



HAL
open science

Bruit de charge d'une source d'électrons uniques subnanoseconde.

Adrien Mahé

► **To cite this version:**

Adrien Mahé. Bruit de charge d'une source d'électrons uniques subnanoseconde.. Matière Condensée [cond-mat]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2009. Français. NNT: . tel-00440198

HAL Id: tel-00440198

<https://theses.hal.science/tel-00440198>

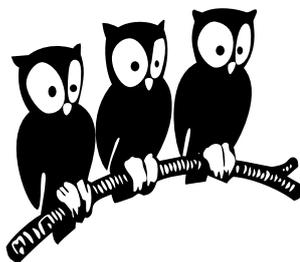
Submitted on 9 Dec 2009

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Département de Physique
École Normale Supérieure

Laboratoire Pierre Aigrain



THÈSE de DOCTORAT de l'UNIVERSITÉ PARIS 6

Spécialité : Physique Quantique

présentée par

Adrien Mahé

pour obtenir le grade de DOCTEUR de l'UNIVERSITÉ PARIS 6

**Bruit de charge
d'une source d'électrons uniques subnanoseconde**

Soutenue le 26 Novembre 2009

Jury composé de :

M.	Jean-Marc BERROIR	Directeur de thèse
M.	Markus BÜTTIKER	Rapporteur
M.	Claude FABRE	Président du jury
M.	Christian GLATTLI	Co-directeur de thèse
M.	Thierry MARTIN	Examineur
M.	Marc SANQUER	Rapporteur

Remerciements

J'ai effectué cette thèse au Laboratoire Pierre Aigrain de l'École Normale Supérieure de Septembre 2005 à Novembre 2009. Je remercie le département de physique, et en particulier son directeur Jean-Michel Raimond, de m'avoir proposé un poste d'agrégé préparateur. J'ai ainsi pu découvrir l'enseignement dans de très bonnes conditions en parallèle de mon travail de thèse.

Je tiens à remercier tout particulièrement les chercheurs qui ont dirigé ce travail : Jean-Marc Berroir, Christian Glattli et Bernard Plaçais, rejoints en cours de route par Gwendal Fève. Ils forment une équipe avec laquelle il est agréable d'interagir, et toujours prête à répondre aux questions les plus diverses. Leur expérience et leur sérénité m'ont permis de garder le cap dans les moments difficiles.

Un grand merci à Markus Büttiker et Marc Sanquer qui m'ont fait l'honneur de rapporter cette thèse, ainsi qu'à Thierry Martin et Claude Fabre, qui ont accepté d'être examinateurs malgré la distance géographique ou thématique.

J'ai bénéficié de l'excellent travail de thèse de Julien Gabelli, qui a permis à la mienne de commencer sur de bonnes bases. Gwendal Fève, avec qui j'ai partagé ma première année de thèse, a pris sa suite. Son habileté théorique et expérimentale couplée à ses qualités d'écoute en font un très bon co-doctorant. J'ai découvert par la suite que les mêmes qualités en font aussi un très bon chef.

J'ai été rejoint pour les trois dernières années par François Parmentier. Je le remercie pour sa bonne humeur et admire son pragmatisme et son courage expérimental. Sa contribution aux résultats expérimentaux et théoriques que je présente dans ce manuscrit a été déterminante. Enfin, Erwann Bocquillon nous a rejoints récemment. J'envie son calme et sa détermination face aux calculs les plus périlleux. L'expérience est désormais entre leurs mains, je leur souhaite bonne continuation !

Ces quatre années n'auraient pas été les mêmes sans l'ambiance de la P13. Je remercie tous ses habitants à temps plein, en particulier Thomas et Chéryl, et depuis peu Matthieu et Andreas, ainsi que ses intermittents comme Takis et Emiliano.

Merci à Olivier Andrieu, David Darson, Anne Denis, Philippe Pace, Pascal Morfin et Sylvain Plédel pour leur soutien pendant ma thèse. Plus qu'une aide technique, ils m'ont apporté un soutien moral, au détour d'un couloir ou autour d'un verre. Merci aussi à Anne Matignon et Fabienne Rénia pour leur gentillesse et pour leur aide.

Merci à Nicolas Régnauld pour le temps qu'il a consacré à mes problèmes informatiques et à l'ensemble du laboratoire pour l'ambiance sympathique qui y règne. Mes remerciements vont en particulier à Jérôme Tignon, Guillaume Cassabois, Sukhdeep Dhillon, Benjamin Huard et Michaël Rosticher.

J'ai aussi une pensée spéciale pour mes deux compagnons de cordée, Gaël Reinaudi et Cédric Roux. Leur présence et leur soutien pendant ces quatre années ont été essentiels, que ce soit au laboratoire ou en dehors. Merci à tous les deux, ainsi qu'à Adeline, Anne-Laure et Lisa. Je leur dois de très bons moments, et il y en aura d'autres.

Je souhaite aussi remercier mes parents, Michèle et Jean-François, pour leur soutien et leur confiance inébranlables tout au long de mes études, et pour bien plus encore. Merci aussi à ma

sœur Caroline, qui a toujours été présente, ainsi qu'à mes beaux parents et beaux frères Pascale, Philippe, Arthur et Tristan.

Et évidemment, un très grand merci à Camille...

Table des matières

Introduction	1
1 Optique électronique dans les gaz bidimensionnels d'électrons	2
2 Sources d'électrons uniques	7
3 Résultats obtenus au cours de la thèse	12
4 Perspectives	13
Chapitre 1 - Réalisation d'une source d'électrons uniques	15
1.1 Dispositif expérimental	17
1.2 Théorie de la réponse d'une capacité mésoscopique à une excitation périodique .	19
1.3 Régime linéaire	24
1.4 Régime de forte excitation : première harmonique du courant	33
1.5 Régime de forte excitation : forme temporelle du courant	49
Chapitre 2 - Bruit de la source d'électrons uniques : aspects théoriques	55
2.1 Bruit en présence d'une excitation périodique	57
2.2 Modèle de diffusion	58
2.3 Modèle heuristique	68
2.4 Universalité du bruit en fonction du temps de sortie	77
Chapitre 3 - Dispositif expérimental	79
3.1 Bruit d'amplification et temps de mesure	81
3.2 Principe du nouveau dispositif expérimental	83
3.3 Réalisation	91
3.4 Adaptation d'impédance et nouveau porte échantillon	107
3.5 Échantillons	113
Chapitre 4 - Détermination expérimentale du bruit de la source d'électrons uniques	121
4.1 Observations expérimentales	123
4.2 Modélisation des résultats	129
Conclusion	136
Annexes	139
Annexe A - Calcul du courant dans la géométrie à trois terminaux	139

Annexe B - Calcul du rapport signal sur bruit	141
Annexe C - Calibration de la détection homodyne	149
Bibliographie	155

Introduction

Ce travail de thèse s'inscrit dans le cadre de la physique mésoscopique. Les progrès de la nanofabrication et la découverte de matériaux dans lesquels les électrons gardent leur cohérence de phase sur des distances suffisamment grandes permettent de réaliser des expériences mettant en évidence la nature quantique du transport électronique. Un exemple particulièrement frappant est l'observation récente de contrastes élevés dans des interféromètres de type Mach Zehnder électroniques [1].

Jusqu'à récemment, les mesures réalisées sur les conducteurs quantiques et les phénomènes d'interférences observés ont été obtenus par des mesures de conductance. Celles-ci donnent une information moyenne sur un grand nombre de particules ayant traversé le conducteur et donnent accès à leur probabilité de passage. Même si des mesures plus fines, comme celles de fluctuations de courant, ont pu donner des informations sur les corrélations entre deux particules et même mettre en évidence des interférences quantiques à deux particules [2], elles sont aussi issues de valeurs moyennes sur un grand nombre de particules dont l'instant d'émission n'est pas contrôlé. Un saut qualitatif est attendu si on est capable de réaliser ces expériences avec des particules uniques. En optique quantique par exemple, la mise au point de sources de photons uniques ou de photons jumeaux a permis d'explorer des pans nouveaux de la physique quantique.

C'est dans cet esprit qu'a été réalisée la source d'électrons uniques que j'ai étudiée. Sa mise au point a fait l'objet de travaux précédents [3, 4] au cours desquels l'injection contrôlée d'électrons uniques a été réalisée.

Une telle source permet d'envisager la réalisation d'expériences fondamentales de physique quantique. On peut penser par exemple à la collision de deux électrons uniques émis par deux sources indépendantes. Si les électrons arrivent dans le même état et au même moment sur une lame séparatrice, la statistique de Fermi devrait conduire à l'observation du phénomène d'anti-groupement. On peut aussi envisager d'utiliser les électrons uniques comme bits quantiques, ou qubits. Dans le régime d'effet Hall quantique, les électrons se propagent sur les bords de l'échantillon, dans des canaux unidimensionnels. On peut manipuler de façon cohérente les charges se propageant à l'intérieur de ces canaux par l'intermédiaire de grilles déposées à la surface de l'échantillon, ce qui permet de préparer les qubits. L'interaction entre qubits peut se faire par l'intermédiaire de l'interaction coulombienne. Le calcul quantique s'effectuerait au cours de la propagation des électrons dans le circuit, d'où l'appellation de qubits volants.

Après la mise en évidence d'un courant quantifié par l'injection de charges élémentaires à fréquence finie (de l'ordre du GHz), il est nécessaire de caractériser la qualité de la source, et en particulier les possibilités d'erreur. Celles-ci peuvent être quantifiées en mesurant le bruit de charge lors d'une séquence répétée d'injection d'électrons uniques. Cela a requis la mise au point de nouvelles techniques expérimentales. Ce manuscrit présente ce travail expérimental, les résultats obtenus, ainsi qu'une modélisation simple permettant de les interpréter.

Dans ce chapitre, je commencerai par mettre en évidence la cohérence des électrons dans les gaz bidimensionnels d'électrons, en décrivant l'expérience d'interférométrie de type Mach Zehnder. Je montrerai qu'il existe une analogie forte avec l'optique : on dispose de modes de propagation unidimensionnels et de lames séparatrices. De plus, l'observation de la granularité de la charge dans des mesures de bruit a généré un intérêt pour la manipulation de charges uniques dans ces systèmes et le développement d'une optique quantique électronique.

Dans une deuxième partie, je décrirai différentes méthodes permettant d'injecter des charges

uniques dans des conducteurs. J'expliquerai en particulier le principe de fonctionnement de la source d'électrons uniques que nous avons étudiée pendant ma thèse. Elle doit permettre l'injection de charges uniques résolues en énergie et à la demande.

Dans une troisième partie, j'annoncerai les principaux résultats obtenus au cours de ma thèse et le plan du manuscrit. Nous avons notamment observé la quantification du courant alternatif moyen en unités de $2ef$ et étudié le bruit de la source, théoriquement et expérimentalement. Le bon accord entre les modèles que nous avons développés et l'expérience confirme l'injection d'un électron et d'un trou exactement par demi-période. Nous avons mis en évidence un régime dit de bruit de phase, dans lequel une charge unique est émise par demi période, mais où l'incertitude quantique sur l'instant d'émission génère du bruit.

Enfin, je décrirai rapidement les prochaines étapes de validation de notre source d'électrons uniques. Une expérience dans une géométrie de type Hanbury Brown & Twiss permettra de mettre en évidence la présence ou l'absence de paires électron trou additionnelles dans le courant émis par la source. Puis, la cohérence des charges émises pourra être testée avec deux sources d'électrons uniques dans une géométrie de type Hong Ou Mandel.

1 Optique électronique dans les gaz bidimensionnels d'électrons

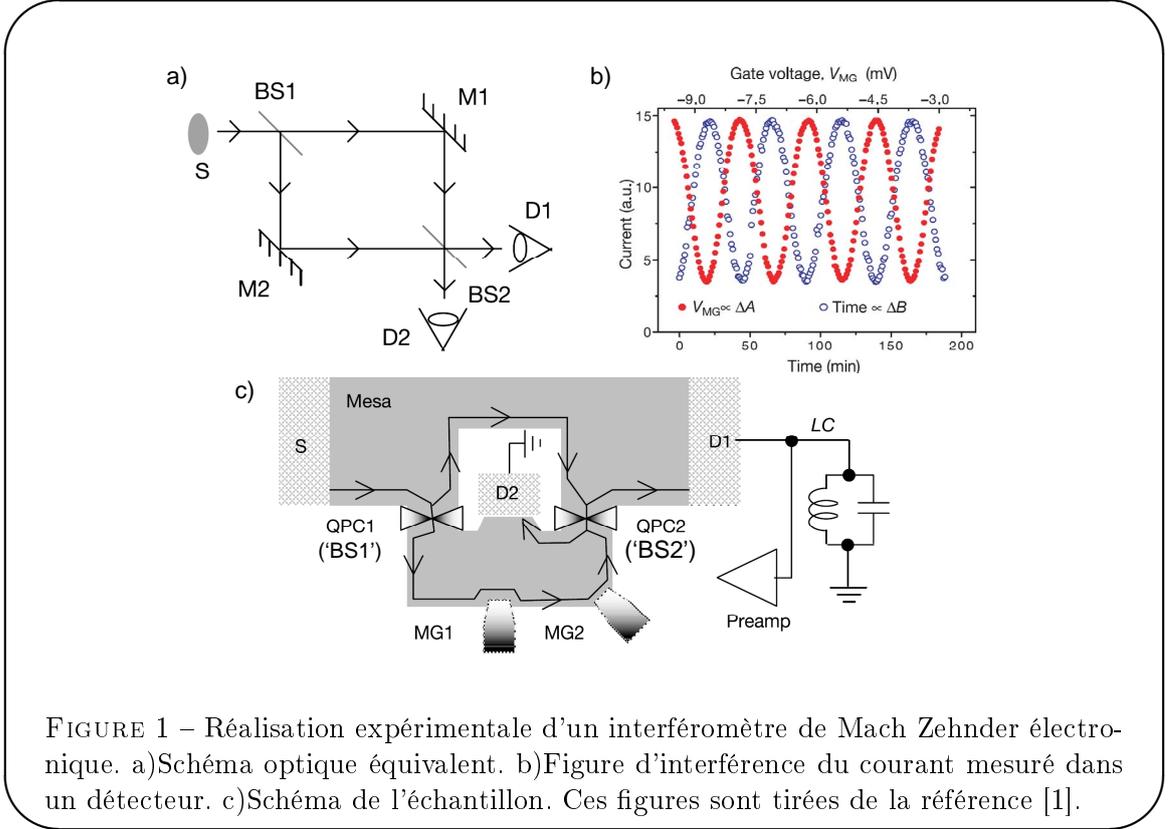
Depuis les années 1980, de nombreuses expériences ont mis en évidence la cohérence des ondes électroniques à des températures inférieures au Kelvin, d'abord dans des structures submicroscopiques métalliques où le mouvement des électrons est diffusif, puis dans des structures à faible désordre réalisées avec des gaz bidimensionnels d'électrons. Dans ces systèmes, les trajectoires sont balistiques sur des distances relativement grandes, permettant de mettre facilement en évidence des effets d'interférence. Un régime particulièrement intéressant est celui obtenu en fort champ magnétique, où les électrons se propagent de façon chirale le long des bords de l'échantillon. On peut alors réaliser les briques de base d'une optique électronique, comme la lame semi transparente.

1.1 Cohérence électronique dans les gaz bidimensionnels d'électrons

Une expérience particulièrement illustrative de la cohérence de phase des électrons et du développement de l'optique électronique a été réalisée récemment. En 2003, les chercheurs du Weizmann Institute [1], puis d'autres laboratoires [5, 6, 7], ont étudié l'équivalent électronique d'un interféromètre de Mach-Zehnder. Le schéma optique et le schéma électronique sont présentés sur la figure 1.

Une source envoie des photons (ou des électrons) qui sont séparés puis recombinaés après propagation à l'aide de deux lames séparatrices (ou Contacts Ponctuels Quantiques, QPC en anglais). On mesure ensuite le flux de particules à l'aide de détecteurs. Pour les électrons, il s'agit d'une simple mesure de courant. On observe alors, en fonction de la différence de phase accumulée dans les deux bras de l'interféromètre, une oscillation du flux de particules entre les deux bras de sortie. Dans l'expérience présentée, la variation de phase est obtenue en modifiant le flux magnétique à travers les bras de l'interféromètre : en changeant le chemin des électrons sur l'un des bras grâce à une tension appliquée sur une grille (Modulation Gate) ou en modifiant légèrement le champ magnétique dans lequel l'échantillon est placé.

Les résultats obtenus sont présentés sur la figure 1 b). On observe des oscillations du courant, avec un contraste d'environ 60%. Ces contrastes ont par la suite progressé, pour atteindre 90% [2]. Remarquons que la longueur typique des bras est d'une dizaine de μm , ce qui implique que la cohérence de phase des ondes électroniques est relativement bien préservée sur cette distance.



Dans cette expérience, la source cohérente d'électrons est obtenue simplement en appliquant une tension continue sur un réservoir. Celui-ci émet alors des électrons dans le gaz bidimensionnel, selon une distribution de Fermi.

Nous allons voir dans les deux parties suivantes comment les électrons se propagent dans ce système, et comment on peut réaliser l'équivalent des lames semi réfléchissantes dans les gaz bidimensionnels d'électrons.

1.2 Outils de l'optique électronique

1.2.1 Effet Hall quantique

Dans l'expérience présentée, les électrons du gaz bidimensionnel capables de se propager, donc de transporter du courant, sont contraints à suivre les bords de l'échantillon. Ce mouvement unidimensionnel est obtenu en gelant un degré de liberté par un fort champ magnétique transverse. On entre alors dans le régime d'effet Hall quantique entier.

On peut qualitativement comprendre le transport dans ce régime à partir du mouvement cyclotron classique d'un électron dans un champ magnétique. Au centre de l'échantillon, les électrons ont un mouvement de rotation sur l'orbite cyclotron, et ne participent pas au transport de courant d'une extrémité à l'autre de l'échantillon (voir figure 2).

Au contraire, le mouvement classique des électrons du bord de l'échantillon consiste en une cycloïde : les électrons rebondissent sur les bords de l'échantillon, modélisés par une barrière infiniment haute. Ces électrons se déplacent d'un réservoir à l'autre, et participent donc au courant. Remarquons que le transport est chiral : sur la figure, les électrons en haut de l'échantillon se déplacent de la gauche vers la droite, alors que les électrons en bas de l'échantillon se déplacent

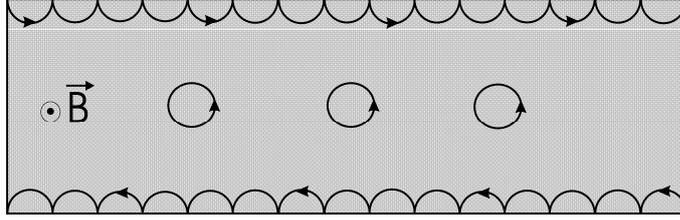


FIGURE 2 – Interprétation classique du transport en régime d’effet Hall quantique. Au centre de l’échantillon, les électrons décrivent des orbites fermées et ne participent pas au courant. Sur les bords, ils rebondissent sur les parois et se déplacent d’un côté à l’autre de l’échantillon.

dans le sens opposé.

Une étude quantique du problème permet de retrouver cette image (voir par exemple [8]). Pour des champs magnétiques élevés, il y a formation de canaux de bord, qui sont des modes unidimensionnels chiraux suivant les bords de l’échantillon. Le nombre de modes peuplés, ou facteur de remplissage, est noté ν et est fixé par le champ magnétique et la densité surfacique n_s du gaz d’électrons : $\nu = \frac{hn_s}{eB}$. Les valeurs entières du facteur de remplissage correspondent à l’effet Hall quantique entier.

Pour nos échantillons de densité typique $2 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$, on obtient $\nu = 4$ pour $B \approx 2 \text{ T}$ et $\nu = 1$ pour $B \approx 8 \text{ T}$. Nous avons choisi pour les deux échantillons étudiés de nous placer à $\nu = 4$. Pour ces champs, la dégénérescence de spin est levée : un seul type de spin peut occuper un canal de bord donné.

L’effet Hall quantique entier donne donc lieu à un transport unidimensionnel et chiral, polarisé de spin pour les champs magnétiques élevés. Dans ce régime, la rétrodiffusion des ondes électroniques est très fortement diminuée (pour être rétrodiffusé, un électron doit ’traverser’ toute la largeur de l’échantillon), ce qui explique les grandes longueurs mesurées pour le libre parcours moyen et pour la longueur de cohérence de phase. Ainsi, à $\nu = 2$, Preden Roulleau et ses collaborateurs ont mesuré une longueur de cohérence de phase de $20 \mu\text{m}$ à 20 mK [9] à partir d’expériences d’interférométrie Mach-Zehnder électronique avec des bras de différentes longueurs.

Un mécanisme de décohérence est l’interaction entre les canaux de bord, qui fait l’objet d’une recherche expérimentale et théorique active. La référence [10] étudie le déphasage par couplage capacitif entre les canaux, et les références [11, 12] s’intéressent aux échanges d’énergie entre canaux. Notamment, la dernière référence met en évidence à $\nu = 2$ des échanges d’énergie importants entre les deux canaux de bord lorsqu’un des canaux est porté à une centaine de mK . Elle propose dans le même temps un moyen de les réduire. Ces effets de décohérence liés aux interactions entre canaux conduisent à une physique riche. On peut éventuellement s’en affranchir en se plaçant à $\nu = 1$.

1.2.2 Contact ponctuel quantique

L’équivalent des lames semi réfléchissantes de l’optique sont les contacts ponctuels quantiques. Il s’agit de grilles qui sont déposées à la surface de l’échantillon, et qui permettent de créer une

constriction du gaz d'électrons, entre deux réservoirs par exemple (voir figure 3a). Lorsqu'on applique une tension négative sur cette grille, la largeur du gaz bidimensionnel d'électrons en regard diminue. Comme les canaux de bord suivent des équipotentielles, ils vont être réfléchis un par un au fur et à mesure que la tension appliquée diminue.

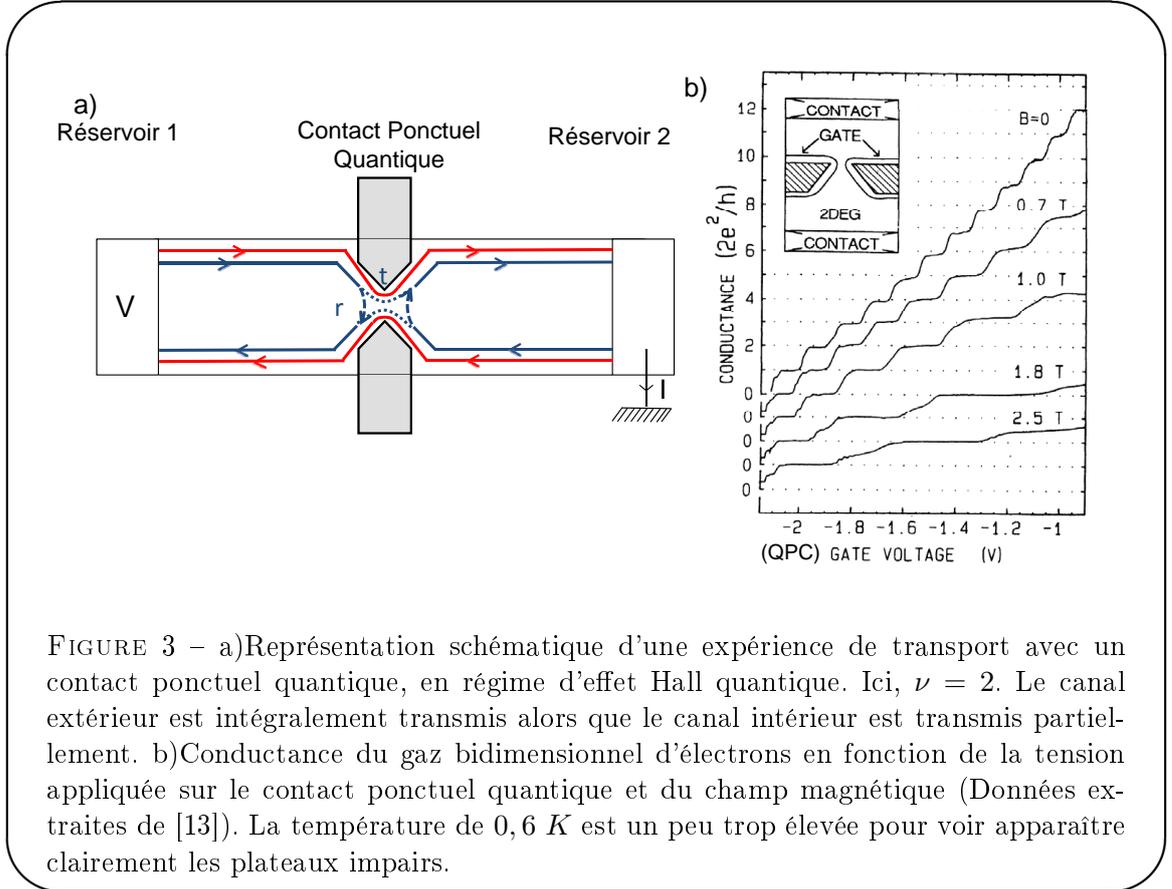
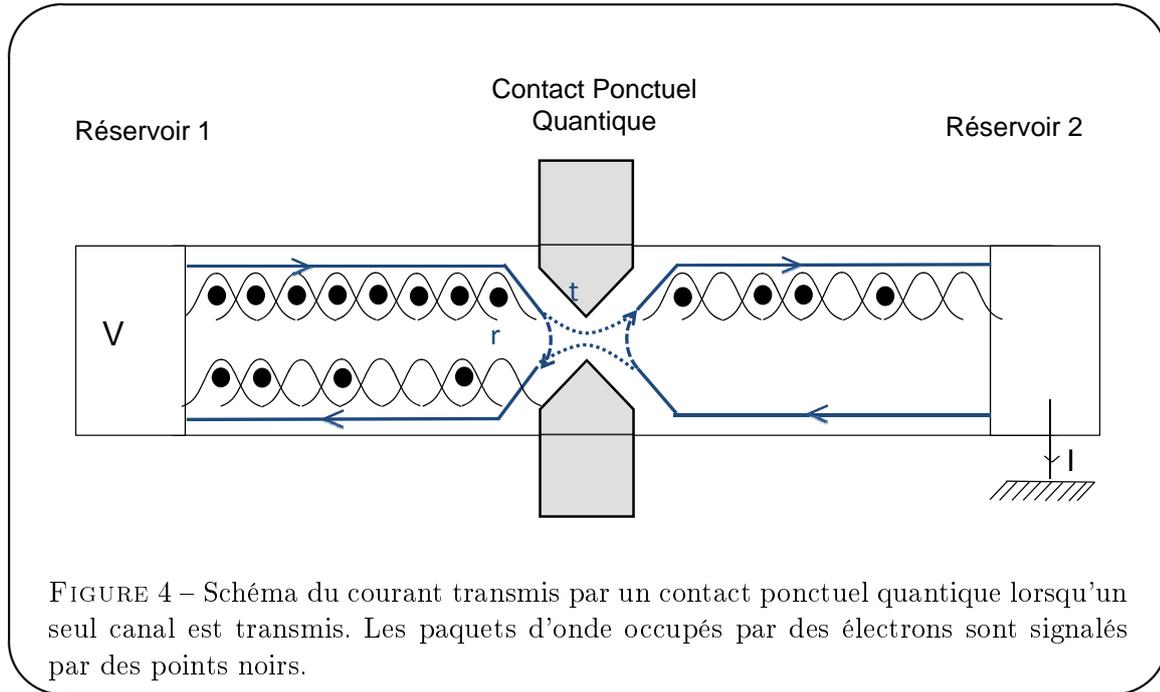


FIGURE 3 – a) Représentation schématique d'une expérience de transport avec un contact ponctuel quantique, en régime d'effet Hall quantique. Ici, $\nu = 2$. Le canal extérieur est intégralement transmis alors que le canal intérieur est transmis partiellement. b) Conductance du gaz bidimensionnel d'électrons en fonction de la tension appliquée sur le contact ponctuel quantique et du champ magnétique (Données extraites de [13]). La température de $0,6 K$ est un peu trop élevée pour voir apparaître clairement les plateaux impairs.

Cet effet a été mis en évidence pour la première fois par Van Wees et ses collaborateurs en 1988 [13]. Les résultats de leurs expériences sont présentés sur la figure 3b. Pour les champs magnétiques supérieurs à $1 T$, on observe des plateaux de conductance égaux à un nombre entier n de quanta de conductance $\frac{e^2}{h}$, lorsque n de canaux de bord sont intégralement transmis par le contact ponctuel quantique¹. Plus le champ est élevé, moins le nombre de plateaux observé est grand, ce qui reflète la diminution du nombre de canaux de bord peuplés.

La quantification de la conductance en unités de $\frac{e^2}{h}$ peut se comprendre de la façon suivante. Les états d'un mode quantique unidimensionnel (comme un canal de bord) dans la bande d'énergie comprise entre ϵ_f et $\epsilon_f + eV$ peuvent être décrits comme des paquets d'onde séparés par un temps h/eV , comme schématisé sur la figure 4. À température nulle, lorsqu'on applique un potentiel eV sur un contact, ces paquets d'onde sont occupés par un et un seul électron. Lorsqu'ils arrivent sur le contact ponctuel quantique, ils sont partitionnés : une partie des électrons est transmise (avec une probabilité D pour chaque électron) et l'autre est réfléchi (avec une probabilité $1 - D$ pour chaque électron). Le courant I mesuré dans le contact 2 est donc

1. Pour les champs inférieurs à $1 T$, l'interprétation en termes de canaux de bord n'est plus valide. On observe toutefois toujours une quantification pour les multiples paires de e^2/h . Il s'agit du passage successifs de 'modes' électroniques non polarisés en spin au fur et à mesure que la constriction s'élargit (voir [14, 15]).



$I = e \times D \times eV/h$, et la conductance est $D \frac{e^2}{h}$. Ainsi, la conductance d'un canal de bord parfaitement transmis est égale à un quantum de conductance.

Pour faire du contact ponctuel quantique l'équivalent d'une lame semi-réfléchissante pour un canal de bord, il suffit de se placer dans la région entre les plateaux pour lesquels le canal est parfaitement transmis ou parfaitement réfléchi : les ondes électroniques de ce canal de bord sont alors partiellement transmises, avec une amplitude de probabilité notée t , soit une probabilité $D = |t|^2$. On peut choisir $D = 1/2$.

1.3 Granularité et statistique des porteurs de charge

Nous avons vu qu'il est possible de faire des expériences d'interférence d'ondes électroniques dans les gaz d'électrons bidimensionnels, et qu'on dispose d'outils similaires à ceux de l'optique. On peut aussi mettre en évidence la granularité des porteurs de charge ainsi que les effets de leur statistique quantique, par exemple en étudiant le bruit.

Ainsi, lorsqu'on place un contact ponctuel quantique entre deux réservoirs, le flux d'électrons incidents est partitionné et on observe des fluctuations de courant dans les contacts. Ce bruit révèle la nature granulaire de la charge. Pour des particules classiques indépendantes, on s'attend à mesurer des fluctuations proportionnelles au courant, selon la loi de Poisson : $S_{II} = 2eI$. L'expérience décrite dans [16] montre que la statistique fermionique des électrons conduit à l'observation d'un bruit sous poissonien. Lorsque les particules sont envoyées dans un mode unique, les auteurs observent une densité spectrale de bruit $S_{II} = 2eI(1 - D)$.

Une explication en termes de paquets d'ondes est donnée dans [17] (voir figure 4). Pendant un temps T , le réservoir émet $N = T \times eV/h$ charges. La réflexion d'une partie des électrons va causer des fluctuations de courant dans les contacts (Remarquons qu'à température nulle, tous les paquets d'onde incidents sur le contact ponctuel quantique sont peuplés, et la source est donc non bruyante.). Les fluctuations se calculent simplement à partir de la variance de la loi binomiale : $\Delta I^2 = ND(1 - D)e^2/T^2 = e \langle I \rangle (1 - D)/T$, soit une densité spectrale de bruit à

fréquence nulle : $S_{II} = 2e \langle I \rangle (1 - D)$. Ainsi, le bruit observé dans un canal unique est sous poissonien. Ceci révèle la statistique quantique des électrons, qui sont par nature antigroupés à cause du principe de Pauli.

2 Sources d'électrons uniques

La partie précédente montre que les éléments d'une optique électronique sont réunis dans les gaz bidimensionnels d'électrons. La maîtrise de l'injection et de la détection d'électrons uniques dans ces systèmes cohérents ouvrirait la voie à la réalisation d'expériences d'optique quantique et au traitement de l'information quantique dans ces systèmes. Ainsi, les auteurs de la référence [18] ont montré qu'on pouvait en théorie réaliser toutes les opérations nécessaires au fonctionnement d'ordinateurs quantiques sur des électrons se propageant dans des canaux cohérents unidimensionnels à partir d'un couplage réglable entre canaux, réalisable avec des contacts ponctuels quantiques, et de l'interaction coulombienne. La détection d'électrons uniques lors de leur propagation dans le gaz bidimensionnel d'électrons n'est pas encore réalisée, mais des études théoriques [19] et expérimentales [20] dans ce sens ont été effectuées. La difficulté est due aux temps typiques très courts disponibles pour détecter cette charge : les distances typiques sont de l'ordre de la dizaine de micromètres, et les vitesses dans les canaux de bord de l'ordre de 10^4 à 10^5 ms^{-1} , soit des échelles de temps typiques de l'ordre de la nanoseconde.

Lors de ma thèse, nous nous sommes attachés à réaliser et caractériser une source d'électrons uniques. Celle-ci est conçue pour injecter des électrons à la demande, et dans un état d'énergie bien définie.

Nous allons dans un premier temps discuter de quelques sources d'électrons uniques qui ont été réalisées ou proposées dans les solides, puis je décrirai le principe de fonctionnement de la source que j'ai étudiée pendant ma thèse.

2.1 Différentes sources d'électrons uniques

Je discuterai ici des techniques d'injection d'électrons uniques reposant sur la modulation d'un réservoir ou sur l'utilisation de boîtes quantiques. Il existe d'autres façons d'obtenir des électrons uniques dans les solides, notamment par ondes acoustiques de surface (SAW en anglais) [21, 22]. On peut de cette façon atteindre des taux de répétition de l'ordre du GHz mais la manipulation des électrons uniques générés est difficile.

2.1.1 Modulation d'un réservoir

Comme nous l'avons vu dans les paragraphes précédents, l'application d'un potentiel continu sur un réservoir de température nulle permet d'émettre dans les canaux de bord une suite de paquets d'onde. La statistique de Fermi impose que chaque paquet d'onde est peuplé par un seul électron. On a donc en un sens une source d'électrons uniques. Cependant, cette source n'est pas déclenchée : on ne peut pas déterminer l'instant auquel l'électron va être émis précisément pendant la période h/eV séparant deux paquets d'onde.

Une proposition théorique de Levitov et collaborateurs décrit une alternative [23, 24]. Elle consiste à appliquer un pulse de tension $V(t)$ sur le réservoir tel que $\int V(t)dt = h/e$. Ils prédisent alors l'émission d'une charge unique. Celle-ci est en général accompagnée de paires électron trou, à moins de choisir une forme d'excitation lorentzienne. Dans ce cas, seul un électron est émis. Les progrès dans la génération de signaux arbitraires hyperfréquences devraient permettre d'exploiter

cette façon de générer des charges uniques prochainement. Toutefois, ces charges uniques ne sont pas émises dans un état d'énergie bien défini.

2.1.2 Boîtes quantiques

Une autre façon de contrôler l'injection de charges uniques dans les conducteurs quantiques repose sur l'utilisation de boîtes quantiques.

Sur un conducteur isolé, le nombre de charges est quantifié. Pour pouvoir extraire ces charges une par une afin de réaliser une source d'électrons uniques, il faut coupler ce conducteur au reste du circuit électronique, typiquement par l'intermédiaire d'une barrière tunnel. Le reste du circuit se comporte comme un réservoir à température finie, qui a pour effet d'introduire des fluctuations de charge dans la boîte. Deux effets rendent la quantification de la charge d'une boîte moins sensible aux fluctuations thermiques du réservoir : le premier est le blocage de Coulomb, qui est dû à l'interaction coulombienne entre les électrons de la boîte. L'énergie associée est l'énergie de Coulomb $E_c = \frac{e^2}{C_\Sigma}$ où C_Σ est la capacité totale de la boîte. Le deuxième effet est dû au confinement quantique, qui fait apparaître des niveaux d'énergie quantifiés, espacés d'une énergie que nous noterons Δ . La quantification de la charge est dans ce cas due au principe de Pauli, qui interdit à deux électrons d'occuper le même état quantique. L'énergie qu'il faut fournir pour rajouter un électron dans la boîte est l'énergie d'addition, que nous noterons $\Delta^* = \Delta + E_c$.

Nous allons voir comment il est possible d'utiliser cette quantification de la charge pour manipuler des électrons uniques.

- **Blocage de Coulomb**

Le blocage de Coulomb apparaît dans tous types de conducteurs, lorsque la taille de la structure considérée devient petite. C'est en général l'effet dominant dans les structures métalliques. À l'équilibre, il a pour conséquence de faire apparaître un écart en énergie fini entre le dernier niveau occupé et le premier niveau libre. Lorsque la température est inférieure à l'énergie de charge, le nombre d'électrons dans la boîte est en général bien quantifié (figure 5a).

On peut toutefois contrôler à l'aide de grilles la position des niveaux dans la boîte et se placer dans une situation dans laquelle deux états de charge sont énergétiquement équivalents (figure 5b). Si on place une telle boîte entre deux réservoirs, sa conductance est bien plus élevée dans la situation b) que dans la situation a). La forte sensibilité de la conductance à la tension de grille de ces dispositifs en fait des électromètres très sensibles [25] : il s'agit des transistors à électrons uniques, ou SETs, qui font l'objet d'une recherche active, notamment pour obtenir des caractéristiques reproductibles (voir par exemple [26]).

Dans les SETs, le courant traversant la boîte est constitué d'électrons passant un par un, comme cela a été observé expérimentalement [27, 28] : pour transmettre le courant, la boîte à N électrons reçoit un électron de l'électrode de gauche (elle a alors $N + 1$ électrons) puis émet une charge dans l'électrode de droite pour revenir à sa charge initiale. Cependant, l'instant d'émission des électrons n'est pas contrôlé.

On peut tout de même utiliser le blocage de Coulomb pour émettre des charges à la demande, comme schématisé sur la figure 5c) : en contrôlant la tension sur la grille, on peut placer une boîte contenant N électrons dans une situation hors d'équilibre. Elle va alors émettre un électron (et un seul si l'amplitude de la tension appliquée sur la grille n'est pas trop forte) dans le conducteur auquel elle est couplé. Toutefois on ne peut pas émettre l'électron dans des états d'énergie bien définie : l'électron émis provient d'un continuum d'états.

Remarquons que c'est ce principe qui est utilisé dans les dispositifs de pompes à électrons. Ils utilisent plusieurs boîtes en série pour fournir des courants continus. Excités à la fréquence

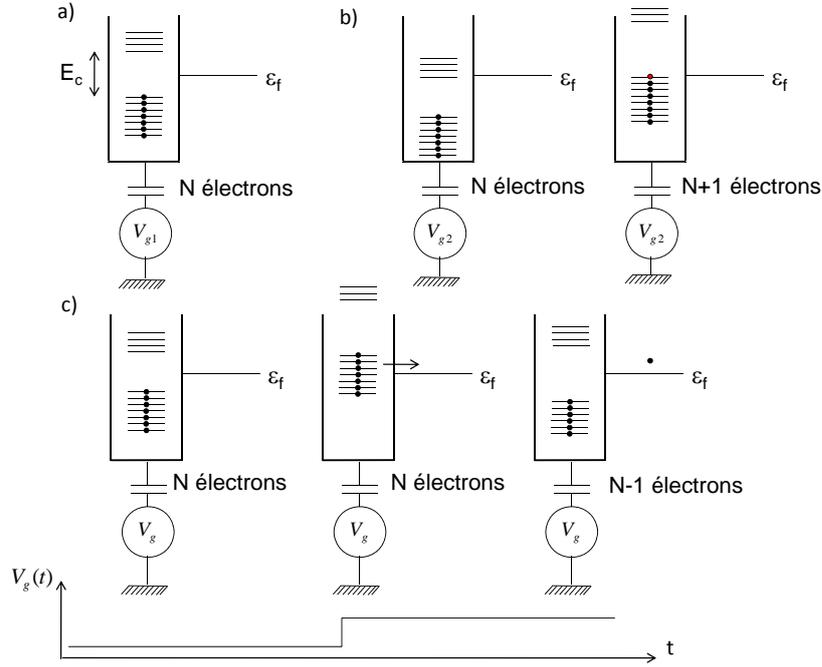


FIGURE 5 – Blocage de Coulomb. a) Représentation des niveaux d'énergie dans une situation où la charge de la boîte est bien quantifiée. b) Représentation des niveaux d'énergie lorsque la charge de la boîte peut varier d'une unité. c) Injection d'un électron unique à partir d'une boîte présentant du blocage de Coulomb.

f , ils génèrent idéalement un courant ef composé d'une suite d'électrons régulièrement espacés. L'étude du courant et du bruit de ces pompes a donné lieu à de nombreuses études expérimentales et théoriques [29, 30, 31, 32].

- **Écart entre niveaux orbital**

Dans les systèmes cohérents, une deuxième conséquence du confinement est l'apparition de niveaux d'énergie quantifiés séparés d'une énergie Δ , même en l'absence d'interactions. Cet écart peut être relativement important dans les boîtes quantiques réalisées dans les gaz bidimensionnels d'électrons. Grâce au principe de Pauli, au plus un électron peut occuper chaque niveau, en l'absence de dégénérescence de spin. Cet effet et sa combinaison avec le blocage de Coulomb ont été étudiés théoriquement et expérimentalement (voir par exemple [33] et [34]).

C'est sur cet effet que repose le principe de fonctionnement de la source d'électrons uniques que j'ai étudiée pendant ma thèse, et que je vais décrire dans la partie suivante.

2.2 La capacité mésoscopique comme source d'électrons uniques

Je vais tout d'abord décrire comment on peut utiliser le confinement orbital des électrons pour émettre des électrons uniques à la demande et résolus en énergie, puis je décrirai la réalisation pratique de la source que j'ai étudiée. Enfin, je donnerai les principaux ordres de grandeurs de cette source.

2.2.1 Principe

Le principe de fonctionnement de la source est représenté figure 6. Il repose sur l'utilisation d'une boîte avec un écart entre niveau orbital important. L'application d'une tension en créneau sur la grille permet de faire passer un niveau d'énergie et un seul au-dessus du niveau de Fermi pendant la première demi-période. Celui-ci peut alors s'échapper par effet tunnel.

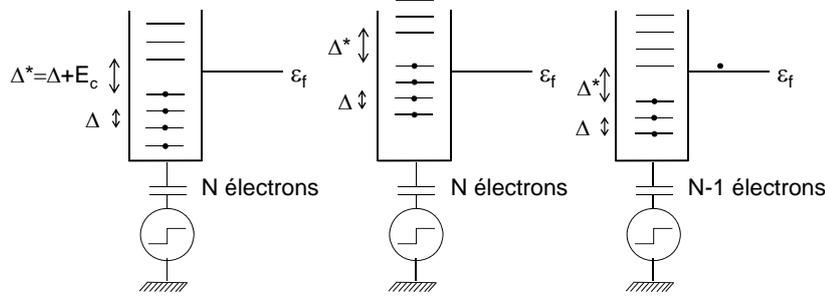


FIGURE 6 – Principe de l'injection d'électrons uniques à la demande. L'application d'une tension en créneau sur la grille permet de faire passer un niveau d'énergie et un seul au-dessus du niveau de Fermi pendant la première demi-période. Celui-ci peut alors s'échapper par effet tunnel.

sur la grille en regard de la boîte quantique permet de faire passer un niveau d'énergie au-dessus du niveau de Fermi pendant la première demi-période du créneau. L'électron peuplant ce niveau peut s'échapper de la boîte par effet tunnel, sur un temps déterminé par la transparence de la barrière tunnel. Insistons sur le fait que seul cet électron se situe au-dessus du niveau de Fermi, et peut donc s'échapper de la boîte.

Il faut alors remettre la boîte dans sa configuration initiale. Cela est fait pendant la deuxième demi-période du créneau (non représentée sur la figure). Un niveau vide (et un seul) est alors en-dessous du niveau de Fermi. Un électron de la mer de Fermi peut alors rentrer dans la boîte, ce qui correspond à l'émission d'un trou par la boîte.

Cette source permet donc de générer une succession de charges uniques de signes opposés (un électron suivi d'un trou), c'est-à-dire un courant alternatif. Elle fournit des électrons à la demande : on peut choisir l'instant auquel on va placer l'électron au-dessus du niveau de Fermi et donc commencer à émettre un paquet d'onde cohérent. De plus, la configuration des niveaux dans la boîte peut être modifiée à l'aide d'une tension continue sur la grille, ce qui permet de choisir l'énergie à laquelle les charges sont émises, dans une gamme de l'ordre de $\pm\Delta$ autour du niveau de Fermi.

L'avantage de cette source d'électrons résolue en énergie et à la demande réside dans sa simplicité : les seuls paramètres réglables sont les tensions continues appliquées sur le contact ponctuel quantique et la grille, et l'amplitude et la fréquence de la tension alternative appliquée sur la grille.

2.2.2 Réalisation

Une image du dispositif que j'ai étudié au cours de ma thèse est représentée sur la figure 7. Il s'agit d'une boîte quantique de taille submicronique dessinée dans un gaz bidimensionnel d'électrons obtenu à l'interface d'une hétérostructure *GaAs/GaAlAs*. Elle est couplée au reste du gaz d'électrons par l'intermédiaire d'un contact ponctuel quantique, qui joue le rôle d'une barrière tunnel de hauteur réglable.

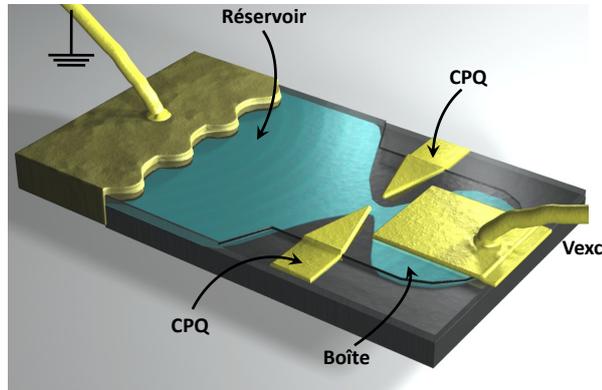


FIGURE 7 – Vue d'artiste de la capacité mésoscopique utilisée comme source d'électrons uniques, par David Darson. Une boîte quantique est couplée à un réservoir par un contact ponctuel quantique. Une grille en regard de la boîte permet de modifier la position des niveaux d'énergie de la boîte.

La géométrie à deux terminaux présentée ici est celle du premier échantillon que j'ai étudié. Le deuxième échantillon repose sur le même principe pour l'injection de charge, mais il possède deux contacts ohmiques et donc trois terminaux. Il est décrit en détail dans le chapitre 3.

2.2.3 Ordres de grandeur

L'objectif de l'expérience est de pouvoir injecter des électrons uniques cohérents dans les canaux de bord de l'échantillon. Il faut pour cela que la durée du paquet d'onde émis soit inférieure au temps de cohérence de l'électron dans ces canaux. On peut estimer ce temps à partir de la longueur de cohérence de phase (estimée à $20 \mu\text{m}$ d'après [9]) et de la vitesse de dérive des électrons dans les canaux de bord. Cette vitesse n'est pas connue exactement et dépend de l'échantillon considéré. Son ordre de grandeur est d'environ 10^4 à 10^5 ms^{-1} . Le temps de cohérence de phase est donc de l'ordre de la nanoseconde. Avec nos paramètres expérimentaux, il est possible d'avoir un temps d'émission typique, et donc une durée du paquet d'onde électronique émis, inférieur ou de l'ordre de ce temps de cohérence de phase. On peut donc envisager de réaliser avec ces électrons des expériences d'optique quantique électronique. Ces échelles de temps nous ont conduit à étudier la source à des fréquences de répétition de l'ordre du GHz .

D'autre part, les boîtes quantiques que nous avons étudiées présentent des énergies d'addition de quelques K . On peut estimer l'énergie de Coulomb à partir de leurs tailles lithographiées qui sont légèrement inférieures au micromètre. La grille en regard est déposée 100 nm au dessus de la boîte, et la recouvre en grande partie. La capacité totale de la boîte est donc relativement grande, de l'ordre du fF , ce qui correspond à une énergie de Coulomb de l'ordre du Kelvin. Expérimentalement, nous avons déterminé que l'énergie de Coulomb est en fait d'environ $0,5 K$ pour le premier échantillon (E3), et inférieure pour le deuxième (S528-11), à comparer avec des énergies d'addition mesurées de $2,5 K$ et de $4,2 K$ respectivement. L'énergie d'addition est donc dominée dans nos expériences par l'écart entre niveaux orbital, et nous les confondrons parfois.

3 Résultats obtenus au cours de la thèse

Au cours de ma thèse, nous avons étudié théoriquement et expérimentalement le courant moyen et le bruit en courant de la source d'électrons uniques proposée dans le paragraphe précédent. Nous avons observé la quantification de la première harmonique du courant en unités de $2ef$ lorsqu'on applique sur la grille une tension en crête dont l'amplitude compense l'énergie d'addition de la boîte (chapitre 1). Cette valeur du courant est celle attendue pour l'émission d'un électron (puis d'un trou) au début de chaque demi-période. Le courant moyen mesuré est de plus en très bon accord avec une théorie de diffusion électronique que nous avons développée et dont tous les paramètres sont mesurés dans le régime de faible excitation de la capacité mésoscopique.

Afin de confirmer l'émission de charges uniques, nous avons effectué l'étude théorique du bruit de la source d'électrons uniques (chapitre 2). Nous verrons que la densité spectrale de bruit en courant à fréquence nulle est nulle. Nous avons donc étudié le bruit en présence d'une excitation périodique à fréquence finie. Nous avons pour cela développé un premier modèle dans le formalisme de diffusion permettant de calculer le bruit en courant de la source d'électrons uniques en fonction d'un grand nombre de paramètres : amplitude et forme de l'excitation, température électronique, position des niveaux et écart entre niveaux dans la boîte. Pour nos paramètres expérimentaux, elle prédit l'observation d'une courbe en cloche pour le bruit en fonction de la transmission. L'amplitude attendue est de l'ordre de e^2f et le maximum est obtenu lorsque le temps de sortie de l'électron devient comparable à la demi-période. Cependant, bien que cette formule très générale permette de simuler la densité spectrale de bruit attendue, elle s'interprète difficilement.

Nous avons donc développé un deuxième modèle théorique, reposant sur la génération de réalisations classiques du courant. Il impose qu'une charge au plus soit émise par demi période, et limite la variation de la charge de la boîte à au plus une unité : un électron ne peut être émis que si un trou a été émis au préalable, et vice-versa. Son domaine de validité est plus restreint que le précédent : la température est nulle, l'excitation en crête compense exactement l'énergie d'addition, et la position des niveaux dans la boîte est telle qu'un niveau électronique est successivement placé bien au-dessus puis bien au-dessous du niveau de Fermi. Cependant, c'est dans ce régime que nous nous attendons à observer le bon fonctionnement de la source d'électrons uniques. Dans son domaine de validité, ce modèle reproduit parfaitement les prédictions du modèle de diffusion, à la fois pour le courant moyen et pour la densité spectrale de bruit. Il permet de dégager le sens physique de la courbe en cloche prédite : à faible transmission, l'émission d'une charge est un événement rare, et nous trouvons des fluctuations de courant poissoniennes, de type bruit de grenaille. À forte transmission, la charge transmise par demi période est toujours de 1 lorsque le temps de sortie est petit devant la demi période. Néanmoins, l'incertitude sur l'instant d'émission de la charge au cours de la demi-période, d'origine quantique, génère un bruit que nous appellerons bruit de phase et qui peut atteindre des niveaux de l'ordre de e^2f . Ainsi, la présence de bruit ne traduit pas forcément un mauvais fonctionnement de la source d'électrons uniques.

Ces deux modèles nous permettent de plus de mettre en évidence qu'à fréquence d'excitation et d'observation fixées, la densité spectrale de bruit est une fonction universelle du temps de sortie : elle est largement indépendante de l'écart entre niveaux et de la température électronique.

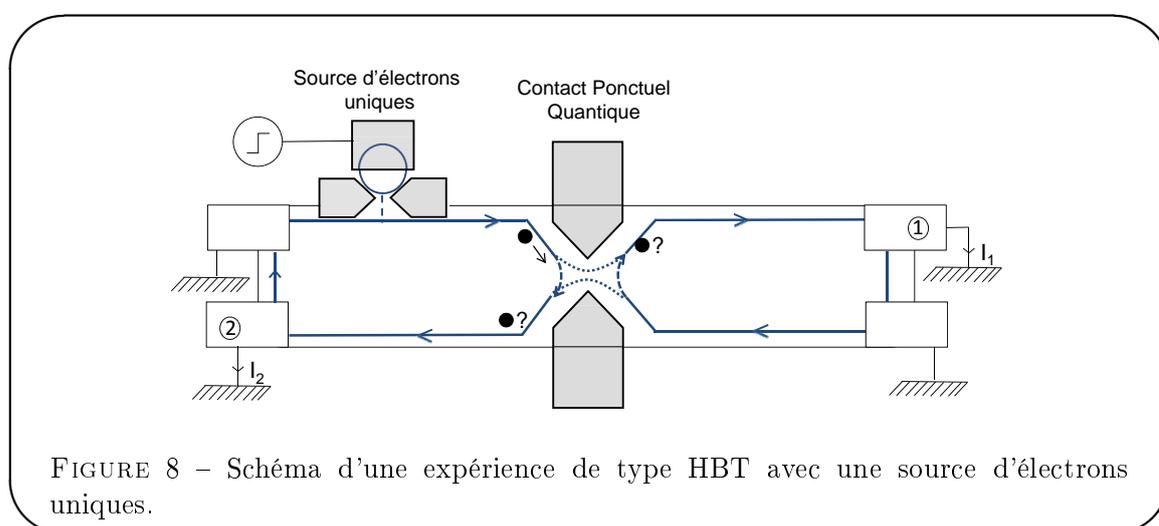
Pour mesurer la densité spectrale de bruit à fréquence finie, nous avons mis au point et calibré un dispositif de mesure hyperfréquence ultra sensible et très stable, décrit au chapitre 3. En effet, l'amplitude du bruit est très faible : pour nos paramètres expérimentaux, elle correspond au bruit en courant généré par une résistance de 50Ω portée à $70 \mu K$. Notamment, afin d'éliminer les effets

dûs à la variation de la réflexion du bruit de l'environnement sur l'échantillon, nous avons conçu de nouveaux échantillons, donnant accès à la densité spectrale de bruit d'émission. Ils préfigurent les échantillons qui seront utilisés pour caractériser plus finement la source, puis pour l'utiliser dans des expériences de collisions électroniques. Je décrirai aussi l'adaptation d'impédance large bande de 50 à 120 Ω que nous avons conçue et utilisée pour augmenter la puissance vue par le circuit de mesure.

Ce dispositif a permis la détermination expérimentale du bruit (chapitre 4). Dans le domaine de validité du modèle heuristique, les mesures sont conformes aux prédictions théoriques. Notamment, la mesure simultanée du courant et du bruit nous permet de vérifier le très bon accord de nos données avec la courbe universelle du bruit en fonction du temps de sortie, sur deux décades du temps de sortie et sans paramètres ajustables. Ces mesures confirment l'émission successive d'électrons et de trous uniques par la source lorsque le temps de sortie est inférieur à la demi-période de l'excitation.

4 Perspectives

Contrairement aux photons, les électrons uniques émis par notre source évoluent au-dessus d'une mer de Fermi. En particulier, la mesure du bruit que nous avons effectuée ne permet pas de mettre en évidence la création éventuelle de paires électron trou dans la mer de Fermi en plus de l'injection de charges uniques. Ces paires pourront être mises en évidence dans une expérience de type Hanbury-Brown et Twiss (HBT) [35]. Cette expérience sera l'objet de la thèse de mon successeur, François Parmentier. Elle consiste à envoyer les charges émises par la source d'électrons uniques sur un contact ponctuel quantique, puis à mesurer les corrélations de courant dans deux détecteurs placés en sortie (figure 8). Si la source d'électrons uniques fonctionne bien,



nous nous attendons à mesurer pour le corrélateur $\overline{I_1(t)I_2(t+t_1)}^t$ une valeur nulle à temps nul : la particule émise est observée soit dans le contact 1 soit dans le contact 2. L'émission de paires électron trou pourra être mise en évidence par l'observation d'un corrélateur négatif à temps nul, résultant de la détection d'un trou dans un contact et d'un électron dans l'autre.

Cette expérience a déjà été réalisée avec des contacts polarisés en continu en 1999 [36] et a permis de confirmer que l'application d'une tension constante sur un contact génère un flux d'électrons uniques.

Si cette expérience est concluante, nous pourrions enfin vérifier la cohérence des paquets d'onde émis, ainsi que le bon contrôle de l'état dans lequel les charges sont émises, en réalisant une expérience de collision d'électrons uniques sur un contact ponctuel quantique. Cette expérience, dite de Hong Ou Mandel, est l'analogie de l'expérience présentée par ces auteurs dans [37] pour des photons. Son principe est schématisé sur la figure 9.

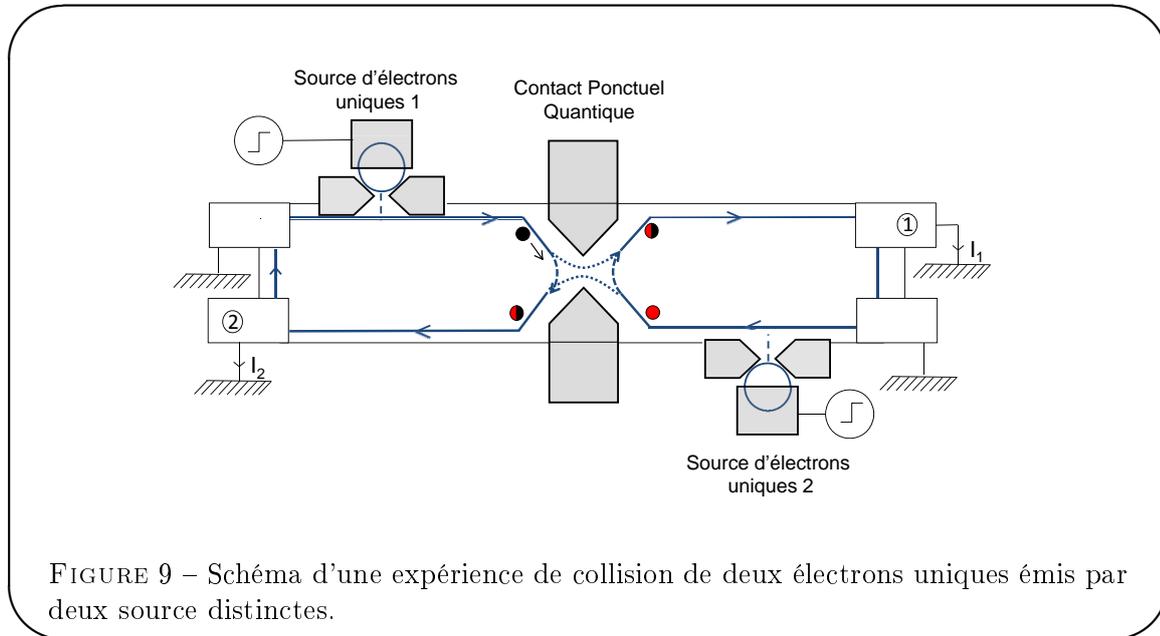


FIGURE 9 – Schéma d'une expérience de collision de deux électrons uniques émis par deux source distinctes.

Les électrons émis par deux sources indépendantes d'électrons uniques sont envoyés sur un contact ponctuel quantique. S'ils sont dans le même état, la nature fermionique des électrons les conduit à s'antigrouper : un électron sera détecté dans chaque détecteur à chaque coup, et le corrélateur à temps nul sera donc positif. Cette expérience très riche² devrait permettre d'observer la décohérence des paquets d'onde dans les canaux de bord, par exemple en faisant varier la distance entre les sources et le contact ponctuel quantique. Le calcul du corrélateur des courants à fréquence nulle est effectué dans la limite adiabatique (le temps de sortie est petit devant la période de l'excitation) dans la références [38]. Les auteurs prédisent l'observation d'une suppression du bruit à fréquence nulle lorsque les particules arrivent sur le contact ponctuel quantique central au même instant. L'échelle de temps du décalage temporel acceptable pour l'observation de cette suppression est donné par la largeur temporelle des paquets d'ondes.

Enfin, soulignons que plusieurs propositions théoriques utilisant la source d'électrons uniques ont été faites [39, 40]. Notamment, la dernière référence propose une expérience utilisant deux sources d'électrons uniques pour réaliser des paires d'électrons (ou de trous) intriqués.

2. On peut choisir l'énergie à laquelle les électrons sont émis, déphaser l'émission des charges entre les deux sources, observer l'effet de la température...

Chapitre 1

Réalisation d'une source d'électrons uniques

1.1	Dispositif expérimental	17
1.1.1	Chaîne d'excitation	17
1.1.2	Chaîne de mesure	18
1.2	Théorie de la réponse d'une capacité mésoscopique à une excitation périodique	19
1.2.1	Modélisation de l'échantillon	19
1.2.2	Calcul du courant dans le conducteur	19
1.2.3	Effet des grilles	23
1.2.4	Prise en compte des interactions	24
1.3	Régime linéaire	24
1.3.1	Théorie	24
1.3.2	Résultats : détermination des paramètres des échantillons	27
1.4	Régime de forte excitation : première harmonique du courant	33
1.4.1	Théorie	34
1.4.2	Résultats expérimentaux	42
1.4.3	Conclusion	49
1.5	Régime de forte excitation : forme temporelle du courant	49
1.5.1	Théorie	50
1.5.2	Résultats	50

Introduction du chapitre 1

Je présente dans cette partie les mesures de courant moyen que nous avons réalisées sur deux échantillons de capacités mésoscopiques, décrits dans l'introduction. Après une brève description du dispositif expérimental, je présente la modélisation que nous avons adoptée pour nos échantillons. Je décris ensuite notre expérience dans le formalisme de la théorie de diffusion.

Dans le régime dit linéaire, le bon accord de la théorie et des données expérimentales nous permet de déterminer les différents paramètres des échantillons à partir de la mesure de la première harmonique du courant : l'écart entre niveaux, l'énergie de charge, la température électronique et la loi de transmission en fonction de la tension appliquée sur le contact ponctuel quantique.

Nous développons ensuite la théorie de diffusion dans le régime non linéaire. Nous prédisons ainsi l'apparition de plateaux de courant quantifiés en unités de $2ef$ pour la première harmonique du courant lorsque l'amplitude d'excitation s'approche de l'écart entre niveaux. Ils correspondent à l'injection successive d'un électron et d'un trou par période.

Nous montrons l'observation expérimentale de ces plateaux de courant. Ceux-ci sont totalement déterminés par les paramètres mesurés dans le régime linéaire, sans paramètre ajustable, pour le premier échantillon étudié. Pour le deuxième, utilisé ensuite pour les mesures de bruit, nous ne pouvons reproduire les mesures que de façon qualitative, à cause d'une dépendance de la transmission de la barrière avec l'énergie.

Enfin, nous présentons des mesures temporelles effectuées à relativement basse fréquence (32 MHz). Celles-ci montrent une relaxation exponentielle de la charge dans le circuit mésoscopique, en bon accord avec le modèle de diffusion.

1.1 Dispositif expérimental

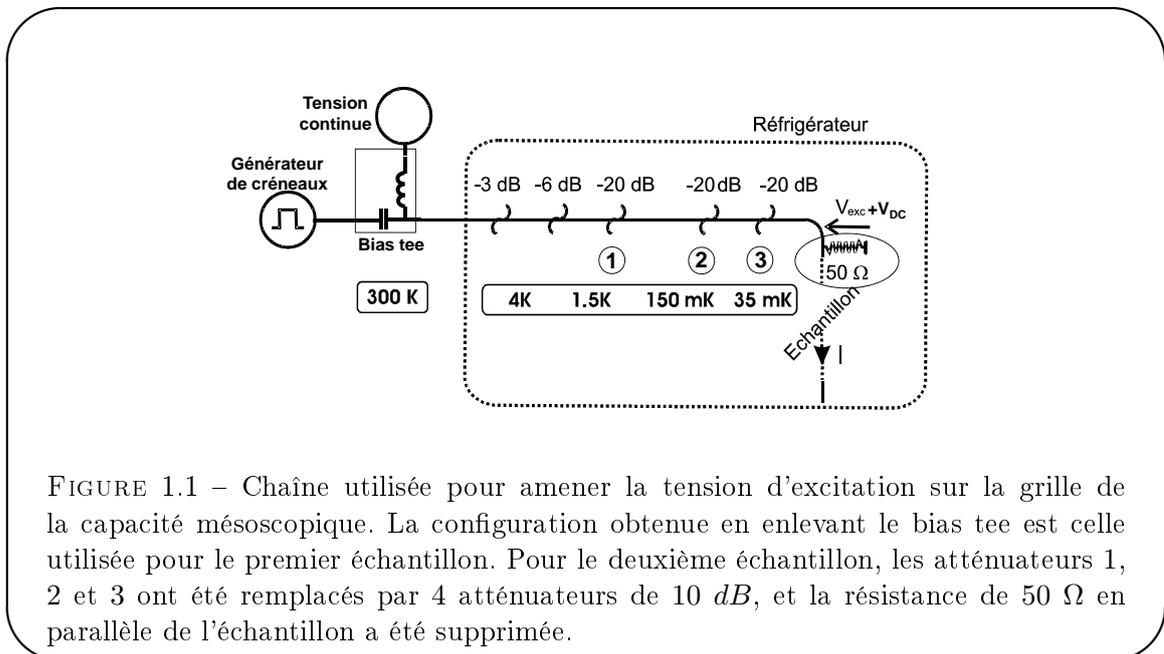
Cette partie décrit succinctement le dispositif expérimental que nous avons utilisé au début de ma thèse. Il est décrit en détail dans les thèses de mes prédécesseurs [41, 3]. Il permet d'exciter l'échantillon avec des signaux hyperfréquences non harmoniques, et de mesurer le courant qui en résulte. La chaîne d'excitation sera reprise à l'identique pour les expériences de bruit, alors que la chaîne de détection sera considérablement modifiée (voir partie 3.3.1.2).

1.1.1 Chaîne d'excitation

La chaîne hyperfréquence d'excitation que nous avons utilisée est très semblable à celle utilisée dans les thèses de Gwendal Fève et Julien Gabelli. Elle consiste en un générateur de créneaux hyperfréquence *Agilent 81134A* et une chaîne large bande permettant d'amener le signal de la température ambiante à la température de base du réfrigérateur à dilution dans lequel se trouve l'échantillon.

Le temps de montée du générateur de créneau est inférieur à 60 ps pour passer de 20 à 80 % de la consigne. Nous l'avons utilisé entre 180 MHz et $1,5 \text{ GHz}$. Pour la fréquence la plus haute, utilisée pour la mesure du bruit, la durée de la demie période est d'environ 330 ps soit 5 fois supérieure au temps de montée.

Le signal ainsi généré est amené sur l'échantillon par une chaîne composée de câbles large bande (40 GHz) et d'atténuateurs placés aux différentes températures du réfrigérateur à dilution (voir figure 1.1). Ceux-ci permettent de thermaliser le rayonnement thermique à 300 K , et leur



placement et leur choix sont détaillés dans la thèse de Julien Gabelli [41]. Au cours des expériences présentées dans ce manuscrit, l'atténuation totale à basse température a varié entre -70 dB pour l'échantillon E3 et -50 dB pour l'échantillon S528-11. Pour le deuxième échantillon, nous avons parfois ajouté de l'atténuation à température ambiante. La longueur de la chaîne est de plusieurs mètres, ce qui explique que l'atténuation (mesurée à température ambiante) soit environ 3 dB plus importante à 4 GHz qu'en continu. Nous n'avons pas pu réaliser cette mesure à basse

température, mais nous pouvons anticiper que ces performances vont s'améliorer grâce à la diminution de l'effet de peau.

Enfin, les échantillons sont placés sur des porte échantillons. E3 a été mesuré sur le porte échantillon réalisé pendant la thèse de Julien Gabelli, et S528-11 a été mesuré sur un nouveau porte échantillon, décrit partie 3.4. Une différence notable vient du fait que nous avons placé une résistance de 50Ω en parallèle de l'échantillon dans le premier cas, et pas dans le deuxième. Dans ce dernier cas, il y a alors réflexion totale de l'onde hyperfréquence sur l'échantillon, d'impédance caractéristique très grande devant 50Ω . Cette onde réfléchie est ensuite absorbée dans le dernier atténuateur de la chaîne d'excitation. Il y a alors création d'une onde stationnaire dans le câble, et l'échantillon se trouve sur un ventre de tension. Nous pouvons donc dans les deux cas considérer que l'échantillon est soumis à une source de tension.

Enfin, pour le deuxième échantillon, nous avons placé un bias tee en tête de cryostat, nous permettant d'appliquer des tensions continues sur la grille de la capacité mésoscopique.

1.1.2 Chaîne de mesure

Afin de mesurer le courant traversant les échantillons, nous avons utilisé deux chaînes de mesures distinctes. La première est décrite en détail dans la thèse de Gwendal Fève. Le signal est d'abord amplifié grâce à des amplificateurs cryogéniques bas bruit ($T_N \approx 15 K$, bande passante $100 - 2000 MHz$). L'échantillon est protégé de leur bruit par des isolateurs placés à basse température. Le signal amplifié est alors envoyé soit sur une carte d'acquisition rapide pour les mesures temporelles, soit vers une détection homodyne pour la mesure de la première harmonique du courant.

Seul ce dernier type de mesure est possible à la fréquence de $1,5 GHz$ compte tenu du matériel disponible au laboratoire. Son principe est celui d'une détection synchrone : le signal à mesurer est multiplié par une référence de fréquence identique au signal d'excitation, (fournie par le même générateur hyperfréquence) et on ne conserve que la partie à fréquence nulle, proportionnelle à la première harmonique du signal (voir figure 1.2). L'utilisation d'un coupleur hybride

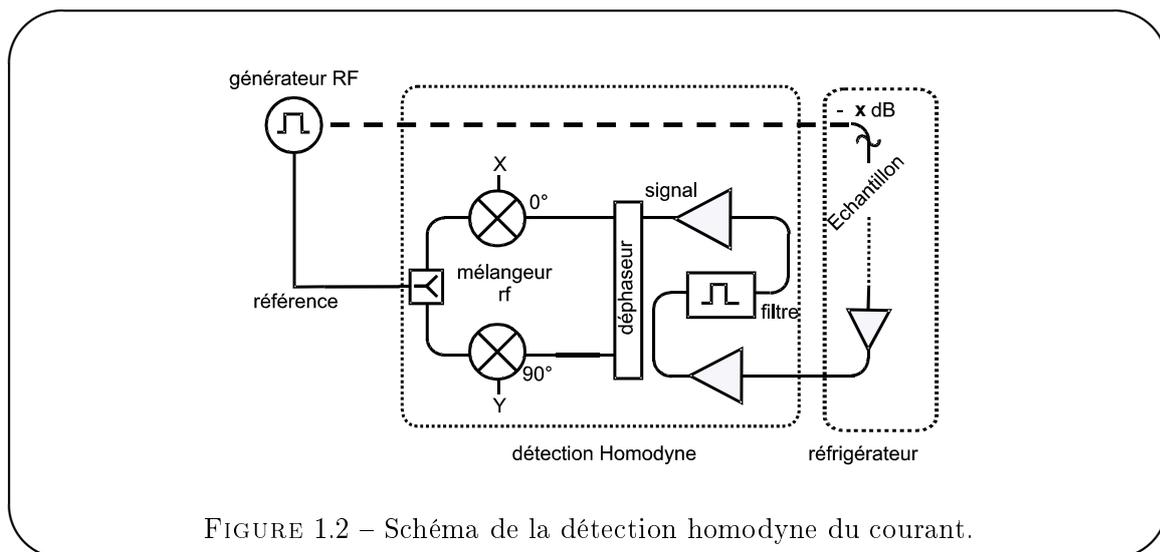


FIGURE 1.2 – Schéma de la détection homodyne du courant.

