



Olivier Arnoult

Utilisation d'un peigne de fréquences optiques
pour la spectroscopie de l'atome d'hydrogène

sous la direction de François Biraben et François Nez

Laboratoire Kastler-Brossel, ENS, CNRS, UPMC

Plan de l'exposé

I) Enjeux de la spectroscopie de l'hydrogène

Schéma général de l'expérience

II) Le peigne de fréquences optiques

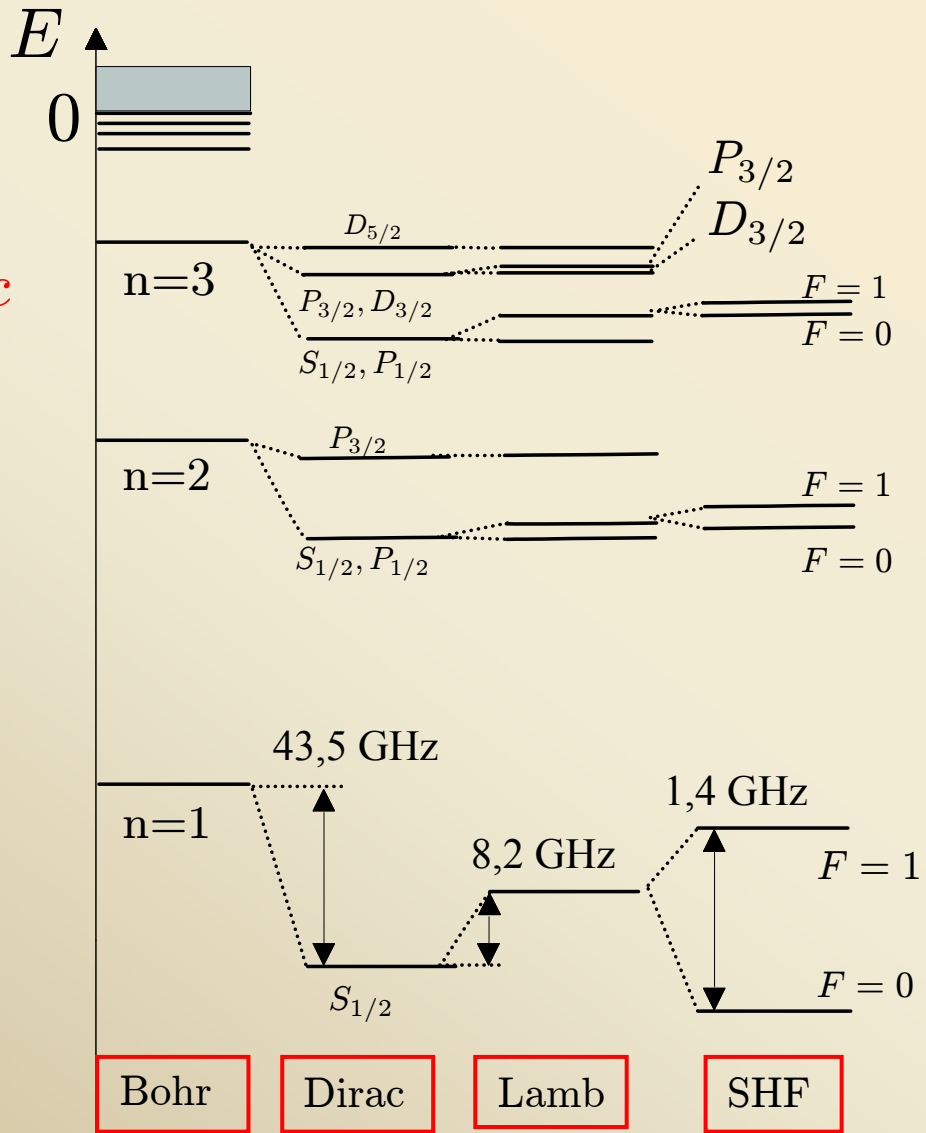
III) Détection expérimentale de la transition 1S-3S

IV) Mesure de la fréquence absolue de la transition 1S-3S

Conclusion et Perspectives

Niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène

$R_\infty c$
 3290
 THz



Bohr

$$E_n = -\frac{R_\infty hc}{n^2}$$

Lamb

$$E_{n,j,l} = E_{n,j}^{\text{Dirac}} + E_n^{\text{recul}} + L_{n,j}$$

$$hcR_\infty f\left(\alpha, \frac{m_e}{m_p}, n, j\right)$$

Déplacement de Lamb

Non proportionnel à R_∞ :

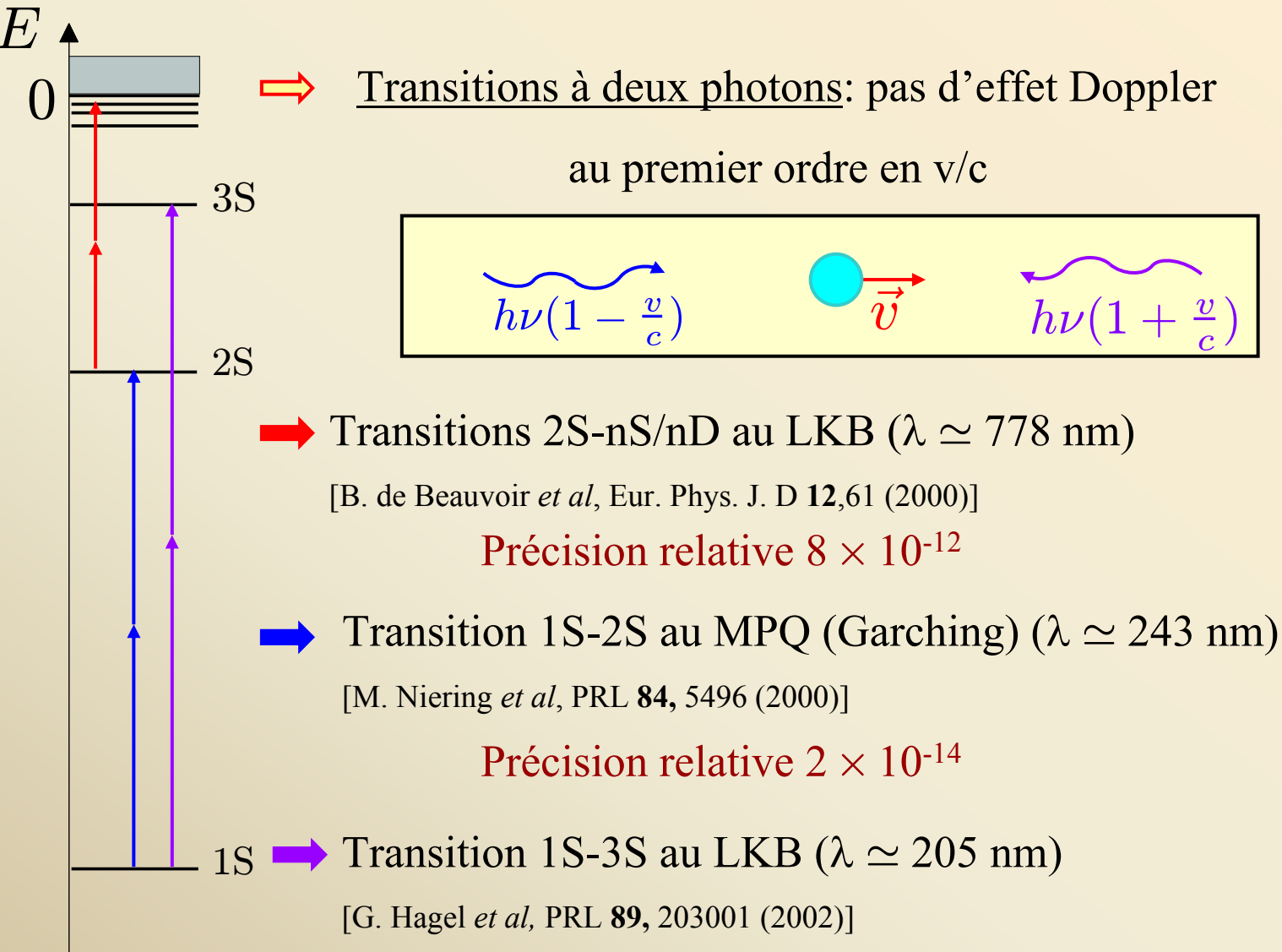


- corrections QED, relativistes et de recul d'ordre supérieur

- effet de la distribution de charge du proton

Bohr
Dirac
Lamb
SHF

Détermination de R_∞ et L_{1S}



Détermination de R_∞ et L_{1S}

$$\left\{ \begin{array}{l} f(1S - 2S) \simeq \frac{3}{4} R_\infty c + L_{2S} - L_{1S} \\ f(1S - 3S) = \frac{8}{9} R_\infty c + L_{3S} - L_{1S} \end{array} \right.$$

$$L_{nS} \propto \frac{L_{1S}}{n^3}$$

(de façon approchée)

+ Déviation à la loi en $1/n^3$ calculable précisément par la théorie QED

[S.G. Karshenboim, Z.Phys.D 39 , 109 (1997)]

➡ Détermination expérimentale de L_{1S} et R_∞ utilisant la loi en $1/n^3$

Ajustement des données dans l'hydrogène et le deutérium (2000)

à partir des mesures 1S-2S et 2S-nS/nD:

$$L_{1S} = 8,172\,840\,(22)\text{ GHz} \quad (2,7 \times 10^{-6})$$

$$R_\infty = 109\,737,315\,685\,50(84)\text{ cm}^{-1} \quad (7,7 \times 10^{-12})$$

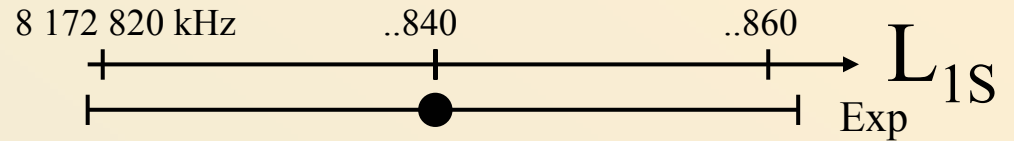
Une mesure indirecte du rayon du proton

$$L_{nS} = g_n(r_p, QED)$$

CODATA 2002: $r_p \simeq 0,875(7)$ fm

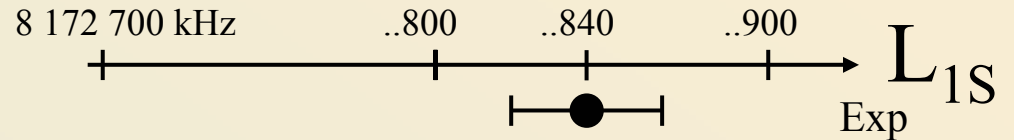
➡ si r_p parfaitement connu

➡ avec l'incertitude du CODATA



[P.J. Mohr *et al* (2005)]

[V.A.Yerokhin *et al* (2005)]



[P.J. Mohr *et al* (2005)]

[V.A.Yerokhin *et al* (2005)]

Valeur CODATA de r_p fixée par { la spectroscopie de l'hydrogène
les expériences de diffusion ($r_p=0,895(18)$ fm)

Tests QED et perspectives métrologiques

⇒ Test des calculs QED possible avec:

- Mesure indépendante de r_p à $\frac{\Delta r_p}{r_p} = 10^{-3}$ (PSI, hydrogène muonique)
- Amélioration de l'incertitude expérimentale à $\Delta L_{1S} \simeq 10$ kHz (1S-2S + 1S-3S)

↳ Nécessité d'une seconde mesure de haute précision dans l'hydrogène

⇒ Corollaire: réduction de l'incertitude sur R_∞ d'un facteur 2

(connaissance du spectre de l'hydrogène, détermination d'autres constantes fondamentales)

