



**HAL**  
open science

# Astérosismologie d'étoiles de séquence principale ou évoluées, en relation avec l'expérience spatiale CoRoT, et les instruments au sol HARPS et SOPHIE

Melanie Soriano

► **To cite this version:**

Melanie Soriano. Astérosismologie d'étoiles de séquence principale ou évoluées, en relation avec l'expérience spatiale CoRoT, et les instruments au sol HARPS et SOPHIE. Astrophysique [astro-ph]. Université Paul Sabatier - Toulouse III, 2009. Français. NNT : . tel-00438082

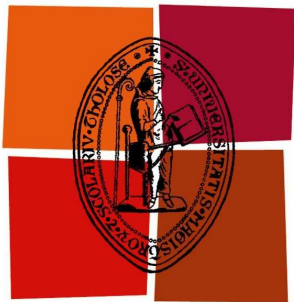
**HAL Id: tel-00438082**

**<https://theses.hal.science/tel-00438082>**

Submitted on 2 Dec 2009

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Université  
de Toulouse

# THÈSE

En vue de l'obtention du

## DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par : *l'Université Toulouse III - Paul Sabatier*

Discipline ou spécialité : *Astérosismologie*

---

Présentée et soutenue par **Mélanie SORIANO**

Le 30 septembre 2009

**Titre :**

Astérosismologie d'étoiles de séquence principale ou évoluées en relation avec l'expérience spatiale CoRoT et les instruments au sol HARPS et SOPHIE

---

**Jury**

Pr. Jianning FU	Beijing Normal University, Chine	Président
Dr. Georges ALECIAN	LUTH, Observatoire de Paris	Examineur
Pr. Donald W. KURTZ	Preston University	Examineur
Dr. Yveline LEBRETON	GEPI, Observatoire de Paris	Rapporteur
Dr. Eric MICHEL	LESIA, Observatoire de Paris	Examineur
Dr. Anne THOUL	Université de Liège	Rapporteur
Pr. Sylvie VAUCLAIR	Laboratoire d'Astrophysique de Toulouse-Tarbes	Directrice de thèse

---

**Ecole doctorale :** *SDU2E*

**Unité de recherche :** *Laboratoire d'Astrophysique de Toulouse-Tarbes*

**Directeur(s) de Thèse :** *Sylvie Vauclair*



# Remerciements

Vient maintenant la tâche à la fois tant attendue et redoutée des remerciements. Tant attendue car on souhaite bien sûr remercier toutes les personnes qui ont contribué à l'aboutissement de ces trois années de thèse... Elle est également redoutée car il n'est pas forcément évident (voire impossible) de n'oublier personne. Je vais tout de même essayer d'y parvenir...

Mes premiers remerciements s'adressent à Sylvie Vauclair, sans qui bien sûr cette thèse n'aurait pu avoir lieu. Merci de m'avoir motivée, et de m'avoir redonné confiance en moi avant la thèse... Merci ensuite de m'avoir encadrée pendant ces trois années qui ont été très enrichissantes. Et merci également pour cette semaine passée à l'OHP : j'ai ainsi pu pénétrer au cœur d'une coupole et voir un télescope de plus près... l'occasion de réaliser un rêve d'enfant....

Je remercie aussi toute l'équipe de physique stellaire : Gérard, Noël, Stéphane et Alain, pour leur accueil chaleureux et leur gentillesse.

Merci à Sylvie Roques, directrice du Laboratoire d'Astrophysique de Toulouse-Tarbes, pour son soutien et son écoute. Un merci tout particulier à Geneviève Soucail, pour ses encouragements lors de mon arrivée au labo. Je remercie également toute l'équipe administrative du laboratoire : Dominique, Alexandre, Eric, Carole, Josiane, ainsi que Marie-Claude Cathala pour sa gentillesse et sa disponibilité.

Je tiens à remercier mon jury de thèse, pour l'intérêt porté à mon travail. Merci à Jianning Fu d'avoir accepté d'être président de mon jury et d'avoir effectué un aller-retour Pékin-Toulouse pour pouvoir être présent. Je remercie également mes rapportrices, Yveline Lebreton et Anne Thoul, pour leurs commentaires et suggestions très constructifs.

Ces trois années passées à Toulouse se sont déroulées dans une ambiance des plus chaleureuses, et je ne peux bien évidemment partir sans remercier tous ceux avec qui j'ai partagé de si bons moments...

Tout d'abord je tiens à remercier mes camarades de bureau. Merci à ma petite Rim, pour m'avoir soutenue et supportée pendant ces deux dernières années. Merci pour ta bonne humeur permanente, et pour avoir réussi à me faire rire tous les jours, et ce même quand le moral n'était pas au beau fixe...

Merci aussi à Jérôme, le dernier arrivé dans le “bureau des filles” : merci pour ton aide, pour les discussions scientifiques ou plus informelles (sur des sujets des plus variés), pour le café de 10h, ... et pour le spectre de HD 45067!...

J’adresse également un grand merci à Maria Eliana et Cristina, pour leur aide précieuse et leur soutien moral dans la dernière ligne droite ! Et bonne chance à toi Maria pour ces trois années de thèse qui s’ouvrent devant toi...

Merci à Sylvie Théado, pour être venue à ma rescousse quand j’avais des problèmes avec le code!... Merci aussi pour les pauses chocolat, et pour les longues discussions, que ce soit sur le travail ou sur des sujets beaucoup plus personnels, et qui m’ont beaucoup apporté...

Merci à tous les autres thésards ou post-docs rencontrés pendant ces trois années. Je pense notamment à Sylvain, Pascal, “Jojo”, Audrey, Joseph, Aurélie, Valérie, Chahinez, Mairead, Michael, ... Merci aussi pour la bonne ambiance pendant les repas !

Je remercie également les personnes qui ont croisé mon chemin durant ces dernières années et qui ont contribué, de près ou de loin, à ce que je persévère dans cette voie : les enseignants du CTES de Marseille, Patricia Pégourié, Brigitte Palous ou Marie-Thérèse Clouzet. Chacune de ces rencontres a été source d’enrichissement et de motivation...

Une pensée également à mes anciennes camarades de M2, Chadia et Bérengère, qui m’ont toujours encouragée. Merci à Laetitia, pour nos longues pauses téléphoniques qui m’ont permis de “déstresser” !

Merci à Brigitte et Antoine, amis de toujours, pour leur aide et leurs conseils avisés. Et merci pour cette mémorable soirée passée à observer les étoiles !

Enfin, mes derniers remerciements s’adressent à ma famille. Merci à mes grands-parents, qui m’ont toujours soutenue et encouragée, avec une pensée émue pour mon grand-père qui n’aura pas vu l’achèvement de ces trois années...

Et je termine en remerciant ma mère, sans qui je ne serais jamais arrivée jusque là... Cela n’a pas toujours été évident, et je sais les sacrifices que tu as dû faire tout au long de ces années. Ton aide et ton soutien m’ont permis de tenir jusqu’au bout. Pour tout cela : merci.

*A mon P p *



# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>5</b>
<b>1 Théorie des oscillations stellaires</b>	<b>9</b>
1.1 Equations des oscillations stellaires . . . . .	9
1.1.1 Les équations de base . . . . .	9
1.1.2 Equations des perturbations . . . . .	11
1.1.3 Séparation des variables . . . . .	12
1.2 Oscillations non-radiales adiabatiques . . . . .	14
1.2.1 Equations . . . . .	14
1.2.2 L’approximation de Cowling . . . . .	15
1.2.3 Les ondes de pression ou modes p . . . . .	18
1.2.4 Les ondes de gravité ou modes g . . . . .	18
1.3 La théorie asymptotique . . . . .	19
1.3.1 L’analyse par la méthode JWKB . . . . .	20
1.3.2 Théorie asymptotique pour les modes p . . . . .	24
1.3.3 Ecart à la théorie asymptotique . . . . .	27
<b>2 Les codes numériques</b>	<b>31</b>
2.1 Le code d’évolution stellaire de Toulouse-Genève . . . . .	31
2.1.1 Paramètres d’entrée . . . . .	31
2.1.2 Les processus “non-standard” . . . . .	33
2.1.3 Le cas solaire . . . . .	36
2.2 Le code PULSE . . . . .	36
<b>3 HD 52265 : modélisation préliminaire aux observations</b>	<b>37</b>
3.1 Paramètres stellaires . . . . .	37
3.2 Calculs évolutifs et modèles . . . . .	38
3.2.1 Traces évolutives . . . . .	38
3.2.2 Choix des modèles . . . . .	42
3.3 Analyse sismique . . . . .	44
3.3.1 Les modèles surmétalliques et avec accréation . . . . .	45



3.3.2	Cas particulier : les modèles 7 et 8 . . . . .	46
3.3.3	Les modèles avec overshooting . . . . .	54
3.4	Bilan . . . . .	56
<b>Publication 1</b>		
	“The CoRoT primary target HD 52265 : models and seismic tests”, Soriano, M. et al. 2007, A&A, 471, 885	<b>59</b>
<b>Publication 2</b>		
	“Asteroseismology of exoplanet-host stars : a link between the two scientific missions of CoRoT”, Vauclair, S. et al. 2006, ESA-SP 1306, 77	<b>69</b>
<b>4</b>	<b>Signature sismique des cœurs d’hélium</b>	<b>77</b>
4.1	Traces évolutives et modèles . . . . .	77
4.2	Analyse des résultats . . . . .	82
4.2.1	Analyse théorique . . . . .	83
4.2.2	Evolution des petites séparations . . . . .	86
4.2.3	Influence de la masse de l’étoile . . . . .	90
4.2.4	Influence de la composition chimique . . . . .	90
4.2.5	Influence de l’overshooting . . . . .	91
4.3	Bilan . . . . .	95
<b>Publication 3</b>		
	“Asteroseismology of solar-type stars : signatures of convective and/or helium cores”, Soriano, M. & Vauclair, S. 2008, A&A, 488, 975	<b>97</b>
<b>5</b>	<b>Etude de 51 Peg</b>	<b>111</b>
5.1	Paramètres stellaires . . . . .	111
5.2	Le spectrographe SOPHIE . . . . .	112
5.2.1	Description générale . . . . .	112
5.2.2	Caractéristiques techniques . . . . .	112
5.3	Les observations . . . . .	114
5.4	Traitement des données . . . . .	115
<b>6</b>	<b>Analyse sismique de <math>\mu</math> Arae</b>	<b>121</b>
6.1	Paramètres stellaires . . . . .	121
6.1.1	Le système planétaire . . . . .	121
6.1.2	Contraintes spectroscopiques . . . . .	122
6.1.3	La luminosité de $\mu$ Arae . . . . .	123
6.1.4	Contraintes sismiques . . . . .	123
6.2	Calcul des modèles . . . . .	123

6.3	Analyse sismique et résultats . . . . .	124
6.3.1	Modèles sans overshooting . . . . .	124
6.3.2	Contraintes sur l'overshooting . . . . .	134
6.4	Conclusion . . . . .	138
<b>Publication 4</b>		
	“New seismic analysis of the exoplanet-host star $\mu$ Arae”, Soriano, M. & Vauclair, S. 2009, soumis à A&A	141
<b>Conclusion</b>		
		155
<b>Annexes</b>		
		159
<b>A Publication 5</b>		
		161
<b>B Publication 6</b>		
		167
<b>C Publication 7</b>		
		173
<b>D Publication 8</b>		
		177
<b>Liste des publications</b>		
		181
<b>Bibliographie</b>		
		183



# Introduction

L'astérosismologie, ou étude des oscillations stellaires, est une discipline en plein essor. Alors que des étoiles variables sont connues depuis plus de quatre siècles (découverte de Mira Ceti en 1595), les oscillations d'étoiles de type solaire n'ont été mises en évidence que très récemment (une dizaine d'années). L'astérosismologie est actuellement le seul outil permettant de sonder directement l'intérieur des étoiles et d'en déduire précisément leurs paramètres externes et internes.

Depuis la première détection des oscillations solaires par Leighton et al. (1962) et Evans & Michard (1962), puis Ulrich (1970) et Leibacher & Stein (1971), l'héliosismologie a permis de connaître l'intérieur solaire à un pour mille près. Il s'agit d'ondes sonores (modes p) excitées de manière stochastique grâce à la présence de la zone convective externe, avec des périodes de l'ordre de quelques minutes. Plus récemment, des oscillations semblables ont été détectées dans une quinzaine d'étoiles de type solaire. On peut citer par exemple Procyon (Martić et al., 1999),  $\alpha$  Cen A (Bouchy & Carrier, 2001),  $\alpha$  Cen B (Carrier & Bourban, 2003),  $\mu$  Arae (Bouchy et al., 2005),  $\beta$  Hydri (Bedding et al., 2001) ou HD 49933 (Mosser et al., 2005).

Contrairement au cas du Soleil, dont on peut étudier la surface de manière précise, seuls les modes p de bas degrés sont détectables dans les étoiles, à cause du manque de résolution spatiale. Ces modes correspondent à des ondes acoustiques se propageant dans les régions les plus centrales. Les fréquences contiennent donc de précieuses informations sur la structure interne de ces étoiles. Par ailleurs, les réflexions partielles des ondes dans les régions où la vitesse du son varie rapidement permettent aussi de tester les régions plus externes.

Parmi les étoiles de type solaire, il est intéressant d'étudier les étoiles centrales de systèmes planétaires. En effet, depuis les quinze dernières années, des exoplanètes ont été découvertes autour de plus de 350 étoiles de type solaire. Ces exoplanètes sont principalement détectées par la méthode des vitesses radiales ou par la méthode des transits. Les systèmes planétaires découverts sont différents de notre système solaire, mais cela provient des biais observationnels inhérents à ces méthodes. On détecte

en effet préférentiellement des planètes géantes en orbite proche de l'étoile. C'est ce que l'on appelle des "Jupiters chauds" : il s'agit de planètes ayant des périodes courtes, des masses comparables à celle de Jupiter, et se trouvant à une distance de l'ordre de 0.1 UA de l'étoile. Mais actuellement, de plus en plus de petites planètes, de masses proches de celle de la Terre, sont aussi découvertes.

Une des caractéristiques principales des étoiles centrales de systèmes planétaires est leur surmétallicité par rapport aux étoiles sans planètes détectées. Cette surmétallicité est en moyenne supérieure de 0.2 dex par rapport à la métallicité solaire (Santos et al., 2001, 2003, 2005; Gonzalez, 1997, 2003).

Jusqu'à récemment, deux scénarios étaient proposés pour tenter d'expliquer l'origine de cet excès en métaux. Dans le premier scénario, l'étoile se serait formée dans un gaz protostellaire initialement riche en métaux (Santos et al., 2001, 2003). Dans ce cas, l'étoile est entièrement surmétallique, depuis la surface jusqu'au centre. Dans le second scénario, l'excès en métaux résulterait de l'accrétion de planétésimaux sur l'étoile (Laughlin & Adams, 1997; Murray et al., 2001), pendant les premières phases de formation planétaire. Dans ce cas, seules les couches superficielles de l'étoile verraient leur métallicité augmenter. Ces deux scénarios entraînent une structure interne différente (Bazot & Vauclair, 2004).

Il semble clair à présent que le second scénario ne tient pas, pour plusieurs raisons. La première raison est théorique : la matière accrétée ne reste pas dans la zone convective externe, mais tombe vers l'intérieur en raison de la convection thermohaline, due au gradient instable de poids moléculaire moyen (Vauclair, 2004; Théado et al., 2009), et dont l'échelle de temps est de l'ordre du millier d'années, alors que l'échelle de temps d'évolution est plutôt de l'ordre du milliard d'années. La deuxième est observationnelle : Vauclair et al. (2008) ont en effet montré, grâce à l'astérosismologie, que l'étoile centrale de système planétaire  $\iota$  Hor avait très probablement été formée avec l'amas des Hyades, dans le même nuage protostellaire surmétallique. Enfin les spécialistes de la formation planétaire montrent que celle-ci est favorisée par la présence d'une plus grande abondance d'éléments lourds (Ida & Lin, 2004). Il semble donc que la surmétallicité observée soit liée au site de formation, ce qui n'empêche pas, bien entendu, que des planètes aient aussi été accrétées par l'étoile au cours de la formation du système.

Dans cette thèse, nous nous sommes intéressés à plusieurs étoiles de type solaire, possédant une ou plusieurs planètes. Nous avons abordé le sujet sous plusieurs aspects : modélisation, théorie, observations.

Dans le premier chapitre, nous présentons la théorie des oscillations stellaires. Nous introduisons les équations qui régissent les oscillations et nous décrivons les différents modes. Nous présentons également la théorie asymptotique, qui permet d'obtenir une expression approximative des fréquences, ainsi que des combinaisons

caractéristiques de ces fréquences utilisées pour la comparaison des modèles aux observations.

Le second chapitre décrit les outils numériques utilisés pendant cette thèse : le code d'évolution stellaire de Toulouse-Genève et le code de pulsation PULSE. Nous décrivons leurs principales caractéristiques.

Le troisième chapitre est consacré à l'étoile centrale de système planétaire HD 52265, cible principale de la mission spatiale CoRoT. Nous présentons une modélisation préliminaire aux observations de cette étoile. Nous étudions les variations des combinaisons caractéristiques de fréquences, induites par les différences de structure interne entre les modèles. En particulier, nous montrons que dans le cas de modèles évolués, possédant un cœur convectif riche en hélium ou simplement un cœur d'hélium, nous obtenons une signature sismique caractéristique : les petites séparations deviennent négatives, ce qui était exclu par la théorie asymptotique couramment utilisée, et qui s'avère trop simple.

Dans le quatrième chapitre, nous étudions cette signature sismique particulière dans le cas général des étoiles de type solaire. Nous montrons que toutes les étoiles passent par une étape donnée de leur évolution pour laquelle leurs petites séparations deviennent négatives dans la zone de fréquences observables. Cette signature sismique permet de donner des contraintes sur les cœurs des étoiles ainsi que sur les effets d'overshooting à la limite des cœurs convectifs.

Le cinquième chapitre présente les observations de l'étoile 51 Peg, que nous avons effectuées au cours de l'été 2007 à l'Observatoire de Haute-Provence, avec le spectrographe SOPHIE. Nous avons détecté sans ambiguïté les oscillations de cette étoile, la première autour de laquelle une planète a été détectée par Michel Mayor et Didier Queloz en 1995. Nous avons ensuite effectué la transformée de Fourier des oscillations, pour essayer d'identifier les modes et les comparer aux modèles. Nous présentons ici nos premiers résultats.

Une nouvelle analyse sismique de l'étoile  $\mu$  Arae est présentée au Chapitre 5. Elle tient compte de nouvelles données, en particulier une révision des parallaxes Hipparcos. Nous comparons de nouveaux modèles aux données déduites des observations et nous utilisons l'effet des petites séparations négatives pour donner des contraintes sur la structure interne. Nous montrons que l'astérosismologie nous permet de dériver avec précision les paramètres stellaires. Nous pouvons aussi contraindre la taille du cœur convectif et son extension due à de l'overshooting. Ces résultats sont importants dans la mesure où les paramètres stellaires sont utilisés pour déterminer les paramètres des exoplanètes associées.

Finalement, nous présentons une discussion générale de ces travaux dans la conclusion.



# Chapitre 1

## Théorie des oscillations stellaires

Ce chapitre a pour but d'introduire les équations qui gouvernent les oscillations stellaires. Il présente également la théorie asymptotique et les outils spécifiques que nous avons utilisés pour contraindre les intérieurs stellaires.

Pour plus de détails, le lecteur pourra se référer à “Lecture Notes on Stellar Oscillations”, de Christensen-Dalsgaard<sup>1</sup> (2003), dont ce chapitre est inspiré.

### 1.1 Equations des oscillations stellaires

Les oscillations sont traitées comme étant la propagation d'une perturbation dans un milieu fluide.

#### 1.1.1 Les équations de base

On traite le milieu stellaire comme un gaz continu dont les propriétés sont alors caractérisées par sa position  $\vec{r}$  et par le temps  $t$ . Ce gaz est régi par les équations de base de l'hydrodynamique :

- l'équation de continuité (ou de conservation de la masse) :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (1.1)$$

où  $\rho$  est la densité et  $\vec{v}$  la vitesse instantanée.

- l'équation du mouvement :

$$\rho \left( \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} \right) = -\vec{\nabla} P + \rho \vec{g} \quad (1.2)$$

---

<sup>1</sup>Cours disponible à l'adresse : <http://www.phys.au.dk/jcd/oscilnotes/>



dans laquelle on considère seulement la pression  $P$  et l'accélération gravitationnelle  $\vec{g}$  définie par :

$$\vec{g} = -\vec{\nabla}\Phi, \quad (1.3)$$

où  $\Phi$  est le potentiel gravitationnel. Ce dernier vérifie l'équation de Poisson :

$$\nabla^2\Phi = 4\pi G\rho, \quad (1.4)$$

dont la solution est :

$$\Phi(\vec{r}, t) = -G \int_V \frac{\rho(\vec{r}', t)}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV \quad (1.5)$$

- l'équation de l'énergie :

Elle va nous donner une relation entre  $P$  et  $\rho$ . La première loi de la thermodynamique nous donne :

$$\frac{dq}{dt} = \frac{dE}{dt} + P \frac{dV}{dt}, \quad (1.6)$$

où  $E$  est l'énergie interne par unité de volume, et où  $\frac{dq}{dt}$  représente le taux de perte ou de gain de chaleur.

Cette équation peut être reformulée avec des variables thermodynamiques :

$$\frac{dq}{dt} = C_V \left[ \frac{dT}{dt} - (\Gamma_3 - 1) \frac{T}{\rho} \frac{d\rho}{dt} \right] \quad (1.7)$$

$$= C_P \left[ \frac{dT}{dt} - \frac{\Gamma_2 - 1}{\Gamma_2} \frac{T}{P} \frac{dP}{dt} \right] \quad (1.8)$$

$$= \frac{1}{\rho(\Gamma_3 - 1)} \left[ \frac{dP}{dt} - \frac{\Gamma_1 P}{\rho} \frac{d\rho}{dt} \right] \quad (1.9)$$

avec  $C_P$  et  $C_V$  les chaleurs spécifiques par unité de masse respectivement à pression et à volume constant, et les indices adiabatiques définis par :

$$\Gamma_1 = \left( \frac{\partial \ln P}{\partial \ln \rho} \right)_{ad}, \quad \frac{\Gamma_2 - 1}{\Gamma_2} = \left( \frac{\partial \ln T}{\partial \ln P} \right)_{ad}, \quad \Gamma_3 - 1 = \left( \frac{\partial \ln T}{\partial \ln \rho} \right)_{ad} \quad (1.10)$$

Ces relations entre  $P$ ,  $\rho$ ,  $T$ ,  $\Gamma_1$ ,  $\Gamma_2$ , et  $\Gamma_3$  vont dépendre de l'état thermodynamique et de la composition du gaz.

On peut également réécrire la conservation de l'énergie par :

$$\rho \frac{dq}{dt} = \rho \epsilon - \vec{\nabla} \cdot \vec{F}, \quad (1.11)$$

où  $\epsilon$  est le taux de production d'énergie et  $\vec{F}$  le flux d'énergie.

Pour simplifier l'équation de l'énergie, on va se placer dans le cadre de l'approximation adiabatique qui consiste à négliger le taux de perte ou de gain de chaleur  $dq/dt$ . L'équation (1.9) devient alors :

$$\frac{dP}{dt} = \frac{\Gamma_1 P}{\rho} \frac{d\rho}{dt} \quad (1.12)$$

### 1.1.2 Equations des perturbations

Les oscillations stellaires ont de faibles amplitudes comparées aux échelles caractéristiques d'une étoile. Elles vont donc être traitées comme étant la propagation de petites perturbations autour d'un état d'équilibre.

La structure à l'équilibre est supposée statique, les dérivées par rapport au temps sont négligées. Dans ce cas là, l'équation de conservation de la masse est satisfaite. L'équation du mouvement (1.2) se simplifie et nous obtenons l'équation de l'hydrostatique :

$$\vec{\nabla} P_0 = \rho_0 \vec{g}_0 = -\rho_0 \vec{\nabla} \Phi_0, \quad (1.13)$$

où l'on note avec l'indice 0 les quantités à l'équilibre.

L'équation de Poisson (1.4) reste inchangée :

$$\nabla^2 \Phi_0 = 4\pi G \rho_0 \quad (1.14)$$

Enfin, l'équation de l'énergie (1.11) devient :

$$\frac{dq}{dt} = 0 = \epsilon_0 - \frac{1}{\rho_0} \vec{\nabla} \cdot \vec{F}_0 \quad (1.15)$$

Considérons maintenant de petites perturbations autour de l'état d'équilibre. Par exemple, pour une variable quelconque  $y$ , nous allons avoir :

$$y(\vec{r}, t) = y_0(\vec{r}) + y'(\vec{r}, t) \quad (1.16)$$

Dans le cas général, on utilise une description lagrangienne, qui est associée à un référentiel suivant le mouvement. Si une particule de gaz se déplace de  $\vec{r}_0$  en  $\vec{r}_0 + \vec{\delta r}$ , la perturbation de la variable  $y$  va alors s'écrire :

$$\delta y(\vec{r}) = y(\vec{r}_0 + \vec{\delta r}) - y_0(\vec{r}_0) \quad (1.17)$$

$$= y'(\vec{r}_0) + \vec{\delta r} \cdot \vec{\nabla} y_0 \quad (1.18)$$

On introduit ces perturbations dans les équations puis on linéarise. L'équation de continuité (1.1) devient alors :

$$\delta\rho + \rho_0 \vec{\nabla} \cdot \delta\vec{r} = 0 \quad (1.19)$$

L'équation du mouvement (1.2) devient :

$$\rho_0 \frac{\partial^2 \delta\vec{r}}{\partial t^2} = -\vec{\nabla} P' + \rho_0 \vec{g}' + \rho' \vec{g}_0 \quad (1.20)$$

avec  $\vec{g}' = -\vec{\nabla} \Phi'$ . La perturbation du potentiel gravitationnel  $\Phi'$  satisfait également l'équation de Poisson perturbée :

$$\nabla^2 \Phi' = 4\pi G \rho', \quad (1.21)$$

dont la solution est :

$$\Phi' = -G \int_V \frac{\rho'(\vec{r}', t)}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV \quad (1.22)$$

Enfin, l'équation de conservation de l'énergie va devenir :

$$\frac{\partial \delta q}{\partial t} = \frac{1}{\rho_0(\Gamma_3 - 1)} \left( \frac{\partial \delta P}{\partial t} - \frac{\Gamma_{10} P_0}{\rho_0} \frac{\partial \delta \rho}{\partial t} \right) \quad (1.23)$$

Dans le cas du mouvement adiabatique, le terme de chaleur est négligé, ce qui donne :

$$\frac{\partial \delta P}{\partial t} - \frac{\Gamma_{1,0} P_0}{\rho_0} \frac{\partial \delta \rho}{\partial t} = 0 \quad (1.24)$$

### 1.1.3 Séparation des variables

Nous allons séparer le déplacement  $\vec{\delta r}$  en une composante radiale et une composante horizontale soit :

$$\vec{\delta r} = \xi_r \vec{a}_r + \vec{\xi}_h \quad (1.25)$$

avec :

$$\vec{\xi}_h = \xi_\theta \vec{a}_\theta + \xi_\phi \vec{a}_\phi \quad (1.26)$$

Considérons l'équation perturbée du mouvement (1.20). La divergence horizontale de sa composante horizontale nous donne une première équation :

$$\rho_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left( \vec{\nabla}_h \cdot \vec{\xi}_h \right) = -\nabla_h^2 P' - \rho_0 \nabla_h^2 \Phi' \quad (1.27)$$

L'équation de conservation de la masse (1.19) peut être réécrite sous la forme :

$$\rho' = -\operatorname{div}(\rho_0 \vec{\delta r}) \quad (1.28)$$

$$= -\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (\rho_0 r^2 \xi_r) - \rho_0 \vec{\nabla}_h \cdot \vec{\xi}_h, \quad (1.29)$$

On introduit cette expression dans l'équation (1.27) pour obtenir :

$$-\frac{\partial^2}{\partial t^2} \left[ \rho' + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \rho_0 \xi_r) \right] = -\nabla_h^2 P' - \rho_0 \nabla_h^2 \Phi' \quad (1.30)$$

La composante radiale de l'équation du mouvement (1.20) nous donne :

$$\rho_0 \frac{\partial^2 \xi_r}{\partial t^2} = -\frac{\partial P'}{\partial r} - \rho' g_0 - \rho_0 \frac{\partial \Phi'}{\partial r} \quad (1.31)$$

Enfin, l'équation de Poisson peut s'écrire :

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial \Phi'}{\partial r} \right) + \nabla_h^2 \Phi' = 4\pi G \rho' \quad (1.32)$$

Les variables des équations (1.27), (1.30), (1.31) et (1.32) vont être écrites sous la forme :

$$\xi_r(r, \theta, \phi, t) = \sqrt{4\pi} \tilde{\xi}_r(r) Y_\ell^m(\theta, \phi) \exp(i\omega t) \quad (1.33)$$

$$P'(r, \theta, \phi, t) = \sqrt{4\pi} \tilde{P}'(r) Y_\ell^m(\theta, \phi) \exp(-i\omega t) \quad (1.34)$$

...

où les fonctions d'amplitude sont notées avec une tilde.

Les fonctions  $Y_\ell^m(\theta, \phi)$  sont les harmoniques sphériques définis par :

$$Y_\ell^m(\theta, \phi) = (-1)^m \frac{(2\ell + 1)(\ell - m)!}{4\pi(\ell + m)!} P_\ell^m(\cos \theta) e^{i\omega t}, \quad (1.35)$$

où  $P_\ell^m$  sont les polynômes de Legendre. Les harmoniques sphériques sont caractérisés par le degré  $\ell$  et le degré azimutal  $m$ .

Les équations perturbées contiennent  $Y_\ell^m(\theta, \phi)$  comme facteur commun. Les équations (1.30), (1.31), et (1.32) se simplifient et on obtient des équations différentielles pour les fonctions d'amplitude :

$$\omega^2 \tilde{\rho}' + \omega^2 \left( \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \rho \tilde{\xi}_r) \right) = \frac{\ell(\ell + 1)}{r^2} (\tilde{P}' + \rho_0 \tilde{\Phi}') \quad (1.36)$$

$$-\omega^2 \rho_0 \tilde{\xi}_r = -\frac{d\tilde{P}'}{dr} - \tilde{\rho}' g_0 - \rho_0 \frac{d\tilde{\Phi}'}{dr} \quad (1.37)$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{d\tilde{\Phi}'}{dr} \right) - \frac{\ell(\ell + 1)}{r^2} \tilde{\Phi}' = 4\pi G \tilde{\rho}' \quad (1.38)$$

Enfin, on obtient pour l'équation d'énergie :

$$\rho_0(\Gamma_{3,0} - 1)\delta\tilde{q} = \delta\tilde{P}' - \frac{\Gamma_{1,0}P_0}{\rho_0}\delta\tilde{\rho}' \quad (1.39)$$

On peut noter que ces quatre équations ne dépendent pas de l'ordre azimutal  $m$ , ce qui est bien en accord avec l'hypothèse de symétrie sphérique de l'état d'équilibre.

## 1.2 Oscillations non-radiales adiabatiques

### 1.2.1 Equations

Nous nous plaçons ici dans le cadre d'oscillations adiabatiques, le terme de chaleur est donc négligé, ce qui se traduit par  $\delta q = 0$ . L'équation d'énergie (1.39) se simplifie :

$$\delta P = \frac{\Gamma_1 P}{\rho} \delta \rho, \quad (1.40)$$

ce qui permet d'obtenir :

$$\rho' = \frac{\rho}{\Gamma_1 P} P' + \rho \xi_r \left( \frac{1}{\Gamma_1 P} \frac{dP}{dr} - \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dr} \right) \quad (1.41)$$

En introduisant cette expression dans les équations (1.36), (1.37), et (1.38), nous allons pouvoir éliminer la variable  $\rho'$ . Pour l'équation (1.36), on obtient :

$$\frac{d\xi_r}{dr} = - \left( \frac{2}{r} + \frac{1}{\Gamma_1 P} \frac{dP}{dr} \right) \xi_r + \frac{1}{\rho c^2} \left( \frac{S_\ell^2}{\omega^2} - 1 \right) P' + \frac{\ell(\ell+1)}{\omega^2 r^2} \Phi' \quad (1.42)$$

Dans cette expression, nous avons introduit la fréquence acoustique caractéristique  $S_\ell^2$ , ou fréquence de Lamb, définie par :

$$S_\ell^2 = \frac{\ell(\ell+1)c^2}{r^2} = k_h^2 c^2, \quad (1.43)$$

où  $c^2 = \Gamma_1 P / \rho$  est le carré de la vitesse du son adiabatique.

L'équation (1.37) nous donne :

$$\frac{dP'}{dr} = \rho \xi_r (\omega^2 N^2) + \frac{1}{\Gamma_1 P} \frac{dP}{dr} P' - \rho \frac{d\Phi'}{dr} \quad (1.44)$$

Comme précédemment, nous avons introduit la fréquence de Brunt-Väisälä  $N^2$  définie par :

$$N^2 = g \left( \frac{1}{\Gamma_1 P} \frac{dP}{dr} - \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dr} \right) \quad (1.45)$$

Enfin, l'équation (1.38) va devenir :

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{d\Phi'}{dr} \right) = 4\pi G \left( \frac{P'}{c^2} + \frac{\rho \xi_r}{g} N^2 \right) + \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} \Phi' \quad (1.46)$$

Ces trois équations (1.42), (1.44), et (1.46), auxquelles on ajoute l'équation (1.41), constituent un système complet d'équations différentielles du 4<sup>ème</sup> ordre pour les variables  $\xi_r$ ,  $P'$ ,  $\Phi'$ , et  $d\Phi'/dr$ . Les coefficients de ces équations sont tous réels. La solution va donc être telle que  $\omega^2$  soit aussi réel, et les fonctions propres seront alors choisies réelles. Deux cas de figure se présentent donc : la fréquence est soit purement réelle, auquel cas le mouvement est oscillatoire et non amorti, soit la fréquence est purement imaginaire, auquel cas le mouvement croît ou décroît exponentiellement.

## 1.2.2 L'approximation de Cowling

Il est très difficile de résoudre le système d'équations différentielles d'ordre quatre qui régit les oscillations stellaires. Une première simplification consiste à négliger les perturbations du potentiel gravitationnel  $\Phi'$  : on la nomme approximation de Cowling (Cowling, 1941).

Le système d'équations se réduit donc à un système de deux équations différentielles du second ordre :

$$\frac{d\xi_r}{dr} = - \left( \frac{2}{r} + \frac{1}{\Gamma_1} H_P^{-1} \right) \xi_r + \frac{1}{\rho c^2} \left( \frac{S_\ell^2}{\omega^2} - 1 \right) P' \quad (1.47)$$

$$\frac{dP'}{dr} = \rho (\omega^2 - N^2) \xi_r - \frac{1}{\Gamma_1} H_P^{-1} P', \quad (1.48)$$

où  $H_P^{-1} = -d \ln P/dr$  est l'échelle de hauteur de pression.

Dans le cas d'oscillations de grand ordre radial  $n$ , les fonctions propres vont varier plus rapidement que les quantités à l'équilibre. On peut donc, dans une première approximation, négliger les dérivées de ces quantités à l'équilibre. Le système se réduit alors à :

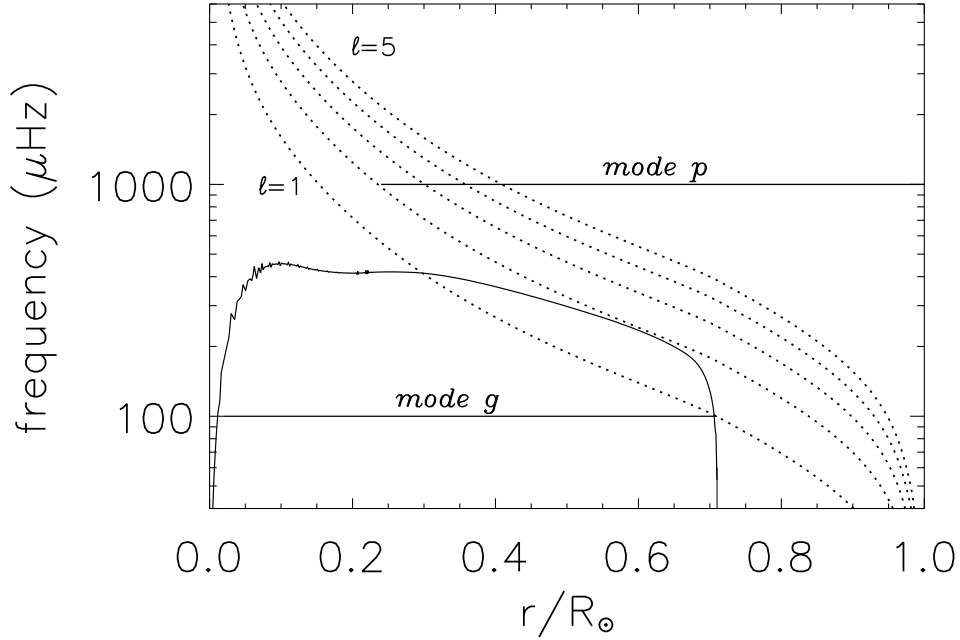
$$\frac{d\xi_r}{dr} = \left( \frac{S_\ell^2}{\omega^2} - 1 \right) \frac{P'}{\rho c^2} \quad (1.49)$$

$$\frac{dP'}{dr} = \rho (\omega^2 - N^2) \xi_r \quad (1.50)$$

Ces deux équations peuvent être combinées pour donner :

$$\frac{d^2 \xi_r}{dr^2} = \frac{\omega^2}{c^2} \left( 1 - \frac{N^2}{\omega^2} \right) \left( \frac{S_\ell^2}{\omega^2} - 1 \right) \xi_r \quad (1.51)$$

Cette équation décrit les propriétés globales des modes d'oscillation et va donner une bonne détermination de leurs fréquences. On note que les fréquences caractéristiques de Lamb et de Brunt-Väisälä jouent un rôle important dans le comportement des oscillations. L'évolution de ces deux fréquences avec le rayon de l'étoile est montrés en Figure 1.1, dans le cas d'un modèle solaire standard. La fréquence de Lamb  $S_l^2$  tend vers l'infini près du centre de l'étoile, et elle décroît de manière monotone jusqu'à la surface. La fréquence de Brunt-Väisälä est négative dans les zones de convection et positive dans les zones radiatives. Le maximum de  $N^2$  est situé près du centre de l'étoile, il est associé à l'augmentation de l'abondance d'hélium au centre, due aux réactions nucléaires.



**FIG. 1.1:** Fréquences de Brunt-Väisälä (ligne continue) et de Lamb pour  $\ell$  compris entre 1 et 5 (pointillés), en fonction du rayon, pour un modèle solaire. Les lignes horizontales représentent les zones de propagation pour un mode g de fréquence 100  $\mu\text{Hz}$ , et pour un mode p de degré  $\ell = 2$  et de fréquence 1000  $\mu\text{Hz}$ .

Pour analyser le comportement des oscillations, on peut réécrire l'équation (1.51)

sous la forme :

$$\frac{d^2 \xi_r}{dr^2} = -K(r)\xi_r \quad (1.52)$$

où on a :

$$K(r) = \frac{\omega^2}{c^2} \left( 1 - \frac{N^2}{\omega^2} \right) \left( \frac{S_\ell^2}{\omega^2} - 1 \right) \quad (1.53)$$

Le comportement local de  $\xi_r$  va dépendre du signe de  $K(r)$ . Si  $K(r)$  est positif,  $\xi_r$  est une fonction oscillante de  $r$ , et la solution est décrite approximativement par :

$$\xi_r \sim \cos \left( \int K^{1/2} dr + \phi \right), \quad (1.54)$$

où  $\phi$  est une phase déterminée par les conditions aux limites.

Si  $K(r)$  est négatif,  $\xi_r$  est une solution exponentielle croissant ou décroissant avec  $r$  :

$$\xi_r \sim \exp \left( \pm \int |K|^{1/2} dr \right) \quad (1.55)$$

Ainsi, la solution est oscillatoire quand :

$$|\omega| > |N| \quad \text{et} \quad |\omega| > |S_\ell|$$

ou

$$|\omega| < |N| \quad \text{et} \quad |\omega| < |S_\ell|$$

et exponentielle quand :

$$|N| < |\omega| < S_\ell$$

ou

$$S_\ell < |\omega| < |N|$$

On peut donc, pour un mode oscillatoire donné, avoir plusieurs régions où les solutions oscillent avec des régions intermédiaires où les solutions sont alors exponentielles. En règle générale, une de ces régions d'oscillation va dominer. On dit alors que la solution est piégée dans cette région donnée, et sa fréquence est dominée par la structure du modèle dans la région de piégeage. Les limites de cette zone de piégeage sont appelées les *points de retournement*. Ils sont déterminés par  $K(r) = 0$ .

A partir du comportement des fréquences caractéristiques  $N$  et  $S_\ell$ , et des conditions pour avoir une solution oscillatoire, on va obtenir deux classes de modes :

- Les modes de hautes fréquences, ou modes p, caractérisés par :  $|\omega| > |N|$  et  $|\omega| > S_\ell$
- Les modes de basses fréquences, ou modes g, caractérisés par :  $|\omega| < |N|$  et  $|\omega| < S_\ell$



### 1.2.3 Les ondes de pression ou modes p

Ces modes sont piégés entre un point de retournement  $r = r_t$  et la surface de l'étoile. La position de ce point de retournement est déterminée par la condition  $\omega^2 = S_\ell^2$ , soit :

$$\frac{c^2(r_t)}{r_t^2} = \frac{\omega^2}{\ell(\ell + 1)} \quad (1.56)$$

Pour les modes p, la fréquence  $\omega$  est très grande comparée à la fréquence de Brunt-Väisälä  $N$ . En conséquence, on peut approximer  $K$  par l'expression :

$$K(r) \simeq \frac{1}{c^2} (\omega^2 - S_\ell^2) \quad (1.57)$$

La dynamique de ces modes est uniquement déterminée par la variation de vitesse du son avec le rayon. Ces modes sont des ondes acoustiques, leur force de rappel dominante est la pression.

On peut voir sur la figure (1.1) la région typique de propagation d'un mode p, entre la surface de l'étoile et le point de retournement  $r_t$ .

Le nombre d'onde radial de ces modes vaut :

$$k_r^2 = \frac{\omega^2 - S_\ell^2}{c^2} \quad (1.58)$$

Dans les régions plus profondes de l'étoile (quand  $r$  augmente), la vitesse du son est plus importante, les modes se propagent plus rapidement. On peut voir d'après l'équation (1.58) que quand  $c$  augmente,  $k_r$  diminue jusqu'au point de retournement où il s'annule. En ce point de retournement, il n'y a pas de déplacement radial, la vitesse est tangentielle. La direction de propagation des ondes va alors se courber et s'écartier de la direction radiale.

Il existe une corrélation entre le degré  $\ell$  et le point de retournement  $r_t$ . En effet, on constate que plus  $\ell$  est petit, plus  $r_t$  est petit. Les ondes peuvent alors s'enfoncer plus profondément dans l'étoile. Les modes de bas degrés vont donc nous amener de précieuses informations sur les couches stellaires les plus profondes.

### 1.2.4 Les ondes de gravité ou modes g

Ces modes se propagent entre deux points de retournement dont la position est déterminée par la condition :  $N = \omega$ , comme on peut le voir sur la Figure 1.1. A basses fréquences, on va alors obtenir un point de retournement très proche du centre de l'étoile, et un juste sous la base de la zone convective. La position de ces points de retournement est indépendante du degré  $\ell$ .

La fréquence de pulsation de ces modes est très petite comparée à la fréquence de Lamb ( $\omega^2 \ll S_\ell^2$ ). On peut donc écrire  $K(r)$  sous la forme suivante :

$$K(r) \simeq \frac{1}{\omega^2} (N^2 - \omega^2) \frac{\ell(\ell + 1)}{r^2} \quad (1.59)$$

La dynamique de ces modes est essentiellement dominée par la variation de  $N$  avec  $r$ , c'est à dire par la gravité. Si on assimile  $K(r)$  à un nombre d'onde, on obtient bien la relation de dispersion caractéristique d'ondes de gravité :

$$k_r^2 = \frac{\ell(\ell + 1)}{r^2} \left( \frac{N^2}{\omega^2} - 1 \right) \quad (1.60)$$

L'ordre de ces modes augmente quand la fréquence diminue.

### 1.3 La théorie asymptotique

On reprend le système de deux équations différentielles du second ordre obtenues dans le cadre de l'approximation de Cowling (équations 1.47 et 1.48), mais ici on ne néglige pas les termes en  $H_P^{-1}$ . En différentiant l'équation (1.47), et en éliminant le terme  $dP'/dr$  grâce à l'équation (1.47), on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \xi_r}{dr^2} = & - \left( \frac{2}{r} - \frac{1}{\Gamma_1} H_P^{-1} \right) \frac{d\xi_r}{dr} - \left[ -\frac{2}{r^2} - \frac{d}{dr} \left( \frac{1}{\Gamma_1} H_P^{-1} \right) \right] \xi_r \\ & + \frac{1}{\rho c^2} \left( \frac{S_\ell^2}{\omega^2} - 1 \right) \left\{ \rho (\omega^2 - N^2) \xi_r + \frac{1}{\Gamma_1} H_P^{-1} P' + \left[ \frac{d}{dr} \ln \left| \frac{1}{\rho c^2} \left( \frac{S_\ell^2}{\omega^2} - 1 \right) \right| \right] P' \right\} \end{aligned} \quad (1.61)$$

On utilise l'équation (1.46) pour exprimer  $P'$  en fonction de  $\xi_r$  et de  $d\xi_r/dr$  et on remplace dans l'équation précédente. On peut alors écrire :

$$\frac{d^2 \xi_r}{dr^2} = - \left[ \frac{2}{r} + \frac{d}{dr} \ln \left| \frac{1}{\rho c^2} \left( \frac{S_\ell^2}{\omega^2} - 1 \right) \right| \right] \frac{d\xi_r}{dr} + [K(r) - \tilde{h}(r)] \xi_r, \quad (1.62)$$

où  $K(r)$  est donné comme précédemment par l'équation (1.53) et  $\tilde{h}(r)$  est défini par :

$$\begin{aligned} \tilde{h}(r) = & \left[ -\frac{1}{\Gamma_1} H_P^{-1} + \frac{d}{dr} \ln \left| \frac{1}{\rho c^2} \left( \frac{S_\ell^2}{\omega^2} - 1 \right) \right| \right] \left( \frac{2}{r} - \frac{1}{\Gamma_1} H_P^{-1} \right) \\ & + \left[ \frac{2}{r^2} + \frac{d}{dr} \left( \frac{1}{\Gamma_1} H_P^{-1} \right) \right] \end{aligned} \quad (1.63)$$

Ce terme contient des dérivées des quantités à l'équilibre, il peut donc être négligé devant  $K(r)$ , excepté près de la surface de l'étoile.

Il est possible de réécrire l'équation (1.61) sous la forme :

$$\frac{d^2 \xi_r}{dr^2} - \frac{d \ln f}{dr} \frac{d \xi_r}{dr} + [K(r) - \tilde{h}(r)] \xi_r = 0 \quad (1.64)$$

en posant :

$$f(r) = \frac{1}{\rho r^2 c^2} \left| \frac{S_\ell^2}{\omega^2} - 1 \right| \quad (1.65)$$

L'étude de cette équation nécessite de s'affranchir du terme de dérivée première. On introduit à cet effet une nouvelle variable :

$$\xi_r(r) = f(r)^{1/2} \hat{\xi}_r(r) \quad (1.66)$$

$\hat{\xi}_r(r)$  satisfait alors l'équation :

$$\frac{d^2 \hat{\xi}_r}{dr^2} + [K(r) - h(r)] \hat{\xi}_r = 0, \quad (1.67)$$

où

$$h(r) = \tilde{h}(r) - \frac{1}{2} \frac{d^2 \ln f}{dr^2} + \frac{1}{4} \left( \frac{d \ln f}{dr} \right)^2 \quad (1.68)$$

Tout comme  $\tilde{h}(r)$ ,  $h(r)$  est très petit devant  $K(r)$ . On peut donc le négliger. Dans ce cas, l'équation (1.67) va être similaire à l'équation (1.51), et nous allons ainsi retrouver les mêmes zones de piégeage des modes.

### 1.3.1 L'analyse par la méthode JWKB

Nous allons rechercher les solutions asymptotiques de l'équation (1.67). Pour ce faire, nous utilisons ici la méthode dite JWKB (Jeffers, Wentzel, Kramers et Brillouin).

L'hypothèse de base de cette méthode est que la solution varie rapidement comparée aux quantités à l'équilibre, soit ici  $K(r)$ . Cette solution peut donc être écrite sous la forme :

$$\hat{\xi}_r(r) = a(r) \exp[i\Psi(r)], \quad (1.69)$$

où  $a(r)$  est une fonction d'amplitude qui varie lentement.  $\Psi(r)$  est telle que  $k_r = d\Psi/dr$  et varie rapidement.

En remplaçant  $\hat{\xi}_r$  par cette expression dans l'équation (1.67) et en négligeant  $h(r)$ , on obtient :

$$\frac{d^2 a(r)}{dr^2} + i \left( 2k_r \frac{da(r)}{dr} + a(r) \frac{dk_r}{dr} \right) - a(r) k_r^2 = -K(r) a(r) \quad (1.70)$$

Le terme de droite de cette équation étant réel,  $a(r)$  et  $k_r$  étant eux-aussi réels, la partie imaginaire s'annule :

$$\begin{aligned} 2k_r \frac{da(r)}{dr} &= -a(r) \frac{dk_r}{dr} \\ -\frac{1}{a(r)} \frac{da(r)}{dr} &= -\frac{1}{2} \frac{1}{k_r} \frac{dk_r}{dr} \end{aligned} \quad (1.71)$$

On obtient donc pour l'amplitude, à un facteur près :

$$a(r) = |k_r|^{-1/2} \quad (1.72)$$

L'expression asymptotique consiste à négliger le terme en dérivée secondaire de  $a(r)$  devant le terme en  $(a(r)k_r^2)$ . On obtient donc par identification :

$$k_r = |K(r)|^{1/2}, \quad (1.73)$$

ce qui conduit à :

$$a(r) = |K(r)|^{-1/4} \quad (1.74)$$

Les solutions de l'équation (1.67), réelles, s'écrivent alors :

- pour  $K(r) > 0$  :

$$\hat{\xi}_r(r) = A |K(r)|^{-1/4} \cos \left( \int_{r_0}^r K(r')^{1/2} dr' + \phi \right) \quad (1.75)$$

- pour  $K(r) < 0$  :

$$\hat{\xi}_r(r) = |K(r)|^{-1/4} \left[ A_+ \exp \left( \int_{r_0}^r K(r')^{1/2} dr' \right) + A_- \exp \left( - \int_{r_0}^r K(r')^{1/2} dr' \right) \right] \quad (1.76)$$

Ces solutions sont valables loin des points de retournement, où  $K(r) = 0$ . Les constantes réelles  $A$ ,  $A_+$ ,  $A_-$ , et  $\phi$  sont déterminées par les conditions aux limites.

On constate qu'on retrouve bien les deux cas de figure :

- si  $K(r) > 0$ , la solution est oscillatoire, il y a propagation d'ondes.
- si  $K(r) < 0$ , la solution est exponentielle, les ondes sont évanescentes.

Pour analyser les solutions près des points de retournement, il faut relier les solutions dans les régions exponentielle et oscillatoire, et trouver les valeurs des constantes. On se place dans le cadre d'une onde piégée dans une zone de propagation comprise entre  $r_1$  et  $r_2$ . On suppose que la solution tend vers zéro pour  $r < r_1$  et  $r > r_2$ .

- Le point de retournement  $r_1$  est tel que :

$$\begin{aligned} K(r) &< 0 \quad \text{quand } r < r_1 \\ K(r) &> 0 \quad \text{quand } r > r_1 \end{aligned}$$

En faisant un développement limité de  $K(r)$  autour de  $r_1$ , on trouve :

$$K(r) \simeq K_1(r - r_1), \quad (1.77)$$

où  $K_1$  est une constante positive.

Introduisons une nouvelle variable définie par :

$$x = K_1^{1/3}(r - r_1) \quad (1.78)$$

L'équation (1.67) en  $\xi_r$  peut alors être écrite sous la forme :

$$\frac{d^2 \hat{\xi}_r}{dx^2} = -x \hat{\xi}_r \quad (1.79)$$

La solution de cette équation dépend des fonctions d'Airy  $A_i$  et  $B_i$  :

$$\hat{\xi}_r(r) = C_1 A_i(-x) + C_2 B_i(-x), \quad (1.80)$$

où  $C_1$  et  $C_2$  sont des constantes.

La solution est piégée dans une région oscillatoire au delà de  $r_1$ . Ainsi,  $C_1$  et  $C_2$  doivent être tels que la solution va décroître exponentiellement quand  $r$  décroît.

– Dans le cas où  $r < r_1$

$x$  est grand et négatif, les fonctions d'Airy s'écrivent alors sous la forme :

$$A_i(x) \simeq \frac{1}{2\sqrt{\pi}} |x|^{-1/4} \exp\left(-\frac{2}{3}|x|^{3/2}\right) \quad (1.81)$$

$$B_i(x) \simeq \frac{1}{\sqrt{\pi}} |x|^{-1/4} \exp\left(\frac{2}{3}|x|^{3/2}\right) \quad (1.82)$$

On voit ainsi, que si  $|x|$  est très grand,  $B_i$  aussi, ce qui entraîne  $C_2 = 0$ . La solution qui satisfait les conditions aux limites pour  $r < r_1$  est donc :

$$\hat{\xi}_r(r) = C_1 A_i(-x) \quad (1.83)$$

– Dans le cas où  $r > r_1$

$x$  est grand et positif, l'expression asymptotique de  $A_i$  est alors donnée par :

$$A_i(x) \simeq \frac{1}{\sqrt{\pi}} |x|^{-1/4} \cos\left(\frac{2}{3}x^{3/2} - \frac{\pi}{4}\right) \quad (1.84)$$

Nous allons pouvoir ainsi déterminer la valeur de la phase  $\phi$  introduite dans l'équation (1.75). Par identification avec l'équation (1.84), on obtient :

$$\int_{r_1}^r K(r')^{1/2} dr' + \phi = \frac{2}{3}x^{3/2} - \frac{\pi}{4}, \quad (1.85)$$

ce qui nous donne :

$$\phi = -\frac{\pi}{4} \quad (1.86)$$

La solution, par l'analyse JWKB, satisfaisant les conditions aux limites en  $r = r_1$  pour  $r > r_1$  (et loin de  $r_1$ ) peut donc s'écrire :

$$\hat{\xi}_r(r) = A_1 |K(r)|^{-1/4} \cos\left(\int_{r_1}^r K(r')^{1/2} dr' - \frac{\pi}{4}\right) \quad (1.87)$$

- Le point de retournement  $r_2$  est tel que :

$$\begin{aligned} K(r) &> 0 \quad \text{quand } r < r_2 \\ K(r) &< 0 \quad \text{quand } r > r_2 \end{aligned}$$

De la même manière que précédemment, on trouve une solution asymptotique qui décroît exponentiellement :

$$\hat{\xi}_r(r) = A_2 |K(r)|^{-1/4} \cos\left(\int_r^{r_2} K(r')^{1/2} dr' - \frac{\pi}{4}\right) \quad (1.88)$$

Pour réunir les deux solutions séparées, on se place au point  $r_f$  compris entre  $r_1$  et  $r_2$ . Les deux solutions pour  $\hat{\xi}_r$  et leur dérivée doivent être continues en  $r = r_f$ . En négligeant la dérivée de  $K(r)$ , on a :

$$A_1 K(r_f)^{-1/4} \cos\left(\int_{r_1}^{r_f} K(r)^{1/2} dr - \frac{\pi}{4}\right) = A_2 K(r_f)^{-1/4} \cos\left(\int_{r_f}^{r_2} K(r)^{1/2} dr - \frac{\pi}{4}\right) \quad (1.89)$$

$$-A_1 K(r_f)^{-1/4} \sin\left(\int_{r_1}^{r_f} K(r)^{1/2} dr - \frac{\pi}{4}\right) = A_2 K(r_f)^{-1/4} \sin\left(\int_{r_f}^{r_2} K(r)^{1/2} dr - \frac{\pi}{4}\right) \quad (1.90)$$

Les solutions de ces équations nous donnent :

$$A_1 = A_2 \quad (1.91)$$

$$\left( \int_{r_1}^{r_f} K(r)^{1/2} dr - \frac{\pi}{4} \right) + \left( \int_{r_f}^{r_2} K(r)^{1/2} dr - \frac{\pi}{4} \right) = (n-1)\pi \quad (1.92)$$

On en déduit alors :

$$\int_{r_1}^{r_2} K(r)^{1/2} dr = \left( n - \frac{1}{2} \right) \pi, \quad (1.93)$$

avec  $n$  entier.  $K(r)$  dépend de la fréquence. Cette équation nous donne la fréquence des modes piégés entre  $r_1$  et  $r_2$ . A partir des équations (1.70) et (1.87), on peut en déduire pour la fréquence propre :

- pour  $r_1 < r < r_2$  (région d'ondes)

$$\xi_r(r) = \tilde{A}\rho^{-1/2}r^{-1}c^{-1} \left| \frac{S_\ell^2}{\omega^2} - 1 \right|^{1/2} |K(r)|^{-1/4} \cos \left( \int_{r_1}^r K(r')^{1/2} dr' - \frac{\pi}{4} \right) \quad (1.94)$$

$$= A\rho^{-1/2}r^{-1}c^{-1/2} \left| \frac{S_\ell^2/\omega^2 - 1}{N^2/\omega^2 - 1} \right|^{1/4} \cos \left( \int_{r_1}^r K(r')^{1/2} dr' - \frac{\pi}{4} \right), \quad (1.95)$$

où  $A = \tilde{A}\omega^{-1/2}$ .

- pour les régions exponentielles :
  - pour  $r < r_1$

$$\xi_r(r) \simeq \frac{1}{2}A\rho^{-1/2}r^{-1}c^{-1/2} \left| \frac{S_\ell^2/\omega^2 - 1}{N^2/\omega^2 - 1} \right|^{1/4} \exp \left( - \int_r^{r_1} K(r')^{1/2} dr' \right) \quad (1.96)$$

- pour  $r > r_2$

$$\xi_r(r) \simeq \frac{1}{2}A\rho^{-1/2}r^{-1}c^{-1/2} \left| \frac{S_\ell^2/\omega^2 - 1}{N^2/\omega^2 - 1} \right|^{1/4} \exp \left( - \int_{r_2}^r K(r')^{1/2} dr' \right) \quad (1.97)$$

### 1.3.2 Théorie asymptotique pour les modes p

Ces modes sont caractérisés par des fréquences telles que  $\omega \gg N$ . Dans ce cas,  $K(r)$  va s'écrire :

$$K(r) \sim \frac{1}{c^2} (\omega^2 - S_\ell^2) \quad (1.98)$$

On ne peut pas utiliser ici l'équation (1.93). Les modes p se propagent entre un point de retournement  $r_t$  défini par  $\omega = S_\ell$  et la surface de l'étoile. Or, l'analyse qui a conduit à l'équation (1.96) ne prend pas en compte la réflexion des ondes à la surface de l'étoile. Une analyse similaire (que nous ne traiterons pas ici) induit, pour les fréquences des modes p, un comportement asymptotique analogue, avec une phase différente. On a :

$$\int_{r_t}^R (\omega^2 - S_\ell^2)^{1/2} = (n + \alpha) \pi, \quad (1.99)$$

où  $\alpha = 1/4 + cste$ .

Cette équation peut être réécrite sous la forme :

$$\int_{r_t}^R \left(1 - \frac{L^2 c^2}{\omega^2 r^2}\right)^{1/2} \frac{dr}{c} = \frac{(n + \alpha) \pi}{\omega}, \quad (1.100)$$

où on définit  $L^2 = \ell(\ell + 1)$ .

En posant  $w = \omega/L$ , on peut obtenir :

$$\frac{(n + \alpha) \pi}{\omega} = F\left(\frac{\omega}{L}\right), \quad (1.101)$$

où :

$$F(w) = \int_{r_t}^R \left(1 - \frac{c^2}{r^2 w^2}\right)^{1/2} \frac{dr}{c} \quad (1.102)$$

- Pour les modes de grand degré  $\ell$

Ces modes sont piégés près de la surface, dans la zone convective externe de l'étoile. On se trouve alors en milieu approximativement stratifié de manière adiabatique. Si on suppose que  $g$  est constant et que  $P = \rho = 0$  en  $r = R$ , on a alors :

$$c^2 = \frac{g}{\mu_p} (R - r), \quad (1.103)$$

où  $\mu_p = \frac{1}{\Gamma_1 - 1}$  est un indice polytropique effectif de la région considérée.

En traitant la couche considérée comme un plan parallèle, où  $r$  peut être remplacé par  $R$  dans l'intégrale de l'équation (1.102), on a alors :

$$F(w) = \frac{\pi}{2} w \frac{\mu_p R}{g} \quad (1.104)$$

On obtient ainsi la relation de dispersion suivante :

$$\omega^2 = (n + \alpha) L \frac{2g}{\mu_p R} \quad (1.105)$$



- Pour les modes de bas degré  $\ell$

Dans ce cas,  $r_t$  est proche du centre de l'étoile. Pour trouver la relation de dispersion, on étudie :

$$I = \int_0^R \frac{dr}{c} - \int_{r_t}^R \left(1 - \frac{c^2}{w^2 r^2}\right)^{1/2} \frac{dr}{c} \quad (1.106)$$

$$= \int_0^{r_t} \frac{dr}{c} + \int_{r_t}^R \left[1 - \left(1 - \frac{c^2}{w^2 r^2}\right)^{1/2}\right] \frac{dr}{c} \quad (1.107)$$

$$= I_1 + I_2 \quad (1.108)$$

On considère ici que  $c$  est constant près du centre, on le considère donc comme constant dans  $I_1$  et on trouve ainsi :

$$I_1 = \frac{r_t}{c(0)} \simeq \frac{L}{\omega} = \frac{1}{w} \quad (1.109)$$

L'intégrand de  $I_2$  est différent de zéro pour  $r \rightarrow r_t$ . On peut donc ici aussi supposer que  $c$  est constant au centre. On remplace alors les bornes de l'intégrale  $I_2$  :

$$I_2 = \frac{1}{w} \int_0^1 \left[1 - (1 - u^2)^{1/2}\right] \frac{du}{u^2} \quad (1.110)$$

$$= \frac{1}{w} \left(\frac{\pi}{2} - 1\right) \quad (1.111)$$

On trouve donc finalement :

$$I = \frac{1}{w} \frac{\pi}{2} \quad (1.112)$$

D'après l'équation (1.106), on peut voir que l'on a également :

$$I = \int_0^R \frac{dr}{c} - F(w) \quad (1.113)$$

On peut donc calculer  $F(w)$  :

$$F(w) = \int_0^R \frac{dr}{c} - \frac{1}{w} \frac{\pi}{2} \quad (1.114)$$

On obtient ainsi :

$$\int_0^R \frac{dr}{c} \frac{L \pi}{\omega 2} = \frac{(n + \alpha)\pi}{\omega}, \quad (1.115)$$

et finalement :

$$\omega = \frac{\left(n + \frac{L}{2} + \alpha\right) \pi}{\int_0^R \frac{dr}{c}} \quad (1.116)$$

Une analyse plus précise des régions centrales (Tassoul, 1980) montre que ce résultat est correct au premier ordre. En remplaçant  $L$  par  $\ell + \frac{1}{2}$ , et en posant :

$$\Delta\nu_0 = \left[2 \int_0^R \frac{dr}{c}\right]^{-1}, \quad (1.117)$$

on obtient la relation suivante pour les fréquences  $\nu_{n,\ell}$  :

$$\nu_{n,\ell} \simeq \left(n + \frac{\ell}{2} + \frac{1}{4} + \alpha\right) \Delta\nu_0 \quad (1.118)$$

On note que  $\Delta\nu_0$  est l'inverse de temps nécessaire aux ondes pour effectuer un aller-retour entre le centre et la surface de l'étoile.

### 1.3.3 Ecarts à la théorie asymptotique

La théorie asymptotique nous donne une première approximation des fréquences d'oscillation au premier ordre. Cependant, dans une étoile réelle, il existe des déviations par rapport à cette théorie. Ce sont ces écarts qui vont nous donner des renseignements précieux sur certaines couches spécifiques de l'étoile. Soriano et al. (2007) et Soriano & Vauclair (2008) ont calculé de manière plus précise une expression des fréquences, en incluant le second ordre. Les principaux résultats sont présentés dans cette section.

Reprenons les calculs faits par Tassoul (1980) mais en prenant en compte le fait que les différents modes ne se propagent pas tous dans les mêmes régions. En effet, si les modes  $\ell = 0$  se propagent depuis le centre de l'étoile ( $r = 0$ ) jusqu'à la surface, les modes  $\ell \neq 0$  sont piégés entre la surface et un point de retournement  $r_t$  (voir Section 1.2.3) dont la position dépend du degré  $\ell$ .

A partir des calculs faits par Tassoul (1980), on trouve, en remplaçant correctement les bornes d'intégration :

$$2\pi\nu_{n,\ell} \int_{r_t}^R \frac{dr}{c} = \left(2n + \ell + n_e + \frac{1}{2}\right) \frac{\pi}{2} + \frac{1}{2\pi\nu_{n,\ell}} V, \quad (1.119)$$

avec :

$$2V = \lim_{\substack{b \rightarrow R \\ a \rightarrow r_t}} \left[ \int_a^b \frac{\ell(\ell+1)c}{r^2} dr - \frac{\ell(\ell+1)}{\frac{a}{c(a)}} \right] \quad (1.120)$$

En faisant une intégration par parties, on trouve à partir de l'équation (1.120) que :

$$2V = \ell(\ell + 1) \left[ \int_{r_t}^R \frac{1}{r} \frac{dc}{dr} dr - \frac{c(R)}{R} \right] \quad (1.121)$$

En remplaçant dans l'équation (1.119) et en posant que  $\Delta\nu = \frac{1}{2 \int_{r_t}^R \frac{dr}{c}}$ , on obtient finalement pour l'expression des fréquences au second ordre :

$$\nu_{n,\ell} \simeq \left( n + \frac{\ell}{2} + \frac{1}{4} + \alpha \right) \Delta\nu - \frac{\ell(\ell + 1)\Delta\nu}{4\pi^2\nu_{n,\ell}} \left[ \frac{c(R)}{R} - \int_{r_t}^R \frac{1}{r} \frac{dc}{dr} dr \right] \quad (1.122)$$

Le terme  $\alpha$  dans l'équation (1.122) dépend de l'état d'équilibre de l'étoile et est sensible aux conditions de surface. Au contraire, l'intégrale dans le terme de droite est sensible aux conditions régnant au cœur de l'étoile.

