HAL
open science

Modélidation de la propagation des ondes sismiques et des ejecta dans les astéroïdes: application à l'érosion des cratères de l'astéroïde 433-Eros

Céline Blitz

To cite this version:

Céline Blitz. Modélidation de la propagation des ondes sismiques et des ejecta dans les astéroïdes: application à l'érosion des cratères de l'astéroïde 433-Eros. Sciences de la Terre. Institut de physique du globe de paris - IPGP, 2009. Français. NNT : . tel-00441253

HAL Id: tel-00441253

https://theses.hal.science/tel-00441253

Submitted on 15 Dec 2009

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Institut de Physique du Globe de Paris
Équipe Géophysique Spatiale et Planétaire

Université de Pau et des Pays de l'Adour
Laboratoire de Modélisation et d'Imagerie en Géosciences de Pau

THÈSE

présentée par

Céline BLITZ

pour l'obtention du

TITRE DE DOCTEUR
DE L'INSTITUT DE PHYSIQUE DU GLOBE DE PARIS

Modélisation de la propagation des ondes sismiques et des ejecta dans les astéroïdes : application à l'érosion des cratères de l'astéroïde (433) Eros

Soutenue le 22 avril 2009 devant le jury composé de :

Jean-Pierre Vilotte	Physicien, Institut de Physique du Globe de Paris, France	**Président du jury**
Alberto Cellino	Astronome, Observatoire de Turin, Italie	**Rapporteur**
Pierre Thore	Ingénieur senior HDR, TOTAL, France	**Rapporteur**
Juergen Oberst	Professeur, German Aerospace Center, Berlin, Allemagne	**Examinateur**
Philippe Lognonné	Professeur, Université Paris VII, France	**Directeur de thèse**
Dimitri Komatitsch	Professeur, Université de Pau, France	**Co-directeur de thèse**
Roland Martin	Ingénieur de recherche CNRS, Université de Pau, France	**Invité**

Institut de Physique du Globe de Paris
Équipe Géophysique Spatiale et Planétaire
Observatoire de Saint-Maur
4, avenue de Neptune
94100 Saint Maur des Fossés
France

Remerciements

Tout d'abord, pour m'avoir soutenue pendant les trois ans de cette thèse, je remercie mes deux directeurs de thèse : Philippe Lognonné et Dimitri Komatitsch, ainsi que pour m'avoir permis d'exprimer ma passion pour la physique des astéroïdes. Grâce à vous j'ai réalisé mon rêve : apporter ma 'petite pierre' à l'édifiante recherche sur la physique des astéroïdes. A ce jour c'est chose faite … et j'espère que ce n'est pas terminé ! Pour cela, tout comme pour la confiance que vous m'avez témoignée au cours de ces trois ans, je ne vous remercierai jamais assez.

Plus particulièrement, je remercie Dimitri Komatitsch pour sa disponibilité, sa patience à mon égard et son sens de la rigueur scientifique. Ses critiques constructives et ses précieux conseils m'ont beaucoup aidés à surmonter les moments les plus difficiles. Ses nombreuses corrections au stylo rouge ont été pour moi une source permanente de réconfort tout comme son enthousiasme dans mon encadrement scientifique.

Je remercie également Philippe Lognonné pour m'avoir laissé la liberté d'orienter ma thèse vers ce sujet 'sur mesure' de la sismologie sur l'astéroïde Eros. Car à l'origine, le sujet des astéroïdes devait occuper moins de la moitié de cette thèse initialement intitulée : 'Modélisation de propagation d'onde en milieux fracturés et poreux: application aux régolites planétaires et aux réservoirs pétroliers'. Et finalement, le côté pétrolier, c'est pour maintenant… Un grand merci pour le temps que vous m'avez accordé lors de congrès où à la sortie d'un avion, et pour m'avoir conféré l'autonomie nécessaire (aussi bien scientifique qu'administrative) à la recherche scientifique.

Pour m'avoir passionné pour le sujet des astéroïdes, je tiens à remercier Patrick Michel, sans qui je n'aurais peut être pas fait cette thèse. Merci pour tes nombreuses conférences passionnantes que je suivais régulièrement (notamment à l'Astrorama où j'arrondissais mes fins de mois) et qui m'ont amenées à me passionner pour le sujet des astéroïdes. Ensuite, merci mille fois de m'avoir mis en contact avec Philippe Lognonné durant cette année de galères où je recherchais une thèse. Je ne pensais pas, à l'époque, avoir un sujet aussi passionnant…

Je tiens à exprimer toute ma reconnaissance aux membres du jury pour leur intérêt vis-à-vis de ce travail. Merci aux rapporteurs Alberto Cellino et Pierre Thore d'avoir consacré leur temps à la lecture de ce manuscrit et pour leurs remarques constructives. Tout comme Alberto Cellino, je remercie Juergen Oberst, examinateur, d'être venu de si loin pour assister à cette thèse et d'avoir animé le débat par leurs intéressantes questions et remarques. Je remercie de même Jean-Pierre Vilotte pour avoir accepté de présider la soutenance et Roland Martin pour ses nombreux conseils lors de la deuxième partie de ma thèse.

J'exprime aussi toute ma gratitude à Nicolas Le Goff pour sa grande aide et sa patience lors des moments les plus difficiles de ma thèse. Merci pour tout ce que tu m'as appris. De même je remercie Roland Martin pour nos discussions très enrichissantes et son aide.

Mes remerciements s'adressent aussi à tous les membres de la grande famille des astéroïdes avec qui j'ai eu l'occasion d'avoir des discussions passionnantes. Je remercie tout d'abork Erik Asphaug pour son soutient et son intérêt vis-à-vis de mon travail. *Thank you Erik for your interesting comments all along my PhD, for your open-minded ideas regarding seismology and physics of asteroids, and for your support before my first talk*. Je remercie encore Alberto Cellino, cette fois-ci pour m'avoir décrit les grandes tendances d'idées qui traversent notre communauté, *gracie mille, Alberto* ! De même, je remercie Keith Holsapple pour avoir accepté notre invitation sur le campus de Saint Maur des Fossés et pour avoir effacé, ce jour là, plusieurs doutes que j'avais sur la physique des impacts. Merci à Patrick Michel et Olivier Barnouin-Jha pour les précieuses informations qu'ils m'ont fournies durant ma thèse. Enfin, un grand merci à David Baratoux, qui m'a toujours soutenu et encouragé depuis le DEA sur notre projet (mené à terme) de publication des effets des éjecta sur l'érosion des cratères d'Eros.

J'adresse aussi de vifs remerciements à mes collègues du projet R&T MEMS : merci à David Mimoun pour tous ses conseils, pour m'avoir montré une nouvelle vision des sciences, car j'ai beaucoup appris sur la valorisation des travaux scientifiques. Je remercie mes collègues Tanguy Nebut et Sylvain Tillier ainsi que nos collaborateurs du Centre National d'Études Spatiales Pierre-Gilles Tizien et du Commissariat à l'Énergie Atomique, Gérard Ruzié. Merci à tous pour cette collaboration très enrichissante.

Etant donné le peu de cours d'informatique que possède mon cursus de Sciences de la Terre et de l'Univers, je remercie tout particulièrement mes collègues informaticiens David Michéa, Taoufik Gabsi et Stéphane Leborgne pour leur gentillesse à mon égard. Heureusement que vous avez été là pour combler mes lacunes en informatique, grâce à vous j'ai su dire non aux partitions Windows, de tout cœur merci ! Je remercie de même Christophe Merlet pour ses interventions rapides et plus que sécurisantes sur toutes les machines utilisées pour cette thèse.

Pour son soutien, son aide, sa gentillesse et son dévouement, je remercie de tout cœur Jérôme Frayret. Merci de m'avoir rappelé les valeurs qui rendent la vie plus agréable.

Je remercie aussi tous mes collègues de bureau ou de couloir, avec mention spéciale pour Nicolas Legoff et David Michéa qui, en plus de m'avoir beaucoup aidés pour ma thèse, ont été mes compagnons de galère du permis de conduire : cet examen a été plus dur que la thèse, et j'ai été très contente qu'on franchisse cette étape ensemble. Encore félicitation … et gardez bien vos points ;-)

Merci à tous les membres de l'équipe Géophysique Spatiale et Planétaire de l'IPGP : Mathieu Lefeuvre pour sa bonne humeur et les expériences d'impact à échelle humaine, Giovanni Occhipinti pour son originalité rassurante et son aide précieuse pour les modes propres, Ana-Rita Baptista, Pierre-Emanuel Godet, François Crespon, Lucie Rolland, Joséphine Boisson, Jeanine Gagnepain-Beneix, Yves Cohen, Caillus (merci pour les Rochers Suchard !), Cédric Gillmann, Mark Wieczorek, …

Merci à tous les membres du laboratoire de Modélisation et d'Imagerie en Géosciences de Pau avec une pensée particulière à ceux qui ont eu la lourde tache d'écouter mes problèmes de fin de thèse : Pierre Lacan, Carlos Couder Castaneda, Grégoire Messager et Majed Jabbour, Ronan Madec, Audrey Neau, Pierre LeLoher, Toqeer Muhammad, Bernard Monod. Merci de m'avoir permis de vider mon sac quand j'en avais besoin ou de refaire le monde quand il n'y avait pas besoin ! De même je remercie Roland Martin, Nathalie et Paul Cristini, Béatrice de Vogd, Damien Dhont, Bertrand Nivière (merci à tous les 3 de m'avoir permis d'enseigner à la fac), Yves Hervouet.

Un grand merci à l'équipe INRIA MAGIQUE 3-D, avec mention spéciale à Hélène Barucq pour son soutient et pour m'avoir accueilli dans son équipe pour mon postdoc.

Pour avoir déclenché ma passion pour l'astronomie à 14 ans, je remercie vivement Jean-Pierre Luminet, et pour l'avoir entretenue depuis ce jour, je remercie mon club d'astronomie du GAPRA (Groupement Astronomique Populaire de la Région d'Antibes). Je tiens à remercier en particulier, deux de ses membres réguliers : Jean-Claude et Marie-France Béolor pour leur aide lors des corrections du manuscrit et pour le super film de la soutenance. Je remercie aussi mon 'nouveau' club d'astronomie la SAPO (Société d'Astronomie des Pyrénées Occidentales) pour son soutien, pour la nouvelle vie sociale qu'il m'a apportée dès mon arrivée à Pau et pour toutes ces nuits à l'Observatoire Pic du Midi qui ont été de véritables cures de remise en forme.

Une pensée particulière pour tous les clubs de sport que j'ai fréquentés durant la thèse et qui m'ont permis de libérer chaque soir les contraintes accumulées dans la journée. Sur Paris et environ : salle de fitness Accrovital, association sportive de l'université Paris 7, club de boxe thaï de la VGA, studio de danse 'Danser la Vie', sur Pau : salle de fitness 'Moving' et 'Les Bruyères', club de flamenco de la MJC des Fleurs. Merci de m'avoir permis de maintenir une très bonne condition physique, chose indispensable pour garder le moral en toutes circonstances !

Enfin, '*the last but not the least !*' : je ne saurai oublier le soutient de ma famille, que je remercie très sincèrement (et merci pour votre contribution aux corrections du manuscrit de thèse !).

Table des matières

INTRODUCTION **6**

CHAPITRE 1 LES ASTÉROÏDES **9**

1.1 GÉNÉRALITÉS SUR LES ASTÉROÏDES 9
1.1.1 La répartition des astéroïdes 10
1.1.2 Formation et structure chimique du Système Solaire 12
1.1.3 Les types taxonomiques d'astéroïdes 12
1.1.4 Les principaux types de météorites 13
1.2 LES ASTÉROÏDES GÉOCROISEURS 14
1.3 QUANTIFIER LE RISQUE DES GÉOCROISEURS 17
1.3.1 L'échelle de Turin 17
1.3.2 L'échelle de Palerme 18
1.3.3 Le cas de l'astéroïde Apophis (2004 MN 4) 19
1.4 LES STRATÉGIES DE PROTECTION DE LA TERRE CONTRE LES ASTÉROÏDES 20
1.4.1 La surveillance des astéroïdes 20
1.4.2 Les stratégies de protection de la Terre contre une éventuelle collision 21
1.5 INTÉRÊT DE LA CONNAISSANCE DE LA STRUCTURE INTERNE 22
1.6 L'ASTÉROÏDE EROS, CIBLE DE LA MISSION NEAR 27
1.7 L'ASTÉROÏDE EROS 30
1.7.1 Chronologie relative des évènements principaux 31
1.7.2 Rides, escarpements et stries 32
1.7.3 Les cratères d'impact 33
1.7.4 Les blocs rocheux produits par les cratères 34
1.7.5 Le régolite 34
1.7.6 La structure interne d'Eros 38

CHAPITRE 2 LE PROJET R&T MEMS : SPÉCIFICATIONS DE SISMOMÈTRES POUR LA MISSION SPATIALE EUROPÉENNE DON QUIJOTE **39**

2.1 LA MISSION DON QUIJOTE 39
2.2 LES CAPTEURS ADÉQUATS À DÉPLOYER SUR UN PETIT ASTÉROÏDE 40
2.3 LA MÉTHODE DE SOMMATION DES MODES PROPRES 41
2.3.1 Introduction 41
2.3.2 L'équation d'onde 42
2.3.3 Les modes propres de vibration pour un corps SNREI (Symmetric, Non Rotating, Elastic, Isotropic) 43
2.3.4 Sommation des modes et calcul des sismogrammes 45
2.4 MODÈLES D'ASTÉROÏDES ÉTUDIÉS ET TESTS EFFECTUÉS 46
2.4.1 Paramètres de départ et tests effectués 46
2.4.2 Présentation des modèles 46
2.5 RÉSULTATS ET INTERPRÉTATION 51
2.5.1 Les modes propres 51
2.5.2 Exemples de sismogrammes 54
2.5.3 Amplitude et bande passante 59
2.5.4 Conclusions sur l'étude des spécifications des sismomètres basée sur les modes propres 64

CHAPITRE 3 MODÉLISATION DE LA PROPAGATION D'ONDE DANS L'ASTÉROÏDE EROS PAR LA MÉTHODE DES ÉLÉMENTS SPECTRAUX **65**

3.1 LE PRINCIPE DE LA MÉTHODE DES ÉLÉMENTS SPECTRAUX 66
3.1.1 L'équation des ondes élastiques 66
3.1.2 Forme variationnelle de l'équation des ondes 71
3.1.3 Paramétrisation des éléments du maillage 72
3.1.4 Représentation des fonctions inconnues sur les éléments 74
3.1.5 Système matriciel et intégration en temps 74
3.1.6 Partitionnement du maillage et implémentation sur un ordinateur parallèle 75
3.2 SIMULATION DE PROPAGATION D'ONDE DANS DES MODÈLES 2-D DE L'ASTÉROÏDE EROS 77
3.2.1 Les modèles d'astéroïdes étudiés et leur élaboration 77
3.2.2 Résultats des simulations 113
3.3 SIMULATION DE PROPAGATION D'ONDE DANS DES MODÈLES 3-D DE L'ASTÉROÏDE EROS 124
3.3.1 Maillage du modèle homogène 3-D de l'astéroïde Eros 124
3.3.2 Maillage du modèle 3-D d'Eros doté d'une couche de régolite 129
3.3.3 Les différents paramètres des simulations numériques 137
3.3.4 Résultats des simulations 139

3.4 ANNEXE – ARTICLE "SIMULATION OF SEISMIC WAVE PROPAGATION IN AN ASTEROID BASED UPON AN UNSTRUCTURED MPI SPECTRAL-ELEMENT METHOD: BLOCKING AND NON-BLOCKING COMMUNICATION STRATEGIES" PUBLIÉ DANS LE JOURNAL "LECTURE NOTES IN COMPUTER SCIENCE", VOLUME 5336, P 350-363, 2008. 154

CHAPITRE 4 SIMULATION DE L'ÉROSION DES CRATÈRES DE L'ASTÉROÏDE (433) EROS 168

4.1 THE EFFECTS OF EJECTA ACCUMULATION ON THE CRATER POPULATION OF ASTEROID (433) EROS 169
4.1.1 Introduction 169
4.1.2 Modeling of impact cratering 171
4.1.3 Results and discussion 176
4.1.4 Conclusions 182
4.2 EFFECT OF THE SEISMIC SHAKING AND EJECTA COVERAGE ERASURE ON THE CRATER POPULATION OF ASTEROID (433) EROS 184
4.2.1 Introduction 184
4.2.2 The impactor population modeling 185
4.2.3 Wave propagation modeling 186
4.2.4 Crater erasure modeling 196
4.2.5 Results and discussion 198
4.2.6 Conclusions 201
4.3 ANNEXE - CARACTÉRISER LES PHÉNOMÈNES D'IMPACTS : DE L'IMPACTEUR AUX EJECTA 203
4.3.1 Les différentes façons d'étudier les impacts 203
4.3.2 Les lois d'échelle 203

CONCLUSIONS 208

Introduction

En règle générale, le terme sismologie rime avec ‘planète vivante’. En effet, sur Terre, lorsque les contraintes liées aux mouvements des plaques tectoniques se relâchent brutalement, les parois des failles, souvent localisées aux jonctions de plaques, se mettent en mouvement, provoquant les séismes. Ces séismes sont donc pour la plupart d’origine tectonique et entretenus par les mouvements convectifs terrestres, preuve que la Terre est encore une planète chaude, ‘vivante’. Un séisme génère plusieurs types d’ondes correspondant à divers types de déplacement de la matière. Les ondes de volume se propagent à l’intérieur du corps. Elles peuvent être de type pression (P) ou de type cisaillement (‘shear’ = S) selon le déplacement de la matière qu’elles produisent. Les ondes P, les plus rapides, également appelées ondes de compression, génèrent des mouvements de compression et de dilatation successifs dans la direction de propagation de l’onde. Les ondes S sont également appelées ondes de cisaillement, elles propagent un mouvement du matériau perpendiculaire à la direction de propagation de l’onde. On observe également des ondes de surface, moins rapides que les ondes de volume mais de plus forte amplitude : ce sont les ondes de Rayleigh ou de Love, selon la direction du mouvement du sol provoqué.

À la suite d’un séisme, les enregistrements des mouvements du sol au cours du temps, appelés sismogrammes, mettent en évidence les arrivées et la forme des différents types d’ondes. En fonction du temps que mettent les ondes à se propager dans la Terre, on peut déterminer, en résolvant un problème inverse, les propriétés (en particulier la vitesse des ondes sismiques) des milieux qu'elles ont traversés. Ce raisonnement n'est pas spécifique à la planète Terre et a également été appliqué lors des missions lunaires Apollo qui ont permis l’acquisition de sismogrammes (voir pour les revues Lognonné et Mosser, 1993 et Lognonné et Johnson, 2007). Dans ce cas, la source sismique pour cette planète refroidie, sans tectonique, n'a pas été une source interne, mais l’impact de l’étage supérieur de la sonde Apollo 17, puis les chutes de météorites ou la compression/dilatation thermique des matériaux composant sa surface. Ces sismogrammes ont permis d'obtenir des informations précieuses sur la structure interne de la Lune en ce qui concerne la minéralogie, l’épaisseur des couches et les vitesses des ondes sismiques (Lognonné et al., 2003 et Gagnepain-Beyneix et al., 2006)
Bien que les astéroïdes soient eux aussi pour la plupart des objets ‘morts’, sans tectonique, la propagation d’ondes sismiques est un mécanisme qui peut malgré tout être initié par des procédés naturels ou artificiels, comme nous le verrons dans ce manuscrit, et tout comme pour la Terre, les astéroïdes pourront dans le futur être étudiés grâce à des expériences de sismique active (même si cela n'a jamais été effectué jusqu'à présent, mais de telles méthodes sont proposées pour les futures missions spatiales telles que Deep Interior, Asphaug et al., 2001).

La présente thèse décrit l’application de la sismologie aux astéroïdes à travers deux objectifs principaux : le premier, d’ordre technique, consiste à déterminer les spécifications de sismomètres inclus dans la conception de la mission d’étude d’un astéroïde appelée ‘Don Quijote’, et le second, plus fondamental, montre comment la propagation des ondes et le rebouchage de petits cratères par des débris d'impacts permettent d’expliquer l’actuelle population de cratères de l’astéroïde Eros et en particulier son déficit observé en petits cratères.

Pour satisfaire le premier objectif issu d’une collaboration avec le Centre National d’Études Spatiales, des simulations de la réponse sismique de différents modèles d’astéroïdes ont été effectuées avec la méthode de sommation des modes propres (Lognonné et Clévédé, 2002). Cette étude s’inscrit dans la préparation de l’ancien projet de mission Don Quijote (Ball et al., 2004) qui avait pour objectif (au moment où ces modélisations ont été réalisées) de tester l’aptitude à dévier un astéroïde de sa trajectoire (une telle technique pourrait alors être mise en œuvre si un astéroïde devenait menaçant pour la Terre en s'en approchant trop près). Pour cela,

un astéroïde géocroiseur d'une taille kilométrique ou inférieure au kilomètre devait être choisi comme cible de la mission, il aurait été percuté par un projectile lancé depuis l'orbite du module et le couple de modules Sancho et Hidalgo aurait eu pour but d'étudier les effets de l'impact. Parmi les moyens d'étude auraient figuré des stations sismiques, dont nous devions définir les spécifications afin que les agences spatiales puissent procéder à leur élaboration. Ces récepteurs permettent l'étude de la structure interne d'un astéroïde grâce à l'impact mais également grâce à d'autres sources telles que la compression/dilatation thermique du matériau composant la surface de l'astéroïde. Nous utilisons donc la méthode de sommation des modes propres pour simuler les vibrations à longue période qu'un petit astéroïde, facilement ébranlable, peut endurer durant un impact comme celui qui était prévu dans la mission Don Quijote. À partir de cela, nous proposons des valeurs de bande passante et de sensibilité pour ces récepteurs sismiques.

Le second objectif de la thèse concerne l'astéroïde (433) Eros. Cet astéroïde silicaté de 34 km de long est le deuxième plus gros géocroiseur connu (il appartient au groupe des géocroiseurs car son orbite croise celle de la planète Mars). Il est le mieux connu parmi tous les astéroïdes imagés par des sondes spatiales car il a été la cible de la mission NEAR. Cette mission a été initiée en 1990 par le programme Discovery de la NASA avec comme idée une mise en orbite d'un an autour d'Eros. Équipée d'un spectromètre infrarouge et d'un spectromètre à rayons X/gamma, d'une caméra multi-spectrale, d'un altimètre laser, d'un magnétomètre et d'un transpondeur radio, cette sonde a quitté la Terre en février 1996 pour se mettre en orbite autour d'Eros le 14 février 2000. Elle a orbité autour de l'astéroïde pendant un an, faisant 230 tours durant lesquels elle a acquis plus de 140000 images. Ces images ont révélé une surface saupoudrée de régolite (c'est-à-dire de roche broyée par les impacts), très cratérisée, parsemée de rochers (débris des impacts), de différentes rides et sillons, et de structures pré-héritées de la formation d'Eros (probablement par fragmentation d'un corps parent (Chapman et al., 2002). Ces derniers éléments sont la preuve d'une certaine cohésion de l'intérieur de l'astéroïde Eros (Robinson et al., 2002) et d'une intense période collisionnelle.

Les études de la population des cratères d'Eros effectuées par Chapman et al. (2002) et Robinson et al. (2002) montrent que par rapport aux populations de cratères présentes sur d'autres corps planétaires tels que la Lune, Eros est déficitaire en petits cratères. Pour expliquer ce déficit, plusieurs scénarios sont possibles, parmi lesquels nous testerons le rebouchage des cratères par recouvrement des débris issus des impacts successifs et le rebouchage par glissements de terrain déclenchés par des vibrations sismiques produites lors des différents impacts. Nous avons choisi de tester la première hypothèse (recouvrement par des débris d'impacts) car de nombreux blocs d'ejecta (les débris des impacts) se retrouvent en surface d'Eros (Thomas et al., 2001). Nos simulations du recouvrement par les ejecta seront basées sur les équations aux dimensions qui relient les paramètres des cratères à ceux des projectiles qui les forment (Holsapple, 1993).

La seconde hypothèse que nous allons tester pour expliquer le déficit en petits cratères d'Eros est le rebouchage de ces petits cratères par des glissements de terrain déclenchés par des vibrations sismiques résultant d'impacts à la surface de l'astéroïde. Une telle hypothèse est suggérée par des traces claires, d'albédo élevé, présentes sur les bords des cratères (Richardson et al., 2004) et qui correspondent à du matériau exposé récemment probablement suite à des glissements de terrain (l'hypothèse est que le régolite plus ancien, donc sombre, glisse et laisse apparaître un régolite plus clair en dessous). Nous simulerons le mécanisme de vibration sismique en calculant la réponse sismique de l'astéroïde à des impacts et en appliquant cette réponse à un modèle de glissement de terrain dans les cratères.

Un modèle de vibration sismique a été simulé par Richardson et al. (2004) à partir du calcul de sismogrammes effectué avec une méthode d'hydrocode, peu précise pour ce problème et

appliquée à un modèle 2-D sphérique et fracturé d'un astéroïde de 1 km de diamètre. Dans cette étude, les paramètres de diffusion de l'énergie sismique et de l'atténuation utilisés ont été estimés en se basant sur les études faites antérieurement sur la lune et en considérant la seule contribution des ondes de volume P (de compression/dilatation), mais en négligeant la contribution des ondes de cisaillement et surtout des ondes de surface guidées dans la couche de régolite. Nous montrerons dans cette thèse que la prise en compte de ces deux types d'ondes manquants est pourtant essentielle, et nous l'inclurons dans toutes nos simulations. La seconde partie de la présente thèse aura donc pour but d'utiliser la méthode numérique des éléments spectraux (Komatitsch et Tromp, 1999), beaucoup plus précise pour ce problème, pour calculer la propagation des ondes dans des modèles plus réalistes de l'astéroïde Eros, en 2-D et en 3-D, en tenant compte du guide d'ondes constitué par la fine couche de régolite située en surface. Cette méthode, utilisée classiquement pour de nombreux problèmes de sismologie terrestre, nous permettra de calculer beaucoup plus précisément la réponse sismique de l'astéroïde Eros. Nous appliquerons ensuite aux accélérations calculées sur le bord des cratères un modèle de glissement de terrain basé sur le facteur de sécurité de la pente des cratères. À partir de ces simulations numériques combinées au modèle de recouvrement des cratères par les ejecta, nous essaierons de reproduire la population de cratères d'Eros et d'estimer la contribution de chacun de ces deux mécanismes d'érosion en particulier au déficit observé en petits cratères.

Le premier chapitre de cette thèse est consacré à un résumé des connaissances sur les astéroïdes, aux risques que représentent les astéroïdes géocroiseurs (qui justifient des missions d'entraînement à la déflection d'astéroïdes telles que 'Don Quijote'), puis à la description de la mission NEAR et à sa cible Eros. Ce chapitre de bibliographie est repris quasiment intégralement de la littérature publiée sur ces sujets.

Le deuxième chapitre, après une brève présentation de la mission 'Don Quijote' reprise de la littérature existant sur le sujet, décrit les simulations de signaux sismiques sur des modèles de petits astéroïdes sphériques que j'ai effectuées avec la méthode de sommation des modes propres. J'y expose également les spécifications déduites de ces simulations pour la conception de sismomètres à ancrer à la surface d'un astéroïde.

Le troisième chapitre est consacré à expliquer la méthode des éléments spectraux qui sera utilisée pour les simulations de propagation d'ondes dans des modèles 2-D et 3-D de l'astéroïde Eros, en reprenant en partie des descriptions méthodologiques disponibles dans la littérature sur ce sujet. J'y présente ensuite mes résultats originaux concernant l'application de cette technique numérique à plusieurs modèles d'astéroïde et j'y analyse les principaux résultats de ces simulations.

En quatrième chapitre, j'étudie différents mécanismes possibles d'érosion des petits cratères d'Eros: tout d'abord le rebouchage des cratères par des débris d'impacts, que j'expose avec une présentation des équations régissant ces phénomènes; puis j'ajoute ce modèle d'érosion au modèle du rebouchage des petits cratères par glissement de terrain pour tenter de reproduire la population de cratères de l'astéroïde Eros et en particulier son déficit observé en petits cratères.

Chapitre 1 Les astéroïdes

1.1 Généralités sur les astéroïdes

Tout comme pour l'étude des comètes (composées principalement de glace d'eau et de particules de poussières), l'étude des astéroïdes est d'un grand intérêt car ils correspondent aux débris de la formation du Système Solaire, datant de 4.5 Ga (http://neo.jpl.nasa.gov/neo/). Les astéroïdes et comètes observés de nos jours seraient des constituants planétaires qui n'auraient pas contribué à la formation des planètes. De ce fait, la détermination de leurs constituants chimiques permettrait de connaître la composition du mélange primordial à l'origine des planètes.

Les astéroïdes (figure 1.1) sont des objets métalliques ou rocheux de petite taille qui, comme les planètes, orbitent autour du Soleil sous son influence gravitationnelle (Bendjoya, 1998). Seuls 30 astéroïdes possèdent une taille supérieure à 200 km. Le plus gros des astéroïdes, Céres, possède un diamètre de 914 km (un tiers de la taille de la Lune), puis viennent les astéroïdes 2 Pallas et 4 Vesta de 400 km et 576 km de diamètre. La plupart des astéroïdes rocheux proviennent du Système Solaire interne entre Mars et Jupiter et malgré leur nombre élevé (26000 sont répertoriés à ce jour), leur masse totale ne dépasserait pas celle de la Lune. Globalement, la distribution en taille des astéroïdes suit une loi puissance suggérant une formation par collisions destructives de planétésimaux (embryons de planètes) de taille comprise entre 500 km et 1000 km (Garmier, 2001).

La forme des astéroïdes témoigne de leur histoire collisionelle ou d'un état d'équilibre de la matière. C'est pourquoi les plus gros astéroïdes (Vesta, Céres, Pallas) ont une forme symétrique, sphérique ou ellipsoïdale : ils auraient subi une fusion partielle provoquée par la grosse quantité de matériaux agglomérés et l'énergie accumulée lors de l'accrétion, à l'origine de cette forme caractéristique d'un planétésimal. Les astéroïdes n'ayant pas subi de fusion partielle (certains parmi les plus petits) possèdent des formes modelées par les nombreux impacts subis, ou pourraient être un groupement de débris comme c'est probablement le cas pour l'astéroïde Itokawa (figure 1.2). La distribution de taille des astéroïdes (déterminée par photométrie) confirme l'origine collisionelle de ces corps.

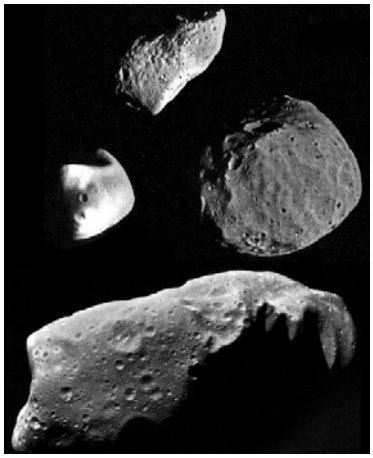

FIG. 1.1 - De haut en bas : l'astéroïde Gaspra (type S, 18 km × 9 km), Deimos (type S, 7 km × 5 km), Phobos (type S, 13 km × 9 km) et Ida (type S, 56 km × 20 km). Ce dernier astéroïde possède un petit astéroïde satellite de 1.4 km de diamètre. Image prise de Garmier (2001).

1.1.1 La répartition des astéroïdes

La plupart des astéroïdes sont situés dans la Ceinture Principale des Astéroïdes entre Mars et Jupiter, mais d'autres populations d'astéroïdes existent, telles que les troyens, les centaures, les trans-neptuniens et les géocroiseurs.

Les astéroïdes de la Ceinture Principale furent découverts par l'application de la loi empirique de Titius-Bode. Cette loi, donnant la distance au Soleil de chaque planète du Système Solaire en fonction de leur rang au Soleil, suggère la présence d'une planète à l'endroit de la Ceinture Principale, entre Mars et Jupiter. Or, les observations montrent que cette zone semble peuplée d'un ensemble d'astéroïdes plutôt que d'une planète. Quel est donc le lien entre une planète et les astéroïdes de la Ceinture Principale : seraient-ils une planète non formée, ou une planète qui se serait fragmentée ? Pour le savoir, des études effectuées sur la composition chimique de surface des astéroïdes (à travers leur spectre) ont permis leur classification. Deux catégories se sont principalement distinguées : le type C pour les astéroïdes riches en carbone et le type S, le plus répandu, pour les astéroïdes silicatés. Les études de la composition chimique des astéroïdes de la Ceinture Principale en fonction de leur distance au soleil montrent une variation progressive en fonction de l'éloignement au soleil, les types S étant plus abondants à proximité de l'étoile que les types C, plus nombreux quand on s'éloigne du Soleil. Cette distribution régulière des types d'astéroïdes ne pourrait pas subsister si ceux-ci étaient des débris d'une planète fragmentée. En effet, dans ce cas, les astéroïdes auraient des compositions réparties aléatoirement, ce qui n'est pas le cas. D'autre part, les météorites, que l'on connaît en tant que fragments des astéroïdes, ne présentent pas d'indices d'exposition à de fortes pressions ou de fortes chaleurs engendrées par une éventuelle explosion. Les astéroïdes de la Ceinture Principale seraient donc une planète dont le processus d'accrétion aurait été interrompu par l'action gravitationnelle de Jupiter (Bendjoya, 1998).

En 1910, le japonais Hiramaya démontra la similarité des orbites de certains astéroïdes de la Ceinture Principale. Il fut donc suggéré que ces différents corps puissent être des fragments d'un corps parent et plusieurs familles d'astéroïdes furent établies: Hungarias, Floras, Phocaea, Koronis, Themis, Cybeles et Hildas (figure 1.3).

La Ceinture Principale présente également certaines zones dépeuplées d'astéroïdes (figure 1.4), nommées les lacunes de Kirkwood (en hommage au découvreur de ces zones en 1872). Ces zones correspondent à des orbites d'astéroïdes dont la période de révolution autour du Soleil a un rapport en nombre entier avec la période de révolution de l'orbite de Jupiter. Par exemple, des astéroïdes placés dans la résonance 3:1 effectuent trois révolutions solaires tandis que Jupiter n'en effectue qu'une.

FIG. 1.2 - L'astéroïde Itokawa, de 500 m de long, imagé en 2005 par la sonde Hayabusa. Pris de Fuji et al. (2007)

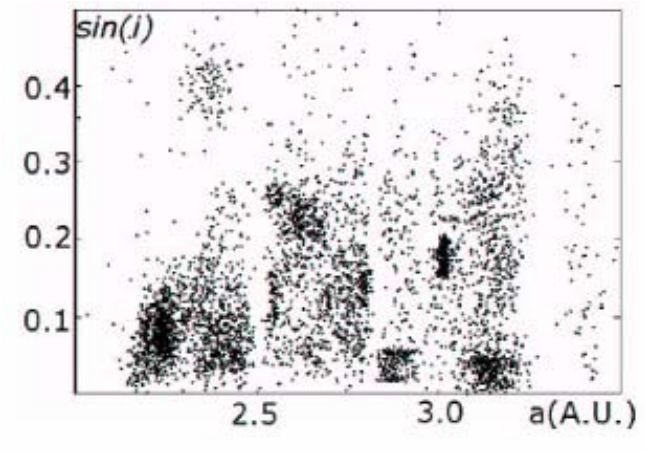

FIG. 1.3 - Familles d'astéroïdes : les concentrations en bas du graphique représentent les familles Themis, Eos et Koronis. Image prise de Garmier (2001).

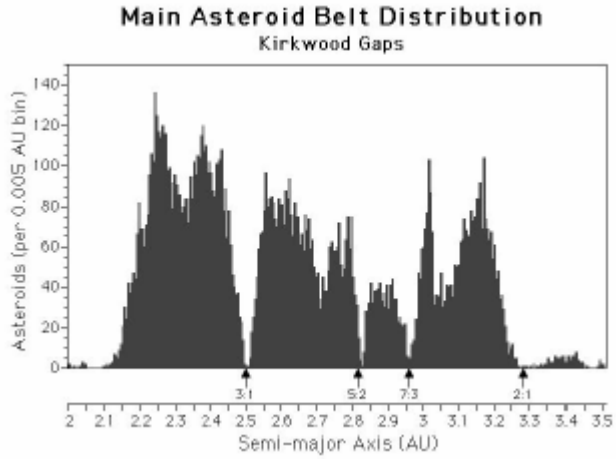

FIG. 1.4 - Nombre d'astéroïdes en fonction du demi grand axe de l'orbite mettant en évidence les lacunes de Kirkwood (Garmier, 2001).

Ces astéroïdes, régulièrement exposés aux perturbations dynamiques de Jupiter (les résonances), seraient donc systématiquement soumis à des impulsions gravitationnelles qui accélèreraient leur mouvement et les expulseraient hors de la Ceinture. Ce mécanisme est à l'origine de la population d'astéroïdes géocroiseurs. Les astéroïdes géocroiseurs orbitent dans le Système Solaire interne. Ils ont été expulsés de la Ceinture Principale par les perturbations gravitationnelles de Jupiter, et l'instabilité de leur orbite les conduits souvent à des collisions avec les planètes, réduisant leur durée de vie à quelques dizaines de millions d'années. Les sections 1.2 et 1.3 leur sont consacrées et soulignent le risque qu'ils représentent pour la Terre.

Les astéroïdes troyens résident sur les points de Lagrange de l'orbite de Jupiter, situés 60° avant Jupiter pour le point L4 et 60° après Jupiter pour le point L5. Certains astéroïdes peuplent également les points de Lagrange de l'orbite de Mars, et pourraient être présents aux points de Lagrange des orbites terrestre et vénusienne.

Issus de la Ceinture de Kuiper (réservoir de comètes à courte période situé après Neptune entre 35 Unités Astronomiques et 100 Unités Astonomiques, avec 1 Unité Astronomique équivalent à la distance Terre-Soleil, soit environ 150 millions de kilomètres), les quelques 500 astéroïdes trans-neptuniens montrent des compositions chimiques plus semblables à celle des comètes qu'à celle des astéroïdes.

Enfin, une trentaine d'astéroïdes de type centaure orbitent entre Jupiter et Neptune (entre 10 U.A. et 30 U.A. du Soleil). Il s'agirait de corps expulsés gravitationnellement de la Ceinture de Kuiper qui pourraient donc correspondre à des comètes inactives (la distinction entre astéroïdes et comètes inactives est mal connue).

1.1.2 Formation et structure chimique du Système Solaire

La formation du Système Solaire (donc des astéroïdes et des planètes) remonte à 4.56 Ga, dans la nébuleuse proto-planétaire. Dans cette nébuleuse, dotée du gaz et des poussières inutilisées dans la synthèse du Soleil, la température liée aux collisions des particules augmente lorsque la distance au Soleil diminue. De ce fait, trois zones de cette nébuleuse vont se structurer en fonction des éléments qui se condensent sous les diverses températures. Dans ces trois zones vont se former les différents types de météorites constituant 86 % des météorites recueillies sur Terre. La composition chimique du Système Solaire est définie par le gradient de température présent au sein de la nébuleuse proto-planétaire :

- loin du Soleil, les faibles températures occasionnent la condensation d'éléments volatiles comme l'eau, l'ammoniaque, le méthane ou l'oxyde de carbone. En revanche, la faible densité de ces zones éloignées du Soleil empêche une accrétion trop avancée, stoppant l'évolution des corps à un stade de planétésimaux. C'est ainsi que se forme la Ceinture de Kuiper, réservoir de comètes à courte période.
- dans une zone intermédiaire, l'eau est sous forme de glace et les processus d'accrétion forment les planètes gazeuses (Jupiter, Saturne, Uranus, Uranus, Neptune). Aucune altération par la chaleur n'est possible, ce qui suggère que les chondrites carbonées très primitives sont issues de cette zone. Ces planètes gazeuses sont suffisamment massives pour retenir des atmosphères de gaz légers.
- à proximité du Soleil, la chaleur est telle qu'elle peut initier la condensation des éléments les plus réfractaires (silicates, calcium, aluminium, oxydes métalliques) à l'origine de petits grains appelés chondres, éléments les plus anciens du Système Solaire. Ces éléments vont s'accréter avec les éléments restant de la nébuleuse jusqu'à former des blocs de plus en plus gros, les astéroïdes, qui eux-mêmes, devenant planétésimaux, s'accrètent sous l'effet des collisions pour former les planètes.

1.1.3 Les types taxonomiques d'astéroïdes

L'étude des spectres des astéroïdes a permis de les classer en plusieurs groupes : S, C, M, P et D (Garmier, 2001). Ces groupes sont issus de la répartition des éléments condensés dans la nébuleuse proto-planétaire puis des collisions des différents corps, notamment des différenciés.

- loin du Soleil, entre 3 U.A. et 5 U.A. se trouvent des astéroïdes sombres et très primitifs : ce sont les types P, situés à proximité des types D qui eux dominent entre 4 U.A. et 5.3 U.A. Leur éloignement de la Terre ne permet pas aux météorites d'atteindre la Terre, donc aucune météorite analogue n'a pu être proposée pour ces types d'astéroïdes.
- dans une région intermédiaire entre 2.5 U.A. et 3.5 U.A., les groupes C et M sont présents. Les astéroïdes de types C sont les plus nombreux puisqu'ils représentent 75 % de la population. Ils sont encore plus sombres que les précédents avec un albédo de 0.03. Leurs météorites analogues sont les chondrites carbonées, les plus primitives du Système Solaire car elles n'ont subi aucune altération ni par la chaleur ni par l'eau. Les

astéroïdes de type M (pour métalliques) ont un albédo entre 0.10 et 0.18, ils sont donc très sombres. Le matériau qui les compose correspondrait à un fragment de noyau d'un planétésimal différencié.

- à proximité du Soleil, entre 2 et 3 U.A., le groupe S correspond à des astéroïdes dont le spectre suggère la présence d'olivine et pyroxène avec parfois des indications de la présence de fer et de nickel. Cette catégorie comprend un sixième des astéroïdes et peut être définie en sept sous-groupes (S(I) à S(VII)) en fonction de la concentration en olivine et pyroxène de la surface étudiée. Les astéroïdes de ce groupe ont des valeurs d'albédo de 0.1 à 0.22. Les mêmes propriétés spectrales que ces astéroïdes peuvent se retrouver dans les météorites primitives chondrites ordinaires et les météorites ferro-pierreuses issues d'une différenciation dans un corps parent plus gros (elles correspondent à une roche issue de la zone de transition manteau - noyau). En réalité, le spectre des astéroïdes de type S diffère légèrement de celui des chondrites ordinaires et suggère que la surface des astéroïdes a été modifiée par altération spatiale (rayonnement solaire et bombardement micrométoritique). Ces météorites constituent 80 % des chutes terrestres, probablement du fait que les astéroïdes correspondants résident à proximité de la Terre.

1.1.4 Les principaux types de météorites

Les météorites citées dans les précédents paragraphes, les chondrites, sont primitives car elles possèdent des chondrules, directement formés dans la nébuleuse proto-planétaire. En revanche, parmi les trois types de météorites recueillis sur Terre, il y a également des météorites dépourvues de chondrules : les achondrites. Ces achondrites ne sont pas primitives puisque leur chondres ont subi la fusion partielle au sein d'un planétésimal, ce qui les a fait disparaître.

Les achondrites montrent plusieurs types. En effet, lorsqu'un corps a aggloméré suffisamment d'astéroïdes, cette grosse concentration de matière lui permet de fondre partiellement grâce à plusieurs facteurs tels que l'énergie emmagasinée par les collisions, ou la désintégration des radionucléïdes présents dans les matériaux le constituant. Ces astéroïdes différenciés proviennent donc plus vraisemblablement de la zone interne du Système Solaire où la concentration de matière était plus dense. En effet, dans cette zone, ils ont pu bénéficier de la chaleur émise par désintégration radioactive des radionucléïdes à durée de vie courte. Ces corps se sont donc probablement formés rapidement et dans une zone très concentrée en matière.

Ces planétésimaux étaient formés de 75% de silicates et 25 % de fer et nickel. Leur fusion partielle a permis la ségrégation des éléments en fonction de leur densité, les plus denses (fer et nickel) se retrouvant au centre du planétésimal, le tout formant une structure en noyau – manteau – croûte. Certains planétésimaux peuvent également présenter une activité volcanique.

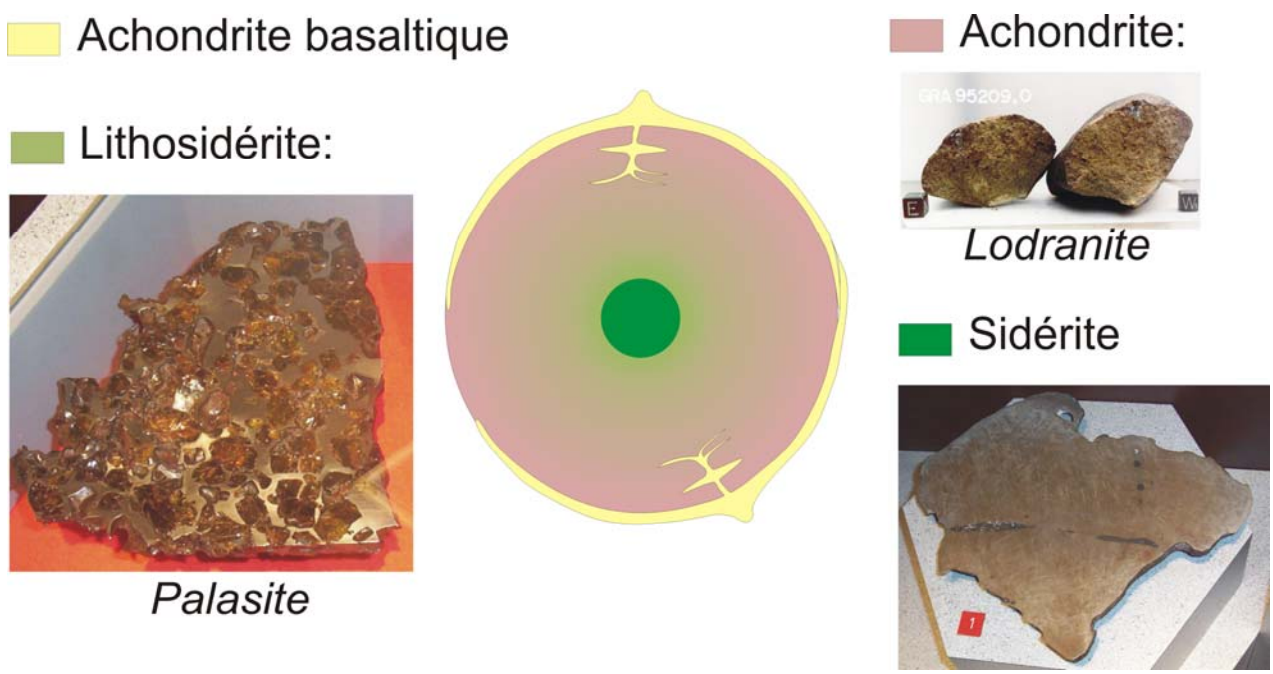

FIG. 1.5 - Provenance des météorites dans un astéroïde différencié (images prises au Musée d'Histoire Naturelle de Genève)

À la suite d'une collision ces planétésimaux peuvent se fragmenter en formant (figure 1.5):

- des débris correspondant à des morceaux de croûte et de manteau: les achondrites
- des morceaux d'interface entre manteau et noyau : les lithosidérites, présentant des cristaux d'olivine (minéraux caractéristiques du manteau) dans une matrice de fer et nickel correspondant à du noyau
- des morceaux de noyau : les sidérites. Une coupe dans cette roche montre des lignes transversales correspondant au réseau de Widmanstatten. Ceci correspond à l'enchevêtrement des cristaux de fer et nickel.
- voire même des fragments de roches volcaniques : les achondrites basaltiques

Par la suite, ces fragments peuvent se réagglomérer pour former un astéroïde en tas de débris (un 'rubble pile') de structure très différente.

La formation du Système Solaire a donc aboutit à trois types d'astéroïdes : les astéroïdes primordiaux (matériel chondritique, n'ayant pas subi de transformations), les astéroïdes différenciés (donc en couches concentriques avec un matériel achondritique issu de la fusion partielle) puis les astéroïdes réagglomérés ou 'rubble pile' (qui peuvent être à la base, soit différenciés, soit primordiaux).

1.2 Les astéroïdes géocroiseurs

Les Near Earth Object (NEO) sont les objets (astéroïdes ou comètes) qui évoluent dans le Système Solaire Interne (http://neo.jpl.nasa.gov/neo), à proximité des planètes rocheuses dont la Terre (figure 1.6). Plusieurs sous-groupes se distinguent parmi ces objets (dotés de périhélies q inférieurs à 1.3 Unité Astronomique), les termes 'NEA' (Near Earth Astéroïdes) ou 'géocroiseurs' étant employés pour désigner les astéroïdes de ce groupe (voir table 1.1). Ces astéroïdes géocroiseurs résultent des perturbations gravitationnelles que Jupiter exerce sur la

Ceinture d'Astéroïdes. Quant aux comètes du groupe des NEOs (notamment celles à courte période inférieure à 200 ans), elles sont appelées les 'Near Earth Comets' (NEC).

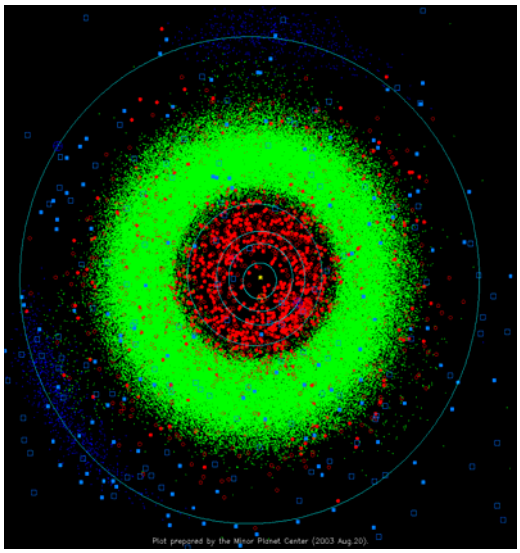

FIG. 1.6 - Représentation des petits corps du Système Solaire et des orbites des planètes Mercure, Vénus, Terre, Mars et Jupiter. Les carrés bleus correspondent à des comètes, les points rouges sont les objets croisant les planètes telluriques et les points verts sont les astéroïdes de la Ceinture Principale. Image prise de http://www.cfa.harvard.edu/iau/mpc.html

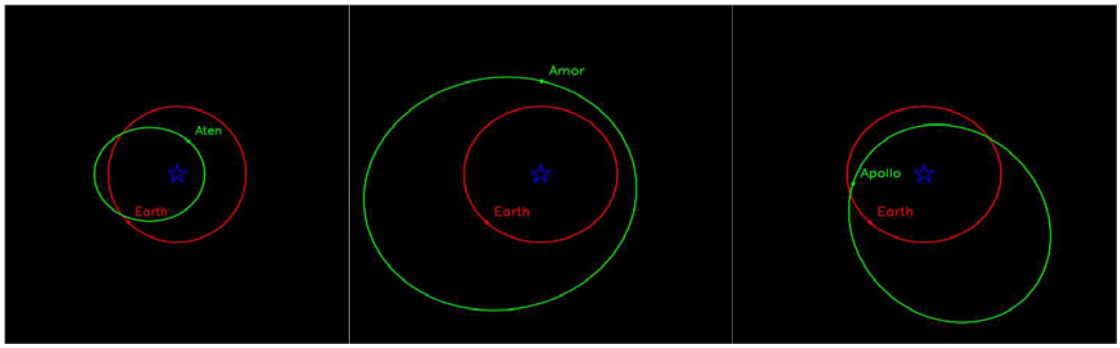

FIG. 1.7 - Représentation des orbites des Near Earth Asteroids. À gauche une orbite d'Aten (orbite interne à la Terre mais qui peut la croiser), au milieu une orbite d'Amor (orbite qui coupe celle de Mars, cette famille d'astéroïdes correspond à celle d'Eros) et à droite, orbite d'un Apollo (orbite extérieure à la Terre mais qui peut la croiser à aphélie de l'astéroïde).Source : http://www.planetastronomy.com/special/michel-rce-villette-nov2004.htm

La grande majorité des NEOs sont les astéroïdes géocroiseurs classés en trois catégories : les Atens, les Apollos et les Amors (voir figure 1.7). Bien que le nombre d'astéroïdes géocroiseurs découverts augmente chaque année, (5500 géocroiseurs connus en 2008, voir figure 1.8), les 979 astéroïdes les plus menaçants pour la Terre sont désignés sous le terme de PHA : Potentially Hazardous Asteroid. Ces astéroïdes demandent une attention particulière car leur magnitude absolue *H* est plus brillante qu'une valeur de 22 (ce qui équivaut à un diamètre supérieur à 150 m) et leur passage à proximité de la Terre peut se faire à moins de 0.05 Unité Astronomique.

Groupe	Description	Définition
NECs	Near-Earth Comets	q<1 .3 U.A., P<200 ans
NEAs	Near Earth Asteroids	q<1.3 U.A.
Atens	NEAs croisant la Terre avec des demi grands axes inférieurs à celui de la Terre (groupe nommé à partir de l'astéroïde 2062 Atens)	a<1 U.A., q>0.983 U.A.
Appolos	NEAs croisant la Terre avec des demi grands axes supérieurs à celui de la Terre (groupe nommé à partir de l'astéroïde 1862 Apollo)	a>1 U.A., q< 1.017 U.A.
Amors	NEAs qui approchent la Terre avec des orbites externes à la Terre, et internes à celle de Mars (groupe nommé à partir de l'astéroïde 1221 Amor)	a > 1 U.A., 1.017<q<1.3 U.A.
PHAs	'Potentially Hazardous Asteroid' : NEAs dont le Minimum Orbit Intersection distance (MOID) avec la Terre est inférieur ou égal à 0.05 U.A. et dont la magnitude absolue H est 22 ou moins	MOID ≤ 0.05 U.A., $H \leq 22$

Table 1.1 - Les différents groupes de Near Earth Object. Table prise de http://neo.jpl.nasa.gov/neo/. P est la période de l'orbite, a le demi grand axe et q le périéhlie.

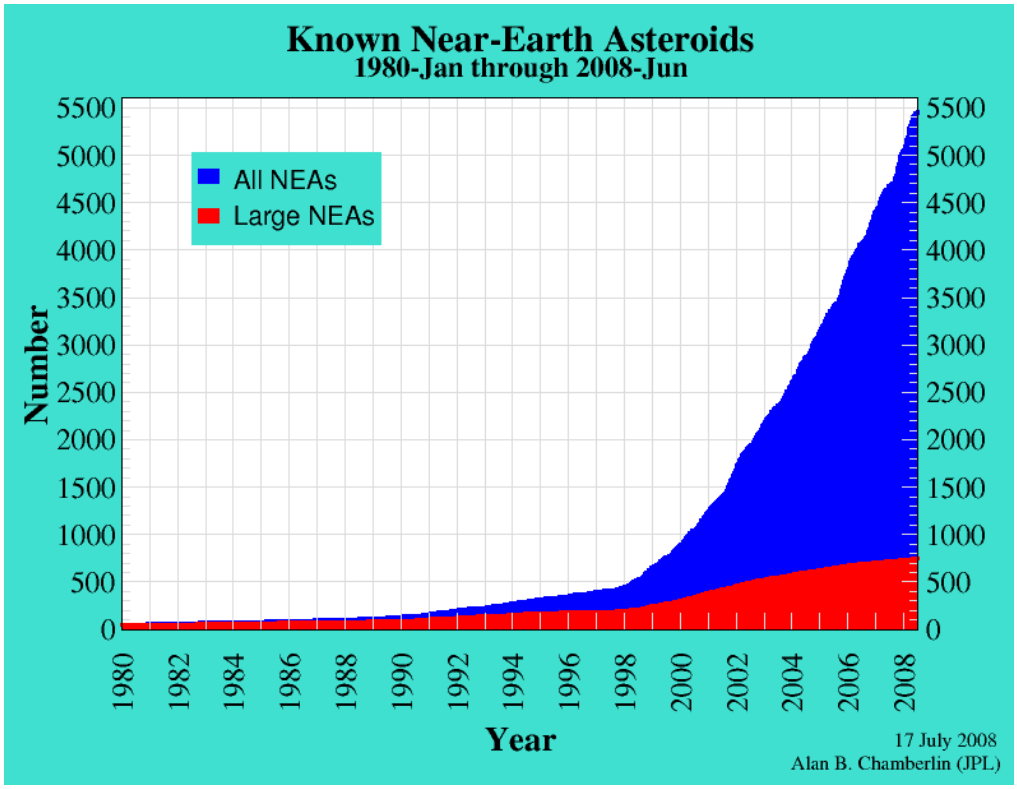

FIG. 1.8 - Nombre d'astéroïdes géocroiseurs connus en fonction des années. Un astéroïde est dit connu quand il a été suffisamment observé pour que son orbite puisse être calculée. Dans ce graphique, les grands géocroiseurs correspondent à des tailles supérieures au kilomètre. Figure prise de http://neo.jpl.nasa.gov/neo/.

1.3 Quantifier le risque des géocroiseurs

S'il est doté d'une taille de plus de 50 m, un astéroïde peut causer des dommages sur Terre. En dessous de cette limite, l'atmosphère peut agir comme un filtre, empêchant l'astéroïde d'atteindre la surface par vaporisation (sauf si l'astéroïde est métallique, auquel cas un impact est à envisager). Si le corps est de petite taille, il se vaporise dans la haute atmosphère sous l'effet de la chaleur produite par le frottement avec l'air. Les astéroïdes plus massifs sont détruits par la pression exercée frontalement lors de la rentrée dans les couches plus denses de l'atmosphère (lorsque cette pression est supérieure aux forces de cohésion du corps). Dans ce cas, l'astéroïde se fragmente et les fragments peuvent alors se vaporiser ou atteindre le sol suivant leur taille.

Plus un astéroïde est grand, plus sa probabilité de collision avec la Terre est faible (car ils sont rares), mais plus les dommages sont importants, comme le montre la table 1.2, issue d'une conférence de Patrick Michel :

Taille du corps	**Fréquence de collision terrestre**	**Effets sur Terre**
300 m	Tous les 60.000 ans	Destruction à l'échelle d'un pays
600 m	Tous les 250.000 ans	Destruction d'un continent
1200 m	Tous les millions d'années	Effet planétaire majeur
10000 m	Tous les 100 millions d'années	Effets similaires à la crise Crétacé Tertiaire, à l'origine de l'extinction des dinosaures

Table 1.2 - Fréquence et effet d'une collision d'un projectile de taille donnée (Patrick Michel)

Le risque de collision de la Terre avec un astéroïde ou une comète est donc une catastrophe naturelle qu'il est nécessaire d'étudier (Morrison et al., 2004).

1.3.1 L'échelle de Turin

Au même titre que l'échelle de Richter en sismologie permet de quantifier l'énergie libérée par un séisme, l'échelle de Turin permet de quantifier le risque d'impact en considérant l'énergie cinétique du corps menaçant et sa probabilité de collision (figure 1.9). La probabilité de collision d'un corps avec un autre peut être estimée à partir des caractéristiques orbitales et de la généralisation des équations d'Opik (Dones et al., 1999), tandis que l'énergie cinétique met en jeu les caractéristiques physiques de l'astéroïde, telles que sa masse et sa vitesse d'impact (Morrison et al., 2004).

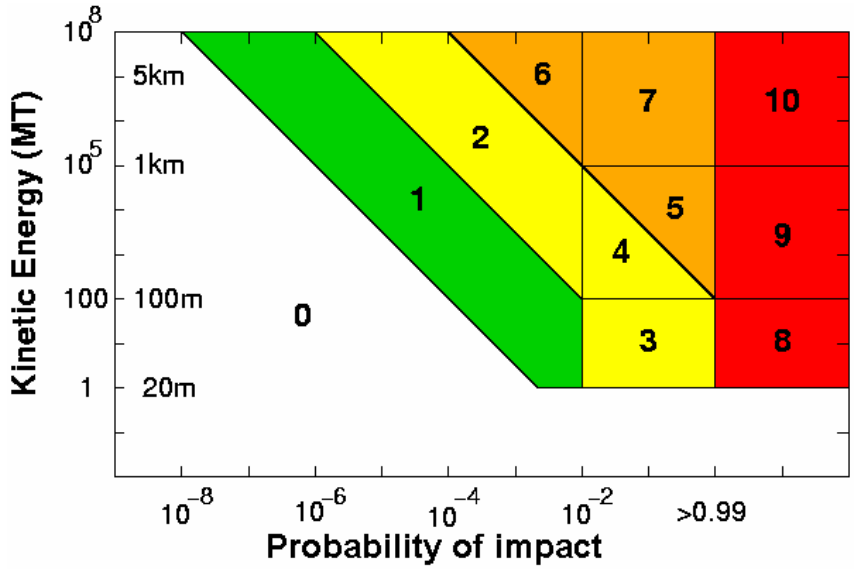

FIG. 1.9 - L'échelle de Turin (cette figure provient du site http://en.wikipedia.org/wiki/Torino_Scale)

L'échelle de Turin possède plusieurs zones, numérotées selon le risque qui augmente quand la probabilité d'impact et l'énergie cinétique de l'astéroïde augmentent. Les couleurs de l'échelle suivent l'évolution du risque, allant du blanc pour une valeur de 0, vert pour 1, jaune pour 2, 3 et 4, orange pour 5, 6 et 7 et rouge pour 8, 9 et 10. Ces trois derniers niveaux ont une probabilité de collision supérieure à 99% impliquant une énergie supérieure à 1 mégatonne et pouvant provoquer au minimum des dégâts locaux.

1.3.2 L'échelle de Palerme

Comparée à l'échelle de Turin, l'échelle de Palerme considère l' 'historique' des risques induits par les corps de même gabarit que le corps étudié (http://neo.jpl.nasa.gov/risk). Elle permet donc d'étudier le risque moyen provoqué par les objets de même taille dans le passé. Le niveau de risque *PS* d'un évènement sur cette échelle logarithmique peut s'exprimer en fonction du risque relatif *R* :

$$PS = \log_{10} R\,, \tag{1.1}$$

où *R*, le risque relatif, dépend de la probabilité d'impact P_i de l'astéroïde, du temps Δt qu'il reste avant l'éventuelle collision et de f_b, la fréquence d'impact annuelle 'équivalente':

$$R = \frac{P_i}{f_b \Delta t}\,, \tag{1.2}$$

avec

$$f_b = 0.03E^{-4/5}\,, \tag{1.3}$$

qui correspond à la probabilité annuelle d'un impact avec une énergie *E* au moins égale à celle de l'évènement étudié.

1.3.3 Le cas de l'astéroïde Apophis (2004 MN 4)

L'astéroïde Apophis, également appelé 2004MN4 mesure environ 270 m de long, et fut découvert en juin 2004 (http://en.wikipedia.org/99942_Apophis). Dès sa découverte, une forte probabilité d'impact avec la Terre (2.7 %) fut attribuée pour l'année 2029 mais finalement des observations ont éliminé cette hypothèse. Un regain de sa probabilité de collision avec la Terre pour l'année 2036 l'a élevé jusqu'au niveau 2 de l'échelle de Turin (probabilité de collision estimée à 1 sur 45000 durant le mois d'août 2006) puis de nouvelles observations ont infirmé ce niveau de risque pour 2036, le replaçant au niveau 0 de l'échelle de Turin.

Ces variations de niveaux de risques pour un astéroïde ne sont pas exceptionnelles et dépendent fortement de la quantité de données disponibles pour le corps étudié. En effet, de nombreuses données permettent une estimation plus précise de l'orbite du corps, réduisant alors les marges d'erreurs sur la position du corps à un instant donné et réduisant donc la plupart du temps sa probabilité de collision avec la Terre.

1.4 Les stratégies de protection de la Terre contre les astéroïdes

Même si le risque d'une collision avec la Terre est faible, il s'agit d'une des seules catastrophes naturelles qui puisse être évitée. Pour cela, il est nécessaire de surveiller les astéroïdes géocroiseurs pour tenter de caractériser les objets à risque et élaborer des stratégies de protection de la Terre contre une éventuelle collision.

1.4.1 La surveillance des astéroïdes

La découverte des astéroïdes et comètes est basée sur la comparaison de films photographiques d'une même région du ciel pris à quelques minutes d'intervalle. Ces objets, très proches de la Terre par rapport aux étoiles environnantes (situées, elles, à plus de 4 années lumière) vont se trouver à deux endroits différents sur les deux plaques photographiques, tandis que les étoiles se retrouveront au même endroit (les instruments d'optique possèdent des moteurs qui permettent de compenser le mouvement de rotation de la Terre, permettant aux étoiles d'apparaître fixes sur des clichés photographiques). Ceci est le mode de détection des petits corps du Système Solaire.

La NASA a récemment indiqué la découverte de plus de 60% des 1100 NEOs estimés, dont les tailles dépassent le kilomètre, et pour les 20 prochaines années, 90 % des PHAs de taille supérieure à 140 m devaient être découverts.

Parmi les programmes de découverte des astéroïdes (http://neo.jpl.nasa.gov/programs), on peut citer :

- Lincoln Near-Earth Asteroid Research (LINEAR): programme du Massachusetts Institute of Technology, USA, impliquant 2 télescopes de 1 m de diamètre et 1 télescope de 0.5 m de diamètre situés à Soccoro (Nouveau Mexique, USA)

- Near-Earth Asteroid Tracking (NEAT) : programme du Jet Propulsion Laboratory, USA impliquant 2 télescopes de 1.2 m de diamètre situés l'un à Haleakala, Maui, Hawaii (USA) et l'autre au Mont Palomar en Californie (USA)

- Spacewatch : programme du Lunar and Planetary Institute, USA impliquant 1 télescope de 0.9 m de diamètre situé au Kitt Peak en Arizona (USA)

- Lowell Observatory Near-Earth Object Search (LONEOS) impliquant 1 télescope de 0.6 m de diamètre situé à Flagstaff en Arizona

- Japanese Spaceguard Association (JSGA) avec 1 télescope de 1 m de diamètre et 1 télescope de 0.5 m de diamètre situé à Bisei Town au Japon

- Asiago DLR Asteroid Survey (ADAS) : 1 télescope de 0.6 m de diamètre est destiné à l'étude, il est situé à Asiago-Cima Ekar en Italie

- Catalina Sky Survey. Trois télescopes sont utilisés :
  1 télescope de 0.7 m de diamètre à l'Observatoire Catalina près de Tucson, Arizona (USA)
  1 télescope de 1.5 m à l'Observatoire Stuward près de Tucson, Arizona (USA)
  1 télescope de 0.5 m à l'Observatoire de Siding Spring en Australie

1.4.2 Les stratégies de protection de la Terre contre une éventuelle collision

Plusieurs techniques d'intervention sur les astéroïdes peuvent être proposées, seules les plus réalistes seront exposées ici. La technique à choisir dépend principalement de la taille de l'astéroïde.

1.4.2.1 Astéroïde de taille inférieure à 100 m et non métallique

Dans ce cas, une technique de destruction peut être utilisée car les débris issus de la collision feraient au maximum typiquement 50 m de diamètre et seraient vaporisés dans l'atmosphère. En revanche, si un astéroïde plus gros que 100 m est détruit, la retombée de l'ensemble des gros fragments (qui n'auront pas pu être vaporisés dans l'atmosphère) peut provoquer plus de dégâts que la collision de l'astéroïde initial. C'est pourquoi la stratégie de destruction ne s'applique qu'aux astéroïdes de taille inférieure à typiquement 100 m (Gritzner et Kahle, 2004) et de composition non métallique (car des débris métalliques seraient trop denses pour être vaporisés dans l'atmosphère et percuteraient la Terre).

Un tel scénario requiert donc une interaction de haute énergie qui peut être produite soit par l'impact d'un projectile sur le corps menaçant soit par une explosion nucléaire.

1.4.2.2 Astéroïde de taille supérieure à 100 m

Pour éviter de détruire l'astéroïde et de former de trop gros fragments qui percuteraient la Terre, une autre solution consiste à dévier l'astéroïde pour qu'il arrive en avance ou en retard au point d'intersection avec la Terre. L'application d'une force parallèle ou perpendiculaire au vecteur vitesse de l'astéroïde est donc requise. La solution utilisée pour appliquer une telle force sur l'astéroïde dépend du temps disponible avant la collision avec la Terre (Gritzner et Kahle, 2004):

- si le temps est inférieur à 10 ans, cette force peut être produite par une interaction haute énergie telle qu'un impact ou une explosion sur la surface.
- Si le temps est supérieur à 10 ans, cette force peut être produite par un moteur à propulsion ancré dans l'astéroïde pendant plusieurs mois.

1.5 Intérêt de la connaissance de la structure interne

Quelle que soit la stratégie choisie pour empêcher une collision avec la Terre, les énergies mises en jeu dans les techniques citées dépendent de la structure interne de l'astéroïde ; c'est ce qui a été confirmé par Michel et al. (2003). De nombreux modèles de structure interne sont proposés pour les astéroïdes, impliquant différentes porosités :

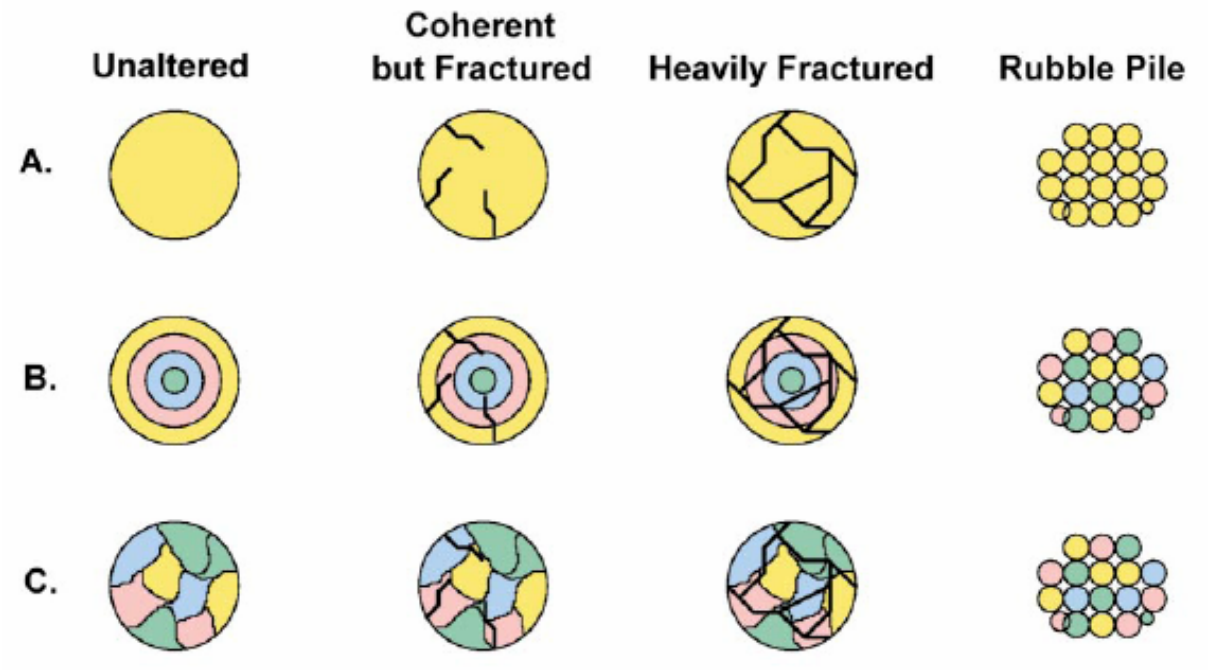

FIG. 1.10 - Modèles de structures internes des astéroïdes qui, à la base, peuvent être de différentes natures. Figure prise de Wilkison et al. (2002).

Ces différents modèles peuvent concerner un astéroïde constitué de matériel primitif chondritique (cas A de la figure 1.10), un astéroïde achondritique différencié (cas B de la figure 1.10), ou encore un astéroïde achondritique chauffé de manière hétérogène (cas C de la figure 1.10).

Si l'astéroïde n'a pas subi de chocs, sa structure interne n'aura pas été modifiée. Si l'astéroïde a subi de nombreuses collisions depuis sa création, son intérieur sera cohérent mais fracturé voire hautement fracturé, et enfin, s'il a été fragmenté, les morceaux peuvent se réagglomérer gravitationnellement pour former une structure en 'rubble pile' correspondant à un tas de blocs rocheux sans cohésion, maintenus par la seule force de gravitation (Wilkison et al., 2002). En effet, si les énergies mises en jeu dans la collision ne sont pas trop importantes, une partie des morceaux peut se réaccréter, mais si la vitesse des fragments est supérieure à la vitesse de libération, ils s'éloigneront les uns des autres. Ce mécanisme peut affecter toutes les structures internes d'astéroïdes, y compris les astéroïdes déjà structurés en 'rubble piles'.

Ces modèles sont exposés dans la figure 1.10 dans un ordre de porosité croissante de gauche à droite, le maximum de porosité étant attribué à la structure en 'rubble pile'. Bien qu'aucun astéroïde n'ait été foré jusqu'à présent, certains éléments peuvent suggérer les types de structure internes de ces corps. C'est le cas des observations de surface : sur l'astéroïde Eros par exemple, la présence de fractures à la surface laisse à penser que l'intérieur est fracturé et cohérent (figure 1.11 prise de Robinson et al. (2002)):

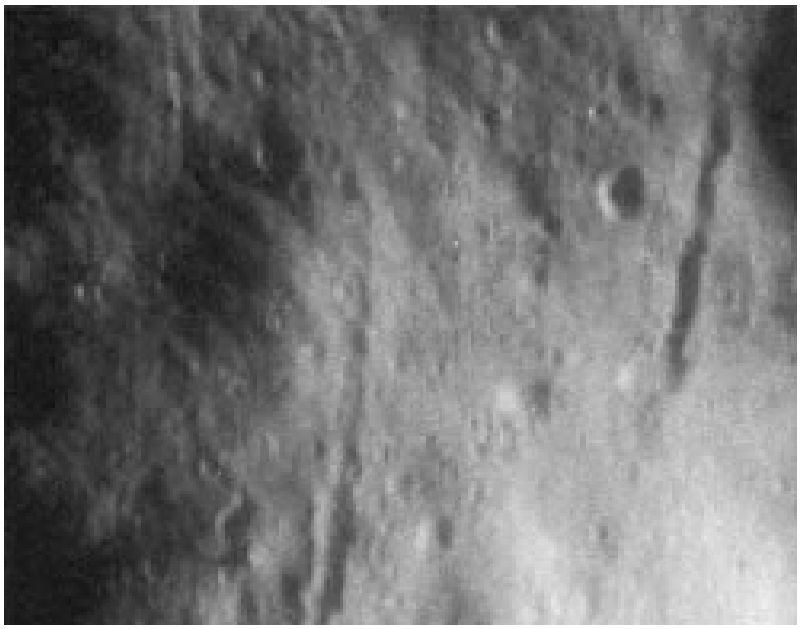

FIG.1.11 - Image de la surface de l'astéroïde Eros montrant des fractures infiltrées de régolite (Robinson et al., 2002).

L'astéroïde Mathilde, lui aussi imagé par la sonde NEAR, possède une très faible densité de 1.3 $g.cm^{-3}$, ce qui suppose un intérieur extrêmement poreux de type 'rubble pile' (Chapman et al., 1999). Cette hypothèse est confirmée par sa forme assez symétrique suggérant une forme sculptée par l'action de la gravité qui aurait regroupé les débris dispersés par une précédente collision. Enfin, la surface de Mathilde montre un cratère de taille égale à son rayon : le cratère Karoo (figure 1.13). La seule façon d'expliquer la présence de ce cratère (sans que l'impact ait fragmenté l'astéroïde) implique un intérieur très poreux, où les vides empêcheraient la propagation des ondes à l'intérieur de l'astéroïde. La porosité de Mathilde le rendrait donc plus résistant.

Les astéroïdes sont susceptibles d'avoir des structures internes très différentes, et comme le montre l'exemple du cratère Karoo sur Mathilde, plus la structure interne de l'astéroïde est poreuse, plus il sera difficile de le fragmenter, ou, si besoin est, de le dévier (Holsapple, 2004). C'est ce que confirment certains calculs basés sur les expériences d'impacts dans différents milieux (figure 1.12).

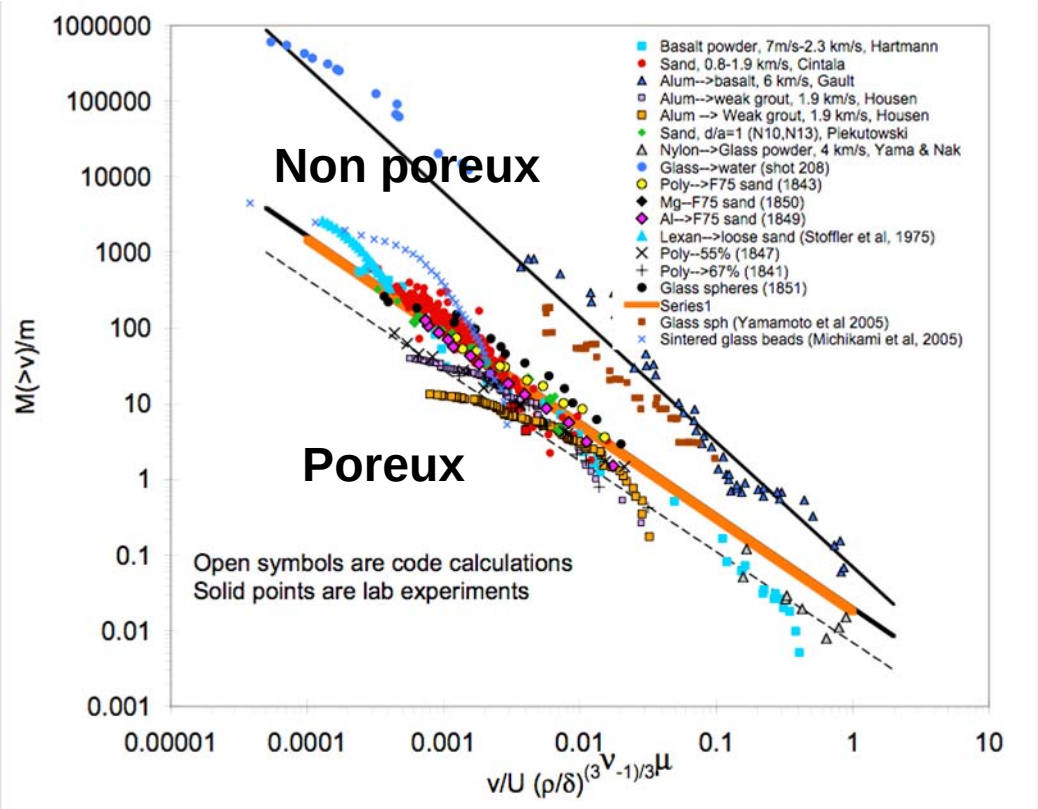

FIG. 1.12 - Masse des matériaux éjectés à une vitesse supérieure à leur vitesse d'excavation v. Pour les fortes vitesses sur la droite du graphique ces courbes ne sont ni affectées par la gravité ni par la solidité du matériau. Ainsi, la roche et l'eau ont les mêmes courbes pour de fortes vitesses. Cependant, les ejecta à faible vitesse sont affectés par la solidité du matériau et la gravité de telle sorte que la distribution vitesse-masse tend vers une asymptote horizontale pour la masse totale des ejecta. L'asymptote diminue pour une solidité croissante, donc plus le matériau est cohésif plus la vitesse à laquelle la loi de puissance disparaît sera élevée (figure prise de Holsapple et Housen (2007)).

En prenant l'exemple d'un astéroïde à dévier, la quantité de mouvement gagnée par l'astéroïde immédiatement après l'impact correspond à la quantité de mouvement du projectile (masse × vitesse, paramètres connus) auquel on ajoute la quantité de mouvement issue de l'impact (masse × vitesse des fragments, paramètres inconnus). Nous développons cet aspect qui nous servira pour exprimer la source sismique par la suite.

Puisque le moment des ejecta n'est pas connu, Holsapple (2004) l'a estimé à partir d'expériences d'impact (figure 1.12). Ces expériences effectuées dans plusieurs milieux poreux ou non poreux montrent deux comportements différents en fonction de la porosité. Pour un matériau poreux, la distribution relative de la masse M des fragments d'ejecta en fonction de leur vitesse d'excavation v et de la vitesse du projectile U s'exprime :

$$M(>v) = 0.005\left(\frac{v}{U}\right)^{-1.4} \tag{1.4}$$

Pour un matériau non poreux, cette même distribution peut s'écrire :

$$M(>v) = 0.06\left(\frac{v}{U}\right)^{-1.65} \tag{1.5}$$

Dans les deux cas, le projectile est rocheux de masse volumique 3000 kg.m^{-3}. La quantité de mouvement P totale, pour un impact normal projeté sur la normale à la surface est estimée en fonction de la quantité de mouvement de l'astéroïde impacteur (mU) :

$$P = \beta m U \tag{1.6}$$

Le facteur β dépend donc de la vitesse d'impact. Il est obtenu à partir des expériences d'impact effectuées par Holsapple (2004). Il prend des valeurs différentes en fonction de la porosité : pour un matériau poreux, β=1.11 et pour un matériau non poreux, β=10.6.

La masse m d'un projectile requise pour augmenter la vitesse de l'astéroïde de Δv juste après l'impact est :

$$m = \frac{M\Delta v}{\beta U} \tag{1.7}$$

où U est la vitesse de l'impact et M la masse de l'astéroïde cible. Pour un astéroïde de 1 km de diamètre, de densité de 3 g.cm^{-3}, à accélérer de Δv =1 cm.s^{-1} avec un projectile allant à une vitesse U=12 km.s^{-1}, on trouve :

- pour un matériau non poreux, une masse de projectile m =123 tonnes
- pour un matériau poreux, une masse de projectile m = 1178 tonnes

La porosité d'un astéroïde est donc un facteur clé pour l'estimation de l'énergie à mettre en jeu dans les techniques de déflection ou de fragmentation de l'astéroïde.

Un moyen de proposer un modèle d'intérieur pour un astéroïde, de sonder l'épaisseur du regolite et l'état de fracturation interne est la sismologie car elle permet, à partir de l'étude des ondes sismiques émises par une source, de remonter aux caractéristiques de l'intérieur du corps traversé par ces ondes. En effet, l'allure des signaux sismiques et les temps d'arrivée des ondes permettent de déterminer comment elles ont été affectées par la structure interne du corps.

Aucune expérience sismologique n'a jusqu'à présent été effectuée sur un astéroïde, mais de plus en plus de missions à l'étude proposent une telle idée. C'est le cas de la mission Deep Interior (NASA) qui inclut une expérience de sismique active à la surface d'un astéroïde (Asphaug et al., 2001). La source serait une explosion déclenchée après l'enfouissement des récepteurs. Outre le signal issu de cette source, les récepteurs pourraient également enregistrer des signaux issus de sources naturelles telles que les contractions thermiques (ce phénomène a déjà été enregistré sur les sismogrammes lunaires, Ball et al. (2004)). En effet, du fait de leur rotation rapide et de l'absence d'atmosphère, les matériaux de surface des astéroïdes sont soumis à de très forts contrastes de température en peu de temps, à l'origine de ces craquèllements qui pourraient servir de source sismique.

Ces expériences permettraient d'élargir nos connaissances sur les modèles d'intérieurs d'astéroïdes afin de mieux estimer l'énergie à mettre en oeuvre dans une stratégie de protection de la Terre contre une collision d'astéroïde ou tout simplement, afin de mieux connaître les astéroïdes en tant que constituants des planètes.

1.6 L'astéroïde Eros, cible de la mission NEAR

Avec ses 805 kg (dont 300 kg de carburant), la sonde NEAR est le fruit du programme d'exploration du Système Solaire 'Discovery' proposé en 1990 par la NASA. Dotée d'un propulseur principal de 450 Newtons et de 11 petits propulseurs de 22 Newtons et 4.5 Newtons, la sonde décolla en février 1996, survola l'astéroïde Mathilde le 17 juin 1997 (voir figure 1.13, la déflection subie à cette occasion ayant permis d'estimer la densité de Mathilde à 1.3 $g.cm^{-3}$, Yeomans et al. (1997)), elle survola la Terre en janvier 1998 puis arriva en orbite autour d'Eros en 2000 pour une mission d'un an (figure 1.14). Durant cette année en orbite autour d'Eros, le contrôle d'altitude fut effectué par quatre roues à inertie, et quatre panneaux solaires produisirent une puissance de 350 Watts à 2.2 Unités Astronomiques du soleil.

À son arrivée autour d'Eros, NEAR fut mise en orbite rétrograde de 365 km × 204 km, d'inclinaison 34°, puis elle fut transférée sur diverses orbites, de rayon compris entre 35 km et 198 km. Le survol au plus près de la surface d'Eros fut effectué à 6.4 km de sa surface en octobre 2000 (orbite 51 km × 19 km) et permit l'acquisition d'images de résolution métrique. Au plus près de la surface d'Eros, entre 3 km et 6 km de hauteur, la résolution des images fut de 1 m à moins d'un centimètre par pixel.

Pendant un an, la sonde NEAR orbita 230 fois autour d'Eros, fournissant plus de 140000 images exploitables avec l'imageur multi spectral (Robinson et al., 2002). La cartographie systématique de l'astéroïde commença à une altitude de 200 km, produisant un recouvrement global de l'hémisphère nord à une résolution angulaire d'environ 20 m par pixel. La quantité de données acquises durant un an d'orbite autour d'Eros fut telle que la NASA décida de tenter un 'atterrissage' de NEAR à la surface de l'astéroïde. Même si la sonde NEAR n'avait pas été conçue pour cela, le 12 février 2001 cette manoeuvre permis de réaliser des images de très haute résolution. Après quatre freinages successifs, la sonde NEAR se posa en douceur sur Eros (figure 1.15), dans le cratère Himeros de 10 km de diamètre, avec une vitesse comprise entre 1.4 $m.s^{-1}$ et 1.8 $m.s^{-1}$. Avant de s'immobiliser, NEAR subit quelques rebonds, le plus long durant 2 minutes. La sonde arriva en bon état avec une orientation satisfaisante, le JPL préféra donc s'abstenir de toute manœuvre complémentaire. La mission fut prolongée d'une dizaine de jours, le temps de réaliser les mesures prévues, rendues un peu plus délicates en raison de l'élévation de température de la sonde qui ne pouvait plus dissiper la chaleur comme en orbite.

Le choix de l'astéroïde Eros comme cible de la mission NEAR ne fut pas un hasard. En effet, les contraintes du programme Discovery impliquaient un astéroïde cible doté d'une orbite bien connue et d'une aphélie (point de l'orbite d'Eros le plus éloigné du Soleil) inférieure à 2.5 Unités Astronomiques. Plusieurs astéroïdes remplissaient ces critères, mais au contraire de son concurrent Néreus (qui, en tant qu'astéroïde cible, permettait le survol d'autres astéroïdes et comètes), l'astéroïde Eros, 2ème plus gros géocroiseur, fut choisi du fait de sa taille qui permettait, en terme de collecte de données, une mission orbitale d'un an.

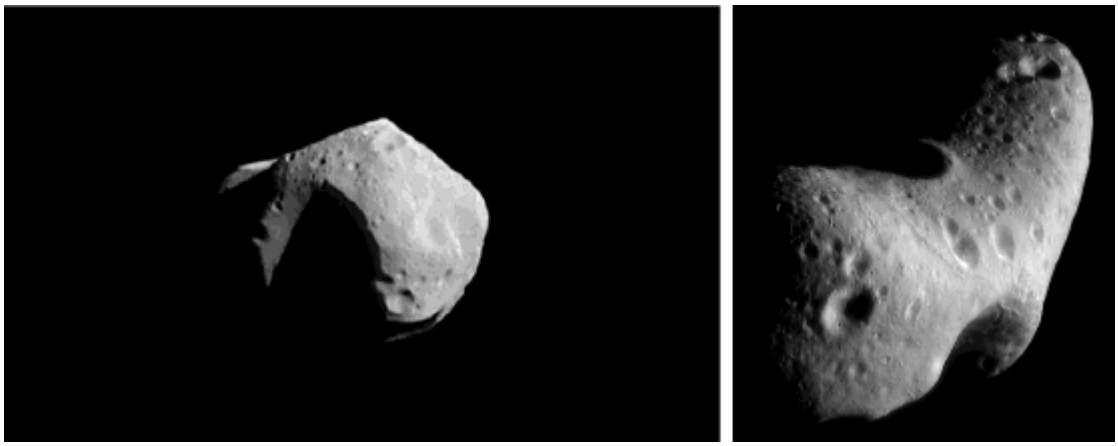

FIG. 1.13 - Astéroïdes survolés lors de la mission NEAR. À gauche Mathilde, de type C, et de dimension 59 km × 47 km et à droite, Eros, de type S, et de dimension 34 km × 16 km × 12 km (Miller et al., 2002), figure prise de Garmier (2001).

