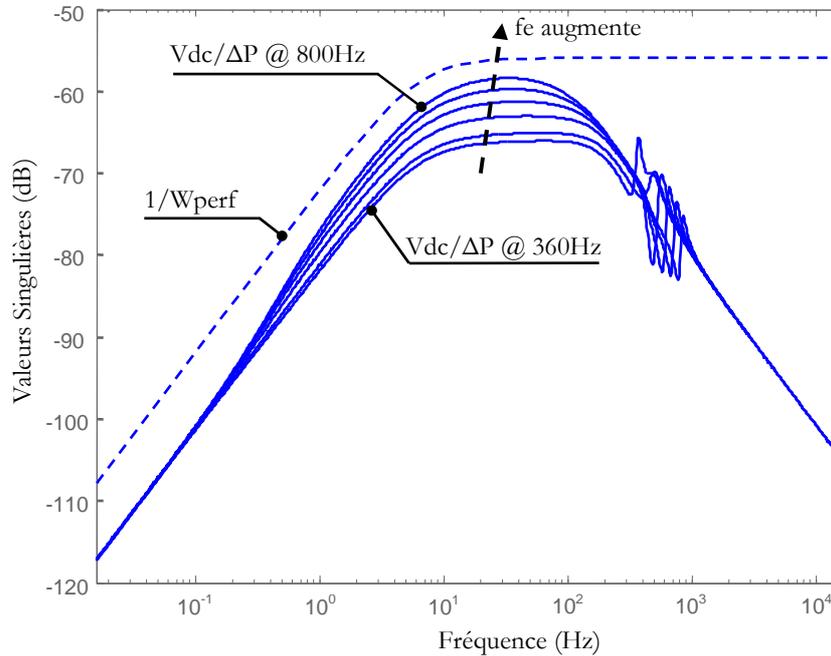


Figure 3.55 : Performances obtenues avec le correcteur synthétisé à 400Hz pour des points de fonctionnement correspondant à $f_e = 360\text{Hz}, 400\text{Hz}, \dots, 800\text{Hz}$

Quelque soit le point de fonctionnement f_e , l'amplitude du transfert $V_{dc}/\Delta P$ est inférieure à celle du gabarit $1/W_{perf}$. Ainsi, les normes sont respectées pour $360\text{Hz} < f_e < 800\text{Hz}$. Nous voyons aussi que lorsque f_e augmente, l'amplitude de $V_{dc}/\Delta P$ se « rapproche » du gabarit fréquentiel : du point de vue des performances en rejet de perturbation, le pire cas des points de fonctionnement est donc $f_e = 800\text{Hz}$.

Enfin, nous vérifions sur la Figure 3.56 que la contrainte d'implémentation du correcteur, spécifiée par le gabarit $1/W_\alpha$, est bien vérifiée pour tous les points de fonctionnement :

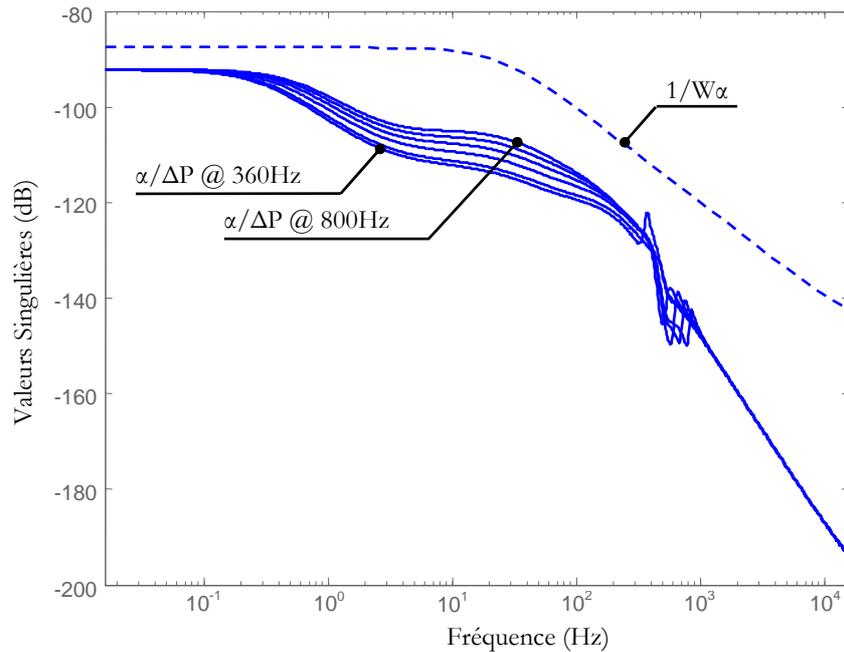


Figure 3.56 : Vérification des contraintes d'implémentation du correcteur sur l'ensemble des points de fonctionnement du système

3.3 Validation du contrôle par simulation temporelle

Afin de valider le dimensionnement du correcteur, nous simulons le réseau de la Figure 3.49, K étant le correcteur que nous venons de synthétiser. La charge côté continu est une charge idéale à puissance constante, et nous simulons des variations de puissance de charge de 50%. Les résultats de simulation temporelle sont présentés sur la Figure 3.58 pour $360\text{Hz} < f_e < 800\text{Hz}$:

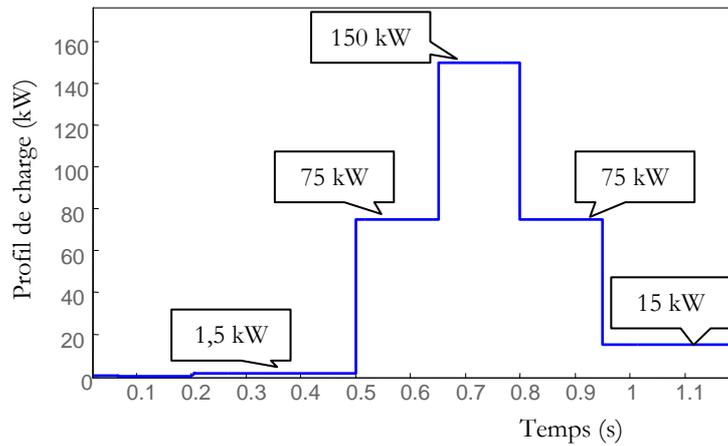


Figure 3.57 : Profil de charge simulé pour la validation du contrôle de l'alternateur

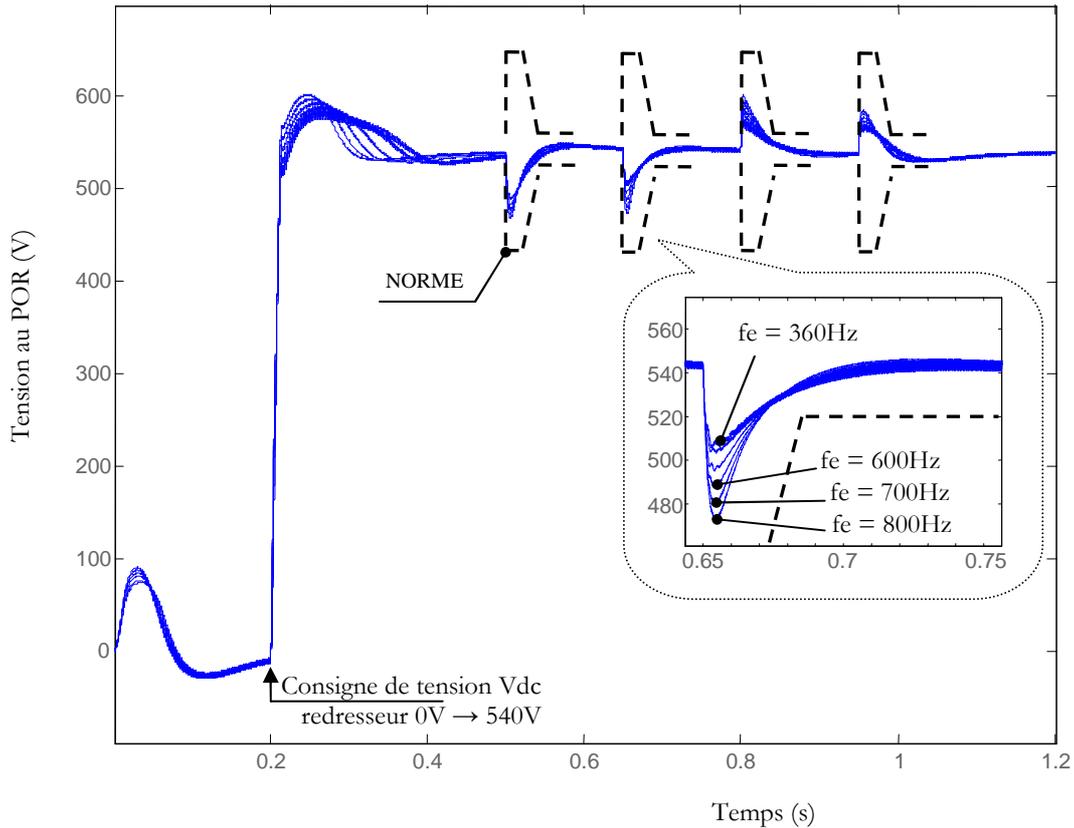


Figure 3.58 : Validation de la synthèse du correcteur par simulation temporelle

La norme transitoire de tension, matérialisée sous la forme de pointillés sur la figure ci-dessus, est largement respectée et ce quelque soit le point de fonctionnement de l'alternateur. Le correcteur que nous avons synthétisé dans le domaine fréquentiel est donc satisfaisant. Notre approche, qui consiste à spécifier les performances et à synthétiser le correcteur dans le domaine fréquentiel de façon à respecter des performances dans le domaine temporel est donc encore une fois validée.

4. Contrôle du redresseur et robustesse en performance

4.1 Rappel de la problématique

Nous étudions maintenant la capacité d'intégration de l'ensemble alternateur – redresseur commandé dans le réseau continu. Comme dans les deux chapitres précédents, l'image de la capacité d'intégration de la source étudiée est la robustesse en performance de son dimensionnement vis-à-vis d'incertitudes portant sur les paramètres d'un ensemble filtre – charge à puissance constante. Les paramètres nominaux du filtre de charge sont identiques à ceux des sections précédentes (Table 3-II). Le réseau étudié est décrit sur la figure suivante :

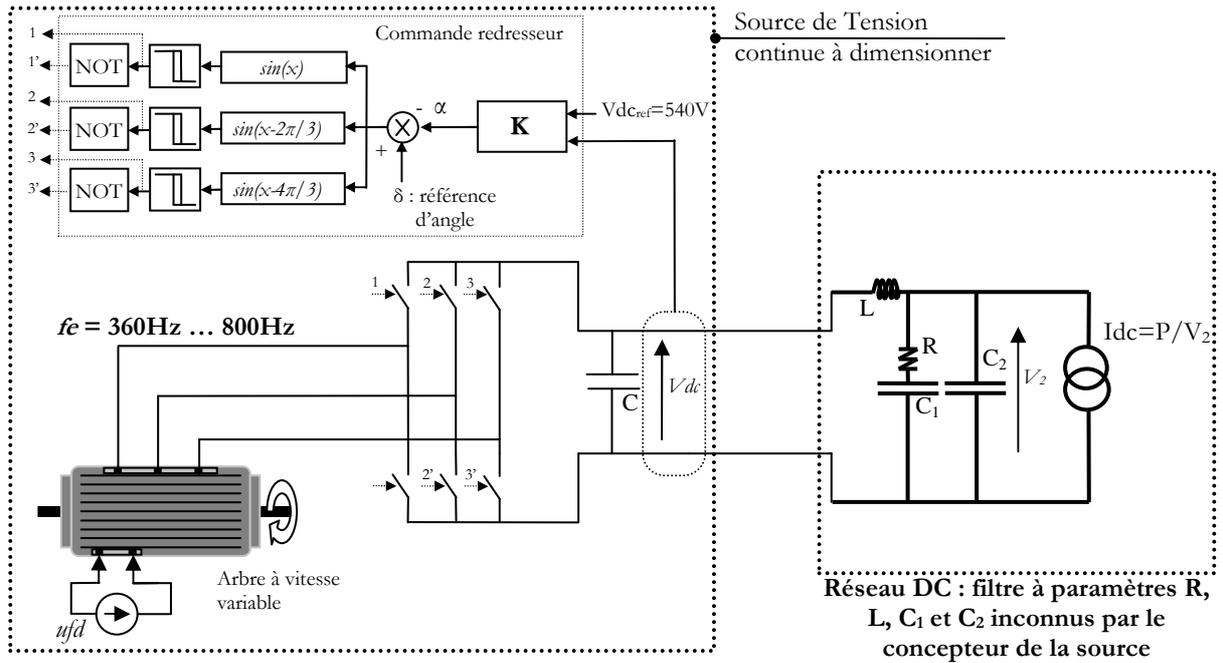


Figure 3.59 : Source DC alimentant un réseau « inconnu »

La mise en forme du problème d'analyse de robustesse en performance n'est pas rappelée ici, elle est identique à celle de la Figure 3.31 de la section précédente. La spécification de performances W_{perf} , que nous cherchons à respecter, est donnée par l'équation 3.45.

4.2 Analyse de robustesse en performance

Soient des incertitudes respectivement de 15%, 25% et 37% portant sur les valeurs des paramètres du filtre de charge (Figure 3.59). Sur la Figure 3.60, nous analysons la robustesse en performance de la source vis-à-vis de ces différents « niveaux » d'incertitude.