Certaines combinaisons caractéristiques de fréquences vont nous apporter des contraintes sur des régions spécifiques de l'étoile :

### Grandes séparations

Selon la théorie asymptotique et l'expression trouvée au premier ordre pour les fréquences (équation 1.118), on peut voir que les fréquences de même degré  $\ell$  et d'ordres successifs  $n$  sont approximativement équidistantes de  $\Delta\nu_0$ . On définit la grande séparation par :

$$\Delta\nu_{n,\ell} = \nu_{n,\ell} - \nu_{n-1,\ell} \quad (1.123)$$

Selon la théorie asymptotique,  $\Delta\nu_{n,\ell}$  est égal à  $\Delta\nu_0$ . Cependant, des déviations par rapport à la théorie asymptotique vont induire des déviations de  $\Delta\nu$  par rapport à  $\Delta\nu_0$ . En particulier, si on prend en compte le fait que les différents modes ne parcourent pas les mêmes régions selon leur degré  $\ell$ , on va avoir :

$$\Delta\nu_{n,\ell} = \left[ 2 \int_{r_t}^R \frac{dr}{c} \right]^{-1} \neq \left[ 2 \int_0^R \frac{dr}{c} \right]^{-1} \quad (1.124)$$

Un outil très utile pour représenter les fréquences et les comparer aux observations est le diagramme échelle. En ordonnée sont représentées les fréquences, pour chaque degré  $\ell$ , et en abscisse les mêmes fréquences modulo la grande séparation moyenne, c'est à dire corrigées de  $n$  fois  $\Delta\nu_0$ . Si on se réfère à la définition de la fréquence donnée par la théorie asymptotique (équation 1.118), on devrait obtenir des lignes verticales correspondant à chaque degré. Dans une étoile réelle, il y a un écart significatif à la théorie asymptotique, caractéristique de la structure interne de l'étoile.

### Petites séparations

D'après la relation (1.118) au premier ordre pour les fréquences, on peut voir que les modes  $(n, \ell)$  et  $(n - 1, \ell + 2)$  sont quasiment dégénérés :  $\nu_{n,\ell} \simeq \nu_{n-1,\ell+2}$ , mais la différence entre les deux est très importante pour la comparaison des observations avec les modèles.

On définit les petites séparations par :

$$\delta\nu_{n,\ell} = \nu_{n,\ell} - \nu_{n-1,\ell+2} \quad (1.125)$$

Ces quantités sont caractéristiques des régions les plus profondes de l'étoile (Gough, 1986; Roxburgh & Vorontsov, 1994).

Au second ordre, Tassoul (1980) obtient l'expression suivante :

$$\delta\nu_{n,\ell} \simeq - (4\ell + 6) \frac{\Delta\nu_0}{4\pi^2\nu_{n,\ell}} \int_0^R \frac{1}{r} \frac{dc}{dr} dr \quad (1.126)$$

En prenant en compte le fait que les modes de degrés  $\ell \neq 0$  sont piégés entre la surface et leur point de retournement  $r_t$ , cette expression n'est plus valable. Il faut correctement remplacer les bornes d'intégration. A partir de l'expression des fréquences au second ordre donnée dans l'équation (1.122), on définit :

$$I(r_t) = \int_{r_t}^R \frac{1}{r} \frac{dc}{dr} dr \quad (1.127)$$

En négligeant le terme  $c(R)/R$  devant  $I(r_t)$  dans l'expression (1.122), on obtient une expression asymptotique au second ordre pour les petites séparations, et plus particulièrement pour les petites séparations des degrés  $\ell = 0 - \ell = 2$  et  $\ell = 1 - \ell = 3$  :

$$\delta\nu_{02} \simeq \left( n + \frac{1}{4} + \alpha \right) (\Delta\nu_0 - \Delta\nu_2) + I(r_t) \left[ \frac{6\Delta\nu_2}{4\pi^2\nu_{n-1,2}} \right] \quad (1.128)$$

$$\delta\nu_{13} \simeq \left( n + \frac{3}{4} + \alpha \right) (\Delta\nu_1 - \Delta\nu_3) + I(r_t) \left[ \frac{\Delta\nu_1}{2\pi^2\nu_{n,1}} - \frac{6\Delta\nu_3}{2\pi^2\nu_{n-1,3}} \right] \quad (1.129)$$

On voit que le terme en  $I(r)$ , qui dépend de la structure interne de l'étoile, joue un rôle important dans l'expression des petites séparations. Ces quantités représentent donc un outil fondamental pour amener des contraintes sur le cœur de l'étoile.

### Secondes différences

Dans les régions comportant un important gradient de vitesse du son, comme les limites de la zone convective ou de la zone d'ionisation de HeII, les ondes sont partiellement réfléchies, ce qui peut créer des modulations dans les fréquences. Ces

modulations apparaissent clairement dans ce qu'on appelle les secondes différences (Gough, 1990; Monteiro & Thompson, 1998) définies par :

$$\delta_2\nu = \nu_{n+1,\ell} + \nu_{n-1,\ell} - 2\nu_{n,\ell} \quad (1.130)$$

La période de modulation des oscillations est égale à deux fois la profondeur acoustique, c'est à dire le temps nécessaire aux ondes pour aller de la région considérée jusqu'à la surface de l'étoile. On a :

$$t_s = \int_{r_s}^R \frac{dr}{c(r)} \quad (1.131)$$

où  $r_s$  est le rayon à la région considérée. En calculant la transformée de Fourier des secondes différences, on peut vérifier que la période des pics est égale à deux fois la profondeur acoustique des discontinuités de la vitesse du son. On peut alors identifier le pic dû à la zone d'ionisation de l'hélium (le plus proche de la surface), le pic correspondant à la base de la zone convective, et, en cas de diffusion d'hélium, le pic dû au gradient d'hélium sous la zone convective (Vauclair & Théado, 2004; Théado et al., 2005; Castro & Vauclair, 2006).

Toutes ces combinaisons caractéristiques de fréquences sont des outils très utiles lors de la comparaison entre des modèles et des observations. Elles permettent de contraindre précisément les différentes régions d'une étoile.

# Chapitre 2

## Les codes numériques

### 2.1 Le code d'évolution stellaire de Toulouse-Genève

Le code d'évolution que nous utilisons a été développé à l'origine à Genève (d'après Kippenhahn), il a été modifié par plusieurs chercheurs dont Corinne Charbonnel, Suzanne Talon, Olivier Richard, et Sylvie Théado, qui ont introduit et amélioré les processus de diffusion et de mélange.

Le code est à 1D et suppose l'étoile à symétrie sphérique et sans champ magnétique. Il calcule la structure des étoiles à chaque pas de temps évolutif, en tenant compte des changements de composition chimique induits par les réactions nucléaires ou la diffusion. Il débute à la pré-séquence principale avec un modèle polytropique.

Nous présentons ici les paramètres d'entrée, ainsi que le traitement des processus physiques utilisés pour le calcul de nos modèles. Une description détaillée du code est donnée par Hui-Bon-Hoa (2008).

#### 2.1.1 Paramètres d'entrée

##### L'équation d'état

Elle permet à partir de deux des trois paramètres  $P$ ,  $\rho$ , et  $T$  de déterminer, pour une composition chimique donnée, le troisième.

Dans le code, l'équation d'état se présente sous forme de tables qui, à partir d'un ensemble donné de paramètres ( $P$ ,  $T$ ,  $X$ ,  $Z$ ), calculent la densité  $\rho$  ainsi que d'autres variables thermodynamiques ( $C_V$ ,  $\Gamma_1$ ,  $\chi_T$ ,  $\chi_\rho$ , ...) nécessaires aux calculs des modèles.

Le calcul se fait par interpolation quadratique, à température donnée, pour trois valeurs différentes de densité, puis par interpolation quadratique le long de la température.

Il est possible de choisir entre plusieurs équations d'état, comme les équations MHD (Mihalas et al., 1988; Dappen, 1992), OPAL (Rogers et al., 1996; Rogers & Nayfonov, 2002) ou du gaz parfait.

Pour tous les modèles calculés dans cette thèse, nous avons utilisé les tables OPAL2001 (Rogers & Nayfonov, 2002) qui sont présentées pour trois valeurs de  $Z$  : 0, 0.02, et 0.04.

### Opacités

Dans le code, le calcul des opacités se fait également à l'aide de tables. Pour des valeurs données de la température, de la pression, et des fractions de masse d'hydrogène et d'hélium, les opacités et ses dérivées sont calculées par interpolation.

Nous utilisons pour tous nos calculs les tables d'opacité OPAL96 (Iglesias & Rogers, 1996), complétées à basses températures par les tables d'Alexander & Ferguson (1994). Elles sont calculées pour des abondances relatives en métaux correspondant aux abondances photosphériques déterminées par Grevesse & Noels (1993).

### Les réactions nucléaires

On utilise les taux de réactions nucléaires NACRE (Angulo et al., 1999), en incluant tous les éléments du réseau de réactions des trois chaînes pp et du cycle CNO jusqu'à la réaction  $^{16}\text{O}(p,\gamma)^{19}\text{F}$ .

Le code calcule les taux de réactions nucléaires, les taux de production d'énergie nucléaire et gravitationnelle et les taux d'écrantage pour les différentes réactions.

### La convection

Le traitement de la convection dans le TGEC fournit le transfert d'énergie dans la zone convective et le gradient de température. La stabilité de la zone de convection est déterminée grâce au critère de Schwarzschild :

$$\nabla_{rad} \geq \nabla_{ad}$$

Les zones convectives sont traitées dans le cadre de la théorie de la longueur de mélange (MLT) selon la prescription de Böhm-Vitense (1958) : les bulles convectives sont des éléments macroscopiques dont le libre parcours moyen est égal à la longueur de mélange définie par :

$$\Lambda = \alpha H_p, \tag{2.1}$$

où  $H_p = -1/(d \ln P/dr)$  est l'échelle de hauteur de pression, et  $\alpha$  le paramètre de longueur de mélange. C'est un paramètre libre. Pour nos modèles, nous utilisons en général la valeur calibrée pour les modèles solaires :  $\alpha = 1.8$  (Richard, 1999).

### Composition chimique initiale

Les paramètres libres que l'on fixe en entrée du code sont  $Y_{ini}$  et  $[Fe/H]_{ini}$ , où  $[Fe/H]$  est généralement défini par :

$$[Fe/H] = \log \left( \frac{Z}{X} \right) - \log \left( \frac{Z}{X} \right)_{\odot}. \quad (2.2)$$

$X_{ini}$  et  $Z_{ini}$  sont calculés pour obtenir un mélange correspondant aux abondances relatives Grevesse & Noels (1993).

Les éléments lourds qui sont pris en compte sont :  ${}^6\text{Li}$ ,  ${}^7\text{Li}$ ,  ${}^9\text{Be}$ ,  ${}^{10}\text{B}$ ,  ${}^{11}\text{B}$ ,  ${}^{12}\text{C}$ ,  ${}^{13}\text{C}$ ,  ${}^{14}\text{N}$ ,  ${}^{15}\text{N}$ ,  ${}^{16}\text{O}$ ,  ${}^{17}\text{O}$ ,  ${}^{18}\text{O}$ ,  ${}^{20}\text{Ne}$ ,  ${}^{22}\text{Ne}$ ,  ${}^{24}\text{Mg}$ ,  ${}^{25}\text{Mg}$ , et  ${}^{26}\text{Mg}$ .

Il est aussi possible de changer l'abondance d'hélium. On peut en particulier choisir une composition chimique avec une abondance d'hélium ajustée selon la loi d'évolution chimique des galaxies (Izotov & Thuan, 2004) :

$$Y = Y_P + Z \frac{\Delta Y}{\Delta Z}, \quad (2.3)$$

où  $Y_P = 0.228$  est la fraction primordiale d'hélium et  $\Delta Y/\Delta Z = 2.3$  la pente de la courbe de régression obtenue à partir des observations.

Les valeurs déduites de la calibration solaire avec TGEC (Richard, 1999) sont  $Y_{\odot} = 0.2714$  et  $Z_{\odot} = 0.0189$ . Avec les valeurs de  $Y_P$  et de  $\Delta Y/\Delta Z$  données ci-dessus, on obtient bien la relation attendue :  $Y_{\odot} = Y_P + Z_{\odot}(\Delta Y/\Delta Z)$ .

### L'atmosphère

On utilise un modèle d'atmosphère grise qui suit la relation d'Eddington :

$$T(\tau) = T_{eff} \left[ \frac{3}{4} \left( \tau + \frac{2}{3} \right) \right]^{\frac{1}{4}}, \quad (2.4)$$

où  $\tau$  est la profondeur optique.

L'intégration commence pour  $\tau = 0.001$  et s'arrête quand on atteint l'enveloppe pour  $T = T_{eff}$  (c'est-à-dire quand  $\tau = 2/3$ ).

## 2.1.2 Les processus "non-standard"

### La diffusion atomique

Une étoile est composée de différentes espèces chimiques. La concentration de chaque élément dans chaque couche évolue à cause de la diffusion atomique. Il s'agit de la migration des éléments induite par les gradients de pression, de température, l'accélération radiative et les gradients de concentration.



Il en résulte une diffusion des éléments que nous traitons sous la forme d'une vitesse dans le code. Cette vitesse de diffusion est calculée en suivant le formalisme de Chapman & Cowling (1970) qui suppose un mélange ternaire incluant les électrons. La vitesse de diffusion d'un ion  $i$  par rapport aux protons s'écrit alors :

$$V_{pi} = D_{pi} \left[ -\nabla \ln C_i + k_p \nabla \ln P + \alpha_{pi} \nabla \ln T - \frac{f_i}{k_B T} \right], \quad (2.5)$$

où  $D_{pi}$  est le coefficient de diffusion,  $\alpha_{pi}$  le coefficient de diffusion thermique,  $C_i$  la concentration de l'élément  $i$ , et  $f_i$  la force radiative.

A la suite de l'absorption ou de l'émission de photons par les atomes, le transfert de moment entre le rayonnement et ces atomes induit des forces radiatives. L'accélération radiative correspondante  $g_{rad}$  qui s'applique sur un composant est la somme de deux termes : un terme provenant des transitions lié-lié et un provenant des transitions lié-libre.

Sylvie Théado a récemment implémenté les forces radiatives dans le code, en utilisant le formalisme de LeBlanc & Alecian (2004), qui utilise l'approximation SVP (Single Value Parameter) : les termes dus à la physique atomique sont séparés des termes non linéaires. De plus, le terme dû à la physique atomique est supposé varier très peu autour de la température pour laquelle la contribution de l'ion à la force radiative est maximum.

Dans les modèles calculés ici, pour des étoiles de type solaire, la force radiative sur les atomes est faible et peut être négligée (Michaud et al., 1976).

Le terme induit par le gradient de concentration n'est en général pas calculé car il est négligeable, sauf dans les calculs incluant des mouvements turbulents. Dans ce cas, un coefficient de diffusion supplémentaire est ajouté dans le terme de gradient de concentration, pour modéliser la turbulence (Zahn, 1993) :

$$D_T = \gamma \frac{\Omega^2 r^6}{G^2 (\nabla_{ad} - \nabla_{rad}) M^3} \left( 1 - \frac{\Omega^2}{2\pi G \rho} \right), \quad (2.6)$$

où  $r$  est le rayon,  $L$ ,  $M$  et  $\rho$  sont respectivement la luminosité, la masse et la densité en  $r$ ,  $\Omega$  la vitesse angulaire de l'étoile, et  $\gamma$  un paramètre ajustable.

Le facteur de diffusion thermique  $\alpha_{pi}$  s'écrit :

$$\alpha_{pi} = \frac{1}{c_i} \frac{D_{th}}{D_{pi}}, \quad (2.7)$$

où  $D_{th}$  est le coefficient de diffusion thermique (Burgers, 1970).

Enfin, en prenant en compte le champ électrique dû à la séparation des ions et des électrons, le terme de tri gravitationnel s'écrit :

$$k_p \ln \nabla P = \left( A_i - \frac{Z_i}{2} - \frac{1}{2} \right) \left( \frac{m_p}{k_B T} \frac{G m_r}{r^2} \right), \quad (2.8)$$

où  $A_i$  est la masse atomique de l'élément  $i$ ,  $Z_i$  sa charge,  $m_p$  la masse du proton,  $G$  la constante gravitationnelle,  $m_r$  la masse au rayon  $r$ ,  $k_B$  la constante de Boltzmann, et  $G$  la constante gravitationnelle.

Pour tous nos modèles nous utilisons les coefficients de diffusion  $D_{pi}$  et  $\alpha_{pi}$  de Paquette et al. (1986). Les éléments qui diffusent sont : H, He, Li, Be, C, N, O, Ne, et Mg. Le code calcule la vitesse de diffusion pour chaque couple ion-proton puis pour chaque élément. L'évolution de la concentration de ces différentes espèces suit alors l'équation de continuité :

$$\rho \frac{dc_i}{dt} = -\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 V_{pi} \rho c) - \lambda_i \rho c_i \quad (2.9)$$

où  $\lambda_i$  est le taux de réaction nucléaire de l'élément  $i$  considéré.

Il s'agit alors de résoudre simultanément cette équation pour tous les éléments considérés. On effectue tout d'abord une discrétisation spatiale puis temporelle qui permettent d'obtenir un système d'équations sous forme matricielle. Ce système d'équations est alors résolu en utilisant la méthode de Crank-Nicholson (voir Charbonnel et al., 1992). On obtient ainsi les nouvelles abondances des éléments. La concentration de l'hydrogène est ensuite renormalisée à partir de la relation  $X + Y + Z = 1$ . La diffusion est calculée jusqu'à une couche à partir de laquelle l'échelle de temps de la diffusion est négligeable, et l'abondance d'hélium encore faible.

D'autres codes d'évolution stellaires utilisent le formalisme de Burgers (Burgers, 1969, 1970) qui consiste à donner pour chaque ion une équation aux pressions partielles. Le système d'équation est ensuite résolu globalement pour tous les composants du mélange.

Les résultats obtenus avec le TGEC dans le cas de modèles solaires ont été comparés avec ceux obtenus avec le code de Montréal, qui utilise le formalisme de Burgers : les résultats sont très proches. Des modèles stellaires calculés avec le TGEC ont également été comparés avec des modèles calculés par d'autres codes d'évolution stellaires, utilisant la méthode de Burgers, et ceci dans le cadre des tâches de comparaison ESTA (Evolution and Seismic Tools Activities) pour CoRoT (Lebreton et al., 2007).

### Overshooting

La limite extérieure du cœur convectif est déterminée, selon le critère de Schwarzschild, par la condition :

$$\nabla_{rad} = \nabla_{ad}$$

Cependant, les bulles convectives ne s'arrêtent pas brutalement lorsqu'elles atteignent la limite entre le cœur convectif et la zone radiative. Elles continuent de se propager dans la zone radiative sous l'effet de leur propre inertie. C'est ce qu'on appelle l'overshooting : la zone de mélange convectif est étendue au delà de la limite déterminée par le critère de Schwarzschild.

Ce phénomène peut également se produire sous la zone convective de surface.

Dans le TGEC, l'overshooting est modélisé comme une simple extension de la zone de convection : le gradient de température adiabatique est étendu à la zone d'overshooting. En appelant  $r_{mix}$  le rayon de la zone centrale de mélange (cœur convectif et extension due à l'overshooting), on a :

$$r_{mix} = r_{cc} + \alpha_{ov} H_P,$$

où  $r_{cc}$  est le rayon du cœur convectif,  $\alpha_{ov}$  le paramètre d'overshooting, et  $H_P$  l'échelle de hauteur de pression. Le paramètre  $\alpha_{ov}$  est un paramètre libre.

### 2.1.3 Le cas solaire

Richard (1999); Richard et al. (1996, 2004) ont calculé des modèles solaires avec le code d'évolution stellaire de Toulouse-Genève. Ces modèles ont été calibrés de manière à obtenir l'âge du Soleil, ainsi que le rayon et la luminosité solaires. Les calculs ont été faits en incluant la diffusion atomique, et le mélange induit par la rotation.

Nous utilisons pour nos modèles les valeurs du paramètre de longueur de mélange  $\alpha$  et de l'abondance initiale d'hélium contraints par Richard (1999) :

$$\alpha = 1.7949 \text{ et } Y_0 = 0.2714.$$

## 2.2 Le code PULSE

Le code PULSE (Brassard & Charpinet, 2008) calcule les fréquences d'oscillation non-radiales adiabatiques. Ce code a tout d'abord été développé pour l'astérosismologie des naines blanches, mais il est maintenant utilisé pour divers types d'étoiles, notamment des étoiles de type solaire.

Le code résout les équations différentielles adiabatiques pour des oscillations non radiales ainsi que le problème des conditions aux limites. Cette résolution se fait par itérations, en utilisant la méthode des éléments finis de Galerkin. La stratification radiale de l'étoile est divisée en éléments où la solution est approximée par des fonctions linéaires, quadratiques ou cubiques.

La résolution se fait en deux étapes. Tout d'abord le code scanne la gamme de fréquences spécifiques en prenant une des conditions aux limites comme discriminant. Cette étape permet une première approximation des fréquences et des fonctions propres. Dans la seconde étape, le code converge par itérations vers chaque mode propre identifié, en utilisant la méthode de Newton-Raphson.



# Chapitre 3

## HD 52265 : modélisation préliminaire aux observations

Nous nous intéressons dans ce chapitre à l'étoile HD 52265. Il s'agit d'une étoile de type solaire, de classe G0-V (Butler et al., 2000). Une planète géante a été découverte indépendamment par Butler et al. (2000) et Naef et al. (2001) : sa masse est de  $1.13 M_J$ , et elle orbite à 0.5 UA de l'étoile en 119 jours.

HD 52265 est une cible principale du programme astérosismique de CoRoT qui a deux objectifs scientifiques : la détection d'oscillations stellaires et la recherche de transits planétaires.

Cette étoile a été observée pendant le second long-run dans la direction de l'anticentre (LRa02) du 14 novembre 2008 au 8 mars 2009, soit 115 jours d'observations quasi-continues. Ces observations vont apporter des données très précises qui devraient permettre une bonne détermination de ses fréquences et une identification des modes d'oscillation de cette étoile.

Nous présentons ici une modélisation préliminaire de cette étoile, qui a été réalisée pour préparer la mission CoRoT.

### 3.1 Paramètres stellaires

Cinq groupes d'observateurs ont pu déterminer par spectroscopie les paramètres externes de cette étoile. Ces valeurs sont présentées en Table 3.1. Comme la plupart des étoiles centrales de systèmes planétaires, HD 52265 est surmétallique,  $[Fe/H]$  varie entre 0.19 et 0.27 selon les études.

Les observations faites par le satellite Hipparcos ont permis de dériver la parallaxe de cette étoile :  $\pi = 35.63 \pm 0.84$  mas (Perryman et al., 1997). Sa magnitude visuelle est de  $V = 6.301 \pm 0.03$  (SIMBAD Astronomical Database). En utilisant les tables de Flower (1996) pour les corrections bolométriques et une magnitude absolue

TAB. 3.1: Températures effectives, gravité et métallicités observées pour HD 52265.

$T_{eff}(K)$	$\log g$	[Fe/H]	Reference
$6162 \pm 22$	$4.29 \pm 0.04$	$0.27 \pm 0.02$	GLTR01 <sup>(a)</sup>
$6103 \pm 52$	$4.28 \pm 0.12$	$0.23 \pm 0.05$	SIM04 <sup>(b)</sup>
$6076 \pm 44$	$4.26 \pm 0.06$	$0.19 \pm 0.03$	FV05 <sup>(c)</sup>
$6069 \pm 15$	$4.12 \pm 0.03$	$0.19 \pm 0.03$	TOSKS05 <sup>(d)</sup>
$6179 \pm 18$	$4.36 \pm 0.03$	$0.24 \pm 0.02$	GM06 <sup>(e)</sup>

References : <sup>(a)</sup> Gonzalez et al. (2001); <sup>(b)</sup> Santos et al. (2004b); <sup>(c)</sup> Fischer & Valenti (2005); <sup>(d)</sup> Takeda et al. (2005); <sup>(e)</sup> Gillon & Magain (2006)

bolométrique pour le Soleil de  $M_{bol,\odot} = 4.75$  (Andersen, 1999), nous en avons déduit pour HD 52265 une luminosité de  $\log(L/L_{\odot}) = 0.29 \pm 0.05$ .

Plus récemment, van Leeuwen (2007) a réalisé une nouvelle analyse des données Hipparcos, il en a déduit une nouvelle valeur de la parallaxe :  $\pi = 34.54 \pm 0.40$  mas, ce qui entraîne une valeur plus élevée pour la luminosité :  $\log(L/L_{\odot}) = 0.31 \pm 0.03$ .

Nous avons effectué l'analyse de cette étoile en utilisant dans un premier temps les contraintes imposées par le triplet ( $\log g$ ,  $\log T_{eff}$  et [Fe/H]) qui est directement donné par un même groupe d'observateurs, alors que la luminosité est déduite de la parallaxe et de la magnitude de l'étoile. La concordance de la luminosité obtenue dans nos modèles avec la boîte d'erreur déduite des mesures Hipparcos est vérifiée a posteriori.

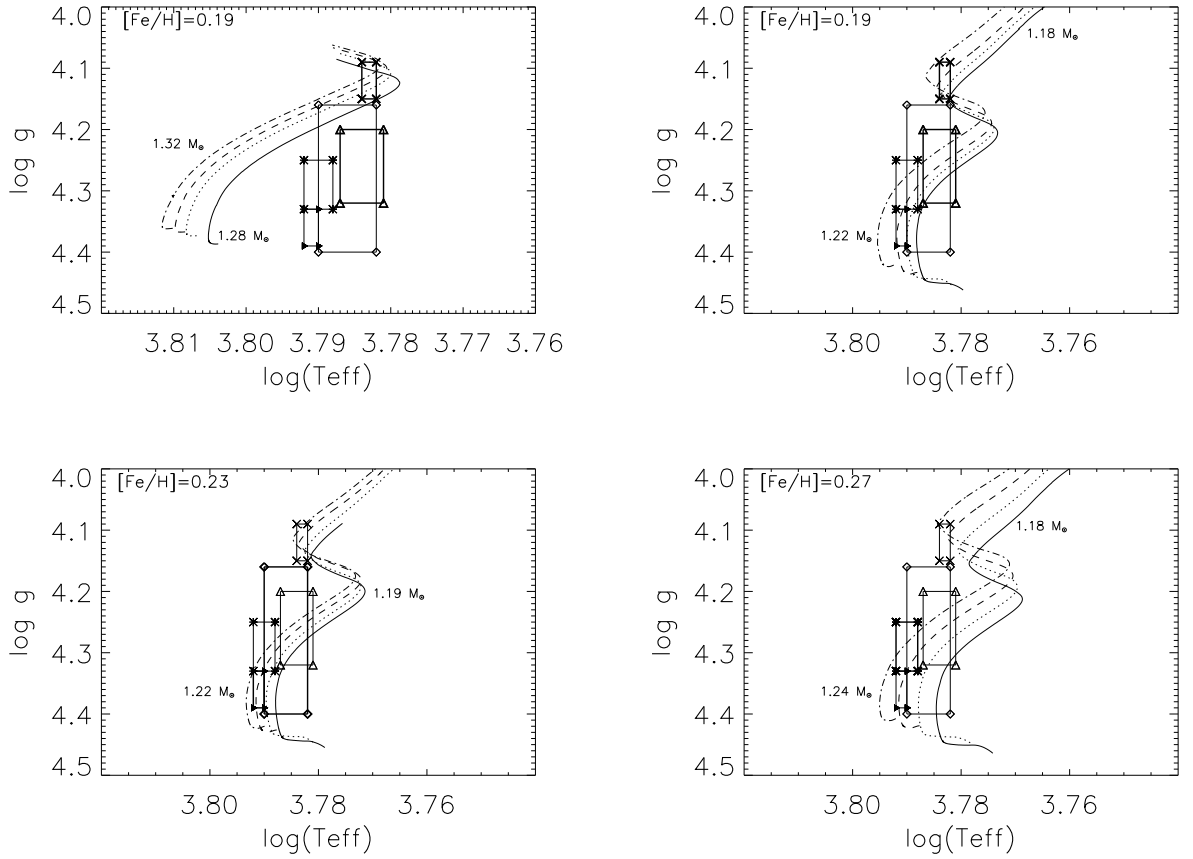
## 3.2 Calculs évolutifs et modèles

### 3.2.1 Traces évolutives

Nous avons calculé plusieurs séries de modèles, en utilisant le code d'évolution stellaire de Toulouse-Genève, avec les paramètres d'entrée donnés au Chapitre 2, Section 2.1.1.

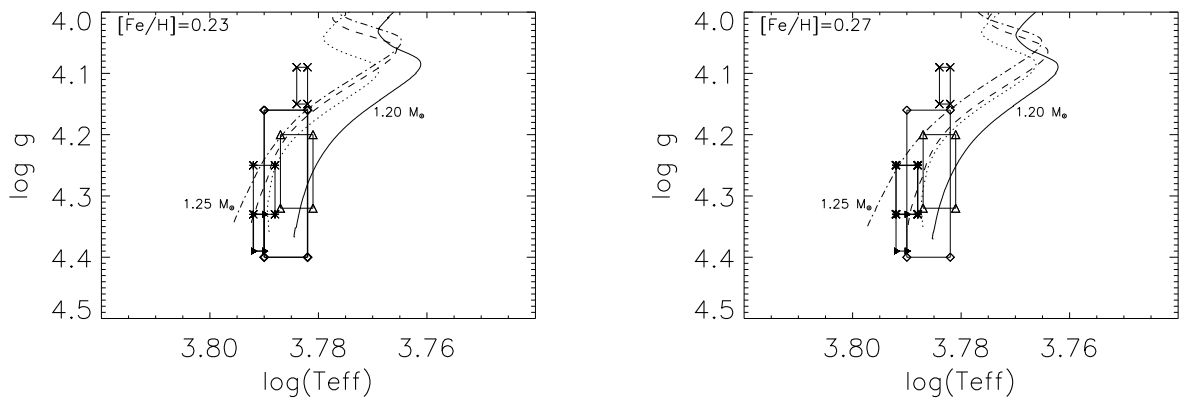
#### Modèles surmétalliques

Nous avons calculé plusieurs séries de traces évolutives surmétalliques, pour les trois valeurs de métallicité données par la spectroscopie : [Fe/H]=0.19 (Takeda et al., 2005; Fischer & Valenti, 2005), 0.23 (Santos et al., 2004b; Gillon & Magain, 2006), et 0.27 (Gonzalez et al., 2001). En réalité, Gillon & Magain (2006) présentent une valeur de métallicité de 0.24, mais nous avons considéré que les deux valeurs de



**FIG. 3.1:** Traces évolutives surmétalliques dans le plan  $\log g - \log T_{eff}$ , pour les trois différentes valeurs de métallicité :  $[Fe/H]=0.19$  (graphes du haut),  $0.23$  (graphe en bas à gauche) et  $0.27$  (graphe en bas à droite). Les cinq boîtes d'erreur représentées sont : Gillon & Magain (2006) (triangles noirs), Fischer & Valenti (2005) (triangles blancs), Santos et al. (2004b) (losanges), Gonzalez et al. (2001) (astérisques), et Takeda et al. (2005) (croix). Pour la figure en haut à gauche, les traces évolutives sont respectivement pour :  $1.28$  (ligne en trait plein),  $1.30$  (pointillés),  $1.31$  (tirets), et  $1.32 M_{\odot}$  (tirets-points), pour la figure en haut à droite, les traces sont dans le même ordre pour  $1.18$ ,  $1.20$ ,  $1.21$ , et  $1.22 M_{\odot}$ , pour la figure en bas à gauche, elles sont dans le même ordre pour  $1.19$ ,  $1.20$ ,  $1.21$ , et  $1.22 M_{\odot}$ , pour la figure en bas à droite, elles sont dans le même ordre pour  $1.18$ ,  $1.20$ ,  $1.22$ , et  $1.24 M_{\odot}$ .





**FIG. 3.2:** Traces évolutives avec accrétion dans le plan  $\log g - \log T_{eff}$ , pour deux valeurs de métallicité :  $[Fe/H]=0.23$  (graphe de gauche), et  $0.27$  (graphe de droite). Les boîtes d'erreur représentées sont les mêmes que pour la figure 3.1, avec en gras la ou les boîtes d'erreur correspondant à la métallicité étudiée. Pour le graphe de gauche, les traces évolutives sont respectivement pour  $1.20$  (ligne en trait plein),  $1.22$  (pointillés),  $1.24$  (tirets) et  $1.25$  msol (tirets-points), pour le graphe de droite, elles sont dans le même ordre pour  $1.20$ ,  $1.22$ ,  $1.23$  et  $1.25 M_{\odot}$ .

[Fe/H] (0.23 et 0.24) étaient suffisamment proches pour ne faire qu'un seul tracé. Notons qu'il s'agit ici de la métallicité initiale de nos modèles, et que la valeur en surface change au cours du temps en raison de la diffusion. Ceci est discuté au paragraphe 3.2.2.

Nous avons supposé pour tous ces modèles que l'abondance d'hélium augmente proportionnellement aux métaux, selon la loi donnée par Izotov & Thuan (2004) concernant l'évolution chimique des galaxies.

Les résultats obtenus dans le plan  $\log g - \log T_{eff}$  sont présentés en Figure 3.1. Chaque graphe correspond à une valeur de métallicité. Les cinq boîtes d'erreur sont représentées, avec en traits gras, la (les) boîte(s) d'erreur correspondant à la métallicité étudiée. Nous avons choisi les modèles qui, pour une valeur de [Fe/H] donnée, passent par la boîte d'erreur correspondante.

Deux graphes sont présentés pour [Fe/H]=0.19, puisque la boîte d'erreur de Takada et al. (2005) peut être traversée par deux types de modèles : des modèles situés en début de branche des sous-géantes (Figure 3.1, graphe en haut à droite), ou des modèles plus massifs en fin de séquence principale (Figure 3.1, graphe en haut à gauche).

### Modèles avec accrétion

L'origine de la surmétallicité des étoiles centrales de systèmes planétaires est restée pendant quelques années mal connue. Nous avons également calculé des modèles avec accrétion, c'est-à-dire en faisant l'hypothèse que la surmétallicité observée a pour origine une accrétion de matériel planétaire. Dans ce cas, la surabondance en métaux intervient seulement dans les couches superficielles de l'étoile.

Notons qu'aujourd'hui, la surmétallicité des étoiles centrales de systèmes planétaires est très probablement d'origine primordiale (Vauclair et al., 2008), même s'il n'est pas totalement exclu que la surmétallicité du nuage protostellaire primordial et l'accrétion jouent tous les deux un rôle dans l'excès en métaux de ces étoiles.

Nous avons donc calculé des traces évolutives avec accrétion, pour [Fe/H]=0.23 et 0.27, en faisant la même hypothèse que Bazot & Vauclair (2004) : chute instantanée de matière au début de la séquence principale et mélange instantané dans la zone de convection. L'accrétion est donc modélisée dans le code TGEC comme une augmentation des abondances dans la zone convective. Si  $X_i$  est l'abondance de l'élément  $i$  avant accrétion, et  $X_i^a$  son abondance de surface après accrétion, on a :

$$X_i^a = X_i(1 + f_i^a)$$

où le facteur  $f_i^a$  est choisi de manière à obtenir le taux d'accrétion nécessaire pour l'élément  $i$ . Juste après l'accrétion, les abondances sont ajustées pour satisfaire la relation  $X + Y + Z = 1$ .

Ces modèles sont donc surmétalliques dans leurs couches externes, et ont la métallicité solaire à l'intérieur. La quantité de métaux accrétée dépend de la profondeur de la zone convective. Ici, pour des modèles de masses de l'ordre de  $1.2 M_{\odot}$ , avec une zone convective de l'ordre de un pour mille de la masse de l'étoile cela correspond à des masses de métaux accrétés de  $0.1 M_J$ .

Les traces évolutives de ces modèles sont présentées en Figure 3.2. On note que, pour une même valeur de métallicité, les modèles avec accrétion qui passent dans les boîtes d'erreur spectroscopiques sont plus jeunes et plus massifs que les modèles surmétalliques.

### Modèles avec overshooting

Enfin, nous avons calculé des modèles surmétalliques prenant en compte les effets d'overshooting à la limite du cœur de l'étoile, ils sont présentés en Figure 3.3. L'overshooting est modélisé comme une extension du cœur convectif, d'épaisseur  $\alpha_{ov} H_P$ . Nous avons pour nos calculs fixé le paramètre d'overshooting à  $\alpha_{ov} = 0.20$  (Maeder & Mermilliod, 1981).

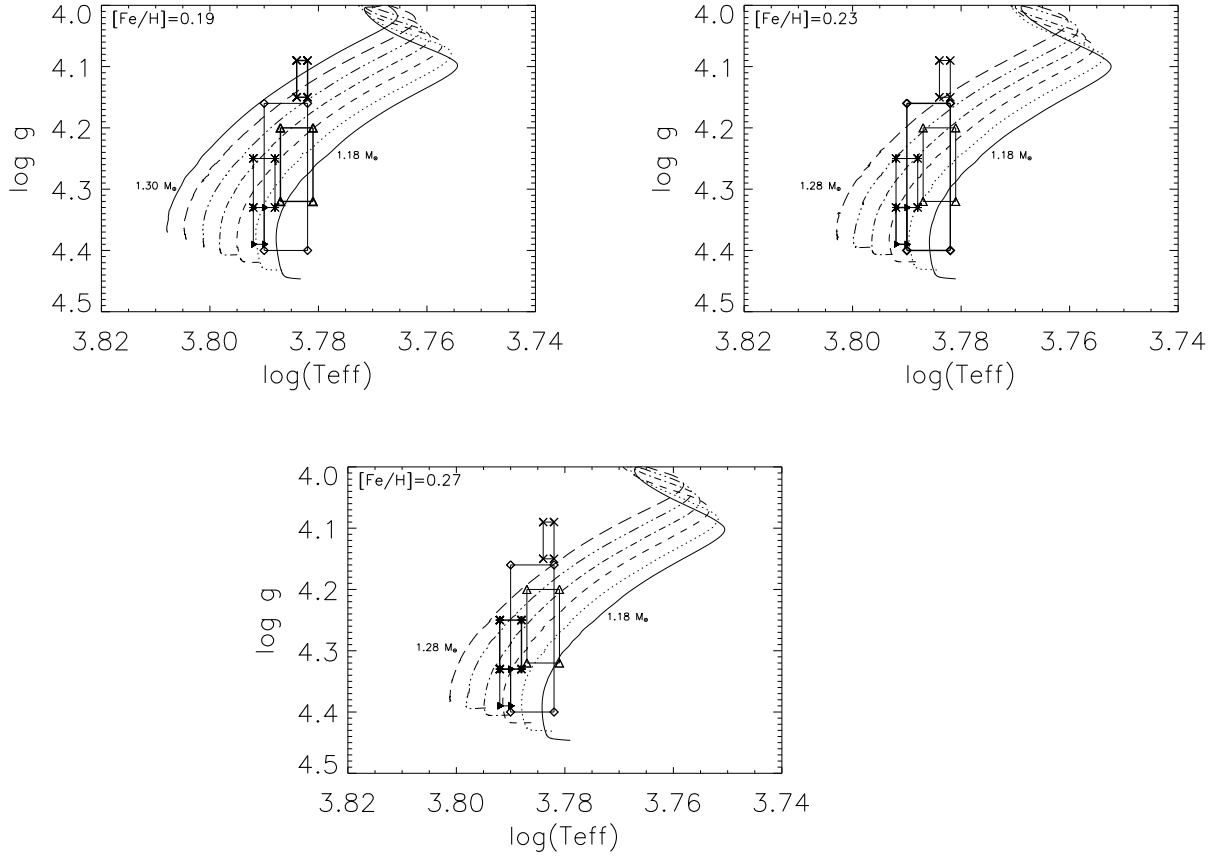
L'ajout d'overshooting augmente les échelles de temps d'évolution : le développement du cœur convectif est augmenté pendant une phase de séquence principale plus longue.

Les modèles en accord avec les paramètres externes de l'étoile, c'est-à-dire les modèles passant par les boîtes d'erreur, sont tous sur la séquence principale. On note en particulier que, contrairement au cas sans overshooting, un seul type de modèles traverse cette fois la boîte d'erreur de Takeda et al. (2005) : il s'agit de modèles de séquence principale avec une masse plus importante, de l'ordre de  $1.30 M_{\odot}$ .

### 3.2.2 Choix des modèles

Nous avons calculé un grand nombre de modèles le long des diverses traces évolutives, en accord avec les contraintes déduites de la spectroscopie. Nous avons retenu plusieurs modèles pour une étude astérosismique plus approfondie. Leurs caractéristiques sont présentées en Tables 3.2 et 3.3.

Nous présentons deux valeurs pour la métallicité  $[Fe/H]$  : la valeur initiale et la valeur finale à la surface de l'étoile. Cette dernière est diminuée de plusieurs dizaines de pourcents par rapport à la valeur initiale, à cause de la diffusion des métaux. Cependant, nos modèles ne prennent pas en compte les accélérations radiatives, comme ce devrait être le cas pour des étoiles de masse supérieure à environ  $1.1 M_{\odot}$ . En conséquence, la diminution de la métallicité devrait être moins importante. La métallicité de chaque modèle se situe donc entre les deux valeurs de  $[Fe/H]$  données en Table 3.2.



**FIG. 3.3:** Traces évolutives surmétalliques dans le plan  $\log g - \log T_{eff}$ , pour les trois différentes valeurs de métallicité :  $[Fe/H]=0.19$  (graphe en haut à gauche),  $0.23$  (graphe en haut à droite) et  $0.27$  (graphe du bas), et avec de l'overshooting à la limite du cœur ( $\alpha_{ov}=0.20$ ). Les boîtes d'erreur représentées sont les mêmes que pour la figure 3.1, avec en gras la ou les boîtes d'erreur correspondant à la métallicité étudiée. Pour les trois graphes, les masses représentées sont :  $1.18$  (traits pleins),  $1.20$  (pointillés),  $1.22$  (tirets),  $1.24$  (tirets-points),  $1.26$  (tirets-points-points),  $1.28$  (longs tirets) et  $1.30 M_{\odot}$  (traits pleins).

**TAB. 3.2:** Masse, âge, gravité de surface, température effective, luminosité, métallicités initiale et de surface, et grande séparation moyenne pour 10 modèles en accord avec les contraintes spectroscopiques pour HD 52265. Les modèles OM correspondent à des modèles surmétalliques, AC à des modèles avec accréation, et OV à des modèles surmétalliques avec overshooting.

Modèle	$M_{\star}$ ( $M_{\odot}$ )	Age (Gyr)	$\log g$	$\log T_{eff}$	$\log L/L_{\odot}$	$[Fe/H]_i$	$[Fe/H]_s$	$\Delta\nu_0$ ( $\mu\text{Hz}$ )
1 (OM)	1.21	1.275	4.360	3.7915	0.268	0.23	0.20	115
2 (OM)	1.18	3.427	4.293	3.7839	0.318	0.19	0.15	100
3 (OM)	1.19	2.530	4.320	3.7867	0.288	0.23	0.19	107
4 (OM)	1.22	1.544	4.300	3.7910	0.291	0.27	0.25	111
5 (AC)	1.22	0.390	4.300	3.7892	0.290	0.23	0.21	110
6 (AC)	1.23	0.603	4.320	3.7892	0.319	0.27	0.25	108
7 (OM)	1.31	3.219	4.125	3.7825	0.519	0.19	0.15	75
8 (OM)	1.20	4.647	4.125	3.7831	0.491	0.19	0.15	77
9 (OV)	1.22	1.544	4.346	3.7907	0.293	0.27	0.25	111
10 (OV)	1.30	3.562	4.108	3.7827	0.527	0.19	0.15	74

Les modèles surmétalliques (modèles 1 à 4) et avec accréation (modèles 5 et 6) correspondent à des étoiles évoluant sur la séquence principale.

Les traces évolutives surmétalliques qui passent par la boîte d'erreur spectroscopique de Takeda et al. (2005) conduisent à des modèles très différents (modèles 7 et 8) : un situé à la fin de la séquence principale et l'autre au début de la branche des sous-géantes.

Enfin, les modèles avec overshooting (modèles 9 et 10) ont été choisis avec des paramètres (masse et âge) proches des modèles sans overshooting (modèles 4 et 7 respectivement), dans le but de pouvoir étudier l'influence de l'extension de la zone de convection sur les fréquences d'oscillation.

### 3.3 Analyse sismique

Les fréquences d'oscillation adiabatiques ont été calculées avec le code PULSE, pour les degrés  $\ell = 0, 1, 2$ , et 3. Les fréquences observables se situent en dessous de la fréquence de coupure (Lamb, 1909), pour laquelle la longueur d'onde des oscillations est du même ordre que l'échelle de hauteur de l'atmosphère. Elle peut être calculée de manière approximative par la formule suivante :

$$2\pi\nu_c = \frac{c_s}{2H}$$

**TAB. 3.3:** Rayon, rayon et masse fractionnels du cœur convectif, rayon fractionnel de la zone convective externe, fraction de masse initiale d'hélium et de métaux, fraction de masse de surface d'hélium et de métaux, et fraction de masse centrale d'hélium pour les modèles de la Table 3.2.

Modèle	$R_\star$ (cm)	$r_{cc}/R_\star$	$M_{cc}/M_\star$	$r_{cc}/R_\star$	$Y_0$	$Z_0$	$Y_s$	$Z_s$	$Y_c$
1 (OM)	8.27e10	0.050	0.0121	0.798	0.2930	0.0282	0.270	0.0269	0.46
2 (OM)	9.01e10	0.056	0.0032	0.762	0.2879	0.0260	0.2408	0.0236	0.728
3 (OM)	8.64e10	0.052	0.019	0.776	0.2930	0.0282	0.2545	0.0261	0.624
4 (OM)	8.51e10	0.057	0.020	0.793	0.2984	0.0306	0.2695	0.0288	0.501
5 (AC)	8.57e10	0.043	0.0077	0.82	0.2714	0.0189	0.2536	0.0288	0.324
6 (AC)	8.86e10	0.041	0.0086	0.83	0.2714	0.0189	0.2343	0.0304	0.358
7 (OM)	11.51e10	0.061	0.090	0.767	0.2879	0.0260	0.2397	0.0238	0.876
8 (OM)	11.11e10	(0.061) <sup>(a)</sup>	(0.108) <sup>(a)</sup>	0.764	0.2879	0.0260	0.2405	0.0238	0.971
9 (OV)	8.54e10	0.068	0.031	0.794	0.2894	0.0306	0.2688	0.0289	0.459
10 (OV)	11.60e10	0.068	0.079	0.777	0.2879	0.0260	0.2304	0.0234	0.732

<sup>(a)</sup> pour le modèle 8, qui n'a plus de cœur convectif, les colonnes 3 et 4 présentent le rayon et la masse fractionnels du cœur d'hélium.

où  $c_s$  est la vitesse du son à la surface de l'étoile, et  $H$  l'échelle de hauteur de l'atmosphère.

Nous avons calculé cette fréquence pour nos modèles. Pour cela, nous avons pris les valeurs de  $c_s$  et de  $H$  au rayon photosphérique correspondant à la surface visible de l'étoile, c'est-à-dire le rayon auquel la température est égale à la température effective. Nous avons trouvé que  $\nu_c$  varie de 2 mHz pour les modèles les plus évolués, à 3.5 mHz pour les modèles de séquence principale.

Notons cependant que ce calcul dépend de la structure précise de l'atmosphère qui n'est pas bien connue. Nous avons donc gardé de manière générale les fréquences comprises entre 1 et 3.5 mHz.

### 3.3.1 Les modèles surmétalliques et avec accrétion

Nous avons calculé pour chaque modèle la grande séparation définie par :

$$\Delta\nu = \nu_{n+1,\ell} - \nu_{n,\ell}$$

Nous avons vu au Chapitre 1, Section 1.3.3, que dans le cadre de la théorie asymptotique, la grande séparation est supposée constante et égale à la grande séparation moyenne  $\Delta\nu_0$ . Cependant, dans une étoile réelle, il existe des déviations à

cette théorie. Nous avons tracé l'évolution des grandes séparations pour les degrés  $\ell = 0, 1$  et  $2$  en fonction de la fréquence, pour ces six modèles. Les résultats sont présentés en Figure 3.4. La ligne horizontale représente la valeur de la grande séparation moyenne. On peut voir que les grandes séparations sont différentes selon la valeur du degré  $\ell$ , et que leur valeur n'est pas constante : elle fluctue autour de  $\Delta\nu_0$ .

Nous avons également tracé les diagrammes échelle, dans lequel on porte en ordonnée les fréquences, et en abscisse les mêmes fréquences modulo la grande séparation moyenne. Les résultats sont donnés en Figure 3.5.

Enfin, nous avons également calculé les petites séparations, définies par :

$$\delta\nu_{n,\ell} = \nu_{n,\ell} - \nu_{n-1,\ell+2}$$

Elles sont très sensibles aux conditions qui règnent au cœur de l'étoile (voir Chapitre 1). Elles sont présentées en Figure 3.6. On constate que les petites séparations décroissent fortement quand la fréquence augmente.

Tous ces modèles présentent entre eux des différences quantitatives (valeur de la grande séparation, des petites séparations, forme du diagramme échelle) induites par les différences de structure interne entre les modèles comme la taille du cœur, la composition chimique, etc...

Ces différences seront largement détectables, au vu de la précision du satellite CoRoT ( $1 \mu\text{Hz}$ ).

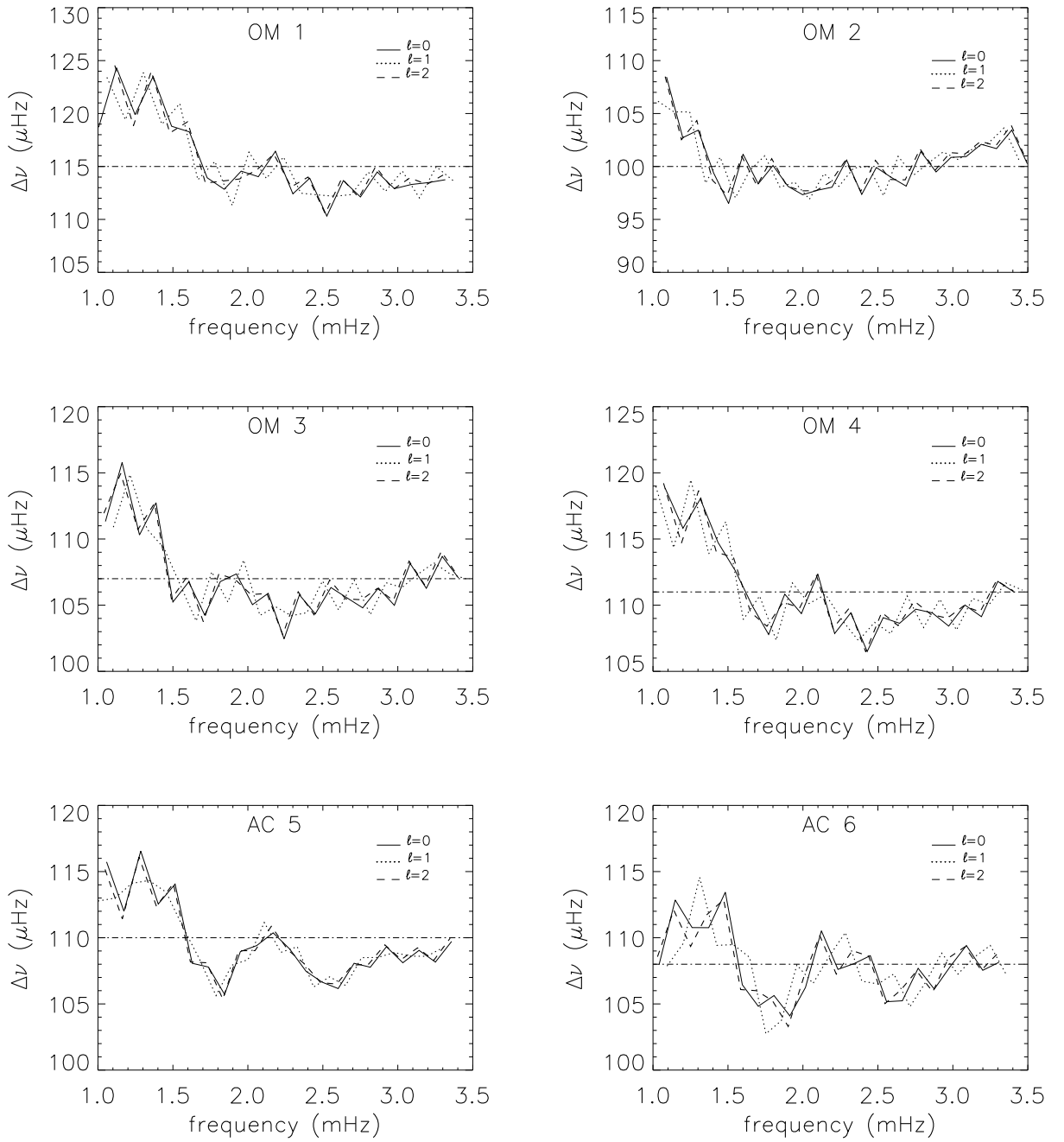
### 3.3.2 Cas particulier : les modèles 7 et 8

Les modèles 7 et 8 (surmétalliques) correspondent à la boîte d'erreur de Takeda et al. (2005). Le modèle 7 correspond à une étoile de fin de séquence principale, le modèle 8 à une étoile évoluant sur la branche des sous-géantes.

#### Petites séparations négatives

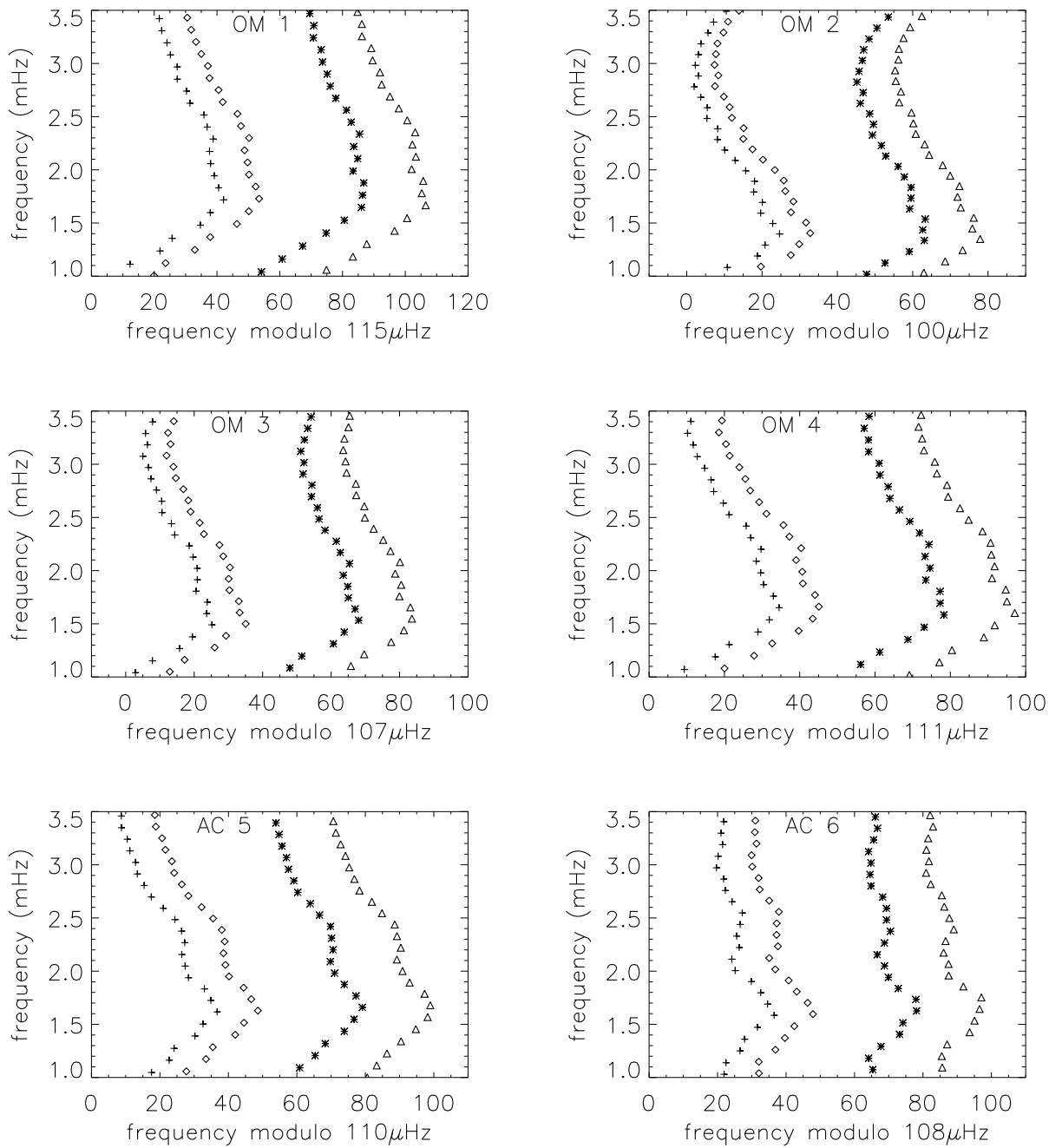
Ces deux modèles présentent une caractéristique très intéressante, bien visible sur la Figure 3.7 (graphes du milieu) : les lignes  $\ell = 0 - \ell = 2$  du diagramme échelle se croisent à une fréquence de  $2.3 \text{ mHz}$  pour le modèle 7, et  $3.15 \text{ mHz}$  pour le modèle 8. En même temps, les lignes  $\ell = 1 - \ell = 3$  se rapprochent pour des hautes fréquences. Sur la Figure 3.7 (graphes du bas), on peut voir que les petites séparations  $\delta\nu_{02}$  deviennent négatives à la fréquence de croisement.

Ce comportement particulier est relié aux variations rapides de la vitesse du son près du cœur de l'étoile, comme on peut le voir en Figure 3.8 (graphes du haut). On observe une importante discontinuité dans le profil de  $c$  qui correspond à la limite du cœur de l'étoile. Dans le modèle 7, le cœur est convectif, avec une importante abondance d'hélium ( $Y = 0.876$ ). Pour le modèle 8, qui correspond au début de la

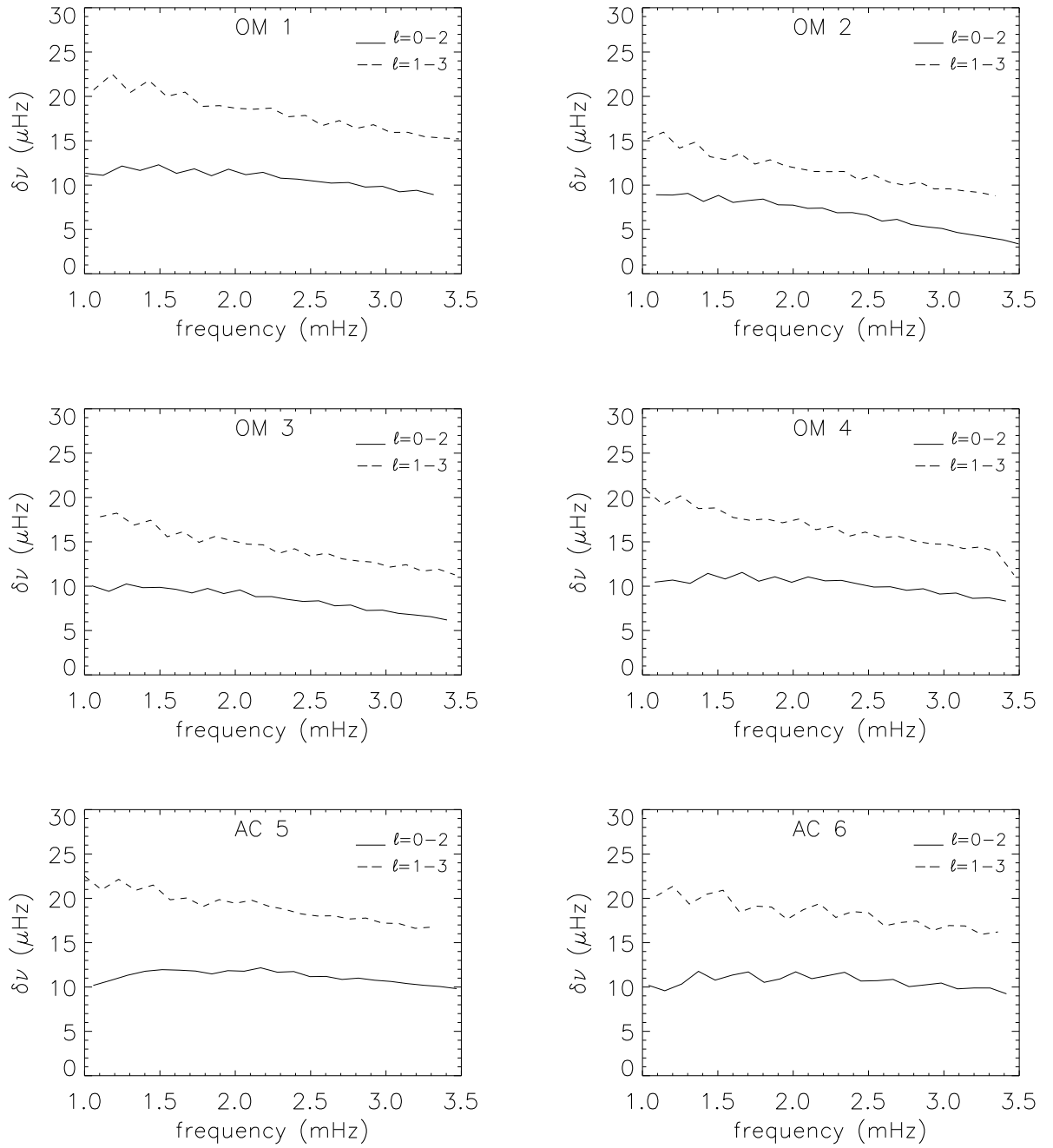


**FIG. 3.4:** *Grandes séparations pour les modèles surmétalliques 1 à 4 et les modèles avec accréation 5 et 6. La ligne horizontale correspond à la valeur de la grande séparation moyenne pour chaque modèle.*





**FIG. 3.5:** Diagrammes échelle pour les modèles surmétalliques 1 à 4 et les modèles avec accréation 5 et 6. les losanges correspondent à  $\ell = 0$ , les triangles à  $\ell = 1$ , les croix à  $\ell = 2$ , et les astérisques à  $\ell = 3$ .



**FIG. 3.6:** *Petites séparations pour les modèles surmétalliques 1 à 4 et les modèles avec accréation 5 et 6. Les lignes pleines correspondent aux différences  $\ell = 0$  moins  $\ell = 2$  et les tirets aux différences  $\ell = 1$  moins  $\ell = 3$ .*

branche des sous-géantes, le cœur convectif a disparu, laissant la place à un cœur d'hélium avec des frontières abruptes.

Comme nous l'avons vu au Chapitre 1, Section 1.2.3, les modes  $\ell = 0$  se propagent à travers toute l'étoile, tandis que les modes  $\ell = 2$  sont piégés entre la surface et leur point de retournement interne dont le rayon est défini par :

$$S_\ell(r_t) = \omega = 2\pi\nu, \quad (3.1)$$

où  $S_\ell$  est la fréquence de Lamb définie par :

$$S_\ell(r) = \frac{c(r)}{r} \sqrt{\ell(\ell+1)}. \quad (3.2)$$

Nous avons calculé pour ces deux modèles les points de retournements  $r_t$  pour les modes  $\ell = 2$ , dont le rayon est donné par :

$$c^2(r_t) = \frac{4\pi^2\nu^2}{6} r_t^2 \quad (3.3)$$

Les résultats sont montrés en Figure 3.8 (graphes du bas). Dans les deux cas, le point de retournement des ondes  $\ell = 2$  atteint la limite du cœur à la valeur de la fréquence de croisement des lignes  $\ell = 0 - \ell = 2$  des diagrammes échelle.

## Discussion

Pour nos calculs, les fréquences d'oscillation ont été calculées de manière précise avec un code de pulsation adiabatique (PULSE).