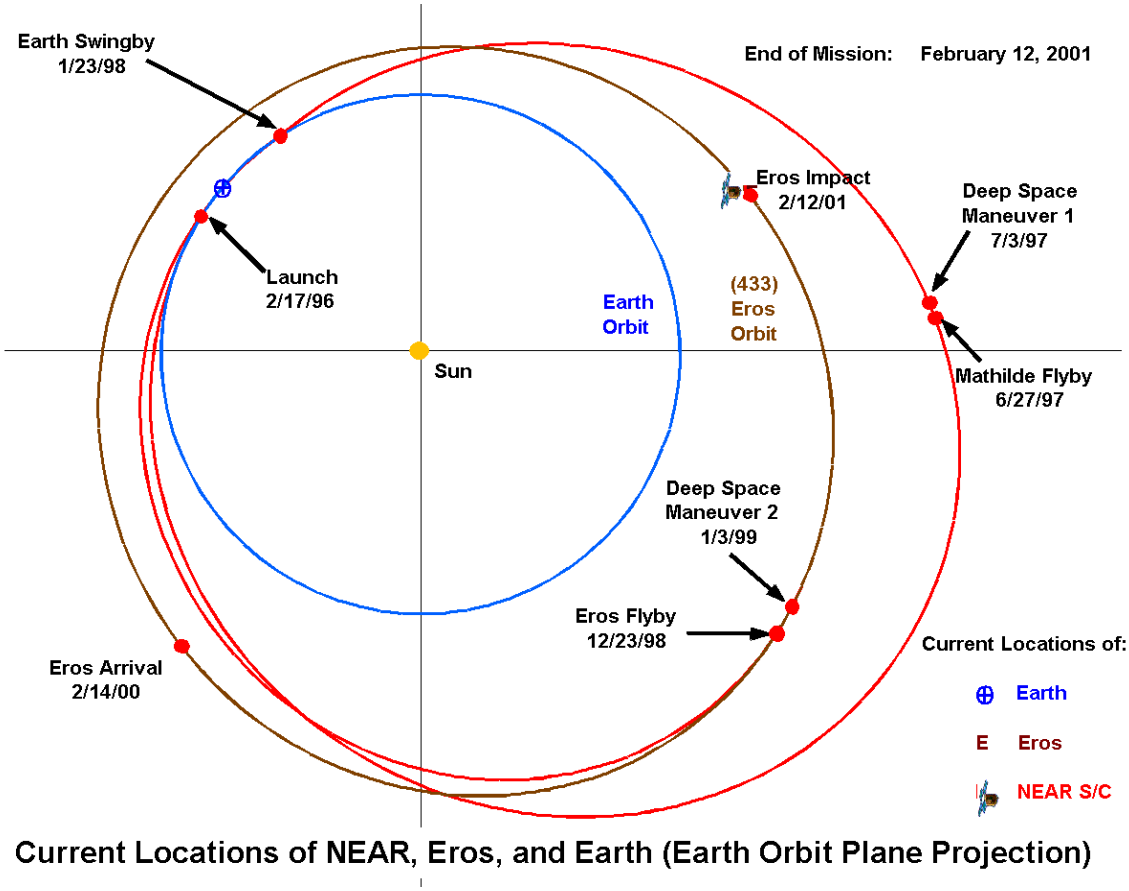

FIG. 1.14 - Trajectoire de NEAR (figure prise du Johns Hopkins University Applied Physics Laboratory, USA)

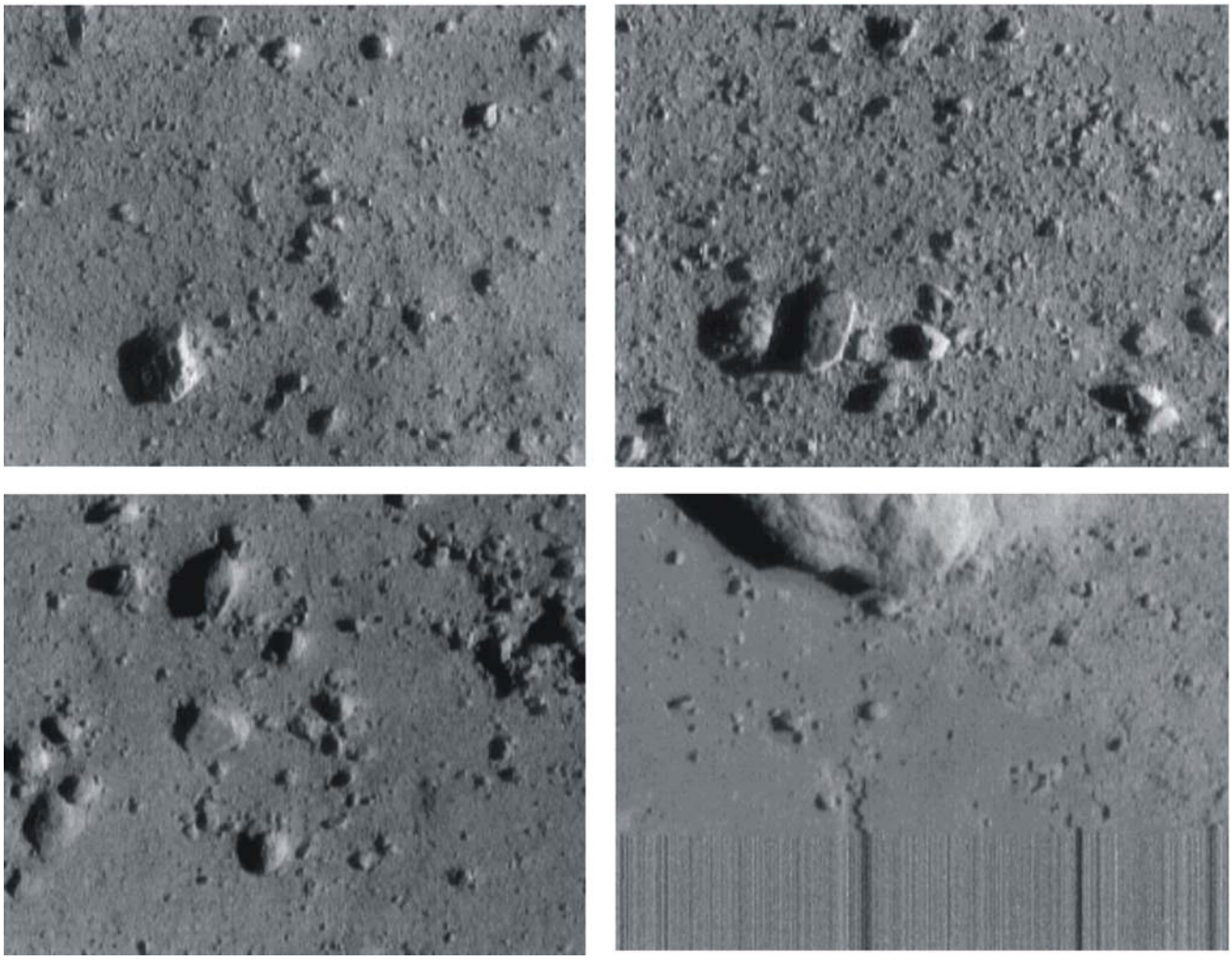

FIG. 1.15 - Images de la surface d'Eros pendant l'atterrissage de la sonde NEAR. En haut à gauche, image prise à 1150 m d'altitude (la largeur de l'image correspond à 54 m), en haut à droite image prise à 700 m d'altitude (la largeur de l'image correspond à 33 m), en bas à gauche, image prise à 250 m d'altitude (la largeur de l'image correspond à 12 m) et en bas à droite, image prise à 120 m d'altitude (la largeur de la dernière image fait 6 m). Images provenant de Garmier (2001).

1.7 L'astéroïde Eros

L'astéroïde géocroiseur (433) Eros est un corps rocheux silicaté de 34 km de long et de densité 3.67 g.cm^{-3} (Miller et al., 2002). Découvert par l'astronome allemand Gustave Witt (Observatoire Urania à Berlin, Allemagne) et co-découvert par l'astronome Auguste Charlois (Observatoire de Nice, France) en août 1898, il aurait séjourné dans la Ceinture Principale avant de la quitter pour devenir géocroiseur (Chapman et al., 2002). C'est un objet irrégulier (figure 1.16) de type silicaté, que l'on peut approximer par un ellipsoïde moyen de dimension 34 km × 16 km × 12 km (Miller et al., 2002).

À une échelle globale, la forme d'Eros présente une courbure de 29 km de rayon, indiquant qu'il serait probablement issu d'un fragment d'un corps parent plus gros détruit par une collision.

Deux gros cratères affleurent sur la face convexe d'Eros: le cratère Himéros (~10 km de long) et le cratère Shoemaker (~7 km de long), tandis que la face concave ne montre qu'un très net cratère, Psyché, de 5.3 km de diamètre.

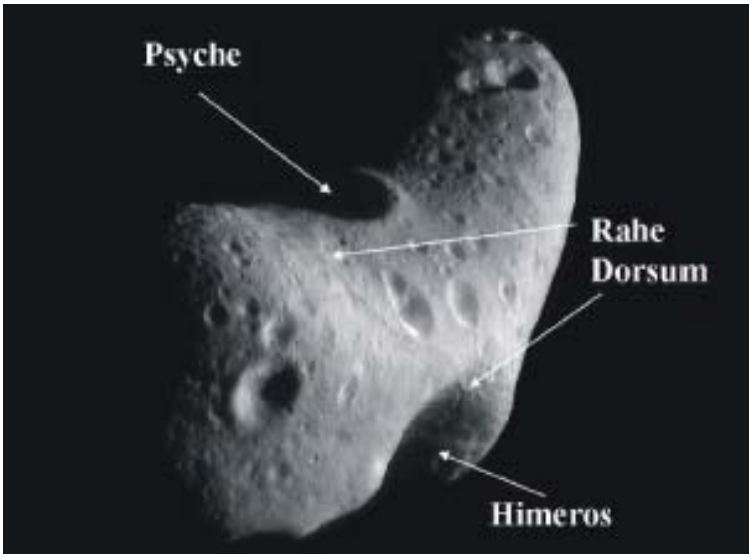

FIG. 1.16 - L'astéroïde Eros, avec deux de ses principaux cratères (Psyche et Himeros), et une longue ride : Rahe Dorsum (figure prise de Robinson et al. (2002))

Avec une période de rotation de 5.27 h et une obliquité rotationelle de 88°, l'astéroïde Eros est le deuxième plus grand géocroiseur connu. Le croisement de son orbite avec celle de la planète Mars en fait un astéroïde géocroiseur de type Amor, avec un aphélie de 1.73 U.A. et un périhélie de 1.13 U.A. (figure 1.17).

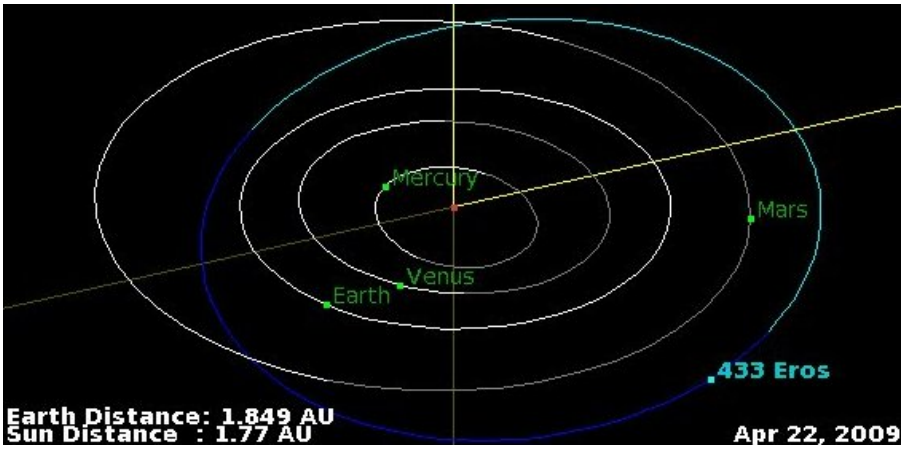

FIG. 1.17 - Orbite et position d'Eros dans le Système Solaire interne, le 22 Avril 2009. Image prise du site web http://ssd.jpl.nasa.gov/sbdb.cgi?sstr=433;orb=1

Les données collectées par l'imageur multi spectral de la sonde NEAR ont permis de mettre en évidence une couverture de régolite à la surface d'Eros, avec une population non uniforme de rochers. Ce régolite correspond à de la roche broyée par les impacts, et au réimpact des débris. La surface d'Eros est très cratérisée et présente également des rides et des sillons résultant probablement d'une tectonique de déformation.

À une échelle entre 100 m et 1 km, Eros montre une série de stries et de rides présentant diverses orientations sur la surface cratérisée, puis à 50 m, la morphologie de l'astéroïde est dominée par des rochers et autres structures témoignant de la mobilité du régolite.

Sur l'ensemble des échelles, la majorité des structures est remplie ou arrondie, ce qui suggère une érosion par un recouvrement de régolite.

1.7.1 Chronologie relative des évènements principaux

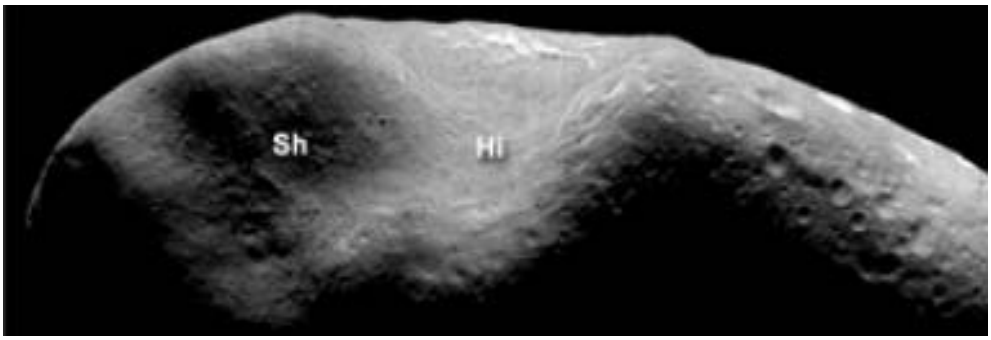

FIG. 1.18 - Image du cratère Shoemaker (Sh) formé par-dessus le cratère Himéros (Hi). Image prise de Robinson et al. (2002).

L'étude géomorphologique d'Eros montre la présence du cratère Shoemaker superposé au cratère Himeros (figure 1.18), ce qui suggère une formation plus récente de Shoemaker que d'Himeros (Robinson et al., 2002). Le cratère Psyché, situé de l'autre coté d'Eros, est recouvert par quatre cratères de taille relativement importante, ce qui indique une formation bien plus ancienne que Shoemaker et Himeros, qui eux, ne présentent que très peu de cratères superposés (preuve d'une formation plus récente que celle de Psyché, ou d'un resurfaçage). L'âge relatif du cratère Psyché reste néanmoins ambigu car même si quatre cratères le superposent, sa petite taille ne permet pas de se baser sur la méthode de datation relative par comptage de cratères.

1.7.2 Rides, escarpements et stries

30% de ces éléments structuraux ont été cartographiés par Buczkowski et al. (2008) (figure 1.19). La variété des directions de ces structures montre qu'elles se sont formées lors de divers épisodes collisionels. Certaines des stries sont caractérisées par une dépression topographique (similaires aux structures trouvées sur Phobos, un des satellites de Mars) suggérant une ouverture assez importante de ces fractures pour permettre l'infiltration de régolite (figure 1.11). Deux groupes de stries ont été liés à des évènements d'impact, mais un groupe de stries n'ayant pas de lien avec de tels évènements pourrait correspondre à une structure héritée du corps parent d'Eros. Parmi les stries non représentées, certaines pourraient être liées à de la contraction thermique du fait des forts contrastes de température entre les zones ombragées et celles exposées au Soleil.

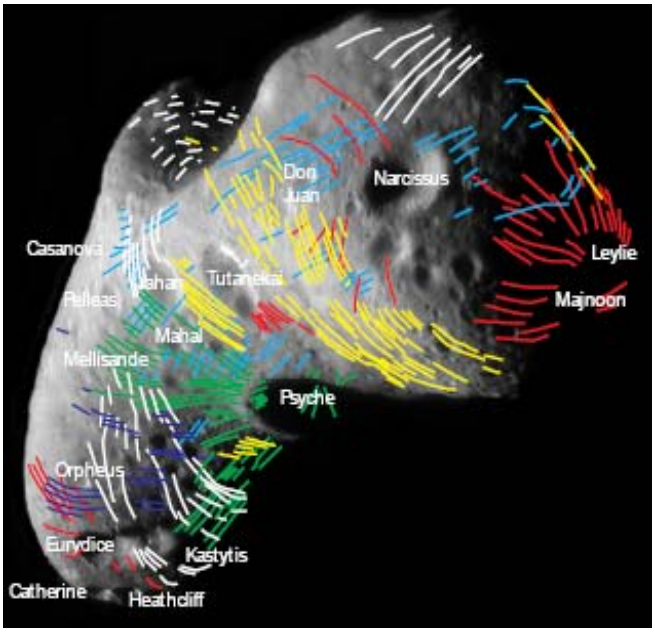

FIG. 1.19 - Des stries sont présentes sur l'ensemble de l'astéroïde Eros. Image prise de Buczkowski et al. (2006).

La plus grande ride d'Eros, Rahe Dorsum (figure 1.16), est visible sur plus d'un tiers de la circonférence de l'astéroïde, et affecte les cratères Psyché et Himéros, indiquant une formation postérieure aux trois cratères principaux (Robinson et al., 2002). Cette grande ride se termine par un groupe de stries co-planaires (Calisto Fossae). D'après Thomas et al. (2001) la morphologie de Rahe Dorsum correspondrait à un plan de fracture compressif à travers du matériau consolidé et pourrait être une structure pré-existante à travers Eros, témoin de l'héritage d'un corps parent.

La présence de fractures sur Eros dénote également une structure interne cohérente. En effet, aucun sondage de l'intérieur d'Eros n'a été effectué durant la mission NEAR ; il y a donc plusieurs hypothèses sur sa structure interne: soit c'est un bloc rocheux plus ou moins fracturé, soit il s'agit d'un tas de débris, ('rubble pile'). Or, une grande fracture telle que Rahe Dorsum ne pourrait pas être présente dans un astéroïde en tas de débris. C'est pourquoi l'intérieur d'Eros correspond probablement à un bloc rocheux cohérent et fracturé (Wilkison et al., 2002).

1.7.3 Les cratères d'impact

À partir de la population de cratères estimée par Chapman et al. (2002) et Robinson et al. (2002), un déficit du nombre de cratères de diamètre inférieur à 200 m a été mis en évidence. En effet, par comparaison à la saturation empirique trouvée sur les mers lunaires, la densité spatiale des cratères d'Eros diminue progressivement pour des cratères de diamètre inférieur à 200 m. Les cratères d'environ 4 m de diamètre peuvent montrer une différence d'un facteur de 200 en dessous de la saturation empirique. Pour une taille de cratères similaire (1 m à 3 m de diamètre), les cratères lunaires de la région de Sinus Meddi montrent une distribution de la population près de la saturation d'équilibre. L'origine du déficit en petits cratères sur Eros peut être attribuée à plusieurs mécanismes (Chapman et al., 2002) tels qu'une érosion des cratères, un faible nombre de petits projectiles ou une inhibition de la formation des cratères. Cette dernière hypothèse peut être écartée car le seul moyen d'empêcher la formation d'un cratère sur un corps sans atmosphère est d'impacter un rocher, mais ceci demande une densité de rochers supérieure à celle suggérée par les données.

Une diminution du nombre de petits projectiles produite par l'effet Yarkovsky (force de radiation qui conduit les astéroïdes sur des trajectoires résonantes (O'Brien et Greenberg, 2005)) pourrait aussi être la cause du déficit en petits cratères d'Eros. Il a cependant été démontré par ces deux auteurs que cet effet n'est pas assez important pour expliquer le déficit de la population des petits cratères d'Eros. Enfin, si l'on considère que tout le Système solaire interne (incluant la Ceinture Principale d'Astéroïdes et Eros) a été bombardé par une même population de projectiles, la population de cratères d'Eros a probablement subi une érosion tardive pour expliquer sa forme actuelle (Chapman et al., 2002).

Les différents mécanismes d'érosion proposés pour expliquer le déficit en petits cratères sont l'ébranlement sismique (également appelé 'seismic shaking' par Richardson et al. (2005)), la lévitation électrostatique de régolite à l'origine de la formation des mares de régolite (Asphaug, 2004) et le recouvrement par les débris des impacts qui retombent (Robinson et al., 2002).

Comme l'ont montré Richardson et al. (2005), la population de cratères observéesur Eros peut être expliquée par le modèle de l'ébranlement sismique induit par les vibrations des impacts ou par le recouvrement des débris issus d'impacts comme l'ont proposé Robinson et al. (2002). L'ébranlement sismique produit en effet des glissements de terrain sur les pentes des cratères saupoudrées de régolite, ce qui induit un rebouchage des cratères par le matériau mobilisé. Cette hypothèse fera l'objet d'une étude à partir de simulation de propagation d'ondes dans des modèles d'Eros, basées sur la méthode des éléments spectraux (voir chapitres 3 et 4).

Une autre hypothèse basée sur la présence de mares de fines particules de régolite au fond des cratères propose une mobilisation des particules par lévitation électrostatique qui boucherait les cratères d'Eros. Ce scénario aurait eu lieu lorsqu'Eros quitta la ceinture d'astéroïdes pour devenir un astéroïde géocroiseur car un flux solaire intense est nécessaire pour élever les particules de régolite (Asphaug, 2004). Ce mécanisme a été simulé par Hughes et al. (2008), qui ont montré que les particules se déplaceraient préférentiellement dans les cratères pour des angles d'illumination solaire faibles.

Enfin, on peut proposer le fait que le dépôt des débris d'impacts, à l'origine de la formation du régolite (Durda, 2004) puisse contribuer à éroder les cratères en les rebouchant (Robinson et al., 2002). Cette hypothèse sera testée numériquement dans le chapitre 4.

La comparaison de la population de cratères d'Eros à celle de l'astéroïde Ida montre qu'elles sont similaires, particulièrement pour les grands cratères. À partir de cette ressemblance Chapman et al. (2002) ont suggéré que l'astéroïde Eros a pu rencontrer le même environnement collisionel que l'astéroïde Ida, en l'occurrence, la Ceinture Principale d'Astéroïdes, où il a acquis plus de 99% de sa population de cratères. Sa position récente sur une orbite croisant celle de Mars aurait un effet négligeable sur sa population de cratères.

1.7.4 Les blocs rocheux produits par les cratères

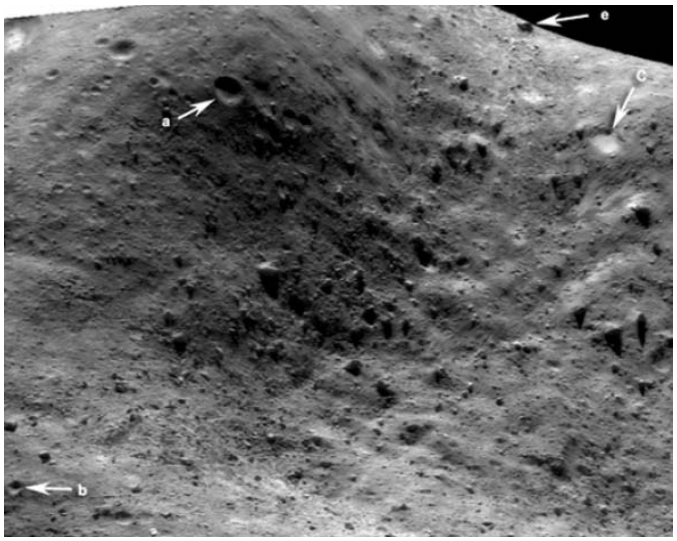

FIG. 1.20 - Image de l'intérieur du cratère Shoemaker montrant l'abondance de blocs d'ejecta, prise de Robinson et al. (2002).

À partir des images haute résolution de la sonde NEAR et des modèles d'emplacement des ejecta d'un cratère donné, Thomas et al. (2001) suggèrent que la plupart des gros blocs d'ejecta sur Eros sont issus du cratère Shoemaker (figure 1.20). Une grande partie des ejecta formés par de précédents impacts auraient été enfouis ou érodés. L'efficacité de l'érosion des blocs est suggérée par les épaisseurs de régolite insuffisantes déposées par le cratère Shoemaker (environ 15 m d'épaisseur) pour enfouir la plupart des blocs de taille supérieure à 25 m.

1.7.5 Le régolite

Le terme de régolite se réfère au matériau non consolidé situé en surface de l'astéroïde, qu'il ait été formé in situ ou qu'il ait été transporté (Robinson et al., 2002). Le régolite d'Eros se caractérise par des zones comportant des structures telles que des couches fragmentées de débris, des figures de transport de débris (figure 1.21), des rochers ou cratères totalement ou partiellement enfouis, des stries, des cônes de talus, etc… Les épaisseurs de régolite sur Eros ne sont pas constantes du fait de l'emplacement des grands cratères mais également du fait des mouvements de glissement de terrain.

La morphologie plutôt lisse des cratères d'Eros suggère une dégradation de la forme initiale des cratères. Cette dégradation est probablement liée au recouvrement des débris d'impacts ou aux ébranlements sismiques (occasionnant des glissements de terrain) à l'origine du déficit en cratères inférieurs à 200 m de diamètre sur l'ensemble de la surface d'Eros. Ceci est la preuve d'une couche de régolite épaisse, mobile, sans cohésion.

Une valeur d'épaisseur maximale du régolite peut être proposée par comparaison de la profondeur des cratères récents et des cratères dégradés (de forme plus lisses). Cette comparaison montre un remplissage de régolite allant de quelques mètres à 150 m, suggérant une épaisseur de régolite pouvant atteindre 150 m par endroit.

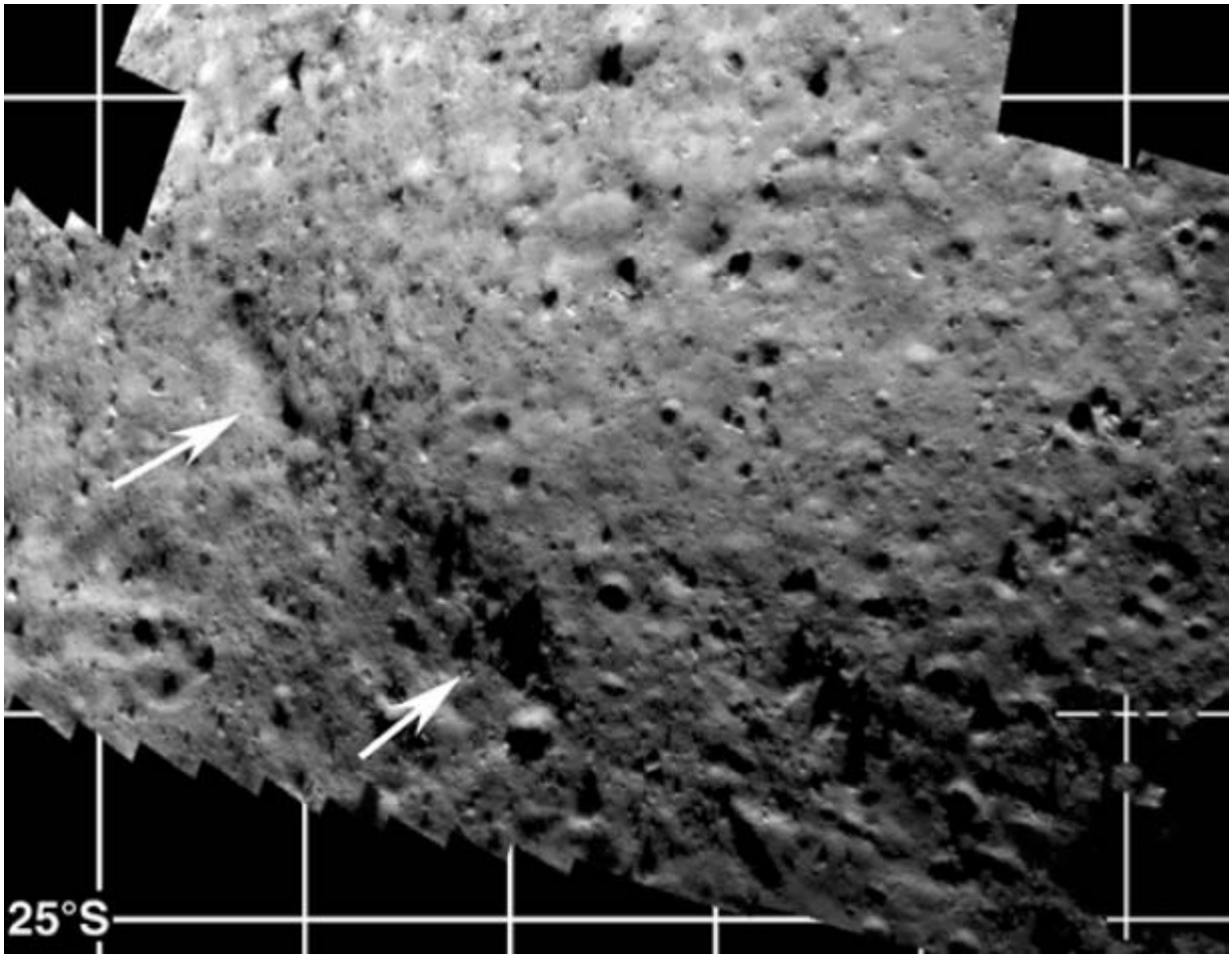

FIG. 1.21 - Image des accumulations de matériau observées à l'intérieur du cratère Himéros, prise de Robinson et al. (2002).

1.7.5.1 Les glissements de terrain

Sur l'astéroïde Eros, les glissements de terrain provoquent des traces claires (albédo élevé) et des traînées de débris et des cônes de talus qui peuvent occasionner un rebouchage des cratères et des rochers (Veverka et al., 2001 et Thomas et al., 2002). Ces traînées de débris sont présentes sur presque tous les bords des cratères de diamètre supérieur à 1 km, et peuvent parfois être liées aux glissements de rochers dans des cratères. La présence de ces traces est le résultat du glissement du régolite superficiel, sombre car affecté par l'altération spatiale, mettant à l'affleurement un matériau plus sain, non altéré, donc plus clair (Mantz et al., 2003). Comme le montre la figure 1.22, seuls les cratères possédant une pente supérieure à 25° présentent de telles structures, ce qui confirme l'origine liée à des glissements de terrain sensibles aux valeurs des pentes. Ces glissements peuvent prendre l'allure de loupes exposant un matériau récent (figure 1.23), en dessous desquelles se forment des chenaux de matière altérée donc assombrie, correspondant au régolite superficiel qui a glissé. Ces chenaux ont des directions parallèles ou perpendiculaires aux plus grandes pentes des cratères hôtes, ce qui confirme leur origine.

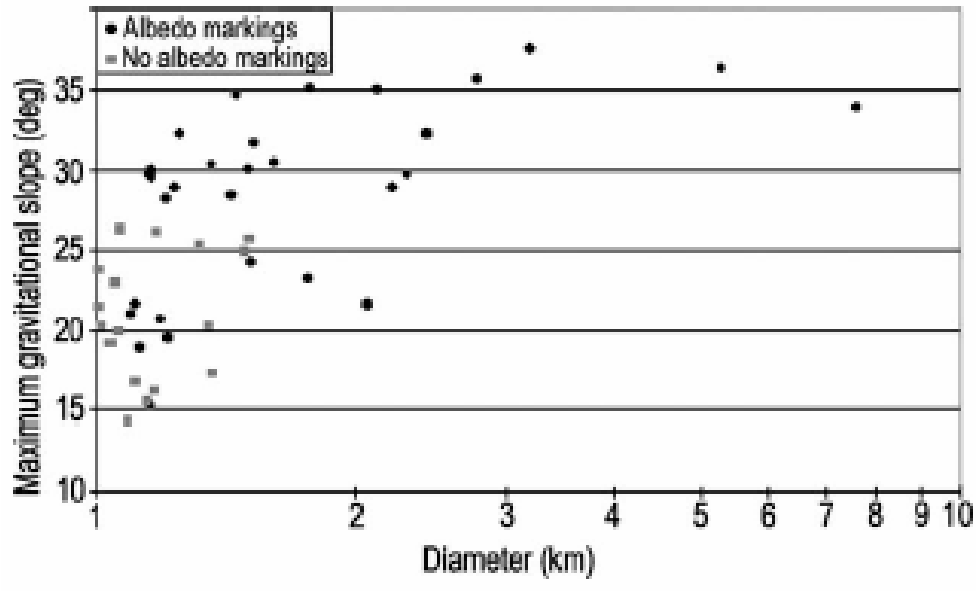

FIG. 1.22 – Comparaison des cratères avec et sans marques de différence d'albédo en terme de diamètre et de pente maximum gravitationnelle. Figure prise de Mantz et al. (2003).

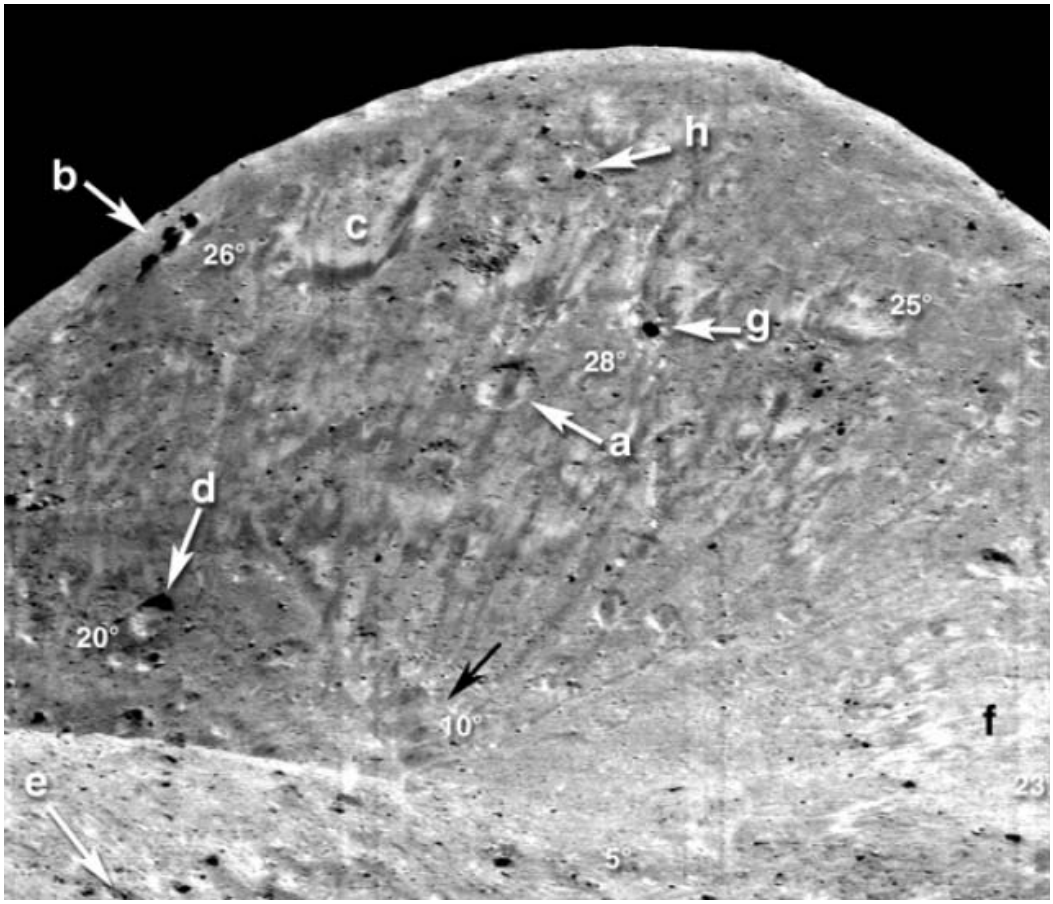

FIG. 1.23 - Traînées à albédo élevé et loupes de glissement à l'intérieur du cratère Himéros. Image prise de Robinson et al. (2002).

Sur ce corps sans tectonique et sans atmosphère qu'est Eros, la source de ces glissements vient probablement des vibrations provoquées par les impacts au cours de son histoire (Richardson et al., 2005). En effet, la gravité d'Eros étant très faible tout comme la cohésion de son régolite, il est facile de mobiliser le régolite sur les bords des cratères.

1.7.5.2 Les mares de régolite

Des cratères à fonds plats (figure 1.24) ont été identifiés sur les images haute résolution prises durant le survol à faible altitude d'Eros (Cheng et al., 2001). Ils ont été interprétés comme étant la conséquence d'un mécanisme secondaire de remplissage (Veverka et al., 2001).

L'analyse de ces images montre que les fonds plats ne correspondent pas particulièrement au centre géométrique du cratère hôte mais sont souvent décalés dans la direction de plus grande pente du cratère. Une migration des grains fins vers le centre du cratère (le long d'une équipotentielle locale) peut être proposée, aboutissant à une mare de particules granoclassées. La distribution géographique de ces mares de régolite montre qu'elles sont présentes près de l'équateur d'Eros, là où les rayons du Soleil rasent la surface d'Eros pendant de longues périodes, environnement favorable au chargement électrostatique des particules (Lee, 1996). Ainsi, Asphaug (2004) a suggéré que les particules de ces mares sont transportées par lévitation électrostatique.

Les images haute résolution montrent également une couleur bleutée de ces mares (composées de particules de taille inférieure à 50 μm) par rapport au matériau environnant. La couleur de ces structures peut être liée à un procédé de ségrégation qui substitue les grains de silicates (olivines et pyroxène) du régolite. Les silicates sont alors déposés dans les dépressions topographiques et forment des mares enrichies en silicates, ayant une couleur légèrement bleutée. Cet enrichissement en silicates est cohérent avec la très faible teneur en fer mesurée par la sonde NEAR dans une des mares de régolite (Evans et al., 2001).

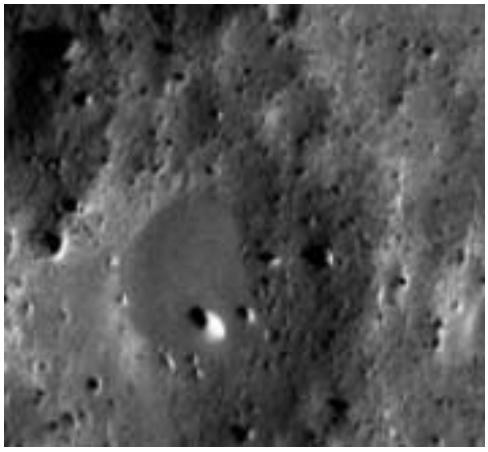

FIG. 1.24 - Image d'une mare de régolite au fond d'un cratère d'Eros. Image prise de Robinson et al. (2002).

1.7.6 La structure interne d'Eros

Les modèles de structure interne des astéroïdes peuvent être de plusieurs types (figure 1.10). Afin de savoir quel type de matériau constitue l'intérieur d'Eros, on étudie les météorites, morceaux d'astéroïdes ou de comètes, qui tombent sur Terre et sur les autres corps planétaires. La sonde NEAR a permis la mesurer la composition chimique de la surface d'Eros, et les spectres de surface des météorites qui tombent sur Terre sont également connus. En comparant les données spectrales d'Eros à celles de diverses météorites, Wilkison et al. (2002) ont mis en évidence une forte similitude de composition entre une météorite type chondrite ordinaire et Eros. On suggère donc que l'intérieur d'Eros est probablement constitué du même matériau que la chondrite ordinaire.

La différence de densité entre la chondrite ordinaire (3,40 $g.cm^{-3}$) et Eros (2,67 $g.cm^{-3}$) révèle que la densité moyenne d'Eros inclue la présence de vide, probablement lié à des réseaux de fractures. Cette différence de densité permet donc de confirmer qu'Eros a un intérieur poreux doté de vide, ce qui est cohérent avec les fractures visibles en surface. Pour expliquer la si basse densité d'Eros, Wilkison et al. (2002) ont suggéré un intérieur très fracturé et non pas en de tas de débris ('rubble pile') car les vides induits par ce type de structure en tas de débris provoqueraient une densité d'Eros plus faible que celle mesurée.

Enfin, la similitude entre la composition chimique de surface d'Eros et celle d'une chondrite ordinaire, formée vers le milieu du Système Solaire, implique qu'Eros s'est probablement formé au même endroit (Wilkison et al., 2002), c'est-à-dire vers l'actuelle zone de la Ceinture Principale (hypothèse en accord avec les modèles de Richardson et al. (2005) qui montrent que la population de cratères d'Eros s'explique bien si Eros a séjourné dans la Ceinture pendant environ 400 millions d'années).

L'étude des rapports magnésium/silicium, aluminium/silicium, calcium/silicium et de la concentration de potassium effectuée par McCoy et al. (2002) suggère également un corps primitif, chondritique. La synthèse des données spectrales et chimiques recueillies durant le contact de NEAR avec la surface d'Eros indique que la météorite analogue la plus vraisemblable serait une chondrite ordinaire altérée en surface.

Pour confirmer l'altération de surface d'Eros, Loeffler et al. (2008) ont découvert grâce aux données du spectromètre à rayons X une faible abondance de sulfure à la surface d'Eros. Cette observation, qui contredit à première vue l'hypothèse d'une composition de surface analogue à une chondrite ordinaire s'expliquerait par altération spatiale (bombardement micrométéoritique et rayonnement solaire) à la surface d'Eros.

Chapitre 2 Le projet R&T MEMS : spécifications de sismomètres pour la mission spatiale européenne Don Quijote

2.1 La mission Don Quijote

Cette section reprend (après traduction) les éléments de la mission disponibles sur le site web de l'ESA (European Space Agency) http://www.esa.int/SPECIALS/NEO.

La mission Don Quijote de l'ESA est un ancien projet technique de déflection d'un astéroïde, élaboré pour valider une stratégie qui pourrait être utilisée un jour afin de dévier un objet menaçant la Terre. En 2005-2006 quand l'étude du présent chapitre a été effectuée, cette mission était toujours à l'ordre du jour. Ce projet impliquait deux modules qui devaient être lancés sur deux orbites séparées :

- le module orbiteur, Sancho, après avoir été inséré en orbite autour de l'astéroïde cible, aurait mesuré avec précision sa position, sa forme, sa masse et son champ de gravité pendant plusieurs mois, avant et après l'impact d'un second module. Cet orbiteur aurait également eu le rôle de relais pour le transfert des données collectées par l'impacteur durant son approche de l'astéroïde. Enfin, Sancho aurait eu pour objectif d'étudier la composition de surface de l'astéroïde et, une fois en orbite, de larguer le module ASP-DeX qu'il aurait transporté durant tout le voyage.
- le module impacteur, Hidalgo, aurait percuté l'astéroïde à une vitesse d'environ 10 $km.s^{-1}$.

L'objectif principal de la mission Don Quijote était de percuter un astéroïde géocroiseur afin de déterminer la déviation résultant de l'impact. Pour ce, des mesures précises de la position de l'astéroïde auraient été effectuées avant et après l'impact.

L'objectif secondaire mettait en jeu le pack 'Autonomous Surface Package Deployment Engineering eXperiment' (ASP-DeX). Dans cette expérience, un petit module (l'ASP pour 'Autonomous Surface Package') aurait été lâché de l'orbiteur, tombant en chute libre sur l'astéroïde à une certaine distance du site du futur cratère formé par l'impact du module Hidalgo. Une partie de l'objectif secondaire de la mission aurait été d'étudier la composition chimique de la surface de l'astéroïde et de caractériser ses propriétés thermiques et mécaniques. Le module impacteur, Hidalgo, serait resté inactif jusqu'aux derniers jours de l'approche de l'astéroïde où il aurait été autoguidé vers l'astéroïde cible. Le pack ASP (Autonomous Surface Package) aurait eu pour tâche d'étudier les propriétés mécaniques de la surface de l'astéroïde, éléments importants pour déterminer la possibilité d'ancrage d'instruments à la surface de ces corps. Cette dernière information est cruciale pour mettre au point des stratégies de protection de la Terre contre des astéroïdes où un contact avec la surface est requis. L'étude présentée dans ce chapitre consiste à proposer des spécifications en bande passante et en sensibilité pour les accéléromètres inclus dans le pack ASP, qui devaient enregistrer les effets de l'impact et des autres 'bruits' sismiques de l'astéroïde (compression/dilatation thermique et éventuels chocs de météorites).

2.2 Les capteurs adéquats à déployer sur un petit astéroïde

Cette section reprend le rapport R&T MEMS, présenté au CNES en 2006, auquel j'ai contribué comme co-auteur.

Les sismomètres sont des capteurs indispensables pour obtenir des informations sur la structure interne des planètes et des corps du système solaire. Différentes missions lunaires et martiennes ont embarqué ce type d'instruments. La R&T (Recherche et Technologie) VBB (Very Broad Band) ainsi que le projet NetLander ont contribué au développement d'un capteur sismique longue période (VBB). Aujourd'hui, le niveau de maturité de cet instrument permet de le proposer comme candidat sérieux pour une mission d'atterrisseur martien intervenant avant 2013. Cependant, sa masse d'environ 2,3 kg tout compris reste un handicap pour les missions de réseau géophysique ou pour des missions plus lointaines (NEO, satellites des planètes externes du système solaire).

Des travaux ont été engagés, notamment par des compagnies pétrolières, afin de développer des micro-sismomètres basés sur les technologies MEMS (Micro Electro Mechanical System) pour du sondage actif. Si les performances offertes par ces capteurs ne sont pas adaptées aux exigences scientifiques des missions interplanétaires, elles offrent cependant des avancés technologiques permettant de réduire la masse et la consommation du capteur de 1 à 2 ordres de grandeur par rapport au VBB. De plus, leurs performances actuelles sont encore loin des limites théoriques, c'est pourquoi une analyse sur la possibilité d'utiliser ces technologies dans des missions planétaires a été effectuée par l'Équipe Géophysique Spatiale et Planétaire (IPG Paris, France). Dans le cadre de cette étude R&T MEMS, financée par le Centre National d'Études Spatiales (CNES, France), un scénario de déploiement de plusieurs capteurs sismiques avant l'impact d'Hidalgo a été élaboré. Ce scénario mettrait en jeux un ensemble de micro pénétrateurs, comportant chacun un accéléromètre, un sismomètre MEMS, une batterie et un système de télécommunication, capables de durer plusieurs jours.

Le concept proposé serait le suivant : (1) peu de temps avant l'impact, le réseau de pénétrateurs serait déployé par le module autonome ASP. La télémétrie de ceux-ci serait en marche, ce qui leur permettrait d'être guidés pour leur pénétration dans le régolite, (2) quelques secondes après le déploiement des micropénétrateurs, le choc principal de l'impact se produit sur l'astéroïde, permettant l'acquisition de données nécessaires à la tomographie, (3) après le choc, la sensibilité des MEMS peut être modifiée à distance pour enregistrer les plus faibles signaux liés aux fractures thermiques de l'astéroïde. La mission se termine quand l'alimentation du dispositif est épuisée, ou quand le contact est perdu.

Une telle mission permettrait un retour scientifique important, complémentaire d'une étude radar, car elle fournirait un profil de vitesse de l'astéroïde.

2.3 La méthode de sommation des modes propres

2.3.1 Introduction

La présente étude a pour but de modéliser les accélérations provoquées par un impact au pôle d'un modèle d'astéroïde sphérique, et ce, grâce à la méthode des modes propres. En effet, bien que leur existence ait été décrite mathématiquement dès la fin du XIXème siècle, ce n'est qu'en 1960 que furent observés pour la première fois les modes propres de vibration de la Terre à la suite d'un séisme de magnitude 9 au Chili (voir par exemple la thèse de Millot-Langet, 2004). Mais aujourd'hui, grâce aux progrès instrumentaux, les vibrations propres peuvent être également observées pour des séismes de magnitude seulement supérieure à 7. Car sous l'effet d'un séisme de magnitude suffisamment forte, la Terre résonne dans son ensemble, telle une cloche. Les oscillations produites sont qualifiées de modes propres, dont les fréquences sont déterminées par la forme et la structure du corps qui vibre. Ainsi, pour un enregistrement assez long après un gros séisme, des pics de résonance sont visibles à certaines fréquences: il s'agit des fréquences d'oscillations libres de la Terre.

Des ondes issues d'interférences se propagent en surface, font plusieurs fois le tour de la Terre et interagissent pour devenir ondes stationnaires. Ces vibrations propres sont réparties en deux groupes : les modes sphéroïdaux correspondant aux ondes de surface de Rayleigh ayant une polarisation P-SV et les modes toroïdaux correspondant aux ondes de Love, de polarisation SH (Millot-Langet, 2004).

Étudier les vibrations propres d'un corps revêt un intérêt tout particulier puisque ces oscillations sont sensibles à la structure interne. Par exemple, l'étude des fréquences des modes propres a permis de déduire la densité et la vitesse élastique dans l'ensemble du globe. Ces vibrations propres qui existent dans la Terre existent également pour les autres corps, qu'ils soient étoiles ou planètes. En effet, dans le Soleil, la zone convective est un milieu très chaud et instable, ce qui provoque des mouvements incohérents de matière (les tourbillons). Ces tourbillons excitent les modes propres d'oscillation et rendent le processus d'excitation très aléatoire (excitation stochastique). Sur Jupiter, les oscillations libres qui devaient se produire suite à la collision avec la comète SL9 auraient permis de calculer la signature thermique des vibrations produites (Lognonné et al., 1994). Quant à la Lune, à partir de l'inversion des modes propres enregistrés, Khan et Mosegaard (2001) ont proposé un modèle en accord avec la structure en vitesse déduite des études sur les temps d'arrivée. Cependant, ces conclusions ne sont pas confirmées car il se peut que les données inversées correspondent à du bruit dans le domaine des modes propres (Lognonné, 2005 et Gagnepain-Beyneix et al., 2006).
Notre présente étude aura donc pour but de modéliser le comportement longue période d'un modèle d'astéroïde en réponse à une source sismique. Les modèles étudiés seront des sphères de 1 km et 8 km de diamètre, dotées d'une structure en couches. La source correspondra à l'impact que pourrait provoquer la sonde Don Quijote de 400 kg à une vitesse de 10 km.s^{-1} (Ball et al., 2004) et les signaux induits par l'impact seront calculés tous les 5° de distance épicentrale. L'ensemble de ces sismogrammes sera simulé par la méthode des modes propres: une première étape consiste à calculer les oscillations libres du modèle, pour des ordres angulaires allant de 0 à 500 et des fréquences de 0 à 30 Hz ou 0 à 150 Hz (selon le modèle), puis les amplitudes de ces modes sont sommées en tenant compte de l'intensité de la source sismique et de la réponse instrumentale de la station d'enregistrement. Ces simulations permettront la comparaison des accélérations maximales produites par les impacts sur les trois modèles proposés, et fourniront donc un ordre de grandeur des accélérations que peut subir un astéroïde.

Les trois sections suivantes ont été prises de Millot-Langet (2004) et traduites de la publication Lognonné et Clévédé (2002). Elles rappellent le formalisme général des modes propres.

2.3.2 L'équation d'onde

L'étude des oscillations libres d'un corps correspond au domaine longue période de la sismologie, c'est pourquoi la gravité et les effets inertiels ne peuvent pas d'ordinaire, être négligés. Cependant, dans notre cas, l'étude de modèles d'astéroïdes de petite taille implique que certains paramètres peuvent être négligés, notamment la gravité *g*, le tenseur des pré-contraintes T_0, et Ω la vitesse angulaire (force de Coriolis).

À la suite d'une excitation, un corps vibre, et une particule initialement au repos à la position *r* se retrouvera en *r*' :

$$r'(t) = r + u(r,t), \tag{2.1}$$

où *ρ* est la densité, *t* le temps et *u(r,t)* le champ de déplacement. Le principe fondamental de la dynamique appliqué à cette particule s'exprime alors :

$$\rho \frac{dV}{dt} = \nabla T + \rho(g - \Omega \wedge (\Omega \wedge r')) - 2\rho\Omega \wedge v, \tag{2.2}$$

où *T* est le tenseur des contraintes, *g* le champ de gravité, et *v* la vitesse de la particule, le tout à la position *r'* (point de vue eulérien). Mais comme *g* et Ω sont négligeables dans un astéroïde, on peut simplifier cette équation en:

$$\rho \frac{dV}{dt} = \nabla T, \tag{2.3}$$

l'équation de la conservation de masse donne au premier ordre :

$$\rho - \rho_0 + div(\rho_0 u) = 0 \tag{2.4}$$

En introduisant le tenseur des propriétés élastiques *C*, en négligeant les termes d'advection pour la dérivée particulaire de la vitesse, en utilisant l'équation d'équilibre et en prenant la transformée de Laplace de l'équation du mouvement (Lognonné et Clévédé, 2002), on peut exprimer l'équation de l'élastodynamique dans l'espace spectral :

$$-\sigma^2 u(\sigma) + \sigma B u(\sigma) + A(\sigma) u(\sigma) = f(\sigma), \tag{2.5}$$

où $\sigma = \omega + i\alpha$ est la fréquence complexe, f le terme source (absent dans le cas des modes propres), B l'opérateur de Coriolis (nul puisque la vitesse angulaire est négligée) et A l'opérateur élastodynamique, exprimé ainsi :

$$A(\sigma)u(\sigma) = \frac{1}{\rho_0}\left[-\nabla.(C:\nabla u)\right] \tag{2.6}$$

2.3.3 Les modes propres de vibration pour un corps SNREI (Symmetric, Non Rotating, Elastic, Isotropic)

Les vecteurs propres de l'équation de l'élastodynamique (dépourvue de terme source) correspondent aux modes propres. Ces solutions particulières forment une base de l'espace des solutions sur laquelle les déplacements peuvent être décrits et représentent les fréquences propres d'un objet. Ainsi, à chacune de ces fréquences est associée une fonction propre décrivant le déplacement correspondant en tout point du corps. Le calcul des modes propres repose souvent sur l'hypothèse d'un corps sphérique, sans rotation, élastique et isotrope. Puisque le terme source f est absent et l'opérateur de Coriolis négligeable, l'équation de l'élastodynamique à résoudre devient donc (Phinney et Burridge, 1973):

$$\sigma^2 |u\rangle = A_0 |u\rangle, \tag{2.7}$$

où A_0 est l'opérateur de l'élastodynamique pour un modèle de Terre sphérique tel que le PREM de Dziewonski et Anderson (1981). Les fréquences propres de cette équation dépendent de deux nombres entiers n et l, et pour une fréquence notée $\omega_{n,l}$ on montre que l'espace propre est de dimension $2l+1$. Ses éléments s'expriment sous la forme:

$$|u_{n,l,m}\rangle = U_{n,l}(r)Y_l^m(\Theta,\Phi) + V_{n,l}(r)\nabla Y_l^m(\Theta,\Phi) + W_{n,l}(r)e_r \wedge \nabla Y_l^m(\Theta,\Phi), \tag{2.8}$$

où les fonctions $Y_l^m(\Theta,\Phi)$ sont les harmoniques sphériques. Chacun des vecteurs propres $|u_{n,l,m}\rangle$ correspond à un singlet caractérisé par trois indices: l'ordre radial n, l'ordre angulaire l, et l'ordre azimutal m pouvant varier de l à $-l$. Ces nombres quantiques correspondent dans le cas sphérique aux nœuds des vibrations, c'est-à-dire aux zéros des fonctions propres.

L'ordre radial n donne le nombre de noeuds en profondeur (fonction de r), et l et m correspondent aux indices des harmoniques sphériques, donnant donc les noeuds en latitude et longitude. Ces relations simples entre nombres quantiques et noeuds de la fonction propre associée ne sont rigoureusement vraies que pour une partie des modes uniquement (les modes toroïdaux), car pour les autres modes, la présence d'un noyau liquide rend les choses plus complexes à cause des modes de Stoneley et des bifurcations associées.

Pour un même couple d'indices (n, l), il est possible d'avoir $2l+1$ singlets, ce qui produit un multiplet. Les singlets appartenant au même multiplet $|u_K\rangle$ où $K = (n, l)$ possèdent la même fréquence propre ω_K dans le cas sphérique. Ils sont dits dégénérés car provenant des symétries inhérentes au modèle SNREI. Une rupture de symétrie provoque une levée de dégénérescence.

Un mode est donc en réalité un multiplet, c'est-à-dire une entité complexe comprenant *2l+1* singlets.

Cette décomposition du déplacement en harmoniques sphériques aboutit à deux types de modes : les modes sphéroïdaux, représentés par les fonctions U_K et V_K et les modes toroïdaux par la fonction W_K. Les modes sphéroïdaux, de notation ${}_nS_l$, (*n* est le nombre de sphères nodales pour *l=0* et *l* le nombre de lignes nodales à la surface) possèdent une composante radiale (verticale) et une composante tangentielle (horizontale). Ils provoquent des variations de volume et densité du corps perturbé (figure 2.1). Par exemple, pour *n = l = 0*, le mouvement est uniquement radial ce qui provoque le mode appelé 'mode ballon'.

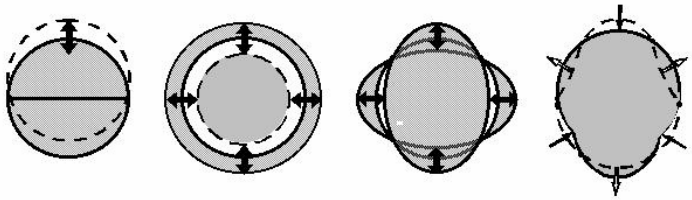

FIG. 2.1 - Modes sphéroïdaux 0S1, 0S0, 0S2 et 0S3
(http://homepage.oma.be/mvc/osclibres/Figure6.htm)

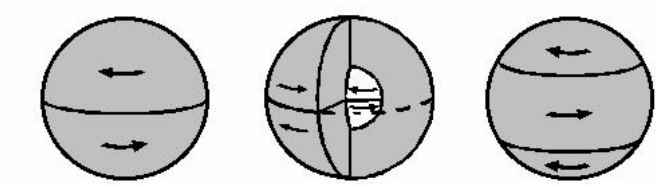

FIG. 2.2 - Modes toroïdaux ${}_0T_2$, ${}_1T_2$ et ${}_0T_3$
(http://homepage.oma.be/mvc/osclibres/Figure5.htm)

Les modes toroïdaux, notés ${}_nT_l$, (*n* est le nombre de sphères nodales et *l* le nombre de lignes nodales à la surface) possèdent une composante tangentielle uniquement et leur mouvement est confiné aux surfaces de sphères concentriques (figure 2.2). Ils sont responsables de changements de forme mais pas de volume. De ce fait, ils n'existent pas dans le noyau liquide où la résistance au cisaillement est nulle.

2.3.4 Sommation des modes et calcul des sismogrammes

Le déplacement subi par un corps soumis à une source $|S\rangle$ correspond à l'expression :

$$|u(t)\rangle = \sum_{nlm} |u_{nlm}\rangle\langle v_{nlm}|s\rangle e^{i_n\sigma_l^m t}, \tag{2.9}$$

où ${}_n\sigma_l^m$ est la fréquence propre commune des singlets $|u_{nlm}\rangle$ et $\langle v_{nlm}|$, et $\langle v_{nlm}|S\rangle$ est le coefficient d'excitation à la source pour le singlet *(n ,l ,m)*. On peut exprimer le sismogramme sous la forme:

$$|s(t)\rangle = \sum_{nlm} \langle R|u_{nlm}\rangle\langle v_{nlm}|s\rangle e^{i_n\sigma_l^m t}, \tag{2.10}$$

avec $\langle R|$ la réponse instrumentale de la station d'enregistrement, et $\langle R|u_{nlm}\rangle$ le coefficient d'excitation à la station pour le singlet *(n ,l ,m)*. Ce coefficient correspond à la projection du mode à la station, convoluée par la réponse instrumentale.

Chaque multiplet $K = (n,l)$ est associé à une fonction $A_K(t)$ modulant une porteuse dont la fréquence σ_K est la fréquence sphérique du multiplet. Avec une fréquence moyenne du multiplet légèrement différente de la fréquence sphérique (du fait des effets de couplage du second ordre), la fonction de modulation s'exprime donc:

$$A_K(t) = \sum_{m=-l}^{m=l} \langle R|u_{nlm}\rangle\langle v_{nlm}|S\rangle e^{i\delta\sigma_m t}, \tag{2.11}$$

où $\delta\sigma_m = {}_n\sigma_l^m - \sigma_K$. Le sismogramme s'exprime donc sous la forme:

$$s(t) = \sum_K A_K(t) e^{i\sigma_K t} \tag{2.12}$$

Dans le cas d'un corps asphérique, cette fonction de modulation possède toutes les informations sur les perturbations par rapport au modèle sphérique. Mais dans le cas que nous avons étudié d'un corps sphérique, celle-ci est constante.

Le calcul des modes propres et des sismogrammes synthétiques repose dans notre cas sur l'hypothèse d'un corps sphérique, sans rotation, élastique et isotrope pour les modèles d'astéroïdes étudiés. Cependant, dans le cas d'un corps très légèrement perturbé (variations de moins de typiquement 6% sur les paramètres initiaux) la méthode High-Order Perturbation Theory (HOPT) permettra de décrire tout de même les modes propres.

2.4 Modèles d'astéroïdes étudiés et tests effectués

2.4.1 Paramètres de départ et tests effectués

L'objectif de l'étude est de calculer les accélérations maximales dans des modèles d'astéroïdes percutés par un projectile (source sismique). Ces accélérations maximales sont calculées pour des sismomètres placés tous les 5° de distance épicentrale sur une moitié d'astéroïde (ce qui suffit puisque leur structure est à symétrie sphérique). La source simulée correspond à celle proposée pour l'ancien projet de mission de l'ESA 'Don Quijote' (Ball et al., 2004): il s'agit de l'impact d'un projectile de 400 kg à 10 km.s^{-1}, soit une force F = 4.10^{11} g.cm.s^{-1}. Elle se produit à un point arbitraire de l'astéroïde (ce dernier étant sphérique, seule la distance épicentrale compte).

Les modes propres sont calculés entre 0 et 150 Hz selon les caractéristiques de l'astéroïde, et jusqu'à des ordres angulaires de 500 pour la majorité des modèles.

Pour chaque modèle, nous considérerons séparément l'effet de la force verticale de l'impact et l'effet de la force horizontale de l'impact (sauf pour le modèle NEO6 pour lequel seul un impact vertical a été testé). Pour l'étude de la force verticale de l'impact, seuls les modes sphéroïdaux entrent en jeu car ces modes correspondent aux ondes de surface de Rayleigh avec des polarisations P-SV. Mais pour la force horizontale de l'impact, les modes sphéroïdaux et toroïdaux sont tous deux inclus (les modes toroïdaux étant liés aux ondes de surface de Love avec une polarisation SH).

Les accélérations maximales induites dans tous les cas, calculées tous les 5° de distance épicentrale, ont été estimées pour les trois composantes du sismogramme pour pouvoir analyser aussi bien la composante verticale des ondes (axe Z), que leurs deux composantes horizontales (axe Nord-Sud et axe Est-Ouest).

2.4.2 Présentation des modèles

Les modèles d'astéroïdes étudiés sont des sphères de 1 km de diamètre pour les modèles NEO2_1000, NEO2_100000, NEO3, NEO5 et une sphère de 8 km de diamètre pour le modèle NEO6. Les structures considérées sont en couches, sans hétérogénéités latérales (figure 2.3).

2.4.2.1 NEO2_1000 et NEO2_100000

Les deux modèles NEO2 possèdent une structure identique, seul le facteur de qualité pour l'atténuation en cisaillement diffère. Les 25 premiers mètres correspondent à une couche de régolite avec des vitesses sismiques de 400 m.s^{-1} et 200 m.s^{-1} respectivement pour les ondes P et S. Une autre couche de 25 m avec des vitesses de 900 m.s^{-1} et 500 m.s^{-1} est considérée juste en dessous. Un matériau plus consolidé est présent jusqu'à un rayon de 350 m (1800 m.s^{-1} et 1050 m.s^{-1}). Enfin, le centre de l'astéroïde a des vitesses sismiques P et S de 3600 m.s^{-1} et 2100 m.s^{-1} et une densité de 2500 kg m^{-3}. Le facteur de qualité est un paramètre d'atténuation qui influence l'amplitude des signaux sismiques, c'est pourquoi deux valeurs ont été testées pour le même modèle de structure : Q_μ = 1000 et Q_μ = 100000. Ces valeurs testées dans les modèles sont élevées du fait de l'absence d'eau dans les petits corps.

L'atténuation peut être liée à certains mécanismes microscopiques de relaxation, en l'occurrence, le mouvement des dislocations (Karato et Jung, 1998) à l'intérieur des grains constitutifs des minéraux, ou la migration (réversible) des frontières de grains, permettant la relaxation de contraintes locales dues à l'anisotropie élastique des cristaux (Carcione et Cavallini, 1995), ou encore le glissement visqueux des frontières de grains. En général, les processus de déformation diffusifs sont considérés comme étant les plus plausibles, mais d'autres mécanismes sont également proposés comme la ségrégation d'impuretés ou la présence de films fondus à la surface des grains qui se déforment sous l'application d'une contrainte. La présence de fissures est également susceptible de provoquer une atténuation des ondes sismiques (Kikuchi, 1981), ce qui est un mécanisme fort probable sur les astéroïdes puisque certains présentent une forte fracturation malgré leur cohésion (l'astéroïde Eros par exemple, Prockter et al. (2002)), et d'autres sont considérés comme étant des 'rubble piles'.

2.4.2.2 NEO3

La première couche du modèle (le régolite) possède des vitesses sismiques de 400 $m.s^{-1}$ et 200 $m.s^{-1}$ respectivement pour les ondes P et S, qui augmentent jusqu'à 600 $m.s^{-1}$ et 300 $m.s^{-1}$. Une autre couche de 25 m avec des vitesses de 900 $m.s^{-1}$ et 500 $m.s^{-1}$ repose juste en dessous. Un matériau plus consolidé est présent jusqu'à un rayon de 350 m (1800 $m.s^{-1}$ et 1050 $m.s^{-1}$), ainsi qu'une le centre de l'astéroïde possède des vitesses sismiques P et S de 3600 $m.s^{-1}$ et 2100 $m.s^{-1}$ et une densité de 2500 kg m^{-3}. Le coefficient d'atténuation choisi pour ce modèle ainsi que pour tous les modèles suivants est Q_μ = 1000. En effet, après plusieurs propositions de valeurs très diverses pour ce coefficient (Tittmann, 1977, Tittmann et al., 1980 et Pandit et Tozer, 1970), une valeur d'atténuation quasiment négligeable avec Q= 3000-5000 basée sur les instruments longue période a été suggérée (Dainty et al., 1974, Toksöz et al., 1980), ou Q =1600-2300 d'après les instruments courte période (Nakamura, 1976). Nous prendrons donc un coefficient de type lunaire Q_μ = 1000 pour la plupart des modèles, ce qui correspond à un astéroïde de type S, composé de roches silicatées.

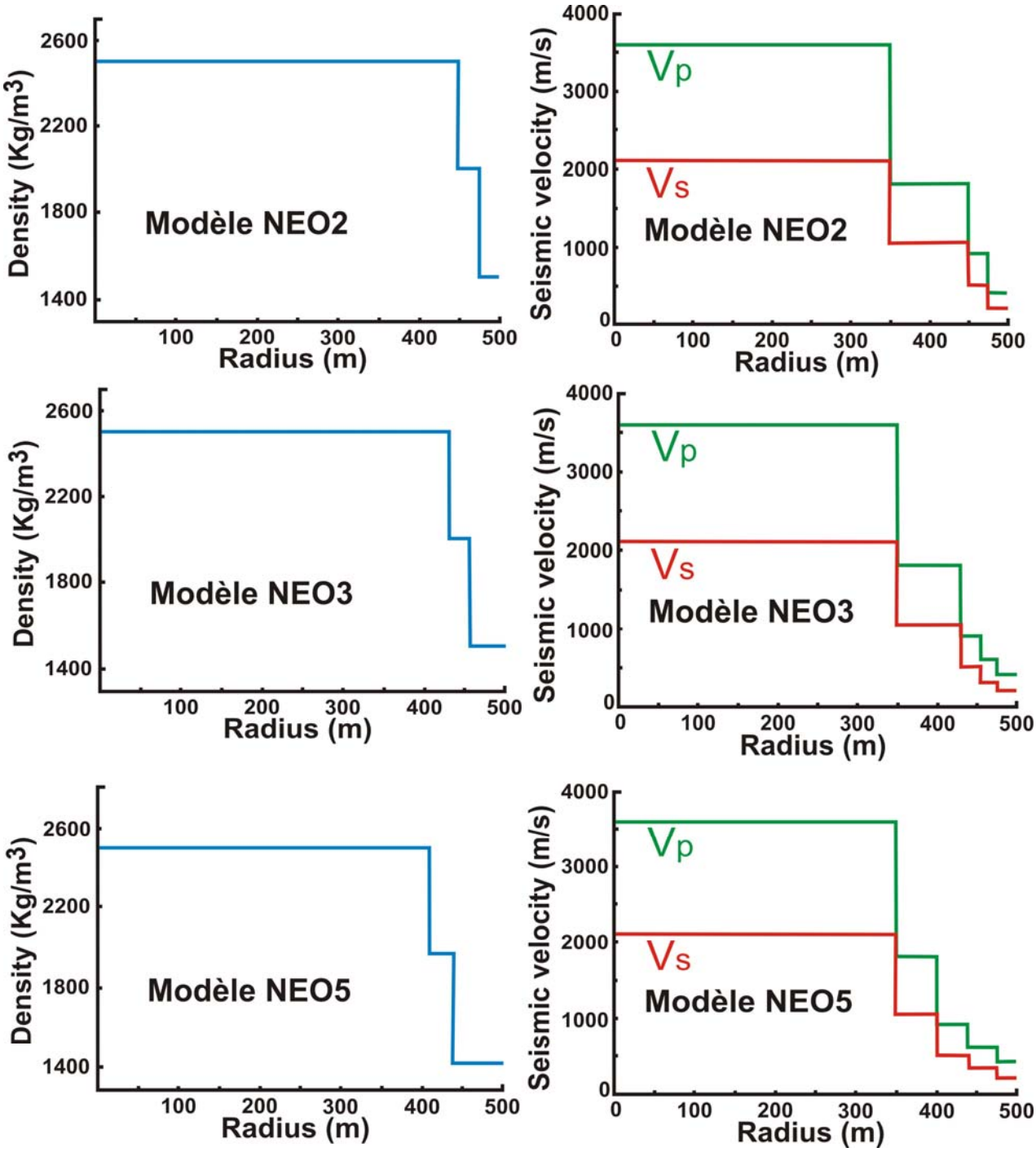

FIG. 2.3 - Profils des vitesses et de la densité des modèles d'astéroïdes sphériques de 1 km de diamètre NEO2, NEO3 et NEO5.

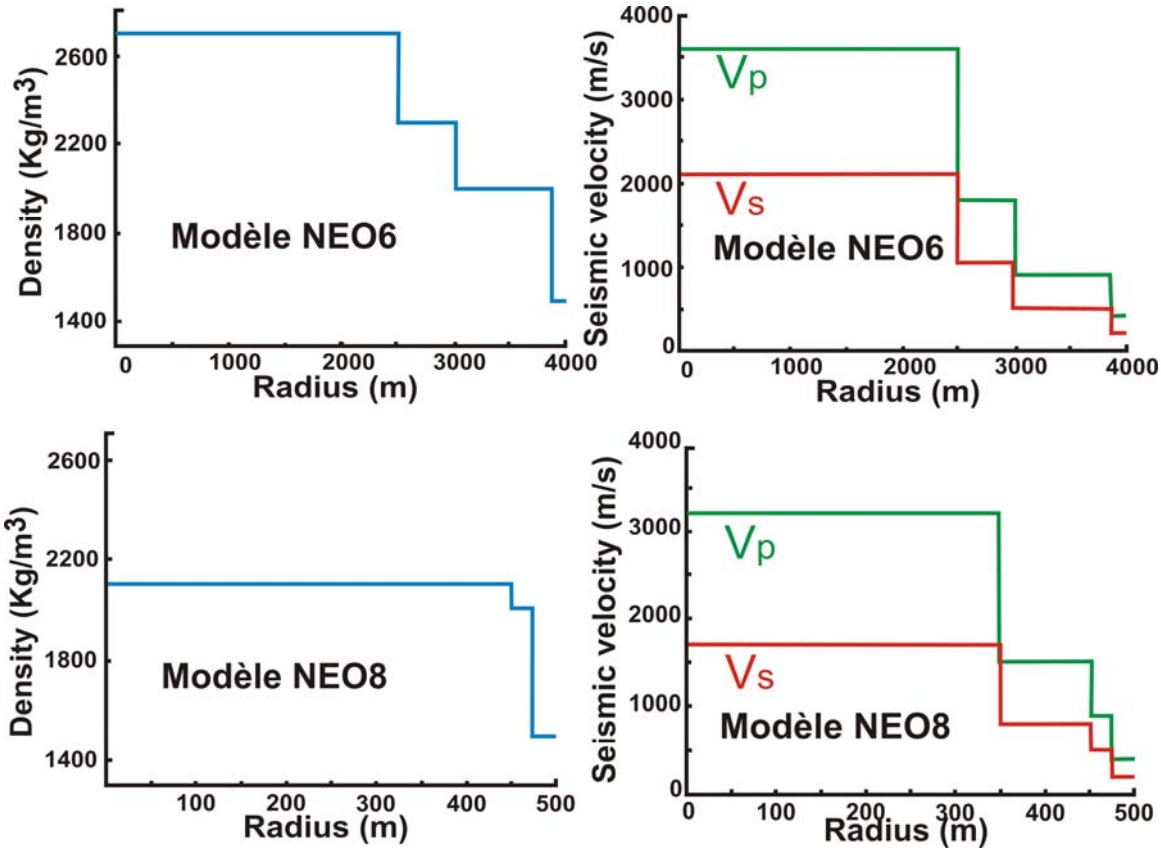

FIG. 2.3 (suite) - Profils des vitesses et de la densité du modèle d'astéroïde sphérique de 1 km de diamètre (NEO8) et de 8 km de diamètre (NEO6)

2.4.2.3 NEO5

La couche de régolite de ce modèle possède les mêmes vitesses sismiques que les modèles NEO3, pour une épaisseur de 125 m. Elle repose sur une couche de 'mégarégolite' de 75 m d'épaisseur avec des vitesses sismiques de 900 $m.s^{-1}$ et 500 $m.s^{-1}$ pour les ondes P et S. Un matériau plus consolidé est présent jusqu'à un rayon de 350 m (1800 $m.s^{-1}$ et 1050 $m.s^{-1}$), et le centre de l'astéroïde a des vitesses sismiques P et S de 3600 $m.s^{-1}$ et 2100 $m.s^{-1}$, ainsi qu'une densité de 2500 kg $.m^{-3}$.

2.4.2.4 NEO6

Ce modèle de 8 km de diamètre possède une première couche de 125 m de régolite avec des vitesses sismiques de 400 $m.s^{-1}$ et 200 $m.s^{-1}$ respectivement pour les ondes P et S. La deuxième couche considérée, épaisse de 875 m et avec des vitesses sismiques P et S de 900 $m.s^{-1}$ et 500 $m.s^{-1}$ pourrait correspondre à une couche plus consolidée de mégarégolite. La couche suivante de 500 m d'épaisseur peut être assimilée à un substratum de l'astéroïde avec des vitesses sismiques P et S de 1800 $m.s^{-1}$ et 1050 $m.s^{-1}$. Enfin, le 'noyau' de l'astéroïde, d'une densité de 2700 kg m^{-3} (proche de celle d'Eros) correspond à la roche la plus consolidée du modèle avec des vitesses P et S de 3600 $m.s^{-1}$ et 2100 $m.s^{-1}$ et une épaisseur de 2.5 km.

2.4.2.5 NEO8

Ce modèle présente les mêmes caractéristiques que le modèle NEO2_1000, à une différence près : sa densité allant du centre à 450 m n'est pas de 2500 $kg.m^{-3}$ mais de 2100 $kg.m^{-3}$. Ainsi, ce modèle permet, avec le modèle NEO2_1000, d'évaluer la contribution de la densité à la réponse sismique de nos modèles simplifiés d'astéroïdes.

2.5 Résultats et interprétation

2.5.1 Les modes propres

La figure 2.4 montre les branches de dispersion des modes propres pour les modes toroïdaux et sphéroïdaux de l'ensemble des modèles, en échelle linéaire (sauf pour le modèle NEO8 où seuls les modes sphéroïdaux ont été considérés puisque l'impact horizontal n'a pas été testé).

Ces modes s'alignent suivant les branches de dispersion caractérisées par un nombre n identique. Pour $n = 0$, on distingue la branche fondamentale (première branche de la figure) puis pour les ordres n supérieurs, les branches harmoniques.

La distinction entre diverses branches est simple pour les modes toroïdaux puisque aucune bifurcation de branche n'existe. En revanche, pour les modes sphéroïdaux les branches de dispersion se croisent et bifurquent, il est donc plus difficile de trouver le lien entre l'ordre radial et la branche harmonique correspondante.

Pour les astéroïdes de 1 km de diamètre, les oscillations libres ont été calculées jusqu'à un ordre angulaire de 500 (au-delà, il était impossible de faire tourner le programme MINEOS utilisé pour le calcul des modes propres), ce qui donne une fréquence de vibration maximale de 30 Hz (voir figure 2.4).

En revanche, pour l'astéroïde de 8 km de diamètre, un ordre angulaire de 500 a été utilisé, ce qui correspond à une fréquence maximale de vibration de 300 Hz. Mais pour le calcul des accélérations à la surface de l'astéroïde, une fréquence de 150 Hz 'seulement' (et donc un ordre angulaire de 250) a été utilisée. La simulation de modes de fréquence plus élevée dans un gros astéroïde plutôt que dans un petit astéroïde peut s'expliquer par le fait que les fréquences graves sont liées aux ondes piégées dans les milieux à faible vitesse, qui sont plus importants dans les petits astéroïdes de 1 km que dans le gros astéroïde de 8 km. En effet, par rapport au volume total des modèles d'astéroïdes, les modèles de 1 km de diamètre possèdent une plus forte proportion de volume à faible vitesse que l'astéroïde de 8 km de diamètre.

Avec ces fréquences de vibration, les astéroïdes de 1 km possèdent une quarantaine de branches harmoniques pour les modes sphéroïdaux et une vingtaine pour les modes toroïdaux (figure 2.4 et table 2.1). Quant à l'astéroïde de 8 km de diamètre, on compte plus d'une centaine de branches dans les modes sphéroïdaux et une centaine dans les modes toroïdaux (figure 2.4 et table 2.1).

Les bifurcations observées pour les modes sphéroïdaux sont caractéristiques de la structure interne d'un corps. On constate en effet qu'elles affectent des branches d'ordres radiaux plus élevés pour les modèles possédant les couches de régolite les plus fines. Tout comme sur Terre (Millot-Langet, 2004) les bifurcations observées avec les modes correspondant aux ondes de surface sont liées aux interfaces à fort contraste, probablement associées aux modes coincés en limites de couches du modèle.

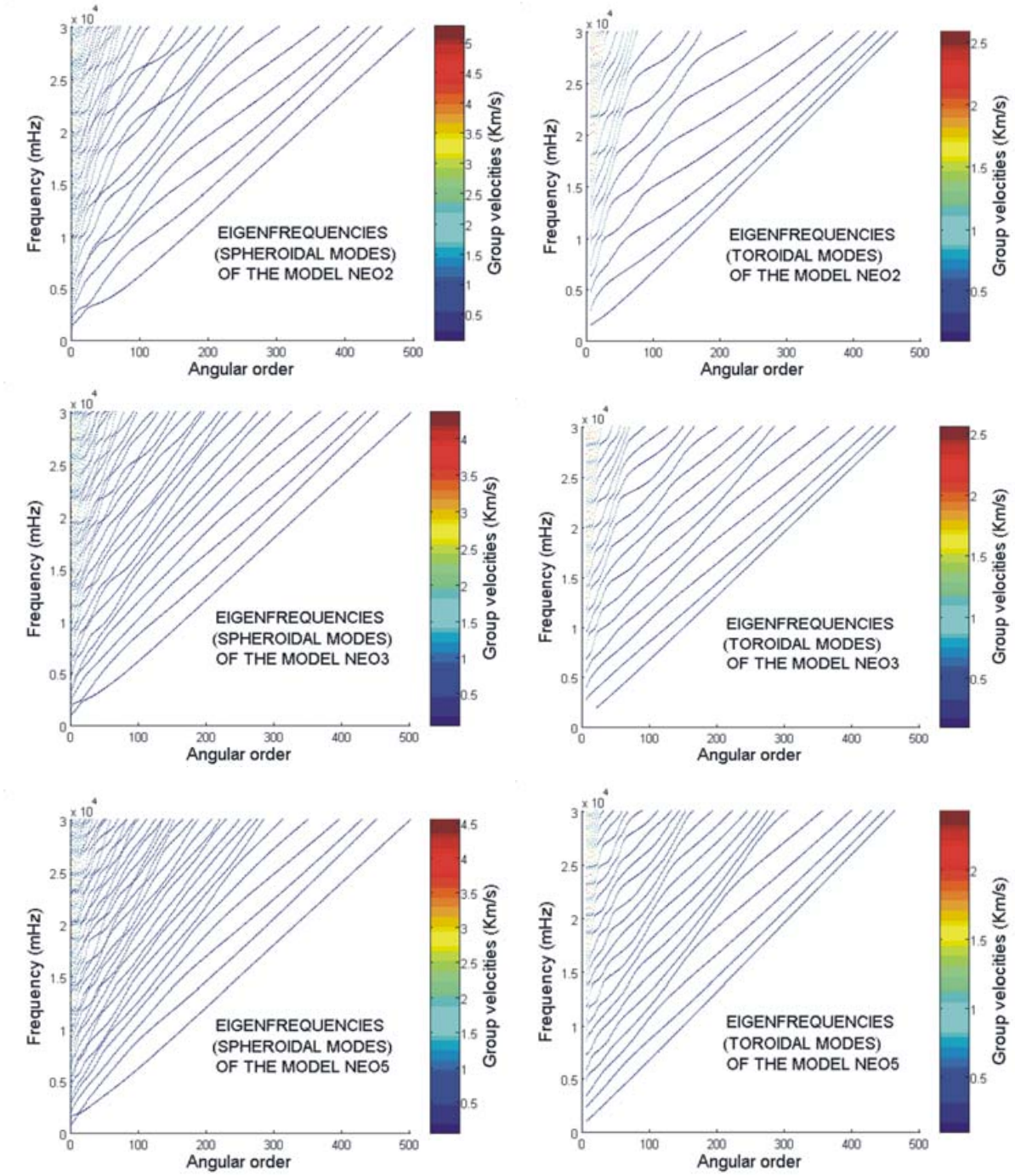

FIG. 2.4 - Modes propres sphéroïdaux et toroïdaux des modèles d'astéroïdes de 1 km de diamètre NEO2, NEO3 et NEO5.

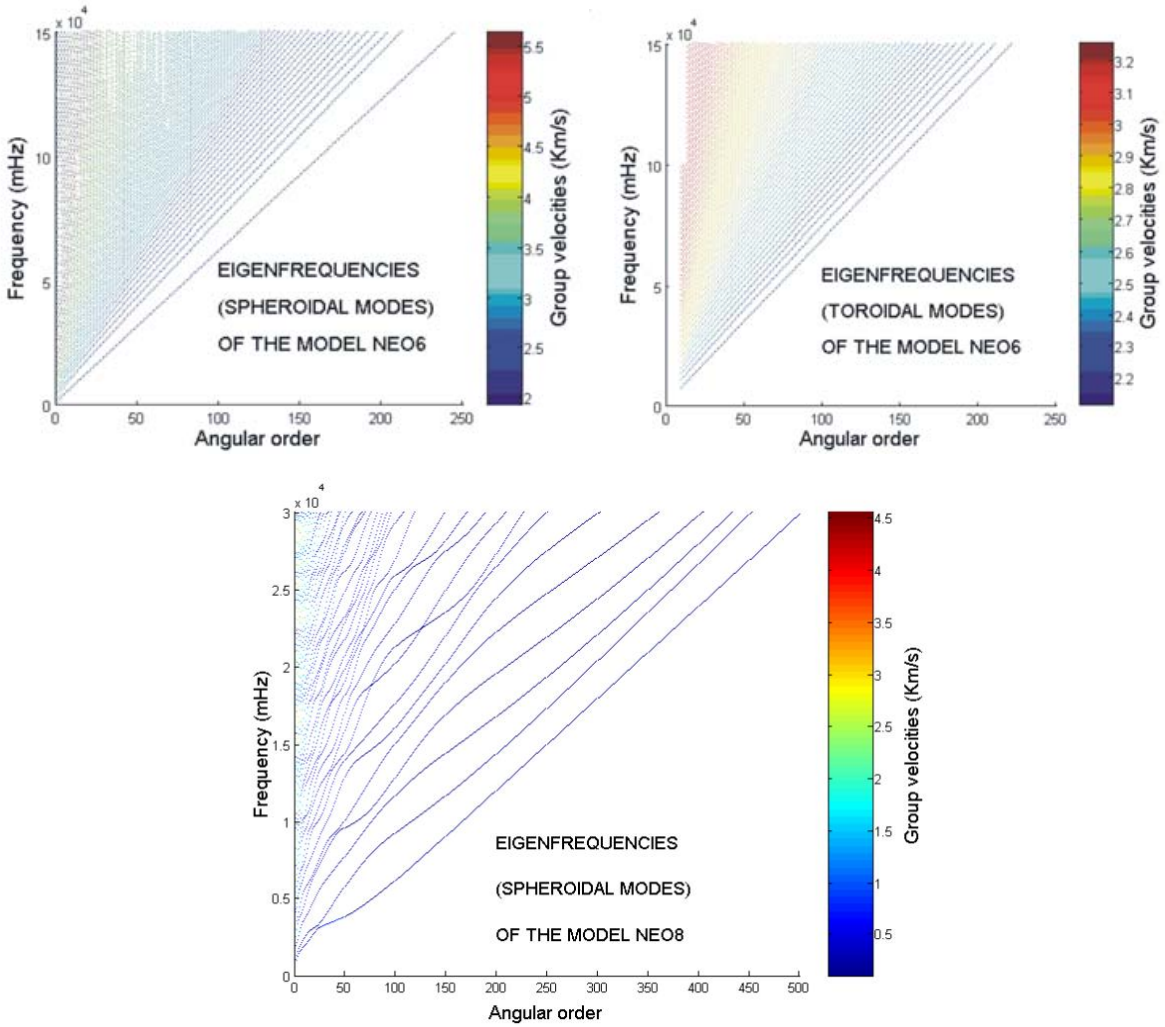

FIG. 2.4 (suite) - Modes propres sphéroïdaux et toroïdaux des modèles d'astéroïdes de 1 km de diamètre (NEO8) et de 8 km de diamètre (NEO6)

	Nombre de branches de dispersion (harmoniques et fondamentales)	
Modèle	**Modes sphéroïdaux**	**Modes toroïdaux**
NEO2 *	39	22
NEO3	43	25
NEO5	47	28
NEO6	> 100	> 100

* pour $Q_\mu = 1000$ et $Q_\mu = 100000$

Table 2.1: Nombre de branches de dispersion pour chaque modèle

2.5.2 Exemples de sismogrammes

Les exemples de sismogrammes synthétiques des figures 2.5 et 2.6 correspondent aux enregistrements effectués pour la composante verticale d'un sismomètre situé à une distance épicentrale de 45°, 90°, 135° et 180°, pour les modèles NEO2_1000 (1 km de diamètre) et NEO6 (8 km de diamètre). Dans tous les cas, l'enregistrement commence 5 s avant l'action de la source et le pas d'échantillonnage est de 10^{-3}s, pour un total de 50000 points échantillonnés. La sommation des modes est effectuée jusqu'à 30 Hz dans le premier cas et jusqu'à 150 Hz dans le second cas. Pour les deux modèles, les signaux sismiques générés par la composante horizontale de la force de l'impact et par la composante verticale sont représentés respectivement par les composantes Nord et verticale des sismomètres (figures 2.5 et 2.6).

Aussi bien dans le cas du modèle NEO2_1000 (figure 2.5) que dans le cas du modèle NEO6 (figure 2.6), on observe que les ondes P (qui arrivent en premier) sont 10 à 100 fois plus faibles que le pic d'amplitude correspondant aux ondes de surface. Ces pics d'amplitude sont atténués au cours du temps comme le montrent ces enregistrements. De plus, on peut voir que l'ordre de grandeur de l'amplitude des sismogrammes est plus élevée dans le cas d'une force horizontale que dans le cas d'une force verticale, probablement en raison de la sommation des modes toroïdaux avec les sphéroïdaux dans le cas de la force horizontale.

