



**HAL**  
open science

# Étude de la concordance d'un univers de Dirac-Milne symétrique matière-antimatière

Aurélien Benoit-Lévy

► **To cite this version:**

Aurélien Benoit-Lévy. Étude de la concordance d'un univers de Dirac-Milne symétrique matière-antimatière. Cosmologie et astrophysique extra-galactique [astro-ph.CO]. Université Paris Sud - Paris XI, 2009. Français. NNT: . tel-00442948

**HAL Id: tel-00442948**

**<https://theses.hal.science/tel-00442948v1>**

Submitted on 24 Dec 2009

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**UNIVERSITÉ PARIS-SUD 11**

**THÈSE**

présentée

pour obtenir

**Le GRADE de DOCTEUR**

**DE L'UNIVERSITÉ PARIS-SUD 11**

par

**Aurélien Benoit-Lévy**

Sujet :

**Étude de la concordance d'un univers de Dirac-Milne  
symétrique matière-antimatière**

Thèse soutenue le 18 septembre 2009 devant le jury composé de :

<b>Monsieur Jean-Loup Puget</b>	<b>Président de jury</b>
<b>Monsieur Gabriel Chardin</b>	<b>Directeur de thèse</b>
<b>Monsieur Aurélien Barrau</b>	<b>Rapporteur</b>
<b>Monsieur François Couchot</b>	<b>Rapporteur</b>
<b>Monsieur Bruno Mansoulié</b>	<b>Examineur</b>
<b>Monsieur Theo Nieuwenhuizen</b>	<b>Examineur</b>



# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>9</b>
<b>1 Quelques éléments généraux de cosmologie</b>	<b>13</b>
1.1 Fondements de la cosmologie moderne . . . . .	13
1.1.1 Le principe cosmologique . . . . .	13
1.1.2 Relativité Générale . . . . .	15
1.2 Dynamique de l'Univers . . . . .	16
1.2.1 Un Univers en expansion . . . . .	17
1.2.2 Métrique Friedmann-Robertson-Walker . . . . .	17
1.2.3 Distances . . . . .	19
1.2.4 Équations de Friedmann . . . . .	22
1.2.5 L'âge de l'Univers . . . . .	24
1.3 Le modèle standard du Big-Bang chaud . . . . .	25
1.3.1 Éléments de thermodynamique . . . . .	25
1.4 Les grandes étapes du scénario . . . . .	28
1.5 Nucléosynthèse primordiale . . . . .	29
1.5.1 Mécanisme et prédictions . . . . .	30
1.5.2 Observations . . . . .	33
1.5.3 La nucléosynthèse primordiale : pilier du modèle standard ? . . . . .	38
1.6 Le modèle de Concordance . . . . .	39
1.6.1 Inflation . . . . .	39
1.6.2 Matière Noire . . . . .	41
1.6.3 Énergie Noire et accélération de l'expansion . . . . .	44
1.6.4 Concordance des tests cosmologiques . . . . .	44
<b>2 Motivations pour un scénario alternatif</b>	<b>47</b>
2.1 Le modèle de Concordance et ses limites . . . . .	48
2.1.1 Énergie Noire et énergie du vide . . . . .	48
2.2 Antimatière et antigravité . . . . .	50
2.2.1 Masses négatives et gravitation newtonienne . . . . .	51
2.2.2 Masses négatives et Relativité Générale . . . . .	53
2.2.3 Trous noirs de Kerr-Newman . . . . .	54
2.2.4 Modèle de masse négative . . . . .	55
2.3 L'univers de Milne . . . . .	57