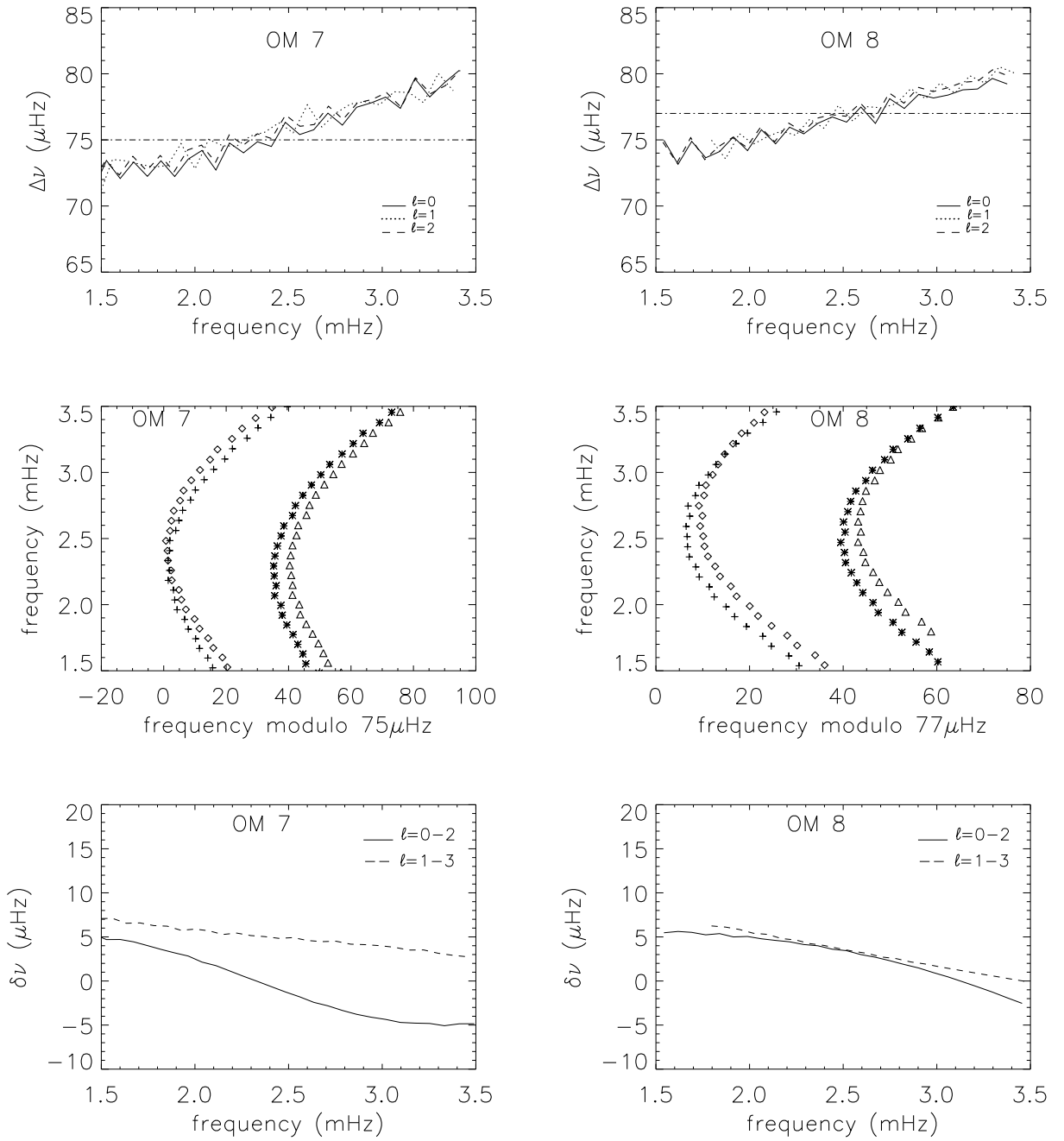
Le fait que les petites séparations puissent devenir négatives est a priori contradictoire avec la théorie asymptotique au premier ordre développée par Tassoul (1980). Cependant, en prenant en compte le fait que les modes  $\ell = 2$  ne se propagent pas de la surface jusqu'au centre mais jusqu'à leur point de retournement, nous avons montré au Chapitre 1, Section 1.3.3, que les petites séparations pour  $\ell = 0 - \ell = 2$  peuvent s'exprimer sous la forme :

$$\delta\nu_{02} \simeq \left( n + \frac{1}{4} + \alpha \right) (\Delta\nu_0 - \Delta\nu_2) - \frac{3\Delta\nu_2}{2\pi^2\nu_{n,\ell}} I(r_t) \quad (3.4)$$

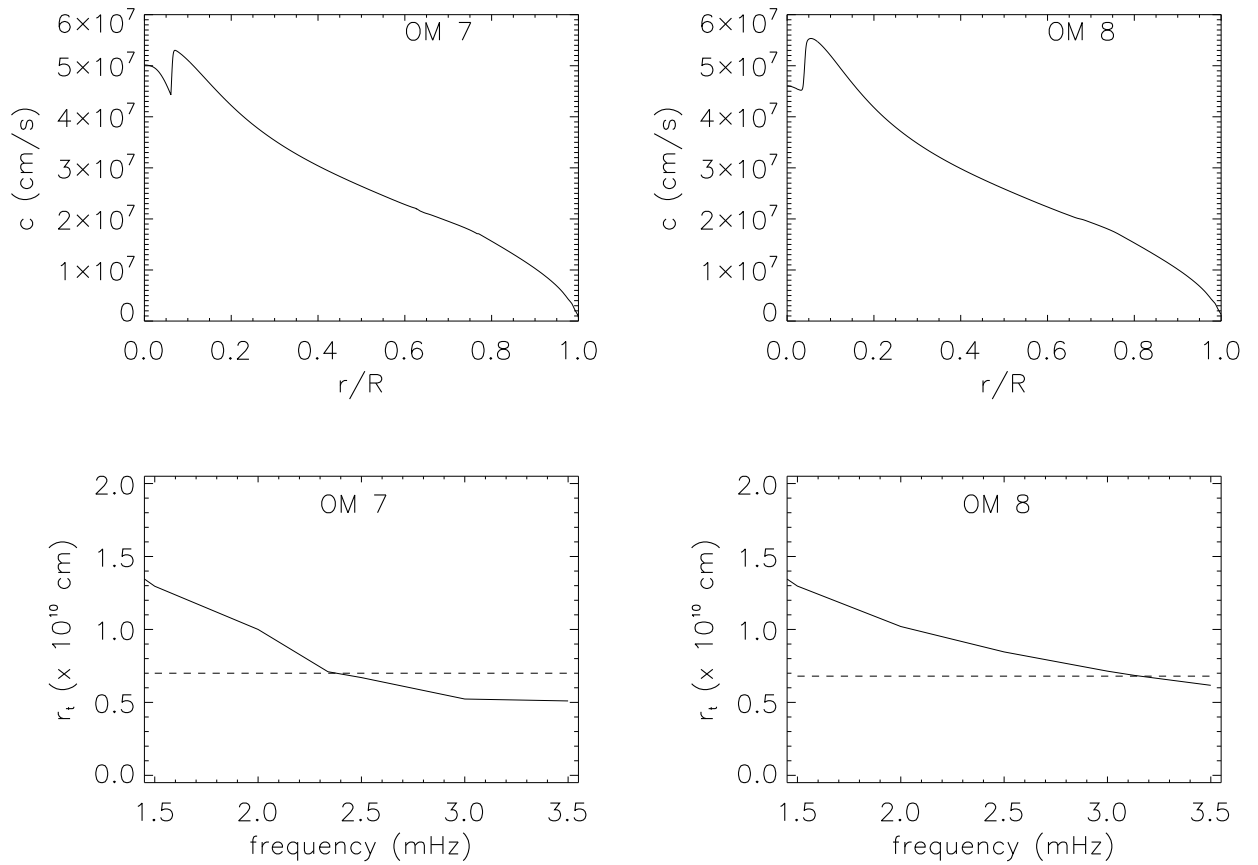
Les petites séparations dépendent fortement des conditions centrales et en particulier de l'intégrale  $I(r_t)$  définie par :

$$I(r_t) = \int_{r_t}^R \frac{1}{r} \frac{dc}{dr} dr \quad (3.5)$$

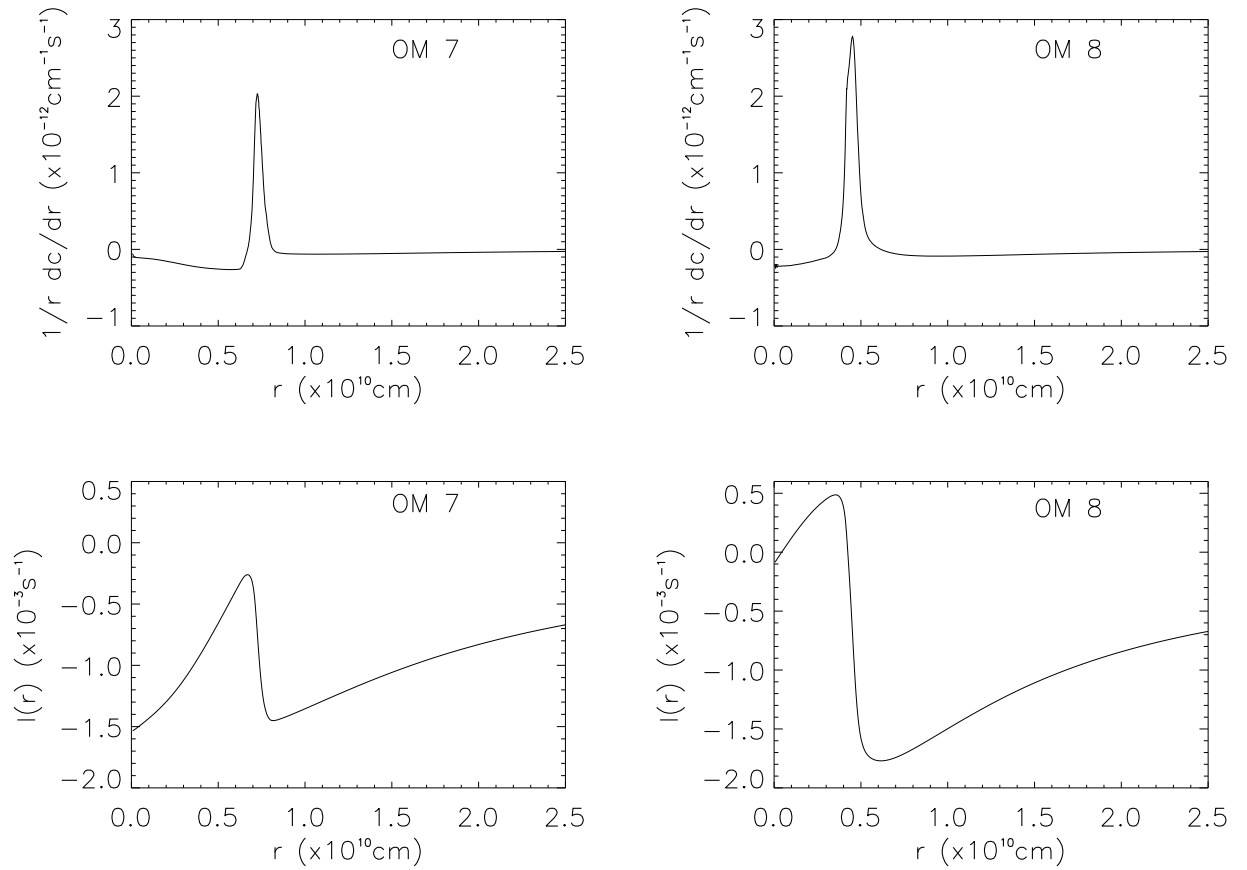
Dans le cas où l'étoile a un cœur riche en hélium, le gradient de vitesse du son varie fortement près du centre. Ainsi, l'intégrale  $I(r)$  va être différente entre  $r = 0$  et  $r = r_t$ .



**FIG. 3.7:** Grandes séparations (graphes du haut), diagrammes échelle (graphes du milieu), et petites séparations (graphes du bas) pour les modèles 7 et 8. Pour les diagrammes échelle, les symboles sont les mêmes que pour la Figure 3.5.



**FIG. 3.8:** Graphes du haut : profils de vitesse du son pour les modèles 7 et 8. Graphes du bas : point de retournement  $r_t$  des modes  $\ell = 2$ , en fonction de la fréquence (traits pleins). Les tirets représentent le rayon du cœur riche en hélium.



**FIG. 3.9:** Graphes du haut : variations de  $\frac{1}{r} \frac{dc}{dr}$  dans les régions centrales, pour les modèles 7 et 8. Graphes du bas : Intégrale  $I(r_t)$ .

La Figure 3.9 (graphes du bas) présente la variation de l'intégrale  $I(r_t)$  avec le rayon de l'étoile.

Pour le modèle 8,  $I(r_t)$  change de signe quand  $r_t$  atteint la frontière du cœur d'hélium. Le changement de signe de  $I(r_t)$  entraîne ici automatiquement le changement de signe des petites séparations pour les degrés  $\ell = 0 - \ell = 2$ .

Pour le modèle 7,  $I(r_t)$  est proche de zéro mais ne change pas de signe. Cependant, en regardant de plus près l'évolution des grandes séparations pour ce modèle (Figure 3.7, graphe en haut à gauche), on s'aperçoit que pour la gamme de fréquences considérée, nous avons  $\Delta\nu_2 > \Delta\nu_0$ . La différence est d'environ 0.2 - 0.3  $\mu\text{Hz}$ .

Ceci est lié au fait que le temps de propagation des ondes  $\ell = 2$  est plus court que celui des modes  $\ell = 0$ . Ce comportement est relié au pic observé dans le profil de vitesse du son (Figure 3.8, graphes du haut) à la limite du cœur d'hélium. Avec des ordres  $n$  de l'ordre de 30, une telle différence dans les grandes séparations est suffisante pour induire un changement de signe des  $\delta\nu_{02}$  quand  $r_t$  atteint le cœur de l'étoile.

### 3.3.3 Les modèles avec overshooting

Les modèles 9 et 10 correspondent à des modèles surmétalliques pour lesquels nous avons ajouté de l'overshooting à la limite du cœur convectif. Ils correspondent à des modèles de séquence principale. Leurs paramètres externes sont très proches de ceux des modèles 4 et 7, respectivement. Nous allons ainsi pouvoir étudier pour ces deux cas, quelle est l'influence de l'overshooting sur les fréquences d'oscillation.

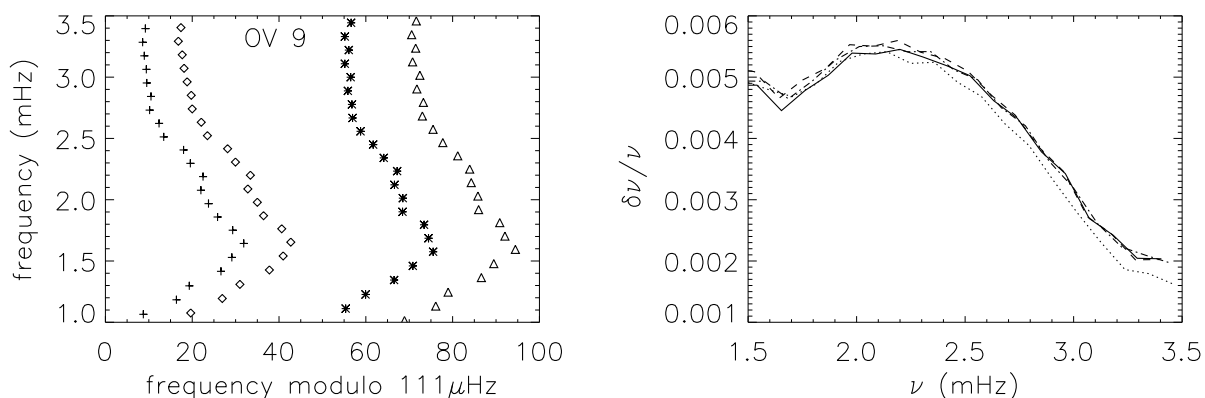
#### Comparaison des modèles 4 et 9

Nous comparons ici les modèles 4 et 9. Ils ont la même valeur de métallicité ( $[\text{Fe}/\text{H}]=0.27$ ), la même masse ( $1.22 M_\odot$ ), et le même âge (1.544 Gyr). Cependant, dans le cas avec overshooting, le rayon du cœur convectif est plus important (voir Table 3.3)

La Figure 3.10 (graphe de gauche) présente le diagramme échelle du modèle 9, avec overshooting. Nous avons obtenu pour ce modèle la même valeur de la grande séparation moyenne  $\Delta\nu_0$  que pour le modèle sans overshooting (modèle 4) : 111  $\mu\text{Hz}$ .

Nous avons calculé la différence entre les fréquences de ces deux modèles, pour chaque degré  $\ell$ . Le résultat est montré en Figure 3.10 (graphe de droite). On voit que les écarts entre les fréquences sont très faibles : ils ne dépassent pas 5.6 ‰, quel que soit le degré.

On voit donc que pour des modèles jeunes, évoluant au début de la séquence principale, l'ajout d'overshooting n'a pas d'influence visible sur les fréquences d'oscillation.



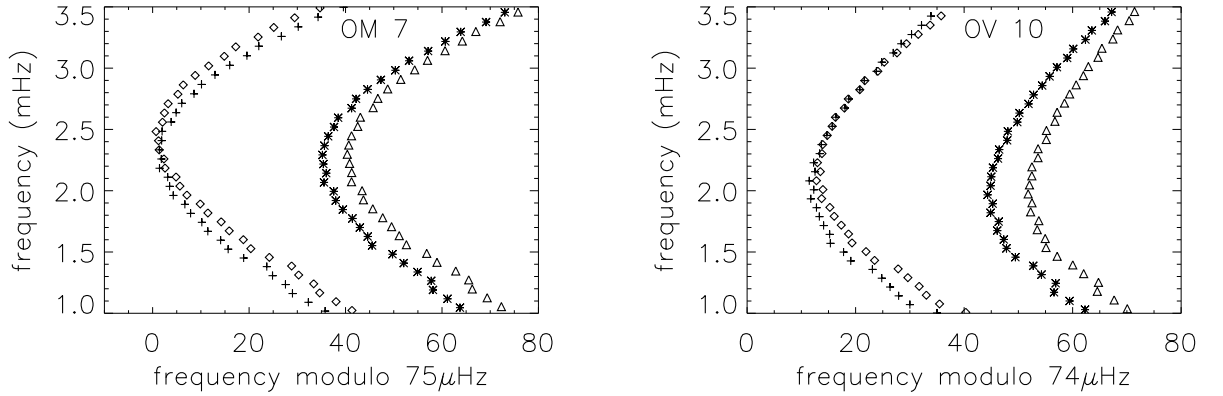
**FIG. 3.10:** *Grappe de gauche : diagramme échelle du modèle 9. Les symboles sont les mêmes que pour la Figure 3.5. Grappe de droite : comparaison entre les fréquences des modèles 4 (sans overshooting) et 9 (avec overshooting) pour :  $\ell = 0$  (traits pleins),  $\ell = 1$  (pointillés),  $\ell = 2$  (tirets), et  $\ell = 3$  (tirets-points).*

### Comparaison des modèles 7 et 10

Nous nous intéressons maintenant au cas des modèles avec  $[\text{Fe}/\text{H}]=0.19$ , passant par la boîte d'erreur spectroscopique de Takeda et al. (2005). Il s'agit de modèles plus évolués : le modèle 7 correspond à une étoile de  $1.31 M_{\odot}$ , 3.219 Gyr, en fin de séquence principale. Quant au modèle 10, il s'agit d'une étoile de  $1.30 M_{\odot}$ , 3.562 Gyr, évoluant encore sur la séquence principale. La différence dans les stades évolutifs vient de la différence dans les échelles de temps d'évolution qui sont plus longues quand on ajoute de l'overshooting.

La Figure 3.11 montre les diagrammes échelle de ces deux modèles. Pour le modèle 10 avec overshooting, nous obtenons également des petites séparations négatives et on observe donc un croisement des lignes  $\ell = 0 - \ell = 2$  sur le diagramme échelle (Figure 3.11, grappe de droite). La fréquence à laquelle ce croisement se produit est du même ordre que dans le cas du modèle 7 sans overshooting : 2.4 mHz. On remarque que les lignes se croisent à nouveau, aux alentours de 3 mHz, ce qui signifie que les petites séparations  $\delta\nu_{02}$  redeviennent positives. Ce phénomène d'oscillations des petites séparations est lié à la réflexion partielle des ondes dans le cœur de l'étoile (Roxburgh & Vorontsov, 1994). On ne le voit apparaître que dans le cas avec overshooting car, le rayon du cœur convectif étant plus grand, la période des oscillations est diminuée. On peut alors observer ces oscillations dans les petites séparations et les lignes du diagramme échelle se croisent deux fois.





**FIG. 3.11:** Diagrammes échelles des modèles 7 (graphe de gauche) et 9 (graphe de droite). Les symboles sont les mêmes que pour la Figure 3.5.

### 3.4 Bilan

Nous avons réalisé une modélisation préliminaire de HD 52265, étoile cible de CoRoT. A partir des paramètres externes ( $\log g$ ,  $\log T_{eff}$ , et  $[\text{Fe}/\text{H}]$ ) déterminés par spectroscopie pour cette étoile, nous avons calculé différentes séries de modèles, surmétalliques ou avec accréation, avec ou sans overshooting.

Nous avons sélectionné dix modèles dont les paramètres sont en accord avec les contraintes données par la spectroscopie. Nous avons calculé leurs fréquences d'oscillation, calculé pour chaque modèle la grande séparation, les petites séparations, et tracé le diagramme échelle. Nous avons trouvé que ces modèles présentent des différences de structure interne qui sont nettement visibles dans les fréquences d'oscillation. Les grandes séparations montrent des différences variant entre 4 et 25  $\mu\text{Hz}$ , tandis que pour les petites séparations, elles varient de 1 à 4  $\mu\text{Hz}$ . La forme du diagramme échelle est elle-aussi caractéristique de chaque modèle.

En particulier, nous avons trouvé que les modèles passant par la boîte d'erreur de Takeda et al. (2005) présentent une particularité : les petites séparations pour les degrés  $\ell = 0 - \ell = 2$  deviennent négatives à une certaine fréquence, et on observe un croisement des lignes sur le diagramme échelle. Le premier modèle correspond à une étoile de fin de séquence principale, avec un cœur convectif riche en hélium. Le second est une étoile évoluant sur la branche des sous-géantes, avec un cœur d'hélium aux frontières abruptes. Dans les deux cas, nous avons montré que ce comportement caractéristique était relié à l'importante discontinuité dans le profil de vitesse du son à la limite du cœur de l'étoile. La fréquence à laquelle les petites séparations

changent de signe est liée à la pénétration des ondes dans le cœur riche en hélium.

Enfin, nous avons testé l'influence de l'overshooting sur les fréquences d'oscillation. Nous avons pu voir que pour des modèles de séquence principale, l'ajout d'overshooting à la limite du cœur convectif n'a pas une influence visible dans les fréquences. Pour des modèles plus évolués, on retrouve le phénomène des petites séparations négatives.

HD 52265 a été observée avec le satellite CoRoT pendant plusieurs mois consécutifs. Les premières données concernant cette étoile devraient être disponibles en Juillet 2009.

Il sera possible de comparer tous ces modèles avec les données. Ils pourront alors être affinés, en testant d'autres valeurs d'abondance d'hélium, en faisant varier la métallicité, ou en faisant varier le paramètre d'overshooting. Il pourra ainsi être possible de déterminer avec précision la structure interne de l'étoile.



# Publication 1

## The CoRoT primary target HD 52265 : models and seismic tests

M. Soriano, S. Vauclair, G. Vauclair, and M. Laymand

### Abstract :

HD 52265 est la seule étoile centrale de système planétaire cible principale du programme sismologie de la mission CoRoT. Elle va ainsi être observée sans interruption pendant 5 mois, ce qui est particulièrement intéressant dans le cadre de l'étude des systèmes planétaires. Cette étoile a été classée comme géante dans le Bright Star Catalog, alors qu'il s'agit plus probablement d'une étoile de séquence principale ou de début de branche des sous-géantes. Nous avons effectué une analyse approfondie de cette étoile, en montrant que l'astérosismologie peut permettre une détermination précise de ses paramètres externes et de sa structure interne.

Nous avons tout d'abord passé en revue les contraintes observationnelles sur la métallicité, la gravité et la température effective dérivées à partir d'observations spectroscopiques de HD 52265. Nous avons aussi calculé sa luminosité en utilisant la parallaxe Hipparcos. Nous avons calculé des traces évolutives pour des modèles de métallicités variées passant dans les boîtes d'erreur spectroscopiques correspondantes. Nous avons sélectionné 8 modèles satisfaisant les contraintes observationnelles, calculé leurs fréquences d'oscillation, et analysé des tests sismiques spécifiques.

Les modèles possibles pour HD 52265 qui satisfont les contraintes déduites des observations spectroscopiques, sont différents dans leurs paramètres externes et internes. Ils correspondent à des étoiles de séquence principale ou en début de branche des sous-géantes. Les différences entre les modèles induisent des propriétés différentes dans leurs fréquences d'oscillation. Nous montrons qu'il existe un comportement spécifique de ces fréquences dans le cas de cœurs riches en hélium : les "petites séparations" peuvent devenir négatives et donner des contraintes sur la taille du cœur. Nous espérons que les observations de CoRoT nous permettront de choisir entre ces différents modèles.

2007, *Astronomy and Astrophysics*, 471, 885



## The CoRoT primary target HD 52265: models and seismic tests

M. Soriano, S. Vauclair, G. Vauclair, and M. Laymand

Laboratoire d'Astrophysique de Toulouse et Tarbes – UMR 5572 – Université Paul Sabatier Toulouse III – CNRS, 14 Av. E. Belin, 31400 Toulouse, France  
e-mail: sylvie.vauclair@ast.obs-mip.fr

Received 23 November 2006 / Accepted 6 May 2007

### ABSTRACT

**Aims.** HD 52265 is the only known exoplanet-host star selected as a main target for the seismology programme of the CoRoT satellite. As such, it will be observed continuously during five months, which is of particular interest when studying planetary systems. This star was misclassified as a giant in the Bright Star Catalog, while it is more probably on the main-sequence or at the beginning of the subgiant branch. We performed an extensive analysis of this star, showing how asteroseismology may lead to a precise determination of its external parameters and internal structure.

**Methods.** We first reviewed the observational constraints on the metallicity, the gravity, and the effective temperature derived from the spectroscopic observations of HD 52265. We also derived its luminosity using the Hipparcos parallax. We computed the evolutionary tracks for models of various metallicities that cross the relevant observational error boxes in the gravity-effective temperature plane. We selected eight different stellar models that satisfy the observational constraints, computed their p-modes frequencies, and analysed specific seismic tests.

**Results.** The possible models for HD 52265, which satisfy the constraints derived from the spectroscopic observations, are different in both their external and internal parameters. They lie either on the main sequence or at the beginning of the subgiant branch. The differences in the models lead to quite different properties of their oscillation frequencies. We give evidence of an interesting specific behaviour of these frequencies in the case of helium-rich cores: the “small separations” may become negative and give constraints on the size of the core. We expect that the observations of this star by the CoRoT satellite will allow a choice between these possible models.

**Key words.** stars: individual: HD 52265 – planetary systems – stars: oscillations – stars: abundances

### 1. Introduction

The study of the internal structure of exoplanet-host stars (EHS) is a key issue for understanding the formation of planetary systems. In this context, asteroseismology techniques represent an excellent tool for determining the structural differences between stars with and without detected planets. The most striking among these differences is the observed overmetallicity of EHS compared to stars without planets (Santos et al. 2003, 2005; Gonzalez 2003; Fischer & Valenti 2005). This overmetallicity may have a primordial origin, which means that it was already present in the interstellar cloud out of which the stellar system emerged or related to accretion of hydrogen poor material onto the star during the early phases of the planetary system's formation (Bazot & Vauclair 2004). Although the first scenario seems more realistic and probable, the second one is not yet completely excluded. Note that the stars for which no planet have been detected may very well possess planets with large orbits, like the Sun. The so-called exoplanet-host stars correspond to those for which the giant planets have migrated towards the central star during the early phases. One must keep in mind that the differences between the two cases (stars observed with or without planets) are related to the phenomenon of planet migration more than that of planet formation, even if both effects are connected.

Besides the question of the origin of the overmetallicity in EHS, recent papers (Bazot et al. 2005; Laymand & Vauclair 2007) showed how asteroseismology could lead to more precise

determinations of the outer stellar parameters ( $\log g$ ,  $\log T_{\text{eff}}$ , metallicity) than spectroscopy. Meanwhile, Laymand & Vauclair (2007) showed the importance of computing very precise models of the studied star, taking precise metallicity into account, to infer mass and age. Determining these parameters by extrapolation in published grids can lead to wrong values.

The EHS  $\mu$  Arae was observed with the HARPS spectrometer in June 2004 to obtain radial velocity time series. Their analysis led to the discovery of up to 43 frequencies that could be identified with p-modes of degree  $\ell = 0$  to 3 (Bouchy et al. 2005) and a detailed modelling was given in Bazot et al. (2005). Two other very promising EHS for such a seismic analysis are the solar type stars  $\iota$  Hor (HD 17051, HR 810) and HD 52265. The case of  $\iota$  Hor, which has been observed with HARPS in November 2006, was discussed by Laymand & Vauclair (2007).

HD 52265, mistakenly classified as a G0III-IV in the Bright Star Catalog, was reclassified as a solar type G0V main sequence star by Butler et al. (2000). A Jupiter-mass planet orbiting at 0.5 AU with a period of 119 days was discovered independently by Butler et al. (2000) and Naef et al. (2001). The star's overmetallicity has been established by a number of subsequent analyses like Gonzalez et al. (2001), Santos et al. (2004), Fischer & Valenti (2005), Takeda et al. (2005), and Gillon & Magain (2006). HD 52265 will be one of the main targets of the seismology programme of the CoRoT space mission (Baglin 2003), which has two main scientific programmes: the asteroseismological study of bright variable stars of different types in the

H-R diagram and the search for planetary transits. The study of HD 52265 offers a unique opportunity to link the two scientific programmes of CoRoT (Vauclair et al. 2006).

For the present paper we computed evolutionary tracks using [Fe/H] values as given by the various observing groups and selected models lying inside the corresponding error boxes in the  $\log g - \log T_{\text{eff}}$  plane. We used the TGEC code (Toulouse-Geneva evolutionary code) as described in previous papers (e.g. Bazot & Vauclair 2004; Bazot et al. 2005). We tested the differences obtained in the internal structure of the models for the various possible, observed metallicities and the overmetallic-versus-accretion scenarii. According to the atmospheric parameters derived by the different authors cited above, HD 52265 should have a convective core whose mass largely depends on the adopted metallicity. We computed the p-modes oscillation frequencies for several characteristic models, using the code PULSE (Brassard et al. 1992). We discuss asteroseismic tests that will help in choosing among the possible models. We find that, if the star is at the end of the main-sequence or at the beginning of the subgiant branch, the “small separations” between modes  $\ell = 0$  and  $\ell = 2$  become negative at some frequency, and we specifically discuss this interesting behaviour.

The computations of evolutionary tracks and various modelling of this star are described in Sect. 2. Section 3 is devoted to the discussion of asteroseismic tests and predictions for models that lie at the beginning of the main sequence. In Sect. 4, we specifically discuss the case of two models with helium-rich cores and emphasize the question of negative small separations. The summary and conclusion are given in Sect. 5.

## 2. Evolutionary tracks and models

### 2.1. Observational boxes and computations

Five different groups of observers have determined the metallicity and the external parameters of HD 52265 (see Table 1). This star was also observed with the Hipparcos satellite from which the parallax was derived:  $\pi = 35.63 \pm 0.84$  mas. The visual magnitude of HD 52265 is given as  $V = 6.301$  (SIMBAD Astronomical data base). From Table 1, we derive an average value for the effective temperature  $T_{\text{eff}} = 6115$  K with an uncertainty of order 100 K. Using the tables of Flower (1996), we obtained  $BC = -0.03 \pm 0.01$  for the bolometric correction. With a solar absolute bolometric magnitude of  $M_{\text{bol},\odot} = 4.75$  (Lejeune et al. 1998), and taking the uncertainty on the parallax into account, we deduce a luminosity of  $\log L/L_{\odot} = 0.29 \pm 0.05$ . In any case, we do not use this luminosity as a basic constraint on our models, which are more consistently fitted to the “triplets” ([Fe/H],  $\log g$ ;  $\log T_{\text{eff}}$ ) given by spectroscopists.

We computed a series of overmetallic and accretion models that could account for the observed parameters of HD 52265. We used the Toulouse-Geneva stellar evolution code with the OPAL equation of state and opacities (Rogers & Nayfonov 2002; Iglesias & Rogers 1996) and the NACRE nuclear reaction rates (Angulo et al. 1999). In all our models, microscopic diffusion was included using the Paquette prescription (Paquette et al. 1986; Michaud et al. 2004). The treatment of convection was done in the framework of the mixing length theory and the mixing length parameter was adjusted as in the Sun ( $\alpha = 1.8$ ). For the overmetallic models, we assumed that helium was enriched, along with metals according to the law given by Isotov & Thuan (2004):  $dY/dZ = 2.8 \pm 0.5$ . The accretion models were computed with the same assumptions as in Bazot & Vauclair (2004) (instantaneous fall of matter at the beginning of the main

**Table 1.** Effective temperatures, gravities, and metal abundances observed for HD 52265. [Fe/H] ratios are given in dex.

$T_{\text{eff}}$ (K)	$\log g$	[Fe/H]	Reference
$6162 \pm 22$	$4.29 \pm 0.04$	$0.27 \pm 0.02$	GLTR01 <sup>a</sup>
$6103 \pm 52$	$4.28 \pm 0.12$	$0.23 \pm 0.05$	SIM04 <sup>b</sup>
$6076 \pm 44$	$4.26 \pm 0.06$	$0.19 \pm 0.03$	FV05 <sup>c</sup>
$6069 \pm 15$	$4.12 \pm 0.03$	$0.19 \pm 0.03$	TOSKS05 <sup>d</sup>
$6179 \pm 18$	$4.36 \pm 0.03$	$0.24 \pm 0.02$	GM06 <sup>e</sup>

References: <sup>a</sup> Gonzalez et al. (2001); <sup>b</sup> Santos et al. (2004); <sup>c</sup> Fischer & Valenti (2005); <sup>d</sup> Takeda et al. (2005); <sup>e</sup> Gillon & Magain (2006).

sequence and instantaneous mixing inside the convection zone). Neither extra mixing nor overshoot were taken into account in the present paper.

### 2.2. Evolutionary tracks for overmetallic models

We first computed evolutionary tracks for overmetallic models, using the three different values of the metallicity as given by the groups of observers: [Fe/H] = 0.19 (TOSKS05 and FV05), 0.23 (SIM04 and GM06), and 0.27 (GLTR01). The results obtained in the  $\log g - \log T_{\text{eff}}$  diagram are displayed in Fig. 1 (upper and middle panels). Each graph corresponds to one value of the metallicity. The five observational error boxes are shown in each graph, but those that correspond to the same metallicity as the models are drawn in thicker lines. The only acceptable models computed with a given metallicity are those that cross the error boxes corresponding to the same metallicity as derived by the observers. Two different graphs are presented for the [Fe/H] = 0.19 case, because the TOSKS05 box can be crossed in two different ways. On the graph presented on the upper left, the evolutionary tracks cross this box at the end of the main sequence, while on the graph presented on the upper right, this happens at the beginning of the subgiant phase. Of course the masses involved are quite different as is the internal structure of the stars, as will be seen below.

### 2.3. Evolutionary tracks for accretion models

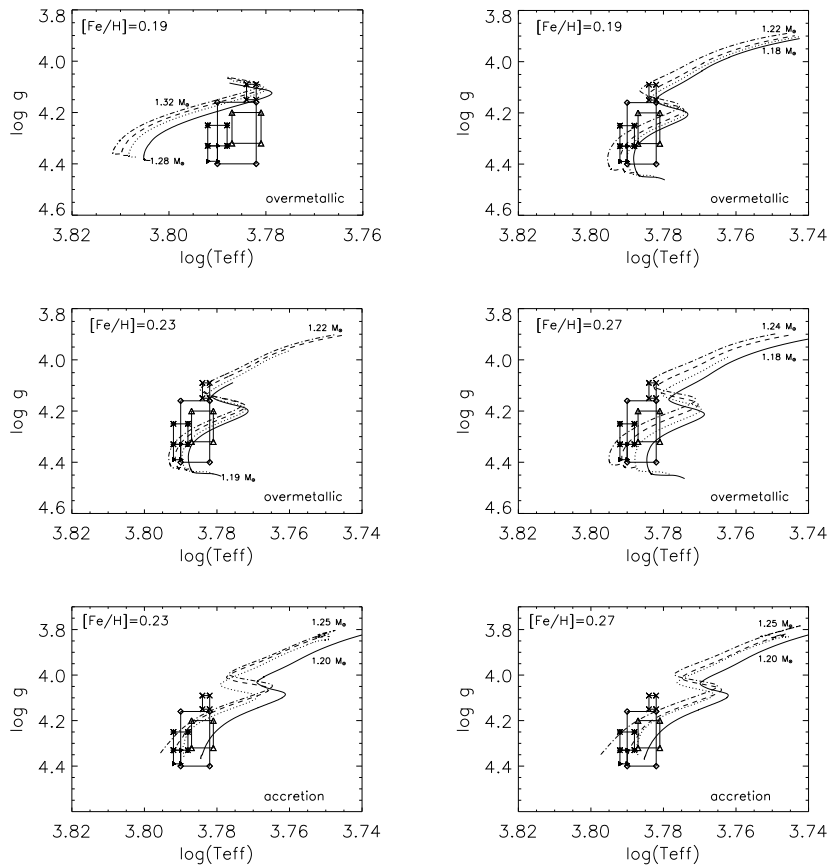
The lower panels of Fig. 1 show the evolutionary tracks of models with accretion for two metallicities: [Fe/H] = 0.23 and [Fe/H] = 0.27. We observe that, for the same value of [Fe/H], the accretion models that cross the error boxes are more massive and younger than the overmetallic ones. We also note that for all the considered cases, except the special one for which the star should be a subgiant, the range of stellar masses is from  $1.18 M_{\odot}$  to  $1.25 M_{\odot}$  so that all the models (overmetallic and accretion) develop convective cores during evolution.

## 3. Models and seismic tests

We computed a large number of models along the evolutionary tracks with the constraints of having consistent metallicities, effective temperatures, and gravities as given by each group of observers. We chose eight of these models for further asteroseismic studies.

### 3.1. Choice of models

The characteristics of the models chosen for asteroseismic studies are displayed in Tables 2 and 3. The overmetallic models



**Fig. 1.** Constraints on the position of the star HD 52265 in the  $\log g - \log T_{\text{eff}}$  diagram for the three different metallicities derived from spectroscopic observations. The five error boxes shown are from: Gillon & Magain (black triangles), Fischer & Valenti (white triangles), Santos et al. (diamonds), Gonzalez et al. (asterisks), Takeda et al. (crosses). For each selected metallicity, the corresponding authors' box is drawn in thick lines. The figures of the upper and middle panels for  $[\text{Fe}/\text{H}] = 0.19, 0.23,$  and  $0.27$  show the evolutionary tracks for overmetallic models, while the lower figures for  $[\text{Fe}/\text{H}] = 0.23$  and  $0.27$  are for models with accretion. In the upper-left figure, the evolutionary tracks are for  $1.28 M_{\odot}$  (thick line),  $1.30 M_{\odot}$  (dotted line),  $1.31 M_{\odot}$  (dashed line), and  $1.32 M_{\odot}$  (dotted-dashed line), respectively; in the upper-right figure the evolutionary tracks are in the same order for  $1.18, 1.19, 1.20,$  and  $1.22 M_{\odot}$ ; in the middle-left figure the evolutionary tracks are in the same order for  $1.19, 1.20, 1.21,$  and  $1.22 M_{\odot}$ ; in the middle-right figure they are in the same order for  $1.18, 1.20, 1.22,$  and  $1.24 M_{\odot}$ ; in the lower-left figure, the tracks are for  $1.20, 1.22, 1.24,$  and  $1.25 M_{\odot}$ ; and in the lower-right figure, they are in the same order for  $1.20, 1.22, 1.23,$  and  $1.25 M_{\odot}$ .

**Table 2.** Mass, age, surface gravity, effective temperature, luminosity, surface metallicity and average large separations of eight stellar models consistent with the spectroscopic constraints.

Model	$M_{\star} (M_{\odot})$	Age (Gyr)	$\log g$	$\log T_{\text{eff}}$ (K)	$\log L/L_{\odot}$	$[\text{Fe}/\text{H}]$	$\Delta\nu (\mu\text{Hz})$
1 (OM)	1.21	1.275	4.360	3.7915	0.268	0.23	115
2 (OM)	1.18	3.427	4.293	3.7839	0.318	0.19	100
3 (OM)	1.19	2.530	4.320	3.7867	0.288	0.23	107
4 (OM)	1.22	1.544	4.300	3.7910	0.291	0.27	111
5 (AC)	1.22	0.390	4.300	3.7892	0.290	0.23	110
6 (AC)	1.23	0.603	4.320	3.7892	0.319	0.27	108
7 (OM)	1.31	3.219	4.125	3.7825	0.519	0.19	75
8 (OM)	1.20	4.647	4.125	3.7831	0.491	0.19	77

labelled 1 to 4 (OM) correspond to main-sequence stars. Their seismic analysis is given in Sect. 3.2. Models computed with the accretion hypothesis, labelled 5 and 6 (AC) are discussed in Sect. 3.3. The evolutionary tracks that cross the error box of Takeda et al. (2005) lead to very different models, either at the end of the main sequence or at the beginning of the sub-giant branch. We discuss two of them, labelled 7 and 8 (OM) in a special section (Sect. 4). These models, which have high luminosities compared to those derived from the Hipparcos parallax, present specially interesting characteristics: in both cases the small separations become negative at some particular frequency. Note that in model 8 (OM) the convective core has disappeared, while it did develop along the evolutionary track. For this reason, model 8 (OM) possesses a radiative helium core with a sharp boundary, while model 7 still has a convective core. These interesting models and the underlying physics are discussed in Sect. 4.

### 3.2. Seismic analysis of models 1 to 4: large separations, small separations, and echelle diagrams

Adiabatic oscillation frequencies were computed for the models chosen in Sect. 2 using the Brassard et al. (1992) code, as in Bazot & Vauclair (2004). The frequencies were computed for angular degrees  $\ell = 0$  to  $\ell = 3$  and radial orders typically ranging from 4 to 100. The corresponding echelle diagrams, where the frequencies are plotted in ordinates and the same frequencies modulo the large separation are plotted in abscissae, are given in Fig. 3. They present characteristic differences large enough to be detectable with the CoRoT satellite, which should reach a frequency resolution of the order of  $0.1 \mu\text{Hz}$  for the long observational runs of 150 days.

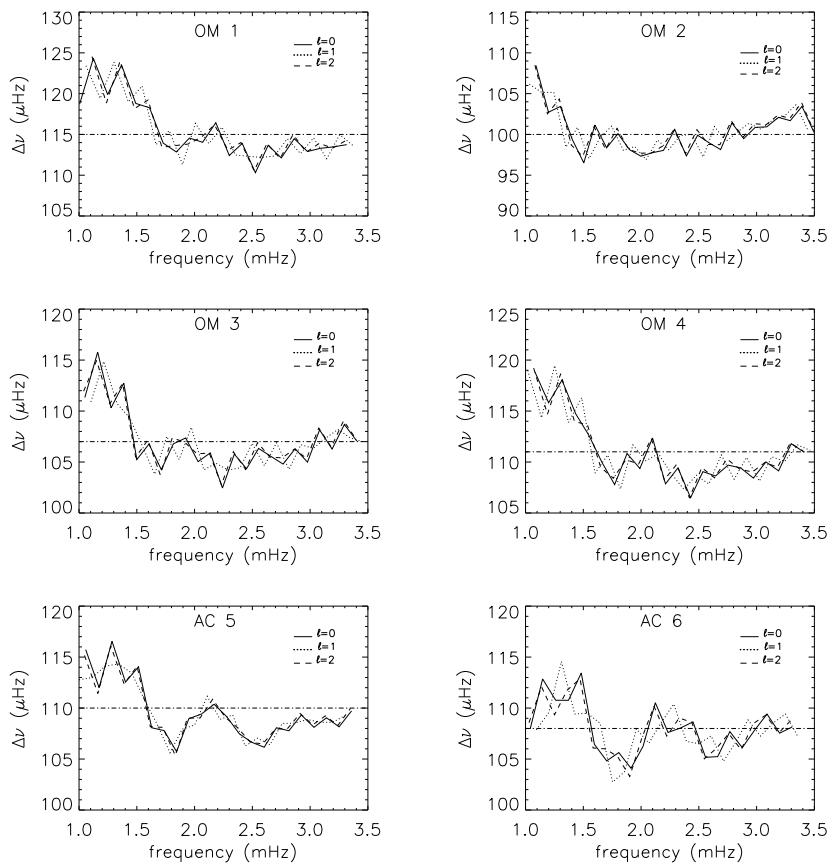
We also computed the small separations,  $\delta\nu = \nu_{n,\ell} - \nu_{n-1,\ell+2}$ , which are very sensitive to the deep stellar interior (Tassoul 1980; Roxburgh & Vorontsov 1994; Gough 1986). They are



**Table 3.** Radius, fractional radius and mass of the convective core, fractional radius of the outer convective zone, initial helium and metal mass fraction, present surface helium and metal mass fraction, and present central helium mass fraction for the same models as in Table 2.

Model	$R_*$ (cm)	$r_{cc}/R_*$	$M_{cc}/M_*$	$r_{ocz}/R_*$	$Y_0$	$Z_0$	$Y_s$	$Z_s$	$Y_c$
1 (OM)	8.266e10	0.0501	0.0121	0.798	0.2930	0.0282	0.270	0.0269	0.46
2 (OM)	9.014e10	0.0559	0.0032	0.762	0.2879	0.0260	0.2408	0.0236	0.728
3 (OM)	8.643e10	0.0515	0.019	0.776	0.2930	0.0282	0.2545	0.0261	0.624
4 (OM)	8.510e10	0.0573	0.020	0.793	0.2984	0.0306	0.2695	0.0288	0.501
5 (AC)	8.570e10	0.0433	0.0077	0.82	0.2714	0.0189	0.2536	0.0808	0.3244
6 (AC)	8.864e10	0.0412	0.0086	0.83	0.2714	0.0189	0.2343	0.1094	0.3581
7 (OM)	11.51e10	0.0610	0.090	0.767	0.2879	0.0260	0.2397	0.0238	0.876
8 (OM)	11.11e10	(0.0612) <sup>a</sup>	(0.1077) <sup>a</sup>	0.764	0.2879	0.0260	0.2405	0.0238	0.971

<sup>a</sup> For model 8, which has no more convective core, Cols. 3 and 4 present the radius and mass fractions of the helium core.

**Fig. 2.** Large separations for the overmetallic models 1 to 4 and the accretion models 5 and 6. The horizontal dotted-dashed line corresponds to the value of the mean large separation in each.

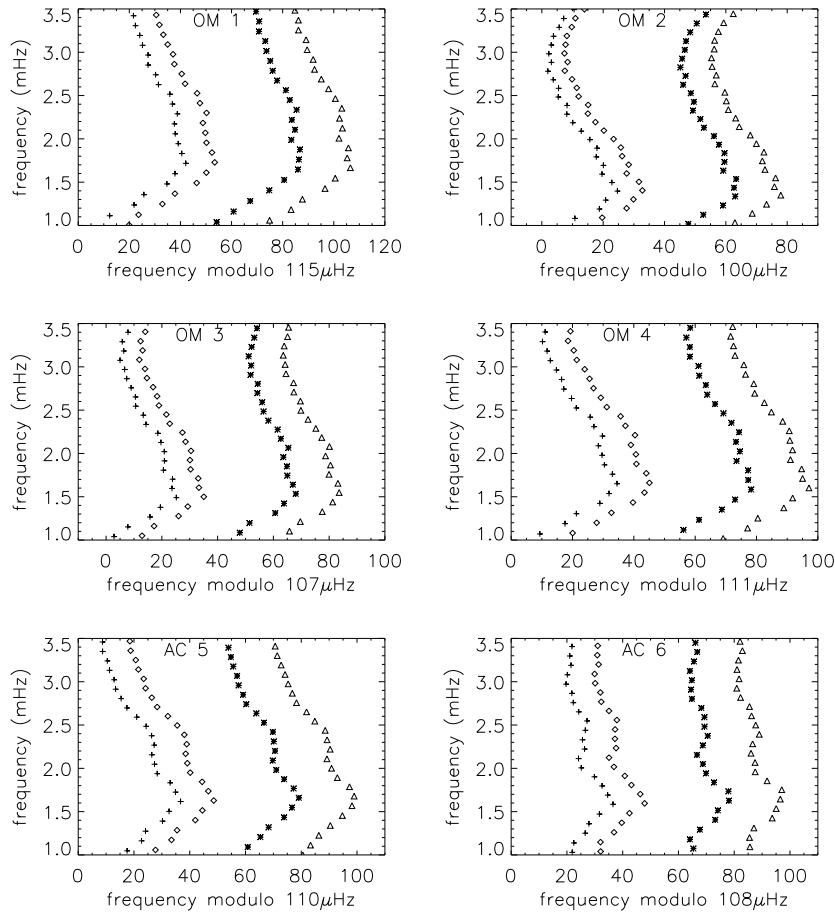
presented in Fig. 4. We come back in more detail to the subject of small separations in Sect. 4, as they present a special behaviour in models 7 and 8.

### 3.3. Seismic analysis of the accretion models 5 and 6

Two models have been computed with the assumption that the observed overmetallicity was due to accretion of hydrogen poor matter onto the star during the early phases of planetary formation. Both models have a solar metallicity in their interiors, while model 5 (AC) has  $[\text{Fe}/\text{H}] = 0.23$  and model 6 (AC)  $[\text{Fe}/\text{H}] = 0.27$  in their outer layers. The external and internal parameters of these models are given in Tables 2 and 3. Both models have a convective core that is smaller than the ones obtained for

the overmetallic models with the same atmospheric metallicity (models 3 and 4).

The large separations, echelle diagrams, and small separations for these models are given in Figs. 2–4 (lower panels). Although these models show no qualitative differences with the overmetallic models, due to the fact that they all have convective cores, they do present visible quantitative differences, which are due to the different sizes of their convective cores. The situation here is not the same as for stars with lower masses, for which the accretion models, which have no convective cores, follow evolutionary tracks very different from those of the overmetallic models (see Bazot & Vaclair 2004). We expect, however, that the quantitative differences between these models should be detectable at the precision of the CoRoT observations.



**Fig. 3.** Echelle diagrams for the overmetallic models 1 to 4 and the accretion models 5 and 6. Diamonds correspond to  $\ell = 0$ , triangles to  $\ell = 1$ , crosses to  $\ell = 2$ , and asterisks to  $\ell = 3$ .

#### 4. The special cases of models 7 and 8: negative small separations

Models 7 and 8 correspond to the Takeda et al. (2005) error boxes in the  $\log g - \log T_{\text{eff}}$  diagram (Fig. 1, upper panels, left for model 7, right for model 8). Model 7 is at the end of the main-sequence, model 8 at the beginning of the subgiant branch.

##### 4.1. Seismic analysis of models 7 and 8

These models present very interesting features, clearly visible in Fig. 5: the  $\ell = 0$  and  $\ell = 2$  lines cross at frequencies of 2.3 mHz for model 7 and 3.15 mHz for model 8. Meanwhile the  $\ell = 1$  and  $\ell = 3$  lines become very close at high frequencies. In the lower panel, we may check that the small separations between  $\ell = 0$  and  $\ell = 2$  become negative at the crossing frequencies.

These characteristic features are related to the rapid variations of the sound velocity near the helium-rich cores (Fig. 6, upper panels). In model 7, the core is convective, with a high helium abundance  $Y = 0.876$ . In model 8, which corresponds to the beginning of the subgiant branch, the central convection has disappeared but a sharp-edged helium core remains.

While the  $\ell = 0$  modes propagate inside the whole star from the surface down to the centre, the  $\ell = 2$  modes turn back at a layer whose radius (turning point) is given by

$$S_1(r_t) = \omega = 2\pi\nu, \quad (1)$$

where  $\nu$  is the frequency of the considered mode and  $S_1(r)$  the Lamb frequency, given by

$$S_1(r) = \frac{c(r)}{r} \sqrt{l(l+1)}. \quad (2)$$

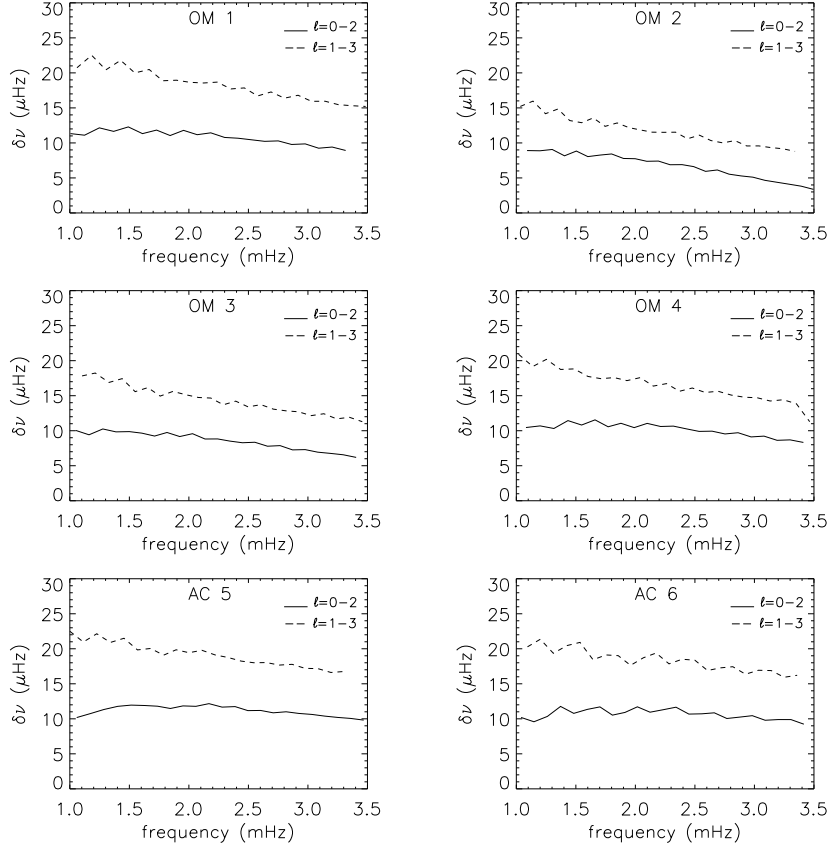
We computed the turning points  $r_t(\nu)$  for the  $\ell = 2$  modes in models 7 and 8, the radii of which is obtained from:

$$c^2(r_t) = \frac{2\pi^2\nu^2}{3} r_t^2. \quad (3)$$

The results are given in Fig. 6 (lower panels). For both models, the turning points of the  $\ell = 2$  waves reach the edge of the core at the exact frequency for which the  $\ell = 0$  and  $\ell = 2$  lines cross in the echelle diagrams.

##### 4.2. Negative small separations: discussion

For the present study, the p-mode frequencies have been computed in a precise way, using the code PULSE (Brassard et al. 1992). The fact that the computed small separations change sign for models with helium cores is an important result. Negative small separations at first sight contradict the so-called ‘‘asymptotic theory’’ developed by Tassoul (1980). We show below that this behaviour may be understood if we relax one of the Tassoul’s assumptions, namely if we take into account the fact that the  $\ell = 2$  waves do not travel down to the centre of the



**Fig. 4.** Small separations for the overmetallic models 1 to 4 and the accretion models 5 and 6. Solid lines are for the differences  $\ell = 0$  minus  $\ell = 2$  and dashed lines for the differences  $\ell = 1$  minus  $\ell = 3$ .

star, below their turning point. In the usual asymptotic theory, the small separations may be written

$$\delta\nu = \nu_{n,l} - \nu_{n-1,l+2} \simeq -(4l + 6) \frac{\Delta\nu}{4\pi^2\nu_{n,l}} \int_0^R \frac{1}{r} \frac{dc}{dr} dr, \quad (4)$$

which is always positive.

However, this expression is obtained with the assumption that the integrations may be performed between  $r = 0$  and  $r = R$  for low values of  $\ell$ , as well as for  $\ell = 0$ , while they should be computed between  $r_1$  and  $R$ , where  $r_1$  is the internal turning point of the waves.

In the case of helium rich cores, the sound velocity gradient that enters the integral in Eq. (4) strongly varies near the centre, as shown in the upper panels of Fig. 7. As a consequence, the integral  $I(r)$ , defined as

$$I(r) = \int_{r_1}^R \frac{1}{r} \frac{dc}{dr} dr, \quad (5)$$

changes drastically, so that  $I(r)$  is very different from  $I(0)$  for low values of  $r$  (Fig. 7, lower panels).

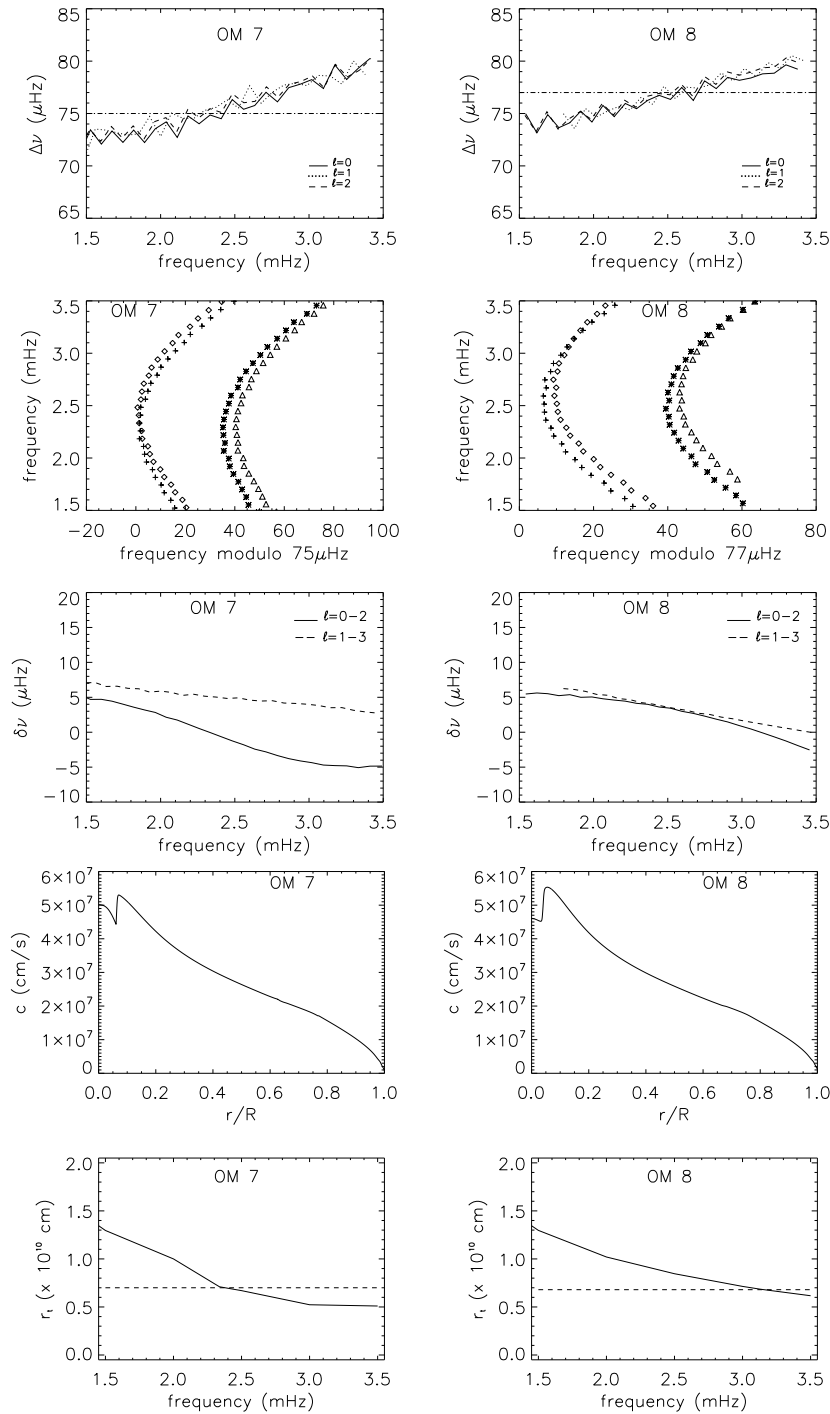
To understand how the small separations may become negative, let us go back to the approximate computations of the frequencies proposed by Tassoul (1980), in which we reintroduce integrals between  $r_1$  and  $R$  instead of zero and  $R$ . The approximate expression for  $\nu_{n,l}$  may be written

$$\nu_{n,l} \simeq \left( n + \frac{l}{2} + \frac{1}{4} + \alpha \right) \Delta\nu_l - \frac{l(l+1)\Delta\nu_l}{4\pi^2\nu_{n,l}} \left[ \frac{c(R)}{R} - \int_{r_1}^R \frac{1}{r} \frac{dc}{dr} dr \right] - \delta \frac{\Delta\nu_l^2}{\nu_{n,l}}, \quad (6)$$

which is the usual Tassoul's expression where the lower limit for the integral  $r_1$  is the turning point for the  $\ell$  mode with frequency  $\nu_{n,l}$ ;  $\Delta\nu_l$  is the large separation, generally approximated as  $\Delta\nu_0 = \frac{1}{2t_a}$  where  $t_a$  is the acoustic radius of the star;  $\alpha$  corresponds to a surface phase shift; and  $\delta$  is a function of the parameters of the equilibrium model. For the following discussion, we keep  $\Delta\nu_l$  in the equations as a working hypothesis instead of  $\Delta\nu_0$ , which means that we allow  $\Delta\nu_l$  to be different for different  $\ell$  values. Under these assumptions, neglecting the ratio  $\frac{c(R)}{R}$  in front of the integral and the  $\delta$ -term, the small separations between  $\ell = 0$  and  $\ell = 2$  may be written:

$$\delta\nu_{02} \simeq \left( n + \frac{1}{4} + \alpha \right) (\Delta\nu_0 - \Delta\nu_2) - \frac{3\Delta\nu_2}{2\pi^2\nu_{n,l}} I(r_1). \quad (7)$$

For model 8,  $I(r_1)$  changes sign when  $r_1$  reaches the edge of the helium core (Fig. 7, lower panel, right). In this case, the reason  $\delta\nu_{02}$  changes sign is evident. For model 7 (left), the integral becomes close to zero without changing sign. However, a close look at the large separations (Fig. 5, upper left) shows that, in the considered range of frequencies,  $\Delta\nu_2$  is systematically larger than  $\Delta\nu_0$  by about 0.2–0.3  $\mu\text{Hz}$ , which represents a signature of the fact that the propagation times for the  $\ell = 2$  waves are shorter than that of the  $\ell = 0$  waves. This behaviour is logically related to the drop in the sound velocity in the helium core. With characteristic values of  $n$  of order 30, a rapid computation shows that such a difference in the large separations is enough to induce a change of sign for  $\delta\nu_{02}$  when the turning point of the waves reaches the edge of the helium core.



**Fig. 5.** Large separations, echelle diagrams, and small separations for the overmetallic models 7 and 8. We note that, in the echelle diagrams, the  $\ell = 0$  and  $\ell = 2$  lines cross at frequencies of 2.3 mHz (model 7) and 3.15 mHz (model 8), while the  $\ell = 1$  and  $\ell = 3$  lines become very close for high frequencies. This is due to their helium-rich cores (see text).

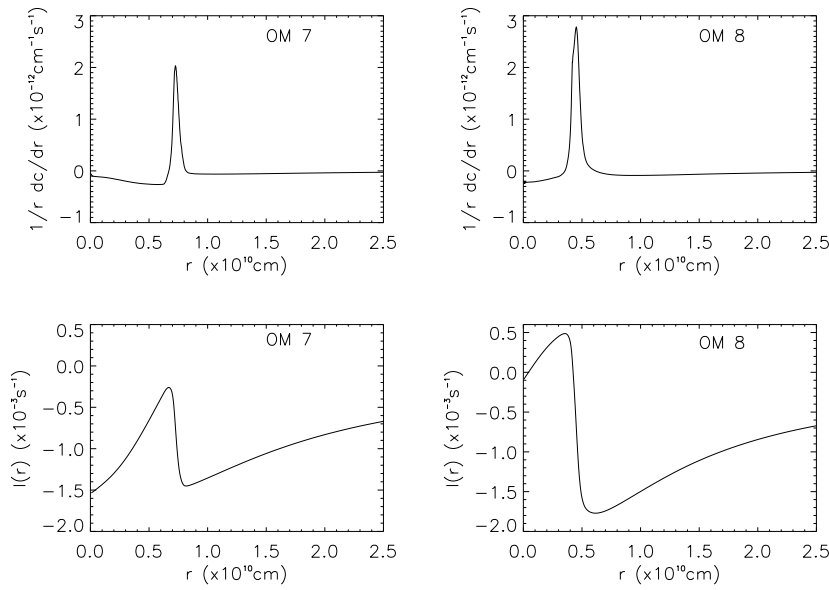
**Fig. 6.** Upper panels: sound speed profiles for the overmetallic models 7 and 8. The sound velocities present a sharp variation at the boundary of the helium-rich core, which is convective in model 7 but radiative in model 8. Lower panels: turning point  $r_t$  of the  $\ell = 2$  waves, computed as a function of the frequency of the waves (solid lines). The dashed lines represent the radius of the helium-rich core. We see that the turning point reaches the core boundary at the same frequency as that of the crossing point in the echelle diagrams.

This is an important result that will be discussed in more details for the general case of solar-type stars in a forthcoming paper.

## 5. Summary

The exoplanet-host star HD 52265 is one of the main targets of the CoRoT satellite and, as such, will be observed as a long

run during five consecutive months. This solar-type star has one known planet, a “hot Jupiter” orbiting at 0.5 AU with a period of 119 days. Like most exoplanet-host stars, its measured metallicity is higher than that of the Sun. From the various observing groups, the determined values range between  $[\text{Fe}/\text{H}] = 0.19$  to 0.27. Each of these metallicities is given with consistent spectroscopically-obtained values of gravity and effective temperature.



**Fig. 7.** Upper panels: variations in the product  $\frac{1}{r} \frac{dc}{dr}$  in the central regions of the stars. Lower panels: integral  $I(r) = \int_{r_i}^R \frac{1}{r} \frac{dc}{dr} dr$ .

We performed an extensive analysis of this star in the same way as we did for the exoplanet-host star  $\iota$  Hor (Laymand & Vauclair 2007). We first presented a review of the spectroscopic observations: five groups of observers gave different sets of values for its metallicity, gravity and effective temperature. We then computed eight realistic models of HD 52265, each of them consistent with at least one of these sets of observed parameters. They present oscillation frequencies and seismic signatures (large and small separations, echelle diagrams), with much larger differences than the precision expected with CoRoT. The differences in the large separations among our models vary from 4 to 25  $\mu$ Hz, for the small separations from 1 to 4  $\mu$ Hz. Since the 150 day-long runs of CoRoT will provide frequencies with an uncertainty of the order of 0.1  $\mu$ Hz, it should be possible to unambiguously determine which of all the potential models gives the best fit of the observations.

The computed models that correspond to the Takeda et al. (2005) atmospheric parameters, present a special behaviour. Two kinds of evolutionary tracks can cross the error box. For one of them, the star is at the end of the main sequence (model 7) and it has a helium-rich convective core. For the second case, the star is at the beginning of the subgiant branch: the convective core has disappeared but a helium core remains, with a sharp boundary. For both models, the small separations become negative at a particular frequency related to the penetration of the acoustic waves inside the core. We give a preliminary discussion of this important behaviour, which will be discussed in more detail for the general case of solar type stars in a forthcoming paper.

The detailed modelling of HD 52265 shows that seismic tests are more powerful than classical spectroscopy for determining the external stellar parameters. It also leads to more precise values of the mass and age of the star and gives constraints on its internal structure. With asteroseismology, we are entering a new era for the study of the structure and evolution of solar-type stars. Observing and studying the oscillations of exoplanet-host stars compared to those of stars without detected planets is extremely interesting in view of determining their differences in internal

structure and chemical composition. This subject is closely related to the studies of planetary formation and evolution and to the process of planet migration towards the central star.

## References

- Angulo, C., Arnould, M., & Rayet, M. (NACRE collaboration) 1999, *Nuclear Physics A*, 656, 1, <http://nntpm.ulb.ac.be/Nacre/nacre.htm>
- Baglin, A. 2003, *Adv. Space Res.*, 31, 345
- Bazot, M., & Vauclair, S. 2004, *A&A*, 427, 965
- Bazot, M., Vauclair, S., Bouchy, F., & Santos, N. C. 2005, *A&A*, 440, 615
- Bouchy, F., Bazot, M., Santos, N. C., Vauclair, S., & Sosnowska, D. 2005, *A&A*, 440, 609
- Brassard, P., Fontaine, G., Wesemael, F., & Tassoul, M. 1992, *ApJS*, 81, 747
- Butler, R. P., Vogt, S. S., Marcy, G. W., et al. 2000, *ApJ*, 545, 504
- Fischer, D. A., & Valenti, J. A. 2005, *ApJ*, 622, 1102
- Flower, P. J. 1996, *ApJ*, 469, 355
- Gillon, M., & Magain, P. 2006, *A&A*, 448, 341
- Gonzalez, G. 2003, *Rev. Mod. Phys.*, 75, 101
- Gonzalez, G., Laws, C., Tyagi, S., & Reddy, B. E. 2001, *ApJ*, 121, 432
- Gough, D. O. 1986, in *Hydrodynamic and magnetohydrodynamic problems in the Sun and stars*, ed. Y. Osaki (Uni. of Tokyo Press), 117
- Iglesias, C. A., & Rogers, F. J. 1996, *ApJ*, 464, 943
- Isotov, Y. I., & Thuan, T. X. 2004, *ApJ*, 602, 200
- Laymand, M., & Vauclair, S. 2007, *A&A*, 463, 657
- Lejeune, T., Cuisinier, F., & Buser, R. 1998, *A&AS*, 130, 65
- Michaud, G., Richard, O., Richer, J., & Vandenberg, D. 2004, *ApJ*, 606, 452
- Naef, D., Mayor, M., Pepe, F., et al. 2001, *A&A*, 375, 205
- Paquette, C., Pelletier, C., Fontaine, G., & Michaud, G. 1986, *ApJS*, 61, 177
- Rogers, F. J., & Nayfonov, A. 2002, *ApJ*, 576, 1064
- Roxburgh, I. W., & Vorontsov, S. V. 1994, *MNRAS*, 267, 297
- Santos, N. C., Israelian, G., Mayor, M., Rebolo, R., & Udry, S. 2003, *A&A*, 398, 363
- Santos, N. C., Israelian, G., & Mayor, M. 2004, *A&A*, 415, 1153
- Santos, N. C., Israelian, G., Mayor, M., et al. 2005, *A&A*, 437, 1127
- Simbad Astronomical Database, <http://simbad.u-strasbg.fr>
- Takeda, Y., Ohkubo, M., Sato, B., Kambe, E., & Sadakane, K. 2005, *PASJ*, 57, 27
- Tassoul, M. 1980, *ApJS*, 43, 469
- Vauclair, S., Castro, M., Charpinet, S., et al. 2006, in *The CoRoT mission*, ed. M. Fridlund, A. Baglin, J. Lochard, & L. Conroy (ESA Publications Division), ESA Spec. Publ., 1306, 77

## Publication 2

### Asteroseismology of exoplanet-host stars : a link between the two scientific programmes of CoRoT

S. Vauclair, M. Castro, S. Charpinet, M. Laymand,  
M. Soriano et al.

**Abstract :**

Il est important d'étudier la structure interne des étoiles centrales de systèmes planétaires et de la comparer à celle des étoiles sans planètes détectées, pour mieux comprendre les processus de formation planétaire. A cet égard, la surmétallicité observée des étoiles à planètes peut apporter un indice particulier. Bien qu'elle soit manifestement reliée aux processus physiques se produisant pendant les premières phases de la formation planétaire, l'origine de cette surmétallicité n'est pas claire. Elle peut être soit primordiale, soit liée à de l'accrétion, ou encore aux deux. L'astérosismologie représente ici un excellent outil pour déterminer les différences de structure entre les étoiles avec et sans planètes détectées. Les deux missions de CoRoT sont liées : la détection de nouvelles planètes et l'étude sismique de leurs étoiles hôtes ont le même but : mieux comprendre les processus de formation et d'évolution planétaires. La cible principale de CoRoT HD 52265, qui a au moins une planète géante, sera observée en continu pendant 5 mois : des résultats intéressants sont attendus. En parallèle, des oscillations stellaires seront recherchées dans les étoiles pour lesquelles de nouvelles planètes seront découvertes.