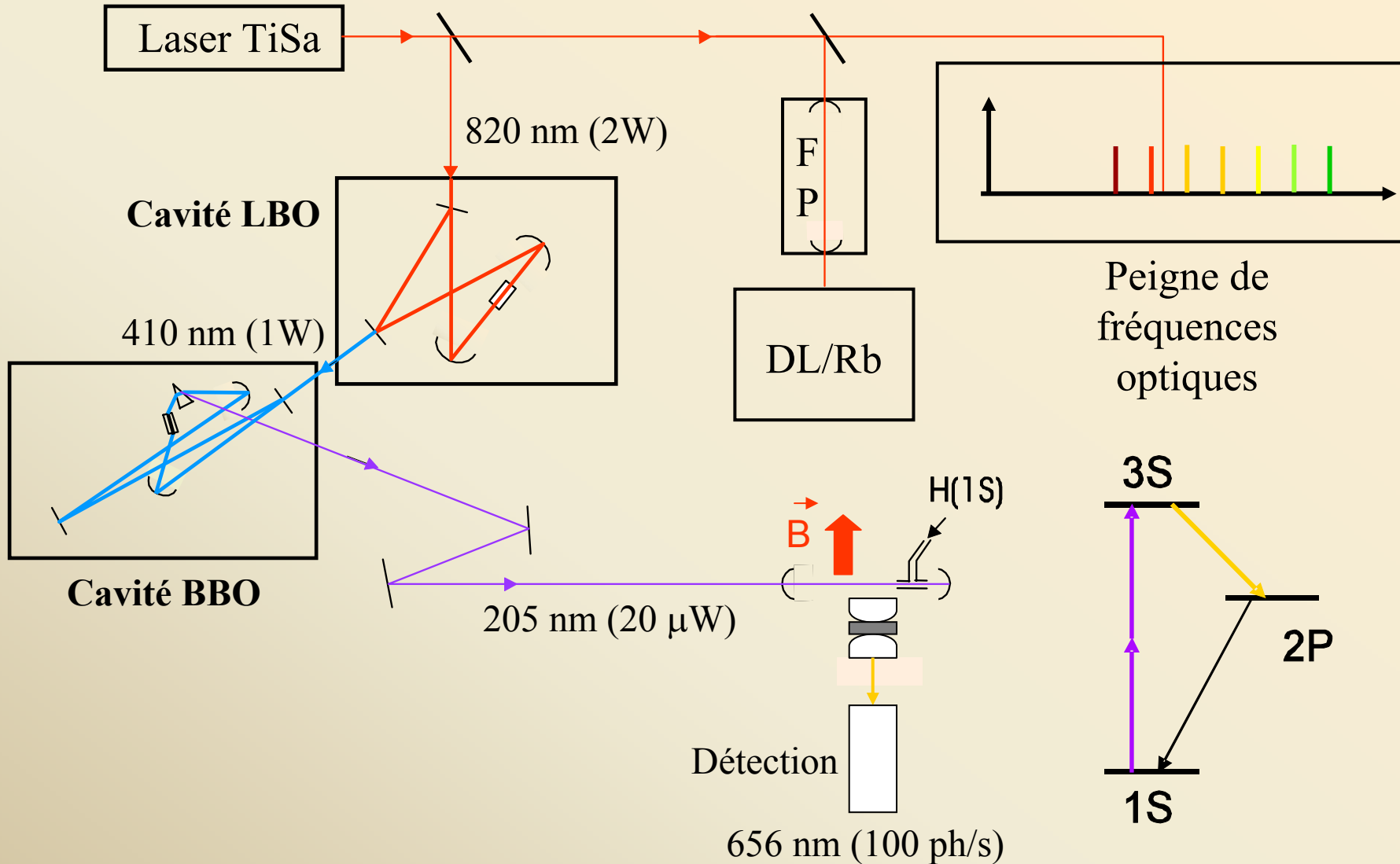
$$R_\infty = \frac{\alpha^2 m_e c}{2h}$$

$$\left(\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} \right)$$

⇒ Précision souhaitée:

mesure absolue de f (1S-3S) au kHz
(incertitude relative $3,4 \times 10^{-13}$)

Schéma général de l'expérience



Plan de l'exposé

I) Enjeux de la spectroscopie de l'hydrogène

Schéma général de l'expérience

II) Le peigne de fréquences optiques

III) Détection expérimentale de la transition 1S-3S

IV) Mesure de la fréquence absolue de la transition 1S-3S

Conclusion et Perspectives

Mesures de fréquences absolues

⇒ DL/Rb: reproductibilité jour à jour 1kHz (3×10^{-12}), insuffisante

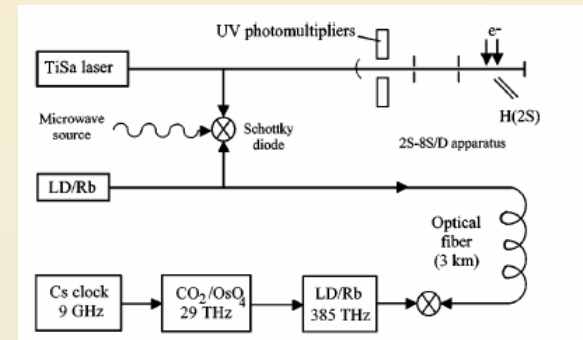
↳ Comparaison directe avec l'étalon primaire de fréquence au niveau de qq 10^{-13}

horloge à atomes de Cs ($\simeq 9$ GHz)

Problème: passage micro-ondes \rightarrow optique

⇒ 1^{ères} mesures absolues : **chaînes de fréquence**

1996: $\nu(\text{H:2S-8S/8D}) \simeq \nu(\text{DL/Rb}) \simeq 13 \nu(\text{CO}_2)$



↓ étalons intermédiaires, complexe (mélanges non linéaires, nombreux lasers relais), quelques transitions seulement.

⇒ **Peigne de fréquences optiques**

↑ 1 seul laser, peu encombrant, pour λ allant de l'IR au bleu.

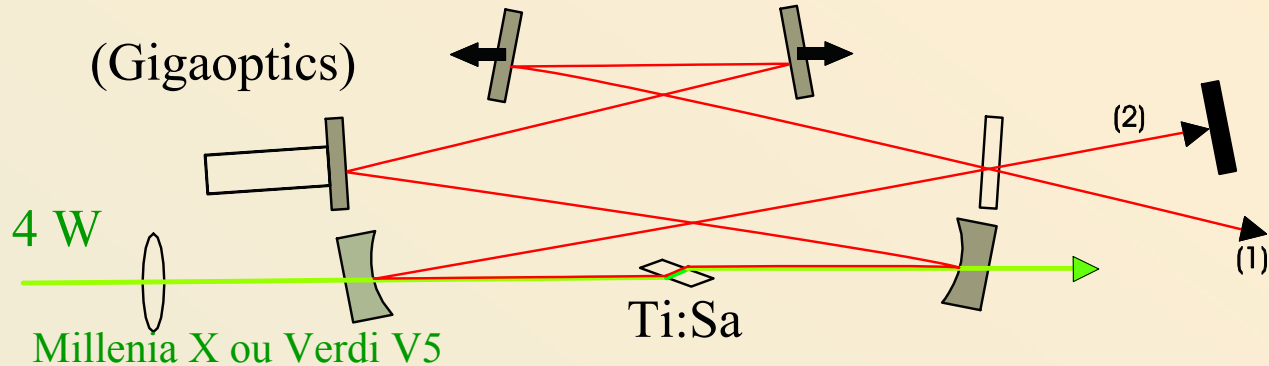
Laser femtoseconde à modes verrouillés en phase

$$L_{\text{cav}} = 30 \text{ cm}$$

$$f_r = 1 \text{ GHz}$$

$$P = 500 \text{ mW}$$

$$\bar{\lambda} = 800 - 820 \text{ nm}$$

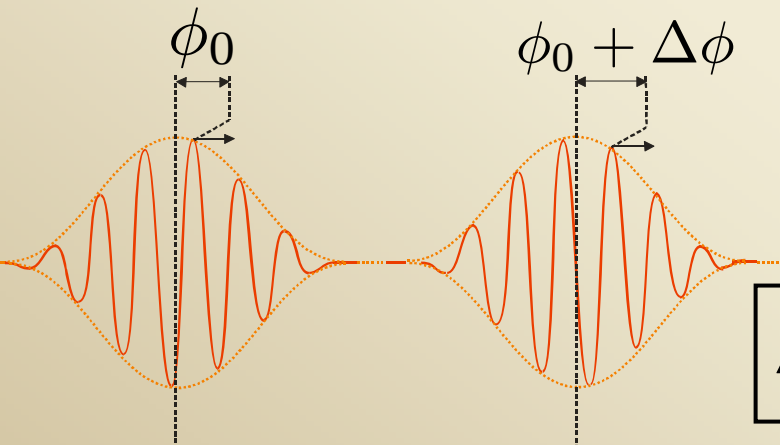


$\Delta t = 20 \text{ fs}$ (impulsion gaussienne limitée par TF)

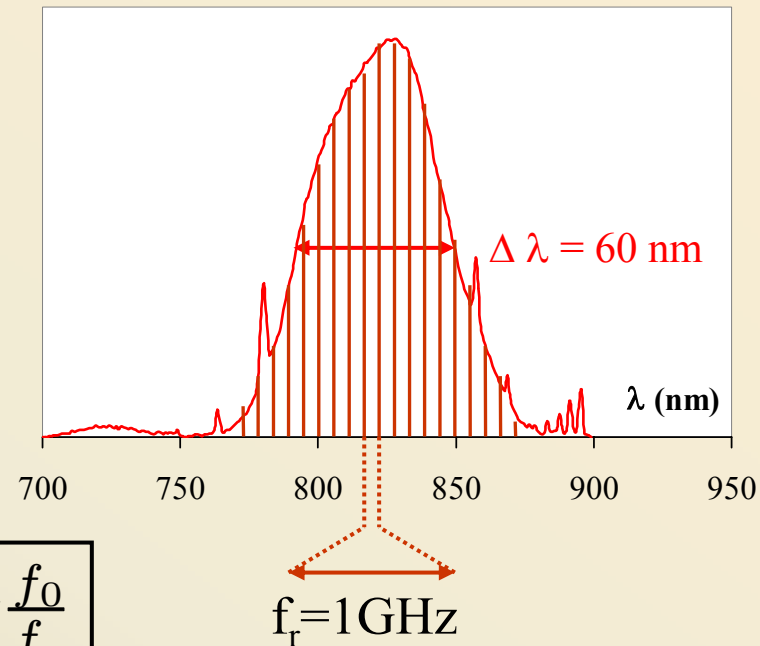
➔ $\simeq 30\,000$ modes, $15 \mu\text{W}$ /mode

