



HAL
open science

Utilisation d'un peigne de fréquences optiques pour la spectroscopie de l'hydrogène

Arnoult Olivier

► **To cite this version:**

Arnoult Olivier. Utilisation d'un peigne de fréquences optiques pour la spectroscopie de l'hydrogène. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2006. Français. NNT: . tel-00441568

HAL Id: tel-00441568

<https://theses.hal.science/tel-00441568>

Submitted on 16 Dec 2009

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Laboratoire Kastler-Brossel

Université Pierre et Marie Curie



Thèse de doctorat de l'Université Paris VI

Spécialité : Physique expérimentale des atomes et des molécules, applications

présentée par

Olivier Arnoult

*Pour obtenir le grade de
DOCTEUR de l'UNIVERSITÉ PARIS 6*

Utilisation d'un peigne de fréquences optiques pour la spectroscopie de l'atome d'hydrogène

Soutenue le 8 Novembre 2006 devant le jury composé de :

M. François BIRABEN *Directeur de thèse*
M. François NEZ *Examineur*
M. Jean-Claude GARREAU *Rapporteur*
M. Patrick JUNCAR *Rapporteur*
M. Christian CHARDONNET *Examineur*
M. Yves GULDNER *Examineur*

Remerciements

Mes remerciements iront bien entendu d'abord à l'équipe avec j'ai passé ces trois années de recherche enrichissantes, parfois éprouvantes mais inoubliables.

Je remercie donc François Biraben, qui a dirigé ma thèse avec beaucoup d'enthousiasme et de disponibilité. J'ai un souvenir ému des premiers mois où je le suivais dans les couloirs nombreux de la manip hydrogène, dont il a pris le temps de m'expliquer patiemment tous les rouages. J'ai été marqué par ses raisonnements faits de rigueur et d'intuition et sa ténacité pour mener à bien l'expérience. Je le remercie pour la relecture attentive de ce manuscrit et la confiance qu'il a voulu m'accorder. Enfin, un travail de thèse comporte également des composantes humaines, et à ce titre, j'ai pu trouver en François un soutien et une compréhension inestimables.

Je me tourne ensuite vers François Nez, qui, malgré les autres expériences auxquelles il participait, a consacré beaucoup de son temps à travailler avec moi. Sans son aide et sa connaissance approfondie des techniques expérimentales, ce travail de thèse n'aurait pas été possible. Là aussi, son optimisme et sa volonté se sont révélés précieux. Là aussi, la bonne humeur et l'enthousiasme scientifique prenaient le pas sur les difficultés ou les frustrations de l'expérience. François m'a tout appris, du réglage des lasers .. au montage des parpaings, lors du déménagement du laboratoire !

Je remercie aussi les autres membres permanents de l'équipe : Lucile Julien, qui m'a éclairé sur le Fortran, Catherine Schwob, qui m'a conseillé dans les processus de commande et Saïda Guellati pour ses critiques dans la préparation des différentes présentations orales. Merci à elles pour la bonne ambiance qu'elles savaient instaurer au laboratoire.

Je remercie également mes prédécesseurs, qui ont travaillé lors de leur thèse sur cette expérience 1S-3S, Sophie Bourzeix et Gaétan Hagel. Leurs manuscrits et cahiers de manip ont été précieux pour mon travail.

Merci enfin aux autres thésards de l'équipe, Rémy Battesti, Malo Cadoret et Estefania de Mirandés pour l'état d'esprit chaleureux qui régnait dans notre bureau du sous-sol. Je remercie particulièrement Pierre Cladé, qui travaillait à côté sur l'expérience h/m, pour ses avis toujours intéressants sur les améliorations à apporter et les résultats observés.

Je remercie Jean-Claude Garreau et Patrick Juncar, qui ont accepté d'être rapporteurs de ma thèse. Merci également à Christian Chardonnet et Yves Guldner, qui, en tant que président du concours de l'agrégation, a été le trait d'union de mon jury avec l'Éducation Nationale.

J'ai eu la chance d'effectuer mes activités de recherche, tout au long de ma scolarité, au sein de ce lieu d'échange passionnant qu'est le Laboratoire Kastler-Brossel. Je remercie donc les différentes équipes que j'y ai cotoyé, en stage de maîtrise puis de DEA, particulièrement Jean-Philippe Karr, Vincent Josse et Claude Fabre qui m'ont encadré et fortifié mon goût pour la physique atomique.

Je remercie également les membres du laboratoire qui composent les différents ateliers techniques, sans qui rien ne serait possible. Merci à Jean-Pierre Okpizs pour m'avoir aidé dans

la réalisation des différents circuits électroniques, à Pascal Travers et Christophe Ravaillac pour les pièces mécaniques, à Florence Thibout pour m'avoir aidé dans la réalisation d'un radiomètre de Crookes. Merci à Serge Begon et Corinne Poisson, en informatique, pour leur disponibilité et leur gentillesse. Merci à Monique Bonnamy et Laëticia Morel pour leur aide administrative efficace.

Je remercie mes camarades au laboratoire, pour les discussions tous azimuts à la pause, Sylvain Gigan, Martino Trassinelli, Laurent Lopez, Éric-Olivier Le Bigot, Brahim Lamine, Nicolas Treps, Jean Cviklinski... et les autres! Je remercie l'ensemble des membres du laboratoire, qui y entretiennent une ambiance agréable et fertile.

Je remercie enfin l'équipe de m'avoir donné la chance d'aller assister à ICAP et présenter nos recherches à la conférence Hydrogen Atom, à Rio de Janeiro!

Table des matières

Introduction	1
Introduction générale	1
Contexte au laboratoire	2
Plan de l'exposé	3
1 La spectroscopie de l'hydrogène	5
1.1 Etat de l'art du calcul des niveaux d'énergie dans l'hydrogène	6
1.1.1 L'équation de Dirac et ses développements	6
1.1.2 Déplacement de Lamb	9
1.1.3 Structure hyperfine	17
1.1.4 Nouvelle valeur du rayon du proton	19
1.2 Déterminations de la constante de Rydberg et du déplacement de Lamb . . .	20
1.2.1 Séparation des constantes	20
1.2.2 Rayon du proton	23
1.2.3 La transition $1S - 3S$	24
1.3 Dispositifs expérimentaux	27
1.3.1 Notre expérience	27
1.3.2 Autres expériences en cours	27
2 Le peigne de fréquences optiques	31
2.1 Introduction	31
2.1.1 Le laser femtoseconde à modes verrouillés en phase	31
2.1.2 Métrologie des fréquences optiques	40
2.2 Particularités de notre peigne	46
2.2.1 Le laser femtoseconde	46
2.2.2 Contrôle du taux de répétition	50
2.2.3 Mesure de la phase entre porteuse et enveloppe de l'impulsion	53
2.2.4 Mesure d'une fréquence extérieure	61
2.3 Mesures de quelques lasers	64
2.3.1 La variance d'Allan	64

2.3.2	Mesure du laser étalon stabilisé sur la transition 5S-5D du rubidium	67
2.3.3	Mesure du laser Ti:Sa continu	71
3	Observation de la résonance 1S-3S	77
3.1	Les sources laser	77
3.1.1	Le laser Ti:Sa continu	77
3.1.2	Premier doublage (LBO)	79
3.1.3	Second doublage (BBO)	83
3.2	Détection de la fluorescence à 656 nm	94
3.2.1	Processus d'excitation à deux photons	94
3.2.2	La caméra CCD	97
3.2.3	Enregistrement de la courbe de résonance	112
3.2.4	Rapport signal à bruit	118
4	Détermination de l'effet Doppler du second ordre	123
4.1	Principe des mesures en champ magnétique	123
4.1.1	Effet Stark motionnel	124
4.1.2	Le champ magnétique dans l'expérience	126
4.2	Formes de raie théorique	133
4.2.1	Calcul de la fluorescence en présence d'un champ magnétique	133
4.2.2	Influence de la distribution de vitesse	136
4.2.3	Effet de la géométrie gaussienne	137
4.2.4	Convolution par la modulation BBO	142
4.3	Mesure de la fréquence absolue	144
4.3.1	Ajustement sur les formes de raie calculées	144
4.3.2	Mesure de la distribution de vitesse	145
4.4	Effets systématiques	154
4.4.1	Effets systématiques variants avec le champ magnétique	155
4.4.2	Effets systématiques indépendants du champ magnétique	162
4.4.3	Conclusion sur la mesure de la fréquence de transition $1S' - 3S$	166
	Conclusion	167
	Annexe	169
A	Ajustement d'images	169
B	Effet de l'asymétrie de la surmodulation BBO	172
C	Calcul de la densité spectrale de puissance à 410 nm	174

Introduction

Introduction générale

L'étude expérimentale du spectre de l'atome d'hydrogène est un sujet que l'on peut aujourd'hui qualifier d'historique, les travaux de Balmer et Lyman remontant maintenant à plus d'un siècle. La richesse des découvertes théoriques qu'elle a permises est intrinsèquement liée à la simplicité du système qui autorise des calculs théoriques poussés dans le cadre du problème à deux corps. Ainsi, depuis le modèle de Bohr jusqu'à l'électrodynamique quantique, l'interprétation du spectre de H a eu des retombées conceptuelles considérables en physique.

Qu'en est-il aujourd'hui? L'un des buts de la continuation de ces expériences sur l'hydrogène de par le monde est l'amélioration de la connaissance de la constante de Rydberg R_∞ (actuellement déterminée à $6,6 \times 10^{-12}$), qui constitue d'ores et déjà l'une des pierres d'achoppement de l'ajustement des constantes fondamentales dans le système SI. On voit cependant qu'il ne peut s'agir dans l'immédiat d'un objectif majeur dans le cadre de cet ajustement, puisqu'aucune autre constante ne serait réellement sensible à une amélioration de l'incertitude relative $\frac{\Delta R_\infty}{R_\infty}$.

Cependant, les mesures dans l'hydrogène conduisent le plus souvent, comme nous l'expliquerons, à une détermination simultanée de R_∞ et des déplacements de Lamb, notamment celui de l'état fondamental $1S$. Or les progrès récents dans les calculs d'électrodynamique quantique (QED) ont permis d'abaisser la part de l'incertitude liée à ces calculs nettement en dessous de l'incertitude associée au rayon de charge du proton r_P , celui-ci contribuant à l'énergie des niveaux. Ainsi actuellement la valeur du rayon du proton est principalement déduite des mesures dans l'hydrogène et de la QED. Une valeur fiable de r_P permettrait dans un futur proche de tester certaines prédictions de la chromodynamique quantique (QCD) sur réseau.

De plus, une bonne connaissance du spectre de l'atome d'hydrogène - constante de Rydberg et déplacements de Lamb- autoriserait son utilisation comme étalon de fréquence dans un domaine optique allant jusqu'à l'ultraviolet.

Dans un autre registre de motivations, on peut rappeler que l'étude de la spectroscopie de précision de l'hydrogène a de par sa difficulté suscité le développement de nombreuses techniques expérimentales novatrices : une illustration récente en est la mise en place des peignes de fréquences optiques, qui ont révolutionné le domaine des mesures absolues de fréquence.

Contexte au laboratoire

Depuis 1983, notre groupe, dirigé par François Biraben, travaille sur les transitions à deux photons dans l'atome hydrogène. En effet, ces transitions, particulièrement utiles en spectroscopie, permettent de s'affranchir de l'effet Doppler au premier ordre en v/c .

L'effort s'est tourné dans un premier temps vers l'étude des transitions partant de l'hydrogène dans l'état métastable $2S$, formé par excitation électrique en sortie d'une décharge radiofréquence. La configuration optimale est celle d'un jet atomique colinéaire aux faisceaux lasers d'excitation, afin de diminuer l'élargissement dû au temps de transit. Ces mesures $2S - nS/nD$ (où $8 \leq n \leq 12$), conjointement avec la mesure de la transition $1S - 2S$ effectuée par le groupe de T.W. Hänsch, sont les contributions principales à la valeur actuellement recommandée de la constante de Rydberg et du déplacement de Lamb L_{1S} . Toutefois, la proportion d'atomes dans le métastable $2S$ étant faible, l'amélioration du rapport signal à bruit nécessaire pour pousser plus loin la précision contraint à augmenter fortement l'intensité laser vue par les atomes, de sorte que les déformations associées aux déplacements lumineux deviennent réhibitoires.

A partir de 1993, en parallèle, une expérience portant sur les atomes d'hydrogène dans leur niveau fondamental a vu le jour. La transition visée $1S - 3S$ était la plus accessible après $1S - 2S$, car la moins énergétique. En plus de la construction d'un nouveau jet atomique, il fut tout de même nécessaire de développer une source laser à 205 nm dont le fonctionnement s'approche d'une source continue, ce qui fut réalisé conjointement avec une première observation de la transition durant la thèse de S.Bourzeix [8].

L'expérience fut ensuite reprise par G.Hagel, qui au cours de sa thèse [63] améliora nettement le rapport signal à bruit de l'expérience, et installa un dispositif de compensation de l'effet Doppler du second ordre qui utilise un champ magnétique statique. Les conséquences du caractère impulsif de la source à 205 nm furent précisées [65] et le principe de la compensation originale de l'effet Doppler démontré expérimentalement [64], même si aucune mesure absolue de fréquence n'avait pu être réalisée.

Les objectifs de ma thèse comportaient donc plusieurs volets. Dans un premier temps, il s'agissait de réaliser un peigne de fréquences optiques, afin de simplifier considérablement le processus de mesure de fréquence absolue et de s'affranchir de tout étalon intermédiaire. Nous

prévoyions également de tenter d'améliorer encore le rapport signal à bruit en installant une caméra CCD à faible bruit. Tout serait alors en place pour conclure par une mesure absolue de la fréquence de transition sans effet Doppler, si possible à une précision avoisinant le kilohertz pour la fréquence atomique ($3,4 \times 10^{-13}$).

Plan de l'exposé

Cette thèse commence par une revue de l'état actuel du calcul des niveaux d'énergie dans l'atome d'hydrogène. On s'intéresse bien sûr plus particulièrement aux niveaux nS avec $n = 1, 2, 3$. On détaille la méthode permettant d'obtenir le déplacement de Lamb L_{1S} et la constante de Rydberg R_∞ , à partir des mesures des transitions $1S-2S$ et $1S-3S$. On conclut sur le potentiel d'amélioration des constantes avec une mesure de $1S-3S$ au kilohertz. Enfin, nous décrivons notre dispositif expérimental, ainsi que les autres projets en cours.

Le second chapitre s'intéresse exclusivement au peigne de fréquence optique. Après un bref rappel de son principe de fonctionnement, nous présentons les caractéristiques originales de notre peigne, puis les résultats obtenus lors de la mesure d'un laser étalon et du laser Ti:Sa utilisé pour l'excitation dans l'expérience.

Le troisième chapitre présente en résumé le dispositif expérimental. Nous avons insisté sur les modifications apportées dans le but d'améliorer la qualité des signaux, notamment via l'optimisation de l'acquisition par la caméra CCD.

Enfin, nous concluons par la détermination de l'effet Doppler et la tentative de mesure de la fréquence absolue. Pour cela, nous rappelons le principe de la compensation de l'effet Doppler dans l'expérience, ainsi que sa réalisation pratique. Nous détaillons ensuite les étapes du calcul de la forme théorique des signaux observés, et la méthode d'ajustement des courbes expérimentales. Enfin nous présentons le résultat de la campagne de mesures, en discutant les effets systématiques observés.

Chapitre 1

La spectroscopie de l'hydrogène

L'atome d'hydrogène est l'édifice atomique le plus simple, et celui qui a donc permis les calculs les plus poussés. L'étude expérimentale et théorique de sa structure a été à l'origine de plusieurs découvertes majeures. En 1913, Bohr, à la suite de la quantification par Planck du rayonnement du corps noir, introduit un quantum de moment cinétique \hbar pour les orbites décrites par l'électron, retrouvant ainsi la description spectroscopique donnée par Rydberg en 1889. Le calcul des énergies E_n à l'aide d'un hamiltonien non relativiste conduit au même résultat, donné ici pour un ion hydrogénoïde chargé Z :

$$E_n = -\frac{(R_\infty hc)Z^2}{n^2} = -\frac{(Z\alpha)^2 m_e c^2}{2 n^2} \quad (1.1)$$

où R_∞ est la constante de Rydberg, exprimée sous la forme d'un nombre d'onde, avec :

$$R_\infty = \frac{\alpha^2 m_e c}{2h} \quad (1.2)$$

où α est la constante de structure fine, représentant la force du couplage électromagnétique.

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} \simeq \frac{1}{137,036} \quad (1.3)$$

La vitesse de la lumière étant fixée dans le système international actuel, mesurer R_∞ en unités de nombre d'onde revient à le mesurer en unités de fréquence, sans perte de précision. C'est ce type de mesure qui est le plus précis à l'heure actuelle, et que nous effectuerons dans ce travail.

En 1928, Dirac explique le doublet de la raie Balmer- α par le caractère relativiste de l'électron, qui se manifeste notamment par l'existence d'un moment magnétique de spin \vec{S} . L'interaction de ce spin avec le moment orbital électronique \vec{L} , ainsi que des corrections mécaniques et électrostatiques, font alors apparaître la structure fine, et lèvent la dégénérescence des niveaux d'énergie de moments cinétiques totaux j différents ($\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$).

En 1947, Lamb et Retherford mettent en évidence un écart d'énergie entre les niveaux $2S_{1/2}$ et $2P_{1/2}$, qui trouvera son explication dans l'interaction de l'atome avec les modes électromagnétiques du vide : c'est le point de départ de l'électrodynamique quantique (QED *Quantum Electro-Dynamics*). Ces effets sont sensibles à la probabilité de présence de l'électron autour du noyau, et vont par conséquent lever la dégénérescence entre niveaux de moments cinétiques orbitaux l différents.

Enfin, le moment magnétique \vec{I} associé au noyau se couple au moment cinétique total de l'électron, engendrant la structure hyperfine. La dégénérescence est levée entre les niveaux de moments magnétiques totaux F différents ($\vec{F} = \vec{J} + \vec{I}$).

Au cours de cette première partie, nous examinerons l'état de l'art des calculs de niveaux d'énergie dans les atomes hydrogénéoïdes. J'ai été aidé dans ce travail par l'article de revue de K. Pachucki [35] écrit en 1996, ainsi que par le compte-rendu du comité d'ajustement des constantes fondamentales publié en mars 2005 [85]. Nous ferons notamment le point sur les incertitudes associées aux corrections dans les niveaux intéressants pour la spectroscopie à deux photons que sont les niveaux $1S$, $2S$ et $3S$. Nous concluons donc sur les possibilités d'amélioration de la comparaison entre théorie QED et expérience, ainsi que de la connaissance des constantes fondamentales que sont le Rydberg et le rayon de charge de proton, ainsi que du déplacement de Lamb L_{1S} .

Nous examinerons enfin les différentes expériences qui tentent de par le monde de répondre à ce défi, et nous présenterons le but et le principe de notre mesure de la transition $1S - 3S$.

1.1 Etat de l'art du calcul des niveaux d'énergie dans l'hydrogène

1.1.1 L'équation de Dirac et ses développements

Solutions de l'équation de Dirac

On peut prendre comme point de départ la description de l'atome d'hydrogène par l'équation de Dirac :

$$i\hbar \frac{\partial \varphi}{\partial t} = (c\vec{\alpha} \cdot \vec{p} + \beta m_e c^2 + eV)\varphi \quad (1.4)$$

où \vec{p} est l'opérateur impulsion, β et α^i les matrices de Dirac et V le potentiel coulombien.

Pour l'instant, on fait l'hypothèse que le proton est infiniment massif. Nous considérerons le cas plus général d'un ion hydrogénéoïde chargé Z , même si nous simplifierons régulièrement l'expression pour l'atome d'hydrogène ($Z=1$). Les solutions de l'équation de Dirac s'écrivent sous la forme :

1.1. ETAT DE L'ART DU CALCUL DES NIVEAUX D'ÉNERGIE DANS L'HYDROGÈNE7

$$E(n, j) = m_e c^2 \left(1 + \frac{(Z\alpha)^2}{[n - j - \frac{1}{2} + \sqrt{(j + \frac{1}{2})^2 - (Z\alpha)^2}]^2} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (1.5)$$

Nous noterons $f(n, j) = \frac{E(n, j)}{m_e c^2}$. L'état lié de l'électron avec le proton est donc vu comme une correction stabilisante à son énergie de masse. On peut exprimer cette équation sous la forme d'un développement limité en puissance de α^2 :

$$E(n, j) = m_e c^2 \left[1 - \frac{(Z\alpha)^2}{2n^2} - \frac{(Z\alpha)^4}{2n^4} \left(\frac{n}{j + \frac{1}{2}} - \frac{3}{4} \right) + \dots \right] \quad (1.6)$$

Le premier terme correctif est directement l'énergie de Bohr de l'équation 1.1, tandis que le second terme peut être expliqué par une approche perturbative utilisant des modifications de l'hamiltonien classique. En effet, au premier ordre relativiste, il faut ajouter au terme d'énergie cinétique classique $\frac{p^2}{2m_e}$ un terme relativiste $\frac{p^4}{8m_e^3 c^2}$. L'existence du spin \vec{S} de l'électron se traduit par un terme magnétique de couplage en $\vec{L} \cdot \vec{S}$. Enfin le dernier terme, d'origine électrostatique, dit de Darwin, est intéressant car il est le premier à induire un déplacement d'énergie lié à la l'extension de la fonction d'onde électronique en mécanique quantique. En effet, l'électron est sensible au champ électromagnétique dans un domaine centré sur lui et d'extension égale à sa longueur d'onde de Compton ($\lambda_c = \frac{h}{m_e c} \simeq 2,4$ pm), qui constitue la distance caractéristique intermédiaire entre le rayon du proton ($r_p \simeq 1$ fm) et le rayon de Bohr ($a_0 \simeq 0,05$ nm) . Les variations du champ sur ce domaine deviennent significatives au voisinage du noyau. C'est la raison pour laquelle seuls les états S sont affectés de cette correction. Nous verrons que le même type de raisonnement prévaudra pour un certain nombre de termes correctifs d'ordres supérieurs.

Cependant, il faut prendre en compte le caractère fini de la masse du proton M . Pour ce, en mécanique classique, il suffit de considérer le mouvement de la particule réduite du problème à deux corps, de masse $\mu = \frac{m_e M}{M + m_e}$. Ceci n'est pas possible en mécanique relativiste, la notion de centre de gravité de deux masses n'ayant pas de sens. On ne dispose en fait pas d'hamiltonien relativiste exact décrivant un système à deux corps.

Hamiltonien effectif approché

On rajoute en fait à l'hamiltonien de Dirac l'énergie cinétique classique du noyau (la vitesse de celui-ci demeurant faible devant c en première approximation), ainsi que le terme d'interaction de Breit ($V_{\text{eff}} - eV$), de sorte que l'hamiltonien approché pour l'hydrogène est [35] :

$$H_{\text{eff}} = c\vec{\alpha} \cdot \vec{p} + \beta m_e c^2 + \frac{p^2}{2M} + V_{\text{eff}} \quad (1.7)$$

$$V_{\text{eff}} = -\frac{\alpha \hbar c}{r} \left[1 + \frac{1}{Mc} \left(\delta^{ij} + \frac{r^i r^j}{r^2} \right) p^i \alpha^j \right] \quad (1.8)$$

Cet hamiltonien décrit maintenant le système à deux corps {électron+proton}.

Les solutions E_{eff} de cet hamiltonien, excluant l'effet de la structure hyperfine, donnent la variation exacte avec les masses m_e et M , mais ne sont valides que jusqu'à l'ordre α^4 [91]. L'ordre zéro correspond à l'énergie de masse de l'ensemble {électron+proton} $(M + m_e)c^2$.

$$E_{\text{eff}} = (M+m_e)c^2 + \mu c^2 (f(n, j) - 1) - \frac{\mu}{2(M+m_e)} \mu c^2 (f(n, j) - 1)^2 + \frac{(Z\alpha)^4}{2n^3} \left(\frac{\mu}{M}\right)^2 \mu c^2 \left(\frac{1}{j + \frac{1}{2}} - \frac{1}{l + \frac{1}{2}}\right) (1 - \delta_{l0}) \quad (1.9)$$

Il est utile d'introduire la constante de Rydberg de l'hydrogène R_H :

$$R_H = R_\infty \frac{1}{1 + \frac{m_e}{M}} \quad (1.10)$$

On peut alors réécrire 1.9, en soustrayant les énergies de masse et pour $Z = 1$:

$$\begin{aligned} \nu_{\text{eff}} &= \frac{E_{\text{eff}} - (M + m_e)c^2}{h} \\ &= R_H c \times \left[\frac{2}{\alpha^2} (f(n, j) - 1) - \frac{\mu}{(M + m_e)\alpha^2} (f(n, j) - 1)^2 + \frac{\alpha^2}{n^3} \left(\frac{\mu}{M}\right)^2 \left(\frac{1}{j + \frac{1}{2}} - \frac{1}{l + \frac{1}{2}}\right) (1 - \delta_{l0}) \right] \end{aligned} \quad (1.11)$$

Le premier terme de cette équation est l'énergie de Dirac, sans énergie de masse de l'électron (eq. 1.6).

Le second terme correspond à la correction dite de masse réduite, qui à l'ordre $(Z\alpha)^4$ se résume au terme suivant :

$$\Delta\nu(\text{masse réduite}) = -R_H \frac{\mu}{M + m_e} \frac{(Z\alpha)^2}{4n^4} \quad (1.12)$$

Les termes d'ordre supérieurs seront intégrés dans le déplacement de Lamb par convention.

Enfin le troisième et dernier terme correspond au couplage spin-orbite, et sera nul pour les états nS qui nous intéressent. Il est inclus dans le déplacement de Lamb.

On peut calculer le déplacement d'énergie (en unités de fréquence) $\Delta\nu_{\text{Dirac, M.R}}$ pour les premiers niveaux nS occasionné par rapport aux fréquences de Bohr où R_H remplace R_∞ dans l'équation 1.1 :

$$\nu_{\text{Bohr}} = -\frac{R_H c}{n^2} \quad (1.13)$$

$$\Delta\nu_{\text{Dirac, M.R}} = R_H c \left[\frac{2}{\alpha^2} (f(n, j) - 1) \right] - \nu_{\text{Bohr}} + \Delta\nu(\text{masse réduite}) \quad (1.14)$$

Le rapport des masses $\frac{m_e}{M}$ étant connu à mieux que 5×10^{-10} [85], le passage de R_H à R_∞ ne pose pas problème.

1.1. ETAT DE L'ART DU CALCUL DES NIVEAUX D'ÉNERGIE DANS L'HYDROGÈNE

On constate que la fréquence de chaque niveau (jusqu'à l'ordre α^4) est proportionnelle à la constante de Rydberg R_∞ , dans un facteur qui ne dépend que des masses du proton et de l'électron, ainsi que de la constante de structure fine. On notera η le facteur numérique de proportionnalité, de sorte que l'énergie d'un niveau jusqu'à l'ordre α^4 s'écrit :

$$E(n, j) = h(\nu_{\text{Bohr}} + \Delta\nu_{\text{Dirac, M.R.}}) = \eta(n, j)R_\infty \quad (1.15)$$

Les calculs des corrections ont été effectués avec les données suivantes :

constante	valeur CODATA 2002	incertitude CODATA 2002	incertitude relative
$R_\infty c$	$3,289\,841\,960\,360 \times 10^{15}$ Hz	22 kHz	$6,6 \times 10^{-12}$
α^{-1}	137,035 999 11	$4,6 \times 10^{-7}$	$3,3 \times 10^{-9}$
$\frac{m_e}{M}$	$5,446\,170\,2173 \times 10^{-4}$	$2,5 \times 10^{-13}$	$4,6 \times 10^{-10}$
r_P	0,875 fm	0,0068 fm	$7,8 \times 10^{-3}$

La première correction relative aux fréquences de Bohr est en $\frac{\alpha^2}{n^2}(n - \frac{3}{4})$, aussi l'incertitude indiquée est déduite de la connaissance de la constante de structure fine ($3,3 \times 10^{-9}$).

Niveau	$1S_{1/2}$	$2S_{1/2}$	$3S_{1/2}$
$\nu_{\text{Dirac}} - \nu_{\text{Bohr}}$	-43,774 460 972 GHz	-13,679 537 265 GHz	-4,863 822 601 GHz
$\Delta\nu$ (masse réduite)	-23,813 736 MHz	-1,488 358 MHz	-293,997 kHz
$\Delta\nu_{\text{Dirac, M.R.}}$ (GHz)	-43,798 274 708 (290)	-13,681 025 624 (90)	-4,864 116 598 (32)
η	-0,999 468 992...	-0,249 868 078...	-0,111 052 109...

1.1.2 Déplacement de Lamb

Les composantes du déplacement de Lamb

Par définition, le déplacement de Lamb $L_{n,j,l}$ est la correction à apporter entre l'énergie E_{eff} calculée plus haut, correcte jusqu'à α^4 par rapport à $m_e c^2$, et l'énergie réelle du niveau. Il comprend donc différents types de corrections QED, que nous allons récapituler dans un tableau par ordre d'importance. Chacun des termes est calculé aujourd'hui jusqu'à l'ordre α^7 , voire α^8 quand le nombre de diagrammes QED concerné est important. Cela représente un progrès d'environ un ordre en α par rapport à la situation d'il y a 10 ans. Les ordres de grandeur des termes sont indiqués en comparaison de l'énergie de masse de l'électron. Il faudrait les diviser par α^2 pour les comparer à R_H .

terme	description	ordre de grandeur
E_{SE}	émission et absorption virtuelle de $h\nu$ par e^- (<i>one-loop self-energy</i>)	$\alpha^5 Z^4$
E_{VP}	création virtuelle de e^+, e^- (<i>vacuum polarization</i>)	$\alpha^5 Z^4$
E_{RL}	recul relativiste "pur" du p^+ ($h\nu$ échangés entre e^- et p^+)	$\frac{m_e}{M} \alpha^5 Z^5$
E_{NS}	effet électrostatique lié à la dimension de p^+ (r_P)	$(\frac{r_P}{\lambda_c})^2 \alpha^4 Z^4$
$E_{SE,2}$	émission et absorption virtuelle de 2 $h\nu$ par e^- (<i>two-loop self-energy</i>)	$\alpha^6 Z^4$
E_{RR}	terme croisé radiatif/recul relativiste ($h\nu$ émis et absorbé par e^-)	$\frac{m_e}{M} \alpha^6 Z^5$
$E_{VP,\mu}$ $E_{VP, had}$	création de paires virtuelles $\mu^+ - \mu^-$	$(\frac{m_e}{m_\mu})^2 \alpha^5 Z^4$
E_{NSE}	émission et absorption virtuelle de $h\nu$ par p^+	$(\frac{m_e}{M})^2 \alpha^5 Z^6$
$E_{SE,3}$	émission et absorption virtuelle de 3 $h\nu$ par e^- (<i>three-loop self-energy</i>)	$\alpha^7 Z^4$
$E_{SE,N}$	correction à E_{SE} due à r_P	$(\frac{r_P}{\lambda_c})^2 \alpha^6 Z^5$
$E_{VP,N}$	correction à E_{VP} due à r_P	$(\frac{r_P}{\lambda_c})^2 \alpha^6 Z^5$
E_{Pol}	polarisation du noyau	$< \alpha^7$

Il est intéressant de remarquer que les corrections de QED sont toutes proportionnelles au facteur $\frac{1}{n^3}$, se distinguant ainsi du facteur d'échelle des énergies de Bohr. Par ailleurs, elles sont presque toujours plus importantes pour les états S , et décroissent vite quand l augmente. P. Mohr donne une interprétation physique simple de ces phénomènes [84] : ces corrections sont sensibles aux valeurs prises par la fonction d'onde de l'électron à une distance de l'ordre de λ_c du noyau. La densité de probabilité de présence à l'origine de l'électron est donnée par :

$$|\varphi_{nl}(r=0)|^2 = \frac{(Z\alpha)^3}{\pi n^3} \left(\frac{2\pi}{\lambda_c(\mu)}\right)^3 \delta_{0l} = \frac{(Z\alpha)^3}{\pi n^3} \left(\frac{\mu c}{\hbar}\right)^3 \delta_{0l} \quad (1.16)$$

où $\lambda_c(\mu)$ est la longueur d'onde de Compton associée à la particule réduite.

Le facteur $\frac{1}{n^3}$ apparaît naturellement, et la non-nullité des corrections pour $l \neq 0$ s'explique par l'extension de la fonction d'onde de l'électron, comme dans le terme de Darwin. $|\varphi_{nl}(r = \lambda_c)|^2$ décroît cependant rapidement avec l .

Calcul de L_{1S} , L_{2S} et L_{3S}

Nous allons utiliser les dernières avancées théoriques pour calculer ces trois déplacements de Lamb, en précisant l'origine des incertitudes associées. Nous avons pour cela utilisé les recommandations du CODATA [85] sur la théorie de l'hydrogène, qui intègre les développements théoriques jusqu'à janvier 2005. La valeur de la *self-energy* à deux boucles a depuis été

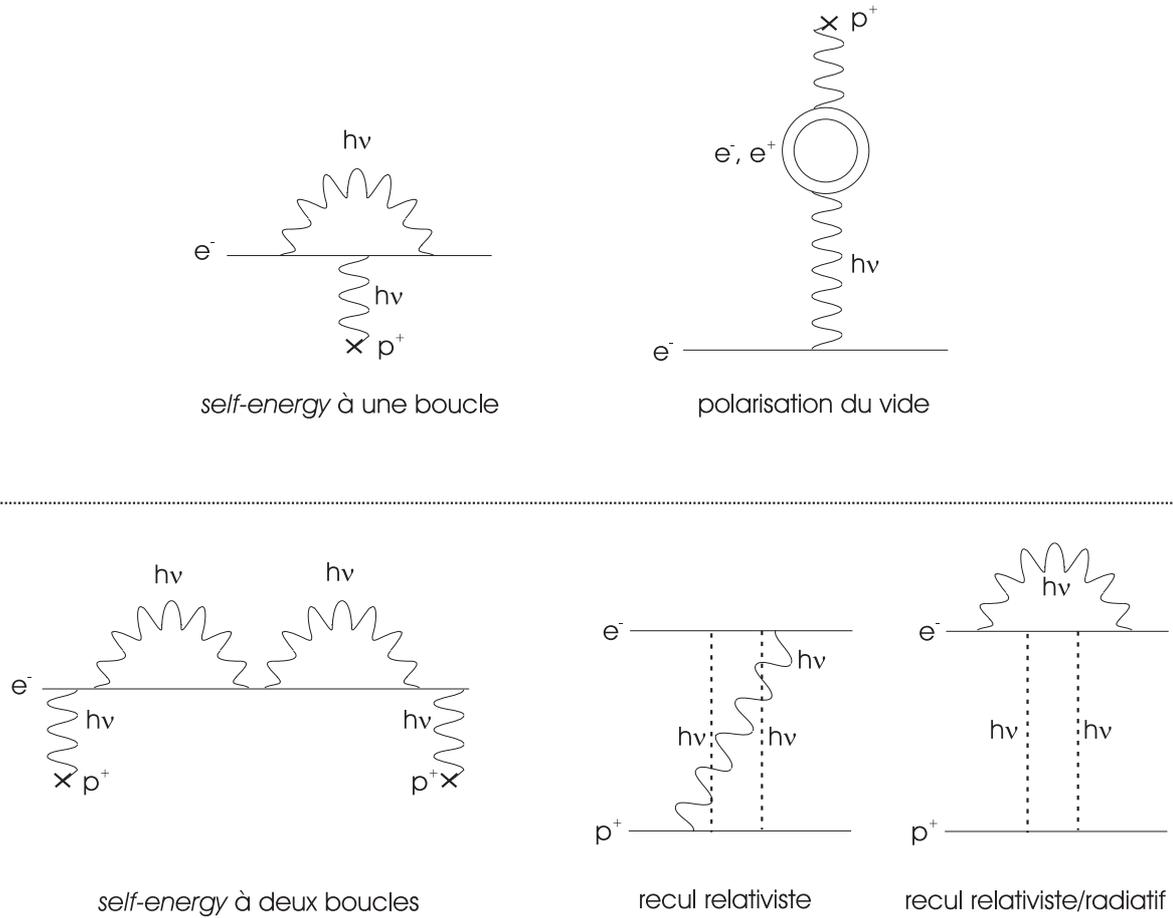


FIGURE 1.1: Exemples de diagrammes QED. En haut, corrections du second ordre (E_{SE} et E_{VP}), car elles font intervenir deux interactions avec le champ électromagnétique. La *self-energy* traduit l'effet du champ créé par l'électron sur lui-même. La polarisation du vide représente la probabilité lors d'une interaction coulombienne pour le photon échangé de créer une paire $e^+ - e^-$ qui écrante le potentiel. En bas, diagrammes d'ordres supérieurs : à gauche, une contribution particulière du quatrième ordre ($E_{SE,2}$), au centre de E_{RL} et à droite de E_{RR} . Les lignes en pointillés représentent une interaction de Breit, qui correspond à l'échange d'un photon transversal entre l'électron et le noyau, tandis que l'interaction coulombienne est symbolisée par l'échange d'un photon longitudinal.

corrigée suite à un calcul non perturbatif [104]. Cette modification a été prise en compte. Les masses m_e , M et μ apparaissent toujours sous la forme de rapports sans dimension, nous les ramènerons dans l'évaluation au rapport bien connu $\frac{m_e}{M}$ (incertitude relative $4,6 \times 10^{-10}$). La masse de l'électron qui intervient dans $m_e c^2$ est quant à elle intégrée dans R_∞ .

Nous présenterons les résultats sous la forme d'un tableau. Les commentaires éventuels seront énumérés à sa suite.

terme	niveau $1S_{1/2}$	niveau $2S_{1/2}$	niveau $3S_{1/2}$
E_{SE}	8 383 339 466 (83) Hz	1 071 281 002 (11) Hz	319 185 843 (95) Hz
E_{VP}	-214 816 607 (5) Hz	-26 853 104 (0,5) Hz	- 7 956 484 (<1) Hz
E_{RL}	2 401 782 (720) Hz	340 323 (102) Hz	103 618 (31) Hz
E_{NS}	1 198 040 (18 690) Hz	149 762 (2 340) Hz	44 374 (690) Hz
$E_{SE,2}$ ([85])	731 046 (950) Hz	91 850 (120) Hz	27 292 (35) Hz
$E_{SE,2}$ ([104])	724 473 (3 850) Hz	90 923 (450) Hz	27 006 (150) Hz
E_{RR}	-12 321 (740) Hz	-1 540 (93) Hz	-456 (28) Hz
$E_{VP,\mu}$	-5 068 (<1) Hz	-634 (<1) Hz	-188 (<1) Hz
$E_{VP, had}$	-3 401 (76) Hz	-425 (10) Hz	-126 (2) Hz
E_{NSE}	4 618 (160) Hz	584 (20) Hz	174 (6) Hz
$E_{SE,3}$	1 832 (1 000) Hz	229 (120) Hz	68 (35) Hz
$E_{SE,N}$	-190 (10) Hz	-24 (2) Hz	-7 (<1) Hz
$E_{VP,N}$	48 (5) Hz	6 (1) Hz	2 (<1) Hz
E_{Pol}	-70 (13) Hz	-9 (1,6) Hz	-3 (<1) Hz
L_{nS} ([85])	8 172 839,2 (18,7)(1,8) kHz	1 045 008,0 (2,4)(0,3) kHz	311 404,1 (0,7)(0,1) kHz
L_{nS} ([104])	8 172 832,6 (18,7)(4,2) kHz	1 045 007,1 (2,4)(0,5) kHz	311 403,8 (0,7)(0,2) kHz

La première incertitude indiquée pour les déplacements de Lamb concerne le terme de rayon du proton E_{NS} , et la seconde les calculs QED.

La valeur du déplacement de Lamb L_{1S} a été altérée par la correction [104]. Nous en discuterons les conséquences par la suite.

Commentaires

- E_{SE} : l'énergie propre à une boucle, bien que le terme dominant dans le déplacement de Lamb, est actuellement celui connu avec la plus grande précision. En 10 ans, la précision a été augmentée d'un facteur 1000.

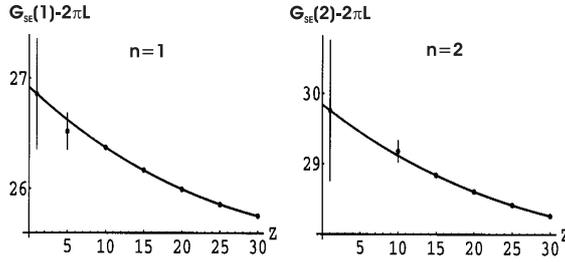


FIGURE 1.2: Extrapolation de calculs numériques du terme d'énergie propre à une boucle vers $Z = 1$

Les calculs peuvent être effectués dans deux cadres différents. On peut utiliser une approche perturbative, qui consiste à développer les termes d'ordre supérieur au terme dominant en puissances de $(Z\alpha)^i \times L^j$, avec $L = \ln \frac{1}{(Z\alpha)^2}$. Les coefficients du développement sont alors notés A_{ij} (eq. 1.18). Cette approche perturbative est applicable pour l'ensemble des termes QED du déplacement de Lamb. Il existe aussi pour l'énergie propre à une boucle une méthode numérique non perturbative, mais qui donne de très bons résultats à Z élevé ($Z \geq 10$). On peut alors extrapoler les résultats vers $Z = 1$ pour l'hydrogène. Ceci permet d'estimer le résidu du développement 1.18, et la convergence de la série.

$$E_{SE} = \frac{\alpha (Z\alpha)^4}{\pi n^3} F(Z\alpha) m_e c^2 = (R_\infty hc) \frac{2\alpha^3 Z^2}{\pi n^3} F(Z\alpha) \quad (1.17)$$

$$F(Z\alpha) = A_{40}(n) + A_{41}L + A_{50}(Z\alpha) + (Z\alpha)^2 [A_{61}(n)L + A_{62}L^2 + G_{SE}(n)] \quad (1.18)$$

où G_{SE} est une fonction de $(Z\alpha)$ qui regroupent tous les termes supérieurs. Un exemple de détermination de G_{SE} pour les niveaux $1S$ et $2S$ par Pachucki [35] est donné sur la figure 1.2. Ce genre d'extrapolation de calculs numériques a été raffiné depuis par E.O. Le Bigot [5].

Les coefficients du développement perturbatif sont des fonctions exactes de n, j, l , et du logarithme de Bethe calculé très précisément (à mieux que 10^{-9} pour les niveaux S) en 1990 par Drake [20]. L'incertitude dans le calcul du terme d'énergie propre à une boucle provient donc de la connaissance de G_{SE} .

Il est nécessaire de tenir compte de la masse finie du noyau en multipliant l'ensemble de la contribution par $(\frac{\mu}{m_e})^3$ et en remplaçant L par $\ln(\frac{m_e}{\mu(Z\alpha)^2}) \equiv L_\mu$. Ceci peut encore être compris comme la modification de la longueur d'onde de Compton de $\lambda_c(m_e)$ à $\lambda_c(\mu)$ dans la fonction d'onde (eq. 1.16).

L'incertitude associée peut *a priori* s'écrire comme :

$$\frac{\Delta E_{SE}}{E_{SE}} = \frac{\Delta R_\infty}{R_\infty} + 3 \frac{\Delta \alpha}{\alpha} + \frac{\Delta F}{F} \quad (1.19)$$

Or la précision relative du calcul de F est de 10^{-10} pour l'état $1S$, $4,5 \times 10^{-10}$ pour l'état $2S$, et 3×10^{-7} pour l'état $3S$ (certaines méthodes récentes [54] n'y ont pas encore été appliquées).

Pour les états $1S$ et $2S$, c'est donc la connaissance de α plutôt que la précision du calcul des coefficients de F qui devient le facteur limitant dans 1.19. L'imprécision sur α est négligeable dans la détermination de F , mais intervient dans le facteur global de (1.18). Lors de la multiplication par le facteur $(\frac{\mu}{m_e})^3$, l'incertitude introduite demeure négligeable, de l'ordre de $1,3 \times 10^{-9}$.

- E_{VP} : la création de paires électron-positron virtuelles s'exprime également sous la forme d'un développement perturbatif (eq. 1.21). Le reste de la série est en partie estimable par un calcul numérique [49] ($G_{VP}^{(1)}$), l'autre partie étant estimée perturbativement ($G_{VP}^{(R)}$).

$$E_{VP} = \frac{\alpha (Z\alpha)^4}{\pi n^3} H(Z\alpha) m_e c^2 = (R_\infty hc) \frac{2\alpha^3 Z^2}{\pi n^3} H(Z\alpha) \quad (1.20)$$

$$H(Z\alpha) = V_{40} + V_{50}(Z\alpha) + (Z\alpha)^2 [V_{61}L + G_{VP}^{(1)}(n) + G_{VP}^{(R)}] \quad (1.21)$$

Les coefficients de ce développement sont connus de façon exacte, à l'exception de $G_{VP}^{(1)}$, connu à 10^{-6} près. Il existe des termes non calculés dans le développement perturbatif de $G_{VP}^{(R)}$. Le premier est de l'ordre de α^4 , le coefficient inconnu du développement étant supposé de l'ordre de l'unité. α étant connue parfaitement, l'incertitude relative due à ce terme serait de 10^{-8} . Par ailleurs, ce coefficient étant connu de façon exacte, l'incertitude actuelle sur α aboutirait à $1,3 \times 10^{-8}$ pour H . Nous pouvons donc fixer l'incertitude sur E_{VP} à 2×10^{-8} . La prise en compte de la masse finie du proton s'effectue comme pour E_{SE} .

- E_{RL} : A l'ordre $(Z\alpha)^5$, la dépendance exacte vis à vis des masses est établie. Pour les états nS , on a :

$$E_{RL}^0 = \frac{\mu^3}{m_e^2 M} \frac{(Z\alpha)^5}{\pi n^3} m_e c^2 \left[\frac{L}{3} - \frac{8}{3} \ln k_0(n) - \frac{1}{9} - \frac{7}{3} a(n) - 2 \frac{M^2 \ln \frac{m_e}{\mu} - m_e^2 \ln \frac{M}{\mu}}{M^2 - m_e^2} \right] \quad (1.22)$$

où $a(n)$ est une fonction simple du nombre quantique principal et $\ln k_0(n)$ est le logarithme de Bethe à une boucle. La connaissance du rapport $\frac{m_e}{M}$ est suffisante. Les termes d'ordre supérieurs font l'objet d'un développement :

$$E_{RL}^1 = \frac{m_e}{M} \frac{(Z\alpha)^6}{n^3} m_e c^2 (D_{60} + D_{72}L^2 + \dots) \quad (1.23)$$

Ces deux coefficients ont été calculés de façon exacte. Une estimation numérique de la série complète [55] a donné un résultat en dehors des prévisions de convergence de la série [22]. Le CODATA recommande donc une incertitude conservative de $0,1E_{RL}^1$, ce qui porte l'incertitude relative sur E_{RL} à environ 3×10^{-4} .

- E_{NS} : Les incertitudes liées à la dimension du proton r_P seront traitées à part des autres calculs QED. Ils font en effet intervenir le rayon de charge rms du proton, qui est une

grandeur expérimentale encore peu connue. L'incertitude annoncée par le CODATA est de $7,8 \times 10^{-3}$, mais cette valeur utilise les mesures dans l'hydrogène, comme nous l'expliquerons dans la prochaine section. Là encore on réalise un développement en puissances de $(Z\alpha)$, qui fait intervenir la longueur d'onde de Compton de l'électron, bien connue (incertitude relative $6,7 \times 10^{-9}$) :

$$E_{NS} = \frac{2}{3} \left(\frac{\mu}{m_e} \right)^3 \frac{(Z\alpha)^4}{n^3} \left\{ \frac{r_P}{\left(\frac{\lambda_c}{2\pi} \right)} \right\}^2 m_e c^2 [1 + E_5(Z\alpha) + E_6(n)(Z\alpha)^2] \quad (1.24)$$

Les coefficients E_5 et $E_6(n)$ dépendent légèrement du modèle utilisé pour la répartition de charge du proton. Cette incertitude, de l'ordre de 2×10^{-6} reste cependant faible devant la mauvaise connaissance de r_P , qui induit l'incertitude dominante (1,5 %). Ce terme constitue la limite actuelle de la détermination théorique du déplacement de Lamb, bien plus que les calculs QED.

- $E_{SE,2}$: le calcul des termes de l'énergie propre de l'électron à deux boucles a lui aussi fait l'objet d'efforts considérables depuis une dizaine d'années. Cette contribution illustre bien la difficulté des développements en série logarithmique, dont la convergence est parfois très lente. Ainsi un coefficient important affectant un terme de l'ordre supérieur peut s'avérer comparable aux termes de l'ordre précédent du développement (voir (1.26) et (1.27)). L'incertitude associée aux calculs est difficile à évaluer. De plus, certaines erreurs se sont produites de temps à autre ([37]), aussi ne considère-t-on un terme QED comme bien établi que lorsqu'il a été recalculé plusieurs fois, si possible avec des méthodes différentes.

Le développement perturbatif s'écrit :

$$E_{SE,2} = \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^2 \frac{(Z\alpha)^4}{n^3} W(Z\alpha) m_e c^2 = (R_\infty hc) \frac{2Z^2 \alpha^4}{\pi^2} \frac{1}{n^3} W(Z\alpha) \quad (1.25)$$

$$\begin{aligned} W(Z\alpha) &= B_{40} + B_{50}(Z\alpha) + (Z\alpha)^2 (B_{61}(n)L + B_{62}(n)L^2 + B_{63}L^3 + B_{60}(n) + \dots) \\ &= B_{40} + B_{50}(Z\alpha) + (Z\alpha)^2 (B_{61}(n)L + B_{62}(n)L^2 + B_{63}L^3 + G^{h.o}(n)) \end{aligned} \quad (1.26)$$

Les termes B_{40} , $B_{62}(n)$ et B_{63} sont connus de façon exacte, tandis que les termes B_{50} , $B_{60}(n)$ et $B_{61}(n)$ sont des valeurs issues d'un calcul numérique. La connaissance de B_{60} avait beaucoup progressé grâce au calcul récent du logarithme à deux boucles de Bethe pour le terme B_{60} , dans les états $1S$ et $2S$ [71]. Ce calcul a été depuis généralisé aux états $3S$ à $6S$ [72]. Les coefficients font intervenir la constante d'Euler γ , la dérivée logarithmique de la fonction gamma $\psi(x)$ ($\psi(1) = \gamma$), ainsi que la fonction ζ de Riemann.

Il n'existait pas jusqu'à très récemment d'estimation du reste de la série pour cette contribution, contrairement aux calculs à une boucle. Une telle estimation de $G^{h.o}$ a été effectuée en avril 2005 [104] pour le niveau $1S$, conduisant à une réévaluation du terme $E_{SE,2}$ en dehors des barres d'erreur indiquées précédemment (L_{1S} décalé de -7 kHz). Cet exemple illustre bien le caractère indicatif des barres d'erreur données dans le tableau p.12. Selon toute probabilité, les résultats annoncés par le CODATA pour les niveaux $2S$ et $3S$ seront également modifiés.

Or la valeur de $G^{h.o}$ dépend très peu de n [103]. Nous choisirons donc pour l'instant un reste $G^{h.o}(n) = G^{h.o}(1)$.

Donnons un aperçu de la série pour l'état $1S$, dans le même ordre que (1.26) :

$$W(Z\alpha) \simeq 0,54 - 0,16 + 5 \times 10^{-5}(495 - 45 - 280 - 127) + \dots \simeq 0,382\dots \quad (1.27)$$

L'incertitude relative de W est dominée par l'estimation de $G^{h.o}$, dont la contribution est estimée à $0,30G^{h.o} = 38,1$ par les auteurs [104] pour l'état $1S$, c'est-à-dire environ $5,3 \times 10^{-3}$ sur W . La prise en compte de la masse finie du proton s'effectue comme pour E_{SE} .

L'incertitude des calculs QED des déplacements de Lamb demeure actuellement dominée par cette contribution.

- E_{RR} : Un terme du développement a été calculé exactement en plus du terme principal :

$$E_{RR} = \frac{\mu^3}{m_e^2 M} \frac{Z^5 \alpha^6}{\pi^2 n^3} m_e c^2 (F_{60} + F_{72}(Z\alpha)L^2 + \dots) \quad (1.28)$$

L'incertitude est arbitrairement fixée à un terme du type F_{72} affecté d'un grand coefficient égal à 10.

- $E_{VP,\mu}, E_{VP,\text{had}}$: Il suffit pour traduire la création d'une paire $\mu^+ - \mu^-$ de rajouter un facteur $(\frac{m_e}{m_\mu})^2$ par rapport à l'équation 1.21 :

$$E_{VP,\mu} = \frac{\alpha}{\pi} \frac{(Z\alpha)^4}{n^3} \left(\frac{m_e}{m_\mu}\right)^2 m_e c^2 V_{40} \quad (1.29)$$

L'ordre suivant est négligeable ($\times (Z\alpha) \frac{m_e}{m_\mu}$). On a par ailleurs [57] :

$$E_{VP,\text{had}} = 0,671(15)E_{VP,\mu} \quad (1.30)$$

- E_{NSE} : L'incertitude associée provient d'un terme dépendant de la structure adoptée pour le proton [22].

- $E_{SE,3}$: On regroupe ici des effets d'énergie propre avec échange de trois photons, des corrections au moment magnétique et à la polarisation du vide. Uniquement le premier terme du développement C_{40} a été calculé :

$$E_{SE,3} = \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^3 \frac{(Z\alpha)^4}{n^3} m_e c^2 (C_{40} + C_{50}(Z\alpha) + C_{63}(Z\alpha)^2 L^3 + \dots) \quad (1.31)$$

La correction de masse finie du noyau s'effectue comme pour E_{SE} . Les contributions à quatre photons sont de l'ordre de 10 Hz pour L_{1S} et donc négligées. L'incertitude adoptée concerne l'ordre de grandeur de C_{50} et C_{63} . Elle est pour l'instant de l'ordre du terme dominant calculé. Cependant ces corrections n'interviennent qu'au niveau du kHz pour L_{1S} .

- $E_{SE,N}, E_{VP,N}$: L'ordre de grandeur de ces corrections est $\alpha^2 E_{NS}$. Le terme dominant est suffisant au niveau de précision actuel, même si des termes d'ordres supérieurs ont été calculés [83].

- E_{Pol} : Cet effet demeure pour l'instant faible [77] :

$$E_{\text{Pol}} = -\frac{0,070(13)}{n^3} \text{kHz} \quad (1.32)$$

1.1.3 Structure hyperfine

Le couplage avec le spin du noyau est à l'origine de la structure hyperfine, qui pour les niveaux nS est donnée dans un cadre non-relativiste par :

$$E_{SHF} = \frac{E_F}{n^3} \quad (1.33)$$

où E_F est l'énergie de Fermi, donnée par :

$$E_F = \frac{8}{3} (R_\infty hc) Z^3 \alpha^2 \frac{\mu_N}{\mu_B} \frac{I + \frac{1}{2}}{I} \frac{1}{(1 + \frac{m_e}{M})^3} \quad (1.34)$$

μ_N étant le moment magnétique du noyau et μ_B le magnéton de Bohr.

La dépendance en $\frac{1}{n^3}$ s'explique comme pour les termes de QED par la proportionnalité à la probabilité de présence de l'électron près du noyau. Il faut cependant rajouter à cette valeur un facteur correctif de QED. Or dans ce domaine les calculs de QED n'atteignent une incertitude relative que de 10^{-6} , ce qui est insuffisant devant les mesures expérimentales des décalages hyperfins :

Niveau	Ecart hyperfin E_{SHF}^{exp}
$1S_{1/2}$	1 420 405 751, 768(1) Hz [76]
$2S_{1/2}$	177 556 860 (50) Hz [56]

Aucune mesure directe de l'écart hyperfin du niveau $3S$ n'existe. On peut extrapoler une valeur à partir de chaque valeur du tableau :

$$E_{SHF}(3S) \simeq 52\,608,5(1,0) \text{kHz} \quad (1.35)$$

L'incertitude de 1 kHz est donnée par l'écart entre $\frac{1}{27}E_{SHF}(1S)$ et $\frac{8}{27}E_{SHF}(2S)$. Nous verrons par la suite que le rapport signal à bruit de notre expérience n'est pas suffisant pour améliorer la connaissance de l'écart ($3S_{1/2}(F=0) - 3S_{1/2}(F=1)$). On se contentera donc de cette valeur. Pour les niveaux nS , les niveaux $F=1$ sont décalés de $(+\frac{1}{4}E_{SHF}(nS))$ et le niveau $F=0$ de $(-\frac{3}{4}E_{SHF}(nS))$.

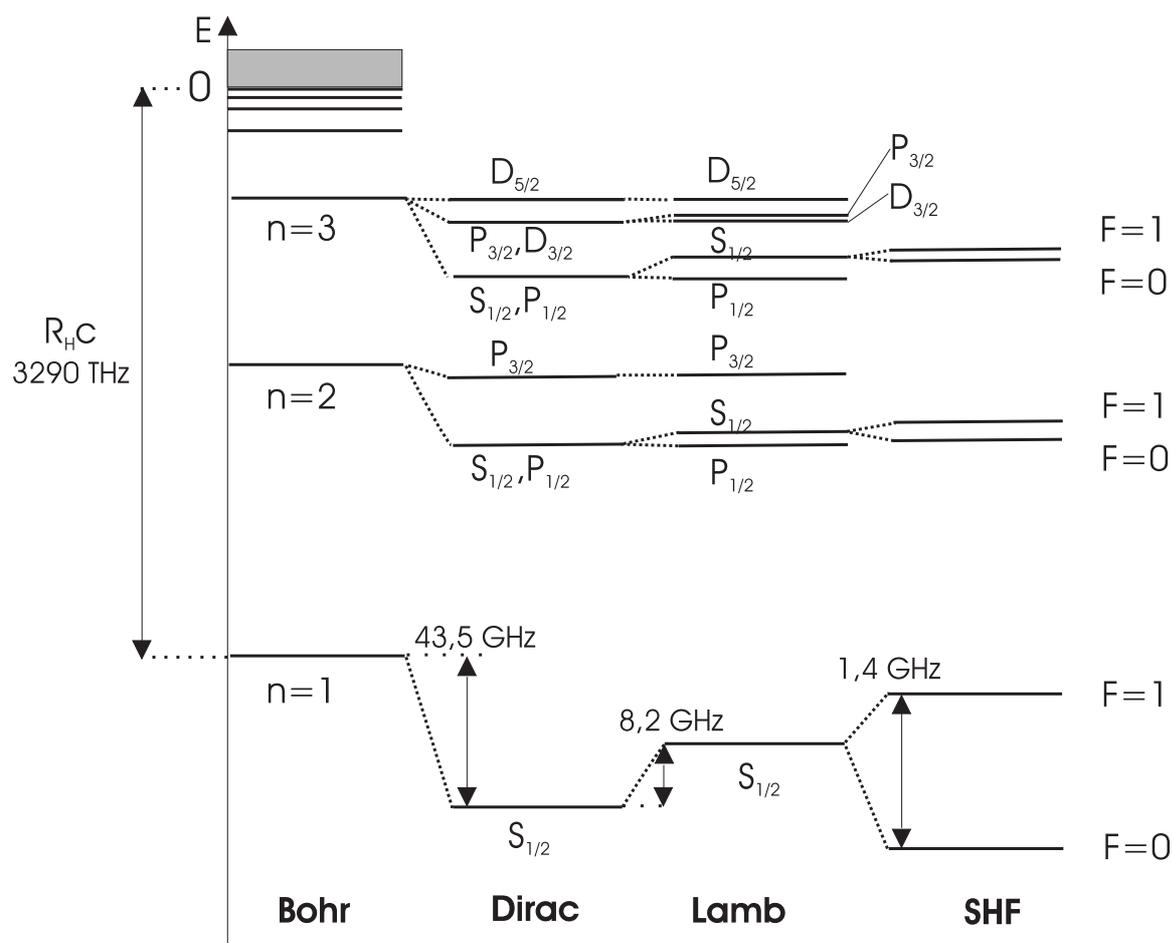


FIGURE 1.3: Effets des différentes approximations théoriques successives sur la structure des niveaux de l'hydrogène.

1.1.4 Nouvelle valeur du rayon du proton

On peut dès lors essayer de prévoir de façon purement théorique la position des transitions à deux photons $1S - nS (F = 1)$ en champ magnétique nul :

$$\nu_{1S-nS} = \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) R_{HC} - [(\Delta\nu_{\text{Dirac,M.R.})}_{1S} - (\Delta\nu_{\text{Dirac,M.R.})}_{nS}] - (L_{1S} - L_{nS}) - \frac{1}{4} (E_{SHF}^{\text{exp}}(1S) - E_{SHF}(nS)) \quad (1.36)$$

En adoptant les valeurs recommandées par le CODATA (précisées dans le tableau p.9), on trouve :

$$\nu_{1S-2S} = 2\,466\,061\,413\,191,75 \text{ kHz} \quad (1.37)$$

tandis que la fréquence expérimentale mesurée à Garching vaut :

$$\nu_{1S-2S} = 2\,466\,061\,413\,187,103(46) \text{ kHz} \quad (1.38)$$

On constate ainsi un écart à la fréquence absolue de la transition $1S - 2S (F = 1)$ expérimentale [97] de 4,65 kHz. Au moment de l'élaboration du CODATA ces deux fréquences coïncidaient bien sûr parfaitement. Cet écart est dû à la modification récente du déplacement de Lamb L_{1S} [104], qui n'était pas encore connue.

Pour retrouver la valeur expérimentale de Garching, on peut *a priori* soit diminuer la valeur de la constante de Rydberg de 7,5 kHz, le rayon du proton étant fixé, soit augmenter la valeur du rayon du proton de 0,0019 fm, la constante de Rydberg demeurant fixée. Ces modifications demeurent comprises à l'intérieur des barres d'erreur annoncées pour R_∞ et r_P dans le CODATA (voir le tableau p.9).

Cependant, la correction au déplacement de Lamb [104] varie comme $\frac{1}{n^3}$ [103], aussi on ne peut la rattraper par une variation de la constante de Rydberg, qui engendrerait une variation de l'énergie des niveaux en $\frac{1}{n^2}$.

L'énergie liée au volume du noyau varie quant à elle en $\frac{1}{n^3}$. Pour conserver la cohérence de l'ensemble, il faut donc adopter une nouvelle valeur du rayon du proton :

$$r_P = 0,8769(68) \text{ fm} \quad (1.39)$$

On est alors conduit à recalculer les termes des déplacements de Lamb, en conservant la constante de Rydberg du CODATA, mais en adoptant la correction de l'énergie à deux boucles et la nouvelle valeur du rayon du proton :

terme	niveau $1S_{1/2}$	niveau $2S_{1/2}$	niveau $3S_{1/2}$
E_{NS}	1 203 249 (18 690) Hz	150 413 (2 340) Hz	44 567 (690) Hz
$E_{SE,2}$ ([104])	724 473 (3 900) Hz	90 923 (450) Hz	27 006 (150) Hz
$E_{SE,N}$	-191 (10) Hz	-24 (2) Hz	-7 (<1) Hz
$E_{VP,N}$	48 (5) Hz	6 (1) Hz	2 (<1) Hz
L_{nS} ([104])	8 172 837,8 (18,7)(4,2) kHz	1 045 007,7 (2,4)(0,5) kHz	311 404,0 (0,7)(0,2) kHz

Seuls les termes qui subissent la transformation sont rappelés ici. Ce sont donc ces valeurs des termes du déplacement de Lamb que l'on utilisera par la suite pour déterminer la valeur attendue de f_{1S-3S} .

1.2 Déterminations de la constante de Rydberg et du déplacement de Lamb

1.2.1 Séparation des constantes

Après cette détermination théorique des déplacements de Lamb, examinons l'état de l'art des déterminations expérimentales. Le déplacement de Lamb de l'état $1S$ isolé n'est accessible que par des méthodes optiques. Par contre, on peut, à la suite de Lamb mesurer par des ondes radiofréquence l'écart L_{2S} . L'incertitude associée à ces mesures de l'intervalle $2S_{1/2} - 2P_{1/2}$ [66] ont atteint leur limite (pointé au 1/10 000ème de la largeur de raie, qui est elle-même de l'ordre du 1/10ème de la fréquence de transition). En combinant l'ensemble des valeurs radiofréquences disponibles, on obtient [16] pour l'hydrogène :

$$L_{2S_{1/2}} = 1\,045,009\,4(65) \text{ MHz} \quad (1.40)$$

Ceci est en bon accord avec la détermination théorique du tableau précédent. La précision n'est cependant pas suffisante pour réaliser un test de la théorie des calculs QED ou de la valeur de r_P .

La détermination de la fréquence de transition $1S - 2S$ effectuée récemment au MPQ [39] constitue un repère de grande qualité ($1,9 \times 10^{-14}$). On peut réécrire la fréquence de cette transition (en s'affranchissant de la structure hyperfine qui est très bien connue) en intégrant la correction de Dirac sous la forme :

$$f_{1S-2S} = R_\infty c [\eta(2S) - \eta(1S)] + (L_{2S} - L_{1S}) \quad (1.41)$$

où η est défini par (1.15)(page 9). On voit que l'on ne peut déduire de cette équation à la fois la constante de Rydberg et les déplacements de Lamb.

1.2. DÉTERMINATIONS DE LA CONSTANTE DE RYDBERG ET DU DÉPLACEMENT DE LAMB21

On peut cependant s'affranchir partiellement du problème de la connaissance de L_{2S} . En effet, l'essentiel des termes qui composent le déplacement de Lamb est proportionnel au facteur $\frac{1}{n^3}$, aussi on peut calculer théoriquement la différence $L^{(2)} = L_{1S} - 8L_{2S}$ avec une bien plus grande précision que L_{1S} ou L_{2S} . Ainsi en 1997, S. Karshenboim donnait [75] :

$$L^{(2)} = -187,2320(50) \text{ MHz} \quad (1.42)$$

Suite à l'évolution des calculs QED, on pouvait recalculer avec les valeurs des dernières recommandations CODATA :

$$L^{(2)} = -187,2250(1) \text{ MHz} \quad (1.43)$$

Cependant, la correction à la *self-energy* à deux boucles venue des calculs non-perturbatifs modifie la position du niveau $1S$, et n'est pas encore connue pour le niveau $2S$. Il est cependant vraisemblable que le reste $G^{h.o}$ soit très peu dépendant de n [103]. Nous supposons ici de façon conservative que $(G^{h.o}(n > 1) - G^{h.o}(1))$ n'est connu qu'à 0,3 $G^{h.o}(1)$ près. Ceci fixe l'incertitude sur les termes de self-energy à deux boucles dans $L^{(2)}$ et $L^{(3)}$.

Avec les valeurs recalculées dans la section précédente, on obtient :

terme	$L^{(2)} = L_{1S} - 8L_{2S}$	$L^{(3)} = L_{1S} - 27L_{3S}$
E_{SE}	-186 908 552(5) Hz	-234 678 298 (2 600) Hz
E_{VP}	8 227 (<1) Hz	8 472 (<1) Hz
E_{RL}	-320 799 (100) Hz	-395 899 (120) Hz
E_{NS}	-56 (<1) Hz	-59 (<1) Hz
$E_{SE,2}$	-2 907 (530) Hz	-4 692 (530) Hz
E_{RR}	0	0
$E_{VP,\mu}$	0	0
$E_{VP, \text{had}}$	0	0
E_{NSE}	-55 (<1) Hz	-70 (<1) Hz
$E_{SE,3}$	0	0
$E_{SE,N}$	0	0
$E_{VP,N}$	0	0
E_{Pol}	0	0
total	-187 224,14(0,54) kHz	-235 070,55(0,54) kHz

On remarque que la contribution du rayon du proton est faible dans l'expression de $L^{(2)}$ et $L^{(3)}$.

Nous nous retrouvons donc dans une situation où l'équation (1.41) ne comporte plus comme inconnues au niveau de précision du kHz que R_∞ et L_{1S} :

$$f_{1S-2S} = R_\infty c [\eta(2S) - \eta(1S)] - \frac{7}{8} L_{1S} - \frac{L^{(2)}}{8} \quad (1.44)$$

Une seconde mesure de haute précision est donc nécessaire. Actuellement, la "seconde équation" est procurée par les mesures des transitions $2S_{1/2} - 8D_{5/2}$ et $2S_{1/2} - 12D_{5/2}$ réalisées dans notre équipe auparavant. Nous choisirons ici l'exemple de la transition $2S_{1/2} - 8D_{5/2}$, qui est la plus précise du groupe ($7, 7 \times 10^{-12}$, soit 6 kHz pour une longueur d'onde moitié de 778 nm). Le déplacement de Lamb des états nS et nD pour $n \geq 3$ est connu à mieux que le kHz et ne constitue donc pas une limitation. Par contre ces états de n élevé présentent une plus grande sensibilité aux champs parasites, et nécessitent d'effectuer la transition à partir de l'état métastable peu peuplé $2S$.

On peut écrire de façon similaire à 1.41 :

$$f_{2S_{1/2}-8D_{5/2}} = R_\infty c [\eta(8D_{5/2}) - \eta(2S)] + (L_{8D_{5/2}} - L_{2S}) \quad (1.45)$$

$$= R_\infty c [\eta(8D_{5/2}) - \eta(2S)] + L_{8D_{5/2}} - \frac{L_{1S}}{8} + \frac{L^{(2)}}{8} \quad (1.46)$$

On peut en déduire R_∞ de (1.44) et (1.46) sans utiliser les mesures radiofréquence :

$$R_\infty c (7\eta(8D_{5/2}) - 8\eta(2S) + \eta(1S)) = 7f_{2S_{1/2}-8D_{5/2}} - f_{1S-2S} - 7L_{8D_{5/2}} - L^{(2)} \quad (1.47)$$

où $(7\eta(8D_{5/2}) - 8\eta(2S) + \eta(1S)) \simeq 0,89 \dots$. L'incertitude provient majoritairement de la connaissance de la transition $2S - 8D$, et résulte dans une précision relative pour R_∞ de $1,4 \times 10^{-11}$.

