



**HAL**  
open science

# Maintien du couplage optique entre une ECDL et une cavité de haute finesse : application à la mesure ultrasensible de biréfringence induite par effet Kerr

Mathieu Durand

## ► To cite this version:

Mathieu Durand. Maintien du couplage optique entre une ECDL et une cavité de haute finesse : application à la mesure ultrasensible de biréfringence induite par effet Kerr. Autre [cond-mat.other]. Université Claude Bernard - Lyon I, 2009. Français. NNT : 2009LYO10114 . tel-00432201v2

**HAL Id: tel-00432201**

**<https://theses.hal.science/tel-00432201v2>**

Submitted on 17 Oct 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THÈSE

présentée

devant l'UNIVERSITÉ CLAUDE BERNARD - LYON I

pour l'obtention

du **DIPLÔME de DOCTORAT**

(arrêté du 25 avril 2002)

présentée et soutenue publiquement le 23 juillet 2009

par

**Mathieu DURAND**

## **Maintien du couplage optique entre une ECDL et une cavité de haute finesse : Application à la mesure ultrasensible de biréfringence induite par effet Kerr**

devant le jury composé de Messieurs :

**Président :** Mr. Jacques VIGUÉ

**Rapporteurs :** Mr. Lionel DUVILLARET  
Mr. Marc VALLET

**Examineurs :** Mr. Raffaele FLAMINIO  
Mr. Daniele ROMANINI

**Co-directeur :** Mr. Jérôme MORVILLE

**Directeur :** Mr. Patrick RAIROUX



# UNIVERSITE CLAUDE BERNARD LYON I

## **Président de l'Université**

Vice-Président du Conseil Scientifique

Vice-Président du Conseil d'Administration

Vice-Président du Conseil des Etudes et de la Vie Universitaire

Secrétaire Général

**M. le Professeur L. COLLET**

M. le Professeur J.F. MORNEX

M. le Professeur G. ANNAT

M. Le Professeur D. SIMON

M. G. GAY

## UFR SANTE

### *Composantes*

UFR de Médecine Lyon R.T.H. Laënnec

UFR de Médecine Lyon Grange-Blanche

UFR de Médecine Lyon-Nord

UFR de Médecine Lyon-Sud

UFR d'Odontologie

Institut des Sciences Pharmaceutiques et Biologiques

Institut Techniques de Réadaptation

Département de Formation et Centre de Recherche en Biologie Humaine

Directeur : M. le Professeur P. COCHAT

Directeur : M. le Professeur X. MARTIN

Directeur : M. le Professeur J. ETIENNE

Directeur : M. le Professeur F.N. GILLY

Directeur : M. le Professeur D. BOURGEOIS

Directeur : M. le Professeur F. LOCHER

Directeur : M. le Professeur Y. MATILLON

Directeur : M. le Professeur P. FARGE

## UFR SCIENCES ET TECHNOLOGIE

### *Composantes*

UFR de Physique

UFR de Biologie

UFR de Mécanique

UFR de Génie Electrique et des Procédés

UFR Sciences de la Terre

UFR de Mathématiques

UFR d'Informatique

UFR de Chimie Biochimie

UFR STAPS

Observatoire de Lyon

Institut des Sciences et des Techniques de l'Ingénieur de Lyon

IUT A

IUT B

Institut de Science Financière et d'Assurances

Directeur : Mme. la Professeure S. FLECK

Directeur : M. le Professeur H. PINON

Directeur : M. le Professeur H. BEN HADID

Directeur : M. le Professeur G. CLERC

Directeur : M. le Professeur P. HANTZPERGUE

Directeur : M. le Professeur A. GOLDMAN

Directeur : M. le Professeur S. AKKOUCHE

Directeur : Mme. la Professeure H. PARROT

Directeur : M. C. COLLIGNON

Directeur : M. le Professeur R. BACON

Directeur : M. le Professeur J. LIETO

Directeur : M. le Professeur M.C. COULET

Directeur : M. le Professeur R. LAMARTINE

Directeur : M. le Professeur J.C. AUGROS



## Remerciements

Pendant ces années de thèse, de nombreuses personnes ont été présentes à mes côtés, et je souhaite les remercier pour leur soutien, leur aide, leurs encouragements à travers ces quelques lignes.

Je tiens tout d'abord à remercier le Laboratoire de Spectrométrie Ionique et Moléculaire qui m'a permis de réaliser ma thèse. Je remercie en particulier Patrick Rairoux qui m'a accueilli dans son équipe Spectroscopie et Télédétection de l'Atmosphère.

Je remercie principalement et tout particulièrement Jérôme Morville qui m'a accompagné, formé tout au long de ces années. Il n'a cessé de chercher à tirer le meilleur de nos recherches dans l'objectif d'un travail toujours plus rigoureux et plus enrichissant. Qu'elles aient été expérimentales, théoriques ou pédagogiques, ses analyses et sa passion de la physique ont été une mine d'or. Je te suis profondément reconnaissant pour ton investissement, ton aide et ta persévérance qui m'ont été très précieux, aussi bien lors du travail expérimental que lors de la rédaction du manuscrit.

Je ne voudrais pas oublier Vincent Motto-Ros qui m'a suivi au début de ce travail, m'a formé à la programmation Labview et soutenu tout du long.

Un grand merci à Daniele Romanini et au Laboratoire de Spectrométrie Physique de Saint Martin d'Hères qui m'ont accueilli dans les meilleures conditions afin de mener ensemble une recherche fructueuse sur la mesure de biréfringence. J'ai énormément profité des différentes discussions que l'on a pu avoir mais aussi de ton savoir-faire expérimental. J'en profite pour exprimer le plaisir que j'ai eu à travailler avec Peter, Samir Kassi, Irène Courtillot, Guillaume Méjean, Alain Cam-

pargue et Remy Jost. Je remercie tout particulièrement Nader Sadeghi pour le prêt de sa diode laser.

Le développement expérimental n'aurait sans doute pas été aussi complet sans l'aide précieuse de Michel Kerleroux pour la partie électronique, Marc Néri et Jacques Maurelli pour la partie mécanique ainsi que Xavier Dagany, Sad Mezzour et Francisco Pinto pour la partie instrumentale et informatique. Je tiens à les remercier profondément.

J'ai aussi profité des conseils précieux et du soutien infailible au jour le jour de l'équipe PUBLI, aussi bien sur le plan matériel qu'intellectuel. Un grand merci à Christophe Bonnet (merci pour tes relectures), Véronique Boutou, Jin Yu et Estelle Salmon.

Je suis très reconnaissant envers Jacques Vigué qui m'a fait l'honneur et le plaisir de présider le jury. Je remercie également Marc Vallet et Lionel Duvillaret pour leur travail scrupuleux et rigoureux de rapporteur. Leurs remarques et conseils ont apporté un formidable plus au manuscrit. Ma reconnaissance va aussi envers Raffaele Flaminio qui a accepté d'examiner le manuscrit.

Merci à Matthieu, Julien, Yara et Rami qui m'ont permis de travailler dans une très bonne ambiance.

J'adresse mes sincères remerciements aux personnes, qui, en dehors du cadre professionnel, ont participé aussi au bon déroulement de la thèse. Je tiens tout d'abord à remercier mes parents, toujours présents au soutien et qui ont remis au goût du jour le mécénat. Merci aussi à Magaly et Thomas qui m'ont nourri, blanchi, logé pendant quatre mois (oui on avait dit 2 semaines mais c'était quand même chénial).

Enfin, je te remercie Mathilde, qui tous les jours, au téléphone ou de vive voix,

a partagé avec moi les moments difficiles (en fait il n'y en a pas eu tant que ça...). Si j'ai pu aller aussi loin et faire tant d'efforts c'est grâce aux tiens. Du bist wunderbar !





## Résumé

---

Ce travail se place dans le cadre de la mesure ultrasensible d'anisotropie de phase optique que permet l'emploi adapté des cavités de très haute finesse. Pour stabiliser la fréquence laser sur une résonance de la cavité, un schéma d'asservissement reposant sur la rétroaction optique est utilisé.

Une première partie décrit le couplage optique entre le laser et la cavité à travers l'analyse du comportement de la fréquence d'émission du laser auto-réinjecté. Une comparaison analytique théorie expérience a permis d'identifier les signaux d'erreur nécessaires au maintien durable de la fréquence du laser à l'exacte résonance d'un mode de la cavité. Après une description détaillée du dispositif d'asservissement, sa réalisation expérimentale sur une cavité de finesse de quelques milliers ( $F = 3\,000$ ) a démontré la possibilité de stabiliser la fréquence laser sur plus de dix heures avec une excursion résiduelle à la seconde de  $375\text{ Hz}$ .

Dans la deuxième partie, le développement précédent a été mis en oeuvre sur une cavité de très haute finesse ( $F = 250\,000$ ) et a permis la mesure ultrasensible de biréfringence induite dans des gaz par effet Kerr. L'originalité du dispositif repose sur la mise à profit de la biréfringence résiduelle des miroirs de haute réflectivité. Elle est utilisée d'une part comme source à la rétroaction optique, et d'autre part comme biais optique à la mesure de la biréfringence du gaz. Une étude théorique et expérimentale détaillée des sources de bruit présent dans la chaîne de détection en fonction de la valeur du biais optique a permis de réaliser la mesure de déphasage au niveau du bruit de photons avec quelques  $mW$  de puissance laser. Ainsi, une sensibilité référence sur la mesure de déphasage Kerr de  $3 \cdot 10^{-13}\text{ rad}$  a été démontrée pour un temps de mesure de  $800\text{ sec}$ . Cette valeur record améliore de trois ordres de grandeur les déphasages Kerr précédemment mesurés. Le dispositif a été de plus mis à profit pour la mesure à faible champ électrique ( $< 40\text{ V/mm}$ ) et à pression atmosphérique, des constantes de Kerr de différents gaz moléculaires et atomiques jusqu'à l'He.

## Mots clefs

---

Cavité optique de haute finesse — Rétroaction optique — Stabilisation de fréquence — Anisotropie de phase — Biréfringence des miroirs — Biréfringence Kerr statique — Mesure de constantes de Kerr



## Abstract

---

The context of the work is the ultra-sensitive measurement of phase anisotropy permits by well-used of very high finesse cavity. To stabilize the laser frequency at the exact resonance of one cavity mode, a servo control based on optical feedback is used.

In the first part, the optical coupling between laser and cavity is described through the comportment of the frequency of the self-locked laser. A comparison between experience and theory has permitted to identify the error signals in order to held enduringly the laser frequency at the exact resonance. The experimental realization of the servo control into a 3 000 finesse cavity had demonstrated the stabilization of the laser frequency during more than ten hours with a residual one second excursion of 375  $Hz$ .

In the second part, the previous development has been used with a very high finesse cavity ( $F = 250\,000$ ) to measure static Kerr birefringence in gases. The originality of the set-up is the use of the residual high reflectivity mirrors birefringence, firstly as the source of the optical feedback and secondly as an optical bias to measure the weak gas birefringence. An experimental and theoretical study of the noise according to the value of the optical bias has permitted a photon noise limited measurement (laser intensity of few mW). A record sensitivity of the phase shift induced by Kerr effect has been demonstrated at  $3 \cdot 10^{-13}$   $rad$  with 800  $s$  integration time. The scheme has been used to measure, in weak electric field ( $< 40$   $V/mm$ ) and in standard condition of pressure and temperature, the Kerr constant of molecular and atomic gases, even He gas.

## Key words

---

High finesse optical cavity — Optical feedback — Frequency stabilization — Phase anisotropy — Mirrors birefringence — Static Kerr birefringence — Kerr constant measurement



# Table des matières

|   |           |
|---|-----------|
| <b>Introduction générale</b>  | <b>3</b>  |
| <b>I Maintien du couplage optique d'une diode à cavité étendue (ECDL) sur une cavité de haute finesse</b> | <b>7</b>  |
| <b>Introduction</b>   | <b>9</b>  |
| <b>1 Couplage optique d'une diode ECDL sur une cavité de haute finesse</b>                                | <b>15</b> |
| Introduction . . . . .  | 15        |
| 1.1 Diode laser à cavité étendue seule . . . . .  | 16        |
| 1.1.1 Les éléments d'une ECDL : fonctionnement monomode et largeur de raie . . . . .                      | 16        |
| 1.1.2 Principe de fonctionnement de l'ECDL en configuration Littrow et caractéristiques . . . . .         | 19        |
| 1.2 Couplage optique de l'ECDL sur une cavité de haute finesse . . . . .                                  | 22        |
| 1.2.1 Sélection du champ intracavité par filtrage en polarisation . . . . .                               | 22        |
| 1.2.2 Fréquence d'émission du laser couplé et figures en transmission de la cavité . . . . .              | 30        |

---

|           |  |           |
|-----------|--|-----------|
| 1.2.3     | Maintien du couplage à la résonance exacte : obtention des signaux d'erreur . . . . .                    | 40        |
|           | Conclusion . . . . .   | 47        |
| <b>2</b>  | <b>Schéma et performances de l'asservissement</b>  | <b>49</b> |
|           | Introduction . . . . .   | 49        |
| 2.1       | Schéma de l'asservissement . . . . .   | 50        |
| 2.1.1     | Asservissement optique : réglage du filtre en polarisation . . . . .                                     | 50        |
| 2.1.2     | Asservissement électronique : dispositif informatique et électronique . . . . .                          | 55        |
| 2.2       | Performances de l'asservissement . . . . .   | 59        |
| 2.2.1     | Cas Statique . . . . .   | 60        |
| 2.2.2     | Cas Dynamique . . . . .  | 65        |
|           | Conclusion . . . . .   | 71        |
|           | <b>Conclusion</b>  | <b>73</b> |
| <b>II</b> | <b>Application à la mesure ultra sensible de faible biréfringence induite dans un gaz par effet Kerr</b> | <b>77</b> |
|           | <b>Introduction</b>  | <b>79</b> |
| <b>3</b>  | <b>Formalisme du dispositif de mesure de biréfringence intracavité en polarisation circulaire</b>        | <b>85</b> |
|           | Introduction . . . . .   | 85        |
| 3.1       | Matrices de transfert du dispositif . . . . .  | 87        |
| 3.1.1     | Matrices des polariseurs et analyseurs circulaires . . . . .   | 87        |

---

|          |  |            |
|----------|--|------------|
| 3.1.2    | Matrice de transfert de la cavité . . . . .  | 91         |
| 3.1.2.1  | En transmission . . . . .  | 92         |
| 3.1.2.2  | En réflexion . . . . .   | 96         |
| 3.1.3    | Matrices de transfert de l'association . . . . .   | 97         |
| 3.1.3.1  | Matrices de transfert en transmission . . . . .  | 97         |
| 3.1.3.2  | Matrices de transfert en réflexion . . . . .   | 99         |
| 3.2      | Biréfringences résultantes des miroirs . . . . .   | 101        |
| 3.2.1    | Détermination du système équivalent . . . . .  | 101        |
| 3.2.2    | Représentation graphique des caractéristiques résultantes . . . . .                      | 104        |
| 3.3      | Analyse des puissances optiques issues du dispositif . . . . .                           | 109        |
| 3.3.1    | Expressions des puissances optiques . . . . .  | 109        |
| 3.3.2    | Analyse spectrale des puissances optiques . . . . .                                      | 113        |
| 3.4      | Choix des observables . . . . .  | 118        |
| 3.5      | Limite théorique de la sensibilité . . . . .   | 123        |
|          | Conclusion . . . . .   | 131        |
| <b>4</b> | <b>Le dispositif expérimental : évaluation du bruit et performances attendues</b>        | <b>135</b> |
|          | Introduction . . . . .   | 135        |
| 4.1      | Choix expérimentaux . . . . .  | 136        |
| 4.1.1    | Choix de l'observable . . . . .  | 136        |
| 4.1.2    | Modulation des signaux . . . . .   | 137        |
| 4.1.2.1  | Modification de la mesure différentielle en « dynamique » : $\rho_T _{\Omega}$ . . . . . | 138        |
| 4.1.2.2  | Modification du bruit associé . . . . .  | 139        |



---

|          |   |            |
|----------|---|------------|
| 4.2      | Dispositif expérimental . . . . .   | 142        |
| 4.2.1    | Composants optiques . . . . .   | 142        |
| 4.2.2    | Composants électroniques . . . . .  | 146        |
| 4.3      | Caractérisation de la chaîne de détection . . . . .   | 154        |
| 4.3.1    | Densité spectrale et choix de la fréquence de modulation . . . . .  | 155        |
| 4.3.2    | Expressions des bruits et optimum de sensibilité . . . . .  | 158        |
|          | Conclusion . . . . .  | 165        |
| <b>5</b> | <b>Résultats expérimentaux</b>  | <b>169</b> |
|          | Introduction . . . . .  | 169        |
| 5.1      | Mesure de la biréfringence résultante des miroirs . . . . .   | 171        |
| 5.2      | Performances du dispositif sur la mesure du déphasage induit dans<br>un gaz par un champ électrique et de la constante de Kerr associée . . . . . | 179        |
| 5.2.1    | Mesure du déphasage $\phi_g$ et sensibilité . . . . .   | 179        |
| 5.2.2    | Linéarité et répétabilité . . . . .   | 191        |
| 5.3      | Mesure de la constante de Kerr de différents gaz et comparaison avec<br>les mesures préexistantes . . . . .                                       | 195        |
| 5.4      | Discussion autour de la très haute finesse et de ses limitations . . . . .  | 202        |
|          | Conclusion . . . . .  | 207        |
|          | <b>Conclusion</b>   | <b>209</b> |
|          | <b>Conclusion générale</b>  | <b>217</b> |

# Introduction générale



---

L'utilisation des cavités optiques passives se retrouve dans de nombreux domaines de la physique expérimentale comme la spectroscopie d'absorption ou de fluorescence, l'optique non linéaire, la métrologie de fréquence ou encore la mesure ultrasensible de biréfringence. Une de leurs propriétés qui nous intéresse ici, est l'accroissement de la sensibilité induit par l'augmentation de la longueur d'interaction lors des multiples aller-retours de la lumière dans la cavité. En réalité, puisqu'il s'agit du phénomène de résonance de l'onde lumineuse, il est nécessaire, pour qu'elle soit menée à son terme, que le temps de cohérence de la source laser soit supérieur au temps moyen de stockage de la lumière dans la cavité. D'un point de vue spectral, la largeur de raie doit être inférieure à celle du mode de résonance de la cavité (on parle aussi de bande passante de la cavité). Ceci n'est pas le cas pour la plupart des sources lasers continues cherchant à exploiter pleinement les cavités de haute finesse, et il est alors indispensable d'affiner leurs largeurs de raie.

Pour cela, il existe différents schémas d'asservissement du laser sur un mode de la cavité, parmi lesquels on peut citer l'asservissement Hänsch-Couillaud [1], l'asservissement Tilt-Locking [2] et le plus couramment utilisé, l'asservissement Pound-Drever-Hall [3]. Dans les trois méthodes, la correction appliquée à la source, repose sur l'analyse de la puissance réfléchiée par la cavité. La bande passante de la correction n'est donc pas limitée par celle de la cavité, ce qui rend ce type d'asservissement particulièrement bien adapté à l'exploitation de la haute finesse. Toutefois, dans le cas des sources lasers à semiconducteur, dont la largeur de raie est de l'ordre du  $MHz$ , ces asservissements demandent une bande passante au moins aussi élevée.

Une alternative pour ce type de laser, est alors d'utiliser un asservissement optique. Pour des schémas d'injection particulier, il est possible de sélectionner

---

uniquement une partie du champ résonant de la cavité et de le réinjecter dans la source laser. Cette rétroaction optique a pour effet d'affiner sa largeur de raie et de verrouiller sa fréquence à l'intérieur du mode [4–8]. Avec l'analyse du signal transmis par la cavité, il est possible de maintenir la fréquence du laser à l'exacte résonance [9,10]. Cet asservissement a été utilisé avec des cavités de finesse moyennes de quelques centaines pour obtenir des diodes laser de hautes cohérences et accordables [11,12]. Mais curieusement, à notre connaissance, l'asservissement optique n'a pas été appliqué à des cavités de haute finesse.

Le travail de thèse démontre la faisabilité de l'asservissement optique sur des cavités de haute finesse (Partie I) et même de très haute finesse (Partie II). Le manuscrit est composé de deux parties comportant chacune leur propre introduction et conclusion.

**Dans la première partie**, nous analyserons en détail l'effet de la rétroaction optique dans le laser (chapitre 1) pour ensuite présenter la réalisation expérimentale de l'asservissement (chapitre 2) sur une cavité de finesse 3 000. La sélection du champ intracavité est réalisé par un filtre en polarisation basé sur l'introduction dans la cavité d'une lame à l'incidence de Brewster [13]. Nous présenterons enfin les performances élevées que le dispositif a permis d'atteindre en terme de stabilité et de robustesse.

**Dans la deuxième partie**, le dispositif est appliqué sur une cavité de finesse à l'état de l'art de 250 000. Ce travail est réalisé en collaboration avec le Laboratoire de Spectrométrie Physique à Grenoble. Comme proposé dans [14], nous nous servons de la faible biréfringence résiduelle des miroirs pour réaliser la rétroaction optique. Nous exploitons ensuite la très haute finesse pour la mesure de faible biréfringence induite par effet Kerr dans des gaz. Nous verrons que la sensibilité

---

obtenue se situe à l'état de l'art des mesures ultrasensibles de biréfringence.

---

# Première partie

Maintien du couplage optique  
d'une diode à cavité étendue  
(ECDL) sur une cavité de haute  
finesse





# Introduction

Les formidables caractéristiques des cavités optiques de haute finesse telles que l'importante augmentation de la longueur d'interaction entre lumière et matière, la construction d'une puissance optique élevée ou encore la structure du champ électromagnétique en onde stationnaire parfaitement définie, reposent sur le très grand temps de cohérence du mode de résonance ou de manière équivalente sur sa très fine largeur spectrale. L'émission laser, correspondant à la source lumineuse de plus grande cohérence, est de ce fait la plus utilisée pour injecter les cavités de haute finesse. Toutefois sa largeur de raie reste généralement supérieure à celle d'un mode du résonateur et ne permet pas l'injection efficace de la lumière.

Une cause de l'élargissement spectral du laser, inhérente à son fonctionnement, est le taux non nul d'émission spontanée  $R_{sp}$ . La phase des photons émis spontanément n'étant pas corrélée à la phase de ceux issus de l'émission stimulée, elle brouille la phase de l'onde laser conduisant à une largeur de raie finie. Cette limite, correspondant à la largeur Schalow-Townes, s'exprime en fonction du nombre de photons dynamiquement stockés dans la cavité laser  $N_{ph}$  comme [15] :

$$\delta\nu = \frac{R_{sp}}{4\pi \cdot N_{ph}} \quad (1)$$

---

Cette relation peut encore s'écrire à l'aide du temps de vie des photons dans le mode laser  $\tau$ , de l'énergie du photon  $h\nu$  et de la puissance en sortie du laser  $P_{laser}$  comme [15] :

$$\delta\nu = \frac{h\nu}{4\pi} \cdot \frac{1}{\tau^2 \cdot P_{laser}} \quad (2)$$

Dans la plupart des lasers, cette relation conduit à des largeurs du  $mHz$  au  $Hz$ , inférieures aux largeurs du  $kHz$  de la résonance d'une cavité de haute finesse typique. Cependant, elle est aussi bien inférieure aux largeurs de raies effectivement observées du  $kHz$  au  $MHz$ . Cela est dû aux inévitables fluctuations des paramètres du système qui interviennent alors, telles que les fluctuations électriques (fluctuations du niveau du courant de pompe) et les fluctuations mécaniques (fluctuations de la longueur de la cavité). Elles sont converties en fluctuations de fréquence et contribuent principalement à l'élargissement spectral dominant même celui limité Schalow-Townes.

Une troisième source de fluctuations est celle provenant des dérives plus lentes induites par les variations de température ou de pression. Elle ne participe pas à l'élargissement spectral proprement dit, mais ces dérives conduisent à des variations de la fréquence centrale de la raie laser par rapport à la résonance exacte de la cavité et nuisent à l'utilisation durable de ses propriétés.

Ainsi, la mise à profit efficace du gain des cavités de haute finesse sera conditionnée par la capacité, d'une part à réduire les fluctuations rapides de la fréquence du laser ( $< ms$ ) sous la largeur du mode à injecter, et d'autre part à corriger les dérives plus lentes de la fréquence centrale.

De nombreuses méthodes de stabilisation ont été développées dans ce sens [1–3, 16–18]. Elles reposent toutes sur l'utilisation de la référence de fréquence fournie

---

naturellement par le mode de résonance de la cavité à injecter, sur l'obtention d'un signal d'erreur et sur la construction d'un signal de correction appliqué en retour à la source.

La méthode de stabilisation la plus couramment utilisée est la méthode de Pound-Drever-Hall [3, 19]. Le faisceau issu du laser est rapidement modulé en phase à une fréquence bien supérieure à la largeur d'un mode de la cavité. Cela a pour effet de faire apparaître à l'émission spectrale du laser trois composantes : la porteuse, à la fréquence centrale où se trouve l'essentiel de la puissance optique, est injectée dans la résonance de la cavité, et deux faibles bandes latérales hors résonance qui servent de référence de phase. Leurs interférences mesurées en réflexion génèrent alors un battement à la fréquence de modulation qui, une fois démodulé, conduit au signal d'erreur Pound-Drever-Hall.

Cette méthode est basée sur une modulation électro-optique et une démodulation électronique. Il existe toutefois des techniques où ces dernières sont réalisées optiquement, c'est le cas des méthodes de stabilisation de Hänsch-Couillaud [1] et Tilt-Locking [2]. Dans un schéma Hänsch-Couillaud, il est nécessaire que les modes propres de polarisation de la cavité soient non dégénérés. La polarisation rectiligne du champ laser incident se décompose sur ses états propres. Le champ en réflexion, composé d'une partie du champ intracavité transmis et du champ directement réfléchi peut être vu comme la somme de deux champs linéaires dont le déphasage évolue rapidement à la traversée de la résonance du fait de la dispersion qui l'accompagne (passage de  $-\pi/2$  à  $\pi/2$ ). L'ellipticité qui en résulte change donc de signe à l'exacte résonance et conduit au signal d'erreur Hänsch-Couillaud. Dans le schéma Tilt-Locking, la référence de phase du mode  $TEM_{00}$  principalement injecté est le profil transverse du mode  $TEM_{01}$  non résonant avec la cavité. Ce dernier observe

---

par rapport au mode  $TEM_{00}$  un décalage de phase de  $-\pi/2$  et de  $\pi/2$  de part et d'autre de l'axe symétrie de la section transverse. On montre que la différence d'intensité résultant de l'interférence des champs des deux modes sur chacun des deux demi-plans est nulle uniquement lorsqu'aucune phase n'est accumulée par le mode  $TEM_{00}$  dans la cavité. Cette différence d'intensité optique mesurée avec une photodiode à cadran constitue le signal d'erreur de la méthode Tilt-Locking.

Dans ces trois méthodes l'affinement de la raie laser en dessous de la largeur du mode de résonance repose principalement sur la capacité de la boucle de rétroaction à corriger rapidement les fluctuations de phase de la source ce qui conduit à l'élaboration de schémas électroniques de plusieurs  $MHz$  de bande passante.

Pour les diodes lasers à semiconducteur une autre approche [4] pour affiner la raie laser est d'utiliser leur haute sensibilité à une rétroaction optique. Avec des géométries adaptées, il est possible de réinjecter dans le milieu de gain uniquement une faible partie du champ constructif de la cavité de haute finesse. Si la fréquence de la diode est proche d'une résonance de la cavité, les photons ajoutés dans le milieu de gain favorise alors l'oscillation laser à cette fréquence. Le laser est verrouillé sur la résonance de la cavité, les fluctuations sont grandement amorties conduisant à des largeurs de raie diminuées de plusieurs ordres de grandeur [4-7, 20]. Contrairement aux méthodes précédentes, il ne s'agit pas ici d'une correction mais d'un **affinement naturel** du fait de l'augmentation du temps de vie des photons du nouveau laser ainsi constitué par le couplage de la diode et de la cavité haute finesse. La nouvelle durée de vie est maintenant gouvernée par celle de la cavité optique de plusieurs ordres de grandeurs supérieure à celle du laser libre et conduit à une largeur Schalow-Townes relation (2) fortement réduite. Cependant, l'effet de verrouillage dépend non seulement de l'amplitude de l'onde réinjectée mais aussi

---

de sa phase relativement à l'onde laser du milieu de gain. Suivant sa valeur, donnée d'une part par la distance du laser à la cavité et d'autre part par la position de la fréquence d'émission relative à la fréquence exacte de résonance (déphasage de  $-\pi/2$  à  $\pi/2$  au travers de la résonance) le verrouillage peut aussi bien être favorisé qu'inhibé. Dans le cas favorable, la phase peut même ajuster finement la fréquence d'émission dans la bande passante du mode de résonance. Ainsi, pour une stabilisation durable dans le temps à l'exacte résonance du mode, il est aussi nécessaire de contrôler, en plus des dérives de la fréquence de la diode libre par rapport à celle du mode de la cavité, la distance entre le laser et la cavité [9–12]. Ces variations d'origine mécanique et thermique ayant lieu sur des échelles de temps longues, leurs contrôles nécessitent une électronique de basse bande passante [4].

Cette partie présente le développement expérimental de la stabilisation de la fréquence d'émission d'une diode laser à cavité étendue sur la fréquence de résonance d'une cavité linéaire de haute finesse utilisant le schéma d'affinement spectral par rétroaction optique. Nous montrerons qu'il est possible de réaliser simplement l'injection efficace de la cavité et de la maintenir à l'exacte résonance pendant des heures permettant d'exploiter pleinement la haute cohérence des cavités de haute finesse.

**Dans le premier chapitre** nous présenterons tout d'abord le fonctionnement de la diode à cavité étendue libre, c'est à dire sans rétroaction optique. Nous donnerons ses principales caractéristiques telles que sa largeur de raie, l'obtention du fonctionnement monomode et son accordabilité. Nous détaillerons ensuite la géométrie d'injection particulière utilisée pour sélectionner comme rétroaction optique celle provenant uniquement du champ intracavité. Pour une stabilisation durable de la fréquence laser à l'exacte résonance, nous détaillerons son évolution en fonc-

---

tion de la fréquence de la diode libre et la longueur du bras d'injection. L'étude simultanée des profils particuliers de transmission nous permettra de définir les signaux d'erreur nécessaires à la correction des deux paramètres.

**Le deuxième chapitre** est dédié à la réalisation expérimentale de leur asservissement et à la description des performances. Nous donnerons les solutions électroniques et informatiques utilisées pour obtenir expérimentalement les signaux d'erreur, les signaux de correction et l'application sur le dispositif optique. Nous donnerons ensuite les performances obtenues dans le cas statique d'une longueur de cavité fixe et dynamique lorsque celle-ci est balayée.

# Chapitre 1

## Couplage optique d'une diode ECDL sur une cavité de haute finesse

### Introduction

Dans ce chapitre le couplage optique d'une diode laser à cavité étendue (External Cavity Diode Laser) et d'une cavité de haute finesse est décrit. L'objectif est de déterminer le rôle de chacun des paramètres influents sur la fréquence d'émission du laser couplé ainsi constitué, pour les contrôler et maintenir l'injection à l'exacte résonance de la cavité haute finesse durablement dans le temps.

Pour cela, nous décrirons dans un premier temps le fonctionnement de l'ECDL seule. Nous verrons les éléments la constituant et qui permettent l'émission monomode du laser. Nous décrirons le fonctionnement de l'ECDL en configuration Littrow utilisé dans ce travail dont nous donnerons les principales caractéristiques.



Dans la deuxième partie, nous décrivons le couplage de l'ECDL avec une cavité de haute finesse. Tout d'abord nous présenterons la solution expérimentale choisie, basée sur un filtre en polarisation, permettant de sélectionner le champ intracavité comme rétroaction optique. Ensuite, nous donnerons la nouvelle expression de la fréquence d'émission du laser constitué de l'ECDL et de la cavité de haute finesse. Cela nous permettra dans un premier temps, de décrire les différentes figures originales obtenues alors en transmission de la cavité de haute finesse. Puis dans un deuxième temps, nous définirons les signaux d'erreur qui permettront le contrôle des deux paramètres nécessaires au maintien du couplage résonant.

## **1.1 Diode laser à cavité étendue seule**

### **1.1.1 Les éléments d'une ECDL : fonctionnement monomode et largeur de raie**

Une ECDL est constituée d'une diode laser à semiconducteur et d'un élément optique, généralement un réseau, qui renvoie dans la diode une partie du faisceau émis refermant ainsi la cavité étendue.

La diode laser à semiconducteur est le milieu actif de l'ECDL. Son indice élevé, de l'ordre de 3, conduit à des coefficients de réflexion sur ses faces clivées de l'ordre de 30%, formant une cavité optique monolithique autour du milieu actif. Du fait du fort gain des semi-conducteurs, cette réflectivité est suffisante pour obtenir l'émission laser et l'on parle de diodes Fabry-Perot. Cependant, la faible sélectivité spectrale de la cavité, combinée à la largeur importante du profil spectral du gain, rend fragile le fonctionnement monomode de la diode Fabry-Perot seule. Aussi,

les largeurs de raies laser des diodes laser Fabry-Perot sont souvent médiocres, de l'ordre de la centaine de  $MHz$  [21]. Cela est dû, d'une part à la durée de vie courte des photons ( $\tau$ ) dans la zone active de faibles dimensions (relation (2) de la largeur limitée Shalov-Townes), mais d'autre part au couplage entre l'amplitude du champ laser et sa phase, couplage caractéristique des lasers à semiconducteur. La force de ce couplage est déterminé par le coefficient de phase-amplitude  $\alpha_H$  (appelé aussi facteur d'Henry), variant de l'unité pour les diodes laser à multipuits quantiques [22] jusqu'à 8 pour certaines diodes à hétérojunctions [23]. Il conduit, à chaque variation du gain induit par l'émission de photons spontanés de phase aléatoire (mécanisme de gain saturé), à des fluctuations d'indice et par suite à des fluctuations de phase supplémentaires. L'élargissement de la largeur de la raie laser de la diode Fabry-Perot,  $\delta\nu_{FP}$ , s'exprime d'après la formule de Schalow-Townes modifiée comme [24] :

$$\delta\nu_{FP} = (1 + \alpha_H^2) \cdot \frac{h\nu}{4\pi} \cdot \frac{1}{\tau^2 \cdot P_{laser}} \quad (1.1)$$

où l'on retrouve l'augmentation de  $\delta\nu_{FP}$  par le facteur de couplage phase-amplitude  $\alpha_H$ .

L'ajout du réseau et de la cavité étendue permettent de diminuer la largeur de raie laser puisque le temps de vie des photons, du fait de l'augmentation de la longueur de cavité, est d'un ordre de grandeur supérieur à celui des diodes Fabry-Perot seules. La largeur de raie typique d'une ECDL est ainsi de l'ordre de la centaine de  $kHz$  sur un temps inférieur à la  $ms$ , conformément à la largeur attendue d'après la relation Shalov-Townes modifiée. Toutefois, l'introduction de la cavité étendue rend aussi la fréquence d'émission laser d'une ECDL plus sensible aux vibrations

mécaniques de l'environnement. On parle alors de jigue en fréquence qui conduit à une dégradation de la largeur de raie d'une ECDL. Celle-ci est typiquement de l'ordre du  $MHz$  sur un temps de quelques  $ms$ .

Le réseau et la cavité étendue permettent également de renforcer le fonctionnement monomode du laser. Sur la figure 1.1, l'ensemble des éléments de l'ECDL participant à la sélection de la fréquence d'émission laser est illustré. On retrouve la courbe de gain extrêmement large du semi conducteur de plusieurs milliers de  $GHz$ , la sélectivité du réseau typiquement de  $50 GHz$ , les modes de la diode Fabry-Perot dont l'intervalle spectral libre ( $ISL$ ) est d'une dizaine de  $GHz$  (longueur optique de quelques millimètres) et enfin la structure de modes de la cavité étendue espacés de l'ordre du  $GHz$  (longueur typique de quelques centimètres). La fréquence

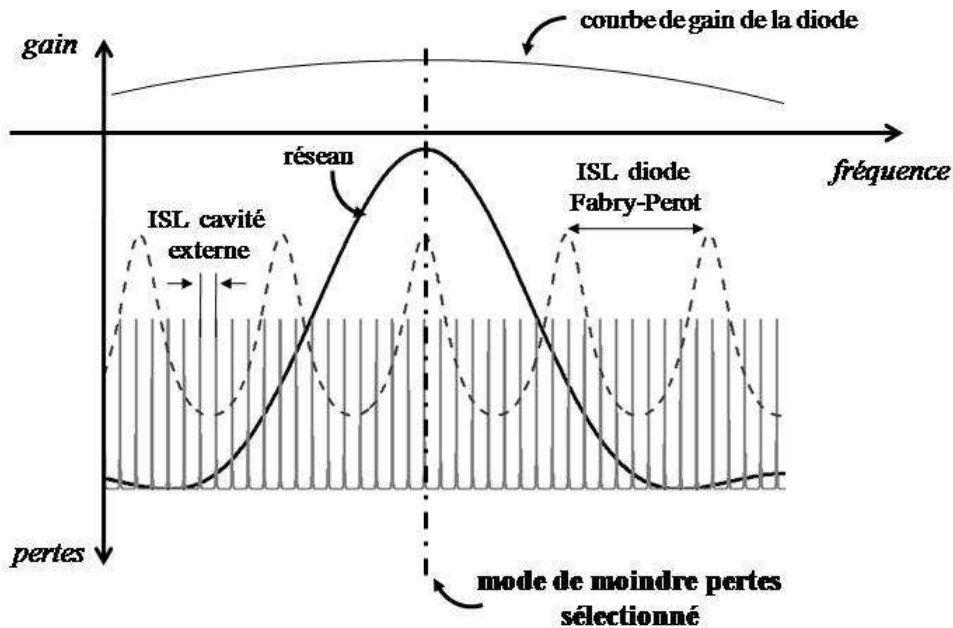


FIG. 1.1 – *Éléments sélectifs en fréquence de la diode en cavité étendue.*

d'émission laser qui oscillera dans l'ECDL sera alors celle d'un mode de la cavité

étendue dont la fréquence est la plus proche de celle des moindres pertes.

Il existe principalement deux types d'architectures d'ECDL mettant à profit l'utilisation d'un réseau, celles en configuration Littman-Metcalf [25] et celles en configuration Littrow [26]. Cette dernière est la configuration mise en place dans l'ECDL de la société Toptica Photonic AG (modèle DL 100) utilisée dans ce travail et c'est donc le fonctionnement et les principales caractéristiques de cette configuration que nous allons décrire .

### 1.1.2 Principe de fonctionnement de l'ECDL en configuration Littrow et caractéristiques

L'architecture de la diode ECDL en configuration Littrow utilisée est illustrée sur la figure 1.2. Dans cette configuration, le réseau est orienté de sorte que le faisceau diffracté à l'ordre 1 se superpose au faisceau incident provenant de la diode Fabry-Perot. L'ordre 0 est le faisceau « utile » de l'ECDL qui est envoyé vers l'expérience.

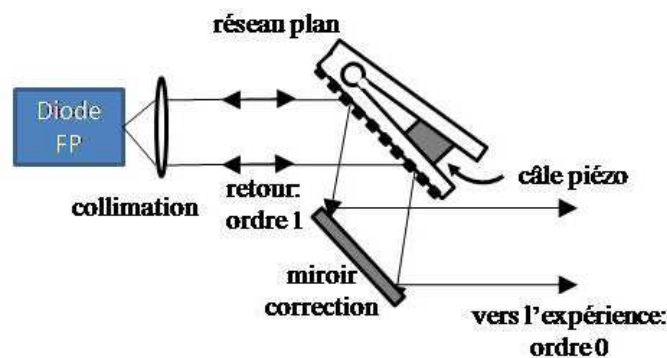


FIG. 1.2 – Schéma d'une diode laser à cavité étendue en configuration Littrow.

La courbe de gain de la diode Fabry-Perot (modèle LD-0405-0030-1) est centrée

sur  $413\text{ nm}$  et sa largeur permet une émission laser entre  $411,5\text{ nm}$  et  $415\text{ nm}$ . La lumière émise par la facette de sortie, du fait de la très faible dimension rectangulaire de la zone active, est extrêmement divergente. Elle est alors collimatée par une lentille asphérique de courte focale et de grande ouverture numérique ( $4\text{ mm}$  et  $0,6$  respectivement). L'objectif est d'assurer le couplage spatial de la lumière rétro-réfléchi par le réseau plan avec les modes de la diode Fabry-Perot. Cela permet d'optimiser la sélectivité spectrale mais aussi le seuil d'oscillation laser. Au moyen de vis à pas micrométriques la lentille a pu être finement ajustée à la distance focale et nous avons obtenue l'oscillation laser pour un courant de  $29\text{ mA}$  au lieu de  $35\text{ mA}$  sans cavité étendue. Le rapport des deux dimensions de la facette de sortie conduit à un profil transverse elliptique horizontal ( $3 : 1$ ) et à une polarisation verticale.

Le réseau est monté sur une câle piézoélectrique et une vis micrométrique (non représentée sur la figure 1.2). La rotation induite par le déplacement de la vis permet de sélectionner manuellement la plage de longueur d'onde désirée sur la courbe de gain de la diode Fabry-Perot. L'application d'une basse tension (quelques dizaines de volts) sur la cale piézoélectrique induit quant à elle une plus faible rotation du réseau qui permet le balayage automatique de la longueur d'onde laser sur une plus faible gamme spectrale. Cependant, pour que le balayage soit sans saut de mode, il est nécessaire que l'ensemble des éléments sélectifs en fréquence (figure 1.1) se déplace simultanément à la rotation du réseau. Un choix judicieux du point de pivot permet que la variation de longueur de la cavité étendue induit par la rotation déplace en quantité égale la structure des modes et la courbe du réseau. Ainsi la synchronisation du réseau et des modes de la cavité étendue est assurée une fois pour toute mécaniquement à la conception. Les modes de la diode Fabry-Perot sont quant à eux ajustables par une variation du niveau de courant.

En effet, celle-ci induit un déplacement des modes par un changement d'indice et par une variation de longueur du fait d'une dilatation thermique. On obtient un déplacement synchronisé des modes de la diode Fabry-Perot avec ceux de la cavité étendue, en appliquant au semiconducteur une variation de courant proportionnelle à la variation de tension appliquée à la câle piézoélectrique supportant le réseau (ce fonctionnement est appelé fonctionnement feedforward). Le coefficient de proportionnalité est ajustable par un potentiomètre placé en face avant du module de contrôle de l'ECDL. Au réglage optimal, l'accordabilité est monomode sur plus de  $40\text{ GHz}$ , limitée dans notre cas d'un côté par le courant minimal nécessaire à l'oscillation laser et de l'autre par le courant maximal fixé pour un fonctionnement en toute sécurité ( $48\text{ mA}$ ). Ainsi, du fait de cette variation de courant, le balayage en fréquence s'accompagne inévitablement d'une variation de puissance passant de zéro au seuil à  $16\text{ mW}$  au courant maximal.

Enfin, l'utilisation de l'ordre 0 en configuration Littrow présente le désavantage qu'au balayage en fréquence soit associée une légère variation directionnelle du faisceau laser. Pour l'injection d'une cavité de haute finesse externe que nous souhaitons réaliser, cet effet affecterait considérablement la qualité du couplage spatial, fluctuant à l'image du balayage en fréquence. Pour s'en affranchir, un miroir de renvoi est lié parallèlement au support du réseau de sorte à compenser exactement la rotation.

## 1.2 Couplage optique de l'ECDL sur une cavité de haute finesse

Dans cette partie, l'ECDL que nous venons de décrire dans son fonctionnement libre est maintenant couplée optiquement sur une cavité de haute finesse en utilisant comme rétroaction une partie du champ constructif. Dans un premier temps, nous décrivons comment expérimentalement le champ intracavité est sélectionné pour être réinjecté dans l'ECDL. Ensuite, nous discutons du comportement de la fréquence du laser couplé ainsi constitué et des signaux particuliers observés en transmission de la cavité. Cela est réalisé en fonction des deux paramètres susceptibles de fluctuer que sont le désaccord entre la fréquence de l'ECDL libre et la fréquence de résonance de la cavité et la distance ECDL-cavité. Cette compréhension nous permet, pour finir, de déterminer deux signaux d'erreur pour contrôler les deux paramètres et assurer ainsi un couplage résonant, synonyme d'une grande pureté spectrale et d'une puissance intracavité maximale, durablement dans le temps.

### 1.2.1 Sélection du champ intracavité par filtrage en polarisation

Généralement, afin de tirer profit du couplage spatial mis en place dans le sens aller pour l'injection de la cavité haute finesse, c'est le champ réfléchi, par retour inverse de la lumière parfaitement couplé sur les modes de l'ECDL, et non le champ transmis, qui est généralement utilisé comme rétroaction optique.

La problématique est alors de discriminer le champ intracavité du champ directement réfléchi par le miroir d'entrée. Le schéma le plus développé jusqu'à pré-

sent pour des applications hautes finesesses consiste à utiliser une cavité en V injectée par son miroir de repli permettant par construction d'extraire la réflexion directe [27, 28]. Notons que pour des finesesses moyennes une configuration très utilisée est celle de la cavité linéaire à la position confocale ( $L_{Cav} = R_c$ ) qui, pour une injection hors axe particulière, est identique à la configuration en V (1 point d'impact sur l'un des miroirs 2 points d'impact sur l'autre) [9–12]. Le schéma proposé ici repose sur une cavité linéaire de haute finesse et utilise une sélection en polarisation des deux champs réfléchis par le miroir d'entrée [13]. Dans cette partie, la polarisation du champ intracavité est modifiée par l'insertion d'une lame de silice proche de l'incidence de Brewster <sup>1</sup>.

**Dispositif optique :** Sur la figure 1.3 est représenté schématiquement le dispositif optique utilisé au laboratoire pour coupler l'ECDL et la cavité haute finesse.

Des prismes placés en sortie de l'ECDL permettent de circulariser le faisceau elliptique en diminuant la dimension horizontale du profil transverse. Une lame demi-onde insérée dans une platine ( $\theta; \phi$ ) et une rotation fine permet de tourner la polarisation rectiligne initialement verticale dans le plan horizontal (plan de la figure). Une lame séparatrice placée ensuite, prélève environ 4% de l'intensité du faisceau dirigée sur un étalon basse finesse constitué d'un barreau de BK7 de 10 cm de long (l'intervalle spectral libre, *ISL*, est de 1 GHz) contrôlant le fonctionnement monomode de l'ECDL. Pour ce faire, la photodiode placée en réflexion enregistre la puissance optique issue de l'interférence des deux ondes provenant de la face avant et arrière de l'étalon. Dans le cas d'un balayage monomode et linéaire de la

---

<sup>1</sup>Nous verrons, dans la deuxième partie du manuscrit, qu'il est aussi possible d'utiliser l'ellipticité accumulée au cours des multiples allers-retours du fait de la biréfringence résiduelle présente dans les miroirs pour séparer en polarisation le champ intracavité du champ directement réfléchi.



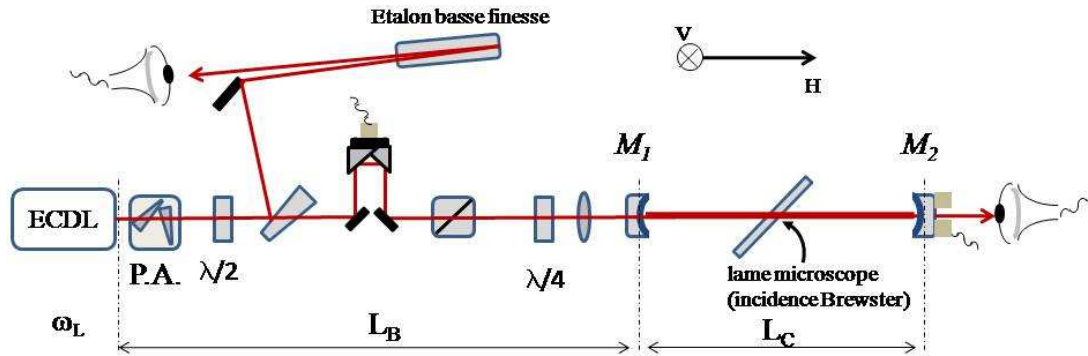


FIG. 1.3 – *Schéma du dispositif expérimental permettant de réaliser le couplage de l'ECDL sur la cavité optique de haute finesse. L'étalon basse finesse permet de contrôler le balayage linéaire et monomode de la fréquence de l'ECDL. Le polariseur, la lame quart d'onde et la lame microscope placée à l'incidence Brewster réalise le filtre en polarisation sélectionnant le champ intracavité. Les câbles piézoélectriques permettent d'ajuster les longueurs du bras d'injection ( $L_B$ ) et de cavité ( $L_C$ ).*

fréquence de l'ECDL le signal étalon est une parfaite sinusoïde de période  $1\text{ GHz}$  (la finesse de l'étalon est de 1) comme illustré sur la figure 1.4.

Un rétro-rélecteur coin de cube déposé sur une câle piézoélectrique, permet d'ajuster la longueur du bras d'injection  $L_B$  (figure 1.3) sans modifier le couplage spatial. Ce dernier est réalisé par un télescope symbolisé par la lentille placée à l'entrée de la cavité.

Le polariseur, de type Glan-Thomson, et la lame quart d'onde dont les axes neutres sont orientés à  $45^\circ$  de l'axe du polariseur, circularisent la polarisation du champ incident sur la cavité. Pour assurer un réglage optimal de la lame quart d'onde celle-ci est placée dans une monture  $(\theta; \phi)$  et une rotation fine.

La cavité de haute finesse est constituée par deux miroirs ( $M_1$  et  $M_2$ ) de haute réflectivité de la compagnie LayerTech et sont distants de  $95\text{ cm}$ . Leur réflectivité ( $R_1$  et  $R_2$ ) est centrée à  $400\text{ nm}$  et spécifiée supérieure à  $99,95\%$  sur une largeur spectrale de  $\pm 20\text{ nm}$ . Le diamètre est d'un pouce et les rayons de courbure de

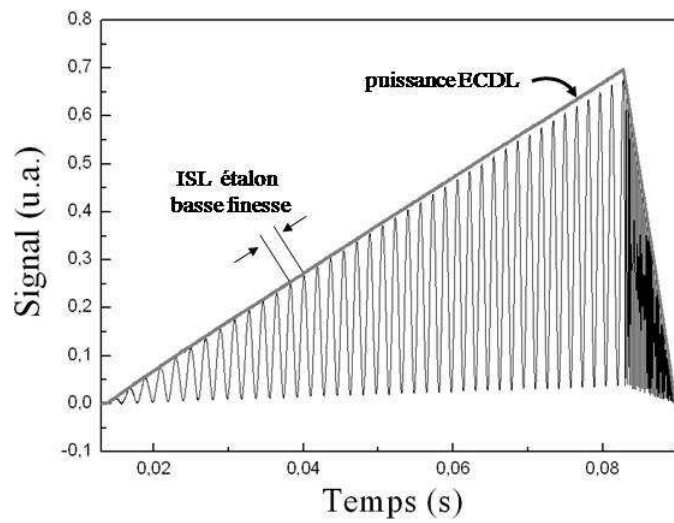


FIG. 1.4 – *Illustration du balayage monomode de la fréquence laser de l'ECDL seule.* Le signal étalon (en trait fin noir) présente 40 périodes équivalent à une accordabilité de la fréquence laser sur 40 GHz. En configuration Littrow (section 1.1.2), le balayage monomode de la fréquence laser s'accompagne d'une variation de la puissance (en trait épais gris) enregistrée en utilisant la réflexion interne (non représenté sur la figure 1.3) de la lame séparatrice.

50 cm. Un des miroirs est monté sur une câle piézoélectrique de façon à varier la longueur de la cavité ( $L_C$ ) et ainsi la fréquence résonante. Un soin tout particulier a été pris lors de la conception de la monture pour minimiser la déviation angulaire suite à un déplacement de la câle piézoélectrique.

La lame insérée dans la cavité est une lame de microscope commerciale de 150  $\mu m$  d'épaisseur, obtenue par chauffage et étirage. Elle est placée à l'exacte incidence Brewster ( $56,3^\circ$ ) annulant ainsi les pertes par réflexion pour la polarisation dans le plan d'incidence, polarisation parallèle, alors que la polarisation perpendiculaire subit des pertes de plusieurs pourcents. Cette cavité est donc un résonateur basse finesse pour la polarisation perpendiculaire et un résonateur haute finesse pour la polarisation parallèle. Toutefois, pour cette dernière, afin de conserver la propriété de haute finesse, il est aussi indispensable que les pertes par diffusion à l'interface et les pertes par absorption dans la lame soient de l'ordre de la transmission<sup>2</sup> ( $T_1$  et  $T_2$ ) des miroirs, c'est à dire de quelque  $10^{-4}$ . C'est pourquoi la lame de microscope a été choisie. Elle est le résultat d'un optimum entre faibles pertes par absorption, du fait du faible volume sondé, et faibles pertes par diffusion du fait de la très bonne qualité de surface obtenue à la conception. L'ensemble des pertes,  $A_L$ , a été évalué à quelque  $10^{-5}$  [29]. Sa transmission, définie à l'incidence de Brewster comme  $1 - A_L$ , est dans la suite approximée à l'unité. Finalement, en présence de la lame et avec les miroirs utilisés, nous avons pu conserver une finesse de cavité de l'ordre de 3000 pour la polarisation parallèle.

---

<sup>2</sup>Le coefficient de transmission du miroir 2 s'écrit  $T_1 = 1 - R_1 - A_1$  où  $A_1$  représente les pertes non utiles du miroir. La même relation avec l'indice 2 définit le coefficient de transmission du miroir 2.

**Filtre en polarisation :** La polarisation circulaire incidente dans la cavité (figure 1.5 (a)) se projette en proportion égale sur les deux polarisations définies par le plan de Brewster. La cavité de basse finesse pour la polarisation perpendiculaire est de plus fortement sous couplée du fait de la très faible transmission des miroirs comparée aux quelques pourcents du coefficient de réflexion sur la lame. Le champ intracavité est alors quasiment nul pour cette polarisation [30]. Finalement, la polarisation parallèle pour qui la cavité est de haute finesse, est la seule que nous considérons dans la cavité. Le champ transmis par la cavité est donc polarisé dans le plan horizontal.

Le champ issu du miroir d'entrée de la cavité est composé du champ intracavité transmis auquel s'ajoute le champ directement réfléchi polarisé circulairement. Ce dernier au deuxième passage de la lame quart d'onde se polarise linéairement, perpendiculairement à l'axe du polariseur (figure 1.5 (b)) et est donc éjecté du trajet retour. A l'inverse, la polarisation linéaire du champ intracavité transmis par le miroir d'entrée devient circulaire au passage de la lame quart d'onde. A la traversée du polariseur, le champ se projette de manière égale sur ses deux axes. Une moitié (en intensité) est éjectée du circuit alors que la seconde moitié est en mesure de retourner dans l'ECDL et réalise la rétroaction optique voulue comme illustré sur la figure 1.5 (c).

L'amplitude du champ transmis,  $E_T$ , et du champ de rétroaction optique,  $E_{R.O.}$ , sont reliés au champ incident sur la cavité,  $E_0$ , par les fonctions de transfert scalaires, notées respectivement  $t(\omega)$  et  $t_{R.O.}(\omega)$  où  $\omega$  est la fréquence d'émission laser. Ils s'écrivent comme :

$$E_T(\omega) = t(\omega) \cdot \frac{E_0}{\sqrt{2}} \quad (1.2)$$

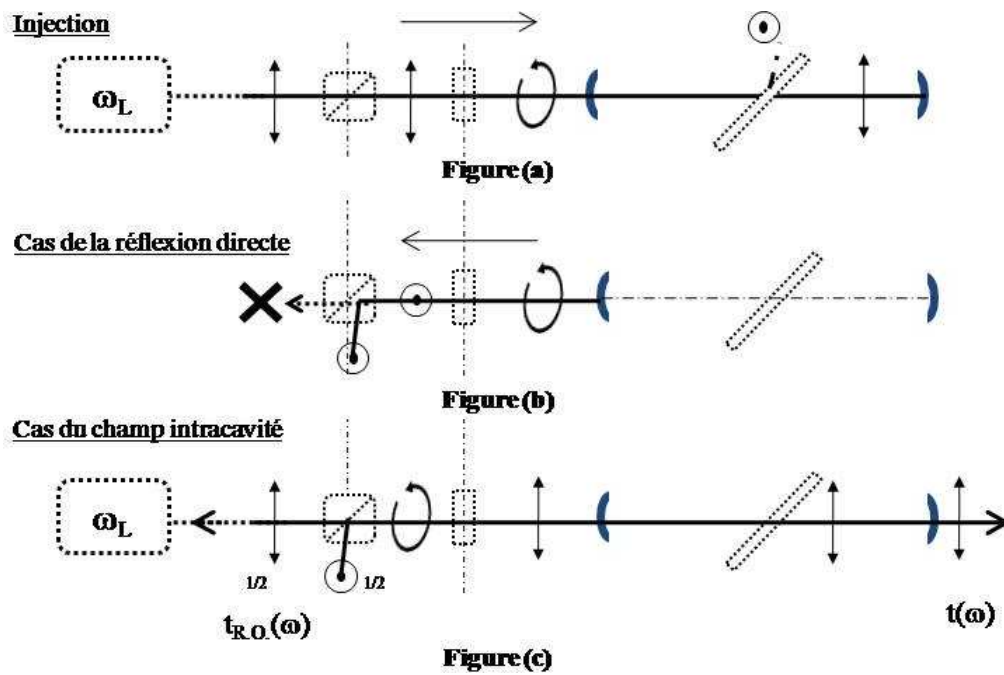


FIG. 1.5 – *Fonctionnement du filtre en polarisation.* Le champ directement réfléchi par le miroir d'entrée au deuxième passage par la lame quart d'onde est polarisé perpendiculairement à l'axe du polariseur et éjecté du trajet retour. A l'inverse, une partie du champ intracavité, polarisé parallèlement au plan de Brewster, est en mesure de retourner dans l'ECDL et de réaliser la rétroaction optique voulue.

et

$$E_{R.O.}(\omega) = t_{R.O.}(\omega) \cdot \frac{E_0}{2} \quad (1.3)$$

Les facteurs  $\sqrt{2}$  et 2 proviennent de la projection du champ incident, initialement polarisé circulairement, dans le plan de Brewster à l'intérieur de la cavité et de la projection sur l'axe du polariseur lors du trajet retour.