(appelé déphaseur sur la figure) permet d'avoir accès simultanément aux deux quadratures du courant. Expérimentalement, les deux quantités mesurées sont déphasées de $90^\circ \pm 2^\circ$. La mesure de signaux de référence permet de calibrer ce déphasage et d'en tenir compte éventuellement

dans l'interprétation des résultats. Remarquons enfin que le signal à mesurer acquiert au cours de sa propagation une phase globale en plus du déphasage dû à l'échantillon. La détermination de cette phase globale est difficile et sera présentée dans la suite de ce chapitre.

Le dispositif de mesure utilisé pour le deuxième échantillon est légèrement plus complexe, car il permet en plus de mesurer le bruit de la source d'électrons uniques. Il est décrit en détail dans la partie 3.3.1.2, et reprend pour la mesure du courant le dispositif de détection homodyne.

Notons enfin qu'afin d'éviter les réflexions de signaux provenant de la chaîne de mesure sur l'échantillon, nous avons placé en parallèle de nos échantillons une impédance adaptée. Celle-ci absorbe ces signaux indésirables et évite les résonances dans la ligne, mais divise le courant à mesurer par deux.

1.2 Théorie de la réponse d'une capacité mésoscopique à une excitation périodique

1.2.1 Modélisation de l'échantillon

Nous avons effectué la majeure partie de nos mesures en plaçant nos échantillons dans un champ magnétique important nous permettant d'atteindre le régime d'effet Hall quantique. Aux champs que nous avons choisis, seuls 4 canaux de bord sont peuplés. Rappelons que ces canaux sont chiraux, polarisés en spin, et suivent les bords de l'échantillon.

Les tensions appliquées sur le contact ponctuel quantique ne permettent le passage d'électrons du réservoir à la boîte par effet tunnel que sur le canal extérieur, avec une amplitude de probabilité t . Un électron de ce canal incident sur la barrière de potentiel a alors une probabilité $D = |t|^2$ de la franchir. Nous considérerons que les autres canaux n'interagissent pas avec le canal étudié. De plus, nous supposons que la cohérence des électrons est parfaitement préservée à l'échelle de la boîte quantique.

Nous utiliserons donc un modèle unidimensionnel, monomode et chiral, basé sur le formalisme de diffusion de Landauer Büttiker.

1.2.2 Calcul du courant dans le conducteur

Dans cette partie, nous allons calculer le courant émis par l'échantillon lorsqu'on lui applique une tension périodique quelconque. Nous nous intéresserons dans les parties suivantes à des cas particuliers, que sont l'excitation sinusoïdale en régime dit linéaire, et l'excitation par un créneau d'amplitude comparable à l'énergie d'addition.

1.2.2.1 Expression générale du courant

Les notations que nous allons utiliser sont définies sur la figure 1.3a) : on applique sur l'armature métallique de la grille une tension alternative notée V_{exc} , alors que le potentiel du contact est supposé nul. En effet, le réservoir est relié à la masse par une résistance de 50Ω , très faible devant l'impédance de l'échantillon. Nous allons de plus faire l'hypothèse que la boîte quantique a un potentiel uniforme noté U , lui aussi périodique. Pour calculer le courant, il est commode de changer la référence des potentiels, afin de placer la boîte quantique au potentiel nul. Le potentiel du réservoir est alors $-U$ (figure 1.3b).

Dans la théorie de diffusion, l'opérateur courant s'exprime en fonction des opérateurs \hat{a} et \hat{b} d'annihilation d'un électron incident sur la boîte quantique ou provenant de cette boîte :

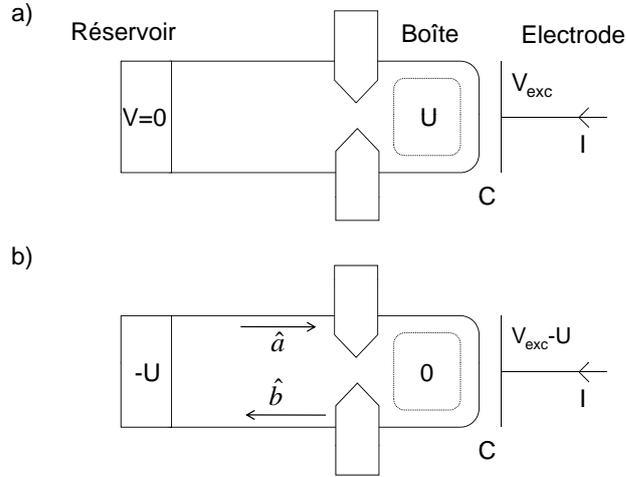


FIGURE 1.3 – Modélisation de la capacité mésoscopique. a) On applique un potentiel V_{exc} périodique sur la grille alors que le réservoir est placé à la masse. La boîte quantique voit son potentiel U varier périodiquement aussi. b) On décale tous les potentiels de la quantité $-U$

$$\hat{I}(t) = \frac{e}{h} \int_{-\infty}^{\infty} d\epsilon d\epsilon' \left[\hat{a}^\dagger(\epsilon) \hat{a}(\epsilon') - \hat{b}^\dagger(\epsilon) \hat{b}(\epsilon') \right] e^{i(\epsilon - \epsilon')t/\hbar} \quad (1.1)$$

Les opérateurs \hat{b} s'expriment simplement en fonction des opérateurs \hat{a} . Comme nous ne considérons qu'un seul canal de propagation, la matrice de diffusion qui les relie est un scalaire dépendant seulement de ϵ et ϵ' . De plus le potentiel de la boîte étant constant, un électron incident ne peut changer d'énergie. Nous pouvons donc écrire :

$$\hat{b}(\epsilon) = S(\epsilon) \hat{a}(\epsilon) \quad (1.2)$$

Le courant mesuré se calcule alors en prenant la moyenne statistique de l'équation 1.1 et en déterminant $S(\epsilon)$.

1.2.2.2 Moyenne statistique

Nous cherchons à calculer $\langle \hat{a}^\dagger(\epsilon') \hat{a}(\epsilon) \rangle$, où l'opérateur $\hat{a}(\epsilon)$ est l'opérateur d'annihilation d'un électron incident à l'énergie ϵ dans le conducteur quantique. Nous allons pour cela suivre la démarche de [42] et exprimer ces opérateurs d'annihilation en fonction des opérateurs d'annihilation d'un électron dans le réservoir, notés $\hat{a}'(\epsilon)$ et dont la moyenne statistique, notée $\langle . \rangle$ est connue :

$$\langle \hat{a}'^\dagger(\epsilon') \hat{a}'(\epsilon) \rangle = f(\epsilon) \delta(\epsilon - \epsilon') \quad (1.3)$$

f est la distribution de Fermi : lorsque le réservoir est à la température T , l'état à un électron d'énergie ϵ dans le réservoir est peuplé avec une probabilité $f(\epsilon) = \frac{1}{1+e^{(\epsilon-\epsilon_f)/k_B T}}$.

Dans le formalisme de diffusion, on considère que les états du conducteur quantique sont peuplés à partir des états émis par le réservoir vers le conducteur, de fonction d'onde $|\Psi_\epsilon\rangle$. En l'absence de potentiel dépendant du temps, un tel état d'énergie ϵ s'écrit :

$$|\Psi_\epsilon(t)\rangle = \begin{cases} |\phi_\epsilon^{res}\rangle e^{-i\epsilon t/\hbar} & \text{dans le réservoir} \\ |\phi_\epsilon^+\rangle e^{-i\epsilon t/\hbar} & \text{dans le conducteur} \end{cases} \quad (1.4)$$

où $|\phi_\epsilon^{res}\rangle$ et $|\phi_\epsilon\rangle$ sont les états propres d'énergie ϵ dans le réservoir et dans le conducteur (le signe + désigne les états se propageant vers la boîte quantique), annihilés respectivement par $\hat{a}'(\epsilon)$ et $\hat{a}(\epsilon)$. Dans ce cas simple, ces deux opérateurs sont donc égaux : ils annihilent un électron dans la même fonction d'onde.

Lorsqu'on applique le potentiel $-U$ périodique de moyenne nulle dans le réservoir, les états du réservoir d'énergie ϵ acquièrent une phase supplémentaire $e^{-i/\hbar \int_0^t eU(\tau)d\tau}$, tout en restant peuplés avec une probabilité $f(\epsilon)$. Ces états génèrent de nouveaux états de diffusion, $|\Psi'_\epsilon(t)\rangle$, décrits dans le réservoir par de nouveaux opérateurs $\hat{a}'(\epsilon)$, obéissant toujours à la relation 1.3. Comme le potentiel est périodique de pulsation Ω , la phase acquise l'est aussi, et on peut donc la développer en série de Fourier :

$$e^{-i/\hbar \int_0^t eU(\tau)d\tau} = \sum_n c_n e^{-in\Omega t} \quad (1.5)$$

$$\text{où } c_n = \frac{\Omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\Omega} dt \left(e^{-i/\hbar \int_0^t eU(\tau)d\tau} e^{in\Omega t} \right)$$

Dans le formalisme de Landauer Büttiker, les états quantiques de la partie mésoscopique ne sont pas affectés par les potentiels appliqués aux réservoirs. Le nouvel état de diffusion se décompose donc dans la partie mésoscopique sur les états non perturbés $|\phi_\epsilon^+\rangle$ et on obtient ainsi l'expression générale du nouvel état de diffusion d'énergie ϵ :

$$|\Psi'_\epsilon(t)\rangle = \begin{cases} |\phi_\epsilon^{res}\rangle e^{-i\epsilon t/\hbar} \sum_n c_n e^{-in\Omega t} & \text{dans le réservoir} \\ \sum_{\epsilon'} c_{\epsilon,\epsilon'} |\phi_{\epsilon'}^+\rangle e^{-i\epsilon' t/\hbar} & \text{dans le conducteur} \end{cases} \quad (1.6)$$

On calcule alors $c_{\epsilon,\epsilon'}$ en raccordant la fonction d'onde $|\Psi'_\epsilon(t)\rangle$ entre le réservoir et la partie mésoscopique de l'échantillon à chaque pulsation $\epsilon/\hbar + n\Omega$: on trouve que $c_{\epsilon,\epsilon'} = c_n \delta_{\epsilon',\epsilon+n\hbar\Omega}$. Ainsi, la relation cherchée entre les opérateurs \hat{a} et les opérateurs \hat{a}' est :

$$\hat{a}'(\epsilon) = \sum_n c_n^* \hat{a}(\epsilon + n\hbar\Omega) \quad (1.7)$$

$$\hat{a}(\epsilon) = \sum_n c_n \hat{a}'(\epsilon - n\hbar\Omega) \quad (1.8)$$

On passe d'une équation à l'autre en utilisant la propriété suivante :

$$\sum_n c_n c_{n+a}^* = \delta_{a,0} \quad (1.9)$$

Ces équations nous permettent d'interpréter les coefficients c_n comme des amplitudes de probabilité pour un électron dans le réservoir d'énergie ϵ d'absorber n photons de pulsation Ω .

Nous trouvons alors la valeur moyenne du courant à partir de 1.1, ainsi que sa première harmonique :

$$\langle \hat{I}(t) \rangle = \frac{e}{h} \sum_{n,n'} c_n^* c_{n'} \int d\epsilon \left(1 - S^\dagger(\epsilon) S(\epsilon + (n' - n)\hbar\Omega) \right) f(\epsilon - n\hbar\Omega) e^{i(n-n')\Omega t} \quad (1.10)$$

$$\langle \hat{I}_\Omega \rangle = \frac{e}{h} \sum_n c_n^* c_{n+1} \int d\epsilon \left(1 - S^\dagger(\epsilon) S(\epsilon + \hbar\Omega) \right) f(\epsilon - n\hbar\Omega) \quad (1.11)$$

où $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ est la charge de l'électron.

Pour évaluer cette expression, il faut calculer les coefficients c_n , et donc déterminer le potentiel U de la boîte quantique à partir de la tension V_{exc} que nous contrôlons. Cela n'est pas possible en général, sauf dans certains cas particuliers, tels que le régime harmonique linéaire, ou lorsque la capacité C de couplage électrostatique entre la grille et la boîte est très grande.

Ce résultat a été obtenu dans une géométrie à deux terminaux, qui est celle de l'échantillon E3. Le calcul pour l'échantillon S528-11 à trois terminaux donne le même résultat. Il est développé dans l'annexe A.

1.2.2.3 Matrice de diffusion

Nous allons maintenant nous donner un modèle pour la matrice de diffusion des électrons incidents sur le contact ponctuel. Celle-ci nous permettra aussi de définir la densité d'états dans la boîte quantique.

- **Modélisation**

La boîte quantique est couplée au réservoir par l'intermédiaire d'un contact ponctuel quantique. Nous allons calculer la matrice de diffusion d'un électron incident sur le contact ponctuel quantique pour un canal unidimensionnel et non dégénéré, adapté lorsqu'on place le conducteur en régime d'effet Hall quantique avec levée de la dégénérescence de spin.

Nous décrirons l'amplitude de probabilité pour un électron de passer du réservoir à la boîte par t et l'amplitude de probabilité de réflexion par r , que nous choisirons réels (voir figure 1.4). Nous considérerons que ces deux paramètres, réglables par l'intermédiaire de la tension V_g

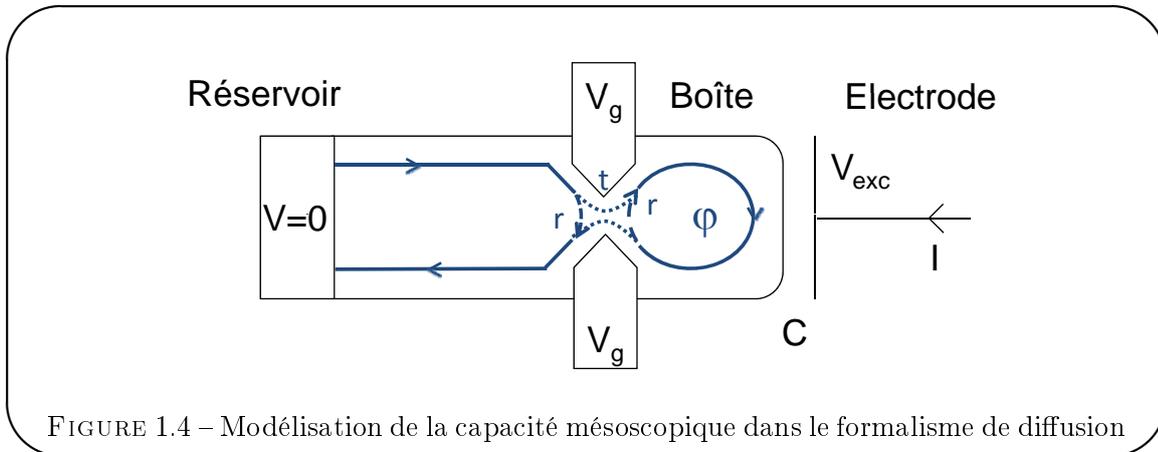


FIGURE 1.4 – Modélisation de la capacité mésoscopique dans le formalisme de diffusion

appliquée au contact ponctuel quantique, sont indépendants de l'énergie de l'électron incident. La phase accumulée à la réflexion par une onde électronique incidente sur le contact ponctuel

quantique correspond à la somme des amplitudes de probabilité de réflexion au bout de n tours dans la boîte, où n varie de 0 à l'infini :

$$S(\epsilon) = r - t^2 \sum_{n=0}^{\infty} \left(r e^{i\phi(\epsilon)} \right)^n \quad (1.12)$$

$$= \frac{r - e^{i\phi(\epsilon)}}{1 - r e^{i\phi(\epsilon)}} \quad (1.13)$$

où $\phi(\epsilon)$ désigne la phase accumulée par l'électron lorsqu'il fait un tour dans la boîte. Nous choisissons une dépendance linéaire de cette phase avec l'énergie de l'électron incident : $\phi = 2\pi \frac{\epsilon}{\Delta}$.

- **Densité d'états**

La densité d'états de la boîte peut se calculer à partir de la matrice de diffusion :

$$\mathcal{N}(\epsilon) = \frac{1}{2i\pi} S^*(\epsilon) \frac{dS}{d\epsilon} \quad (1.14)$$

$$= \frac{1}{\Delta} \frac{1 - r^2}{1 - 2r \cos(2\pi \frac{\epsilon}{\Delta}) + r^2} \quad (1.15)$$

Dans la limite de transmission totale ($r = 0$), la densité d'états est uniforme de valeur $\frac{1}{\Delta}$. Dans la limite des très faibles transmissions, la densité d'états est une somme de pics lorentziens pour les énergies $\epsilon_n = n\Delta$ et de largeur $\hbar\gamma$ où $\gamma = D\Delta/h$:

$$\mathcal{N}(\epsilon) \simeq \sum_n \frac{2}{\Delta(1-r)} \frac{1}{1 + \left(\frac{2\pi(\epsilon - n\Delta)}{\Delta(1-r)} \right)^2} \quad (1.16)$$

$$\simeq \sum_n \frac{2}{\pi\hbar\gamma} \frac{1}{1 + \left(\frac{\epsilon - n\Delta}{\hbar\gamma/2} \right)^2} \quad (1.17)$$

Le modèle de matrice de diffusion que nous avons adopté permet donc de décrire une boîte quantique dont l'espace entre niveaux Δ est constant. En faisant varier la transmission de la barrière, on passe continument d'une densité d'états constante à une densité d'états composée de pics de plus en plus marqués lorsqu'on se rapproche d'une transmission nulle (voir figure 1.5).

1.2.3 Effet des grilles

Pour contrôler nos échantillons, nous appliquons des tensions, continues ou alternatives, sur le contact ponctuel quantique et sur la grille en regard de la boîte quantique.

Sur la grille, l'application d'une tension se traduit par une modification du potentiel électrostatique de la boîte, par couplage capacitif. L'intensité de ce couplage est décrite par une capacité d'origine géométrique, que nous noterons C . Une tension DC sur la grille vient donc changer l'énergie des électrons dans la boîte, ce qui a pour effet de déplacer les pics de la densité d'états par rapport au niveau de Fermi des réservoirs, d'une quantité proportionnelle à la tension appliquée. Nous noterons ce coefficient β , et nous repérerons par $\varphi_0 = \beta\delta V_{DC}/\Delta$ la position des niveaux dans la boîte à l'équilibre (δV_{DC} est la tension continue à appliquer pour faire défiler un niveau devant le niveau de Fermi). Ainsi, pour $\varphi_0 = 0$, un niveau est résonant avec l'énergie de Fermi, alors que pour $\varphi_0 = \pi$, c'est un creux de la densité d'états qui est au niveau de Fermi.

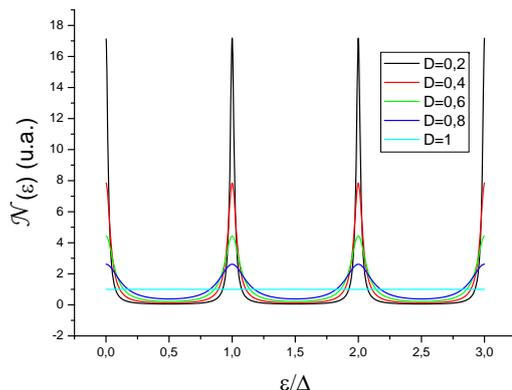


FIGURE 1.5 – Représentation de la densité d'états de la boîte quantique pour différentes transmissions D de la barrière tunnel.

Nous avons déjà mentionné que l'application d'une tension DC sur le contact ponctuel quantique modifie la transmission de la boîte quantique vers le reste du gaz bidimensionnel d'électrons. Nous verrons qu'il présente aussi un petit couplage capacitif vers la boîte quantique, et déplace donc en même temps les niveaux de la densité d'états.

Remarquons que le déplacement des niveaux dans la boîte par rapport au niveau de Fermi revient à modifier le potentiel chimique de notre système. Nous parlerons parfois de potentiel chimique de la boîte.

1.2.4 Prise en compte des interactions

Nous avons calculé la densité d'états dans la boîte à partir de la matrice de diffusion. Dans le modèle que nous avons adopté, l'énergie d'addition est seulement due au confinement des électrons dans la boîte, et ne tient pas compte des effets d'interactions entre électrons. Il est possible d'en tenir compte, notamment dans le régime linéaire, comme l'ont montré Nigg et ses collaborateurs [43]. Ces effets sont relativement peu importants dans nos échantillons par rapport aux effets de confinement. Dans le cadre de notre modèle simple, nous introduisons donc simplement un écart entre niveaux effectif $\Delta^* = \Delta + E_c$ où $E_c = \frac{e^2}{C}$ est l'énergie de Coulomb de la boîte. Ce modèle simple permet de rendre compte des observations expérimentales pour les deux échantillons. De légères déviations sont observées pour le premier échantillon, et expliquées dans la thèse de Gwendal Fève [3].

1.3 Régime linéaire

1.3.1 Théorie

Nous allons dans cette partie nous intéresser à la conductance de la capacité mésoscopique en régime linéaire. Ce régime est intéressant à plusieurs titres. D'une part, il présente des propriétés fondamentales et surprenantes, comme la violation des lois de Kirchoff, étudiée dans la thèse de Julien Gabelli [41, 44]. D'autre part, il permet de calibrer les différents paramètres de nos échantillons : écart entre niveaux, température, loi de transmission du contact ponctuel quantique en fonction de la tension de grille appliquée.

1.3.1.1 Détermination de la conductance de l'échantillon

Le calcul que je vais présenter à été exposé initialement dans [45]. Lorsqu'on se place dans le régime linéaire avec une excitation harmonique, le courant qui traverse l'échantillon est proportionnel à l'excitation V_{exc} . La chute de potentiel aux bornes de la capacité (figure 1.3) est donc proportionnelle à l'excitation. Nous en déduisons que le potentiel U est lui aussi proportionnel à V_{exc} .

Pour un potentiel U de la forme $U_0 \cos(\Omega t)$, on peut alors calculer les coefficients c_n à partir de l'équation 1.5 :

$$c_n = J_n \left(\frac{eU_0}{\hbar\Omega} \right) \quad (1.18)$$

où J_n est la fonction de Bessel d'ordre n . Pour rester dans le régime linéaire, le courant calculé (équation 1.10) ne doit pas présenter de composantes en dehors de $\pm\Omega$, ce qui impose $n - n' = \pm 1$. Le développement linéaire est donc obtenu pour $\frac{eU_0}{\hbar\Omega} \ll 1$: en effet, pour $x \ll 1$, $J_n(x)$ se comporte comme $x^{|n|}$. Dans cette limite, on ne garde que $n, n' \in \{0, \pm 1\}$, et le courant vaut alors :

$$\begin{aligned} \langle \hat{I}(t) \rangle &= \frac{e^2}{h} \int d\epsilon (1 - S^*(\epsilon)S(\epsilon + \hbar\Omega)) \frac{f(\epsilon) - f(\epsilon + \hbar\Omega)}{\hbar\Omega} \frac{U_0}{2} e^{-i\Omega t} \\ &\quad + \frac{e^2}{h} \int d\epsilon (1 - S^*(\epsilon)S(\epsilon - \hbar\Omega)) \frac{f(\epsilon - \hbar\Omega) - f(\epsilon)}{\hbar\Omega} \frac{U_0}{2} e^{i\Omega t} \end{aligned} \quad (1.19)$$

Nous en déduisons la conductance du gaz bidimensionnel à la fréquence Ω , qui se trouve en facteur de $e^{-i\Omega t}$ dans l'expression précédente (le signe $-$ dans $e^{-i\Omega t}$ est une convention contraire à celle utilisée habituellement en électrocinétique : une capacité C aura pour impédance $-iC\omega$ à la pulsation ω) :

$$g(\Omega) = \frac{e^2}{h} \int d\epsilon (1 - S^*(\epsilon)S(\epsilon + \hbar\Omega)) \frac{f(\epsilon) - f(\epsilon + \hbar\Omega)}{\hbar\Omega} \quad (1.20)$$

Il suffit alors d'ajouter la conductance de la capacité géométrique en série avec cette conductance pour obtenir la conductance de la capacité mésoscopique $G(\Omega)$:

$$G(\Omega) = \frac{1}{\frac{1}{g(\Omega)} + \frac{1}{-i\Omega C}} \quad (1.21)$$

1.3.1.2 Circuit équivalent à basse fréquence

Nous allons dans cette partie exprimer la conductance de l'échantillon en terme de composants électroniques traditionnels, en l'occurrence une résistance et une capacité. Pour cela, nous allons effectuer un développement basse fréquence de l'équation 1.20 jusqu'au deuxième ordre. Nous obtenons, en utilisant l'unitarité de la matrice de diffusion :

$$g(\Omega) = \frac{e^2}{h} \int d\epsilon \left(S^* \frac{dS}{d\epsilon} \hbar\Omega + \left(S^* \frac{dS}{d\epsilon} \right)^2 \frac{(\hbar\Omega)^2}{2} \right) \frac{df}{d\epsilon} + \mathcal{O}(\Omega^3) \quad (1.22)$$

En fonction de la densité d'états (équation 1.16), la conductance du gaz d'électrons devient :

$$g(\Omega) = \int d\epsilon \left(-i\Omega e^2 \mathcal{N}(\epsilon) \frac{-df}{d\epsilon} \right) + \int d\epsilon \left(\Omega^2 \frac{h}{2e^2} (e^2 \mathcal{N}(\epsilon))^2 \frac{-df}{d\epsilon} \right) \quad (1.23)$$

Cette conductance s'identifie dans la limite basse fréquence à celle d'un circuit RC série, en prenant :

$$C_q = e^2 \int d\epsilon \mathcal{N}(\epsilon) \frac{-df}{d\epsilon} \quad (1.24)$$

$$R_q = \frac{h}{2e^2} \frac{\int d\epsilon \mathcal{N}(\epsilon)^2 \frac{-df}{d\epsilon}}{\left(\int d\epsilon \mathcal{N}(\epsilon) \frac{-df}{d\epsilon} \right)^2} \quad (1.25)$$

La conductance de la partie cohérente du circuit est donc, dans la limite $\hbar\Omega \rightarrow 0$, équivalent à l'association d'une capacité et d'une résistance quantiques, déterminées par la densité d'états dans la boîte et la température du réservoir. En particulier, la capacité résulte directement de la convolution de la densité d'états avec la dérivée de la fonction de Fermi.

Cependant, nous n'avons accès qu'à la conductance totale G de l'échantillon. Elle consiste en l'association en série de la résistance R_q et de la capacité C_q du gaz d'électrons avec la capacité géométrique C entre la boîte et la grille métallique (nous négligeons dans ce modèle les couplages électrostatiques de la boîte avec d'autres sources). Nous avons donc un circuit RC de capacité électrochimique totale C_μ :

$$C_\mu = \frac{C_q C}{C + C_q} \quad (1.26)$$

et de conductance :

$$G(\Omega) = \frac{-jC_\mu\Omega}{1 - jR_qC_\mu\Omega} \quad (1.27)$$

La capacité électrochimique est ainsi dominée par la plus petite des capacités. Pour les échantillons que nous avons étudiés, c'est en général la capacité quantique qui domine.

La détermination de la capacité et de la résistance de notre échantillon ont des significations physiques claires : à basse température, la capacité quantique est une mesure de la densité d'états de la boîte, et le produit R_qC_μ mesure le temps de relaxation de la boîte.

1.3.1.3 Validité du développement basse fréquence

Nous avons effectué un développement à l'ordre 2 en Ω de la conductance de l'échantillon pour l'exprimer en termes de composants électroniques usuels. La description du circuit en termes d'une résistance et d'une capacité données par les équations 1.25 et 1.24 n'est donc a priori valable que pour des fréquences telles que $R_qC_q\Omega \ll 1$.

On pourrait pousser le développement à des ordres supérieurs, et nous pourrions trouver un circuit équivalent comportant plus d'éléments. Cependant, ceci n'est pas nécessaire. En effet, la formule exacte 1.20 peut être évaluée numériquement, et de façon surprenante, elle donne des résultats très proches de la conductance d'un circuit RC dont les composants sont donnés par les équations 1.25 et 1.24 pour nos paramètres expérimentaux, même dans les régimes $R_qC_q\Omega \simeq 1$ et $R_qC_q\Omega \gg 1$ [41]. Nous interpréterons donc nos résultats dans le cadre d'un circuit RC, dont la conductance est donnée par les équations 1.27 et 1.26³. Nous désignerons donc les régimes $R_qC_q\Omega \ll 1$ et $R_qC_q\Omega \gg 1$ par régime capacitif et régime résistif.

3. Nous utiliserons néanmoins la formule exacte pour les simulations numériques.

1.3.1.4 Régime de température nulle

À température nulle, la capacité quantique est un reflet direct de la densité d'états de la boîte au niveau de Fermi : $C_q = e^2 \mathcal{N}(\epsilon_f)$. Elle peut a priori devenir extrêmement piquée lorsque la transmission est faible. La capacité électrochimique mesurée reste toutefois limitée par la capacité géométrique C (équation 1.26).

La résistance devient quant à elle indépendante de tous les paramètres : $R_q = \frac{h}{2e^2}$. En particulier, elle ne dépend plus de la transmission D de la barrière. La mise en évidence expérimentale de cette propriété, liée à la cohérence quantique de la partie active de l'échantillon, a été étudiée dans les thèses de mes deux prédécesseurs, Julien Gabelli et Gwendal Fève.

Le régime de température nulle est obtenu lorsque la température est très petite devant l'échelle de la variation de la densité d'états au niveau de Fermi. C'est en particulier le cas lorsque $k_B T \ll D\Delta$, c'est-à-dire pour des transmissions plutôt élevées (dans nos expériences, T est de l'ordre d'une centaine de mK et l'écart entre niveaux de l'ordre de quelques K), mais aussi lorsque un creux de la densité d'état est présenté au niveau de Fermi pour $D \ll 1$.

1.3.1.5 Régime de température finie

Lorsque la température devient comparable ou supérieure à l'échelle de variation de la densité d'états, il faut la convoluer avec la dérivée de la fonction de Fermi pour déterminer R_q et C_q . Le régime où $D\Delta \ll k_B T \ll \Delta$, dit séquentiel, est particulièrement intéressant : les pics de densité d'états sont alors bien séparés devant $k_B T$, et on peut donc considérer dans le calcul de la conductance que la densité d'états se limite à un seul pic lorentzien à l'énergie ϵ_n . Celui-ci apparaît comme un pic de Dirac à l'échelle de la variation de la dérivée de la fonction de Fermi, et on obtient donc :

$$C_q \simeq \frac{e^2}{4k_B T \text{ch}^2 \left(\frac{\epsilon_n - \epsilon_f}{2k_B T} \right)} \quad (1.28)$$

$$1/R_q \simeq \frac{D\Delta}{h} \frac{e^2}{4k_B T \text{ch}^2 \left(\frac{\epsilon_n - \epsilon_f}{2k_B T} \right)} \quad (1.29)$$

La capacité est donc bornée par $\frac{e^2}{4k_B T}$ dans ce régime et ne dépend que de la température. La résistance quantique dépend quant à elle de la transmission et de la température.

Lorsque $R_q C_\mu \Omega \gg 1$, la conductance est dominée par $1/R_q$. Elle présente une dépendance en température et une forme caractéristique en $1/\text{ch}^2$ que nous exploiterons pour calibrer l'écart entre niveau Δ^* dans nos expériences.

1.3.2 Résultats : détermination des paramètres des échantillons

La comparaison entre ces résultats théoriques et les mesures expérimentales va nous permettre de déterminer les paramètres de nos échantillons, notamment l'énergie d'addition et la loi de transmission du contact ponctuel quantique en fonction de la tension V_g . Mais avant cela, nous devons régler la phase du signal que nous mesurons. En effet, le signal acquiert une phase globale lors de sa propagation dans les câbles RF, sur quelques mètres. Pour les fréquences typiques d'étude, il suffit d'une dizaine de centimètres pour avoir un déphasage de 180° . Nous avons donc accès aux deux quadratures du signal mais à une phase globale près.

1.3.2.1 Réglage de la phase

La résolution que nous obtenons sur la mesure du temps de relaxation de la boîte est directement liée à la résolution sur le réglage de la phase. En effet, le rapport de la partie réelle du courant et de sa partie imaginaire est égal à $R_q C_\mu \Omega$ (équation 1.27), c'est-à-dire le produit du temps de relaxation $R_q C_\mu$ par la pulsation de l'excitation.

A transmission 1, pour nos échantillons de capacité typique $0,5 \text{ fF}$ et à $1,5 \text{ GHz}$, le signal est typiquement 20 fois plus important sur la partie imaginaire que sur la partie réelle. Pour mesurer la partie réelle du signal correctement (à mieux qu'un facteur 2 près), nous devons donc pouvoir régler la phase à quelques degrés près.

Pour déterminer celle-ci, nous avons utilisé une propriété du régime d'excitation non linéaire que nous verrons dans la partie 1.4.1.4 : lorsque l'amplitude de l'excitation créneau de la boîte compense exactement l'énergie d'addition de la boîte, la capacité quantique devient indépendante de la transmission du contact ponctuel quantique. La résistance varie quant à elle de $h/2e^2$ à l'infini. Ceci se manifeste clairement dans un diagramme représentant la partie imaginaire du courant en fonction de la partie réelle, ou diagramme de Nyquist. Celui qu'on obtient lorsqu'on fait varier la transmission doit en effet se trouver sur un demi-cercle de rayon ef et centré sur $(0, ef)$.

Nous pouvons tourner la phase du signal expérimental jusqu'à ce que les points tombent sur le demi cercle⁴. Nous avons alors compensé la phase globale (à la fréquence de mesure), ce qui nous donne accès à la partie imaginaire et à la partie réelle de la conductance de nos échantillons.

1.3.2.2 Allure de la conductance en fonction de la transmission du contact ponctuel quantique

La conductance de nos échantillons en régime linéaire est présentée sur la figure 1.6 en fonction de la tension de grille du contact ponctuel quantique.

Dans le régime $R_q C_\mu \Omega \ll 1$, nous mesurons la densité d'états de la boîte au niveau de Fermi, convoluée par la température. Nous observons que celle-ci oscille avec la tension de grille : le contact ponctuel quantique est couplé électrostatiquement à la boîte quantique, et quand on varie la tension qu'on lui applique, on change non seulement la transmission de la barrière tunnel, mais aussi la position des niveaux. Ceux-ci défilent ainsi devant le niveau de Fermi du réservoir, en s'affinant. Quand on arrive dans le régime $R_q C_\mu \Omega \simeq 1$, le signal est peu à peu transféré de la partie imaginaire à la partie réelle, puis décroît. On arrive enfin dans le régime résistif, pour lequel la transmission de la barrière est tellement faible que les électrons ne peuvent la franchir à la fréquence imposée par le potentiel excitateur. On arrive alors au 'pinch off'. Expérimentalement, le courant mesuré n'est pas nul. Il ne varie cependant plus avec la tension de grille. Nous attribuons donc ce courant à un couplage parasite et nous le retranchons à tous les points mesurés précédemment.

Nous constatons sur la figure 1.6 que le deuxième échantillon étudié présente des pics de conductance plus fins que le premier. Ceci est dû à son écart entre niveaux environ deux fois plus grand et à sa température électronique trois fois plus faible.

1.3.2.3 Calibration de la capacité électrochimique et d'une température effective

Lorsque la transmission de la barrière est suffisamment faible, on atteint le régime séquentiel ($D\Delta \ll k_B T$) décrit dans la partie 1.3.1.5. La largeur des pics de conductance obtenus lorsqu'on

4. Un premier réglage approximatif est obtenu en déphasant le signal de référence sur le générateur, puis nous traitons numériquement les données pour les ajuster au mieux sur le cercle.

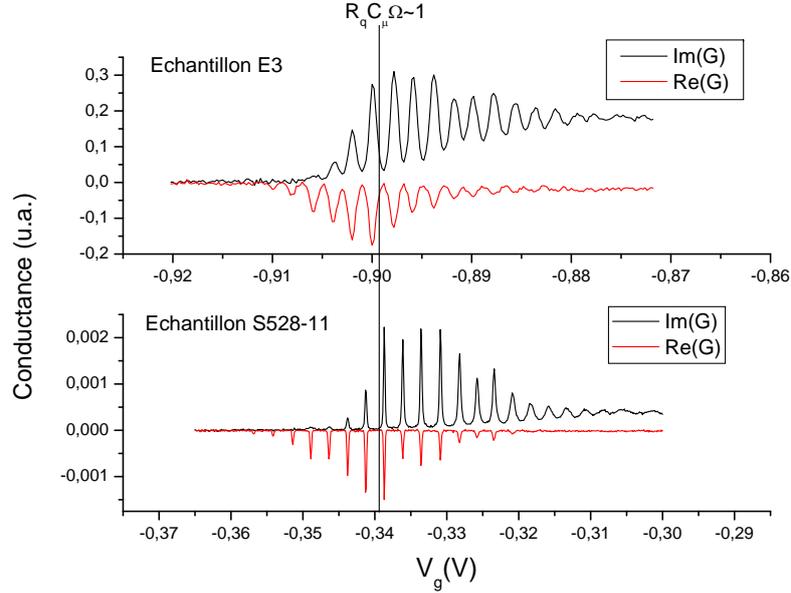
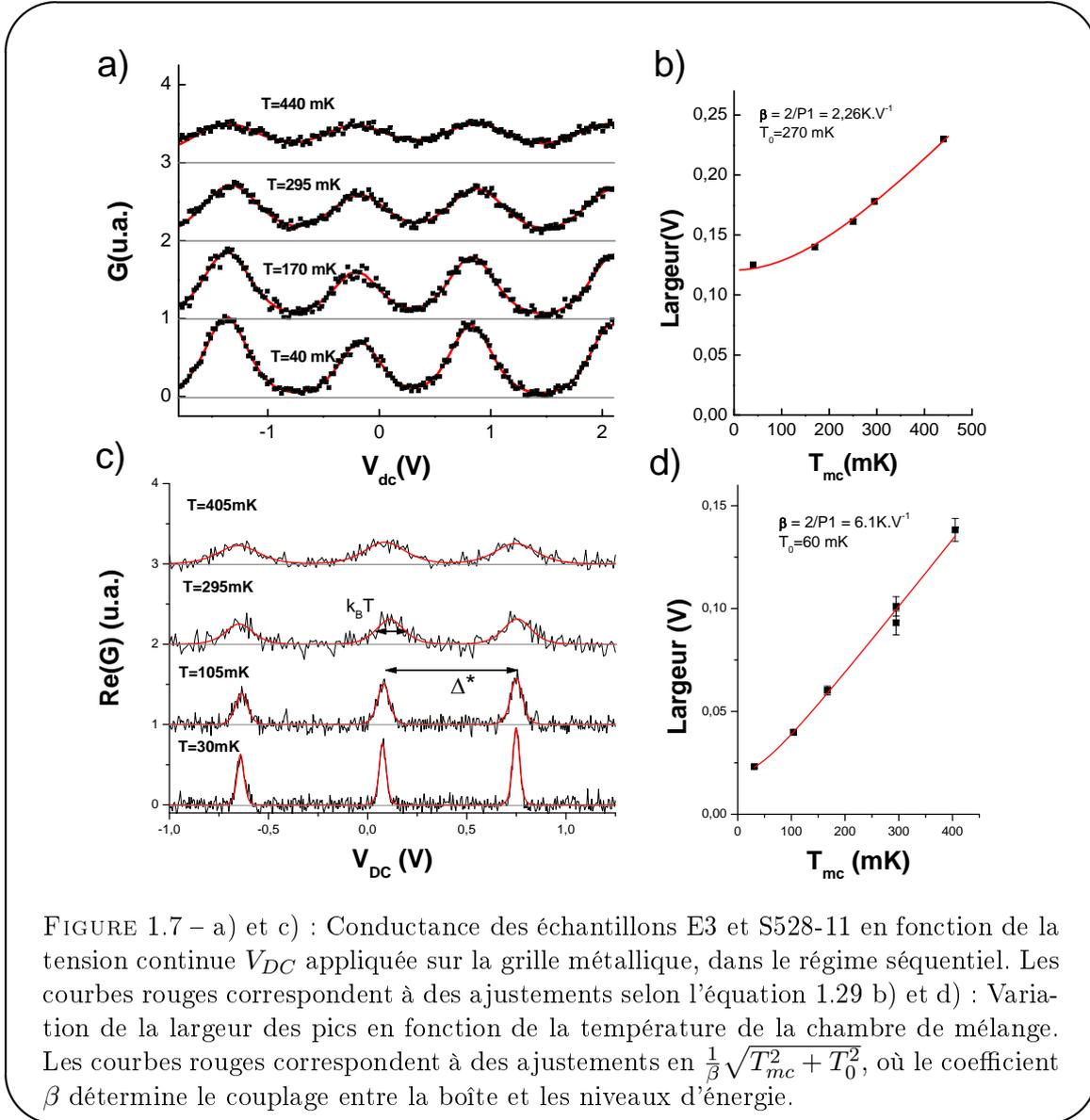


FIGURE 1.6 – Traces de conductance à 1,5 GHz en fonction de la tension V_g appliquée sur le contact ponctuel quantique, pour les deux échantillons étudiés lors de ma thèse. Dans les deux cas, le champ magnétique est tel que $\nu = 4$.

fait défiler les pics de densité d'état devant le niveau de Fermi est alors proportionnelle à la température alors que l'énergie d'addition est proportionnelle à la séparation entre deux pics de conductance (voir figure 1.7 c). Connaissant la température, il est donc possible de calibrer l'énergie d'addition.

Nous avons réalisé cette calibration pour les deux échantillons étudiés en faisant varier la tension continue V_{DC} appliquée sur la grille. Les courbes sont présentées sur la figure 1.7. D'après l'équation 1.29, la forme attendue d'un pic de conductance est en $1/ch^2(\beta(V_{DC} - V_0)/2T)$, où β décrit le couplage entre le potentiel appliqué sur la grille et la position des niveaux d'énergie dans la boîte, et V_0 décrit la position initiale du pic de densité d'état. Nous avons donc ajusté les données expérimentales, prises sur trois pics, par une somme de trois fonctions en $1/ch^2((V_{DC} - V_0)/2L(T))$, où $L(T)$ décrit la largeur du pic en fonction de la température (figures 1.7 a et c). On trace ensuite la largeur mesurée en fonction de la température de la chambre de mélange (figures 1.7 b et d). Comme attendu, la relation est linéaire à haute température mais sature à basse température. La partie linéaire permet de déterminer le coefficient β . En mesurant l'écart en tension δV_{DC} entre les niveaux, on obtient donc l'énergie d'addition de la boîte, ou de façon équivalente sa capacité électrochimique. La saturation à basse température permet de définir une température résiduelle T_0 , qui peut traduire une mauvaise thermalisation des électrons ou un bruit sur les grilles de l'échantillon.

Les résultats obtenus pour les deux échantillons sont résumés dans le tableau 1.1. Cette calibration nous permet de mesurer l'énergie d'addition de nos échantillons, et donc la capacité électrochimique moyenne. Nous pouvons alors calibrer notre dispositif en conductance : lorsque la transmission est proche de 1, la partie imaginaire de la conductance devient égale à $C_\mu\Omega$. Elle nous montre aussi que l'énergie d'addition e^2/C_μ , dominée dans nos échantillons par l'écart entre niveaux orbital, est la plus grande échelle d'énergie.



Notons enfin que la température résiduelle pour le premier échantillon est relativement élevée. D'autres calibrations réalisées sur cette échantillon, pour des champs magnétiques proches, ont fourni une température résiduelle d'environ 150 mK, cohérente avec les mesures de conductance et d'injection d'électrons présentées par la suite.

1.3.2.4 Détermination de la loi de transmission

Une fois l'énergie d'addition et la température effective mesurées, trois choses restent à déterminer afin de simuler les courbes de conductance présentées sur la figure 1.6 : la capacité géométrique, le couplage entre le potentiel de la boîte et la tension de grille V_g et la loi de transmission en fonction de V_g .

La capacité électrochimique ne peut pas excéder la capacité géométrique (équation 1.26). Les pics de conductance sont donc limités par cette capacité. Pour rendre compte des courbes

	E3	S528-11
δV_{DC}	$1,15 \pm 0,07 V$	$0,69 \pm 0,03 V$
β	$2,25 \pm 0,15 KV^{-1}$	$6,1 \pm 0,3 KV^{-1}$
$\Delta^* = \frac{e^2}{C_\mu}$	$2,5 \pm 0,2 K$	$4,2 \pm 0,2 K$
C_μ	$0,75 \pm 0,07 fF$	$0,44 \pm 0,03 fF$
T_0	$270 \pm 20 mK$	$60 \pm 15 mK$

TABLE 1.1

de conductance avec les simulations numériques il faut ainsi une énergie de charge au moins 4 fois plus petite que l'écart entre niveaux orbital Δ pour le premier échantillon et 10 fois plus petite pour le deuxième. Nous avons donc fixé l'énergie de Coulomb pour le premier échantillon à $0,5 K$, soit une capacité géométrique de $3,5 fF$. Pour le deuxième, l'énergie de Coulomb est si faible qu'elle joue un rôle négligeable : les ajustements ne permettent pas de déterminer sa valeur précisément.

Le couplage entre la position des niveaux d'énergie dans la boîte et la grille du contact ponctuel quantique se mesure simplement en mesurant la périodicité des pics de conductance sur une trace de conductance. Nous obtenons ainsi un couplage de $1,2 K mV^{-1}$ pour le premier échantillon, et de $1,65 K mV^{-1}$ pour le second.

À partir de ces résultats, il est possible de déterminer la conductance de l'échantillon pour toute transmission et tout potentiel chimique de la boîte, à l'aide de l'équation 1.20. En comparant les données aux simulations, il nous pouvons ainsi déterminer la loi de variation de la transmission D en fonction de la tension V_g appliquée sur le contact ponctuel quantique.

Pour simplifier l'ajustement, nous avons choisi une loi de variation suivant le modèle de potentiel en selle [46] :

$$D(V_g) = \frac{1}{1 + e^{-\frac{V_g - V_0}{\delta V}}} \quad (1.30)$$

Nous avons déterminé ces lois de transmission dans le régime linéaire pour les deux échantillons. Nous avons étudié le premier pour trois fréquences ($1,5 GHz$, $515 MHz$ et $180 MHz$) à la température de base du réfrigérateur à dilution, et le deuxième pour plusieurs températures entre 30 et $520 mK$ à la fréquence de $1,5 GHz$.

- **Étude en fréquence de l'échantillon E3**

La figure 1.8 présente les résultats de mesure de conductance en fonction de la fréquence ainsi que les prédictions du modèle théorique avec $\Delta = 2 K$, $T = 150 mK$ et $E_c = \frac{e^2}{C} = 0,5 K$. Nous avons choisi une loi de transmission en fonction de V_g de largeur $\delta V = 2,9 mV$ centrée en $V_0 = -896 mV$ afin de reproduire convenablement les courbes de conductance pour ces trois fréquences. Pour les données expérimentales, la conversion de la tension mesurée en conductance se fait grâce à la partie imaginaire à transmission 1, qui est fixée à $C_\mu \Omega$. L'accord entre la théorie et l'expérience est alors remarquable sur une gamme de transmissions allant de $4 \cdot 10^{-3}$ à 1.

Nous constatons que les fréquences petites donnent accès à des transmissions plus faibles. Nous verrons par la suite que le régime d'injection d'électrons uniques est particulièrement intéressant lorsque les effets de quantification de la charge sont marqués, c'est-à-dire à basse transmission. Ceci nous pousse donc vers les basses fréquences. Cependant, le signal étant grossièrement

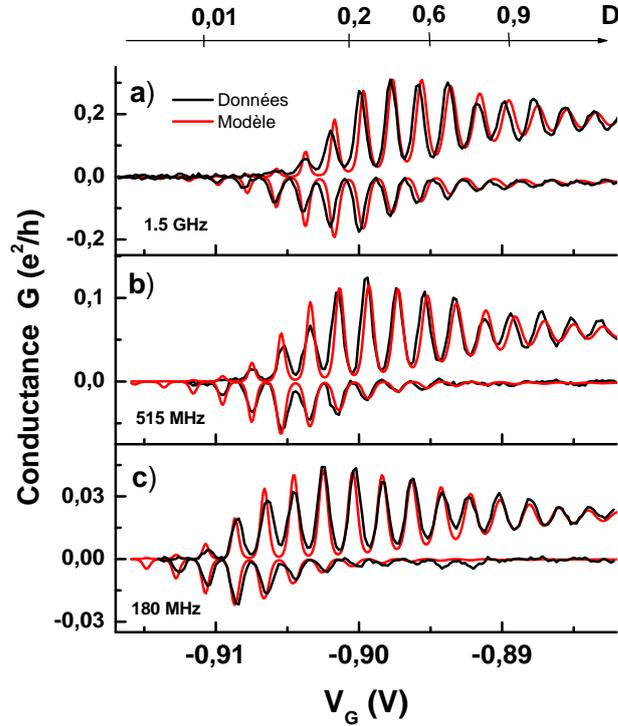


FIGURE 1.8 – Mesure de la conductance de l'échantillon E3 pour les fréquences 1,5 GHz, 515 MHz, et 180 MHz (lignes noires) et simulation numérique (courbes rouges)

proportionnel à la fréquence, il faut faire un compromis. La solution consiste à utiliser des échantillons dont l'écart entre niveaux est plus élevé, qui à fréquence fixée permettent d'atteindre des transmissions plus faibles (dans le régime séquentiel, le temps de relaxation vaut $h/D\Delta$, et la fréquence de coupure est déterminée par $RC\Omega = 1$).

- **Étude en température de l'échantillon S528-11**

Nous avons étudié l'échantillon S528-11 à la fréquence de 1,5 GHz, imposée par le dispositif de mesure de bruit que nous avons conçu (voir chapitre 3). La figure 1.9 présente les mesures de conductance en fonction de V_g pour des températures de la chambre de mélange de 30 mK, 230 mK et 520 mK.

Les paramètres choisis pour la loi de transmission permettent de reproduire au mieux la conductance à la température de base : $\delta V = 4,4$ mV et $V_0 = -329,8$ mV. La température électronique a été fixée à 70 mK, en accord avec la calibration. Remarquons qu'à cause de cette température relativement faible, il est difficile de se placer dans le régime strictement linéaire, et la simulation présentée tient en fait compte de l'amplitude d'excitation finie. La différence avec la simulation de conductance linéaire est faible mais visible à 30 mK. Cette différence n'est en revanche plus distinguable pour les températures plus élevées de la chambre de mélange. Les simulations pour ces températures sont réalisées avec la même loi de transmission et en prenant pour température électronique la température de la chambre de mélange.

Nous constatons que l'accord est relativement bon, sauf pour les petites transmissions. En

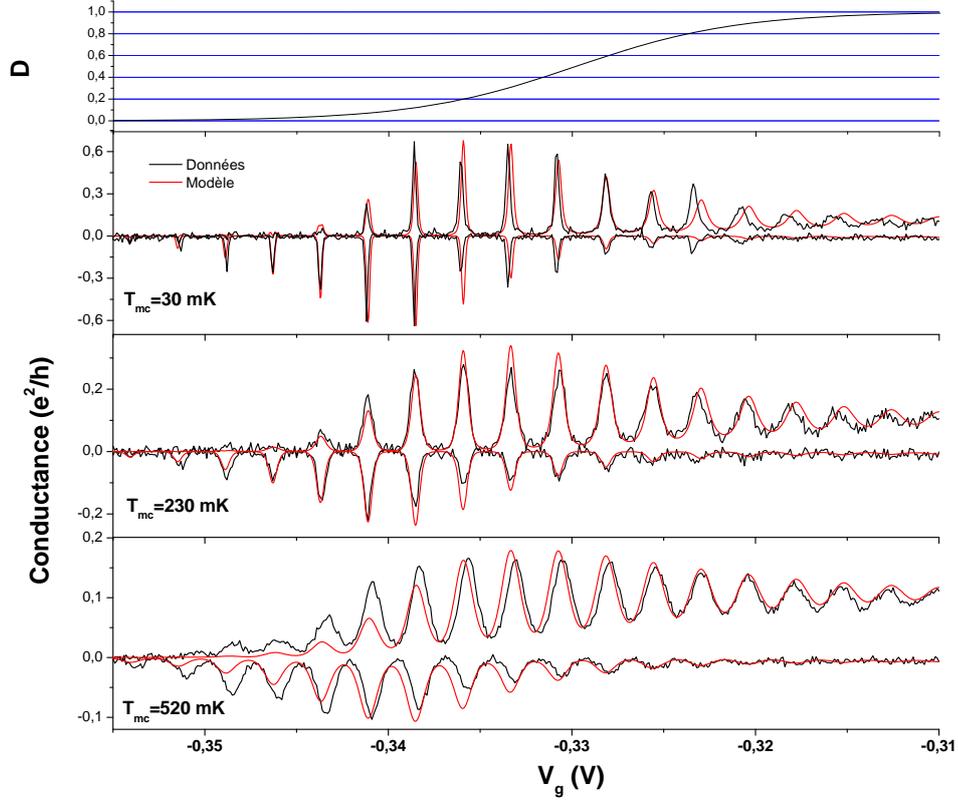


FIGURE 1.9 – Conductance de l'échantillon S528-11 à $1,5 \text{ GHz}$ pour différentes températures. La première figure représente la transmission déterminée par l'ajustement théorique. Les données sont représentées en noir, et les résultats du modèle en rouge. Notons que pour plus de visibilité l'échelle est différente sur chaque trace. La conductance à transmission 1 est en fait identique pour chaque trace.

particulier, les courbes expérimentales à 520 mK sont décalées vers les tensions négatives. Ceci peut s'interpréter comme une légère variation de la transmission avec l'énergie. Nous retrouverons ce problème dans l'étude du régime non linéaire.

- **Conclusion sur le régime linéaire**

Le régime linéaire de la capacité mésoscopique, en plus de son intérêt fondamental, permet de mesurer tous les paramètres de nos échantillons : énergie d'addition, écart entre niveaux, température effective, et loi de transmission du contact ponctuel quantique avec la tension qu'on lui applique. Ces paramètres nous seront utiles dans l'étude du régime non linéaire, et nous permettront de comparer la théorie non linéaire aux résultats expérimentaux sans aucun paramètre ajustable.

1.4 Régime de forte excitation : première harmonique du courant

Afin d'injecter des charges uniques dans le conducteur mésoscopique, nous avons appliqué des tensions alternatives en créneau dont l'amplitude compense exactement l'énergie d'addition

de la boîte quantique. En effet, à température nulle et dans un régime où la densité d'états est suffisamment piquée, l'application d'une marche de potentiel compensant l'énergie d'addition a pour effet de placer un niveau électronique occupé et un seul au dessus du niveau de Fermi. L'électron s'échappe alors en un temps caractéristique $\tau \simeq h/D\Delta$ relié à la transmission de la barrière tunnel. On remet alors le potentiel de la boîte à sa valeur initiale, afin qu'un électron entre dans la boîte. Le cycle peut alors recommencer.

La précision de la quantification de la charge injectée va dépendre de la transmission de la barrière tunnel qui va plus ou moins bien quantifier la charge de la boîte et du rapport entre le temps de sortie et la période de l'excitation. Nous allons ainsi passer d'un régime de fluctuations quantiques de charge lorsque $D \rightarrow 1$, à un régime dans lequel la charge de la boîte sera bien quantifiée mais où elle n'aura pas le temps de sortir à chaque demi-période.

1.4.1 Théorie

Je vais dans cette partie décrire succinctement la théorie de diffusion développée par Gwendal Fève dans sa thèse. Je la compléterai avec des simulations numériques montrant l'effet d'un nombre fini d'harmoniques dans le signal exciteur. Les résultats que je vais présenter sont en partie décrits dans le travail de Moskalets et collaborateurs [47].

Comme nous l'avons vu lors de l'étude du régime linéaire, l'énergie de charge est très petite devant l'écart entre niveaux orbital. Nous négligerons donc la chute de potentiel entre l'armature de la grille et la boîte, ce qui revient à prendre $C \rightarrow \infty$. Cette approximation permet d'éviter le calcul des coefficient c_n de façon autocohérente. Nous considérerons donc que la tension $U(t)$ à l'intérieur de la boîte est égale à la tension appliquée sur la grille.

1.4.1.1 Calcul du courant pour une excitation en créneau

Lorsqu'on applique une tension créneau symétrique d'amplitude V_{exc} (la tension crête à crête est donc $2V_{exc}$), les coefficients c_n se calculent exactement. Nous obtenons :

$$c_n = \frac{1}{2i\pi} \frac{(-1)^n e^{-i \frac{eV_{exc}}{\hbar\Omega} \pi} - 1}{n - \frac{eV_{exc}}{\hbar\Omega}} + \frac{1}{2i\pi} \frac{1 - (-1)^n e^{-i \frac{eV_{exc}}{\hbar\Omega} \pi}}{n + \frac{eV_{exc}}{\hbar\Omega}} \quad (1.31)$$

Nous pouvons en donner une expression simple dans la limite où le rapport de la tension d'excitation sur la fréquence d'excitation est un entier pair très grand ($\frac{eV_{exc}}{\hbar\Omega} = 2p \gg 1$). Le terme antirésonant est alors négligeable et nous trouvons :

$$c_{2p} = 1/2 \quad (1.32)$$

$$c_{2k} = 0 \quad (k \neq p) \quad (1.33)$$

$$c_{2p+2k+1} = \frac{1}{i\pi(2k+1)} \quad (1.34)$$

$$c_{-n} = -c_n \quad (1.35)$$

Nous pouvons alors calculer la première harmonique du courant à partir de l'équation 1.11. Nous obtenons :

$$\begin{aligned} \langle \hat{I}_\Omega \rangle = \frac{e}{2i\pi\hbar} \int d\epsilon \left(1 - S^\dagger(\epsilon)S(\epsilon + \hbar\Omega) \right) & [f(\epsilon + eV_{exc}) - f(\epsilon - eV_{exc}) \\ & + f(\epsilon + \hbar\Omega + eV_{exc}) - f(\epsilon + \hbar\Omega - eV_{exc})] \quad (1.36) \end{aligned}$$

Sur le modèle du régime linéaire, nous allons développer cette formule à basse fréquence (régime $D\Delta \gg \hbar\Omega$) jusqu'à l'ordre 2 en Ω , afin de déterminer un circuit équivalent en termes de composants électroniques usuels :

$$\langle \hat{I}_\Omega \rangle = \frac{i2V_{exc}}{\pi} \int d\epsilon [-i\Omega e^2 \mathcal{N}(\epsilon) + \frac{\hbar}{2e^2} (e^2 \mathcal{N}(\epsilon))^2 \Omega^2] \frac{f(\epsilon - eV_{exc}) - f(\epsilon + eV_{exc})}{2eV_{exc}} \quad (1.37)$$

Nous trouvons donc que pour la première harmonique du courant et à basse fréquence, le circuit équivalent est l'association en série d'une capacité C_q^{nl} et d'une résistance R_q^{nl} définies par les équations suivantes :

$$C_q^{nl} = e^2 \int d\epsilon \mathcal{N}(\epsilon) \frac{f(\epsilon - eV_{exc}) - f(\epsilon + eV_{exc})}{2eV_{exc}} \quad (1.38)$$

$$R_q^{nl} = \frac{\hbar}{2e^2} \frac{\int d\epsilon (\mathcal{N}(\epsilon))^2 \frac{f(\epsilon - eV_{exc}) - f(\epsilon + eV_{exc})}{2eV_{exc}}}{\left[\int d\epsilon \mathcal{N}(\epsilon) \frac{f(\epsilon - eV_{exc}) - f(\epsilon + eV_{exc})}{2eV_{exc}} \right]^2} \quad (1.39)$$

Ces deux quantités dépendent de l'amplitude de la tension d'excitation, traduisant la non linéarité du circuit.

L'intérêt de ce circuit équivalent est qu'il permet une interprétation physique simple du courant en régime non-linéaire. En effet, pour un circuit RC classique excité par un créneau, la valeur de la capacité définit la charge électrique qui traverse le circuit lorsque la fréquence d'excitation est basse, et le produit RC définit le temps caractéristique sur lequel le transfert de charge a lieu. L'équation 1.38 a donc une interprétation simple : à basse fréquence, la charge émise par la boîte quantique à chaque alternance est égale à l'intégrale de la densité d'états entre les deux potentiels chimiques auxquels elle est portée par l'excitation créneau, c'est-à-dire la différence entre les nombres d'occupation moyens à l'équilibre pour chaque valeur du potentiel chimique. Notamment, lorsqu'on applique un créneau qui compense exactement l'écart entre niveaux, nous nous attendons à obtenir un électron et un trou transférés à chaque période. Ceci se manifeste dans le calcul par une valeur de la capacité quantique qui devient indépendante de la température et de la densité d'états de la boîte, car elle correspond à l'intégrale d'un pic de densité d'état (la différence des fonctions de Fermi est une fonction porte plus ou moins arrondie par la température et nous avons choisi une densité d'états périodique).

Comme pour le régime linéaire, ce développement n'est valable que lorsque le temps de sortie est petit devant la période de l'excitation, c'est-à-dire lorsque $C_q^{nl} R_q^{nl} \Omega \ll 1$. Nous étendrons à nouveau ces définitions aux régimes intermédiaire et résistif : nous désignerons la partie imaginaire et la partie réelle de l'impédance par capacité et résistance. Ceci revient à définir une conductance non-linéaire G^{nl} pour la première harmonique du courant :

$$G^{nl} = \frac{-jC_q^{nl}\Omega}{1 - jR_q^{nl}C_q^{nl}\Omega} \quad (1.40)$$

Nous utiliserons toujours la formule exacte 1.36 pour les simulations.

1.4.1.2 Module du courant

Nous allons dans cette partie nous intéresser à l'évolution du module du courant lorsqu'on augmente la tension d'excitation, en particulier dans le régime $C_q^{nl} R_q^{nl} \Omega \ll 1$, pour lequel nous mettrons en évidence une quantification de la première harmonique du courant.

Dans ce régime, le module de la première harmonique du courant est dominé par sa partie imaginaire. D'après la formule 1.38, la capacité du circuit équivalent est donnée par l'intégrale de la densité d'états entre les deux valeurs que prend le potentiel chimique sous l'effet de l'excitation en créneau. La figure 1.10 présente l'évolution du courant en fonction de l'amplitude de l'excitation appliquée pour différentes situations d'équilibre de la boîte quantique. Les paramètres utilisés sont ceux de l'échantillon S528-11 et nous avons choisi une transmission de 0,47.

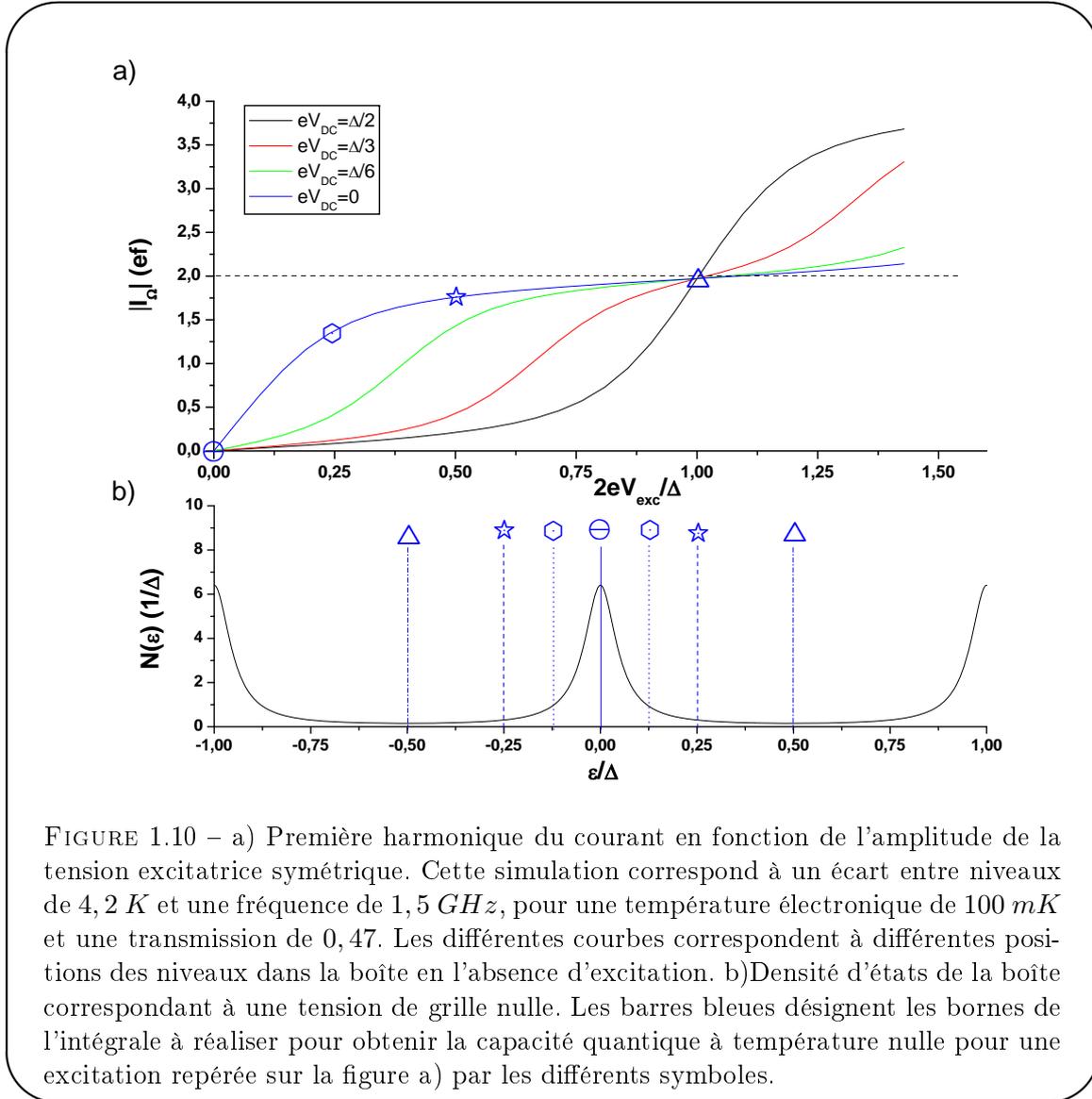


FIGURE 1.10 – a) Première harmonique du courant en fonction de l'amplitude de la tension excitatrice symétrique. Cette simulation correspond à un écart entre niveaux de 4,2 K et une fréquence de 1,5 GHz, pour une température électronique de 100 mK et une transmission de 0,47. Les différentes courbes correspondent à différentes positions des niveaux dans la boîte en l'absence d'excitation. b) Densité d'états de la boîte correspondant à une tension de grille nulle. Les barres bleues désignent les bornes de l'intégrale à réaliser pour obtenir la capacité quantique à température nulle pour une excitation repérée sur la figure a) par les différents symboles.

La courbe bleue de la figure a) correspond à une situation initiale où un niveau est en résonance au niveau de Fermi. Lorsqu'on augmente la tension excitatrice, on intègre le pic de densité d'état correspondant à ce niveau, ce qui génère une augmentation rapide du courant. Ce courant sature ensuite autour de la valeur $2ef$: un pic entier a été intégré, et l'augmentation de la tension excitatrice étend les bornes de l'intégrale sur une gamme d'énergie où la densité d'états est très petite.

Les autres courbes correspondent à différentes positions initiales des niveaux dans la boîte. En particulier, la courbe noire ne présente pas de plateau de courant pour la valeur $2ef$. Elle

correspond à une situation initiale antirésonante : le niveau de Fermi est dans un creux de la densité d'états. Le courant peut s'interpréter de la même manière que pour la courbe bleue, mais en prenant le centre de l'intégrale sur un creux de densité d'états et non plus sur un pic. Ainsi, pour une large gamme d'amplitudes d'excitation, le courant reste très faible, avant d'augmenter subitement lorsque les bornes de l'intégrale arrivent sur les pics de densité d'états.

Notons que toutes ces courbes se croisent en un point particulier : il correspond à une amplitude d'excitation telle qu'un niveau d'énergie exactement est intégré. La capacité ne dépend alors plus de la position initiale des niveaux dans la boîte. La valeur du courant est quasiment de $2ef$. Cette valeur correspond dans la limite très ouverte à l'émission et l'absorption d'une charge par période, au début de chaque alternance. Elle est néanmoins très légèrement inférieure dans la simulation, car la barrière n'est pas tout à fait transparente, et l'électron a donc une probabilité légèrement inférieure à 1 d'être émis.

- **Effet de la transmission**

Nous allons dans cette partie étudier l'effet de la transmission sur la quantification du courant alternatif. Nous avons représenté figure 1.11 le module de la première harmonique du courant en fonction de l'amplitude de la tension d'excitation pour trois transmissions différentes, en partant d'une situation initiale où un niveau est en résonance ($\varphi_0 = 0$) ou en antirésonance ($\varphi_0 = \pi$) au niveau de Fermi. Nous constatons que le courant prend la valeur $2ef$ lorsque

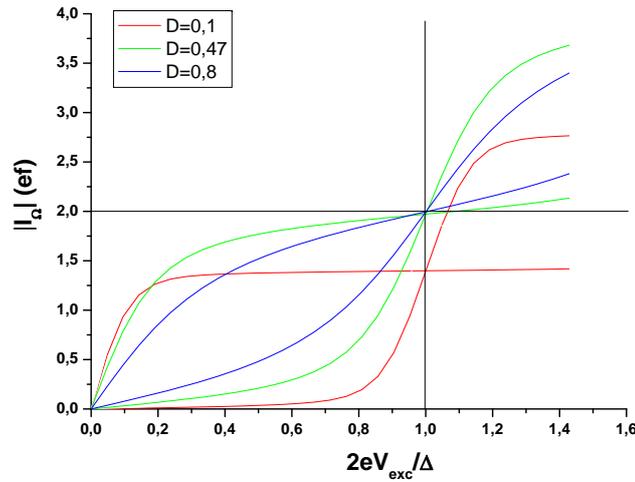


FIGURE 1.11 – Simulation du module de la première harmonique du courant en fonction de l'amplitude de la tension excitatrice. Les paramètres choisis sont ceux de l'échantillon S528-11 : $f = 1,5 \text{ GHz}$, $\Delta = 4,2 \text{ K}$, $T = 100 \text{ mK}$. Pour chaque transmission, deux situations initiales sont représentées : celle où un niveau électronique de la boîte est en résonance avec le niveau de Fermi ($\varphi_0 = 0$), et celle où il y a antirésonance ($\varphi_0 = \pi$).

la tension appliquée compense l'écart entre niveaux de la boîte pour les transmissions 0,8 et 0,47. Le plateau de quantification du courant apparaît plus large pour la transmission la plus faible, ce qui s'explique par une densité d'états plus piquée. On ne peut néanmoins obtenir une quantification parfaite en diminuant la transmission. La courbe pour la transmission 0,1 montre en effet un plateau de courant très marqué, mais il ne correspond pas à la valeur attendue pour

l'émission et l'absorption d'une charge par période. En effet, le temps de sortie est alors supérieur à la demi-période de l'excitation, et la charge n'a pas toujours le temps d'être émise avant que le potentiel ne revienne à sa position initiale. Le régime $C_q^{nl} R_q^{nl} \Omega \gg 1$ ne convient donc pas pour l'injection de charge unique à la demande.

Lorsqu'on augmente l'amplitude de l'excitation de la capacité mésoscopique jusqu'à compenser l'énergie d'addition de la boîte quantique, on peut observer l'apparition de plateaux dans le module de la première harmonique du courant. Si le temps de sortie est très inférieur à la demi-période de l'excitation, ces plateaux apparaissent pour la valeur $2ef$ qui correspond à l'émission et l'absorption d'une charge unique au début de chaque période. Dans ce régime, le courant alternatif émis est insensible à une variation de la transmission (V_g) et peu sensible à l'amplitude de la tension d'excitation (V_{exc}) pour des transmissions pas trop grandes.