Une combinaison linéaire semblable conduit à une valeur expérimentale du déplacement de Lamb L_{1S} :

$$L_{1S} = \frac{8}{7\gamma' - 1} [f_{2S_{1/2}-8D_{5/2}} - \gamma' f_{1S-2S} - L_{8D_{5/2}} - \frac{\gamma' + 1}{8} L^{(2)}] \quad (1.48)$$

$$\gamma' = \frac{\eta(8D_{5/2}) - \eta(2S)}{\eta(2S) - \eta(1S)}$$

avec $\gamma' \simeq 0,31$. L'incertitude est dominée par $\simeq 6,7 \Delta f_{2S_{1/2}-8D_{5/2}}$, de l'ordre de 40 kHz. En combinant cette équation avec celle sur la transition $2S_{1/2} - 12D_{5/2}$, on obtient [16] :

$$L_{1S} = 8\,172,837(32) \text{ MHz} \quad (1.49)$$

Cette valeur est en bon accord avec une détermination utilisant la valeur expérimentale de L_{2S} .

1.2. DÉTERMINATIONS DE LA CONSTANTE DE RYDBERG ET DU DÉPLACEMENT DE LAMB23

En réalité, c'est l'ensemble des données disponibles pour l'hydrogène, mais également pour le deutérium, qui sont prises en compte dans l'ajustement final par la méthode des moindres carrés. On obtient alors la valeur suivante :

$$L_{1S} = 8\,172,840(22) \text{ MHz} \quad (1.50)$$

L'incertitude actuelle sur R_∞ est finalement de $6,6 \times 10^{-12}$, et celle sur L_{1S} de $2,7 \times 10^{-6}$.

1.2.2 Rayon du proton

La valeur de 8 172,840 MHz a conduit à l'époque à une réévaluation par le CODATA du rayon du proton, pour parvenir à l'accord avec les prévisions théoriques de la page 12. On comprend ainsi que la valeur actuelle de r_P est largement conditionnée par l'exactitude des calculs QED. Nous avons ainsi montré qu'elle a changé en peu de temps suite à l'évaluation d'un terme à deux boucles d'une magnitude insoupçonnée ([104]).

Pour pouvoir effectuer un véritable test de ces calculs et de la théorie QED dans l'hydrogène, il faudrait d'ores et déjà disposer d'une mesure indépendante de r_P . Une telle mesure existe déjà, suite à des expériences de diffusion à basse énergie. Cependant, le passage délicat de la mesure de la section efficace différentielle du proton dans l'expérience au rayon de charge rms r_P ne permet d'atteindre qu'une précision de l'ordre de 3% [92] (0,895(18) fm).

Une expérience est en cours au Paul Scherrer Institute (PSI) afin de déterminer le déplacement de Lamb de l'hydrogène muonique ($\mu^- - p^+$) [29, 45]. Ainsi, le muon étant 207 fois plus lourd que l'électron, le rayon de Bohr associé est 207 fois plus faible (285 fm). Les effets de QED, qui dépendent de la proximité des deux vecteurs de l'interaction coulombienne, sont ainsi décuplés, le déplacement de Lamb L_{2S} passant du domaine RF dans $e^- - p^+$ au domaine optique pour ($\mu^- - p^+$) (49 THz $\simeq 6 \mu\text{m}$ pour $2S_{1/2} - 2P_{3/2}$). La contribution du rayon du proton passe de plus de $1,4 \times 10^{-4}$ dans l'hydrogène à environ 2% dans l'hydrogène muonique. La collaboration internationale responsable de ce projet espère mener à bien une mesure de r_P à 10^{-3} . En effet, un pointé à 10% de la largeur de raie ($\simeq 20$ GHz) suffirait à connaître le déplacement de Lamb à 18 ppm, et donc la contribution du proton à 10^{-3} . Cette expérience est cependant rendue difficile par sa complexité, la nécessité de disposer d'un faisceau de pions ralentis pour générer des muons, leur faible temps de vie et la force d'oscillateur de la transition (divisée par rapport à l'hydrogène par $(\frac{m_\mu}{m_e})^3 \simeq 10^7$!), dégradant fortement le rapport signal à bruit (quelques coups/heure, RSB $\simeq 1$).

Les calculs d'électrodynamique quantique ont récemment atteint dans l'hydrogène muonique la précision de 20 ppm suffisante pour extraire la valeur de r_P d'une éventuelle mesure. Evidemment, il ne s'agira pas d'une mesure de r_P complètement indépendante de la QED. Cependant, la théorie de la QED a été vérifiée avec succès dans toutes les prédictions réalisées au niveau de 10 ppm.

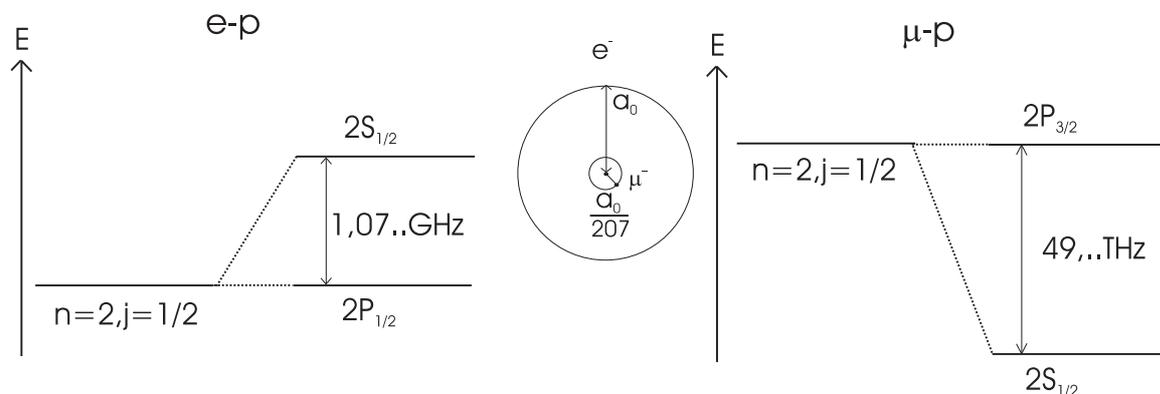


FIGURE 1.4: Comparaison des déplacements de Lamb dans $(e^- - p^+)$ et $(\mu^- - p^+)$.

La connaissance de r_P à 10^{-3} près permettrait de ramener l'incertitude de la contribution du proton dans L_{1S} à 2,3 kHz, soit en dessous du niveau actuel des calculs QED (4,2 kHz). Néanmoins le test des calculs suppose l'obtention d'une valeur du déplacement de Lamb à une précision meilleure que 10 kHz, via au moins une nouvelle mesure de précision dans l'hydrogène. C'est cette mesure que nous nous proposons de réaliser avec la transition $1S-3S$.

En attendant de vérifier la QED, la détermination provisoire du rayon de charge du proton à l'aide de la QED peut tout de même être un test pour les prévisions de la chromodynamique quantique sur réseau, qui s'attache à étudier l'interaction des trois quarks le constituant à faible énergie, et prédit r_P avec une incertitude de 10 % [27].

1.2.3 La transition $1S - 3S$

Nous allons rappeler les motivations d'une détermination précise de la fréquence absolue de la transition $1S - 3S$ dans la situation actuelle.

Constante de Rydberg

On peut écrire les fréquences des transitions $1S - 2S$ et $1S - 3S$ sous une forme analogue :

$$f_{1S-2S} = R_\infty c [\eta(2S) - \eta(1S)] + (L_{2S} - L_{1S}) \quad (1.51)$$

$$f_{1S-3S} = R_\infty c [\eta(3S) - \eta(1S)] + (L_{3S} - L_{1S}) \quad (1.52)$$

On pourrait ainsi, connaissant la fréquence de la transition $1S - 3S$, tenter de déterminer la constante de Rydberg par :

$$R_\infty c = \frac{1}{(\eta(3S) - \eta(2S))} (f_{1S-3S} - f_{1S-2S} - L_{3S} + L_{2S}) \quad (1.53)$$

1.2. DÉTERMINATIONS DE LA CONSTANTE DE RYDBERG ET DU DÉPLACEMENT DE LAMB25

avec $(\eta(3S) - \eta(2S)) \simeq 0,139\dots$. On pourrait utiliser pour L_{3S} la valeur théorique de la page 12, conduisant à une incertitude sur R_∞ de 5,2 kHz. Cependant, la valeur expérimentale (1.40) de L_{2S} contribuerait à hauteur de 47 kHz à ΔR_∞ . Une telle méthode ne permettrait donc pas d'améliorer la connaissance de R_∞ dont l'incertitude est actuellement de 22 kHz.

Il est donc nécessaire, à l'instar de ce qui a été réalisé pour les transitions $1S - 2S$ et $2S_{1/2} - 8D_{5/2}$ auparavant, d'éliminer les déplacements de Lamb.

Ainsi, on peut remplacer L_{1S} par L_{3S} et $L^{(3)}$ dans l'expression de f_{1S-3S} :

$$f_{1S-3S} = (\eta(3S) - \eta(1S))R_\infty c - L^{(3)} - 26L_{3S} \quad (1.54)$$

De même, on remplace L_{1S} par L_{2S} et $L^{(2)}$ dans l'expression de f_{1S-2S} :

$$f_{1S-2S} = (\eta(2S) - \eta(1S))R_\infty c - L^{(2)} - 7L_{2S} \quad (1.55)$$

On utilise ensuite le fait que :

$$L^{(2)} - L^{(3)} = 27L_{3S} - 8L_{2S} \quad (1.56)$$

pour remplacer L_{2S} par L_{3S} dans l'expression de f_{1S-2S} :

$$f_{1S-2S} = (\eta(2S) - \eta(1S))R_\infty c - \frac{L^{(2)}}{8} - \frac{7}{8}L^{(3)} - \frac{189}{8}L_{3S} \quad (1.57)$$

On peut donc éliminer le déplacement de Lamb entre les équations 1.54 et 1.57, ce qui conduit en isolant la constante de Rydberg à :

$$R_\infty c = \frac{1}{\frac{\eta(3S) - \eta(1S)}{26} - \frac{8(\eta(2S) - \eta(1S))}{189}} \left[\frac{1}{26}f_{1S-3S} - \frac{8}{189}f_{1S-2S} - \frac{L^{(2)}}{189} + L^{(3)} \left(\frac{1}{26} - \frac{7}{189} \right) \right] \quad (1.58)$$

En calculant de façon approchée les coefficients numériques $(\eta(2S) - \eta(1S)) \simeq \frac{3}{4}$, $\eta(3S) - \eta(1S) \simeq \frac{8}{9}$, on obtient :

$$R_\infty c \simeq 15,75f_{1S-3S} - 17,33f_{1S-2S} - 2,17L^{(2)} + 0,58L^{(3)} \quad (1.59)$$

L'incertitude introduite par f_{1S-2S} est négligeable dans cette équation (inférieure au kHz). De même, le terme en $L^{(3)}$ n'introduit qu'une incertitude de 0,3 kHz. La connaissance de $L^{(2)}$ contribue pour 1,2 kHz. Ainsi une mesure absolue de f_{1S-3S} avec une incertitude de 1 kHz se traduirait instantanément par une détermination de R_∞ à environ 17 kHz près, qui serait meilleure que la détermination obtenue avec l'ensemble des déterminations actuelles combinées (22 kHz). Une telle détermination est devenue notre motivation principale.

Déplacement de Lamb L_{1S}

Il est également possible de déduire le déplacement de Lamb L_{1S} de l'équation de fréquence (1.41), en utilisant l'écart théorique $L^{(2)} = L_{1S} - 8L_{2S}$. On obtient une équation analogue à (1.48) :

$$L_{1S} = \frac{8}{7\gamma - 8} [f_{1S-3S} - \gamma f_{1S-2S} - \frac{\gamma}{8} L^{(2)} - L_{3S}] \quad (1.60)$$

$$\gamma = \frac{\eta(3S) - \eta(1S)}{\eta(2S) - \eta(1S)} \quad (1.61)$$

avec $\gamma \simeq 1,185\dots$, soit :

$$L_{1S} \simeq 27f_{1S-3S} - 32f_{1S-2S} - 4L^{(2)} - 27L_{3S} \quad (1.62)$$

L'incertitude théorique sur L' contribue pour 2,2 kHz avec la valeur recalculée (tableau p.21), celle sur L_{3S} pour 20 kHz en utilisant la valeur théorique de la page 12, et l'incertitude du terme $32f_{1S-2S}$ est négligeable (1,6 kHz).

On constate qu'il serait également intéressant ici d'introduire la différence théorique $L^{(3)} = L_{1S} - 27L_{3S}$, sur le modèle de $L^{(2)}$ (voir tableau p.21). En remplaçant L_{3S} , il vient :

$$L_{1S} = \frac{216}{189\gamma - 208} [f_{1S-3S} - \gamma f_{1S-2S} - \frac{\gamma}{8} L^{(2)} + \frac{1}{27} L^{(3)}] \quad (1.63)$$

$$L_{1S} \simeq 13,5f_{1S-3S} - 16f_{1S-2S} - 2L^{(2)} + 0,5L^{(3)} \quad (1.64)$$

$L^{(2)}$ et $L^{(3)}$ contribueraient alors respectivement pour 1,1 kHz et 0,3 kHz à l'incertitude globale. On pourrait donc déduire de cette équation le déplacement de Lamb expérimental à 14 kHz près si l'on disposait d'une mesure de f_{1S-3S} au kHz. Cela rajouterait une équation d'une précision supérieure à la précision combinée de toutes les mesures actuelles (22 kHz). En rajoutant une telle mesure sur le deutérium, on peut espérer rapprocher ΔL_{1S} de 10 kHz, ce qui permettrait de tester l'électrodynamique quantique au niveau du ppm, si le rayon du proton est par ailleurs connu avec une précision suffisante.

Prévision de la fréquence de transition $1S - 3S (F = 1)$

Inversement, grâce à l'équation (1.59), on peut prévoir la valeur de la transition 1S-3S à partir de la valeur du Rydberg actuelle, de la fréquence expérimentale 1S-2S et des calculs QED de $L^{(2)}$ et $L^{(3)}$ (supposés justes), avec une incertitude de 1,4 kHz due au Rydberg :

$$f_{1S-3S} = 2\,922\,743\,278\,671,8(1,4) \text{ kHz} \quad (1.65)$$

Notons qu'une autre prédiction peut être obtenue en éliminant la constante de Rydberg entre R_∞ entre (1.51) et (1.52). On remplace alors L_{1S} par $8L_{2S} + L^{(2)}$ de sorte que :

$$f_{1S-3S} = \gamma f_{1S-2S} + (7\gamma - 8)L_{2S} + L_{3S} + L^{(2)}(\gamma - 1) \quad (1.66)$$

On utilise pour les déplacements de Lamb les valeurs du tableau p.12. Les incertitudes associées sont :

terme	γf_{1S-2S}	$(7\gamma - 8)L_{2S}$	L_{3S}	$L^{(2)}(\gamma - 1)$
incertitude	0,06 kHz	0,72 kHz	0,73 kHz	0,10 kHz

Cependant, les incertitudes sur les déplacements de Lamb L_{2S} et L_{3S} sont corrélées, car essentiellement associées à la valeur du rayon du proton. On ne peut donc pas les ajouter de façon quadratique. La fréquence prévue par cette voie est alors :

$$f_{1S-3S} = 2\,922\,743\,278\,672,5(1,5) \text{ kHz} \quad (1.67)$$

On perdrait en précision en introduisant $L^{(3)}$ ici.

Cependant, dans notre expérience, nous mesurons la fréquence absolue de la transition $1S - 3S(F = 1)$. La structure hyperfine du niveau $1S$ est connue au mHz près, et celle du niveau $3S$ rajoute une incertitude de 250 Hz, de sorte que :

$$f_{1S-3S}(F = 1) = f_{1S-3S} - \frac{E_{SHF}(1S_{1/2})}{4} + \frac{E_{SHF}(3S_{1/2})}{4} \quad (1.68)$$

$$= 2\,922\,742\,936\,722,7(1,4) \text{ kHz} \quad (1.69)$$

1.3 Dispositifs expérimentaux

1.3.1 Notre expérience

Nous avons représenté le schéma général de l'expérience sur la figure 1.5. Nous avons choisi parmi les méthodes permettant de s'affranchir de l'effet Doppler du premier ordre la spectroscopie à deux photons, effectuée sur un jet atomique colinéaire aux faisceaux laser. La longueur d'onde nécessaire de 205 nm est créée par deux doublages successifs d'un laser continu Ti:Sa à 820 nm. La fréquence absolue de ce laser est mesurée en permanence grâce à un peigne de fréquences optiques référencé sur l'horloge à césium. On détecte la fluorescence Balmer- α à 656 nm sur une caméra CCD refroidie. Afin de déterminer l'effet Doppler du second ordre, on impose un champ magnétique statique dans la zone d'interaction.

1.3.2 Autres expériences en cours

- Spectroscopie à deux photons de H et D

Nous avons exposé ici le principe de la vérification des calculs QED et de leur utilisation lors de l'extraction des grandeurs d'intérêt (R_∞, L_{nS}) à partir d'expériences portant sur des transitions à deux photons dans l'hydrogène. Nous avons déjà insisté sur la grande précision atteinte sur la transition $1S - 2S$ au MPQ par l'équipe de T.W.Hänsch. Le schéma de principe

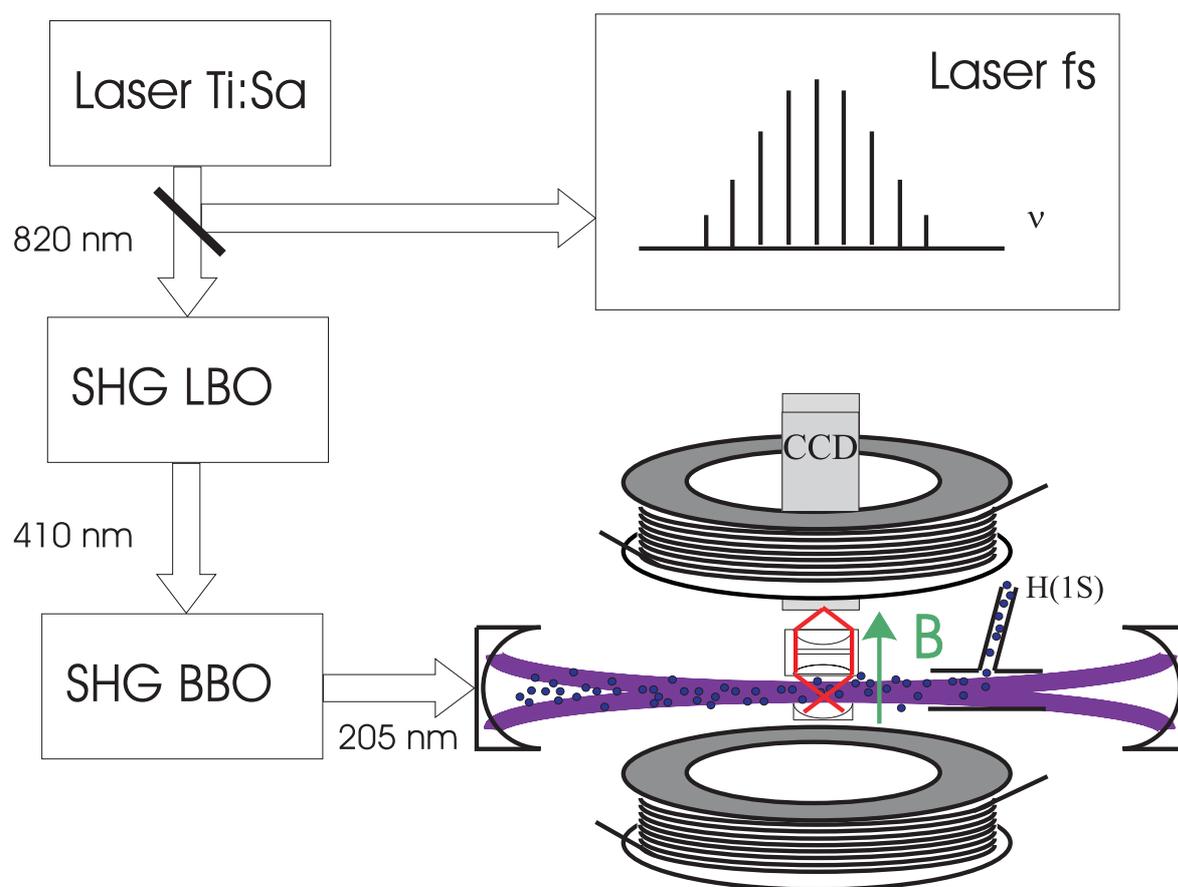


FIGURE 1.5: Schéma général de notre expérience

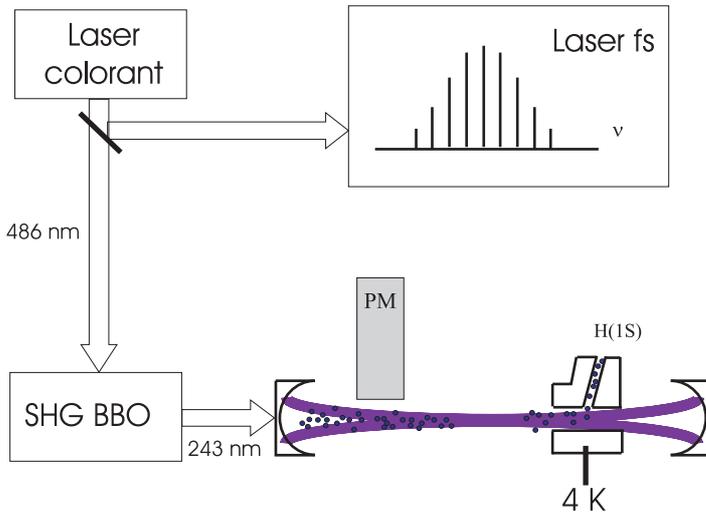


FIGURE 1.6: Schéma général de l'expérience de mesure de la transition $1S-2S$ au MPQ (Garching).

est semblable à notre expérience (voir fig. 1.6). La longueur d'onde de la transition (243 nm) est plus facile à synthétiser à une puissance élevée, via un laser continu à colorant doublé dans une cavité comportant un cristal de BBO. Le jet d'hydrogène atomique est refroidi par une buse portée à la température de l'hélium liquide vers 8 K, ce qui réduit sensiblement l'effet Doppler du second ordre. La fluorescence est détectée sur la transition Lyman- α (121 nm) par un photomultiplicateur. Seuls les atomes les plus lents sont détectés, la détection sur le PM ne commençant qu'un certain temps après l'arrêt du laser d'excitation. La raie est 10^6 fois plus étroite que pour notre transition ($\simeq 1$ Hz), nécessitant ainsi un laser source extrêmement stable. La précision atteinte (45 Hz, [39]) a une limite autre que la largeur naturelle (ionisation des atomes, effet Doppler du premier ordre résiduel dû à une finesse insuffisante de la cavité de surtension..).

Par ailleurs, l'équipe du NPL (Oxford) souhaite refaire d'un bloc l'ensemble des mesures des transitions $2S - nS, nD$ dans la gamme de longueur d'onde accessible au laser Ti:Sa, comme cela été fait auparavant dans notre équipe, mais en utilisant un peigne de fréquences.

Enfin, l'équipe du Dr Kleppner (MIT), forte de son expérience des atomes d'hydrogène piégés et très froids (condensation de Bose-Einstein réalisée en 1998 [28]), se tourne également vers la spectroscopie de haute précision. En réalisant un nuage d'hydrogène ultra-froid grâce à un refroidissement sympathique avec le lithium [17], la densité importante d'atomes permettrait d'obtenir un très grand nombre de métastables $2S$ après une excitation optique continue à deux photons. Ce nuage de métastables serait ensuite utilisé pour reproduire nos expériences sur les transitions $2S - nS, nD$, en réduisant les effets des déplacements lumineux et Doppler. Cette voie semble particulièrement prometteuse, la source radiofréquence d'atomes d'hydrogène étant devenue l'un des facteurs limitant dans la plupart des expériences existantes.

- **Mesure directe de R_∞ dans H**

L'équipe du MIT a également réalisé au cours de la dernière décennie une mesure directe de la constante de Rydberg de l'hydrogène grâce à un interféromètre de Ramsey entre des états circulaires de Rydberg ($n=27$ et $n=30$) [44]. La longueur d'onde de cette transition est millimétrique, et donc facilement comparable à l'étalon Cs. L'avantage de travailler avec des états très excités est que le déplacement de Lamb est négligeable. Ainsi la fréquence mesurée est directement proportionnelle à la constante de Rydberg. Une mesure de R_∞ a ainsi été effectuée avec une incertitude relative de $2,1 \times 10^{-11}$ [101]. Cette mesure est en accord avec les mesures combinant QED et transitions à deux photons et constitue une vérification indépendante de ces résultats. L'expérience est maintenant limitée par la maîtrise des déplacements Stark et Zeeman liés aux champs parasites et le contrôle de la phase des ondes millimétriques.

- **Spectroscopie de He^+**

Une autre voie pour tester les calculs d'électrodynamique quantique consiste à vérifier la variation des prédictions quand la charge du noyau Z est modifiée. En effet, les corrections d'ordre en $(Z\alpha)$ élevé apportent une contribution plus importante que dans l'hydrogène.

Le cas le plus proche de l'hydrogène est celui de l'ion He^+ . L'étude expérimentale de cette espèce peut être simplifiée par la possibilité de piéger et de refroidir cet ion. De plus, le rayon de la particule α est beaucoup mieux connu que celui du proton, aussi ce système constitue un test alternatif intéressant des corrections QED déjà calculées. La difficulté principale des expériences tient à l'énergie très élevée des transitions (4 fois plus importante que pour l'hydrogène). La théorie QED et l'expérience sont en accord au niveau de 12 ppm [99]. Les expériences de spectroscopie de He^+ peuvent donc être considérées comme une vérification indépendante des calculs de QED dans l'hydrogène, hors corrections de rayon du proton.

Chapitre 2

Le peigne de fréquences optiques

2.1 Introduction

2.1.1 Le laser femtoseconde à modes verrouillés en phase

La génération d'un train d'impulsions femtosecondes n'est pas *a priori* chose aisée et pose un certain nombre de difficultés par rapport à la génération des impulsions plus longues dans le domaine picoseconde ou nanoseconde. Nous expliquerons ici les mécanismes à l'oeuvre lors de la production des impulsions ou de l'élargissement de leur spectre.

Dispersion normale de la vitesse de groupe

La conséquence d'une durée d'impulsion très faible est un élargissement spectral important, comme l'impose l'inégalité de Heisenberg :

$$\Delta t \Delta \nu \geq K \quad (2.1)$$

où K est un facteur de forme de l'ordre de l'unité lié à la forme des impulsions. Ainsi dès que la durée de l'impulsion est inférieure à 100 fs, le spectre possède une largeur telle ($\Delta \lambda > 4$ nm) que l'on ne peut plus ignorer les variations de l'indice de réfraction $n(\omega)$ entre les fréquences extrêmes du spectre. Par conséquent, au passage des éléments en verre de la cavité (miroirs normaux) et du cristal dont la dispersion est positive (les basses fréquences voyagent plus vite que les hautes fréquences (2.7)), l'impulsion va être élargie et retardée (voir fig. 2.1).

Notons $k(\omega)$ le vecteur d'onde du champ $E(t)$ en cavité. En supposant que la variation de $k(\omega)$ est faible autour de la fréquence de la porteuse ω_c , on peut écrire :

$$k(\omega) = k(\omega_c) + \frac{\partial k}{\partial \omega} \Big|_{\omega_c} (\omega - \omega_c) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2} \Big|_{\omega_c} (\omega - \omega_c)^2 + \frac{1}{6} \frac{\partial^3 k}{\partial \omega^3} \Big|_{\omega_c} (\omega - \omega_c)^3 \quad (2.2)$$

où le second terme représente le retard acquis par l'impulsion à la traversée du milieu dispersif (sans déformation), tandis que le terme en $\frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2} \Big|_{\omega_c}$ est le premier terme de dispersion de

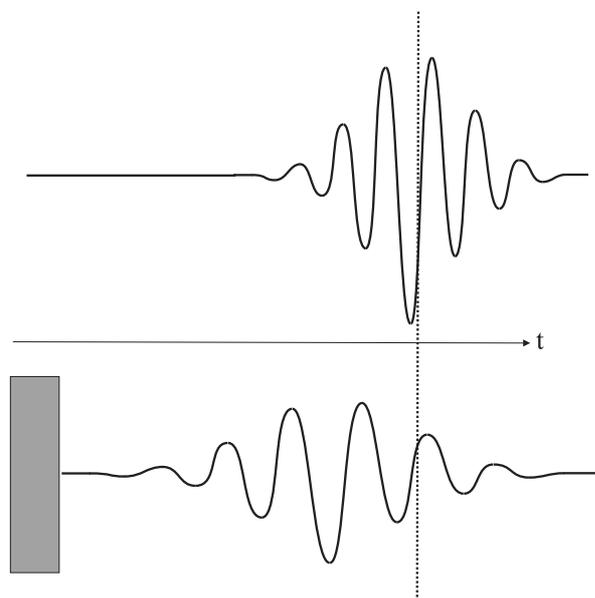


FIGURE 2.1: Transformation d'une impulsion femtoseconde à la traversée d'un milieu dispersif (ici en gris).

la vitesse de groupe $\frac{\partial\omega}{\partial k}$, et traduit l'élargissement temporel de l'impulsion. Les termes d'ordre supérieur contribuent également à un degré moindre à augmenter la durée de l'impulsion.

La quantité utilisée habituellement pour caractériser la dispersion de vitesse de groupe est la variation avec la fréquence du temps de propagation T (*Group Delay Dispersion GDD*) :

$$GDD = 2\pi \frac{dT}{d\omega} = -2\pi \frac{d^2\Phi}{d\omega^2} \quad (2.3)$$

Cette grandeur s'exprime donc en fs^2 . On reporte ci-dessous quelques valeurs typiques de la GDD :

milieu	cristal Ti:Sa fortement dopé	silice fondue	air
GDD	+60 fs^2/mm	+35 fs^2/mm	+20 fs^2/m

Automodulation de phase

Cet effet est l'une des facettes de l'effet Kerr optique introduit par le cristal. La courte durée des impulsions femtosecondes engendre des puissances crêtes très importantes, qui dans un milieu non-linéaire conduisent à l'apparition d'une variation de l'indice n :

$$n(t, \vec{r}) = n_0 + n_2 I(t, \vec{r}) \quad (2.4)$$

n_2 pour le cristal de Ti:Sa est de l'ordre de quelques $10^{-16} \text{ cm}^2 \cdot \text{W}^{-1}$, ce qui associé à une intensité de quelques $10^{12} \text{ W} \cdot \text{cm}^{-2}$ a un impact non négligeable sur l'impulsion. La phase accumulée lors de la propagation sur une longueur dl s'écrit :

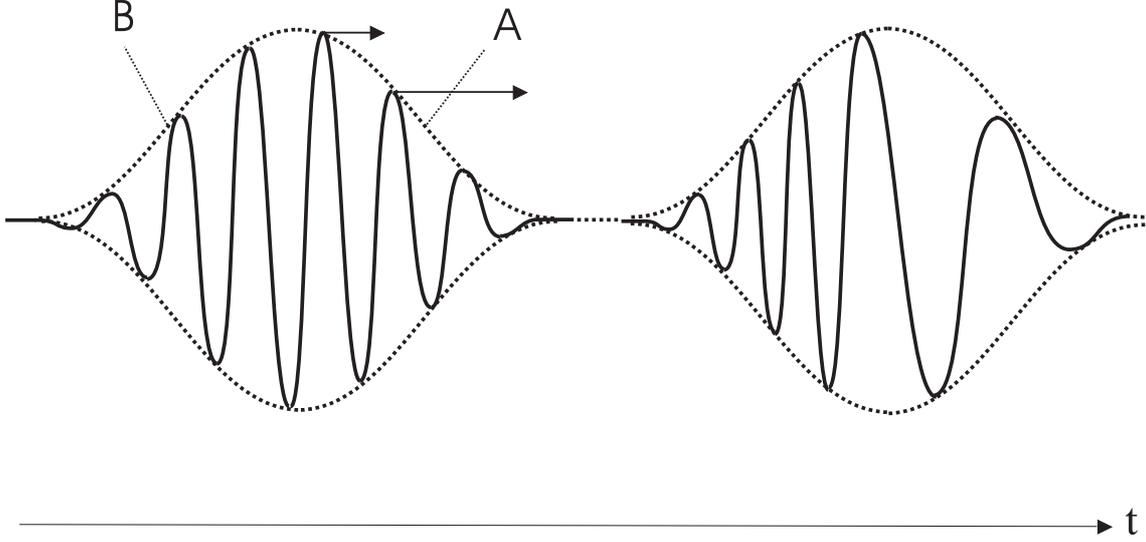


FIGURE 2.2: Effet de l'automodulation de phase sur une impulsion lumineuse. L'enveloppe est conservée et de nouvelles fréquences apparaissent.

$$d\Phi = \frac{2\pi}{\lambda} n dl \quad (2.5)$$

Comme l'indice dépend de l'intensité, le front avant de l'impulsion va accumuler une phase plus faible que le reste de l'impulsion pour une même distance Δl . Pendant le même laps de temps, il parcourt donc une distance plus grande (ce qui revient à dire que sa vitesse de phase $\frac{\omega}{k} = \frac{c}{n}$ est augmentée). Or on peut montrer que la forme de l'enveloppe n'est pas affectée par l'automodulation de phase [94]. Ceci résulte donc en un changement de fréquence effectif, la partie avant de l'impulsion étant décalée vers le rouge (voir fig. 2.2). On montre que la fréquence instantanée de l'onde au sein de l'impulsion est donnée par :

$$\omega_{inst} = -\frac{\partial\Phi}{\partial t} = \omega_c \left(1 - \frac{n_2 z}{c} \frac{dI(z=0, t)}{dt} \right) \quad (2.6)$$

Le décalage vers le rouge maximal est donc obtenu au point A de la figure 2.2 tandis que le décalage vers le bleu maximal a lieu en B.

Les conséquences sur la forme de l'impulsion dépendent ensuite de la dispersion globale du milieu traversé. La vitesse de groupe v_g est donnée par :

$$v_g = \frac{v_\Phi}{1 + \frac{\omega}{n} \frac{\partial n(\omega)}{\partial \omega}} \quad (2.7)$$

Dans un milieu obéissant à une loi de dispersion normale, l'indice décroît avec la longueur d'onde ($\frac{\partial n}{\partial \omega} > 0$) et la vitesse de groupe diminue donc quand ω croît. Ainsi la partie avant

de l'impulsion va voyager plus vite sous l'effet de l'automodulation de phase : l'effet de la variation de l'indice est finalement d'élargir la durée de l'impulsion, ainsi que son spectre.

Par contre, si le milieu est à dispersion anormale ($\frac{\partial n}{\partial \omega} < 0$), l'effet tend à raccourcir la durée de l'impulsion tout en élargissant son spectre [38].

L'automodulation de phase jouera donc un rôle très important pour l'élargissement du spectre dans la cavité du laser Ti:Sa mais aussi dans la fibre à cristal photonique.

Fonctionnement en modes bloqués en phase

Il existe différents mécanismes de verrouillage de phase pour un laser à impulsions. Tous sont basés sur le principe d'un absorbant saturable. Nous nous limiterons ici à décrire le fonctionnement du verrouillage de mode par effet Kerr (*Kerr Lens Modelocking KLM* ou encore *soft aperture modelocking*) qui prend place dans notre laser femtoseconde. Ce mode de fonctionnement a été réalisé pour la première fois en 1991 [93]. La cavité de ce laser est très simple, composée de six miroirs en double anneau et d'un cristal de Ti:Sa (voir fig. 2.9, p. 46).

Le verrouillage en phase consiste, dans le domaine fréquentiel, à imposer une certaine relation de phase entre les différents modes longitudinaux de la cavité laser, de sorte que leur interférence conduise à la circulation d'une impulsion courte stationnaire. Les modes longitudinaux sont modulés en amplitude par l'effet Kerr transverse. Cet effet utilise la variation transverse gaussienne de l'indice dans le cristal de Ti:Sa (eq. 2.4). La phase accumulée au centre du faisceau est plus importante (eq. 2.5), ce qui crée une lentille d'indice pour le faisceau en impulsions qui n'existe pas pour le faisceau continu. Comme le faisceau pompe est très focalisé dans le cristal, le faisceau continu d'un diamètre plus important traverse des zones où le gain est faible par rapport au faisceau impulsionnel, dans une région particulière de la zone de stabilité du laser (voir fig. 2.3). La compétition entre ces deux modes bascule donc vers la circulation des impulsions.

Ceci est à l'origine de bandes latérales qui vont se verrouiller sur les modes voisins, tout comme un laser maître vient injecter un laser esclave. On conçoit qu'il soit nécessaire que l'intervalle intermodal soit relativement constant sur toute la largeur spectrale de l'impulsion pour que l'injection soit efficace.

Soit L la longueur de la cavité en anneau. La phase du mode longitudinal n° p doit se reproduire à l'identique après avoir parcouru la cavité :

$$\frac{nL\omega_p}{c} = 2\pi p \quad (2.8)$$

En développant $k(\omega_p)$ autour de la fréquence ω_c (eq. 2.2), on a :

$$L[k(\omega_c) + k'(\omega_c)(\omega_p - \omega_c) + \frac{k''(\omega_c)}{2}(\omega_p - \omega_c)^2 + \dots] = 2p\pi \quad (2.9)$$

On peut réécrire cette équation pour le mode n° $(p+1)$. Par différence, on calcule alors l'écart entre modes $\omega_{\text{rep}} = \omega_{p+1} - \omega_p$:

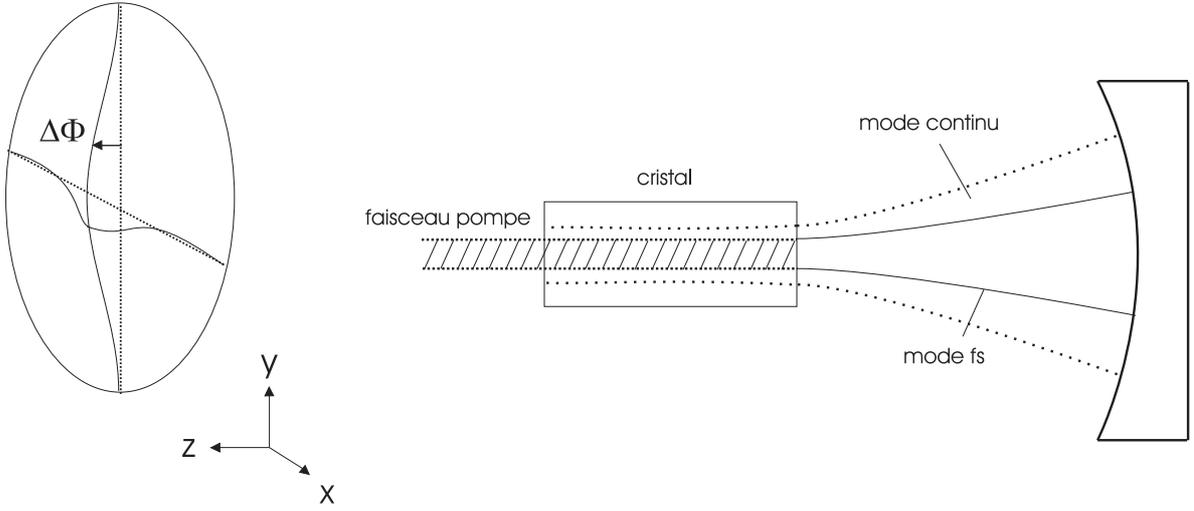


FIGURE 2.3: Principe du verrouillage de phase par effet Kerr transverse. A gauche, lentille d'indice vue par l'impulsion. A droite, compétition entre le mode en impulsions et le mode continu.

$$\omega_{\text{rep}} = \frac{2\pi}{L} \frac{1}{k'(\omega_c)} - \frac{k''(\omega_c)}{2k'(\omega_c)} ((\omega_{p+1} - \omega_c)^2 - (\omega_p - \omega_c)^2) + \dots \quad (2.10)$$

Les termes qui perturbent l'espacement régulier du peigne proviennent donc de la dispersion de la vitesse de groupe $k''(\omega_c)$ et des ordres supérieurs. Il est donc crucial que la dispersion de la vitesse de groupe intégrée sur un tour de cavité soit amenée le plus proche de zéro possible. Pour cela, il va falloir intégrer dans la cavité des éléments qui compensent la dispersion normale à l'oeuvre au sein du cristal.

Compensation de la dispersion de la vitesse de groupe

Les premiers lasers femtosecondes utilisaient une compensation intra-cavité de la vitesse de groupe par un système de deux prismes, rallongeant la longueur optique de la cavité pour la composante rouge de l'impulsion. Cependant la dispersion de vitesse de groupe d'ordre trois n'était pas bien corrigé par les prismes. On a donc cherché à la réduire, grâce à des cristaux de Ti:Sa plus courts et plus dopés. Ceci a abouti à la production d'impulsions de 11 fs dès 1993 [41, 43].

Cependant afin d'augmenter le taux de répétition et la stabilité de ces lasers, une nouvelle solution est apparue sous la forme de miroirs *chirpés*, c'est-à-dire à dispersion de vitesse de groupe négative. Il s'agit de miroirs diélectriques multi-couches très réfléchissants, formés pour la première génération sur le modèle du miroir de Bragg avec un empilement de couches de SiO_2 d'indice faible et de TiO_2 d'indice fort. L'amélioration par rapport au miroir de

Bragg consiste à augmenter l'épaisseur des couches (au nombre d'une cinquantaine) avec leur profondeur (voir fig. 2.4). Les couches supérieures réfléchissent ainsi préférentiellement les longueurs d'onde bleues et les couches profondes les longueurs d'onde rouges. Une telle structure a été optimisée par ordinateur en 1994 [96]. Cependant la compensation est limitée dans cette configuration par la naissance d'interférences entre l'onde rouge réfléchiée en surface et dans les couches profondes.

Plus récemment, le traitement de ce problème sous le point de vue de l'adaptation d'impédance a permis une évolution de la structure vers des miroirs doublement *chirpés* (*double-chirped mirrors*), qui font évoluer en avançant dans la couche à la fois la longueur d'onde de Bragg λ_B et l'épaisseur de la couche d'indice fort (TiO_2) pour améliorer le couplage [31] (voir fig. 2.4). Ceci a permis d'atteindre des records dans la durée des impulsions fs [86].

En accumulant un nombre suffisant de tels miroirs dans la cavité (chacun procure une compensation de l'ordre de $GDD \simeq -50 \text{ fs}^2$), on parvient donc à égaliser de façon acceptable la longueur optique de la cavité vue par toutes les fréquences de l'impulsion.

Caractéristiques du spectre

S'étant assurés que la dispersion de vitesse de groupe globale était quasi-nulle, la propagation d'une impulsion courte est devenue possible. L'écartement entre les modes longitudinaux est donc fixé, et égal à :

$$f_{\text{rep}} = \frac{\omega_{\text{rep}}}{2\pi} = \left. \frac{\partial \omega}{\partial k} \right|_{\omega_c} \frac{1}{L} = \frac{v_g}{L} \quad (2.11)$$

Les termes d'ordre supérieur dans l'équation 2.10, ainsi que le résidu du terme en $k''(\omega_c)$ sont compensés grâce à l'injection des modes lors du verrouillage de phase. On peut montrer que l'espacement régulier du spectre revient à supposer que la propagation est du type soliton, c'est-à-dire que l'enveloppe de l'impulsion $A(t)$ ne se déforme pas au cours du temps. En effet, considérons pour simplifier que l'impulsion ne contient qu'une fréquence porteuse ω_c . On peut écrire le champ en sortie du laser sous la forme :

$$E(t) = \text{Re}(A(t)e^{-i\omega_c t}) \quad (2.12)$$

La forme de l'impulsion étant conservée, $A(t)$ sera périodique : $A(t) = A(t - 1/f_{\text{rep}})$. On peut donc décomposer l'enveloppe sur une base de Fourier discrète :

$$E(t) = \text{Re}\left(\sum_n A_n e^{-i(\omega_c + n\omega_{\text{rep}})t}\right) \quad (2.13)$$

où les A_n sont les composantes de Fourier de $A(t)$. Le spectre est donc constitué d'un peigne régulièrement espacé du taux de répétition f_{rep} . Cependant, ω_c n'est pas obligatoirement proportionnel à ω_{rep} , aussi il est possible d'introduire un décalage à l'origine ω_0 en renumérotant les modes tel que :

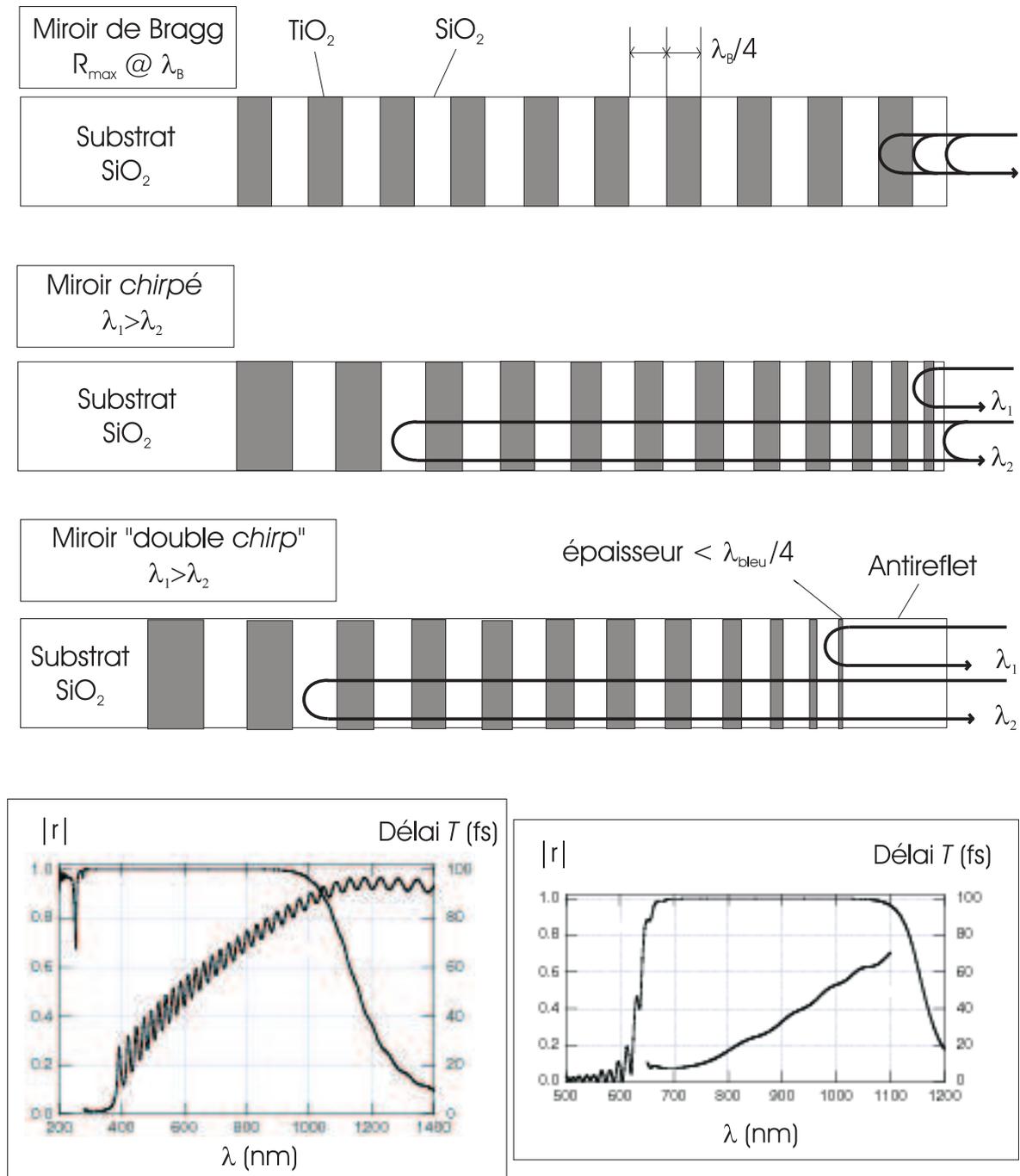


FIGURE 2.4: Compensation de la dispersion de la vitesse de groupe. En haut, schéma de principe des différents miroirs utilisés. En bas : réflexion en amplitude et délai de réflexion pour des miroirs simplement *chirpés* (à gauche) et doublement *chirpés* (à droite), ici construit avec la méthode BASIC [42]. On remarque l'évolution anormale et linéaire du délai, signe d'une GDD constante sur la plage de longueurs d'onde d'intérêt. Les oscillations dans la phase sont éliminées par l'empilement du type double *chirp*.

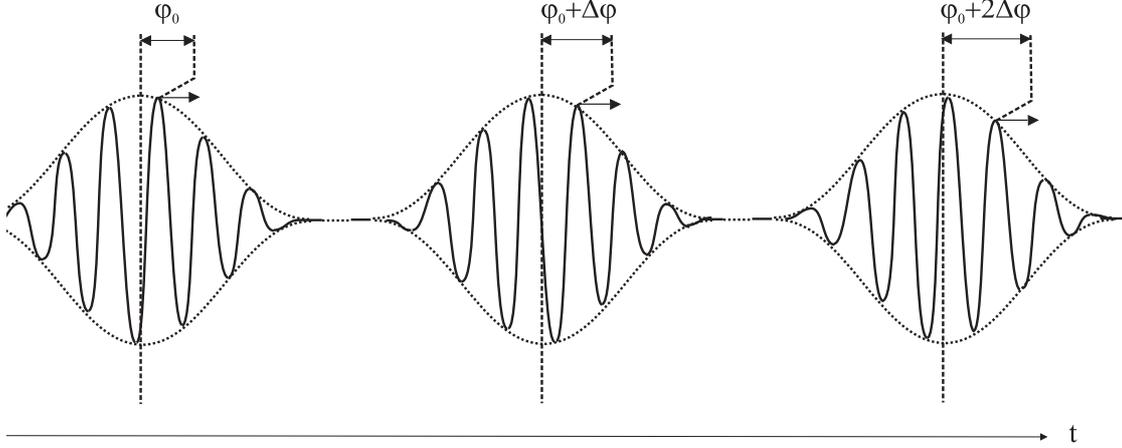


FIGURE 2.5: Evolution de la phase entre impulsions successives.

$$\omega_n = n\omega_{\text{rep}} + \omega_0 \quad (2.14)$$

Ceci est l'équation fondamentale du peigne de fréquences femtoseconde que nous utiliserons par la suite. La démonstration simple présentée ici s'accommode de la prise en compte des décalages de fréquence introduits par l'automodulation de phase, pourvu que le décalage soit le même d'impulsion en impulsion, ce qui est raisonnable si le train d'ondes est stationnaire. La validité de l'eq. 2.8 dépend donc de la capacité du laser à reproduire un grand nombre de fois la même impulsion, ce qui pour l'instant n'a pas été mis en défaut.

Phase entre porteuse et enveloppe

Restons ici dans l'approximation où la porteuse est monofréquence à ω_c , et analysons une impulsion en sortie du laser. La périodicité des impulsions étant bien établie, l'enveloppe peut servir de référence pour définir une phase de la porteuse ϕ en un point donné. Cette phase est en réalité composée d'une phase "statique" φ_s et d'une phase "dynamique" $\Delta\varphi$:

$$\varphi = \varphi_s + \Delta\varphi \quad (2.15)$$

La phase statique peut varier suite à la propagation à travers un milieu dispersif *en dehors* de la cavité, tandis que la phase dynamique résulte de la dispersion des éléments *à l'intérieur* de la cavité. $\Delta\varphi$ est déterminé par l'accumulation de la phase sur un tour de cavité (modulo 2π) :

$$\Delta\varphi = \left(\frac{1}{v_g} - \frac{1}{v_\varphi} \right) L \omega_c \pmod{[2\pi]} \quad (2.16)$$

La phase dynamique est donc responsable d'un glissement de la porteuse par rapport à

l'enveloppe d'impulsion à impulsion (voir fig. 2.5). On peut montrer que $\Delta\varphi$ est relié à ω_0 [12] :

$$\Delta\varphi = 2\pi \frac{\omega_0}{\omega_{\text{rep}}} \quad (2.17)$$

La mesure de ω_0 revient donc à une mesure de la phase dynamique. On a ainsi pu verrouiller en phase et faire interférer deux peignes (1) et (2) en imposant $\omega_{0,1} = \omega_{0,2}$ et $\omega_{\text{rep},1} = \omega_{\text{rep},2}$ [74].

Impulsion gaussienne limitée par transformée de Fourier

Le spectre étant conforme à l'équation (2.8), le champ électrique en sortie du laser peut être écrit comme dans l'équation (2.13). On suppose maintenant que les amplitudes A_n obéissent à une distribution gaussienne de largeur $\Delta\omega$ autour de ω_c . On peut écrire le champ complexe $E(t)$ sous la forme d'une transformée de Fourier :

$$E(t) = \sum_{n=-p}^p A_n e^{-i(\omega_c + n\omega_{\text{rep}})t} \simeq e^{-i\omega_c t} \int_{-\infty}^{+\infty} A_n e^{-in\omega_{\text{rep}}t} dn \quad (2.18)$$

car $\omega_{\text{rep}} \ll \Delta\omega$ et les amplitudes A_n tendent vers zéro à l'infini :

$$A_n = E_0 e^{-\frac{(\omega_n - \omega_c)^2}{2\Delta\omega^2}} \quad (2.19)$$

L'intensité spectrale $A_n A_n^*$ est alors une gaussienne centrée en ω_c . La largeur à mi-hauteur de l'intensité spectrale $\Delta\nu_{1/2}$ est donnée par :

$$\Delta\nu_{1/2} = \frac{\sqrt{\ln 2}}{\pi} \Delta\omega \quad (2.20)$$

La forme temporelle des impulsions sera donc périodique de période $\frac{2\pi}{\omega_{\text{rep}}}$ (voir fig. 2.6).

Chaque impulsion aura un profil temporel d'amplitude gaussien et comme on a par transformée de Fourier $\Delta\omega \Delta t = 1$, la durée à mi-hauteur l'intensité de chaque impulsion vaut :

$$\Delta t_{1/2} = \frac{2 \ln 2}{\pi} \frac{1}{\Delta\nu_{1/2}} \simeq \frac{0,441}{\Delta\nu_{1/2}} \quad (2.21)$$

Remarquons pour conclure que dans tout ce raisonnement nous avons implicitement supposé dès l'équation (2.13) une relation entre les phases φ_n de chaque mode du type :

$$\varphi_{n+1} - \varphi_n = \text{cste} \quad (2.22)$$

En effet, le champ électrique engendré par les $(2n+1)$ modes autour de ω_c s'écrit *a priori* :

$$E(t) = \sum_{n=-p}^p A_n e^{-i(\omega_c + n\omega_{\text{rep}})t + i\varphi_n} \quad (2.23)$$

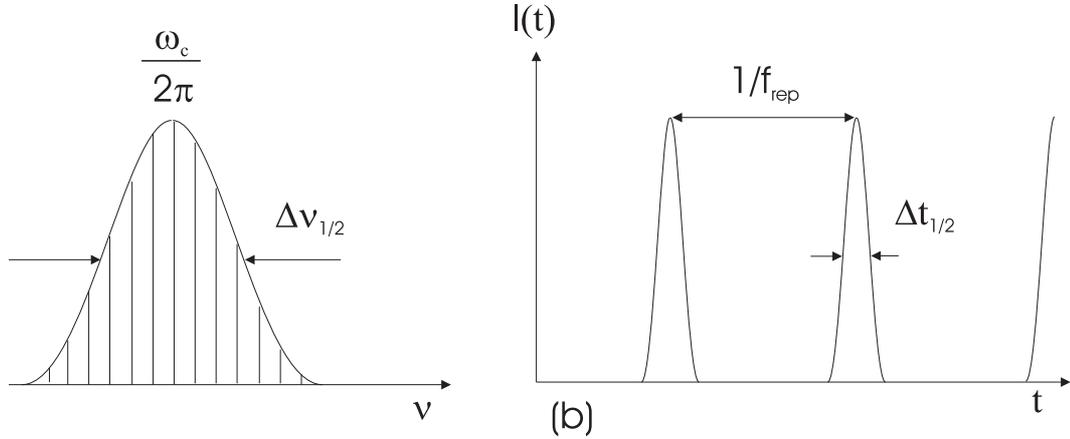


FIGURE 2.6: Impulsions gaussiennes à modes verrouillés en phase, limitées par transformées de Fourier : (a) intensité spectrale, (b) variation de l'intensité au cours du temps.

Il est nécessaire que les phases dynamiques $\Delta\varphi_n$ de tous les modes évoluent de façon similaire dans le temps pour que l'impulsion soit limitée par transformée de Fourier et que ce résultat soit valide. En effet, des variations de $\varphi_n(t)$ différentes de mode à mode mais périodiques de période $1/f_{\text{rep}}$ modifieraient la forme de l'enveloppe $A(t)$, tandis que des variations non périodiques affecteraient la structure régulière du spectre.

On peut enfin se demander quelle est l'origine de la largeur ultime d'une raie du peigne. Nous avons vu que la durée de l'impulsion $\Delta t_{1/2}$ fixe la largeur du spectre, le taux de répétition $\tau_{\text{rep}} = \frac{1}{f_{\text{rep}}}$ fixe l'espacement des raies du peigne. C'est donc un temps plus long intervenant dans le système qui va fixer la largeur d'une raie. Le spectre n'est discret que grâce à la cohérence des trains d'onde successifs. C'est le temps τ_{coh} sur lequel cette cohérence peut être maintenue qui va fixer la largeur d'une raie [82]. Aucun effet fondamental ne vient donc limiter la précision de la mesure du battement entre un laser de largeur de raie finie et un mode du peigne, pourvu que τ_{coh} soit suffisamment grand.

2.1.2 Métrologie des fréquences optiques

Nous allons brièvement retracer les différentes étapes qui ont conduit à l'avènement de l'utilisation des peignes de fréquence optique pour la spectroscopie de haute précision.

Les chaînes de fréquence

Il y a de cela une dizaine d'années, les mesures de longueurs d'onde en spectroscopie de haute résolution finissaient d'être supplantées par les mesures de fréquence. En effet, les déformations du front d'onde d'un interféromètre en laboratoire ne pouvaient être contrôlées à mieux que 10^{-10} . Le principe des mesures de fréquence consiste à comparer la fréquence de

la transition optique au standard de fréquence dans le domaine micro-ondes basé sur l'atome de Cs ($\simeq 9,192$ GHz). La vitesse de la lumière étant fixée depuis 1983 à $299\,792\,458$ m.s⁻¹, la conversion des fréquences en longueurs d'onde peut être effectuée sans dégradation des incertitudes de mesure. Toutes les expériences de métrologie des fréquences sont toujours actuellement basées sur cette comparaison, même si de nombreuses équipes travaillent à la réalisation d'un nouveau standard de fréquence dans le domaine optique pour l'avenir utilisant une transition d'horloge dans un ion (Yb⁺ [95], In⁺ [53], Hg⁺ [51], Ca⁺ [80] etc..) ou un atome neutre (Sr [88],...).

Ce sont les moyens de raccorder ces deux domaines de fréquence éloignés qui ont évolués dans les dix dernières années. Les premières mesures de fréquence supposaient en effet l'utilisation d'une chaîne très complexe visant à multiplier le standard jusqu'au domaine optique, des lasers relais étant utilisés pour pallier l'affaiblissement des signaux lors des nombreux processus non-linéaires. De plus, le choix des transitions à étudier était fréquemment en partie dicté par l'existence ou non d'une coïncidence de fréquence entre le laser d'excitation et ses harmoniques avec une combinaison la plus simple possible des lasers étalons disponibles. Par exemple, notre groupe a utilisé pour la mesure de la transition à deux photons 2S-8S/8D en 1992 [30] :

$$\nu_{2S-8S/8D} + \nu_{\text{HeNe}/\text{CH}_4} \simeq \nu_{\text{HeNe}/\text{I}_2} \quad (2.24)$$

le laser HeNe/I₂ ayant été mesuré par rapport à l'étalon primaire de fréquence. L'étude de la transition 2S-10S/10D aurait été *a priori* légèrement plus favorable, car plus étroite, sans être trop sensible aux champs électriques parasites (les déplacements Stark augmentant avec l'extension de la fonction d'onde et du dipôle quand le nombre quantique principal n augmente). A l'époque cependant, l'absence de concordance proche avec des lasers étalons a conduit à écarter ce choix.

La division d'intervalles de fréquence optiques

Th. Hänsch a tout d'abord proposé l'idée dès 1989 [62] de renverser le principe de multiplication d'un standard micro-ondes à l'oeuvre dans les chaînes de fréquence par une division des intervalles de fréquence optique à mesurer. Supposons que l'on dispose de deux lasers de fréquences ω_1 et ω_2 dont on souhaite mesurer l'intervalle. On peut asservir en phase la seconde harmonique d'un laser de fréquence ω_3 avec la somme ($\omega_1 + \omega_2$). On obtient alors rigoureusement la moitié de l'intervalle initial (voir fig. 2.7). Cette méthode possède le grand avantage sur la chaîne classique de fréquence de fonctionner pour un large éventail de fréquences optiques (on évite ainsi la nécessité des coïncidences). Cependant, il faudrait au moins 12 dispositifs de ce type en cascade pour se ramener dans le domaine micro-ondes, et donc un nombre de lasers relais tout aussi important que dans les chaînes de fréquence habituelles. Cette idée ne fut donc utilisée que partiellement, dans la comparaison du laser à colorant à 243 nm servant à l'excitation de la transition 1S-2S au MPQ avec le standard à Cs [89].

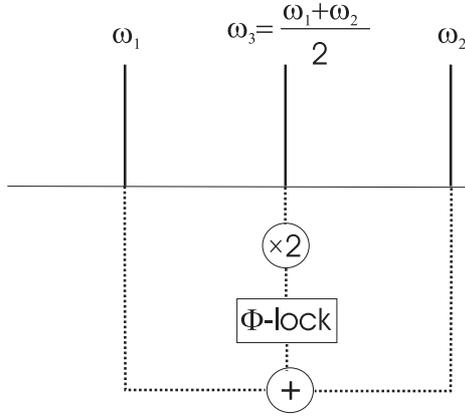


FIGURE 2.7: Schéma de principe du diviseur d'intervalle de fréquences optiques (OFID).

Mesure de différences de fréquence grâce aux impulsions femtosecondes

L'idée du peigne de fréquences optiques n'est pas nouvelle. On sait que l'on peut créer des bandes latérales sur un laser monofréquence en modulant sa phase à l'aide d'un cristal électro-optique, jusqu'à quelques GHz. En entourant le cristal d'une cavité dont les modes coïncident avec ces fréquences, on génère un peigne de fréquence s'étendant sur quelques THz [19, 38]. Cette méthode a été utilisée au MPQ pour mesurer le déplacement isotopique hydrogène/deutérium de la transition 1S-2S [70]. Par ailleurs, il y a déjà 20 ans, le peigne de fréquences généré par un laser à colorant picoseconde à modes verrouillés en phase avait été utilisé pour mesurer la structure fine du sodium 4D [21]. Cependant l'extension de ces peignes en longueur d'onde restait trop faible pour présenter un véritable intérêt métrologique.

La solution est venue des lasers Ti:Sa femtosecondes à modes verrouillés en phase développés au cours des années 1990. Le spectre de ces impulsions, centré dans le visible à 800 nm, s'étale sur plusieurs dizaines de THz, et la constance de l'espacement des différentes raies a été vérifiée d'abord à mieux que 3×10^{-17} [98], et récemment à 10^{-19} [36]. La fréquence d'un mode du peigne f_N pouvait donc s'écrire (eq. 2.8) :

$$f_N = N \times f_{\text{rep}} + f_0 \quad (2.25)$$

formant ainsi une règle graduée de fréquences. Ces peignes ont d'abord été utilisés pour mesurer des différences de fréquences, le taux de répétition f_{rep} étant imposé par l'horloge à Cs [89] (voir fig. 2.8 en haut).

La course était alors lancée pour accéder à l'intervalle de fréquence maximal. Étendre davantage le spectre en sortie du laser fs se révélait difficile en dessous de 10 fs, aussi les équipes du MPQ et du JILA se sont elles tournées vers l'élargissement dans une fibre optique monomode, en prenant parti des modes de propagation du type soliton dans ces milieux confinés, atteignant des intervalles de 45 THz [89] puis 104 THz [18]. Cependant, l'ensemble du peigne pouvant fluctuer à cause du décalage f_0 , les mesures de fréquence absolue n'étaient

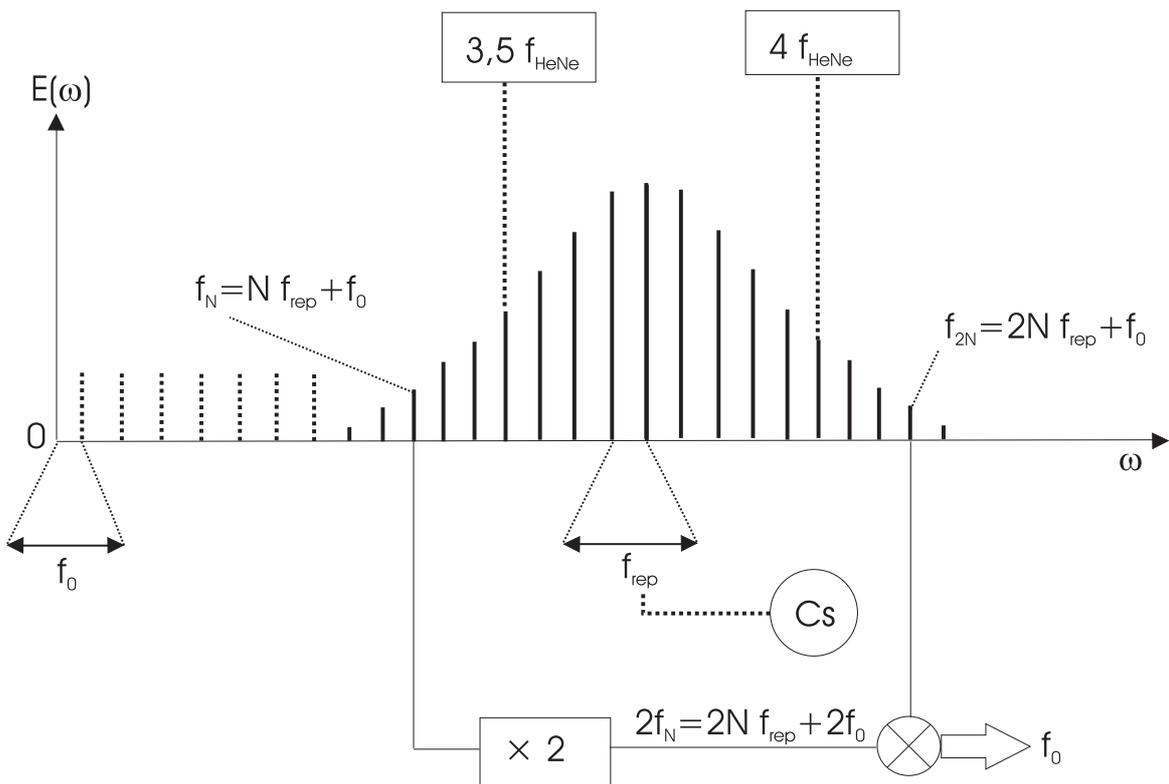


FIGURE 2.8: Schéma d'un peigne de fréquences optiques. En haut, premier lien direct entre les fréquences optiques et le standard Cs réalisé à l'aide d'un laser femtoseconde. Le taux de répétition est fixé relativement à l'étalon primaire, venant ainsi imposer la moitié de la fréquence d'un laser HeNe/CH₄. La validité des opérations $3,5 \times f_{\text{HeNe}}$ et $4 \times f_{\text{HeNe}}$ est assurée par un *OFID*. En bas, principe de la méthode d'autoréférence $f-2f$.

pas encore faciles.

Le synthétiseur de fréquences optiques

L'étape suivante consistait à trouver une méthode simple pour relier la fréquence de chacun des modes du peigne au standard radiofréquence du césium. En effet, la position absolue du peigne fut d'abord imposée en verrouillant en phase plusieurs modes du peigne avec les harmoniques d'un laser étalon (par exemple HeNe/CH₄) dont la fréquence absolue était connue approximativement [89]. Néanmoins la position finale de la transition mesurée dépendait toujours du laser de référence. L'innovation décisive est venue du JILA où une fibre optique microstructurée (baptisée fibre à cristal photonique) récemment fabriquée [32] fut à même d'élargir le spectre jusqu'à 300 THz, de l'infrarouge jusqu'au vert, c'est-à-dire suffisamment pour que les raies f_N et f_{2N} coexistent au sein du peigne. La fréquence absolue des raies n'était toujours pas connue, même si ce progrès permettait de comparer tous les étalons visibles à un laser ultrastable (Nd:YAG, f_{1064}), dont la fréquence pouvait désormais être mesurée directement par rapport à l'horloge à Cs (via la différence entre f_{1064} et $2f_{1064}$, incluse dans le peigne) [50]. Cette avancée a permis à l'équipe de T.W. Hänsch de proposer le schéma extrêmement simple que nous utilisons dans cette thèse, généralement appelé sous le nom d'autoréférence f-2f [69]. Il consiste à déterminer le décalage f_0 en effectuant le battement entre la partie infrarouge et la partie verte du spectre (voir fig. 2.8 en bas). Toutes les fréquences absolues f_N (obéissant à l'équation 2.25) sont maintenant connues sans utilisation d'un laser externe, le dispositif tenant sur une table optique de 1 m² et remplaçant l'ensemble des chaînes de fréquence du passé.