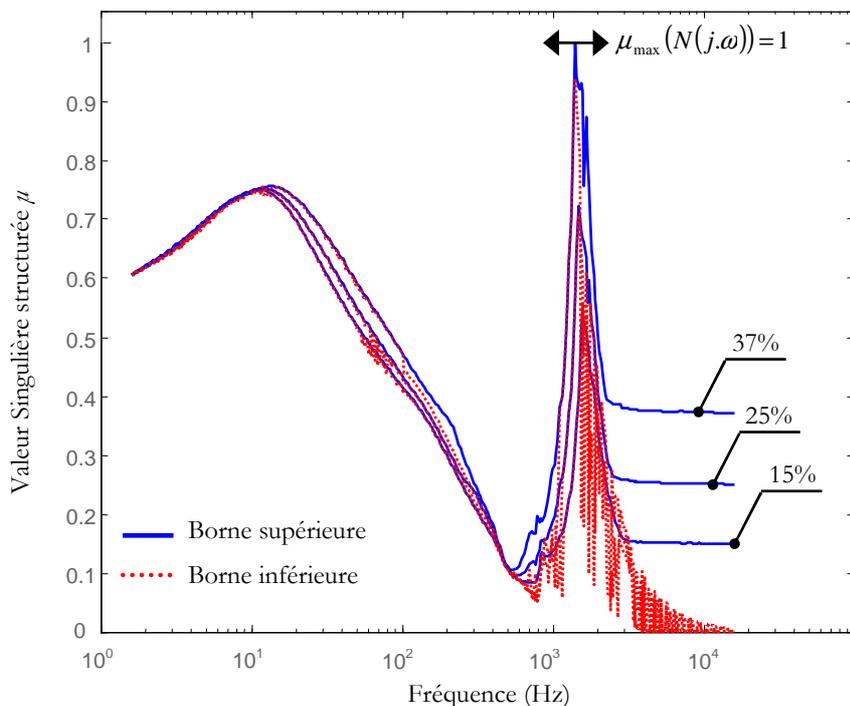


Figure 3.60 : Robustesse en performance de la source vis-à-vis d'incertitudes de 15%, 25% et 37% sur les paramètres de filtre de charge. Capacité de sortie du redresseur $C = 3,2\text{mF}$

La condition de robustesse en performance $\mu_{max}(N(j,\omega)) < 1$ est respectée pour des incertitudes de 37% maximum sur les paramètres du filtre de charge. Nous voyons aussi que la valeur de μ augmente avec le niveau d'incertitudes principalement autour de 2kHz : le domaine d'influence des incertitudes paramétriques se situe donc autour de cette fréquence. Pour améliorer la robustesse du système face aux incertitudes paramétriques, il faut donc améliorer les performances en rejection de perturbation à « hautes » fréquences, comme dans la section 2.

4.3 Contrôle du redresseur et robustesse en performance

Dans l'application de la section précédente, le contrôle n'était pas influent sur la robustesse en performance du système vis-à-vis des incertitudes de conception du réseau continu. La seule solution pour respecter une contrainte de robustesse donnée était donc d'augmenter la capacité de sortie du redresseur - et donc la masse du système. Qu'en est-il ici ?

Nous avons vu dans le paragraphe précédent que les incertitudes sont influentes à « hautes » fréquences, autour de 2 kHz principalement. Pour étudier la possibilité d'utiliser le contrôle du redresseur pour améliorer la robustesse en performance, nous revenons sur la synthèse du correcteur (point d'équilibre $f_e = 400$ Hz, $C = 3,2$ mF). La source alimente alors une charge à puissance constante (aucun filtre DC n'est présent lors de la synthèse). Nous modifions le gabarit de performance $1/W_{perf}$ de façon à décroître le gain du transfert $V_{dc}/\Delta P$ autour de 2 kHz. La pondération W_{perf} est alors de la forme :

$$W_{perf}(s) = \frac{(s/Ms + \omega b).(s/Ms' + \omega b')}{s + \omega b.\varepsilon s} \quad \text{équation 3.69}$$

La pondération W_α , qui limite la commande en bande passante, est quant à elle identique à celle de l'équation 3.68. Le problème H_∞ est résolu et sur la Figure 3.61 nous comparons le transfert $V_{dc}/\Delta P$ en boucle fermée avec le gabarit $1/W_{perf}$, et ce pour différents paramètres de la pondération W_{perf} (correspondant à des spécifications en rejet de perturbation de plus en plus contraignantes à « hautes » fréquences).

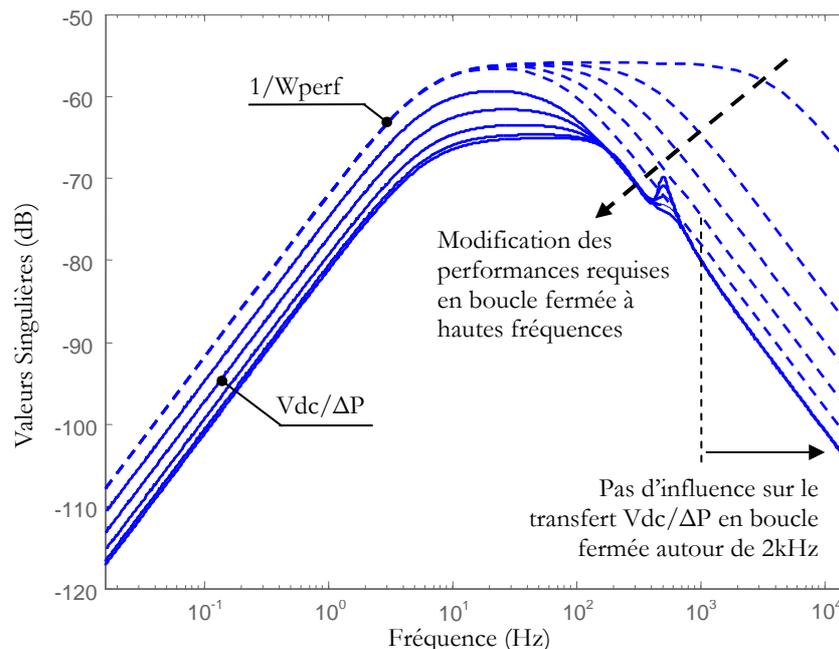


Figure 3.61 : Sur la possibilité d'améliorer les performances en rejet de perturbation à hautes fréquences par la commande

Sur la Figure 3.61, nous voyons que les performances à « hautes » fréquences sont identiques quel que soit le gabarit $1/W_{perf}$. Ainsi, nous montrons clairement que de meilleures performances en rejet de perturbation à hautes fréquences ne peuvent pas être obtenues par la modification des objectifs de contrôle dans le problème H_{∞} . Comme dans l'application du chapitre précédent, la commande n'a pas d'influence sur le rejet de perturbation dans le domaine fréquentiel où les incertitudes paramétriques sont influentes. Pour améliorer la robustesse en performance vis-à-vis d'incertitudes de conception du réseau continu, la structure de la source doit donc être revue.

4.4 Structure de la source et robustesse en performance

4.4.1 Influence des paramètres de l'alternateur

Nous étudions ici l'influence du dimensionnement de l'alternateur sur les performances en rejet de perturbation. Pour cela, nous résolvons le problème H_{∞} avec les spécifications de performance données par l'équation 3.45 et l'équation 3.68 pour différents alternateurs. Ces alternateurs sont ceux que nous avons utilisés dans le chapitre précédent (Table 3-III). Nous traçons sur la Figure 3.62 l'amplitude du transfert $V_{dc}/\Delta P$ en boucle fermée pour chacun de ces alternateurs. Aucun filtre de charge n'est présent lors de la synthèse du correcteur de chaque alternateur.

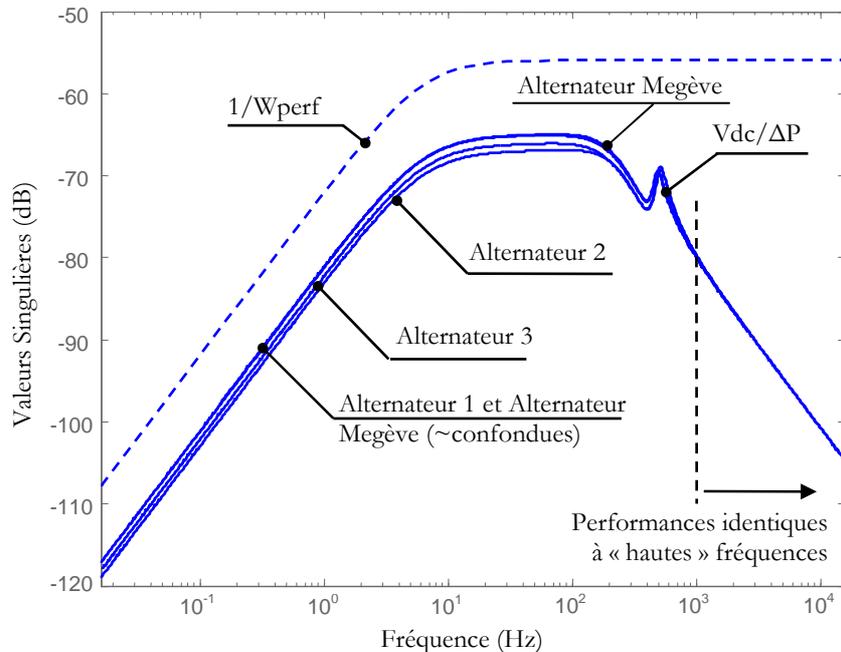


Figure 3.62 : Performances en rejet de perturbation des quatre alternateurs ($f_e = 400\text{Hz}$)

Nous voyons clairement sur la figure ci-dessus que les performances en rejet de perturbation sont identiques au-delà de 1kHz quel que soient les paramètres de l'alternateur. Les incertitudes de conception du réseau continu étant influentes principalement autour de 2 kHz., les paramètres de l'alternateur ne peuvent pas influencer sur la robustesse en performance de la source vis-à-vis des incertitudes portant sur le réseau DC. Le seul degré de liberté restant est la capacité de sortie du redresseur.

4.4.2 Influence de la capacité de sortie du redresseur

Soit une incertitude de 50% portant sur les valeurs des paramètres du filtre de charge. Nous analysons la robustesse en performance vis-à-vis de cette incertitude pour $C = 3,2 \text{ mF}$ (qui est la

capacité minimale pour respecter la norme harmonique, §1.2) et $C = 5,2$ mF. Les résultats sont donnés sur la Figure 3.63 :

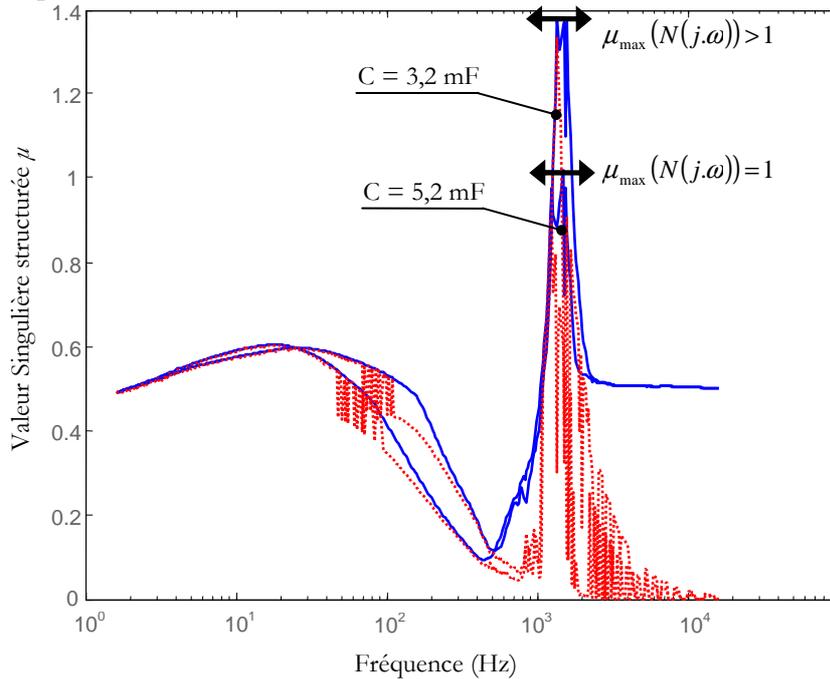


Figure 3.63 : Robustesse en Performance de la source vis-à-vis d'incertitudes de 50% sur les paramètres de filtre de charge, pour $C = 3,2$ mF et $C = 5,2$ mF.

Le critère de robustesse en performance vis à vis de l'incertitude de 50% portant sur les paramètres du filtre de charge n'est pas respecté pour une capacité de $C = 3,2$ mF. Pour respecter ce critère, la capacité de sortie du redresseur doit être augmentée jusqu'à $5,2$ mF. Autrement dit, comme dans la section 3, l'augmentation de la capacité de sortie permet de passer une spécification de robustesse en performance donnée.

5. Etude comparative entre conversion par redresseur commandé et par redresseur à diodes du point de vue « Robustesse »

Rappelons tout d'abord que le principal intérêt d'une conversion par redresseur commandé est la possibilité d'utiliser un alternateur à aimants permanents, moins lourd qu'un alternateur à rotor bobiné à puissance dimensionnante égale. La principale similitude entre la conversion par redresseur à diodes (Chapitre 3 - section 2) et la conversion par redresseur commandé (Chapitre 3 - section 3) - est la conclusion concernant l'influence du contrôle sur la robustesse en performance vis-à-vis d'incertitudes de conception du réseau continu. Pour ces deux solutions, l'amélioration de la robustesse en performance passe par une modification de la structure de la source et plus précisément de la capacité de sortie du redresseur. Gagner en robustesse impose alors une augmentation de la masse. De ce point de vue, la conversion par redresseur à diodes et la conversion par redresseur commandé sont similaires. Nous pouvons alors nous demander : à capacité donnée, quelle est la conversion qui nous garantit la meilleure robustesse ? Pour répondre à cette question, nous superposons les performances en rejet de perturbation obtenues lors de la synthèse H_∞ pour l'application de la section 2 et celle de la section 3 avec les mêmes paramètres d'alternateur (Megève) et autour du même point de fonctionnement ($f_e = 800$ Hz).

Dans les deux cas, la capacité de sortie du redresseur est $C = 3,2 \text{ mF}$. Sur la Figure 3.64, les amplitudes de la fonction de transfert $V_{dc}/\Delta P$ pour les deux applications sont comparées entre elles. Rappelons qu'aucun filtre DC n'est présent à ce stade.

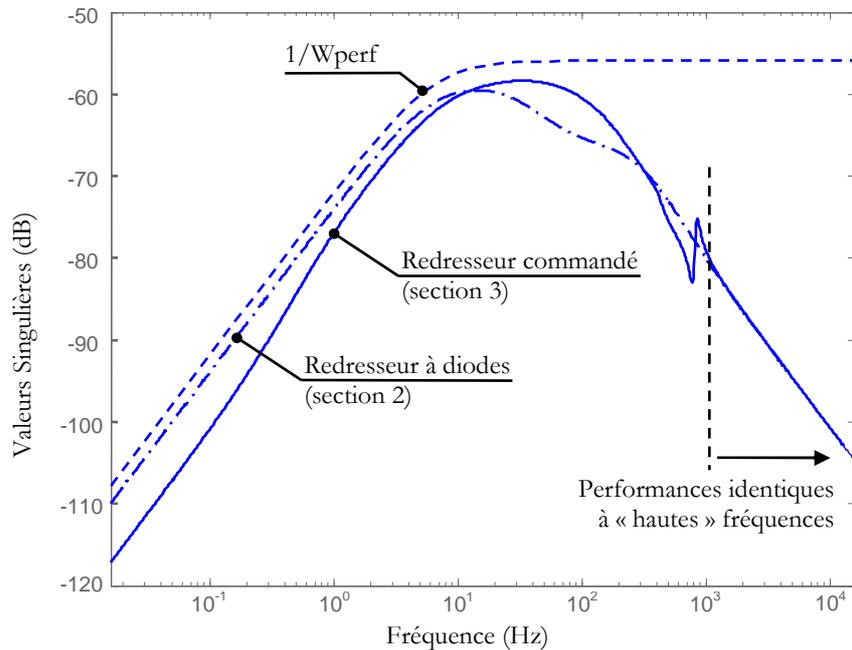


Figure 3.64 : Performances en rejet de perturbation pour les applications du Chapitre 4 et du Chapitre 5.