La fonction de transfert  $t(\omega)$  est celle classiquement obtenue en transmission d'un résonateur Fabry-Perot et s'écrit comme [26] :

$$t(\omega) = T \cdot e^{i\omega \frac{L_{Cav}}{c}} \cdot \frac{1}{1 - R \cdot e^{i\omega \frac{2L_{Cav}}{c}}} \quad (1.4)$$

où  $c$  est la vitesse de la lumière,  $L_{Cav}$  est la longueur de la cavité optique, et où  $T$  et  $R$  sont les coefficients de transmission et réflexion des deux miroirs considérés identiques.

De façon similaire on obtient  $t_{R.O.}(\omega)$  qui s'exprime par :

$$t_{R.O.}(\omega) = T \cdot \sqrt{R_2} \cdot e^{i\omega \frac{2L_{Cav}}{c}} \cdot \frac{1}{1 - R \cdot e^{i\omega \frac{2L_{Cav}}{c}}} \quad (1.5)$$

où il apparaît la réflexion subie sur le miroir de fond de cavité ( $\sqrt{R}$ ) et le parcours d'une longueur de cavité supplémentaire ( $e^{i\omega \frac{2L_{Cav}}{c}}$ ).

Une fois qu'une partie de ce champ est réinjectée dans l'ECDL, le système couplé ECDL-cavité de haute finesse forme une nouvelle configuration laser dont le comportement en fréquence va être maintenant étudié.

### 1.2.2 Fréquence d'émission du laser couplé et figures en transmission de la cavité

Pour comprendre les effets sur la fréquence d'émission de l'ECDL induit par la rétroaction optique, il est instructif dans un premier temps d'identifier l'ensemble ECDL + cavité à une unique ECDL dont le coefficient de réflexion du coupleur de sortie est la combinaison de la réflectivité du réseau et de la transmission de la cavité. Cette dernière est définie en amplitude et en phase par la fonction de transfert  $t_{R.O.}(\omega)$ .

Ainsi, lorsque la fréquence de l'ECDL est loin d'une des résonances de la cavité, le coefficient de réflexion effectif est équivalent à celui du réseau, et le système couplé se comporte alors comme l'ECDL libre. En revanche, lorsque la fréquence de l'ECDL correspond à l'une des fréquences de la résonance, l'amplitude du coefficient de réflexion effectif augmente à l'image de la transmission de la cavité. Directement relié au coefficient de réflexion, le niveau de perte du laser diminue et rend plus favorable l'oscillation laser à la fréquence de la cavité. C'est le phénomène de verrouillage de la fréquence laser.

Toutefois, plus que la seule amplitude de l'onde réinjectée, c'est le résultat de l'interférence avec l'onde laser issue du milieu de gain qui modifie le niveau des pertes. Par conséquent, le terme de phase du coefficient  $t_{R.O.}(\omega)$  ainsi que la phase accumulée sur le parcours entre l'ECDL et la cavité vont jouer un rôle important et conduire eux aussi à une modification de la fréquence du laser couplé.

Dans l'objectif de contrôler la coïncidence entre la fréquence du laser et l'exacte résonance de la cavité, il est important d'identifier précisément l'influence des différents paramètres introduits et un recours à une expression analytique de la fré-

quence couplée peut s'avérer utile. Celle-ci a déjà été réalisée de nombreuses fois et s'obtient à travers l'équation de Lang et Kobayashi [31] qui décrit l'évolution du champ laser soumis à une faible rétroaction optique sous la forme d'un champ retardé. Appliqué au champ provenant d'une cavité optique, dont le caractère retardé résulte ici d'une somme infinie (un nouveau champ à chaque aller-retour) le comportement stationnaire de la fréquence couplée  $\omega$  s'écrit comme [7] :

$$\omega_L - \omega = \frac{\sqrt{\beta} \cdot \sqrt{1 + \alpha_H^2}}{2 \cdot \tau_{ECDL}} \cdot \left[ \begin{aligned} &\text{Re}[t_{R.O.}(\omega)] \cdot \sin(\omega \cdot \tau_B + \theta) \\ &- \text{Im}[t_{R.O.}(\omega)] \cdot \cos(\omega \cdot \tau_B + \theta) \end{aligned} \right] \quad (1.6)$$

où  $\omega_L$  est la fréquence de l'ECDL libre et  $\tau_{ECDL}$  est le temps de vie des photons dans l'ECDL.  $\beta$  est le taux de couplage, défini comme le rapport de la puissance optique réinjectée sur la puissance délivrée par l'ECDL.  $\tau_B = \frac{2 \cdot L_B}{c}$  est le temps d'aller-retour entre l'ECDL et la cavité de haute finesse où  $L_B$  est la longueur du bras d'injection.  $\theta$  est relié au coefficient d'Henry par  $\theta = \tan^{-1}(\alpha_H)$ .

On retrouve naturellement dans cette expression l'influence de la fonction de transfert de la cavité, mais son expression sous la forme de partie réelle et imaginaire souligne aussi l'importance de l'aspect dispersif de la résonance. Le rôle de la phase accumulée sur la longueur du bras d'injection est aussi souligné par les fonctions cosinus et sinus qui les multiplient. Le facteur présent devant les crochets indique, toute chose étant égale par ailleurs, que l'écart entre la fréquence libre et la fréquence couplée peut être d'autant plus important que : (i) le taux de couplage est important, (ii) le coefficient d'Henry<sup>3</sup> est élevé, (iii) le temps de vie des photons

---

<sup>3</sup>Sa présence au numérateur dans l'équation (1.6) se comprend par le fait que les variations de pertes et donc de gain induit par le phénomène d'interférence, s'accompagne dans les lasers à semi-conducteurs d'une variation supplémentaire de la fréquence.



dans l'ECDL est court.

Lorsque la fréquence couplée est hors résonance, la partie réelle et imaginaire de la fonction de transfert de la cavité étant nulles, celle-ci correspond à la fréquence de l'ECDL libre quelque soit la longueur du bras d'injection, on a  $\omega = \omega_L$ . Pour interpréter ce qui se passe lorsque la fréquence libre du laser rentre dans la résonance, il est utile de se représenter la partie réelle et imaginaire de la transmission de la cavité illustrées sur la figure 1.6. Aussi, pour discuter des effets fins du phénomène de verrouillage, nous avons représenté sur la figure 1.7 les solutions de la fréquence couplée de l'équation (1.6) en fonction de la fréquence libre pour une longueur fixe du bras d'injection telle que  $\omega_{res} \cdot \tau_B = -\theta$  où  $\omega_{res}$  est la fréquence exacte de résonance. On est alors dans le cas où seule la partie imaginaire, donc la partie dispersive, affecte le comportement de la fréquence couplée. Aussi, du fait de l'effet mémoire induit par les champs retardés, il est nécessaire de considérer le sens d'évolution de la fréquence libre. Pour une évolution croissante, seules les parties à pente positive sont suivies. L'entrée dans la résonance se fait alors par un saut directement dans la largeur à mi-hauteur du mode. Ensuite, malgré une variation significative de la fréquence libre, la fréquence couplée ne décrit qu'un très faible intervalle spectral compris dans cette largeur. De même que l'entrée, la sortie se fait par un saut conduisant à l'égalisation entre la fréquence couplée et la fréquence libre. Ce comportement, combinant la recherche du minimum de gain et la nature passive de la cavité face à l'effet moteur du balayage de la fréquence libre [7, 8], s'inverse entièrement lorsque la fréquence libre est parcourue dans le sens décroissant.

Sur la figure 1.8, nous présentons un enregistrement expérimental du comportement de la fréquence couplée qui vient d'être discutée. Celui-ci a été obtenu à

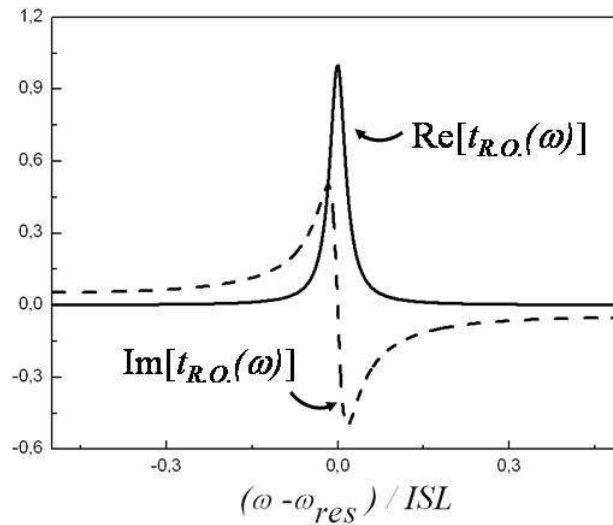


FIG. 1.6 – *Partie réelle et imaginaire du coefficient transmission  $t_{R.O.}(\omega)$  de la cavité linéaire en fonction de  $\omega$  rapportée à l'intervalle spectral libre de la cavité  $ISL$ . La finesse utilisée pour la simulation est de l'ordre de 10.*

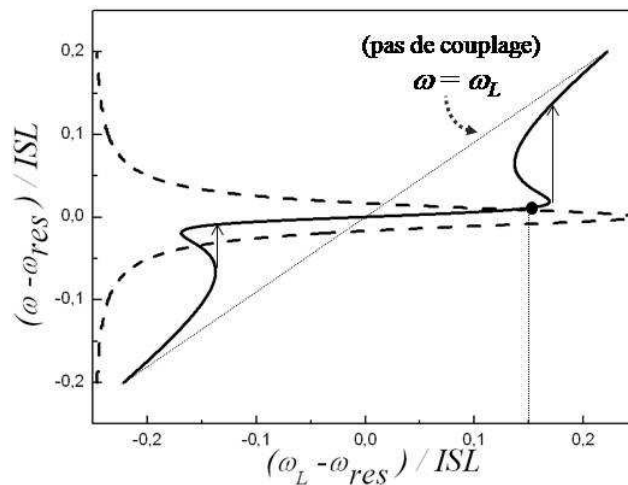


FIG. 1.7 – *Solutions analytiques (par l'équation (1.6)) et physiques (à l'aide des flèches) de la fréquence couplée en fonction de la fréquence libre rapportée à l' $ISL$  de la cavité lorsque  $\omega_{res} \cdot \tau_B = -\theta$ . La transmission de la cavité est aussi reportée en traits pointillés en prenant pour abscisse l'axe de la fréquence couplée et permet de visualiser la faible gamme spectrale balayée dans la largeur à mi-hauteur du mode de résonance. La finesse utilisée ici, de l'ordre de 10, est volontairement basse pour apprécier le comportement de la fréquence couplée.*

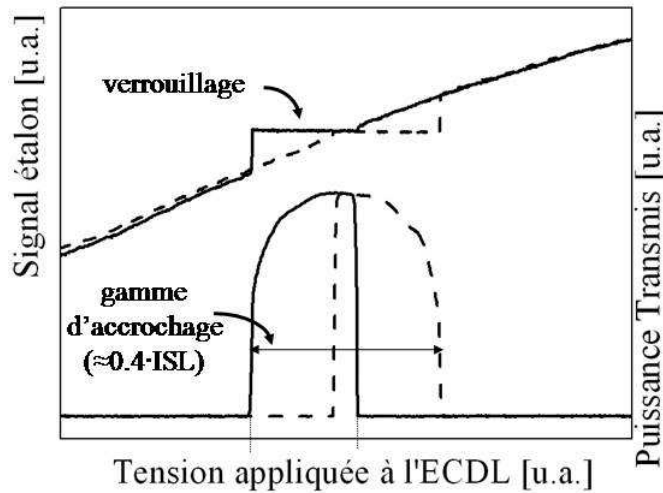


FIG. 1.8 – *Evolution du signal étalon et du signal transmis par la cavité en fonction de la tension appliquée au réseau de la cavité étendue de l'ECDL. La fréquence est balayée dans le sens croissant en traits pointillés et dans le sens décroissant en trait plein. Dans sa partie linéaire, le signal provenant de l'étalon basse finesse est proportionnel à la fréquence du laser et l'on retrouve l'évolution de la fréquence couplée calculée.*

l'aide du signal provenant de l'étalon basse finesse discuté précédemment. Ce comportement se retrouve naturellement sur le profil du signal transmis par la cavité au cours du balayage de la fréquence libre (dans le sens croissant en traits pointillés et décroissant en trait plein). La distance laser-cavité est fixée de sorte que  $\omega_{res} \cdot \tau_B$  correspond à la valeur des figures théoriques de  $-\theta$ . En effet, le fort ralentissement de la vitesse de balayage lorsque la fréquence entre dans la largeur du mode conduit à un profil transmis considérablement élargi. Notons qu'une fois rentrée dans la résonance, la fréquence couplée reste comprise dans le mode pour un intervalle de fréquence libre s'étalant loin de part et d'autre de la fréquence exacte de résonance où la transmission est maximum. Cet intervalle correspond à la gamme d'accrochage et est d'autant plus grand que le taux de couplage est grand. Typiquement dans nos montages celle-ci est comprise entre 30% et 100% de l'intervalle spectral libre de la

cavité. Un autre aspect à souligner, est que cette diminution drastique du balayage se retrouve également dans un amortissement tout aussi drastique des fluctuations de la fréquence conduisant à l'affinement spectral déjà discuté. Dans [7], traitant de la théorie complète du système couplé, il est montré qu'en présence de bruit  $1/f$  l'affinement de la largeur de raie est proportionnel à cette pente.

D'autres longueurs du bras d'injection conduisent à d'autres comportements de la fréquence couplée menant à des gammes d'accrochages qui ne sont maintenant plus centrées sur l'exakte résonance et d'étendues variables voir quasi nulles. Cela est illustré sur la figure 1.9 pour quatre longueurs du bras donnant des valeurs de  $\omega_{res} \cdot \tau_B$  en quadratures.

Sur l'ensemble de ces figures, figure 1.7 et figure 1.9, est également repérée (point noir et trait vertical en pointillés), pour une fréquence libre fixée, l'évolution de la fréquence couplée pour différentes longueurs du bras. On s'aperçoit donc, que pour un écart donné de la fréquence libre à la fréquence de résonance, qu'il est également possible en ajustant la longueur du bras de rentrer dans le mode, d'en balayer des parties et d'en sortir. Ce comportement est illustré sur la figure 1.10 où, pour différentes valeurs de l'écart de  $\omega_L$  à  $\omega_{res}$ , sont représentées les évolutions expérimentales et calculées (à l'aide de l'équation (1.6)) de la fréquence couplée (trait plein gris) et du profil en transmission (trait plein noir) en fonction d'une variation continue de la longueur du bras. Expérimentalement, celle-ci est variée par l'application d'une tension sur la câle piézoélectrique supportant le rétroréfecteur coin de cube. Pour les figures présentées, la longueur varie sur un peu plus d'une longueur d'onde ce qui correspond à la résonance exacte à une phase accumulée sur un trajet aller-retour de plus de  $4\pi$  radians. Comme précédemment la fréquence couplée est identifiée au signal provenant de l'étalon basse finesse dans sa partie

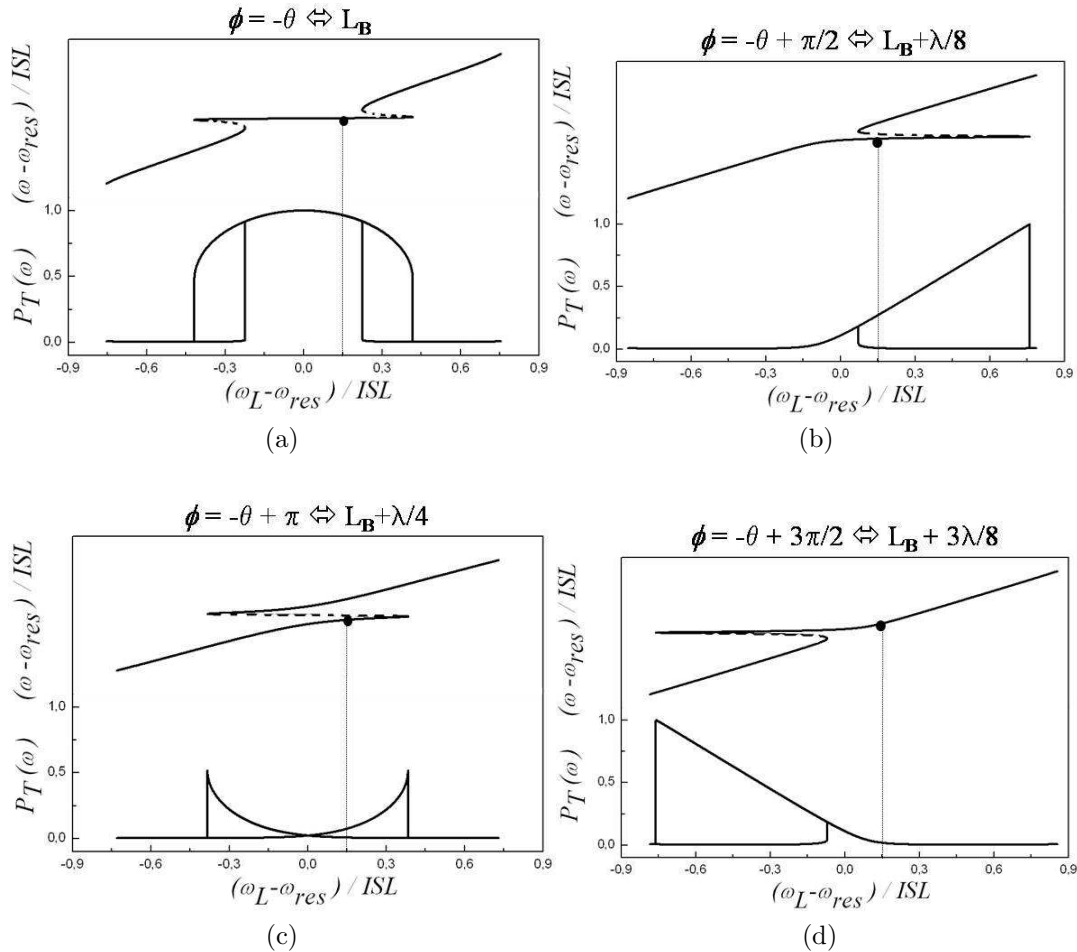


FIG. 1.9 – Evolutions calculées pour une finesse de 3000 de la fréquence couplée et de la transmission en fonction de la fréquence libre de l'ECDL pour différentes phases de la rétroaction optique ou de manière équivalente de la longueur du bras d'injection. Les longueurs du bras sont choisies de façon à ce que le comportement de la fréquence soit gouverné soit par la partie imaginaire soit par la partie réelle. Les domaines en pointillés définissent les solutions analytiques instables de la fréquence couplée.

linéaire.

Lorsque la fréquence libre coïncide avec la résonance exacte de la cavité (figures du haut), on remarque que la variation continue de la longueur du bras conduit à une variation continue de la fréquence couplée. Cette dernière est balayée au travers de la résonance comme on l'observe sur le profil du signal transmis. Bien entendu, la résolution de l'étalon basse finesse ne permet pas de résoudre la largeur du mode et le signal est constant quelque soit la longueur du bras. On remarque une bonne adéquation entre le calcul et l'expérience avec une légère différence sur l'évolution de la fréquence couplée en dehors de la résonance.

Sur la figure 1.10(c) la fréquence libre de l'ECDL est éloignée de part et d'autre de la résonance exacte, au dessus ( $\omega_{L+}$ ) pour les courbes en traits gras et en dessous ( $\omega_{L-}$ ) pour les courbes en traits fins. L'écart en fréquence est ici de l'ordre de la centaine de largeurs à mi-hauteur de la cavité haute finesse. On observe que certaines valeurs du bras permettent de retrouver tout de même le mode de résonance. L'entrée et la sortie dans le mode se font par saut de fréquence comme l'illustre les profils transmis et la trace binaire du signal étalon : la fréquence couplée soit correspond à la fréquence libre soit est comprise dans le mode de résonance de la cavité. Les profils simulés sont ici encore en assez bon accord avec les mesures expérimentales.

Enfin, sur la figure 1.10(e) la fréquence libre est cette fois trop écartée de la fréquence de résonance exacte pour conduire à un quelconque verrouillage quelque soit la longueur du bras (le signal transmis par la cavité est nul sur toute la plage de variation). Notons que, la très faible décroissance de la partie imaginaire de la transmission de la cavité avec la fréquence conduit tout de même à l'observation d'une légère modulation de la fréquence couplée.

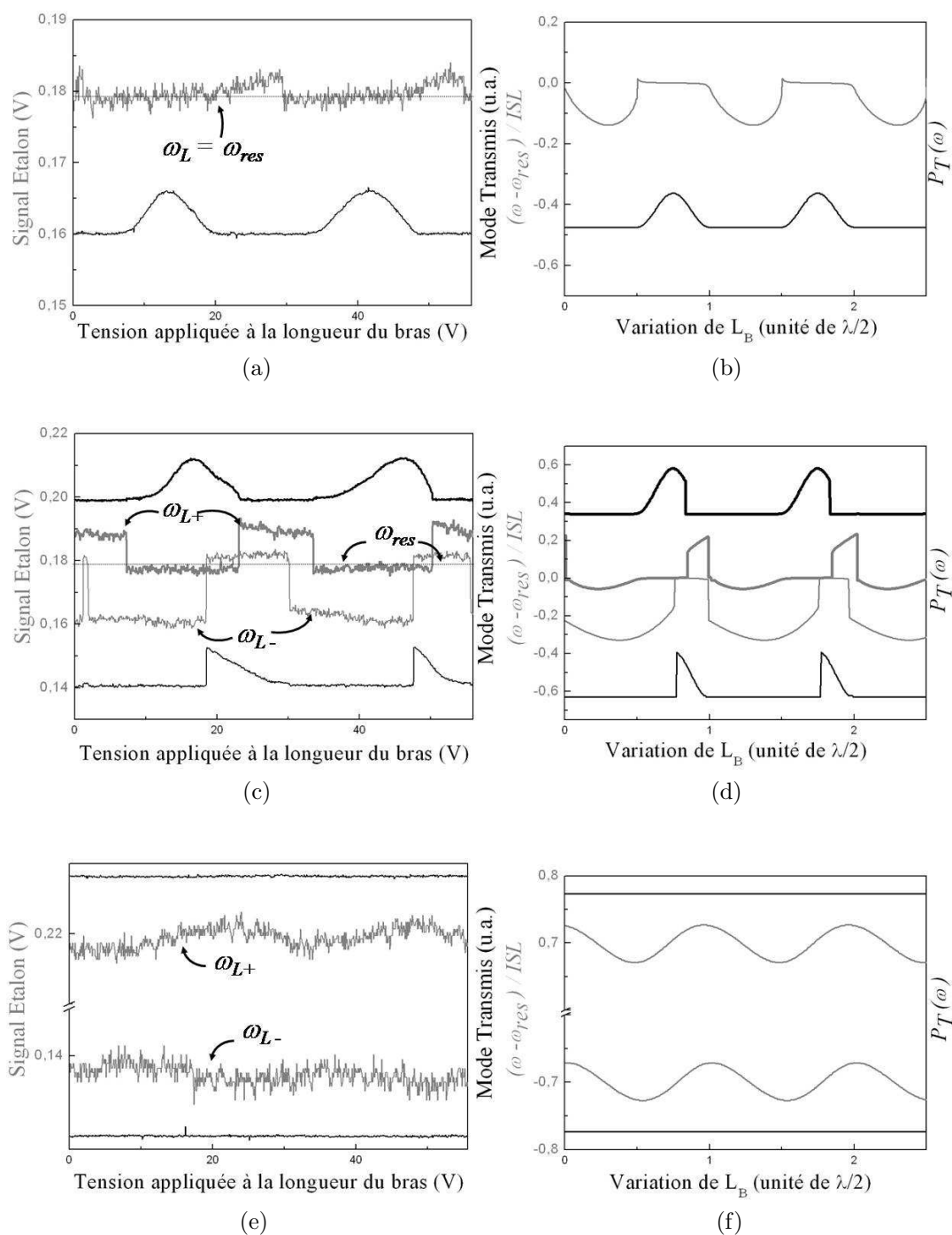


FIG. 1.10 – Evolution expérimentale (à gauche) et simulée (à droite) de la fréquence couplée et de la transmission en fonction de la longueur du bras d'injection pour différents écarts entre la fréquence libre et la fréquence de résonance. La description est dans le texte.

Finalement, il est clair qu'au travers des différentes observations, la coïncidence entre la fréquence libre et la fréquence de résonance de la cavité haute finesse n'est pas une condition suffisante pour assurer la résonance exacte et donc le maximum de transmission. La phase de l'onde réinjectée est le paramètre clef et il est alors aussi nécessaire de contrôler la longueur du bras d'injection. En fait, puisque c'est le produit de la fréquence par la longueur qui définit la phase, ces deux paramètres, fréquence libre et longueur de bras, sont même fortement interdépendants puisque tous deux agissent sur la fréquence couplée.

En pratique, la présence de nombreux composants optiques le long du bras d'injection (miroirs de renvoi, miroirs de couplage, lentilles, optiques de polarisation), associée à une bonne stabilisation en courant et en température de l'ECDL, font que c'est généralement la longueur du bras qui est la première susceptible de varier. Il est donc préférable d'agir dans un premier temps sur la longueur du bras pour ensuite contrôler les dérives plus lentes de l'écart entre la fréquence libre et l'exacte résonance. Ainsi, en agissant sur chacun d'eux avec des constantes de temps très différentes, il est possible de dissocier leurs interdépendances sur la fréquence couplée.

Il reste alors à déterminer les deux signaux d'erreur qui vont permettre de les contrôler. L'un pour indiquer l'écart entre la fréquence couplée et la fréquence de résonance exacte et permettre d'ajuster la longueur du bras et le second pour indiquer l'écart entre la fréquence de résonance exacte et la fréquence libre et ainsi ajuster cette dernière.



### 1.2.3 Maintien du couplage à la résonance exacte : obtention des signaux d'erreur

Pour être quantitatif sur les signaux d'erreur et les simuler par le calcul, il est plus aisé d'exprimer la relation de la fréquence couplée donnée en (1.6) en terme d'écart à une configuration de consigne correspondant à l'exacte résonance. Cette consigne se résume avec les notations utilisées jusqu'à présent à :

$$\begin{aligned}\omega &= \omega_{res0} = \omega_L \\ \omega_{res0} \cdot \tau_{B0} &= -\theta \quad [2\pi]\end{aligned}\tag{1.7}$$

où  $\omega_{res0}$  est définie par une longueur de la cavité particulière  $L_{Cav0}$  et où  $\tau_{B0}$  est fixé par une longueur de bras particulière  $L_{B0}$ .

Les écarts de ces trois paramètres,  $\omega_{res}$ ,  $\omega_L$  et  $\tau_B$ , à cette consigne peuvent s'écrire de façon similaire à [10] par l'introduction de trois angles  $\gamma$ ,  $\psi$  et  $\phi$  comme,

$$\begin{aligned}\omega_{res} &= \omega_{res0} + \frac{\gamma}{2\pi} \cdot ISL \\ \omega_L &= \omega_{res0} + \frac{\psi}{2\pi} \cdot ISL \\ \omega_{res} \cdot \tau_B &= \omega_{res} \cdot \tau_{B0} + \phi \quad [2\pi]\end{aligned}\tag{1.8}$$

où  $ISL$  est l'intervalle spectral libre à la consigne de la cavité haute finesse.

Ces écarts conduisent alors à une variation de la fréquence couplée autour de la fréquence de résonance exacte que l'on exprime en fonction d'un nouvel angle  $\chi$  comme :

$$\omega = \omega_{res} + \frac{\chi}{2\pi} \cdot ISL\tag{1.9}$$

## 1.2. Couplage optique de l'ECDL sur une cavité de haute finesse

---

En supposant que ces variations sont faibles devant l'intervalle spectral libre et en ne conservant que les termes du premier ordre, la relation (1.6) se réécrit alors en fonction des nouvelles variables ((1.8) et (1.9)) comme :

$$\psi - \gamma - \chi = K \cdot \frac{\sin[\phi + (J + 1) \cdot \chi + J \cdot \gamma] - R \cdot \sin[\phi + J \cdot (\chi + \gamma)]}{1 - 2 \cdot R \cdot \cos(\chi) + R^2} \quad (1.10)$$

où  $J = \frac{L_{BO}}{L_{Cav0}}$  et  $K = \frac{\sqrt{\beta} \cdot \sqrt{1 + \alpha_H^2} \cdot L_{Cav0} \cdot T \cdot \sqrt{R}}{c \cdot \tau_{ECDL}}$ .

Cette expression générale permet de traiter de la même façon le cas où c'est la cavité qui est asservie sur le laser et le cas où il s'agit du laser qui est asservi sur la cavité. Ce dernier est le cas choisi dans notre dispositif, on a alors  $\gamma = 0$ , et l'équation (1.10) décrivant l'évolution de la fréquence couplée implicitement, se réécrit comme :

$$\psi - \chi = K \cdot \frac{\sin[\phi + (J + 1) \cdot \chi] - R \cdot \sin(\phi + J \cdot \chi)}{1 - 2 \cdot R \cdot \cos(\chi) + R^2} \quad (1.11)$$

La valeur de la fréquence couplée détermine le signal transmis par la cavité,  $\mathcal{T}(\chi)$ , définit par :

$$\mathcal{T}(\chi) = |t(\chi)|^2 = \left( \frac{T}{1 - R} \right)^2 \cdot \frac{1}{1 + \left( \frac{2F}{\pi} \right)^2 \cdot \sin^2(\chi/2)} \quad (1.12)$$

où  $t(\chi)$  est le coefficient en transmission en amplitude de la cavité donné en (1.4) au changement de variable près. Le signal transmis par la cavité dépend alors implicitement, d'après (1.11), uniquement de l'écart de la longueur du bras  $\phi$  et l'écart de la fréquence libre  $\psi$ .

Un signal d'erreur pour ajuster la longueur du bras, peut être obtenu en prenant la dérivée du signal transmis par rapport à la fréquence libre. Expérimentalement,

la fréquence de l'ECDL libre est faiblement modulée et l'analyse de la puissance optique transmise par la cavité par une détection synchrone à la fréquence de modulation génère un signal proportionnel à la dérivée. Pour avoir une image fidèle de la dérivée, l'amplitude de modulation doit être très faible devant la gamme d'accrochage et sa fréquence inférieure à la bande passante de la cavité. Sur la figure 1.11 sont illustrées les courbes expérimentales et simulées du signal transmis ainsi que sa dérivée (signal 1  $f$ ) en fonction de la longueur du bras et montre l'adéquation de ce signal pour l'asservir.

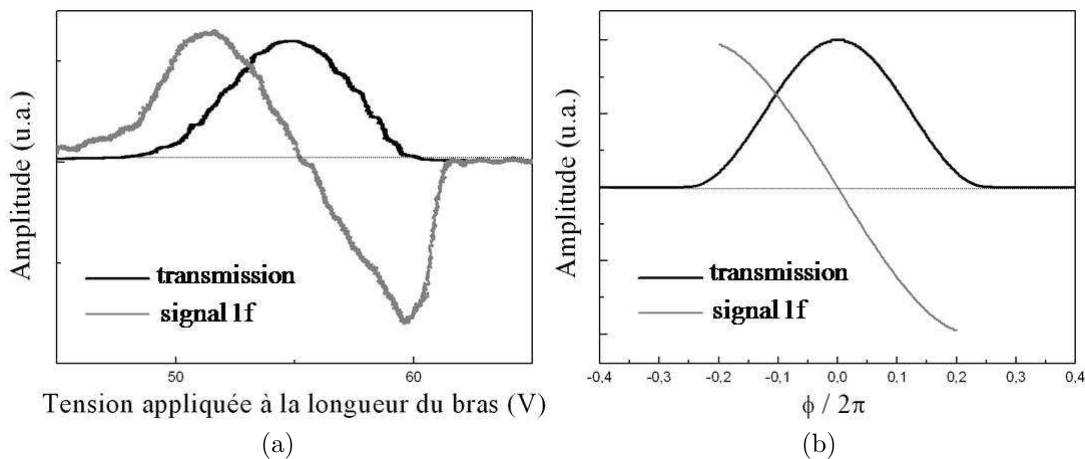


FIG. 1.11 – *Evolution expérimentale (figure (a)) et calculée (figure (b)) du signal 1f en fonction de la variation de la longueur du bras. La fréquence libre est dans ce cas-ci égale à la fréquence de résonance de la cavité ( $\psi = 0$ ).*

Afin de remonter au signal 1  $f$  par le calcul, la dérivée du signal transmis en fonction de la fréquence libre  $\frac{dT(\chi)}{d\psi}$  se décompose en produit de deux fonctions  $\frac{dT(\chi)}{d\chi}$  et  $\frac{d\chi(\psi;\phi)}{d\psi}$ . Pour déterminer cette dernière, la relation (1.11) a été linéarisée au second ordre autour de  $\chi = 0$  (résonance exacte) et permet d'avoir une expression de  $\chi$  en fonction de  $\psi$  et  $\phi$  c'est à dire en fonction de la fréquence libre et de

## 1.2. Couplage optique de l'ECDL sur une cavité de haute finesse

---

l'écart du bras. On obtient donc cette dérivée pour différentes valeurs du bras  $\phi$ , la fréquence libre  $\psi$  étant fixée. C'est ce que représente la figure 1.11(b) pour  $\psi = 0$ .

Très proche de la résonance, c'est la pente  $p$  de ce signal d'erreur qui discrimine l'écart à la résonance exacte et c'est donc cette pente qui va nous permettre d'évaluer l'affinement du laser à travers le bruit sur le signal d'erreur. Après quelques calculs, celle-ci s'exprime comme :

$$p = \frac{T}{\sqrt{\beta} \cdot \sqrt{1 + \alpha_H^2}} \cdot \frac{4}{\pi^2} \cdot \frac{ISL^2}{\Delta\nu_{Cav} \cdot \Delta\nu_{ECDL}} \quad (1.13)$$

où  $\Delta\nu_{Cav}$  et  $\Delta\nu_{ECDL}$  sont les largeurs de mode de la cavité respectivement de haute finesse et de l'ECDL. On peut cependant à travers l'enregistrement de la figure 1.11, directement mesurer cette pente à travers la connaissance de la largeur à mi-hauteur.

Supposons maintenant que le bras ait été ajusté de façon à garantir l'exacte résonance où  $\chi = 0$ , l'équation (1.11) se réécrit immédiatement comme :

$$\psi = \frac{K}{1 - R} \cdot \sin \phi \quad (1.14)$$

Celle-ci indique, comme constaté dans la section précédente, l'interdépendance du bras et de la fréquence libre pour maintenir la résonance exacte. Elle indique aussi, que  $\psi$  est borné sur un intervalle d'autant plus faible que le taux couplage (inclus dans  $K$ ) est faible. Il est donc essentiel pour un taux de couplage donné de déterminer un second signal d'erreur pour limiter les dérives de  $\psi$  (fréquence libre) dans une gamme de valeur où le bras d'injection sera toujours susceptible d'ajuster la fréquence couplée à la résonance exacte.

Une façon de faire, proposée initialement par [9], consiste à mesurer la faible asymétrie du profil transmis à résonance sondé par la faible modulation appliquée à la fréquence libre. En effet, comme illustré sur la figure 1.12 pour trois couples  $(\phi; \psi)$  particuliers vérifiant la condition (1.14), le profil transmis pour une modulation  $\Delta\psi$ , ici très exagérée, n'est rigoureusement symétrique qu'uniquement lorsque la fréquence libre coïncide avec la fréquence de résonance exacte ( $\psi = 0 \rightarrow \phi = 0$ ). Aussi l'asymétrie changeant de signe de part et d'autre elle constitue bien le signal d'erreur voulu.

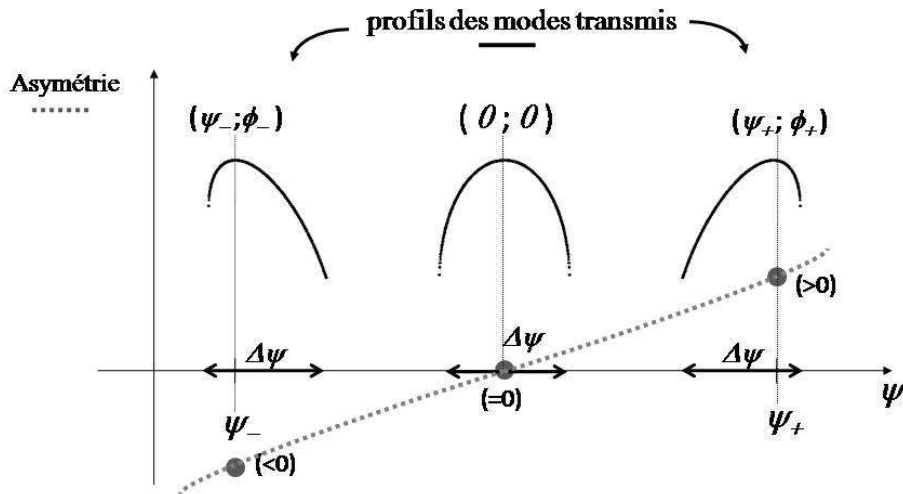


FIG. 1.12 – Visualisation de l'asymétrie du profil transmis par la cavité pour trois configurations de fréquence libre  $\psi$  et de longueur du bras  $\phi$  permettant d'atteindre le maximum de résonance  $\chi = 0$ . Le niveau d'asymétrie est reporté schématiquement en fonction du profil sondé par les points noirs. Il apparaît clairement un changement de signe de l'asymétrie au passage de la configuration optimale ( $\psi = 0; \phi = 0$ ). Elle permet donc de la discriminer et constitue le signal d'erreur voulu. Par souci de visibilité, l'excursion  $\Delta\psi$  est largement exagérée puisqu'elle correspond ici à une variation de la fréquence couplée de l'ordre de la largeur à mi-hauteur du mode de résonance.

L'asymétrie du profil correspond à sa dérivée troisième et s'obtient expérimentalement en démodulant le signal transmis par la cavité à la fréquence triple de celle utilisée pour le signal dérivée. Ici encore la fréquence triple doit être inférieure

à la bande passante de la cavité et fixe donc la valeur maximale de la fréquence de modulation.

Sur la figure 1.13 nous reportons l'enregistrement du second signal d'erreur (signal  $3f$ ). Pour l'obtenir, une légère rampe de tension est appliquée sur le réseau de l'ECDL alors que le signal  $1f$  est utilisé afin d'ajuster la longueur du bras pour conserver la résonance exacte. Pour une rampe suffisamment lente vis à vis de la correction du bras, il est possible de balayer adiabatiquement les différents couples de paramètres vérifiant la condition (1.14). Une modulation importante de la fréquence libre, que l'on observe sur le signal transmis, s'est avérée nécessaire pour faire apparaître distinctement le signal démodulé à la troisième harmonique.

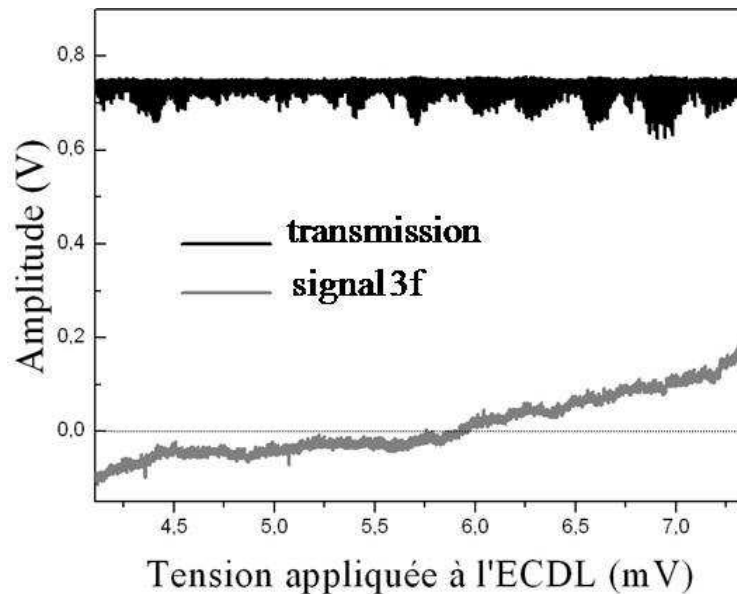


FIG. 1.13 – *Mesure expérimentale du signal  $3f$ . Il provient de la démodulation du signal transmis à résonance par la cavité à la fréquence triple de la modulation de la fréquence libre. Le maintien de la résonance est assuré par l'ajustement de la longueur du bras grâce à l'utilisation du signal  $1f$ . L'inversion de signe avec la rampe de tension appliquée à l'ECDL signifie que la fréquence libre est passée par l'exacte résonance du mode.*

Finalement avec l'utilisation de ce signal d'erreur et une correction très lente devant celle provenant du signal  $1 f$ , il doit être possible d'asservir simultanément la fréquence libre de l'ECDL et la longueur du bras d'injection et de garantir ainsi durablement l'exacte résonance avec un mode de la cavité.

## Conclusion

L'objectif de ce chapitre a été de décrire le couplage optique de l'ECDL sur un mode d'une cavité de haute finesse afin d'identifier les paramètres clés à contrôler et les moyens d'action pour maintenir durablement la fréquence du laser à l'exacte résonance.

Pour cela, nous avons tout d'abord décrit le fonctionnement seul de l'ECDL en configuration Littrow utilisé expérimentalement. Le balayage de la fréquence est réalisée par l'application d'une tension sur la câle piézoélectrique supportant le réseau. Son accordabilité continue monomode sur  $40\text{ GHz}$  est assurée par le fonctionnement feedforward de l'ECDL décrit dans la section 1.1.

Ensuite l'ECDL est couplée à une cavité de haute finesse par la rétroaction optique d'une partie du champ intracavité transmis par le miroir d'entrée. Un filtre en polarisation, basé sur la sélection intracavité d'une polarisation par une lame de microscope placée à l'incidence Brewster, éjecte du trajet retour le champ directement réfléchi du champ constructif. L'effet de ce dernier réinjecté dans l'ECDL, est de verrouiller la fréquence d'émission de l'ECDL sur la résonance du mode de la cavité et d'affiner la raie laser. Toutefois nous avons montré, à travers la description de la fréquence du laser et des profils transmis par la cavité, que pour atteindre l'exacte résonance il était nécessaire d'ajuster à la fois la fréquence libre et la longueur du bras d'injection. Nous avons décrit la possibilité, avec une stratégie de modulation de fréquence et de démodulation du signal transmis par la cavité, d'obtenir deux signaux d'erreur pour chacun des deux paramètres. Le premier, correspond à la dérivée de la transmission et permet d'ajuster la longueur du bras de sorte que la fréquence couplée soit à l'exacte résonance. Le second, mesure la



## CHAPITRE 1. Couplage optique d'une diode ECDL sur une cavité de haute finesse

légère asymétrie du profil sondée par la modulation de fréquence et permet de corriger les dérives lentes de la fréquence libre.

# Chapitre 2

## Schéma et performances de l'asservissement

### Introduction

Dans ce chapitre, nous décrivons le dispositif expérimental mis en place pour réaliser le contrôle de la longueur du bras et de la fréquence libre de l'ECDL et les performances obtenues en terme de stabilité du signal transmis par la cavité.

Dans un premier temps, puisque la stabilisation de la fréquence du laser repose sur la réinjection dans l'ECDL d'une partie du champ constructif de la cavité haute finesse, nous validons le réglage du filtre en polarisation permettant de supprimer du trajet retour la réflexion directe du miroir d'entrée. Ensuite, nous présentons le dispositif électronique et informatique mis en place pour obtenir les signaux d'erreur introduits précédemment et les signaux de correction.

Avec la boucle de régulation en fonctionnement, les performances de l'asservissement sont ensuite présentées à travers l'analyse du signal transmis par la cavité.

Nous montrons que le maintien de la résonance a pu être conservé sur plus d'une dizaine d'heures. Enfin nous montrerons que la fréquence du laser a pu être balayée continument sur plusieurs intervalles spectraux libres de la cavité.

## 2.1 Schéma de l'asservissement

### 2.1.1 Asservissement optique : réglage du filtre en polarisation

Dans la section 1.2 du chapitre 1 nous avons fait le choix d'utiliser comme rétroaction optique une partie du champ intracavité réfléchi par la cavité de haute finesse. Pour supprimer le champ directement réfléchi par le miroir d'entrée un dispositif sélectif en polarisation a été mis en place dont le fonctionnement a été décrit en 1.2.1. Nous validons ici son réglage.

La figure 2.1 représente le dispositif optique simplifié de l'injection de la cavité de haute finesse présenté dans le chapitre 1. Deux photodiodes ont été ajoutées pour mesurer respectivement une partie de la puissance du laser et une partie de la puissance de rétroaction optique. Ces deux mesures permettent ainsi de connaître le taux de couplage  $\beta$ . L'enregistrement du signal étalon renseigne sur la perturbation de la fréquence du laser.

En insérant un obstacle dans la cavité, la puissance de la rétroaction optique provient uniquement de la réflexion du miroir d'entrée  $M_1$ . Le filtre en polarisation est réglé lorsque cette dernière est minimale. Une fois l'axe du polariseur fixé, seul l'ajustement de la lame quart d'onde est nécessaire pour régler le filtre. Pour un réglage optimal de cette dernière, en plus du positionnement de ses axes propres,

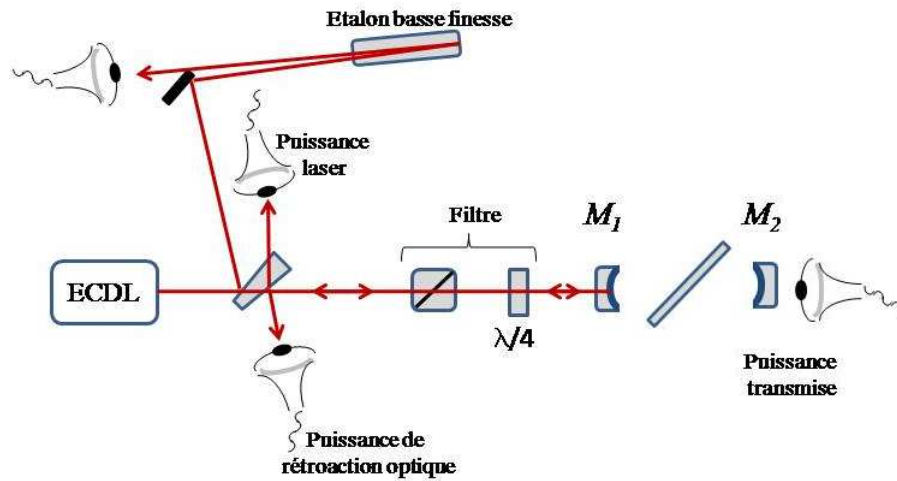


FIG. 2.1 – *Schéma optique simplifié de l'injection de la cavité haute finesse. Pour un réglage optimal du filtre en polarisation, la puissance de rétroaction optique est minimisée.*

il est utile du fait des faibles réflexions internes de permettre la rotation du plan de la lame autour de chacun des axes propres [32].

Sur la figure 2.2, nous présentons pour différents niveaux de réglage du filtre, donc pour différents taux de couplage  $\beta$  mesurés, l'enregistrement du signal étalon lorsque la fréquence libre de l'ECDL est balayée au cours du temps.

Pour des taux de couplage supérieurs à  $3 \cdot 10^{-4}$  (figure 2.2(a)), le contraste atténué du signal étalon et son bruit important indiquent un fonctionnement multimodes instable de l'ECDL correspondant à une perte partielle de la cohérence de l'onde laser. Entre  $10^{-4}$  et  $10^{-5}$  (figure 2.2(c) et (d)), la rétroaction optique du miroir d'entrée perturbe le balayage linéaire de la fréquence (traces crénelées) sans pour autant empêcher l'émission monomode de l'ECDL (contraste maximal du signal étalon).

L'enregistrement de la figure 2.2(e) correspond au réglage optimal du filtre. L'atténuation maximale de la réflexion directe du miroir d'entrée est alors de  $3 \cdot 10^{-6}$ .

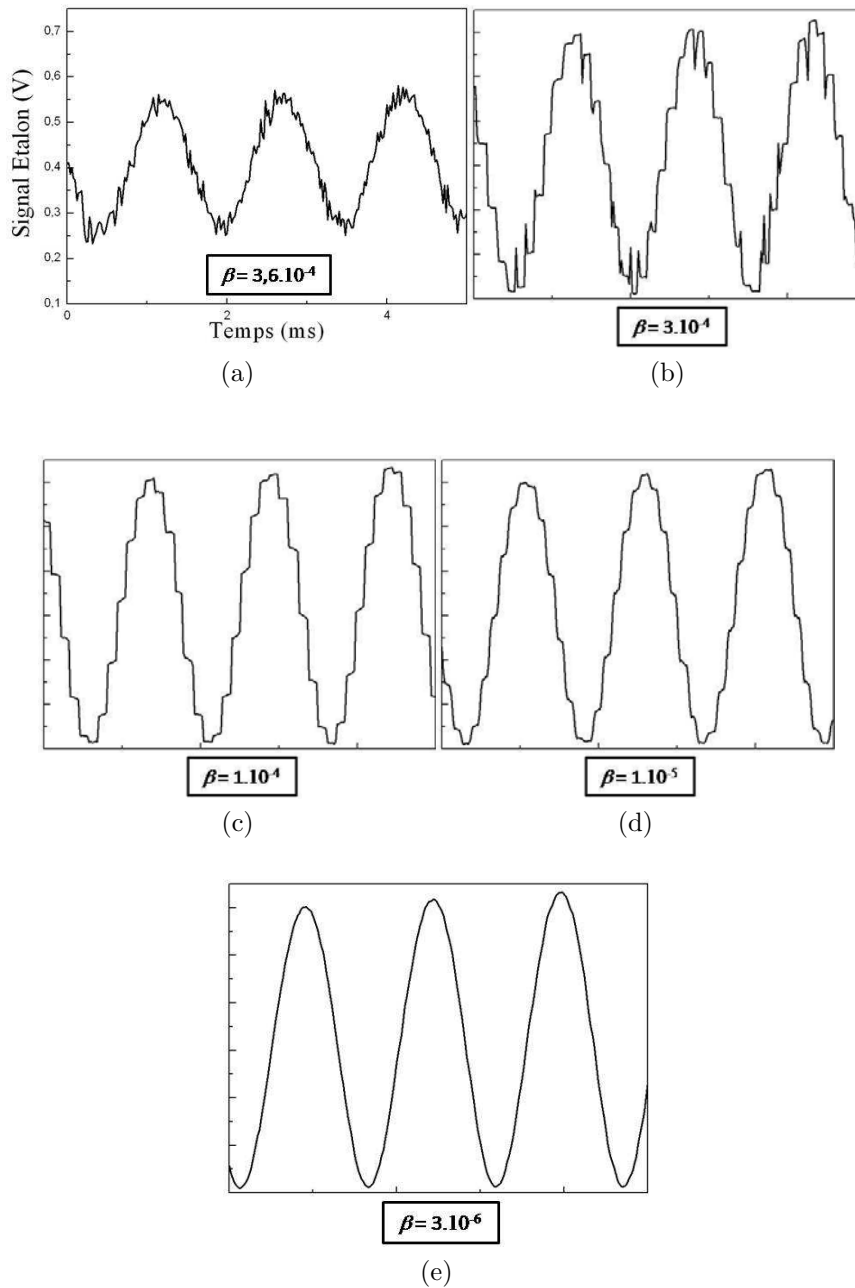


FIG. 2.2 – **Signal de l'étalon basse finesse et taux de couplage de la réflexion directe du miroir d'entrée pour différents réglages du filtre en polarisation.** Les échelles des axes des abscisses et des ordonnées sont identiques pour les cinq figures. De la figure (a) à (e) le réglage converge à sa position optimale où le taux de couplage résiduel est estimé à  $3 \cdot 10^{-6}$ . En position déréglé, la structure crénelée périodique observée correspond à l'intervalle spectral libre de la cavité parasite constituée alors par le miroir d'entrée de la cavité.

Cette valeur limite correspond au taux d'extinction du cube polariseur utilisé. Sur la figure 2.3, nous comparons cette trace étalon avec celle enregistrée lorsque le miroir d'entrée est masqué par un drap noir. Par contraste, on remarque que la fréquence laser est encore très faiblement perturbée (ondulation pointée par les flèches). Ceci nous renseigne tout d'abord sur la sensibilité de l'ECDL en configuration Littrow jusqu'à des taux de rétroactions optiques aussi faibles que  $10^{-6}$ . A titre de comparaison, la sensibilité des ECDL en configuration Littmann-Metcalf se situe à des taux de couplage compris entre  $10^{-2}$  et  $10^{-4}$  [29] conformément aux différences des durées de vies des photons dans chacune des ECDL. De plus, la qualité de la trace d'étalon permet d'identifier des perturbations d'aussi faible intensité faisant donc de ce système un capteur sensible du défaut d'extinction du filtre en polarisation. Nous nous servirons de cette propriété dans la deuxième partie du manuscrit pour estimer la borne maximale du taux d'extinction d'un polariseur circulaire.

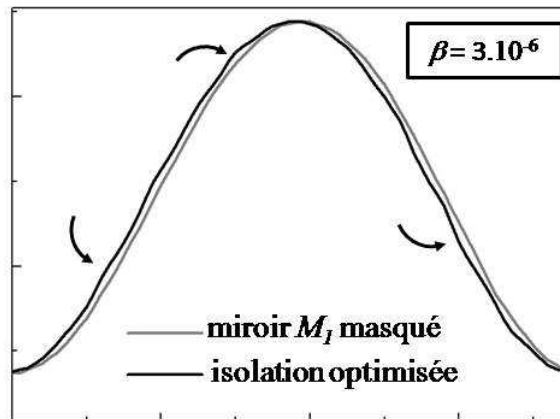


FIG. 2.3 – *Comparaison de la trace étalon dans le cas du réglage optimal du filtre en polarisation et lorsque le miroir d'entrée de la cavité est masqué. La faible modulation résiduelle indique qu'au réglage optimal la réflexion directe du miroir d'entrée ( $\beta = 10^{-6}$ ) perturbe légèrement le balayage linéaire de l'ECDL. Cela fait du signal étalon et de l'ECDL un capteur sensible du défaut d'extinction du filtre en polarisation.*

Finalement, une fois l'obstacle intracavité retiré, uniquement une partie du champ constructif intracavité polarisé dans le plan de Brewster transmis par le miroir d'entrée est en mesure d'être réinjecté dans l'ECDL. Cela est illustré sur la figure 2.4 où la fréquence libre de l'ECDL est balayée sur  $8\text{ GHz}$  en environ  $10\text{ ms}$ . La puissance de rétroaction optique (trait plein gris) est l'image à l'identique de la puissance transmise par le miroir de sortie (trait plein noir). Le taux de couplage est de  $3.10^{-5}$  (un ordre de grandeur supérieur à celui résiduel de la réflexion directe), ce qui correspond pour l'ECDL utilisée à une gamme d'accrochage de quasiment un intervalle spectral libre. La trace étalon placée au-dessus, n'est plus du tout une sinusoïde mais une succession de paliers à l'image de la fréquence laser verrouillée successivement sur chacun des modes de la cavité.

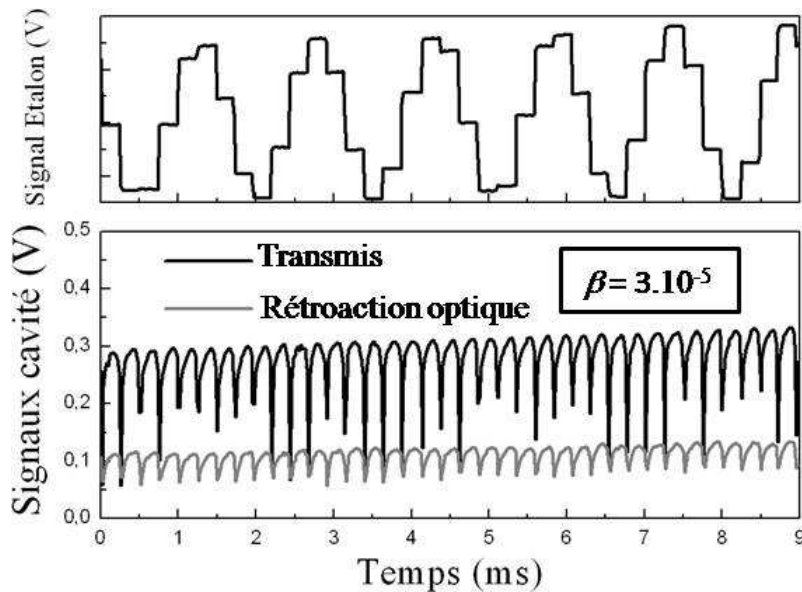


FIG. 2.4 – *Figures transmises par la cavité mesurées derrière le miroir de sortie (trait plein noir) et en rétroaction optique (trait plein gris) en fonction du balayage de la fréquence libre de l'ECDL sur  $8\text{ GHz}$ . La trace étalon présentée au dessus témoigne du verrouillage de la fréquence du laser sur les modes successifs de la cavité.*

### 2.1.2 Asservissement électronique : dispositif informatique et électronique

Nous présentons ici les moyens électroniques et informatiques mis en oeuvre expérimentalement pour le maintien de la fréquence du laser à la résonance exacte de la cavité par le contrôle de la fréquence libre et de la longueur du bras décrit dans la section 1.2.3 du chapitre 1. L'ensemble des éléments utilisés est illustré sur la figure 2.5.

