

# L'intelligence en essaim sous l'angle des systèmes complexes : étude d'un système multi-agent réactif à base d'itérations logistiques couplées.

Thèse de doctorat en informatique.

Rodolphe Charrier  
LORIA - Université Nancy 2

Jacques Ferber : Rapporteur  
Mathias Quoy : Examinateur  
François Charpillat : Directeur

Jean-Louis Deneubourg : Rapporteur  
Anne Boyer : Examinatrice  
Christine Bourjot : co-directrice

8 décembre 2009



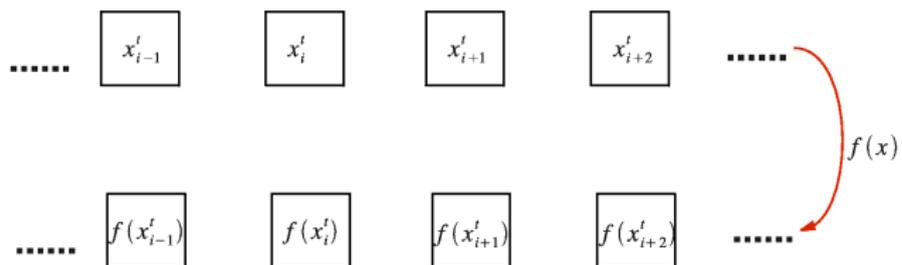
# Idée fondatrice et explication du titre

## Modèle de calcul des Réseaux d'Itérations Couplées



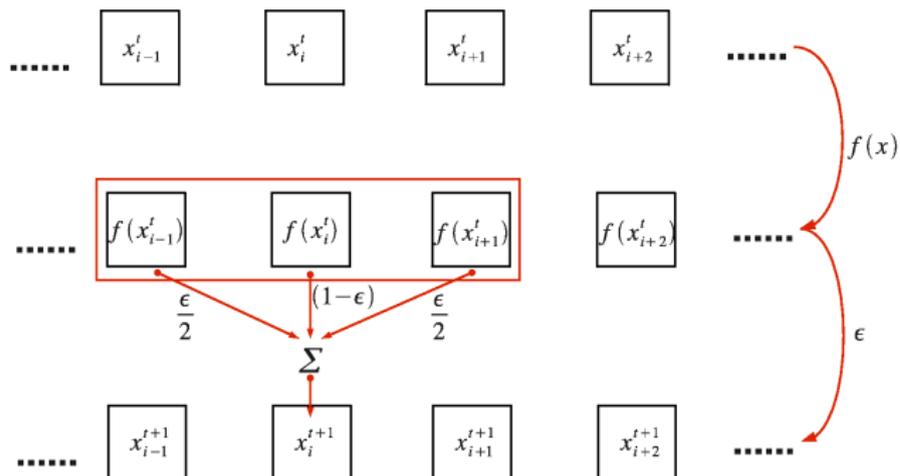
# Idée fondatrice et explication du titre

## Modèle de calcul des Réseaux d'Itérations Couplées



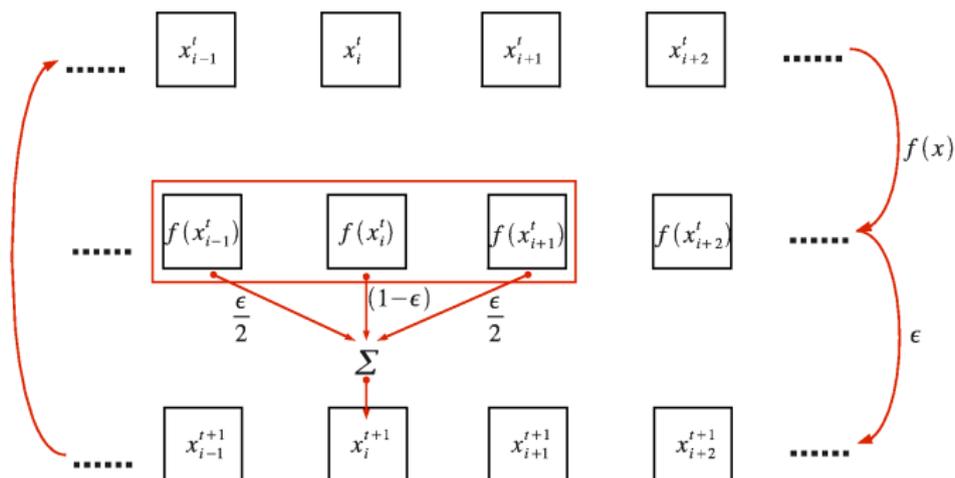
# Idee fondatrice et explication du titre

## Modèle de calcul des Réseaux d'Itérations Couplées



# Idee fondatrice et explication du titre

## Modèle de calcul des Réseaux d'Itérations Couplées



# Idée fondatrice

- ▶ Réseaux itérations couplées (RIC) [Kaneko, 1983] :  
 $N$  cellules d'état  $x_i$ , une application non linéaire  $f$ , couplage  $\epsilon$  :

$$\text{Couplage local : } x_i^{t+1} = (1 - \epsilon)f(x_i^t) + \frac{\epsilon}{2}(f(x_{i-1}^t) + f(x_{i+1}^t))$$

- ▶ Version gaz d'itérations couplées [Shibata et Kaneko, 2003] :  
cellules mobiles sur grille.
- ▶ Objectif : aborder les systèmes biologiques et en particulier  
l'intelligence en essaim biologique

## Notre proposition

Le modèle de système multi-agent logistique (SMAL).

# Démarche globale

- ▶ Contexte et problématiques : intelligence en essaim et systèmes complexes
- ▶ Notre modèle. . .

## SMAL

Système Multi-Agent Logistique (SMAL)  $\equiv$  itérations couplées dans un système multi-agent réactif.

- ▶ Validation : comparaison avec des approches / modèles existants, comparaison de performances.

# Contributions principales du SMAL

- ▶ Approche “dynamique” et déterministe de l'intelligence en essaim.
- ▶ Aspect unificateur
- ▶ Mécanismes explicites :
  - ▶ environnement à base de champs,
  - ▶ auto-organisation
  - ▶ adaptation
- ▶ Synchronisation à la base des mécanismes.
- ▶ Mesures : coefficients de Lyapunov et entropie  $K$ .
- ▶ Métaheuristique pour l'optimisation.