Bien que les deux conversions étudiées présentent des performances en rejet de perturbation différentes à « basses » fréquences (rejet de perturbation plus rapide pour le redresseur commandé), nous voyons sur la Figure 3.64 qu'elles sont identiques à « hautes » fréquences. Nous pouvons donc nous attendre à ce que ces deux sources présentent la même robustesse en performance vis-à-vis d'incertitudes paramétriques sur le filtre de charge. Pour vérifier ceci, nous calculons la robustesse en performance de ces deux sources pour des incertitudes paramétriques de 37% portant sur les paramètres du filtre de charge. L'analyse de robustesse en performance est présentée sur la Figure 3.65 :

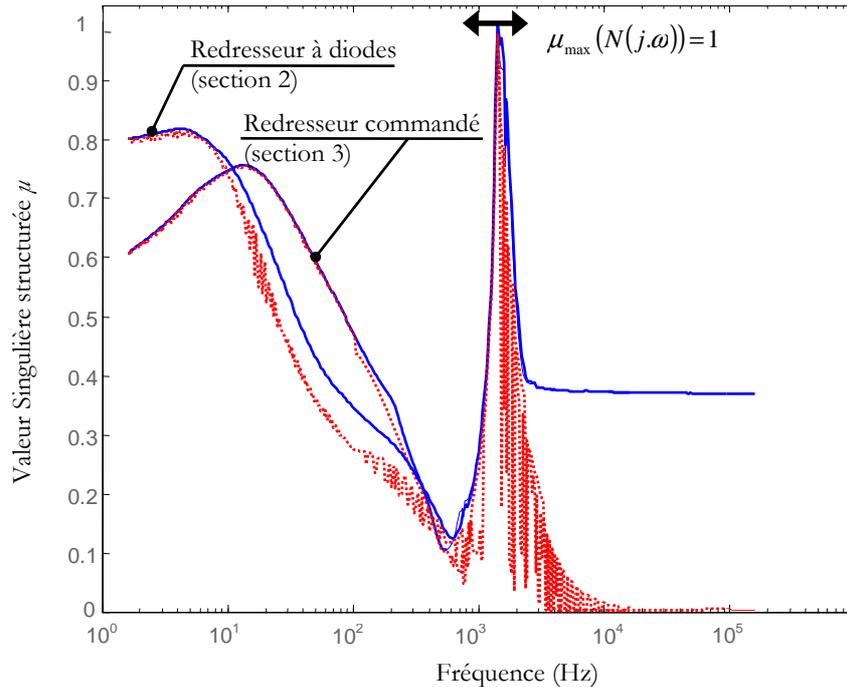


Figure 3.65 : Analyse de robustesse en performance pour les applications du Chapitre 4 et du Chapitre 5 (alternateur Megève). Incertitudes paramétriques de 37%, $C = 3,2 \text{ mF}$.

Sur la Figure 3.65, conformément à nos attentes, les deux structures présentent la même robustesse en performance. Autrement dit, à capacité C donnée, la robustesse est identique pour les deux sources.

6. Conclusion

Les travaux présentés dans cette section montrent bien le caractère générique et systématique de notre approche, qui a été appliquée de façon rigoureusement identique à la conversion par redresseur à diodes dans la section 2 puis au redresseur commandé dans cette section 3.

De plus, nous avons montré que la commande du redresseur n'a pas d'influence sur la robustesse du système face à des incertitudes de conception du réseau continu. Comme dans la section précédente, la robustesse passe par une modification de la structure de la source. Nous avons alors évalué l'influence des paramètres de l'alternateur sur la robustesse du système, et avons montré que ces derniers n'influent en rien sur la robustesse. Nous retiendrons que la seule solution pour respecter une spécification de robustesse en performance est d'augmenter la capacité de sortie du redresseur, comme pour l'application de la section 2. Dans le dernier paragraphe, nous avons comparé la conversion étudiée avec le redressement triphasé à diodes (section 2). Nous avons vu qu'à capacité identique, les deux sources présentent la même robustesse en performance.

Afin de comparer clairement la conversion par redresseur commandé en pleine onde à la conversion de la section 2 du point de vue du compromis masse / performances / robustesse,

nous aurions besoin du modèle de masse d'un alternateur à aimants permanents. Pour cela, des travaux complémentaires sont nécessaires.

Conclusion Générale

Conclusion Générale

1. Bilan des travaux

Ce mémoire est divisé en trois chapitres, chacun illustrant un aspect des travaux réalisés durant cette thèse. Le premier chapitre a expliqué les raisons de l'évolution vers une distribution en courant continu, ainsi que le métier de l'avionneur, qui consiste à intégrer des équipements au sein de ce réseau. Nous avons illustré les difficultés liées à l'intégration d'équipements électriques dans un réseau continu, et ainsi montré pourquoi les méthodes habituelles de conception ne permettent pas de résoudre le problème de l'intégration. Cette analyse nous a amené à proposer une nouvelle méthode, basée sur une spécification de robustesse des équipements vis-à-vis de leur environnement de fonctionnement. Ceci a été la principale contribution de ce premier chapitre. Deux questions scientifiques majeures ont enfin été posées:

- Comment l'analyse directe de la robustesse peut-elle permettre de résoudre le problème de l'intégration ? Quel est son intérêt / ses inconvénients par rapport aux autres méthodes disponibles dans la littérature ?
- Quel peut être l'apport de la commande pour diminuer la masse tout en garantissant de la robustesse au dimensionnement des équipements ? La question sous-jacente étant : quel est le coût en masse d'une spécification de robustesse ?

Nous avons en partie répondu à la première question dans le deuxième chapitre par l'analyse des méthodes disponibles pour le dimensionnement dynamique des réseaux continus. L'application de chacune de ces méthodes à un exemple simple nous a finalement permis de comparer ces méthodes entre elles et de choisir l'analyse par valeur singulière structurée (μ -analyse) comme outil pour résoudre le problème de l'intégration. En fin de ce deuxième chapitre, nous avons établi une méthodologie de conception des équipements, proposant une utilisation maximale de la commande pour respecter une spécification de robustesse donnée. Cette méthodologie a été la deuxième principale contribution de ce mémoire et doit au final éviter ou limiter une augmentation de masse imputable à une spécification de robustesse.

Nous avons répondu à la deuxième question dans le troisième chapitre par l'étude de trois applications, correspondantes à des structures de redressement envisagées pour l'avion du futur. La méthode proposée dans le Chapitre 2 nous a permis de montrer clairement que pour les structures étudiées, la commande ne peut pas être utilisée pour garantir de la robustesse au dimensionnement. La structure doit donc être modifiée pour plus de robustesse avec le risque identifié d'une masse plus grande. Nous avons alors établi les compromis entre performances, robustesse et masse de l'équipement.

Du point de vue strictement applicatif, nous avons montré que l'ATRU est lourd mais structurellement robuste, tandis que les conversions envisagées en remplacement, redressement

triphase à diodes et redresseur commandé en pleine onde ne le sont pas. En effet, il est clairement apparu que pour ces deux conversions la masse doit être sensiblement augmentée pour respecter une spécification de robustesse “importante”. Bien entendu, en l’absence de modèles de masse (pour l’ATRU et l’alternateur à aimants permanents), certains résultats sont à relativiser mais nous retiendrons que nous avons prouvé que notre méthode de conception robuste est un outil puissant et systématique d’aide à la conception et à l’intégration d’équipements dans un réseau d’avion.

2. Perspectives de recherche

2.1 Le choix de la source

La perspective la plus immédiate est l’approfondissement des travaux nécessaires pour une comparaison rigoureuse des trois conversions étudiées dans ce mémoire du point de vue du compromis masse / performances / robustesse. Pour cela, les outils développés dans [NGU09] doivent être étendus au calcul et à l’optimisation de la masse :

- d’un ATRU de 150kW,
- d’un alternateur à aimants permanents de puissance dimensionnante égale à celle de l’alternateur Megève pour la conversion par redresseur commandé en pleine onde.

Une fois ces outils disponibles, la démarche déjà appliquée dans ce mémoire à la conversion par redresseur à diodes permettra d’obtenir les compromis pour les trois applications. Par ailleurs, nous avons conclu pour les conversions étudiées que la commande ne permet pas de rendre les trois sources étudiées plus robuste aux incertitudes. Une perspective directe est donc d’étudier une structure à plus large bande passante, comme le redressement à MLI, de façon à ce que la commande puisse agir sur le domaine fréquentiel où les incertitudes sont influentes. Ceci devrait permettre d’obtenir de meilleurs compromis masse / performances / robustesse.

Notons que nous nous sommes intéressés dans ce mémoire uniquement aux aspects liés au dimensionnement dynamique. Dans [NGU08], l’étude porte sur les aspects énergétiques (pertes, rendement,...) et harmoniques. Mais le choix d’une inductance ou d’une capacité de filtrage affecte la dynamique d’un système. La perspective d’une réflexion plus générale, tenant compte à la fois des aspects énergétiques, harmoniques et dynamiques paraît donc intéressante et pourra être envisagée pour les applications proposées dans ce mémoire, et ce afin d’aboutir à l’établissement de compromis tenant compte de l’ensemble des aspects intervenant lors de la conception d’un système.

2.2 Le perfectionnement de la méthode

Un approfondissement de la modélisation des incertitudes de conception auxquelles sont soumis les équipementiers semble nécessaire. Dans ce mémoire, les résultats de robustesse sont en effet liés à une structure de filtre particulière et à des paramètres nominaux donnés. Bien entendu, si une autre structure de filtre est choisie ou si d’autres paramètres nominaux de filtre sont utilisés pour les analyses de robustesse, les résultats seront différents. Une perspective est donc de désensibiliser la méthode vis-à-vis de ces choix particuliers, en utilisant par exemple une modélisation fréquentielle des incertitudes de conception du réseau (Annexe 2) qui permet

d'englober un ensemble important de structures et de paramètres de filtres susceptibles d'être raccordés au réseau. Le même travail serait bien sûr à mener pour les charges. La prise en compte des non-linéarités (saturations, effets de la linéarisation) paraît elle-aussi être une perspective intéressante. Toutes ces améliorations devraient à terme permettre de garantir le bon fonctionnement des équipements quelle que soit la configuration du réseau.

Nous pouvons aussi remettre en question le choix de la méthode pour les analyses de robustesse. En effet, dans le Chapitre 2, nous avons montré que d'autres méthodes d'analyse sont séduisantes, comme l'analyse de robustesse par les méthodes temporelles, à condition bien sûr d'intégrer une spécification de performance (amortissement, temps de réponse). L'intérêt sera par exemple de comparer ces méthodes d'analyse du point de vue du conservatisme des résultats.

2.3 Pour une nouvelle vision de la conception de l'architecture électrique d'un avion

Dans ce mémoire, nous avons proposé une nouvelle approche pour le dimensionnement des systèmes électriques intégrant des spécifications de robustesse. Si chaque équipement est robuste vis-à-vis de son environnement (paramètres et structure du réseau), nous pouvons espérer que l'ensemble du réseau électrique sera lui aussi robuste face à des aléas de fonctionnement tels que des défauts ou des variations de paramètres dûes au vieillissement. Autrement dit, en intégrant dès la conception des objectifs de robustesse, nous espérons améliorer la fiabilité du système électrique, essentielle dans des applications aussi critiques que l'aéronautique.

Mais bien qu'ayant proposé des outils et une démarche rigoureuse pour une conception robuste d'un équipement du réseau, nous n'avons pas étendu l'étude au niveau d'un système complet, à savoir le choix du niveau de robustesse à imposer à chaque équipement et l'éventuelle redéfinition de la norme. Nous voyons principalement deux pistes de réflexion pour cette étude « système ».

Raisonnons tout d'abord à norme donnée. Supposons qu'Airbus soit capable de choisir, grâce à des études préalables et par exemple sur la base de modèles simplifiés des équipements, le niveau de robustesse à imposer pour garantir l'intégration dans le réseau tout en limitant la masse et plus généralement en respectant des contraintes comme l'encombrement, le bruit, ou encore la standardisation des équipements. Dans ce cas, ce niveau de robustesse sera un objectif de conception pour les équipementiers et il faut espérer que le résultat réponde aux attentes de robustesse, de performances et de masse. L'intérêt de cette première approche est la généricité du critère de robustesse. Il est donné une fois pour toutes aux équipementiers, c'est devenu un élément normatif. Par contre, sa définition nécessite des études préliminaires.

Supposons maintenant qu'aucune contrainte ne soit fournie par Airbus aux équipementiers. On évite alors le problème de la définition du choix de la robustesse *a priori*. Par contre, ceci exige des équipementiers qu'ils fournissent un ensemble de compromis robustesse-masse. Disposant de tous les compromis, le rôle d'Airbus sera alors à même de faire les meilleurs choix. Airbus pourra par exemple imposer à un fabricant d'actionneur de commande de vol un haut niveau de robustesse mais, par contre, exiger que les équipements de confort soient les plus légers possibles. On attend bien sûr d'une telle démarche que le système complet soit optimal, c'est-à-dire présente la

meilleure robustesse à moindre masse. Tout ceci étant fait à norme donnée, une perspective plus lointaine mais possible grâce à la méthode proposée dans ce mémoire, sera finalement d'envisager l'impact de la norme sur l'ensemble des compromis robustesse-masse.

En d'autres termes, bien que notre approche pour la conception de réseaux soit prometteuse, de nombreuses études doivent encore être réalisées afin de rendre les avions plus électriques, plus performants et plus sûrs !