Mode n° N

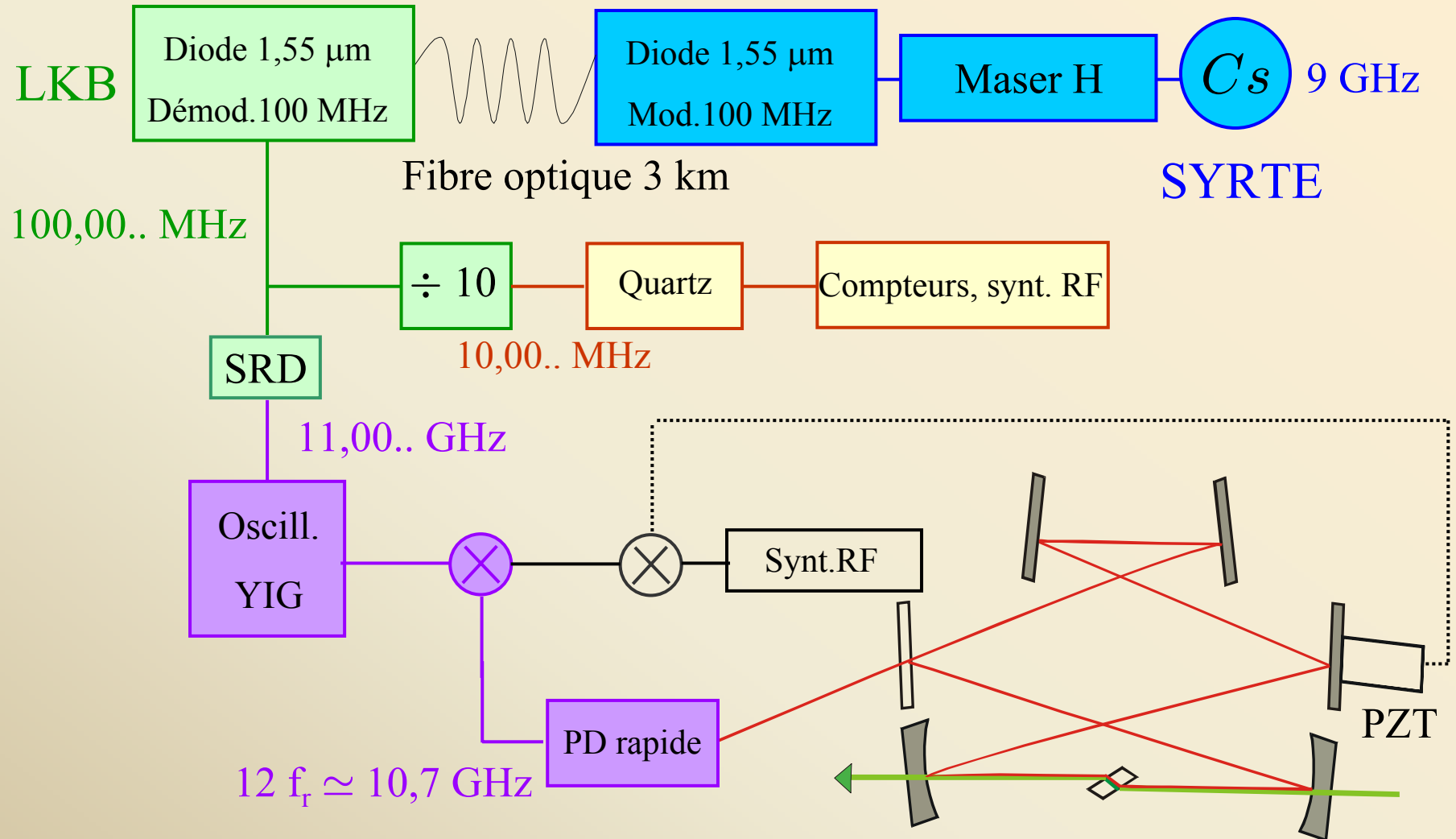
$$f_N = N f_r + f_0$$



$$\Delta\phi = 2\pi \frac{f_0}{f_r}$$



Contrôle du taux de répétition f_r



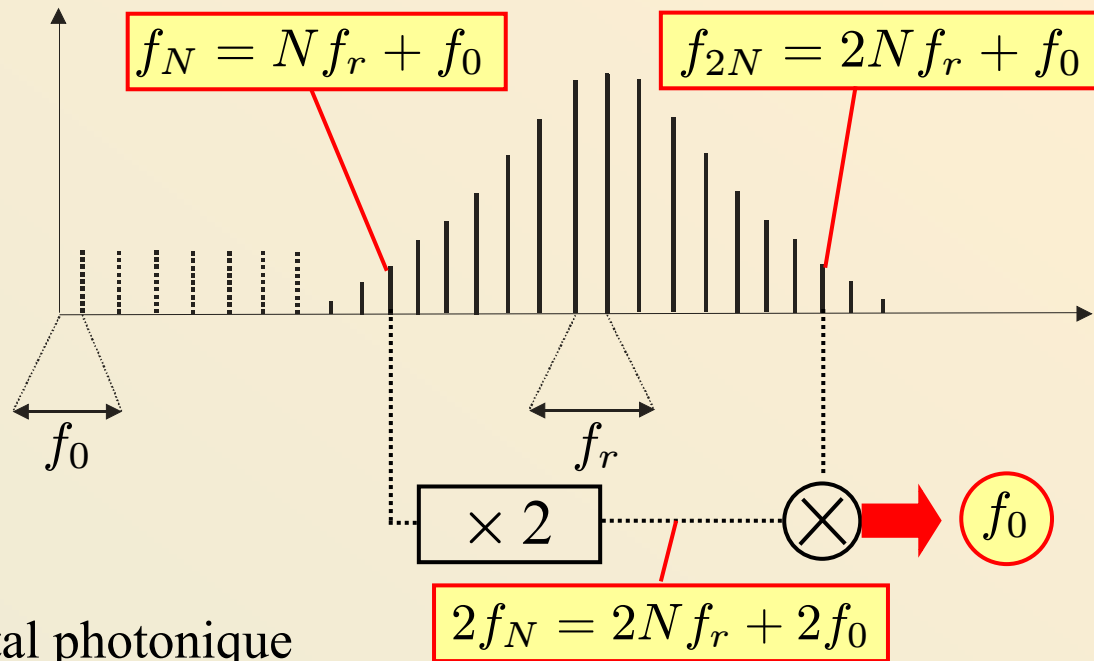
Mesure de f_0 par auto-référence

⇒ Principe

Battement collectif

Largeur du spectre > 1 octave

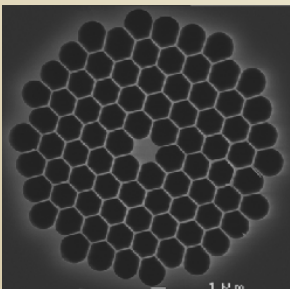
[R.Holzwarth *et al*, PRL **85** (2000)]



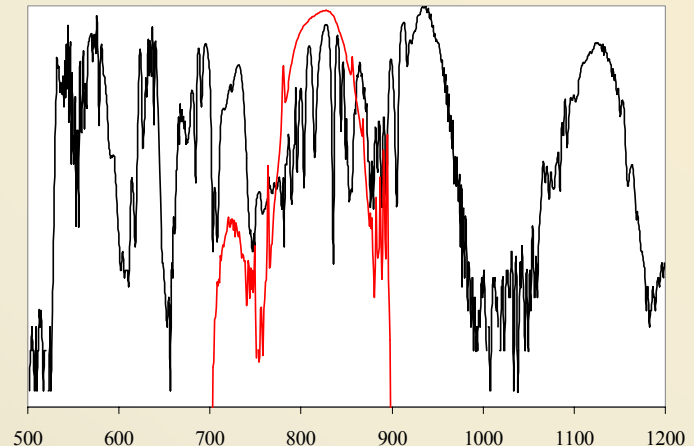
⇒ Réalisation

Milieu non-linéaire = fibre à cristal photonique

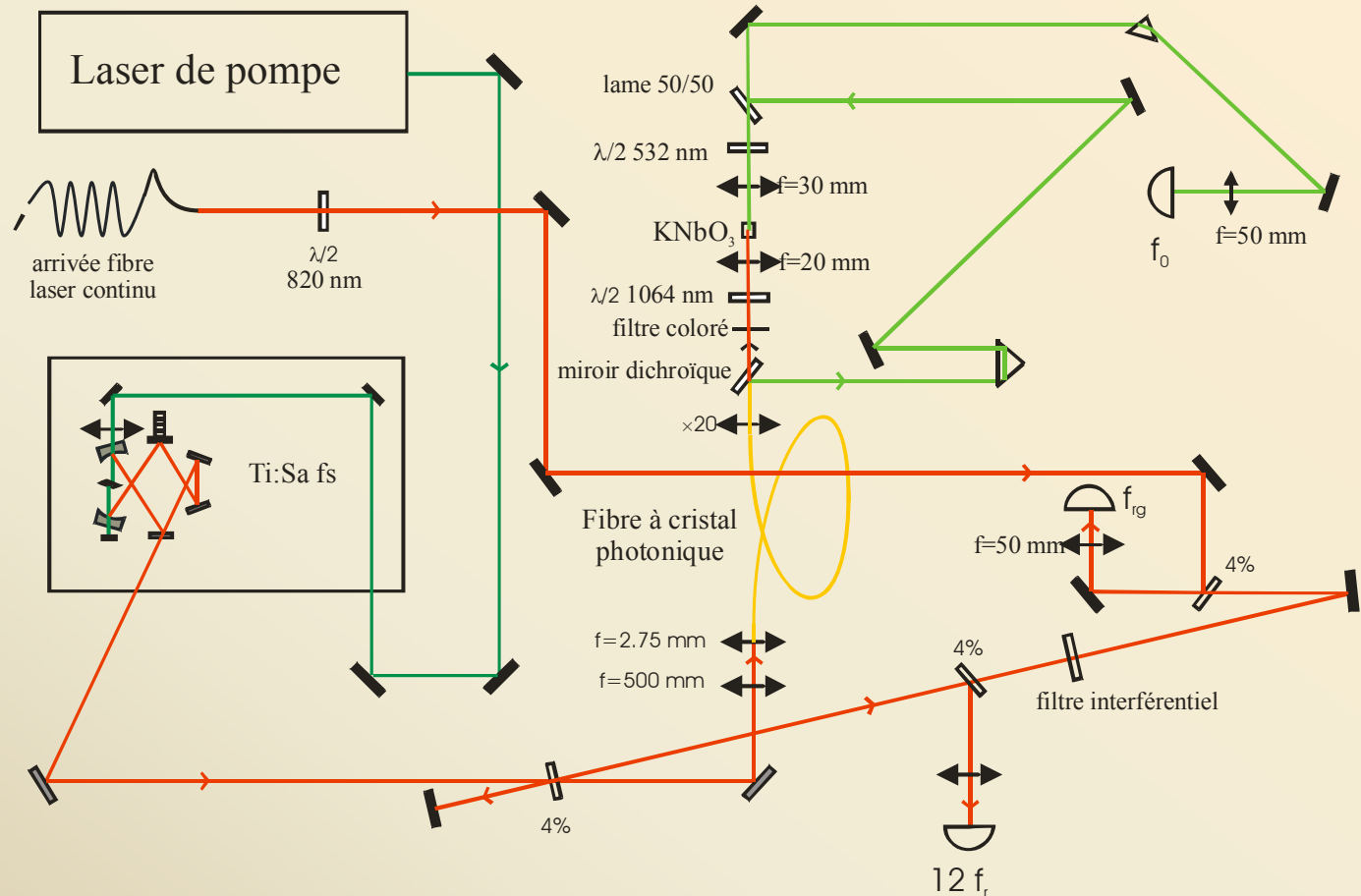
(cœur : $1,7 \mu\text{m}$)



Maximisation du recouvrement f - $2f$



Montage expérimental



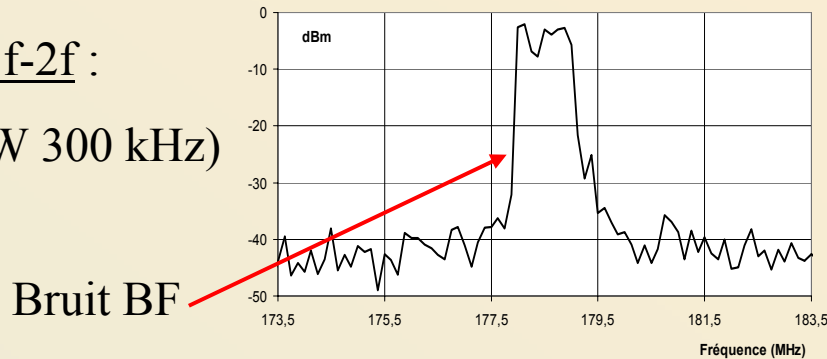
Longueur d'onde à mesurer: 820 nm incluse dans le spectre du Ti:Sa fs

→ Plus d'énergie par mode (batt. individuel) et indépendance avec le réglage de la fibre

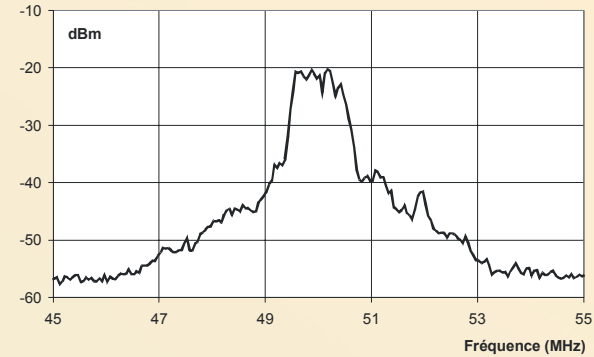
Résultats expérimentaux

➔ Battement $f-2f$:

RSB 40 dB (RBW 300 kHz)



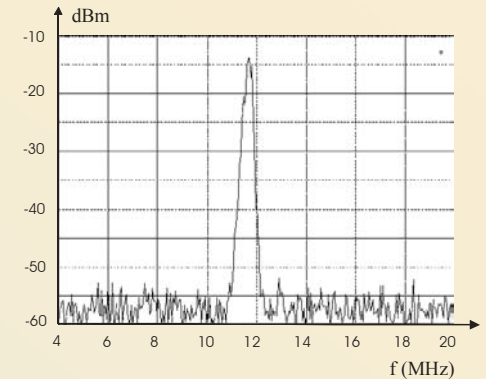
Verdi V5



Millenia X

➔ Battement avec Ti:Sa continu (820 nm)