- **Effet d'une excitation non symétrique**

Nous avons étudié l'échantillon E3 avec une excitation créneau non symétrique : la tension excitatrice prend alternativement les valeurs 0 et $2V_{exc}$. Cela revient donc à rajouter un potentiel DC variable avec l'amplitude de l'excitation à la boîte quantique. Formellement, il faut donc décaler les énergies dans la matrice de diffusion. Pour le courant (équation 1.36), il est équivalent de décaler les énergies des fonctions de Fermi, sans changer la matrice de diffusion, c'est-à-dire la densité d'états. À température nulle, les intégrales pour le calcul du courant, de la capacité et de la résistance non linéaires se feront donc entre 0 et $2eV_{exc}$ au lieu de $-eV_{exc}$ et eV_{exc} . Pour le calcul de la capacité à partir de la figure 1.10b), une des bornes de l'intégrale est donc fixée par la position des niveaux en l'absence d'excitation, alors que l'autre dépend de l'amplitude du créneau.

Ceci permet d'expliquer les simulations du courant en fonction de l'amplitude de la tension excitatrice, représentées figure 1.12. Le phénomène de quantification du courant est encore présent

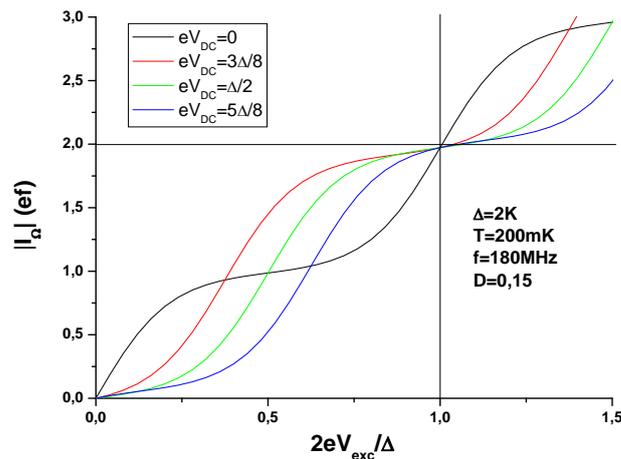


FIGURE 1.12 – Simulation du module de la première harmonique du courant en fonction de l'amplitude de la tension excitatrice, non symétrique. Les paramètres choisis sont ceux de l'échantillon E3.

avec ce type d'excitation. On retrouve aussi un croisement de toutes les courbes pour un courant $2ef$, lorsque la tension excitatrice compense l'énergie d'addition dans la boîte.

Cependant, on note que selon le potentiel initial, on peut obtenir des plateaux pour une autre valeur du courant, même lorsque la transmission est suffisamment grande pour que l'électron ait le temps de sortir. Ceux-ci sont obtenus lorsque la densité d'état au niveau de Fermi en l'absence d'excitation n'est pas quasiment nulle. Contrairement à l'excitation symétrique, la quantification du courant apparaît pour une situation initiale des niveaux d'énergie de la boîte antirésonante. Il existe alors toute une plage de tension d'excitations pour lesquelles un pic de densité d'états et un seul est intégré, ce qui correspond à un plateau de courant.

Comme pour l'excitation symétrique, lorsqu'on diminue trop la transmission de la barrière tunnel, la charge n'a plus le temps de sortir de la boîte, et on perd la quantification du courant en unités de $2ef$. Notons que pour cet échantillon, nous prévoyons qu'il est possible d'observer la quantification du courant pour des valeurs de la transmission plus faibles que pour l'échantillon S528-11, malgré un écart entre niveaux deux fois plus petit (nous verrons que le temps de sortie est de l'ordre de $h/D\Delta$). Ceci est dû à la fréquence d'excitation pratiquement 10 fois plus petite.

1.4.1.3 Temps de sortie

Expérimentalement, nous avons accès aux deux quadratures de la première harmonique du courant. Ceci nous permet de calculer son module, mais aussi sa phase. Notamment, le rapport de la partie réelle sur la partie imaginaire du courant nous donne la valeur de $R_q^{nl}C_q^{nl}\Omega$. La fréquence étant fixée, nous avons donc accès au temps caractérisant le transfert de charge $R_q^{nl}C_q^{nl}$, que nous appellerons temps de sortie de l'électron. Dans cette partie, nous nous intéresserons au temps de sortie dans le régime $2eV_{exc} = \Delta$.

Ce temps τ se calcule facilement dans deux cas limites à partir des formules 1.38 et 1.39. Ainsi, dans le cas d'une transmission 1, la densité d'états est constante : $\mathcal{N}(\epsilon) = 1/\Delta$. Nous trouvons que le temps de sortie vaut alors $\frac{h}{2\Delta}$, comme dans le régime linéaire.

Lorsque les pics de densité d'états sont bien séparés, nous pouvons utiliser l'approximation lorentzienne pour la densité d'états (il faut donc avoir à la fois $D \ll 1$ pour l'approximation lorentzienne et $D\Delta \gg \hbar\Omega$ pour pouvoir utiliser les équations 1.38 et 1.39). Nous obtenons alors, à température nulle :

$$C_q^{nl} = \frac{e^2}{2eV_{exc}} \int_{1 \text{ pic}} d\epsilon \mathcal{N}(\epsilon) \quad (1.41)$$

$$= \frac{e^2}{\Delta} \quad (1.42)$$

$$R_q^{nl} = \frac{h}{2e^2} \frac{\int_{1 \text{ pic}} d\epsilon \mathcal{N}^2(\epsilon)}{[\int_{1 \text{ pic}} d\epsilon \mathcal{N}(\epsilon)]^2} \quad (1.43)$$

$$\simeq \frac{h}{2e^2} \int_{-\infty}^{\infty} d\epsilon \mathcal{N}_{1 \text{ pic}}^2(\epsilon) \quad (1.44)$$

$$\simeq \frac{h}{De^2} \quad (1.45)$$

Le circuit est donc dans ce régime équivalent à l'addition incohérente de la capacité quantique et de la résistance imposée par le contact ponctuel quantique. En effet, à cause de l'excitation d'amplitude Δ , la cohérence temporelle du réservoir est égale au temps mis par un électron pour faire un tour dans la boîte quantique : h/Δ . Nous obtenons pour le temps de sortie : $\tau = \frac{h}{D\Delta}$.

Dans les deux cas, notons que la capacité est constante et donnée par 1.42. Seule la résistance change, et fixe le temps de sortie. Les formules que nous trouvons pour la résistance sont des limites de la formule trouvée par Simon Nigg et Markus Buttiker dans [48] et [49] pour la résistance de relaxation de charge dans le régime linéaire, dans le cas où la cohérence des électrons est perdue à l'intérieur de la boîte quantique. L'intégrale de l'équation 1.39 y est calculée exactement pour $2eV_{exc} = \Delta$: $R_q^{nl} = \frac{h}{e^2} \frac{1-D}{D} + \frac{h}{2e^2}$. Comme le font remarquer les auteurs, cette résistance est la somme de la résistance de Landauer de la barrière tunnel et de la résistance d'accès d'un seul réservoir. Le temps de sortie associé à une telle association RC est :

$$\tau = \frac{h}{\Delta} \left(\frac{1}{D} - \frac{1}{2} \right) \quad (1.46)$$

Pour les paramètres de nos deux échantillons, cette formule reproduit parfaitement les simulations, y compris dans le régime intermédiaire et dans le régime résistif. Nous utiliserons donc cette formule théorique simple pour comparer les expériences et la théorie. L'intérêt de cette formule est qu'elle donne une relation directe entre le temps de sortie dans le régime non linéaire, mesurable expérimentalement, et la transmission D de la barrière tunnel, que nous avons aussi déduite du régime linéaire.

1.4.1.4 Réglage de la phase

Lorsque l'amplitude du créneau compense l'énergie d'addition de la boîte, nous avons remarqué que la capacité du circuit équivalent ne dépend plus de la transmission, alors que la résistance varie dans une large gamme. Cela se traduit par le fait que la conductance doit se trouver sur un demi cercle de centre $C_q^{nl}/2$ et de rayon $C_q^{nl}/2$ lorsqu'on trace son diagramme de Nyquist (voir équation 1.40). Cette propriété nous permettra de déterminer la phase globale du courant mesuré, en plaçant les deux quadratures du courant dans le régime $2eV_{exc} = \Delta$ sur un cercle de centre ef et de rayon ef . C'est de cette façon que nous avons calibré la phase globale acquise par le signal, et ainsi déterminé la partie réelle et la partie imaginaire de la conductance dans le régime linéaire.

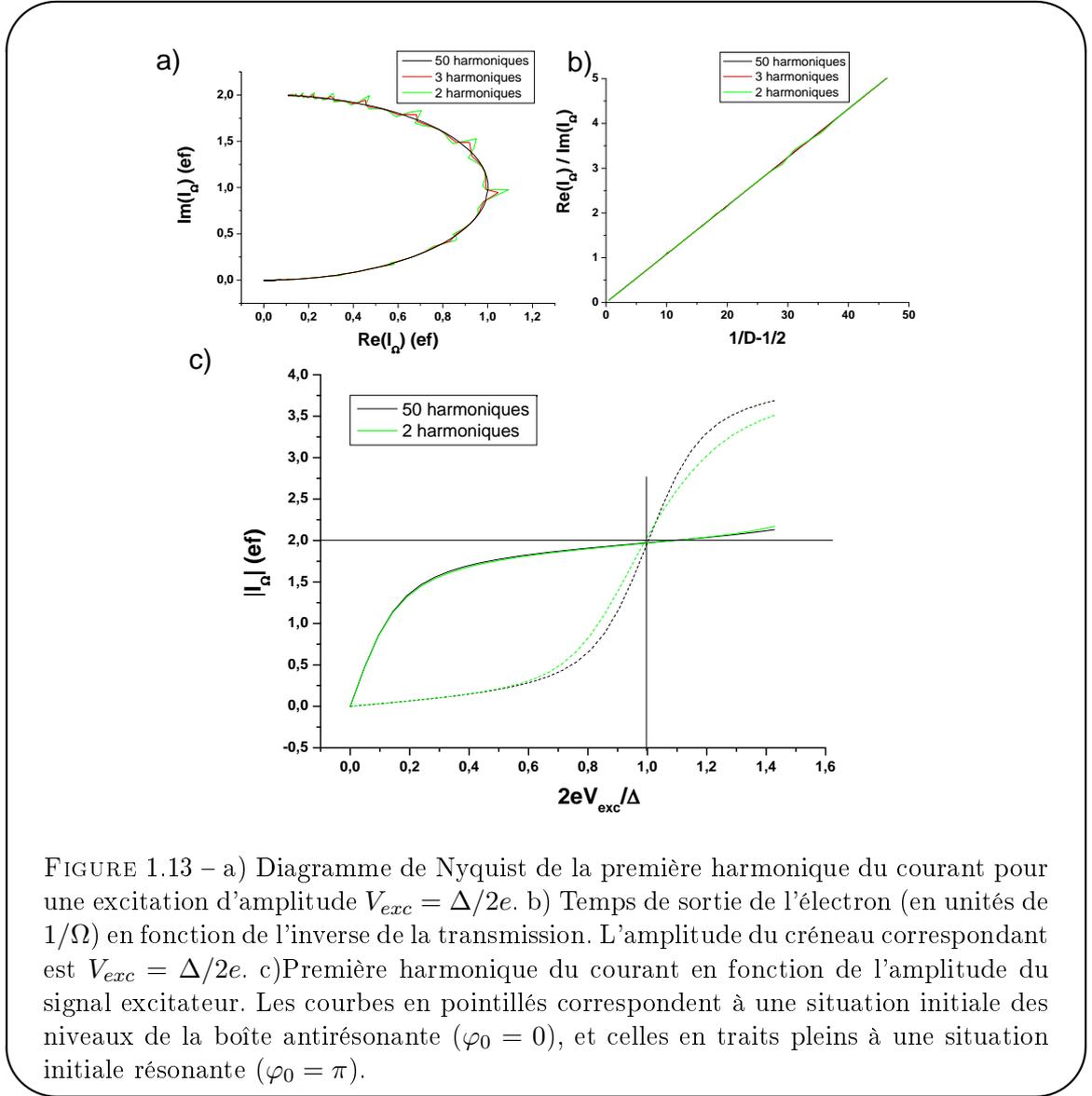
1.4.1.5 Effet d'un créneau imparfait

Nous avons étudié jusqu'à présent le cas d'une capacité mésoscopique soumise à un créneau parfait. Or, expérimentalement, la bande passante de la chaîne d'excitation est finie, ainsi que le temps de montée du générateur utilisé, ce qui fixe une fréquence de coupure expérimentale au contenu harmonique de la source de l'ordre de 4 GHz . Je vais dans cette partie décrire l'effet d'un nombre fini d'harmoniques dans le créneau d'excitation sur la première harmonique du courant. En effet, nous avons cherché à augmenter la fréquence d'excitation afin d'augmenter le courant délivré par notre source. Nous avons ainsi étudié le deuxième échantillon à $1,5 \text{ GHz}$, fréquence à laquelle seulement deux ou trois harmoniques impaires de l'excitation sont transmises significativement.

Nous continuons à nous placer dans la limite $C \rightarrow \infty$. Cette approximation permet de calculer numériquement les c_n , puis la première harmonique du courant grâce à un programme numérique développé par François Parmentier.

Nous avons réalisé ces simulations pour un créneau parfait, et des créneaux 'approchés' comportant 2, 3 et 50 harmoniques impaires, en utilisant les paramètres de l'échantillon S528-11 et

une fréquence d'excitation de $1,5 \text{ GHz}$. Les excitations choisies sont symétriques. Les résultats sont présentés sur la figure 1.13. Pour les trois figures, les résultats obtenus avec un créneau parfait sont indiscernables de ceux obtenus avec un créneau de 50 harmoniques impaires. Nous avons donc choisi de ne représenter que les courbes correspondant à un créneau avec 50 harmoniques.



Les figures a) et b) présentent les résultats obtenus pour une excitation d'amplitude telle que $2eV_{exc} = \Delta$. Nous constatons que le temps de sortie est très peu affecté par le nombre restreint d'harmoniques. Il reste donc une bonne façon de mesurer la transmission de la barrière tunnel.

Cependant, lorsqu'on regarde le courant dans un diagramme de Nyquist, on constate qu'il ne tombe plus exactement sur le cercle attendu, mais présente des oscillations autour de ce cercle. Ces oscillations correspondent aux différentes positions des niveaux dans la boîte. Ainsi, le courant est légèrement supérieur à ce qu'on attendrait pour une excitation en créneau parfait lorsque l'excitation oscille entre deux pics de densité d'états, c'est-à-dire pour $\varphi_0 = \pi$. Ceci peut s'interpréter par le fait qu'un créneau auquel on a enlevé des harmoniques oscille entre deux

valeurs moyennes qui sont celles du créneau parfait, mais présente des oscillations rapides autour de ces valeurs qui génèrent un courant supplémentaire.

L'étude du courant en fonction de la tension d'excitation (figure c) montre elle aussi de légères différences en fonction du contenu spectral du créneau exciteur. Les courbes en pointillés correspondent à une situation d'équilibre anti-résonante ($\varphi_0 = \pi$), c'est-à-dire que pour $2eV_{exc} = \Delta$ on vient placer successivement deux niveaux consécutifs de la boîte au niveau de Fermi pour une excitation en créneau parfait. Au contraire, les courbes en traits pleins correspondent à des situations d'équilibre résonante ($\varphi_0 = 0$), et donc à une oscillation du potentiel de la boîte en régime d'injection entre deux creux de densité d'états. À faible amplitude d'excitation, les oscillations 'parasites' introduites par le retrait des harmoniques élevées sont elles aussi de faible amplitude, et n'introduisent pratiquement pas de différences entre les deux types d'excitation. Par contre, lorsque $2eV_{exc} = \Delta$, la courbe correspondant à une oscillation entre deux pics de densité d'état est modifiée d'environ 5 % : sur une demie alternance, le niveau à résonance oscille autour du niveau de Fermi. Au contraire, l'oscillation autour d'un creux de la densité d'états n'apporte pas de modification par rapport au courant obtenu avec un créneau parfait.

En conclusion, la prise en compte des imperfections du signal exciteur ne modifie pas notablement les résultats présentés dans le cadre d'une excitation en créneau. Nous nous attendons en particulier à observer le phénomène de quantification du courant alternatif en unités de $2ef$ dans le régime capacitif. Le réglage de la phase globale du signal dans le diagramme de Nyquist reste encore valable. Enfin, nous pourrions tester la cohérence de notre modèle en comparant le temps de sortie mesuré à celui prévu par la théorie à partir de la mesure de la transmission dans le régime linéaire.

1.4.2 Résultats expérimentaux

Nous allons dans cette partie présenter les résultats que nous avons obtenus sur nos deux échantillons. Dans un premier temps, je montrerai le réglage de phase que nous avons effectué, puis le phénomène de quantification du courant alternatif que nous avons mis en évidence sur nos deux échantillons.

1.4.2.1 Réglage de la phase

Comme nous l'avons déjà mentionné précédemment, nous mesurons les deux quadratures du courant à une phase globale près. Or la phase du courant renferme l'information sur la cohérence du circuit en régime linéaire, et sur le temps de sortie de l'électron en régime non linéaire.

La méthode décrite partie 1.4.1.4 permet d'éliminer cette phase globale : elle est compensée lorsque le diagramme de Nyquist du courant dans le régime $2eV_{exc} = \Delta$ est un demi cercle de centre $(ef, 0)$ et de rayon ef , qui est la traduction d'une capacité quantique indépendante de la position des niveaux dans la boîte et de la transmission. Nous verrons dans les parties suivantes comment nous avons déterminé que ce régime est bien atteint et comment nous avons pu calibrer le courant.

La figure 1.14 présente les diagrammes de Nyquist du courant pour les trois fréquences étudiées. La phase 0° est celle que nous avons retenue. Le diagramme de Nyquist du courant est alors très proche d'un cercle. La capacité quantique est donc bien constante dans ce régime. Nous attribuons les petites oscillations résiduelles à de petites irrégularités dans l'espacement des niveaux.

À titre de comparaison, nous présentons aussi les courbes décalées de 2° dans un sens et dans l'autre. Pour les deux fréquences les plus basses, le diagramme de Nyquist du courant n'est

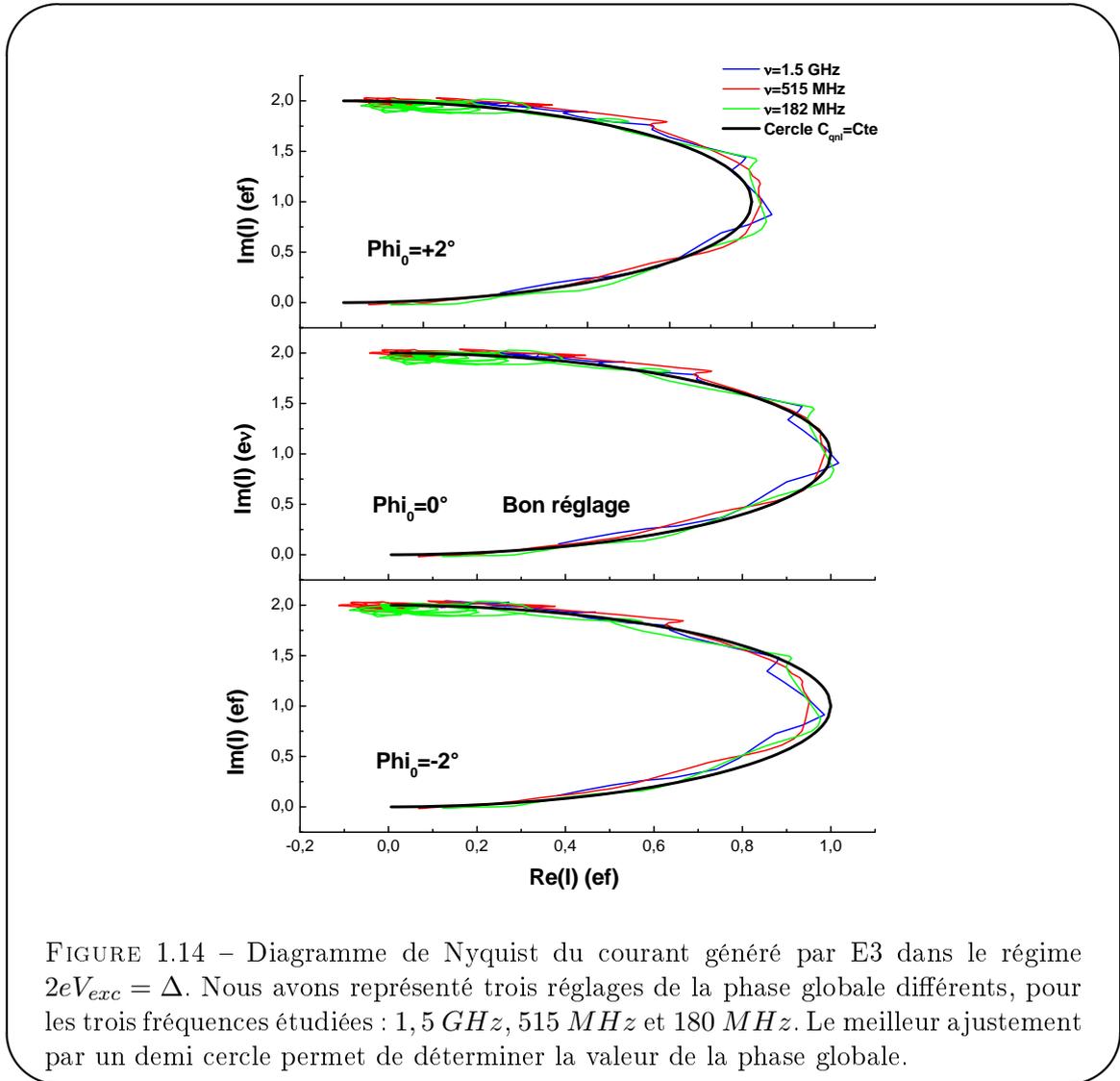


FIGURE 1.14 – Diagramme de Nyquist du courant généré par E3 dans le régime $2eV_{exc} = \Delta$. Nous avons représenté trois réglages de la phase globale différents, pour les trois fréquences étudiées : 1,5 GHz, 515 MHz et 180 MHz. Le meilleur ajustement par un demi cercle permet de déterminer la valeur de la phase globale.

clairement plus sur le demi cercle attendu. Le réglage de phase est donc précis à $\pm 1^\circ$ près. Pour la fréquence 1,5 GHz, il est difficile de placer la conductance sur un cercle à la fois sur la partie supérieure et sur la partie inférieure du cercle. Le réglage de la phase est donc précis à $\pm 2^\circ$ près à cette fréquence.

L'ajustement de la phase à 1,5 GHz pour le deuxième échantillon est présenté sur la figure 1.15. Cet échantillon présente la particularité d'avoir un écart entre niveaux qui varie de façon plus sensible que le précédent en fonction de V_g . L'amplitude de la tension choisie pour compenser l'énergie d'addition n'est pas parfaite sur toute la gamme de transmissions. C'est ce qui explique dans le régime capacitif l'ensemble de points avec un courant supérieur à $2ef$. La courbe bleue semble mieux adaptée à la moitié supérieure du graphique, et la courbe noire pour la moitié inférieure. Cependant, la courbe bleue dépasse du demi cercle attendu : elle présente une partie réelle qui peut être négative, ce qui n'est pas compatible avec le modèle d'un circuit RC. C'est donc le réglage de phase correspondant à la courbe noire que nous avons adopté. Nous estimons l'erreur sur la phase à $\pm 2^\circ$, ce qui correspond pour les paramètres de l'échantillon et à cette fréquence à une incertitude sur le temps de sortie d'environ 5 ps dans les régimes capacitifs et

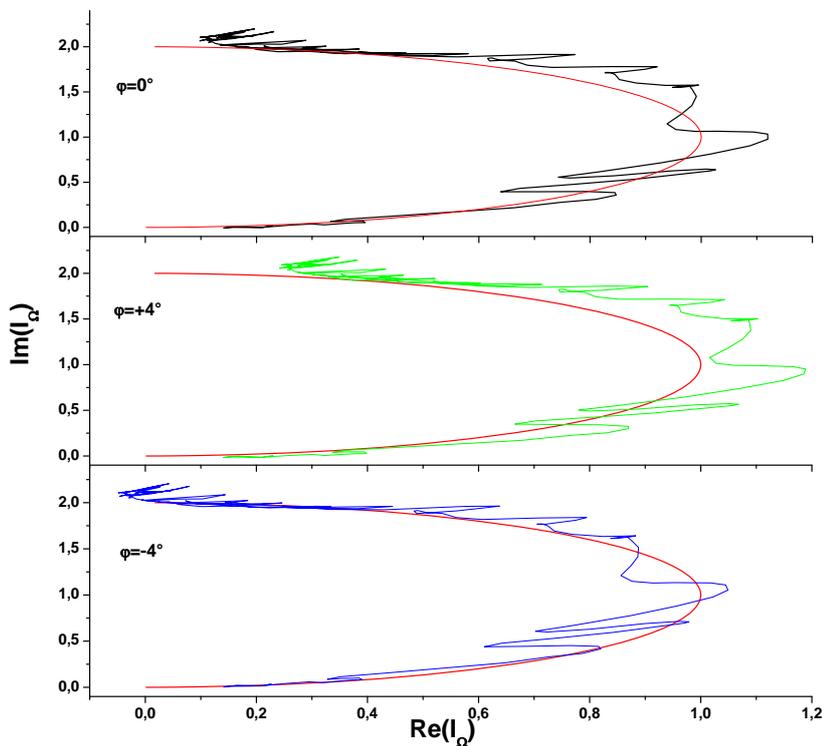


FIGURE 1.15 – Diagramme de Nyquist du courant généré par S528-11 dans le régime $2eV_{exc} = \Delta$. Nous avons représenté trois réglages de la phase globale séparés de 4° .

intermédiaires.

1.4.2.2 Échantillon E3

Nous avons étudié la première harmonique du courant généré par cet échantillon avec une excitation en créneau oscillant entre 0 et $2V_{exc}$, aux fréquences de 180 et 515 MHz. Les résultats que je vais présenter ont déjà été décrits dans la thèse de Gwendal Fève [3] et ont fait l'objet des publications [4, 50].

- **Temps de sortie**

Les mesures du temps de sortie des électrons dans le régime $2eV_{exc} = \Delta$ sont présentées sur la figure 1.16. Elles sont obtenues en prenant le rapport des deux quadratures du courant, qu'on divise par la pulsation de l'excitation. L'accord entre la courbe théorique et l'expérience est relativement bon, sur plus d'une décade. Précisons que la courbe théorique ne présente aucun paramètre ajustable : la loi de transmission en fonction de V_g et l'écart entre niveaux, seules quantités à intervenir dans l'équation 1.46, ont été déterminés dans le régime linéaire. À forte transmission, nous constatons néanmoins l'apparition d'oscillations du temps de sortie avec V_g qui ne sont pas prévues par la théorie. Leur amplitude est proche de l'incertitude de mesure, mais leur périodicité est celle des niveaux dans la boîte : le temps de sortie semble donc dépendre non seulement de la transmission, mais aussi légèrement de la position des niveaux par rapport au niveau de Fermi.

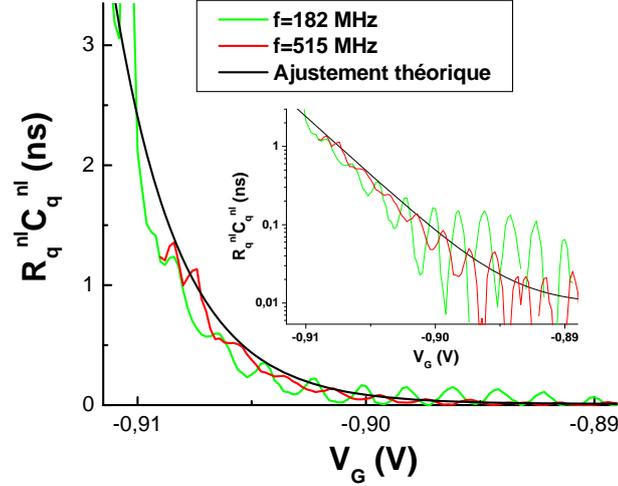


FIGURE 1.16 – Temps de sortie des électrons dans le régime $2eV_{exc} = \Delta$ mesuré pour deux fréquences de l'excitation et courbe théorique prévue à partir de la détermination de la transmission en régime linéaire. L'incertitude expérimentale, due au réglage de phase et au bruit expérimental, est d'environ 100 ps à 180 MHz et de 30 ps à 515 MHz . En insert, les mêmes courbes sont présentées en échelle logarithmique.

- **Quantification du courant**

Pour déterminer la tension à appliquer pour être dans le régime de capacité constante, nous avons augmenté à V_g fixé l'amplitude V_{exc} de l'excitation en créneau. Les courbes en symboles de la figure 1.17 représentent la norme de la première harmonique du courant en fonction de l'amplitude de l'excitation à 182 MHz , pour des tensions de grille correspondant à des transmissions proches de 0, 2 et 0, 9. L'amplitude du créneau a été ramenée à la tension δV_{DC} que nous devons appliquer sur la grille pour faire défiler un niveau devant le niveau de Fermi lors de la calibration en régime linéaire (figure 1.7). Nous observons bien les caractéristiques prévues par la théorie : des plateaux de courant apparaissent, d'autant plus marqués que la transmission est faible⁵, et toutes les courbes se croisent en un même point. Ce bon accord avec la théorie nous permet de calibrer l'axe du courant : le point de croisement correspond à l'injection d'un électron unique par période, soit un courant de $2ef$.

Il est cependant possible de ne pas avoir recours à la théorie pour calibrer cet axe. En effet, à 180 MHz et à transmission 1, le signal du circuit RC est purement imaginaire à mieux que la résolution expérimentale. Nous nous attendons donc à une caractéristique courant tension linéaire : $I_\Omega = 2C_\mu 2V_{exc} f$, observée expérimentalement (voir figure 1.17a), points magenta). Or δV_{DC} est la tension statique à appliquer pour ajouter une charge dans la boîte : $\delta V_{DC} = e/C_\mu$. Lorsque $2V_{exc} = \delta V_{DC}$, nous nous attendons donc à obtenir un courant de $2ef$. L'erreur commise avec cette calibration (pointillés magenta sur la figure) est de 5 % par rapport à la simple comparaison avec la théorie. Elle s'explique de plus en partie par l'atténuation de la ligne hyperfréquence qui amène l'excitation sur l'échantillon : les signaux de fréquence nulle sont moins atténués que les signaux de fréquence finie.

Une fois l'axe du courant calibré, nous pouvons superposer les courbes théoriques (en traits

5. Les transmissions choisies sont telles que le temps de sortie est bien inférieur à la demi-période du signal exciteur, c'est-à-dire $R_q^{nl} C_q^{ml} \Omega \ll 1$.

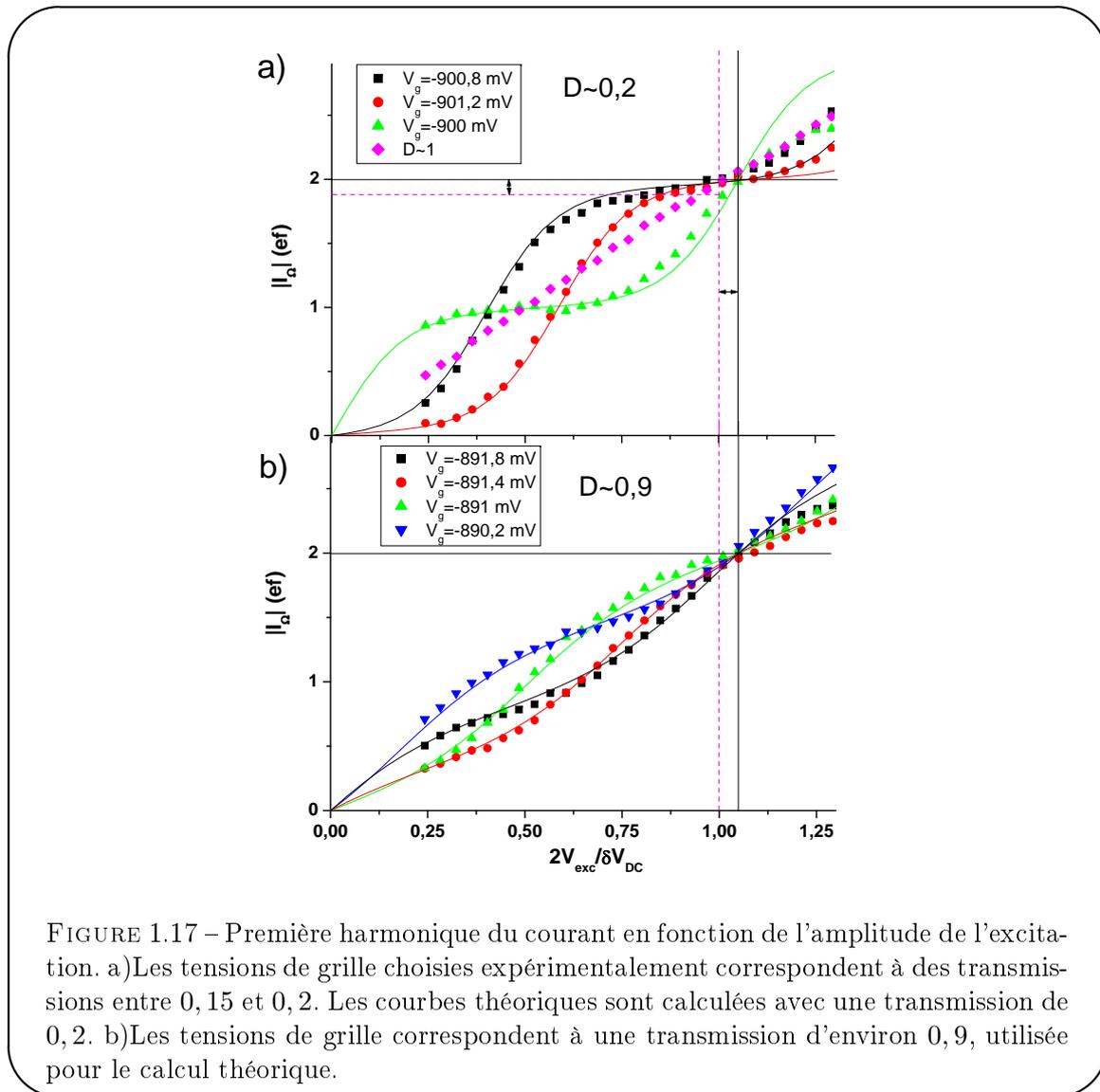


FIGURE 1.17 – Première harmonique du courant en fonction de l’amplitude de l’excitation. a) Les tensions de grille choisies expérimentalement correspondent à des transmissions entre 0,15 et 0,2. Les courbes théoriques sont calculées avec une transmission de 0,2. b) Les tensions de grille correspondent à une transmission d’environ 0,9, utilisée pour le calcul théorique.

pleins sur la figure 1.17) avec les courbes expérimentales. La température, la transmission et l’écart entre niveaux sont ceux trouvés dans le régime linéaire. L’accord entre théorie et expérience est alors remarquable. Des écarts apparaissent pour les tensions d’excitation les plus fortes. Nous les attribuons à un effet de chauffage.

1.4.2.3 Échantillon S528-11

Je vais dans cette partie les résultats que nous avons obtenus avec l’échantillon S528-11.

- **Temps de sortie**

La mesure du temps de sortie à $1,5$ GHz est présentée sur la figure 1.18. Nous constatons un désaccord net entre la courbe théorique en vert et les données expérimentales pour des tensions de grille inférieures à -335 mV. La courbe théorique a été obtenue à partir de l’écart entre niveaux et de la loi de transmission mesurés dans le régime linéaire. Nous pensons que cette différence est due à une variation de la transmission de la barrière avec l’énergie, qui n’est

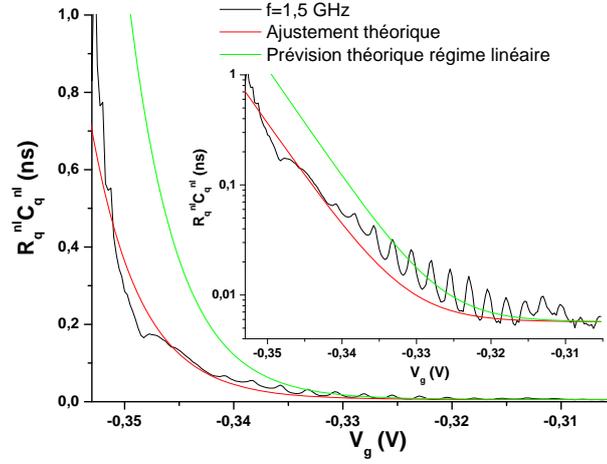


FIGURE 1.18 – Temps de sortie des électrons dans le régime $2eV_{exc} = \Delta$ mesuré à $1,5 \text{ GHz}$. En vert, nous avons représenté la courbe théorique prévue à partir de la détermination de la transmission en régime linéaire et en rouge un ajustement théorique reproduisant mieux les observations expérimentales. L'incertitude expérimentale, due au réglage de phase et au bruit expérimental, est d'environ 10 ps . En insert, les mêmes courbes sont présentées en échelle logarithmique.

pas incluse dans notre modèle. En effet, nous sondons la dynamique du processus tunnel des électrons avec des énergies de l'ordre 5 K , grandes devant les échelles d'énergie habituelles pour les contacts ponctuels quantiques. La variation de la transmission du contact ponctuel quantique avec l'énergie permet aussi d'expliquer les difficultés rencontrées en régime linéaire pour rendre compte de la conductance de l'échantillon à 520 mK (figure 1.9) en utilisant les paramètres déterminés à la température de base du dispositif.

Il reste cependant possible de reproduire plus fidèlement les résultats dans le cadre de notre modèle (courbe rouge), en se donnant une loi de transmission en fonction de la tension de grille ayant pour paramètres une largeur $\delta V = 4,5 \text{ mV}$ et une tension de coupure $V_0 = -334,5 \text{ mV}$ (ces grandeurs sont définies équation 1.30). L'accord est alors relativement bon sur presque deux décades. On peut trouver de meilleurs paramètres pour reproduire l'ensemble de la courbe expérimentale, mais cette modélisation est particulièrement proche des données dans le domaine qui sera le plus sensible pour l'étude du bruit, autour de -345 mV , et reste correcte pour les autres tensions de grille. Nous utiliserons donc cette loi pour modéliser notre échantillon dans le régime non linéaire lors de l'étude théorique du bruit.

Enfin, nous constatons à nouveau la présence d'oscillations pour les temps de sortie courts, de même périodicité que l'écart entre niveaux et de l'ordre de grandeur de la résolution expérimentale.

- **Plateaux de courant**

Comme la transmission varie avec l'amplitude de l'excitation, il est difficile de prévoir quantitativement la forme des plateaux de courant. Nous avons néanmoins pu observer qualitativement les principales caractéristiques attendues de la quantification du courant. Des mesures du module de la première harmonique du courant en fonction de l'amplitude du créneau exciteur sont représentées sur la figure 1.19. Nous observons bien l'apparition de plateaux de courant de

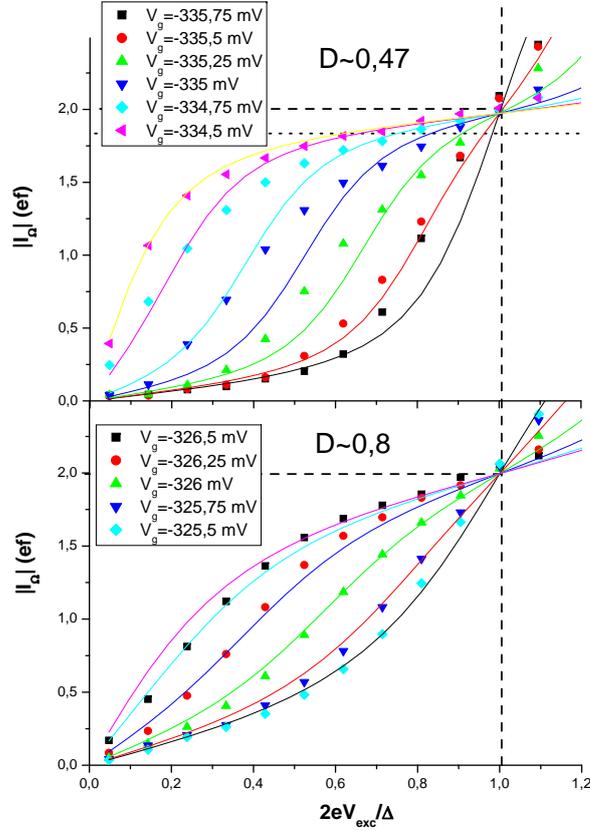


FIGURE 1.19 – Observation de la quantification du courant alternatif pour l'échantillon S528-11. Les nuages de points représentent les données expérimentales pour différentes tensions de grille V_g , et les courbes en traits pleins correspondent à des simulations pour différentes positions initiales des niveaux dans la boîte et pour une transmission fixe de 0,47 sur la première figure et de 0,8 sur la seconde. Le point de croisement des données expérimentales a permis de calibrer les deux axes de la figure. Une calibration indépendante, décrite dans l'annexe C place la valeur du courant $2ef$ au niveau de la ligne en pointillés fins de la première figure.

largeur variable selon la position initiale des niveaux dans la boîte, correspondant aux prédictions théoriques pour une excitation crêteau symétrique. Ces plateaux sont d'autant plus marqués que la transmission est faible. Les données représentées sur la première figure correspondent à des transmissions variant entre 0,27 en régime linéaire et 0,47 lorsque $2eV_{exc} = \Delta$. Sur la deuxième, les transmissions mesurées varient entre 0,75 et 0,9 lorsqu'on augmente la tension d'excitation. Remarquons que la détermination de la transmission est de toutes façons peu précise dans cette gamme de transmissions élevées.

Nous observons à nouveau l'existence d'une valeur de l'excitation particulière, pour laquelle toutes les courbes se croisent. La calibration de la détection homodyne (annexe C) place ce point à un courant de $2,2ef$. C'est bien la valeur attendue, aux incertitudes de calibration près, que nous avons estimées à 10 %. Ce point particulier de fonctionnement de la source est obtenu pour une amplitude d'excitation crête à crête en tête de cryostat de $1,3\delta V_{Dc}$. Comme précédemment,

nous attribuons ce facteur supérieur à 1 à l'effet de peau dans notre ligne d'excitation.

1.4.3 Conclusion

Nous avons mis en évidence théoriquement et expérimentalement la quantification du courant alternatif en unités de $2ef$ lorsque l'amplitude du créneau exciteur compense l'énergie d'addition de la boîte quantique. Des plateaux apparaissent pour des configurations initiales des niveaux dans la boîte bien choisies. Ces plateaux sont d'autant plus marqués que la transmission est basse. Nous pouvons ainsi obtenir des points de fonctionnement de notre dispositif peu sensibles à des fluctuations de V_g , de V_{DC} ou de l'amplitude de l'excitation, et tels qu'un électron est émis puis absorbé à chaque période. Il ne faut néanmoins pas trop réduire la transmission de la barrière tunnel, au risque de ne plus laisser à l'électron le temps de sortir. C'est ce que nous pouvons observer sur la figure 1.20 : dans le régime $2eV_{exc} = \Delta$, on observe lorsqu'on diminue la

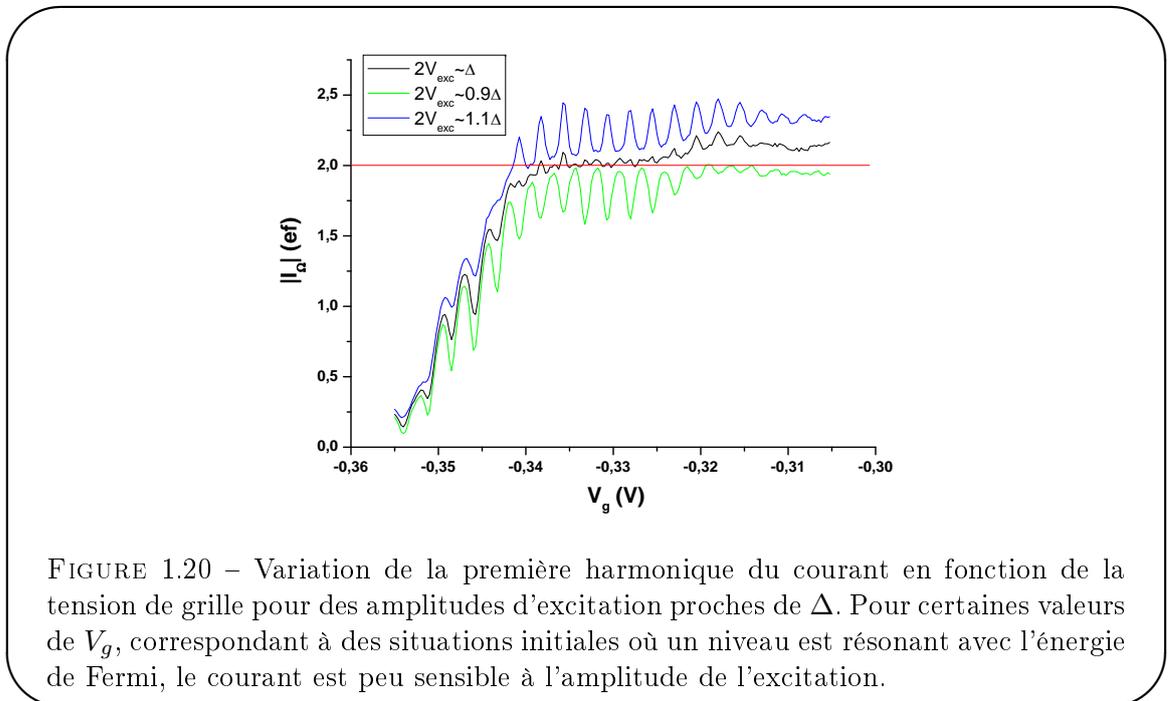


FIGURE 1.20 – Variation de la première harmonique du courant en fonction de la tension de grille pour des amplitudes d'excitation proches de Δ . Pour certaines valeurs de V_g , correspondant à des situations initiales où un niveau est résonant avec l'énergie de Fermi, le courant est peu sensible à l'amplitude de l'excitation.

transmission (et donc V_g) un large plateau de courant autour de $2ef$, puis une brusque diminution de ce courant lorsque la transmission devient de l'ordre de 0,2 ($V_g = -340mV$). Il a diminué de moitié pour une transmission de l'ordre de 0,1 ($V_g = -345 mV$). Nous nous attendons donc à ce que le courant dans ce régime soit bruyant, de façon similaire au bruit de grenaille. C'est ce que nous étudierons dans le chapitre 2.

1.5 Régime de forte excitation : forme temporelle du courant

Dans cette partie, je vais décrire succinctement les mesures que nous avons effectuées dans le domaine temporel, sur l'échantillon E3. Nous les avons réalisées à une fréquence d'excitation d'environ $32 MHz$, avec une résolution temporelle de $500 ps$. Cette résolution relativement faible ne permet pas de tester la source d'électrons uniques dans le régime où elle émet des paquets d'onde cohérents, utiles pour les expériences futures. Cependant, la forme temporelle du courant dans le régime de forte excitation valide la description du circuit quantique en terme de capacité

et de résistance, et permet de mieux appréhender les calculs du bruit de la source d'électrons uniques.

1.5.1 Théorie

Pour une excitation en créneau parfait, nous pouvons calculer exactement toutes les harmoniques impaires du courant à partir de la formule 1.10 et de l'expression des c_n dans la limite $eV_{exc}/\hbar\Omega = 2p \gg 1$ (voir aussi [47] pour un calcul avec le formalisme de Floquet). Un résultat identique est obtenu dans [51] pour un niveau unique. Nous obtenons pour l'harmonique $2k+1$:

$$\langle \hat{I}_{(2k+1)\Omega} \rangle = \frac{e}{2i\pi\hbar} \frac{1}{2k+1} \int d\epsilon \left(1 - S^\dagger(\epsilon)S(\epsilon + (2k+1)\hbar\Omega) \right) [f(\epsilon + eV_{exc}) - f(\epsilon - eV_{exc}) + f(\epsilon + (2k+1)\hbar\Omega + eV_{exc}) - f(\epsilon + (2k+1)\hbar\Omega - eV_{exc})] \quad (1.47)$$

Lorsque $(2k+1)\hbar\Omega \ll D\Delta$, en exprimant la matrice de diffusion en terme de la densité d'états, et par un développement identique à celui mené pour calculer la première harmonique du courant, nous trouvons :

$$\langle \hat{I}_{(2k+1)\Omega} \rangle = \frac{i2V_{exc}}{\pi} \int d\epsilon [-i\Omega e^2 \mathcal{N}(\epsilon) + (2k+1) \frac{\hbar}{2e^2} (e^2 \mathcal{N}(\epsilon))^2 \Omega^2] \quad (1.48)$$

$$\frac{f(\epsilon - eV_{exc}) - f(\epsilon + eV_{exc})}{2eV_{exc}} \quad (1.49)$$

Nous allons comparer cette équation à la transformée de Fourier d'un courant périodique de période $\mathcal{T} = 2\pi/\Omega$ défini par des émissions exponentielles successives d'électrons et de trous :

$$I^d(t) = \begin{cases} \frac{q}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} \text{ pour } t \in [0, \mathcal{T}/2] \\ -\frac{q}{\tau} e^{-\frac{(t-\mathcal{T}/2)}{\tau}} \text{ pour } t \in [\mathcal{T}/2, \mathcal{T}] \end{cases} \quad (1.50)$$

Les paramètres q et τ sont respectivement la charge transférée lorsque la période est très grande devant le temps de sortie, et le temps de sortie. Les harmoniques paires de ce signal sont toutes nulles, et ses harmoniques impaires dans le régime $\Omega\tau \ll 1$ sont données par :

$$I_{2k+1}^d \simeq 2qf(1 + i(2k+1)\Omega\tau) \quad (1.51)$$

En comparant les formules 1.48 et 1.51, nous constatons que dans le régime capacitif, notre circuit quantique se comporte comme un circuit RC, dont les éléments R_q^{nl} et C_q^{nl} sont ceux calculés pour la première harmonique du courant (équations 1.38 et 1.39), avec $\tau = R_q^{nl}C_q^{nl}$ et $q = C_q^{nl}(2V_{exc})$. Ceci conforte l'interprétation que nous avons donnée pour la première harmonique du courant à partir de ces éléments. Ainsi, lorsque la capacité mésoscopique est soumise à une excitation de forte amplitude en créneau, nous nous attendons à observer la charge et la décharge exponentielle de la capacité quantique, avec un temps de sortie déterminé par la transmission de la barrière tunnel : $\tau = \hbar/\Delta(1/D - 1/2)$. En particulier, dans le régime $2eV_{exc} = \Delta$, la charge q transférée par demi-période est exactement un électron.

1.5.2 Résultats

Je décrirai ici l'observation expérimentale de la forme temporelle du courant lors de l'émission de charges uniques. Pour cela, nous avons appliqué à la capacité mésoscopique une excitation en

créneau à environ 32 MHz et d'amplitude $2eV_{exc} = \Delta$. La procédure expérimentale est décrite en détail dans [52]. L'acquisition des données est faite grâce à une carte d'acquisition rapide *Acqiris AP 240*. Sa fréquence d'échantillonnage est de 2 GSa s^{-1} , et son intérêt principal réside dans sa capacité à moyenner le signal en temps réel. Il faut plusieurs secondes de mesure, soit quelques centaines de millions d'électrons, pour obtenir un rapport signal sur bruit convenable. Le signal est ensuite déconvolué des effets de bande passante de la voie de mesure, en prenant pour référence le signal parasite que nous avons modélisée par une capacité en parallèle de l'échantillon. Le courant que celle-ci génère lorsqu'elle est soumise à un créneau est alors une suite de diracs positifs puis négatifs, comme l'illustre la figure 1.21. Cette méthode ne nous permet

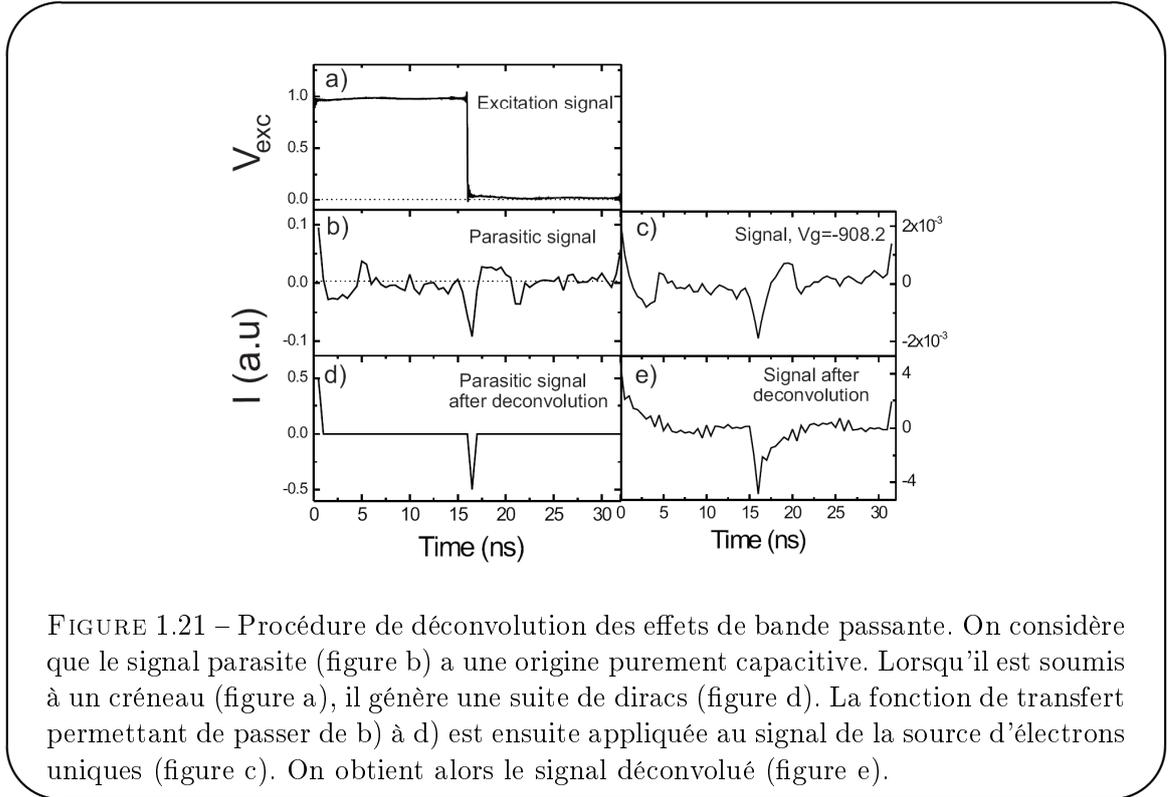


FIGURE 1.21 – Procédure de déconvolution des effets de bande passante. On considère que le signal parasite (figure b) a une origine purement capacitive. Lorsqu'il est soumis à un créneau (figure a), il génère une suite de diracs (figure d). La fonction de transfert permettant de passer de b) à d) est ensuite appliquée au signal de la source d'électrons uniques (figure c). On obtient alors le signal déconvolué (figure e).

de déconvoluer que les harmoniques impaires du courant émis par la capacité mésoscopique. Nous obtenons donc un courant où les différences entre les électrons et les trous, portées par les harmoniques paires du courant, ont été supprimées.

La figure 1.22 représente des courbes typiques de courant. Nous constatons que l'allure du courant est comme attendu une succession d'exponentielles décroissantes, pour une large gamme de temps de sortie. Notamment, même dans le régime $\Omega\tau$ proche de 1 (figure b), la description par une exponentielle décroissante reste correcte. Les oscillations autour de l'exponentielle, en particulier sur les temps courts, sont en partie dues au nombre réduit d'harmoniques mesuré, comme le montre la courbe théorique verte de la figure a), qui contient 16 harmoniques impaires du courant. Cependant cet effet n'est pas suffisant pour expliquer l'amplitude des oscillations. Nous pensons qu'en plus l'origine du signal parasite n'est pas bien décrite par une capacité pour les fréquences les plus élevées auxquelles nous avons accès par cette méthode, ce qui conduit à une mauvaise déconvolution de ces fréquences.

Les figures b) et c) présentent le courant dans les régimes très pincés et très ouverts sur la même échelle de courant. Nous constatons ainsi que lors d'une variation de la transmission de la

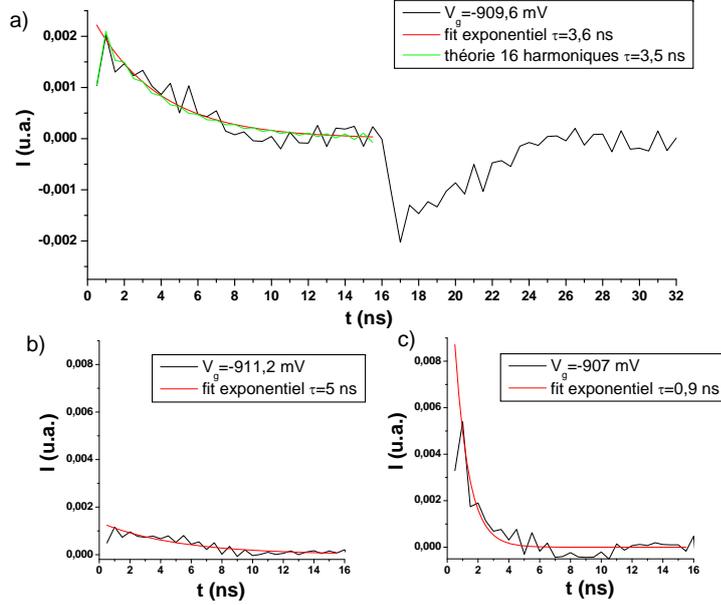


FIGURE 1.22 – Courant en fonction du temps pour différentes transmission de la barrière tunnel pour une excitation en crête d'amplitude $2eV_{exc} = \Delta$. Sur la figure a), nous avons représenté une période entière du signal. De par la procédure de déconvolution, la deuxième demi-période est exactement l'opposée de la première. Nous n'avons donc représenté sur les figures b) et c) que la première demi-période, sur une échelle identique. Sur chaque figure, nous avons superposé un ajustement exponentiel. Enfin, nous avons superposé sur la figure a) une simulation d'exponentielle composée de 16 harmoniques.

barrière tunnel, le temps de sortie et l'amplitude du courant changent. Toutefois, pour $\tau \ll T$, nous avons montré dans [52] que la charge transmise, c'est-à-dire l'intégrale du courant sur une demi-période, était constante, ce qui est compatible avec l'émission et l'absorption d'un électron par période.

En conclusion, ces mesures temporelles nous montrent que la relaxation de charge de la capacité mésoscopique est bien décrite par un circuit RC, dont les éléments sont donnés par le calcul réalisé pour la première harmonique du courant. Le courant moyen que nous avons mesuré est néanmoins dû à un ensemble d'évènements monoélectroniques, qui dans leur ensemble viennent reconstituer la forme exponentielle du courant. Ainsi, dans le régime où le temps de sortie est suffisamment faible pour qu'un électron sorte à chaque période, et suffisamment long pour qu'il ne sorte pas toujours au début de l'alternance, nous pouvons nous attendre à des fluctuations du courant liées à cette incertitude temporelle sur l'instant de détection. Contrairement aux fluctuations de la charge émise discutées lors des mesures harmoniques, ce flou sur l'instant d'émission n'est pas un défaut de la source d'électrons uniques. C'est une limite intrinsèque associée à la largeur temporelle du paquet d'onde émis : tant que le temps de sortie reste inférieur au temps de cohérence, on devrait pouvoir faire des expériences d'optique quantique électronique avec ces électrons.

Conclusion du chapitre 1

Nous avons dans ce chapitre étudié théoriquement et expérimentalement la réponse d'une capacité mésoscopique, dans le régime linéaire et dans le régime non-linéaire. Le régime linéaire permet de calibrer les différents paramètres de nos échantillons : l'écart entre niveaux, la température effective et la loi de transmission de la barrière tunnel en fonction de la tension appliquée sur le contact ponctuel quantique. Nous avons ainsi prévu sans paramètre ajustable le comportement dans le régime non linéaire de notre premier échantillon. La variation de la loi de transmission avec l'amplitude de l'excitation n'a pas permis un tel accord pour le deuxième.

Nous avons cependant mis en évidence sur ces deux échantillons le phénomène de quantification du courant alternatif. Lorsqu'on augmente l'amplitude de l'excitation, et pour des paramètres bien choisis de transmission (ni trop forte, ni trop faible), on peut voir apparaître des plateaux de courant à la valeur $2ef$. Le courant est alors insensible à de petites variations de la transmission, de la position des niveaux dans la boîte ou de l'amplitude de l'excitation. Il correspond à l'émission et l'absorption d'une charge unique par période, sur un temps déterminé par la transmission de la barrière tunnel.

Expérimentalement, les temps d'émission que nous avons mesurés peuvent être inférieurs au temps de cohérence des électrons dans le gaz bidimensionnel. On peut ainsi espérer se servir des paquets d'onde émis pour faire des expériences d'optique quantique électronique avec des électrons uniques.

Chapitre 2

Bruit de la source d'électrons uniques : aspects théoriques

2.1	Bruit en présence d'une excitation périodique	57
2.1.1	Densité spectrale de bruit d'un signal stationnaire	57
2.1.2	Caractérisation du bruit d'un signal périodique	58
2.2	Modèle de diffusion	58
2.2.1	Bruit d'émission et bruit d'absorption	59
2.2.2	Calcul de \mathcal{P}_0	60
2.2.3	Cas limites	63
2.2.4	Simulations	65
2.2.5	Conclusion sur le modèle de diffusion	67
2.3	Modèle heuristique	68
2.3.1	Description du modèle	68
2.3.2	Courant moyen	70
2.3.3	Charge transférée	72
2.3.4	Bruit	72
2.4	Universalité du bruit en fonction du temps de sortie	77

Introduction du chapitre 2

Nous avons jusqu'à présent mesuré la valeur moyenne du courant émis par notre source d'électrons uniques, en très bon accord avec un modèle de diffusion. Nous avons notamment observé la quantification de la première harmonique du courant alternatif en unités de $2ef$, compatible avec l'émission et l'absorption d'un unique électron par période du signal.

On peut néanmoins imaginer d'autres modes de fonctionnement qui donneraient cette même valeur moyenne du courant, mais par des processus différents. Par exemple, il pourrait arriver que deux électrons soient émis pendant une période et aucun à la période suivante, ou que des paires électron trou soient émises. Ces processus ne changent pas le courant moyen, mais peuvent générer des fluctuations autour de cette moyenne. Dans tous les cas, ils réduisent la fidélité de la source, c'est-à-dire sa capacité à émettre un et un seul électron dans l'intervalle de temps prévu. Ceci est néfaste pour les expériences d'optique électronique quantique, pour lesquelles il faut contrôler à la fois le temps d'émission, l'état d'émission et le nombre de charges émises. En particulier, les paires électron trou peuvent être mises en évidence dans une expérience de type Hanbury Brown & Twiss (HBT), présentée dans l'introduction : un contact ponctuel quantique permet de les séparer [51]. Cette expérience sera effectuée par François Parmentier et Erwann Bocquillon.

Au cours de ma thèse, nous nous sommes efforcés de mesurer directement les fluctuations du courant émis par la source d'électrons uniques, sans utiliser de lame séparatrice pour le partitionner. En changeant la transparence de la barrière tunnel, nous pouvons modifier la probabilité qu'a un électron de sortir de la boîte pendant la demi période où il est placé au-dessus de la mer de Fermi. En diminuant cette probabilité, idéalement égale à 1 lorsque nous nous plaçons dans le régime d'injection de charges uniques, nous pouvons forcer l'apparition de fluctuations de courant : pendant certaines périodes, l'électron n'aura pas été émis. Nous verrons de plus que même lorsque cette probabilité est très proche de 1, notre source génère un bruit non nul. En effet, lorsque la transmission de la barrière n'est pas égale à 1, l'électron peut sortir à différents instants au cours de la demi-période pendant laquelle il est au dessus du niveau de Fermi. L'incertitude sur l'instant d'émission génère un bruit, que nous appellerons bruit de phase.

D'autre part, nous nous attendons à ce que le nombre d'électrons dans la boîte quantique soit constant à une unité près : l'émission d'un électron ne peut être suivie que par l'émission d'un trou. Nous nous attendons donc à ce que le bruit soit nul à fréquence nulle⁶. Ceci nous a conduit à étudier le bruit de notre source, théoriquement et expérimentalement, autour de la pulsation Ω d'excitation de la boîte quantique que nous avons choisie à $1,5 \text{ GHz}$. Il s'agit donc de calculer un bruit à fréquence finie en présence d'une excitation périodique.

Nous décrirons dans ce chapitre théorique les conséquences de l'excitation périodique haute fréquence sur la structure du bruit. Puis nous le calculerons, à partir du modèle de diffusion introduit dans la chapitre 1 et développé dans la thèse de Gwendal Fève [3]. Enfin, nous introduirons un modèle heuristique permettant de reproduire les résultats du modèle précédent dans une limite simple, et qui fournit une interprétation physique simple du bruit.

6. En effet, dans le domaine de Fourier, le courant est proportionnel au produit de la charge et de la fréquence : $I_\omega \propto \omega Q_\omega$. Comme les fluctuations de charge à fréquence nulle sont bornées à une unité, les fluctuations de courant à fréquence nulle sont nulles.

2.1 Bruit en présence d'une excitation périodique

Le but de cette partie est d'introduire les différentes notions et notations utiles pour les calculs que nous avons effectués. Nous décrirons les grandeurs classiques utilisées pour caractériser le bruit, puis nous nous intéresserons aux particularités introduites par l'excitation périodique de la source d'électrons uniques. Enfin, nous ferons le lien avec les quantités mesurées dans notre expérience.

2.1.1 Densité spectrale de bruit d'un signal stationnaire

Classiquement, on caractérise les fluctuations d'un courant stationnaire autour de sa valeur moyenne par ses différents moments. En particulier, son second moment décrit la puissance portée par les fluctuations : $\Delta I^2 = \langle (I - \langle I \rangle)^2 \rangle$. Pour des fluctuations gaussiennes, il les caractérise entièrement. Mais ce n'est pas toujours le cas, et l'étude des moments supérieurs est un sujet de recherche actif, sur le plan expérimental (voir par exemple [53]) comme sur le plan théorique (voir par exemple [54, 55]). Au cours de ma thèse, nous nous sommes attachés à mesurer le second moment de notre source d'électrons uniques.

Pour le calculer, il est commode d'introduire la densité spectrale de bruit en courant S_{II} , définie à partir de la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation des fluctuations du courant⁷ :

$$S_{II}(\omega) = 2 \int dt_1 \langle \delta I(0) \delta I(t_1) \rangle e^{i\omega t_1} \quad (2.1)$$

où $\delta I(t) = I(t) - \langle I(t) \rangle$.

En effet, une fois S_{II} connu, il est aisé d'en déduire le deuxième moment du courant :

$$\Delta I^2 = \int_0^\infty \frac{d\omega}{2\pi} S_{II}(\omega) \quad (2.2)$$

Pour simplifier les calculs, nous introduirons le corrélateur du courant dans l'espace des fréquences : $\langle \delta I_\omega \delta I_{\omega'} \rangle$. En effet, il est relié simplement à la densité spectrale de bruit :

$$\langle \delta I_\omega \delta I_{\omega'} \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} dt \int_{-\infty}^{\infty} dt' \langle \delta I(t) \delta I(t') \rangle e^{i(\omega t + \omega' t')} \quad (2.3)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} dt \int_{-\infty}^{\infty} dt_1 \langle \delta I(t) \delta I(t + t_1) \rangle e^{i((\omega + \omega')t + \omega' t_1)} \quad (2.4)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} dt e^{i(\omega + \omega')t} \int_{-\infty}^{\infty} dt_1 \langle \delta I(0) \delta I(t_1) \rangle e^{i\omega' t_1} \quad (2.5)$$

$$= 2\pi \delta(\omega + \omega') \frac{S_{II}(\omega')}{2} \quad (2.6)$$

où on a utilisé la stationnarité du courant pour passer de l'équation 2.4 à l'équation 2.5.

⁷. Le facteur 2 permet de n'intégrer S_{II} que sur les fréquences positives pour obtenir les fluctuations de courant.

2.1.2 Caractérisation du bruit d'un signal périodique

Lorsque le courant mesuré est dû à une excitation périodique de pulsation Ω , il n'est plus stationnaire. Ainsi, sa fonction de corrélation $\langle \delta I(t)\delta I(t+t_1) \rangle$ dépend non seulement de t_1 , mais aussi de t . Comme cette fonction est périodique en t de période $2\pi/\Omega$, elle peut se décomposer en série de Fourier [56, 57].

$$\langle \delta I(t)\delta I(t+t_1) \rangle = \sum_{l=-\infty}^{\infty} \mathcal{P}_l(t_1)e^{il\Omega t} \quad (2.7)$$

On peut ainsi calculer à nouveau le corrélateur de courant dans l'espace des fréquences :

$$\langle \delta I_\omega \delta I_{\omega'} \rangle = \int dt dt_1 \langle \delta I(t)\delta I(t+t_1) \rangle e^{i(\omega+\omega')t} e^{i\omega' t_1} \quad (2.8)$$

$$= \sum_{l=-\infty}^{\infty} 2\pi \delta(\omega + \omega' + l\Omega) \mathcal{P}_l(\omega') \quad (2.9)$$

où $\mathcal{P}_l(\omega)$ est la transformée de Fourier de $\mathcal{P}_l(t_1)$. Nous pouvons aussi calculer les fluctuations de courant à partir de la formule 2.7 :

$$\Delta I^2(t) = \sum_l e^{il\Omega t} \int \frac{d\omega}{2\pi} \mathcal{P}_l(\omega) \quad (2.10)$$

La variance instantanée du courant présente donc des oscillations temporelles à des fréquences multiples de la fréquence d'excitation Ω , alors qu'elles étaient statistiquement constantes dans le cas d'un signal stationnaire. Cependant, dans notre expérience (voir chapitre 3), nous nous intéressons à la valeur moyenne du second moment, c'est-à-dire la puissance moyenne de bruit. Nous avons donc accès à la quantité :

$$\overline{\Delta I^2(t)}^t = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \mathcal{P}_0(\omega) \quad (2.11)$$

$$\text{avec } \mathcal{P}_0(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} dt_1 \langle \overline{\delta I(t)\delta I(t+t_1)}^t \rangle e^{i\omega t_1} \quad (2.12)$$

où $\overline{X(t)}^t$ désigne la valeur moyenne temporelle de X (Rappelons que $\langle . \rangle$ désigne la valeur moyenne statistique). Les équations 2.2 et 2.11 nous permettent de rapprocher $2\mathcal{P}_0(\omega)$ de la densité spectrale de bruit $S_{II}(\omega)$ mesurée habituellement en régime stationnaire. Nous nous attacherons dans la théorie de diffusion à calculer $\mathcal{P}_0(\omega)$ et l'équation 2.12 servira de point de départ dans le modèle heuristique.

2.2 Modèle de diffusion

Nous allons dans cette partie calculer le bruit attendu de notre source d'électrons uniques en nous appuyant sur le modèle de diffusion que nous avons déjà utilisé dans le chapitre 1 pour le calcul du courant moyen.

2.2.1 Bruit d'émission et bruit d'absorption

Nous avons vu dans la partie précédente que le calcul du bruit de la source fait intervenir le corrélateur du courant à deux temps différents. Cette notion est bien définie en physique classique, mais elle pose problème en mécanique quantique : a priori, les opérateurs courant ne commutent pas lorsqu'ils sont pris à des temps différents. Les références [58], [59] et [60] discutent des différences entre les ordres possibles et distinguent un bruit dit d'émission d'un bruit dit d'absorption pour les courants stationnaires. La densité spectrale du bruit d'émission, notée S_+ , est calculée à partir de la transformée de Fourier du corrélateur $\delta\hat{I}(t)\delta\hat{I}(t+t_1)$ et est définie pour des fréquences positives :

$$S_+(\omega) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} dt_1 \langle \delta\hat{I}(t)\delta\hat{I}(t+t_1) \rangle e^{i\omega t_1} \quad (2.13)$$

$$(2.14)$$

On définit de même la densité spectrale du bruit d'absorption à partir de $\delta\hat{I}(t+t_1)\delta\hat{I}(t)$, ici encore pour des fréquences positives.

$$S_-(\omega) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} dt_1 \langle \delta\hat{I}(t+t_1)\delta\hat{I}(t) \rangle e^{i\omega t_1} \quad (2.15)$$

$$= 2 \int_{-\infty}^{\infty} dt_1 \langle \delta\hat{I}(t)\delta\hat{I}(t+t_1) \rangle e^{-i\omega t_1} \quad (2.16)$$

$$= S_+(-\omega) \quad (2.17)$$

où on a effectué un changement de variable $t_1 \rightarrow -t_1$ et utilisé l'invariance par translation dans le temps de la fonction de corrélation du courant, pour un courant stationnaire. Ce calcul montre qu'on peut à partir de la définition 2.13 obtenir à la fois le bruit d'émission pour les fréquences positives et le bruit d'absorption pour les fréquences négatives.