2.5.2.1 Sismogrammes du modèle NEO2_1000

Soient R_1, R_2, R_3, R_4, R_5 et R_6 les trains d'ondes successifs des sismogrammes de NEO2_1000 (voir figure 2.5). Ces trains d'ondes de surface de l'astéroïde tournent autour de l'astéroïde. Ils parcourent donc les distances angulaires d_n suivantes (θ est la distance épicentrale du sismomètre considéré) :

- R_n est correspond à l'onde arrivant en premier qui parcourt $d_n = n*360+\theta°$ (pour n impair)
- R_n est correspond à l'onde arrivant en second qui parcourt $d_n = (n-1)*360-\theta°$ (pour n pair)

En général, le train d'onde de surface R_n d'ordre d'arrivée n dans le sismogramme arrive au temps :

$$t_n = \frac{2\pi R d_n / 360}{v}, \tag{2.13}$$

où R est le rayon de l'astéroïde (500 m) et v la vitesse des ondes de surface considérée dans la zone à faible vitesse du régolite (160 m.s^{-1}). À partir de cette expression on peut retrouver les temps d'arrivée des trains d'ondes des quatre sismogrammes. Du fait des temps d'arrivées identiques des trains d'ondes pairs et impairs à θ = 180°, on ne distingue que trois arrivées contrairement aux autres sismogrammes. Outre les trains d'ondes principaux R_1 à R_6, les sismogrammes présentent des trains d'ondes de plus faible amplitude, R'_1 et R'_2. Ces arrivées correspondent aux harmoniques des ondes de surface, et peuvent s'interpréter comme des ondes ayant subi des réflexions ou des réfractions à l'intérieur de l'astéroïde.

2.5.2.2 Sismogrammes du modèle NEO6

Ces sismogrammes (figure 2.6) résultent de la sommation de modes plus aigus que pour les astéroïdes kilométriques. En effet, alors que les modes calculés les plus aigus pour les astéroïdes de 1 km de diamètre font 30 Hz, ceux du modèle NEO6 montent à 150 Hz. Il faut cependant remarquer que le modèle sphérique ne prend pas du tout en compte les diffractions associées aux hétérogénéites latérales. Les missions NEAR (en 2000) et Hayabusa (en 2005) ont permis la collecte d'un grand nombre de données de surface sur les astéroïdes Eros et Itokawa. Il a ainsi été observé que le plus gros bloc de roche sur Itokawa (astéroïde de 540 m de long) mesure 50 m de long (Abe et al., 2006) et que rares étaient les blocs de roche de plus de 50 m de long sur Eros (Chapman et al., 2002), astéroïde de 34 km de long. Ces rochers, issus des phénomènes d'impact à la surface, sont immergés dans le régolite. Nous pouvons donc penser que les ondes d'une longueur d'onde inférieure à 50 m vont être fortement diffractées. Pour les ondes de volume (d'une vitesse de 2500 $m.s^{-1}$ dans nos modèles), ceci situe la limite de diffraction vers 50 Hz. Pour les ondes de volume, dont la vitesse est bien plus faible (160 $m.s^{-1}$), ceci situe cette limite vers quelques Hz, et laisse imaginer une diffraction plus grande encore à quelques dizaine de Hertz, en raison du plus grand nombre de blocs diffractants de 10m. Il nous semble donc illusoire d'imaginer que les amplitudes des ondes de surface calculées par les modes propres sphériques sont réalistes à plus de 20 Hz, même pour la première arrivée (pour les arrivées suivantes, à savoir les trains R_1 à R_6. nous devons en plus prendre en compte la non-sphéricité des astéroides). Nous nous limiterons donc à cette fréquence, avec une illustration théorique pour le modèle NEO6 à 150 Hz, et utiliserons nos résultats pour déterminer l'accélération maximale générée par l'impact : tous les effets non-modélisés vont conduire à réduire cette dernière.

Les sismogrammes simulés pour des distance épicentrales θ = 45°, θ = 135°, et θ = 180° montrent une période de 1.75 s pour l'arrivée des trains d'ondes, tandis que le sismogramme simulé à θ = 90° présente une période dominante de 1 s. Ces arrivées répétitives des trains ondes peuvent être liées à des rais sismiques piégés au sein de deux couches ou d'un couple de couches. Pour tester cette hypothèse, le calcul des trajets aller-retour de ces rais sismiques peut être effectué.

Le modèle NEO6 possède deux couches superficielles qui peuvent être le lieu de ces multiples réflexions.

- La première couche (couche 1) présente une épaisseur h_1 = 175 m et une vitesse d'onde P v_1 = 400 $m.s^{-1}$.
- La couche sous-jacente (couche 2) possède une épaisseur h_2 = 825 m et une vitesse d'onde P v_2 = 900 $m.s^{-1}$.

Le temps de trajet aller-retour d'un train d'onde au sein de la couche 1 est de :

$$t_1 = \frac{2h_1}{v_1} = \frac{2 \times 175}{400} = 0.875 \text{ s}$$

Le temps de trajet aller-retour d'un train d'onde au sein de la couche 1 puis de la couche 2 est de :

$$t_{1-2} = t_1 + \frac{2h_2}{v_2} = 0.875 + \frac{2 \times 825}{900} = 1.83 \text{ s}$$

Ces deux valeurs sont similaires aux périodes de 1 s et 1.75 s observées sur les sismogrammes. Nous pouvons donc suggérer que les trains d'ondes visibles sur les sismogrammes simulés à des distances épicentrales θ = 45°, θ = 135°, et θ = 180° correspondent à de multiples réflexions sur la base de la couche 2 pour expliquer une période d'arrivée de 1.75 s. Quant au sismogramme simulé à θ = 90°, les trains d'ondes observés peuvent être liés à des rais sismiques piégés au sein de la couche 1 (réfléchis sur la base de la couche 1), ce qui expliquerait la période de 1 seconde observée dans ce cas.

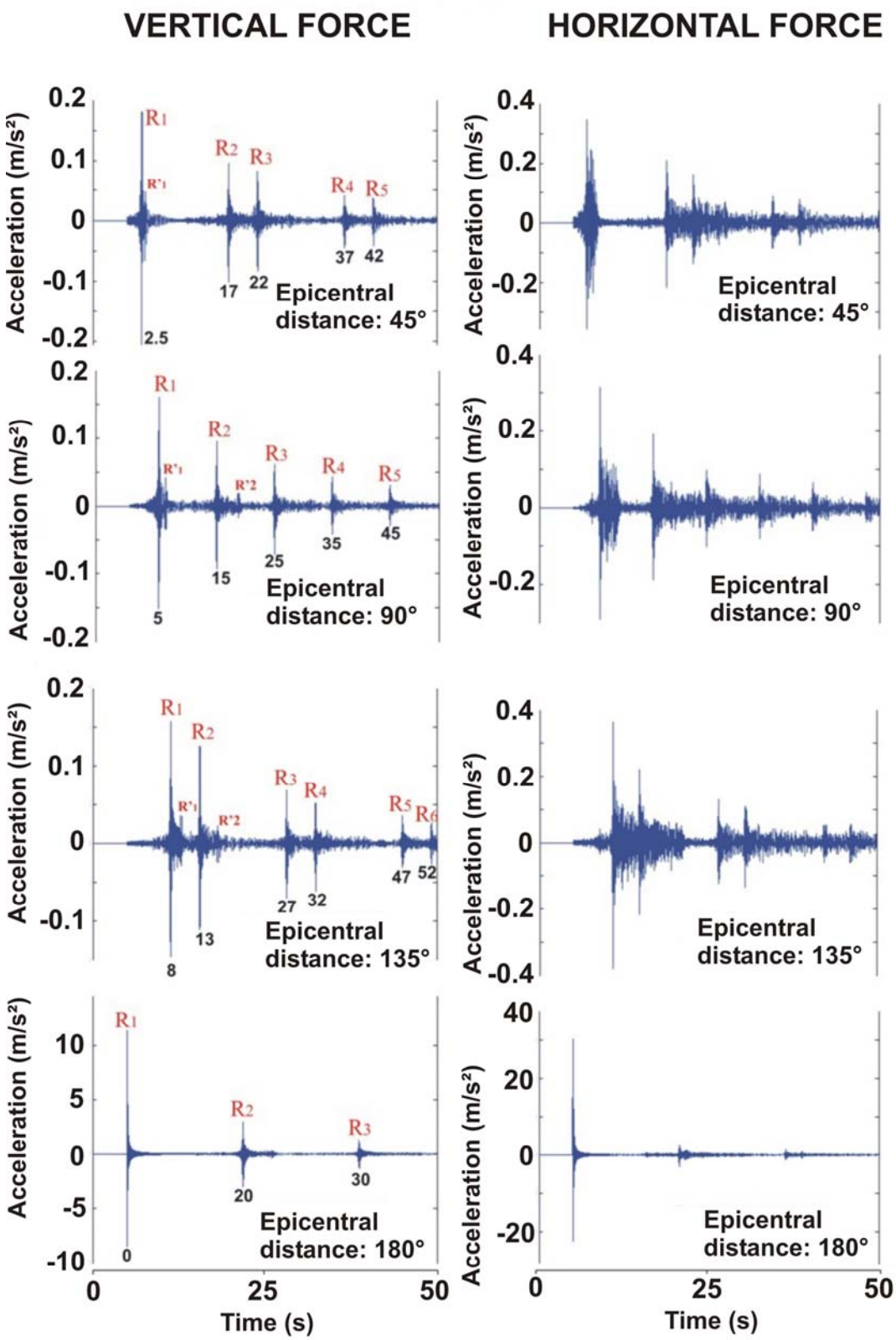

FIG. 2.5 - Sismogrammes synthétiques en accélération pour la composante verticale du modèle NEO2_1000 soumis à une force de 4×10^{11} g.cm.s^{-1}. Ces traces sismiques mettent en évidence les temps d'arrivée des différents trains d'ondes.

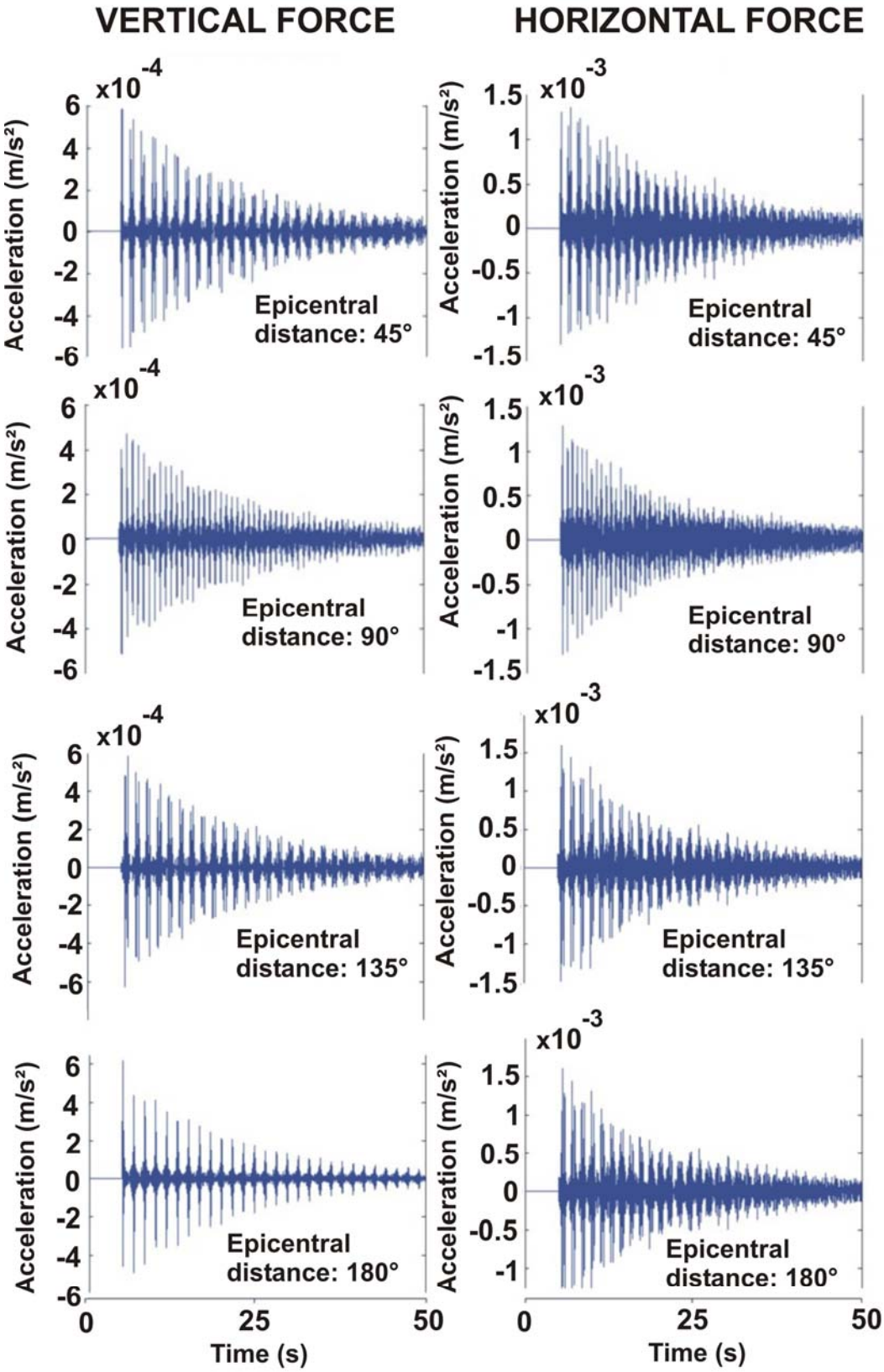

FIG. 2.6 - Sismogrammes synthétiques en accélération pour la composante verticale du modèle NEO6 soumis à une force de 4×10^{11} g.cm.s^{-1}.

2.5.3 Amplitude et bande passante

Un des objectifs de cette étude est de déterminer les caractéristiques des sismomètres nécessaires pour imager l'intérieur de l'astéroïde. Deux spécifications sont requises :

- la bande passante : elle caractérise la bande de fréquence nécessaire à l'extraction des données de structure de l'astéroïde. Elle a un effet sur la conception de l'instrument (synthèse de la contre réaction)
- la dynamique de l'instrument : elle définit l'amplitude maximale des accélérations pouvant être mesurées par les sismomètres lors de l'impact

2.5.3.1 L'amplitude des sismogrammes synthétiques

Pour chaque modèle d'astéroïde, les accélérations maximales obtenues tous les 5° de distance épicentrale ont été recueillies et reportées en fonction de leur position sur la figure 2.7. Cette dernière montre les accélérations maximales enregistrées à la surface de l'astéroïde sous l'effet de la force verticale ou horizontale de l'impact.

Bien que ces accélérations aient été simulées dans les trois composantes des sismomètres, seules les composantes correspondant à la direction de la force de l'impact sont représentées ici. Pour une force verticale de l'impact, les accélérations obtenues selon la composante verticale des sismomètres sont de l'ordre du $m.s^{-2}$. À l'inverse, sous l'effet d'une force horizontale de direction Nord-Sud, seule la composante Nord-Sud sera représentée dans l'azimut de la direction de la force et les amplitudes sont plus importantes d'un facteur 2 environ, ce qui est un point sur lequel nous reviendrons.

Les accélérations en fonction de la distance épicentrale (quelle que soit la direction de la force de l'impact) présentent une diminution puis une augmentation de l'amplitude des ondes de surface en $1/\sqrt{\sin\theta}$. Cette courbe d'accélération montre donc deux pics situés à 0° de distance épicentrale (il s'agit de l'emplacement de la source) et à 180° de distance épicentrale. Ce deuxième pic met en évidence la refocalisation des ondes de surface à l'antipode de la source pour chaque modèle d'astéroïde. L'amplitude de cette refocalisation est cependant a priori sur-estimée car une refocalisation parfaite n'a lieu que pour un astéroïde vraiment sphérique, ce qui est a priori rare. De plus en présence d'atténuation les ondes sont dispersives et donc même pour un astéroïde sphérique la refocalisation n'est pas parfaite.

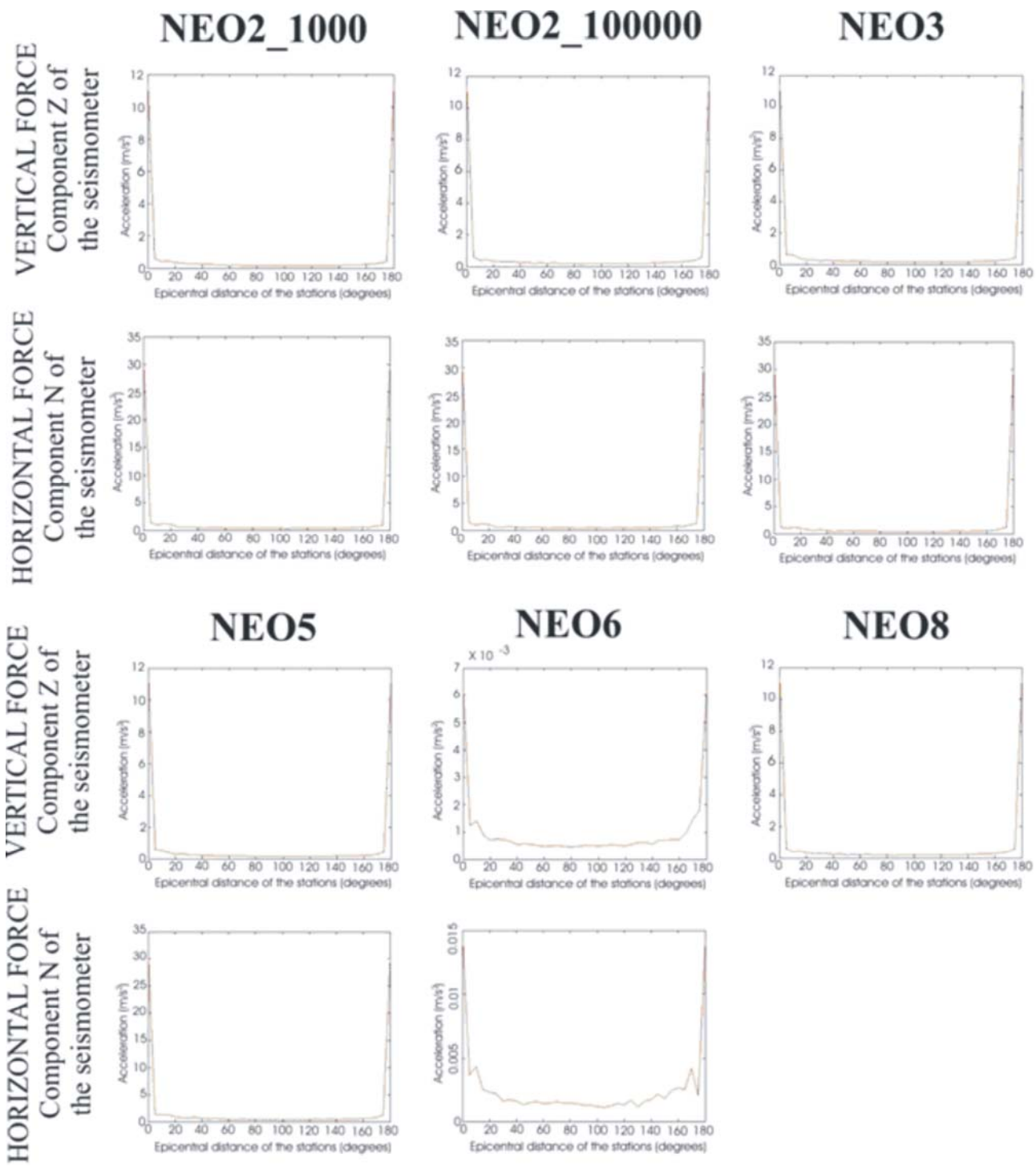

FIG. 2.7 - Accélérations maximales à la surface des modèles d'astéroïdes NEO2, NEO3, NEO5, NEO6 et NEO8.

Malgré ces quelques caractéristiques communes, on observe néanmoins une différence d'un facteur 2 entre les maxima d'accélération produits par une force horizontale et ceux produits par une force verticale. En effet, dans le cas d'une force horizontale, les accélérations maximales ont une valeur de 30.2 $m.s^{-2}$ pour les astéroïdes kilométriques et $1.4.10^{-2}$ $m.s^{-2}$ pour l'astéroïde de 8 km de diamètre, tandis que sous l'effet d'une force verticale, les accélérations maximales ont une valeur de 11.6 $m.s^{-2}$ pour les astéroïdes kilométriques et $6.2.10^{-3}$ $m.s^{-2}$ pour l'astéroïde de 8 km de diamètre (voir table 2.3). Cette différence de pics d'accélération selon les directions des forces d'impact simulées est a priori liée aux coefficients d'excitation plus favorables des ondes de Love, où toute l'énergie est injectée dans un seul mode (SH) de vibration alors que pour les ondes de Rayleigh, l'énergie est distribuée en P et SV.

Certaines caractéristiques des modèles d'astéroïdes engendrent elles aussi des différences dans les courbes d'accélération. C'est ainsi que l'astéroïde NEO6 de 8 km de diamètre montre dans tous les cas des accélérations moins élevées que les modèles de taille kilométrique. Ceci peut s'expliquer par le fait que lors d'un impact, il est plus difficile de faire vibrer un gros astéroïde qu'un petit, la circonférence du front des ondes de surface étant proportionnel au rayon de l'objet.

En revanche, d'autres caractéristiques ne modifient pas l'ordre de grandeur des accélérations. C'est le cas notamment de la densité, testée à travers les modèles NEO2_1000 et NEO8, de l'épaisseur des couches (modèles NEO3 et NEO5), ou encore du facteur de qualité (modèles NEO2_1000 et NEO2_100000). Ce dernier a une légère contribution sur les formes d'onde comme le montrent les sismogrammes de la figure 2.8. En effet, dans le modèle NEO2_100000 les ondes ne sont pas atténuées du tout, le sismogramme possède donc des amplitudes légèrement plus élevées que pour le modèle NEO2_1000.

Nous avons comparé les formes d'onde dans deux bandes de fréquence : 0-10 Hz et 10-20 Hz. Les sismogrammes ont été calculés à une seule distance épicentrale car l'étude à plusieurs endroits différents serait inutile (seule l'amplitude varie en fonction de la position de la station sur l'astéroïde et non pas la bande passante des sismogrammes). De plus, nous avons choisi de sommer les modes sphéroïdaux uniquement et donc de simuler la force verticale d'un impact en guise de source. Les sismogrammes obtenus sont présentés sur la figure 2.8. On observe que pour tous les modèles, les amplitudes les plus élevées sont situées dans la bande de fréquence 10-20 Hz, ceci aussi bien pour les modèles d'astéroïdes de 1 km de diamètre que pour celui de 8 km de diamètre. Mais asphéricité, diffraction et temps de source relativiseront énormément cette 'a priori' augmentation en fréquence des amplitudes.

2.5.3.2 La bande passante des sismogrammes

Fréquence maximale

Pour contraindre la sensibilité en amplitude des sismomètres, des sismogrammes synthétiques ont été simulés pour chaque modèle d'astéroïde à 45° de distance épicentrale en sommant les modes présents dans deux bandes de fréquence différentes : 0-10 Hz et 10-20 Hz. Ainsi, le sismogramme présentant les amplitudes les plus élevées sera un indicateur de la bande de fréquence la plus adaptée à l'étude des petits corps semblables aux modèles.

Les sismogrammes obtenus sont présentés sur la figure 2.8. On observe que pour tous les modèles, les amplitudes les plus élevées sont situées dans la bande de fréquence 10-20 Hz. Le modèle d'astéroïde de 8 km de diamètre suggère également une fréquence maximale de 20 Hz car même si les modes sont calculables jusqu'à une fréquence de 300 Hz pour ce modèle, sa taille importante ne lui permet pas d'osciller à plus de 20 Hz environ. Ceci permet donc de dire qu'une gamme de fréquence allant jusqu'à 20 Hz semble adaptée à l'étude des petits corps semblables aux modèles utilisés.

Cependant, une autre approche permet de contraindre la fréquence maximale de la bande passante. Comme indiqué précédemment, pour éviter la forte diffraction que pourraient provoquer les blocs rocheux une longueur d'onde au minimum égale à la taille de ces objets (λ = 50 m) serait requise et impliquerait une fréquence de 50 Hz maximum.

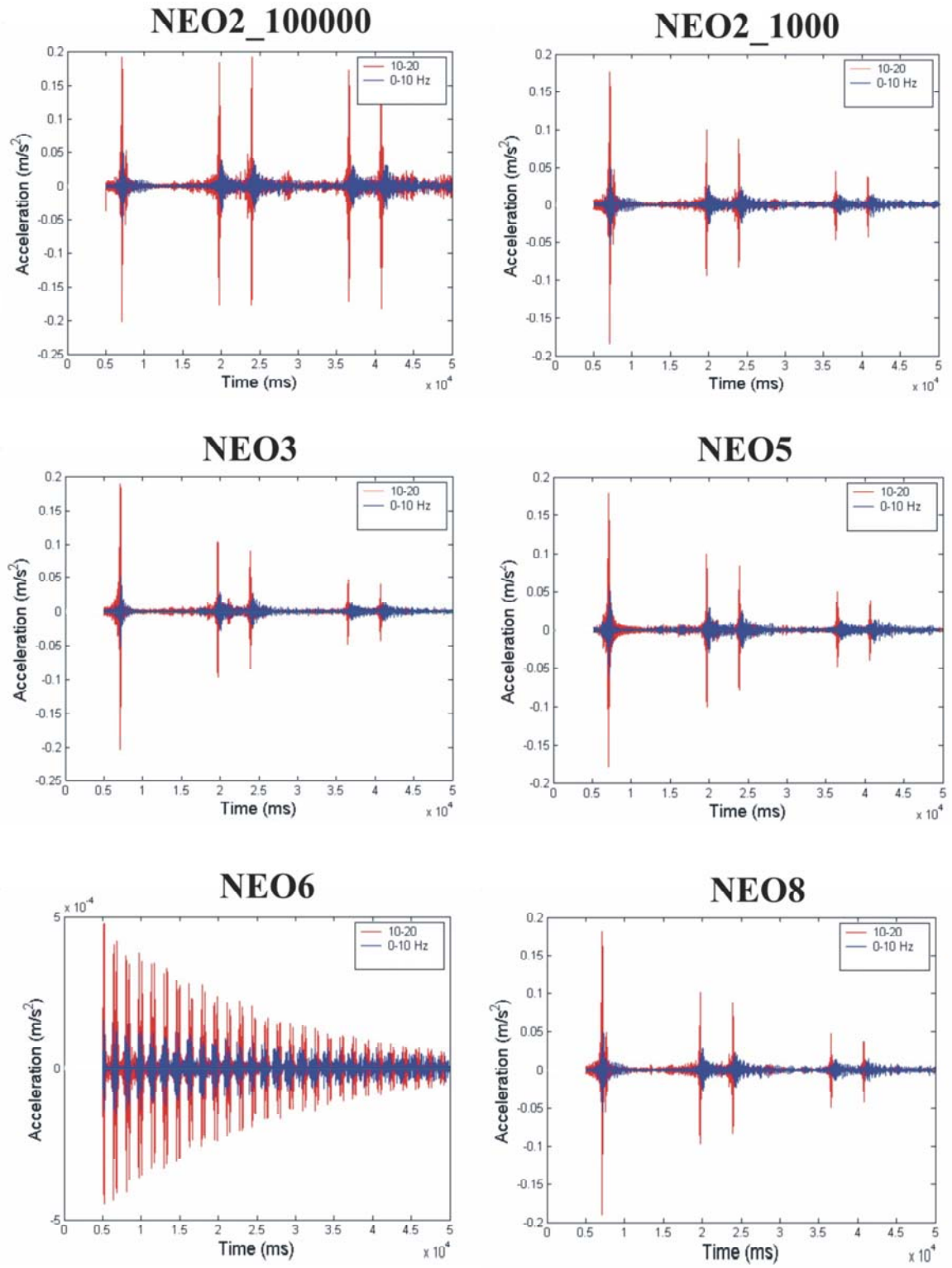

FIG. 2.8 - Sismogrammes synthétiques en composante horizontale calculés dans deux bandes passantes : 0-10 Hz et 10-20 Hz et à 45° de distance épicentrale pour les modèles NEO2, NEO3, NEO5, NEO6 et NEO8. La force utilisée est verticale et de 4×10^{11} g.cm.s^{-1} d'amplitude.

Fréquence minimale

Il reste maintenant à contraindre la fréquence minimale de la bande passante qui correspond aux modes propres les plus graves. Pour cela, nous avons répertorié les modes sphéroïdaux et toroïdaux les plus graves dans la table 2.2 pour chaque modèle. Il en ressort une moyenne de 1.2 Hz pour les astéroïdes kilométriques et 4.7 Hz pour l'astéroïde de 8 km de diamètre (on s'attendrait pourtant à trouver une fréquence minimale plus aigüe que pour un astéroïde

kilométrique, mais encore une fois, ceci est lié à l'importance accrue de la zone à faible vitesse).

L'étude des sismogrammes dans diverses bandes de fréquence ainsi que le relevé des modes propres les plus graves nous permettent donc de proposer une bande passante entre 1.2 et 50 Hz pour les astéroïdes kilométriques et entre 4.7 et 50 Hz pour l'astéroïde de 8 km de diamètre (voir table 2.3).

Bande de fréquence (Hz) pour les modes d'ordre angulaire *l* = 0 à 500		
Modèle d'astéroïde	**Modes sphéroïdaux**	**Modes toroïdaux**
NEO2	1.2994 – 29.999	1.6031 – 29.999
NEO3	1.0636 – 29.999	2.0106 – 29.994
NEO5	0.8867 – 29.998	1.0625 – 29.998
NEO6	1.7433 – 287.510	1.0625 – 29.998
NEO8	1.059 – 29.998	

Table 2.2 - Gamme de fréquence des modes propres sphéroïdaux et toroïdaux.

Diamètre de l'astéroïde		**1 kilomètre**	**8 kilomètres**
Amplitude	Force verticale	11.6 $m.s^{-2}$	$6.2.10^{-03}$ $m.s^{-2}$
	Force horizontale	30.2 $m.s^{-2}$	$1.4.10^{-02}$ $m.s^{-2}$
Bande passante		1.2 Hz – 50Hz	4.7 Hz – 50 Hz

Table 2.3 – Résumé des valeurs de l'amplitude maximale et de la bande passante.

2.5.4 Conclusions sur l'étude des spécifications des sismomètres basée sur les modes propres

Le calcul des modes propres puis la simulation de sismogrammes synthétiques à la surface de modèles d'astéroïdes kilométriques ou plurikilométriques nous a permis d'établir plusieurs conclusions. Tout d'abord, les modélisations mettent en évidence une forte dépendance des modes propres toroïdaux et sphéroïdaux à la structure interne des modèles d'astéroïdes considérés.

Les sismogrammes obtenus en sommant ces modes, quant à eux, traduisent également la distribution des différentes interfaces de l'astéroïde, car en plus de montrer les arrivées des trains d'ondes de surface, ils suggèrent le confinement de rais sismiques au sein de certaines couches.

Le calcul des sismogrammes tous les 5° de distance épicentrale a permis de mesurer les accélérations maximales pour chacun d'eux. Ainsi, la représentation de ces accélérations maximales en fonction de la distance épicentrale met en évidence le phénomène de refocalisation des ondes de surface à l'antipode de la source. C'est donc à cet endroit que se produit le pic d'accélération susceptible d'être enregistré par un sismomètre (l'autre pic se situe à la source, mais aucun sismomètre ne peut y être placé en raison de l'impact…).

Ces études d'accélération permettent d'apporter les éléments nécessaires pour contraindre un sismomètre adapté à l'étude de petits corps semblables aux modèles utilisés. En effet, le recensement de l'accélération maximale pour tous les modèles soumis à un impacteur de type ' Don Quijote' (projectile de 400 kg percutant l'astéroïde à une vitesse de 10 $km.s^{-1}$) nous donne une valeur maximale d'accélération de 11.6 $m.s^{-2}$ pour une source verticale. Cette estimation peut être utile pour contraindre la dynamique du sismomètre et montre que l'importance du signal justifie l'utilisation de MEMS.

Dans le but d'évaluer la bande passante du sismomètre, les sismogrammes ont été simulés dans plusieurs bandes de fréquence et la fréquence des modes propres les plus graves a été répertoriée. Nous constatons que la bande de fréquence nécessaire à l'extraction des données de structure d'un astéroïde se situe entre 1 Hz (fréquence la plus basse des modes propres) et 50 Hz (fréquence où la diffraction pourrait devenir très importante). Cette gamme semble être la plus adaptée à l'étude d'astéroïdes semblables aux modèles utilisés, et peut donc servir à la synthèse de la contre réaction d'un sismomètre.

La présente étude a également permis de mettre en évidence les paramètres qui influent le plus sur les ordres de grandeur des accélérations susceptibles d'être produites à la surface d'un astéroïde semblable à l'un de nos modèles. Il en ressort que ces paramètres sont la direction de la source (qui sera proche de la normale dans le cas d'un impact artificiel) et la taille de l'astéroïde, avec une contribution moins cruciale du coefficient d'atténuation sismique.

Dans le prochain chapitre, nous allons voir que le fait de pouvoir estimer les accélérations à la surface d'un modèle d'astéroïde pourrait permettre d'expliquer le déficit en petits cratères observé notamment sur l'astéroïde Eros (Chapman et al., 2002). En effet, chaque météorite peut correspondre à une source quantifiable dont on peut calculer l'accélération produite sur l'astéroïde et la dimension du cratère creusé. Ainsi, en établissant des seuils d'accélération à l'origine du remplissage de certaines tailles de cratères, on peut essayer d'évaluer le nombre et la taille de cratères restants, c'est-à-dire non rebouchés, et peut-être ainsi trouver un déficit en petits cratères tel que celui qui est observé sur certains astéroïdes.

Chapitre 3 Modélisation de la propagation d'onde dans l'astéroïde Eros par la méthode des éléments spectraux

La modélisation de la propagation d'ondes dans l'astéroïde Eros est effectuée grâce aux logiciels SPECFEM2D (pour la simulation en deux dimensions) et SPECFEM3D (pour la simulation en trois dimensions). Ces logiciels, dont les noms sont les acronymes de "SPECtral Finite Element Method in two or three Dimensions" ont été développés par Dimitri Komatitsch et ses collaborateurs depuis plusieurs années, et sélectionnés par les quatre instituts américains Pittsburgh Supercomputing Center, NCSA, San Diego Supercomputing Center et Oak Ridge National Laboratory ainsi que par l'Agence Nationale RIKEN du Japon comme un des logiciels de référence pour la mise au point de leurs prochaines générations de supercalculateurs.

Depuis sa création en 1996, le code source du logiciel libre SPECFEM3D est mis à la disposition de la communauté scientifique et installé avec succès sur un grand nombre de types d'ordinateurs parallèles ayant de la mémoire partagée ou distribuée. De ce fait, SPECFEM3D est utilisé pour de nombreuses applications telles que la modélisation de la propagation d'ultrasons dans les cristaux, la propagation des ondes sismiques résultant de séismes, ou encore pour la modélisation des expériences d'acquisitions sismiques effectuées dans l'industrie pétrolière.

Le présent chapitre décrit une application supplémentaire des logiciels SPECFEM, cette fois-ci dans le domaine de la planétologie pour l'étude de la propagation d'ondes dans l'astéroïde Eros.

3.1 Le principe de la méthode des éléments spectraux

La partie de ce chapitre portant sur les aspects du calcul parallèle a été publiée dans le journal "Lecture Notes in Computer Science" sous le titre : Roland Martin, Dimitri Komatitsch, Céline Blitz et Nicolas Le Goff 'Simulation of seismic wave propagation in an asteroid based upon an unstructured MPI specral-element method : blocking and non-blocking communication strategies', volume 5336, pages 350-363, 2008. Cette publication (voir l'annexe située à la fin de ce chapitre) découle d'une collaboration avec mes collègues informaticiens sur le développement et l'utilisation de leur code de calcul parallèle performant de propagation d'ondes sismiques (SPECFEM) appliqué à l'astéroïde Eros. En effet, en plus d'être utilisés pour les objectifs de cette thèse concernant l'érosion des cratères d'Eros, les modèles maillés de l'astéroïde Eros ont été utilisés comme cas tests pour l'étude de la propagation d'ondes dans un objet particulièrement complexe et pour l'optimisation du logiciel SPECFEM.

3.1.1 L'équation des ondes élastiques

À partir du champ vectoriel de déplacement u d'un solide dans l'espace tridimensionnel, dont les trois composantes sont notées u, avec $i=1,2,3$ ou $i=x,y,z$, on commence par définir le tenseur des déformations ε (symétrique par définition) dans l'hypothèse de petites déformations du milieu :

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(\partial_j u_i + \partial_i u_j) \tag{3.1}$$

On introduit une loi de comportement (correspondant par exemple à un milieu élastique linéaire isotrope) pour définir le tenseur des contraintes σ à partir du tenseur des déformations ε:

$$\sigma_{ij} = \lambda \delta_{ij} tr(\varepsilon) + 2\mu\varepsilon_{ij}\,, \tag{3.2}$$

avec λ et μ les paramètres (scalaires, réels) de Lamé, δ le symbole de Kronecker (par définition δ_{ij}=1 si $i = j$, δ_{ij} =0 si $i \neq j$), et tr() l'opérateur "trace" tr(ε)= ε_{ii} (avec convention de sommation implicite sur l'indice répété i). Notons que σ est symétrique car ε est symétrique.

Les paramètres de Lamé peuvent être exprimés en fonction de la vitesse des ondes de pression (ondes P) c_p (en m.s^{-1}), de la vitesse des ondes de cisaillement (ondes S) c_s (en m.s^{-1}), et de ρ la densité de masse du milieu (en kg.m^{-3}), par

$$\mu = \rho c_s^2 \quad \text{et} \quad \lambda = \rho c_P^2 - 2\mu\,, \tag{3.3}$$

qui s'inverse en :

$$c_P = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} \text{ et } c_S = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \tag{3.4}$$

On termine en introduisant l'équation des ondes élastiques (appelée également équation des ondes sismiques), pour chaque composante *i* du déplacement :

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \partial_j \sigma_{ij} + f_i , \tag{3.5}$$

avec f_i les composantes du vecteur force source connu (par exemple un tremblement de terre), et avec convention de sommation implicite sur l'indice répété *j*. Pour les composantes en dimension 2 cela donne :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= \partial_x u_x \\ \varepsilon_{yy} &= \partial_y u_y \\ \varepsilon_{xy} &= \frac{1}{2}(\partial_x u_y + \partial_y u_x) \end{aligned} \tag{3.6}$$

et

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= (\lambda + 2\mu)\varepsilon_{xx} + \lambda \varepsilon_{yy} \\ \sigma_{yy} &= \lambda \varepsilon_{xx} + (\lambda + 2\mu)\varepsilon_{yy} \\ \sigma_{xy} &= 2\mu \varepsilon_{xy} \end{aligned} \tag{3.7}$$

et

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} &= \partial_x \sigma_{xx} + \partial_y \sigma_{xy} + f_x \\ \rho \frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} &= \partial_x \sigma_{yx} + \partial_y \sigma_{yy} + f_y \end{aligned} \tag{3.8}$$

En dimension 3 les équations sont :

$$
\begin{aligned}
\varepsilon_{xx} &= \partial_x u_x \\
\varepsilon_{yy} &= \partial_y u_y \\
\varepsilon_{zz} &= \partial_z u_z \\
\varepsilon_{xy} &= \frac{1}{2}(\partial_x u_z + \partial_y u_x) \\
\varepsilon_{xz} &= \frac{1}{2}(\partial_x u_z + \partial_z u_x) \\
\varepsilon_{yz} &= \frac{1}{2}(\partial_y u_z + \partial_z u_y)
\end{aligned}
\tag{3.9}
$$

et

$$
\begin{aligned}
\sigma_{xx} &= (\lambda + 2\mu)\varepsilon_{xx} + \lambda\varepsilon_{yy} + \lambda\varepsilon_{zz} \\
\sigma_{yy} &= \lambda\varepsilon_{xx} + (\lambda + 2\mu)\varepsilon_{yy} + \lambda\varepsilon_{zz} \\
\sigma_{zz} &= \lambda\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + (\lambda + 2\mu)\varepsilon_{zz} \\
\sigma_{xy} &= 2\mu\varepsilon_{xy} \\
\sigma_{xz} &= 2\mu\varepsilon_{xz} \\
\sigma_{yz} &= 2\mu\varepsilon_{yz}
\end{aligned}
\quad , \tag{3.10}
$$

et

$$
\begin{aligned}
\rho\frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} &= \partial_x\sigma_{xx} + \partial_y\sigma_{xy} + \partial_z\sigma_{xz} \\
\rho\frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} &= \partial_x\sigma_{yx} + \partial_y\sigma_{yy} + \partial_z\sigma_{yz} \\
\rho\frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} &= \partial_x\sigma_{zx} + \partial_y\sigma_{zy} + \partial_z\sigma_{zz}
\end{aligned}
\tag{3.11}
$$

On appelle ‘sismogramme’ ou encore ‘trace sismique’ l’enregistrement au cours du temps t en un point $\boldsymbol{x}= (x,y,z)$ du milieu de chacune des trois composantes du vecteur déplacement u.

Pour décrire l’ajout de l’atténuation dans les simulations, nous reprenons les travaux de Komatitsch et Tromp (1999).

Dans un milieu anélastique (c'est-à-dire en présence d’atténuation par viscoélasticité), il est nécessaire de connaître l’histoire du matériau qui détermine la contrainte. Alors que l’atténuation est incluse sous forme de perturbation dans la méthode des modes propres qui résout l’équation de l’élasticité, elle est directement calculée par l’approximation du terme de convolution en temps dans la résolution de l’équation des ondes par la méthode des éléments spectraux.

L’expression de σ est :

$$
\sigma(n) = \int_{-\infty}^{n} \frac{\partial c}{\partial t}(n-t)\nabla u(t)dt \,, \tag{3.12}
$$

avec c le tenseur des propriétés élastiques.

Pour inclure l'atténuation, il faut en théorie prendre en compte toute l'histoire du matériau, c'est-à-dire tout son passé. Ceci est impossible numériquement dans une méthode de résolution en temps car il faudrait stocker en mémoire tous les instants passés pour pouvoir calculer la convolution qui apparaît dans l'équation (3.12). Mais dans la Terre, l'atténuation est principalement contrôlée par le facteur de qualité en cisaillement Q_μ (voir par exemple Komatitsch et Tromp, 2002) et ce facteur de qualité est à peu près constant sur une large bande de fréquences. Afin d'obtenir approximativement un facteur de qualité constant, on peut mettre en parallèle plusieurs mécanismes simples dont le comportement est connu (Standard Linear Solid - SLS). En pratique, trois ou quatre de ces mécanismes suffisent pour simuler un facteur Q_μ à peu près constant. Le comportement du tenseur anélastique pour de telles séries s'écrit :

$$\mu(t) = \mu_R \left[1 - \sum_{l=1}^{N} \left(1 - \tau_l^{\varepsilon} / \tau_l^{\sigma} \right) e^{-t/\tau_l^{\sigma}} \right] H(t) , \tag{3.13}$$

où τ_l^{σ} et τ_l^{ε} sont les temps de relaxation des contraintes, μ_R est le module de relaxation, *H(t)* la fonction Heaviside et *N* le nombre de mécanismes.

Dans de nombreux modèles de Terre, le facteur de qualité Q_κ pour le module de compressibilité κ est plusieurs centaines de fois supérieur au facteur de qualité Q_μ pour le module de cisaillement μ et peut donc être négligé. Lorsque l'on travaille numériquement dans le domaine temporel et non fréquentiel on écrit l'équation (3.13) sous forme d'une somme d'exposants et de constantes de relaxations (Liu et al., 1976) :

$$\sigma = c : \nabla u - \sum_{l=1}^{N} R^l \tag{3.14}$$

Pour que la convolution en temps non calculable aisément numériquement de l'équation (3.12) puisse être approximée par une somme de mécanismes connus ayant des temps de relaxation différents (équation (3.14)). Pour chaque mécanisme, il faut résoudre une équation pour une variable supplémentaire appelée variable à mémoire (qui évolue au cours du temps puisqu'elle représente une partie de l'histoire des changements du matériau) :

$$\frac{\partial}{\partial_t} R_l = - \left(R_l - \delta\mu_l D \right) / \tau_l^{\sigma} , \tag{3.15}$$

où R_l est le tenseur de la variable à mémoire qui correspond à la mémoire du passé du matériau. L'équation qui régit les mécanismes fait apparaître *D*, le tenseur des contraintes déviatoriques :

$$D = \frac{1}{2} \left[\nabla u + (\nabla u)^T \right] - \frac{1}{3} (\nabla . u) I , \tag{3.16}$$

où I est le tenseur identité. Les mécanismes ont des temps de relaxation différents. La bande de fréquence considérée pour la simulation contraint le nombre de mécanismes. Si le facteur de qualité Q_μ théorique est constant (figure 3.1, courbe rouge), celui simulé par le code n'est en revanche qu'une courbe approximée (figure 3.1, courbe bleue) :

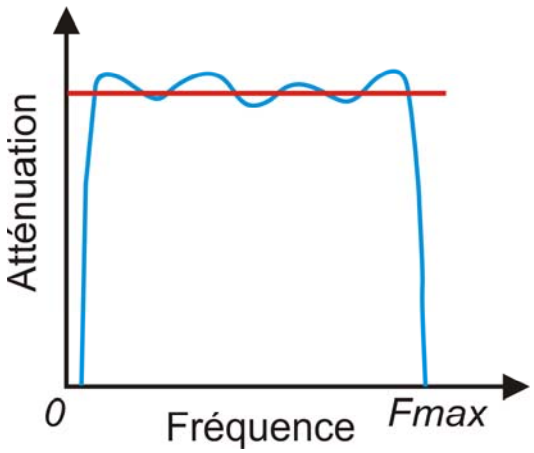

FIG. 3.1 - Variations du facteur de qualité simulé par le programme.

On observe que le facteur de qualité approximé par le code présente de légères oscillations par rapport au facteur de qualité théorique constant. Celles-ci restent néanmoins inférieures aux incertitudes que l'on a sur la valeur du facteur de qualité constant (d'une manière générale on ne connaît pas l'atténuation dans la Terre avec une grande précision et ces oscillations sont tout à fait négligeables en pratique car elles restent dans cette barre d'erreur de notre connaissance de l'atténuation terrestre).

La source sismique est représentée par une force ponctuelle f qui peut être exprimée en termes du tenseur de moment source M par:

$$f = -M.\nabla\delta(x - x_s)S(t) \tag{3.17}$$

La position du point source est x_s, $\delta(x - x_s)$ est un Dirac situé au point x_s et la fonction source en temps est notée $S(t)$.

L'équation (3.5) doit être résolue avec une condition de surface libre à la surface de l'objet :

$$T.\hat{n} = 0 \tag{3.18}$$

Il faut noter cependant que pour les astéroides où les sources sont des impacts, la force est une force equivalente dont le formalisme est différent de celui de l'équation 3.17. Les sources sismiques correspondant aux impacts seront détaillées ultérieurement.

3.1.2 Forme variationnelle de l'équation des ondes

Cette partie est reprise de Komatitsch et Tromp (1999).

Plutôt que d'utiliser les équations du mouvement et les conditions aux limites associées séparément, on peut utiliser une forme intégrée. Ceci s'effectue en multipliant l'équation d'onde (3.5) par un vecteur test arbitraire et en l'intégrant par parties sur l'ensemble du volume Ω du modèle :

$$\int_{\Omega} \rho w.\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} d^3x = -\int_{\Omega} \nabla w : \sigma d^3x + M : \nabla w(x_s) S(t) - \int_{\Gamma} w.\sigma.\hat{n} d^2x \,, \tag{3.19}$$

où w est un vecteur test arbitraire, x_s est la position du point source, x est le vecteur position dans un élément hexaédral déformé, Γ est la surface du modèle, M est le tenseur de moment source et $S(t)$ est la fonction source en temps. En imposant la condition de surface libre (équation (3.18)) le long de la surface Γ, cela donne :

$$\int_{\Omega} \rho w.\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} d^3x = -\int_{\Omega} \nabla w : \sigma d^3x + M : \nabla w(x_s) S(t) \tag{3.20}$$

car le terme intégré le long de la surface devient nul. En notant w_N et u_N les approximations du vecteur test et du vecteur déplacement et en utilisant l'équation (3.20), le problème qu'il reste à résoudre est de trouver, à chaque temps t, u_N tel que pour chaque w_N, nous ayons :

$$\int_{\Omega} \rho w_N.\frac{\partial^2 u_N}{\partial t^2} d^3x = -\int_{\Omega} \nabla w_N : \sigma d^3x + M : \nabla w_N(x_s) S(t) \tag{3.21}$$

L'avantage d'une telle formulation est que la condition de surface libre est naturellement prise en compte (elle n'a pas à être imposée séparément par une équation supplémentaire). De ce fait, l'incorporation d'une topographie est automatique et les ondes de surface sont simulées plus précisément que dans d'autres méthodes basées sur la forme différentielle de l'équation des ondes (Komatitsch et Vilotte, 1998 et Komatitsch et al., 1999).

La forme variationelle de l'équation du mouvement reste valable dans le cas de modèles visco-élastiques, mais le tenseur des contraintes σ est déterminé par la relation constitutive (3.14) et la mémoire du système par l'équation (3.15). Cette approche a été utilisée dans le contexte de simulations par la méthode des éléments finis par Moczo et al. (1997) et Kay et Krebes (1999).

La méthode des éléments spectraux résout l'équation des ondes sismiques sur un objet maillé (Komatitsch et al., 2005). Le maillage est composé d'hexaédres. Le vecteur déplacement dans chaque élément est exprimé sous forme d'interpolants de Lagrange de degré élevé. Les intégrales de la forme variationelle de l'équation d'onde sont calculées par une quadrature de Gauss-Lobatto-Legendre, ce qui conduit à une matrice de masse exactement diagonale qui simplifie grandement l'algorithme. La méthode est ensuite implémentée sur des processeurs en parallèle afin de pouvoir effectuer des calculs à très grande échelle (Martin et al., 2008).

3.1.3 Paramétrisation des éléments du maillage

Cette section a été prise de Komatitsch et Tromp (1999).

Dans les méthodes d'éléments finis, différents types d'éléments tels que des éléments tétraédriques ou hexaédriques peuvent être utilisés, tandis que la méthode des éléments spectraux ne peut employer facilement que des éléments quadrangulaires (2-D) ou hexaédriques (3-D) (figure 3.2). La qualité du maillage s'exprime en nombre de points de maillage par longueur d'onde. Comme la vitesse des ondes sismiques varie avec la profondeur, la taille des éléments doit être augmentée avec la profondeur pour maintenir un nombre similaire de points par longueur d'onde partout dans le modèle (ce qui permet d'avoir la même résolution partout).

La résolution du maillage correspond à l'échantillonnage du champ d'onde :

$$N = \tau_0 (v / \Delta h)_{\min}, \tag{3.22}$$

où N est le nombre de points de la grille par longueur d'onde, τ_0 est la plus petite période de la source, et $(v / \Delta h)_{\min}$ est le rapport minimum entre la vitesse des ondes de surface ou des ondes de cisaillement v, et la taille des mailles Δh à l'intérieur d'un élément spectral du maillage. Les ondes de surface étant plus lentes que les ondes de cisaillement, elles contrôlent la résolution du maillage pour les éléments situés au voisinage de la surface libre, tandis qu'à l'intérieur du modèle, c'est la vitesse des ondes de cisaillement qui détermine la résolution.

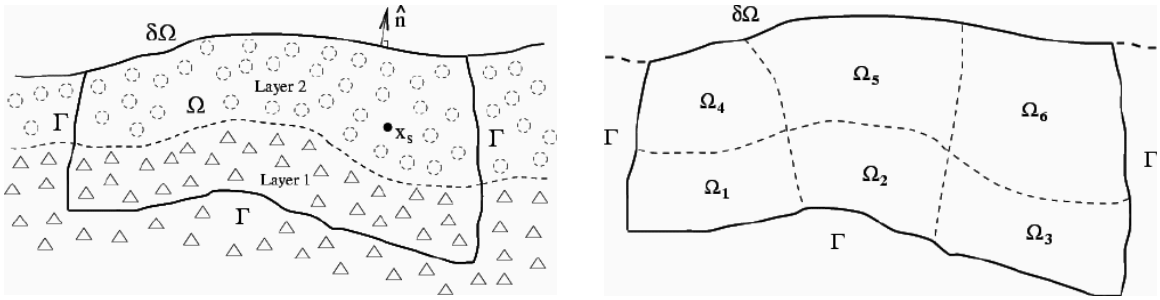

FIG. 3.2 - Gauche: modèle géologique ayant un volume Ω, avec une surface libre δΩ, et dans certains cas une surface absorbante artificielle Γ. La position de la source sismique est notée x_s. Droite : le volume est subdivisé en éléments spectraux courbes quadrangulaires (2-D) ou hexaèdriques (3-D, voir figure 3.3). La forme de chaque élément s'adapte aux discontinuités principales du modèle géologique. Pris dans Komatitsch et Tromp (1999).

À 3-D, la forme de ces éléments déformés dérive d'un cube de référence. Les points situés à l'intérieur de ce cube de référence sont désignés par le vecteur $\boldsymbol{\xi} = (\xi, \eta, \zeta)$ avec $-1 \le \xi \le 1$, $-1 \le \eta \le 1$.

Chaque élément du maillage va être paramétrisé par rapport à ce cube de référence. Ces éléments sont définis en fonction de n_a points de contrôle $x_a = x(\xi_a, \eta_a, \zeta_a)$, avec $a = 1,....,n_a$ et par n_a fonctions de forme $N_a(\xi)$. Au moins 8 nœuds sont nécessaires pour définir un volume hexaédrique (c'est-à-dire un cube déformé). En ajoutant des nœuds au centre

des arêtes et des éléments, on peut définir 27 points de contrôle (figure 3.3) afin de rendre le bord des éléments courbe si nécessaire.

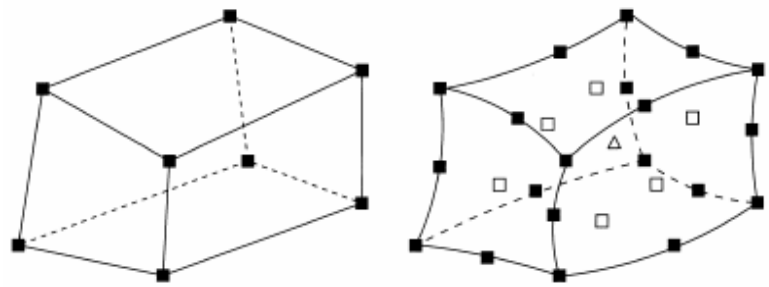

FIG. 3.3 - La géométrie de chaque héxaèdre courbe peut être déterminée par 8 points de contrôle (gauche) ou par 27 points de contrôle (droite). Dans le cas du volume à 27 points de contrôle, les carrés vides indiquent les milieux des faces de l'élément et le triangle vide indique le milieu de l'élément. Pris dans Komatitsch et Tromp (1999).

La transformation entre les points de l'hexaèdre et les points du cube de référence peut s'écrire :

$$x(\xi) = \sum_{a=1}^{n_a} N_a(\xi) x_a \tag{3.23}$$

Les fonctions de forme des hexaèdres à 8 points de contrôle sont des triples produits de polynômes de Lagrange de degré 1, et les fonctions de forme des hexaèdres à 27 points de contrôle sont des triples produits de polynômes de Lagrange de degré 2. Un élément de volume $dxdydz$ est relié à un élément de volume $d\xi d\eta d\zeta$ dans le cube de référence par la relation $dxdydz = J_e d\xi d\eta d\zeta$, où le Jacobien est défini par :

$$J_e = \left| \frac{\partial(x, y, z)}{\partial(\xi, \eta, \zeta)} \right| \tag{3.24}$$

Pour s'assurer qu'on a créé un bon maillage 3-D, le déterminant de la matrice Jacobienne ne doit jamais s'annuler ni devenir trop petit, et les variations du Jacobien ne doivent jamais être trop brutales dans le maillage sinon des instabilités numériques peuvent apparaître ensuite dans le calcul.

3.1.4 Représentation des fonctions inconnues sur les éléments

Cette section a été prise de Komatitsch et Tromp (1999).

Pour résoudre la forme variationelle de l'équation des ondes, les intégrales sur le volume du modèle maillé Ω sont subdivisées en intégrales élémentaires sur les éléments spectraux Ω_e.

Les intégrations sur les éléments de volume Ω_e sont approximées par :

$$\int_{\Gamma_b} f(x)d^3x = \int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1} f(x(\xi,\eta,\zeta))J_e(\xi,\eta,\zeta)d\xi d\eta d\zeta \approx \sum_{\alpha,\beta,\gamma=0}^{n_l} \omega_\alpha \omega_\beta \omega_\gamma f^{\alpha\beta\gamma} J_e^{\alpha\beta\gamma}, \quad (3.25)$$

où $\omega_\alpha, \alpha = 0,....,n_l$ correspond aux poids associés aux points d'intégration de Gauss-Lobatto-Legendre avec $J_e^{\alpha\beta\gamma} = J_e(\xi_\alpha, \eta_\beta, \zeta_\gamma)$.

3.1.5 Système matriciel et intégration en temps

Ce paragraphe a été pris de Komatitsch et Tromp (1999).

Chaque élément spectral possède un petit maillage local car il est discrétisé avec des polynômes de degré élevé comme nous l'avons vu plus haut. Dans toute cette thèse nous choisissons un degré N = 4 qui est optimal pour la propagation des ondes (Komatitsch et Tromp, 1999, figure 3.4).

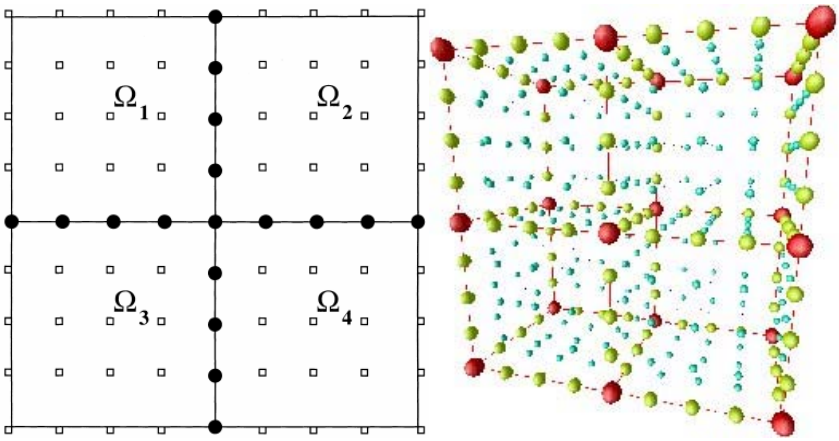

FIG. 3.4 - Illustration du maillage global et du maillage local pour une discrétisation en 4 éléments spectraux 2-D (à gauche) et 3-D (à droite) avec des polynômes de degré N=4. Dans le maillage global, les points situés sur les arêtes, les coins ou les faces des éléments (en 3-D) sont partagés par plusieurs éléments. Les contributions calculées séparément sur chaque élément doivent être sommées en ces points partagés (en noir pour le 2-D). Pris dans Komatitsch et Tromp (1999) pour le maillage 2-D et Carrington et al. (2008) pour le maillage 3-D.

Avant que le système ne puisse être propagé en temps, les contributions de chaque élément du maillage local qui partage un point de la grille globale avec un élément voisin doivent être sommés. Cette étape d'assemblage du système est coûteuse en temps de calcul car l'information provenant des éléments individuels doit être partagée avec les éléments voisins, opération qui demande un échange d'information entre les différents processeurs effectuant le calcul dans le cas d'un ordinateur parallèle et qui génère des conflits d'accès à la même case mémoire dans le cas d'un ordinateur séquentiel (Martin et al., 2008).

Comme nous l'avons vu, le champ d'onde inconnu (équation (3.20)) est exprimé en termes de polynômes de Lagrange de degré élevé aux points d'interpolation de Gauss-Lobatto-Legendre, ce qui aboutit à une matrice de masse exactement diagonale, et qui permet à son tour de construire un schéma d'intégration en temps simple. L'équation (3.21) peut donc être formulée sous la forme matricielle:

$$M\ddot{U} + KU = F\,, \tag{3.26}$$

où M est la matrice de masse globale, K la matrice de rigidité globale et F le terme source. La densité ou les propriétés élastiques du matériau ne sont pas nécessairement constantes au sein de chaque élément, elles peuvent varier d'un point de la grille à un autre, ce qui permet d'étudier des milieux hétérogènes.

3.1.6 Partitionnement du maillage et implémentation sur un ordinateur parallèle

Cette section a été traduite de l'article dont je suis co-auteur : Martin et al. (2008).

Étant donné qu'un maillage 2-D ou 3-D pour une simulation à haute résolution est trop grand pour être traité sur un seul ordinateur, le calcul est implémenté en parallèle sur plusieurs processeurs en utilisant la méthode de communication d'information par passage de messages à l'aide de la bibliothèque MPI : Message-Passing Interface. Le maillage est tout d'abord partitionné par la bibliothèque informatique de partitionnement de graphe METIS, qui équilibre la taille de chaque domaine discrétisé du maillage tout en minimisant la taille des frontières de ces domaines. La figure 3.5 montre comment le maillage d'un modèle homogène est partitionné par METIS en 8 ou 80 domaines. Chaque domaine est ensuite calculé par un processeur différent. L'équilibrage de la taille du domaine par METIS permet d'éviter, à chaque itération de la boucle en temps, l'inactivité de certains processeurs par rapport à d'autres. Quant à la minimisation de la frontière des domaines, elle permet de réduire le nombre et la taille des communications. La communication entre éléments voisins situés sur des processeurs différents est gérée par des envois et des réceptions de données utilisant la méthode de 'Message-Passing Interface' (MPI) non bloquant. Le schéma de communication est le suivant : les contributions (forces mécaniques internes) des éléments situés en bordure d'un domaine (éléments qui ont un point ou un bord commun avec d'autres éléments situés sur des processeurs différents) sont calculées en premier et envoyées aux domaines par un message MPI non bloquant. Ainsi, les processeurs ont le temps de calculer les forces mécaniques pour les éléments internes à leur domaine pendant que la communication qui est plus lente est en train de se faire à travers le réseau (Danielson et Namburu, 1998). Si pour chaque domaine du maillage le nombre d'éléments en bordure d'un domaine est petit par rapport au nombre d'éléments internes de ce même domaine, les messages arriveront avant que les calculs internes ne soient terminés et ainsi le coût des communications à travers le réseau informatique sera quasiment nul car caché. Une fois que les contributions des domaines voisins ont été reçues, elles sont ajoutées à celles des éléments locaux et cette itération en temps peut se

terminer. Cette façon de calculer avec MPI sur un maillage décomposé par METIS avait déjà été abordèe dans la thèse de Élise Delavaud (2007) à l'IPG Paris.

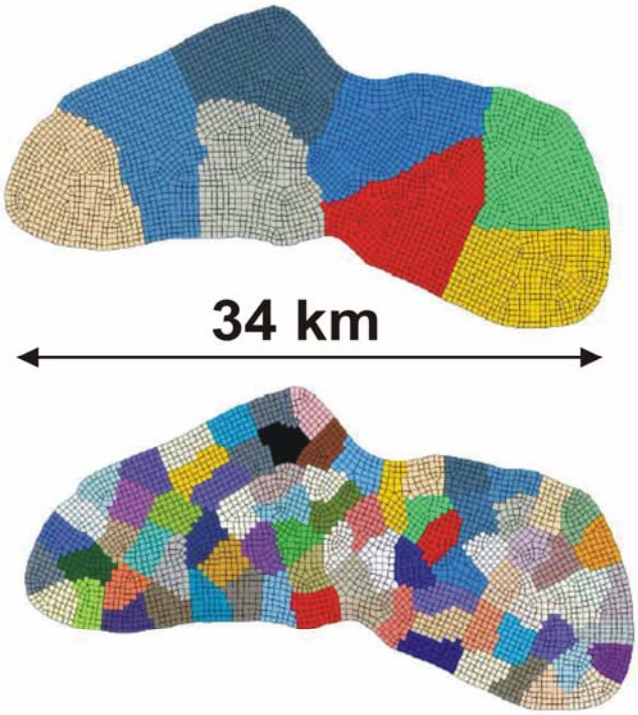

FIG. 3.5 - Partitionnement du maillage du modèle d'astéroïde 2-D homogène obtenu avec la bibliothèque informatique de décomposition de domaine METIS dans le cas de 8 domaines (en haut) ou 80 domaines (en bas).

3.2 Simulation de propagation d'onde dans des modèles 2-D de l'astéroïde Eros

Avant d'effectuer des simulations de propagation d'ondes dans des modèles tridimensionnels de l'astéroïde Eros, nous avons choisi dans un premier temps de faire une étude dans des modèles bidimensionnels (2-D) pour des raisons de simplicité et de coût de calcul. Les simulations dans des modèles 2-D ont cependant l'inconvénient de surestimer l'amplitude des signaux simulés car la divergence géométrique est plus faible dans un plan 2-D que dans un volume 3-D. Malgré cela, ces simulations ont le gros avantage d'être très largement moins coûteuses en temps de calcul et le maillage des modèles est également plus rapide car la structure à mailler est plane. Donc même si l'amplitude des signaux n'est pas correctement modélisée, le comportement global des ondes peut être étudié par ces modèles simples, et les informations obtenues orienteront le choix des modèles 3-D ultérieurs d'intérieur de l'astéroïde.

Nous avons de même utilisé ces résultats pour tester nos procédés de simulations du rebouchage des cratères sur l'astéroïde Eros (chapitre 4.2).

En résumé, les simulations 2-D présentées dans ce chapitre ont une fonction d'exercice de validation des méthodes numériques, préalablement aux simulations 3-D.

3.2.1 Les modèles d'astéroïdes étudiés et leur élaboration

3.2.1.1 Les paramètres étudiés

Plusieurs modèles d'intérieur de l'astéroïde Eros ont été maillés de façon à tester l'effet de différents paramètres. Les paramètres suivants vont être étudiés :

Effet de la topographie (pris de Komatitsch (1997) :

L'effet de la topographie sur les ondes de surface est important puisqu'elle permet la réinjection d'énergie provenant des ondes de Rayleigh dans le volume sous forme d'ondes de volume dans les zones de forte courbure de la topographie (Rulf, 1969, Komatitsch et al., 1996). Cet effet a déjà été mis en évidence par exemple par Komatitsch et al. (1999) en simulant la réponse 3-D d'une colline de forme elliptique à sa base (figure 3.6). Leur modèle 3-D avait une densité ρ = 2200 kg.m^{-3} et des dimensions 2080 m × 2080 m × 1050 m, avec une hauteur de colline de 180 m. Le modèle était excité par une onde plane S polarisée le long de la direction du petit axe de l'ellipse.

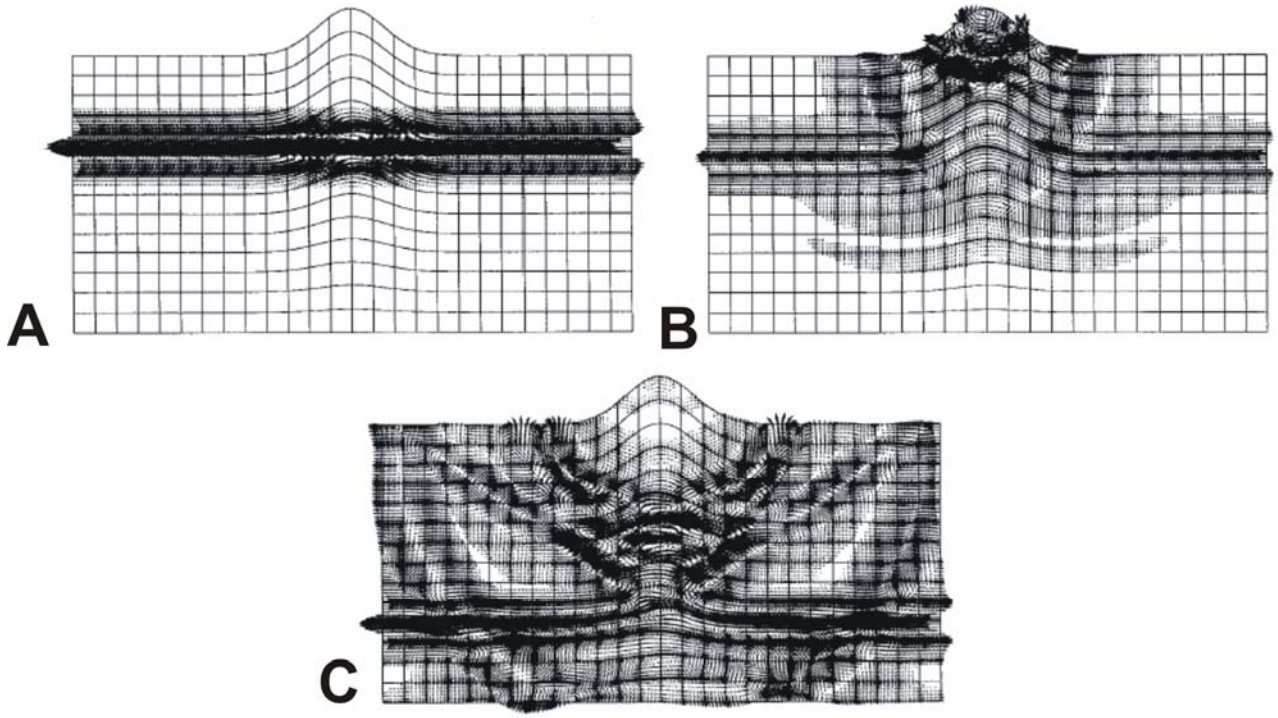

FIG. 3.6 - Instantanés de propagation du vecteur déplacement aux temps t = 0 s (A), t = 0.4 s (B) et t = 0.6 s (C). La coupe verticale est effectuée selon la direction de polarisation de l'onde plane S incidente. Le vecteur déplacement est projeté sur le plan de coupe. Pris dans Komatitsch (1997).

La figure 3.6 A montre que l'onde de cisaillement incidente n'a pas encore atteint la surface. Dans les figures 3.6 B et C, l'onde directe atteint la surface libre où elle est réfléchie vers le bas et une diffraction de l'onde élastique apparaît. La figure 3.6 B montre l'onde principale se propageant vers la base du modèle tandis que d'autres ondes sont générées par la topographie. On peut distinguer le trajet des ondes P. Un phénomène de focalisation des ondes sismiques diffractées apparaît à l'intérieur de la colline, ce qui amplifie les mouvements du sol. À ce moment-là, le déplacement horizontal maximal apparaît à la base de la colline. De forts déplacements verticaux peuvent être observés le long du profil topographique, ils sont interprétés comme des ondes de Rayleigh. La figure 3.6 C montre la forme typique de ces ondes avec leur polarisation elliptique. On reconnaît également certaines ondes de cisaillement et les ondes SP diffractées par l'interaction des ondes P avec la surface. De tels phénomènes pourraient se produire aux extrémités allongées d'Eros.

L'effet des cratères peut avoir des similitudes avec celui d'un canyon semi-circulaire, étudié par exemple par Komatitsch et al. (1999). En simulant un tel canyon ayant un rayon de 1000 m (c'est-à-dire du même ordre de grandeur que les dimensions de certains cratères d'Eros), une densité de 1000 $kg.m^{-3}$ et des vitesses d'ondes P et S de 2000 $m.s^{-1}$ et 1000 $m.s^{-1}$, ces auteurs ont montré que lorsque les ondes atteignent le canyon, de la diffraction apparaît. Une forte amplification se produit du côté gauche du canyon, tandis qu'une diminution de l'amplitude des ondes se produit de l'autre côté (figure 3.7). La présence du canyon crée une zone d'ombre, ce qui explique pourquoi en ingénierie civile les tranchées sont utilisées comme isolant contre les vibrations. De tels effets pourraient se produire sur Eros.

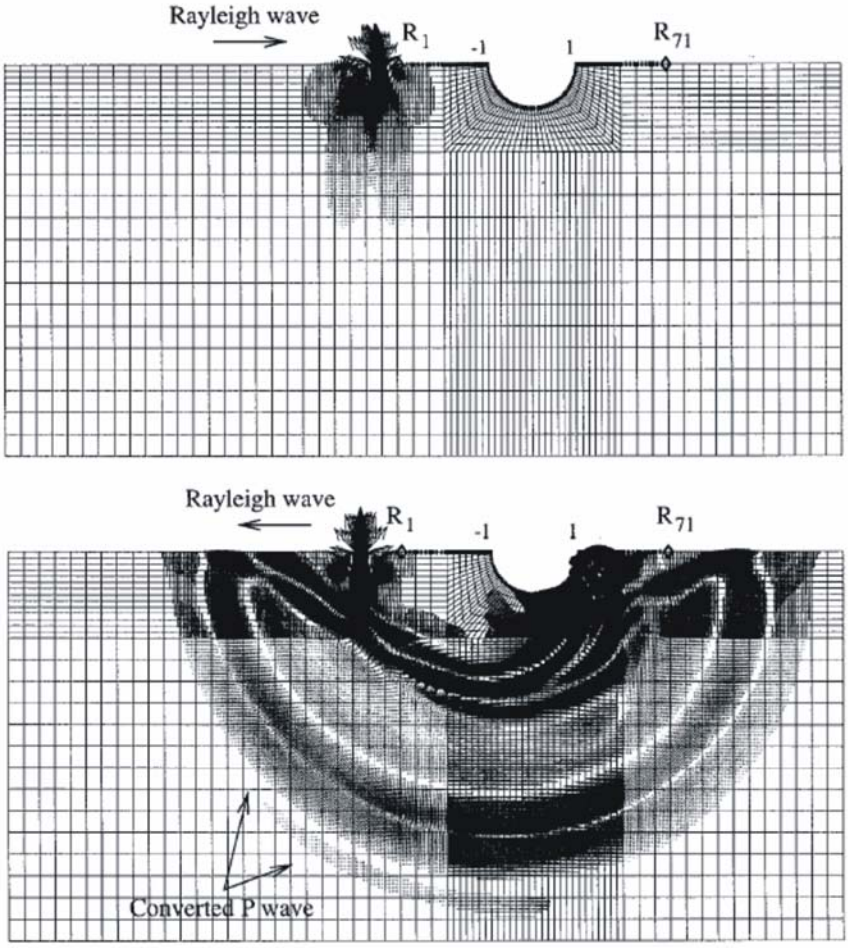

FIG. 3.7 - Simulation de la propagation d'ondes sismiques autour d'un canyon semi-circulaire. Pris dans Komatitsch (1997).

Effet de la couche de régolite :

En plus de la topographie, l'ajout d'une couche de régolite dans le modèle va nous permettre d'étudier l'effet d'un milieu à faible densité (ρ = 1500 kg.m^{-3} d'après les études du régolite martien ou lunaire). Cette couche de régolite va conduire à plus de dispersion des ondes de surface que l'effet de la topographie seule car le régolite canalise l'énergie dans la zone à faible vitesse, ce qui crée une longue coda dans les sismogrammes lunaires. Cette longue coda est également liée à la très faible valeur de l'atténuation (Dainty et Toksoz, 1981).

L'effet d'une couche fine à faible vitesse d'une épaisseur de 63 m (figure 3.8) avec une source explosive a été étudiée par Komatitsch (1997). Cette simulation est proche d'un de nos modèles d'astéroïde qui possède une couche à faible vitesse (le régolite) d'épaisseur comprise entre 50 m et 150 m. Par rapport à la simulation suivante (figure 3.9), les instantanés de propagation de cette simulation (figure 3.8 A et B) montrent moins de réflexions des ondes dans la couche à faible vitesse de 63 m d'épaisseur que dans la couche à faible vitesse épaisse de la figure 3.9 A et B. L'onde de Rayleigh accompagnée de l'onde P directe devient fortement dispersive dans cette fine couche à faible vitesse. Les différentes ondes (onde de Rayleigh, onde P, ondes réfléchies dans la couche fine) peuvent être observées sur les instantanés de propagation de la figure 3.9 A et B. Enfin, les sismogrammes (figure 3.8 C et D) mettent en évidence la dispersion de l'onde de Rayleigh, produite par son piégeage dans la couche à faible vitesse. L'onde de Rayleigh semble alors créer des 'multiples'.

Dans le cas d'une étude en sismique pétrolière terrestre à l'échelle régionale, l'effet d'une couche à faible vitesse plus épaisse (1 km d'épaisseur environ) a été modélisé par le même

auteur. La couche sédimentaire dans cette étude possède une vitesse de 1000 m.s^{-1} et 500 m.s^{-1} respectivement pour les ondes P et S, une densité de 1000 kg.m^{-3}, et repose sur une couche de vitesse sismique 3000 m.s^{-1} et 1500 m.s^{-1} pour les ondes P et S et de densité 2000 kg.m^{-3}. Une source explosive est placée dans la couche sédimentaire. Un fort piégeage de l'énergie peut être observé sur les sismogrammes (figure 3.9C et D), lié à la forme de l'interface mais également à la forme de la surface libre (figure 3.9A et B).

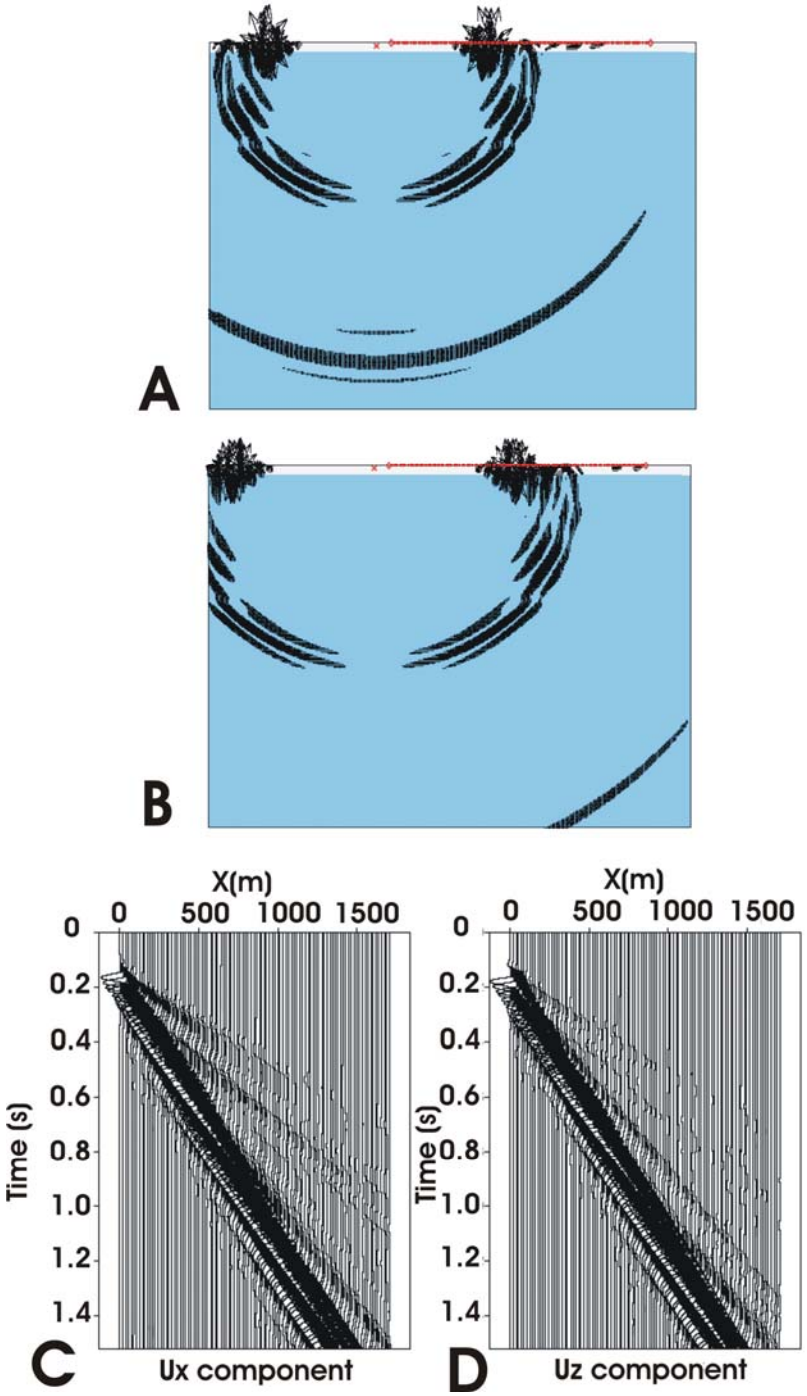

FIG. 3.8 – A et B : Instantanés de propagation pour une couche fine à faible vitesse avec une source explosive située au niveau de la croix rouge de la figure A. C et D : sismogrammes enregistrés pour les composantes horizontales et verticales suite à l'explosion de la source. Ces sismogrammes mettent en évidence la forte dispersion de l'onde de Rayleigh, qui semble créer des 'multiples'. Pris dans Komatitsch (1997).

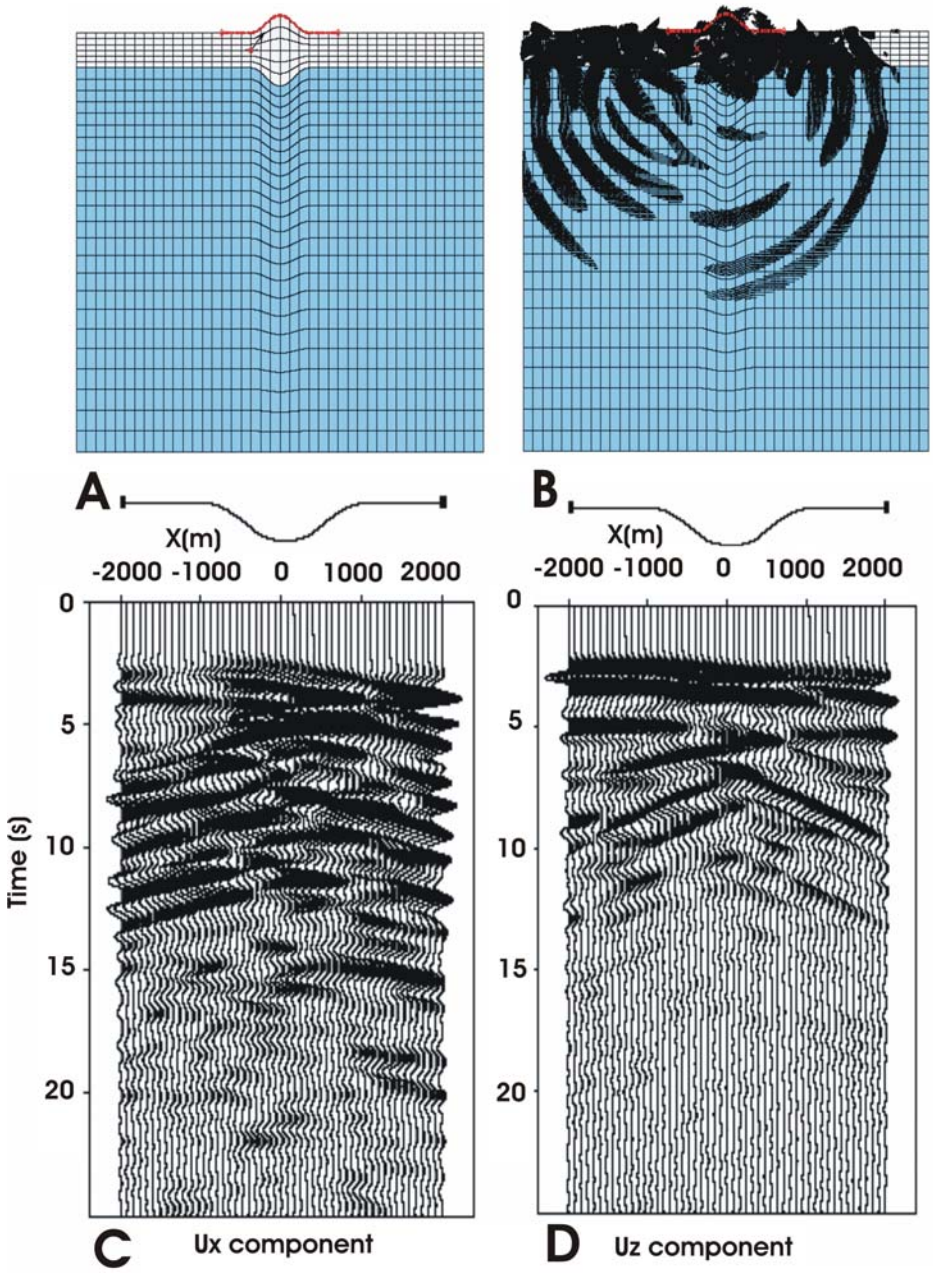

FIG. 3.9 – A et B : Instantanés de propagation pour un bassin sédimentaire avec une source explosive située au niveau de la croix rouge de la figure A. C et D : sismogrammes enregistrés pour les composantes horizontales et verticales suite à l'explosion de la source. La topographie du bassin sédimentaire est indiquée le long de la ligne de récepteurs. Pris dans Komatitsch (1997).

Effet de la fracturation d'Eros :

Nous allons également simuler la présence de fractures dans le volume de l'astéroïde. La diffusion sera alors modélisée par diffraction entre les fractures ('multi scattering').

3.2.1.2 Le modèle de forme d'Eros et les caractéristiques de ses matériaux

Le modèle de forme de l'astéroïde Eros nécessaire à tous ces tests (figure 3.10) nous a été fourni par Olivier Barnouin-Jha et Andrew Cheng du Johns Hopkins University Applied Physics Laboratory (USA). Ce modèle d'une résolution d'environ 500 m est disponible à l'adresse: http://www.psi.edu/pds/asteroid. Le modèle de forme d'Eros 2-D étudié correspond à une coupe que nous avons effectuée selon le plus grand axe de l'astéroïde.

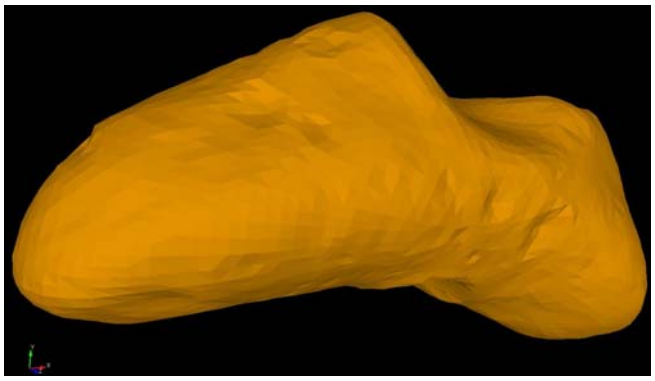

FIG. 3.10 - Modèle topographique de l'astéroïde Eros (34 km de long) utilisé dans nos simulations de propagation d'ondes sismiques.

L'atténuation (perte d'énergie par viscoélasticité) peut être négligée dans nos simulations numériques car les facteurs de qualité typiquement utilisés en sismologie des astéroïdes sont $Qp > 2000$ et $Qs > 2000$ (Richardson et al., 2005). Ces facteurs de qualité élevés (qui sont probablement la conséquence d'un déficit en eau dans les roches en raison du vide interplanétaire) ont été estimés à partir d'études sismologiques lunaires qui montrent une très longue coda dans les sismogrammes et suggèrent donc une faible atténuation ($1/Q$) et une forte valeur du facteur Q. En revanche, une partie de l'attenuation apparente des données n'est pas de l'atténuation intrinsèque mais de la diffraction. Ceci réduit en apparence l'amplitude et peut se modéliser dans des codes non adaptés, par exemple des codes 1D ou 3D sans hétérogénéités de petite taille par un coefficient de qualité ad-hoc, qui dépend généralement de la fréquence. Pour les modèles étudiés, la diffraction associée à la topographie et aux fractures (quand il y en a) est en grande partie modélisée.

Les modèles de l'astéroïde Eros étudiés comportent deux milieux de caractéristiques différentes : une roche mère consolidée et un milieu plus poreux (mais modélisé comme un milieu élastique équivalent) à faible vitesse utilisé pour simuler les fractures et la couche de régolite. Le milieu correspondant à la roche mère est caractérisé par une vitesse des ondes de pression $V_p = 3000$ m.s^{-1}, une vitesse des ondes de cisaillement $V_s = 1732$ m.s^{-1} et une densité $\rho = 2700$ kg.m^{-3}. Le milieu représentant les fractures et la couche de régolite est caractérisé par une vitesse des ondes de pression $V_p = 900$ m.s^{-1}, une vitesse des ondes de cisaillement $V_s = 500$ m.s^{-1} et une densité $\rho = 2000$ kg.m^{-3}.

Le premier modèle d'Eros sera homogène, constitué seulement de roche mère, le deuxième modèle sera basé sur le premier mais avec une couche de régolite ajoutée en surface, et le troisième modèle correspondra au précédent avec en plus des fractures à l'intérieur. Tous ces modèles seront maillés avec des quadrangles en 2-D et des hexaèdres en 3-D. Pour déterminer la résolution à laquelle ces deux milieux différents doivent être maillés, nous devons proposer une fréquence d'étude et analyser la relation de dispersion du schéma numérique.

La fréquence dominante à laquelle nous avons choisi de simuler la réponse sismique est $f_0 = 2$ Hz principalement en raison du fait qu'elle permet de nous affranchir d'un problème de temps de calcul. En effet, pour monter à haute fréquence, il faut construire un maillage très fin

comprenant de nombreux éléments (voir section 3.2.1.4), ce qui conduit à un temps de calcul très long lors de la simulation de la propagation des ondes.