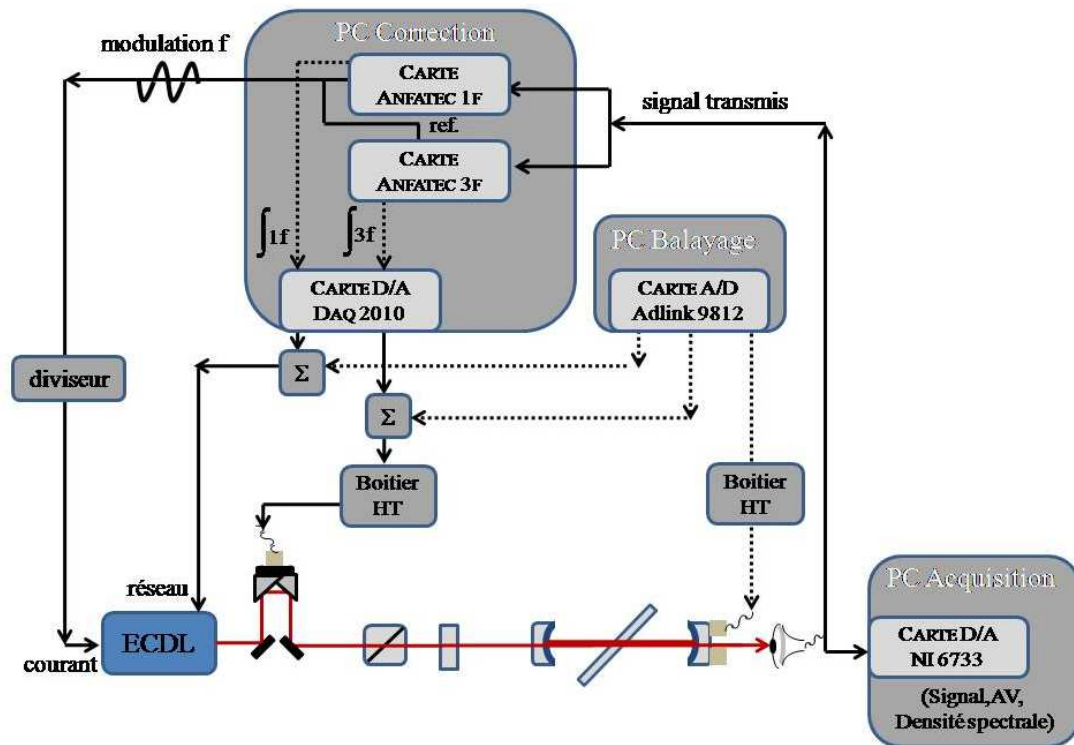


FIG. 2.5 – *Eléments du dispositif électronique et informatique afin de corriger la longueur du bras et la fréquence libre de l'ECDDL à l'exacte résonance.*

Le dispositif repose essentiellement sur deux cartes PCI de détection synchrone numérique (Anfatec Instrument AG) qui déterminent le signal d'erreur  $1f$  (carte



1  $f$ ) et le signal d'erreur 3  $f$  (carte 3  $f$ ). Leurs références peuvent être aussi bien une tension TTL interne qu'une tension TTL externe. Dans ce dernier cas, un asservissement à verrouillage de phase permet alors de générer en interne le signal TTL à la même fréquence que la référence externe. C'est dans cette configuration que la carte 3  $f$  est utilisée où le signal de référence externe provient du signal de référence généré en interne par la carte 1  $f$ . C'est aussi cette dernière qui génère une tension sinusoïdale à la même fréquence que sa référence qui, appliquée au module de contrôle du courant de pompe du semiconducteur, module la fréquence libre de l'ECDL. En effet, l'amplitude de cette modulation est suffisamment faible pour ne pas avoir à appliquer une tension proportionnelle sur le réseau. Rappelons que celle-ci est nécessaire dans le cas de balayage plus important. Un diviseur de tension est inséré afin d'ajuster l'amplitude de modulation qui dépend aussi du taux de couplage.

La troisième harmonique de cette fréquence doit être inférieure à la bande passante  $\Delta\nu$  de la cavité pour obtenir avec un maximum d'amplitude le signal d'erreur 3  $f$ . Pour la déterminer, on mesure le temps de vie des photons dans la cavité, qui, à un facteur  $2\pi$  près, est égale à l'inverse de la bande passante de la cavité haute finesse. Il correspond au temps caractéristique de la décroissance exponentielle de la puissance intracavité après l'interruption rapide de l'émission laser. Celle-ci est réalisée par un interrupteur FET commandé en tension, ajouté au système initial du constructeur et placé directement sur le circuit électrique de la tête laser. De cette façon un temps d'interruption inférieur à la  $\mu s$  est obtenue. Une trace de la décroissance exponentielle est présentée sur la figure 2.6. Son ajustement conduit à un temps de vie de  $3\mu s$  et conduit donc à une bande passante de la cavité de 50  $kHz$ . Pour un ISL de 150  $MHz$ , cela correspond à une finesse de 3 000. Cela

fixe la valeur maximale de la fréquence de modulation aux alentours de  $15\text{ kHz}$ , toutefois dans les résultats présentés elle est fixée à  $8\text{ kHz}$ .

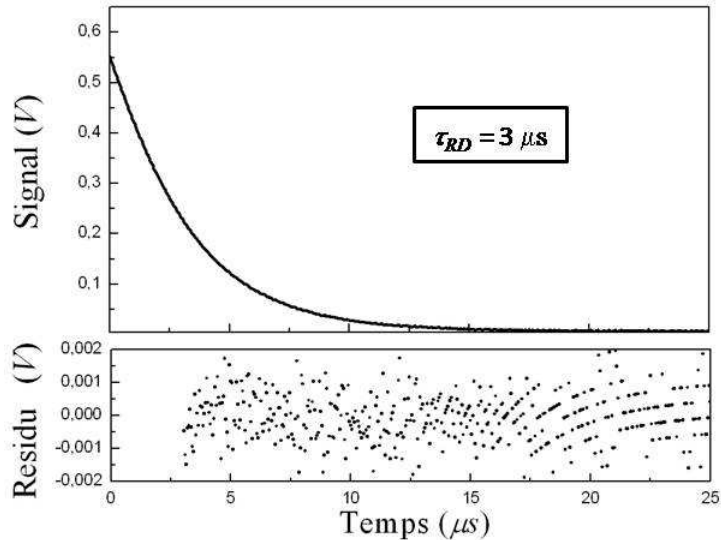


FIG. 2.6 – **Acquisition et ajustement de la décroissance de la puissance intracavité.** Le résidu de l'ajustement est présenté sur la figure (b). Pour s'affranchir de l'effet de la coupure de l'émission laser, le signal n'est pas ajusté sur les trois premières microsecondes.

Les détections synchrones numériques utilisées ne sont pas équipées de sorties analogiques pour les signaux d'erreur, qui sont alors disponibles uniquement sous forme numérique. Pour récupérer cette information, deux DLL (pour chacune des cartes) sont appelées dans une interface Labview et permettent de lire les valeurs des signaux d'erreur à chaque appel. Elles permettent aussi, dans le sens inverse, de configurer les deux cartes. C'est ainsi que l'on ajuste l'amplitude et la fréquence de modulation de la tension appliquée au courant de l'ECDL mais c'est aussi ainsi que l'on fixe les grandeurs classiques des deux détections synchrones : la réserve dynamique, la phase, la constante de temps et le degré de la pente du filtre passe bas. C'est dans le choix très différents des constantes de temps de calcul de chacun

des signaux d'erreur qu'est dissocié l'effet de la longueur du bras de la fréquence libre de l'ECDL sur la fréquence couplée. Typiquement, pour le signal d'erreur  $1 f$ , image de l'écart du bras d'injection, une constante de temps  $5 ms$  est utilisé alors que pour le signal  $3 f$ , image de l'écart de la fréquence libre, la constante de temps fixée à  $500 ms$  conduira à une réaction suffisamment plus lente.

Une fois le signal d'erreur récupéré, transformé en signal de commande suite à la combinaison d'une action proportionnelle, intégratrice et dérivatrice du signal d'erreur dans le cas général, il est converti (convertisseur D/A NuDaq 2010 12 bits) en tension analogique prête à ajuster les paramètres expérimentaux. Notons que le temps de  $150 \mu s$ , temps nécessaire au programme pour chercher l'information sur les cartes  $1 f$  et  $3 f$ , la traiter puis générer une tension, défini la fréquence maximale de la correction informatique à environ  $3 kHz$ . De façon empirique, il a été clairement observé que les meilleurs résultats en terme de stabilité du signal transmis (déviations standard de  $0,3\%$  que l'on présentera dans la section 2.2) sont obtenus lorsque seule l'action intégrale est appliquée sur les signaux d'erreur. Aussi, le réglage le plus robuste est obtenu pour un signal d'erreur  $1 f$  passant par quatre étages d'intégrateurs, durcissant fortement l'action sur la longueur du bras à basses fréquences, alors qu'un seul intégrateur est utilisé pour le signal d'erreur  $3 f$ .

Les signaux de commande disponibles en sortie du convertisseur sont ensuite envoyés sur chacun de leurs actionneurs respectifs. Le signal corrigeant la fréquence libre est directement envoyé sur la câble piézoélectrique supportant le réseau de l'ECDL ( $20 \frac{mV}{ISL}$ ). L'amplitude du signal corrigeant la longueur du bras est quant à elle multipliée par cent (boîtier haute tension figure 2.5) avant d'être appliquée sur la câble piézoélectrique supportant le rétro-réfecteur coin de cube ( $30 \frac{V}{\lambda/2}$ ). La multiplication de la tension ne se fait que pour des tensions positives inférieures à

5 V et limite l'excursion du bras de phase de part et d'autre de la position centrale à environ  $\pm 1,5 \mu m$ .

Enfin, il est possible, pour balayer légèrement la fréquence du laser tout en maintenant l'exacte résonance, de balayer la longueur de la cavité. Celle-ci peut être variée par l'application d'une tension sur une câle piézoélectrique supportant le miroir de sortie de la cavité. Elle est identique à celle utilisée pour varier la longueur du bras d'injection et ainsi pour une variation de tension appliquée de 33 V la variation de la fréquence du mode de résonance est d'un *ISL*. Aussi, il a été prévu de sommer à chacun des signaux de corrections (longueur du bras et fréquence libre) une tension d'amplitude et de phase adaptée de façon à correspondre à la variation de longueur de la cavité. Idéalement, on se retrouve dans le cas statique, soulageant considérablement le calcul des corrections, et la longueur de la cavité peut être balayée à une vitesse indépendante des constantes de temps utilisées. Les différentes tensions appliquées sont générées par un convertisseur D/A (National Instrument 6733) échantillonnant sur 16 bits une gamme dynamique maximale de 10 V.

## 2.2 Performances de l'asservissement

Rappelons ici que l'objectif est de conserver durablement la résonance exacte afin d'exploiter au mieux la sensibilité et la puissance élevée qu'offre le champ intracavité. Cet asservissement affectant l'accord de fréquence et non la puissance du laser, toutes fluctuations de cette dernière fixent la limite ultime de stabilité des signaux. Au mieux nous pouvons donc espérer retrouver la densité spectrale de bruit de la puissance du laser. Cependant, il existe des applications où l'effet à mesurer

est modulé, la stabilité ultime est alors requise uniquement dans la bande spectrale restreinte de modulation. Enfin, il peut être nécessaire pour certaines applications, comme par exemple la spectroscopie très haute résolution, de balayer la fréquence asservie, c'est à dire de balayer la longueur de la cavité tout en maintenant la résonance.

Dans une première partie nous illustrons les performances dans le cas statique, celles obtenues dans le cas dynamique sont ensuite présentées.

### 2.2.1 Cas Statique

Un enregistrement typique du signal transmis par la cavité lorsque le maintien de la résonance exacte est en fonction est présenté sur la figure 2.7. Il a été obtenu à la fréquence d'échantillonnage de  $50\text{ kHz}$  sur une durée de une seconde. Sa déviation standard relative,  $\sigma$ , représentant le niveau de bruit sur la totalité de la bande passante de la détection, est de  $3.10^{-3}$ . Le graphe juste en dessous indique la répartition spectrale de ce bruit et a été obtenue en calculant la densité spectrale du signal transmis ( $V^2/Hz$ ) qui, pris à la racine et normalisée par la valeur moyenne du signal en volt, donne le bruit relatif d'intensité (acronyme anglais RIN) en  $1/\sqrt{Hz}$ . Pour comparaison, le RIN de l'ECDL, mesuré dans les mêmes conditions (niveau de puissance, photodiode), est aussi présenté (trait plein gris).

On retrouve naturellement sur le RIN du signal transmis une composante prononcée à  $16\text{ kHz}$  qui correspond à la fréquence double de modulation de la fréquence libre de l'ECDL qui apparaît à l'exacte résonance. Cependant, et d'intensité plus faible, une modulation à  $8\text{ kHz}$  persiste témoignant d'une légère imperfection du maintien de l'exacte résonance. Exceptées ces structures provenant de la stratégie

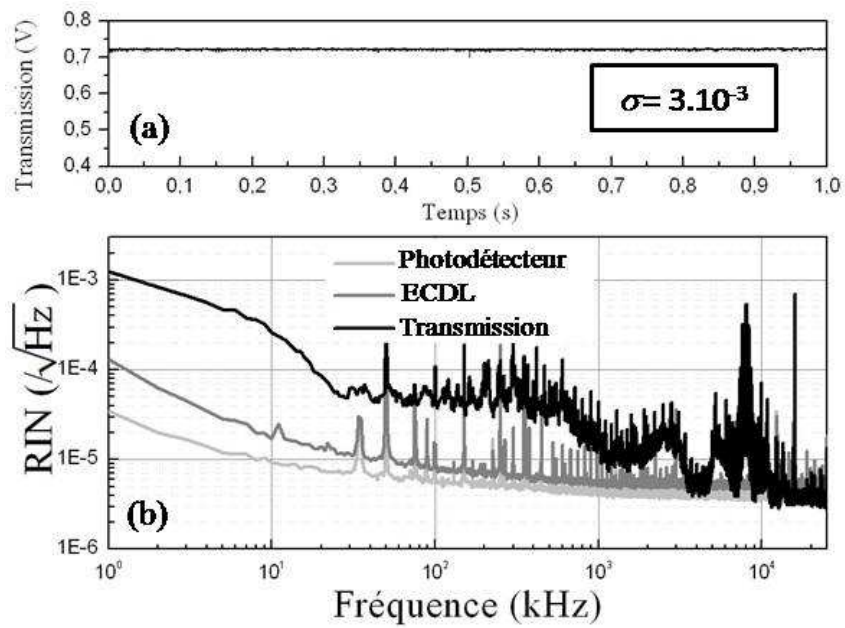


FIG. 2.7 – *Signal transmis par la cavité en fonction du temps (figure (a)) et son bruit relatif d'intensité (figure (b)). A titre de comparaison celui de la puissance de l'ECDL est également présenté (trait plein gris) ainsi que celle de la photodiode (trait plein gris clair) fixant le niveau minimum de bruit des puissances mesurées.*

de modulation, pour des fréquences supérieures à  $3\text{ kHz}$ , on retrouve le niveau de bruit de la puissance de l'ECDL seule.

En revanche, aux fréquences plus basses, l'asservissement laisse perdurer un niveau de fluctuations entre la fréquence couplée et l'exacte résonance, qui conduit à un bruit supplémentaire sur le signal transmis d'environ un ordre de grandeur. Cet écart indique les possibilités d'amélioration sur la fonction de transfert de la boucle de régulation lorsque que toute la bande spectrale du signal est nécessaire.

Dans les techniques de mesure par modulation où il est essentiel que le niveau de bruit soit minimum sur une gamme spectrale restreinte, les performances montrées ici seraient tout à fait adaptées en choisissant par exemple une bande spectrale autour de  $4\text{ kHz}$ <sup>1</sup>.

Dans les deux cas, la performance de l'asservissement se traduit aussi sur la durée pendant laquelle il est maintenu. Nous montrons sur la figure 2.8(a), qu'il peut être maintenu pendant au moins 10 heures si aucune perturbation prononcée n'est appliquée. Ceci indique donc le temps sur lequel on peut espérer augmenter la précision par effet de moyennage. Sur la figure 2.8(b), est représentée l'évolution de la précision relative du signal transmis à  $4\text{ kHz}$  en fonction du temps de moyennage. En présence de bruit blanc, cette précision décroît proportionnellement à l'inverse de la racine du temps de mesure, mais cesse de décroître en présence de bruit spectralement structuré. Sans rentrer à ce stade dans les détails, ce qui sera fait dans la partie II à la section 5.2 du chapitre 5, la variance d'Allan est l'outil généralement utilisé. Ici, pour un temps de mesure de 10 000 secondes, et rapportée à une valeur moyenne de  $0,75\text{ V}$ , une précision relative du signal de  $10^{-7}$  est obtenue.

---

<sup>1</sup>Cette fréquence correspond à la fréquence moitié de la fréquence de modulation utilisée pour l'asservissement. Nous verrons dans le chapitre 4 de la partie II pourquoi le niveau de bruit minimum est atteint à cette valeur particulière

Remarquons qu'elle n'est limitée ici que par le niveau de bruit apporté par la photodétection (également représentée sur la figure 2.7). On verra dans la seconde partie du manuscrit, qu'un travail poussé concernant celle-ci permet d'augmenter cette précision et de suivre le comportement de type bruit blanc durablement.

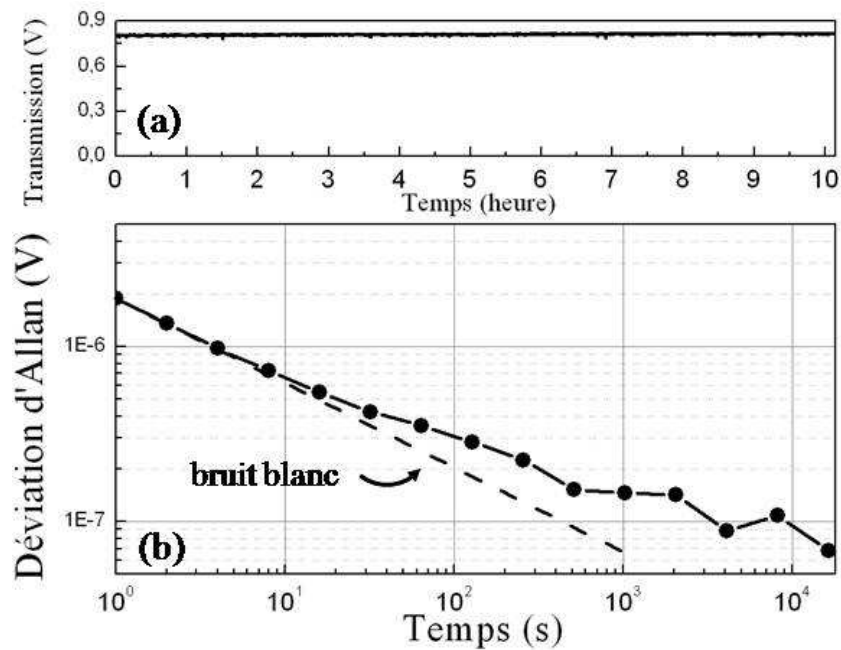


FIG. 2.8 – *Signal transmis moyenné sur une seconde et déviation d'Allan de l'amplitude de la composante à 4 kHz. La décroissance de la déviation d'Allan symbolisée en traits pointillés est l'évolution de l'incertitude sur la valeur moyenne d'une grandeur dont les fluctuations sont gouvernées par un bruit blanc. On observe ici que pour des temps de mesure supérieurs à environ 10 s, la déviation d'Allan s'écarte légèrement de cette droite.*

Notons que, si les dérives à long terme sont trop importantes, le facteur limitant la tenue de l'asservissement est la course de la câle piézoélectrique ajustant la longueur du bras.

Enfin, il est possible d'estimer la largeur de raie du laser couplé en enregistrant les fluctuations du signal d'erreur. Celui-ci et sa densité spectrale sont représentés



sur la figure 2.9 qui fait également apparaître la bande passante de l'asservissement à  $200\text{ Hz}$ , fixée par la constante de temps de la détection synchrone  $5\text{ ms}$ . En déterminant la pente du signal d'erreur à l'aide du signal  $1/f$  tel que représenté sur la figure 1.11, on convertit les fluctuations de tension du signal d'erreur en fluctuations de fréquence. La pente a été déterminée à  $8 \cdot 10^{-6}\text{ V/Hz}$  ce qui conduit à une largeur

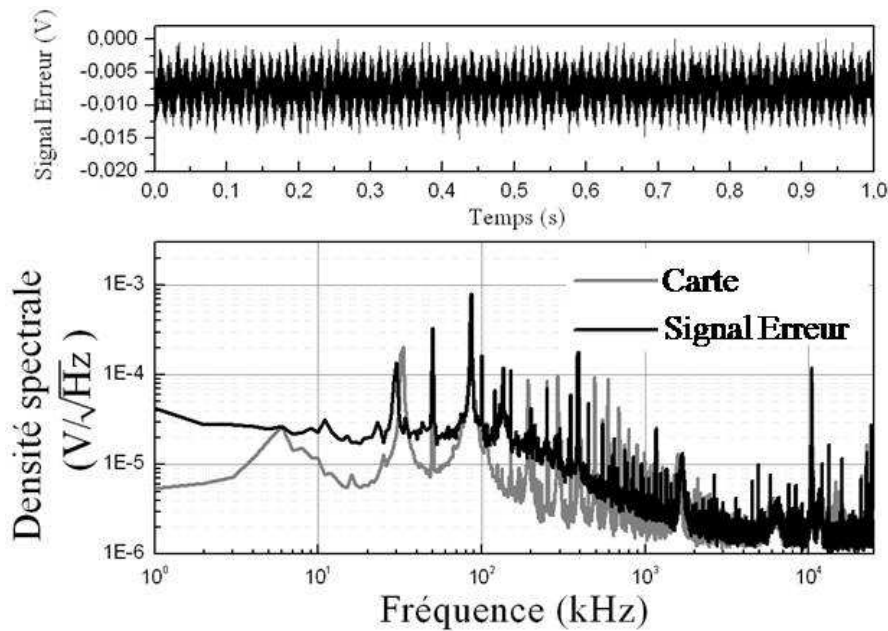


FIG. 2.9 – *Signal d'erreur enregistré sur une seconde et sa densité spectrale (trait noir). La densité spectrale de la carte de commande (trait gris) fixe la largeur de raie RMS minimum à  $350\text{ Hz}$  sur une seconde.*

de raie RMS de  $375\text{ Hz}$  sur une seconde. Cette valeur bien que suffisante pour conduire à un signal transmis avec un RIN RMS de  $3 \cdot 10^{-3}$  pourrait être fortement améliorée par une carte de meilleure qualité en terme de bruit (densité spectrale présentée sur la figure 2.9 (trait gris)). En effet, la densité spectrale d'une tension continue issue de la carte de commande contribue fortement au niveau du bruit du signal d'erreur.

### 2.2.2 Cas Dynamique

La longueur de la cavité est maintenant balayée par l'application d'une tension sinusoïdale sur la câle piézoélectrique supportant le miroir de sortie. Simultanément à celle-ci, comme décrit précédemment dans la section 2.1.2, deux tensions, images de la modulation maître appliquée à la longueur de la cavité, sont envoyées sur la longueur du bras et la fréquence libre de l'ECDL. Les amplitudes à appliquer sont obtenues dans un premier temps à l'aide de l'équation (1.10) (où  $\gamma$  est différent de zéro et correspond à la variation de longueur de la cavité), et des coefficients de conversion  $V/Hz$  et  $V/\lambda$  des actuateurs. Ensuite, un réglage plus fin est réalisé en cherchant à annuler les signaux de correction issus de la boucle d'asservissement. Dans ce cas, pour la régulation, tout se passe comme si la cavité était fixe. Notons qu'en pratique, des différences de phase entre les signaux et les légères non linéarités des actuateurs font qu'il est difficile d'annuler exactement les corrections appliquées et cela d'autant plus que le balayage de la cavité est important.

Sur la figure 2.10 est présenté un enregistrement de la transmission, du signal étalon et de la tension appliquée à la longueur de la cavité en fonction du temps. A une fréquence de modulation de  $15 Hz$ , un balayage de la longueur de la cavité sur plus de deux *ISL* (ici d'environ  $150 MHz$ ) a pu être obtenu. Il s'agit donc ici d'un balayage de  $400 MHz$ , mais limité uniquement par la longueur de la cavité de  $95 cm$ .

On remarque également une légère modulation du signal transmis. Celle-ci semble symétrique avec le sens de balayage de la longueur de la cavité. Il pourrait s'agir de défauts d'asservissement, comme une oscillation de la fréquence couplée autour de la résonance exacte au cours du balayage de la longueur de la cavité.

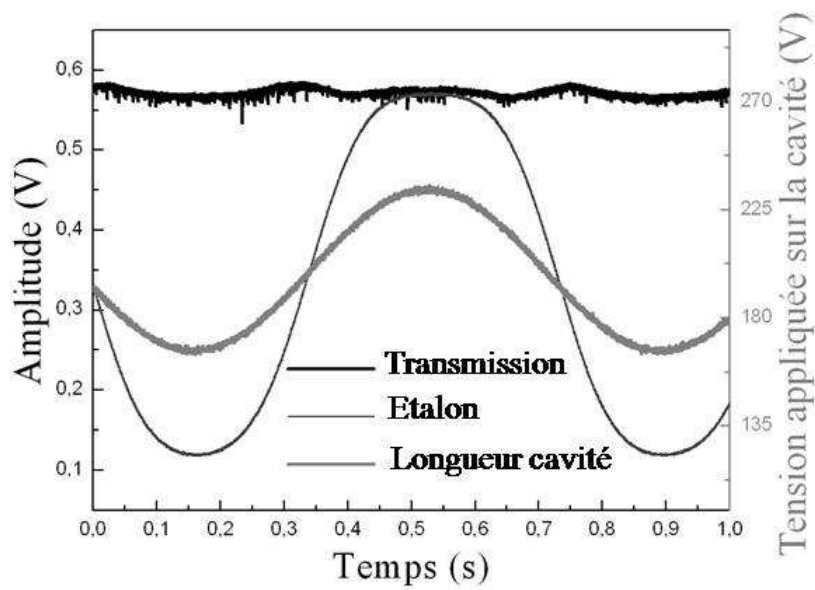


FIG. 2.10 – *Enregistrement de la transmission de la cavité (trait gras noir) maintenue à résonance exacte pour un balayage sinusoïdale de la longueur de la cavité sur 400 MHz (trait gras gris). Le signal étalon (trait fin gris) permet de s'assurer du balayage de la fréquence laser.*

Une excursion de quelques  $kHz$  conduirait en effet à l'amplitude de 2% visualisée sur la figure 2.10. Toutefois, dans ce cas, la modulation à la fréquence  $f$  de  $8kHz$  devrait apparaître au minimum de l'oscillation, ce qui ne semble pas être le cas au regard de la figure 2.10.

Il doit donc s'agir d'une modulation d'amplitude, donc de pertes au cours du balayage de la longueur de la cavité ou encore d'une modulation parasite telle que celle induite par le substrat des miroirs ou la distance miroir-photodiode par exemple. Dans tous les cas, la période de modulation doit renseigner sur la cause de cet effet. Pour la visualiser, la figure 2.11 représente le signal en transmission en fonction de la longueur de la cavité, exprimée ici par la tension appliquée à la cale piézoélectrique supportant le miroir de sortie. Nous avons également reporté la

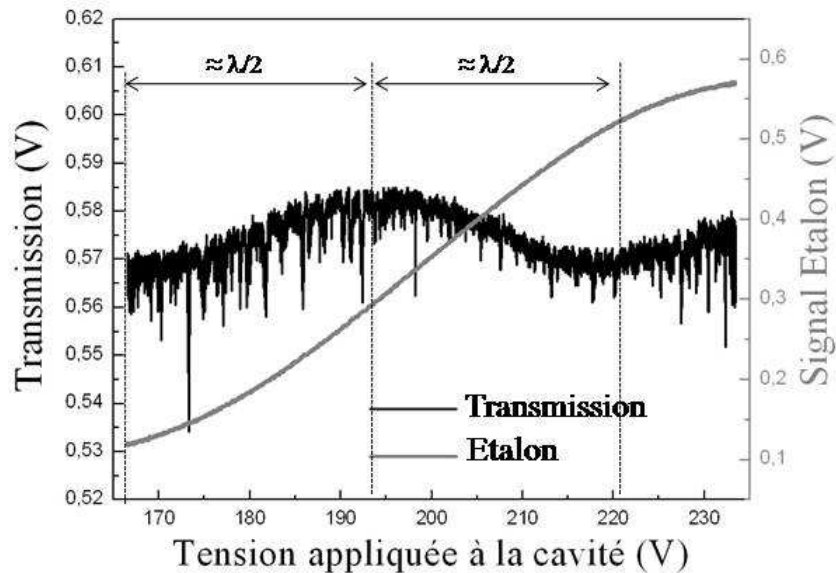


FIG. 2.11 – *Transmission de la cavité et signal étalon en fonction de l'augmentation de la longueur de la cavité. La modulation apparaît ici sinusoïdale et de période  $\lambda$ . L'amplitude du signal étalon sur quasiment un demi de son ISL confirme la balayage de la fréquence laser sur 400 MHz.*

trace étalon (trait plein gris) pour convertir visuellement cette échelle de longueur en échelle de fréquence. On voit donc que la période de modulation correspond à  $300 \text{ MHz}$  (on rappelle que la demi période de l'étalon correspond à  $500 \text{ MHz}$ ). En terme d'interférences parasites entre deux surfaces optiques, cette période de  $300 \text{ MHz}$  traduirait un espacement de  $50 \text{ cm}$ , qui ne semble pas être compatible avec les éléments de notre dispositif. En revanche, en considérant la lame de microscope placée dans la cavité ainsi que la structure de l'onde stationnaire, il est possible d'interpréter simplement cette observation. En effet, la répartition d'intensité de l'onde stationnaire se manifeste sur la surface de la lame par une alternance de maximum et de zéro dont l'enveloppe est donnée par la section transverse (en tout rigueur il s'agit de la section oblique définie par l'angle de Brewster  $\theta$ , la distance entre deux maximum étant donnée par  $\lambda/(2 \cdot \sin(\theta)) \sim \frac{2}{3} \cdot \lambda$ ) du mode de la cavité comme illustré schématiquement sur la figure 2.12. Le passage d'un maximum à un minimum sur la lame est obtenu pour une variation de la longueur de la cavité de  $\lambda/2$ . Et si l'on suppose maintenant la présence d'un grain de poussière sub-micronique, en fait inhomogène à l'échelle de l'interfrange ( $\sim 250 \text{ nm}$ ), cette variation va conduire à une augmentation des pertes lorsqu'une frange claire se situe sur le grain, et à l'inverse à une diminution des pertes lorsqu'il s'agit d'une frange sombre. Ainsi, une variation de la longueur de la cavité sur plus d'une longueur d'onde va donc moduler les pertes, et donc moduler le signal transmis. C'est bien ce qui est observé sur la figure 2.11.

Notons que cette modulations du signal transmis, observée ici continument avec la variation de longueur de la cavité, a déjà été observée [29] de façon discrète avec le balayage de la fréquence du laser au travers des modes fixes d'une cavité en configurations particulières. La modulation jouait alors un effet néfaste sur la

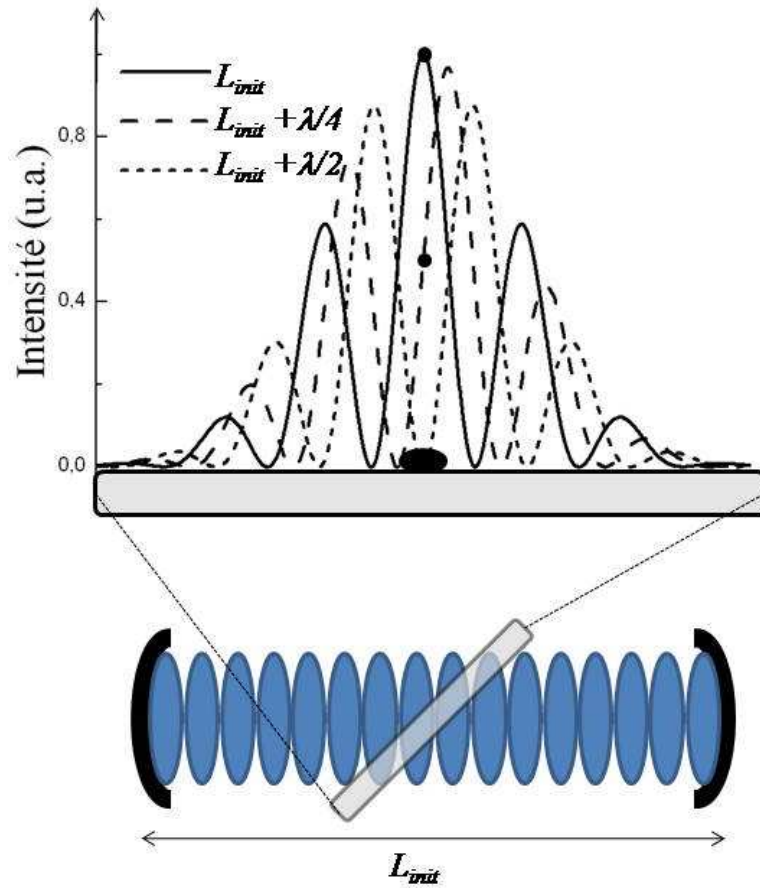


FIG. 2.12 – *Distribution de l'intensité de l'onde stationnaire sur une des surfaces de la lame microscope pour différentes longueur de cavité. Elle varie d'une longueur initiale,  $L_{init}$ , à  $L_{init} + \lambda/4$  et à  $L_{init} + \lambda/2$  conduisant au changement d'intensité vue par le grain poussière.*

mesure. Dans notre cas, le contrôle de l'onde stationnaire, par une stratégie de modulation rapide de la longueur par exemple, associé au maintien à la résonance exacte durablement dans le temps, offre des perspectives attrayantes pour sonder de façon sensible de très faibles pertes intracavité déposées sur la surface de la lame de verre.

## Conclusion

L'objectif de ce chapitre a été dans un premier temps de décrire le schéma expérimental de l'asservissement mis en place pour maintenir la résonance exacte de la cavité, et ensuite, d'en illustrer ses performances.

Pour cela, nous avons tout d'abord décrit le réglage du filtre en polarisation permettant de sélectionner comme rétroaction optique uniquement une partie du champ constructif provenant de la cavité haute finesse nécessaire à l'affinement spectral de la source. Nous avons obtenu un taux d'extinction maximale de la réflexion directe du miroir d'entrée de  $3 \cdot 10^{-6}$ . Celui-ci est suffisamment faible, devant le taux de couplage typique de  $3 \cdot 10^{-5}$  du champ constructif avec le champ laser de l'ECDL, pour ne pas perturber le bon fonctionnement de l'asservissement optique. De plus, nous avons montré que la sensibilité à la rétroaction optique de l'ECDL en configuration Littrow, associée à une trace d'étalon basse finesse de qualité, font de ces deux éléments un capteur sensible à des défauts d'extinction aussi faible que  $10^{-6}$ . Ensuite, nous avons décrit le dispositif électronique et la solution informatique permettant d'obtenir, à partir des signaux d'erreur, les signaux de commande à appliquer à la longueur du bras et à la fréquence libre pour assurer la résonance exacte.

Les performances de l'asservissement ont été ensuite présentées lorsque la longueur de la cavité est fixe, cas statique, puis lorsqu'elle est balayée, cas dynamique. Dans le cas statique, nous avons obtenu sur l'intégralité de la bande passante de la détection, une stabilité relative du signal transmis à une seconde de  $3 \cdot 10^{-3}$ . A travers la déviation standard du signal d'erreur, les fluctuations de fréquence du laser ont été estimées à une seconde à  $375 \text{ Hz}$ , limitée par les caractéristiques de



---

la carte de commande générant le signal d'erreur. Nous avons observé que pour les fréquences élevées du signal, le RIN du signal transmis rejoint celui de la puissance du laser. La robustesse de l'asservissement a été démontré en assurant la résonance exacte pendant plus de 10 heures sans interruption. Ainsi, pour un temps de mesure de 10 000 secondes, la précision relative à la fréquence de 4  $kHz$  atteint  $10^{-7}$ . Ensuite, avec une stratégie adaptée, nous avons démontré la possibilité de balayer la longueur de la cavité sur  $\sim 400 MHz$ , limitée ici par l'intervalle spectrale libre de la cavité. La qualité de l'asservissement a permis de mettre en évidence, à la surface de la lame, la présence de pertes inhomogènes à l'échelle de l'interfrange de la structure d'intensité ( $\sim 250 nm$ ). Cette observation ouvre des possibilités quant à l'utilisation conjointe de la structure d'intensité de l'onde stationnaire intracavité et du maintien à la résonance exacte, pour sonder de très faibles pertes déposées sur une surface dans la cavité.

# Conclusion

Le travail réalisé dans cette partie entre dans le cadre du développement méthodologique de stabilisation de la fréquence d'émission d'une diode ECDL sur l'exacte résonance d'une cavité de haute finesse. Nous avons montré qu'il était possible de réaliser simplement l'injection efficace et durable d'une cavité linéaire d'une finesse de quelques milliers, en utilisant un schéma d'affinement spectral par rétroaction optique et une électronique de bande passante inférieure au  $kHz$ .

**Dans le premier chapitre**, nous avons décrit le couplage optique de la diode ECDL sur la cavité linéaire de haute finesse par la rétroaction d'une partie de son champ constructif. Pour éliminer la réflexion directe du miroir d'entrée sur le trajet retour, nous avons utilisé un schéma d'injection avec un filtre en polarisation, basé sur l'introduction dans la cavité d'une lame de microscope placée à l'incidence de Brewster. L'effet de la rétroaction optique sur la fréquence d'émission a été décrit à travers l'expression analytique de la nouvelle fréquence du laser ce qui a permis de comprendre le phénomène d'affinement spectrale de l'émission et l'effet de verrouillage de sa fréquence dans le mode de résonance de la cavité. En particulier, le rôle de la fréquence libre de l'ECDL et celui de la distance laser-cavité, sur la légère accordabilité de la fréquence d'émission à l'intérieur du mode, a pu être analysé en détail. En particulier, l'interdépendance des deux paramètres a pu être explicitée.

---

Afin de maintenir l'exacte résonance avec la cavité, cette compréhension a permis d'extraire deux signaux d'erreur pour chacun des deux paramètres, issu d'une technique de modulation et de démodulation du signal transmis. Leur application sur des temps radicalement différents permet de dissocier leurs interdépendances et d'assurer ainsi un asservissement robuste.

**Le deuxième chapitre** précise les détails expérimentaux de l'asservissement et présente ses performances. En particulier, l'association de la haute sensibilité à la rétroaction optique des ECDL en configuration Littrow et d'une trace étalon de qualité, réalise un capteur sensible de défauts de taux d'extinction d'un polariseur. Les solutions informatiques et électroniques nécessaires à l'obtention des signaux d'erreur, ainsi qu'à l'application de corrections adaptées au dispositif, ont ensuite été détaillées. Dans le cas statique, où la longueur de la cavité est fixe, la stabilité relative du signal transmis par la cavité est de  $3 \cdot 10^{-3}$  et la largeur de raie du laser a été estimée à travers la déviation standard du signal d'erreur à  $375 \text{ Hz}$ . Toutefois, aux fréquences élevées, le RIN du signal transmis atteint le niveau limite fixé par celui de la puissance du laser. La robustesse de la boucle de rétroaction a pu être de plus démontrée à travers la maintien de l'exacte résonance sur plus de 10 heures, offrant alors l'opportunité d'améliorer efficacement la précision de la mesure par effet de moyennage. Ainsi, aux fréquences optimales, une précision relative de  $10^{-7}$  a été obtenue. Dans le cas dynamique, avec une stratégie adaptée, la longueur de la cavité a été balayée sur plus de deux *ISL* de la cavité, équivalent ici à  $400 \text{ MHz}$ . La qualité de l'asservissement a permis de mettre en évidence, lors du balayage de la longueur, des modifications de l'ordre du pourcent du signal transmis, identifiées comme des modifications de pertes à la surface de la lame.

---

Fondamentalement, dans la stratégie d'asservissement basée sur l'analyse du signal transmis par cavité, si le spectre de bruit de l'environnement contient des composantes supérieures à la bande passante de la cavité et dans le cas extrême où les amplitudes conduisent à des variations de fréquence supérieure à la largeur du mode de résonance, il n'est alors pas possible de maintenir l'exacte résonance. Bien entendu, ces conditions sont d'autant plus drastiques que la largeur du mode de la cavité est fin, et peuvent sembler être une limitation importante lorsqu'il s'agit d'utiliser la très haute sensibilité associée aux très hautes finesse. Nous allons voir dans la seconde partie du manuscrit, que dans un environnement suffisamment stable, cette stratégie d'asservissement a pu être appliquée sur une cavité de finesse 250 000, c'est à dire dont la bande passante est de un kilohertz.

Aussi, en vue de l'application du dispositif à la mesure sensible de faibles absorptions ou de faibles changements de polarisation par exemple, nous avons introduit dans cette partie les outils essentiels (densité spectrale, variance d'Allan) qui permettent de caractériser les signaux. Nous les reprendrons dans la seconde partie dans l'application à la mesure de très faible anisotropie intracavité.

Enfin, après avoir démontré ici la robustesse de l'asservissement, nous nous attacherons dans la suite à souligner ses performances de sensibilité en optimisant la chaîne de détection.



## Deuxième partie

Application à la mesure ultra  
sensible de faible biréfringence  
induite dans un gaz par effet Kerr



# Introduction

La partie précédente a décrit la réalisation expérimentale du maintien continûment dans le temps du couplage optique résonant entre une diode laser ECDL et une cavité de haute finesse. Cette réalisation donne accès durablement à un faisceau laser d'une grande pureté spectrale et légèrement accordable, de puissance stable et une qualité du profil transverse défini par le  $TEM_{00}$  de la cavité. Au sein de la cavité nous avons de plus une répartition d'intensité extrêmement bien définie par l'onde stationnaire ainsi qu'une puissance optique potentiellement élevée et une formidable longueur d'interaction puisqu'elles sont augmentées toutes deux par le nombre d'allers-retours moyen proportionnel à la finesse. Ces différentes propriétés ouvrent de nombreuses perspectives quant à l'utilisation de ce travail. Cette partie décrit l'une d'entre elle où c'est la longueur d'interaction ainsi que la stabilité de la puissance laser qui ont été mises à profit pour des mesures ultrasensibles d'anisotropie intracavité.

La pertinence des cavités optiques pour sonder de très faibles anisotropies naturellement présentes ou induites dans les milieux dilués a été démontrée pour la première fois expérimentalement en 1982 sur la mesure de dichroïsme circulaire d'une vapeur atomique [33]. Avec les progrès spectaculaires réalisés sur la fabrication des miroirs de haute réflectivité et leurs utilisations, il n'est pas rare que



---

des cavités de finesse 10 000 puissent être utilisées, augmentant d'autant la sensibilité avec des stratégies adéquates en comparaison avec des techniques en simple passage. De nombreuses études ont ainsi pu être menées sur les faibles anisotropies dans les gaz et ont conduit à la mesure de l'activité optique [34, 35], de l'effet Faraday [36], de l'effet Kerr [37–40] ou encore de l'effet Cotton Mouton [41–45].

Ce dernier effet est également dicté par les lois de l'électrodynamique quantique en l'absence de toute matière à savoir le vide quantique [46]. L'intensité de cette biréfringence induite par un champ magnétique de 1 Tesla est attendue autour de  $4 \cdot 10^{-24}$ , équivalent à un déphasage de  $3 \cdot 10^{-17} \text{ rad}$  sur une longueur de 1 m à 800 nm, mais n'a pour l'heure jamais été observée. Dès 1979 un principe de détection reposant sur l'emploi des cavités optiques haute finesse a été proposé pour ce test de physique fondamentale [47]. Depuis, plusieurs groupes se sont mis en place avec différentes stratégies en terme de champ magnétique mais avec toutes comme point commun l'emploi des cavités optiques de haute finesse [48–51]. De plus, depuis 1986, cette problématique expérimentale de mesure ultra sensible de biréfringence se retrouve renforcée par la possibilité de mettre en évidence, avec les mêmes dispositifs l'existence de nouvelles particules dénommées axions [52]. Leur effet en terme de biréfringence et de dichroïsme pourrait même masquer par son importance celui prédit par l'électrodynamique quantique [53].

A chaque fois cependant la première source d'anisotropie aux signaux résulte de la biréfringence résiduelle des miroirs diélectriques formant la cavité. Toute mesure en cavité doit donc d'une manière ou d'une autre soustraire cet effet. Dans ce contexte la biréfringence résiduelle des miroirs a fait l'objet de nombreuses études. Il a ainsi été montré qu'ils présentent systématiquement une biréfringence linéaire, comprise entre  $10^{-6} \text{ rad}$  et  $10^{-7} \text{ rad}$  et dont l'inhomogénéité, tant en amplitude

---

qu'en direction, est suffisamment faible pour pouvoir être sondée à l'échelle des dimensions transverses typiques des modes gaussiens [14, 54–59]. Son origine pourrait résulter de contraintes résiduelles apparues lors des opérations de polissages des substrats et/ou de dépôt des traitements multicouches [57].

On distingue deux types d'approches pour remonter à l'anisotropie à travers les signaux transmis à l'exacte résonance de la cavité. La première et la plus largement utilisée est le pendant de l'ellipsomètre simple passage mais où cette fois l'échantillon est placé dans une cavité prise en sandwich par deux polariseurs croisés [60]. L'observable est le rapport entre l'intensité transmise par l'analyseur et l'intensité incidente qui permet de remonter à l'ellipticité introduite à travers la loi de Malus [61]. Le second schéma utilise le fait que les deux modes propres de l'élément biréfringent accumulant un déphasage contraire au cours des nombreux allers-retours présentent des fréquences de résonance différentes. L'observable utilisée est alors dans ce cas la différence de fréquence [57].

Pour ces deux approches, l'objectif est l'enregistrement de l'observable avec un niveau de fluctuations minimum fondamentalement limité par celui du bruit de photons. Il est bien connu que l'utilisation d'une cavité optique peut introduire des bruits supplémentaires. La principale source est due aux fluctuations de phases du laser qui, au passage de la cavité sont converties en fluctuations d'amplitude d'autant plus importantes que la finesse est élevée [62]. Ainsi, si l'on ne prend pas soin de réduire ce bruit, la finesse qui augmentait précédemment la sensibilité peut tout aussi bien la dégrader. La problématique est alors de rendre la fréquence du laser aussi « monochromatique » que possible vis à vis de la largeur des résonances afin de maintenir un niveau stable au cours du temps du signal transmis par la cavité. Pour la quasi totalité des dispositifs présentés dans la littérature cela est réalisé

---

par un asservissement électronique dont la bande passante largement supérieure à celle des fluctuations permet de les compenser et de faire coïncider la fréquence du laser avec celle de la cavité. La méthode la plus utilisée est celle mise au point par Pound, Drever et Hall [3]. Toutefois, malgré l'asservissement du laser sur la résonance, l'analyse spectrale du signal transmis par la cavité révèle généralement des bruits plus forts à basses fréquences. C'est pourquoi, dans le but de s'approcher de la limite fondamentale du bruit de photons, on associe aux mesures en cavité des techniques de modulation afin de mesurer l'effet dans une bande de fréquence optimale en terme de bruit.

Dans cette partie, nous présentons le développement d'un dispositif expérimental original adapté à la mesure ultra sensible de biréfringence en cavité et répondant au mieux aux problématiques de bruits introduites précédemment. La faible anisotropie sondée sera celle induite dans un gaz par effet Kerr où le champ électrique transverse est modulé de sorte que la détection puisse se faire dans une bande spectrale à bas niveau de bruit. Nous avons adopté la stratégie de l'ellipsomètre où la biréfringence est mesurée par un rapport de puissance. Pour éviter les effets photoréfractifs observés aux surfaces multicouches en polarisation linéaire [57], les états de polarisation circulaires sont utilisés pour analyser la biréfringence intracavité. L'originalité de notre approche repose dans l'emploi de la rétroaction optique afin de réaliser l'affinement spectral. Ceci nous permet, avec une électronique simple ne dépassant pas le kilohertz, d'utiliser une cavité d'extrêmement haute finesse égale à 250 000 ce qui constitue à notre connaissance l'état de l'art des finesse employées pour ce type de mesure. Aussi, la biréfringence résiduelle des miroirs est ici mise à profit pour sélectionner une partie du champ intracavité nécessaire à la rétroaction optique et ainsi assurer la stabilité des signaux transmis par la cavité.

---

C'est également autour de cette même biréfringence résiduelle qu'est modulée la très faible biréfringence induite. Nous montrerons que dans ce cas le signal mesuré est proportionnel au produit des deux biréfringences donnant à celle des miroirs le rôle de gain pour celle induite. Dans le même temps nous montrerons que l'intensité moyenne des différents signaux transmis par la cavité est une fonction de la biréfringence résiduelle. Une étude du bruit prenant en compte et le rôle d'amplificateur et l'influence sur le niveau des signaux optiques, permettra de déterminer la valeur de la biréfringence des miroirs la plus adaptée en vue d'une sensibilité optimale du dispositif.

**Dans le premier chapitre** nous présentons le formalisme de Jones adapté à la compréhension du dispositif. Nous verrons en particulier comment, avec des états de polarisation circulaire et l'utilisation de la biréfringence résiduelle, il est possible de réaliser un filtre en polarisation ne laissant passer qu'une partie du champ intracavité créant ainsi la rétroaction optique désirée. Du fait du rôle clef de la biréfringence des miroirs, nous proposons une représentation simple de l'élément optique résultant de leur association. Nous donnons ensuite les expressions des différentes puissances transmises et réfléchies par le dispositif en fonction de la biréfringence de cet élément. Après leur description détaillée nous identifions les observables les plus pertinentes pour la mesure du déphasage intracavité. Enfin, nous serons en mesure d'évaluer la sensibilité attendue dans le cadre théorique de fluctuations dues uniquement au bruit de photons.

**Le deuxième chapitre** est dédié à la mise en oeuvre expérimentale du dispositif théoriquement décrit précédemment. L'objectif est que l'ajout de la chaîne de détection permette de s'approcher au plus près de la sensibilité théorique. Nous explicitons et argumentons tout d'abord les choix expérimentaux que nous avons

---

été amenés à faire. Ensuite les éléments optiques ainsi que les composants électroniques utilisés sont décrits. Au regard des densités spectrales de bruits mesurées sur la chaîne de détection nous serons à même de choisir la fréquence de modulation optimale minimisant l'importance du bruit technique. Enfin nous décrirons les différentes sources de bruits présentes dans la chaîne de détection, ce qui nous permettra de proposer un modèle sur la sensibilité expérimentale attendue. Nous verrons que pour des jeux de paramètres bien adaptés prenant en compte la restriction de la puissance laser induite par la très haute finesse il devrait être possible de s'approcher au plus près du niveau du bruit de photons.

**Le troisième et dernier chapitre** est entièrement consacré aux résultats obtenus avec le dispositif. Nous présentons notamment les mesures de biréfringence réalisées sur nos miroirs de très haute réflectivité en indiquant en particulier la possibilité de s'ajuster à la valeur optimale déduite de la partie précédente. Ensuite pour différentes valeurs du champ électrique nous mesurons le déphasage induit par effet Kerr pour différents gaz. Nous montrons en particulier que les plus petits déphasages mesurés correspondent bien à la sensibilité issue de la description du bruit du chapitre précédent. Aussi, les performances du dispositif en terme de linéarité et de reproductibilité seront discutées. Enfin la cohérence des mesures effectuées que ce soit sur des gaz atomiques comme l'Ar, le Ne et l'He et sur des gaz moléculaires comme le CO<sub>2</sub>, l'O<sub>2</sub>, l'N<sub>2</sub> et l'air sera discutée à travers l'évaluation de leur constante de Kerr respective. Nous présentons de plus une comparaison avec les mesures effectuées par différents groupes et préexistantes à ce travail. Une dernière partie adressera les limitations que nous avons pu observer avec l'emploi de haute finesse.

# Chapitre 3

## Formalisme du dispositif de mesure de biréfringence intracavité en polarisation circulaire

### Introduction

L'objectif de ce chapitre est d'une part de définir les observables du dispositif de mesure permettant de remonter à la biréfringence intracavité, que ce soit celle des miroirs ou celle induite dans un gaz, et d'autre part de donner les sensibilités théoriquement attendues.

Pour cela, nous nous attacherons à définir dans la section 3.1 le cadre général de l'étude du déphasage intracavité où la cavité est excitée par un champ polarisé circulairement. Les éléments optiques étant considérés non dépolarisants, le forma-

lisme adapté est le formalisme des matrices de Jones [63] qui conduira à décrire le dispositif pour une biréfringence quelconque intracavité à l'aide de matrices de transfert reliant les champs issus du système au champ incident.

L'association de plusieurs éléments biréfringents mène dans le cas général à des états propres de polarisation elliptiques. L'objectif de la section 3.2 sera donc d'étudier l'élément optique résultant de l'association des deux miroirs représentés par des déphaseurs faibles pour étudier les états propres de la cavité. Nous montrerons que les caractéristiques résultantes d'une telle association s'appréhendent bien à l'aide d'une représentation vectorielle simple des déphaseurs faibles.

En nous appuyant sur les résultats obtenus dans les deux sections précédentes, nous décrirons dans la section 3.3 les expressions des puissances optiques issues du dispositif dans le cas où seule la biréfringence des miroirs est prise en compte. A ce stade, afin d'identifier les mécanismes physiques gouvernant leur comportement, nous les interpréterons à travers les états propres de la cavité. Nous ferons apparaître l'influence de leur recouvrement spectral et de leur interférence une fois projetés sur la base des états de polarisation circulaire.

Dans la section 3.4, à partir de l'analyse développée dans la section précédente, nous nous attacherons à exprimer les observables qui permettent de remonter facilement au déphasage des miroirs. Nous verrons que la validité de ces expressions s'étend aisément dans le cas où l'on ajoute la faible biréfringence du gaz induite par effet Kerr.

Enfin, dans la section 3.5, nous donnerons les sensibilités théoriques attendues sur la mesure du déphasage intracavité dans le cas où seules les fluctuations dues au comportement corpusculaire du rayonnement laser (bruit de photons) sont prises en compte lors de la mesure des observables.

## 3.1 Matrices de transfert du dispositif

Les effets sur la propagation des états de polarisation induits par des dispositifs optiques non dépolarisants s'analysent simplement à l'aide des matrices de Jones [63]. L'objectif de cette section est de décrire les différentes matrices de transfert reliant le champ incident aux différents champs issus du dispositif. Celui-ci se décompose naturellement en deux sous-systèmes, l'un définissant les états de polarisation d'excitation et d'analyse de la cavité, l'autre associé à la cavité elle-même dans laquelle est présente la biréfringence à mesurer. Nous les décrirons l'un à la suite de l'autre pour ensuite déterminer les matrices de transfert de leur association.

### 3.1.1 Matrices des polariseurs et analyseurs circulaires

Pour sonder une anisotropie intracavité nous avons choisi d'exciter la cavité par une onde circulaire. L'état de polarisation circulaire est réalisé par l'association d'un polariseur linéaire orienté selon l'axe  $\vec{x}$ , et d'un déphaseur  $\pi/2$  dont l'axe lent est orienté d'un angle  $+\pi/4$  par rapport à l'axe  $\vec{x}$  du laboratoire comme cela est représenté sur la figure 3.1. Les matrices de Jones associées à ces deux systèmes, exprimées dans le référentiel  $(\vec{x}; \vec{y}; \vec{z})$  du laboratoire sont [63] :

$$P_{\mathbf{X}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.1)$$



pour le polariseur linéaire selon  $\vec{x}$  et,

$$M_{\pi/2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

pour le déphaseur<sup>1</sup>  $\pi/2$ .

L'association, dans cet ordre, du polariseur  $P_{\mathbf{X}}$  et du déphaseur  $M_{\pi/2}$ , illustrée sur la figure 3.1, correspond à un polariseur circulaire dont l'état de polarisation en sortie est la polarisation circulaire gauche. Il s'agit de l'état de polarisation incident sur la cavité, c'est pourquoi par la suite nous parlerons de l'état de polarisation d'excitation. La représentation matricielle de ce polariseur circulaire gauche, notée  $P_{\mathbf{X}}^{\mathbf{G}}$ , s'écrit dans le référentiel du laboratoire comme :

$$P_{\mathbf{X}}^{\mathbf{G}} = M_{\pi/2} \cdot P_{\mathbf{X}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

Pour analyser un changement de polarisation sur la base des états circulaires, on utilise une association similaire à l'association classique d'un polariseur linéaire et d'un analyseur linéaire lorsque la base des états rectilignes est utilisée. L'analyseur circulaire s'obtient aisément en remarquant que l'association de deux déphaseurs  $\pi/2$  identiques orientés d'un angle  $+\pi/4$  selon  $\vec{x}$  est équivalent à un déphaseur  $\pi$ . Il tourne donc de  $\pi/2$  la polarisation en sortie de  $P_{\mathbf{X}}$ . Ainsi, un polariseur linéaire d'axe  $\vec{y}$  placé à la suite du déphaseur  $\pi/2$  laisse intégralement passer la polarisa-

---

<sup>1</sup>où nous avons omis le facteur de phase commun aux deux vecteurs propres de  $M_{\pi/2}$  qui n'intervient pas dans une mesure d'intensité.

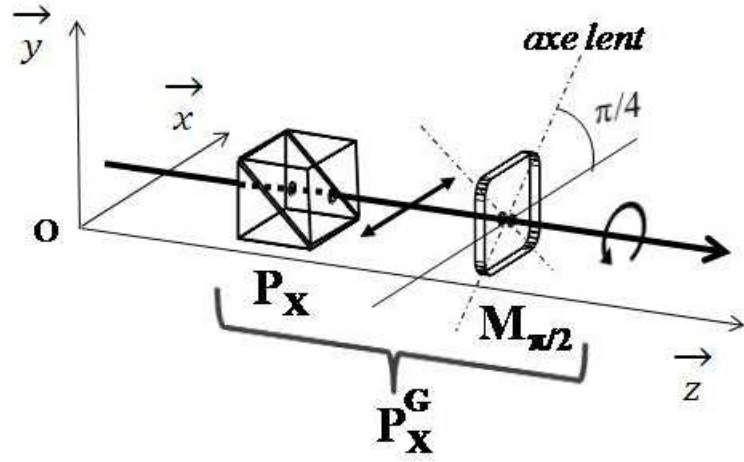


FIG. 3.1 – **Polariseur circulaire**.  $P_X$  : polariseur linéaire selon l'axe  $\vec{x}$ ,  $M_{\pi/2}$  : déphaseur  $\pi/2$  dont l'axe lent est orienté à  $+\pi/4$  par rapport à  $\vec{x}$ . L'association dans l'ordre, notée  $P_X^G$ , définit l'état de polarisation d'excitation qui est la polarisation circulaire gauche.

tion circulaire gauche. Nous utiliserons le terme d'analyseur cocirculaire pour cette association. Sa représentation matricielle est notée  $A_{\odot}$  et s'écrit comme :

$$A_{\odot} = P_Y \cdot M_{\pi/2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ i & 1 \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

A l'inverse, l'association d'un polariseur linéaire d'axe  $\vec{x}$  à la suite d'un déphaseur  $\pi/2$  est un analyseur d'état de polarisation circulaire croisé avec l'état de polarisation d'excitation. Nous utiliserons le terme d'analyseur croisé pour cette association. Sa représentation matricielle est notée  $A_{\ominus}$  et s'écrit comme :

$$A_{\ominus} = P_X \cdot M_{\pi/2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & i \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

L'association du polariseur circulaire et des analyseurs croisé et cocirculaire est illustrée sur la figure 3.2 pour la mesure d'un déphasage. Un signal non nul observé au travers de l'analyseur croisé signifie qu'il y a eu un changement d'état de polarisation dû à la présence d'une biréfringence entre les deux systèmes de polarisation. Les deux polariseurs linéaires utilisés sont des polariseurs à réflexion totale du type Glan-Thomson. Placés dans une monture adéquate, ils ont l'avantage de donner accès simultanément aux deux polarisations orthogonales. Ainsi, ces polariseurs permettent la mesure simultanée du signal transmis par l'analyseur cocirculaire et l'analyseur croisé. Dans cette configuration, le signal provenant de l'analyseur cocirculaire est dévié de la trajectoire principale du faisceau, alors qu'à l'inverse, le signal transmis par l'analyseur croisé conserve la direction de propagation selon  $\vec{z}$ .