La quantité mesurée dépend du dispositif expérimental. Dans régime de couplage faible, c'est-à-dire quand le circuit de mesure n'influence pas le courant dans le conducteur mesuré, et dans le régime stationnaire, Lesovik et Loosen ont montré qu'on mesure ([58]) :

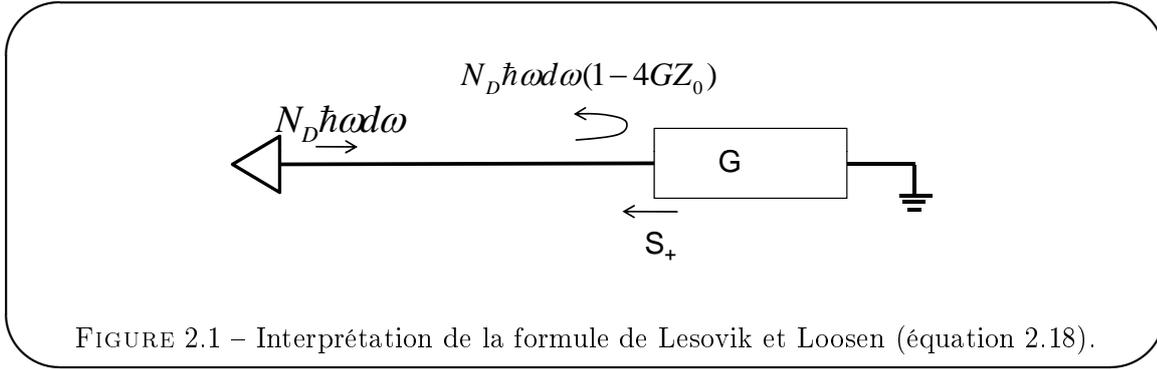
$$\Delta I^2 = \int_0^{\infty} d\omega (S_+(\omega) + N_D(S_+(\omega) - S_-(\omega))) \quad (2.18)$$

où N_D est la distribution de Bose à la température du détecteur.

Or, dans le régime de réponse linéaire et pour une excitation de fréquence nulle, la différence des bruits d'émission et d'absorption est reliée à la conductance de l'échantillon (Park et Ahn ont montré que cette relation restait valable en présence d'une excitation à fréquence finie[61]) :

$$S_-(\omega) - S_+(\omega) = 4\hbar\omega G(\omega) \quad (2.19)$$

Cette relation nous permet d'interpréter la formule 2.18 de la façon suivante : le bruit mesuré est la somme du bruit d'émission de l'échantillon, et du bruit émis par le détecteur et réfléchi



par l'échantillon (voir figure 2.1). En effet, la puissance émise par le détecteur dans une bande de pulsation $d\omega$ est de $N_D \hbar \omega d\omega$. Pour un détecteur et une ligne d'impédance caractéristique Z_0 , la puissance réfléchiée sur l'échantillon de conductance G est alors $N_D \hbar \omega d\omega \times \left(\frac{1/G - Z_0}{1/G + Z_0}\right)^2 \approx N_D \hbar \omega d\omega \times (1 - 4GZ_0)$ dans le régime de couplage faible ($Z_0 G \ll 1$). Ainsi, à une constante près, la puissance reçue par le détecteur est $Z_0(S_+(\omega) - 4\hbar\omega G(\omega) \times N_D)d\omega = Z_0(S_+(\omega) + N_D(S_+(\omega) - S_-(\omega)))d\omega$ en utilisant la formule 2.19. On retrouve donc la formule 2.18.

Dans la géométrie à trois terminaux que nous avons adoptée pour la mesure de bruit (schématisée sur la figure 2.2 et décrite en détail dans la partie 3.5), la conductance vue par le circuit de mesure est constante. Dans notre interprétation, cela conduit à une densité spectrale de bruit réfléchiée constante. Bien que l'excitation de fréquence finie place l'expérience dans un régime non stationnaire, nous mesurons donc uniquement le bruit d'émission (à une constante près) dans cette géométrie.

Dans la géométrie à deux terminaux, l'analyse est compliquée par la variation de la conductance vue par le circuit de mesure lorsqu'on fait varier la transmission de la barrière tunnel. Nous nous intéresserons à cette géométrie uniquement dans la limite de température nulle du détecteur.

Pour respecter la distinction entre ces deux densités spectrales de bruit, nous calculerons $\mathcal{P}_0(\omega)$ à partir de la version quantique de l'équation 2.9. Ainsi, les fréquences positives nous donnent l'équivalent de la densité spectrale de bruit d'émission, les fréquences négatives celle du bruit d'absorption.

2.2.2 Calcul de \mathcal{P}_0

Dans cette partie, nous allons calculer \mathcal{P}_0 dans le cadre de la théorie de diffusion non linéaire de la capacité mésoscopique. Les formules que nous avons obtenues pour \mathcal{P}_0 dans les géométries à trois et deux terminaux (équations 2.25 et 2.26) sont des cas particuliers très similaires à la formule générale présentée dans [57], obtenue dans le formalisme de Floquet. Les auteurs évaluent cette expression dans [47] et [62] en se plaçant dans le régime adiabatique et dans la géométrie à deux terminaux. Ils calculent plusieurs limites analytiques, en particulier pour le régime de haute température ($k_B T \gg \hbar\Omega, \hbar\omega$). L'effet dominant est alors le bruit thermique, très sensible à la partie réelle de la conductance de la capacité mésoscopique et à ses modulations imposées par le potentiel d'excitation périodique. Nous verrons que dans la géométrie à trois terminaux la température a un effet moins important.

Dans cette partie, nous nous intéresserons principalement à cette géométrie, schématisée sur la figure 2.2, puisque c'est sur ce type d'échantillons que nous avons mesuré le bruit de notre source.

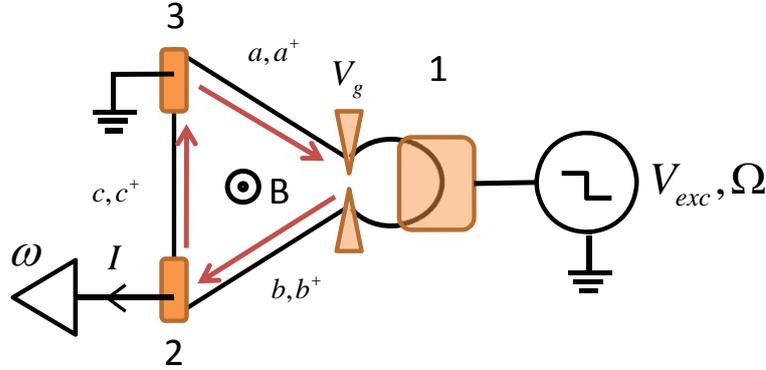


FIGURE 2.2 – Schéma d'un échantillon à trois terminaux. Expérimentalement, une tension alternative est appliquée sur la capacité 1 et induit un potentiel alternatif U dans la boîte. Comme pour les échantillons à deux terminaux, on va déplacer tous les potentiels de $-U$. Nous considérerons donc pour le calcul du bruit que les réservoirs 2 et 3 sont soumis au potentiel alternatif $-U$.

Nous donnerons ensuite le résultat obtenu dans la géométrie à deux terminaux et nous discuterons les différences entre les bruits attendus dans les deux géométries.

2.2.2.1 Bruit dans la géométrie à trois terminaux

À partir de l'équation A.1 page 139, obtenue par des calculs similaires à ceux présentés dans le chapitre 1, nous pouvons calculer la transformée de Fourier du courant généré par notre échantillon dans la géométrie à trois terminaux. Les notations sont définies sur la figure 2.2. Comme dans le chapitre 1, les ' font référence aux opérateurs de création et d'annihilation dans les réservoirs.

$$\hat{I}(\omega) = e \sum_{n,n'} c_n^* c_{n'} \int d\epsilon S^*(\epsilon) S(\epsilon + \hbar\omega) \hat{a}^\dagger(\epsilon - n\hbar\Omega) \hat{a}(\epsilon + \hbar\omega - n'\hbar\Omega) \quad (2.20)$$

$$- e \sum_{n,n'} c_n^* c_{n'} \int d\epsilon \hat{c}^\dagger(\epsilon - n\hbar\Omega) \hat{c}(\epsilon + \hbar\omega - n'\hbar\Omega) \quad (2.21)$$

Nous pouvons alors calculer la valeur moyenne du corrélateur du courant dans le domaine fréquentiel. Celui-ci fait intervenir les opérateurs agissant dans chacun des deux réservoirs 2 et 3. Comme ceux-ci sont indépendants, nous pouvons anticiper que les corrélations du courant dues au produit des deux opérateurs seront nulles. Pour plus de clarté, nous ne mentionnerons que les opérateurs \hat{a}' dans la prochaine équation :

$$\begin{aligned} \langle \hat{I}(\omega) \hat{I}(\omega') \rangle &= e^2 \sum_{n_1, n_2, n_3, n_4} c_{n_1}^* c_{n_2} c_{n_3}^* c_{n_4} \int d\epsilon d\epsilon' S^*(\epsilon) S(\epsilon + \hbar\omega) S^*(\epsilon') S(\epsilon' + \hbar\omega) \quad (2.22) \\ &\times \langle \hat{a}^\dagger(\epsilon - n_1\hbar\Omega) \hat{a}(\epsilon - n_2\hbar\Omega + \hbar\omega') \hat{a}^\dagger(\epsilon' - n_3\hbar\Omega) \hat{a}(\epsilon' - n_4\hbar\Omega + \hbar\omega) \rangle \\ &+ \text{termes croisés de type } \langle \hat{a}^\dagger \hat{a}' \hat{c}^\dagger \hat{c}' \rangle + \text{terme en } \langle \hat{c}^\dagger \hat{c}' \hat{c}^\dagger \hat{c}' \rangle \end{aligned}$$

Le théorème de Wick permet de calculer la valeur moyenne de ces produits de quatre opérateurs. Les termes obtenus en appariant les deux premiers opérateurs entre eux et les deux derniers entre eux donnent le produit des valeurs moyennes du courant. En les retranchant à $\langle \hat{I}(\omega)\hat{I}(\omega') \rangle$, on obtient ainsi les fluctuations de courant dans le domaine fréquentiel. Le terme dû aux opérateurs \hat{c} est alors simplement le bruit thermique du réservoir 2. Il est indépendant des paramètres appliqués à l'échantillon, notamment de l'excitation. Expérimentalement, nous retranchons ce bruit en prenant des références (voir 3.3.3). Nous ne garderons donc désormais dans l'expression des fluctuations que la partie due aux opérateurs \hat{a} . Nous obtenons ainsi :

$$\begin{aligned} \langle \delta\hat{I}(\omega)\delta\hat{I}(\omega') \rangle &= e^2 \sum_{n_1, n_2, n_3, n_4} c_{n_1}^* c_{n_2} c_{n_3}^* c_{n_4} \int d\epsilon d\epsilon' S^*(\epsilon) S(\epsilon + \hbar\omega) S^*(\epsilon') S(\epsilon' + \hbar\omega') \\ &\times \langle \hat{a}^\dagger(\epsilon - n_1\hbar\Omega) \hat{a}^\dagger(\epsilon' - n_4\hbar\Omega + \hbar\omega') \rangle \langle \hat{a}(\epsilon - n_2\hbar\Omega + \hbar\omega) \hat{a}^\dagger(\epsilon' - n_3\hbar\Omega) \rangle \end{aligned} \quad (2.23)$$

Les valeurs moyennes de deux opérateurs agissant dans les réservoirs se calculent à partir de l'équation 1.3 et fournissent des relations entre les différentes énergies. On obtient ainsi une équation de la forme 2.9 avec :

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_l(\omega) &= \frac{e^2}{\hbar} \sum_{n_1, n_2, n_3} c_{n_1}^* c_{n_2} c_{n_3}^* c_{n_1 - n_2 + n_3 - l} \int d\epsilon S^*(\epsilon) S(\epsilon - \hbar\omega - l\hbar\Omega) S^*(\epsilon + (n_3 - n_2 - l)\hbar\Omega - \hbar\omega) \\ &\times S(\epsilon + (n_3 - n_2 - l)\hbar\Omega) \times f(\epsilon - n_1\hbar\Omega) (1 - f(\epsilon - (n_2 + l)\hbar\Omega - \hbar\omega)) \end{aligned} \quad (2.24)$$

où on a posé $l = n_1 - n_2 + n_3 - n_4$.

Le terme $l = 0$ auquel nous avons accès expérimentalement peut se mettre sous une forme plus compacte en décalant les différentes sommes, et nous obtenons finalement :

$$\mathcal{P}_0(\omega) = \frac{e^2}{\hbar} \sum_m \int d\epsilon \left| \sum_n c_{n+m}^* c_n S^*(\epsilon + n\hbar\Omega) S(\epsilon - \hbar\omega + n\hbar\Omega) \right|^2 \times f(\epsilon - m\hbar\Omega) (1 - f(\epsilon - \hbar\omega)) \quad (2.25)$$

Comme pour le calcul du courant, le problème est maintenant ramené à la détermination des coefficients c_n . Ce n'est en général pas simple, et nous ferons l'approximation que la capacité géométrique est infinie, c'est-à-dire que le potentiel périodique appliqué sur la grille de l'échantillon est identique à celui à l'intérieur de la boîte quantique.

2.2.2.2 Bruit dans la géométrie à deux terminaux

Le calcul du bruit dans la géométrie à deux terminaux est similaire. Nous le noterons $\tilde{\mathcal{P}}_0$:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathcal{P}}_0(\omega) &= \frac{e^2}{\hbar} \sum_m \int d\epsilon \left| \sum_n c_{n+m}^* c_n (1 - S^*(\epsilon + n\hbar\Omega) S(\epsilon - \hbar\omega + n\hbar\Omega)) \right|^2 \\ &\times f(\epsilon - m\hbar\Omega) (1 - f(\epsilon - \hbar\omega)) \end{aligned} \quad (2.26)$$

Bien que l'expression du courant moyen soit identique dans les deux géométries, le bruit attendu est donc différent. En utilisant la relation 1.9, nous constatons qu'en réalité seul le

terme en $m = 0$ diffère dans les deux géométries. Celui-ci est nul à température nulle (pour le bruit d'émission, qui correspond à ω positif), à cause du terme en $f(\epsilon)(1 - f(\epsilon - \hbar\omega - m\hbar\Omega))$ (voir figure 2.3). Nous verrons dans la partie suivante que ce terme s'identifie au bruit thermique

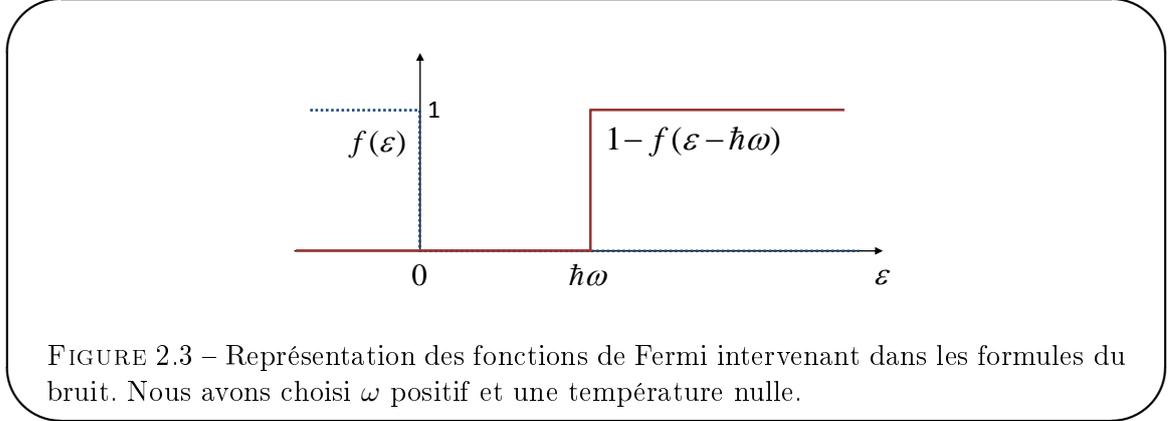


FIGURE 2.3 – Représentation des fonctions de Fermi intervenant dans les formules du bruit. Nous avons choisi ω positif et une température nulle.

lorsque l'excitation est nulle.

Il est intéressant ici de comparer l'expression 2.26 au calcul du bruit symétrisé effectué dans [57] en utilisant le formalisme de Floquet (formule générale (7b) de cet article). Dans ce formalisme, les réservoirs sont à un potentiel chimique fixe, et c'est le potentiel de la boîte quantique qui est modulé. On peut formellement identifier les deux expressions à condition de remplacer $c_n S(\epsilon)$ par la matrice de Floquet $S_F(\epsilon, \epsilon - n\hbar\Omega)$ qui caractérise la diffusion des ondes électroniques par la boîte quantique avec absorption de n photons.

2.2.3 Cas limites

Dans cette partie, nous allons présenter des valeurs asymptotiques du bruit dans diverses situations extrêmes.

2.2.3.1 Excitation nulle

Lorsque l'excitation est nulle, seul le coefficient c_0 est non nul. Dans les deux géométries, seul le terme $m = 0$ subsiste (équations 2.25 et 2.26). Comme la matrice de diffusion S est une pure phase, elle disparaît dans le cas à trois terminaux. On retrouve donc dans ce cas le bruit thermique d'un canal unique⁸ :

$$\mathcal{P}_0(\omega) = \frac{e^2}{h} \hbar\omega N(\hbar\omega) \quad (2.27)$$

où $N(\epsilon) = \frac{1}{e^{\epsilon/k_B T} - 1}$ est la distribution de Bose Einstein. Nous avons dans ce calcul négligé les canaux de bord intérieurs, dont le bruit vient simplement s'ajouter à celui calculé.

Dans le cas à deux terminaux, comme S est de module 1, on a $|1 - S^*(\epsilon)S(\epsilon - \hbar\omega)|^2 = 2\text{Re}(1 - S^*(\epsilon)S(\epsilon - \hbar\omega))$. On retrouve alors le bruit thermique associé à la conductance de la capacité mésoscopique :

$$\tilde{\mathcal{P}}_0(\omega) = 2\text{Re}(g(\omega))\hbar\omega N(\hbar\omega) \quad (2.28)$$

8. L'absence de facteur 4 s'explique par le fait que nous n'avons pris en compte qu'un seul réservoir (nous avons ignoré dans le calcul le bruit dû au réservoir 2 de la figure 2.2). Il faut de plus multiplier \mathcal{P}_0 par 2 pour obtenir la densité spectrale de bruit habituelle.

Rappelons que seul le terme $m = 0$ différencie le bruit attendu dans les deux géométries. À excitation nulle, il est le seul à subsister, et il s'identifie alors au bruit thermique d'équilibre.

2.2.3.2 Transmission 1

Lorsque la transmission est de 1, la matrice de diffusion est une phase linéaire avec l'énergie. Le terme en S^*S ne dépend donc plus de n . La relation de fermeture des c_n impose que le seul terme non nul est celui pour $m = 0$. Nous retrouvons donc dans ce cas le bruit thermique d'un réservoir dans la géométrie à trois terminaux, et le bruit thermique de la capacité mésoscopique dans la géométrie à deux terminaux. Ainsi, à transmission 1, le bruit de notre dispositif est uniquement d'origine thermique, et est indépendant de la forme et de l'amplitude de l'excitation appliquée.

2.2.3.3 Transmission 0

À transmission nulle, la matrice de diffusion est une pure phase, indépendante de l'énergie. A nouveau, seul le terme $m = 0$ subsiste. Pour la géométrie à trois terminaux, le bruit de l'échantillon se réduit une nouvelle fois au bruit thermique d'un canal unique. En effet, choisir une transmission nulle revient à couper la boîte du reste de l'échantillon. Le bruit émis vers le détecteur est alors simplement le bruit thermique d'une barre de Hall dans le régime $\nu = 1$.

2.2.3.4 Régime résistif à température nulle : D tend vers 0

Nous allons dans ce paragraphe nous intéresser au bruit lorsque la transmission de la barrière tunnel devient très faible. Le temps de sortie de l'électron est alors très grand devant la période de l'excitation. Dans le cas d'une excitation crête à crête d'amplitude crête à crête Δ et d'une position des niveaux dans la boîte telle que $\varphi_0 \neq \pi$, on peut calculer analytiquement le courant et la densité spectrale de bruit. Ce calcul a été fait par Erwann Bocquillon et est présenté dans son rapport de stage. La limite considérée est $D \ll \hbar\Omega/\Delta, \hbar\omega/\Delta \ll 1$.

Le courant moyen a alors une forme temporelle en crête à crête :

$$\langle \hat{I}(t) \rangle = \begin{cases} e\gamma/2 = eD\Delta/2h & \text{pour } t \in [0, T/2] \\ -eD\Delta/2h & \text{pour } t \in [T/2, T] \end{cases} \quad (2.29)$$

Physiquement le facteur 1/2 vient du fait que le niveau amené au dessus du niveau de Fermi n'est peuplé en moyenne qu'une fois sur deux. Il émet alors un courant moyen $e\gamma$. Lorsqu'il est vide, aucun électron ne peut sortir, et le courant moyen est alors nul.

Le bruit est quant à lui identique dans les deux géométries, car la température est nulle. Il vaut :

$$\mathcal{P}_0(\omega) = \tilde{\mathcal{P}}_0(\omega) = \frac{e^2 D \Delta}{2h} \quad (2.30)$$

soit une densité spectrale de bruit $S_{II} = e^2 D \Delta / h = 2eI$.

Ce résultat est satisfaisant physiquement. On retrouve en effet la formule du bruit de grenaille habituel : des électrons sont émis aléatoirement par la source lorsqu'elle est dans le régime très pincé.

En conclusion, ces limites simples que nous avons présentées nous ont montré qu'à transmission faible ou élevée le bruit en excès de la source d'électrons uniques s'annule. Nous anticipons donc l'existence d'une transmission pour laquelle le bruit est maximum, telle que le temps de

sortie devienne de l'ordre de la demi-période : $D\Delta/\hbar\Omega \approx 1$, soit $D \simeq 0,03$ pour nos paramètres expérimentaux ($\Delta = 4,2 \text{ K}$ et $\Omega/2\pi = 1,5 \text{ GHz}$). Nous pouvons de plus anticiper une amplitude de bruit en unités de e^2f en prenant exemple sur la formule du bruit de partition d'un courant d'amplitude caractéristique ef .

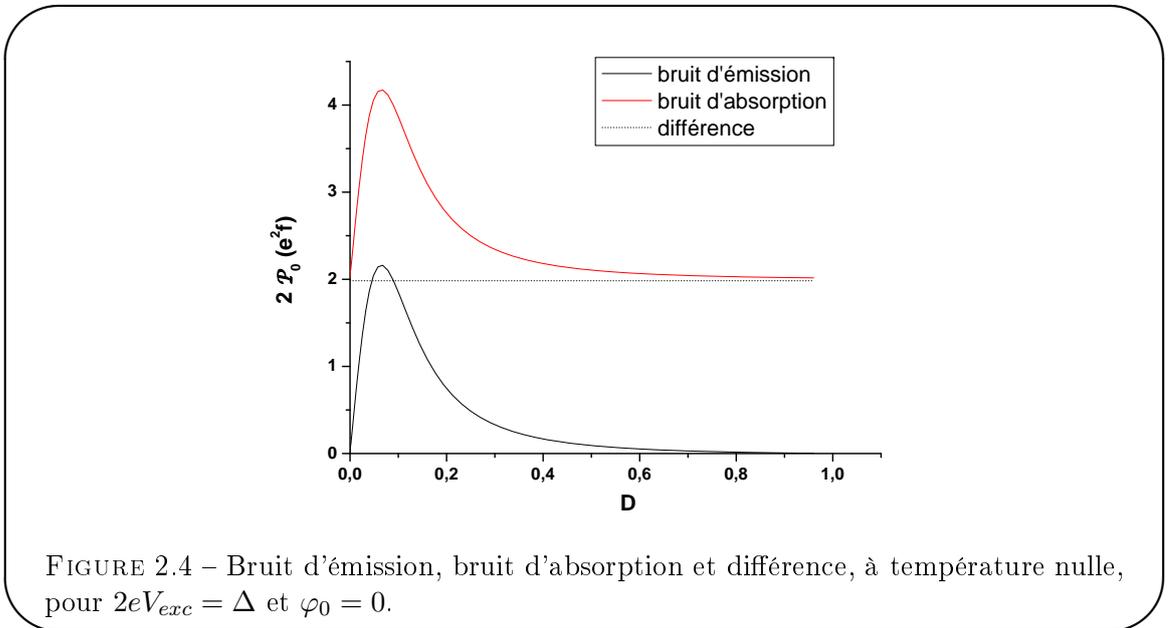
2.2.4 Simulations

Nous n'avons pas pu calculer le bruit analytiquement à partir de la formule 2.25. Nous avons donc eu recours à des simulations numériques. La présence de deux sommes infinies et d'une intégrale rend cette programmation relativement difficile, et les résultats que je vais présenter ont été obtenus à partir d'un programme développé par François Parmentier. Le bruit est calculé pour une excitation en créneau symétrique dans la géométrie à trois terminaux et est observé à une fréquence proche ou égale à la fréquence d'excitation. En effet, nous avons expérimentalement mesuré le bruit de notre source d'électrons uniques dans une bande de 600 MHz centrée sur la fréquence d'excitation de $1,5 \text{ GHz}$. Les résultats ne sont que peu modifiés par la prise en compte de cette bande passante finie. Enfin, les paramètres choisis sont ceux de l'échantillon S528-11.

Je présenterai d'abord les résultats obtenus dans le régime optimal d'injection de charge, lorsque l'excitation vient placer deux creux successifs de la densité d'état au niveau de Fermi (soit $\varphi_0 = 0$), puis l'évolution du bruit en fonction de la tension de grille, qui est le paramètre que nous varions expérimentalement.

2.2.4.1 Bruit d'émission et bruit d'absorption

La figure 2.4 présente le bruit attendu en fonction de la transmission, à température nulle et pour $\varphi_0 = 0$.



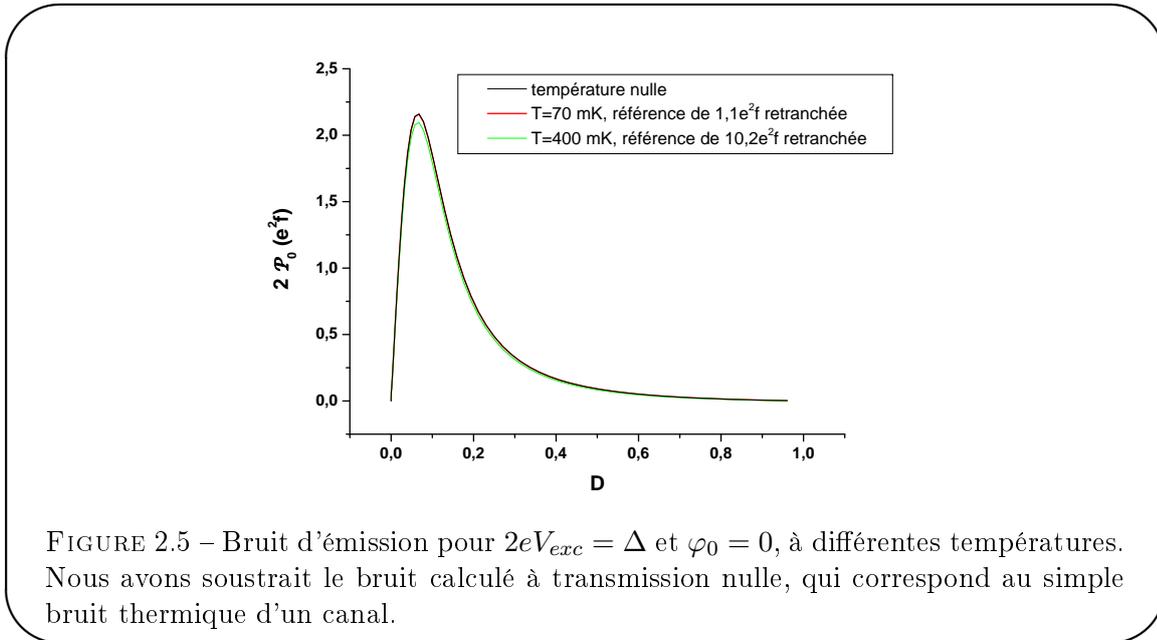
Les deux courbes décrivent une cloche d'amplitude typique $2e^2f$, proportionnelle à la fréquence d'excitation. Le maximum est atteint pour une transmission de l'ordre de $0,06$ qui correspond à un temps de sortie égal au quart de la période d'excitation. Ces résultats correspondent bien aux prévisions que nous avons faites et sont le reflet de l'émission d'électrons uniques.

Nous constatons que le bruit d'émission et le bruit d'absorption sont identiques à une constante près sur toute la gamme de transmission. L'écart de $2e^2f$ est celui attendu à transmission nulle à partir de la formule 2.27 en utilisant la propriété de la distribution de Bose : $N(\hbar\omega) - N(-\hbar\omega) = 1$. La distinction expérimentale entre ces deux bruits est donc a priori très difficile, car on mesure en général le bruit en excès par rapport à une situation de référence (dans notre cas, la référence sera prise à transmission nulle).

Remarquons que nous avons étudié la différence entre ces deux bruits dans des conditions bien particulières : $T = 0$ et $\varphi_0 = 0$. On ne peut en fait pas les distinguer dans toutes les configurations compatibles avec nos paramètres expérimentaux : les différences observées ($0,01 e^2f$) sont inférieures aux erreurs numériques ($0,03 e^2f$). Nous estimons ces dernières à partir du bruit résiduel à transmission nulle, qui devrait s'identifier exactement avec le bruit thermique.

2.2.4.2 Effet de la température

L'effet de la température est détaillé sur la figure 2.5 : nous avons représenté le bruit d'émission en fonction de la transmission pour plusieurs températures électroniques, pour la configuration optimale des niveaux dans la boîte. Afin de pouvoir les comparer plus facilement, nous avons

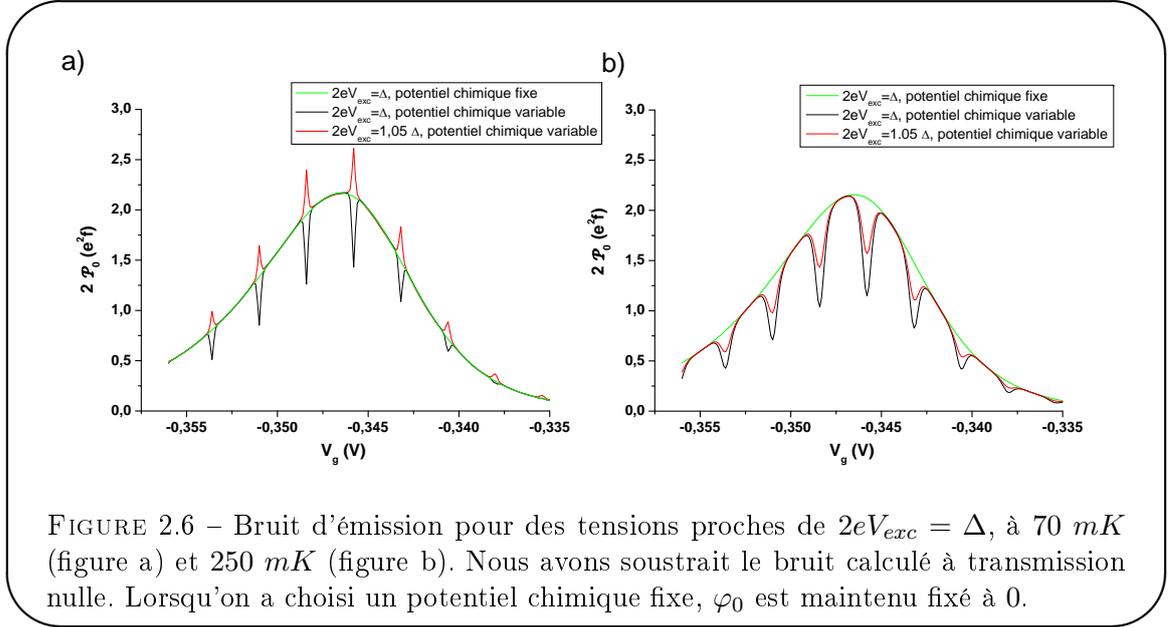


retranché la valeur simulée pour une transmission nulle, ce qui nous donne le bruit en excès, rajouté par la source d'électrons uniques au bruit thermique du canal. Ce bruit est quasiment insensible à la température du réservoir dans la gamme de températures accessible expérimentalement, dans le cas $\varphi_0 = 0$. Il est difficile de simuler des températures plus élevées, car le temps de calcul nécessaire devient de plus en plus long. Nous allons voir que cette propriété dépend en fait du potentiel chimique de la boîte.

2.2.4.3 Bruit en fonction de V_g

Expérimentalement, pour faire varier la transmission de la barrière tunnel, nous changeons la tension appliquée au contact ponctuel quantique. Celle-ci modifie en même temps la position des niveaux dans la boîte par rapport au niveau de Fermi : φ_0 est variable. Nous avons représenté le

résultat des simulations de bruit d'émission à 70 mK et 250 mK sur la figure 2.6. Nous observons



dans les deux cas une courbe en cloche. À titre de comparaison, les courbes vertes sont identiques pour les deux températures et correspondent au cas où le potentiel chimique est fixé à $\varphi_0 = 0$, indépendamment de la tension de grille. Seule la transmission varie alors avec la tension de grille.

Lorsqu'on fait varier le potentiel chimique, nous observons pour $2eV_{exc} = \Delta$ une diminution du bruit à chaque fois que $\varphi_0 \approx \pi$, c'est-à-dire lorsque l'excitation vient placer successivement deux niveaux à résonance avec le niveau de Fermi. La plage de potentiels chimiques pour laquelle on observe cet effet est d'autant plus grande que la température est élevée. En effet, les électrons responsables du bruit thermique sont dans une bande d'énergie typique $k_B T$ autour du niveau de Fermi. Lorsqu'on place des niveaux de la boîte dans cette bande d'énergie, on mélange les électrons injectés et les électrons thermiquement excités, et on ne retrouve alors plus une addition indépendante du bruit thermique et du bruit dû à l'injection des électrons (voir figure 2.7).

Nous remarquons aussi que cet effet est très sensible à l'amplitude de l'excitation pour les basses températures. À 70 mK , une augmentation de 5% de l'amplitude du créneau provoque l'apparition de pics à la place des creux. Ceci correspond à une augmentation brusque du courant (25 % à $D = 0, 2$). Nous pourrions donc détecter cet effet en observant le module du courant.

2.2.5 Conclusion sur le modèle de diffusion

Nous avons dans cette partie calculé le bruit en courant de notre échantillon par la théorie de diffusion qui nous a permis de rendre compte du courant moyen observé dans le régime linéaire et non linéaire. Nous trouvons que dans le régime $2eV_{exc} = \Delta$, le bruit de la source s'annule pour une transmission nulle ou égale à 1, et passe par un maximum de l'ordre de $2e^2 f$. Nous ne pouvons pas mettre en évidence de différence notable entre bruit d'émission et bruit d'absorption et la température semble jouer un rôle faible lorsqu'on se place sur un plateau de courant ($\varphi_0 = 0$). Enfin, remarquons que la formule que nous avons trouvée permet de calculer numériquement pour toute excitation (forme et amplitude) et toute température le bruit de la capacité mésoscopique. Elle reste toutefois complexe et d'interprétation difficile.

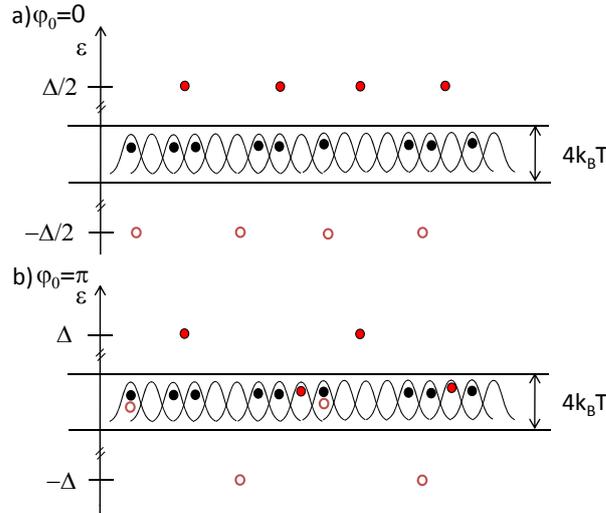


FIGURE 2.7 – Représentation schématique des électrons excités thermiquement (en noir), et des électrons injectés par la source d'électrons uniques (en rouge). Les électrons excités thermiquement peuplent aléatoirement les paquets d'onde émis par le réservoir dans une bande de quelques $k_B T$ autour du niveau de Fermi. Comme $\Delta \gg k_B T$, les électrons émis par la source lorsque $\varphi_0 = 0$ sont bien séparés des électrons excités thermiquement. Lorsque $\varphi_0 = \pi$, une partie des électrons et des trous émis par la source a une énergie proche de ϵ_F .

2.3 Modèle heuristique

Nous avons pu reproduire grâce à un modèle simple une partie des résultats présentés dans la partie précédente. Je vais ici décrire ce modèle, puis montrer qu'il permet de reproduire les prédictions théoriques du modèle de diffusion à la fois pour le courant moyen et le bruit au niveau d'un plateau de courant ($\varphi_0 = 0$). Nous verrons qu'il permet aussi de se faire une idée physique simple de l'origine du bruit.

2.3.1 Description du modèle

Le principe de ce modèle est de s'intéresser à des réalisations classiques du courant émis par notre source. À partir de celles-ci, on calcule le courant moyen, ainsi que la fonction de corrélation temporelle du courant. Nous en déduisons alors le bruit de la source en fonction de la fréquence d'observation à partir de la formule 2.12.

Pour générer un courant classique, nous nous appuyons sur une description simple de la source d'électrons uniques : lorsqu'on se place sur un plateau de courant (correspondant à un courant égal à $2ef$ ou non), on met successivement un niveau électronique de la boîte quantique au dessus puis au dessous du niveau de Fermi. Lorsque le niveau est au dessus du niveau de Fermi, et s'il est occupé par un électron, la source émet un paquet d'onde électronique. Pour décrire le processus d'émission de l'électron, nous avons découpé le temps en pas, de durée τ_0 . À chaque pas de temps, on considère que l'électron a une probabilité p d'être émis⁹, à condition que

9. Dans le cadre d'une émission cohérente, la source émet un paquet d'onde qui est ensuite détecté à un instant

le niveau soit peuplé par un électron. Il induit alors un courant e/τ_0 . De la même façon, un trou peut être émis au cours de la deuxième demi-période de l'excitation, correspondant à un courant $-e/\tau_0$. On lui affecte la même probabilité de sortie à chaque pas de temps que l'électron, et il ne peut être émis que si le niveau est vide. En dehors de ces événements d'émission de charges, on fixe le courant à 0. Il s'agit donc d'un modèle à température nulle.

Numériquement, nous décrivons l'état de charge de la boîte par un nombre Q qui prend les valeurs 0 ou 1. Un électron ne peut être émis que si la charge de la boîte est 1, et dès qu'il est émis, ce nombre prend la valeur 0. Inversement, un trou ne peut être émis que si la charge de la boîte est 0, et on change alors la valeur de Q à 1. Cela permet d'éviter que la boîte quantique se vide : un électron ne peut être émis que s'il est rentré dans la boîte précédemment et vice versa. Remarquons que cette règle impose qu'au cours d'une demi-période, au plus une charge est émise. La source de courant que nous décrivons est donc par nature une source d'électrons uniques.

Cet ensemble de règles nous permet de générer numériquement des réalisations du courant. Un exemple est présenté sur la figure 2.8, avec 60 points par période et une probabilité $p = 0,02$ de sortie par pas de temps.

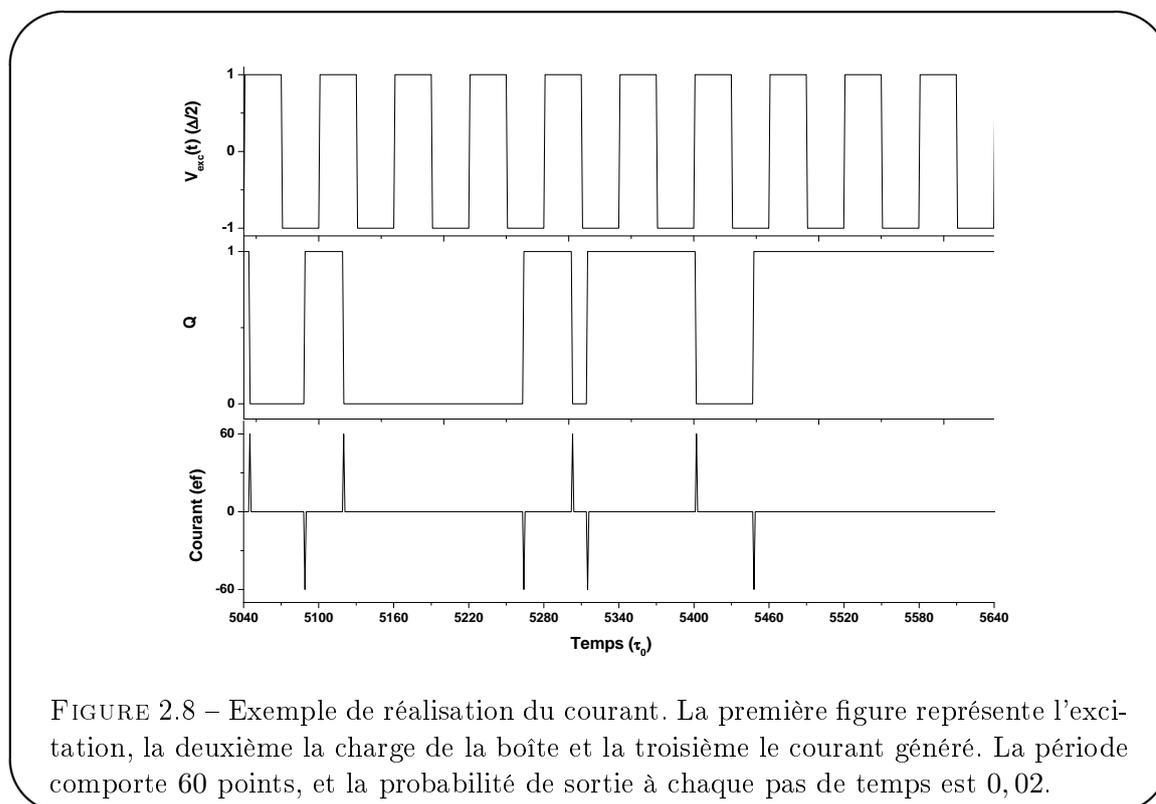


FIGURE 2.8 – Exemple de réalisation du courant. La première figure représente l'excitation, la deuxième la charge de la boîte et la troisième le courant généré. La période comporte 60 points, et la probabilité de sortie à chaque pas de temps est 0,02.

Pour prédire à partir de ce modèle la forme du bruit en fonction de V_g , il est utile de relier la probabilité de sortie p à la transmission D de la barrière. Dans une vision semi-classique, l'écart entre niveaux est relié au temps que l'électron met pour faire un tour dans la boîte. À chaque tour, il a une probabilité D d'être émis qui correspond à la transmission de la barrière tunnel. Ceci nous permet de trouver un couple de valeurs pour p et τ_0 qui correspond aux paramètres

précis.

de notre échantillon :

$$\tau_0 = \frac{h}{\Delta} \quad (2.31)$$

$$p = D \quad (2.32)$$

Numériquement, $\tau_0 \simeq 11$ ps pour $\Delta = 4,2$ K. La fréquence d'excitation étant de $1,5$ GHz, les simulations que je présenterai désormais auront 58 points par période. La valeur de p sera ainsi simplement égale à D .

2.3.2 Courant moyen

D'après les résultats vus au chapitre 1 dans le cadre du modèle de diffusion, nous nous attendons à observer une suite d'exponentielles décroissantes pour le courant, au moins dans le régime capacitif. Le temps caractéristique de l'exponentielle est contrôlé par le contact ponctuel quantique, selon la formule $\tau = h/\Delta \times (1/D - 1/2)$.

Dans le cadre de ce modèle, nous allons voir que nous retrouvons des résultats similaires pour le temps de sortie. Nous verrons ensuite que pour le courant moyen, le circuit équivalent est à nouveau l'association d'une résistance et d'une capacité en série, de valeurs identiques à celles du modèle de diffusion.

2.3.2.1 Temps de sortie

L'évolution temporelle de $\langle Q \rangle$ au cours de la première demi-période est gouvernée par l'équation suivante :

$$\langle Q(t + \tau_0) \rangle = \langle Q(t) \rangle - p \langle Q(t) \rangle \quad (2.33)$$

En effet, si $Q(t) = 0$ alors $Q(t + \tau_0)$ garde la valeur 0. Si $Q(t) = 1$, $Q(t + \tau_0)$ prend la valeur 0 avec une probabilité p , ou garde la valeur 1 avec une probabilité $1 - p$. Il suffit alors de remarquer que $\langle Q \rangle$ est la probabilité qu'un électron soit dans la boîte pour écrire l'équation précédente.

Dans la limite continue, on trouve donc que la charge de la boîte est une exponentielle décroissante de temps caractéristique $p/\tau_0 = h/p\Delta$. Remarquons qu'on ne peut passer à la limite continue que si $\langle Q \rangle$ varie doucement à l'échelle de τ_0 , c'est-à-dire dans la limite où $p \ll 1$. On retrouve donc la limite du temps de sortie trouvé dans le modèle de diffusion dans le régime fortement pincé.

Pour des valeurs de p qui ne sont pas petites devant 1, nous avons fait une étude numérique : nous calculons le courant moyen à partir de réalisations du courant telles que celle présentée sur la figure 2.8. Nous obtenons des courbes qui s'ajustent très bien par des exponentielles pour une large gamme de probabilités. Des exemples sont montrés sur la figure 2.9. Remarquons que pour des probabilités très petites, le courant obtenu est pratiquement constant au cours de la demi-période (figure a).

À partir de ces ajustements, nous avons obtenu le temps de sortie τ de l'électron. Nous avons représenté ce temps de sortie en fonction de $1/p - 1/2$ sur la figure 2.10 pour p variant entre 0,05 et 0,7. Ainsi, dans cette gamme de probabilités, nous constatons que le temps de sortie est en très bon accord avec le temps de sortie prédit par la théorie de diffusion. L'accord est toujours aussi bon pour des probabilités plus faibles que celles présentées, mais les différences entre $1/p$ et $1/p - 1/2$ deviennent minimales. Par contre, il est moins bon pour des probabilités plus proches de 1. Cela se comprend, car le temps de sortie est alors inférieur au pas de temps que nous avons choisi, comme on peut le voir sur la figure 2.9d).

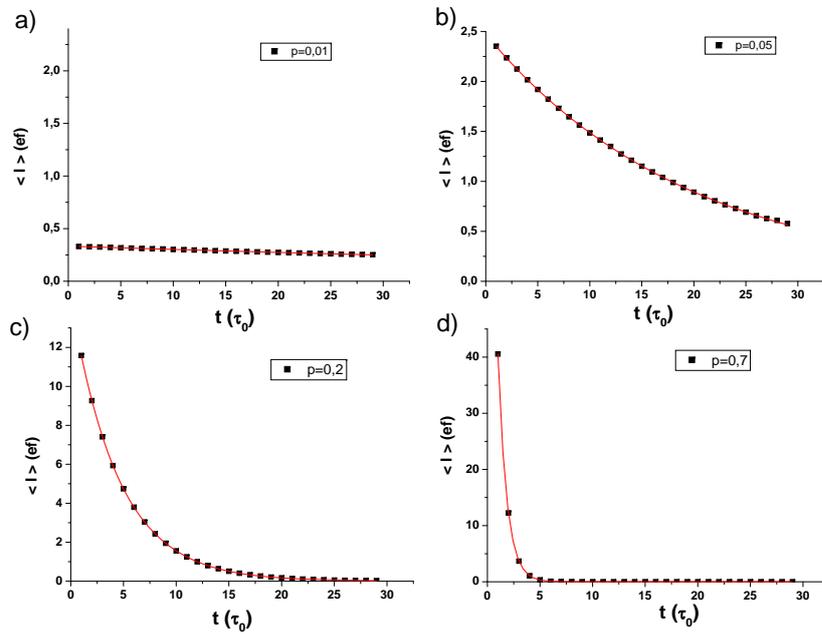


FIGURE 2.9 – Courant moyen au cours de la première demi-période pour différentes probabilités de transmission. Les courbes rouges sont des ajustements exponentiels. Seules les courbes a) et b) sont à la même échelle, pour des raisons de visibilité.

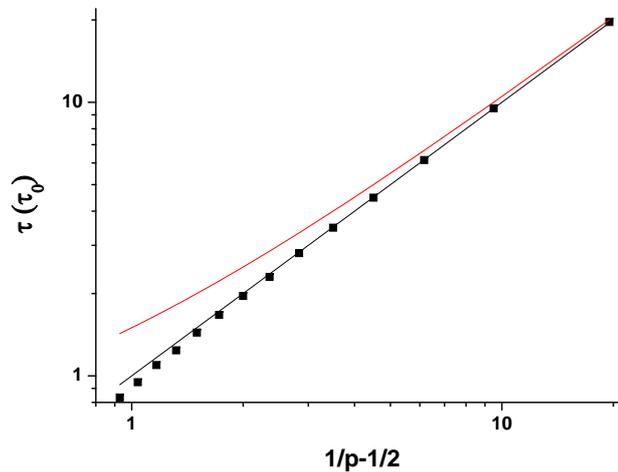


FIGURE 2.10 – Temps de sortie obtenu par l'ajustement exponentiel du courant moyen en fonction de $1/p - 1/2$. La courbe noire est la droite de pente 1, et la courbe rouge correspond à $1/p$. Les points extrémaux correspondent à des probabilités de 0,05 et 0,7.

2.3.3 Charge transférée

La relaxation exponentielle que nous venons de décrire peut être modélisée par un circuit classique composé d'une capacité C et d'une résistance R . Le temps de sortie nous a permis d'identifier le produit $\tau = RC$. La charge transférée à chaque demi-période va nous permettre d'identifier la capacité du circuit, qui pourrait a priori dépendre de p ¹⁰.

En effet, un circuit RC classique soumis à une excitation en créneau d'amplitude V_{exc} transfère à chaque alternance une charge $\pm Q^t$ donnée par l'équation suivante :

$$Q^t = 2V_{exc}C \operatorname{th}\left(\frac{1}{4f\tau}\right) \quad (2.34)$$

En intégrant les courbes de courant moyen sur la première demi-période, nous avons accès à Q^t dans le cadre de notre modèle simple. La figure 2.11 représente la charge transférée en fonction de $\operatorname{th}(\frac{1}{4f\tau})$. La pente de la courbe donne ainsi la capacité du circuit en unités de $e/2V_{exc} = e^2/\Delta$.

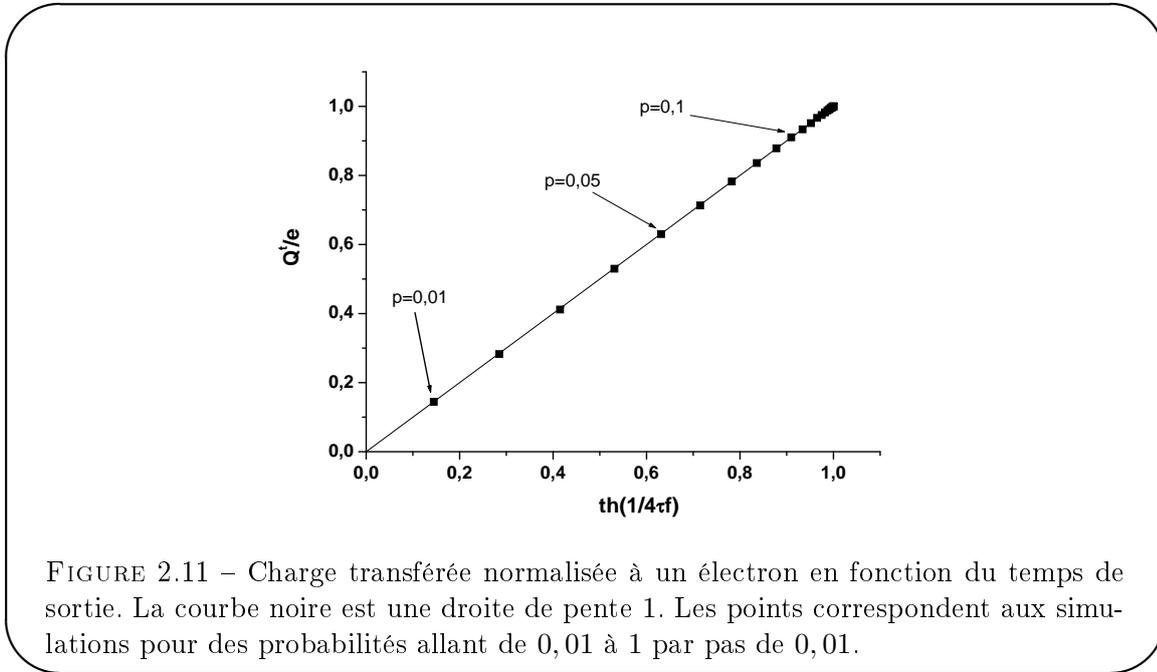


FIGURE 2.11 – Charge transférée normalisée à un électron en fonction du temps de sortie. La courbe noire est une droite de pente 1. Les points correspondent aux simulations pour des probabilités allant de 0,01 à 1 par pas de 0,01.

Nous trouvons qu'elle est constante dans toute la gamme de transmissions explorée (de 0,01 à 1), et qu'elle vaut e^2/Δ . Il est en fait possible de retrouver ce résultat analytiquement à partir du modèle discret.

En conclusion, ce modèle simple reproduit exactement les prédictions du modèle de diffusion pour le courant moyen dans le régime $2eV_{exc} = \Delta$: le circuit mésoscopique peut s'interpréter comme un circuit RC, de capacité constante e^2/Δ . Sa résistance est variable, et telle que le temps de sortie évolue comme $h/\Delta \times (1/p - 1/2)$.

2.3.4 Bruit

Nous allons dans cette partie calculer le bruit de la source d'électrons uniques prédit par ce modèle à partir de la formule 2.12 : $\mathcal{P}_0 = \int_{-\infty}^{\infty} dt_1 \langle \overline{\delta I(t)\delta I(t+t_1)} \rangle e^{i\omega t_1}$. Nous allons en

¹⁰. La limite où le temps de sortie est très petit devant la période est évidente. Un électron est transféré par demie alternance et la capacité vaut donc $C = e/2V_{exc} = e^2/\Delta$.

particulier nous intéresser au corrélateur temporel C , dont la transformée de Fourier donne le spectre de bruit, et que nous décomposerons en deux parties, C_1 et C_2 :

$$C(t_1) = \overline{\delta I(t)\delta I(t+t_1)^t} \quad (2.35)$$

$$= \overline{I(t)I(t+t_1)^t} - \overline{I(t)}\overline{I(t+t_1)^t} \quad (2.36)$$

$$= C_1 - C_2 \quad (2.37)$$

Ce corrélateur de courants classiques est une fonction paire du temps, et nous limiterons donc les calculs à des temps positifs.

À partir des résultats de la partie précédente, on peut calculer le terme C_2 dans la limite continue. Le calcul du premier terme est possible dans certains cas limites. Nous aurons recours à des simulations numériques pour estimer le bruit prédit par ce modèle dans les autres régimes.

2.3.4.1 Régime capacitif : bruit de phase

Dans le régime capacitif, le temps de sortie est très petit devant la demi-période, et un électron est émis et absorbé à chaque période. La figure 2.11 nous montre que pour notre échantillon, la charge moyenne transférée est d'au moins $0,96 e$ lorsque p est supérieur à $0,13$.

La fonction de corrélation temporelle doit alors être nulle pour des temps plus grands que la demi-période. En effet, à chaque début de demi-période, la situation est indiscernable de la situation n périodes avant : pour la première demi-période, la charge de la boîte est toujours 1 et pour la deuxième elle est toujours 0, et l'émission ou l'absorption de la charge n'est pas influencée par les émissions et absorptions précédentes. Ainsi, il ne peut y avoir de corrélation dans le courant au delà d'une demi-période lorsqu'une charge est émise à chaque alternance.

Nous allons en fait supposer que les particules sont émises en des temps inférieurs à $\mathcal{T}/4$. En effet, pour $p = 0,13$, la probabilité qu'une charge émise le soit avant $\mathcal{T}/4$ est de $1 - (1 - 0.13)^{\mathcal{T}/4\tau_0} \simeq 0,87$. Ceci impose que la fonction de corrélation est presque nulle pour des temps t_1 plus grands que $\mathcal{T}/4$. Nous pouvons alors calculer C_2 exactement dans la limite continue, pour $t_1 \in [0, \mathcal{T}/4]$, en utilisant le fait que $\langle I(t) \rangle = \pm e/\tau e^{-t/\tau}$. Nous obtenons ainsi (dans la limite $\tau \ll \mathcal{T}$) :

$$C_2(t_1) = \overline{\langle I(t) \rangle \langle I(t+t_1) \rangle} = \frac{e^2 f}{\tau} e^{-t_1/\tau} \quad (2.38)$$

De plus comme une seule particule est émise à l'intérieur d'une demi-période, nous avons $C_1 = \kappa\delta(t_1)$ (toujours pour des temps t_1 inférieurs à $\mathcal{T}/4$). Il n'est pas nécessaire de calculer le coefficient de proportionnalité. En effet, ce pic de Dirac correspond à un bruit blanc, et le bruit doit s'annuler à basse fréquence : sur des temps longs, l'incertitude sur la charge totale transférée est toujours inférieure à 1.

Nous trouvons ainsi :

$$2\mathcal{P}_0(\omega) = 4e^2 f \frac{\omega^2 \tau^2}{1 + \omega^2 \tau^2} \quad (\tau \ll \mathcal{T}) \quad (2.39)$$

Ce bruit a donc une dépendance fréquentielle quadratique à basse fréquence, puis devient un bruit blanc à partir d'une fréquence caractéristique déterminée par le temps de sortie des particules. Son amplitude typique est donnée par $e^2 f$. Soulignons que ce bruit est différent du bruit de grenaille : les particules sont ici émises à coup sûr au cours de chaque demie alternance. Nous l'appellerons bruit de phase, car il est lié à l'incertitude sur l'instant de sortie (ou de détection) de la particule.

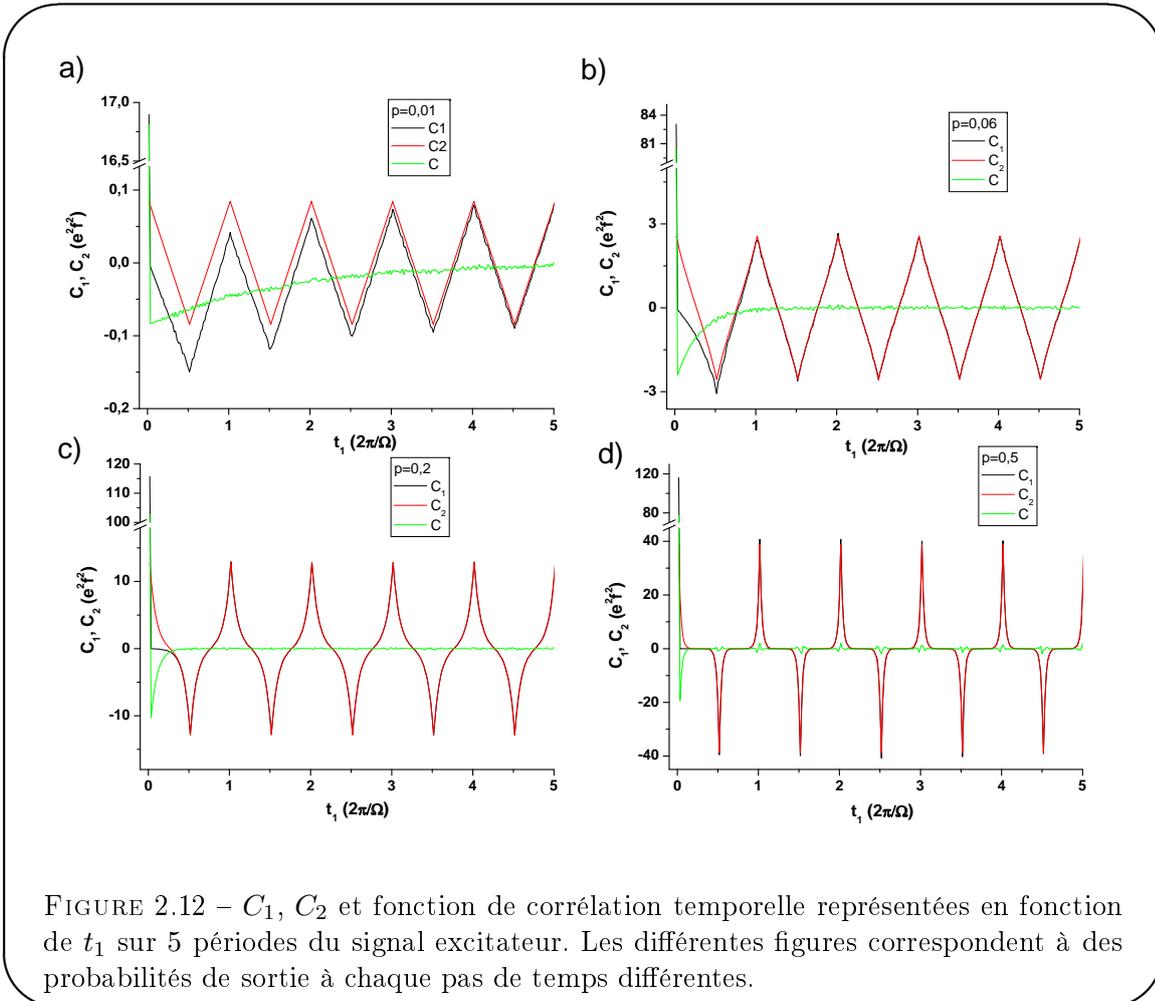
Remarquons pour finir que nous avons effectué ces calculs dans la limite continue, et dans le régime où le courant est quantifié en unités de $2ef$. Ceci impose à la fois $p \ll 1$ et $\tau \simeq h/p\Delta \ll 1/2\pi f$. Ce régime est donc atteint pour des transmissions de la barrière tunnel autour de 0,2.

2.3.4.2 Autres régimes : simulation numérique

Pour obtenir le bruit dans tous les régimes, nous avons eu recours à des simulations numériques. Nous générons des réalisations du courant comme sur la figure 2.8, à partir desquelles nous pouvons calculer C_1 et C_2 , puis le spectre de bruit.

- **Corrélateur temporel**

Des exemples de fonctions C_1 et C_2 et de leur différence sont présentés sur la figure 2.12. C_1



(en noir) présente en $t_1 = 0$ un pic delta, qui est proportionnel au nombre moyen de charges

transférées à chaque alternance. Ainsi, celui-ci augmente avec la probabilité p , puis sature dès qu'une charge sort à chaque alternance, ce qui est déjà pratiquement le cas lorsque $p = 0,2$. Pour des temps longs, C_1 devient égal à C_2 (en rouge), ce qui traduit le fait que les corrélations dans le courant disparaissent.

Le corrélateur C est représenté en vert. Il présente un pic en $t_1 = 0$ dont l'amplitude augmente avec la probabilité avant de diminuer. Cela traduit une augmentation de la charge moyenne transférée, puis l'apparition d'un 'ordre' dans le courant lorsque la probabilité s'approche de 1. En effet, la figure d) montre que pour des probabilités élevées, le courant est très piqué au début de chaque alternance.

Pour les temps légèrement positifs, le corrélateur est négatif. Ceci est dû au fait qu'au plus une charge est émise au cours d'une demi-période et traduit l'antibunching (ou antigroupement) des électrons émis par la source d'électrons uniques. Enfin, pour des transmissions faibles, ces corrélations négatives s'étendent sur plusieurs périodes. Ceci traduit la mémoire de charge de la boîte : lorsqu'un électron sort, il faut attendre qu'un trou rentre avant que la source puisse réémettre un électron.

- **Densité spectrale de bruit**

Le spectre de bruit s'obtient simplement en prenant la transformée de Fourier du corrélateur temporel. Les spectres correspondant aux corrélateurs de la figure 2.12 sont présentés sur la figure 2.13 a). La densité spectrale de bruit est nulle à fréquence nulle puis devient blanche

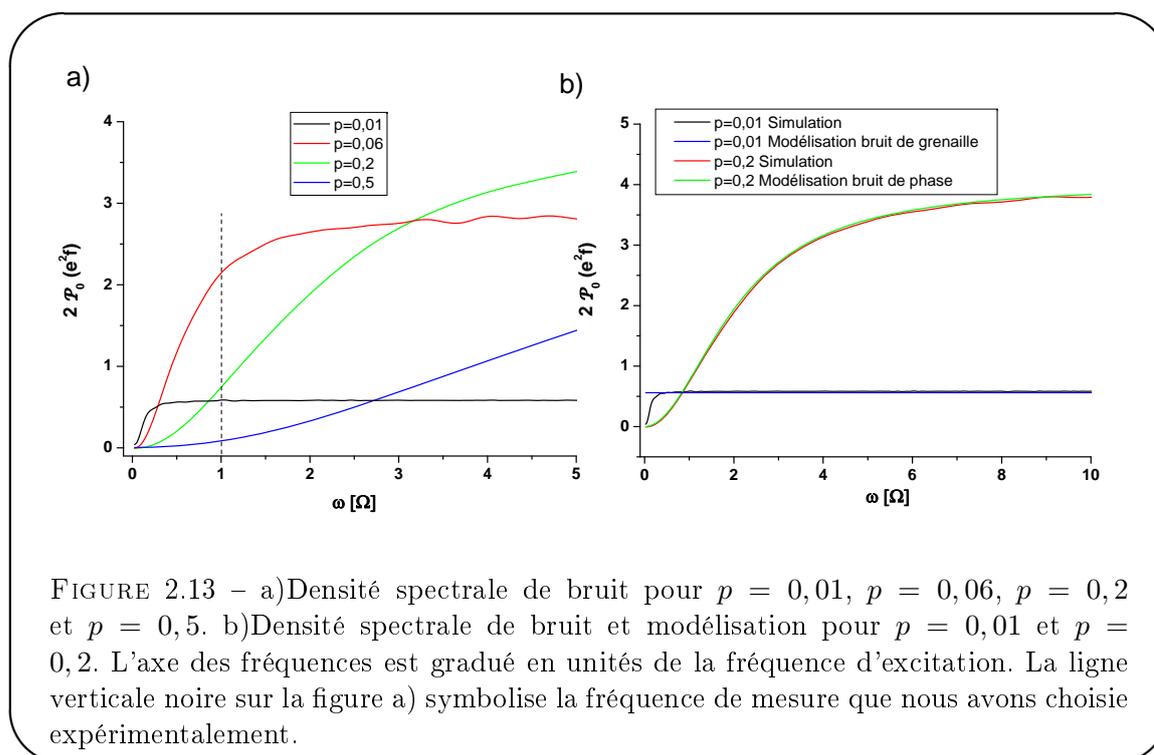


FIGURE 2.13 – a) Densité spectrale de bruit pour $p = 0,01$, $p = 0,06$, $p = 0,2$ et $p = 0,5$. b) Densité spectrale de bruit et modélisation pour $p = 0,01$ et $p = 0,2$. L'axe des fréquences est gradué en unités de la fréquence d'excitation. La ligne verticale noire sur la figure a) symbolise la fréquence de mesure que nous avons choisie expérimentalement.

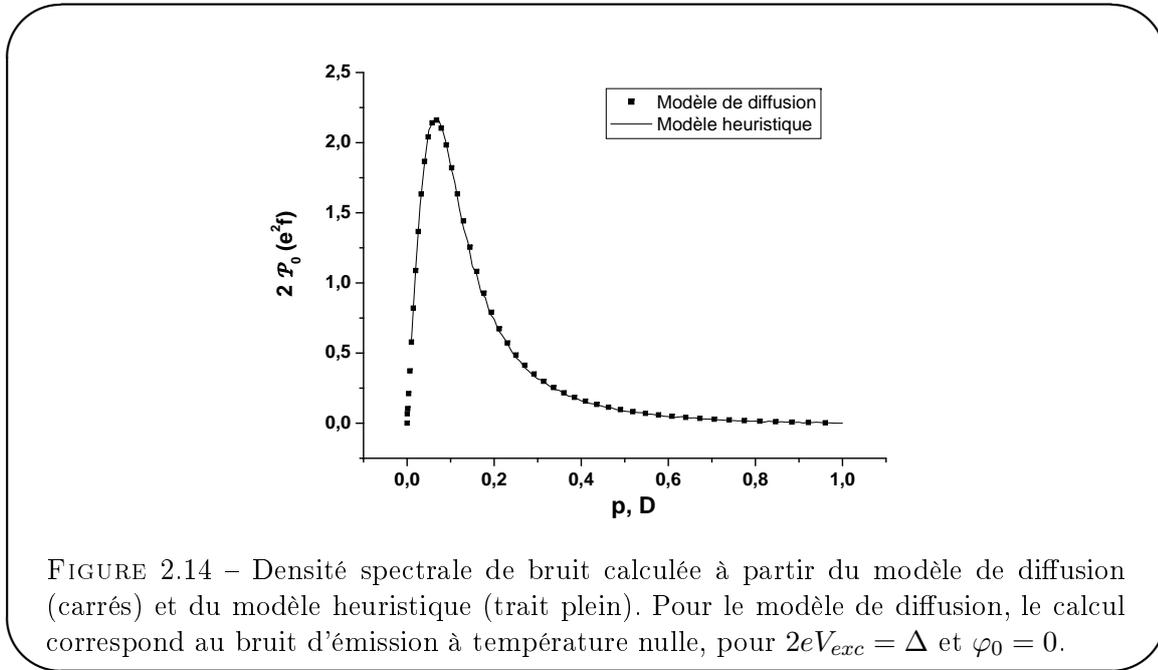
lorsque la fréquence d'observation augmente. La fréquence caractéristique de transition entre ces deux régimes est déterminée par la probabilité : plus p est grand, plus les fréquences pour lesquelles on peut observer un bruit blanc sont élevées. L'amplitude de cette composante blanche est fixée par le pic à $t_1 = 0$ de la fonction de corrélation temporelle. Elle croît donc avec la probabilité, avant de diminuer pour devenir nulle à $p = 1$.

La figure 2.13b) compare les simulations aux formules analytiques correspondant aux régimes très pincé et intermédiaire. La courbe à $p = 0,01$ est ainsi bien modélisée par un bruit de grenaille correspondant à un courant $|I| \simeq 0,33 ef$ (voir figure 2.9), sauf à basse fréquence, où la densité spectrale de bruit s'annule. La courbe à $p = 0,2$ est quant à elle parfaitement reproduite par la formule 2.39 avec un temps de sortie $\tau = 4,5\tau_0$ obtenu à partir de la simulation du courant moyen à $p = 0,2$. Nous observons donc un bruit de phase pour cette transmission : une charge est injectée à chaque période, mais l'incertitude sur l'instant d'émission génère du bruit.

Expérimentalement, nous nous plaçons à une fréquence d'observation fixée (symbolisée par la ligne verticale en pointillés sur la figure 2.13) et nous faisons varier p en jouant sur le contact ponctuel quantique. Ce modèle prédit donc l'observation d'une courbe en cloche d'amplitude typique $2e^2f$, comme le modèle diffusif.