# Part I

## Contexte général

## Intelligence en essaim

- Origine et définitions

- Deux exemples types

## Sources de conception

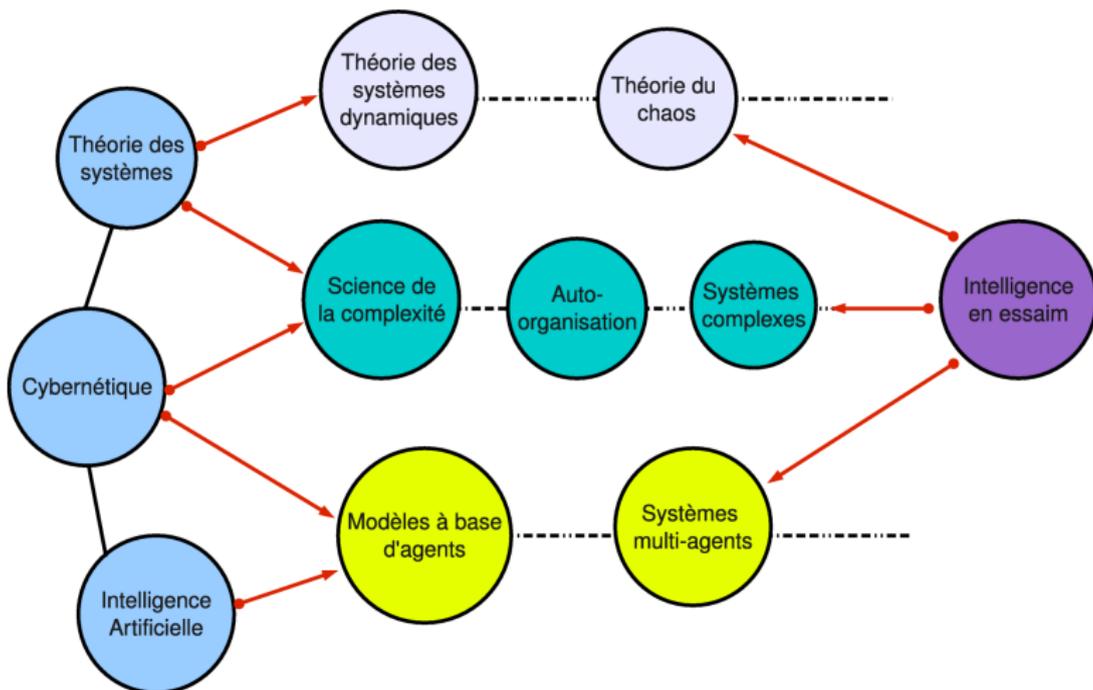
- Systèmes multi-agents

- Auto-organisation et systèmes complexes

- RIC

- Application logistique

# Auto-organisation et systèmes complexes



# Origine du concept d'Intelligence en essaim

- ▶ Première description [Beni et Wang, 1989] : “Swarm intelligence in cellular robotics systems”

## Définition d'un essaim

- ▶ nombre d'entités  $10^2 < N \ll \mathcal{N}_A = 10^{23}$
  - ▶ comportements simples, quasi-identiques,
  - ▶ contrôle décentralisé, séquençement asynchrone.
- 
- ▶ Avantages :
    - ▶ unités simples plus faciles à produire, interchangeables,
    - ▶ redondance  $\Rightarrow$  système plus fiable, plus robuste (pannes, perturbations, ...)
  - ▶ Intelligence :
    - ▶ fortes capacités d'adaptation à l'environnement
    - ▶ résolution collective de problèmes complexes.
  - ▶ Problématiques :
    - ▶ de l'individu au collectif,
    - ▶ domaine pluri-disciplinaire : robotique, biologique, informatique, ...

# Deux exemples types bio-inspirés

Phénomènes de référence :

- ▶ Phénomènes de “flocking” :
  - ▶ déplacement collectif par prise de décision décentralisée,
  - ▶ modèles particuliers de Reynolds et de Vicsek,
  - ▶ ⇒ métaheuristique d'optimisation par essaim particulaire.
- ▶ Phénomènes de stigmergie par phéromone :
  - ▶ exploration-exploitation par prise de décision décentralisée,
  - ▶ modèle stochastique de Deneubourg-Dorigo,
  - ▶ ⇒ métaheuristique d'optimisation par colonies de fourmis.



# Notre analyse et notre démarche scientifique

Phénoménologie	Modèle	Approche
inerte	particule	nature-inspirée
vivant	agent	bio-inspirée

- ▶ Modèles particuliers et phénomènes du vivant.
- ▶ Décision stochastique fourmi : la fourmi joue-t-elle aux dés?

## Objectif

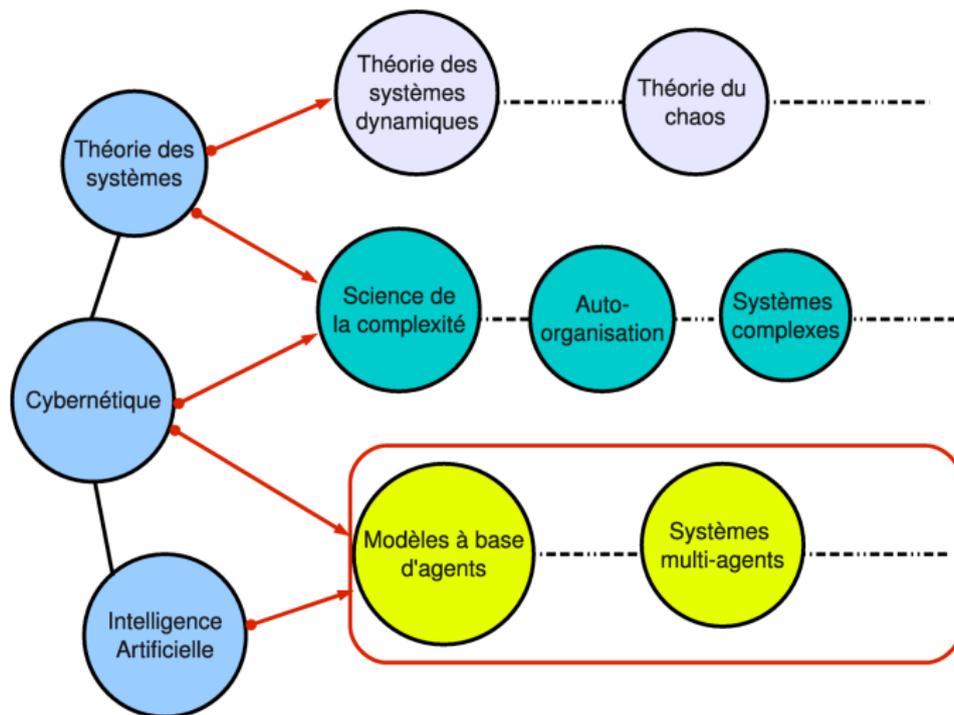
Explorer d'autres modèles, déterministes, à base d'agents.

- ▶ Approches bio-inspirées,
- ▶ Étude des mécanismes d'auto-organisation et d'adaptation du vivant,
- ▶ Recours à la simulation logicielle et matérielle,
- ▶ Métaheuristiques pour l'IA.

⇒ Retour "aux sources" : phénomènes d'auto-organisation.

⇒ Inspiration de la modélisation dans les "systèmes complexes".

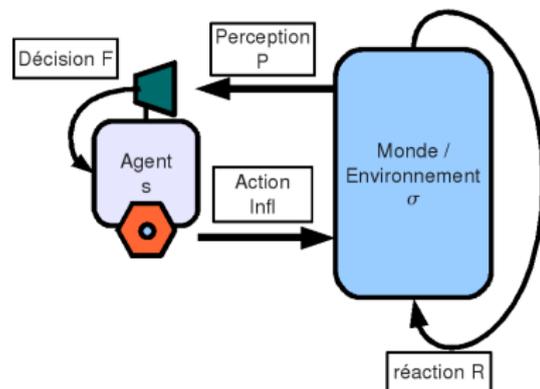
# Systèmes multi-agents



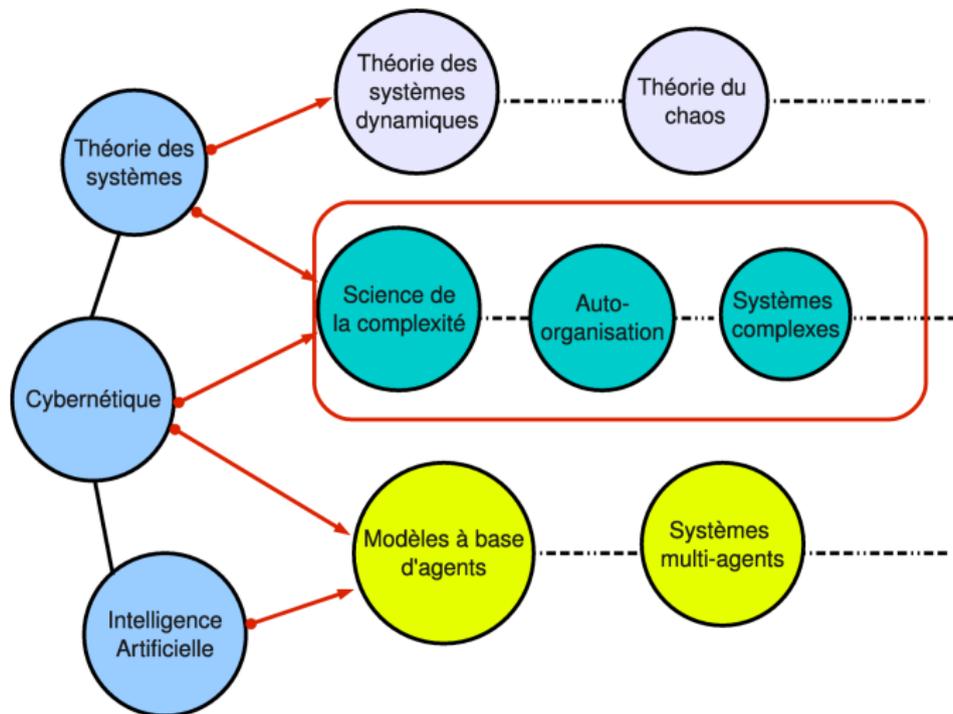
# Agent et système multi-agent.