Une autre raison du choix d'une fréquence dominante de 2 Hz est la précision limitée du modèle de forme d'Eros qui nous a été donné. En effet, la résolution de ce modèle est d'environ 500 m et la couche de régolite que nous introduisons possède une épaisseur comprise entre 50 m et 150 m (conformément aux hypothèses proposées dans la littérature). Le plus petit détail de nos modèles est donc l'épaisseur de régolite de 50 m à certains endroits et pour éviter d'inclure des détails encore plus fins (ce qui conduirait à des simulations plus coûteuses en temps de calcul), nous avons fixé la largeur des fractures des modèles 2-D à une valeur de 50 m.

Simuler nos modèles à des fréquences très élevées reviendrait à essayer d'étudier des détails plus fins que la limite de résolution du modèle de forme que nous avons pour l'astéroïde Eros. Il est donc suffisant de réaliser nos simulations dans une gamme de fréquence moyenne car nos modèles ne comportent pas de détails très fins. Dans ce cas, il est inutile de calculer des détails plus fins que la limite de résolution géométrique des modèles, comme le montre la figure 3.11. De plus, calculer à des fréquences plus élevées nécessiterait de créer un maillage complexe avec des éléments très fins, ce qui d'une part serait compliqué et d'autre part conduirait ensuite à un temps de calcul très élevé. Un tel calcul à haute fréquence devrait en plus être très précis car contrairement à la Terre, les vibrations à hautes fréquences des astéroïdes ne sont pas du tout atténuées du fait de l'absence d'eau et des phénomènes naturels associés. Tant que les plus fines structures modélisées restent supérieures à 50 m (et actuellement les modèles de forme d'Eros et les estimations de l'épaisseur de la couche de régolite ne permettent pas plus de précision), il est inutile d'utiliser une fréquence plus élevée que 2Hz (valeur calculée par l'équation 3.27 en prenant en compte les vitesses sismiques estimées).

Notons que des techniques telles que la géostatistique pourraient permettre, par exemple par tirage aléatoire de modèles possédant différentes tailles de structures, de dégager des grandes tendances de comportement à haute fréquence sous réserve qu'un calcul de propagation d'onde approché et peu coûteux puisse être effectué pour un grand nombre de modèles.

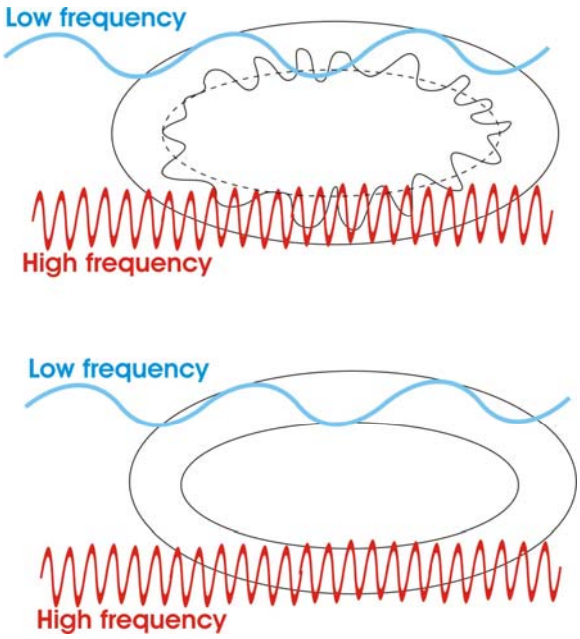

FIG. 3.11 - Exemple d'un objet de forme elliptique comportant deux milieux séparés par une interface lisse (bas) et par une interface présentant des détails fins (haut). Si notre connaissance de la géométrie de l'objet et de ses interfaces est grossière, il n'est pas nécessaire de calculer sa réponse à très haute fréquence car le modèle de forme est imprécis ou faux à de telles fréquences.

3.2.1.3 Le critère de dispersion des simulations numériques

Afin d'avoir un minimum de points d'échantillonnage par longueur d'onde, la taille d'un élément du maillage constituant le modèle d'Eros ne peut pas dépasser une valeur maximale. Cette valeur dépend de la vitesse sismique minimale dans le modèle et de la fréquence dominante de la source. La longueur d'un élément du maillage est en effet divisée en quatre segments car nous utilisons cinq points de Gauss-Lobatto-Legendre dans chaque direction de l'élément, soit 4 intervalles. Soit Δx la longueur d'un des quatre segments des côtés d'un élément, V_s est la vitesse minimale du milieu, et f_0 la fréquence dominante (la fréquence de coupure est environ 2.5 f_0). Comme étudié expérimentalement dans Komatitsch et Tromp (1999) et d'un point de vue théorique par DeBasabe et Sen (2007) et Seriani et Oliveira (2008), pour garantir un échantillonnage de 5 à 10 points par longueur d'onde il faut que :

$$5 \leq \frac{\lambda}{\Delta x} \leq 10 \tag{3.27}$$

avec $\lambda = \dfrac{V_S}{2.5 f_0}$ et $f_0 = 2$ Hz, ce qui donne des segments de tailles :

- $10\ m \leq \Delta x \leq 20\ m$ avec V_s = 500 m.s^{-1} pour le régolite et les fractures, soit une taille d'élément spectral comprise entre 40 m et 80 m.
- $34.6\ m \leq \Delta x \leq 70\ m$ avec V_s = 1732 m.s^{-1} pour la roche mère, soit une taille d'élément entre 138.4 m et 280 m.

Nous avons donc choisi de mailler la roche sous-jacente avec des éléments d'une taille maximale d'environ 300 m pour garantir un échantillonnage minimum de cinq points par longueur d'onde partout dans le maillage. Quant au régolite et aux fractures, nous avons choisi une taille d'élément de 50 m maximum afin d'assurer un échantillonnage minimum de 8 points par longueur d'onde, ce qui est élevé (et donc nos simulations seront très fiables). Le maillage des modèles a été effectué avec le logiciel CUBIT développé par Sandia National Laboratories (USA).

3.2.1.4 Les différents types de maillages et les critères de qualité

Mailler un objet consiste à le discrétiser en un grand nombre d'éléments afin de résoudre l'équation des ondes sismiques. Selon la méthode numérique utilisée pour la simulation de la propagation de ces ondes, différents types de maillages peuvent être utilisés. Deux grandes familles de maillages existent : les maillages topologiquement réguliers et les maillages non structurés.

Les maillages topologiquement réguliers

Ces maillages correspondent à une topologie régulière dont la valence des éléments est égale à 2 pour ceux situés en bordure du modèle, ou à 4 pour ceux situés à l'intérieur du modèle (la valence est le nombre d'arêtes partagées par un sommet). Parmi les maillages topologiquement réguliers, on peut citer les 'triprimitive', 'map' et 'circle' proposés par le logiciel de maillage CUBIT (figure 3.12).

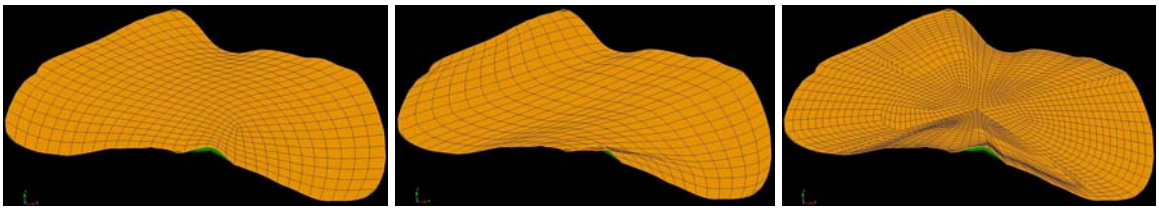

FIG. 3.12 - Exemples de maillages topologiquement réguliers de type 'triprimitive' (à gauche), 'map' (milieu) et 'circle' (à droite).

Les maillages non structurés

Dans ces maillages, les sommets des éléments ont une valence qui peut être quelconque. Parmi les maillages non structurés, on peut citer les exemples des maillages 'tridelaunay', 'trimesh' et 'pave' proposés par le logiciel de maillage CUBIT. Dans le cas de la méthode des éléments spectraux, les modèles 2-D de l'astéroïde Eros sont maillés avec un schéma de type 'pave' (figure 3.13), car il se compose exclusivement de quadrangles et produit le maillage le moins irrégulier possible pour notre problème.

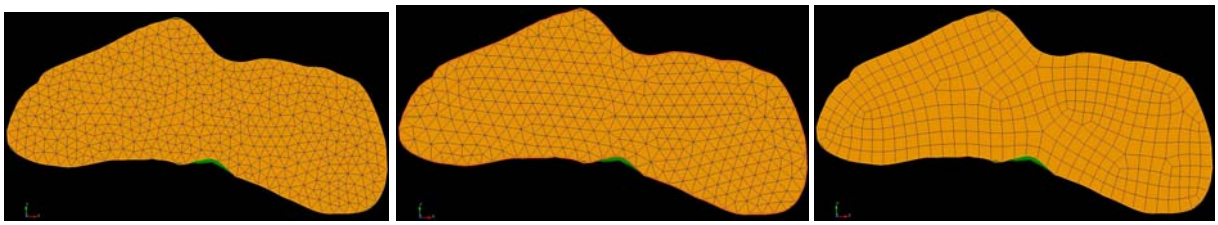

FIG. 3.13 - Exemples de maillages non structurés type 'tridelaunay' (à gauche), 'trimesh' (milieu) et 'pave' (à droite).

Les critères de qualité du maillage

Afin d'éviter des erreurs numériques trop grandes lors du calcul de la propagation des ondes, nous imposons une limite supérieure à la différence de taille des côtés d'un élément donné du maillage c'est-à-dire à sa distorsion. Pour cela, l'angle minimum d'un élément ne devra pas être inférieur à 25° (figure 3.14).

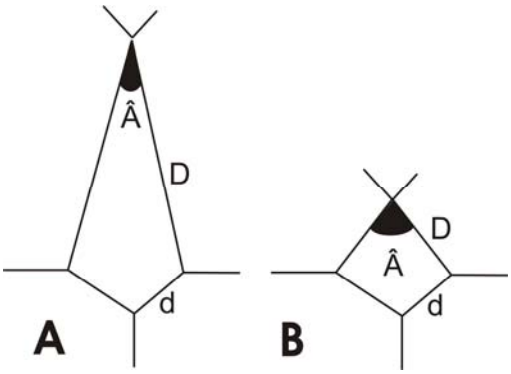

FIG. 3.14 - Exemples d'un élément ayant un angle trop faible (gauche, schéma A, valeur de 'skewness' supérieure à 0.65) et donc de mauvaise qualité (avec d << D et Â < 27°) et d'un élément ayant une valeur de 'skewness' donnant une bonne qualité du maillage car inférieur à 0.65 (schéma B avec d ~ D et Â > 27°).

La qualité des éléments quadrangulaires peut également être quantifiée par le paramètre de 'skewness', défini comme étant la valeur absolue de *cos(θ)* où *θ* correspond à chacun des 4 angles de l'élément. Les angles idéaux ont une valeur de 90° (ce qui correspond à un rectangle parfait) donc une valeur de 'skewness' de 0 alors que les éléments de mauvaise qualité ont des angles inférieurs à typiquement 27° et une valeure de 'skewness' supérieur à 0.65. Dans des cas extrêmes, l'élément peut être tordu et dans ce cas son jacobien (voir définition à la section 3.1.3) est négatif (figure 3.15) et la simulation numérique explose.

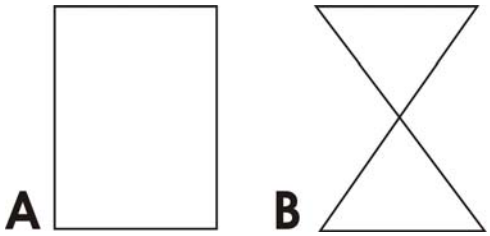

FIG. 3.15 - A : élément droit de bonne qualité, jacobien positif, B : élément distordu de mauvaise qualité, jacobien négatif

Les critères de qualité à vérifier lors de l'élaboration du maillage sont donc le paramètre de 'skewness' et l'angle minimum d'un élément (les jacobiens négatifs donnent des valeurs très faibles de 'skewness', ce paramètre est donc indirectement vérifié lorsque l'on contrôle le 'skewness').

3.2.1.5 Modèle 2-D homogène de l'astéroïde Eros

Ce modèle homogène est le plus simple de notre étude, il ne comporte qu'un seul milieu correspondant à la roche mère d'Eros. Un total de 3744 éléments a été créé avec une résolution de 300 m (figure 3.16).

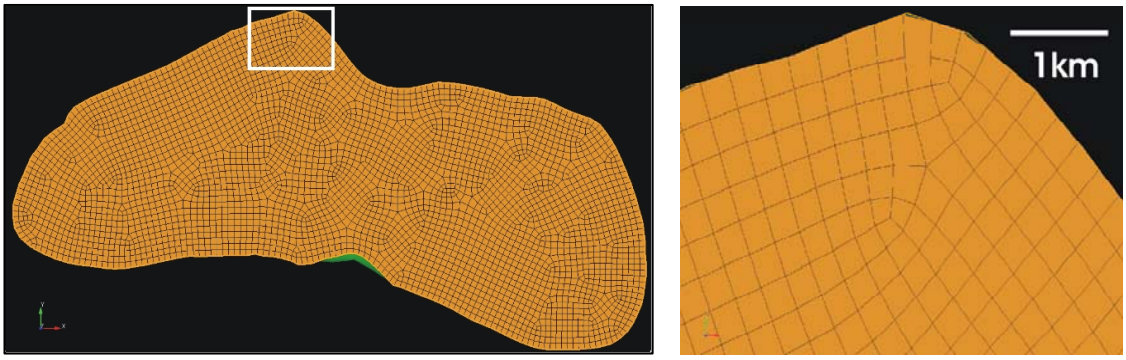

FIG. 3.16 - Modèle homogène 2-D maillé de l'astéroïde Eros. Gauche : vue d'ensemble du modèle dont la longueur fait 34 km. Droite : agrandissement de la zone encadrée sur la vue globale du modèle. La longueur typique d'un élément quadrangulaire fait environ 300 m. Voir l'échelle de taille d'Eros sur la figure 3.5.

L'élaboration du modèle homogène commence par l'importation du modèle de forme dans le logiciel de maillage. Ce modèle est une surface en format 'facet' issue d'un fichier comportant la liste des sommets (vertex) constituant la forme de l'astéroïde. CUBIT ne pouvant pas directement modifier des géométries en format 'facet', l'option 'set facet_modify' doit être

activée. La découpe du modèle de forme peut alors être effectuée pour définir une coupe selon le plus grand axe d'Eros (figure 3.17).

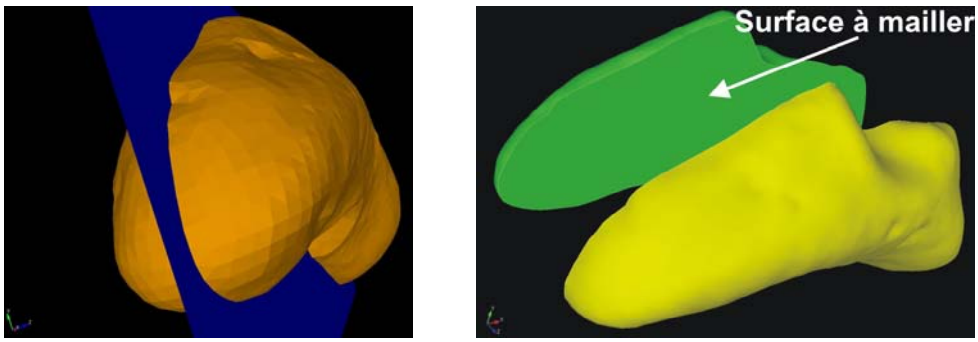

FIG. 3.17 - Découpe du modèle facet initial de l'astéroïde Eros. Voir l'échelle de taille d'Eros sur la figure 3.5.

Le maillage s'effectue en sélectionnant la surface à mailler et en spécifiant le type d'élément requis parmi ceux proposés par CUBIT (nous choisissons le type 'pave' qui correspond à des quadrangles). La résolution du maillage doit être aussi indiquée, c'est-à-dire la taille typique des éléments qui le composent.

L'étude des critères de qualité des 3744 éléments du maillage (table 3.1) montre un faible nombre d'éléments de mauvaise qualité avec une une valeur de 59° pour l'angle minimum (voir figure 3.18 pour la distribution des angles minima du modèle maillé). Le maillage obtenu semble donc de très bonne qualité puisque le plus mauvais paramètre de 'skewness' est de 0.356, donc bien inférieur à la limite de 0.65, valeur au-delà de laquelle le maillage impliquerait des erreurs numériques trop grandes.

Critère de qualité du maillage	**Modèle homogène (3744 éléments)**
Minimum angle	59.83
Maximum angle	89.94
Average skewness	0.0606
Standard deviation skewness	0.0575
Minimum skewness	0.0000147
Maximum skewness	0.356

Table 3.1 - Critères de qualité du maillage du modèle homogène.

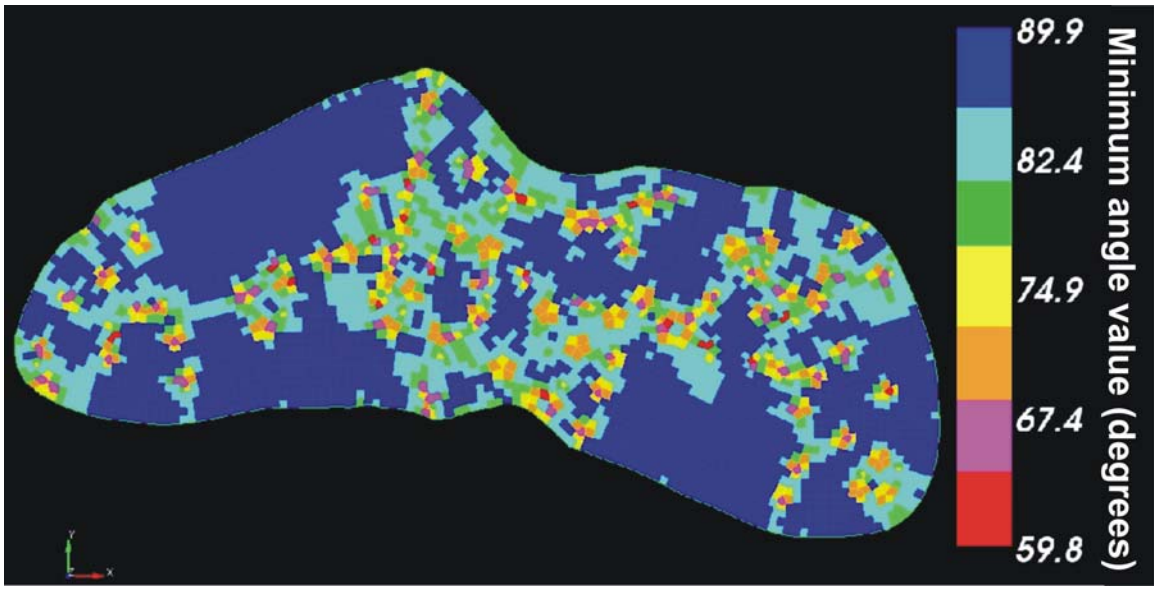

FIG. 3.18- Répartition des angles minima des éléments du maillage du modèle 2-D homogène. Voir l'échelle de taille d'Eros sur la figure 3.5.

Cependant, après vérification avec un programme Fortran indépendant d'analyse de la qualité des maillages élaboré par Dimitri Komatitsch, il apparaît que le paramètre de 'skewness' disponible dans CUBIT n'est pas fiable pour notre étude du fait de la définitions utilisée par le logiciel, qui se réfère au barycentre de chaque élément et non pas à l'angle entre chaque paire de 'edges' de l'élément (voir paragraphe 3.2.1.7). Nous contrôlons donc en plus les angles minima et maxima des éléments grâce à ce programme Fortran. Par exemple, la valeur maximale de 'skewness' est de 0.356 pour CUBIT ce qui est plus faible que la valeur maximale donnée par le code Fortran, comprise entre 0.45 et 0.5 (voir table 3.2). La distribution des valeurs de 'skewness' calculée par ce code Fortran montre que la qualité du maillage est très bonne puisque que la valeur maximale est de l'ordre de 0.45 à 0.5 (voir figure 3.19).

Afin de limiter l'erreur numérique, il faut maintenir des angles minima supérieurs à 25° et des angles maxima inférieurs à 155° (voir explications dans le paragraphe 3.2.1.7), ce qui est le cas pour ce modèle (table 3.3). Ces limites d'angles donnent une valeur maximale de 'skewness' de 0.72.

Le rapport entre le plus petit et le plus grand côté des éléments permet également de quantifier leur déformation. Ce paramètre est très important car il intervient dans le critère de stabilité de la simulation (voir paragraphe 3.2.1.8) qui dépend du plus petit côté d'un élément du maillage. La table 3.3 montre que ce rapport n'est que de 1.45 ou 1.74, ce qui signifie que le plus grand côté de chaque élément est au maximum 1.74 plus grand que son plus petit côté. La déformation n'est donc pas très importante dans ce modèle qui est de bonne qualité. En revanche, la table 3.3 indique une valeur de 470 m pour le plus grand côté des éléments. Cette valeur est supérieure à la résolution maximale du maillage que nous avons demandée à CUBIT (300 m) car celui-ci a dû adapter la géométrie des éléments à celle de la topographie d'Eros. La limite de dispersion numérique est alors probablement dépassée dans ces éléments (ce qui provoquera de la dispersion numérique dans les calculs du programme SPECFEM), c'est pourquoi nous avons recalculé le nombre de points d'échantillonnage par longueur d'onde dans ces grands éléments (table 3.4) dont au moins l'un des côtés excède 300 m.

L'histogramme des valeurs de dispersion numérique présenté dans la table 3.4 montre que la valeur limite acceptable du nombre de points d'échantillonnage (4.5 points par longueur d'onde) est dépassée pour les éléments dont la taille d'au moins un côté dépasse 360 m. Ceci nous permet de dire que la limite de dispersion est dépassée dans environ 7 % des éléments du maillage.

Enfin, la définition du type de matériau (caractérisé par les vitesses des ondes sismiques et par une densité) s'effectue ultérieurement dans les fichiers d'entrée de notre programme de calcul par éléments spectraux appelé SPECFEM.

Range of skew	**Number of elements**	**Percentage of elements**
0-0.05	1848	49.3
0.05-0.1	959	25.6
0.1-0.15	371	9.9
0.15-0.2	172	4.6
0.2-0.25	122	3.25
0.25-0.3	69	1.8
0.3-0.35	113	3
0.35-0.4	69	1.8
0.4-0.45	20	0.5
0.45-0.5	1	2.7
0.5-0.55	0	0
0.55-0.6	0	0
0.6-0.65	0	0
0.65-0.7	0	0
0.7-0.75	0	0
0.75-0.8	0	0
0.8-0.85	0	0
0.85-0.9	0	0
0.9-0.95	0	0
0.95-1	0	0

Table 3.2 - Histogramme de 'skewness' du maillage

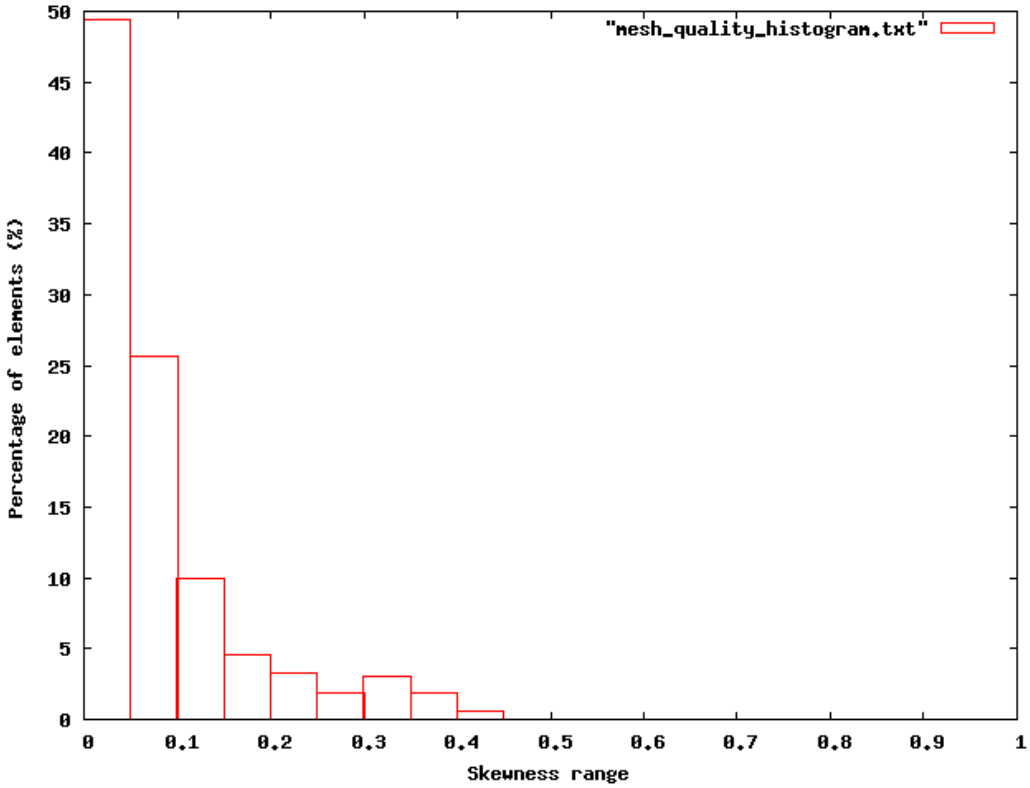

FIG. 3.19- Diagramme montrant l'histogramme de 'skewness' du maillage

Maximum du rapport entre le côté le plus long et le côté le plus court d'un élément	1.74
Maximum du rapport entre la taille de la diagonale la plus longue et la taille de la diagonale la plus courte d'un élément	1.45
Angle minimum d'un élément	49.3 °
Angle maximum d'un élément	130.6 °
Longueur du plus petit côté d'un élément	157.5 m
Longueur du plus grand côté d'un élément	470 m

Table 3.3 - Critères de qualité du maillage du modèle homogène 2-D, obtenus à partir du code Fortran développé par Dimitri Komatitsch.

Longueur des côtés des éléments (m)	Nombre d'éléments	Pourcentage d'éléments	Nombre de points d'échantillonnage par longueur d'onde
300-330	1725	46	5.2
330-360	350	9.3	4.8
360-390	139	3.7	4.4
390-420	75	2	4.1
420-450	42	1.1	3.8
450-480	10	0.2	3.6

Table 3.4 - Histogramme de la dispersion des éléments dont au moins un des côtés possède une taille supérieure à 300 m.

3.2.1.6 Modèle 2-D doté d'une couche de régolite autour de l'astéroïde

Nous ajoutons une couche de régolite au précédent modèle. L'élaboration de ce maillage a demandé une découpe spéciale du modèle (voir figure 3.20) pour obtenir un maillage de qualité. Conformément à la littérature sur la structure de l'astéroïde Eros (voir table 3.5), la couche de régolite a été dessinée avec une épaisseur comprise entre 50 m et 150 m.

Cette fine couche de régolite a été maillée à une résolution d'environ 50 m pour les raisons citées à la section 3.2.1.3, et la roche mère (découpée en deux parties, voir figure 3.21) a été maillée à une résolution de 150 m en dessous de la couche de régolite et à une résolution de 300 m dans les zones plus profondes.

Pour créer une couche de régolite sur la surface à mailler, nous avons d'abord copié-collé cette surface. La copie de la surface à mailler a été ensuite très légèrement rétrécie (de façon à laisser une différence d'épaisseur de 50 m à 150 m entre les deux surfaces), puis incrustée dans la surface originelle à mailler de façon à créer deux surfaces : l'une correspondant à la roche mère et l'autre correspondant à la couche de régolite qui entoure la roche mère. Pour que le logiciel CUBIT considère ces deux surfaces comme faisant partie du même objet (pour que le maillage soit continu entre ces surfaces) il a fallu fusionner les surfaces avec la commande 'merge' avant de les mailler. Pour mailler un modèle comprenant deux milieux différents, donc deux tailles d'éléments différentes (une taille d'éléments de 300 m maximum pour la roche mère et de 50 m maximum pour la fine couche de régolite), il est préférable de commencer par mailler les fines surfaces dotées d'une résolution de 50 m, puis les surfaces plus larges dotées d'une résolution de 300 m. En effet, pour passer d'une résolution de 50 m à 300 m, le maillage doit s'adapter de manière géométriquement conforme sur une certaine épaisseur : les éléments vont donc s'agrandir et s'aplatir pour passer de 50 m de large à 300 m de large. La zone où les tailles des éléments sont comprises entre 50 m et 300 m ne peut se situer dans la couche régolite car celle-ci ne mesure que 50 m à 150 m d'épaisseur dans nos modèles, c'est pourquoi il est préférable de la mailler en premier.

Lors du premier essai du maillage de la roche mère à une résolution de 300 m (après avoir maillé le régolite à une résolution de 50 m), le maillage s'est adapté sur une trop faible épaisseur, aboutissant à des éléments trop aplatis, donc ayant des angles trop faibles. Comme cette épaisseur d'adaptation du maillage est difficile à contrôler avec les options de lissage automatique du maillage, nous avons recommencé le maillage en modifiant la géométrie du modèle (figure 3.21) : nous avons donc créé une zone intermédiaire faisant partie de la roche

mère (surface 2) entre le régolite (surface 1) et le reste de la roche mère (surface 3) où la résolution du maillage est de 150 m (voir figure 3.22). Ainsi, les angles des éléments seront moins faibles car l'adaptation du maillage se fera sur une épaisseur plus large (définie par la géométrie) entre les éléments de 50 m de long (régolite) et ceux de 150 m de long (zone intermédiaire), puis entre les éléments de 150 m de long (zone intermédiaire) et ceux de 300 m de long (roche mère). Cela permet d'éviter de trop faibles angles minima et donc une mauvaise qualité du maillage final. De plus, cela aboutit à un suréchantillonnage des longueurs d'ondes dans la roche mère, ce qui n'est pas un problème mais plutôt un avantage en terme de précision numérique.

Référence	**Épaisseur de régolite estimée**	**Méthode utilisée**
Veverka et al. (2001)	Quelques dizaines de mètres	Mesure de la profondeur d'enfouissement des blocs d'ejecta
Prockter et al. (2002)	Quelques dizaines de mètres	Observation des sillons près du cratère Shoemaker
Cheng et al. (2002)	Quelques dizaines de mètres	Mesure de la rugosité de surface à petite échelle
Robinson et al. (2002)	~ 20 à 40 m	Volume des cratères et considérations sur les ejecta
	De quelques mètres à 150 m	Comparaison de la profondeur des cratères dégradés et des cratères non dégradés
	~ 100 m	Concentration de matériau dans les cratères Shoemaker et Himeros
	~ 200 à 300 m	Déduction à partir des rides et des sillons

Table 3.5 - Épaisseur de régolite estimée dans la littérature pour l'astéroïde Eros par différentes techniques.

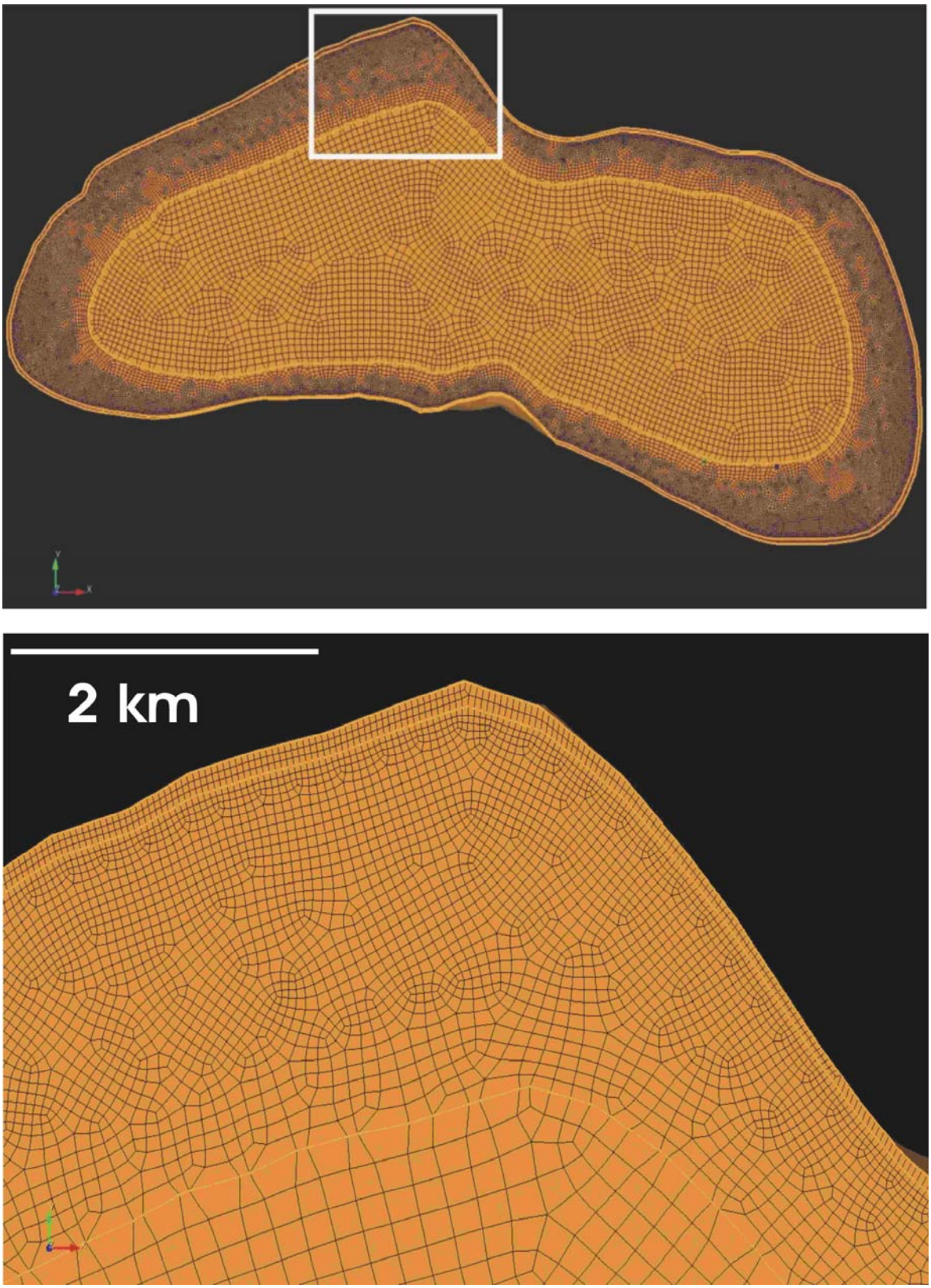

FIG. 3.20 - Modèle 2-D maillé de l'astéroïde Eros, incluant une couche de régolite. En haut: vue d'ensemble du modèle. En bas: agrandissement de la zone encadrée sur la vue globale du modèle. La longueur d'un quadrangle fait 300 m au maximum dans la roche mère et 50 m au maximum dans le régolite. Voir l'échelle de taille d'Eros sur la figure 3.5.

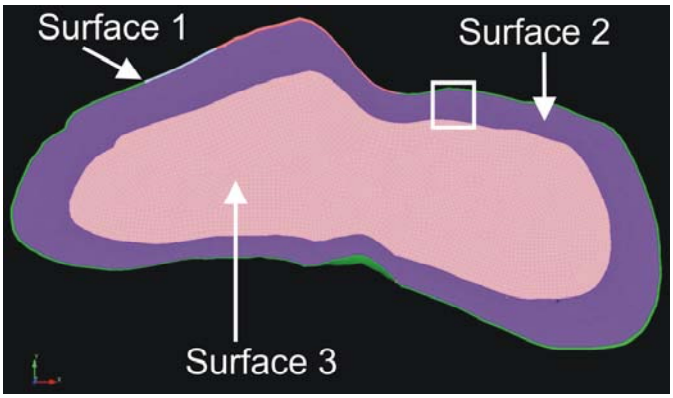

FIG. 3.21 - Découpe du modèle doté d'une couche de régolite. La roche mère correspond aux zones mauve et rose (surfaces 2 et 3). La surface 1 (la couche de régolite) comprend plusieurs tronçons car pour des raisons de commodité de création du maillage elle a été découpée en plusieurs morceaux. Voir l'échelle de taille d'Eros sur la figure 3.5.

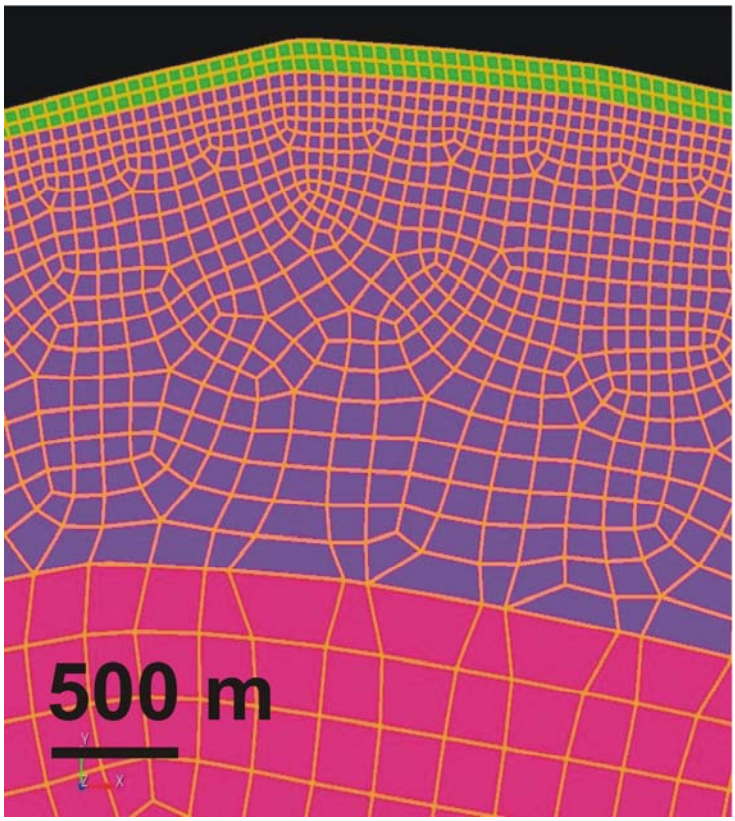

FIG. 3.22 - Agrandissement de la zone encadrée de la figure 3.21 montrant les différentes tailles d'éléments, plus petites (~50 m) dans le régolite (en vert) que dans la roche mère (de 50 m à 300 m, zones bleue et rose).

En analysant la qualité de ce modèle par notre programme Fortran, nous nous sommes aperçu que le maillage était discontinu à certains endroits (figure 3.23) à la jonction entre la couche de régolite et le bedrock, qui sont définis par deux éléments différents de la géométrie.

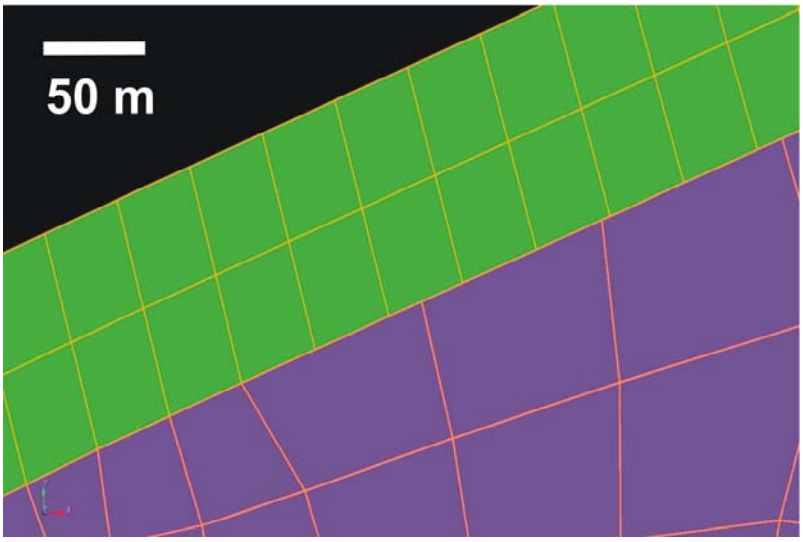

FIG. 3.23 – Maillage discontinu dans le modèle 2-D avec une couche de régolite (en vert) et du bedrock (en bleu). Plutôt que de transmettre les ondes, cette surface devient totalement réfléchissante (surface libre d'un point de vue numérique), ce qui est totalement incorrect du point de vue physique.

Ce défaut du maillage implique que la limite entre le régolite et le bedrock agit comme une surface libre réfléchissant les ondes plutôt que d'être une simple interface permettant la transmission des ondes. Cet effet étant particulièrement gênant pour nos simulations, nous avons donc décidé de refaire entièrement ce maillage.

Le maillage a donc été effacé et quelques découpes supplémentaires dans la géométrie du modèle (figure 3 .24) ont été effectuées afin d'accélérer la procédure de maillage (les grandes surfaces prennent beaucoup plus de temps à mailler que les petites, il vaut donc mieux avoir plusieurs petites surfaces à mailler). Suite aux conseils de notre collègue italien Emanuele Casarotti (Instituto Nazionale di Geofisica e Vulcanologia, Italie) nous avons groupé tous les éléments géométriques par la commande 'imprint' avant de les lier par la commande 'merge' et de les mailler, ce qui a abouti à une maille continue dans tous le modèle.

L'étape du maillage a débuté par la couche de régolite qui a été maillée à une résolution de 30 m plutôt que de 50 m (pour être certain de ne pas avoir de trop grands éléments conduisant à de la dispersion numérique). Les parties centrales de la roche mère ont ensuite été maillées à une résolution de 200 m au lieu de 300 m (toujours pour éviter les trop grands éléments), et enfin les zones intermédiaires d'adaptation du maillage entre le régolite et le bedrock ont été maillées.

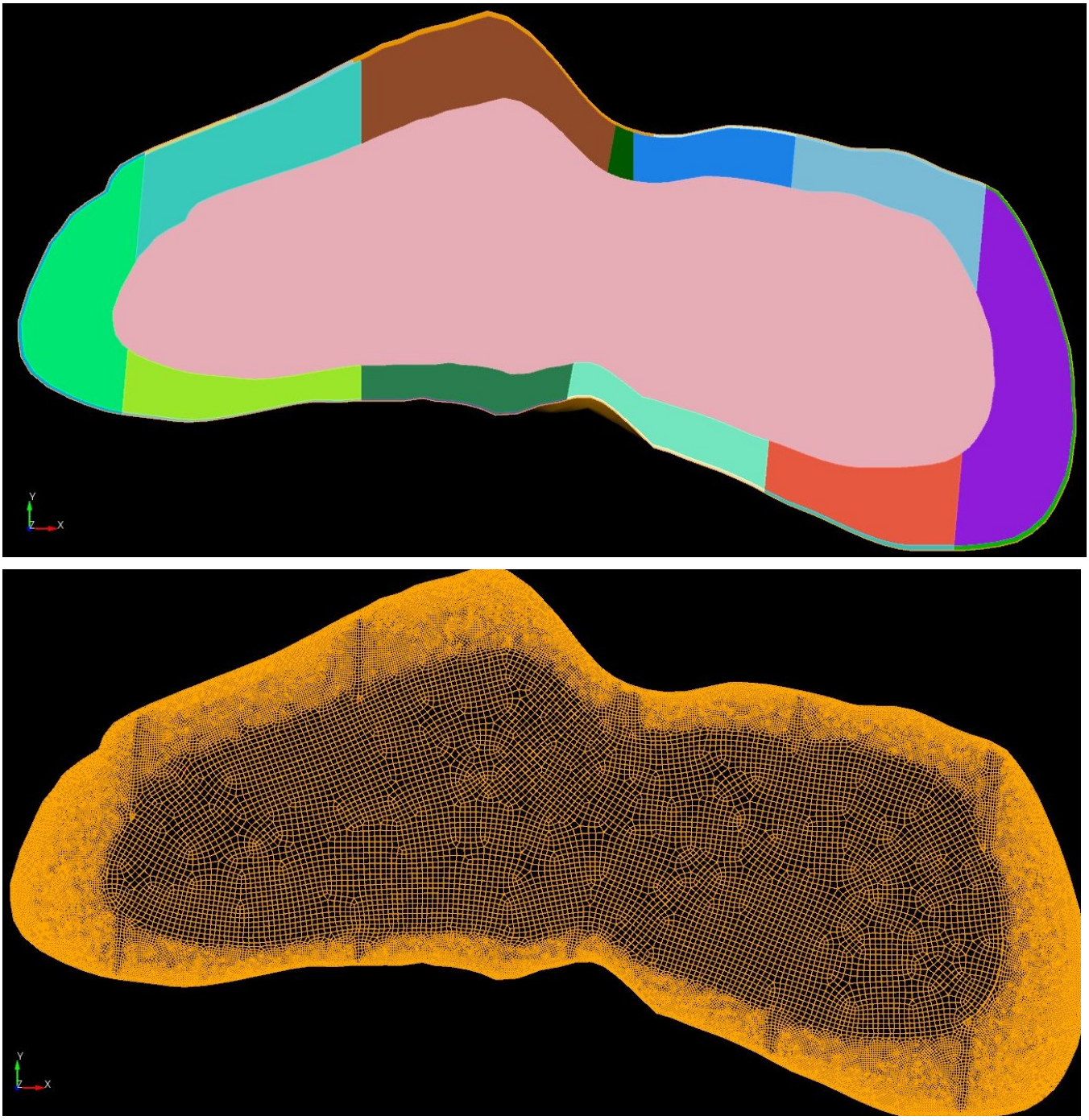

FIG. 3.24 – Nouveau modèle 2-D avec une couche de régolite. En haut : géométrie du modèle montrant que quelques découpent supplémentaires ont été effectuées dans le bedrock pour pouvoir créer le maillage de façon plus rapide. En bas : vue du maillage continu et de bonne qualité. Voir l'échelle de taille d'Eros sur la figure 3.5.

Le modèle a par la suite été 'lissé' pour améliorer les valeurs de 'skewness' et les derniers éléments trop déformés ou possédant de trop petits ou trop grands côtés ont été modifiés manuellement. Une valeur maximale de 'skewness' de 0.66 a alors été obtenue. Cette très bonne valeur est confirmée par les valeurs des angles (table 3.6) qui sont tous compris dans l'intervalle 25°-155°. De plus, les valeurs élevées de 'skewness' n'affectent qu'un petit nombre d'éléments comme en témoigne la figure 3.25.

Les éléments de ce modèle sont plus déformés que pour le modèle homogène, en effet un facteur de 4.8 peut être atteint pour le rapport des plus petits côtés et des plus grands côtés des éléments, mais cela ne nuit pas à la qualité du maillage car les angles des éléments ont des valeurs correctes et les segments des éléments aboutissent à des critères de dispersion

respectés. En effet, dans la couche de régolite où V_s= 500 m.s^{-1}, le plus petit côté d'un élément mesure 14 m (table 3.6), ce qui conduit à un échantillonnage de 28 points par longueur d'onde, et le plus grand côté mesure 64.5 m, ce qui aboutit à un échantillonnage de 6 points par longueur d'onde. Quant au bedrock avec V_s=1732m.s^{-1}, le plus petit côté mesure également 14 m, ce qui aboutit à un échantillonnage de 98 points par longueur d'onde et le plus grand côté mesure 276 m de long, ce qui donne un échantillonnage de 5 points par longueur d'onde. Dans tous les cas, l'échantillonnage est donc suffisant et comme indiqué dans la section 3.2.1.8 sur la stabilité des simulations 2-D les plus petits côtés d'éléments d'une longueur de 14 m permettent d'utiliser un pas de temps assez grand tout en maintenant une bonne stabilité.

Enfin, nous avons assigné aux éléments en contact avec la surface libre d'Eros les caractéristiques de vitesses sismiques et de densité du régolite et aux éléments situés à l'intérieur les caractéristiques du bedrock. Le maillage a ensuite été exporté en format Abaqus pour pouvoir être lu par notre programme de partitionnement de maillage utilisant le logiciel METIS.

Maximum du rapport entre le côté le plus long et le côté le plus court d'un élément	4.82
Maximum du rapport entre la taille de la diagonale la plus longue et la taille de la diagonale la plus courte d'un élément	1.72
Angle minimum d'un élément	30.1 °
Angle maximum d'un élément	149.9 °
Longueur du plus petit côté d'un élément	13.9 m
Longueur du plus grand côté d'un élément	276.1 m

Table 3.6 - Critères de qualité du maillage du modèle 2-D possédant une couche de régolite obtenus à partir du code Fortran développé par Dimitri Komatitsch.

3.2.1.7 Modèle 2-D plus complexe de l'astéroïde Eros

L'élaboration de ce modèle consiste à ajouter un réseau de fractures au modèle précédent doté d'une couche de régolite. En effet, les images de la surface de l'astéroïde Eros montrent de nombreux cratères et fractures (Robinson et al., 2002). Ces fractures sont probablement liées aux évènements d'impacts, et les dépressions de régolite trouvées autour de ces fractures suggèrent une infiltration de ce dernier. Ces dépressions peuvent mesurer jusqu'à 300 m de large comme c'est le cas près de la ride Rahe Dorsum (Robinson et al., 2002). Cette longue fracture, visible sur les images globales d'Eros, traverse probablement l'intérieur de l'astéroïde, de la manière dont nous l'avons dessinée dans ce modèle. Excepté Rahe Dorsum visible en surface, chaque fracture de notre modèle a été créée en dessous des cratères principaux traversés par le plan de coupe avec une forme que nous avons créée nous-mêmes (voir figure 3.25). Les fractures correspondent a priori à un plan d'épaisseur nulle, même si nous ne pouvons exclure qu'après fracturation les déformations de l'astéroïde n'ouvrent ces dernières. Nous avons été contraints, pour des raisons de création du maillage, de leur conférer une épaisseur non nulle à remplir par le régolite. Afin de permettre la propagation des ondes sismiques à travers ces fractures (pour éviter que celles-ci n'agissent comme surfaces libres créant une réflexion totale), nous les avons remplies de régolite, comme suggéré par Robinson et al. (2002). L'épaisseur des fractures a été fixée à 50 m car cela correspond au plus fin détail qu'il est possible de mailler en un temps raisonnable avec le logiciel de maillage CUBIT, sans commencer à rencontrer des problèmes insolubles d'adaptation de la taille et de la forme des éléments entre les différents matériaux. Nous avons également étendu les réseaux de fractures jusqu'à une profondeur équivalent à un rayon de cratère ou plus, conformément à l'étude de Ahrens et al. (2002) (voir figure 3.25).

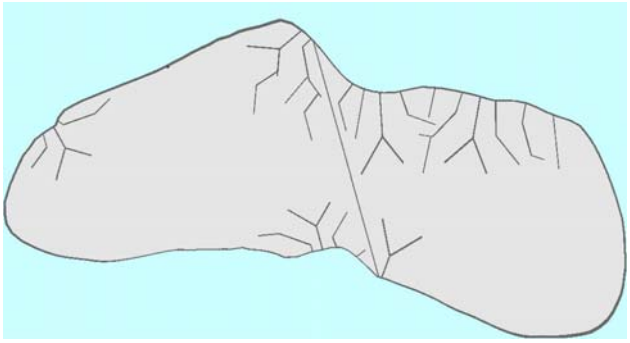

FIG. 3.25 - Modèle 2-D de l'astéroïde Eros représentant les deux milieux : la roche mère (gris clair) et le régolite (traits gris foncés) présent en surface et dans les fractures. Voir l'échelle de taille d'Eros sur la figure 3.5.

Ce réseau de fractures a été créé à partir de formes 3-D élaborées avec le logiciel CUBIT (figure 3.26). En effet, ce logiciel possède quelques fonctionnalités permettant de créer des formes simples telles que cubes, polygones, cylindres, sphères, tores, etc… En combinant plusieurs de ces objets, nous avons pu recréer des formes simples de fractures de 50 m de large, que nous avons imbriquées dans le modèle initial 3-D de l'astéroïde. L'élaboration du modèle 2-D a nécessité la découpe d'un plan dans ce volume 3-D avec les fractures.

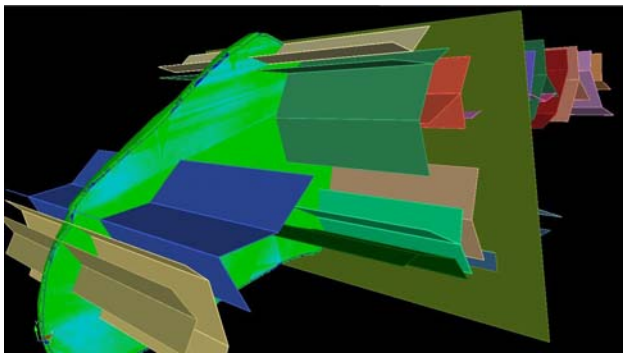

FIG. 3.26 - Formes 3-D incrustées dans le volume du modèle initial d'Eros pour créer les fractures. Voir l'échelle de taille d'Eros sur la figure 3.5.

Afin d'éviter des valeurs de 'skewness' et d'angles minima trop faibles, les extrémités des fractures ne sont pas coupées en biais, et les angles des bifurcations des fractures (ou de tout autre élément de la géométrie comme par exemple l'inclinaison d'une fracture par rapport à la surface d'Eros) sont choisis le plus proche possible d'un angle droit. En effet, l'inclinaison des éléments du maillage a tendance à devenir parallèle avec les côtés des éléments de la géométrie, c'est pourquoi la géométrie est soumise à certaines contraintes.

Après avoir incrusté ces formes dans le plan de coupe du modèle d'Eros et après avoir coupé les fractures pour les niveler avec le plan de coupe, un premier maillage a été tenté : les fractures et le régolite ont été maillés à une résolution de 50 m (en plusieurs morceaux pour que l'algorithme de maillage tourne plus rapidement et pour éviter des angles trop faibles dans les éléments), puis le reste de la surface (la roche mère) a été maillé à une résolution de 300 m. Le maillage de cette surface, non divisée en plusieurs morceaux, n'était toujours pas terminé au bout d'une journée de calcul du logiciel CUBIT, probablement parce que l'adaptation du maillage entre deux résolutions différentes sur une géométrie si complexe n'était pas faisable par CUBIT en un temps raisonnable. Comme pour le modèle précédent, une découpe en plusieurs parties de la roche mère a donc été effectuée (figure 3.27).

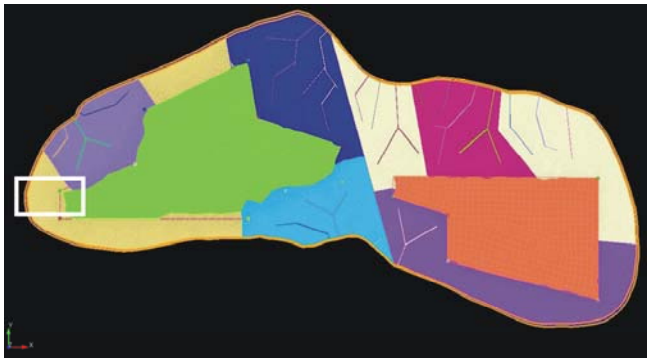

FIG. 3.27 - Découpe du modèle 2-D d'Eros possédant des fractures et une couche de régolite. Voir l'échelle de taille d'Eros sur la figure 3.5.

Deux zones centrales de part et d'autre de la grande fracture Rahe Dorsum ont été dessinées et maillées à une résolution de 300 m. Bien qu'un très petit nombre de grands éléments soit généré par ces procédures de maillage très coûteuses en temps passé à les optimiser manuellement par essai/erreur, ces grands éléments permettent une économie de temps d'environ un facteur deux lors de la simulation de la propagation des ondes car si le modèle était maillé avec de petits éléments sur toute sa surface nous aurions environ deux fois plus de petits éléments dans le maillage.

Néanmoins, ceci nous amène à soulever la question du temps total passé à calculer chaque modèle (somme du temps passé à créer le maillage et du temps de simulation de la propagation des ondes), car mailler un modèle avec une résolution de 50 m aurait été largement plus rapide (beaucoup moins de temps passé par l'utilisateur pour produire le maillage) plutôt que de passer du temps à trouver des solutions compliquées dans le logiciel CUBIT pour adapter un maillage avec plusieurs résolutions différentes. Au final, même si le temps de calcul de la propagation des ondes est environ deux fois plus long dans le cas d'un maillage fin, dans un contexte industriel (modèles de bassins maillés pour l'industrie pétrolière par exemple) cette seconde solution (maillage fin partout beaucoup plus simple à créer) serait probablement beaucoup plus appropriée car elle demande largement moins de main d'œuvre.

Quant aux zones en contact avec les fractures maillées à une résolution de 50 m, elles ont été découpées de façon à entourer chaque fracture ou groupe de fractures. Ces zones ont été maillées à une résolution de 150 m pour faciliter l'adaptation du maillage entre les fractures et les zones centrales maillées à une résolution de 300 m (figure 3.28). Ce procédé nous a permis de minimiser les valeurs de 'skewness' et d'angles minima trop faibles.

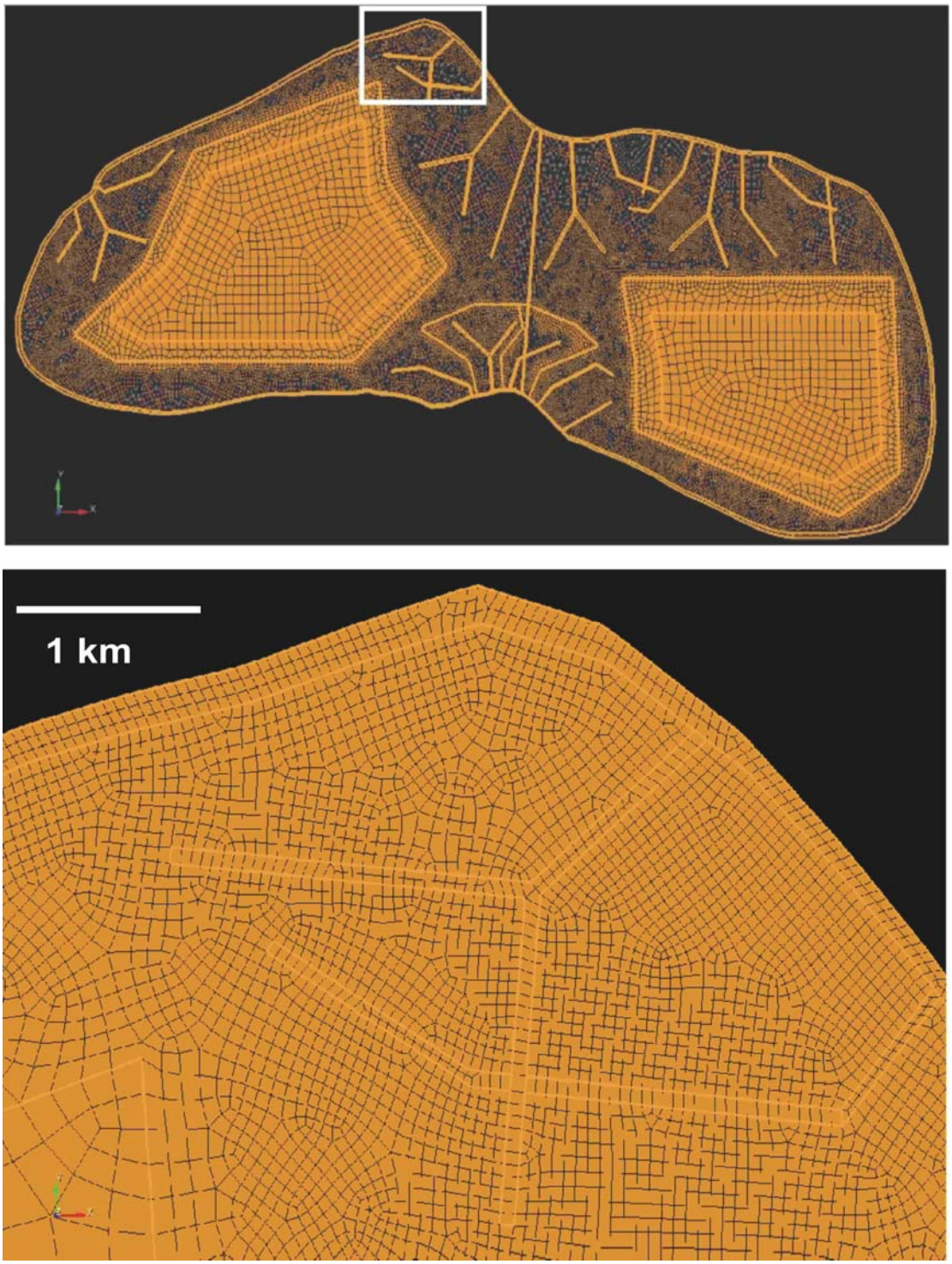

FIG. 3.28 - Modèle 2-D maillé de l'astéroïde Eros, incluant une couche de régolite et un réseau de fractures. En haut: vue d'ensemble du modèle. En bas: agrandissement de la zone encadrée sur la vue globale du modèle. La longueur d'un quadrangle fait 300 m au maximum dans la roche mère et 50 m au maximum dans le régolite. Voir l'échelle de taille d'Eros sur la figure 3.5.

Malgré ces techniques destinées à améliorer la qualité du maillage et malgré les options de lissage automatique proposées par CUBIT pour améliorer la forme des éléments, certains éléments possédaient encore des angles minima trop faibles. Ces derniers éléments ont été modifiés un par un manuellement (figure 3.29) en déplaçant leurs nœuds (ainsi que ceux de quelques éléments voisins) pour améliorer les valeurs de 'skewness' et d'angles minima (voir figure 3.30 et table 3.7 pour la distribution des angles minima des éléments du maillage final).

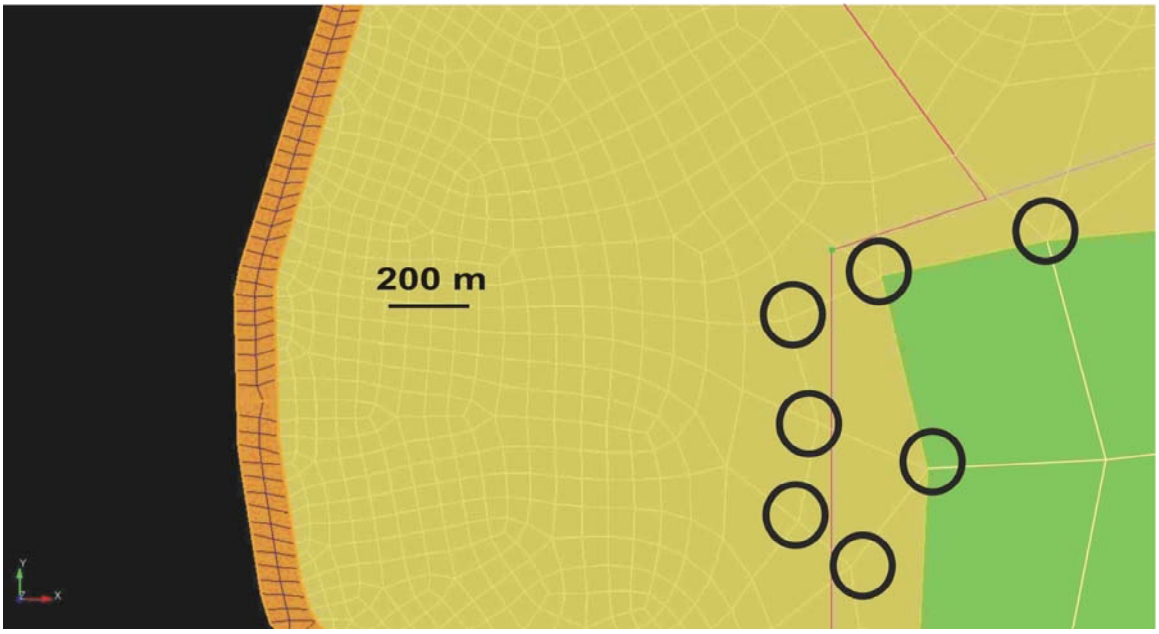

FIG. 3.29 - Agrandissement de la zone encadrée sur la figure 3.27. Les nœuds entourés sont ceux dont les positions ont été modifiées manuellement. À l'origine, ces nœuds étaient situés sur les lignes violettes qui délimitent deux zones découpées. Ces modifications manuelles des positions des nœuds permettent d'augmenter les angles des éléments. Grâce à ce procédé, une valeur inférieure à 0.65 pour le 'skewness' et une valeur d'angle minimum supérieure à 30° ont pu être obtenues (table 3.7).

Critère de qualité du maillage	**Modèle 'complexe' (56983 éléments)**
Minimum angle	28.83
Maximum angle	155
Average skewness	0.1092
Standard deviation skewness	0.138
Minimum skewness	0.000001303
Maximum skewness	0.649

Table 3.7 - Critères de qualité du maillage du modèle 2-D doté d'une couche de régolite et de fractures.

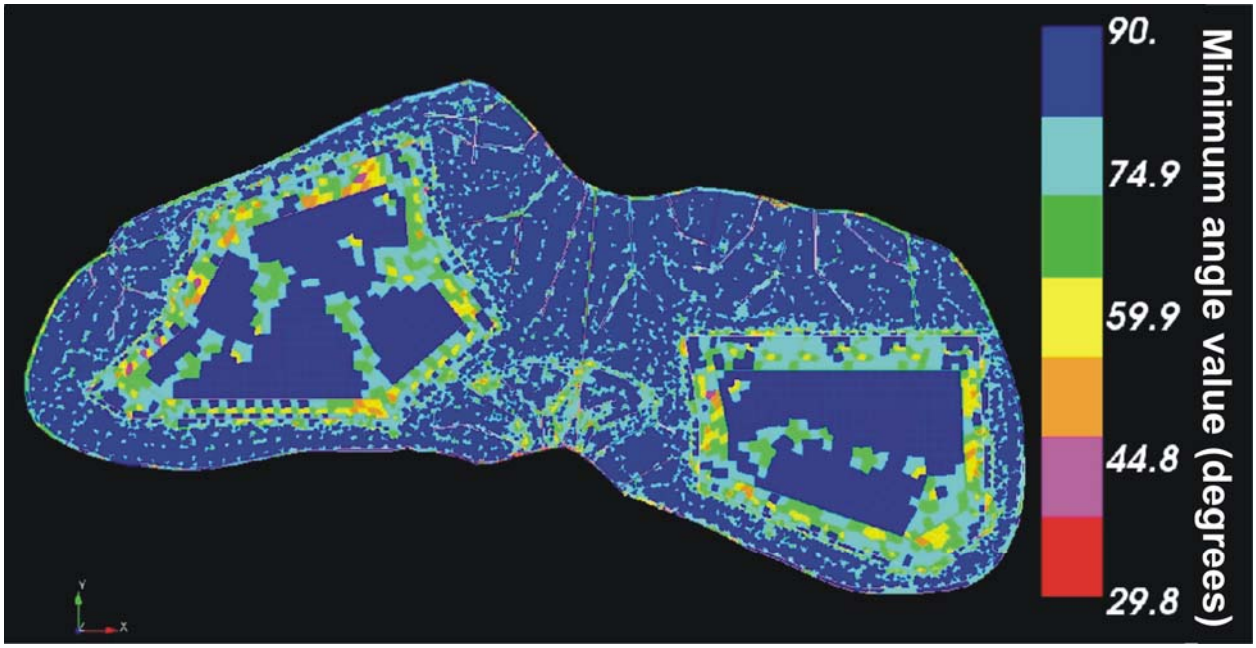

FIG. 3.30 - Répartition des angles minima des éléments du maillage du modèle 2-D doté d'une couche de régolite et de fractures. Voir l'échelle de taille d'Eros sur la figure 3.5.

Cependant, la vérification de ce maillage par notre code Fortran d'analyse de la qualité des maillages a montré des différences dans les valeurs de 'skewness' : alors que les valeurs maximales données par le logiciel CUBIT ne dépassent pas 0.649 (table 3.7), les valeurs calculées par ce code montaient initialement jusqu'à 0.9. Afin d'améliorer ce maillage, nous avons donc modifié manuellement les éléments dont la valeur de 'skewness' excédait 0.75. Ces éléments étaient de forme presque triangulaire car ils comprenaient un angle particulièrement élevé, presque plat (figure 3.31).

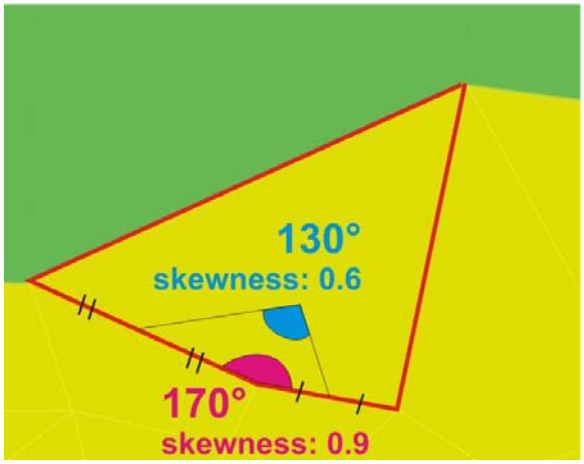

FIG. 3.31 – Image d'un élément (surligné en rouge) comportant un grand angle presque plat d'environ 170° et dont la valeur de 'skewness' reste malgré tout acceptable d'après le logiciel CUBIT, qui calcule la 'skewness' à partir du barycentre de l'élément (angle au centre en bleu). Ceci n'est pas du tout une bonne idée car cela ne permet pas d'estimer avec précision la qualité du maillage. Dans le cas ci-dessus par exemple la valeur de 'skewness' calculée par CUBIT est de 0.6. Notre code Fortran prend une définition plus robuste de la 'skewness' basée sur la valeur de l'angle entre les deux côtés de l'élément, c'est-à-dire 170° (angle rose) et calcule donc une valeur de 'skewness' de 0.9 qui montre que la qualité de ce maillage non corrigé est en fait faible.

L'élément de la figure 3.31 contient un angle d'environ 170° et conduit à une valeur de 'skewness' de 0.6 avec le logiciel CUBIT et de 0.9 d'après le code Fortran développé par Dimitri Komatitsch. La raison d'une telle différence, très néfaste à l'analyse correcte de la qualité de nos maillages, réside dans une définition différente du paramètre de 'skewness' entre les deux programmes, la définition utilisée par CUBIT étant largement moins robuste que la nôtre. En effet, le logiciel CUBIT utilise la valeur absolue de $cos(\theta)$ où θ est l'angle mesuré en considérant deux lignes partant du milieu de chaque côté de l'angle et allant jusqu'au barycentre de l'élément (figure 3.31, angle bleu). Avec une telle définition on constate que bien que l'angle étudié mesure 170°, l'angle au centre en bleu considéré par CUBIT ne fait que 130° et donne donc une valeur de 'skewness' de $|cos(130)| \sim 0.6$. En revanche, si nous calculons la 'skewness' de l'angle de 170° entre les deux côtés de l'élément comme le fait notre programme Fortran, nous obtenons une valeur de 'skewness' de $|cos(170)| \sim 0.9$, ce qui est largement plus réaliste et également plus facile à interpréter car cela signifie clairement que le maillage est mauvais car il contient au moins un angle presque plat, ce qu'il faut absolument éviter.

Pour cette raison, dans tout le reste de la thèse nous utiliserons les valeurs de 'skewness' données par notre code Fortran ainsi que les valeurs minimale et maximale des angles entre les faces des éléments, qui devront impérativement être comprises entre 25° et 155° (ce qui correspond à une limite de 'skewness' de 0.72) pour prévenir l'apparition de fortes erreurs numériques ou bien d'instabilités numériques dans notre schéma d'intégration explicite en temps.

Pour résoudre ce problème, nous avons modifié manuellement la dizaine d'éléments possédant une valeur de 'skewness' trop élevée. Les nouvelles valeurs de 'skewness' données par le logiciel CUBIT et par le programme Fortran montrent toujours de grandes différences : la valeur maximale donnée par CUBIT est de 0.649 (table 3.7), tandis que celle calculée par le programme Fortran est comprise entre 0.7 et 0.75 (voir table 3.8). Pour mieux évaluer la qualité de notre maillage, nous préférons considérer les valeurs données par le programme Fortran qui montrent que les éléments ayant une valeur de 'skewness' élevée sont peu nombreux (figure 3.32).

Range of skew	Number of elements	Percentage of elements
0-0.05	20249	35.53516
0.05-0.1	14222	24.95832
0.1-0.15	6978	12.24576
0.15-0.2	4423	7.761964
0.2-0.25	2989	5.245424
0.25-0.3	2387	4.188969
0.3-0.35	2162	3.794114
0.35-0.4	1555	2.728884
0.4-0.45	1018	1.786498
0.45-0.5	441	0.7739151
0.5-0.55	234	0.4106488
0.55-0.6	150	0.2632364
0.6-0.65	104	0.1825106
0.65-0.7	48	8.4235646E-02
0.7-0.75	23	4.0362917E-02
0.75-0.8	0	0
0.8-0.85	0	0
0.85-0.9	0	0
0.9-0.95	0	0
0.95-1	0	0

Table 3.8 - Histogramme de 'skewness' du maillage

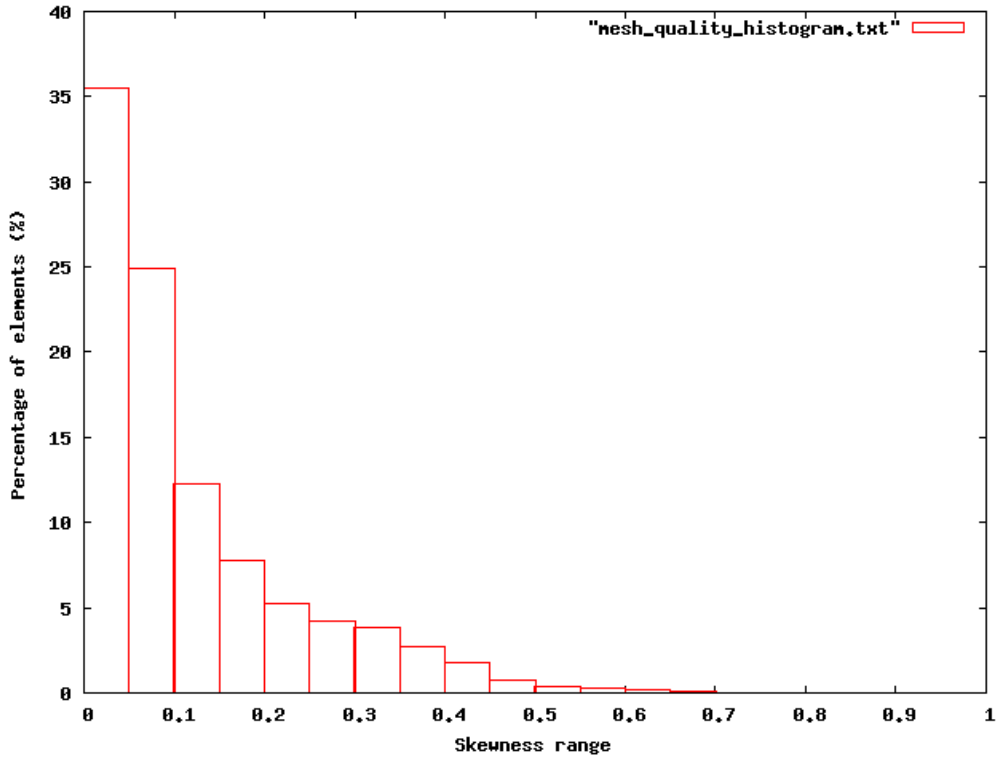

FIG. 3.32 - Diagramme montrant l'histogramme de 'skewness' du maillage

Maximum du rapport entre le côté le plus long et le côté le plus court d'un élément	13.7
Maximum du rapport entre la taille de la diagonale la plus longue et la taille de la diagonale la plus courte d'un élément	2.15
Angle minimum d'un élément	25 °
Angle maximum d'un élément	155 °
Longueur du plus petit côté d'un élément	4.2 m
Longueur du plus grand côté d'un élément	1236 m

Table 3.9 - Critères de qualité du maillage du modèle complexe 2-D, obtenus par le code Fortran développé par Dimitri Komatitsch.

Les rapports des distances dans les éléments (table 3.9) montrent que les éléments dans ce maillage sont plus déformés que pour les modèles précédents, mais cela reste acceptable comme le montrent les valeurs extrêmes des angles. Une forte déformation peut dénoter de très petits segments dans les éléments qui influencent négativement le temps de simulation car elles nous obligent à choisir un pas de temps plus petit. Afin de minimiser le temps de calcul, nous avons donc tenté d'éviter de mailler des éléments avec des segments trop petits. Une taille minimale de 4.2 m a été obtenue ; elle déterminera par la condition de stabilité (voir paragraphe 3.2.1.8) la durée du pas de temps de la simulation. De plus, les éléments possédant des côtés très allongés (1236 m au maximum, voir table 3.9) influent négativement sur la précision numérique des résultats de simulation de propagation d'onde s'ils sont trop nombreux car la limite de dispersion numérique est dépassée dans ces éléments.

Nous avons assigné aux deux zones centrales du modèle ainsi qu'aux zones entourant les fractures les caractéristiques de vitesse des ondes sismiques et de la densité de la roche mère, tandis que nous assignons à la couche de régolite et aux fractures les paramètres du régolite.

Pour connaître le nombre d'éléments dans lesquels le critère de dispersion numérique n'est pas respecté (c'est-à-dire qu'il n'y a pas assez de points d'échantillonnage par longueur d'onde), nous avons utilisé la figure montrant le critère de dispersion du maillage calculé par le programme SPECFEM2D (figure 3.33). Ce schéma montre que la limite de dispersion est dépassée dans trois éléments du maillage (représentés en bleu). Nous avons donc retouché manuellement ces éléments (et certains éléments voisins) en déplaçant certains de leurs nœuds pour raccourcir les côtés trop longs (figure 3.34). La valeur de 'skewness' s'en trouve donc très légèrement modifiée (comparer la table 3.10 à la table 3.8) et la plus grande longueur du côté d'un élément dans tout le maillage a été réduite (945 m contre 1236 m précédemment), ainsi que le maximum du rapport entre la taille de la diagonale la plus longue et la taille de la diagonale la plus courte d'un élément (voir table 3.11).

Enfin, nous avons utilisé l'histogramme des valeurs de dispersion pour les éléments dont la taille d'au moins un côté excède 300 m dans ce nouveau maillage (table 3.12). Cet histogramme montre que le nombre de points d'échantillonnage par longueur d'onde est suffisant tant que le plus long côté d'un élément reste inférieur à 350 m. Au-delà, de la dispersion numérique peut se produire, mais moins de 1 % des éléments sont concernés dans le nouveau maillage.

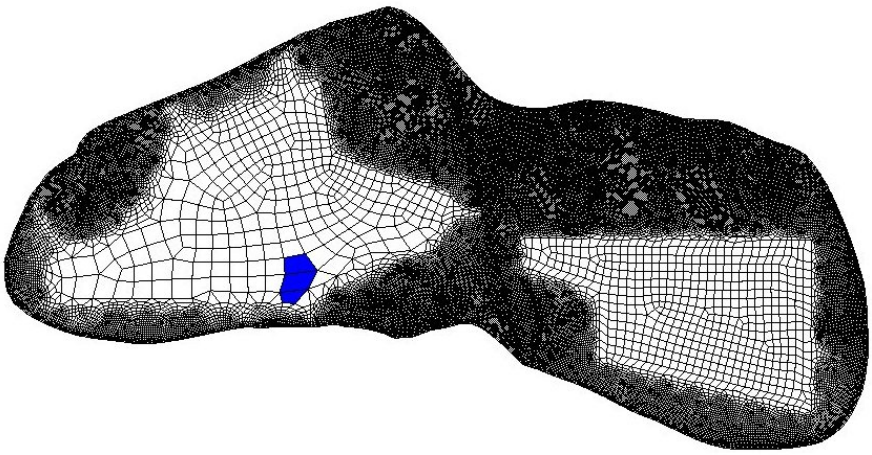

FIG. 3.33 – Représentation des éléments (en bleu) qui dépassent la limite de dispersion numérique (nombre de points d'échantillonnage par longueur d'onde). Voir l'échelle de taille d'Eros sur la figure 3.5.

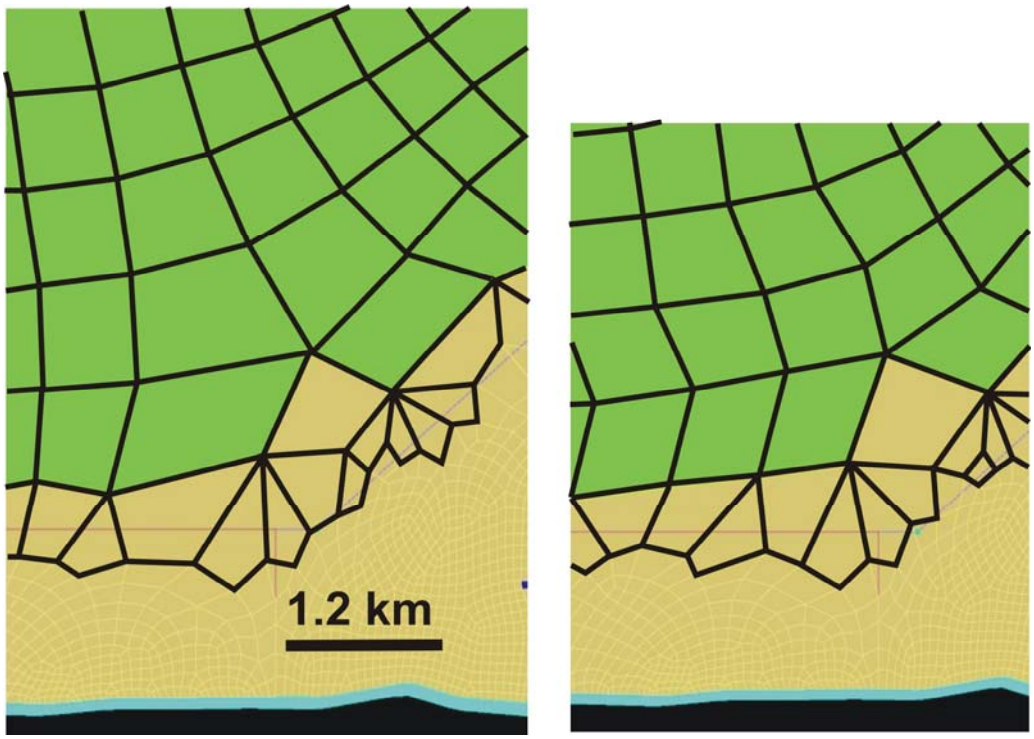

FIG. 3.34 – Schéma des éléments les plus grands du maillage (représentés en bleu sur la figure 3.33) avant la modification (à gauche) et après la modification manuelle de l'emplacement des nœuds (à droite). La zone où les nœuds des éléments ont été déplacés a été surlignée en noir. Les côtés des éléments les plus grands ont été raccourcis (droite).

Range of skew	Number of elements	Percentage of elements
0-0.05	20249	35.53516
0.05-0.1	14222	24.95832
0.1-0.15	6978	12.24576
0.15-0.2	4423	7.761964
0.2-0.25	2989	5.245424
0.25-0.3	2387	4.188969
0.3-0.35	2162	3.794114
0.35-0.4	1555	2.728884
0.4-0.45	1018	1.786498
0.45-0.5	442	0.77566993
0.5-0.55	239	0.41942334
0.55-0.6	147	0.25797167
0.6-0.65	104	0.1825106
0.65-0.7	51	8.95003751E-02
0.7-0.75	22	3.86080071E-02
0.75-0.8	0	0
0.8-0.85	0	0
0.85-0.9	0	0
0.9-0.95	0	0
0.95-1	0	0

Table 3.10 – Histogramme de 'skewness' du maillage modifié

Maximum du rapport entre le côté le plus long et le côté le plus court d'un élément	13.7
Maximum du rapport entre la taille de la diagonale la plus longue et la taille de la diagonale la plus courte d'un élément	2.2
Angle minimum d'un élément	25 °
Angle maximum d'un élément	155 °
Longueur du plus petit côté d'un élément	4.2 m
Longueur du plus grand côté d'un élément	945 m

Table 3.11 – Critères de qualité du maillage du modèle complexe 2-D modifié, obtenus par le code Fortran développé par Dimitri Komatitsch.

Longueur des côtés des éléments (m)	**Nombre d'éléments**	**Pourcentage d'éléments**	**Nombre de points d'échantillonnage par longueur d'onde**
300-350	497	0.87	4.94
350-400	158	0.27	4.32
400-450	91	0.16	3.84
450-500	62	0.11	3.46
500-550	27	0.047	3.15
550-600	15	0.026	2.89
600-650	22	0.039	2.66
650-700	24	0.042	2.47
700-750	28	0.049	2.31
750-800	19	0.033	2.17
800-850	14	0.024	2.03
850-900	13	0.022	1.92
900-950	2	0.0035	1.82

Table 3.12 – Histogramme de la dispersion numérique dans les éléments dont un des côtés possède une taille supérieure à 300 m.

3.2.1.8 Les différents paramètres des simulations numériques

La condition de stabilité numérique pour nos maillages 2-D

Pour que la simulation numérique reste stable il faut veiller à ce que pendant un pas de temps Δt donné et pour une vitesse sismique maximale V_p la distance parcourue par l'onde calculée numériquement ne dépasse pas un certain seuil lié à la taille d'une maille de la grille spatiale. Si cette condition n'est pas respectée, le schéma numérique d'intégration explicite en temps devient instable et les résultats du calcul numérique n'ont plus aucun sens physique. Cette condition de stabilité des schémas numériques explicites en temps a été étudiée par Courant, Friederichs et Lewy (CFL) en 1928. Pour des maillages non structurés et géométriquement non réguliers tels que ceux que nous utilisons pour Eros, la condition de stabilité ne peut pas être établie rigoureusement d'un point de vue mathématique (ceci n'est possible que pour un maillage régulier), mais on peut donner une condition empirique de valeur maximale pour tout le maillage qui fonctionne très bien en pratique :

$$\frac{V_P}{\Delta x}\Delta t \leq 0.68 \tag{3.28}$$

où Δx est la distance entre deux points de grille de Gauss-Lobatto-Legendre à l'intérieur d'un élément spectral, Δt est le pas d'échantillonnage et V_p est la vitesse maximale des ondes de pression dans le milieu où se situe l'élément possédant le plus petit Δx.

La constante approximative de 0.68 pour les éléments spectraux dans le cas 2-D a été déterminée par essai-erreur car le maillage est déformé et non régulier. Notons que tant pour un maillage régulier que pour un maillage irrégulier la valeur de cette constante est plus faible à 3-D qu'à 2-D, donc le pas de temps maximal possible pour un calcul 3-D dans un modèle donné est toujours plus faible que pour un calcul 2-D qui serait effectué dans un plan de coupe de ce modèle 3-D. Par exemple dans le cas d'un maillage régulier et d'une discrétisation numérique par un schéma de différences finies, la condition CFL est :

$$C_P \frac{\Delta t}{\Delta x} \leq \frac{1}{\sqrt{D}} \tag{3.29}$$

où D est la dimension spatiale de la simulation (2 en 2-D et 3 en 3-D) et donc la constante CFL 2-D et la constante 3-D sont dans un rapport $\sqrt{3}/\sqrt{2} = 1.225$. Dans le cas des éléments spectraux à 3-D pour un maillage déformé et non régulier nous avons déterminé par essai-erreur que la constante est de l'ordre de 0.48 s (soit environ 0.68 / 0.48 = 1.42 fois plus petite). Ainsi, de manière générale les simulations 3-D impliquent des pas de temps plus petits que pour les simulations 2-D.

Nous pouvons déduire à partir de l'équation (3.28), la valeur maximale du pas de temps Δt donnant un schéma stable pour chacun de nos maillages :

- Pour le modèle 2-D doté d'une couche de régolite et d'un réseau de fractures, alors qu'une résolution minimale de 50 m a été demandée lors du maillage, le logiciel CUBIT a dû, pour des raisons d'adaptation géométrique à certains endroits, créer des éléments dont la taille d'un côté peuvent être aussi faible que 4.2 m (voir table 3.11). Cela donne $\Delta x \sim 0.72$ m et pour une vitesse maximale V_p de 3000 m.s^{-1} (vitesse

maximale dans le milieu où est situé le plus petit Δx) l'équation (3.28) conduit à $\Delta t = 0.15 \times 10^{-3} s$ pour une stabilité maximale de 0.62 (ce qui est assez proche de la constante de 0.68). A fin de simuler la propagation des ondes sismiques durant 20 s dans un modèle de l'astéroïde Eros comportant du régolite et des fractures, ce pas de temps $\Delta t = 0.15 \times 10^{-3} s$ implique de calculer 135000 pas de temps.

- Pour le modèle 2-D doté d'une couche de régolite, le plus petit élément fait 14 m de côté, l'équation (3.28) conduit à $\Delta t = 5 \times 10^{-4} s$ pour une stabilité maximale de 0.62 (ce qui est assez proche de la constante de 0.68). Afin de simuler la propagation des ondes sismiques durant 20 s dans un modèle de l'astéroïde Eros comportant du régolite, ce pas de temps $\Delta t = 0.15 \times 10^{-3} s$ implique de calculer 40000 pas de temps.