- **Bruit en fonction de la transmission**

En répétant ces simulations pour différentes probabilités, nous pouvons tracer la densité spectrale de bruit attendue à la fréquence d'excitation en fonction de la transmission. Cette courbe est représentée sur la figure 2.14. Elle coïncide sur toute la gamme de probabilité avec



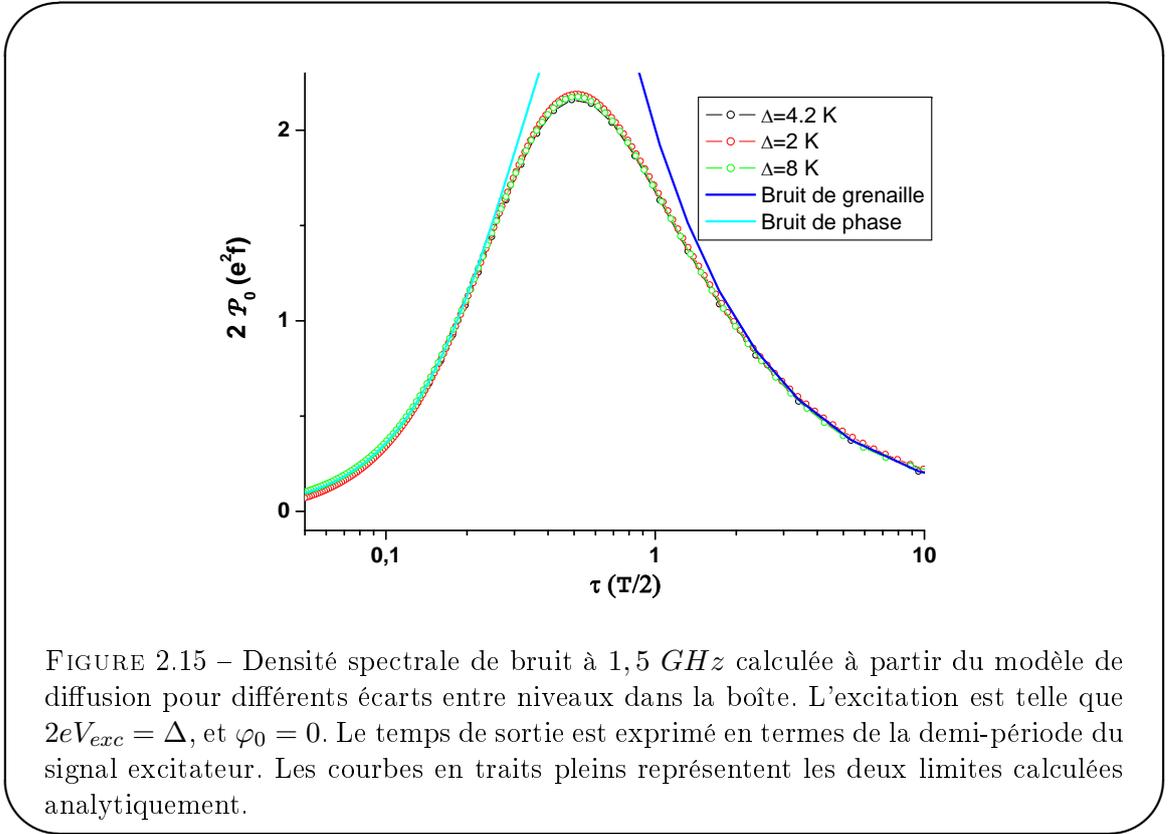
les prévisions du modèle de diffusion lorsqu'on se place autour d'un plateau de courant ($\varphi_0 = 0$) dans le régime $2eV_{exc} = \Delta$.

Le modèle heuristique fournit donc une interprétation simple de la source d'électrons uniques dans ce régime, à la fois pour le courant moyen et pour le bruit. Ces résultats sont obtenus en supposant qu'une seule charge peut sortir par alternance, et que la boîte quantique ne peut pas voir sa charge varier de plus d'une unité au cours du temps. Pour obtenir la coïncidence de la transmission D de la barrière et de la probabilité p de sortie par pas de temps, nous avons simplement choisi un pas de temps égal au temps que l'électron met pour faire un tour dans la boîte. Ainsi, la source d'électrons uniques est bien modélisée par un modèle classique, dans lequel l'unicité des charges émises est imposée. On peut donner à ce modèle une interprétation quantique, en supposant que la boîte émet des paquets d'onde exponentiellement décroissants et que c'est lors de la décohérence que se fait la sélection de l'instant de détection.

2.4 Universalité du bruit en fonction du temps de sortie

Le but des calculs présentés dans les parties précédentes était de calculer le bruit en fonction de la transmission de la barrière tunnel. C'est en effet un paramètre que nous contrôlons directement expérimentalement. Nous avons en particulier étudié analytiquement deux cas extrêmes. Lorsque le temps de sortie est très long devant la période, nous avons retrouvé la formule du bruit de grenaille dans le modèle de diffusion : $2\mathcal{P}_0 = 2eI = e^2/\tau$. Inversement, pour des temps de sortie courts devant la période, nous avons trouvé avec le modèle heuristique un bruit de phase tel que $2\mathcal{P}_0(\omega) = 4e^2 f \frac{\omega^2 \tau^2}{1 + \omega^2 \tau^2}$. Dans les deux cas, l'information sur la transmission de la barrière est dissimulée dans le temps de sortie, qui fait intervenir une combinaison de la transmission et de l'écart entre niveaux : $\tau = h/\Delta \times (1/D - 1/2)$.

Nous avons donc simulé la densité spectrale de bruit attendue à $1,5 \text{ GHz}$ en fonction du temps de sortie, pour différentes valeurs de l'écart entre niveaux. Les résultats obtenus à partir du modèle de diffusion sont présentés sur la figure 2.15. Nous observons que les courbes coïncident



pour des écarts entre niveaux variant entre 2 et 8 K, non seulement dans les régimes pincé et ouvert, mais aussi dans le régime intermédiaire. La densité spectrale de bruit que nous nous attendons à mesurer ne dépend donc pas directement des paramètres particuliers de l'échantillon. La donnée du temps de sortie et de la fréquence d'excitation suffit à déterminer le bruit attendu, identique pour tous les échantillons.

Ainsi la courbe décrivant le bruit en fonction du temps de sortie est universelle.

Conclusion du chapitre 2

Nous avons dans cette partie étudié théoriquement le bruit haute fréquence de la capacité mésoscopique lorsqu'elle est excitée à haute fréquence, à partir de deux modèles. Le modèle de diffusion permet de calculer le bruit pour toute amplitude et toute forme d'excitation périodique, et à toute température. Pour un échantillon d'écart entre niveaux $4,2 K$, il est peu sensible à ces paramètres lorsqu'on se place à $2eV_{exc} = \Delta$ et autour d'un plateau de courant.

Le modèle heuristique nous permet de retrouver ces résultats à partir d'une description classique du courant, pour une excitation carrée autour d'un plateau de courant, et à température nulle. Il donne une vision simple des phénomènes à l'origine du bruit dans notre échantillon : bruit de charge et bruit de phase. La comparaison des simulations numériques donne un accord excellent entre ces deux modèles.

Dans la dernière partie, nous avons vu que le bruit était pour une large gamme d'écart entre niveaux une fonction universelle du temps de sortie. Celui-ci combine les informations sur l'écart entre niveaux et la transmission de la barrière. Nous pourrions donc confronter les prédictions théoriques aux mesures directes du temps de sortie et du bruit dans le régime non linéaire, sans devoir passer par la détermination de la transmission de la barrière en fonction de la tension appliquée au contact ponctuel quantique.

Enfin, il est intéressant de noter que l'amplitude du bruit attendu est de l'ordre de $2e^2 f$. À la fréquence d'excitation choisie, cela correspond à environ $80 f A^2 Hz^{-1}$. La difficulté de notre expérience vient du fait que nous la réalisons à haute fréquence, ce qui nous contraint à le mesurer sur une impédance proche de 50Ω . Ainsi, l'amplitude de ce bruit en courant correspond au bruit thermique généré par une résistance de 50Ω à $70 \mu K$. Cette température effective très faible nous a conduits à développer un nouveau dispositif expérimental, que je décrirai dans le chapitre 3.

Chapitre 3

Dispositif expérimental

3.1	Bruit d'amplification et temps de mesure	81
3.1.1	Bruit d'un amplificateur	81
3.1.2	Bruit du bruit d'un amplificateur	81
3.1.3	Ordres de grandeur	83
3.2	Principe du nouveau dispositif expérimental	83
3.2.1	Interféromètre	84
3.2.2	Obtention d'un signal alternatif	87
3.2.3	Rapport signal sur bruit	89
3.2.4	Bilan	91
3.3	Réalisation	91
3.3.1	Construction	92
3.3.2	Calibration de la mesure de bruit	102
3.3.3	Stabilité	105
3.3.4	Bruit du dispositif	106
3.4	Adaptation d'impédance et nouveau porte échantillon	107
3.4.1	Intérêt de l'adaptation d'impédance	108
3.4.2	Dessin des lignes d'adaptation d'impédance	108
3.4.3	Réalisation des cartes d'adaptation d'impédance	110
3.4.4	Réalisation du nouveau porte échantillon	111
3.4.5	Bilan	112
3.5	Échantillons	113
3.5.1	Description des nouveaux échantillons	113
3.5.2	Utilisation de la propagation chirale des canaux de bord comme circulateur	115

Introduction du chapitre 3

L'objet de ce chapitre est la description du dispositif expérimental que nous avons mis au point afin de mesurer les fluctuations du courant de la source d'électrons uniques. Il prépare de plus le terrain pour les expériences futures de corrélations électroniques, de type HBT ou Hong Ou Mandel.

Nous avons réalisé l'analogie d'un interféromètre de Mach Zehnder dans le domaine hyperfréquence, qui nous permet de gagner en stabilité et en sensibilité par rapport au dispositif précédent. Comme l'amplitude du bruit que nous voulons mesurer est très faible ($70 \mu K$), nous devons éliminer les bruits parasites. Ceci nous a conduit à développer une nouvelle géométrie pour nos échantillons, qui tire partie de la propagation chirale des canaux de bord de l'effet Hall quantique pour présenter une impédance constante au circuit de mesure.

Nous présenterons tout d'abord l'estimation du temps de mesure nécessaire pour obtenir un rapport signal sur bruit de 1 lorsque le bruit de la source d'électrons uniques est maximal. Nous décrirons ensuite le principe de fonctionnement du dispositif de mesure, puis son implémentation et sa calibration. Enfin, nous décrirons la nouvelle génération d'échantillons que nous avons dessinés, qui permet de diminuer le couplage parasite, puis les lignes d'adaptation d'impédance large bande que nous avons mises au point et qui permettent d'améliorer le rapport signal sur bruit.

3.1 Bruit d'amplification et temps de mesure

Nous avons vu dans le chapitre 2 que le bruit maximum de notre source d'électrons uniques correspond à la variation du bruit d'équilibre d'une résistance de 50Ω dont on changerait la température de $T_S = 70 \mu K$. Pour pouvoir mesurer ce bruit très faible, il faut l'amplifier. En utilisant un amplificateur avec un bruit gaussien, nous allons montrer que le temps de mesure pour avoir un rapport signal sur bruit de 1 est de :

$$t_{mes} = \left(\frac{T_N}{T_S} \right)^2 \frac{1}{\Delta f} \quad (3.1)$$

où Δf désigne la bande passante dans laquelle on effectue la mesure de bruit et T_N désigne la température de bruit des amplificateurs.

3.1.1 Bruit d'un amplificateur

Le bruit d'un amplificateur hyperfréquence de gain G est caractérisé par sa température de bruit T_N . C'est la température à laquelle il faudrait placer une résistance de 50Ω en entrée d'un amplificateur de même gain (mais non bruyant) pour obtenir les mêmes fluctuations en sortie. Cette définition permet de comparer directement l'amplitude des fluctuations dues à l'amplificateur à celles du signal à l'entrée de l'amplificateur.

On suppose que les fluctuations dues à l'amplificateur sont gaussiennes. Elles sont donc caractérisées par une loi de probabilité $P(V_N)$ (V_N est la tension fluctuante de l'amplificateur ramenée à l'entrée) :

$$P(V_N) = A e^{-\frac{V_N^2}{2R_0 k_B T_N \Delta f}} \quad (3.2)$$

avec k_B la constante de Boltzmann, A une constante de normalisation, $R_0 = 50 \Omega$, et Δf est la bande passante avec laquelle on a effectué la mesure. On retrouve bien ainsi le bruit d'une résistance de 50Ω à température T_N mesuré sur une autre résistance de 50Ω :

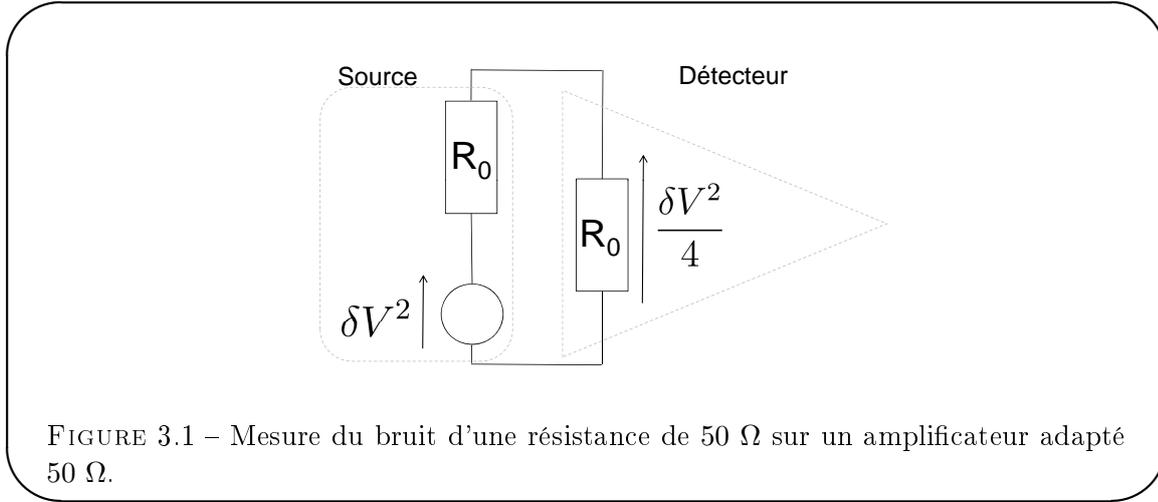
$$\langle V_N^2 \rangle = R_0 k_B T_N \Delta f \quad (3.3)$$

Remarque

On est habitué dans le domaine basse fréquence à mesurer des fluctuations thermiques de tension en $4Rk_B T \Delta f$. Dans le domaine hyperfréquence, les différents composants utilisés sont en général adaptés 50Ω . Lorsqu'on mesure les fluctuations thermiques d'une résistance de 50Ω sur une autre résistance de 50Ω , on perd le facteur 4 dans les fluctuations de tension (voir figure 3.1)

3.1.2 Bruit du bruit d'un amplificateur

Afin de mesurer le bruit de notre source d'électrons uniques, nous avons utilisé des détecteurs quadratiques, qui délivrent en sortie une tension proportionnelle à la puissance qu'ils reçoivent en entrée. Ils permettent de mesurer directement les fluctuations de tension $\langle V^2 \rangle$, intégrées



dans une bande comprise typiquement entre la dizaine de MHz et une vingtaine de GHz . En pratique, la bande de fréquence dans laquelle l'intégration de puissance a lieu est définie par des filtres placés avant les détecteurs quadratiques.

Cependant, la mesure du bruit présente elle aussi des fluctuations (ce calcul est effectué en détails dans l'annexe B.2). Dans le cas de l'amplificateur à bruit gaussien, on peut calculer l'écart type de V_N^2 :

$$\sqrt{\langle (V_N^2 - \langle V_N^2 \rangle)^2 \rangle} = \sqrt{2} R_0 k_B T_N \Delta f = \sqrt{2} \langle V_N^2 \rangle \quad (3.4)$$

Lorsqu'on mesure le bruit de l'amplificateur pendant un temps t dans une bande passante Δf , on réduit cette incertitude d'un facteur $\frac{1}{\sqrt{N}} = \frac{1}{\sqrt{2\Delta f t}}$. On obtient donc une incertitude δV_N^2 sur la valeur du bruit d'amplification :

$$\langle \delta V_N^2 \rangle = \sqrt{\frac{\langle (V_N^2 - \langle V_N^2 \rangle)^2 \rangle}{2\Delta f t}} \quad (3.5)$$

Dans une expérience, le signal en sortie de l'amplificateur est composé du signal à mesurer V_S amplifié et du bruit dû à l'amplificateur, ce dernier étant largement dominant si on considère le signal monoélectronique de notre source. Lorsqu'on mesure le bruit $\langle \Delta V^2 \rangle_{mes}$ en sortie de l'amplificateur, les fluctuations du bruit sont aussi largement dominées par les fluctuations du bruit de l'amplificateur :

$$\langle \Delta V^2 \rangle_{mes} = \langle V_N^2 \rangle + \langle \Delta V_S^2 \rangle \pm \delta V_N^2 \pm \delta(\Delta V_S^2) \quad (3.6)$$

avec $\delta V_N^2 \gg \delta(\Delta V_S^2)$ et $\langle \Delta V_S^2 \rangle$ le bruit de la source.

Pour pouvoir mesurer le bruit de la source, il faut donc que le bruit d'estimateur δV_N^2 devienne plus petit que $\langle \Delta V_S^2 \rangle$. Le rapport entre ces deux quantités définit le rapport signal sur bruit. Il est de 1 lorsqu'on atteint un temps de mesure t_{mes} tel que

$$\frac{\langle \Delta V_S^2 \rangle}{\delta V_N^2} = 1 \quad (3.7)$$

En combinant les équations 3.4 et 3.5 et les définitions de T_S et T_N , on obtient l'équation 3.1.

3.1.3 Ordres de grandeur

Application numérique

Les amplificateurs cryogéniques utilisés dans la première partie de cette thèse ont une température de bruit d'environ 15 K . Avec une fréquence d'injection de 500 MHz et une bande passante typique de 200 MHz , on obtient un temps de mesure pour avoir un rapport signal sur bruit de 1 d'une demie heure.

Pour pouvoir mesurer le bruit de la source d'électrons uniques, et avoir accès à ses détails, nous avons donc amélioré la sensibilité de notre dispositif :

- utilisation d'amplificateurs cryogéniques de température de bruit plus faible (gain d'un facteur 4 en temps de mesure en passant de environ 15 K à environ 7 K),
- augmentation de la bande passante de notre système de mesure (gain d'un facteur 2,5 en passant de 200 MHz à environ 500 MHz),
- augmentation de la fréquence d'injection des électrons (gain d'un facteur 9 en passant de 515 MHz à 1.5 GHz , le bruit en courant à la fréquence de l'excitation étant proportionnel à la fréquence),
- réalisation d'une adaptation d'impédance permettant de multiplier par 2,5 la température de bruit effective de notre source (gain d'un facteur 6 en temps de mesure)

De plus, afin de pouvoir mesurer pendant des temps longs, nous avons amélioré la stabilité de l'expérience, notamment en réalisant un dispositif interférométrique.

3.2 Principe du nouveau dispositif expérimental

Comme nous l'avons vu précédemment, si on mesure directement le bruit de notre source après un amplificateur, on obtient la somme du bruit de l'amplificateur et du bruit de la source (voir figure 3.2).

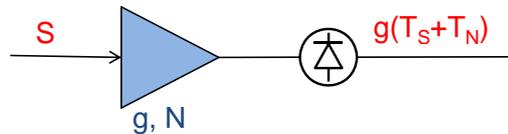


FIGURE 3.2 – Mesure du bruit du signal S à l'aide d'un amplificateur de gain g rajoutant un bruit N . Le détecteur quadratique délivre une tension proportionnelle à la puissance qu'il reçoit en entrée. Ainsi, si on suppose que les bruits sont blancs, de façon à ce qu'on puisse définir leurs températures de bruit T_S et T_N , on mesure en sortie du dispositif un signal proportionnel à $T_N + T_S$.

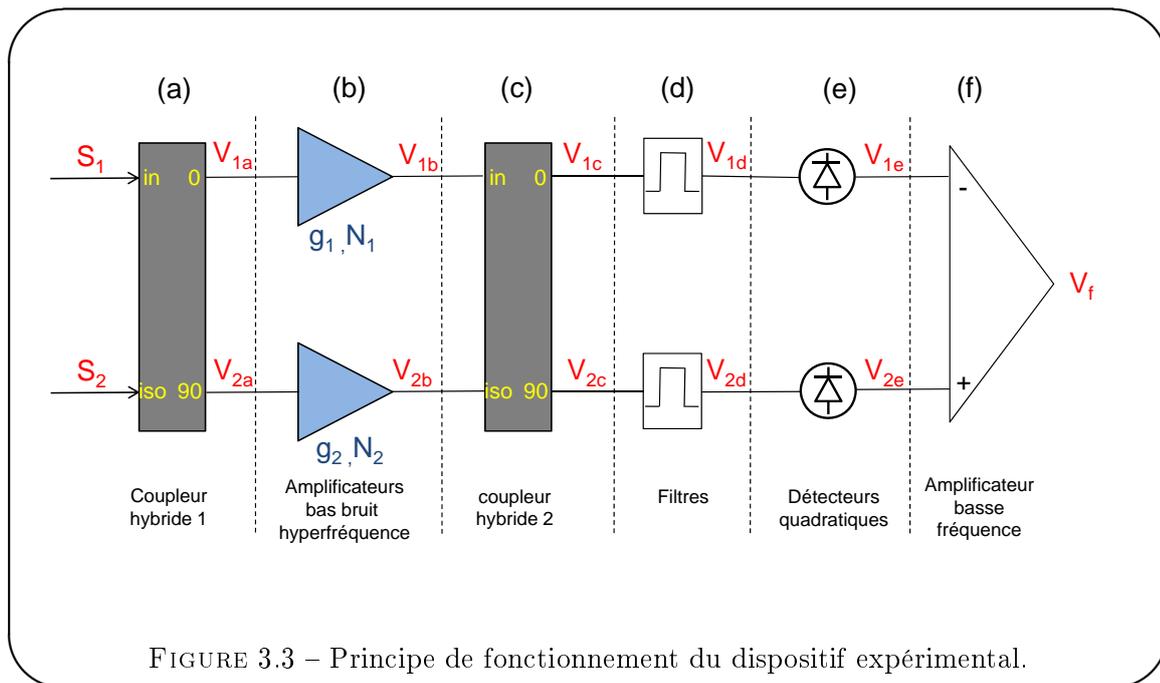
Extraire le bruit de la source est difficile expérimentalement, car le bruit de l'amplificateur est typiquement 6 ordres de grandeur plus grand que le bruit de la source. La moindre variation dans le bruit de l'amplificateur peut donc perturber les mesures. Le moyen habituel de procéder consiste à détecter le bruit à la détection synchrone en hachant l'excitation de la source. Ceci

revient à mesurer pendant une demi période la somme du bruit de la source et du bruit de l'amplificateur, puis à retrancher le bruit de l'amplificateur seul pendant la deuxième demi période. Cette démarche présente un double inconvénient : la demi période pendant laquelle on retranche le bruit des amplificateurs est "perdue" pour la mesure du signal et ajoute en plus un certain bruit.

Le dispositif que nous avons conçu est dérivé du dispositif connu sous le nom de "balanced amplifiers" [63]. Ce montage interférométrique est habituellement utilisé pour s'affranchir des problèmes d'adaptation d'impédance des amplificateurs utilisés dans le domaine hyperfréquence. Dans notre cas, il permet de supprimer du signal de bruit la contribution due aux amplificateurs (partie 3.2.1) et donc réduit la sensibilité aux variations de leur bruit. L'ajout d'un déphaseur commandable en tension à l'intérieur de l'interféromètre (partie 3.2.2) permet de plus de distribuer périodiquement le signal d'une voie à l'autre et d'obtenir un signal alternatif en sortie du dispositif, mesurable à la détection synchrone. De plus, il n'est plus nécessaire de hacher l'excitation, ce qui permet de mesurer en continu et donc un gain en temps de mesure par rapport à la méthode décrite figure 3.2.

3.2.1 Interféromètre

La figure 3.3 décrit le dispositif expérimental. On sépare une onde électromagnétique S_1 en



deux à l'aide d'un coupleur hybride¹¹ (partie (a)), puis on recombine ces deux ondes sur un deuxième coupleur hybride (partie(c)). Nous avons en plus un milieu amplificateur à l'intérieur des deux bras de l'interféromètre (partie (b)).

En sortie de l'interféromètre, on mesure la puissance des ondes émergeant dans chacun des bras dans une bande passante bien définie (d) avec des détecteurs quadratiques (e) qui sont analogues aux détecteurs d'intensité en optique. Enfin, on fait la différence entre ces deux puissances (f).

11. Les coupleurs hybrides sont les analogues hyperfréquence des lames semi réfléchissantes optiques.

3.2.1.1 Interprétation qualitative

- **Obtention du signal à mesurer**

Les parties (a) et (c) du dispositif forment l'analogie hyperfréquence d'un interféromètre de Mach Zehnder en optique. Les amplificateurs intercalés en (b) amplifient simplement le signal, de la même façon sur chaque bras. Par analogie avec l'optique, on sait donc que dans la mesure où notre interféromètre est réglé à la teinte plate (c'est-à-dire si le déphasage dans chaque bras est identique pour toutes les fréquences) et présente des gains identiques sur chaque voie, on va récupérer le signal injecté dans la voie 1 en (a) sur la voie 2 en (c), amplifié. On mesure ensuite la puissance de ce signal grâce à un détecteur quadratique. De la même façon, on va récupérer le signal injecté sur la voie 2 en (a) sur la voie 1 en (c). Lorsqu'on place la source d'électrons uniques sur l'entrée 1 de notre dispositif et une source de bruit nul en 2, on obtient donc en sortie du dispositif un signal proportionnel à la température de bruit de notre source.

- **Annulation du bruit des amplificateurs bas bruit**

Considérons l'amplificateur de la voie 1. Son bruit est séparé en deux par le coupleur hybride en (c). Chaque détecteur quadratique va donc mesurer la moitié de la puissance de bruit de cet amplificateur. En faisant la différence en (e), on annule donc le bruit dû à cet amplificateur. On peut faire le même raisonnement avec le bruit de l'amplificateur de la voie 2. Ce dispositif permet donc de se débarrasser du fond dû au bruit des amplificateurs. Si le montage était parfait, il ne serait en principe plus nécessaire de hacher l'excitation pour mesurer le bruit de la source. Ce n'est pas le cas expérimentalement, mais la réduction du fond dû aux amplificateurs permet de gagner en stabilité.

3.2.1.2 Calcul de la réponse du dispositif

- **Description des coupleurs hybrides**

Les paramètres S du coupleur hybride, mesurables à l'analyseur de réseau, sont semblables à ceux d'une lame semi réfléchissante en optique. Ainsi, la matrice de transfert du premier coupleur hybride est définie pour les fréquences positives par :

$$\begin{pmatrix} V_{1a} \\ V_{2a} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

- **Calcul pour une seule entrée**

Le plus simple est de regarder le signal présent dans chaque partie du dispositif lorsqu'on met un signal monochromatique S_1 sur la première entrée et rien sur l'autre. On généralisera ensuite le résultat à un signal qui n'est pas monochromatique.

– (a) Première lame séparatrice :

$$\begin{cases} V_{1a} &= \frac{1}{\sqrt{2}} S_1 \\ V_{2a} &= \frac{i}{\sqrt{2}} S_1 \end{cases} \quad (3.9)$$

– (b) On amplifie le signal sur chaque voie, et on rajoute le bruit des amplificateurs qui vaut N_i (à la fréquence du signal). On rajoute aussi une phase ϕ_i au signal sur chaque bras de l'interféromètre, afin de décrire la propagation de l'onde hyperfréquence dans chaque bras. Il n'est pas nécessaire de rajouter cette phase sur le bruit des amplificateurs, car on peut l'incorporer directement dans la définition des N_i .

$$\begin{cases} V_{1b} &= \frac{e^{i\phi_1}}{\sqrt{2}} g_1 S_1 + N_1 \\ V_{2b} &= \frac{e^{i\phi_2}}{\sqrt{2}} i g_2 S_1 + N_2 \end{cases} \quad (3.10)$$

- (c) On recompose le signal sur la deuxième lame semi réfléchissante :

$$\begin{cases} V_{1c} &= \frac{1}{2}(g_1 e^{i\phi_1} - g_2 e^{i\phi_2}) S_1 + \frac{1}{\sqrt{2}}(N_1 + iN_2) \\ V_{2c} &= \frac{i}{2}(g_1 e^{i\phi_1} + g_2 e^{i\phi_2}) S_1 + \frac{1}{\sqrt{2}}(iN_1 + N_2) \end{cases} \quad (3.11)$$

On récupère ainsi la totalité du signal sur la partie basse de la chaîne lorsque les deux amplificateurs ont le même gain et que le signal accumule une phase identique dans chaque bras de l'interféromètre.

- (d) On filtre le signal, afin de définir la bande passante. On va noter χ la transmission du filtre à la fréquence considérée. Idéalement, le filtrage est identique sur chaque voie.

$$\begin{cases} V_{1d} &= \frac{\chi}{2}(g_1 e^{i\phi_1} - g_2 e^{i\phi_2}) S_1 + \frac{\chi}{\sqrt{2}}(N_1 + iN_2) \\ V_{2d} &= \frac{i\chi}{2}(g_1 e^{i\phi_1} + g_2 e^{i\phi_2}) S_1 + \frac{\chi}{\sqrt{2}}(iN_1 + N_2) \end{cases} \quad (3.12)$$

- (e) On détecte maintenant la puissance moyenne grâce aux détecteurs quadratiques. Nous nous intéressons uniquement à la valeur moyenne de ce signal. En faisant l'hypothèse que g_1 et g_2 ont la même phase (On peut modéliser une imperfection en incorporant la phase du gain dans la définition de ϕ). On obtient :

$$\begin{cases} \overline{V_{1e}} &= \alpha |\chi|^2 \left(\frac{1}{4}(|g_1|^2 + |g_2|^2 - 2|g_1 g_2| \cos(\phi)) \langle |S_1^2| \rangle + \frac{1}{2}(\langle |N_1^2| \rangle + \langle |N_2^2| \rangle) \right) \\ \overline{V_{2e}} &= \alpha |\chi|^2 \left(\frac{1}{4}(|g_1|^2 + |g_2|^2 + 2|g_1 g_2| \cos(\phi)) \langle |S_1^2| \rangle + \frac{1}{2}(\langle |N_1^2| \rangle + \langle |N_2^2| \rangle) \right) \end{cases} \quad (3.13)$$

où nous avons défini $\phi = \phi_1 - \phi_2$ et α le coefficient de proportionnalité reliant la puissance en entrée des détecteurs quadratiques à la tension qu'ils délivrent en sortie. L'utilisation de détecteurs appairés nous permet de prendre le même coefficient de proportionnalité sur les deux voies.

Remarque

Nous avons pris tous les termes croisés (de type $\langle S_1 N_1 \rangle$, $\langle S_1 N_2 \rangle$ ou $\langle N_1 N_2 \rangle$) nuls car les bruits provenant de la source d'électrons uniques et des différents amplificateurs sont incohérents : les fluctuations dues à ces systèmes physiques séparés ne sont pas corrélées. Il est important de remarquer que nous avons écrit ici la valeur moyenne du signal de sortie : les termes de corrélation ne sont nuls qu'en moyenne et leur valeur instantanée fluctue.

- (f) On fait la différence entre les puissances détectées par les deux détecteurs quadratiques :

$$\overline{V_f} = \alpha |\chi|^2 |g_1 g_2| \langle |S_1^2| \rangle \cos(\phi) \quad (3.14)$$

On peut donc par cette méthode amplifier le signal d'entrée et mesurer sa puissance, sans être sensible en moyenne au bruit rajouté par les amplificateurs.

L'amplitude du signal à mesurer est maximale quand ϕ est un multiple entier de π . Afin de pouvoir réaliser cette condition pour toutes les fréquences, on se place à la teinte plate de l'interféromètre, c'est-à-dire $\phi = 0$ pour toutes les fréquences.

Lorsqu'on place en entrée un signal non monochromatique, on peut refaire le même calcul pour chaque fréquence jusqu'en entrée des détecteurs quadratiques, car le circuit n'utilise que des éléments linéaires. Comme on ne s'intéresse qu'au signal moyen en sortie des détecteurs quadratiques, on peut à nouveau sommer la puissance portée par chacune des composantes fréquentielles du signal : les composantes provenant du produit de deux fréquences différentes se moyennent à 0. On obtient ainsi :

$$\overline{V}_f = \alpha \int_0^{\infty} df |\chi(f)|^2 |g_1(f)g_2(f)| (S_{S_1}(f)) \cos(\phi(f)) \quad (3.15)$$

où $S_{S_1}(f)$ est la densité spectrale de bruit reçue par le dispositif de mesure sur la voie 1 (on suppose que la valeur moyenne de S_1 est nulle pour les fréquences à l'intérieur de la bande passante).

3.2.1.3 Résultat final

On peut refaire le même calcul avec deux sources incohérentes en entrée du dispositif. On obtient alors simplement :

$$\overline{V}_f = \alpha \int_0^{\infty} df |\chi(f)|^2 |g_1(f)g_2(f)| (S_{S_1}(f) - S_{S_2}(f)) \cos(\phi(f)) \quad (3.16)$$

Dans l'expérience, on mettra sur la deuxième entrée une résistance adaptée, thermalisée à la température de base du réfrigérateur à dilution.

3.2.2 Obtention d'un signal alternatif

3.2.2.1 Effet d'un déphaseur $0 - \pi$ dans un bras de l'interféromètre

Le dispositif décrit précédemment fournit un signal de sortie continu. En rajoutant un déphaseur $0 - \pi$ contrôlé en tension (voir figure 3.4), on peut obtenir un signal à fréquence non nulle.

Lorsque le signal de commande est bas, le déphaseur n'a pas d'effet sur le signal. On obtient donc le résultat de l'équation 3.14.

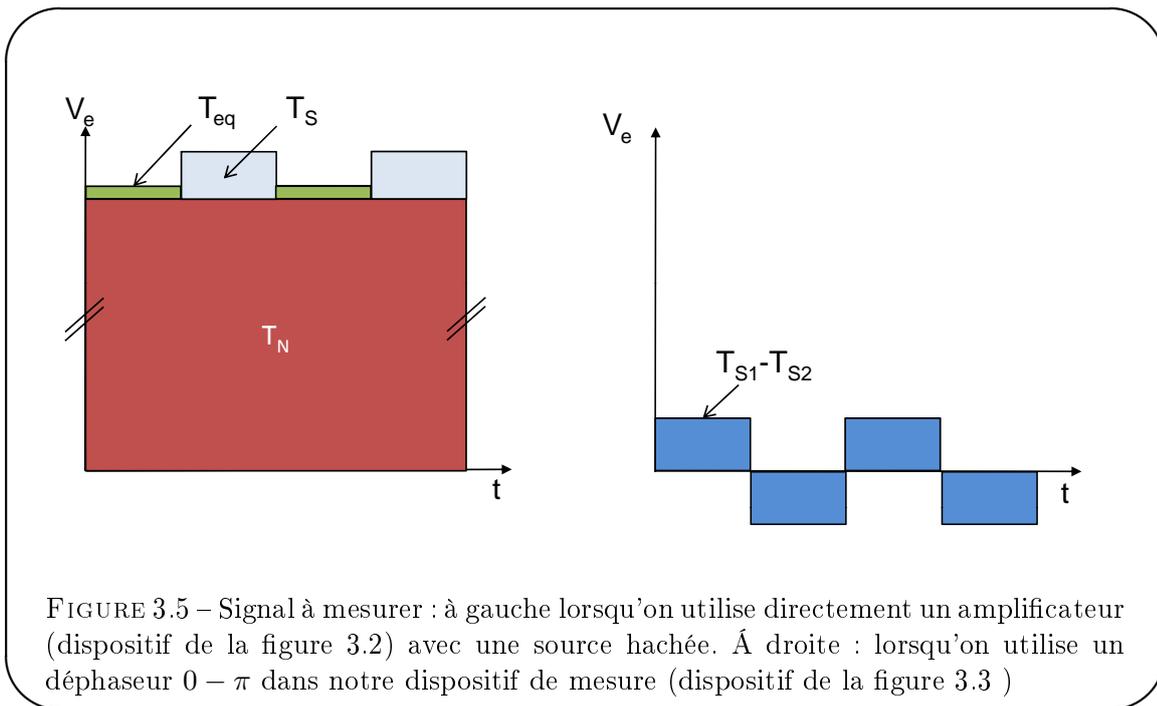
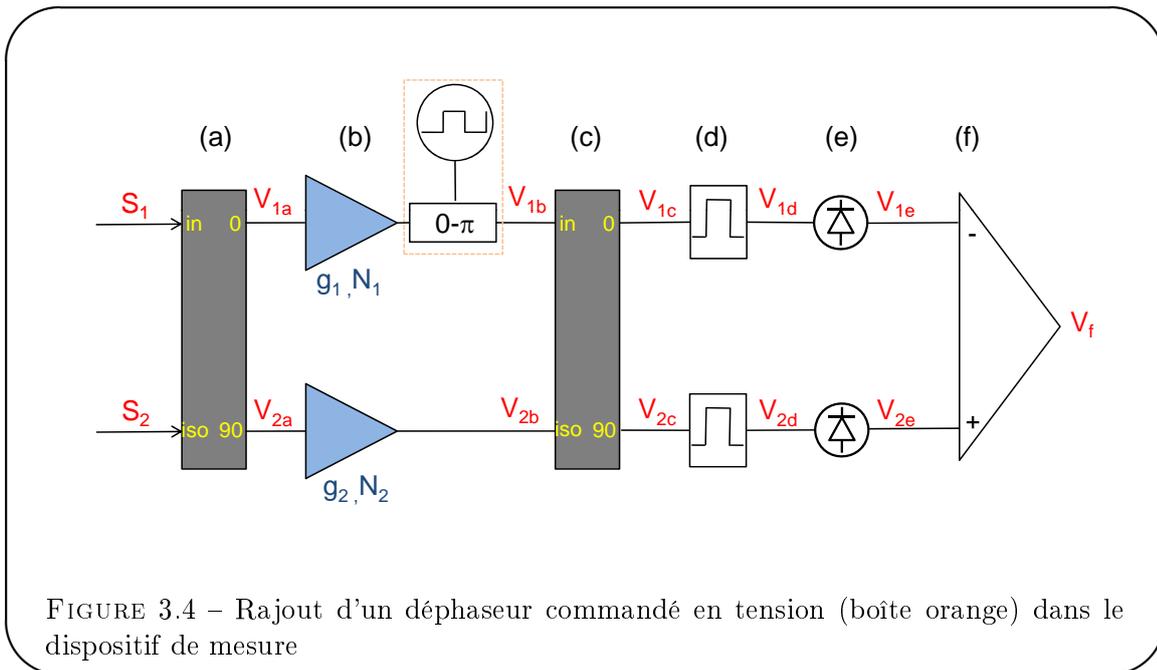
Par contre, lorsque le signal de commande est haut, le déphaseur rajoute un signe $-$ (une phase π) au signal le traversant. Cela revient à décaler ϕ de π . On obtient donc le même résultat qu'en 3.14, mais avec le signe opposé.

En contrôlant le déphaseur avec une tension en créneau, on obtient donc en sortie du dispositif une tension alternative oscillant à la fréquence du créneau de contrôle et d'amplitude proportionnelle à la différence des puissances en entrée du dispositif.

Les mesures sur le bruit des amplificateurs ne sont pas affectées par cette modulation de phase.

3.2.2.2 Comparaison avec le hachage de la source

Ce dispositif présente des différences avec un simple hachage de la source. Elles sont résumées sur la figure 3.5.



Lorsqu'on n'utilise qu'un seul amplificateur (figure 3.2), on retranche le bruit de l'amplificateur en hachant le signal de la source. Pour notre source d'électrons uniques, cela consisterait à allumer puis éteindre la source d'excitation créneau. En détectant le signal en sortie à la détection synchrone, on mesure la différence entre le bruit avec excitation et le bruit émis sans excitation. En notant T_{eq} la température du bruit émis par la capacité mésoscopique lorsqu'elle est au repos, on mesure donc un signal proportionnel à $T_S - T_{eq}$.

En utilisant notre dispositif (figure 3.4), on supprime le bruit des amplificateurs. On hache

quand même la phase dans un des deux bras de l'interféromètre afin de ne pas devoir mesurer à fréquence nulle et à cause des imperfections du dispositif (le bruit des amplificateurs n'est pas totalement supprimé). Lorsqu'on détecte le signal en sortie à la détection synchrone, on mesure un signal proportionnel à $2(T_{S1} - T_{S2})$. Le bruit d'équilibre de la capacité mésoscopique n'intervient plus. Par contre, on a rajouté le bruit d'une deuxième source. Idéalement, on prendrait une source qui émet un bruit nul (une résistance de 50Ω placée à une température très inférieure à la fréquence de mesure par exemple). Comme ce n'est pas le cas, il nous faudra retrancher le bruit de cette source.

Les deux dispositifs ne mesurent donc pas exactement la même quantité. Pour pouvoir comparer les deux dispositifs, nous allons par la suite supposer que T_{eq} est négligeable et qu'on peut aussi s'affranchir de T_{S2} .

Dans ce cas, on constate que le dispositif à un seul amplificateur mesure un signal dont l'amplitude est $T_S/2$. Son rapport signal sur bruit est donc (d'après B.17)

$$\left. \frac{S}{B} \right|_{1 \text{ ampli}} = \frac{1}{2} \frac{T_S}{T_N} \sqrt{\Delta f t_{mes}} \quad (3.17)$$

Nous allons voir que notre dispositif permet des mesures deux fois plus rapides.

3.2.3 Rapport signal sur bruit

Nous avons discuté de l'importance du rapport signal sur bruit, à cause de son impact sur le temps de mesure. Nous l'avons calculé pour un dispositif n'utilisant qu'un seul amplificateur (équation 3.17). Dans cette partie, nous allons calculer le rapport signal sur bruit de notre dispositif dans le cas idéal. Nous étudierons ensuite les effets d'un déséquilibre de phase puis d'un déséquilibre d'amplitude dans l'interféromètre.

Les calculs des fluctuations du bruit sont effectués dans l'annexe B. Il nous suffira donc de calculer le signal.

3.2.3.1 Cas idéal

Dans le cas idéal, les gains des amplificateurs sont identiques, leurs températures de bruit aussi, et l'interféromètre est réglé à la teinte plate. Enfin, le filtrage sur les deux voies sont identiques et définissent parfaitement une bande de fréquence Δf . Par la suite, pour simplifier les calculs, nous considérerons toujours que la fonction de filtrage des filtres passe bande est carrée, ce qui est assez bien vérifié expérimentalement.

À partir des équations 3.16 et B.27, on obtient le rapport signal sur bruit $\frac{S}{B}$ de notre dispositif au bout d'un temps de mesure t_{mes} :

$$\left. \frac{S}{B} \right|_{ideal} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{T_S}{T_N} \sqrt{\Delta f t_{mes}} \quad (3.18)$$

En comparant à l'équation 3.17, on se rend compte qu'on a gagné un facteur 2 en temps de mesure par rapport à une mesure hachée avec un seul amplificateur.

3.2.3.2 Effet d'un déséquilibre de phase

Diverses sources d'imperfections vont venir diminuer le rapport signal sur bruit. On peut les diviser en deux types : les imperfections sur la phase dans le dispositif interférométrique, et les imperfections sur l'amplitude. Nous traiterons dans ce paragraphe les imperfections sur la phase.

Comme le montre l'équation 3.16, le signal est diminué lorsque la différence de phase accumulée dans les deux bras de l'interféromètre n'est pas nulle. Les fluctuations du bruit dues aux amplificateurs sont elles insensibles à cette différence de phase.

Ainsi, dans la mesure où les amplitudes sont bien équilibrées sur chaque bras de notre dispositif, le rapport signal sur bruit se calcule facilement à partir de l'équation 3.16. On trouve :

$$\frac{S}{B} \Big|_{phase} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{T_S}{T_N} \sqrt{\Delta f t_{mes}} \times \frac{1}{\Delta f} \int_0^{\infty} df |\chi(f)|^2 \cos(\phi(f)) \quad (3.19)$$

$$= \frac{S}{B} \Big|_{ideal} \times \frac{1}{\Delta f} \int_0^{\infty} df |\chi(f)|^2 \cos(\phi(f)) \quad (3.20)$$

Le signal sur bruit est diminué de la valeur moyenne de $\cos(\phi)$ dans la bande passante du système.

Application numérique

Pour obtenir un rapport signal sur bruit donné, un déphasage de 10° augmente donc le temps de mesure nécessaire de 3% et un déphasage de 30° de 33%. À 1.5 GHz , ces déphasages correspondent à des longueurs de câble 3,7 mm et 1,1 cm respectivement. Expérimentalement, nous avons obtenu un ajustement de la phase à environ 5° près.

L'obtention de ce résultat est délicate, car la bande passante dans laquelle on doit réaliser l'équilibrage des phases est grande (la bande passante finale est d'environ 500 MHz) et parce que nous avons inséré dans ces bras plusieurs éléments. La seule façon d'avoir une interférence constructive dans toute la bande est d'avoir des longueurs de bras identiques. La difficulté vient du fait que les bras passent de 30 mK à température ambiante sur une distance de 2 m environ. De plus les différents éléments utilisés dans l'interféromètre, tels que les circulateurs, amplificateurs et le déphaseur $0 - \pi$, peuvent rajouter une phase qui n'est pas linéaire avec la fréquence, et qui ne peut donc pas être compensée par une certaine longueur de câble. Nous avons donc symétrisé le montage au maximum.

3.2.3.3 Effet d'un déséquilibre d'amplitude

Les déséquilibres d'amplitude peuvent survenir dans l'interféromètre et entre l'interféromètre et les détecteurs quadratiques. Pour simplifier les calculs, nous supposons que les températures de bruit des amplificateurs sont identiques.

Nous allons modéliser un déséquilibre d'amplitude dans l'interféromètre par des gains g_1 et g_2 des amplificateurs différents, et les déséquilibres après le deuxième coupleur hybride par des fonctions de réponse $\chi^{(1)}$ et $\chi^{(2)}$ des filtres différentes.

À partir de l'équation 3.16 et de l'équation B.32, on déduit que le rapport signal sur bruit est alors dégradé par rapport au cas idéal par le facteur :

$$\frac{\int_0^{\infty} \frac{df}{\Delta f} \frac{|\chi^{(1)}|^2 + |\chi^{(2)}|^2}{2} g_1 g_2}{\sqrt{\int_0^{\infty} \frac{df}{\Delta f} \left[\left(\frac{|\chi^{(1)}|^2 - |\chi^{(2)}|^2}{2} \right)^2 \frac{g_1^4 + g_2^4}{2} + \left(\frac{|\chi^{(1)}|^2 + |\chi^{(2)}|^2}{2} \right)^2 g_1^2 g_2^2 \right]}} \leq 1 \quad (3.21)$$

- **Déséquilibre d'amplitude en sortie de l'interféromètre**

Considérons le cas où l'interféromètre est bien équilibré ($g_1(f) = g_2(f) = cte$).

Une différence d'amplitude entre les deux fonctions de filtrage affecte à la fois le signal et le bruit. Notamment, les puissances en provenance de chaque amplificateur ne se compensent plus exactement. Il en est de même pour leurs fluctuations, ce qui apparaît dans le premier terme du dénominateur de l'équation 3.21.

Application numérique

Pour une différence de 3 dB entre les deux bras, le signal est réduit d'un facteur 3/4 et les fluctuations en sortie du dispositif sont diminuées d'un facteur $\sqrt{5/8}$ par rapport à la situation équilibrée. Globalement, le rapport signal sur bruit est donc diminué de 5% soit une augmentation du temps de mesure de 11%. Notre dispositif final sera équilibré à mieux que 3 dB dans la bande de mesure.

Par ailleurs, ce déséquilibre conduit à l'apparition d'une composante continue en sortie du dispositif. Cependant, celle-ci n'est pas gênante dans la mesure où on mesure à fréquence finie grâce au déphaseur $0 - \pi$.

- **Déséquilibre d'amplitude dans l'interféromètre**

On se place ici dans le cas $\chi^{(1)}(f) = \chi^{(2)}(f) = cte$ à l'intérieur de la bande passante, c'est-à-dire le cas où un déséquilibre d'amplitude n'intervient que à l'intérieur de l'interféromètre. L'équation 3.21 montre qu'une différence de gain constante entre les deux amplificateurs n'affecterait pas le rapport signal sur bruit. Par contre, une différence de gain dépendant de la fréquence le réduit.

Application numérique

Considérons le cas où le gain du premier amplificateur est plat, et le gain du deuxième est identique sur la moitié de la bande passante et 3 dB plus faible sur l'autre moitié. Cela conduit à une dégradation du rapport signal sur bruit de 1,5% soit une augmentation du temps de mesure de 3%. Dans notre expérience, l'équilibre est réalisé à mieux que 3 dB près dans l'interféromètre.

3.2.4 Bilan

Nous avons vu dans cette section que le dispositif que nous avons construit permet en théorie de mesurer deux fois plus rapidement qu'en hachant la source de bruit. Il réduit le fond continu de la mesure, ce qui rend l'expérience moins sensible aux variations lentes de ce fond (essentiellement les variations de bruit ou de gain des amplificateurs).

Nous avons aussi identifié les sources de dégradation du rapport signal sur bruit que sont les déséquilibres d'amplitude et de phase. Expérimentalement, le réglage de phase sera le plus sensible.

3.3 Réalisation

Dans cette partie, je vais expliquer la mise en œuvre du principe de mesure discuté dans la section précédente. Je commencerai par décrire les modifications apportées à l'expérience, puis

la calibration de la mesure de bruit. Enfin, je montrerai la stabilité que nous avons atteinte avec ce dispositif, ainsi que sa sensibilité.

3.3.1 Construction

Nous avons vu dans la section précédente les différents facteurs qui affectent le temps de mesure. Je vais décrire dans cette partie les modifications et réglages que nous avons effectués sur notre dispositif afin de diminuer ce temps au maximum.

3.3.1.1 Mise en place de nouveaux amplificateurs cryogéniques

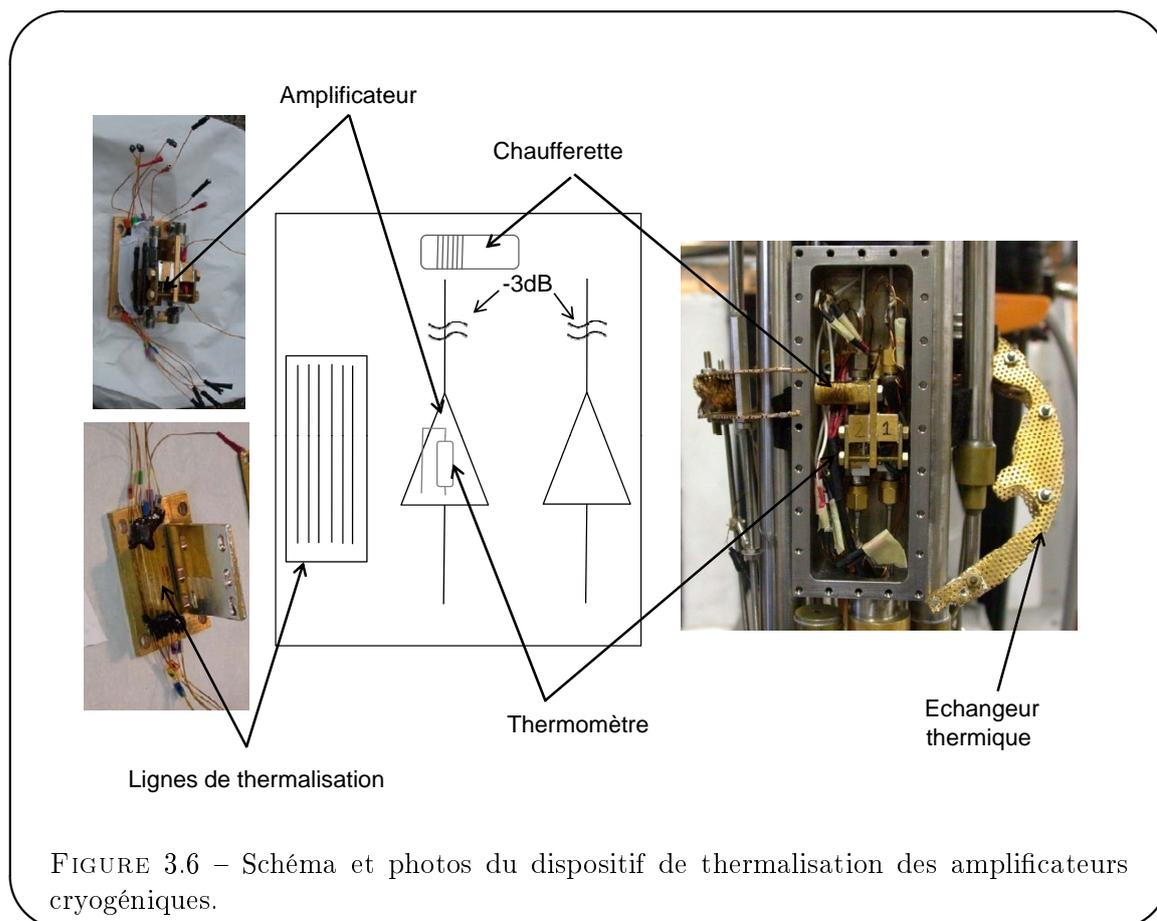
Le temps de mesure dépend quadratiquement du rapport entre la température de bruit des amplificateurs et la température de bruit de la source d'électrons uniques. Il est donc nécessaire de choisir des amplificateurs ayant le plus bas bruit possible. D'autre part, l'augmentation de la fréquence d'injection permet d'augmenter le courant à l'injection et donc le bruit de la source d'électrons uniques. C'est pourquoi nous avons choisi de remplacer les amplificateurs utilisés au début de ma thèse (*MiteQ AMFK-2F-001-020*) de température de bruit 15 K dans une bande passante $0,1$ à 2 GHz par des amplificateurs *MiteQ AFS3-02000400-08-CR-4* de température de bruit plus faible et de bande passante 2 à 4 GHz . Nous les avons utilisés dans une bande de fréquence comprise entre $1,2$ et $1,8\text{ GHz}$, dans laquelle leurs performances d'amplification restent comparables (figure 3.7). Ils sont vendus pour une température de bruit de 60 K lorsqu'ils sont placés à 77 K . Leur gain et leur bruit ont été mesurés dans l'article [64] lorsqu'ils sont placés dans de l'Hélium liquide. Les auteurs trouvent une température de bruit de 4 à 5 K environ dans la gamme $2 - 3\text{ GHz}$.

- **Thermalisation**

Ces amplificateurs dissipent chacun une puissance d'environ 400 mW . Dans notre dispositif expérimental, ils sont placés dans le vide d'isolement de la dilution (ou IVC, pour Internal Vacuum Chamber) : il faut donc les thermaliser par contact. On dispose pour cela d'une tresse de masse qui plonge dans le bain d'Hélium et qui est vissée à une pièce en cuivre doré qui traverse l'IVC. On doit donc thermaliser les amplificateurs sur cette plaque.

Comme indiqué sur la figure 3.6, nous avons fixé les amplificateurs sur une pièce en cuivre en forme de T sur laquelle nous avons placé une chaufferette (afin de pouvoir réguler la température des amplificateurs) et un thermomètre. Les fils d'alimentation des amplificateurs sont thermalisés par des lignes en cuivre sur Kapton (le film de Kapton fait $12,5\text{ }\mu\text{m}$ d'épaisseur, les pistes font environ $4,5\text{ cm}$ de long pour $1,5\text{ mm}$ de large et $35\text{ }\mu\text{m}$ d'épaisseur). De même, les câbles hyperfréquences en entrée et en sortie des amplificateurs sont ancrés thermiquement à l'étage à 4 K du réfrigérateur. Afin d'améliorer le contact thermique, nous avons mis des feuilles d'Indium de $0,1\text{ mm}$ d'épaisseur entre les pièces mises en contact : l'Indium est un métal mou qui permet, une fois écrasé, d'augmenter la surface de contact entre les différentes pièces et donc favorise les échanges thermiques.

La puissance que les amplificateurs dissipent est ainsi ramenée sur la plaque en cuivre qui traverse l'IVC. Une tresse en cuivre permet de dissiper cette puissance dans le bain d'Hélium liquide. Afin de ne pas vaporiser trop vite le contenu du cryostat ($\approx 80\text{ L}$), nous avons de plus mis en place un échangeur thermique (deux plaques en cuivre percées de petits trous) dans la jupe de la canne de dilution. Ceci permet de dissiper une partie de la puissance en chauffant les vapeurs froides d'Hélium. En effet, dissiper une puissance de $0,8\text{ W}$ conduirait à une consommation d'hélium supplémentaire d'un peu plus de 1 L/h . En récupérant l'enthalpie du gaz entre 4 K et 10 K , on divise cette surconsommation d'un facteur environ 2.



Au final, nous avons réussi à thermaliser les amplificateurs à une température comprise entre 7 et 10 K . Nous n'avons pas eu besoin d'utiliser la régulation de température au cours des expériences que nous avons faites.

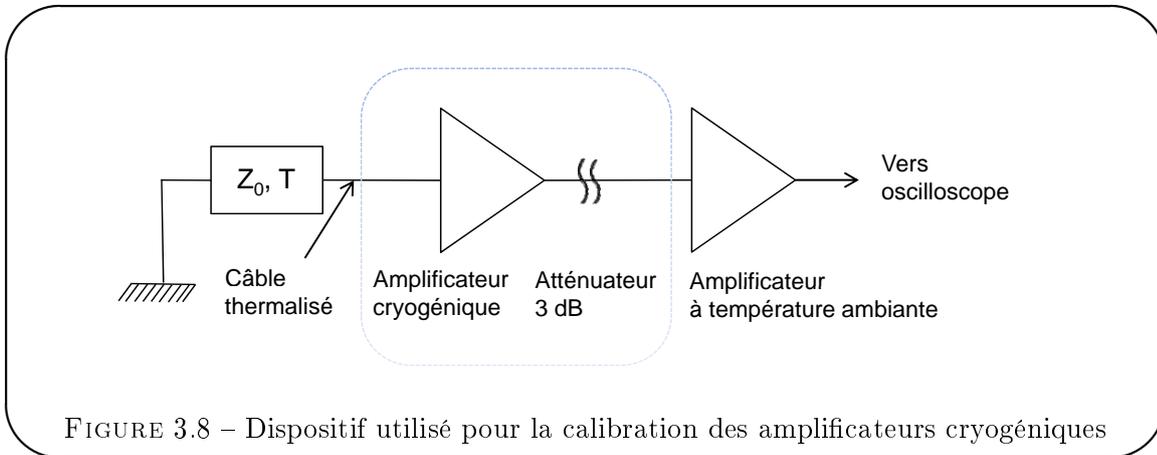
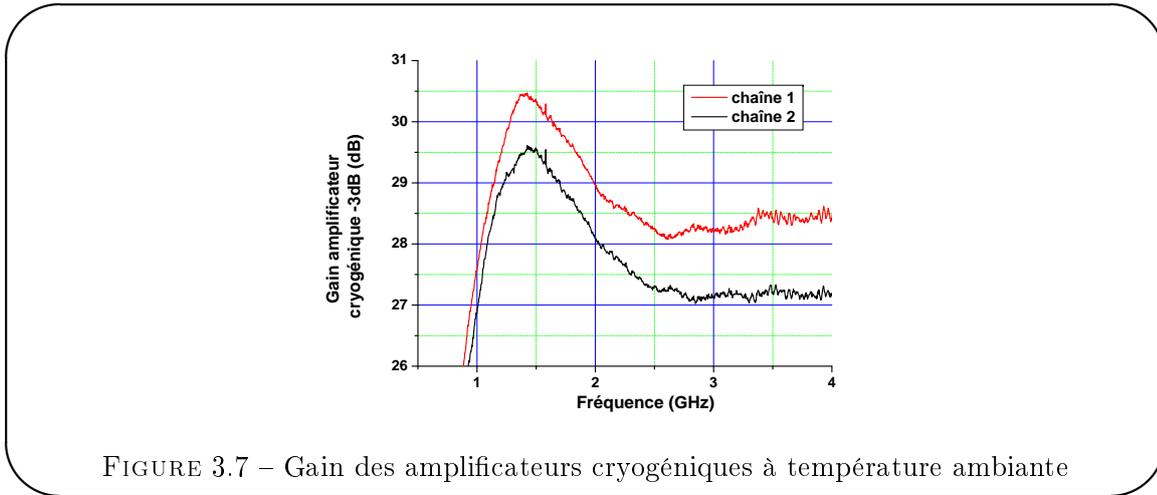
Les atténuateurs de 3 dB que nous avons placés en sortie des amplificateurs cryogéniques permettent d'éviter que des réflexions du signal hyperfréquence amplifié ne viennent perturber le fonctionnement de l'amplificateur. Il est plus intéressant de les placer à relativement basse température plutôt qu'à température ambiante, car ils génèrent ainsi un bruit thermique plus faible.

- **Calibration**

Nous avons mesuré le gain de l'ensemble amplificateur/atténuateur 3 dB à température ambiante avec un analyseur de réseau. Les résultats sont portés sur la figure 3.7.

Le gain à température ambiante de chaque amplificateur est ainsi d'environ 30 dB dans sa bande passante (2 – 4 GHz), avec une différence d'environ 1 dB entre les deux. On constate aussi que le signal n'est pas amplifié avec un gain constant dans la bande 1,2 – 1,8 GHz dans laquelle nous avons fait les mesures de bruit. Cependant, les variations de gain sont inférieures à 1 dB dans cette bande.

Nous avons aussi calibré à basse température un amplificateur par thermométrie de bruit, afin d'avoir accès à sa température de bruit. Le principe de la mesure est décrit sur la figure 3.8. Il consiste à placer en entrée de l'amplificateur une résistance de 50 Ω thermalisée à une température T variable. Après un deuxième étage d'amplification, dont le bruit peut être négligé, on mesure



le spectre de bruit à l'aide d'un oscilloscope réalisant une transformée de Fourier. On mesure ainsi un signal proportionnel à la somme de la température de la source et de la température de bruit des amplificateurs T_N pour différentes valeurs de la température de la source T (voir figure 3.9a). La droite ainsi tracée coupe l'axe des abscisses en $-T_N$, et permet donc de remonter à la température de bruit des amplificateurs : nous trouvons $T_N \approx 7 K$.

Nous avons mesuré la température de bruit de cet amplificateur pour différentes températures physiques des amplificateurs (figure 3.9b). Dans la bande qui nous intéresse, T_N varie d'environ $1 K$ autour de $7 K$ lorsque la température physique est changée de $2 K$. De telles variations de température physique interviennent typiquement sur des échelles de temps de $48 h$, correspondant au temps que le cryostat met à se vider.

Finalement, le changement d'amplificateurs cryogéniques nous a permis de gagner un facteur 2 sur T_N en passant de $\approx 15 K$ à $7 K$. Ceci correspond à un gain en temps d'un facteur 4 pour la mesure du bruit de la source d'électrons uniques.

3.3.1.2 Dispositif complet

Nous avons jusqu'à maintenant décrit le principe de fonctionnement de notre dispositif. Lorsque nous l'avons monté, nous avons dû tenir compte de plusieurs contraintes. Le dispositif complet est décrit sur la figure 3.10. Des photos du dispositif sont présentées sur la figure

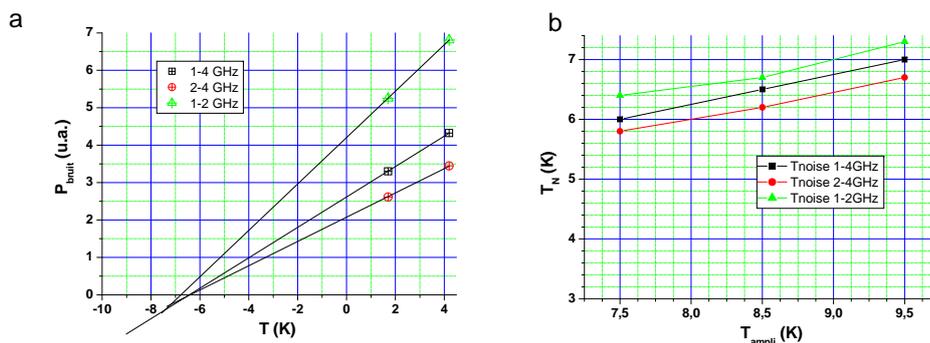


FIGURE 3.9 – a) Puissance mesurée en fonction de la température physique de la résistance de 50Ω d'entrée, dans différentes bandes passantes. Chaque droite permet de mesurer la température de bruit T_N des amplificateurs cryogéniques dans la bande passante considérée. b) Évolution de la température de bruit T_N des amplificateurs en fonction de leur température physique T_{ampli} .

3.11

Le premier coupleur hybride a ainsi été placé à la température de base de la dilution pour des raisons d'encombrement. Puis le signal est transmis vers les amplificateurs cryogéniques via des circulateurs cryogéniques. Ceux-ci protègent l'échantillon du bruit en retour des amplificateurs cryogéniques en l'envoyant vers une résistance de 50Ω thermalisée à la température de base de notre cryostat. Idéalement, seul le bruit thermique de cette résistance est transmis vers l'échantillon. Le signal est ensuite amplifié par les deux amplificateurs cryogéniques décrits précédemment.

Le signal est ensuite traité à température ambiante. Il est à nouveau amplifié, puis passe à travers un déphaseur $0 - \pi$ sur chacune des deux voies. Un seul de ces déphaseurs est modulé (avec une tension en créneau), l'autre est utilisé avec une phase constante. En effet, lorsqu'on change la tension de commande d'un déphaseur, on change bien la phase du signal qui le traverse de 180° (voir figure 3.12a). De plus, pour une tension de commande donnée, la phase acquise par le signal transmis à travers le déphaseur est quasiment linéaire avec la fréquence (dans la bande passante dans laquelle nous travaillons). Cependant, il est impossible de compenser ce déphasage par une longueur de câble dans l'autre bras de l'interféromètre : il faudrait à fréquence nulle avoir un déphasage de 90° [180°] (voir figure 3.12b). C'est pour compenser cette phase que nous avons introduit un déphaseur $0 - \pi$ identique dans l'autre bras, non modulé.

Avant la recombinaison sur le deuxième coupleur hybride, nous avons placé sur un bras un élément de longueur variable qui permet de régler finement la phase relative du signal dans chaque bras.

Après recombinaison, le signal est filtré par des filtres passe bande, entre 1,2 et 1,8 GHz puis par des filtres réjecteurs de plus de 70 dB dans une bande typique d'une dizaine de MHz autour de 1,5 GHz. Ces derniers permettent de supprimer la fréquence de l'excitation, fixée à 1,5 GHz. En effet, c'est la seule fréquence dans la bande passante qui correspond à un courant moyen non nul (voir chapitre 1). Ce filtrage permet ainsi d'avoir accès aux fluctuations du courant.