Modèles orientés agent :

- ▶ Particule  $\mapsto$  particule active  $\mapsto$  agent :  
autonomie  $\Leftrightarrow$  état interne.
- ▶ Agent réactif / agent cognitif  
 $\Leftrightarrow$  complexité de l'état interne.
- ▶ Système multi-agent réactif : modèle  
influence-réaction [Ferber, 1995].



# Auto-organisation et systèmes complexes



# Auto-organisation et systèmes complexes

Auto-organisation :

- ▶ Cybernétique [Ashby, 1947].
- ▶ Vision biologique [Camazine et al., 2001] :

## Auto-organisation biologique

L'auto-organisation est un processus au cours duquel les **formes observées au niveau global (macroscopique)** du système émergent uniquement des nombreuses **interactions** entre les parties constituantes du système au **niveau inférieur (microscopique)** [...] en fonction d'**informations locales**, sans référence à la forme globale.

- ▶ Problématique du passage de l'individu au collectif.
- ▶ Mécanismes fondamentaux :
  - ▶ rétro-action positive / négative
  - ▶ stigmergie
  - ▶ asservissement par le champ
  - ▶ interactions
  - ▶ non linéarité

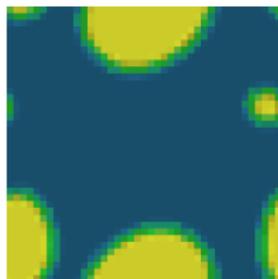
# Système complexe : réseau d'itérations couplées.

Systèmes complexes :

- ▶ Complexité  $\equiv$  mesure de l'auto-organisation
- ▶ Ensemble de modèles et de méthodes.
- ▶ Objectif de conception de modèles simples et génériques.

$\Rightarrow$  Ex : RIC en version globalement couplée

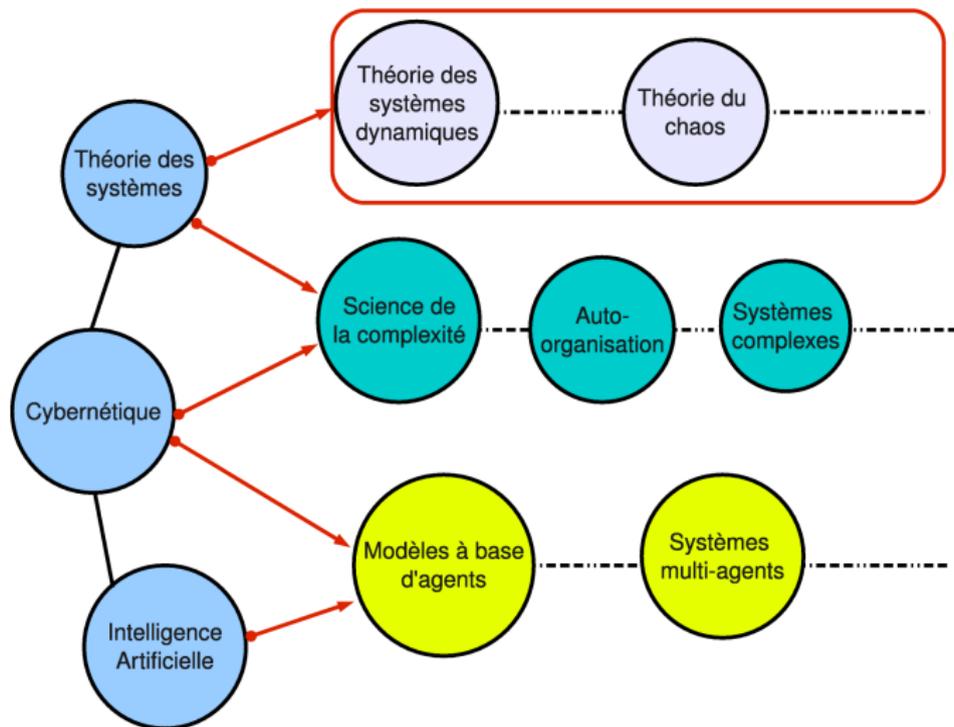
$$x_i(t+1) = (1 - \epsilon)f(x_i(t)) + \frac{\epsilon}{N} \sum_{j=1}^N f(x_j(t))$$



Propriétés :

- ▶ Synchronisation totale pour  $\epsilon > \epsilon^*$ .
- ▶ Synchronisation partielle si couplage aléatoire, non stationnaire, non symétrique, ...
- ▶ Mesure globale de stabilité : entropie  $K$ .
  - ▶  $K = 0 \Rightarrow$  système stable
  - ▶  $K > 0 \Rightarrow$  système instable

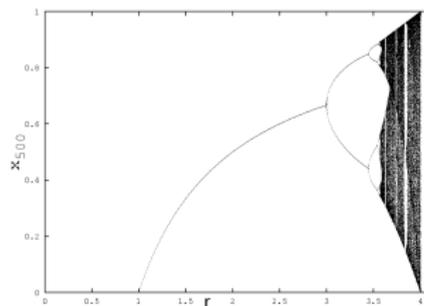
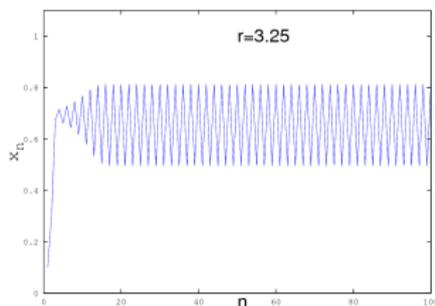
# Systemes dynamiques non lineaires



# Application logistique.

- ▶ Suite non linéaire intégrant rétroaction positive et négative :

$$x_{n+1} = f(x_n) = r x_n(1 - x_n)$$



- ▶ Mesure de stabilité / sensibilité aux conditions initiales : coefficient de Lyapunov.

- ▶ Calcul analytique (cas 1D) :  $\lambda = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} \ln |f'(x_k)| \right)$

- ▶ Propriétés :

- ▶  $\lambda < 0 \Rightarrow$  stabilité,
- ▶  $\lambda = 0 \Rightarrow$  indifférent,
- ▶  $\lambda > 0 \Rightarrow$  instabilité - chaos.