L'incertitude d'une mesure de fréquence absolue réalisée avec un tel peigne est malgré tout reliée à la qualité du standard radiofréquence, qui se voit multiplié par un entier de l'ordre de 10⁵. En effet, si l'exactitude à long terme est assurée, la précision obtenue sur la seconde dépend de la stabilité de l'horloge à Cs utilisée. Ainsi la précision de la mesure de la transition 1S-2S fut limitée en 2000 par le standard par lien GPS [90]. L'apport au MPQ d'une horloge atomique à fontaine transportable construite au SYRTE permit de gagner un facteur 20 sur la précision de cette mesure en 2004 [39]. Plusieurs laboratoires ont mis en place un système de communication des standards de fréquence par fibre optique, et étudiés leur viabilité et les améliorations possibles [2, 34].

Développements récents

La technologie des peignes de fréquence évolue à l'heure actuelle dans plusieurs directions. En ce qui concerne la métrologie des fréquences optiques, les efforts tendent à simplifier encore la mise en oeuvre du peigne. La dimension des cavités sur les lasers Ti:Sa est réduite au maximum afin de disposer d'un maximum d'énergie par mode de fréquence, les taux de répétition parvenant jusqu'à 3 GHz actuellement. Un peigne dont le spectre contient directement une octave (sans fibre à cristal photonique) a été développé [86], évitant les désalignements

fréquents de la fibre. Les impulsions de ce peigne, d'une durée de 5 fs, côtoient ainsi la limite théorique de 4 fs pour les lasers Ti:Sa inhérente à la largeur de la bande d'émission (670 nm- 1050 nm). De même des lasers à fibre dopées à l'Er⁺ sont apparus. Ne nécessitant pas d'alignement, leur utilisation est plus simple et plus fiable, même si leur taux de répétition est pour l'instant plus faible que celui des lasers Ti:Sa. Par ailleurs, l'équipe du MPQ s'est attachée à élargir le domaine possible d'utilisation du peigne, tout d'abord vers l'infrarouge par différence de fréquence dans un cristal non-linéaire [105], puis récemment vers l'UV lointain grâce à la génération d'harmoniques élevées dans une vapeur de Xe [61]. Les peignes de fréquence sont également utilisés comme laser d'excitation de la transition lors de transitions à un ou deux photons dans l'atome de Rb, au lieu de se cantonner au rôle de mesure de longueur d'onde. Ceci a été possible en modélisant la dynamique des transferts de population cohérents provoqués par les impulsions [81]. Le dernier champ de recherche concerne le contrôle de la phase des impulsions. Les variations de cette phase (qui s'identifie à f_0) ont pu être maîtrisées d'impulsion à impulsion grâce à un asservissement jouant sur la puissance de pompe du laser Ti:Sa [24, 73]. Une véritable cohérence de phase a ainsi pu être établie entre les porteuses de deux peignes différents au JILA [33].

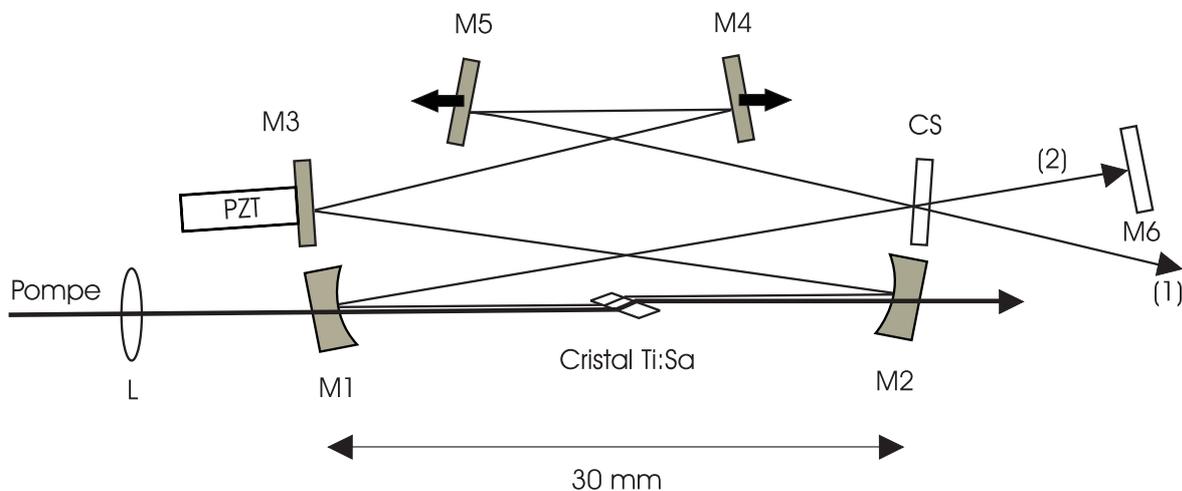


FIGURE 2.9: Schéma de la cavité du laser

2.2 Particularités de notre peigne

2.2.1 Le laser femtoseconde

Lorsque nous avons décidé de nous équiper d'un peigne de fréquences optiques, une firme allemande (Menlo Systems GmbH) avait déjà commencé à commercialiser des ensembles complets de peignes optiques destinés à la métrologie. Le meilleur compromis temps/crédits semblait être de leur acheter le laser femtoseconde, et de construire le reste du système par nous-mêmes.

Description

Le laser GigaJet 20 est composée de six miroirs formant une cavité en anneau de longueur initialement réglée à 30 cm, ainsi que d'un cristal de Ti:Sa très dopé taillé à l'incidence de Brewster long de 2.4 mm (voir fig. 2.9). Les miroirs M1 et M2 sont des miroirs sphériques concaves ($R_c = -30\text{mm}$), les miroirs M3, M4 et M5 des miroirs plans. Le coupleur de sortie a une transmission de 2% à 800 nm. Le cristal de Ti:Sa est pompé via un faisceau gaussien à 532 nm focalisé par une lentille L de distance focale 30 mm. L'échauffement du cristal lié à son absorption (5 cm^{-1} à 532 nm) est dissipé par un bloc de cuivre refroidi par une circulation d'eau.

Deux lasers de pompe ont été testés successivement : un Millennia Xs (Spectra-Physics), multimode longitudinal, et un Verdi V5 (Coherent), monomode longitudinal. Ces deux lasers utilisent un cristal de Nd:YVO₄ pompé par diode puis sont doublés en fréquence pour fournir un faisceau quasi-gaussien à 532 nm. Les puissances utilisées pour pomper le laser femtoseconde varient entre 4 W et 4,5 W. Nous comparerons les résultats obtenus par la

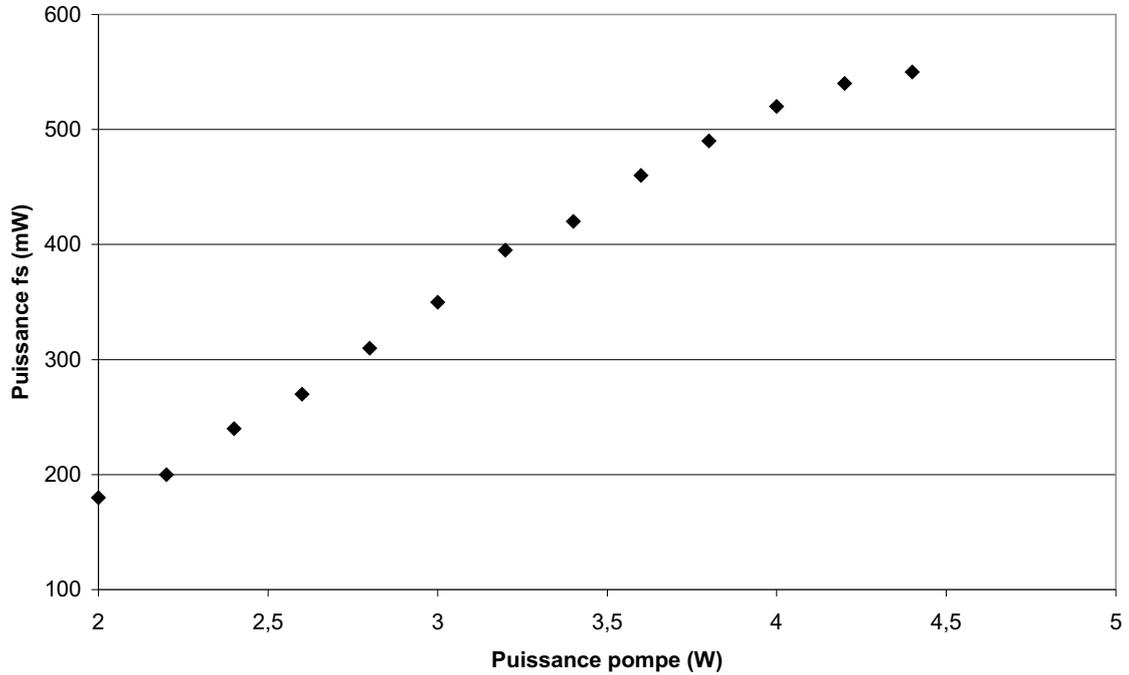


FIGURE 2.10: Puissance délivrée par le laser femtoseconde sur les deux voies en fonction de la puissance de pompe (régime continu)

suite.

Fonctionnement en régime continu

Le faisceau laser sort de la cavité par le coupleur de sortie CS dans les directions (1) et (2) tant que le laser fonctionne en régime continu.

Les réfractions en entrée et sortie du cristal engendrent un astigmatisme qui est compensé par l'angle de réflexion sur les miroirs sphériques M1 et M2. Une modélisation de la cavité fonctionnant en régime continu dans le formalisme des matrices ABCD a permis de retrouver la valeur de cet angle ($\simeq 11^\circ$), pré-réglé par le constructeur, que nous avons conservé lors des modifications apportées à la cavité.

On optimise la puissance du mode continu en utilisant le miroir de renvoi M6 afin de maximiser la puissance sur la somme des deux directions d'oscillation. On aboutit naturellement à un mode spatial TEM₀₀, délivrant typiquement 650 mW pour 4 W de pompe (voir fig. 2.10). La polarisation du mode est horizontale, l'incidence à Brewster sur le cristal créant des pertes sur le mode de polarisation vertical.

Un miroir M2 monté sur une translation permet d'explorer la zone de stabilité. La focalisation optimale dans le cristal est obtenue en éloignant M2 d'environ 0,3 mm à partir du bord

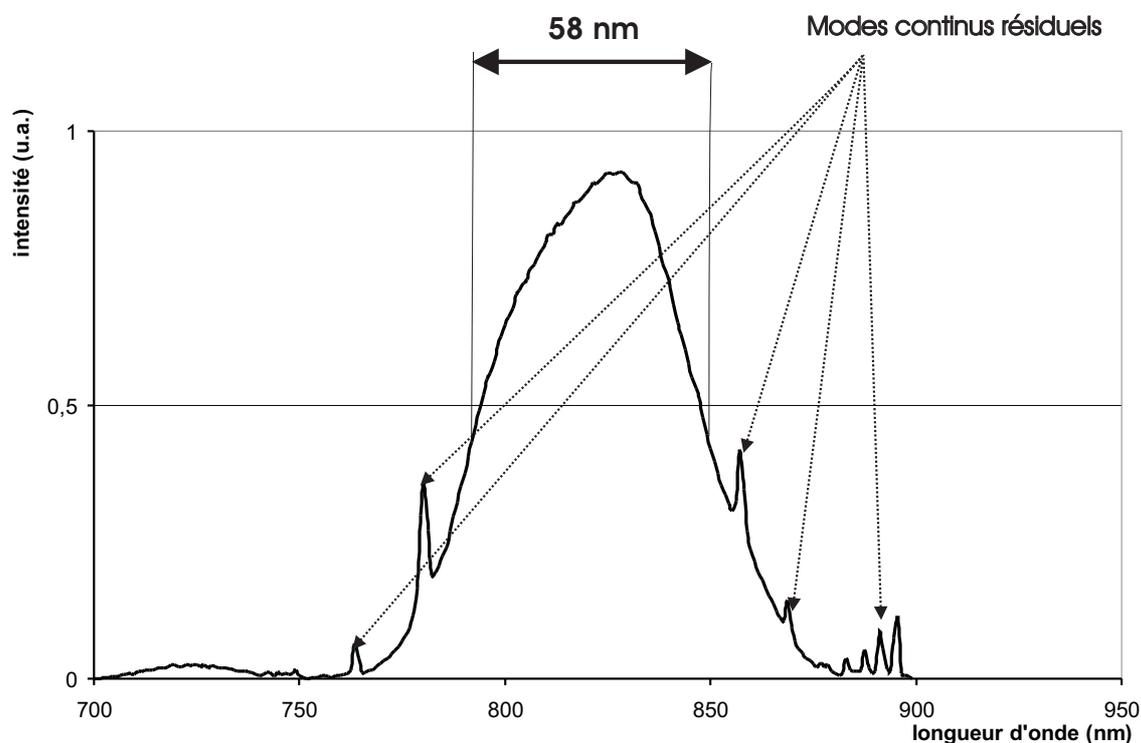


FIGURE 2.11: Exemple de spectre du laser femtoseconde en régime de verrouillage de phase

interne de la zone de stabilité. Au-delà, des modes transverses d'ordre croissant apparaissent et la puissance décroît.

Fonctionnement en régime de verrouillage de phase

Le verrouillage de phase par effet Kerr se met plus facilement en place quand le réglage en régime continu est légèrement asymétrique. La puissance dans la direction (1), celle souhaitée dans le régime femtoseconde, doit donc être favorisée, ce qui est réalisé en désalignant un peu le laser dans le plan horizontal. On cherche ensuite un endroit de la zone de stabilité où la cavité lase sur plusieurs modes TEM_{00} longitudinaux, à des longueurs d'onde espacées de l'ordre d'une dizaine de nanomètres. Cette zone a une extension limitée (environ $10 \mu\text{m}$). Enfin, sous l'action d'un choc sur l'un des miroirs, le laser passe en mode femtoseconde, comblant ainsi les intervalles entre les différents modes longitudinaux pour former un quasi-continuum s'étalant de 750 nm à 900 nm. Un tel spectre est représenté sur la figure 2.11.

Les miroirs M1 à M5 de la cavité, en grisé sur la figure 1, engendrent une GDD négative (-45 fs^2 par réflexion), tandis que le cristal introduit une GDD égale à environ 150 fs^2 [4], l'air traversé ($\simeq 30 \text{ cm}$) environ 6 fs^2 , et la réflexion sur le coupleur de sortie environ 30 fs^2 . Le bilan de dispersion de la vitesse de groupe est globalement légèrement négatif, ce qui autorise

la propagation d'une onde soliton.

Si l'on suppose que le paquet d'ondes de l'impulsion est limité par transformée de Fourier et que l'on admet en première approximation que le spectre est gaussien, alors on peut calculer la durée de l'impulsion associée à la largeur à mi-hauteur $\Delta\lambda_{1/2}$ du spectre observée, d'après l'équation (2.21) :

$$\Delta t_{1/2} = \frac{2\ln(2)}{\pi\Delta\nu_{1/2}} = 0.441 \times \frac{\lambda^2}{c\Delta\lambda_{1/2}} \quad (2.26)$$

La durée à mi-hauteur d'une impulsion limitée par transformée de Fourier serait donc de 17,3 fs. Ceci ne donne qu'une borne inférieure à la durée de l'impulsion : nous n'avons pas jugé nécessaire d'effectuer des mesures d'autocorrélation, ces valeurs étant suffisantes pour obtenir une octave après la fibre à cristal photonique. Notons qu'il peut demeurer des traces de modes continus, comme dans l'exemple de la figure 2.11. En retouchant finement la cavité, il suffit de maximiser à nouveau la puissance de sortie pour les éliminer.

On obtient typiquement une puissance de 500 mW en régime femtoseconde pour une puissance de pompe de 4 W, ce qui correspond à une énergie par impulsion d'environ 500 pJ.

Modifications apportées

Afin d'éviter un salissement trop rapide des miroirs du laser femtoseconde, nous avons fermé l'enceinte du laser en ajoutant une fenêtre d'entrée à Brewster pour la pompe à 532 nm, et une fenêtre de sortie pour l'impulsion femtoseconde. La cavité est ainsi en vase clos. Par ailleurs, l'ensemble du peigne de fréquences, monté sur une table optique 1m × 1m, est posé sur un marbre et entouré par une boîte en plexiglass dans laquelle règne une légère surpression. Ces modifications contribuent également à améliorer la stabilité de la phase entre porteuse et enveloppe, les fluctuations de la densité de l'air dans la cavité ou dans le trajet du faisceau pompe pouvant engendrer des oscillations basse fréquence ($\simeq 1$ Hz) de la fréquence porteuse/enveloppe de l'ordre de quelques dizaines de MHz.

Le débit d'eau initialement prévu dans le cristal a également été réduit, des vibrations acoustiques autour de 900 Hz présentes dans le tuyau de refroidissement du cristal se communiquant à la longueur de la cavité et perturbant l'asservissement du taux de répétition.

Enfin nous avons diminué le taux de répétition de 1 GHz à 890 MHz, en écartant de quelques centimètres les miroirs M4 et M5, comme indiqué sur la figure 2.9. En effet, le recouvrement de la partie infrarouge doublée et de la partie verte du spectre en sortie de la fibre à cristal photonique est dès lors plus facile à obtenir, car l'énergie contenue dans une impulsion augmente, facilitant les interactions non-linéaires au sein de la fibre à cristal photonique. Cependant, pour des taux de répétition inférieurs à 700 MHz, la puissance délivrée en régime continu décroît (*a priori* à cause de l'absorption du cristal qui devient trop élevée).

2.2.2 Contrôle du taux de répétition

Le principe de l'asservissement du taux de répétition est une boucle à verrouillage de phase entre le taux de répétition (ou une de ses harmoniques) et une référence de radio-fréquence extérieure. La longueur de la cavité peut être ajustée grâce à la cale piézo-électrique montée derrière le miroir M3.

Signal d'erreur de phase

Nous avons la chance de disposer d'un lien par fibre optique entre notre laboratoire et le SYRTE situé à l'Observatoire de Paris, responsable du Temps Atomique Français. Ceci nous permet d'utiliser comme référence de fréquence le standard à 100 MHz du SYRTE. L'équipe du BNM module une diode laser à $1,55 \mu\text{m}$, longueur d'onde standard des télécommunications, par un signal à 100 MHz verrouillé en phase sur un maser à hydrogène dont l'exactitude est contrôlée par le standard de fréquence de l'horloge à césium (Temps Atomique International). Après un parcours dans la fibre d'environ 3 km, la démodulation au laboratoire grâce à une autre diode fournit un signal à 100 MHz avec un rapport signal à bruit de 85 dB dans une bande d'analyse de 1 kHz. La fiabilité d'un lien par fibre optique a été quantifiée par notre équipe précédemment [15], ainsi qu'au LPL sur des distances supérieures et aux longueurs d'onde que nous utilisons actuellement [2]. Elle est pour l'instant inférieure au bruit intrinsèque du maser à hydrogène, qui s'élève à $10^{-13}/\sqrt{Hz}$. La présence de la fibre ne dégrade donc pas pour nous de façon significative la validité de la référence de fréquence. Pour que la référence de fréquence ne soit pas un facteur limitatif de la précision des mesures absolues de fréquences optiques, il faut que l'incertitude relative du standard soit petite devant l'incertitude admissible au niveau des mesures optiques. Comme l'objectif est une mesure à 3×10^{-13} , il suffit que l'exactitude du standard soit connue à mieux que 10^{-14} . Ceci est largement réalisé puisque l'exactitude des horloges à fontaine de Cs peut atteindre 10^{-15} .

En termes de stabilité à court terme du taux de répétition, il semble préférable de verrouiller en phase une harmonique élevée du taux de répétition. En effet, toute boucle de phase comporte un bruit électronique résiduel, et on gagne donc a priori un facteur N sur le bruit résiduel du taux de répétition si on verrouille sur l'harmonique d'ordre N. Nous avons choisi N=11 qui correspondait au gain maximal des amplificateurs RF dont nous disposions.

Il reste donc à produire un signal autour de 11 GHz issu du 100 MHz standard et à le mélanger à l'harmonique N du taux de répétition pour obtenir un signal d'erreur de phase. Nous avons pour ce faire mis en place une chaîne hyperfréquence dont nous allons préciser les éléments (voir fig. 2.12).

Le signal à 100 MHz provenant de la fibre est envoyé après amplification dans une diode (SRD 33002) dont on utilise la non-linéarité pour générer des harmoniques élevés de 100 MHz. On utilise ensuite un filtre accordable YIG pour sélectionner la raie à 11 GHz de ce peigne, l'impédance d'entrée étant ajustée grâce à une pointe amovible. Les autres harmoniques ont

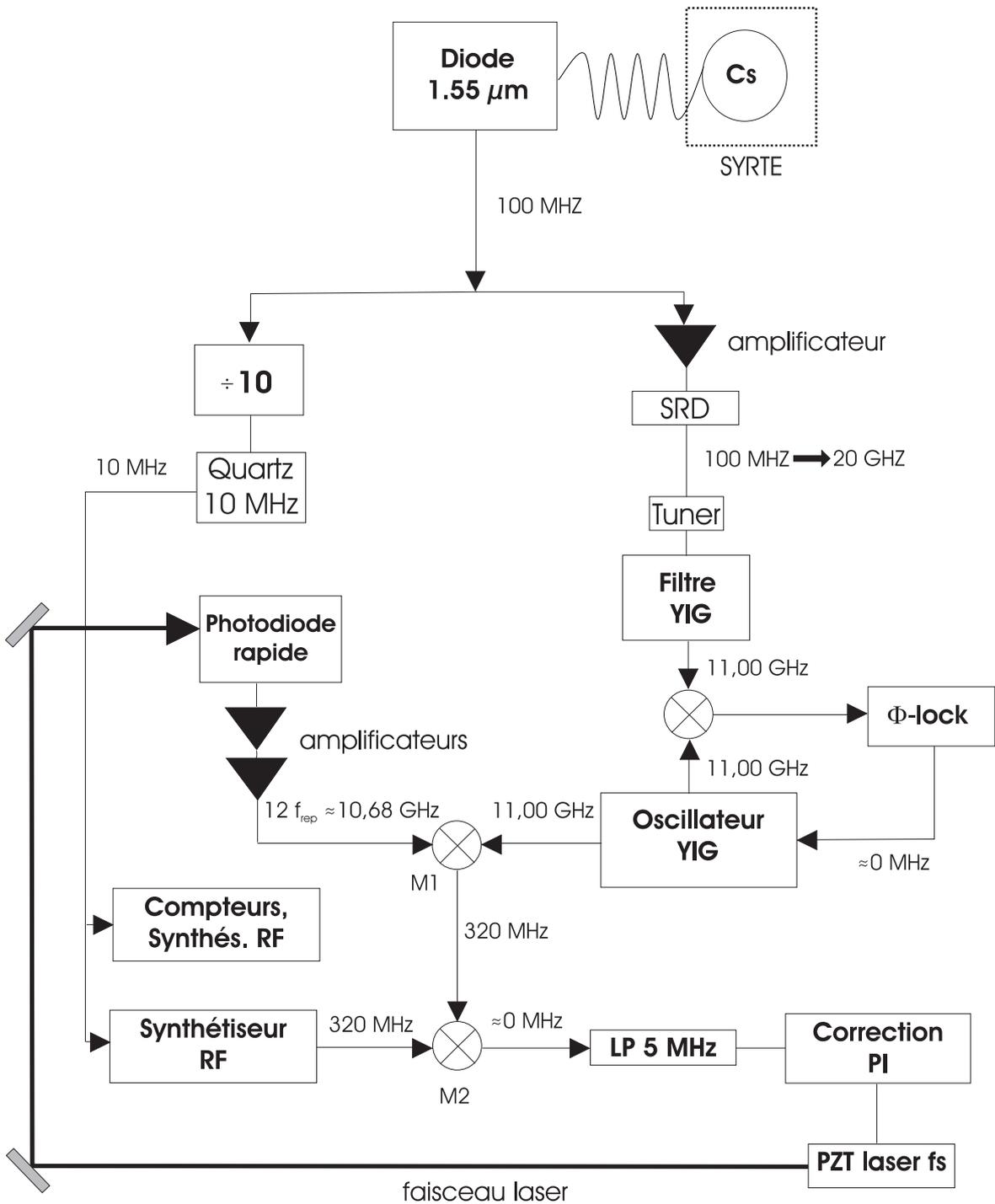


FIGURE 2.12: Schéma de principe de la chaîne hyperfréquence.

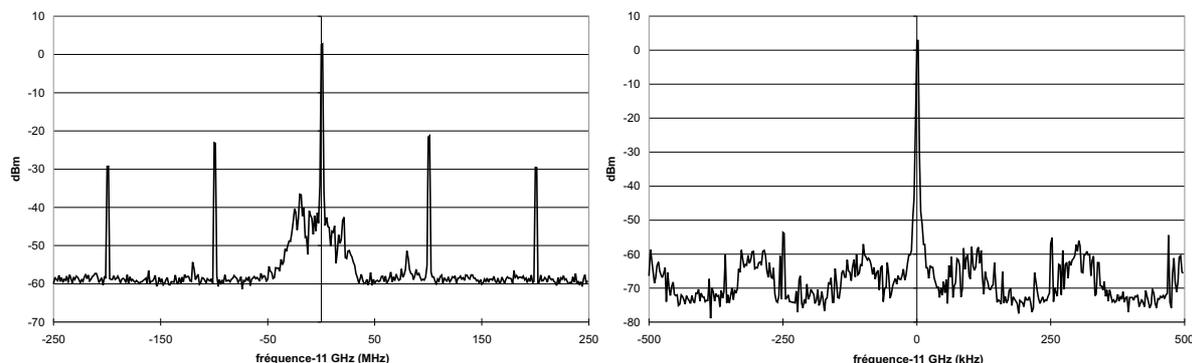


FIGURE 2.13: Signal à 11 GHz en sortie du filtre dans une bande d'analyse de 100 kHz (à gauche) et après l'oscillateur YIG dans une bande d'analyse de 1 kHz (à droite).

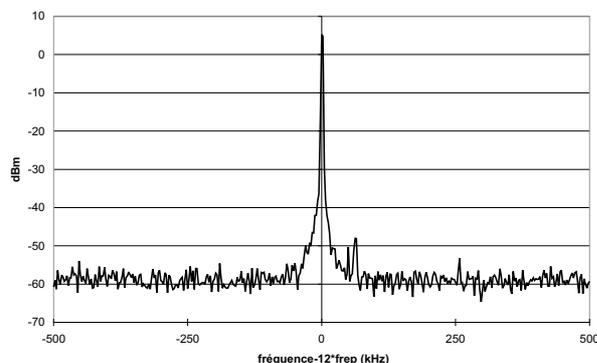


FIGURE 2.14: 12ème harmonique du taux de répétition ($f_{rep}=890$ MHz), dans une bande d'analyse de 1 kHz.

un taux de réjection de 25 dB (voir fig. 2.13). Pour réduire ces bandes latérales, on verrouille en phase un oscillateur YIG sur le pic à 11 GHz amplifié. La sortie de l'oscillateur YIG donne un pic à 11 GHz standard avec un rapport signal à bruit de 70 dB dans une bande d'analyse de 1 kHz (voir fig. 2.13).

Par ailleurs, le taux de répétition est mesuré directement en prélevant une fraction du faisceau femtoseconde (2 mW) sur une photodiode rapide (*Pulsar* BT-28-463/1D) après focalisation. Après un passage dans deux amplificateurs hyperfréquences successifs, on obtient le taux de répétition et ses harmoniques. Les pics dont le rapport signal à bruit est important (30 dB dans une bande d'analyse de 300 kHz) sont compris dans la bande passante des amplificateurs, entre 6 et 18 GHz, avec un optimum autour de 11 GHz. Le pic centré à $12 \times f_{rep}$ présente un rapport signal à bruit de 65 dB dans une bande d'analyse de 1 kHz (voir fig. 2.14).

Après mélange des voies (1) et (2) dans M1, on ramène la différence ($11 \text{ GHz} - 12 \times f_{rep}$) à fréquence nulle en remélangeant avec un synthétiseur RF dans M2. C'est par la suite la

fréquence de ce synthétiseur qui permettra de faire varier la fréquence du peigne quand le taux de répétition est asservi. Après passage par un filtre passe-bas (coupure à 5 MHz), on obtient finalement le signal d'erreur en phase recherché.

Correction proportionnelle intégrale (PI)

La rétroaction s'effectue sur la cale piézo-électrique après passage par une correction proportionnelle intégrale.

En l'absence de correction intégrale, les éléments intervenant dans la rétroaction sont la résistance de sortie R_s de l'amplificateur haute tension qui pilote la cale piézo-électrique, sa capacité de sortie C_s , le gain linéaire G ajouté par la rétroaction et la capacité de la cale C_p elle-même. Nous avons d'abord essayé de mesurer C_p . En effet, pour C_s nul et $R_s = 2,5$ k Ω la boucle d'asservissement se met à osciller, au-delà d'une certaine valeur du gain, à une fréquence de 5 kHz. La cale piézo-électrique siffle, effet d'une résonance mécanique. Cette oscillation apparaît lorsque le diagramme de Bode en boucle ouverte coupe l'axe de gain unitaire à une fréquence supérieure ou égale à la fréquence de coupure f_c du filtre passe-bas formé par R_s et C_p . En effet la phase associée à la rétroaction devient alors négative, ce qui engendre l'oscillation. On peut donc déduire de cette mesure la valeur de C_p :

$$C_p = \frac{1}{2\pi R_s f_c} \simeq 13 \text{ nF} \quad (2.27)$$

Cette valeur est proche des 15 nF annoncés par le constructeur. Cependant à gain plus faible il demeure des fluctuations à haute fréquence importantes, l'amplificateur haute tension étant peu filtré, qui sont amplifiées à l'approche de f_c .

Il est donc nécessaire d'augmenter le gain à basse fréquence en rajoutant une correction intégrale. La boucle à verrouillage de phase est du second ordre, utilisant des filtres RC (voir fig 2.15).

Reste à régler le gain de la boucle de rétroaction via le potentiomètre de 100 k Ω . Nous maintenons toujours le gain à une valeur juste légèrement supérieure au gain nécessaire à l'accrochage. En effet, le laser est plus stable à très court terme que la référence, et augmenter le gain revient à transférer au laser la stabilité du standard à des fréquences de plus en plus élevées. Ceci conduit dans notre cas à un élargissement du battement d'une raie du peigne avec une fréquence extérieure. Le rôle du standard est donc principalement d'assurer la stabilité sur des échelles de temps supérieures à la milliseconde, et la valeur absolue de la fréquence mesurée.

2.2.3 Mesure de la phase entre porteuse et enveloppe de l'impulsion

Nous utilisons la méthode classique d'auto-référence "f-2f" décrite dans la section précédente. L'ensemble du montage optique est récapitulé sur la figure 2.16.

Élargissement du spectre dans la fibre à cristal photonique

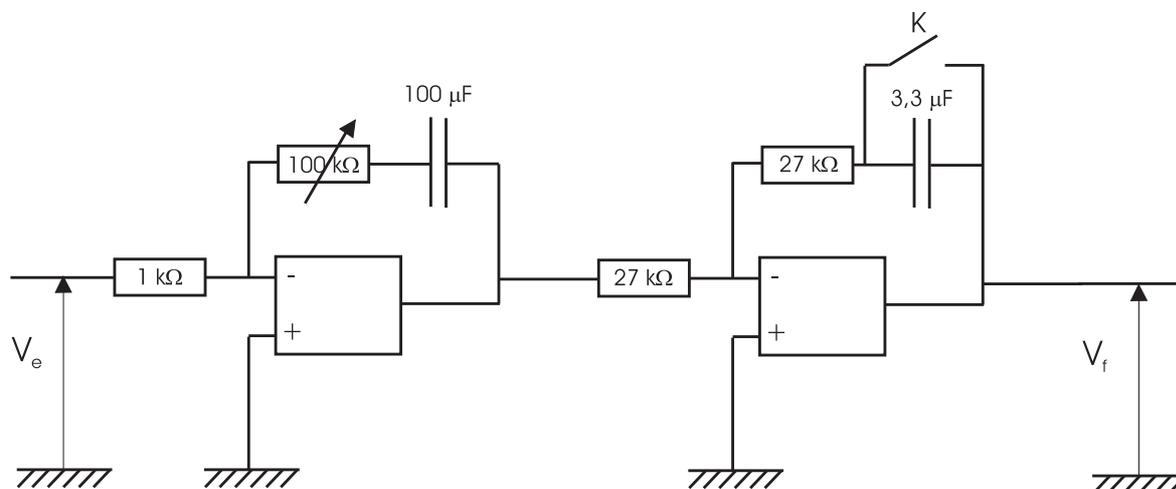
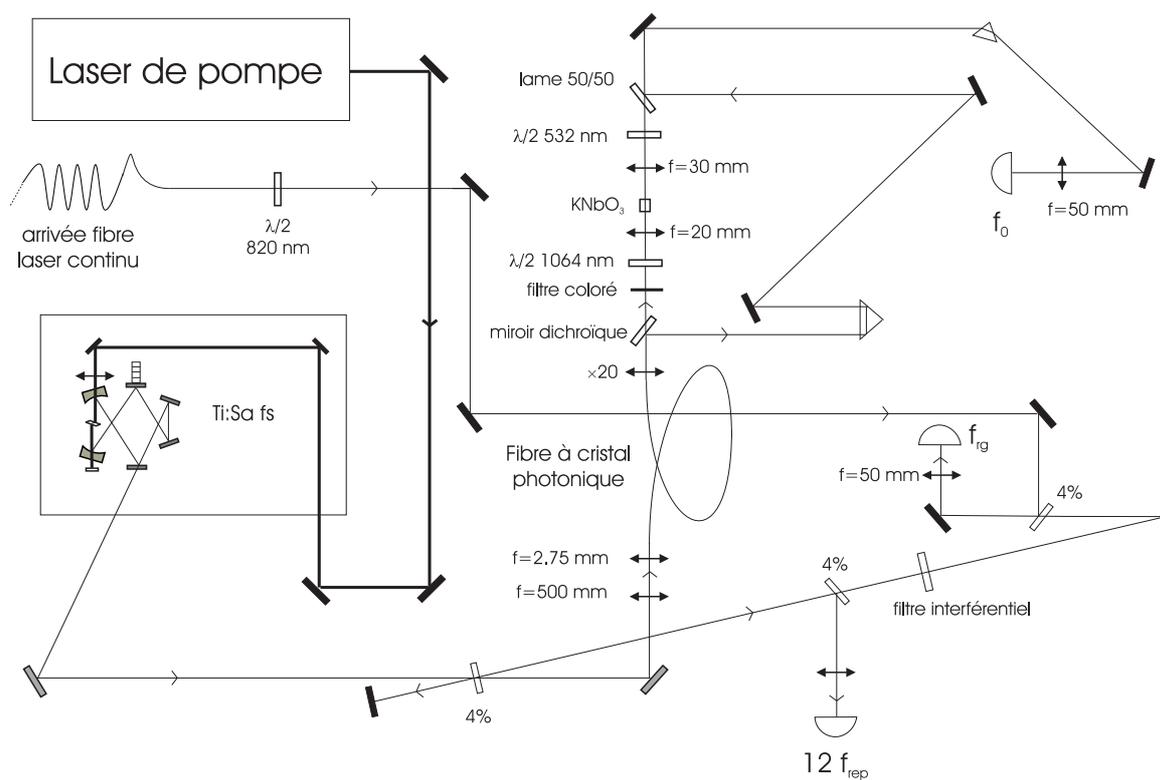


FIGURE 2.15: Schéma électrique de la correction proportionnelle intégrale. Temps caractéristiques : premier étage 10 s, deuxième étage 0,09 s.



[P]

FIGURE 2.16: Schéma optique du dispositif de mesure absolue. En noir, miroirs R_{max} ; en grisé, miroirs à dispersion négative.

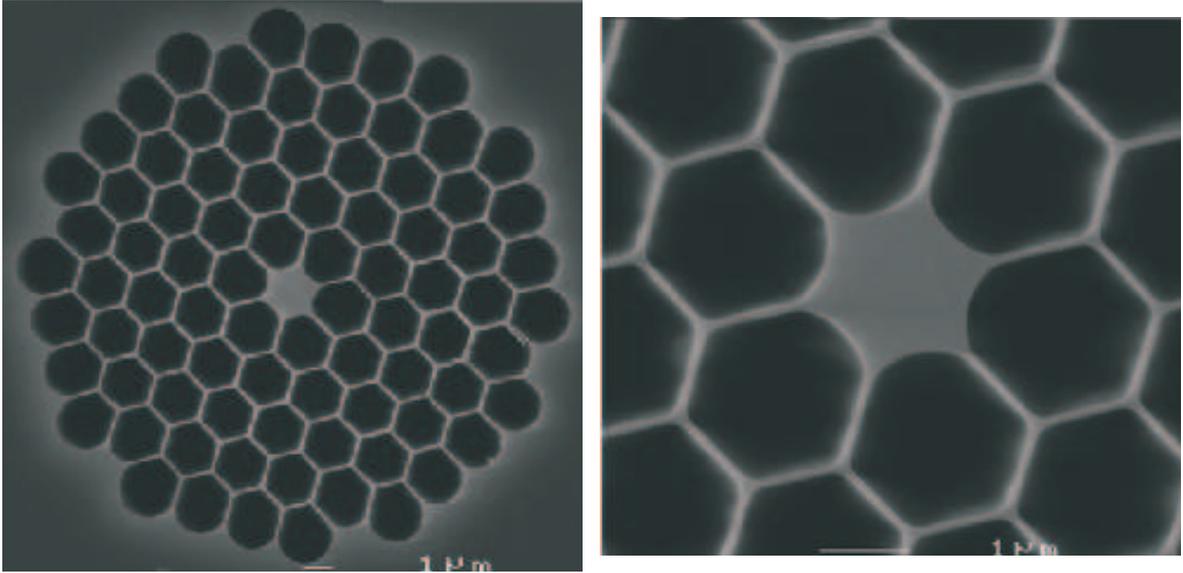


FIGURE 2.17: Fibre à cristal photonique NL-17-670 fabriquée par Crystal Fibre.

En sortie du laser, le faisceau femtoseconde est renvoyé par deux miroirs (Layertec) dont la GDD est inférieure à 20 fs^2 sur une plage allant de 700 à 850 nm. Ceci assure que l'impulsion n'est pas élargie temporellement lors des réflexions. Il s'agit donc ensuite de coupler ce faisceau dans la fibre à cristal photonique. Cette fibre, produite par Crystal Fibre (Danemark), est longue d'environ 40 cm. Elle est basée sur une microstructure en nids d'abeille où l'air qui entoure à 90% le coeur de la fibre assure le confinement électromagnétique (voir fig. 2.17). Le coeur de la fibre a un diamètre de $1,7 \mu\text{m}$. Ce faible diamètre permet à la dispersion négative due au guidage dans la fibre de compenser substantiellement la dispersion normale de la silice pour des longueurs d'onde inférieures au micromètre [40]. Une propagation de type soliton est ainsi possible, ce qui permet à l'impulsion de conserver une durée faible tout au long de son parcours dans la fibre, et de profiter efficacement des effets non-linéaires comme l'automodulation de phase. La dispersion de la vitesse de groupe de notre fibre est ainsi nulle autour de 670 nm, ce qui range cette fibre dans la catégorie des fibres à fort coefficient non-linéaire ($139 \text{ W}^{-1} \cdot \text{km}^{-1}$ à 800 nm). L'atténuation dans la fibre est de l'ordre de $300 \text{ dB} \cdot \text{km}^{-1}$, ce qui est négligeable sur la longueur utilisée ($\simeq 0,15 \text{ dB}$). Le profil du mode à l'intérieur de la fibre est quasi-gaussien, avec une largeur à $1/e$ de l'ordre du μm .

Nous avons essayé plusieurs optiques pour le couplage :

- des objectifs de couplage Nikon $\times 40$ et $\times 60$ à grande frontale.
- des lentilles asphériques Geltech sélectionnées car leurs aberrations sphériques étaient corrigées à des longueurs d'onde voisines de 800 nm et leur nombre d'ouverture était suffisamment élevé ($>0,5$).

modèle	f (mm)	Ouverture	λ_0 (nm)	Microscope équivalent
C230TM	4.5	0.55	780	$\times 35$
C330TM	3.1	0.68	830	$\times 52$
C390TM	2.75	0.65	830	$\times 58$
C150TM	1.5	0.5	780	$\times 80$

L'injection est réglée par deux miroirs à dispersion de la vitesse de groupe négative, afin de minimiser l'élargissement de l'impulsion. Les fibres à cristal photonique sont biréfringentes, aussi on intercale une lame $\lambda/2$ à 780 nm afin de faire tourner la polarisation horizontale de l'impulsion sur l'un des axes propres de la fibre, qui conduisent au meilleur élargissement. A cause de la forte focalisation sur la face d'entrée, l'échauffement local est conséquent, aussi est-il nécessaire de contraindre la fibre le mieux possible, en rapprochant au maximum la face d'entrée du support. Nous avons opté pour un support équipé de translations micrométriques sur lequel la fibre est plaquée par une bande souple magnétique. En effet, son faible diamètre (114 μm) n'autorise pas des fixations classiques. L'alignement change légèrement pendant les premières minutes d'utilisation, obligeant à suivre continûment la dérive thermique avant stabilisation. La stabilité des miroirs d'injection est elle aussi cruciale. Enfin la sortie de la fibre est couplée à l'aide d'un objectif Nikon $\times 20$. L'alignement est fréquemment conservé pendant la journée entière.

Le couplage dans la fibre et l'élargissement du spectre en sortie vont de pair. Nous avons observé les meilleurs résultats avec l'objectif $\times 60$ et la lentille asphérique C390TM, qui correspond d'ailleurs à un microscope équivalent $\times 58$. Le dispositif final retenu inclue une première lentille de focale 500 mm placée 10 cm avant la lentille asphérique C390TM. On obtient jusqu'à 120 mW en sortie du dispositif, ce qui équivaut à un couplage global de 25 %. L'état de surface de la face d'entrée est important : il a fallu recouper la fibre plusieurs fois suite à une dégradation de l'injection.. ou un mauvais clivage.

Notons que continuer à améliorer l'injection n'aurait pas conduit à de meilleurs résultats pour la mesure du décalage du spectre par rapport à l'origine. En effet, le spectre en sortie de la fibre (voir fig. 2.18) n'est pas un spectre blanc, mais comporte en général trois régions identifiables : une partie rouge qui demeure au voisinage de la longueur d'onde de l'impulsion injectée, une partie infrarouge et une partie verte. Or au fur et à mesure que l'injection augmente, les parties IR et verte s'éloignent symétriquement de 800 nm, de sorte que le recouvrement entre la région verte et la région IR doublée croît puis s'amenuise.

La forme et la stabilité du spectre obtenu en sortie de fibre sont très dépendants de la qualité du mode femtoseconde. Par exemple, quand la puissance du faisceau pompe est trop grande (5 W), un spectre quasi-blanc de même amplitude peut être observé. Le Ti:Sa est alors dans un mode chaotique dans lequel les phases des différents modes sont décorréliées. Les signaux enregistrés sur les photodiodes par la suite présentent alors un bruit blanc très élevé sur toute la bande de fréquence inférieure à 1 GHz.

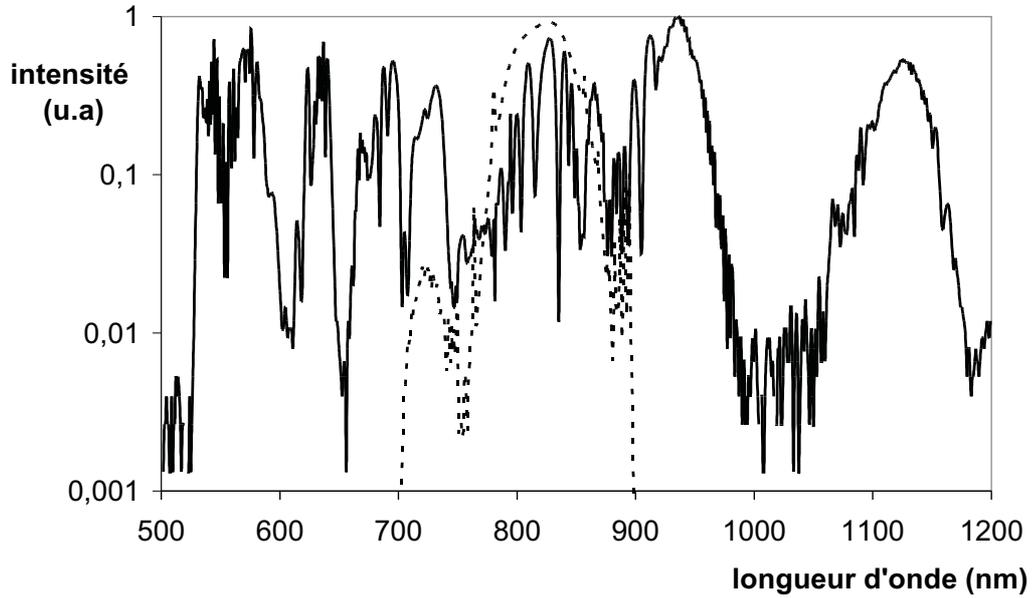


FIGURE 2.18: Spectre de l'impulsion femtoseconde : avant la fibre (pointillés), et après la fibre (trait plein).

Remarquons enfin que le spectre, à l'intérieur même d'une des régions évoquées précédemment, présente des indentations dont la position est très sensible à la puissance injectée [58]. Ceci pourra être à l'origine de fluctuations lentes du niveau du battement $f-2f$. Ce phénomène pourrait *a priori* être évité en raccourcissant la longueur de la fibre : en effet, l'essentiel de l'élargissement du spectre a lieu dans les premiers 5 à 10 cm de la fibre puis sature le long du reste de la fibre, en créant de plus en plus d'indentations [11].

Choix du cristal non-linéaire

Le choix du cristal destiné à doubler la partie infrarouge du spectre s'est basé sur ce constat : le recouvrement optimal s'effectuait pour une partie verte centrée entre 525 et 550 nm et une partie infrarouge centrée entre 1050 et 1100 nm. Après quelques visites dans différents laboratoires (LPL, SYRTE, BIPM), nous avons constaté l'utilisation de trois types de cristaux non-linéaires : KTP, KNbO_3 et LBO. Nous avons également considéré le choix du BBO et du BIBO.

Pour une onde lumineuse continue monochromatique, le taux de conversion s'écrit comme suit [8] :

$$\alpha = \frac{P_{2f}}{P_f^2} = \frac{\omega_2}{2c^3\epsilon_0} \frac{k_f l}{\pi} h_m(B, \xi) \frac{d_{\text{eff}}^2}{n^3} \quad (2.28)$$

où $B = \rho \frac{\sqrt{k_f l}}{2}$ quantifie l'effet de l'angle de double réfraction ρ pour une longueur d'interaction donnée. ξ , rapport de la longueur du cristal à la longueur focale de l'onde incidente représente le recouvrement entre le cristal et l'onde. On supposera que ce dernier paramètre est ajusté à sa meilleure valeur lors de l'optimisation de la focalisation dans le cristal, alors $h_m(B, \xi) = h_{mm}(B)$.

On compare les cristaux pour une longueur de 5 mm. Les données suivantes sont calculées à 1064 nm. Les coefficients de doublage en continu sont donnés à titre de comparaison entre cristaux.

Cristal	d_{eff} en pm/V	n	$\frac{d_{\text{eff}}^2}{n^3}$ (pm^2/V^2)	ρ (°)	$h_{mm}(B)$	α (W^{-1})
KTP	3.59	1.8	2.21	0.23	0.9	$4.9 \cdot 10^{-4}$
KNbO ₃	12.3	2.22	13.8	2.57	0.2	$6.8 \cdot 10^{-4}$
LBO	0.83	1.60	0.20	0.4	0.75	$3.7 \cdot 10^{-5}$
BBO	2	1.65	0.89	3.2	0.14	$3.1 \cdot 10^{-5}$
BIBO	2.96	1.79	1.53	1.47	0.31	$1.2 \cdot 10^{-4}$

D'autre part, l'impulsion à doubler s'étend ici potentiellement sur une plage de longueur d'onde importante (50 nm), et le battement f-2f résulte d'une interférence collective entre tous les modes présents dans les parties verte et infrarouge. Il faut donc également considérer la fenêtre spectrale $\Delta\lambda$ dans laquelle le cristal est accordable. Cette plage spectrale varie notamment comme l'inverse de la longueur du cristal. Le paramètre d'importance dans l'observation du battement f-2f est donc $\alpha\Delta\lambda$. Les données ci-dessous sont calculées pour un cristal long de 5 mm.

Cristal	$\Delta\lambda$ (nm)	$\alpha\Delta\lambda$ ($\text{nm}\cdot\text{W}^{-1}$)
KTP	1.76	$8.6 \cdot 10^{-4}$
KNbO ₃	1.2	$8.2 \cdot 10^{-4}$
LBO	17.2	$6.4 \cdot 10^{-4}$
BBO	8.8	$2.7 \cdot 10^{-4}$
BIBO	4.35	$5.2 \cdot 10^{-4}$

Les deux meilleurs candidats semblent donc être le KTP et le KNbO₃. Nous avons préféré le dernier car c'est celui qui nécessitait la plage d'accord la moins large, et permettait par là de cibler le plus efficacement la longueur d'onde où l'intensité spectrale infrarouge était maximale. En effet, contrairement à ce que suppose la simple comparaison du paramètre $\alpha\Delta\lambda$, le spectre infrarouge n'est pas blanc.

Notons que pour des longueurs d'interaction supérieures, le KTP redevient nettement meilleur grâce à son angle de double réfraction très faible, d'où son emploi répandu dans le doublage continu 1064nm \rightarrow 532 nm.

Nous avons donc opté pour un cristal de KNbO_3 d'une longueur de 5 mm. L'angle d'accord de phase varie entre $\theta = 22^\circ$ à $1,1 \mu\text{m}$ et $\theta = 17^\circ$ à $1,05 \mu\text{m}$. La face d'entrée est traitée anti-reflet large bande de 1050 nm à 1100 nm et la face de sortie anti-reflet de 525 nm à 550 nm. Le faisceau infrarouge passe d'abord par une lame $\lambda/2$ à 1064 nm et un filtre coloré passe-bas à 610 nm (pour éviter toute absorption par le cristal de lumière verte résiduelle). Il est ensuite focalisé dans le cristal par un doublet achromatique de focale 20 mm. Le faisceau vert est enfin collecté par un autre doublet de focale 30 mm.

On peut prévoir l'ordre de grandeur de la puissance obtenue dans le vert. On peut estimer la puissance moyenne disponible dans une fenêtre infrarouge de 1.2 nm à environ $P_m = 10$ mW. La puissance IR instantanée vue par le cristal au passage de l'impulsion vaut environ :

$$P_i = P_m \frac{\tau_{rep}}{\Delta t_{1/2}} \quad (2.29)$$

D'où une puissance doublée de $\alpha P_i \simeq 10 \mu\text{W}$, à comparer avec une valeur mesurée de plusieurs dizaines de μW .

Battement f-2f

En sortie de la fibre, on sépare la partie verte du spectre grâce à un miroir dichroïque. Pour faire interférer cette impulsion et l'impulsion doublée, il faut avoir recouvrement spatial et temporel au niveau de la photodiode de détection. C'est pourquoi on envoie la partie verte du spectre dans une ligne à retard constituée d'un prisme à réflexion totale (PRT) monté sur une translation micrométrique. La différence entre les deux bras de l'interféromètre doit être un multiple de la longueur de la cavité femtoseconde. La tolérance sur la longueur du bras réglable est directement donnée par la longueur de cohérence de l'impulsion $l_c = c\Delta t_{1/2} \simeq 5 \mu\text{m}$. On recombine le faisceau vert et le faisceau doublé, dont la polarisation est ajustée par une lame $\lambda/2$ à 532 nm, sur une lame semi-réfléchissante. Afin de n'envoyer sur la photodiode rapide que la portion du spectre vert correspondant au recouvrement, un prisme en Flint est intercalé : la faible surface de la photodiode joue le rôle de filtre spatial. Le signal RF passe enfin par un filtre passe-bande et deux amplificateurs d'un gain total de 60 dB.

Avec un tel montage, nous obtenons un battement f-2f qui présente un rapport signal à bruit de 35 à 40 dB dans une bande d'analyse de 300 kHz. L'utilisation d'un laser pompe Millennia Xs rajoute un bruit à haute fréquence qui s'étend jusqu'à 3 MHz par rapport au laser pompe Verdi V5 (voir fig. 2.19). Un tel élargissement dû au bruit de phase a également été rapporté lors de la comparaison entre des lasers pompe Millennia Xs et Verdi V10 [102]. Ceci ne perturbe toutefois guère la qualité des mesures absolues de fréquence effectuées. La largeur à mi-hauteur du battement est de l'ordre du MHz. Sa position est sensible à la puissance de pompe (déplacement d'environ 10 MHz/mW), phénomène d'ailleurs utilisé pour asservir la phase porteuse-enveloppe [69]. Une légère modification de l'angle d'injection de la pompe dans le cristal conduit au même résultat, ce qui est pratique pour déplacer le battement dans la zone de fréquence voulue, en l'absence d'un élément déphaseur intra-cavité comme celui

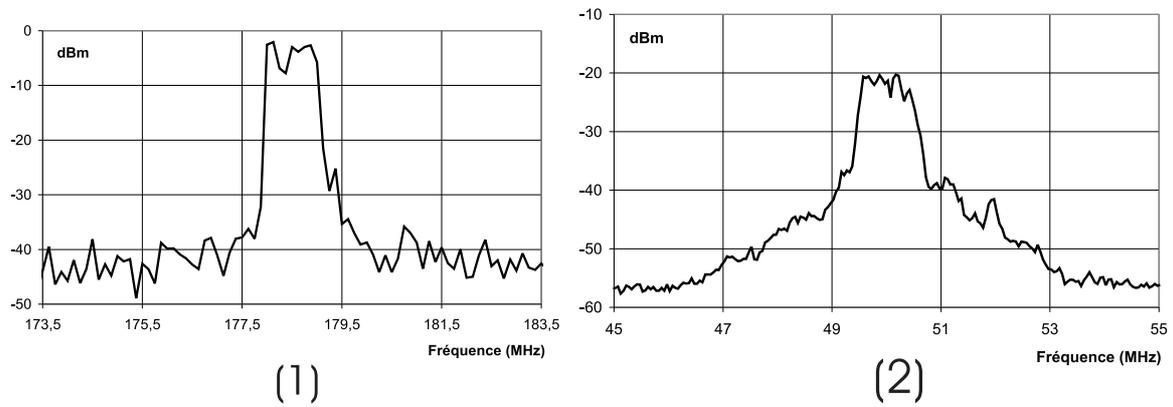


FIGURE 2.19: Battements f - $2f$ avec les lasers de pompe : Verdi V5 (1) ou Millenia X (2).

utilisé dans [24]. Le rapport signal à bruit observé représente un net progrès par rapport aux premiers modèles du genre [50], où le rapport signal à bruit était de 15 à 20 dB dans une bande d'analyse de 100 kHz.

2.2.4 Mesure d'une fréquence extérieure

Battement de fréquence avec une longueur d'onde inconnue

Maintenant que la fréquence de chaque raie du peigne de fréquence est connue, il ne reste qu'à faire interférer un faisceau de longueur d'onde inconnue avec l'impulsion femtoseconde pour connaître sa fréquence absolue. Cependant contrairement au battement $f-2f$, l'interférence résulte ici de la superposition d'un unique mode spectral du peigne avec un laser continu. Or on peut estimer la puissance disponible par mode en sortie du laser femtoseconde p à :

$$p = P_m \frac{\lambda_0^2 f_{rep}}{c \Delta \lambda_{1/2}} \simeq 16 \mu W \quad (2.30)$$

Il s'agira donc du facteur limitant pour le rapport signal à bruit final du battement.

Nous avons cherché à tirer parti du fait que les longueurs d'onde que nous voulions mesurer étaient incluses dans le spectre de l'impulsion avant élargissement dans la fibre, qu'il s'agisse du laser Ti:Sa continu à 820 nm ou de la diode laser étalon asservie sur une transition à deux photons de l'atome de Rb⁸⁵ à 778 nm. Il suffira en effet de prélever une faible partie du faisceau (30 mW) avant le couplage dans la fibre. En effet, habituellement le battement s'effectue en prélevant les longueurs d'onde d'intérêt après la fibre. Cette méthode présente trois avantages. Tout d'abord, l'alignement de ce battement est très stable : on évite le problème de l'échauffement à l'entrée de la fibre à cristal photonique. Mais surtout les contraintes à respecter pour le spectre en sortie de fibre sont moindres : il n'est plus nécessaire de trouver un compromis entre un bon recouvrement des spectres et la présence d'un pic autour de la longueur d'onde inconnue. Le réglage de la polarisation d'entrée et de l'injection en est grandement facilité. Et enfin la puissance par mode est plus importante, le facteur 4 entre la puissance prélevée et la puissance en sortie de fibre étant largement compensé par l'absence d'étalement du spectre.

Il faut ensuite filtrer en longueur d'onde l'impulsion pour ne garder que les raies voisines de la longueur d'onde inconnue. Nous avons commencé par utiliser un réseau 1200 tr/cm, la photodiode rapide étant placée assez loin pour profiter de la dispersion. Cette méthode présente l'avantage de pouvoir facilement mesurer plusieurs longueurs d'onde simultanément, grâce à autant de photodiodes. Cependant, on perdait lors de la dispersion environ 90 % de la puissance du mode femtoseconde, d'autant que le réseau n'était pas blazé. Nous effectuons donc maintenant la sélection spectrale grâce à des filtres interférentiels, qui associent à une transmission de l'ordre de 50 % une fenêtre spectrale étroite de 2 nm, qui laisse passer typiquement un millier de raies du peigne. L'impulsion et le faisceau continu sont recombinaés sur une lame de verre avant d'être focalisés sur la photodiode rapide. Le signal RF passe enfin par un filtre passe-bande et deux amplificateurs d'un gain total de 60 dB.

Dans ces conditions, la puissance par mode du peigne au niveau de la photodiode est d'environ 300 nW, et celle du faisceau continu de 80 μW . Nous obtenons un battement entre un mode du peigne et le laser continu présentant un rapport signal à bruit supérieur à 40 dB

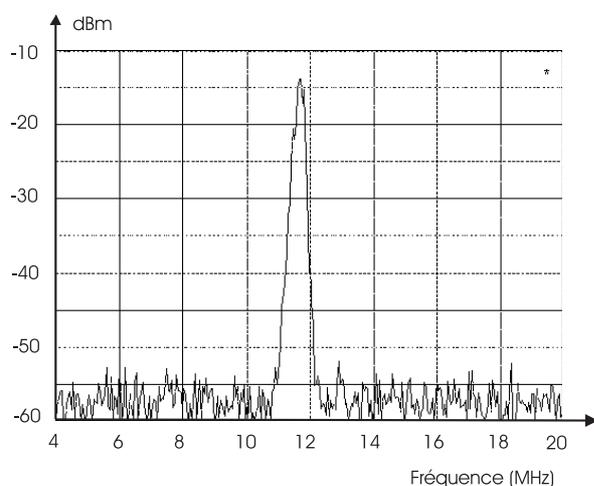


FIGURE 2.20: Battement de fréquence entre un mode du peigne et le laser Ti:Sa continu à 820 nm

dans une bande d'analyse de 300 kHz (voir fig. 2.20).

Détermination de la fréquence absolue

Une première solution pour déduire de ces battements la fréquence absolue consiste à compter séparément les deux battements, puis à en effectuer la somme ou la différence : l'une des combinaisons conduit à une fréquence fluctuant peu dans le temps, car le laser continu mesuré est relativement stable [50]. Cependant, nous préférons compter un battement à fréquence fixe, que nous fabriquons en mélangeant les deux battements. En effet, les fluctuations de la phase porteuse-enveloppe non asservie se transposent sur le battement avec le laser continu (voir fig. 2.21) quand le taux de répétition est fixé. Le battement résultant du mélange présente toujours un rapport signal à bruit supérieur à 30 dB dans une bande d'analyse de 300 kHz.

On peut alors le filtrer grâce à un filtre accordable de 250 à 500 MHz et de bande passante égale à 10 MHz. Le signal est enfin divisé en deux parties. L'une est comptée directement avec une résolution temporelle d'une seconde. L'autre sert à verrouiller en phase un oscillateur contrôlé en tension avec une bande passante de 1,8 MHz, qui est compté simultanément. Il faut cependant mélanger le battement à fréquence fixe avec un synthétiseur RF pour ramener le signal dans la page d'accrochage de l'oscillateur. La différence des deux fréquences, qui ne dépasse pas en moyenne quelques Hertz, permet de vérifier qu'aucun cycle n'est sauté lors de la conversion analogique-numérique dans les compteurs. L'information fournie par l'oscillateur contrôlé en tension se révèle également bien utile lors d'une séquence expérimentale si le rapport signal à bruit de l'autre battement s'est momentanément dégradé (voir fig. 2.22).

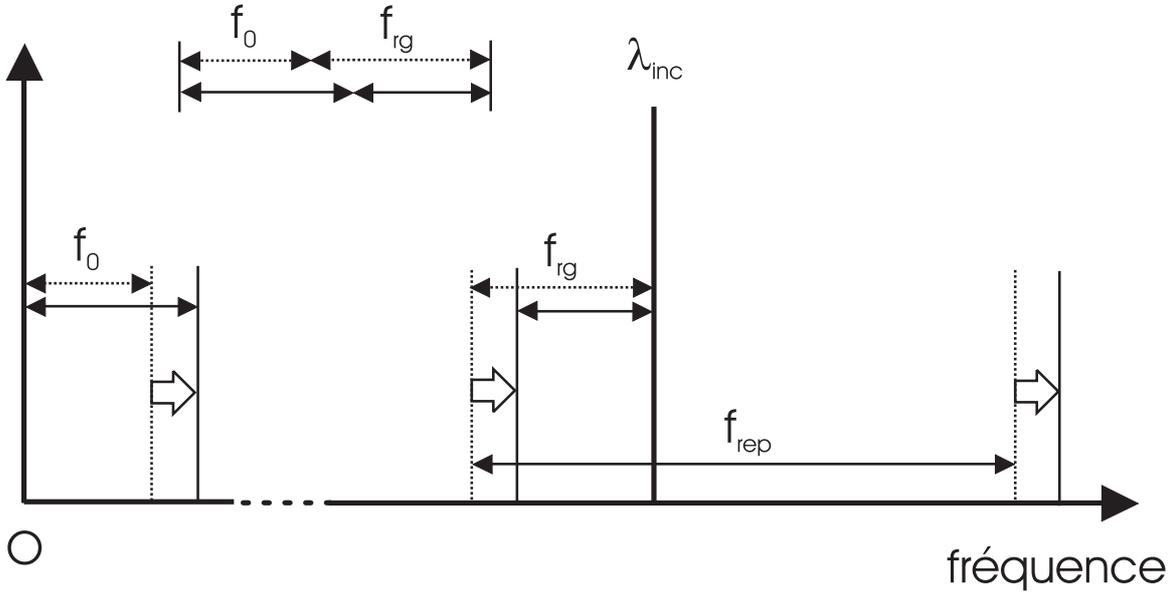


FIGURE 2.21: Fluctuations de la phase porteuse-enveloppe : la somme des battements est constante.

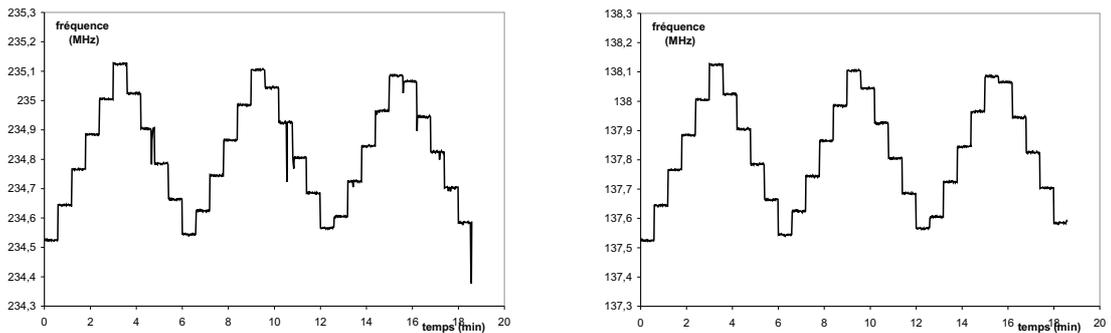


FIGURE 2.22: Exemple d'enregistrement de la fréquence pendant un balayage de la raie 1S-3S. A gauche, résultat du comptage du battement à fréquence fixe. A droite, même séquence enregistrée en comptant l'oscillateur verrouillé en phase.

2.3 Mesures de quelques lasers

2.3.1 La variance d'Allan

Dans l'optique des mesures de fréquence absolue que nous voulions effectuer, il était important de pouvoir évaluer la présence d'une éventuelle dérive très lente au sein de données affectées d'un bruit à "haute fréquence" (la cadence d'acquisition des compteurs, c'est-à-dire une seconde dans notre cas). Or il existe un outil privilégié pour séparer les composantes en fréquence du spectre de bruit d'un signal : la variance d'Allan $\sigma(\tau)$ [1]. Nous allons donc ici utiliser cette approche pour caractériser la stabilité des différents lasers mesurés. Je me limiterai dans cette partie à rappeler le principe de la méthode et à donner les résultats qui nous seront utiles. L'intégralité du raisonnement est expliquée dans la référence [100].

Considérons, comme c'est le cas dans notre expérience, une série de N mesures de fréquence réalisées par un compteur à une cadence fixe. La dispersion statistique de ces mesures peut être évaluée dans un premier temps via l'écart-type σ_{1s} . L'idée de la variance d'Allan est que l'on peut *a posteriori* grouper par paquets successifs ces N mesures afin de simuler un temps d'acquisition plus long (τ secondes) pour les compteurs de fréquence. La valeur de la fréquence mesurée lors de l'acquisition du $i^{\text{ème}}$ paquet est alors la valeur moyenne $f_{i,\tau}$ de τ mesures consécutives réalisées à la cadence initiale d'une seconde. On va ensuite analyser les différences de proche en proche de ces acquisitions successives :

$$y_{i,\tau} = f_{i+1,\tau} - f_{i,\tau} \quad (2.31)$$

La variance d'Allan est proportionnelle à la moyenne du carré de ces écarts sur les $N/(\tau-1)$ mesures disponibles, définie comme :

$$\sigma^2(\tau) = \frac{1}{2} \langle y_{i,\tau}^2 \rangle \quad (2.32)$$

On trace enfin habituellement $\log(\sigma(\tau))$ comme une fonction de $\log(\tau)$. L'intérêt de ce procédé est que la pente de cette courbe renseigne sur la statistique des fluctuations de fréquence, c'est-à-dire sur la nature d'éventuelles corrélations. En effet, il existe une relation entre le spectre de bruit de ces fluctuations et la forme de la variance d'Allan, qui devient bijective pour les fluctuations sur les temps longs.

L'incertitude lors de la détermination d'une valeur particulière de $\sigma(\tau)$ est liée à la dispersion des $N/(\tau-1)$ valeurs de $y_{i,\tau}^2$, et évolue donc comme $\sqrt{\frac{\tau}{N}}$. Pour $N=1$, elle vaut $\frac{\sigma_{1s}}{\sqrt{N}}$. Enfin, l'existence de la notion même d'écart-type limite la valeur maximale de τ à $N/3$.

On peut ainsi identifier la source de bruit majoritaire aux différentes échelles de temps. Nous allons expliciter simplement le calcul dans les quelques cas qui nous intéressent.

Bruit blanc

Tout d'abord, considérons des bruits blancs de fréquence, qui présentent donc une absence de corrélations dans leurs fluctuations. On peut écrire la fréquence $f(t)$ comme suit :

$$f(t) = f_0 + x(t) \quad (2.33)$$

où f_0 est la valeur moyenne de f et $x(t)$ est une fonction aléatoire stationnaire. On peut donc poser :

$$\langle x(t) \rangle = 0 \quad (2.34)$$

$$\langle x_{1s}^2(t) \rangle = \sigma_{1s}^2 \quad (2.35)$$

La dispersion des points est indépendante de l'intervalle de temps considéré. Quand le nombre de mesures N est grand devant τ , la distribution de la variable aléatoire associée à la valeur de $x(t)$ moyennée sur τ secondes tend vers une distribution gaussienne, de largeur $\sigma(\tau)$ et de valeur moyenne nulle. On s'intéresse ensuite à la variance des moyennes par paquets $f_{i,\tau}$. On sait que les valeurs d'origine obéissent à la distribution :

$$P(x_{1s}) = \frac{1}{\sigma_{1s}\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x_{1s}^2}{2\sigma_{1s}^2}\right) \quad (2.36)$$

On en déduit pour les valeurs moyennes sur τ s, donc τ mesures, en utilisant les propriétés de l'estimateur valeur moyenne, la distribution suivante :

$$P(x_{1s}) = \frac{\tau}{\sigma_{1s}\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\tau x_{1s}^2}{2\sigma_{1s}^2}\right) \quad (2.37)$$

La variance des $f_{i,\tau}$ est donc de $\sigma_{1s}/\sqrt{\tau}$, τ étant ici pris comme un nombre sans dimension. Quant aux $y_{i,\tau}$, leur variance est donnée par :

$$\langle y_{i,\tau}^2 \rangle = \langle (f_{i+1,\tau} - f_{i,\tau})^2 \rangle = 2\langle f_{i,\tau}^2 \rangle \quad (2.38)$$

On en déduit l'expression de la variance d'Allan $\sigma(\tau)$:

$$\sigma(\tau) = \sqrt{\frac{1}{2}\langle y_{i,\tau}^2 \rangle} = \sqrt{\langle f_{i,\tau}^2 \rangle} = \frac{\sigma_{1s}}{\sqrt{\tau}} \quad (2.39)$$

On retrouve donc simplement dans ce cas la variance classique des moyennes par paquets. Cette forme de la variance se traduit par une pente $-1/2$ dans le graphe $\log(\sigma(\tau)) = f(\log(\tau))$.