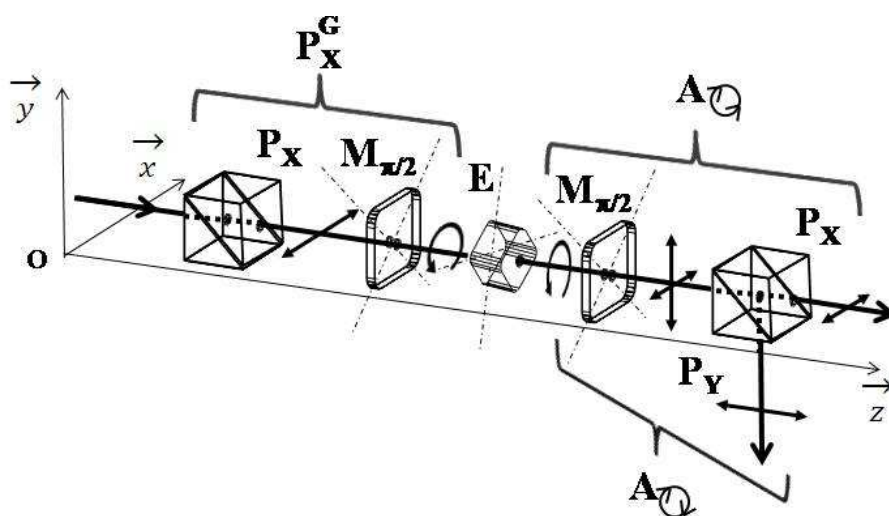


FIG. 3.2 – *Analyse des états de polarisation circulaire par lame quart d'onde et polariseur linéaire à réflexion totale.* Le déphaseur E introduit une légère ellipticité à la polarisation circulaire issue de  $P_X^G$ . Celle-ci est à l'origine du signal non nul derrière l'analyseur  $A_{\odot}$ . Du fait de l'utilisation de polariseurs linéaires à réflexion totale, le champ dont la polarisation est identique à la polarisation d'excitation est dévié du trajet initial par l'analyseur cocirculaire,  $A_{\odot}$ . Au contraire, le champ dont la polarisation est croisée avec la polarisation d'excitation conserve sa direction de propagation.

On remarque que le polariseur circulaire gauche et ses analyseurs associés ne se distinguent que par l'ordre dans lequel sont rencontrés les deux systèmes optiques qui les composent. Si la mesure de la biréfringence au sein de la cavité se fait par l'analyse du champ réfléchi par la cavité, le même dispositif optique joue à la fois le rôle de polariseur représenté par  $P_{\mathbf{X}}^{\mathbf{G}}$  et des analyseurs représentés par  $A_{\mathcal{O}}$  et  $A_{\mathcal{O}}$ . Cette configuration est schématiquement représentée sur la figure 3.3. Elle permet d'isoler la source laser de la réflexion directe sur le miroir d'entrée de la cavité. Au contraire, si une biréfringence est présente dans la cavité, une partie du champ intracavité est en mesure de retourner dans le laser d'excitation. Elle réalise alors une rétroaction optique qui permet de réaliser le schéma d'asservissement présenté dans la partie 1 chapitre 2. En plaçant une lame séparatrice devant le polariseur, nous pouvons prélever une partie de la rétroaction optique et remonter à la biréfringence intracavité.

Nous venons de définir les matrices représentant le polariseur circulaire et les analyseurs constituant le premier sous-système du dispositif de mesure, nous allons maintenant décrire le deuxième sous-système que constitue la cavité représentée par ses matrices de transfert en transmission et en réflexion.

#### 3.1.2 Matrice de transfert de la cavité

Les ondes progressives du sens + et - de la figure 3.4 formant l'onde stationnaire intracavité et rencontrant une biréfringence au cours des allers-retours, sont susceptibles d'être analysées soit, par leur transmission à travers le miroir de sortie, soit par celle à travers le miroir d'entrée. Ainsi pour chaque type de champ provenant de la cavité, par transmission et par réflexion, nous pouvons établir une

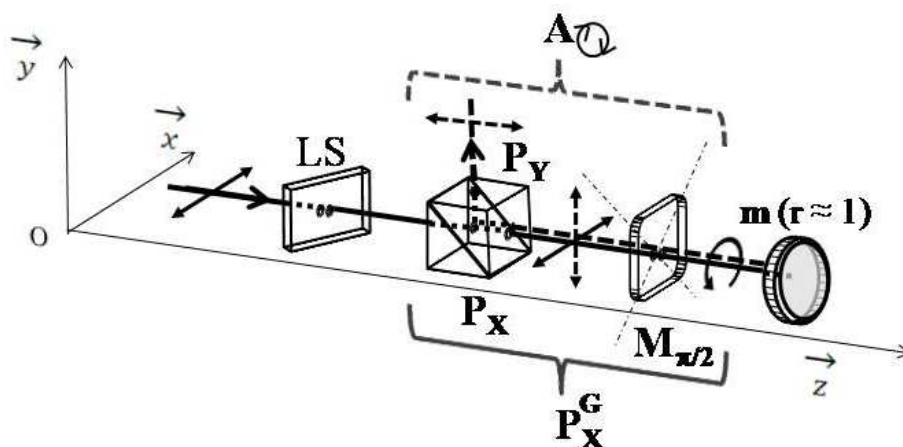


FIG. 3.3 – *Illustration du rôle d'analyseur joué aussi par le polariseur circulaire.* Le trajet et l'état de polarisation à l'aller et au retour sont respectivement représentés en traits pleins et en traits pointillés. Le miroir  $m$ , placé à incidence normale, renvoie le faisceau. Traversant de nouveau le déphaseur, la polarisation émergente est perpendiculaire à celle définie par le polariseur linéaire  $P_X$  et est déviée de l'axe optique. Dans le cas où il existe une éventuelle biréfringence dans le miroir, un signal non nul est en mesure de retourner dans la source laser et une partie de ce champ est prélevée par la lame séparatrice (LS).

matrice de transfert permettant d'analyser les modifications d'amplitude, de phase et de polarisation par rapport au champ incident.

### 3.1.2.1 En transmission

Le champ constructif de la cavité en transmission  $\vec{E}_T$  est la somme des champs ayant fait un aller plus un, deux, ...,  $n$  allers-retours dans le gaz. Aussi, à chaque aller-retour, l'onde progressive est affectée en polarisation par la biréfringence du gaz dans le sens +, par la biréfringence du miroir de sortie vue en réflexion, par la biréfringence du gaz dans le sens - puis par la biréfringence du miroir d'entrée en réflexion. Chacun des champs a été transmis une fois par le miroir d'entrée et une fois par le miroir de sortie s'accompagnant d'un terme de phase, accumulé sur le premier aller, et d'une traversée dans le sens + du gaz. Ainsi la matrice de transfert

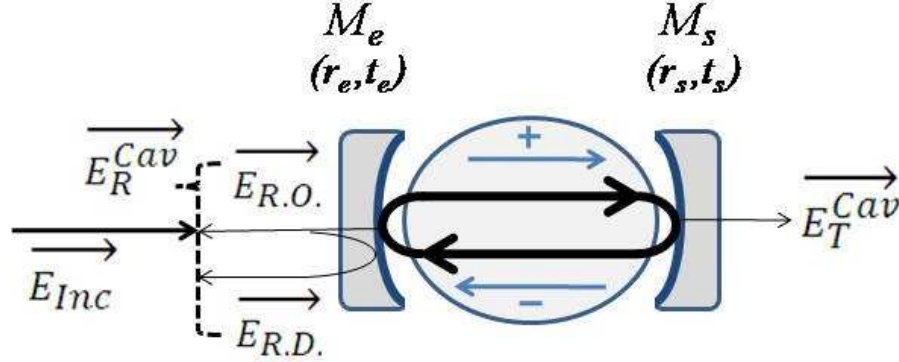


FIG. 3.4 – **Schéma de principe de la cavité.**  $\vec{E}_{Inc}$  et  $\vec{E}_T$  représentent respectivement le champ incident et le champ transmis par la cavité. Le champ en réflexion  $\vec{E}_R$  se compose du champ directement réfléchi  $\vec{E}_{R.D.}$  et du champ intracavité transmis par le miroir d'entrée,  $\vec{E}_{R.O.}$  pour rétroaction optique, car une partie de ce champ sera utilisée pour l'asservissement de la source laser. Les signes + et - désignent une anisotropie pouvant être différente selon que l'onde se propage dans le sens défini positif ou négatif. Les miroirs  $M_e$  et  $M_s$  d'entrée et de sortie ont des coefficients en réflexion et en transmission respectivement notés  $(r_e, t_e)$  et  $(r_s, t_s)$ .

en transmission s'écrit comme un produit de matrices :

$$M_T^{Cav} = T_s \cdot M_{gaz}^+ \cdot \sum_{n=0}^{\infty} (R_e M_{gaz}^- R_s M_{gaz}^+ e^{2i\psi})^n \cdot T_e \cdot e^{i\psi} \quad (3.6)$$

où  $\psi$  est la phase de propagation accumulée à la fréquence  $\omega$  sur une longueur de cavité  $L_{cav}$  ( $\psi = (\omega L_{cav})/c$ ).

Les transmissions des miroirs d'entrée et de sortie,  $T_e$  et  $T_s$ , s'écrivent en toute généralité sous forme matricielle de façon à prendre en compte, en plus du terme scalaire de réduction d'amplitude, un effet de biréfringence associé à la traversée du substrat de verre ainsi qu'à la structure multicouches. Cependant, tant que la biréfringence du substrat est faible (en fait bien plus petit que la biréfringence de la structure multicouches multipliée par la finesse de la cavité), la biréfringence en transmission des miroirs peut être négligée devant celle rencontrée en réflexion du

fait du très grand nombre d'allers-retours dans la cavité. Les matrices  $T_e$  et  $T_s$  s'expriment alors comme :

$$T_{e,s} = t_{e,s} \cdot I \quad (3.7)$$

où  $I$  est la matrice unité  $2 \times 2$  et où  $t_{e,s}$  sont les coefficients en transmission en amplitude des miroirs.

Les matrices  $M_{\text{gaz}}^\pm$  sont les matrices rendant compte de l'anisotropie induite dans le gaz, qui, dans le cas général, dépend du sens de propagation + ou - de l'onde lumineuse dans la cavité. Le même argument que celui employé pour la biréfringence rencontrée à la traversée des miroirs s'applique pour la biréfringence simple-passage du gaz. La matrice  $M_{\text{gaz}}^+$  placée devant le signe somme devient simplement la matrice unité.

Les matrices  $R_e$  et  $R_s$  correspondent à la réflexion de la surface traitée multicouches incluant, en plus du terme scalaire d'amplitude, la biréfringence résiduelle des miroirs d'entrée et de sortie supposée ici quelconque.

Si nous appelons  $M_{\text{a.r.}}$  le produit de matrices situé dans le signe somme de l'équation (3.6), nous obtenons la matrice de Jones d'éléments  $[m_{ij}]$  décrivant un aller-retour dans la cavité :

$$M_{\text{a.r.}} = R_e M_{\text{gaz}}^- R_s M_{\text{gaz}}^+ e^{2i\psi} = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

Le calcul des multiples allers-retours,  $\sum_{n=0}^{\infty} (M_{\text{a.r.}})^n$  dans l'équation (3.6), se fait en exprimant  $M_{\text{a.r.}}$  dans la base de ses vecteurs propres, correspondant alors aux

### 3.1. Matrices de transfert du dispositif

---

états propres de polarisation de la cavité, et s'écrit comme :

$$M_{\text{a.r.}} = P \cdot D_{\text{ar}} \cdot P^{-1} \quad (3.9)$$

où la matrice de passage du repère du laboratoire à celui des vecteurs propres est donnée par :

$$P = \begin{pmatrix} \lambda_+ - m_{22} & \lambda_- - m_{22} \\ m_{21} & m_{21} \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

et où les valeurs propres  $\lambda_{\pm}$  de la matrice diagonale  $D_{\text{ar}}$  s'expriment comme :

$$\lambda_{\pm} = \frac{1}{2} \left( m_{11} + m_{22} \pm \sqrt{(m_{22} - m_{11})^2 + 4 m_{12} m_{21}} \right) \quad (3.11)$$

Suite aux différentes hypothèses et développements précédents, la matrice de transfert de la cavité en transmission  $M_{\text{T}}^{\text{Cav}}$  donnée par l'équation (3.6) peut donc s'écrire, dans le cas général d'une anisotropie quelconque induite dans le gaz, comme<sup>2</sup> :

$$M_{\text{T}}^{\text{Cav}} = \frac{t_e \cdot t_s \cdot e^{i\psi}}{(1 - \lambda_+) \cdot (1 - \lambda_-)} \cdot \begin{pmatrix} 1 - m_{22} & -\frac{(m_{22} - \lambda_+) \cdot (m_{22} - \lambda_-)}{m_{21}} \\ m_{21} & 1 - m_{11} \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

Le champ transmis par la cavité  $\vec{E}_T^{\text{Cav}}$  s'obtient alors en fonction du champ

---

<sup>2</sup>Dans le cas particulier où la matrice aller-retour est diagonale dans le référentiel du laboratoire, les éléments de la matrice vérifient  $m_{11} = \lambda_+$ ,  $m_{22} = \lambda_-$ ,  $m_{12} = m_{21} = 0$  et le rapport  $\frac{(m_{22} - \lambda_+) \cdot (m_{22} - \lambda_-)}{m_{21}} = 0$



incident  $\vec{E}_{Inc}$  par la relation :

$$\vec{E}_T^{Cav} = M_T^{Cav} \cdot \vec{E}_{Inc} \quad (3.13)$$

### 3.1.2.2 En réflexion

De la même manière nous pouvons déterminer la matrice de transfert en réflexion de la cavité : le champ en réflexion,  $\vec{E}_R^{Cav}$ , est composé du champ constructif provenant de la cavité, noté  $\vec{E}_{R.O.}$  pour rétroaction optique (car une partie de ce champ sera utilisé pour l'asservissement de la source laser) et du champ provenant de la réflexion directe sur le miroir d'entrée  $\vec{E}_{R.D.}$  :

$$\vec{E}_R^{Cav} = \vec{E}_{R.O.} + \vec{E}_{R.D.} \quad (3.14)$$

Notons que  $\vec{E}_{R.O.}$  est lui-même la somme des champs provenant de la cavité ayant fait un, deux, ...,  $n$  allers-retours dans le gaz. Chacun d'eux a été transmis deux fois par le miroir d'entrée (en entrant et en sortant de la cavité) et a subi une réflexion sur le miroir de sortie, s'accompagnant d'un terme de phase accumulée sur le premier aller-retour. Ainsi la matrice de transfert en réflexion, définissant  $\vec{E}_R^{Cav}$  en fonction de  $\vec{E}_{Inc}$ , s'écrit comme :

$$M_R^{Cav} = R_e + T_e \cdot M_{gaz}^- \cdot R_s \cdot M_{gaz}^+ \cdot \sum_{n=0}^{\infty} (R_e M_{gaz}^- R_s M_{gaz}^+ e^{2i\psi})^n \cdot T_e \cdot e^{2i\psi} \quad (3.15)$$

Comme pour le calcul de  $M_T^{Cav}$ , l'anisotropie rencontrée en dehors des multiples allers-retours dans la cavité est négligée. On en déduit, pour la matrice de transfert en réflexion de la cavité, l'expression suivante valable quelle que soit l'anisotropie

du milieu :

$$M_{\mathbf{R}}^{\text{Cav}} = r_e \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \frac{t_e^2 \cdot r_s \cdot e^{2i\psi}}{(1 - \lambda_+) \cdot (1 - \lambda_-)} \cdot \begin{pmatrix} 1 - m_{22} & -\frac{(m_{22} - \lambda_+) \cdot (m_{22} - \lambda_-)}{m_{21}} \\ m_{21} & 1 - m_{11} \end{pmatrix} \quad (3.16)$$

Le champ réfléchi par la cavité  $\vec{E}_R^{\text{Cav}}$  s'obtient alors en fonction du champ incident  $\vec{E}_{Inc}$  par la relation :

$$\vec{E}_R^{\text{Cav}} = M_{\mathbf{R}}^{\text{Cav}} \cdot \vec{E}_{Inc} \quad (3.17)$$

### 3.1.3 Matrices de transfert de l'association

Les matrices de transfert du polariseur définissant l'état de polarisation d'excitation et celles de ses analyseurs sont maintenant associées aux matrices de transfert en transmission et en réflexion de la cavité. L'objectif est d'en déduire les matrices de transfert en transmission et en réflexion reliant les champs issus du dispositif au champ laser incident.

#### 3.1.3.1 Matrices de transfert en transmission

En transmission, derrière la cavité excitée par un état de polarisation circulaire gauche, nous distinguerons trois champs selon que l'observation est effectuée sans analyseur, à travers l'analyseur cocirculaire ou à travers l'analyseur croisé.

Le champ transmis sans aucun analyseur, noté  $\vec{E}_T$ , est relié au champ incident par la matrice  $M_{\mathbf{T}}$ , représentant l'association du polariseur circulaire gauche et de

la cavité vue en transmission, elle s'écrit comme :

$$M_{\mathbf{T}} = M_{\mathbf{T}}^{\text{Cav}} \cdot P_{\mathbf{X}}^{\mathbf{G}} = \frac{t_e \cdot t_s \cdot e^{i\psi}}{\sqrt{2} \cdot (1 - \lambda_+) \cdot (1 - \lambda_-)} \cdot \begin{pmatrix} 1 - m_{22} - i \cdot \frac{(m_{22} - \lambda_+) \cdot (m_{22} - \lambda_-)}{m_{21}} & 0 \\ m_{21} + i(1 - m_{11}) & 0 \end{pmatrix} \quad (3.18)$$

et le champ  $\vec{E}_T$  s'exprime par :

$$\vec{E}_T = M_{\mathbf{T}} \cdot \vec{E}_{Inc} \quad (3.19)$$

Le champ transmis par le dispositif dont l'état de polarisation est cocirculaire à l'état d'excitation, noté  $\vec{E}_T^{\mathbf{Q}}$ , se fait en associant dans l'ordre le polariseur circulaire gauche, la cavité vue en transmission et l'analyseur cocirculaire. La représentation matricielle de cette association est notée  $M_{\mathbf{T}}^{\mathbf{Q}}$  et s'écrit comme :

$$M_{\mathbf{T}}^{\mathbf{Q}} = A_{\mathbf{Q}} \cdot M_{\mathbf{T}}^{\text{Cav}} \cdot P_{\mathbf{X}}^{\mathbf{G}} = \frac{t_e \cdot t_s \cdot e^{i\psi}}{2 \cdot (1 - \lambda_+) \cdot (1 - \lambda_-)} \cdot \begin{pmatrix} & 0 & \\ & & 0 \\ i(2 - m_{11} - m_{22}) + m_{21} + \frac{(m_{22} - \lambda_+) \cdot (m_{22} - \lambda_-)}{m_{21}} & & 0 \end{pmatrix} \quad (3.20)$$

et le champ  $\vec{E}_T^{\mathbf{Q}}$  s'exprime par :

$$\vec{E}_T^{\mathbf{Q}} = M_{\mathbf{T}}^{\mathbf{Q}} \cdot \vec{E}_{Inc} \quad (3.21)$$

Enfin, le troisième champ accessible en transmission est le champ dont l'état de polarisation est orthogonal à l'état d'excitation noté  $\vec{E}_T^{\mathbf{O}}$ . Il s'obtient à partir de la (3.20) en remplaçant l'analyseur cocirculaire  $A_{\mathbf{Q}}$  par l'analyseur croisé  $A_{\mathbf{O}}$ . La

### 3.1. Matrices de transfert du dispositif

---

représentation matricielle est notée  $M_{\mathbf{T}}^{\mathcal{O}}$  et s'écrit :

$$M_{\mathbf{T}}^{\mathcal{O}} = A_{\mathcal{O}} \cdot M_{\mathbf{T}}^{\text{Cav}} \cdot P_{\mathbf{X}}^{\mathbf{G}} = \frac{t_e \cdot t_s \cdot e^{i\psi}}{2 \cdot (1 - \lambda_+) \cdot (1 - \lambda_-)} \cdot \begin{pmatrix} m_{11} - m_{22} + i \left[ m_{21} - \frac{(m_{22} - \lambda_+) \cdot (m_{22} - \lambda_-)}{m_{21}} \right] & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.22)$$

et le champ  $\vec{E}_T^{\mathcal{O}}$  s'exprime par :

$$\vec{E}_T^{\mathcal{O}} = M_{\mathbf{T}}^{\mathcal{O}} \cdot \vec{E}_{Inc} \quad (3.23)$$

L'élément non nul de la matrice  $M_{\mathbf{T}}^{\mathcal{O}}$  signifie que l'introduction de la cavité entre les deux polariseurs croisés a induit un changement de polarisation dû à la biréfringence des miroirs et du gaz.

#### 3.1.3.2 Matrices de transfert en réflexion

En réflexion, l'analyse du champ provenant de la cavité se fait par le même dispositif que pour la définition de l'état de polarisation d'excitation, parcouru dans le sens inverse comme illustré sur la figure 3.5.

Le champ réfléchi par la cavité et transmis par l'analyseur cocirculaire donc défléchi du trajet retour, noté  $\vec{E}_R^{\mathcal{O}}$ , est relié au champ incident par la matrice notée

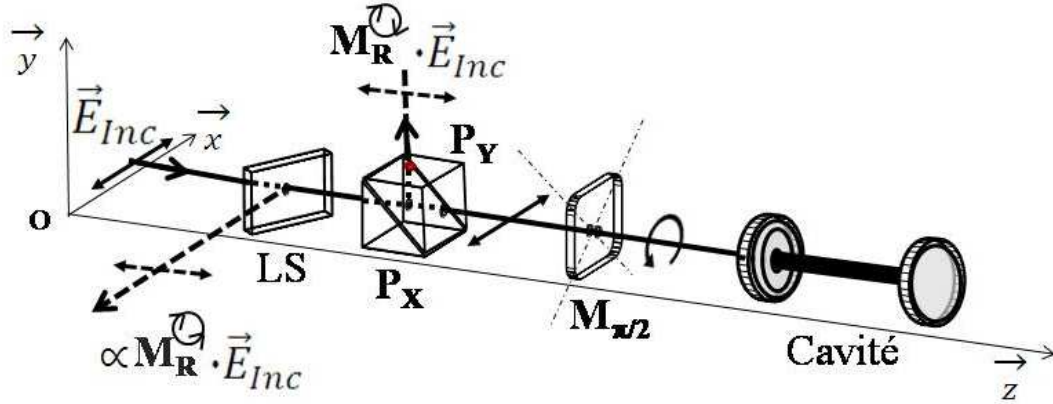


FIG. 3.5 – **Analyse du champ intracavité en réflexion au moyen du polariseur circulaire.** LS : lame séparatrice. Les traits en pointillés représentent les signaux optiques accessibles en réflexion. Théoriquement ils sont reliés au champ incident par les matrices  $M_R^Q$  et  $M_T^Q$ , respectivement données par les relations (3.24) et (3.25)

$M_R^Q$  qui s'écrit :

$$M_R^Q = A_Q \cdot M_R^{Cav} \cdot P_X^G = r_e \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ i & 0 \end{pmatrix} + \frac{t_e^2 r_s \cdot e^{2i\psi}}{2 \cdot (1 - \lambda_+) \cdot (1 - \lambda_-)} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ i(2 - m_{11} - m_{22}) + m_{21} + \frac{(m_{22} - \lambda_+) \cdot (m_{22} - \lambda_-)}{m_{21}} & 0 \end{pmatrix} \quad (3.24)$$

Le premier terme de la somme relie le champ directement réfléchi par le miroir d'entrée au champ incident. On remarque le rôle d'isolation joué par le dispositif de polarisation circulaire empêchant le retour de la réflexion directe dans la source laser. Le deuxième terme de la somme est identique à la matrice  $M_T^Q$ , au facteur d'amplitude<sup>3</sup>  $r_s t_e / t_s$  et au facteur de phase accumulée sur un aller,  $e^{i\psi}$ , près.

Le champ réfléchi par la cavité et transmis par l'analyseur croisé, donc en mesure

<sup>3</sup>Pour les miroirs utilisés ce facteur est de l'ordre de un.

de retourner dans la source laser, est relié au champ incident par la matrice notée  $M_{\mathbf{R}}^{\mathcal{Q}}$ , elle s'écrit :

$$M_{\mathbf{R}}^{\mathcal{Q}} = A_{\mathcal{Q}} \cdot M_{\mathbf{R}}^{\text{Cav}} \cdot P_{\mathbf{X}}^{\mathbf{G}} = \frac{t_e^2 r_s \cdot e^{2i\psi}}{(1 - \lambda_+) \cdot (1 - \lambda_-)} \cdot \begin{pmatrix} m_{11} - m_{22} + i \left[ m_{21} - \frac{(m_{22} - \lambda_+) \cdot (m_{22} - \lambda_-)}{m_{21}} \right] & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.25)$$

Elle est identique à la matrice  $M_{\mathbf{T}}^{\mathcal{Q}}$  au facteur  $r_s t_e / t_s e^{i\psi}$  près. Ainsi la présence du terme non nul, proportionnel à la biréfringence présente dans la cavité et dans les miroirs, signifie qu'une partie du champ intracavité retourne dans la source laser. Elle joue ainsi le rôle de rétroaction optique indispensable pour l'affinement spectral de la source.

## 3.2 Biréfringences résultantes des miroirs

Cette section caractérise l'élément biréfringent résultant de l'association de deux miroirs haute réflectivité. Du fait du rôle principal que joue cet élément dans notre dispositif, l'objectif est de donner une expression explicite des coefficients  $[m_{ij}]$  de la matrice aller-retour et de définir les états propres de la cavité lorsque seule la biréfringence des miroirs est présente dans la cavité.

### 3.2.1 Détermination du système équivalent

Comme l'ont montré les différentes études citées en introduction [14, 54–59], les miroirs de haute réflectivité se comportent comme des déphaseurs faibles. Leurs

matrices de Jones associées s'écrivent sous la forme [63] :

$$\begin{aligned} R_{\mathbf{e},s} &= R(\theta_{\mathbf{e},s}) \cdot \begin{pmatrix} e^{i\frac{\phi_{e,s}}{2}} & 0 \\ 0 & e^{i\frac{-\phi_{e,s}}{2}} \end{pmatrix} \cdot R(-\theta_{\mathbf{e},s}) \\ &= r_{e,s} \cdot \begin{pmatrix} 1 + i\frac{\phi_{e,s}}{2} \cos 2\theta_{e,s} & i\frac{\phi_{e,s}}{2} \sin 2\theta_{e,s} \\ i\frac{\phi_{e,s}}{2} \sin 2\theta_{e,s} & 1 - i\frac{\phi_{e,s}}{2} \cos 2\theta_{e,s} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3.26)$$

où  $\phi_{e,s} \ll 1$  est le déphasage faible entre les deux états propres du déphaseur, respectivement pour le miroir d'entrée et le miroir de sortie,  $R(\theta_{\mathbf{e},s})$  est la matrice de rotation passant du référentiel des axes propres au référentiel du laboratoire et  $\theta_{e,s}$  est défini par rapport à l'axe  $\vec{x}$ , et où  $r_{e,s}$  sont les coefficients en réflexion en amplitude des miroirs.

La matrice aller-retour  $M_{\mathbf{a.r.}}$  donnée par la relation (3.8) représente donc ici la simple association de deux déphaseurs faibles que constituent les miroirs. Les éléments  $[m_{ij}]$  de la matrice  $M_{\mathbf{a.r.}}$  s'obtiennent par le produit des éléments des matrices représentant les deux déphaseurs faibles. Ils sont représentés ci-dessous avec la même approximation que précédemment :

$$\begin{aligned} M_{\mathbf{a.r.}} &= R_{\mathbf{e}} \times R_{\mathbf{s}} \times e^{2i\psi} = R \cdot e^{2i\psi} \\ &= \begin{pmatrix} 1 + i \left[ \frac{\phi_e}{2} \cos(2\theta_e) + \frac{\phi_s}{2} \cos(2\theta_s) \right] & i \left[ \frac{\phi_e}{2} \sin(2\theta_e) + \frac{\phi_s}{2} \sin(2\theta_s) \right] \\ i \left[ \frac{\phi_e}{2} \sin(2\theta_e) + \frac{\phi_s}{2} \sin(2\theta_s) \right] & 1 - i \left[ \frac{\phi_e}{2} \cos(2\theta_e) + \frac{\phi_s}{2} \cos(2\theta_s) \right] \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3.27)$$

où  $R = r_e \cdot r_s$ .

Cette matrice a pour valeurs propres  $\lambda$  et  $\bar{\lambda}$ , conjuguées complexes l'une de

### 3.2. Biréfringences résultantes des miroirs

---

l'autre :

$$\lambda = 1 + i \frac{\phi_M}{2} \quad (3.28)$$

où l'on montre en utilisant (3.11) que le déphasage  $\phi_M$  entre les deux états propres est fonction des déphasages respectifs  $\phi_e$  et  $\phi_s$  des déphaseurs d'entrée et de sortie et de l'angle relative de leurs axes propres  $\theta_e - \theta_s$ . Il s'écrit comme :

$$\phi_M = \sqrt{\phi_e^2 + \phi_s^2 + 2\phi_e\phi_s \cos(2(\theta_e - \theta_s))} \quad (3.29)$$

Ses vecteurs propres, définissant les états propres de polarisation de la cavité, se déduisent de la relation (3.10). Un calcul un peu lourd permet de montrer que ceux-ci sont réels et les états propres de polarisation de la cavité sont donc linéaires. L'élément optique résultant de l'association est alors un déphaseur. Pour déterminer l'angle  $\theta_M$  de son axe lent par rapport au référentiel du laboratoire il est plus simple de partir de ce résultat et d'utiliser l'expression de la matrice d'un déphaseur défini, aux coefficients de réflexion près, comme :

$$M_{\text{a.r.}} = R \cdot e^{2i\psi} \cdot \begin{pmatrix} 1 + i \frac{\phi_M}{2} \cos(2\theta_M) & i \frac{\phi_M}{2} \sin(2\theta_M) \\ i \frac{\phi_M}{2} \sin(2\theta_M) & 1 - i \frac{\phi_M}{2} \cos(2\theta_M) \end{pmatrix} \quad (3.30)$$

et d'identifier ensuite les termes de cette matrice avec les éléments  $[m_{ij}]$  de la matrice (3.27).  $\theta_M$  s'exprime alors comme :

$$\tan(2\theta_M) = \frac{m_{21} + m_{12}}{m_{11} - m_{22}} = \frac{\phi_e \sin(2\theta_e) + \phi_s \sin(2\theta_s)}{\phi_e \cos(2\theta_e) + \phi_s \cos(2\theta_s)} \quad (3.31)$$

Après quelques manipulations trigonométriques, une expression plus explicite est



donnée par :

$$\theta_M = \frac{\theta_e + \theta_s}{2} + \frac{1}{2} \arctan \left( \frac{\phi_e - \phi_s}{\phi_e + \phi_s} \tan(\theta_e - \theta_s) \right) \quad (3.32)$$

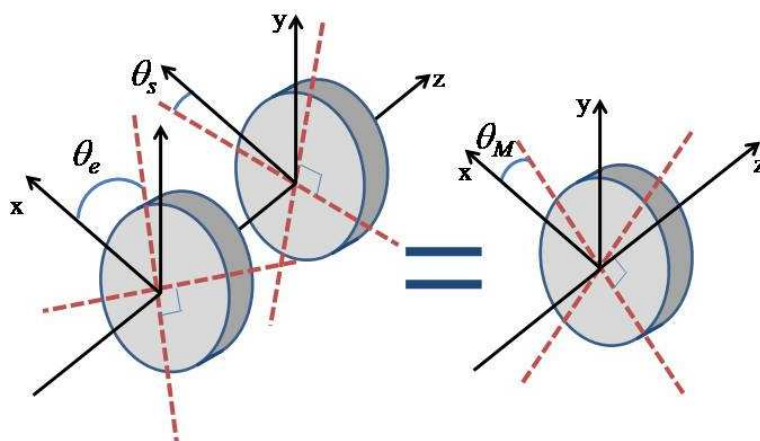


FIG. 3.6 – *Schéma représentant l'équivalence de l'association de deux déphaseurs faibles avec un déphaseur faible. Les nouveaux états propres restent rectilignes, leur déphasage et l'orientation dans le référentiel du laboratoire seront notés par la suite  $\phi_M$  et  $\theta_M$ .*

Finalement, la biréfringence intracavité est dorénavant vue comme provenant d'un unique déphaseur faible. Cela est illustré sur la figure 3.6. Les deux caractéristiques résultantes  $\phi_M$  et  $\theta_M$  dépendent des déphasages de chacun des miroirs et de leur orientation relative  $\theta_e - \theta_s$ . De plus, contrairement à  $\phi_M$ ,  $\theta_M$  dépend aussi de leur orientation absolue,  $\theta_e + \theta_s$ .

### 3.2.2 Représentation graphique des caractéristiques résultantes

A la vue de ce résultat, une représentation graphique bien choisie permet de rendre compte facilement de la dépendance du déphaseur résultant vis à vis des caractéristiques individuelles des deux déphaseurs. Pour cela, un déphaseur faible

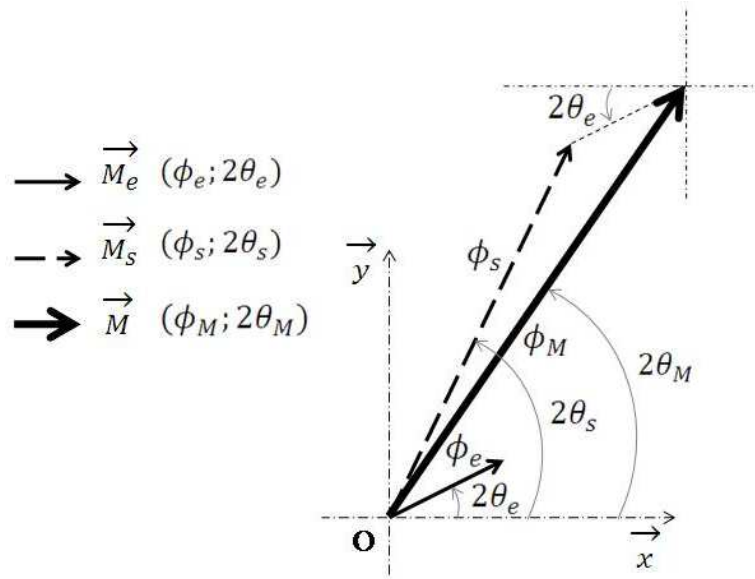


FIG. 3.7 – **Représentation graphique d'un déphaseur par un vecteur en coordonnées polaires.** Le déphaseur résultant de l'association des deux déphaseurs représentés par les vecteurs  $\vec{M}_e$  ( $\phi_e; 2\theta_e$ ) et  $\vec{M}_s$  ( $\phi_s; 2\theta_s$ ) est alors représenté par le vecteur somme vectorielle  $\vec{M}$  ( $\phi_M; 2\theta_M$ ).

est représenté par un vecteur de dimension deux exprimé dans le système de coordonnées polaires. Sa norme correspond au déphasage et l'angle polaire à deux fois l'angle de l'axe lent dans le référentiel du laboratoire<sup>4</sup>. Le vecteur-déphaseur résultant de l'association de deux autres vecteurs-déphaseurs se définit alors simplement comme la somme vectorielle (figure 3.7). On retrouve facilement l'expression de l'amplitude du déphasage résultant, relation (3.30), par la définition du produit scalaire et l'expression de l'orientation de l'axe lent, relation (3.31), par la définition de la tangente.

En s'appuyant sur cette représentation graphique, nous pouvons suivre facilement l'évolution des états propres de la cavité et de l'amplitude du déphasage en

<sup>4</sup>Le facteur deux vient du fait que l'axe lent d'un déphaseur est défini modulo  $[\pi]$  alors que dans la représentation graphique le vecteur-déphaseur peut être défini par un angle modulo  $[2\pi]$ .

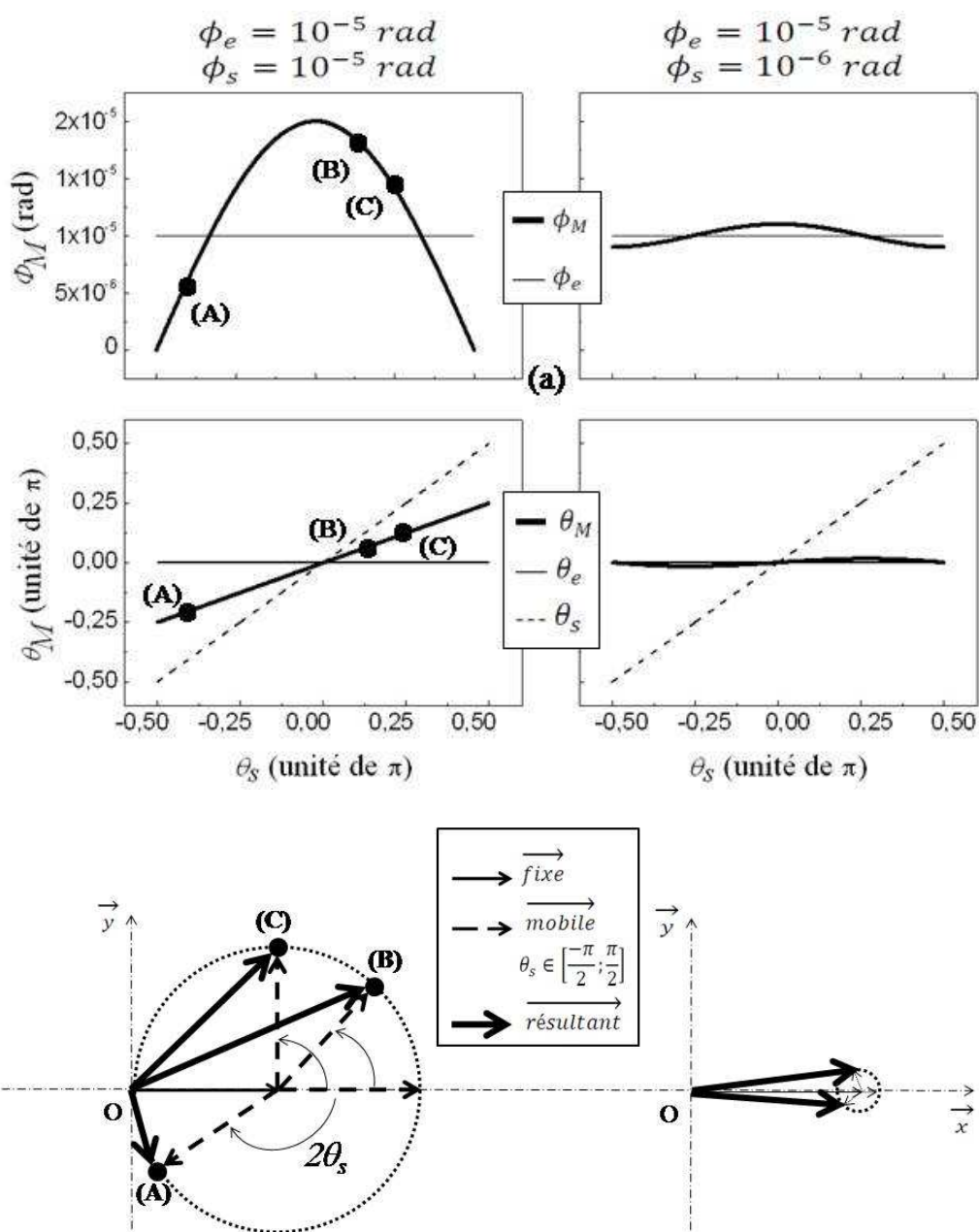


FIG. 3.8 – Evolution de l'amplitude du déphasage et de l'orientation du déphaseur résultant en fonction de la rotation du miroir de sortie sur l'intervalle  $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$  pour deux amplitudes de déphasage des miroirs. La figure présente, de haut en bas, le déphasage résultant d'après l'expression (3.29), l'orientation résultante d'après l'expression (3.32) et la représentation vectorielle des déphaseurs. Les points (A), (B) et (C) correspondent à trois positions particulières du miroir de sortie.

### 3.2. Biréfringences résultantes des miroirs

---

fonction de l'orientation relative des deux miroirs. L'action d'un déphaseur se retrouvant identique après une rotation d'un demi-tour de ses axes propres, l'étude du déphaseur résultant est effectuée en fonction de la rotation de l'un des miroirs sur l'intervalle  $[\frac{-\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$ . Elle est illustrée sur la figure 3.8 pour deux cas distincts de déphasages  $\phi_e$  et  $\phi_s$  où le miroir mobile est le miroir de sortie. Sur la partie gauche de la figure, les amplitudes des déphasages sont strictement égales ( $\phi_e = \phi_s = 10^{-5} \text{ rad}$ ). Sur la partie de droite, le déphasage du miroir d'entrée est d'un ordre de grandeur supérieur à celui du miroir de sortie ( $\phi_e \gg \phi_s = 10^{-6} \text{ rad}$ ). De haut en bas, les deux premiers graphiques donnent l'évolution, à l'aide des expressions analytiques (3.30) et (3.32), du déphasage résultant ainsi que celle de l'orientation résultante. A travers l'analyse de la norme et de l'orientation du vecteur-déphaseur, le troisième graphique reprend les mêmes informations au moyen de la représentation graphique. A chaque angle de rotation les trois vecteurs-déphaseurs (miroir fixe, miroir mobile et déphaseur résultant) sont représentés. Le vecteur mobile tournant à une vitesse deux fois plus grande que l'axe lent de son déphaseur associé, il décrit donc un cercle sur l'intervalle  $[\frac{-\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$ . Il est immédiat avec la définition de la somme vectorielle que le déphasage résultant est maximum lorsque les vecteurs-déphaseurs sont colinéaires dans le même sens et minimum dans le sens opposé. Du point de vue de l'orientation relative des déphaseurs, le déphasage résultant est alors maximum lorsque ceux-ci sont alignés et minimum lorsqu'ils sont croisés. Entre ces deux valeurs extrêmes, le déphasage peut donc être contrôlé via l'orientation d'un des miroirs. L'amplitude d'ajustement est d'autant plus importante que la différence entre les normes des vecteurs est faible et la gamme accessible est maximale lorsque les déphasages de chacun des miroirs sont rigoureusement identiques. Dans ce cas, le déphasage passe d'un maximum égal à deux fois le déphasage d'un des miroirs à

un minimum égal à zéro. Il est intéressant de noter qu'à cette position la biréfringence intracavité sondée sera nulle. A l'inverse, dans le cas où l'un des miroirs a un déphasage bien supérieur à l'autre, la somme vectorielle est dominée par le vecteur de plus grande norme, et la norme résultante vaut approximativement la norme du vecteur dominant sur toute la plage de variation du vecteur mobile.

De même, l'orientation des états propres linéaires de la cavité définie par  $\theta_M$  est elle aussi modifiée lors de la rotation d'un des miroirs. Lorsque les déphasages sont strictement égaux, l'effet de la rotation de l'un ou l'autre des miroirs est identique et  $\theta_M$  varie d'un angle moitié de la rotation du miroir mobile. A l'inverse, dans le cas où l'un des déphasages induit par un des miroirs est bien supérieur à l'autre, avec le même raisonnement sur la somme vectorielle donné précédemment, on comprend que l'angle résultant suit principalement l'angle du vecteur dominant. Sur la figure 3.8, c'est le miroir de faible déphasage qui tourne, ainsi l'orientation  $\theta_M$  de la polarisation linéaire de l'état propre de la cavité varie très peu autour de la position fixée par  $\theta_e = 0$ .

Nous retiendrons que les deux miroirs de haute réflectivité représentés par des déphaseurs faibles rencontrés par l'onde lumineuse sur un aller-retour, peuvent être vus comme un unique déphaseur faible dont les caractéristiques sont contrôlées par l'orientation relative et absolue des deux miroirs. Celles-ci se déduisent intuitivement avec la représentation graphique d'un déphaseur comme un vecteur dont les coordonnées polaires sont respectivement le déphasage et deux fois l'orientation de l'axe lent. Cette représentation s'étend à l'association de plusieurs déphaseurs faibles dans la limite où le déphaseur résultant est un déphaseur faible. Cela sera mis à profit pour intégrer facilement l'effet de la biréfringence du gaz.

Ce résultat a permis de caractériser la biréfringence intracavité dans le cas où seule la biréfringence des miroirs est prise en compte et de donner une expression explicite aux coefficients  $[m_{ij}]$  de la matrice aller-retour.

### 3.3 Analyse des puissances optiques issues du dispositif

#### 3.3.1 Expressions des puissances optiques

L'introduction des coefficients  $[m_{ij}]$  de la matrice aller-retour (3.30) dans les matrices de transfert (3.18), (3.20) et (3.22) du dispositif permet ensuite de déterminer les expressions analytiques des puissances optiques transmises par le dispositif de mesure. Cependant, ces coefficients conduisent à des expressions qui restent complexes. On peut s'affranchir de cette complexité en faisant la remarque suivante. Dans la base de polarisation circulaire, les expressions représentant le polariseur et les analyseurs sont indépendantes du repère cartésien choisi<sup>5</sup>. On peut donc le faire correspondre avec les états propres de la cavité et définir celui-ci comme le référentiel du laboratoire. La matrice aller-retour  $M_{a.r.}$  (3.30) est alors diagonale et s'écrit en fonction de ses valeurs propres :

$$M_{a.r.} = R e^{2i\psi} \cdot \begin{pmatrix} 1 + i\frac{\phi_M}{2} & 0 \\ 0 & 1 - i\frac{\phi_M}{2} \end{pmatrix} = R \begin{pmatrix} e^{2i(\psi + \frac{\phi_M}{4})} & 0 \\ 0 & e^{2i(\psi - \frac{\phi_M}{4})} \end{pmatrix} \quad (3.33)$$

---

<sup>5</sup>En toute rigueur, les expressions dans deux repères cartésiens distincts diffèrent d'un facteur de phase égal à  $e^{i\theta}$  où  $\theta$  correspond à l'angle entre les deux. Celui-ci n'intervient pas dans une mesure d'intensité.

L'introduction de ses coefficients dans la relation (3.18) de la matrice de transfert en transmission conduit à l'expression simple donnée ci-dessous du champ transmis par la cavité observé sans analyseur noté  $E_{\mathbf{T}}$  :

$$E_{\mathbf{T}} = M_{\mathbf{T}} \cdot E_{\text{Laser}} = \frac{T e^{i\psi} E_{\text{Laser}}}{\sqrt{2}} \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{1 - R e^{2i(\psi + \frac{\phi_M}{4})}} \\ i \\ \frac{i}{1 - R e^{2i(\psi - \frac{\phi_M}{4})}} \end{pmatrix} \quad (3.34)$$

Ses composantes sont les amplitudes complexes de deux ondes se propageant dans les deux modes propres de la cavité. Celles-ci résultent de la somme cohérente d'une infinité d'ondes dont les amplitudes sont pondérées d'un facteur  $R e^{2i(\psi + \frac{\phi_M}{4})}$  par aller-retour effectué. En faisant apparaître la norme et la phase de l'amplitude complexe de l'onde résultante de chacun des modes dans la relation (3.34),  $E_{\mathbf{T}}$  peut encore se mettre sous la forme :

$$E_{\mathbf{T}} = \frac{T e^{i\psi} E_{\text{Laser}}}{\sqrt{2}(1-R)} \cdot \begin{pmatrix} \frac{e^{i\theta(\psi, \phi_M)}}{\sqrt{1 + \frac{4F^2}{\pi^2} \sin^2(\psi + \phi_M/4)}} \\ i \cdot \frac{e^{i\theta(\psi, -\phi_M)}}{\sqrt{1 + \frac{4F^2}{\pi^2} \sin^2(\psi - \phi_M/4)}} \end{pmatrix} = \frac{T e^{i\psi} E_{\text{Laser}}}{\sqrt{2}} \cdot \begin{pmatrix} M_+ \\ i \cdot M_- \end{pmatrix} \quad (3.35)$$

où  $\frac{1}{(1-R) \sqrt{1 + \frac{4F^2}{\pi^2} \sin^2(\psi, \pm \phi_M/4)}}$  est l'amplitude réelle de l'onde résultante et  $\theta(\psi, \pm \phi_M)$  est sa phase résultante accumulée (+ ou - suivant que l'onde se propage dans un mode ou l'autre de la cavité). La finesse de la cavité linéaire<sup>6</sup>  $F$  est ici introduite et l'on montre, proche de la résonance ( $\psi \approx 0$ ) et pour des déphasages  $\phi_M$  faibles, que la phase s'écrit simplement comme :

$$\theta(\psi, \pm \phi_M) = \frac{2F}{\pi} \cdot \left( \psi \pm \frac{\phi_M}{4} \right) \quad (3.36)$$

---

<sup>6</sup>Pour les miroirs de haute réflectivité utilisés,  $R \approx 0,99998$ , on a considéré que  $F = \frac{\pi \sqrt{R}}{1-R} \approx \frac{\pi}{1-R}$

faisant apparaître clairement l'effet d'accumulation des cavités optiques puisque l'onde transmise a accumulé un déphasage en moyenne  $2F/\pi$  fois plus important qu'en simple passage, correspondant à son nombre d'allers-retours effectués intracavité.

Les mêmes remarques simplificatrices s'appliquent aux matrices de transfert (3.20) et (3.22), ce qui permet d'obtenir respectivement le champ  $E_{\mathbf{T}}^{\circ}$  à travers l'analyseur cocirculaire et  $E_{\mathbf{T}}^{\circ}$  à travers l'analyseur croisé. Ils s'expriment par :

$$E_{\mathbf{T}}^{\circ} = M_{\mathbf{T}}^{\circ} \cdot E_{\text{Laser}} = \frac{iT e^{i\psi} E_{\text{Laser}}}{2} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ M_+ + M_- \end{pmatrix} \quad (3.37)$$

$$E_{\mathbf{T}}^{\circ} = M_{\mathbf{T}}^{\circ} \cdot E_{\text{Laser}} = \frac{T e^{i\psi} E_{\text{Laser}}}{2} \cdot \begin{pmatrix} M_+ - M_- \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.38)$$

Ainsi la projection du champ transmis sur la polarisation cocirculaire revient simplement à sommer les amplitudes complexes correspondantes aux modes propres et la projection sur la polarisation croisée réalise leur différence. Il est immédiat d'après (3.35) que dans le cas où il n'y a aucune biréfringence intracavité le champ de polarisation croisée est nul ( $M_+ = M_-$ ). Autrement dit aucun déphasage n'apparaît entre les deux ondes au cours des multiples allers-retours dans la cavité et la polarisation n'a acquis aucune ellipticité.

Par suite, on détermine les expressions des puissances optiques respectivement associées aux différents champs. Elles sont notées,  $P_T$  pour puissance totale,  $P_T^{\circ}$  pour puissance cocirculaire, et  $P_T^{\circ}$  pour puissance croisée. Leurs expressions en fonction de la puissance optique de chacun des modes propres dérivent de (3.35),



(3.37) et (3.38), et sont données ci-dessous :

$$\begin{aligned}
 P_T &= (|M_+|^2 + |M_-|^2) \cdot \frac{T^2 P_{Laser}}{2} \\
 &= \frac{H_{max} P_{Laser}}{2} \cdot \left( \frac{1}{1 + \frac{4F^2}{\pi^2} \sin^2(\psi + \phi_M/4)} + \frac{1}{1 + \frac{4F^2}{\pi^2} \sin^2(\psi - \phi_M/4)} \right) \quad (3.39)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P_T^{\odot} &= [ |M_+|^2 + |M_-|^2 + 2 \cdot |M_+| \cdot |M_-| \cdot \cos(\theta(\psi, \phi_M) - \theta(\psi, -\phi_M)) ] \cdot \frac{T^2 P_{Laser}}{4} \\
 &= \frac{P_T}{2} + \frac{H_{max} P_{Laser}}{2} \cdot \frac{\cos(\theta(\psi, \phi_M) - \theta(\psi, -\phi_M))}{\left(1 + \frac{4F^2}{\pi^2} \sin^2(\psi + \phi_M/4)\right) \left(1 + \frac{4F^2}{\pi^2} \sin^2(\psi - \phi_M/4)\right)} \quad (3.40)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P_T^{\ominus} &= [ |M_+|^2 + |M_-|^2 - 2 \cdot |M_+| \cdot |M_-| \cdot \cos(\theta(\psi, \phi_M) - \theta(\psi, -\phi_M)) ] \cdot \frac{T^2 P_{Laser}}{4} \\
 &= \frac{P_T}{2} - \frac{H_{max} P_{Laser}}{2} \cdot \frac{\cos(\theta(\psi, \phi_M) - \theta(\psi, -\phi_M))}{\left(1 + \frac{4F^2}{\pi^2} \sin^2(\psi + \phi_M/4)\right) \left(1 + \frac{4F^2}{\pi^2} \sin^2(\psi - \phi_M/4)\right)} \quad (3.41)
 \end{aligned}$$

où  $P_{Laser} = |E_{Laser}|^2$  et  $H_{max} = \frac{T^2}{(1-R)^2}$  sont respectivement la puissance laser incidente et le coefficient de transmission à résonance de la cavité.

### 3.3.2 Analyse spectrale des puissances optiques

Dans les expressions précédentes des différentes puissances optiques transmises, il apparaît la contribution des puissances des deux modes de la cavité ( $|M_+|^2$  et  $|M_-|^2$ ), d'un terme de recouvrement spectral ( $|M_+| \cdot |M_-|$ ) et un terme d'interférence en cosinus fonction du déphasage  $\phi_M$  entre les deux modes. Nous allons nous appuyer sur le comportement de ces différents termes pour comprendre les mécanismes d'évolutions de  $P_T$ ,  $P_T^{\text{Q}}$  et  $P_T^{\text{O}}$  en fonction de la variable  $\psi$  exprimant le désaccord de phase entre la longueur d'onde du laser et la longueur de la cavité. Celles-ci sont représentées sur la figure 3.9 et la figure 3.10 pour diverses valeurs du paramètre  $\phi_M$  allant de 0 à  $5\pi/F$  où les différentes puissances sont normalisées par  $H_{max}$  et  $P_{Laser}$ .

D'après (3.35) puisque les modes de la cavité sont orthogonaux, la mesure de la puissance sans analyseur  $P_T$  est simplement la somme des puissances de chacun des modes. Ceux-ci étant excités en égale proportion par l'onde circulaire, on retrouve à  $\psi = 0$  une puissance normalisée de 100 % en l'absence de biréfringence (courbe (a) de la figure 3.9). En présence d'un déphasage  $\phi_M$  les fréquences de résonances exactes s'écartent de la quantité  $\phi_M/2$  diminuant le recouvrement spectral entre les deux modes. Ceci conduit à une diminution progressive de la puissance transmise (courbes (b) et (c) de la figure 3.9). Lorsque la séparation dépasse la demi-largeur à mi-hauteur ( $\pi/2 F$ ) des deux modes de résonance, une longueur d'onde laser unique permet de les discriminer, la transmission présente deux maxima (courbe (d) de la figure 3.9). Pour une augmentation de la biréfringence au-delà de cette valeur, le maximum de la puissance transmise par chacun des modes tend vers 50 % (courbe (e) de la figure 3.9).

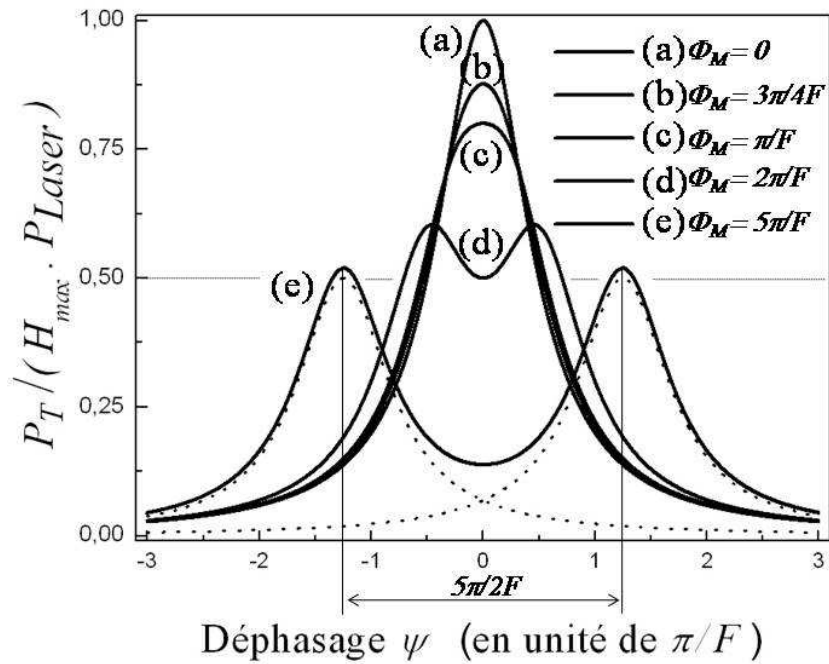
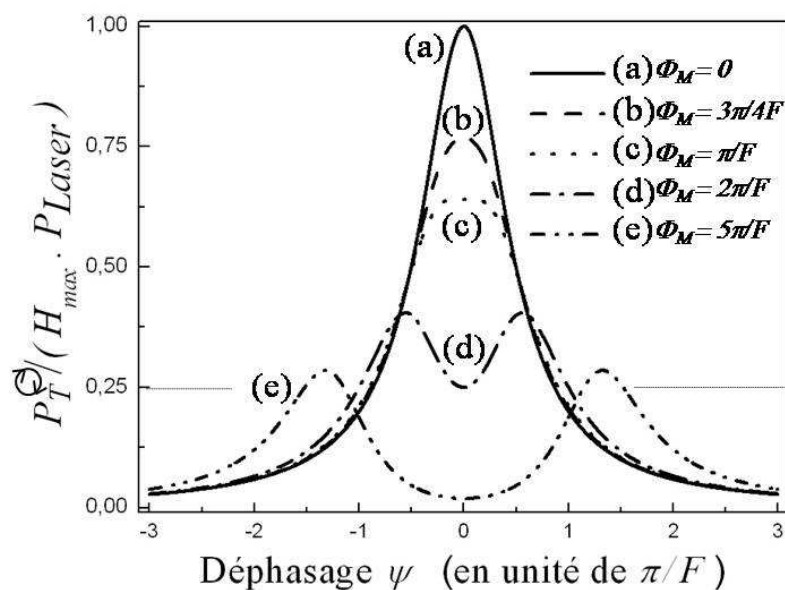


FIG. 3.9 – Puissance optique transmise par la cavité sans analyseur ( $P_T$ ) normalisée par  $H_{max}$  et  $P_{Laser}$  en fonction de  $\psi$ . Elle est présentée pour différentes valeurs du paramètre  $\phi_M$ , le déphasage intracavité. Nous avons fait apparaître en traits pointillés sur la courbe (e) la contribution des puissances de chacun des modes de polarisation linéaire de la cavité dont la somme définit la puissance totale.