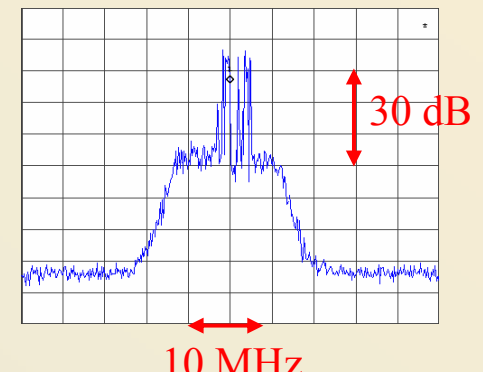
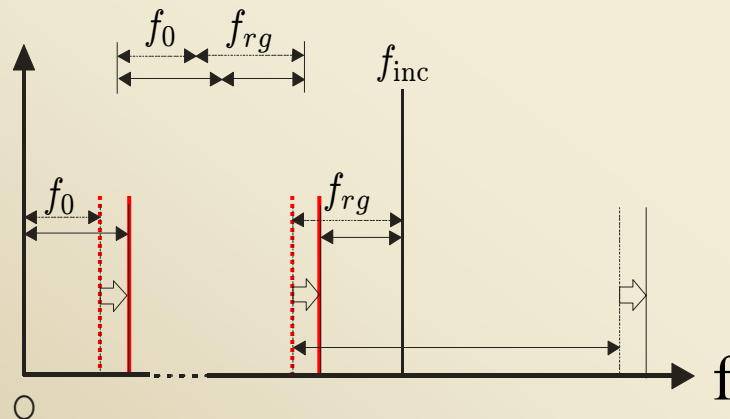
RSB 45 dB (RBW 300 kHz)



➔ Battement mixé

f_0 non asservi

RSB > 35 dB
(300 kHz)



Résultats expérimentaux

⇒ Tests : • remesure de la fréquence absolue de la transition 5S-5D du rubidium

En 2000 : $\nu_{\text{Rb}/2\nu}(\text{LKB}) = 385\,285\,142\,376,68 \pm 1,00$ kHz (chaîne de fréquence)

En 2005 : $\nu_{\text{Rb}/2\nu}(\text{LKB}) = 385\,285\,142\,376,37 \pm 1,00$ kHz (peigne de fréquences optiques)

- comptage simultané du laser Rb/2 ν sur les peignes du LKB et du SYRTE

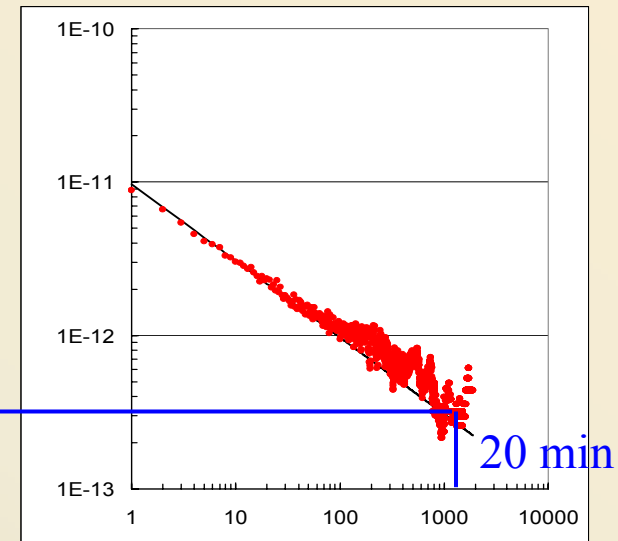
En 300 s : $\nu_{\text{Rb}/2\nu}(\text{LKB}) = 385\,285\,142\,376,235(23)$ kHz
 $\nu_{\text{Rb}/2\nu}(\text{SYRTE}) = 385\,285\,142\,376,233(18)$ kHz } Accord !

- Batt. avec Ti:Sa continu avant/après la fibre à cristal photonique: cohérent

• Variance d'Allan du laser Ti:Sa continu stabilisé sur la diode laser Rb/2 ν $\approx \frac{10^{-11}}{\sqrt{\tau}}$

Durée d'un enregistrement de la résonance 1S-3S: 20 min

précision finale requise = 3×10^{-13}



Plan de l'exposé

I) Enjeux de la spectroscopie de l'hydrogène

Schéma général de l'expérience

II) Le peigne de fréquences optiques

III) Détection expérimentale de la transition 1S-3S

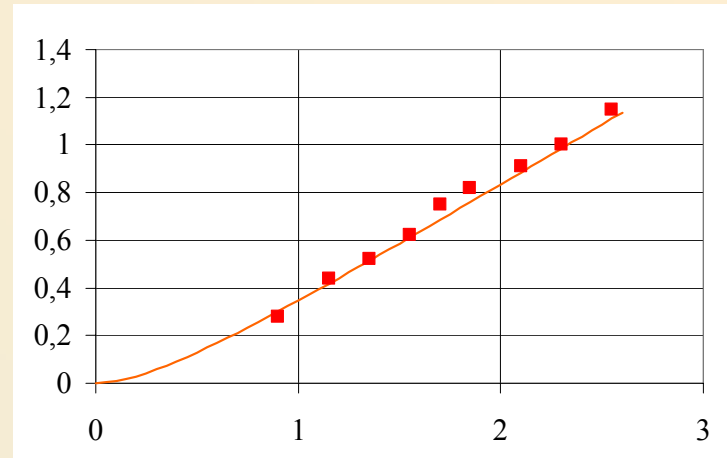
IV) Mesure de la fréquence absolue de la transition 1S-3S

Conclusion et Perspectives

Excitation de la transition 1S-3S: doublage LBO

- Laser Ti:Sa continu stabilisé sur Rb/2 ν $P_{410}(\text{W})$
- LBO en cavité de surtension ($F \simeq 300$)
- Efficacité de doublage 45 %

(terme dominant des pertes = conversion harmonique)



Détérioration lente du cristal (dégradation de l'état de surface)

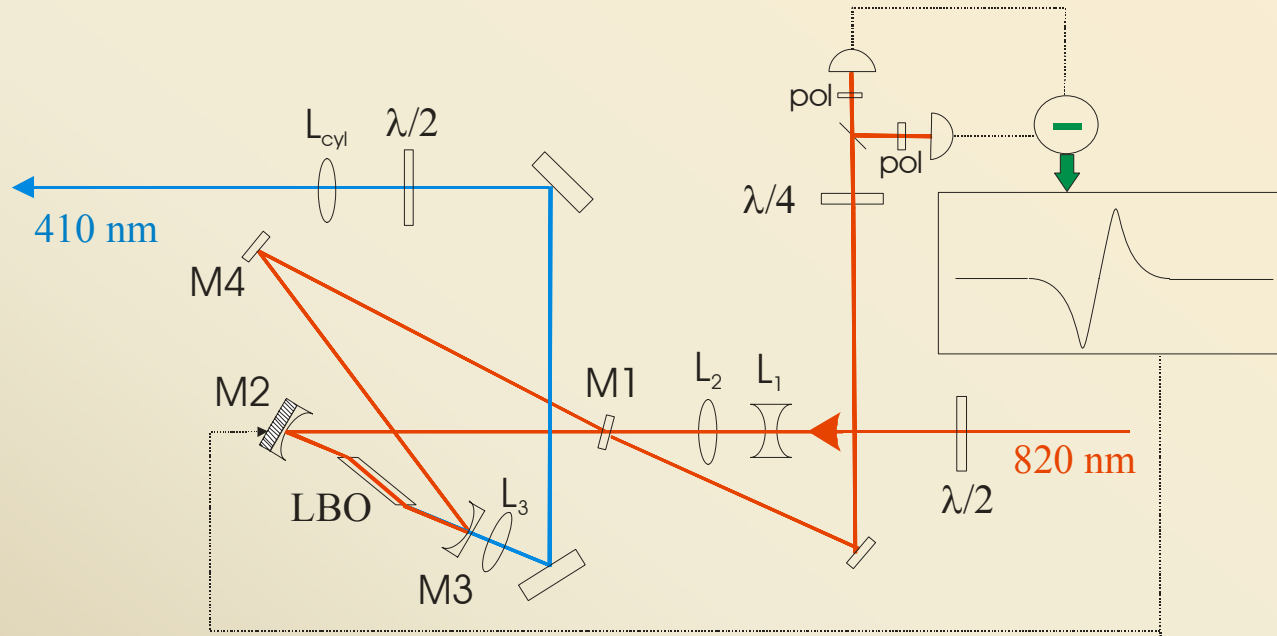
$P_{820}(\text{W})$



1 W @ 410 nm

continu

Sans élargissement



Excitation de la transition 1S-3S: doublage BBO

BBO en cavité à la limite de l'accord de phase

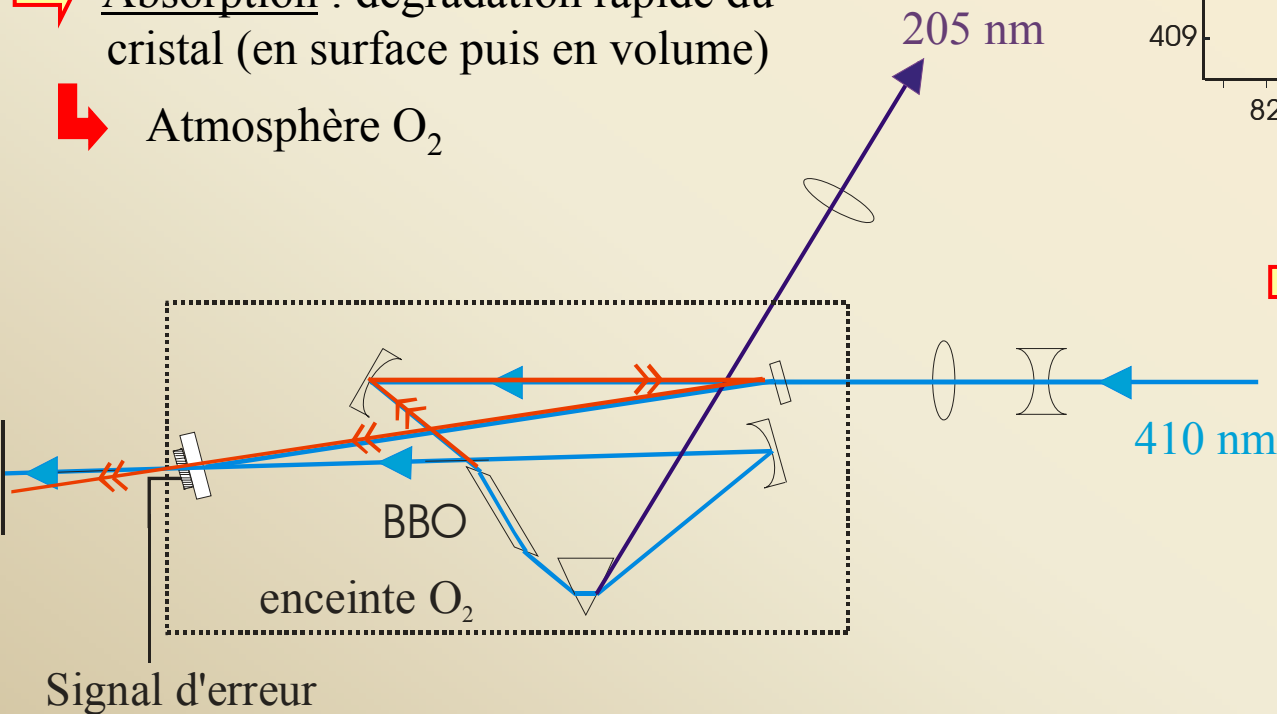
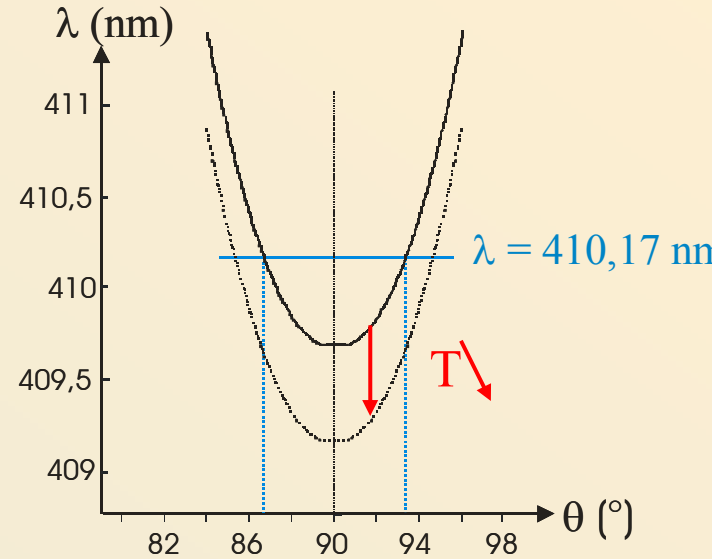
$$d_{\text{eff}} = 2,22 \cos \theta + 0,16 \sin \theta \text{ pm/V}$$