**2006, Proceedings of "The CoRoT Mission Pre-Launch Status - Stellar Seismology and Planet Finding" (ESA SP-1306), p. 77**



## ASTEROSEISMOLOGY OF EXOPLANETS-HOST STARS: A LINK BETWEEN THE TWO SCIENTIFIC PROGRAMMES OF COROT.

S. Vauclair<sup>1</sup>, M. Castro<sup>1</sup>, S. Charpinet<sup>1</sup>, M. Laymand<sup>1</sup>, M. Soriano<sup>1</sup>, G. Vauclair<sup>1</sup>, M. Bazot<sup>2</sup>, and F. Bouchy<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Laboratoire d'Astrophysique; Observatoire Midi-Pyrénées; Université Paul Sabatier, Toulouse, France

<sup>2</sup>Institut for Physik og Astronomi, Aarhus Universitet, Denmark

<sup>3</sup>Institut d'Astrophysique de Paris, France

### ABSTRACT

Studying the internal structure of exoplanets-host stars compared to that of similar stars without detected planets is particularly important for the understanding of planetary formation. The observed overmetallicity of stars with planets may be a hint in that respect. Although it is obviously related to the physical processes which occur during the early phases of planetary formation, the origin of this overmetallicity is unclear. It may be either primordial or related to accretion processes or both. In this framework, asteroseismic studies represent an excellent tool to determine the structural differences between stars with and without detected planets. The two different missions of COROT are linked in this programme: the detection of new planets and the seismic studies of their host stars share the same goal of a better understanding of planetary formation and evolution. The COROT main target HD52265, which is known to host at least one giant planet, will be observed continuously during five months: many interesting results are expected from this long run. Meanwhile, stellar oscillations will be searched for in all stars around which new planets will be discovered.

Key words: asteroseismology, exoplanets, chemical composition.

### 1. INTRODUCTION

Asteroseismology of exoplanets-host stars is an important new subject which will be largely included in COROT programmes. One of the COROT main targets, HD52265, which will be observed during the second long run in the anti-centre direction, is known to possess at least one giant planet. It will be followed during five consecutive months, which will provide the data needed to precisely study its internal structure. Meanwhile, all the stars with newly detected planets will be seismically studied to detect their oscillations. This additional programme will allow for statistics on these new planets-host stars and will eventually be used to choose a specific sample for future space or ground based observations.

Among the differences between stars with or without detected planets, the observed overmetallicity of the first ones compared to the second ones needs to be understood (Santos et al.(16) and (18), Gonzalez (10), Fischer and Valenti (6)). Two scenarios are possible to account for this observed overmetallicity : the primordial origin, which assumes that the stars formed out of an overmetallic nebula, and the accretion origin for which the observed metallicity is due to accretion of hydrogen poor material onto the star during planetary formation.

Bazot and Vauclair (2) pointed out that the evolution of stars with masses around  $1.1 M_{\odot}$  is very sensitive to their internal metallicity, due to the possible formation of a convective core. In this particular region of the HR diagram, main-sequence stars with solar internal metallicities have no convective cores while overmetallic stars develop convection in their central regions: evolutionary tracks computed with different internal metallicities may cross the same point in the HR diagram while they correspond to models of different masses and different past histories.

This behavior was used to try to derive whether the exoplanet host star  $\mu$  Arae is overmetallic from its surface down to its center (overmetallic scenario) or only in its outer layer (accretion scenario). The star was observed during height nights with the HARPS spectrometer (on the 3m60 telescope in La Silla, Chile) in June 2004. Up to 43 p-modes could be identified (Bouchy et al. (4)) and a detailed modelisation could be achieved (Bazot et al.(3)). Possible tests which could be used to determine the internal structure of the star and more specifically its internal metallicity were discussed. It was shown that the external parameters for the star (effective temperature, gravity, luminosity) could be obtained with a better precision than derived from spectroscopy. Unfortunately the modes with frequencies around and above 2.5 mHz could not be identified with enough precision to reach a definitive answer about the internal metallicity of this star. More work is presently being done on this subject.

For the COROT star HD 52265, which will be observed during five consecutive months, we expect much more precise data, which will lead to better frequency determinations and mode identifications. We will use the same



kind of tests with more efficiency and we expect to reach precise conclusions on the internal structure and past history of this exoplanet-host star.

In the following two sections, we first recall the most relevant asteroseismic tests used for  $\mu$  Arae, as they will act as examples for further studies on other stars; then we show preliminary results obtained in the modelisation of HD52265 as a preparation for COROT observations.

## 2. ASTEROSEISMIC TESTS: THE EXAMPLE OF $\mu$ ARAE

The exoplanets-host star  $\mu$  Arae (HD160691, HR6585, GJ691) is a G5V star with a visual magnitude  $V=5.1$ , an Hipparcos parallax  $\pi=65.5\pm 0.8$  mas, which gives a distance to the Sun of 15.3 pc and a luminosity of  $\log L/L_{\odot}=0.28\pm 0.012$ . Spectroscopic observations by various authors gave five different effective temperatures and metallicities (see references in Bazot et al. (3)). The HARPS observations allowed to identify 43 oscillation modes of degrees  $\ell=0$  to  $\ell=3$  (Bouchy et al. (4)). From the analysis of the frequencies and comparison with models, the values  $T_{eff}=5813\pm 40$  K and  $[Fe/H]=0.32\pm 0.05$  dex were derived: these values, which lie inside the spectroscopic boxes, are obtained with a much better precision than spectroscopy.

### 2.1. The stellar models

Models were computed using the TGEC (Toulouse-Geneva stellar evolution code), with the OPAL equation of state and opacities (Rogers & Nayfonov (14), Iglesias & Rogers (11)) and the NACRE nuclear reaction rates (Angulo et al. (1)). In all models microscopic diffusion was included using the Paquette prescription (Paquette et al. (13)). The treatment of convection was done in the framework of the mixing length theory and the mixing length parameter was adjusted as in the Sun ( $\alpha = 1.8$ ). Three kinds of models were computed, according to the initial assumptions: overmetallic models with two different initial helium values, and accretion models. For the computations of overmetallic models, the helium value is crucial as differences in helium may lead to completely different evolutionary tracks. This question is related to the stellar and planetary formation: if the stellar system formed inside an overmetallic interstellar cloud, was this cloud also helium-enriched as obtained in the chemical evolution of galaxies or not? This depends on the stellar mass function and there is no clear answer at the present time.

For the computations of the accretion models, the way accretion occurred, as well as the composition of the accreted matter is also a subject of debate. In the models, the most simple assumption was used: instantaneous accretion of matter with solar composition for metals and

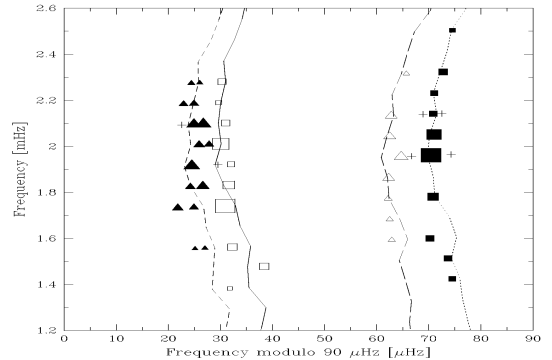


Figure 1. Echelle diagrams for two models of the star  $\mu$  Arae: one with primordial overmetallicity (upper panel) and one with accretion (lower panel). The ordinate represents the frequencies of the modes and the abscissa the same frequencies modulo the large separation, here 90  $\mu$ Hz. The lines represent the computations, respectively, from left to right:  $\ell=2, 0, 3$  and 1 and the symbols represent the observations (after Bazot et al. (3)).

no light elements, at the beginning of the main-sequence. Neither extra-mixing nor overshoot were included.

### 2.2. The oscillations

Adiabatic oscillation frequencies were computed using an updated version of the code PULSE described in Brassard et al.(5). For each evolutionary track, many models were computed inside the observed spectroscopic boxes in the HR diagram, but only those which could reproduce the observed echelle diagram were kept for subsequent tests (Figure 1). For these models the large separation  $\Delta\nu_l = \nu_{n+1,l} - \nu_{n,l}$  is exactly 90  $\mu$ Hz: a difference of only 0.5  $\mu$ Hz completely destroys the fit with the observations.

Figure 2 displays the computed and observed small separations:  $\delta\nu = \delta\nu_{n,l} - \nu_{n-1,l+2}$ . As this quantity is very sensitive to the deep stellar interior (Tassoul (21), Roxburgh & Vorontsov (15)), it was proposed as a good indicator of the presence of a convective core in stars around 1.1  $M_{\odot}$ . There is indeed an important difference between the overmetallic and the accretion cases for the  $l = 0, 2$  small separations: in the overmetallic case they rapidly decrease at large frequencies and even become negative at some point while in the accretion case the curve is much flatter. This behavior also appears in the echelle diagrams: for the overmetallic case, the theoretical lines for  $l = 0$  and  $l = 2$  come closer for larger frequencies and even cross around  $\nu = 2.7$  mHz. Here it seems that the observed points give a better fit with the accretion case than the overmetallic case but this has to be confirmed.

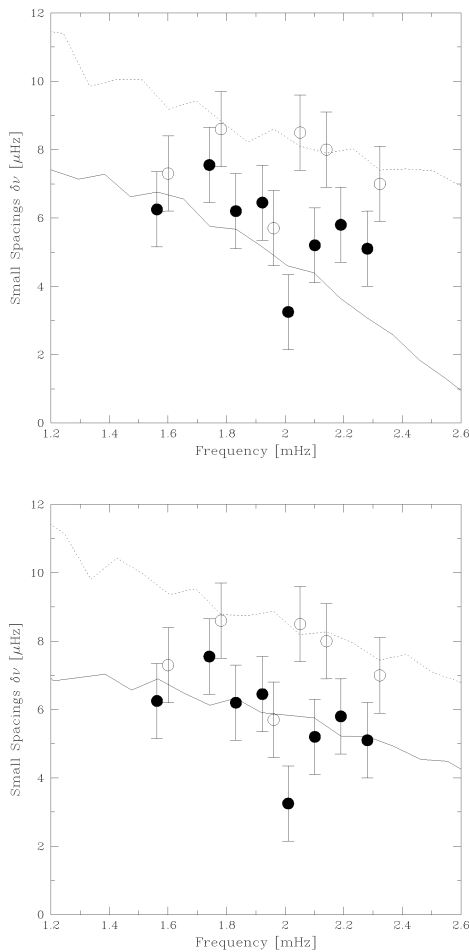


Figure 2. Small separations for the models presented in Figure 1 (after Bazot et al. (3)).

### 3. MODELLISATION OF THE COROT STAR HD 52265

Preliminary computations and modelisation of HD52265 have been done using the same techniques as for  $\mu$  Arae, as a preparation of the future observations with COROT (Soriano, Vauclair & Vauclair, (19), hereafter SVV06). Evolutionary tracks and stellar models were computed with the TGEC (Toulouse Geneva Evolutionary Code) code and the adiabatic oscillation frequencies with the code PULSE. Some examples of the results of this modelisation are given below.

#### 3.1. Spectroscopic Observations

Five different groups of observers have given external parameters for HD52265. They are listed in Table 1. From the Hipparcos parallax, using Flower (7) bolometric correction, we obtain a luminosity  $L/L_{\odot}=1.94\pm 0.16$  (SVV06). These observations are used as constraints for the first step of model computations. As discussed in the next section, it is already possible to eliminate some of these values. Later on, we will go further with asteroseismology: COROT observations will lead to a much better precision on the external parameters of this star.

Table 1. Effective temperature, gravity and metallicity of HD52265 as obtained from spectroscopic observations. The references are: Santos et al. (17) (SIM04); Gonzalez et al. (9) (GLTR01); Fischer & Valenti (6) (FV05); Takeda et al. (20) (TOSKS05) and Gillon & Magain (8) (GM06)

$T_{\text{eff}}$	$\log g$	[Fe/H]	authors
$6103\pm 52$	$4.28\pm 0.12$	$0.23\pm 0.05$	SIM04
$6162\pm 22$	$4.29\pm 0.04$	$0.27\pm 0.02$	GLTR01
$6076\pm 44$	$4.26\pm 0.06$	$0.19\pm 0.03$	FV05
$6069\pm 15$	$4.12\pm 0.03$	$0.19\pm 0.03$	TOSKS05
$6179\pm 18$	$4.36\pm 0.03$	$0.24\pm 0.02$	GM06

#### 3.2. Models and seismic tests

We have computed evolutionary tracks for three different metallicities, as given from spectroscopic observations. For each metallicity, we have only kept the tracks crossing the corresponding error box(es) in the  $\log g - \log T_{\text{eff}}$  diagram. Then we have computed oscillation frequencies for models which satisfied the constraints. Complete results will be given in a forthcoming paper (SVV06). Here we show in Figure 3 two extreme examples, for metallicities [Fe/H] = 0.19 and 0.27.

The echelle diagrams and small separations as obtained for two extreme models computed in the FV05 and TOSKS05 boxes are given in figure 4 and 5. They are

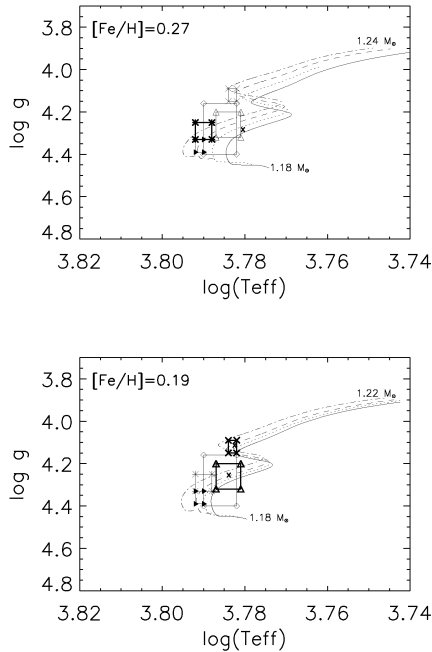


Figure 3. Evolutionary tracks computed in the  $\log g - \log T_{\text{eff}}$  diagram for metallicities 0.27 (upper panel) and 0.19 (lower panel). Also shown are the five error boxes: SIM04 (diamonds), GLTR01 (stars), FV05 (white triangles) TOSKS05 (crosses), GM06 (black triangles). In the 0.19 case, another set of tracks computed for more massive stars ( $M \approx 1.3 M_{\odot}$ ) cross the Takeda et al. (TOSKS05) error box while at the end of the main sequence. These tracks are not presented here.

given as examples, but the TOSKS05 is probably already excluded as its luminosity is too high compared to the values obtained from the Hipparcos parallax measurement. These echelle diagrams present interesting differences. The fact that the  $\ell=0$  and  $\ell=2$  lines cross at some point in the TOSKS05 case is due to the helium core, as will be discussed in detail in SVV06. Other models, which are not presented here, lead to less spectacular differences, but in any case we are confident that COROT observations of this star will allow very precise tests of its internal structure.

#### 4. CONCLUSION

The scientific community is well prepared for the future seismic observations of exoplanets-host stars which will be done with COROT, particularly the long run which will be centered on HD52265, our “fetich star”. A large amount of data is expected, which will give the possibility of using the seismic tests with a precision never obtained before: these observations will lead to a better

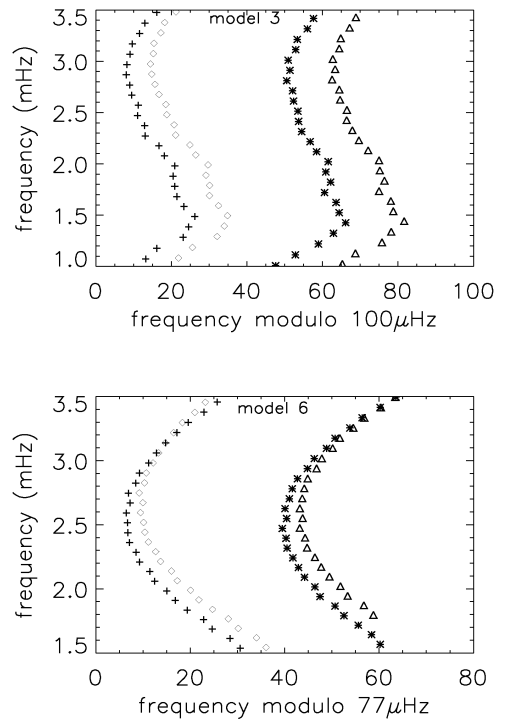


Figure 4. Echelle diagrams computed for two extreme models of HD52265, the first one with metallicity 0.27 inside the GLTR01 error box, the second one with metallicity 0.19 inside the TOSKS05 error box.

understanding of planetary formation and evolution.

#### REFERENCES

- [1] Angulo C., Arnould M., Rayet M., (NACRE collaboration) 1999, Nuclear Physics A 656, 1, <http://pntpm.ulb.ac.be/Nacre/nacre.htm>
- [2] Bazot, M., Vauclair, S., 2004, A&A, 427, 965
- [3] Bazot, M., Vauclair, S., Bouchy, F., Santos, N., 2005, A&A, 440, 615
- [4] Bouchy, F., Bazot, M., Santos, N., Vauclair, S., Sosnowska, D., 2005, A&A, 440, 609
- [5] Brassard, P., Pelletier, C., Fontaine, G., Wesemael, F., 1992, ApJS, 80, 725
- [6] Fischer, D. A., Valenti, J., 2005, ApJ, 622, 1102
- [7] Flower, P. J., 1996, ApJ, 469, 355
- [8] Gillon, M., Magain, P., 2006, A&A, 448, 341
- [9] Gonzalez, G., Laws, C., Tyagi, S., Reddy, B. E., 2001, ApJ, 121, 432
- [10] Gonzalez, G., 2003, Rev. Mod. Phys., 75, 101
- [11] Iglesias, C. A., Rogers, F. J., 1996, ApJ, 464, 943

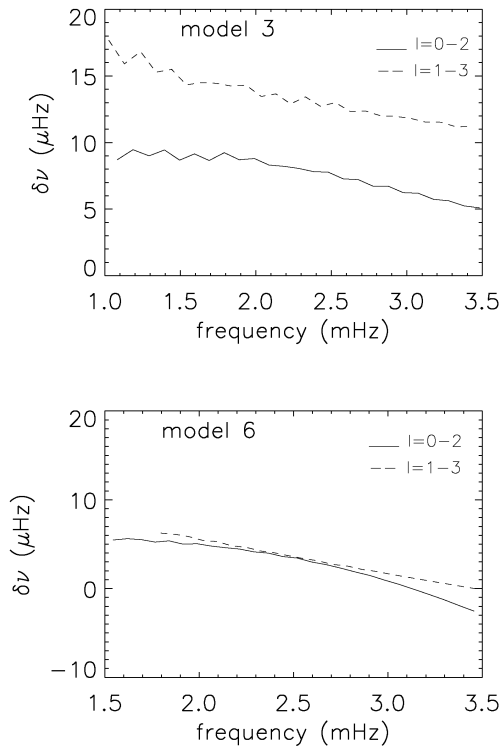


Figure 5. Small separations for the models presented in Figure 4.

- [12] Israelian, G., Santos, N. C., Mayor, M., Rebolo, R., 2004, *A&A*, 414, 601
- [13] Paquette, C., Pelletier, C., Fontaine, G., Michaud, G., 1986, *ApJS*, 61, 177
- [14] Rogers, F. J., Nayfonov, A., 2002, *ApJ*, 576, 1064
- [15] Roxburgh, I. W., Vorontsov, S. V., 1994, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 267, 297
- [16] Santos, N. C., Israelian, G., Mayor, M., Rebolo, R., Udry, S., 2003, *A&A*, 398, 363
- [17] Santos, N. C., Israelian, G., Mayor, M., 2004, *A&A*, 415, 1153
- [18] Santos, N. C., Israelian, G., Mayor, M., Bento, J. P., Almeida, P. C., Sousa, S. G., Ecuivillon, A., 2005, *A&A*, 437, 1127
- [19] Soriano, M., Vauclair, S., Vauclair, G., 2006, in preparation
- [20] Takeda, Y., Ohkubo, M., Sato, B., Kambe, E., Sadakane, K., 2005, *PASJ*, 57, 27
- [21] Tassoul, M., 1980, *ApJS*, 43, 469



# Chapitre 4

## Signature sismique des cœurs d'hélium

En étudiant l'étoile centrale de système planétaire HD 52265, nous avons montré que dans certains cas, les petites séparations pouvaient devenir négatives. Ce comportement semblait a priori en contradiction avec la théorie asymptotique développée par Tassoul (1980). Nous avons montré que ce phénomène était lié à la présence, soit d'un cœur convectif, soit d'un cœur d'hélium avec des frontières abruptes résultant de la présence d'un cœur convectif pendant la phase de séquence principale.

Nous présentons ici une analyse générale de ce phénomène pour les étoiles de type solaire, avec ou sans overshooting. Nous avons concentré cette étude sur les étoiles ayant une métallicité solaire ou qui sont surmétalliques, ce qui est le cas des étoiles centrales de systèmes planétaires.

Nous avons calculé plusieurs séries de modèles stellaires, en faisant varier la masse, la composition chimique et en ajoutant de l'overshooting. Nous avons ensuite étudié l'évolution des petites séparations de ces modèles pour voir si nous retrouvions ce comportement particulier.

### 4.1 Traces évolutives et modèles

Nous avons calculé plusieurs séries de modèles avec le Code d'Evolution stellaire de Toulouse-Genève (TGEC, voir Chapitre 2), avec les paramètres d'entrée donnés en Section 2.1.1.

Nous avons calculé six séries de modèles pour des masses allant de 1.05 à 1.25  $M_{\odot}$ . Les trois premières séries sont sans overshooting, et les trois autres ont de l'overshooting à la limite du cœur. L'overshooting est modélisé comme une extension du cœur convectif (voir Chapitre 2, Section 2.1.2). Pour nos calculs, nous avons fixé le paramètre d'overshooting  $\alpha_{ov}$  à 0.20. Dans chaque cas, les trois séries diffèrent par

**TAB. 4.1:** Paramètres des “modèles de transition” calculés sans overshooting, avec une métallicité solaire  $[Fe/H]_{\odot}$  et une abondance d'hélium solaire (Fig. 4.1, graphe du haut).

$M_{\star}(M_{\odot})$	Age (Gyr)	$X_C$	$Y_C$	$R_{\star}(\text{cm})$	$L_{\star}/L_{\odot}$	$\log T_{eff}$	$\log g$	$R_{cc}/R$	$t_{cc}$ (s)
1.05	7.3	$< 10^{-4}$	0.9758	9.07e10	1.854	3.771	4.332	(0.07) <sup>a</sup>	(124.4) <sup>b</sup>
1.10	6.0	$< 10^{-4}$	0.9764	9.54e10	1.913	3.779	4.268	(0.07) <sup>a</sup>	(128.6) <sup>b</sup>
1.15	4.9	$< 10^{-4}$	0.9785	10.12e10	2.681	3.788	4.176	(0.06) <sup>a</sup>	(127) <sup>b</sup>
1.20	3.7	0.1462	0.8338	9.87e10	2.579	3.789	4.216	0.05	113
1.25	3.0	0.1986	0.7817	10.30e10	2.992	3.796	4.196	0.06	123.7

<sup>a</sup> Les valeurs entre parenthèses correspondent aux cas où le cœur convectif a disparu, laissant la place à un cœur d'hélium avec des frontières abruptes. Les valeurs correspondent ici aux rayons de ces cœurs d'hélium.

<sup>b</sup> Les valeurs entre parenthèses correspondent au rayon acoustique des cœurs d'hélium.

**TAB. 4.2:** Idem la Table 4.1 pour les modèles surmétalliques ( $[Fe/H]=0.30$ ) avec une abondance d'hélium  $Y_G$  (Fig. 4.1, graphe du milieu).

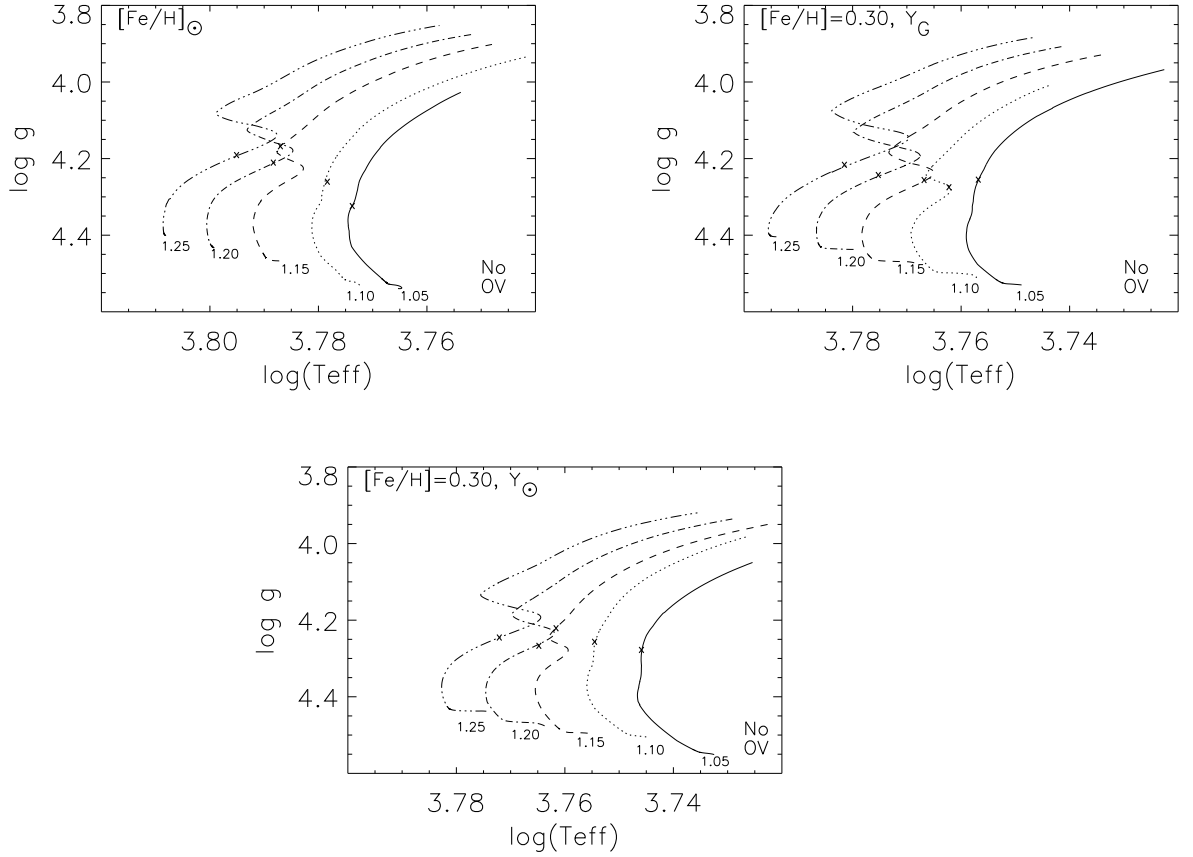
$M_{\star}(M_{\odot})$	Age (Gyr)	$X_C$	$Y_C$	$R_{\star}(\text{cm})$	$L_{\star}/L_{\odot}$	$\log T_{eff}$	$\log g$	$R_{cc}/R$	$t_{cc}$ (s)
1.05	7.6	$< 10^{-4}$	0.9567	8.75e10	1.511	3.757	4.263	(0.07)	(121.6)
1.10	5.7	0.0462	0.9173	8.79e10	1.594	3.761	4.279	0.05	98.2
1.15	4.7	0.1058	0.8588	9.15e10	1.819	3.767	4.263	0.06	113.1
1.20	3.7	0.1760	0.7893	9.50e10	2.117	3.776	4.250	0.06	126.4
1.25	3.1	0.2204	0.7451	9.98e10	2.481	3.782	4.224	0.07	140

leur composition chimique :

- métallicité et abondance d'hélium solaires. Nous avons utilisé les abondances de Grevesse & Noels (1993) qui sont compatibles avec l'héliosismologie :  $X_{ini} = 0.7097$ ,  $Y_{ini} = 0.2714$ ,  $Z_{ini} = 0.0189$ .
- surmétallicité ( $[Fe/H]=0.30$ ) et une abondance d'hélium calculée selon la loi d'évolution chimique des galaxies (Izotov & Thuan, 2004) :  $X_{ini} = 0.6648$ ,  $Y_{ini} = 0.3027$ ,  $Z_{ini} = 0.0324$ .
- surmétallicité ( $[Fe/H]=0.30$ ) et une abondance d'hélium solaire  $Y_{\odot}$  :  $X_{ini} = 0.6961$ ,  $Y_{ini} = 0.2714$ ,  $Z_{ini} = 0.0325$ .

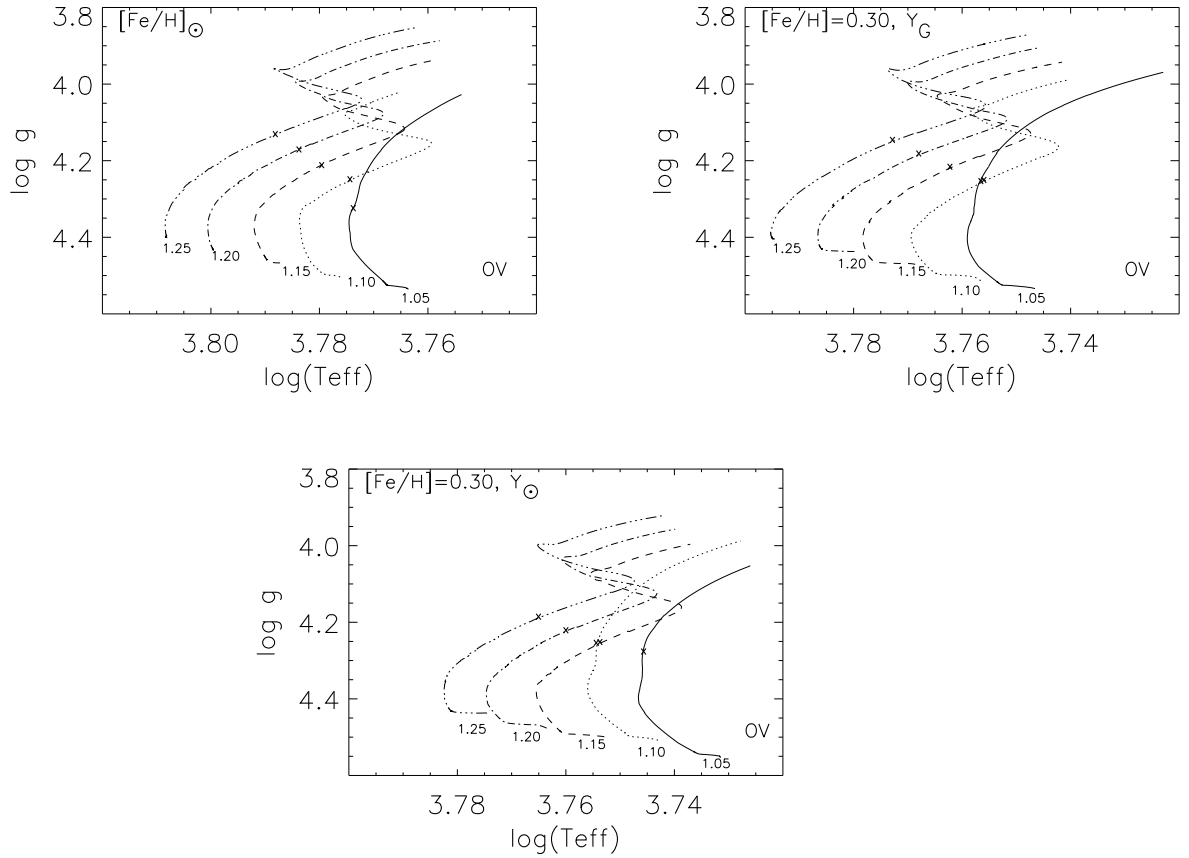
Nous avons calculé les fréquences d'oscillation adiabatiques pour un grand nombre de modèles le long de chaque trace évolutive, à l'aide du code PULSE (Brassard & Charpinet, 2008).

Avec ces fréquences, nous avons calculé les petites séparations pour chaque mo-



**FIG. 4.1:** Traces évolutives pour des modèles : de métallicité solaire  $[\text{Fe}/\text{H}]_{\odot}$  (graphe en haut à gauche), surmétalliques  $[\text{Fe}/\text{H}] = 0.30$  avec une abondance d'hélium suivant la loi d'évolution chimique des galaxies  $Y_G$  (graphe en haut à droite), et surmétalliques avec une abondance d'hélium solaire  $Y_{\odot}$  (graphe du bas). Tous ces modèles sont sans overshooting. Les traces sont pour des masses de : 1.05, 1.10, 1.15, 1.20, et 1.25  $M_{\odot}$ . Les croix représentent le "modèle de transition" pour chaque trace évolutive, c'est-à-dire le premier modèle pour lequel nous avons trouvé des petites séparations négatives en dessous de 3.5 mHz. Les caractéristiques de ces modèles sont données en Tables 4.1, 4.2, et 4.3.





**FIG. 4.2:** Traces évolutives calculées avec les mêmes hypothèses que pour la Figure 4.1 mais avec de l'overshooting à la limite du cœur. Les masses représentées sont les mêmes que pour la Figure 4.1. Sur chaque trace évolutive, nous avons représenté le "modèle de transition" par une croix. Les caractéristiques de ces modèles sont données en Tables 4.4, 4.5, et 4.6.

**TAB. 4.3:** *Idem la Table 4.1 pour les modèles surmétalliques ( $[Fe/H]=0.30$ ) avec une abondance d'hélium  $Y_{\odot}$  (Fig. 4.1, graphe du bas).*

$M_{\star}(M_{\odot})$	Age (Gyr)	$X_C$	$Y_C$	$R_{\star}(\text{cm})$	$L_{\star}/L_{\odot}$	$\log T_{eff}$	$\log g$	$R_{cc}/R$	$t_{cc}$ (s)
1.05	9.7	$< 10^{-4}$	0.9545	8.52e10	1.294	3.746	4.285	(0.06)	(104.6)
1.10	7.9	$< 10^{-4}$	0.9565	8.94e10	1.536	3.754	4.264	(0.06)	(108.1)
1.15	6.6	$< 10^{-4}$	0.9609	9.52e10	1.877	3.762	4.229	(0.06)	(111.4)
1.20	4.9	0.1220	0.8427	9.30e10	1.848	3.765	4.267	0.05	108
1.25	4.0	0.1787	0.7864	9.70e10	2.146	3.773	4.249	0.06	122.5

**TAB. 4.4:** *Paramètres des “modèles de transition” calculés avec overshooting, une métallicité solaire  $[Fe/H]_{\odot}$  et une abondance d'hélium solaire (Fig. 4.2, graphe du haut)*

$M_{\star}(M_{\odot})$	Age (Gyr)	$X_C$	$Y_C$	$R_{\star}(\text{cm})$	$L_{\star}/L_{\odot}$	$\log T_{eff}$	$\log g$	$R_{cc}/R$	$t_{cc}$ (s)
1.05	7.3	$< 10^{-4}$	0.9758	9.07e10	1.854	3.771	4.332	(0.07) <sup>a</sup>	(124.4) <sup>b</sup>
1.10	5.5	0.2285	0.7514	9.02e10	1.896	3.775	4.256	0.06	116.8
1.15	4.8	0.2369	0.7430	9.67e10	2.284	3.780	4.215	0.07	129.7
1.20	4.2	0.2429	0.7371	10.28e10	2.723	3.784	4.174	0.07	139.9
1.25	3.7	0.2472	0.7329	11.04e10	3.223	3.789	4.136	0.07	148.1

<sup>a</sup> Les valeurs entre parenthèses correspondent aux cas où le cœur convectif a disparu, laissant la place à un cœur d'hélium avec des frontières abruptes. Les valeurs correspondent ici aux rayons de ces cœurs d'hélium.

<sup>b</sup> Les valeurs entre parenthèses correspondent au rayon acoustique des cœurs d'hélium.

**TAB. 4.5:** *Idem la Table 4.4 pour les modèles surmétalliques ( $[Fe/H]=0.30$ ) avec une abondance d'hélium  $Y_G$  (Fig.4.2, graphe du milieu).*

$M_{\star}(M_{\odot})$	Age (Gyr)	$X_C$	$Y_C$	$R_{\star}(\text{cm})$	$L_{\star}/L_{\odot}$	$\log T_{eff}$	$\log g$	$R_{cc}/R$	$t_{cc}$ (s)
1.05	7.6	$< 10^{-4}$	0.9567	8.77e10	1.516	3.757	4.261	(0.07)	(121.6)
1.10	6.3	0.2107	0.7539	9.05e10	1.594	3.757	4.258	0.07	136.4
1.15	5.4	0.2179	0.7468	9.58e10	1.912	3.763	4.223	0.07	146.5
1.20	4.7	0.2232	0.7418	10.20e10	2.277	3.769	4.189	0.07	155.4
1.25	4.1	0.2293	0.7358	10.83e10	2.691	3.773	4.153	0.07	161.3

**TAB. 4.6:** *Idem la Table 4.4 pour les modèles surmétalliques ( $[Fe/H]=0.30$ ) avec une abondance d'hélium  $Y_{\odot}$  (Fig. 4.2, graphe du bas).*

$M_{\star}(M_{\odot})$	Age (Gyr)	$X_C$	$Y_C$	$R_{\star}(\text{cm})$	$L_{\star}/L_{\odot}$	$\log T_{eff}$	$\log g$	$R_{cc}/R$	$t_{cc}$ (s)
1.05	9.7	$< 10^{-4}$	0.9545	8.54e10	1.298	3.746	4.284	(0.06)	(104.4)
1.10	8.0	$< 10^{-4}$	0.9565	8.97e10	1.543	3.753	4.261	(0.06)	(107.7)
1.15	6.6	0.2267	0.7379	9.20e10	1.627	3.754	4.259	0.07	136.3
1.20	5.7	0.2347	0.7301	9.75e10	1.938	3.761	4.227	0.07	144.8
1.25	5.0	0.2402	0.7248	10.35e10	2.290	3.766	4.192	0.07	155.6

dèle, et analysé dans quelles conditions ces quantités pouvaient devenir négatives. Pour toutes les traces évolutives, nous avons trouvé des modèles pour lesquels les petites séparations deviennent négatives à une certaine fréquence, ce qui signifie que les lignes  $\ell = 0 - \ell = 2$  se croisent pour cette fréquence sur le diagramme échelle. Dans tous les cas, la fréquence de ces points de croisement décroît quand l'âge des modèles augmente. Pour chaque trace, nous avons trouvé ce que nous avons appelé le "modèle de transition" : il s'agit du modèle pour lequel ce phénomène apparait pour la première fois en dessous de 3.5 mHz. Ces modèles sont représentés par des croix sur les traces évolutives (Figures 4.1 et 4.2) et leurs caractéristiques sont données en Tables 4.1 à 4.6.

## 4.2 Analyse des résultats

Une première analyse des petites séparations négatives est donnée dans le Chapitre 3, pour le cas particulier de l'étoile centrale de système planétaire HD 52265. Quand nous avons calculé des modèles satisfaisant les contraintes spectroscopiques pour cette étoile, nous avons trouvé que certains modèles spécifiques présentaient cette particularité. Nous avons réalisé que l'apparition des petites séparations négatives était principalement reliée à une importante abondance d'hélium dans le cœur de l'étoile. Le rôle principal de la convection est de concentrer l'hélium dans un cœur aux frontières abruptes, pendant la phase de séquence principale.

Nous avons montré que les petites séparations négatives pouvaient être une signature sismique de la taille du cœur d'hélium, ou du cœur convectif s'il est encore présent. Nous présentons ici une analyse plus complète, généralisée au cas des étoiles de type solaire.

### 4.2.1 Analyse théorique

Pour tous nos modèles, les fréquences acoustiques sont calculées avec le code PULSE (voir Chapitre 2, Section 2.2). Les résultats prennent en compte les particularités des intérieurs stellaires.

Le fait que les petites séparations deviennent négatives est à première vue surprenant si l'on se place dans le cadre de la théorie asymptotique développée par Tassoul (1980). En effet, cette théorie prédit, au premier ordre, que les petites séparations devraient varier peu et rester positives.

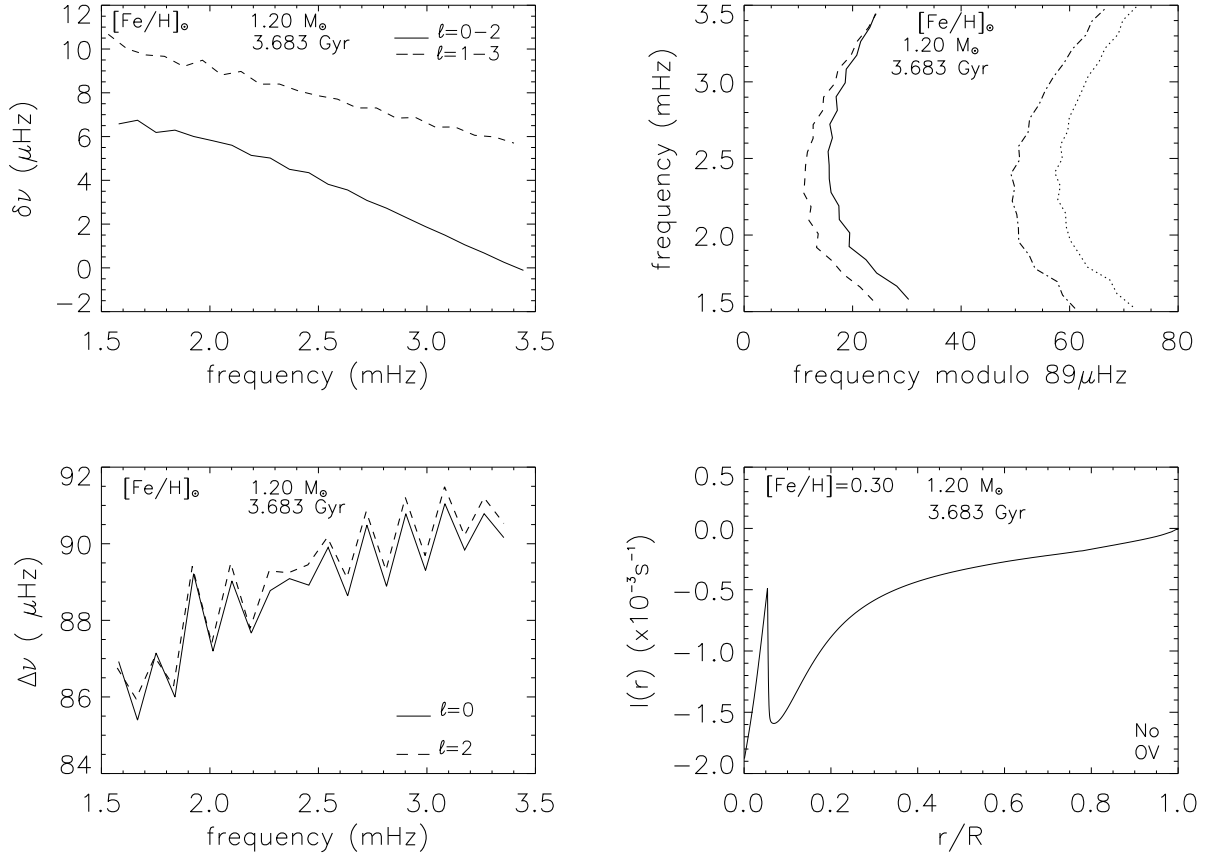
Cependant, comme nous l'avons montré au Chapitre 1, cette théorie a été développée en faisant des hypothèses qui ne sont pas toujours justifiées. L'hypothèse la plus radicale concerne les intégrales qui sont calculées entre 0 et R. En réalité, les modes sont piégés entre leur point de retournement interne  $r_t$  et la surface. Cela signifie que la vitesse du son est supposée la même au point de retournement  $r_t$  et au centre de l'étoile. Ce n'est pas le cas pour des étoiles avec un cœur convectif et encore moins quand le rapport hélium sur hydrogène augmente. Il faut donc calculer correctement les intégrales entre ces deux limites de propagation des ondes.

A partir des calculs de Tassoul (1980) mais en relâchant ces hypothèses, nous avons trouvé, pour les petites séparations, les expressions données par les équations 1.128 et 1.129 (Chapitre 1, Section 1.3.3).

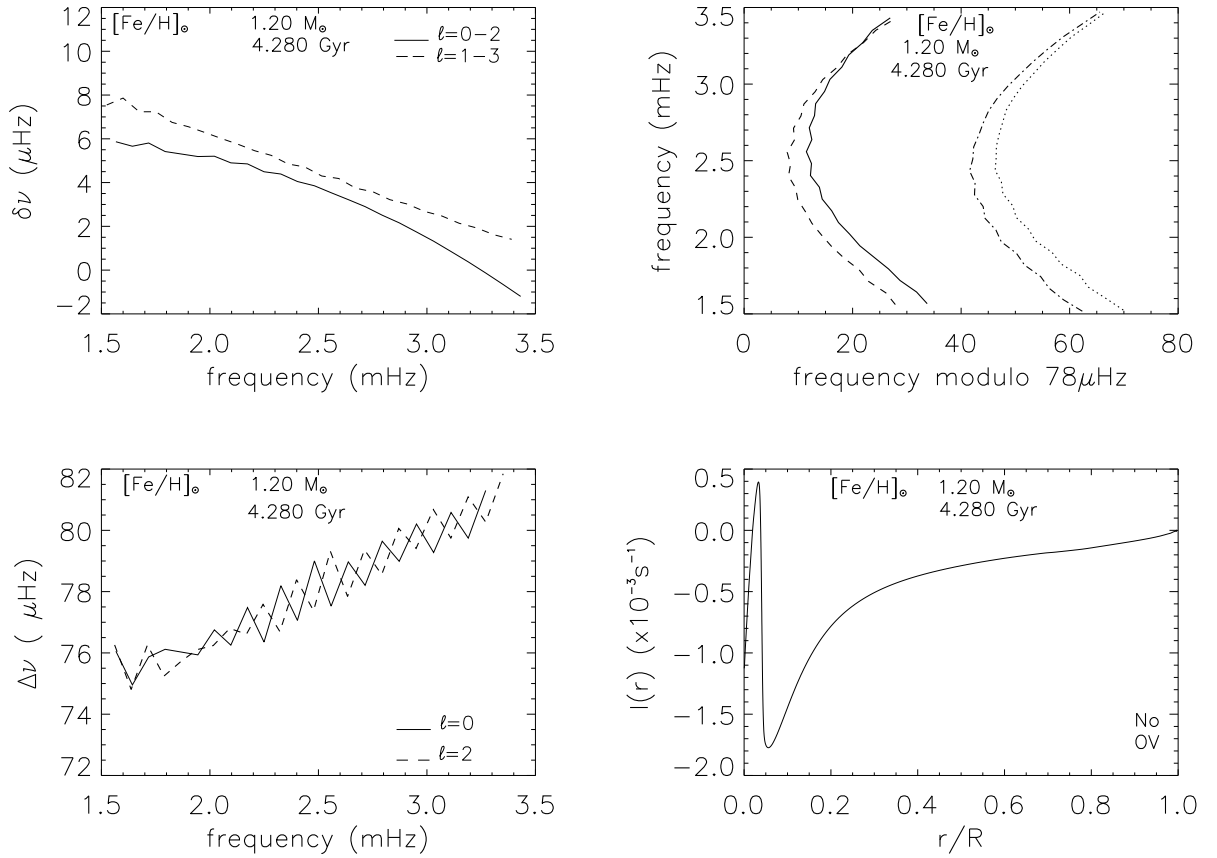
Nous nous concentrons ici sur les petites séparations pour les degrés  $\ell = 0$  -  $\ell = 2$ . D'après ces expressions, on voit que l'intégrale  $I(r)$  joue un rôle très important dans le calcul des petites séparations.

Dans certains cas, l'intégrale  $I(r)$ , qui est en général négative, peut devenir positive à la limite du cœur, si le rapport  ${}^4\text{He}/\text{H}$  est suffisamment grand. Dans ce cas-là, on observe une variation rapide de la vitesse du son, qui est plus faible dans le cœur que ce à quoi on pourrait s'attendre en faisant une simple extrapolation à partir des couches supérieures. Le changement de signe de l'intégrale suffit alors à expliquer que l'on obtienne des petites séparations négatives, comme dans le cas du modèle présenté en Figure 4.4. La fréquence à laquelle les petites séparations changent de signe correspond à la fréquence pour laquelle les modes  $\ell = 2$  atteignent la limite du cœur ( $r_t = r_{cc}$ ).

Dans d'autres cas, comme celui présenté en exemple en Figure 4.3, la valeur de l'intégrale change brusquement à la limite du cœur, mais elle reste négative (Figure 4.3, graphe en bas à droite). On observe cependant une légère différence entre les grandes séparations pour les degrés  $\ell = 0$  et  $\ell = 2$  :  $\Delta\nu_2$  est systématiquement supérieur à  $\Delta\nu_0$  de quelques dixièmes de  $\mu\text{Hz}$  (Figure 4.3, graphe en bas à gauche). Certes, cette différence est faible, mais multipliée par l'ordre radial  $n$  des modes (de l'ordre de 30), elle suffit à induire le changement de signe des petites séparations.



**FIG. 4.3:** *Petites séparations (graphe en haut à gauche), diagramme échelle (graphe en haut à droite), grandes séparations (graphe en bas à gauche), et intégrale  $I(r)$  (graphe en bas à droite) pour un modèle de  $1.20 M_{\odot}$ ,  $3.683 \text{ Gyr}$ , avec une métallicité solaire. Ce modèle correspond à une étoile de séquence principale avec un cœur convectif. Pour le diagramme échelle, les lignes en traits pleins sont pour  $\ell = 0$ , les pointillés pour  $\ell = 1$ , les tirets pour  $\ell = 2$ , et les tirets-points pour  $\ell = 3$ .*



**FIG. 4.4:** Petites séparations (graphe en haut à gauche), diagramme échelle (graphe en haut à droite), grandes séparations (graphe en bas à gauche), et intégrale  $I(r)$  (graphe en bas à droite) pour un modèle de  $1.20 M_{\odot}$ , 4.280 Gyr, avec une métallicité solaire. Ce modèle correspond à une étoile évoluée (branche des sous-géantes) avec un cœur d'hélium. Les lignes du diagramme échelle sont les mêmes que pour la Figure 4.3.

## 4.2.2 Evolution des petites séparations

Les figures 4.5, 4.6 et 4.7 montrent les paramètres internes pour trois modèles le long d'une trace évolutive de  $1.15 M_{\odot}$ , avec  $[\text{Fe}/\text{H}]=0.30$ , et sans overshooting.

Le premier modèle correspond à un modèle de séquence principale, dans une situation telle que les petites séparations sont toujours positives dans la gamme de fréquences considérée (1.782 Gyr, Figure 4.5). Le deuxième modèle est plus évolué, et les petites séparations pour les degrés  $\ell = 0 - \ell = 2$  deviennent négatives à 3.4 mHz (4.654 Gyr, Figure 4.6). Ce modèle correspond à ce que nous avons appelé le modèle de transition. Le troisième modèle est encore plus évolué dans la branche des sous-géantes (5.937 Gyr, Figure 4.7).

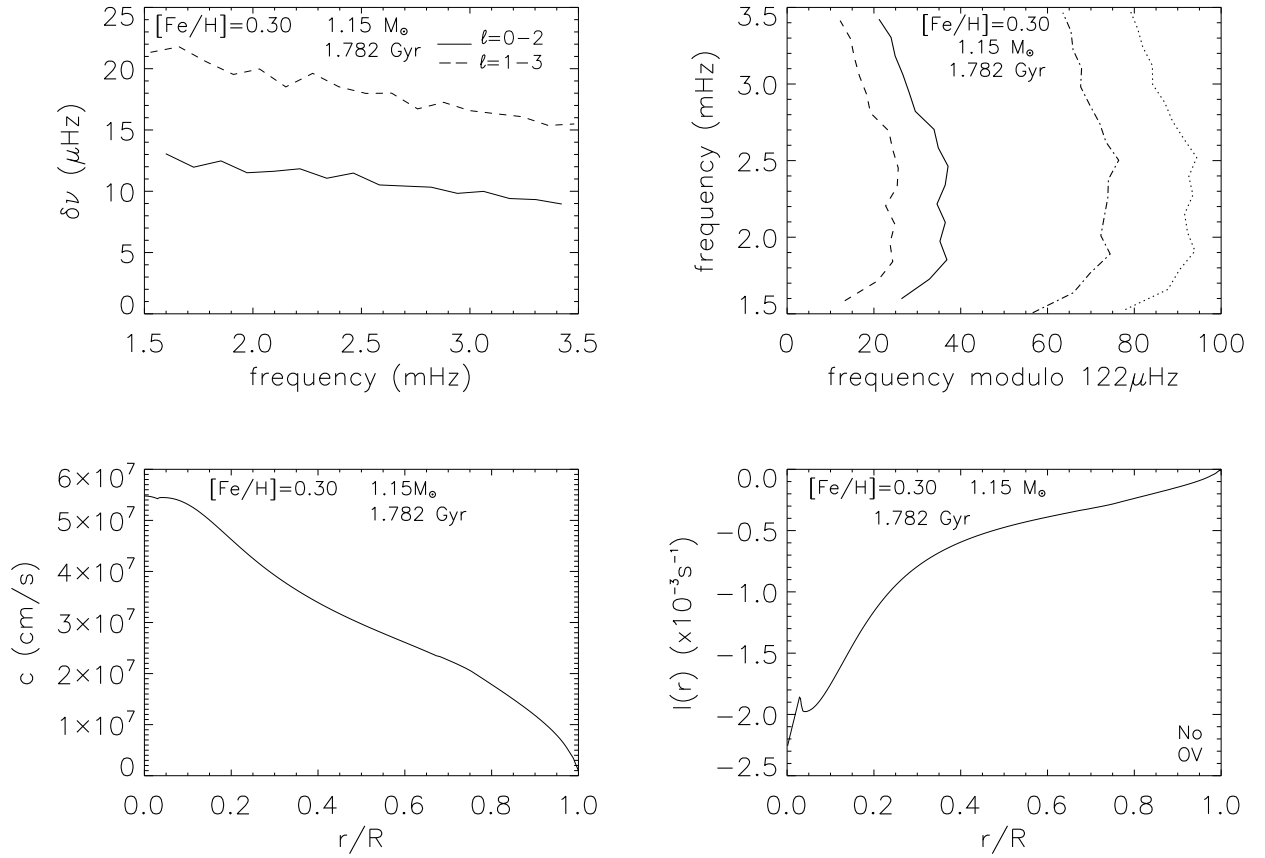
Sur chaque figure, nous présentons les petites séparations, le diagramme échelle, le profil de vitesse du son, et l'intégrale  $I(r)$ .

Au début de la séquence principale (modèle présenté en Figure 4.4), le cœur convectif de l'étoile est encore petit ( $r_{cc}/R_{\star} = 0.03$ ). L'abondance d'hélium au centre est faible ( $Y_c = 0.51$ ) et l'on n'observe pas de discontinuité dans le profil de vitesse du son au centre de l'étoile. L'intégrale  $I(r)$  est négative dans toute l'étoile. Dans ce cas, les petites séparations  $\delta\nu_{02}$  sont positives sur toute la gamme de fréquences considérée, et il n'y a pas de point de croisement entre les lignes  $\ell = 0 - \ell = 2$  sur le diagramme échelle.

Quand l'âge de l'étoile augmente, les valeurs des petites séparations diminuent. Le cœur convectif se développe, et il y a plus d'hélium au centre de l'étoile. Une discontinuité en composition chimique et dans le profil de vitesse du son apparaît. Le modèle présenté sur la Figure 4.6 correspond au premier modèle pour lequel nous avons trouvé des petites séparations négatives pour une fréquence inférieure à 3.5 mHz. Sa position est marquée par une croix sur la trace évolutive correspondante (Figure 4.1, graphe en haut à droite). Le cœur convectif est plus développé ( $r_{cc}/R_{\star} = 0.06$ ) que pour le modèle précédent. On peut voir la discontinuité dans le profil de vitesse du son (Figure 4.5, graphe en bas à gauche). En conséquence, l'intégrale  $I(r)$  est très différente entre  $r = 0$  et  $r = r_t = r_{cc}$ . Dans le cas que nous étudions ici, elle ne change pas de signe, même si elle tend vers zéro à la limite du cœur. Cependant, ses variations sont suffisantes pour faire basculer le signe des petites séparations  $\delta\nu_{02}$ .

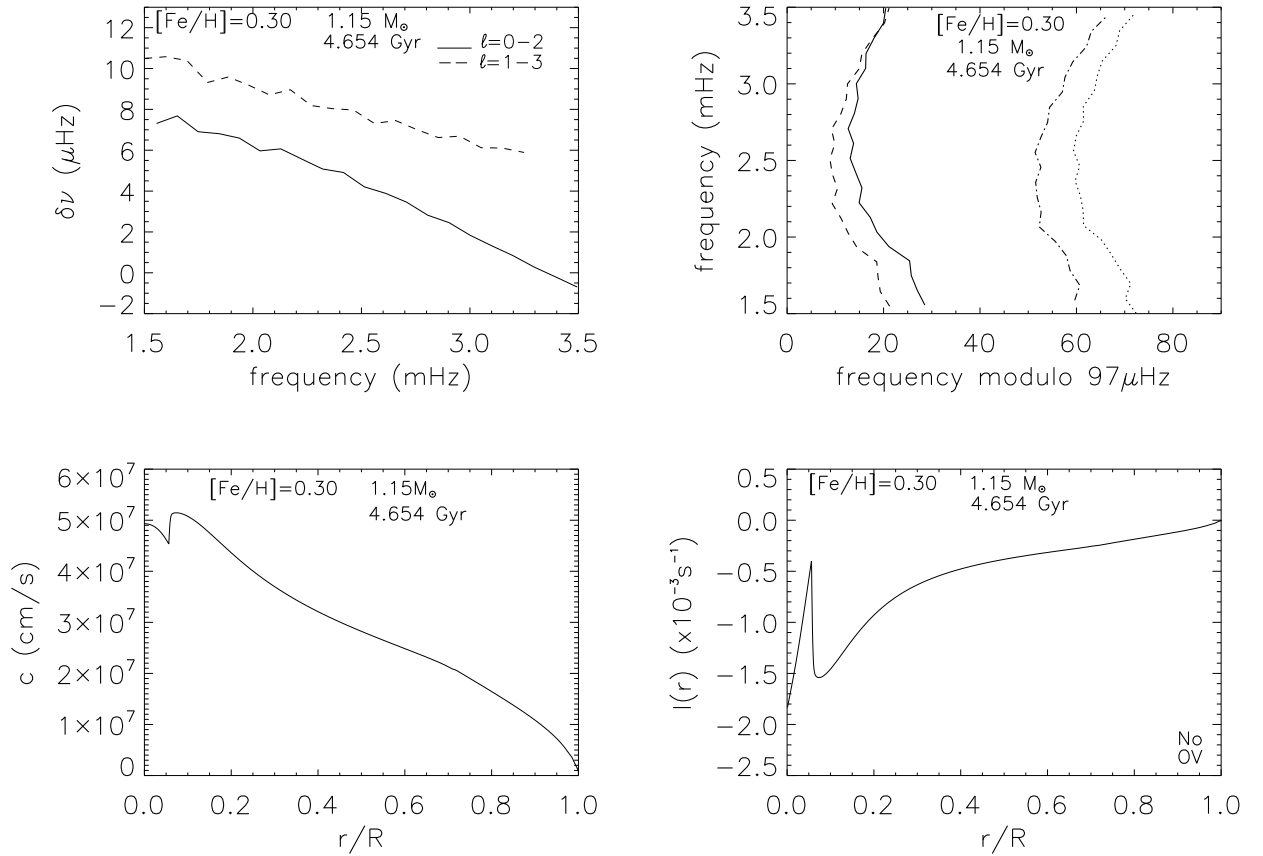
Pour le troisième modèle (Figure 4.6), le cœur convectif a disparu, laissant un cœur d'hélium. Il y a toujours une importante discontinuité dans le profil de vitesse du son à la limite du cœur (Figure 4.6, graphe en bas à gauche) et les petites séparations  $\delta\nu_{02}$  changent de signe à une fréquence plus faible que pour le modèle précédent (Figure 4.6, graphe en haut à droite).

La fréquence à partir de laquelle les petites séparations deviennent négatives continue de baisser tandis que l'étoile évolue le long de la branche des sous-géantes, jusqu'à ce que la structure de l'étoile change profondément, avec une augmentation

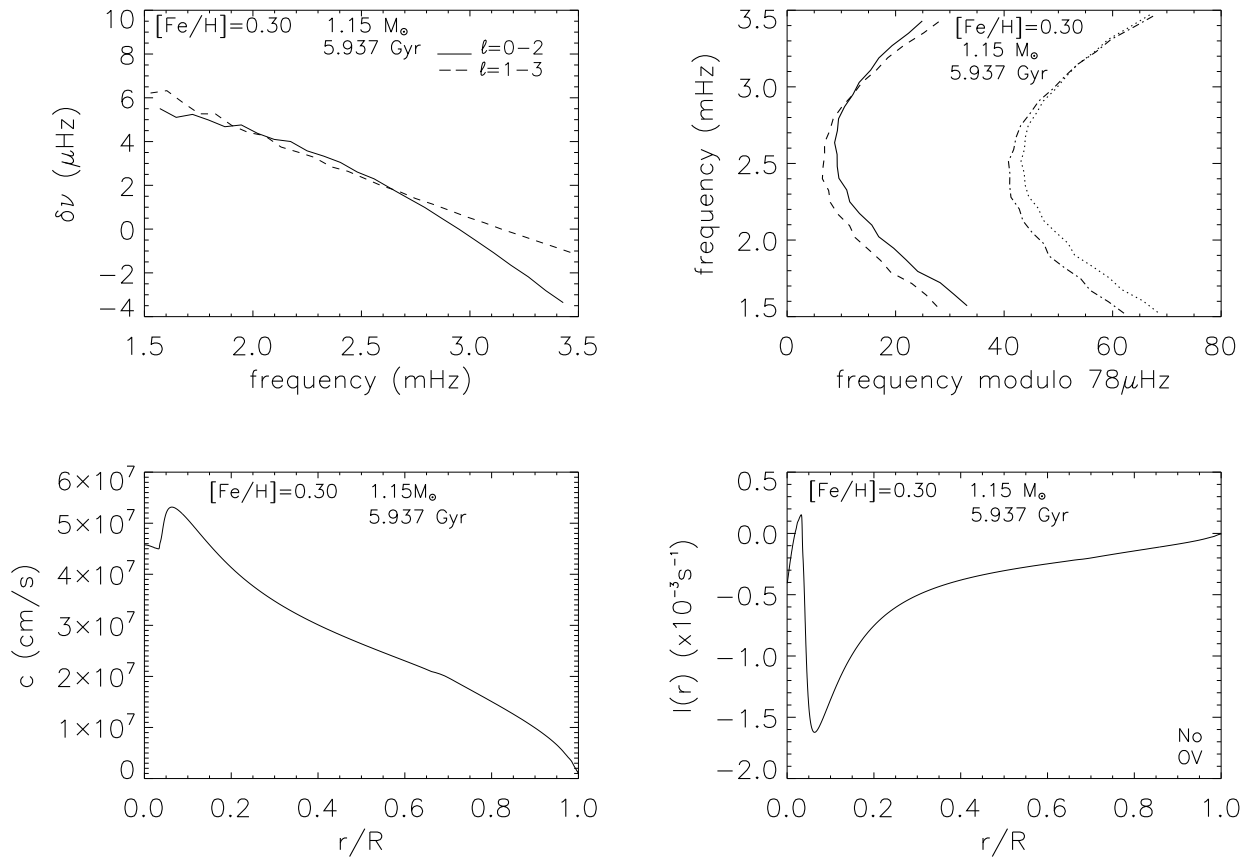


**FIG. 4.5:** Petites séparations (graphe en haut à gauche), diagramme échelle (graphe en haut à droite), profil de vitesse du son (graphe en bas à gauche), et intégrale  $I(r)$  (graphe en bas à droite) pour un modèle de  $1.15 M_{\odot}$ ,  $1.782 \text{ Gyr}$ , surmétallique ( $[\text{Fe}/\text{H}] = 0.30$ ), et sans overshooting. Les lignes du diagramme échelle sont les mêmes que pour la Figure 4.3.





**FIG. 4.6:** Petites séparations (graphe en haut à gauche), diagramme échelle (graphe en haut à droite), profil de vitesse du son (graphe en bas à gauche), et intégrale  $I(r)$  (graphe en bas à droite) pour un modèle de  $1.15 M_{\odot}$ ,  $4.654 \text{ Gyr}$ , surmétallique ( $[Fe/H]=0.30$ , et sans overshooting. Il s'agit du premier modèle pour lequel apparaissent des petites séparations négatives en dessous de  $3.5 \text{ mHz}$ . Les lignes du diagramme échelle sont les mêmes que pour la Figure 4.3.



**FIG. 4.7:** *Petites séparations (graphe en haut à gauche), diagramme échelle (graphe en haut à droite), profil de vitesse du son (graphe en bas à gauche), et intégrale  $I(r)$  (graphe en bas à droite) pour un modèle de  $1.15 M_{\odot}$ ,  $5.937 \text{ Gyr}$ , surmétallique ( $[\text{Fe}/\text{H}] = 0.30$ ), et sans overshooting. Ce modèle correspond à une étoile avec un cœur d'hélium, évoluant sur la branche des sous-géantes. Les lignes du diagramme échelle sont les mêmes que pour la Figure 4.3.*

de la taille de la zone convective de surface et un effondrement du cœur. Dans le présent travail, nous nous intéressons uniquement à la séquence principale et au début des phases de sous-géantes.

### 4.2.3 Influence de la masse de l'étoile

Les tables 4.1 à 4.6 présentent les paramètres des modèles de transition pour différentes compositions chimiques initiales.