## Part II

# Le système multi-agent logistique

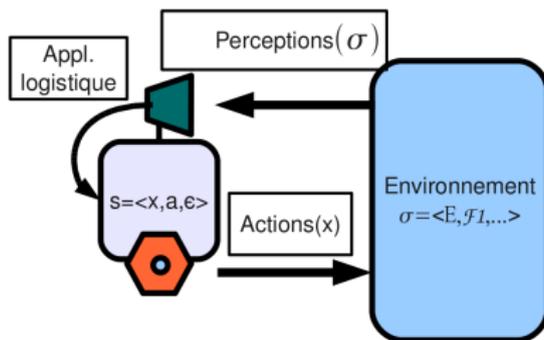
## Formalisation du SMAL

# Principes de conception du SMAL.

- ▶ Environnement d'état  $\sigma$ ,
- ▶ agents  $A_i, i = 1, \dots, N$  d'état  $s_i$ ,
- ▶ perceptions  $P_i$ , influence  $I_i$ ,

$$\begin{cases} s_i^{t+1} = F_i(s_i^t, P_i(\sigma^t)) & \text{pour tout agent } A_i \in \mathbb{A} \\ \sigma^{t+1} = R(\sigma^t, \prod_{i \in \mathbb{A}} I_i(s_i^t)) \end{cases}$$

Modèle centré sur l'intériorité de l'agent :

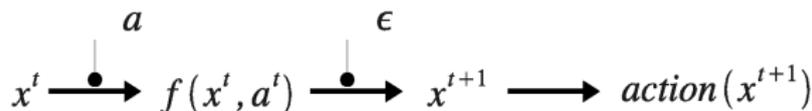


## Du RIC au SMA logistique.

- ▶ Population d'agents en interaction,
- ▶ interaction  $\Leftrightarrow$  couplage  $\epsilon$ ,
- ▶ décision individuelle gouvernée par application logistique

$$f(x, a) = 4 a x(1 - x)$$

- ▶ décision finale collective  $\Leftrightarrow$  couplage RIC **variable**.

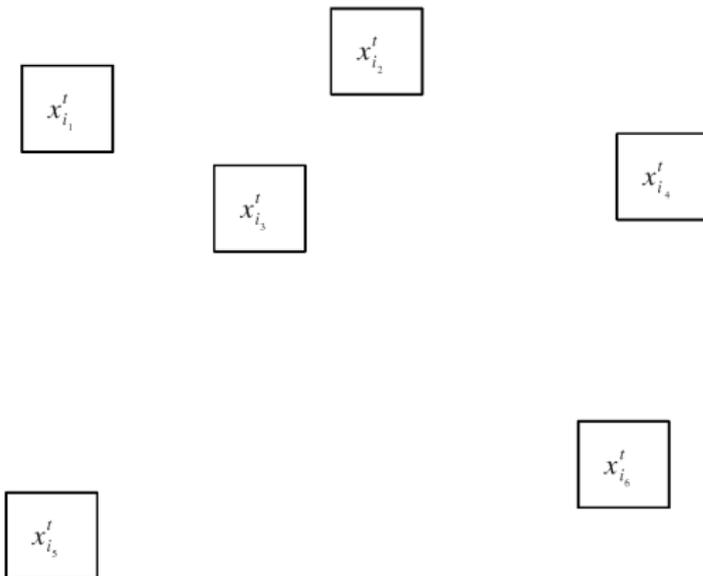


### État $s$ d'un agent logistique

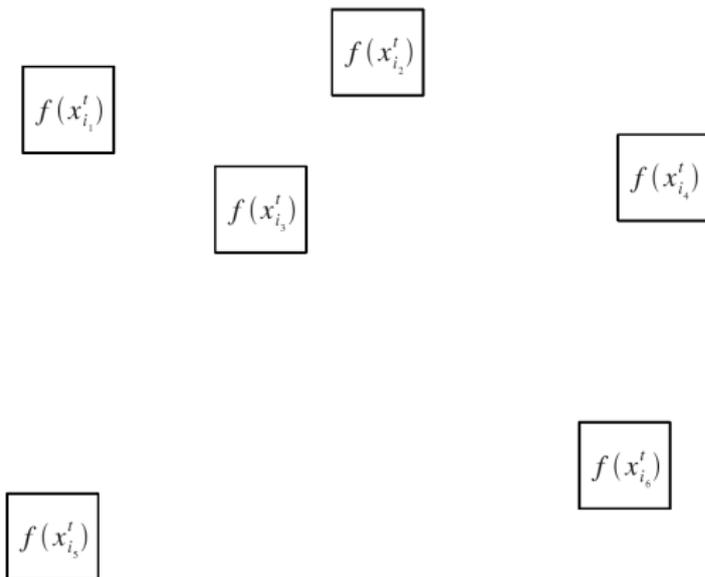
$$s = \langle x, a, \epsilon \rangle \in \mathbb{D}^3 = [0, 1]^3$$

$x$	var. de décision = commande
$a$	var. de contrôle = excitabilité
$\epsilon$	var. de couplage = sociabilité