Faible coefficient de conversion 410 nm → 205 nm

↳ Refroidissement à 0°C

↳ Absorption : dégradation rapide du cristal (en surface puis en volume)

↳ Atmosphère O₂



↳ Doublage en continu impossible

Effet photoréfractif,

bistabilité

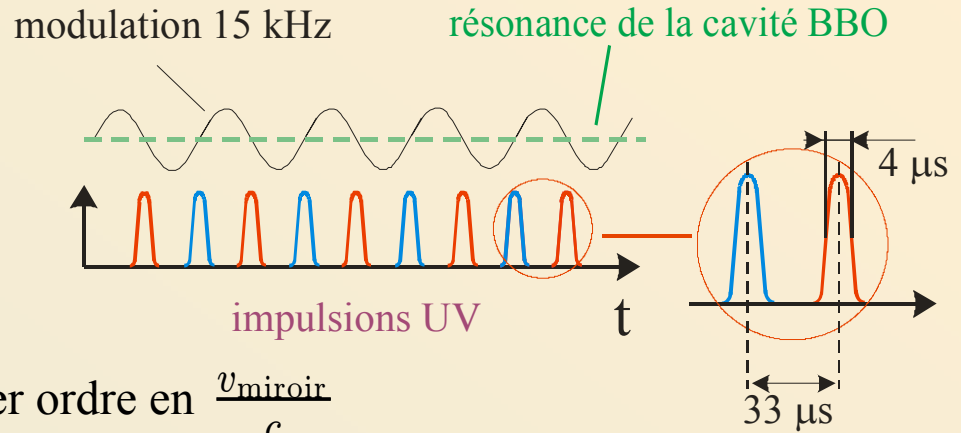
↳ Surmodulation

Excitation de la transition 1S-3S: surmodulation et jet H

↑ Limite l'effet photoréfractif

Puissance moyenne

↳ 20 μW @ 205 nm



↓ Elargissement Doppler du premier ordre en $\frac{v_{\text{miroir}}}{c}$

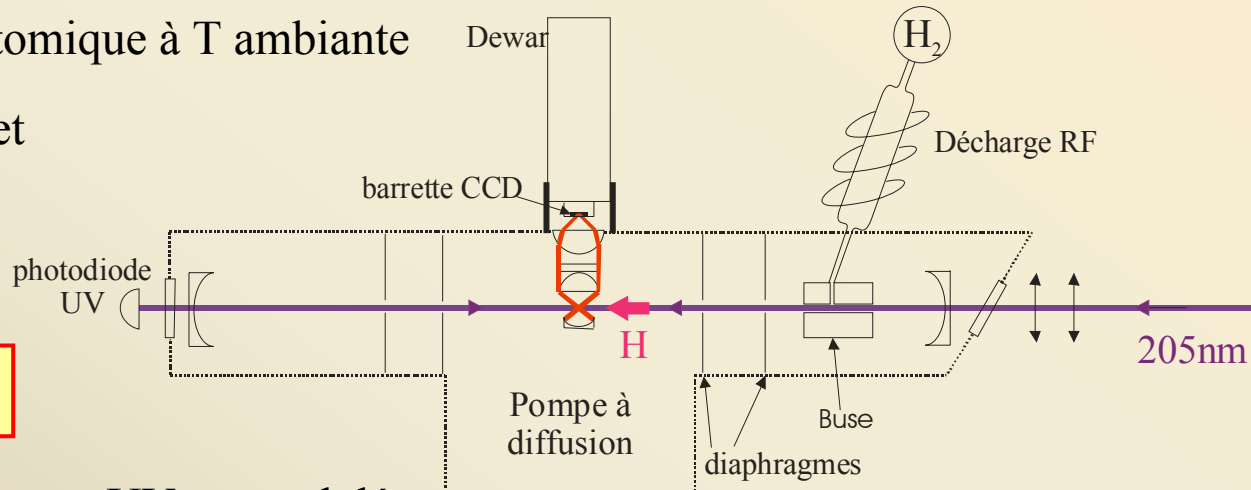
↳ Dédoublage de la raie 1S-3S

• Jet effusif d'hydrogène atomique à T ambiante

• Excitation colinéaire au jet
(temps de transit)

• Cavité FP à 205 nm

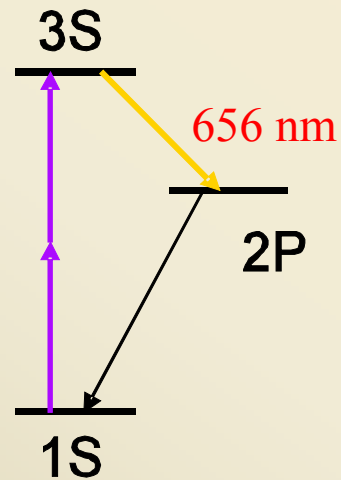
↳ 400 μW @ 205 nm



↳ Asservissement sur la source UV surmodulée

↳ Mesure de l'intensité UV moyenne intracavité

Détection de la fluorescence 3S-2P



Détecteur = Caméra CCD refroidie à 150 K

- ↑ Efficacité quantique @656 nm, information spatiale (sélection)
- ↓ Bruit de lecture, temps de réponse élevé → Temps de pose élevé
 - ↳ détection superposée des 2 composantes de surmodulation
 - ↳ sélection des fenêtres temporelles utiles impossible

⇒ Compromis sur la taille des pixels (rayons cosmiques/bruit de lecture)

Bruits intrinsèques

Bruit thermique.....	0,11 cps/pix
Bruit de lecture.....	0,85 cps/pix
Fluctuations du fond.....	1,0 cps/pix

Bruits dus à l'expérience

Décharge RF.....	0,62 cps/pix
Bruit dû à l'UV ($\propto P_{UV}$).....	0,78 cps/pix
Bruit poissonnien 3S-2P.....	0,57 cps/pix

Total bruits: 1,7 cps/pix ↔ Signal 3S-2P : 43 cps/pix

Détection de la fluorescence 3S-2P

UV + décharge RF, hors résonance :



UV + décharge RF, à résonance :



moyenne

sur la zone

d'intérêt

Enregistrement de la courbe de résonance

⇒ Balayage de la résonance par 31 points de fréquence Ti:Sa (pose=37 s/point) → 20 min

Mesures supplémentaires: Fréquence absolue du Ti:Sa (chaque seconde), P_{UV} intracavité

⇒ Analyse: Correction des bruits

↳ Bruit dû à la présence d'UV en cavité $\propto P_{UV}$

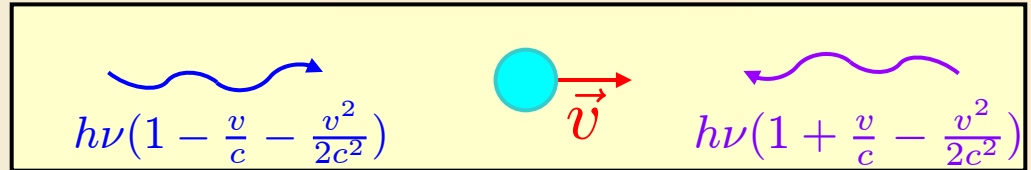
↳ Effet des fluctuations de P_{UV} sur le signal de fluorescence

Transition à 2 photons: $H \propto \langle UV^2 \rangle \propto (P_{UV}^2 + \Delta P_{UV}^2)$

Calcul des formes de raie en champ B nul

Transition $1S_{1/2}(F=1) \rightarrow 3S_{1/2}(F=1)$: désexcitation vers le niveau $2P_{1/2}$

Effet Doppler du second ordre :



$$\left. \begin{aligned} \nu &= \nu_0 \sqrt{\frac{1+v/c}{1-v/c}} \simeq \nu_0 \left(1 + \frac{v}{c} - \frac{v^2}{2c^2} + \dots\right) \\ \nu &= \nu_0 \sqrt{\frac{1-v/c}{1+v/c}} \simeq \nu_0 \left(1 - \frac{v}{c} - \frac{v^2}{2c^2} + \dots\right) \end{aligned} \right\}$$

$$\delta_{\text{dop}} = -\nu_{at} \frac{v^2}{2c^2}$$

ODG: $v = 3 \text{ km/s} \rightarrow \frac{\delta_{\text{dop}}}{\nu_{at}} = 5 \times 10^{-11} \rightarrow \delta_{\text{dop}} = 146 \text{ kHz}$

⇒ Jet monocinétique, excitation à 205 nm continue

Lorentzienne $F(\nu, v)$ centrée en :

$$\nu \simeq \nu_{at} \left(1 + \frac{v^2}{2c^2}\right)$$

Calcul des formes de raie en champ B nul

⇒ Jet effusif : distribution de vitesse $f(v, \sigma)$
 = HYPOTHESE !

(distribution de vitesse difficile à mesurer..)

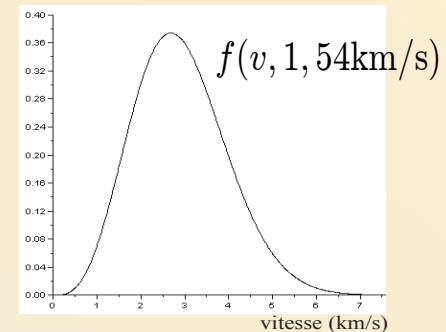
$$f(v, \sigma) = v^3 \exp\left(-\frac{v^2}{2\sigma^2}\right)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{k_B T}{M_H}} \simeq 1,54 \text{ km.s}^{-1}$$

$$R(\nu, \sigma) = a \int_0^\infty \frac{1}{v} f(v, \sigma) F(\nu, v) dv$$

↑ Temps de transit

$$\text{alors } \langle \delta_{\text{dop}} \rangle = -\nu_0 \frac{\langle v^2 \rangle}{2c^2} = -\frac{3}{2} \nu_0 \frac{\sigma^2}{c^2} = 115 \text{ kHz}$$



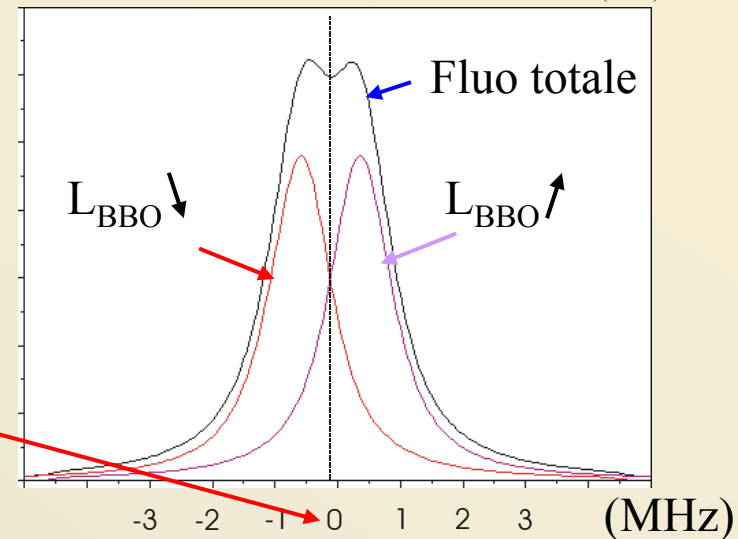
⇒ Surmodulation : 2 contributions suivant le sens de la vitesse du miroir de la cavité BBO

$$G(\nu, \sigma, \Delta) = \int_{-\infty}^{+\infty} |TF(\nu)|^2 R(\nu, \sigma) d\nu$$

Largeur $\simeq 2 \text{ MHz} >$ largeur naturelle 1 MHz

Position absolue de la transition 1S-3S

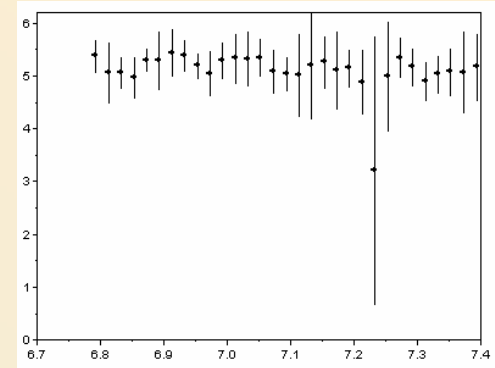
(Forme dissymétrique par rapport à l'axe indiqué)