2.3.1	La loi de Hubble expliquée cinématiquement . . . . .	58
2.3.2	Lien avec la cosmologie moderne . . . . .	58
2.3.3	Espace-temps plat et espace courbe . . . . .	59
2.3.4	Espace-temps plat et univers vide . . . . .	61
2.3.5	Univers de Dirac-Milne et problème de l'horizon . . . . .	63
2.4	Un univers symétrique . . . . .	63
2.4.1	Modèle symétrique d'Omnès . . . . .	63
2.4.2	Séparation matière-antimatière . . . . .	64
2.5	Conclusions sur les motivations et hypothèses . . . . .	66
<b>3</b>	<b>Histoire thermique de l'univers de Dirac-Milne</b>	<b>69</b>
3.1	Relation temps-température . . . . .	69
3.2	Découplage des interactions faibles . . . . .	71
3.2.1	Température des neutrinos . . . . .	72
3.3	Egalité photons-baryons . . . . .	72
3.4	Distorsions du CMB . . . . .	73
3.4.1	Les différents processus radiatifs . . . . .	74
3.4.2	Comparaison des différents temps caractéristiques . . . . .	78
3.4.3	Distribution de Bose-Einstein . . . . .	80
3.4.4	Évolution du potentiel chimique . . . . .	82
3.5	Recombinaison . . . . .	87
3.5.1	Approximation de Saha . . . . .	87
3.5.2	Un traitement plus détaillé . . . . .	88
3.5.3	Surface de dernière diffusion . . . . .	90
<b>4</b>	<b>Nucléosynthèse</b>	<b>93</b>
4.1	Nucléosynthèse homogène . . . . .	94
4.1.1	Rappel du mécanisme standard . . . . .	94
4.1.2	Découplage des interactions faibles et abondance des neutrons . . . . .	94
4.1.3	Mécanisme de production . . . . .	96
4.1.4	Résolution numérique . . . . .	97
4.1.5	Réactions mises en jeu . . . . .	99
4.1.6	Influence de la densité baryonique . . . . .	104
4.2	Nucléosynthèse secondaire . . . . .	105
4.2.1	Diffusion . . . . .	107
4.2.2	Annihilation . . . . .	114
4.2.3	Thermalisation des produits d'annihilation . . . . .	116
4.2.4	Production par capture radiative . . . . .	119
4.2.5	Production par photodésintégration . . . . .	120
4.2.6	Production par nucléodisruption . . . . .	126
4.2.7	Production de lithium-6 . . . . .	127
4.2.8	Résultats . . . . .	129
4.2.9	Discussion . . . . .	134
4.3	Conclusion . . . . .	136

<b>5</b>	<b>Supernovæ de type Ia</b>	<b>139</b>
5.1	Généralités . . . . .	141
5.1.1	Classification spectrale . . . . .	141
5.1.2	Évolution stellaire et mécanisme de génération des supernovæ . . . . .	142
5.1.3	Les SNe Ia : des chandelles standard... isables . . . . .	144
5.1.4	L'utilisation en cosmologie . . . . .	144
5.2	Les supernovæ du programme SNLS . . . . .	146
5.2.1	Le programme SNLS . . . . .	146
5.2.2	Échantillon . . . . .	146
5.2.3	Estimateur de distance . . . . .	147
5.3	Analyse . . . . .	149
5.3.1	Minimisateur de $\chi^2$ . . . . .	149
5.3.2	Diagramme de Hubble . . . . .	150
5.3.3	L'univers Einstein-de Sitter . . . . .	150
5.3.4	Analyse des SNe Ia à haut redshift . . . . .	151
5.3.5	Échantillon complet . . . . .	153
5.3.6	Incertitudes systématiques . . . . .	158
5.4	Conclusion de l'analyse des données SNLS . . . . .	159
<b>6</b>	<b>Autres tests cosmologiques</b>	<b>161</b>
6.1	CMB . . . . .	161
6.1.1	Généralités . . . . .	161
6.1.2	Position du premier pic . . . . .	163
6.1.3	Position du premier pic acoustique dans le cadre de l'univers de Dirac-Milne	164
6.1.4	Scénario envisagé et difficultés à prévoir . . . . .	165
6.2	Autres aspects . . . . .	166
6.2.1	Oscillations baryoniques acoustiques BAO . . . . .	166
6.2.2	Baryons cachés et formation des structures . . . . .	167
	<b>Conclusion</b>	<b>169</b>