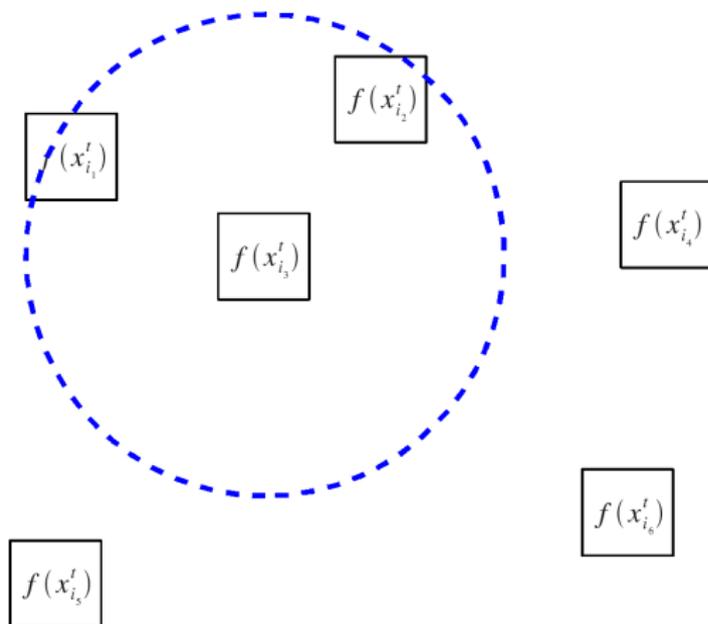
## États internes à t



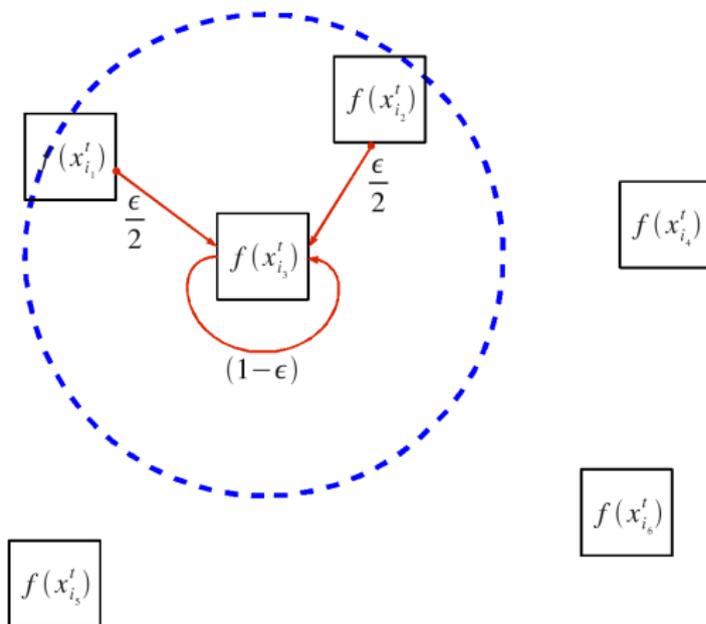
## Calcul application logistique



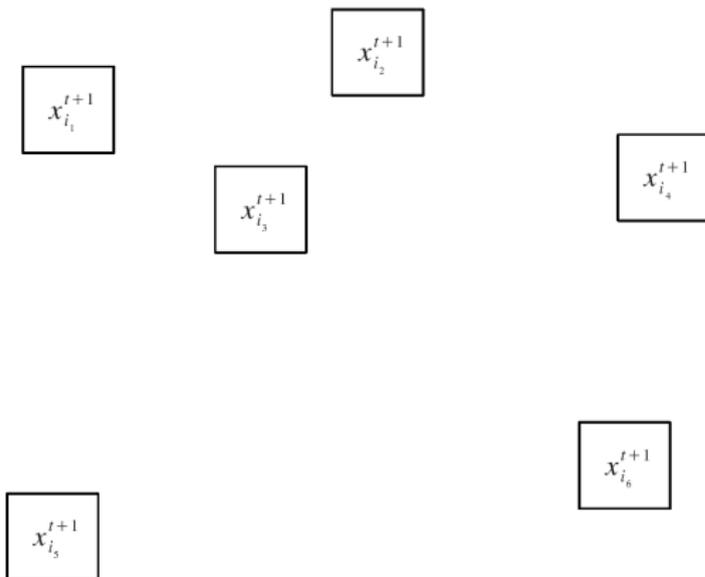
## Perception voisins



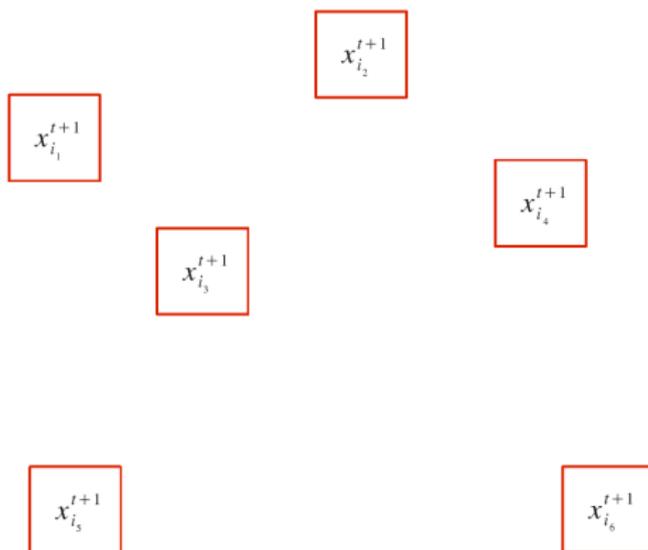
# Interaction - couplage



## États internes à $t+1$ - Décision



# Action



## L'agent logistique - formalisation.

État  $s$  d'un agent logistique :  $s = \langle x, a, \epsilon \rangle \in \mathbb{D}^3 = [0, 1]^3$

Phases de perception de l'agent  $A_i$  :

$$\begin{cases} a_i^{t+1} &= F_a(a_i^t, P_{a,i}(\sigma^t)) \\ \epsilon_i^{t+1} &= F_\epsilon(\epsilon_i^t, P_{\epsilon,i}(\sigma^t)) \end{cases}$$

### Équation maîtresse de prise de décision

$$x_i^{t+1} = (1 - \epsilon_i^{t+1})f(x_i^t, a_i^{t+1}) + \frac{\epsilon_i^{t+1}}{|V_i|^t} \sum_{j \in V_i} f(x_j^t, a_j^{t+1})$$

Action de l'agent  $A_i \leftarrow G(x_i^{t+1})$

# Environnement et interactions.

"Tout passe par le champ"  $\Rightarrow$  Modèle à base d'interactions indirectes uniquement :

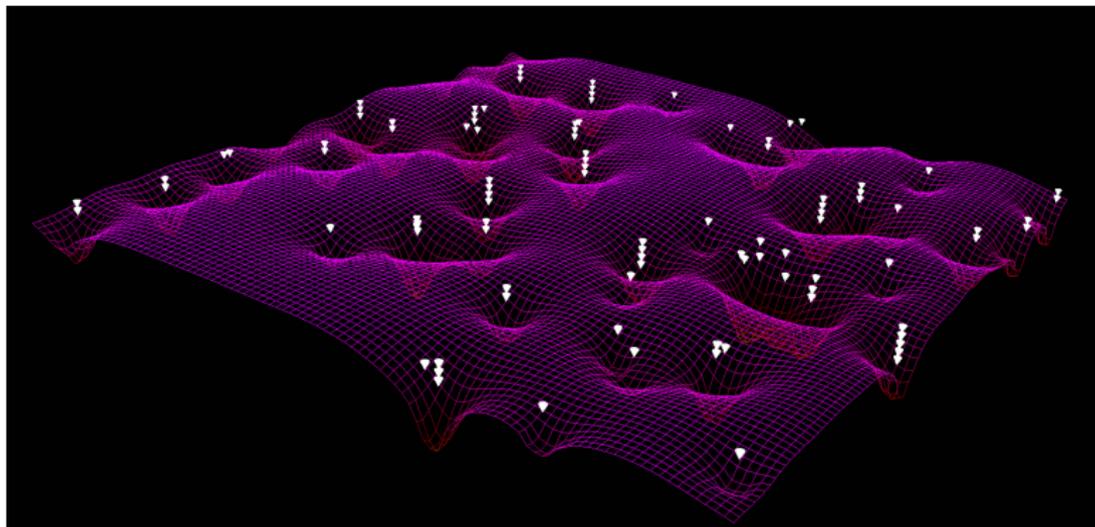
- ▶ Environnement multi-couche de champs :  $\mathbb{W} \equiv \langle E, \mathbb{F} \rangle$ ,
- ▶ Définition d'un champ :  $\mathcal{F}^t : E \rightarrow \mathbb{R}^n$ ,
- ▶ Ex : champs de position, de phéromone, de distances, ...
- ▶ Notion de champ d'influence.
- ▶ Champ  $\equiv$  structure de données / mémoire environnement.
- ▶ Opérations / opérateurs sur les champs.
- ▶ Propriétés : évaporation, diffusion, ...

## Réaction de l'environnement

Mise à jour des champs à partir des champs d'influences.

Ex : champ de coefficient d'évaporation  $\rho = 0$  :  $\mathcal{C} \leftarrow (1 - \rho)\mathcal{C} + \sum_i \tilde{\mathcal{C}}_i$

## Exemple de champ 2D



## Part III

# Application du SMAL à l'intelligence en essaim

## Principes

Simulation d'un phénomène d'auto-organisation : flocking

Effet de mécanismes d'adaptation

Fourmi logistique comme méta-heuristique pour l'optimisation

Le double Pont

Fourmis logistiques sur un TSP

# Mécanismes d'auto-organisation et d'adaptation

## Mécanismes d'auto-organisation

Les mécanismes d'auto-organisation dans le modèle SMAL mettent en jeu des champs de données endogènes, c'est-à-dire générés par les agents eux-mêmes.

Ex. : champs de position, champ de phéromone.

## Mécanismes d'adaptation

Les mécanismes d'adaptation dans le SMAL mettent en jeu des champs de données exogènes, c'est-à-dire imposées aux agents de façon externe (entrées du système).

Ex. : champ de données environnementales (température, nourriture, . . . ), champ des distances dans un graphe.