Ajustement du signal de fluorescence

➔ Sans correction

Enregistrement P_{UV} :



➔ Après ajustement par les moindres carrés

$$I(\nu_i) = G(\nu_i, \nu_0, \sigma, \Delta) \langle UV^2 \rangle_i \times h + \langle UV \rangle_i \times Cuv + b$$

- Paramètres ajustables h, Cuv, b
- Δ fixé par un ajustement global

(supposé stable)

- σ fixé ($\sigma=1,55$ km/s)



$$\nu_0 = 2\,922\,742\,936\,737 \text{ (17) kHz}$$

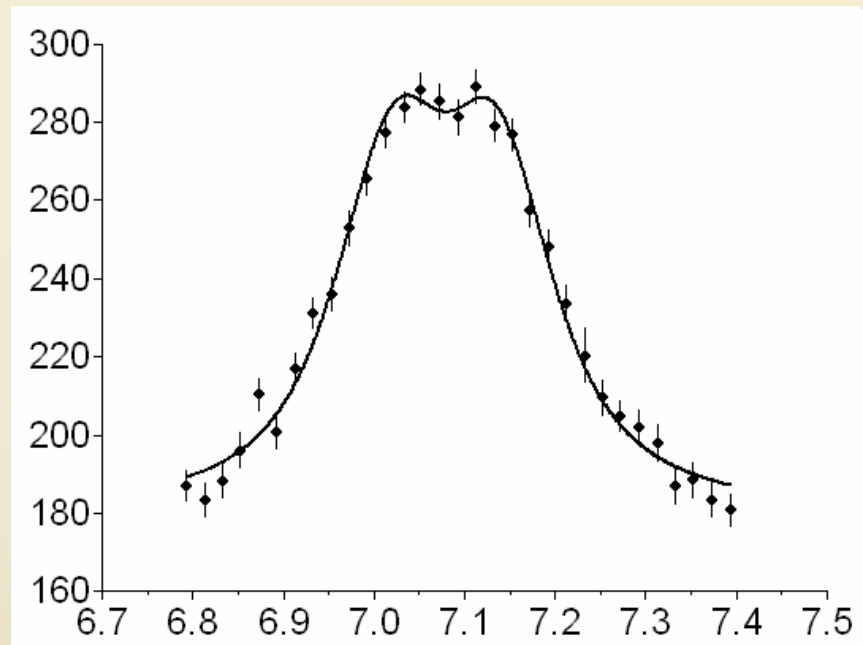
$$(5,8 \times 10^{-12})$$

➔ Valeur en accord avec les prédictions théoriques:

$$\nu_0^{\text{th}} = 2\,92\dots722,7 \text{ (1,4) kHz}$$

➔ Il faut déterminer σ !

Cps/pix (20 min)



Plan de l'exposé

I) Enjeux de la spectroscopie de l'hydrogène

Schéma général de l'expérience

II) Le peigne de fréquences optiques

III) Détection expérimentale de la transition 1S-3S

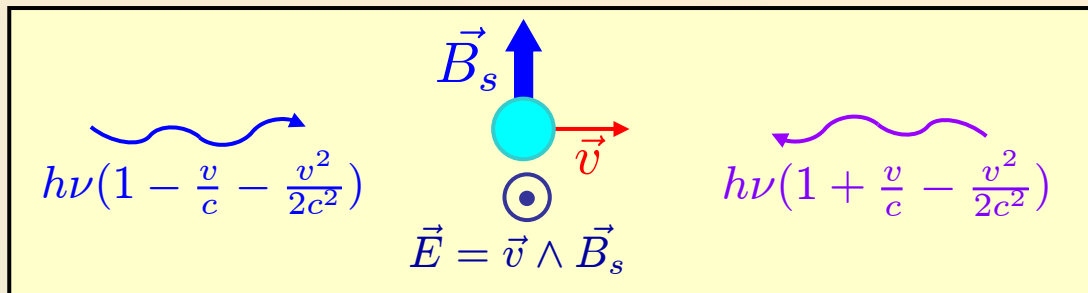
IV) Mesure de la fréquence absolue de la transition 1S-3S

Conclusion et Perspectives

Compensation de l'effet Doppler du 2nd ordre

⇒ Principe:

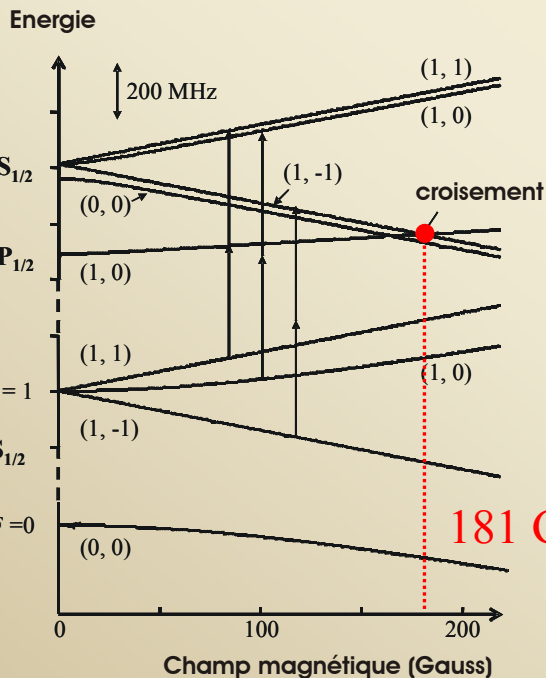
Effet Stark quadratique pour des niveaux de parités opposées (ex. S et P)



$\forall v,$

$$\delta_{\text{Stark}} = \frac{E^2}{\Delta\nu_{SP}} = v^2 \frac{B_S^2}{\Delta\nu_{SP}}$$

$$+ \delta_{\text{dop}} = -\nu_{at} \frac{v^2}{2c^2} = 0$$



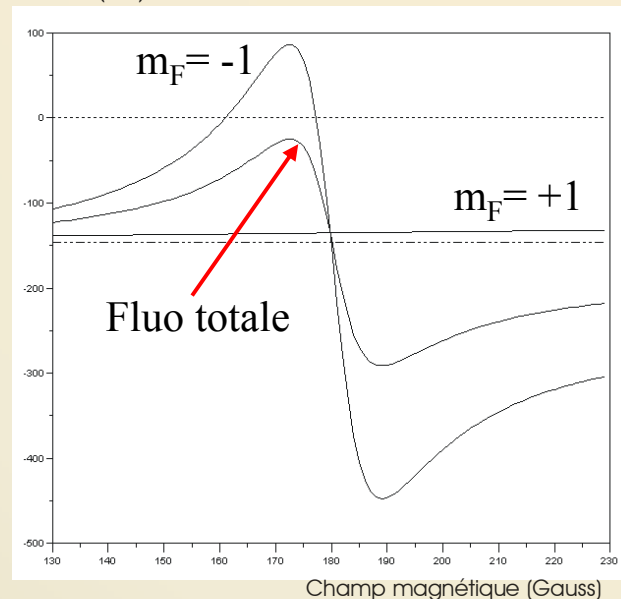
$$\Delta m_F = 0$$

Pour 1 atome
de vitesse $v=3 \text{ km/s}$

↳ Compensation partielle

(\simeq mesure de la distribution de vitesse)

position de la raie (kHz)



Dispersion en champ magnétique

➔ Intégration sur la distribution de vitesse

➔ *Choix des valeurs de B_S
pour déterminer σ et v_0 :*

- $B_S = 0$ G

Meilleur RSB, tous les différents m_F contribuent au signal

- $B_S = 171$ G

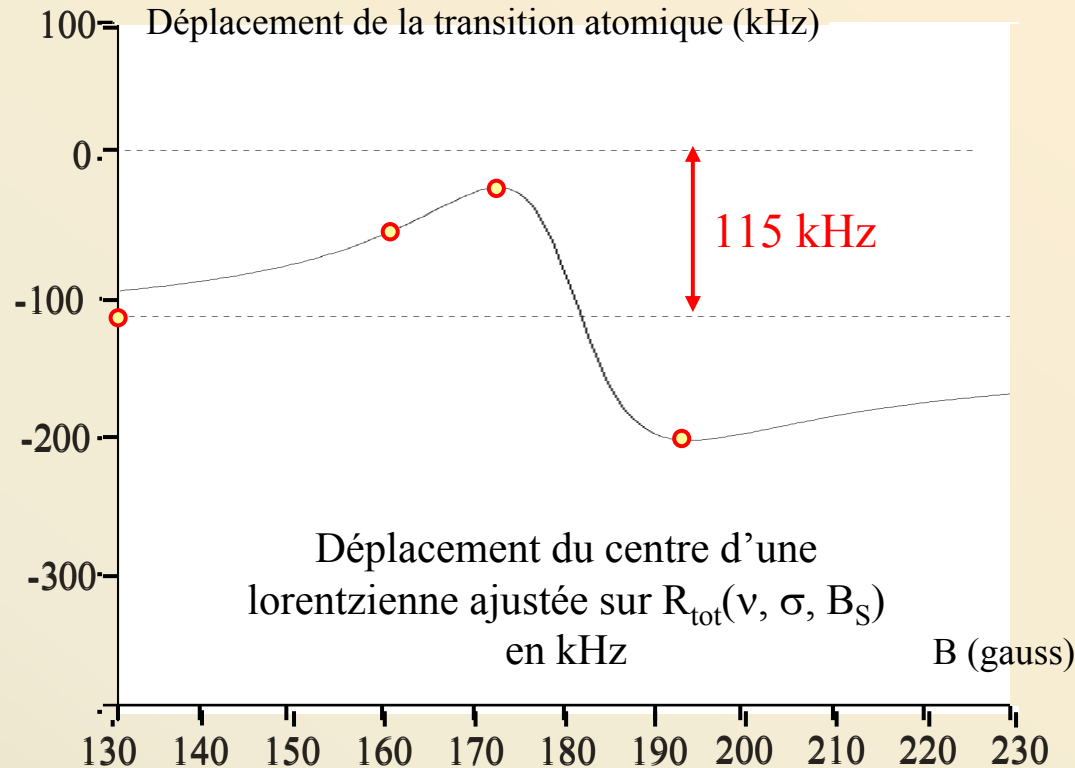
Compensation optimale de l'effet Doppler du second ordre ($\simeq 75\%$)

- $B_S = 192$ G

$B_S = 160$ G

Meilleure mesure de σ

Jet effusif à 53 km/s



Observé pour la 1^{ère} fois par G. Hagel
(PRL 2002)

Compensation de l'effet Doppler du 2nd ordre

Bobines de Helmholtz refroidies par circulation d'eau

$$I=160 \text{ A} \rightarrow B_S = 230 \text{ G}$$

Bonne homogénéité de \mathbf{B}
dans la zone d'interaction

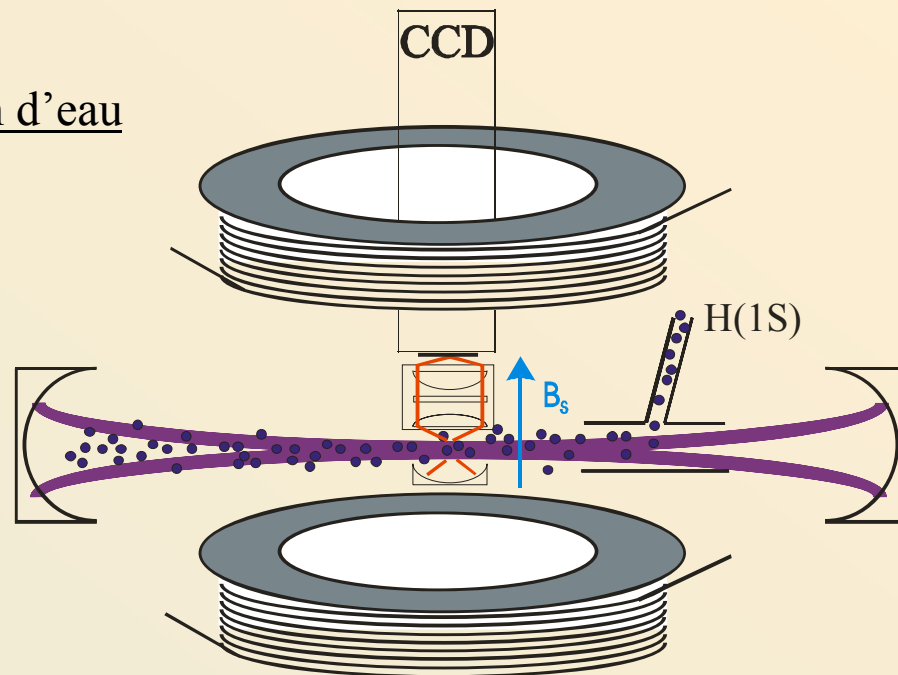
$$\frac{\Delta B_{S,z}}{B_{S,z}} < 10^{-3}$$