Bruit blanc et dérive lente

Etudions maintenant la situation où l'on rajoute à ce bruit blanc une dérive de fréquence aux temps longs, qui s'identifiera à une dérive linéaire au premier ordre. On comprend dès lors mieux l'intérêt de la définition d'Allan. En effet, la variance classique ne converge plus lorsque le nombre de mesures N augmente. Par contre la différence entre les $f_{i,\tau}$ va elle tendre vers une valeur finie et constante, dès lors que le temps d'acquisition fictif τ atteint une valeur suffisante pour moyennner les fluctuations aléatoires à un niveau inférieur à la dérive. On peut quantifier ceci par la nouvelle fonction $f(t)$:

$$f(t) = f_0 + x(t) + at \quad (2.40)$$

Pour le i^{eme} paquet, la moyenne sur τ mesures donne :

$$\begin{aligned} f_{i,\tau} &= \langle x_i(t) \rangle_\tau + a \langle t \rangle_\tau + f_0 \\ &= \langle x_i(t) \rangle_\tau + \frac{a}{\tau} \int_{i\tau}^{(i+1)\tau} at dt + f_0 \\ &= \langle x_i(t) \rangle_\tau + a\tau \left(i + \frac{1}{2}\right) + f_0 \end{aligned} \quad (2.41)$$

On en déduit pour les écarts $y_{i,\tau}$:

$$\begin{aligned} y_{i,\tau} &= f_{i+1,\tau} - f_{i,\tau} \\ &= \langle x_{i+1}(t) \rangle_\tau - \langle x_i(t) \rangle_\tau + a\tau \end{aligned} \quad (2.42)$$

On obtient enfin pour la variance d'Allan :

$$\begin{aligned} \sigma(\tau)^2 &= \langle x_i^2(t) \rangle_\tau + \frac{a^2\tau^2}{2} \\ &= \frac{\sigma_{1s}^2}{\tau} + \frac{a^2\tau^2}{2} \end{aligned}$$

τ est un nombre dans le premier terme et un temps dans le second terme de l'équation. Quand τ est grand, on retrouve bien une augmentation linéaire de la variance d'Allan. Ceci se transpose sur le graphe logarithmique par une rupture d'une pente $-1/2$ à une pente $+1$. La transition entre le régime dominé par le bruit blanc et celui dominé par la dérive s'effectue donc pour un temps d'acquisition τ_d tel que :

$$\tau_d^3 = \frac{2\sigma_{1s}^2}{a^2} \times 1s \quad (2.43)$$

2.3.2 Mesure du laser étalon stabilisé sur la transition 5S-5D du rubidium

Dès que notre peigne de fréquences optiques a été opérationnel, nous avons cherché à le tester. Nous avons utilisé pour cela le meilleur laser étalon de fréquence disponible au laboratoire. Il s'agit d'une diode laser stabilisée sur une transition à deux photons du Rb⁸⁵. Le but était double : réétudier la stabilité de l'étalon (dont la variance d'Allan est connue) avec le peigne de fréquences et vérifier la valeur absolue mesurée de la transition à deux photons.

Le laser Rb/2ν

Ce laser étalon a été développé vers 1995 [14] et a été comparé avec d'autres exemplaires au SYRTE [68]. Sa stabilité de fréquence est meilleure que celle d'un laser HeNe stabilisé sur l'iode, dont nous disposons également. Il est composé d'une diode laser à 778 nm montée en cavité étendue dans la configuration de Littrow, qui est asservie sur la transmission d'une cellule de Rb. La raie à deux photons choisie est la plus intense, 5S_{1/2}(F=3)-5D_{5/2}(F=5). Ainsi, la dernière mesure absolue de fréquence, effectuée à l'aide d'une chaîne de fréquence en 2000, a donné le résultat suivant pour le laser étalon du LKB [16] :

$$\nu_{Rb/2\nu}(LKB) = 385\,285\,142\,376,68 \pm 1,00 \text{ kHz} \quad (2.44)$$

La stabilité observée se traduisait par une variance d'Allan égale à $4 \times 10^{-13} \tau^{-1/2}$, et qui descendait jusqu'à environ 6×10^{-14} après 500 s.

En pratique, la fréquence du laser dépend de l'intensité envoyée dans la cellule de Rb, à cause du déplacement lumineux. La valeur donnée ci-dessus est obtenue par extrapolation à puissance nulle.

Mesure de la variance d'Allan du système Rb/2ν

On reporte ici les résultats obtenus lors de la mesure de l'étalon Rb/2ν grâce au dispositif de peigne référencé sur le signal à 100 MHz du SYRTE décrit dans les sections précédentes. Le nombre de mesures était de N=1000, espacées d'une seconde. Le temps d'intégration des compteurs est réglé sur 1 s, mais en réalité, le temps entre chaque mesure est de l'ordre de 1,2 s, principalement à cause du temps de lecture des compteurs et afin d'assurer une bonne synchronisation. La variance d'Allan présentée ici est donc un peu sous-estimée, comme c'est généralement le cas dans ce genre de mesures. A cause de ces temps morts, il convient d'être attentif lors de la comparaison entre des données enregistrées avec des temps d'intégration de 1 s et de 10 s.

Un exemple d'enregistrement pour une puissance intra-cellule estimée à 18 mW est présenté ci-après (voir figure 2.23). On distingue sur cette série de données une dérive linéaire, qu'un ajustement donne égale à environ 40 Hz/100 s. En corrigeant cette dérive, on peut évaluer la répartition du bruit et la comparer à la distribution gaussienne attendue pour un bruit blanc.

On peut calculer sur cette série de points la variance d'Allan relative, donnée par $\sigma(\tau)/f_{Rb}$

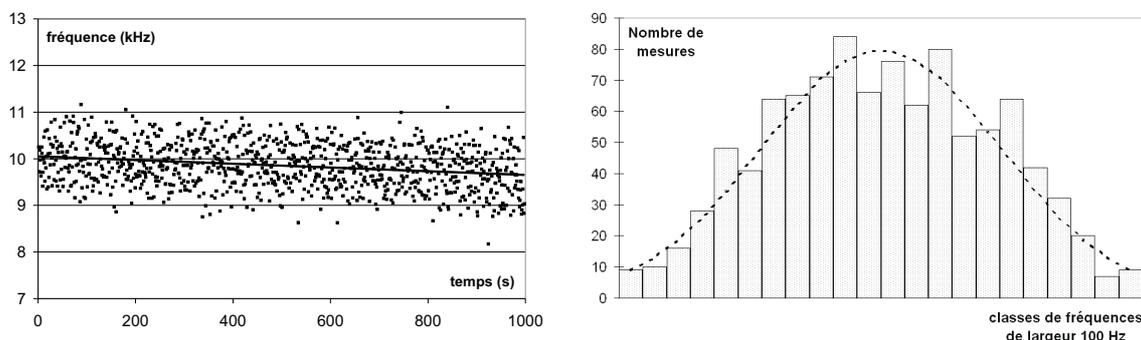


FIGURE 2.23: A gauche, $f_{Rb/2\nu} + 385\,285\,142\,360$ kHz lors d'un enregistrement de 20 minutes (trait plein, estimation de la dérive). A droite, comparaison à la loi normale du bruit de fréquence ($\sigma_{1s} = 497$ Hz).

(voir fig. 2.24). On trouve une variance en $1,3 \times 10^{-12} \tau^{-1/2}$ jusqu'à des temps d'intégration de 120 s. L'écart-type des points pour un temps d'intégration d'une seconde est de 500 Hz. Puis l'effet de la dérive linéaire prend le dessus. D'après l'équation (2.43), on attendait pour τ_d une valeur de 144 s. La variance d'Allan suggère ici une valeur proche ($\tau_d \simeq 120$ s). La stabilité est donc limitée ici à environ 8×10^{-14} , soit 30 Hz.

On ne peut à ce stade vraiment discriminer dans cette variance d'Allan la contribution du laser étalon et celle du peigne de fréquences.

Nous pensons que nous n'avons pas retrouvé la stabilité obtenue en 1998 pour cause d'un réglage trop imprécis des différents asservissements, qui aurait nécessité un investissement en temps relativement important. En effet, en ce qui concerne la dérive long terme, a et τ_d étaient directement liée au gain dans la boucle de rétroaction. Il aurait été surprenant que la valeur moyenne du signal fourni par la chaîne dérive autant. Néanmoins, il demeure possible que la valeur de $1,3 \times 10^{-12}$ sur une seconde soit due par exemple à un bruit de phase ajouté par la chaîne micro-onde au signal de référence du SYRTE. L'essentiel pour nous était de valider la viabilité du peigne de fréquences jusqu'à un niveau de précision inférieur à 10^{-13} , suffisant pour ne pas constituer un obstacle lors de la comparaison de la transition 1S-3S et de l'horloge à césium à un niveau de 3×10^{-13} .

Fréquence absolue du laser Rb/2ν

Nous avons profité de ces mesures pour vérifier la capacité de notre peigne à déterminer la fréquence absolue du laser Rb/2ν. Nous avons donc effectué la mesure de fréquence pour différentes valeurs de la puissance intra-cavité, afin d'évaluer le déplacement lumineux et d'extrapoler la fréquence à puissance nulle pour comparaison avec les mesures antérieures (voir fig. 2.25). Chaque point correspond à une intégration sur 1000 s. La puissance intra-cavité est

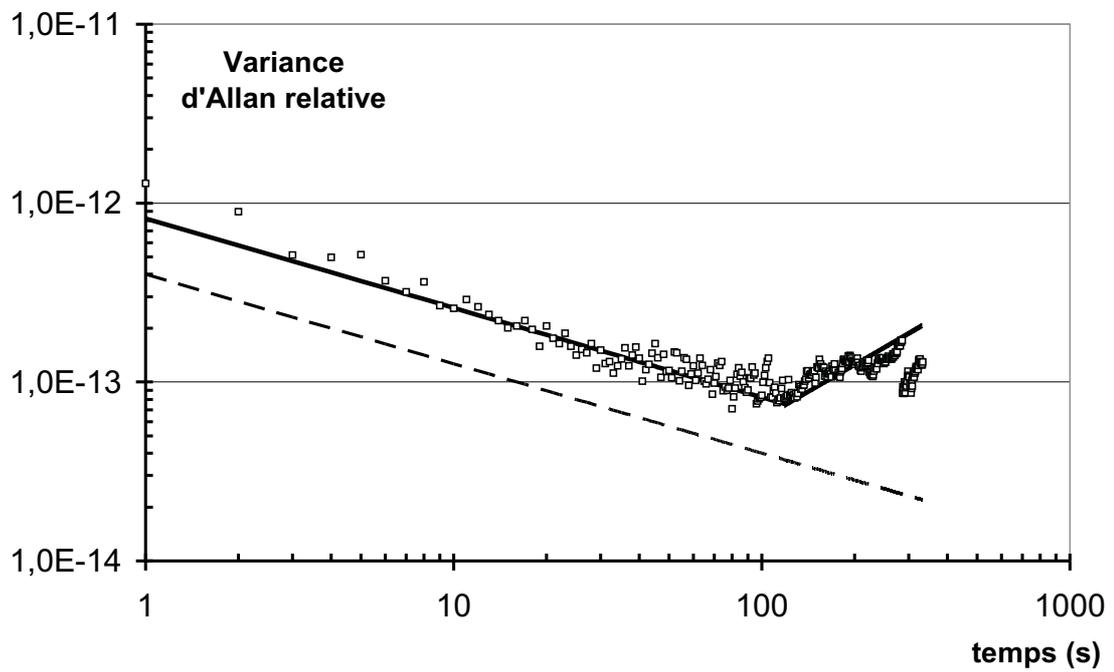


FIGURE 2.24: En carrés, variance d'Allan relative du laser $\text{Rb}/2\nu$. En traits pleins, variations en $\frac{1}{\sqrt{\tau}}$ puis en τ . En pointillés, variance d'Allan attendue, mesurée en 1998 pour le laser $\text{Rb}/2\nu$.

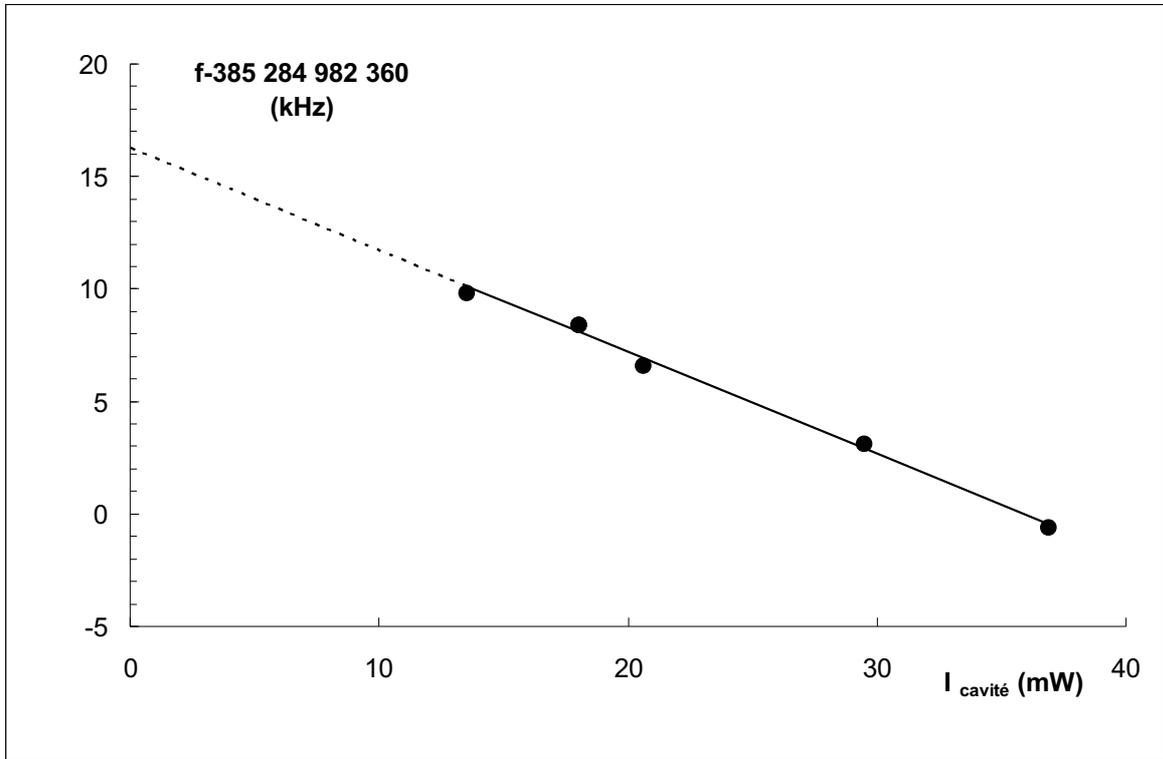


FIGURE 2.25: Déplacement lumineux en fonction de la puissance intra-cavité.

en pratique évaluée par la tension mesurée sur une photodiode placée en transmission de la cellule de rubidium. Nous avons conservé l'étalonnage en puissance de cette photodiode fait en 1997.

L'incertitude liée à l'ajustement par une droite de ces points est de 335 Hz. Le déplacement lumineux trouvé est de 453 Hz/mW, ce qui correspond à l'ordre de grandeur des déplacements mesurés sur d'autres lasers du même type [68], et sur notre modèle en 1996 (406 Hz/mW)[14]. On peut expliquer le sens de cette variation par le vieillissement de la cellule de Rb sur 10 ans : une baisse de la transmission de la cellule entraîne une sous-évaluation de la puissance intra-cavité pour un déplacement lumineux donné. La fréquence extrapolée à puissance nulle doit *a priori* s'affranchir de cet effet.

On a donc mesuré en juin 2004 :

$$\nu_{Rb/2\nu}(LKB) = 385\,285\,142\,376,27 \pm 1,00 \text{ kHz} \quad (2.45)$$

puis en mai 2005 :

$$\nu_{Rb/2\nu}(LKB) = 385\,285\,142\,376,37 \pm 1,00 \text{ kHz} \quad (2.46)$$

Ces valeurs sont en bon accord avec la fréquence mesurée en 2000 (cf eq.(2.44)). L'incertitude sur cette mesure est supérieure à 335 Hz : il a par exemple été montré que la répétabilité de l'étalon était de ± 500 Hz. Nous préférons donc donner une incertitude conservatrice, l'objectif n'étant pas tant d'améliorer la connaissance de la fréquence de transition $5S_{1/2}(F=3)$ - $5D_{5/2}(F=5)$, limitée de toute façon par le déplacement engendré par les collisions, que de vérifier l'exactitude de nos mesures absolues.

Par ailleurs, nous avons mesuré en 2005 la fréquence de l'étalon simultanément avec notre peigne et en utilisant le peigne du LNE-SYRTE, grâce au lien par fibre optique.

Un comptage simultané sur 300 secondes a donné les résultats suivants :

$$\nu_{Rb/2\nu}(\text{LKB}) = 385\,285\,142\,376,235 \pm 0,388 \text{ kHz} \quad (2.47)$$

$$\nu_{Rb/2\nu}(\text{SYRTE}) = 385\,285\,142\,376,233 \pm 0,233 \text{ kHz} \quad (2.48)$$

où les barres d'erreurs représentent l'écart-type de la série de 300 mesures. On peut donc attribuer à cette mesure une incertitude de $388/\sqrt{300} \simeq 22,4$ Hz, soit une incertitude relative de 6×10^{-14} . L'écart des deux mesures est de 2 Hz.

Ces résultats permettent donc d'être confiant dans les mesures de fréquences absolues réalisées par notre peigne à un niveau de précision suffisant pour le but fixé.

2.3.3 Mesure du laser Ti:Sa continu

Stabilité du laser Ti:Sa continu

Nous avons également cherché à tester la stabilité de la source Ti:Sa continue mise en oeuvre lors de l'excitation de la transition à deux photons dans l'hydrogène. Le laser Ti:Sa continu sera décrit brièvement dans la section suivante, aussi suffira-t-il de savoir pour l'instant que la stabilité long terme de ce laser à 820 nm est subordonnée à celle d'un laser étalon.

Nous avons comparé les performances obtenues avec deux types de laser étalon : un laser HeNe stabilisé sur une transition hyperfine de l'iode et le laser Rb/ 2ν étudié précédemment. Les variances d'Allan correspondantes sont représentées sur la figure 2.26.

Aucune dérive significative n'a été observée aux niveaux de précision explorés (8×10^{-13} avec le laser HeNe et 3×10^{-13} avec le laser Rb/ 2ν). On constate par ailleurs que la meilleure stabilité sur 1s de l'étalon Rb/ 2ν se transpose dans l'asservissement du laser Ti:Sa, permettant de gagner un facteur deux sur la largeur de raie intégrée sur 1s. C'est donc cet étalon qui a été utilisé pour stabiliser le laser lors de l'enregistrement du signal 1S-3S. Sur le très long terme, il est vraisemblable que la stabilité du Ti:Sa descende elle aussi à 8×10^{-14} , mais il aurait fallu mesurer pendant 20 h la fréquence du Ti:Sa, ce qui pose quelques problèmes techniques.

Position en fréquence du laser Ti:Sa continu

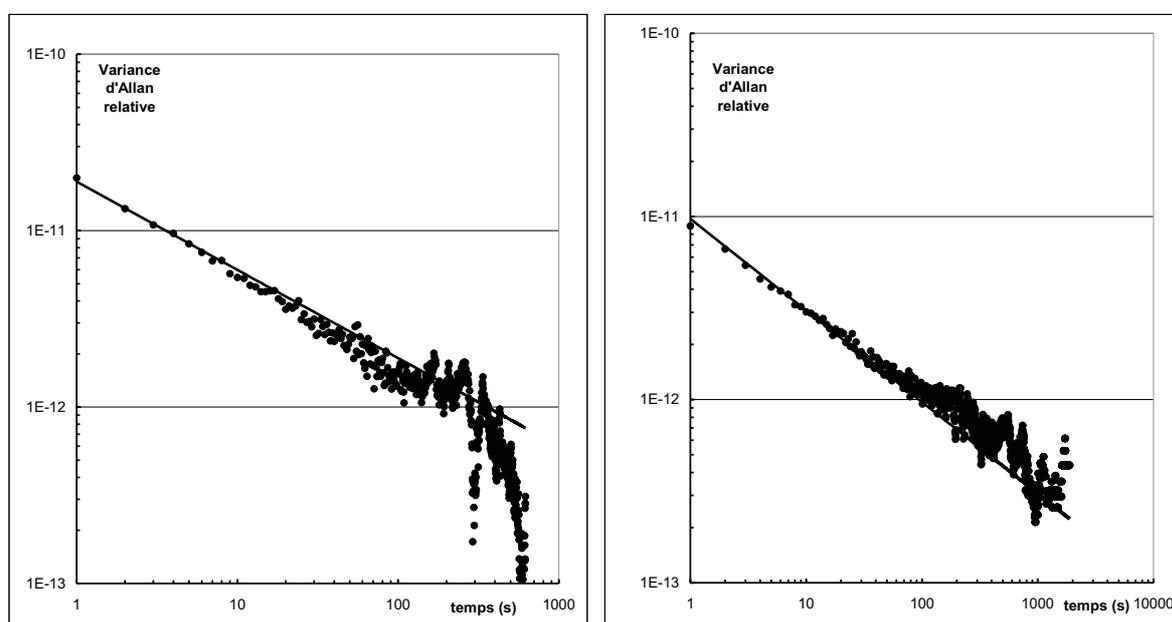


FIGURE 2.26: Variance d'Allan du laser Ti:Sa continu stabilisé sur deux étalons différents. A gauche : Etalon HeNe/I₂, durée d'enregistrement de 30 minutes. A droite : Etalon Rb/2ν, durée d'enregistrement 90 minutes.

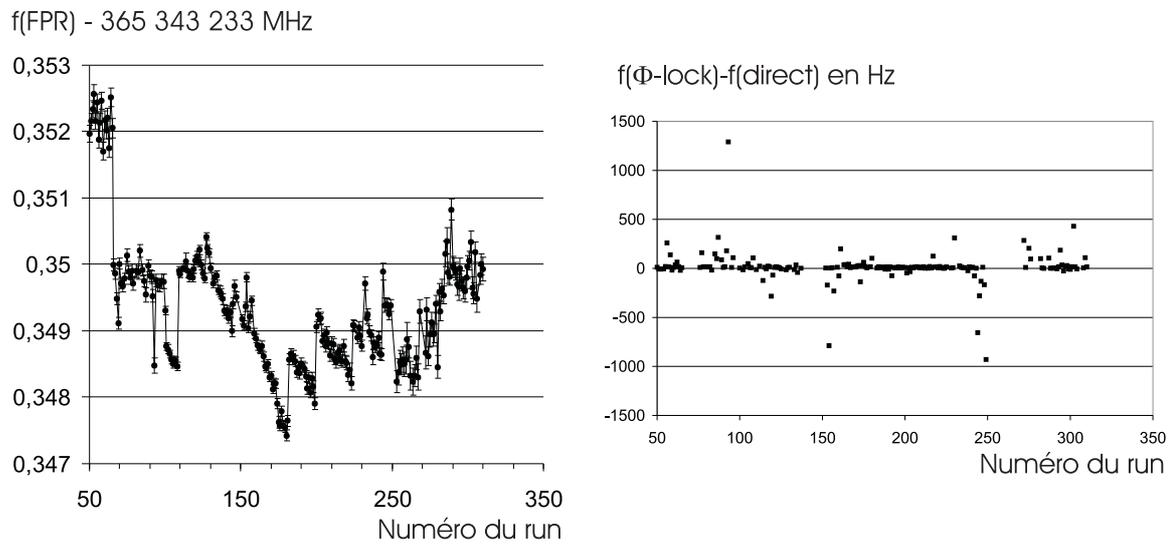


FIGURE 2.27: A gauche : évolution de la position en fréquence du pic n°1 219 477 de la cavité de référence FPR pendant une partie (15 jours) de la campagne de mesures. A droite : différence entre les fréquences du Ti:Sa continu comptées directement ou après l'oscillateur verrouillé en phase.

A l'issue de la campagne de mesures, il a été possible de déterminer l'évolution de la position du pic n°1 219 477 (voir fig. 3.2 p.80) de la cavité de référence FPR, sur laquelle est asservie le laser Ti:Sa continu et dont le rôle précis sera expliqué par la suite. Cette cavité est maintenue à résonance avec l'étalon $Rb/2\nu$. Ainsi l'évolution de la fréquence du pic de la cavité FPR reflète les variations à long terme de la fréquence délivrée par l'étalon. Sur la figure 2.27 à gauche, où la fréquence du laser Ti:Sa est mesurée grâce au battement avec le peigne mélangé avec le signal d'auto-référence du peigne (voir fig.2.21 p.63) envoyé directement sur un compteur, on constate que la fréquence délivrée par l'étalon a varié au plus de quelques kHz. Lors d'un fonctionnement ininterrompu, on relève une dérive linéaire de la fréquence du pic, les variations brusques correspondant à des arrêts du laser étalon.

Par ailleurs, on peut tracer une courbe similaire à l'aide des données recueillies par le compteur qui enregistre la fréquence de l'oscillateur verrouillé en phase sur ce battement. Nous reportons dans la figure 2.27 à droite la différence des fréquences mesurées par ces deux moyens. Pour l'essentiel des enregistrements effectués, cette différence est inférieure à 50 Hz. De plus, aucun effet systématique notable ne semble apparaître puisque la moyenne des différences enregistrées s'établit à 12,7 Hz. Ceci constitue une preuve de bon fonctionnement lors du comptage du battement radiofréquence.

Enfin, nous avons vérifié que le fait de compter le battement entre le Ti:Sa continu et le peigne avant l'élargissement dans la fibre optique, contrairement à la pratique habituelle,

n'introduisait pas de décalage dans la fréquence mesurée due par exemple à un changement de la fréquence f_0 du peigne (cf eq. (2.25)). Pour cela, nous avons compté simultanément ce battement après la fibre, en séparant par un miroir dichroïque la portion rouge du spectre en sortie de la fibre à cristal photonique. Sur 1000 mesures, nous avons obtenus en réalisant le battement radiofréquence (de fréquence f) avant la fibre optique :

$$f = 302\,190,946 \pm 0,138 \text{ kHz} \quad (2.49)$$

tandis que la mesure simultanée après la fibre optique donnait :

$$f = 302\,190,560 \pm 0,140 \text{ kHz} \quad (2.50)$$

Intérêt de l'utilisation d'un peigne de fréquences dans la mesure de la fréquence 1S-3S

Bien que la stabilité du laser Ti:Sa continu n'ait été démontrée que jusqu'à un niveau de 3×10^{-13} , ceci est amplement suffisant pour les besoins de notre étude. En effet, l'avantage principal du peigne de fréquences dans notre expérience est de fournir une *exactitude* (i.e. étroitesse de l'accord entre la valeur mesurée et la valeur vraie) irréprochable, via la comparaison directe à l'étalon primaire de fréquence. En l'absence de peigne, la mesure serait en effet limitée notamment par la *répétabilité* (i.e. capacité d'un étalon à délivrer la même valeur à chaque utilisation) du laser Rb/ 2ν qui est de l'ordre de 10^{-12} à court terme, c'est-à-dire lors de la remise à zéro des asservissements. Cela représente 3 kHz au niveau atomique. Bien entendu, la dispersion liée à la répétabilité finit par se moyennner jour après jour, mais cela oblige à réaliser un nombre d'enregistrements beaucoup plus important. De plus, la répétabilité à court terme obligea Gaëtan Hagel, lors de sa thèse, à effectuer des allers-retours permanents entre les fréquences enregistrés en champ magnétique non nul et la fréquence en champ nul, afin de compenser l'effet de dérive de l'étalon. L'atome d'hydrogène lui-même jouait alors en quelque sorte le rôle d'étalon de fréquence. La très bonne *stabilité* (i.e. capacité de l'étalon à délivrer des valeurs consécutives constantes) de l'étalon Rb/ 2ν passe alors au second rang, elle permet juste, comme c'est également le cas actuellement, d'assurer que la valeur initialement adoptée pour l'enregistrement varie très peu. Afin d'effectuer une véritable mesure de la fréquence absolue de la transition, il aurait fallu mesurer en continu la fréquence du laser Ti:Sa, par exemple en l'envoyant au SYRTE via la fibre optique pour comparaison avec l'étalon primaire. La mise en place du peigne de fréquence nous permet maintenant d'effectuer cette mesure au laboratoire.

Un enregistrement de la transition 1S-3S dure à l'heure actuelle environ 20 minutes. La précision sur la fréquence du laser Ti:Sa mesurée lors de cet intervalle est d'environ 3×10^{-13} , si l'on se rapporte à la variance d'Allan ci-dessus, c'est-à-dire $2,4 \times 10^{-12}$ pour la transition atomique (7 kHz) . Ceci contribue très peu à l'incertitude totale liée à la détermination du centre de la transition, qui est la somme quadratique de cette incertitude et de l'incertitude

de l'ajustement de la fluorescence par la courbe théorique. En effet, cette incertitude d'ajustement se situe en moyenne autour de 30 kHz, la meilleure valeur étant de 15 kHz. Il sera donc pratiquement possible de négliger cette source d'incertitude. De plus, la comparaison permanente au standard de fréquence assure que le résultat final de la campagne de mesure ne sera pas affecté d'un effet systématique associé à la connaissance de la fréquence d'excitation. Enfin, la technique des allers-retours n'est plus nécessaire, aussi le temps d'acquisition nécessaire est divisé par deux pour un même rapport signal à bruit du signal de fluorescence.

Chapitre 3

Observation de la résonance 1S-3S

3.1 Les sources laser

3.1.1 Le laser Ti:Sa continu

Nous allons brièvement décrire le laser continu Ti :Sa accordable utilisé pour l'excitation de la transition atomique. Ce laser et ses asservissements ont été amplement décrits dans les thèses précédentes au sein du groupe. La puissance, la qualité du mode transverse TEM₀₀ obtenu, ainsi que la stabilité en fréquence et la fiabilité de ce laser sont cruciales pour mener à bien l'expérience, principalement parce qu'il constitue la base de deux doublages successifs, et que le rapport signal à bruit des signaux de fluorescence varie proportionnellement à la puissance UV disponible.

Le milieu amplificateur est un cristal de titane dopé au saphir long de 15 mm et taillé à l'incidence de Brewster pour 800 nm. Le dopage est moins important que pour le cristal du laser femtoseconde ($\alpha \simeq 1,5 \text{ cm}^{-1}$) afin de compenser la plus grande longueur d'interaction. Nous avons eu l'opportunité d'utiliser pas moins de trois lasers de pompe à argon ionisé différents au cours de ma thèse. Nous avons d'abord mis en oeuvre un modèle Spectra Physics 2030, délivrant 15 W dans les raies de l'Ar⁺. La puissance maximale de sortie était de 2,3 W. Suite à une défaillance du tube et de l'alimentation haute tension, nous avons récupéré un laser Ar⁺ de la génération précédente (modèle Spectra Physics RS-171) auprès du groupe de Mme Bouchiat. Ce laser plus puissant (20 W de pompe pour un courant de 50 A), dont les seuls inconvénients sont une stabilité moindre de pointé et un mode de moins bonne qualité, nous a permis d'atteindre une puissance maximale de 2,6 W à 820,3 nm. En septembre 2005, nous avons mis en place un laser Ar⁺ Spectra Physics 2080 qui délivre jusqu'à 30 W avec une stabilité de pointé supérieure.

La cavité, de longueur 1,6 m, est du type anneau à six miroirs, et intègre trois éléments de plus en plus sélectifs en longueurs d'onde : un filtre de Lyot ($\Delta\lambda=0,05 \text{ nm}$), un étalon Fabry-Pérot mince (intervalle entre ordres de 150 GHz), un étalon épais (intervalle entre ordres de 19 GHz). En s'asservissant sur le sommet du pic de transmission de ce dernier Fabry-Pérot, on

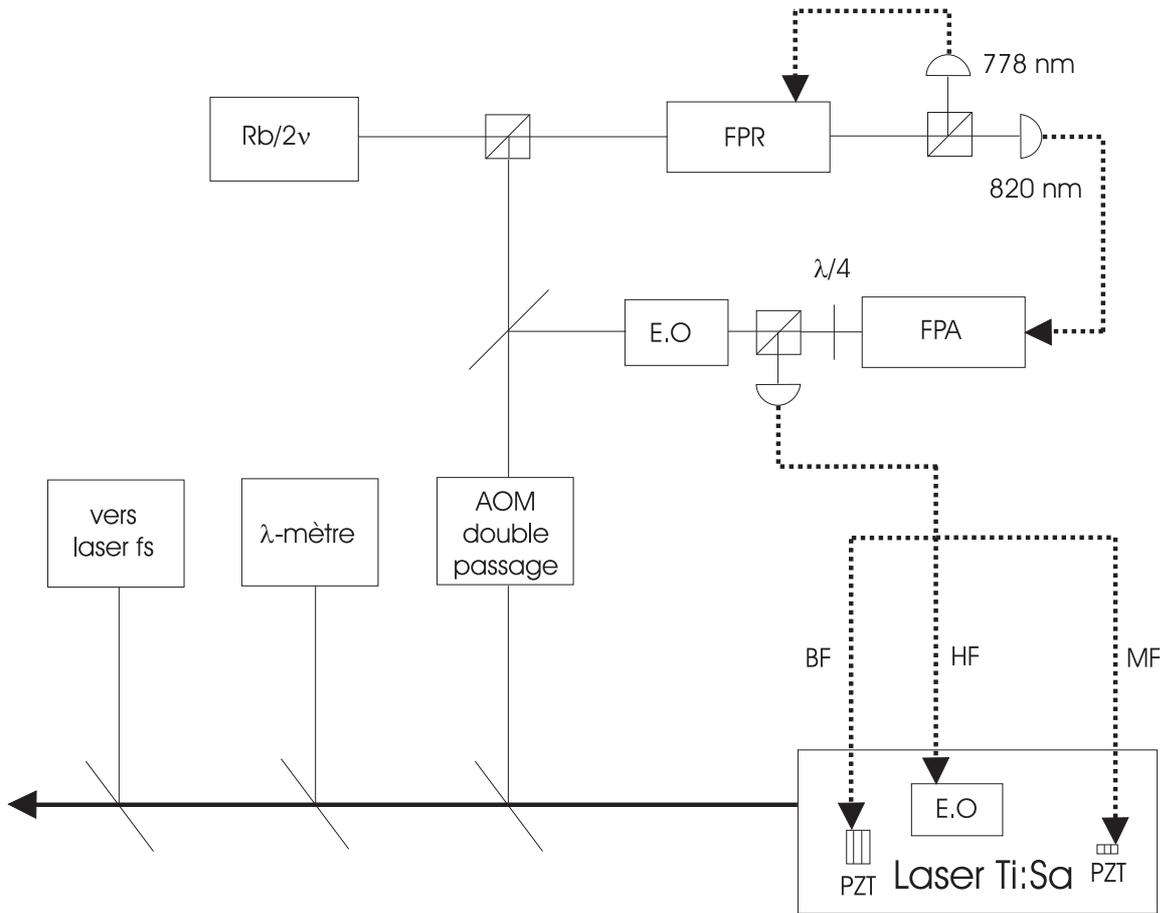


FIGURE 3.1: Schéma des asservissements du laser Ti :Sa continu.

oblige le laser à fonctionner sur un unique mode longitudinal. Par ailleurs le sens de rotation est imposé. Une rotation de la polarisation engendrée par des réflexions hors du plan de la cavité est compensée ou non par un rotateur de Faraday intra-cavité [6]. Enfin le grand intérêt du laser Ti:Sa est son accordabilité importante procurée par la large bande d'émission du cristal (690 à 1100 nm) et l'ajustement des éléments sélectifs. L'accordabilité est en fait limitée principalement par la largeur spectrale du traitement de surface des miroirs (environ 50 nm). Notons qu'un balayage fin de la longueur d'onde sur une plage d'un nanomètre est possible via un ensemble de deux lames inclinables (bilame) qui font varier la longueur optique de la cavité.

La fréquence du laser est ensuite asservie à différentes échelles de temps grâce à plusieurs cales piézo-électriques (voir fig. 3.1). On emploie la méthode bien connue de Pound-Drever-Hall [47]. Une fraction du faisceau de sortie est modulée en phase dans un modulateur électro-optique à 15 MHz. La réflexion des bandes latérales sur une cavité Fabry-Pérot stable (FPA, finesse 300) en invar fournit un signal d'erreur de phase. La composante haute fréquence (100

kHz) de ce signal est envoyée vers le modulateur électro-optique intra-cavité, les composantes moyenne fréquence (1 kHz) et basse fréquence vers des cales piézoélectriques de fréquence de résonance adaptée. La largeur de raie passe ainsi de 1 MHz à moins de 10 kHz [48], ce qui est essentiel pour pouvoir parler de spectroscopie en bande étroite : les fluctuations instantanées (< 80 kHz) sont bien petites devant la largeur naturelle de la transition.

Cependant la cavité Fabry-Pérot FPA dérive lentement, aussi sa longueur est verrouillée sur la longueur d'une autre cavité Fabry-Pérot (FPR, finesse 50) beaucoup plus stable, constituée d'un barreau de zérodur sur lequel sont adhérents optiquement deux miroirs, le tout placé dans un vide poussé grâce à une pompe ionique [87]. Enfin la longueur de cette cavité est verrouillée sur la fréquence du laser étalon $Rb/2\nu$ ou $HeNe/I_2$. Par ailleurs, on prélève une partie du faisceau Ti:Sa qui, après un décalage en fréquence dans un modulateur acousto-optique monté en double passage, est maintenu à résonance avec la cavité FPR. On transfère ainsi la stabilité à long terme du laser étalon au laser Ti:Sa continu.

Lors du balayage autour de la fréquence centrale de la transition 1S-3S, la fréquence du laser Ti:Sa peut être modifiée en changeant la fréquence de modulation de l'acousto-optique, pilotée par un synthétiseur de fréquence MARCONI 2030. Cette méthode permet un balayage large et rapide. Le choix du bon pic de transmission du FPR a été grandement simplifié grâce au peigne de fréquences, l'intervalle spectral libre du FPR étant de 300 MHz environ. Afin de faciliter le repositionnement jour à jour sur ce pic FPR, on ajuste la pression d'air dans un dernier Fabry-Pérot FPair sous vide primaire dont l'intervalle spectral libre est très grand (5 GHz) de sorte à faire coïncider un pic du FPair avec le bon pic FPR. Le lambdamètre suffit alors à se placer à la longueur d'onde désirée.

Nous allons enfin décrire la configuration utilisée pour mesurer la transition en mai 2005. Le Fabry-Pérot FPR a un intervalle libre correspondant à la position basse tension de sa cale piézo-électrique ($\simeq 260$ V). Lorsqu'il est asservi sur l'étalon $Rb/2\nu$, son intervalle spectral libre ISL_{FPR} vaut donc :

$$ISL_{FPR} = \frac{\nu(Rb/2\nu) - \Phi}{1286041} \simeq 299,590007138 \text{ MHz} \quad (3.1)$$

où Φ est le décalage dû à la phase de Fresnel de la cavité ($\simeq 110$ MHz). La longueur d'onde du laser dans l'air ($n \simeq 1.000275$) est placée à 820,353 nm, et la fréquence du Marconi réglée à 183,128 MHz. On s'asservit ensuite sur le pic FPR n° 1 219 477. La fréquence à la sortie du laser Ti:Sa coïncide alors avec le centre de la résonance 1S-3S en champ nul (voir fig. 3.2).

3.1.2 Premier doublage (LBO)

Le premier doublage de fréquence permet de passer de la longueur d'onde du Ti:Sa continu (820 nm) à une longueur d'onde moitié (410 nm), qui permet d'ailleurs de visualiser de façon très spectaculaire le rayonnement dipolaire. Nous nous limiterons ici à quelques généralités et remarques concernant les améliorations apportées à ce premier doublage de fréquence. Les détails sont explicités dans la thèse de Sophie Bourzeix [8].

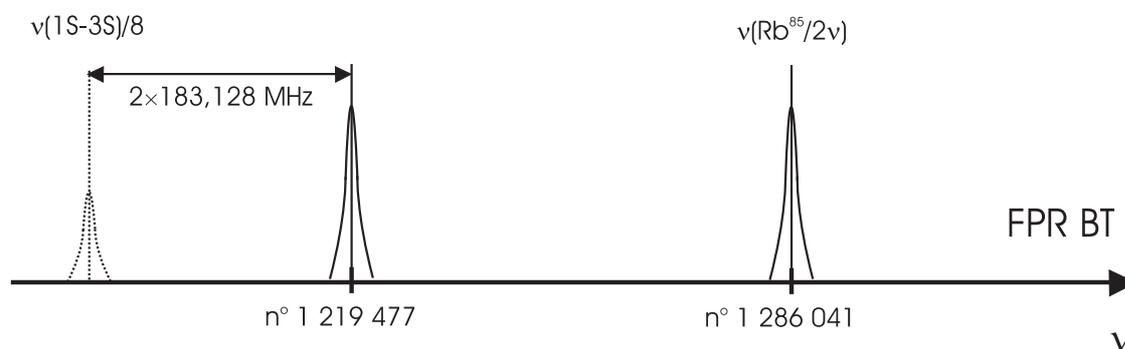


FIGURE 3.2: Positionnement en fréquence du laser Ti:Sa continu avec l'étalon Rb/2ν.

La conversion harmonique s'effectue au sein d'un cristal non-linéaire de LBO (LiB_3O_5) de 13 mm taillé à $\theta = 90^\circ$ et $\phi = 29,8^\circ$. Il s'agit d'un doublage de type I. Notons au passage qu'un cristal de BIBO pourrait également se révéler un candidat intéressant, comme l'a montré son utilisation pour le doublage intra-cavité d'un laser Nd:YAG à 946 nm [13]. Pour augmenter la puissance pompe vue par le cristal, celui-ci est placé dans une cavité de surtension de grande finesse (voir fig. 3.3). La cavité est du type en anneau à quatre miroirs, et le faisceau à 410 nm est extrait de la cavité via le miroir sphérique M3 qui est dichroïque ($T_{820\text{nm}} = 3 \times 10^{-4}$, $T_{410\text{nm}} = 98\%$). On conçoit dès lors que l'état de surface du cristal est important, puisqu'il rentre en jeu dans la surtension. Afin de supporter les nettoyages fréquents de la surface du cristal (la puissance intra-cavité est de l'ordre de 200 W), le cristal est taillé à l'incidence de Brewster pour 820 nm. L'astigmatisme introduit par le cristal à Brewster est compensé par l'angle des miroirs sphériques. Ceci présente également l'avantage d'introduire dans la cavité un élément sélectif en polarisation qui nous autorise à utiliser la technique d'asservissement de type Hänsch-Couillaud [67]. Le laser Ti:Sa est ainsi doublé sans ajout de modulation, c'est-à-dire sans élargissement autre que celui, intrinsèque, lié au doublage.

Le faisceau Ti:Sa est adapté à la cavité par deux lentilles d'adaptation (L_1 , focale -50mm et L_2 , focale 100mm). Le faisceau bleu est collimaté par L_3 , placée juste derrière M3, de focale 50 mm. Enfin on améliore le mode transverse bleu grâce à une lentille cylindrique L_{cyl} de focale 500 mm dans le plan vertical. Une lame $\lambda/2$ ramène la polarisation dans le plan horizontal.

Au cours de ma thèse, nous avons dû changer le cristal de LBO en 2001 et en 2005. La durée de vie à l'air libre d'un cristal semble donc être de l'ordre de quelques années. Un cristal non-linéaire se dégrade en général soit en volume, à cause de l'absorption ou de chocs thermiques, soit en surface à cause de réactions chimiques avec l'environnement (hygroscopie, etc..) ou du type éclat laser (suite à la chauffe d'une poussière). Les dégradations de la surface sont à l'origine de réflexions ou diffusions parasites qui créent des pertes pour la cavité optique, et font donc chuter la surtension de la cavité. A l'opposé, les dégradations en volume se

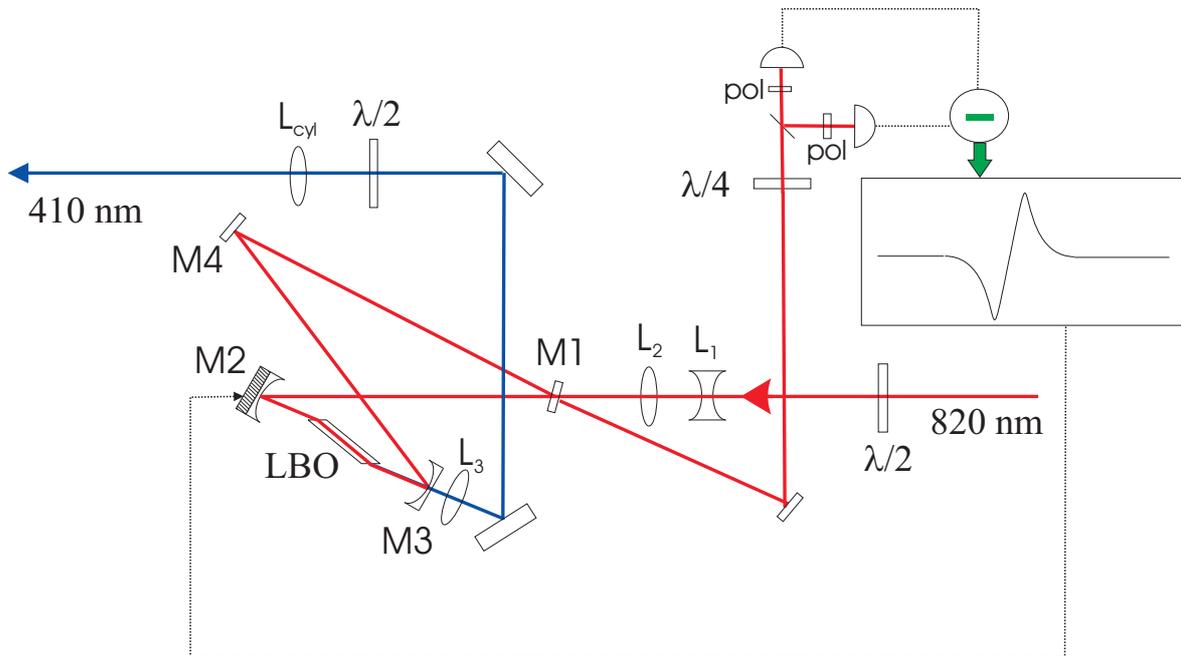


FIGURE 3.3: Doublage du Ti:Sa continu en cavité avec le cristal de LBO.

traduisent par une baisse du coefficient de conversion du cristal α . Grâce aux méthodes de mesure des différents paramètres du doublage expliquées par S. Bourzeix, nous avons pu mettre en évidence que la diminution de l'efficacité globale du doublage était due à une chute de la surtension de la cavité. Nous avons vérifié en étudiant la cavité sans cristal que ces pertes ne provenaient pas d'une défaillance des miroirs, la finesse étant comparable aux valeurs antérieures. C'est donc bien l'état de surface du cristal qui était en cause. Une observation à la loupe binoculaire a confirmé l'existence d'un grand nombre de micro-éclats laser. Ceci explique également pourquoi l'étuvage du cristal sous vide que nous avons tenté était resté sans résultat. La surtension a effectivement remonté après la mise en place des nouveaux cristaux.

chgt.cristal	injection η	pertes cavité p	α	T	Surtension S
avant	83 %	1,7 %	$6,3 \times 10^{-5} \text{W}^{-1}$	1,1 %	46
après	82 %	0,4 %	$5,3 \times 10^{-5} \text{W}^{-1}$	1,1 %	77

Nous avons également cherché à améliorer la finesse de la cavité. Nous avons remplacé le miroir M2 Rmax à 820 nm par un meilleur miroir fabriqué par Research Electro-Optics (REO). Ce miroir est de faible dimension ($\Phi=12,7$ mm) car c'est celui sur lequel s'effectue la rétroaction. Or l'asservissement fonctionne mieux quand la plage spectrale s'étend jusqu'à quelques kHz. Nous avons ainsi amélioré le facteur de conversion global. Les résultats du premier doublage sont satisfaisants : durant la période d'enregistrement, nous avons pu travailler

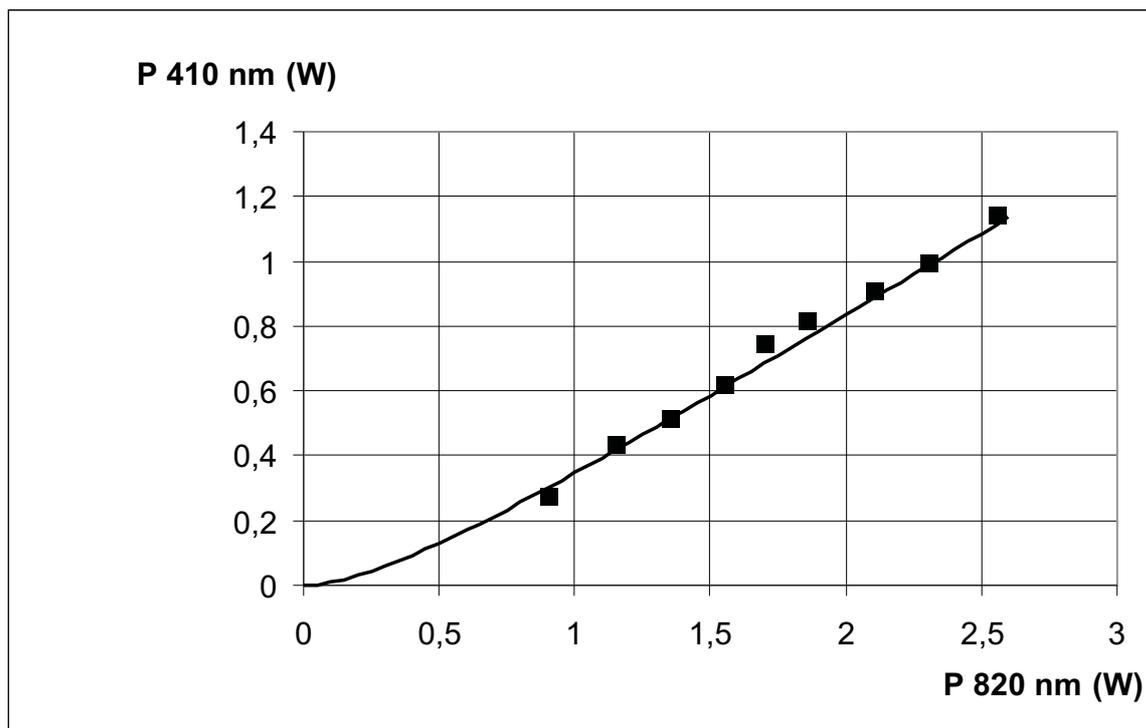


FIGURE 3.4: Efficacité du premier doublage de fréquence. Trait plein, valeurs calculées à partir du tableau précédent.

régulièrement avec plus de 900 mW à 410 nm. Nous avons obtenu jusqu'à 1,15 W avec le laser Ar^+ RS-171. Pour les puissances supérieures à 1 W, une atmosphère plus propre serait souhaitable, par exemple en établissant un flux laminaire dans l'enceinte de la cavité de doublage au lieu d'une simple surpression.

Le système est bien décrit par les équations de S.Bourzeix. Pour preuve, on a représenté avec les valeurs expérimentales la puissance calculée dans le bleu pour les valeurs mesurées des différents paramètres du doublage données dans le tableau (voir fig. 3.4). La puissance intra-cavité est mesurée derrière le miroir M4 dont on connaît la transmission (2×10^{-4}). La transmission du coupleur d'entrée T est presque égale à la somme des pertes en cavité, ce qui assure l'adaptation d'impédance de la pompe dans la cavité et permet d'obtenir le rendement maximal.

On atteint les limites de ce doublage, avec une efficacité globale d'environ 45 %, puisque le facteur dominant des pertes devient les pertes dues à la production de bleu (0,8 %). Le coupleur d'entrée est bien adapté puisque $T = 1,1\% \simeq p + p_{\text{bleu}} = 1,2\%$. La finesse de la cavité en fonctionnement est :

$$F = \frac{2\pi}{p_{\text{tot}}} = \frac{2\pi}{T + p + p_{\text{bleu}}} \simeq 270 \quad (3.2)$$

Ces résultats sont proches de ceux publiés récemment au Japon où une efficacité de 50 % a été obtenue en doublant 1,2 W issus d'un laser Ti:Sa continu à 746 nm dans un cristal de LBO en cavité externe [3].

3.1.3 Second doublage (BBO)

Choix du cristal

Le second doublage de fréquence (410 nm \rightarrow 205 nm), a constitué et constitue toujours un point critique de l'expérience. Pour une telle radiation à la limite du VUV, nous n'avons pas le choix du cristal non linéaire à utiliser. En effet il n'existe que deux cristaux non-linéaires pour lesquels il existe un accord de phase pour ces longueurs d'onde. Il s'agit du BBO (β -BaB₂O₄) et du KBBF (KB_eBO₃F₂), qui a été mis à l'oeuvre très récemment pour réaliser des doublages de fréquence à des longueurs d'onde inférieures à 200 nm [26,52]. Nous comparons les deux cristaux ci-dessous :

cristal	d_{eff} (pm/V)	n	walkoff
BBO	0,287	1,69	0,54°
KBBF	0,36	1,49	3,2°

Le coefficient d_{eff}^2/n^3 du KBBF l'emporte sur celui du BBO, l'angle de réfraction important étant le seul bémol car il limite la longueur du cristal. Malheureusement la question de longueur de cristal pour le KBBF ne se pose pas. En effet, sa structure cristalline est en plaques (type graphite). Ceci non seulement interdit pour l'instant la fabrication de cristaux d'épaisseur supérieure à deux millimètres, mais empêche également toute taille du cristal à l'angle d'accord de phase. La solution actuelle consiste à avoir recours à des techniques de couplage par prisme. Les pertes par réflexion liées à ce type de procédé limitent fortement la finesse d'une éventuelle cavité de surtension. Ces deux raisons font que l'utilisation du KBBF se limite pour le moment au doublage d'impulsions, nous confortant dans le choix du BBO pour notre doublage.

Dispositif optique

Le principe de ce doublage est sensiblement équivalent à celui du doublage 820 nm \rightarrow 410 nm. Le cristal de BBO est placé dans une cavité de surtension pour le faisceau pompe à 410 nm du même type que celle du LBO. Deux choses changent cependant. Le faisceau violet est extrait de la cavité au moyen d'un prisme, aucun miroir dichroïque de qualité suffisante n'existant pour séparer les faisceaux pompe et doublé (voir fig. 3.6). Par ailleurs, le cristal de BBO est un cristal hygroscopique, ce qui incite déjà à travailler sous atmosphère neutre. De

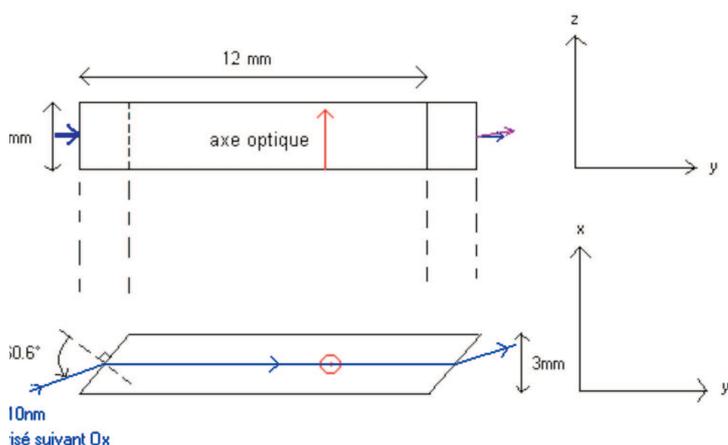


FIGURE 3.5: Cristal de BBO (uniaxe) taillé à l'incidence de Brewster pour 410 nm.

plus, nous avons également observé une dégradation rapide du cristal que nous pensons due à des réactions chimiques en surface catalysées par les hautes énergies des photons UV. La meilleure solution pour limiter cette dégradation consiste à travailler au sein d'une cavité sous une atmosphère de dioxygène. La cavité est donc placée à l'intérieur d'une enceinte, le cristal et les miroirs étant déplacés par des manipulateurs externes. Les réglages s'effectuent à l'air, puis on ferme la cavité, et on alterne des cycles de pompage et remplissage de dioxygène pendant une semaine. Le cristal est taillé à l'incidence de Brewster pour 410 nm, les traitements anti-reflet essayés par le passé s'étant révélés fragiles lors des nettoyages (voir fig. 3.5). Ceci a néanmoins l'inconvénient de diminuer la conversion du cristal d'un facteur égal à l'indice [8].

L'adaptation du faisceau bleu au mode TEM_{00} de la cavité s'effectue en réduisant le col du faisceau grâce à un système afocal formé de L_1 ($f=200$ mm) et L_2 ($f=-150$ mm). Le prisme est placé au minimum de déviation. Une lentille convergente en silice L_3 collimate le faisceau UV qui sort par un hublot à l'incidence de Brewster pour la polarisation verticale (le doublage est de type I). Enfin une lentille cylindrique L_{cyl} ($f=300$ mm) inclinée à l'angle de Brewster rectifie le mode transverse du faisceau. On peut modifier la longueur de la cavité grâce à deux cales piézoélectriques placées derrière les miroirs M3 et M4. Une photodiode analyse la transmission de la cavité derrière M4.

On résume ci-dessous les résultats obtenus lors de la mise en place des deux cristaux de BBO. Un coefficient S proportionnel à la surtension de la cavité est donné par le rapport entre la tension V_{cav} en volts de la photodiode placée derrière M4 et la puissance incidente bleue P_b en watts. L'efficacité de conversion dans le cristal est évaluée par le coefficient r , rapport de la tension en volts V_{UV} sur la photodiode détectant l'UV à V_{cav}^2 . Enfin, l'efficacité globale est donnée par $\gamma = V_{UV}/P_b^2$. Les résultats sont donnés pour $\lambda = 410,17$ nm, à température ambiante.

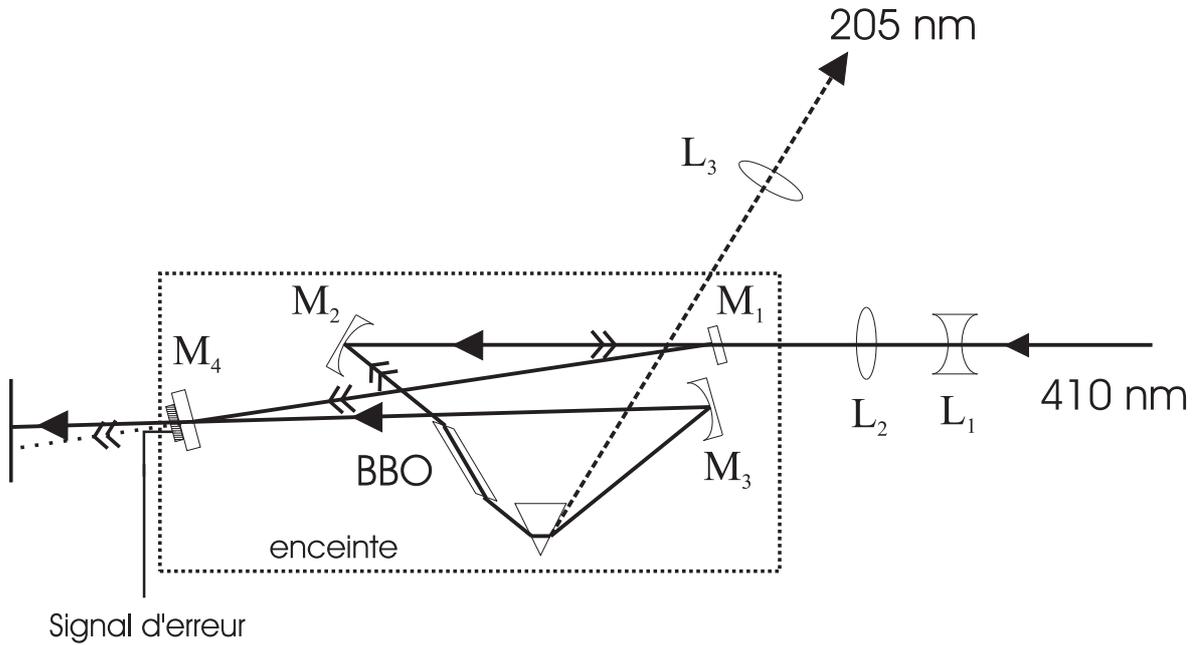


FIGURE 3.6: Doublage 410 nm \rightarrow 205 nm en cavité avec le cristal de BBO. Flèches pleines : trajet du faisceau pompe direct. Doubles flèches : trajet du faisceau pompe photoréfracté.

date	S	r	γ
janvier 2004	49,6	$2,34 \times 10^{-3}$	5,75
mars 2005	48,5	$2,42 \times 10^{-3}$	5,68
2001 (G.Hagel)	40	5×10^{-3}	8

Par comparaison au cristal utilisé par G.Hagel dans sa thèse pour la mesure en champ magnétique, nous avons une surtension légèrement plus élevée. Par contre, le coefficient de conversion r est divisé par un facteur deux. Nous avons pu rattraper en grande partie ce déficit grâce à une puissance de pompe bleue plus élevée.

Difficultés du doublage

Outre le fait d'opérer dans une cavité sous dioxygène, ce doublage de fréquence s'avère difficile à mettre en oeuvre pour différentes raisons :

Tout d'abord, nous travaillons à une longueur d'onde très proche de la limite d'accord de phase (voir fig. 3.7).

Durant sa thèse, G.Hagel a montré que les formules de Sellmeier ne rendaient pas exactement compte du comportement du BBO à cet endroit peu exploré qu'est le voisinage de d'angle d'accord de phase non critique. Notamment, l'accord de phase non critique est plus

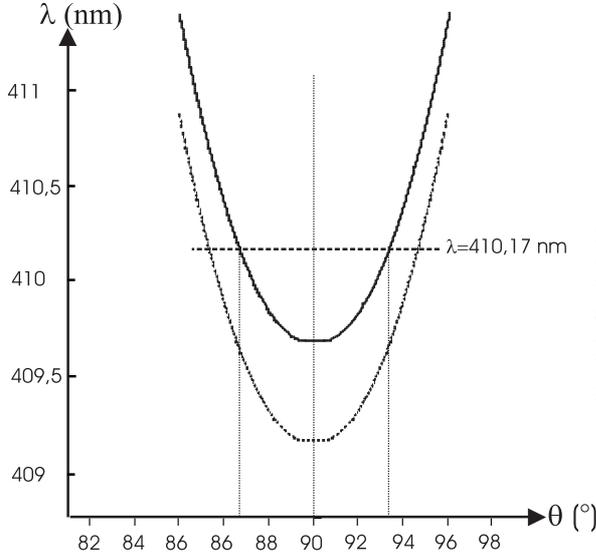


FIGURE 3.7: Calcul par les formules de Sellmeier de l'angle d'accord de phase θ avec la longueur d'onde. En trait plein : température ambiante (293 K). En pointillés, évolution qualitative de l'accord de phase quand la température diminue.

proche de 410,17 nm que prévu, ce qui oblige à refroidir vers 0°C pour obtenir le taux de conversion initialement espéré.

Le coefficient de conversion dépend directement comme on l'a vu auparavant du paramètre d_{eff} , qui vaut pour le BBO :

$$d_{\text{eff}} = d_{31} \sin(\theta) + d_{22} \cos(\theta) \quad (3.3)$$

où d_{31} et d_{22} sont des composantes de la matrice d liée au tenseur $\chi^{(2)}$ [8]. Pour le BBO, $d_{22} = 2,22$ pm/V et $d_{31} = 0,16$ pm/V [46]. L'accord de phase à 410,17 nm est réalisé à température ambiante pour deux positions symétriques $\theta = 86,6^\circ$ et $\theta = 93,4^\circ$. Ces positions correspondent respectivement à des coefficients de non-linéarité $d_{\text{eff}} = 0,287$ pm/V et $d_{\text{eff}} = 0,0235$ pm/V. Nous avons par le passé essayé de commander des cristaux coupés à $\theta = 86,6^\circ$ mais il existait un problème dans la littérature sur le sujet lié à différentes conventions d'orientation, et les fabricants nous envoyaient fréquemment des cristaux coupés dans la mauvaise orientation, qui donnaient de très mauvais résultats. Pendant ma thèse nous avons donc opté pour la sécurité en commandant uniquement des cristaux coupés à $\theta = 90^\circ$. Nous sommes donc obligés d'incliner le cristal de quelques degrés pour obtenir l'accord de phase. Ceci crée des pertes et diminue la surtension de la cavité.

Pour aller plus loin, il semble intéressant d'exploiter la variation en température des indices ordinaires et extraordinaires du BBO. G.Hagel a mis au point un dispositif de refroidissement du cristal de BBO qui fonctionne à l'aide de modules Peltier jusqu'à environ -10°C, la dissipation de l'énergie thermique posant problème au-delà. Cela lui a permis d'étudier expérimentalement l'angle d'accord de phase en fonction de la température. Le refroidissement du cristal conduit bien à une augmentation de l'angle d'accord de phase, et donc du

coefficient de conversion via $d_{\text{eff}}(\theta)$ (voir fig. 3.7). Cependant, pour un cristal taillé à 90° , dans le même temps la finesse de la cavité diminue. L'optimum se situe autour de 0°C . De plus, l'asservissement en température du cristal améliore la stabilité du verrouillage de la longueur de la cavité, en réduisant les effets thermiques liés à l'absorption.

Ceci me conduit à présenter un second phénomène très gênant pour le doublage. A 205 nm, le cristal de BBO est au bord de sa zone de transparence (à 193,4 nm, $\alpha_{\text{BBO}} \simeq 1,5 \text{ cm}^{-1}$ [78]), et son absorption est à l'origine d'un effet original qui a été longuement étudié dans notre groupe. Si l'on essaie de verrouiller en phase la cavité dans un schéma du type Hänsch-Couillaud analogue à la cavité LBO, il s'avère impossible d'obtenir un faisceau UV continu. L'asservissement ne fonctionne que lorsque le gain est suffisant pour faire sur-osciller la boucle de rétroaction, ce qui correspond à produire des impulsions ultraviolettes. En effet, il apparaît dès que l'on est à résonance un faisceau réfléchi par le cristal, qui se propage dans le sens inverse du faisceau pompe et sort par le miroir M4 où l'on peut l'observer. L'intensité du faisceau réfléchi dépend du point du cristal et augmente (voire diminue parfois!) de façon imprévisible au cours du temps.

Ce phénomène a été identifié par G.Hagel à un effet photoréfractif lié à la formation d'un réseau d'indice au sein du cristal de BBO. Diverses tentatives de le supprimer ont été explorées sans succès. La méthode qui permet d'obtenir la production maximale d'UV est suggérée par le résultat de l'asservissement Hänsch-Couillaud et consiste à surmoduler la longueur de la cavité à une fréquence de 15 kHz, avec une amplitude de modulation la plus faible possible pour limiter l'élargissement Doppler lié au déplacement d'un miroir de la cavité. Les implications de cette méthode ont été déjà examinées avec attention [65]. Le faisceau UV n'est donc pas continu mais consiste en une suite d'impulsions d'une durée de l'ordre de $4 \mu\text{s}$ espacées de $33 \mu\text{s}$. On entretient ces impulsions en démodulant le signal de transmission de la cavité à 15 kHz et en rétroagissant sur la cale piézoélectrique de M4. On prend soin d'obtenir des impulsions le plus symétriques possibles selon que le sens de déplacement de M4, en ajustant la phase de la détection synchrone DS1. A amplitude de modulation constante, des fréquences de modulation inférieures à 15 kHz conduisent à un élargissement moindre mais une intensité moyenne insuffisante, tandis que des valeurs plus importantes augmentent significativement l'effet photoréfractif et déforment le pic qui exhibe une forme caractéristique de bistabilité. Même dans ces conditions, la hauteur des pics de transmission de la cavité est divisée par un facteur 3 lorsque l'on passe d'un balayage d'alignement à la production des impulsions UV. On a pu vérifier en traduisant en pertes l'intensité du faisceau photoréfracté transmis par la cavité que cette chute était bien due uniquement à l'effet photoréfractif.