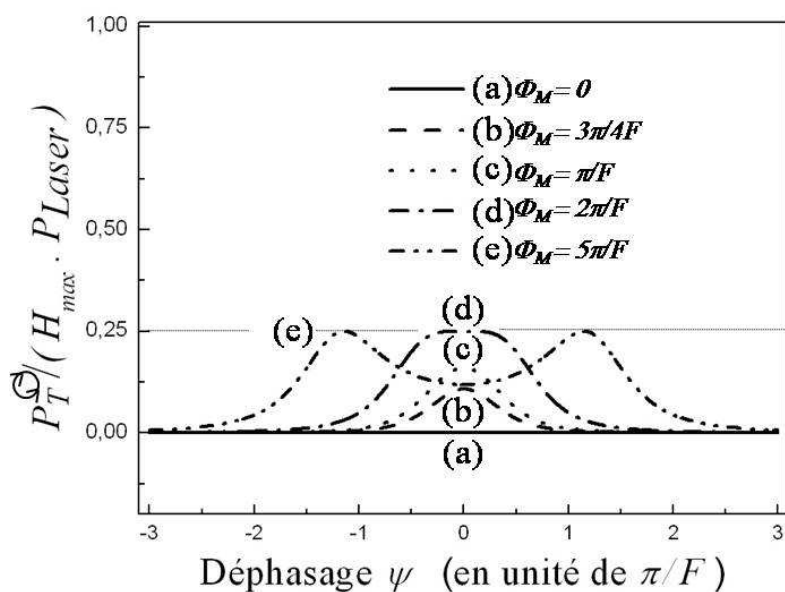
Les puissances cocirculaire  $P_T^{\text{O}}$  et croisée  $P_T^{\text{C}}$  présentent, en plus de la puissance de chacun des modes, un terme d'interférence supplémentaire en cosinus pondéré par le terme de recouvrement spectral  $|M_+| \cdot |M_-|$ . La puissance des modes linéaires de la cavité se partage de manière égale sur la base de polarisation circulaire d'analyse, d'où la division par deux de la puissance totale dans chacune des expressions (3.40) et (3.41). Le produit du terme d'interférence par le terme de recouvrement est compté négativement pour  $P_T^{\text{C}}$  et positivement pour  $P_T^{\text{O}}$ . En l'absence de biréfringence ce produit est maximum, il annule donc intégralement le signal sur la voie croisée et double celui de la voie cocirculaire qui devient identique à la puissance totale (courbes (a) des figures 3.10a et 3.10b). En revanche, l'apparition d'une biréfringence  $\phi_M$  induit un déphasage entre les deux modes propres diminuant le terme d'interférence et le terme de recouvrement. Cela conduit à l'apparition d'un signal sur  $P_T^{\text{C}}$  et à une diminution de  $P_T^{\text{O}}$  (courbes (b) et (c) des figures 3.10a et 3.10b). Il est facile de montrer en utilisant la relation (3.36) que le terme d'interférence évolue quadratiquement avec la biréfringence.

Pour des valeurs plus élevées de  $\phi_M$ , l'interférence ne contrecarre plus la diminution du recouvrement spectral des deux modes et  $P_T^{\text{O}}$  cesse d'augmenter pour tendre asymptotiquement vers 25 %. De façon inverse,  $P_T^{\text{C}}$  cesse de diminuer et tend asymptotiquement vers cette même valeur (courbes (d) et (e) des figures 3.10a et 3.10b). Notons que dans le cas de la puissance croisée, les effets opposés de recouvrement et d'interférence conduisent à discriminer les deux modes pour des valeurs de  $\phi_M$  plus élevées que celles remarquées pour la puissance totale. A l'inverse, dans la cas de la puissance cocirculaire, l'évolution dans le même sens de ces deux effets conduit à discriminer les deux modes pour des valeurs plus petites de  $\phi_M$ .

Sur la figure 3.11 est illustrée l'évolution des maxima des trois puissances trans-



(a)



(b)

FIG. 3.10 – *Puissances optiques transmises par la cavité au travers de l'analyseur cocirculaire,  $P_T^O$  (figure 3.10a), et au travers de l'analyseur croisé,  $P_T^O$  (figure 3.10b), normalisées par  $H_{max}$  et  $P_{Laser}$  en fonction de  $\psi$ . Elles sont présentées pour différentes valeurs croissantes de la biréfringence intracavité  $\phi_M$ .*

### 3.3. Analyse des puissances optiques issues du dispositif

mises en fonction de la valeur de la biréfringence. Pour chacune d'entre elles nous avons pointé par des flèches la valeur du déphasage  $\phi_M$  à partir duquel la puissance observée laisse apparaître deux maxima. Ces valeurs sont aux alentours de  $\phi_M = \pi/F$ . Il apparaît alors deux régimes selon que le déphasage soit inférieur ou supérieur à  $\pi/F$ . Lorsque  $\phi_M < \pi/F$ , le recouvrement spectral des modes est suffisamment important pour qu'il y ait un seul maximum en transmission. Au contraire, lorsque  $\phi_M > \pi/F$ , le recouvrement spectral est suffisamment faible pour faire apparaître les maxima des deux modes de la cavité. Dans la suite nous verrons que les comportements des signaux et des sensibilités seront différents suivant l'un ou l'autre de ces deux régimes.

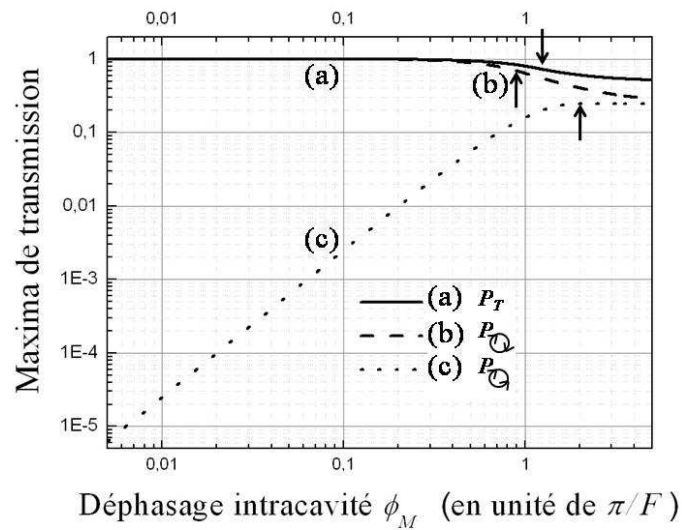


FIG. 3.11 – *Maxima normalisés des puissances optiques issues de la cavité en fonction de l'amplitude du déphasage intracavité  $\phi_M$  en unité de  $\pi/F$ . Les flèches pointent pour chacune des puissances les valeurs de déphasage telles que la séparation spectrale des deux modes de la cavité est visible. Ces valeurs ont été obtenues en annulant la dérivée seconde des puissances en  $\psi = 0$ . Elles sont autour de  $\phi_M = \pi/F$  et correspondent à un changement de comportement de l'évolution des maxima.*

Il est également possible à travers les expressions des matrices de transfert en ré-

flexion (3.24) et (3.25) d'obtenir les expressions analytiques des puissances optiques mesurées en réflexion à travers l'analyseur cocirculaire,  $P_R^{\circ}$  et à travers l'analyseur croisé,  $P_R^{\ominus}$ . Cependant celles-ci ne conduisent pas à de nouvelles interprétations. En effet,  $P_R^{\circ}$ , du fait de la réflexion directe sur le miroir d'entrée de la cavité, est quasiment nulle à résonance et n'est donc pas une observable pertinente. Aussi, la similitude déjà remarquée entre les matrices en transmission (3.22) et en réflexion (3.25), reliant le champ issu du dispositif dont la polarisation est croisée avec le champ incident, permet d'écrire directement la proportionnalité entre  $P_R^{\circ}$  et  $P_T^{\circ}$  :

$$P_R^{\circ} = R \cdot P_T^{\circ} \quad (3.42)$$

où  $t_e$  et  $t_s$  ont été considérés comme identiques et où  $R \approx 1$ .

### 3.4 Choix des observables

Les expressions (3.39), (3.40) et (3.41) des puissances obtenues dans la section précédente permettent de discuter facilement des mécanismes physiques à l'origine de leur comportement mais elles restent difficiles à exploiter analytiquement dans l'objectif de remonter à la biréfringence  $\phi_M$ .

En utilisant l'expression (3.34) de l'amplitude complexe des modes de polarisation, d'autres expressions équivalentes de  $P_T$ ,  $P_T^{\circ}$  et  $P_T^{\ominus}$  peuvent être établies et sont données, toujours pour des déphaseurs faibles, par :

$$P_T = H_{max} \cdot \frac{1 + 4 \frac{F^2}{\pi^2} \cdot [\sin^2 \psi + \cos^2 \psi \cdot (\phi_M/4)^2]}{\left(1 + \frac{4F^2}{\pi^2} \sin^2(\psi + \phi_M/4)\right) \cdot \left(1 + \frac{4F^2}{\pi^2} \sin^2(\psi - \phi_M/4)\right)} \cdot P_{Laser} \quad (3.43)$$

$$P_T^{\circ} = H_{max} \cdot \frac{1 + 4 \frac{F^2}{\pi^2} \cdot \sin^2 \psi}{\left(1 + \frac{4F^2}{\pi^2} \sin^2(\psi + \phi_M/4)\right) \cdot \left(1 + \frac{4F^2}{\pi^2} \sin^2(\psi - \phi_M/4)\right)} \cdot P_{Laser} \quad (3.44)$$

$$P_T^{\circ} = H_{max} \cdot \frac{\frac{F^2}{4\pi^2} \cdot \phi_M^2 \cdot \cos^2 \psi}{\left(1 + \frac{4F^2}{\pi^2} \sin^2(\psi + \phi_M/4)\right) \cdot \left(1 + \frac{4F^2}{\pi^2} \sin^2(\psi - \phi_M/4)\right)} \cdot P_{Laser} \quad (3.45)$$

Notons que cette dernière expression identifie clairement, comme déjà souligné, l'évolution quadratique de  $P_T^{\circ}$  avec la biréfringence.

Les rapports de ces différentes expressions donnent accès directement à  $\phi_M$ . Ils permettent de plus de s'affranchir d'une mesure indépendante de la puissance laser ainsi que du coefficient de transmission à résonance  $H_{max}$ . Il est possible de réaliser cinq combinaisons de ces puissances.

Tout d'abord, la mesure simultanée de  $P_T^{\circ}$  et de  $P_T$  nécessite l'introduction avant l'analyseur d'une lame séparatrice dont la transmission affecterait nécessairement la polarisation. Leur rapport ne peut donc être une observable adéquate. Il en va de même pour le rapport de  $P_T^{\circ}$  et  $P_T$ .

La mesure à la fois de la puissance croisée  $P_T^{\circ}$  et de la puissance cocirculaire en transmission  $P_T^{\circ}$  définit le rapport  $\rho_{\circ}$ , maximum à  $\psi = 0$ , qui s'écrit à cette valeur comme :

$$\rho_{\circ} = \frac{P_T^{\circ}}{P_T^{\circ}} = \frac{F^2}{4\pi^2} \phi_M^2 \quad (3.46)$$

Le rapport de  $P_R^{\circ}$  sur  $P_T^{\circ}$  revient à cette solution avec une perte de puissance due au coefficient  $\kappa$ .

La dernière possibilité est de mesurer simultanément la puissance croisée en réflexion  $P_R^{\circ}$  et la puissance totale transmise par la cavité  $P_T$ . La mesure en réflexion est rendue possible en plaçant une lame séparatrice devant le polariseur d'entrée.



La puissance mesurée correspond alors à la puissance croisée en réflexion, (3.42), atténuée d'un facteur  $\kappa$  défini comme l'inverse du coefficient de réflexion de la lame (de l'ordre de 5%). Le rapport noté  $\rho_T$ , toujours maximum à  $\psi = 0$ , s'écrit à cette valeur comme :

$$\rho_T = \frac{P_R^{\circledast} / \kappa}{P_T} = \frac{P_T^{\circledast} / \kappa}{P_T} = \frac{1}{\kappa} \cdot \frac{\frac{F^2}{4\pi^2} \phi_M^2}{1 + \frac{F^2}{4\pi^2} \phi_M^2} \quad (3.47)$$

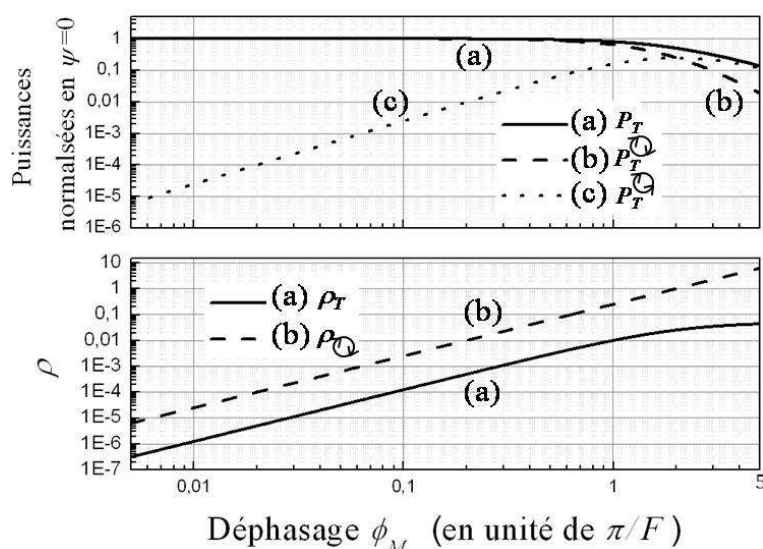


FIG. 3.12 – **Evolution des rapports  $\rho_Q$  et  $\rho_T$  et des puissances associées en  $\psi = 0$  normalisées par  $H_{\max}$  et  $P_{\text{Laser}}$  en fonction de l'amplitude du déphasage intracavité  $\phi_M$  en unité de  $\pi/F$ .** A faible biréfringence,  $\phi_M < \pi/F$ , l'évolution des deux rapports est équivalente et ces rapports augmentent quadratiquement avec  $\phi_M$ . Au delà  $\rho_T$  tend vers  $1/\kappa$ .

Finalement seuls les rapports  $\rho_Q$  et  $\rho_T$  sont des observables utiles. Leur évolution en fonction de  $\phi_M$  est présentée en double échelle logarithmique sur la figure 3.12 à laquelle nous avons adjoint l'évolution des puissances  $P_T^{\circledast}$ ,  $P_T^{\circ}$  et  $P_T$  en  $\psi = 0$ . Notons que, dorénavant, du fait de l'égalité entre  $P_R^{\circ}$  et  $P_T^{\circ}$  seule cette dernière sera discutée dans la suite. Il est clair qu'à faibles biréfringences,  $\phi_M < \pi/F$ , les deux rapports sont identiques au facteur  $\kappa$  près puisque  $P_T^{\circ}$  et  $P_T$  sont égaux.

Ces puissances sont indépendantes de  $\phi_M$  sur ce domaine et  $\rho_{\mathcal{O}}$  et  $\rho_T$  évoluent alors comme  $P_T^{\mathcal{O}}$  qui augmente quadratiquement avec  $\phi_M$ . Pour des valeurs supérieures, même si  $P_T^{\mathcal{O}}$  diminue, la décroissance plus rapide de  $P_T^{\mathcal{O}}$  (proportionnelle à  $1/\phi_M^4$  d'après (3.44)) conduit à ce que l'évolution de  $\rho_{\mathcal{O}}$  reste quadratique. En revanche,  $P_T$  diminuant à la même vitesse que  $P_T^{\mathcal{O}}$  (proportionnellement à  $1/\phi_M^2$  d'après (3.43) et (3.45)), leur rapport  $\rho_T$  n'augmente que légèrement avec  $\phi_M$  et tend asymptotiquement vers la valeur  $1/\kappa$ . Gardons cependant à l'esprit que même si les rapports ne cessent d'augmenter, à biréfringence élevée, la séparation visible des deux modes à  $\psi = 0$  conduit à une importante diminution des puissances mesurées.

Il est maintenant très simple de considérer l'ajout d'une biréfringence supplémentaire comme celle induite dans un gaz contraint par un champ électrique transverse (effet Kerr). Il s'agit d'une biréfringence linéaire faible [63] où l'axe lent du déphaseur est orienté selon la direction du champ électrique transverse noté  $\theta_g$  et où l'amplitude du déphasage  $\phi_g$  est reliée à l'amplitude du champ électrique et à la constante de Kerr du gaz. Sur un aller-retour l'onde intracavité rencontre dorénavant le déphaseur du gaz sur l'aller, celui du miroir de sortie, le déphaseur du gaz sur le retour et celui du miroir d'entrée. Chacun des ces déphaseurs étant des déphaseurs faibles le déphaseur total résultant provient de la somme vectorielle des différents vecteurs-déphaseurs définis dans la section 3.2. Cette somme étant indépendante de l'ordre dans laquelle elle s'effectue, on peut voir le déphaseur total résultant comme la somme du déphaseur résultant de la biréfringence résiduelle des deux miroirs et du déphaseur induit par le gaz sur un aller-retour. Au niveau matriciel cela revient à dire que tant que les déphaseurs sont faibles leurs matrices

peuvent commuter. Le déphasage total  $\phi$  s'écrit donc comme :

$$\phi = \sqrt{\phi_M^2 + 4\phi_g^2 + 4\phi_g\phi_M \cos(2(\theta_M - \theta_g))} \quad (3.48)$$

Selon l'orientation du champ électrique, ce déphasage varie entre  $\phi_M + 2\phi_g$  et  $\phi_M - 2\phi_g$  et pour ces deux valeurs les axes propres de la cavité ne sont pas modifiés.

Finalement l'ensemble des expressions dérivées jusqu'ici sont inchangées si l'on remplace  $\phi_M$  par  $\phi_M \pm 2\phi_g$ . De plus,  $\phi_g$  étant bien inférieur<sup>7</sup> à  $\phi_M$ , la réponse du dispositif à l'ajout de cette faible biréfringence peut être linéarisée et les rapports (3.46) et (3.47) en présence du champ électrique, se développent au premier ordre autour de leurs valeurs sans champ électrique. Ils s'expriment comme :

$$\rho(\phi_M \pm 2\phi_g) = \rho(\phi_M) \pm \left. \frac{d\rho(\phi_M)}{d\phi_M} \right|_{\phi_M} \cdot 2\phi_g \quad (3.49)$$

où  $\rho$  définit aussi bien  $\rho_Q$  que  $\rho_T$ .

Dans le domaine où la biréfringence des miroirs est inférieure à  $\pi/F$ , les deux rapports sont identiques (figure 3.12) et la dérivée est simplement proportionnelle à  $\phi_M$  (relation (3.46)). Ainsi, la mesure alternée des observables avec puis sans champ électrique et la connaissance du biais  $\phi_M$  permettent de remonter à l'amplitude du déphasage  $\phi_g$ . Afin de mettre en évidence l'effet d'amplification introduit par le biais, on compare la réponse quadratique du dispositif au déphasage induit par le gaz,  $\rho(2\phi_g)$ , à celle linéaire où l'on utilise comme biais la biréfringence résiduelle

---

<sup>7</sup>Il est au minimum trois ordres de grandeurs plus faible.

### 3.5. Limite théorique de la sensibilité

---

des miroirs,  $\rho(\phi_M \pm 2\phi_g) - \rho(\phi_M)$ . Le gain s'écrit simplement comme :

$$gain = \frac{\left. \frac{d\rho(\phi_M)}{d\phi_M} \right|_{\phi_M} \cdot 2\phi_g}{\frac{F^2}{4\pi^2} \cdot (2 \cdot \phi_g)^2} = \frac{\phi_M}{\phi_g} \quad (3.50)$$

On voit donc que le gain procuré par l'emploi d'un biais sera d'autant plus important que  $\phi_M$  est grand devant  $\phi_g$ . Pour un déphasage du gaz trois ordres de grandeurs plus faible que celui des miroirs, celui-ci sera d'un facteur  $10^3$ . Cependant, le gain quantifie l'amplification des signaux mais n'exprime pas nécessairement la sensibilité de la mesure. Pour évaluer cette dernière il est nécessaire d'inclure les niveaux de bruits des signaux mesurés.

## 3.5 Limite théorique de la sensibilité

Toute mesure au moyen d'un rayonnement laser est affectée d'un bruit lié à sa nature corpusculaire appelé bruit de photons. L'incertitude sur le nombre moyen de photons enregistrés pendant un temps  $\tau$  évolue comme la racine carrée de cette valeur moyenne. Au niveau du photodétecteur, cela se répercute par une incertitude associée aux nombres moyens d'électrons générés et par conséquent, par une incertitude associée à la valeur moyenne du photocourant mesuré. L'écart type en Ampère, noté  $\sigma_{Ph}$ , associé à la mesure sur une bande passante  $f_B = 1/\tau$  d'une puissance optique  $P$  s'écrit comme :

$$\sigma_{Ph} = \sqrt{2eS f_B \cdot P} \quad (3.51)$$

où  $S$  en  $A/W$  est la sensibilité du photodétecteur définie comme  $\eta e/h\nu$  où  $\eta$  est son efficacité quantique,  $e$  est la charge de l'électron et  $h\nu$  l'énergie des photons détectés.

Il vient directement de (3.51) que les fluctuations sur le photocourant augmentent avec la puissance mesurée. Cependant, la qualité de la mesure, représentée par le rapport signal sur bruit, autrement dit l'inverse du bruit relatif, qui se note usuellement par son acronyme anglais  $SNR$ , s'améliore au contraire avec la puissance optique puisqu'il s'exprime comme :

$$SNR_P = \frac{S \cdot P}{\sigma_{Ph}} = \sqrt{\frac{S}{2e f_B}} \cdot \sqrt{P} \quad (3.52)$$

Lorsque le rapport signal sur bruit vaut un, la valeur moyenne  $P$  est égale à l'amplitude des fluctuations associées à la mesure. Ce critère est usuellement utilisé pour définir la limite de détection sur  $P$  et donne la sensibilité théorique de la mesure.

Pour connaître la sensibilité de notre dispositif sur la mesure du déphasage intracavité à travers la mesure des rapports  $\rho_Q$  et  $\rho_T$ , il est donc nécessaire d'exprimer le  $SNR$  pour chacune des observables. En effet, bien que cela soit la même source laser à l'origine des deux puissances, leur mesure par deux photodétecteurs indépendants conduit à retrouver ces fluctuations dans leur rapport. Cela passe par la connaissance de l'écart type  $\sigma_\rho$  associé à la mesure du rapport qui s'écrit, ici

dans le cas<sup>8</sup> de  $\rho_{\mathcal{Q}}$ , comme :

$$\begin{aligned}\sigma_{\rho} &= \rho_{\mathcal{Q}} \cdot \sqrt{\left(\frac{\sigma_{P_T^{\mathcal{Q}}}}{S \cdot P_T^{\mathcal{Q}}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{P_F^{\mathcal{Q}}}}{S \cdot P_T^{\mathcal{Q}}}\right)^2} \\ &= \rho_{\mathcal{Q}} \cdot \sqrt{\frac{2e f_B}{S} \cdot \left(\frac{1}{P_T^{\mathcal{Q}}} + \frac{1}{P_T^{\mathcal{Q}}}\right)}\end{aligned}\quad (3.53)$$

où il s'agit du rapport des puissances moyennes  $\rho_{\mathcal{Q}}$  multiplié par la somme quadratique des bruits relatifs sur la mesure de chacune des deux puissances.

Son évolution est illustrée sur la figure 3.13 en fonction du déphasage des miroirs. Dans un souci de généralité le bruit est normalisé de sorte qu'il soit indépendant du système expérimental utilisé. Cela correspond à l'axe des ordonnées de gauche. L'axe de droite correspond au bruit théorique attendu dans nos conditions expérimentales. Tant que  $\phi_M$  est inférieur à  $\pi/F$  la puissance cocirculaire est constante (figure 3.12) et suffisamment grande devant la puissance croisée pour que la racine soit dominée uniquement par le bruit relatif sur la mesure de la puissance croisée. Même si celui-ci est inversement proportionnel à  $\phi_M$ , l'évolution quadratique de  $\rho_{\mathcal{Q}}$  conduit à une augmentation du bruit  $\sigma_{\rho}$  proportionnellement à  $\phi_M$ . L'évolution est la même pour le bruit sur  $\rho_T$  à un facteur  $\sqrt{\kappa}$  près du fait de l'atténuation d'un facteur  $\kappa$  lors de la mesure de  $P_T^{\mathcal{Q}}$ . Pour des valeurs supérieures de déphasage, les deux puissances diminuent. Le bruit relatif sur  $P_T^{\mathcal{Q}}$ , évoluant avec  $\phi_M^2$ , devient dominant<sup>9</sup> et l'évolution toujours quadratique de  $\rho_{\mathcal{Q}}$  conduit à une divergence du bruit en  $\phi_M^4$ . Au contraire pour  $\rho_T$ , la diminution plus lente de  $P_T$  et l'atténuation

---

<sup>8</sup>L'écart type associé à la mesure de  $\rho_T$  s'exprime de la même façon en remplaçant  $P_T^{\mathcal{Q}}$  par  $P_T^{\mathcal{Q}}/\kappa$  et  $P_T^{\mathcal{Q}}$  par  $P_T$ .

<sup>9</sup>On rappelle que lorsque  $\phi_M > \pi/F$ ,  $P_T^{\mathcal{Q}}$  est  $\propto \phi_M^{-4}$  et que  $P_T^{\mathcal{Q}}$  est  $\propto \phi_M^{-2}$ . Leur bruit relatif, en  $1/\sqrt{P}$ , évolue alors respectivement proportionnellement à  $\phi_M^2$  et  $\phi_M$ .

par  $\kappa$  conduisent à ce que le bruit relatif sur la puissance croisée reste dominant. Associé au fait que le rapport  $\rho_T$  cesse d'augmenter pour tendre vers  $1/\kappa$ , cela conduit à ce que  $\sigma_\rho$  continue d'augmenter proportionnellement à  $\phi_M$ .

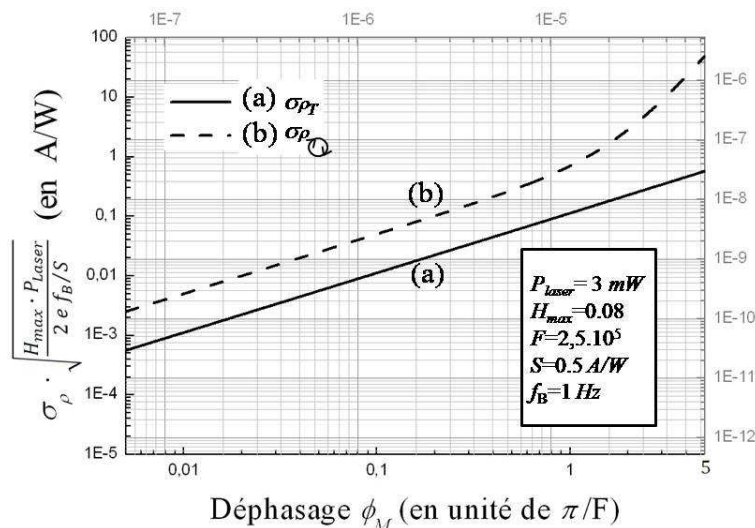


FIG. 3.13 – **Evolution du bruit sur la mesure des rapports  $\rho_Q$  et  $\rho_T$  en fonction de l'amplitude du déphasage intracavité  $\phi_M$  en unité de  $\pi/F$ .** L'échelle de gauche correspond au bruit normalisé par la puissance laser, le coefficient de transmission de la cavité et les caractéristiques du photodétecteur alors que l'échelle de droite correspond au bruit attendu aux valeurs typiquement rencontrées dans notre expérience données dans l'encart. Sur l'échelle du haut le déphasage des miroirs est en radian.

A partir des évolutions des observables et de leurs bruits,  $\sigma_\rho$ , il est maintenant facile de discuter de l'évolution des  $SNR$  associés qui s'écrivent comme :

$$SNR_\rho = \frac{\rho}{\sigma_\rho} \quad (3.54)$$

Leur évolution avec le déphasage des miroirs est illustrée sur la figure 3.14 avec le même caractère général que sur la figure présentant l'évolution du bruit. A faible déphasage, les rapports évoluant quadratiquement et le bruit proportionnellement

### 3.5. Limite théorique de la sensibilité

au déphasage, les  $SNR$  augmentent proportionnellement à  $\phi_M$ . Au delà de  $\pi/F$ , le bruit sur  $\rho_Q$  augmente à la puissance quatre alors que le rapport continue son évolution quadratique. Cela conduit à une réduction du  $SNR$  de  $\rho_Q$  avec  $1/\phi_M^2$ . Pour le  $SNR$  de  $\rho_T$ , le rapport tendant vers sa valeur asymptotique de  $1/\kappa$  et le bruit augmentant proportionnellement avec le déphasage, il diminue alors proportionnellement à  $1/\phi_M$ .

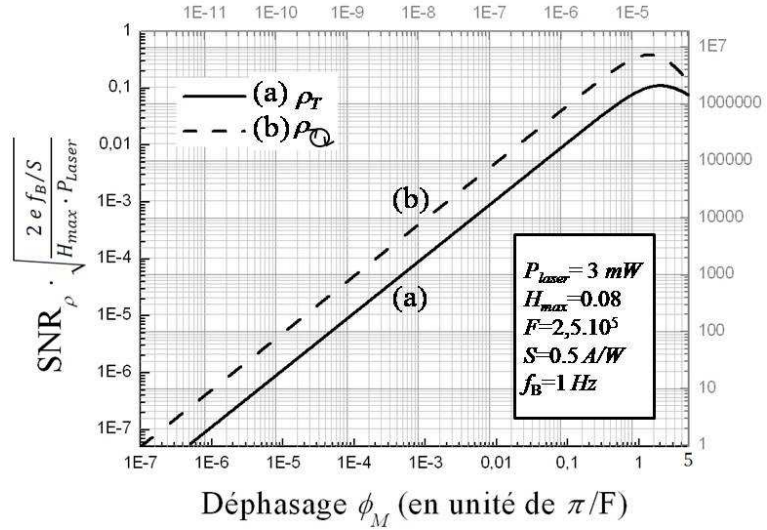


FIG. 3.14 – **Evolution du rapport signal sur bruit d'après (3.54) des rapports  $\rho_Q$  et  $\rho_T$  en fonction de l'amplitude du déphasage intracavité  $\phi_M$  en unité de  $\pi/F$ .** L'échelle de droite correspond au  $SNR$  attendu avec les valeurs typiquement obtenues expérimentalement présentées dans l'encart. L'échelle du haut donne le déphasage des miroirs en radian.

En utilisant l'expression (3.53) de  $\sigma_\rho$ , il est possible de réécrire (3.54) et d'exprimer le  $SNR$  d'une observable comme :

$$SNR_\rho = \frac{1}{\sqrt{\frac{2ef_B}{S} \cdot \left( \frac{1}{P_T^Q} + \frac{1}{P_T^T} \right)}} \quad (3.55)$$



où l'on fait apparaître sa dépendance aux amplitudes des bruits relatifs sur chacune des mesures de puissance et non à la valeur même du rapport. A partir de là, on retrouve la même évolution discutée ci-dessus à travers l'évolution des puissances présentées sur la figure 3.12.

Le  $SNR$  présenté sur la figure 3.14 correspond à une mesure de la biréfringence intracavité à travers un rapport unique et s'applique donc à la biréfringence résultante de l'association des miroirs. Lorsqu'il s'agit de la biréfringence du gaz, la mesure est issue de deux rapports, l'un en présence du champ électrique, l'autre sans (3.49). Le signal de biréfringence est alors la différence de ces deux rapports égale à  $\frac{d\rho}{d\phi_M} \cdot 2\phi_g$ . Le plus petit déphasage mesurable est atteint lorsque ce signal égalise le bruit sur la mesure du rapport sans champ électrique. Celui-ci étant donné par  $\sigma_\rho$  la sensibilité théorique  $\phi_{g\min}$  s'écrit alors comme :

$$\phi_{g\min} = \frac{\sigma_\rho}{2 \cdot \left. \frac{d\rho_Q}{d\phi_M} \right|_{\phi_M}} \quad (3.56)$$

Pour pouvoir discuter de son évolution en fonction du déphasage des miroirs, c'est-à-dire en fonction de la valeur du biais, il reste à connaître l'évolution des dérivées de chacune des observables. Celles-ci sont illustrées sur la figure 3.15. Il est immédiat d'après la dépendance quadratique de  $\rho_Q$  que sa dérivée est proportionnelle au déphasage. Cela reste vrai jusqu'à  $\pi/F$  pour la dérivée de  $\rho_T$ . En revanche, pour des valeurs supérieures, le rapport  $\rho_T$  tend vers  $1/\kappa$  et sa dérivée décroît jusqu'à zéro en  $1/\phi_M^3$ .

Puisque le bruit augmente proportionnellement avec  $\phi_M$ , il résulte alors de (3.56) que pour des déphasage inférieurs à  $\pi/F$ , la sensibilité théorique sur le plus

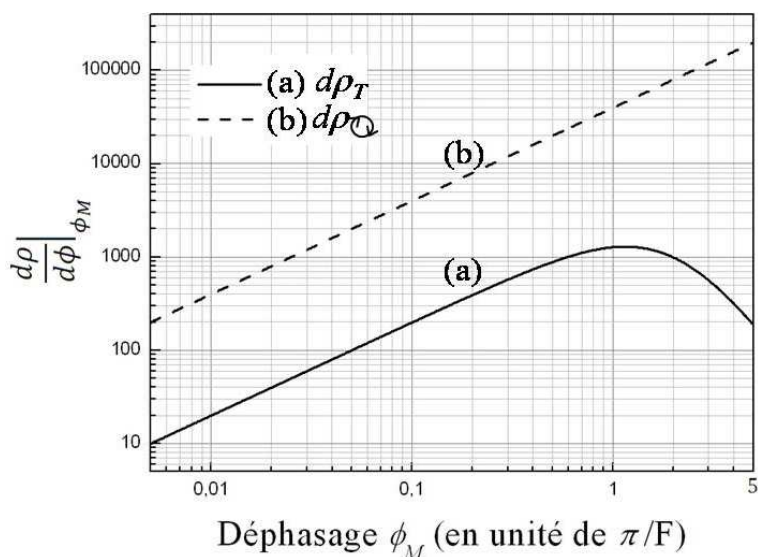


FIG. 3.15 – *Evolution des dérivées des rapports  $\rho_Q$  et  $\rho_T$  en fonction du déphasage  $\phi_M$  présenté en unité de  $\pi/F$ .*

petit déphasage induit par le gaz mesurable est indépendante de  $\phi_M$  quelque soit l'observable choisie. Bien entendu, du fait de l'atténuation sur la puissance croisée lors de la mesure de  $\rho_T$ , la sensibilité est dégradée d'un facteur égal à  $\sqrt{\kappa}$ . Au delà de  $\pi/F$ , la sensibilité obtenue à travers la mesure de  $\rho_Q$  se dégrade avec  $\phi_M^3$  et celle obtenue avec le rapport  $\rho_T$  se dégrade avec  $\phi_M^4$  comme illustré sur la figure 3.16 où sur l'axe des ordonnées de gauche le caractère indépendant du système expérimental utilisé a été préservé. En conclusion, la mesure de  $\phi_g$  sera la plus précise pour  $\phi_M < \pi/F$ .

Pour des valeurs typiquement obtenues dans nos expériences, une finesse de  $2,5 \cdot 10^5$ , un coefficient de transmission à résonance de l'ordre de 10%, une puissance laser de 3 mW et pour des photodiodes de sensibilité  $S$  égale à 0,5 A/W, on s'attend à une sensibilité théorique à faible valeur du biais de  $3 \cdot 10^{-13} \text{ rad}/\sqrt{\text{Hz}}$  par la mesure de  $\rho_Q$  et de  $1,5 \cdot 10^{-12} \text{ rad}/\sqrt{\text{Hz}}$  avec  $\rho_T$ . Dans ces conditions, le

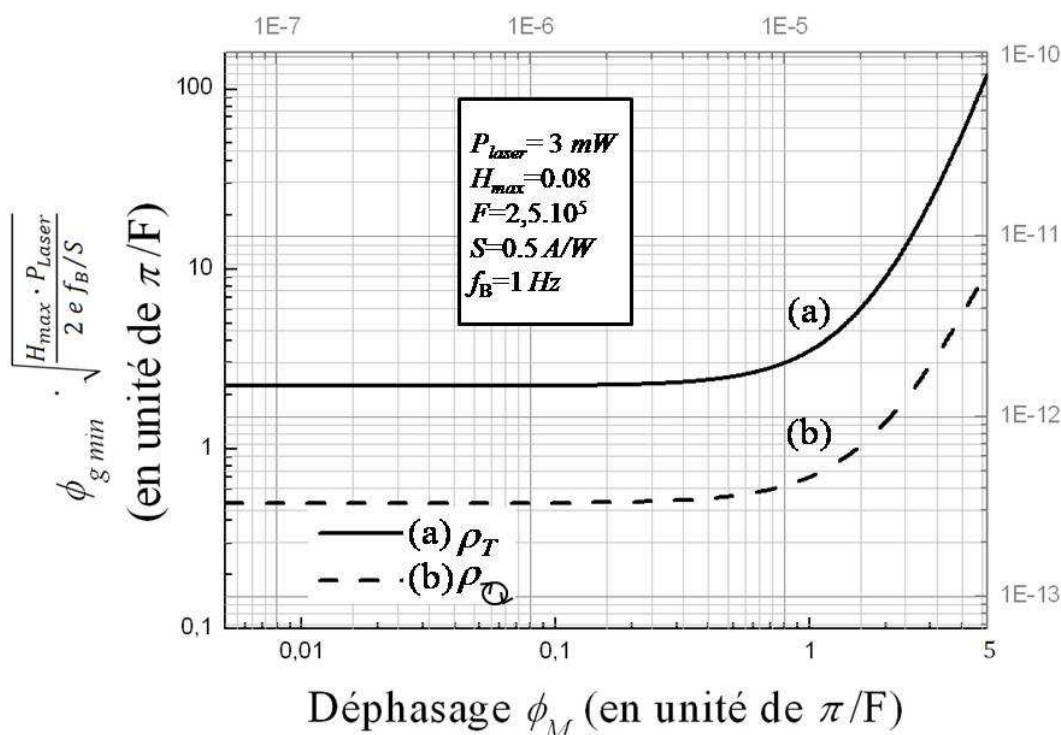


FIG. 3.16 – *Evolution de la sensibilité ultime théorique sur la mesure de  $\phi_g$  à travers la connaissance de  $\rho_T$  et  $\rho_Q$  en fonction du biais  $\phi_M$  d’après l’équation (3.56). D’après les valeurs typiquement obtenues expérimentalement présentées dans l’encart, l’échelle de droite donne la sensibilité exprimée en radian. Les valeurs de déphasage des miroirs qui sont associées se lisent en radian sur l’échelle supérieure. Pour les deux rapports la sensibilité est indépendante du biais tant que  $\phi_M$  est inférieur à  $\pi/F$  et se dégrade fortement au delà. A faible déphasage, la sensibilité théorique attendue avec la mesure de  $\rho_Q$  est de  $3 \cdot 10^{-13} \text{ rad}/\sqrt{\text{Hz}}$  dans nos conditions expérimentales. Celle attendue par la mesure de  $\rho_T$  est dégradée d’un facteur  $\sqrt{\kappa}$  et est de l’ordre de  $1,5 \cdot 10^{-12} \text{ rad}/\sqrt{\text{Hz}}$ .*

biais doit être au plus de  $10^{-5}$  *rad*, valeur qui correspond typiquement aux biréfringences résiduelles observées sur les miroirs de haute réflectivité [14, 54, 56, 58]. Pour un champ électrique transverse appliqué sur une longueur de 50 *cm* et une longueur d'onde laser de 800 *nm*, la sensibilité ultime théorique, potentiellement accessible expérimentalement, sur la différence d'indice entre les deux axes propres de propagation du gaz est de  $7,5 \cdot 10^{-20} / \sqrt{Hz}$  avec  $\rho_Q$  et  $4 \cdot 10^{-19} / \sqrt{Hz}$  avec  $\rho_T$ .

## Conclusion

L'objectif de ce chapitre a été d'une part de définir les observables issues du dispositif de mesure pour remonter à la biréfringence intracavité, que ce soit celle des miroirs ou celle induite dans un gaz, et d'autre part de donner les sensibilités ultimes théoriquement attendues.

Pour cela, dans un premier temps nous avons défini le cadre général de l'étude des effets de biréfringence intracavité dans la base de polarisation circulaire à l'aide des matrices de Jones (section 3.1). Cela conduit à définir cinq matrices de transfert permettant d'exprimer les puissances optiques issues du dispositif quelque soit le champ incident. Ces matrices de transfert conservent un caractère tout à fait général puisqu'elles sont données en fonction des éléments  $[m_{ij}]$  de la matrice aller-retour incluant une quelconque biréfringence intracavité.

Dans la section suivante, nous nous sommes attachés à décrire l'élément optique biréfringent résultant de l'association des deux miroirs formant la cavité dans le but d'étudier ses états propres de polarisation (section 3.2). Nous avons montré que, dans la mesure où il s'agissait de déphaseurs faibles, leur association était un déphaseur faible et que par conséquent les états de polarisation de la cavité étaient

rectilignes. Ce résultat permet de représenter un déphaseur faible par un vecteur en coordonnées polaires, appelé vecteur-déphaseur, où la norme correspond au déphasage et l'angle polaire à deux fois l'angle de l'axe lent. L'association de deux déphaseurs est alors simplement la somme vectorielle des deux vecteurs-déphaseurs associés. Cette représentation graphique permet alors d'analyser les caractéristiques du déphaseur résultant lorsque les caractéristiques des déphaseurs individuels sont variées. Ceci s'applique parfaitement à l'analyse des états propres lorsque les miroirs tournent autour de l'axe optique de la cavité. Aussi ce résultat s'étend à l'association de multiples déphaseurs dans la limite où le déphaseur résultant reste faible.

Les développements précédents ont notamment permis de donner des expressions simples aux éléments  $[m_{ij}]$  de la matrice aller-retour dans le cas où seule la biréfringence des miroirs est prise en compte. Intégrés dans les matrices de transfert de la section 3.1, ils ont permis de donner les expressions des puissances issues du dispositif (section 3.3). A ce stade, nous les avons exprimés en fonction de l'excitation de chacun des modes propres de la cavité. Leur interférence en fonction de la biréfringence des miroirs dans les analyseurs circulaires ont permis d'étudier en détail les puissances en fonction de la fréquence du champ incident.

Afin de définir les observables pertinentes pour la mesure du déphasage des miroirs, nous avons donné dans la section 3.4 les expressions analytiques des puissances et montré que finalement seules deux observables sont intéressantes. Celle définie comme le rapport en transmission de la puissance croisée sur la puissance cocirculaire,  $\rho_{\odot}$ , et celle définie comme le rapport de la puissance croisée en réflexion sur la puissance totale,  $\rho_T$ . Dans cette même section nous avons utilisé les vecteurs-déphaseurs pour inclure le déphasage induit par le gaz par effet Kerr,  $\phi_g$ ,

### 3.5. Limite théorique de la sensibilité

---

dans les expressions des observables. La faible valeur de ce dernier linéarise la réponse du dispositif autour de  $\phi_M$ , utilisé alors comme biais, et fait apparaître un gain de  $\frac{\phi_M}{\phi_g}$  comparé à sa réponse quadratique. La mesure alternée des observables  $\rho_Q$  ou  $\rho_T$  avec, puis sans champ électrique, permet alors de remonter à  $\phi_g$ .

Finalement, la section 3.5 s'attache à définir la sensibilité ultime théorique du dispositif sur la mesure du déphasage intracavité lorsque le bruit de photons est la seule source de fluctuations prise en compte sur les signaux mesurés. Nous avons montré que, même si les considérations sur le gain conduisent à augmenter  $\phi_M$ , l'introduction du bruit de photons fait que la sensibilité se dégrade pour des valeurs de biais supérieures à  $\pi/F$  (limite uniquement définie par les coefficients de réflexion des miroirs). Avec les conditions expérimentales typiquement rencontrées dans ce travail, la sensibilité théorique attendue est comprise entre  $3 \cdot 10^{-13} \text{ rad}/\sqrt{\text{Hz}}$  et  $1,5 \cdot 10^{-12} \text{ rad}/\sqrt{\text{Hz}}$  suivant l'observable choisie. A la longueur d'onde du laser de  $800 \text{ nm}$ , cela correspond, sur une longueur de  $50 \text{ cm}$ , à une sensibilité sur la différence d'indice de  $7,5 \cdot 10^{-20} / \sqrt{\text{Hz}}$  et  $4 \cdot 10^{-19} / \sqrt{\text{Hz}}$ .

L'objectif du développement expérimental décrit dans le chapitre suivant sera d'atteindre cette limite.

CHAPITRE 3. Formalisme du dispositif de mesure de biréfringence intracavité en polarisation circulaire

---

# Chapitre 4

## Le dispositif expérimental : évaluation du bruit et performances attendues

### Introduction

Dans le chapitre précédent, plusieurs observables ont pu être définies pour mesurer le déphasage intracavité avec la meilleure précision et pour chacune nous avons déterminé les conditions optimales en terme de sensibilité. Ce chapitre décrit maintenant le dispositif que nous avons mis en place pour se placer expérimentalement au plus près du cadre théorique développé.

Avant de faire une description exhaustive du dispositif et de ses caractéristiques de bruit, nous commençons par discuter nos choix expérimentaux. Il s'agit du choix de l'observable et de la stratégie de modulation nécessaire pour s'approcher au mieux du bruit de photons.



## 4.1 Choix expérimentaux

### 4.1.1 Choix de l'observable

Dans le chapitre précédent, pour remonter au déphasage intracavité, nous avons extrait deux observables définies par deux rapports des puissances optiques issues du dispositif,  $\rho_{\text{O}}$  et  $\rho_{\text{T}}$ . Bien que l'étude sur la sensibilité théorique conclut que le rapport  $\rho_{\text{O}}$  conduit à une mesure optimale, le choix de l'une ou l'autre des deux observables est gouverné par des contraintes expérimentales : l'utilisation d'un dispositif de polarisation circulaire, dans le cas de  $\rho_{\text{T}}$ , ou de deux, dans le cas de  $\rho_{\text{O}}$ . Dans les deux cas l'orthogonalité du polariseur circulaire et de son analyseur croisé doit être d'au moins  $10^{-6}$ . Cela garantit, aux biréfringences des miroirs typiquement utilisée dans nos expériences ( $\phi_M \geq 10^{-6}$  rad équivalent à  $\rho \geq 10^{-4}$ ), que la projection du signal croisé (réciproquement du signal cocirculaire) sur la voie du signal cocirculaire (réciproquement du signal croisé) soit inférieure au pourcent. Les différentes associations de polariseurs circulaires à notre disposition que nous avons pu tester ne nous ont pas permis d'obtenir des taux d'extinction meilleurs que  $10^{-4}$ . Nous n'avons donc pas pu faire une mesure fiable de  $\rho_{\text{O}}$ .

Dans le cas de  $\rho_{\text{T}}$ , le polariseur circulaire d'entrée joue simultanément le rôle d'analyseur. Nous avons donc pris le meilleur polariseur circulaire que nous possédions. Pour l'identifier, nous avons utilisé son rôle d'isolateur de la réflexion directe sur le miroir d'entrée de la cavité. En effet, la sensibilité à la rétroaction optique de la source laser utilisée, du même type que celle présentée dans la première partie du manuscrit, permet de clairement observer des perturbations de sa fréquence d'émission jusqu'à des taux de rétroaction de l'ordre de  $10^{-6}$ . En observant celles-ci à l'aide d'un étalon basse finesse comme présenté dans le chapitre 2 de la première

partie, nous avons pu sélectionner le meilleur polariseur circulaire et évaluer la borne minimum de son taux d'extinction à une valeur de  $10^{-6}$ . Finalement, nous retiendrons que le rapport  $\rho_T$  sera l'observable du déphasage intracavité.

### 4.1.2 Modulation des signaux

La mesure du rapport  $\rho_T$  avec, puis sans champ électrique transverse, permet de remonter au déphasage induit par le gaz avec une sensibilité ultimement limitée par le bruit de photons (section 3.5 du chapitre 3). En pratique, il est rare que la chaîne de détection soit limitée par ce bruit sur tout le spectre des composantes de Fourier du signal mesuré (présence de bruit  $1/f$ , présence de résonances...). C'est pourquoi il est plus intéressant expérimentalement de réaliser la mesure différentielle de  $\rho_T$  en « dynamique », c'est à dire à une fréquence  $\Omega$  bien choisie où le niveau du bruit technique s'approche au plus près du niveau du bruit de photons.

Pour cela, le champ électrique appliqué sur le gaz est modulé à une fréquence  $\Omega$ , modulant par conséquent le déphasage induit dans le gaz, exprimé sur un aller comme  $\phi_g(t) = \phi_g \cdot \cos(\Omega t)$ , et par suite modulant  $\rho_T$ . La démodulation de ce dernier est réalisée par une détection synchrone analogique et permet alors de remonter au déphasage  $\phi_g$  avec une relation similaire à celle définie dans le cas « statique » du chapitre précédent (relation (3.49)). En effet, en appliquant le développement de  $\rho_T$  au premier ordre autour de  $\phi_M$ , on obtient dans ce cas que :

$$\rho_T(\phi_M + 2\phi_g(t)) = \rho_T(\phi_M) + \left. \frac{d\rho_T(\phi_M)}{d\phi_M} \right|_{\phi_M} \cdot 2\phi_g \cdot \cos(\Omega t) \quad (4.1)$$

Puisque la détection synchrone permet la mesure de la valeur efficace de la composante à  $\Omega$  de  $\rho_T$ , notée  $\rho_T|_{\Omega}$ , on en déduit qu'elle donne accès à la mesure différen-

tielle en « dynamique » et s'écrit comme :

$$\rho_T|_{\Omega} = \frac{P_T^{\circ}/\kappa}{P_T} \Big|_{\Omega} = \frac{d\rho_T(\phi_M)}{d\phi_M} \Big|_{\phi_M} \cdot \frac{2}{\sqrt{2}} \phi_g \quad (4.2)$$

Pour remonter à une valeur quantitative de  $\phi_g$ , il est alors nécessaire de connaître la biréfringence des miroirs  $\phi_M$ . Cette dernière est déterminée simultanément à la mesure de  $\rho_T|_{\Omega}$  par la mesure de la composante continue de  $\rho_T$  donnée par la relation (3.47). Cela permet ensuite de déterminer l'amplitude de la dérivée dans la relation (4.2).

Cependant, comme le signal  $\rho_T$  est issu d'un rapport de signaux optiques ( $\rho_T = \frac{P_T^{\circ}/\kappa}{P_T}$ ), il nécessite l'utilisation d'un diviseur analogique avant l'opération de démodulation. L'ajustement de ce composant peut s'avérer complexe d'utilisation. Mais nous montrons dans les deux sections suivantes que des modifications mineures sont apportées et des performances similaires sont obtenues si seule la puissance croisée mesurée en réflexion sur la lame séparatrice ( $P_T^{\circ}/\kappa$ ) est analysée par la détection synchrone et que dans le même temps la puissance totale ( $P_T$ ) est intégrée (conservant ainsi uniquement la composante continue). Le rapport  $\rho_T|_{\Omega}$  s'effectuant seulement après numérisation des deux signaux, cette approche permet de ne pas utiliser de diviseur analogique.

#### 4.1.2.1 Modification de la mesure différentielle en « dynamique » : $\rho_T|_{\Omega}$

Cette stratégie conduit à une légère modification de l'expression du rapport  $\rho_T|_{\Omega}$  défini maintenant comme :

$$\rho_T|_{\Omega} = \frac{P_T^{\circ}|_{\Omega}/\kappa}{P_T} \quad (4.3)$$

où  $P_T$  est la puissance totale intégrée sur la même constante de temps que celle de la détection synchrone. En identifiant  $P_T^{\odot}|_{\Omega}$  avec le développement au premier ordre de  $P_T^{\odot}$  autour de  $\phi_M$ , la sortie de la détection synchrone s'écrit comme :

$$P_T^{\odot}|_{\Omega}/\kappa = \frac{1}{\kappa} \cdot \left. \frac{dP_T^{\odot}(\phi_M)}{d\phi_M} \right|_{\phi_M} \cdot \frac{2}{\sqrt{2}} \phi_g \quad (4.4)$$

Ainsi, à l'aide de (4.4) et de (3.45) pris en  $\psi = 0$ ,  $\rho_T|_{\Omega}$  donnée en (4.3) peut s'écrire comme :

$$\rho_T|_{\Omega} = \left. \frac{d\rho_T(\phi_M)}{d\phi_M} \right|_{\phi_M} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{\phi_M \cdot F}{2\pi} \right)^2 \right] \cdot \frac{2}{\sqrt{2}} \phi_g \quad (4.5)$$

faisant apparaître que le fait de démoduler uniquement la puissance croisée conduit finalement à une expression du rapport équivalente à celle donnée en (4.2) au facteur  $1 - \left( \frac{\phi_M \cdot F}{2\pi} \right)^2$  près. L'influence de ce facteur est de diminuer l'importance de la dérivée à forte biréfringence des miroirs ( $\phi_M > \pi/F$ ) mais n'a aucun effet à faible biréfringence ( $\phi_M < \pi/F$ ). Dans les conditions optimales de mesure définies en  $\phi_M < \pi/F$  d'après l'étude de la relation (3.56), son effet est donc négligeable.

#### 4.1.2.2 Modification du bruit associé

Par cette approche on peut s'attendre à une dégradation de la sensibilité du fait que  $P_T$  est analysée dans une bande spectrale non optimale en terme de bruit. Cela est illustré sur la figure 4.1 où le schéma de principe de la densité spectrale typique de  $P_T$  est présenté, et les contributions du bruit technique et du bruit de photons<sup>1</sup> se distinguent visuellement par des surfaces de hachures différentes. Nous allons montrer cependant qu'ici les performances en terme de sensibilité restent similaires.

---

<sup>1</sup>on suppose pour fixer les idées qu'à la fréquence  $\Omega$  le bruit est dominé par le bruit de photons.

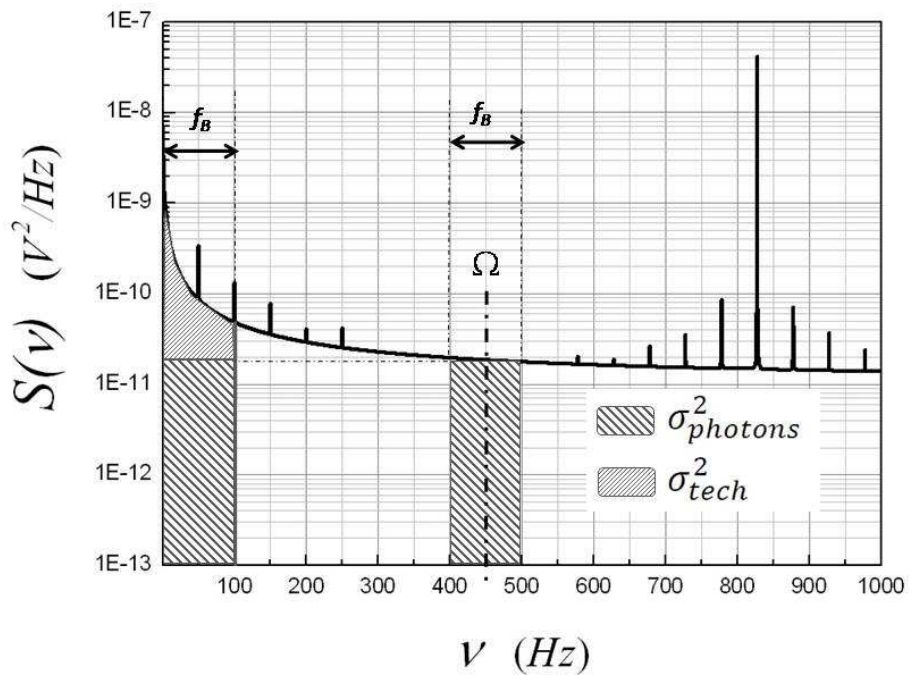


FIG. 4.1 – Schéma de principe de la densité spectrale obtenue lors de l'acquisition de la puissance totale  $P_T$ . On obtient l'écart type en prenant la racine carrée de l'aire sous la courbe définie sur la bande passante  $f_B$  de la mesure. Ici est comparé visuellement l'écart type sur la mesure de  $P_T$  sur une bande passante de 100 Hz à la fréquence centrale  $\Omega$  puis à partir de la composante continue. Du fait de l'augmentation de la densité spectrale à basses fréquences l'aire peut être de deux ordres de grandeurs supérieurs.

De part notre stratégie, le bruit associé à la mesure de  $\rho_T|_{\Omega}$  noté  $\sigma_{\rho}$ , défini comme la mesure différentielle du rapport  $\rho_T$  en « dynamique », s'écrit comme :

$$\sigma_{\rho} = \rho_T \cdot \sqrt{\left(\frac{\kappa}{S \cdot P_T^{\circ}}\right)^2 \left[ \left(\sigma_{P_T^{\circ}}|_{\Omega}\right)^2 + \rho_T^2 \cdot (\sigma_{P_T})^2 \right]} \quad (4.6)$$

Les écarts types  $\sigma_{P_T^{\circ}}|_{\Omega}$  et  $\sigma_{P_T}$  associés à  $P_T^{\circ}/\kappa$  et  $P_T$  s'expriment en fonction de leur densité spectrale respective  $S_T^{\circ}(\nu)$  et  $S_T(\nu)$  comme :

$$\sigma_{P_T^{\circ}}|_{\Omega} = \sqrt{\int_{\Omega-f_B/2}^{\Omega+f_B/2} S_T^{\circ}(\nu) d\nu} \quad (4.7)$$

puisque  $P_T^{\circ}/\kappa$  est analysée à la fréquence  $\Omega$  par la détection synchrone de constante de temps égale à  $1/f_B$ , et,

$$\sigma_{P_T} = \sqrt{\int_0^{f_B} S_T(\nu) d\nu} \quad (4.8)$$

puisque la composante continue de  $P_T$  est intégrée sur  $1/f_B$ .