Etalonnage de B_S

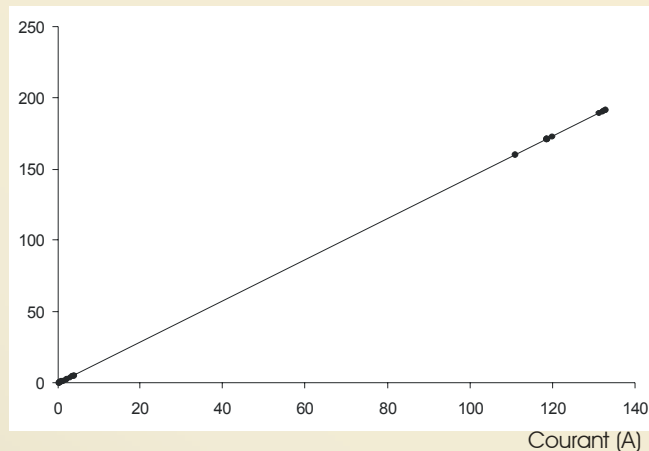
grâce à la transition 1S-3S($F=1, m_F=0$)

Vérification de la linéarité $B_S=f(I)$

Incertitude sur $B_S < 1 \text{ gauss}$

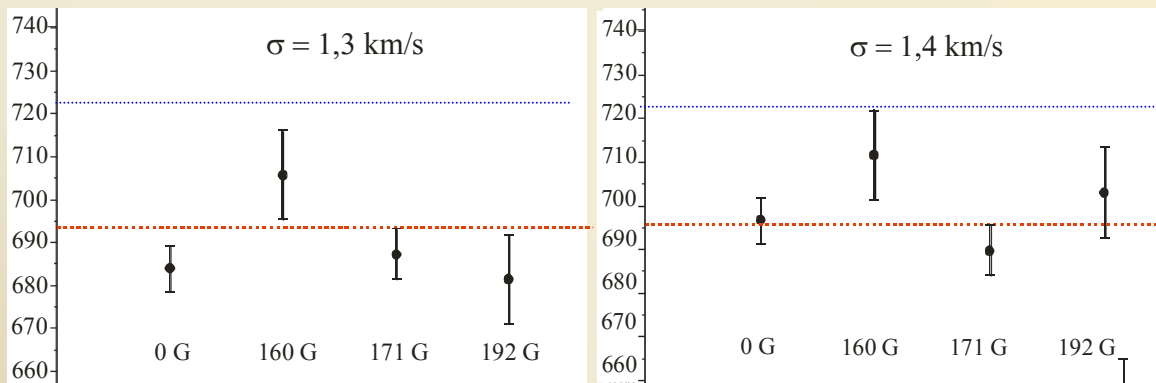


Champ magnétique (Gauss)



Résultats de la campagne de mesures

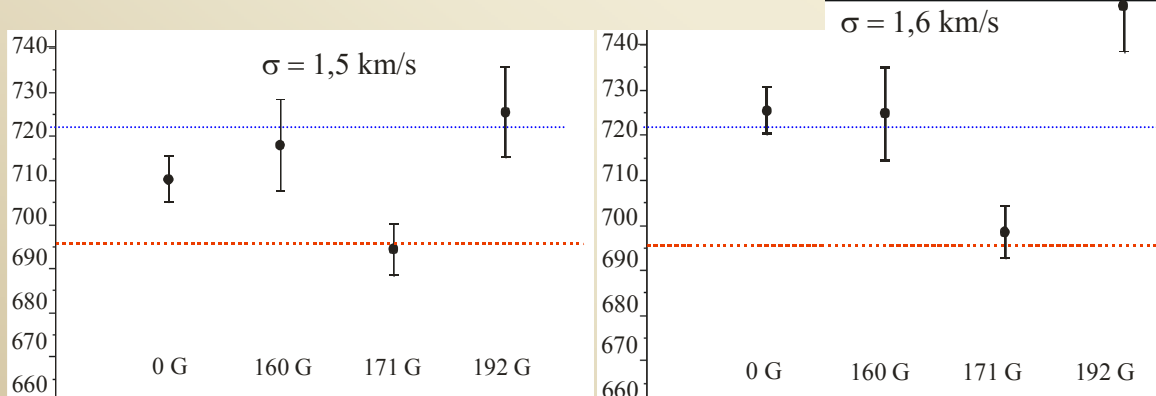
- ➔ Pour σ donnée $\rightarrow G_{B,\Delta,\sigma}(v)$, pour chacune des 4 valeurs expérimentales « i » de B.
- ➔ Ajustement des mesures par $G_{B,\Delta,\sigma}(v) \rightarrow 4 (v_0^i, \Delta v_0^i)$
- ➔ Minimisation du χ^2 pondéré des 4 valeurs précédentes $\rightarrow \sigma_{\text{opt}} = 1371(51) \text{ m.s}^{-1}$



Donc

$$\delta_{\text{dop}} = -91,6 (6,8) \text{ kHz}$$

Soit $T = 227 (17) \text{ K} ??$



← f_{1S-3S} (prédictions)
[U.D Jentschura *et al*, **PRL** (2005)]

← $f_{1S-3S}(\sigma_{\text{opt}})$

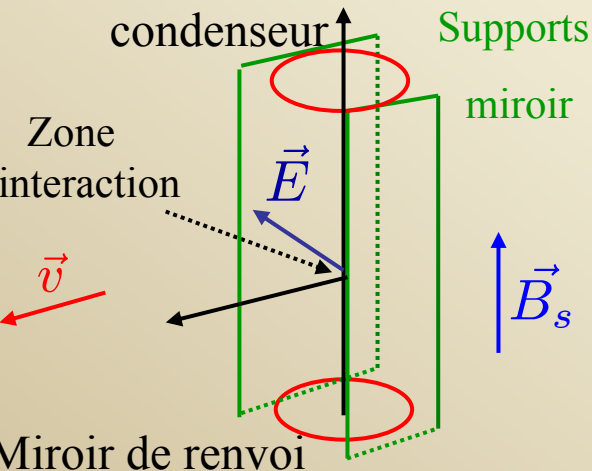
Discussion du résultat

Résultat actuel :

$$f_{1S-3S}(F=1, \sigma_{opt}) = 2\,922\,742\,936\,693,3 (5,0) \text{ kHz}$$

- ⇒ Ecart avec la valeur attendue approximativement d'environ 30 kHz !
- ⇒ Incertitudes expérimentales améliorées , mesure absolue réalisée
- ⇒ Problème dans la mesure de la distribution de vitesse (Valeur $B = 0$ G cohérente)
 - ↳ Effets systématiques ?

Priorité aux effets systématiques qui affectent la mesure en champ magnétique



Mesure très sensible à un champ électrique parasite E_y parallèle au champ motional induit par B_s .

- ↳ Pas d'effet en champ $B_s=0$
- ↳ Effet important au voisinage du croisement de niveaux

Effet d'un champ électrique parasite

$$\Rightarrow \delta_{\text{Stark}}(E_y) = \frac{(E_y + v \times B)^2}{\Delta\nu_{SP}} \simeq \delta_{\text{Stark}}(E_y = 0) \left(1 + 2\frac{E_y}{vB} \right)$$

Le décalage Stark diminue de 10 % pour $E_y = -0,05 \text{ vB} \simeq -0,05 \times 1500 \times 170 \simeq -25 \text{ mV/cm}$

Plus précisément, avec

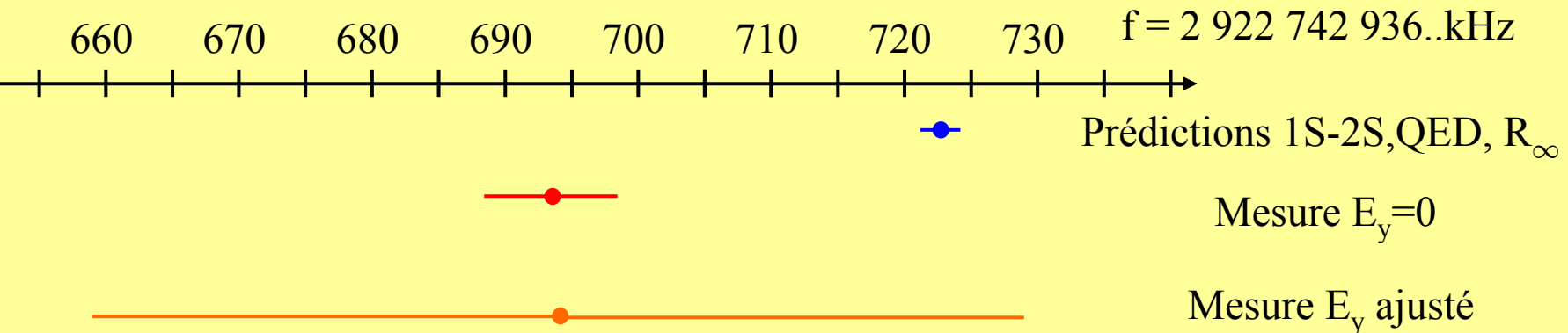
$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma = 1,57 \text{ km/s} \\ E_y \simeq -30 \text{ mV/cm} \end{array} \right. \quad \text{on obtient } \simeq f_{1S-3S} \text{ attendue}$$

\Rightarrow Mesure de E_y difficile

\Rightarrow Si on rajoute le paramètre E_y dans le calcul des formes de raie et l'ajustement,

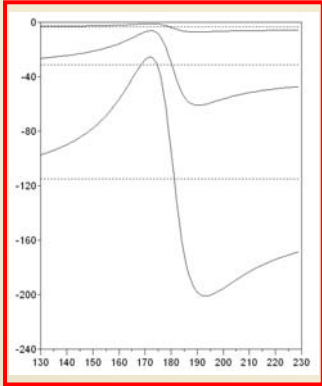
$$f_{1S-3S}(F=1) = 2\,922\,742\,936\,694 \text{ (36) kHz} \quad (\sigma \text{ et } E_y \text{ fortement corrélés})$$

Conclusion



Perspectives sur la métrologie de l'hydrogène

→ Transition 1S-3S : ↪ Changer le sens de B_S



↪ Acheter un cristal de BBO magique (doublage continu...)

↪ Somme de fréquences dans le BBO

[D.J. Berkeland et al, App. Opt. (1997)]

↪ Garching: transition 1S-3S avec laser d'excitation picoseconde

↪ Refroidir les atomes ?

→ Transition 1S-2S : ↪ horloge optique ??

→ Transition 2S-nS/nD : ↪ Remesure des fréquences de transition avec un peigne (NPL)

↪ Production optique de l'état métastable 2S

(1S-2S à partir d'un nuage d'atomes froids (MIT))

Le jet issu d'une décharge RF est devenu facteur limitant dans beaucoup d'expériences

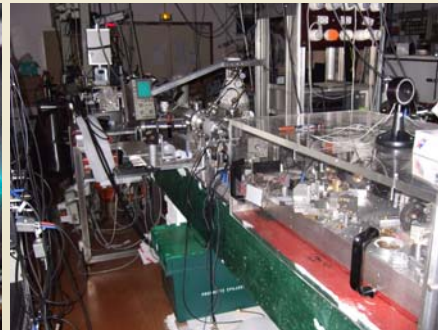
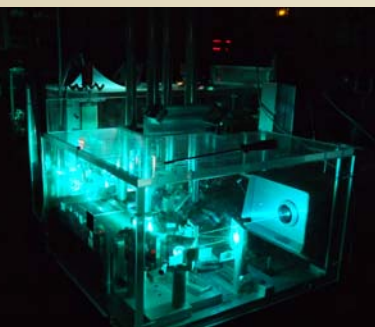
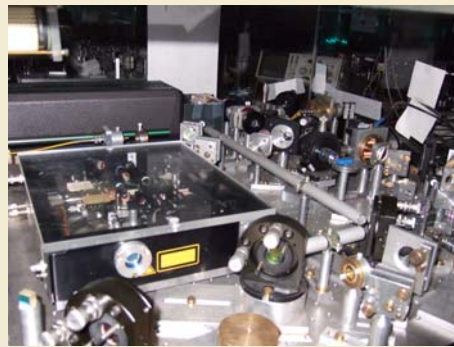
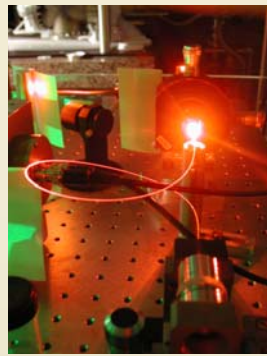
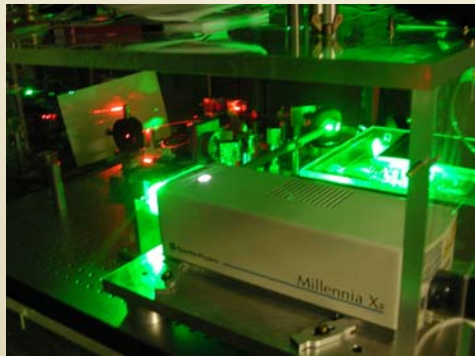
→ NOUVELLES SOURCES ATOMIQUES NECESSAIRES POUR
GAGNER PLUSIEURS ORDRES DE GRANDEUR

Remerciements !