- Pour le modèle 2-D homogène uniquement constitué de roche mère, alors qu'une résolution minimale de 300 m a été demandée lors du maillage, le logiciel CUBIT a dû, pour des raisons d'adaptation géométrique à certains endroits, créer des éléments dont la taille d'un côté peut être aussi faible que 157 m (voir table 3.3). Cela donne $\Delta x \sim 27$ m pour la distance entre deux points de GLL et donc, pour une vitesse maximale V_p de 3000 m.s^{-1}, l'équation (3.28) conduit à $\Delta t = 5 \times 10^{-3} s$ pour une stabilité maximale de 0.55 (ce qui est assez proche de la constante approximative de 0.68). Afin de simuler la propagation des ondes durant 20 s dans un modèle de l'astéroïde Eros comportant du régolite et éventuellement des fractures, ce pas de temps $\Delta t = 5 \times 10^{-3} s$ implique de calculer 4000 pas de temps.

Source

La source sismique utilisée dans ces simulations est une force ponctuelle localisée au point x ~ -9025 m, y ~ 6130 m sur la surface libre de l'astéroïde et normale à cette dernière. Afin de simuler le mieux possible un impact, nous avons choisi une impulsion de Dirac que nous avons filtrée avec un filtre passe-bas en dessous d'une fréquence de coupure de 5 Hz, c'est-à-dire en dessous d'une période de c

Cette période de coupure de la source peut en première hypothèse être comparée au temps de formation du cratère. Pour l'astéroïde Eros, en considérant un impact dans un régolite avec une densité de 1700 kg.m^{-3} (Holsapple, communication personnelle), le temps de formation en fonction du diamètre du projectile D_p peut s'écrire (en se basant sur les lois d'échelle décrites par Holsapple, 1993):

$$T_s = 0.0139822 \times D_p \tag{3.30}$$

Pour un temps de source maximum de 0.2 s (correspondant à 5 Hz), cette relation implique un impacteur de 14 m de diamètre, soit un cratère d'environ 420 m de diamètre d'après l'équation (4.2). Le temps de source sismique estimé avec l'équation (3.30) est un temps de source minimum car cette durée est associée non seulement à la rupture des matériaux (formation du cratère) mais aussi à la durée de rayonnement de l'onde de choc qui peut se propager sur des distances plus importantes que le cratère. Cet effet pourrait donc, pour les gros impacts, augmenter le temps de source qui aurait alors une valeur comparable aux périodes des signaux sismiques modélisés. Nous négligerons cependant cet effet.

La limitation à 5 Hz est aussi liée à des aspects pratiques : en effet, les maillages ont été élaborés de façon à permettre de modéliser une fréquence dominante f_0= 2 Hz, soit une fréquence de coupure d'environ f_c=2.5×f_0=5 Hz. Cette fonction source a été filtrée à l'aide d'un filtre passe-bas Butterworth d'ordre 6 (les ordres élevés permettent de couper plus nettement

les signaux afin d'éviter les instabilités générées par les hautes fréquences) et non déphasant (donc à deux passes). La figure 3.35 montre la source filtrée utilisée dans le cas du modèle 2-D homogène avec $\Delta t = 5\times10^{-3}\,s$.

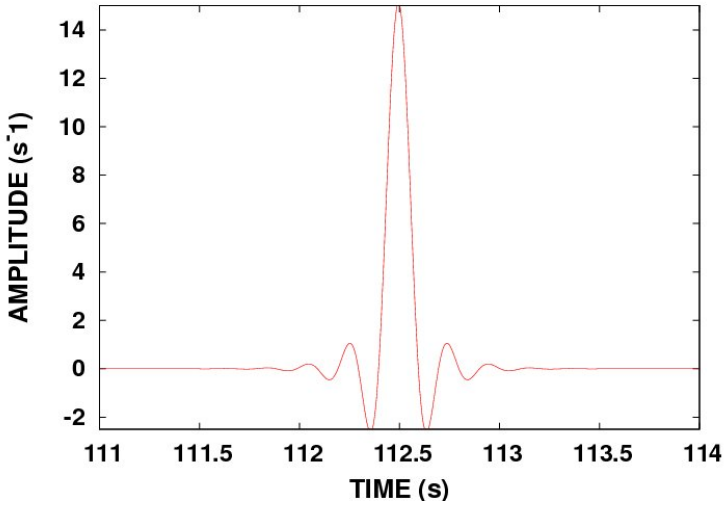

FIG. 3.35 - Source en temps filtrée entre 0 et 5 Hz pour une simulation avec un pas d'échantillonnage $\Delta t = 5\times10^{-3}\,s$. Cette source correspond donc à un pseudo-dirac.

Une équivalence en terme de masse de projectile et de vitesse d'impact peut être calculée en supposant qu'un impact puisse transférer dans la bande de fréquence jusqu'à 5 Hz une impulsion I :

$$I = \beta \times M_p \times U \tag{3.31}$$

où M_p est la masse du projectile considéré sphérique et de densité de 3000 kg.m^{-3}, U est la vitesse d'impact du projectile. β est le paramètre intégrant l'effet des ejecta. Pour généraliser nos résultats, il suffit donc de multiplier la fonction de base de la figure 3.35 par le terme $\beta M_p U$.

L'équation (3.31), issue de Holapple (2004), peut être appliquée dans le cas d'un impact d'un projectile de 14 m de diamètre (celui associé au temps de source maximum de 0.02 s) avec une vitesse d'impact typique de 5300 m.s^{-1} (la vitesse de 5300 m.s^{-1} correspond à la vitesse moyenne des collisions dans la Ceinture Principale des astéroïdes (Bottke et al., 1994) là où Eros aurait effectué le plus gros de sa cratérisation (Chapman et al., 2002)). Le paramètre β reste faible et nous prenons une valeur de l'ordre de 1.11 (Holsapple, 2004) car Eros possède une certaine porosité (Wilkison et al., 2002). On peut en déduire qu'une impulsion de 8.3×10^{9} N.s^{-1} est associée à une force d'amplitude de l'ordre de 1.5×10^{11}N (impulsion en N.s^{-1} multipliée par l'amplitude de la source de la figure 3.35 en s^{-1}). Nous normalisons donc l'amplitude de notre force source de la figure 3.35 à une valeur maximale de 1.5×10^{11} N.

En comparant l'impulsion associée à la force d'amplitude 1.5×10^{11} N et celle associée à la source impliquée dans l'ancienne mission Don Quijote (impulsion de 4.8×10^{6} N.s^{-1} pour un projectile de 400 kg impactant un astéroïde à 10 km.s^{-1}), nous avons une force deux mille fois plus grande.

Notre approche admet néanmoins une simplification du phénomène physique de saturation : en effet, pour des impacts faibles (pour lesquels le temps de source est faible), les signaux dans la

bande de fréquence modélisés seront proportionnels à la quantité de mouvement de l'impacteur. Pour des impacts plus forts cependant, nous pourrions avoir une saturation de l'amplitude des signaux due à un temps de source de l'ordre ou supérieur aux périodes enregistrées. L'amplitude ne serait alors plus proportionnelle à la quantité de mouvement, en raison de la fréquence finie de la source, et son estimation dans la bande de fréquence mesurée demanderait, quelle que soit la méthode utilisée, une connaissance précise de la dynamique de l'impact. Nous faisons donc l'hypothèse que nos impacts sont tels que leur temps de source est inférieur à la période minimum modélisée. Notons que ceci n'a d'effet que sur la définition temporelle de la source, qu'il suffit ensuite d'injecter dans notre code existant SPECFEM de résolution de l'équation de l'élastodynamique linéaire par la méthode des éléments spectraux.

Récepteurs

Les récepteurs utilisés enregistrent les signaux sismiques dans la direction tangentielle à la surface (composante X, signaux désignés par BHX) et dans la direction normale (composante Z, signaux désignés par BHZ). 45 récepteurs sont placés le long de la surface (voir figure 3.36 où chaque carré correspond à un récepteur).

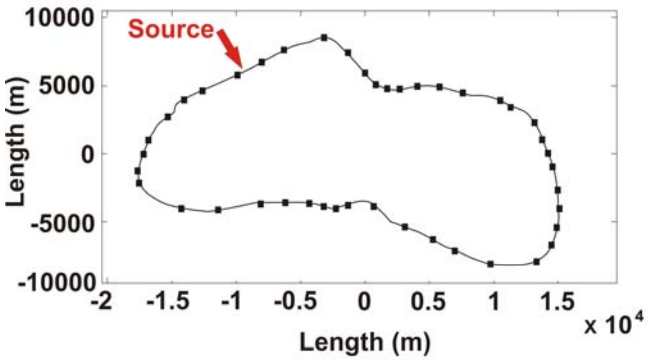

FIG. 3.36 - Emplacement des 45 récepteurs le long de la surface du modèle 2-D de l'astéroïde. La position de la source est représentée par une flèche. Voir l'échelle de taille d'Eros sur la figure 3.5.

3.2.2 Résultats des simulations

Les résultats obtenus sont présentés sous forme d'accélérogrammes (pour une force de 1.5×10^{11} N d'amplitude maximale) ou d'instantanés de propagation en vitesse. La représentation du vecteur vitesse dans ces instantanés de propagation permet de s'affranchir de la déformation permanente de la surface qui s'incline à cause du choc à l'endroit de la source. Cette déformation constante en temps est visible en déplacement et la représentation de sa dérivée en temps (la vitesse) permet de ne pas la représenter. Les instantanés de propagation sont présentés sur les figures 3.42, 3.43 et 3.44 respectivement pour le modèle homogène, le modèle comprenant une couche de régolite et le modèle plus complexe incluant fractures et régolite. Pour les trois simulations, la source sismique est située au point x=- 9025 m, y= 6130 m.

Les traces sismiques pour ces trois modèles (figures 3.45, 3.46 et 3.47) ont été simulées pour 10 récepteurs différents localisés sur la surface d'Eros (voir l'emplacement des récepteurs A, B, C, D, E, F, G, H et I sur ces figures). Bien que l'on observe de nombreuses différences dans ces sismogrammes des différents modèles, une similarité subsiste : la décroissance globale de l'amplitude des ondes lorsque la distance source-récepteur augmente.

3.2.2.1 Effet de la couche de régolite

Par rapport aux accélérogrammes du modèle homogène (figure 3.45), les accélérogrammes du modèle doté d'une couche de régolite (figure 3.46) montrent des valeurs d'accélération supérieures d'un facteur pouvant atteindre plus de 10. Cette augmentation est liée à un effet de guide d'onde provoqué par la couche de régolite. Comme en témoignent les instantanés de propagation (figure 3.37), la couche de régolite confine les ondes qui se réverbèrent dans cette fine couche de 50 m à 150 m d'épaisseur, ce qui conduit à l'amplification mesurable sur les accélérogrammes. L'énergie contenue dans la couche de régolite est donc plus forte que celle contenue dans la roche mère. Cet effet confirme ce qui était suggéré par les simulations de la réponse sismique d'astéroïdes sphériques kilométriques par la méthode des modes propres dans le Chapitre 2. Les sismogrammes obtenus en sommant les modes présentaient eux aussi des indices d'ondes sismiques piégées au sein de certaines couches.

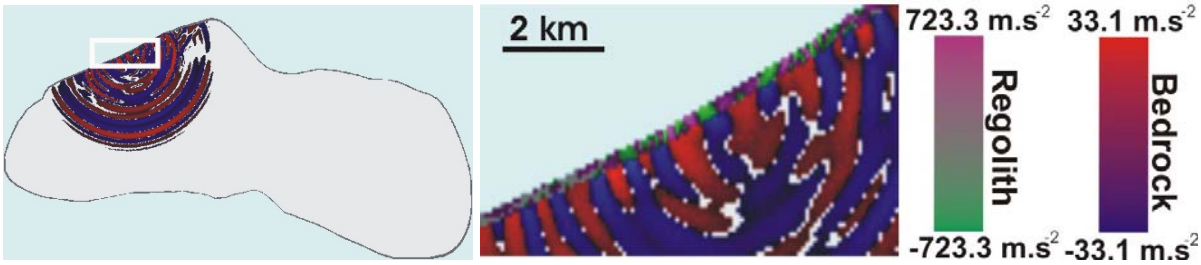

FIG. 3.37 - Gauche : Instantanés de propagation du modèle doté d'une couche de régolite, 4.5 s après l'action de la source. Droite : agrandissement de la zone encadrée sur la vue d'ensemble de la coupe. Certaines ondes sont confinées dans la zone à faible vitesse (le régolite). L'échelle de couleur utilisée est différente dans le milieu à faible vitesse par rapport à la roche mère afin de mettre en valeur les plus fortes amplitudes dans les fractures et le régolite. Voir l'échelle de taille d'Eros sur la figure 3.5.

Ce résultat suggère que des sismomètres ancrés sur un astéroïde couvert de régolite enregistreraient une amplification des signaux sismiques quelle que soit la structure interne sous-jacente au régolite. Néanmoins, cette proposition ne diminue pas l'importance des expériences sismiques durant les missions d'exploration d'astéroïdes car la porosité de la structure interne sous jacente au régolite influence également les temps d'arrivée des différents trains d'ondes.

Maintenant que nous avons montré l'importance de la présence de la couche de régolite pour la valeur de l'amplitude des ondes sismiques enregistrées à la surface d'Eros, nous allons nous intéresser dans les prochains paragraphes aux phénomènes qui se produisent à l'intérieur de l'astéroïde et qui ont peu d'effet sur les amplitudes de surface.

3.2.2.2 Effet des fractures

L'ajout d'un réseau de fractures sous la couche de régolite aboutit à des accélérations très similaires au modèle doté d'une couche de régolite (voir accélérogrammes de la figure 3.47) car les récepteurs sont, dans les deux modèles, situés en surface de l'astéroïde et enregistrent les ondes réverbérées dans le régolite. La pénétration des ondes dans la roche mère et leur confinement dans les fractures (figure 3.38) ne produit pas de variation significative de l'amplitude des ondes enregistrées car les récepteurs sont situés en surface.

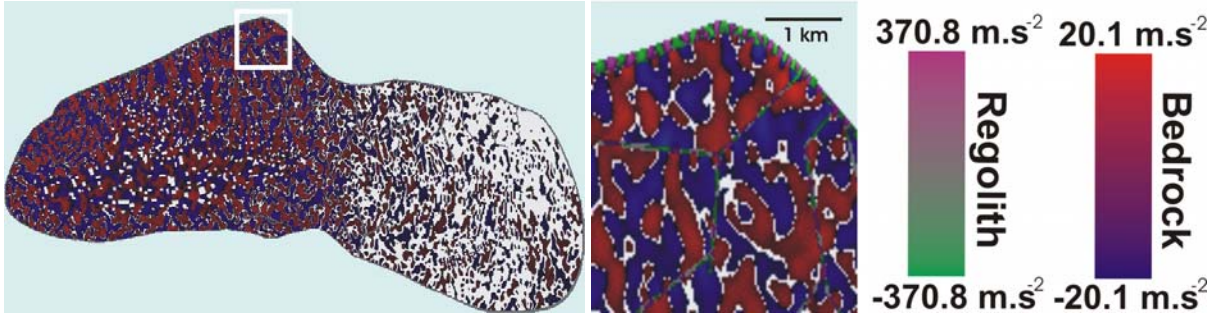

FIG. 3.38 - Gauche : Instantanés de propagation du modèle doté d'une couche de régolite et d'un réseau de fractures, 20 s après l'action de la source. Droite : agrandissement de la zone encadrée sur la vue d'ensemble de la coupe. Certaines ondes sont confinées dans les zones à faible vitesse représentées par le régolite et les fractures. L'échelle de couleur utilisée est différente dans le milieu à faible vitesse par rapport à la roche mère afin de mettre en valeur les plus fortes valeurs de déplacement dans les fractures et le régolite. Voir l'échelle de taille d'Eros sur la figure 3.5.

En revanche, une caractéristique spécifique du modèle dit 'complexe' (doté d'une couche de régolite et d'un réseau de fractures) est l'effet de la fracture Rahe Dorsum : sur les instantanés de propagation des modèles dotés d'une couche de régolite et complexe (figures 3.43 et 3.44) on constate que sur les clichés simulés 15 s et 20 s après l'action de la source, le train d'onde a pris du retard dans le modèle complexe par rapport au modèle doté d'une unique couche de régolite. Cet effet est sûrement dû à la présence de la fracture Rahe Dorsum qui agit comme une barrière (figure 3.44 aux instantanés de propagation à 15s et 20s) confinant partiellement les ondes dans la partie gauche du modèle (là où la source est localisée). Les ondes migrent ensuite progressivement vers la partie droite du modèle, mais il est important de mentionner que l'effet de barrière provoqué par Rahe Dorsum concerne principalement l'intérieur de l'astéroïde, il n'y a pas d'effet significatif en surface comme le montrent l'amplitude des sismogrammes.

Les résultats des simulations effectuées sur le modèle 'complexe' et sur le modèle doté d'une couche de régolite montrent que la présence des fractures influence peu l'amplitude des signaux en surface. Ce résultat nous est utile pour l'élaboration des modèles 3-D car il montre qu'il n'est pas nécessaire d'inclure un réseau de fractures si l'utilisation des accélérogrammes est limitée à une étude de la surface de l'astéroïde, ce qui est notre cas.

En revanche, d'un point de vue des missions d'exploration géophysique des astéroïdes, ce résultat ne diminue pas l'importance des expériences de sismologie pour les tomographies des structures internes des astéroïdes. En effet, les astéroïdes géocroiseurs sont ceux qui représentent le plus de risque de collision avec la Terre et ont des tailles typiques d'une centaine de mètres. Dans ce cas, leur faible vitesse de libération empecherait la formation d'une couche de régolite, ce qui permettrait le sondage d'une structure interne lors d'expériences de sismologie. Sur ces corps particulièrement petits, la connaissance de la structure interne est une information cruciale pour l'élaboration d'une parade à une éventuelle collision avec la Terre et la sismologie serait très utile.

3.2.2.3 Effet de la topographie et distinction des fronts d'onde

L'absence d'une couche de régolite ou d'un réseau de fractures dans ce modèle homogène permet de mieux distinguer, en plus des effets de la topographie, les différents fronts d'onde et les phénomènes associés.

Afin de faciliter le repérage des différents trains d'ondes arrivant à un récepteur, certains accélérogrammes du modèle homogène sont présentés sur la figure 3.39 pendant une durée de 20 s. Ces traces sismiques ont été enregistrées au niveau du récepteur I localisé au point x= -17537 m, y= -1000 m.

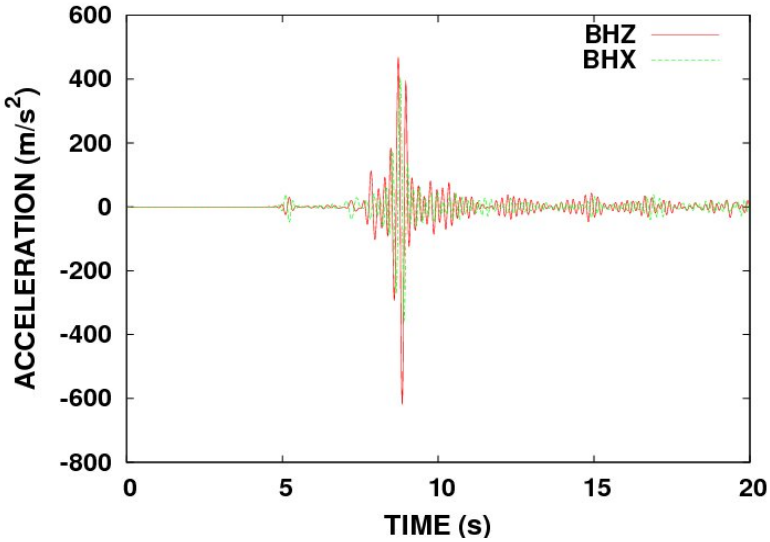

FIG. 3.39 - Accélérogrammes simulés au récepteur I (voir figure 3.45) pour le modèle homogène, pendant une durée de 20 s. BHX est la composante tangentielle et BHZ est la composante verticale.

Les accélérogrammes du modèle homogène simulés au récepteur I permettent de mettre en évidence les différents trains d'ondes arrivant successivement au récepteur. Ce récepteur, situé à une distance d'environ 11300 m de la source doit donc attendre environ 5 secondes avant d'enregistrer le premier train d'ondes P. Vient ensuite le train d'ondes S, plus lent du fait d'une vitesse de 1732 $m.s^{-1}$ au lieu de 3000 $m.s^{-1}$, et enfin, les ondes de surface, qui provoquent les amplitudes maximales. Les trains d'ondes suivants correspondent aux ondes de volume ayant subies diverses réflexions à la surface libre de l'astéroïde. Ces différents trains d'ondes enregistrés sur les sismogrammes du modèle homogène sont également discernables (mais moins facilement) sur les sismogrammes des modèles dotés de milieux à faible vitesse et sur tous les instantanés de propagation des modèles (figures 3.42, 3.43 et 3.44): le front d'onde de pression, suivi de près par le train d'ondes de cisaillement sont tous deux réfléchis à la surface libre de l'astéroïde et de nombreuses réflexions et conversions sont générées à la surface. En surface du modèle homogène et non loin de la source sismique, les ondes de surface peuvent être distinguées (figure 3.40).

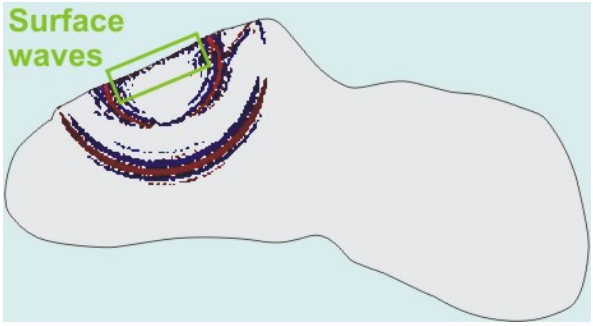

FIG. 3.40 - Instantanés de propagation du modèle homogène, 6.5 s après l'action de la source, montrant, outre la réflexion des trains d'ondes P et S à la surface libre, la présence des ondes de surface. Voir l'échelle de taille d'Eros sur la figure 3.5.

Juste après l'action de la source, la propagation des fronts d'ondes P et S permet également de voir la 'head wave': il s'agit du front d'onde qui relie le front d'onde P au front d'onde S. Ce phénomène est visible dans les instantanés de propagation 6.5 s après l'action de la source pour le modèle homogène (figures 3.40, 3.41).

FIG. 3.41 - Instantanés de propagation du modèle homogène, à 6.5 s après l'action de la source, montrant les trains d'ondes P et S et la 'head wave' qui les joint. Voir l'échelle de taille d'Eros sur la figure 3.5.

Les instantanés de propagation des simulations montrent que les ondes subissent de multiples réflexions à la surface libre d'Eros, probablement à l'origine d'une amplification lorsque certains trains d'ondes se refocalisent**.** Ce phénomène de refocalisation à 2-D est guidé par la fine bande que représente le régolite, plutôt que d'être guidé par l'ensemble de la surface d'Eros en 3-D. Il est donc plus difficile à représenter graphiquement, donc moins discernable sur les instantanés de propagation (ces refocalisations seraient aussi discernables aux antipodes pour le modèle homogène si on allongeait les temps de simulations).

Dans les zones élevées de la topographie, les ondes de surface se convertissent partiellement en ondes de volumes (P ou S) et une partie de l'énergie continue à se propager sous forme d'onde de surface comme observé dans Rulf (1969) et Komatitsch et al. (1996).

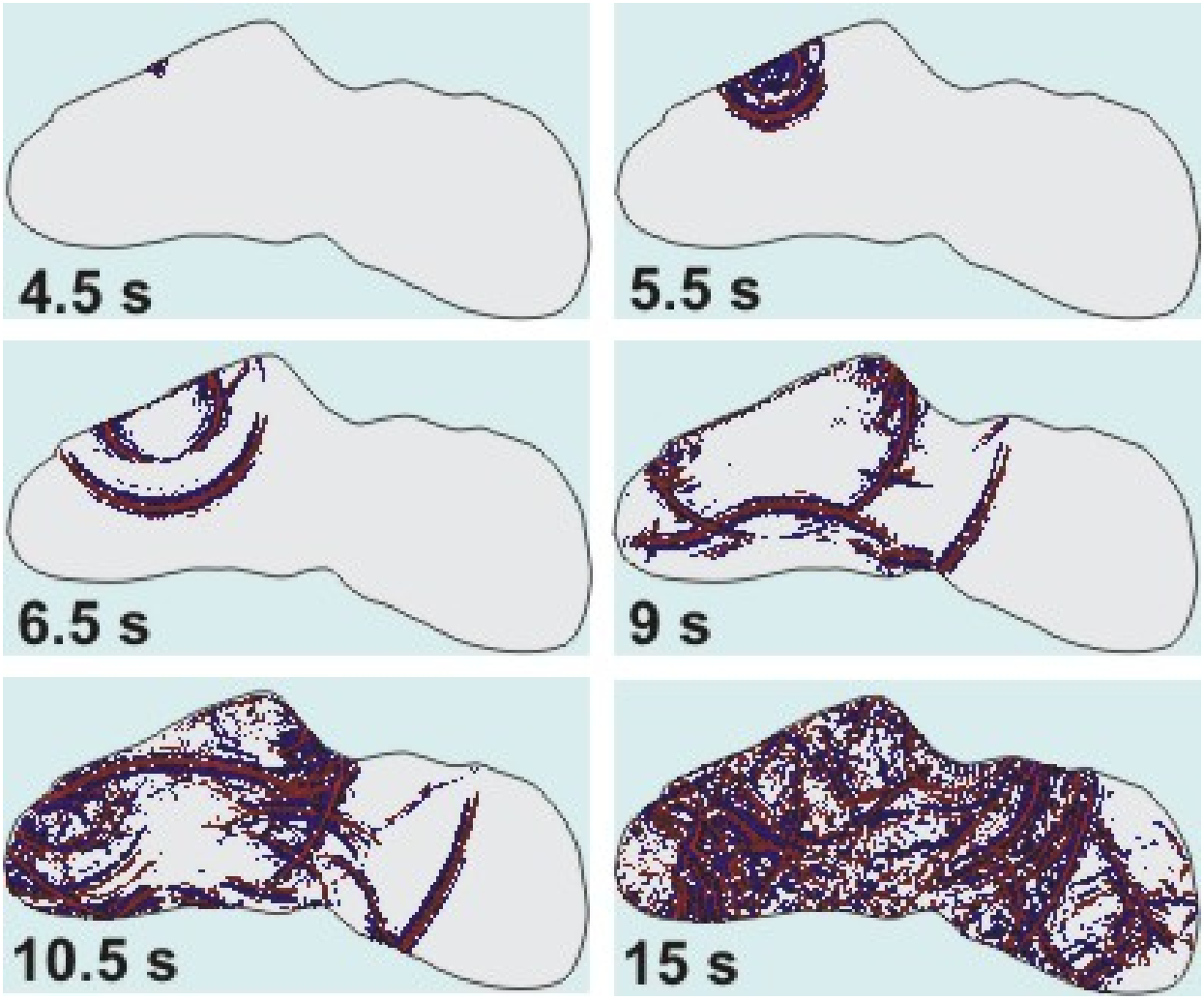

FIG. 3.42 - Instantanés de propagation en vitesse dans le cas du modèle homogène 2-D. La composante verticale du vecteur vitesse est représentée en bleu ou en rouge à chaque point de la grille quand elle a une amplitude supérieure à 1% du maximum. La source sismique est située au point x= -9025 m, y= 6130 m et les instantanés de propagation sont représentés aux instants 4.5 s, 5.5 s (haut), 6.5 s, 9 s (milieu) et 10.5 s, 15 s (bas). Voir l'échelle de taille d'Eros sur la figure 3.5.

FIG. 3.43 - Instantanés de propagation en vitesse dans le cas du modèle 2-D doté d'une couche de régolite. La composante verticale du vecteur vitesse est représentée en rouge (positive) ou en bleu (négative) à chaque point de la grille quand elle a une amplitude supérieure à 1% du maximum. La valeur normalisée est élevée à la puissance 0.30 pour rehausser les petites amplitudes qui sinon ne seraient pas visibles. La source sismique est située au point x= -9025 m, y= 6130 m et les instantanés de propagation sont représentés aux instants 3 s, 4.5 s (haut), 6.5 s, 10.5 s (milieu) et 15 s, 20 s (bas). Voir l'échelle de taille d'Eros sur la figure 3.5.

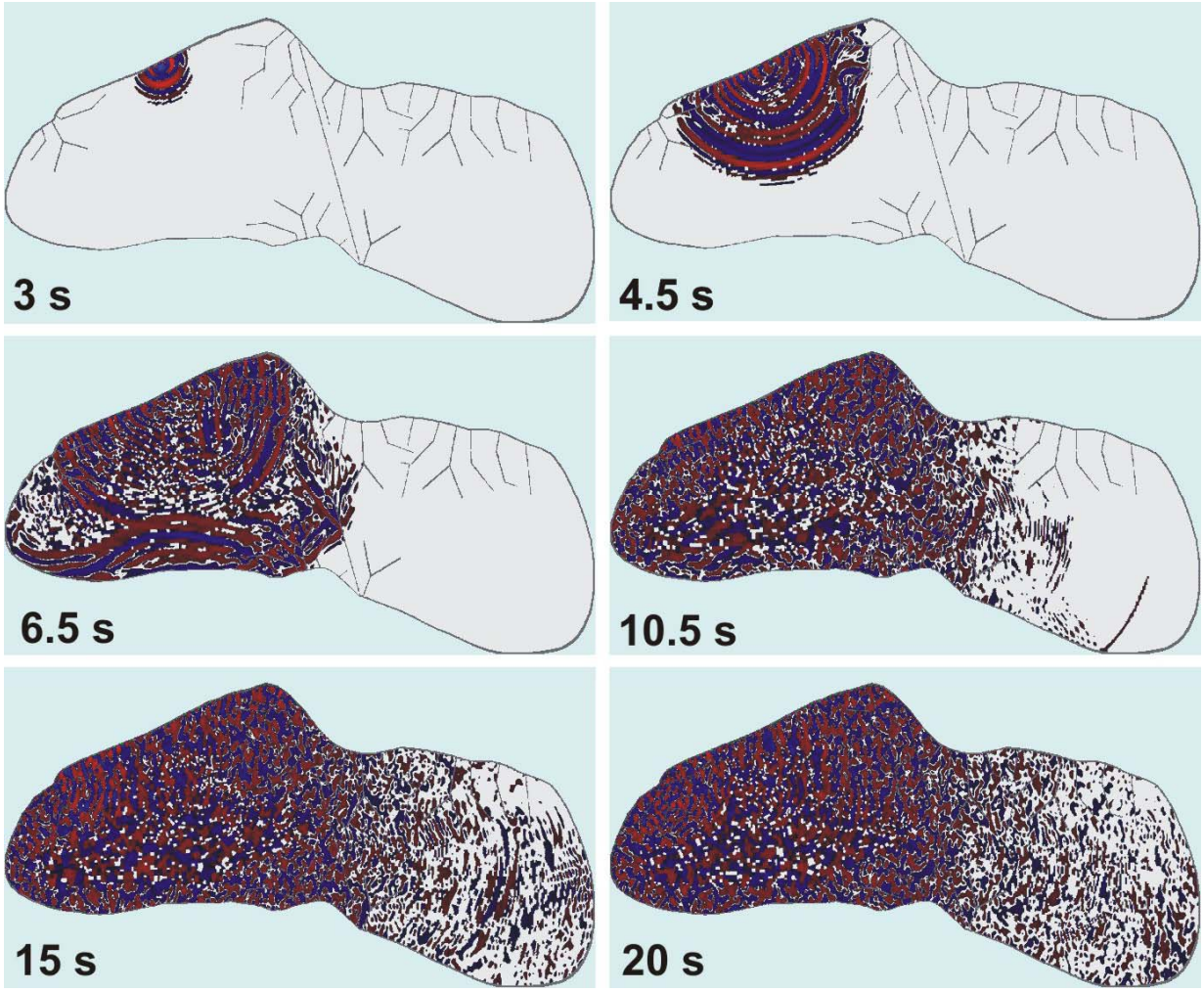

FIG. 3.44 - Instantanés de propagation en vitesse dans le cas du modèle 2-D doté d'une couche de régolite et d'un réseau de fractures. La composante verticale du vecteur vitesse est représentée en rouge (positive) ou en bleu (négative) à chaque point de la grille quand elle a une amplitude supérieure à 1% du maximum. La valeur normalisée est élevée à la puissance 0.30 pour rehausser les petites amplitudes qui sinon ne seraient pas visibles. La source sismique est située au point x= -9025 m, y= 6130 m et les instantanés de propagation sont représentés aux instants 3 s, 4.5 s (haut), 6.5 s, 10.5 s (milieu) et 15 s, 20 s (bas). Voir l'échelle de taille d'Eros sur la figure 3.5.

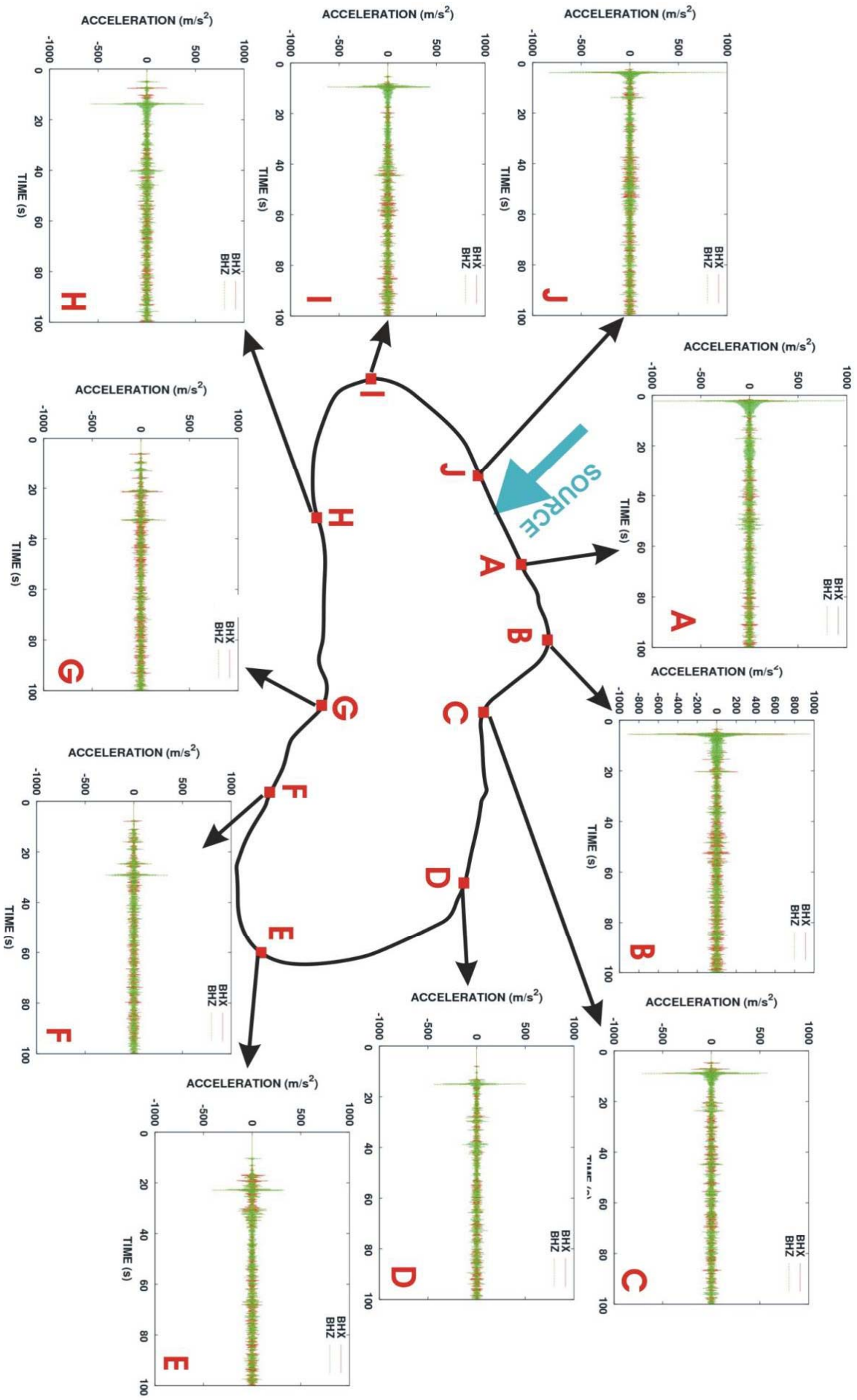

FIG. 3.45 - Accélérogrammes durant les 100 s suivant la source sismique pour le modèle 2-D homogène. La source équivaut à une force de 1.5 x 10^{11} N d'amplitude maximale.

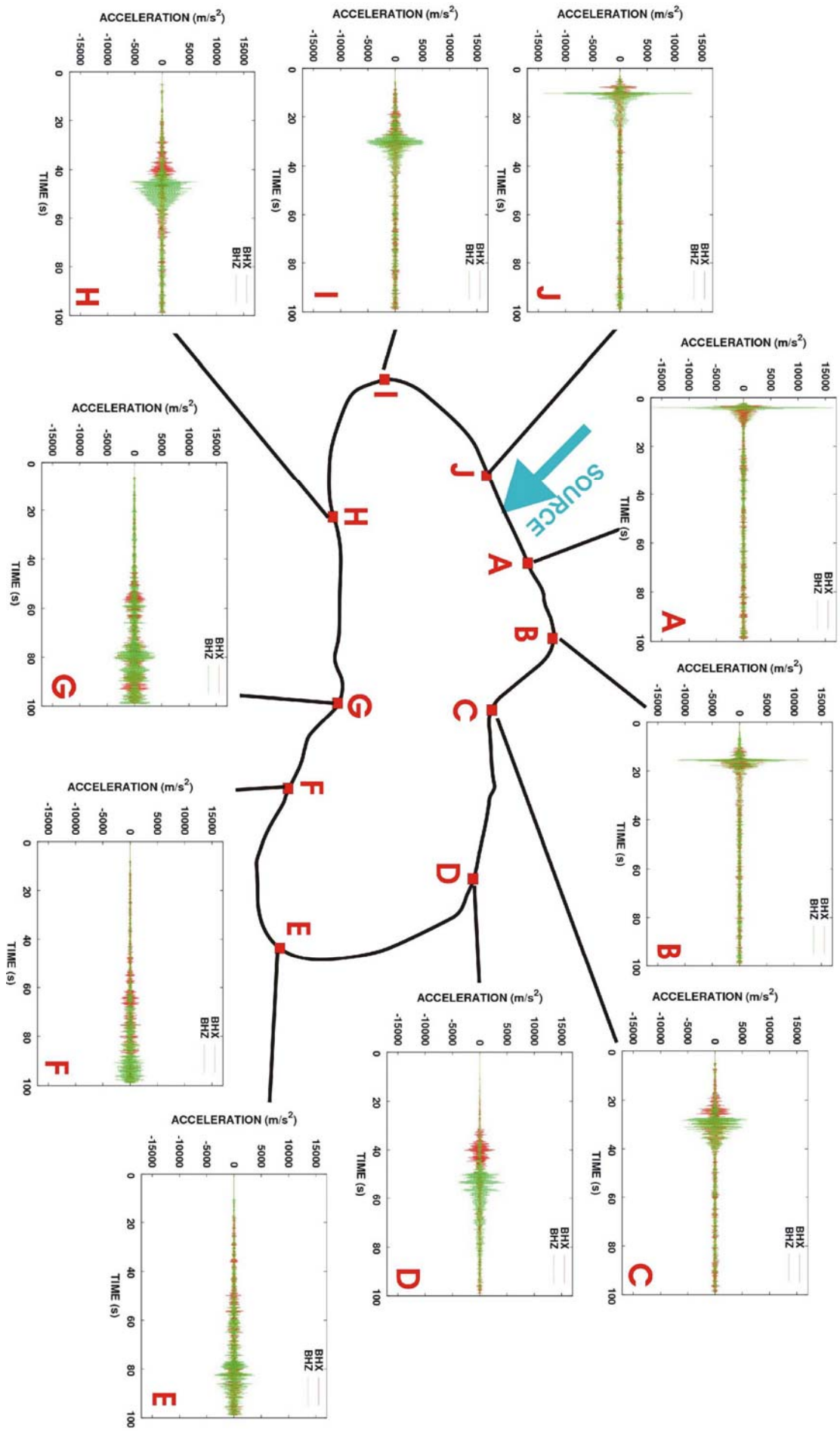

FIG. 3.46 - Accélérogrammes durant les 100 s suivant la source sismique pour le modèle 2-D doté d'une couche de régolite. La source équivaut à une force de 1.5 x 10^{11} N d'amplitude maximale.

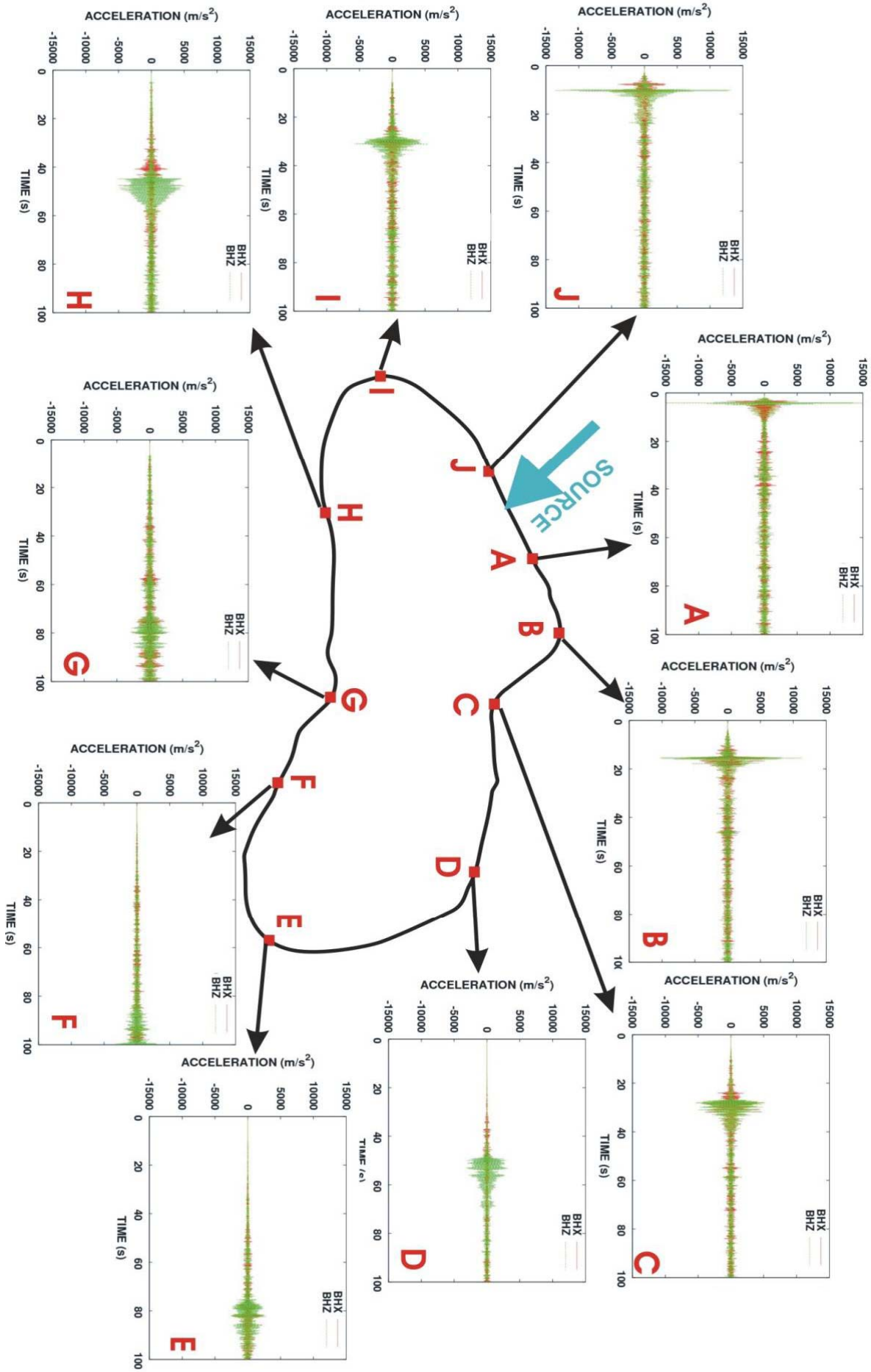

FIG. 3.47 - Accélérogrammes durant les 100 s suivant la source sismique pour le modèle 2-D complexe. La source équivaut à une force de 1.5 x 10^{11} N d'amplitude maximale.

3.3 Simulation de propagation d'onde dans des modèles 3-D de l'astéroïde Eros

En plus de servir de tests numériques, les simulations 3-D présentées dans ce paragraphe seront utilisées dans les prochaines semaines pour modéliser le rebouchage de cratères sur l'astéroïde Eros. Elles remplaceront les résultats 2-D qui permettent actuellement de tester notre procédé de simulation de l'érosion des cratères par ébranlement sismique (voir section 4.2).

Les modèles 3-D étudiés de l'astéroïde Eros sont basés sur le même modèle de forme que les modèles 2-D. Pour les raisons citées à la fin de la section 3.2.2.3, nous avons élaboré deux modèles : un modèle homogène et un modèle doté d'une couche de régolite. Les caractéristiques des matériaux sont identiques à celles des modèles 2-D : le milieu correspondant à la roche mère est caractérisé par une vitesse des ondes de pression V_p = 3000 m.s^{-1}, une vitesse des ondes de cisaillement V_s = 1732 m.s^{-1} et une densité ρ = 2700 kg.m^{-3}. Le milieu représentant la couche de régolite est caractérisé par une vitesse des ondes de pression V_p = 900 m.s^{-1}, une vitesse des ondes de cisaillement V_s = 500 m.s^{-1} et une densité ρ = 2000 kg.m^{-3}. Ainsi, la taille des éléments des maillages des modèles 3-D a les mêmes contraintes que pour les modèles 2-D : la roche sous-jacente au régolite doit avoir des éléments d'une taille maximale d'environ 300 m pour garantir un échantillonnage minimum de cinq points par longueur d'onde partout dans le maillage, quant au régolite, nous choisissons une taille d'élément de 50 m maximum, afin d'assurer un échantillonnage minimum de huit points par longueur d'onde, ce qui est élevé et nos simulations seront donc très fiables. En réalité, du fait de la technique de maillage utilisée pour l'élaboration de la couche de régolite, nous serons contraints, pour ce matériau, d'accepter des éléments d'une taille allant jusqu'à 70 m (voir explication à la section 3.3.2), ce qui diminue le nombre de points d'échantillonnage par longueur d'onde (on passe de 8 points par longueur d'onde à 5 points par longueur d'onde) tout en restant dans des valeurs raisonnables.

3.3.1 Maillage du modèle homogène 3-D de l'astéroïde Eros

Du fait de la géométrie 3-D complexe du volume représentant l'astéroïde Eros et du fait du format 'facet' du fichier comportant ce modèle de forme, il nous a été impossible de mailler le volume d'Eros classiquement en le sélectionnant et en actionnant la fonction 'meshing'. Afin de contourner ce problème nous avons été contraints d'utiliser une fonction de CUBIT encore à l'essai, qu'il nous a été possible d'actionner en passant en mode 'développeur' grâce aux commandes : 'debug 131 on' et 'set developer on'. Cette fonction, appelée par la commande 'meshcut' (Merkley et al., 2007) permet de découper le maillage d'un volume quelconque (préalablement maillé) avec un autre objet, et donc de conférer à ce nouvel objet le maillage préalablement élaboré.

Dans le cas d'Eros, nous avons suivi la méthode suggérée par Emanuele Casarotti (Instituto Nazionale di Geofisica e Vulcanologia, Italie). Pour cela, un rectangle 3-D (appelé 'volume 2') de dimension supérieure à celle d'Eros a été préalablement maillé (voir figure 3.48). Le maillage de ce rectangle correspond au futur maillage de l'astéroïde, c'est pourquoi il doit avoir les caractéristiques requises pour simuler correctement la propagation des ondes dans un milieu de type roche mère. Nous avons donc maillé ce rectangle avec une résolution de 300 m. Le volume d'Eros non maillé (appelé 'volume 1') a ensuite été placé à l'intérieur de ce rectangle (voir figure 3.48).

En appliquant la fonction ‘meshcut’ avec la commande : ‘meshcut volume 2 trimesh surface in volume 1’, nous avons pu incruster la forme d’Eros dans le maillage du rectangle, ce qui a permis au volume d’Eros d’englober une partie du maillage du rectangle et ainsi d’être maillé (voir figure 3.49).

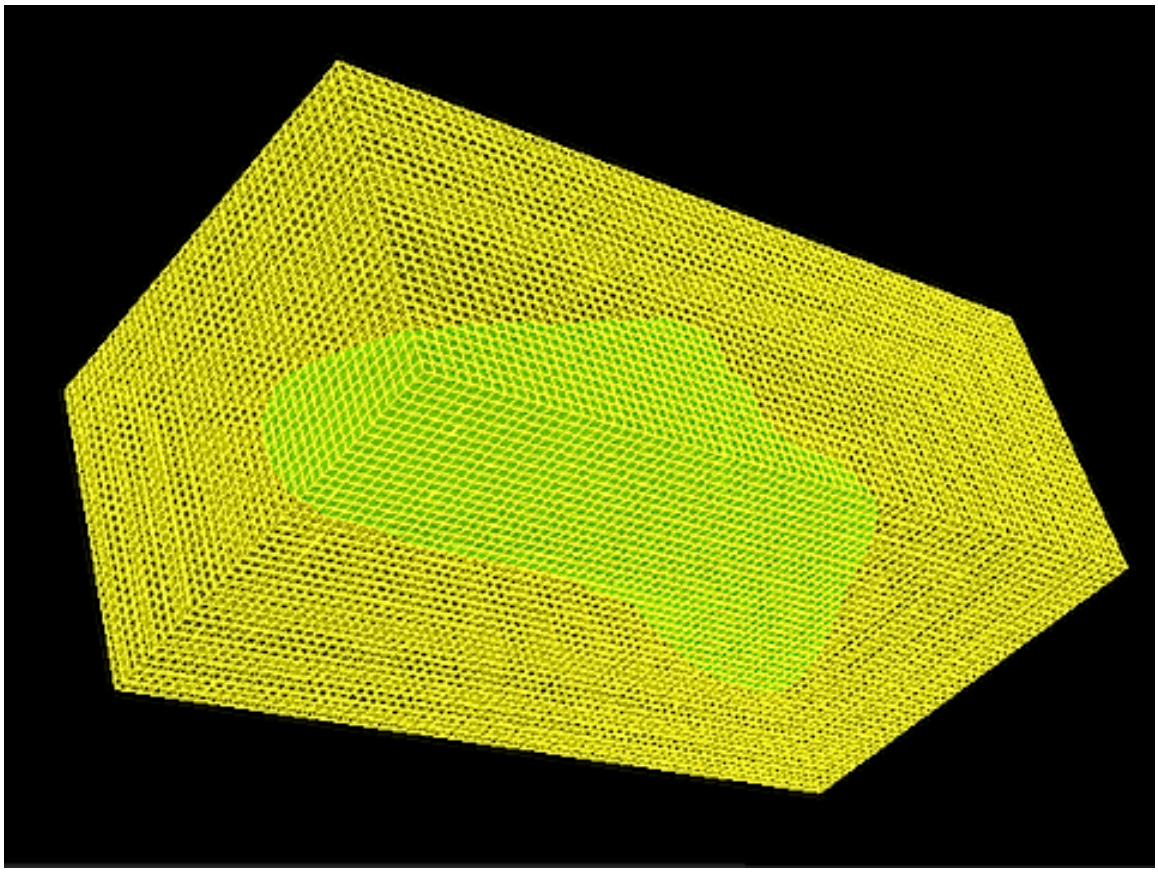

FIG. 3.48 - Image du rectangle maillé (appelé ‘volume 2’) et du modèle de forme (non maillé) d’Eros (appelé ‘volume

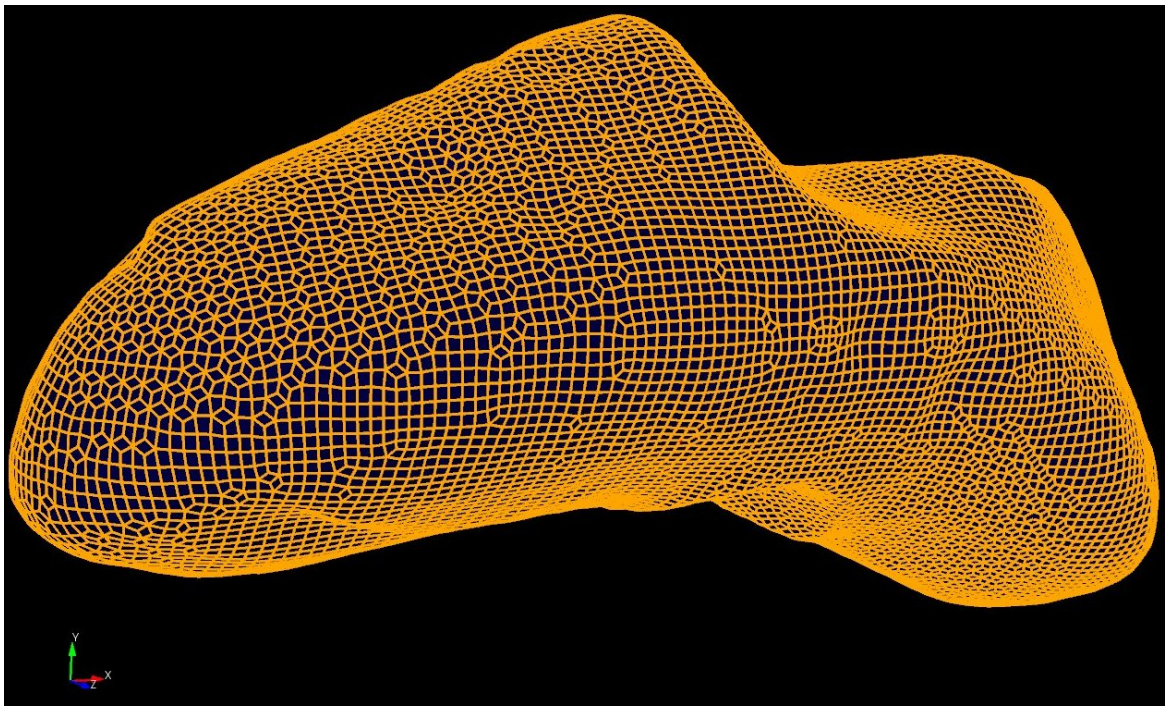

FIG. 3.49 - Modèle homogène 3-D de l’astéroïde maillé grâce à la fonction ‘meshcut’. La résolution de la maille est de 300 m dans tout le modèle. Voir l’échelle de taille d’Eros sur la figure 3.5.

Les critères de qualité du maillage sont identiques à ceux utilisés pour les modèles 2-D (voir section 3.2.1.4), nous vérifions donc que la valeur de 'skewness' des éléments ne dépasse pas 0.65 (elle doit rester inférieure pour maintenir des éléments avec des angles les plus proches possible d'un angle droit et donc minimiser l'erreur ultérieure dans l'approximation de l'équation d'onde). Le cas échéant, les nœuds des éléments ont été déplacés manuellement (voir section 3.2.1.7, figure 3.29) pour améliorer la valeur de 'skewness'. Comme le montre la figure 3.48, les éléments du maillage ne semblent pas trop inclinés car les statistiques du paramètre de 'skewness' des 90585 éléments ne montrent pas de valeur de 'skewness' inferieure à 0.65.

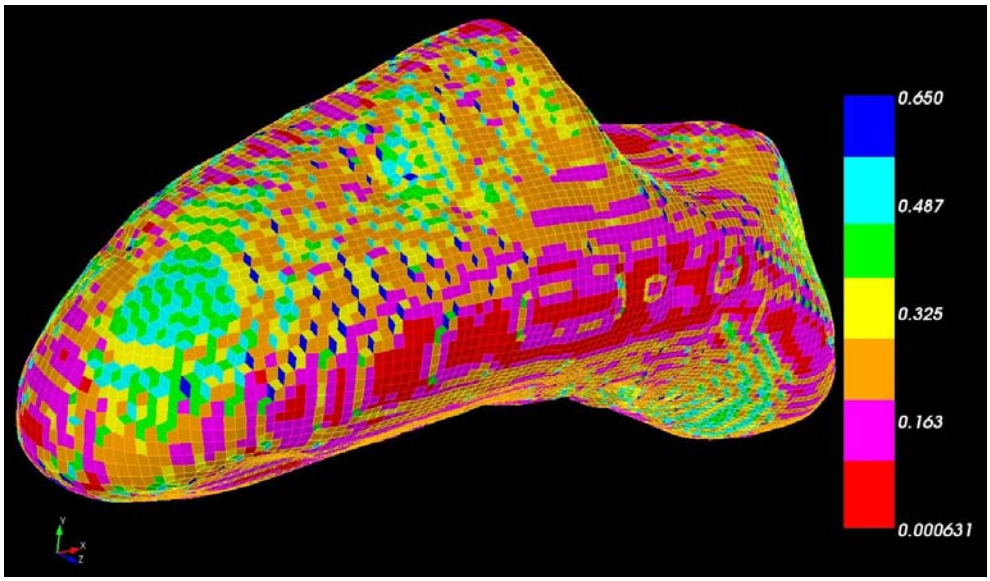

FIG. 3.50 – Valeur de 'skewness' calculées par le logiciel CUBIT pour les éléments constituant le modèle 3-D homogène d'Eros. Voir l'échelle de taille d'Eros sur la figure 3.5.

Quand nous effectuons des contrôles de qualité additionnels de ce maillage par notre programme Fortran d'analyse de la qualité du maillage, nous notons à nouveau que la définition de la valeur de 'skewness' utilisée par le logiciel CUBIT n'est pas très robuste (voir explications au paragraphe 3.2.1.7).

La table 3.13 montre que la valeur maximale de 'skewness' calculée par le programme Fortran n'est pas similaire à celle calculée par CUBIT (figure 3.50) : CUBIT calcule une valeur maximale de 0.65 mais notre code Fortran calcule une valeur qui peut aller jusqu'à 0.7 du fait des différentes définitions utilisées par ces deux programmes. Notons à nouveau que la définition utilisée par notre code Fortran est plus utile et robuste que celle de CUBIT. Les valeurs obtenues restent cependant acceptables d'autant plus que les éléments de valeur de 'skewness' élevée sont peu nombreux comme le montre le diagramme de la figure 3.51, et la valeur maximale de 'skewness' reste inférieure à 0.72 (ce qui correspond à des angles compris entre 25° minimum et 155° maximum).

La table 3.14 montre que la valeur des angles varie entre 31° et 149° (ce qui est inclus dans l'intervalle 25°-155°). La déformation des éléments est quantifiée par les rapports entre leurs diagonales ou entre leur côtés. Le rapport maximal de 3 qui est mesuré confirme que ces éléments ne sont pas trop déformés. Les côtés de ces éléments ont une plus petite taille de 137 m, ce qui permettra de choisir un pas de temps assez long pour les simulations (table 3.14). Cependant, la table 3.14 montre également que la plus grande longueur du côté d'un élément est de 538 m, ce qui dépasse la limite de dispersion numérique que nous nous étions fixée, qui correspond à une longueur maximale de 300 m.

Le premier test de propagation d'onde effectué pour ce modèle à une fréquence centrale de 2 Hz a en effet montré la présence de dispersion numérique. Pour remédier à ce phénomène nous avons choisi de décimer ce maillage à l'aide d'un programme Fortran que nous avons

écrit et qui divise les éléments du maillage en deux récursivement dans chacune de leurs trois directions spatiales ('décimation'). Les deux décimations effectuées ont donc permis de diviser chaque côté d'un élément en quatre tout en maintenant la valeur des angles et de la valeur de 'skewness' de ces éléments. De ce fait, les rapports des côtés ou des diagonales restent inchangés, seule la taille des côtés des éléments varie. Ainsi, le plus grand côté d'un élément n'est plus de 538 m (table 3.14) mais de 134 m et le plus petit côté est de 34 m au lieu de 137 m. Ces tailles maximale et minimale d'un côté d'élément correspondent respectivement à des valeurs de 10 à 40 points d'échantillonnage par longueur d'onde, ce qui veut dire que le maillage modifié est maintenant de très bonne qualité et que la simulation numérique que l'on effectuera avec sera très précise.

Range of skew	**Number of elements**	**Percentage of elements**
0-0.05	56457	62.32489
0.05-0.1	6920	7.639234
0.1-0.15	3770	4.161837
0.15-0.2	3647	4.026053
0.2-0.25	2934	3.238947
0.25-0.3	3374	3.724679
0.3-0.35	4048	4.468731
0.35-0.4	5170	5.707347
0.4-0.45	3232	3.567920
0.45-0.5	786	0.8676933
0.5-0.55	200	0.2207871
0.55-0.6	42	4.6365291E-02
0.6-0.65	4	4.4157421E-03
0.65-0.7	1	1.1039355E-03
0.7-0.75	0	0
0.75-0.8	0	0
0.8-0.85	0	0
0.85-0.9	0	0
0.9-0.95	0	0
0.95-1	0	0

Table 3.13 - Histogramme de 'skewness' du maillage

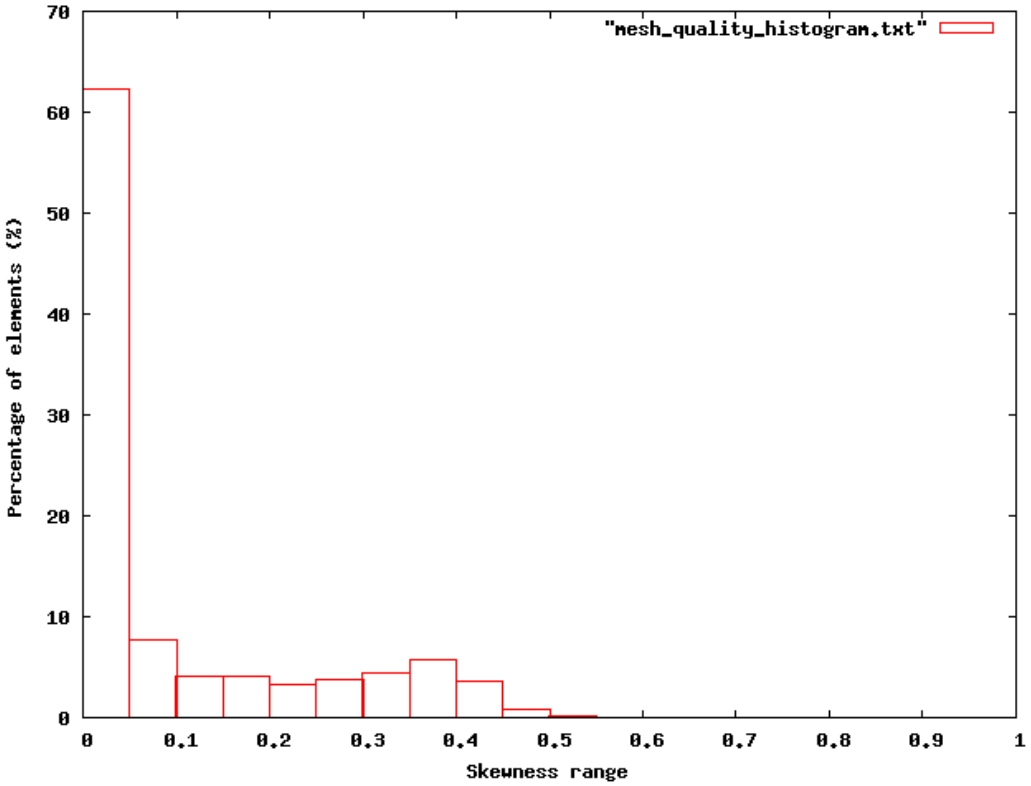

FIG 3.51 - Diagramme montrant l'histogramme de 'skewness' du maillage

Maximum du rapport entre le côté le plus long et le côté le plus court d'un élément	3
Maximum du rapport entre la taille de la diagonale la plus longue et la taille de la diagonale la plus courte d'un élément	2
Angle minimum d'un élément	31°
Angle maximum d'un élément	149°
Longueur du plus petit côté d'un élément	137 m
Longueur du plus grand côté d'un élément	538 m

Table 3.14 – Critères de qualité du maillage du modèle homogène 3-D, calculés par le code Fortran développé par Dimitri Komatitsch.

3.3.2 Maillage du modèle 3-D d'Eros doté d'une couche de régolite

Pour définir une couche de régolite, il n'est pas nécessaire d'élaborer un volume qui lui est propre comme nous l'avons fait pour les modèles 2-D. Le principal étant d'assigner aux éléments situés sous la surface d'Eros les caractéristiques physiques du régolite, aucune découpe n'a été effectuée pour les modèles 3-D (cela est en fait impossible à cause du format 'facet' du modèle initial de forme d'Eros). Nous nous sommes basés sur le modèle 3-D homogène maillé et nous avons raffiné ce maillage. Sur ce principe, deux modèles sans découpe de volumes ont été élaborés : un modèle homogène dont la taille des éléments est de 70 m environ et un modèle avec un maillage hétérogène dont la résolution est de 300 m au centre (là où se situe la roche mère) et 30 m sur les bords (là où se situe le régolite).

Malgré l'homogénéité de son maillage, le premier modèle permet de simuler approximativement une couche de régolite. Il suffira, après utilisation de CUBIT, de donner les caractéristiques du régolite à tous les éléments en contact avec la surface libre d'Eros. Ce modèle, maillé de manière homogène à une résolution de 70 m impliquera donc un suréchantillonnage de la roche mère (sous jacente au régolite) ce qui est plutôt avantageux, et un échantillonnage à 5 points par longueur d'onde pour le régolite. Le choix de la résolution de ce maillage (qui était normalement fixé à 50 m pour le régolite) a été établi par le procédé de raffinement homogène du maillage d'Eros (possédant la résolution initiale de 300 m). Ce raffinement homogène correspond à deux niveaux de subdivisions des éléments (donc deux 'itérations') et aboutit à des éléments de 70 m de côté quand on part d'éléments de 300 m de côté. Nous n'avons pas effectué de troisième itération dans le raffinement car la taille des éléments aurait été trop faible, provoquant des problèmes de mémoire de l'ordinateur et des valeurs trop élevées du paramètre de 'skewness'. La base des éléments formant la couche de régolite (ceux en contact avec la surface) montre une interface plutôt lisse (voir figures 3.52 et 3.53) à l'origine de valeurs de 'skewness' modérées. En effet pour ce modèle 3-D maillé avec des éléments de très petite taille (70 m), les valeurs de 'skewness' sont telles que le seuil de qualité du maillage a été élevé d'une valeur de 0.65 (angles d'environ 30°) à une valeur d'environ 0.75. Le diagramme des valeurs de 'skewness' de l'ensemble des 5797440 éléments de ce maillage montre des valeurs maximales de 0.74 qui n'affectent qu'un petit nombre d'éléments (figure 3.54). C'est pourquoi ces valeurs relativement élevées de 'skewness' restent acceptables du point de vue de la précision numérique, c'est-à-dire de la dispersion. En revanche, elles auront une influence un peu négative sur le pas de temps minimal (stabilité numérique du schéma d'intégration explicite en temps) car c'est la plus petite distance dans les éléments des zones à vitesse rapide du maillage qui apparaît dans la condition de stabilité CFL:

$$\frac{V_P \Delta t}{\Delta x} \leq 0.68 ,$$

où V_p est la vitesse des ondes de pression, Δt est la durée du pas d'échantillonnage et Δx la distance entre deux points de Gauss-Lobatto-Legendre (GLL) au sein d'un élément spectral.

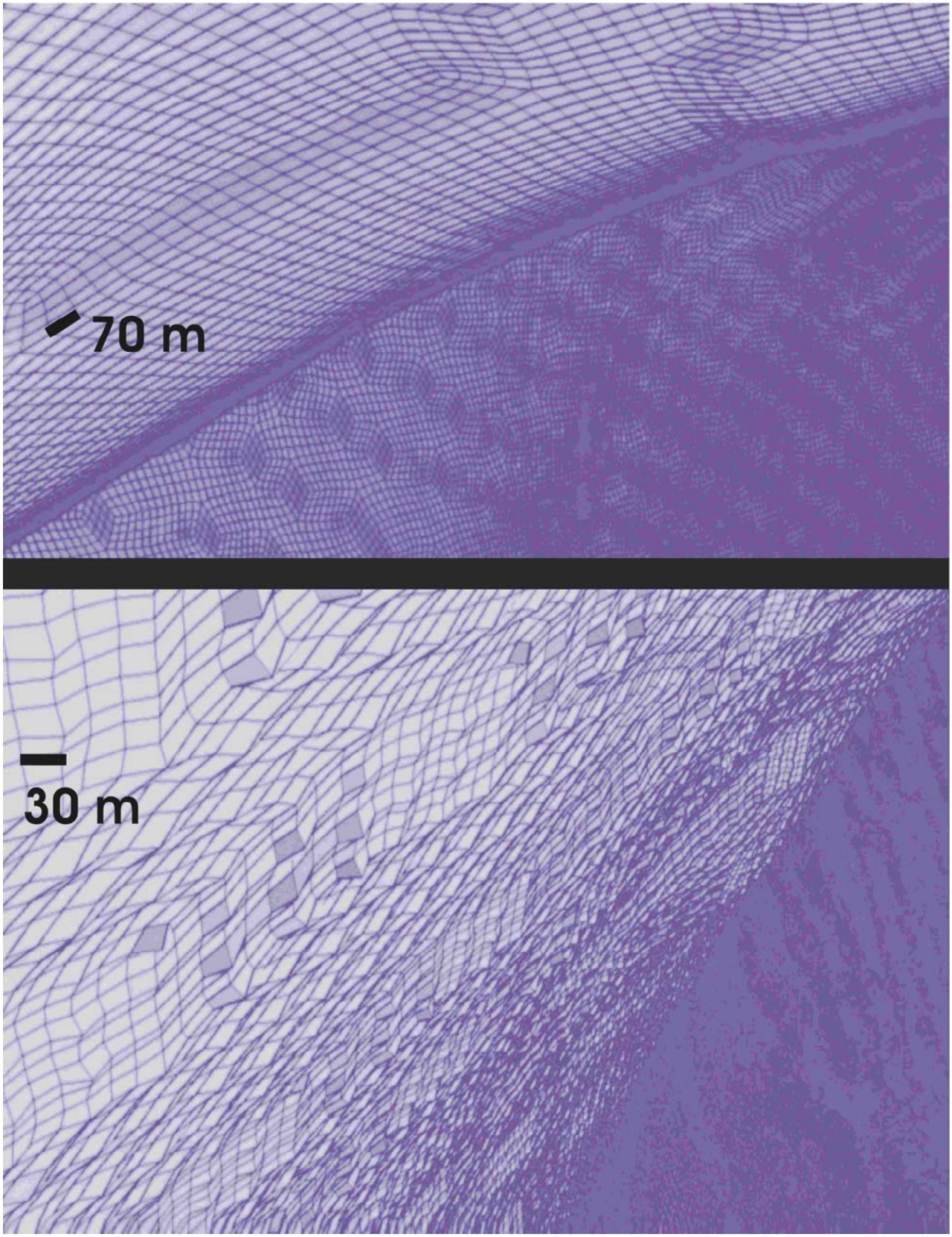

FIG. 3.52 - Images de la base de la couche de régolite pour le modèle maillé de manière homogène avec une taille des éléments de 70 m (en haut) et pour le modèle maillé de manière hétérogène avec une taille des éléments de 30 m à la surface et de 300 m au centre (en bas). Ces images ont été prises depuis l'intérieur des modèles 3-D d'Eros, dans lesquels nous n'avons fait apparaître que les éléments en contact avec la surface. La différence de rugosité à la base des couches de régolite est facilement visible sur les éléments situés au premier plan des deux clichés. Les éléments des zones sur la droite donnent l'illusion d'être très petits car ils sont en arrière-plan donc plus loin que les surfaces exposées en premier plan.

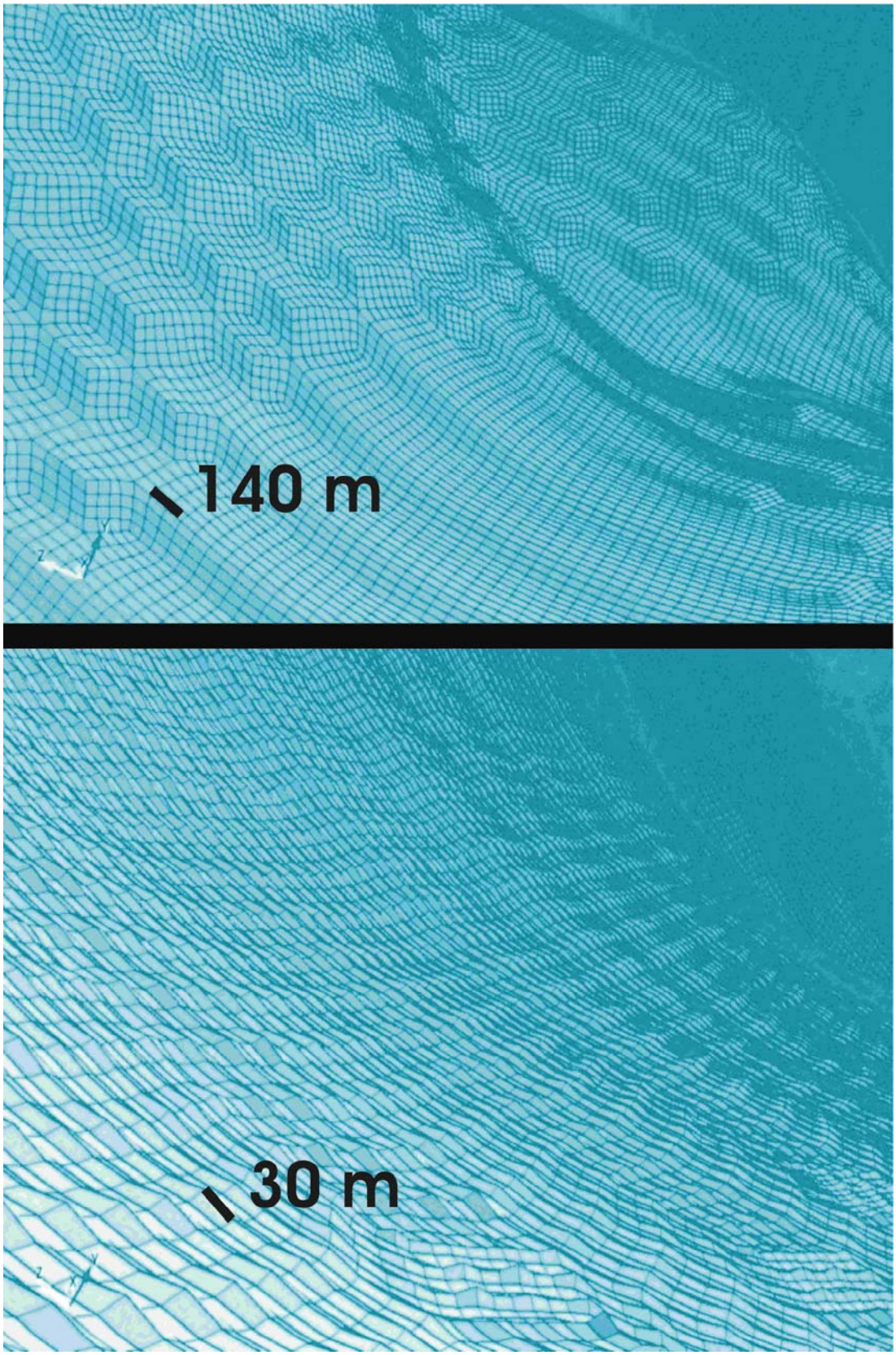

FIG. 3.53 - Images de la base de la couche de régolite pour le modèle maillé de manière homogène avec une taille d'éléments de 70 m (en haut) et pour le modèle maillé de manière hétérogène avec une taille d'éléments de 30 m à la surface et de 300 m au centre (en bas). Ces images ont été prises depuis l'intérieur des modèles 3-D d'Eros, dans lesquels nous n'avons fait apparaître que les éléments en contact avec la surface. La différence de rugosité dans la base des couches de régolite est facilement visible sur les éléments situés au premier plan des deux clichés. Les éléments des zones en haut à droite donnent l'illusion d'être très petits car ils sont en arrière-plan donc plus loin que les surfaces exposées en premier plan.

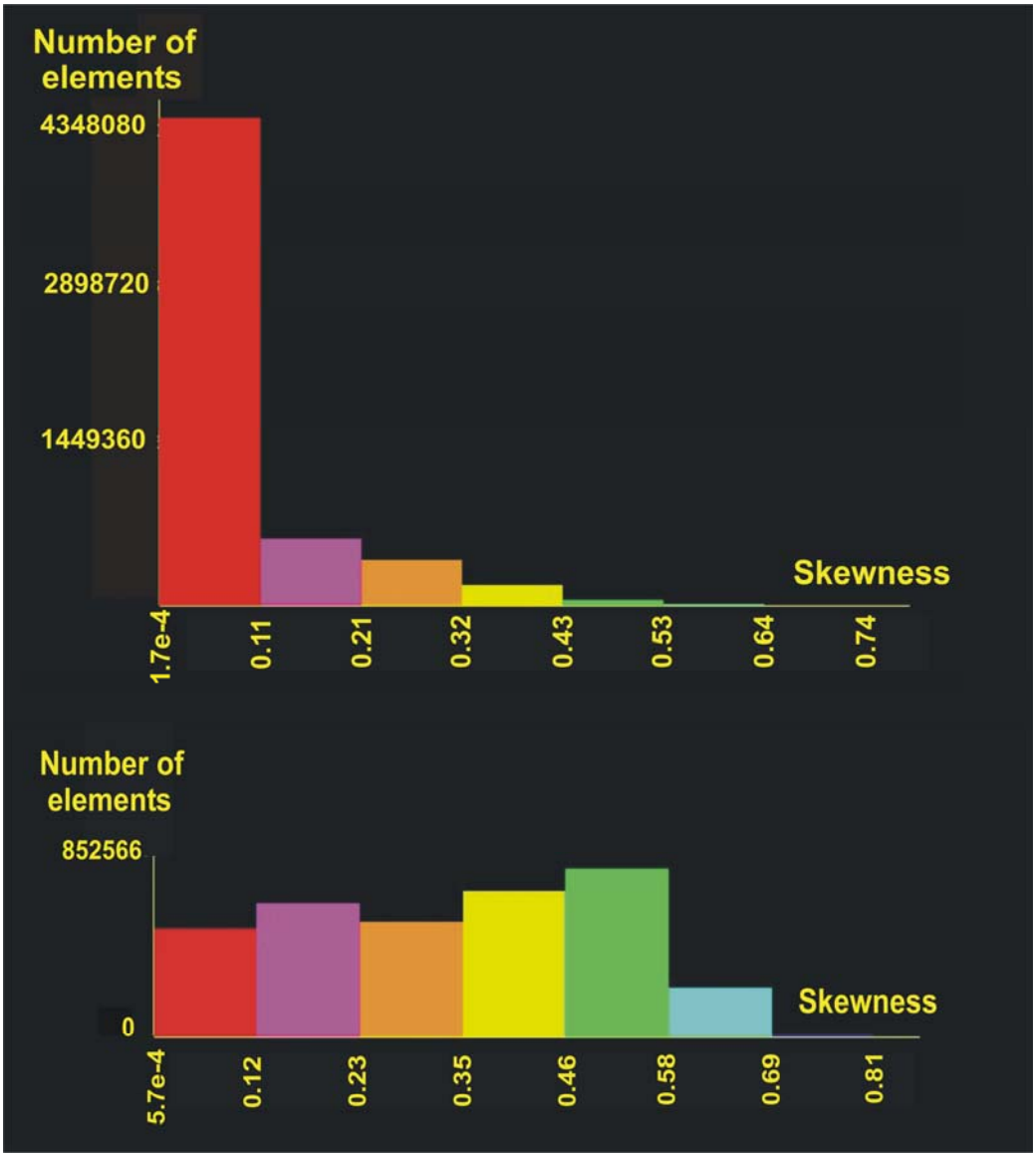

FIG. 3.54 - Histogrammes de 'skewness'. En haut les valeurs sont celles du modèle maillé de manière homogène avec une taille d'éléments de 70 m et en bas, les valeurs sont celles du modèle maillé de manière hétérogène avec une taille d'éléments de 30 m à la surface et de 300 m au centre. On observe que pour ce deuxième modèle, d'avantage d'éléments possèdent une valeur de 'skewness' élevée, ce qui nuit à la qualité du maillage.

Le second modèle, possédant une résolution des éléments de 30 m en surface et de 300 m à l'intérieur d'Eros (figures 3.52 et 3.53) a lui aussi été élaboré à partir du modèle homogène 3-D maillé à une résolution initiale de 300 m (figure 3.49). En revanche, le procédé de raffinement de ce modèle maillé a été effectué de manière hétérogène avec une taille d'éléments décroissante du centre vers la surface (voir figures 3.55 et 3.56). Comme le raffinement a été effectué de manière hétérogène avec une différence dans la taille des éléments, des angles faibles sont créés dans les éléments intermédiaires entre l'intérieur maillé à 300 m et le régolite en surface maillé à 30 m. Ces faibles angles produisent donc une rugosité élevée sur la base de la couche de régolite (figures 3.52 et 3.53) à l'origine de valeurs de 'skewness' beaucoup plus élevées. En effet, une valeur de 0.812 est atteinte par des petits éléments trop nombreux pour être retouchés manuellement (voir figure 3.54). Nous préférerons donc utiliser le modèle précédent maillé de manière homogène à 70 m pour limiter l'imprécision dans l'approximation de la solution numérique de l'équation d'onde. Le modèle maillé de manière hétérogène aurait

été plus économique en temps de calcul car les gros éléments du centre remplacent les nombreux petits éléments, produisant donc une diminution du nombre total des éléments. De ce fait, le modèle maillé de manière homogène à 70 m possède plus d'éléments (5797440) que le modèle homogène maillé de manière hétérogène à 30 m en surface et à 300 m au centre (3410265 éléments). Ce deuxième modèle ne sera donc finalement pas utilisé pour l'étude à 3-D de la propagation d'onde dans du régolite du fait de ses valeurs de 'skewness' trop élevées. Il sera néanmoins utilisé pour des études informatiques sur l'optimisation des performances de notre programme d'approximation de l'équation d'onde par la méthode des éléments spectraux.

Ce choix montre encore une fois qu'il vaut probablement mieux créer un maillage fin à 70 m partout effectué automatiquement et très rapidement par CUBIT plutôt que de passer beaucoup de temps à raffiner un modèle ayant une résolution plus faible, car CUBIT ne maintient pas une qualité optimale dans le maillage mais également parce que même si un modèle maillé finement partout demande plus de temps de calcul, dans un contexte industriel (modèles de bassins maillés pour l'industrie pétrolière par exemple) cette première solution (maillage fin partout beaucoup plus simple à créer) serait probablement beaucoup plus appropriée car elle demande largement moins de main d'œuvre.

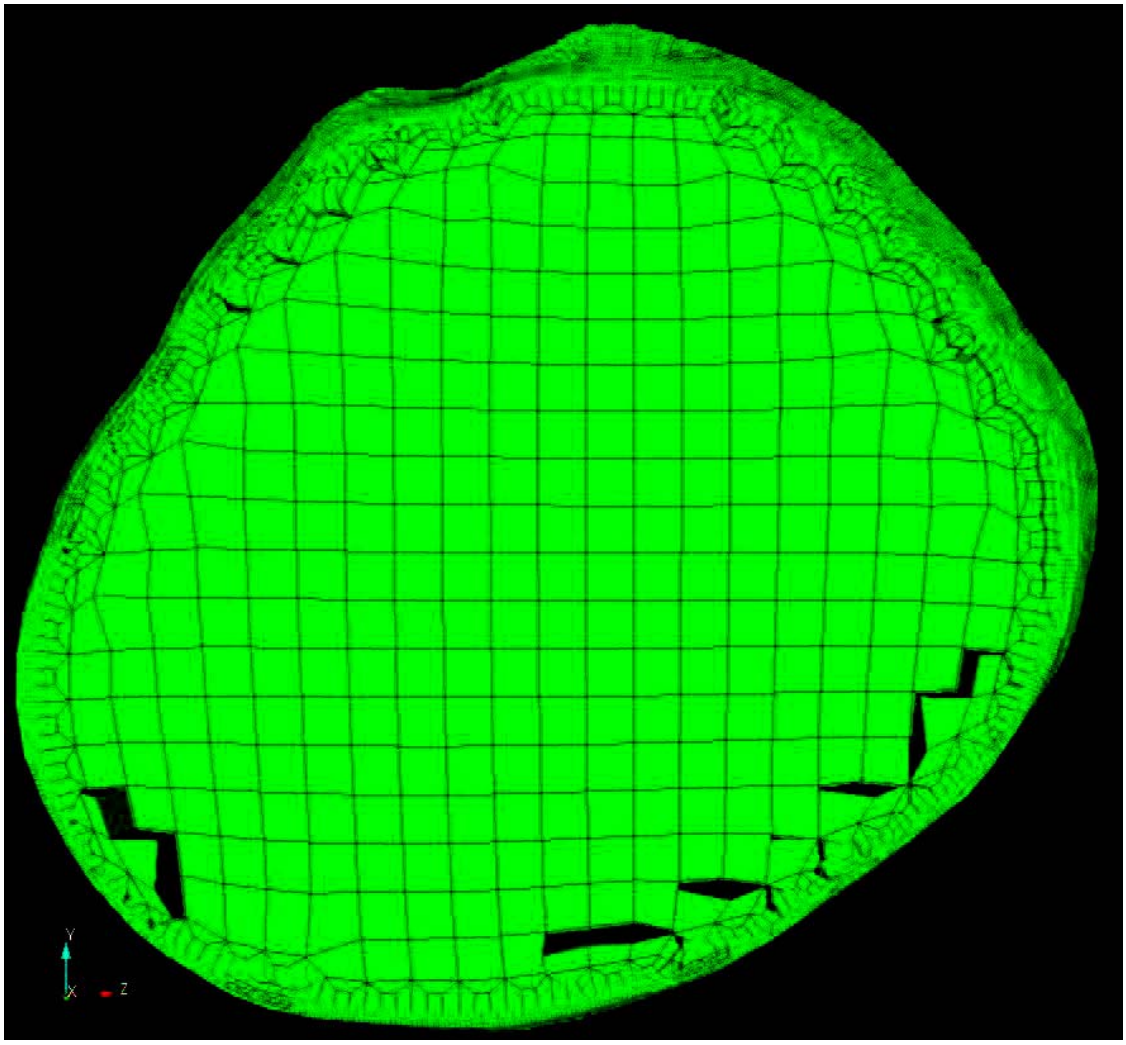

FIG. 3.55 - Coupe dans le modèle 3-D d'Eros maillé à une résolution de 30 m en surface et de 300 m au centre. La longuer d'un élément du centre fait environ 300 m.

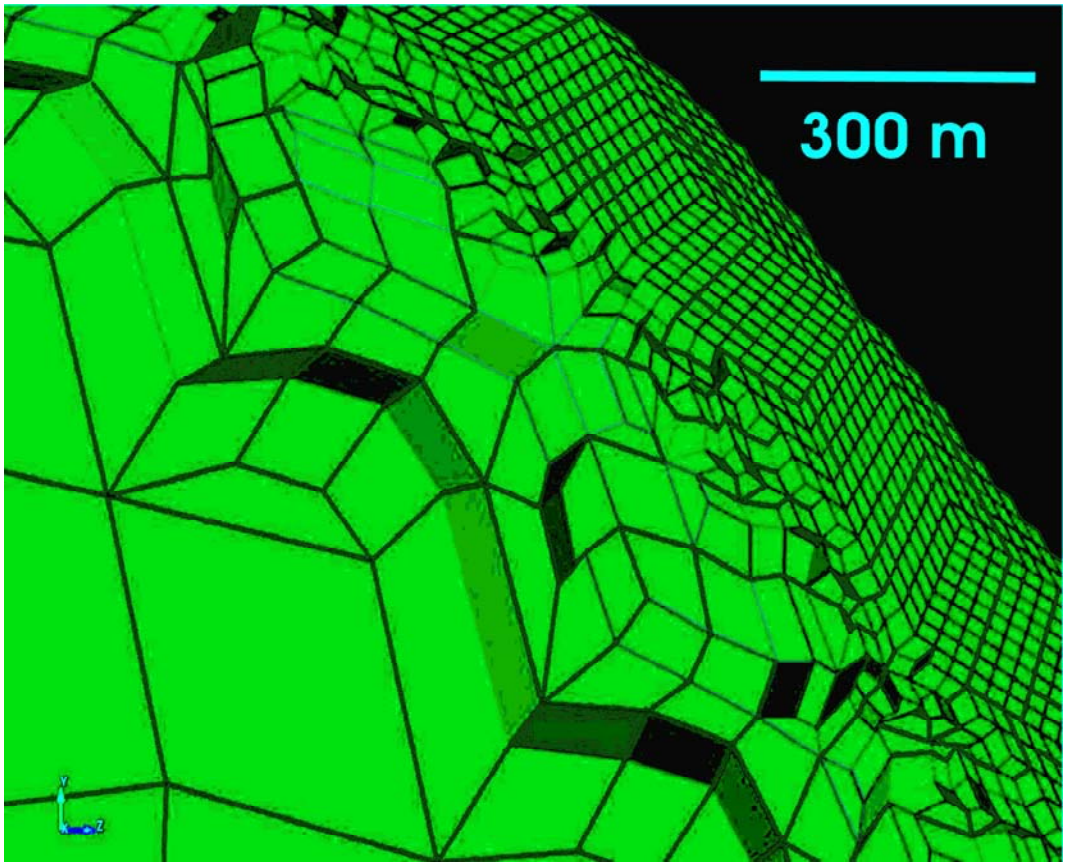

FIG. 3.56 - Agrandissement du maillage sur les bords du modèle 3-D d'Eros maillé à une résolution de 30 m en surface et de 300 m au centre (voir coupe globale sur la figure 3.55).