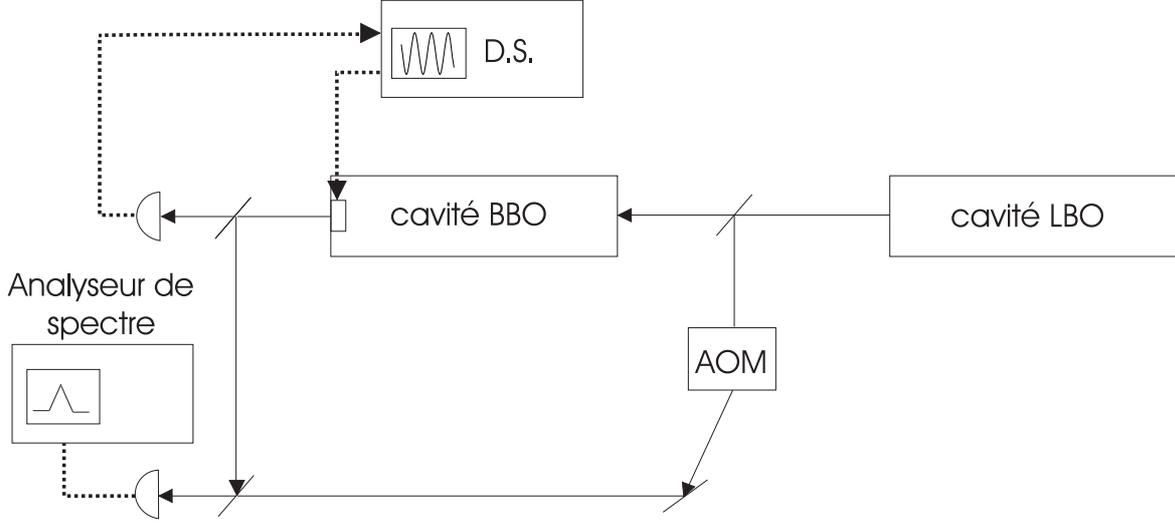


FIGURE 3.8: Mesure de l'élargissement lié à la surmodulation de phase de la cavité BBO. La fréquence de la détection synchrone est fixée à 15 kHz, on fait varier son amplitude.

Mesure de la surmodulation

Nous avons mesuré l'élargissement provoqué par la surmodulation de la cavité sur le faisceau bleu en transmission, décalé par un modulateur acousto-optique de 80 MHz et recombinaé avec le faisceau incident à 410 nm (voir fig. 3.8). Cette mesure nous renseigne sur le décalage final de la forme de raie attendu lié à la surmodulation.

Nous réutiliserons les résultats des calculs de G. Hagel [63, 65]. Il nous suffit juste ici de calculer la transformée de Fourier du champ à 410 nm pour interpréter les mesures réalisées avec l'analyseur de spectre. Nous noterons $E_{410}^{inc}(t) = E_0 e^{i\omega_0 t}$ le champ de l'onde à 410 nm incident sur la cavité BBO. Le champ intra-cavité résulte de l'interférence des ondes réfléchies un grand nombre de fois sur les miroirs de la cavité :

$$E_{410}^{cav}(t) = Re[\underline{E}_{410}^{cav}(t)] = Re[\tau E_0 e^{i\omega_0 t} [1 + r e^{i\phi} + (r e^{i\phi})^2 + \dots]] = Re\left[\frac{\tau E_0 e^{i\omega_0 t}}{1 - r e^{i\phi}}\right] \quad (3.4)$$

où τ est la transmission du coupleur d'entrée de la cavité, r le coefficient de réflexion sur un tour de la cavité et ϕ le déphasage introduit par un tour de cavité.

Si on module la tension de la cale piézo-électrique qui commande M4 (voir fig. 3.6, p. 85) par une tension triangulaire, l'écart à la position au repos $x(t)$ du miroir peut s'écrire :

$$x(t) = vt \quad (3.5)$$

où v est la vitesse du miroir (positive ou négative). Comme $v \ll c$, la phase accumulée par

la lumière pendant un tour complet de cavité s'écrit :

$$\phi(t) = \omega_0 \frac{L(t)}{c} = \omega_0 \frac{L_0 + 2x(t)}{c} \quad (3.6)$$

où $L(t)$ et L_0 sont les longueurs optiques de la cavité à l'instant t et au repos. La modulation de la cavité s'écrit finalement au premier ordre en v/c sous la forme :

$$\phi(t) = \phi_0 + 2\omega_0 \frac{x}{c} = \phi_0 + \alpha t \quad (3.7)$$

On peut choisir l'origine des temps telle que $\phi_0 = 0$. Alors,

$$E_{410}^{cav}(t) = \text{Re}[\tau E_0 e^{i\omega_0 t} [1 + r e^{i\alpha t} + (r e^{i\alpha t})^2 + \dots]] = \text{Re}\left[\frac{\tau E_0 e^{i\omega_0 t}}{1 - r e^{i\alpha t}}\right] \quad (3.8)$$

Calcul du spectre du champ intracavité à 410 nm

Soit $f(\omega)$ la transformée de Fourier du champ $E_{410}(t)$.

$$f(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \tau E_0 \frac{e^{i(\omega - \omega_0)t}}{1 - r e^{-i\alpha t}} dt \quad (3.9)$$

De plus, la finesse de la cavité étant grande, le déphasage introduit est faible, et on peut linéariser $e^{i\alpha t}$:

$$f(\omega) = \frac{\tau E_0}{r\alpha} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{-i e^{i(\omega - \omega_0)t}}{t - i \frac{1-r}{r\alpha}} dt \quad (3.10)$$

Cette intégrale s'effectue simplement par la méthode des résidus. Il existe un pôle d'ordre 1 placé sur l'axe imaginaire, dont le signe est fonction du signe de α (voir fig. 3.9). Dans le cas où $\alpha = \alpha_+ > 0$:

Si $\omega > \omega_0$, on ferme le contour d'intégration par le bas, et les résidus sont nuls. Si $\omega < \omega_0$, alors le contour est fermé par le haut et inclut le pôle. D'où :

$$f(\omega) = 0 \quad \text{si } \omega < \omega_0 \quad (3.11)$$

$$f(\omega) = \frac{2\pi\tau E_0}{r\alpha_+} e^{-\frac{1-r}{r\alpha_+}(\omega - \omega_0)} \quad \text{si } \omega > \omega_0 \quad (3.12)$$

Il apparaît donc une fréquence de coupure $\omega_c^+ = \frac{r\alpha_+}{1-r}$. Le résultat pour $\alpha < 0$ est similaire, mais symétrique par rapport à ω_0 . (voir fig. 3.9).

Interprétation du battement à 410 nm

Lors de la mesure du battement à 410 nm, le photocourant I qui provient du terme d'interférence est proportionnel à :

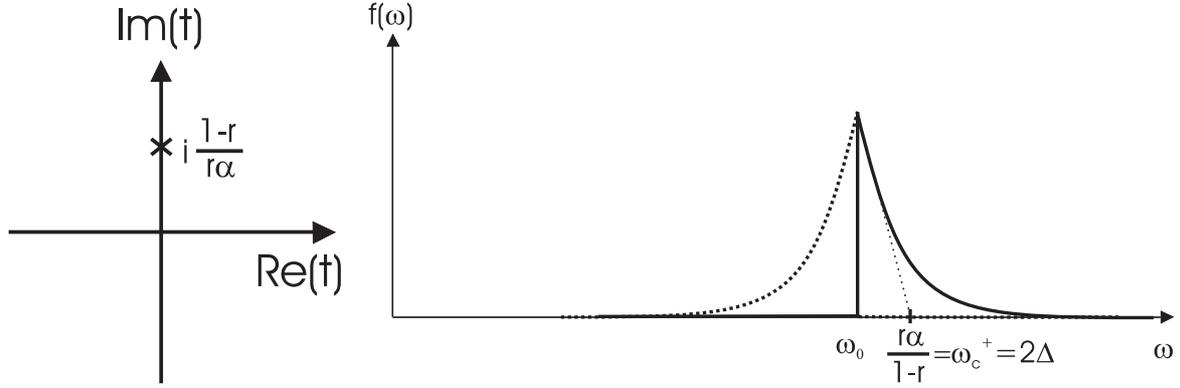


FIGURE 3.9: A gauche, position du pôle complexe. A droite, spectre de l'impulsion à 410 nm (trait plein : $\alpha > 0$, pointillés : $\alpha < 0$)

$$\delta I(t) = 2 \operatorname{Re}[E_{410}^{inc}(t)(E_{410}^{cav}(t)e^{-i\Omega t})^*] \quad (3.13)$$

$$\delta I(t) = 2 \tau E_0^2 \operatorname{Re}\left[\frac{e^{i\Omega t}}{1 - r e^{-i\alpha t}}\right] = 2 \tau E_0^2 \frac{1 - r}{1 + r^2 - 2r \cos \alpha t} \cos \Omega t \quad (3.14)$$

où Ω est la fréquence de modulation de l'acousto-optique.

Pour simplifier les calculs, on supposera que l'on effectue le batttement à fréquence nulle, c'est-à-dire $\Omega = 0$.

Il convient d'analyser l'action de l'analyseur de spectre sur ce photocourant pour en extraire les renseignements souhaités. L'analyseur de spectre convertit le photocourant $\delta I(t)$ en une tension $\delta V(t)$ via la résistance d'entrée R_0 de 50Ω . Cette tension est ensuite mélangée à un oscillateur local travaillant à f_{ana} . Cette fréquence d'analyse sera balayée sur une certaine excursion (*span*) autour d'une fréquence centrale, dans notre cas la fréquence du modulateur acousto-optique (80 MHz), et reportée en abscisses de l'écran. La composante à fréquence nulle en sortie du mélangeur est alors filtrée par un filtre passe-bas de fréquence de coupure B . B est appelée bande d'analyse (*resolution bandwidth RBW*). On effectue ensuite une détection de crête pour lisser le signal à l'aide d'un filtre de fréquence de coupure éventuellement différente (*video bandwidth VBW*). Néanmoins, afin d'éliminer l'influence de la phase de l'oscillateur local, le signal est mélangé suivant deux quadratures orthogonales. C'est donc la puissance de ce signal P_{tot} pour chaque valeur de f_{ana} , intégrée sur l'ensemble de la bande d'analyse, qui est reportée en dBm (P_{tot}^{dBm}) en ordonnées de l'écran. C'est par ailleurs la présence d'un amplificateur logarithmique dans la chaîne de traitement qui rend naturelle l'utilisation de cette unité.

La grandeur physique d'intérêt mesurée par l'analyseur est donc la densité spectrale de puissance $\phi_{tot}(f_{ana})$, exprimée en W/Hz, qui est indépendante de la bande d'analyse choisie

tant que cette bande d'analyse est beaucoup plus fine que la largeur Δf du signal à analyser, ce qui est réalisé dans notre mesure. On a alors :

$$P_{tot}(f_{ana}) = \int_{f_{ana}-B}^{f_{ana}+B} \phi_{tot}(f) df \simeq 2B\phi^{tot}(f) \quad (3.15)$$

Or dans le même temps où il enregistre le signal, l'analyseur de spectre collecte également un bruit blanc dont la densité de puissance spectrale sera notée η . Pour une fréquence d'analyse donnée f_{ana} , la puissance totale collectée P^{tot} vaut donc :

$$P^{tot}(f_{ana}) = 2B(\eta + \phi(f_{ana})) \quad (3.16)$$

où ϕ est la densité spectrale de puissance générée par l'impulsion à 410 nm.

L'expression en dBm de cette puissance est enfin :

$$P_{tot}^{dBm}(f_{ana}) = 10 \log\left(\frac{P_{tot}(f_{ana})}{1\text{mW}}\right) \quad (3.17)$$

Nous allons donc calculer l'expression de la densité spectrale de puissance ϕ . On a :

$$\phi(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_0 \delta I^2(t) e^{-i\omega t} dt \quad (3.18)$$

où R_0 est la résistance d'entrée de l'analyseur de spectre. Pour clarifier l'exposé, le calcul de $\phi(\omega)$ a été reporté dans l'annexe C.

On obtient :

$$\phi(\omega) = \frac{R_0 \pi E_0^2 \tau}{2} \frac{\sqrt{2r}}{(1-r)|\alpha|} \exp\left(-\omega \frac{1-r}{\sqrt{2r}\alpha}\right) \quad (3.19)$$

Dans la région basse fréquence où $\phi(\omega) \gg \eta$, on a alors pour $\alpha > 0$:

$$\begin{aligned} P_{tot}^{dBm}(\omega) &\propto 10 \log \phi(\omega) \\ &\propto -\frac{10}{\ln 10} \frac{1-r}{|\alpha|\sqrt{2r}} \omega \end{aligned} \quad (3.20)$$

Comme $r \simeq 1$, on a :

$$\frac{\sqrt{r}|\alpha|}{1-r} \simeq \frac{r|\alpha|}{1-r} \simeq \omega_c^+ \quad (3.21)$$

On en déduit :

$$\omega_c^+ = \frac{10}{\sqrt{2} \ln 10} \frac{\Delta f}{\Delta P_{tot}^{dBm}} \quad (3.22)$$

On représente sur la figure 3.10 l'enregistrement du battement évoqué plus haut en coordonnées sur l'analyseur de spectre.

On retrouve en effet deux segments de droite à basse fréquence en coordonnées logarithmiques (enregistrement en dBm), ce qui justifie la forme de la loi (3.20). A plus haute fréquence d'analyse, on observe le bruit blanc η .

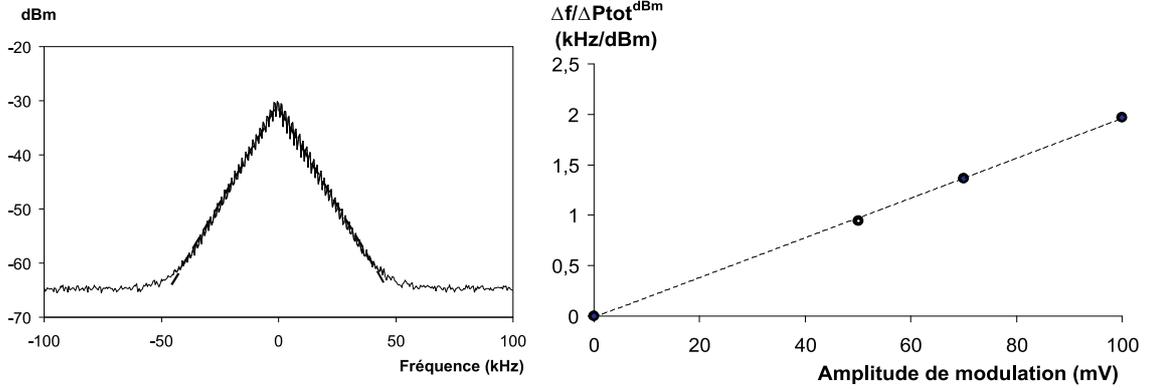


FIGURE 3.10: A gauche, élargissement de la fréquence à 410 nm dans la cavité BBO, pour l'amplitude de modulation de la détection synchrone utilisée pour les enregistrements (70 mV). Le battement a été ramené à fréquence nulle. A droite, linéarité de la pente ajustée en fonction de l'amplitude de la modulation (et donc de la vitesse du miroir).

Par ailleurs, un déplacement sinusoïdal du miroir d'amplitude a_m et de pulsation ω_m se traduit par :

$$x(t) = a_m \sin(\omega_m t) \quad (3.23)$$

En remplaçant $v(t)$ dans 3.7, et en linéarisant les déplacements au voisinage de la position moyenne du miroir ($t \simeq 0$), on a :

$$\phi(t) = \frac{2\omega_0 a_m}{c} \sin(\omega_m t) \simeq \frac{2a_0 \omega_0 \omega_m}{c} t \quad (3.24)$$

d'où :

$$\alpha = \frac{2\omega_m \omega_0}{c} a_m \quad (3.25)$$

D'après (3.22) et (3.21), on s'attend à ce que $\frac{\Delta f}{\Delta P_{tot}^{dBm}}$ soit proportionnel à $|\alpha|$, c'est-à-dire à l'amplitude de modulation a_m de la cale piézo-électrique, la fréquence de modulation étant fixée. C'est ce que l'on vérifie expérimentalement sur la figure 3.10 de droite.

L'ajustement de ces segments de droites donne $\frac{\Delta P_{tot}^{dBm}}{\Delta f}$ et fournit donc une mesure pour chaque sens de mouvement du miroir de la fréquence de coupure :

$$f_c^+ = \frac{\omega_c^+}{2\pi} \simeq 4,26 \text{ kHz} \quad (3.26)$$

$$f_c^- = \frac{\omega_c^-}{2\pi} \simeq 4,16 \text{ kHz} \quad (3.27)$$

Les deux valeurs ajustées diffèrent relativement peu : la symétrie du mouvement du miroir peut être évaluée à mieux que 2 % sur cet enregistrement, ce qui est de l'ordre de la précision de l'ajustement. On supposera donc par la suite $\omega_c^+ \simeq \omega_c^- \simeq 2\Delta$. On discute plus loin l'effet systématique lié à une asymétrie de la modulation de la cavité BBO.

Il faut remarquer que les valeurs expérimentales trouvées pour f_c^+ et f_c^- ne coïncident pas avec les observations de la résonance 1S-3S, qui suggèrent $\Delta \simeq 69$ kHz. Nous n'avons pas eu le temps de refaire ces mesures de surmodulation, aussi nous utiliserons la valeur de Δ déduite de la transition 1S-3S. Les mesures effectuées ici ont surtout l'intérêt de vérifier la symétrie de la modulation.

3.2 Détection de la fluorescence à 656 nm

3.2.1 Processus d'excitation à deux photons

Nous décrirons ici la cavité de surtension UV qui permet de réaliser la transition 1S-3S à deux photons contrapropageants, ainsi que la structure du jet d'hydrogène dans l'état fondamental et le schéma optique de détection de la fluorescence. Un schéma global est proposé en fin de section (fig. 3.13, p. 98).

La cavité de surtension

La cavité de surtension est une cavité Fabry-Pérot proche de la configuration concentrique, le mode TEM₀₀ présentant un col de 48 μm et une longueur de Rayleigh z_R de 35 mm. La cavité est placée dans l'axe du jet atomique de sorte à augmenter le temps d'interaction et minimiser l'élargissement dû au temps de transit. Les traitements diélectriques R_{max} sont moins efficaces à 205 nm que dans le visible, aussi la surtension de cette cavité n'est que de l'ordre de 20. Les deux miroirs sphériques, séparés de 49 cm, sont placés sur des cales piézoélectriques afin d'asservir la longueur de la cavité. En effet, l'asservissement sur un faisceau formé d'impulsions est plus complexe que pour un faisceau continu. Il a un rôle double : assurer la résonance de la cavité avec la longueur d'onde des impulsions, bien sûr, mais aussi égaliser l'énergie intracavité correspondant aux impulsions décalées vers le bleu ou vers le rouge. On peut trouver un schéma temporel expliquant son principe dans la thèse de G.Hagel (p.81).

En effet, la modulation de phase dans la cavité BBO introduit des bandes latérales en fréquence, qui sont associées à un décalage Doppler. Les impulsions UV sont produites à une cadence de 30 kHz, double de la fréquence de modulation de la cavité BBO. On utilise la référence de fréquence à 15 kHz pour moduler la cavité du jet de sorte que le maximum du pic d'Airy de la cavité coïncide à tout moment avec la fréquence centrale de l'impulsion. La tension continue appliquée à la cale règle la symétrie des pics. L'amplitude de modulation est diminuée jusqu'à atteindre la hauteur maximale des pics. La largeur du pic d'Airy de la cavité est donnée par $c/2LF \simeq 6$ MHz. La largeur de l'impulsion bleue (durée 4 μs) est de l'ordre de $1/\Delta t_{410} \simeq F_{410}\alpha \simeq 250$ kHz, et donc celle de l'impulsion UV d'environ 390 kHz. Elle reste donc faible devant la largeur du pic d'Airy. Par ailleurs, le double de la largeur des impulsions demeure inférieur à la largeur naturelle de la transition.

Il est nécessaire d'asservir la cavité sur une échelle de temps de l'ordre de 300 ms pour compenser les dérives de longueur. La transmission de la cavité est mesurée sur une photodiode placée derrière le miroir de sortie. On démodule ce signal à 15 kHz, en réglant la phase de sorte à produire en sortie la différence entre les impulsions décalées vers le rouge et vers le bleu. La présence d'un décalage par rapport à zéro signifie que l'on s'éloigne de la résonance (voir fig. 3.11). Ceci constitue donc un signal d'erreur qui est amplifié et renvoyé sur une des cales piézoélectriques.

Cependant, nous n'arrivons pas à corriger les dérives sur des temps supérieurs à la dizaine

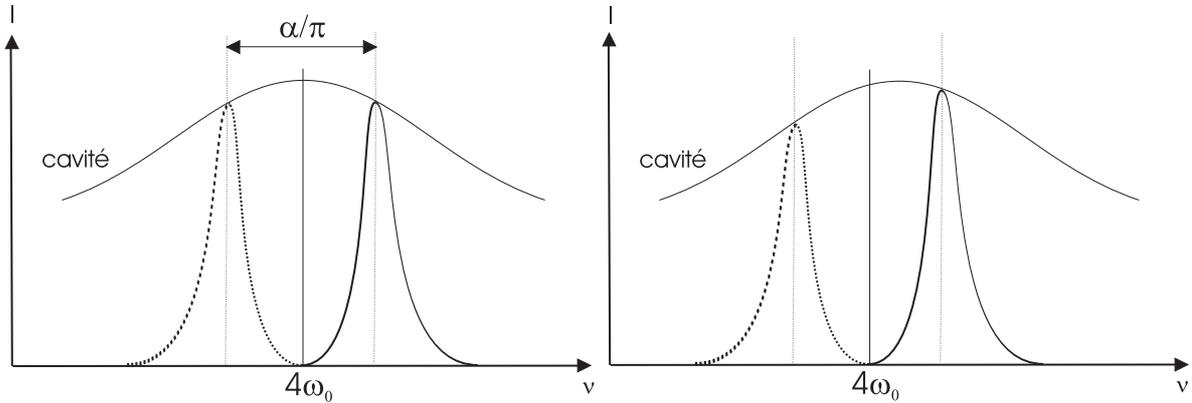


FIGURE 3.11: Schéma de principe de l'obtention du signal d'erreur de fréquence. A gauche, cavité bien réglée. A droite, cavité dérégulée. La forme des impulsions UV est du type $I_{UV} \simeq (\omega - 4\omega_0)^3 \times e^{-\frac{\omega - 4\omega_0}{\omega_c^2}}$. On a représenté en trait plein l'impulsion UV pour $\alpha > 0$, et en pointillés $\alpha < 0$.

de secondes, malgré diverses tentatives consistant à rajouter un intégrateur dans la boucle de rétroaction. Durant les quelques semaines d'enregistrement, il a donc fallu adopter la solution de l'asservissement manuel !

Il est également primordial dans l'interprétation des signaux de fluorescence de pouvoir corriger le bruit lié à la présence d'UV dans la cavité. Afin de mesurer cette puissance UV, nous démodulons le signal de la photodiode UV à 30 kHz, en réglant la phase de la détection synchrone de façon à maximiser la tension de sortie. Cette tension est acquise à chaque seconde par l'ordinateur qui gère l'expérience, avec un échantillonnage de 100 Hz. On peut estimer la puissance moyenne intra-cavité d'UV grâce à la tension fournie par cette détection synchrone, de l'ordre de 7 mV dans de bonnes conditions. En divisant cette valeur par le gain de la photodiode (2) et sa résistance de charge (10 kΩ), on trouve un photocourant de 350 nA. La photodiode UV utilisée a un rendement à 205 nm d'environ 0,08 A/W, et la transmission théorique du miroir de sortie est de l'ordre du pourcent. On en déduit une puissance UV moyenne de 440 μW.

La cavité est mise sous vide secondaire (10^{-6} mbar) à l'aide d'une pompe à diffusion (qui a l'avantage sur une pompe turbo de fonctionner sans vibrations), elle-même pompée par une pompe primaire à palettes.

Le jet d'hydrogène 1S

L'hydrogène atomique est produit dans une décharge radiofréquence à 25 MHz refroidie par une circulation d'eau à environ 13°C. Le tube à décharge est placé perpendiculairement à l'axe de la cavité de surtension. Il se forme un plasma de couleur rose, d'où le jet est extrait

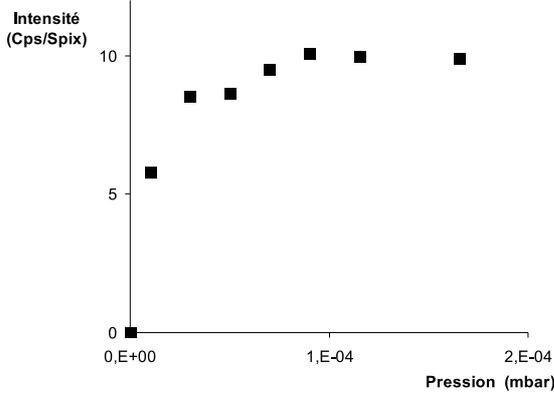


FIGURE 3.12: Evolution de la fluorescence à 656 nm détectée sur la caméra CCD, provenant de la lumière parasite de la décharge, en fonction de la pression à l'intérieur de l'enceinte.

par un petit orifice. Le jet étant thermique, on admettra que sa distribution de vitesse est de la forme [59] :

$$f_n(v, \sigma) = v^n e^{-\frac{v^2}{2\sigma^2}} \quad (3.28)$$

avec $n=3$ pour un jet effusif [10], et $\sigma = \sqrt{\frac{k_B T}{M}} = 1,54$ km/s pour $T=286$ K, si l'on admet que la circulation d'eau agit comme un thermostat pour le plasma.

Ce jet est ensuite guidé vers la cavité par une buse en Téflon blanc coudée, et se déplace de façon colinéaire au faisceau UV dans la cavité. On réduit ainsi la lumière parasite parvenant dans la zone de détection, au détriment d'une perte par recombinaison d'atomes. La présence de diaphragmes de faible diamètre (2 ou 3 mm) réduit encore la lumière de la décharge.

Il serait intéressant de pouvoir mesurer le nombre d'atomes produits. L'hydrogène est produit majoritairement dans le niveau fondamental, mais également en faibles proportions dans ses niveaux excités. Il est donc a priori tentant de détecter la fluorescence Lyman- α qui est la plus intense. Malheureusement, la défection de l'alimentation du photomultiplicateur Lyman- α n'a pas permis de réaliser cette mesure. On peut tout de même utiliser la fluorescence Balmer- α à 656 nm pour évaluer les performances de la décharge. La pression optimale dans l'enceinte se situe autour de 10^{-4} mbar (voir fig. 3.12), ce qui correspond à une densité de l'ordre de 3×10^{12} atomes.cm $^{-3}$. Nous avons essayé d'améliorer ce signal de fluorescence parasite en nettoyant à l'acide fluorhydrique les composants, sans nette amélioration. Le matériau Téflon blanc est *a priori* optimal pour le transport de l'hydrogène atomique, comme l'essai d'autres matériaux [63] et des études réalisées dans la production de jets intenses d'hydrogène polarisé [25] l'ont montré. Il semble donc difficile d'augmenter la densité d'atomes dans la zone de détection à cette température, à moins de rapprocher le tube à décharge.

L'intérieur de l'enceinte est noirci à l'aide d'un revêtement absorbant (*Aquadag*), et le jet est raccordé mécaniquement à la table optique du BBO pour réduire les vibrations.

Nous verrons par la suite qu'il peut être intéressant de refroidir le jet atomique pour diminuer l'effet Doppler du second ordre.

L'optique de détection

Nous réalisons l'image de la zone d'interaction atome-laser sur une caméra CCD qui surplombe le dispositif. Le col du faisceau UV dans la cavité est placé au foyer d'un premier condenseur (diamètre 50 mm, focale 30 mm), afin de disposer du meilleur angle solide de collection possible : les rayons sont collectés jusqu'à un angle de 46° . Un miroir sphérique dont le centre coïncide avec le col renvoie une partie de la fluorescence émise vers le bas. Nous avons essayé de retirer ce miroir pour améliorer la qualité de l'image sans amélioration notable. Ce fut par contre l'occasion de remarquer que ce miroir bloquait des photons parasites provenant de la pompe à diffusion, dont le brouillard d'huile est entretenu par une résistance chauffante, et qui parvenaient à diffuser à travers le piège à azote liquide. Après passage par un filtre interférentiel à 656 nm, un second condenseur (diamètre 75 mm, focale 50 mm) image la fluorescence sur la surface sensible d'un photodétecteur.

L'extension transverse de l'image du faisceau de fluorescence est donc en théorie très faible : la zone de fluorescence à 656 nm a un diamètre inférieur d'un facteur $\sqrt{2}$ au col du faisceau UV, soit $34 \mu\text{m}$, puisqu'il s'agit d'une transition à deux photons, et le grandissement du système optique n'est que de 1,55. Cependant les dimensions de l'image observée seront beaucoup plus grandes, comme on le verra, bien que l'on ait vérifié que l'on était au foyer du second condenseur, certainement en partie à cause des aberrations sphériques importantes engendrées par les condenseurs.

L'extension longitudinale quant à elle est tout d'abord limitée par la longueur de Rayleigh du faisceau UV (environ 35 mm). Toutefois le filtre interférentiel stoppe les rayons d'incidence supérieure à 15° . Les points du faisceau hors de l'axe du premier condenseur dont la distance à l'axe est supérieure à 8 mm sont donc arrêtés par le filtre (en assimilant le condenseur à une lentille simple dans les conditions de Gauss). C'est bien l'ordre de grandeur de l'extension transverse de l'image de fluorescence observée.

Le photodétecteur que nous avons mis en place durant cette thèse est une caméra CCD, dont la barrette, rectangulaire, est disposée de sorte que sa grande dimension soit parallèle à l'axe de la cavité de surtension.

Dans le montage précédent, l'emplacement du photodétecteur où se situe actuellement la barrette de la caméra CCD était occupé par une fente qui était imagée à l'aide d'un dernier condenseur et d'une lentille sur la photocathode d'un photomultiplicateur.

3.2.2 La caméra CCD

Jusqu'au début de cette thèse, la détection des photons à 656 nm s'effectuait grâce à des photomultiplicateurs. Le temps de réponse très court de ces détecteurs permettait de sélectionner les fenêtres temporelles correspondant à la présence de l'impulsion UV dans la

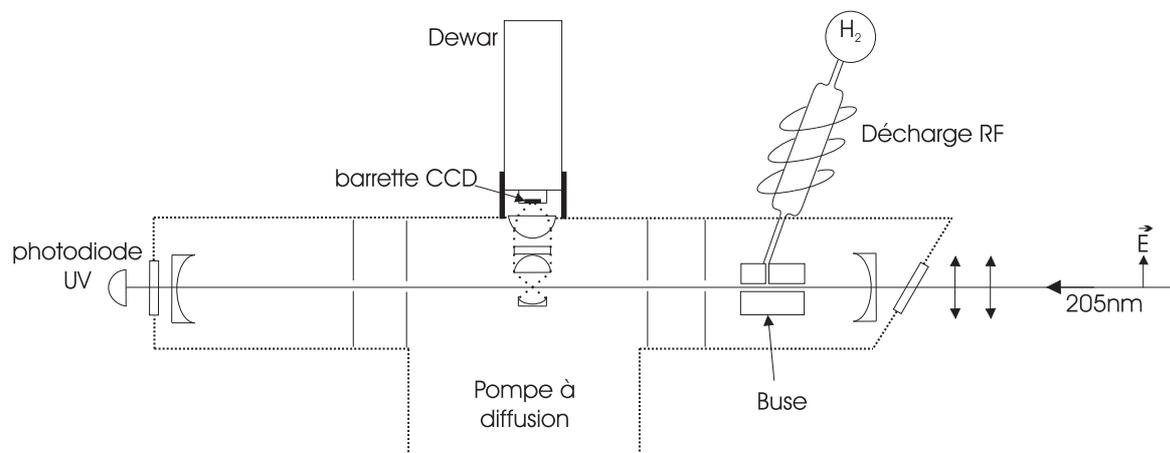


FIGURE 3.13: Vue schématique de côté du jet atomique 1S. La décharge est en réalité dans le plan perpendiculaire.

cavité de surtension du jet, diminuant ainsi le bruit stationnaire dû à la lumière parasite de la décharge [63]. Cependant, les nouveaux détecteurs à matrice de CCD (dont la technologie a été mise à l'oeuvre en astronomie), si leur temps de réponse ne permet plus ce genre de commutation électronique rapide, présentent d'autres avantages pour une expérience comme la nôtre où le flux de photons photodétectés est faible. Ainsi, leur rendement quantique avoisine les 100 %, leur bruit d'obscurité est très faible, et ils apportent une information spatiale lors de l'acquisition. De plus, la silhouette allongée de la CCD, adaptée à la forme de l'image du faisceau gaussien de fluorescence et la possibilité de sélectionner des régions d'intérêt dans la barrette laissent espérer une réduction du bruit par rapport à la surface carrée et indivisible d'un photomultiplicateur.

Ce sont ces raisons qui nous ont poussé à acquérir une caméra CCD refroidie à l'azote liquide afin de remplacer notre photomultiplicateur, dans l'espoir d'améliorer le rapport signal à bruit des enregistrements. Nous présenterons ici brièvement le principe de fonctionnement de la caméra et ses caractéristiques, puis nous nous attarderons sur les différents bruits liés à son utilisation et les corrections éventuelles. Enfin dans les parties suivantes nous décrirons la séquence expérimentale d'acquisition de la transition 1S-3S, afin de comprendre les différents compromis adoptés pour le fonctionnement de la caméra.

Caractéristiques

La caméra CCD (*Charge Coupled Device*) est une matrice de détecteurs, chaque pixel correspondant à un semi-conducteur pris en sandwich entre les armatures d'un condensateur. Un photon incident sur un pixel apporte alors à un électron du semi-conducteur l'énergie suffisante pour franchir la largeur de la bande d'énergie interdite (*gap*). Un photo-électron est ainsi créé avec un très bon rendement, tandis que le trou associé part à la masse. Les photo-

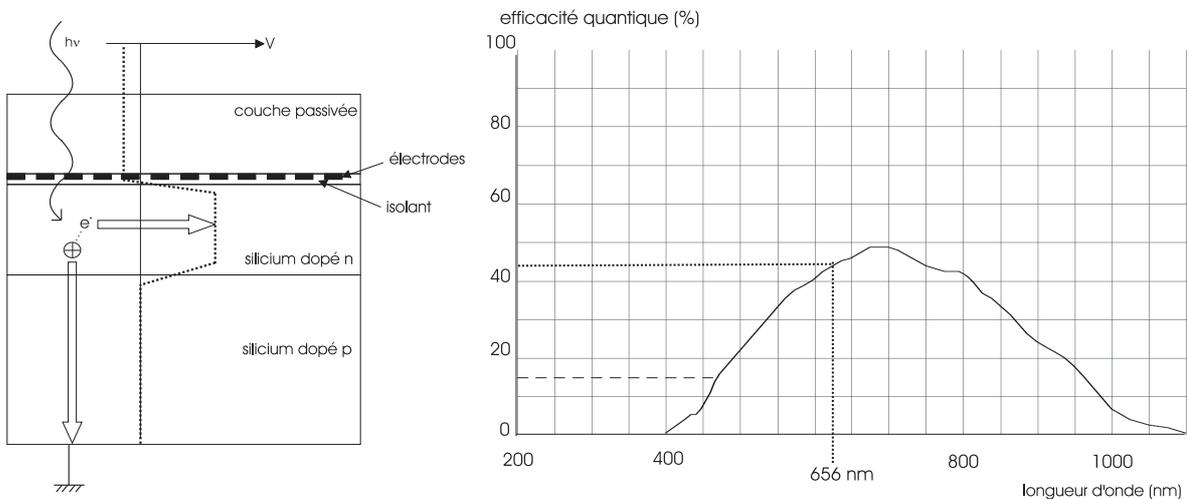


FIGURE 3.14: Barrette CCD éclairée par l'avant. A gauche, principe ; à droite, évolution typique de l'efficacité quantique en fonction de la longueur d'onde.

électrons sont stockés dans chaque pixel dans le puits de potentiel formé par le condensateur polarisé. La lecture s'effectue ensuite sur notre caméra par un processus de transfert de trame, durant lequel les charges sont décalées une à une sur un registre de lecture. Enfin la charge de chaque pixel est convertie en tension, amplifiée et convertie en un signal numérique. Le contrôleur de la caméra CCD dialogue avec un ordinateur qui affiche les images et règle les paramètres d'acquisition. La barrette CCD est refroidie à environ -120°C pour limiter le bruit d'obscurité.

Dans la majorité des barrettes CCD, la lumière pénètre dans le semi-conducteur en passant à travers la couche d'électrodes en polysilicone (*front illuminated CCD*). Une fine couche d'oxyde de silicium isole les électrodes des sections dopées (voir fig 3.14). La transmission de ces électrodes est très faible en dessous de 400 nm et atteint environ 50 % au maximum de sensibilité, vers 700 nm. Au-delà de 1100 nm l'énergie des photons incidents devient inférieure à la largeur de la bande interdite et la barrette devient donc transparente. La réponse spectrale typique de ces détecteurs est donnée sur la fig. 3.14.

L'efficacité quantique peut être grandement améliorée en éclairant la barrette CCD depuis l'autre face (*back illuminated CCD*), évitant ainsi les électrodes. Cependant, si l'épaisseur du semiconducteur dopé p est trop grande, les paires électron-trou se recombinent avant que les photo-électrons n'aient atteint le puits de potentiel. Il est donc nécessaire de réduire son épaisseur à environ une dizaine de microns. On obtient ainsi des rendements quantiques proches de 90 % à 656 nm (voir fig. 3.15), ce qui est à comparer aux 15 % obtenus avec les meilleurs photomultiplicateurs. Toutefois la barrette CCD est dans cette configuration plus sensible à l'ultraviolet. C'est cette option que nous avons finalement retenue.

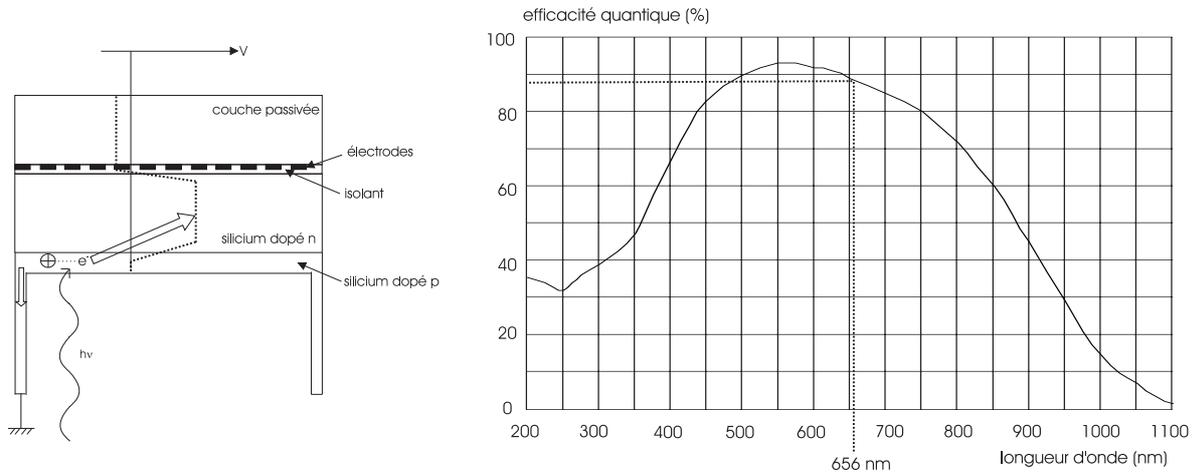


FIGURE 3.15: Barrette CCD éclairée par l'arrière. A gauche, principe ; à droite, évolution typique de l'efficacité quantique en fonction de la longueur d'onde.

Notre barrette CCD (E2V CCD36-10) est formée de 100 lignes de 1340 pixels, dont la dimension est de $20 \times 20 \mu\text{m}$. Elle forme donc un rectangle de $26,8 \times 2 \text{ mm}$. Ces dimensions font qu'elle est en général utilisée dans des applications de spectroscopie. Un traitement anti-reflet dans le visible est déposé sur le semiconducteur de type p. Comme nous utilisons la caméra pour une longueur d'onde inférieure à 800 nm, nous ne sommes pas soumis à aux effets d'interférences observés sur les barrettes éclairées par l'arrière aux longueurs d'onde proche IR.

La lecture s'effectue par un transfert en bloc des charges dans un registre à l'abri de la lumière (voir fig. 3.16), en jouant sur les tensions appliquées aux électrodes. La capacité des puits de potentiel du registre ($>250\,000$ électrons) n'a jamais constitué un obstacle, le nombre de photoélectrons collecté étant faible. Le temps de lecture total de la barrette lors de l'expérience était de 24,5 ms.

Ce type de transfert peut être à l'origine d'un phénomène de traînée (*smearing*), lorsqu'aucun obturateur n'est utilisé lors de la lecture, comme dans notre cas. Alors lors de la translation des charges vers le registre, des photoélectrons continuent à s'accumuler dans les zones de forte intensité, ce qui fausse la mesure de certains pixels. Nous avons observé cette effet lors de tests préliminaires sur des signaux intenses, mais le faible contraste des images de fluorescence à 656 nm élimine ce genre de problème.

La charge de chaque pixel est enfin convertie en tension analogique par un procédé linéaire, et convertie en signal numérique par un convertisseur A/N 16 bits travaillant à 100 kHz, donnant donc accès pour chaque pixel à 65 536 niveaux d'intensité. La sensibilité de ce convertisseur peut être réglée sur trois niveaux de gain ($1,2 \bar{e}/\text{coup}$, $2,5 \bar{e}/\text{coup}$, $5 \bar{e}/\text{coup}$). Comme nous sommes loin de la saturation des puits de potentiel, nous utilisons le réglage le

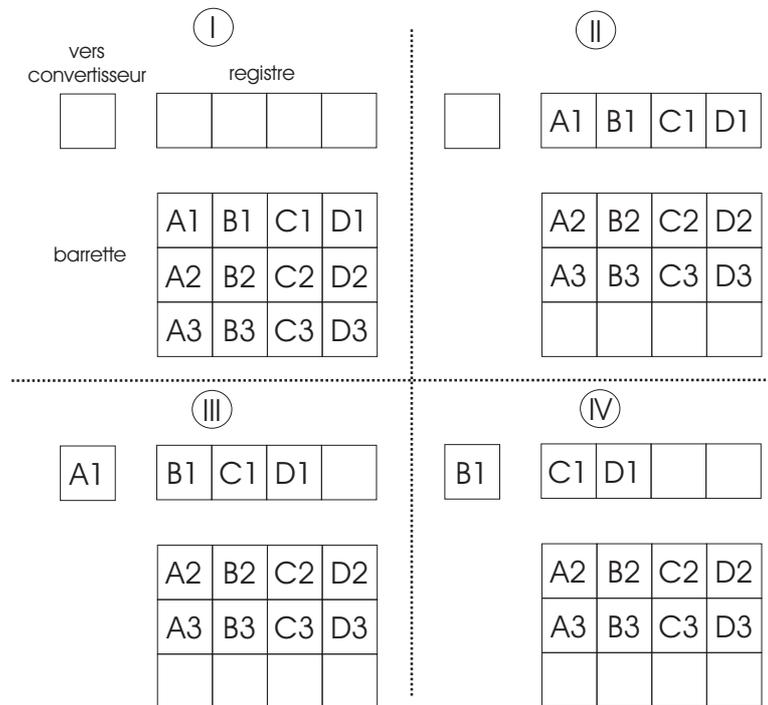


FIGURE 3.16: Séquences successives du transfert de trame (I→IV)

plus sensible ($1,2 \bar{e}/\text{coup}$), qui minimise le bruit de quantification.

La barrette est placée au sein de la caméra sous vide, la lumière pénétrant par une fenêtre en silice fondue. L'ensemble de l'électronique est blindée pour ne pas capter de parasites extérieurs. La caméra (Princeton Instruments Spec 100B) est pilotée par un contrôleur (ST133A) relié à un ordinateur utilisant le logiciel WinSpec 32.

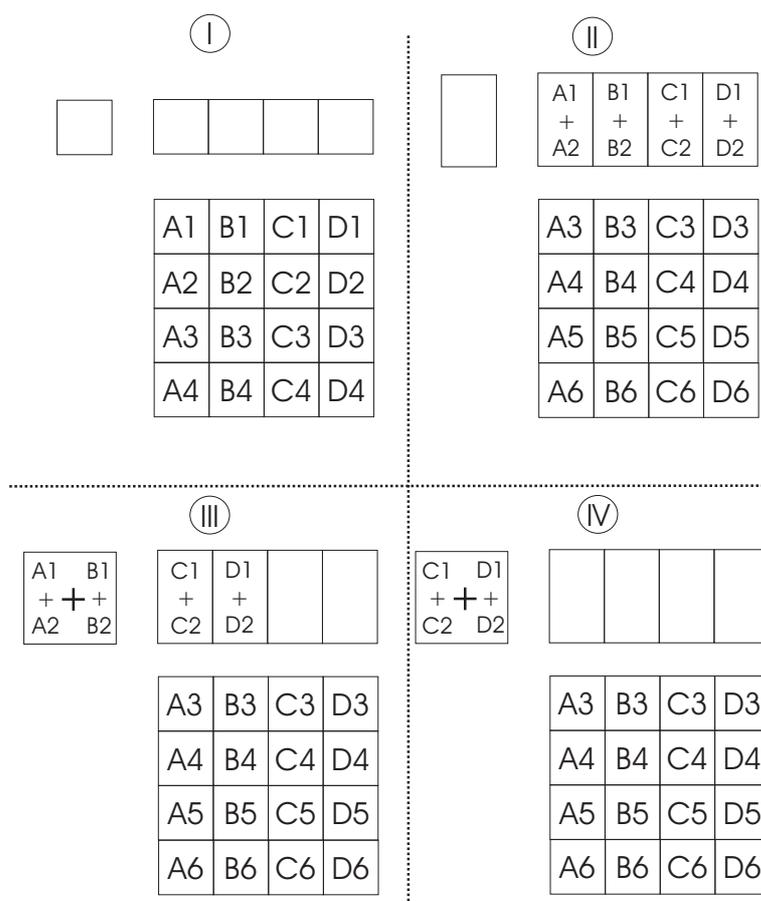
Notons enfin qu'il est possible de grouper des pixels en un amas rectangulaire (que nous appellerons par la suite super-pixel, ou Spix). Ce type de regroupement est connu en anglais sous le nom de *hardware binning*. La barrette est ensuite subdivisée par le logiciel en super-pixels contigus. Le transfert de trame s'effectue alors de manière un peu différente. Nous prenons dans la fig. 3.17 l'exemple d'un super-pixel de dimension 2×2 .

Dans toute la suite, les lignes de pixels désigneront les rangées de pixels parallèles au plus grand côté de la caméra, et les colonnes la direction transverse.

La première ligne de pixels de la caméra était victime d'un vice de fabrication, et leur gain est très différent des autres pixels. En l'absence de source de calibration réellement uniforme, nous avons préféré éliminer ces pixels dans le traitement des images par la suite.

Bruits intrinsèques

Bruit thermique

FIGURE 3.17: Séquences successives du transfert de trame avec un super-pixel 2×2 (I→IV).

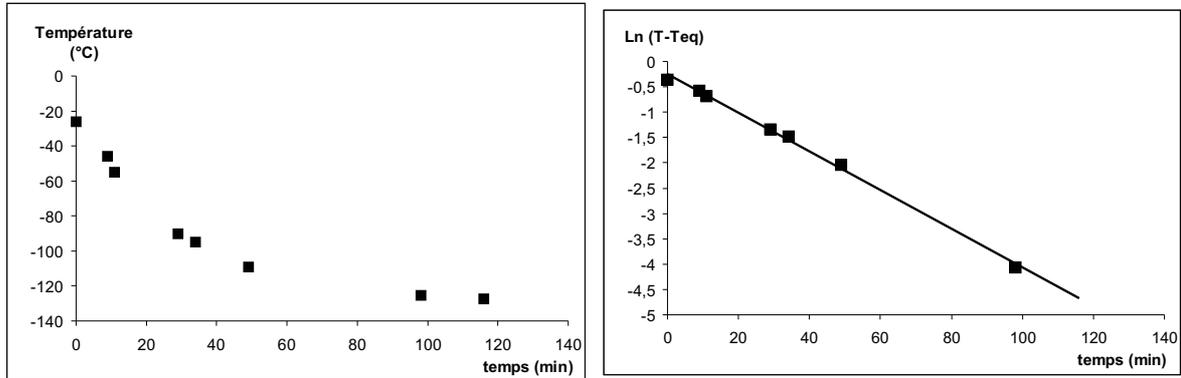


FIGURE 3.18: Variation de la température de la barrette en fonction du temps après remplissage du dewar. La température de consigne ici est -128°C , qui est la température la plus basse à laquelle l’asservissement fonctionne.

Le courant d’obscurité dans une caméra CCD résulte d’imperfections dans le substrat de silicium. Ces défauts sont à l’origine d’états électroniques dans la bande interdite, qui constituent des niveaux tremplins pour accéder à la bande de conduction à partir de la bande de valence. L’occupation de ces niveaux est proportionnelle à un facteur de Boltzmann du type $e^{-\frac{E}{k_B T}}$. On comprend donc pourquoi le constructeur prédit que le nombre de coups double pour une augmentation d’environ 6°C . Le nombre d’électrons thermiques N_{th} est bien entendu proportionnel au temps d’intégration, et à la surface du super-pixel. Le bruit engendré est lié à la statistique poissonnienne, et vaut donc $\sqrt{N_{th}}$.

À température ambiante, le bruit thermique suffit à saturer les puits de potentiel en quelques secondes. Il est donc critique de refroidir la barrette pour pouvoir distinguer les photoélectrons. Un dewar de capacité 1,7 L rempli d’azote liquide joue le rôle de thermostat à 77 K. Cependant à cette température l’efficacité du transfert de charge n’est pas suffisante. Une résistance chauffe donc la barrette à des températures comprises entre -130°C et -90°C . La température est asservie à $\pm 0,04^{\circ}\text{C}$ (données constructeur). On a pu mesurer le temps caractéristique de descente en température de la barrette, qui est de 26 minutes (voir fig. 3.18).

On peut chercher à déterminer expérimentalement l’intensité du bruit thermique à la température d’utilisation, c’est-à-dire $-128,5^{\circ}\text{C}$. En passant de $-128,5^{\circ}\text{C}$ à -110°C , nous avons mesuré une augmentation de $1,5 \bar{e}/\text{pixel}/\text{heure}$ du nombre d’électrons thermiques. Soit x la valeur de ce nombre d’électrons thermiques à $-128,5^{\circ}\text{C}$. En admettant le doublement du bruit thermique tous les 6°C , on peut déterminer x . En effet, on a alors :

$$x \times \left(2^{\frac{18,5}{6}} - 1\right) = 1,5 \bar{e}/\text{pixel}/\text{heure} \quad (3.29)$$

Le nombre d'électrons thermiques à $-128,5$ °C est finalement d'environ $0,21 \bar{e}/\text{pixel}/\text{heure}$. Le bruit thermique typique à -120 °C donné par le constructeur est de $0,3 \bar{e}/\text{pixel}/\text{heure}$, alors que notre détermination donne $0,56 \bar{e}/\text{pixel}/\text{heure}$ à -120 °C.

Le bruit thermique qui intervient au niveau de la résistance de sortie de l'amplificateur (du type bruit Johnson) est quant à lui négligeable.

Il faut cependant noter que l'efficacité quantique du silicium dépend de la température : en passant de -90 °C à -130 °C, on perd environ 30 % sur l'efficacité quantique. Dans le même temps, le courant d'obscurité est réduit d'un facteur 100.

Bruit de lecture

Pour une charge nulle sur les pixels, le convertisseur A/N sort une valeur de l'intensité égale à 100 coups/Spix, ceci afin d'éviter à l'électronique de travailler au voisinage d'une tension nulle. Ce décalage est totalement reproductible et peut donc être retranché. Lors du transfert des électrons vers le registre, puis pendant les transferts à l'intérieur du registre vers le convertisseur charge-tension apparaissent des défauts liés à l'inefficacité du transfert de charges. Ceci, d'une part, crée un excès de coups comptés sur l'ensemble de la barrette dans certains cas. D'autre part, comme ces processus sont aléatoires de pixel à pixel, l'acquisition d'un fond noir se retrouve affectée d'un bruit appelé bruit de lecture, que le constructeur estime à $3,5 \bar{e}/\text{pixel}$. Or l'ordre de grandeur du signal de fluorescence attendu est de 100 photons/s. Si l'on utilisait la résolution maximale de la barrette, il faudrait donc un temps de pause de plus d'une heure pour que le signal par pixel devienne comparable au bruit de lecture ! Il est donc indispensable pour nous de grouper les pixels en super-pixels. Or il est connu dans la communauté des utilisateurs de CCD que les efficacités du transfert horizontal ou vertical sont en général différentes. Nous avons donc caractérisé ces bruits en déterminant l'écart-type des pixels constituant l'image d'un fond noir en fonction de leur forme. Nous avons également déterminé le nombre de coups surajoutés en calculant à chaque fois le nombre total de coups reçus par la barrette. On choisit un temps d'exposition court pour éviter les électrons thermiques.

On constate que le transfert de charges le long des colonnes s'effectue presque sans ajout de bruit, tandis que l'addition de plusieurs charges du registre provoque une augmentation du bruit linéaire avec la dimension horizontale du Spix (voir fig. 3.19 gauche). On retrouve pour un pixel simple un écart-type de $3,25 \bar{e}/\text{pixel}$.

Ce comportement se retrouve sur le nombre de coups surajoutés en moyenne à la lecture (voir fig. 3.19 droite).

Par ailleurs, on a examiné l'évolution du nombre total de coups dûs à la lecture sur la barrette en fonction de la taille des Spix (voir fig. 3.20). On a intérêt à se placer dans une configuration où le nombre total de coups hors signal est minimal, car ce bruit surajouté est également sujet à des fluctuations. On remarque comme dans l'étude précédente que le regroupement vertical est plus favorable que le regroupement horizontal des pixels. On a essayé

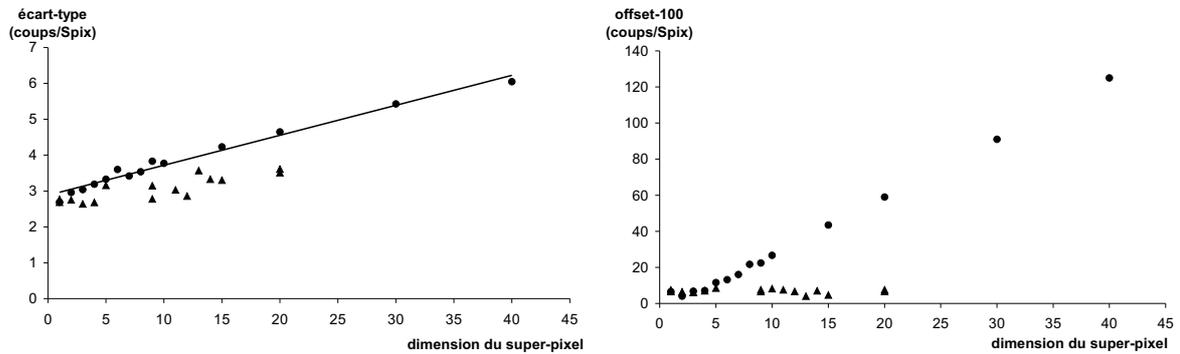


FIGURE 3.19: A gauche, variation du bruit de lecture avec la dimension du Spix. A droite, variation du décalage surimposé avec la dimension du Spix. Les super-pixels groupés par ligne sont représentés en ronds, et ceux groupés par colonne en triangles.

plusieurs configurations de Spix rectangulaires. Les deux configurations dans lesquelles ont été effectuées les expériences se situent dans le palier où le nombre de coups ajouté est minimal. Les premiers enregistrements ont été effectués avec des Spix 4×11 , pour lesquels l'augmentation du bruit de lecture reste faible comparée au bruit pour des Spix 4×1 . Cependant, comme nous allons le voir, nous avons été conduits à adopter des Spix 50×19 pour minimiser l'influence de la variation temporelle du fond, au détriment d'un écart-type entre les Spix plus grand.

La barrette CCD peut donc se décomposer en une assemblée de 134000 (1340×100) pixels simples, 3015 (335×9) Spix de dimensions 4×11 , ou 130 (26×5) Spix de dimensions 50×19 .

Fluctuations temporelles du fond

Au cours d'une acquisition du fond durant laquelle est enregistrée une série d'images à intervalles réguliers, on peut observer une décroissance lente du nombre de coups ajoutés par la lecture (voir fig. 3.21 à droite), à laquelle se superposent des variations à court terme. Cette décroissance est réinitialisée à chaque fois que l'on lance une acquisition. De plus, le nombre de coups enregistrés lors de la première image varie beaucoup d'une acquisition à l'autre.

L'origine de ce phénomène reste inconnue. En effet, la température de la caméra CCD reste asservie à une bonne précision tout au long de l'acquisition à beaucoup mieux qu'un degré kelvin, et l'ordre de grandeur de cette décroissance correspondrait à des variations de plusieurs dizaines de degrés. On pense plutôt que cet effet correspond à une stabilisation lente de l'électronique de lecture. Il est également possible qu'il soit lié au processus initial de nettoyage des charges de la barrette.

S'il est possible (et nécessaire) de corriger la variation lente, les fluctuations d'image à

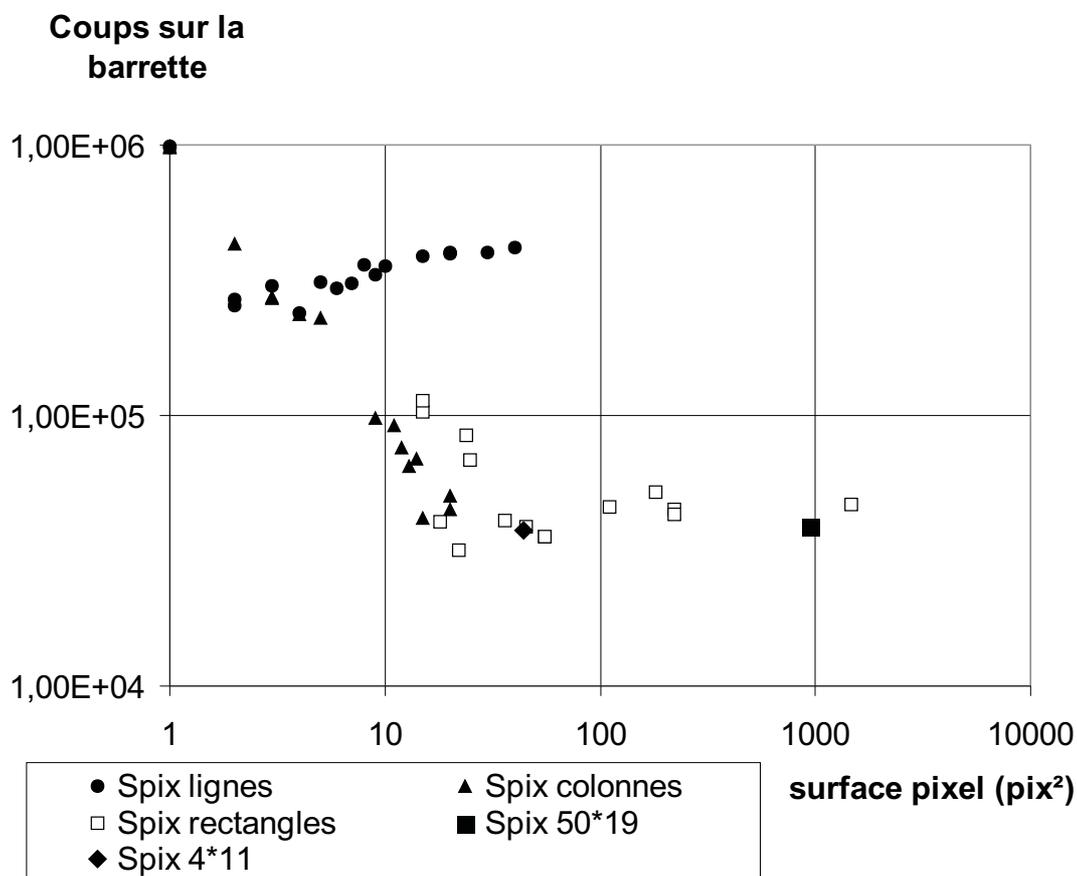


FIGURE 3.20: Evolution du nombre de coups ajoutés sur la barrette par la lecture en fonction de la dimension du super-pixel.

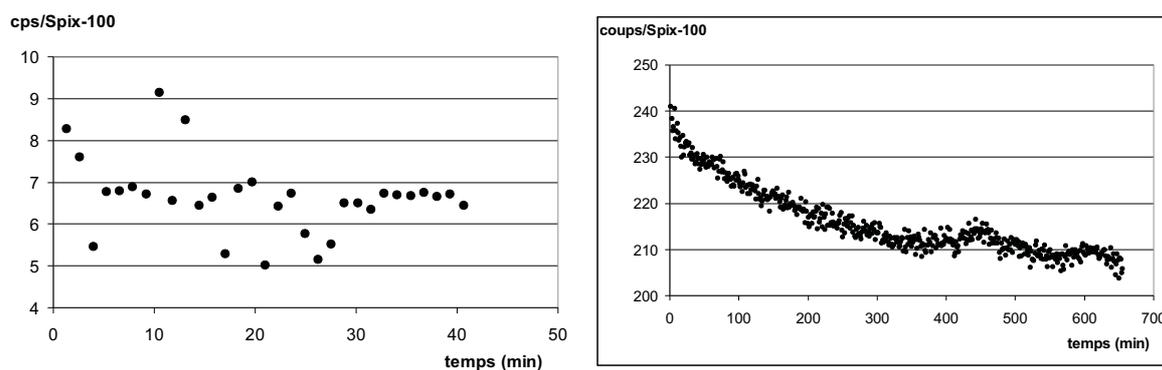


FIGURE 3.21: Evolution temporelle du fond. A gauche, Spix 4 × 11. A droite, Spix 50 × 19.

image sont quant à elles imprévisibles (voir fig. 3.21 à gauche). Il est important de remarquer qu'elles sont indépendantes de la taille du Spix choisi. Or dans le cas des Spix 4×11 , elles contribuent de façon importante au bruit sur la courbe de résonance 1S-3S. En passant à des super-pixels 50×19 , le signal par super-pixel est 20 fois plus important, sans augmentation des fluctuations court terme. On s'affranchit ainsi convenablement de l'effet à court terme.

Bruits extérieurs

Rayons cosmiques

Durant la durée de l'acquisition, la barrette CCD est traversée par des rayons cosmiques de haute énergie, qui déposent une partie de leur énergie en créant des paires électron-trou au sein du silicium. Ces forts excès de charges sont en général localisés sur quelques super-pixels, mais peuvent déborder sur les Spix adjacents en cas de saturation du puits de potentiel (*blooming*). Ils faussent évidemment grandement le nombre de coups total enregistrés sur la barrette, aussi est-il indispensable de les éliminer. Pour ce faire, l'image est traitée par un programme qui identifie les pixels dont la valeur est supérieure à la valeur moyenne de l'image (corrigée du décalage électronique=100) multipliée par un seuil ajustable (typiquement 1,5). En effet, les images de fluorescence ne présentent qu'un faible contraste. La valeur moyenne sur la barrette est enfin calculée sur les pixels restants. Cette méthode, plutôt qu'une extrapolation locale, a l'avantage de n'engendrer aucun effet systématique. Le signal de fluorescence sera donc analysé en termes de nombre de coups moyen par super-pixel plutôt qu'en terme de nombre de coups total sur la barrette. Toutes les mesures réalisées avec la CCD présentées ce manuscrit ont été corrigées des rayons cosmiques.

Bruit dû à la décharge

Malgré la buse coudée qui guide le jet atomique, une partie de la fluorescence Balmer- α produite dans la décharge radio-fréquence diffuse jusqu'à la zone d'interaction. La signature spatiale de cette lumière est bien caractéristique, et n'a pas changé au cours du déménagement (voir fig. 3.22). Pendant une exposition de 78,6 s, elle est responsable de 100 coups/Spix en moyenne sur l'intégralité de la barrette, avec des super-pixels 50×19 , soit 285 photons/s si l'on suppose une efficacité quantique de 60% à $-128,5^\circ\text{C}$. Une fois son fonctionnement stabilisé (i.e la pression d'hydrogène dans l'enceinte), sa présence n'augmente pas les fluctuations du signal collecté par la CCD (voir fig. 3.23).

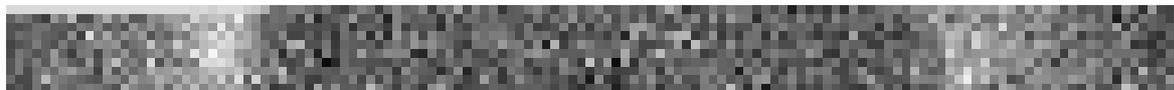


FIGURE 3.22: Profil spatial de la fluorescence liée à la décharge. La cavité BBO se situe vers la droite de l'image. Le contraste est de l'ordre de 50 %

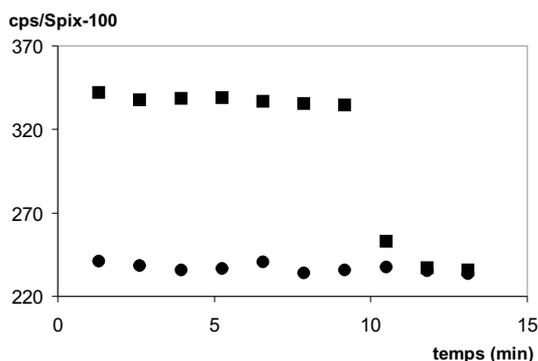


FIGURE 3.23: Mesure de la fluorescence à 656 nm liée à la décharge pour des Spix 50×19 , intégrée sur 78,6 s. En ronds, fond noir. En carrés, décharge allumée puis éteinte.

Bruit dû à la présence d'UV dans la cavité

Tout comme c'était déjà le cas avec le photomultiplicateur, la présence d'UV résonnant dans la cavité engendre des coups parasites sur la barrette CCD. Ceci peut être dû à des photons à 656 nm créés par fluorescence dans les optiques de détection, ou à des photons UV non absorbés par les différentes épaisseurs de verre. Ces deux phénomènes conduisent à un nombre de photons parasites proportionnel à la puissance UV.

Ce bruit constitue le bruit prédominant lors des mesures, car l'intensité UV en cavité est très dépendante du temps et du bon asservissement de la cavité de surtension. Pour améliorer le rapport signal à bruit du signal de fluorescence, il est indispensable de le corriger à partir de la mesure de l'intensité UV. Il présente également une signature spatiale caractéristique (voir fig. 3.24), néanmoins faiblement contrastée (fluctuations spatiales de l'ordre de 10 %). On peut déjà remarquer que spatialement ce bruit est dans la même zone que le signal de fluorescence attendu, et qu'il sera *a priori* difficile de les distinguer.

Nous avons pu vérifier la linéarité du bruit collecté par la barrette en fonction de la tension donnée par la détection synchrone (voir fig. ?? et fig. 3.28, p.110 en haut). L'intensité parasite est donc d'environ 7,9 coups/(Spix 50×19) par mV d'UV en sortie de la détection synchrone,

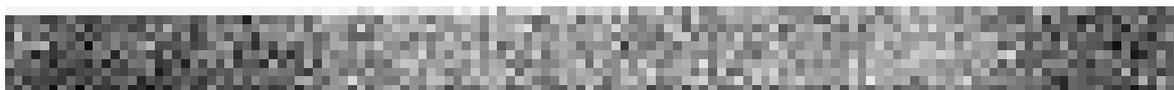


FIGURE 3.24: Profil spatial de la lumière liée à la présence d'UV dans la cavité.

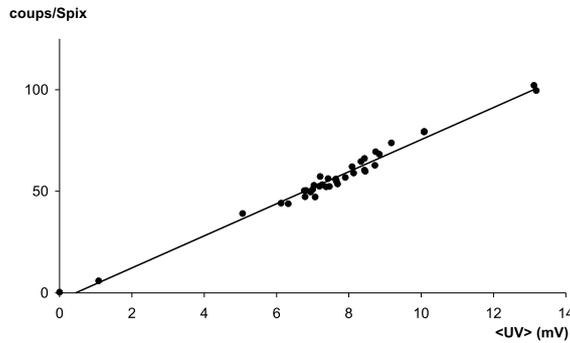


FIGURE 3.25: Signal lié à la présence d'UV collecté par la barrette en fonction de la puissance UV. Moyenne sur des super-pixels 50×19 , temps d'intégration 37 s.

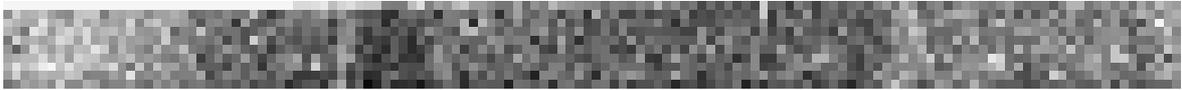


FIGURE 3.26: Profil spatial de la lumière entrant par les fenêtres.

en moyenne sur l'ensemble de la barrette, pendant un temps d'intégration de 37 s. Ceci se traduit par un flux de photons incident sur la barrette de 46 ph/s/mV.

Si l'on ne sélectionne que la zone d'intérêt correspondant aux 60 Spix tels que $4 \leq x \leq 22$ et $2 \leq y \leq 4$, l'intensité par pixel n'augmente que légèrement (8,4 coups/Spix/mV).

Il faut remarquer à ce niveau que si la mesure de l'ultraviolet par la détection synchrone fournit une bonne information en termes d'intensité UV relative au cours d'un enregistrement, elle ne constitue pas sur le long terme un indicateur fiable de la puissance intra-cavité. En effet, nous avons observé au cours du temps une baisse importante de la sensibilité de la photodiode UV, et par ailleurs la phase optimale de la détection synchrone dérive elle aussi au cours du temps.

Bruit issu des fenêtres de la cavité

La sensibilité de la caméra est telle que l'on détecte la lumière parasite qui rentre par les fenêtres de l'enceinte à vide et diffuse à travers les diaphragmes et sur les atomes jusqu'à la barrette (voir fig. 3.26). L'intensité de ces photons parasites reste cependant faible ($\simeq 0,1$ coup/Spix) et leurs fluctuations négligeables devant les autres bruits.