# Remerciements

Je remercie chaleureusement Gabriel Chardin. Merci de m'avoir fait confiance pour ce sujet, de m'avoir appris tant de choses, d'avoir su me guider et me redonner courage dans les moments où cela me faisait défaut. Merci pour ta gentillesse et ton énorme disponibilité malgré tes nombreuses autres activités. J'ai énormément appris à ton contact et j'espère avoir l'occasion de travailler avec toi dans les années qui viennent. Merci.

Je voudrais également remercier les membres de mon jury de thèse. Merci donc à Jean-Loup Puget d'avoir présidé le jury. Merci à Aurélien Barreau et François Couchot d'avoir relu avec tant de soin mon manuscrit malgré les délais très serrés auxquels que je les ai soumis. Merci à Bruno Mansoulié de son intérêt pour ce sujet et merci à Theo Nieuwenhuizen d'avoir fait le déplacement depuis Amsterdam pour assister à ma soutenance.

Merci aussi à ceux qui se sont intéressés à ce sujet et qui m'ont consacré de leur temps. Merci donc à Jérôme Perez, Jean-Jacques Aly, Alain Coc, Elizabeth Vangioni, Jim Rich, Vanina Ruhlmann-Kleider, Karim Benabed, Simon Prunet, Karsten Jedamzik, Julien Guy, Olivier Besida et Éric Armengaud.

Enfin je salue les différents stagiaires avec lesquels j'ai eu l'occasion de travailler. Merci à Nicolas, Sabrina, Hasan et Clément.

Sur un plan plus personnel et plus funky, je remercie les thésards (et post-docs) des deux labos dans lesquels j'ai effectué ma thèse, même si je n'ai pas eu beaucoup l'occasion de côtoyer ceux du SPP. Dans le désordre le plus total, merci donc à Matthieu, Niccolo, Gurvan, Hoa, Nga, Line, Olivier, Xavier, Emiliano, Claire, Sandra, My-anh et Enrique.

Un petit pour Fabien, le premier à m'avoir parlé de masses négatives – il y a déjà bien longtemps – et sans qui je ne me serais peut-être pas lancé dans ce sujet.

Merci à Frédéric Deliot d'avoir été mon parrain et d'avoir été là quand il le fallait.

Merci également à Isabelle, Jurgen et Stéphanie pour les cafés de 11 heures et pour tout le reste. J'ai eu énormément de plaisir à vous connaître pendant ces trois années.

Merci à mes parents pour leur soutien durant toutes ces années d'études. Normalement c'est maintenant terminé!

Merci à celle qui partage ma vie.



# Introduction

La cosmologie est un domaine de la Physique dont l'objet d'étude est notre Univers. Elle s'intéresse à son histoire, à son devenir, à ses constituants et à sa modélisation. Cette discipline est certainement différente des autres domaines de la science en ce qu'elle repose quasi-exclusivement sur une approche observationnelle et non expérimentale. Nous ne pouvons pas, en effet, appuyer sur un bouton et initier la formation d'un autre Univers afin de voir si nos théories sont confirmées par cette expérience. La construction du modèle cosmologique sur lequel une grande partie de la communauté s'accorde aujourd'hui s'est donc faite progressivement au fur et à mesure que l'amélioration des techniques instrumentales et observationnelles permettaient, d'une part, de discriminer certaines représentations théoriques et, d'autre part, de confirmer les prédictions d'un modèle qui à ce jour représente la meilleure description que nous ayons.