Annexes

Annexe 1: Paramètres pour les simulations du Chapitre 1

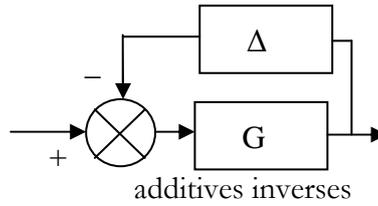
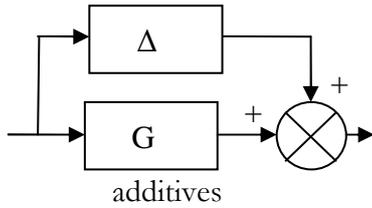
Paramètres du réseau de la Figure 1.12 :

Paramètres de la source	$v_s = 540\text{V}$ $R = 250\text{m}\Omega$ $L = 200\mu\text{H}$ $C = 150\mu\text{F}$
Paramètres de la charge 1	$R_1 = 100\text{m}\Omega$ $L_1 = 370\mu\text{H}$ $C_1 = 900\mu\text{F}$ $p_1 = 50\text{kW}$
Paramètres de la charge 2	$R_2 = 100\text{m}\Omega$ $L_2 = 450\mu\text{H}$ $C_2 = 1,2\text{mF}$ $p_2 = 100\text{kW}$

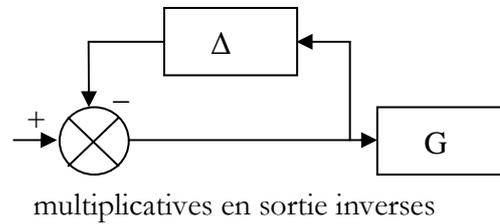
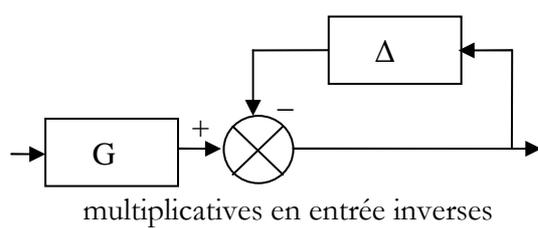
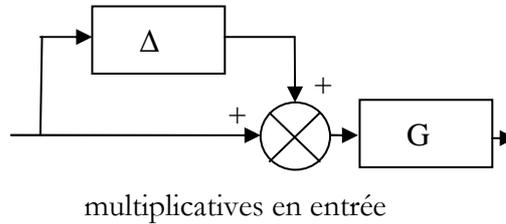
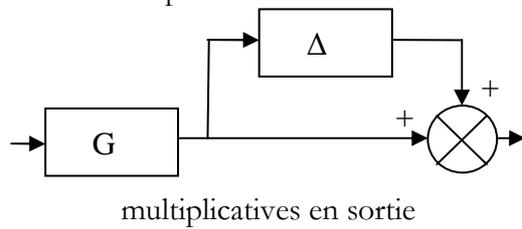
Annexe 2: Modélisation des incertitudes fréquentielles

Les incertitudes fréquentielles sont étudiées dans le domaine fréquentiel (Figure 2.1) et classiquement modélisées sous forme additive ou multiplicative [KAN96]:

- additives



- multiplicatives

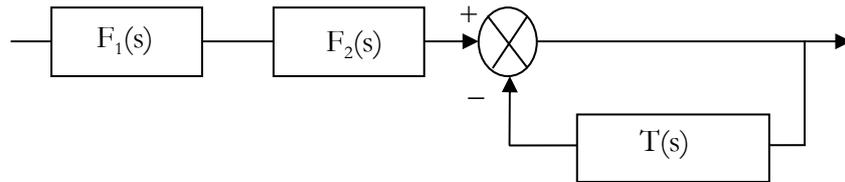


Annexe 3: Démonstration du critère de Middlebrook

La fonction de transfert en tension de l'association de la figure ci-dessous est donnée par :

$$F_{12}(s) = \frac{V_{2s}}{V_{1E}} = F_1(s) \cdot F_2(s) \frac{1}{1+T(s)} \text{ avec } T(s) = \frac{Z_s}{Z_i}(s)$$

Ce transfert peut alors se représenter sous la forme de schéma-blocs:



On comprend pourquoi T est souvent appelé « minor loop gain », ou gain de boucle inférieur, dans la littérature [MID76a]. Pour démontrer la stabilité de F_{12} , nous devons démontrer la stabilité de F_1 , F_2 et de $1/(1+T)$. Pour cela, posons :

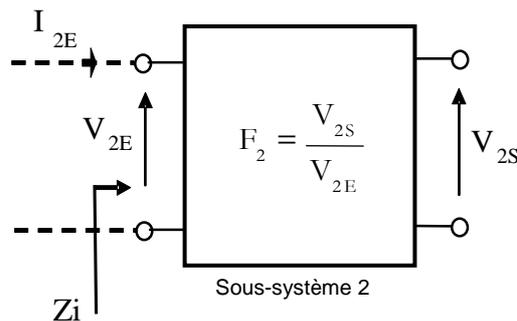
$$Z_s = \frac{N_s}{D_s} \text{ et } Z_i = \frac{N_i}{D_i}$$

Nous avons alors :

$$\frac{Z_s}{Z_i} = \frac{N_s D_i}{D_s N_i}$$

Les fonctions de transfert F_1 et F_2 sont stables : ceci vient de l'hypothèse de stabilité des systèmes 1 & 2 pris indépendamment l'un de l'autre. Autrement dit :

- Nous supposons que le sous-système 2, assimilé à une charge, est stable s'il est alimenté par une source idéale de tension.

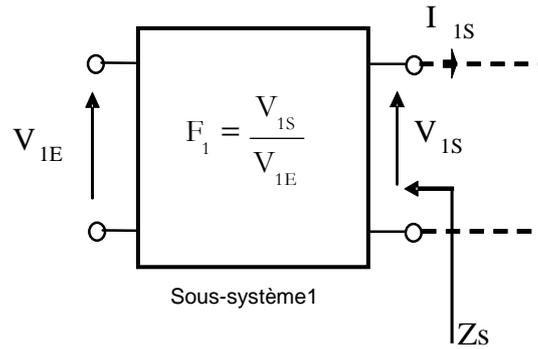


Avec :

$$I_{2E} = \frac{V_{2E}}{Z_i} = Y_i \cdot V_{2E}$$

La stabilité de la charge impose alors la stabilité de l'admittance Y_i ; autrement dit, la stabilité de la charge (sous-système 2) est garantie si N_i n'a pas de racine à partie réelle positive ($1/Z_i$ est stable).

- d'autre part, que le sous-système 1, que l'on assimile à une source, est stable s'il alimente une charge idéale de courant.



Avec :

$$V_{1S} = Z_s I_{1S}$$

La stabilité en tension de la source impose donc la stabilité de l'impédance Z_s , garantie si le dénominateur D_s n'a pas de racines à partie réelle positive.

La stabilité du système global est alors caractérisée par le transfert $1/(1+T(s))$, qui doit être stable. Appliquons le théorème de Nyquist au transfert suivant :

$$\frac{1}{1+T(s)} = \frac{1}{1+Z_s/Z_i(s)}$$

Le critère de Nyquist appliqué au transfert en BO $T(s)$ donne une condition nécessaire et suffisante de stabilité. Cependant, ce critère ne donne pas une règle simple de dimensionnement, puisque le gain et la phase de $T(s)$ doivent être tous les deux étudiés. Afin de réduire l'étude aux seuls gains de Z_s et Z_i , il est possible de garantir la stabilité du système complet par l'application du critère du revers. Le critère qui en résulte est appelé « critère de Middlebrook ». Une condition suffisante de stabilité est ainsi :

$$\forall \omega \quad |T(j\omega)| = \left| \frac{Z_s}{Z_i}(j\omega) \right| < 1$$

Annexe 4: Quelques éléments de théorie pour l'analyse des systèmes LTI multivariables

Le but est ici de généraliser les notions de base SISO au cadre MIMO. Ces explications sont principalement tirées de [SKO05], [BER00] et [SCH01].

Notion de gain pour les systèmes multi variables : valeurs singulières d'une matrice de transfert.

Pour les systèmes mono variables, la notion de gain est définie de façon claire ; le calcul du gain d'une fonction de transfert est ainsi très simple. Cette notion joue un rôle fondamental dans les théorèmes de stabilité. Mais comment définir un gain pour un système multi variables ?

Considérons un système MIMO avec m entrées et l sorties. Le transfert entre le vecteur d'entrée u ($l \times 1$) et le vecteur de sorties y ($1 \times m$) est donné par une matrice de transfert G de dimension $l \times m$. Ainsi, une variation d'une entrée u_i va en général affecter toutes les sorties y_j . Cela signifie qu'une variation de l'entrée dans une *direction* va influencer *toutes les autres directions*. Pour un système SISO, cette notion de « direction », qui s'éclaircira dans la suite, n'existe pas.

Pour généraliser la notion de gain des systèmes SISO aux systèmes MIMO, l'idée la plus immédiate est d'utiliser les amplitudes des valeurs propres λ_i de G dans le cas où cette dernière est carrée, i.e. les amplitudes $|\lambda_i(G(j\omega))|$. Mais on montre facilement que cette solution n'est pas satisfaisante [SKO05]. Par exemple, prenons la matrice G définie par :

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 100 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Ses deux valeurs propres sont nulles, alors que l'entrée $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ donne en sortie $\begin{bmatrix} 100 \\ 0 \end{bmatrix}$. Clairement, le gain de G n'est pas nul.

Reprenons la notion de « direction » évoquée ci-dessus, qui s'avère être fondamentale. Soit le système MIMO suivant :

$$\text{Avec } u(\omega) = \begin{bmatrix} u_1(\omega) \\ u_2(\omega) \\ \vdots \\ u_l(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{10}e^{j\alpha_1} \\ u_{20}e^{j\alpha_2} \\ \vdots \\ u_{l0}e^{j\alpha_l} \end{bmatrix} \text{ et } y(\omega) = \begin{bmatrix} y_1(\omega) \\ y_2(\omega) \\ \vdots \\ y_l(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{10}e^{j\beta_1} \\ y_{20}e^{j\beta_2} \\ \vdots \\ y_{l0}e^{j\beta_l} \end{bmatrix}$$

Les entrées et sorties du système sont, à fréquence donnée, des signaux complexes. A une fréquence w fixe, les amplitudes des vecteurs d'entrée et sortie, mesurées par la norme-2 (qui est la norme usuelle de mesure de distance entre deux points) sont données par :

$$\|u(w)\|_2 = \sqrt{\sum_i |u_i(w)|^2} = \sqrt{u_{10}^2 + u_{20}^2 + \dots}$$

$$\|y(w)\|_2 = \sqrt{\sum_j |y_j(w)|^2} = \sqrt{y_{10}^2 + y_{20}^2 + \dots}$$

Le « gain » du système $G(s)$ pour une entrée u donnée peut donc s'exprimer sous la forme :

$$\frac{\|y(w)\|_2}{\|u(w)\|_2} = \frac{\|G(jw)u(w)\|_2}{\|u(w)\|_2} = \frac{\sqrt{y_{10}^2 + y_{20}^2 + \dots}}{\sqrt{u_{10}^2 + u_{20}^2 + \dots}}$$

Ce gain dépend évidemment de la fréquence w , mais aussi de la direction du vecteur d'entrée. Soit par exemple un système G à 2 entrées, $u = [u_{10}; u_{20}]$. Le gain de G sera en général différent si $u = [0;1]$ et si $u = [1;0]$, alors que la norme de u est dans les deux cas unitaire. La notion de direction s'éclaircit donc à travers cet exemple simple. Ainsi, on peut voir la direction d'entrée comme étant un degré de liberté supplémentaire par rapport aux systèmes SISO. Quand la direction d'entrée varie, le gain évolue lui aussi. Les gains maximum et minimum sont exprimés par les relations :

$$\max_{u \neq 0} \frac{\|Gu\|_2}{\|u\|_2} = \max_{\|u\|_2=1} \|Gu\|_2 = \bar{\sigma}(G)$$

$$\min_{u \neq 0} \frac{\|Gu\|_2}{\|u\|_2} = \min_{\|u\|_2=1} \|Gu\|_2 = \underline{\sigma}(G)$$

On introduit de fait la notion de valeurs singulières dont on rappelle maintenant la définition générale. Soit une pulsation w fixée. La matrice à coefficients complexes G , de rang k , peut être décomposée comme suit [SKO05]:

$$\sum_{l \times m} = UGV^* = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & \dots & 0 & & \\ 0 & \sigma_2 & \dots & 0 & & 0_{k,m-k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & & \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_k & & \\ & 0_{l-k,k} & & & & 0_{l-k,m-k} \end{bmatrix}$$

Les valeurs singulières σ_i sont les racines carrées positives des valeurs propres de G^*G , où G^* est la matrice transposée et conjuguée de G . Nous pouvons alors créer 2 fonctions réelles positives et continues $\bar{\sigma}$ et $\underline{\sigma}$ telles que :

$$\forall w > 0, \bar{\sigma}[G(jw)] = \sup_i \{\sigma_i[G(jw)]\}$$

$$\forall w > 0, \underline{\sigma}[G(jw)] = \inf_i \{\sigma_i[G(jw)]\}$$

Ces fonctions s'appellent gains principaux (supérieur et inférieur) de la matrice de transfert G .

Propriétés importantes des valeurs singulières pour la robustesse

Nous présentons ici deux propriétés de base des valeurs singulières qui nous serviront dans la suite pour l'analyse de la robustesse.

✓ **Propriété 1 : multiplication par un scalaire**

Soit un scalaire α ; on a alors :

$$\overline{\sigma}(\alpha \cdot G) = |\alpha| \cdot \overline{\sigma}(G)$$

Cette propriété s'avèrera fondamentale pour montrer comment étudier les performances d'un système à partir d'une analyse de stabilité.

✓ **Propriété 2 : valeurs singulières d'un produit de matrices**

Soient G_1 et G_2 deux matrices à coefficients complexes ; on a alors la relation suivante :

$$\overline{\sigma}(G_1 \cdot G_2) \leq \overline{\sigma}(G_1) \cdot \overline{\sigma}(G_2)$$

Cette inégalité sera elle aussi fondamentale pour l'établissement du théorème des petits gains, théorème de base pour l'analyse de stabilité d'un système MIMO.