Dans chaque table, les résultats sont présentés pour les mêmes cinq valeurs de masse : 1.05, 1.10, 1.15, 1.20, et 1.25  $M_{\odot}$ . On peut voir que l'âge des modèles de transition diminue quand la masse augmente. Ceci n'est pas seulement dû aux échelles de temps d'évolution plus rapides, puisque les fractions de masse d'hélium correspondantes diminuent également quand la masse augmente.

D'un autre côté, on peut voir que le rayon total des modèles, ainsi que le rayon de leur cœur convectif ou d'hélium, ne montrent pas de variations importantes avec la masse.

On peut facilement comprendre ces résultats en se remémorant pourquoi les petites séparations deviennent négatives. Comme nous l'avons dit en Section 3.3.2, elles apparaissent généralement à des fréquences pour lesquelles le point de retournement interne des ondes atteint la limite du cœur. La relation entre les fréquences et leurs points de retournement est donnée par :

$$2\pi\nu = \frac{c(r)}{r} \sqrt{\ell(\ell+1)} \quad (4.1)$$

où  $\nu$  est la fréquence du mode considéré,  $r$  le rayon et  $c(r)$  la vitesse du son.

Ainsi, pour les modes  $\ell = 2$ , la fréquence critique pour laquelle le point de retournement se situe à la limite du cœur vaut approximativement :

$$\nu_c \simeq 0.4 \frac{c(r_{cc})}{r_{cc}} \quad (4.2)$$

Même si  $r_{cc}$  peut varier légèrement d'un modèle à l'autre, il n'est pas surprenant de trouver qu'à des valeurs fixes de  $\nu_c$  correspondent des modèles avec des valeurs similaires de  $r_{cc}$ . Ainsi, ce phénomène apparaît plus tôt pour des étoiles de masse plus grande et pour des modèles de rayon similaires mais avec des luminosités, des températures effectives et des gravités différentes.

### 4.2.4 Influence de la composition chimique

Les tables 4.1 et 4.4 montrent les paramètres des modèles de transition calculés avec la composition chimique solaire (nous avons utilisé ici le mélange Grevesse

& Noels (1993)). Les tables 4.2 et 4.5 correspondent à des modèles calculés avec une surabondance en métaux ( $[\text{Fe}/\text{H}]=0.30$ ) et une abondance d'hélium  $Y$  suivant la loi d'évolution chimique des galaxies donnée par Izotov & Thuan (2004). Enfin, les tables 4.3 et 4.6 correspondent à des modèles surmétalliques mais avec une abondance d'hélium solaire  $Y_{\odot}$ .

L'effet le plus important de la surmétallicité est de déplacer les traces évolutives vers des températures effectives plus basses, quelle que soit la valeur d'abondance d'hélium.

Dans le cas d'une fraction de masse d'hélium plus grande, les âges des modèles de transition surmétalliques sont similaires à ceux qui ont la métallicité solaire. Cependant, ils correspondent à des étapes évolutives différentes.

Par exemple, les modèles de  $1.15 M_{\odot}$  présentés dans les tables 4.1 et 4.2 ont des âges similaires, mais le modèle surmétallique correspond à une étoile évoluant encore sur la séquence principale et possédant un cœur convectif, alors que le modèle avec les abondances solaires correspond à une étoile de la branche des sous-géantes, avec un cœur d'hélium et donc plus de cœur convectif. Comme on peut le vérifier dans les tables, leurs luminosités, températures effectives et gravités de surface ont alors des valeurs assez différentes.

Dans le cas de modèles surmétalliques avec une abondance d'hélium solaire, les âges des modèles de transition sont plus grands que ceux qui ont une métallicité solaire. De même que pour le cas d'une composition solaire, les modèles les moins massifs sont déjà sur la branche des sous-géantes, et n'ont plus de cœur convectif, mais leurs luminosités et leurs températures effectives sont plus faibles.

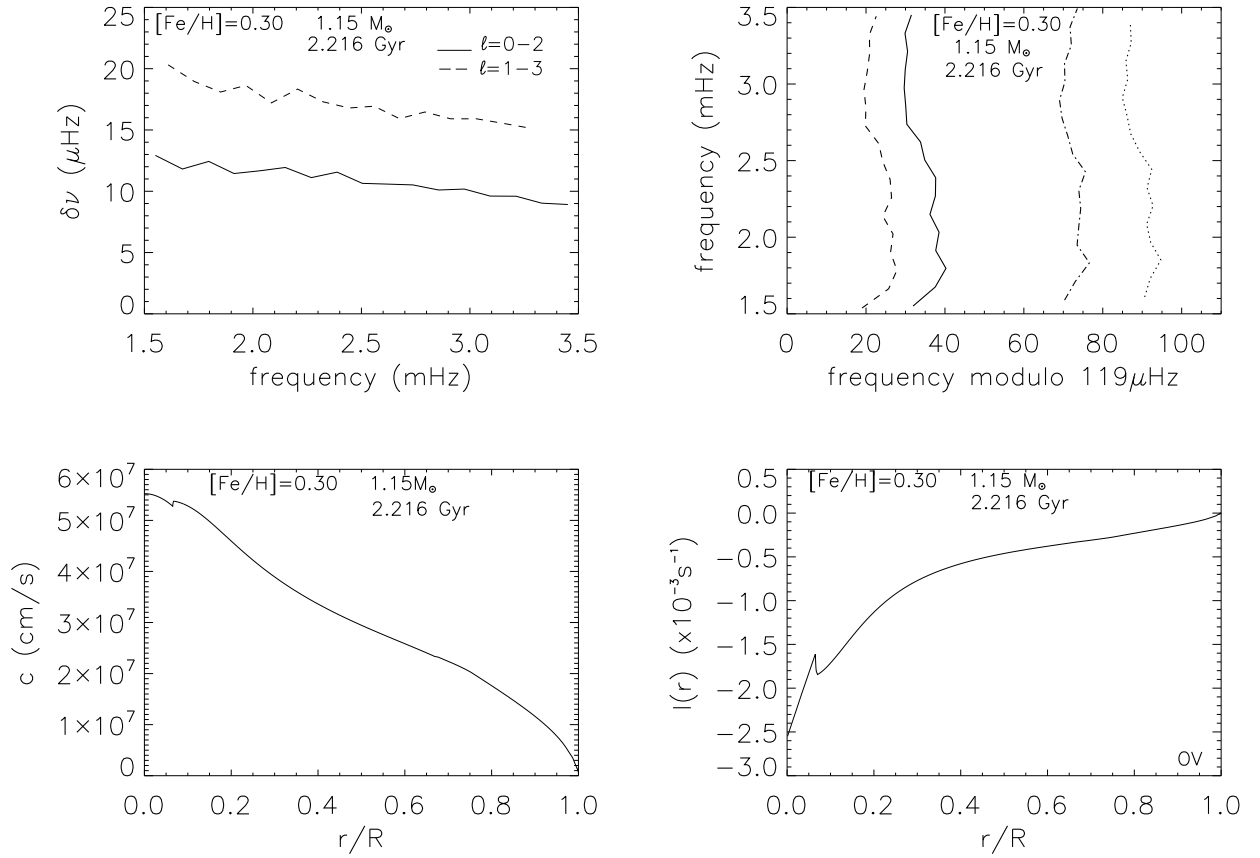
### 4.2.5 Influence de l'overshooting

Comme nous l'avons dit Chapitre 2, Section 2.1.2, l'overshooting est modélisé dans le code comme une extension du cœur convectif, dont nous avons ici fixé l'épaisseur à 0.20 fois l'échelle de hauteur de pression.

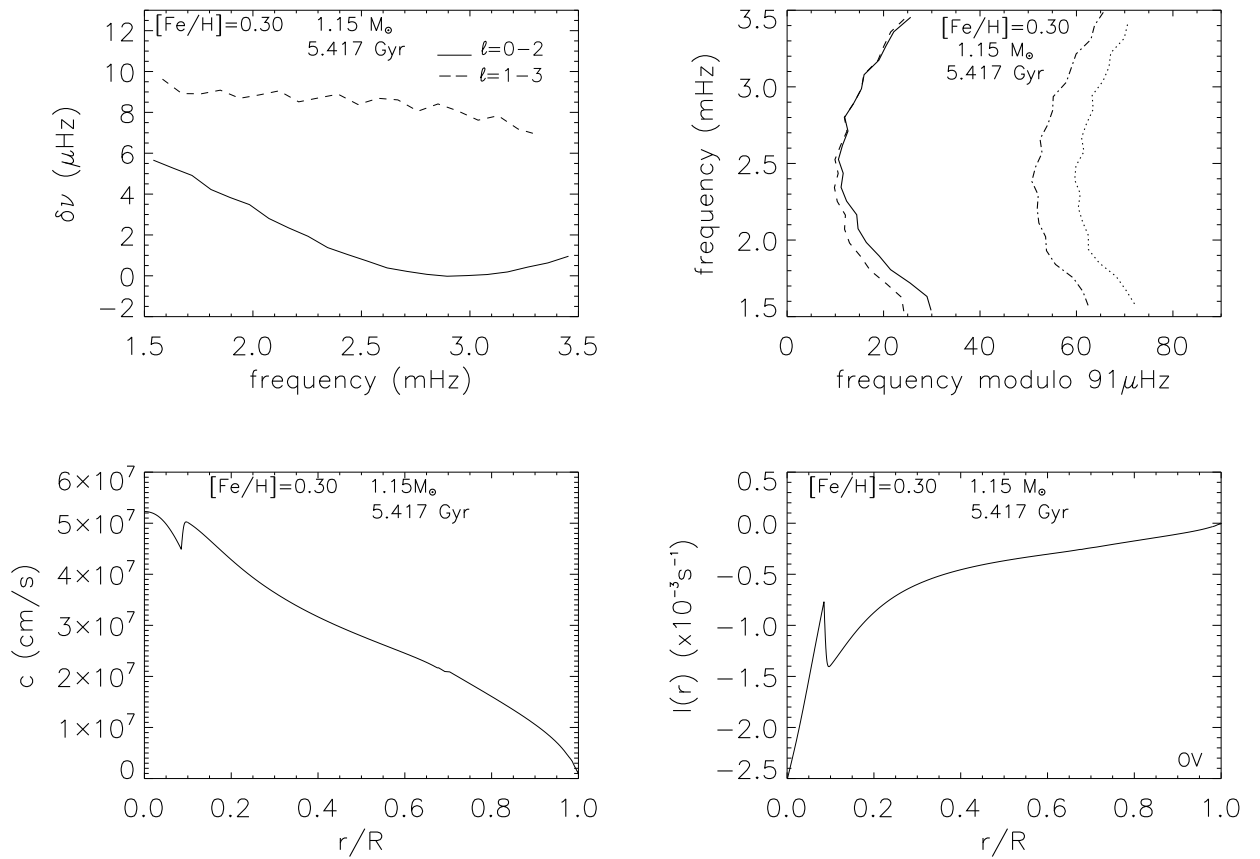
Les figures 4.8, 4.9, et 4.10 montrent les paramètres internes des étoiles le long d'une trace évolutive de  $1.15 M_{\odot}$ , avec  $[\text{Fe}/\text{H}]=0.30$  et de l'overshooting. Ces figures peuvent être directement comparées aux figures 4.5, 4.6 et 4.7 qui montraient les mêmes paramètres pour des étoiles sans overshooting.

Quand on ajoute de l'overshooting, le rayon total du cœur (cœur convectif + extension due à l'overshooting) est augmenté. Ainsi, les petites séparations deviennent négatives pour des fréquences plus basses que dans les cas sans overshooting.

Les cas avec overshooting sont présentés dans les tables 4.4 à 4.6. Les modèles de transition apparaissent à des âges similaires à ceux des cas sans overshooting. Cependant, comme on peut le voir sur la Figure 4.2, cela correspond à des phases



**FIG. 4.8:** Petites séparations (graphe en haut à gauche), diagramme échelle (graphe en haut à droite), profil de vitesse du son (graphe en bas à gauche), et intégrale  $I(r)$  (graphe en bas à droite) pour un modèle de  $1.15 M_{\odot}$ ,  $2.216 \text{ Gyr}$ , surmétallique ( $[\text{Fe}/\text{H}] = 0.30$ ), et avec overshooting. Les lignes du diagramme échelle sont les mêmes que pour la Figure 4.3.



**FIG. 4.9:** Petites séparations (graphe en haut à gauche), diagramme échelle (graphe en haut à droite), profil de vitesse du son (graphe en bas à gauche), et intégrale  $I(r)$  (graphe en bas à droite) pour un modèle de  $1.15 M_{\odot}$ ,  $5.417$  Gyr, surmétallique ( $[Fe/H]=0.30$ ), et avec overshooting. Il s'agit du premier modèle pour lequel on obtient des petites séparations négatives pour une fréquence inférieure à  $3.5$  mHz. Les lignes du diagramme échelle sont les mêmes que pour la Figure 4.3.

relativement plus jeunes sur la séquence principale, puisque les échelles de temps d'évolution sont plus longues quand les zones de mélange sont plus grandes au centre.

Dans le cas avec overshooting, le rayon du cœur étant plus grand, les oscillations prédites pour les petites séparations (e.g. Roxburgh & Vorontsov, 1994; Bazot & Vauclair, 2004) commencent à apparaître clairement (Figures 4.9 et 4.10). Par exemple, dans le cas du modèle de  $1.15 M_{\odot}$  et 6.793 Gyr (Figure 4.10), les petites séparations pour les degrés  $\ell = 0 - \ell = 2$  commencent à décroître quand la fréquence augmente, deviennent négatives à  $\nu = 1.8$  mHz, continuent de diminuer, passent par un minimum à  $\nu = 2.7$  mHz, puis commencent à augmenter. Elles redeviennent éventuellement positives, pour une fréquence supérieure à 3.5 mHz.

Ce phénomène est relié à la réflexion partielle des ondes dans le cœur et la période de modulation est de l'ordre de l'inverse du temps acoustique correspondant à la limite du cœur (valeurs données en colonne 6 des Tables 4.1 à 4.6). Le fait que l'on observe ce phénomène uniquement pour les cas avec overshooting est dû à l'augmentation de la taille du cœur et donc à une diminution de la période de modulation.

### 4.3 Bilan

Nous avons étudié dans ce chapitre l'évolution des petites séparations pour les degrés  $\ell = 0 - \ell = 2$ , dans le cas général des étoiles de type solaire.

Nous avons montré que ces petites séparations, qui en première approximation devraient rester positives, peuvent devenir négatives pendant l'évolution de l'étoile. On observe alors un croisement des lignes sur le diagramme échelle.

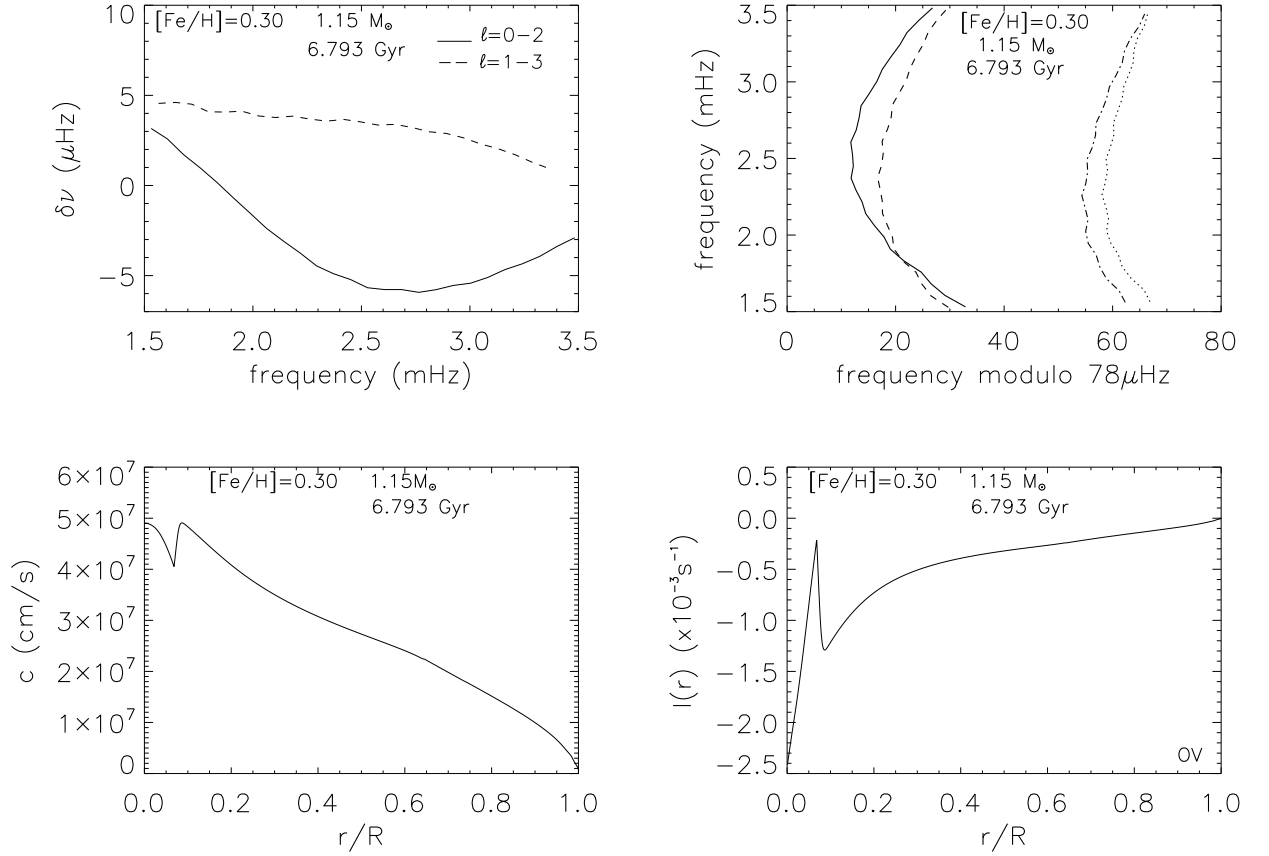
Ce phénomène apparaît de manière systématique pour des étoiles en fin de séquence principale ou évoluant sur la branche des sous-géantes.

Ce comportement particulier peut également se produire pour les petites séparations entre les degrés  $\ell = 1$  et  $\ell = 3$  mais il est plus difficile de l'observer car il se produit généralement à des fréquences supérieures à la gamme de fréquences d'observation.

Nous avons montré que ce phénomène était relié à la présence, soit d'un cœur convectif riche en hélium dans le cas des étoiles en fin de séquence principale, soit d'un cœur d'hélium aux frontières abruptes dans le cas des sous-géantes.

Dans les deux cas, le fort gradient de composition chimique induit une importante discontinuité dans le profil de vitesse du son à la limite du cœur. Ce changement dans la structure interne influence les fréquences d'oscillation et conduit à ce comportement caractéristique des petites séparations.

Cette signature sismique est très importante car elle peut représenter un outil pour caractériser les cœurs convectifs ou d'hélium, dans le cas d'étoiles de fin de



**FIG. 4.10:** *Petites séparations (graphe en haut à gauche), diagramme échelle (graphe en haut à droite), profil de vitesse du son (graphe en bas à gauche), et intégrale  $I(r)$  (graphe en bas à droite) pour un modèle de  $1.15 M_{\odot}$ ,  $6.793 \text{ Gyr}$ , surmétallique ( $[Fe/H]=0.30$ ), et avec overshooting. Ce modèle correspond à une étoile avec un cœur d'hélium, évoluant sur la branche des sous-géantes. Les lignes du diagramme échelle sont les mêmes que pour la Figure 4.3.*



séquence principale ou de sous-géantes. Ces petites séparations négatives pourront également être utilisées pour donner des contraintes sur l'extension possible des cœurs convectifs due à de l'overshooting.

# Publication 3

## Asteroseismology of solar-type stars : signatures of convective and/or helium cores

M. Soriano & S. Vauclair

**Abstract :**

Plusieurs combinaisons de fréquences sont utilisées dans l'analyse des oscillations stellaires pour comparer les modèles aux observations. En particulier, les “petites séparations” peuvent nous aider à contraindre le cœur des étoiles. Nous avons montré dans un papier précédent qu'elles peuvent changer de signe, ce qui est en contradiction avec la “théorie asymptotique”, et que ce comportement peut correspondre à une signature des cœurs convectifs et/ou d'hélium. Nous analysons ici en détail ce comportement en faisant une modélisation systématique le long de l'évolution stellaire.

Nous avons calculé des traces évolutives pour des modèles de différentes masses (de 1.05 à 125  $M_{\odot}$ ) et composition chimique, avec et sans overshooting. Nous avons calculé les fréquences d'oscillation adiabatiques des modèles et nous avons analysé l'évolution des petites séparations le long des traces évolutives.

Nous avons trouvé que dans tous les cas, les étoiles passent par une étape de leur évolution pour laquelle les petites séparations pour les degrés  $\ell = 0$  et  $\ell = 2$  deviennent négatives dans la gamme de fréquences considérée. Ce phénomène est lié à la signature d'un cœur riche en hélium. Nous discutons des conséquences dans l'interprétation des fréquences acoustiques observées dans les étoiles de type solaire.

2008, *Astronomy and Astrophysics*, 488, 975



# Asteroseismology of solar-type stars: signatures of convective and/or helium cores

M. Soriano and S. Vauclair<sup>1</sup>

Laboratoire d’Astrophysique de Toulouse-Tarbes - UMR 5572 - Université de Toulouse - CNRS, 14 Av. E. Belin, 31400 Toulouse, France

e-mail: sylvie.vauclair@ast.obs-mip.fr

Received 15 April 2008 / Accepted 28 May 2008

## ABSTRACT

**Aims.** Several frequency combinations are widely used in the analysis of stellar oscillations for comparisons between models and observations. In particular, the “small separations” can help constraining the stellar cores. We showed in a previous paper that they can change sign, in contradiction with the “asymptotic theory”, and that this behaviour could correspond to signatures of convective and/or helium cores. Here we analyse this behaviour in detail by systematic modelling during stellar evolution.

**Methods.** We computed evolutionary tracks for models with various masses (from 1.05 to 1.25  $M_{\odot}$ ) and various chemical compositions, with and without overshooting. We computed the adiabatic oscillation frequencies of the models and analysed the evolution of their small separations along an evolutionary track.

**Results.** We find that, for all cases, the stars go through a stage during their evolution, where the small separations computed between degrees  $\ell = 0$  and  $\ell = 2$  become negative in the observed range of frequencies. This behaviour is clearly related to the signature of a helium-rich core. We discuss the consequences for interpreting of the acoustic frequencies observed in solar-type stars.

**Key words.** stars: oscillations – stars: abundances – stars: evolution – stars: planetary systems – Galaxy: kinematics and dynamics – Galaxy: open clusters and associations: general

## 1. Introduction

Asteroseismology has proved to be an excellent tool for deriving stellar parameters more precisely than ever before: mass, age, radius, metallicity, helium abundance value, stellar gravity, effective temperature. This has been discussed recently in detail for the case of the exoplanet-host star  $\iota$  Hor (Vauclair et al. 2008). Spectroscopic observations lead to values of  $T_{\text{eff}}$ ,  $g$ , and  $[\text{Fe}/\text{H}]$ , which differ for different authors, according to the scale they use for the effective temperature determinations. The associated error bars are quite large. In this framework, observing the acoustic oscillations of the star and determining the mode frequencies is extremely helpful.

Once the oscillations of the star have been observed long enough (typically eight nights with HARPS), the analysis of the Fourier transform may lead to the determination of the “large separations”, defined as  $\Delta\nu_{n,\ell} = \nu_{n+1,\ell} - \nu_{n,\ell}$  and to the identification of the modes, as discussed in Bouchy et al. (2005). Meanwhile, various evolutionary tracks are computed with different input parameters (mass, chemical composition, presence or not of overshooting, etc.). For a given set of parameters, only one model may reproduce the observed frequencies satisfactorily (Bazot et al. 2005; Soriano et al. 2007; Laymand & Vauclair 2007; Vauclair et al. 2008). As shown in Vauclair et al. (2008), the various models obtained in this way have similar gravities and ages. The other parameters are constrained with the help of the spectroscopic observational boxes.

Asteroseismology can also give information about the internal structure of the stars and, more specifically, about the regions where the sound velocity changes rapidly. This happens in various transition layers, such as the limits of convective regions or layers with strong helium gradients. The transition layers that

occur in stellar outer regions (bottom of outer convective zones, diffusion-induced helium gradients) may be characterised owing to the reflexion of the acoustic waves on the stellar surface and on the region of rapidly varying sound velocity. This is generally studied with the help of the “second differences”, defined as  $\delta_2\nu_{n,\ell} = \nu_{n+1,\ell} + \nu_{n-1,\ell} - 2\nu_{n,\ell}$ , which present oscillations with a period related to the acoustic depth of the transition layer (e.g. Gough 1990; Monteiro & Thompson 1998; Vauclair & Théado 2004; Castro & Vauclair 2006). On the other hand, the transition layers in the stellar internal regions are better characterised using the “small separations”, defined as  $\delta\nu_{n,\ell} = \nu_{n,\ell} - \nu_{n-1,\ell+2}$  (e.g. Roxburgh & Vorontsov 1994). In a series of papers, Roxburgh & Vorontsov (see Roxburgh & Vorontsov 2007, and references therein) show how the presence of a convective core could lead to oscillations in the small separations.

In a previous paper dedicated to the study of the exoplanet-host star HD 52265 (Soriano et al. 2007), we showed that in some cases the small separations, which should be positive in first approximation, could become negative. We explained how this special behaviour was related to either a convective core or a helium core with abrupt frontiers, resulting from the presence of a convective core in the past history of the star.

In the present paper, we give a general analysis of this effect for solar-type stars, with or without overshooting. We focused our analysis on stars that have either a solar metallicity or that are overmetallic, which is the case of exoplanet-host stars. We show that, along their evolutionary tracks, all stars go through a stage where the small separations between the  $\ell = 0$  and  $\ell = 2$  modes become negative, whether near the end of the main-sequence or at the beginning of the subgiant branch. This leads to a special behaviour in the “échelle diagram”, which is obtained by

plotting the mode frequencies in ordinates and the same frequencies modulo the large separations in abscissae (e.g. Soriano et al. 2007). Instead of remaining parallel, as predicted by the asymptotic theory (Tassoul 1980), a crossing point appears between the  $\ell = 0$  and  $\ell = 2$  curves. This may also happen between the  $\ell = 1$  and  $\ell = 3$  curves, but it is less frequent and we concentrate here on the  $\ell = 0$  and  $\ell = 2$  case.

For comparisons with observations, this behaviour becomes important if the crossing points correspond to frequencies below the cut-off frequency of the acoustic waves, which is the highest frequency for which the waves are reflected on the atmospheric regions. As this cut-off frequency depends on the characteristics of the stellar outer regions and may vary from star to star, we chose to study all the cases for which the crossing point occurs below 3.5 mHz. Along the evolutionary track, we computed the models for which this behaviour appears for the first time, for various masses, and give their ages. In the following, we refer to these special models as “transition models”. As the apparition of this behaviour is related to the radius of the convective or helium core, negative small separations appear earlier when overshooting is introduced.

This particular behaviour of the small separations could be used to derive the size of stellar cores and the presence of overshooting for stars at the end of the main-sequence. A direct application to the exoplanet-host star  $\mu$  Arae will be given in a forthcoming paper.

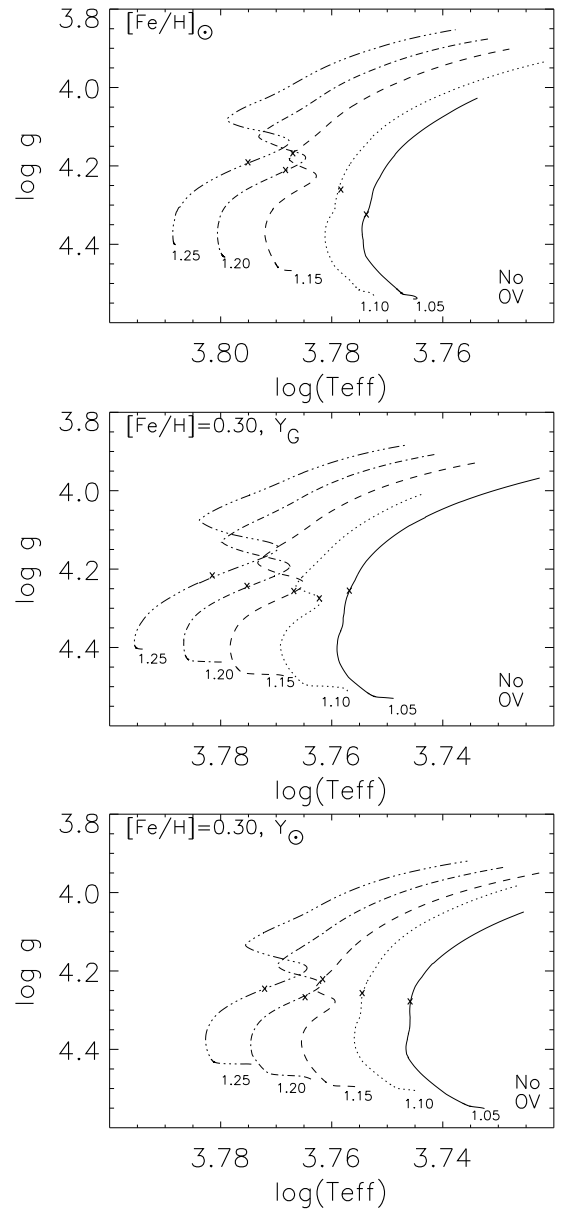
## 2. Evolutionary tracks and models

We computed series of evolutionary tracks using the Toulouse Geneva Evolution Code (see Hui Bon Hoa 2007, for a general description of this code) with the OPAL equation of state and opacities (Rogers & Nayfonov 2002; Iglesias & Rogers 1996) and the NACRE nuclear reaction rates (Angulo et al. 1999). In all our models, we included microscopic diffusion as described in Michaud et al. (2004) and Paquette et al. (1986).

The convection was treated in the framework of the mixing length theory and the mixing length parameter was adjusted as in the Sun:  $\alpha = 1.8$  (Richard et al. 2004). Models were computed for a range of masses from 1.05 to 1.25  $M_{\odot}$ .

We computed six series of models. The first three series were computed without overshooting and the second three series with overshooting at the limit of the stellar core. Here overshooting is described as an extension of the central convective zone by a length  $\alpha_{ov}H_P$ , where  $H_P$  is the pressure height scale, and  $\alpha_{ov}$  the overshooting parameter. In our computations, we fixed  $\alpha_{ov}$  to 0.20. In each case, the three series differ from their abundances:

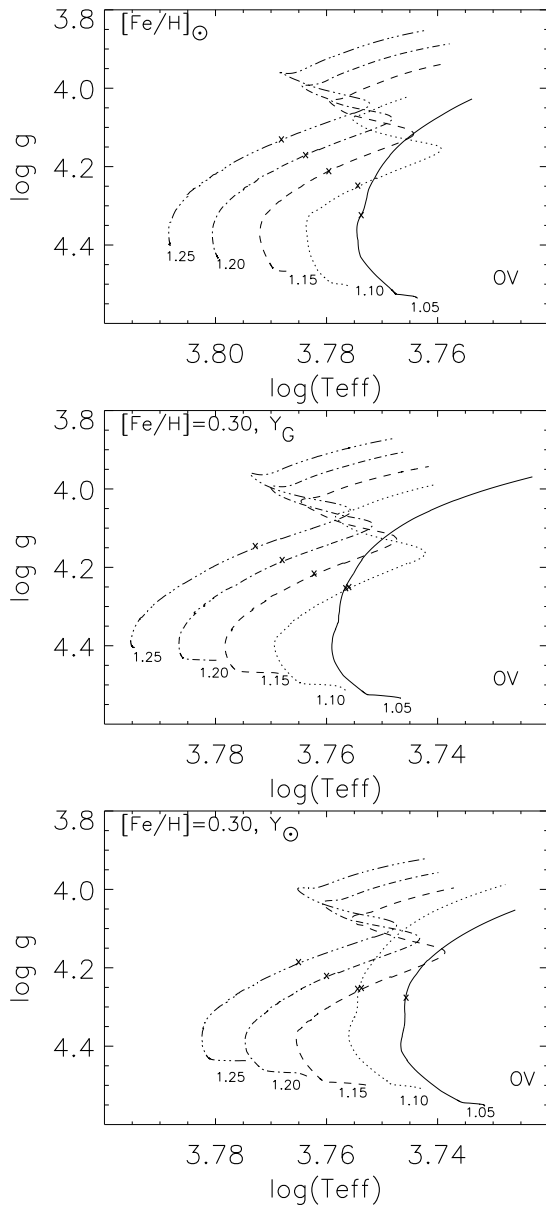
- Metallic and helium solar values. For the metallic values, the “old” Grevesse & Noels (1993) abundances, compatible with helioseismology, are used:  $X_{ini} = 0.7097$ ,  $Y_{ini} = 0.2714$ ,  $Z_{ini} = 0.0189$  (Fig. 1, upper panel, and Table 1 for the case without overshooting; Fig. 2, upper panel, and Table 4 for the case with overshooting).
- Overmetallic abundance  $[Fe/H] = 0.30$ , and helium value computed as for the chemical evolution of galaxies, namely  $dY/dZ = 2.8 \pm 0.5$ :  $X_{ini} = 0.6648$ ,  $Y_{ini} = 0.3027$ ,  $Z_{ini} = 0.0324$  (Izotov & Thuan 2004) (Fig. 1, middle panel, and Table 2 for the case without overshooting; Fig. 2, middle panel, and Table 5 for the case with overshooting).
- Overmetallic abundance  $[Fe/H] = 0.30$ , and the solar helium value  $Y_{\odot}$ :  $X_{ini} = 0.6961$ ,  $Y_{ini} = 0.2714$ ,  $Z_{ini} = 0.0325$  (Fig. 1, lower panel, and Table 3 for the case without overshooting;



**Fig. 1.** Evolutionary tracks computed for solar metallicity  $[Fe/H]_{\odot}$  (upper panel), overmetallicity  $[Fe/H] = 0.30$  with a helium abundance following the law of the chemical evolution of galaxies  $Y_G$  (middle panel), and overmetallicity with a solar helium abundance  $Y_{\odot}$  (lower panel). All these tracks are computed without overshooting. The masses represented are: 1.05, 1.10, 1.15, 1.20, and 1.25  $M_{\odot}$ . The crosses represent the “transition model” for each evolutionary track, or first model from which we found negative small separations below 3.5 mHz. The characteristics of these models are displayed in Tables 1–3.

Fig. 2, lower panel, and Table 6 for the case with overshooting).

We computed adiabatic oscillation frequencies for a large number of models along each evolutionary track, using the PULSE code (Brassard et al. 1992). The oscillation frequencies were computed for degrees  $\ell = 0$  to  $\ell = 3$ , which are the only degrees observable for solar-like stars, because of the lack of spatial



**Fig. 2.** Evolutionary tracks computed with the same hypothesis as in Fig. 1 but with overshooting. Here, the overshooting parameter is fixed as  $\alpha_{ov} = 0.20$ . The masses represented are the same ones as in Fig. 1. On each evolutionary track, we have represented the “transition model” by crosses, or first model from which we have negative small separations below 3.5 mHz. The characteristics of these models are displayed in Tables 4–6.

resolution. We only kept frequencies between 1.5 and 3.5 mHz, corresponding to the typical observational range for solar-type stars. Their radial orders range between 4 to 100. Using these frequencies, we computed the small separations for each model and analysed in what conditions these quantities can become negative. For all evolutionary tracks, we found models where the small separations become negative at some frequencies, which means that the  $\ell = 0$  and  $\ell = 2$  lines cross over at a given point in the echelle diagram (cf. Fig. 3, for example). In all cases, the frequencies of these crossing points decrease for increasing

stellar age. For each computed track, we picked up the “transition model” for which the frequency of the crossing point is 3.5 mHz. These models are represented by crosses in Figs. 1 and 2, and their characteristics are given in Tables 1 to 6.

### 3. Analysis of the results

A first analysis of the possibilities of negative small separations in stars was given in Soriano et al. (2007) for the specific case of the exoplanet-host star HD 52265. When we computed models for this star, taking spectroscopic constraints into account, we were surprised to find two models that showed this specific behaviour: one model at the end of the main sequence with a mass of  $1.31 M_{\odot}$ , which had a convective core, and one model at the beginning of the subgiant branch with a mass of  $1.20 M_{\odot}$ , in which the convective core, present during the main sequence, had disappeared. For both cases we realised that the main reason for the negative small separations was related to the high helium content of the cores. The basic role of convection in this respect was its action of concentrating helium inside a sharp core during the main sequence.

We showed how negative small separations could be a signature of the size of a helium core, as well as that of a convective core when it is still present.

We give below a more complete analysis of the results we obtained by doing systematic studies of this effect for solar-type stars. We first recall useful theoretical points, then we discuss our computational results.

#### 3.1. Theoretical analysis

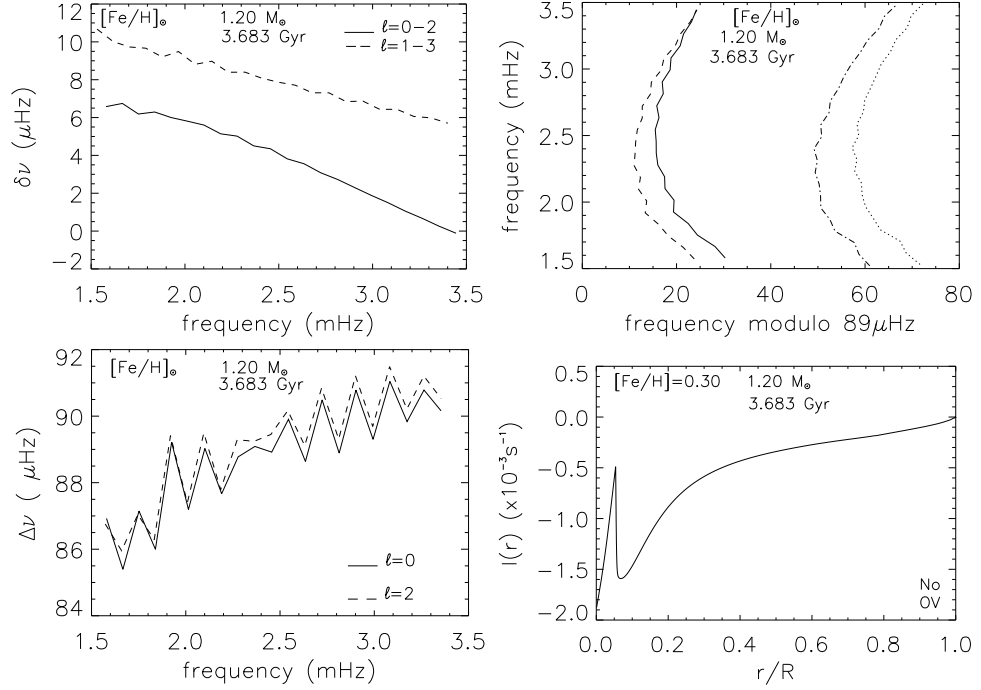
In all our models, the acoustic frequencies were computed precisely using the PULSE adiabatic code (Brassard et al. 1992). The results take the particular features of the stellar interiors into account. That the small separations become negative in some cases is real.

This seems surprising at first sight because it contradicts what is usually called “asymptotic theory”, as developed by Tassoul (1980). According to this analytical description of the oscillations, the large separations should be constant, equal to half of the inverse of the acoustic time, defined as the time needed for the acoustic waves to cross the stellar radius. Meanwhile, the small separation should vary quite slowly and remain positive. Although these approximate expressions are not used in real computations, they are very useful for understanding the underlying physics.

As discussed in Soriano et al. (2007), the asymptotic theory has been derived with some assumptions that are no longer valid in the cases we are studying. The most drastic of these assumptions is related to integrals that should be computed between the internal turning point of the waves  $r_t$  and the stellar surface, whereas they are replaced by integrations from zero to  $R$ . This means that the sound velocity at the turning point is assumed identical to that in the stellar centre. This assumption is completely wrong in stars with convective cores, and it becomes worse and worse as the helium-to-hydrogen ratio increases. A second important assumption is that the large separations for all frequencies and all modes are assumed identical to

$$\Delta\nu_0 = \left[ 2 \int_0^R \frac{dr}{c} \right]^{-1}. \quad (1)$$

This is not correct, as the  $\ell \neq 0$  modes do not travel down to the stellar centre. They are trapped at the turning point  $r_t$ , so that



**Fig. 3.** Small separations (*upper-left panel*), echelle diagram (*upper-right panel*), large separations (*lower-left panel*), and integral  $I(r)$  (*lower-right panel*) for a model with a solar metallicity,  $1.20 M_{\odot}$  and 3.683 Gyr. It is a main sequence model with a convective core. Here the integral  $I(r)$ , although rapidly changing near the core, does not change sign. On the other hand, as can be seen in the lower-left graph, the large separations are higher for  $\ell = 2$  than for  $\ell = 0$ , which is enough to induce a sign change in the small separations. For the echelle diagram, solid lines are for  $\ell = 0$ , dotted lines for  $\ell = 1$ , dashed lines for  $\ell = 2$ , and dotted-dashed lines for  $\ell = 3$ .

**Table 1.** Parameters of the “transition models” computed without overshooting, with solar metallicity  $[\text{Fe}/\text{H}]_{\odot}$  and solar helium value (Fig. 1, upper panel).

$M_{\star}(M_{\odot})$	Age (Gyr)	$X_C$	$Y_C$	$R_{\star}(\text{cm})$	$L_{\star}/L_{\odot}$	$\log T_{\text{eff}}$	$\log g$	$R_{\text{cc}}/R$	$t_{\text{cc}}$ (s)
1.05	7.3	$<10^{-4}$	0.9758	9.07e10	1.854	3.771	4.332	(0.07) <sup>(a)</sup>	(124.4) <sup>(b)</sup>
1.10	6.0	$<10^{-4}$	0.9764	9.54e10	1.913	3.779	4.268	(0.07) <sup>(a)</sup>	(128.6) <sup>(b)</sup>
1.15	4.9	$<10^{-4}$	0.9785	10.12e10	2.681	3.788	4.176	(0.06) <sup>(a)</sup>	(127) <sup>(b)</sup>
1.20	3.7	0.1462	0.8338	9.87e10	2.579	3.789	4.216	0.05	113
1.25	3.0	0.1986	0.7817	10.30e10	2.992	3.796	4.196	0.06	123.7

<sup>(a)</sup> The values in parenthesis correspond to the cases where the convective core has disappeared, leaving a helium core with abrupt limits; here the values correspond to the linear radii of the helium cores.

<sup>(b)</sup> The values in parenthesis correspond to the acoustic radii of the helium cores.

**Table 2.** Same as Table 1 for the overmetallic models ( $[\text{Fe}/\text{H}] = 0.30$ ) with a helium mass fraction  $Y_G$  (Fig. 1, middle panel).

$M_{\star}(M_{\odot})$	Age (Gyr)	$X_C$	$Y_C$	$R_{\star}(\text{cm})$	$L_{\star}/L_{\odot}$	$\log T_{\text{eff}}$	$\log g$	$R_{\text{cc}}/R$	$t_{\text{cc}}$ (s)
1.05	7.6	$<10^{-4}$	0.9567	8.75e10	1.511	3.757	4.263	(0.07)	(121.6)
1.10	5.7	0.0462	0.9173	8.79e10	1.594	3.761	4.279	0.05	98.2
1.15	4.7	0.1058	0.8588	9.15e10	1.819	3.767	4.263	0.06	113.1
1.20	3.7	0.1760	0.7893	9.50e10	2.117	3.776	4.250	0.06	126.4
1.25	3.1	0.2204	0.7451	9.98e10	2.481	3.782	4.224	0.07	140

**Table 3.** Same as Table 1 for the overmetallic models ( $[\text{Fe}/\text{H}] = 0.30$ ) with a helium mass fraction  $Y_{\odot}$  (Fig. 1, lower panel)

$M_{\star}(M_{\odot})$	Age (Gyr)	$X_C$	$Y_C$	$R_{\star}(\text{cm})$	$L_{\star}/L_{\odot}$	$\log T_{\text{eff}}$	$\log g$	$R_{\text{cc}}/R$	$t_{\text{cc}}$ (s)
1.05	9.7	$<10^{-4}$	0.9545	8.52e10	1.294	3.746	4.285	(0.06)	(104.6)
1.10	7.9	$<10^{-4}$	0.9565	8.94e10	1.536	3.754	4.264	(0.06)	(108.1)
1.15	6.6	$<10^{-4}$	0.9609	9.52e10	1.877	3.762	4.229	(0.06)	(111.4)
1.20	4.9	0.1220	0.8427	9.30e10	1.848	3.765	4.267	0.05	108
1.25	4.0	0.1787	0.7864	9.70e10	2.146	3.773	4.249	0.06	122.5

**Table 4.** Parameters of the “transition models” computed with overshooting, with solar metallicity  $[\text{Fe}/\text{H}]_{\odot}$  and solar helium value (Fig. 2, upper panel)

$M_{\star}(M_{\odot})$	Age (Gyr)	$X_{\text{C}}$	$Y_{\text{C}}$	$R_{\star}(\text{cm})$	$L_{\star}/L_{\odot}$	$\log T_{\text{eff}}$	$\log g$	$R_{\text{cc}}/R$	$t_{\text{cc}}(\text{s})$
1.05	7.3	$<10^{-4}$	0.9758	9.07e10	1.854	3.771	4.332	(0.7) <sup>(a)</sup>	(124.4) <sup>(b)</sup>
1.10	5.5	0.2285	0.7514	9.02e10	1.896	3.775	4.256	0.06	116.8
1.15	4.8	0.2369	0.7430	9.67e10	2.284	3.780	4.215	0.07	129.7
1.20	4.2	0.2429	0.7371	10.28e10	2.723	3.784	4.174	0.07	139.9
1.25	3.7	0.2472	0.7329	11.04e10	3.223	3.789	4.136	0.07	148.1

<sup>(a)</sup> The values in parenthesis correspond to the cases where the convective core has disappeared, leaving a helium core with abrupt limits; here the values correspond to the linear radii of the helium cores.

<sup>(b)</sup> The values in parenthesis correspond to the acoustic radii of the helium cores.

**Table 5.** Same as Table 4 for the overmetallic models ( $[\text{Fe}/\text{H}] = 0.30$ ) with a helium mass fraction  $Y_{\text{G}}$  (Fig. 2, middle panel).

$M_{\star}(M_{\odot})$	Age (Gyr)	$X_{\text{C}}$	$Y_{\text{C}}$	$R_{\star}(\text{cm})$	$L_{\star}/L_{\odot}$	$\log T_{\text{eff}}$	$\log g$	$R_{\text{cc}}/R$	$t_{\text{cc}}(\text{s})$
1.05	7.6	$<10^{-4}$	0.9567	8.77e10	1.516	3.757	4.261	(0.07)	(121.6)
1.10	6.3	0.2107	0.7539	9.05e10	1.594	3.757	4.258	0.07	136.4
1.15	5.4	0.2179	0.7468	9.58e10	1.912	3.763	4.223	0.07	146.5
1.20	4.7	0.2232	0.7418	10.20e10	2.277	3.769	4.189	0.07	155.4
1.25	4.1	0.2293	0.7358	10.83e10	2.691	3.773	4.153	0.07	161.3

**Table 6.** Same as Table 4 for the overmetallic models ( $[\text{Fe}/\text{H}] = 0.30$ ) with a helium mass fraction  $Y_{\odot}$  (Fig. 2, lower panel).

$M_{\star}(M_{\odot})$	Age (Gyr)	$X_{\text{C}}$	$Y_{\text{C}}$	$R_{\star}(\text{cm})$	$L_{\star}/L_{\odot}$	$\log T_{\text{eff}}$	$\log g$	$R_{\text{cc}}/R$	$t_{\text{cc}}(\text{s})$
1.05	9.7	$<10^{-4}$	0.9545	8.54e10	1.298	3.746	4.284	(0.06)	(104.4)
1.10	8.0	$<10^{-4}$	0.9565	8.97e10	1.543	3.753	4.261	(0.06)	(107.7)
1.15	6.6	0.2267	0.7379	9.20e10	1.627	3.754	4.259	0.07	136.3
1.20	5.7	0.2347	0.7301	9.75e10	1.938	3.761	4.227	0.07	144.8
1.25	5.0	0.2402	0.7248	10.35e10	2.290	3.766	4.192	0.07	155.6

for each mode, integral (1) should be computed from  $r_1$  to  $R$ , not from 0 to  $R$ . As a consequence, the mean large separation for a mode  $\ell$  is larger than  $\Delta\nu_0$ , due to the smaller integral. This effect can be important if the sound velocity decreases strongly in the central regions.

Following Tassoul (1980), but relaxing these assumptions, Soriano et al. (2007) derived the following approximate expressions for the  $\ell = 0 - \ell = 2$  and for the  $\ell = 1 - \ell = 3$  small separations:

$$\delta\nu_{02} \approx \left(n + \frac{1}{4} + \alpha\right)(\Delta\nu_0 - \Delta\nu_2) - \frac{6\Delta\nu_2}{4\pi^2\nu_{n-1,2}} \int_{r_1}^R \frac{1}{r} \frac{dc}{dr} dr \quad (2)$$

$$\delta\nu_{13} \approx \left(n + \frac{3}{4} + \alpha\right)(\Delta\nu_1 - \Delta\nu_3) + \left(\frac{\Delta\nu_1}{2\pi^2\nu_{n,1}} - \frac{6\Delta\nu_3}{2\pi^2\nu_{n-1,3}}\right) \int_{r_1}^R \frac{1}{r} \frac{dc}{dr} dr \quad (3)$$

where  $n$  is the radial order of the modes,  $\alpha$  corresponds to a surface phase shift, and  $\Delta\nu_0$ ,  $\Delta\nu_1$ ,  $\Delta\nu_2$ , and  $\Delta\nu_3$  are the large separations computed respectively for the degrees  $\ell = 0, 1, 2$ , and 3.

From now on, we basically concentrate on the  $\delta\nu_{02}$  separations, which are the most relevant for our purpose. We can see that the integral  $I(r) = \int_{r_1}^R \frac{1}{r} \frac{dc}{dr} dr$  plays an important role in the computations of the small separations. Using the real boundary value  $r_1$  instead of zero can lead to significant changes in the results. Also the difference between the large separations for the  $\ell = 0$  and the  $\ell = 2$  modes, which vanishes in the asymptotic theory, can be important, even if it is small. Indeed this difference is multiplied by the radial order  $n$  which can be significant for the considered modes (of order 30).

We will see below that for some models, the integral  $I(r)$ , which is generally negative, may become positive at the

boundary of the core when the helium over hydrogen ratio is high enough. This is due to the resulting rapid variation of the sound velocity, which is significantly lower in the core than expected from simple extrapolation below the outer layers. In this case, the sign inversion in the integral is sufficient to explain why the small separations become negative (Fig. 4). The frequency for which this occurs corresponds to that of the  $\ell = 2$  waves for which the turning point is at the core boundary.

In other cases, it may happen that the integral value changes abruptly at the core boundary, but not enough to become positive. Then, a slight difference between the large separations for the  $\ell = 0$  and the  $\ell = 2$  modes may be enough to lead to the inversion of the sign of the small separations (Fig. 3). In this case, the frequency where this behaviour occurs may be slightly different from that related to the core boundary.

As a conclusion, that the small separations change sign is related to the core boundary and may be physically understood. However the use of this sign inversion to derive the core size can only be done with precise model computations.

### 3.2. Analysis of the small separations along an evolutionary track

Figures 5 to 7 present the internal parameters for three models along an evolutionary track of  $1.15 M_{\odot}$  with  $[\text{Fe}/\text{H}] = 0.30$ , without overshooting. The first model lies on the main sequence, in a situation where the small separations are always positive in the considered frequency range (1.782 Gyr, Fig. 5). The second model is more evolved, and the small separations for the degrees  $\ell = 0 - \ell = 2$  become negative at a frequency of 3.4 mHz (4.654 Gyr, Fig. 6). It corresponds to what we have called the



“transition model”. The third model is still more evolved on the subgiant branch (5.937 Gyr, Fig. 7).

In each figure, four different graphs are presented: the small separations (upper-left panel), the echelle diagram (upper-right panel), the sound speed profile (lower-left panel), and the integral  $I(r)$  (lower-right panel).

At the beginning of the main sequence (model presented in Fig. 5), the convective core of the star is still small ( $R_{cc}/R = 0.03$ ). The central helium abundance is low and there is no discontinuity in the sound speed profile at the centre of the star. The integral  $I(r)$  is negative in the whole star. In that case, the small separations  $\delta\nu_{02}$  are positive for the full range of frequencies considered, and there is no crossing point in the echelle diagram.

When the age of the star increases, the values of the small separations decrease. The convective core develops, and there is more helium in the centre of the star. A discontinuity in the chemical composition and in the sound speed profile appears. The model shown in Fig. 6 is the first model for which we found negative small separations below 3.5 mHz. We call it the “transition model” and show its position as a cross on the corresponding track in Fig. 1. The convective core is larger ( $r_{cc}/R = 0.06$ ) than for the previous model. We can see the discontinuity in the sound speed profile (Fig. 6, upper-left panel). As a consequence, the integral  $I(r)$  changes drastically between  $r = 0$  and  $r = r_t = R_{cc}$ . Here it does not change its sign but, as discussed before, its variations are large enough to lead to negative small separations. The lines  $\ell = 0$  and  $\ell = 2$  cross in the echelle diagram.

In the third model presented in Fig. 7, the convective core has disappeared, leaving a helium core. There is still a sharp discontinuity in the sound speed profile at the edge of the core (Fig. 7, lower-left panel), and the small separations change sign at a lower frequency than for the previous model (Fig. 7, upper-left panel).

The frequencies at which the small separations become negative go on decreasing while the star evolves along the subgiant branch, until the stellar structure begins to change deeply, with an increase in the outer convective layers and a shrinking of the core. A discussion of this evolutionary stage is beyond the scope of the present paper and will be given elsewhere. Here we concentrate on the main sequence and early subgiant phases.

### 3.3. Influence of the stellar mass

Tables 1 to 6 present the parameters for the “transition models” for various physical assumptions. Let us recall the meaning of these models. As discussed in the previous section, the frequencies for which the small separations  $\delta\nu_{02}$  change sign decrease with increasing age along an evolutionary track. The transition model is arbitrarily defined on each track as the one for which this characteristic frequency is about 3.5 mHz. The interest of comparing such specific models is that it helps in analysing the influence of parameters like stellar mass or chemical composition on the behaviour of the small separations.

In each table, the results are presented for the same five masses, between 1.05 and 1.25  $M_{\odot}$ . We can see that the ages of the transition models decrease for increasing masses. This is not only due to the more rapid evolution time scales, as the corresponding helium mass fractions also decrease with increasing mass. On the other hand, we can see that the total radii of the models, as well as the radii of their convective or helium cores, do not show strong variations with mass.

These results are quite understandable if we remember the reason for the appearance of the negative small separations. As

discussed previously, they generally appear for frequencies for which the turning point of the  $\ell = 2$  waves corresponds to the edge of the core. The relation between the frequencies of the waves and their turning points is given by (see Soriano et al. 2007)

$$2\pi\nu = \frac{c(r)}{r} \sqrt{\ell(\ell+1)}, \quad (4)$$

where  $\nu$  is the frequency of the considered mode,  $r$  the radius, and  $c(r)$  the sound speed. So that, for the  $\ell = 2$  waves, the critical frequency for which the turning point is at the core edge is approximately

$$\nu_c \simeq 0.4 \frac{c(R_{cc})}{R_{cc}}. \quad (5)$$

Although  $c(R_{cc})$  may slightly vary from model to model, it is not surprising to find that fixed values of  $\nu_c$  corresponding to models with similar values of  $R_{cc}$ . As a consequence, this behaviour appears earlier for more massive stars and for models with similar sizes, but different luminosities, effective temperatures, and gravities.

### 3.4. Influence of the chemical composition.

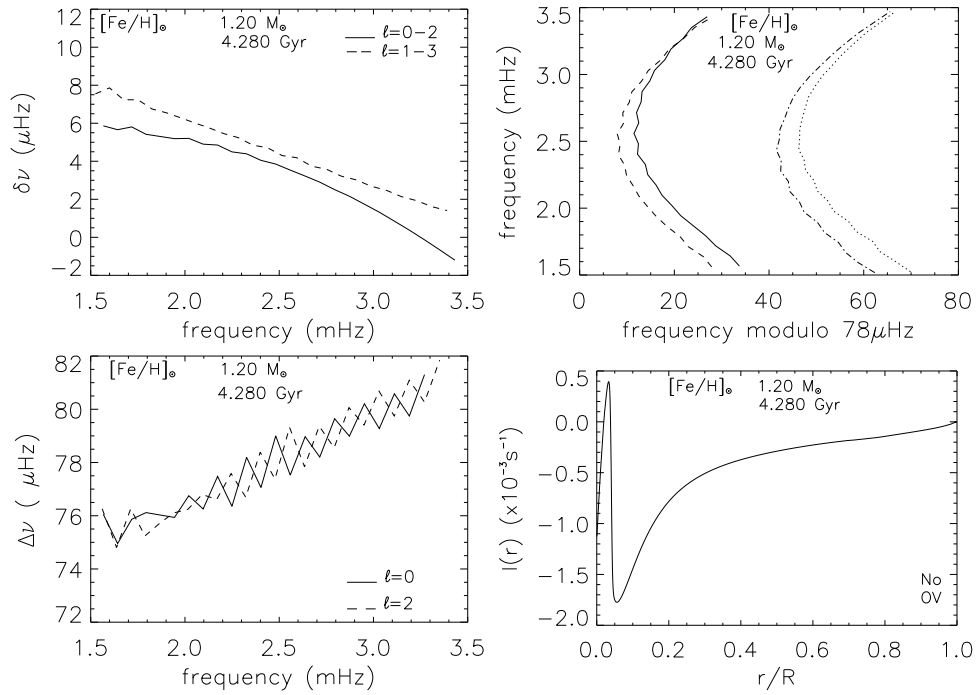
Tables 1 and 4 present the parameters of the transition models computed with the solar composition (here we use the Grevesse & Noels 1993, composition, compatible with helioseismology). As will be discussed below, Table 4 includes overshooting, which is not the case for Table 1. Tables 2 and 5 correspond to models computed with a larger abundance of metals ( $[\text{Fe}/\text{H}] = 0.30$ ) and a helium value following the metallicity-helium relation obtained for the chemical evolution of galaxies (Izotov & Thuan 2004). Finally Tables 3 and 6 correspond to models with the same overmetallicity but with a solar helium abundance  $Y_{\odot}$ .

The strongest effect of overmetallicity is to move the evolutionary tracks to lower effective temperatures. This is true for both helium values. In the case of the large helium mass fraction, the ages of the overmetallic transition models are similar to the case of solar values; however, this corresponds to different stages of evolution. For example, the models of 1.15  $M_{\odot}$  presented in Tables 1 and 2 have similar ages, but the one with overmetallicity and large helium abundance (Table 2) is still on the main sequence with a convective core, whereas the one with solar abundances (Table 1) is already on the subgiant branch, with a helium core but no convective core anymore. As can be checked in the tables, their luminosities, effective temperatures, and  $\log g$  are consequently quite different.

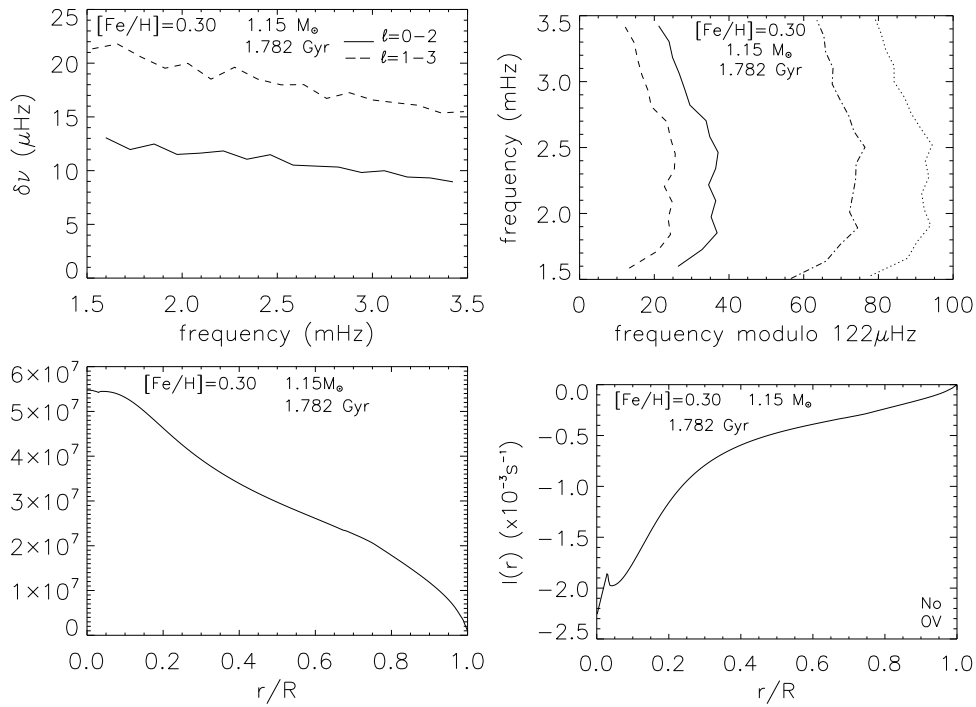
For the case of overmetallic models with a solar helium abundance, the ages of the transition models are higher than for models with solar metallicity. As for the solar case, the less massive models are already on the subgiant branch with no convective core left, but their luminosities and effective temperatures are lower.

### 3.5. Influence of overshooting

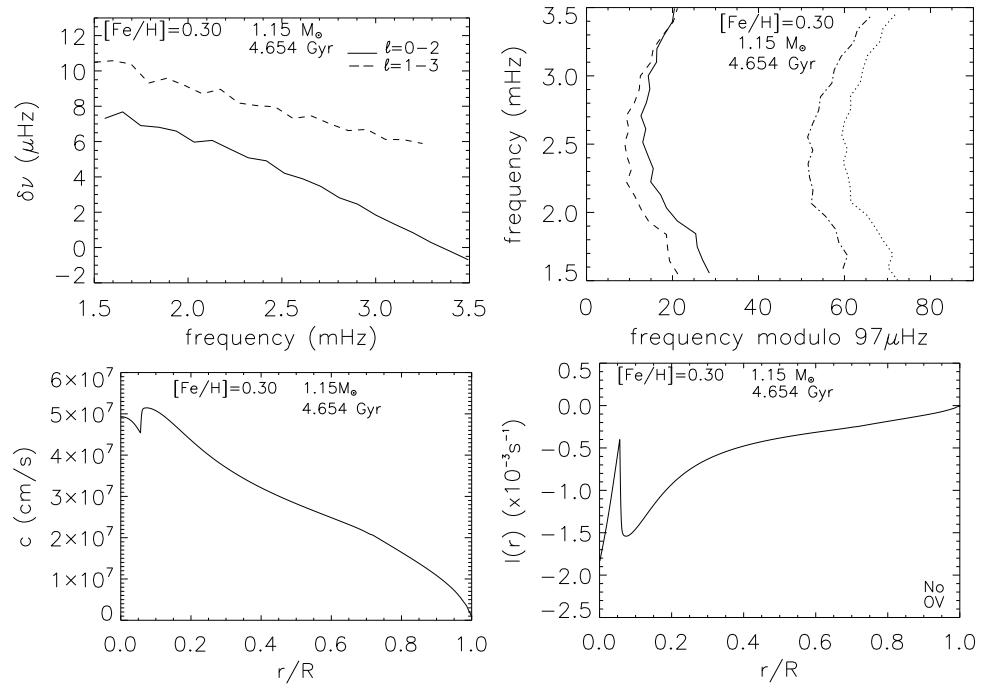
As discussed in Sect. 2, overshooting is added as an extension of the convective core, with a thickness equal to 0.20 times the pressure height scale. Figures 8–10 present the internal parameters of stars along an evolutionary track of 1.15  $M_{\odot}$ ,  $[\text{Fe}/\text{H}] = 0.30$  with overshooting. These figures are directly comparable to Figs. 5–7, which presented the same parameters for stars without overshooting. When overshooting is added, the radius of the mixed



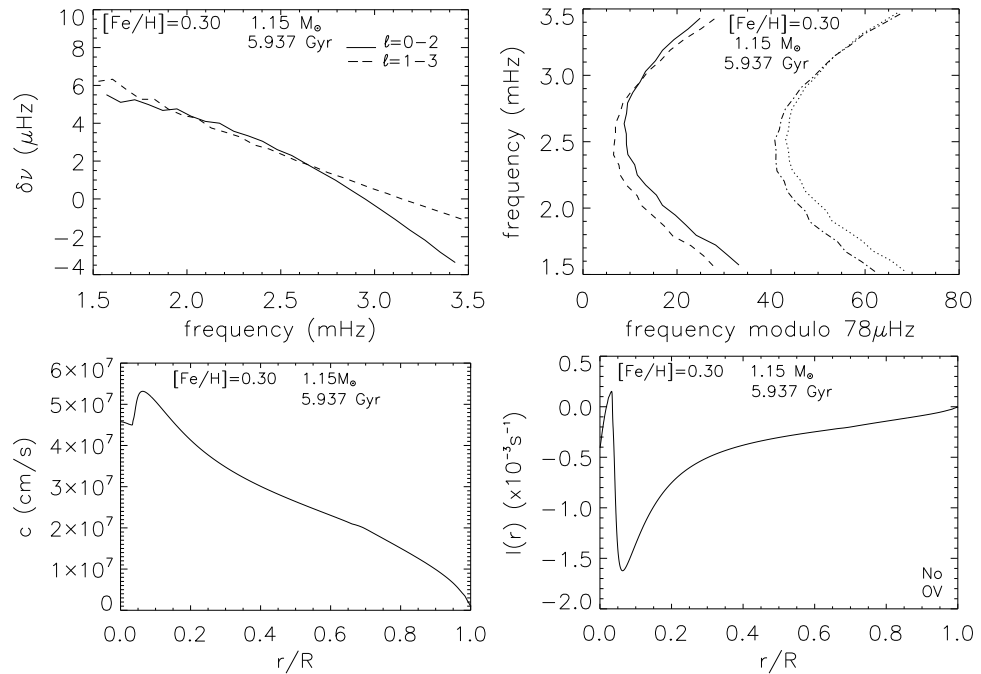
**Fig. 4.** Small separations (*upper-left panel*), echelle diagram (*upper-right panel*), large separations (*lower-left panel*), and integral  $I(r)$  (*lower-right panel*) for a model with a solar metallicity,  $1.20 M_{\odot}$  and 4.280 Gyr. It is an evolved model (subgiant branch) with a helium core. Here the integral  $I(r)$  changes its sign near the core. This explains the sign change in the small separations that occur when the  $\ell = 2$  waves reach the core boundary and the crossing point in the echelle diagram. For the echelle diagram, solid lines are for  $\ell = 0$ , dotted lines for  $\ell = 1$ , dashed lines for  $\ell = 2$ , and dotted-dashed lines for  $\ell = 3$ .