Nous avons également vérifié la qualité de ce maillage doté d'éléments d'environ 70 m avec notre programme Fortran de vérification de la qualité d'un maillage.
Nous obtenons une valeur maximale de 'skewness' de 0.75 (voir table 3.15). La qualité du maillage n'est donc pas mauvaise car un faible nombre d'éléments a une valeur de 'skewness' un peu élevée (figure 3.57 et table 3.15) et tous les angles sont compris entre 22.3° et 158° (table 3.16).
Les éléments de ce modèle sont plus déformés que ceux du modèle homogène, en effet le rapport des distances dans les éléments peut atteindre une valeur de 5.12. Cela conduit malgré tout à des pas de temps de durée raisonnable (voir section 3.3.3.1 sur la condition de stabilité) car le segment le plus petit du maillage mesure 20.9 m (table 3.16), ce qui n'est pas trop faible. La table 3.16 montre également que la longueur maximale du côté d'un élément est de 148.7 m, ce qui est relativement éloigné des 70 m de résolution que nous avions demandés au logiciel CUBIT.
Néanmoins, la dispersion de ce modèle reste bonne même dans ces grands éléments. En effet, une analyse séparée des éléments situés de la couche de régolite et de ceux situés dans le bedrock montre que dans le régolite les éléments ont des côtés de 21 m (minimum) à 133 m de long (maximum) et que dans le bedrock les éléments ont des côtés allant de 26 m à 149 m de long.
L'échantillonnage est donc correct dans le bedrock car pour une vitesse V_s=1732 m.s^{-1}, l'équation (3.27) conduit à des valeurs de 9 à 55 points d' échantillonnage par longueur d'onde respectivement pour des éléments de 149 m et de 26 m de longueur maximale.
Quant à la couche de régolite avec une vitesse V_s=500 m.s^{-1}, l'échantillonnage est de 20 points par longueur d'onde dans les éléments d'environ 20 m de long, mais de seulement 3 points par longueur d'onde dans les éléments les plus grands de 133 m de long. Ce dernier échantillonnage est inférieur aux 4 points par longueur d'onde requis. Pour savoir combien

d'éléments sont affectés par cet échantillonnage insuffisant, nous avons effectué un histogramme de la taille maximale des éléments situés dans la couche de régolite (table 3.19).
Cet échantillonnage insuffisant (inférieur à 4 points par longueur d'onde) se produit lorsque les éléments ont leur côté le plus long de taille supérieure à environ 90 m. En dessous de 90 m, l'échantillonnage est bon. La table 3.17 montre qu'environ 10 % des éléments constituant la couche de régolite ont une longueur maximale supérieure à 93 m, c'est-à-dire que 10% des éléments du maillage de la couche de régolite conduisent à un échantillonnage insuffisant. Ces 10 % d'éléments de la couche de régolite (24426 éléments) représentent, sur un total de 5797440 d'éléments du modèle, seulement 0.4 % d'éléments dans lesquels la limite de dispersion est dépassée. Nous pouvons donc conclure que ce maillage est de bonne qualité.

Range of skew	**Number of elements**	**Percentage of elements**
0-0.05	3976022	68.582375
0.05-0.1	570040	9.8326159
0.1-0.15	321457	5.5448093
0.15-0.2	290084	5.0036569
0.2-0.25	241295	4.1620955
0.25-0.3	173607	2.9945459
0.3-0.35	134303	2.3165915
0.35-0.4	67205	1.1592185
0.4-0.45	17449	0.30097768
0.45-0.5	4452	7.67925158E-02
0.5-0.55	1343	2.31653973E-02
0.55-0.6	157	2.70809187E-03
0.6-0.65	17	2.93232879E-04
0.65-0.7	5	8.62449597E-05
0.7-0.75	4	6.89959707E-05
0.75-0.8	0	0
0.8-0.85	0	0
0.85-0.9	0	0
0.9-0.95	0	0
0.95-1	0	0

Table 3.15 - Histogramme de 'skewness' du maillage

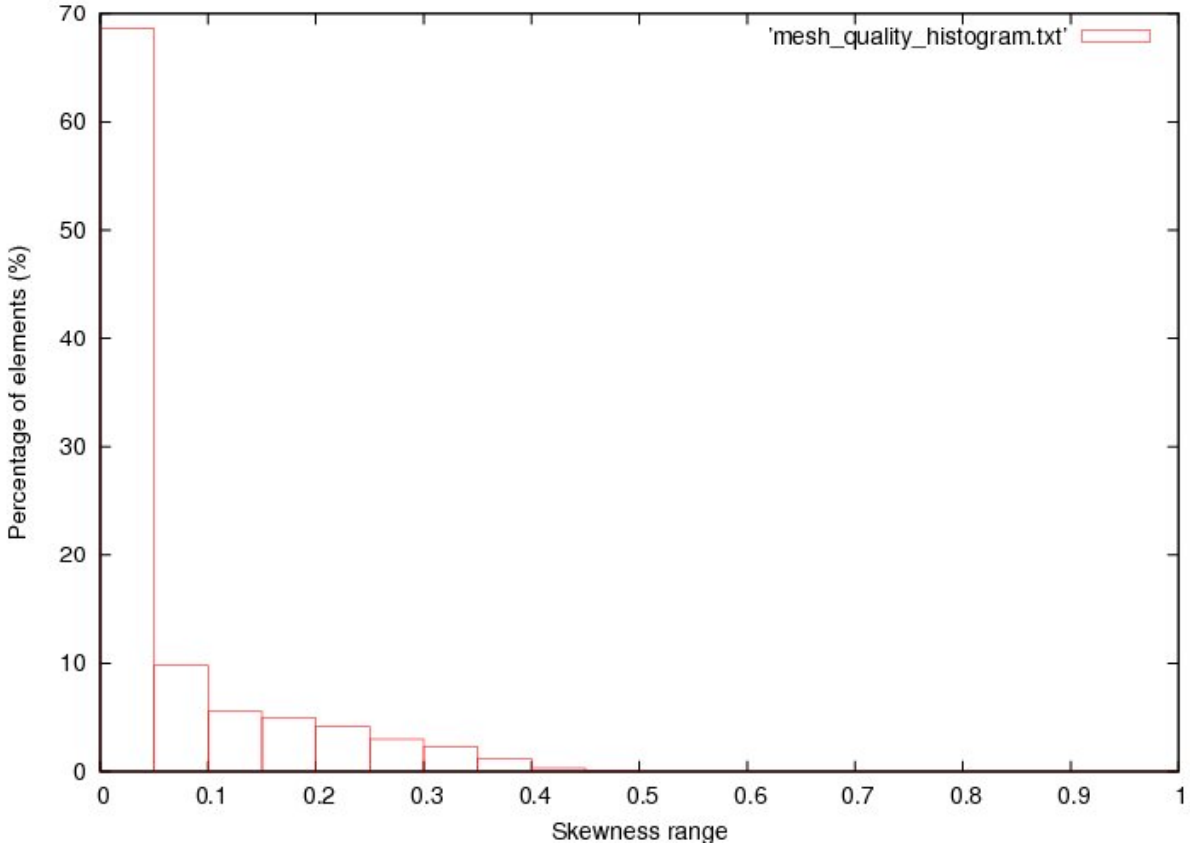

FIG. 3.57 – Diagramme montrant l'histogramme de 'skewness' du maillage

Maximum du rapport entre le côté le plus long et le côté le plus court d'un élément	5.12
Maximum du rapport entre la taille de la diagonale la plus longue et la taille de la diagonale la plus courte d'un élément	2.1
Angle minimum d'un élément	24.6°
Angle maximum d'un élément	155.4°
Longueur du plus petit côté d'un élément	20.9 m
Longueur du plus grand côté d'un élément	148.7 m

Table 3.16 - Critères de qualité du maillage du modèle 3-D avec du régolite, calculés par le code Fortran développé par Dimitri Komatitsch.

Longueur du plus grand côté d'un élément (m)	Nombre d'éléments	Pourcentage d'éléments	Nombre de points d'échantillonnage par longueur d'onde
40-53	29	0.011	7.5
53-66	15526	6.14	6.1
66-80	118722	46.9	5
80-93	92269	36.5	4.3
93-106	24426	9.7	3.8
106-120	1826	0.72	3.3
120-133	126	0.05	3
133-146	4	0.0016	2.7

Table 3.17 - Histogramme des éléments situés dans la couche de régolite

3.3.3 Les différents paramètres des simulations numériques

3.3.3.1 La condition de stabilité numérique pour nos maillages 3-D

Tout comme pour les simulations 2-D, pour que la simulation numérique reste stable il faut respecter la condition de stabilité (CFL) du schéma d'intégration explicite en temps donnée par l'équation (3.28) de la section 3.2.1.8.

Du fait des contraintes imposées par le maillage des modèles 3-D d'Eros, de nombreux éléments sont de forme plus aplatie que pour les modèles 2-D (d'une manière générale il est plus difficile de mailler un objet 3-D à l'aide d'hexaèdres qu'un objet 2-D à l'aide de quadrangles). De ce fait, la valeur du pas de temps à utiliser sera généralement plus faible que dans le cas 2-D. De plus, la valeur limite de CFL est plus faible dans le cas 3-D que dans le cas 2-D, comme nous l'avons vu dans le chapitre sur les tests à 2-D.

- Pour le modèle 3-D doté d'une couche de régolite, alors qu'une résolution minimale de 70 m a été demandée lors du maillage, le logiciel CUBIT a dû, pour des raisons d'adaptation géométrique à certains endroits, créer des éléments dont la taille d'un côté peut être aussi faible que 21 m (voir table 3.16). L'équation (3.28) conduit donc à $\Delta t = 0.3 \times 10^{-3} s$ pour une stabilité maximale de 0.25 (ce qui est assez éloigné de la valeur de CFL limite de 0.48, donc nous aurions pu choisir un pas de temps plus grand). Afin de simuler la propagation des ondes durant 100 s dans un modèle de l'astéroïde Eros comportant du régolite et éventuellement des fractures, ce pas de temps $\Delta t = 0.3 \times 10^{-3} s$ implique de calculer 333333 pas de temps.

- Pour le modèle 3-D uniquement constitué de roche mère, alors qu'une résolution de 300 m a été demandée lors du maillage, le logiciel CUBIT a dû, pour des raisons d'adaptation géométrique à certains endroits, créer des éléments dont la taille d'un coté peut être aussi faible que 137 m, soit 34 m (voir table 3.14) car deux décimations ont été appliquées. Donc pour une vitesse maximale V_p de 3000 m.s^{-1}, l'équation (3.28) conduit à $\Delta t = 1 \times 10^{-3} s$ pour une stabilité maximale de 0.12 (ce qui est assez éloigné de la constante de 0.48, un pas de temps plus grand aurait pu être choisi). Afin de simuler

la propagation des ondes durant 100 s dans le modèle 3-D de l'astéroïde Eros comportant du régolite, ce pas de temps $\Delta t = 1 \times 10^{-3} s$ implique de calculer 100000 pas de temps.

3.3.3.2 La source

La source sismique utilisée dans ces simulations est à nouveau celle décrite dans la section 3.2.1.8. Elle correspond à une impulsion de Dirac filtrée dans la bande de fréquence [0 Hz ;5 Hz]. Nous reprenons notre source d'amplitude maximale de 1.5×10^{11} N, soit un impacteur de l'ordre de 14 m de diamètre.

3.3.3.3 Les récepteurs

Afin de permettre une comparaison entre les sismogrammes des simulations 2-D et des simulations 3-D, 16 récepteurs ont été simulés aux mêmes endroits (sur la coupe le long du plus grand axe d'Eros) dans les deux types de simulations. Pour les besoins de l'étude sur les glissements de terrain provoqués par les vibrations sismiques, 24 autres récepteurs ont été positionnés sur l'ensemble de l'astéroïde (voir figure 3.58). Les sismogrammes sont représentés en accélération selon une composante normale à la surface de chaque récepteur BHW et selon deux composantes tangentes à la surface du récepteur, BHU et BHV.

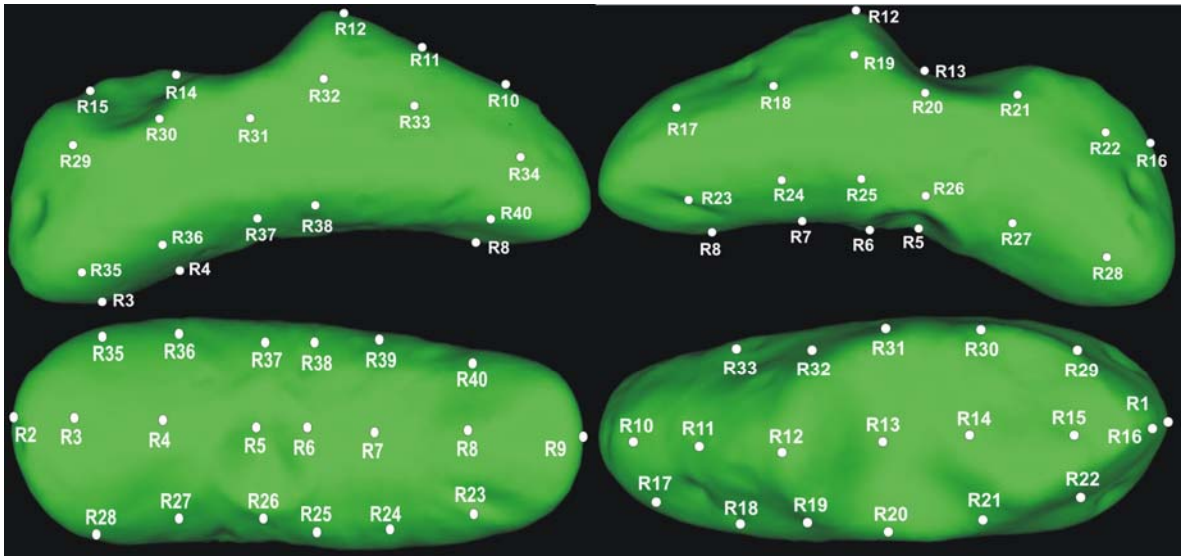

FIG. 3.58 - Position des 40 récepteurs sur la surface des modèles 3-D de l'astéroïde Eros. Voir l'échelle de taille d'Eros sur la figure 3.5.

3.3.4 Résultats des simulations

Pour les besoins de l'étude sur le rebouchage des cratères par les glissements de terrains provoqués par les vibrations sismiques des impacts, nous nous intéressons uniquement aux effets à la surface de l'astéroïde. Les simulations 2-D ont en effet montré que suite à l'action d'une source sismique, le principal paramètre modifiant les accélérations de surface est la présence ou non d'une couche de régolite, quelle que soit la structure interne de l'astéroïde (avec ou sans fractures). À partir de cette information obtenue des résultats des simulations 2-D et pour des raisons de simplification, nous avons donc étudié deux modèles : l'un homogène, afin de connaître l'effet de la topographie, et l'autre comportant une couche de régolite afin de connaître la conséquence de la présence de ce milieu sur les amplitudes des ondes sismiques en 3-D.

Les instantanés de propagation sont présentés sur les figures 3.59, 3.60 et 3.61 pour le modèle homogène et 3.62, 3.63 et 3.64 pour le modèle comprenant une couche de régolite. Dans les deux simulations, la source sismique est située au point x= -9025 m, y= 6130 m. La couleur de la composante verticale du vecteur vitesse est différente dans le cas du modèle homogène et dans le cas des autres modèles car il y a une différence d'un facteur d'environ dix entre les amplitudes obtenues avec le modèle homogène et les amplitudes obtenues avec les deux autres modèles comportant au moins une couche de régolite.

Les traces sismiques pour ces deux modèles (figures 3.65 et 3.66) ont été représentées pour 10 récepteurs différents localisés sur la surface d'Eros.

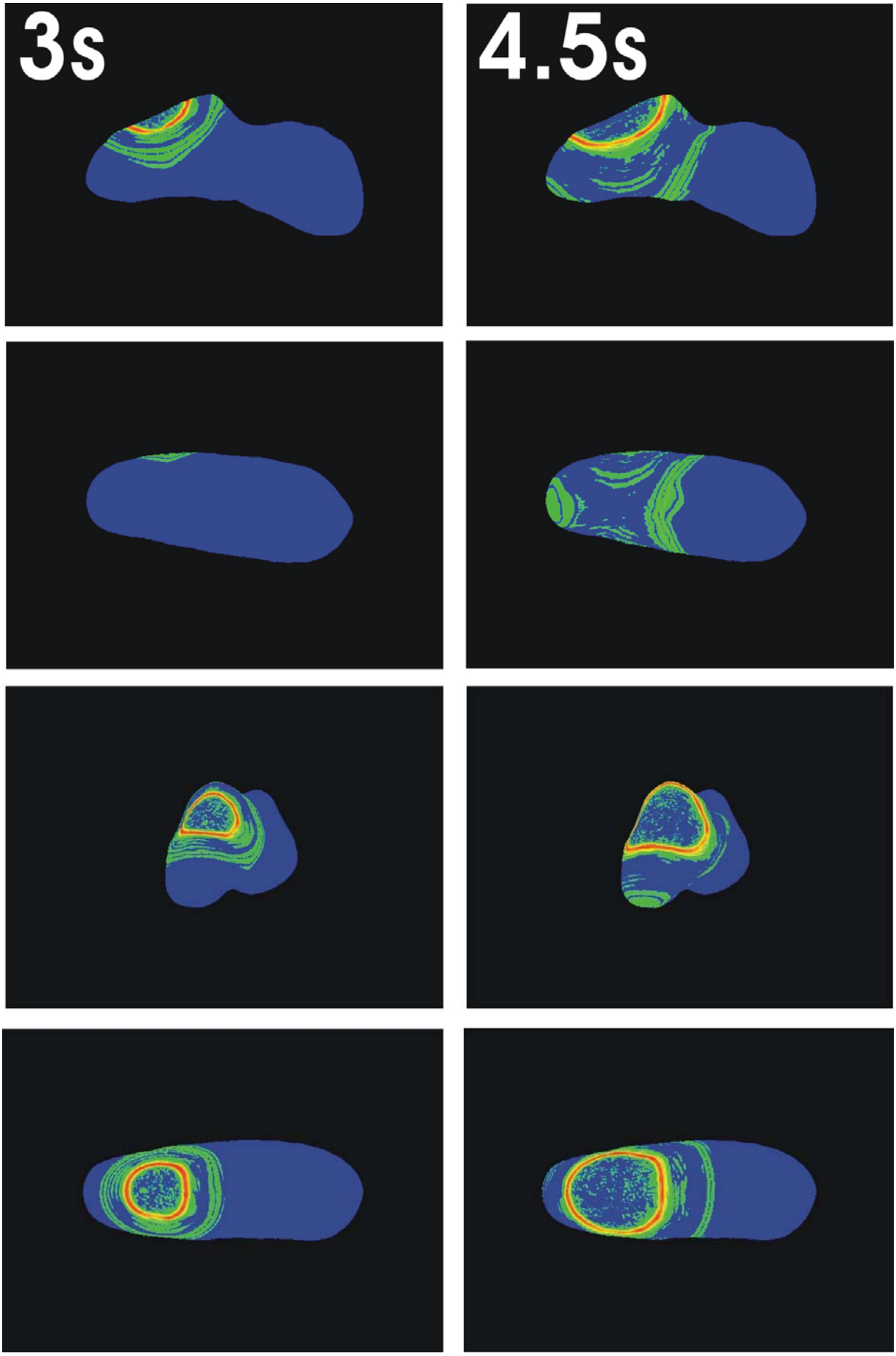

FIG. 3.59 – Instantanés de propagation selon différents points de vue pour le modèle homogène 3-D de l'astéroïde Eros. Les 2 colonnes représentent respectivement les instants 3s et 4.5 s. Voir l'échelle de taille d'Eros sur la figure 3.5.

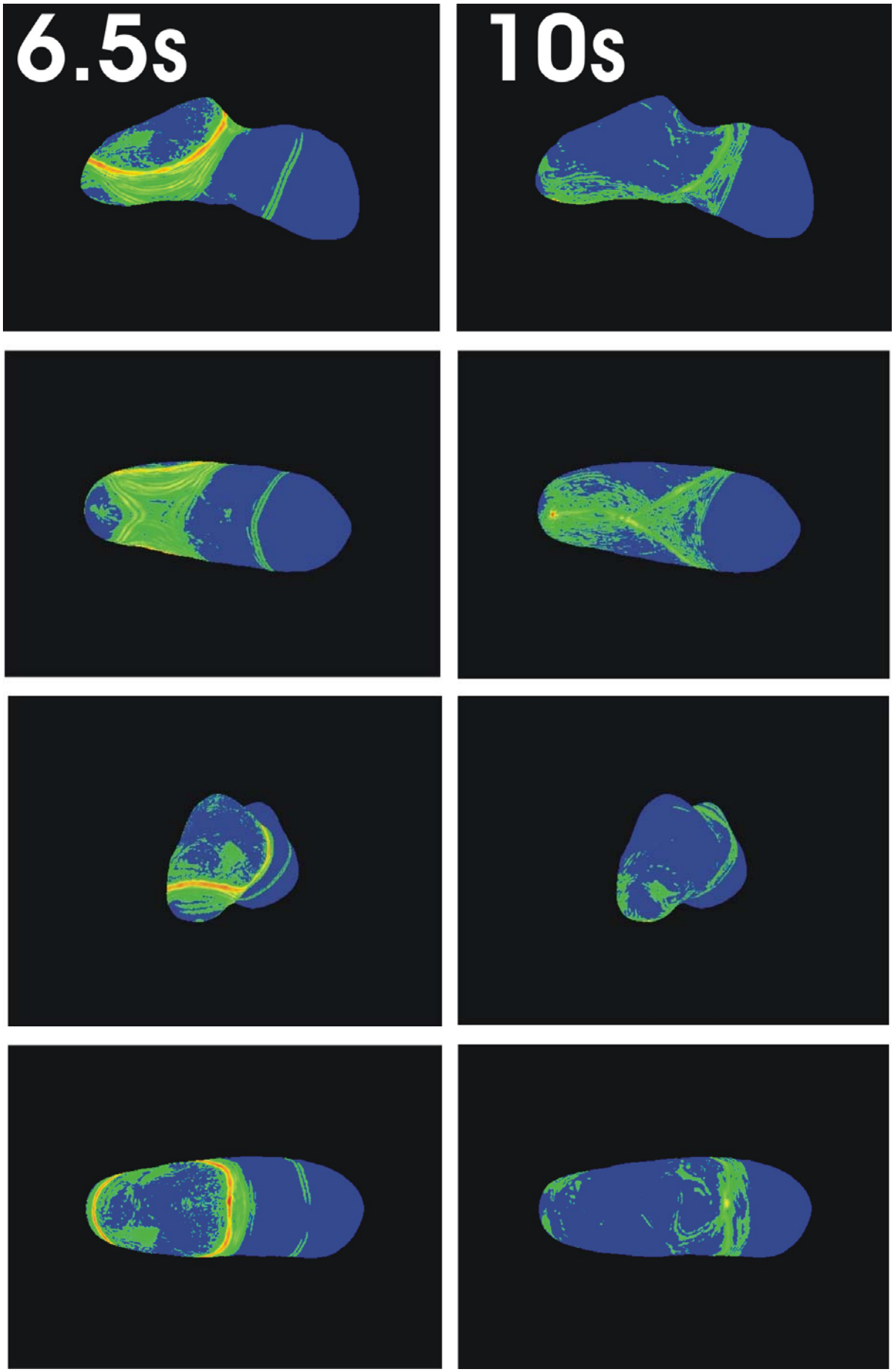

FIG. 3.60 – Instantanés de propagation selon différents points de vue pour le modèle homogène 3-D de l'astéroïde Eros. Les 2 colonnes représentent respectivement les instants 6.5 s et 10.5 s. Voir l'échelle de taille d'Eros sur la figure 3.5.

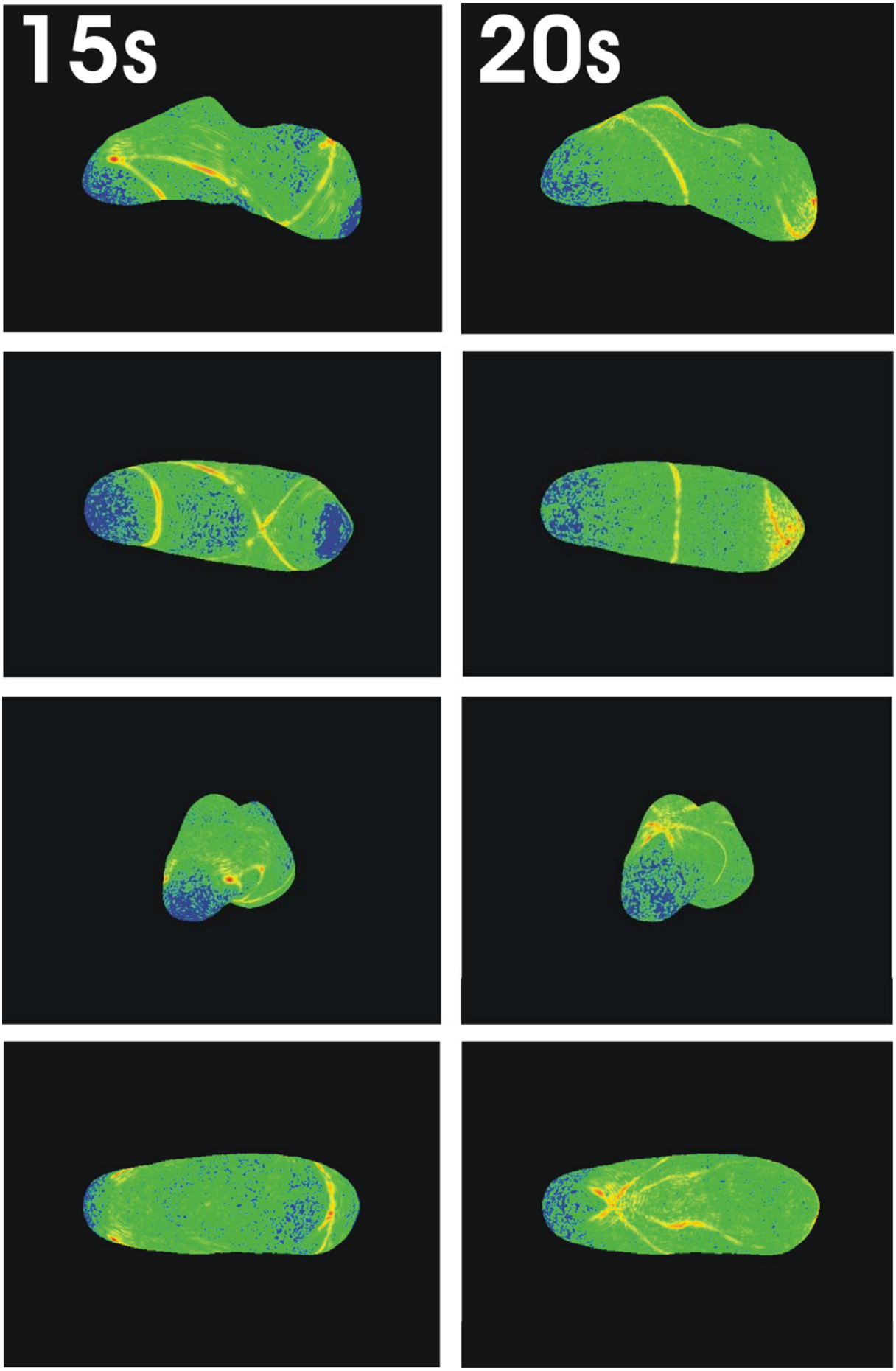

FIG. 3.61 – Instantanés de propagation selon différents points de vue pour le modèle homogène 3-D de l'astéroïde Eros. Les 2 colonnes représentent respectivement les instants 15 s et 20 s. Voir l'échelle de taille d'Eros sur la figure 3.5.

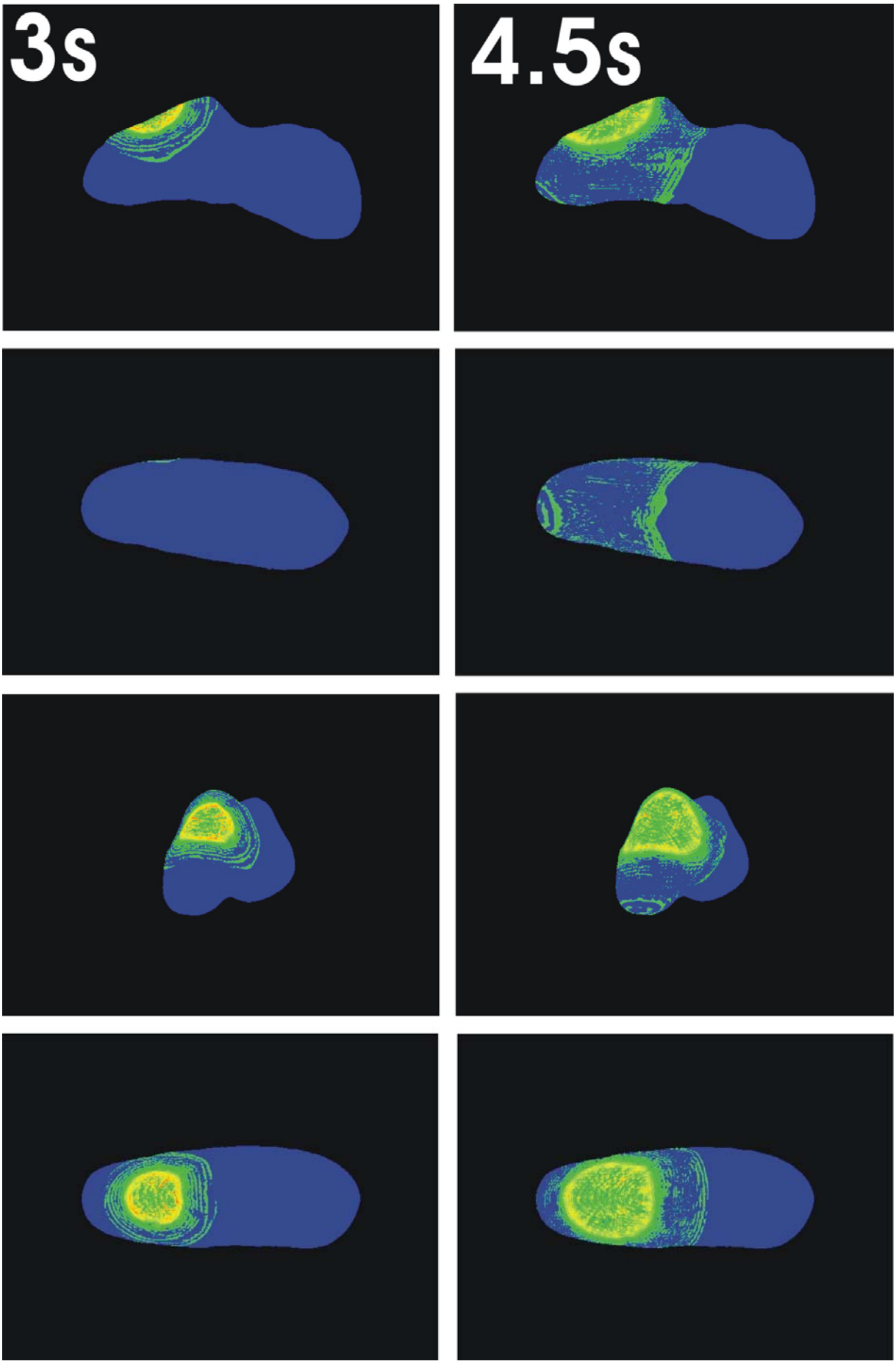

FIG. 3.62 - Instantanés de propagation depuis différents points de vue pour le modèle 3-D doté d'une couche de régolite. Les colonnes représentent respectivement les instants 3 s et 4.5 s. Voir l'échelle de taille d'Eros sur la figure 3.5.

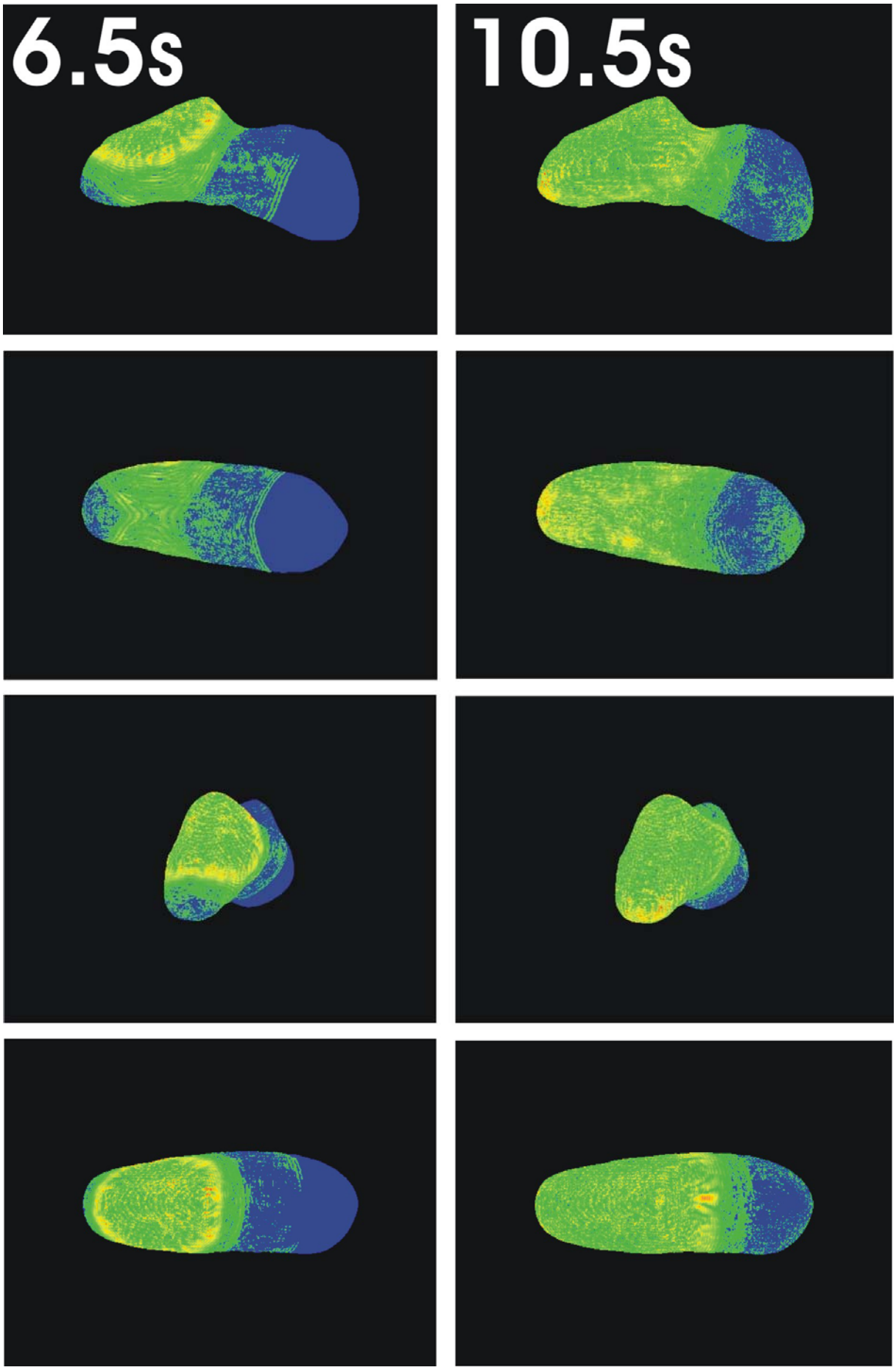

FIG. 3.63 - Instantanés de propagation depuis différents points de vue pour le modèle 3-D doté d'une couche de régolite. Les colonnes représentent respectivement les instants 6.5 s et 10.5 s. Voir l'échelle de taille d'Eros sur la figure 3.5.

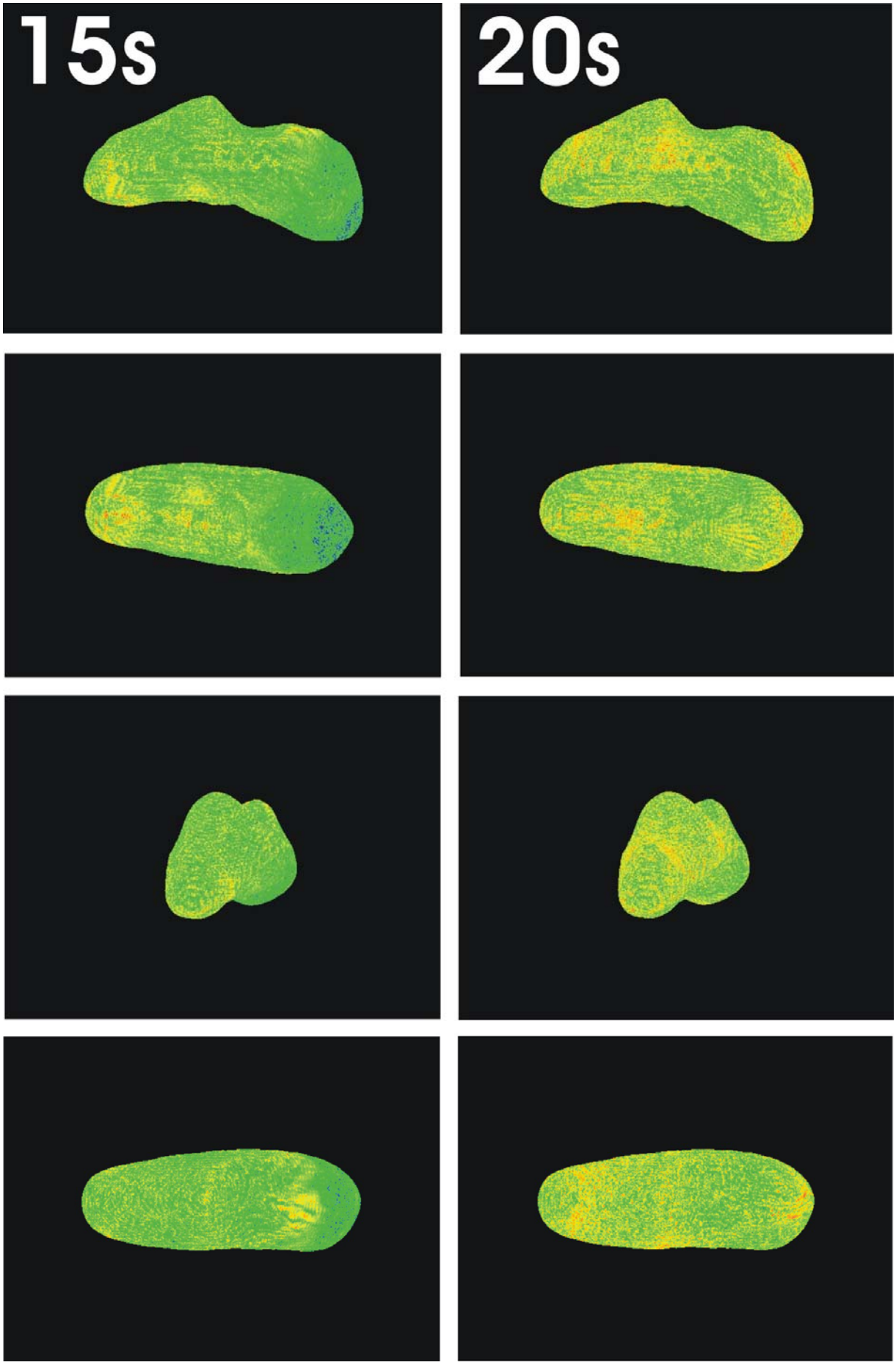

FIG. 3.64 - Instantanés de propagation depuis différents points de vue pour le modèle 3-D doté d'une couche de régolite. Les colonnes représentent respectivement les instants 15 s et 20 s. Voir l'échelle de taille d'Eros sur la figure 3.5.

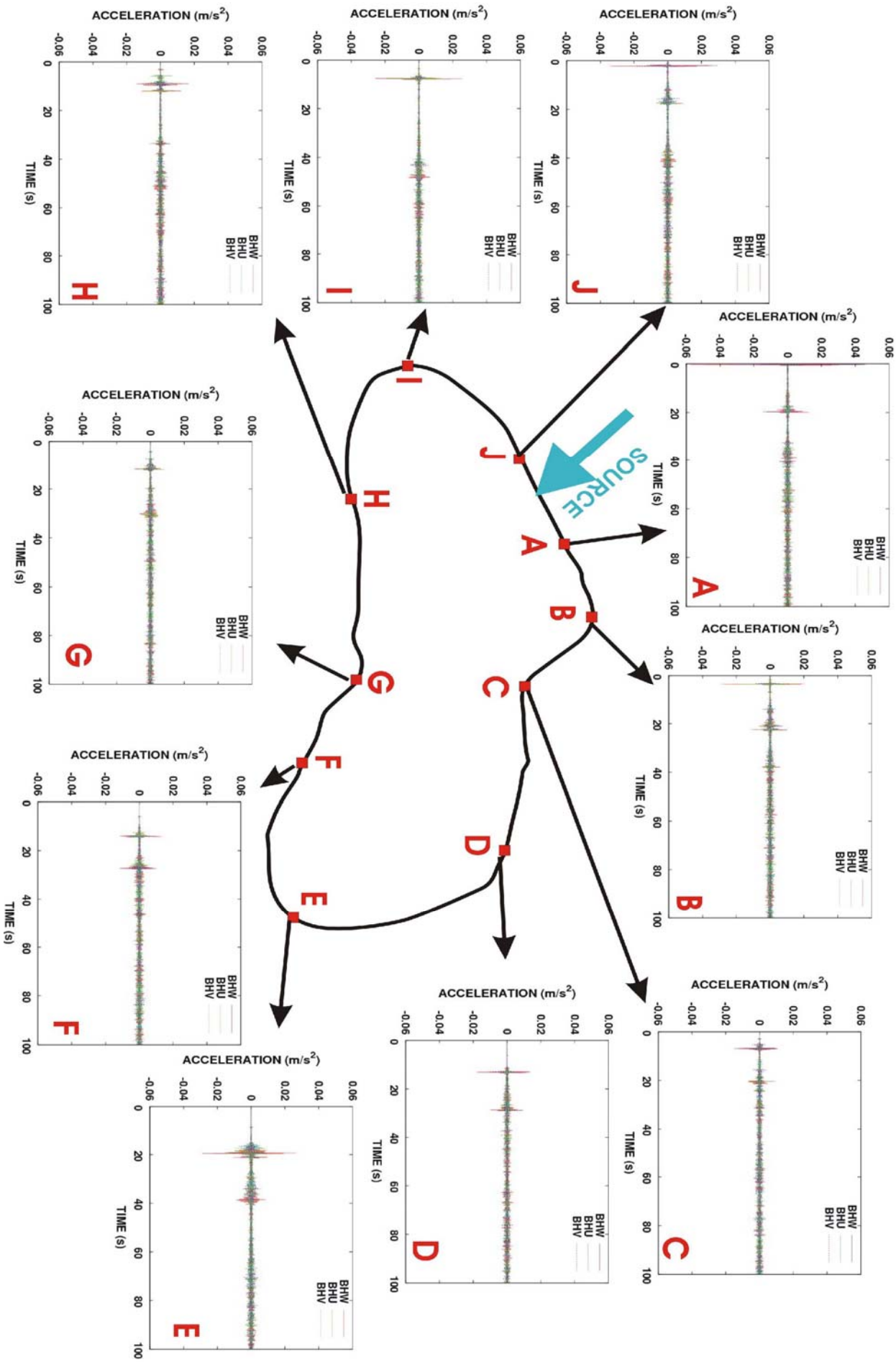

FIG. 3.65 - Accélérogrammes durant les 100 s suivant la source sismique pour le modèle homogène 3-D. L'amplitude de source est de 1.5 x 10^{11} N.

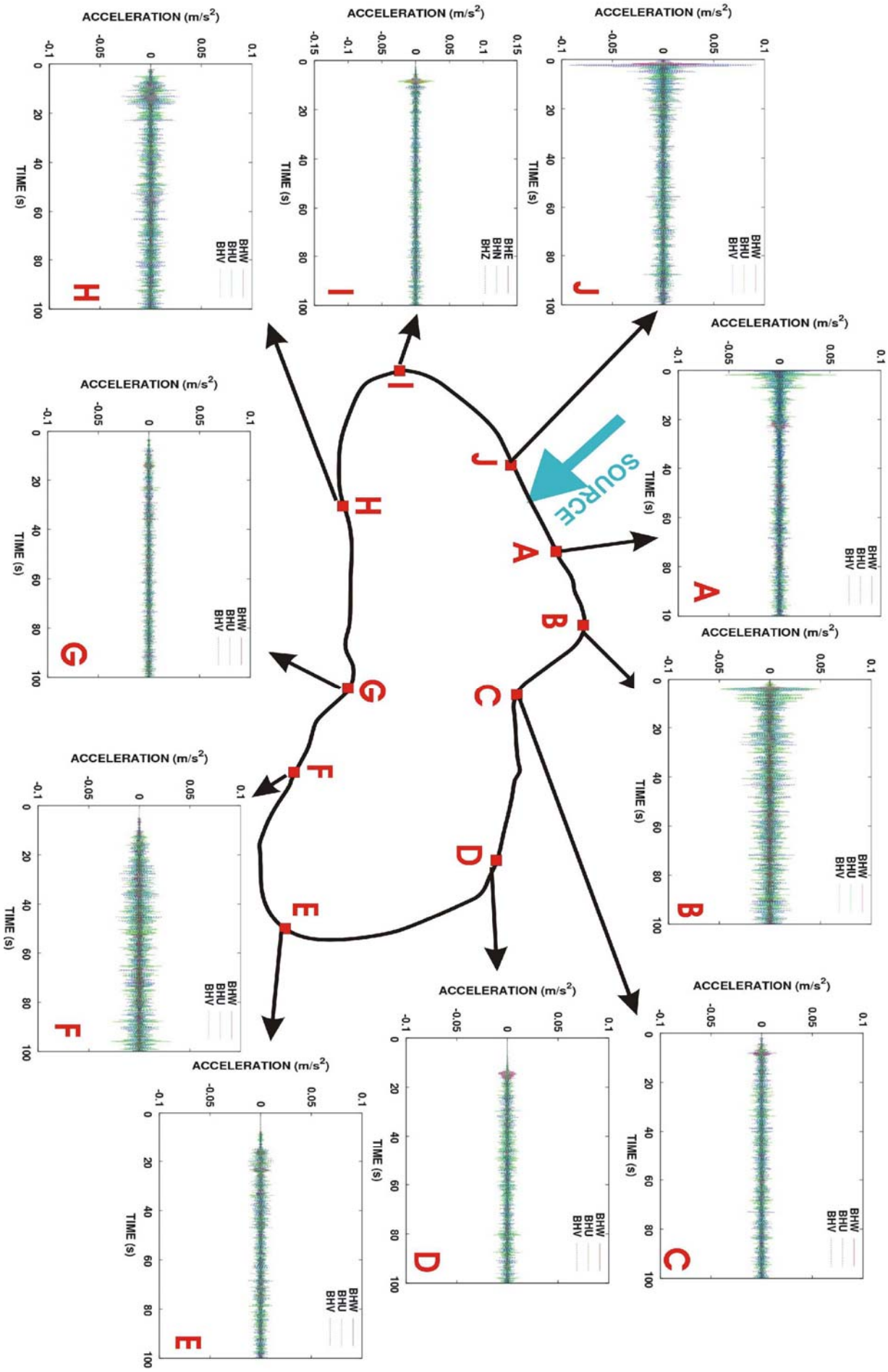

FIG. 3.66 - Accélérogrammes durant les 100 s suivant la source sismique pour le modèle 3-D doté d'une couche de régolite. La fonction source équivaut à une amplitude de 1.5 x 10^{11} N.

3.3.4.1 Effet de la topographie

Afin d'évaluer les effets de la topographie d'Eros sur la propagation des ondes sismiques, une simulation a été effectuée dans le modèle homogène 3-D durant 100 s. Les instantanés de propagation pour les 20 premières secondes de la simulation sont présentés sur les figures 3.59, 3.60, 3.61. Pour les raisons exposées au paragraphe 3.2.2, les instantanés de propagation sont représentés en vitesse afin de faire disparaître le 'static offset' et la source sismique est située au point x= -9025 m, y= 6130 m, z=0 m, tout comme pour les simulations 2-D.

Effets visibles sur l'ensemble de l'astéroïde

Les instantanés de propagation montrent les ondes P suivies par les ondes S, notamment à l'instant 3 s après l'action de la source (figure 3.59, colonne 1). De nombreuses refocalisations des ondes apparaissent au cours de la simulation. En comparaison avec le modèle doté d'une couche de régolite (figures 3.62 à 3.64), les simulations basées sur ce modèle homogène ne montrent quasiment pas de dispersion physique (juste un peu du fait de la courbure de la surface d'Eros). Les différents trains d'ondes se distinguent mieux sur les accélérogrammes. Par exemple, au niveau du récepteur R7 (voir figures 3.67 et 3.68) on distingue entre 0 et 10 s les trains d'ondes P et S, puis les ondes de surface. Les trains d'ondes suivants peuvent correspondent aux ondes de volume après diverses réflexions sur la surface libre de l'astéroïde.

La comparaison des accélérogrammes obtenus avec ce modèle homogène 3-D (figure 3.65) par rapport à ceux simulés avec le modèle homogène 2-D (figure 3.45) montrent, pour des conditions de simulation identiques, une diminution de l'amplitude d'un facteur 10^5. Cet effet illustre la surestimation des amplitudes des accélérogrammes dans les simulations 2-D liée à un confinement des ondes dans le plan de coupe de l'astéroïde. Enfin, la forme des signaux des accélérogrammes (figure 3.65) montre la décroissance globale des amplitudes des ondes lorsque la distance source-récepteur augmente (atténuation géométrique). Seul le récepteur E, situé à un sommet topographique (là où les ondes peuvent être partiellement piégées), semble montrer un léger effet de site à l'origine d'une augmentation de l'amplitude des ondes.

Effets localisés

Les effets locaux sont principalement représentés par les refocalisations des ondes de surface au cours de la simulation. En effet, le premier effet apparaît lorsque les ondes partant de la source dans toutes les directions se rejoignent de l'autre coté de l'astéroïde (aux antipodes), aux instants 6.5 s et 10 s (figure 3.60 deuxième ligne et deuxième colonne, et figure 3.63).

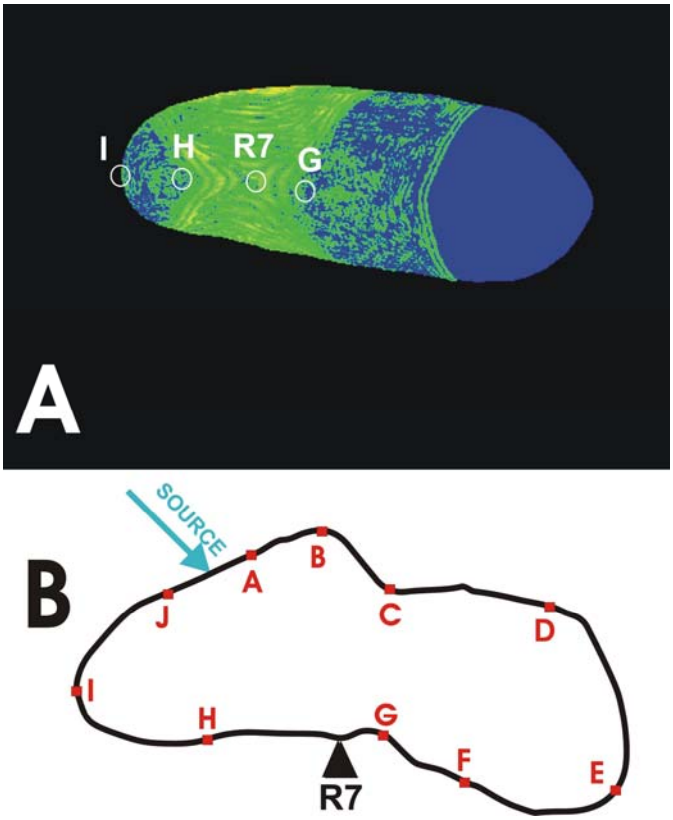

FIG. 3.67 – A : Instantané de propagation du modèle d'astéroïde 3-D homogène à l'instant 10.5 s. La refocalisation des ondes de surface se produit lorsque les fronts d'onde partant de la source de part et d'autre de l'astéroïde se refocalisent de l'autre coté. B : localisation du récepteur R7 sur la surface du modèle d'astéroïde. Voir l'échelle de taille d'Eros sur la figure 3.5.

Ces refocalisations des ondes de surface sont à l'origine d'une augmentation de l'amplitude des accélérogrammes. C'est le cas notamment pour le récepteur R7 situé au point x= -6185, y= -3571 m, z= 0 m (figure 3.67B), entre les récepteurs H et G. Les accélérogrammes enregistrés à cet endroit sont présentés sur la figure 3.68.

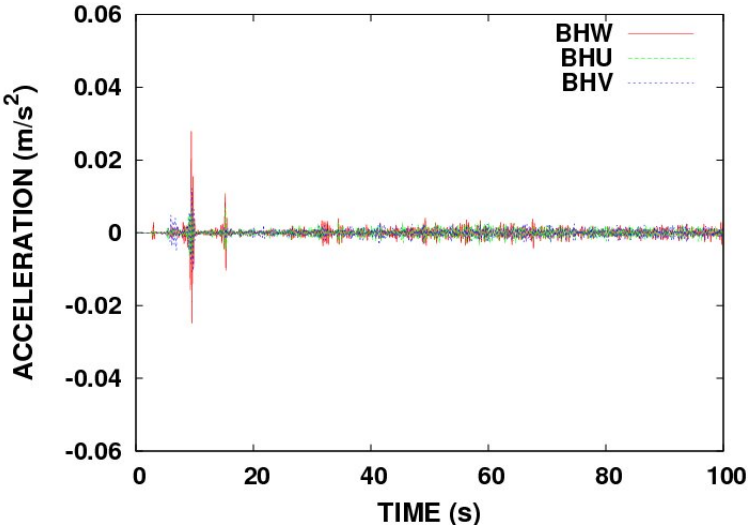

FIG. 3.68 - Accélérogrammes enregistrés au récepteur R7 situé au point x= -6185,y= -3571 m, z= 0 m (voir emplacement figure 3.67B).

Alors que les récepteurs G et H, situés de part et d'autre de R7, montrent des amplitudes maximales de moins de 0.015 $m.s^{-2}$ (récepteur H) et de 0.009 $m.s^{-2}$ (récepteur G), le récepteur R7 peut enregistrer des amplitudes allant jusqu'à 0.025 $m.s^{-2}$. Ceci confirme l'effet de l'augmentation de l'amplitude liée à la refocalisation des ondes.

D'autres phénomènes de refocalisation se produisent durant la simulation : à proximité du récepteur I ou au niveau du récepteur E à l'instant 20 s (figure 3.61). Dans ce dernier cas, on observe que les amplitudes sismiques sont supérieures à celles des accélérogrammes obtenus aux récepteurs situés aux alentours. Il est également intéressant de noter qu'une refocalisation se produit à l'endroit de la source sismique (c'est-à-dire aux podes), 20 s après son action.

3.3.4.2 Effet de la couche de régolite

Cette simulation met en jeux un modèle 3-D de l'astéroïde Eros avec une couche de régolite à faible vitesse sismique d'environ 70 m d'épaisseur. La source sismique est la même que pour les simulations précédentes (elle correspond à l'impact d'un projectile de 50.5 m de diamètre à une vitesse de 5300 $m.s^{-1}$).

Effets visibles sur l'ensemble de l'astéroïde

Tout comme pour les résultats des simulations 2-D, les accélérogrammes du modèle 3-D doté d'une couche de régolite (figure 3.66) montrent des amplitudes supérieures à celles obtenues pour le modèle 3-D homogène (figure 3.65). Cet effet est probablement provoqué par un phénomène de guide d'onde produit par la couche de régolite, car comme en témoignent les instantanés de propagation du modèle analogue en 2-D (figure 3.38), la couche de régolite confine les ondes. L'énergie contenue dans la couche de régolite est donc plus forte que celle contenue dans la roche mère.

La comparaison des accélérogrammes obtenus avec ce modèle 3-D (figure 3.66) par rapport à ceux simulés avec le modèle 2-D similaire (doté d'une couche de régolite) (figure 3.46) montrent, pour des conditions de simulation identiques, une diminution de l'amplitude d'un facteur de 10^4 à 10^5.

Comme pour le modèle 3-D homogène, une décroissance des amplitudes sismiques en fonction de la distance source-récepteur liée à l'atténuation géométrique se produit. En revanche, la présence de la couche de régolite augmente significativement la dispersion physique des ondes de surface (voir les instantanés de propagation sur les figures 3.62, 3.63 et 3.64).

Effets localisés

Cette augmentation de la dispersion affecte la refocalisation des ondes de surface qui deviennent moins nettes sur les instantanés de propagation du modèle doté d'une couche de régolite (figures 3.62 à 3.64). En revanche, l'étude des accélérogrammes montre que ces refocalisations ont toujours lieu et aboutissent à de légères augmentations des amplitudes des ondes. Par exemple, alors que les accélérogrammes situés aux récepteurs G et H (figure 3.66) montrent des accélérations maximales respectives de 0.01 $m.s^{-2}$ et 0.03 $m.s^{-2}$, le récepteur R7 subit une refocalisation des ondes de surface augmentant les accélérations enregistrées à une valeur de 0.05 $m.s^{-2}$ (figures 3.69 et 3.70).

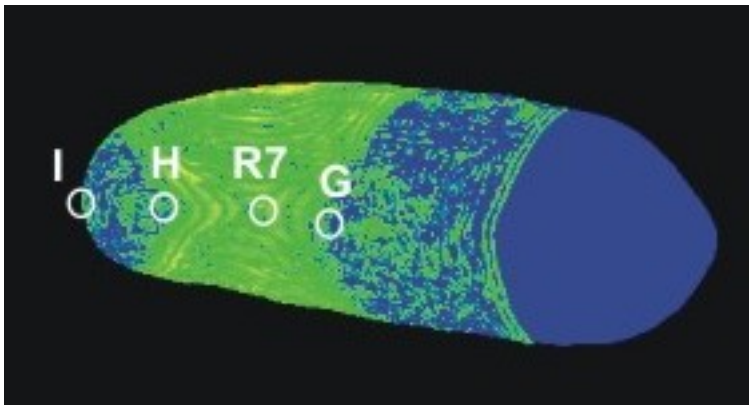

FIG. 3.69 - Instantané de propagation du modèle d'astéroïde 3-D comportant une couche de régolite, à l'instant 6.5 s. La refocalisation des ondes de surface se produit lorsque les fronts d'onde partant de la source de part et d'autre de l'astéroïde se rejoignent de l'autre coté. Voir l'échelle de taille d'Eros sur la figure 3.5.

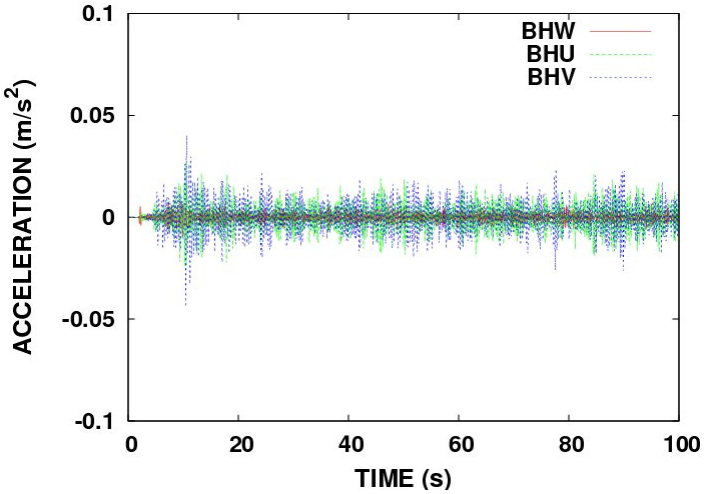

FIG. 3.70 - Accélérogrammes enregistrés au niveau du récepteur R7 situé au point x= -6185, y= -3571 m, z= 0 m (figure 3.67B).

Cette augmentation de l'amplitude des ondes liée à la refocalisation des ondes de surface ne semble toutefois pas systématique, notamment en ce qui concerne le récepteur E de la figure 3.66. Bien que celui-ci soit situé sur une zone de refocalisation des ondes de surface (voir figure 3.64 l'instantané de propagation à l'instant 20 s), l'accélérogramme simulé ne montre pas d'augmentation des amplitudes par rapport aux accélérogrammes des récepteurs environnants (figure 3.66). Ceci est probablement lié à la très forte dispersion produite par la couche de régolite. Qu'il y ait refocalisation des ondes de surface ou pas, notre étude sur les glissements de terrain induits par les vibrations sismiques prendra en compte les accélérations maximales de chacun des 40 sismogrammes calculés pour les simulations 3-D. Ainsi, la refocalisation des ondes de surface sera considérée.

3.3.4.3 Comparaison entre les amplitudes calculées par la méthode des éléments spectraux et celles calculées par la méthode des modes propres

Il est souhaitable de comparer approximativement nos résultats 3-D à ceux obtenus avec la méthode des modes propres. Il faut cependant corriger pour cela de la différence de contenu fréquentiel et de la différence d'impulsion.

Dans les deux cas, nous supposerons donc que l'amplitude en déplacement des ondes sismiques est proportionnelle à la fréquence et à l'impulsion sismique, et donc en accélération proportionnelle au cube de la fréquence et à l'impulsion sismique. Si f_{Mode}=50 Hz et f_{SEM}=5 Hz sont les fréquences de coupure des deux simulations par méthode des modes propres et par méthode des éléments spectraux (SEM) respectivement, I_{mode} et I_{SEM} sont les impulsions dans les deux cas, ce qui conduit à comparer les deux quantités suivantes :

$$\frac{a_{Mode}}{I_{Mode}} \times \left(\frac{f_{SEM}}{f_{Mode}}\right)^3 \qquad \frac{a_{SEM}}{I_{SEM}} \tag{3.32}$$

Cette comparaison donne les résultats suivants :

Astéroïde	Méthode	Accélération ($m.s^{-2}$)	Fréquence (Hz)	Impulsion ($N.s^{-1}$)	Accélération corrigée ($s.kg^{-1}$)
(433) Eros	SEM	$1{,}00\times10^{-02}$	5	$8{,}32\times10^{-09}$	$1{,}20\times10^{-12}$
Sphérique 8 km	Modes propres	$5{,}00\times10^{-03}$	50	$4{,}00\times10^{06}$	$1{,}25\times10^{-12}$

Table 3.18 – Comparaison des accelérations, accelérations corrigées, fréquences et impulsions obtenues pour deux modèles d'ast éroïdes avec la méthode des éléments spectraux et celle des modes propres.

Ceci montre que l'amplitude maximale, vraisemblablement associée à la première arrivée, n'est que faiblement affectée par la structure 3-D. Il n'en est pas de même de l'amplitude à l'antipode ou bien après plusieurs dizaines de secondes de propagation car la structure asphérique diffuse l'énergie.

3.3.4.4 Les cartes d'accélération maximale ('shakemap')

Nous allons maintenant représenter l'accélération maximale au cours de toute la simulation en chaque point de la surface du modèle pour les modèles d'Eros 3-D homogène (figure 3.71).

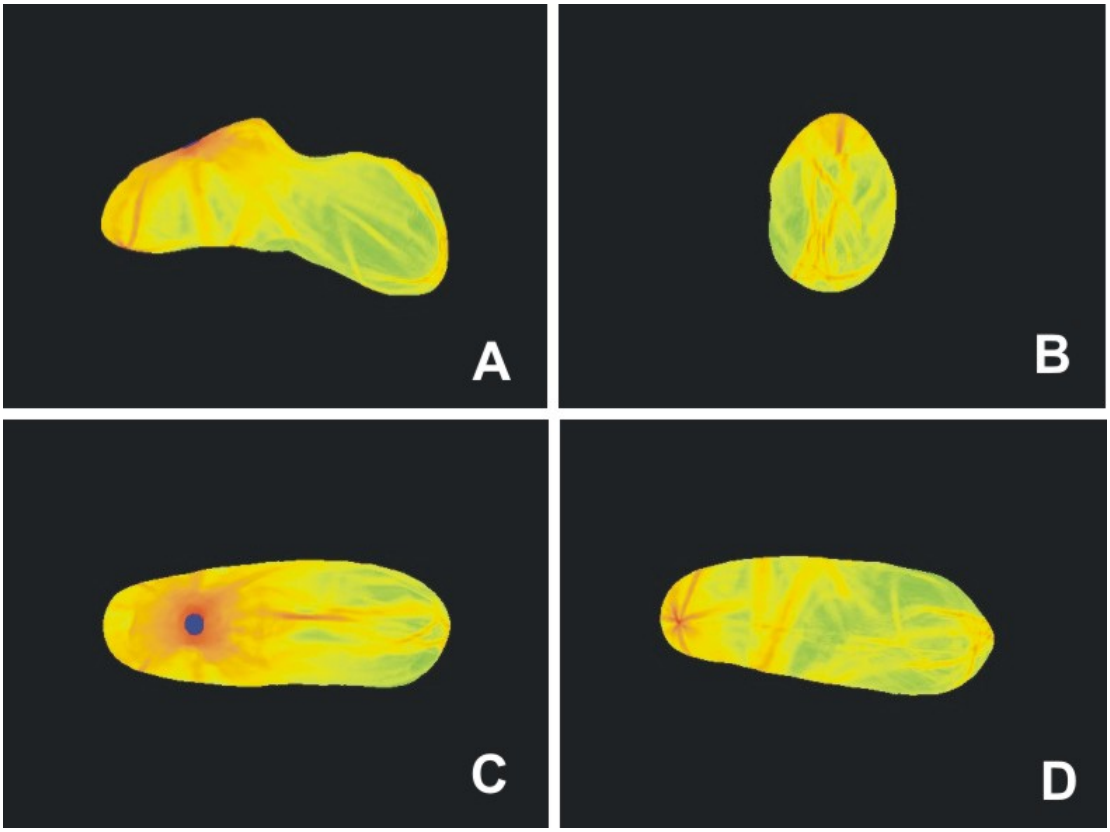

FIG. 3.71 - Cartes d'accélération maximale pour le modèle d'astéroïde 3-D homogène, montrant la refocalisation des ondes de surface (la zone bleue correspond à une zone circulaire autour de la source que nous avons volontairement mise à zéro pour mieux faire apparaître les effets sur le reste de la surface). Voir l'échelle de taille d'Eros sur la figure 3.5.

La figure 3.71 met en évidence la refocalisation des ondes de surfaces qui a été observée sur les instantanés de propagation de ce modèle (figure 3.59 à 3.61). On peut ainsi confirmer que cette refocalisation produit les maxima d'accélération, notamment aux extrémités d'Eros (extrémité 'gauche', figure 3.71 D, extrémité 'droite' figure 3.71 B) mais également au niveau du cratère Himeros car on y observe une zone allongée de forte accélération (figure 3.71 C). Ce dernier phénomène est légèrement visible à l'instant 10.5 s des instantanés de propagation des deux modèles 3-D (figures 3.59 à 3.64).

Ces endroits où des refocalisations ont lieues pourraient être plus nombreux que ceux visibles sur la figure 3.71. En effet, ces cartes d'accélérations maximales ont été élaborées à partir des sismogrammes de 100 s de durée. L'absence d'atténuation dans nos modèles (conformément aux observations des matériaux lunaires) pourrait maintenir des vibrations fortes très longtemps après les fins d'enregistrements de nos simogrammes, et donc de nombreux phénomènes de refocalisation pourraient encore avoir lieu. Nous avons été contraints de couper nos simulations à 100 s pour desr rasisons de temps de calcul.

Nous comptons par la suite généraliser ces cartes d'accélération maximale en calculant plusieurs cartes pour des impacts à des endroits aléatoires afin d'identifier des zones d'Eros où une amplification systématique des ondes sismiques a lieu. Ceci pourraît conduire à terme à étudier localement les effets de vibration sismique ('seismic shaking').

La carte d'accélération maximale a de même été calculée pour le modèle 3-D comprenant une couche de régolite. Dans ce cas la plupart de l'énergie est piégée dans la couche de régolite et se répand à peu près uniformément autour de la surface mais sans donner de refocalisation. On ne voit donc pas de refocalisation significative pour ce modèle, c'est pourquoi cette carte n'a pas été représentée.

3.4 Annexe – Article "Simulation of seismic wave propagation in an asteroid based upon an unstructured MPI spectral-element method: blocking and non-blocking communication strategies" publié dans le Journal "Lecture Notes in Computer Science", volume 5336, p 350-363, 2008.

Roland Martin[1], Dimitri Komatitsch[1,2], Céline Blitz[1], and Nicolas Le Goff[1]

[1] Université de Pau et des Pays de l'Adour,
CNRS & INRIA Sud-Ouest Magique-3D,
Laboratoire de Modélisation et d'Imagerie en Géosciences UMR 5212,
Avenue de l'Université, 64013 Pau Cedex, France
{roland.martin,dimitri.komatitsch,celine.blitz,
nicolas.legoff}@univ-pau.fr
http://www.univ-pau.fr
[2] Institut universitaire de France, 103 boulevard Saint-Michel, 75005 Paris, France
http://www.cpu.fr/Iuf

Abstract. In order to better understand the internal structure of asteroids orbiting in the Solar system and then the response of such objects to impacts, seismic wave propagation in asteroid 433-Eros is performed numerically based on a spectral-element method at frequencies lying between 2 Hz and 22 Hz. In the year 2000, the NEAR Shoemaker mission to Eros has provided images of the asteroid surface, which contains numerous fractures that likely extend to its interior. Our goal is to be able to propagate seismic waves resulting from an impact in such models. For that purpose we create and mesh both homogeneous and fractured models with a highly-dispersive regolith layer at the surface using the CUBIT mesh generator developed at Sandia National Laboratories (USA). The unstructured meshes are partitioned using the METIS software package in order to minimize edge cuts and therefore optimize load balancing in our parallel blocking or non-blocking MPI implementations. We show the results of several simulations and illustrate the fact that they exhibit good scaling.

Key words: Non-blocking MPI, load balancing, scaling, mesh partitioning, seismic wave propagation, asteroids.

1 Introduction

In the context of seismic exploration, it is of crucial importance to develop efficient numerical tools to model seismic wave propagation in complex structures with great accuracy at scales of at least tens of kilometers. For this purpose, the seismic wave equation can be solved numerically in heterogeneous media using

different methods, for instance the finite-difference technique or the boundary integral technique. In the last decade, the spectral-element method (SEM), which is more accurate and flexible, has been used extensively in the context of regional or global seismology. The SEM was introduced twenty years ago in computational fluid mechanics by [1]. It is a high-order variational method that retains the ability of finite elements to handle complicated geometries while keeping the exponential convergence rate of spectral methods. Complex topographies, dipping or curved interfaces, interface and surface waves, and distorted meshes can be easily taken into account. Indeed, the SEM provides a more natural context to describe the free surface of the model thanks to the weak formulation of the equations that is used, for which the free surface condition is a natural condition. The formulation of the SEM based on the displacement vector and on Gauss-Lobatto-Legendre numerical integration which is implemented in our software package called SPECFEM has the property to retain a diagonal mass matrix and is therefore easier to implement than classical low-order finite-element methods. Applications of the SEM to two-dimensional (2D) (e.g., [3, 4]) and three-dimensional (3D) elastodynamics (e.g., [5, 6]) have shown that high accuracy (i.e., small numerical dispersion) is obtained. The time discretization is an explicit conditionally-stable second-order centered finite-difference scheme. Because of the diagonal mass matrix and of the standard explicit time scheme, no inversion of a linear system is needed and therefore the method can be efficiently implemented in parallel and large 3D models can be handled (e.g., [5–7]). In this article, we use the SEM to simulate seismic wave propagation resulting from an impact at the surface of a 2D cut plane in an asteroid.

Asteroids are metallic or rocky bodies orbiting in the Solar System. Very little is known about their internal structure and therefore several models of their interior have been proposed, for instance monoliths (objects of low porosity, good transmitters of elastic stress) or rubble pile (shattered bodies whose pieces are grouped into a loose and porous packing [8]). Depending on its structure, the response of an asteroid to an impact (for instance when it is hit by a meteor or by an artificial impactor sent on it at high velocity) can be very different [9]: a rubble pile would be harder to disrupt than a monolith [8]. Thus, to develop mitigation techniques (to prevent a potential collision of a hazardous object with the Earth) it is important to be able to perform simulations of body disruption on reliable models of an asteroid interior [10]. The geophysical knowledge of asteroid interiors can be improved by space missions sent to comets or asteroids. In the year 2000, the NEAR Shoemaker mission to 433-Eros has provided images of the asteroid surface, which displayed numerous fractures and evidence of a coherent but fractured interior [11]. The study of the crater distribution at the surface of Eros has highlighted a deficit in the distribution of small crater sizes. To explain this observation, [12] have proposed impact-induced vibrations as a possible source of downslope movements on crater walls. The related mobilized material could fill the smallest craters, leading to their erasure. In this study we therefore simulate wave propagation in different models of the interior of asteroid 433-Eros.

2 Spatial and temporal discretization of the governing equations

We consider a linear isotropic elastic rheology for the heterogeneous solid, and therefore the seismic wave equation can be written in the strong form as:

$$\begin{aligned} \rho\ddot{\mathbf{u}} &= \boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{\sigma}+\mathbf{f}\ , \\ \boldsymbol{\sigma} &= \mathbf{C}:\boldsymbol{\varepsilon}=\lambda\mathrm{tr}(\boldsymbol{\varepsilon})\mathbf{I}+2\mu\boldsymbol{\varepsilon}\ , \\ \boldsymbol{\varepsilon} &= \tfrac{1}{2}[\boldsymbol{\nabla}\mathbf{u}+(\boldsymbol{\nabla}\mathbf{u})^T]\ , \end{aligned} \tag{1}$$

where $\mathbf{u}$ denotes the displacement vector, $\boldsymbol{\sigma}$ the symmetric, second-order stress tensor, $\boldsymbol{\varepsilon}$ the symmetric, second-order strain tensor, $\mathbf{C}$ the fourth-order stiffness tensor, λ and μ the two Lamé parameters, ρ the density, and $\mathbf{f}$ an external force. The trace of the strain tensor is denoted by $\mathrm{tr}(\boldsymbol{\varepsilon})$, $\mathbf{I}$ denotes the identity tensor, the tensor product is denoted by a colon, and a superscript T denotes the transpose. A dot over a symbol indicates time differentiation. The physical domain is denoted by Ω, and its outer boundary by Γ. The material parameters of the solid, $\mathbf{C}$ (or equivalently λ and μ) and ρ, can be spatially heterogeneous. We can then rewrite the system (1) in a variational weak form by dotting it with an arbitrary test function $\mathbf{w}$ and integrating by parts over the whole domain as:

$$\int_\Omega \rho\mathbf{w}\cdot\ddot{\mathbf{u}}\,\mathrm{d}\Omega+\int_\Omega \boldsymbol{\nabla}\mathbf{w}:\mathbf{C}:\boldsymbol{\nabla}\mathbf{u}\,\mathrm{d}\Omega=\int_\Omega \mathbf{w}\cdot f\,\mathrm{d}\Omega+\int_\Gamma(\boldsymbol{\sigma}\cdot\hat{\mathbf{n}})\cdot\mathbf{w}\,\mathrm{d}\Gamma\ . \tag{2}$$

The free surface (i.e. traction free) boundary condition on Γ is easily implemented in the weak formulation since the integral of traction along the boundary simply vanishes (e.g., [5]) when we set $\boldsymbol{\tau}=\boldsymbol{\sigma}\cdot\hat{\mathbf{n}}=0$ at the free surface.

This formulation is solved on a mesh of quadrangular elements in 2D, which honors both the free surface of the asteroid and its main internal discontinuities (for instance its fractures). The unknown wave field is expressed in terms of high-degree Lagrange polynomials on Gauss-Lobatto-Legendre interpolation points, which results in an exactly diagonal mass matrix that leads to a simple time integration scheme (e.g. Komatitsch et al., 2005). Let $\mathbf{w}_N$, $\mathbf{u}_N$ denote the piecewise-polynomial approximations of the test functions and the displacement, respectively. Making use of (2), the discrete variational problem to be solved can thus be expressed as: for all time t, find $\mathbf{u}_N$ such that for all $\mathbf{w}_N$ we have

$$\int_\Omega \rho\mathbf{w}_N\cdot\ddot{\mathbf{u}}_N\,\mathrm{d}\Omega+\int_\Omega \boldsymbol{\nabla}\mathbf{w}_N:\mathbf{C}:\boldsymbol{\nabla}\mathbf{u}_N\,\mathrm{d}\Omega=\int_\Omega \mathbf{w}_N\cdot f\,\mathrm{d}\Omega\ . \tag{3}$$

We can rewrite this system (3) in matrix form as:

$$M\ddot{d}+Kd=F\ , \tag{4}$$

where M is the diagonal mass matrix, F is the source term, and K is the stiffness matrix. For detailed expression of these matrices, the reader is referred for instance to [6].

Time discretization of the second-order ordinary differential equation (4) is achieved using the explicit Newmark central finite-difference scheme [5, 6], which is second order accurate and conditionally stable :

$$M\ddot{\mathbf{d}}_{n+1} + K\mathbf{d}_{n+1} = F_{n+1} \ , \tag{5}$$

where

$$\mathbf{d}_{n+1} = \mathbf{d}_n + \Delta t\dot{\mathbf{d}}_n + \frac{\Delta t^2}{2}\ddot{\mathbf{d}}_n \ , \tag{6}$$

and

$$\dot{\mathbf{d}}_{n+1} = \dot{\mathbf{d}}_n + \frac{\Delta t}{2}[\ddot{\mathbf{d}}_n + \ddot{\mathbf{d}}_{n+1}] \ . \tag{7}$$

At the initial time $t = 0$, null initial conditions are assumed i.e., $\mathbf{d} = \mathbf{0}$ and $\dot{\mathbf{d}} = \mathbf{0}$. The time step Δt and the distribution of mesh sizes $h(x, y)$ are chosen such that the Courant-Friedrichs-Lewy (CFL) stability condition and a numerical dispersion condition are satisfied. The CFL condition is :

$$max\left(\frac{c_p(x,y)}{h(x,y)}\right)\Delta t \leq \alpha \ , \tag{8}$$

where $c_p(x, y)$ is the pressure velocity distribution in the model under study, and the numerical dispersion condition is

$$min\left(\frac{c_s(x,y)}{h(x,y)}\right)/(2.5f_0) \geq n_\lambda \ , \tag{9}$$

where f_0 is the dominant frequency of the seismic source, $c_s(x, y)$ the shear velocity distribution in the model and n_λ the minimum number of grid points per seismic wavelength. In practice α is taken lower than 0.5, and n_λ about 5 [13].

3 Model of the asteroid

The size of Eros is approximately 34 km (length) by 17 km (height) and we have designed its model according to the dataset provided by the NEAR Shoemaker spacecraft. These data display a regolith blanket at the surface (formed by crushed rocks during impacts) of thickness ranging from tens to hundreds of meters [11]. We therefore added a regolith blanket around the asteroid, with a thickness ranging from 50 to 150 m. The images of the surface of Eros also display numerous craters and fractures. These fractures are thought to be formed by impacts and the regolith depression found around them suggests regolith infiltration [11]. This regolith depression can be up to 300 m wide, for instance near the Rahe Dorsum ridge. This long fracture, striking on Eros images, probably crosses the asteroid interior and is therefore included in our 2D model. Except Rahe Dorsum, all fractures have been designed under the main craters in our 2D model and filled with the same material as the regolith. Because of technical

constraints, we designed simple fracture shapes, and to avoid low angles in the mesh elements, we tried to draw the fracture geometry with angles close to 90 degrees. We extended the fracture network to a depth of one crater radius or more according to [16].

We define two models of the interior of Eros: one that is homogeneous (it includes the topography of Eros and an elastic material characterized by a pressure wave velocity $c_p = 3000$ m.s^{-1}, a shear wave velocity $c_s = 1700$ m.s^{-1}, and a density $= 2700$ kg.m^{-3}), and another one that in addition comprises a regolith layer as well as fracture networks. The interior of the fractures and the regolith layer have the same material properties: $c_p = 900$ m.s^{-1}, $c_s = 500$ m.s^{-1}, and a density of 2000 kg.m^{-3}. Seismic attenuation (i.e., loss of energy by viscoelasticity) can be ignored in this problem because seismic studies performed on the Moon have shown that it is negligible.

The two models are meshed with CUBIT quadrangular and hexahedral mesh generator developed at Sandia National Laboratories (*http://cubit.sandia.gov*, USA). Table 1 shows that the quality of the meshes obtained for the two models displayed in Figure 1 is good: the angles of the elements are acceptable (comprised between approximately 30 and 90 degrees) with a related skewness lying between 0 and 0.65 (0 corresponds to the best case of a perfectly cubic element and 1 corresponds to the worst case of a flat element). For speed-up scaling purposes we perform different calculations by increasing the number of mesh points and elements while we increase the dominant frequency of the seismic source according to the dispersion relation. Subsequently the number of partitions increases accordingly, each mesh partition being mapped to one processor core. Dominant frequencies are chosen from 2 Hz to 22 Hz and element sizes take values of 18 m (in fractures and regolith layers) to 522 m (in the bedrock) at 2 Hz, and 1.68 m (fractures and regolith) to 47.5 m (bedrock) at 22 Hz. Chosing higher frequencies is not relevant because the available data resolution (300 m) as well as the interior structure are not known accurately enough from a physical point of view.

4 Mesh partitioning and non-blocking MPI implementation

A 2D mesh designed for a very high-resolution simulation is too large to fit on a single computer. We therefore implement the calculation in parallel based upon MPI. We first partition the mesh using the METIS graph partitioning library [14], which focuses on balancing the size of the different domains and minimizing the edge cut. Figure 2 shows how the mesh for the homogeneous model is partitioned by METIS into 8 or into 80 domains. Balancing the size of the domains ensures that no processor core will be idle for a significant amount of time while others are still running at each iteration of the time loop, while a small edge cut reduces the number and the size of the communications. Contributions between neighboring elements that are located on different processor cores are added using non-blocking MPI sends and receives and following a similar

implementation for low-order finite element method described in [15]. The communication scheme used is the following: contributions (i.e., mechanical internal forces) from the outer elements of a given mesh slice (i.e., elements that have an edge in common with an element located on a different processor core) are computed first and sent to the neighbors of that mesh slice using a non-blocking MPI send. Similarly, each processor core issues non-blocking MPI receives. This allows for classical overlapping of the communications by the calculations, i.e. each process then has time to compute mechanical forces in its inner elements while the communications travel across the network, and if the number of outer elements is small compared to the number of inner elements in all the mesh slices we can be confident that the messages will be arrived when the internal calculations are finished. Once the contributions from neighbors have been received, they are added to the corresponding elements locally. We ran the code on a Dell PowerEdge 1950 cluster with Intel EM64T Xeon 5345 (Clovertown) processors (2333 MHz clock frequency, 9.330 Gigaflops peak performance) and Myrinet network, located at the California Institute of Technology (USA). Each processor is dual core, so we prefer to speak here in terms of processes or processor cores with one process per processor core.

5 Numerical simulations and scaling of the code

In all the simulations we use a polynomial of degree $N = 4$ to integrate variables at the $(N + 1)^2 = 25$ Gauss-Lobatto-Legendre points along each direction of any spectral element. A series of simulations to measure speedup and scaling are performed at a dominant frequency of 2 Hz for the homogeneous model first and then for the fractured model. A third series of tests are computed to study the weak scaling of the code. By weak scaling we mean how the time to solve a problem with increasing size can be held constant by enlarging the number of processes used and by maintaining a fixed system size per process: when one doubles the number of processes one also doubles the system size.

Moderate mesh sizes are considered for the homogeneous model, and moderate to large mesh sizes for the fractured model (Table 1). The seismic source is an impact represented by a force normal to the surface and located at point (x = -9023 m, y = 6131 m) in the mesh. The time variation of the source is the second derivative of a Gaussian. The time step used is $\Delta t = 1$ ms and the signal is propagated for 150000 time steps (i. e. 150 s). In the case of the homogeneous model, Figure 3 shows pressure, shear and surface waves propagating inside Eros and along its surface for 65 seconds. One can see in particular the pressure wave front that is reflected on the lower free surface and the shear wave front that closely follows the pressure wave front, as well as many reflections and conversions of waves generated along the whole surface of the object. On the contrary, in the fractured model (figure 4), waves travel mostly inside the dispersive surface layer of regolith as well as the fractures, which act as wave guides. The waves then reflect off all the boundaries and are trapped for a while in the left

part of the model, where the source is located, and then progressively move to the right part, the large transversal fracture acting as a geological barrier.

Figure 5 shows the scaling of the code for 1 to 80 processes in the case of the mesh for the homogeneous model with 3744 elements with sizes from 147 m to 470 m. As expected, scaling is very good (close to the straight line obtained for hypothetical perfect scaling) as long as the number of outer elements is small compared to the number of inner elements in all the mesh slices, in which case overlapping of communications with calculations using non-blocking MPI works very well. Here for the relatively small mesh used this is true when we use a number of processes lower than 32. When we use a number of processes that is larger and for which this assumption ceases to be true, scaling quickly becomes very poor because communications are no longer overlapped. Indeed, for more than 32 processes the total measured time goes through a minimum and then starts to increase. The three other curves (medium and tiny dashed lines and filled square lines), which represent the lowest, average and highest values of the sum of the time spent in calculations and communications in the outer elements of all the partitions, increase when we use more than 32 processes, which explains the poor scaling observed in this case. It is observed that total time spent in communications and calculations is not really different between blocking and non-blocking communication procedures for this specific application.

In the fractured case, scaling is performed for 57275 spectral elements (919709 grid points) at 2 Hz by increasing the number of processes from 1 to 121. Figure 6 shows that the scaling is much better than for the homogeneous case. The poor scaling that appears beyond 32 processes in the homogeneous case will appear for a much higher number of processes in this heterogeneous case. This is not surprising because the number of elements is higher inside each partition.

Now, instead of increasing the number of processes for a given fixed mesh, a weak scaling study is performed for the complex and highly unstructured meshes generated for the fractured model. The dominant frequency of the source is increased from 2 Hz to 22 Hz while we refine the mesh in the same ratio and increase the number of processor cores consequently from 1 to 121. By construction of the cracks in the asteroid and using a mesh decimation technique in each element, skewnesses and angles are reasonably preserved when the number of elements increases. Time steps and mesh sizes are respectively decreased from 0.45 ms (2 Hz) to 0.04 ms (22 Hz). At 2 Hz, mesh sizes take values varying from 18 m (regolith) to 522 m (bedrock), while at 22 Hz they vary from 1.68 m to 47 m. In Figure 7 we observe that the total computational time per process is nearly constant as the number of processes increases beyond more than 10 processes approximately. This is observed for both blocking or non-blocking communication strategies, which give similar results. The tests correspond to 57275 elements (nearly 1 million points at 2 Hz) for 1 processor core and to nearly 6 million elements (nearly 111 million points at 22 Hz) for 121 processor cores. The number of degrees of freedom (the two components of the displacement vector) is exactly twice the number of points, i.e., close to 222 millions. Let us finally mention that a mixed MPI/OpenMP model could also be used but

Komatitsch et al. [7] have shown that it does not bring any significant gain in performance for this particular application.

6 Conclusions

We have simulated wave propagation in a homogeneous or a fractured model of an asteroid represented by a non-structured mesh. A mesh with good skewness has been developed with CUBIT. For both blocking and non-blocking communication strategies using METIS, similar scalings are obtained and mesh configurations of 110 million points can be computed using 121 processor cores and dominant seismic frequencies of up to 22 Hz. In future work it would be interesting to extend the simulations to 3D at high resolution and to apply L2 cache misses reduction techniques [17].