La puissance est ensuite mesurée dans chaque bras à l'aide de détecteurs quadratiques appariés (*Agilent 8473C*). On fait la différence entre ces deux signaux avec un amplificateur basse

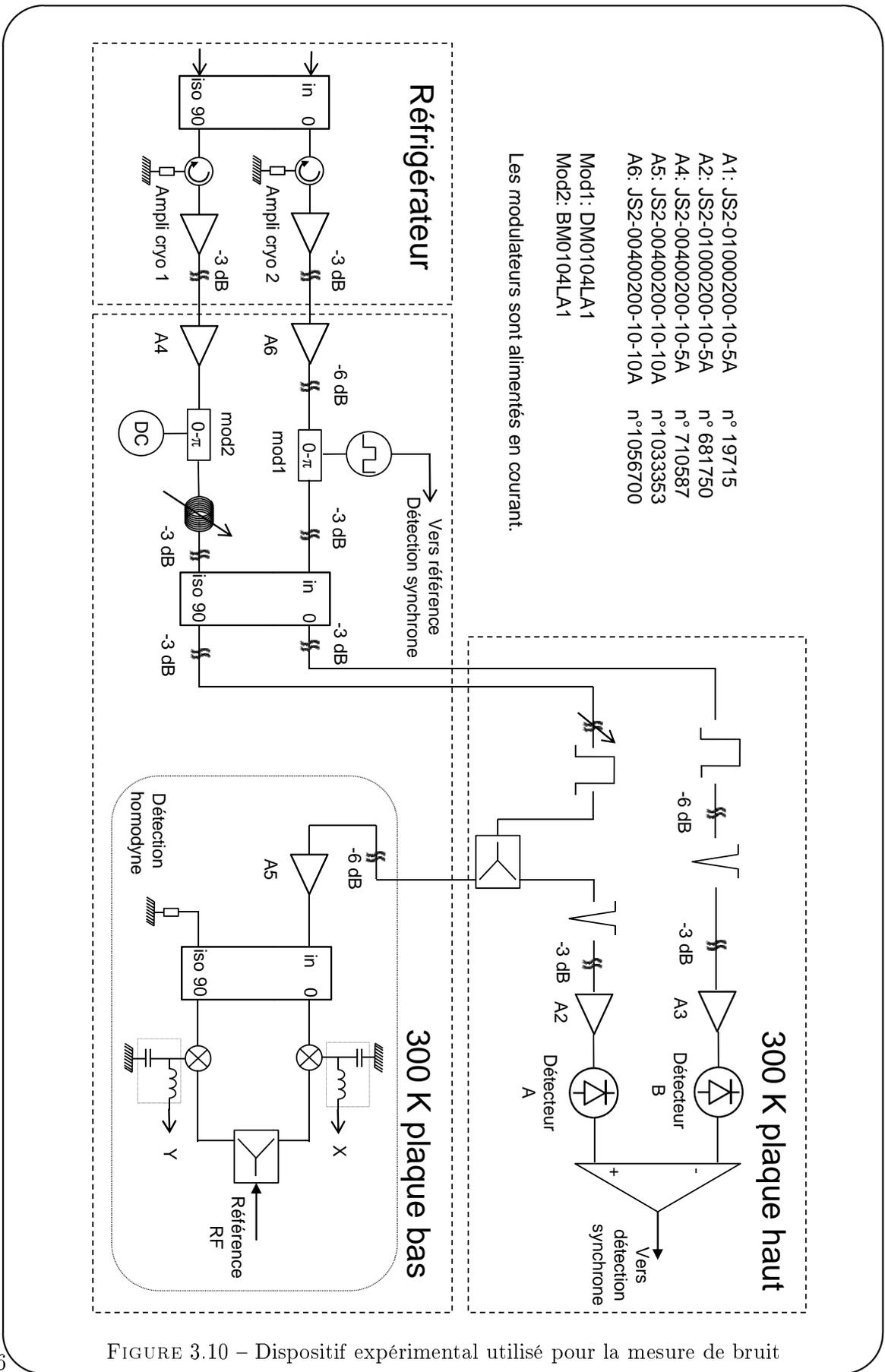
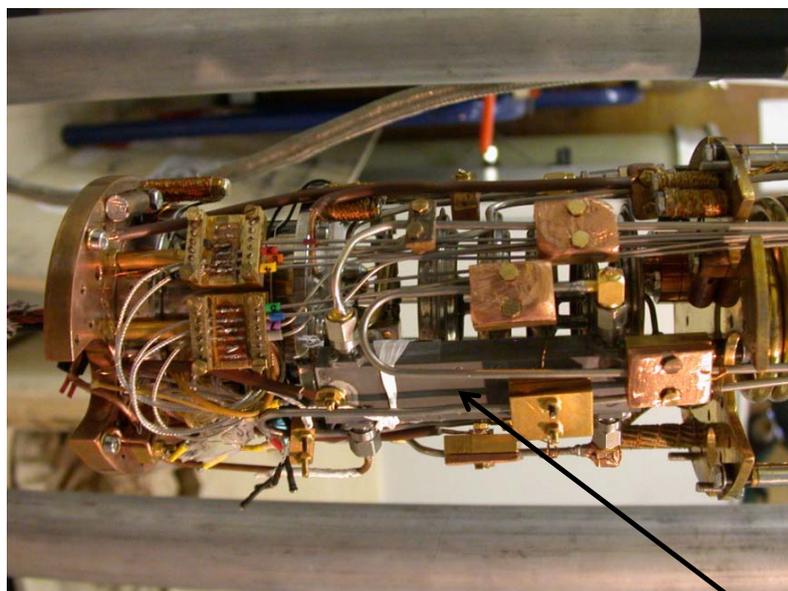
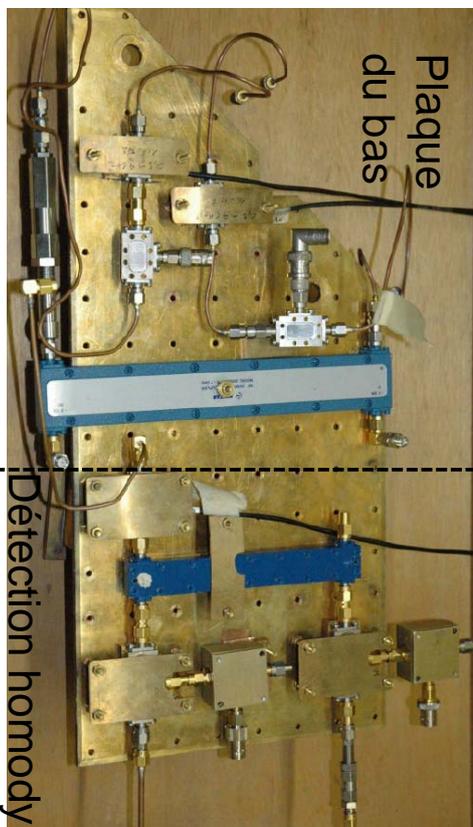


FIGURE 3.10 – Dispositif expérimental utilisé pour la mesure de bruit

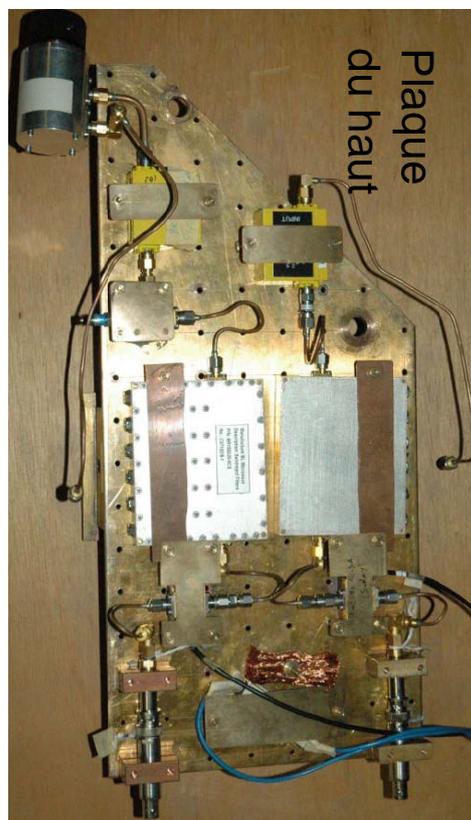


Coupleur
hybride
30 mK



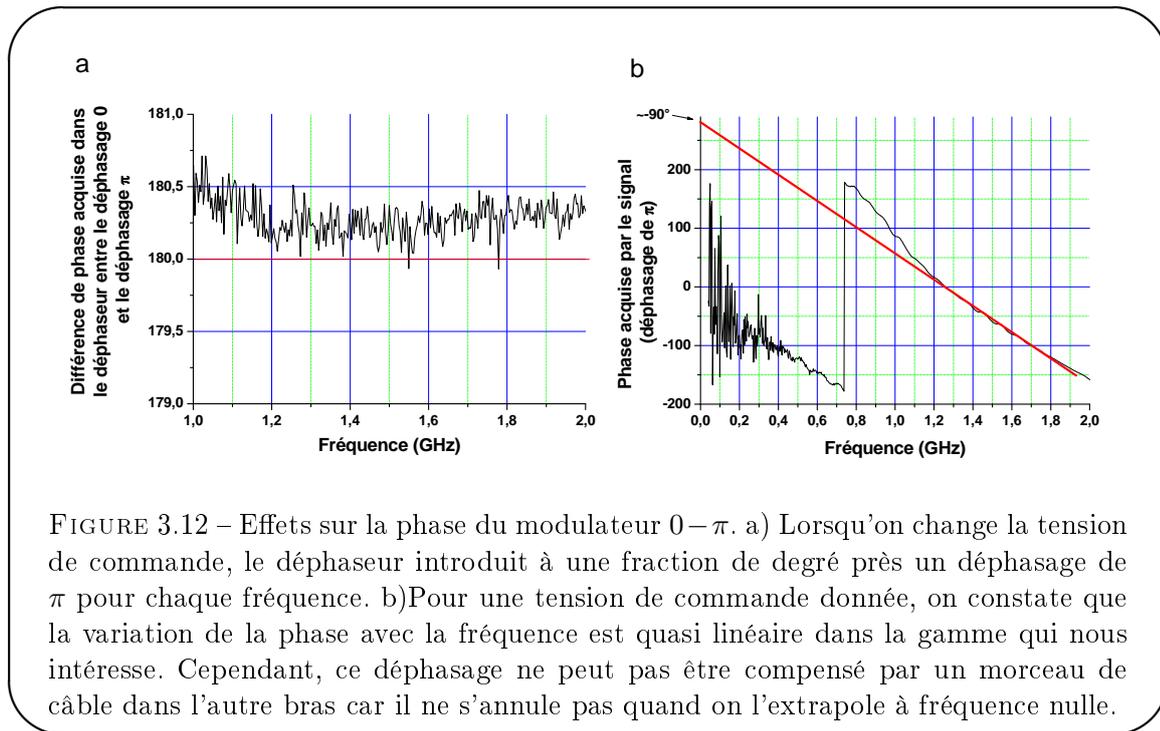
Plaque
du bas

Détection homodyne



Plaque
du haut

FIGURE 3.11 – Photos du dispositif expérimental utilisé pour la mesure de bruit



fréquence *LI75A*, de gain 100, alimenté sur batterie. Enfin, le signal en sortie de l'amplificateur est envoyé vers une détection synchrone.

Par ailleurs, nous avons placé un splitter sur le bras 2, avant le filtre réjecteur. Il permet de dériver une partie du signal vers une détection homodyne similaire à celle décrite dans le chapitre 1, afin de pouvoir mesurer la conductance de l'échantillon.

Les différents étages d'amplification ont été choisis pour que le bruit soit dominé par le bruit des amplificateurs cryogéniques et pour éviter les saturations. D'autre part, les différents atténuateurs répartis dans le dispositif permettent de limiter les résonances : deux réflexions consécutives (dues par exemple à un élément mal adapté, ou à un filtre qui renvoie ce qu'il ne transmet pas) forment une cavité résonante pour les ondes hyperfréquences. On dégrade fortement le facteur de qualité de cette cavité en introduisant à l'intérieur un élément dissipatif et très bien adapté.

3.3.1.3 Réglage du dispositif

Afin d'optimiser le rapport signal sur bruit, nous avons vu que la phase et l'amplitude doivent être le plus proche possible sur les deux bras et ce dans toute la bande passante du dispositif. Pour vérifier cela, nous avons mesuré à l'analyseur de réseau tous les éléments du dispositif, afin de compenser au mieux les défauts des uns avec les défauts des autres. Nous avons ensuite monté le dispositif avant de le tester à froid. Je vais présenter ici les résultats que nous avons obtenus.

Les tests que nous avons réalisés à basse température consistent à envoyer un signal monochromatique sur une entrée de l'interféromètre et à mesurer à différents endroits du dispositif à température ambiante la phase et l'amplitude transmises en fonction de la fréquence. On amène le signal à basse température en utilisant la chaîne d'excitation habituelle (décrite au chapitre 1), avec une atténuation un peu plus forte (≈ -90 dB). Les tests à température ambiante de cette ligne d'excitation montrent que sa réponse en amplitude est plate dans la bande de fréquence

qui nous intéresse. On place sur la seconde entrée une charge de 50Ω thermalisée.

- **Réglage de l'interféromètre**

Nous avons vu que la phase est le paramètre le plus critique. Il faut la régler à une dizaine de degrés près alors que la longueur des bras de l'interféromètre est d'environ 2 m . Un déphasage de 90° est obtenu sur une distance qui est le quart de la longueur d'onde : à $1,5 \text{ GHz}$ elle correspond à 3 cm environ.

Avec un signal monochromatique sur une entrée de l'interféromètre, nous observons l'amplitude et la phase du signal transmis à cette fréquence juste avant le deuxième coupleur hybride sur chacune des deux voies. La différence de phase (idéalement de $\pm 90^\circ$, cf équation 3.10) est représentée figure 3.13a et les amplitudes (idéalement identiques et plates sur toute la bande passante) sur la figure 3.13b.

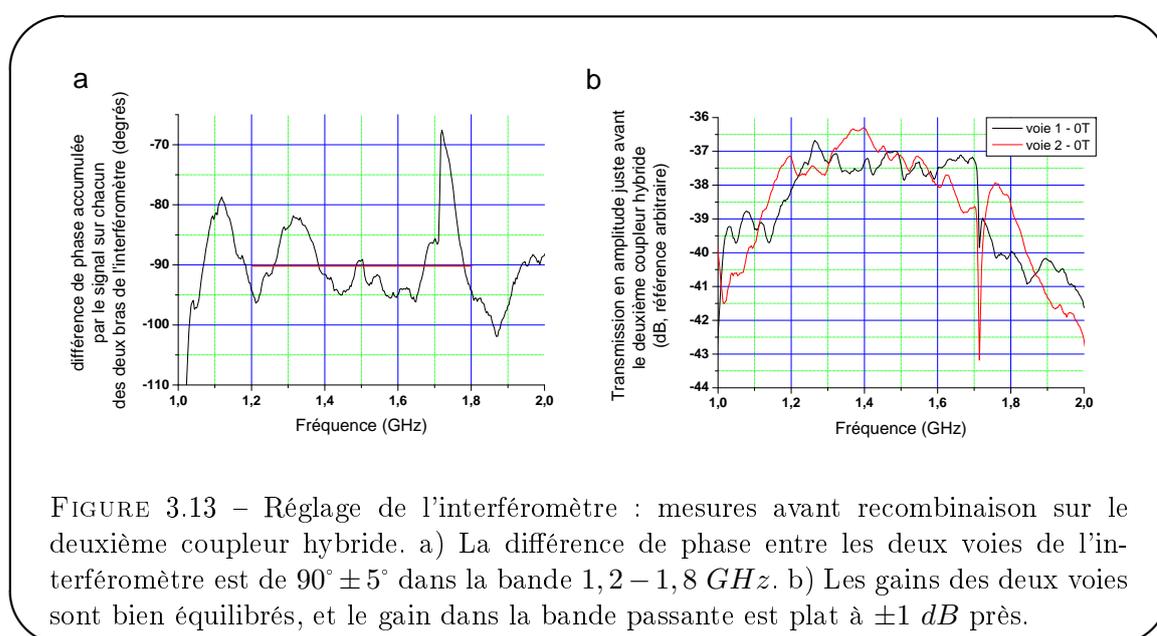


FIGURE 3.13 – Réglage de l'interféromètre : mesures avant recombinaison sur le deuxième coupleur hybride. a) La différence de phase entre les deux voies de l'interféromètre est de $90^\circ \pm 5^\circ$ dans la bande $1,2 - 1,8 \text{ GHz}$. b) Les gains des deux voies sont bien équilibrés, et le gain dans la bande passante est plat à $\pm 1 \text{ dB}$ près.

L'accord en phase est typiquement de $\pm 5^\circ$ dans la bande passante de mesure ($1,2 - 1,8 \text{ GHz}$), ce qui dégrade relativement peu le temps de mesure (de l'ordre du %). Le réglage sur la phase a été effectué finement avec le bras de longueur réglable.

L'accord en amplitude entre les deux voies est très bon, typiquement inférieur au dB . De plus, le gain de chaque bras est relativement plat, avec des variations dans la bande de mesure typiquement de 1 dB . Ce réglage a été fait en étudiant l'amplification de chacun des composants utilisés à l'analyseur de réseau et en combinant ces éléments de façon à ce que leurs défauts se compensent au mieux.

Pour la phase comme pour l'amplitude, on constate un accident à $1,7 \text{ GHz}$, sur chacun des bras. Celui-ci est dû aux circulateurs cryogéniques et se déplace légèrement avec le champ magnétique (les courbes présentées sont celles obtenues à champ magnétique nul).

Nous avons ensuite observé le signal en sortie de l'interféromètre, c'est-à-dire juste après le deuxième coupleur hybride. Les résultats sont donnés figure 3.14. Pour un réglage du déphaseur donné, par exemple 0° , le signal est transmis quasiment exclusivement sur une des deux voies du dispositif, dans ce cas la voie 2 (courbe noire). La différence d'amplitude entre les deux voies est typiquement de 20 dB , c'est-à-dire une différence de puissance d'un facteur 100. Lorsqu'on change la tension de commande du déphaseur, un déphasage de 180° est alors rajouté sur un des

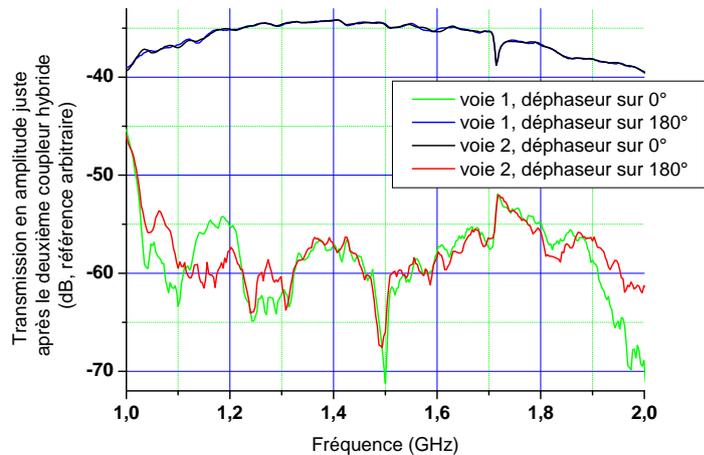


FIGURE 3.14 – Réglage de l'interféromètre : mesures après recombinaison sur la deuxième lame. L'amplitude de transmission du signal en entrée de l'interféromètre est représentée en fonction de la fréquence pour chaque voie de sortie et pour deux tensions de commande opposées sur le déphaseur

bras de l'interféromètre. Le signal apparaît alors sur la voie 1 (courbe bleue), avec un résidu sur la voie 2 environ 100 fois plus faible en puissance. On trouve que le contraste est diminué dans une petite bande de fréquence vers $1,7 \text{ GHz}$. Ceci correspond aux défauts de phase et de gain introduits dans l'interféromètre par les circulateurs cryogéniques.

Ainsi, nous avons réussi à régler notre interféromètre à la teinte plate dans la bande de fréquence $1,2 - 1,8 \text{ GHz}$, et nous pouvons contrôler à mieux que 1% près en puissance la voie sur laquelle un signal en entrée du dispositif va sortir.

- **Réglage de l'amplitude après recombinaison du signal**

Avant d'être mesuré, nous avons vu que le signal doit être filtré, afin de bien définir la bande passante de mesure, et de rejeter la porteuse du signal qui mesure la conductance de l'échantillon. De plus, pour minimiser le temps de mesure, nous avons vu que les deux voies du dispositif doivent avoir des réponses en fréquence identiques et aussi plates que possibles dans la bande de mesure.

Pour observer la fonction de filtrage en sortie de l'interféromètre, nous avons introduit un signal monochromatique sur une entrée du deuxième coupleur hybride (entrée *ISO* dans le cas présenté) et mesuré le signal reçu en entrée de chaque détecteur quadratique.

La figure 3.15a présente le gain de chaque voie : la bande passante est relativement bien définie entre $1,2$ et $1,8 \text{ GHz}$, avec une réjection de la porteuse à $1,5 \text{ GHz}$ d'environ 80 dB .

Les deux voies sont assez différentes a priori car l'une d'entre elle présente une dérivation pour pouvoir mesurer la conductance (voir figure 3.10). Pour pouvoir ajuster finement l'équilibre des deux voies, nous avons donc introduit sur la voie 2 un atténuateur variable par pas de 1 dB . Comme on peut le voir sur la figure 3.15b, le meilleur accord entre les deux voies est obtenu pour une atténuation de 0 dB , que nous avons conservée par la suite (la perte d'insertion de l'atténuateur est de $0,2 \text{ dB}$ environ). Enfin, les fluctuations de gain dans la bande passante sont faibles, de l'ordre de 1 dB .

Selon le même principe que dans le paragraphe précédent, nous avons aussi mesuré la trans-

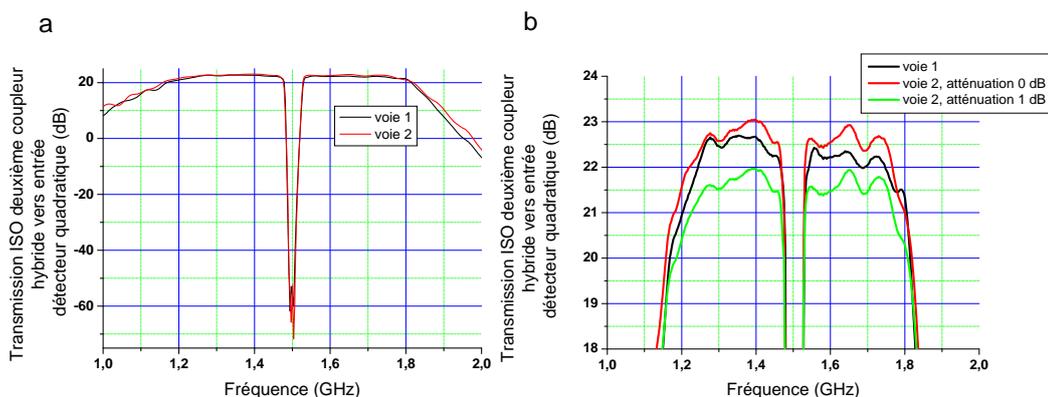


FIGURE 3.15 – Réglage du dispositif : transmission en amplitude après l'interféromètre. Sur la figure a, on observe la fonction de réponse de chaque voie. La figure b est un agrandissement de la figure a dans la zone passante.

mission d'un signal monochromatique de l'entrée de l'interféromètre jusqu'aux détecteurs quadratiques. Les résultats sont présentés figure 3.16. On retrouve une extinction du signal en fonction

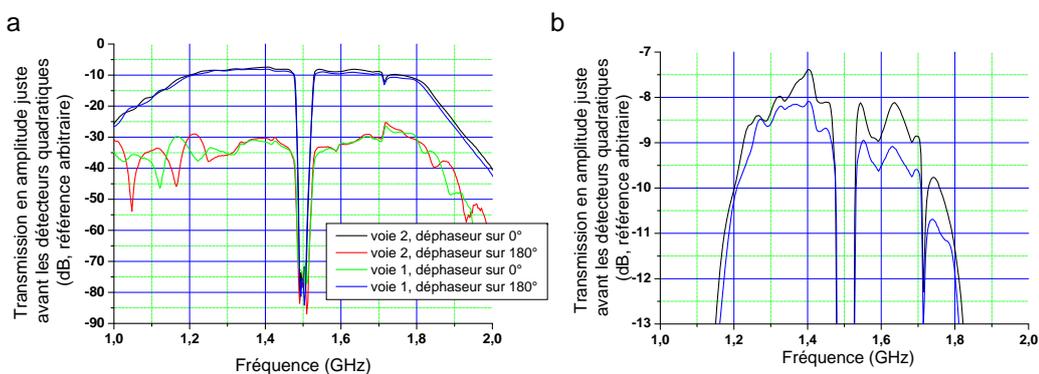


FIGURE 3.16 – Réglage du dispositif : a) mesures de transmission juste avant les détecteurs quadratiques sur chacune des voies b) Agrandissement sur les courbes passantes : voie 1 avec déphaseur sur 180° et voie 2 avec déphaseur sur 0°

du réglage du déphaseur similaire à celles de la figure 3.14. La figure b) montre que les deux voies sont bien équilibrées, et que la bande passante totale est relativement plate.

- **Effet du champ magnétique**

Nous avons effectué nos expériences de mesure de bruit à des champs magnétiques de l'ordre du Tesla. Les circulateurs cryogéniques comportent des éléments magnétiques sensibles au champ magnétique extérieur, et nous avons donc testé la réponse de notre dispositif pour des champs allant jusqu'à $4 T$ au niveau de l'échantillon. Globalement, la réponse ne change pas, à part pour l'accident en fréquence qui se déplace de quelques dizaines de MHz dans la gamme de champs testés.

- **Utilisation d'une source de bruit blanc**

En complément des tests effectués avec des signaux monochromatiques, nous avons étudié le signal obtenu en sortie du dispositif complet lorsqu'on met en entrée une source de bruit blanc, ici une résistance de 50Ω . Ceci permet de tester le dispositif dans son ensemble, en incluant les détecteurs quadratiques, l'amplificateur basse fréquence ainsi que la détection synchrone. Nous avons utilisé cette méthode globale pour régler finement la phase autour du maximum de signal (la phase dans l'interféromètre n'influe que sur le signal, le bruit des amplificateurs n'étant pas affecté par ce réglage et restant donc a priori constant lors de cette opération).

À partir des réglages effectués précédemment, nous avons rajouté des 'i' SMA dans la voie 2 de l'interféromètre et lu la puissance reçue sur la détection synchrone. Comme attendu, nous

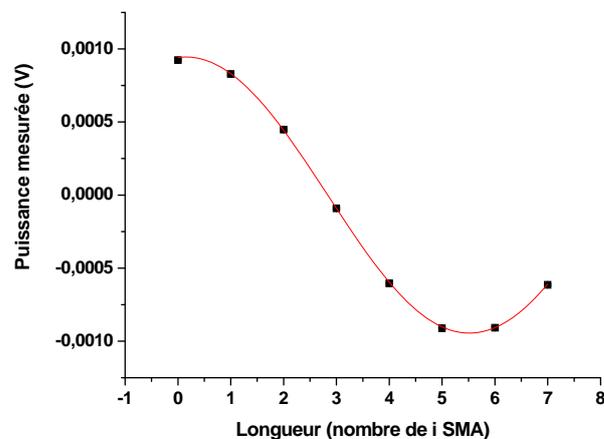


FIGURE 3.17 – Mesure d'un bruit blanc en entrée du dispositif, en fonction de la longueur d'un bras. La ligne rouge est un guide pour l'œil.

constatons sur la figure 3.17 que le réglage initial correspond quasiment à un maximum du signal. De plus, en ajoutant des 'i', de longueur typique inférieure au *cm*, on peut assez rapidement annuler le signal puis le faire changer de signe, ce qui montre à nouveau la sensibilité du dispositif au réglage de phase.

- **Bilan**

Nous avons réglé notre dispositif en optimisant phase et gain. Avec les résultats obtenus, nous nous attendons à nous approcher à quelques % près du rapport signal sur bruit optimum.

3.3.2 Calibration de la mesure de bruit

Afin de faire des mesures de bruit quantitatives, nous avons calibré notre dispositif expérimental. Pour cela, nous avons utilisé une source de bruit blanc : une résistance de 50Ω thermalisée, de température variable. Nous avons placé sur la deuxième entrée une autre résistance de 50Ω , ancrée thermiquement à la chambre de mélange, et qui fournit une puissance constante.

La principale difficulté de cette calibration réside dans le fait qu'il faut réussir à bien thermaliser l'ensemble de la résistance à température variable : il est relativement facile de thermaliser l'armature externe du câble coaxial au bout duquel se situe la résistance, mais il est plus difficile de thermaliser l'âme de ce câble à basse température.

3.3.2.1 Construction d'une source de bruit blanc thermalisée

Nous avons utilisé pour cela un T de polarisation dont la partie basse fréquence est court circuitée à la masse. Ceci permet de faire un très bon contact thermique entre l'âme du câble hyperfréquence du côté AC du T et la masse (figure 3.18). En effet, le T de polarisation utilisé

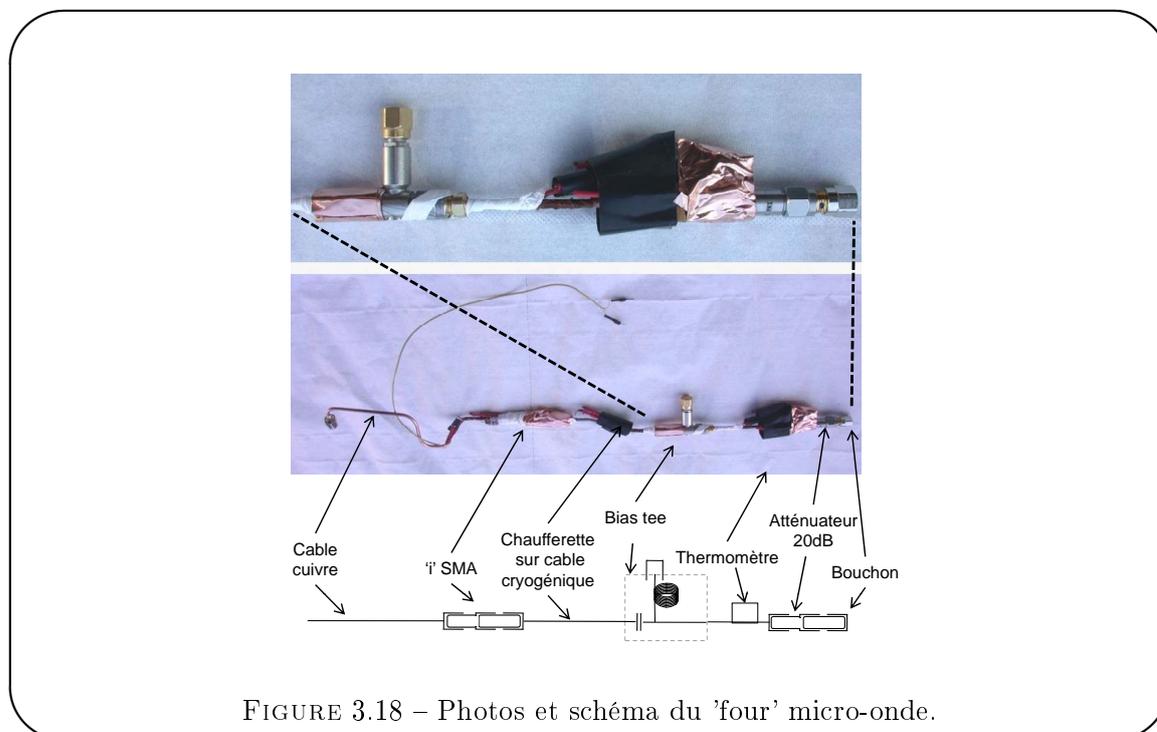


FIGURE 3.18 – Photos et schéma du 'four' micro-onde.

présente une résistance très faible sur la partie DC ($\approx 0,1 \Omega$ à température ambiante).

Les 'i' utilisés servent à isoler partiellement le four de la chambre de mélange du cryostat à dilution : comme nous mesurons en sortie de notre dispositif la différence entre les puissances fournies sur chacune des deux entrées, il faut qu'on puisse chauffer le four sans influencer sur la température de la 'référence'. Nous estimons la résistance de l'ensemble de 'i' à une dizaine de $m\Omega$. La puissance transférée à travers cet ensemble est donc typiquement inférieure à la centaine de nW pour une différence de température de $100 mK$ entre les deux côtés. Cette puissance est faible par rapport à la puissance de froid de la chambre de mélange. On peut donc chauffer le four sans influencer sur la température du reste du réfrigérateur.

Nous disposons pour cela d'une chaufferette, constituée d'un fil de Manganin enroulé autour du câble cryogénique dans lequel on peut faire circuler du courant. Nous pouvons de plus mesurer la température du four grâce à une résistance RuO_2 calibrée mesurée en quatre points. Les fils servant à cette mesure sont thermalisés en utilisant des fils résistifs en manganin enroulés autour du câble coaxial thermalisé.

Enfin, nous avons remplacé la source adaptée 50Ω par un atténuateur *XMA NiCr* de $20 dB$. Il présente l'avantage de ne pas devenir supraconducteur à basse température, tout en ayant une résistance très proche de 50Ω .

3.3.2.2 Courbe de calibration

Nous avons mesuré les courbes de calibration en chauffant fortement le four pendant quelques secondes puis en laissant l'ensemble se refroidir sur des temps longs, typiquement plusieurs heures.

La tension mesurée en sortie du dispositif est bien linéaire avec la température indiquée par le thermomètre (figure 3.19).

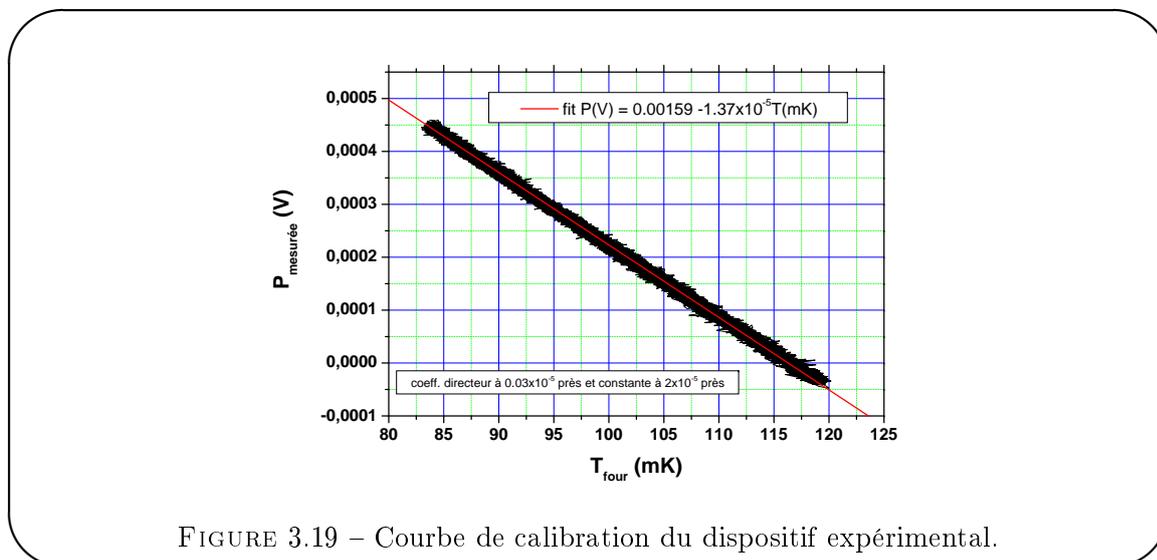


FIGURE 3.19 – Courbe de calibration du dispositif expérimental.

Cette droite ne passe pas par l’origine, car la mesure est proportionnelle à la différence des deux puissances apportées en entrée du dispositif. Nous constatons ainsi que la température à laquelle la résistance de référence est thermalisée est d’une centaine de mK . Ceci est vraisemblablement dû à une mauvaise thermalisation de l’âme centrale pour la résistance de référence.

Nous avons mesuré plusieurs courbes de calibration, notamment pour différents champs magnétiques et pour deux mises à froid successives. Le coefficient directeur de la droite de calibration varie dans une fourchette de 10 % autour de la valeur présentée sur la figure 3.19.

La calibration de notre dispositif nous permet donc de relier les variations de tension ΔV mesurées avec la détection synchrone aux variations de puissance reçue en entrée ΔT :

$$\Delta V[V] = 1,3(7) 10^{-5} \Delta T[mK] \tag{3.22}$$

Il est intéressant de noter qu’une variation de $10 \mu K$ de la température de la source correspond dans notre dispositif à mesurer à la détection synchrone une tension de $0,14 \mu V$ rms après l’amplificateur basse fréquence, c’est-à-dire $1,4 nV$ rms en sortie des détecteurs quadratiques. Cela est cohérent avec le fait que la tension DC mesurée en sortie d’un détecteur quadratique est de $1,4 mV$, ce qui correspond à une température effective des amplificateurs (ramenée à l’entrée du dispositif) de $9 K$ ¹². Lors de leur calibration, nous avons trouvé une température de bruit d’environ $7 K$. Cette différence peut s’expliquer par le fait qu’il y a environ $1 m$ de câbles cryogéniques et plusieurs éléments hyperfréquences (coupleur hybride, circulateurs cryogéniques) entre la source de bruit et les amplificateurs : le signal est atténué avant d’atteindre l’étage d’amplification cryogénique, ce qui conduit à surestimer la température de bruit des amplificateurs. Il

12. Il faut prendre en compte que la détection synchrone mesure la valeur rms de la première harmonique du créneau qu’elle reçoit en entrée. On trouve ainsi qu’il faut appliquer à la valeur mesurée à la détection synchrone un facteur $\frac{\pi}{2\sqrt{2}} \approx 1,1$ pour trouver l’amplitude du créneau correspondant.

suffit de prendre en compte une perte d'environ 1 dB avant amplification pour rendre ces deux mesures identiques.

3.3.3 Stabilité

Étant donnée la faible amplitude du signal à mesurer, il est nécessaire de mesurer sur des temps longs. Il faut donc que l'expérience soit très stable. Les dérives dues aux amplificateurs cryogéniques sont minimisées dans notre dispositif expérimental, qui permet de réduire considérablement leur bruit de fond et de mesurer à fréquence non nulle (nous avons choisi une fréquence de hachage de 2,7 kHz).

Il faut aussi obtenir une stabilité en température importante dans le réfrigérateur. Notamment, le signal mesuré est proportionnel à la différence entre les puissances de bruit sur les deux entrées du dispositif. Chacune de ces entrées est adaptée $50\ \Omega$ et la puissance incidente est dominée par le bruit thermique des résistances adaptées situées au bout de ces lignes (l'impédance de l'échantillon placé en parallèle d'une de ces résistances est très supérieure à $50\ \Omega$). Sur le nouveau porte échantillon (décrit partie 3.4), nous avons utilisé deux résistances placées dans des conditions très similaires, afin que leurs températures soient le plus proche possible à tout moment. De même, une petite réflexion de la puissance envoyée par les circulateurs sur l'échantillon peut devenir problématique si la température du circulateur varie notablement.

Nous avons mesuré le signal en sortie de notre appareil de mesure en fonction du temps lorsque l'échantillon est très pincé, c'est-à-dire qu'aucun courant ne le traverse. Les résultats de trois expériences sont présentés figure 3.20. Nous constatons que les variations mesurées sont

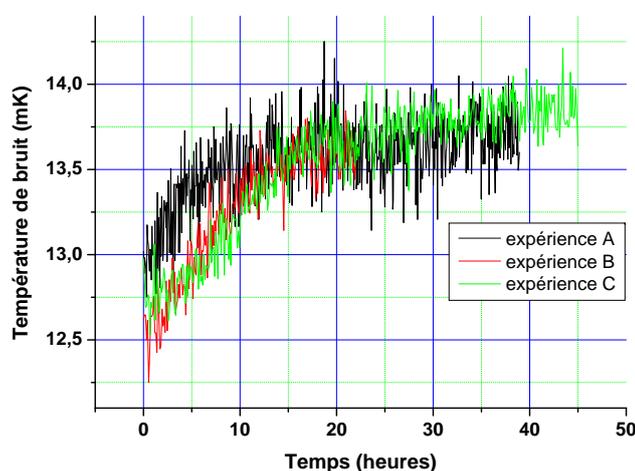


FIGURE 3.20 – Température de bruit mesurée en fonction du temps. Le temps d'intégration par point est de 10 s pour la courbe noire, 20 s pour les deux autres courbes.

de l'ordre du mK sur plusieurs dizaines d'heures. En particulier, la plus grosse variation a lieu pendant les 15 h suivant le début de l'expérience. Ceci est dû au transfert d'Hélium qui a précédé chacune de ces expériences et qui perturbe l'équilibre des températures à l'intérieur du réfrigérateur.

Remarque

La dérive du dispositif peut donner lieu à un biais de mesure. Typiquement, une dérive de 1 mK en 15 h (cas le plus défavorable sur les courbes de la figure 3.20) donne lieu à un biais de l'ordre de $10\text{ }\mu\text{K}$ lorsqu'on compare deux mesures séparées de 10 mn . Une solution est de prendre régulièrement une mesure de référence, qui sera retranchée à toutes les autres.

Nous pouvons ainsi définir un protocole de mesure qui va permettre de contrer les dérives lentes de notre système : pour mesurer le bruit de la source d'électrons pour un jeu de paramètres donné (tension d'excitation, potentiel chimique de la boîte et tension de grille), il suffit de mesurer la valeur du bruit obtenue par notre dispositif au point d'intérêt, et de lui soustraire assez rapidement une référence, obtenue par exemple en pinçant l'échantillon de façon à ce qu'aucun courant ne le traverse. On soustrait ainsi le 'bruit de fond' parasite de notre expérience et on peut alors comparer les points obtenus par cette méthode entre eux, quel que soit le temps qui sépare leur acquisition.

Cependant, cette opération divise la sensibilité effective de notre dispositif par 2 : on perd un premier facteur $\sqrt{2}$ en faisant la différence, et un deuxième facteur $\sqrt{2}$ car le temps de mesure effectif pour un point est doublé (il faut mesurer le point d'intérêt et la référence).

3.3.4 Bruit du dispositif

Les mesures présentées figure 3.20 permettent d'estimer la sensibilité de notre dispositif. En effet, chaque point correspond à un temps d'intégration bien défini, de 10 ou 20 s selon les expériences. Afin d'éliminer la dérive de chaque expérience, on choisit arbitrairement qu'un point sur cinq servira de référence et sera retranché aux quatre points suivants. On obtient ainsi pour chaque expérience quatre jeux de points différents, repérés par le temps qui les sépare de la référence qu'on leur a soustraite.

Nous pouvons alors faire des statistiques à l'intérieur de chacun de ces jeux de points. La figure 3.21 montre la moyenne ainsi que l'écart type obtenus pour chacun de ces jeux. Nous

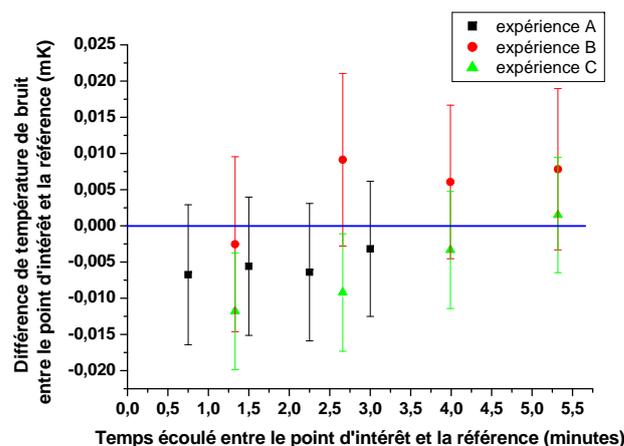


FIGURE 3.21 – Différence de température de bruit mesurée entre deux situations identiques, en fonction du temps les séparant.

observons bien que cette moyenne est nulle, aux incertitudes de mesure près : ici, les paramètres pour le point 'd'intérêt' sont les mêmes que ceux du point de référence. Ceci valide le processus de mesure par soustraction d'une référence pour éliminer les dérives.

La variance est presque constante dans chaque jeu de points d'une expérience donnée. Celle-ci nous permet de calculer la sensibilité effective de notre dispositif, définie comme $\sqrt{\Delta^2/t}$ où Δ^2 est la variance et t le temps d'acquisition. La mesure de la sensibilité effective est effectuée dans le tableau 3.1 pour chaque expérience.

Expérience	Nombre de points	Temps total de mesure par point (s)	Variance (mK^2)	Sensibilité effective (mK/\sqrt{Hz})	Sensibilité (mK/\sqrt{Hz})
A	621	$2 * 10$	$0,236^2$	1,06	0,53
B	206	$2 * 20$	$0,164^2$	1,04	0,52
C	403	$2 * 20$	$0,162^2$	1,02	0,51

TABLE 3.1

Nous avons obtenu la sensibilité en divisant simplement la sensibilité effective par 2, pour tenir compte du protocole de mesure par soustraction de référence.

Remarque

D'après l'équation B.27 et la calibration en température, la sensibilité S de notre dispositif est, dans le cas idéal :

$$S = \sqrt{\frac{2T_N^2}{\Delta f}} \quad (3.23)$$

Les mesures présentées sont cohérentes avec une température de bruit des amplificateurs de $8,5 K$ pour une bande passante de $550 MHz$.

Nous avons donc construit un dispositif cryogénique de mesure de bruit hyperfréquence extrêmement sensible et très stable. Nous avons déterminé expérimentalement que sa sensibilité est suffisante pour détecter un bruit de $30 \mu K$ en $5 mn$. Au prix d'une diminution de sensibilité d'un facteur 2, nous avons décrit une méthode permettant de mesurer pendant plusieurs dizaines d'heures¹³.

3.4 Adaptation d'impédance et nouveau porte échantillon

Nous nous sommes pour le moment concentrés sur la réalisation d'un dispositif de mesure bas bruit. Afin de diminuer le temps de mesure, nous avons aussi cherché à augmenter l'amplitude du signal à mesurer. Ceci nous a conduit à réaliser une adaptation d'impédance large bande, avec l'aide de David Darson et Anne Denis du service électronique du LPA. L'adaptation d'impédance permet un gain en puissance à mesurer, ou de façon équivalente en température de bruit, d'un

13. On peut en fait ne perdre qu'un facteur $\sqrt{2}$ en sensibilité, par exemple en ne prenant qu'une référence pour N mesures, avec N grand : on dilue ainsi le temps de mesure de la référence parmi les mesures d'intérêt.

facteur idéalement 2,4 dans notre cas. Ceci correspond à un gain en temps d'environ 6 (équation 3.1). Pour accueillir les lignes d'adaptation d'impédance, nous avons construit avec Pascal Morfin un nouveau porte échantillon que je décrirai à la fin de cette partie.

3.4.1 Intérêt de l'adaptation d'impédance

Notre échantillon est une source de bruit en courant de très haute impédance comparée à l'impédance caractéristique des circuits hyperfréquences. La conversion de ce bruit en courant (de densité spectrale S_{II}) en puissance se fait par l'intermédiaire d'une résistance : $P \propto ZS_{II} \propto T_S$. Pour augmenter la puissance à mesurer (et donc la température de bruit T_S de la source), il est naturel d'augmenter la valeur de la résistance. Cependant, les éléments hyperfréquences commerciaux sont adaptés 50Ω . Pour éviter les réflexions, qui réduiraient l'intérêt de l'augmentation de la puissance de bruit générée, nous avons réalisé une adaptation d'impédance. Cette technique permet d'optimiser la transmission de puissance entre deux circuits d'impédances caractéristiques différentes. On peut ainsi convertir le bruit en courant de la source en puissance sur une impédance caractéristique supérieure à 50Ω puis transférer cette puissance efficacement vers le circuit de mesure hyperfréquence, adapté 50Ω .

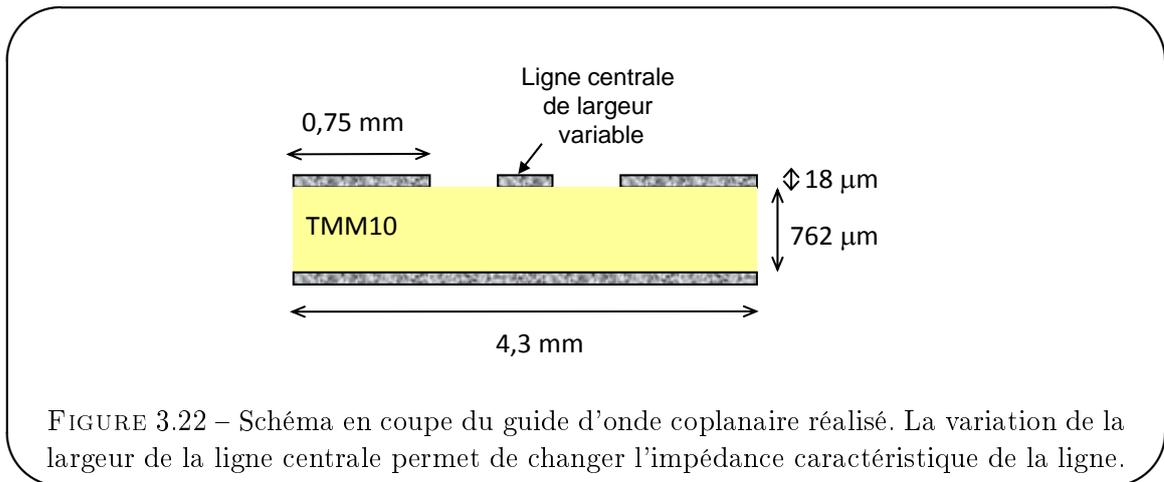
Nous avons donc a priori intérêt à adapter le circuit sur une impédance la plus grande possible. Cependant, on ne peut pas faire en pratique de lignes adaptées de très haute impédance [65]. Sur le substrat que nous avons utilisé, les technologies de lithographie habituelles ne permettent pas d'obtenir des impédances caractéristiques supérieures à 130Ω compte tenu d'une largeur minimale de la ligne centrale. De plus, les capacités parasites introduisent une coupure capacitive qui apparaît à une fréquence d'autant plus petite que l'impédance est élevée. Dans notre cas, un bon compromis est obtenu pour une adaptation d'impédance sur 120Ω . Elle permet un gain en température de bruit d'un facteur $\frac{120}{50} = 2,4$.

3.4.2 Dessin des lignes d'adaptation d'impédance

L'adaptation d'impédance est obtenue en mettant bout à bout plusieurs tronçons d'impédances caractéristiques différentes. À chaque interface se produisent des réflexions. On fait en sorte que la somme de toutes ces réflexions soient destructives en entrée du dispositif : la totalité de la puissance incidente est alors transmise. Expérimentalement, il n'est possible de réaliser ces conditions que dans une bande passante limitée.

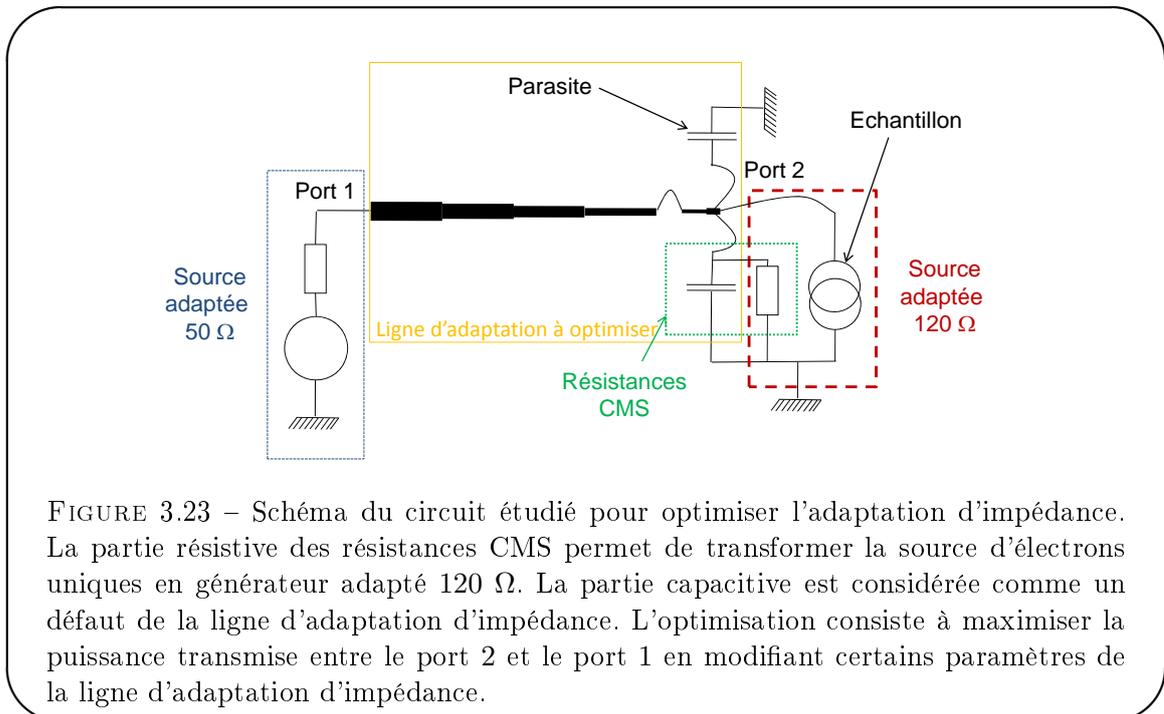
Il existe plusieurs séries d'impédances caractéristiques connues pour réaliser une adaptation d'impédance. Nous nous sommes appuyés sur la série de Chebyshev, qui optimise la bande passante pour un nombre donné de sections quart d'onde pour la fréquence centrale [63]. En effet, nous souhaitons avoir la bande passante la plus large possible, afin de pouvoir réutiliser cette adaptation d'impédance dans les expériences futures.

La coupure de fréquence basse est déterminée par la longueur optique totale de la ligne, qui est limitée expérimentalement par des raisons d'encombrement : on doit pouvoir microsolder sur le porte échantillon, dont la hauteur totale ne doit donc pas dépasser la dizaine de centimètres. Pour avoir accès aux fréquences les plus basses, nous avons réalisé l'adaptation d'impédance en dessinant un guide d'onde coplanaire sur un substrat en *TMM10* (voir figure 3.22). Il s'agit d'un matériau quasi isocontractant avec le cuivre, et qui présente l'intérêt de posséder une forte permittivité diélectrique indépendante de la température ($\epsilon_r = 9,2$). Il permet donc de maximiser le chemin optique pour une longueur physique donnée. On peut de plus faire varier aisément l'impédance caractéristique de la ligne en changeant la largeur de la ligne centrale. Nous avons choisi une adaptation à 8 tronçons, qui permet en théorie d'obtenir une réflexion inférieure à



–26 dB entre 0,66 et 5,1 GHz.

Pour tenir compte des écarts à la situation idéale, nous avons eu recours à une simulation sur *Microwave Office*. Nous avons ainsi modélisé et optimisé les éléments de l'adaptation d'impédance pour tenir compte des différentes imperfections de notre montage, à partir des impédances obtenues par la série de Chebyshev (voir figure 3.23). Ainsi, pour pouvoir connecter l'échantillon



en pratique, la ligne se termine par un plot de bonding de dimensions $340 \mu m \times 500 \mu m$. De plus le dernier tronçon de la ligne d'adaptation d'impédance est réparti sur deux cartes reliées par microsoudure (voir partie 3.4.4). Par ailleurs, pour éviter les réflexions en bout de ligne, nous avons placé du côté adapté 120 Ω deux résistances CMS de 240 Ω en parallèle. Elles permettent de faire de l'échantillon, qui est une source de courant d'impédance très élevée, une source adaptée

120 Ω ¹⁴. Mais elles comportent aussi une composante capacitive d'environ 0,03 pF (estimation à partir de données constructeur). Nous avons traité cette composante capacitive comme un défaut de la ligne d'adaptation d'impédance. À la capacité des résistances vient se rajouter une capacité parasite de valeur proche, estimée à 0,06 pF .

À partir de cette modélisation, nous avons essayé de maximiser le transfert de puissance du port 2 vers le port 1, ce qui revient à minimiser la réflexion de puissance sur le port 2. Pour cela, nous avons fait varier la longueur de chaque tronçon et l'impédance des deux derniers tronçons. Nous avons obtenu la réflexion la plus faible avec les paramètres présentés dans le tableau 3.2.

Numéro du tronçon	1	2	3	4	5	6	7	8
Impédance caractéristique pour la série de Chebyshev (Ω)	54,1	58,4	64,7	72,8	82,4	92,8	102,7	111,0
Impédance caractéristique retenue (Ω)	54,1	58,4	64,6	72,7	82,5	93	100,3	128,1
Largeur de la piste centrale correspondante (mm)	0,66	0,564	0,452	0,342	0,248	0,18	0,146	0,075
Longueur retenue (mm)	11,62	12,00	11,85	12,2	12,26	12,8	16	2,21+1,7

TABLE 3.2

Nous constatons que l'impédance caractéristique du dernier tronçon est très élevée : les deux résistances et la capacité parasite apportent une forte contribution capacitive à la ligne, qui est ainsi 'compensée' par une capacité linéique faible du dernier tronçon.

Le résultat obtenu à partir de cette optimisation est présenté figure 3.24. La bande passante est relativement large, si on s'autorise une réflexion de 15 dB , c'est-à-dire environ 3 % de la puissance incidente. La puissance transmise est donc d'environ 97 % lorsqu'il n'y a pas d'atténuation due à la dissipation dans les lignes. Si on la prend en compte, à température ambiante, la réflexion ne change quasiment pas mais la puissance transmise tombe à environ 93 % de la puissance incidente pour des capacités parasites de 0,12 pF . Ce problème devrait disparaître à basse température, car la conductivité des lignes de cuivre s'améliore fortement.

Lorsqu'on augmente les valeurs des capacités parasites, en gardant les mêmes paramètres pour la ligne d'adaptation d'impédance, on constate une dégradation de la réflexion à haute fréquence. Cependant, même pour des capacités doublées, la différence n'excède pas quelques dB en dessous de 2 GHz . Notons aussi qu'une augmentation de l'impédance caractéristique du dernier tronçon aurait amélioré la réflexion. Cependant, ceci nécessiterait une ligne centrale de largeur inférieure à 75 μm , ce qui n'est pas facilement réalisable technologiquement.

3.4.3 Réalisation des cartes d'adaptation d'impédance

Quelques photographies de l'adaptation d'impédance, réalisée par la société Cimulec, sont présentées sur la figure 3.25. On y voit les lignes en cuivre de 17,5 μm d'épaisseur, recouvertes de 3 μm d'or.

On y distingue des métallisations de bord, du côté adapté 120 Ω . Celles ci facilitent la liaison électrique entre la carte d'adaptation d'impédance et la carte sur laquelle on colle l'échantillon.

14. Il faudrait en toute rigueur tenir compte des fils de microsoudure qui relient le plot de bonding à l'échantillon et aux résistances CMS. Cependant, nous avons constaté lors des simulations que les fils de microsoudure influuaient peu sur les résultats obtenus.

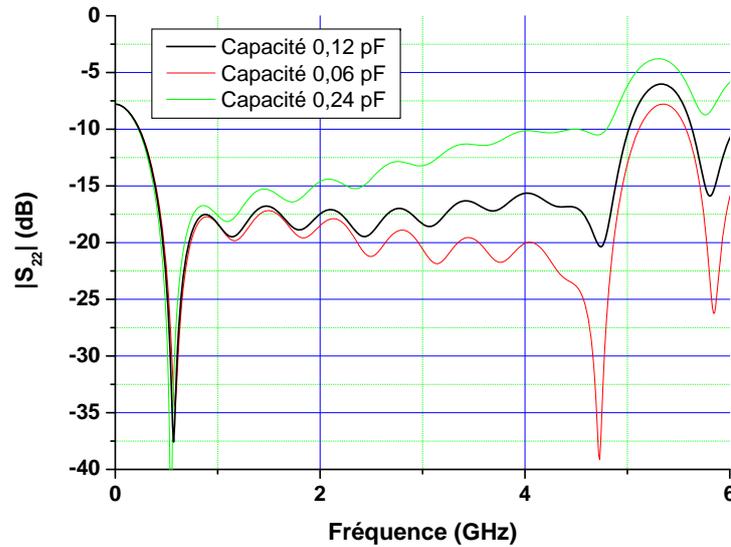


FIGURE 3.24 – Simulation de la puissance réfléchie lorsqu'on envoie un signal sur l'entrée 120Ω de la ligne adaptée. La sortie est fermée sur une impédance adaptée, 50Ω . La réflexion a été optimisée pour le cas où la somme des capacités parasites est de $0,12 \text{ pF}$.

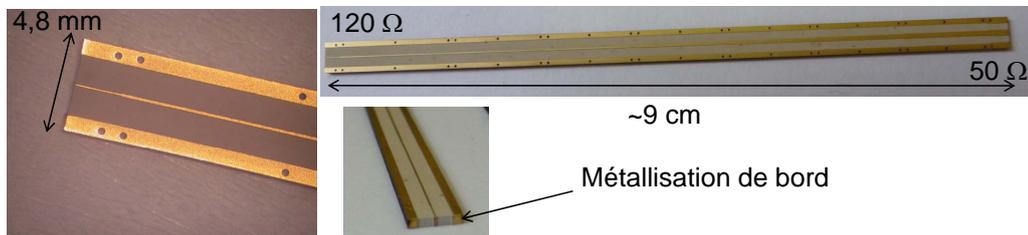


FIGURE 3.25 – Photographies des lignes d'adaptation d'impédance

En effet, pour des raisons d'encombrement, les lignes d'adaptation doivent être à la verticale, alors que la carte qui reçoit l'échantillon doit être horizontale, afin que le champ magnétique créé par la bobine supraconductrice soit perpendiculaire à l'échantillon. La partie 50Ω des lignes d'adaptation d'impédance a quant à elle été soudée à un connecteur *Mini - SMP*, permettant de relier les lignes à des câbles hyperfréquence usuels puis au dispositif de mesure de bruit. Enfin, des via-holes, visibles sur les photographies, assurent un bon contact électrique entre les lignes de masse sur le bord des cartes et le plan de masse situé sur le dos des cartes.

3.4.4 Réalisation du nouveau porte échantillon

Afin d'accueillir les lignes d'adaptation d'impédance, nous avons construit un nouveau porte échantillon. Il est entièrement réalisé en cuivre doré, afin d'assurer une bonne conduction et un bon contact thermique. La partie verticale (figure 3.26a et b) accueille deux lignes adaptées

50 Ω , utilisables pour exciter à haute fréquence les boîtes quantiques, et deux lignes d'adaptation d'impédance décrites précédemment, permettant de récupérer le signal.

La carte horizontale dispose de quatre lignes hyperfréquence qui sont la prolongation des lignes verticales. Les deux lignes adaptées sont terminées par des plots de bonding. Des microsoudures les relient à deux résistances CMS de 240 Ω , disposées symétriquement autour de la ligne centrale (figure 3.26c). La carte horizontale dispose aussi de quatre arrivées DC avec des connecteurs SMP et d'un creux métallisé de 2 mm \times 2 mm pour accueillir les échantillons.

Nous avons collé toutes les cartes sur le porte échantillon avec de la laque argent, pour avoir un bon contact électrique entre le plan de masse sur le dos des cartes et le cuivre du porte échantillon. Des couvercles permettent de les protéger des radiations parasites.

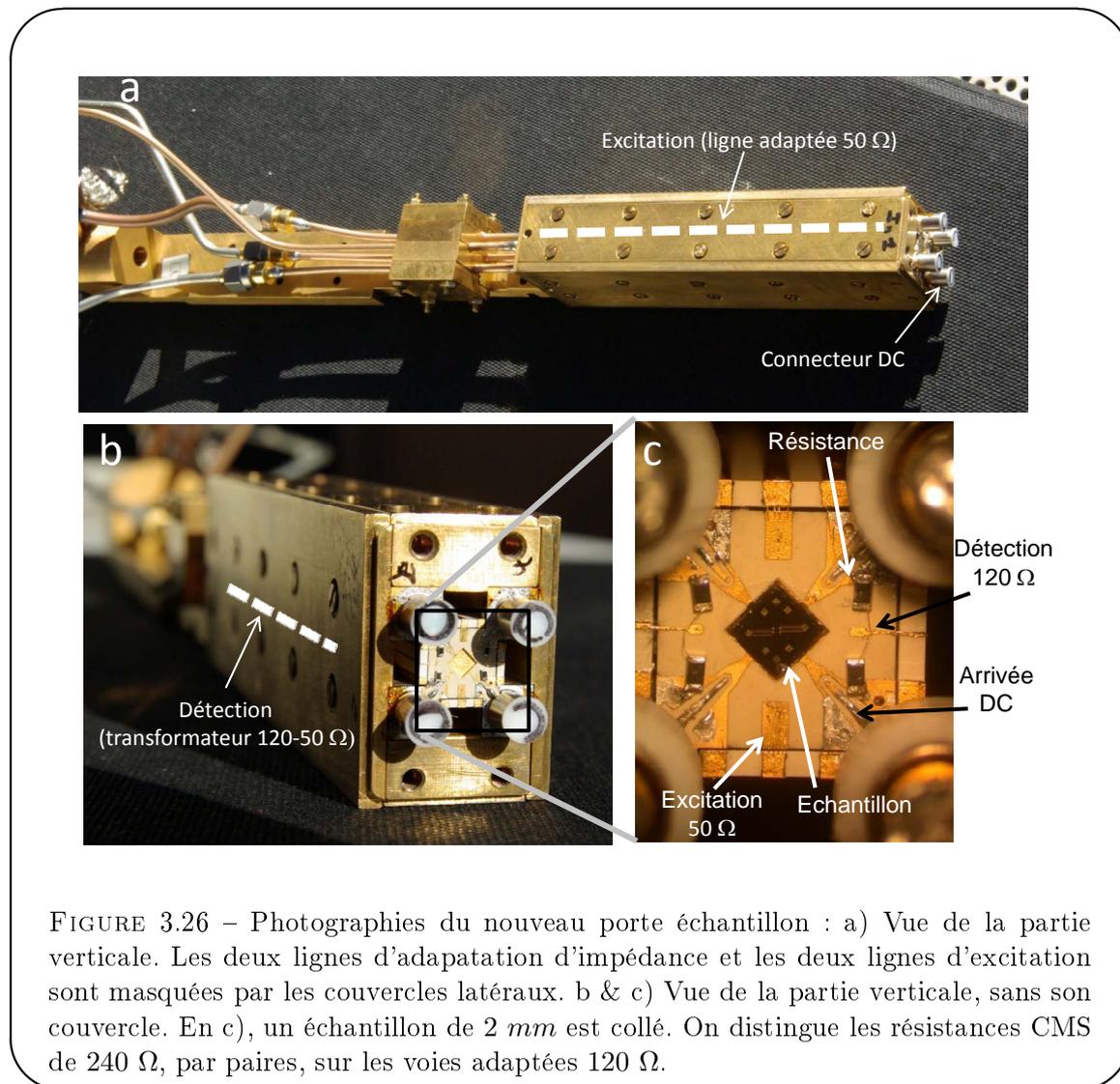


FIGURE 3.26 – Photographies du nouveau porte échantillon : a) Vue de la partie verticale. Les deux lignes d'adaptation d'impédance et les deux lignes d'excitation sont masquées par les couvercles latéraux. b & c) Vue de la partie verticale, sans son couvercle. En c), un échantillon de 2 mm est collé. On distingue les résistances CMS de 240 Ω , par paires, sur les voies adaptées 120 Ω .

3.4.5 Bilan

Une fois tous les éléments assemblés, nous avons testé notre nouveau porte échantillon, et en particulier la ligne d'adaptation d'impédance. Nous n'avons expérimentalement accès qu'à la

réflexion du côté 50Ω des lignes d'adaptation d'impédance. Comme le dispositif est réciproque (il ne comporte pas d'éléments magnétiques, ni d'amplificateurs), les éléments diagonaux de sa matrice de diffusion sont égaux : $S_{21} = S_{12}$. De plus, dans la mesure où on peut négliger les pertes, cela implique que les réflexions du côté adapté 50Ω et du côté adapté 120Ω sont identiques : $|S_{11}|^2 = |S_{22}|^2$. Les résultats de la mesure de $|S_{11}|$ à la température de l'azote liquide sont présentés sur la figure 3.27.

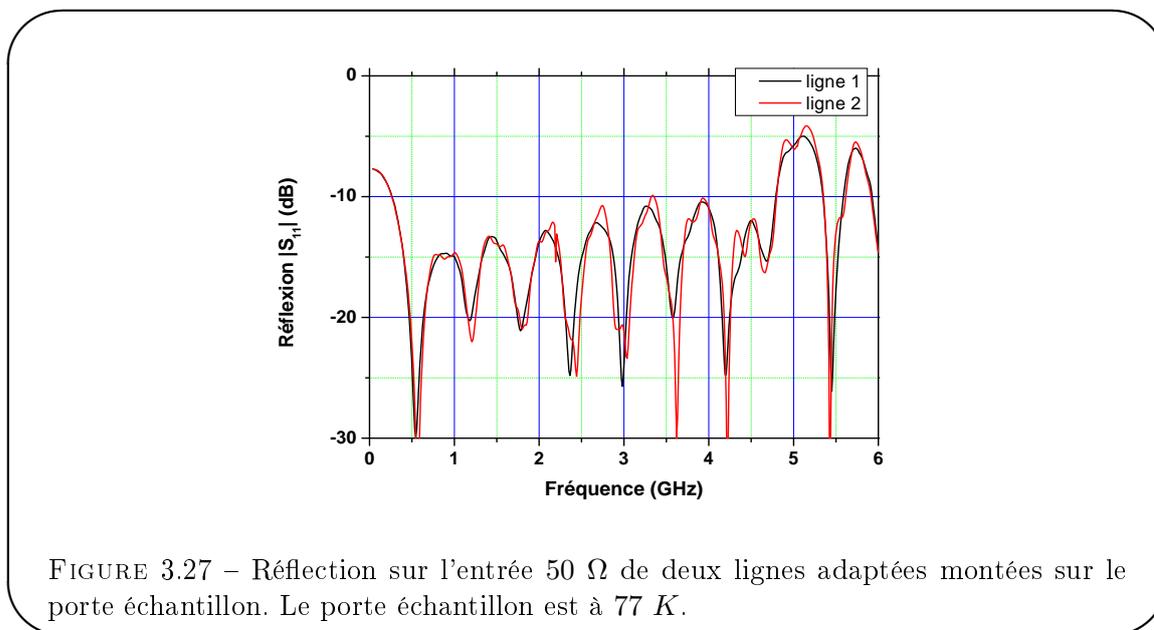


FIGURE 3.27 – Réflexion sur l'entrée 50Ω de deux lignes adaptées montées sur le porte échantillon. Le porte échantillon est à $77 K$.

Nous constatons que la bande passante correspond bien à celle attendue et simulée sur la figure 3.24. On reconnaît aussi la forme caractéristique de l'adaptation d'impédance par la série de Chebyshev. La réflexion est cependant légèrement plus forte que celle attendue, typiquement de $5 dB$. Ceci est peut être dû au passage de la carte verticale à la carte horizontale : la simulation a été faite en supposant les deux cartes dans le même plan. Dans la bande $1 - 2 GHz$, la réflexion de puissance reste toutefois inférieure à $-13 dB$, ce qui correspond à une réflexion de 5% au maximum.

L'adaptation d'impédance ainsi réalisée permet ainsi d'augmenter la puissance à mesurer d'un facteur $2,3$ dans la bande de fréquence de mesure, à comparer au facteur $2,4$ dans le cas idéal. Elle diminue donc le temps de mesure pour une puissance de bruit en courant donnée d'un facteur supérieur à 5 . De plus, pour les expériences futures, la transmission en puissance du signal est supérieure à 90% jusqu'à $4 GHz$.

3.5 Échantillons

Au cours de ma thèse, nous avons dessiné et mesuré un nouveau type d'échantillons. Je commencerai par les décrire, puis j'expliquerai l'intérêt de leur avoir intégré un dispositif agissant sur le modèle d'un circulateur.

3.5.1 Description des nouveaux échantillons

Nos échantillons ont été réalisés au LPN de Marcoussis. Les couches ont été épitaxiées par Bernard Étienne, Antonella Cavanna et Ulf Gennser. Yong Jin a effectué les lithographies, avec

l'aide de Gwendal Fève. Nous avons notamment travaillé sur la couche de gaz d'électrons S528. Elle a une densité nominale de $1,9 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$ et une mobilité nominale de $1,3 \cdot 10^2 \text{ m}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$. La profondeur du gaz est de 105 nm .

Des images de l'échantillon S528-11a, utilisé pour les mesures de bruit de la source d'électrons uniques, sont visibles sur la figure 3.28. Chaque échantillon contient deux capacités mésoscopiques

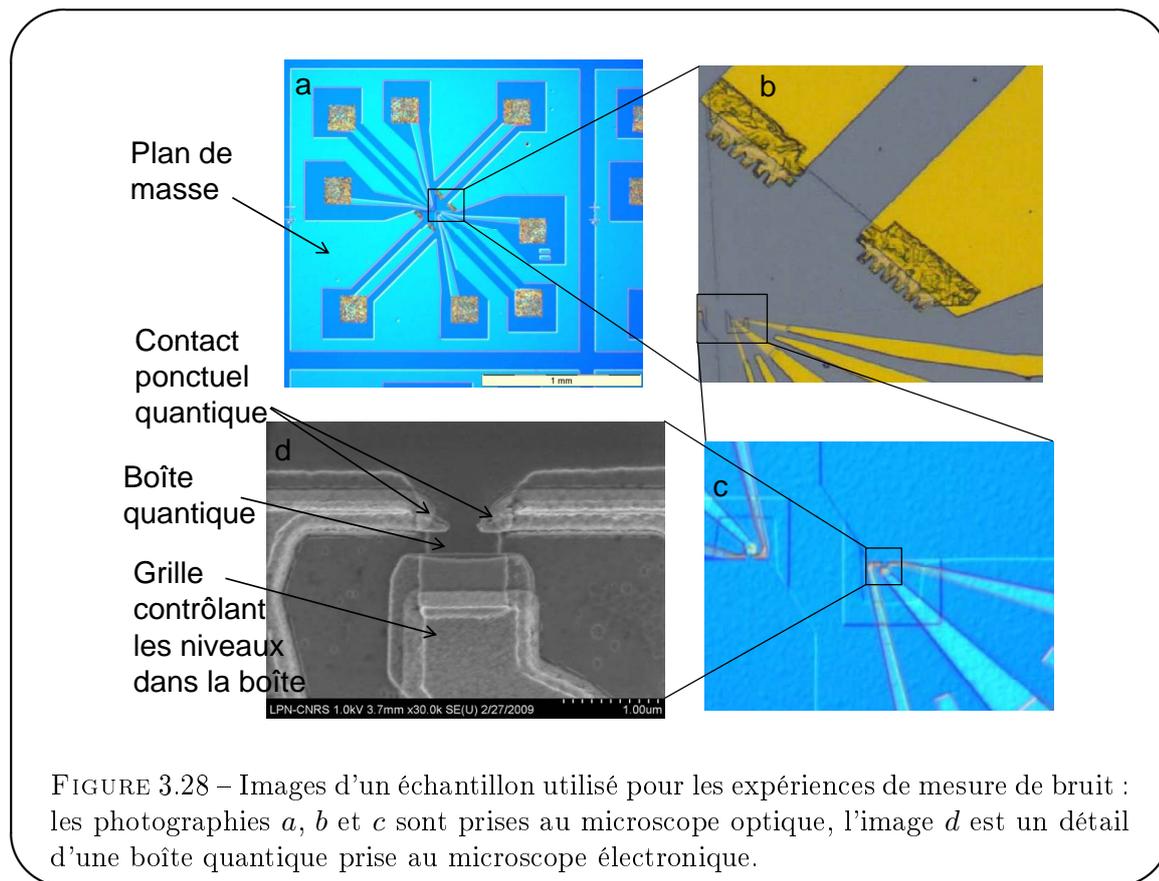


FIGURE 3.28 – Images d'un échantillon utilisé pour les expériences de mesure de bruit : les photographies *a*, *b* et *c* sont prises au microscope optique, l'image *d* est un détail d'une boîte quantique prise au microscope électronique.

et préfigure les échantillons qui seront utilisés pour la collision d'électrons uniques. Chaque capacité mésoscopique est composée comme auparavant d'une boîte carrée de taille variable, séparée du reste du gaz d'électrons par un contact ponctuel quantique. Pour l'échantillon présenté, la taille lithographiée de la boîte est de $(0,75 \mu\text{m})^2$. Les niveaux d'énergie sont contrôlés par la grille déposée au dessus. Deux contacts ohmiques font le lien entre le gaz d'électrons et la surface de l'échantillon (figure 3.28b) : lorsqu'on se place en régime d'effet Hall quantique, le sens de propagation des électrons et des trous générés par notre source d'électrons uniques est fixé. Nous pouvons ainsi récupérer le signal de la source sur l'un de ces contacts, qui est relié à une ligne de détection de notre porte échantillon. L'autre contact ohmique est relié directement à un plan de masse qui recouvre une grande partie de l'échantillon. Nous verrons dans la partie 3.5.2.2 que cette géométrie induit des propriétés semblables à celles d'un circulateur.

Une autre différence importante par rapport à la génération précédente d'échantillons est la présence d'un plan de masse qui recouvre une grande partie de l'échantillon. Il permet de réduire le cross talk entre les différentes grilles et de réduire le signal parasite dans les expériences.