✓ **Valeurs singulières et Normes H_2 et H_∞ des matrices de transfert et leur interprétation physique**

Définition de la norme H_2 des transferts $G(s)$

$$\|G(s)\|_2 = \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \text{tr}(G(j\omega)^* G(j\omega)) d\omega \right)^{1/2} = \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \sum \sigma_i^2(G(j\omega)) d\omega \right)^{1/2},$$

où s est l'opérateur de Laplace. La norme H_2 est l'énergie en sortie du système lorsqu'on injecte un dirac en entrée (cas SISO) ou plus généralement un bruit blanc à densité spectrale uniforme, autrement dit tel que $U(j\omega)U^*(j\omega) = I$ (cas MIMO).

Définition de la norme H_∞ des transferts $G(s)$

$$\|G(s)\|_\infty = \max_w (\overline{\sigma}(G(j\omega)))$$

A fréquence fixe, la valeur singulière maximale est le plus grand gain de la matrice G . La norme H_∞ de G est donc le plus grand gain de la matrice G sur toutes les fréquences. Dans le cas SISO, c'est tout simplement le gain maximal de la réponse fréquentielle $G(j\omega)$.

Quelle norme utiliser alors pour évaluer le gain d'une matrice de transfert ? En effet, ces deux normes ont chacune leurs intérêts propres, chacune pouvant être interprétée physiquement. Mais seule la norme infinie vérifie la *Propriété 2*, à savoir :

$$\overline{\sigma}(G_1 \cdot G_2) \leq \overline{\sigma}(G_1) \cdot \overline{\sigma}(G_2)$$

Ainsi, l'utilisation de la norme H_∞ permet, à partir de l'étude de deux sous-systèmes pris indépendamment, d'émettre des conclusions sur leur interconnexion série (alors que la norme H_2 ne le permet pas).

Annexe 5: Une généralisation de la valeur singulière

structurée

Nous avons vu dans le § Chapitre 24.3.2.2 que tous les blocs d'incertitudes peuvent être augmentés d'un facteur km pour garantir la stabilité robuste. Mais dans certains cas, il peut être intéressant de garder certains blocs de la matrice Δ fixes. A titre d'exemple, nous pouvons prendre le cas où le terme (1,1) de la matrice Δ est un bloc fictif lié aux performances désirées et où les autres termes diagonaux sont liés aux incertitudes paramétriques. Nous cherchons alors à garantir les performances quand le système est soumis aux seules incertitudes paramétriques modélisées.

La question est alors la suivante : avec quel facteur peut-on augmenter la taille des incertitudes paramétriques, de manière à garantir un niveau de performances donné (c'est-à-dire fixé) ?

Une généralisation du facteur km peut être définie par :

$$Km = \begin{bmatrix} I_n & 0 \\ 0 & km \cdot I_m \end{bmatrix}$$

où n le nombre de blocs fixes et m le nombre de blocs variants. Par exemple, soit un système défini avec une seule spécification de performances et 2 incertitudes paramétriques non répétées ; nous aurons alors $n=1$ et $m=2$. Le but est de rechercher la plus petite valeur de km qui déstabilise la boucle, c'est-à-dire tel que :

$$\det(I - Km \cdot N\Delta(jw)) = 0$$

Nous pouvons alors généraliser la notion de valeur singulière structurée en définissant le facteur μ^s tel que:

$$\forall w \quad \mu^s(N(jw)) = 1/km$$

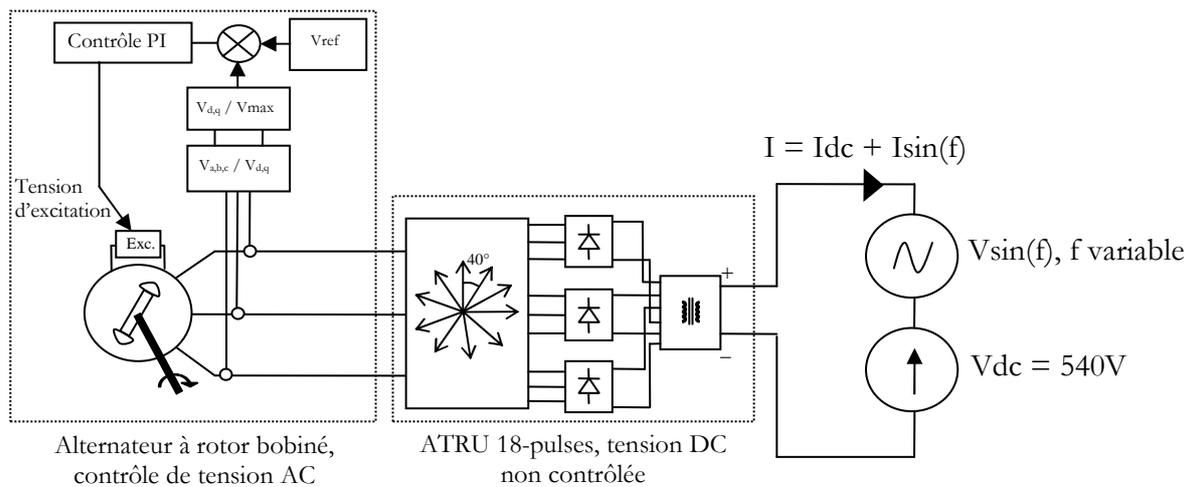
Cette valeur est appelée dans la littérature « skewed- μ ». En pratique, une méthode simple de recherche « à la main » de cette valeur consiste à :

- vérifier la stabilité robuste pour les incertitudes modélisées
- déterminer quels éléments de la matrice Δ doivent être fixés, et augmenter artificiellement la taille des incertitudes paramétriques modélisées (toutes les incertitudes étant augmentées du même facteur k).
- trouver la valeur limite de k pour laquelle $\mu=1$ correspond à $1/\mu^s$.

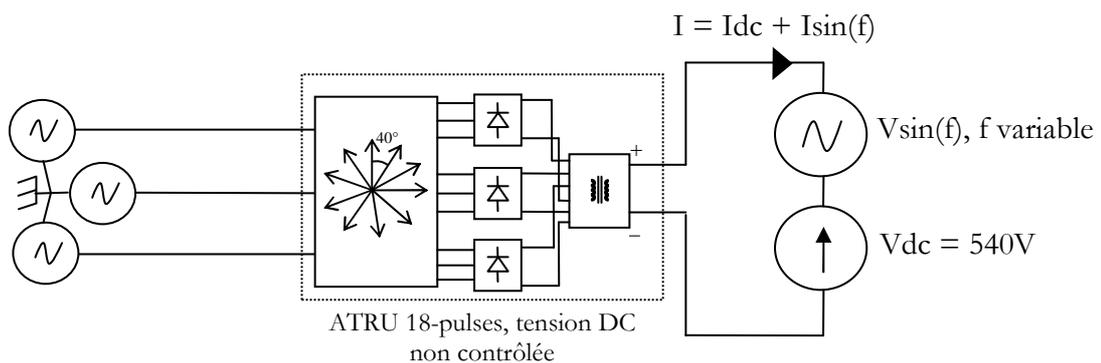
Annexe 6: Identification de l'impédance de sortie de

*P*ATRU

Nous donnons ici le schéma de simulation pour l'identification de l'impédance de sortie de l'ensemble alternateur – ATRU. Toutes les dynamiques côté AC sont prises en compte.



Nous excitons le système autour de son point d'équilibre $V_{dc} = 540V$ par une perturbation sinusoïdale $V_{sin}(f)$, puis relevons $I_{sin}(f)$. En faisant varier f , nous trouvons l'impédance à différentes fréquences. Ce cas d'étude est appelé « cas 1 » dans ce mémoire. Nous identifions aussi l'impédance de sortie de l'ensemble alternateur – ATRU quand l'alternateur avec sa régulation est supposé être une source idéale de tension. Dans ce cas, le schéma de simulation est le suivant :



Annexe 7: Modèle d'état de l'ensemble alternateur – redresseur à diodes – charge à puissance constante

Paramètres de l'alternateur Megève :

Désignation	Notation (unité)	Valeur
Inductance synchrone axe d	Ld (μH)	763
Inductance de fuite axes d et q	Lls (μH)	25,1
Inductance synchrone axe q	Lq (μH)	685
Inductance mutuelle stator / amortisseur axe q	Lskq (μH)	137
Inductance mutuelle stator / amortisseur axe d	Lskd (μH)	151
Inductance mutuelle stator / excitation	Lsfd (μH)	5820
Résistance statorique	Rs (Ω)	0.011
Résistance amortisseur axe q vue du stator	Rkq (Ω)	0.044
Résistance amortisseur axe d vue du stator	Rkd (Ω)	0.033
Nombre de paires de pôles	p	3
Inductance synchrone transitoire axe d	Lpd (μH)	156,1
Inductance synchrone subtransitoire axe d	Lppd (μH)	61,4
Inductance synchrone subtransitoire axe q	Lppq (μH)	39,7
Résistance enroulement d'excitation vue du rotor	Rr (Ω)	0.338
Inductance magnétisante axe d	Lmd (μH)	737,9
Inductance magnétisante axe q	Lmq (μH)	659,9
Inductance de fuite excitation	Llfd (μH)	159,3
Inductance de fuite amortisseur axe d	Llkd (μH)	50,2
Inductance de fuite amortisseur axe q	Llkq (μH)	14,9

Modèle d'état

✓ Expression des tensions uds et uqs

Réécrivons les équations 4.18 et 4.19 comme suit:

$$ids = K20.uds + K21uqs + K22.idc + K23Vdc$$

$$iqs = K30.uds + K31uqs + K32.idc + K33Vdc$$

Avec les coefficients suivants :

$$K20 = Kcos*idceq/Vdceq;$$

$$K21 = Ksin*idceq/Vdceq;$$

$$K22 = (Kcos*Vdeq+Ksin*Vqeq) / Vdceq;$$

$$K23 = -ideq/Vdceq;$$

$$\begin{aligned} K30 &= -K_{\sin} \cdot i_{dceq} / V_{dceq}; \\ K31 &= K_{\cos} \cdot i_{dceq} / V_{dceq}; \\ K32 &= (K_{\cos} \cdot V_{qe} - K_{\sin} \cdot V_{de}) / V_{dceq}; \\ K33 &= -i_{qe} / V_{dceq}; \end{aligned}$$

En recombinaut les équations précédentes, nous pouvons écrire les relations suivantes :

$$\begin{aligned} u_{ds} &= L20 \cdot i_{ds} + L21 \cdot I_{pert} + L22 \frac{dV_{dc}}{dt} + L23 \cdot V_{dc} \\ u_{qs} &= L30 \cdot i_{qs} + L31 \cdot I_{pert} + L32 \frac{dV_{dc}}{dt} + L33 \cdot V_{dc} \end{aligned}$$

Avec les coefficients :

$$\begin{aligned} L20 &= -1 / (K20 - K21 \cdot K10 / K11); \\ L21 &= -K22 / (K20 - K21 \cdot K10 / K11); \\ L22 &= -K22 \cdot C / (K20 - K21 \cdot K10 / K11); \\ L23 &= (-K21 / K11 - K23) / (K20 - K21 \cdot K10 / K11); \\ L30 &= -1 / (K31 - K30 \cdot K11 / K10); \\ L31 &= -K32 / (K31 - K30 \cdot K11 / K10); \\ L32 &= -K32 \cdot C / (K31 - K30 \cdot K11 / K10); \\ L33 &= (-K30 / K10 - K33) / (K31 - K30 \cdot K11 / K10); \end{aligned}$$

✓ Expression de la tension V_{dc}

Reprenons maintenant l'équation 4.17 :

$$V_{dc} = K10 \cdot u_{ds} + K11 \cdot u_{qs}$$

Avec les coefficients :

$$\begin{aligned} K10 &= K_v \cdot V_{de} / (\sqrt{V_{de}^2 + V_{qe}^2}); \\ K11 &= K_v \cdot V_{qe} / (\sqrt{V_{de}^2 + V_{qe}^2}); \end{aligned}$$

En remplaçant les expressions de u_{ds} et u_{qs} , nous obtenons une expression de la forme :

$$\alpha \cdot \frac{dV_{dc}}{dt} = \gamma \cdot V_{dc} - \beta \cdot i_{ds} - \Omega \cdot i_{qs} - \lambda \cdot I_{pert}$$

Avec :

$$\begin{aligned} \alpha &= K10 \cdot K22 \cdot C / (K20 - K21 \cdot K10 / K11) + K11 \cdot K32 \cdot C / (K31 - K30 \cdot K11 / K10); \\ \gamma &= -K10 \cdot (K21 / K11 + K23) / (K20 - K21 \cdot K10 / K11) - K11 \cdot (K30 / K10 + K33) / (K31 - \\ &\quad K30 \cdot K11 / K10) - 1; \\ \beta &= K10 / (K20 - K21 \cdot K10 / K11); \\ \Omega &= K11 / (K31 - K30 \cdot K11 / K10); \\ \lambda &= K10 \cdot K22 / (K20 - K21 \cdot K10 / K11) + K11 \cdot K32 / (K31 - K30 \cdot K11 / K10); \end{aligned}$$

Il vient ensuite:

$$\frac{dV_{dc}}{dt} = L10 \cdot V_{dc} - L11 \cdot i_{ds} - L12 \cdot i_{qs} - L13 \cdot I_{pert}$$

Avec:

$$\begin{aligned} L10 &= \text{GAMMA} / \text{ALPHA}; \\ L11 &= -\text{BETA} / \text{ALPHA}; \\ L12 &= -\text{OMEGA} / \text{ALPHA}; \\ L13 &= -\text{LAMBDA} / \text{ALPHA}; \end{aligned}$$

✓ **Système d'état**

L'inversion du système donné par l'équation 3.37 permet de calculer les équations d'état du système. Les coefficients de la matrice A sont donnés par les expressions suivantes, A(m,n) désignant le terme de la ligne m et de la colonne n :

Colonne 1 de la matrice d'état A :

$$\begin{aligned} A(1,1) &= -(Lmd^2-Lf*LD)/(Ld*Lmd^2-Ld*Lf*LD-2*Lmd^3+Lf*Lmd^2+Lmd^2*LD)*(Rs-L20-L22*L11); \\ A(2,1) &= (Lmd-LD)*Lmd/(Ld*Lmd^2-Ld*Lf*LD-2*Lmd^3+Lf*Lmd^2+Lmd^2*LD)*(Rs-L20-L22*L11); \\ A(3,1) &= (Lmd-Lf)*Lmd/(Ld*Lmd^2-Ld*Lf*LD-2*Lmd^3+Lf*Lmd^2+Lmd^2*LD)*(Rs-L20-L22*L11); \\ A(4,1) &= -LQ/(-Lmq^2+Lq*LQ)*(we*Ld-L32*L11); \\ A(5,1) &= Lmq/(-Lmq^2+Lq*LQ)*(we*Ld-L32*L11); \\ A(6,1) &= L11; \end{aligned}$$