Acknowledgments. The authors would like to thank Philippe Lognonné for fruitful discussion about asteroids, Emanuele Casarotti and Steven J. Owen for fruitful discussion about meshing with CUBIT, Jean Roman and Jean-Paul Ampuero for fruitful discussion about overlapping communications with non-blocking MPI. Calculations were performed on the Division of Geological & Planetary Sciences Dell cluster at the California Institute of Technology (USA). This material is based in part upon research supported by European FP6 Marie Curie International Reintegration Grant MIRG-CT-2005-017461 and by the French ANR under grant NUMASIS ANR-05-CIGC-002.

Model	Homogeneous (3744 elements)	Fractured (57275 elements)
Average angle	84.14	81.98
Standard deviation angle	5.57	7.44
Min Angle	59.83	29.76
Max angle	89.94	89.97
Average skew	0.0606	0.0861
Standard deviation skew	0.0575	0.0925
Min skew	0	0
Max skew	0.356	0.647

Table 1. The quality of the quadrangle elements can be defined by their angles θ (rad) or equivalently by their skewness, which is defined as $|(2\theta - \pi)/\pi|$. Ideal angles are right angles (90 degrees) with skewness of 0, and poor angles are lower than typically 30 degrees with skewness beyond approximately 0.65. Here the number of poor elements is small and their influence on the global calculations is therefore expected to remain reasonable.

References

1. Patera A. T.: A spectral element method for fluid dynamics: laminar flow in a channel expansion. Journal of Computational Physics (1984), 54, pp. 468-488.

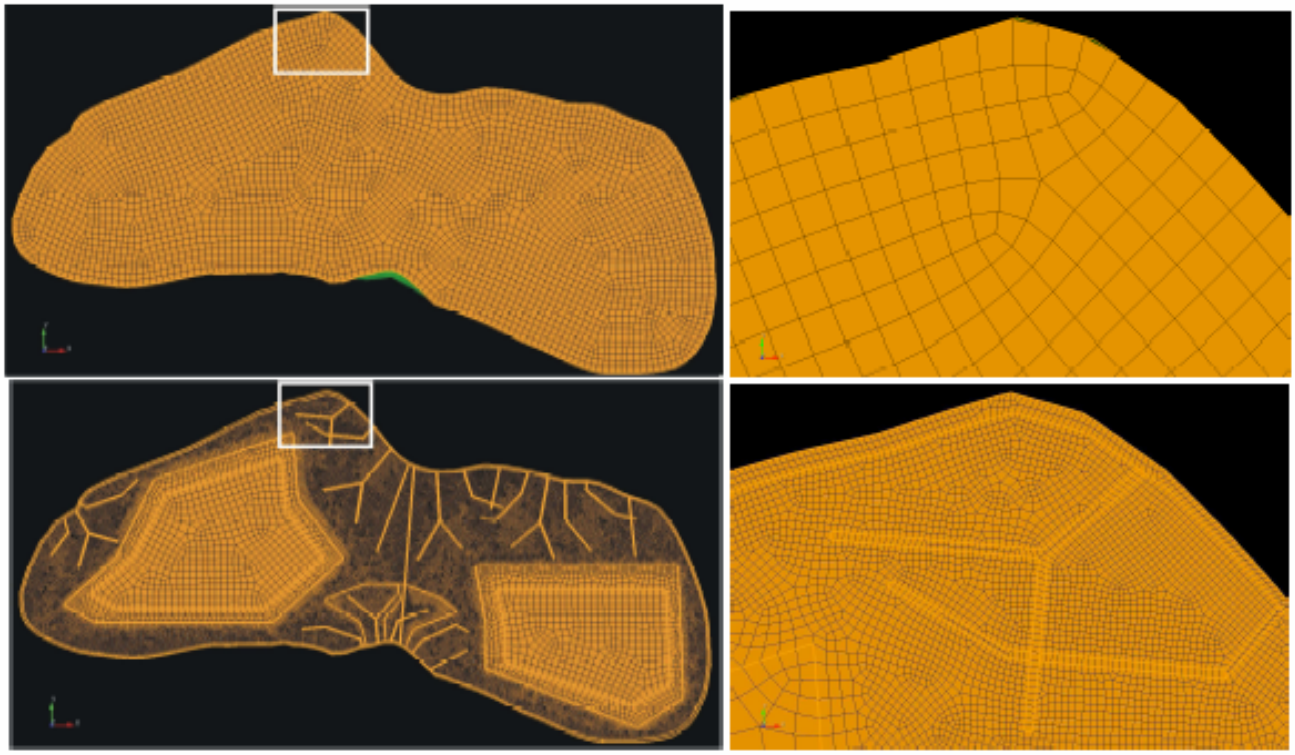

Fig. 1. Meshes created using the CUBIT mesh generator for an homogeneous model of asteroid Eros (top, 3744 elements) and a more complex model with a regolith layer and a network of fractures (bottom, 52275 elements) for simulations performed at a central frequency of 2 Hz. Close-ups on the white frame are also shown.

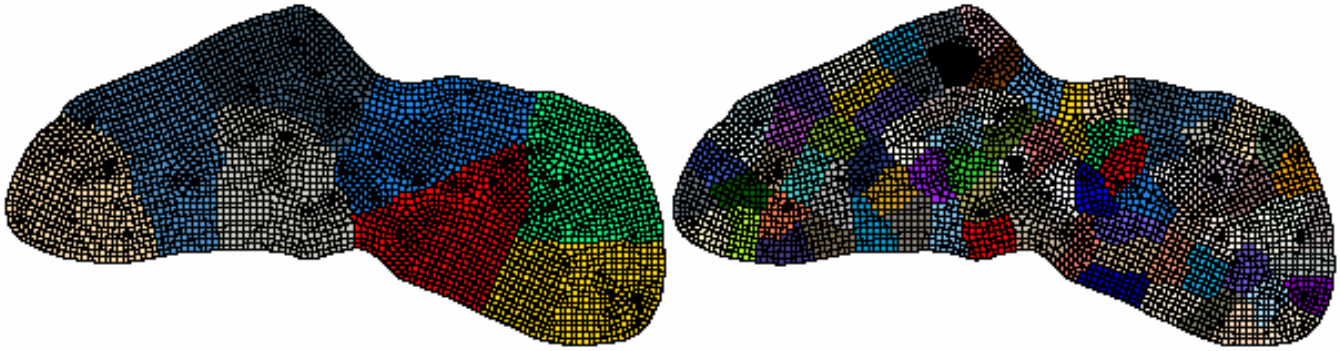

Fig. 2. Partitioning of the mesh for the homogeneous model (Figure 1) obtained with METIS in the case of 8 (left) and 80 (right) domains. We observe that the number of elements along the interface of the partitions is small compared to the number of elements inside each partition in the case of 8 domains, and therefore overlapping of communications with calculations is expected to work fine. But in the case of 80 domains, this number becomes comparable or even higher than the number of inner elements, in which case overlapping is expected to fail, and poor performance should result.

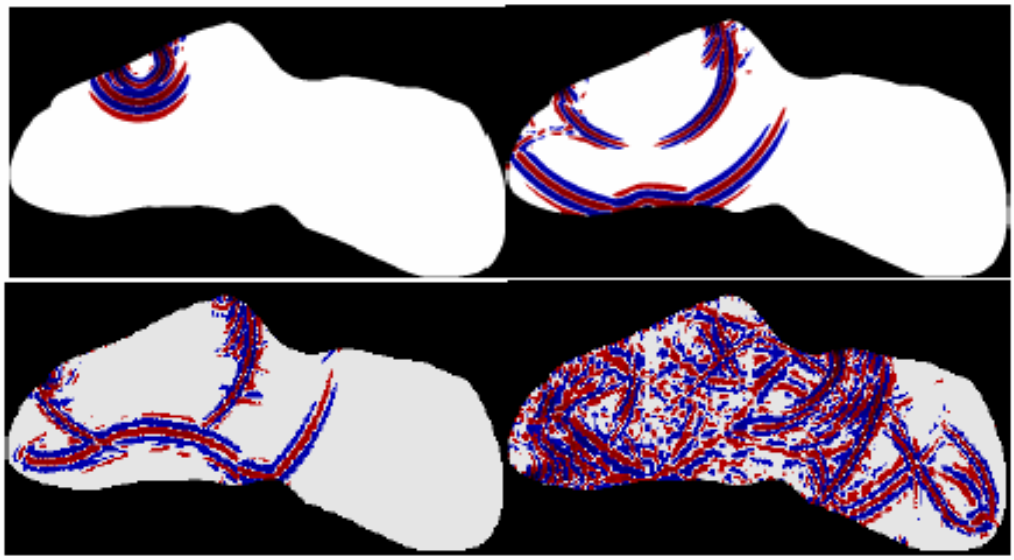

Fig. 3. Snapshots of the propagation of simulated seismic waves in the asteroid for a total duration of 65 seconds in the case of the mesh for a homogeneous model displayed in Figure 1. Snapshots are shown at 10 s, 25 s (top) and 45 s, 65 s (bottom). We represent the vertical component of the displacement vector in red (positive) or blue (negative) at each grid point when it has an amplitude higher than a threshold of 1% of the maximum, and the normalized value is raised to the power 0.30 in order to enhance small amplitudes that would otherwise not be clearly visible.

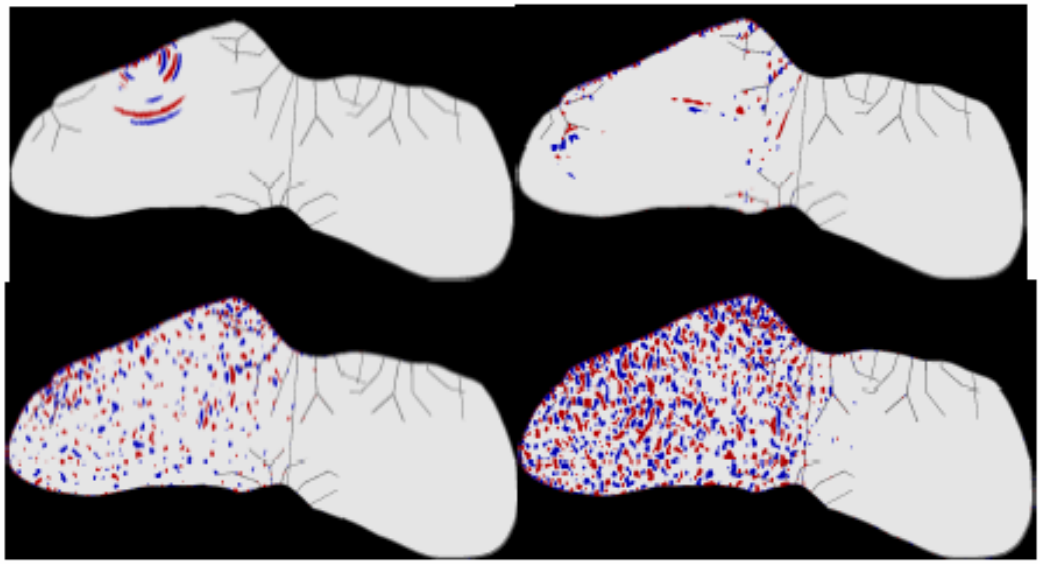

Fig. 4. Snapshots of the propagation of simulated seismic waves in the asteroid for a total duration of 65 seconds in the case of the mesh for the more complex model with a regolith layer and networks of fractures displayed in Figure 1. Snapshots are shown at 10 s, 25 s (top) and 45 s, 65 s (bottom). We represent the vertical component of the displacement vector in red (positive) or blue (negative) at each grid point when it has an amplitude higher than a threshold of 1% of the maximum, and the normalized value is raised to the power 0.30 in order to enhance small amplitudes that would otherwise not be clearly visible.

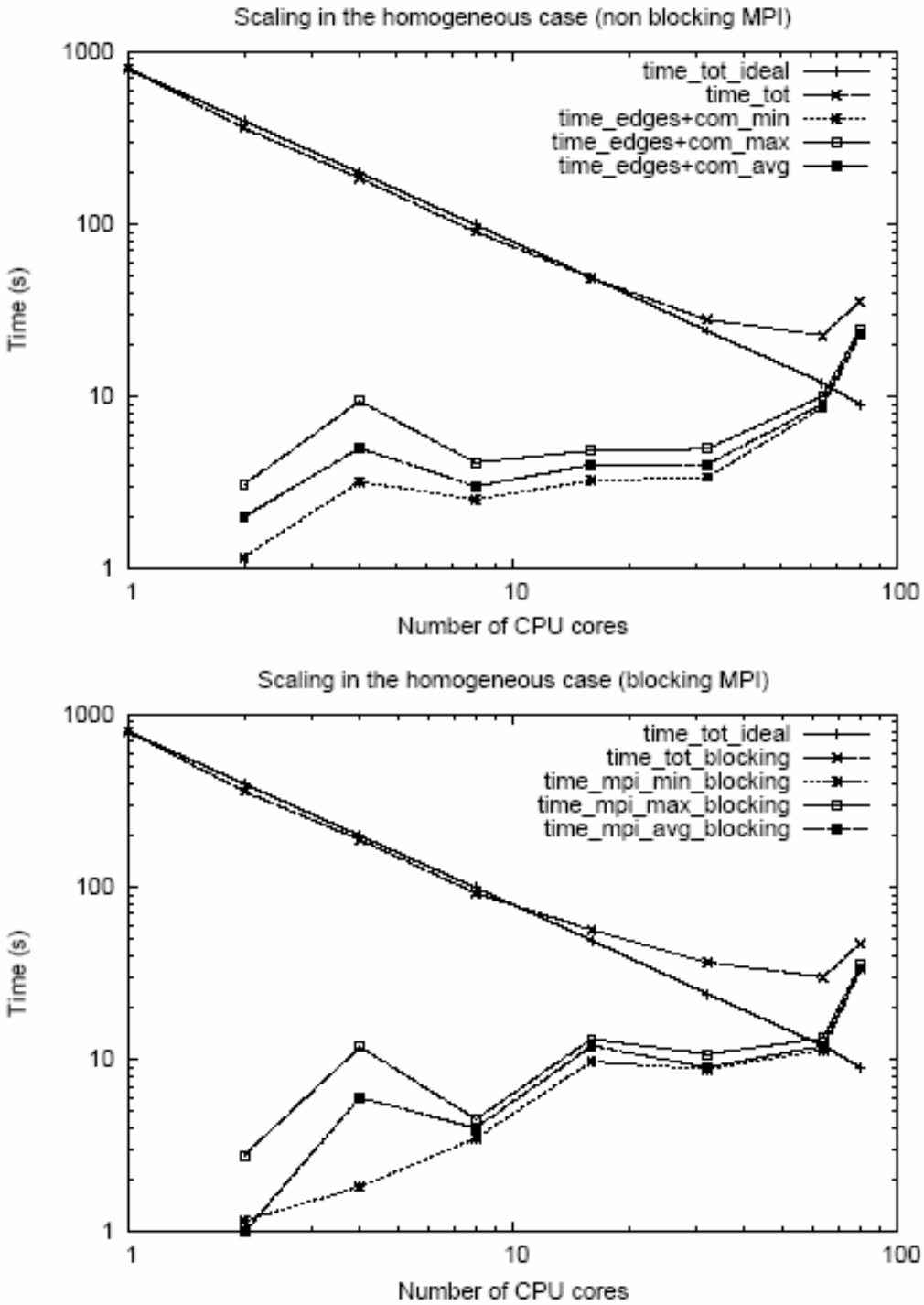

Fig. 5. Scaling of the code in the case of the mesh for the homogeneous model represented in Figure 1 for blocking (top) and non blocking communications (bottom). For both strategies the measured total time spent in the calculations and communications (long dashed line with single crosses) is compared to the theoretical straight line obtained assuming perfect scaling (solid line) for different numbers of processes (one per mesh partition): 1, 2, 4, 8, 32, 64 and 80. The two curves are in very good agreement as long as the number of outer elements is small compared to the number of inner elements in all the mesh slices, in which case overlapping of communications with calculations using non-blocking MPI works very well. Here for the relatively small mesh used this is true when we use a number of processes lower than 32. When we use a larger number of processes scaling quickly becomes very poor because communications are no longer overlapped. One can also observe that the total time spent in communications and calculations is similar between blocking and non-blocking communication strategies.

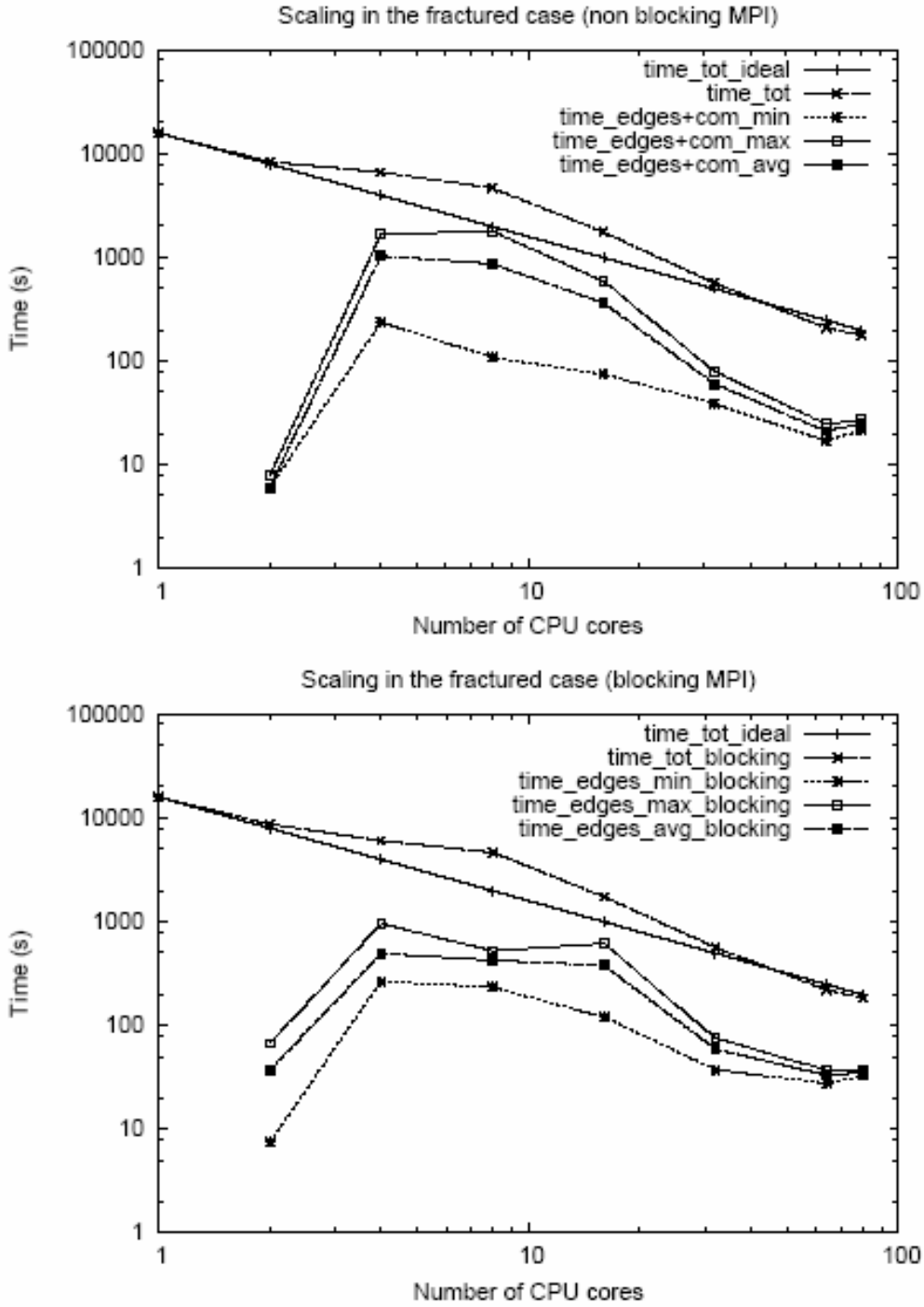

Fig. 6. Scaling of the code in the case of the mesh for the fractured model represented in Figure 1 for blocking (top) and non blocking communication (bottom) strategies. For both strategies the measured total time spent in the calculations and communications (long dashed line with single crosses) is compared to the theoretical straight line obtained assuming perfect scaling (solid line) for different numbers of processor cores (one per mesh partition): 1, 2, 4, 8, 32, 64, 80. The two curves are in very good agreement as long as the number of outer elements is small compared to the number of inner elements in all the mesh slices, in which case overlapping of communications with calculations using non-blocking MPI works very well. Here for the relatively small mesh used this is always the case. We do not observe the same poor scaling as in the homogeneous case but it should start to appear if we used more than 80 processes. Total time spent in communications and calculations is not really different between blocking and non-blocking communication procedures for this specific application, as observed in the homogeneous case.

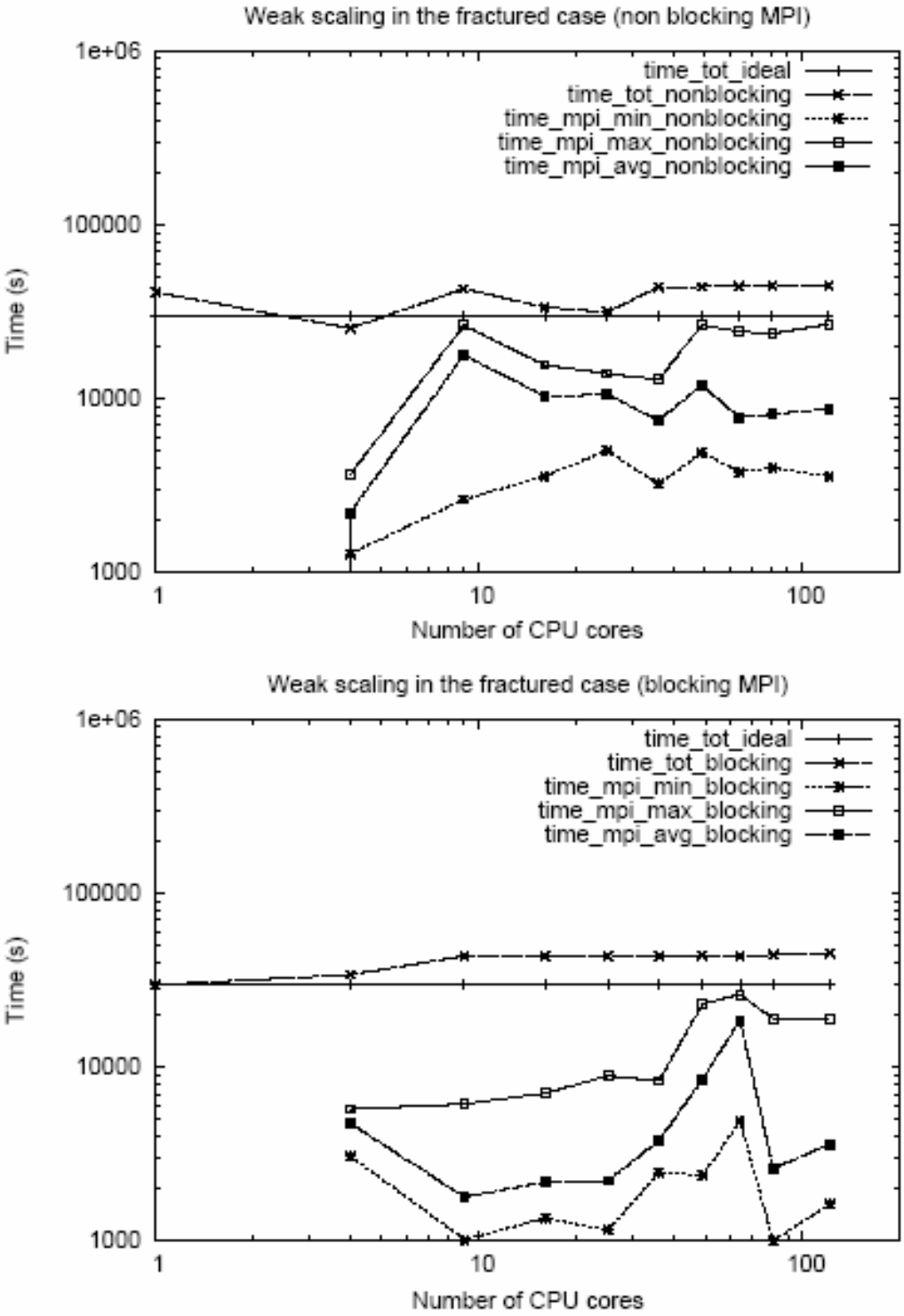

Fig. 7. Weak scaling of the code for the fractured model represented in Figure 1 in the case of non blocking (top) and blocking (bottom) communications. The measured total time spent in the calculations and communications (long dashed line with single crosses) is compared to the theoretical straight line obtained assuming perfect scaling (solid line) for different numbers of processor cores (one per mesh partition) and different dominant frequencies : 1 (2 Hz and 57275 elements), 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 121 (22 Hz and around 110 million points) processes. As we increase the number of processes and the corresponding seismic frequency, the number of elements increases until reaching more than 110 million points for 121 processes. It is interesting to note that the total computational time spent per process remains constant for more than 10 processes in the non-blocking case. Similar results are obtained for blocking communications.

2. Cohen, G., Joly, P., Tordjman, N.: Construction and analysis of higher-order finite elements with mass lumping for the wave equation. Proceedings of the second international conference on mathematical and numerical aspects of wave propagation (1993), R. Kleinman Editor, pp. 152-160, SIAM, Philadelphia, Pennsylvania, USA.
3. Priolo, E., Carcione, J. M., Seriani, G.: Numerical simulation of interface waves by high-order spectral modeling techniques. Journal of Acoustical Society of America (1994), 95, 2, pp. 681-693.
4. Komatitsch, D., Martin, R., Tromp, J., Taylor, M.A., Wingate, B.A.: Wave propagation in 2-D elastic media using a spectral element method with triangles and quadrangles. Journal of Computational Acoustics (2001), 9, 2, pp. 703-718.
5. Komatitsch, D., Vilotte, J. P.: The spectral-element method: an efficient tool to simulate the seismic response of 2D and 3D geological structures. Bull. Seis. Soc. Am. (1998), 88, 2, pp. 368-392.
6. Komatitsch, D., Tromp, J.: Introduction to the spectral-element method for 3-D seismic wave propagation. Geophy. J. Int (1999), 139, 3, pp. 806-822.
7. Komatitsch, D., Tsuboi, S., Ji, C., Tromp, J.: A 14.6 billion degrees of freedom, 5 teraflops, 2.5 terabyte earthquake simulation on the Earth Simulator. In Proceedings of the ACM / IEEE Supercomputing SC'2003 conference, p. 4-11, doi: 10.1109/SC.2003.10023 (2003).
8. Asphaug, E.: Interior structures for asteroids and cometary nuclei. In: Belton, M. J. S., Morgan, T. H., Samarasinha, N., Yeomans, D. K. (eds): Mitigation of Hazardous Comets and Asteroids. Cambridge University Press (2004), pp. 66-103.
9. Holsapple, K. A.: About deflecting asteroids and comets. In: Belton, M. J. S., Morgan, T. H., Samarasinha, N., Yeomans, D. K. (eds): Mitigation of Hazardous Comets and Asteroids. Cambridge University Press (2004), pp. 113-140.
10. Michel, P., Benz, W., Richardson, D. C.: Disruption of fragmented parent bodies as the origin of asteroids families. Nature (2003), 421, pp. 608-611.
11. Robinson, M. S., Thomas, P. C, Veverka, J., Murchie, S. L., Wilcox, B. B.: The geology of 433 Eros. Meteoritics and planetary sciences (2002), 37, pp. 1651-1684.
12. Richardson, J. E., Melosh, H. J., Greenberg, R. J. and O'Brien, D. P.: The global effects of impact-induced seismic activity on fractured asteroid surface morphology. Icarus (2005), 179, pp. 325-349.
13. De Basabe, J. D. and Sen, M. K. :Grid dispersion and stability criteria of some common finite-element methods for acoustic and elastic wave equations. Geophysics (2007), 72, 6, pp. 81-95.
14. Karypis, G., Kumar, V.: Multilevel k-way partitioning scheme for irregular graphs. J. Parallel Distrib. Comput. (1998), 48, 1, pp. 96-129.
15. Danielson, K. T. and Namburu R. R.: Nonlinear dynamic finite element analysis on parallel computers using Fortran90 and MPI. Advances in Engineering Software (1998), 29, 3-6, pp. 179-186.
16. Ahrens, T. J., Xia, K. and Coker, D.: Depth of cracking beneath impact craters: new constraint for impact velocity, in: Shock-Compression of Condensed Matter, edited by Furnish, M. D., Thadhani, N. N., and Y. Horie. American Institute of Physics, New York (2002), pp. 1393-1396.
17. Komatitsch, D., Labarta, J., Michéa, D.: A simulation of seismic wave propagation at high resolution in the inner core of the Earth on 2166 processors of MareNostrum. In Proceedings of the 8th VecPar International Meeting on High Performance Computing for Computational Science, Toulouse, France, Lecture Notes in Computer Science (2008), 5336, pp. 364-377.

Chapitre 4 Simulation de l'érosion des cratères de l'astéroïde (433) Eros

Cette section présente les simulations effectuées pour expliquer le déficit en petits cratères observé sur l'astéroïde 433-Eros. En premier lieu, nous avons testé le mécanisme de recouvrement par les ejecta des impacts successifs. Cette étude est actuellement sous presse au 'Journal of Geophysical Research – Planets', de facteur d'impact 2.95, sous le titre : Céline Blitz, Philippe Lognonné, Dimitri Komatitsch et David Baratoux, 'The effects of ejecta accumulation on the crater population of asteroid 433 Eros'. Dans un deuxième temps nous avons ajouté au model de recouvrement par ejecta un mécanisme de rebouchage de cratères par des glissements de terrain provoqués par vibrations sismiques lors d'impacts.

Pour ces deux études, nous avons bombardé l'astéroïde Eros par la population d'astéroïdes de la Ceinture Principale et à partir de chaque cratère formé le mécanisme d'enfouissement par les ejecta des impacts a été modélisé en utilisant les équations régissant les phénomènes d'impact. Les lois donnant les caractéristiques des cratères et des ejecta à partir des paramètres des projectiles sont présentées dans l'annexe située à la fin de ce chapitre.

La première partie de ce chapitre montre la contribution à l'érosion des cratères du phénomène d'enfouissement sous les ejecta et la deuxième partie de ce chapitre simule l'érosion des cratères d'Eros par le mécanisme de recouvrement par les ejecta et par le rebouchage lié aux glissements de terrain déclenchés par les vibrations sismiques des impacts.

Pour cette seconde étude qui nécessite le calcul des vibrations d'Eros, nous nous sommes basés sur les résultats des sismogrammes 2-D pour valider les programmes, et dans les prochaines semaines nous integrerons à ces simulations les résultats des simogrammes 3-D, plus réalistes. En effet, les amplitudes données par les simulations 2-D sont surrestimées du fait de la divergence géométrique.

4.1 The effects of ejecta accumulation on the crater population of asteroid 433 Eros

Cette étude est sous presse dans 'Journal of Geophysical Research – Planets' (facteur d'impact de 2.95) sous le titre : Céline Blitz, Philippe Lognonné, Dimitri Komatitsch et David Baratoux, 'The effects of ejecta accumulation on the crater population of asteroid 433 Eros'.

The crater population of asteroid 433 Eros exhibits a deficit in small crater diameters that has been suggested to result from impact-induced seismic shaking initiating downslope movements of regolith material, covering these small craters. As in lunar maria, saturation equilibrium was expected to characterize the crater population of Eros, but was surprisingly not shown by the dataset. The surface of Eros displays evidence of burial by regolith especially for boulders, suggesting that ejecta coverage erases the craters in addition to seismic shaking erasure. In this work we investigate the production and erasure of craters by impact ejecta and compare derived crater size distributions with those measured for Eros. We simulate a bombardment of Eros by an impactor population derived from the Main Asteroid Belt and estimate the crater and ejecta characteristics with a scaling law, allowing ejecta to progressively create a regolith blanket. Assuming the contribution of the ejecta blanketing process only, we find a good agreement between the simulated and the observed population of 250 m to 4 km diameter craters for exposure times of 600 Ma and 400 Ma. This suggests a major impact or break-up that occurred about 500 Ma ago inducing a surface reset. A mismatch for craters with a diameter smaller than ~ 100 m remains, indicating that seismic shaking (or another erasure process) is still necessary to explain their low number. Our simulations emphasize the importance of an accurate modeling of both processes to fully understand and interpret the small body size-frequency crater curves.

4.1.1 Introduction

Because of its 34 km length and its well known orbit, Near Earth Asteroid 433-Eros was chosen as the target of the Near Earth Asteroid Rendez-Vous mission (Yeomans, 1995). After one year of operation between 2000 and 2001, the mission successfully reached its goal, providing imaging data covering the entire surface of the asteroid and other data related to its shape and gravity field. These data have revealed a highly cratered surface, with regolith, characterized as a loose material blanket peppered with numerous boulders (Richardson et al., 2005). Based on the crater population study, Chapman et al. (2002) highlighted the lack of small craters on Eros. Compared to the empirical saturation found in lunar maria, the spatial density of craters on Eros decreases below 200 m, reaching a factor of 200 below the empirical saturation at crater diameters of 4 m (Chapman et al., 2002). At a quite similar crater size (1 m to 3 m in diameter), lunar craters of the Sinus Meddi region, imaged by the Surveyor-6 descent camera Morris et al. (1968) display a population distribution close to the saturation equilibrium.

The origin of the crater deficit on Eros could be attributed to several reasons (Chapman et al., 2002) such as inhibition of crater formation, paucity of small impactors or crater erasure (by either dust levitation, seismic shaking or ejecta blanketing). The hypothesis of inhibited crater formation can be discarded because of the lack of atmosphere and the relatively high density of Eros precluding a spongy behavior as observed in low-density small bodies (Thomas et al., 2007). A paucity of small impactors may be produced by the Yarkovsky effect depleting this population (the Yarkovsky effect is a radiation reaction that can drive asteroids into resonant

escape trajectories). However this effect is not strong enough to explain the lack of small craters on Eros. To account for the observed crater population of Eros, Bottke et al. (2000) calculated that a steady state depletion by a factor of ~$10^{-4.5}$ for ~30-cm-sized projectiles (that produce 4-m craters) and by a factor of ~10^{-2} for 2-m diameter projectiles (that produce 30-m diameter craters) would be required. For such a projectile diameter of 2 m, Bottke et al. (2000) computed a Yarkovsky drift depletion of a factor of ~$10^{-1.5}$, i.e. a factor of 3 less than what is required to explain the deficit of 30-m diameter craters on Eros. Moreover, at a global scale, the behavior of the depleted crater population of Eros is a $D^{-2.5}$ function of crater size, whereas the size dependency of the Yarkovsky drift is only ~ $D^{-0.5}$. Thus, the Yarkovsky effect cannot explain the deficit of small craters according to Bottke et al. (2000). This is further confirmed by O'Brien and Greenberg (2007), who suggested that to reproduce a main-belt size distribution suitably depleted in small impactors to match the small crater population of Eros, a much higher size-dependent removal rate than the Yarkovsky effect is required. Finally, if we assume that the inner Solar system (including the Main Asteroid Belt and Eros) was impacted by a standard projectile population function, the crater population of Eros must have been shaped by one or several erasure processes (Chapman et al., 2002).

Erasure processes suggested to explain the lack of small craters on Eros include seismic shaking (Richardson et al., 2005), electrostatic dust levitation leading to the formation of ponded deposits (Asphaug, 2004) or ejecta blanketing (Robinson et al., 2002). The observed crater population of Eros is well explained by an erasure model implying impact-induced seismic shaking along with a preliminary model of ejecta coverage (Richardson et al., 2005). In that process, seismic vibrations are produced by impacts and trigger downslope movements on crater walls. Although no estimate of the contribution of the ejecta blanketing process (relative to the seismic shaking contribution) is available, the simulations of Richardson et al. (2005) suggest a Main Belt exposure age of 400 Ma for the surface of Eros.

The amplitude of seismic waves is however very sensitive to the regolith structure, due to its very low seismic velocities, which trap the waves near the surface. Such sensitivity was for example found on the Moon: signals arriving at the Apollo 15 site were amplified by a factor of 1.5 relative to the Apollo 12 site, and for the Apollo 14 and 16 sites, the amplification factor was even higher: 3.5 (Nakamura et al., 1975 and Horvath et al., 1980). These differences are associated to the variation of the regolith layers. The first layer for example, associated to young regolith composed of porous, highly fracturated and brecciated rocks, was between 2 and 12 meters thick on the different Apollo landing sites. The other deeper layers vary in a relatively similar way (see Lognonné and Mosser, 1993) but are associated to larger regolith blocks. We therefore expect seismic shaking to be sensitive to the local structure of the regolith. Size-frequency curves of small bodies may therefore carry information about the small body subsurface, which might remain unique until seismic investigations are carried out by future missions (see for instance Lognonné, 2005 and Lognonné and Johnson, 2007 for recent reviews of planetary and small body seismology).

Such a perspective however requires an accurate modeling of all effects possibly erasing craters, in order to extract with confidence the effects of the regolith on the structure. Such improved modeling is not only required for seismic shaking but also for all mechanisms erasing craters, including those that were expected to generate a smaller effect, such as ejecta coverage, which was simulated in a simple and preliminary way by Richardson et al. (2005).

Another hypothesis is the occurrence of ponded deposits (Asphaug, 2004) formed by electrostatic dust levitation since Eros became a Near Earth Asteroid (indeed, the distribution of these ponds suggests that a high solar flux is required for electrostatic processes to occur, and such a flux can be found on a Near Earth Asteroid orbit).

It can also be proposed that the regolith deposition created by reimpacting ejecta resulting from impacts (Durda, 2004) contributes to crater erasure and particularly affects small craters by burial (Robinson et al., 2002). This ejecta blanketing erasure process would result in smoothing of the crater rims (Robinson et al., 2002), a process that can also be induced by regolith maturation (Robinson et al., 2001). Consequences of ejecta blanketing, such as

topographic smoothing are easily mistaken with space weathering. Thus, ejecta blanketing is not usually considered as the main scenario explaining the deficit in small craters.

Ejecta blanketing has been simulated by Richardson et al. (2005) based on seismic shaking modeling using an approach adapted from lunar crater studies. The expression used by Richardson et al. (2005) for simple ejecta blanketing modeling assumes that crater formation occurs in the gravity regime, which is appropriate for the Moon, but not really for low gravity asteroids. In the method of Richardson et al. (2005), erasure occurs in limited areas of 5 crater radii from the impact location. In the present study, we focus on a reassessment of the effects of ejecta coverage by improving this simulation using an ellipsoidal model of the shape of Eros, with principal diameters of 34 km × 16 km × 12 km and a rotation period of about 5.27 h, following Miller et al. (2002). We therefore take into account the aspherical gravity in the modeling of individual ejecta trajectories. Indeed assuming that ejecta fall in the area delimited by 5 crater radii from the impact site is too simple for low gravity bodies as ejecta can orbit around the asteroid before landing.

A previous study about ejecta distribution has been performed by Korycansky and Asphaug (2004) based on an accurate model of Eros composed of 1280 surface element faces. Their set of Monte Carlo simulations of the location of ejecta is based on two steps, the first distributing primary impacts randomly and the second integrating the orbits of test particle ejecta launched from primary impact locations. The distribution of ejecta has suggested that regolith tends to fill low topography areas, denuding topography highs. Although the modeling performed in the present study is also based on primary impacts and secondary impacts of the ejecta blocks, it does not aim to produce a map of regolith thickness directly comparable to crater density on Eros. It rather computes a regolith blanket on an ellipsoidal model allowing the simulation of a global size-frequency distribution of the crater population, which we compare to that of Chapman et al. (2002) and Robinson et al. (2002). To reach this goal, we focus on estimating a regolith production rate from different target characteristics (strong bedrock or porous regolith) as a function of time rather than trying to reproduce the regolith blanket for an accurate model of the shape of Eros. Then, although Korycansky and Asphaug (2004) aimed to study the ejecta distribution on Eros, our goal is to simulate the ejecta coverage process that buries craters during the bombardment of Eros.

We base our models on different exposure times to a Main Belt asteroid population. For each crater excavated, the trajectories of the ejecta are computed as well as their volume and landing location, allowing us to estimate the coverage effects.

Our results somehow reduce the importance of seismic shaking, while not ruling it out, as a deficit in small craters remains. This shows that both effects must be modeled accurately before attempting to extract information about the interior of small bodies from modeling of the seismic shaking with potential site effects.

4.1.2 Modeling of impact cratering

The crater population of Eros is quite similar to that of Main Belt asteroid Ida (which is nearly in saturation equilibrium), especially for the large crater population. Given this similarity, Chapman et al. (2002) suggested that asteroid Eros was in the same environment as Ida (the Main Asteroid Belt) when it acquired more than 99% of its cratering record. Its recent Mars-crossing orbit implies a negligible impact production. Therefore, we assume a Main Belt impacting population for Eros, as confirmed by the dynamical studies of Michel et al. (1998).

The number of impacts expected in one year during a given bombardment period is estimated from equation (18) in O'Brien et al. (2006):

$$f(D_p) = P_i \bar{r}_t^2 N_p(D_p)\,, \tag{4.1}$$

where $\bar{r}_t$ is the mean radius of the target asteroid (~ 8 km for Eros), P corresponds to the intrinsic collision probability that applies to the specific size of asteroid Eros (2.86×10^{-18} km^{-2}yr^{-1}), and $N_p(D_P)$ is the impacting population function (N_p is the number of impactors within a given range of diameters centered on D_p). This population has been modeled by from the constraints given by observations of the surface of asteroids, the distributions of asteroid families, the preserved basaltic crust of asteroid Vesta, the cosmic ray exposure ages of meteorites and the cratering records observed on asteroids. The Yarkovsky effect is also included, leading to a slight decrease in the number of small asteroids of the Main Belt.

The mean time between impacts can be inferred from equation (4.1) as a function of the impactor diameter (Figure 4.1).

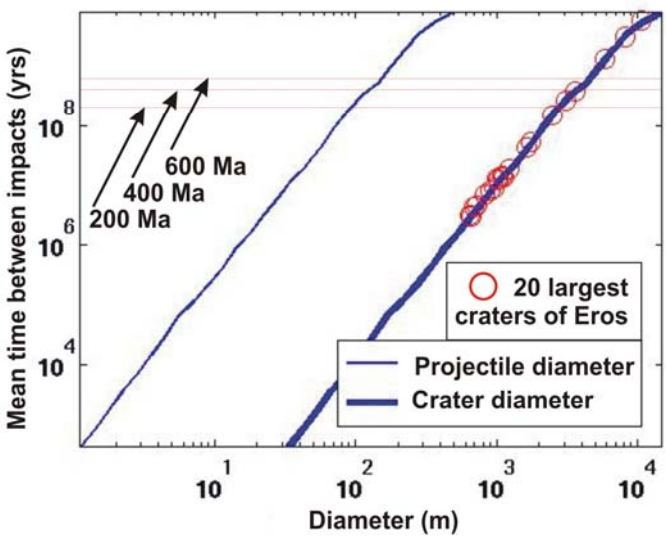

FIG. 4.1 - Mean time between impacts on asteroid Eros as a function of impactor and crater diameter computed from equation (18) in O'Brien et al. (2006) based on the Main Belt asteroid population data of O'Brien and Greenberg (2005). The 20 largest craters are represented by circles.

For example, a projectile of 1 m in diameter could impact Eros once in 100 years, while a large projectile of 84 m in diameter could impact Eros once in 200 Ma. For the 20 largest craters of Eros (Table 4.1) and with a standard estimation of the impactor diameter, an exposure time of a few billion years is required in order to have a significant probability of occurrence for the four largest craters.

Crater diameter (m)	Projectile diameter (m)	Regolith thickness (m)
10578	352.6	38
8150.9	271.7	17
5910.1	197	7
3599.1	120	1.5
3082	102.7	1
2465.6	82.2	0.5
1736	57.9	0.2
1624.6	54.2	0.1
1217.1	40.57	0.06
1114.6	37.2	0.05
1090.3	36.3	0.04
1038	34.6	0.038
1000.6	33.4	0.034
962.1	32.07	0.03
894.7	29.8	0.023
831.7	27.7	0.02
716.9	23.9	0.012
693.3	23.1	0.011
669.5	22.3	0.01
644.6	21.5	0.009

Table 4.1 - List of the diameter of the 20 largest craters, their equivalent diameter of projectile calculated from equation (4.2) and the regolith thickness they can produce on Eros, assuming impacts in a regolith target.

These large craters are however rare and cannot be modeled statistically. They could have occurred before the break-up of Eros, which is expected to have reset the cratering history of the surface of Eros (Chapman et al., 2002). Moreover, the seismic waves generated by these very large craters produced ground accelerations possibly capable of levitating and possibly ejecting some fraction of the surface regolith (Ball et al., 2004), as the acceleration largely exceeded the local gravity. We will therefore focus our study on the more superficial regolith layer, associated to the youngest impacts (after the reset of the surface), and will not address the thickness of the older regolith layers, associated to these older impacts (before the reset of the surface). The effect of such a possible deep regolith layer on our results will however be discussed.

In order to compare our simulations to those of Richardson et al. (2005), we simulated different Main Belt exposure times: *Texp*= 200 Ma, *Texp*= 400 Ma and *Texp*= 600 Ma using projectiles with a maximum diameter of 84 m, 107 m and 137 m respectively, while the minimum diameter is 1 m in all simulations. These three impactor population lists (for the three different exposure times) are simulated based on a random generator that selects a projectile diameter within a given range of diameters centered on D_p. Then, the random generator leads to different projectile diameters for each simulation, from the first to the last projectile. The location of the impact point of the projectile on the surface is also selected randomly.

Such impactors have been used to assess the generation of craters and associated regolith on the surface of Eros. Following Richardson et al. (2005), a 'cubed root' scaling-law has been adopted such that crater diameters D_c are proportional to the projectile diameter D_p:

$$D_c = 30 \ D_p \tag{4.2}$$

For Eros, this relationship is an approximation for the diameter range of impactors considered in this study (Richardson et al., 2005). The relationship between ejecta volumes and ejecta velocities is computed based on a scaling law in the strength regime because of the small size of the simulated craters (the largest craters have a diameter of 4 km). For each excavation velocity (lower than the Eros escape velocity of ~12 m.s^{-1}) the volume of ejecta is estimated with the scaling relation from Housen et al. (1983):

$$\frac{V_E}{R_c^{\,3}} \propto \left(v\sqrt{\frac{\rho}{Y}} \right)^{-e_v} \tag{4.3}$$

The crater radius is R_c, the volume of ejecta excavated with a velocity lower than v is V_E, ρ is the target density and Y the target strength.

The density of impactors is chosen equal to 3000 kg.m^{-3} (considering the typical density of a rocky body) and impact velocity is constant with a value of 5300 m.s^{-1}, which is the mean impact velocity in the Main Asteroid Belt (Bottke et al., 1994). The angle of impact is constant and equal to the most probable angle on a spherical object, i.e., 45 degrees (to be precise, this value is different on an ellipsoidal model but one can consider that this is a second-order effect). Our simulations account for the evolution of the regolith thickness with time (*Hcum)*, assuming that the falling ejecta blocks produce the regolith blanket. Then, two different physical parameters for the asteroid surface are assumed, depending on the current cumulated regolith thickness *Hcum*. If the impact occurs in the regolith layer (i.e., when the crater excavation depth is smaller than the current regolith thickness), we set the target characteristics to a dry soil (Holsapple, 1993), with a density of 1700 kg.m^{-3} and strength of 1×10^5 Pa. If the crater excavation depth is twice greater than the current regolith thickness *Hcum*, we assume an impact in a bedrock target with a soft rock characteristic: a density of 2700 kg.m^{-3} and strength of 1×10^6 Pa. This is an extreme case, in particular if an older regolith layer is present, for which values of the density and strength might be intermediate. Note however that an increase of the shear velocity from 100 m.s^{-1} to 300 m.s^{-1} has been reported on the Moon between these two regolith layers (e.g. Lognonné and Mosser, 1993) which might be associated to a strengh increase. The fresh regolith production, even for a large crater of 1 km in diameter, is only 2.1 times larger for a regolith impacted surface than for bedrock (Figure 4.2). Our approach will therefore minimize the production of fresh regolith compared to a more realistic model.

These two cases will allow us to model the intermediate case, when the crater bottom starts to reach the bedrock, and while its depth is smaller than twice the regolith thickness we assume a crater formation in a dry soil target (regolith) and we set its depth to *Hcum* to produce a flat-floored crater (Quaide and Oberbeck, 1968).

For a crater produced by a projectile of diameter greater than 10 m, the total volume is divided into an arbitrary value of 2000 fragments. These blocks are launched randomly along all directions (isotropic excavation) and the distribution of their launch velocity (which depends on the ejecta launch position) decreases from the center to the rim of the crater. Otherwise, for projectile diameters smaller than 10 m, we assume only one ejecta block excavated per crater, launched with a random azimuth and an average launch velocity. The average launch velocity is obtained from the arithmetic mean of the 2000 launch velocities calculated in the same way as for larger projectiles. These craters are so numerous that a good enough statistics is ensured for the fragments associated with the small projectiles. For exposure times of 200 Ma, 400 Ma and 600 Ma, 52 %, 55% and 58 % of the volume of reimpacted ejecta is provided by impactors with a diameter larger than 10 m. These large impactors account for 0.1 % of the total impactor population and each projectile leads to 2000 ejecta blocks. As a result, 2/3 of the ejecta blocks are provided by impactors with a diameter larger than 10 m. The two kinds of impactors (with

a diameter smaller or equal to 10 m or with a diameter larger than 10 m) then produce approximately the same number of ejecta blocks, leading to a good statistical distribution.

Ejecta trajectories are simulated within the gravity potential of Eros approximated by a massive rod in rotation. Indeed, the gravity potential of a 25 km massive rod matches closely (within a few percent) the gravity potential of an ellipsoid of constant density and of the total mass of Eros. This gravity potential can be expressed as:

$$U(p) = \frac{GM}{L} \coth^{-1}\left(\frac{r_1 + r_2}{L}\right) \tag{4.4}$$

where M is the mass of Eros (6.6904×10^{15} kg, from Miller et al., 2002), L is the length of the rod (25 km), and r_1 and r_2 are the distances from point p to each end of the rod. The impact locations are calculated from the intersection of the trajectories with a tri-axial ellipsoid representing an approximation of the shape of Eros.

For the three simulations with exposure times of 200 Ma, 400 Ma and 600 Ma, we simulate respectively 3×10^6, 6×10^6 and 9×10^6 ejecta trajectories. For exposure times of 200 Ma, 400 Ma and 600 Ma, a total of 939,055 impactors, 1,878,120 impactors and 2,817,181 impactors, respectively, have been simulated. Only the ejecta trajectories intersecting the surface of the ellipsoid are taken into account for regolith formation. In all other cases ejecta either escape or are put into orbit.

The banana shape of Eros could affect the pattern of intersecting ejecta by filling in the low topography areas and denuding topography highs (Korycansky and Asphaug, 2004). But in our study, which focuses on simulating the size-frequency distribution of the entire crater population of Eros, we will show later that taking regolith thickness variations into account would lead to similar results than assuming a homogeneous regolith thickness.

The falling position of each ejecta block on the ellipsoid is computed and its volume is spread on the pixels around its landing site. The spreading law is an exponential function that decreases away from the landing location of the ejecta:

$$Tcum = A \times \exp(-d / l), \tag{4.5}$$

where $Hcum$ is the cumulative regolith thickness, A is a factor such that the integration of this law gives the volume of the ejecta fragments, d is the distance to the reimpacting point, and l a length scale value (taken equal to 700 m in practice). The values of ejecta volumes are then stored in a grid of latitude and longitude in which the cumulated ejecta thickness is computed (see Figure 4.4). In order to provide an estimate of the material volumes mobilized by impacts (Figure 4.2), a crater of 1 km formed in a bedrock target (soft rock characteristics) can produce an average regolith thickness of ~ 1.1 cm, and an average regolith thickness of ~ 2.4 cm when it is formed in a regolith target (dry soil characteristics).

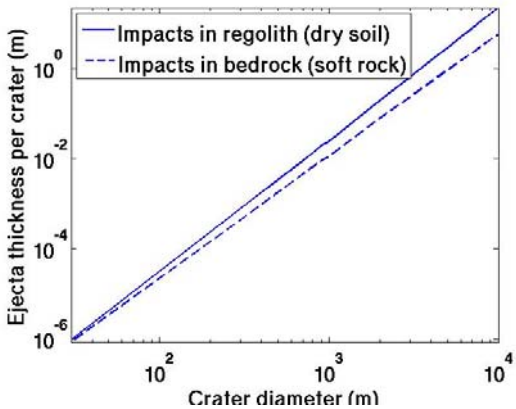

FIG. 4.2 - Ejecta thickness produced in a surface of 1129 km² (corresponding to the whole Eros surface) by different crater sizes, from either a regolith or a bedrock target. The regolith target corresponds to dry soil characteristics with a density of 1700 kg.m-3 and a cohesion of 1×10^5 Pa. The bedrock target has a soft rock characteristic: a density of 2700 kg.m-3, and a cohesion of 1×10^6 Pa.

As shown in Figure 4.9, regolith thickness therefore significantly affects the size-frequency distribution curve, and our approach (involving a strong bedrock beneath the regolith layer instead of a more compacted regolith beneath the regolith layer) underestimates the ejecta coverage effect of large craters by a factor of about 2. Any better model will have to take into account all parameters associated with the impacts (including possible regolith ejection), as well as stratification in the regolith.

4.1.3 Results and discussion

4.1.3.1 Regolith production

According to Chapman et al. (2002) the cratering history of Eros has been reset during its break-up, and we assume that this break-up has ejected the uppermost fresh regolith from the surface. If we assume that most of this megaregolith is associated to the five largest craters, the thickness of this megaregolith can vary from 0 m (for a complete megaregolith ejection during break-up) to about 65 m (see Table 4.1 for the formation of regolith associated with these large impacts).

With our hypothesis, the first impacts of the cratering history of Eros after break-up will follow the properties of impacts on bedrock, and their ejecta will cover either the bedrock or a primitive megaregolith layer. Later, ejecta accumulation depends on the properties of the impacted target and on regolith thickness at a given time. When the accumulating regolith blanket is thick enough, impacts occur in a regolith target with a dry soil characteristic. In all the simulations, the transition between impacts in bedrock and impacts in regolith occurs when the regolith thickness reaches about 3.7 m. Figure 4.3 shows that this is equivalent to about 50 Ma of impact history, possibly twice less if a megaregolith layer was present just after break-up. We will therefore consider this 50 Ma value as typical of our modeling error bar and note that the presence of primitive megaregolith will reduce this transition time and therefore the associated error bar, by an extra regolith production before the transition.

We have studied the global covering of the ejecta on the estimated surface (1125 km²) of the asteroid for different exposure times (200 Ma, 400 Ma and 600 Ma). This area of 1125 km² differs slightly from the ellipsoid surface (~1251 km²) and is preferred for the estimation

of the regolith thickness and crater population. Figure 4.3 shows that the simulations lead to a linear average regolith production, where the small sudden increases are related to major impact events. The slope is found to be equal to *(Hcum / Texp)* = 7×10^{-8} cm.Ma^{-1}.

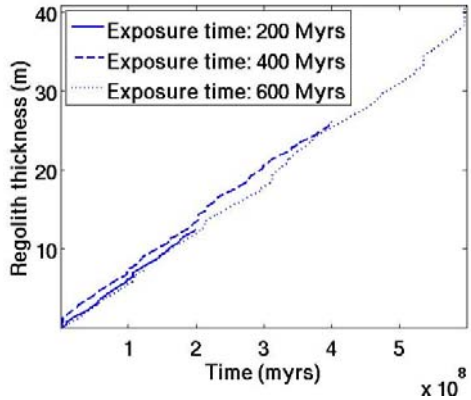

FIG. 4.3 - Regolith thickness produced as a function of time for exposure times of Texp= 200 Ma, Texp= 400 Ma and Texp= 600 Ma. The production rate is linear with a slope of Tcum / Texp = 7×10^{-8} m.yr^{-1} and includes the evolution of the impacted target characteristics from a bedrock target to a regolith target.

The production rate is slightly lower in the beginning, when the regolith thickness is smaller than 3.7 m: the cumulative regolith thickness is indeed created from a bedrock target, but this rate variation is negligible in the general trend. The general slope implies a regolith production rate of 1 m per 14 Ma, which corresponds to a cumulative regolith thickness created from craters excavated in a regolith target. This regolith accumulation with time leads to an average regolith thickness *Hcum* = 12 m after an exposure time *Texp*= 200 Ma, *Hcum* = 26 m after an exposure time *Texp*= 400 Ma and *Hcum* = 40 m for *Texp*= 600 Ma (Figure 4.3). The small differences in the shape of the production rate curves of Figure 4.3 are related to the different impactor sizes in the projectile populations impacting Eros. The average cumulative regolith thicknesses can also be computed from the regolith map (simulated from each ejecta fall) by summing the amount of material contained in each pixel. The regolith distribution on the ellipsoidal model is displayed in Figure 4.4 for an exposure time *Texp*= 400 Ma.

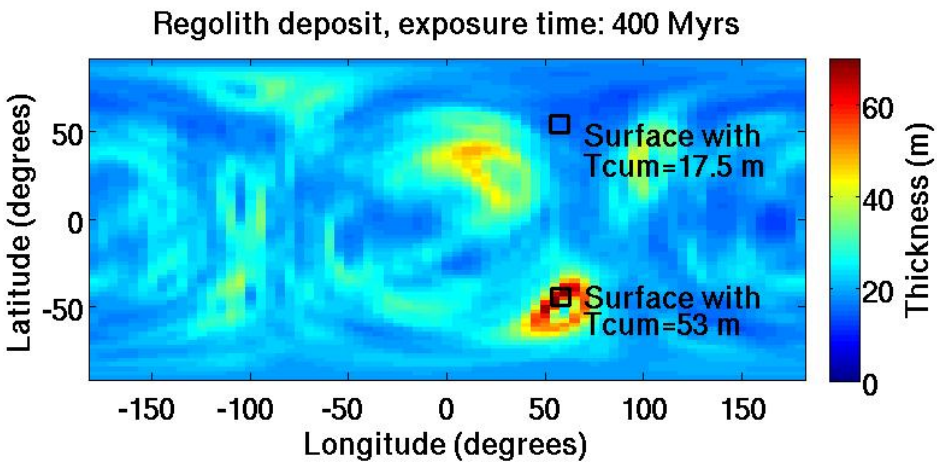

FIG. 4.4 - Map of ejecta volume deposit, producing a regolith blanket. The exposure time is Texp= 400 Ma, and 5,993,602 ejecta trajectories have been computed. The total average regolith thickness obtained is 26 m. The two areas represented by black frames correspond to the surfaces with extreme regolith values used to compute the size-frequency distribution of figure 4. 9.

The computed average regolith thickness near the ends of the ellipsoid exhibits a small difference of 4 % to 11 % (depending on *Texp*) with respect to the rest of the model: there is a

slight deficit in regolith on the ellipsoid ends, in agreement with Korycansky and Asphaug (2004). Indeed, the study performed by *(Korycansky and Asphaug, 2004)*. displays shaded contour maps of ejecta placement on Eros from their Monte Carlo calculations. Patterns of ejecta placement and of our regolith thickness map both highlight a slight deficit in regolith (linked to the ejecta falls locations) on the ends of the shape models used. Locations with a large thickness of regolith could correspond to low crater densities on the current surface, but claiming that there is a systematic correlation is not justified. Indeed, in the case of the Shoemaker crater, it has been shown (in the hypothesis of a formation after the break-up of Eros) that the crater degradation could be caused by seismic shaking associated with its creation (Thomas and Robinson, 2005), which reduces crater density in the vicinity of this large crater. The map obtained however shows significant lateral variations that must be taken into account in further studies together with the seismic shaking process (Richardson et al., 2005) to fully understand the geographical variations of crater density. Therefore let us focus on the average frequency-size distribution.

4.1.3.2 Calculation of impact crater population by ejecta blanketing

To test ejecta blanketing erasure on craters randomly located at the surface of the ellipsoid, we use a linear regolith production rate (Figure 4.3). For example, a crater located on a surface covered by a regolith thickness $Hcum_{(surf)}$ (known from the regolith map) will be subjected to a regolith coverage production rate $Hcum_{(surf)}$ / $Texp$. To quantify ejecta coverage on a given crater, we check if the cumulative regolith thickness created by the following impacts can bury that crater. Depending on its location on the surface of the ellipsoid, a crater will be subjected to different regolith production rates previously estimated from the regolith map. A crater is considered erased if covered by an ejecta thickness of one tenth of its diameter, which corresponds to the average depth of the crater (Richardson et al., 2005).

When we simulate a given regolith distribution, we can distinguish further areas of the ellipsoid corresponding to extreme (high or low) regolith values (Figure 4.4). Then, each area is characterized by different production rates (that behave linearly with time). From Figure 4.4, we simulated the size-frequency distribution by selecting eight areas of different regolith production rates (craters that form in these areas undergo different burying rates related to different regolith production rates). We compare this size-frequency distribution with a size-frequency distribution based on a global regolith production rate (i.e., in which craters undergo the same average burying rate everywhere). As an example, we chose an exposure time $Texp$= 400 Ma. The results represented in Figure 4.5 display very similar curves, when testing a crater population accounting for the different production rates and a crater population accounting for an average production rate.

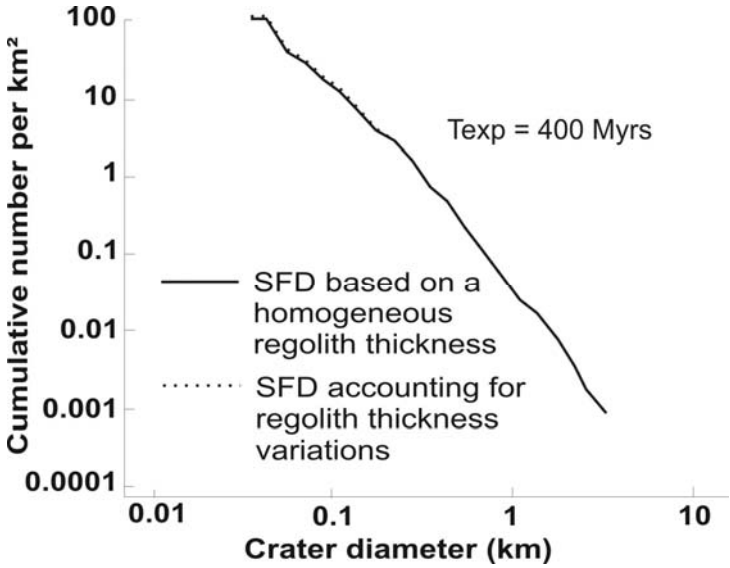

FIG. 4.5 - Size-frequency distribution for an exposure time Texp= 400 Ma. The dotted line is obtained from a heterogeneous regolith thickness (7 zones of different regolith thicknesses have been assumed) and the solid line is obtained from an average regolith thickness of 26 m.

This test suggests that in order to reproduce the size-frequency distribution of the craters of the entire Eros surface we do not need to take local variations of the regolith thickness into account for ejecta coverage.

Therefore, we simplify our simulations by using the same production rate (based on the average regolith thickness) for all the craters on the ellipsoidal model independently of their location.

4.1.3.3 Comparison with Eros crater population

As a last step, the simulated crater population is compared to the observed crater population of Eros. Although it is not possible to correlate the local crater population based on data for reasons cited above, we can compare the global simulated crater population to the observed crater population curve. Figure 4.6 shows the cumulative distribution plot based on the modeled and observed crater size-frequency distributions (Chapman et al., 2002 and Robinson et al., 2002 for the observed population) with the different exposure times considered above.

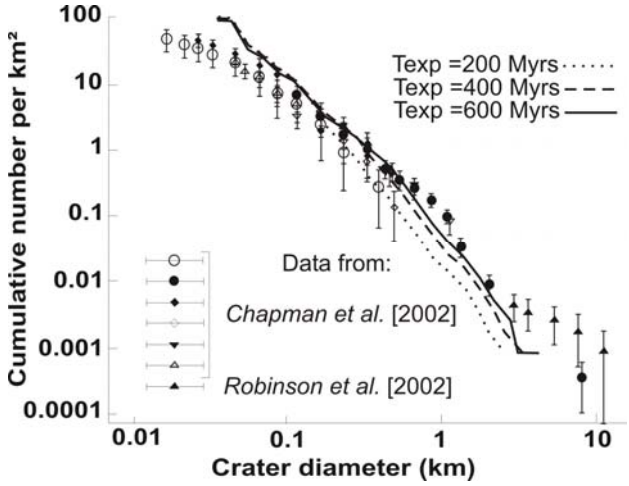

FIG. 4.6 - Cumulative size-frequency distribution plots of Eros craters per square kilometer as a function of crater diameter, displaying a best agreement between the observed and modeled populations after a Main Belt exposure time of 400 Ma and 600 Ma.

These plots exhibit a good agreement between the simulated and the observed crater populations for Main Belt exposure times of 400 Ma and 600 Ma, in particular for crater diameters greater than 100 m. For smaller crater sizes, it appears that ejecta coverage does not involve enough regolith material to explain their observed deficit. Figure 4.7 represents the percentage of buried craters (compared to the initial crater population without erasure) as a function of their size, for the different exposure times considered, and shows that ejecta coverage significantly affects only the smallest craters.

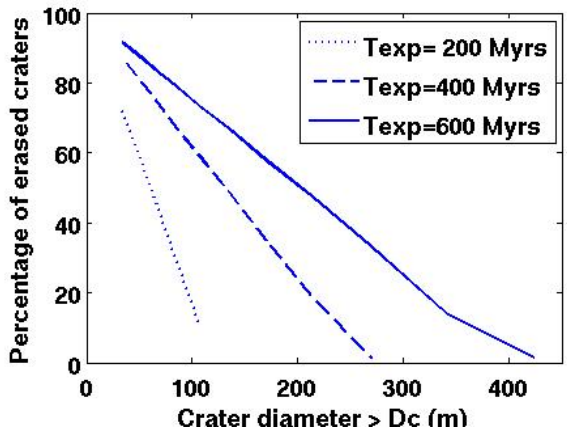

FIG. 4.7 - Percentage of erased craters for different exposure times: Texp= 200 Ma, Texp= 400 Ma and Texp= 600 Ma. This percentage has been estimated by comparison to the initial crater population simulated without erasure. The longest exposure time leads to a higher percentage of erased craters, affecting in particular the smallest ones.

The smallest craters are easier to bury because of their shallow depth, thus 70%, 85% and 90% of the craters larger than 30 m of diameter are filled for exposure times of 200 Ma, 400 Ma and 600 Ma, respectively. Generally, for a given crater size, a higher percentage of erased craters is obtained by a longer exposure time because a thicker regolith blanket is formed. The percentage of filled craters decreases for larger crater sizes, up to a critical diameter corresponding to the largest crater erased. This critical diameter is 105 m for *Texp*= 200 Ma, 260 m for *Texp*= 400 Ma, and 420 m for *Texp*= 600 Ma. Figure 4.8 displays the cumulative distribution plot for the simulated crater population in the case of an exposure time of 400 Ma, which can be compared to that of Richardson et al. (2005).

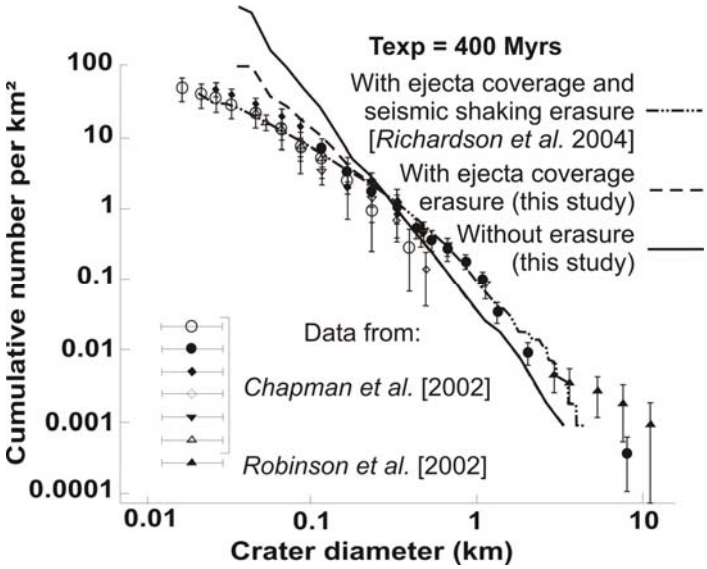

FIG. 4.8 - Cumulative size-frequency distribution plots of Eros craters per square kilometer as a function of crater diameter, for a Main Belt exposure time of 400 Ma. The comparison of the simulated crater population erased by ejecta coverage with the non erased crater population shows that craters larger than typically 250 m in diameter are not filled by ejecta burial. Therefore, erasure by seismic shaking remains necessary to explain the observed crater population data. The symbols used are listed in table 1 of Chapman et al. (2002).

The dashed line corresponds to the simulated crater population with erasure by ejecta blanketing, the solid line corresponds to the simulated crater population without erasure, and the dot-dashed line represents the simulated crater population of Richardson et al. (2005), including both a seismic shaking model and a simple ejecta blanketing model. The comparison between the solid and the dashed line suggests that for *Texp*= 400 Ma, the population of craters larger than ~ 250 m can match the observed crater population independently of ejecta coverage erasure. Then, Figure 4.8 shows that ejecta coverage does not bury craters larger than ~ 250 m for *Texp* = 400 Ma.

Figure 4.8 also suggests that for craters larger than 30 m (for which our simulations do not fit the observed data well), ejecta coverage can bury a cumulative number of ~ 900 craters out of 1000 per square kilometer, although the simulation of Richardson et al. (2005) (which is in agreement with the data), leads to a cumulative number of ~ 980 filled craters per square kilometer. Even if it cannot explain all the small crater population, ejecta blanketing erasure has a non negligible effect and contributes to more than 50% of the erosion of small craters.

4.1.3.4 The effect of regolith thickness on size-frequency distributions of craters

In order to understand the effect of ejecta coverage on size-frequency distribution of crater populations, we plot local crater size distribution characterized by the extreme values of regolith thickness (17.5 m and 53 m, see Figure 4.9, the location of these two areas is shown in Figure 4.4).

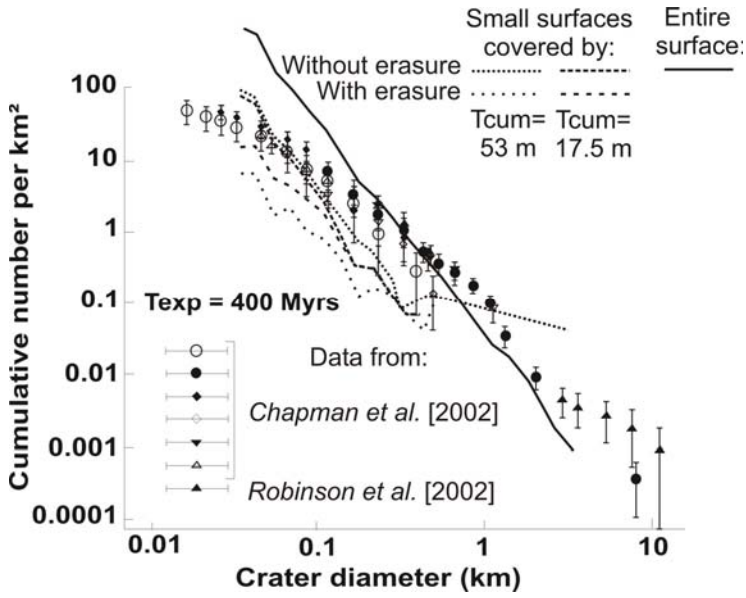

FIG. 4.9 - Size-frequency distribution of craters located in two small areas for an exposure time of 400 Ma. One area is covered by a thin regolith of 17.5 m and the other is covered by a thicker regolith of 53 m (the location of these two areas is shown in figure 4.4). The curves are computed for cases with and without ejecta coverage erasure. The solid line corresponds to the crater population on the entire asteroid surface without erasure.

Figure 4.9 allows us to compare the crater population with and without ejecta coverage erasure for these two areas that have a quite similar initial crater population (without ejecta coverage). First, one can see that even if the crater populations of these small areas do not include large craters as in the entire Eros crater population (large craters are rare in small areas), the slope of the curves is similar to the slope for the entire crater population. Second, when considering erasure, the surface covered by 53 m of regolith exhibits a deficit in all crater sizes (they are easily buried by the thick regolith blanket), although the surface covered by 17.5 m of regolith shows a crater population closest to the observed dataset.

Then, the local size-frequency distribution of Eros craters shows different trends depending on the local regolith thickness; but, as suggested in Section 3.2, taking local regolith thickness variations into account leads to the same crater population as when using an average regolith thickness. This test shows that the crater population curve of a given surface is very sensitive to regolith thickness and that a good fit can be achieved only for the complete surface.

When local size-frequency distributions (that can be inferred by counting local craters) will become available, it may be possible to compare them directly with our simulations.

4.1.4 Conclusions

One of the new results of this work is that ejecta blanketing has an important contribution to crater erasure (for an exposure time of 400 Ma, it could bury up to 85% of crater sizes ranging between 30 m and 250 m), while the role of seismic shaking should remain important.

As shown by the observation of the numerous blocks present in the largest craters of Eros (Thomas et al., 2001) and by the smooth landscape images provided by the NEAR spacecraft, ejecta coverage can affect craters of any size without burying them. Indeed, we suggest that only the smallest craters with a diameter lower than typically 105 m to 350 m, for an exposure time ranging from 200 Ma to 600 Ma respectively, can be buried.

One of our numerical simulations performed with an exposure time of 400 Ma is in good agreement with the data and therefore implies a surface reset about 400 Ma ago.

The deficit in large craters of the simulations and also the deficit in craters with a diameter between 0.5 km and 1 km (Figure 4.6) is however clearly linked to an older age of the bulk of Eros. Indeed, a significant probability for an occurrence of the largest craters (Himeros, Shoemaker, Psyche, etc …) in the last 400 Ma requires a variable impactor flux, as suggested by Michel et al. (1998), but will nonetheless lead to a higher regolith thickness and therefore to a lower exposure time. The same is true for a long exposure without regolith surface reset: it will statistically support the presence of large impacts, but on the other hand will imply a very thick regolith, much larger than 50 m, which again will require a lower exposure time. In all cases however, our result do not affect the main conclusion suggesting non negligible effects of the ejecta blanketing process.

We therefore prefer to consider that the largest craters (Himeros, Shoemaker, Psyche, etc …) pre-date the break-up of Eros, and that this break-up or one of these large impacts has reset the surface of Eros. Our results then support the idea that this break-up or very large impacts occurred about 400 Ma ago and was associated with the ejection of most of the uppermost surface regolith, with the possible exception of the largest blocks of the megaregolith. This hypothesis of an older body is supported by Chapman et al. (2002), suggesting a 2 Ga age for Eros from the similarity between the crater populations of Eros and Ida (whose cratering age has been estimated at 2 Ga by Chapman (1996).

We have also shown that the size-frequency distributions of the crater populations are very sensitive to regolith thickness, and the value of ~ 26 m or ~ 40 m of fresh regolith (not the possible megaregolith pre-dating the break-up), obtained with exposure times of 400 Ma and 600 Ma, shifts the simulated crater population curve close to the observed crater population. These average cumulative regolith thicknesses are within the range of the regolith thickness proposed by Robinson et al. (2002), who compared the depth of the fresh craters to the depth of the degraded craters and inferred values ranging from a few meters to approximately 150 m. The maximum regolith thickness value (~ 70 m) simulated with an exposure time of 400 Ma is however less than twice lower than the maximum regolith thickness suggested by Robinson et al. (2002) (~ 150 m). This difference can also be linked to topographic effects on Eros that could explain high accumulations of regolith highlighted by data analysis and confirmed by Korycansky and Asphaug, (2004). The simulated regolith thicknesses of fresh regolith are also consistent with another estimation of based on crater volumes, which suggested a regolith thickness ranging from 20 m to 40 m.

If the five largest craters predate the break-up of Eros, we can add the occurrence of a megaregolith layer (up to a maximum of 65 m) beneath the fresh regolith formed with smaller craters to our estimates of ~ 26 m or ~ 40 m of fresh regolith.

Ejecta coverage has an important contribution to crater erasure (in particular for the smallest craters), but it does not produce enough regolith to be the only phenomenon responsible for the observed deficit in small craters. As suggested by Richardson et al. (2005), erasure by seismic shaking is clearly responsible for part of the lack of small craters (evidence of downslope movement is visible on crater walls (Robinson et al., 2002)), but we have shown that it is probably not the only process (let us mention that the simulation of Richardson et al. (2005) also includes an ejecta blanketing model). In reality, crater erasure likely corresponds to a combination of different processes, including at least seismic shaking, ejecta blanketing, and probably, electronic dust levitation (Asphaug, 2004).

These effects will have to be modeled accurately in future work in order to use the size-frequency curves as an indication of the regolith thickness of small bodies. Seismic shaking for instance could be modeled accurately, taking the complex shape of Eros into account, based upon the spectral-element method (e.g. Komatitsch et al., 2001, Martin et al., 2008).

4.2 Effect of the seismic shaking and ejecta coverage erasure on the crater population of asteroid 433 Eros

To explain the current crater population of asteroid Eros, scenarios including impact-induced seismic shaking and ejecta coverage have been suggested in the literature. The present text upgrades the erasure models considering both the seismic shaking and ejecta coverage processes. The ejecta coverage model, based on ballistic trajectories of ejecta blocs around an ellipsoidal model of asteroid Eros, has already shown in Blitz et al. (2009) a non negligible effect on the crater population of asteroid Eros. The seismic shaking modelling, pioneered by Richardson et al. (2005), is improved by performing wave propagation simulation based on the spectral-element method applied to a 2-D model of asteroid Eros, and for downslope movements, an analytical model is developed. These simulations allow us to compute the lifetime of a crater corresponding to the time it will remain at the surface of Eros without being erased. These results are applied to different series of projectiles impacting Eros during further exposure times. This study highlights the importance of the regolith layer for trapping and amplifying seismic waves, like a wave guide. We find also a good agreement between the observed and the modeled crater population (including our erasure models) for an exposure time of 600 Myrs. Finally, these results confirm the necessity of the two erasure mechanisms to explain the crater population data: the seismic shaking process erases craters up to a diameter of ~ 180 m, and the ejecta coverage buries craters up to diameters of 420 m (for an exposure time of 600 Myrs). According to our study, this ejecta blanketing process is the predominant erasure mechanism for the population of erased craters, but the seismic shaking has a non negligible effect.

4.2.1 Introduction

Like all atmospherless bodies, the surface of asteroid Eros is covered by a regolith blanket. This blanket, revealed by the NEAR spacecraft images (Robinson et al., 2001) corresponds to rocks crushed by impacts during the collisional history of Eros. The study of Eros surface images has highlighted bright tracks in the regolith located on the craters walls (Mantz et al., 2003), as observed on the lunar surface. As suggested for the Moon (Titley, 1966), impact-induced seismic shaking could be the cause of such bright tracks, leading to regolith slumping. According to Mantz et al. (2003), the bright appearance of these tracks could be linked to a freshly exposed regolith, less affected by space weathering. This hypothesis is confirmed by the old dark material (accumulation of slide material) found close to the bright areas.

The suggestion of impact-induced seismic shaking explaining these tracks on a small body such as asteroid Eros is a plausible scenario for further reasons: 1) Eros has a weak gravity very easy to overcome by seismic reverberations of an impact, 2) the regolith is probably a low cohesive material (Richardson et al., 2005) and 3) its small size (34 km long) allows it to ring easily after an impact.

The study of the crater population of asteroid Eros performed by Chapman et al. (2002) has shown a deficit in small crater sizes compared to the lunar crater population. This deficit can reach a factor of 200 below the empirical saturation at crater diameter of 4 m. Erasure processes are then suggested to explain the lack of small craters on Eros. These scenarios include mechanisms such as seismic shaking (Richardson et al., 2005), probably responsible for the bright tracks on Eros crater walls, electrostatic dust levitation, leading to the formation of ponded deposits (Asphaug, 2004) and ejecta coverage, burying the craters with impacts debris (see section 4.1). Our study presents an erasure model that includes both the seismic shaking and the ejecta coverage processes.

Ejecta coverage is suggested by the numerous ejecta blocks found in the craters (Robinson et al., 2001). This scenario, tested in section 4.1 on the basis of a ballistic study of ejecta blocks (whose characteristics are given by scaling laws) has shown a high contribution to crater erasure, but this process is not efficient enough to account for all the missing craters on the free surface of Eros (especially for small craters). Seismic shaking has been simulated by Richardson et al. (2005) based on power spectra obtained with the SALES-2 hydrocode package from a fractured 2-D, spherical asteroid of 1 km in diameter. A seismic energy diffusion and attenuation theory obtained from lunar studies has been added, assuming the contribution of pressure waves only. Here, we will then perform more accurate wave propagation simulations based on the spectral-element method (commonly used in Earth seismology, Komatitsch and Tromp, 1999) applied to a realistic 3-D model of asteroid Eros, to simulate the behaviour of both body and surface waves.

From these sets of simulations, a law of maximum acceleration as a function of the source-receiver distance will be inferred, and the buried proportion of the volume of the crater will be estimated each time the slope of the crater is destabilized. This allow to compute the average lifetime of the craters to check if a crater will remain exposed long enough to the projectile bombardment to be erased by seismic shaking.

We will then improve upon the seismic shaking simulations of Richardson et al. (2005) (in particular the seismological part) and we will add the model of ejecta coverage developed in section 4.1 to infer the contribution of each erasure process on the crater population of Eros that we will attempt to reproduce. A surface age of asteroid Eros will also be proposed from this erasure model.

4.2.2 The impactor population modeling

Given the similarity between the crater populations of asteroid Eros and asteroid Ida, it is suggested that Eros had an Ida-like history (Chapman et al., 2002), with a crater population having formed up to 99% during its stay in the Main Asteroid Belt. The current Mars crossing orbit of Eros is thought to have a negligible effect on its crater population. Given this hypothesis, the present simulations involve Main Belt impactor populations. To be consistent with the ejecta coverage simulation performed in section 4.1, and so as to compare our results to those of Richardson et al. (2005), we modeled the erasure processes for different exposure times: $Texp$= 200 Myrs, $Texp$= 400 Myrs and $Texp$= 600 Myrs.

According to observations (the surface of asteroids, the distributions of asteroid families, the preserved basaltic crust of asteroid Vesta, the cosmic ray exposure ages of meteorites and the cratering records observed on asteroids) and including the Yarkowsky effect, the number of impacts expected in one year is given by equation (18) in O'Brien et al. (2006). Based on this expression, we simulated a total of 939,055 impactors for an exposure time Texp= 200 Myrs, 1,878,120 impactors for Texp= 400 Myrs, and 2,817,181 impactors for Texp= 600 Myrs (see section 4.1 for more details). During these exposure times, the largest projectile sizes are respectively 84 m, 107 m and 137 m and the minimum projectile size is 1 m in diameter. As proposed by Richardson et al. (2005) based on scaling laws applied to asteroid Eros, we have assumed that the crater diameters are 30 times larger than projectile diameters.

4.2.3 Wave propagation modeling

For each crater dug at the surface of Eros, we will attempt to simulate an infilling law as a function of time. Assuming that a crater is erased when a depth greater than one tenth of its diameter is filled with regolith (Richardson et al., 2005), the curve of the lifetime of a crater as a function of its diameter will be estimated based on the seismic shaking erasure (the lifetime of a crater is assumed to be the time during which one the crater remains unfilled). From this curve, we will check if a given crater formed at the surface of Eros will live long enough (before the end of the bombardment) to be filled by regolith slumping. Simulating the infilling law of a crater as a function of time requires seismic modeling and downslope movement modeling. In order to quantify the effect of a seismic source (representing an impact) on a crater, we perform seismic modeling, in response to a source force, to simulate the accelerograms at several locations on a 3-D model of Eros. We will assume that only the maximum accelerations triggered by an impact will affect a given crater. This assumption is realistic because after a large dowslope movement (triggered by a very high acceleration) occurs on a crater wall, a very small amount of regolith material remains on the crater slope, which reduces the number of following slumpings.

We use the numerical spectral element method (Komatitsch and Tromp, 1999) to approximate the solution of the equations of linear elastodynamic (written in the weak form) on a mesh of the object under study. In our simulations, the grid is discretized into quadrangles, inside which the numerical integration is based on the tensor product of 1-D Gauss-Lobatto-Legendre quadratures. The solution is expanded onto a discrete polynomial basis so as to produce a diagonal mass matrix that reduces the computational cost and the mesh honors the topography and the discontinuities of the object. This technique combines the flexibility of the finite-element method with the accuracy of the pseudospectral method (Komatitsch et al., 2002).

Two models of the asteroid Eros are studied: a 2-D model and a 3-D model. The 2-D model, although it is not realistic, helps to define the 3-D model of Eros and to highlight the main effect of the wave propagation. The models of asteroid Eros have been designed according to the dataset provided by the NEAR Shoemaker spacecraft.

A dominant frequency of 2 Hz has been choosen in the simulations because our initial shape model has no details smaller than 500 m. Then, it is useless to choose a highest frequency because in that case the signal will not provide any more information, and the computational cost would be very high.

Given the mesh resolution and the dominant seismic frequency value of 2 Hz, in all the models of asteroid Eros, the bed-rock is simulated by an elastic material characterized by a pressure wave velocity Vp= 3000 m.s^{-1}, a shear wave velocity Vs= 2000 m.s^{-1} and a density of 2700 kg.m^{-3}. The cracks, ridge and regolith interiors are simulated with a pressure wave velocity Vp= 900 m.s^{-1}, a shear wave velocity Vs= 500 m.s^{-1} and a density of 2000 kg.m^{-3}. These media characteristics have been choosen because they allow a good compromise between the meshing time and the computational cost of the wave propagation simulations. Attenuation (loss of energy by viscoelasticity) can be neglected in this problem because quality factors used in asteroid seismology are typically $Qp > 2000$ and $Qs > 2000$ (Richardson et al., 2005). Such high quality factors (which are probably the consequence of a lack of water content in the rocks) are estimated from lunar seismological studies that display a very long coda in the seismograms and therefore suggest very weak attenuation ($1/Q$).

4.2.3.1 The seismic source

In the presented simulations (in 2-D and 3-D), the seismic source is an impact represented on the free surface of the mesh by a force normal to the surface located at point x= -9025 m, y= 6130 m in 2-D and at this same point x= -9025 m, y= 6130 m, z= 0 m in 3-D. The location of the source is the point S1 on the figure 4.13 and its equivalent in 3-D. Its time variation is a Dirac pulse lowpass filtered up to a cutoff frequency of 5 Hz. This choice has been made because the mesh of the asteroid model (designed for a dominant frequency of 2 Hz) is not appropriate to compute signal at higher frequency with a good sampling. This cutoff frequency of 5 Hz corresponds to a source time of 0.2 s. According to the scaling law equations applied to asteroid Eros, the source time value T_s of a crater dug by a projectile of diameter Dp can be express as:

$$T_s = 0.0139822 \times D_p \tag{4.6}$$

With a dry soil characteristic of the regolith (Holsapple, 1993) and a projectile density of 3000 kg.m^{-3} impacting Eros at 5300 m.s^{-1} (mean impact velocity in the Main Asteroid Belt, Bottke et al., 1993) this relation assumes a strength regime of the crater formation according to the crater estimator developed by Keith Holsapple (keith.aa.washington.edu/craterdata/).

Then, our source duration of 0.2s (implied byu the dominant frequency of the simulation) corresponds to a projectile diameter of 14 m.

4.2.3.2 2-D wave propagation modeling

The 2-D models of asteroid Eros

Three 2-D models of the asteroid Eros have been studied to understand the main phenomena occurring in wave propagation modelling.

We based the 2-D models of Eros on a crosscut along the longest axis of the asteroid (see figure 3.25 for a view of the 2-D complex model). So as to evaluate the effect of the structures on the wave propagation, we studied three models: a homogeneous one with a bedrock like medium, another one with a regolith layer around the bedrock and a more complex one with an additional fracture network beneath the regolith layer.

As the data displayed a regolith blanket at the surface of Eros (formed by crushed rocks during impacts) of thickness ranging from tens of meters to hundreds of meters (Prockter et al., 2002 and Robinson et al., 2002), the regolith blanket has been designed with a thickness ranging from 50 to 150 m (see the first snapshot of figure 4.10). The images of the surface of Eros also display numerous craters and fractures. These fractures are thought to be formed by impacts (Robinson et al., 2002), and the regolith depression found around them suggests regolith infiltration. This regolith depression can be up to 300 m wide, like near the Rahe Dorsum ridge (Robinson et al., 2002). This long fracture, striking on images of Eros, probably crosses the asteroid interior, as designed in our 2-D model. Except Rahe Dorsum, all fractures of the most complex model have been designed under the main craters of the 2-D crosscut and filled with the same material as the regolith to maintain wave transmission inside (otherwise, the fracture boundaries would have acted as free surfaces).

We use a fracture thickness of 50 m, which is the smallest width we can mesh in a reasonable time, without problems of mesh adaptation with other parts of the model. We also extended the

fracture network to a depth of one crater radius or more, according to the study of Ahrens et al. (2002).

To ensure accurate sampling in our simulations performed at a dominant frequency of the seismic source of 2 Hz, the resolution of the mesh is constrained: the bedrock has been meshed with quadrangles whose lengths of side are ranging from about 10 m to 900 m, and the cracks, ridge and regolith with quadrangles whose lengths are ranging from 4 m to 50 m.