3.5.2 Utilisation de la propagation chirale des canaux de bord comme circulateur

La température du bruit que nous souhaitons mesurer (quelques dizaines de μK) est très petite par rapport aux températures de l'environnement. Cependant, notre procédure de mesure par soustraction d'une référence nous permet de retrancher la plupart des bruits parasites : ainsi, si une partie du bruit envoyé vers l'échantillon par les circulateurs est réfléchi (sur une légère désadaptation d'impédance par exemple), nous la mesurons dans la configuration d'intérêt et dans la configuration de référence : elle disparaît lorsqu'on fait la différence. Ce résultat suppose que la réflexion est identique dans les deux configurations. Il faut donc veiller à ce qu'elle soit indépendante des paramètres appliqués à l'échantillon.

Nous allons voir que la réflexion de bruit sur l'échantillon lui même peut être problématique : dans la géométrie à deux terminaux, la conductance de l'échantillon vue par le circuit de mesure varie avec les différentes tensions de grille appliquées et provoque une variation du coefficient de réflexion. Nous verrons ensuite que la géométrie à trois terminaux utilisée pour nos échantillons élimine cette variation.

3.5.2.1 Réflexion d'un signal sur une charge non adaptée

La figure 3.29 présente un schéma d'une ligne adaptée Z_a et terminée par une impédance adaptée en parallèle d'une impédance $Z = 1/G$. Dans notre expérience, les résistances CMS

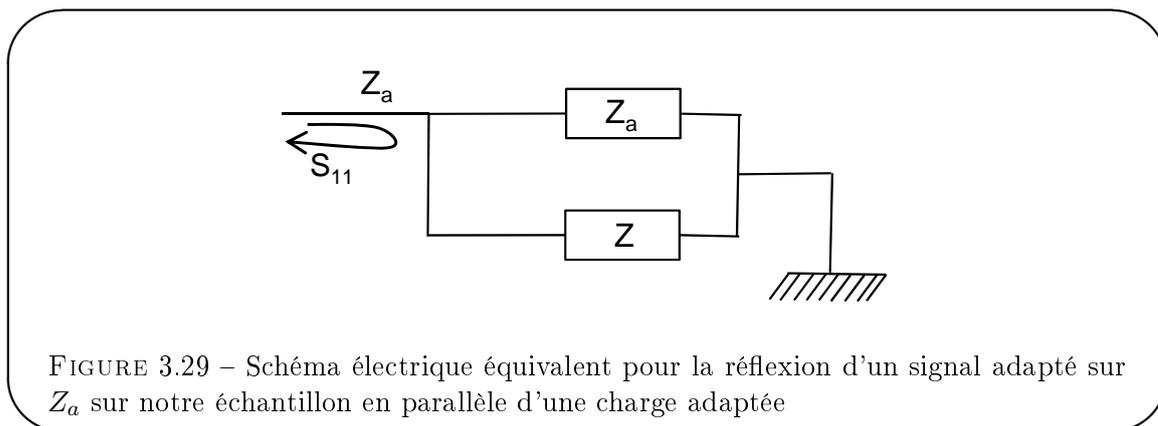


FIGURE 3.29 – Schéma électrique équivalent pour la réflexion d'un signal adapté sur Z_a sur notre échantillon en parallèle d'une charge adaptée

du porte échantillon jouent le rôle de la charge adaptée, et l'impédance caractéristique de la ligne est de 120Ω . La charge en parallèle représente notre échantillon ainsi que les capacités parasites, typiquement de l'ordre de $0,05 pF$ dans notre expérience¹⁵. Nous noterons ainsi $G = G_{para} + G_{ech}$, où G_{ech} est la conductance de notre échantillon et G_{para} la conductance des parasites. Pour nos échantillons à deux terminaux, nous avons habituellement $|G_{para}| \gg |G_{ech}|$. Le signal incident provient ici de notre chaîne de mesure.

De façon générale, la réflexion en puissance d'un signal adapté Z_0 sur une charge Z_1 est donnée par le module carré du coefficient de réflexion en amplitude $S_{11} = \frac{Z_0 - Z_1}{Z_0 + Z_1}$. Nous en déduisons, pour notre modèle, une réflexion en puissance :

$$|S_{11}|^2 = \frac{|Z_a G|^2}{|2 + Z_a G|^2} \quad (3.24)$$

15. Nous avons pris en compte les capacités parasites en développant les lignes d'adaptation d'impédance. Cependant, leur estimation est difficile, et on peut s'attendre à une erreur typique du même ordre de grandeur que leur valeur.

où typiquement $|Z_a G| \ll 1$ pour les fréquences étudiées. Nous aboutissons ainsi à une réflexion en puissance de l'ordre de $|Z_a G_{para}|^2/4$ et avec des variations en $|Z_a^2 G_{para} \delta Im(G_{ech})|/2$.

Numériquement, pour une fréquence de $1,5 \text{ GHz}$, la réflexion est donc typiquement de $8 \cdot 10^{-4}$. Nous pouvons aussi estimer les variations de cette réflexion à partir des mesures de conductance de l'échantillon *E3* présentées dans le chapitre 1. Nous avons alors constaté que la partie imaginaire de la conductance présentait des pics, dont la hauteur était quelques fois supérieure à la valeur moyenne de la capacité électrochimique en régime fortement ouvert. Nous nous attendons ainsi à une variation de la réflexion du signal incident sur le porte échantillon de l'ordre de 10^{-4} lorsqu'on explore la gamme des paramètres accessibles expérimentalement. Notons que dans ce modèle, la puissance réfléchi est dans tous les cas inférieure à $0,1 \%$ de la puissance incidente : la conductance placée en parallèle de la charge adaptée est en effet très petite, et n'intervient que comme correction à la conductance adaptée $1/Z_a$. Remarquons aussi que les variations de la réflexion sont extrêmement faibles¹⁶.

Cependant, le bruit que l'environnement envoie vers l'échantillon est très important par rapport au bruit attendu de notre échantillon : ainsi, les isolateurs envoient vers l'échantillon le bruit des 50Ω thermalisées à la température de base de notre cryostat, auquel il faut ajouter le bruit en courant des amplificateurs atténué de l'isolation des isolateurs, nominale 17 dB . Au final, on s'attend à un bruit typique total incident sur l'échantillon par la voie de mesure d'une centaine de mK . Ainsi, lorsqu'on change la transparence de la barrière tunnel, la variation du bruit réfléchi est typiquement de quelques dizaines de μK . Cette variation est inférieure à l'amplitude du signal à mesurer, qui correspond à une température de l'ordre de $170 \mu K$ avec l'adaptation d'impédance, mais elle peut nuire à l'observation de détails fins sur la courbe. Il faut de plus garder à l'esprit que les capacités parasites sont difficiles à estimer, ainsi que l'amplitude des fluctuations arrivant sur l'échantillon par la chaîne de mesure : l'analyse précédente suppose que les charges adaptées des isolateurs sont bien thermalisées à la température de la chambre de mélange, et que leur isolation nominale est bien atteinte, même lorsqu'on les place dans un champ magnétique. Nous avons aussi supposé que l'échantillon est placé en parallèle d'une impédance parfaitement adaptée, ce qui est difficilement contrôlable à basse température. La variation du bruit réfléchi que nous avons calculée est donc un minimum, et il est difficile d'en tenir compte de façon quantitative.

3.5.2.2 Fonctionnement du 'circulateur' à effet Hall quantique

La nouvelle génération d'échantillons permet de remédier à cette difficulté. Une image au microscope d'un de ces nouveaux échantillons est visible sur la figure 3.30, avec ses deux contacts ohmiques.

Lorsqu'on le place dans le régime d'effet Hall quantique, par application d'un champ magnétique perpendiculaire à l'échantillon, il y a formation de canaux de bord chiraux. Les excitations électroniques ne peuvent se propager que selon les flèches rouges lorsque le champ pointe vers le lecteur. La conductance entre le contact ohmique 1 et le contact ohmique 2 est alors uniquement fonction du facteur de remplissage ν et vaut $G_{ech} = \nu \frac{e^2}{h}$. Ainsi, en reprenant la modèle de la figure 3.29, on trouve que la réflexion en puissance ne dépend plus de la conductance de la capacité mésoscopique. La valeur absolue de la réflexion dépend essentiellement de la capacité parasite. Pour une valeur typique de $0,05 \text{ pF}$, on trouve que la réflexion est de $8 \cdot 10^{-4}$ pour $\nu = 1$ et de $8,8 \cdot 10^{-4}$ pour $\nu = 4$.

16. Elles sont toutefois plus importantes si la charge adaptée ne l'est pas tout à fait : une désadaptation de 20% par rapport à la valeur idéale entraîne une réflexion de l'ordre de 10^{-2} et une augmentation de la variation des réflexions d'un facteur 3.

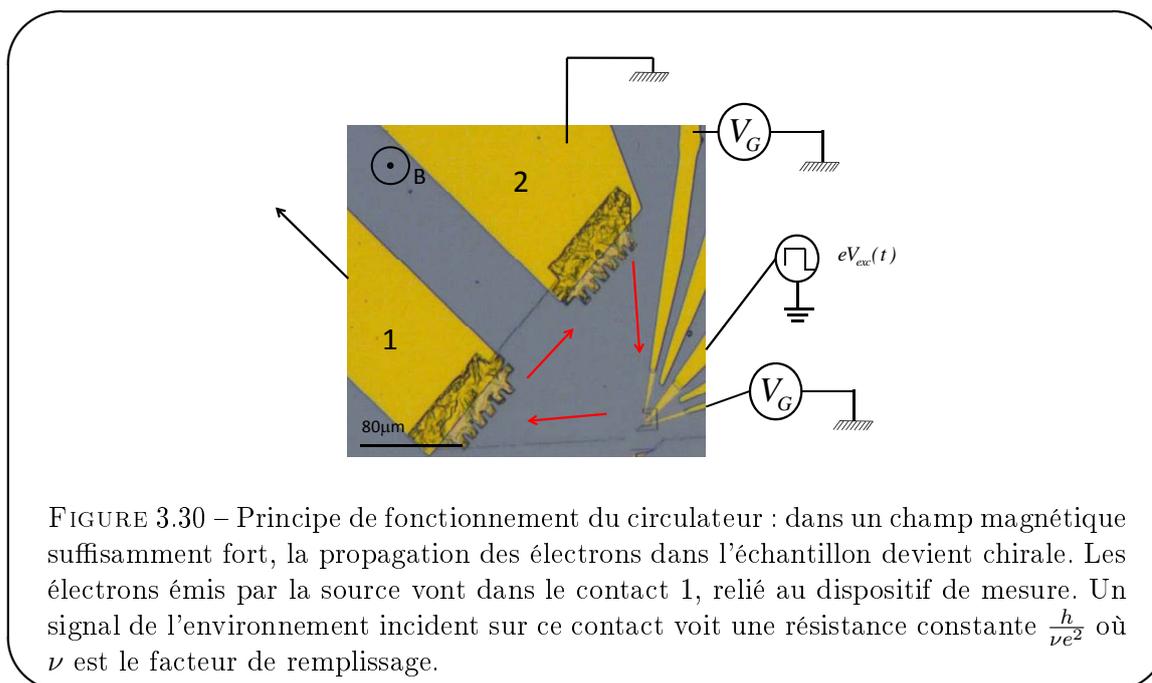


FIGURE 3.30 – Principe de fonctionnement du circulateur : dans un champ magnétique suffisamment fort, la propagation des électrons dans l'échantillon devient chirale. Les électrons émis par la source vont dans le contact 1, relié au dispositif de mesure. Un signal de l'environnement incident sur ce contact voit une résistance constante $\frac{h}{\nu e^2}$ où ν est le facteur de remplissage.

Le bruit réfléchi devient ainsi indépendant des paramètres appliqués à l'échantillon. La procédure de soustraction de référence permet alors de soustraire efficacement ce bruit parasite.

De plus, pour des facteurs de remplissage suffisamment faibles, la résistance de ce canal est beaucoup plus forte que la résistance du circuit de mesure vue par l'échantillon, qui est de $120/2 = 60 \Omega$ (une impédance de 120Ω en parallèle avec un câble adapté 120Ω). La quasi totalité du courant émis par la source d'électrons uniques et récupérée dans le contact ohmique 1 est ainsi envoyée vers le circuit de mesure, relié au contact 1 par microsoudure.

Remarque

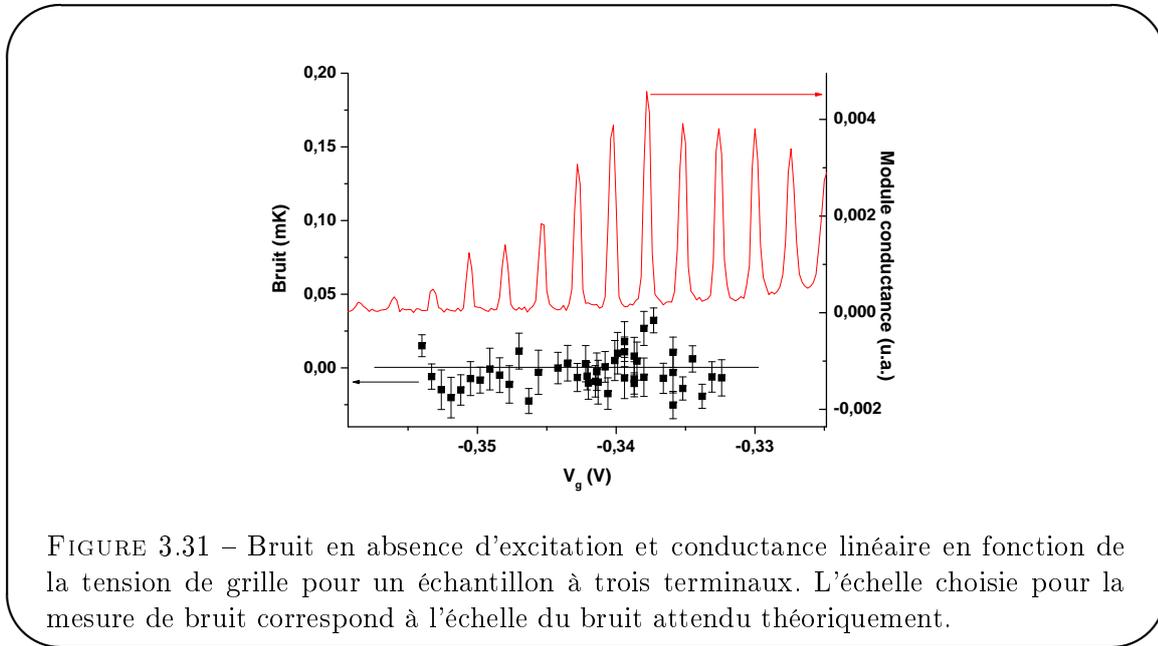
Notre échantillon, placé dans un champ magnétique, est un système à trois ports chiral. Cependant, il diffère d'un circulateur ordinaire car il n'est pas adapté. Ainsi, la source d'électrons uniques, sur le troisième port, est bien protégée du bruit incident sur le port 1, mais ce bruit est essentiellement réfléchi, au lieu d'être absorbé sur le port 2. La source d'électrons uniques (le port 3) émet quant à elle un courant qui est bien essentiellement récupéré sur le port 1.

3.5.2.3 Résultat expérimental

Nous avons vérifié expérimentalement le bon fonctionnement de cette nouvelle géométrie. Nous avons en effet vu dans le chapitre 1 que la première harmonique du courant généré par nos échantillons était quantifiée en unités de $2ef$ dans le régime d'injection de charges. Nous avons pu mesurer cette valeur à partir de la calibration de la détection homodyne présentée en annexe C pour la nouvelle génération d'échantillons : nous récupérons donc bien la totalité du courant émis par la capacité mésoscopique, aux incertitudes de calibration près.

Par ailleurs, nous avons vérifié que la réflexion du bruit émis par le circuit de mesure vers l'échantillon ne dépendait pas de la conductance de l'échantillon. Pour cela, nous avons mesuré le bruit en provenance de l'échantillon en fonction de la tension de grille V_g et en absence

d'excitation. Le résultat est présenté sur la figure 3.31. Nous observons que la procédure de soustraction de référence permet d'obtenir un nuage de points centré en 0 et non corrélés avec la conductance, alors que celle-ci présente de grandes variations.



En conclusion, cette nouvelle génération d'échantillons nous permet de nous affranchir de la variation de réflexion de bruit sur l'échantillon lorsqu'on varie les paramètres appliqués à la capacité mésoscopique. Cette variation mal contrôlée était à l'origine d'incertitudes sur les mesures de l'ordre de la sensibilité atteinte par notre dispositif en quelques dizaines de minutes.

De plus, la capacité mésoscopique est maintenant protégée des fluctuations introduites par le dispositif de mesure. On peut dès lors envisager de supprimer les isolateurs, qui sont responsables de la limitation de la bande passante : il est en effet difficile de trouver des circulateurs cryogéniques efficaces sur plus d'une décade. Cela permettrait de réduire encore le temps de mesure et d'envisager des mesures large bande.

Conclusion du chapitre 3

Afin de pouvoir mesurer le bruit de la source d'électrons uniques, nous avons conçu, construit et calibré un dispositif de mesure hyperfréquence original, très sensible et très stable. Nous avons aussi réalisé une adaptation d'impédance large bande entre 120Ω et 50Ω , augmentant d'un facteur 2,3 l'amplitude du signal de bruit à mesurer. Pour accueillir ces lignes d'adaptation, nous avons construit un nouveau porte échantillon. Enfin, nous avons conçu des échantillons avec une nouvelle géométrie, qui permet, à l'aide de la procédure de mesure que nous avons décrite, de nous affranchir des bruits parasites de l'environnement, plusieurs ordres de grandeur au dessus du bruit attendu de la source d'électrons uniques.

Finalement, notre dispositif de mesure atteint une sensibilité de $30 \mu K$ en 5 min , très proche de la valeur optimale prévue. En prenant en compte l'effet de l'adaptation d'impédance, l'ensemble des améliorations apportées nous a permis de gagner un facteur 500 en temps pour la mesure du bruit en courant de la source d'électrons uniques.

Chapitre 4

Détermination expérimentale du bruit de la source d'électrons uniques

4.1	Observations expérimentales	123
4.1.1	Bruit en fonction de la tension de grille	123
4.1.2	Régimes asymptotiques	125
4.1.3	Courbes universelles	127
4.2	Modélisation des résultats	129
4.2.1	Mise en évidence de l'effet du potentiel chimique	129
4.2.2	Effet du nombre fini d'harmoniques	131
4.2.3	Prise en compte des oscillations du temps de sortie	132
4.2.4	Retour sur la mesure du bruit en fonction du temps de sortie	133

Introduction du chapitre 4

Dans ce chapitre, je vais présenter les mesures de bruit que nous avons effectuées sur l'échantillon S528-11. Nous avons pu déterminer ses différentes caractéristiques dans le chapitre 1 : écart entre niveaux ($\Delta = 4,2 K$), température électronique ($T_{el} = 70 mK$) et dans une moindre mesure, loi de transmission en fonction de V_g . Cette dernière dépend en effet de l'amplitude de l'excitation, mais nous pouvons la déterminer dans le régime $2eV_{exc} = \Delta$ à partir de la mesure du temps de sortie.

Je me concentrerai en particulier sur les mesures que nous avons réalisées lorsque l'amplitude de l'excitation compense exactement l'énergie d'addition de la boîte. C'est dans ce régime que la capacité non linéaire est indépendante de la transmission, et telle que la charge moyenne transférée dans le régime $\Omega\tau \ll 1$ est d'une unité par demi période (voir chapitre 1).

Les modèles développés au chapitre 2 prédisent l'observation d'un régime de bruit de grenaille, lorsque le temps de sortie est grand par rapport à la demi-période et que le processus d'émission d'une charge est rare, et d'un régime de bruit de phase, lorsqu'une charge est émise à chaque alternance, mais pas nécessairement juste après le front de montée du signal d'excitation.

Grâce à la calibration de notre dispositif de mesure du bruit, présenté au chapitre 3, nous pourrons confronter les résultats expérimentaux aux prédictions théoriques sans paramètres ajustables. En particulier, nous pourrons comparer nos données à la courbe universelle du bruit en fonction du temps de sortie, obtenue lorsque $\varphi_0 \approx 0$ (voir chapitre 2).

Enfin, nous verrons que la prise en compte de la bande passante finie de la chaîne d'excitation permet de comprendre les données obtenues pour $\varphi_0 \approx \pi$ et de reproduire l'ensemble des données expérimentales.

4.1 Observations expérimentales

4.1.1 Bruit en fonction de la tension de grille

La mesure du bruit en fonction de la tension de grille est représentée sur la figure 4.1. La

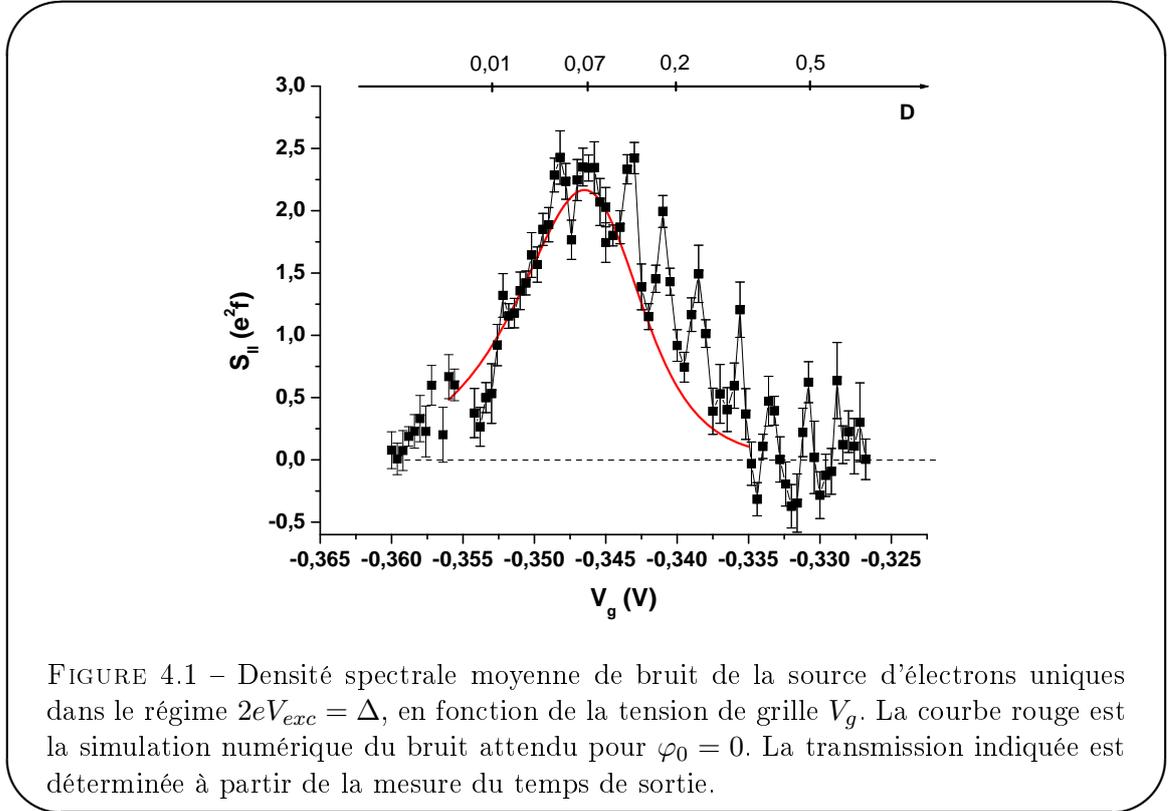


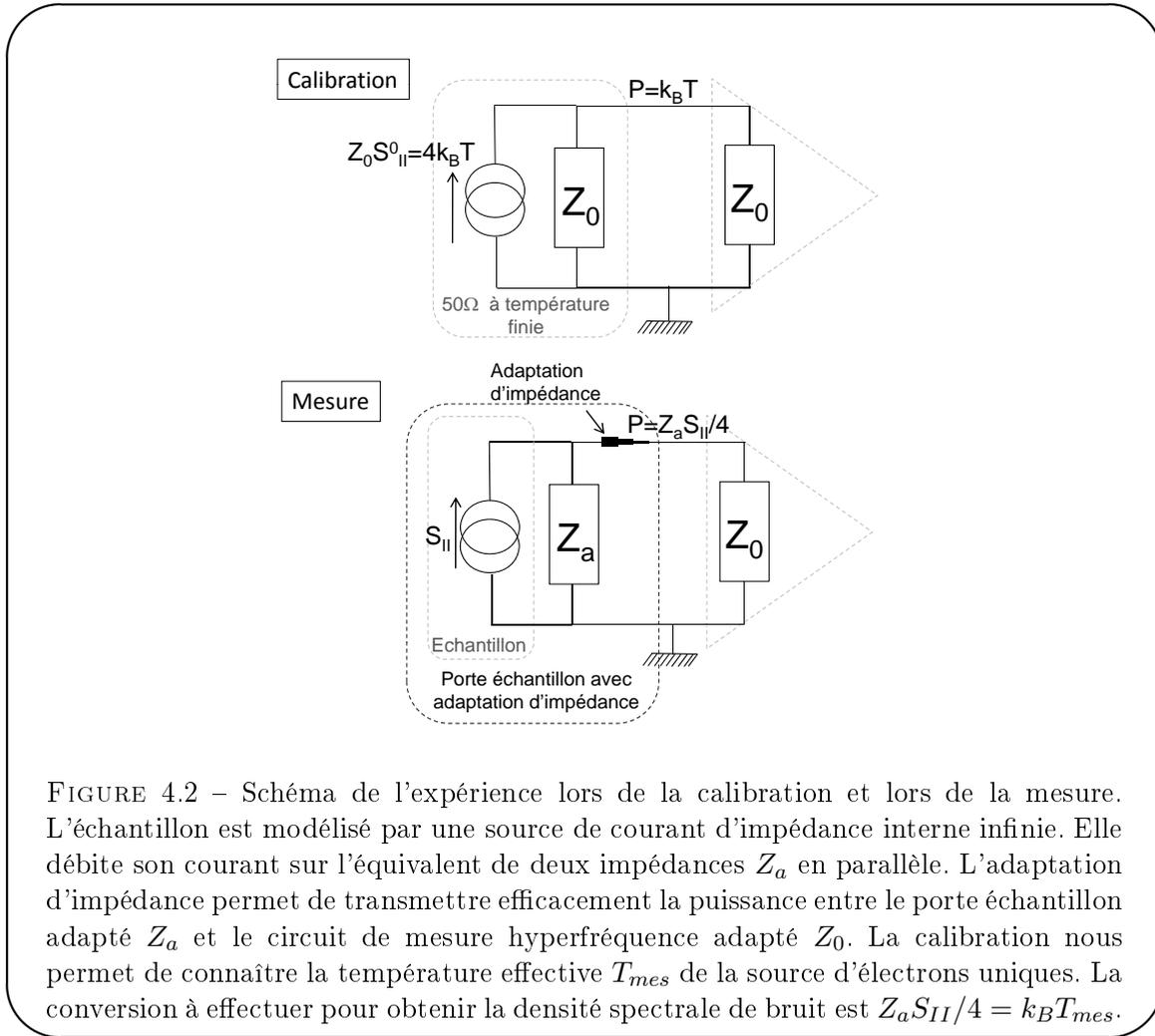
FIGURE 4.1 – Densité spectrale moyenne de bruit de la source d'électrons uniques dans le régime $2eV_{exc} = \Delta$, en fonction de la tension de grille V_g . La courbe rouge est la simulation numérique du bruit attendu pour $\varphi_0 = 0$. La transmission indiquée est déterminée à partir de la mesure du temps de sortie.

tension d'excitation choisie permet de compenser au mieux l'énergie d'addition dans toute la gamme de tension de grille (Nous avons vu que l'écart entre niveaux n'est pas tout à fait constant sur cet échantillon).

La graduation de l'axe du bruit est connue grâce à la calibration présentée dans la partie 3.3.2. Elle a été effectuée avec une source de température variable d'impédance adaptée $Z_0 = 50 \Omega$ à des températures telles qu'elle émet un bruit blanc dans la bande passante du dispositif de mesure. La densité spectrale de bruit mesurée par cette méthode est donc une moyenne sur la bande passante du système. Nous comparerons néanmoins les résultats aux prédictions théoriques à $1,5 \text{ GHz}$. En effet, l'erreur commise dans cette approximation est inférieure aux barres d'erreur expérimentales (voir figure 2.13 page 75 pour une représentation de la densité spectrale de bruit attendue en fonction de la fréquence d'observation).

Afin de tenir compte de l'adaptation d'impédance, la conversion utilisée est la suivante : $Z_a S_{II} = 4k_B T_{mes}$ avec Z_a l'impédance caractéristique de la ligne vue par l'échantillon (120Ω) et T_{mes} la température de bruit mesurée à partir de la relation 3.22 (voir figure 4.2). Rappelons enfin que la précision sur la calibration est de 10 %. Les barres d'erreur sur la mesure du bruit ne tiennent pas compte de cette imprécision, et représentent uniquement l'écart type des mesures successives (une quinzaine par point).

Le bruit mesuré présente globalement la forme attendue théoriquement, avec une amplitude typique de $2e^2 f$ et en s'annulant à forte et faible transmission. Le maximum de bruit est atteint



pour une tension de grille de l'ordre de -346 mV , qui correspond à une transmission d'environ $0,07$, déterminée indépendamment par la mesure du temps de sortie.

La ligne rouge représente la densité spectrale de bruit calculée avec la loi de transmission approximative trouvée au paragraphe 1.4.2.3, qui est relativement bonne entre -340 et -350 mV . La simulation ne prend pas en compte la variation de la position des niveaux dans la boîte avec la tension de grille. Le potentiel est fixé à $\varphi_0 = 0$.

Des oscillations apparaissent pour les tensions de grille les plus élevées. Les creux correspondent aux plateaux de courant ($\varphi_0 = 0$) et sont bien décrits par la simulation. Inversement, les pics correspondent à une situation où on vient placer successivement deux niveaux au niveau de Fermi ($\varphi_0 = \pi$). Nous avons vu dans la partie théorique qu'en ces points le bruit dépendait fortement des différents paramètres, tels que la température électronique et l'amplitude de l'excitation. Nous les modéliserons plus précisément dans la partie 4.2.

Enfin, remarquons qu'aux fortes transmissions, certains points correspondent à des densités spectrales de bruit négatives. Nous avons par la suite mesuré ces points à nouveau dans des conditions proches : les oscillations sont encore présentes, mais les creux ne sont plus négatifs. Je présenterai néanmoins le premier jeu de mesures, car tous les points ont été pris à la suite les uns des autres, dans les mêmes conditions expérimentales.

4.1.2 Régimes asymptotiques

Nous allons dans cette partie montrer les mesures que nous avons effectuées dans les deux régimes asymptotiques que nous avons pu calculer analytiquement : le régime de bruit de phase, et le régime de bruit de grenaille.

4.1.2.1 Observation du bruit de phase

Nous avons vu que nos échantillons sont modélisables par des circuits RC lorsque $2eV_{exc} = \Delta$, dans tous les régimes pour le modèle heuristique et au moins pour $\Omega\tau \ll 1$ pour la théorie de diffusion. À partir des mesures de la première harmonique du courant moyen, il est donc possible de déterminer expérimentalement la charge transférée par demi-période (équation 2.34 page 72) :

$$Q^t = 2V_{exc}C \operatorname{th}\left(\frac{1}{4f\tau}\right) \quad (4.1)$$

$$= \frac{\pi}{\Omega}|I_\Omega|\sqrt{1+\Omega^2\tau^2} \operatorname{th}\left(\frac{2\pi}{4\Omega\tau}\right) \quad (4.2)$$

où la deuxième égalité vient du fait que pour un circuit RC soumis à un créneau d'amplitude V_{exc} , la première harmonique du courant vaut $|I_\Omega| = \frac{2}{\pi} \frac{C\Omega}{\sqrt{1+\Omega^2\tau^2}} V_{exc}$.

Nous avons déjà décrit les mesures du temps de sortie et du module du courant dans le chapitre 1. Elles nous permettent de calculer la charge transférée par demi-période, que nous avons représentée sur la figure 4.3, en même temps que la densité spectrale de bruit mesurée. Notons que ces deux mesures n'ont pas été effectuées au même moment. Nous obtenons toutefois des résultats similaires avec des données de courant prises en même temps que les mesures de bruit, mais celles-ci sont moins précises, notamment dans la détermination du temps de sortie qui est très sensible aux erreurs de mesure dans les régimes très ouverts et très fermés.

La charge transférée ainsi calculée est proche de 1 pour des tensions de grille jusqu'à -342 mV . Elle est même par endroits légèrement supérieure. Nous pouvons donner deux explications à cela. Premièrement, la tension excitatrice peut être localement trop élevée (l'écart entre niveaux varie avec V_g), ce qui provoque une augmentation du courant lorsque $\varphi_0 \approx \pi$. Deuxièmement, la calibration de l'axe de courant n'est connue qu'à quelques % près, car la mesure précise du courant d'injection est rendue difficile par l'écart entre niveaux légèrement variable de notre échantillon et par les dérives lentes dans l'amplification du courant mesuré. Les erreurs provenant du réglage de phase causent une incertitude supplémentaire d'environ 2 %. Enfin, pour les courants faibles, c'est l'incertitude de mesure sur la partie capacitive (utilisée pour mesurer le temps de sortie selon la formule $\Omega\tau = \operatorname{Re}(I_\Omega)/\operatorname{Im}(I_\Omega)$) qui domine, ce qui explique que la courbe oscille fortement lorsque'on est dans le régime pincé.

La comparaison de la charge transférée et de la densité spectrale de bruit nous montre que sur une plage assez grande de tension de grille, la charge injectée est proche de 1, alors que le bruit n'est pas nul. Nous interprétons ceci comme un bruit 'de phase', dû au fait que les électrons sont détectés à des moments aléatoires au court de la période d'excitation : seule la répétition de ces événements monoélectroniques permet d'observer un courant moyen exponentiellement décroissant.

Dans ce régime, notre dispositif fonctionne comme une source d'électrons uniques à la demande. C'est même lorsque le bruit est le plus important qu'on contrôle le mieux l'état dans lequel l'électron est émis : la transmission est alors la plus basse (tout en restant suffisamment grande pour que la charge injectée soit proche de 1), et les niveaux sont donc bien séparés. La largeur spectrale de la source d'électrons uniques est alors minimale.

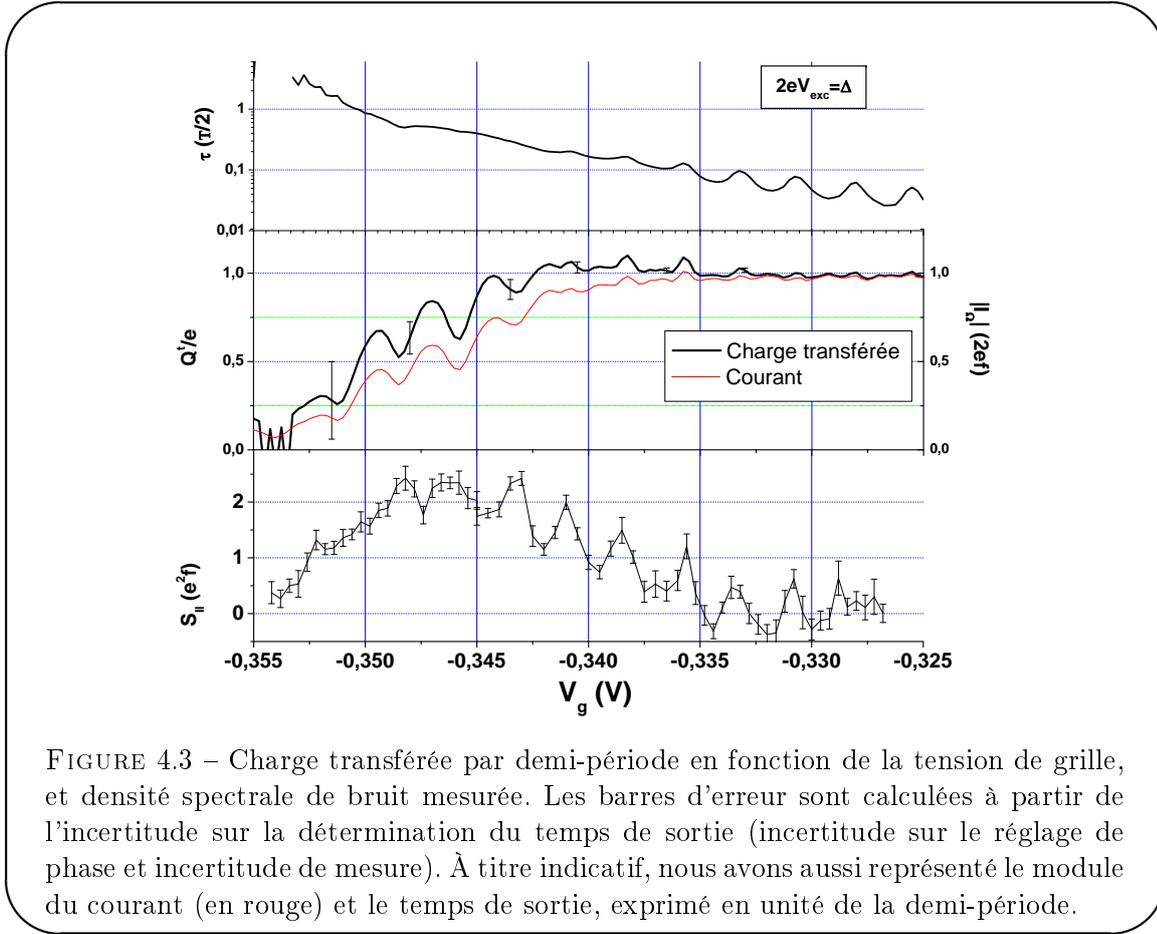


FIGURE 4.3 – Charge transférée par demi-période en fonction de la tension de grille, et densité spectrale de bruit mesurée. Les barres d'erreur sont calculées à partir de l'incertitude sur la détermination du temps de sortie (incertitude sur le réglage de phase et incertitude de mesure). À titre indicatif, nous avons aussi représenté le module du courant (en rouge) et le temps de sortie, exprimé en unité de la demi-période.

4.1.2.2 Observation du bruit de grenaille

Le régime opposé est obtenu lorsque le temps de sortie est grand devant la demi-période de l'excitation, c'est-à-dire pour les tensions de grille les plus négatives sur les figures 4.1 et 4.3. L'émission d'une charge est alors un processus rare, et nous nous attendons à observer un bruit de type bruit de grenaille. En effet, le courant a théoriquement une forme temporelle en créneau d'amplitude $I = eD\Delta/2h$, et la densité spectrale de bruit vaut $2eI$.

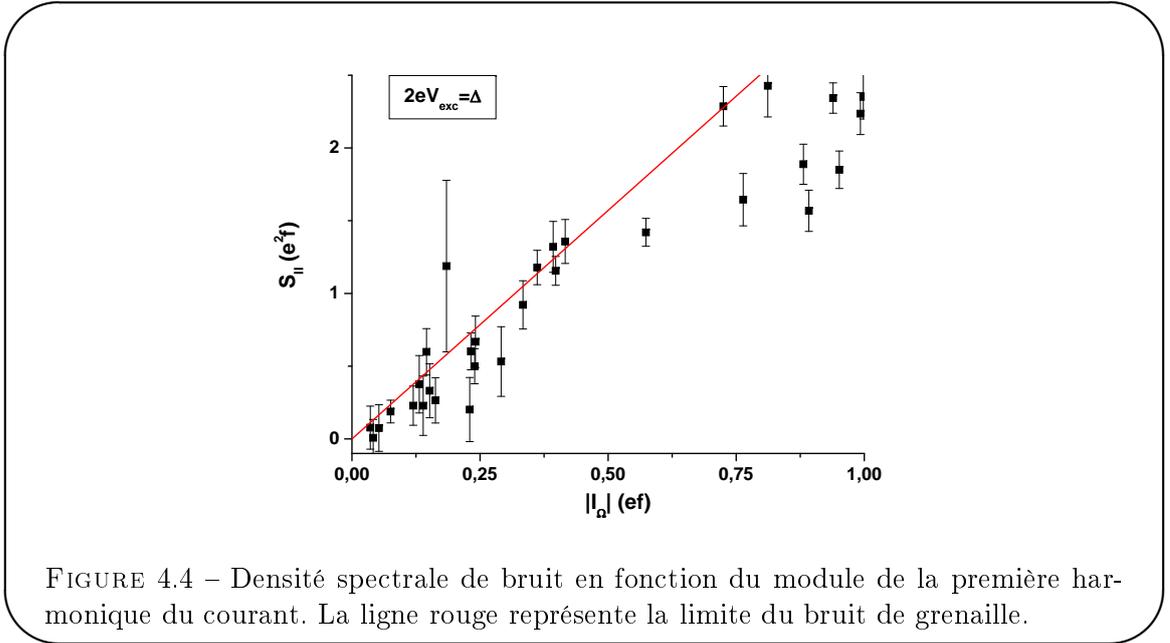
À $1,5 \text{ GHz}$, nous n'avons accès qu'à la première harmonique du courant moyen et nous nous attendons à trouver pour son module :

$$|I_\Omega| = \frac{2}{\pi} \frac{eD\Delta}{2h} \quad (4.3)$$

Exprimé en fonction du module de la première harmonique, le bruit de grenaille se manifeste donc par l'observation d'une densité spectrale de bruit $S_{II} = \pi e |I_\Omega|$.

Les résultats expérimentaux sont présentés sur la figure 4.4.

Ils sont en bon accord avec les prévisions du bruit de grenaille pour des courants jusqu'à environ $0,5 \text{ ef}$, c'est-à-dire pour des transmissions inférieures à $0,02$ environ. Ces faibles transmissions correspondent effectivement à des courants relativement constants au cours de chaque demi-période : à $D = 0,02$, le courant théorique moyen diminue de 40% environ entre le début et la fin d'une demi-période. La forme temporelle théorique du courant à $D = 0,01$ est représenté sur la figure 2.9.



En regardant plus précisément, les points expérimentaux semblent légèrement en dessous de la courbe théorique, bien que la plupart des barres d'erreur soient compatibles avec celle-ci. Ceci est peut être dû à une mauvaise calibration de l'axe du courant. De plus leur dispersion ne permet pas de faire un ajustement linéaire satisfaisant. Soulignons néanmoins que cette figure ne contient aucun paramètre ajustable.

4.1.3 Courbes universelles

Comme nous l'avons vu dans la partie théorique, nous nous attendons à ce que la densité spectrale de bruit ne dépende que du temps de sortie de l'électron lorsque $\varphi_0 = 0$, indépendamment des autres paramètres de l'échantillon. Dans le cadre de nos modèles, c'est aussi le cas pour la représentation de la densité spectrale de bruit en fonction du module du courant, car à $2eV_{exc} = \Delta$ la relation théorique entre le module du courant et le temps de sortie est univoque.

La figure 4.5 présente les mesures de bruit en fonction du module de la première harmonique du courant. Sur cette figure, la mesure du module du courant a été faite en même temps que les mesures de bruit (le module est moins sensible aux incertitudes de mesure que le temps de sortie).

Les données s'ajustent relativement bien sur toute la gamme de courant, sans paramètre ajustable. Les points représentés en rouge sont pris lorsque $\varphi_0 \approx 0$, c'est-à-dire dans le régime pour lequel la courbe théorique est calculée, et sont bien reproduits par celle-ci. Dans le régime très pincé ($|I_\Omega| < 0,25 ef$), nous ne disposons pas des mesures permettant de déterminer la position des niveaux dans la boîte.

Les nombreux points qui s'accumulent pour des valeurs du courant proches de $2ef$ correspondent aux mesures prises dans le régime de bruit de phase, dont nous avons déjà discuté dans le paragraphe précédent. La représentation des mesures de bruit en fonction du temps de sortie (figure 4.6) permet de distinguer ces points plus facilement. Les mesures sont superposées sans paramètre ajustable à la courbe théorique universelle, en noir.

L'accord entre la théorie et les mesures est bon sur deux ordres de grandeur du temps de sortie. En particulier, les carrés rouges correspondent à des positions des niveaux dans la boîte

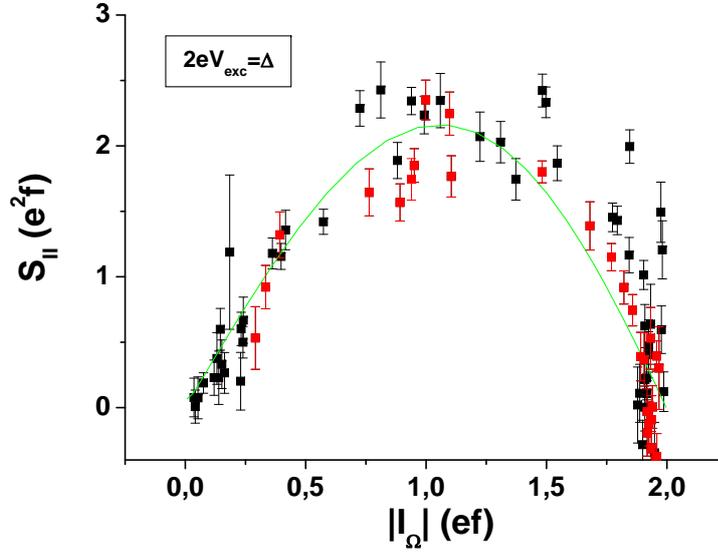


FIGURE 4.5 – Densité spectrale de bruit mesurée en fonction du module de la première harmonique du courant. Les carrés rouges correspondent aux points de fonctionnement de la source tels que $\varphi_0 \approx 0$. La courbe verte est la simulation du bruit attendu lorsque $\varphi_0 \approx 0$.

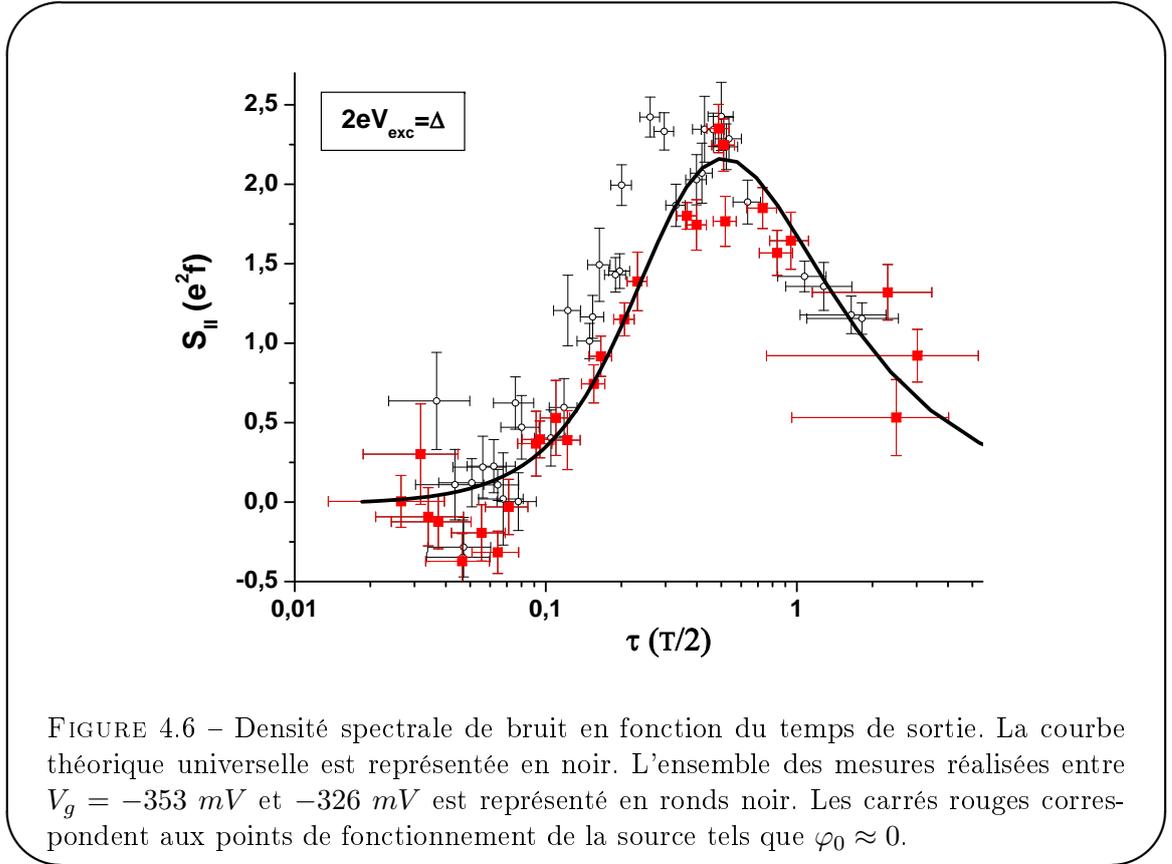
telles que $\varphi_0 \approx 0$. C'est dans cette limite que la courbe théorique présentée est valable, et l'accord est alors remarquable.

Les barres d'erreur sur le temps de sortie, très grandes pour les temps longs, correspondent à l'incertitude sur le réglage de phase ($\pm 2^\circ$) et à l'incertitude sur la mesure du courant (estimée à $0,01 ef$, en comparant des mesures successives).

Nous n'avons pas présenté les points correspondant à des tensions de grille inférieures à $-353 mV$: les mesures de courant ne permettent plus de déterminer le temps de sortie de façon fiable. Cette valeur de la tension de grille est d'ailleurs proche d'un 'rebond' de la conductance et du bruit, à partir de $-354 mV$ (voir figure 4.1). Il est peut-être dû à une résonance du contact ponctuel quantique et il donne des points aberrants : le bruit reste relativement faible et le temps de sortie (à nouveau mesurable grâce au signal plus fort) semble varier très rapidement sur une grande gamme. Nous n'avons malheureusement qu'un seul jeu de données fiable pour la mesure du courant dans cette gamme de tensions de grille, ce qui ne nous permet pas de conclure.

Une deuxième mise à froid de cet échantillon nous a permis d'obtenir des résultats très similaires à ceux présentés sur la figure 4.6. L'écart entre niveaux n'a cependant que très peu changé au cours du cyclage thermique, ce qui ne permet pas de vérifier expérimentalement l'universalité de la courbe.

En conclusion de cette partie, nous avons vu que nous obtenons des résultats expérimentaux en très bon accord avec le modèle heuristique et avec le modèle de diffusion pour φ_0 proche de 0, c'est-à-dire lorsqu'on vient successivement placer un niveau au dessus puis en dessous du niveau de Fermi. Des différences notables apparaissent lorsque le potentiel chimique de la boîte est tel que φ_0 s'approche de π : le bruit mesuré présente des pics. Nous allons montrer l'origine de ces pics dans la partie suivante afin d'expliquer les différentes courbes dans leur intégralité.



4.2 Modélisation des résultats

Nous venons de voir que lorsque $\varphi_0 \approx 0$, les résultats expérimentaux sont proches des prévisions théoriques. Dans ce régime, le bruit est alors très robuste : il ne dépend que du temps de sortie, et est indépendant de la température. Inversement, nous avons montré dans la partie théorique que pour des potentiels chimiques tels que $\varphi_0 \approx \pi$, la densité spectrale de bruit devient très sensible à l’amplitude de l’excitation et à la température électronique de l’échantillon (voir figure 2.6 page 67). Nous avons constaté expérimentalement que ces points correspondent à des pics de bruit, alors que nous nous attendons plutôt à des creux.

Nous allons dans cette partie mettre en évidence le rôle du potentiel chimique dans l’apparition de ces pics de bruit, puis montrer que la prise en compte d’un nombre fini d’harmoniques permet d’en rendre compte. Enfin, nous reviendrons sur l’évolution du bruit en fonction du temps de sortie.

4.2.1 Mise en évidence de l’effet du potentiel chimique

Nous allons montrer ici que les pics observés dans les mesures de bruit sont corrélés à la position des niveaux dans la boîte, et qu’ils ne peuvent pas être expliqués par une amplitude de la tension d’excitation trop importante par rapport à l’écart entre niveaux.

La figure 4.7 présente des mesures de la densité spectrale de bruit et du module du courant en fonction de la tension continue V_{DC} appliquée sur la grille de la boîte, pour une tension appliquée sur le contact ponctuel quantique $V_g = -338,5 \text{ mV}$. Nous sommes donc dans le régime de bruit de phase, pour lequel nous observons les oscillations de la densité spectrale de bruit les plus

marquées (voir figure 4.1). L'excursion en tension de grille représente légèrement plus d'une

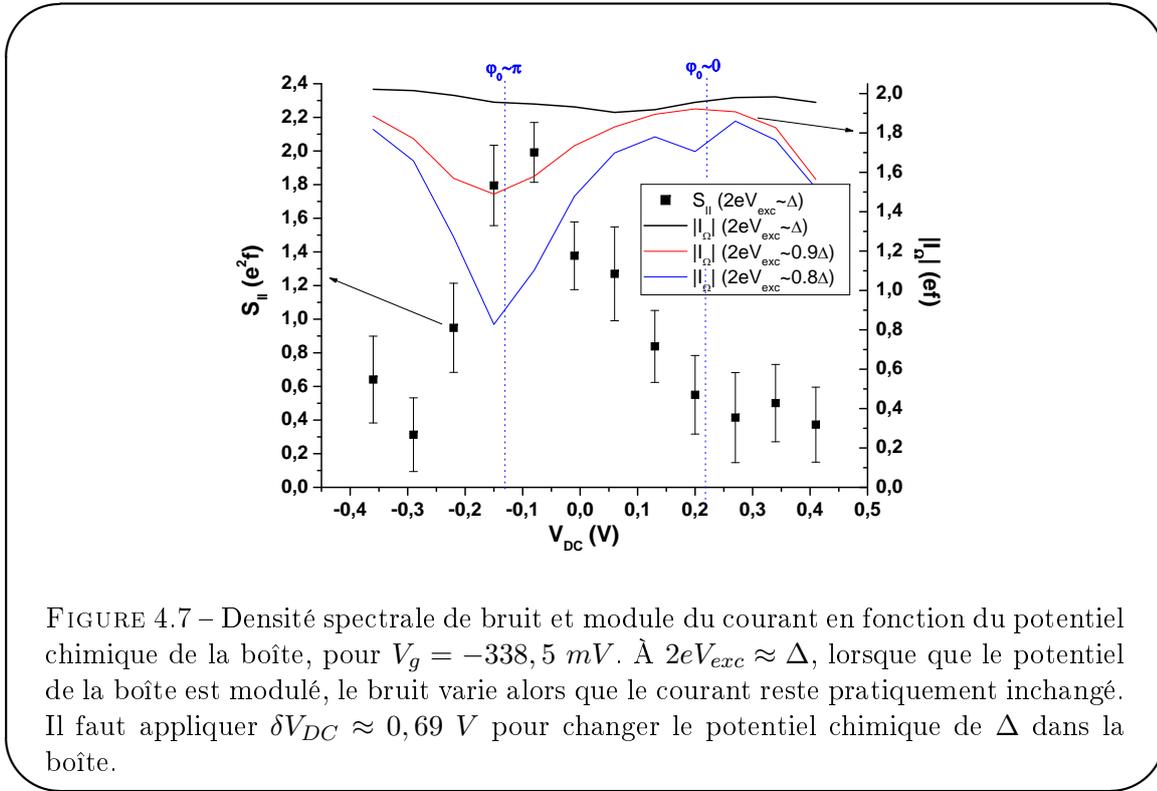


FIGURE 4.7 – Densité spectrale de bruit et module du courant en fonction du potentiel chimique de la boîte, pour $V_g = -338,5$ mV. À $2eV_{exc} \approx \Delta$, lorsque que le potentiel de la boîte est modulé, le bruit varie alors que le courant reste pratiquement inchangé. Il faut appliquer $\delta V_{DC} \approx 0,69$ V pour changer le potentiel chimique de Δ dans la boîte.

période de la densité d'états, soit une variation de φ_0 légèrement supérieure à 2π (dans le régime linéaire, nous avons vu lors de la calibration qu'une variation de la tension continue appliquée sur la grille de $\delta V_{DC} = 0,69$ V permet de faire défiler en moyenne une période de la densité d'états).

Nous observons un pic d'amplitude importante dans le bruit vers $V_{DC} \approx -0,1$ V. La représentation du courant pour plusieurs amplitudes proches de $2eV_{exc} = \Delta$ permet de repérer la position des niveaux dans la boîte : lorsque $\varphi_0 \approx \pi$, le courant varie rapidement avec l'amplitude d'excitation, alors qu'il reste quasiment constant pour d'autres potentiels chimiques. Ainsi, φ_0 est proche de π lorsqu'on observe le pic de bruit¹⁷.

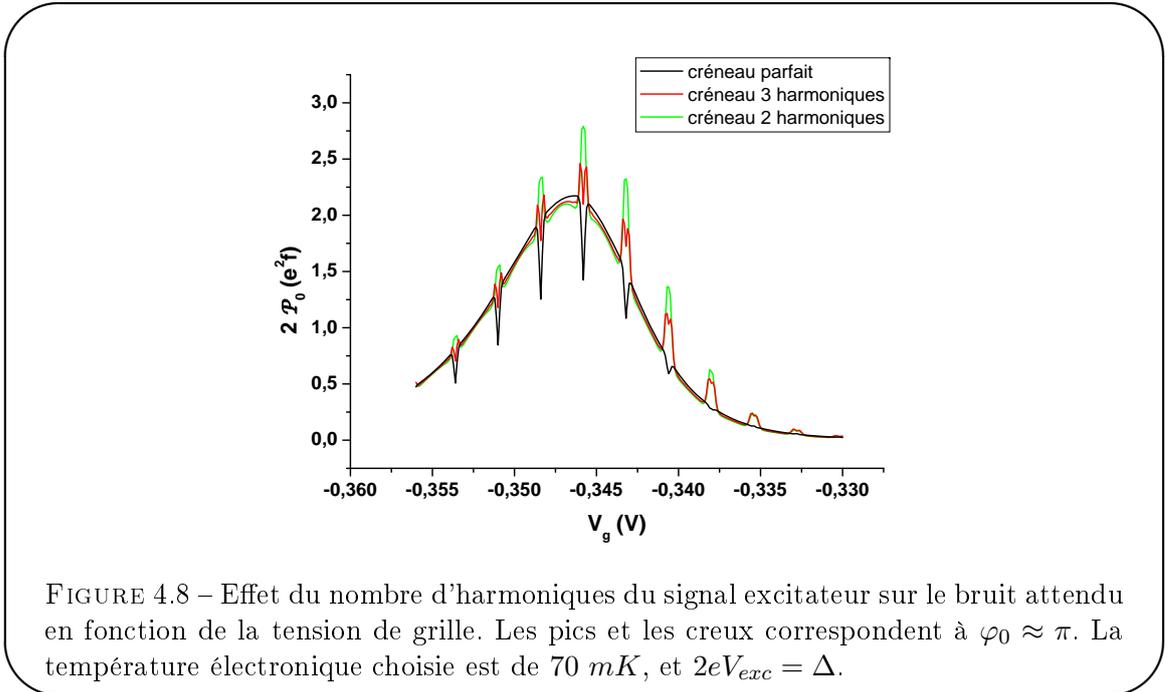
Dans la partie théorique, nous avons vu que pour $\varphi_0 = \pi$, le bruit a tendance à diminuer, à moins que l'amplitude de l'excitation ne soit plus grande que Δ . Nous allons voir que cet effet ne peut pas expliquer le pic de bruit observé. En effet, les variations du courant mesuré à $2eV_{exc} \simeq \Delta$ (en même temps que le bruit) n'excèdent pas 5% sur toute la gamme de φ_0 . Ces faibles variations ne sont pas compatibles avec une amplitude d'excitation différente de plus de quelques pourcents de Δ . On peut en effet observer sur la figure l'effet d'une amplitude 10% plus faible, qui fait diminuer le courant de 20% pour $\varphi_0 \approx \pi$. De plus, les simulations montrent (voir figure 2.6 page 67) que pour cette tension de grille, une amplitude d'excitation 5% trop élevée conduit à l'observation d'un pic de courant d'amplitude inférieure à $0,2 e^2 f$. L'amplitude du pic est ici cinq fois plus élevée. Les pics de bruit observés lorsque $\varphi_0 \approx \pi$ ne peuvent donc pas être expliqués par une tension d'excitation trop élevée.

17. Le léger décalage peut s'expliquer par un saut de grille : les mesures sont relativement longues, et nous avons parfois observé entre les mesures successives des sauts correspondant à des variations de V_{DC} typiquement de $0,1$ V à $0,2$ V.

Nous allons voir qu'il est possible de mieux reproduire ces pics en considérant la forme de la tension appliquée, qui n'est pas un créneau parfait.

4.2.2 Effet du nombre fini d'harmoniques

Nous avons déjà mentionné que la chaîne d'excitation présente une bande passante finie. Ceci nous empêche d'appliquer des créneaux parfaits sur la grille. Il est possible de prendre en compte ces déformations dans le formalisme de diffusion : il suffit de calculer les coefficients c_n appropriés et de les utiliser dans la formule donnant le bruit. Les résultats de simulations numériques avec différents contenus spectraux sont représentés sur la figure 4.8. Le nombre d'harmoniques choisi



correspond à la bande passante de la chaîne d'excitation (voir chapitre 1). L'amplitude du créneau dont on retire les harmoniques compense exactement l'énergie d'addition.

L'effet du contenu spectral appauvri est faible sauf lorsque $\varphi_0 \approx \pi$. Dans ce cas, les creux attendus pour un créneau parfait se transforment en pics. Ceux-ci peuvent s'interpréter à partir de la conductance différentielle : lorsque $\varphi_0 = \pi$, on vient placer successivement deux niveaux à résonance. Les harmoniques retirées au créneau ont pour effet de les faire osciller autour du niveau de Fermi (voir figure 4.9), et ils sont donc susceptibles d'émettre et d'absorber des électrons supplémentaires pendant la demi-période. Soulignons que lorsque $\varphi_0 = 0$, l'amplitude de ces oscillations ne permet pas de faire passer le niveau participant au transport de part et d'autre du niveau de Fermi au cours d'une demi-période. C'est ce qui explique la robustesse des résultats obtenus dans cette configuration de la boîte.

Nous pouvons donc reproduire les pics de bruit observés expérimentalement sur la figure 4.1 en prenant en compte la limitation spectrale de la chaîne d'excitation. De plus l'effet du nombre fini d'harmoniques est faible en dehors des pics. Comme l'effet sur le courant moyen est lui aussi négligeable (voir partie 1.4.1.5), la courbe universelle du bruit en fonction du temps de sortie pour $\varphi_0 \approx 0$ n'est pratiquement pas modifiée par la prise en compte des imperfections de l'excitation.

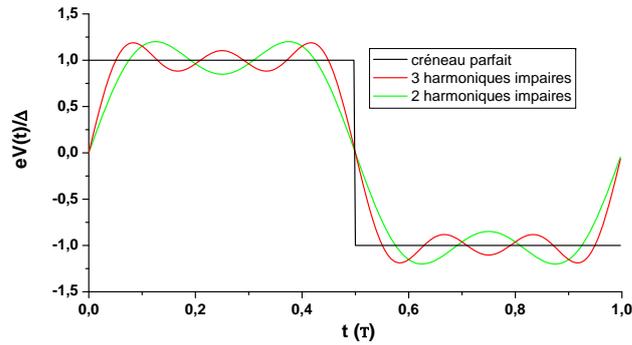


FIGURE 4.9 – Représentation du signal excitateur en fonction du temps, avec différents contenus spectraux.

4.2.3 Prise en compte des oscillations du temps de sortie

La limitation spectrale de l'excitation ne permet cependant pas à elle seule de reproduire correctement les mesures de bruit en fonction de la tension de grille. Pour cela, nous allons intégrer la mesure du temps sortie directement dans les simulations.

Nous avons en effet mesuré le temps de sortie en fonction de la tension de grille. Dans le modèle de diffusion, il est directement relié à la transmission de la barrière tunnel, par la formule $\tau = h/\Delta(1/D - 1/2)$. La figure 4.10 présente la mesure de la transmission par cette méthode. Comme le temps de sortie, elle présente des oscillations de même périodicité que les niveaux

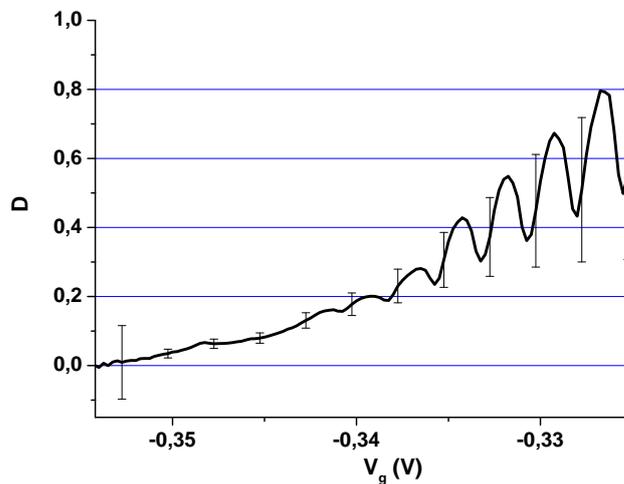


FIGURE 4.10 – Mesure de la transmission à partir du temps de sortie, en fonction de la tension de grille. Les barres d'erreur correspondent à une incertitude de $\pm 2^\circ$ sur le réglage de phase et $\pm 0,01 ef$ sur la mesure des parties réelle et imaginaire du courant.

d'énergie dans la boîte. Précisons que les oscillations du temps de sortie ne sont pas prévues par la théorie de diffusion, mais que nous pouvons les prendre en compte de façon ad hoc dans notre modèle par les oscillations de la transmission que nous observons sur la figure. Il est impossible

de rendre compte de cette loi de transmission avec la simple loi de du potentiel en selle. C'est cette transmission effective que nous allons utiliser dans les simulations.

Nous obtenons alors les résultats présentés en même temps que les mesures de la densité spectrale de bruit sur la figure 4.11. L'intégration simultanée d'une transmission effective et

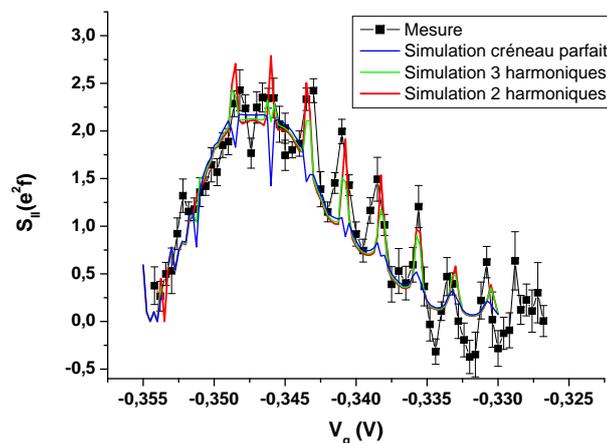


FIGURE 4.11 – Effet du nombre d’harmoniques du signal excitateur sur le bruit attendu en fonction de la tension de grille. Les pics et les creux correspondent à $\varphi_0 \approx \pi$. Pour les simulations, la tension d’excitation compense exactement l’énergie de charge, et la température électronique est de 70 mK .

du nombre fini d’harmoniques dans le modèle de diffusion permet donc de reproduire de façon satisfaisante les mesures de densité spectrale de bruit.

Néanmoins, nous constatons que les pics théoriques sont parfois décalés par rapport aux pics observés. En effet, nous supposons dans les simulations que l’écart entre niveaux est constant pour déterminer φ_0 en fonction de V_g . Ce n’est pas exactement le cas, ce qui explique ces écarts variables. De plus, il semble que la largeur des pics expérimentaux soit plus grande que celle des pics simulés. Ceci est au moins en partie dû au sous échantillonnage de la courbe expérimentale de bruit, et peut être aussi à des fluctuations lentes sur la grille, qui auraient pour effet de lisser la courbe expérimentale : les mesures de bruit se font sur des temps bien plus longs que les mesures de courant utilisées pour déterminer la transmission.

En conclusion, nous pouvons expliquer qualitativement la forme du bruit en fonction de V_g . La sensibilité du bruit aux différents paramètres sur les pics (transmission effective, nombre d’harmoniques, température et loi de variation de φ_0 en fonction de V_g) rend toutefois un accord parfait difficile à obtenir.

4.2.4 Retour sur la mesure du bruit en fonction du temps de sortie

Nous avons déjà mentionné que la représentation des points expérimentaux en fonction du temps de sortie était une courbe universelle pour $\varphi_0 \approx 0$. Cette courbe modélise bien les points expérimentaux correspondant à $\varphi_0 \approx 0$, mais se situe sous la plupart des autres points expérimentaux (figure 4.6).

Le nombre restreint d’harmoniques dans le signal excitateur permet d’expliquer que ces points se situent au dessus de cette courbe théorique : des pics de bruit apparaissent pour $\varphi_0 \approx \pi$. Nous

avons donc tracé ces maxima simulés en fonction du temps de sortie¹⁸ sur la figure 4.12, superposés aux mesures et à la courbe universelle attendue pour $\varphi_0 \approx 0$ (comme nous l'avons remarqué précédemment, cette dernière est peu affectée par la réduction du nombre d'harmoniques).

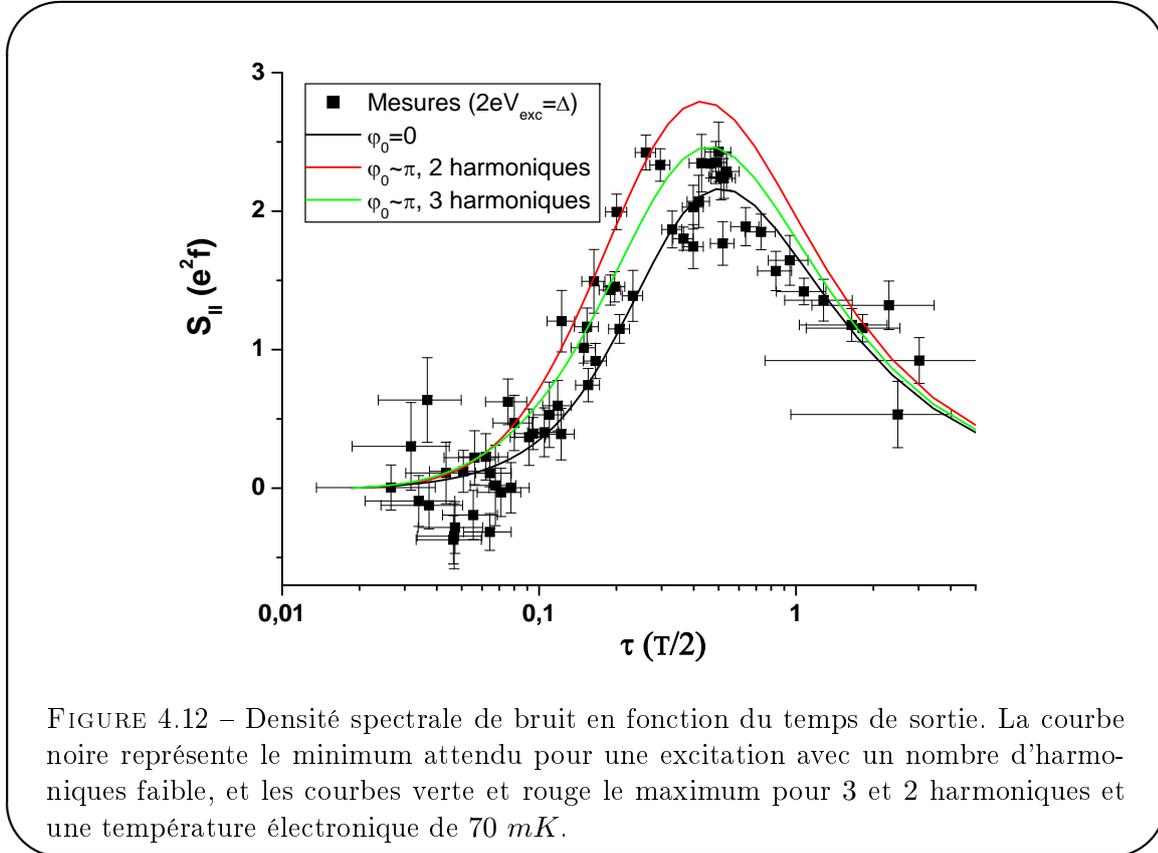


FIGURE 4.12 – Densité spectrale de bruit en fonction du temps de sortie. La courbe noire représente le minimum attendu pour une excitation avec un nombre d'harmoniques faible, et les courbes verte et rouge le maximum pour 3 et 2 harmoniques et une température électronique de 70 mK.