Colonne 2 de la matrice d'état A :

$$\begin{aligned} A(1,2) &= (Lmd-LD)*Lmd/(Ld*Lmd^2-Ld*Lf*LD-2*Lmd^3+Lf*Lmd^2+Lmd^2*LD)*Rfd; \\ A(2,2) &= (Ld*LD-Lmd^2)/(Ld*Lmd^2-Ld*Lf*LD-2*Lmd^3+Lf*Lmd^2+Lmd^2*LD)*Rfd; \\ A(3,2) &= -(Ld-Lmd)*Lmd/(Ld*Lmd^2-Ld*Lf*LD-2*Lmd^3+Lf*Lmd^2+Lmd^2*LD)*Rfd; \\ A(4,2) &= -LQ/(-Lmq^2+Lq*LQ)*we*Lmd; \\ A(5,2) &= Lmq/(-Lmq^2+Lq*LQ)*we*Lmd; \\ A(6,2) &= 0; \end{aligned}$$

Colonne 3 de la matrice d'état A :

$$\begin{aligned} A(1,3) &= (Lmd-Lf)*Lmd/(Ld*Lmd^2-Ld*Lf*LD-2*Lmd^3+Lf*Lmd^2+Lmd^2*LD)*Rkd; \\ A(2,3) &= -(Ld-Lmd)*Lmd/(Ld*Lmd^2-Ld*Lf*LD-2*Lmd^3+Lf*Lmd^2+Lmd^2*LD)*Rkd; \\ A(3,3) &= (Ld*Lf-Lmd^2)/(Ld*Lmd^2-Ld*Lf*LD-2*Lmd^3+Lf*Lmd^2+Lmd^2*LD)*Rkd; \\ A(4,3) &= -LQ/(-Lmq^2+Lq*LQ)*we*Lmd; \\ A(5,3) &= Lmq/(-Lmq^2+Lq*LQ)*we*Lmd; \\ A(6,3) &= 0; \end{aligned}$$

Colonne 4 de la matrice d'état A :

$$\begin{aligned} A(1,4) &= -(Lmd^2-Lf*LD)/(Ld*Lmd^2-Ld*Lf*LD-2*Lmd^3+Lf*Lmd^2+Lmd^2*LD)*(-we*Lq-L22*L12); \\ A(2,4) &= (Lmd-LD)*Lmd/(Ld*Lmd^2-Ld*Lf*LD-2*Lmd^3+Lf*Lmd^2+Lmd^2*LD)*(-we*Lq-L22*L12); \\ A(3,4) &= (Lmd-Lf)*Lmd/(Ld*Lmd^2-Ld*Lf*LD-2*Lmd^3+Lf*Lmd^2+Lmd^2*LD)*(-we*Lq-L22*L12); \\ A(4,4) &= -LQ/(-Lmq^2+Lq*LQ)*(Rs-L30-L32*L12); \\ A(5,4) &= Lmq/(-Lmq^2+Lq*LQ)*(Rs-L30-L32*L12); \\ A(6,4) &= L12; \end{aligned}$$

Colonne 5 de la matrice d'état A :

$$\begin{aligned} A(1,5) &= (Lmd^2-Lf*LD)/(Ld*Lmd^2-Ld*Lf*LD-2*Lmd^3+Lf*Lmd^2+Lmd^2*LD)*we*Lmq; \\ A(2,5) &= -(Lmd-LD)*Lmd/(Ld*Lmd^2-Ld*Lf*LD-2*Lmd^3+Lf*Lmd^2+Lmd^2*LD)*we*Lmq; \\ A(3,5) &= -(Lmd-Lf)*Lmd/(Ld*Lmd^2-Ld*Lf*LD-2*Lmd^3+Lf*Lmd^2+Lmd^2*LD)*we*Lmq; \\ A(4,5) &= Lmq/(-Lmq^2+Lq*LQ)*Rkq; \\ A(5,5) &= -Lq/(-Lmq^2+Lq*LQ)*Rkq; \end{aligned}$$

$$A(6,5) = 0;$$

Colonne 6 de la matrice d'état A :

$$\begin{aligned} A(1,6) &= (-(Lmd^2-Lf*LD)/(Ld*Lmd^2-Ld*Lf*LD-2*Lmd^3+Lf*Lmd^2+Lmd^2*LD)*(-L23-L22*L10))-((Lmd^2-Lf*LD)/(Ld*Lmd^2-Ld*Lf*LD-2*Lmd^3+Lf*Lmd^2+Lmd^2*LD)*(L21+L22*L13))*Peq/Vdceq^2; \\ A(2,6) &= ((Lmd-LD)*Lmd/(Ld*Lmd^2-Ld*Lf*LD-2*Lmd^3+Lf*Lmd^2+Lmd^2*LD)*(-L23-L22*L10))-(-(Lmd-LD)*Lmd/(Ld*Lmd^2-Ld*Lf*LD-2*Lmd^3+Lf*Lmd^2+Lmd^2*LD)*(L21+L22*L13))*Peq/Vdceq^2; \\ A(3,6) &= ((Lmd-Lf)*Lmd/(Ld*Lmd^2-Ld*Lf*LD-2*Lmd^3+Lf*Lmd^2+Lmd^2*LD)*(-L23-L22*L10))-(-(Lmd-Lf)*Lmd/(Ld*Lmd^2-Ld*Lf*LD-2*Lmd^3+Lf*Lmd^2+Lmd^2*LD)*(L21+L22*L13))*Peq/Vdceq^2; \\ A(4,6) &= (-LQ/(-Lmq^2+Lq*LQ)*(-L33-L32*L10))- (LQ/(-Lmq^2+Lq*LQ)*(L31+L32*L13))*Peq/Vdceq^2; \\ A(5,6) &= (Lmq/(-Lmq^2+Lq*LQ)*(-L33-L32*L10))- (-Lmq/(-Lmq^2+Lq*LQ)*(L31+L32*L13))*Peq/Vdceq^2; \\ A(6,6) &= (L10)-(L13)*Peq/Vdceq^2; \end{aligned}$$

De même, les coefficients de la matrice B sont donnés par les expressions suivantes:

Colonne 1 de la matrice B :

$$\begin{aligned} Bs(1,1) &= (Lmd^2-Lf*LD)/(Ld*Lmd^2-Ld*Lf*LD-2*Lmd^3+Lf*Lmd^2+Lmd^2*LD)*(L21+L22*L13)*(1/Vdceq); \\ Bs(2,1) &= -(Lmd-LD)*Lmd/(Ld*Lmd^2-Ld*Lf*LD-2*Lmd^3+Lf*Lmd^2+Lmd^2*LD)*(L21+L22*L13)*(1/Vdceq); \\ Bs(3,1) &= -(Lmd-Lf)*Lmd/(Ld*Lmd^2-Ld*Lf*LD-2*Lmd^3+Lf*Lmd^2+Lmd^2*LD)*(L21+L22*L13)*(1/Vdceq); \\ Bs(4,1) &= LQ/(-Lmq^2+Lq*LQ)*(L31+L32*L13)*(1/Vdceq); \\ Bs(5,1) &= -Lmq/(-Lmq^2+Lq*LQ)*(L31+L32*L13)*(1/Vdceq); \\ Bs(6,1) &= L13*(1/Vdceq); \end{aligned}$$

Colonne 2 de la matrice B :

$$\begin{aligned} Bs(1,2) &= -2/3*(Lmd-LD)*Lmd/(Ld*Lmd^2-Ld*Lf*LD-2*Lmd^3+Lf*Lmd^2+Lmd^2*LD)/kfd; \\ Bs(2,2) &= -2/3*(Ld*LD-Lmd^2)/(Ld*Lmd^2-Ld*Lf*LD-2*Lmd^3+Lf*Lmd^2+Lmd^2*LD)/kfd; \\ Bs(3,2) &= 2/3*(Ld-Lmd)*Lmd/(Ld*Lmd^2-Ld*Lf*LD-2*Lmd^3+Lf*Lmd^2+Lmd^2*LD)/kfd; \\ Bs(4,2) &= 0; \\ Bs(5,2) &= 0; \\ Bs(6,2) &= 0; \end{aligned}$$

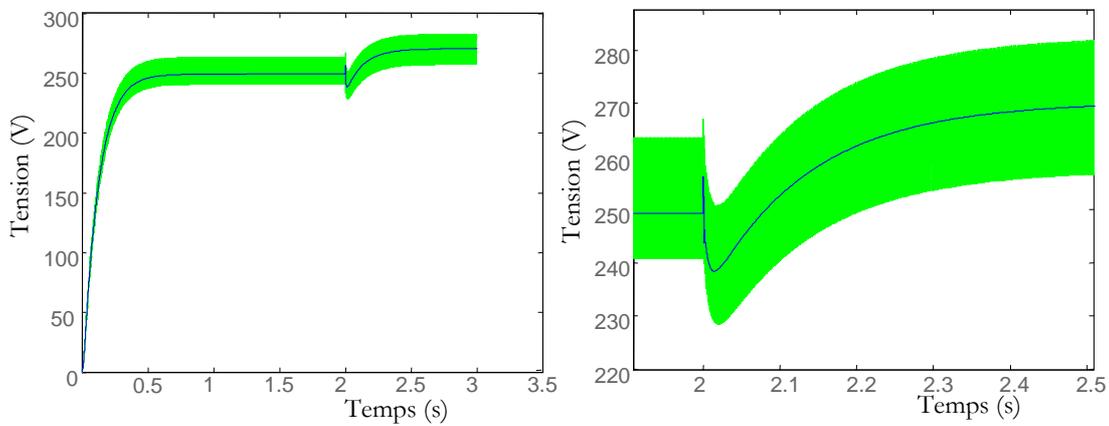
Points d'équilibre du système

Nous donnons ici les points d'équilibre des tensions et courants du système suivant la fréquence de fonctionnement de l'alternateur fe et pour une charge de 150kW, qui est la puissance nominale du système. Ces points d'équilibre sont ceux du système alimenté par l'alternateur Megève.

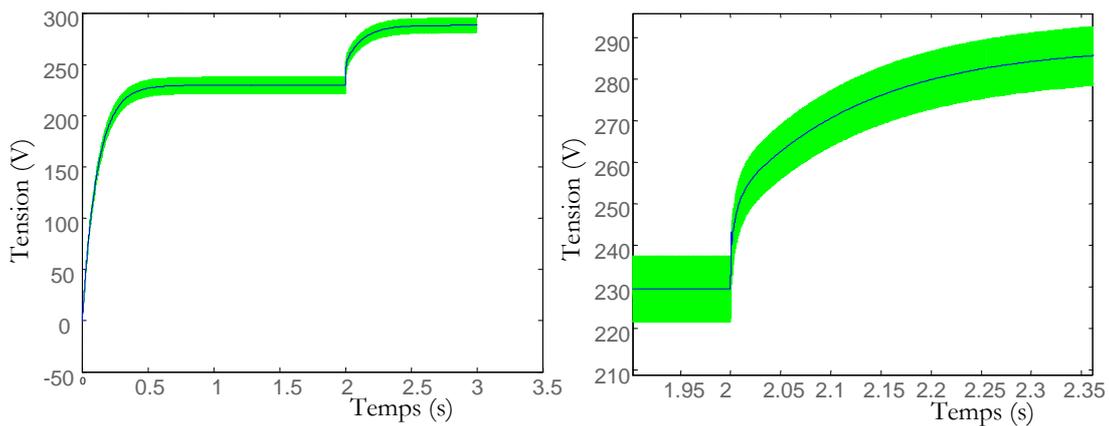
	360Hz	400Hz	500Hz	600Hz	700Hz	800Hz
vdeq	239.7	248.4	265.9	277.2	286.4	292.7
vqeq	236.7	228.4	209.9	196.7	184.7	176.1
ideq	253.1	258.7	269.2	275.2	279.5	281.9
iqeq	155.9	145.7	123.7	108.1	94.6	85.2
Idceq	270	270	270	270	270	270
Vdceq	540	540	540	540	540	540

Courbes de Validation du modèle moyen de l'ensemble alternateur Megève- redresseur à diodes

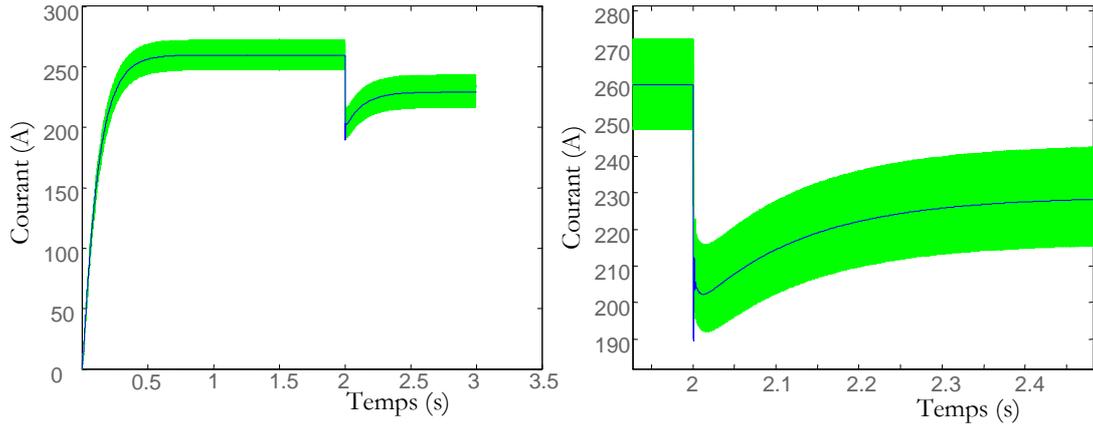
Sur les figures suivantes, nous donnons les courbes de validation du modèle moyen du système alternateur – redresseur à diodes. La fréquence est $f_e = 400\text{Hz}$, le système est chargé par une résistance R et à $t=2\text{s}$, un pas de charge est effectué de $R=2\Omega$ à $R=2,5\Omega$.