To allow a good stability condition of the simulations, the time step used for the two models including regolith and fractures is 1.5×10^{-4} s and the signal is propagated for 666500 time steps to simulate seismograms during 100 s. For the homogeneous model, these parameters are a bit different: the time step used is 5×10^{-3} s, so we propagate the signal during 20000 time steps to compute seismograms during 100 s. The seismograms are registered on this very long time (100s) to be sure to register the maximum acceleration produced by the surface waves. This will allow in a next step, the estimation of a law of the maximum acceleration as a function of the source-reccorder distance.

Results of the 2-D simulations

So as to compare the signals of the three models, we present the 30 first seconds of the seismograms at a same station localized at point x= -3111m, y= 8548m in 2-D (this point is the same point like the R12 reccorder in 3-D, see figure 3.14). The components to which the amplitudes are registered are the normal component to the surface of the recorder (BHX) and the tangeantial component to the surface (BHZ). In this study, all the reccorders are localized at the free surface of the asteroid in 2-D and in 3-D.

Different wave fronts can be distinguished on the seismogram and on the snapshot of the simple homogeneous model (figure 4.10): the presure wave front arrives first at 3.5 s at the reccorder, the shear wave follows it (it arrives at 4.5 s), and the surface waves, leading to the highest signal amplitudes are registered right after. The snapshot at 6.5 s of this model also displays the surface waves near the free surface and the headwave linking the two wave fronts of the shear and pressure waves.

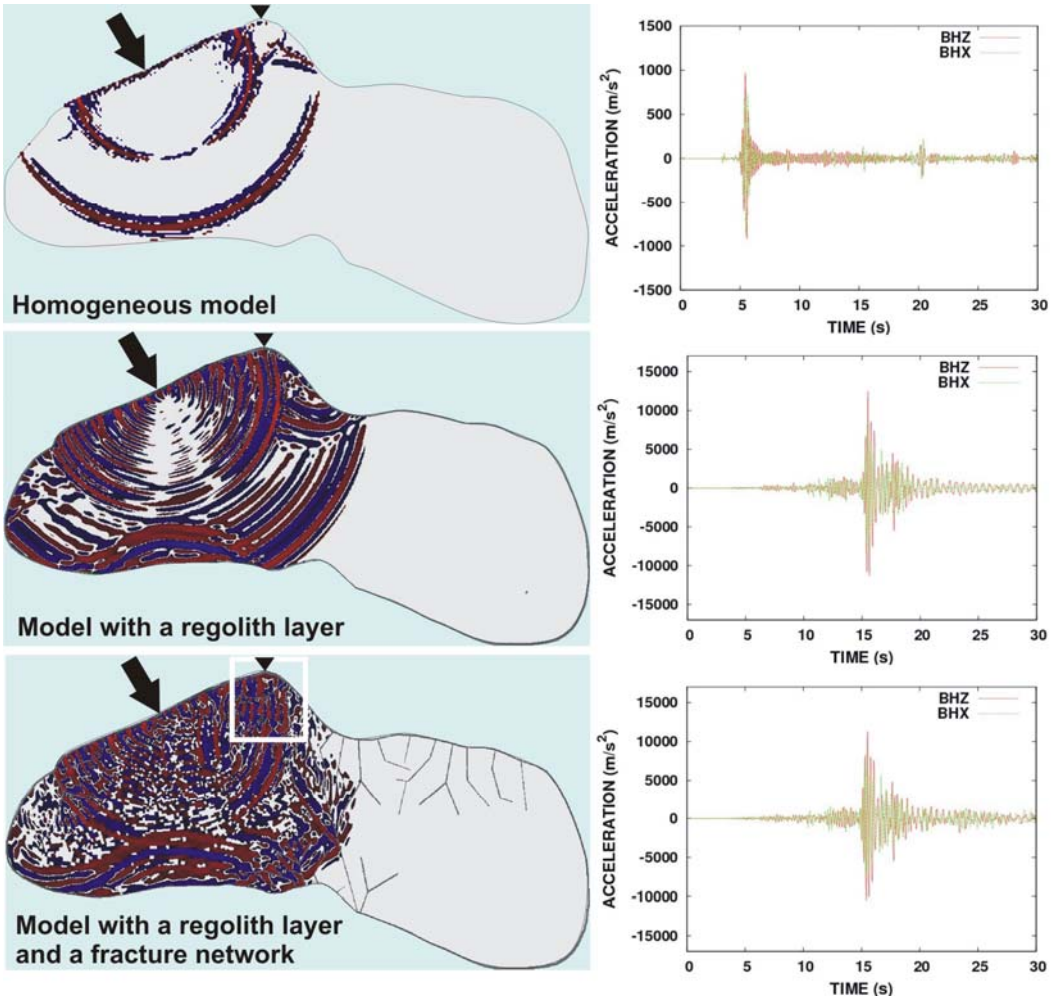

FIG. 4.10 – Simulations of the 2-D models: the homogeneous one with a bedrock (snapshot and seismogram at the top), the heterogeneous model including a regolith layer (snapshot and seismogram at the middle) and the more complex 2-D model including the regolith layer and the fracture network (snapshot and seismogram at the bottom). The snapshots are registered 6.5 s after the action of the seismic source and the accelerograms are represented during 30 s at the point represented by the black triangle (x= -3111 m, y= 8548 m). The seismic source is represented by the black arrow at point x= -9025 m, y= 6130 m. The white frame corresponds to the zoomed area in the next figure. The seismograms of the models including at least a regolith layer display more dispersion and higher amplitudes than the seismograms of the homogeneous model.

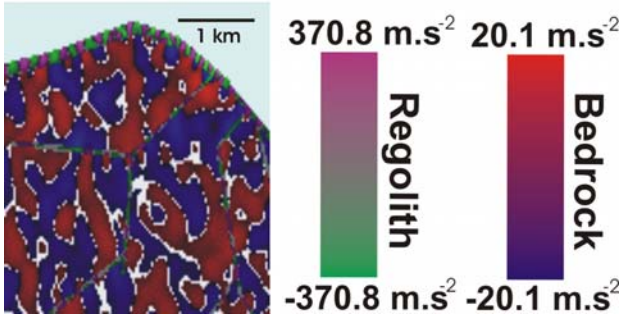

FIG. 4.11 – Zoom of the framed area of the previous figure, in the snapshot at 6.5 s of the complex model including regolith and fractures. This figure highlights the effect of wave trapping in the low velocity media represented by the regolith and the fracture. As shown on the colorbar, the amplitudes are increased by the reverberation in the thin layers of low velocity media, in comparison the the bedrock.

The simulations in 2-D have the advantage of easily highlighting the effect of the low velocity media such as the regolith layer and fracture network. The zoom of the snapshot of the complex model (figure 4.11) shows that when a regolith layer or a fracture network is included in the model, the waves are trapped by this low velocity medium. This effect is accompagnied by a signal amplification at the surface linked to the reverberation in the regolith layer. Indeed, the seismograms of the homogeneous model (figure 4.10) displays lower acceleration values than the seismogram of the two models with a regolith layer and a fracture network. We can also see that the fracture network does not have any significant effect on the surface amplitude: the seismogram of the model with a regolith layer displays very similar amplitude values than the seismogram of the more complex model, including a regolith layer and a fracture network. The only effect of the fracture is the wave propagation delay implied by the occurrence of the Rahe Dorsum ridge that acts like a barrier. The snapshots of the 2-D models show, for longer times, many reflections of the wave fronts on the free surfaces.

The observation of the negligible effect of the fractures is relevant to our study because it suggests that it is useless to include a fracture network in the next 3-D models. Indeed, our study focuses on the surface amplitudes of the signal to compute the effect of the seismic vibration on the crater erasure.

From a point of view of geophysical experiments of asteroids, this effect of the regolith layer occulting the effect of an internal structure (regarding the wave amplitudes at the surface of an asteroid) does not rule out the need of seismological experiments for tomography. Indeed, most of the Near Earth Asteroids (those that could collide the Earth) have typical sizes of a hundred of meters length, probably preventing from a regolith blanket formation because of their low escape velocity. For these very small bodies (with size lower than 600 m because at this length, asteroid Itokawa still have regolith blocks at its surface), seismological experiments would not be 'affected' by the regolith layer, and would be very usefull to suggest a kind of internal structure. This represents a crucial information to develop a possible mitigation strategy (Holsapple, 2004) to prevent from a collision with one of those numerous Near Earth Asteroids. So as to be sure that the target asteroid of a future mission of geophysical exploration involving seismology has no regolith, an Earth-based study of the reflectance spectroscopy of the surface could be appropriate.

But in the case where a mitigation strategy has to be develop to prevent a collision with a larger asteroid having a regolith layer, the energy to use to deviate the ateroid would have to be stronger. Indeed, in the case where an impact with a projectile is used to deviate or disrupt the threatened body, the regolith could trap the energy of the impact, leading to a less efficient effect of the technique.

4.2.3.3 3-D wave propagation modeling

The 3-D model of asteroid Eros

As the internal structure does not have any significant effect on the surface waves amplitude, we decided to design two models in 3-D: a homogeneous model with a bed-rock like characteristics and a more complex model, having a regolith layer around the bedrock, but no fracture network.

For the homogeneous model, to ensure a good sampling of the signal at a dominant frequency of 2 Hz, we discretized the interior with 3-D hexaedra of 20 m to 100 m of length of sides. Assuming the stability condition of the simulations, we choose a time step of 3×10^{-4}s, and we propagated the signal during 333333 time steps to compute seismograms lasting 100 s.

The more complex model including a regolith layer, has been meshed in a different way than the equivalent 2-D model. To prevent from technical difficulties linked to constraints of the geometry of the 3-D hexaedral elements of the mesh, we meshed the entire model to an average resolution of about 70 m (which allows a good signal sampling), without geometric distinction between the regolith layer and the bedrock. The distinction of the two media is made in a next step, by assigning a regolith like material characteristic to all the elements touching the free surface and a bedrock like material characteristic for the other elements inside the asteroid.

So as to keep a good stability in the simulations, the time step has a duration of 10^{-3}s for this model, and to compute a 100 s seismogram, we propagated the signal during 100000 time steps. As mentionned previously, the seismograms are registered on this very long time (100s) to ensure the registration the maximum acceleration produced by the surface waves (in a next step, the law of the maximum acceleration as a function of the source-reccorder distance will be estimated).

Results of the 3-D simulations

So as to compare the signals we choose, for each model, to focus on seismograms computed at the same place like in the 2-D simulations. This location is on the free surface of the asteroid Eros, at point x= -3111m, y= 8548m, z= 0m**.** The components in which the signal is presented are a component normal to the surface (BHZ) and two components tangential to the surface (BHE and BHN). The orientations of the two tangential components are not relevant. Indeed, to evaluate the effect of the seismic waves on the crater walls, we assume that the strongest effect resides in the tangential vibrations because it is more efficient to make regolith sliding along crater walls (Mantz et al., 2003). Then, we will base our study on the norm of the tangential amplitudes, which is conserved whatever the orientation of the tangential axis.

The comparison between the 2-D and 3-D seismograms (figures 4.10 and 4.12) displays a difference in the amplitude values: for a same model, the 3-D amplitudes are lower than the 2-D amplitudes. This effect is linked to an overestimation of the signal amplitude in 2-D because the energy is confined in a 2-D plane. In 3-D, the energy is dispersed in the asteroid volume, which leads to lower amplitudes (this is more realistic).

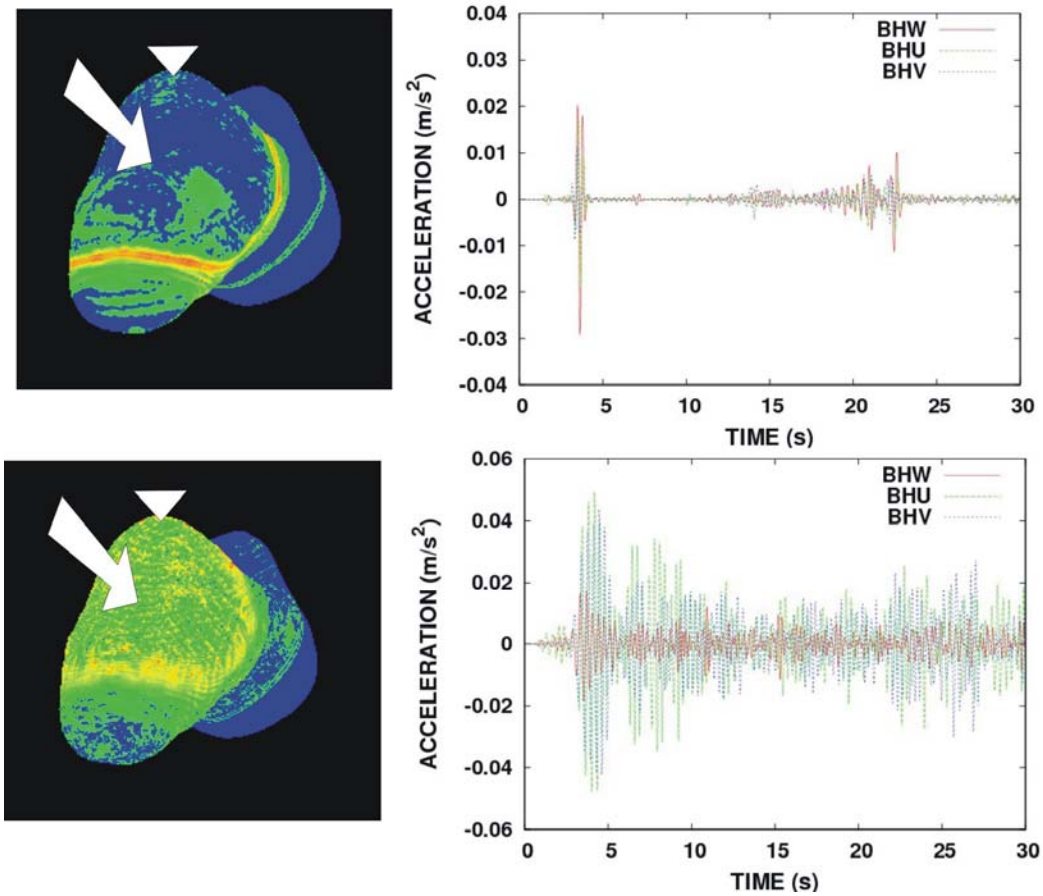

FIG. 4.12 – Simulations of the 3-D models: the homogeneous one with a bedrock (snapshot and seismogram at the top), and the more realistic one including a regolith layer (snapshot and seismogram at the bottom). The snapshots are registered 6.5 s after the action of the seismic source and the accelerograms are represented during 30 s at the point represented by the white triangle (x= -3111 m, y= 8548 m, z= 0m). The seismic source is represented by the white arrow at point x= -9025 m, y= 6130 m, z=0 m. The seismograms of the models including a regolith layer display more dispersion and higher amplitudes than the seismograms of the homogeneous model. This difference of amplitude is more striking at other seismograms locations, but we prefered to represent all the seismograms 3-D and 2-D at the same location.

The comparison of the seismograms of the 3-D models with and without regolith layer confirms the 2-D observations: the regolith layer has a significant effect on the signal amplitudes at the surface. For example, with the homogeneous model (figure 4.12), the surface accelerations have a value of 0.02 $m.s^{-2}$ and with the model including the regolith layer, these acceleration values can reach a higher value of 0.04 $m.s^{-2}$. This suggests a reverberation of the seismic waves in the regolith layer but this difference of amplitudes between the two models is more striking at other seismograms locations (see figures 3.65 and 3.66)

The comparison of the snapshots of the two models in 3-D shows that the waves are dispersed in the regolith layer. Indeed, the wave front boundary is extended in the model with a regolith layer although it is not the case in the homogeneous model (figure 4.12).

Different refocusing phenomena can be distinguished in the snapshots in the two models. For example, at the times 10s, 15s and 20s of the homogeneous model (see figures 3.60 and 3.61) or at the times 10.5 s and 20 s of the model with a regolith layer (figures 3.63 and 3.64), the two wave fronts arrviving from the two opposite sides of Eros are joining, which leads to a high amplitude value.

These highest values triggered by the refocusing effects are considered in the next part of the simulations for the craters infilling. Indeed, a law of maximum amplitudes as a function of the distance source-reccorder will be estimated, then, when the maximum accelerations are produced by the wave refocusing, this phenomenon is considered by this law.

4.2.3.4 Law of maximum accelerations as a function of the impactor – crater distance

Our simulations concern phenomena between a seismic source and a recorder, and this is comparable to phenoma between an impact of a projectile (seismic source) whose vibrations shake a pre existing crater (like a recorder of our simulation).

Then, for the more realsitics 2-D and 3-D models (those with fractures and regolith in 2-D and with regolith in 3-D), we have performed further simulations of wave propagation with a different position of the seismic source at each run, so as to have a better statistic of the law we will infer.

For the 2-D model with fractures and regolith, five simulations have been performed implying a network of 45 reccorders located at the free surface to register the seismograms. The list of the coordinates of the five seismic source is shown on table 4.2, and refers to the figure 4.13.

For the realistic 3-D model with regolith, eight simulations have been performed with a network of 40 reccorders spread on Eros surface (see figure 4.14). The list of the coordinates of the seismic source is also shown on table 4.2, and the locations of their locations are highlighted on the figure 4.14 showing the position of the reccorders.

Source name	**2-D simulation**		**3-D simulation**		
	x	**y**	**x**	**y**	**z**
S1	-9025	6130	774	2696	-5498
S2	13516	-7803	790	3564	4903
S3	-630	-3574	10164	695	-4057
S4	-17492	-2100	10264	1517	3422
S5	10531	3833	10531	3833	0
S6			-7152	3285	-4667
S7			-7193	3910	4400
S8			-17492	-2100	0

Table 4.2 – Positions and names of the seismic sources for the five 2-D simulations and the eight 3-D simulations.

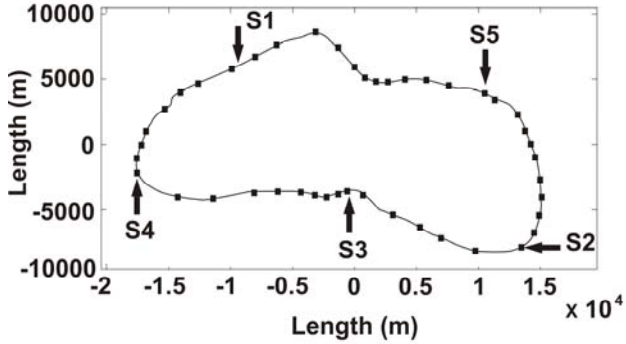

FIG. 4.13 - Locations of the five seismic sources S1 to S5 for the 2-D simulation (represented by black arrows) and the 45 receivers R1 to R45 (represented by black squares) used for the five simulations. The black arrows indicate the source locations but do not indicate their direction (all the force directions are normal to the surface).

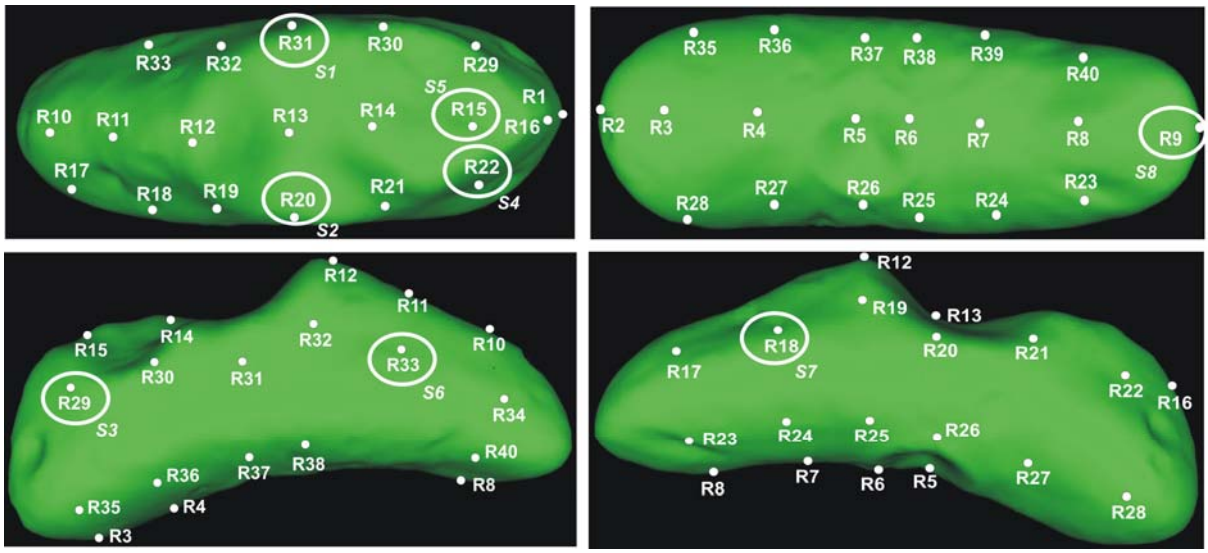

FIG. 4.14 - Locations of the eight seismic sources S1 to S8 for the 3-D simulation (represented by white circles around the corresponding reccorder) and of the 40 reccorders used for the eight simulations (R1 to R40). For each simulation involving a different source position, the reccorder located at the same place of the source has not been considered.

In 2-D, for each of the 45 seismograms of each of the 5 simulations with different source location (S1 to S5), the maximum acceleration is plotted as a function of the straight line source-reccorder distance, but the reccorder placed at the same location of the source is removed from the plot. The maximum acceleration corresponds to the norm of the tangential accelerations. Indeed, we assume that the higher signal effect comes from a direction quite normal to the crater wall (so that the regolith can easily slide toward the center of the crater) so, from a direction tangential to the surface where the crater lies.

The same plot has been realised in 3-D for each of the 40 seismograms involved in each of the 8 runs with different source locations S1 to S8 (figure 4.14).

In 2-D and 3-D, the maximum acceleration considered corresponds to the acceleration in the tangential component for the 2-D case and in the norm of the two tangential components for the 3-D study.

These plots behave according to an exponential law, with a decrease of the amplitudes as a function of the distance source-reccorder.

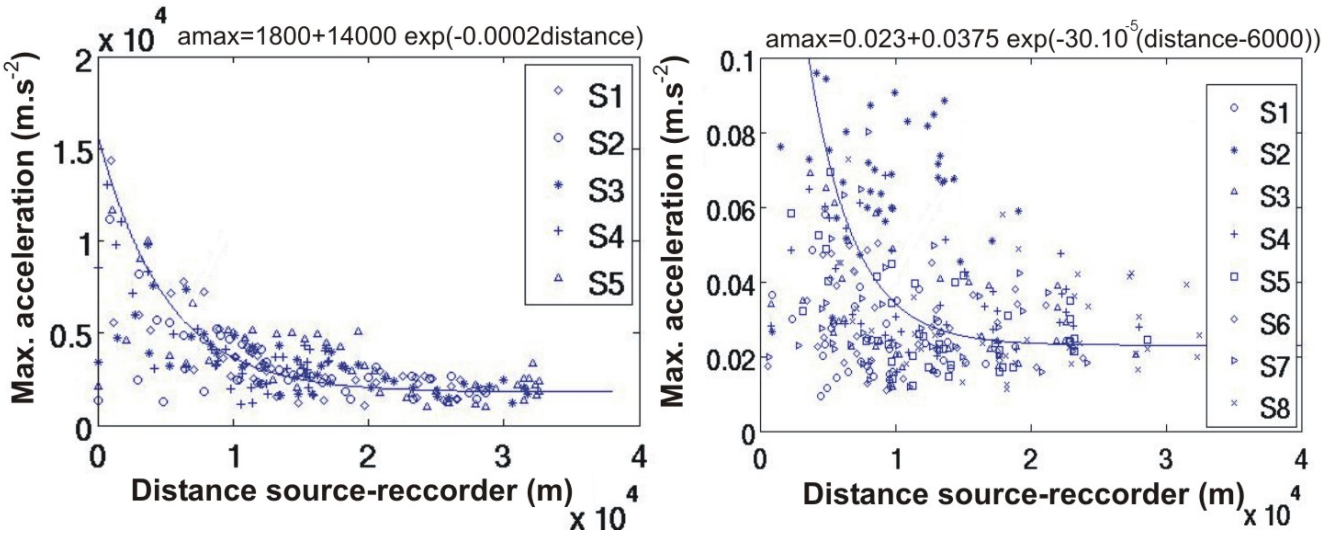

FIG. 4.15 –Norm of the maximum tangential accelerations recorded at each station, as a function of its distance to the seismic source. Left: 2-D simulations obtained with five different locations of the seismic sources S1, S2, S3, S4 and S5. The amplitude represented is the maximum acceleration of the tangential component. Right: 3-D simulations obtained with eight different locations of the seismic sources S1 to S8 (see table 4.2 and figures 4.13 and 4.14). The amplitude represented is the norm of the maximum acceleration of the two tangential components.

As the amplitude of the signal behaves linearly with the amplitude of the source force vector, the seismograms and the presented law of maximum accelerations can be scaled to any source force value. For the presented tests, we have scaled the signals to a force momentum corresponding to a projectile of density ρ=3000 kg.m^{-3} impacting Eros at a typical velocity of 5300 m.s^{-1} with a diameter of 14 m (indeed, the source time function displayed on equation (4.6) has been established with these projectile characteristics).

From the shape of the curves of the figure 4.15, we assume that for a projectile characteristic cited above, the maximum acceleration a_{max} as a function of the source-receiver distances d behaves in 2-D like:

$$a_{\max} = 1800 + 14000 \times \exp(-0.0002 \times d)\,, \tag{4.7}$$

and in 3-D:

$$a_{\max} = 0.023 + 0.0375 \times \exp(-30 \times 10^{-5} \times (d - 6000)) \tag{4.8}$$

The curve of maximum acceleration as a function of the source-receiver distance d is a linear function of the kinetic momentum (mv) of the source. Then, to know which maximum acceleration is triggered for each projectile source, the equation (4.7) in 2-D and (4.8) in 3-D simply has to be multiplied by the ratio between the seismic momentum of the projectile source and the seismic momentum of the standard projectile source (projectile of 14 m impacting Eros at a velocity of 5300 m.s^{-1}).

Each impactor hitting Eros (characterized by its diameter, its constant impact velocity of 5300 m.s^{-1} and its constant density of 3000 kg.m^{-3}) is considered as a different seismic source producing its own acceleration curve, but shifted upward or downward from our reference curve displayed in figure 4.15. Knowing each falling position of an impactor on the

asteroid model (these locations are chosen randomly at the surface of Eros), the distances between a given crater and the different impacts following its formation are computed. Pieces of information about 1) the distance between the crater and the following impact and 2) the kinetic momentum of the impact allow us to quantify the maximum acceleration a given crater is subjected to for each following impact. This second value is also known at each impact because the projectile mass is estimated from the diameter of the projectile obtained from the distribution law of the Main Belt asteroids and the projectile density and impact velocity are constants (3000 $kg.m^{-3}$ and 5300 $m.s^{-1}$). In the next simulations, we will assume the maximum acceleration law obtained from the realistic 3-D model of Eros with a regolith layer.

To know the maximum vibration a crater will be subjected to, we use a general law of maximum acceleration as a function of the distance source-reccorder instead of simulating the wave propagation with real crater shapes. This choice is justified because the initial shape model of the asteroid Eros used for the wave propagation simulation has a resolution of about 500 m, which is larger than the size of a majority of the considered craters that are not be honored by the shape model.

4.2.4 Crater erasure modeling

4.2.4.1 Modeling of the crater infilling

The simulation of crater infilling is applied to eight 'test-craters' with diameters of 30 m, 60 m, 100 m, 400 m, 700 m, 1000 m, 2000 m and 4000 m. This will allow to estimate a lifetime value for each of the eight craters exposed to a Main Belt asteroid bombardment. From this numerical experiments, a law of the life duration of the craters as a function of their diameter could be inferred.

For a given crater, we assume that downslope movements on slopes occur only when the factor of safety is lower than one. This factor of safety, given by equation (16) in Richardson et al. (2005) represents the stability of the regolith on a slope. It is linked to the conditions of the crater wall: its slope, the cohesion of the regolith, the regolith thickness lying on the slope, the local gravity, and the maximum acceleration that will affect the regolith blanket after an impact. The maximum acceleration is computed based on the 3-D seismological simulations by equation (4.8) multiplied by the kinetic momentum of the projectile source / kinetic momentum of the standard source ratio. For a given crater, the local gravity is chosen randomly in the range delimited by the highest and the lowest gravity values of Eros, and the regolith cohesion values are those proposed by Richardson et al. (2005).

As the slope of a crater might not be the same everywhere on the wall (rugosity due to boulders, to pre existing sliding lens or differences in the regolith cohesion may produce slope variation), each time a crater will be subjected to an impact vibration linked to a projectile fall, the estimation of the factor of safety will be based on a slope value choosen randomly. This allows the simulation of local slopes values, which is more realistic.

Regolith thickness on the crater wall depends on the time the crater stays at the surface of Eros. Blitz et al. (2009) have suggested a regolith production rate of 14 $m.Myr^{-1}$ by ejecta deposition on the surface of Eros. For a given crater under study, the regolith blanket on the wall will grow with the above rate and each time the impact of a projectile reduces the factor of safety to a value lower than one, above part of the regolith blanket slides downward to fill the bottom of the crater.

This amount of sliding material depends on the characteristics of the projectile that triggers the downslope movement (this dependence is linked to their diameter only, because their density and impact velocity are constant): for a projectile allowing the disruption of Eros (with

diameter of 1.6 km, {Benz and Asphaug, 1999) all the blanket escapes, and for a smaller projectile, we assume the sliding thickness is reduced by a factor equal to the projectile diameter divided by the disruption projectile diameter. This leads to sliding of layers with thicknesses of millimeters, which is consistent with the observations made by Mantz et al. (2003) (to have the visible albedo variations, the mobilized layer must have an 'optical thickness' of at least 1 mm, but since there is no shadow near these layers, their thickness is lower than a meter).

So as to know which ratio of the volume of the crater is filled by a mobilized regolith blanket, we based our simulations on the proposition of Mantz et al. (2003): a layer of thickness *x* can fill a crater volume to a fraction of *x/R* (where *R* is the crater radius). From this expression, we assume that a crater is erased when the filled volume proportion exeeds the volume proportion at a depth of Dc/10 (Richardson et al., 2005, suggested that a crater is erased when its depth is filled to a value of *Dc/10*). From this consideration, the proportion of the volume to which a parabolic shape crater is assumed to be buried is about 20 %.

4.2.4.2 Lifetime of a crater

For each of the eight 'test-crater' exposed to the Main Belt projectile distribution, the successive downslope movements will produce superimposed layers that will progressively fill the interior of the crater. When the added contribution of these successive mobilized layers fill more than 20 % of the crater volume, we assume it is erased and we plot the time of its erasure as a function of its diameter (figure 4.16). This curve showing the single seismic shaking erasure process burying craters can be described through the lifetime of the craters:

$$lifetime_{SS} = 6 \times 10^6 \times D_c^{\ 0.3101}, \tag{4.9}$$

where *Dc* is the crater diameter. This process assumes only the crater infilling by layers that slided by impact-induced vibration. However, although it is presented in the figure 4.16, this single process is not realistic when it is acting alone. Indeed, in order to have regolith material sliding on the crater wall, the ejecta coverage must pepper regolith everywhere on the crater, including walls and bottoms. For this reason, the seismic shaking erasure process is more realistic when simulated with the ejecta coverage.

For the ejecta coverage erasure process, Blitz et al. (2009) have computed a regolith production rate of 1 m each 14 Myrs. Knowing this rate and assuming a crater is erased when it is filled to a depth of a tenth of its diameter (Richardson et al., 2005), the lifetime of a crater subjected to the single effect of the ejecta coverage erasure is:

$$lifetime_{EC} = 1.4 \times 10^6 \times D_c \tag{4.10}$$

Finally, the simultaneous contribution of the two erasure processes would correspond to the more realistic erasure model. To do so, we assume that the seismic shaking acts during the half life of the crater and that ejecta coverage acts during the other half life. We then made the assumption that:

$$lifetime_{SS+EC} = \frac{lifetime_{SS} + lifetime_{EC}}{2} \tag{4.11}$$

Although we would expect the ejecta coverage erasure to act in addition to seismic shaking by reducing the total lifetime of a crater, this is not the case because the regolith blanket growing by regolith deposition in the bottom of the crater prevents impact-induced slumpings located at the same height of the regolith blanket thickness to occur.

Figure 4.16 displays the lifetimes of the 'test-craters' as a function of their diameter for three erasure models including the single effect of the seismic shaking (although it is not very realistic for the reasons cited above), the single effect of the ejecta coverage, and the two erasure processes acting simultaneously.

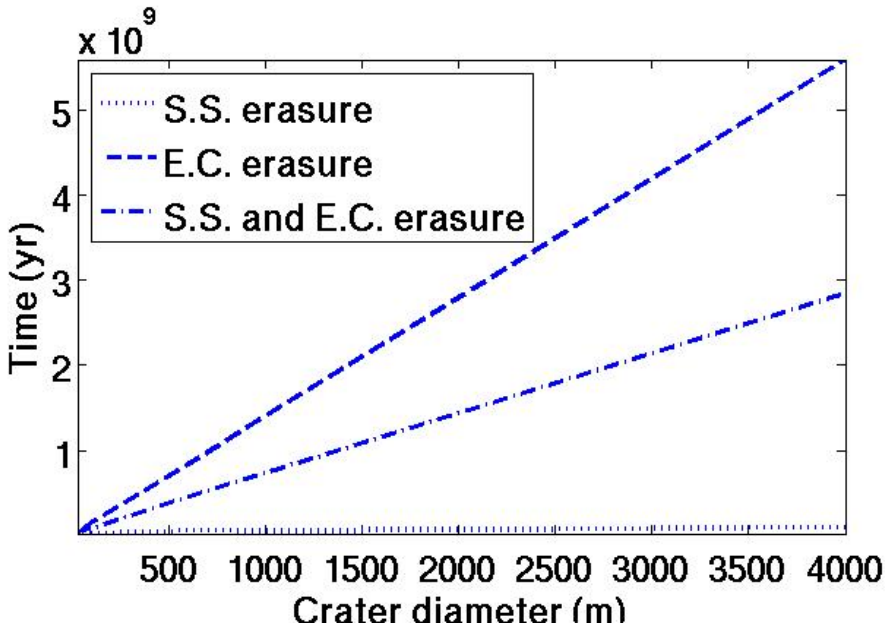

FIG. 4.16 – Lifetime of craters with different erasure processes such as seismic shaking (S.S.), ejecta coverage (E.C.) and both erasure processes at the same time (S.S. and E.C.).

A 1000 m size crater will be erased after an exposure time of 0.6×10^9 with both erasure processes. This crater would disappear faster with the single effect of the seismic shaking and slower with the single effect of the ejecta coverage erasure. This plot shows that according to our simulations, the seismic shaking erasure process is more efficient than the ejecta coverage erasure process. Also, we can see that because of their larger depth, the big craters remain unfilled a longer time than smaller ones.

In order to simulate the crater population on Eros based on an erasure process, we will check if the lifetime of a crater dug by a projectile from the impactor population will allow it to remain exposed long enough to the bombardment in order to be erased. From this point of view, the younger craters are more likely to remain unerased.

4.2.5 Results and discussion

4.2.5.1 Effect of the 2-D and 3-D wave propagation simulations on the size-frequency distribution of the craters

So as to perform this technical test to highlight the effect of the number of dimensions involve in the seismlogical simulations, we will assume the single effect of the seismic shaking on the crater population of Eros. As mentioned previously, this hypothesis is not realistic physically,

but adding the ejecta coverage in that test is useless because this process is not related to the seismological modelling.

The size frequency distribution plot of the crater population of asteroid Eros is displayed on figure 4.17 for exposure times Texp = 200 Myrs, Texp=400 Myrs and Texp= 600 Myrs. The thick lines involve a seismic shaking erasure process based on the 3-D seismological modelling (using a realistic 3-D model of Eros and equations (4.8) and (4.9)) and the thin lines represent a seismic shaking erasure process based on the 2-D seismological modelling (the 2-D model of Eros with regolith and fractures is assumed and implies the use of equation (4.7)). We can see that the seismic shaking modelling based on the 2-D seismological simulations leads to a higher number of erased craters because the number of remaining craters (displayed on the figure 4.17) is lower than for the 3-D based simulations. This stronger erasure from the 2-D seismological model is linked to the overestimation of the seismic wave amplitudes described by the equation (4.7). Indeed, as explained previously, the wave propagation in 2-D is confined in a surface. In that second case, the amplitudes of seismic waves are lower, leading to an other law of maximum acceleration as a function of the distance source-reccorder. Then in 2-D, the higher accelerations trigger more downslope movements on crater walls, which are faster erased. For a same exposure time, when crater have a short lifetime like in 2-D, they will be less numerous than in 3-D. The curve of the crater population is then lower in 2-D than in 3-D beacause more craters is erased.

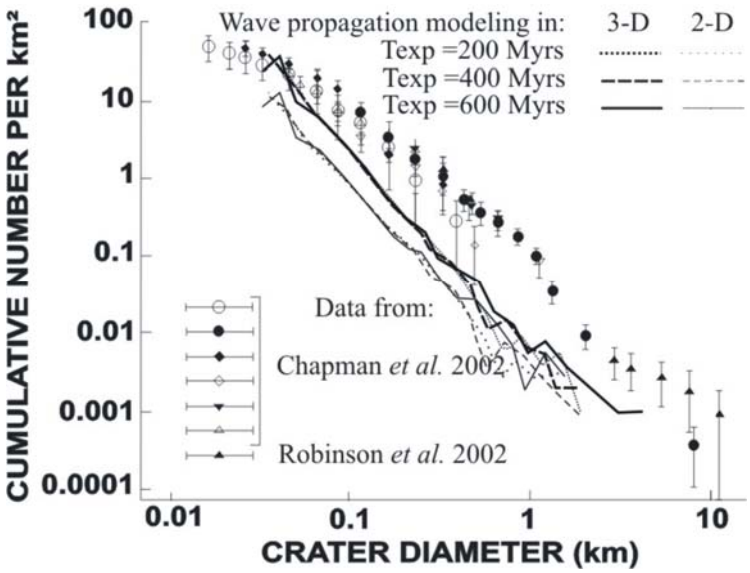

FIG. 4.17 – Cumulative size-frequency distribution plots of Eros craters per square kilometer as a function of crater diameter, for different Main Belt exposure times. The single seismic shaking process is assumed, based on 2-D and 3-D seismological modeling.

4.2.5.2 The best fit simulation

We have simulated the crater population of asteroid Eros for exposure times *Texp*= 200 Myrs, *Texp*= 400 Myrs and *Texp*= 600 Myrs, with a minimum projectile size of 1 m in diameter (which corresponds to a smallest crater of 30 m). The results are displayed in figure 4.18.

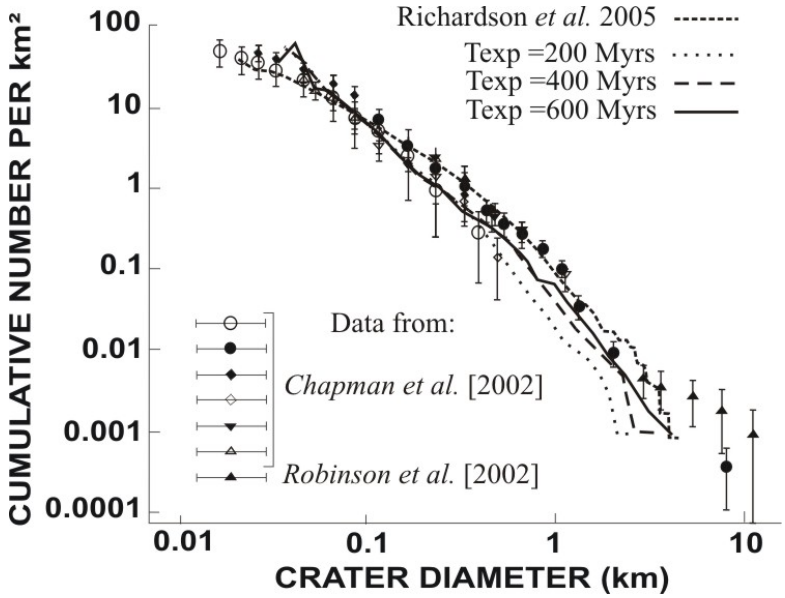

FIG. 4.18 - Cumulative size-frequency distribution plots of Eros craters per square kilometer as a function of crater diameter, displaying a best agreement between the observed and modeled populations after a Main Belt exposure time of 600 Myrs. For comparison, we have represented the best simulation of Richardson et al. (2005) for an exposure time of 400 Myrs. All the simulations include seismic shaking and ejecta coverage. The symbols used are listed in table 1 of Chapman et al. (2002).

The combination of the two erasure processes has been performed by using the equation (4.11).

Generally speaking, the smallest craters are easier to bury because of their shallow depth, and for a given crater size, a higher percentage of erased craters is obtained by a longer exposure time because a thicker regolith blanket is formed.

We have compared the simulated crater populations (with seismic shaking and ejecta coverage) to the crater population obtained from the NEAR spacecraft data (Chapman et al., 2002 and Robinson et al., 2002). Figure 4.18 suggests a best agreement between the data and the simulations for an exposure time *Texp*= 600 Myrs. On the same plot, the simulated crater population computed by Richardson et al. (2005) with ejecta coverage and seismic shaking erasure displays a best agreement with data for an exposure time *Texp*= 400 Myrs. This value obtained by Richardson et al. (2005) is close to our best fit value *Texp*= 600 Myrs.

These curves, simulated with both seismic shaking and ejecta coverage, confirm that the effect of ejecta coverage erasure alone cannot explain the entire crater population (see section 4.1 where a misfit occurs for small crater sizes with ejecta coverage). To improve the agreement, the two erasure processes are necessary.

4.2.5.3 Contribution of each erasure process

From the two simulations closest to the data (figure 4.18, *Texp*= 400 Myrs and *Texp*= 600 Myrs) we have computed the crater populations erased by seismic shaking, ejecta coverage and by both processes simultaneously. These results are shown in figure 4.19, in which the crater population without erasure has been represented as well.

When the ejecta coverage process is assumes in the simulation, a part of the crater population (with large diameters) remains unfilled and matches perfectly the crater population curve without erasure. For example, with an exposure time Texp=400 Myrs, the craters larger than 600 m are not subjected to any erasure. This phenomenon is linked to the long lifetime of the crater subjected to ejecta coverage: the figure 4.16 shows that these craters have a lifetime

comparable to the exposure times of the simulations. Then, the simulation does not last long enough to allow the burial of these craters. We also find this feature in the crater population subjected to both seismic shaking and ejecta coverage erasure. In that case, the lifetime of a crater erased by ejecta coverage is diminished by the lifetime value implying by seismic shaking erasure. However, as this duration is relatively small (figure 4.16), we do not see the sesimic shaking erasure effect in the large craters sizes (with very long ejecta coverage lifetimes) subjected to both erasure processes. When both processes occur, the seismic shaking effect can be distinguished when the ejecta coverage lifetime of a crater is short, i.e., for small craters (figure 4.19).

Finally, the single effect of the seismic shaking erasure leads to a crater population entirely shifted from the crater population without erasure. Indeed, all the crater sizes are concern by this effect because the seismic shaking erasure implies crater lifetimes much lower than the exposure times considered in the simulations. In that case, since the craters are dug randomly in time, any size of crater can be filled by seismic shaking because of their low lifetime implied by the high efficiency of the seismic shaking erausre process.

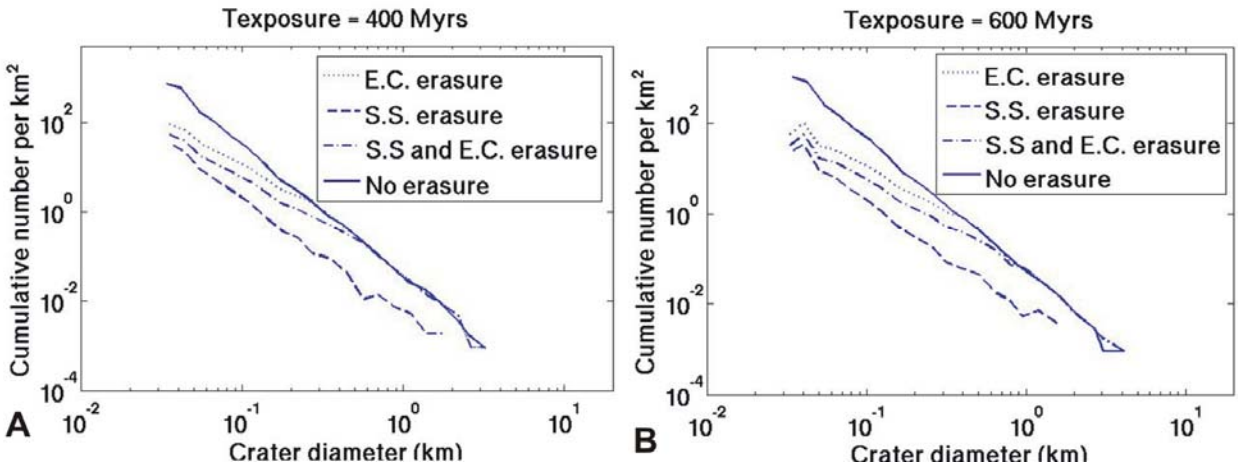

FIG. 4.19 - Cumulative size-frequency distribution plots of Eros craters per square kilometer as a function of crater diameter, for a Main Belt exposure time of 400 Myrs (A) and 600 Myrs (B).

4.2.6 Conclusions

The simulations presented in this study, based on seismological and on crater erasure modeling, suggest that both the seismic shaking and the ejecta coverage erasure processes are needed to justify the current crater population of asteroid Eros. This idea is supported by the numerous images of mobilized material found on the crater walls and triggered by impact-induced seismic shaking (Mantz et al., 2003) and by the numerous boulders and smooth landscapes displayed by the NEAR spacecraft data (Robinson et al., 2002), indicating the occurrence of the ejecta coverage erasure process.

According to the different tests performed, we can propose with a Main Belt impactor flux, a surface age of 600 Myrs because this value leads to the crater population which is the closest of the data curve. However, a deficit in large craters remains in our simulations which is explained in Blitz et al. (2009) as indicating an older age of the bulk of Eros.

The shapes of the crater population curves subjected to different kinds of seismological modeling highlight the sensitivity of this problem to the initial model of asteroid used for wave propagation modeling. A realistic model of the asteroid Eros must be considered, and after different tests of waves propagation, we could define the most important parameters which are

a 3-D structure and, for a study concerning surface processes like crater erasure, the presence of a regolith layer (this change drastically the intensity of the vibrations that will mobilized the regolith material). The internal structure has no significant effect on the surface vibrations, but for other studies regarding the interiors of asteroids, it could not be neglected. Moreover, this conclusion does not rule out the importance of seismological experiments for small Near Earth Asteroids (that represents along with comets, the higher risk of collision with the Earth) whose small size (implying low escape velocities), can prevent from a regolith thickness formation.

The present study, particularly the seismic shaking modeling, has been modeled based from wave propagation modeling at a dominant frequency of 2 Hz, because the resolution of our initial shape model of the asteroid Eros is not suitable for a study at higher frequecy (it would not provide more informations). If a model with a higher resolution were used, and if we had the technical possibility to simulate wave propagation at higher frequency (implying a finer difficult meshing and a much higher computational cost) we could expect an increase in the amplitudes of the seismograms. This would probably lead to a misfit between the crater population data curve and the modeling crater population because more craters would be filled by the stronger vibrations, triggering more mobilized material on crater slopes.

Then, if such a misfit could occur at higher frequencies, either the general erasure model would have to be revised, either another process preventing the burial of craters by these visible slumpings would have to be proposed.

4.3 Annexe - Caractériser les phénomènes d'impacts : de l'impacteur aux ejecta

4.3.1 Les différentes façons d'étudier les impacts

Faisons ici un résumé rapide des travaux de Holsapple (1993) que nous avons utilisés dans notre étude sur l'érosion des cratères par recouvrement par les ejecta. Les processus d'impact sont complexes et impliquent des conditions souvent extrêmes. La transmission de l'énergie d'un impacteur à haute vitesse dans un autre corps se produit en quelques microsecondes avec des pressions et des températures provoquant la fusion et la vaporisation de la cible et du projectile. De ce fait, les résultats d'un impact sont difficiles à prédire. Il existe au moins trois méthodes complémentaires qui permettent d'étudier ces processus. Ces trois approches sont limitées par notre manque de connaissances détaillées sur les matériaux et sur la structure des corps du Système Solaire et possèdent toutes des limitations (Holsapple et al., 2002).

Une première méthode consiste à effectuer des expériences en laboratoire en utilisant soit un canon expulsant un projectile sur une cible à une vitesse maximale de 7 $km.s^{-1}$, soit une charge explosive. La principale limitation de cette méthode provient d'une mauvaise échelle de l'expérience. Par exemple, la taille du dispositif expérimental n'est pas celle du sujet d'étude lorsqu'il s'agit des astéroïdes (ceux-ci peuvent mesurer plusieurs kilomètres de long). De plus, la limitation de la vitesse d'impact à 7 $km.s^{-1}$ dans ces expériences oblige des extrapolations à partir de résultats à faible vitesse, ce qui est discutable.

Une autre méthode consiste à modéliser numériquement les impacts en mettant en jeu des principes physiques. Cette méthode progresse grâce à l'augmentation de la puissance des ordinateurs. Cependant, sa principale limitation est la vraisemblance des matériaux simulés : la complexité du comportement d'un matériau géologique est en effet plus difficile à modéliser que le comportement du matériau homogène considéré dans les simulations. De plus, ces résultats sont très sensibles aux paramètres introduits.

Enfin, des théories d'échelle ont été développées pour prédire la sensibilité des processus de collision à la taille, la vitesse d'impact, la gravité ou le type de matériau. Ces lois mettent en jeu des analyses de similarité et sont calibrées empiriquement par les observations de cratères et d'astéroïdes. Malheureusement, ces lois d'échelle sont basées sur un grand nombre de paramètres. Elles demandent l'estimation de plusieurs constantes et peuvent aboutir à des conclusions erronées si d'importants paramètres sont négligés ou mal estimés.

4.3.2 Les lois d'échelle

Les lois d'échelle permettent de déterminer la forme d'une fonction dépendant d'un paramètre (comme la vitesse) par rapport aux autres paramètres du problème. C'est la méthode la plus utilisée dans les études des phénomènes d'impact des petits corps du Système Solaire (Korycansky et Asphaug, 2004, Geissler et al., 1996, etc…) car elle est basée sur l'analyse dimensionnelle elle permet d'estimer le nombre de degré de liberté du problème.

Supposons que le volume V d'un cratère résultant de l'impact d'un corps sphérique de rayon a, de vitesse d'impact U et de densité δ sur une planète de gravité de surface g, de cohésion Y et de densité ρ soit fonction des paramètres cités :

$$V = f[\{a, U, \delta\}, \{\rho, Y\}, g] \tag{4.12}$$

En fonction des paramètres prédominants durant l'impact, les combinaisons adimensionnelles de l'équation (4.8) peuvent se simplifier, c'est ainsi qu'on détermine plusieurs régimes de cratérisation. En effet, la solidité des matériaux géologiques montre une grande diversité de valeurs allant de quelques bars à plus de dizaines de kbar, mais sur une échelle planétaire, ces valeurs peuvent être très différentes du fait de la présence de failles et/ou de fractures. Ainsi, les valeurs effectives de la solidité crustale peuvent varier de 1 bar à 1kbar (en comparaison, sur Terre, la pression lithostatique varie de 0.3 bar à chaque mètre de profondeur).

Selon l'intensité de l'impact, deux régimes de cratérisation peuvent être déterminés: l'un contrôlé par la résistance du matériau de la cible et l'autre contrôlé par la gravité.

Régime contrôlé par la résistance du matériau de la cible

Si la résistance du matériau de la surface du sol est supérieure à la pression lithostatique $\rho g a$, celle-ci peut être négligée, ce qui permet de proposer une combinaison adimensionelle de l'équation (4.12) :

$$\frac{\rho V}{m} = f[\frac{Y}{\rho U^2}] \tag{4.13}$$

Dans ce cas, le volume du cratère augmente linéairement avec le volume de l'impacteur, sa masse et (à vitesse constante) son énergie. Sa dépendance à la vitesse reste en revanche indéterminée. Sur Terre, ce régime contrôlé par la résistance du matériau est applicable pour les projectiles de diamètre inférieur à typiquement 1 km.

Le régime contrôlé par la gravité

Si la résistance du matériau crustal est relativement faible par rapport à la pression lithostatique, une combinaison adimensionelle de l'équation (4.12) peut s'écrire :

$$\frac{\rho V}{m} = f[\frac{ga}{U^2}] \tag{4.14}$$

Il s'agit du régime de gravité, applicable pour les projectiles de taille supérieure à typiquement 1 km pour la Terre.

Le paramètre couplant *C*

Afin de simplifier les équations régissant les phénomènes d'impacts, il est possible de regrouper les différents paramètres du projectile a, U et δ dans un seul paramètre C. Ce paramètre est dit 'couplant' car l'énergie et le moment du projectile sont couplés dans la cible :

$$C = \delta^{\mu} a U^{\upsilon} \tag{4.15}$$

L'expression (4.10) mesure l'amplitude de l'impact d'un projectile de rayon a, de vitesse de collision U et de densité de masse δ, dans son champ lointain. Les exposants μ et v restent indéterminés pour le moment, mais des cas particuliers peuvent être mentionnés : si l'énergie de l'impacteur est la variable considérée, alors $\mu = 2/3$ et $v = 1/3$. Si le moment est la variable considérée alors $\mu = 1/3$ et $v = 1/3$.

Expression du volume d'un cratère

En considérant un impacteur caractérisé par son paramètre couplant C dans le régime contrôlé par la résistance du matériau percuté (avec une gravité négligeable), le volume d'un cratère peut s'écrire:

$$V \propto \frac{m}{\rho}\left(\frac{\rho U^2}{Y}\right)^{3\mu/2}\left(\frac{\rho}{\delta}\right)^{1-3v} \tag{4.16}$$

Dans ce cas, l'efficacité de cratérisation (c'est à dire le rapport entre la masse de la cible et celle de l'impacteur) est constante pour une taille croissante de l'impacteur.

Dans le régime de gravité, la résistance du matériau est négligée, ce qui donne :

$$V \propto \frac{m}{\rho}\left[\frac{ga}{U^2}\right]^{-3\mu/(2+\mu)}\left(\frac{\rho}{\delta}\right)^{(2+\mu-6v)/(2+\mu)} \tag{4.17}$$

L'efficacité de cratérisation diminue pour une taille croissante du projectile.

La transition entre le régime contrôlé par la résistance du matériau et le régime contrôlé par la gravité correspond à une pression lithostatique de gravité comprise entre 1/10 et 10 fois la résistance du matériau. Afin d'estimer cette transition, Holsapple et Schmidt (1982) ont effectué des expériences d'explosions dans des alluvions en centrifugeuse. Une fonction empirique a pu être proposée pour déterminer cette limite:

$$\pi_v = K_1\left[\pi_2\left(\frac{\delta}{\rho}\right)^{1/3} + \overline{\pi}_3^{(2+\mu)/2}\right]^{-3\mu/(2+\mu)}, \tag{4.18}$$

avec:

$$\pi_v = \frac{\rho V}{m},\ \pi_2 = \frac{ga}{U^2},\ \overline{\pi_3} = \frac{\overline{Y}}{\rho U^2}$$

K_1 est une constante et la notation $\overline{\pi}_3$ est présente pour déterminer une résistance effective $\overline{Y}$ qui correspond aux résultats à petite échelle dans le régime contrôlé par la résistance du matériau. Cette équation (4.14) peut être utilisée pour connaître le volume des cratères dans différents types de matériaux. La transition entre la limite du régime contrôlé par la résistance du matériau et celle du régime contrôlé par la gravité se produit quand les deux termes entre crochets sont égaux, donc quand $\pi_2 = (\overline{Y} / \rho U^2)^{(2+\mu)/2}$. Pour le cas d'étude de l'astéroïde Eros, quel que soit le type de sol impacté (régolite peu cohésif ou substratum cohésif, voir article sur le recouvrement par les ejecta), l'application de ces équations montre que pour tous les cratères, y compris le plus gros de 10 km de diamètre, les impacts se font dans un régime contrôlé par la résistance du matériau. Ceci serait cohérent avec le fait que la structure interne d'Eros n'est pas aussi poreuse que pour un astéroïde de type 'rubble pile' (voir chapitre 1), mais plutôt cohérente avec des fractures.

Les astéroïdes de type 'rubble pile', dont l'intérieur correspond à un agglomérat de débris, sont maintenus par la gravité, et non pas la cohésion. Dans ces astéroïdes, tels que Mathilde, la croissance d'un cratère est limitée par la gravité. Une cible impliquant un cratère dans le régime de gravité doit avoir une faible cohésion (très fragmentée ou en 'rubble pile') pour freiner la propagation d'ondes sismiques.

Les ejecta

Ces résultats ont été publiés par Housen et al. (1983), nous les reprenons dans cette section. Pour un cratère de rayon R_t, la vitesse d'excavation des ejecta dépend de leur position d'éjection située à une distance R du centre du cratère. Dans le régime de gravité, quand la résistance du sol est négligée, on a :

$$v \sqrt{\frac{\rho}{Y}} = K_6 \left(\frac{R}{R_t} \right)^{-e_x}, \tag{4.19}$$

et dans le régime contrôlé par la résistance du matériau, quand la gravité est quasi nulle, on a :

$$\frac{v}{\sqrt{gR_t}} = K_4 \left(\frac{R}{R_t} \right)^{-e_x} \tag{4.20}$$

K_6 et K_4 sont des constantes, tout comme e_x proportionnel à la constante μ, qui dépend elle-même des caractéristiques du matériau. Dans le régime contrôlé par la résistance du matériau, la vitesse d'excavation à une position R/R_t est indépendante de la taille du cratère, mais diminue en fonction de la puissance de R/R_t. À l'opposé, dans le régime de gravité, la vitesse d'excavation à une position R/R_t varie en fonction de la racine carrée de gR_t.

Les lois d'échelle permettent également de calculer le volume d'ejecta excavé V_E en fonction de leur vitesse d'excavation, qui dépend elle-même de la position d'excavation. Dans le régime contrôlé par la résistance du matériau, quand la gravité est négligée, on peut écrire :

$$\frac{V_E}{R_t^3} = K_5 \left(v\sqrt{\frac{\rho}{Y}} \right)^{-e_v}, \tag{4.21}$$

et dans le régime de gravité, quand la résistance du matériau est négligée :

$$\frac{V_E}{R_t^3} = K_3 \left(\frac{v}{\sqrt{gR_t}} \right)^{-e_v} \tag{4.22}$$

Dans les deux cas, K_3 et K_5 sont des constantes et e_v est proportionnel à μ.

Conclusions

La première étude réalisée dans cette thèse a permis de proposer des spécifications pour des sismomètres à ancrer à la surface d'un petit astéroïde. Cette étude, basée sur des simulations de la réponse sismique à l'aide de la méthode de sommation des modes propres, a permis d'estimer des accélérations maximales d'environ 10 $m.s^{-2}$ dans les zones où la refocalisation des ondes de surface agit (la sphéricité des modèles facilite de tels phénomènes). Cette valeur maximale d'accélération, nécessaire à la dynamique d'un sismomètre, a été calculée à partir d'un projectile de 400 kg percutant la cible à 10 $km.s^{-1}$ (caractéristiques du projectile prévu pour l'ancien projet de mission Don Quijote). L'étude des sismogrammes dans plusieurs bandes de fréquence a mis en évidence une bande passante optimale de 1 Hz à 50 Hz pour l'extraction des données. De même, cette méthode a montré la prépondérance d'un modèle sphérique dans la forme de la courbe de l'accélération maximale en fonction de la distance source-récepteur. La forme des modèles d'astéroïdes est donc un paramètre très important dans les simulations de propagation d'ondes sismiques, c'est pourquoi les modèles d'astéroïdes que nous avons étudiés dans la suite par la méthode des éléments spectraux sont basés sur la forme réelle de l'astéroïde Eros.

La méthode des éléments spectraux appliquée dans une seconde partie de la thèse à des modèles 2-D et 3-D de l'astéroïde Eros a confirmé l'importance de la forme du modèle d'astéroïde : des phénomènes de refocalisation sont à l'origine d'une forte augmentation de l'amplitude des sismogrammes. Les différents modèles 2-D et 3-D d'intérieur testés ont montré l'importance du rôle de la couche de régolite présente à la surface d'Eros. Le piégeage des ondes par une couche à faible vitesse autour des astéroïdes a préalablement été suggéré par la méthode de sommation des modes propres et confirmée par la méthode des éléments spectraux. Ces dernières simulations effectuées avec la méthode des éléments spectraux montrent en effet de plus fortes amplitudes à la surface d'un astéroïde entouré de régolite par rapport à un modèle d'astéroïde sans régolite. Les simulations de propagation d'ondes sur les modèles 2-D d'Eros ont également montré que la présence de fractures internes n'influence quasiment pas l'amplitude des signaux sismiques en surface. Ainsi, pour les simulations suivantes effectuées en 3-D pour l'étude sur les mécanismes d'érosion des cratères à la surface d'Eros, il n'a pas été nécessaire d'élaborer des modèles 3-D dotés de réseaux de fractures internes aussi complexes que dans les modèles 2-D créés dans les chapitres précédents (seule la grande ride Rahe Dorsum a un effet, mais plutôt sur le temps de propagation des ondes dans Eros et non pas significativement sur l'amplitude des ondes à sa surface). Cette conclusion suggérant l'effet négligeable de la structure interne sur les amplitudes de surface ne réduit pas l'intérêt des expériences de sismologie sur les astéroïdes. En effet, les plus petits d'entre eux (et les plus à même de collisioner la Terre) pourraient être dénuder de régolite du fait de leur faible vitesse de libération, ce qui les rendrait propice à une tomographie sismique nécessaire au développement d'une stratégie de protection de la Terre contre les collisions. De plus, ces simulations suggèrent que pour dévier ou détruire un asteroïde de taille compatible avec une couche de régolite, une énergie plus importante que prévue serait nécessaire dans la stratégie choisie.

Conformément à ce qui était attendu en raison de la divergence géométrique, les simulations de propagation d'ondes sismiques effectuées avec la même méthode mais à 3-D montrent des amplitudes inférieures aux modèles 2-D puisque dans ce dernier cas l'énergie est confinée dans un plan, ce qui conduit à une surestimation des amplitudes sismiques. Nous retrouvons par contre des ordres de grandeur comparables entre la méthode des éléments spectraux et celle des modes propres pour les amplitudes maximales associées aux premières arrivées.

Les simulations 3-D permettent de quantifier l'érosion des cratères sur Eros par vibration sismique. Mais avant de tester ce mécanisme, nous avons voulu quantifier la contribution des débris des impacts au recouvrement des cratères. Des équations dimensionnelles régissant les paramètres des projectiles à ceux des cratères ont donc été utilisées, montrant que cet effet pouvait expliquer l'enfouissement d'une certaine partie de la population de cratères d'Eros, mais pas toute. Le mécanisme de recouvrement des cratères par les glissements de terrains déclenchés par les vibrations sismiques a donc été simulé à partir des modèles 3-D de l'astéroïde Eros, ce qui a permis de montrer l'implication de ce phénomène dans le rebouchage des cratères. Pour reproduire par la simulation une population de cratères d'Eros similaire à celle observée, les deux processus d'érosion se sont avérés nécessaires car avec le seul mécanisme d'érosion par recouvrement des débris, les cratères n'étaient pas assez rebouchés par rapport aux observations. La population de cratères simulée la plus semblable à celle d'Eros a été obtenue en considérant qu'Eros avait été bombardé pendant 600 millions d'années dans la Ceinture Principale. À partir de ce résultat, la contribution des deux mécanismes a été estimée, montrant leur importance. Cela n'exclut pas le fait que certains cratères puissent présenter des blocs rocheux d'ejecta (sans pour autant avoir été recouverts par ceux-ci) et que d'autres puissent montrer des traces de glissements de terrain, même si ces glissements ne les recouvrent pas totalement. L'âge de la surface d'Eros, estimée à 600 millions d'années à partir de ces résultats, suggère qu'une épaisseur de régolite d'environ 40 m se serait accumulée à raison de 7×10^{-8} m par an. Cet âge de surface qu'il faut bien entendu considérer avec précaution (voir chapitre 4) correspond à peu près à l'estimation proposée par Richardson et al. (2005) qui, en simulant l'érosion des cratères par les vibrations sismiques et le recouvrement des ejecta, ont proposé un âge de 400 millions d'années. La quarantaine de mètres d'épaisseur de régolite que nous avons estimée à partir de l'étude sur la quantité d'ejecta produite par les impacts sur Eros est en accord avec les valeurs publiées dans la littérature (voir table 3.5).

En perspective, certains éléments de cette thèse pourraient être améliorés ou approfondis dans des travaux futurs. C'est le cas notamment pour le modèle de glissements de terrain qui n'a jamais été traité avec autant de précision que les modèles de propagation d'ondes (les simulations de la réponse sismique d'astéroïdes ont été tentées par Richardson et al., 2005 et Walker et al., 2006 et de manière plus précise dans cette thèse, mais pas les simulations de glissements de terrain).

Pour la même raison, les modèles 3-D étudiés ont été limités à des modèles simples dans notre étude sur l'érosion de surface des cratères. Seule une couche de régolite a été incluse dans le modèle, qui est par ailleurs homogène. Pour des études futures sur la fragmentation d'un astéroïde il serait intéressant de modéliser un intérieur doté d'un réseau de fractures, similaire au modèle 2-D, pour connaître le comportement de l'amplitude des ondes sismiques se propageant à l'intérieur du modèle.

La possibilité d'utiliser les instantanés de la propagation des ondes sismiques en 3-D pour effectuer une carte des effets de site sur Eros pourrait également être envisagée car cela permettrait d'estimer quels sont les endroits de l'astéroïde où les cratères seraient le plus érodés. Ce résultat pourrait être comparé à la densité de cratères mesurée à la surface d'Eros.

Enfin, il serait intéressant de refaire, avec la méthode des éléments spectraux, l'étude sur les spécifications d'un sismomètre à embarquer vers un astéroïde, une fois l'astéroïde cible choisi, en utilisant alors un modèle précis de sa forme.

Avec plus de temps, nous pourrions également tester la réponse sismique de modèles d'astéroïdes de structures internes différentes comme par exemple un intérieur en agrégats de débris ('rubble pile'), comparé à un intérieur cohérent avec plus ou moins de fractures. Cela serait très utile car il est très complexe d'estimer précisément quel type de structure une sonde spatiale trouvera une fois arrivée à destination. Il faut donc envisager plusieurs cas de structures internes possibles, les modéliser et ainsi estimer au mieux les spécifications des sismomètres à embarquer.

Il est clair que pour aboutir à une prévision la plus juste et la plus proche de la structure interne d'un astéroïde donné, la tâche sera difficile ce qui constitue un défi intéressant pour l'avenir …

Bibliographie

Abe, S., T. Mukai, N. Hirata, O. S. Barnouin-Jha, A. F. Cheng, H. Demura, R. W. Gaskell, T. Hashimoto, K. Hiraoka, T. Honda, T. Kubota, M. Matsuoka, T. Mizuno, R. Nakamura, D. J. Scheeres and M. Yoshikawa (2006). "Mass and Local Topography Measurements of Itokawa by Hayabusa ", Science, 312(5778), 1344 - 1347.

Ahrens, T. J., K. Xia and D. Coker (2002). "Depth of cracking beneath impact craters: new constraint for impact velocity", 12th Conference of the American Physical Society Topical Group on Shock Compression of Condensed Matter, 1393-1396, Melville, NY, USA, American Institute of Physics.

Asphaug, E. (2004). "Nothing simple about asteroids", Science, 306, 1489–1492.

Asphaug, E., M. J. S. Belton and R. Kakula (2001). "Geophysical exploration of asteroids: the Deep interior mission concept", abs. n° 1867, XXXII Lunar and Planetary Science Conference, Houston, TX, USA

Ball, A., P. Lognonné, K. Seiferlin, M. Pätzold and T. Spohn (2004). "Lander and penetrator science for NEO mitigation studies 2004." in: Mitigation of Hazardous Comets and Asteroids, Ed. M. J. S. Belton, T. H. Morgan, N. Samarasinha and D. K. Yeomans, 267-291, Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom.

Bendjoya, P. (1998). "Collisions dans le Système Solaire", Belin, Paris, France.

Bottke, W. F., M. C. Nolan, R. Greenberg and R. A. Kolvoord (1994). "Velocity Distributions among Colliding Asteroids", Icarus, 107, 255-268.

Bottke, W. F., D. P. Rubincam and J. A. Burns (2000). "Dynamical Evolution of Main Belt Meteoroids: Numerical Simulations Incorporating Planetary Perturbations and Yarkovsky Thermal Forces", Icarus, 145, 301-331.

Buczkowski, D. L., O. S. Barnouin-Jha and L. M. Prockter (2008). "433 Eros lineaments: Global mapping and analysis", Icarus, 193(1), 39-52.

Buczkowski, D. L., L. Prockter and O. S. Barnouin-Jha (2006). "Mapping lineaments on 433 Eros: process, results, implications ", abs. n° 1330, XXXVII Lunar and Planetary Science Conference, Houston, TX, USA

Carcione, J. M. and F. Cavallini (1995). "Attenuation and quality factor surfaces in anisotropic-viscoelastic media", Mechanics of Materials, 19, 311-327.

Carrington, L., D. Komatitsch, M. Laurenzano, M. Tikir, D. Michéa, N. Le Goff, A. Snavely and J. Tromp (2008). "High-frequency simulations of global seismic wave propagation using SPECFEM3D_GLOBE", IEEE Supercomputing SC'2008 conference, Gordon Bell paper, on CD-ROM and at www.sc-conference.org/sc2008.

Chapman, C. R. (1996). "S-type asteroids, ordinary chondrites, and space weathering: The evidence from Galileo's fly-bys of Gaspra and Ida", Meteoritics and Planetary Sciences, 31, 699–725.

Chapman, C. R., W. J. Merline and P. Thomas (1999). "Cratering on Mathilde", Icarus, 140(1), 28-33.

Chapman, C. R., W. J. Merline, P. C. Thomas, J. Joseph, A. F. Cheng and N. Izenberg (2002). " Impact history of Eros: craters and boulders", Icarus, 155, 104-118.

Cheng, A. F., O. S. Barnouin-Jha, L. Prockter, M. T. Zuber, G. Neumann, D. E. Smith, J. Garvin, M. Robinson, J. Veverka and P. Thomas (2002). "Small-Scale Topography of 433 Eros from Laser Altimetry and Imaging", Icarus, 155(1), 51-74.

Cheng, A. F., O. S. Barnouin-Jha, M. T. Zuber, J. Veverka, D. E. Smith, G. A. Neumann, M. Robinson, P. Thomas, J. B. Garvin, S. Murchie, C. Chapman and L. Prockter (2001). "Laser Altimetry of Small-Scale Features on 433 Eros from NEAR-Shoemaker ", Science 292, 488 - 491.

Dainty, A. and M. N. Toksoz (1981). "Seismic codas on the earth and the moon - A comparison", Physics of the Earth and Planetary Interiors, 26, 250-260.

Dainty, M. A., M. N. Toksöz, K. R. Anderson, P. J. Pines, Y. Nakamura and G. V. Latham (1974). "Seismic scattering and shallow structure of the Moon in Oceanus Procellarum", The Moon, 9(1-2), 11-29.

Danielson, K. T. and R. R. Namburu (1998). "Nonlinear dynamic finite element analysis on parallel computers using FORTRAN 90 and MPI", Advances in Engineering Software, 29(3-6), 179 - 186

DeBasabe, J. and M. K. Sen (2007). "Grid dispersion and stability criteria of some common finite difference and finite element method for acoustic and elastic wave propagation", SEG Annual meeting, San Antonio, TX, USA.

Delavaud, E. (2007). Numerical simulation of wave propagation in complex geological media: application to the evaluation of the seismic response of the Caracas (Venezuela) basin, Thèse de doctorat, Institut de Physique du Globe de Paris, France.

Dones, L., B. Gladman, W. B. Tonks, H. J. Melosh, H. F. Levison and M. Duncan (1999). "Dynamical Lifetimes and Final Fates of Small Bodies: Orbit Integrations vs Öpik Calculations", Icarus, 142(2), 509-524.

Durda, D. D. (2004). " Ejecta generation and redistribution on 433-Eros: modeling ejecta launch conditions", abs. n° 1096, XXXV Lunar and Planetary Science Conference, Houston, TX, USA

Dziewonski, A. M. and D. L. Anderson (1981). "Preliminary reference Earth model", Physics of theEarth and Planetary Interiors, 25, 297-356.

Evans, L. G., R. D. Starr, B. J., R. C. Reedy, B. W. V., J. I. Trombka, J. O. Goldstein, J. Masarik, L. R. Nittler and M. T. J. (2001). "Elemental composition from gamma-ray spectroscopy of the NEAR–Shoemaker landing site on 433 Eros." Meteoritics and Planetary Sciences, 36, 1639–1660.

Fuji, Y., N. Hirata, H. Demura and N. Asada (2007). "Visualization tool for 3D GIS data", abs. n° 1521, XXXVIII Lunar and Planetary Science Conference Houston, TX, USA

Gagnepain-Beyneix, J., P. Lognonné, H. Chenet, D. Lombardi and T. Spohn (2006). "A seismic model of the lunar mantle and constraints on temperature and mineralogy", Physics of The Earth and Planetary Interiors, 159, 140 - 166.

Garmier, R. (2001). Modélisation du champ de gravité en harmoniques ellipsoïdales et application à l'astéroïde Eros dans le cadre de la mission NEAR, thèse de doctorat, Observatoire de Paris, France.

Geissler, P., J.-M. Petit, D. D. Durda, R. Greenberg, W. Bottke, M. Nolan and J. Moore (1996). "Erosions and ejecta reaccretion on 243 Ida and its moon", Icarus, 120, 140-157.

Gritzner, C. and R. Kahle (2004). "Mitigation technologies and their requirements." in: Mitigation of hazardous comets and asteroids, Ed. M. J. S. Belton, T. H. Morgan, N. Samarasinha and D. K. Yeomans, 167-200, Cambridge University Press.

Holsapple, K., I. Giblin, K. Housen, A. Nakamura and E. Ryan (2002). "Asteroid Impacts: Laboratory Experiments and Scaling Laws ", in: Asteroids III, Ed. W. F. Bottke, P. Paolicchi, R. P. Binzel and A. Cellino, 443-462, University of Arizona Press, Tucson, AZ, USA.

Holsapple, K. A. (1993). "The scaling of impact processes in planetary sciences", Annual Review of Earth and Planetary Sciences, 21, 333-73.

Holsapple, K. A. (2004). "About deflecting asteroids and comets ", in: Mitigation of hazardous comets and asteroids, Ed. M. J. S. Belton, T. H. Morgan, N. Samarasinha and D. K. Yeomans, 113-140, Cambridge University Press.

Holsapple, K. A. and K. R. Housen (2007). "A crater and its ejecta: An interpretation of Deep Impact", Icarus, 187(1), 345-356.

Holsapple, K. A. and R. M. Schmidt (1982). "On the scaling of crater dimensions 2. Impact processes", Journal of Geophysical Research, 87(B3), 1849-1870.

Horvath, P., G. V. Latham, Y. Nakamura and H. J. Dorman (1980). " Lunar near surface shear wave velocities at the Apollo landing sites as inferred from spectral amplitude ratios", Journal of Geophysical Research, 85(B11), 6572-6578.

Housen, K. R., R. M. Schmidt and K. A. Holsapple (1983). "Crater ejecta scaling laws: fundamental forms based on dimensional analysis", Journal of Geophysical Research, 88, 2485-2499.

Hughes, A. L. H., J. E. Colwell and A. W. DeWolfe (2008). "Electrostatic dust transport on Eros: 3-D simulations of pond formation", Icarus, 195(2), 630-648.

Karato, S. I. and H. Jung (1998). "Water, partial melting and the origin of the seismic low velocity and high attenuation zone in the upper mantle", Earth and Planetary Science Letters 157(3-4), 193-207.

Kay, I. and E. S. Krebes (1999). "Applying finite element analysis to the memory variable formulation of wave propagation in anelastic media", Geophysics, 64, 300-307.

Khan, A. and K. Mosegaard (2001). "New Information on the Deep Lunar Interior from an Inversion of Lunar Free Oscillation Periods. " Geophysical Research Letters, 28 (9), 1791.

Kikuchi, M. (1981). "Dispersion and attenuation of elastic waves due to multiple scattering from craks", Physics of theEarth and Planetary Interiors, 27, 100-105.

Komatitsch, D. (1997). Méthodes spectrales et éléments spectraux pour l'équation de l'élastodynamique 2D et 3D en milieu hétérogène, Thèse de doctorat, Institut de Physique du Globe de Paris, France.

Komatitsch, D., F. Coutel and P. Mora (1996). "Tensorial formulation of the wave equation for modeling curved interfaces", Geophysical Journal International, 127, 156-168.

Komatitsch, D., R. Martin, J. Tromp, M. A. Taylor and B. A. Wingate (2001). "Wave propagation in 2-D elastic media using a spectral element method with triangles and quadrangles", Journal of Computational Acoustics, 9, 703-718.

Komatitsch, D., J. Ritsema and J. Tromp (2002). "The Spectral-Element Method, Beowulf Computing, and Global Seismology", Science, 298, 1737-1742.

Komatitsch, D. and J. Tromp (1999). "Introduction to the spectral-element method for 3-D seismic wave propagation", Geophysical journal international 139(3), 806-822.

Komatitsch, D. and J. Tromp (2002). "Spectral-element simulations of global seismic wave propagation, Part I: Validation", Geophysical Journal International, 149, 390-412.

Komatitsch, D., S. Tsuboi and J. Tromp (2005). "The spectral-element method in seismology", Geophysical monograph 157, 205-227, Washington, DC, USA, American Geophysical Union.

Komatitsch, D. and J.-P. Vilotte (1998). "The spectral-element method: an efficient tool to simulate the seismic response of 2D and 3D geological structures ", Bulletin of the seismological Society of America, 88(368-392).

Komatitsch, D., J.-P. Vilotte, R. Vai, J. M. Castillo-Covarrubias and F. J. Sánchez-Sesma (1999). "The Spectral Element method for elastic wave equations: application to 2D and 3D seismic problems", International Journal for Numerical Methods in Engineering, 45, 1139-1164.

Korycansky, D. G. and E. Asphaug (2004). "Simulations of impact ejecta and regolith accumulation on Asteroid Eros", Icarus, 171, 110-119.

Lee, P. (1996). "Dust Levitation on Asteroids", Icarus, 124(1), 181-194.

Liu, H. P., D. L. Anderson and H. Kanamori (1976). "Velocity dispersion due to anelasticity: implications for seismology and mantle composition", Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society, 47, 41-58.

Loeffler, M. J., C. A. Dukes, W. Y. Chang, L. A. McFadden and R. A. Baragiola (2008). "Laboratory simulations of sulfur depletion at Eros", Icarus, 195(2), 622-629.

Lognonné, P. (2005). "Planetary seismology", Annual Review of Earth and Planetary Sciences, 33, 19.1-19.34.

Lognonné, P. and E. Clévédé (2002). "Normal modes of the Earth and Planets, Handbook on Earthquake and Engineering Seismology." in: IASPEI Centennial Publications, Ed. H. Kanamori, P. Jennings and W. Lee, chapitre 37, International Geophysics series.

Lognonné, P., J. Gagnepain-Beyneix and H. Chenet (2003). "A new seismic model of the Moon : implication in terms of structure, formation and evolution", Earth and Planetary Science Letters, 6637, 1-18.

Lognonné, P. and C. Johnson (2007). "Planetary Seismology." in: Treatise on Geophysics, Ed. G. Schubert, 69-122, Elsevier, New York, NY, USA.

Lognonné, P. and B. Mosser (1993). "Planetary seismology", Surveys in Geophysics, 14, 239-302.

Lognonné, P., B. Mosser and F. A. Dahlen (1994). "Excitation of jovian seismic waves by the Shomaker-Levy 9 cometary impact", Icarus, 110, 180-195.

Mantz, A., R. Sullivan and J. Veverka (2004). "Regolith transport in craters on Eros", Icarus, 167(1), 197-203.

Martin, R., D. Komatitsch, C. Blitz and N. Le Goff (2008). "Simulation of seismic wave propagation in an asteroid based upon an unstructured MPI spectral-element method: blocking and non-blocking communication strategies", Lecture Notes in Computer Science, 5336, 350-363

McCoy, T. J., M. S. Robinson, L. R. Nittler and T. H. Burbine (2002). "The Near-Earth Asteroid mission to asteroid 433 Eros: A milestone in the study of asteroids and their relationship to meteorites." Chemie der Erde / Geochemistry 62, 89–121.

Merkley, K., C. Ernst, J. F. Shepherd and M. J. Borden (2007). "Methods and Applications of Generalized Sheet Insertion for Hexahedral Meshing", Proceedings of the 16th International Meshing Roundtable.

Michel, P., W. Benz and D. C. Richardson (2003). "Fragmented parent bodies as the origin of asteroid families", Nature 421, 608-611

Michel, P., P. Farinella and C. Froeschlé (1998). "Dynamics of Eros", Astronomical Journal, 116, 2023-2031.

Miller, J. K., A. S. Konopliv, P. G. Antreasian, J. J. Bordi, S. Chesley, C. E. Helfrich, W. M. Owen, B. G. Williams, T. C. Wang and D. K. Yeomans (2002). "Determination of Shape, Gravity, and Rotational State of Asteroid 433 Eros", Icarus, 155, 3-17.

Millot-Langet, R. (2004). Modélisation des modes propres et des sismogrammes longue-période d'une Terre anélastique en rotation: vers une tomographie anélastique du manteau, thèse de doctorat. Institut de Physique du Globe. Paris, Université Paris VII, France.

Moczo, P., E. Bystricky, J. Kristek, J. M. Carcione and M. Bouchon (1997). "Hybrid modeling of P-SV seismic motion at inhomogeneous viscoelastic topographic structures", Bulletin of the seismological Society of America, 87, 1305-1323.

Morris, E. C., R. M. Batson, H. E. Holt, J. J. Rennilson, E. M. Shoemaker and E. A. Whitaker (1968). "Television observations from Surveyor VI." in: Surveyor VI Mission Report, part II, Science Results, Jet Propulsion Laboratory, California Institute of Technology, Technical report n° 32-1262, 9-45.

Morrison, D., C. R. Chapman, D. Steel and R. P. Binzel (2004). "Impacts and the public: communicating the nature of the impact hazard." in: Mitigation of Hazardous Comets and Asteroids, Ed. M. J. S. Belton, T. H. Morgan, N. Samarasinha and D. K. Yeomans, 353-390, Cambridge University Press.

Nakamura, Y. (1976). "Seismic energy transmission in the lunar surface zone determined from signals generated by movement of lunar rovers", Bulletin of the Seismological Society of America, 66, 593-606.

Nakamura, Y., J. Dorman, F. Duennebier, D. Lammlein and G. Latham (1975). "Shallow lunar structure determined from the passive seismic experiment", Moon, 3, 57-66.

O'Brien, D. P. and R. Greenberg (2007). " The Lack of Small Craters on Eros is not due to the Yarkovsky Effect", 39th DPS meeting 50.06, Orlando, FL, USA.

O'Brien, D. P. and R. Greenberg (2005). "The collisional and dynamical evolution of the Main-Belt and NEA size distributions", Icarus, 178(179-212).

O'Brien, D. P., R. Greenberg and J. E. Richardson (2006). "Craters on asteroids: Reconciling diverse impact records with a common impacting population", Icarus, 183, 79-92.

Pandit, B. I. and D. C. Tozer (1970). "Anomalous propagation of elastic energy within the Moon", Nature, 226, 335.

Phinney, R. A. and R. Burridge (1973). "Representation of the elastic-gravitational excitation of a spherical Earth model by generalized spherical harmonics", Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society, 34, 451-487.

Prockter, L., P. Thomas, M. Robinson, J. Joseph, A. Milne, B. Bussey, J. Veverka and A. Cheng (2002). "Surface expressions of structural features on Eros", Icarus, 155, 75-93.

Quaide, W. L. and V. R. Oberbeck (1968). "Thickness determinations of the lunar surface layer from lunar impact craters", Journal of Geophysical Research, 73, 5247-5270.

Richardson, J. E., H. J. Melosh and R. Greenberg (2004). "Impact-Induced Seismic Activity on Asteroid 433 Eros: A Surface Modification Process ", Science, 306(5701), 1526 - 1529.

Richardson, J. E., H. J. Melosh, R. J. Greenberg and D. P. O'Brien (2005). "The global effects of impact-induced seismic activity on fractured asteroid surface morphology", Icarus, 179, 325-349.

Robinson, M. S., P. C. Thomas, J. Veverka, S. L. Murchie, O. S. Barnouin-Jha and D. B. J. Bussey (2001). "The geology of Eros", abs. n° 2134, XXXII Lunar and Planetary Sciences Conference, Houston, TX, USA

Robinson, M. S., P. C. Thomas, J. Veverka, S. L. Murchie and B. B. Wilcox (2002). " The geology of 433 Eros", Meteoritics and Planetary Sciences, 37, 1651-1684.

Rulf, B. (1969). "Rayleigh waves on curved surfaces", Journal of the Acoustical Society of America 45, 493-499.

Seriani, G. and S. P. Oliveira (2008). "Dispersion analysis of spectral element methods for elastic wave propagation", Wave Motion 45(6), 729-744.

Thomas, P. C., J. W. Armstrong, S. W. Asmar, J. A. Burns, T. Denk, B. Giese, P. Helfenstein, L. Less, T. V. Johnson, A. McEwen, L. Nicolaisen, C. Porco, N. Rappaport, J. Richardson, L. Somenzi, P. Tortora, E. P. Turtle and J. Veverka (2007). "Hyperion's sponge-like appearance", Nature, 448 50-56.

Thomas, P. C., L. Prockter, M. Robinson, J. Joseph, J. Veverka and (2002). " Global structure of asteroid 433 Eros." Journal of Geophysical Research Letters, 29 (10), 1408.

Thomas, P. C. and M. S. Robinson (2005). "Seismic resurfacing by a single impact on the asteroid 433 Eros", Nature, 436, 366-368.

Thomas, P. C., J. Veverka, M. S. Robinson and S. Murchie (2001). "Shoemaker crater as the source of most ejecta blocks on the asteroid 433 Eros", Nature, 413, 394-396.

Titley, S. R. (1966). "Seismic energy as an agent of morphologic modification on the Moon", in: Astrogeological Studies, annual program report, United States Geological Survey n°, 123-132.

Tittmann, B. R. (1977). "Lunar rock attenuation in 3000-5000 range achieved in laboratory", Royal Society - Philosophical Transaction, 285 (1327 (serie A)), 475-479.

Tittmann, B. R., V. A. Clark and T. W. Spencer (1980). "Compressive strength, seismic Q, and elastic modulus", XI Lunar and Planetary Sciences Conference, 3, 1815-1823, Houston, TX, USA, Pergamon Press, New York.

Toksöz, M. N., A. M. Dainty, S. C. Solomon, S. C. and A. K. R. (1980). "Structure of the Moon", Review of Geophysics and Space Physics, 12, 539-567.

Veverka, J., P. C. Thomas, M. Robinson, S. Murchie, C. Chapman, M. Bell, A. Harch, W. J. Merline, J. F. Bell, B. Bussey, B. Carcich, A. Cheng, B. Clark, D. Domingue, D. Dunham, R. Farquhar, M. J. Gaffey, E. Hawkins, N. Izenberg, J. Joseph, R. Kirk, H. Li, P. Lucey, M. Malin, L. Mc Fadden, J. K. Miller, W. M. Owen, C. Peterson, L. Prockter, J. Warren, D. Wellnitz, B. G. Williams and D. K. Yeomans (2001). "Imaging of small-scale features on 433 Eros from NEAR: Evidence for a complex regolith", Science, 292, 484-488.

Walker, J. D., E. J. Sagebiel and W. F. Huebner (2006). "A preliminary analysis of seismological techniques to study Eros and other asteroids", Advances in Space Research, 37(1), 142-152.

Wilkison, S. L., M. S. Robinson, P. C. Thomas, J. Veverka, T. J. McCoy, S. L. Murchie, L. M. Prockter and D. K. Yeomans (2002). "An estimate of Eros's porosity and implications for internal structure", Icarus, 155, 94-103.

Yeomans, D. (1995). "Asteroid 433 Eros: The target body of the NEAR mission", Journal of Astronautical Sciences, 43(4), 417-426.

Yeomans, D. K., J.-P. Barriot, D. Dunham, R. Farquhar, J. Giorgini, C. Helfrich, A. S. Konopliv, J. Mc Adams, J. Miller, W. Owen, D. Scheeres, S. Synnott and B. Williams (1997). "Estimating the mass of asteroid 253 Mathilde from tracking data during the NEAR flyby." Science, 278, 2106-2109.