Signal atomique

Nous avons comparé les signaux obtenus avec l'ultraviolet à résonance ou hors résonance. On voit nettement apparaître l'image de la fluorescence des atomes à 656 nm (voir fig. 3.27 et 3.28), même pour des enregistrements où l'UV disponible est faible.

On remarque que l'extension transverse du signal est de l'ordre de $600 \mu\text{m}$, ce qui est supé-

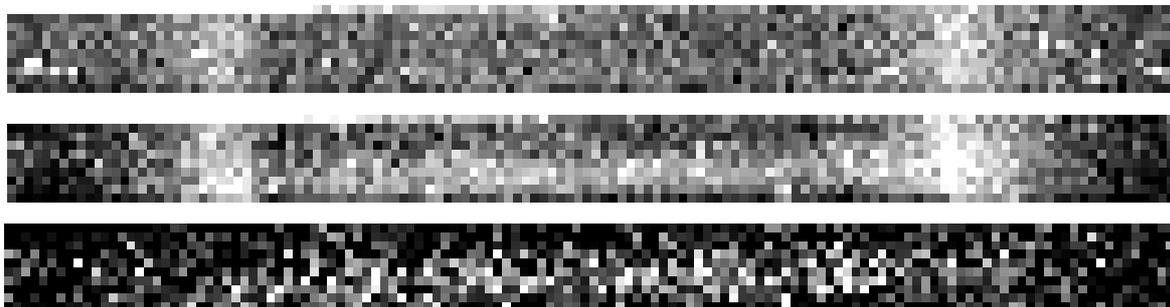


FIGURE 3.27: Moyenne sur 3 acquisitions de 10 minutes à fréquence fixe, avec des Spix 10×11 . Puissance UV : 4 mV. En haut, image hors résonance. Au milieu, image à résonance. En bas, différence des deux signaux.

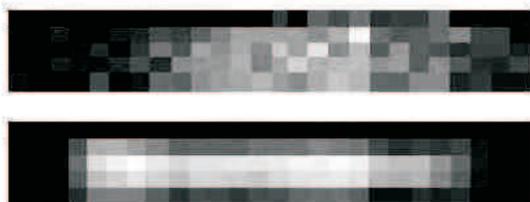


FIGURE 3.28: Super-pixels 50×19 . En haut, image hors résonance, moyenne sur 31 images avec une exposition de 37 s. On observe principalement le bruit dû à l'UV. En bas, à résonance, moyenne sur un grand nombre d'images. Le contraste est important, le signal de fluorescence étant environ deux fois plus important sur les deux lignes de Spix centrales que sur les bords de la CCD.

rieur aux $105 \mu\text{m}$ attendus à cause des aberrations des condenseurs. L'extension longitudinale est de 18 mm, ce qui correspond bien à l'estimation faite précédemment.

Le centrage de l'image du faisceau suivant l'alignement de la cavité de surtension du jet est réalisé en décalant latéralement l'ensemble de la caméra de quelques centaines de microns.

A partir de différents enregistrements pour des temps d'exposition et des tailles de super-pixels divers, on déduit que le signal de fluorescence qui frappe l'ensemble de la barrette est proportionnel au carré de la puissance UV et de l'ordre de $1,5 \text{ coups/s/mV}^2$, soit un flux de photons de 3 ph/s/mV^2 .

Bruits dans les conditions d'enregistrement

On compare ci-dessous les différents bruits observés dans les conditions d'enregistrement, pour des groupements de pixels 50×19 , 4×11 , et des pixels uniques, le temps d'intégration étant de 37 s pour chaque image. Ces bruits sont exprimés en cps/Spix, **après moyenne sur l'ensemble des Spix** (ou pix) disponibles une fois les rayons cosmiques éliminés (environ 130, 3015 ou 134000 Spix). La caméra CCD est maintenue à une température de $-128,5 \text{ }^\circ\text{C}$.

On peut calculer le bruit thermique créé dans un super-pixel de dimensions 50×19 durant

un temps d'enregistrement de 37 s. En effet, à $-128,5$ °C, 0,21 électrons thermiques sont créés par pixel et par heure. Ceci conduit à 2,05 électrons thermiques dans un Spix 50×19 pendant 37 s, c'est-à-dire 1,71 cps/Spix pendant 37 s. Le bruit poissonnien associé est de $\sqrt{1,71} \simeq 1,3$ cps/Spix. C'est un bruit qui pourrait *a priori* détériorer la qualité de l'image, puisqu'il varie de Spix à Spix. Après moyenne sur les 130 Spix, il devient complètement négligeable devant d'autres sources de bruit (0,11 cps/Spix).

Le bruit de lecture pour des Spix 50×19 est de 9,7 cps/Spix. C'est l'écart-type des Spix formant l'image d'un fond uniforme. Ceci est la source principale de la détérioration de la qualité de l'image, les variations d'intensité entre les zones de faible et de forte intensité atteignant au plus la centaine de cps/Spix (voir la "pixellisation" de l'image du haut de la figure 3.28, p.3.28). Après moyenne sur les Spix, ce bruit est cependant ramené à 0,85 cps/Spix.

Les fluctuations temporelles d'image à image de la moyenne sur les Spix peut être évaluée d'après la courbe de droite de la figure 3.21 (p.106), après correction de la dérive lente, à environ 1,0 cps/Spix.

Le bruit lié aux rayons cosmiques est supprimé. Il peut cependant demeurer occasionnellement quelques rayons qui laissent une charge sur la CCD suffisamment faible pour ne pas être détectée par le seuil.

Pendant 37 s, la décharge est responsable de 50 cps/Spix, engendrant un bruit poissonnien de 7,1 cps/Spix, qui contribue également à la "pixellisation" de l'image. Ce bruit est ramené à 0,62 cps/Spix après moyenne sur la barrette.

Dans des conditions typiques, la puissance d'UV mesurée par la photodiode et la détection synchrone se situe autour de 10 mV. Ainsi les 79 cps/Spix enregistrés par la barrette engendrent un bruit poissonnien de 8,9 cps/Spix pendant 37 s. Après moyenne sur les 130 pixels, le bruit poissonnien dû à l'UV est ramené à 0,78 cps/Spix, ce qui demeure inférieur aux fluctuations du fond.

Il faut enfin également tenir compte des fluctuations poissonniennes du signal de fluorescence (environ 6,5 cps/Spix pour 10 mV d'UV, soit 0,57 cps/Spix après moyenne sur l'ensemble de la barrette).

Taille Spix	50 × 19	4 × 11	1 × 1
Bruit thermique	0,11 cps/Spix	0,005 cps/Spix	$1,2 \times 10^{-4}$ cps/pix
Bruit de lecture	0,85 cps/Spix	0,06 cps/Spix	8×10^{-3} cps/Spix
Décharge RF	0,62 cps/Spix	0,084 cps/Spix	9×10^{-4} cps/Spix
Bruit UV (pour 10 mV d'UV)	0,78 cps/Spix	0,035 cps/Spix	8×10^{-4} cps/Spix
Bruit du signal de fluorescence	0,57 cps/Spix	0,025 cps/Spix	6×10^{-4} cps/Spix
Total bruits poissonniens	1,4 cps/Spix	0,11 cps/Spix	8×10^{-3} cps/Spix
Fluctuations du fond	1,0 cps/Spix	1,0 cps/Spix	1,0 cps/Spix
Bruit total	1,7 cps/Spix	1,0 cp/Spix	1,0 cp/Spix
Signal de fluorescence	43 cps/Spix	2,0 cps/Spix	0,045 cps/Spix
Rapport signal à bruit de l'image de fluorescence	31	18	5,6
Rapport signal à bruit de la courbe de résonance	25	2	0,045

Les deux rapports signal à bruit présentés ici ne sont pas expérimentaux : il s'agit des rapports signal à bruit que l'on attend en ne considérant que les sources de bruit mentionnées ici, c'est-à-dire d'origine poissonnienne en ce qui concerne une image unique.

Le rapport signal à bruit de l'image de fluorescence est relié au contraste de l'image enregistrée sur la caméra CCD. Ainsi, à intensité d'UV équivalente, on distingue mieux la présence du signal et la zone de la barrette dans laquelle il est présent. Ce rapport signal à bruit s'améliore quand la taille du Spix augmente car le signal de fluorescence est proportionnel au nombre N de pixels dont il est formé, tandis que le bruit n'évolue globalement qu'en \sqrt{N} .

Le rapport signal à bruit de la courbe de résonance tient compte des fluctuations d'image à image, puisque le tracé de la courbe de résonance nécessite plusieurs acquisitions d'images successives, pour des fréquences d'excitation différentes. On constate clairement ici le caractère indispensable du regroupement de pixels.

3.2.3 Enregistrement de la courbe de résonance

Nous allons ici brièvement décrire la séquence expérimentale d'acquisition de la courbe de résonance atomique, afin de mieux cerner les choix concernant les paramètres de la caméra, et expliquer les méthodes de suppression de bruit lors d'un ajustement simple.

Paramètres des enregistrements

Deux ordinateurs permettent l'acquisition de la transition. L'un d'eux enregistre chaque seconde la fréquence du battement mixé entre le laser Ti:Sa continu et le peigne de fréquence, la même fréquence fournie par l'oscillateur contrôlé en tension, ainsi que la valeur moyenne de l'UV en transmission du jet. Il pilote également la fréquence du synthétiseur MARCONI qui ajuste la fréquence du laser Ti:Sa continu, et délivre des impulsions de synchronisation. Pour la

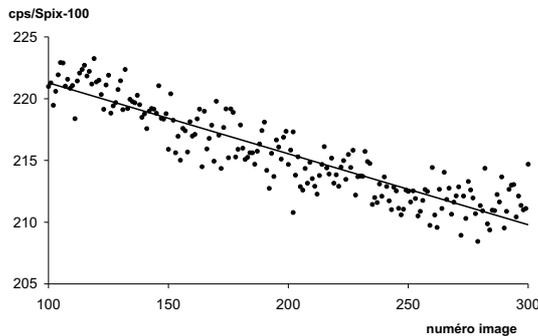


FIGURE 3.29: Variation linéaire du fond en fonction du numéro de l'image. Le coefficient d'ajustement vaut environ 0,06 coups/Spix/n°image.

sécurité de la synchronisation, le temps effectif d'une boucle du programme est supérieur à une seconde ($\simeq 1,2$ s). Le second ordinateur pilote le contrôleur de la caméra CCD. L'acquisition est déclenchée par la rampe de synchronisation, puis c'est son horloge interne qui détermine le temps d'exposition. Le déclenchement de l'image suivante est commandé par la rampe de synchronisation globale. Dans le laps de temps qui sépare la fin de l'exposition d'une image et la pulse de synchronisation suivant, les charges accumulées sur la barrette CCD sont éliminées en continu.

La largeur expérimentale de la transition ajustée par une lorentzienne est d'environ 1,25 MHz au niveau atomique, la fréquence du laser Ti:Sa étant finalement multipliée par 8. Nous balayons le laser Ti:Sa continu sur une excursion totale de 600 kHz autour de la fréquence centrale, c'est-à-dire 4,8 MHz au niveau atomique, soit un peu moins de quatre fois la largeur de la transition. 31 valeurs de la fréquence sont explorées suivant une séquence fixée qui traverse six fois la résonance. La forme typique des variations de fréquence enregistrée est donnée sur la figure 2.22 (p. 63).

Nous avons commencé par intégrer chaque image pendant 78,6 s. Néanmoins, ce temps d'exposition est apparu un peu long, notamment pour garder un niveau d'ultraviolet stable sur chaque point de mesure. Nous avons donc effectué la plupart des mesures avec un temps d'intégration de 37 s, ce qui correspond à 30 boucles du programme. L'UV n'est enregistré que durant une portion de la boucle égale à 1 s, alors que la cavité est maintenue à résonance à tout moment. L'information sur l'intensité de l'UV est donc un peu dégradée par ce processus. La durée totale d'un enregistrement est finalement de 20 minutes.

Afin de sortir de la zone où le bruit sur le fond est le plus important, on réalise un ou deux enregistrements complets sans UV. On arrive ainsi dans une région où l'évolution du fond est linéaire en fonction du temps, où l'on peut commencer les vrais enregistrements (voir fig. 3.29).

Le compromis sur la taille des super-pixels a déjà été abordé : à temps d'exposition fixé, des super-pixels plus petits n'intègrent pas suffisamment de signal pour rendre le bruit de

lecture négligeable, détériorant ainsi l'image. De plus, on ne peut descendre sous une certaine surface sous peine de subir les fluctuations du nombre de coups surajouté par la lecture. A l'opposé, nous ne pouvons choisir des pixels beaucoup plus grands. En effet, le problème est qu'il serait alors impossible d'éliminer les charges apportées par les rayons cosmiques, qui, compte tenu de leur intensité très grande devant le signal et leur fréquence (entre 0 et 10 par minute), brouilleraient complètement le signal.

Néanmoins, on peut imaginer une autre procédure dans laquelle la zone de la barrette où est concentrée le signal est utilisée comme unique pixel, et où le temps d'exposition est suffisamment court pour permettre d'identifier les rayons cosmiques par analyse des variations temporelles du signal. On perdrait cependant ainsi toute information spatiale.

Afin d'améliorer le rapport signal à bruit, on sélectionne uniquement la région de la barrette CCD où est présent l'essentiel du signal. Ainsi, alors que la surface de l'image avec des Spix 50×19 est de $26 \times 5 \text{ Spix}^2$, on se restreint dans l'analyse à une zone de $19 \times 3 \text{ Spix}^2$.

Ajustement des données par une lorentzienne

Nous présentons maintenant sur les figures 3.30 et 3.31 un exemple d'enregistrement. La moyenne après élimination des rayons cosmiques de l'intensité recueillie sur la barrette est représentée par un point de la figure 3.30. La figure 3.31 représente les valeurs de l'intensité UV dans la cavité du jet atomique.

- On peut dans un premier temps ajuster ces points expérimentaux par une lorentzienne f_{th} dont on détermine la position centrale ω_0 et la hauteur H (voir fig. 3.30) :

$$f_{th}(\omega, \omega_0, H, b, \Gamma) = b + \frac{H \times \Gamma^2}{(\omega - \omega_0)^2 + \Gamma^2} \quad (3.30)$$

b représente la base engendrée par les divers bruits de l'expérience. La largeur Γ est imposée (155 kHz) car elle est censée rester constante d'un enregistrement à l'autre.

L'écart-type moyen des points à la courbe σ est de 16,2 cps/Spix. Cet écart-type est affecté sur la courbe à chaque point de mesure pour évaluer le caractère statistique de leur distribution autour de la lorentzienne. Le rapport signal à bruit d'un tel ajustement est de $\frac{H}{\sigma} = 9,0$.

- Il faut ensuite tenir compte du fait que le signal de fluorescence est proportionnel au carré de l'UV en cavité. On peut avoir accès à $\langle UV^2 \rangle$ en utilisant l'écart-type des mesures d'UV sur chaque point (réalisé sur 37 mesures d'1 s) :

$$\langle UV^2 \rangle = \langle UV \rangle^2 + (\Delta UV)^2 \quad (3.31)$$

La hauteur déterminée est donc en réalité un nombre de coups par $(mV)^2$ d'UV ($H = h \times \langle UV^2 \rangle$). On obtient alors l'ajustement de la figure 3.32.

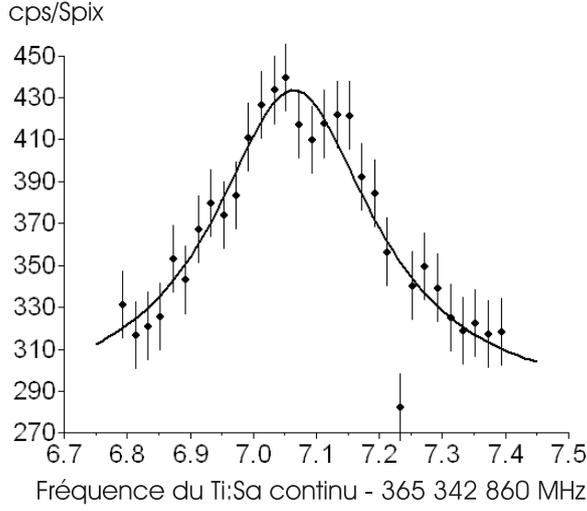


FIGURE 3.30: Ajustement direct des points expérimentaux par une lorentzienne (paramètres ajustés H , b , ω_0). Les points expérimentaux sont obtenus par moyenne sur les pixels non frappés par des rayons cosmiques dans la région d'intérêt de la caméra. Les barres d'erreur traduisent l'écart-type moyen des points à la courbe ajustée ($\sigma=16,2$ cps/Spix). Hauteur ajustée : $H=145$ cps/Spix.

L'écart-type obtenu par cet ajustement est de $10,7$ cps/Spix, ce qui conduit à améliorer le rapport signal à bruit à 14.

- Il faut ensuite prendre en compte les coups parasites associés à l'ultraviolet, dont les valeurs moyennes de l'intensité pour chacun des 31 points de mesures ont été mesurées (voir fig. 3.31). On détermine ainsi un coefficient Cuv en coups/Spix/mV(UV) représentant la meilleure correction des coups engendrés par l'ultraviolet possible. Il est donc possible d'estimer l'intensité moyenne d'UV lors d'un enregistrement par le produit de ce coefficient et de la valeur moyenne de l'intensité UV enregistrée par la détection synchrone (en mV). Ceci permet de s'affranchir des problèmes de dérive de la photodiode UV et de la détection synchrone mentionnés plus haut.

- On corrige la dérive linéaire en ajoutant à l'intensité collectée sur la barrette un nombre de coups proportionnel au numéro de l'image ($off \simeq 0,06$ coups/Spix/ n° (image)). On soustrait toujours les 100 coups de décalage électronique.

L'ajustement minimise finalement la quantité suivante, avec comme paramètres libres h , b , ω_0 et Cuv (voir fig. 3.33) :

$$\sum_{i=1}^{31} [f_{th}(\omega_i, \omega_0, h, b, \Gamma) \langle UV \rangle_i^2 + Cuv \langle UV \rangle_i + off \times i - f_{exp}(\omega_i)]^2 \quad (3.32)$$

où $f_{exp}(\omega_i)$ sont les données après moyenne sur la caméra.

Le rapport signal à bruit est ainsi encore amélioré jusqu'à 31,5.

On note bien l'efficacité des corrections par la puissance UV lors de l'ajustement. Suivant

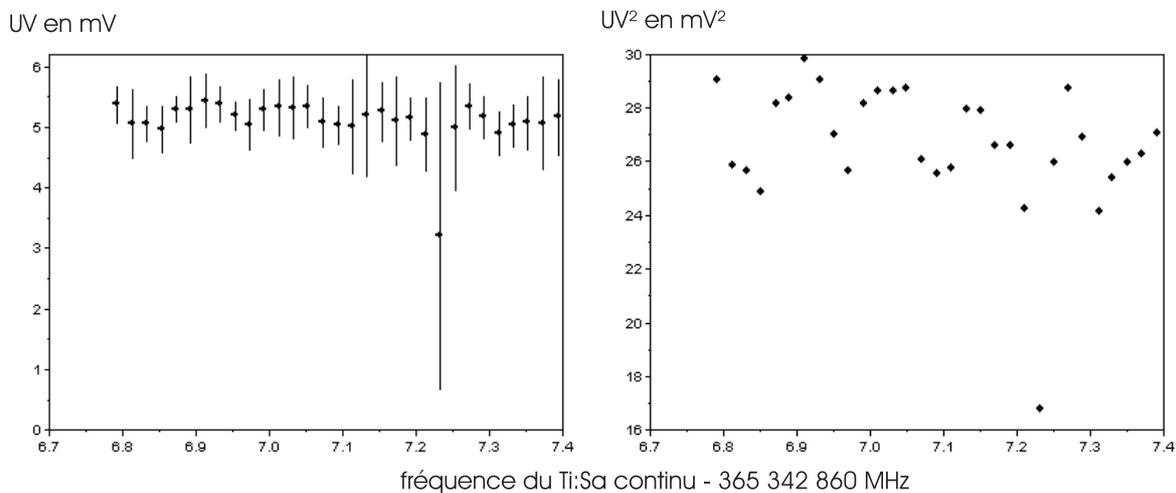


FIGURE 3.31: Enregistrement de l'UV en champ nul. Chaque point représente 37 s d'intégration, portant la durée totale de cet enregistrement à 20 minutes. A gauche, table d'UV issue de la détection synchrone ($\langle UV \rangle = 5,1$ mV) et écart-types associés. A droite, table calculée d'intensité UV au carré ($\langle UV^2 \rangle = 26,7$ mV). Les courbes sont tracées en fonction de la fréquence absolue du laser Ti :Sa continu.

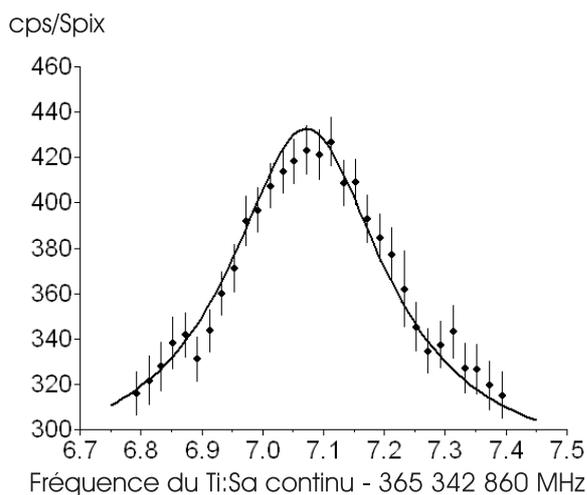


FIGURE 3.32: Ajustement par une lorentzienne des points expérimentaux corrigés de $\langle UV^2 \rangle$ (paramètres ajustés h, b, ω_0). Les barres d'erreur traduisent l'écart-type moyen des points corrigés à la courbe ajustée ($\sigma = 10,7$ coups). Hauteur ajustée : $h = 5,62$ cps/Spix/mV² (hauteur réelle $h \times \langle UV^2 \rangle = 150$ cps/Spix).

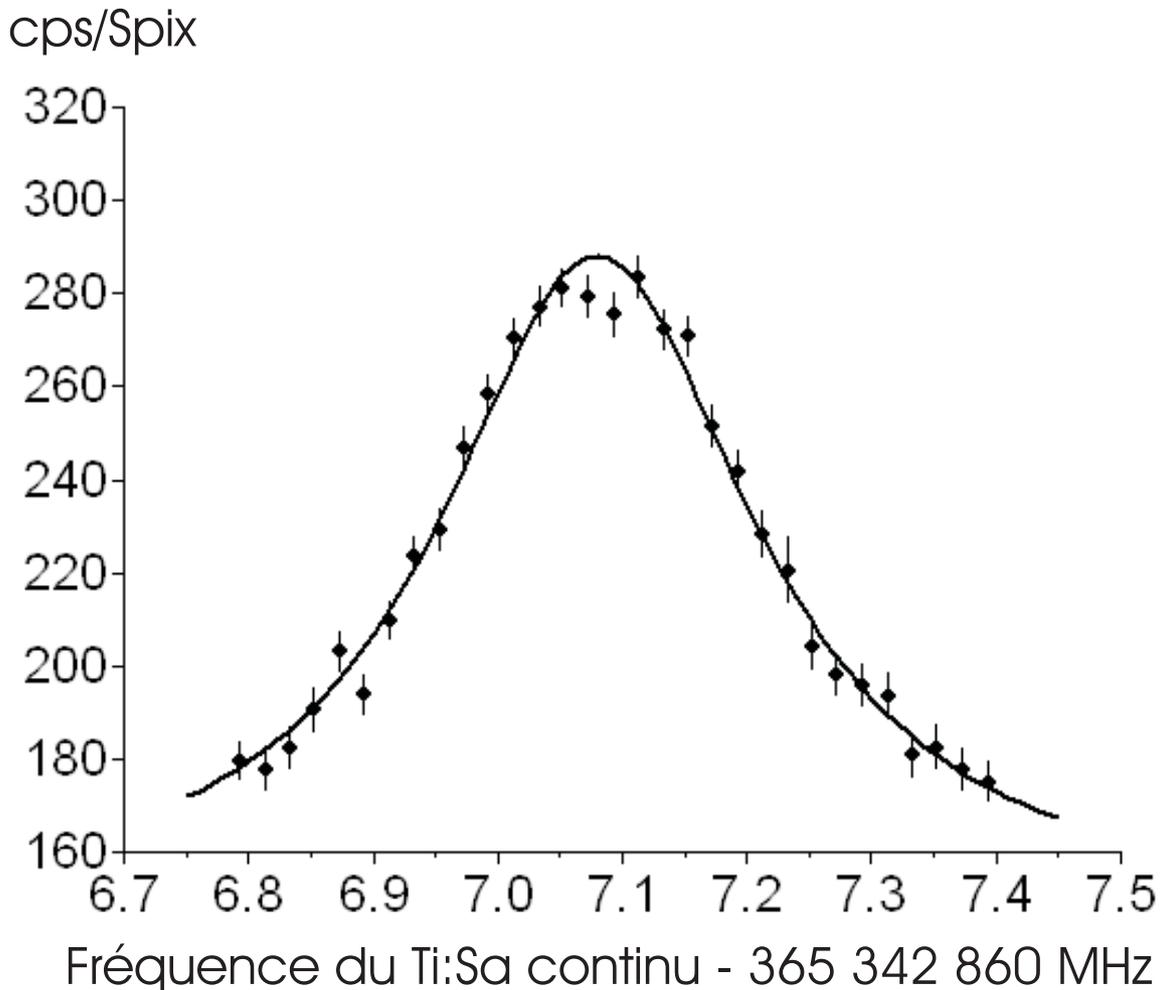


FIGURE 3.33: Ajustement par une lorentzienne des points expérimentaux corrigés de $\langle UV^2 \rangle$ et du bruit parasite proportionnel à $\langle UV \rangle$ (paramètres ajustés h , b , ω_0 et C_{uv}). Ecart-type moyen à la courbe : $\sigma=4,6$ coups. Base : 146 cps/Spix ; signal : 5,41 cps/Spix/mV² (145 cps/Spix) ; Position du centre de la lorentzienne : 365 342 867 079,5 (2,8) kHz. Position atomique : 2 922 742 936 636 (23) kHz. Coefficient UV : $C_{uv}= 27,5$ cps/Spix/mV. Intensité réelle UV : $C_{uv}\langle UV \rangle$: 140 cps/Spix. Rapport signal à bruit : 28. Durée de l'enregistrement : 20 minutes.

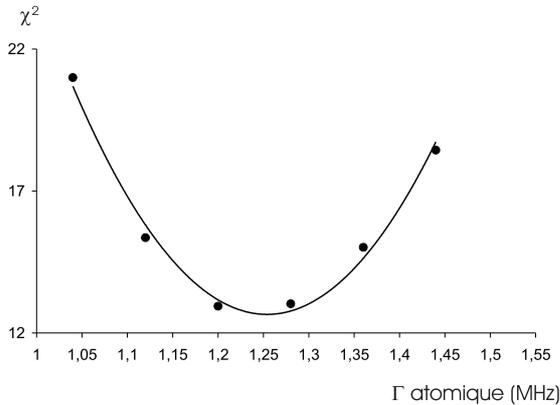


FIGURE 3.34: χ^2 des ajustements en fonction de la largeur de la lorentzienne f_{th} imposée, ici exprimée en unités de fréquence atomique

les enregistrements, le coefficient de bruit UV a pu varier sur une plage aussi grande que de 8 à 45 cps/Spix/mV. La correction de la dérive du fond demeure très faible.

Il est primordial de corriger les données par l'UV au-delà d'une simple amélioration du rapport signal à bruit. En effet, au cours d'un enregistrement, le niveau d'UV décroît dans le cas très général. Or la séquence de fréquence, bien qu'elle ne soit pas linéaire, est identique pour tous les enregistrements. Ne pas prendre en compte l'UV aboutirait donc à un effet systématique sur la fréquence centrale de l'ajustement. On pourrait pour pallier ce problème utiliser une séquence de fréquence aléatoire.

La largeur de la lorentzienne donnant les meilleurs résultats sur un grand nombre d'ajustements était de 155 kHz au niveau de la fréquence Ti:Sa, soit 1,24 MHz au niveau atomique (voir fig. 3.34). Cela correspond bien entendu à un élargissement de la largeur naturelle de la transition (1 MHz).

On peut estimer la pertinence des ajustements *a posteriori* en vérifiant la linéarité de la hauteur du signal en fonction de la puissance réelle (Cuv UV) au carré (voir fig. 3.35). On peut également noter que sur les ajustements, environ un tiers des points de mesure tombent en dehors de l'ajustement. La distribution des points de mesure semble donc obéir à une statistique suivant la loi normale.

3.2.4 Rapport signal à bruit

Lorsque nous avons commencé les enregistrements de la fluorescence avant le déménagement en juin 2004, nous ne disposions que d'une puissance ultraviolette très faible. Ainsi, le signal était noyé dans le bruit sur les données brutes. De plus, les super-pixels utilisés étaient trop petits (10×11). En moyennant assez longtemps, nous avons tout de même réussi à obtenir des images de chacun des types de signaux incidents sur la barrette (présentés dans la section 3.2.2). Si l'amplitude du signal était très faible, la résolution spatiale était quant à elle relativement bonne. On a vu que l'image du signal de fluorescence était beaucoup plus

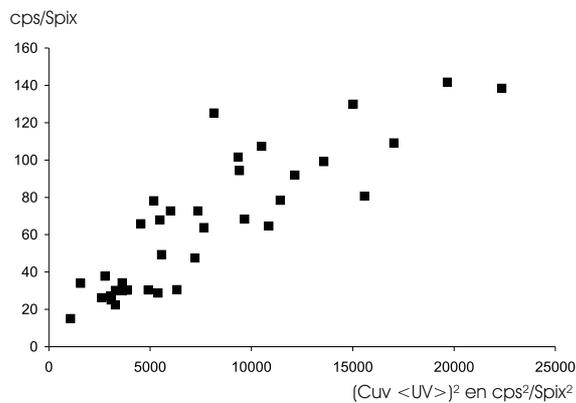


FIGURE 3.35: Variation de la hauteur ajustée du signal en fonction de l'estimation par l'ajustement de la puissance réelle intracavité, élevée au carré. Expériences réalisées en champ magnétique nul.

contrastée que celle du bruit lié à l'UV par exemple. Nous avons utilisé ces signatures spatiales caractéristiques pour à partir d'une image complète séparer les différentes contributions. La méthode utilisée est décrite dans l'annexe N. Cependant l'efficacité de cette méthode se dégrade quand la résolution spatiale diminue, avec les Spix 50×19 employés par la suite, et elle a l'inconvénient de supposer que les profils spatiaux déterminés à l'avance pour chaque source de bruit sont totalement reproductibles, ce qui n'est pas tout à fait le cas (dépendance vis à vis de l'alignement respectif de la cavité de surtension et de la caméra). Pour finir, la mesure de la puissance ultraviolet par la photodiode se révèle plus efficace qu'une détermination via un ajustement spatial pour les corrections.

Limitations actuelles du rapport signal à bruit

Il est légitime de se demander quelle sont les limitations au rapport signal à bruit de la courbe de résonance type présentée plus haut, après corrections.

On peut identifier trois principales sources de bruit "fondamentales" :

- le signal est lui-même à l'origine d'un bruit poissonnier, évalué à $\sqrt{145} = 12$ cps/Spix. Ce bruit est en fait réduit par la moyenne sur les 57 Spix qui constituent la région d'intérêt à 1,59 cps/Spix.
- de même, les coups parasites engendrés par l'ultraviolet sont également à l'origine d'un bruit poissonnier, évalué à $\sqrt{140} = 11,8$ cps/Spix et réduit par la moyenne sur la région d'intérêt à 1,53 cps/Spix.
- Le même raisonnement conduit à un bruit de 0,53 cps/Spix pour la décharge (30 cps/Spix pendant 37 s en moyenne dans la région d'intérêt).
- il faut également considérer les fluctuations d'image à image du fond. D'après la figure 3.21 (p. 106), on peut calculer l'écart-type du fond corrigé de la dérive linéaire ajustée. Il est comparable aux bruits précédents, avec 1,0 cps/Spix.

La somme quadratique de ces quatre incertitudes donne un écart-type de 2,4 cps/Spix.

Le bruit observé sur la résonance (fig. 3.33) est de 4,6 cps/Spix. Il est évident que d'autres facteurs contribuent au bruit :

- l'incertitude dans l'ajustement sur le coefficient de correction Cuv. Même sur une série de mesures successives où l'on peut raisonnablement supposer qu'il est constant, la dispersion de ce coefficient est de l'ordre de 15 %. Les 140 coups d'UV sont donc estimés à 15 % près, et après moyenne sur la zone d'intérêt sont la source d'un bruit de 2,7 cps/Spix.

- on peut également mal estimer la dérive du fond, qui peut par moment elle aussi exhiber un comportement imprévisible (voir les oscillations au bout d'un grand nombre d'images sur la figure 3.21 à droite). Cependant cette correction est faible, la variation sur 31 images étant inférieure à 2 cps/Spix.

- la mesure elle-même du niveau d'UV sur la photodiode pose problème, puisque l'on mesure la puissance moyenne délivrée par les impulsions UV et non les intensités crêtes et les durées des impulsions. Ces limites des ajustements sont d'ailleurs bien reflétées par la dispersion assez importante de la figure 3.35.

- Finalement, une partie de l'écart-type des données à cette courbe ajustée provient du fait que la fonction lorentzienne ne décrit pas exactement la forme de la résonance, à cause de la surmodulation de la cavité BBO qui en première approximation divise la transition 1S-3S en deux résonances de forme lorentzienne, d'autant plus que l'effet Doppler du premier ordre associé au déplacement du miroir de la cavité BBO est grand. Ainsi on remarque que l'écart aux points expérimentaux est plus grand près du sommet de la lorentzienne, là où le signal est intense. Les formes de raie théoriques et les ajustements associés seront décrites en détail dans le chapitre IV.

L'obtention d'un bon rapport signal à bruit est donc fortement subordonnée à la stabilité de la puissance UV intra-cavité. Or la stabilité de la puissance UV en sortie de cavité BBO dépend fortement de la qualité du point du cristal utilisé. Elle s'améliore également quand le cristal est refroidi vers 0°C. La difficulté de l'asservissement de la cavité de surtension du jet sur des impulsions n'améliore pas non plus cette stabilité, les décrochements de l'asservissement étant assez fréquents.

Généralement parlant, le signal étant proportionnel à UV^2 et le bruit UV linéaire, on attend un rapport signal à bruit proportionnel à l'intensité UV. Ceci est grossièrement vérifié, la relation étant élargie par des amplitudes de fluctuations de l'UV disparates (voir fig. 3.36).

Tentatives d'amélioration de l'optique de détection

Afin de diminuer le nombre de coups liés à l'UV, nous avons essayé de disposer dans l'optique de détection un second filtre interférentiel à 656 nm accolé au premier. On suppose que la réponse de l'ensemble (photodiode UV+détection synchrone) n'a pas changé, ce qui est raisonnable vu que la même sensibilité à l'UV a été observée avant le changement et après le retour à la configuration initiale. On peut résumer ainsi la tentative :

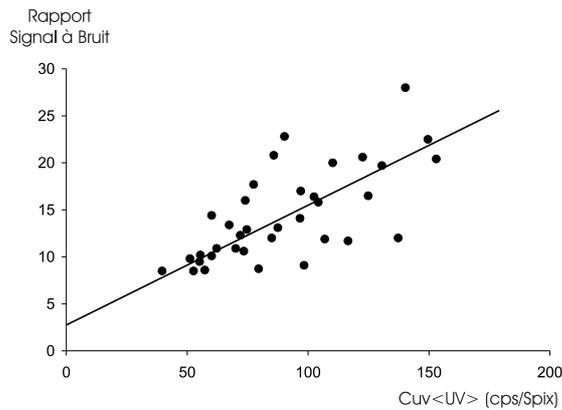


FIGURE 3.36: Rapport signal à bruit des enregistrements en champ nul en fonction de l'intensité UV réelle.

Nombre de filtres	$\langle UV \rangle$	H/UV^2	Cuv	RSB
1	8,85 mV	18,1 cps/Spix/mV	$2,76 \times 10^{-3}$	11
2	8,82 mV	8,45 cps/Spix/mV	$1,75 \times 10^{-3}$	10,8

On a donc bien réussi à réduire les coups liés à l'UV, mais uniquement par un facteur légèrement supérieur à 2. L'efficacité de collection du signal a également chuté d'un facteur 1,6, notamment à cause de la transmission du filtre rajouté. On attend donc une diminution correspondante du rapport signal à bruit d'un facteur 1,13. Celui-ci varie en fait peu car l'incertitude liée aux corrections en UV et UV^2 diminue également. Nous sommes donc revenus à la configuration d'origine avec un seul filtre interférentiel.

Une autre voie d'amélioration possible consiste à améliorer la qualité de l'image formée sur la CCD. Celle-ci est déterminée au niveau de la barrette par le bruit de lecture. Celui-ci pour des Spix 50×19 est d'environ 9 cps/Spix, restant donc faible devant l'amplitude du signal. Une image bien contrastée est appréciable pour suivre l'évolution du signal en temps réel pendant les enregistrements notamment avec le choix d'une palette de fausses couleurs bien appropriée. On est ainsi certain de ne pas gaspiller de temps d'enregistrement à cause d'un mauvais réglage.

Si le signal était concentré sur une ligne étroite, l'influence de l'UV s'estomperait, comme ses coups parasites sont distribués de façon relativement homogène. Nous avons donc essayé de retirer le miroir de renvoi situé sous le col de la cavité de surtension car nous suspicions qu'il pourrait par un mauvais alignement créer une seconde image décalée sur la barrette. Nous n'avons pas constaté d'amélioration notable. On pourrait aussi envisager de faire l'image du faisceau de fluorescence avec un dispositif de lentilles dont les aberrations sphériques seraient très inférieures aux condenseurs. Cependant le rapport des angles solides de détection ferait que l'on ne collecterait plus que 4 % des photons de fluorescence actuels, faisant ainsi tomber le signal à environ 5 cps/Spix, beaucoup trop proche de bruits comme les fluctuations du fond de la caméra ou du bruit de lecture.

Chapitre 4

Détermination de l'effet Doppler du second ordre

4.1 Principe des mesures en champ magnétique

Si la technique de spectroscopie à deux photons permet de s'affranchir de tout effet Doppler du premier ordre pour peu que les vecteurs d'onde des photons absorbés puissent être considérés comme opposés, elle ne peut compenser l'effet Doppler du second ordre δ_{dop} :

$$\delta_{dop} = -\nu_0 \frac{v^2}{2c^2} \quad (4.1)$$

Pour un jet thermique, l'ordre de grandeur de cet effet est de 115 kHz. Il s'agit donc d'un effet qu'il est nécessaire de mesurer au % près dans le but d'une mesure au kHz de la transition.

Mesurer la vitesse des atomes dans l'état 1S n'est pas chose aisée dans l'hydrogène. On ne peut en effet utiliser des méthodes qui utilisent l'effet Doppler du premier ordre, la première transition accessible à un photon étant la transition Lyman- α . Or la réalisation d'un laser étroit à 121 nm est une expérience à part entière [23].

Nous ne pouvons pas nous permettre comme sur l'expérience 1S-2S de hacher notre décharge pour ne conserver que les atomes lents : pour que cette méthode soit efficace, il faudrait refroidir les atomes à quelques degrés Kelvin avec un cryostat. Quand bien même, nous avons besoin de tous les atomes disponibles pour obtenir un rapport signal à bruit suffisant.

F.Biraben, dès 1991 [7], a eu l'idée d'une méthode originale pour compenser l'effet Doppler du second ordre, par application d'un champ magnétique statique. C'est cette méthode que nous utilisons et qui a été mise en place sur l'expérience par G.Hagel au cours de sa thèse.

Nous rappellerons ici rapidement le principe de cette compensation et sa mise en oeuvre expérimentale, puis nous présenterons le calcul des formes de raies théoriques le plus complet possible, et nous détaillerons l'ajustement des données expérimentales par ces courbes. Les conséquences en termes de distribution de vitesse des atomes et de fréquence absolue de la transition seront ensuite discutées.

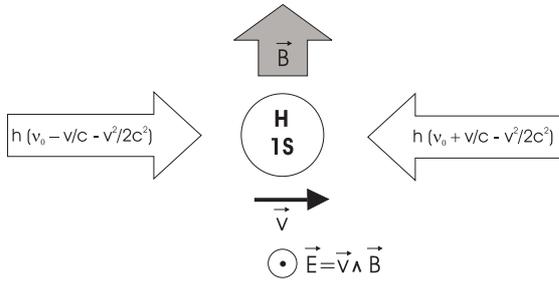


FIGURE 4.1: Géométrie de la compensation par effet Stark motionnel. La direction du champ magnétique fixe l'axe de quantification.

4.1.1 Effet Stark motionnel

Principe

L'idée est qu'il faut réussir à générer un déplacement d'énergie qui puisse s'opposer à l'effet Doppler, et ce pour toutes les classes de vitesse, donc proportionnel au carré de la vitesse. Le champ électrique motionnel vu par un atome se déplaçant à une vitesse \vec{v} dans un champ magnétique statique \vec{B} est proportionnel à la vitesse, il suffit donc de coupler deux niveaux de parité opposées S et P pour que l'effet Stark associé soit quadratique, et proportionnel à v^2 (voir fig. 4.1). Pour obtenir la compensation exacte, il faut alors avoir :

$$\delta_{dop} + \delta_{Stark} = v^2 \left(\frac{B^2}{\Delta\nu_{SP}} - \frac{\nu_0}{2c^2} \right) = 0 \quad (4.2)$$

où $\Delta\nu_{SP}$ est l'écart d'énergie entre les niveaux considérés et ν_0 la fréquence de la transition 1S-3S. Il suffit donc dans ce modèle simple de choisir la bonne valeur de $B^2/\Delta\nu_{SP}$ pour compenser totalement l'effet Doppler du second ordre.

Structure Zeeman

Il faut cependant prendre en considération pour compléter ce schéma de principe plusieurs phénomènes :

- l'effet de la structure hyperfine sépare les niveaux $F=0$ et $F=1$ dans les niveaux 1S et 3S. Or la transition à deux photons ne couple que les niveaux pour lesquels $\Delta F = 0$ et $\Delta m_F = 0$. Nous perdons donc déjà une partie des atomes produits par la décharge en étudiant la raie la plus intense $1S_{1/2}(F=1) \rightarrow 3S_{1/2}(F=1)$.

- Lors de l'application d'un champ magnétique intense, la structure des niveaux est modifiée par effet Zeeman (voir fig. 4.2). Pour les niveaux de $m_F = \pm 1$, le déplacement en énergie est linéaire avec B , tandis qu'il est quadratique pour les niveaux $m_F = 0$.

Les facteurs de Landé pour les niveaux $1S_{1/2}$ ($g_J = 2,002284$) et $3S_{1/2}$ ($g_J = 2,002315$) sont suffisamment proches pour que le déplacement de la transition avec le champ magnétique associé demeure faible. Pour un champ de 200 G, ceci augmente la fréquence de la transition

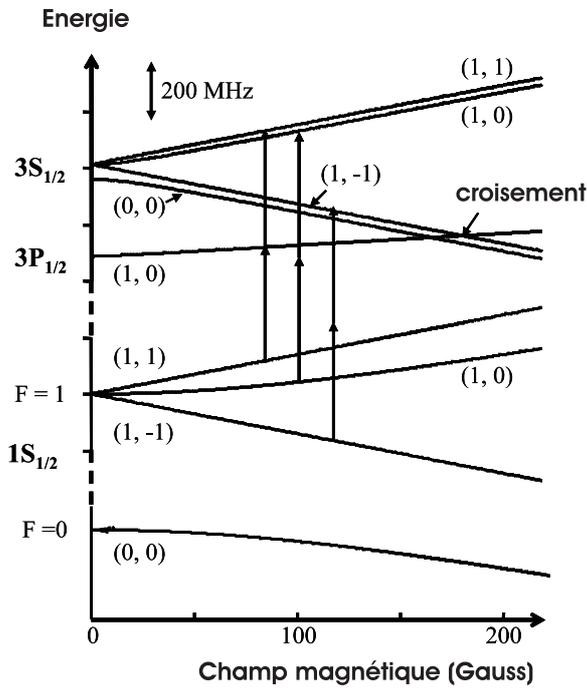


FIGURE 4.2: Diagramme Zeeman des niveaux $1S_{1/2}$, $3S_{1/2}$ et $3P_{1/2}$ dans l'hydrogène. Les niveaux sont repérés par (F, m_F) . La transition 1S-3S est séparée en trois composantes suivant les valeurs de m_F .

sur $m_F = 1$ de 4,3 kHz, et la diminue de la même valeur pour la transition entre niveaux $m_F = -1$. Les probabilités d'excitation des niveaux $m_F = \pm 1$ étant identiques, aucun effet systématique n'en résulte, l'unique conséquence est un faible élargissement de la raie.

Par contre, le décalage Zeeman des niveaux $m_F = 0$ est très différent entre les niveaux 1S et 3S : le niveau 3S est plus sensible au champ magnétique. La différence entre les deux courbes d'allure parabolique (figure 4.2) est presque linéaire ($\simeq +1$ MHz/Gauss). Ceci signifie qu'en étudiant la transition en champ magnétique sur les transitions $1S_{1/2}(F = 1, m_F = 1) \rightarrow 3S_{1/2}(F = 1, m_F = 1)$ et $1S_{1/2}(F = 1, m_F = -1) \rightarrow 3S_{1/2}(F = 1, m_F = -1)$, nous allons à nouveau perdre un tiers des atomes issus de $m_F = 0$. La fréquence de la transition $m_F = 0$, qui a été calculée précisément par G.Hagel, sera utilisée pour calibrer le champ magnétique.

Enfin l'ordre de grandeur du terme diamagnétique est un déplacement de 809 Hz à 200 G.

Tous ces effets seront pris en compte dans l'Hamiltonien utilisé par la suite pour calculer les populations et la fluorescence à 656 nm.

- Le couplage par effet Stark est très faible dans l'hydrogène pris dans l'état fondamental, notamment à cause de la faiblesse du dipole électrique. Pour que l'effet soit important, il est nécessaire de se placer au voisinage d'un croisement entre deux niveaux S et P. Ce croisement a lieu pour un champ magnétique de 181 G entre les niveaux $3S_{1/2}(F = 1, m_F = -1)$ et $3P_{1/2}(F = 1, m_F = 0)$. On attend alors un élargissement de la raie puisque le niveau 3P a une largeur naturelle de 30,2 MHz.

Compensation effective

On peut calculer les populations des différents niveaux et en déduire la fluorescence observée de la transition, en fonction du champ magnétique, de la vitesse des atomes et du niveau considéré. Le principe de ce calcul sera expliqué dans la section suivante. Retenons-en pour l'instant les résultats généraux, qui sont récapitulés dans la figure 4.3, pour un atome se déplaçant à une vitesse v de 3 km/s. La vitesse la plus probable dans un jet thermique est $\sqrt{3k_B T/m} \simeq 2.7$ km/s. Ces courbes ont été obtenues en ajustant les formes de raie de fluorescence calculées pour chaque champ magnétique par une lorentzienne, dont on reporte le centre et la largeur.

L'effet Doppler du second ordre est directement calculé pour un atome de vitesse v par la formule 4.1. Pour une vitesse de 3 km/s, il vaut 146 kHz.

Pour la transition $m_F = -1$, la présence du croisement de niveaux avec le niveau $3P_{1/2}$ engendre une forme de dispersion d'amplitude supérieure à l'effet Doppler du second ordre. La compensation est donc effective aux deux points A et B de la figure 4.3.

Malheureusement, les transitions $m_F = \pm 1$ ne sont pas séparées. Or le déplacement Stark de la transition $m_F = 1$ est très faible, les niveaux S et P étant éloignés. Grossièrement, l'effet est donc divisé par deux, et il n'existe aucun point où la compensation est totale (voir fig. 4.3). Cependant, on peut espérer déterminer la vitesse des atomes et la position de la transition pour un atome au repos en retraçant expérimentalement cette courbe de dispersion.

Quelle que soit la vitesse des atomes, il ne peut exister de compensation totale pour la somme des transitions $m_F = \pm 1$: comme on le voit sur la figure 4.4, les différentes courbes de dispersions sont homothétiques à v^2 .

La réalité est un peu compliquée par le fait qu'il faut intégrer sur la distribution de vitesse des atomes dans le jet atomique. On détermine alors la largeur σ de la distribution de vitesse et la position de la transition pour des atomes au repos par l'ajustement. De plus, la modulation de phase de la cavité BBO va élargir et déformer le profil de raie. On suppose dans ces prédictions que le champ électrique résiduel dans la cavité est négligeable devant le champ motionnel, dont l'ordre de grandeur est de 600 mV/cm pour un champ magnétique de 200 G.

4.1.2 Le champ magnétique dans l'expérience

Production

Le champ magnétique est produit par une paire de bobines placées le plus près possible de la zone d'interaction autour de l'enceinte à vide (distance moyenne de 11,6 cm pour un rayon moyen de 34 cm). Pour obtenir un champ magnétique supérieur à 200 Gauss compte-tenu de ces dimensions, il est nécessaire de faire circuler des courants de l'ordre de 150 ampères. Les bobines sont donc fabriquées en tube de cuivre creux dans lequel on fait circuler de l'eau. L'échauffement de l'eau peut atteindre 50 °C pour des courants importants, et c'est la viscosité

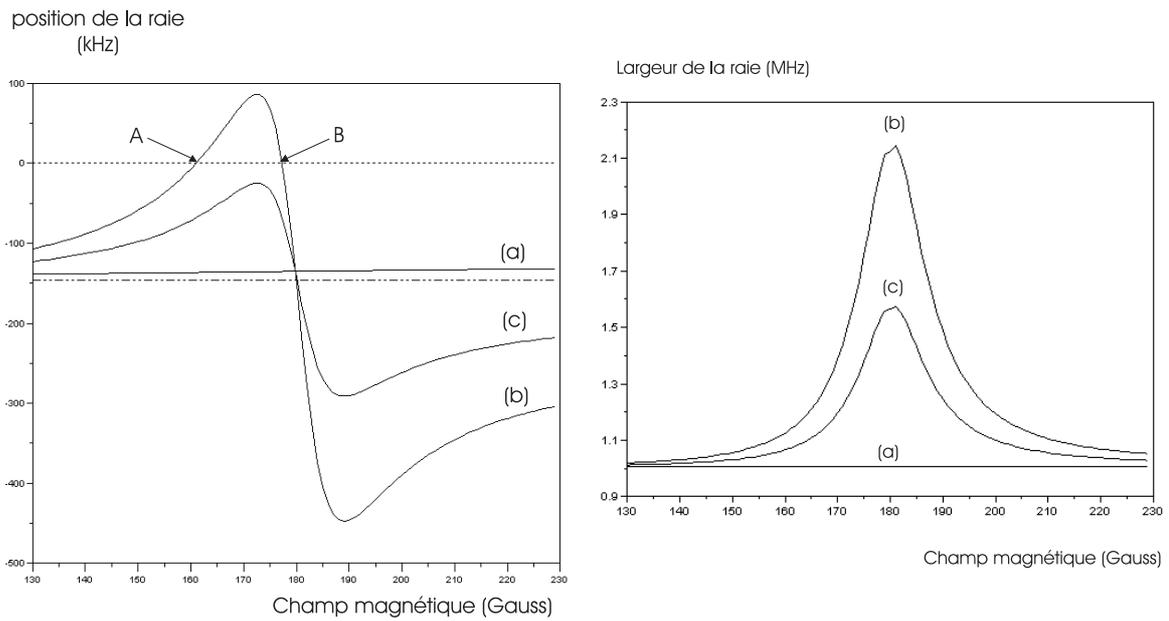


FIGURE 4.3: A gauche, déplacement par effet Stark de la transition 1S-3S en fonction du champ magnétique, pour un atome de vitesse 3 km/s. Le zéro en pointillés représente la position de la transition pour un atome au repos. En pointillés longs, position en champ magnétique nul. Courbe (a) et (b), positions des transitions 1S-3S($F = 1, m_F = 1$) et 1S-3S($F = 1, m_F = -1$) respectivement. Courbe (c) : effet global pour la fluorescence détectée $m_F = \pm 1$. A droite, largeur à mi-hauteur de la lorentzienne ajustée en fonction du champ magnétique.

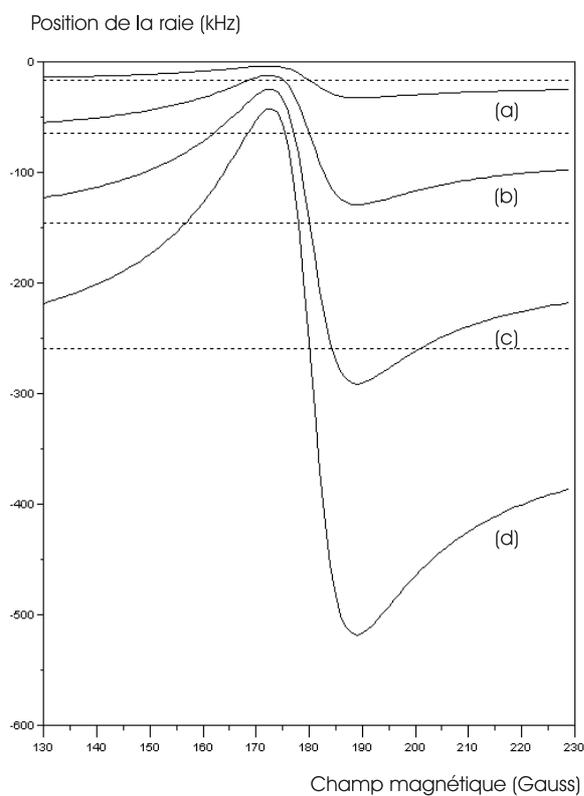


FIGURE 4.4: Evolution des courbes de déplacement par effet Stark pour des atomes de vitesse 1,2,3 et 4 km/s ((a)→(d)). En pointillés, déplacements en champ nul pour chaque vitesse ($-\nu_0 \frac{v^2}{2c^2}$). La vitesse de l'atome règle l'amplitude de l'effet tandis que la structure Zeeman impose les abscisses des maxima et des minima.

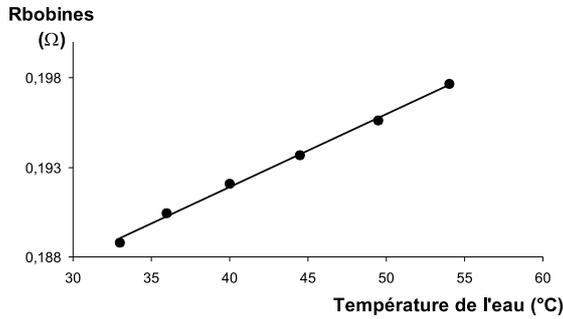


FIGURE 4.5: Variation linéaire de la résistance des bobines avec la température, qui s'accorde avec la variation linéaire de la résistivité du cuivre à cette température. Coefficient ajusté $4.09 \text{ } \Omega/\text{K}$.

de l'écoulement qui impose le débit.

Ces bobines étaient auparavant alimentées par une ancienne alimentation d'électro-aimant, dont la stabilité et la reproductibilité laissaient à désirer. De plus la seule mesure précise du champ en temps réel reposait sur une mesure de la tension aux bornes des bobines. Nous avons eu l'occasion de remarquer lors des enregistrements que la résistance de la bobine évoluait au cours de la journée, sans doute pour des raisons thermiques (voir fig. 4.5). Il est clair que le bon indicateur du champ est le courant.

Nous avons mis en place des nouvelles alimentations de courant très stables (Delta Elektronika SM 30-100 D) et qui disposent d'une lecture intégrée du courant. Nous avons construit l'alimentation en jumelant deux blocs qui peuvent chacun délivrer jusqu'à 100 ampères sous 50 V. Le lien électrique entre les deux alimentations est à l'origine d'une résistance de contact que nous avons pu estimer à $3,1 \times 10^{-3} \Omega$. Elles fonctionnent dans une configuration maître-esclave. Leur stabilité en courant est meilleure que 2×10^{-3} . Il est ainsi facile de se repositionner jour après jour au même champ magnétique avec une précision meilleure que le Gauss. Ceci a été essentiel lors de la série de mesures qui s'est étalée sur plusieurs semaines, pour seulement quatre valeurs du champ magnétique.

Le champ magnétique terrestre est éliminé dans les deux directions perpendiculaires à l'axe de quantification par deux bobines de compensation. Les expériences effectuées en l'absence de courant dans les bobines ont donc eu lieu pour un champ terrestre $B_{T,Z}$ de -290 mG environ, le champ magnétique étant orienté vers le ciel.

On peut calculer le champ créé par N spires circulaires de rayon R , placées à une distance D et parcourues par I . Le champ créé au centre d'un tel dispositif vaut :

$$B = \mu_0 N \frac{R^2}{(R^2 + (\frac{D}{2})^2)^{3/2}} I \quad (4.3)$$

soit $B \simeq 1,436 \text{ G/A}$ avec les dimensions mesurées.

Calibration

La calibration du champ magnétique a été effectuée pour les champs faibles (< 5 G) à l'aide d'une sonde à effet Hall, tandis que pour les champs forts c'est l'atome d'hydrogène qui a servi de référence. En effet, on utilise la variation avec B de la fréquence de la transition $1S_{1/2}(F = 1, m_F = 0) \rightarrow 3S_{1/2}(F = 1, m_F = 0)$ (cf fig. 4.2). Cette dépendance est calculée via l'hamiltonien Zeeman [63].

Le rapport signal à bruit est moindre avec un tiers des atomes, limitant la détermination de la fréquence centrale sur un de ces enregistrements à environ 100 kHz, c'est-à-dire $\pm 0,1$ G pour le champ magnétique (ce qui reste meilleur que la reproductibilité des alimentations). La linéarité du champ magnétique demeure remarquable, comme on le voit sur la figure 4.6.

La calibration du champ magnétique montre que le champ mesuré B_{exp} en Gauss s'écrit comme :

$$B_{exp} = B_{T,Z} + 1,446 I \quad (4.4)$$

On réalise donc une bonne approximation de bobines idéales de type Helmholtz.

La connaissance du champ magnétique ne constituera donc pas une source d'incertitude lors des mesures de fréquence de la transition effectuées en champ magnétique, qui se situent au voisinage des extrema de la courbe de dispersion. Elle pourrait néanmoins devenir une source d'erreur au voisinage de $B = 181G$, là où la dispersion par effet Stark motionnel est très piquée.

Homogénéité

Nous avons également cherché à préciser l'uniformité du champ obtenu par les bobines de Helmholtz dans la zone d'interaction. En effet, un gradient de champ magnétique important pourrait être à l'origine d'une déviation du jet atomique. Par ailleurs, un champ non uniforme conduirait à un déplacement des niveaux par effet Stark différent d'une région de la zone d'interaction à une autre.

Pour nous rapprocher du bobinage réel, d'extension spatiale non nulle, nous avons été aidé par S. Batut et R. Battesti, qui disposaient d'un logiciel de calcul approprié.

Le bobinage réel de N_{reel} spires a été en première approximation assimilé à un bobinage non compact de N_{sim} spires afin de simplifier les calculs (voir fig. 4.7). Il suffit alors de considérer qu'un courant $I_{reel} \times (N_{reel}/N_{sim})$ circule dans les spires du bobinage non compact afin de retrouver les mêmes champs créés à grande distance.

La forme creuse ou pleine des conducteurs n'a pas d'importance à grande distance du bobinage, puisque seul le courant enlacé importe dans le théorème d'Ampère.

Le calcul présenté ici a été effectué pour une intensité réelle de 150 A. Le champ créé au centre est de 215,45 Gauss. On trouve donc dans le cadre de cette modélisation et hors champ magnétique terrestre $B \simeq 1,436G/A$, cohérent avec le modèle filiforme. On a représenté sur

Champ magnétique (Gauss)

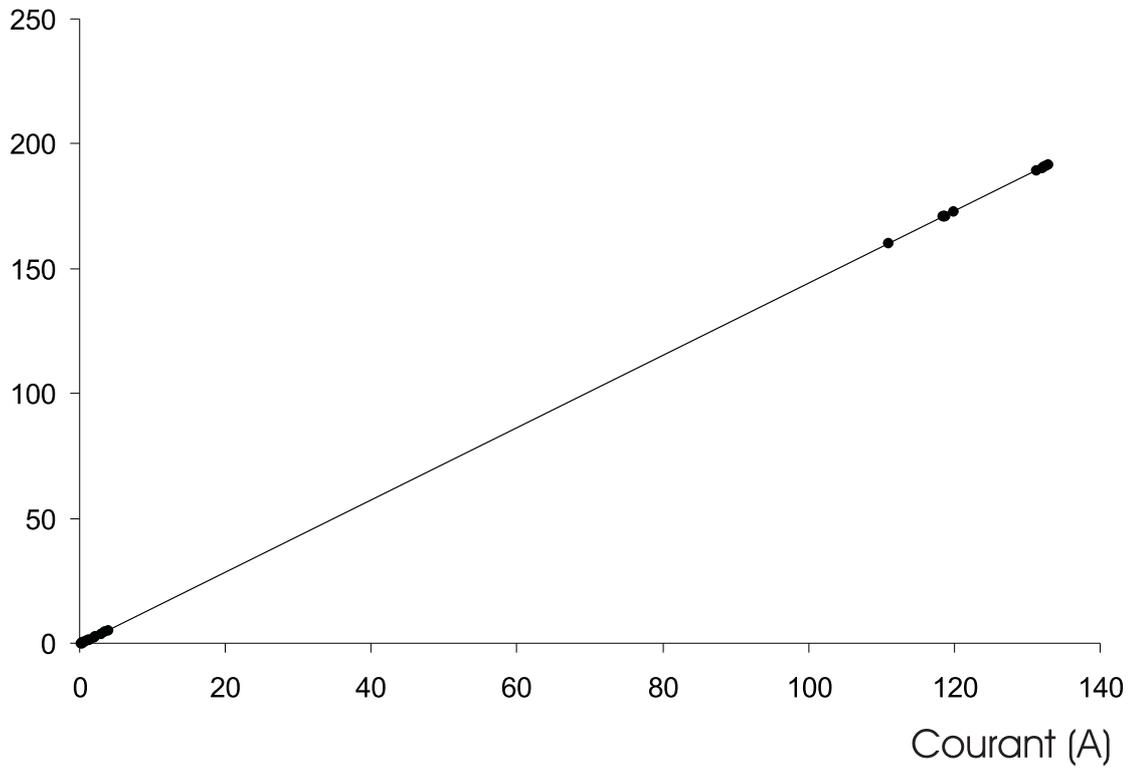


FIGURE 4.6: Champ magnétique vu par les atomes en fonction du courant total débité par les alimentations.

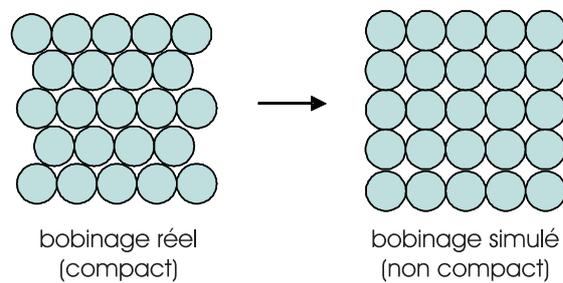


FIGURE 4.7: Modélisation du bobinage réel

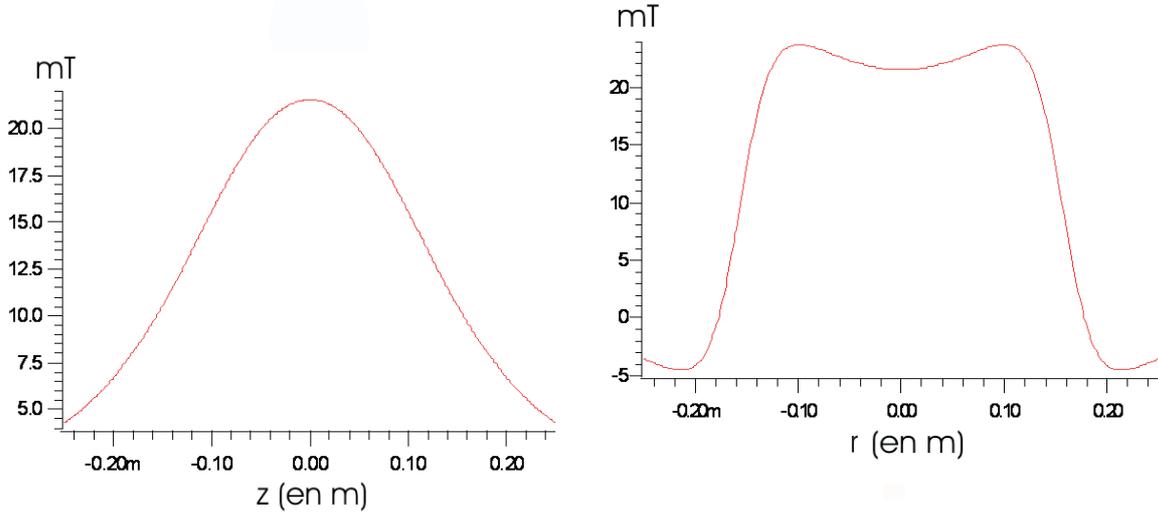


FIGURE 4.8: A gauche : $B_z(r = 0, z)$ où $z = 0$ représente le plan médiateur des deux bobines. A droite : $B_z(r, z = 0)$. Le rayon intérieur des bobines est 154,5 mm et l'écart des deux bobines de 80 mm.

la figure 4.8 les profils de la composante axiale du champ magnétique B_z sur l'axe et le long d'un axe perpendiculaire à l'axe de symétrie, compris dans le plan médiateur.

On peut ainsi établir une carte de la composante B_z du champ dans la zone d'interaction, c'est-à-dire dans le plan médiateur des bobines de Helmholtz Oxy (cf figure 4.9). On constate que pour des points situés aux limites de la zone d'interaction ($x \simeq 6,5$ mm), l'écart sur B_z demeure limité à 0,15 G environ. La non-uniformité de B_z dans la zone de détection est inférieure à 7×10^{-4} . On pourra donc considérer avec une très bonne approximation que tous les atomes sont soumis au même champ magnétique statique.

De plus, en utilisant la conservation du flux du champ magnétique, on peut déterminer la composante radiale du champ B_r au voisinage de l'axe :

$$B_r = -\frac{r}{2} \frac{dB_z(r = 0, z)}{dz}$$

$\frac{dB_z(r = 0, z)}{dz}$ est nul pour $z = 0$. B_r demeure donc très faible au sein de la zone d'interaction. Par exemple, pour $z = 2$ cm (donc en dehors de la zone), $\frac{dB_z(r = 0, z)}{dz} \simeq 2,5 \times 10^{-2}$ T/m, et donc $B_r \simeq 0,8$ G.

On pourra donc négliger tout champ électrique induit par la composante B_r .

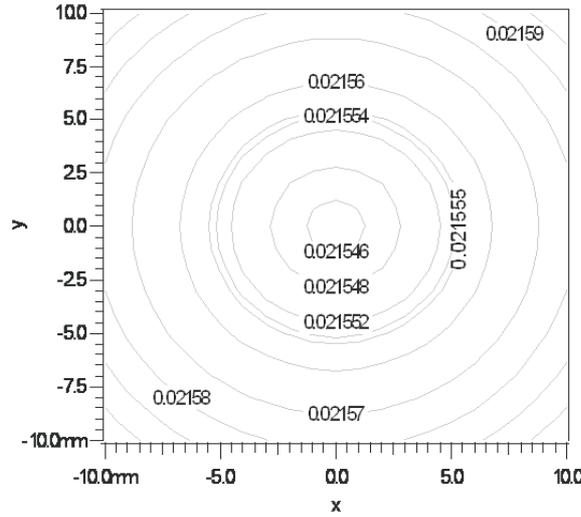


FIGURE 4.9: Carte de la composante axiale B_z du champ magnétique dans le plan médiateur Oxy des bobines.

4.2 Formes de raie théorique

4.2.1 Calcul de la fluorescence en présence d'un champ magnétique

Le calcul de la population des niveaux et de la fluorescence associée a été expliqué en détail dans la thèse de G.Hagel. J'ai eu l'occasion de réécrire ce programme sous un autre logiciel, en retrouvant les mêmes résultats. Nous rappellerons ici uniquement les grandes lignes du calcul, et présenterons quelques exemples.

On s'intéresse d'abord uniquement à la fluorescence émise par un atome de vitesse v . La fluorescence à 656 nm va provenir majoritairement de la désexcitation $3S_{1/2} \rightarrow 2P_{1/2}$, mais par suite du couplage par effet Stark motionnel, les niveaux $3P$ sont également peuplés, et en se désexcitant vers le niveau $2S$ ajoutent une contribution à la fluorescence.

L'état du système est décrit grâce à la matrice densité ρ , dont l'équation d'évolution est :

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{1}{i\hbar}[H, \rho] + \left\{ \frac{d\rho}{dt} \right\}_{e.s} \quad (4.5)$$

où $\left\{ \frac{d\rho}{dt} \right\}_{e.s}$ est le terme de désexcitation par émission spontanée, et H l'hamiltonien total du système. Cet hamiltonien total du système comprend les termes suivants :

$$H = H_0 + H_1 + H_{Stark} \quad (4.6)$$

où H_1 représente l'interaction atome-rayonnement, faisant intervenir la pulsation de Rabi Ω , H_{Stark} traduit le couplage par effet Stark motionnel ($H_{Stark} = q\mathbf{E} \cdot \mathbf{r}$), et H_0 est l'hamiltonien

statique en champ magnétique non nul :

$$H_0 = H_{shf} + H_{Zeeman} + H_{diam} \quad (4.7)$$

H_{shf} représente l'interaction entre le moment magnétique de l'électron et le spin du noyau, $H_{diam} = \frac{q^2 B^2 r_{\perp}^2}{8m_e}$ la correction engendrée par l'effet diamagnétique, et H_{Zeeman} traduit les effets paramagnétiques liés au spins orbital et intrinsèque de l'électron ainsi qu'au spin du noyau :

$$H_{Zeeman} = \mu_B B [g_S S_Z + (1 - \frac{m_e}{m_p}) L_Z - \frac{m_e}{m_p} g_N I_Z] \quad (4.8)$$

Cet hamiltonien aboutit à une structure pour les états excités de 4 sous-niveaux dans l'état $3S_{1/2}$, 4 sous-niveaux dans l'état $3P_{1/2}$ et 8 sous-niveaux dans l'état $3P_{3/2}$. L'état fondamental est lui subdivisé en 4 sous-niveaux.