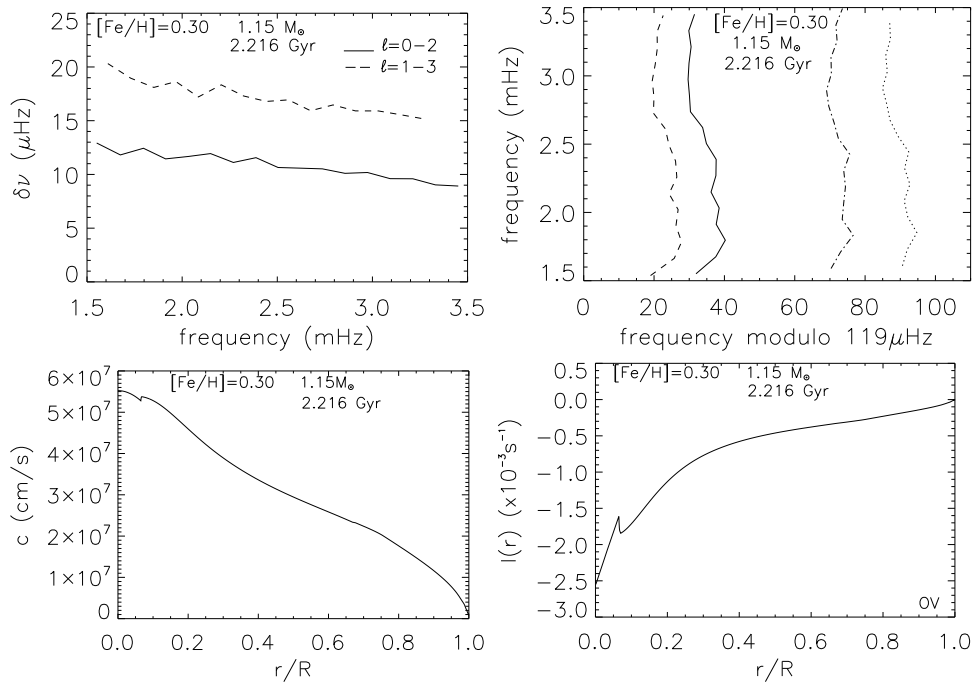
**Fig. 5.** Small separations (*upper-left panel*), echelle diagram (*upper-right panel*), sound speed profile (*lower-left panel*), and integral  $I(r) = \int_{r_1}^R \frac{1}{r} \frac{dc}{dr} dr$  (*lower-right panel*) for an overmetallic model ( $[Fe/H] = 0.30$ ) of  $1.15 M_{\odot}$  and 1.782 Gyr, without overshooting. For the echelle diagram, solid lines are for  $\ell = 0$ , dotted lines for  $\ell = 1$ , dashed lines for  $\ell = 2$ , and dotted-dashed lines for  $\ell = 3$ .



**Fig. 6.** Small separations (*upper-left panel*), echelle diagram (*upper-right panel*), sound speed profile (*lower-left panel*), and integral  $I(r) = \int_{r_1}^R \frac{1}{r} \frac{dc}{dr} dr$  (*lower-right panel*) for an overmetallic model ( $[\text{Fe}/\text{H}] = 0.30$ ) of  $1.15 M_{\odot}$  and 4.654 Gyr, without overshooting. It is the first model for which we obtain negative small separations below 3.5 mHz. This model has a convective core. There is an important discontinuity in its sound speed profile at the boundary of the core. For the echelle diagram, solid lines are for  $\ell = 0$ , dotted lines for  $\ell = 1$ , dashed lines for  $\ell = 2$ , and dotted-dashed lines for  $\ell = 3$ .



**Fig. 7.** Small separations (*upper-left panel*), echelle diagram (*upper-right panel*), sound speed profile (*lower-left panel*), and integral  $I(r) = \int_{r_1}^R \frac{1}{r} \frac{dc}{dr} dr$  (*lower-right panel*) for an overmetallic model ( $[\text{Fe}/\text{H}] = 0.30$ ) of  $1.15 M_{\odot}$  and 5.937 Gyr without overshooting. This model is on the subgiant branch with a helium-rich core. Here the integral  $I(r)$  changes sign near the core. For the echelle diagram, solid lines are for  $\ell = 0$ , dotted lines for  $\ell = 1$ , dashed lines for  $\ell = 2$ , and dotted-dashed lines for  $\ell = 3$ .



**Fig. 8.** Small separations (upper-left panel), echelle diagram (upper-right panel), sound speed profile (lower-left panel), and integral  $I(r) = \int_{r_1}^r \frac{1}{r} \frac{dc}{dr} dr$  (lower-right panel) for an overmetallic model ( $[\text{Fe}/\text{H}] = 0.30$ ) of  $1.15 M_{\odot}$  and  $2.216 \text{ Gyr}$  with overshooting. For the echelle diagram, solid lines are for  $\ell = 0$ , dotted lines for  $\ell = 1$ , dashed lines for  $\ell = 2$ , and dotted-dashed lines for  $\ell = 3$ .

central core (convection plus overshoot) is increased so that the negative small separations appear for lower frequencies.

The overshooting cases are presented in Tables 4 to 6. The transition models appear at similar ages as for the cases without overshooting. However, as can be seen in Fig. 2, this corresponds to a relatively earlier stage on the main sequence, as the evolution time scales are longer in the case of larger mixed zones in the stellar centre.

In the overshooting case, due to the larger core radius, the oscillations predicted for the small separations (Bazot & Vauclair 2004, and references therein) begin to appear clearly (Figs. 9 and 10). For example, in the case of  $1.15 M_{\odot}$ ,  $6.793 \text{ Gyr}$  (Fig. 10), the small separations for  $\ell = 0 - \ell = 2$  begin to decrease for increasing frequencies, become negative at  $\nu = 1.8 \text{ mHz}$ , go on decreasing, go through a minimum at  $2.7 \text{ mHz}$ , and then begin to increase. They eventually become positive again, for a frequency higher than  $3.5 \text{ mHz}$ .

This behaviour is related to partial reflexion of the waves inside the mixed core, and the modulation period (in the frequency space) is of the order of the inverse of the acoustic time corresponding to the core boundary (given in the last column of Tables 1 to 6). That we only observe this behaviour for models with overshooting is due to the increase in the core size leading to a decrease in the modulation period.

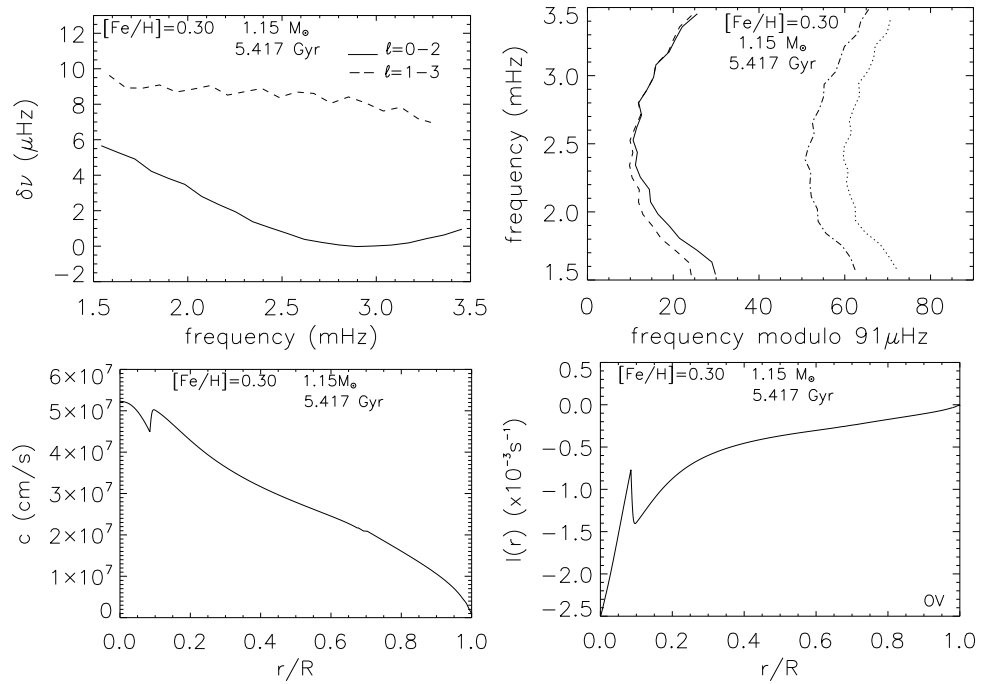
#### 4. Summary and discussion

As powerful as asteroseismology may be, it will always give much less precise results about stellar internal structure than helioseismology does for the Sun. While more than ten million modes can be identified for the Sun, only tens of modes may be observed for stars. In this framework, skilled recipes are needed to better characterise the stellar structures from the

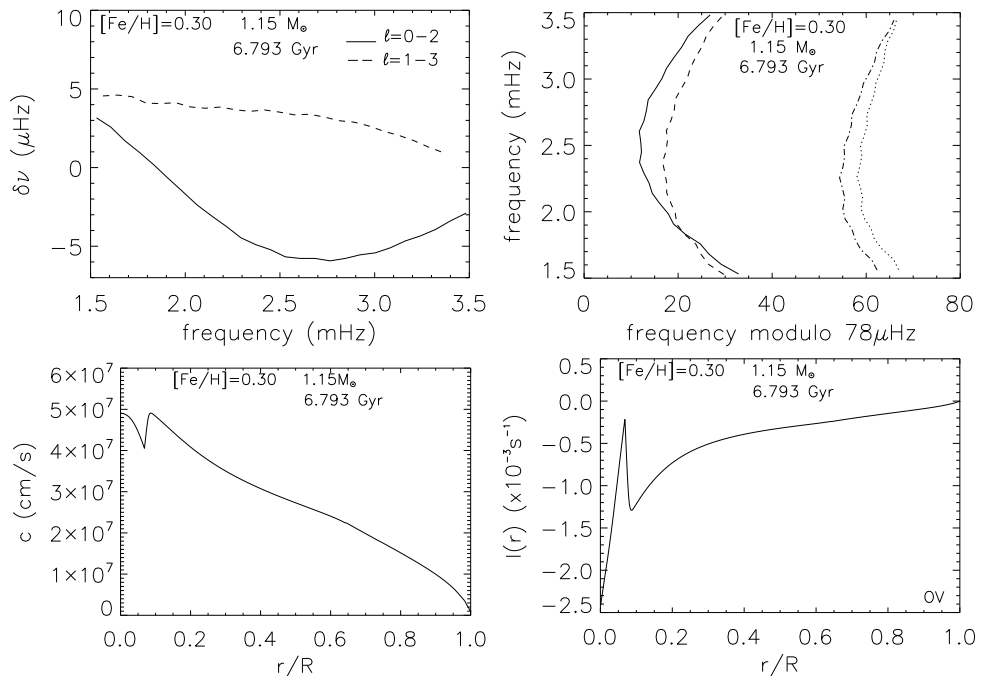
observed acoustic frequencies. Among the frequency combinations that have been proposed to test stellar interiors, the “small separations”, which represent the frequency differences between modes  $\ell, n$ , and  $\ell + 2, n - 1$ , are known to give important hints about the stellar cores.

In the present paper, we have shown that the small separations, which should, in a first approximation, have a positive sign, may become negative during stellar evolution. Moreover, this behaviour occurs systematically for solar-type stars and may become observable at the end of the main-sequence or at the beginning of the subgiant branch for the  $\ell = 0 - \ell = 2$  separations. It also occurs for the  $\ell = 1 - \ell = 3$  separations, at higher frequencies that are generally outside the observing range. For this reason, we concentrated on the  $\ell = 0 - \ell = 2$  ones. We found that this effect is directly related to the presence of a helium core, itself induced by convection in the central stellar regions. Although convective cores by themselves lead to a significant decrease in the sound velocities in the central stellar regions, the resulting gradients are not sufficient to inverse the sign of the small separations, until enough helium has accumulated. At the end of the main sequence, or at the beginning of the subgiant branch, the chemical gradient induces a much larger sound velocity gradient than convection alone and leads to negative small separations in the observing frequency region. When the star lies at the beginning of the subgiant branch, the convective core has disappeared but the effect continues due to the remaining helium core. From then on, this behaviour goes on, until the stellar structure becomes strongly modified on the subgiant branch.

The occurrence of negative small separations stems from the modes of different  $\ell$  not seeing exactly the same stellar regions. In particular, while the  $\ell = 0$  modes travel down to the stellar centre, the  $\ell = 2$  modes travel between the stellar surface and a “turning point” that depends on its frequency. Modes with



**Fig. 9.** Small separations (upper-left panel), echelle diagram (upper-right panel), sound speed profile (lower-left panel), and integral  $I(r) = \int_{r_1}^R \frac{1}{r} \frac{dc}{dr} dr$  (lower-right panel) for an overmetallic model ( $[\text{Fe}/\text{H}] = 0.30$ ) of  $1.15 M_{\odot}$  and 5.417 Gyr, with overshooting. It is the first model for which we obtain negative small separations below 3.5 mHz. For the echelle diagram, solid lines are for  $\ell = 0$ , dotted lines for  $\ell = 1$ , dashed lines for  $\ell = 2$ , and dotted-dashed lines for  $\ell = 3$ .



**Fig. 10.** Small separations (upper-left panel), echelle diagram (upper-right panel), sound speed profile (lower-left panel), and integral  $I(r) = \int_{r_1}^R \frac{1}{r} \frac{dc}{dr} dr$  (lower-right panel) for an overmetallic model ( $[\text{Fe}/\text{H}] = 0.30$ ) of  $1.15 M_{\odot}$  and 6.793 Gyr, without overshooting. This model is on the subgiant branch, with a helium-rich core. For the echelle diagram, solid lines are for  $\ell = 0$ , dotted lines for  $\ell = 1$ , dashed lines for  $\ell = 2$ , and dotted-dashed lines for  $\ell = 3$ .

low frequencies may penetrate the stellar core, whereas modes with high frequencies stay outside. The  $\ell = 2$  modes for which the turning point corresponds to the edge of the stellar core play a special role in this respect. In most cases, negative small separations begin to occur at the frequency of these modes.

The interest of this behaviour of the small separations is evident, as it may help for characterising convective and helium cores and for constraining overshooting, at least for stars at the end of the main sequence or the beginning of the subgiant branch. However, this may not be very simple in real life. When we observe the acoustic spectra of a solar-type star, the identification of the modes is not easy. That there may be a mode crossing point adds a new difficulty in this respect. Once an observed “echelle diagram” has been obtained, it may be difficult to decide whether it shows a crossing point or not.

We will discuss these observational versus theoretical points in a forthcoming paper, in which we will give a new analysis of the star  $\mu$  Arae (after Bazot et al. 2005). We will show that models with crossing points for the  $\ell = 0 - \ell = 2$  modes can be obtained if overshooting is added to the convective core. However, only very specific models may fit the overall echelle diagram, so that the constraints are really strong. We will also show that, in the presence of rotational splitting, the modes can be separated without ambiguity, as  $\ell = 0$  modes cannot show the splitting effects.

As a conclusion, the negative small separations are quite a helpful tool for characterising convective and helium cores, and they may give strong constraints for the possible overshooting at the edge of the convective cores.

## References

- Angulo, C., Arnould, M., & Rayet, M., (NACRE collaboration) 1999, Nuclear Physics A, 656, 1, <http://pntpm.u1b.ac.be/Nacre/nacre.htm>
- Bazot, M., & Vauclair, S. 2004, A&A, 427, 965
- Bazot, M., Vauclair, S., Bouchy, F., & Santos, N. C. 2005, A&A, 440, 615
- Bouchy, F., Bazot, M., Sanots, N. C., Vauclair, S., & Sosnowska, D. 2005, A&A, 440, 609
- Brassard, P., Fontaine, G., Wesemael, F., & Tassoul, M. 1992, ApJS, 81, 747
- Castro, M., & Vauclair, S. 2006, A&A, 456, 611
- Gough, D. O. 1990, in Progress of Seismology of the Sun and Stars, Proc. Oji International Seminar Hakone (Japan: Springer Verlag), Lect. Notes Phys., 367, 283
- Grevesse, N., & Noels, A. 1993, in Origin and evolution of the elements: Proceedings of a symposium in honour of H. Reeves, ed. N. Prantzos, E. Vangioni-Flam, & M. Cassé (Cambridge University Press), 15
- Hui-Bon-Hoa, A. 2007, Ap&SS, 340
- Iglesias, C. A., & Rogers, F. J., 1996, ApJ, 464, 943
- Izotov, Y. I., & Thuan, T. X. 2004, ApJ, 602, 200
- Laymand, M., & Vauclair, S., 2007, A&A, 463, 657
- Michaud, G., Richard, O., Richer, J., & VandenBerg, D. 2004, ApJ, 606, 452
- Monteiro, M. J. P. F. G., & Thompson, M. J. 1998, in New eyes to see inside the Sun and stars (Dordrecht: Kluwer), ed. F. L. Deubner, J. Christensen-Dalsgaard & D. W. Kurtz, Proc. IAU Symp., 185, 317
- Paquette, C., Pelletier, C., Fontaine, G., & Michaud, G. 1986, ApJS, 61, 177
- Richard, O., Théado, S., & Vauclair, S. 2004, Sol. Phys., 220, 243
- Rogers, F. J., & Nayfonov, A., 2002, ApJ, 576, 1064
- Roxburgh, I. W., & Vorontsov, S. V. 1994, MNRAS, 267, 297
- Roxburgh, I. W. 2007, MNRAS, 379, 801
- Soriano, M., Vauclair, S., Vauclair, G., & Laymand, M. 2007, A&A, 471, 885
- Tassoul, M. 1980, ApJS, 43, 469
- Vauclair, S., & Théado, S. 2004, A&A, 425, 179
- Vauclair, S., Laymand, M., Bouchy, F., et al. 2008, A&A, 482, L5



# Chapitre 5

## Etude de 51 Peg

51 Peg est la première étoile autour de laquelle une planète extrasolaire a été découverte par Mayor & Queloz (1995). Cette découverte faisait suite à un an d'observations avec le spectrographe ELODIE, à l'Observatoire de Haute-Provence.

La planète est une géante gazeuse orbitant à 0.052 UA de l'étoile. Sa masse est de 0.468  $M_J$  et sa période orbitale 4.23 jours.

Nous avons réalisé des observations de cette étoile avec le spectrographe SOPHIE en Août 2007. Nous avons détecté pour la première fois les oscillations de cette étoile, elles ont une période de l'ordre de 9 minutes.

L'analyse complète de ces données est encore en cours. Nous présentons dans ce chapitre les premiers résultats.

### 5.1 Paramètres stellaires

Les paramètres externes de cette étoile ont été déterminés par 6 groupes d'observateurs différents, grâce à des données spectroscopiques. Ces valeurs sont présentées en Table 5.1.

Les valeurs données pour la métallicité sont très proches (0.20 et 0.23) et cinq des groupes d'observateurs s'accordent même sur  $[Fe/H]=0.20$ . Les valeurs données pour la gravité ou la température effective varient un peu plus selon les auteurs.

Les boîtes d'erreurs spectroscopiques sont représentées en Figure 5.1.

51 Peg a une magnitude visuelle de 5.49 (Simbad Astronomical Database). La nouvelle parallaxe Hipparcos dérivée par van Leeuwen (2007) est de  $\pi = 64.09 \pm 0.38$  mas. Nous en avons déduit une magnitude visuelle de  $M_V = 4.52 \pm 0.05$ . En prenant en compte les corrections bolométriques données par Flower (1996), et avec une magnitude absolue bolométrique de  $M_{bol,\odot} = 4.75$  (Andersen, 1999) pour le Soleil, nous avons trouvé pour 51 Peg une luminosité de  $\log(L/L_\odot) = 0.13 \pm 0.03$ .



**TAB. 5.1:** *Températures effectives, gravités et métallicités observées pour 51 Peg.*

$T_{eff}$ (K)	$\log g$	[Fe/H]	Reference
$5750 \pm 50$	$4.25 \pm 0.05$	$0.23 \pm 0.05$	HL03 <sup>(a)</sup>
$5786 \pm 44$	$4.45 \pm 0.06$	$0.20 \pm 0.03$	FV05 <sup>(b)</sup>
$5804 \pm 36$	$4.42 \pm 0.07$	$0.20 \pm 0.05$	SIM04 <sup>(c)</sup>
$5779 \pm 15$	$4.30 \pm 0.03$	$0.20 \pm 0.02$	TOSKS05 <sup>(d)</sup>
$5789 \pm 100$	$4.34 \pm 0.10$	$0.20 \pm 0.10$	BFL03 <sup>(e)</sup>
$5654 \pm 70$	$4.27 \pm 0.10$	$0.20 \pm 0.10$	CZ06 <sup>(f)</sup>

References : <sup>(a)</sup> Heiter & Luck (2003); <sup>(b)</sup> Fischer & Valenti (2005); <sup>(c)</sup> Santos et al. (2004b); <sup>(d)</sup> Takeda et al. (2005); <sup>(e)</sup> Bensby et al. (2003); <sup>(f)</sup> Chen & Zhao (2006).

## 5.2 Le spectrographe SOPHIE

### 5.2.1 Description générale

Depuis plusieurs années, les mesures spectroscopiques de vitesses radiales ont apporté des résultats significatifs dans les domaines de la recherche d'exoplanètes et de l'astérosismologie. Dans ce contexte, et en tenant compte des limitations du spectrographe ELODIE (Baranne et al., 1996) et des performances de HARPS (Pepe et al., 2002; Mayor et al., 2003), la construction de SOPHIE<sup>1</sup> a été décidée (Bouchy & The Sophie Team, 2006). Les conditions majeures étaient d'améliorer l'efficacité globale, la résolution spectrale et la précision Doppler par rapport à ELODIE.

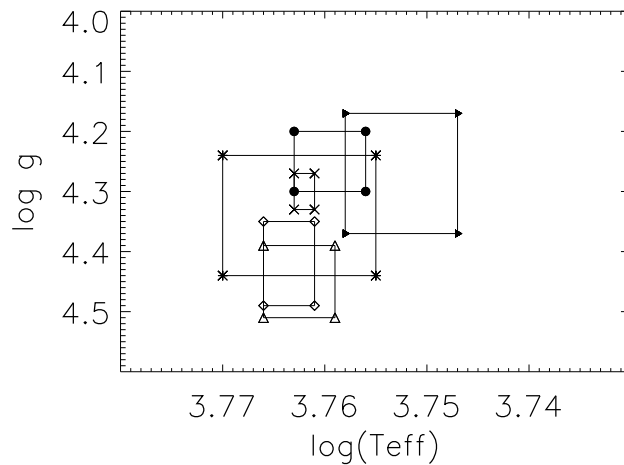
Ce spectrographe échelle à dispersion croisée a été installé sur le télescope de 1.93 m de l'Observatoire de Haute Provence (OHP) en Juillet 2006, et ouvert à la communauté scientifique en Novembre 2006. Nous l'avons utilisé au cours de l'été 2007.

SOPHIE joue un rôle important dans le suivi de la mission spatiale CoRoT, en caractérisant les candidats exoplanètes découverts (e.g Barge et al., 2008; Bouchy et al., 2008; Deleuil et al., 2008).

### 5.2.2 Caractéristiques techniques

SOPHIE est un spectrographe échelle alimenté par deux ensembles de fibres optiques séparés. Chacun d'entre eux est constitué de deux ouvertures circulaires de 3 arcsec de diamètre, séparées par 1.86 arcsec dans le plan focal. Ces deux jeux de fibres correspondent à deux modes d'observation différents :

<sup>1</sup><http://www.obs-hp.fr/www/guide/sophie/sophie-eng.html>



**FIG. 5.1:** Boîtes d'erreurs spectroscopiques pour 51 Peg, pour les deux valeurs de métallicité :  $[Fe/H]=0.20$  : Fischer & Valenti (2005) (triangles), Santos et al. (2004b) (losanges), Takeda et al. (2005) (croix), Bensby et al. (2003) (astérisques), Chen & Zhao (2006) (triangles noirs); et  $[Fe/H]=0.23$  : Heiter & Luck (2003) (cercles noirs).

- un mode **HR** (High Resolution) : mode à haute résolution spectrale, qui permet d'atteindre  $R=75000$  via une fente en sortie de fibre.
- un mode **HE** (High Efficiency) : mode à haute efficacité qui permet d'atteindre  $R=4000$ , utilisé en particulier pour observer les objets faibles.

Pour chacun des deux jeux de fibre, une seconde fibre est présente et peut être utilisée pour une mesure simultanée du fond du ciel ou de la lampe Thorium Argon. On peut ainsi suivre et éviter toute dérive instrumentale.

Le principe de calibration du spectre en longueur d'onde suit la procédure utilisée pour HARPS ou ELODIE. Une calibration est faite en début de nuit en réalisant le spectre soit d'une lampe Tungstène, soit d'une lampe Th-Ar à travers les deux fibres. Le domaine spectral couvert se situe entre 387 et 694 nm.

Les mesures étant extrêmement sensibles aux dérives instrumentales, il a été nécessaire d'assurer la stabilité de l'instrument. Pour cela, le spectrographe est enfermé dans une pièce isolée où la température est régulée (stabilisée à  $\pm 0.01$  °C) et l'humidité sous contrôle. On évite ainsi toute dérive due à des variations de pression atmosphérique et de température. Ces précautions peuvent malgré tout ne pas suffire, nous en avons fait l'expérience pendant nos observations avec un arrêt de la régulation de température dans le local SOPHIE pendant quelques heures, qui a entraîné une importante dérive instrumentale...

**TAB. 5.2:** Caractéristiques techniques du spectrographe SOPHIE.

Design optique	Spectrographe échelle à dispersion croisée
Champ sur le ciel	3 arcsec
Résolution typique	40000 en mode HE 75000 en mode HR
Domaine spectral	387 nm - 694 nm
Détecteur	1 CCD EEV 2kx4k (61 x 31 mm) taille du pixel : 15 $\mu$ m

SOPHIE possède un logiciel de réduction de données (DRS) basé et adapté sur celui de HARPS, les spectres sont donc réduits en temps réel pendant les observations. La table 5.2 résume les principales caractéristiques de l'instrument.

### 5.3 Les observations

Nous avons effectué des observations sismiques de 51 Peg du 6 au 15 août 2007 à l'Observatoire de Haute-Provence (OHP).

**TAB. 5.3:** Journal des observations de 51 Peg :

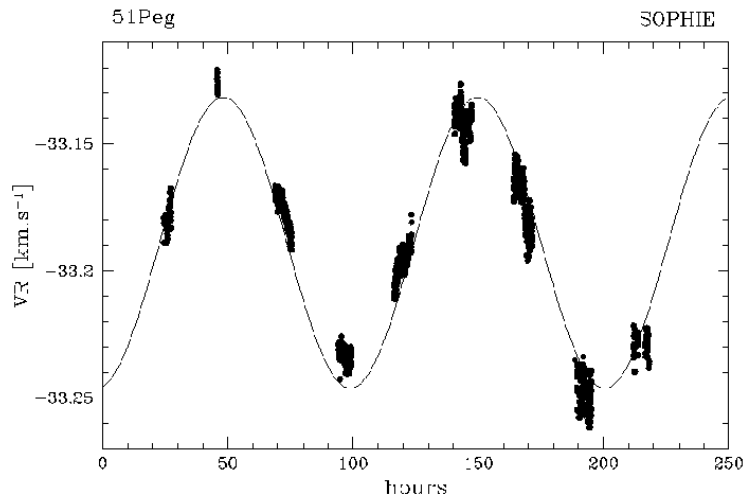
Date	Nombre de mesures	Durée (h)	S/N (à 550nm)	$\sigma$ (m/s)
2007/08/06	49	2.85	51-158	3.88
2007/08/07	11	0.48	51-115	2.43
2007/08/08	156	6.44	70-120	1.98
2007/08/09	124	5.09	63-111	2.50
2007/08/10	159	6.80	105-192	3.31
2007/08/11	165	6.82	130-204	5.35
2007/08/12	172	7.24	55-178	5.62
2007/08/13	122	6.79	50-178	5.49
2007/08/14	53	6.42	56-179	3.94

Le temps d'exposition était de 120 s, auxquelles il faut ajouter les 22 s nécessaires à la lecture du CCD.

Ces observations ont été réalisées en mode HR avec pose simultanée de la lampe Th-Ar. Nous avons ainsi pu suivre pendant les nuits la dérive instrumentale.

Un résumé de la campagne d'observations est donnée en Table 5.3.

Nous avons obtenu au total 1014 mesures avec un rapport S/N supérieur à 50. Les deux premières nuits ainsi que la dernière donnent peu de mesures, à cause du mauvais temps. Les nuits du 11, 12, et 13 août présentent une très forte dispersion. De plus, certaines nuits montrent une dérive importante, notamment vers le 13 août où des problèmes techniques (régulation de température) ont entraîné d'importantes valeurs du drift.



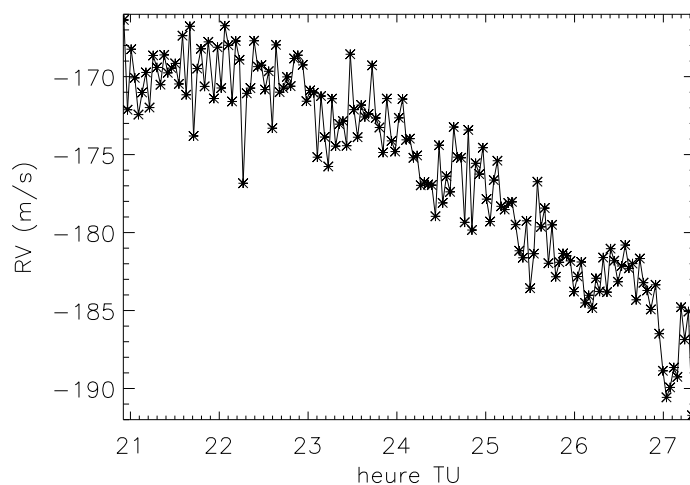
**FIG. 5.2:** Vitesses radiales mesurées pour 51 Peg. La ligne en traits pleins correspond à l'orbite de la planète.

La courbe des vitesses radiales est présentée en Figure 5.2, pour les neuf nuits d'observations. On voit clairement l'influence de la planète, avec une période d'environ 102 heures. Sur le zoom de la Figure 5.3, qui montre les mesures de vitesse radiales de la troisième nuit, la pente globale correspond aussi à l'influence de la planète. On remarque des oscillations très nettes, avec une période de l'ordre de 9-10 minutes.

## 5.4 Traitement des données

Nous avons calculé la transformée de Fourier des vitesses radiales pour obtenir le spectre en puissance de l'étoile. Il est présenté en Figure 5.4.

Nous avons aussi calculé le spectre de la fenêtre d'observation. Il est présenté en Figure 5.5. Ce sont les alias du jour, avec un écart en fréquence de  $11.6 \mu\text{Hz}$ ,



**FIG. 5.3:** Zoom des mesures de vitesses radiales (nuit du 08 août 2007). La pente globale correspond à l'influence de la planète.

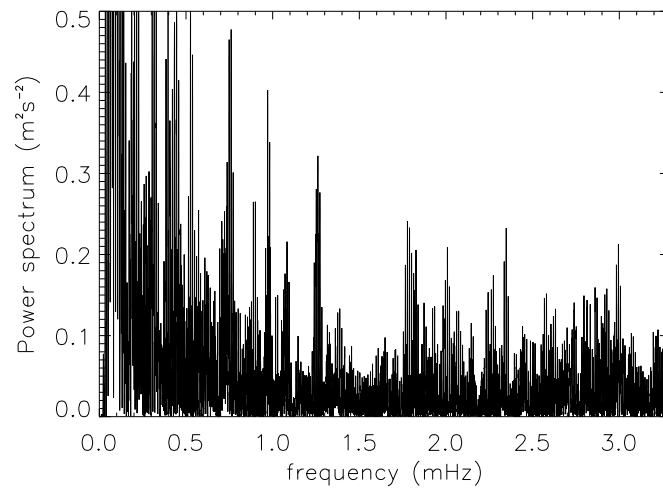
qui correspond à une période d'un jour. En effet, l'alternance jour/nuit entraîne l'apparition dans le spectre de pics qui ne correspondent pas à des fréquences réelles. Ces pics ont des amplitudes importantes. Ici, l'amplitude de l'alias est égale à 87 % du signal réel (voir Figure 5.5). Ces "faux" pics doivent être éliminés du spectre.

Nous avons entrepris un premier essai de reconnaissance des pics réels et de leur identification, pour les comparer aux modèles. Ce travail n'est pas simple car les données obtenues ne sont pas aussi bonnes que pour  $\mu$  Arae ou  $\iota$  Hor. Nous avons fait plusieurs essais d'identification des modes.

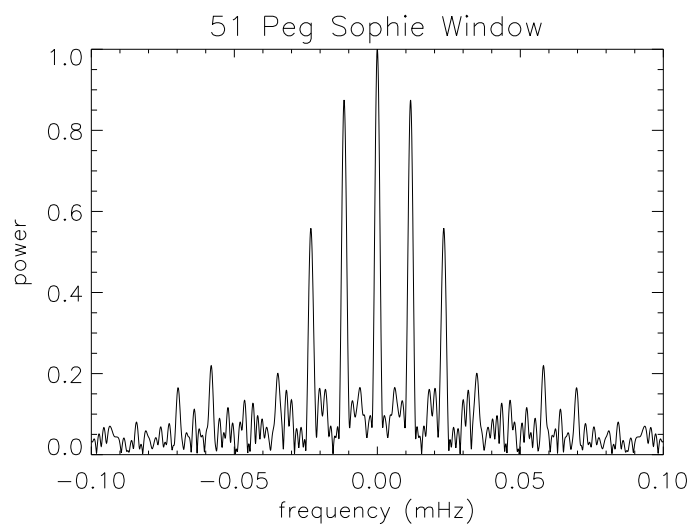
Pour cela, nous avons fait glisser la transformée de Fourier de la fenêtre d'observation (Figure 5.5) sur le spectre. Cela nous a permis de repérer les pics principaux (i.e. ayant la plus grande amplitude) et leurs alias. Nous avons ensuite utilisé le logiciel Period04 (Lenz & Breger, 2005) pour soustraire ces pics.

Period04 soustrait dans le domaine temporel une ou plusieurs sinusoïdes ayant la ou les fréquences identifiées. Au cours de cette étape, le logiciel procède également à une optimisation des paramètres de tous les modes déjà identifiés (fréquence, amplitude, phase), grâce une méthode des moindres carrés. Ce sont donc en réalité des sinusoïdes correspondant à ces paramètres optimisés qui sont soustraites de la série temporelle. On obtient alors un spectre "nettoyé", sur lequel on peut identifier de nouveaux pics qui n'étaient pas visibles auparavant.

Nous avons appliqué cette méthode sur tout le spectre, ce qui nous a permis de repérer 21 modes, et de déterminer une grande séparation moyenne de  $95.5 \mu\text{Hz}$ .



**FIG. 5.4:** *Spectre en puissance des mesures de vitesses radiales de 51 Peg. Malgré un spectre très bruité, il est possible d'identifier une vingtaine de modes dans la zone caractéristique des oscillations.*

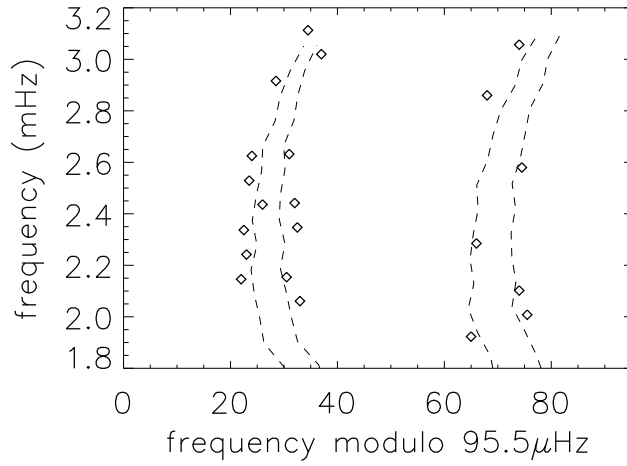


**FIG. 5.5:** *Transformée de Fourier de la fenêtre d'observation.*

Avec l'aide de modèles théoriques, nous avons tenté d'identifier ces modes et de dresser un diagramme échelle observationnel. Les résultats obtenus sont donnés dans

**TAB. 5.4:** *Fréquences identifiées dans le spectre en puissance de 51 Peg et tentative d'identification de leur mode.*

$n$	$\ell = 0$	$\ell = 1$	$\ell = 2$	$\ell = 3$
17	....	....	....	1.923
18	....	....	....	....
19	....	2.008	....	....
20	2.061	2.146	2.102	....
21	2.154	....	2.242	2.285
22	..	....	2.337	....
23	2.436	....	2.347	....
24	2.529	....	2.442	....
25	....	2.580	2.625	....
26	2.632	....	....	....
27	....	....	....	(2.860)
28	....	....	2.916	....
29	....	....	....	....
30	3.020	....	3.113	(3.057)



**FIG. 5.6:** *Diagramme échelle observationnel de 51 Peg. Les lignes en tirets correspondent à l'un des modèles de comparaison (voir texte).*

la Table 5.4 ainsi que sur la Figure 5.6. Le diagramme échelle de l'un des modèles de comparaison est aussi donné sur la Figure 5.6, à titre indicatif. Il s'agit d'un modèle de  $1.10 M_{\odot}$ , avec  $[Fe/H]=0.20$ , et une abondance d'hélium suivant la loi d'évolution chimique des galaxies (Izotov & Thuan, 2004).

Une étude complète des modèles théoriques, compte-tenu des divers paramètres stellaires ( $M$ ,  $[Fe/H]$ ,  $Y$ ), et leur comparaison aux observations, sera menée ultérieurement.

Cette étude observationnelle de l'étoile 51 Peg, depuis l'acquisition des données à l'Observatoire de Haute-Provence jusqu'à la caractérisation des modes, représente une initiation aux processus de base de l'astérosismologie, ainsi qu'un complément aux travaux de modélisation présentés dans les autres parties de cette thèse.





# Chapitre 6

## Analyse sismique de $\mu$ Arae

$\mu$  Arae est une étoile de type solaire possédant quatre planètes. Des observations de cette étoile ont été effectuées en 2004 avec le spectrographe HARPS pour obtenir les mesures de vitesses radiales de cette étoile. Une première analyse sismique a été réalisée par Bazot et al. (2005). Leur but était de déterminer l'origine de la surmétallicité de l'étoile.

Pour ce faire, ils ont calculé des modèles avec deux hypothèses différentes pouvant expliquer l'excès en métaux observé : une surabondance primordiale, déjà présente dans le nuage protostellaire, ou de l'accrétion de matériel planétaire sur l'étoile.

Les résultats obtenus n'ont pas permis de déterminer clairement cette origine. Les différences entre les modèles calculés n'étaient pas assez nettes pour permettre de trancher entre les deux scénarios.

Depuis, d'autres études ont permis de montrer que la surmétallicité observée des étoiles centrales de systèmes planétaires devait être primordiale (Vauclair et al., 2008; Castro et al., 2009).

Nous présentons dans ce chapitre une nouvelle analyse sismique de cette étoile. Nous avons pris en compte la nouvelle valeur de la parallaxe Hipparcos et nous avons également testé des modèles avec overshooting à la limite du cœur. Le but est de déterminer les paramètres de l'étoile, avec plus de précision qu'en utilisant la spectroscopie seule, et de donner des contraintes sur la structure interne.

### 6.1 Paramètres stellaires

#### 6.1.1 Le système planétaire

L'étoile  $\mu$  Arae (HD 160691) est de type G3 IV-V. Elle est au centre d'un système de 4 planètes dont les caractéristiques sont données en Table 6.1.

La première planète autour de  $\mu$  Arae (HD 160691b) a été découverte par Butler et al. (2001), grâce aux données obtenues avec UCLES. Les paramètres orbitaux de cette planète ont été corrigés par Jones et al. (2002), après avoir fait des observations supplémentaires avec le spectrographe UCLES (Anglo-Australian Observatory). Ces nouveaux modèles képlériens ont également révélé la présence d'un second compagnon (HD 160691e) dont les paramètres étaient faiblement contraints, et qui a été confirmée McCarthy et al. (2004), grâce à de nouvelles données UCLES.

En 2004, des observations avec le spectrographe HARPS (Observatoire de la Silla, Chili) ont permis à Bouchy et al. (2005) de découvrir une troisième planète autour de  $\mu$  Arae (HD 160691c), de période courte, et de masse semblable à celle de Neptune. Enfin, à l'aide des données HARPS, mais aussi CORALIE (Observatoire de la Silla, Chili) et UCLES, une quatrième planète a été découverte par Pepe et al. (2007) : HD 160691d. Ces dernières observations ont également permis de mieux contraindre HD 160691e.

**TAB. 6.1:** Paramètres orbitaux des planètes du système de  $\mu$  Arae.

	HD 160691b	HD 160691c	HD 160691d	HD 160691e
P (jours)	$643.25 \pm 0.90$	$9.64 \pm 0.001$	$310.55 \pm 0.83$	$4205.8 \pm 758.9$
e	$0.128 \pm 0.017$	$0.172 \pm 0.04$	$0.066 \pm 0.012$	$0.0985 \pm 0.062$
a (UA)	1.497	0.091	0.9210	5.235
$\omega$ (deg)	$22 \pm 7$	$212.7 \pm 13.3$	$189.6 \pm 9.4$	$57.6 \pm 43.7$
M sin i	$1.696 M_J$	$14 M_{\oplus}$	$0.5219 M_J$	$1.814 M_J$
Références	[1] et [2]	[4]	[5]	[2] et [3]

Références : [1] Butler et al. (2001); [2] Jones et al. (2002); [3] McCarthy et al. (2004); [4] Santos et al. (2004a); [5] Pepe et al. (2007).

## 6.1.2 Contraintes spectroscopiques

Cinq groupes d'observateurs ont déterminé grâce à la spectroscopie les observables de  $\mu$  Arae : température effective, gravité, métallicité (représentée par [Fe/H]).

Les valeurs de ces paramètres externes déterminés par les différents groupes d'observateurs sont listées en Table 6.2.

## 6.1.3 La luminosité de $\mu$ Arae

La magnitude visuelle de  $\mu$  Arae est  $V = 5.15$  (SIMBAD Astronomical database). Les données Hipparcos nous donnent deux valeurs pour la parallaxe. Lors d'une

**TAB. 6.2:** *Températures effectives, gravités, et métallicités observées pour  $\mu$  Arae.*

$T_{\text{eff}}(K)$	$\log g$	[Fe/H]	Reference
$5800 \pm 100$	$4.30 \pm 0.10$	$0.32 \pm 0.10$	Bensby et al. (2003)
$5811 \pm 45$	$4.42 \pm 0.06$	$0.28 \pm 0.03$	Laws et al. (2003)
$5798 \pm 33$	$4.31 \pm 0.08$	$0.32 \pm 0.04$	Santos et al. (2004b)
$5813 \pm 40$	$4.25 \pm 0.07$	$0.32 \pm 0.05$	Santos et al. (2004a)
$5784 \pm 44$	$4.30 \pm 0.06$	$0.29 \pm 0.03$	Fischer & Valenti (2005)

première analyse, Perryman et al. (1997) ont dérivé la valeur suivante :  $\pi = 65.46 \pm 0.80$  mas. Plus récemment, van Leeuwen (2007) a effectué une nouvelle analyse des données Hipparcos. Il a ainsi pu trouver une nouvelle valeur de la parallaxe de cette étoile :  $\pi = 64.48 \pm 0.31$  mas. Cette valeur est inférieure à la précédente et l'erreur est sensiblement réduite. Avec cette nouvelle valeur, nous avons pu déduire une magnitude absolue de  $M_V = 4.20 \pm 0.04$ .

A partir des données présentées en Table 6.2, on trouve un intervalle de température effective de  $T_{\text{eff}} = 5800 \pm 100$  K. En utilisant les tables de Flower (1996), on obtient pour la correction bolométrique :  $BC = -0.08 \pm 0.02$ . Avec une magnitude absolue solaire de  $M_{\text{bol},\odot} = 4.75$  (Andersen, 1999), nous avons déduit pour  $\mu$  Arae une luminosité de  $\log(L/L_{\odot}) = 0.25 \pm 0.03$ . Cette valeur est plus faible que celle qui avait été trouvée par Bazot et al. (2005) dans leur analyse de cette étoile ( $\log(L/L_{\odot}) = 0.28 \pm 0.0012$ ). Cette différence vient principalement du fait que nous n'avons pas utilisé la même valeur de la parallaxe.

#### 6.1.4 Contraintes sismiques

$\mu$  Arae a été observée par le spectrographe HARPS, instrument dédié à la recherche d'exoplanètes à l'aide de la technique des mesures de vitesses radiales. HARPS est installé sur le télescope de 3.6m de l'ESO à l'Observatoire de La Silla, au Chili.

Cette campagne d'observations a permis l'identification de 43 modes-p de degrés  $\ell = 0$  à  $\ell = 3$  (Bouchy et al., 2005). Leurs fréquences sont comprises entre 1.2 et 2.6 mHz. La résolution en fréquence est de  $1.56 \mu\text{Hz}$ , et l'incertitude sur les modes d'oscillation a été évaluée à  $0.78 \mu\text{Hz}$ . La grande séparation moyenne entre deux modes d'ordres consécutifs est  $\Delta\nu_0 = 90 \mu\text{Hz}$ . Les petites séparations montrent des variations qui sont bien visibles sur le diagramme échelle. Leur valeur moyenne est  $\langle \delta\nu \rangle = 5.7 \mu\text{Hz}$ .

## 6.2 Calcul des modèles

Nous avons calculé différentes séries de traces évolutives avec le code TGEC, avec les paramètres d'entrée décrits au Chapitre 2, Section 2.1.1.

Les paramètres externes déduits de la spectroscopie (Table 6.2) nous donnent deux valeurs de métallicité :  $[\text{Fe}/\text{H}]=0.29$  (Laws et al., 2003; Fischer & Valenti, 2005) et  $[\text{Fe}/\text{H}]=0.32$  (Bensby et al., 2003; Santos et al., 2004a,b). Pour chaque valeur de métallicité, nous avons calculé deux séries de traces évolutives, séries qui diffèrent entre elles par la valeur de l'abondance d'hélium :

- une abondance d'hélium qui augmente avec la métallicité selon la loi d'évolution chimique des galaxies donnée par Izotov & Thuan (2004), nommée  $Y_G$ .
- une abondance d'hélium fixée à sa valeur solaire  $Y_{\odot}=0.2714$ .

Nous présentons en Figures 6.1 et 6.2 les résultats obtenus dans les plans  $\log g - \log T_{eff}$  et  $\log (L/L_{\odot}) - \log T_{eff}$ . Chaque graphe correspond à un couple de valeurs ( $[\text{Fe}/\text{H}], Y$ ). Sur chaque graphe, les cinq boîtes d'erreur spectroscopiques sont représentées mais nous avons mis en gras celles qui correspondent à la valeur de la métallicité étudiée.

Nous avons également calculé deux séries similaires de traces évolutives, mais en ajoutant de l'overshooting à la limite du cœur. Nous avons dans un premier temps fixé le paramètre d'overshooting à  $\alpha_{ov} = 0.20$ . Les résultats sont montrés en Figures 6.6 et 6.7 et sont discutés en Section 6.3.2.

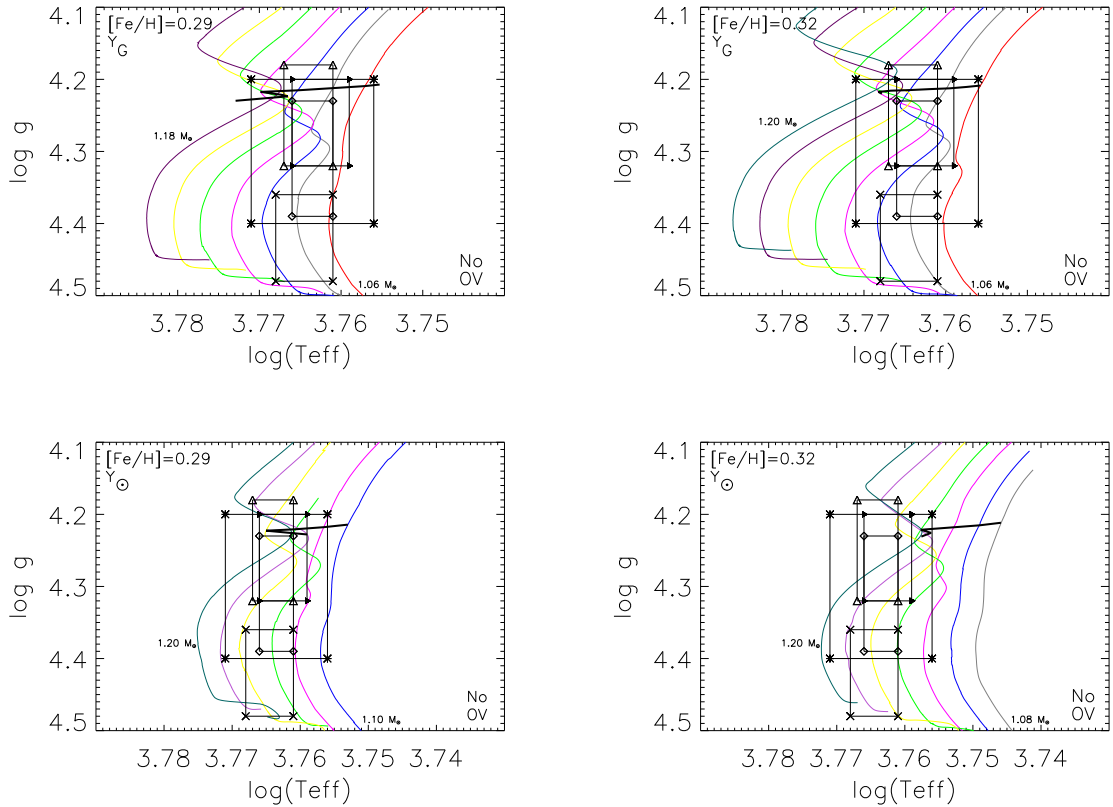
Enfin, nous avons calculé une série de modèles de masse  $1.10 M_{\odot}$ , avec  $[\text{Fe}/\text{H}]=0.32$  et  $Y_G$ , en augmentant progressivement le paramètre d'overshooting. Ces modèles sont discutés en Section 6.3.2.

## 6.3 Analyse sismique et résultats

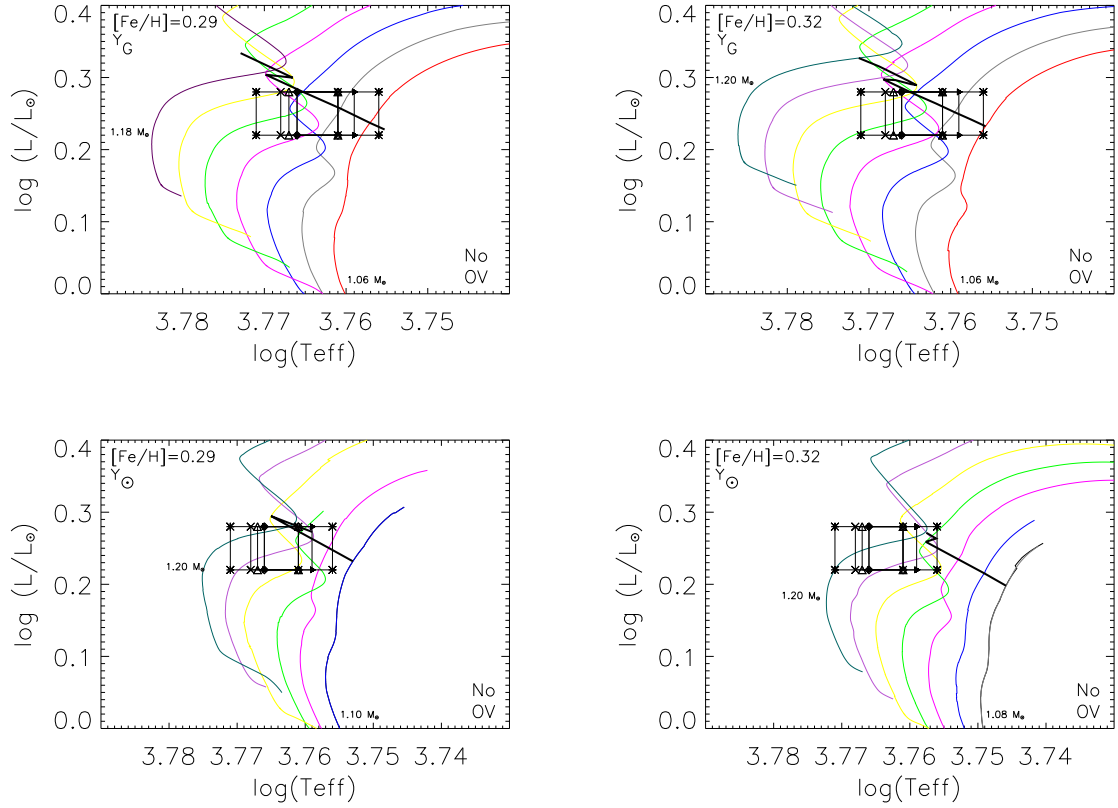
### 6.3.1 Modèles sans overshooting

Nous avons calculé les fréquences d'oscillation pour un grand nombre de modèles le long de chaque trace évolutive avec le code PULSE (Brassard & Charpinet, 2008). Ces fréquences sont calculées pour les degrés  $\ell = 0$  à  $\ell = 3$ , et pour des ordres radiaux allant de 4 à 100.

Sur chaque trace évolutive, nous avons sélectionné le modèle ayant une grande séparation moyenne de  $90 \mu\text{Hz}$ . Nous avons tracé sur chaque graphe (Figures 6.1 et 6.2) une ligne d'iso- $\Delta\nu_0$   $90 \mu\text{Hz}$ . Les paramètres de ces modèles sont donnés en Tables 6.3 à 6.6. On constate que tous les modèles qui ajustent la valeur de la grande séparation ont la même valeur du rapport  $g/M$  ou  $M/R^3$ , où  $g$ ,  $M$ , et  $R$  sont respectivement la gravité, la masse, et le rayon de l'étoile.



**FIG. 6.1:** Traces évolutives dans le plan  $\log g - \log T_{eff}$ , pour les deux valeurs de métallicité déduites de la spectroscopie :  $[Fe/H]=0.29$  (graphes de gauche) et  $0.32$  (graphes de droite), et sans overshooting. Les cinq boîtes d'erreur spectroscopiques sont représentées : Bensby et al. (2003) (astérisques), Laws et al. (2003) (croix), Santos et al. (2004b) (triangles), Santos et al. (2004a) (losanges) et Fischer & Valenti (2005) (triangles noirs). La ligne en traits gras représente la ligne d'iso- $\Delta\nu$   $90\mu\text{Hz}$ .



**FIG. 6.2:** Traces évolutives dans le plan  $\log(L/L_{\odot}) - \log T_{eff}$ , pour les deux valeurs de métallicité déduites de la spectroscopie :  $[Fe/H]=0.29$  (graphes de gauche) et  $0.32$  (graphes de droite), et sans overshooting. Les boîtes d'erreurs spectroscopiques sont les mêmes que pour la Figure 6.1. La ligne en traits gras représente la ligne d'iso- $\Delta\nu$   $90\mu\text{Hz}$ .

Ceci est dû au fait que la grande séparation varie approximativement comme  $c/R$ , où  $c$  est la vitesse du son dans l'étoile, qui varie elle-même en  $\sqrt{T/\mu}$ . En utilisant  $T \simeq \mu M/R$ , on trouve alors que  $(c/R)^2$  varie comme  $M/R^3$ , et ce indépendamment de la composition chimique.

**TAB. 6.3:** *Caractéristiques des modèles surmétalliques avec  $[Fe/H]=0.32$  et  $Y_G$ .*

Masse ( $M_\odot$ )	Age (Gyr)	$\log g$	$\log T_{\text{eff}}$	$\log L/L_\odot$	R ( $\times 10^{10}$ cm)	$M/R^3$	$\chi^2$
1.08	7.112	4.2121	3.7594	0.2519	9.40	2.58	1.700
1.10	6.318	4.2149	3.7644	0.2770	9.46	2.58	1.611
1.12	5.748	4.2172	3.7682	0.2975	9.52	2.58	1.668
1.14	5.387	4.2200	3.7667	0.2967	9.57	2.58	1.742
1.16	4.953	4.2246	3.7642	0.2894	9.61	2.59	1.915

**TAB. 6.4:** *Caractéristiques des modèles surmétalliques avec  $[Fe/H]=0.29$  et  $Y_G$ .*

Masse ( $M_\odot$ )	Age (Gyr)	$\log g$	$\log T_{\text{eff}}$	$\log L/L_\odot$	R ( $\times 10^{10}$ cm)	$M/R^3$	$\chi^2$
1.06	7.916	4.2064	3.7571	0.2371	9.35	2.58	1.734
1.08	7.152	4.2092	3.7607	0.2569	9.41	2.58	1.650
1.10	6.367	4.2152	3.7653	0.2801	9.46	2.58	1.620
1.12	5.716	4.2145	3.7698	0.3039	9.52	2.58	1.737
1.15	5.177	4.2215	3.7672	0.3006	9.60	2.58	2.100

On peut voir sur la Figure 6.1 que les lignes d'iso- $\Delta\nu_0$  90  $\mu\text{Hz}$  ne passent jamais par les boîtes d'erreurs de Laws et al. (2003) et de Santos et al. (2004b). Les modèles avec  $\Delta\nu = 90$   $\mu\text{Hz}$  ont une valeur de  $\log g$  bien plus faible que celle déduite par ces deux groupes d'observateurs.

Pour chaque couple de valeurs de  $[Fe/H]$  et  $Y$ , nous avons cherché, parmi les modèles ayant une grande séparation moyenne de 90  $\mu\text{Hz}$ , celui qui ajuste le mieux le diagramme échelle observationnel de  $\mu$  Arae. Nous avons pour cela effectué une minimisation de type  $\chi^2$  pour le diagramme échelle des modèles. Nous avons utilisé l'expression suivante :

$$\chi^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left( \frac{\nu_{th}(i) - \nu_{obs}(i)}{\sigma_{obs}} \right)^2, \quad (6.1)$$



**TAB. 6.5:** *Caractéristiques des modèles surmétalliques avec  $[Fe/H]=0.32$  et  $Y_{\odot}$ .*

Masse ( $M_{\odot}$ )	Age (Gyr)	$\log g$	$\log T_{\text{eff}}$	$\log L/L_{\odot}$	R ( $\times 10^{10}$ cm)	$M/R^3$	$\chi^2$
1.08	9.561	4.2088	3.7459	0.1981	9.41	2.58	1.663
1.10	8.678	4.2120	3.7491	0.2152	9.46	2.58	1.632
1.14	7.002	4.2183	3.7576	0.2589	9.56	2.59	1.670
1.18	6.073	4.2230	3.7562	0.2636	9.68	2.58	2.060
1.20	5.512	4.2281	3.7576	0.2714	9.70	2.60	3.572

**TAB. 6.6:** *Caractéristiques des modèles surmétalliques avec  $[Fe/H]=0.29$  et  $Y_{\odot}$ .*

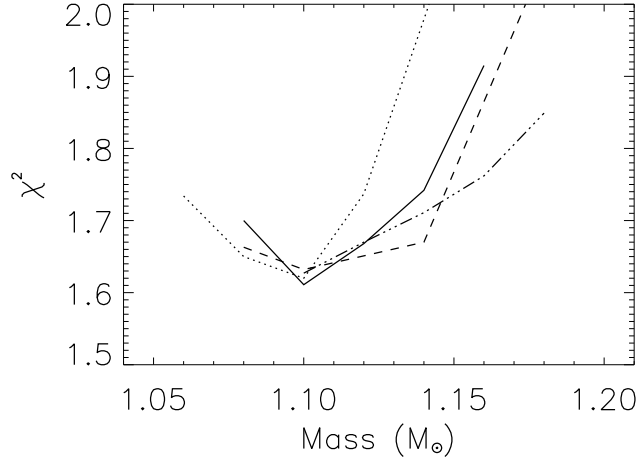
Masse ( $M_{\odot}$ )	Age (Gyr)	$\log g$	$\log T_{\text{eff}}$	$\log L/L_{\odot}$	R ( $\times 10^{10}$ cm)	$M/R^3$	$\chi^2$
1.10	8.559	4.2114	3.7530	0.2319	9.47	2.58	1.627
1.12	7.766	4.2151	3.7566	0.2504	9.51	2.59	1.670
1.14	6.734	4.2179	3.7607	0.2717	9.57	2.58	1.711
1.16	6.227	4.2197	3.7650	0.2946	9.63	2.58	1.762
1.18	5.802	4.2250	3.7590	0.2727	9.65	2.60	1.849

où  $\nu_{obs}(i)$  est la fréquence observée modulo la grande séparation,  $\nu_{th}(i)$  son équivalent théorique, et  $\sigma_{obs}$  l'incertitude sur les fréquences observées pour laquelle nous avons utilisé la valeur donnée par Bouchy et al. (2005) :  $0.78 \mu\text{Hz}$ .

Pour chaque composition chimique, les valeurs du  $\chi^2$  présentent un minimum pour des modèles de  $1.10 M_{\odot}$ , de rayon  $R = 9.46 \times 10^{10}$  cm, et de gravité  $\log g = 4.21$  (Figure 6.3). Ces modèles sont les quatre “meilleurs” modèles, un pour chaque couple de valeurs ( $[Fe/H], Y$ ). Leurs diagrammes échelle sont présentés en Figure 6.4.

Ces quatre modèles correspondent tous à des étoiles évoluant sur la branche des sous-géantes. Dans le cas où  $Y$  est proportionnel aux métaux ( $Y_G$ ), et quelle que soit la valeur de métallicité, les modèles calculés le long des traces évolutives ont un cœur convectif pendant la phase de séquence principale qui a maintenant disparu, laissant un cœur d'hélium avec des limites abruptes. Les modèles avec une abondance d'hélium solaire  $Y_{\odot}$  ne développent pas de cœur convectif pendant leur évolution, ils ont un cœur d'hélium avec des frontières abruptes.

Pour une valeur fixe de  $[Fe/H]$ , l'âge du meilleur modèle diminue quand l'abondance d'hélium augmente, comme on peut le voir en comparant les tables 6.3 et 6.5

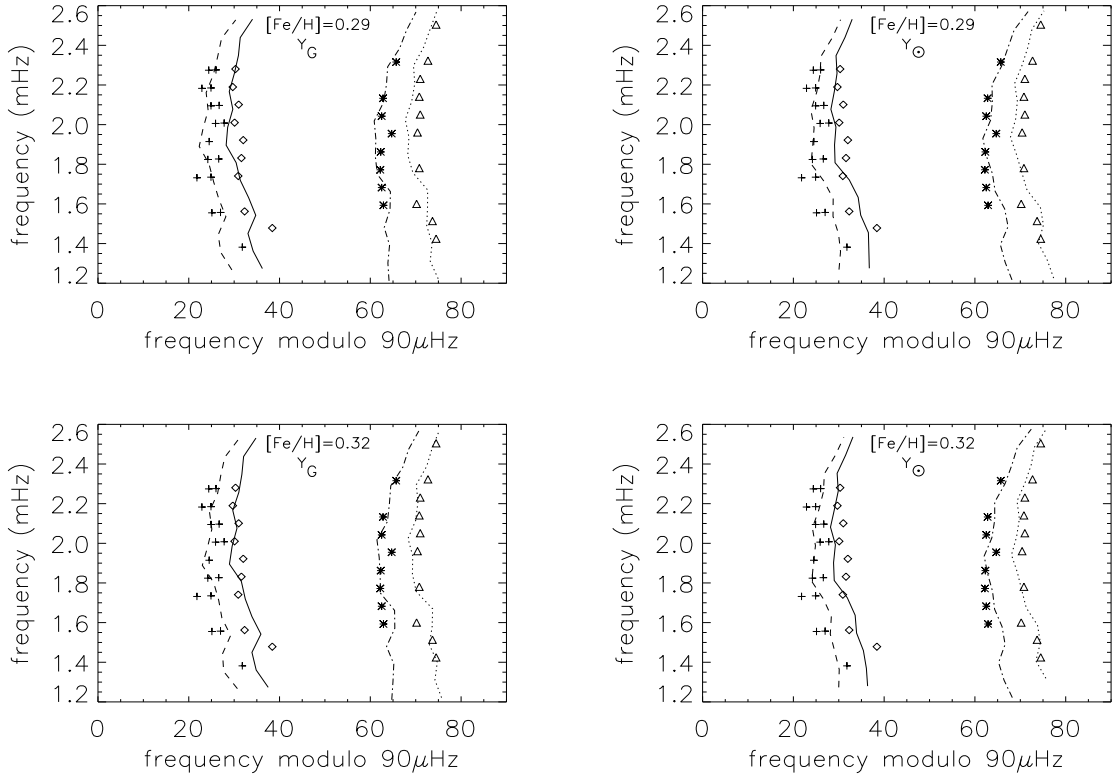


**FIG. 6.3:** Evolution du  $\chi^2$  en fonction de la masse des modèles, pour les quatre compositions chimiques :  $[Fe/H]=0.32$ ,  $Y_G$  (lignes en traits pleins),  $[Fe/H]=0.29$ ,  $Y_G$  (pointillés),  $[Fe/H]=0.32$ ,  $Y_\odot$  (tirets), et  $[Fe/H]=0.29$ ,  $Y_\odot$  (tirets-points).

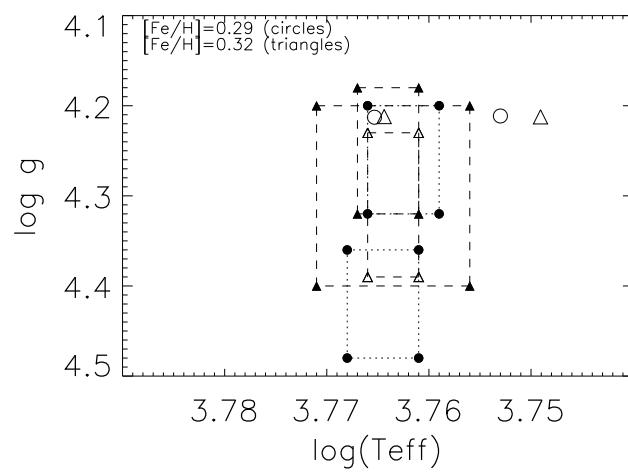
et les tables 6.4 et 6.6. Ceci est dû aux différentes échelles de temps d'évolution. La phase de séquence principale est plus longue quand  $Y$  augmente. Comme on peut le voir sur les Figures 6.1 et 6.2, pour une valeur donnée de métallicité, les modèles avec une abondance d'hélium plus faible ont des températures effectives plus faibles. De même, pour une valeur donnée de  $Y$ , les modèles sont plus froids quand  $[Fe/H]$  augmente.

Nous avons placé ces quatre modèles dans le plan  $\log g - \log T_{eff}$  avec les boîtes d'erreur spectroscopiques (Figure 6.5). On voit clairement que les modèles avec l'abondance d'hélium solaire  $Y_\odot$  ne sont pas situés dans les boîtes d'erreur. Leurs températures effectives sont trop faibles comparées aux valeurs déduites de la spectroscopie. D'un autre côté, les modèles avec une abondance d'hélium plus grande ( $Y_G$ ) se trouvent dans les boîtes d'erreur : leurs paramètres externes sont en accord avec ceux déduits de la spectroscopie. Ce sont aussi les modèles qui ont les plus petites valeurs de  $\chi^2$  (Tables 6.3 à 6.6). La luminosité de ces modèles est en accord avec celle déduite à partir de la parallaxe Hipparcos, soit  $\log(L/L_\odot) = 0.25 \pm 0.03$  (Section 6.1.3).