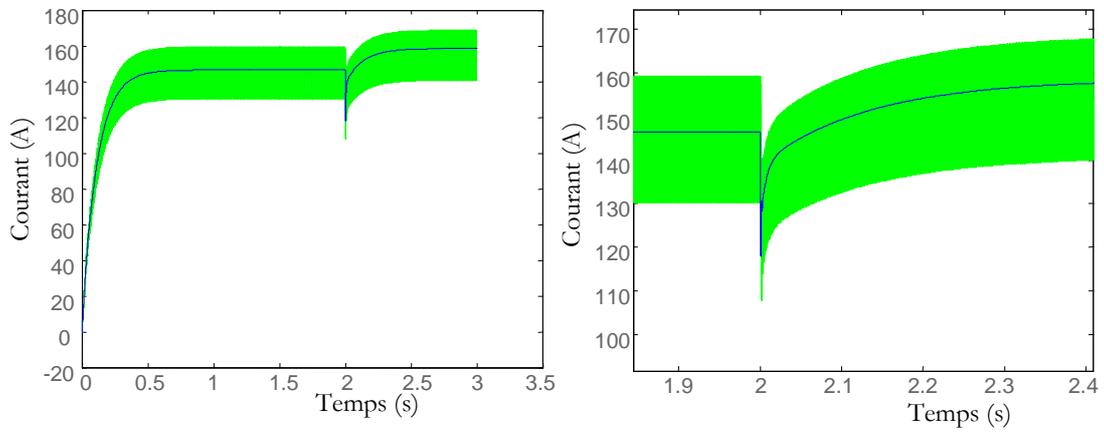
Tension en entrée du redresseur à diodes uds



Tension en entrée du redresseur à diodes uqs



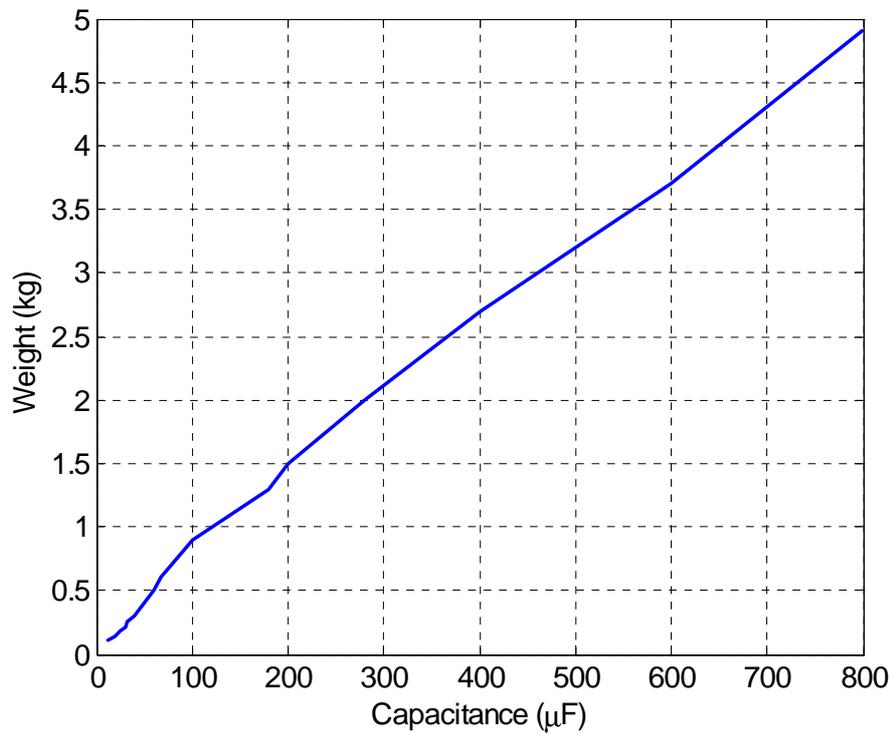
Courant en entrée du redresseur à diodes ids



Courant en entrée du redresseur à diodes iqs

Annexe 8: Modèle de masse de la capacité de sortie du redresseur

Le modèle de masse de la capacité est issu de [UOS09]. Nous voyons que la masse évolue linéairement avec la capacité. Pour des valeurs de C supérieures à $0,8 \text{ mF}$, nous supposons que la masse évolue selon la même loi.



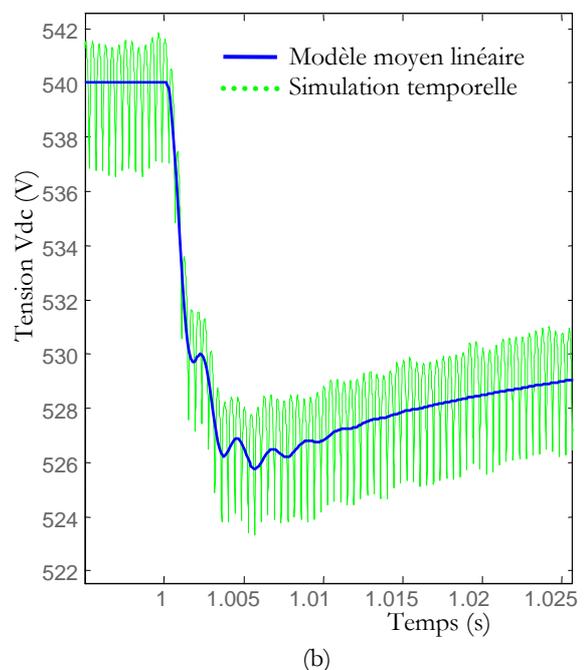
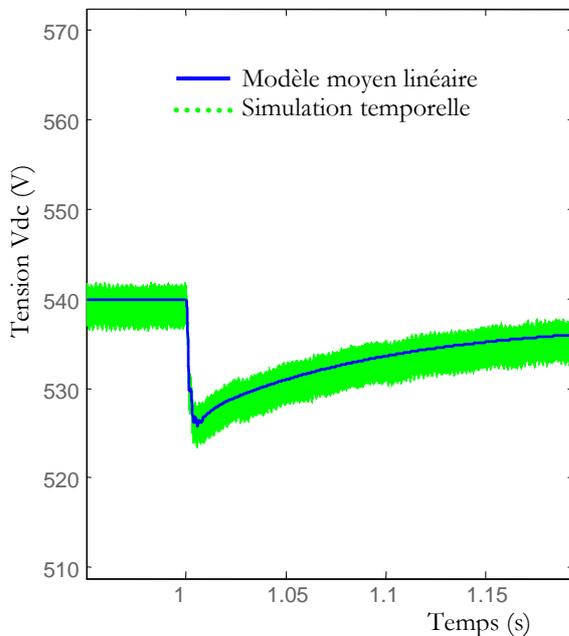
Annexe 9: Modèle moyen linéaire du redresseur commandé en pleine onde

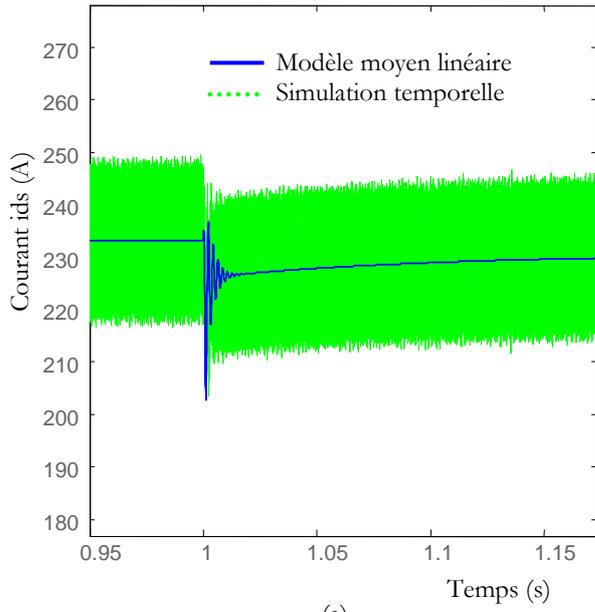
Points d'équilibre du système (Alternateur Megève)

	360Hz	400Hz	500Hz	600Hz	700Hz	800Hz
ids_e (A)	224,7	233,1	246,8	255,8	261,8	266,1
iqs_e (A)	210,3	190	152,6	127,7	109,6	96,06
α_e (rad)	-0.345	-0,337	-0,326	-0,315	-0,31	-0,306
Vdc_e	540	540	540	540	540	540

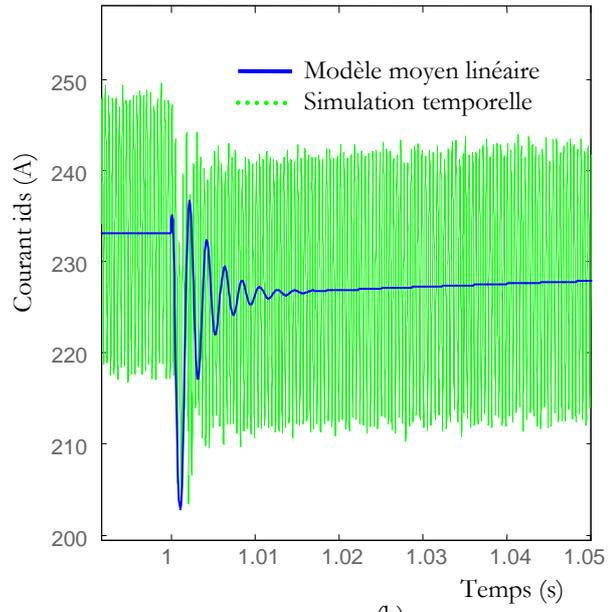
Courbes de validation du modèle moyen linéaire de l'ensemble alternateur – redresseur commandé en pleine onde (boucle ouverte)

Nous chargeons le système par une résistance de 2Ω (soit environ 150kW sous 540V). La fréquence côté AC est de 400Hz. Le redresseur est commandé en boucle ouverte, et pour $t < 1s$ l'angle de commande α est choisi de telle façon que le tension continue soit de 540V. A $t = 1s$, nous simulons une augmentation de 5% de l'amplitude de α . Nous comparons les résultats obtenus par simulation temporelle et simulation du modèle moyen linéaire sur les figures suivantes :

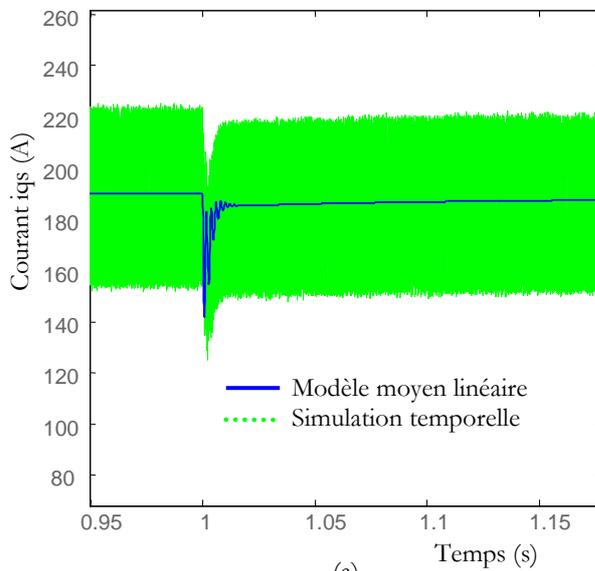




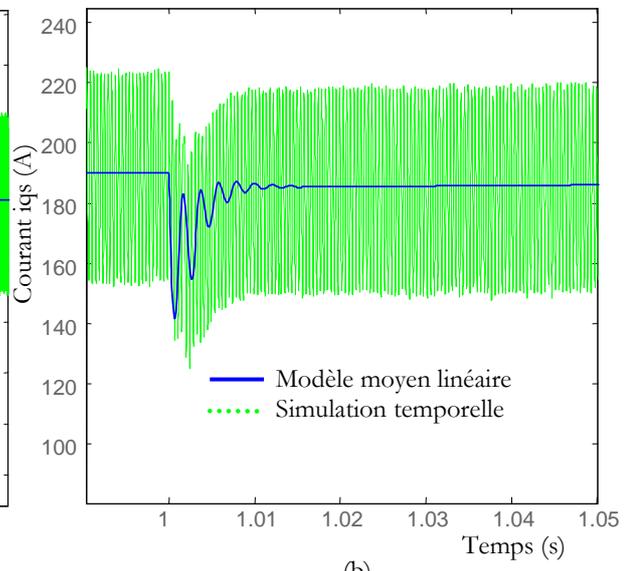
(a)



(b)



(a)



(b)

Bibliographie

Bibliographie

- [AMM00] : S. Ammari, « Interaction des dispositifs FACTS avec les Charges Dynamiques dans les Réseaux de Transport et d'Interconnexion », thèse de doctorat de l'INPG, Nov. 2000.
- [BAC95] : S. Bacha, JP. Rognon, JP. Ferrieux, M. Bandaas, « Approche dynamique du 1er harmonique pour la modélisation de convertisseurs AC-AC à étage intermédiaire continu. Application aux générateurs à induction », Journal de Physique III, pp. 145 – 160, Fév. 1995.
- [BAR05] : F. Barruel, « Analyse et Conception des systèmes électriques embarqués. Application aux réseaux de bord d'avions », thèse de doctorat de l'Université Joseph Fourier de Grenoble, juillet 2005
- [BEL95a]: M. Belkhaty, R. Cooley, A. Witulski, « Large Signal Stability Criteria for Distributed Systems with Constant Power Loads », Record of 26th IEEE Power Elec. Specialists Conf., June 1995.
- [BEL95b]: M. Belkhaty, R. Cooley, E.H. Abed, “Stability and Dynamics of Power Systems with Regulated Converters”, Proc. of ISCAS'95, 1995.
- [BER00] : B. Bergeron, « Commande Linéaire de Systèmes Multivariables », Univ. Bordeaux I, 2000.
- [BER01]: Y. Berkovitch, A. Ioinovici, “Analysis and Design of PWM Regulators for Large-Signal Stability”, Proc. of the IEEE Int. Symposium on Circuits and Systems, 2002.
- [BER02]: Y. Berkovitch, A. Ioinovici, « Large-Signal Stability-Oriented Design of Boost Regulators Based on a Lyapunov Criterion with Non-Linear Integral », IEEE Trans. on Circuits and Systems, Vol. 49, No. 11, Nov. 2002.
- [BRA64a]: RK. Brayton, JK. Moser, « A Theory of Nonlinear Networks – I », Quarterly of Applied Mathematics, Vol. XXII, No. 1, April 1964.
- [BRA64b]: RK. Brayton, JK. Moser, « Stability Criteria for Large Networks », IBM Journal, Sept. 1964.