Le bruit de photons proportionnel à la puissance optique est alors  $1/\rho_T$  fois plus grand pour  $P_T$  que pour  $P_T^{\circ}/\kappa$ . Cependant, du fait de la présence de  $\rho_T^2$  dans (4.6), son importance sur  $P_T$  est alors  $\rho_T$  fois plus faible que pour  $P_T^{\circ}/\kappa$ . Ainsi dans les conditions optimales ( $\phi_M < \pi/F$ ) et pour un bruit technique apporté aux basses fréquences de deux ordres de grandeur supérieurs au bruit de photons,  $(\rho_T \cdot \sigma_{P_T})^2$  est au maximum équivalent à  $(\sigma_{P_T^{\circ}}|_{\Omega})^2$  et l'augmentation sur  $\sigma_{\rho}$  n'est que d'un facteur  $\sqrt{2}$ .

Finalement, la stratégie de démoduler uniquement la puissance croisée mesurée en réflexion  $P_T^{\circ}/\kappa$  et ensuite de réaliser le rapport une fois les signaux numérisés,

permet d'éviter le réglage délicat d'un diviseur analogique tout en conservant la quasi intégralité des performances du dispositif de mesure théoriquement attendues.

## 4.2 Dispositif expérimental

La description du dispositif expérimental présente les solutions optiques et électroniques utilisées pour que la mesure du déphasage intracavité se place au plus près du cadre théorique développé précédemment.

### 4.2.1 Composants optiques

Tous les composants optiques nécessaires sont recensés et disposés sur la figure 4.2. Les deux éléments principaux sont la source laser monofréquence et la cavité haute finesse dont la biréfringence des miroirs peut être ajustée et où un champ électrique peut être appliqué le long de l'axe optique.

**La source laser** (Toptica Photonics modèle DL 100) est du même type que celle décrite dans la première partie du manuscrit. Il s'agit d'une ECDL en configuration Littrow où cette fois la tête optique possède une émission entre  $790\text{ nm}$  et  $820\text{ nm}$ . La puissance disponible est de l'ordre de  $20\text{ mW}$  à  $810\text{ nm}$ . L'accordabilité est réalisée au moyen de l'application d'une tension sur la cale piézoélectrique supportant le réseau accompagnée par l'application sur le semi-conducteur d'un courant proportionnel garantissant le comportement monomode. On s'assure de celui-ci par le signal en réflexion d'un étalon basse finesse.

La radiation laser est injectée dans **la cavité optique** constituée de deux miroirs (Research Electro-Optic Inc) de haute réflectivité de rayon de courbure égale

## 4.2. Dispositif expérimental

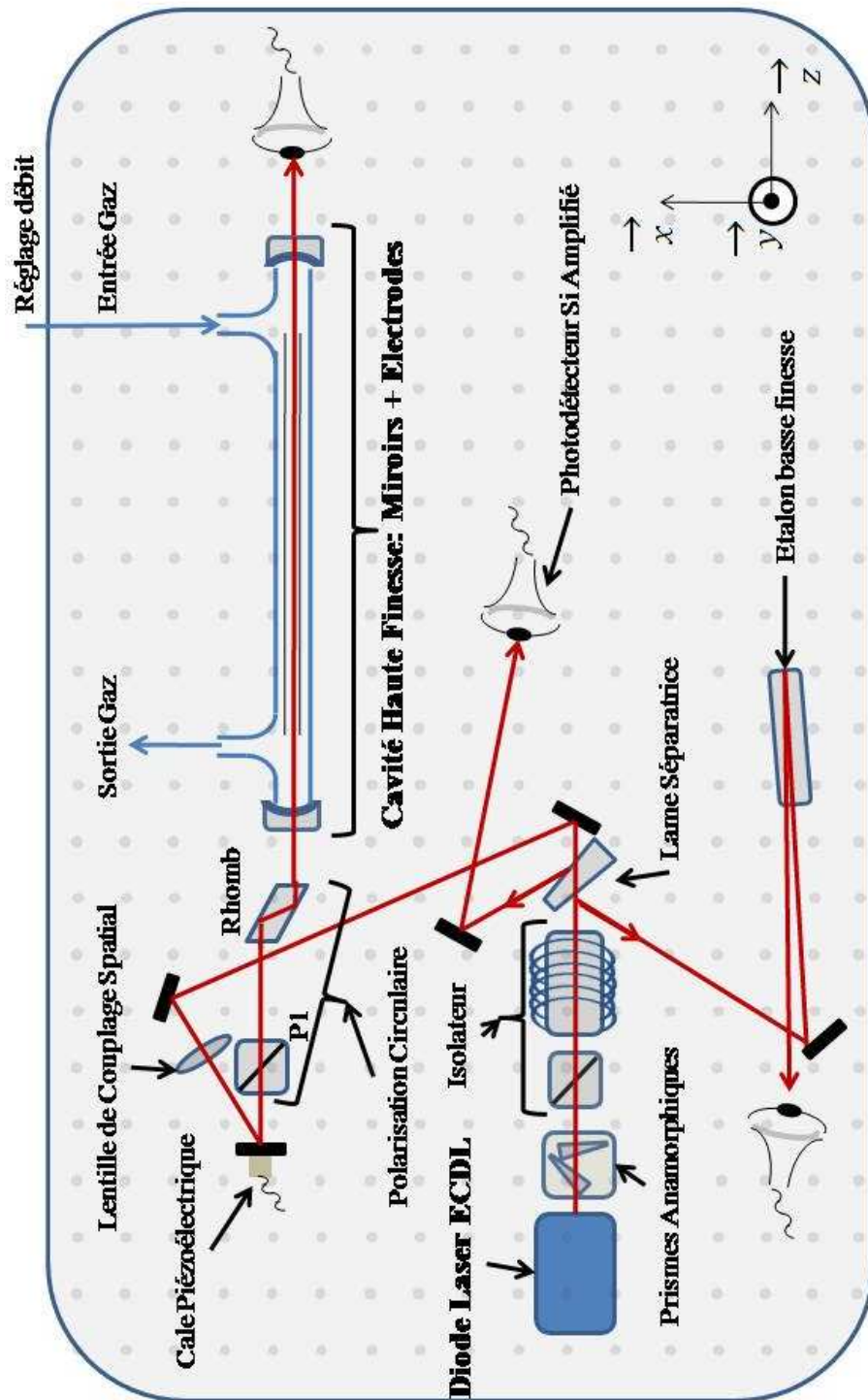


FIG. 4.2 – Schéma des composants optiques du dispositif expérimental.



à 50 cm. La réflectivité est maximum à 780 nm et spécifiée supérieure à 99,999% de 720 nm à 840 nm. Le diamètre est de 5 mm et les faces d'entrée et de sortie sont biseautées ( $4^\circ$ ) afin d'éviter les effets de modulation parasite causée par les réflexions internes (effet étalon). Les pertes par absorption des miroirs ont été évaluées au cours des diverses mesures expérimentales aux alentours de 8 ppm.

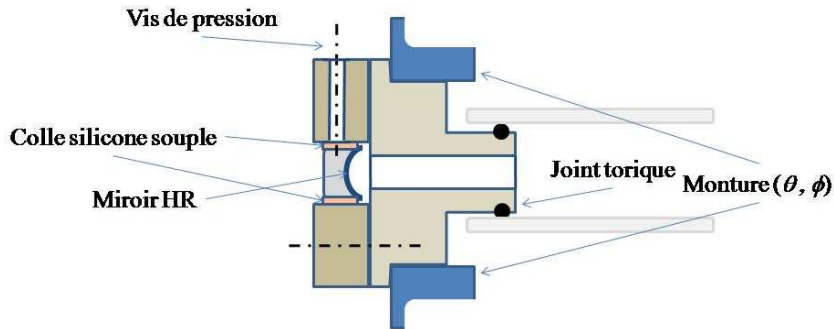


FIG. 4.3 – **Section de la monture des miroirs.** Elle est constituée de deux pièces métalliques non magnétiques. La colle silicone souple permet le maintien du miroir sans ajouter de contraintes. Le joint torique réalise l'étanchéité au niveau de la monture glissée à l'intérieur de la cellule en verre.

Les miroirs sont maintenus dans une monture métallique par une colle silicone souple afin de minimiser toutes contraintes mécaniques. De cette façon aucune biréfringence, autre que celle due aux contraintes résiduelles apparue à la fabrication du miroir, n'est sondée à la traversée du miroir. Toutefois, dans le cas où l'on souhaite ajuster la biréfringence des miroirs, une vis de pression a été prévue de sorte à appliquer volontairement une contrainte externe le long du diamètre comme illustré sur la figure 4.3. Aussi, la monture du miroir de sortie est placée dans une rotation micrométrique permettant un réglage plus fin de la biréfringence (chapitre 3, section 3.2). Le gaz à étudier circule à pression atmosphérique et à débit variable dans une cellule en verre dont l'étanchéité au niveau des miroirs est assurée par la présence de joints toriques (figure 4.3) Un filtre placé à l'entrée de la cellule

permet d'éliminer du flux les aérosols dont le diamètre est supérieur à  $2-3 \mu m$ . Des électrodes sont insérées à l'intérieur de la cellule et appliquent le champ électrique transverse sur le gaz. Elles sont de forme rectangulaire ( $5 mm \times 470 mm$ ), d'épaisseur  $1 mm$  et espacées de  $3 mm$ . L'alignement du champ électrique par rapport au déphaseur résultant de l'association des miroirs se fait par la rotation de la cellule. Il est possible de repérer son orientation absolue grâce à un rapporteur lié à la cellule.

Le **couplage spatial** de la radiation incidente sur le profil transverse du mode  $TEM_{00}$  de la cavité est ajusté tout d'abord par **deux prismes anamorphiques** qui circularisent la section transverse du faisceau initialement elliptique en sortie de l'ECDL. Ensuite, une unique **lentille**, placée à une distance du centre de la cavité légèrement supérieure à sa focale  $f = 500 mm$ , fait converger le faisceau au centre de la cavité.

Le **polariseur circulaire**, représenté par  $P_{\mathbf{x}}^G$  dans le chapitre précédent, est réalisé par l'association d'un **polariseur P1** et d'un **rhomboèdre de Fresnel** comme illustré sur la figure 4.2. Le rhomboèdre de Fresnel joue le rôle de la lame quart d'onde. Son principe repose sur la différence de retard pris à réflexion totale à l'interface verre/air entre la polarisation parallèle et perpendiculaire au plan d'incidence. Il existe un angle d'incidence sur le rhomboèdre tel que le déphasage soit exactement de  $\pi/2$  à la suite des deux réflexions internes. Un réglage optimal nécessite donc qu'il soit placé dans une monture cinématique pour ajuster finement l'angle d'incidence et dans une rotation micrométrique pour assurer la projection égale de la polarisation du laser sur chacune des polarisations du plan d'incidence. Ce réglage se réalise finement en faisant disparaître l'effet de la rétroaction optique du miroir d'entrée sur le comportement de la fréquence laser observé au moyen de

l'étalon basse finesse. Comparé à une lame quart d'onde, le rhomboèdre présente l'avantage d'être très peu dépendant de la longueur d'onde, mais surtout de s'utiliser en incidence non normale ce qui évite les retours parasites dans le laser.

Il est possible que, pour une biréfringence des miroirs donnée, la puissance de rétroaction optique qui en résulte soit trop importante pour conserver l'émission monomode de l'ECDL. Pour la diminuer sans modifier significativement la puissance incidente nous avons placé un **isolateur optique** en amont de  $P_X^G$  composé d'un polariseur à réflexion totale de type Glan-Thomson et d'un rotateur Faraday  $\pi/4$  à aimant permanent. Il permet pour des dérèglages faibles de l'isolateur de l'ordre de la dizaine de milliradians de varier le taux de rétroaction optique sur deux décades alors que la puissance incidente n'a varié que de quelques pourcents.

Enfin, les **puissances optiques**,  $P_T$  et  $P_T^O$ , sont converties en tension par des **photodiodes amplifiées** (amplificateur-opérationnel bas bruit : LN741CN) montées en transimpédance à gain  $R$  ajustable. Pour s'affranchir des bruits de l'alimentation secteur, des piles polarisent les photodiodes et alimentent les amplificateurs. La surface active en Silicium est de  $2,4 \times 2,4 \text{ mm}$ , et sa sensibilité à  $810 \text{ nm}$  est de  $0.5 \text{ A/W}$ .  $P_T$  est mesurée en totalité directement derrière le miroir de sortie alors que seulement une partie de la puissance croisée  $P_T^O$  peut être mesurée en réflexion sur la lame séparatrice. Le coefficient de réflexion mesuré est de  $5 \% = 1/\kappa$ .

## 4.2.2 Composants électroniques

Les différents composants électroniques utilisés sont illustrés sur la figure 4.4. Ils se regroupent autour des composants optiques en 4 blocs fonctionnels principaux listés ci-dessous :

- Maintien de la résonance à la condition  $\psi = 0$ .
- Modulation du champ électrique.
- Mesure et sauvegarde des puissances optiques converties en tension.
- Interruption de l'émission laser pour la mesure de la finesse de la cavité.

**Le maintien de la résonance** à  $\psi = 0$  est réalisé au moyen de la technique développée dans la première partie du manuscrit. Rappelons brièvement le principe. La fréquence d'émission du laser couplé est modulée à une fréquence  $f$  avec une excursion de l'ordre de quelques pourcents de la largeur à mi-hauteur d'un mode de la cavité. Contrairement au cas décrit dans la partie précédente où la fréquence couplée était modulée à travers la modulation de la fréquence libre de l'ECDL, c'est ici la distance laser-cavité qui est modulée. On montre toutefois, à travers les expressions analytiques données dans la section 1.2.3 du chapitre 1, que le fonctionnement est équivalent. Pour moduler la distance, une haute tension sinusoïdale (**boitier HT**) est appliquée à un actuateur piézoélectrique supportant un miroir de renvoi. Le signal transmis par la cavité est ensuite démodulé par une détection synchrone numérique (**carte PCI Anfatec**) qui délivre un signal d'erreur nul à  $\psi = 0$ . L'amplitude de ce dernier est ensuite adaptée à l'expérience par l'application d'une action Intégrale (**module de calcul Labview**), il devient dès lors le signal de commande. Ce signal calculé est appliqué à l'actuateur piézoélectrique, via un convertisseur D/A (**DAQ 2010 de ADlink Technology Inc.**) à la fréquence d'échantillonnage de  $12\text{ kHz}$ , après avoir été sommé (**boitier sommateur**) à la sinusoïde de fréquence  $f$ .

Nous avons vu (partie I) que la fréquence de modulation était ultimement limitée par la condition que sa troisième harmonique soit inférieure à la bande passante

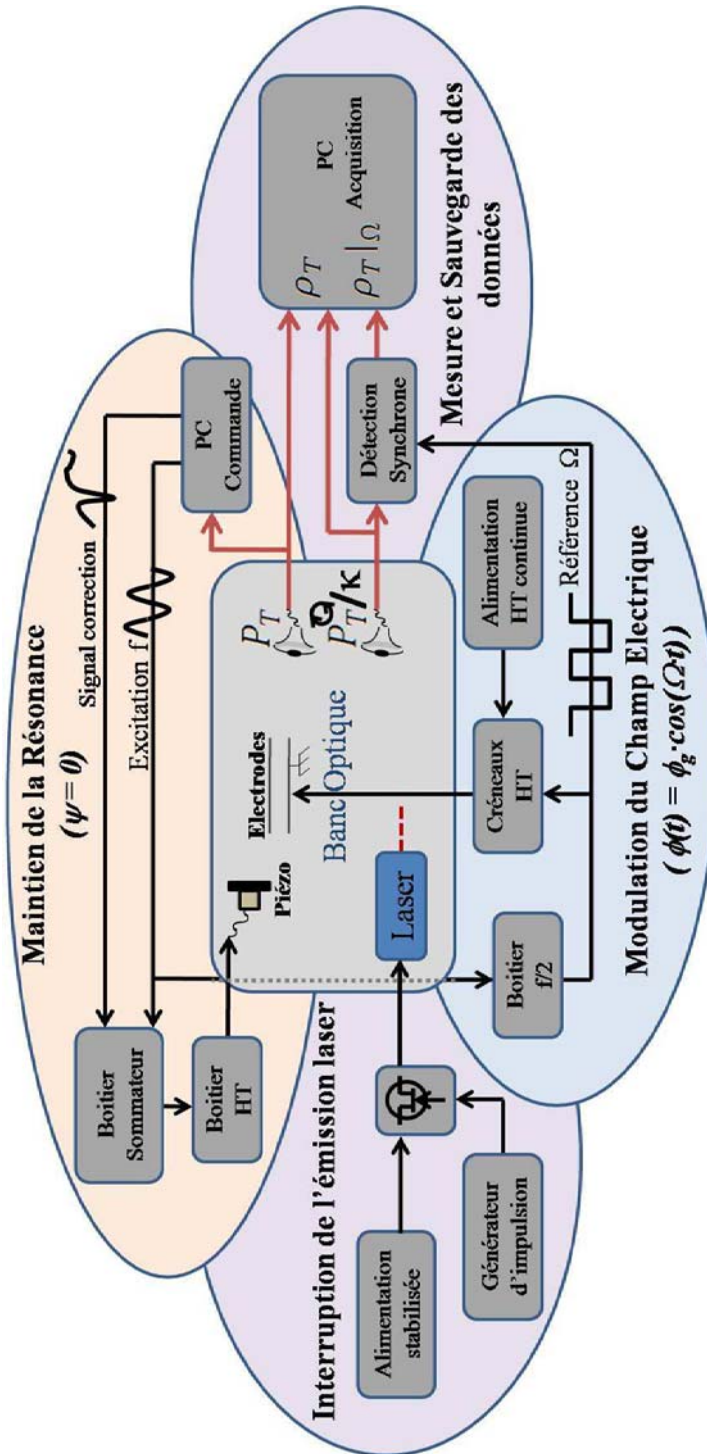


FIG. 4.4 – Représentation des composants électroniques distribués autour du dispositif optique. Ils se regroupent en quatre blocs fonctionnels.

$\delta\nu$  d'un mode de la cavité inversement proportionnelle à la finesse  $F$  ( $\delta\nu = \frac{c}{2L_{Cav}\cdot F}$ ). Toutefois, au cours de la campagne de mesure au LSP, la carte Anfatec générant le signal  $3f$  (chapitre 2 de la partie I) corrigeant l'écart entre la fréquence de la diode ECDL libre et la fréquence de la cavité n'a pas fonctionné. Notons cependant, qu'une fois la résonance atteinte en accordant manuellement la fréquence de l'ECDL, les dérives étaient de suffisamment faibles amplitudes et le couplage entre la diode et la cavité suffisamment fort pour que la légère accordabilité permise par l'ajustement de la distance ECDL-cavité suffise à maintenir la résonance sur une durée de l'ordre de l'heure. Nous avons alors tiré profit de ce dysfonctionnement pour augmenter la fréquence de modulation au plus proche de la bande passante de la cavité qui, aux finesse typiquement atteintes dans ce travail, est de l'ordre du  $kHz$ . Du fait d'une constante de temps d'intégration minimum de l'ordre de  $10/\delta\nu$  pour extraire de la détection synchrone le signal d'erreur, la bande passante ne peut être supérieure à  $100 Hz$ . Dans notre cas, elle a été mesurée aux alentours de  $50 Hz$  pour une modulation à  $f = 824 Hz$ . Dans le cas idéal, les fluctuations de longueur sont donc parfaitement corrigées en dessous de  $50 Hz$  mais ne sont qu'en partie compensées au dessus. Ceci nous a conduit à placer l'ensemble du dispositif dans un caisson en mousse de polyuréthane (TMS) afin de filtrer au mieux le bruit acoustique de l'environnement. De cette façon, le bruit relatif sur la puissance transmise par la cavité est de l'ordre du pour mille pour une bande passante de  $75 kHz$ .

**La modulation du champ électrique** est réalisée en modulant la tension appliquée aux électrodes. Provenant initialement d'une source de tension continue (variable entre  $0 V$  et  $1000 V$ ), celle-ci est hachée (**créneaux HT**) à une fréquence

$\Omega$ . Le champ électrique transverse appliqué est alors modulé en créneaux. Comme discuté précédemment (section 4.1.2), seule la puissance croisée est ensuite démodulée par une détection synchrone analogique (**Stanford Research model SR 510**). Comme nous le verrons dans la suite (section 4.3.1), la fréquence  $\Omega$  a été choisie à la valeur moitié de la fréquence  $f$  où le bruit sur la mesure est minimum. Avec la modulation à la fréquence  $f$  pour le maintien de la résonance, les signaux sont dorénavant doublement modulés. En pratique, la modulation en créneaux du champ électrique n'est pas parfaite et de faibles composantes aux harmoniques paires peuvent apparaître. Notamment, celle à  $2\Omega = f$  va se sommer au signal en sortie de la détection synchrone utilisé comme signal d'erreur pour l'asservissement de la résonance. Dans le cas où il n'existe pas de relation de phase entre les deux modulations, les fluctuations de cette somme pourraient alors perturber le bon fonctionnement de l'asservissement. Pour s'en affranchir, la modulation à  $\Omega$  est générée à partir de la modulation à  $f$  avec une phase fixe (**boitier**  $f/2$ ). L'amplitude à  $2\Omega$  n'altère alors plus le signal d'erreur que par un décalage constant. Dans notre cas, celui-ci est suffisamment faible que nous n'avons pas observé d'écart entre le point de fonctionnement de la régulation et l'exacte résonance .

**La mesure et la sauvegarde des tensions** provenant des photodiodes sont réalisées via un convertisseur A/D (**National Instrument modèle NI USB 6251**) échantillonnant sur 16 bits à une fréquence maximale de 1 *MHz*. La résolution verticale en tension est définie par la taille finie d'un bin,  $q$ , égale à  $V_C/2^{N-1}$  où  $V_C$  est la gamme dynamique en tension (de 1 *V* à 10 *V*) et  $N$  le nombre de bits. Il numérise la puissance totale  $P_T$ , la puissance croisée  $P_T^{\circ}$  en réflexion et sa composante à la fréquence  $\Omega$  donnée par la détection synchrone,  $P_T^{\circ}|_{\Omega}$ . Suivant le résultat

recherché, différentes routines Labview réalisent les traitements adéquats (densité spectrale de puissance, moyenne et écart type, ajustement...) et enregistrent les données.

Enfin, **l'interruption de l'émission laser** permet la mesure de la durée de vie de la cavité dont le temps caractéristique est appelé temps de déclin ou encore temps de Ring Down, noté  $\tau_{rd}$ . Cela permet de déterminer ensuite la finesse de la cavité à l'aide de l'expression  $F = \pi c \tau_{rd} / L_{Cav}$ . Une fois le système à résonance, le signal exponentiellement décroissant s'obtient par l'interruption rapide de l'alimentation en courant de l'ECDL. Ceci est réalisé au moyen d'un transistor JFET (LF347) commandé en tension par un générateur d'impulsion.

Pour conclure la présentation du dispositif expérimental, nous détaillons ici une mesure typique du temps de Ring Down et son incertitude associée. L'objectif est de remonter à la finesse de la cavité et de présenter son incertitude puisque sa valeur intervient directement dans la précision absolue de nos mesures de biréfringence intracavité.

Après l'interruption rapide de l'émission laser, le temps de Ring Down est déterminé en temps réel par une routine Labview du type Levenberg-Marquardt. La figure 4.5 présente un évènement Ring Down typiquement obtenu avec une bande passante de la photodiode de l'ordre du  $MHz$  (gain de transimpédance  $R$  de  $12,83 k\Omega$ ) et une fréquence d'échantillonnage du convertisseur de  $500 kHz$ . Le signal et son ajustement sont illustrés sur la figure 4.5(a) en échelle logarithmique et le résidu associé est présenté sur la figure 4.5(b). La distribution aléatoire et l'amplitude constante de celui-ci autour de la valeur nulle signifie que le bruit est indépendant de l'amplitude du signal et qu'il est dominé par le bruit technique et



non par le bruit de photons. La meilleure valeur ajustée correspond ici à un temps

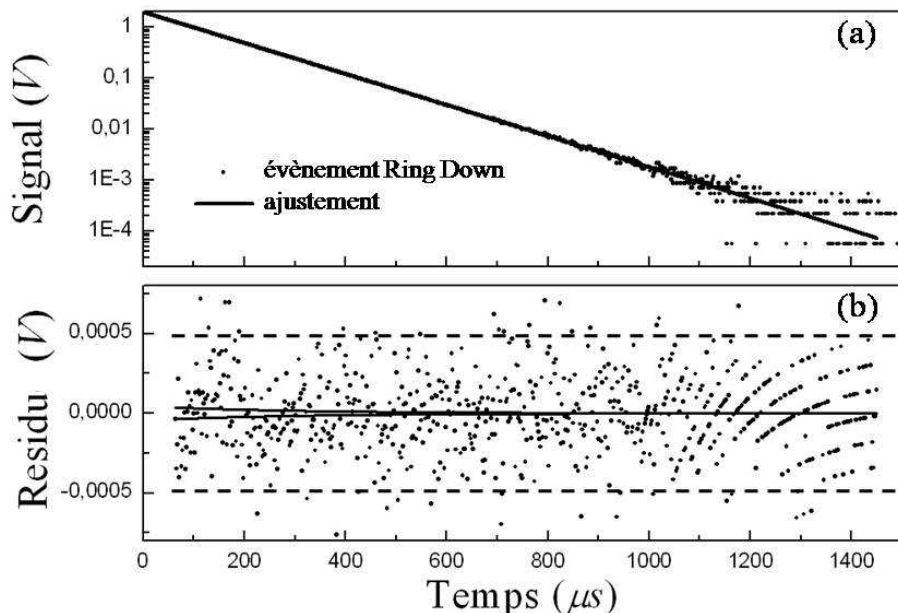


FIG. 4.5 – **Acquisition et traitement d'un événement Ring Down.** La figure (a) montre un enregistrement typique de la décroissance de la cavité après que la ligne de base ait été soustraite. L'ajustement a été réalisé sur dix fois le temps de Ring Down, la meilleure valeur extraite est de  $147,04 \mu s$ . La figure (b) montre le résidu de l'ajustement (points ronds). En traits pleins est représenté le double de la déviation standard pour le bruit de photons. En traits pointillés est représenté le double de la déviation standard pour le bruit technique mesuré sur la ligne de base suivant un événement Ring Down

de Ring Down de  $147,04 \mu s$  c'est à dire une finesse de  $2,66 \cdot 10^5$ . L'incertitude de  $0,01 \mu s$  donnée par l'ajustement conduit à une incertitude relative sur la mesure de  $\tau_{rd}$  de  $7 \cdot 10^{-5}$ , signifiant qu'à cette échelle de temps les variations des pertes de la cavité sont bornées par cette valeur.

Cependant, la précision pertinente est celle obtenue sur les temps caractéristiques d'une mesure de biréfringence (de l'ordre de la minute). En effet, sur ce temps, on peut s'attendre par exemple à des variations de la réflectivité des miroirs dues à l'échauffement par l'onde intracavité des surfaces multicouches. De plus, les variations de longueurs des cavités parasites (la cavité « miroir de sortie-surface

de la photodiode » par exemple) vont modifier la réflectivité effective des miroirs et conduire alors à une variation supplémentaire de  $\tau_{rd}$ . Enfin, on peut s'attendre, dans le cas de pertes inhomogènes à la surface des miroirs, à ce que d'éventuelles fluctuations de l'alignement entraînent aussi des fluctuations de pertes. Ainsi, l'ensemble peut conduire à des fluctuations de  $\tau_{rd}$  de plusieurs ordres de grandeurs supérieures à celles obtenues lors de l'acquisition d'une relaxation unique. Pour les évaluer, nous avons réalisé une statistique sur la mesure de  $\tau_{rd}$  sur un temps d'enregistrement d'environ 250 secondes à une fréquence de répétition de 2 Hz. Cette statistique est représentée sous la forme d'un histogramme sur la figure 4.6.

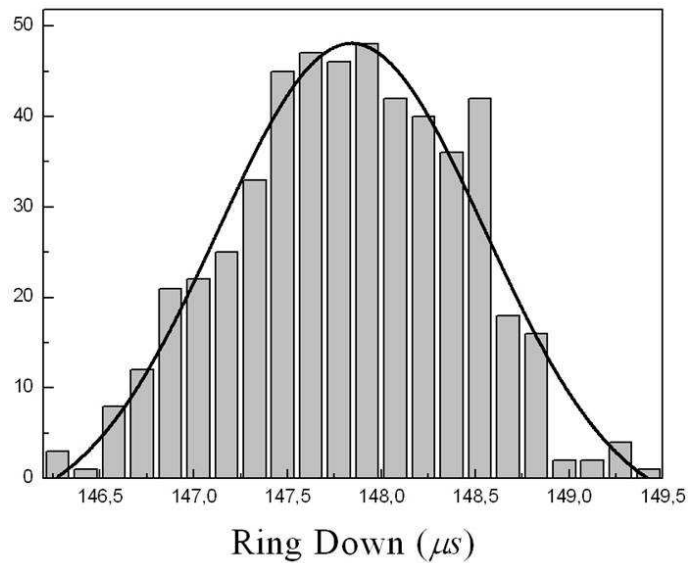


FIG. 4.6 – **Statistiques de plusieurs mesures indépendantes de  $\tau_{rd}$ .** La distribution des  $\tau_{rd}$  extraits de l'ajustement suit une loi normale d'écart type 0,7 et de valeur moyenne 147,8  $\mu s$ . La précision relative sur la mesure de  $\tau_{rd}$  est alors de  $5 \cdot 10^{-3}$ . Cette valeur est deux ordres grandeur plus importantes que celle évaluée sur une mesure individuelle.

La précision obtenue est de 0,7  $\mu s$  pour une valeur moyenne de 147,8  $\mu s$ . L'incertitude relative de  $5 \cdot 10^{-3}$  est donc ici de deux ordres de grandeur supérieure à celle obtenue pour une relaxation unique.

Enfin, en toute rigueur, l'incertitude relative sur la mesure de la finesse  $F$  s'évalue en sommant à celle de  $\tau_{rd}$  l'incertitude relative sur la longueur de la cavité  $\delta L/L_{Cav}$ . Au temps long, les variations de l'environnement induisent des variations de longueurs de la dizaine de nanomètres [13]. L'incertitude relative sur  $F$  est alors uniquement déterminée par l'incertitude relative sur  $\tau_{rd}$  et vaut 0,5 %.

### 4.3 Caractérisation de la chaîne de détection

L'étude théorique menée sur la mesure du déphasage intracavité conclut que, lorsque seul le bruit de photons est pris en compte, la sensibilité est optimale pour une biréfringence des miroirs inférieure à  $\pi/F$  (figure 3.16). Cette condition vérifiée, la sensibilité sera d'autant meilleure que la puissance laser est élevée (le rapport signal sur bruit évoluant en  $\sqrt{P_{Laser}}$ ). Cependant, nous avons constaté expérimentalement que pour des puissances intracavité trop importante, des effets non linéaires<sup>2</sup> se manifestent aux surfaces des miroirs. Cela se traduit par une augmentation drastique du signal de biréfringence modifiant la condition précédente. Cet effet a été observé à partir d'une puissance laser incidente sur la cavité supérieure à 3 mW. Cette valeur seuil fixe alors la puissance laser maximale utilisée expérimentalement. Ensuite, la puissance croisée incidente sur la photodiode augmentant<sup>3</sup> avec la biréfringence  $\phi_M$  tant qu'elle reste inférieure à  $\pi/F$ , on aurait tendance intuitivement à travailler à une valeur de la biréfringence la plus élevée possible avant la dégradation de la sensibilité. Cependant nous allons voir dans la description des sources de bruits de la chaîne de détection que les différents termes évoluant différemment avec la puissance optique, cela conduit à la présence d'un

---

<sup>2</sup>ils sont discutés dans le chapitre 5.

<sup>3</sup>celle sur la puissance totale n'évolue pas significativement.

optimum de sensibilité.

Afin d'évaluer la position de cet optimum, il est nécessaire de définir et de mesurer l'amplitude des différents bruits à la fréquence  $\Omega$  de modulation du champ électrique. C'est pourquoi dans un premier temps, la fréquence  $\Omega$  la plus pertinente est déterminée à travers la description de la densité spectrale du signal provenant de la puissance totale transmise par la cavité. Puis, dans un deuxième temps l'optimum de sensibilité est caractérisé par le biais des expressions des bruits.

#### 4.3.1 Densité spectrale et choix de la fréquence de modulation

Sur la figure 4.7 est présenté l'enregistrement de la densité spectrale  $S_T(\nu)$  de la puissance optique totale transmise par la cavité  $P_T$  lorsque la régulation pour le maintien de la résonance est activée et qu'aucune modulation du champ électrique transverse n'est appliquée. Cette figure permet de discuter de l'amplitude des différentes composantes du bruit présent dans la chaîne de détection et de déterminer la fréquence  $\Omega$  de modulation du déphasage induit par le gaz la plus judicieuse.

On remarque tout d'abord une résonance importante de la puissance du signal à  $824 \text{ Hz}$ . Cette dernière est la fréquence  $f$  de modulation de la fréquence couplée utilisée pour la régulation. En effet, au travers de la fonction de transfert de la cavité, toute modulation de fréquence est convertie en modulation d'amplitude et se retrouve sur le spectre du signal transmis. A résonance, au passage du maximum, cette conversion a lieu à la fréquence double, expliquant la résonance de la densité spectrale observée à  $1648 \text{ Hz}$ . Aussi, on observe clairement des composantes à

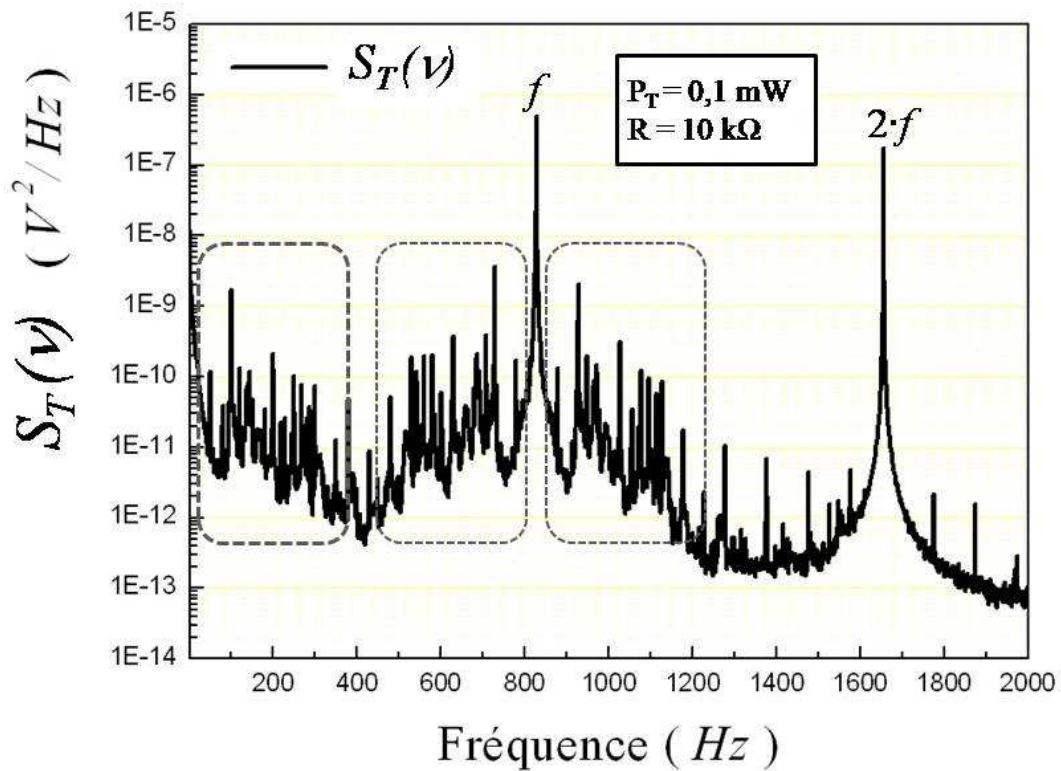


FIG. 4.7 – *Densité spectrale de la puissance totale transmise par la cavité  $P_T$  en configuration mesure de déphasage. La puissance optique incidente sur la photodiode est de 0.1 mW, le gain de transimpédance est de 10 k $\Omega$  et la fréquence d'échantillonnage du convertisseur est de 150 kHz sur une gamme dynamique fixée à 1 V.*

50  $Hz$  et ses harmoniques d'ordre supérieur (structure délimitée en traits pointillés gras sur la figure 4.7). Celles-ci ont été identifiées comme provenant du signal électrique, délivré par la source haute tension alimentée par le secteur, appliqué à la cale piézoélectrique modulant ainsi la fréquence couplée. Avec le même raisonnement, on comprend que l'on retrouve ces fréquences sur la densité spectrale du signal transmis par la cavité à partir de 50  $Hz$ . De plus, puisque la fonction de transfert de la cavité est une fonction non linéaire, les différentes fréquences de modulation de la fréquence couplée se retrouvent mixées dans le signal transmis. Cela conduit à l'apparition de la structure de résonance symétrique autour de la fondamentale  $f$  observée sur la figure 4.7 (les deux encarts en traits pointillés faibles) et ainsi à un minimum de bruit situé à la fréquence  $f/2$ .

Finalement, au vu du spectre du signal transmis par la cavité, le choix le plus pertinent de la fréquence de modulation  $\Omega$  du champ électrique transverse appliqué sur le gaz se trouve être à  $\Omega = 412 \text{ Hz}$ . Cette valeur respecte bien la contrainte  $2\Omega = f < \delta\nu$  précédemment imposée.

#### 4.3.2 Expressions des bruits et optimum de sensibilité

De façon générale en technique cavité optique, s'ajoute au bruit de photons inhérent à une mesure laser, le bruit dû à l'utilisation des photodétecteurs, celui dû aux fluctuations de puissances de la source laser et celui dû aux fluctuations de l'accord entre la fréquence d'émission et la fréquence de résonance de la cavité. La dénomination photodétecteur regroupe la photodiode amplifiée en montage transimpédance et le convertisseur A/D. Dans cette section, nous allons donner l'expression du bruit sur la mesure de  $\rho_T$  et déduire la biréfringence des miroirs  $\phi_M$

qui optimise la sensibilité sur  $\phi_g$ .

Dans les choix expérimentaux nous avons montré (section 4.1.2.2) que, même si le bruit technique à la composante continue de la mesure de la puissance totale  $P_T$  est supérieur au bruit de photons (jusqu'à  $1/\rho_T$ ), la sensibilité sur la mesure du rapport (i.e. sur le déphasage intracavité) est dominée par le bruit sur la puissance croisée  $P_T^{\text{O}}/\kappa$  analysée à la fréquence  $\Omega$ . Nous supposons que cette condition est réalisée<sup>4</sup> et les différentes expressions des bruits qui nous intéressent sont alors celles sur  $P_T^{\text{O}}/\kappa$  à la composante  $\Omega$ . De plus, rappelons que la puissance est celle définie en (3.45) (atténuée du facteur  $\kappa$ ) et dépend quadratiquement de la biréfringence des miroirs  $\phi_M$ .

L'expression de l'écart type en tension du bruit de photons dérive de celle donnée en ampère en (3.51) par la valeur du gain  $R$  utilisé et s'écrit comme :

$$\sigma_{Ph} = \sqrt{2 e S \frac{P_T^{\text{O}}}{\kappa} R^2 \cdot f_B} \quad (4.9)$$

L'écart type associé au bruit du photodétecteur est une combinaison des écarts types dûs aux bruits provenant de la photodiode ( $\sigma_{\text{DC}}$ ) [64], de l'amplificateur opérationnel ( $\sigma_{\text{AOP}}$ ) [64, 65], du gain de transimpédance ( $\sigma_{\text{R}}$ ) [66, 67] et du convertisseur ( $\sigma_{\text{q}}$ ) [68, 69]. Ces bruits étant non corrélés, l'écart type résultant, noté  $\sigma_{\text{PD}}$ , s'exprime alors comme :

$$\sigma_{\text{PD}} = \sqrt{\sigma_{\text{DC}}^2 + \sigma_{\text{AOP}}^2 + \sigma_{\text{R}}^2 + \sigma_{\text{q}}^2} \quad (4.10)$$

---

<sup>4</sup>Cela sera vérifié à la suite de la détermination de l'optimum.

### 4.3. Caractérisation de la chaîne de détection

---

avec,

$$\sigma_{DC} = \sqrt{2 e i_{DC} R^2 \cdot f_B} \quad (4.11)$$

est le bruit de grenaille<sup>5</sup> du courant d'obscurité de la photodiode  $i_{DC}$  donné par le constructeur à  $0.1 \cdot 10^{-9} A$  à  $25^\circ C$ , et,

$$\sigma_{AOP} = \sqrt{[i_N^2 R^2 + e_N^2] \cdot f_B} \quad (4.12)$$

où  $i_N$  et  $e_N$  sont respectivement le bruit équivalent en entrée en courant et en tension égale à  $1.10^{-14} A/\sqrt{Hz}$  et  $2.10^{-8} V/\sqrt{Hz}$  (données constructeur), et,

$$\sigma_R = \sqrt{4 k_B T R \cdot f_B} \quad (4.13)$$

est le bruit de Johnson-Nyquist de la résistance, où  $k_B$  est la constante de Boltzmann et  $T$  la température en Kelvin, et,

$$\sigma_q = \frac{q}{\sqrt{12}} \sqrt{\frac{2 \cdot f_B}{F_e}} \quad (4.14)$$

est le bruit de quantification du convertisseur, où  $F_e$  est la fréquence d'échantillonnage et où  $f_B$  est au maximum égale à  $F_e/2$ . A  $F_e = 150 kHz$  et à  $q = 0.3 mV$ , le bruit du convertisseur est de  $3.10^{-7} V/\sqrt{Hz}$ .

Enfin, la puissance laser provenant de l'ECDL possède ses propres fluctuations autres que le bruit de photons. Celles-ci sont dues aux fluctuations résiduelles en courant de l'alimentation stabilisée de la diode et sont proportionnelles au niveau de puissance moyen. De plus, les fluctuations de l'accord de résonance entre la source

---

<sup>5</sup>appelé Shot Noise en anglais



laser et la cavité conduisent à des fluctuations de la puissance transmise, elles aussi proportionnelles à la puissance laser. Du fait des géométries de la cavité externe de l'ECDL et de la cavité de haute finesse, nous supposons que les fluctuations de l'accord proviennent essentiellement des fluctuations de la longueur de la cavité de haute finesse. En notant respectivement  $\Delta_{ECDL}$  et  $\Delta_{Cav}$  en  $1/\sqrt{Hz}$  les contributions des deux sources de bruit discutées précédemment, l'écart type associé aux fluctuations proportionnelles à la puissance incidente peut s'écrire alors comme :

$$\sigma_{\text{Fluc}} = (\Delta_{ECDL} + \Delta_{Cav}) S \frac{P_T^{\text{O}}}{\kappa} R \cdot \sqrt{f_B} \quad (4.15)$$

Ainsi, l'expression du bruit sur  $\rho_T$  donnée en (4.6) se réécrit comme :

$$\sigma_\rho = \rho_T \cdot \frac{\kappa}{S \cdot P_T^{\text{O}} \cdot R} \cdot \sigma_{P_T^{\text{O}}|_\Omega} \quad (4.16)$$

avec  $\sigma_{P_T^{\text{O}}|_\Omega}$  le bruit à la fréquence  $\Omega$  sur  $P_T^{\text{O}}/\kappa$  résultant des différents sources indépendantes énumérées précédemment qui s'exprime sur une bande passante de  $1 Hz$  par :

$$\sigma_{P_T^{\text{O}}|_\Omega} = \sqrt{\left( 2 e S \frac{P_T^{\text{O}}}{\kappa} + i^2 + (\Delta_{ECDL} + \Delta_{Cav})^2 \left( \frac{S P_T^{\text{O}}}{\kappa} \right)^2 \right) \cdot R^2 + 4 k_B T \cdot R + \frac{q^2}{6 F_e}} \quad (4.17)$$

où  $i^2 = i_N^2 + 2 e i_{DC}$  correspond au bruit du courant d'obscurité de la photodiode sommé à celui en courant de l'amplificateur utilisé. Le bruit équivalent en tension a été négligé devant le bruit généré par le convertisseur A/D. Cette relation sur le bruit de la mesure d'une puissance optique conserve un caractère général dans la mesure où la chaîne de détection décrite jusqu'ici est celle utilisée dans nombre

d'expériences.

Pour évaluer l'importance du bruit ajouté par la chaîne de détection sur la mesure de l'observable, il est intéressant de normaliser le bruit donné en (4.16) par son expression lorsque seul le bruit de photons est pris en compte notée  $\sigma_{\rho Ph}$ . Le bruit normalisé et élevé au carré s'écrit alors sur une bande passante de  $1 Hz$  comme :

$$\frac{\sigma_{\rho}^2}{\sigma_{\rho Ph}^2} = 1 + \frac{\kappa}{2e \cdot S \cdot P_T^{\mathcal{Q}}} \cdot \left( i^2 + \frac{4k_B T}{R} + \frac{q^2}{6F_e R^2} \right) + \frac{(\Delta_{ECDL} + \Delta_{Cav})^2 S}{2e} \cdot \frac{P_T^{\mathcal{Q}}}{\kappa} \quad (4.18)$$

Ainsi, dans la mesure du possible, il est pertinent de travailler avec un gain de transimpédance  $R$  le plus important possible jusqu'à limiter le bruit provenant du photodétecteur au seul bruit de courant de la photodiode amplifiée. Le gain maximum étant ultimement limité par la tension d'alimentation des amplificateurs, le produit  $S \cdot P_T^{\mathcal{Q}} \cdot R / \kappa$  ne doit donc pas dans notre cas dépasser  $10 V$ . De plus, il se peut que pour des gains importants, la diminution de la bande passante de l'étage amplificateur qui en découle soit restrictive pour certaines utilisations spécifiques. C'est pourquoi nous avons limité lors de nos mesures le gain à  $10^7 \Omega$ .

La proportion du bruit du photodétecteur vis à vis du bruit de photons étant inversement proportionnelle à la puissance optique incidente, nous avons donc tout intérêt à augmenter la biréfringence  $\phi_M$ . Cependant le dernier terme de (4.18) est proportionnel à la puissance et agit alors en sens inverse ce qui doit conduire à la présence d'un optimum.

La valeur de cet optimum et la connaissance de la puissance optique associée nécessite de connaître  $\Delta_{ECDL} + \Delta_{Cav}$ . Pour mesurer l'amplitude des deux coefficients séparément, nous avons tout d'abord enregistré la densité spectrale de la

puissance optique provenant de l'ECDL seule puis celle de la puissance transmise par la cavité dans les mêmes conditions (même photodiode, même puissance incidente et même gain). En répétant la mesure pour différentes valeurs du gain, et en ajustant la puissance optique incidente sur la photodiode  $P_{opt}$  de sorte à conserver le produit  $S P_{opt} R$  constant (i.e. la tension mesurée est constante), il est alors possible d'évaluer l'amplitude de la densité spectrale mesurée à la composante  $\Omega$  en fonction de  $R$ . Les différents points expérimentaux et leurs ajustements par la relation (4.17) sont présentés sur la figure 4.8. Les meilleures valeurs extraites sont  $\Delta_{ECDL} = 2.10^{-7} /Hz$  et  $\Delta_{Cav} = 8.10^{-7} /Hz$ . Nous remarquons donc que les fluctuations de longueur de la cavité optique<sup>6</sup> induisent un bruit seulement quatre fois plus important que celui du laser.

Avec la valeur de  $\Delta_{Cav}$ , nous sommes en mesure de déterminer la puissance optique incidente sur la photodiode (et donc la biréfringence des miroirs) telle que le bruit technique s'approche au plus près du bruit de photons. Pour cela, nous avons reporté sur la figure 4.9 l'évolution relative donnée en (4.18) en fonction de  $\phi_M$  pour le gain choisi de  $10^7 \Omega$ . Avec les valeurs typiquement obtenues expérimentalement reportées dans l'encart de la figure 4.9, l'augmentation du bruit induit par la chaîne de détection est au mieux seulement de 25 %. Ce minimum peu prononcé est atteint aux alentours de  $\phi_M = 0.15\pi/F = 2.10^{-6} rad$ . C'est à cette valeur de biréfringence des miroirs que la mesure du déphasage intracavité sera optimale. Notons que la mesure d'un déphasage intracavité à  $\phi_M$  proche de  $\pi/F$  réduit la sensibilité au moins d'un facteur 2.

Remarque :

---

<sup>6</sup>On rappelle qu'elles ne sont pas corrigées par l'asservissement de la condition de résonance car la fréquence  $\Omega$  est largement supérieure à la bande passante de la régulation.

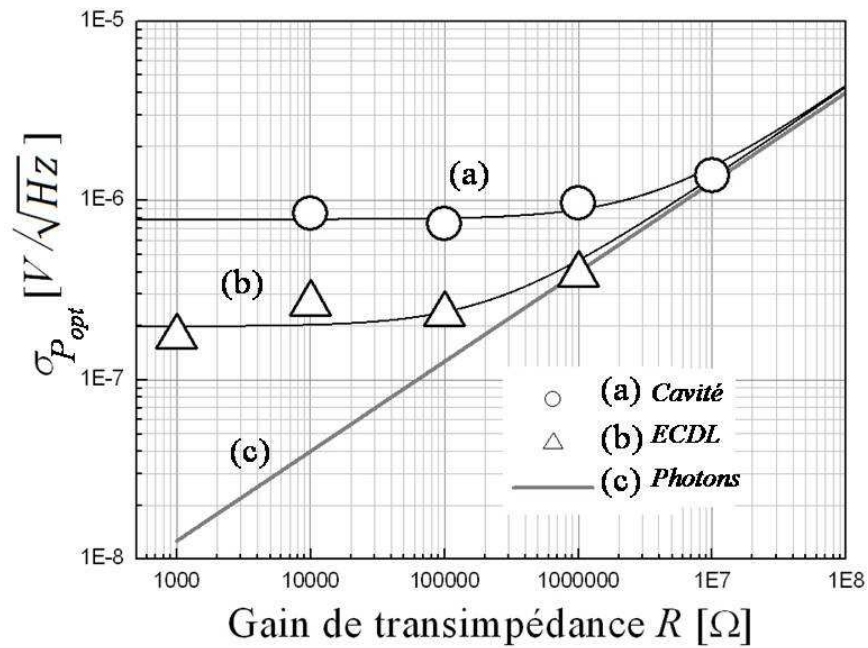


FIG. 4.8 – *Ecart type expérimental à la fréquence  $\Omega$  sur une bande passante de 1 Hz (symboles) et son ajustement (traits pleins fins) par la relation (4.17) en fonction du gain de transimpédance  $R$ . Le produit  $S P_{opt} R$  est maintenu constant à la valeur de 1 V. La fréquence d'échantillonnage du convertisseur est de 150 kHz et sa gamme dynamique fixée à 1 V ( $q = 0.03$  mV). La courbe (a) donne l'écart type de la puissance transmise par la cavité et la courbe (b) celle de la puissance optique de la diode ECDL seule. En traits plein clair (courbe (c)), il s'agit de l'écart type associé au bruit de photons donné en (4.9).*

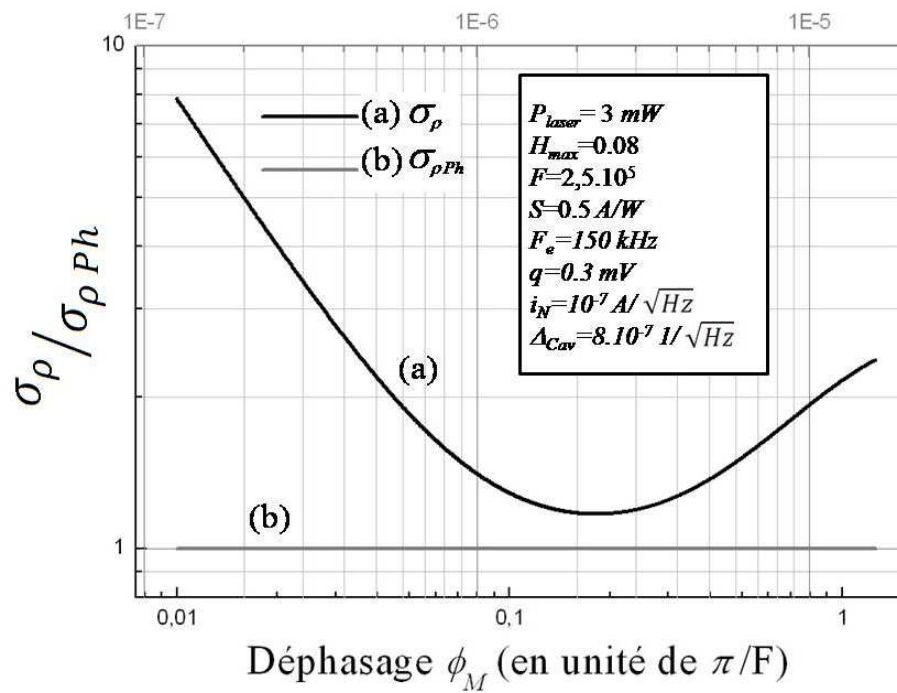


FIG. 4.9 – Evolution de la proportion du bruit sur le rapport en présence de la chaîne de détection sur le bruit de photons dans nos conditions expérimentale. Au mieux, le bruit ajouté est à hauteur d'un quart du bruit photons.

A l'optimum,  $\phi_M = 2.10^{-6} \text{ rad}$ , le rapport  $\rho_T$  est de l'ordre de  $10^{-4}$ . Au regard de la densité spectrale de  $P_T$  illustrée précédemment sur la figure 4.7, l'amplitude du bruit à la composante continue est entre trois et quatre ordres de grandeur supérieur à celui à la fréquence  $\Omega$ . Ainsi, l'importance du bruit sur  $P_T$  dans  $\sigma_\rho$  (négligé dans la discussion précédente) est légèrement inférieure à celle du bruit sur  $P_T^\circ$ . Finalement, on peut s'attendre à ce qu'en pratique  $\sigma_\rho$  ne soit que d'un facteur  $\sqrt{2}$  supérieur à la valeur donnée au-dessus. Il est cependant important de noter que pour des valeurs plus proches de  $\pi/F$ ,  $\rho_T$  augmentant quadratiquement avec  $\phi_M$ , le bruit sur  $P_T$  deviendra alors rapidement dominant et la sensibilité va se dégrader. Il est donc judicieux de se placer expérimentalement à un  $\phi_M$  légèrement inférieur à l'optimum trouvé de sorte que le bruit sur le rapport soit bien dominé par le bruit sur  $P_T^\circ$  à la fréquence  $\Omega$ .

La sensibilité expérimentale attendue s'obtient à partir de l'expression de la limite théorique donnée en (3.56) dans le chapitre précédent en remplaçant  $\sigma_\rho$  par l'expression qui vient d'être dérivée en (4.16). A l'optimum, en  $\phi_M = 2.10^{-6} \text{ rad}$  on s'attend à une sensibilité sur le plus petit déphasage mesurable expérimentalement de l'ordre de  $3.10^{-12} \text{ rad}/\sqrt{Hz}$ . Pour un champ électrique transverse appliqué sur une longueur de  $50 \text{ cm}$  et une longueur d'onde laser de  $810 \text{ nm}$ , la sensibilité attendue expérimentalement sur la différence d'indice entre les deux axes propres de propagation du gaz est de  $7,5.10^{-19} / \sqrt{Hz}$ .

## Conclusion

L'objectif de ce chapitre a été de proposer un dispositif expérimental capable de mesurer un déphasage intracavité au plus près du cadre théorique développé dans

le chapitre précédent.

Pour cela, nous avons dans un premier temps argumenté deux choix de mesure imposés par des contraintes expérimentales.

Premièrement, du fait de l'impossibilité d'associer deux polariseurs circulaires dont l'ensemble présente un taux de réjection inférieur à  $10^{-6}$ , la mesure du déphasage via  $\rho_{\text{O}}$  n'a pu être réalisée de manière fiable et nous avons alors choisi d'utiliser l'observable  $\rho_T$ . En effet, cette dernière ne nécessite l'utilisation que d'un seul polariseur circulaire. Le taux de réjection du plus performant a été mesuré de manière originale par la visualisation de la perturbation de l'émission monomode de l'ECDL en présence de rétroaction optique au travers du signal provenant d'un étalon basse finesse. Ainsi, au réglage optimal atteint, la borne supérieure du taux de réjection a été évaluée à  $10^{-6}$ .

Deuxièmement, puisque de manière générale le bruit d'une chaîne de détection n'est pas indépendant de la fréquence des composantes de Fourier du signal mesuré, il est indispensable que la mesure différentielle du rapport  $\rho_T$  se fasse « dynamiquement », c'est à dire à une fréquence  $\Omega$  bien choisie. Cela conduit à diviser analogiquement les puissances optiques puis à démoduler ce rapport par une détection synchrone. Le diviseur pouvant s'avérer complexe d'utilisation, nous avons fait le choix d'analyser à la fréquence de modulation uniquement la puissance croisée à la fréquence  $\Omega$  et d'enregistrer la composante continue de la puissance totale transmise. Le rapport est ensuite effectué une fois les signaux numérisés. Nous avons montré que, dans les conditions optimales théoriques de mesure du déphasage intracavité ( $\phi_M < \pi/F$ ), cette stratégie ne modifie pas l'expression de  $\rho_T$  tout en conservant des performances similaires en terme de bruit.

Le cadre expérimental étant fixé, nous avons énuméré et caractérisé les différents

composants optiques et électroniques nécessaires à la mesure.

Ensuite, à travers l'analyse de la densité spectrale de la puissance totale transmise par la cavité maintenue à résonance, nous avons identifié que la composante de bruit minimum est nécessairement à la fréquence moitié de la fréquence de modulation utilisée pour l'asservissement qui se trouve être ici à  $\Omega = 412 \text{ Hz}$ . Nous avons montré que le bruit se décompose en deux sources, l'une inversement proportionnelle à la puissance optique (bruit du photodétecteur) et l'autre proportionnelle (fluctuations de longueur de la cavité de haute finesse). Cela conduit à la présence d'un optimum de sensibilité en fonction de la biréfringence des miroirs. Pour un gain d'amplification choisi à  $10^7 \Omega$ , l'optimum est placé à  $\phi_M \approx 0, 1\pi/F = 2 \cdot 10^{-6} \text{ rad}$ . Ainsi, à cette valeur de biréfringence  $\phi_M$ , pour une puissance laser incidente sur la cavité limitée à  $3 \text{ mW}$  et une finesse de  $2,5 \cdot 10^5$ , le bruit apporté par la chaîne de détection ne représente qu'un quart de celui apporté par le bruit de photons. Cela correspond dans nos conditions expérimentales à une sensibilité sur le plus petit déphasage mesurable de l'ordre  $3 \cdot 10^{-12} \text{ rad}/\sqrt{\text{Hz}}$ . Pour un champ électrique transverse appliqué sur une longueur de  $50 \text{ cm}$  et une longueur d'onde laser de  $810 \text{ nm}$ , la sensibilité attendue expérimentalement sur la différence d'indice entre les deux axes propres de propagation du gaz est de  $7,5 \cdot 10^{-19} / \sqrt{\text{Hz}}$ . Aussi, comme nous allons le voir dans le chapitre suivant présentant les résultats expérimentaux, le dispositif est particulièrement bien adapté pour la mesure de constantes de Kerr de gaz comme  $\text{CO}_2$ ,  $\text{O}_2$ ,  $\text{N}_2$  ou  $\text{Ar}$ . En effet, pour des faibles tensions de l'ordre de  $50 \text{ V}$  appliquées sur les électrodes espacées de  $3 \text{ mm}$ , la différence d'indice induite par effet Kerr attendue doit être de l'ordre de respectivement  $6 \cdot 10^{-16} / \sqrt{\text{Hz}}$ ,  $2 \cdot 10^{-16} / \sqrt{\text{Hz}}$ ,  $4 \cdot 10^{-17} / \sqrt{\text{Hz}}$  et  $9 \cdot 10^{-18} / \sqrt{\text{Hz}}$  [37, 38].