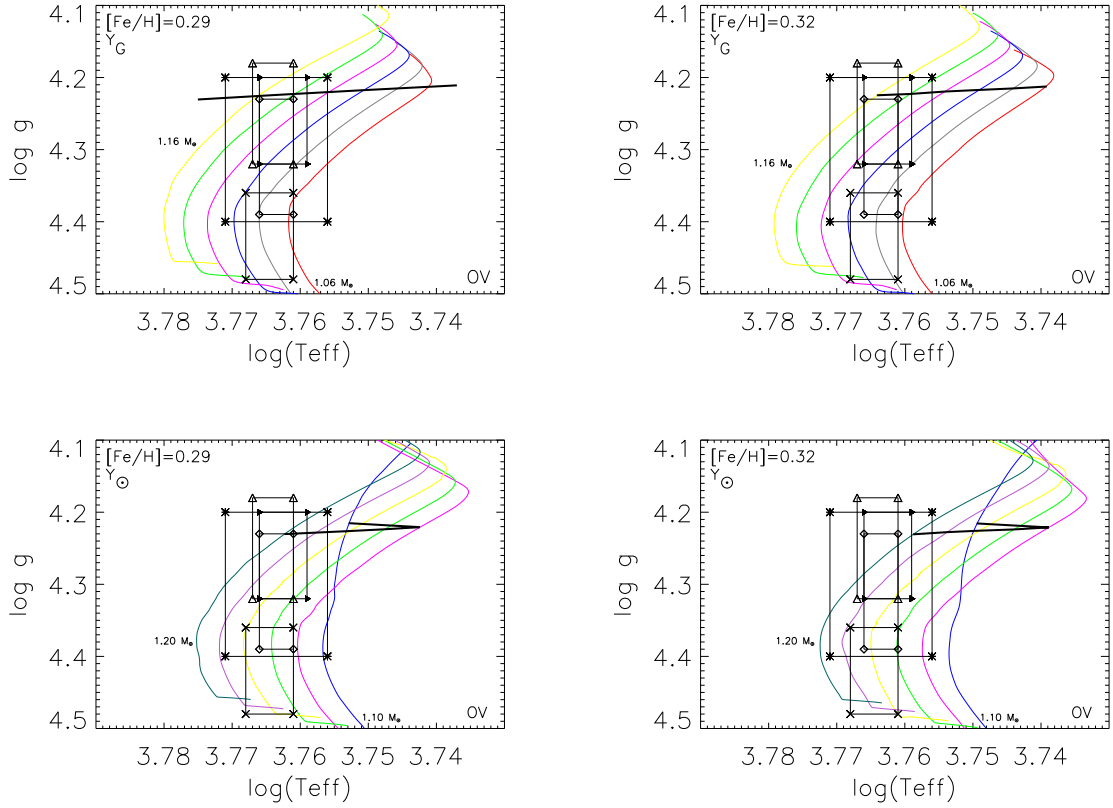
Ces modèles sont différents du modèle surmétallique qui avait été trouvé par Bazot et al. (2005), et qui correspondait à une étoile plus massive ( $1.18 M_\odot$ ) évoluant sur la séquence principale. Ceci est principalement dû au fait que Bazot et al. (2005) ont utilisé la luminosité comme contrainte, et que cette valeur a aujourd'hui été



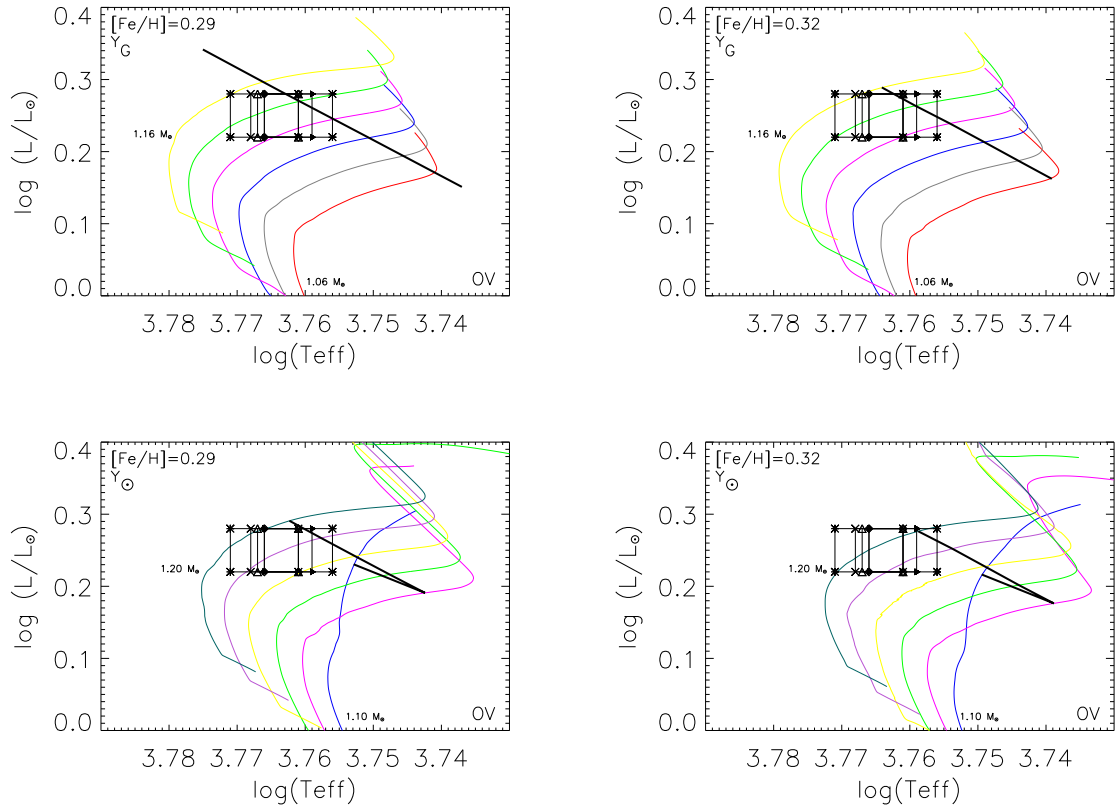
**FIG. 6.4:** Diagrammes échelle des meilleurs modèles pour : une métallicité de  $[Fe/H]=0.29$  (graphes du haut), de  $[Fe/H]=0.32$  (graphes du bas), et une abondance d'hélium  $Y_G$  (graphes de gauche) et  $Y_\odot$  (graphes de droite). Les lignes représentent les fréquences théoriques et les symboles leurs équivalents observationnels. Les lignes en traits pleins et les losanges sont pour  $\ell=0$ , les pointillés et les triangles pour  $\ell=1$ , les tirets et les croix pour  $\ell=2$ , et les tirets-points et les astérisques pour  $\ell=3$ .



**FIG. 6.5:** Représentation, dans le plan  $\log g - \log T_{eff}$  des boîtes d'erreur spectroscopiques de  $\mu$  Arae pour les différentes valeurs de métallicité. Les symboles ouverts représentent les quatre modèles satisfaisant les contraintes sismiques. En tenant également compte des contraintes spectroscopiques, on obtient deux meilleurs modèles représentés par les deux symboles les plus à gauche.



**FIG. 6.6:** Traces évolutives dans le plan  $\log g$  -  $\log T_{eff}$ , pour les deux valeurs de métallicité déduites de la spectroscopie :  $[Fe/H]=0.29$  (graphes de gauche) et  $0.32$  (graphes de droite), et avec overshooting. Les boîtes d'erreurs spectroscopiques sont les mêmes que pour la Figure 6.1. La ligne en traits gras représente la ligne d'iso- $\Delta\nu$   $90\mu\text{Hz}$ .



**FIG. 6.7:** Traces évolutives dans le plan  $\log(L/L_{\odot}) - \log T_{eff}$ , pour les deux valeurs de métallicité déduites de la spectroscopie :  $[Fe/H]=0.29$  (graphes de gauche) et  $0.32$  (graphes de droite), et avec overshooting. Les boîtes d'erreurs spectroscopiques sont les mêmes que pour la Figure 6.1. La ligne en traits gras représente la ligne d'iso- $\Delta\nu$   $90\mu\text{Hz}$ .

modifiée.

Ces deux modèles, satisfaisant toutes les contraintes, nous permettent donc de déduire précisément les paramètres de  $\mu$  Arae :

- masse :  $1.10 \pm 0.02 M_{\odot}$
- rayon :  $1.36 \pm 0.06 R_{\odot}$
- luminosité :  $1.90 \pm 0.10 L_{\odot}$
- $T_{eff} = 5820 \pm 50$  K
- $\log g = 4.215 \pm 0.005$
- $[Fe/H] = 0.32 \pm 0.01=2$
- abondance d'hélium :  $Y = 0.30 \pm 0.01$
- âge :  $6.34 \pm 0.80$  Gyr

### 6.3.2 Contraintes sur l'overshooting

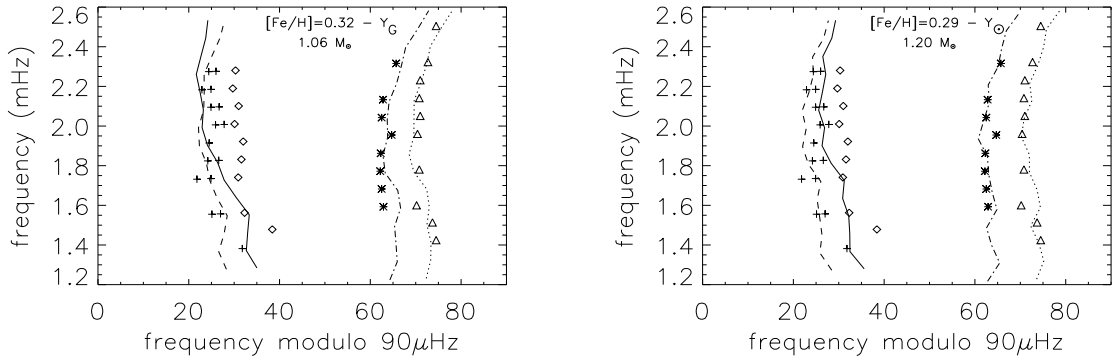
**Modèles avec  $\alpha_{ov} = 0.20$**

Le diagramme échelle observationnel de  $\mu$  Arae présente des variations caractéristiques dans les petites séparations. En effet, on peut voir clairement que vers  $\nu = 2$  mHz, les lignes  $\ell = 0$  et  $\ell = 2$  se rapprochent, ce qui entraîne une valeur très faible de la petite séparation. Nous avons vu au Chapitre 4 que les petites séparations pour les degrés  $\ell = 0 - \ell = 2$  peuvent devenir négatives pour des étoiles en fin de séquence principale, et ce à cause de leur cœur d'hélium. Dans ce cas, il y a un point de croisement sur le diagramme échelle, avec une inversion entre les modes  $\ell = 0$  et  $\ell = 2$  pour les hautes fréquences.

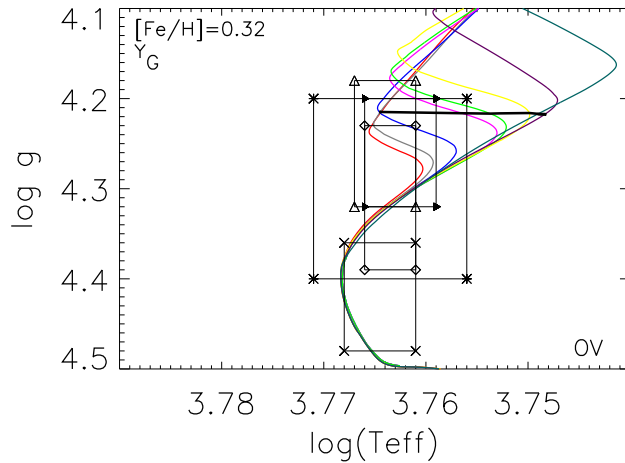
Nous avons voulu voir ici si un ajout d'overshooting à la limite du cœur pourrait conduire à des petites séparations négatives et ainsi reproduire le diagramme échelle observationnel. Nous avons essayé de trouver un modèle qui ajusterait le diagramme échelle de  $\mu$  Arae et qui aurait un point de croisement des lignes  $\ell = 0$  et  $\ell = 2$  à une fréquence proche de 2 mHz.

Nous avons calculé des traces évolutives avec un paramètre d'overshooting  $\alpha_{ov} = 0.20$ , pour les deux valeurs de métallicité :  $[Fe/H]=0.29$  et  $0.32$ , les deux valeurs d'abondance d'hélium :  $Y_G$  et  $Y_{\odot}$ , et pour des masses allant de  $1.06$  à  $1.20 M_{\odot}$  (Figures 6.6 et 6.7). De la même manière que dans le cas sans overshooting, nous avons sélectionné dans un premier temps les modèles ayant une grande séparation égale à  $90 \mu\text{Hz}$ .

Dans tous ces modèles, un cœur convectif se développe, même dans le cas de masses inférieures à  $1.10 M_{\odot}$ . Les modèles ayant des masses allant de  $1.06$  à  $1.14 M_{\odot}$  correspondent à des étoiles en fin de séquence principale. Leur abondance centrale d'hélium  $Y_C$  varie entre  $0.8$  et  $0.9$ . La plupart de ces modèles montre un point de croisement entre les lignes  $\ell = 0$  et  $\ell = 2$  dans la gamme de fréquences considérée.



**FIG. 6.8:** Diagrammes échelle de deux modèles avec overshooting ( $\alpha_{ov}=0.20$ ) :  $1.06 M_{\odot}$ ,  $8.544$  Gyr,  $[Fe/H]=0.32$  (graphe de gauche), and  $1.20 M_{\odot}$ ,  $5.402$  Gyr,  $[Fe/H]=0.29$  (graphe de droite). Les symboles sont les mêmes que pour la Figure 6.4.



**FIG. 6.9:** Traces évolutives, dans le plan  $\log g - \log T_{eff}$ , pour  $1.10 M_{\odot}$ ,  $Y_G$ ,  $[Fe/H]=0.32$ , et différentes valeurs du paramètre d'overshooting  $\alpha_{ov}$  :  $0$ ,  $0.001$ ,  $0.002$ ,  $0.005$ ,  $0.01$ ,  $0.04$ ,  $0.10$ , et  $0.20$ . La ligne horizontale en traits gras représente la ligne d'iso- $\Delta\nu$   $90\mu\text{Hz}$ .

Cependant, comme on peut le voir sur l'exemple montré en Figure 6.8 (graphe de gauche), le croisement se produit pour une fréquence supérieure à 2 mHz, et la courbure des lignes n'est pas correctement reproduite.

Les modèles avec une masse supérieure à  $1.14 M_{\odot}$  correspondent à des étoiles plus



jeunes, évoluant sur la séquence principale. Leur cœur convectif est développé, mais leur abondance d'hélium  $Y_C$  n'est pas assez importante pour induire une discontinuité dans le profil de vitesse du son et donc pour obtenir des petites séparations négatives dans l'intervalle de fréquences considéré. Il n'y a pas de point de croisement sur le diagramme échelle. Ces modèles ne reproduisent pas non plus le diagramme échelle observationnel, comme on peut le voir sur la Figure 6.8 (graphe de droite).

Ces résultats montrent que le diagramme échelle de  $\mu$  Arae ne peut pas être interprété comme ayant un point de croisement entre les lignes  $\ell = 0$  et  $\ell = 2$ . Ceci est cohérent avec l'interprétation des doublets observés pour les points  $\ell = 2$  en terme de splitting rotationnel (Bouchy et al., 2005). Ainsi, la partie supérieure de cette ligne ne peut pas être interprétée comme étant en réalité des points  $\ell = 0$ .

Nous pouvons donc exclure un paramètre d'overshooting de 0.20. Nous allons maintenant tester des valeurs plus petites de ce paramètre, afin d'obtenir des contraintes sur la possible extension du cœur due à de l'overshooting.

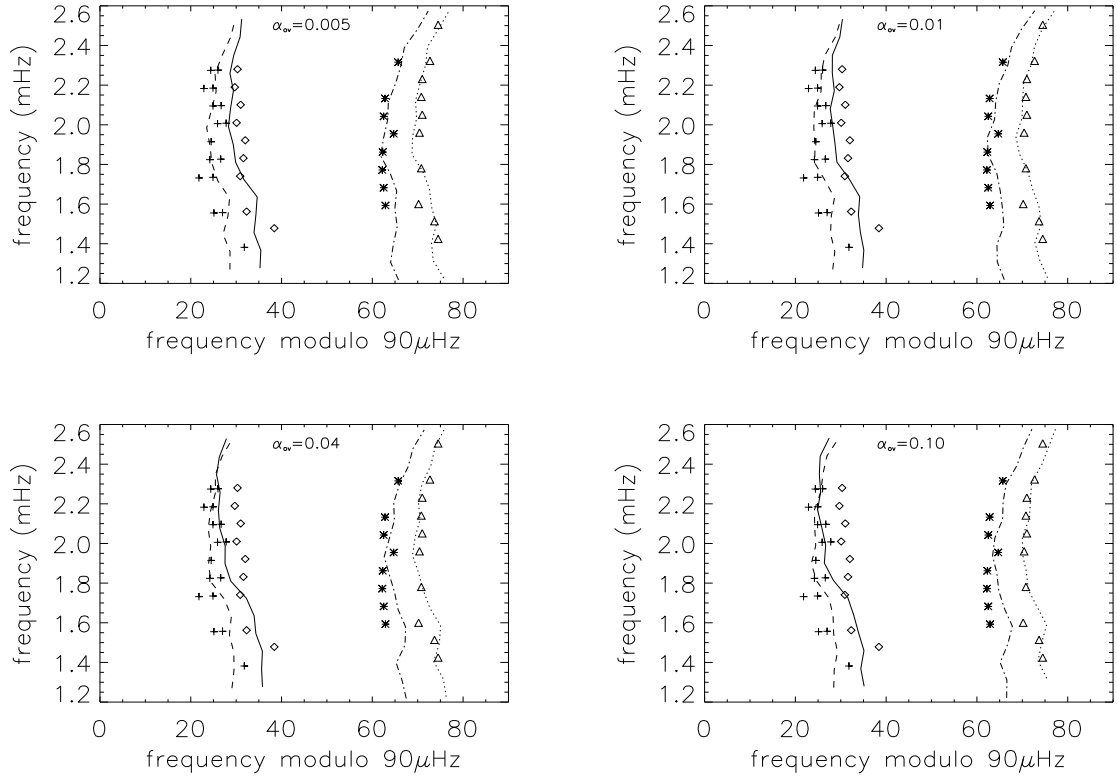
### Contraintes sur le paramètre d'overshooting

Nous avons calculé des traces évolutives pour des modèles de  $1.10 M_\odot$ ,  $[Fe/H]=0.32$ , et  $Y_G$ , en augmentant progressivement le paramètre d'overshooting :  $\alpha_{ov} = 0.001, 0.002, 0.005, 0.01, 0.04, 0.10$ , et  $0.20$ . Les résultats obtenus dans le plan  $\log g - \log T_{eff}$  sont présentés en Figure 6.9. A nouveau, nous avons sélectionné les modèles ayant une grande séparation de  $90 \mu\text{Hz}$ . Nous avons tracé leurs diagrammes échelle et procédé à des tests de  $\chi^2$ . Les caractéristiques de ces modèles sont présentés en Table 6.7 et leurs diagrammes échelle en Figure 6.10. Les modèles avec  $\alpha_{ov} = 0.001$  et  $0.002$  ne sont pas différentiables du modèle sans overshooting.

**TAB. 6.7:** *Caractéristiques des modèles surmétalliques de  $1.10 M_\odot$ , avec  $Y_G$ , et  $[Fe/H]=0.32$ , pour différentes valeurs du paramètre d'overshooting.*

$\alpha_{ov}$	Age (Gyr)	$\log T_{eff}$	$\log (L/L_\odot)$	$\log g$	$Y_C$	$r_{cc}/R_\star$
0.005	6.599	3.7565	0.2484	4.2162	0.9482	0.050
0.010	6.674	3.7537	0.2323	4.2167	0.9419	0.055
0.040	6.838	3.7499	0.2177	4.2160	0.9243	0.061
0.100	6.912	3.7482	0.2096	4.2173	0.8826	0.066

Plus on ajoute de l'overshooting à la limite du cœur, et plus les échelles de temps d'évolution augmentent, comme on peut le voir sur la Figure 6.9. Le développement du cœur convectif est augmenté durant une phase de séquence principale plus longue.



**FIG. 6.10:** Diagrammes échelle pour des modèles surmétalliques ( $Y_G, [Fe/H]=0.32$ ) de  $1.10 M_\odot$  avec :  $\alpha_{ov}=0.005$  (graphe en haut à gauche),  $\alpha_{ov}=0.01$  (graphe en haut à droite),  $\alpha_{ov}=0.04$  (graphe en bas à gauche) and  $\alpha_{ov}=0.10$  (graphe en bas à droite). Les symboles sont les mêmes que pour la Figure 6.4.

Les modèles ayant une grande séparation moyenne de 90  $\mu\text{Hz}$  ne sont pas à la même étape de leur évolution selon la valeur de  $\alpha_{ov}$ , et n'ont donc pas la même structure interne.

Les modèles avec  $\alpha_{ov} < 0.002$  sont au début de la branche des sous-géantes, comme pour le cas sans overshooting. Quand  $\alpha_{ov}$  augmente, entre 0.002 et 0.10, les modèles sont dans la phase de contraction du cœur convectif. Et finalement, les modèles avec  $\alpha_{ov} > 0.10$  correspondent à des étoiles de fin de séquence principale. Cette différence dans les stades d'évolution explique que l'abondance centrale d'hélium soit plus faible quand le paramètre d'overshooting augmente.

Nous avons étudié l'évolution des fréquences d'oscillation quand  $\alpha_{ov}$  augmente. Pour des faibles valeurs de  $\alpha_{ov}$  (0.001 et 0.002), il n'y a pas d'influence visible sur les fréquences d'oscillation. Pour  $\alpha_{ov} = 0.005$ , nous obtenons un  $\chi^2$  réduit un peu plus grand ( $\chi^2 = 1.66$ ) que pour le modèle sans overshooting. On peut voir sur le diagramme échelle (Figure 6.10), que les lignes  $\ell = 0 - \ell = 2$  sont très proches pour les hautes fréquences. Pour  $\alpha_{ov} = 0.01$ , ces lignes se croisent pour une fréquence de 2.6 mHz, comme on peut le voir sur le diagramme échelle (Figure 6.10). La valeur du  $\chi^2$  est de 1.73, elle a augmenté. Pour des valeurs plus grandes de  $\alpha_{ov}$  (supérieures à 0.01), le point de croisement se produit pour des fréquences plus faibles. Cette fréquence diminue quand  $\alpha_{ov}$  augmente (Figure 6.10). Les valeurs des  $\chi^2$  sont plus grandes : respectivement 2.45 et 3.04. Ces modèles n'ajustent pas les observations. On peut donc en conclure que pour  $\mu$  Arae, le paramètre d'overshooting est petit, inférieur à 0.01.

Grâce à cette analyse sismique, nous avons pu donner de fortes contraintes sur la possibilité d'une extension du cœur convectif de cette étoile par de l'overshooting. Nous avons pu déterminer que cette extension doit être inférieure à 1% de l'échelle de hauteur de pression. Cependant, étant donné que nous avons traité l'overshooting comme une simple extension du cœur convectif, nous ne pouvons pas exclure d'autres types de mélange à la limite du cœur.

## 6.4 Conclusion

Nous avons réalisé une nouvelle analyse sismique de l'étoile centrale de système planétaire  $\mu$  Arae. Nous avons utilisé la même méthode de comparaison modèles-observations que dans Vauclair et al. (2008).

Nous avons calculé différentes séries de modèles en testant différentes compositions chimiques ( $[\text{Fe}/\text{H}]$ ,  $Y$ ), puis nous avons calculé leurs fréquences d'oscillation. Nous avons dans un premier temps cherché les modèles ajustant au mieux la grande séparation de l'étoile et le diagramme échelle déduit des observations. Nous avons obtenu 4 modèles satisfaisant les contraintes sismiques. Parmi ces modèles, nous avons gardé ceux ajustant également les paramètres externes déduits de la spectroscopie.

De cette manière, les contraintes sismiques, associées à la spectroscopie, nous ont permis de contraindre très précisément la structure interne de cette étoile. Nous avons trouvé que  $\mu$  Arae, en plus d'être surmétallique, a une abondance d'hélium importante ( $Y=0.30$ ), comme le prévoit la loi d'évolution chimique des galaxies. Nous avons pu déterminer ses paramètres, tels que la masse, le rayon, et l'âge, avec une erreur inférieure à 10%.

Nos résultats sont différents de ceux trouvés par Bazot et al. (2005), dans leur première analyse de cette étoile. La différence vient en grande partie du fait que Bazot et al. (2005) ont utilisé la luminosité comme contrainte. Sa valeur a depuis été modifiée.

Nous avons aussi analysé des modèles avec de l'overshooting à la limite du cœur, traité comme une extension du cœur convectif. Nous avons utilisé l'effet théorique de l'apparition des petites séparations négatives pour contraindre cet overshooting. Nous avons montré que cette extension était possible, mais que sa taille devait être inférieure à 1% de l'échelle de hauteur de pression.

Cette étude a permis de montrer que, contrairement à  $\iota$  Hor,  $\mu$  Arae a une abondance d'hélium importante, telle que prédite par la loi d'évolution chimique des galaxies.



# Publication 4

## New seismic analysis of the exoplanet-host star $\mu$ Arae

M. Soriano & S. Vauclair

**Abstract :**

Nous présentons une modélisation détaillée de l'étoile centrale de système planétaire  $\mu$  Arae, en utilisant une nouvelle méthode pour l'analyse sismique, et en prenant en compte la nouvelle valeur de la parallaxe Hipparcos. Le but est d'obtenir des paramètres précis pour cette étoile et sa structure interne, y compris des contraintes sur l'overshooting à la limite du cœur.

Nous avons calculé de nouveaux modèles stellaires, dans une gamme plus large que pour Bazot et al. (2005), avec différentes compositions chimiques ( $[\text{Fe}/\text{H}]$  et  $Y$ ), avec et sans overshooting à la limite du cœur. Nous avons calculé leurs fréquences d'oscillation adiabatiques et nous les avons comparées aux observations. Pour chaque ensemble de paramètres chimiques, nous avons gardé le modèle ajustant le mieux le diagramme échelle. Ensuite, en comparant les températures effectives, les gravités et les luminosités de ces modèles avec les boîtes d'erreur spectroscopiques, nous avons pu déterminer des paramètres précis pour cette étoile.

Tout d'abord, nous avons trouvé que les modèles ajustant correctement le diagramme échelle ont les mêmes valeurs de masse et de rayon, avec une incertitude de l'ordre de 1 %. Enfin, la comparaison avec les observations spectroscopiques nous a permis de montrer que, en plus de sa surmétallicité,  $\mu$  Arae a une abondance d'hélium importante, de l'ordre de 0.3. Ceci nous a alors permis de déterminer des valeurs précises des autres paramètres : la masse, le rayon et l'âge.

**2009, soumis à Astronomy and Astrophysics**



# New seismic analysis of the exoplanet-host star $\mu$ Arae.

M. Soriano and S. Vauclair

Laboratoire d'Astrophysique de Toulouse et Tarbes - UMR 5572 - Université de Toulouse - CNRS, 14, av. E. Belin, 31400 Toulouse, France

Received \_\_\_\_\_ ; accepted \_\_\_\_\_

## ABSTRACT

*Aims.* We present detailed modelling of the exoplanet-host star  $\mu$  Arae, using a new method for the asteroseismic analysis, and taking into account the new value recently derived for the Hipparcos parallax. The aim is to obtain precise parameters for this star and its internal structure, including constraints on the core overshooting.

*Methods.* We computed new stellar models, in a wider range than Bazot et al. (2005), with various chemical compositions ([Fe/H] and Y), with or without overshooting at the edge of the core. We computed their adiabatic oscillation frequencies and compared them to the seismic observations. For each set of chemical parameters, we kept the model which represented the best fit to the echelle diagram. Then, by comparing the effective temperatures, gravities and luminosities of these models with the spectroscopic error boxes, we were able to derive precise parameters for this star.

*Results.* First we find that all the models which correctly fit the echelle diagram have the same mass and radius, with an uncertainty of order one percent. Second, the final comparison with spectroscopic observations leads to the conclusion that, besides its high metallicity,  $\mu$  Arae has a high helium abundance of order  $Y = 0.3$ . Knowing this allows finding precise values of all the other parameters, mass, radius and age.

## 1. Introduction

Asteroseismology of solar type stars is a powerful tool which can lead to precise determination of the stellar parameters, when associated with spectroscopic observations. Special tools have been developed for this purpose, which help constraining the internal structure of the stars from the observable acoustic frequencies. In previous papers (e.g. Vauclair et al. 2008), we have developed a systematic way of comparing models with observations. First, for each set of chemical composition [Fe/H] and Y, we compute evolutionary tracks and derive for each mass the model which fits the best the observed large separation. Then we keep only the model which also fits the best the observed echelle diagram. We finally have a set of models correctly fitting the seismic data, with different abundances. Interestingly enough, all these models have the same mass and radius, and of course the same  $\log g$  (see Vauclair et al. 2008 for the star  $\iota$  Hor). We place all these models in a  $\log g - \log T_{eff}$  diagram, together with the observed spectroscopic boxes. Finally we only keep the models which satisfy all the constraints, including seismology and spectroscopy. In this way, we find precise values of the stellar parameters.

Here we test this method on the exoplanet-host star  $\mu$  Arae (HD 160691). This G3 IV-V type star is at the center of a four-planet system:

- $\mu$  Arae b, a 1.7  $M_J$  planet with an eccentric orbit ( $e = 0.31$ ) and a period  $P \approx 638$  days (Butler et al. 2000; Jones et al. 2002).
- $\mu$  Arae c, a 14  $M_{\oplus}$  planet with  $P \approx 9.5$  days. (Santos et al. 2004b).
- $\mu$  Arae d, recently discovered by Pepe et al. (2007), with a period  $P \approx 310$  days and a mass of 0.52  $M_J$ .
- $\mu$  Arae e, a long period planet ( $P \approx 11.3$  years) with a mass of 1.81  $M_J$  (Jones et al. 2002; McCarthy et al. 2004; Pepe et al. 2007).

The star's overmetallicity has been established by many groups of observers: Bensby et al. (2003), Laws et al. (2003), Santos et al. (2004a), Santos et al. (2004b) and Fischer & Valenti (2005) (see Table 1).

$\mu$  Arae was observed with the HARPS spectrometer at La Silla Observatory during eight nights in June 2004 to obtain radial velocity time series. The analysis of these data led to the discovery of up to 43 frequencies that could be identified with p-modes of degree  $\ell = 0$  to 3 (Bouchy et al. 2005). A detailed modelling was given by Bazot et al. (2005). They computed models with two different assumptions that could explain the observed overmetallicity: overabundance of metals in the original interstellar cloud or accretion of planetary material onto the star. They tried to obtain evidence of the origin of  $\mu$  Arae's overmetallicity. The results were not conclusive in that respect, as the differences were not large enough to decide between the two scenarii. Later on, other evidences were obtained that the



**Table 1.** Effective temperatures, gravities, and metal abundances observed for  $\mu$  Arae. [Fe/H] ratios are given in dex.

$T_{\text{eff}}(K)$	$\log g$	[Fe/H]	Reference
$5800 \pm 100$	$4.30 \pm 0.10$	$0.32 \pm 0.10$	Bensby et al. 2003
$5811 \pm 45$	$4.42 \pm 0.06$	$0.28 \pm 0.03$	Laws et al. 2003
$5798 \pm 33$	$4.31 \pm 0.08$	$0.32 \pm 0.04$	Santos et al. 2004a
$5813 \pm 40$	$4.25 \pm 0.07$	$0.32 \pm 0.05$	Santos et al. 2004b
$5784 \pm 44$	$4.30 \pm 0.06$	$0.29 \pm 0.03$	Fischer & Valenti 2005

observed overmetallicity in exoplanet host stars must be original, not due to accretion (see Castro et al. 2009).

We computed new models, testing various values of the original metallicity and helium abundance. We compared the parameters of these models with those obtained from spectroscopy, and introduced the new value of the Hipparcos parallax, as given by van Leeuwen (2007). We also analysed models with overshooting at the edge of the stellar core. In some of these models, negative small separations appear so that there is a crossing point in the echelle diagram for the lines  $\ell = 0 - \ell = 2$ . This effect was specially discussed in Soriano & Vauclair (2008), who showed that all solar type stars go through a stage where the small separations become negative in the observable range of frequencies. Here, we present a direct application of this theoretical effect, which is used to constrain core overshooting.

## 2. Stellar parameters

### 2.1. Spectroscopic constraints

In Bazot et al. (2005), the effective temperatures and luminosities of the models were the first parameters used for comparisons with the observations. We now prefer to compare the models with the spectroscopic observations in a more consistent way, by using the “triplets”  $T_{\text{eff}}$ ,  $\log g$  and [Fe/H]. These three parameters are indeed consistently given by the same observers, while the luminosities are obtained in a different way, using Hipparcos parallaxes. Here we compare the luminosities as a second step. For this reason, we do not use exactly the same set of references as given by Bazot et al. (2005) as we only keep those which give constraints on the surface gravity (see Table 1).

### 2.2. The luminosity of $\mu$ Arae

The visual magnitude of  $\mu$  Arae is  $V = 5.15$  (SIMBAD Astronomical data base). Van Leeuwen (2007) carried out a new analysis of the Hipparcos data. He derived a new value of the parallax of  $\mu$  Arae:  $\pi = 64.48 \pm 0.31$  mas, which is lower than the first one derived by Perryman et al. (1997) and has a reduced error. Using this new value, we deduced an absolute magnitude of  $M_V = 4.20 \pm 0.04$ .

From Table 1, we have an average value of effective temperature for  $\mu$  Arae of  $T_{\text{eff}} = 5800 \pm 100$  K. Using the tables of Flower (1996), we obtained  $BC = -0.08 \pm 0.02$  for the bolometric correction. With a solar absolute magnitude of  $M_{\text{bol},\odot} = 4.75$

(Lejeune et al. 1998), we deduced for  $\mu$  Arae a luminosity of  $\log(L/L_{\odot}) = 0.25 \pm 0.03$ . This value is lower than the one derived by Bazot et al (2005) in their analysis of this star, namely  $\log(L/L_{\odot}) = 0.28 \pm 0.0012$ .

### 2.3. Seismic constraints

The star  $\mu$  Arae was observed with the HARPS spectrograph, dedicated to the search for exoplanets by the means of precise radial velocity measurements. HARPS is installed on the 3.6m-ESO telescope at la Silla Observatory, Chile.

These measurements led to the identification of 43 p-modes of degrees  $\ell = 0$  to  $\ell = 3$  with frequencies between 1.3 and 2.6 mHz (Bouchy et al. 2005). The frequency resolution of the time-series was  $1.56 \mu\text{Hz}$ , and the uncertainty on the oscillation modes has been evaluated to  $0.78 \mu\text{Hz}$ . The mean large separation between two modes of consecutive order, computed in the observed range of frequencies, is  $\Delta\nu_0 = 90 \mu\text{Hz}$ , with an uncertainty of  $1.1 \mu\text{Hz}$ . The small separations present variations which are clearly visible in the echelle diagram. Their average value in the observed range of frequencies is  $\langle \delta\nu \rangle = 5.7 \mu\text{Hz}$ .

## 3. Evolutionary tracks and models

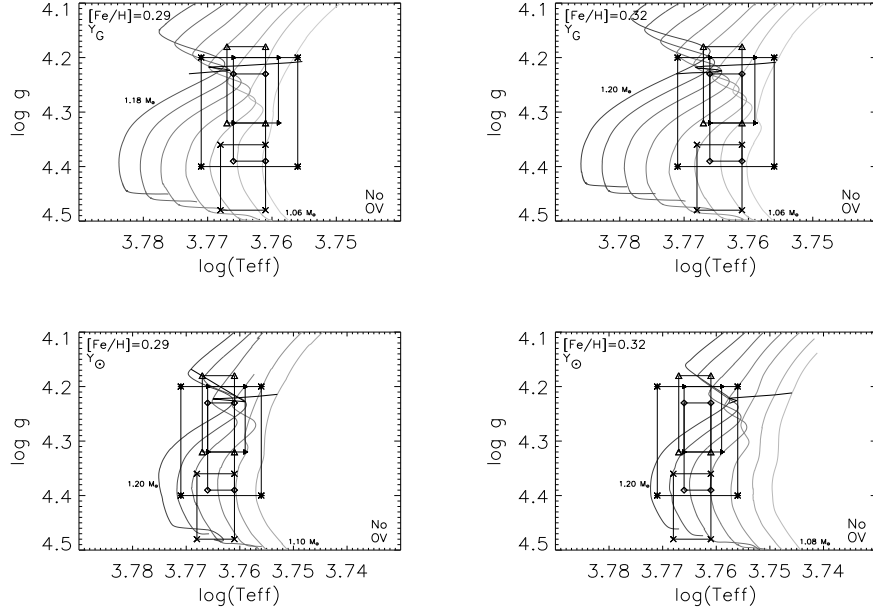
We computed evolutionary tracks using the TGEC code (Hui Bon Hoa 2008; Richard et al. 1996), with the OPAL equations of state and opacities (Rogers & Nayfonov 2002; Iglesias & Rogers 1996) and the NACRE nuclear reaction rates (Angulo et al. 1999). For all models, the microscopic diffusion was included as in Paquette et al. (1986) and Michaud et al. (2004). The treatment of the convection is done in the framework of the mixing length theory and the mixing length parameter is adjusted as in the Sun:  $\alpha = 1.8$  (Richard et al. 2004). We also computed cases with  $\alpha = 1.7$  and  $\alpha = 1.9$  to test the corresponding uncertainties. We found that for  $1.10 M_{\odot}$  and  $\alpha = 1.7$ , the track is very close to that of  $1.12 M_{\odot}$  and  $\alpha = 1.8$ . On the other side, the  $1.10 M_{\odot}$  and  $\alpha = 1.9$  track is close to the  $1.08 M_{\odot}$  and  $\alpha = 1.8$  one. This was taken into account in the determination of the uncertainties on the final results (Section 5).

From the literature, we found two values for the metallicity of  $\mu$  Arae: [Fe/H]=0.29 (Laws et al. 2003, Fischer & Valenti 2005) and [Fe/H]=0.32 (Bensby et al. 2003, Santos et al. 2004a and 2004b). For each value of [Fe/H], we first computed two series of evolutionary tracks, for two different values of the helium abundance:

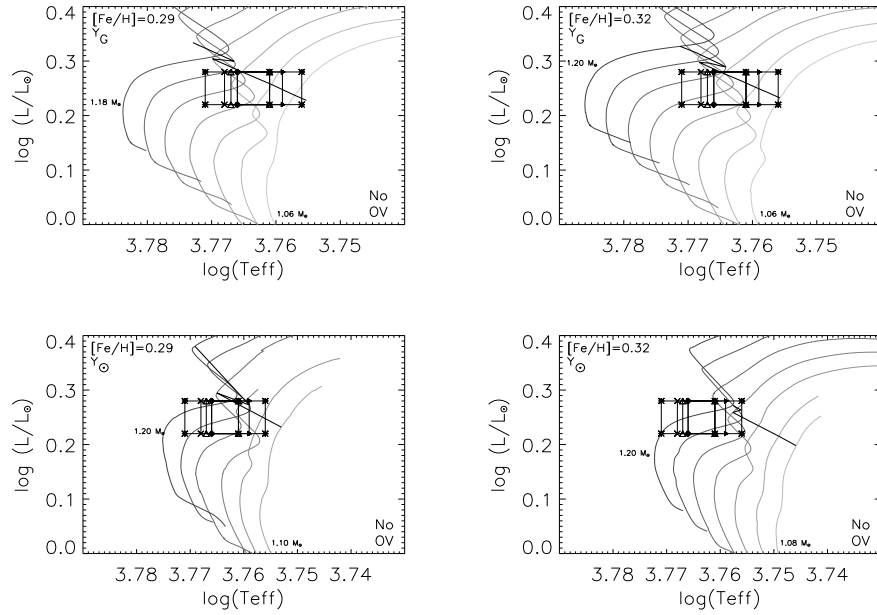
- a helium abundance increasing with Z as given by the Isotov & Thuan (2004) law for the chemical evolution of the galaxies: we label this value  $Y_G$ .
- a solar helium abundance  $Y_{\odot} = 0.2714$

The results obtained in the  $\log g - \log T_{\text{eff}}$  and  $\log(L/L_{\odot}) - \log T_{\text{eff}}$  planes are displayed in Fig.1 and 2. Each graph corresponds to one value of the metallicity. On each graph, the five error boxes are plotted but the ones that correspond to the same value of [Fe/H] as given by the groups of observers are drawn in thicker lines.

We then computed two similar series including overshooting at the edge of the convective core. Here overshooting is



**Fig. 1.** Evolutionary tracks in the  $\log g - \log T_{eff}$  plane, for the two values of metallicities found in the literature:  $[\text{Fe}/\text{H}]=0.29$  (left panels) and  $[\text{Fe}/\text{H}]=0.32$  (right panels). The five error boxes shown are from: Bensby et al. 2003 (asterisks), Laws et al. 2003 (crosses), Santos et al. 2004a (diamonds), Santos et al 2004b (triangles), and Fischer & Valenti 2005 (black triangles). The represented masses are: 1.06, 1.08, 1.10, 1.12, 1.14, 1.16, 1.18, and 1.20  $M_{\odot}$ . The horizontal thick line represent the iso- $\Delta\nu_0$  90  $\mu\text{Hz}$  line, i.e. the models that have a mean large separation of exactly 90  $\mu\text{Hz}$ .



**Fig. 2.** Evolutionary tracks in the  $\log (L/L_{\odot}) - \log T_{eff}$  plane, for the two values of metallicities found in the literature:  $[\text{Fe}/\text{H}]=0.29$  (left panels) and  $[\text{Fe}/\text{H}]=0.32$  (right panels). The represented error boxes and masses are the same as in Fig. 1.

simply described as an extension of the convective core by a length  $\alpha_{ov} H_p$ , where  $\alpha_{ov}$  is the overshooting parameter, and  $H_p$  the pressure scale height. In these two series, the overshooting parameter is fixed at  $\alpha_{ov} = 0.2$  (Fig. 7 and 8). Finally, we tested more precisely the seismic constraints on overshooting by varying  $\alpha_{ov}$  in small steps between 0.0 and 0.2, for models of masses  $1.1 M_\odot$ .

## 4. Seismic tests and results

### 4.1. Models without overshooting

We computed the adiabatic oscillation frequencies for a large number of models along each evolutionary track with the PULSE code (Brassard & Charpinet 2008). These frequencies were computed for degrees  $\ell = 0$  to  $\ell = 3$ , and for radial orders typically ranging from 4 to 100. For each track, we selected the model that has a mean large separation of  $90 \mu\text{Hz}$ , computed in the same frequency range as the observed one. We plotted on each graph (Figs. 1 and 2) the corresponding iso- $\Delta\nu_0$   $90 \mu\text{Hz}$  line. The parameters of these models are given in Tables 2 to 5. We can check that all the models which fit the same large separation present the same value of the parameter  $g/R$  or  $M/R^3$  where  $g$ ,  $M$  and  $R$  are respectively the gravity, mass and radius of the star.

This is due to the fact that the large separation approximately varies like  $c/R$ , where  $c$  represents the mean sound velocity in the star, which itself approximately varies like  $\sqrt{T/\mu}$ . Using the usual scaling for the stellar temperature  $T \approx \mu M/R$ , we obtain that  $(c/R)^2$  varies like  $M/R^3$ , independently of the chemical composition.

Note on Fig. 1 that the iso- $\Delta\nu_0$   $90 \mu\text{Hz}$  lines never cross Laws et al. (2003) or Santos et al. (2004a) error boxes. Models with  $\Delta\nu = 90 \mu\text{Hz}$  have a value of  $\log g$  much lower than the one derived by these two groups of observers.

Kjeldsen et al (2008) discussed possible corrections on the frequencies, due to near-surface effects. They gave a parameterisation formula including three parameters, in which two of them can be deduced from the third one. As this parameter is not known, they suggest using for all solar type stars the same value as deduced for the Sun, in first approximation. They find that the induced shifts increase with the frequency values, so that it can slightly modify the computed mean large separation, according to the frequency range. In our echelle diagrams for  $\mu$  Arae, the models and the observations correctly fit for all lines without any such correction in the observed range of frequencies (Fig. 4). We deduce that these near-surface effects are negligible in our case.

For each values of  $[\text{Fe}/\text{H}]$  and  $Y$ , we searched, among the models which fit a mean large separation of  $90 \mu\text{Hz}$ , the one which also gives the best fit to the observational echelle diagram. In order to find this ‘‘best model’’, we performed a  $\chi^2$  minimization for the echelle diagram of the models. Tables 2 to 5 show the parameters of some models close to the minimum of  $\chi^2$ . We used the following expression:

$$\chi^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left( \frac{\nu_{th}(i) - \nu_{obs}(i)}{\sigma_{obs}} \right)^2, \quad (1)$$

where  $\nu_{obs}(i)$  is the observational modulated frequency,  $\nu_{th}(i)$  its theoretical counterpart, and  $\sigma_{obs}$  the uncertainty of the observed frequencies, for which we used the value given by Bouchy et al. (2005):  $0.78 \mu\text{Hz}$ .

For all sets of chemical composition, the  $\chi^2$  values present a minimum for models of mass  $M = 1.10 M_\odot$ , radius  $R = 9.46 \times 10^{10}$  cm, and gravity  $\log g = 4.21$  (Fig. 3). These models represent the four ‘‘best models’’, one for each couple  $([\text{Fe}/\text{H}], Y)$ . Their echelle diagrams are displayed in Fig. 4. For a better visibility of the figures, we give the observed mode frequencies separately and the modelled ones as lines. The fact that their masses, radii and thus gravities are identical is remarkable and has important consequences which will be discussed below.

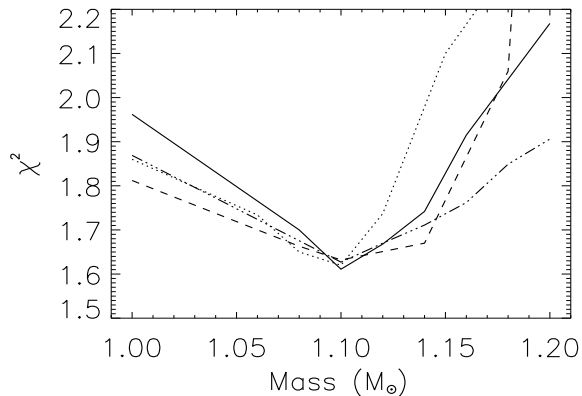
They all lie at the beginning of the subgiant branch. In the case of  $Y_G$ , for both values of the metallicity, the models computed along the evolutionary track have a convective core during the main sequence phase which disappears at the present stage, leaving a helium core with sharp edges. Models with a solar helium abundance  $Y_\odot$  do not develop a convective core during their evolution, they have a helium core with sharp boundaries.

For a fixed value of  $[\text{Fe}/\text{H}]$ , the age of the best model decreases when the helium abundance increases (compare respectively Tables 2 and 4 and Tables 3 and 5). This is due to the difference in the evolutionary time scales according to the value of  $Y$ . The main sequence time scale increases for increasing helium abundance. As can be seen in Figs. 1 and 2, for a given value of  $[\text{Fe}/\text{H}]$ , the effect of a smaller helium abundance is to move the models to lower effective temperatures. For a given value of  $Y$ , the models are cooler for a higher metallicity.

We plotted these four models in a  $\log g - \log T_{eff}$  plane, together with the spectroscopic error boxes (Fig. 6). We clearly see that models with the lower helium abundance  $Y_\odot$  (models 2 and 4) lie outside the spectroscopic error boxes. Their effective temperatures are too small compared to the values derived by the spectroscopists. On the other hand, the models computed with a high helium content (models 1 and 3) lie right inside the error boxes: their external parameters correspond to the ones derived by spectroscopy. These are also the models with the lowest  $\chi^2$  (see Tables 2 to 5). The luminosities of all these models are in agreement with the one derived from the Hipparcos parallax, namely  $\log(L/L_\odot) = 0.25 \pm 0.03$  (Section 2.2). The echelle diagram for the best model 3 is also presented in Fig. 5 in a more detailed way, with all the observed and modelled oscillation modes given separately.

These models differ from the overmetallic model proposed by Bazot et al. (2005), which corresponded to a more massive star ( $1.18 M_\odot$ ) on the main sequence. One of the reasons for this difference is related to the fact that in Bazot et al. (2005) the luminosity was the basic parameter used for comparisons, and that its value has been modified. The present analysis is more precise and consistent in the comparison with the observations.

Another reason for the different results obtained here is related to the helium content of the star. We find that only models with a high helium value ( $Y=0.30$ ) correctly reproduce all the observations. The helium abundance, which was kept as a free parameter by Bazot et al. (2005), is now well constrained. This determination of  $Y$  represents an important improvement.



**Fig. 3.** Evolution of the  $\chi^2$  value with the mass of the models, between 1  $M_{\odot}$  and 1.20  $M_{\odot}$ , for the four sets of chemical composition: [Fe/H]=0.32,  $Y_G$  (solid line), [Fe/H]=0.29,  $Y_G$  (dotted line), [Fe/H]=0.32,  $Y_{\odot}$  (dashed line), and [Fe/H]=0.29,  $Y_{\odot}$  (dotted-dashed line).

**Table 2.** Characteristics of some overmetallic models with [Fe/H]=0.32 and  $Y_G$

Mass	Age (Gyr)	$\log g$	$\log T_{\text{eff}}$	$\log L/L_{\odot}$	R ( $\times 10^{10}$ cm)	M/R <sup>3</sup>	$\chi^2$
1.08	7.112	4.2121	3.7594	0.2519	9.40	2.58	1.700
1.10	6.318	4.2149	3.7644	0.2770	9.46	2.58	1.611
1.12	5.748	4.2172	3.7682	0.2975	9.52	2.58	1.668
1.14	5.387	4.2200	3.7667	0.2967	9.57	2.58	1.742
1.16	4.953	4.2246	3.7642	0.2894	9.61	2.59	1.915

**Table 3.** Characteristics of some overmetallic models with [Fe/H]=0.29 and  $Y_G$

Mass	Age (Gyr)	$\log g$	$\log T_{\text{eff}}$	$\log L/L_{\odot}$	R ( $\times 10^{10}$ cm)	M/R <sup>3</sup>	$\chi^2$
1.06	7.916	4.2064	3.7571	0.2371	9.35	2.58	1.734
1.08	7.152	4.2092	3.7607	0.2569	9.41	2.58	1.650
1.10	6.367	4.2152	3.7653	0.2801	9.46	2.58	1.620
1.12	5.716	4.2145	3.7698	0.3039	9.52	2.58	1.737
1.15	5.177	4.2215	3.7672	0.3006	9.60	2.58	2.100

Interestingly enough the case of  $\mu$  Arae is different from that of  $\iota$  Hor, discussed by Vauclair et al. (2008). The asteroseismic study of  $\iota$  Hor showed that its helium abundance was low ( $Y=0.255$ ), contrary to that of  $\mu$  Arae. These two different results have interesting implications for the details of the nuclear processes which lead to the observed overmetallicity. This will be discussed in the conclusion.

## 4.2. Constraints on core overshooting

### 4.2.1. Models with $\alpha_{ov}=0.20$

The observational echelle diagram presents characteristic variations in the small separations. We were specially interested in the fact that around  $\nu = 2$  mHz the lines  $\ell = 0$  and  $\ell = 2$  come close to each other, so that the small separation is smaller than average. In a previous paper (Soriano & Vauclair 2008), we noticed that the small separations between  $\ell = 0$  and  $\ell = 2$  may

vanish and become negative in stars at the end of the main sequence phase, due to their helium cores. In such a case, there is a crossing point in the echelle diagram, with an inversion between  $\ell = 0$  and  $\ell = 2$  modes at high frequencies.

Here we wanted to check whether adding an overshooting layer at the edge of the convective core could lead to such an effect and reproduce the observed echelle diagram in a different way. We tried to find a model that could fit the observational echelle diagram and present a crossing point between the lines  $\ell = 0 - \ell = 2$  at a frequency close to 2 mHz.

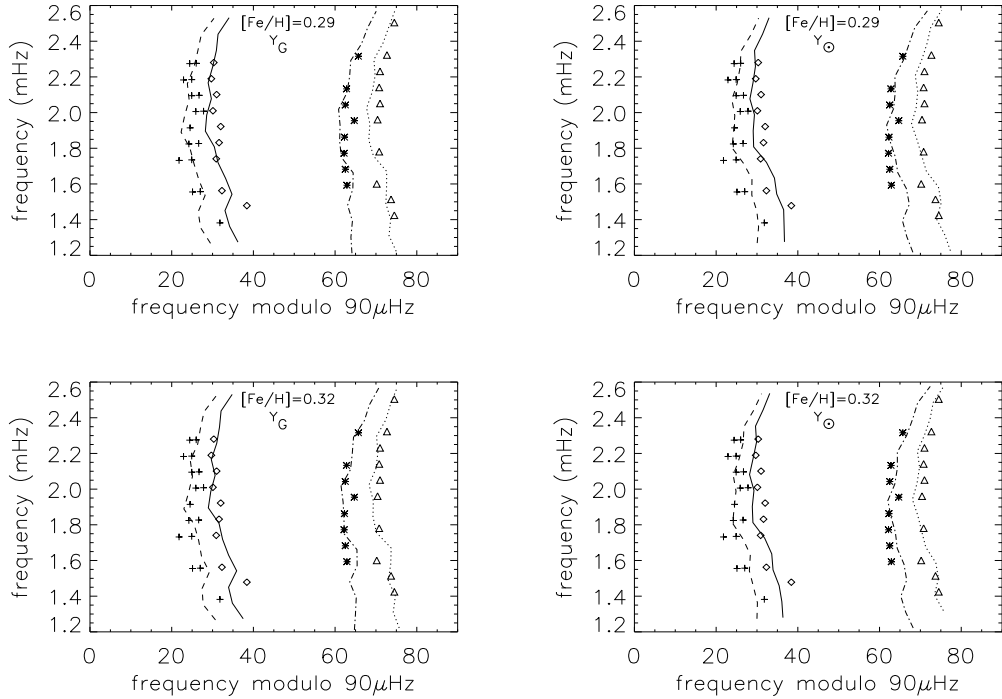
We computed evolutionary tracks with an overshooting parameter  $\alpha_{ov} = 0.20$ , for the two values of metallicity: [Fe/H]=0.29 and 0.32, for the two values of helium abundance:  $Y_G$  and  $Y_{\odot}$ , and for masses ranging from 1.06 to 1.20  $M_{\odot}$  (Figs. 7 and 8). As for the cases without overshooting, we picked up the models with a large separation of 90  $\mu$ Hz and draw curves of iso large separations.

**Table 4.** Characteristics of some overmetallic models with  $[\text{Fe}/\text{H}]=0.32$  and  $Y_{\odot}$ 

Mass	Age (Gyr)	$\log g$	$\log T_{\text{eff}}$	$\log L/L_{\odot}$	$R$ ( $\times 10^{10}$ cm)	$M/R^3$	$\chi^2$
1.08	9.561	4.2088	3.7459	0.1981	9.41	2.58	1.663
1.10	8.678	4.2120	3.7491	0.2152	9.46	2.58	1.632
1.14	7.002	4.2183	3.7576	0.2589	9.56	2.59	1.670
1.18	6.073	4.2230	3.7562	0.2636	9.68	2.58	2.060
1.20	5.512	4.2281	3.7576	0.2714	9.70	2.60	3.572

**Table 5.** Characteristics of some overmetallic models with  $[\text{Fe}/\text{H}]=0.29$  and  $Y_{\odot}$ 

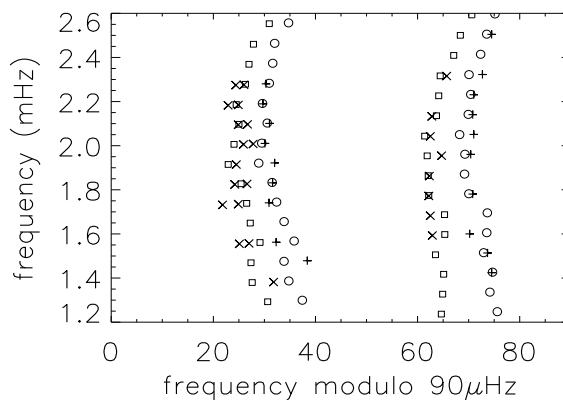
Mass	Age (Gyr)	$\log g$	$\log T_{\text{eff}}$	$\log L/L_{\odot}$	$R$ ( $\times 10^{10}$ cm)	$M/R^3$	$\chi^2$
1.10	8.559	4.2114	3.7530	0.2319	9.47	2.58	1.627
1.12	7.766	4.2151	3.7566	0.2504	9.51	2.59	1.670
1.14	6.734	4.2179	3.7607	0.2717	9.57	2.58	1.711
1.16	6.227	4.2197	3.7650	0.2946	9.63	2.58	1.762
1.18	5.802	4.2250	3.7590	0.2727	9.65	2.60	1.849

**Fig. 4.** Echelle diagrams for the best models with a metallicity of  $[\text{Fe}/\text{H}]=0.29$  (upper panels) and  $[\text{Fe}/\text{H}]=0.32$  (lower panels), and an helium abundance  $Y_G$  (left panels) and  $Y_{\odot}$  (right panels). The lines represent the theoretical frequencies, and the symbols their observational counterpart. Solid lines and diamonds are for  $\ell=0$ , dotted lines and triangles are for  $\ell=1$ , dashed lines and crosses are for  $\ell=2$ , and dotted-dashed lines and asterisks are for  $\ell=3$ .

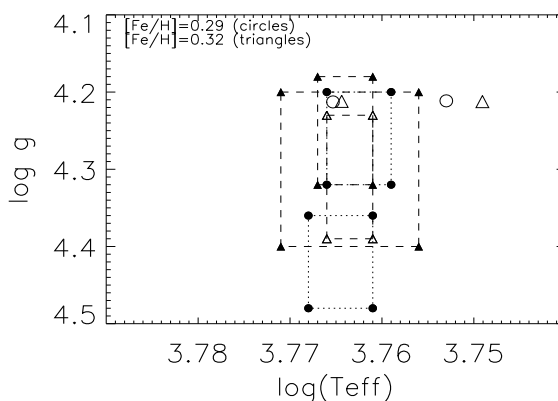
In all these models, a convective core develops, even for masses smaller than  $1.10 M_{\odot}$ . Models with masses ranging from  $1.06$  to  $1.14 M_{\odot}$  lie at the end of the main sequence. They have a high central helium abundance  $Y_C$ , between  $0.8$  and  $0.9$ . Most of these models present a crossing point between the  $\ell = 0$  and  $\ell = 2$  curves, in the observed frequency range.

However, as can be seen on the example shown in Fig. 9 (left panel), the computed lines do not reproduce the observed ones.

Models with masses higher than  $1.14 M_{\odot}$  correspond to younger stars, still on the main sequence. Their convective core is well developed but their helium-content  $Y_C$  is not high enough to induce a discontinuity in the sound speed profile and



**Fig. 5.** Echelle diagram for the best model with a metallicity of  $[\text{Fe}/\text{H}]=0.32$  and a helium abundance  $Y_G$ . Crosses and plus signs are for the observed frequencies, open circles and squares are for their theoretical counterpart.



**Fig. 6.** Representation of the five spectroscopic error boxes presented in Table 1 for the two values of metallicity:  $[\text{Fe}/\text{H}]=0.29$  (filled circles): Laws et al. 2003, Fischer & Valenti 2005; and  $[\text{Fe}/\text{H}]=0.32$  (filled triangles): Bensby et al. 2003, Santos et al. 2004a and 2004b. The open symbols represent the four best models described in Table 2. They correspond to the two values of metallicities given above, and to two different values of helium abundances:  $Y_G$  ( $Y=0.301$ ) and  $Y_\odot$  ( $Y=0.271$ ). For models with the same  $[\text{Fe}/\text{H}]$ , the one with a high  $Y$  is on the left, and the one with the low  $Y$  is on the right.

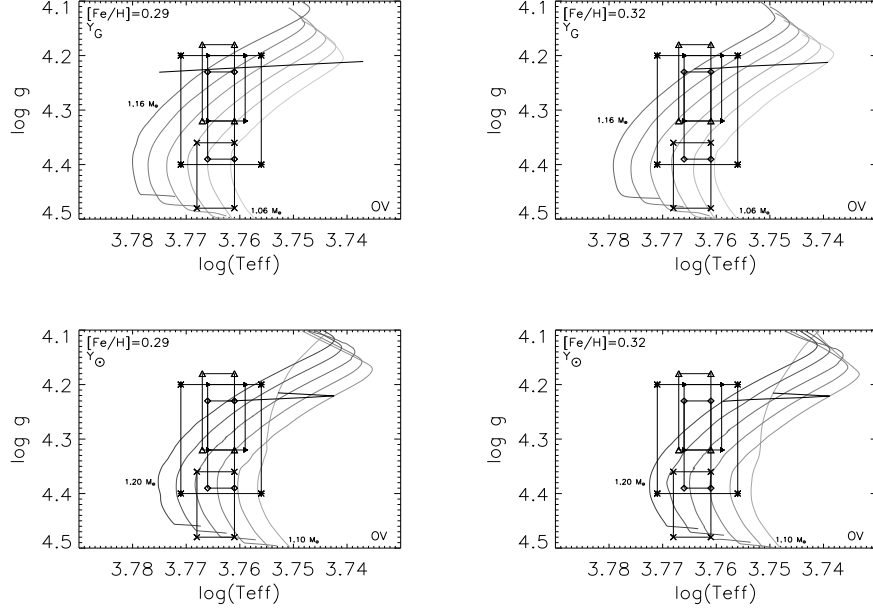
so to obtain negative small separations in the considered range of frequencies. There is no crossing point in their echelle diagram. These models do not fit the observational echelle diagram either, as can be seen in the example on Fig. 9 (right panel).

These results show that the observed frequencies in  $\mu$  Arae cannot be interpreted in terms of a crossing point between the  $\ell = 0$  and  $\ell = 2$  curves. This is consistent with the interpretation of the doublets observed in the  $\ell = 2$  curve in terms of rotational splitting (Bouchy et al. 2005). In this framework, the upper part of this curve could not be misinterpreted as  $\ell = 0$  frequencies.

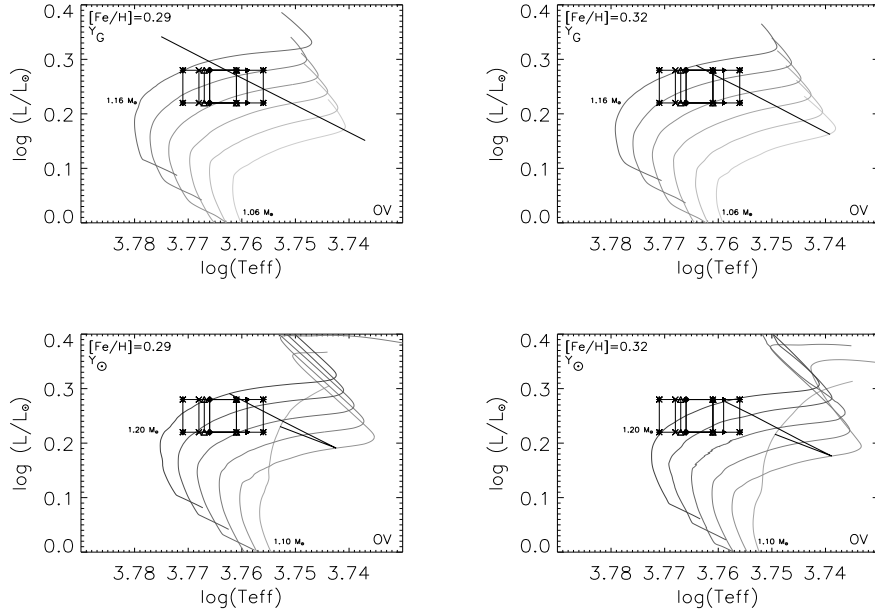
As overshooting with  $\alpha_{ov} = 0.20$  is excluded, we decided to test smaller overshooting parameters to obtain a strong constraint on the possibility of overshooting in this star.

#### 4.2.2. Constraints on the overshoot parameter

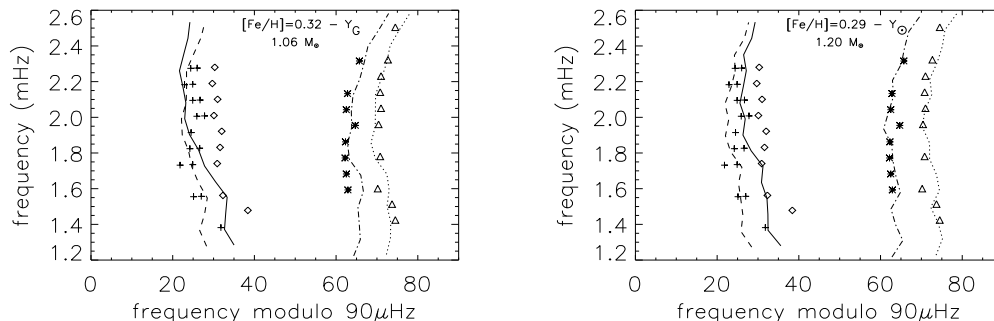
We computed new evolutionary tracks for models with  $1.10 M_\odot$ ,  $[\text{Fe}/\text{H}]=0.32$ , and  $Y_G$ , increasing gradually the overshoot parameter:  $\alpha_{ov} = 0.001, 0.002, 0.005, 0.01, 0.04, 0.10$  and  $0.20$ . The results obtained in the  $\log g - \log T_{eff}$  plane are displayed in Fig 10. Here again, we picked up the models with a mean large separation of  $90 \mu\text{Hz}$  (iso- $\Delta\nu$  line on the tracks). We plotted their echelle diagrams and performed  $\chi^2$  tests. The



**Fig. 7.** Evolutionary tracks in the  $\log g - \log T_{eff}$  plane, for the two values of metallicities found in the literature:  $[Fe/H]=0.29$  (left panels) and  $[Fe/H]=0.32$  (right panels), with overshooting at the edge of the core ( $\alpha_{ov}=0.20$ ). The represented error boxes and masses are the same as in Fig. 1.



**Fig. 8.** Evolutionary tracks in the  $\log(L/L_{\odot}) - \log T_{eff}$  plane, for the two values of metallicities found in the literature:  $[Fe/H]=0.29$  (left panels) and  $[Fe/H]=0.32$  (right panels), with overshooting at the edge of the core ( $\alpha_{ov}=0.20$ ). The represented error boxes and masses are the same as in Fig. 1.



**Fig. 9.** Echelle diagrams for two models with overshooting ( $\alpha_{ov}=0.20$ ):  $1.06 M_{\odot}$ , 8.544 Gyr,  $[\text{Fe}/\text{H}]=0.32$  (left panel), and  $1.20 M_{\odot}$ , 5.402 Gyr,  $[\text{Fe}/\text{H}]=0.29$  (right panel). The symbols are the same as in Fig. 4.

internal characteristics of four of these models are presented in Table 6 and their echelle diagram are displayed in Fig. 11. Models with  $\alpha_{ov} = 0.001$  and  $0.002$  are undistinguishable from models without overshooting.