F. Biraben, F. Nez

L. Julien, C. Schwob, S. Guellati

P. Cladé, R. Battesti, E. de Mirandes, M. Cadoret



La thèse de métrologie,
une formation de
professionnalisation !

Une mesure indirecte du rayon du proton

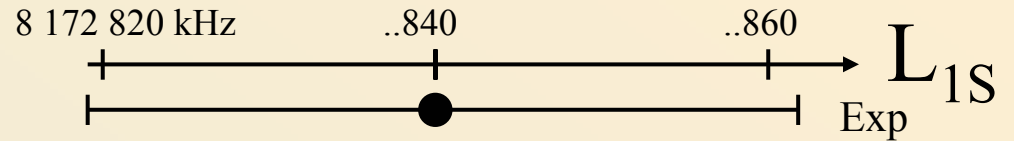
$$L_{nS} = g_n(r_p, QED)$$

CODATA 2002: $r_p \simeq 0,875(7)$ fm

➡ si r_p parfaitement connu

➡ avec l'incertitude du CODATA

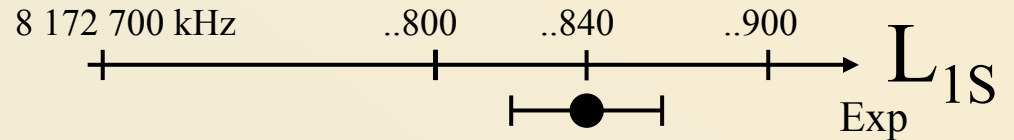
➡ si $r_p = 0,860(7)$ fm (à 2σ)



[P.J. Mohr *et al* (2005)]



[V.A. Yerokhin *et al* (2005)]



[P.J. Mohr *et al* (2005)]

[V.A. Yerokhin *et al* (2005)]



Valeur CODATA de r_p fixée par { la spectroscopie de l'hydrogène
les expériences de diffusion ($r_p = 0,895(18)$ fm)

Excitation de la transition 1S-3S: laser Ti:Sa

Laser Ti:Sa continu 820 nm

Pompé par laser Ar⁺ (20 W)

2,5 W @ 820 nm

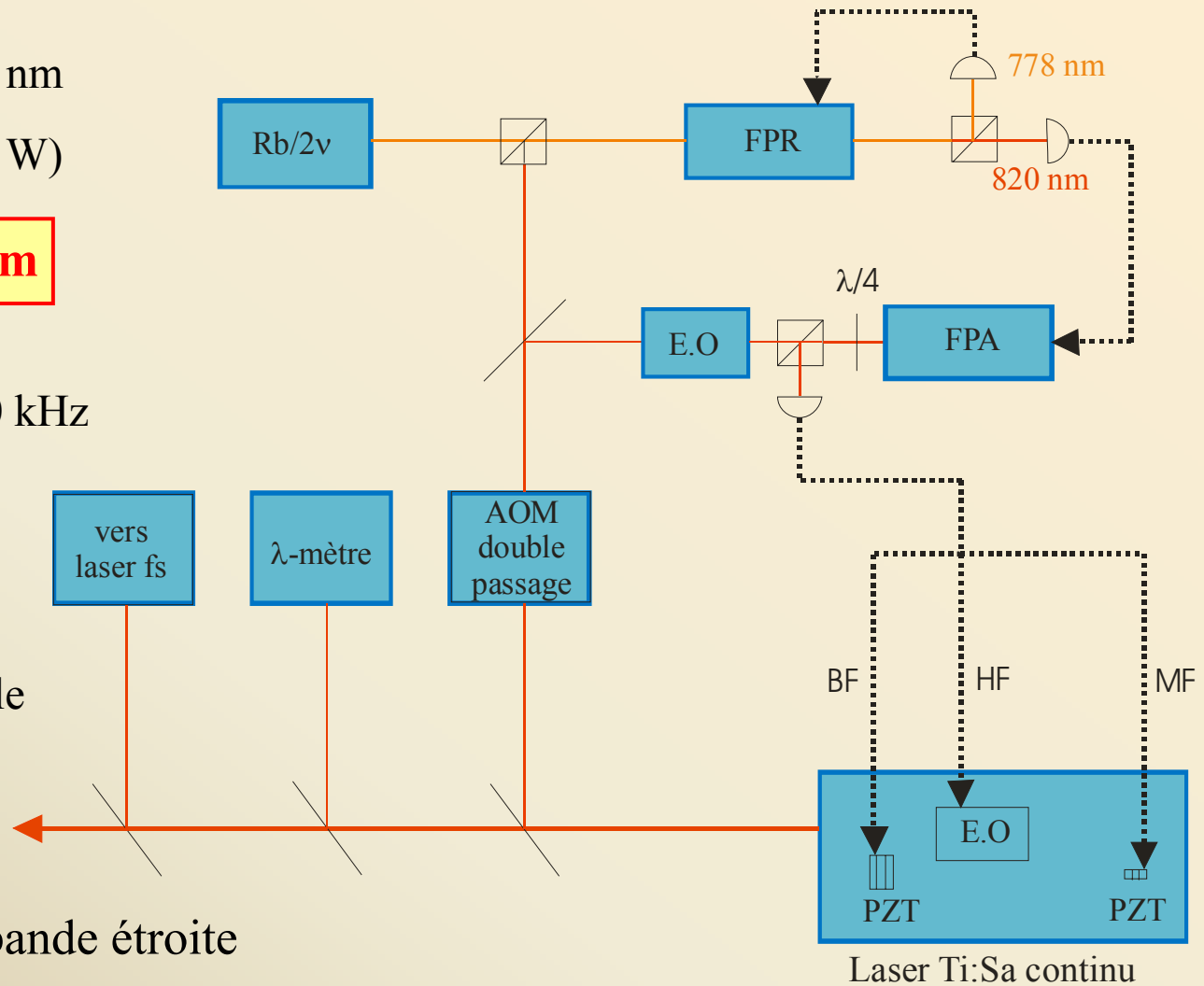
Largeur de raie $\Delta f \simeq 10$ kHz

$8 \Delta f \ll 1$ MHz

Largeur naturelle

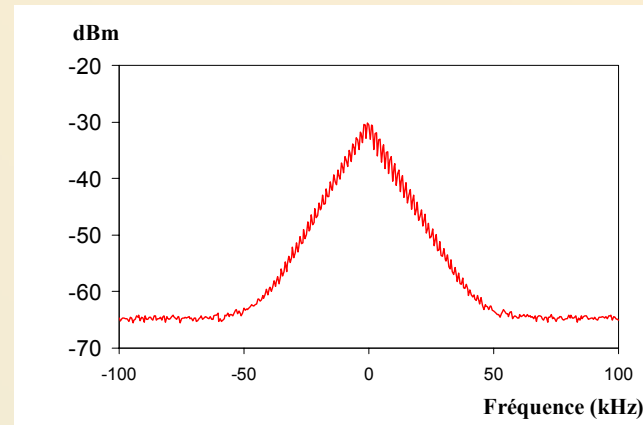
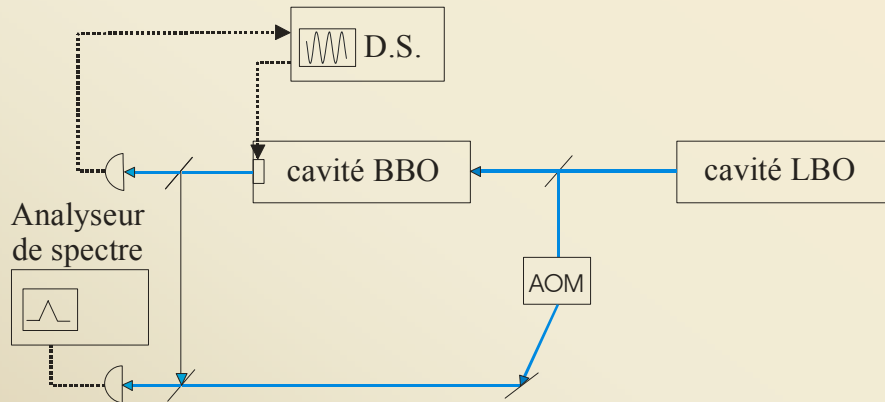
1S-3S

Spectroscopie en bande étroite



Symétrie de la modulation BBO

↳ Eventuels problèmes de symétrie de modulation ?

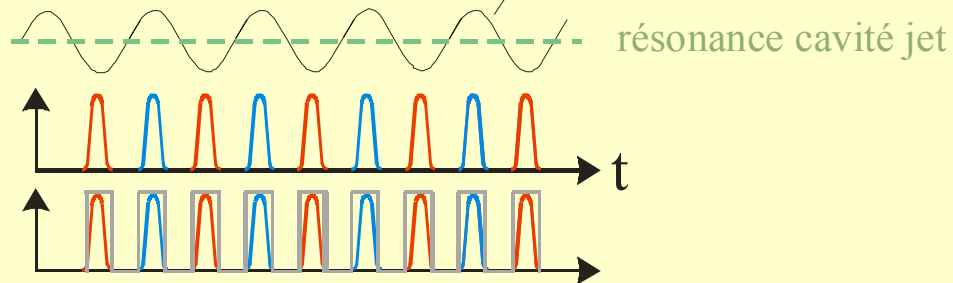


Asymétrie < 2 %

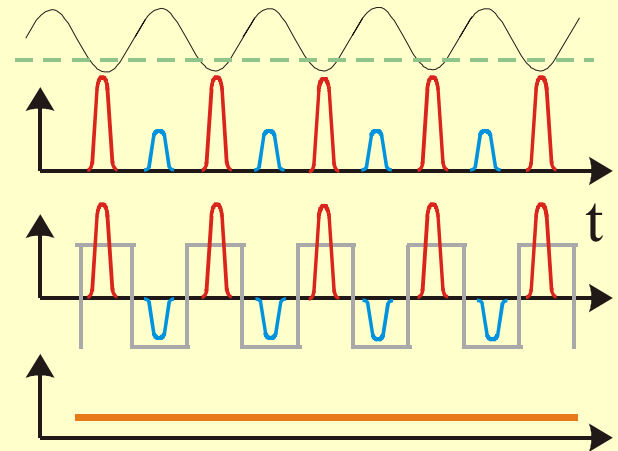
Asservissement de la cavité du jet

CAVITE BIEN REGLEE

modulation déphasée



CAVITE MAL REGLEE



Calcul des formes de raie en champ B non nul

Exemple du niveau $3S_{1/2}(F=1, m_F=1)$

Couplage par effet Stark vers les niveaux 3P



Calcul des populations σ_{ii} et des cohérences dans le formalisme de la matrice densité

$$F_{m_F=1}(\nu, B_S, \nu) = \Gamma_{3S} \sigma_{11} + \Sigma (\Gamma_{3P_{1/2}} \sigma_{ii}) + \dots$$

puis

$$F_{tot} = \frac{1}{2} (F_{m_F=1}(\nu, B_S, \nu) + F_{m_F=-1}(\nu, B_S, \nu))$$



$$R_{tot}(\nu, B_S, \sigma), G_{tot}(\nu, B_S, \sigma, \Delta)$$

En ajustant $R_{tot}(\nu, B_S, \sigma)$ par une lorentzienne,



Estimation du déplacement de la transition avec B_S