- [BRA64c]: RK. Brayton, JK. Moser, « A Theory of Nonlinear Networks – II », Quaterly of Applied Mathematics, Vol. XXII, No. 2, July 1964.
- [CHA00]: S. Chandrasekaran, “Subsystem Design in Aircraft Power Distribution Systems using Optimization”, PhD in Electrical and Computer Engineering, Virginia Polytechnic Institute and State Univ., 2000.
- [CHI87]: HD. Chiang, FF. Wu, PP. Varaiya, « Foundations of Direct Methods for Power System Transient Stability Analysis », IEEE Trans. on Circuits and Systems, Feb. 1987.
- [CHI95] : HD. Chiang, CC. Chiu, G. Cauley, « Direct stability Analysis of Electric Power Systems using Energy Functions : Theory, Applications, and Perspective », Proc. of the IEEE, Nov. 1995.
- [CIE00]: J.G. Ciezki, R.W. Ashton, “Selection and Stability Issues Associated with a Navy Shipboard DC Zonal Electric Distribution System”, IEEE Trans on Power Delivery, Vol. 15, No.2 April 2000.
- [EHS04]: M. Ehsani, N. Shidore, Y. Gao, « On-board Power Management », Proc. of Power Electronics in Transportation Conf., 2004.
- [EMA06]: A. Emadi, A. Khaligh, C.H. Rivetta, G.A. Williamson, “Constant Power Loads and Negative Impedance Instability in Automotive Systems: Definition, Modeling, Stability and Control of Power Electronics Converters and Motor Drives”, IEEE Trans. On Vehicular Technology, Vol.55, No 4, July 2006.
- [FEN02] : X. Feng, J. Liu, FC. Lee, “Impedance Specifications for Stable DC Distributed Power Systems”, IEEE Trans. on Power Elec., Vol. 17, No.2, March 2002.
- [FER04]: G. Ferreres, JM. Biannic, JF. Magni, « A Skew Mu Toolbox (SMT) for Robustness Analysis », Proc. of the IEEE Int. Symposium on Computer Aided Control Systems Design, Sept. 2004.
- [FIL03] : G. Filardi, « Robust Control Design Strategies Applied to a DVD-Video Player », thèse de doctorat de l'INPG, Déc. 2003.
- [FOC04] : E. Foch, « MOET project presentation », déc. 2004
- [GAR06a] : L. Garbuio, « Etude d'un réseau mixte AC – HVDC, Rapport N°1 », Rapport de projet de recherche Airbus – LEEI Toulouse, Nov. 2006

- [GAR06b] : L. Garbuio, « Etude d'un réseau mixte AC – HVDC, Rapport N°2 », Rapport de projet de recherche Airbus – LEEI Toulouse, Nov. 2006
- [GIR08] : S. Girinon, C. Baumann, H. Piquet, N. Roux, “Analytical Modeling of the Input Admittance of an Electric Drive for Stability Analyses Purposes”, European Journal of Physics, 2008.
- [GLO03] : SF. Glover, « Modeling and Stability Analyses of Power Electronics Based Systems”, PhD thesis, Faculty of Purdue University, May 2003.
- [GOM05]: C. Gombert, « Simulation temps-réel des dispositifs d'Electronique de Puissance dédiés aux Réseaux d'Energie Electrique », thèse de doctorat de l'INPG, Sept. 2005.
- [GUF00]: S. Guffon, « Modélisation et Commande à Structure Variable de Filtres Actifs de Puissance », thèse de doctorat INPG, Juillet 2000.
- [HER08]: D. Hernandez, “Commande Robuste d'un système aéronautique embarqué”, Stage de Master 2 Recherche, G2Elab, Juin 2008.
- [HER09]: D. Hernandez, M. Sautreuil, N. Retière, D. Riu, O. Sename, “A New Methodology for Aircraft Power System Design”, Proc. of the IEEE Int. Conf. on Industrial Technology ICIT'09, Feb. 2009.
- [JAD98]: I Jadric, “Modeling and Control of a Synchronous Generator with Electronic Load”, Master of Science, Virginia Polytechnic Institute and State Univ., Jan 5, 1998.
- [JAN92]: Jang, Yungtaek, R.E. Erickson, “Physical Origins of Input Filter Oscillations in Current Programmed Converters”, IEEE Trans. On Power Electronics, Vol. 7, No. 1, Jan 1992
- [JEL05a]: D. Jeltsema, « Modeling and Control of Nonlinear Networks – A Power Based Perspective”, PhD thesis of Delft Univ., Netherlands, Aug. 2005.
- [KAN96] : K. Khang, « Commandes Robustes d'un Actionneur Synchrone », thèse de doctorat de l'INPG, Juillet 1996.
- [KRA02] : P.C. Krause, O. Wasynczuk, S.D. Sudhoff, “Analysis of Electric Machinery”, IEEE Press Series, John Wiley & Sons Inc., Second Edition, March 2002.
- [KUN94]: P. Kundur, « Power System Stability and Control », The Electric Power Research

Institute, McGraw-Hill Education, March 1994

- [LAN05] : O. Langlois, E. Foch, X. Roboam, H. Piquet, « De l'avion plus électrique à l'avion tout électrique : état de l'art et prospective sur les réseaux de bord », J3eA, Hors série 1, 2005
- [LAN06]: O. Langlois, « Conception d'un réseau de secours électrique pour l'aéronautique » , thèse de doctorat de l'Institut National Polytechnique de Toulouse, juin 2006
- [LEE93]: F.C. Lee, J.H.Q. Ly, "Stability Robustness Against Real Parameter Uncertainty of DC Electrical Power Conversion Systems", Proc on the 1st Regional Conference on Aerospace Control Systems", May 1993.
- [LEW89]: L.R. Lewis, B.H. Cho, F.C. Lee, B.A. Carpenter, "Modeling, Analysis and Design of Distributed Power Systems", IEEE Power Electronics Specialists Conf., 1989
- [LIV07] : P. Liutanakul, « Stabilité des Réseaux Embarqués, Interaction Puissance – Structure – Commande », thèse de doctorat de l'INPL, Janv. 2007.
- [LOO05]: BP. Loop, SD. Sudhoff, SH. Zak, EL. Zivi, « An Optimization Approach to Estimating Stability Regions Using Genetic Algorithms », Trans. of American Control Conference, June 2005.
- [LOU99]: K.P. Louganski, "Modeling and Analysis of a DC Power Distribution System in 21st century Airlifters", MSc in Electrical Engineering, Virginia Polytechnic Institute and State Univ., 1999.
- [MID76a] : R.D. Middlebrook, « Input Filter Considerations in Design and Application of Switching Regulators » , IEEE Industry Application Society Annual Meeting, Oct. 1976.
- [MID76b]: R.D. Middlebrook, "Design Techniques for Preventing Input-Filter Oscillations in Switches model Regulators", Proc. Of Powercon 5, the fifth National Solid State Power Conversion Conf., May 1976.
- [MIL00]: Aircraft Electric Power Characteristics, Dpt. of Defence, USA.
- [MOE09]: "More Open Electrical Technologies", projet européen de recherche, se termine en 2009. Site Web : <http://www.eurtd.com/moet/>
- [NGU08] : H. NGuyen - Huu, « Méthodes et Outils pour la conception de composants intégrés dans un réseau électrique embarqué », thèse de doctorat de l'Université Joseph Fourier

de Grenoble, Nov. 2008.

[NGU09]: H. Nguyen, « Dimensionnement optimal d'un système de génération électrique pour l'aéronautique », contrat postdoctoral G2Elab – Thalès AES, fin en Juillet 2010.

[NOR06]: T.Nord, “Voltage Stability in an Electric Propulsion System for Ships”, Master of Sc., Royal Institute of Technology, KTH Electrical Engineering, 2006.

[OYA98]: E. Oyarbide-Usabiaga, « Commande Passive des Structures de l'Electronique de Puissance », thèse de doctorat de l'INPG, Sept. 1998.

[PAC93] : A. Packard, J. Doyle, « The Complex Structured Singular Value » Automatica, Jan. 93

[PAI81]: MA. Pai, « Power System Stability – Analysis by the Direct Method of Lyapunov », North Holland Publishing Company, 1981.

[PAT06] : N. Patin, « Analyse d'Architectures, Modélisation et Commande de Générateurs pour Réseaux Autonomes », thèse de l'ENS Cachan, Sept. 2006.

[PEA00]: D. Peaucelle, « Formulation Générique sur les Problèmes en Analyse et Commande Robuste par les Fonctions de Lyapunov Dépendant des Paramètres, thèse de doctorat de l'Université Toulouse III – Paul Sabatier, Juillet 2000.

[PET97] : P. Petitclair, « Modélisation et Commande de structures FACTS : application au STATCOM », thèse de doctorat de l'INPG, Juillet 1997.

[POA05] : « Power Optimized Aircraft », projet européen de recherche, terminé en 2005.

[REG06] :J. Régnier, « Etude sur les réseaux de bord continus » , Rapport de Post Doctorat, LEEI Toulouse – Airbus, 2006

[SAM01] : D. Sammier, « Sur la Modélisation et la Commande de Suspensions de Véhicules Automobiles », thèse de doctorat de l'INPG, Nov. 2001.

[SAN91] : SR Sanders, JM. Noworolski, X. Liu, GC. Verghese, « Generalized Averaging Method for Power Conversion Circuits », IEEE Trans. on Power Elec., Vol. 6, No. 2, April 1991.

[SAN92]: E Sandra Y., W.M. Polivka, “Input Filter Design Criteria for Curent Programmed Regulators”, IEEE Trans. On Power Electronics, Vol. 7, No. 4, Oct 1992

- [SAU08]: M. Sautreuil, N. Retière, D. Riu, O. Sename, « A Generic Method for Robust Performance of Aircraft DC Power Systems », Proc. of the 26th IEEE Annual Industrial Elec. Soc. Conference, IECON'08, Nov. 2008.
- [SAU09]: M. Sautreuil, O. Sename, D. Riu, N. Retière, "Performance Specifications and Analysis of a Variable Speed Synchronous Generator with a Diode Rectifier for the All Electric Aircraft Using the H^∞ Control Approach", Proc. of the the European Control Conf., ECC'09, July 2009.
- [SCH01]: C. Scherer, « Theory of Robust Control », Delft Univ. of Technology, The Netherlands, April 01.
- [SCH04]: C. Scherer, S. Weiland, « Linear Matrix Inequalities in Control », Delft Univ. of Technology, The Netherlands, 2004.
- [SEG84]: G. Segulier, « Les Convertisseurs d'Electronique de Puissance: 1 – La Conversion Alternatif / Continu », Collection Technique et Documentation, Lavoisier, 1984.
- [SEN95]: T. Senjyu, K. Uezato, « Stability Analysis and Suppression Control of Rotor Oscillation for Stepping Motors by Lyapunov's Direct Method », IEEE Trans. on Power Elec., May 1995.
- [SKO05]: S. Skogestad, I. Postlewaite, « Multivariable Feedback Control - Analysis and Design », John Wiley & Sons Ltd, Second Edition, 2005.
- [SUD00]: S.D. Sudhoff, S.F. Glover, P.T. Lamm, D.H. Schumucker, D.E. Delisle, « Admittance Space Stability Analysis of Power Electronic Systems », IEEE Trans. On Aerospace and Electronic Systems, Vol. 36, No. 3, July 2000.
- [SUD98]: S.D. Sudhoff, K.A. Corzine, S.F. Glover, H.J. Hegner, H.N. Robey Jr, "DC Link Stabilized Field Oriented Control of Electric Propulsion Systems", IEEE Trans. On Energy Conversion, Vol. 13, No. 1, March 1998.
- [TAN94]: C.K. Tang, C.E. Graham, M. El-Kady, R.H. Alden, « Transient Stability Index from Conventional Time Domain Simulation », IEEE Trans. On Power Systems, Vol. 9, No. 3, Aug 1994.
- [TIN03]: C.T. Tinsley, Modeling of Multi-Pulse Transformer Rectifier Units in Power Distribution Systems", Master of Science, Virginia Polytechnic Institute and State Univ., Aug. 2003.
- [UAN03]: A. Uan-Zo-Li, R. Burgos, F. Wang, D. Boroyevich, F. Lacaux, A. Tardy,

- « Comparison of Prospective Topologies for Aircraft Autotransformer-Rectifier Units », Proc. of the 29th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, IECON03, 2003
- [UOS09]: Présentation MOET, WP7.24, University of Sheffield, 31 Mars 2009. Accessible depuis le site internet MOET.
- [USM08]: M. Usman Iftikhar, « Contribution à la modélisation des convertisseurs continu / continu dans une perspective de commande – Influence du filtre d’entrée », thèse de doctorat de l’Université Paris – Sud 11 (Faculté des sciences d’Orsay), Déc. 2008.
- [VIA09] : J.V. Viallet, « Commande d’un Redresseur à MLI pour l’avion Tout Electrique », Stage de Master 2 Recherche, G2Elab, Juin 2009.
- [YEU87]: KS. Yeung, SS. Nang, « A Simple Proof of Kharitonov’s Theorem », IEEE Trans. On Automatic Control, Vol. AC-32, No. 9, Sept. 1987.
- [ZAN04]: J.M. Zhang, X.G Xie, D.Z. Jiao, Z. Qian, “Stability problems and Input Impedance Improvement for Cascaded Power Electronic Systems”, IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition, Feb. 2004.
- [ZEL93]: M. Zelazny, F. Giri, T. Bernami, « Systèmes Asservis : Commande, Régulation, tome I : Représentations, Analyse, Performances », Eyrolles, Paris, 1993.
- [ZHA04] : JM. Zhang, XG. Xie, DZ. Jiao, Z. Qian, « Stability Problems and Input Impedance Improvement for Cascaded Power Electronic Systems », Proc. of IEEE Applied Power Electronics Conference, APEC’04, Feb. 2004.
- [ZHU05a]: H. Zhu, R.P. Burgos, F. Lacaux, A. Uan-Zo-Li, « Average Modelling of Three-Phase and Nine Phase Rectifiers with Improved AC Current and DC Voltage Dynamics », Proc. of the 31st Annual Industrial Elec. Soc. Conference, IECON’05, Nov. 2005.
- [ZHU05b]: H. Zhu, « New Multi-Pulse Diode Rectifier Average Models for AC and DC Power System Studies », PhD thesis of the Virginia Polytechnic Institute, Dec. 2005.
- [ZIN05]: A. Zin, « Sur la Commande Robuste de Suspensions Automobiles en vue du Contrôle Global de Chassis », thèse de doctorat de l’INPG, Nov. 2005.