The more we add overshooting at the edge of the stellar core, the more the evolutionary time scales increase, as can be seen in Fig. 10. The development of the convective core is increased during a longer main sequence phase. The models that have a mean large separation of  $90 \mu\text{Hz}$  are not in the same evolutionary stage depending on the value of  $\alpha_{ov}$ , and they do not have the same internal structure. Models with  $\alpha_{ov} < 0.002$  are at the beginning of the subgiant branch, as well as models without overshooting. When  $\alpha_{ov}$  increases, with a value between  $0.002$  and  $0.10$ , the models are in the phase of contraction of the convective core. And finally, for  $\alpha_{ov} > 0.10$ , the models are at the end of the main sequence. This difference of evolutionary stages explains that the central helium abundance is lower for models with a higher overshooting parameter.

We studied the evolution of the oscillation frequencies when  $\alpha_{ov}$  increases. For small values of overshooting ( $\alpha_{ov} = 0.001$  and  $\alpha_{ov} = 0.002$ ), there is no visible influence on the oscillations frequencies. For  $\alpha_{ov} = 0.005$ , the reduced  $\chi^2$  is a little higher ( $\chi^2 = 1.66$ ) than for the model without overshooting. We can see on the echelle diagram (Fig. 11, upper left panel) that the lines  $\ell = 0 - \ell = 2$  are closer for high frequencies. For  $\alpha_{ov} = 0.01$ , these lines cross at  $\nu = 2.6$  mHz, as can be seen in the echelle diagram (Fig. 11, upper right panel). The  $\chi^2$  has increased: 1.73. For larger values of  $\alpha_{ov}$  ( $\alpha_{ov} > 0.01$ ), the crossing point appears for lower frequencies decreasing for increasing  $\alpha_{ov}$  (Fig. 11, lower panels). Their  $\chi^2$  value is high (2.45 and 3.04, respectively). These models do not fit the observations. We conclude from these computations that the overshooting parameter is small in  $\mu$  Arae, less than  $0.01$ .

Let us remind however that in these computations, overshooting is simply treated as an extension of the convective core. We have demonstrated that the seismic analysis of stars is able to give precise constraints on their central mixed zone. This does not exclude other kinds of mild macroscopic motions, plumes for instance, provided they do not lead to complete mixing.

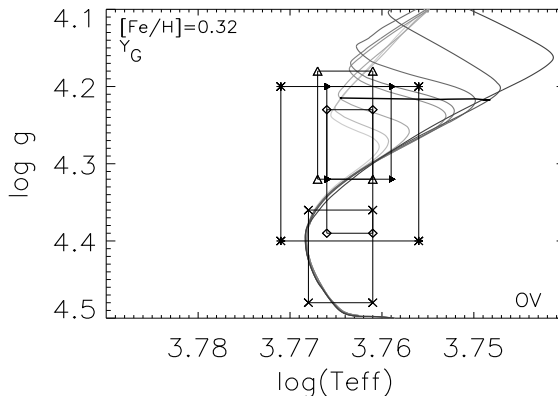
## 5. Summary and Discussion

This new analysis of the star  $\mu$  Arae confirms that seismology is very powerful and can provide precise values of the stellar parameters, with the help of spectroscopy to raise the final degeneracy between the best computed models.

The procedure we use may be summarized as follows.

- We need at least the identification of  $\ell = 0, 1$  and  $2$  observational modes, and hopefully also  $\ell = 3$  as in the present paper.
- Detailed comparisons of observed and computed modes are necessary. Global values of the so-called large and small separations are not precise enough to derive these parameters. The comparisons of detailed frequencies are needed to take into account the fluctuations and modulations induced by the internal structure of the star, in particular by the central mixed zone.
- In this framework, we first compare models and observations in the  $\log g - \log T_{eff}$  plane. We may check that, whatever the chemical composition, models with the same large separation have the same value of the  $M/R^3$  ratio, as predicted by the asymptotic theory.
- We then go further, by computing for various chemical compositions ( $Y, [\text{Fe}/\text{H}]$ ) the model which fits the best the observed echelle diagram, using a  $\chi^2$  minimization process.
- One of the most important results at this stage, which was already pointed out for the case of the star  $\iota$  Hor by Vauclair et al (2008), is that these best models, obtained for various chemical compositions, all have the same mass, radius, and thus gravity. With this method, mass and radius are obtained with one percent uncertainty. On the other hand, the age of the star still depends on the chemical composition, basically the helium value.
- Then we compare the position of these best models with the spectroscopic error boxes in the  $\log g - \log T_{eff}$  diagram. This leads to the best choice of the chemical composition. In particular, we now constrain the  $Y$  value, which represents an important improvement compared to previous studies.





**Fig. 10.** Evolutionary tracks for models of  $1.10 M_{\odot}$ , with  $Y_G$ ,  $[Fe/H]=0.32$ , and a variable overshooting parameter  $\alpha_{ov}$ . The tracks are for:  $\alpha_{ov}=0, 0.001, 0.002, 0.005, 0.01, 0.04, 0.10$ , and  $0.20$ . The horizontal thick line represent the  $iso-\Delta\nu 90\mu\text{Hz}$  line.

**Table 6.** Characteristics of the overmetallic models of  $1.10 M_{\odot}$ ,  $[Fe/H]=0.32$ , for several values of the overshooting parameter.

$\alpha_{ov}$	Age (Gyr)	$\log T_{eff}$	$\log (L/L_{\odot})$	$\log g$	$Y_C$	$r_{cc}/R_{\star}$
0.005	6.599	3.7565	0.2484	4.2162	0.9482	0.050
0.010	6.674	3.7537	0.2323	4.2167	0.9419	0.055
0.040	6.838	3.7499	0.2177	4.2160	0.9243	0.061
0.100	6.912	3.7482	0.2096	4.2173	0.8826	0.066

- Finally we check that the luminosity of the best of all models is compatible with that derived from the apparent magnitude and the Hipparcos parallax.

The parameters found for  $\mu$  Arae are given in Table 7. The uncertainties have been tentatively evaluated by allowing a possible  $\chi^2$  increase of 0.1 for each set of models and an uncertainty of 0.1 on the mixing length parameter. They take into account the fact that all computations done with various sets of chemical parameters converge on the same model values. The new model is different from that given in Bazot et al. (2005). Besides the constraint on the Y value, the basic reason is that in this previous paper the comparisons were only based on the stellar luminosity, which was wrong due to the Hipparcos parallax which has later been modified. Also the method used at that time was not as precise as the one we now use. Note that the scaling of parameters for stars in which the seismic modes cannot be precisely identified may lead to wrong results. This is the case, for example, for the mass proposed by Kallinger et al. (2008) for the star  $\mu$  Arae, which is much too large ( $1.23 M_{\odot}$ ).

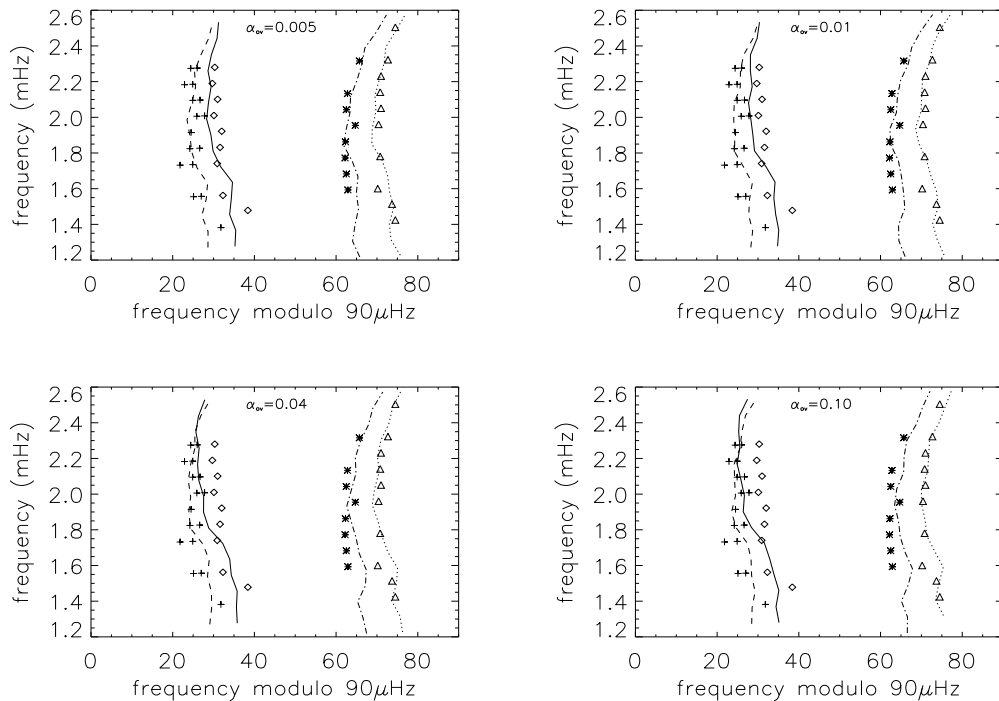
We also performed an analysis of the size of the mixed core, by testing the implications of overshooting on the mode frequencies. We found a strong constraint on the possibility of core overshooting, treated as an extension of convection: the size of this extension must be less than 0.5 % of the pressure scale height (overshooting parameter). This does not exclude other kinds of mild boundary effects at the edge of the core, provided that they do not lead to strong mixing.

At the present time, we were able to perform this deep seismic analysis on two solar type stars hosting planets, both with a large metallicity (about twice solar):  $\iota$  Hor (Vauclair et al 2008) and  $\mu$  Arae (this paper). In both cases, precise stellar parameters could be obtained. We found however an important difference between these two overmetallic stars.

In  $\iota$  Hor, the helium abundance is low, even lower than the solar value, in accordance with the helium value determined for the Hyades stellar cluster. As other observational parameters also coincide, we concluded that  $\iota$  Hor is an ejected member of the Hyades. The reason why the helium abundance is so low in these stars while the metallicity is high is still a mystery, although it certainly depends on the mass of the stars which polluted the original nebula.

In  $\mu$  Arae, on the other hand, the helium abundance is large, as expected from the usual laws for the chemical evolution of galaxies (Isotov & Thuan 2004). This star was formed in a nebula which suffered normal pollution from stars, with proportional yields of helium and metals.

The fact that, besides all other results and constraints, seismology can lead to precise values of the helium abundances in solar type stars, where helium cannot be directly derived from spectroscopy, represents a success which may be of importance for the study of the chemical evolution of our Galaxy.



**Fig. 11.** Echelle diagram for two overmetallic models ( $[\text{Fe}/\text{H}]=0.32$ ) of  $1.10 M_{\odot}$ , with  $Y_G$  and:  $\alpha_{ov}=0.005$  (upper-left panel),  $\alpha_{ov}=0.01$  (upper-right panel),  $\alpha_{ov}=0.04$  (lower-left panel) and  $\alpha_{ov}=0.10$  (lower-right panel). The symbols are the same as in Fig. 4.

**Table 7.** Parameters of  $\mu$  Arae

$M/M_{\odot}$	$1.10 \pm 0.02$	$T_{eff}$ (K)	$5820 \pm 50$
$R/R_{\odot}$	$1.36 \pm 0.06$	$[\text{Fe}/\text{H}]$	$0.32 \pm 0.02$
$\log g$	$4.215 \pm 0.005$	$Y$	$0.30 \pm 0.01$
$L/L_{\odot}$	$1.90 \pm 0.10$	Age (Gyr)	$6.34 \pm 0.80$

## References

- Angulo C., Arnould M., Rayet M., et al. 1999, Nuclear Physics A 656, 3, <http://pntpm.ulb.ac.be/Nacre/nacre.htm>
- Bazot, M., Vauclair, S., Bouchy, F. & Santos, N. C. 2005, A&A, 440, 615
- Bensby, T., Feltzing, S., & Lundström, I. 2003, A&A, 410, 527
- Bouchy, F., Bazot, M., Santos, N. C., Vauclair, S., & Sosnowska, D. 2005, A&A, 440, 609
- Brassard, P. & Charpinet, S. 2008, Ap&SS, 316, 107
- Butler, R. P., Tinney, C. G., Marcy, G. W. et al. 2001, ApJ, 555, 410
- Castro, M., Vauclair, S., Richard, O., Santos, N. C. 2009, A&A, 494, 663
- Fischer, D. A. & Valenti, J. A. 2005, ApJ, 622, 1102
- Flower, P. J. 1996, ApJ, 469, 355
- Hui-Bon-Hoa, A. 2008, Ap&SS, 316, 55
- Iglesias, C. A. & Rogers, F. J., 1996, ApJ, 464, 943
- Isotov, Y. I., & Thuan, T. X. 2004, ApJ, 602, 200
- Jones, H. R. A., Butler, R. P., Marcy, G. W. et al. 2002, MNRAS, 337, 1170
- Kallinger, T., Weiss, W. W., Barban C., et al. 2008, arXiv:0811.4674
- Kjeldsen, H., Bedding, T. R., & Christensen-Dalsgaard, J. 2008, ApJ, 683, L175
- Laws, C., Gonzalez, G., Walker, K. M. et al. 2003, AJ, 125, 2664
- Lejeune, T., Cuisinier, F., & Buser, R. 1998, A&AS, 130, 65
- McCarthy, C., Butler, R. P., Tinney, C. G. et al. 2004, ApJ, 617, 575
- Michaud, G., Richard, O., Richer, J., Vandenberg, D. 2004, ApJ, 606, 452
- Paquette, C., Pelletier, C., Fontaine, G., & Michaud, G. 1986, ApJS, 61, 177
- Pepe, F., Correia, A. C. M., Mayor, M. et al. 2007, A&A, 462, 769
- Perryman, M. A. C., Lindegren, L., Kovalevsky, J. et al., 1997, A&A, 323, L49
- Richard, O., Théado, S., Vauclair, S. 2004, Sol. Phys., 220, 243
- Richard, O., Vauclair, S., Charbonnel, C., & Dziembowski, W. A. 1996, A&A, 312, 1000
- Rogers, F. J. & Nayfonov, A., 2002, ApJ, 576, 1064
- Santos, N. C., Israelian, G., Mayor, M. 2004a, A&A, 415, 1153
- Santos, N. C., Bouchy, F., Mayor, M. et al. 2004b, A&A, 426, 19
- Simbad Astronomical Database, <http://simbad.u-strasbg.fr>
- Soriano, M., Vauclair, S., Vauclair, G., Laymand, M. 2007, A&A, 471, 885

Soriano, M. & Vauclair, S. 2008, A&A, 488, 975

Tassoul, M., 1980, ApJS, 43, 469

van Leeuwen, F., ed. 2007, Astrophysics and Space Science Library,

Vol. 350, Hipparcos, the New Reduction of the Raw Data

Vauclair, S., Laymand, M., Bouchy, F. et al. 2008, A&A, 482, L5

# Conclusion

Durant ces trois années de thèse, je me suis intéressée aux étoiles de type solaire, à la fois sur le plan théorique et observationnel. J'ai plus spécialement étudié les étoiles centrales de systèmes planétaires.

Dans un premier temps, je me suis intéressée à HD 52265, seule cible principale de la mission CoRoT à posséder une planète. J'ai effectué une modélisation de cette étoile, en préparation aux observations. Nous avons pris comme contraintes les paramètres externes dérivés grâce à la spectroscopie. Les valeurs trouvées varient sensiblement d'un groupe d'observateurs à l'autre. Nous avons montré que les différents modèles ajustant les observables de l'étoile présentaient des différences de structure interne qui entraînent des différences quantitatives pour les tests sismiques (valeur de la grande séparation, des petites séparations, forme du diagramme échelle).

Ce travail préliminaire sur HD 52265 nous a également permis de mettre en évidence l'influence du cœur de l'étoile sur les fréquences d'oscillation. Nous avons montré que pour des modèles évolués, correspondant soit à une étoile en fin de séquence principale, soit à une sous-géante, les petites séparations deviennent négatives dans le domaine de fréquences observables. Ce résultat est lié à la présence d'un cœur convectif riche en hélium ou d'un cœur d'hélium.

J'ai étudié ce phénomène dans le cas général des étoiles de type solaire. Nous avons pu montrer que toutes ces étoiles passent par un stade, au cours de leur évolution, où leurs petites séparations deviennent négatives. Ce stade survient à la fin de la séquence principale ou au début de la branche des sous-géantes. En effet ces étoiles évoluées présentent un fort gradient d'hélium en leur centre, ce qui entraîne une importante discontinuité dans leur profil de vitesse du son à la limite du cœur. Ce changement dans la structure interne influence les fréquences d'oscillation et conduit à cette signature sismique caractéristique. Il est possible d'utiliser cet effet théorique pour donner des contraintes sur la taille des cœurs convectifs ou d'hélium ainsi que sur l'extension possible du cœur due à de l'overshooting.

Je me suis ensuite intéressée à l'étoile 51 Peg, première étoile autour de laquelle une planète a été découverte. J'ai observé cette étoile avec le spectrographe SOPHIE à l'Observatoire de Haute-Provence, en Août 2007. Ses oscillations ont été détectées. Nous avons effectué une première analyse des données, dans le but d'extraire les fréquences et d'identifier les modes. Nous avons pu déterminer la valeur de la grande séparation ( $95 \mu\text{Hz}$ ) et identifier 21 modes d'oscillation.

Enfin, j'ai réalisé une analyse sismique complète de  $\mu$  Arae, en tenant compte des effets d'overshooting. Cette étoile est au centre d'un système de quatre planètes. Des observations effectuées avec le spectrographe HARPS ont permis d'identifier 43 fréquences d'oscillation.

Nous avons calculé plusieurs séries de modèles pour cette étoile, en testant différentes masses et compositions chimiques. Nous avons ensuite retenu les modèles ajustant au mieux les contraintes sismiques et spectroscopiques. Nous avons trouvé que seuls les modèles calculés avec une abondance d'hélium suivant la loi d'évolution chimique des galaxies ( $Y=0.30$ ) satisfont au mieux toutes les contraintes. Nous avons déduit les paramètres de l'étoile, tels la masse, l'âge, ou le rayon avec une grande précision.

L'astérosismologie couplée à la spectroscopie nous a donc permis de déterminer un paramètre important, l'abondance d'hélium, qui n'est pas directement mesurable par spectroscopie. Il s'agit d'une réelle avancée. L'étude de  $\iota$  Hor (Vauclair et al., 2008) a montré que cette étoile avait une abondance d'hélium faible, la même que celle de l'amas des Hyades. Au contraire, pour  $\mu$  Arae, nous avons montré que l'abondance d'hélium est élevée. Cette étoile a donc été formée à partir d'un nuage protostellaire qui a subi une pollution normale, comme le prévoit la loi d'évolution chimique des galaxies.

Nous avons également testé des modèles avec overshooting à la limite du cœur. L'effet théorique de l'apparition des petites séparations négatives a pu être utilisé pour apporter des contraintes sur le paramètre d'overshooting. L'extension du cœur convectif est possible, mais sa taille est inférieure à 1 % de l'échelle de hauteur de pression.

Les données de CoRoT concernant HD 52265 sont maintenant disponibles : un premier traitement a été effectué localement à Toulouse, et une analyse plus poussée sera effectuée avec la coopération dat de CoRoT. La grande séparation a été évaluée à  $98 \mu\text{Hz}$  et la petite séparation à  $8 \mu\text{Hz}$ . Ces résultats préliminaires éliminent d'ores et déjà les modèles évolués correspondant aux paramètres externes dérivés par Takeda et al. (2005).

Il sera très intéressant, une fois les fréquences et les modes d'oscillations extraits des données, de poursuivre et de compléter ce travail, en affinant nos modèles, mais aussi en explorant d'autres paramètres pour la composition chimique, afin de contraindre plus précisément la structure interne de l'étoile.

Cette même analyse pourra être réalisée pour 51 Peg, en calculant des modèles stellaires pour une large gamme de paramètres stellaires, et en analysant les effets d'overshooting à la limite du cœur.

Ces résultats s'inscrivent dans des disciplines de la physique stellaire en plein essor : l'astérosismologie et l'étude des étoiles centrales de systèmes planétaires. Nous avons montré que l'astérosismologie est un outil puissant pour déterminer les caractéristiques de ce type d'étoiles. En particulier, le fait que l'on puisse dériver la valeur de l'abondance d'hélium par la sismologie couplée à la spectroscopie, représente un succès important pour l'étude de l'évolution chimique des galaxies. L'astérosismologie permet également de donner de fortes contraintes sur la structure interne, et notamment sur les cœurs convectifs ou d'hélium.

Dans les mois et les années à venir, les données apportées par CoRoT ou Kepler, ainsi que par les instruments au sol, permettront de sonder d'autres étoiles de ce type et de contraindre leur structure interne. En particulier, on peut espérer obtenir de meilleures contraintes sur les cœurs convectifs, dont la taille et la composition influencent l'évolution de l'étoile. La comparaison de tous ces résultats permettra de mieux déterminer les processus physiques liés à la présence d'exoplanètes.



# Annexes





# Annexe A

## Publication 5

The exoplanet-host star  $\mu$  Arae : a new seismic analysis.

M. Soriano & S. Vauclair

2008, Proceedings of the Second HELAS International Conference, Journal of Physics : Conference Series, vol. 118, 012072.



## The exoplanet-host star $\mu$ Arae: A new seismic analysis

M Soriano and S Vauclair

Laboratoire d'Astrophysique Toulouse-Tarbes - OMP, 14 avenue Edouard Belin, 31400  
Toulouse, France

E-mail: sylvie.vauclair@ast.obs-mip.fr

**Abstract.** We present here the detailed modelling of the exoplanet-host star  $\mu$  Arae, which is known to harbour a four-planets system. This star presents a metallicity excess compared to stars without detected planets. Asteroseismology can help determining precisely its internal structure.  $\mu$  Arae was observed with the HARPS spectrograph at La Silla Observatory in June 2004, and 43 p-modes were identified. Using the external parameters provided by spectroscopy and the seismic constraints, we computed new stellar models, in a wider range and more precisely than [1], with various assumptions (overmetallic or accretion scenario, overshooting or not, Y enriched with metals or Y fixed to its solar value). We tried to find which ones give the best fit to the observations.

### 1. Introduction

HD 160691 ( $\mu$  Arae) is a G3 IV-V type star with a visual magnitude  $V = 5.15$  and a parallax  $\pi = 65.46 \pm 0.80$  mas. It is the central star of a system of 4 planets [9].

Like most exoplanet-host stars,  $\mu$  Arae presents a metallicity excess compared to stars without planets. This overmetallicity may be of primordial origin or it could be due to accretion. This star has been observed in June 2004 with the HARPS spectrograph at La Silla Observatory. 43 p-modes oscillations were identified with degrees  $\ell = 0$  to  $\ell = 3$ .

We computed evolutionary tracks with the TGEC code [10] [5], and the adiabatic oscillation frequencies with the PULSE code [4].

### 2. Stellar parameters

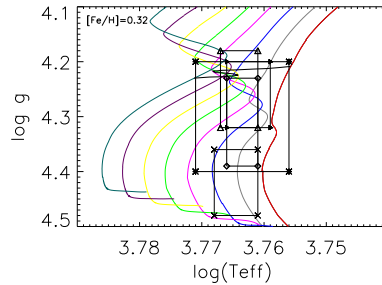
#### 2.1. Observational constraints

Five groups of observers have derived from spectroscopy the external parameters of  $\mu$  Arae:  $T_{eff}$ ,  $\log g$  and  $[\text{Fe}/\text{H}]$ . The average value for effective temperature is  $T_{eff} = 5800 \pm 100\text{K}$ . With the tables of [7], we obtained  $BC = -0.085 \pm 0.01$  for the bolometric correction, and so the luminosity is  $\log(L/L_{\odot}) = 0.24 \pm 0.03$ .

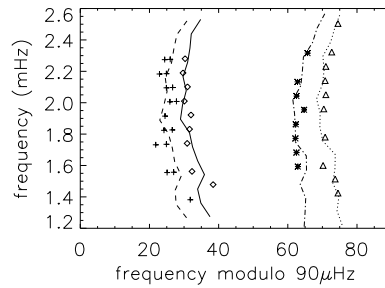
Contrary to [1], we do not use the luminosity as a constraint, we prefer to fit our models to the “triplets” ( $[\text{Fe}/\text{H}]$ ,  $\log g$ ,  $\log T_{eff}$ ) determined consistently by spectroscopists.

#### 2.2. Seismic constraints

Solar-like oscillations have been detected by [3] with the HARPS spectrograph. 43 p-modes were identified between 1,3 and 2,5 mHz with a mean large separation of 90  $\mu\text{Hz}$  and a mean small



**Figure 1.** Evolutionary tracks for overmetallic models of 1.06 (red), 1.08 (grey), 1.10 (blue), 1.12 (pink), 1.14 (green), 1.16 (yellow), 1.18 (magenta), and 1.20 (cyan)  $M_{\odot}$ . The five error boxes shown are from: [2] (asterisks), [11] (diamonds), [12] (triangles), [8] (crosses), [6] (black triangles).

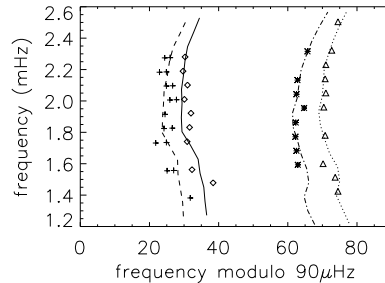


**Figure 2.** Echelle diagram for an overmetallic model ( $[Fe/H]=0.32$ ) of  $1.10 M_{\odot}$ , 6.318 Gyr, without overshooting. The lines represent the theoretical frequencies and the symbols their observational counterpart: solid line and diamonds are for  $\ell = 0$ , dotted line and triangles for  $\ell = 1$ , dashed line and crosses for  $\ell = 2$ , dotted-dashed line and asterisks for  $\ell = 3$ .

separation of  $5,7 \mu\text{Hz}$ .

### 3. Modelling

We computed evolutionary tracks for overmetallic and accretion models, for the two values of  $[Fe/H]$  given by the groups of observers:  $[Fe/H]=0,29$  and  $0,32$  (FIG.1), with and without overshooting, with a solar helium abundance and with  $Y$  increasing with metals. We then computed the adiabatic oscillations frequencies for a large number of models along the evolutionary tracks. The only acceptable models are those that have a mean large separation of exactly  $90 \mu\text{Hz}$  and that can fit the observed small separations and echelle diagram. So we computes on each  $\log g$ - $\log T_{eff}$  diagram, an iso- $\Delta\nu$   $90\mu\text{Hz}$  line. The models that can give the best fit to the observations are at the crossing of the evolutionary track and the iso- $\Delta\nu$  line.



**Figure 3.** Echelle diagram for an accretion model ( $[\text{Fe}/\text{H}]=0.29$ ) of  $1.05 M_{\odot}$ , 7.182 Gyr, without overshooting. The symbols are the same as in FIG.2.

#### 4. Results

We found that, even if all the models are in agreement with the observable ( $\log g$  and  $[\text{Fe}/\text{H}]$ ) and seismic ( $\Delta\nu = 90\mu\text{Hz}$ ) constraints, some models do not fit the observed small separations and echelle diagram.

We also noticed that none of the models cross the [8] and [11] error boxes, which correspond to high values of  $\log g$ .

We present here the two models that give the best fit to the observations:

- An overmetallic model of  $1.10 M_{\odot}$ , 6,318 Gyr, with a metallicity  $[\text{Fe}/\text{H}]=0.32$  (cf. FIG. 2). The mean small separation is  $6.621 \mu\text{Hz}$ .
- An accretion model of  $1.05 M_{\odot}$ , 7,182 Gyr, with a metallicity  $[\text{Fe}/\text{H}]=0.29$  (cf. FIG. 3) and a mean small separation of  $6.619 \mu\text{Hz}$ .

In these models, we assumed that the helium abundance increases with metals, according to the law found for galaxies.

These two models correspond to stars on the subgiant branch, with a helium-rich core.

Their luminosities are larger than that derived from the Hipparcos parallax.

##### 4.1. The effect of overshooting

In the TGECC code, overshooting is computed by increasing the convective core by a zone with a width of  $\alpha_{ov}H_P$ , where  $H_P$  is the pressure height scale, and  $\alpha_{ov}$  the overshooting parameter (ranging from 0,19 to 0,22).

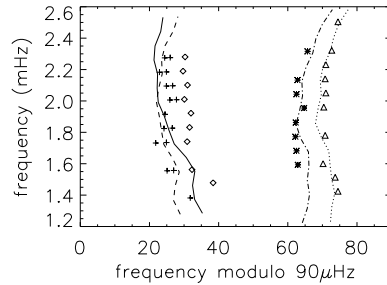
We have tested the effect of adding overshooting in overmetallic and accretion models. For most models (at the end of the main sequence), with a helium-rich convective core, we found negative small separations, so that the lines  $\ell = 0$  and  $\ell = 2$  cross on the echelle diagram (cf. FIG. 4).

These models do not agree with the observations as well as those without overshooting. More work is being done on the subject.

#### 5. Conclusion

$\mu$  Arae is a G3 IV-V type star with a system of four planets. Solar-like oscillations were detected and a first seismic analysis of this star was achieved by [1].

Here we performed a new analysis of  $\mu$  Arae, in a more precise and complete way. We computed new stellar models, taking into account the external parameters ( $\log g$ ,  $\log T_{eff}$ , and



**Figure 4.** Echelle diagram for an overmetallic model ( $[\text{Fe}/\text{H}]=0.29$ ) with overshooting ( $\alpha_{ov} = 0.20$ ),  $1.05 M_{\odot}$ , and 8.948 Gyr. The symbols are the same as in FIG.2.

$[\text{Fe}/\text{H}]$ ) given by several groups of spectroscopists and the seismic constraints derived from the HARPS observations. We have tested various computation assumptions and we found other models which give the best fit to the observations.

## 6. References

- [1] Bazot, M, Vauclair, S, Bouchy, F and Santos, N C 2005 *A&A* **440** 615
- [2] Bensby, T, Feltzing, S and Lundström, I 2003 *A&A* **410** 527
- [3] Bouchy, F, Bazot, M, Santos, N C, Vauclair, S and Sosnowska, D 2005 *A&A* **440** 609
- [4] Brassard, P, Fontaine, G, Wesemael, F and Tassoul, M 1992 *ApJS* **81** 747
- [5] Castro, M 2005 in CoRoT/ESTAR Meeting 4, Aarhus, Denmark
- [6] Fischer, D A and Valenti, J A 2005 *ApJ* **622** 1102
- [7] Flower, P J 1996 *ApJ* **469** 355
- [8] Laws, C, Gonzalez, G, Walker, K M et al. 2003 *AJ* **125** 2664
- [9] Pepe, F, Correia, A C M, Mayor, M et al. 2007 *A&A* **462** 769
- [10] Richard, O, Vauclair, S, Charbonnel, C and Dziembowski, W A 1996 *A&A* **312** 1000
- [11] Santos, N C, Israelian, G and Mayor, M 2004a *A&A* **415** 1153
- [12] Santos, N C, Bouchy, F, Mayor, M et al. 2004b *A&A* **426** 19

# Annexe B

## Publication 6

Seismic predictions for the CoRoT main target  
HD 52265.

M. Soriano, S. Vauclair, G. Vauclair, M. Laymand

2008, Proceedings of the Second HELAS International  
Conference, Journal of Physics : Conference Series, vol. 118,  
012073.





## Seismic predictions for the CoRoT main target HD 52265

M Soriano, S Vauclair, G Vauclair and M Laymand

Laboratoire d'Astrophysique Toulouse-Tarbes - OMP, 14 avenue Edouard Belin, 31400  
Toulouse, France

E-mail: sylvie.vauclair@ast.obs-mip.fr

**Abstract.** HD 52265 is the only exoplanet-host star selected as a main target for the seismology programme of the CoRoT mission, and so it will be observed continuously during five months. This is of great interest in the framework of asteroseismology of exoplanet-host stars, in order to better understand the planetary formation and migration. We performed an extensive analysis of this star, computed models and analysed their frequencies. CoRoT observations should enable us to discriminate between the various models allowed from spectroscopic observations.

### 1. Introduction

HD 52265 is a solar-type G0V main sequence star, with a Jupiter-mass planet orbiting at 0.5 AU with a period of 119 days [2] [8]. This star has also been observed by the Hipparcos satellite from which its parallax was derived:  $\pi = 35.63 \pm 0.84$  mas. The visual magnitude of this star is  $V = 6.301$ . Its overmetallicity has been established by several observers. In this study, we have computed evolutionary tracks using the TGEC code [9] [3]. We computed the p-mode oscillations frequencies for several characteristic models, using the PULSE code [1] and discuss asteroseismic tests which will help us to choose between the possible models for this star.

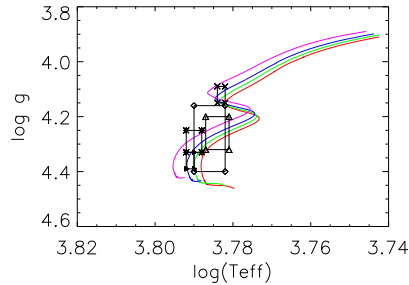
### 2. Modelling of HD 52265

Five groups of observers have derived the metallicity and the external parameters of HD 52265. Using the tables of [5], we obtained a bolometric correction  $BC = -0.03 \pm 0.01$  and so a luminosity  $\log(L/L_{\odot}) = 0.29 \pm 0.05$ . We computed evolutionary tracks for overmetallic (FIG 1) and accretion models using the three different values of metallicity given by the groups of observers:  $[\text{Fe}/\text{H}] = 0.19$  [4] [12], 0.23 [10] [6] and 0.27 [7]. We then analysed 8 specific models (6 overmetallic and 2 with accretion) consistent with the observed parameters.

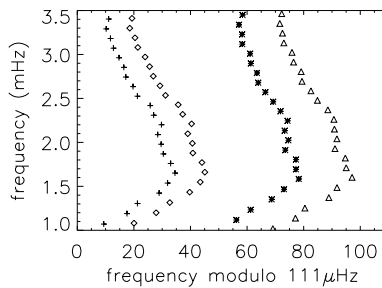
### 3. Seismic analysis

For each model, we computed the adiabatic oscillation frequencies, for angular degrees  $\ell = 0$  to  $\ell = 3$ , and for radial orders ranging typically from 4 to 100. We then computed the characteristic combinations of frequencies:

- the large separation:  $\Delta\nu_{n,l} = \nu_{n,l} - \nu_{n-1,l}$



**Figure 1.** Evolutionary tracks for overmetallic models with  $[Fe/H]=0.19$ . The masses are:  $1.18M_{\odot}$  (red),  $1.19M_{\odot}$  (green),  $1.20M_{\odot}$  (blue), and  $1.22M_{\odot}$  (magenta). The five error boxes shown are from: [6] (black triangles), [4] (white triangles), [7] (asterisks), [12] (crosses), [10] (diamonds).



**Figure 2.** Echelle diagram for an overmetallic model ( $[Fe/H]=0.27$ ) of  $1.22M_{\odot}$  and 1.544 Gyr. Diamonds correspond to  $\ell = 0$ , triangles to  $\ell = 1$ , crosses to  $\ell = 2$  and asterisks to  $\ell = 3$ .

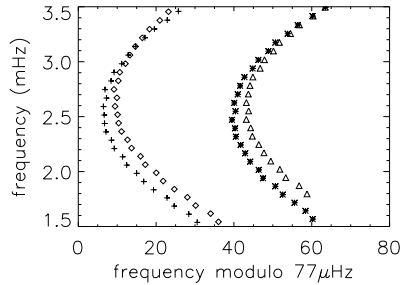
- the small separation:  $\delta\nu_{n,l} = \nu_{n,l} - \nu_{n-1,l+2}$  which are very sensitive to the deep stellar interior.

We finally computed the corresponding echelle diagrams.

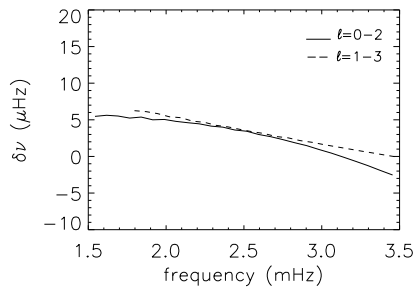
All models are different in their internal structures and they present clearly visible seismic signatures, as can be seen in the examples shown in FIG 2 and 3.

We found two special cases, the two models lying in the Takeda et al. error box: one model is at the end of the main-sequence, the other at the beginning of the subgiant branch. These models present interesting features, as we can see on FIG. 3 and 4 for the example of the subgiant model: the small separations become negative at a given frequency, and so the lines  $\ell = 0$  and  $\ell = 2$  in the echelle diagram cross at that same frequency.

These characteristic features are related to the fact that the models have helium-rich cores, and so the sound velocity profiles present a clear discontinuity (cf. FIG. 5) at the boundary of the cores. The  $\ell = 2$  modes turn back at a specific depth while the  $\ell = 0$  modes travel down to the center of the star, this leads to a change of sign in the small separations.



**Figure 3.** Echelle diagram for an overmetallic model ( $[\text{Fe}/\text{H}]=0.19$ ) of  $1.20M_{\odot}$  and 4.647 Gyr. The symbols are the same as in FIG.2.



**Figure 4.** Small separations for an overmetallic model ( $[\text{Fe}/\text{H}]=0.19$ ) of  $1.20M_{\odot}$  and 4.647 Gyr.

This is an important result which is discussed more precisely in [11], and which will be studied in more details for the general case of solar-type stars in a forthcoming paper.

#### 4. Conclusion

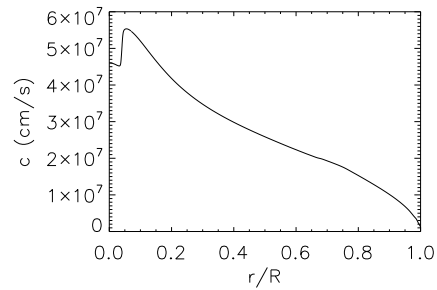
We performed an extensive analysis of the planet-hosting star HD 52265, which is one of the main target of the CoRoT seismology programme.

This star presents a metallicity excess, and from various groups of observers, the determined metallicity values range from  $[\text{Fe}/\text{H}]=0.19$  to 0.27.

We computed 8 models consistent with the external parameters of the star ( $[\text{Fe}/\text{H}]$ ,  $\log g$  and  $\log T_{eff}$ ). They present seismic signatures with differences large enough to be detectable by CoRoT, so we should be able to determine which of the possible models give the best fit to the observations.

#### 5. References

- [1] Brassard, P, Fontaine, G, Wesemael, F and Tassoul M 1992 *ApJS* **81** 747
- [2] Butler, R P, Vogt, S S, Marcy, G W, Fischer, D A and Henry, G W 2000 *ApJS* **545** 504
- [3] Castro, M 2005 in CoRoT/ESTA meeting 4, Aarhus, Denmark



**Figure 5.** Sound speed profile for the overmetallic model ( $[\text{Fe}/\text{H}]=0.19$ ) of  $1.20M_{\odot}$  and 4.647 Gyr.

- [4] Fischer, D A and Valenti, J A 2005 *ApJ* **622** 1102
- [5] Flower, P J 1996 *ApJ* **469** 355
- [6] Gillon, M and Magain, P 2006 *A&A* **448** 341
- [7] Gonzalez, G, Laws, C, Tyagi, S and Reddy, B E 2001 *ApJ* **121** 432
- [8] Naef, D, Mayor, M, Pepe, F et al. 2001 *A&A* **375** 205
- [9] Richard, O, Vauclair, S, Charbonnel, C and Dziembowski, W A 1996 *A&A* **312** 1000
- [10] Santos, N C, Israelian, G and Mayor, M 2004 *A&A* **415** 1153
- [11] Soriano, M, Vauclair, S, Vauclair, G and Laymand, M 2007 *A&A* **471** 885
- [12] Takeda, Y, Ohkubo, M, Sato, B, Kambe, E and Sadakane, K 2005 *PASJ* **57** 27

# Annexe C

## Publication 7

Asteroseismic models for the exoplanet-host star  
HD 19994 : a preliminary approach.

M. E. Escobar, M. Soriano, S. Théado, S. Vauclair

2008, *Communications in Asteroseismology*, vol. 157, 304.



*Comm. in Asteroseismology*  
*Vol. 157, 2008, Wrocław HELAS Workshop 2008*  
*M. Breger, W. Dziembowski, & M. Thompson, eds.*

## Asteroseismic models for the exoplanet host star HD 19994: A preliminary approach

M. E. Escobar<sup>1</sup>, M. Soriano<sup>2</sup>, S. Théado<sup>2</sup>, and S. Vauclair<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Departamento de Astronomía y Astrofísica, Pontificia Universidad Católica de Chile, Av. Vicuña Mackenna 4860, Santiago, Chile

<sup>2</sup> Laboratoire d'Astrophysique de Toulouse-Tarbes, Université de Toulouse, CNRS 14 Avenue Edouard Belin, 31400 Toulouse, France

### Abstract

We present preliminary models for HD 19994, a star which is part of a binary system and also harbors an extrasolar planet. We compute evolutionary tracks with the Toulouse-Geneva evolution code, using four different metallicity values. Large and small separations are computed, and the echelle diagrams are given for a few models. From the currently known spectroscopic data, we found that HD 19994 could be either an overmetallic main sequence star with a mass range between 1.24 and 1.36  $M_{\odot}$  or a less massive subgiant star, with a mass range of 1.18-1.28  $M_{\odot}$  and a solar metallicity. We also found that, in some cases, the small separations can become negative at a given frequency, which is related to the presence of a convective and helium-rich core. This is a preliminary approach: a more precise asteroseismic study of this star, based on recent (November 2007) data from the HARPS spectrograph will be given later.

Individual Objects: HD 19994

Asteroseismology is a powerful tool to study the interior of stars. In the case of HD 19994 we had two motivations for a precise study: this star has an orbiting Jupiter-like planet and also has a binary companion.  $\beta$  Virginis, a "sister" of HD 19994 but with no orbiting exoplanet, has been previously studied using asteroseismology (Carrier et al. 2005; Eggenberger & Carrier 2006). This gives a unique opportunity to compare two similar stars with different environments.

We computed evolutionary tracks using the Toulouse-Geneva evolution code. For the four metallicity values found in the literature, we computed evolutionary tracks for masses ranging from 1.18  $M_{\odot}$  to 1.40  $M_{\odot}$ . For each metallicity case, we constructed the corresponding error boxes in the  $\log(L/L_{\odot}) - \log(T_{\text{eff}})$  and  $\log(g) - \log(T_{\text{eff}})$  planes, according to the observational constraints given by the spectroscopic studies. Finally, we have five error boxes, two of them corresponding to the same metallicity values but to different luminosities, gravities and effective temperatures. In every case we chose a model, in the corresponding track, close to the centre of the error box, in agreement with the observational constraints. We found that, as an overmetallic star, HD 19994 should be a main sequence star with a mass range between 1.24 and 1.35  $M_{\odot}$ ; otherwise, in case the overmetallicity was due to accretion, it would be a subgiant star with a mass between 1.18 and 1.28  $M_{\odot}$ .

We selected ten models to perform the asteroseismic test. Adiabatic oscillation frequencies were computed using the PULSE code (Brassard et al. 1992), for angular degrees from  $\ell = 1$  to  $\ell = 3$  and radial orders ranging typically from 4 to 30. The azimuthal order is always  $m = 0$ .



We computed the large separations, small separations and we plotted the echelle diagrams. Analyzing our results, the most interesting cases are the models where the lines  $\ell = 0$  and  $\ell = 2$ , and/or the lines  $\ell = 1$  and  $\ell = 3$  cross, indicating that the small separations change sign at a certain frequency, in contradiction with the asymptotic theory (Tassoul 1980). This is related to the presence of a convective helium-rich core in the star (Soriano & Vauclair 2008).

### References

- Brassard, P., Fontaine, G., Wesemael, F., & Tassoul, M. 1992, ApJS, 81, 747  
Carrier, F., Eggenberger, P., D'Alessandro, A., & Weber, L. 2005, NewA, 10, 315  
Eggenberger, P., & Carrier, F. 2006, A&A, 449, 293  
Soriano, M., & Vauclair, S. 2008, A&A, 488,975  
Tassoul, M. 1980, ApJS, 43, 469



Thinking hard about science: Saskia Hekker and Jørgen Christensen-Dalsgaard

# Annexe D

## Publication 8

Seismic signatures of convective and/or helium cores

M. Soriano & S. Vauclair

2008, *Communications in Asteroseismology*, vol. 157, 367.



## Seismic signatures of convective and/or helium cores

M. Soriano<sup>1</sup>, and S. Vauclair<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire d'Astrophysique de Toulouse-Tarbes, Université de Toulouse, CNRS. 14, avenue Edouard Belin, 31400 Toulouse, France

### Abstract

The  $\ell = 0 - \ell = 2$  small separations can become negative in a certain frequency region during the evolution of solar-type stars. This specific behaviour can be used to characterize the convective and the helium stellar cores, and to obtain constraints on the possible extent of the overshooting at the core edge.

### Theoretical analysis

The small separations, defined by  $\delta\nu_{n,\ell} = \nu_{n,\ell} - \nu_{n-1,\ell+2}$ , are very sensitive to the deep stellar interior (Roxburgh & Vorontsov 1994). Soriano et al. (2007) have shown that they could become negative, which was in contradiction with the "asymptotic theory" developed by Tassoul (1980). This phenomenon was related to the presence of a convective core or a helium core with a sharp edge.

Taking into account the fact that not all the modes travel through the same stellar regions, we found a new expression for the small separations:

$$\delta\nu_{n,\ell} \propto I(r) = \int_{r_t}^R \frac{1}{r} \frac{dc}{dr} dr \quad (1)$$

where  $r_t$  is the internal turning point of the waves.

A rapid variation in the sound speed profile can create a significant change in the integral and the sign reversal of the small separations.

### Results

We performed a study of this phenomenon in the general case of solar-type stars (Soriano & Vauclair 2008), and we found that all stars go through a stage in their evolution where their small separations change sign and become negative. This peculiar stage could be near the end of the main sequence or at the beginning of the subgiant branch. This phenomenon is clearly related to the high-helium content of convective or helium cores.

During the lifetime of a star on the main sequence, its core develops, and its helium abundance increases. A sharp discontinuity in the chemical composition and in sound speed appears at the edge of the core (Fig. 1, left panel). This induces a change in the integral  $I(r)$  and the small separations become negative below 3.5 mHz (Fig. 1, right panel). When the star reaches the subgiant branch, a helium core remains, with sharp boundaries. There is still an important discontinuity in the sound velocity profile, and the small separations

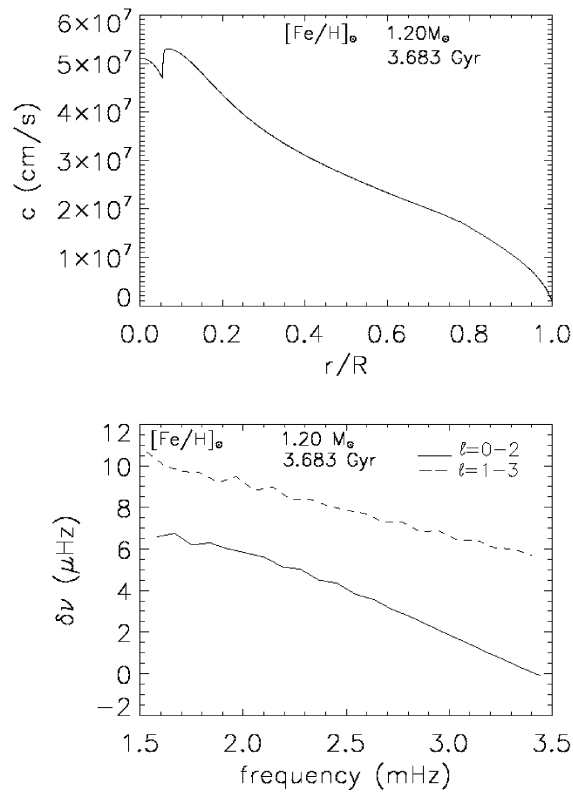


Figure 1: Sound speed profile (top panel) and small separations (lower panel) for a solar metallicity model ( $[\text{Fe}/\text{H}]_{\odot}$ ) of  $1.20 M_{\odot}$ ,  $3.683$  Gyr, without overshooting.

become negative at lower frequencies than for less evolved models. While the star continues its evolution on the subgiant branch, the frequency at which the small separations become negative goes on decreasing.

This special behaviour can be used to characterize the convective and the helium cores, and also to give constraints on overshooting.

**Acknowledgments.** M. Soriano acknowledges the financial support granted by the HELAS Consortium.

## References

- Roxburgh, I. W., & Vorontsov, S. V. 1994, MNRAS, 267, 297  
 Soriano, M., Vauclair, S., Vauclair, G., & Laymand, M. 2007, A&A, 471, 885  
 Soriano, M., & Vauclair, S. 2008, A&A, 488, 975  
 Tassoul, M. 1980, ApJS, 43, 469

# Liste des publications

## Publications dans des revues de rang A :

- *Asteroseismology of solar-type stars : signatures of convective and/or helium cores*, Soriano, M. & Vauclair, S. 2008, *Astron. & Astrophys.*, 488, 975-985.
- *The CoRoT primary target HD 52265 : models and seismic tests*, Soriano, M., Vauclair, S., Vauclair, G., Laymand, M. 2007, *Astron. & Astrophys.*, 471, 885-892.

## Publications dans des comptes-rendus de conférences :

- *Seismic signatures of convective and/or helium cores*, Soriano, M. & Vauclair, S. 2008, *Communications in Asteroseismology*, vol. 157, 367.
- *Asteroseismic models for the exoplanet-host star HD 19994 : a preliminary approach*, Escobar, M. E., Soriano, M., Théado, S., Vauclair, S. 2008, *Communications in Asteroseismology*, vol. 157, 304.
- *Seismic predictions for the CoRoT main target HD 52265*, Soriano, M., Vauclair, S., Vauclair, G., Laymand, M. 2008, *Proceedings of the second HELAS International Conference, Journal of Physics : Conference Series*, vol. 118, 012073.
- *The exoplanet-host star  $\mu$  Arae : a new seismic analysis*, Soriano, M. & Vauclair, S. 2008, *Proceedings of the second HELAS International Conference, Journal of Physics : Conference Series*, vol. 118, 012072.

## Autres publications :

- *Asteroseismology of Exoplanets-Host Stars : A Link between the two Scientific Programmes of CoRoT*, Vauclair, S. ; Castro, M. ; Charpinet, S. ; Laymand, M. ; Soriano, M. ; Vauclair, G. ; Bazot, M. ; Bouchy, F. 2006, *Proceedings of "The CoRoT Mission Pre-Launch Status - Stellar Seismology and Planet Finding" (ESA SP-1306)*. Editors : M. Fridlund, A. Baglin, J. Lochard and L. Conroy. ISBN 92-9092-465-9., p.77

## Publications soumises :

- *New seismic analysis of the exoplanet-host star  $\mu$  Arae*, Soriano, M. & Vauclair, S. 2009, soumis à *Astron. & Astrophys.*

# Bibliographie

- Alexander, D. R. & Ferguson, J. W. : 1994, *Astrophys. J.* **437**, 879
- Andersen, J. : 1999, *Transactions of the International Astronomical Union, Series B* **23**
- Angulo, C., Arnould, M., Rayet, M., Descouvemont, P., Baye, D., Leclercq-Willain, C., Coc, A., Barhoumi, S., Aguer, P., Rolfs, C., Kunz, R., Hammer, J. W., Mayer, A., Paradellis, T., Kossionides, S., Chronidou, C., Spyrou, K., Degl'Innocenti, S., Fiorentini, G., Ricci, B., Zavatarelli, S., Providencia, C., Wolters, H., Soares, J., Grama, C., Rahighi, J., Shotton, A., & Laméhi Rachti, M. : 1999, *Nuclear Physics A* **656**, 3
- Baranne, A., Queloz, D., Mayor, M., Adrianzyk, G., Knispel, G., Kohler, D., Lacroix, D., Meunier, J.-P., Rimbaud, G., & Vin, A. : 1996, *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.* **119**, 373
- Barge, P., Baglin, A., Auvergne, M., Rauer, H., Léger, A., Schneider, J., Pont, F., Aigrain, S., Almenara, J.-M., Alonso, R., Barbieri, M., Bordé, P., Bouchy, F., Deeg, H. J., La Reza, D., Deleuil, M., Dvorak, R., Erikson, A., Fridlund, M., Gillon, M., Gondoin, P., Guillot, T., Hatzes, A., Hebrard, G., Jorda, L., Kabath, P., Lammer, H., Llebaria, A., Loeillet, B., Magain, P., Mazeh, T., Moutou, C., Ollivier, M., Pätzold, M., Queloz, D., Rouan, D., Shporer, A., & Wuchterl, G. : 2008, *Astron. & Astrophys.* **482**, L17
- Bazot, M. & Vauclair, S. : 2004, *Astron. & Astrophys.* **427**, 965
- Bazot, M., Vauclair, S., Bouchy, F., & Santos, N. C. : 2005, *Astron. & Astrophys.* **440**, 615
- Bedding, T. R., Butler, R. P., Kjeldsen, H., Baldry, I. K., O'Toole, S. J., Tinney, C. G., Marcy, G. W., Kienziele, F., & Carrier, F. : 2001, *Astrophys. J., Lett.* **549**, L105
- Bensby, T., Feltzing, S., & Lundström, I. : 2003, *Astron. & Astrophys.* **410**, 527



- Böhm-Vitense, E. : 1958, *Zeitschrift fur Astrophysik* **46**, 108
- Bouchy, F., Bazot, M., Santos, N. C., Vauclair, S., & Sosnowska, D. : 2005, *Astron. & Astrophys.* **440**, 609
- Bouchy, F. & Carrier, F. : 2001, *Astron. & Astrophys.* **374**, L5
- Bouchy, F., Queloz, D., Deleuil, M., Loeillet, B., Hatzes, A. P., Aigrain, S., Alonso, R., Auvergne, M., Baglin, A., Barge, P., Benz, W., Bordé, P., Deeg, H. J., de La Reza, R., Dvorak, R., Erikson, A., Fridlund, M., Gondoin, P., Guillot, T., Hébrard, G., Jorda, L., Lammer, H., Léger, A., Llebaria, A., Magain, P., Mayor, M., Moutou, C., Ollivier, M., Pätzold, M., Pepe, F., Pont, F., Rauer, H., Rouan, D., Schneider, J., Triaud, A. H. M. J., Udry, S., & Wuchterl, G. : 2008, *Astron. & Astrophys.* **482**, L25
- Bouchy, F. & The Sophie Team : 2006, in L. Arnold, F. Bouchy, & C. Moutou (eds.), *Tenth Anniversary of 51 Peg-b : Status of and prospects for hot Jupiter studies*, pp 319–325
- Brassard, P. & Charpinet, S. : 2008, *Astrophys. & Space Sci.* **316**, 107
- Burgers, J. M. : 1969, *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.* **17**, 215
- Burgers, J. M. : 1970, *In Plasma Dynamics*, ed. F. H. Clauser, p. 119
- Butler, R. P., Tinney, C. G., Marcy, G. W., Jones, H. R. A., Penny, A. J., & Apps, K. : 2001, *Astrophys. J.* **555**, 410
- Butler, R. P., Vogt, S. S., Marcy, G. W., Fischer, D. A., Henry, G. W., & Apps, K. : 2000, *Astrophys. J.* **545**, 504
- Carrier, F. & Bourban, G. : 2003, *Astron. & Astrophys.* **406**, L23
- Castro, M. & Vauclair, S. : 2006, *Astron. & Astrophys.* **456**, 611
- Castro, M., Vauclair, S., Richard, O., & Santos, N. C. : 2009, *Astron. & Astrophys.* **494**, 663
- Chapman, S. & Cowling, T. G. : 1970, *The mathematical theory of non-uniform gases. An account of the kinetic theory of viscosity, thermal conduction and diffusion in gases*
- Charbonnel, C., Vauclair, S., & Zahn, J.-P. : 1992, *Astron. & Astrophys.* 255
- Chen, Y. Q. & Zhao, G. : 2006, *Astron. J.* **131**, 1816

- Cowling, T. G. : 1941, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **101**, 367
- Dappen, W. : 1992, *Revista Mexicana de Astronomia y Astrofisica*, vol. 23 **23**, 141
- Deleuil, M., Deeg, H. J., Alonso, R., Bouchy, F., Rouan, D., Auvergne, M., Baglin, A., Aigrain, S., Almenara, J. M., Barbieri, M., Barge, P., Bruntt, H., Bordé, P., Collier Cameron, A., Csizmadia, S., de La Reza, R., Dvorak, R., Erikson, A., Fridlund, M., Gandolfi, D., Gillon, M., Guenther, E., Guillot, T., Hatzes, A., Hébrard, G., Jorda, L., Lammer, H., Léger, A., Llebaria, A., Loeillet, B., Mayor, M., Mazeh, T., Moutou, C., Ollivier, M., Pätzold, M., Pont, F., Queloz, D., Rauer, H., Schneider, J., Shporer, A., Wuchterl, G., & Zucker, S. : 2008, *Astron. & Astrophys.* **491**, 889
- Evans, J. W. & Michard, R. : 1962, *Astrophys. J.* **136**, 493
- Fischer, D. A. & Valenti, J. : 2005, *Astrophys. J.* **622**, 1102
- Flower, P. J. : 1996, *Astrophys. J.* **469**, 355
- Gillon, M. & Magain, P. : 2006, *Astron. & Astrophys.* **448**, 341
- Gonzalez, G. : 1997, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **285**, 403
- Gonzalez, G. : 2003, *Reviews of Modern Physics* **75**, 101
- Gonzalez, G., Laws, C., Tyagi, S., & Reddy, B. E. : 2001, *Astron. J.* **121**, 432
- Gough, D. O. : 1986, in Y. Osaki (ed.), *Hydrodynamic and Magnetodynamic Problems in the Sun and Stars*, pp 117–+
- Gough, D. O. : 1990, in Y. Osaki & H. Shibahashi (eds.), *Progress of Seismology of the Sun and Stars*, Vol. 367 of *Lecture Notes in Physics*, Berlin Springer Verlag, pp 283–+
- Grevesse, N. & Noels, A. : 1993, in N. Prantzos, E. Vangioni-Flam, & M. Casse (eds.), *Origin and Evolution of the Elements*, pp 15–25
- Heiter, U. & Luck, R. E. : 2003, *Astron. J.* **126**, 2015
- Hui-Bon-Hoa, A. : 2008, *Astrophys. & Space Sci.* **316**, 55
- Ida, S. & Lin, D. N. C. : 2004, *Astrophys. J.* **616**, 567
- Iglesias, C. A. & Rogers, F. J. : 1996, *Astrophys. J.* **464**, 943
- Izotov, Y. I. & Thuan, T. X. : 2004, *Astrophys. J.* **602**, 200

- Jones, H. R. A., Paul Butler, R., Marcy, G. W., Tinney, C. G., Penny, A. J., McCarthy, C., & Carter, B. D. : 2002, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **337**, 1170
- Lamb, H. : 1909, in *Proceedings of the London Mathematical Society*, Vol. s2-7, pp 122–141
- Laughlin, G. & Adams, F. C. : 1997, *Astrophys. J., Lett.* **491**, L51+
- Laws, C., Gonzalez, G., Walker, K. M., Tyagi, S., Dodsworth, J., Snider, K., & Suntzeff, N. B. : 2003, *Astron. J.* **125**, 2664
- LeBlanc, F. & Alecian, G. : 2004, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **352**, 1329
- Lebreton, Y., Montalbán, J., Christensen-Dalsgaard, J., Théado, S., Hui-Bon-Hoa, A., Monteiro, M. J. P. F. G., Degl’Innocenti, S., Marconi, M., Morel, P., Prada Moroni, P. G., & Weiss, A. : 2007, in C. W. Straka, Y. Lebreton, & M. J. P. F. G. Monteiro (eds.), *EAS Publications Series*, Vol. 26 of *EAS Publications Series*, pp 155–165
- Leibacher, J. W. & Stein, R. F. : 1971, *Astrophys. Lett.* **7**, 191
- Leighton, R. B., Noyes, R. W., & Simon, G. W. : 1962, *Astrophys. J.* **135**, 474
- Lenz, P. & Breger, M. : 2005, *Communications in Asteroseismology* **146**, 53
- Maeder, A. & Mermilliod, J. C. : 1981, *Astron. & Astrophys.* **93**, 136
- Martić, M., Schmitt, J., Lebrun, J.-C., Barban, C., Connes, P., Bouchy, F., Michel, E., Baglin, A., Appourchaux, T., & Bertaux, J.-L. : 1999, *Astron. & Astrophys.* **351**, 993
- Mayor, M., Pepe, F., Queloz, D., Bouchy, F., Rupprecht, G., Lo Curto, G., Avila, G., Benz, W., Bertaux, J.-L., Bonfils, X., dall, T., Dekker, H., Delabre, B., Eckert, W., Fleury, M., Gilliotte, A., Gojak, D., Guzman, J. C., Kohler, D., Lizon, J.-L., Longinotti, A., Lovis, C., Megevand, D., Pasquini, L., Reyes, J., Sivan, J.-P., Sosnowska, D., Soto, R., Udry, S., van Kesteren, A., Weber, L., & Weilenmann, U. : 2003, *The Messenger* **114**, 20
- Mayor, M. & Queloz, D. : 1995, *Nature* **378**, 355
- McCarthy, C., Butler, R. P., Tinney, C. G., Jones, H. R. A., Marcy, G. W., Carter, B., Penny, A. J., & Fischer, D. A. : 2004, *Astrophys. J.* **617**, 575
- Michaud, G., Charland, Y., Vauclair, S., & Vauclair, G. : 1976, *Astrophys. J.* **210**, 447

- Mihalas, D., Dappen, W., & Hummer, D. G. : 1988, *Astrophys. J.* **331**, 815
- Monteiro, M. J. P. F. G. & Thompson, M. J. : 1998, in F.-L. Deubner, J. Christensen-Dalsgaard, & D. Kurtz (eds.), *New Eyes to See Inside the Sun and Stars*, Vol. 185 of *IAU Symposium*, pp 317–+
- Mosser, B., Bouchy, F., Catala, C., Michel, E., Samadi, R., Thévenin, F., Eggenberger, P., Sosnowska, D., Moutou, C., & Baglin, A. : 2005, *Astron. & Astrophys.* **431**, L13
- Murray, N., Chaboyer, B., Arras, P., Hansen, B., & Noyes, R. W. : 2001, *Astrophys. J.* **555**, 801
- Naef, D., Mayor, M., Pepe, F., Queloz, D., Santos, N. C., Udry, S., & Burnet, M. : 2001, *Astron. & Astrophys.* **375**, 205
- Paquette, C., Pelletier, C., Fontaine, G., & Michaud, G. : 1986, *Astrophys. J. Suppl. Ser.* **61**, 177
- Pepe, F., Correia, A. C. M., Mayor, M., Tamuz, O., Couetdic, J., Benz, W., Bertaux, J.-L., Bouchy, F., Laskar, J., Lovis, C., Naef, D., Queloz, D., Santos, N. C., Sivan, J.-P., Sosnowska, D., & Udry, S. : 2007, *Astron. & Astrophys.* **462**, 769
- Pepe, F., Mayor, M., Rupprecht, G., Avila, G., Ballester, P., Beckers, J.-L., Benz, W., Bertaux, J.-L., Bouchy, F., Buzzoni, B., Cavadore, C., Deiries, S., Dekker, H., Delabre, B., D’Odorico, S., Eckert, W., Fischer, J., Fleury, M., George, M., Gilliotte, A., Gojak, D., Guzman, J.-C., Koch, F., Kohler, D., Kozłowski, H., Lacroix, D., Le Merrer, J., Lizon, J.-L., Lo Curto, G., Longinotti, A., Megevand, D., Pasquini, L., Petitpas, P., Pichard, M., Queloz, D., Reyes, J., Richaud, P., Sivan, J.-P., Sosnowska, D., Soto, R., Udry, S., Ureta, E., van Kesteren, A., Weber, L., Weilenmann, U., Wicenc, A., Wieland, G., Christensen-Dalsgaard, J., Dravins, D., Hatzes, A., Kürster, M., Paresce, F., & Penny, A. : 2002, *The Messenger* **110**, 9
- Perryman, M. A. C., Lindegren, L., Kovalevsky, J., Hoeg, E., Bastian, U., Bernacca, P. L., Crézé, M., Donati, F., Grenon, M., van Leeuwen, F., van der Marel, H., Mignard, F., Murray, C. A., Le Poole, R. S., Schrijver, H., Turon, C., Arenou, F., Froeschlé, M., & Petersen, C. S. : 1997, *Astron. & Astrophys.* **323**, L49
- Richard, O. : 1999, *Ph.D. thesis*, AA(Observatoire Midi-Pyrénées – UMR 5572 – 14, Av. E. Belin – 31400 Toulouse, France)
- Richard, O., Théado, S., & Vauclair, S. : 2004, *Sol. Phys.* **220**, 243

- Richard, O., Vauclair, S., Charbonnel, C., & Dziembowski, W. A. : 1996, *Astron. & Astrophys.* **312**, 1000
- Rogers, F. J. & Nayfonov, A. : 2002, *Astrophys. J.* **576**, 1064
- Rogers, F. J., Swenson, F. J., & Iglesias, C. A. : 1996, *Astrophys. J.* **456**, 902
- Roxburgh, I. W. & Vorontsov, S. V. : 1994, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **267**, 297
- Santos, N. C., Bouchy, F., Mayor, M., Pepe, F., Queloz, D., Udry, S., Lovis, C., Bazot, M., Benz, W., Bertaux, J.-L., Lo Curto, G., Delfosse, X., Mordasini, C., Naef, D., Sivan, J.-P., & Vauclair, S. : 2004a, *Astron. & Astrophys.* **426**, L19
- Santos, N. C., Israelian, G., & Mayor, M. : 2001, *Astron. & Astrophys.* **373**, 1019
- Santos, N. C., Israelian, G., & Mayor, M. : 2004b, *Astron. & Astrophys.* **415**, 1153
- Santos, N. C., Israelian, G., Mayor, M., Bento, J. P., Almeida, P. C., Sousa, S. G., & Ecuivillon, A. : 2005, *Astron. & Astrophys.* **437**, 1127
- Santos, N. C., Israelian, G., Mayor, M., Rebolo, R., & Udry, S. : 2003, *Astron. & Astrophys.* **398**, 363
- Soriano, M. & Vauclair, S. : 2008, *Astron. & Astrophys.* **488**, 975
- Soriano, M., Vauclair, S., Vauclair, G., & Laymand, M. : 2007, *Astron. & Astrophys.* **471**, 885
- Takeda, Y., Ohkubo, M., Sato, B., Kambe, E., & Sadakane, K. : 2005, *Publ. Astron. Soc. Japan* **57**, 27
- Tassoul, M. : 1980, *Astrophys. J. Suppl. Ser.* **43**, 469
- Théado, S., Vauclair, S., Alecian, G., & Leblanc, F. : 2009, *Astrophys. J. submitted*
- Théado, S., Vauclair, S., Castro, M., Charpinet, S., & Dolez, N. : 2005, *Astron. & Astrophys.* **437**, 553
- Ulrich, R. K. : 1970, *Astrophys. J.* **162**, 993
- van Leeuwen, F. (ed.) : 2007, *Hipparcos, the New Reduction of the Raw Data*, Vol. 350 of *Astrophysics and Space Science Library*
- Vauclair, S. : 2004, *Astrophys. J.* **605**, 874
- Vauclair, S., Laymand, M., Bouchy, F., Vauclair, G., Bon Hoa, A. H., Charpinet, S., & Bazot, M. : 2008, *Astron. & Astrophys.* **482**, L5

Vauclair, S. & Théado, S. : 2004, *Astron. & Astrophys.* **425**, 179

Zahn, J.-P. : 1993, in *Astrophysical Fluid Dynamics - Les Houches 1987*, pp 561–615