- On commence par calculer les énergies et les vecteurs propres dans la base des $|(S, L), I, J, F, m_F\rangle$ associés à l'hamiltonien non perturbé H_0 .

Le terme hamiltonien hyperfin H_{shf} est diagonal dans cette base, mis à part les termes provenant du couplage spin du noyau/moment magnétique orbital, qui introduisent des couplages faibles entre les niveaux $3P_{1/2}(F=1)$ et $3P_{3/2}(F=1)$.

Le terme diamagnétique est directement lié à $\langle r_{\perp}^2 \rangle$, donc à l'extension perpendiculaire à l'axe de quantification (ici la direction de \mathbf{B}) de la fonction d'onde et dépend de n, L et J .

L'hamiltonien Zeeman est quant à lui diagonal dans la base $|(S, L), I, m_S, m_L, m_I\rangle$. On l'écrit donc dans la base des $|J, F, m_F\rangle$ en utilisant une matrice de passage dont les éléments se calculent grâce aux coefficients de Clebsch-Gordan. Cette matrice n'est pas diagonale, le champ magnétique induit des couplages entre niveaux de m_F identique et de F différents. En diagonalisant cet hamiltonien, on obtient donc les énergies propres et les états propres modifiés du problème. Dans la limite des champs forts où nous nous situons, les spins électroniques et nucléaires sont découplés, car la structure hyperfine devient faible comparée à la structure Zeeman, et cette base se rapproche de la base $|J, m_J, m_I\rangle$.

- On calcule ensuite les coefficients de couplage Stark V_i , en $\text{MHz.km}^{-2}.\text{s}^2$. H_{Stark} a son expression la plus simple dans la base $|L, J, m_J, m_I\rangle$. Puisque l'hamiltonien Stark, proportionnel au dipole électrique, est impair, il ne couple que des états pour lesquels $|\Delta L| = 1$, c'est-à-dire $3S$ et $3P$. Par ailleurs, on néglige les couplages entre niveaux de nombres quantiques principaux n différents. Les éléments de matrice sont formés d'une partie radiale fixée par le recouvrement spatial $3S/3P$ et d'une partie angulaire reliée aux harmoniques sphériques qui obéit aux règles de sélection $|\Delta m_J| = 1$ et $\Delta m_I = 0$ (donc $\Delta m_F = \pm 1$). Ces règles de sélection sont spécifiques au fait que le champ électrique $\vec{v} \wedge \vec{B}$ est orthogonal à l'axe de quantification. On passe enfin dans la base des $|J, F, m_F\rangle$, puis dans la base des états propres modifiés. Ceci nous donne donc les coefficients de couplage Stark entre tous les états modifiés.

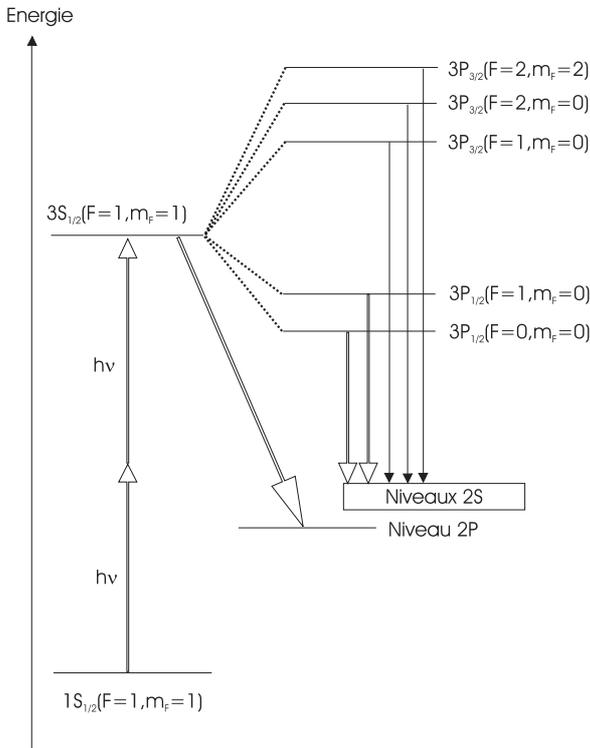


FIGURE 4.10: Schéma d'excitation et de fluorescence à partir du sous-niveau Zeeman $1S_{1/2}(F = 1, m_F = 1)$. Les pointillés indiquent le couplage par effet Stark motionnel et la taille relative des flèches est indicative de l'intensité de la fluorescence. Il existe un schéma comparable pour le niveau $1S_{1/2}(F = 1, m_F = -1)$.

• On peut enfin étudier l'évolution de la matrice densité dans l'espace des états propres modifiés. On suppose que le régime est stationnaire, aussi une fois placé dans le référentiel tournant à la pulsation des ondes lumineuses, les populations et les cohérences ne dépendent pas du temps. Vu la faiblesse du taux de transition à deux photons, on fait également l'approximation que le niveau excité se désexcite beaucoup plus vite qu'il n'est peuplé par l'onde laser. On aboutit ainsi à l'expression des populations dans l'état excité $3S$ (σ_{11} pour le sous-niveau $m_F = 1$) et les états excités $3P$ ($\sigma_{i'i'}$) en fonction de la population dans le niveau fondamental $1S$ associé k (voir fig. 4.10). La fluorescence F_1 pour $m_F = 1$ s'écrit alors :

$$F_1(\omega, B, \nu) = \Gamma_{3S}\sigma_{11} + \sum_{J=1/2, i' \text{ couplés à } m_F=1} \Gamma_{3P_{1/2}}\sigma_{i'i'} + \sum_{J=3/2, i' \text{ couplés à } m_F=1} \Gamma_{3P_{3/2}}\sigma_{i'i'} \quad (4.9)$$

La fluorescence totale $F(\omega, B, \nu)$ est enfin la somme de ces deux termes F_k pris pour les deux sous-niveaux $m_F = \pm 1$ du fondamental (en champ non nul).

L'effet Doppler du second ordre est déjà incorporé dans $F(\omega, B, \nu)$, de sorte que le zéro de fréquence correspond à la position absolue de la transition sans effet Doppler.

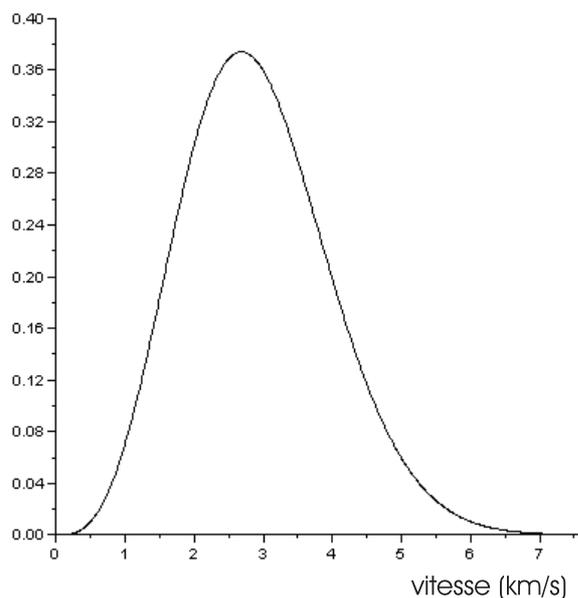


FIGURE 4.11: Distribution de vitesse pour le jet atomique, à température ambiante ($n=3$, $\sigma=1,55$ km/s).

4.2.2 Influence de la distribution de vitesse

On suppose que la distribution de vitesse des atomes en sortie de la décharge radiofréquence n'est pas altérée par leur trajet au sein du guide en Téflon et au passage du coude de la buse. Cette distribution $f_n(v, \sigma)$, qui suit l'équation 3.28 a l'allure de la courbe tracée sur la figure 4.11. Très peu d'atomes ont des vitesses supérieures à 7 km/s, tandis que la vitesse la plus probable est de 2,7 km/s.

La forme de raie du signal $R(\omega, B, \sigma)$ est calculée habituellement par :

$$R(\omega, B, \sigma) = a \int_0^{+\infty} \frac{1}{v} f_n(v, \sigma) F(\omega, B, v) dv \quad (4.10)$$

où a est un facteur de normalisation de l'intégrale et le facteur $\frac{1}{v}$ représente la probabilité de transition plus importante pour les atomes lents, suite au temps d'interaction avec le laser plus long. L'intégrale est évaluée en discrétisant sur 100 points l'intervalle de vitesse compris entre 0 et 10 km/s. Il faut noter que l'intégration sur les vitesses introduit une légère asymétrie dans la raie (voir figure 4.13)..

En ajustant cette forme de raie intégrée sur les vitesses par une lorentzienne, on peut retracer à nouveau le déplacement par effet Stark de la transition (voir fig. 4.12). A 290 K, le décalage Doppler en champ nul calculé est de -114,8 kHz, ce qui est inférieur de quelques kHz au décalage calculé pour la vitesse la plus probable de cette distribution (2,69 km/s). La compensation de l'effet Doppler du second ordre est maximale autour de 172 G (-25,5 kHz), 78 % de l'effet Doppler étant compensé en ce point. Le mélange avec le niveau $3P$ est le plus

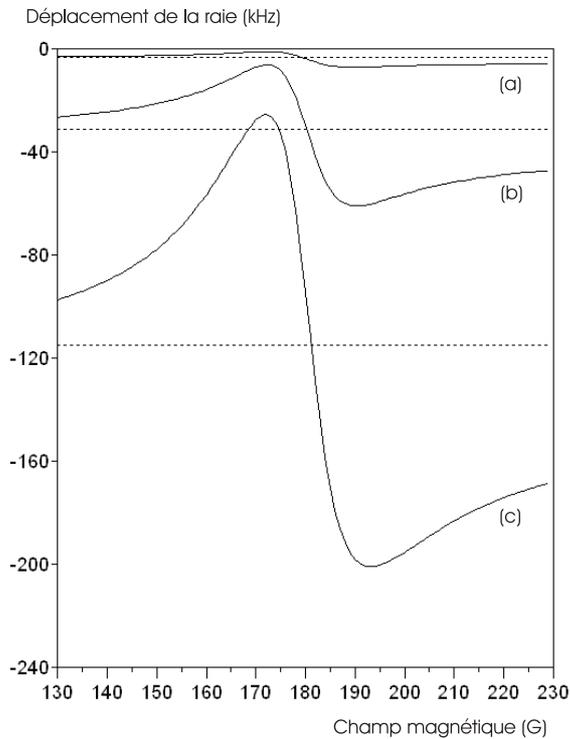


FIGURE 4.12: Déplacements globaux par effet Stark intégrés sur la distribution de vitesse du jet ($N=3$) pour différentes températures. (a) cryostat à hélium liquide (8K, $\sigma=258$ m/s), (b) température de l'azote liquide (77 K, $\sigma= 800$ m/s), (c) température ambiante (290 K, $\sigma= 1.55$ km/s). En pointillés, position en champ nul. Le zéro est la position pour des atomes immobiles et correspond à la fréquence absolue à mesurer.

important à 181 G, ce qui élargit et dissymétrise davantage la raie (voir fig. 4.13).

4.2.3 Effet de la géométrie gaussienne

L'utilisation du facteur correctif en $\frac{1}{v}$ s'explique en supposant que tous les atomes ont une probabilité de fluorescence indépendante de leur vitesse, le temps passé dans la zone de détection étant inversement proportionnel à la vitesse, d'où la plus grande contribution des atomes lents.

Cependant, comme nous allons le voir, ceci présuppose que le profil spatial d'intensité soit uniforme dans la zone d'interaction, ce qui n'est pas exactement vrai dans notre cas vu le profil gaussien du faisceau dans la cavité.

En effet, les atomes les plus rapides ont été excités dans une région de plus faible intensité lumineuse, et donc avec une probabilité moindre (voir fig. 4.14, p.139). Ils contribuent donc moins au signal que dans le modèle en $\frac{1}{v}$. Nous allons calculer cet effet, qui est à l'origine d'un déplacement systématique de la raie.

L'extension de la zone de détection le long de l'axe de la cavité de surtension x_d est d'environ 6,5 mm, tandis que la longueur de Rayleigh z_R est de 35 mm. Pour des atomes lents, l'approximation d'une densité de photons UV, et donc d'une probabilité de transition à deux photons uniforme ne pose pas problème. Néanmoins, pour des atomes rapides (5 km/s

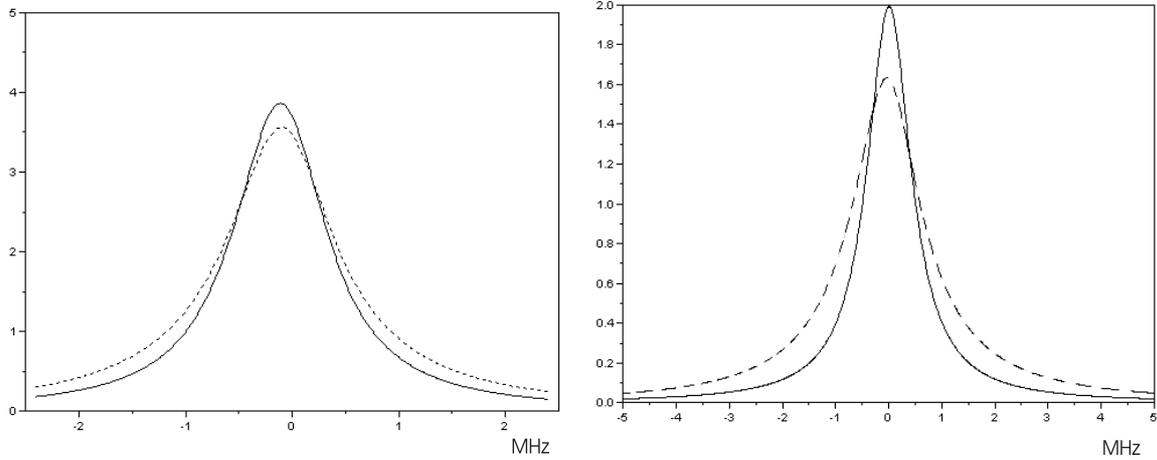


FIGURE 4.13: A gauche : fluorescence totale intégrée ($n=3$, $\sigma=1.55$ km/s) en champ nul (trait plein) et à 181 G (pointillés). A droite : contributions des deux sous-niveaux Zeeman $1S$ à 181 G. La contribution en trait plein est celle de $m_F = 1$ tandis que le trait pointillé représente $m_F = -1$, couplé au niveau $3P$. Le zéro des abscisses est toujours la position à vitesse nulle.

par exemple), le temps de transit dans la zone d'interaction est de $2,6 \mu s$, et devient donc comparable au temps passé par l'atome dans l'état excité ($1 \mu s$). Comme l'effet Doppler du second ordre doit être déterminé avec une bonne précision, il est nécessaire d'évaluer au mieux l'influence sur les atomes rapides du temps de transit.

Le taux de transition à deux photons s'écrit sous la forme [9] :

$$\Gamma_{2ph} = \frac{n^2 \omega^2}{\epsilon_0^2 \hbar^2} \left| \sum_r \frac{\langle e | \mathbf{D} \cdot \epsilon | r \rangle \langle r | \mathbf{D} \cdot \epsilon | g \rangle}{\omega - \omega_{er}} \right|^2 \frac{\Gamma_e}{(2\omega - \omega_{eg})^2 + (\frac{\Gamma_e}{2})^2} \quad (4.11)$$

où $|g\rangle$ et $|e\rangle$ sont les états reliés par ce taux de transition (avec $\hbar\omega_{eg} = E_e - E_g$), n est le nombre de photons par unité de volume dans un des sens de propagation, $|r\rangle$ représente n'importe quel niveau relais d'énergie E_r (tel que $\hbar\omega_{er} = E_e - E_r$), Γ_e est la largeur naturelle du niveau excité $|e\rangle$, \mathbf{D} est l'opérateur associé au moment dipolaire électrique et ϵ est le vecteur polarisation de l'onde laser incidente de fréquence $\frac{\omega}{2\pi}$.

Il est donc en un point de l'espace proportionnel au carré de la densité volumique de photons, et décrit une probabilité d'excitation par unité de temps.

La probabilité pour un atome de vitesse v se déplaçant le long de l'axe de la cavité (noté Ox et orienté dans le sens de la vitesse des atomes) d'être excité vers l'état $3S$ entre les abscisses x et $x + dx$, où il demeure pendant un temps $dt = \frac{dx}{v}$ vaut donc :

$$dP_{x \rightarrow x+dx} = \Gamma_{2ph} \left(\frac{dx}{v} \right) \quad (4.12)$$

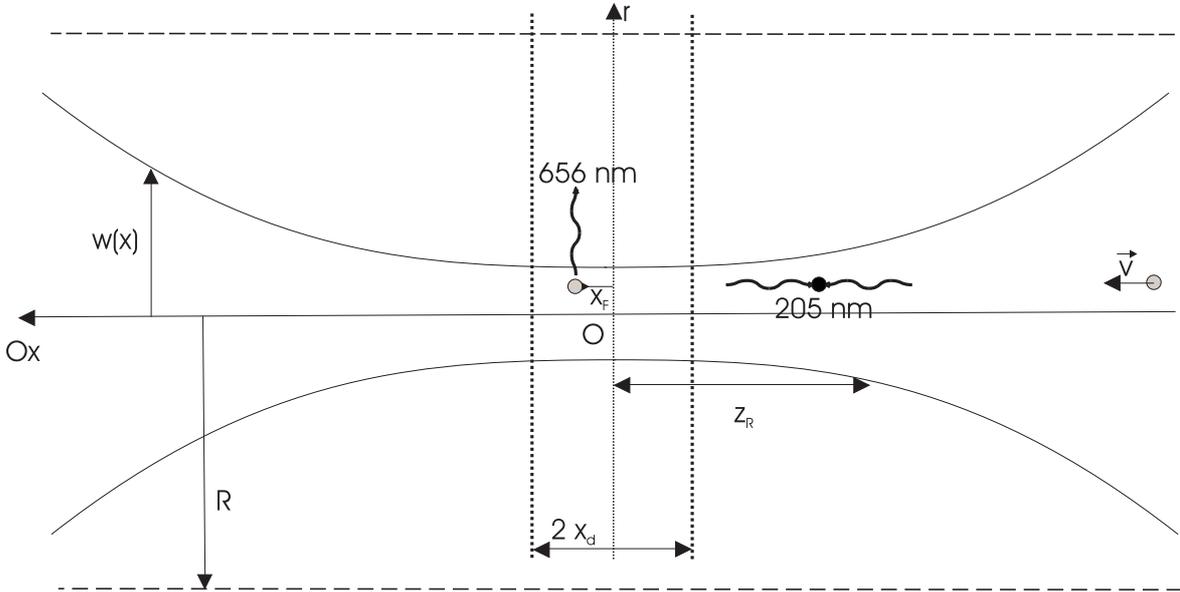


FIGURE 4.14: Schéma du processus d'excitation et de fluorescence pour un atome rapide.

Pour un atome lent, l'excitation vers le niveau $3S$ et l'émission du photon de fluorescence se passent presque au même point de l'espace. Si l'extension de la zone de détection utile le long du jet atomique est de $2x_d$, alors la probabilité de détection P_{det} de cet atome est de la forme :

$$P_{det} = a2x_d \frac{\Gamma_{2ph}}{v} \quad (4.13)$$

où a est un facteur rendant compte de l'efficacité de collection et de détection. On retrouve donc la situation habituelle.

Supposons maintenant que l'atome ait une vitesse suffisante telle que les lieux d'excitation vers l'état excité et d'émission du photon à 656 nm diffèrent suffisamment pour que l'atome explore des régions d'intensités UV différentes. Ceci sera le cas dès que le trajet effectué dans l'état $3S$ est comparable à la longueur de Rayleigh z_R de la cavité (voir fig. 4.14). On peut admettre que jusqu'à des distances de l'axe de la cavité de quelques centaines de microns, la densité volumique d'atomes N_{at} dans le jet est uniforme, et leur vitesse colinéaire à Ox. On notera $n_{at}(v)dv$ la densité volumique d'atomes dont la vitesse est comprise entre v et $v + dv$. Le rayon du jet est limité, si l'on néglige sa divergence, par un diaphragme de rayon R (1 mm). On pourra négliger les événements où un même atome subit plusieurs cycles de fluorescence, vu la faible probabilité d'en réaliser un seul. On se place en coordonnées cylindriques (r, θ, x) , et on aura symétrie de révolution.

L'intensité du faisceau UV est donnée par :

$$I(r, x) = \frac{I_{00}}{w^2(x)} e^{-\frac{2r^2}{w^2(x)}} \quad (4.14)$$

où I_{00} est l'intensité du faisceau à son col et sur l'axe, tandis que $w(x)$ est le rayon du faisceau à l'abscisse x :

$$w(x) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{x}{z_R}\right)^2} \quad (4.15)$$

Or la probabilité de transition varie comme le carré de la densité de photons, donc :

$$\Gamma_{2ph}(r, x) = \alpha I(r, x)^2 \quad (4.16)$$

où α s'exprime en fonction des autres constantes du problème.

On peut donc calculer la probabilité d'excitation pour les atomes de vitesse v allant de x à $x + dx$:

$$dP_{x \rightarrow x+dx}(x, v) = \frac{\int_{r=0}^{+\infty} 2\pi r dr \Gamma_{2ph}(r, x) dt}{\pi R^2} \quad (4.17)$$

$$dP_{x \rightarrow x+dx}(x, v) = \frac{\alpha I_{00}^2}{R^2 w^4} \frac{dx}{v} \int_{r=0}^{+\infty} 2 r e^{-\frac{4r^2}{w^2}} dr \quad (4.18)$$

$$dP_{x \rightarrow x+dx}(x, v) = \frac{\alpha I_{00}^2}{4R^2} \frac{dx}{w^2(x) v} \quad (4.19)$$

$$dP_{x \rightarrow x+dx}(x, v) = \frac{dP_{x \rightarrow x+dx}(x=0, v)}{1 + \left(\frac{x}{z_R}\right)^2} \quad (4.20)$$

Il faut maintenant se demander d'où proviennent les atomes qui fluorescent dans la zone de détection. Le temps passé dans l'état excité $3S$ étant donné par l'inverse de la largeur naturelle ($\tau_e = 1\mu s$), un atome qui émet le photon de fluorescence à l'abscisse x_F , à dx_F près, est passé dans l'état excité en $x_F - v\tau_e$, là où sa probabilité d'excitation était $dP_{x \rightarrow x+dx}(x_F - v\tau_e, v)$. On peut donc calculer la probabilité P pour une classe de vitesse v d'émettre un photon de fluorescence à l'intérieur de la zone de fluorescence. On aura $dx_F = dx$ car lors de l'absorption des deux photons contra-propageants l'impulsion n'est pas modifiée :

$$P(v) = \int_{-x_d}^{x_d} dP_{x \rightarrow x+dx_F}(x_F - v\tau_e, v) \quad (4.21)$$

$$P(v) = \frac{dP_{x \rightarrow x+dx}(x=0, v)}{dx} \int_{-x_d}^{x_d} \frac{dx_F}{1 + \left(\frac{x_F - v\tau_e}{z_R}\right)^2} \quad (4.22)$$

$$P(v) = \frac{\alpha I_{00}^2}{4w_0^2 R^2} \frac{1}{v} z_R [\arctan\left(\frac{x_d - v\tau_e}{z_R}\right) + \arctan\left(\frac{x_d + v\tau_e}{z_R}\right)] \quad (4.23)$$

On retrouve pour les atomes lents ($x_d, v\tau_e \ll z_R$) le facteur en $\frac{1}{v}$ utilisé habituellement :

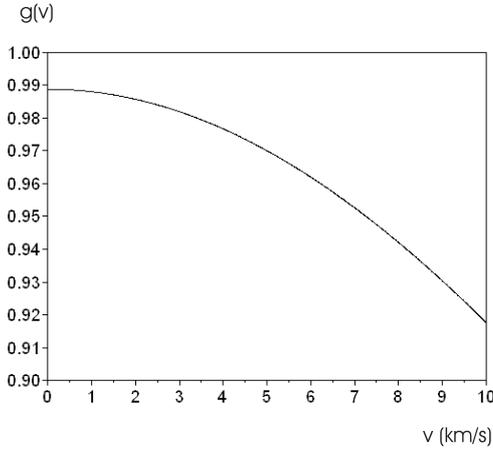


FIGURE 4.15: Evolution de g en fonction de la vitesse des atomes dans notre configuration expérimentale ($z_R=35$ mm, $x_d=6,5$ mm).

$$P_{det} = aP \simeq a 2x_d \frac{dP_{x \rightarrow x+dx}(x=0, v)}{dx} = a 2x_d \frac{\Gamma_{2ph}(x=0)}{v} \quad (4.24)$$

Examinons enfin l'ordre de grandeur de cette correction. On peut réécrire $P(v)$ en utilisant la fonction $g(v)$, c étant une constante :

$$P(v) = c \frac{g(v)}{v} \quad (4.25)$$

$$g(v) = \frac{z_R [\arctan(\frac{x_d - v\tau_e}{z_R}) + \arctan(\frac{x_d + v\tau_e}{z_R})]}{2x_d} \quad (4.26)$$

Tout d'abord, on remarque que $g(0) \neq 0$:

$$g(0) = \frac{z_R}{x_d} \arctan(\frac{x_d}{z_R}) \quad (4.27)$$

Ceci est dû à la nature gaussienne du faisceau, mais n'a aucune conséquence sur le profil de raie puisque ce facteur s'élimine lors de la normalisation. Par contre, la dépendance vis à vis de la vitesse des atomes est intéressante (voir fig. 4.15). On constate que pour les atomes du jet à température ambiante, dont la vitesse est supérieure à 5 km/s, la probabilité de transition est réduite de plus de 2 %. La forme du facteur de correction en $\frac{1}{v}$ est donc légèrement altérée. Le véritable profil de raie s'obtient donc ainsi :

$$R(\omega, B, \sigma) = a \int_0^{+\infty} \frac{g(v)}{v} f_n(v, \sigma) F(\omega, B, v) dv \quad (4.28)$$

Nous avons estimé les modifications de cet effet systématique sur le déplacement Stark motionnel (voir fig. 4.16), qui sont de l'ordre du kHz, et donc pas complètement négligeables au niveau de précision nécessaire. Ce type de modification apparaît dès que le temps de transit

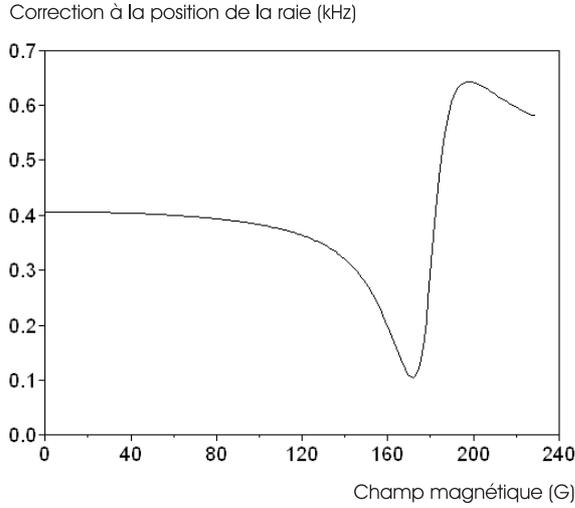


FIGURE 4.16: Evolution en champ magnétique de la correction à la position de la raie due au caractère gaussien du faisceau, pour $n = 3$ et $\sigma = 1,55$ km/s. Pour la même distribution de vitesse des atomes, le décalage Doppler est réduit.

n'est plus très grand devant le temps de vie de l'état excité et que la zone d'interaction n'est pas de dimension négligeable devant la longueur de Rayleigh.

4.2.4 Convolution par la modulation BBO

Pour être complet dans le calcul de la forme de raie, il reste à prendre en compte l'élargissement de la transition dû à la modulation de la cavité BBO. Cet effet a été étudié en détail dans l'article de G.Hagel [65]. Cependant, l'ajustement sur les courbes expérimentales restait effectué à l'aide de fonctions lorentziennes, comme c'était le cas jusqu'ici dans l'exposé.

En réalité, la fonction lorentzienne, qui ne représente la véritable forme de raie qu'en champ magnétique nul et en l'absence de modulation, est élargie et déformée par le fait que le spectre de la lumière UV ait le profil exponentiel décrit plus haut. La forme de raie $R(\omega, B, \sigma)$ de la transition à deux photons est transformée par la modulation en G :

$$G(\omega, B, \sigma, \Delta) = \int_{-\infty}^{+\infty} |TF(\omega)|^2 R(\omega, B, \sigma) d\omega \quad (4.29)$$

où $TF(\omega)$ la transformée de Fourier du carré du champ électrique à 205 nm. Dans la limite d'une grande finesse pour la cavité BBO, on trouve dans le cas où le sens du miroir est tel que $\alpha > 0$ [65] :

$$|TF(\omega)|^2 = 0 \quad \text{si } \omega < 4\omega_L \quad (4.30)$$

$$|TF(\omega)|^2 = \frac{c}{\Delta^8} (\omega - 4\omega_L)^6 e^{-\frac{\omega - 4\omega_L}{\Delta}} \quad \text{si } \omega > 4\omega_L \quad (4.31)$$

où $\Delta = \frac{\alpha r}{2(1-r)} = \frac{\omega_c^+}{2}$ avec les notations introduites précédemment, c étant une constante

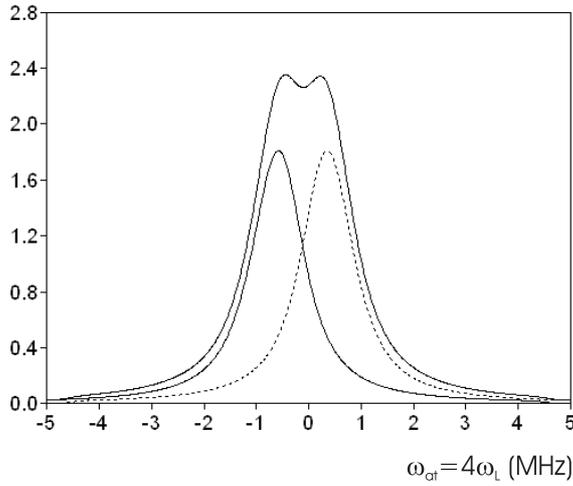


FIGURE 4.17: Effet de la surmodulation de la cavité BBO sur la forme de raie à deux photons. $B = 0$, $\sigma = 1.55$ km/s et $\Delta = 68,6$ kHz. Contribution de $\alpha > 0$ en trait plein, $\alpha < 0$ en pointillés et somme des deux contributions détectées par la caméra CCD.

des paramètres de la cavité. On note $\frac{\omega_L}{2\pi}$ la fréquence de l'onde laser à 410 nm en sortie de la cavité LBO, qui est bien définie. Cette intégrale est calculée en discrétisant sur 1000 points l'intervalle de 10 MHz centré sur la fréquence de la transition pour des atomes au repos.

On peut interpréter les courbes de la figure 4.17. Le signe de α dépend du sens de déplacement du miroir, c'est-à-dire du signe de sa vitesse v . $\alpha > 0$ correspond à un rétrécissement de la cavité BBO, la pulsation de l'onde à 205 nm en sortie du second doublage est donc en moyenne décalée vers le bleu par effet Doppler du premier ordre et devient $\omega_L + \omega_c^+$. La résonance atomique a donc lieu pour une fréquence apparente à 410 nm plus faible, ce qui explique le décalage vers les basses fréquences de la courbe en trait plein sur la figure 4.17. Lors du déplacement du miroir dans le sens opposé, l'onde à 205 nm est décalée vers le rouge, sa pulsation devenant $\omega_L - \omega_c^+$ si l'on admet l'égalité des deux modulations ω_c^+ et ω_c^- . La résonance atomique associée est alors décalée vers les hautes fréquences (trait en pointillés de la fig. 4.17). Au final, l'écart entre les maxima des deux composantes de la fluorescence est 12Δ [65]. Le centre de la fluorescence totale n'est pas déplacé si la modulation est symétrique.

Avec la caméra CCD, le temps de lecture n'est pas assez court pour discriminer les impulsions suivant le sens du miroir de la cavité BBO. Nous sommes donc sensibles à la somme des deux contributions, alors qu'un photomultiplicateur permet de discriminer les sens aller et retour.

4.3 Mesure de la fréquence absolue

4.3.1 Ajustement sur les formes de raie calculées

Nous pouvons maintenant ajuster l'ensemble de nos mesures par les formes de raie $G(\omega, B, \sigma, \Delta)$ calculées dans la section précédente, par la méthode des moindres carrés. Rappelons que ces formes de raie ont pour origine la position absolue de la transition 1S-3S pour un atome d'hydrogène au repos ω_0 , qui est la grandeur que l'on souhaite déterminer, avec la vitesse des atomes σ . Nous allons pour l'instant fixer σ et ajuster pour chaque enregistrement la valeur de ω_0 . On veut donc minimiser pour un enregistrement de 31 points de fréquence ω_i la quantité suivante :

$$Q = \sum_{i=1}^{31} [G(\omega_i, \omega_0, B, \sigma, \Delta) \times h \langle UV^2 \rangle_i + Cuv \times \langle UV \rangle_i + \text{off} \times i + b - f_{exp}(\omega_i)]^2 \quad (4.32)$$

où $\omega_i = 4\omega_{L,i}$. L'application des moindres carrés s'effectue donc dans le cadre d'un système multilinéaire.

En réalité, la fonction G a été calculée sur 1000 points de fréquence espacés de 10 kHz, qui ne coïncident pas avec les valeurs expérimentales de fréquence. Pour l'extrapoler aux points ω_i , nous réalisons l'interpolation de G par une spline cubique S , de sorte que $S(\omega_i) = G(\omega_i)$ pour les 31 points de fréquence. Comme la fluorescence G est régulière, la spline reproduit fidèlement l'allure de la fonction. C'est donc en fait $S(\omega_i)$ qui est utilisé pour l'ajustement. La dérive linéaire du fond est imposée. Pour chaque valeur de ω_0 on minimise Q en jouant sur les paramètres h , b et Cuv qui sont *a priori* les seuls paramètres variables. Le paramètre de modulation Δ est fixé, suite à un ajustement sur l'ensemble des enregistrements (voir p.153). $Q(\omega_0)$ est d'abord évalué grossièrement pour 40 valeurs de ω_0 sur une plage de 400 kHz autour de la fréquence "attendue" (2 922 742 936 722,7 kHz), puis réévalué sur une plage de 50 kHz (50 points) autour du minimum (voir fig. 4.18).

Au voisinage du second minimum ω_0^{sol} de $Q(\omega_0)$, on ajuste Q par une parabole :

$$Q(\omega_0) \simeq b + a(\omega_0 - \omega_0^{sol})^2 \quad (4.33)$$

L'incertitude sur l'ajustement est alors donnée par :

$$\Delta\omega_0 = \sqrt{\frac{b}{a \times 27}} \quad (4.34)$$

le facteur $27 = 31 - 4$ provenant des 31 points de mesure ajustés sur 4 paramètres.

On a représenté sur la figure 4.19 le résultat de cet ajustement. Pour plus de visibilité, les points expérimentaux sont reportés après correction des bruits et normalisation par $\langle UV^2 \rangle_i$. On constate par rapport à l'ajustement par une simple lorentzienne (p.117) que la forme théorique de raie représente mieux les points expérimentaux au sommet de la résonance. Les coefficients Cuv des deux ajustements sont cohérents. Les barres d'erreur sont

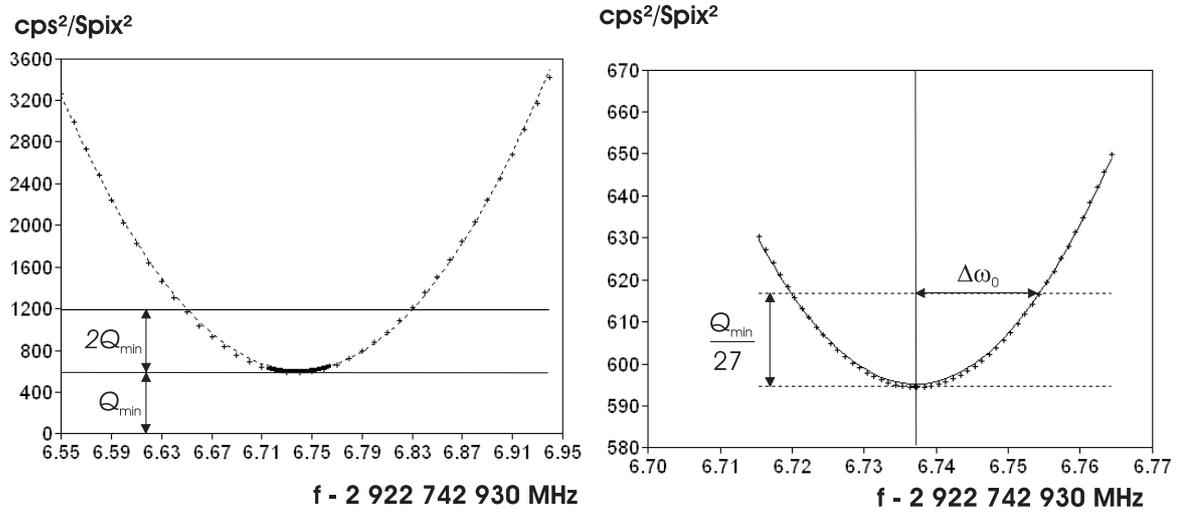


FIGURE 4.18: A gauche : évaluations du moindre carré (croix), première parabole ajustée (pointillés), seconde parabole ajustée (trait plein). A droite, estimation de l'incertitude de l'ajustement $\Delta\omega_0$ sur la seconde parabole.

calculées *a posteriori*, puisqu'elles proviennent de l'écart-type moyen à la courbe divisé par $\langle UV^2 \rangle_i$. Cette nouvelle forme de raie permet donc de réduire le bruit, l'incertitude associée à l'ajustement ayant diminué de 5 kHz.

4.3.2 Mesure de la distribution de vitesse

Au cours de la thèse de G.Hagel, la forme générale de la courbe de dispersion en champ magnétique (fig. 4.12 p.137) avait été confirmée [64].

A cause du rapport signal à bruit faible de l'expérience, nous avons décidé de ne pas chercher à reproduire dans un premier temps l'intégralité de la courbe, mais à moyenner sur quelques points bien choisis. Ainsi, il apparaît immédiatement que le point en champ magnétique qui renseigne le plus précisément sur la fréquence absolue de la transition 1S-3S correspond à un champ de 172 G, c'est l'endroit où l'effet Doppler est le mieux compensé. Reste à connaître l'amplitude de la dispersion, qui dépend de la largeur σ de la distribution de vitesse, n étant supposé connu. On peut penser soit à mesurer la position de la raie en champ nul, ce qui présente l'avantage que tous les atomes contribuent au signal, soit à mesurer la position de la raie pour un champ de 192 G, là où l'écart en fréquence est la plus important, ce qui renseigne de façon optimale sur l'amplitude de la dispersion.

Ceci explique pourquoi nous avons choisi de moyenner sur les valeurs $B = 0$ G, $B = 171,2$ G et $B = 191,5$ G. Ces deux dernières valeurs présentent de plus l'avantage d'être des extrema de la fréquence en fonction du champ magnétique, et donc presque insensibles à des variations

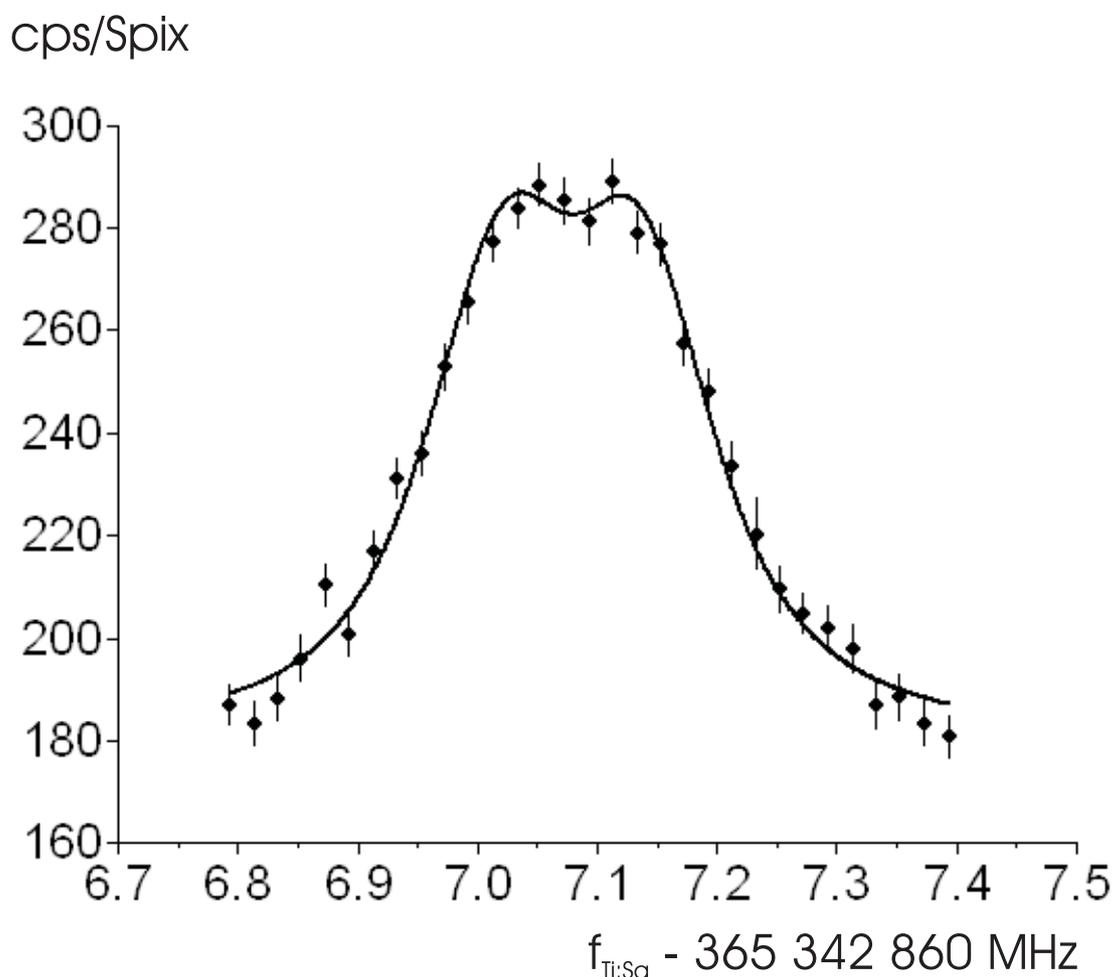


FIGURE 4.19: Ajustement par une forme de raie $G(\omega)$ des points expérimentaux de la page 115 (paramètres ajustés h , b , ω_0 et Cuv). Trait plein : Forme théorique de raie $F(\omega_i, \omega_0, B, \sigma, \Delta) \times (h\langle UV^2 \rangle_{\text{run}})$ avec les paramètres : $n = 3$, $\sigma = 1.55$ km/s, $B = 0.29$ G, $\Delta = 68,6$ kHz. Les largeurs utilisées dans le calcul de G sont les largeurs naturelles des niveaux. Points expérimentaux corrigés : $[f_{\text{exp}}(\omega_i) - \text{off} \times i - Cuv \times \langle UV \rangle_i] / \langle UV^2 \rangle_i \times \langle UV^2 \rangle_{\text{run}}$. Résultats : $h=171,5$ (u.a.), $b=359$ cps/Spix, $Cuv=30,4$ cps/Spix/mV(UV) et $\omega_0/2\pi=2\,922\,742\,936\,737,4$ (17,4) kHz. Ecart-type des points corrigés à G : 4,2 coups. Durée de l'enregistrement : 20 minutes.

de l'ordre du Gauss du champ imposé. Cette dernière raison explique également pourquoi nous n'avons pas pris de mesure dans la région autour de 181 G, là où la pente de la dispersion est élevée. Enfin, afin de poser une contrainte supplémentaire sur la forme de la courbe, nous avons moyenné pour un champ magnétique de 160,1 G.

Observation du croisement de niveaux à $B = 181$ G

L'inconvénient pratique de la méthode d'ajustement par les formes théoriques G est qu'elle corrige automatiquement les fréquences ajustées de l'effet Doppler. Ainsi, il reste utile afin de bien visualiser le phénomène de revenir dans un premier temps à l'ajustement des données expérimentales par des lorentziennes f_{th} , qui donnent une première estimation du déplacement du signal de fluorescence (que nous appelons la courbe de dispersion en champ magnétique).

L'ajustement de cette courbe réalisé par G. Hagel avait donné les valeurs suivantes, avec $n = 3$ [64] :

$$\sigma = 1,55(11) \text{ km/s} \quad (4.35)$$

$$\delta_{\text{dop}} = 116(17) \text{ km/s} \quad (4.36)$$

Cette estimation conduit à une température de 290(41) K, cohérente dans l'hypothèse d'un équilibre thermique au sein de la décharge en contact avec la circulation d'eau. Aucune estimation de la fréquence absolue de la transition 1S-3S n'avait pu être réalisée.

L'ajustement de chaque enregistrement décrit dans ce paragraphe est réalisé sur le principe exposé à la page 114.

On représente sur la figure 4.20 la fréquence centrale de chaque lorentzienne ajustée avec l'incertitude associée, pour l'ensemble des enregistrements effectués. On constate que l'on peut négliger l'incertitude introduite par la mesure de fréquence absolue du peigne devant celle introduite par l'ajustement de la lorentzienne (p. 74).

On peut récapituler les résultats comme suit, en ne reportant que les derniers chiffres de la fréquence ajustée :

B (Gauss)	Fréquence centrale ajustée (kHz)	Incertitude (kHz)	χ^2	Nombre de mesures N	Rapport de Birge $\sqrt{\frac{\chi^2}{N-1}}$
0,3	603,6	5,2	34,3	52	0,82
160,1	664,2	11,6	8,4	18	0,70
171,2	679,6	5,8	54,7	69	0,90
191,5	533,5	11,5	14,1	23	0,80

Le rapport de Birge est légèrement inférieur à un, ce qui suggère une répartition statistique des mesures effectuées et des barres d'incertitude réalistes, voire légèrement surévaluées.

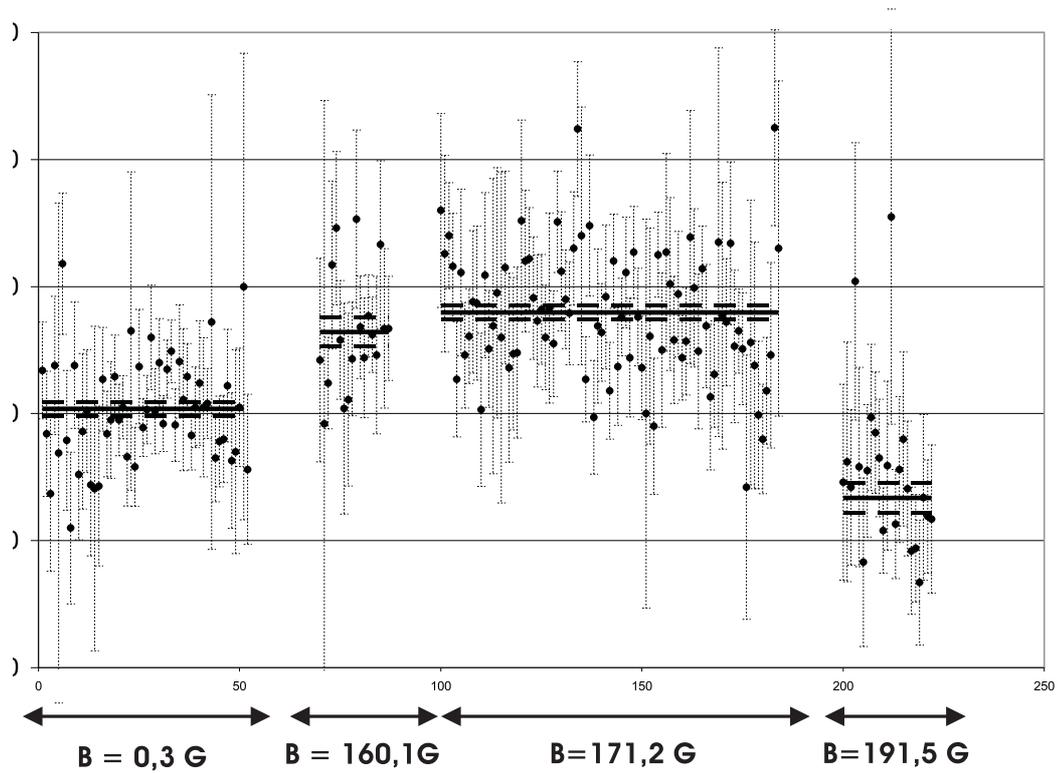


FIGURE 4.20: Résultats expérimentaux : étude du déplacement de la fréquence de transition en fonction du champ magnétique appliqué. La fréquence indiquée est la fréquence atomique moins 2 922 742 936 000 kHz.

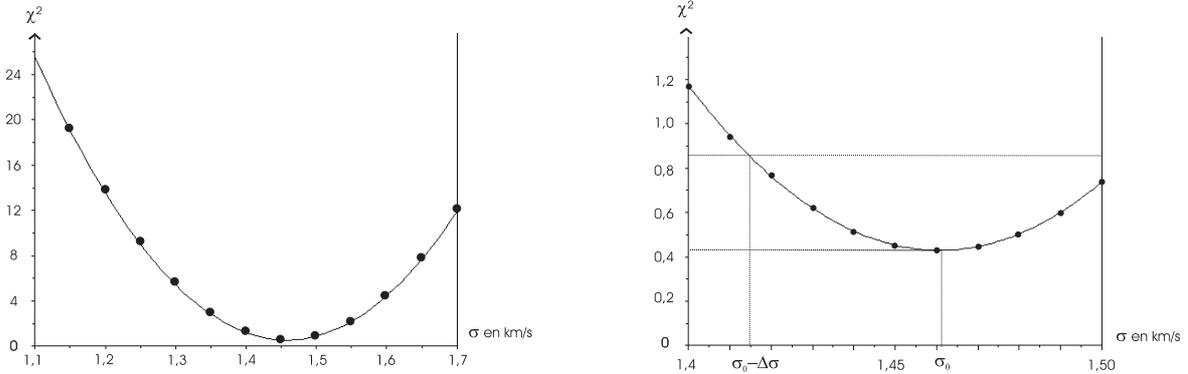


FIGURE 4.21: Ajustements du profil parabolique du χ^2 autour de σ_0 (les points représentent les χ^2 calculés). A droite, détermination de $\Delta\sigma$.

On peut d'ores et déjà constater que la fréquence trouvée en champ nul est cohérente avec les prévisions du premier chapitre (p. 27) et l'effet Doppler mesuré par G. Hagel.

On peut en effet déduire en les additionnant une fréquence absolue 1S-3S égale à :

$$f_{1S-3S}(F = 1) = 2\,922\,742\,936\,719,6(17,8) \text{ kHz} \quad (4.37)$$

On cherche maintenant à ajuster une courbe de dispersion sur nos quatre points expérimentaux afin de déterminer simultanément la largeur de la distribution de vitesse et la fréquence absolue $\nu_0 = f_{1S-3S}(F = 1)$ de la transition. On suppose qu'il ne règne aucun autre champ électrique que le champ motionnel induit par le champ magnétique. De plus, on suppose que l'exposant de la distribution de vitesse est $n = 3$.

Pour plusieurs valeurs de σ , on calcule le décalage Doppler pour chacune des quatre valeurs du champ magnétique choisies. On additionne ce décalage à la valeur expérimentale (tableau 4.3.2), puis on calcule la valeur moyenne de ces quatre valeurs pondérées par le carré de l'inverse de l'incertitude expérimentale (tableau 4.3.2). On peut alors déterminer le χ^2 des quatre valeurs corrigées de l'effet Doppler. On présente dans la figure 4.21 l'évolution du χ^2 avec σ . On constate l'existence d'un minimum pour $\sigma_0 = 1,461 \text{ km/s}$.

Nous effectuons ici un ajustement sur un paramètre avec quatre points expérimentaux. On constate que l'évolution du χ^2 est bien parabolique au voisinage du minimum. L'intersection de la droite d'équation $\chi^2 = 2\chi^2_{\min}$ avec cette parabole se fait en $\sigma_0 \pm \Delta\sigma$. L'incertitude sur σ_0 est alors $\frac{\Delta\sigma}{\sqrt{N_{\text{exp}} - N_p}}$, où $N_{\text{exp}} = 4$ est le nombre de points ajustés et $N_p = 1$ le nombre de paramètres.

On a donc finalement :

$$\sigma_0 = 1461(26)\text{m.s}^{-1} \quad (4.38)$$

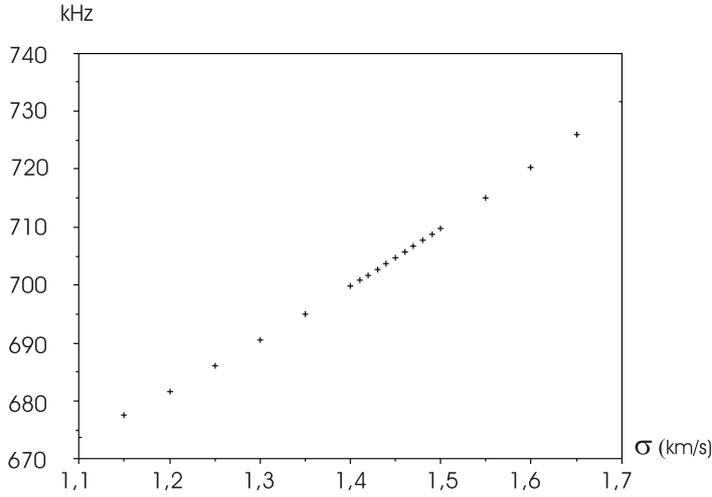


FIGURE 4.22: Variation de la fréquence moyenne des points en champ magnétique corrigés de l'effet Doppler (fréquence atomique moins 2 922 742 930 MHz) en fonction de σ .

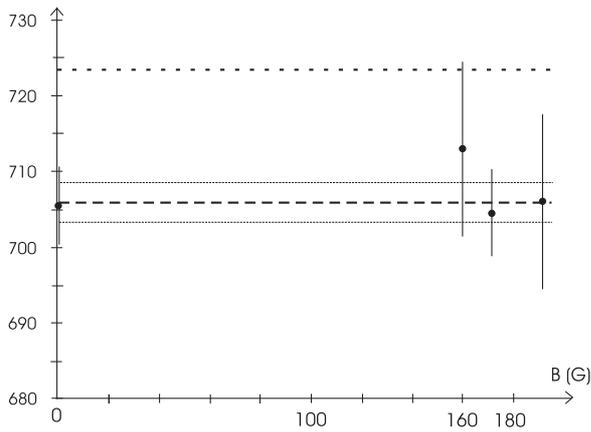


FIGURE 4.23: Position en fréquence des points expérimentaux corrigés de l'effet Doppler pour $n = 3$ et $\sigma = \sigma_0$. En pointillés longs, position ajustée de la transition. En pointillés courts, position théorique approximative de la transition. Entre les pointillés courts légers, zone de forte probabilité pour la position de la transition d'après l'ajustement.

On voit que l'incertitude relative sur σ a été améliorée par rapport aux mesures précédentes, avec lesquelles cette mesure demeure cohérente (cf eq. (4.35)).

On représente par ailleurs la variation de la fréquence absolue ajustée avec σ sur la figure 4.22, ce qui permet d'évaluer l'incertitude associée à la détermination de $f_{1S-3S}(F = 1)$.

La fréquence absolue de la transition est alors :

$$f_{1S-3S}(F = 1) = 2\,922\,742\,936\,706,0(2,6) \text{ kHz} \quad (4.39)$$

On représente la position en fréquence des points expérimentaux corrigés de l'effet Doppler pour $\sigma = \sigma_0$ dans la figure 4.23.

Enfin, on a retracé la courbe de dispersion complète pour $\sigma = \sigma_0$ sur la figure 4.24, ainsi que les points expérimentaux.

L'effet Doppler δ_{dop} en l'absence de champ magnétique est relié à la distribution de vitesse

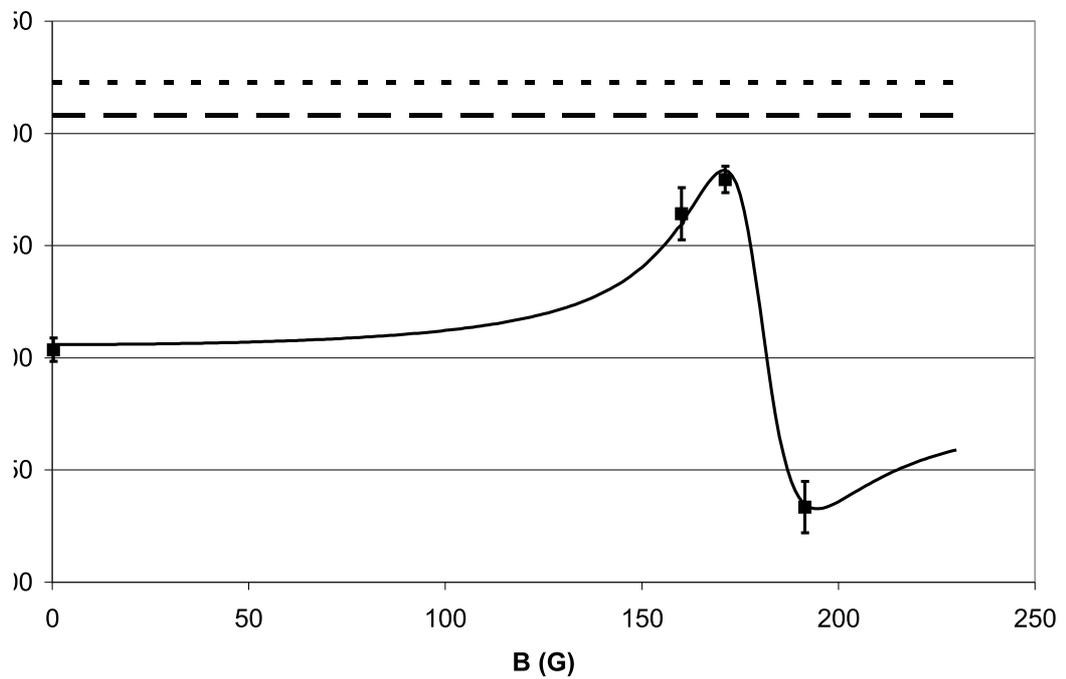


FIGURE 4.24: Déplacement de la raie ajustée par une lorentzienne avec le champ magnétique (fréquence atomique moins 2 922 742 930 MHz). Ajustement en trait plein. En pointillés longs, fréquence absolue sans effet Doppler donnée par l'ajustement. En pointillés courts, prévision théorique de la fréquence absolue sans effet Doppler.

$\sigma = \sqrt{\frac{k_B T}{m}}$ en tenant compte de toutes les classes de vitesse existantes dans le jet, le facteur $1/v$ venant de la probabilité d'excitation due au temps de transit dans la zone d'excitation (on négligera ici l'effet du caractère gaussien du faisceau discuté plus haut) :

$$\delta_{dop} = -\nu_0 \frac{\langle v^2 \rangle}{2c^2} \quad (4.40)$$

$$= -\frac{\nu_0}{2c^2} \frac{\int_0^{+\infty} \frac{f_n(v, \sigma)}{v} v^2 dv}{\int_0^{+\infty} \frac{f_n(v, \sigma)}{v} dv} \quad (4.41)$$

$$= -\frac{\nu_0}{2c^2} \frac{\int_0^{+\infty} v^{n+1} \exp\left(-\frac{v^2}{2\sigma^2}\right) dv}{\int_0^{+\infty} v^{n-1} \exp\left(-\frac{v^2}{2\sigma^2}\right) dv} \quad (4.42)$$

avec $I_n(\alpha) = \int_0^{+\infty} x^n \exp(-\alpha x^2) dx$, on a donc :

$$\delta_{dop} = -\nu_0 \frac{\sigma^2}{c^2} \frac{I_{n+1}(1)}{I_{n-1}(1)} \quad (4.43)$$

$$\delta_{dop} = -\frac{n}{2} \nu_0 \frac{\sigma^2}{c^2} \quad \text{si } n > 1 \quad (4.44)$$

Par exemple, pour les valeurs de n proches de 3 :

n	2	3	4
δ_{dop}	$-\nu_0 \frac{\sigma^2}{c^2}$	$-\frac{3}{2} \nu_0 \frac{\sigma^2}{c^2}$	$-2\nu_0 \frac{\sigma^2}{c^2}$

L'effet Doppler correspondant ($n=3$) est donc :

$$\delta_{dop} = -104,1(3,7) \text{ kHz} \quad (4.45)$$

On se retrouve donc confronté à un problème : ces résultats donnent une fréquence absolue de la transition trop basse de 16,7 kHz, alors que l'incertitude associée à notre détermination n'est que de 2,6 kHz. Si on fait confiance aux prévisions, alors que la fréquence mesurée en champ nul laisserait supposer que l'effet Doppler vaut environ 120 kHz, donc $\sigma \simeq 1570$ m/s et $T \simeq 296$ K = 23°C. Ceci semble cohérent. Cependant on trouve $\sigma \simeq 1460$ m/s, ce qui correspond à $T \simeq 257$ K = -16°C.

Il est très improbable que la prévision théorique soit fautive d'une quantité aussi importante. Il nous semble plus vraisemblable qu'il existe un effet systématique, ou un défaut dans l'analyse de nos données expérimentales. Nous avons donc cherché à comprendre l'origine de ce problème. Dans un premier temps, on peut penser que l'ajustement de la courbe par une simple lorentzienne pose problème. Nous avons donc réanalysé les données à l'aide d'une forme de raie la plus complète possible $G(\omega, B, \sigma, \Delta)$ présentée plus haut.

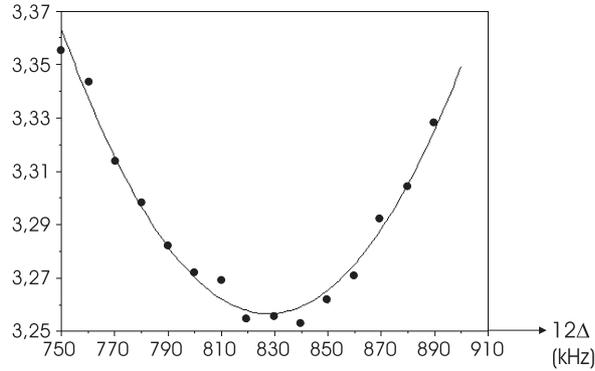


FIGURE 4.25: Variation de l'erreur de l'ajustement global avec l'espacement entre les deux composantes $\alpha > 0$ et $\alpha < 0$ du signal. On a choisi ici $\sigma = 1,5$ km/s (le résultat dépend très peu de σ).

Ajustement par les formes de raie $G(\omega, B, \sigma, \Delta)$

On procède de la façon suivante.

Pour chaque valeur expérimentale du champ B , on calcule la forme de raie théorique intégrée sur la distribution de vitesse $R_{B,\sigma}(\omega)$ à σ fixé avec l'équation (4.28), en calculant la constante de normalisation a . On tient donc ici compte de toutes les fluorescences, y compris les fluorescences 3P-2S, ainsi que de la correction minimale due au caractère gaussien du faisceau. Il faut bien entendu fixer n , l'exposant de la distribution de vitesse. L'origine des fréquences correspond à la position absolue de la transition sans effet Doppler.

On détermine ensuite les formes de raie convoluées, fonctions de la modulation de la cavité BBO, $G_{B,\sigma,\Delta}(\omega)$. Chaque enregistrement est ensuite ajusté par la forme $G_{B,\sigma,\Delta}(\omega)$ correspondante. On réalise cet ajustement global pour différentes valeurs de Δ ainsi que de σ .

On constate tout d'abord que quelle que soit la largeur de la distribution de vitesse, les points expérimentaux s'ajustent au mieux avec une forme théorique pour laquelle $12\Delta \simeq 830$ kHz (voir figure 4.25). G. Hagel, en discriminant les deux signaux correspondant à $\alpha > 0$ et $\alpha < 0$ à l'aide du photomultiplicateur, avait conclu à $12\Delta \simeq 470$ kHz. Or nous avons été contraints d'augmenter l'amplitude de modulation dans la cavité BBO via l'amplitude de modulation de la cale piézoélectrique. Il est donc normal de trouver un décalage entre les deux composantes supérieur. L'amplitude de modulation ayant été conservée tout au long de la campagne de mesures, nous supposons désormais cette quantité connue.

On procède comme précédemment : chacun des quatre points de mesures en champ magnétique fournit une détermination de la fréquence absolue de la transition. Pour ajuster σ , il suffit donc de minimiser l'écart-type de ces quatre déterminations, chaque mesure étant affectée d'un poids égal à l'inverse de l'incertitude obtenue au carré. Pour cette valeur particulière de σ , la valeur moyenne pondérée des quatre déterminations est alors la fréquence absolue

recherchée. Les incertitudes seront estimées de la même façon que pour le cas des courbes de Lorentz.

Le meilleur ajustement donne, avec $\chi^2 = 3,2$:

$$\sigma_0 = 1371(51)\text{m.s}^{-1} \quad (4.46)$$

soit $\delta_{dop} = -91,6(6,8)$ kHz.

Les incertitudes associées à chacun des points en champ magnétique sont légèrement améliorées, surtout pour les enregistrements en champ nul, où le rapport signal à bruit est meilleur :

B (Gauss)	$f_{1S-3S}(F=1)$ ajustée (kHz)	Incertitude (kHz)	Nombre de mesures N
0,3	691,3	4,8	52
160,1	709,1	10,1	18
171,2	689,7	5,8	69
191,5	697,4	10,1	23

La fréquence déduite de l'ensemble des quatre valeurs est donc :

$$f_{1S-3S}(F=1) = 2\,922\,742\,936\,693,3(5,0) \text{ kHz} \quad (4.47)$$

Elle est encore plus éloignée de la valeur issue de la théorie que la valeur ajustée à l'aide de lorentziennes (eq.(4.39)). Ce décalage supplémentaire de 13 kHz est dû à l'asymétrie des formes de raie G causée par l'intégration sur les vitesses.

Nous sommes donc conduits à rechercher les effets systématiques qui pourraient affecter notre mesure.

4.4 Effets systématiques

Nous séparerons les effets systématiques en deux catégories, selon que le décalage qu'ils induisent dépend ou non du champ magnétique statique.

Nous verrons qu'il existe des effets indépendants du champ qui conduisent potentiellement à des variations importantes de la fréquence mesurée. Cependant, ce décalage de fréquence devrait alors être observé en champ nul. Or la valeur mesurée à $B = 0$ semble cohérente avec la prévision théorique et les déterminations antérieures de l'effet Doppler du second ordre. Il semble donc que l'incidence de ces effets demeure relativement faible.

Nous suspectons plutôt des effets systématiques dont l'intensité se manifesterait surtout au voisinage du croisement des niveaux $3P_{1/2}$ et $3S_{1/2}(m_F = -1)$. Nous commencerons par le plus probable d'entre eux.

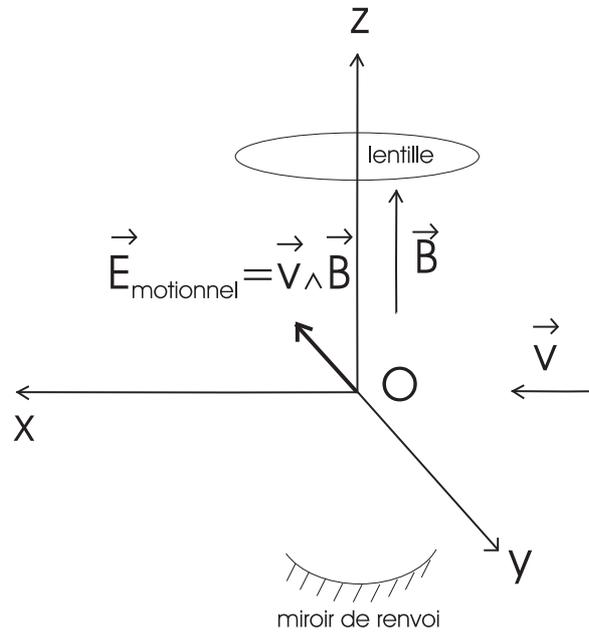


FIGURE 4.26: Géométrie de la zone d'interaction

4.4.1 Effets systématiques variants avec le champ magnétique

Champ électrique parasite

On peut envisager l'existence d'un champ électrique parasite dans la zone d'interaction, bien que l'ensemble des parties métalliques de la cavité soit raccordé électriquement et que tous les éléments internes de la cavité (notamment le support du miroir de renvoi placé sous la zone d'excitation, voir fig.3.13 et fig.4.26) soient recouverts d'Aquadag conducteur.

En effet, nous mesurons le vide de l'enceinte grâce à deux jauges : une jauge Pirani pour le vide primaire, située loin de la zone d'interaction, et une jauge à ionisation pour le vide secondaire. La jauge à ionisation du type Bayer-Alpert est constituée d'une cathode chauffée, qui émet des électrons accélérés par un champ intense créé par une haute tension imposée sur l'anode. Les ions résultant des collisions des atomes d'hydrogène avec les électrons sont récupérés sur une grille située entre l'anode et la cathode.