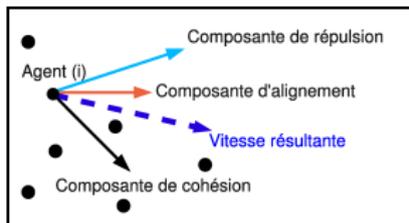
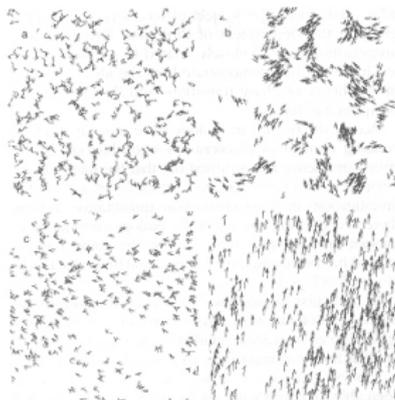
# Flocking

- ▶ Modèle particulière de Vicsek :

$$\begin{cases} \mathbf{x}_i^{t+1} &= \mathbf{x}_i^t + \mathbf{v}_i^t \\ \theta_i^{t+1} &= \langle \theta^t \rangle_{i,r} + \Delta\theta \end{cases}$$

- ▶ Modèle particulière de Reynolds :

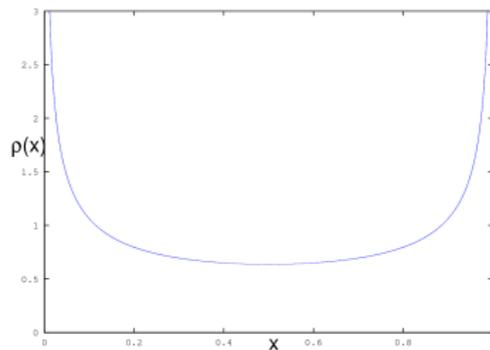
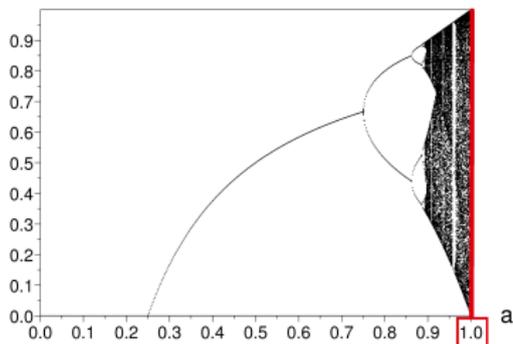
- ▶ séparation
- ▶ alignement
- ▶ cohésion





# Simulation agents chaotiques

final x

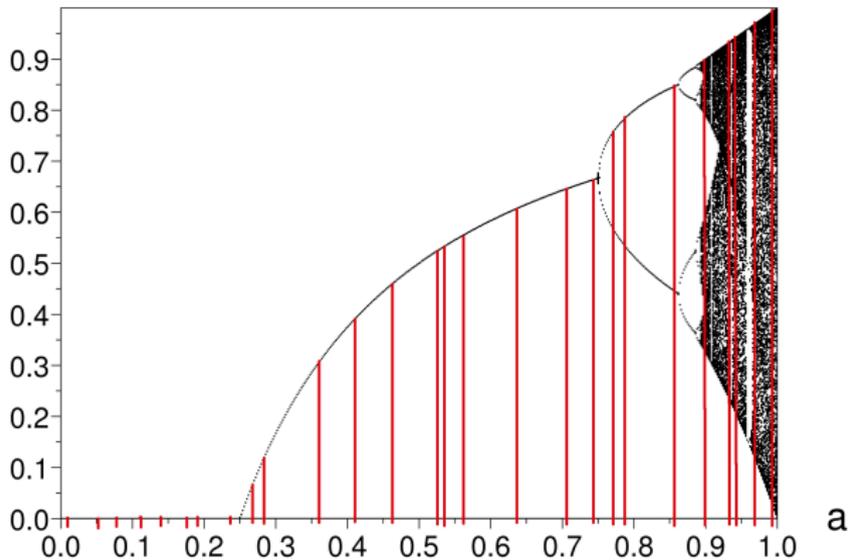


## Simulation d'une population d'agents chaotiques

Agents tous chaotiques,  $\epsilon = 0,9$ ,  $t_0 = 2500$ ,  $R = 10$ , env.  $100 \times 100$ .

# Simulation d'une population "uniforme" d'agents

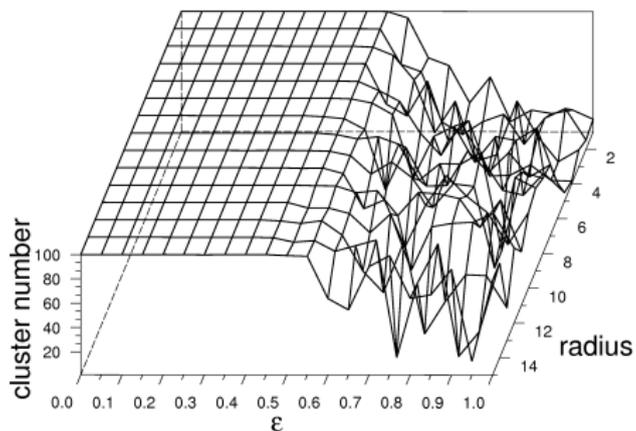
final x



## Simulation d'une population "uniforme" d'agents

Agents uniformément distribués,  $\epsilon = 0,99$ ,  $t_0 = 0$ ,  $R = 10$ , env.  
 $100 \times 100$ .

## Seuil de synchronisation



### Vérification expérimentale

Seuil de synchronisation théorique  $\epsilon_* = \frac{1}{2}$  pour agents chaotiques.

# Coefficients de Lyapunov

Calcul des coefficients de Lyapunov.

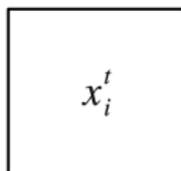
## Définition

Supposons deux points initiaux proches  $x_0$  et  $x_0 + \gamma$ . Après  $\tau$  itérations, l'exposant de Lyapunov est défini par l'équation :

$$\gamma e^{n \lambda(x_0)} = |f^\tau(x_0 + \gamma) - f^\tau(x_0)|$$

- ▶ Propriétés :
  - ▶  $\lambda < 0 \Rightarrow$  stabilité,
  - ▶  $\lambda = 0 \Rightarrow$  indifférent,
  - ▶  $\lambda > 0 \Rightarrow$  instabilité - chaos.
- ▶ Approximation locale pour SMA : utilisation des "agents jumeaux".

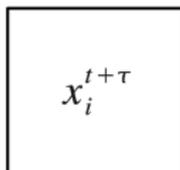
# Agents jumeaux

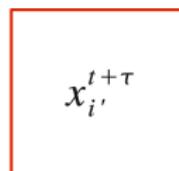


# Agents jumeaux

$$x_i^t = x_i^t + \gamma$$

# Agents jumeaux

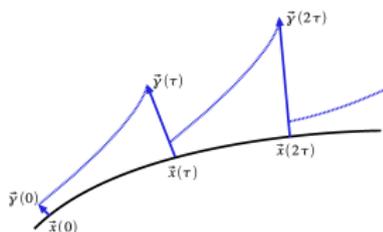

$$x_i^{t+\tau}$$


$$x_{i'}^{t+\tau}$$

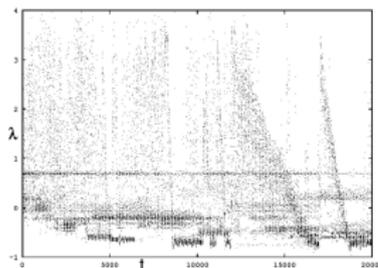
# Calcul des coefficients de Lyapunov "partiels"

- ▶ Approximation : calcul de  $\hat{\lambda}_i(k)$  sur  $\Delta t = 10$
- ▶ Estimation du coefficient de Lyapunov "partiel" ( $p = 5$  séquences) :  

$$\hat{\lambda}_i(p) = \frac{1}{p} \sum_{k=1}^p \lambda_k$$



(j) Schéma de calcul.



(k) "Spectre" du cas chaotique.