# Chapitre 5

## Résultats expérimentaux

### Introduction

Dans le chapitre précédent nous avons décrit le dispositif expérimental mis en place pour la mesure du déphasage intracavité avec une sensibilité au plus près de la limite théorique. Nous présentons dans ce chapitre ses performances.

Tout d'abord, l'évolution du déphasage résultant de l'association des deux miroirs de la cavité est mesurée en fonction de la rotation du miroir de sortie. Les objectifs sont de mesurer la biréfringence de miroir de haute réflectivité, de confronter ces mesures aux relations théoriques attendues et enfin de démontrer la possibilité d'un contrôle de la valeur de la biréfringence résultante des miroirs. Ce dernier point est primordial car la biréfringence des miroirs joue un rôle principal sur l'ajustement de la sensibilité du dispositif de mesure (section 4.3.2 du chapitre 4).

Dans une deuxième partie, la sensibilité du dispositif, définie comme le plus petit déphasage induit mesurable, est analysée en fonction du temps de mesure par la

méthode de la variance d'Allan. Son comportement et les valeurs atteintes sont alors comparées avec celles prédites par le modèle de bruit développé dans le chapitre 4 et ceci pour deux jeux de paramètres expérimentaux. Ensuite, nous étudions la linéarité du dispositif à travers la valeur du déphasage mesuré en fonction du carré du champ électrique (ces deux grandeurs étant reliées par la constante de Kerr  $K$  du gaz) et nous nous ferons une idée de sa répétabilité à long terme.

Dans la troisième section, nous montrerons que pour des champs électriques modérés ( $\leq 50 \text{ V/mm}$ ) la sensibilité du dispositif et sa linéarité ont permis la mesure de constantes de Kerr de gaz à pression atmosphérique qu'ils soient moléculaires tels que le  $\text{CO}_2$ , l' $\text{O}_2$ , l' $\text{N}_2$  et l'air mais aussi atomiques tels l'Ar, le Ne et même l'He. Avec une interprétation physique simple des phénomènes intervenant dans l'effet Kerr pour ces gaz, nous serons en mesure, dans un premier temps de valider la cohérence de nos résultats, et ensuite de les comparer avec celles reportées dans la littérature.

Enfin, nous discuterons des différentes observations expérimentales que nous avons pu faire avec l'utilisation d'une cavité de finesse 250 000, qui feront apparaître les limites de la considération de  $F$  comme un simple facteur multiplicatif de la sensibilité.

## 5.1 Mesure de la biréfringence résultante des miroirs

Nous avons vu dans le chapitre 3 dédié au formalisme que la biréfringence résultante de l'association des deux miroirs de la cavité, dans la mesure où chacun d'entre eux est supposé se comporter comme un déphaseur faible, s'écrit en fonction de leur orientation relative comme :

$$\phi_M = \sqrt{\phi_e^2 + \phi_s^2 + 2\phi_e\phi_s \cos(2(\theta_e - \theta_s))} \quad (5.1)$$

C'est cette expression qui permettra de valider par la mesure de  $\phi_M$  que les deux miroirs se comportent comme des déphaseurs faibles. Aussi, on s'assurera qu'il est possible d'ajuster  $\phi_M$  aux alentours de  $10^{-6}$  rad dans l'objectif d'atteindre l'optimum de sensibilité.

Expérimentalement, la valeur de  $\phi_M$  est déterminée par la mesure du rapport  $\rho_T$ , et ces deux grandeurs sont reliées d'après la relation (3.47) par :

$$\phi_M = \frac{2 \cdot \pi}{F} \cdot \sqrt{\frac{\kappa \cdot \rho_T}{1 - \kappa \cdot \rho_T}} \quad (5.2)$$

où  $\rho_T$  est défini à résonance comme le rapport de la puissance croisée mesurée en réflexion ( $P_T^Q/\kappa$ ) et la puissance totale transmise par la cavité ( $P_T$ ).

Pour déterminer les puissances optiques à résonance, la fréquence du laser est balayée périodiquement au travers de plusieurs modes de la cavité et le maximum de transmission d'un mode de la cavité est alors enregistré<sup>1</sup>. Pour mesurer la finesse  $F$ ,

---

<sup>1</sup>Le maximum de transmission d'un mode de la cavité correspond à la valeur à résonance pour une phase spécifique de la rétroaction optique. La figure caractéristique observée alors en

l'émission laser est interrompue lorsque le maximum de ce même mode est atteint, permettant ainsi l'enregistrement de sa durée de vie et la déduction de  $F$ .

Nous avons remarqué au cours des diverses mesures, des variations locales importantes de la biréfringence sondée en fonction du point d'impact du mode  $TEM_{00}$  sur les miroirs. Celles-ci ont été observées dans des travaux antérieurs et peuvent être aussi bien des variations d'amplitude que d'orientation [14, 55]. Ces variations sont attribuées aux inhomogénéités à la surface apparues à la fabrication et afin de s'en affranchir il est indispensable de contrôler le point d'impact.

Par conséquent, nous avons mis en place un dispositif optique additionnel<sup>2</sup> de sorte à conserver au mieux le point d'impact du mode  $TEM_{00}$  lors de la rotation du miroir de sortie. Il est constitué d'un laser He-Ne isolé, d'une photodiode à quatre quadrants et d'une caméra CCD comme illustré sur la figure 5.1.

Le protocole de réglage s'effectue comme suit :

- Premièrement, le faisceau du mode  $TEM_{00}$  transmis par la cavité est envoyé sur le centre de la photodiode à quadrant et sur la caméra CCD. Ces deux points définissent la droite positionnant le faisceau  $TEM_{00}$  dans le référentiel du laboratoire. Le faisceau He-Ne en réflexion sur le miroir de sortie est ensuite superposé au faisceau  $TEM_{00}$ . Le point d'impact sur le miroir de sortie est défini par l'observation à la caméra CCD des anneaux de Newton provenant de l'interférence entre le faisceau de l'He-Ne réfléchi sur le substrat en verre et le champ réfracté puis réfléchi sur la surface multicouches du miroir de sortie. Ce critère définit le seul point où les deux interfaces précédentes sont

---

transmission permet de s'assurer que la résonance exacte ( $\psi = 0$ ) est effectivement atteinte (section 1.2 de la partie I)

<sup>2</sup>Ce dispositif est amovible : une fois le déphasage résultant induit par les miroirs ajusté, il est retiré pour la mesure du déphasage induit par le gaz contraint par un champ électrique.

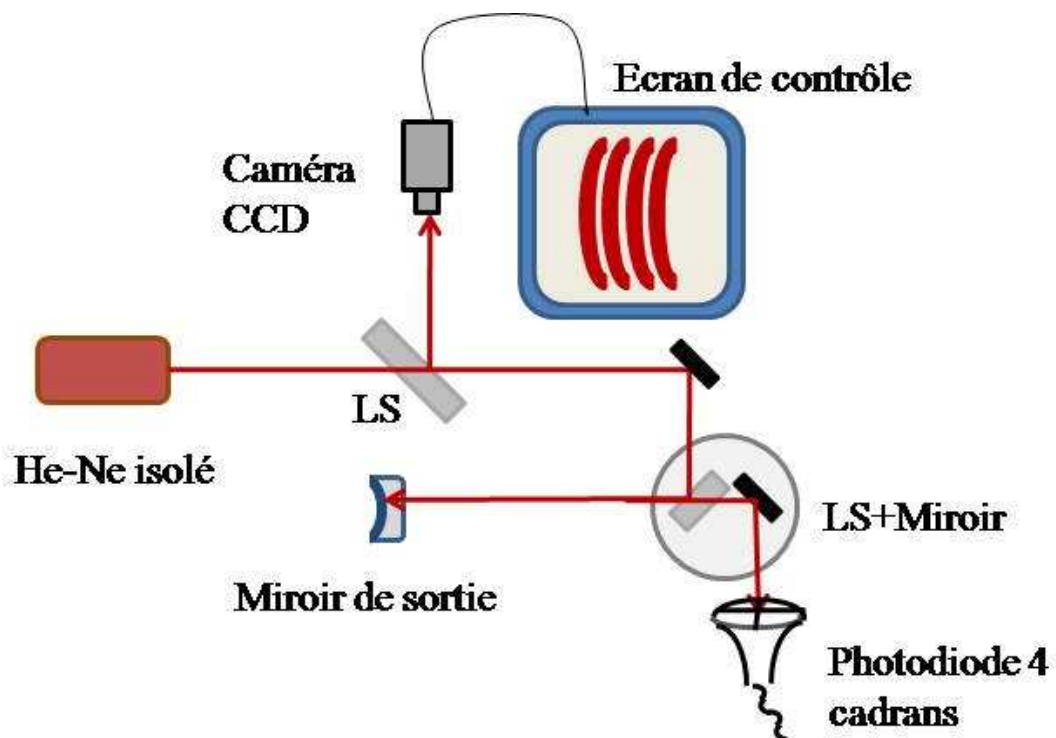


FIG. 5.1 – *Dispositif de contrôle du point d'impact sur le miroir de sortie.* Il est constitué d'un laser He-Ne isolé, d'une caméra CCD, d'une photodiode à quatre quadrants et d'un jeu de lames séparatrices (LS) et de miroirs modulables. Le mode  $TEM_{00}$  transmis par le miroir de sortie superposé au faisceau du laser He-Ne n'est pas représenté. La figure d'interférence observée sur l'écran renseigne sur la mauvaise position du point d'impact sur le miroir de sortie.

parallèles. Dans le cas où la figure d'interférence n'est pas celle des anneaux concentriques comme cela est illustré sur la figure 5.1, le miroir de sortie est finement déplacé par des translations micrométriques et le couplage spatial du mode  $TEM_{00}$  est optimisé par l'alignement du miroir de sortie uniquement. Ceci constitue la fin d'une itération et le réglage reprend au premierement. Typiquement, après trois voire quatre itérations, les anneaux concentriques sont obtenus, et les deux faisceaux sont superposés, ce qui assure la position du faisceau  $TEM_{00}$  sur les miroirs.

Les mesures de  $\phi_M$  présentées sur la figure 5.2 en fonction de la rotation du miroir de sortie ont été obtenues expérimentalement en maintenant au mieux la position du mode  $TEM_{00}$  au cours de la rotation à l'aide de ce dispositif de contrôle. La courbe présentée sur la figure 5.2(a) a été obtenue lorsque les miroirs sont maintenus avec une colle silicone souple de sorte que la biréfringence attendue pour chacun des miroirs soit celle due aux seules contraintes résiduelles apparues à la fabrication. Nous parlerons alors dans ces conditions de maintien « libre » des miroirs. Sur la figure 5.2(b), la courbe a été obtenue lorsque le miroir de sortie a été sciemment contraint de sorte à varier considérablement sa biréfringence. Nous parlerons dans ce cas ci de maintien contraint des miroirs.

Les points reportés sont le résultat d'une unique mesure sans accumulation de données. Ainsi les barres d'erreur ont été évaluées en affectant une incertitude à la mesure du temps de Ring Down, aux valeurs des tensions lues à l'oscilloscope et aux valeurs des gains de transimpédance utilisées. Elles ne proviennent donc pas d'une distribution statistique. En propageant ces erreurs, l'incertitude sur la mesure de  $\phi_M$  est de l'ordre de 5 %.

### 5.1. Mesure de la biréfringence résultante des miroirs

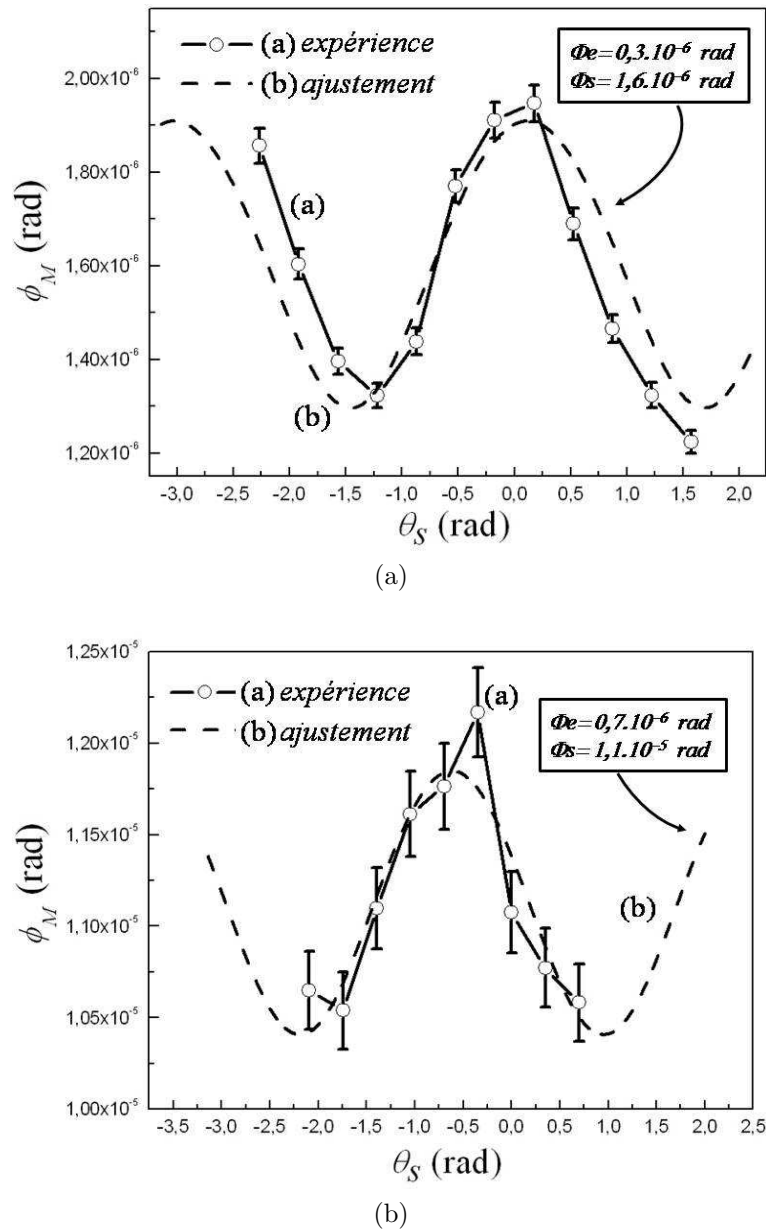


FIG. 5.2 – **Déphasage résultant de l'association des deux miroirs en fonction de la rotation du miroir de sortie.** La figure (a) correspond au cas où la biréfringence est due aux seules contraintes résiduelles apparues à la fabrication. La figure (b) correspond au cas où une contrainte mécanique supplémentaire est appliquée sur le miroir de sortie. Les symboles sont les points expérimentaux avec une barre d'erreur absolue de 4 % évaluée en propageant l'erreur faite sur  $P_T$ , et  $P_T^{\circ}$  et la finesse  $F$ . Les courbes en traits pointillés sont les ajustements réalisés à partir de la relation (5.1).



Comme attendu, un comportement oscillant de la biréfringence résultante est observé en tournant le miroir de sortie. L'ajustement par la relation (5.1) avec comme paramètres libres  $\phi_e$ ,  $\phi_s$  et  $\theta_e$  est satisfaisant. Les meilleures valeurs ajustées sont reportées dans le tableau 5.1.

|                                 | Cas où $\phi_s \sim \phi_e$ | Cas où $\phi_s > \phi_e$   |
|---------------------------------|-----------------------------|----------------------------|
| $\phi_e \cdot 10^6 \text{ rad}$ | $0,31 \pm 0,05$             | $0,7 \pm 0,2$              |
| $\phi_s \cdot 10^6 \text{ rad}$ | $1,60 \pm 0,05$ (libre)     | $11,1 \pm 0,2$ (contraint) |

TAB. 5.1 – **Résultats obtenus sur l'amplitude des biréfringences des deux miroirs de la cavité.** Ces valeurs sont issues de l'ajustement par la relation (5.1) de la biréfringence résultante mesurée en fonction de la rotation du miroir de sortie pour deux configurations : l'une où les deux miroirs sont libres et une seconde où le miroir d'entrée reste libre alors que le miroir de sortie est contraint par une vis de pression.

Dans le cas du maintien « libre », les valeurs de déphasage obtenues, de l'ordre de quelques  $10^{-7} \text{ rad}$  à  $10^{-6} \text{ rad}$ , correspond à celles présentées dans la littérature récente lorsque la biréfringence résiduelle des miroirs est mise en cause [14,56,57,59]. Ces mesures ayant aussi été réalisées en prenant soin d'éviter au mieux l'ajout de contraintes supplémentaires, nous pouvons supposer que la biréfringence mesurée est celle provenant des contraintes résiduelles. Notons que les deux valeurs de la biréfringence du miroir d'entrée  $\phi_e$  issues de l'ajustement des deux courbes sont tout à fait cohérentes entre elles. Ces mesures ont été réalisées à une semaine d'intervalle et il est tout à fait plausible qu'entre temps le point d'impact sur le miroir d'entrée ait légèrement changé expliquant le léger écart mesuré (tableau 5.1). Sur la figure 5.2(a), on remarque une légère déviation des points de mesure à la courbe d'ajustement apparaissant systématique plutôt qu'aléatoire. Nous pensons que la distorsion observée est due à un déplacement résiduel du mode  $TEM_{00}$  sur

la surface pendant la rotation, déplacement inférieur à la précision du dispositif de positionnement du faisceau.

Sur la figure 5.2(b), on observe que la contrainte mécanique externe appliquée a clairement augmenté la biréfringence du miroir de sortie, passant de quelques  $10^{-6} \text{ rad}$  à  $10^{-5} \text{ rad}$ . Cela s'explique par une augmentation de l'amplitude du champ de déformation induit en surface, renforçant l'anisotropie et donc la biréfringence. Il reste que, dans ces conditions, le miroir peut toujours être considéré comme un déphaseur faible. A  $10^{-5} \text{ rad}$ , l'incertitude de 5 % sur la biréfringence mesurée est de l'ordre de l'amplitude de la distorsion de  $2.10^{-7} \text{ rad}$  observée dans le cas des contraintes résiduelles. Ainsi, bien que la dispersion des points semble plus aléatoire, il est difficile de conclure quant au changement d'homogénéité du champ de biréfringence suite à la présence de la contrainte externe.

Remarquons que puisque l'expression (5.1) est symétrique en  $\phi_e$  et  $\phi_s$ , les valeurs attribuées au miroir d'entrée et au miroir de sortie suite à la mesure réalisée dans le cas maintien du « libre » peuvent être interchangées. Dans ce cas la seule différence notable est que le changement de déphasage induit par la vis de pression sur le miroir de sortie est en réalité plus important, augmentant la biréfringence d'un facteur 30 plutôt que d'un facteur 7.

Pour conclure, le dispositif expérimental permet tout d'abord de mesurer les biréfringences résiduelles de miroirs de haute réflectivité ( $R = 99,999 \%$ ). Celles-ci ont été évaluées pour nos miroirs à  $3.10^{-7} \text{ rad}$  et  $1,1.10^{-6} \text{ rad}$  avec une précision de l'ordre de 5 % qui peut être grandement améliorée en moyennant un grand nombre de points. Ensuite l'évolution de la biréfringence intracavité, ajustée de manière satisfaisante par la relation (5.1), permet de valider que d'une part la

représentation de chacun des miroirs par un déphaseur faible est la représentation adéquate et que d'autre part leur association reste bien un déphaseur faible. Avec les miroirs utilisés, il est ainsi possible de faire varier la biréfringence résultante sur une gamme d'environ  $10^{-6} \text{ rad}$  que ce soit autour de  $10^{-6} \text{ rad}$  ou de  $10^{-5} \text{ rad}$  une fois contraint. Notons enfin que nous avons montré que nous avons accès avec les miroirs utilisés à la biréfringence optimale de  $\phi_M = 10^{-6} \text{ rad}$  définie dans le chapitre précédent comme la valeur permettant d'atteindre la sensibilité ultime du dispositif sur la mesure future du déphasage induit par le gaz.

## 5.2 Performances du dispositif sur la mesure du déphasage induit dans un gaz par un champ électrique et de la constante de Kerr associée

### 5.2.1 Mesure du déphasage $\phi_g$ et sensibilité

Le déphasage induit par le gaz contraint par un champ électrique transverse est déduit à l'aide de la mesure expérimentale du rapport  $\rho_T|_{\Omega}$ . Ce dernier a été défini dans le chapitre précédent comme le rapport entre la puissance croisée mesurée en réflexion à la fréquence  $\Omega$  ( $P_T^{\text{C}}|_{\Omega}/\kappa$ ) et la puissance totale transmise par la cavité ( $P_T$ ). D'après (4.5) et à l'aide de (3.47), il s'écrit après calcul comme<sup>3</sup> :

$$\rho_T|_{\Omega} = \frac{P_T^{\text{C}}|_{\Omega}/\kappa}{P_T} = \left(\frac{F}{\pi}\right)^2 \cdot \frac{\phi_M}{\sqrt{2} \cdot \kappa} \cdot \phi_g \quad (5.3)$$

Ainsi, la connaissance de  $\phi_g$  nécessite de déterminer la finesse, le coefficient de réflexion de la lame séparatrice  $1/\kappa$ , les puissances  $P_T^{\text{C}}|_{\Omega}/\kappa$ ,  $P_T$  et la biréfringence  $\phi_M$  des miroirs. Cette dernière provient elle-même des puissances  $P_T^{\text{C}}/\kappa$  et  $P_T$  comme l'illustre la relation (3.47). Une fois que sont déterminés les paramètres  $F$  et  $\kappa$ , l'enregistrement en continu des trois puissances permet de remonter au déphasage du gaz.

Sur la figure 5.3 sont représentées les trois puissances optiques issues des tensions enregistrées simultanément au cours du temps à la fréquence de 150 kHz. Après numérisation elles sont moyennées sur la constante de temps  $\tau$  de la détection synchrone fixée à 0,1 s. Le signal transmis (courbe du haut) a été obtenu avec

---

<sup>3</sup>A sa valeur optimale,  $\phi_M$  est de l'ordre de  $10^{-6}$  rad et  $\left(\frac{\phi_M \cdot F}{2\pi}\right)^2$  de l'ordre de  $10^{-3}$  est négligé.

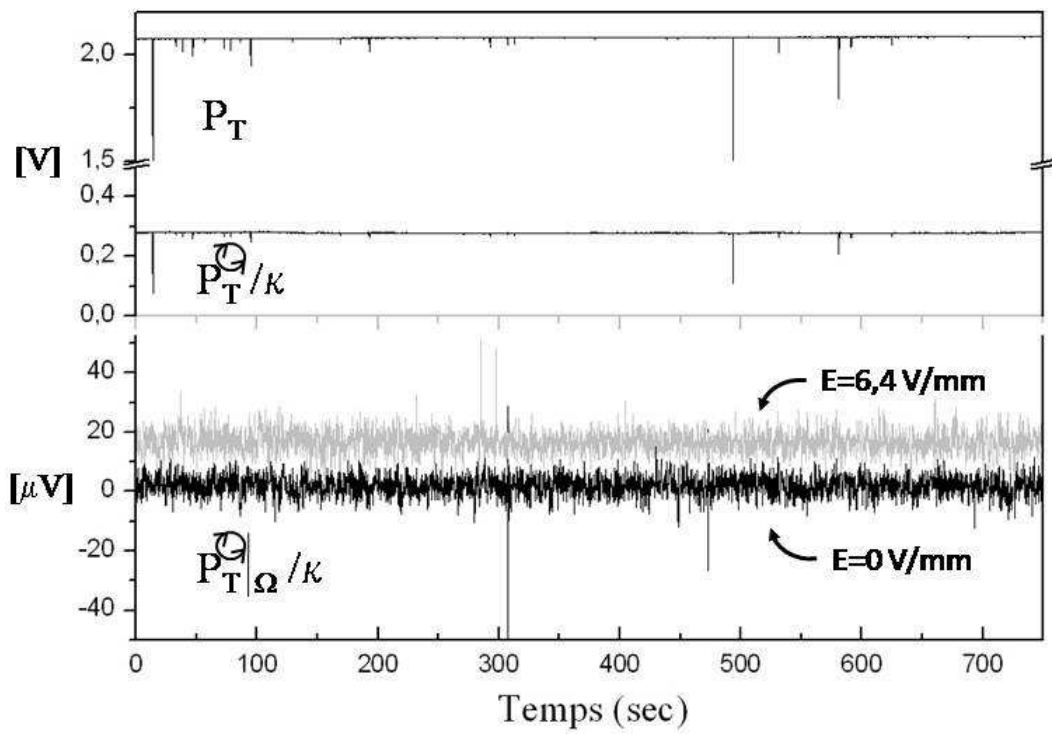


FIG. 5.3 – *Signaux bruts des tensions issues des trois puissances optiques nécessaires à la mesure de  $\phi_g$ . Leur analyse est discutée dans le texte.*

## 5.2. Performances du dispositif sur la mesure du déphasage induit dans un gaz par un champ électrique et de la constante de Kerr associée

---

un gain de transimpédance de  $12830 \Omega$  et correspond donc à une puissance de l'ordre de  $300 \mu W$ . Le signal croisé (courbe au centre), mesuré en réflexion sur la lame, est obtenu pour une valeur de  $\phi_M$  de l'ordre de  $10^{-6} rad$  et pour un gain de transimpédance de  $10 M\Omega$  et correspond donc une puissance de l'ordre de  $30 nW$ . Celui analysé à la fréquence  $\Omega$  (courbe du bas) est obtenue à champ électrique nul (courbe en noir) puis en présence d'un déphasage induit par un champ électrique de  $6,4 V/mm$  appliqué sur une atmosphère d'azote (courbe en gris) et correspond dans ce cas là à une puissance optique de l'ordre du  $pW$ . On observe parfois dans le cas des puissances  $P_T$  et  $P_T^{\circ}/\kappa$  des variations soudaines des signaux que nous attribuons à des décrochages de l'asservissement suffisamment brefs pour ne pas perturber la mesure. Ces points incohérents sont cependant écartés de la mesure. Bien plus rares, les points incohérents issus de la détection synchrone et dont on observe l'absence de corrélation avec la stabilité de l'asservissement ont également été écartés.

En intégrant la relation (3.47) dans la relation (5.3), l'amplitude du déphasage s'obtient après quelques calculs par l'expression suivante :

$$\phi_g = \sqrt{\frac{\kappa}{2}} \cdot \frac{\pi}{F} \cdot \frac{P_T^{\circ}|_{\Omega}}{\sqrt{P_T \cdot P_T^{\circ}}} \quad (5.4)$$

Pour une valeur de champ électrique donnée, l'accumulation des trois puissances optiques au cours du temps permet donc de construire la distribution des valeurs de  $\phi_g$ . Nous avons représenté celles-ci sur la figure 5.4 pour quatre valeurs de champ électrique appliqué supposées donc induire quatre valeurs de biréfringence distinctes. Les valeurs des puissances utilisées sont celles provenant de la moyenne sur dix points si bien que les distributions de  $\phi_g$  sont celles correspondantes à un

temps d'intégration de la seconde.

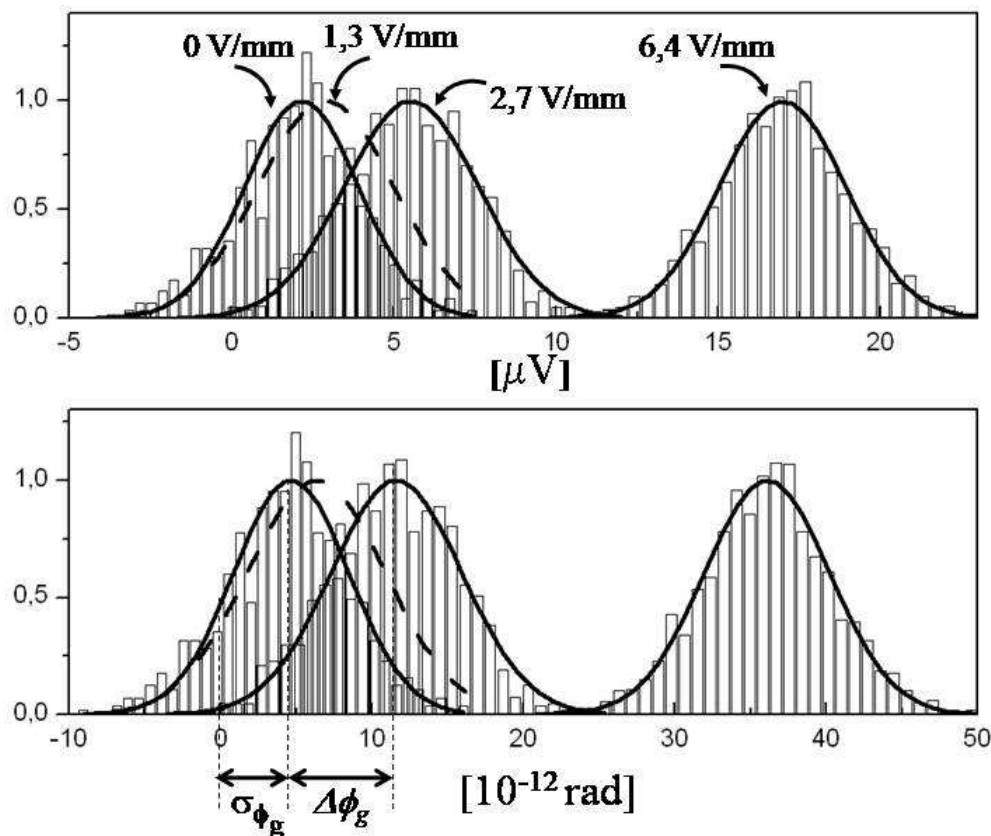


FIG. 5.4 – *Distributions à la seconde des mesures brutes de la tension issue de  $P_T^\ominus|_\Omega/\kappa$  (figure du haut) et de  $\phi_g$  (figure du bas) déduites de la relation (5.4), ainsi que leur ajustement par une gaussienne. Les mesures ont été réalisées pour quatre champs électriques reportés sur le graphique du haut appliqués sur une atmosphère d'azote.  $P_T^\ominus|_\Omega/\kappa$  est en  $\mu V$  et  $\phi_g$  est en  $10^{-12}$  rad. Pour un champ de  $1,3$  V/mm dans un souci de visibilité, seul l'ajustement de la distribution par la gaussienne est représenté (courbe en pointillés).*

On constate sur cette figure que la distribution à  $0$  V/m n'est pas centrée sur zéro mais sur  $4,6 \cdot 10^{-12}$  rad. Ce décalage à l'origine correspond à la densité de bruit moyenne des signaux. Les similitudes observées des distributions obtenues sur  $\phi_g$  (graphique du bas) et celles obtenues directement sur le signal en sortie de la détection synchrone (graphique du haut) indiquent que cette dernière est la

## 5.2. Performances du dispositif sur la mesure du déphasage induit dans un gaz par un champ électrique et de la constante de Kerr associée

---

contribution essentielle aux fluctuations sur  $\phi_g$ . La densité de bruit moyenne du signal à la fréquence  $\Omega$  devra donc être soustraite de toute mesure à champs non nuls.

L'étalement  $\sigma_{\phi_g}$  de cette distribution représente quant à lui la possibilité de différencier deux valeurs de biréfringence distinctes pour un temps d'intégration de une seconde. Sur la figure 5.4, pour un champ électrique de  $1,3 \text{ V/mm}$  (courbe en pointillés), le recouvrement de la distribution avec celle à champ nul est trop important pour discerner de manière fiable la valeur du déphasage induit. En revanche, cela commence à être le cas à  $2,7 \text{ V/mm}$  puisqu'alors la différence des valeurs moyennes  $\Delta\phi_g$  devient supérieure à  $\sigma_{\phi_g}$ , valeur que l'on peut évaluer sur la figure autour de  $4.10^{-12} \text{ rad}$ . Cette valeur correspond donc à la sensibilité de notre dispositif sur un temps d'intégration de une seconde. Dans le cas particulier de l'azote à pression atmosphérique cette sensibilité correspond à une variation minimum du champ appliqué de  $2,7 \text{ V/mm}$ . Remarquons dès ici que la distribution au champ de  $6,4 \text{ V/mm}$  permet déjà d'apprécier l'évolution quadratique du déphasage mesuré avec l'amplitude du champ appliqué.

Les deux puissances  $P_T$  et  $P_T^{\Omega}/\kappa$  obtenues au cours du temps permettent également d'évaluer la biréfringence des miroirs  $\phi_M$  d'une manière bien plus précise que celle présentée dans la section précédente. La distribution des valeurs de  $\phi_M$  obtenue à l'aide des données de la figure 5.3 est présentée sur la figure 5.5. Elle indique une valeur moyenne de  $1,429.10^{-6} \text{ rad}$  mais cette fois-ci avec une précision de l'ordre du pour mille.

En moyennant sur des temps encore plus longs les puissances enregistrées, il doit être encore possible d'améliorer les performances afin de différencier d'encore



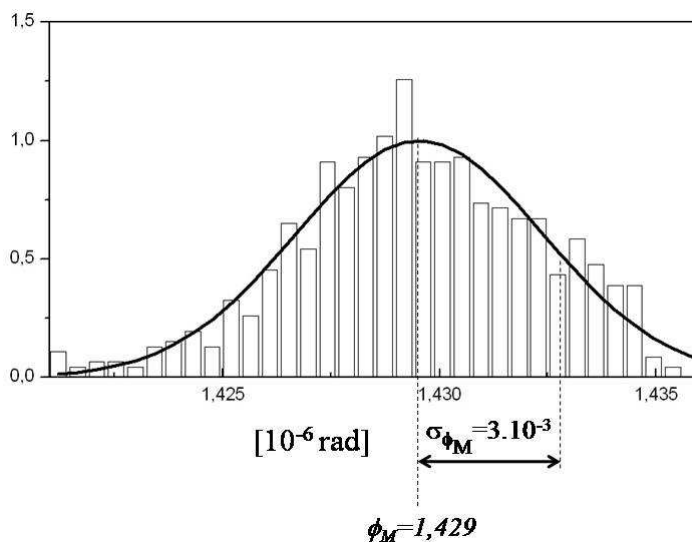


FIG. 5.5 – **Distribution à une seconde de  $\phi_M$  obtenue à partir de l'enregistrement de  $P_T^\circ/\kappa$  et  $P_T$  par la relation (3.47).** L'étalement de sa distribution permet d'évaluer la plus petite variation de biréfringence des miroirs induite par exemple par la rotation de l'un des deux miroirs à  $3.10^{-9}$  rad.

plus faibles biréfringences induites. Toutefois, il est bien connu qu'au bout d'un temps propre au dispositif des dérives apparaissent, fixant le temps maximum d'intégration. Pour évaluer la sensibilité la plus poussée que peut offrir notre dispositif, il est alors nécessaire de déterminer la fenêtre temporelle sur laquelle la sensibilité s'améliore. Cette analyse en fonction du temps d'intégration  $\tau_M$  peut se faire par la variance d'Allan qui présente l'avantage, à l'inverse de la variance classique, de ne pas diverger en présence de bruits à basse fréquence. Son évolution en fonction de  $\tau_M$  indique de plus la nature du bruit. On montre que, de manière générale, cette variance évolue en  $1/\tau_M^{(\alpha+1)/2}$  pour un bruit dont la densité spectrale  $S(f)$  est proportionnelle à  $f^\alpha$  [70]. On retrouve en particulier l'évolution attendue en  $1/\sqrt{\tau_M}$  lorsque les sources de fluctuations sont décrites par des bruits blancs ( $\alpha = 0$ ).

Sur la figure 5.6 est présentée l'évolution de la déviation d'Allan (racine de

5.2. Performances du dispositif sur la mesure du déphasage induit dans un gaz par un champ électrique et de la constante de Kerr associée

la variance d'Allan) de  $\phi_g$ , notée  $\sigma_A$  en radian, en fonction de  $\tau_M$ . Les données présentées ici en symboles noirs sont relatives à un gaz d'azote à pression atmosphérique contraint par un champ électrique de  $6,4 V/mm$  lorsque la biréfringence est proche de sa valeur optimale déterminée dans le chapitre précédent à  $2.10^{-6} rad$ . Les barres d'erreur ont été évaluées par l'expression  $\sigma_A(\tau_M)/\sqrt{N}$  [70], où  $N$  est le nombre d'intervalle de durée  $\tau_M$  dans les données acquises. Au temps de mesure

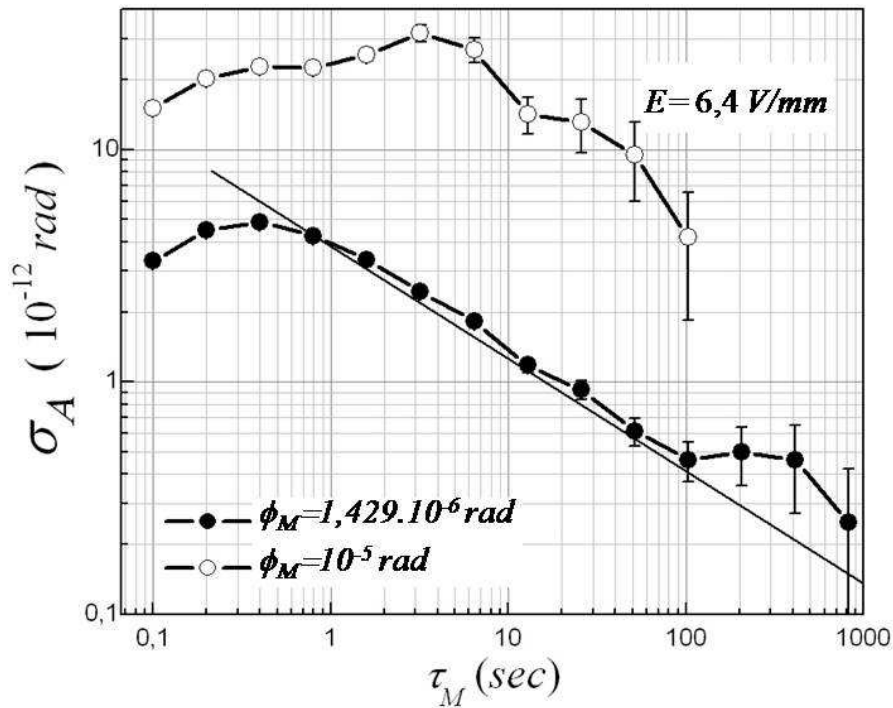


FIG. 5.6 – *Déviatiion d'Allan sur la mesure du déphasage  $\phi_g$  de l'azote soumis à un champ de  $6,4 V/mm$ . Elle est présentée pour deux configurations de paramètres. Une configuration optimale où  $\phi_M = 1,4.10^{-6} rad$ ,  $P_{Laser} = 3 mW$ ,  $F = 2,6.10^5$  et  $R = 10 M\Omega$  et une configuration non optimale où  $\phi_M = 1.10^{-5} rad$ ,  $P_{Laser} = 0,6 mW$ ,  $F = 2,4.10^5$  et  $R = 1 M\Omega$ .*

inférieur à la seconde, on observe une augmentation de la déviation d'Allan qui correspond à un artefact provenant des corrélations subsistant jusqu'à la seconde lorsqu'une constante de temps de  $0,1 s$  est fixée à la détection synchrone. En effet,

ce comportement caractéristique de la déviation d'Allan a été retrouvé en simulation, en filtrant de façon identique à la détection synchrone un bruit initialement blanc. Ceci indique donc que notre temps de mesure le plus court accessible est en fait de l'ordre de la seconde. Cependant, on observe bien au-delà de la seconde le comportement attendu de décroissance en  $1/\sqrt{\tau_M}$  attestant de la stabilité de notre dispositif sur la durée de l'enregistrement ici d'environ 40 minutes<sup>4</sup>. On retrouve naturellement à une seconde la sensibilité déterminée au travers des distributions précédentes, mais on montre que l'on peut encore améliorer celle-ci de presque un ordre de grandeur si l'on intègre sur 800 secondes. Ici une sensibilité de  $3.10^{-13}$  rad est démontrée. Remarquons que, du fait de la diminution de la fiabilité des derniers points, on n'observe toujours pas distinctement sur ce temps d'enregistrement les dérives basse fréquence du dispositif. Ainsi, ce qui limite dans notre cas la sensibilité ultime est la capacité de maintien de la résonance sur des temps encore plus longs. Rappelons que lors de ces mesures, seule une des deux corrections a pu être appliquée au système (cf 4.2.2).

Ces performances à l'état de l'art ont été obtenues suite à un choix particulier de biréfringence des miroirs dicté par une compréhension à la fois théorique (section 3.5 du chapitre 3) et expérimentale (section 4.3.2 dans le chapitre 4) de notre montage. Il importe donc de valider cette compréhension ce que nous avons pu faire en évaluant les performances pour une valeur différente de la biréfringence des miroirs. En particulier, nous nous sommes servis de la possibilité qu'offre notre montage de modifier significativement cette biréfringence des miroirs en jouant avec la vis de pression latérale sur la monture du miroir de sortie. De cette façon  $\phi_M$  est

---

<sup>4</sup>En effet le dernier point calculé par la variance d'Allan demande au minimum un temps de mesure de deux fois le temps d'intégration (800 secondes). Ici il a été pris à trois fois ce temps ce qui conduit aussi à réduire la fiabilité des derniers points.

## 5.2. Performances du dispositif sur la mesure du déphasage induit dans un gaz par un champ électrique et de la constante de Kerr associée

---

passée de  $1,4 \cdot 10^{-6} \text{ rad}$  à  $10^{-5} \text{ rad}$ .

Sur la figure 5.6 la déviation d'Allan en fonction de  $\tau_M$  pour cette valeur de biréfringence est aussi représentée (symboles blancs). Il apparaît clairement une dégradation des performances. Pour comprendre ce comportement, il est nécessaire de rappeler le bruit sur la mesure  $\rho_T|_{\Omega}$  donnée dans la section 4.1.2.2 du chapitre 4. Il fait intervenir le bruit sur la puissance croisée  $P_T^{\circlearrowleft}|_{\Omega}$  ainsi que le bruit sur la composante continue de la puissance totale  $P_T$ , celui-ci étant multiplié par un facteur proportionnel à  $\phi_M^2 \cdot F^2$ . Dans le cas où la biréfringence des miroirs est de l'ordre de  $10^{-6}$ , pour une finesse de quelques  $10^5$ , le terme dépendant de  $P_T$  est négligeable devant le terme de bruit de  $P_T^{\circlearrowleft}|_{\Omega}$ . Cette dernière étant mesurée sur une bande spectrale optimale il est cohérent que la sensibilité mesurée soit optimale et s'améliore avec le temps de mesure. En revanche, dans le cas où  $\phi_M = 10^{-5} \text{ rad}$ , l'importance du bruit précédent introduit par  $P_T$  est maintenant multiplié par un facteur 100 et n'est plus négligeable. Cela conduit alors à une dégradation de la sensibilité. De plus, du fait que ce soit la composante continue de  $P_T$  qui est enregistrée, donc affectée par les bruits  $1/f$ , il est cohérent que la déviation d'Allan observée sur la figure 5.6 soit globalement indépendante du temps de mesure ( $\alpha = -1$  et  $S(\nu) = 1/f$ ).

La comparaison entre la sensibilité mesurée sur une seconde (en symboles) et celle théoriquement attendue (courbe en trait plein) est également reportée sur la figure 5.7. On constate le très bon accord pour les deux valeurs de biréfringence des miroirs puisque dans le cas optimal une valeur de  $2,8 \cdot 10^{-12} \text{ rad}/\sqrt{\text{Hz}}$  est donnée par le modèle et que dans le cas d'une biréfringence de  $10^{-5} \text{ rad}$ , la sensibilité mesurée de  $1,8 \cdot 10^{-11} \text{ rad}/\sqrt{\text{Hz}}$  est très proche du modèle. L'accord entre théorie et expérience très satisfaisant témoigne de la bonne compréhension de notre dispositif

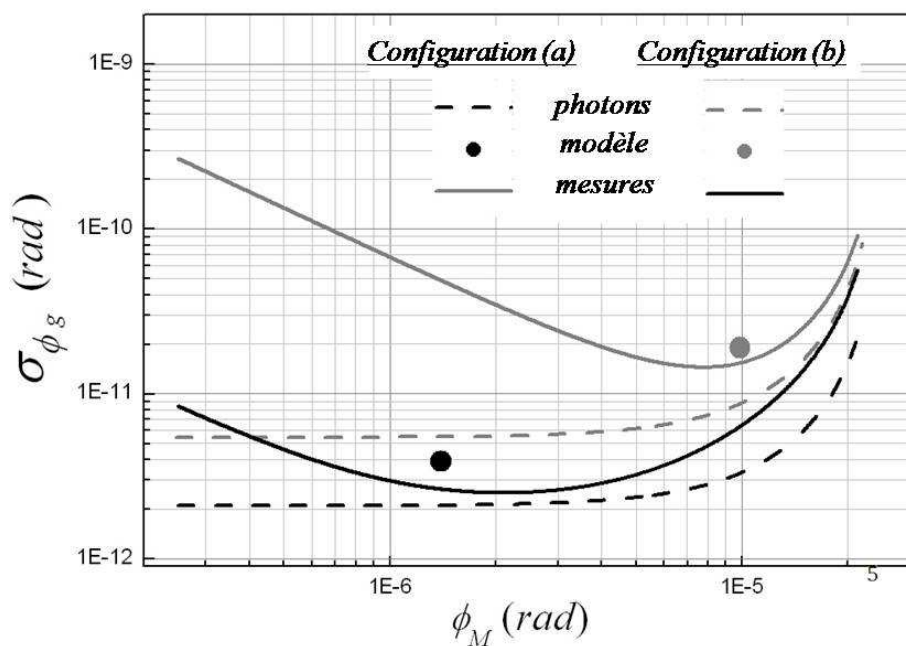


FIG. 5.7 – Comparaison, à  $\tau_M$  égale une seconde, entre la sensibilité mesurée et celle modélisée pour les deux valeurs de biréfringence des miroirs utilisées dans les configurations (a) et (b). Les courbes en traits pointillés et en trait plein correspondent au cas où seul le bruit de photons puis avec le bruit de toute la chaîne de détection sont respectivement pris en compte dans le modèle. La sensibilité mesurée est en symboles.

5.2. Performances du dispositif sur la mesure du déphasage induit dans un gaz par un champ électrique et de la constante de Kerr associée

---

et nous assure d'une mesure optimale.

L'enregistrement des signaux pour différentes biréfringences induites nous a permis de réaliser la variance d'Allan pour différentes valeurs du champ électrique et de mettre en évidence un comportement inattendu. Ce dernier a été observé pour chacun des gaz étudiés dans ce travail, il est discuté dans le cas de l'azote sur la figure 5.8.

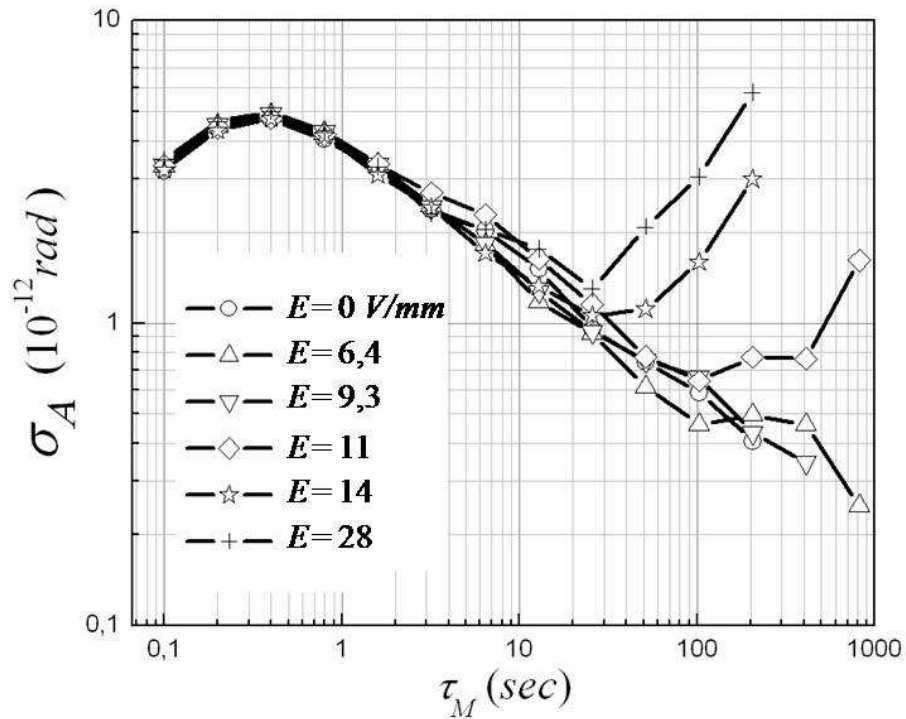


FIG. 5.8 – *Déviatiion d'Allan sur la mesure de  $\phi_g$  pour différentes valeurs du champ électrique appliqué. L'augmentation de cette déviation d'Allan fixe la limite des champs que l'on peut appliquer pour un temps d'intégration donné.*

Quelque soit le champ électrique, on obtient bien la même déviation égale à  $3,9 \cdot 10^{-12} \text{ rad}$  sur un temps de la seconde. Cependant, on remarque que la fenêtre temporelle améliorant la sensibilité se réduit avec l'augmentation du champ. Ceci indique que lorsque le champ est suffisamment élevé, il induit à long terme une

dégradation de la stabilité. L'échelle de temps, de la seconde à la minute, est caractéristique de processus thermique d'autant plus intense que la puissance du champ est élevée. Notons que si le bruit mesuré avait été un effet direct du champ électrique, comme une augmentation de son niveau de bruit induit par les fluctuations de la source de tension, alors il serait dépendant de la capacité du gaz à convertir ces fluctuations de champs en fluctuations de biréfringence. Or, nous avons étudié des gaz dont la constante de Kerr varie sur trois ordres de grandeurs et aucun changement notable n'a été observé. Aussi, un effet indirect qui aurait pu être suspecté est le rayonnement des électrodes dans tout le laboratoire. Cependant, plusieurs couches d'aluminium protègent les photodiodes et il a été vérifié à champ fort, supérieur à  $1.10^5 \text{ V/m}$ , qu'en l'absence de flux lumineux incident le bruit mesuré correspondait bien à un bruit minimum. L'hypothèse qui nous semble alors la plus vraisemblable est celle d'un effet combinant la présence du champ et la présence d'une tension se propageant dans la chaîne de détection. Ajouté à l'observation que l'augmentation du bruit a lieu uniquement à la fréquence  $\Omega$  de modulation de  $E$ , il est vraisemblable que la dégradation des performances ait lieu au niveau de la détection synchrone lors de la multiplication du signal de la cavité avec le signal de référence. Ce dernier est aussi dans notre montage électrique le créneau qui commande le transistor FET hachant la haute tension continue à la fréquence  $\Omega$ . Il est alors possible que l'échauffement du FET, réduisant petit à petit ses performances, perturbe le créneau de commande (fluctuation de la phase) et donc le signal de référence de la détection synchrone. De ce fait, l'analyse du signal provenant de la cavité à la fréquence  $\Omega$  se met à fluctuer, ce qui conduit à l'augmentation du bruit observée. Cette limite technique n'est pas insurmontable et on peut imaginer un dispositif simple pour découpler électriquement la référence de la détection

## 5.2. Performances du dispositif sur la mesure du déphasage induit dans un gaz par un champ électrique et de la constante de Kerr associée

---

synchrone de la commande du FET.

Au final, cet effet va limiter la gamme de champ électrique que l'on peut appliquer sur la cellule, cette limite étant à rapporter au temps d'intégration. A l'aide de nos différentes observations, un champ maximal de l'ordre de  $35 V/mm$  a été utilisé pour l'ensemble des mesures rapportées à la seconde et présentées dans ce travail.

### 5.2.2 Linéarité et répétabilité

Le déphasage induit par effet Kerr  $\phi_g$  est relié au carré du champ appliqué aux électrodes par la constante de Kerr  $K$  suivant la relation [61, 71] :

$$\phi_g = \frac{2 \pi \cdot L_{elec}}{\lambda} \cdot K \cdot E^2 \quad (5.5)$$

où  $L_{elec}$  est la longueur des électrodes.

La linéarité du dispositif peut donc s'apprécier en mesurant sa réponse en fonction du carré des champs appliqués. En appliquant une régression linéaire on s'assure ensuite que la distribution des points formant le résidu se répartit autour de zéro. On vérifie également que la valeur de la régression linéaire à champ nul est inférieure à la sensibilité du dispositif. Sur la figure 5.9 nous avons reporté les différents  $\phi_g$  induits dans l'azote par des champs électriques variant de  $0 V/mm$  à  $28 V/mm$ . Les valeurs présentées sont issues des valeurs moyennes calculées sur un temps d'intégration  $\tau_M$  optimal en terme de sensibilité. Il est donc défini comme celui conduisant au minimum des déviations d'Allan données sur la figure 5.8. L'amplitude de ces dernières permet ensuite de définir les barres d'erreur présentées sur le graphique. Avec l'augmentation du champ électrique puisque nous sommes conduit



à réduire le temps d'intégration, les barres d'erreur augmentent légèrement. Sur la figure 5.9 nous avons aussi représenté la droite obtenue par régression linéaire pondérée et le résidu associé. Le champ le plus bas utilisé pour la régression linéaire est celui qui induit un déphasage supérieur à la sensibilité. C'est bien le comportement linéaire attendu qui est retrouvé sur nos mesures puisque les points du résidu se répartissent autour de zéro. Aussi, on constate que l'ordonnée à l'origine donnée par les résultats de la régression est comprise dans la barre d'erreur à champ nul.

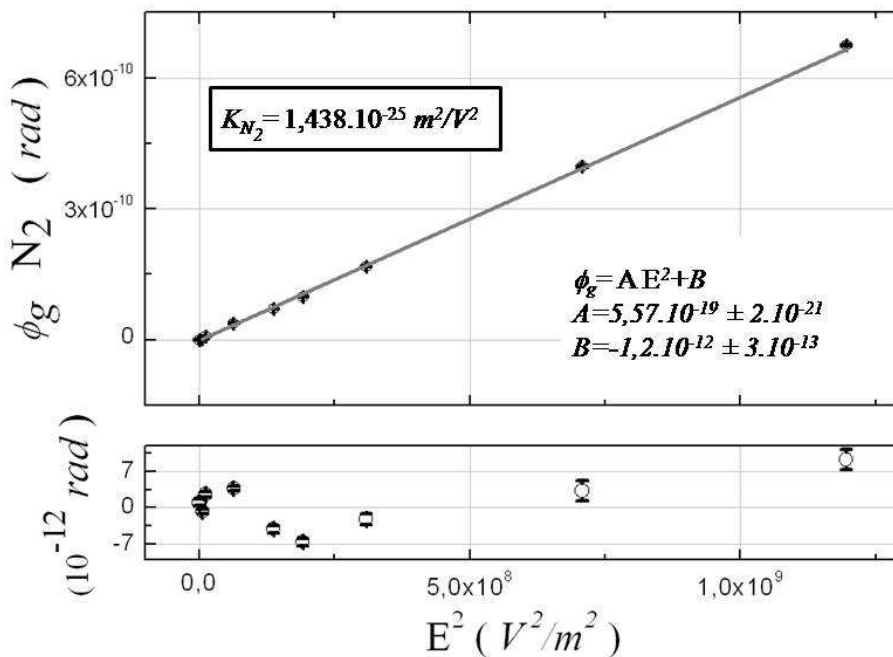


FIG. 5.9 – Déphasage  $\phi_g$  en fonction du carré du champ électrique appliqué présenté en  $V^2/m^2$ . La régression linéaire appliquée aux points expérimentaux conduit au résidu décrit dans l'encart du bas.

Le coefficient de proportionnalité fourni par l'ajustement ainsi que son erreur conduisent respectivement à la détermination de la constante de Kerr de l'azote et à l'incertitude que l'on peut associer. Pour une longueur d'onde  $\lambda$  de 811 nm et une longueur d'électrode  $L_{elec}$  de 50 cm, la constante de Kerr de l'azote a été mesurée

5.2. Performances du dispositif sur la mesure du déphasage induit dans un gaz par un champ électrique et de la constante de Kerr associée

---

à  $1,438 \cdot 10^{-25} \pm 0,006 \text{ m}^2/\text{V}^2$ . En supposant que la relation (5.5) est parfaitement réalisée expérimentalement, l'incertitude sur le coefficient de proportionnalité issue de l'ajustement nous donne alors une idée de la précision absolue du dispositif qui est donc de  $4 \cdot 10^{-3}$ . Cette dernière est due aux fluctuations des paramètres induites par des variations de températures, aux variations du temps de Ring Down (estimé à quelques  $10^{-3}$  dans la section 4.2.2 sur des temps de mesure équivalent), et aussi à l'incertitude sur la mesure du champ électrique.

La répétabilité à long terme du dispositif peut s'apprécier quant à elle à travers les différentes mesures issues des quatre mois passés à la réalisation de cette expérience. Les éventuels écarts permettent de mettre en évidence les inévitables variations des paramètres intervenant dans la détermination de  $\phi_g$  et de  $K$  qui n'ont pu être appréciés lors des nombreux ajustements expérimentaux. On entend par ajustement, les montages et démontages de la cavité optique faisant légèrement varier sa longueur, les différents changements de résistance modifiant la qualité des contacts et le gain de transimpédance des photodiodes, ou encore les faibles changements d'incidence sur la lame séparatrice du faisceau de la polarisation croisée conduisant à des variations du coefficient de réflexion  $1/\kappa$ .

|  | Série (a)         | Série (b)       | Série (c)         |
|--|-------------------|-----------------|-------------------|
| $\phi_M \cdot 10^6 \text{ rad}$          | 1,1               | 10,5            | 1,4               |
| $R \cdot 10^6 \Omega$                    | 10                | 1,3             | 10                |
| $P_{laser} \text{ mW}$                   | 2,1               | 0,6             | 3,3               |
| Date                                     | 23/05/08          | 06/06/08        | 10/07/08          |
| $K \cdot 10^{25} \text{ m}^2/\text{V}^2$ | $1,389 \pm 0,006$ | $2,11 \pm 0,08$ | $1,438 \pm 0,006$ |

TAB. 5.2 – Mesures de la constante de Kerr de l'azote pour trois jeux de paramètres expérimentaux.