La plupart de nos points expérimentaux sont compris entre les courbes théoriques noire et rouge, ce qui confirme leur bonne compréhension. Insistons tout de même sur les différents statuts de ces courbes théoriques : alors que la courbe noire ne dépend ni de la température électronique, ni de l'écart entre niveaux de l'échantillon, les courbes verte et rouge y sont très sensibles. Il est donc difficile de conclure précisément sur la composition spectrale du signal excitateur.

18. Lors de l'étude théorique du courant moyen, nous avons vu que le temps de sortie n'est pratiquement pas affecté par le contenu spectral de l'excitation (voir figure 1.13 page 41).

Conclusion du chapitre 4

L'étude expérimentale de la densité spectrale de bruit de la source d'électrons uniques nous a permis de confirmer les prédictions théoriques du chapitre 2. Nous avons ainsi observé que la densité spectrale de bruit présente une forme en cloche, d'amplitude légèrement supérieure à $2e^2f$ et que le maximum de bruit est obtenu pour des temps de sortie de l'ordre de $\mathcal{T}/4$. Grâce aux mesures de courant moyen, nous avons pu aussi mettre en évidence les deux régimes asymptotiques pour lesquels nous avons trouvé des formules analytiques : le bruit de grenaille dans le régime très pincé, et le bruit de phase, dans le régime ouvert. La confrontation des données à la courbe universelle de la densité spectrale de bruit en fonction du temps de sortie est satisfaisante, sur deux décades. Enfin, nous avons mis en évidence le rôle du contenu spectral du signal excitateur, alors qu'il ne jouait pratiquement aucun rôle pour le courant moyen.

L'excellent accord des mesures avec le modèle heuristique lorsque $\varphi_0 \approx 0$ confirme que notre source émet bien à chaque période un électron puis un trou dans le régime de bruit de phase. Elle confirme aussi la bonne compréhension de l'origine physique du bruit dans ce régime : la charge transférée par demi-période reste toujours très proche de 1, mais l'incertitude sur l'instant de sortie rend le courant bruyant.

Enfin, soulignons que la représentation universelle du bruit en fonction du temps de sortie à $\varphi_0 = 0$, dans laquelle l'énergie d'addition n'intervient pas, ne doit pas conduire à négliger son rôle dans la qualité de la source d'électrons uniques. Dans le régime $2eV_{exc} = \Delta$, le temps de sortie détermine seul à la fois la charge transférée par demi-période, le bruit et la largeur des niveaux dans la boîte. Ainsi, pour un temps de sortie donné, plus Δ est grand, plus la transmission est petite. Les autres niveaux participeront donc d'autant moins au transport électronique que Δ est grand, ce qui améliore la résolution en énergie de l'électron émis.

Conclusion

Dans ce manuscrit, nous avons présenté la caractérisation d'une source d'électrons uniques réalisée à partir d'une boîte quantique submicronique dans un gaz bidimensionnel d'électrons.

Nous avons tout d'abord mesuré le courant alternatif moyen de la source. Cette mesure nous donne accès à l'amplitude du courant généré, mais aussi à sa phase, à partir de laquelle nous pouvons déduire le temps caractéristique du transfert de charges. Dans le régime de faible excitation, cette mesure nous permet de déterminer les différents paramètres des échantillons : écart entre niveaux, loi de transmission avec la tension de grille et température électronique. En augmentant l'amplitude de l'excitation en crêneaux, nous avons observé des plateaux de courant dès que la transmission de la barrière tunnel est inférieure à 1. En particulier, pour des temps de sortie courts devant la demi-période, le plateau prend la valeur $2ef$, qui traduit l'injection d'un électron au début de la première alternance puis d'un trou au début de la deuxième. Ce plateau est d'autant plus marqué que la transmission est faible : il reflète directement le degré de quantification de la charge dans la boîte dans les deux configurations imposées par l'excitation en crêneaux. On a donc intérêt à diminuer la transmission le plus possible. Cependant, pour des transmissions trop petites, le temps de sortie devient comparable ou supérieur à la demi-période et le plateau correspond à une valeur inférieure à $2ef$. Il faut donc trouver un compromis entre la transmission, qu'on souhaite la plus faible possible pour avoir la meilleure définition en énergie des particules émises, et la fréquence d'excitation, qui définit le taux de répétition de la source. Un bon compromis est obtenu pour $\tau \approx T/4$, c'est-à-dire $D\Delta \approx 4\hbar\Omega$. On comprend donc l'intérêt d'utiliser des échantillons présentant un écart entre niveaux élevé : à fréquence fixée, ils permettent d'obtenir l'injection de charges uniques pour les transmissions les plus faibles.

Afin de caractériser plus finement la source et de confirmer l'émission de charges uniques, nous nous sommes intéressés à son bruit. Cette étude est compliquée par le fait que la densité spectrale de bruit s'annule à fréquence nulle. Il faut donc l'étudier à fréquence finie et en présence d'une excitation périodique. Nous nous sommes principalement intéressés à la densité spectrale de bruit de la source autour de la fréquence d'excitation pour une amplitude d'excitation compensant l'énergie d'addition de la boîte. Nous avons calculé cette densité spectrale à partir de deux modèles. Le premier est un modèle de diffusion, très général, qui permet de calculer le bruit de la source pour toutes les configurations des niveaux dans la boîte et tout type de signaux périodiques (forme et amplitude). Il prend de plus en compte la température électronique. Il prédit un bruit en excès nul pour les transmissions extrêmes ($D = 0$ ou 1), et la présence d'un maximum de bruit de l'ordre de e^2f lorsque le temps de sortie est comparable à la demi-période. La formule obtenue est cependant difficile à interpréter. Le deuxième modèle permet de mieux comprendre l'origine physique du bruit. Il décrit de façon semi-classique le courant émis par la source lorsque l'excitation vient placer successivement un niveau de la boîte bien au dessous puis bien au dessus du niveau de Fermi. Il impose l'émission d'au plus une charge par demi-période. De façon surprenante, il reproduit parfaitement les résultats du modèle de diffusion pour le courant et pour le bruit même pour des transmissions élevées, c'est-à-dire lorsque les niveaux de la boîte sont mal définis. Il nous permet d'identifier deux régimes extrêmes. Pour des temps de sortie longs, tels que l'émission d'une charge est un événement rare, on observe un bruit proportionnel à l'amplitude du courant et similaire au bruit de grenaille. Inversement, lorsque la charge transmise par demi-période est quasiment égale à 1 on atteint le régime de bruit de phase. Nous nous attendons alors à mesurer un bruit dû à l'incertitude sur l'instant d'émission de la particule au cours de

la demi-période. Cette incertitude, quasi-nulle à transmission 1, augmente lorsque le temps de sortie devient plus grand. La contribution de ce bruit est importante puisqu'elle est du même ordre de grandeur que le bruit maximal attendu.

Dans ces deux cas extrêmes, la densité spectrale de bruit à la fréquence d'excitation se calcule analytiquement, et ne dépend que du temps de sortie de la charge. Nous avons montré numériquement que dans une large mesure, le bruit ne dépend que de cette quantité, même dans les régimes intermédiaires. En particulier, il est très peu sensible aux paramètres particuliers de l'échantillon, comme la température ou l'écart entre niveaux. En ce sens, il s'agit d'une courbe universelle.

Afin de confronter des mesures à ces prédictions théoriques, nous avons conçu un dispositif de mesure très sensible. En effet, les fluctuations de courant mesurées sur 50Ω correspondent à une puissance très faible, de l'ordre du bruit thermique d'une résistance de 50Ω portée à $70 \mu K$. Pour améliorer la stabilité, nous avons réalisé un dispositif interférométrique hyperfréquence et large bande permettant de diminuer l'effet de variations de la température de bruit des amplificateurs, 5 ordres de grandeur plus élevée, et fournissant en sortie un signal alternatif basse fréquence d'amplitude proportionnelle au bruit de la source. De plus, la réalisation d'une adaptation d'impédance, la mise en place de nouveaux amplificateurs cryogéniques et l'augmentation de la fréquence d'injection et de la bande passante de mesure nous ont permis de gagner un facteur 500 en temps de mesure par rapport à la situation initiale.

Enfin, la calibration de ce dispositif et la mesure simultanée de l'amplitude et de la phase du courant nous ont permis de comparer sans paramètres ajustables les mesures aux prédictions théoriques. En particulier, nos points expérimentaux sont en très bon accord quantitatif avec la courbe universelle prédite théoriquement. Nous avons de plus observé les régimes de bruit de grenaille et de bruit de phase. Ces mesures et leur accord avec les modèles confirment donc l'émission et l'absorption d'électrons uniques dans le régime de bruit de phase. De plus, le modèle heuristique prédit que la charge transférée par demi-période est supérieure à $0,98e$ dès que le temps de sortie est inférieur à $0,2 \times \mathcal{T}/2$. Pour nos paramètres expérimentaux, cela correspond à une transmission de $0,15$, c'est-à-dire une densité d'états relativement piquée et un temps d'émission inférieur au temps de cohérence de phase. Dans ce régime, nous nous attendons donc à ce que la source d'électrons uniques émette des paquets d'onde cohérents peuplés à plus de 98%, et relativement bien définis en énergie. Toutefois, cette résolution en énergie est probablement limitée par la bande passante finie de l'excitation, qui ne permet pas d'appliquer un créneau parfait sur la grille de la boîte. Nous devons en effet en tenir compte pour expliquer les points mesurés lorsque l'excitation vient placer successivement deux niveaux à résonance avec le niveau de Fermi.

L'objectif de ma thèse était la caractérisation d'une source d'électrons uniques subnanoseconde. Nous avons mis en évidence l'émission d'électrons uniques dans le régime de bruit de phase, en mesurant le courant moyen et les fluctuations de ce courant. Cependant, à la différence des photons, les électrons se déplacent au-dessus d'une mer de Fermi. La modulation des niveaux dans la boîte pourrait générer des paires électron trou non désirées. Celles-ci sont de charge nulle, et ne sont pas forcément détectables par une mesure directe du courant émis. Elles pourront être mises en évidence dans une expérience de type HBT, dans laquelle la partition du courant peut séparer ces paires électron trou. Cette étude fait l'objet de la thèse de mon successeur François Parmentier. On pourra alors envisager la réalisation de collisions entre deux charges élémentaires sur un contact ponctuel quantique afin de tester la cohérence des paquets d'onde émis.

Annexe A

Calcul du courant dans la géométrie à trois terminaux

Dans la deuxième partie de ma thèse, nous avons étudié des échantillons à trois terminaux, décrits dans la partie 3.5. Le but de cette annexe est de montrer que le courant produit par ces échantillons est identique au courant émis par les échantillons à deux terminaux. Nous utiliserons les notations de la figure 2.2.

Nous mesurons le courant dans le contact 2. Comme pour les échantillons à deux terminaux, nous considérerons que ce courant ne modifie pas le potentiel du contact, c'est-à-dire que la résistance sur laquelle on le mesure est petite. L'application d'un potentiel alternatif sur la grille métallique de la capacité mésoscopique induit un potentiel périodique U dans la boîte quantique, que nous supposons uniforme. Sur le modèle de la partie 1.2.2, nous allons décaler la référence des potentiels de $-U(t)$, afin d'avoir un potentiel nul dans la boîte quantique.

Nous ferons l'hypothèse que le conducteur quantique est monomode, nous expliquerons ensuite que le résultat final est identique lorsque le conducteur est multimode (les expériences présentées dans cette thèse ont été réalisées pour un facteur de remplissage 4). L'opérateur courant s'exprime alors en fonction des opérateurs création et annihilation dans les différents canaux de conduction :

$$\hat{I}(t) = \frac{e}{h} \int d\epsilon d\epsilon' [\hat{b}^\dagger(\epsilon)\hat{b}(\epsilon') - \hat{c}^\dagger(\epsilon)\hat{c}(\epsilon')] e^{i(\epsilon-\epsilon')t/\hbar} \quad (\text{A.1})$$

Il faut ensuite exprimer ces opérateurs en fonction des opérateurs des réservoirs, que nous noterons \hat{a}' et \hat{c}' , et dont la moyenne statistique s'exprime simplement : $\langle \hat{a}'^\dagger(\epsilon)\hat{a}'(\epsilon') \rangle = f(\epsilon)\delta(\epsilon - \epsilon')$. Ces réservoirs sont soumis au potentiel périodique $-U(t)$ et nous pouvons donc, comme au paragraphe 1.2.2.2, exprimer les opérateurs dans le conducteur en fonction des opérateurs dans les réservoirs :

$$\hat{a}(\epsilon) = \sum_n c_n \hat{a}'(\epsilon - n\hbar\Omega) \quad (\text{A.2})$$

$$\hat{c}(\epsilon) = \sum_n c_n \hat{c}'(\epsilon - n\hbar\Omega) \quad (\text{A.3})$$

où les coefficients c_n sont donnés par l'équation 1.5.

Enfin, la matrice de diffusion permet de relier les opérateurs \hat{b} et \hat{a} . Nous pouvons alors calculer la valeur moyenne du courant :

$$\begin{aligned} \langle \hat{I}(t) \rangle &= \frac{e}{h} \sum_{n,n'} c_n^* c_{n'} \int d\epsilon S^*(\epsilon) S(\epsilon + (n' - n)\hbar\Omega) f(\epsilon - n\hbar\Omega) e^{i(n-n')\Omega t} \\ &\quad - \frac{e}{h} \sum_{n,n'} c_n^* c_{n'} \int d\epsilon f(\epsilon - n\hbar\Omega) e^{i(n-n')\Omega t} \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

Compte tenu des conventions pour le sens du courant, ce résultat est identique à celui obtenu dans la géométrie à deux terminaux, équation 1.10. Ceci n'est pas étonnant, car dans les deux cas on mesure un courant qui est la différence entre un courant réfléchi par une boîte quantique et un courant émis par un réservoir excité périodiquement.

Pour tenir compte des autres canaux de bord, il suffit de constater que le courant émis du contact 2 compense exactement celui émis par le contact 3. Il est possible qu'un déphasage intervienne dû à la propagation des électrons dans l'échantillon. Cependant, le courant mesuré lié aux canaux spectateurs ne dépend pas des différentes tensions de grille continues appliquées à l'échantillon, et la prise d'une référence lorsque le contact ponctuel quantique est complètement fermé permet de retrancher ce signal parasite. Nous comparerons donc nos résultats à la formule obtenue pour un conducteur monomode.

Annexe B

Calcul du rapport signal sur bruit

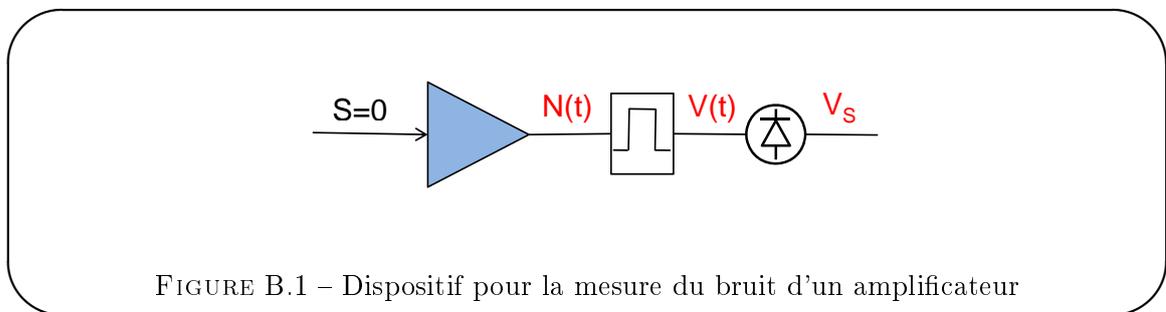
B.1 Principe du calcul

On cherche à décrire la mesure du bruit d'un signal à l'aide d'un détecteur quadratique. Le détecteur quadratique intègre la puissance qu'il reçoit dans une certaine bande passante (haute fréquence) et délivre un signal continu proportionnel à cette puissance. En pratique, la bande de fréquence est définie par des filtres précédant le détecteur quadratique.

Pour décrire cela mathématiquement, on va considérer l'acquisition du signal en entrée du détecteur quadratique pendant un temps T_{acq} . On périodise ensuite ce signal afin d'obtenir son spectre de Fourier. La tension en sortie du détecteur quadratique sera proportionnelle à la puissance du signal d'entrée, c'est-à-dire à la somme du carré de ses composantes de Fourier.

Expérimentalement, on s'intéresse à la valeur moyenne en sortie de la diode ainsi qu'aux fluctuations autour de cette valeur moyenne. Pour accéder à cette statistique, nous allons considérer plusieurs réalisations du protocole décrit précédemment. À partir de ces différentes réalisations, nous pourrions calculer la valeur moyenne et les fluctuations du signal de sortie.

B.2 Mesure à un seul amplificateur



Pour mesurer le bruit d'un amplificateur, on place à sa sortie un filtre suivi d'un détecteur quadratique. Les différentes notations utilisées par la suite sont définies sur la figure B.1

B.2.1 Réalisation d'une mesure

En entrée du détecteur quadratique, la k^{ieme} acquisition du signal pendant un temps T_{acq} peut être périodisée selon l'équation suivante :

$$V^{(k)}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} N_n^{(k)} \chi_n e^{-2i\pi n t / T_{acq}} \quad (B.1)$$

où χ_n est l'action du filtre sur la n^{ieme} harmonique du bruit de l'amplificateur.

Le carré de ce signal s'écrit donc :

$$\left(V^{(k)}(t)\right)^2 = \sum_{n_1, n_2} N_{n_1}^{(k)} N_{n_2}^{(k)} \chi_{n_1} \chi_{n_2} e^{-2i\pi(n_1+n_2)t/T_{acq}} \quad (\text{B.2})$$

Pour avoir la tension moyenne en sortie de la diode, on ne doit conserver dans la somme précédente que les termes tels que $n_1 + n_2 = 0$.

En notant α la constante de proportionnalité entre la puissance en entrée et la tension en sortie du détecteur quadratique, on obtient pour cette réalisation :

$$\overline{V_s^{(k)}} = \alpha \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left| \chi_n N_n^{(k)} \right|^2 \quad (\text{B.3})$$

où on a utilisé l'égalité $\chi_{n_2} N_{n_2}^{(k)} = \chi_{-n_2}^* N_{-n_2}^{(k)*}$, due au fait que le signal filtré est réel.

B.2.2 Valeur moyenne du bruit

Pour connaître la valeur moyenne du bruit, on réalise K fois l'expérience du paragraphe précédent, et on prend la moyenne :

$$\langle \overline{V_s} \rangle = 1/K \sum_k \overline{V_s^{(k)}} \quad (\text{B.4})$$

$$= \alpha \sum_{n=-\infty}^{\infty} |\chi_n|^2 \langle |N_n|^2 \rangle \quad (\text{B.5})$$

On souhaite passer à la limite continue. Pour cela, on définit la densité spectrale de bruit (non filtré) de l'amplificateur $S_N(f)$ à partir de la transformée de Fourier de sa fonction d'auto-corrélation :

$$S_N(f) = 2 \times \lim_{T_{acq} \rightarrow \infty} \int_{-T_{acq}/2}^{T_{acq}/2} d\tau \langle N(t)N(t+\tau) \rangle e^{2i\pi f\tau} \quad (\text{B.6})$$

En décomposant $N(t)$ et $N(t+\tau)$ en série de Fourier et en utilisant la relation $\langle N_{n_1} N_{n_2} \rangle \propto \delta_{n_1, -n_2}$ (hypothèse de stationnarité du bruit) nous obtenons :

$$S_N(f) = 2 \lim_{T_{acq} \rightarrow \infty} T_{acq} \langle |N_n|^2 \rangle \quad \text{avec } n = fT_{acq} \quad (\text{B.7})$$

Nous pouvons alors calculer la valeur moyenne du bruit mesuré en fonction de la densité spectrale de bruit de l'amplificateur, à partir des équations B.5 et B.7 et en utilisant $|N_n|^2 = |N_{-n}|^2$:

$$\langle \overline{V_s} \rangle = \alpha \int_0^{\infty} df S_N(f) |\chi(f)|^2 \quad (\text{B.8})$$

B.2.3 Fluctuations du bruit

Pour connaître les fluctuations du bruit, nous allons calculer l'écart type sur les mesures précédentes. Pour cela, on calcule :

$$\langle \overline{V_s^2} \rangle = \alpha^2 \sum_{n_1, n_2} \langle |N_{n_1}|^2 |N_{n_2}|^2 \rangle |\chi_{n_1}^2 \chi_{n_2}^2| \quad (\text{B.9})$$

On considère que la partie réelle et la partie imaginaire de chaque harmonique sont des variables aléatoires gaussiennes. On peut donc appliquer le théorème de Wick à l'expression B.9. Avec $\langle N_{i,n_1} N_{i,n_2} \rangle = \delta_{n_1, -n_2}$, on obtient ainsi :

$$\langle \overline{V_s^2} \rangle = \alpha^2 \sum_{n_1, n_2} |\chi_{n_1}^2 \chi_{n_2}^2| \quad (\text{B.10})$$

$$\begin{aligned} & \times (\langle |N_{n_1}|^2 \rangle \langle |N_{n_2}|^2 \rangle + \langle N_{n_1} N_{n_2}^* \rangle \langle N_{n_1}^* N_{n_2} \rangle + \langle N_{n_1} N_{n_2} \rangle \langle N_{n_1}^* N_{n_2}^* \rangle) \\ & = \left(\alpha \sum_n |\chi_n|^2 \langle |N_n|^2 \rangle \right)^2 + 2\alpha^2 \sum_n |\chi_n|^4 \langle |N_n|^2 \rangle^2 \end{aligned} \quad (\text{B.11})$$

On reconnaît dans le second membre le carré de la valeur moyenne du bruit. Le second terme correspond donc à la variance du signal de sortie pendant un temps T_{acq} .

En passant à la limite continue, on obtient :

$$\Delta \overline{V_s^2} = \frac{\alpha^2}{T_{acq}} \int_0^\infty df S_N^2(f) |\chi(f)|^4 \quad (\text{B.12})$$

Dans le cadre d'un bruit blanc et d'une fonction de réponse du filtre carrée, de largeur Δf , les équations B.8 et B.12 conduisent à l'équation suivante pour les fluctuations de la mesure du bruit pendant un temps d'acquisition T_{acq} :

$$\Delta \overline{V_s^2} = \frac{\langle \overline{V_s} \rangle^2}{\Delta f T_{acq}} \quad (\text{B.13})$$

B.2.4 Temps de mesure et rapport signal sur bruit

On place en entrée de l'amplificateur une source de température de bruit T_S qu'on cherche à déterminer. On suppose que les fluctuations du bruit sont dominées par les fluctuations du bruit de l'amplificateur, de température de bruit T_N . Le temps t_{mes} de mesure nécessaire pour que l'incertitude due aux fluctuations du bruit de l'amplificateur soit égal au signal dû à la source de bruit (c'est-à-dire $\sqrt{\Delta \overline{V_{s,ampli}^2}} = \langle \overline{V_{s,signal}} \rangle$) est donné par :

$$t_{mes} = \frac{T_N^2}{T_S^2} \frac{1}{\Delta f} \quad (\text{B.14})$$

avec

$$\langle \overline{V_{s,ampli}} \rangle \propto k_B T_N \quad (\text{B.15})$$

$$\langle \overline{V_{s,signal}} \rangle \propto k_B T_S \quad (\text{B.16})$$

De la même façon, on calcule le rapport signal sur bruit $\frac{S}{B}$ pendant un temps de mesure t :

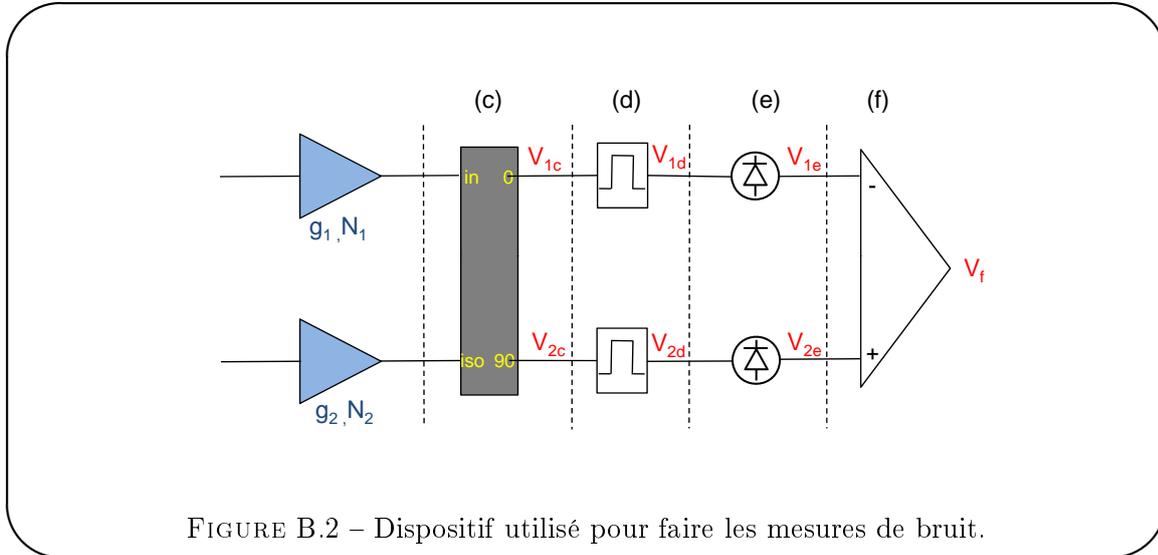
$$\frac{S}{B} = \frac{\langle \overline{V_{s,signal}} \rangle}{\sqrt{\Delta V_{s,ampli}^2}} = \frac{T_S}{T_N} \sqrt{\Delta f t} \quad (\text{B.17})$$

B.3 Rapport signal sur bruit dans notre dispositif

Ici encore, on va supposer que les fluctuations du bruit sont dominées par l'amplificateur. Nous allons donc calculer séparément le signal et le bruit dans notre dispositif. Le calcul du signal est fait partie 3.2.3, nous allons donc nous concentrer ici sur les fluctuations dues au bruit des amplificateurs.

B.3.1 Cas idéal

Les différentes notations utilisées (identiques à celles utilisées dans le corps du manuscrit) sont définies sur la figure B.2.



Dans le cas idéal, la bande passante est exactement la même dans chaque bras de l'interféromètre. On ne s'intéresse ici qu'au bruit des amplificateurs. Juste après les filtres, une acquisition (périodisée) du signal sur chacun des bras donne :

$$V_{1c}^{(k)}(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_n \chi_n \left(N_{1,n}^{(k)} + i\alpha_n N_{2,n}^{(k)} \right) e^{-2i\pi n t / T_{acq}} \quad (\text{B.18})$$

$$V_{2c}^{(k)}(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_n \chi_n \left(i\alpha_n N_{1,n}^{(k)} + N_{2,n}^{(k)} \right) e^{-2i\pi n t / T_{acq}} \quad (\text{B.19})$$

où $\alpha_n = \text{signe}(n)$. En effet, afin d'avoir un signal réel, il faut que les fréquences négatives soient complexes conjuguées des fréquences positives. Ainsi, lorsque le coupleur hybride déphase de i la composante n du signal, il déphase de $-i$ la composante $-n$.

On observe en sortie des détecteurs quadratiques la composante à fréquence nulle du carré du signal. On obtient ainsi pour l'expérience (k) :

$$\overline{V_{1e}^{(k)}} = \frac{\alpha}{2} \sum_n |\chi_n|^2 \left(|N_{1,n}^{(k)}|^2 + |N_{2,n}^{(k)}|^2 + i\alpha_n \left(N_{1,n}^{(k)*} N_{2,n}^{(k)} - N_{1,n}^{(k)} N_{2,n}^{(k)*} \right) \right) \quad (\text{B.20})$$

$$\overline{V_{2e}^{(k)}} = \frac{\alpha}{2} \sum_n |\chi_n|^2 \left(|N_{1,n}^{(k)}|^2 + |N_{2,n}^{(k)}|^2 - i\alpha_n \left(N_{1,n}^{(k)*} N_{2,n}^{(k)} - N_{1,n}^{(k)} N_{2,n}^{(k)*} \right) \right) \quad (\text{B.21})$$

B.3.1.1 Valeur moyenne due au bruit des amplificateurs

En sortie de l'amplificateur différentiel basse fréquence, on obtient donc :

$$\overline{V_f^{(k)}} = \frac{\alpha}{2} \sum_n |\chi_n|^2 \left(-2i\alpha_n \left(N_{1,n}^{(k)*} N_{2,n}^{(k)} - N_{1,n}^{(k)} N_{2,n}^{(k)*} \right) \right) \quad (\text{B.22})$$

$$= -2\alpha \sum_n |\chi_n|^2 i\alpha_n N_{1,n}^{(k)*} N_{2,n}^{(k)} \quad (\text{B.23})$$

Comme N_1 et N_2 sont indépendants, on trouve en moyenne :

$$\langle \overline{V_f} \rangle = 0 \quad (\text{B.24})$$

Ce signal est en moyenne nulle : comme prévu intuitivement, les puissances dues à chacun des amplificateurs se compensent, et les corrélations entre les amplificateurs sont nulles.

B.3.1.2 Fluctuations

Comme précédemment, nous allons calculer l'écart type sur la tension de sortie. D'après l'équation B.23 :

$$\langle \overline{V_f^2} \rangle = -4\alpha^2 \sum_{n_1, n_2} \alpha_{n_1} \alpha_{n_2} |\chi_{n_1} \chi_{n_2}|^2 \langle N_{1,n_1}^* N_{2,n_1} N_{1,n_2}^* N_{2,n_2} \rangle \quad (\text{B.25})$$

En utilisant à nouveau le théorème de Wick, on ne trouve qu'une contraction non nulle, qui impose $n_1 = -n_2$.

Finalement, comme le signal moyen est nul,

$$\Delta \overline{V}_f^2 = 4\alpha^2 \sum_n |\chi_n|^4 \langle |N_{1,n}|^2 \rangle \langle |N_{2,n}|^2 \rangle \quad (\text{B.26})$$

$$= \frac{2\alpha^2}{T_{acq}} \int_0^\infty df |\chi(f)|^4 S_{N_1}(f) S_{N_2}(f) \quad (\text{B.27})$$

Dans la mesure où les deux amplificateurs ont des températures de bruit identiques, on constate que les fluctuations dans la mesure du bruit sont deux fois plus importantes que dans le cas où on n'utilisait qu'un seul amplificateur.

Malgré cela, ce dispositif permet de réaliser des mesures deux fois plus rapides que le dispositif à un seul amplificateur, pour lequel on est conduit à hacher la source (voir section 3.2 et plus précisément section 3.2.3.1)

B.3.1.3 Bilan

Lorsqu'on réalise le montage expérimental, il est difficile de se placer exactement dans le cas idéal où les fonctions de transfert sont identiques pour les deux bras du dispositif.

Notamment, les chaînes d'amplification avant le deuxième coupleur hybride ne sont pas exactement identiques. Ceci peut se modéliser facilement, en adaptant les définitions de $N_1(f)$ et $N_2(f)$ et en utilisant l'équation B.27.

Nous allons donc étudier dans le prochain paragraphe l'influence d'un déséquilibre entre les deux voies placées entre le deuxième coupleur hybride et les détecteurs quadratiques.

B.3.2 Effet d'un déséquilibre d'amplitude après recombinaison du signal

Nous allons ici modéliser les imperfections du système en aval de ce deuxième coupleur hybride. Pour cela, nous allons utiliser deux fonctions de filtrage différentes, $\chi^{(1)}$ et $\chi^{(2)}$ sur chaque bras du dispositif. Cela permet de modéliser des fonctions de transfert différentes sur chaque bras entre la sortie du deuxième coupleur hybride et les détecteurs quadratiques. Il suffit de remplacer χ par $\chi^{(1)}$ dans l'équation B.20 et par $\chi^{(2)}$ dans l'équation B.21.

On obtient donc, lors d'une expérience :

$$\begin{aligned} \overline{V}_f^{(k)} &= \frac{\alpha}{2} \sum_n \left(|\chi_n^{(2)}|^2 - |\chi_n^{(1)}|^2 \right) \left(|N_{1,n}^{(k)}|^2 + |N_{2,n}^{(k)}|^2 \right) \\ &\quad - \alpha \sum_n \left(|\chi_n^{(2)}|^2 + |\chi_n^{(1)}|^2 \right) \times i\alpha_n N_{1,n}^{(k)*} N_{2,n}^{(k)} \end{aligned} \quad (\text{B.28})$$

Ainsi, on trouve une valeur moyenne non nulle en sortie du dispositif :

$$\langle \overline{V}_f \rangle = \frac{\alpha}{2} \sum_n \left(|\chi_n^{(2)}|^2 - |\chi_n^{(1)}|^2 \right) \left(\langle |N_{1,n}|^2 \rangle + \langle |N_{2,n}|^2 \rangle \right) \quad (\text{B.29})$$

$$= \frac{\alpha}{2} \int_0^\infty df \left(|\chi^{(2)}(f)|^2 - |\chi^{(1)}(f)|^2 \right) \left(S_{N_1}(f) + S_{N_2}(f) \right) \quad (\text{B.30})$$

Après quelques calculs, on trouve les fluctuations du bruit :

$$\begin{aligned} \Delta \overline{V}_f^2 &= \frac{\alpha^2}{2} \sum_n \left(|\chi_n^{(2)}|^2 - |\chi_n^{(1)}|^2 \right)^2 \left(\langle |N_{1,n}|^2 \rangle^2 + \langle |N_{2,n}|^2 \rangle^2 \right) \\ &\quad + \alpha^2 \sum_n \left(|\chi_n^{(2)}|^2 + |\chi_n^{(1)}|^2 \right)^2 \left(\langle |N_{1,n}|^2 \rangle \langle |N_{2,n}|^2 \rangle \right) \end{aligned} \quad (\text{B.31})$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\alpha^2}{4T_{acq}} \int_0^\infty df \left(|\chi^{(2)}(f)|^2 - |\chi^{(1)}(f)|^2 \right)^2 \left(S_{N_1}^2(f) + S_{N_2}^2(f) \right) \\ &\quad + \frac{\alpha^2}{2T_{acq}} \int_0^\infty df \left(|\chi^{(2)}(f)|^2 + |\chi^{(1)}(f)|^2 \right)^2 S_{N_1}(f) S_{N_2}(f) \end{aligned} \quad (\text{B.32})$$

On retrouve bien l'équation B.26 lorsque les deux parties du dispositif sont équilibrées. Les fonctions de transfert apparaissent au carré, seules les amplitudes vont donc agir sur les fluctuations du bruit mesuré. Le calcul du rapport signal sur bruit dans ce cas est effectué partie 3.2.3.

Annexe C

Calibration de la détection homodyne

Nous nous servons habituellement de la détection homodyne pour mesurer la conductance de notre échantillon : nous appliquons une tension sur l'échantillon, et nous mesurons une quantité proportionnelle au courant qui le traverse. Les mesures présentées dans cette annexe nous ont permis d'établir le rapport entre la tension mesurée en sortie de la détection homodyne et la puissance de la tension hyperfréquence amenée en entrée de notre dispositif. Connaissant cette puissance P , on peut accéder à l'amplitude I_ω de l'harmonique du courant détectée. En effet, pour un courant $I(t) = I_0 \cos(\omega t) = \frac{I_0}{2}(e^{i\omega t} + e^{-i\omega t})$ traversant l'échantillon, on récupère sur la ligne de mesure une puissance¹⁹ :

$$P = Z \frac{I_\omega^2}{2} \quad (\text{C.1})$$

où Z est l'impédance caractéristique de la ligne d'adaptation d'impédance du côté de l'échantillon, soit 120Ω dans notre expérience.

Le dispositif de mesure complet est schématisé sur la figure 3.10. Lors de la calibration de la détection homodyne, nous avons placé une charge thermalisée sur la voie IN du premier coupleur hybride et la voie d'excitation habituelle, avec environ 90 dB d'atténuation, sur l'entrée ISO .

À cause du filtre réjecteur dans le dispositif de mesure de bruit, la fréquence de l'excitation est fixée à $1,5 \text{ GHz}$. C'est donc à cette fréquence que nous avons calibré la détection homodyne.

C.1 Courbe de calibration de la détection homodyne

Nous avons ainsi envoyé un signal à $1,5 \text{ GHz}$ sur l'entrée ISO de notre dispositif, et mesuré la partie en phase (voie X de la figure 3.10) et la partie hors phase (voie Y) du signal sur la détection homodyne. Cette appellation est conventionnelle, car la phase n'est définie qu'à une phase globale près. Comme pour le dispositif précédent, nous pouvons faire varier la phase entre le signal de référence et le signal d'excitation. Les mesures sont présentées sur la figure C.1. Nous obtenons comme attendu des courbes sinusoïdales déphasées de 90° . Leur amplitude dépend néanmoins très fortement de la configuration dans laquelle les déphaseurs $0 - \pi$ se trouvent. En effet, la détection homodyne prélève une partie du signal obtenu sur la voie de sortie 2 de l'interféromètre. Or, selon le déphasage introduit par les déphaseurs $0 - \pi$, notre dispositif permet de récupérer le signal d'entrée sur l'une ou l'autre voie de sortie. Nous nous sommes par la suite placés dans la configuration a .

Nous avons alors mesuré l'amplitude du sinus pour plusieurs valeurs de la puissance excitatrice fournie en entrée du cryostat P_{inj} . Nous obtenons ainsi les courbes présentées sur la figure C.2. L'amplitude mesurée est bien linéaire avec l'amplitude de la tension excitatrice, et les deux voies de la détection homodyne sont très bien équilibrées. Pour terminer la calibration, il ne nous reste plus qu'à relier la puissance de la tension excitatrice en entrée du cryostat, P_{inj} , à la tension en entrée du dispositif, P_{iso} .

19. Deux facteurs 4 se compensent dans l'expression de la puissance : un facteur $1/4$ vient du fait qu'une moitié du courant traversant l'échantillon est dérivée sur l'impédance adaptée (voir figure 3.23), et un facteur 4 est dû au fait que $I_0 = 2I_\omega$.

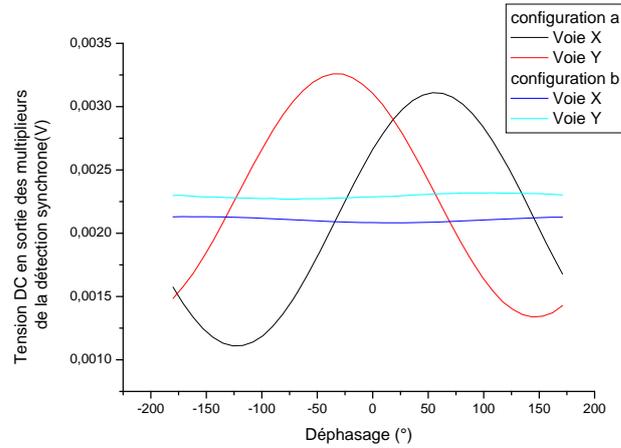


FIGURE C.1 – Signal mesuré sur les deux sorties de la détection homodyne en fonction du déphasage entre le signal de référence et le signal d’excitation. Les deux configurations correspondent à une consigne différente pour un des déphaseurs $0 - \pi$.

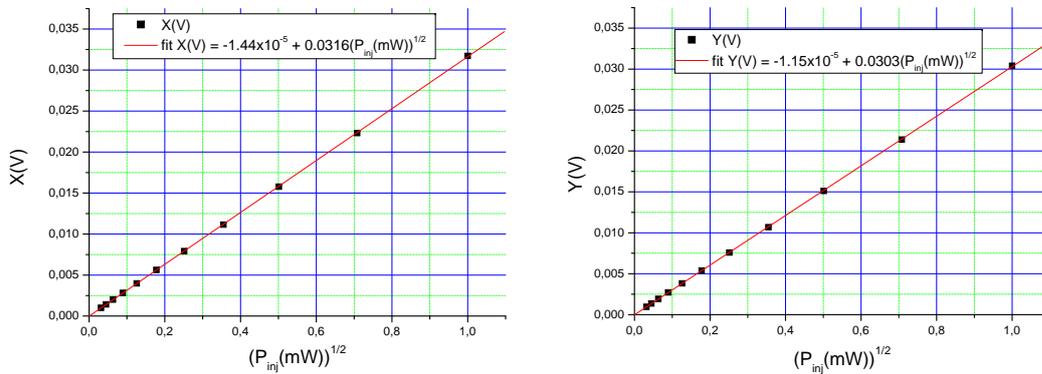


FIGURE C.2 – Amplitude mesurée sur les deux sorties de la détection homodyne en fonction de la puissance P_{inj} fournie en entrée du cryostat.

C.2 Atténuation de la chaîne d’excitation

Il nous suffit donc de connaître l’atténuation de la chaîne d’excitation utilisée pour cette calibration. À température ambiante, elle est de 92 dB environ à $1,5 \text{ GHz}$ [3]. Nous avons retrouvé une valeur proche en mesurant l’atténuation directement à basse température, en nous appuyant sur la calibration du dispositif de mesure du bruit.

En effet, la calibration avec la résistance adaptée thermalisée sur l’entrée IN nous donne la relation entre la tension V mesurée à la détection synchrone en sortie du dispositif et la puissance d’entrée intégrée sur la bande passante (équation 3.16 exprimée dans le cas idéal) :

$$V = k_B \Delta T \times \alpha \int g^2(f) |\chi(f)|^2 df \quad (\text{C.2})$$

où ΔT est la différence de température entre les résistances sur les deux entrées du dispositif, $g(f)$ représente le gain de la chaîne d'amplification à froid, $\chi(f)$ le filtrage à température ambiante, et α est une constante de proportionnalité. La calibration de la mesure du bruit nous a permis de déterminer la quantité $\alpha k_B \int g^2(f) |\chi(f)|^2 df = 1,37 \cdot 10^{-5} \text{ V mK}^{-1}$ (équation 3.22).

Lorsqu'on rajoute une tension monochromatique comprise dans la bande passante de la mesure de bruit sur l'entrée *ISO*, on constate une augmentation du signal mesuré à la détection synchrone. La variation avec la fréquence de la puissance mesurée lorsqu'on applique en entrée du cryostat une puissance $P_{inj} = -20 \text{ dBm}$ est représentée figure C.3 Nous pouvons alors calculer

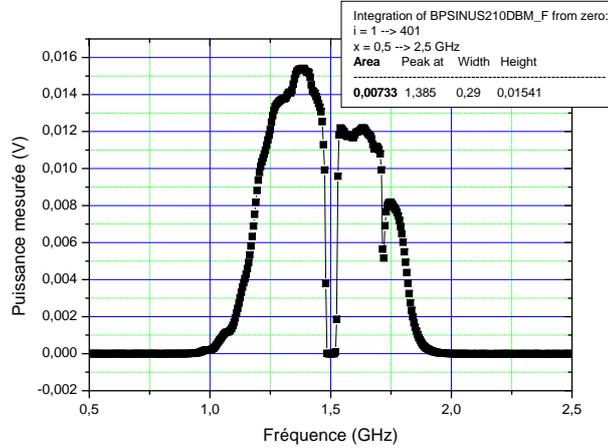


FIGURE C.3 – Puissance détectée par le dispositif de mesure de bruit en fonction de la fréquence du signal introduit sur la voie *ISO*. La courbe a été décalée d'un offset de $5,3 \cdot 10^{-4} \text{ V}$ afin de la ramener à 0 en dehors de la bande passante. Cet offset est dû à une différence de température résiduelle entre les deux résistances en entrée du dispositif, qui vient s'ajouter à la puissance rajoutée par P_{iso} .

l'aire A sous la courbe de la figure C.3 qui vaut :

$$A = \alpha \int df P_{iso}(f) g^2(f) |\chi(f)|^2 \quad (\text{C.3})$$

La chaîne d'excitation présente une atténuation à température ambiante quasiment indépendante de la fréquence à température ambiante dans la gamme de fréquence $1,2 - 1,8 \text{ GHz}$. En supposant que c'est encore le cas à basse température, nous pouvons alors mettre P_{iso} en facteur. On peut alors déduire que pour une puissance $P_{inj} = -20 \text{ dBm}$, on récupère en entrée du dispositif une puissance $P_{iso} = -111,3 \text{ dBm}$, soit une atténuation de $91,3 \text{ dB}$, proche de la valeur estimée.

Remarquons que pour simplifier les expressions, nous nous sommes placés dans le cas où l'interféromètre est idéalement réglé. Cependant, le résultat est inchangé si on prend en compte les imperfections de phase et d'amplitude de notre dispositif. La seule hypothèse à faire est que les entrées *IN* et *ISO* du premier coupleur hybride sont symétriques, ce qui est vrai à typiquement $0,2 \text{ dB}$ et 2° près dans la bande passante de notre dispositif (figure C.4).

La principale source d'incertitude dans cette mesure vient donc de la calibration en température, qui présente une incertitude d'environ 10 %.

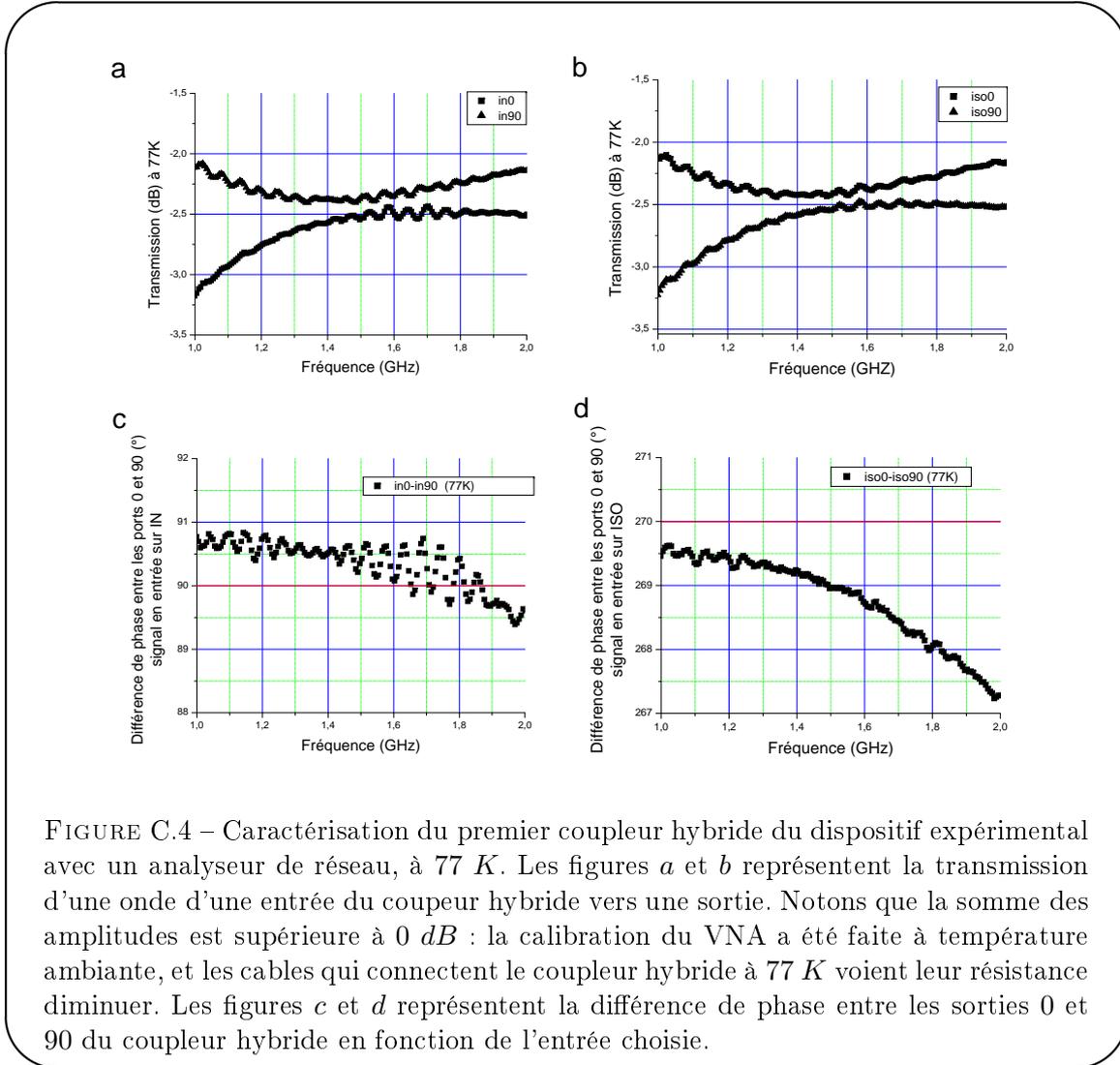


FIGURE C.4 – Caractérisation du premier coupleur hybride du dispositif expérimental avec un analyseur de réseau, à 77 K. Les figures *a* et *b* représentent la transmission d'une onde d'une entrée du coupleur hybride vers une sortie. Notons que la somme des amplitudes est supérieure à 0 dB : la calibration du VNA a été faite à température ambiante, et les câbles qui connectent le coupleur hybride à 77 K voient leur résistance diminuer. Les figures *c* et *d* représentent la différence de phase entre les sorties 0 et 90 du coupleur hybride en fonction de l'entrée choisie.

C.3 Relations utiles pour l'expérience

Dans ce paragraphe, nous allons donner quelques relations de calibration utiles.

C.3.1 Mesure au voltmètre

Lorsqu'on mesure le signal en sortie de la détection homodyne au voltmètre alors que les déphaseurs sont mis dans la configuration *a*, on obtient à partir des courbes de calibration de la figure C.2 et de la calibration de la chaîne d'excitation les relations suivantes :

$$X[V] = 37\sqrt{P_{iso,X}[\mu W]} \quad (C.4)$$

$$Y[V] = 35\sqrt{P_{iso,Y}[\mu W]} \quad (C.5)$$

où $P_{iso,X}$ désigne la puissance de la composante détectée en phase sur l'entrée *ISO*, et $P_{iso,Y}$ la puissance de la composante détectée hors phase.

À partir de l'équation C.1, nous pouvons alors relier le courant qui traverse l'échantillon à la tension DC mesurée en sortie des multiplieurs de la détection homodyne (ces relations sont valables à un offset près, qu'on peut mesurer en plaçant l'échantillon en régime fortement pincé) :

$$I_{\omega,X}[nA] = 3,5X[mV] \quad (C.6)$$

$$I_{\omega,Y}[nA] = 3,7Y[mV] \quad (C.7)$$

C.3.2 Mesure à la détection synchrone

Nous avons cependant effectué la plupart des mesures alors que le déphaseur $0 - \pi$ était haché. Nous avons donc placé en sortie des multiplieurs des détections synchrones. On s'attend alors à mesurer la valeur RMS de la première harmonique d'un créneau oscillant entre 0 et X (ou Y). Comme la série de Fourier d'un créneau $C(t)$ d'amplitude pic-pic V_{pp} est :

$$C(t) = \frac{2}{\pi} V_{pp} \sum_{n \text{ impair}} \cos(n\omega t) \quad (C.8)$$

nous nous attendons à mesurer sur la détection synchrone une amplitude RMS $V_{DS} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} X$ sur le multiplieur détectant la partie hors phase du signal.

Enfin, la mesure avec une détection synchrone de la sortie des multiplieurs fournit une mesure de la première harmonique du courant parcourant l'échantillon selon les formules suivantes :

$$I_{\omega,X}[nA] = 7,9X_{DS}[mV] \quad (C.9)$$

$$I_{\omega,Y}[nA] = 8,2Y_{DS}[mV] \quad (C.10)$$

Cette calibration a une précision de 10 % environ, et nous a permis de mesurer directement la quantification du courant en unités de $2ef$ dans le régime d'injection de charges uniques.

Bibliographie

- [1] Y. JI, Y. CHUNG, D. SPRINZAK, M. HEIBLUM, D. MAHALU et H. SHTRIKMAN, “An electronic Mach Zehnder interferometer”, *Nature* **422**, 415 (Mar 2003). (Pages 1, 2 et 3.)
- [2] I. NEDER, N. OFEK, Y. CHUNG, M. HEIBLUM, D. MAHALU et V. UMANSKY, “Interference between two indistinguishable electrons from independent sources”, *Nature* **448**, 333 (2007). (Pages 1 et 2.)
- [3] G. FÈVE, *Quantification du courant alternatif : la boîte quantique comme source d’électrons uniques subnanoseconde*, Thèse de doctorat, Université Paris VI (2006). (Pages 1, 17, 24, 44, 56 et 150.)
- [4] G. FÈVE, A. MAHÉ, J.-M. BERROIR, T. KONTOS, B. PLAÇAIS, D. C. GLATTLI, A. CAVANNA, B. ETIENNE et Y. JIN, “An On-Demand Coherent Single-Electron Source”, *Science* **316**, 1169–1172 (2007). (Pages 1 et 44.)
- [5] P. ROULLEAU, F. PORTIER, D. C. GLATTLI, P. ROCHE, A. CAVANNA, G. FAINI, U. GENNSER et D. MAILLY, “Finite bias visibility of the electronic Mach Zehnder interferometer”, *Physical Review B (Condensed Matter and Materials Physics)* **76**, n° 16, 161309 (2007). (Page 2.)
- [6] L. V. LITVIN, H.-P. TRANITZ, W. WEGSCHEIDER et C. STRUNK, “Decoherence and single electron charging in an electronic Mach Zehnder interferometer”, *Physical Review B (Condensed Matter and Materials Physics)* **75**, n° 3, 033315 (2007). (Page 2.)
- [7] E. BIERI, M. WEISS, O. GÖKTAS, M. HAUSER, C. SCHÖNENBERGER et S. OBERHOLZER, “Finite-bias visibility dependence in an electronic Mach-Zehnder interferometer”, *Physical Review B (Condensed Matter and Materials Physics)* **79**, n° 24, 245324 (2009). (Page 2.)
- [8] D. YOSHIOKA, *The Quantum Hall Effect*, Springer (2002). (Page 4.)
- [9] P. ROULLEAU, F. PORTIER, P. ROCHE, A. CAVANNA, G. FAINI, U. GENNSER et D. MAILLY, “Direct Measurement of the Coherence Length of Edge States in the Integer Quantum Hall Regime”, *Physical Review Letters* **100**, n° 12, 126802 (2008). (Pages 4 et 11.)
- [10] P. ROULLEAU, F. PORTIER, P. ROCHE, A. CAVANNA, G. FAINI, U. GENNSER et D. MAILLY, “Noise Dephasing in Edge States of the Integer Quantum Hall Regime”, *Physical Review Letters* **101**, n° 18, 186803 (2008). (Page 4.)
- [11] C. ALTIMIRAS, H. LE SUEUR, U. GENNSER, A. CAVANNA, D. MAILLY et F. PIERRE, “Non-Equilibrium Edge Channel Spectroscopy in the Integer Quantum Hall Regime”, (2009), to appear in *Nature Physics*. (Page 4.)
- [12] H. LE SUEUR, C. ALTIMIRAS, U. GENNSER, A. CAVANNA, D. MAILLY et F. PIERRE, “Unveiling the quantum Hall regime low energy physics with energy exchange measurements”, (2009), to be published. (Page 4.)
- [13] B. J. VAN WEES, L. P. KOUWENHOVEN, H. VAN HOUTEN, C. W. J. BEENAKKER, J. E. MOOLJ, C. T. FOXON et J. J. HARRIS, “Quantized conductance of magnetoelectric subbands in ballistic point contacts”, *Physical Review B (Condensed Matter)* **38**, n° 5, 3625–3627 (1988). (Page 5.)

- [14] B. J. VAN WEES, H. VAN HOUTEN, C. W. J. BEENAKKER, J. G. WILLIAMSON, L. P. KOUWENHOVEN, D. VAN DER MAREL et C. T. FOXON, “Quantized conductance of point contacts in a two-dimensional electron gas”, *Physical Review Letters* **60**, n° 9, 848–850 (1988). (Page 5.)
- [15] D. A. WHARAM, T. J. THORNTON, R. NEWBURY, M. PEPPER, H. AHMED, J. E. F. FROST, D. G. HASKO, D. C. PEACOCK, D. A. RITCHIE et G. A. C. JONES, “One-dimensional transport and the quantisation of the ballistic resistance”, *Journal of Physics C : Solid State Physics* **21**, n° 8, L209–L214 (1988). (Page 5.)
- [16] A. KUMAR, L. SAMINADAYAR, D. C. GLATTLI, Y. JIN et B. ETIENNE, “Experimental test of the quantum shot noise reduction theory”, *Physical Review Letters* **76**, n° 15, 2778–2781 (1996). (Page 6.)
- [17] T. MARTIN et R. LANDAUER, “Wave-packet approach to noise in multichannel mesoscopic systems”, *Phys. Rev. B* **45**, n° 4, 1742–1755 (Jan 1992). (Page 6.)
- [18] A. BERTONI, P. BORDONE, R. BRUNETTI, C. JACOBONI et S. REGGIANI, “Quantum Logic Gates based on Coherent Electron Transport in Quantum Wires”, *Physical Review Letters* **84**, n° 25, 5912–5915 (2000). (Page 7.)
- [19] G. FÈVE, P. DEGIOVANNI et T. JOLICOEUR, “Quantum detection of electronic flying qubits in the integer quantum Hall regime”, *Physical Review B (Condensed Matter and Materials Physics)* **77**, n° 3, 035308 (2008). (Page 7.)
- [20] J. CHASTE, L. LECHNER, P. MORFIN, G. FÈVE, T. KONTOS, J.-M. BERROIR, C. GLATTLI, H. HAPPY, P. HAKONEN et B. PLAÇAIS, “Single Carbon Nanotube Transistor at GHz Frequency”, *Nano Letters* **8**, n° 2, 525 (2008). (Page 7.)
- [21] J. M. SHILTON, V. I. TALYANSKII, M. PEPPER, D. A. RITCHIE, J. E. F. FROST, C. J. B. FORD, C. G. SMITH et G. A. C. JONES, “High-frequency single-electron transport in a quasi-one-dimensional GaAs channel induced by surface acoustic waves”, *Journal of Physics : Condensed Matter* **8**, n° 38, L531–L539 (1996). (Page 7.)
- [22] J. CUNNINGHAM, V. I. TALYANSKII, J. M. SHILTON, M. PEPPER, M. Y. SIMMONS et D. A. RITCHIE, “Single-electron acoustic charge transport by two counterpropagating surface acoustic wave beams”, *Phys. Rev. B* **60**, n° 7, 4850–4855 (Aug 1999). (Page 7.)
- [23] L. S. LEVITOV, H. LEE et G. B. LESOVIK, “Electron counting statistics and coherent states of electric current”, *Journal of Mathematical Physics* **37**, n° 10, 4845–4866 (1996). (Page 7.)
- [24] J. KEELING, I. KLICH et L. S. LEVITOV, “Minimal Excitation States of Electrons in One-Dimensional Wires”, *Physical Review Letters* **97**, n° 11, 116403 (2006). (Page 7.)
- [25] R. J. SCHOELKOPF, P. WAHLGREN, A. A. KOZHEVNIKOV, P. DELSING et D. E. PROBER, “The Radio-Frequency Single-Electron Transistor (RF-SET) : A Fast and Ultrasensitive Electrometer”, *Science* **280**, n° 5367, 1238–1242 (1998). (Page 8.)
- [26] M. HOFHEINZ, X. JEHL, M. SANQUER, G. MOLAS, M. VINET et S. DELEONIBUS, “Simple and controlled single electron transistor based on doping modulation in silicon nanowires”, *Applied Physics Letters* **89**, n° 14, 143504 (2006). (Page 8.)
- [27] W. LU, Z. JI, L. PFEIFFER, K. W. WEST et A. J. RIMBERG, “Real-time detection of electron tunnelling in a quantum dot”, *Nature* **423** (2003). (Page 8.)
- [28] S. GUSTAVSSON, I. SHORUBALKO, R. LETURCQ, S. SCHÖN et K. ENSSLIN, “Measuring current by counting electrons in a nanowire quantum dot”, *Applied Physics Letters* **92**, n° 15, 152101 (2008). (Page 8.)

-
- [29] H. POTHIER, P. LAFARGE, C. URBINA, D. ESTEVE et M. H. DEVORET, “Single-electron pump based on charging effects”, *Europhys. Lett.* **17**, n° 3, 249–254 (1992). (Page 9.)
- [30] M. W. KELLER, J. M. MARTINIS, N. M. ZIMMERMAN et A. H. STEINBACH, “Accuracy of electron counting using a 7-junction electron pump”, *Applied Physics Letters* **69**, n° 12, 1804–1806 (1996). (Page 9.)
- [31] N. MAIRE, F. HOHLS, B. KAESTNER, K. PIERZ, H. W. SCHUMACHER et R. J. HAUG, “Noise measurement of a quantized charge pump”, *Applied Physics Letters* **92**, n° 8, 082112 (2008). (Page 9.)
- [32] M. BLUMENTHAL, B. KAESTNER, L. LI, T. JANSSEN, M. PEPPER, D. ANDERSON, G. JONES et D. RITCHIE, “Gigahertz quantized charge pumping”, *Nature Physics* **3**, 343–347 (2007). (Page 9.)
- [33] D. V. AVERIN, A. N. KOROTKOV et K. K. LIKHAREV, “Theory of single-electron charging of quantum wells and dots”, *Phys. Rev. B* **44**, n° 12, 6199–6211 (Sep 1991). (Page 9.)
- [34] P. L. MCEUEN, E. B. FOXMAN, U. MEIRAV, M. A. KASTNER, Y. MEIR, N. S. WINGREEN et S. J. WIND, “Transport spectroscopy of a Coulomb island in the quantum Hall regime”, *Phys. Rev. Lett.* **66**, n° 14, 1926–1929 (Apr 1991). (Page 9.)
- [35] R. HANBURY BROWN et R. Q. TWISS, “Correlation between photons in two coherent beams of light”, *Nature* **27-29** (1956). (Page 13.)
- [36] M. HENNY, S. OBERHOLZER, C. STRUNK, T. HEINZEL, K. ENSSLIN, M. HOLLAND et C. SCHONENBERGER, “The Fermionic Hanbury Brown and Twiss Experiment”, *Science* **284**, n° 5412, 296–298 (1999). (Page 13.)
- [37] C. K. HONG, Z. Y. OU et L. MANDEL, “Measurement of subpicosecond time intervals between two photons by interference”, *Phys. Rev. Lett.* **59**, n° 18, 2044–2046 (Nov 1987). (Page 14.)
- [38] S. OL’KHOVSKAYA, J. SPLETTSTOESSER, M. MOSKALETS et M. BÜTTIKER, “Shot Noise of a Mesoscopic Two-Particle Collider”, *Physical Review Letters* **101**, n° 16, 166802 (2008). (Page 14.)
- [39] J. SPLETTSTOESSER, S. OL’KHOVSKAYA, M. MOSKALETS et M. BÜTTIKER, “Electron counting with a two-particle emitter”, *Physical Review B (Condensed Matter and Materials Physics)* **78**, n° 20, 205110 (2008). (Page 14.)
- [40] J. SPLETTSTOESSER, M. MOSKALETS et M. BÜTTIKER, “Two-Particle Nonlocal Aharonov-Bohm Effect from Two Single-Particle Emitters”, *Physical Review Letters* **103**, n° 7, 076804 (2009). (Page 14.)
- [41] J. GABELLI, *Mise en évidence de la cohérence quantique des conducteurs en régime dynamique*, Thèse de doctorat, Université Paris VI (2006). (Pages 17, 24 et 26.)
- [42] M. H. PEDERSEN et M. BÜTTIKER, “Scattering theory of photon-assisted electron transport”, *Physical Review B (Condensed Matter and Materials Physics)* **58**, n° 19, 12993–13006 (1998). (Page 20.)
- [43] S. E. NIGG, R. LÓPEZ et M. BÜTTIKER, “Mesoscopic Charge Relaxation”, *Physical Review Letters* **97**, n° 20, 206804 (2006). (Page 24.)
- [44] J. GABELLI, G. FÈVE, J.-M. BERROIR, B. PLAÇAIS, A. CAVANNA, B. ETIENNE, Y. JIN et D. C. GLATTLI, “Violation of Kirchhoff’s Laws for a Coherent RC Circuit”, *Science* **313**, 499–502 (2006). (Page 24.)

- [45] M. BÜTTIKER, A. PRÊTRE et H. THOMAS, “Dynamic conductance and the scattering matrix of small conductors”, *Physical Review Letters* **70**, n° 26, 4114–4117 (1993). (Page 25.)
- [46] M. BÜTTIKER, “Quantized transmission of a saddle-point constriction”, *Phys. Rev. B* **41**, n° 11, 7906–7909 (Apr 1990). (Page 31.)
- [47] M. MOSKALETS, P. SAMUELSSON et M. BÜTTIKER, “Quantized Dynamics of a Coherent Capacitor”, *Physical Review Letters* **100**, n° 8, 086601 (2008). (Pages 34, 50 et 60.)
- [48] S. E. NIGG et M. BÜTTIKER, “Quantum to classical transition of the charge relaxation resistance of a mesoscopic capacitor”, *Physical Review B (Condensed Matter and Materials Physics)* **77**, n° 8, 085312 (2008). (Page 40.)
- [49] M. BÜTTIKER et S. E. NIGG, “Role of coherence in resistance quantization”, *The European Physical Journal - Special Topics* **172**, n° 1, 247–255 (2009). (Page 40.)
- [50] G. FÈVE, A. MAHÉ, J.-M. BERROIR, T. KONTOS, B. PLAÇAIS, D. C. GLATTLI, A. CAVANNA, B. ETIENNE et Y. JIN, “Realization of a time-controlled subnanosecond single electron source for ballistic qubits”, *Physica E* **40**, n° 5, 954–960 (2008). (Page 44.)
- [51] J. KEELING, A. V. SHYTOV et L. S. LEVITOV, “Coherent Particle Transfer in an On-Demand Single-Electron Source”, *Physical Review Letters* **101**, n° 19, 196404 (2008). (Pages 50 et 56.)
- [52] A. MAHÉ, F. D. PARMENTIER, G. FÈVE, J.-M. BERROIR, T. KONTOS, A. CAVANNA, B. ETIENNE, Y. JIN, D. C. GLATTLI et B. PLAÇAIS, “Subnanosecond single electron source in the time-domain”, *Journal of Low Temperature Physics* **153**, n° 5-6, 339–349 (2008). (Pages 51 et 52.)
- [53] J. GABELLI et B. REULET, “Dynamics of Quantum Noise in a Tunnel Junction under ac Excitation”, *Physical Review Letters* **100**, n° 2, 026601 (2008). (Page 57.)
- [54] C. W. J. BEENAKKER, M. KINDERMANN et Y. V. NAZAROV, “Temperature-Dependent Third Cumulant of Tunneling Noise”, *Phys. Rev. Lett.* **90**, n° 17, 176802 (Apr 2003). (Page 57.)
- [55] A. ZAZUNOV, M. CREUX, E. PALADINO, A. CRÉPIEUX et T. MARTIN, “Detection of Finite-Frequency Current Moments with a Dissipative Resonant Circuit”, *Physical Review Letters* **99**, n° 6, 066601 (2007). (Page 57.)
- [56] Y. M. BLANTER et M. BÜTTIKER, “Shot noise in mesoscopic conductors”, *Phys. Rep* **336**, n° 1,2, 1–166 (2000). (Page 58.)
- [57] M. MOSKALETS et M. BÜTTIKER, “Time-resolved noise of adiabatic quantum pumps”, *Physical Review B (Condensed Matter and Materials Physics)* **75**, n° 3, 035315 (2007). (Pages 58, 60 et 63.)
- [58] G. B. LESOVIK et R. LOOSEN, “On the detection of finite-frequency current fluctuations”, *JETP Letters* **65**, n° 3, 295–299 (1997). (Page 59.)
- [59] U. GAVISH, Y. LEVINSON et Y. IMRY, “Detection of quantum noise”, *Physical Review B (Condensed Matter and Materials Physics)* **62**, n° 16, R10637–R10640 (2000). (Page 59.)
- [60] A. CLERK, M. DEVORET, S. GIRVIN, F. MARQUARDT et R. SCHOELKOPF, “Introduction to Quantum Noise, Measurement and Amplification”, (2008), http://arxiv.org/PS_cache/arxiv/pdf/0810/0810.4729v1.pdf. (Page 59.)
- [61] H. C. PARK et K.-H. AHN, “Admittance and Noise in an Electrically Driven Nanostructure : Interplay between Quantum Coherence and Statistics”, *Physical Review Letters* **101**, n° 11, 116804 (2008). (Page 59.)

- [62] M. MOSKALETS et M. BÜTTIKER, “Heat production and current noise for single- and double-cavity quantum capacitors”, *Physical Review B (Condensed Matter and Materials Physics)* **80**, n° 8, 081302 (2009). (Page 60.)
- [63] D. M. POZAR, *Microwave Engineering* (2005). (Pages 84 et 108.)
- [64] A. CHINCARINI, G. GEMME, M. IANUZZI, R. PARODI et R. VACCARONE, “Gain and noise analysis of HEMT amplifiers from room temperature to superfluid He”, *Class. Quantum Grav* **23**, 293–298 (2006). (Page 92.)
- [65] K. C. GUPTA, R. GARSH, I. BAHL et P. BHARTIA, *Microstrip Lines and Slotlines* (1996). (Page 108.)

Résumé

L'objet de cette thèse est la caractérisation d'une source d'électrons uniques subnanoseconde réalisée à partir d'une boîte quantique dans un gaz bidimensionnel d'électrons. Nous avons tout d'abord mis en évidence la quantification du courant alternatif moyen en unités de $2ef$, où f est la fréquence d'excitation de la source, lorsque la tension appliquée compense l'énergie d'addition de la boîte. Cette quantification correspond à l'injection d'un unique électron et d'un unique trou par période du signal excitateur, au début de chaque alternance. Le temps de sortie des charges, mesuré expérimentalement, est contrôlé par la transmission de la barrière tunnel entre la boîte et le réservoir. Nous avons ensuite construit un dispositif cryogénique original de mesure de bruit haute fréquence extrêmement sensible et très stable, qui nous a permis de mesurer le bruit de la source d'électrons uniques. Nos résultats sont en très bon accord avec deux modèles théoriques que nous avons développés. Le premier est un modèle de diffusion que nous avons adapté à l'étude de notre source, permettant l'étude numérique du bruit en fonction d'un grand nombre de paramètres. Le second est un modèle heuristique simple, permettant de mieux comprendre les origines physiques du bruit observé. Nous avons ainsi identifié un régime de bruit de grenaille, lorsque la charge émise par demi-période est très petite devant 1. À l'inverse, lorsque la charge émise par demi-période est proche de 1, le modèle prédit un régime de bruit de phase correspondant à l'incertitude quantique sur l'instant de sortie des charges. L'accord observé avec les mesures confirme l'émission de charges uniques par notre source dans certains régimes. Celle-ci sera ensuite utilisée pour réaliser des expériences similaires à celles de l'optique quantique avec des électrons uniques.

Mots-clés: Physique mésoscopique, gaz bidimensionnel d'électrons, boîte quantique, dynamique électronique cohérente subnanoseconde, source d'électrons uniques, bruit haute fréquence.

Abstract

This thesis is devoted to the characterization of a subnanosecond single electron source made of a quantum dot in a two dimensional electron gas. We observed the quantization of the AC current in units of $2ef$, where f is the frequency of the excitation. This value of the current corresponds to the injection of a single electron and a single hole at each period of the excitation signal. The escape time of the charges is controlled by the tunable tunnel barrier between the quantum dot and the reservoir. We designed an original cryogenic high frequency noise measurement device with ultra high sensitivity and stability, which made the single electron source noise measurable. Our measurements are in very good agreement with two theoretical models that we have developed. The first one describes the single electron source in a diffusion model, and takes into account all the sample parameters. The second one is a heuristic model and gives more insight into the physics involved in the noise. We differentiate between a shot noise regime, when the current of the source is small compared to $2ef$, and a phase noise due to the quantum jittering of the emission time in the single charge emission regime. The quantitative agreement between modeling and experiment confirms the existence of a single charge emission regime for our source. This source paves the way for quantum optics like experiments with single electrons.

Keywords: Mesoscopic physics, two dimensional electron gas, quantum dot, subnanosecond coherent electronic dynamics, single electron source, high frequency noise.