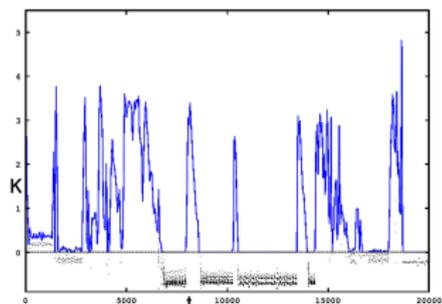
# Calcul de l'entropie $K$ "partielle"

Mesure du degré de chaos  $\Rightarrow$  entropie  $K$  (de Kolmogorov).

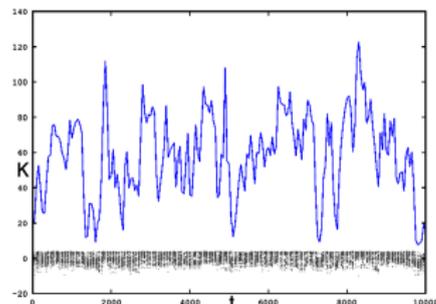
$$K = \sum \begin{cases} \lambda_i & \text{si } > 0 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Calcul de l'entropie  $K$  partielle sur  $\Delta t = 50$

$$\hat{K}_p = \sum \begin{cases} \hat{\lambda}_i(p) & \text{si } > 0 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$



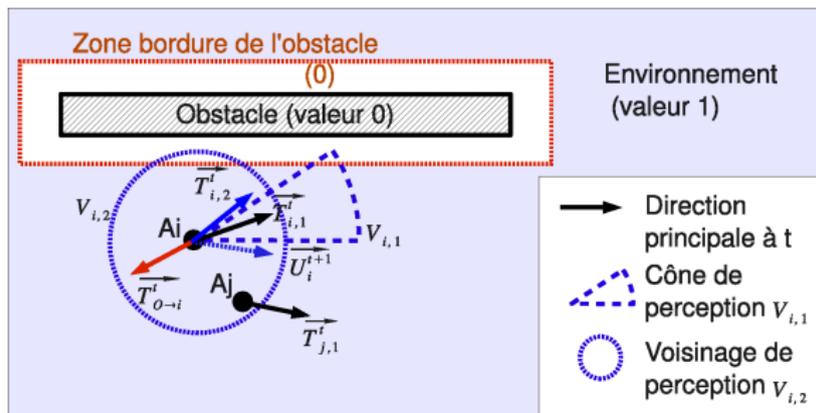
(l) Cluster chaotique.



(m) Cas agents "uniformes"

# Adaptation : flocking sur environnement avec obstacle

- ▶ S'adapter aux obstacles  $\Leftrightarrow$  variations de couplage
- ▶ Principe :  $\mathbf{U}_i = (1 - \epsilon_{i,1})\mathbf{T}_{O \rightarrow i} + \epsilon_{i,1}(\mathbf{T}_{i,1} + \mathbf{T}_{i,2})$
- ▶ pas de perception d'obstacle  $\Rightarrow \epsilon_{i,1} = 1$ ,
- ▶ perception obstacle  $\Rightarrow \epsilon_{i,1} = 0$
- ▶ État d'un agent  $i$  :  $s(t) = \langle x_{i,1}^t, x_{i,2}^t, a_i^0, \epsilon_{i,1}^t, \epsilon_2^0 \rangle$
- ▶ Action : angle de  $\mathbf{U}_i$  et norme de la vitesse  $\Rightarrow v_i^{t+1} = \frac{(1+x_{i,2}^{t+1})}{N_i^t} v_0$



## Obstacles et agents à distribution gaussienne

100 agents à distribution gaussienne de moyenne  $\mu = 0,6$  et d'écart-type  $\sigma = 0,15$ .

# Essaim de robots

(Simulation réalisée par Zelda Mele)

# Bilan sur le flocking

## Intérêt du modèle SMAL

- ▶  $\neq$  modèle particulière,
- ▶ intègre de façon simple les obstacles (pas de champ de potentiel),
- ▶ couplages internes explicites,
- ▶ phénomènes de synchronisation  $\Leftrightarrow$  couplage,
- ▶ synchronisation interne  $\Rightarrow$  regroupement géométrique,
- ▶ mesure de stabilité  $\Rightarrow$  entropie  $K$ .

# Principe exploration-exploitation du SMAL

$$x^{t+1} = f(x^t, a) = 4 a x^t(1 - x^t)$$

Exploitation

Exploration

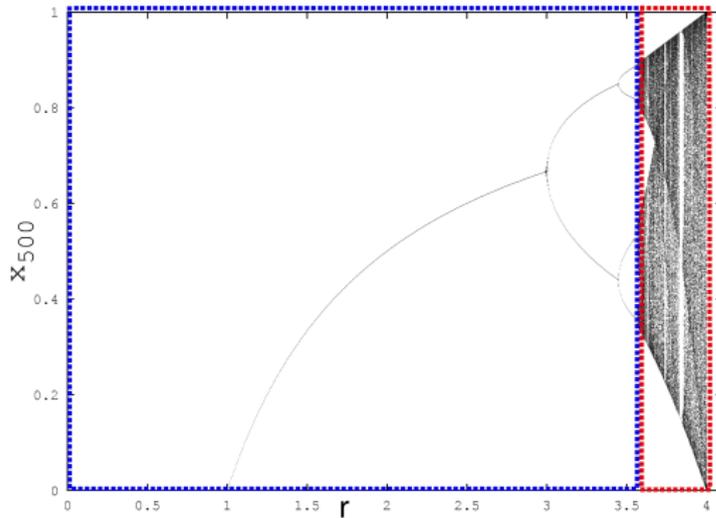


Figure: Application du principe exploration-exploitation aux zones du diagramme de bifurcation de l'application logistique  $x_{n+1} = r x_n(1 - x_n)$

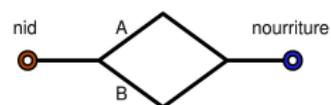
# Fourmis

- ▶ Expérience du double pont  
[Deneubourg et al., 1987] :

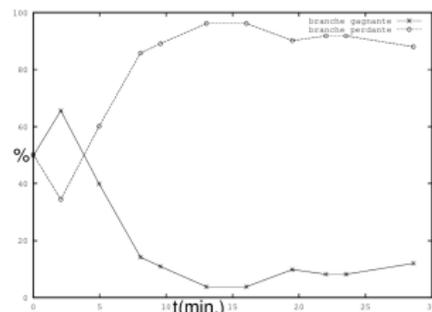
$$P_A = 1 - P_B = \frac{(K + A_i)^2}{(K + A_i)^2 + (K + B_i)^2}$$

- ▶ Extension à un graphe  $G = (N, A)$  :

$$p_{ij}^k = \frac{\tau_{ij}^\alpha}{\sum_l \tau_{il}^\alpha}$$



(a) Protocole



(b) Résultats

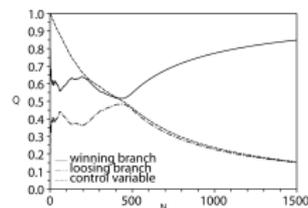
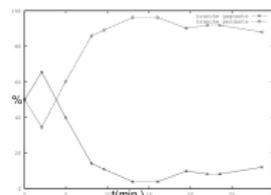
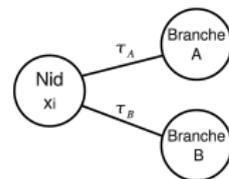
# Le double pont révisité

- ▶ Environnement : graphe à 3 noeuds.
- ▶ Champ endogène de péromone  $\mathcal{T}$  sans évaporation  
≡ champ de contrôle.
- ▶ Algorithme séquentiel.

$$\begin{cases} P_a^t = \max \{ \tau_a, \tau_b \} \\ a_i^{t+1} = \frac{\alpha}{\alpha + P_a^t} \\ x_i^{t+1} = f^m(x_i^t, a_i^{t+1}) \end{cases}$$

Réaction de l'environnement : mise à jour du champ ( $k^* = a$  ou  $b$ ).