Pour l'azote, nous avons identifié trois conditions expérimentales différentes (biréfringence des miroirs, finesse, puissance laser et gain des photodiodes amplifiées) échelonnées sur deux mois notées (a), (b) et (c) conduisant à la détermination de sa constante de Kerr. Pour chacune, l'ensemble des paramètres est récapitulé dans le tableau 5.2 ainsi que les valeurs de  $K$  déterminées par le même traitement que celui présenté au-dessus. L'écart type sur les trois mesures de  $K$ , de l'ordre de 20%, nous donne une idée de la répétabilité du dispositif à long terme.

Dans cette section, la sensibilité du dispositif à la mesure de déphasage induit dans un gaz par effet Kerr a été mesurée à  $3,9 \cdot 10^{-12} \text{ rad}/\sqrt{\text{Hz}}$  et a atteint  $3 \cdot 10^{-13} \text{ rad}$  pour un temps d'intégration de 800 s. Il a été montré que cette valeur est en très bon accord avec le modèle. Un dysfonctionnement du dispositif, dont les causes ont été cernées, a été observé pour des champs électriques supérieurs à  $3,5 \cdot 10^4 \text{ V/m}$  fixant la valeur maximale que l'on peut appliquer sur le gaz. Dans ce domaine, la linéarité de la réponse du dispositif a été vérifiée et différentes mesures de la constante de Kerr de l'azote ont permis d'évaluer sa répétabilité à long terme à une valeur cohérente de l'ordre 20%. Dans la section suivante, nous allons tirer profit de la très haute sensibilité du dispositif à la mesure de déphasage pour déterminer les constantes de Kerr de différents gaz moléculaires et atomiques à pression atmosphérique.

## 5.3 Mesure de la constante de Kerr de différents gaz et comparaison avec les mesures préexistantes

Nous présentons dans cette section les mesures des constantes de Kerr de gaz de molécules linéaires de  $\text{CO}_2$ , d' $\text{O}_2$ , de  $\text{N}_2$  et de l'air ainsi que celles de gaz atomiques d'Ar, de Ne et d'He.

Afin de discuter nos résultats nous donnons une représentation physique simple de l'effet mesuré pour le type de molécules citées précédemment.

Sous l'influence d'un champ électrique statique suffisamment fort, la distribution spatiale du nuage électronique d'un atome ou d'une molécule se distord, s'allongeant selon la direction parallèle au champ et se rétrécissant selon les deux directions perpendiculaires. La réponse électronique de la molécule à l'excitation d'une onde lumineuse sera alors différente selon sa polarisation conduisant à une anisotropie d'indice. Elle sera d'autant plus forte que la capacité du nuage électronique à se distordre est élevée, c'est à dire que l'hyperpolarisabilité de la molécule est élevée. C'est l'effet d'anisotropie induite par le champ.

Dans le cas de molécules à symétrie axiale, le champ statique induit sur la molécule un dipôle préférentiellement dirigé selon l'axe de symétrie du fait de l'anisotropie de polarisabilité. Le dipôle induit étant non colinéaire au champ, il s'ensuit une interaction qui force l'alignement de l'axe de symétrie de la molécule sur la direction du champ. Ceci ajoute, à la réponse purement électronique décrite par l'hyperpolarisabilité, une anisotropie d'indice supplémentaire. C'est l'effet d'anisotropie révélée par le champ. Cette contribution bien que réduite par l'agitation

thermique reste cependant à température ambiante largement dominante dans la mesure où la fréquence de l'onde lumineuse ne correspond pas à une bande d'absorption amplifiant l'effet de distorsion.

Buckingham et Pople donnent une expression de la constante de Kerr molaire  ${}_mK$  qui, dans le cas de molécules non polaires à symétrie axiale et avec un centre d'inversion, est fonction de l'hyperpolarisabilité d'ordre deux  $\gamma(\omega)$ , de l'anisotropie de polarisabilité  $\Delta\alpha$  et de la température  $T$  et s'écrit en unité S.I. comme [72] :

$${}_mK = \frac{N_A}{81 \cdot \epsilon_0} \cdot \left[ \gamma(\omega) + \frac{\Delta\alpha^{(0)} \cdot \Delta\alpha^{(\omega)}}{5 \cdot k_B T} \right] \quad (5.6)$$

où  $\epsilon_0$  est la permittivité du vide et  $N_A$  est le nombre d'Avogadro. Il apparaît le terme  $\Delta\alpha^{(\omega)}$ , l'anisotropie de polarisabilité dépendante de la fréquence, qui devient significativement différente de  $\Delta\alpha^{(0)}$ , l'anisotropie de polarisabilité statique, aux résonances de la molécule [73].

La constante de Kerr molaire est une quantité additive pour les gaz dilués et est reliée à la constante de Kerr  $K$  d'un mélange de gaz par [74] :

$$K = \frac{27}{2} \cdot \sum \rho_i \cdot {}_mK_i \quad (5.7)$$

où  $\rho_i$  est la densité du gaz  $i$  dans le mélange en  $mol/m^3$ .

On s'attend donc que les constantes de Kerr mesurées sur le  $CO_2$ , l' $O_2$  et l'air soient bien supérieures à celle mesurées sur les gaz atomiques d'Ar, de Ne et d'He où seule la distorsion du nuage électronique contribue à la biréfringence. Dans les molécules linéaires, l'anisotropie de polarisabilité étant reliée au rapport entre la dimension longitudinale sur la dimension transverse, la constante de Kerr du

5.3. Mesure de la constante de Kerr de différents gaz et comparaison avec les mesures préexistantes

CO<sub>2</sub> devrait être la plus grande. La constante de Kerr de l'air sec devrait quant à elle se déduire des mesures de l'azote et de l'oxygène aux proportions de chacune des molécules. Dans les gaz atomiques, la constante de Kerr sera d'autant plus élevée que l'hyperpolarisabilité est grande. Cette dernière étant proportionnelle aux nombres d'électrons on s'attend au classement dans l'ordre décroissant suivant : Ar, Ne et He.

L'ensemble des mesures des constantes de Kerr du CO<sub>2</sub>, de l'O<sub>2</sub>, de l'N<sub>2</sub>, de l'air, de l'Ar, du Ne et de l'He ont été réalisées en deux jours afin de limiter au mieux les dérives des paramètres expérimentaux. Celle présentée pour l'azote a été enregistrée une semaine auparavant. Les résultats obtenus sont classés par ordre décroissant dans le tableau 5.3.

|                             | CO <sub>2</sub> | O <sub>2</sub> | Air sec       | N <sub>2</sub> |
|-----------------------------|-----------------|----------------|---------------|----------------|
| $K \cdot 10^{25} (m^2/V^2)$ | 12,11 ± 0,03    | 2,46 ± 0,03    | 1,573 ± 0,006 | 1,438 ± 0,006  |

(a) Gaz de molécules linéaires.

|                             | Ar            | Ne            | He          |
|-----------------------------|---------------|---------------|-------------|
| $K \cdot 10^{25} (m^2/V^2)$ | 0,249 ± 0,006 | 0,036 ± 0,008 | 0,02 ± 0,01 |

(b) Gaz atomiques.

**TAB. 5.3 – Récapitulatif des constantes de Kerr  $K$  du CO<sub>2</sub>, de l'O<sub>2</sub>, de N<sub>2</sub>, de l'Ar, du Ne, de l'He et de l'air sec mesurées par notre dispositif à pression atmosphérique.** La différence des incertitudes associées à  $K$  provient du nombre de points utilisés lors de l'ajustement linéaire.

On constate de façon cohérente avec l'interprétation physique de l'effet Kerr, que les gaz de molécules linéaires ont une réponse au champ électrique un à deux ordres de grandeur supérieure à celle des gaz atomiques. Pour les molécules linéaires, les constantes de Kerr mesurées se classent comme attendu dans le même

ordre que l'anisotropie de polarisabilité de chacune des molécules donnée dans [75]. Dans le tableau 5.4, nous comparons la constante de Kerr de l'air sec mesurée directement à partir d'un mélange d'azote et d'oxygène (à proportion de 80% et 20% respectivement), avec celle déduite de la mesure indépendante sur l'azote puis sur l'oxygène. La cohérence entre les deux mesures est satisfaisante puisque l'écart est de l'ordre de l'incertitude et reste bien inférieur à l'estimation de la répétabilité à long terme faite précédemment.

|                             | Air               | N <sub>2</sub> et O <sub>2</sub> |
|-----------------------------|-------------------|----------------------------------|
| $K \cdot 10^{25} (m^2/V^2)$ | $1,573 \pm 0,006$ | $1,64 \pm 0,04$                  |

TAB. 5.4 – **Comparaison de la mesure directe de la constante de Kerr de l'air avec celle déduite des mesures de l'N<sub>2</sub> et de l'O<sub>2</sub> dans les proportions de 80% et 20% d'après la relation (5.7).**

Pour les trois gaz atomiques étudiés, celui d'Ar a la réponse la plus forte puis vient le Ne et enfin l'He. Cela est en accord avec les hyperpolarisabilités de chacun des atomes relevées dans la littérature [40, 72]. Le cas de l'He est particulier puisque, du fait de son extrêmement faible<sup>5</sup> réponse Kerr, seule l'application du champ électrique à sa valeur maximale a permis une mesure du déphasage induit. L'incertitude associée à  $K$  ne provient donc pas ici de l'ajustement linéaire mais est directement reliée à l'incertitude sur la mesure de  $\phi_g$  par la relation (5.5).

Nous comparons maintenant nos mesures avec celles préexistantes relevées dans la littérature. Les premières mesures systématiques de la constante de Kerr des gaz ont été réalisées par Buckingham et collaborateurs dans les années 1960. Ils remontent à la constante de Kerr à travers l'analyse en polarisation de la puissance

---

<sup>5</sup>Il s'agit même de la plus faible après celle de l'hydrogène

### 5.3. Mesure de la constante de Kerr de différents gaz et comparaison avec les mesures préexistantes

---

transmise en simple passage dans le gaz. Pour compenser la faible sensibilité du dispositif, les mesures ont été réalisées à pression élevée (jusqu'à 80 *bars*) et à champ électrique élevé ( $E = 1.10^6 \text{ V/m}$ ) dans la limite de la tension de claquage [72, 74]. Dans les années 1980 avec la même analyse en simple passage mais avec une sensibilité améliorée d'un ordre de grandeur, Carusotto et collaborateurs réalisent une série de mesure à pression atmosphérique pour des champs électriques du même ordre [76]. Dans les années 1990, Read et collaborateurs mesurent l'effet Kerr à travers le battement des fréquences de deux modes d'une cavité laser où une cellule du gaz à analyser est introduite [40]. Les mesures de Bielsa et collaborateurs ainsi que Inbar et collaborateurs, dans les années 2000, reposent sur un schéma de détection similaire à celui utilisé dans ce travail [37, 38]. La mesure du déphasage à pression atmosphérique est réalisée à travers l'analyse en polarisation de la puissance transmise par une cavité optique passive. Tous ces résultats ont été obtenus par l'application d'un champ électrique transverse statique sur les gaz, analysés ensuite par une sonde dont la longueur d'onde se situe dans différentes régions du visible. Etant donné la faible dispersion des paramètres moléculaires dans ce domaine spectral devant les précisions absolues expérimentales de l'ordre d'une dizaine de pourcent, les constantes de Kerr peuvent être comparées [39, 40].

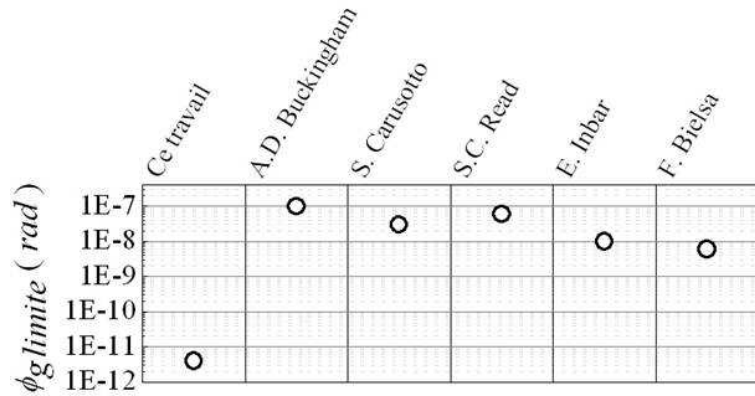
Plus récemment, des schémas de détection basés sur l'utilisation de laser à impulsions ultracourtes ont permis de mesurer la contribution électronique à la biréfringence induite par le gaz. Une première impulsion laser, dite de pompe, de l'ordre de la dizaine de femtosecondes, vient perturber le système moléculaire, puis une seconde impulsion, dite de sonde, traverse le milieu quelques instants plus tard. Les modifications de polarisation de cette dernière fournira des informations résolues en temps sur l'état du système induit par la pompe. La résolution temporelle permet



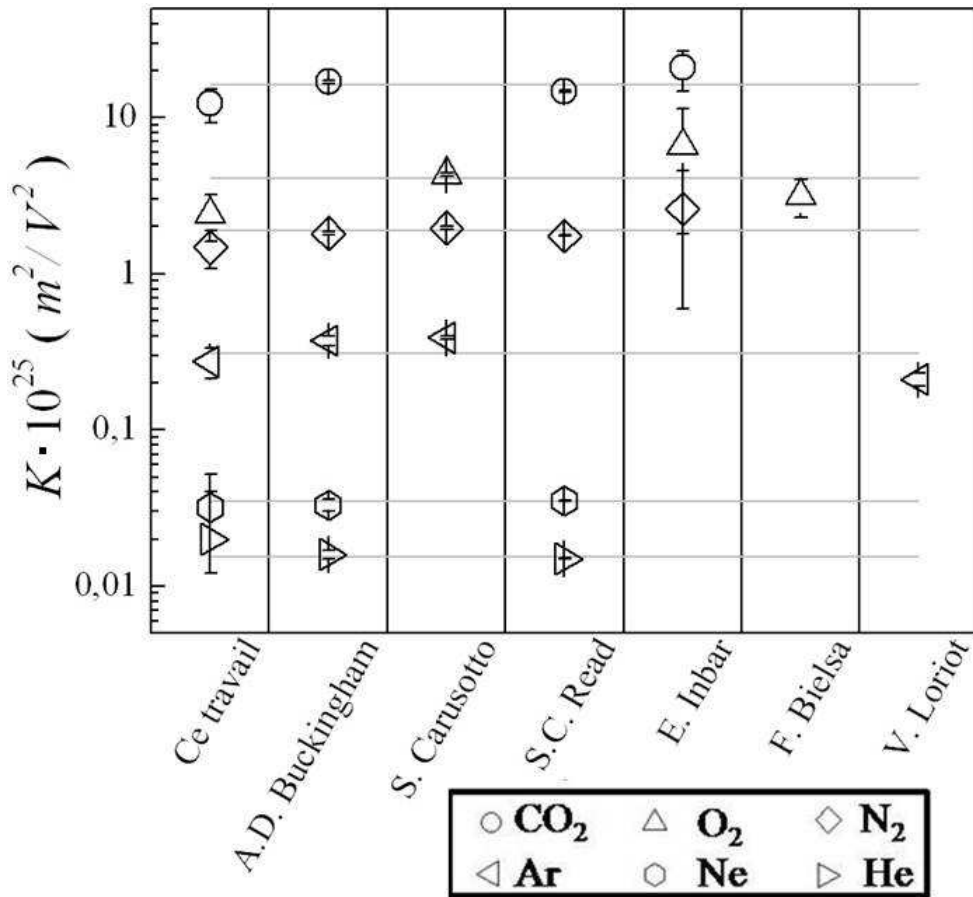
de différencier l'effet électronique et donc l'hyperpolarisabilité (effet instantané) de l'effet d'alignement moléculaire dû à l'anisotropie de polarisabilité (rotation des molécules et effet avec inertie). C'est ainsi que Loriot et collaborateurs ont pu déterminer l'indice Kerr électronique de  $N_2$ ,  $O_2$  et Ar [77]. Seule la valeur obtenue sur l'Ar peut être directement et simplement comparée avec nos mesures puisque pour ce gaz la contribution de l'alignement moléculaire à la biréfringence est nulle et seule l'hyperpolarisabilité intervient.

L'ensemble des résultats est présenté sous la forme d'un graphique sur la figure 5.10. Les barres d'erreur sur les mesures préexistantes ont été relevées dans la littérature. Dans notre cas, celles présentées correspondent à l'incertitude sur l'exactitude de nos mesures dont une bonne estimation est donnée par la répétabilité du dispositif évaluée à 20% dans la section 5.2.2. Cela correspond à l'écart observé avec la littérature et démontre le bon accord de nos résultats. Ainsi, bien que la valeur maximale du champ électrique à appliquer ait été limitée à  $3,5 \cdot 10^4 \text{ V/m}$ , la très haute sensibilité du dispositif aux déphasages induits par effet Kerr a permis de mesurer la constante  $K$  de différents gaz à pression atmosphérique, que cela soit des gaz moléculaires ou des gaz atomiques, allant même jusqu'à la constante de Kerr de l'He. Afin de se rendre compte de ces dernières, nous avons représenté sur le graphique du haut de la figure 5.10 les sensibilités de chacune des expériences en terme de déphasage minimum détectable par les dispositifs. Cette figure fait clairement apparaître la sensibilité bien supérieure obtenue dans ce travail qui est d'au moins de trois ordres grandeurs.

5.3. Mesure de la constante de Kerr de différents gaz et comparaison avec les mesures préexistantes



(a) Sensibilité sur le déphasage mesuré



(b) A.D. Buckingham et coll. [72,74], S. Carusotto [76], S.C. Read et coll. [39,40], E. Inbar et coll. [37], F. Bielsa et coll. [38] et V. Loriot [77]

FIG. 5.10 – *Comparaison des valeurs de K mesurées avec celles relevées dans la littérature. Les traits fins grisés correspondent aux valeurs moyennes. Sur la figure du haut nous comparons la sensibilité limite en terme de déphasage reportée pour chaque dispositif.*

## 5.4 Discussion autour de la très haute finesse et de ses limitations

Initialement, la première source laser que nous avons utilisée était une diode laser de type Fabry-Perot émettant à  $820\text{ nm}$  une puissance de  $100\text{ mW}$ . Pour ce type de source, le comportement monomode est généralement fragile. En effet, il est obtenu par la sélectivité spectrale de la cavité formée par le semi conducteur à faces clivées et la courbure très faible du gain. Il peut éventuellement être renforcé par des effets autosélectifs de type photoréfractif. Aussi, la durée de vie des photons étant très courte dans cette cavité, la diode Fabry-Perot est très sensible à la rétroaction optique. Avec les biréfringences et les finesses que nous procuraient les miroirs ( $\tau_{RD} = 90\ \mu\text{s}$  correspondant à une finesse de 170 000), des comportements multimodes instables étaient souvent observés et ne nous permettaient pas l'asservissement correct de la fréquence laser sur celle de la cavité.

La courbe de réflectivité des miroirs maximale à  $780\text{ nm}$  ainsi que la possibilité d'utiliser une diode à cavité externe de type Littman-Metcalf à la même longueur d'onde (puissance délivrée de  $10\text{ mW}$ ), nous ont donné la possibilité d'aller chercher des finesses plus élevées. En effet, des temps de Ring Down de  $200\ \mu\text{s}$ , correspondant à une finesse de 380 000, ont été observés. Cependant, nous avons été confrontés à une autre difficulté qui concerne les pertes des miroirs. Ces dernières de manière générale proviennent de pertes par diffusion et de pertes par absorption. Sur la gamme de longueur d'onde visitée, la première n'est pas censée varier alors que cela peut être le cas pour la seconde. Ce que nous avons pu observer est que le rapport de la puissance transmise sur la puissance incidente était alors de l'ordre de  $10^{-3}$ . La rétroaction optique ne pouvant être que de  $10^{-2}$  (pour  $\phi_M = 10^{-5}$ ) à  $10^{-4}$

(pour  $\phi_M = 10^{-6}$ ) de ces  $10^{-3}$ , elle devenait alors trop faible pour la configuration Littman-Metcalf. L'asservissement n'a donc pas pu se faire. Par ailleurs, les signaux auraient été cent fois plus faibles que ceux présentés dans ce travail.

Finalement nous avons opté pour la diode à cavité externe en configuration Littrow présentée dans le chapitre 4 qui combine le mieux le rapport perte sur transmission des miroirs et sensibilité à la rétroaction optique. Cette dernière est en effet intermédiaire par rapport à celle des deux autres sources envisagées. Les temps de Ring Down observés à cette longueur d'onde sont typiquement de  $145 \mu s$  conduisant aux finesse de 250 000 présentées précédemment.

Toutefois pour cette source, comme pour la diode Fabry-Perot, pour une puissance incidente seuil supérieure à  $3 mW$ , nous avons observé des effets de puissance intracavité. Ceux-ci sont illustrés sur les figures suivantes qui représentent la puissance totale transmise ainsi que celle croisée réfléchie au cours d'un balayage de la fréquence laser. Rappelons que cette variation de fréquence s'accompagne forcément d'une variation de puissance du fait du fonctionnement feedforward décrit dans le chapitre 1 de la première partie.

La figure 5.11 a été obtenue pour une distance laser cavité telle que deux modes consécutifs aient des phases de rétroaction optique significativement différentes conduisant aux figures de puissances observées. Sur cette figure apparaît clairement l'effet de seuil puisqu'on observe une augmentation brutale du signal sur la voie croisée lorsque la tension sur la voie transmise dépasse  $1.3 V$ . Dans le même temps on observe une légère diminution sur le signal transmis. Ce comportement indépendant de la phase de la rétroaction optique est plus explicite sur la figure 5.12. A la lecture de la figure, on observe que le déclenchement de cet effet est relié à la puissance stockée intracavité et semble donc apparaître pour un seuil d'énergie

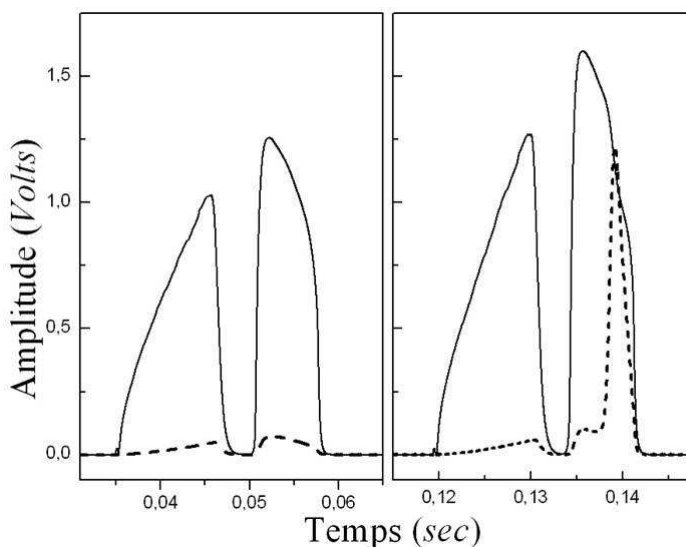


FIG. 5.11 – **Illustration de l'effet de seuil.** La tension proportionnelle à la puissance croisée est en pointillés. La tension proportionnelle à la puissance transmise est en trait plein.

emmagasinée. Sur le signal croisé on remarque que son augmentation est d'autant plus importante que la puissance intracavité est élevée alors que l'on observe un écrêtage sur le signal transmis. Une interprétation qui semble possible serait que dans un premier temps l'absorption d'une partie de la puissance intracavité induise un échauffement local à la surface, qui renforce le champ de contraintes résiduelles se traduisant par une variation forte de la biréfringence, on parle de biréfringence thermiquement induite [78]. La dissipation dans le miroir qui suit cet échauffement conduirait ensuite à une dilatation globale du milieu modifiant leur courbe de réflectivité de tel sorte que la transmission diminue.

Les différentes mesures réalisées au cours des quatre mois d'utilisation de cette cavité de très haute finesse ont permis d'évaluer les coefficients de transmission des miroirs  $T$  et leurs pertes non utiles  $A$  à 4 ppm et 8,5 ppm respectivement. Ces effets ayant été observés pour des puissances laser incidentes supérieures à

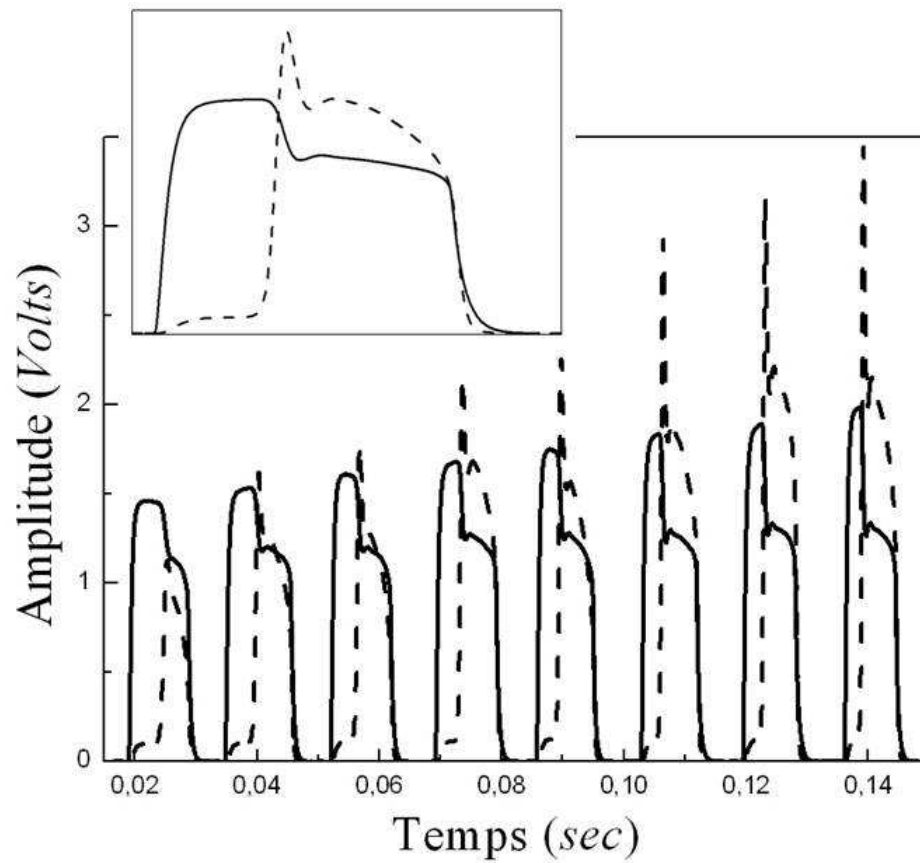


FIG. 5.12 – *Effet de puissance sur les signaux issus de la cavité.* Le balayage de la fréquence du laser au travers des modes de la cavité s'accompagne d'une augmentation de puissance. Le même code de traits que celui utilisé dans la figure 5.11 est repris ici.

$3\text{ mW}$  on en déduit qu'ici ils ont lieu pour une puissance intracavité supérieure ou de l'ordre de  $750\text{ W}$ . Il est toutefois difficile d'en déduire un seuil sur la quantité d'énergie absorbée par les miroirs puisque le coefficient  $A$  relève aussi bien de perte par diffusion que par absorption.

Finalement, il est bien connu que l'augmentation de la finesse, accompagnée d'une stratégie adaptée pour coupler l'émission laser, a un effet généralement bénéfique sur la sensibilité. Cependant elle conduit en parallèle et irrémédiablement à une augmentation de la puissance intracavité qui, comme nous venons de l'observer induit des modifications des propriétés des miroirs. On peut alors être amené à diminuer la puissance laser incidente pour s'en affranchir, ce qui participe à une dégradation de la sensibilité. Dans la course à la très haute sensibilité, nous apportons par ces observations une limite quant à la vision du facteur finesse comme un facteur uniquement multiplicatif de la sensibilité.

## Conclusion

L'objectif de ce chapitre a été de présenter les performances du dispositif sur la mesure de déphasage intracavité.

Nous avons montré par la mesure de la biréfringence intracavité en fonction de la rotation de l'un des miroirs que nos deux miroirs de très haute réflectivité se décrivent bien comme deux déphaseurs faibles, l'ensemble se comportant lui aussi comme un déphaseur faible. Les déphasages mesurés sont de  $0,7 \cdot 10^{-6} \text{ rad}$  et  $1,6 \cdot 10^{-6} \text{ rad}$ . Le soin pris pour concevoir des montures minimisant les contraintes mécaniques ainsi que les valeurs comparables relevées dans la littérature récente permet de s'assurer que les déphasages proviennent de la biréfringence résiduelle des miroirs. En appliquant une contrainte extérieure au moyen d'une vis de pression la biréfringence du miroir a pu être augmentée d'un ordre de grandeur. Notons que du fait de fortes hétérogénéités de la biréfringence à la surface des miroirs il a été nécessaire de développer une stratégie fine de positionnement et de contrôle des points d'impact du faisceau sur les miroirs tout du long de la rotation.

Une fois que la biréfringence des miroirs est fixée à sa valeur optimale, nous avons mesuré la sensibilité du dispositif à la plus petite variation de déphasage induit à  $3,9 \cdot 10^{-12} \text{ rad}/\sqrt{\text{Hz}}$ . Son analyse par la déviation d'Allan a démontré qu'elle continuait de s'améliorer avec le temps d'intégration atteignant notamment la valeur de  $3 \cdot 10^{-13} \text{ rad}$  pour un temps de 800 s limité ici par la possibilité d'appliquer un seul des deux signaux de correction de l'asservissement. Ces valeurs sont en très bon accord avec celles déduites du modèle de bruit discuté dans le chapitre précédent. Cependant, il a été observé à champ fort, un dysfonctionnement du dispositif identifié comme venant de la dégradation lente des performances d'un composant



---

électronique suite à un échauffement avec l'augmentation de la tension appliquée. Cela nous a conduit à restreindre le champ électrique maximal à  $3,5 \cdot 10^4 \text{ V/m}$ . Ensuite, dans cette gamme de champ, nous avons démontré la linéarité de la mesure du déphasage induit et évalué la répétabilité à long terme du dispositif.

Dans la troisième partie, nous avons mis à profit la sensibilité du dispositif pour déterminer les constantes de Kerr de gaz de molécules linéaires, tels que le  $\text{CO}_2$ , l' $\text{O}_2$ , l' $\text{N}_2$  et l'air sec et de gaz atomiques, tels que l'Ar, le Ne et même l'He qui correspond à pression atmosphérique à la limite du dispositif. Après avoir vérifié la cohérence de nos résultats à travers une interprétation physique simple des phénomènes mis ici en jeu dans l'effet Kerr pour ce type de molécules, nous avons comparé et trouvé un bon accord avec les mesures de  $K$  que nous avons pu reporter de la littérature.

Pour finir, nous avons discuté qualitativement des différentes observations expérimentales que nous avons pu faire avec l'utilisation d'une cavité d'une telle finesse (250 000). Nous avons souligné le rôle des pertes aux surfaces multicouches des miroirs réduisant drastiquement le signal transmis et plus particulièrement celles par absorption qui conduisent de plus à des modifications des propriétés des miroirs au-dessus d'une certaine énergie emmagasinée.

# Conclusion

Le travail réalisé dans cette partie nous a permis d'appliquer le dispositif d'asservissement par rétroaction optique présenté précédemment pour réaliser des mesures ultrasensibles de biréfringence. Cette très haute sensibilité nous a été offerte par la possibilité d'utiliser avec ce mode d'asservissement des cavités optiques de très haute finesse puisqu'atteignant 250 000.

**Dans le premier chapitre** nous avons décrit formellement notre dispositif, ce qui nous a permis notamment de faire apparaître le double rôle donné à la biréfringence résiduelle des miroirs. Pour éviter au maximum ses variations suite à des effets photoréfractifs, nous avons choisi d'utiliser la base des états de polarisation circulaire comme base d'analyse de l'ellipsomètre. Dans ce travail, plutôt que de s'affranchir de cette biréfringence, nous l'utilisons d'une part pour créer la rétroaction optique nécessaire à l'affinement spectral de la source laser et d'autre part pour amplifier le signal de biréfringence induite dans un gaz présent au sein de la cavité. Son rôle clef nous a conduits à établir une représentation graphique simple de l'élément biréfringent résultant de l'association des deux miroirs. C'est en fonction de cette biréfringence résultante que nous avons décrit les différentes puissances issues du dispositif en vue de déterminer les deux observables les plus adaptées à la mesure de la biréfringence intracavité. La première est définie par

---

le rapport des signaux transmis par l'analyseur, la seconde est le rapport entre le signal croisé pris en réflexion et la puissance totale transmise. Nous avons montré que, dans l'objectif d'obtenir une sensibilité théorique optimale (limitée par le bruit de photons), la biréfringence résultante devait être restreinte à une valeur inférieure à environ  $\pi/F$  correspondant dans notre cas à  $10^{-5}$  rad. Pour les puissances laser typiquement autorisées par l'emploi de la très haute finesse de notre cavité (3 mW), la sensibilité théorique est alors pour la première observable de  $3 \cdot 10^{-13}$  rad/ $\sqrt{Hz}$  et de  $1,5 \cdot 10^{-12}$  rad/ $\sqrt{Hz}$  pour la seconde.

**Dans le deuxième chapitre** nous avons décrit la réalisation expérimentale du dispositif dans le but de s'approcher au plus près de la limite théorique précédente. Nous avons pour cela argumenté nos choix expérimentaux qui nous ont conduits à privilégier la seconde observable ne nécessitant qu'un unique polariseur à taux d'extinction de grande qualité. Une fois les différents composants optiques et électroniques décrits et caractérisés, nous avons mis en évidence que la bande spectrale optimale en terme de bruit se situe nécessairement à la fréquence moitié de celle utilisée pour l'asservissement, et c'est donc à cette valeur qu'est réalisée la modulation de la biréfringence induite. Une analyse détaillée des sources du bruit mesuré à cette fréquence a permis de modéliser la sensibilité expérimentalement attendue en fonction de la biréfringence des miroirs et de démontrer l'existence d'un optimum. A ce dernier, nous avons montré que la proportion du bruit apporté par notre chaîne de détection conduit à un bruit total restant dominé par le niveau de bruit de photons (le bruit technique apporté ne correspond qu'à un tiers du bruit total).

**Le troisième et dernier chapitre** a été dédié à la présentation des performances du dispositif. Nous avons ainsi pu mesurer la biréfringence résiduelle de

---

nos miroirs de haute réflectivité et ajuster celle-ci à la valeur optimale déduite du chapitre précédent. Dans cette configuration, une sensibilité à la mesure de déphasage de  $3,9 \cdot 10^{-12} \text{ rad}/\sqrt{\text{Hz}}$  a été obtenue, ici induit dans un gaz par effet Kerr. A notre connaissance un seul travail préexistant présente une sensibilité de l'ordre ou supérieure à cette valeur [53]. Aussi, une sensibilité de  $3 \cdot 10^{-13} \text{ rad}$  a pu être atteinte en augmentant le temps d'intégration à 800 s. L'accord avec les valeurs prédites par le modèle est remarquable, démontrant d'une part la bonne compréhension des bruits présents dans la chaîne de détection et d'autre part le rôle clef que joue la biréfringence résiduelle des miroirs sur la sensibilité du dispositif. Sur la plage de fonctionnement normal du dispositif, défini de sorte que la sensibilité obtenue en champ faibles se prolonge à la notion de précision pour des déphasages en champ forts, nous avons vérifié la linéarité de la mesure et donné une idée de sa répétabilité à long terme. Nous avons également observé une dégradation des performances pour des champs électriques trop élevés ( $> 3,5 \cdot 10^4 \text{ V/m}$ ) dont les causes ont été identifiées. La très haute sensibilité du dispositif a néanmoins permis de déterminer les constantes de Kerr de différents gaz à pression atmosphérique, aussi bien moléculaires, tels que le  $\text{CO}_2$ , l' $\text{O}_2$ , l' $\text{N}_2$  et l'air, que atomiques comme l'Ar ou le Ne et même l'He dont la valeur de  $2 \cdot 10^{-27} \text{ m}^2/\text{V}^2$  dépasse tout juste la limite de notre dispositif pour des mesures Kerr. Les résultats obtenus s'intègrent de façon cohérente dans l'ensemble des valeurs relevées dans la littérature préexistantes à ce travail. Finalement une dernière partie a adressé les observations que nous avons pu faire de l'emploi de la très haute finesse, faisant apparaître qu'il ne s'agit pas de considérer celle-ci comme un simple facteur multiplicatif des performances mais qu'elle peut induire certaines limitations.

Cette dernière remarque sur la finesse doit être évidemment prise en compte

---

lorsque que l'on s'intéresse à comparer les différentes performances des différents groupes depuis les années 1980. Le projet LIGO [79] dédié à la mise en évidence des ondes gravitationnelles obtient en laboratoire une sensibilité de  $1,3 \cdot 10^{-10} \text{ rad}/\sqrt{Hz}$  [80]. Cependant le déphasage sondé est issu d'un interféromètre de Michelson et c'est dans chacun des deux bras que se place la cavité de haute finesse [79, 81]. La plupart des dispositifs utilisent quant à eux les deux modes de polarisation d'une même cavité optique s'affranchissant comme cela des fluctuations de modes communs induites par des variations de la longueur.

Une première approche établie par John Hall consiste à remonter au déphasage par la mesure de la différence de fréquence de résonance des deux modes de polarisations [57]. Avec une stratégie adaptée, cette approche combine potentiellement une haute sensibilité ( $10^{-13} \text{ rad}$ ) et une très grande gamme dynamique de l'ordre de  $10^{12}$ . Expérimentalement il a été mesuré une sensibilité de  $2 \cdot 10^{-9} \text{ rad}/\sqrt{Hz}$  avec une cavité de finesse 40 000. La seconde approche la plus largement utilisée est celle basée sur l'ellipsomètre [60] que nous avons repris dans ce travail. Sa gamme dynamique est intrinsèquement bornée par la largeur du mode de la cavité qui limite le déphasage maximal mesurable à  $2 \cdot \pi/F \text{ rad}$  mais c'est à l'heure actuelle celle qui a conduit aux meilleures performances expérimentales en terme de sensibilité. C'est ainsi que D. Jacob et collaborateurs [36], à travers la mesure d'une faible rotation induite par un champ magnétique, ont pu obtenir une sensibilité de  $3 \cdot 10^{-10} \text{ rad}/\sqrt{Hz}$  pour une finesse de 7 000 et une modulation du champ de  $15 \text{ kHz}$ . Cette même approche est aussi utilisée par les différentes collaborations mises en place à partir des années 1990 dans l'objectif de mesurer la biréfringence magnétique dans le vide. La collaboration française [38], BMV Experiments, lors de la validation du système optique en 2006 par la mesure de la biréfringence in-

---

duite par effet Kerr, a obtenue une sensibilité de  $2.10^{-9} \text{ rad}/\sqrt{\text{Hz}}$  pour une finesse de 6 000, une modulation du champ électrique de 11  $\text{Hz}$  et une puissance laser de sortie de 200  $\text{mW}$ . La collaboration Chinoise Q&A (Quantum Electrodynamics and Axions), annonce également en 2007 [49] un plus petit déphasage mesurable de  $4.10^{-11} \text{ rad}/\sqrt{\text{Hz}}$ . La finesse est de 30 000, la puissance incidente de 1  $\text{mW}$  et la fréquence de modulation de 10  $\text{Hz}$ . Dans l'expérience italienne, PVLAS (Polarizzazione del Vuoto con LASer) initiée en 1994, une sensibilité de  $10^{-13} \text{ rad}$  a récemment été obtenue en 2008 [53] pour un temps d'intégration de 100  $s$ , une finesse de 70 000, une fréquence de modulation de 506  $\text{Hz}$  et une puissance laser en sortie de l'ordre de 800  $\text{mW}$ . A notre connaissance il s'agit de la sensibilité la plus élevée jamais reportée. Celle obtenue ici, avec une finesse de 250 000 pour le même temps d'intégration, n'est que d'un facteur trois plus grande mais pour une durée de développement expérimental considérablement plus réduite. Cela place les performances de ce travail en deuxième position dans la course à la mesure de biréfringence ultra sensible.



# Conclusion générale





---

Ce travail de thèse s'est composé de deux parties, la première a décrit le schéma d'asservissement par rétroaction optique qui a ensuite été appliqué à la mesure de très faible biréfringence dans la seconde.

Dans la première partie, nous avons démontré la faisabilité de l'asservissement optique pour stabiliser la fréquence d'une ECDL sur une cavité optique de finesse 3 000. Pour cela, nous avons dans un premier temps décrit le couplage optique résonant de la diode sur la cavité linéaire utilisée. La sélection d'une partie du champ constructif de la cavité a été réalisée par un filtre en polarisation basé sur l'insertion dans la cavité d'une lame de microscope à l'incidence Brewster. L'effet de la rétroaction optique sur la fréquence d'émission a été détaillé en fonction de la fréquence libre et de la distance laser-cavité. Cette étude a permis d'extraire, à travers le signal transmis par la cavité, deux signaux d'erreur pour ces deux paramètres. Finalement, la réalisation expérimentale de ce dispositif a permis un asservissement stable et robuste puisqu'il a pu être maintenu sur plus de dix heures.

Dans la deuxième partie, le même dispositif a pu être utilisé pour asservir la fréquence d'une ECDL sur une cavité de finesse à l'état de l'art, puisqu'atteignant 250 000. Dans un schéma de type ellipsomètre, cette très haute finesse a pu être exploitée pour la mesure ultrasensible au bruit de photons de biréfringence induite dans un gaz par effet Kerr. La biréfringence résiduelle des miroirs a été ici doublement mise à profit puisqu'elle est utilisée d'une part pour réaliser la rétroaction optique et d'autre part comme biais pour amplifier l'effet à mesurer. Afin d'éviter au mieux ces variations par des effets photo-induits, la base des états de polarisation circulaire a été utilisée comme base d'analyse de l'ellipsomètre. Aussi, privilégiant l'utilisation d'un seul polariseur de grande qualité, la mesure de la bi-

---

réfringence a été réalisée en réflexion. Une analyse détaillée des sources de bruit a déterminé la valeur optimale de la biréfringence résiduelle pour une mesure limitée au bruit de photons. Dans ces conditions, une sensibilité à la mesure de déphasage de  $3,9 \cdot 10^{-12} \text{ rad}/\sqrt{\text{Hz}}$  a été obtenue. Sur un temps d'intégration de  $800 \text{ sec}$ , la sensibilité a pu atteindre  $3 \cdot 10^{-13} \text{ rad}$ . Même si le champ électrique appliqué sur le gaz a été limité à  $3,5 \cdot 10^4 \text{ V/m}$ , la très haute sensibilité du dispositif a permis la mesure, à pression atmosphérique, de constante de Kerr de l' $\text{CO}_2$ , l' $\text{O}_2$ , l' $\text{N}_2$  l'air sec ainsi que de gaz atomiques, tels que l'Ar, le Ne et même l'He. Les résultats obtenus correspondent à l'ensemble des valeurs de la littérature.

Finalement, les performances de ce travail à l'état de l'art de la sensibilité à la mesure de biréfringence, démontre la pertinence de l'asservissement optique et le rôle qu'il peut jouer pour l'exploitation de la haute finesse et même de la très haute finesse. Aussi, mis à part les effets non linéaires limitant le niveau de la puissance laser incidente mais ceci indépendamment du type d'asservissement choisi, il ne semble pas qu'il y ait d'obstacle majeur à l'utilisation de l'asservissement optique dans l'objectif d'exploiter des cavités de finesse encore plus élevée.

# Bibliographie

- [1] T.W. Hänsch and B. Couillaud. Laser frequency stabilization by polarization spectroscopy of a reflecting reference cavity. *Optics Communications*, 35 :441–444, 1980.
- [2] D. A. Shaddock, M. B. Gray, and D. E. McClelland. Frequency locking a laser to an optical cavity by use of spatial mode interference. *Optics Letters*, 24 :1499–1501, 1999.
- [3] R. Drever and al. Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator. *Applied Physics B*, 31 :97–105, 1983.
- [4] B. Dahmani, L. Hollberg, and R. Dullinger. Frequency stabilization of semiconductor lasers by resonant optical feedback. *Optical Letters*, 12 :876–878, 1987.
- [5] H. Li and N.R. Telle. Efficient frequency noise reduction of gallium semiconductor lasers by optical feedback from an external high-finesse resonator. *Journal of Quantum Electronics*, 25 :257–263, 1989.
- [6] H. Li and N.B. Abraham. Analysis of the noise spectra of a laser diode optical feedback from a high-finesse resonator. *Journal of Quantum Electronics*, 25 :1782–1793, 1989.

- 
- [7] P. Laurent, A. Clairon, and C. Bréant. Frequency noise analysis of optically self-locked diode lasers. *Journal of Quantum Electronics*, 25 :1131–1142, 1989.
- [8] P. Laurent. *Stabilisation en fréquence de diodes laser par couplage optique résonant sur une cavité Fabry-Perot confocale*. PhD thesis, Université de Paris XI, Paris, 1989.
- [9] S. Ohshima and H. Schnatz. Optimization of injection current feedback phase of an optically self-locked laser diode. *Journal of Applied Physics B*, 71 :3114–3117, 1992.
- [10] P. Buch and P. Kohns. Optically self-locked semiconductor lasers with servo control for feedback phase and laser current. *Journal of Quantum Electronics*, 27 :1863–1868, 1991.
- [11] H. Hayasaka. Frequency stabilization of an extended-cavity violet diode laser by resonant optical-feedback. *Optics Communications*, 206 :401–409, 2002.
- [12] K. Toyoda, Y. Kubota, T. Okano, and S. Urabe. Ultraviolet diode laser system based on resonant optical feedback with the capability of fast continuous sweep. *Applied Physics B*, 82 :25–29, 2006.
- [13] V. Motto-Ros, M. Durand, and J. Morville. Extensive characterization of the optical feedback cavity enhanced absorption spectroscopy (of-ceas) technique : ringdown-time calibration of the absorption scale. *Applied Physics B*, 91 :203–211, 2008.
- [14] J. Morville and D. Romanini. Sensitive birefringence measurement in a high-finesse resonator using diode laser optical self-locking. *Applied Physics B*, 74 :495–501, 2002.

- 
- [15] G. Grynberg, A. Aspect, and C. Fabre. *Introduction aux lasers et à l'optique quantique*. Ellipses, 1997.
- [16] A.D. White. Frequency stabilization of gas lasers. *Journal of Quantum Electronics*, 1 :349–357, 1965.
- [17] R.L. Barger, M.S. Sorem, and J. L. Hall. Frequency stabilization of a cw dye laser. *Applied Physics Letters*, 22 :573–575, 1973.
- [18] C. E. Wieman and S. L. Gilbert. Laser-frequency stabilization using mode interference from a reflecting reference interferometer. *Optics Letters*, 7 :480–482, 1982.
- [19] R. V. Pound. Electronic frequency stabilization of microwave oscillators. *Review of Scientific Instruments*, 17 :490–505, 1946.
- [20] R.F. Kazarinov and C.H. Henry. The relation of line narrowing and chirp reduction resulting from the coupling of a semiconductor laser to a passive resonator. *Journal of Quantum Electronics*, 23 :1401–1409, 1987.
- [21] G.H.M. van Tartwijk and D. Lenstra. Semiconductor lasers with optical injection and feedback. *Quantum and Semiclassical Optics*, 7 :87–143, 1995.
- [22] Y. Arakawa and A. Yariv. Theory of gain, modulation response, and spectral linewidth in AlGaAs quantum well lasers. *IEEE Journal of quantum electronics*, QE-21 :1666–1674, 1985.
- [23] K. Petermann. *Laser Diode Modulation and Noise*. Tokyo : Kluwer Scientific Publishers, 1991.
- [24] A. Yariv. *Quantum Electronics*. John Wiley and Sons, 1988.
- [25] K. Liu and M.G. Littman. Novel geometry for single-mode scanning of tunable lasers. *Optics Letters*, 6 :117–118, 1981.

- 
- [26] M. Born and E. Wolf. *Principles of Optics Sixth Edition*. Pergamon Press, 1980.
- [27] J. Morville. *Injection des cavités optiques de haute finesse par laser à diode - Application à la CW-CRDS et à la détection de traces atmosphériques*. PhD thesis, Université Joseph Fourier, Grenoble, 2001.
- [28] J. Morville, S. Kassi, M. Chenevier, and D. Romanini. Fast, low-noise, mode-by-mode, cavity-encanced absorption spectroscopy by diode-laser self-locking. *Applied Physics B*, 80 :1027–1038, 2005.
- [29] V. Motto-Ros. *Cavités de haute finesse pour la spectroscopie d’absorption haute sensibilité et haute précision : Application à l’étude de molécules d’intérêt atmosphérique*. PhD thesis, Université Claude Bernard-Lyon1, Lyon, 2005.
- [30] F. Bondu. *L’interféromètre Virgo : propriétés optiques, stabilisation en fréquence du laser*. Habilitation à Diriger des Recherches, Université de Nice Sophia-Antipolis, 2008.
- [31] R. Lang and K. Kobayashi. External optical feedback effects on semiconductor injection laser properties. *Journal of Quantum Electronics*, 20 :347–355, 1980.
- [32] J. Poirson, T. Lanternier, J.C. Cotteverte, A. Le Floch, and F. Bretenaker. Jones matrices of a quarter-wave plate for gaussian beams. *Applied Optics*, 34 :6806–6818, 1995.
- [33] A. Le Floch, J. M. Lenormand, and R. Le Naour. Eigenvectors flipping spectroscopy. *Applied Physics B*, 28 :303–304, 1982.
- [34] Y. Le Grand and A. Le Floch. Measurement of small optical activities by use of helicoidal waves. *Optics Letters*, 17 :360–362, 1992.

- 
- [35] J. Poirson, M. Vallet, F. Bretenaker, A. Le Floch, and J.Y. Thépot. Resonant cavity gas-phase polarimeter. *Analytical Chemistry*, 70 :4636–4639, 1998.
- [36] D. Jacob, M. Vallet, F. Bretenaker, A. Le Floch, and R Le Naour. Small faraday rotation measurement with a fabry-perot cavity. *Applied Physics Letters*, 66 :3545–3548, 1995.
- [37] E. Inbar and A. Arie. High-sensitivity measurements of the kerr constant in gases using a fabry-perot based ellipsometer. *Applied Physics B*, 70 :849–852, 2000.
- [38] F. Bielsa, R. Battesti, C. Robilliard, G. Bialolenker, G. Bailly, G. Tréneç, A. Rizzo, and C. Rizzo. Kerr effect of molecular oxygen at  $\lambda = 1064 \text{ nm}$ . *The European Physical Journal D*, 36 :261–269, 2005.
- [39] S.C. Read, M. Lai, T. Cave, S.W. Morris, G.D. Sheldon, A. Guest, and A.D. May. Intracavity polarimeter for measuring small optical anisotropies. *Journal of Optical Society of America B*, 5 :1832–1837, 1988.
- [40] S.C. Read, A.D. May, and G.D. Sheldon. The kerr effect in He, Ne, H<sub>2</sub> and N<sub>2</sub> at room temperature. *Canadian Journal of Physics*, 75 :211–230, 1997.
- [41] C. Rizzo, A. Rizzo, and D. Bishop. The cotton-mouton effect in gases : experiment and theory. *International Reviews in Physical Chemistry*, 16 :81–111, 1997.
- [42] D. Chauvat, A. Le Floch, M. Vallet, and F. Bretenaker. Cotton-mouton effect measurement with the fabry-perot eigenstates. *Applied Physics Letters*, 73 :1032–1034, 1998.
- [43] M. Bregnant et al. A precise measurement of the cotton-mouton effect in neon. *Chemical Physics Letters*, 410 :288–292, 2005.



- 
- [44] M. Bregnant et al. Measurement of the cotton-mouton effect in krypton and xenon at 1064 nm with the pvlas apparatus. *Chemical Physics Letters*, 392 :276–280, 2004.
- [45] M. Bregnant et al. New precise measurement of the cotton-mouton effect in helium. *Chemical Physics Letters*, 471 :322–325, 2009.
- [46] S.L. Adler. Photon splitting and photon dispersion in a strong magnetic field. *Annals of Physics*, 67 :599–647, 1971.
- [47] I. Iacopini and E. Zavattini. Experimental method to detect the vacuum birefringence induced by a magnetic field. *Physical Letters B*, 85 :151–154, 1979.
- [48] D. Bakalov et al. The measurement of vacuum polarization : The pvlas experiment. *Hyperfine Interactions*, 114 :103–113, 1998.
- [49] S.-J. Chen, H.-H. Mei, and W.-T. Ni. Q a experiment to search for vacuum dichroism, pseudoscalar-photon interaction and millicharged fermions. *Modern Physics Letters A*, 22 :2815–2831, 2007.
- [50] R. Battesti, B. Pinto Da Souza, S. Batut, C. Robilliard, G. Bailly, C. Michel, M. Nardone, L. Pinard, O. Portugall, G. Tréneç, J. M. Mackowski, Geert L. J. A. Rikken, J. Vigue, and C. Rizzo. The bmv experiment : a novel apparatus to study the propagation of light in a transverse magnetic field. *The European Physical Journal D*, 46 :323–333, 2007.
- [51] P. Pugnât et al. Feasibility study of an experiment to measure the vacuum magnetic birefringence. *Czechoslovak Journal of Physics*, 55 :389–397, 2005.
- [52] L. Maiani, R. Petronzio, and E. Zavattini. Effects of nearly massless, spin-zero particles on light propagation in a magnetic field. *Physical Letters B*, 175 :359–363, 1986.

- 
- [53] E. Zavattini et al. New pvlav results and limits on magnetically induced optical rotation and ellipticity in vacuum. *Physical Review D*, 77 :1–12, 2008.
- [54] S. Carusotto, E. Polacco, E. Iacopini, G. Stefanini, E. Zavattini, and F. Scuri. The ellipticity introduced by interferential mirrors on a linearly polarized light beam orthogonally reflected. *Applied Physics B*, 48 :231–234, 1989.
- [55] P. Micossi, F. Dellavalle, E. Milotti, E. Zavattini, C. Rizzo, and G. Ruoso. Measurement of the birefringence properties of the reflecting surface of an interferential mirror. *Applied Physics B*, 57 :95, 1993.
- [56] D. Jacob, M. Vallet, F. Bretenaker, A. Le Floch, and M. Oger. Supermirror phase anisotropy measurement. *Optics Letters*, 20 :671–673, 1995.
- [57] J. L. Hall, J. Ye, and L.-S. Ma. Measurement of mirror birefringence at the sub-ppm level : Proposed application to a test of qed. *Physical Reviews A*, 62 :151–158, 2000.
- [58] J.-Y. Lee, H.-W. Lee, J.-W. Kim, Y.-S. Yoo, and J.-W. Hahn. Measurement of ultralow supermirror birefringence by use of polarimetric differential cavity ringdown technique. *Applied Optics*, 39 :1941–1945, 2000.
- [59] H. Huang and K.K. Lehmann. Effects of linear birefringence and polarization-dependent loss of supermirrors in cavity ring-down spectroscopy. *Applied Optics*, 47 :3817–3827, 2008.
- [60] M. Vallet, F. Bretenaker, A. Le Floch, and R. Le Naour. The malus fabry-perot interferometer. *Optics Communications*, 168 :423–443, 1999.
- [61] E. Hecht. *Optique*. Paris (France) : Pearson Education France, 2002.

- 
- [62] J. Morville, D. Romanini, M. Chenevier, and A. Kachanov. Effects of laser phase noise on the injection of a high-finesse cavity. *Applied Optics*, 41 :6980–6990, 2002.
- [63] S. Huard. *Polarisation de la lumière*. Paris (France) : Masson, 1994.
- [64] P. Horowitz and W. Hill. *The art of electronics*. Cambridge University Press, 1989.
- [65] W. G. Jung. *Op Amp Applications Handbook*. Analog Devices, Inc, 2005.
- [66] H. Nyquist. Thermal agitation of electric charge in conductors. *Physical Review*, 32 :110–113, 1928.
- [67] J. B. Johnson. Thermal agitation of electricity in conductors. *Physical Review*, 32 :97–109, 1928.
- [68] M. Novotny and M. Sedlacek. Rms value measurement based on classical and modified digital signal processing algorithms. *Measurement*, 41 :236–250, 2008.
- [69] R. D. van Zee, J. T. Hodges, and J. P. Looney. Pulsed, single-mode cavity ringdown spectroscopy. *Applied Optics*, 38 :3951–3960, 1999.
- [70] W.J. Riley. *Handbook of Frequency Stability Analysis*. Beaufort, SC : Hamilton Technical Services, 2007.
- [71] G. Bruhat. *Optique : cours de physique générale*. Paris Milan Barcelone : Masson, 1992.
- [72] A. D. Buckingham and D. A. Dunmur. Kerr effect in inert gases and sulfur hexafluoride. *Transactions of the Faraday Society*, 64 :1776–1783, 1968.

- 
- [73] A. D. Buckingham and J. A. Pople. Theoretical studies of the kerr effect. i : Deviations from a linear polarization law. *Proceeding of the Physical Society*, 68 :905–909, 1955.
- [74] A. D. Buckingham, M. P. Bogaard, D. A. Dunmur, C. P. Hobbs, and B. J. Orr. Kerr effect in some simple non-dipolar gases. *Transactions of the Faraday Society*, 66 :1548–1553, 1970.
- [75] A. Gerschel. *Liaisons intermoléculaires. Les Forces mises en jeu dans la matière condensée*. EDP Sciences Editions, 1995.
- [76] S. Carusotto, E. Iacopini, E. Polacco, F. Scuri, G. Stefanini, and E. Zavattini. Measurement of the kerr constant of He, A, O<sub>2</sub>, N<sub>2</sub>, H<sub>2</sub> and D<sub>2</sub>. *Nuovo Cimento A*, 5 :328–338, 1985.
- [77] V. Lorient. *Alignement moléculaire par impulsions laser ultrabrèves : « Mesures & Applications »*. PhD thesis, Université de Bourgogne, 2008.
- [78] W. Winkler et al. Birefringence-induced losses in interferometers. *Optics Communications*, 112 :245–252, 1994.
- [79] A. Abramovici et al. Ligo : the laser interferometer gravitational-wave observatory. *Science*, 256 :325–333, 1992.
- [80] B. Lantz, P. Fritschel, H. Rong, E. Daw, and G. Gonzalez. Quantum-limited optical phase detection at the 10-10-rad level. *Journal of Optical Society of America A*, 19 :91–100, 2002.
- [81] B. Caron et al. The virgo interferometer for gravitational wave detection. *Nuclear Physics B*, 54 :167–175, 1997.