Durant les mesures, la jauge à ionisation était éteinte (allumée, elle est à l'origine d'une forte luminosité). Cependant, lors de son fonctionnement (contrôle de la pression en hydrogène), elle émet une quantité importante d'électrons. Plusieurs indices laissent à penser qu'une fraction non négligeable de ces électrons parviennent jusqu'à la zone d'interaction. Tout d'abord, les supports verticaux du miroir de renvoi ainsi que le miroir lui-même présentent des traces d'impacts électroniques. De plus, une façon de s'assurer de la présence d'hydrogène atomique utilisée auparavant dans l'expérience consistait à mesurer avec un photomultiplicateur

l'émission Lyman- α , qui augmentait sensiblement lorsque la jauge à ionisation fonctionnait. Ceci suggère que des électrons venaient exciter les atomes d'hydrogène dans la zone d'interaction.

Nous avons vérifié que lorsque la jauge est sous tension mais ne mesure pas le vide (pas d'émission d'électrons), les tensions portées par l'anode, la cathode et la grille sont bien nulles. Il demeure cependant possible que lors de la mesure initiale du vide, les surfaces proches de la zone d'interaction se chargent (notamment la surface du miroir de renvoi et du condenseur, non conductrices). Le champ électrique créé peut alors se révéler relativement important dans la zone d'interaction, ces surfaces n'en étant éloignées que de quelques centimètres.

Champ électrique parasite parallèle au champ motionnel E_y

Commençons par discuter l'influence d'un champ électrique statique parasite E_y dans la direction du champ motionnel créé, horizontale et perpendiculaire à l'axe de la cavité de surtension du jet.

On peut d'abord donner quelques ordres de grandeur. L'ajout d'un tel champ ne modifie pas la position en $B = 0$ de la raie, le décalage Stark quadratique étant du type :

$$\delta_{Stark} = \frac{(E_y + v \times B)^2}{\Delta\nu_{SP}} \quad (4.48)$$

Par contre, au voisinage du croisement de niveaux, le champ motionnel $v \times B$ est de l'ordre de 500 mV/cm pour un atome de vitesse égale à 2,7 km/s. Pour une valeur donnée de $\Delta\nu_{SP}$, le décalage Stark effectif sera donc :

$$\delta_{Stark}(E_y) \simeq \delta_{Stark}(E_y = 0) \left(1 + \frac{E_y}{vB}\right)^2 \simeq \delta_{Stark}(E_y = 0) \left(1 + 2\frac{E_y}{vB}\right) \quad (4.49)$$

Il suffit donc d'un champ $E_y = -25$ mV/cm pour modifier le décalage Stark de 10 %. Par exemple, pour $B \simeq 171$ G, l'effet Stark serait ramené d'environ 85 kHz à 76,5 kHz. C'est toute l'amplitude de la dispersion en champ magnétique qui serait diminuée, ce qui conduirait à sous-estimer l'effet Doppler du second ordre.

En restant dans le modèle simple où les courbes expérimentales sont ajustées par des lorentziennes, on peut recalculer l'effet Doppler attendu en fonction de B pour différentes valeurs de E_y et de σ . On rajoute alors à chaque point expérimental du tableau p.147 l'effet Doppler, puis on calcule la dispersion pondérée des valeurs obtenues pour la fréquence absolue sans effet Doppler (c'est-à-dire le χ^2). Nous avons représenté les variations du χ^2 sur la figure 4.27.

On constate tout d'abord que les incertitudes sur σ et sur E_y sont fortement corrélées. Le χ^2 prend ses plus faibles valeurs suivant une courbe C du plan (σ, E_y) , qui s'approche d'une droite. On peut interpréter simplement ce résultat. En effet, les deux paramètres σ et E_y règlent l'amplitude de la dispersion en champ magnétique. Il existe donc toujours en première approximation un couple (σ, E_y) qui rend compte de la dispersion des points expérimentaux.

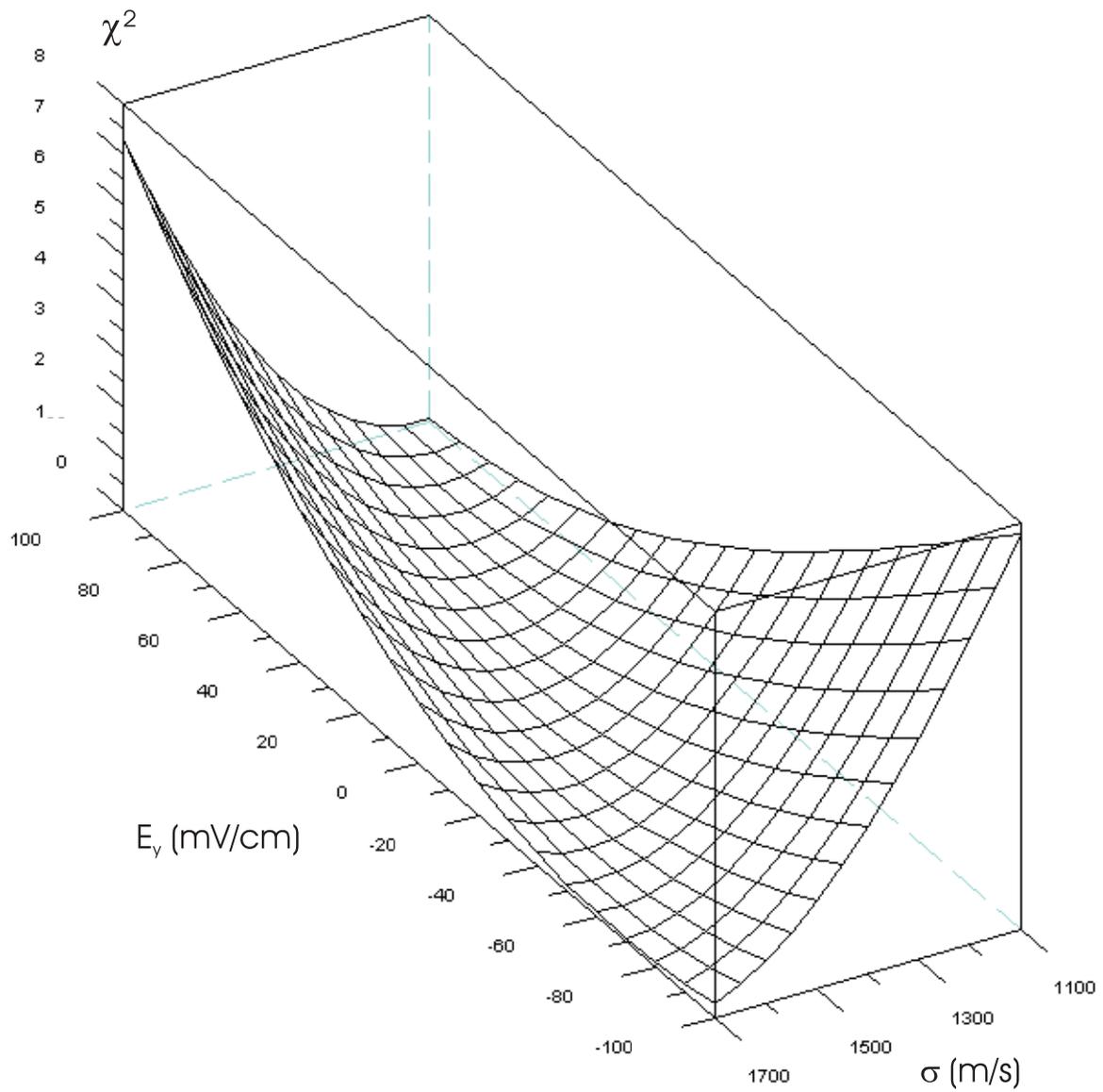


FIGURE 4.27: Variations du χ^2 avec σ en m/s et E_y en mV/cm. E_y est orienté positivement dans le sens du champ motionnel.

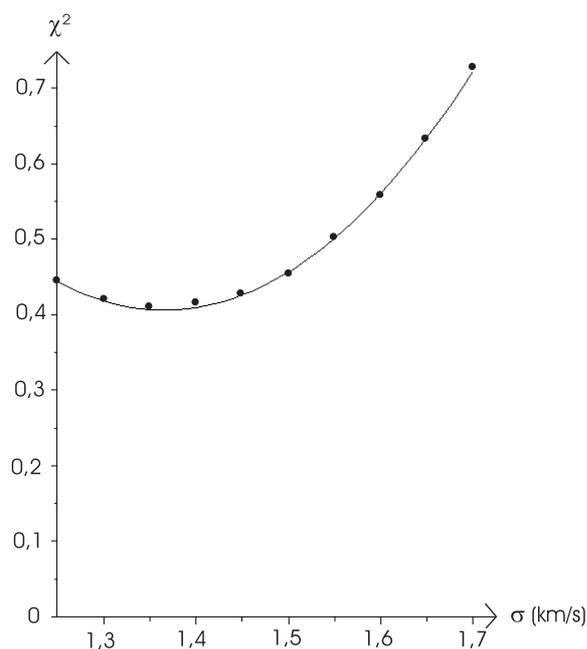


FIGURE 4.28: Variation de χ^2 avec σ , E_y étant tel que χ^2 soit minimal à σ fixé.

Cependant, les variations de σ modifient la fréquence sans effet Doppler déduite, au contraire des variations de E_y . Toute détermination ajustant les deux paramètres E_y et σ sera donc affectée d'une incertitude très importante.

La dispersion minimale est obtenue pour les valeurs suivantes :

$$\sigma_0 = 1,366 \text{ km/s} \quad (4.50)$$

$$E_{y,0} = 27,3 \text{ mV/cm} \quad (4.51)$$

Nous effectuons un ajustement avec 4 points de mesures, portant sur deux paramètres.

Pour déterminer l'incertitude sur σ , nous commençons par déterminer, à σ fixé, le champ E_y pour lequel le χ^2 est minimal (par un ajustement parabolique). Ceci nous permet d'obtenir la projection dans le plan (σ, χ^2) de la courbe C (voir figure 4.28). La parabole intercepte la droite $\chi^2 = \chi_{\min}^2(1 + \frac{1}{4-2})$ à une distance de 270 m/s, égale à l'incertitude. Elle est bien entendue très supérieure à celle obtenue avec σ comme seul paramètre ajustable.

On peut procéder de façon similaire pour l'incertitude sur E_y , en travaillant avec la projection dans le plan (E_y, χ^2) . L'incertitude sur E_y est de 55 mV/cm, encore une fois car le fonds de la courbe 4.27 est très plat.

Enfin, la fréquence absolue de la transition augmente avec σ et avec E_y , c'est donc bien suivant la courbe C que l'incertitude sur la fréquence de transition sera maximale. On détermine les fréquences suivantes :

couple de paramètres	$f_{1S-3S}(F=1)$ (kHz)
$(\sigma_0, E_{y,0})$...693,9
$(\sigma_{\min}, E_{y,\min})$...676,3
$(\sigma_{\max}, E_{y,\max})$...716,7
$(\sigma_{\min}, E_{y,\max})$...666,0
$(\sigma_{\max}, E_{y,\min})$...729,3

On en déduit :

$$f_{1S-3S}(F=1) = 2\,922\,742\,936\,694(36) \text{ kHz} \quad (4.52)$$

Il est donc impossible de déterminer a posteriori une valeur précise du champ électrique parasite avec les points de mesure dont nous disposons. Puisque la fréquence de transition attendue est comprise dans ce large intervalle de fréquences, on peut trouver une combinaison de E_y et σ valable : pour un jet thermique avec $\sigma = 1,57$ km/s, un champ $E_y \simeq -30$ mV/cm conduirait à une fréquence $f_{1S-3S}(F=1)$ proche de la valeur attendue. Ceci doit néanmoins demeurer à l'état d'hypothèse.

Cet effet systématique nous apparaissant comme le plus probable pour expliquer le décalage observé, nous avons tenté de mettre en évidence la présence supposée d'un éventuel champ parasite de même direction que le champ motionnel induit. Pour ce faire, nous avons retourné le sens du champ magnétique créé par les bobines, espérant observer une différence de fréquence à 171,2 G entre les deux configurations. Dans la configuration initiale, les mesures donnent $f(171,2\text{G}, B_{\uparrow}) = \dots 679,6 \pm 5,8$ kHz. Dans la configuration où B est dirigé vers le sol, $f(171,2\text{G}, B_{\downarrow}) = \dots 655,9 \pm 14,4$ kHz. Nous pensons que la statistique des mesures avec B_{\downarrow} est insuffisante pour conclure avec certitude.

Champ électrique parasite perpendiculaire au champ magnétique E_x

Si le champ parasite est orienté suivant l'axe Ox , le champ total $\vec{E}_x + \vec{v} \wedge \vec{B}$ demeure dans le plan orthogonal à l'axe de quantification imposé par \vec{B} . Du point de vue du déplacement des fréquences de transition de l'atome, tout se passe donc comme si le champ $\vec{E}_y = E_y \vec{u}_y$ de la section précédente était remplacé par un champ \vec{E} dont la norme vaut :

$$E = \sqrt{E_x^2 + (vB)^2} \simeq vB \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{E_x}{vB}\right)^2\right) \quad (4.53)$$

car au voisinage du croisement de niveaux, $|E_x|$ reste a priori faible devant le champ motionnel de 500 mV/cm. Le décalage Stark s'écrit alors :

$$\delta_{Stark}(E_x) \simeq \delta_{Stark}(E_x=0) \left(1 + \left(\frac{E_x}{vB}\right)^2\right) \quad (4.54)$$

La correction est donc du second ordre pour E_x , alors qu'elle était du premier ordre pour E_y . Pour $E_x = 50$ mV/cm, δ_{Stark} ne change que de 1%. Les corrections liées à E_x demeurent donc de l'ordre du kHz.

Champ électrique parasite parallèle au champ magnétique E_z

Si l'on admet que les surfaces chargées sont les surfaces des optiques, a priori non conductrices, c'est dans la direction Oz que le champ parasite sera le plus important. L'effet d'un tel champ semble pourtant au premier abord moindre que celui d'un champ orienté suivant Oy .

En effet, les règles de sélection de l'opérateur dipolaire électrique imposent $|\Delta L| = 1$ et $\Delta m_F = 0$. Ainsi, chacun des deux niveaux d'où provient principalement la fluorescence est couplé à un niveau $3P_{1/2}$ et deux niveaux $3P_{3/2}$ relativement plus éloignés en énergie :

niveau de florescence	niveaux couplés
$3S_{1/2}(F = 1, m_F = 1)$	$3P_{1/2}(F = 1, m_F = 1)$ $3P_{3/2}(F = 1, m_F = 1)$ $3P_{3/2}(F = 2, m_F = 1)$
$3S_{1/2}(F = 1, m_F = -1)$	$3P_{1/2}(F = 1, m_F = -1)$ $3P_{3/2}(F = 1, m_F = -1)$ $3P_{3/2}(F = 2, m_F = -1)$
$3P_{1/2}(F = 1, m_F = 0)$	$3S_{1/2}(F = 1, m_F = 0)$ 2 niveaux $3D_{3/2}$ 2 niveaux $3D_{3/2}$

On peut négliger le déplacement dû aux niveaux $3P_{3/2}$, dont les fréquences sont situées à plus de 2 GHz des niveaux $3S_{1/2}$. On peut également se contenter d'un calcul classique de perturbation stationnaire pour estimer le déplacement Stark dû aux niveaux $3P_{1/2}$ δ_{Stark}^{3S} :

$$\delta_{Stark}^{3S} = + \frac{|\langle s|H_S|p \rangle|^2}{\sqrt{(E_p - E_s)^2 + (\Gamma_p - \Gamma_s)^2}} \simeq \frac{|\langle s|H_S|p \rangle|^2}{\sqrt{E_s - E_p}} \quad (4.55)$$

Le signe positif vient du fait que pour $B < 300$ G, le niveau $3S_{1/2}(F = 1, m_F = \pm 1)$ a une énergie supérieure au niveau $3P_{1/2}(F = 1, m_F = \pm 1)$. L'élément de matrice de l'hamiltonien s'écrit [60] :

$$\langle s|H_s|p \rangle = 1,279(9\sqrt{2})\frac{1}{3} \times E_z \quad (4.56)$$

où E_z est exprimé en V/cm et $\langle s|H_s|p \rangle$ en MHz.

En se référant à la structure Zeeman, on en déduit pour chaque valeur de B un coefficient de couplage à multiplier par E_z^2 . Par exemple, pour un atome se déplaçant à 3 km/s avec $B = 181$ G (donc $E_y = 543$ mV/cm), un champ parasite E_z de 50 mV/cm déplace les niveaux $3S_{1/2}(F = 1, m_F = 1)$ et $3S_{1/2}(F = 1, m_F = -1)$ de respectivement 1,3 kHz et 3,9 kHz vers

les hautes fréquences. La conséquence principale est un déplacement du champ magnétique auquel se produit le croisement plutôt qu'une variation sensible de l'amplitude de la dispersion.

Afin de pallier la méconnaissance du champ électrique, nous projetons d'installer une grille entre la jauge à ionisation et la cavité pour capter les électrons émis lors de la mesure du vide secondaire, et d'utiliser initialement la jauge à ionisation le moins longtemps possible. On peut envisager de laisser à une ouverture fixe la microfuite qui alimente la décharge en dihydrogène, et de couper l'arrivée d'hydrogène en fermant directement la bouteille de H_2 .

Autres effets dépendant du champ magnétique

- Champ magnétique parasite

Il paraît peu vraisemblable qu'un champ magnétique parasite suffisant, de quelques Gauss, puisse exister dans la zone d'interaction.

- Couplage avec les niveaux $3D$

La connaissance de la position du niveau $3P_{1/2}(F = 1, m_F = 0)$ est bien entendue cruciale pour établir la bonne forme théorique de la courbe de dispersion. Nous avons donc cherché à quantifier le déplacement par effet Stark de ce niveau.

Le niveau $3P_{1/2}(F = 1, m_F = 0)$ est presque équivalent en champ fort au niveau $3P_{1/2}(m_J = 1/2, m_I = -1/2)$ (les moments magnétiques sont alors découplés). Ce niveau est déplacé par un couplage Stark avec les 8 niveaux $3D$ suivants (règles de sélection $\Delta L = 1, \Delta m_F = \pm 1$) : $3D_{3/2}(F = 1, m_F = \pm 1)$, $3D_{3/2}(F = 2, m_F = \pm 1)$, $3D_{5/2}(F = 2, m_F = \pm 1)$ et $3D_{3/2}(F = 3, m_F = \pm 1)$. On ne tiendra en première approximation compte que des deux niveaux les plus proches en énergie, presque équivalents à $3D_{3/2}(m_J = -3/2, m_I = 1/2)$ et $3D_{3/2}(m_J = -1/2, m_I = -1/2)$.

Ces niveaux étant assez éloignés en énergie, on peut encore calculer le déplacement Stark δ_{Stark}^{3P} simplement, l'énergie des niveaux $3D$ étant supérieure à celle du niveau $3P$, par :

$$\delta_{Stark}^{3P} = - \sum_{niv.3D} \frac{|\langle p|H_s|d \rangle|^2}{\sqrt{(E_p - E_d)^2 + (\Gamma_p - \Gamma_d)^2}} \simeq \sum_{niv.3D} \frac{|\langle p|H_s|d \rangle|^2}{E_p - E_d} \quad (4.57)$$

On a représenté sur la figure 4.29 le décalage entre les fréquences de transition ajustées par une lorentzienne en tenant compte ou pas du couplage avec les niveaux $3D$, en fonction du champ magnétique. On constate que ce couplage introduit une différence de fréquence inférieure à 20 Hz, et donc complètement négligeable au niveau de précision souhaité.

- Population des niveaux $m_F = \pm 1$

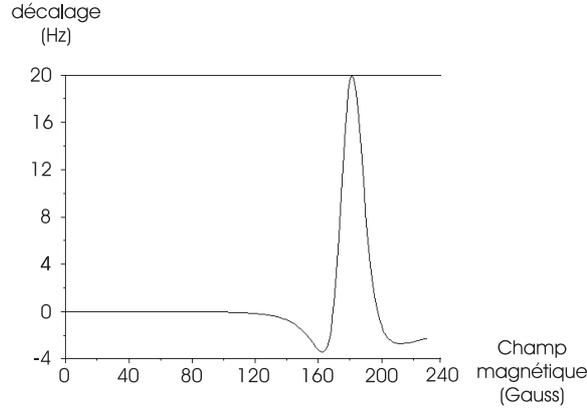


FIGURE 4.29: Déplacement de fréquence de la transition $1S - 3S(F = 1, m_F = \pm 1)$ suite au couplage du niveau $3P_{1/2}(F = 1, m_F = 0)$ avec des niveaux $3D$, en fonction du champ magnétique. Distribution de vitesse : $n = 3$ et $\sigma = 1,5$ km/s.

Nous avons jusqu'ici supposé que les populations des niveaux $3S_{1/2}(F = 1, m_F = \pm 1)$ étaient égales. Le gradient de champ magnétique, bien que faible, est à l'origine d'une séparation identique à l'expérience de Stern et Gerlach, dont on se propose de calculer l'ordre de grandeur.

La force magnétique est de l'ordre de $F = \mu_B \frac{dB_z}{dz}$, où $\mu_B \simeq 10^{-23} \text{J.T}^{-1}$ est le magnéton de Bohr, et $\frac{dB_z}{dz}$ le gradient de champ magnétique dans la direction de l'axe des bobines. En se référant à la figure 4.8 de gauche, on peut déterminer sur l'axe le gradient vertical de champ. Celui-ci, pour $|z| < 1 \text{cm}$, est linéaire avec z . Il est raisonnable de supposer que le waist de la cavité de surtension UV est décalé de quelques millimètres au plus par rapport à la position $z = 0$. Pour $z = 4 \text{mm}$, on a $\frac{dB_z}{dz} \simeq 10^{-2} \text{T/m}$, donc $F \simeq 10^{-25} \text{N}$.

On remarque sur la figure 4.8 de droite que le jet atomique ne traverse une région où les champs sont intenses que sur une longueur de 10 cm. Pour un atome de vitesse égale à 3 km/s, le temps de traversée est $t = 30 \mu\text{s}$. Le déplacement Δx relatif des deux composantes $m_F = \pm 1$ est donc de l'ordre de :

$$\Delta x \simeq 2 \frac{F}{m} t^2 \simeq 2 \frac{\mu_B}{m} \frac{dB_z}{dz} t^2 \simeq 0,1 \mu\text{m} \quad (4.58)$$

Ainsi Δx demeure très petit devant $w_0 = 48 \mu\text{m}$, la largeur de la zone d'excitation. L'approximation réalisée est donc correcte à quelques 10^{-3} .

4.4.2 Effets systématiques indépendants du champ magnétique

- Asymétrie de la modulation de la cavité BBO

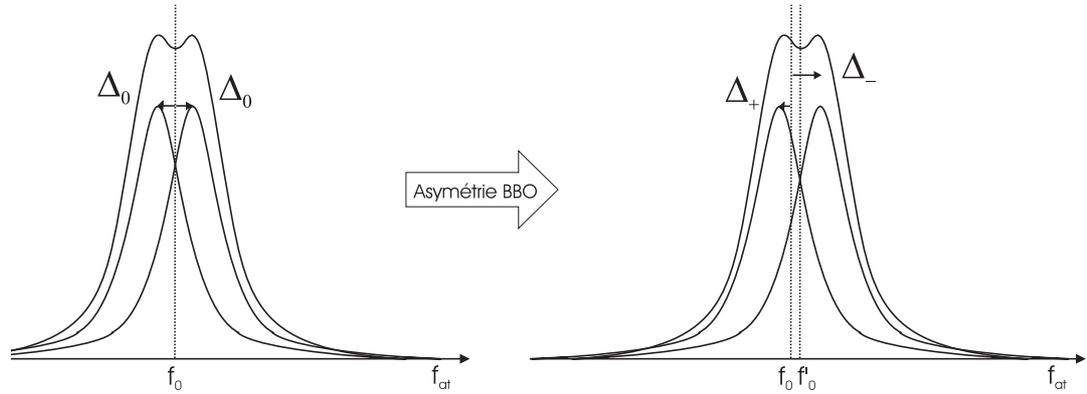


FIGURE 4.30: Déplacement de la fréquence de transition ajustée en cas d'asymétrie de la modulation BBO (effet du terme exponentiel).

Il est possible que la modulation de la cale piézoélectrique ne soit pas exactement symétrique, suite par exemple à une non linéarité du déplacement de la cale avec la tension appliquée, ce qui conduit à deux vitesses différentes dans les deux sens de balayage de la cavité. Ceci aurait pour conséquence de modifier la transformée de Fourier du champ électrique $E_{410}(\omega)$ dans la cavité, et on aboutirait alors lors de la convolution de l'équation (4.29) à deux valeurs distinctes de $|TF(\omega)|^2$. Si $\alpha > 0$:

$$|TF(\omega)|^2 = 0 \quad \text{si } \omega < 4\omega_L \quad (4.59)$$

$$|TF(\omega)|^2 = \frac{c}{\Delta_+^8} (\omega - 4\omega_L)^6 e^{-\frac{\omega - 4\omega_L}{\Delta_+}} \quad \text{si } \omega > 4\omega_L \quad (4.60)$$

Et si $\alpha < 0$:

$$|TF(\omega)|^2 = 0 \quad \text{si } \omega > 4\omega_L \quad (4.61)$$

$$|TF(\omega)|^2 = \frac{c}{\Delta_-^8} (\omega - 4\omega_L)^6 e^{-\frac{\omega - 4\omega_L}{\Delta_-}} \quad \text{si } \omega < 4\omega_L \quad (4.62)$$

Nous avons étudié cette dépendance en supposant que :

$$12\Delta_+ = 12\Delta_0(1 + c_a) \quad (4.63)$$

$$12\Delta_- = 12\Delta_0(1 - c_a) \quad (4.64)$$

La différence entre Δ_+ et Δ_- provoque d'une part une translation de chacune des courbes $\alpha > 0$ et $\alpha < 0$, donc un déplacement de la fréquence ajustée vers les hautes fréquences si $c_a < 0$ (voir figure 4.30).

On peut déterminer l'ordre de grandeur d'un tel effet. Si f_0 est la position centrale de la raie pour une modulation symétrique, la nouvelle position f'_0 s'écrit en première approximation

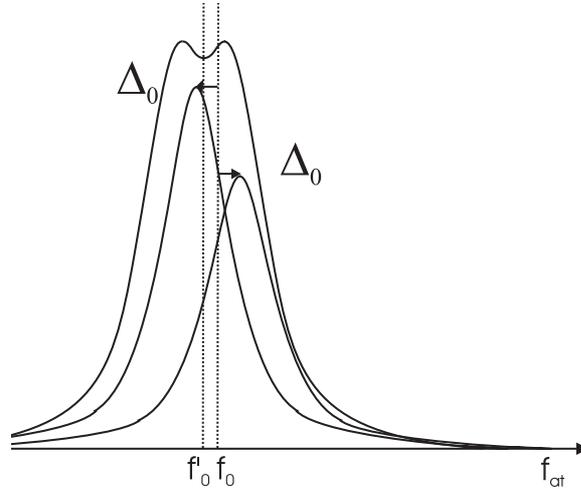


FIGURE 4.31: Déplacement de la fréquence de transition ajustée en cas d'asymétrie de la modulation BBO (effet du terme en puissance).

comme la moyenne des deux positions centrales de chaque fluorescence :

$$f'_0 = \frac{(f_0 + 6\Delta_+) + (f_0 - 6\Delta_-)}{2} = f_0 + c_a \frac{\Delta_0}{2} \quad (4.65)$$

Avec $\Delta_0 \simeq 70$ kHz, cela conduit pour $c_a = -1\%$ à un déplacement $f'_0 - f_0$ de l'ordre de 0,35 kHz.

De plus, suite à la convolution, l'amplitude respective des deux contributions est modifiée (facteur en $1/\Delta^8$ dans l'expression de $|TF(\omega)|^2$). Cet effet s'oppose au déplacement précédent, en déplaçant la fréquence ajustée vers les basses fréquences si $c_a < 0$ (voir figure 4.31).

Nous avons reporté dans l'annexe B les résultats d'ajustements sur l'ensemble des enregistrements avec une modulation non symétrique. Le déplacement constaté pour la fréquence absolue de la transition est d'environ 1 kHz vers les basses fréquences pour $c_a = -1\%$. C'est donc le second effet qui est dominant.

- Asymétrie de l'asservissement de la cavité du jet atomique

On peut également imaginer que l'asservissement de la cavité de surtension UV du jet atomique n'est pas parfaitement réglé (voir figure 3.11 p.95). Ceci résulte dans une amplitude différente pour les deux composantes $\alpha > 0$ et $\alpha < 0$, qui décale également la fréquence ajustée à l'aide d'une forme de raie symétrique (voir figure 4.32).

Les conséquences d'une telle asymétrie sont étudiées dans l'annexe B. On peut également définir un coefficient d'asymétrie c_b tel que l'amplitude de la contribution $\alpha > 0$ soit $a(1 + c_b)$ et celle de la contribution $\alpha < 0$ soit $a(1 - c_b)$. Le déplacement $f'_0 - f_0$ est alors de 5,3 kHz pour $c_b = 1\%$.

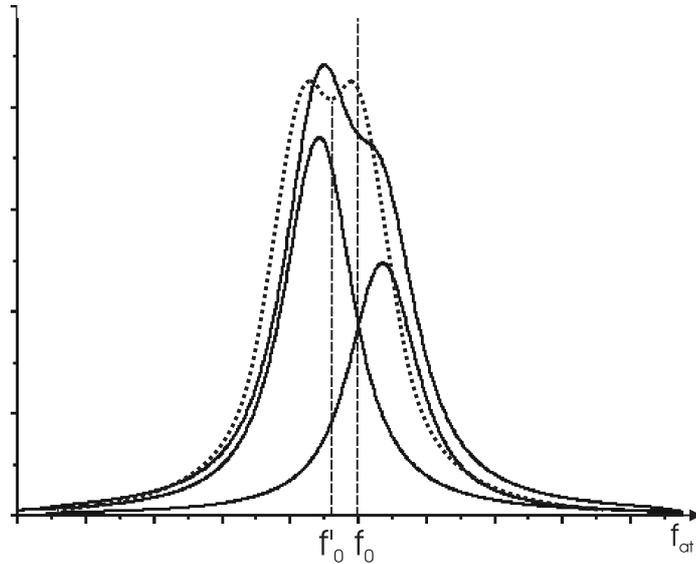


FIGURE 4.32: Déplacement de la fréquence de transition ajustée en cas d'asymétrie de l'asservissement de la cavité du jet atomique (ici $c_b = 20\%$). En trait plein, contributions $\alpha > 0$, $\alpha < 0$ et somme. En pointillés, forme de raie symétrique ajustée qui minimise l'écart à la somme en trait plein.

- Distribution de vitesse

La loi de répartition en $v^3 \exp(-\frac{v^2}{2\sigma^2})$ est donnée pour un jet effusif. Cependant, on connaît mal les conséquences du guidage dans la buse en téflon, notamment au niveau du coude. On peut envisager que les atomes les plus rapides se recombinent sur les parois avant d'arriver dans la zone de détection. En effet, la probabilité de choc des atomes avec la paroi est proportionnelle au module de la vitesse [79]. Ceci reviendrait à tronquer la distribution de vitesse précédente, donc à diminuer $\langle v^2 \rangle$ et le décalage Doppler. Une telle distribution se rapprocherait d'un exposant $n = 2$.

Si une réduction de l'effet Doppler expliquerait la faible dispersion observée, elle ne rendrait cependant plus compte de la valeur mesurée en champ magnétique nul.

4.4.3 Conclusion sur la mesure de la fréquence de transition $1S - 3S$

L'ensemble de nos mesures de fréquence absolue, ajustées par des formes de raie théoriques intégrant l'essentiel des mécanismes à l'oeuvre, a conduit à la valeur suivante pour la transition $1S - 3S(F = 1)$:

$$f_{1S-3S}(F = 1) = 2\,922\,742\,936\,693,3(5,0) \text{ kHz} \quad (4.66)$$

Alors que la valeur en champ magnétique nul est cohérente avec un décalage Doppler du second ordre de l'ordre de 120 kHz, correspondant à une distribution de vitesse à l'équilibre avec la température ambiante, l'effet Doppler ajusté prend une valeur anormalement faible :

$$\delta_{dop} = -91,6(6,8) \text{ kHz} \quad (4.67)$$

Parmi les effets systématiques examinés, seul un champ électrique statique parasite orienté dans le sens opposé au champ motionnel pourrait créer une déviation aussi importante sans modifier la fréquence mesurée en champ nul. L'analyse détaillée de cet effet systématique a confirmé l'éventualité d'une telle hypothèse.

Conclusion

La première étape de cette thèse, qui concernait la réalisation d'un peigne de fréquences optiques, s'est déroulée avec succès : notre peigne fonctionne de façon reproductible de jour à jour, jusqu'à plusieurs heures en fonctionnement continu, et son exactitude a pu être vérifiée via la mesure d'un laser étalon stabilisé sur une transition à deux photons du rubidium. Un tel outil est devenu quasiment incontournable pour la métrologie des fréquences optiques : ainsi, il est déjà utilisé pour mesurer la fréquence absolue de certains lasers dans l'autre expérience du groupe (mesure de α par la détermination du rapport h/M_{Rb}). Il a également facilité le repositionnement en fréquence jour à jour et fiabilisé le processus de mesure absolue dans notre expérience.

Le rapport signal à bruit est demeuré une source de difficultés : malgré l'augmentation de la puissance disponible dans le bleu (> 1 Watt), le doublage dans le cristal de BBO reste délicat à cause principalement de la détérioration des cristaux et de l'effet photoréfractif qui au-delà de la perte de puissance oblige à surmoduler la cavité, ce qui complique les formes de raie et introduit des effets systématiques potentiels. L'expérience serait grandement simplifiée par une source laser à 205 nm continue, d'une puissance de 100 μ W.

Par ailleurs, le remplacement du photomultiplicateur par la caméra CCD ne s'est pas avéré probant : il n'est plus possible de discriminer les deux fluorescences associées à chacun des sens du mouvement du miroir de modulation de la cavité BBO, sans que le gain pour le rapport signal à bruit ne soit important. En effet, malgré l'efficacité quantique supérieure à 656 nm, le détecteur est plus sensible à l'ultraviolet à 205 nm. D'autres effets imprévus, tels que les fluctuations du bruit de fond de la caméra, ont contribué à détériorer la qualité du signal espérée.

Nous avons cependant réussi à effectuer une importante campagne de mesures, à l'issue de laquelle il semblait possible de déterminer la fréquence absolue de la transition. L'incertitude affectant chacun des points de mesure en champ magnétique a nettement progressé depuis la thèse précédente, ce qui nous a permis de fixer des contraintes précises sur la forme de la courbe de dispersion en champ magnétique. La valeur de l'effet Doppler du second ordre ajustée ne correspond ni à une distribution de vitesse à l'équilibre avec la température ambiante,

ni à la valeur approximativement attendue pour la position de la transition. Cependant, la fréquence absolue mesurée en champ nul semble cohérente avec ces deux valeurs. Nous pensons donc qu'un effet systématique décale les fréquences mesurées lors de l'application du champ magnétique. L'origine la plus probable d'un tel décalage est attribuée à un champ électrique non contrôlé dans la zone d'interaction, dont l'effet est analysé.

La mesure de la fréquence absolue de la transition $1S - 3S$ au kilohertz près nécessite donc un environnement dénué de champs électriques parasites. Il semble en tout cas primordial d'améliorer sensiblement le rapport signal à bruit, éventuellement par l'un des moyens évoqués dans les perspectives, pour pouvoir analyser précisément et dans un temps raisonnable les conséquences des différents effets systématiques évoqués.

Annexe

A Ajustement d'images

L'un des avantages qu'offre une barrette CCD en comparaison avec un photomultiplicateur est l'existence d'une information spatiale sur le signal collecté. Nous avons essayé de mettre à profit cette information pour réduire les bruits qui affectent le signal de fluorescence.

En effet, chacune des sources principales de bruit extérieur (dus à l'ultraviolet et à la lumière de la décharge) présente une signature spatiale caractéristique, différente de la structure du signal. On peut construire par différence entre des images décharge allumée puis éteinte une image de référence A_d , que l'on normalise. De la même façon on construit pour l'ultraviolet une image de référence A_{UV} . Enfin, en procédant par différences entre les images à résonance et hors résonance pour le même niveau d'ultraviolet, on obtient une image du signal de fluorescence A_{sig} . Ces images pour des groupements de pixels 10×11 ont été représentées plus haut, on les reporte ici pour des super-pixels 50×19 (fig. 5.1). Le fond sera représenté par une image uniforme.

On suppose qu'une image quelconque A_{Data} peut alors s'écrire sous la forme :

$$A_{Data} = \lambda_{sig} A_{sig} + \lambda_{UV} A_{UV} + \lambda_d A_d + B \quad (A-1)$$

où B sera le niveau du fond homogène.

Nous allons donc pouvoir ajuster chaque image A_{Data} d'un enregistrement, qui peut s'exprimer comme un vecteur ligne, par la méthode des moindres carrés, en minimisant l'expres-



FIGURE 5.1: En haut, image de référence pour la décharge. Au milieu, image de référence pour l'UV. En bas, image de référence pour le signal, beaucoup plus contrastée. On n'a représenté que 4 lignes de pixels. En effet, la première ligne de pixels est défectueuse, et donc éliminée lors du traitement.

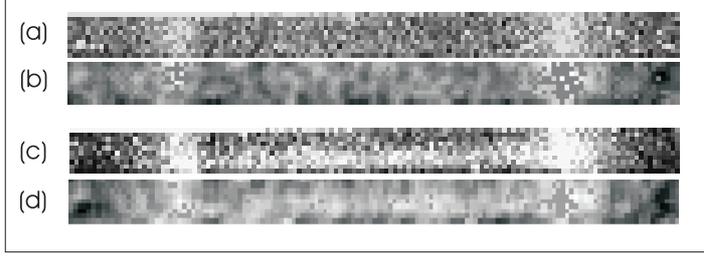


FIGURE 5.2: En haut, images hors résonance : (a) données, (b) reconstitution. En bas, images à résonance : (c) données, (d) reconstitution. Spix 10×11 , temps d'intégration des données 15 minutes.

sion suivante, après élimination des rayons cosmiques (au nombre de N_{cos}) :

$$\sum_{pix\ i,j} (A_{Data,ij} - \lambda_{sig}A_{sig,ij} - \lambda_{UV}A_{UV,ij} - \lambda_dA_{d,ij} - B)^2 \quad (A-2)$$

Le nombre de coups réel associé à chaque contribution est alors donné par λ_x multiplié par la valeur moyenne sur les pixels $\langle A_x \rangle_{ij}$, qui est comprise entre 0 et 1. Il est possible de visualiser la validité de l'ajustement en reconstruisant *a posteriori* l'image A_{Data} , en utilisant les trois images de référence multipliées par les estimateurs $\hat{\lambda}_x$ (voir fig. 5.2). L'erreur de l'ajustement σ est alors donnée par :

$$\sigma^2 = \frac{1}{N_{tot} - N_{cos} - 4} \sum_{pix\ i,j} (A_{Data,ij} - \hat{\lambda}_{sig}A_{sig,ij} - \hat{\lambda}_{UV}A_{UV,ij} - \hat{\lambda}_dA_{d,ij} - B)^2 \quad (A-3)$$

où N_{tot} est le nombre total de Spix de la barrette et N_{cos} est le nombre de Spix frappés par des rayons cosmiques. Pour les ajustements de la figure 5.2, l'erreur *a posteriori* σ est proche de la déviation standard attendue *a priori*, de l'ordre du bruit de lecture de la caméra CCD (3,5 cps/Spix). En d'autres mots, le χ^2 de l'ajustement est comparable au nombre de pixels utilisés (les valeurs des pixels sont considérées comme des points de mesure). Ceci confirme l'impression visuelle que les données reconstituées réussissent à reproduire la structure des données sources.

Nous avons réalisé un enregistrement de la transition avec un temps d'exposition de 78,6 s et des super-pixels 10×11 . On ajuste chaque image et l'on reporte le nombre de coups ajusté du signal, assorti de l'incertitude du fit correspondante en fonction de la fréquence du laser Ti:Sa (fig. 5.3). On voit que cette méthode permet, sans avoir recours à aucune information extérieure comme l'intensité UV mesurée par la photodiode, d'extraire la forme de la résonance de données très bruitées. Les évolutions du niveau d'UV donné par l'ajustement et mesuré par la photodiode sont en accord. Le très mauvais rapport signal à bruit est dû à un niveau UV très faible.

Cependant, lorsque la résolution spatiale diminue avec l'utilisation de super-pixels plus grands, l'efficacité de la méthode décroît. En fait, la principale limite provient de la non-

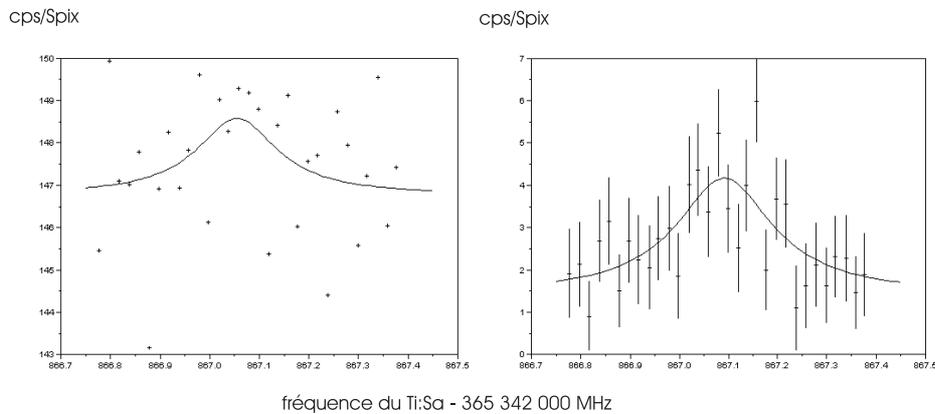


FIGURE 5.3: A gauche, données brutes. A droite, signal ajusté (le rapport de Birge est en moyenne de 1,7 pour chaque image).

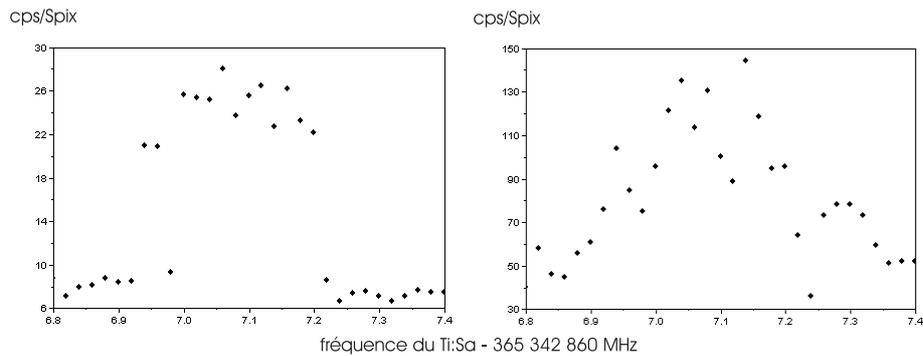


FIGURE 5.4: A gauche, signal ajusté. A droite, coups liés à l'UV ajustés.

orthogonalité de la base constituée par les quatre images de référence. En effet, il est particulièrement difficile de séparer les coups engendrés par l'UV et le signal, dont la seule distinction concerne la rapidité de la variation transverse. Ainsi une tentative pour l'enregistrement présenté dans la partie 3.2.3 aboutit à un report d'une partie du signal sur les coups ajustés UV. Le signal n'est détecté par l'ajustement que lorsque le contraste de l'image est suffisant (voir fig. 5.4).

En conclusion, le recouvrement important entre signal et bruit UV favorise la correction par une mesure externe de l'UV. Cette méthode est intéressante pour corriger des bruits orthogonaux au signal (pour des raisons de symétrie par exemple), ou lorsqu'une mesure externe est impossible.

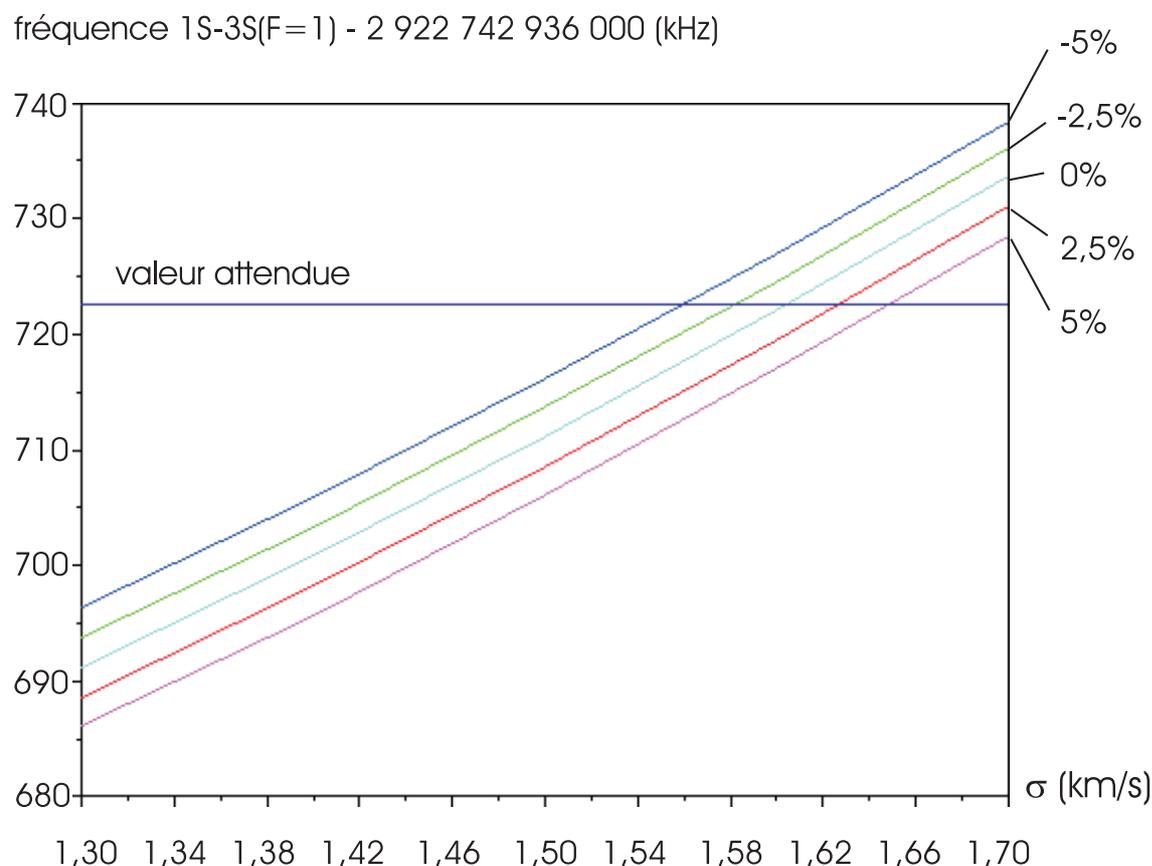


FIGURE 5.5: Variation de la fréquence $1S-3S(F=1)$ ajustée pour l'ensemble des enregistrements effectués en fonction de σ ($n=3$), pour différentes valeurs du coefficient d'asymétrie c_a .

B Effet de l'asymétrie de la surmodulation BBO

Asymétrie de la modulation BBO

Pour évaluer les conséquences d'une différence entre les vitesses aller et retour du miroir de modulation dans la cavité BBO, nous avons calculé les formes de raie exactes issues de $G(\omega, B, \sigma, \Delta)$, en distinguant deux valeurs Δ_+ et Δ_- reliées entre elles par un coefficient d'asymétrie c_a (voir p.163). Nous avons ensuite ajusté l'ensemble de nos mesures, déterminant ainsi la fréquence absolue de la transition pour une série de couples (σ, c_a) (voir figure 5.5).

On constate que le décalage par asymétrie de la modulation est quasiment indépendant de σ , comme on pouvait s'y attendre.

La figure montre un déplacement de la transition d'environ 1 kHz lorsque c_a augmente

fréquence 1S-3S($F=1$) - 2 922 742 936 000 (kHz)

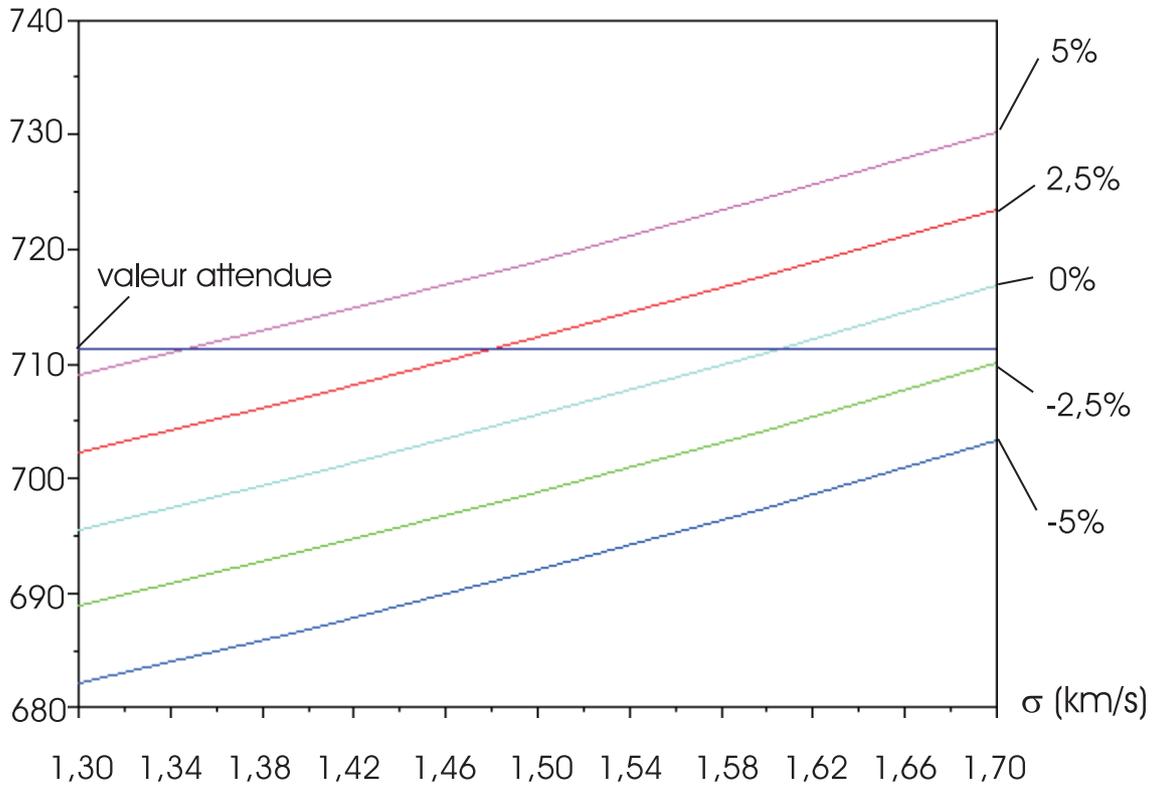


FIGURE 5.6: Variation de la fréquence 1S – 3S($F = 1$) ajustée pour l'ensemble des enregistrements effectués en fonction de σ ($n = 3$), pour différentes valeurs du coefficient d'asymétrie c_b .

d'1%.

Asymétrie de l'asservissement de la cavité du jet

Si la cavité du jet est mal réglée, l'intensité de l'un des deux pics de modulation ($\pm\Delta$) peut prendre le pas sur l'autre pic. Les conséquences sur la fréquence ajustée sont alors encore plus importantes que dans le cas précédent, puisqu'aucun mécanisme ne vient compenser ce déséquilibre. Nous avons également réajusté l'ensemble de nos données par des formes de raie dérivées de $G(\omega, B, \sigma, \Delta)$, tenant compte d'un poids relatif des deux fluorescences, pour divers coefficients d'asymétrie c_b (voir figure 5.6).

On constate un déplacement de la transition d'environ 5,5 kHz lorsque c_b augmente d'1%.

Ceci illustre le caractère assez délicat du montage de surmodulation, et l'intérêt potentiel

d'une véritable excitation continue de la transition qui supprimerait ce type d'effets.

C Calcul de la densité spectrale de puissance à 410 nm

On part de la définition de la densité spectrale de puissance $\phi(\omega)$, exprimée en W/Hz :

$$\phi(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_0 \delta I^2(t) e^{-i\omega t} dt \quad (\text{C-1})$$

où $\delta I(t)$ est donnée par :

$$\delta I(t) = 2\tau E_0^2 \frac{1-r}{1+r^2-2r\cos\alpha t} \cos\Omega t \quad (\text{C-2})$$

Puisque $\delta I(t)$ est paire, on peut réécrire $\phi(\omega)$:

$$\phi(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_0 \delta I^2(t) e^{+i\omega t} dt \quad (\text{C-3})$$

On développe le dénominateur de δI^2 avec $\cos(\alpha t) \simeq 1 - \frac{\alpha^2 t^2}{2}$, puisque l'on est au voisinage de la position moyenne du miroir ($\alpha t \ll 1$) :

$$\phi(\omega) = 2\tau E_0^2 R_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{[(1-r) + \frac{r\alpha^2 t^2}{2}]^2}{[(1-r)^2 + r\alpha^2 t^2]} \exp(i\omega t) dt \quad (\text{C-4})$$

On factorise ensuite cette expression afin de faire apparaître les pôles :

$$\phi(\omega) = \frac{\tau E_0^2 R_0}{(1-r)} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{t^2 + \frac{1-r}{r\alpha^2}}{(t + j\frac{1-r}{|\alpha|\sqrt{2r}})(t - j\frac{1-r}{|\alpha|\sqrt{2r}})} \exp(i\omega t) dt \quad (\text{C-5})$$

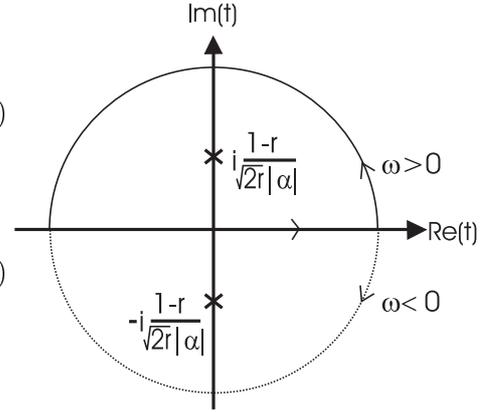
Les résultats obtenus pour $\omega > 0$ et $\omega < 0$ sont symétriques. Pour $\omega > 0$, on ferme le contour par le haut (voir figure ci-dessus), et il y a un seul résidu d'ordre 1 enlacé. On a donc pour $\omega > 0$, en appliquant le théorème des résidus :

$$\phi(\omega) = \frac{\tau E_0^2 R_0}{(1-r)} \times 2i\pi \left[-\frac{(1-r)^2}{2r\alpha^2} + \frac{(1-r)}{r\alpha^2} \right] \frac{\exp(-\omega \frac{(1-r)}{|\alpha|\sqrt{2r}})}{2i \frac{(1-r)}{|\alpha|\sqrt{2r}}} \quad (\text{C-6})$$

$$= \frac{\tau E_0^2 R_0 \pi}{2} \frac{\sqrt{2r}}{(1-r)\alpha} \exp(-\omega \frac{(1-r)}{|\alpha|\sqrt{2r}}) \quad (\text{C-7})$$

En faisant l'approximation $r \simeq 1$, donc $\sqrt{r} \simeq r$, on peut introduire $\omega_c = \frac{r|\alpha|}{1-r}$, et alors :

$$\phi(\omega) = \frac{\tau E_0^2 R_0 \pi}{2} \omega_c \sqrt{2} \exp(-\frac{\omega}{\omega_c \sqrt{2}}) \quad (\text{C-8})$$



Bibliographie

- [1] D.W. Allan, H. Hellwig, P. Kartaschoff, J. Vanier, J. Vig, G.M.R. Winkler, and N.F. Yannoni, *Standard terminology for fundamental frequency and time metrology*, 42nd annual frequency control symposium, baltimore, 1988, pp. 419–425. ↑64
- [2] A. Amy-Klein, A. Goncharov, F. Du Burck, A. Shelkovnikov, R.J. Butcher, C. Grain, C. Daussy, O. Lopez, and C. Chardonnet, *J. Phys. IV France* **119** (2004), 3–8. ↑44, 50
- [3] Y. Asakawa, H. Kumagai, K. Midorikawa, and M. Obara, *Opt. Comm.* **217** (2003), 311–315. ↑83
- [4] A. Bartels and H. Kurz, *Opt. Lett.* **27** (2002), 1839–1841. ↑48
- [5] E.O. Le Bigot, U.D. Jentschura, P.J. Mohr, P.J. Mohr, and P. Indelicato, *PRA* **68** (2003), 042101. ↑13
- [6] F. Biraben, *Opt. Comm.* **29** (1979), 353. ↑78
- [7] F. Biraben, L. Julien, J. Plon, and F. Nez, *Europhys. Lett.* **15** (1991), 831. ↑123
- [8] S. Bourzeix, *Laser continu à 205 nm : Application à la mesure du déplacement de lamb dans l'hydrogène*, Ph.D. Thesis, 1995. ↑2, 57, 79, 84, 86
- [9] B. Cagnac, G. Grynberg, and F. Biraben, *J. Phys.* **34** (1973), 845. ↑138
- [10] B. Cagnac and J.C. Pebay-Peyroula, *Physique atomique*, Dunod, 1975. ↑96
- [11] G. Chang, *Opt. Lett.* **28** (2003), 546–548. ↑57
- [12] S.T. Cundiff, *J. Phys. D* **35** (2002), R43–R59. ↑39
- [13] C. Czeranowsky, E. Heumann, and G. Huber, *Opt. Lett.* **28** (2003), 432–434. ↑80
- [14] B. de Beauvoir, *Réalisation d'un étalon de fréquence à 778 nm : mesure absolue des fréquences $2s - 8s/d$ des atomes d'hydrogène et de deutérium et détermination de la constante de rydberg*, Ph.D. Thesis, 1996. ↑67, 70
- [15] B. de Beauvoir *et al.*, *Eur. Phys. J. D* **1** (1998), 227. ↑50
- [16] ———, *Eur. Phys. J. D* **12** (2000), 61–93. ↑20, 22, 67
- [17] R. de Carvalho *et al.*, *A new path to ultracold hydrogen*, Book of abstracts hydrogen atom iii, 2004août, pp. 5. ↑29
- [18] S.A. Diddams, D.J. Jones, L.S. Ma, S.T. Cundiff, and J.L. Hall, *Opt. Lett.* **25** (1999), 186–188. ↑42
- [19] S.A. Diddams, L.S. Ma, J. Ye, and J.L. Hall, *Opt. Lett.* **24** (1999), 1747. ↑42
- [20] G.W. Drake and R.A. Swainson, *PRA* **41** (1990), 1243. ↑13
- [21] J.N. Eckstein, A.I. Ferguson, and T.W. Hänsch, *PRL* **40** (1978), 847–850. ↑42
- [22] M.I. Eides, H. Grotch, and V.A. Shelyuto, *Phys. Rep.* **342** (2001), 63. ↑14, 16
- [23] K.S.E. Eikema, J. Walz, and T.W. Hänsch, *PRL* **83** (1999), 3828. ↑123
- [24] A. Apolonski *et al.*, *PRL* **85** (2000), 740–743. ↑45, 60
- [25] A. Hershcovitch *et al.*, *IEEE Trans. Nuc. Sci.* **NS-92** (1985), 1762. ↑96

- [26] C. Chen *et al.*, Opt. Lett. **27** (2002), 637. ↑83
- [27] D.B. Leinweber *et al.*, Phys. Rev. D **43** (1991), 1959. ↑24
- [28] D.G. Fried *et al.*, PRL **81** (1998), 3811. ↑29
- [29] F. Kottman *et al.*, *Proceedings of xea*, 2002, pp. 159. ↑23
- [30] F. Nez *et al.*, PRL **69** (1992), 2326–2329. ↑41
- [31] F.X. Kärtner *et al.*, Opt. Lett. **22** (1997), 831–833. ↑36
- [32] J. Ranka *et al.*, Opt. Lett. **25** (2000), 25. ↑44
- [33] J. Ye *et al.*, Appl. Phys. B **74** (2002), S27–S34. ↑45
- [34] ———, J. Opt. Soc. Am. B **20** (2003), 1459–1467. ↑44
- [35] K. Pachucki *et al.*, J. Phys. B **29** (1996), 177–195. ↑6, 7, 13
- [36] L.S. Ma *et al.*, Science **103** (2004), 1843–1845. ↑42
- [37] M. Doncheski *et al.*, PRA **43** (1991), 2125. ↑15
- [38] M. Kourogi *et al.*, IEEE J. Quantum Electron. **31** (1995), 2120. ↑34, 42
- [39] M. Niering *et al.*, PRL **84** (2000), 5496. ↑20, 29, 44
- [40] M.J. Gander *et al.*, Electron. Lett. **35** (1999), 63. ↑55
- [41] M.T. Asaki *et al.*, Opt. Lett. **18** (1993), 977–979. ↑35
- [42] N. Matuschek *et al.*, App. Phys. B **71** (2000), 509–522. ↑37
- [43] P. Curley *et al.*, Opt. Lett. **18** (1993), 54. ↑35
- [44] R. Lutwak *et al.*, PRA **56** (1997), 1443–1452. ↑30
- [45] R. Pohl *et al.*, Hyp. Int. **127** (2001), 161. ↑23
- [46] R.C. Eckardt *et al.*, IEEE J. Quant. Electron. (1990), 922. ↑86
- [47] R.W.P. Drever *et al.*, Appl. Phys. B **31** (1983), 97. ↑78
- [48] S. Bourzeix *et al.*, Opt. Comm. **99** (1993), 89. ↑79
- [49] S. Kotochigova *et al.*, Can. J. Phys. **80** (2002), 1373. ↑14
- [50] S.A. Diddams *et al.*, PRL **84** (2000), 5102. ↑44, 60, 62
- [51] ———, Science **293** (2001), 825–828. ↑41
- [52] T. Togashi *et al.*, Opt. Lett. **28** (2003), 254–256. ↑83
- [53] Th. Becker *et al.*, PRA **63** (2001), 051802–1051802–4. ↑41
- [54] U.D. Jentschura *et al.*, PRL **82** (1999), 53. ↑13
- [55] V.M. Shabaev *et al.*, J. Phys. B **31** (1998), L337. ↑14
- [56] M.C. Fischer, *Hochstauflösende Laserspektroskopie an atomarem Wasserstoff*, Ph.D. Thesis. ↑17
- [57] J.L. Friar and G.L. Payne, Phys. Rev. C **56** (1997), 619. ↑16
- [58] A.L. Gaeta, Opt. Lett. **27** (2002), 924–926. ↑57
- [59] J.C. Garreau, *Mesure de la constante de Rydberg par spectroscopie à deux photons des états de Rydberg de l'atome d'hydrogène*, Ph.D. Thesis, 1989. ↑96
- [60] M. Glass-Maujean, *Etude par la méthode des anticroisements des niveaux $n=3$ et 4 de l'atome d'hydrogène excité, formé par dissociation de la molécule H_2* , Ph.D. Thesis, 1974. ↑160
- [61] C. Gohle, Th. Udem, M. Herrmann, J. Rauschenberger, R. Holzwarth, H.A. Schuessler, F. Krausz, and T.W. Hänsch, Nature **436** (2005), 234–237. ↑45
- [62] H. T.W. ↑41

- [63] G. Hagel, *Spectroscopie de l'atome d'hydrogène. vers une mesure absolue de la fréquence de la transition 1S-3S*, Ph.D. Thesis, 2001. ↑2, 88, 96, 98, 130
- [64] G. Hagel, R. Battesti, F. Nez, L. Julien, and F. Biraben, PRL **89** (2002), 203001. ↑2, 145, 147
- [65] G. Hagel, F. Nez, and F. Biraben, App. Opt. **41** (2002), 7702–7706. ↑2, 87, 88, 142, 143
- [66] E.W. Hagley and F.M. Pipkin, PRL **72** (1994), 1172. ↑20
- [67] T.W. Hänsch and B. Couillaud, Opt. Comm. **35** (1980), 441. ↑80
- [68] L. Hilico, Eur. Phys. J. AP **4** (1998), 219–225. ↑67, 70
- [69] R. Holzwarth, Th. Udem, T.W. Hänsch, J.C. Knight, W.J. Wadsworth, and P.St.J. Russell, PRL **85** (2000), 2264–2267. ↑44, 59
- [70] A. Huber, Th. Udem, B. Gross, J. Reichert, M. Kourogi, K. Pachucki, M. Weitz, and T.W. Hänsch, PRL **80** (1998), 468–471. ↑42
- [71] U.D. Jentschura, E.O. Le Bigot, P.J. Mohr, P. Indelicato, and G. Soff, PRL **90** (2003), 163001. ↑15
- [72] U.D. Jentschura and K. Pachucki, *Two-photon self-energy for bound states*, Book of abstracts hydrogen atom iii, 2004août, pp. 76. ↑15
- [73] D. Jones, S.A. Diddams, J. Ranka, A. Stentz, R. Windeler, J.L. Hall, and S. Cundiff, Science **288** (2000), 635. ↑45
- [74] D.J. Jones, S.T. Cundiff, T.M. Fortier, J.L. Hall, and J. Ye (K. F.X., ed.) ↑39
- [75] S.G. Karshenboim, Z. Phys. D **39** (1997), 109. ↑21
- [76] ———, Can. J. Phys. **78** (2000), 639. ↑17
- [77] I.B. Khriplovich and R.A. Sen'kov, Phys. Lett. B **481** (2000), 447. ↑17
- [78] H. Kouta and Y. Kuwano, Opt. Lett. **24** (1999), 1230. ↑87
- [79] V. Kumar and E. Krishnakumar, Rev.Sci.Instrum. **50** (1979), 776. ↑165
- [80] C. Lisowski, *Ions calcium uniques pour un étalon de fréquence optique*, Ph.D. Thesis, 2005. ↑41
- [81] A. Marian, M.C. Stowe, D. Felinto, and J. Ye, PRL **95** (2005), 023001. ↑45
- [82] A. Marian, M.C. Stowe, J.R. Lawall, D. Felinto, and J. Ye, Science **306** (2004), 2063. ↑40
- [83] A.I. Milstein, O.P. Sushkov, and I.S. Terekhov, PRL **89** (2002), 283003. ↑17
- [84] P.J. Mohr and Y.K. Kim, PRA **45** (1992), 2727–2735. ↑10
- [85] P.J. Mohr and B.N. Taylor, Rev. Mod. Phys. **77** (2005), 1–107. ↑6, 8, 10, 12
- [86] U. Morgner, PRL **86** (2001), 5462. ↑36, 44
- [87] F. Nez, *Laser continu à 205 nm : Application à la mesure du déplacement de lamb dans l'hydrogène*, Ph.D. Thesis, 1993. ↑79
- [88] A. Quessada, R.P. Kovacich, I. Courtillot, A. Clairon, G. Santarelli, and P. Lemonde, J. Opt. B **5** (2003), S150–S154. ↑41
- [89] J. Reichert, R. Holzwarth, Th. Udem, and T.W. Hänsch, Opt. Comm. **172** (1999), 59–68. ↑41, 42, 44
- [90] J. Reichert, M. Niering, R. Holzwarth, M. Weitz, and T.W. Hänsch, PRL **84** (2000), 3232–3235. ↑44
- [91] J.R. Sapirstein and D.R. Yennie, *Quantum electrodynamics* (T. Kinoshita, ed.), World Scientific, Singapore, 1990. ↑8
- [92] I. Sick, Phys.Lett. B **576** (2003), 62. ↑23
- [93] D.E. Spence, P.N. Kean, and W. Sibbett, Opt. Lett. **16** (1991), 42. ↑34
- [94] C. Spielmann, P.F. Curley, T. Brabec, and F. Krausz, IEEE J. Quantum Electron. **30** (1994), 1100. ↑33
- [95] J. Stenger, Ch. Tamm, N. Haverkamp, S. Weyers, and H.R. Telle, Opt. Lett. **26** (2001), 1589–1591. ↑41

- [96] R. Szipöcs and F. Krausz, *Opt. Lett.* **19** (1994), 201–203. ↑36
- [97] B. Gross J. Reichert M. Prevedelli M. Weitz Th. Udem A. Huber and T.W. Hänsch, *PRL* **79** (1997), 2646. ↑19
- [98] Th. Udem, J. Reichert, R. Holzwarth, and T.W. Hänsch, *Opt. Lett.* **24** (1999), 881–883. ↑42
- [99] A. van Wijngaarden, *PRA* **63** (2000), 012505. ↑30
- [100] J. Vanier and C. Audoin, *The quantum physics of atomic frequency standards* (Adam Hilger, ed.), 1989. ↑64
- [101] J. C. De Vries, *A precision millimeter-wave measurement of the rydberg frequency*, Ph.D. Thesis, 2002. ↑30
- [102] S. Witte, R. T. Zinkstok, W. Hogervorst, and K. S. E.Eikema, *Appl. Phys. B* **78** (2004), 5–12. ↑59
- [103] V. A. Yerokhin, *communication privée*, LKB, 2005. ↑16, 19, 21
- [104] V.A. Yerokhin, P. Indelicato, and V.M. Shabaev, *PRA* **71** (2005), 040101(R). ↑12, 15, 16, 19, 20, 23
- [105] M. Zimmermann, C. Gohle, R. Holzwarth, Th. Udem, and T.W. Hänsch, *Opt. Lett.* **29** (2004), 310–312. ↑45