$$\mathcal{T}_{k^*}^{t+1} = \mathcal{T}_{k^*}^t + x_i^{t+1}$$



# Métaheuristiques pour l'optimisation

Problèmes d'optimisation "difficile" :

- ▶ problèmes NP-complets (TSP,...),
- ▶ pas d'algorithme exact connu (ex : optimisation de fonctions non linéaires)

⇒ Méta-heuristique :

- ▶ méthode algorithmique ⇒ approcher une solution en temps au plus polynomial,
- ▶ principes plus génériques ⇒ davantage de problèmes abordés,
- ▶ nature-inspiration (recuit simulé,...), bio-inspiration (algorithmes évolutionnaires, algorithmes de l'intelligence en essaim)

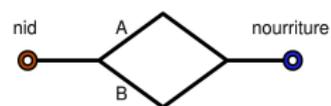
# Fourmis

Optimisation par colonies de fourmis  
("TSP") [Dorigo et al., 1996]

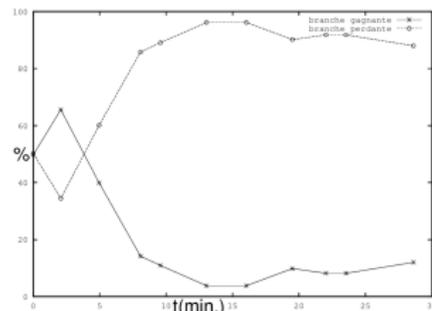
$$p_{ij}^k = \frac{\tau_{ij}^\alpha \eta_{ij}^\beta}{\sum \tau_{il}^\alpha \eta_{il}^\beta}$$

$$\tau_{ij} \leftarrow (1 - \rho)\tau_{ij} + \Delta\tau_{ij}^k, \text{ si } (i, j) \in A_k$$

$$\Delta\tau^k = \begin{cases} Q, & \text{ou bien} \\ \frac{Q}{L^k} \end{cases}$$



(f) Protocole



(g) Résultats

# Fourmis logistiques sur un TSP

## Principe :

- ▶ Deux processus conjoints :
  - ▶ choix collectif d'un même chemin pour toute la colonie (idem double pont),
  - ▶ minimisation de la distance des cycles hamiltoniens de  $G$ .
- ▶ Algorithme parallèle sur  $N$  fourmis.

## Description :

- ▶ Environnement : grille 2D ( $n \times n$ )
- ▶ Liste des champs : champ d'adjacence  $\mathcal{A}$ , champ des distances  $\mathcal{D}$ , champs des poids  $\mathcal{W}$ , champ de phéromone  $\mathcal{T}$ , champ des noeuds/arcs visités  $\mathcal{V}$ , ...
- ▶ Fourmis logistiques d'état  $s(t) = \langle x_i^t, a_i^t \rangle$ .

# Intégration d'une fonction à optimiser

Processus sensorimoteur - fourmi logistique :

- ▶ Perception-décision :

$$\begin{cases} P_{i,a}(\sigma^t) = \mathcal{T}(\operatorname{argmax}_{l \in S \setminus \{k \cup \mathcal{V}_i\}} \{\mathcal{O}(k, l)\}) \\ a_i^{t+1} = \frac{1}{1 + e^{\alpha (P_{i,a}(\sigma^t) - \tau_0)}} \\ x_i^{t+1} = f(x_i^t, a_i^{t+1}) \end{cases}$$

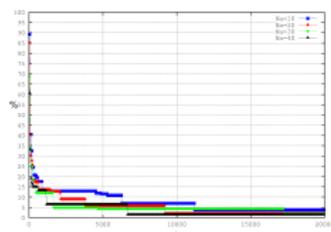
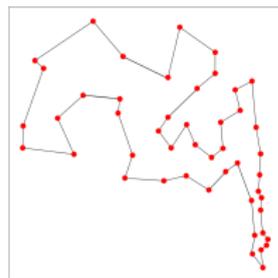
- ▶ Actions :

- ▶  $x_i^{t+1} \Rightarrow$  choix arc,
- ▶ déplacement vers le noeud choisi  $l^*$ ,
- ▶ Mise à jour du champ d'influence de phéromone (non persistant) :  
 $\tilde{\mathcal{T}}_i^{t+1}(k, l^*) = x_i^{t+1} \mathcal{W}(k, l^*)$

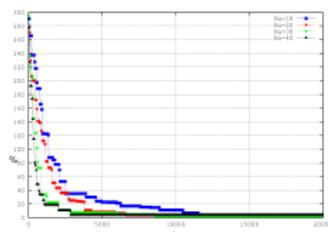
# Résultats

## Problème TSP "att48"

Algorithme	$N$	$\rho$	meilleure performance
AS	10	0,0	11028
AS	20	0,06	10845
AS	30	0,06	10847
AS	40	0,08	10777
LA	10	0,01	11074
LA	20	0,0	11049
LA	30	0,02	10894
LA	40	0,01	11026



(h) "Ant System".



(i) Fourmis logistiques.

## Bilan sur la stigmergie fourmi

- ▶ Phénomène d'auto-organisation et d'adaptation  $\Rightarrow$  auto-adaptation.
- ▶ Champ de phéromone  $\equiv$  champ de décision + champ de contrôle.
- ▶ Optimisation  $\Rightarrow$  insertion de données exogènes.
- ▶ Mécanismes de synchronisation par contrôle.
- ▶ Convergence visible dans le diagramme de bifurcation.

## Part IV

# Conclusion



# Résultats

- ▶ Modèle générique : flocking et stigmergie par phéromone.
- ▶ Interprétation / explication :
  - ▶ agrégation  $\Leftrightarrow$  synchronisation par couplage d'états internes,
  - ▶ stigmergie  $\Leftrightarrow$  synchronisation par contrôle interne.
- ▶ Construction déterministe et explicite :
  - ▶ boucle de rétro-action "influence-réaction",
  - ▶ auto-organisation et adaptation  $\Leftrightarrow$  données (champs) endogènes et exogènes,
  - ▶ mesures de la dynamique  $\Leftrightarrow$  stabilité, prédiction,
  - ▶ outils de visualisation.

Pour :  $\Rightarrow$  synthèse de systèmes complexes pour l'intelligence en essai,  
 $\Rightarrow$  métaheuristique pour l'optimisation.

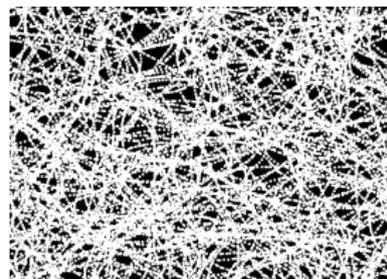
# Perspectives

- ▶ Espaces  $n$ -dimensionnels.
- ▶ Adaptation à la fois sur couplage et contrôle.
- ▶ Systématisation de la mesure dynamique.
- ▶ Améliorer l'approche de l'optimisation.

# Pensée complexe...



(k) Jackson Pollock



(l) Agents logistiques

-  ASHBY, W. R. (1947).  
Principles of the self-organizing dynamic system.  
*Journal of General Psychology*, 37:125–128.
-  BENI, G. et WANG, J. (1989).  
Swarm intelligence in cellular robotics systems.  
*In Proceeding of NATO Advanced Workshop on Robots and Biological System*, pages 26–30, Tuscany, Italy.
-  FERBER, J. (1995).  
*Les systèmes multi-agents*.  
InterEditions.
-  KANEKO, K. (1983).  
Transition from torus to chaos accompanied by the frequency locking with symmetry breaking – in connection with the coupled logistic map.  
*Progres of theoretical physics*, 69(5):1427.
-  SHIBATA, T. et KANEKO, K. (2003).  
Coupled map gas: structure formation and dynamics of interacting motile elements with internal dynamics.

*Physica D*, 181:197–214.