Ce modèle, le modèle de Concordance, satisfait à la plupart des contraintes observationnelles, mais nécessite l'introduction de paramètres libres ou de composantes dont la présence ne se justifie pas naturellement. Ainsi, dans cette description, notre Univers est dominé par une forme mystérieuse d'énergie, l'Énergie Noire, qui représenterait à elle seule près de 75% du contenu énergétique de notre Univers. De cette Énergie Noire, nous ne savons que peu de choses, si ce n'est qu'elle serait responsable, depuis une époque récente, d'une accélération de l'expansion de notre Univers.

L'autre composante majoritaire dans le Modèle Standard est la Matière Noire, matière interagissant faiblement avec la matière baryonique normale et qui semble requise pour expliquer certaines observations à l'échelle des galaxies ou des amas de galaxies. Cette composante, qui représente quelque 20% du contenu total de l'Univers, peut avoir plusieurs origines dont la plus probable se trouve dans les extensions supersymétriques du Modèle Standard de la Physique de Particules. Notons enfin que dans cette répartition, la matière baryonique qui compose les étoiles ne représente au final que moins de 5% de l'Univers.

Face à cette composition pour le moins surprenante, il semble légitime d'étudier des cosmologies alternatives dont le but est évidemment d'arriver à un accord raisonnable avec les observations mais qui n'auraient pas besoin d'introduire dans la théorie de nouvelles composantes dont la justification théorique fait parfois défaut.

L'objet de cette thèse est l'étude d'une telle cosmologie. Nous considérons ainsi l'univers de Dirac-Milne, un univers dans lequel matière et antimatière sont présentes dans des quantités égales en considérant de plus que l'antimatière possède une masse gravitationnelle active négative. L'expansion dans cet univers, ainsi globalement indifférent à la gravité, est linéaire, et ce tout au long de son évolution. Cette expansion linéaire propose une alternative et une interpolation aux différentes phases de décélération puis d'accélération que subit l'univers du

Modèle Standard.

Les hypothèses sous-jacentes à ce modèle de Dirac-Milne ne sont pas des hypothèses traditionnellement considérées comme étant vérifiées, aussi faudra-t-il décrire les motivations qui nous poussent à les supposer comme valides. Deux approches sont alors envisageables : une approche théorique qui consisterait à justifier de manière rigoureuse ces hypothèses et une approche observationnelle qui consiste à étudier les conséquences que ces hypothèses peuvent impliquer sur la cosmologie. C'est cette deuxième approche qui sera traitée dans cette thèse.

Le premier chapitre de ce manuscrit parlera des principes généraux de la cosmologie moderne basée sur la Relativité Générale et le principe cosmologique, dont la prise en compte mène aux univers décrits par une métrique de Friedmann-Robertson-Walker. Je parlerai également du modèle de Concordance. Il m'a en effet semblé nécessaire de présenter la situation actuelle de la cosmologie. Cela pour au moins deux raisons. La première est que l'univers de Dirac-Milne tel que nous l'entendons est également un univers basé sur le principe cosmologique et sur la Relativité Générale. Il obéit ainsi aux mêmes lois que les univers de Friedmann. La deuxième raison est que l'univers de Dirac-Milne se comporte par certains aspects de manière radicalement différente du Modèle Standard et il peut être utile de rappeler ce comportement standard afin de mieux saisir les différences qu'introduit notre univers de Dirac-Milne.

Le deuxième chapitre présente les motivations pour l'étude de l'univers de Dirac-Milne. Il s'agira d'expliquer pourquoi la représentation actuelle du modèle de Concordance, même si elle fournit un accord remarquable avec les observations, n'est pas entièrement satisfaisante. Nous tenterons dans ce chapitre de donner un sens à la notion de masse négative et d'étudier le lien que cette notion peut avoir avec l'antimatière. Le chapitre 2 présentera également quelques propriétés élémentaires de l'univers de Dirac-Milne.

L'étude cosmologique de l'univers de Dirac-Milne commencera à proprement parler au chapitre 3, qui présentera les modifications qu'apportent une évolution linéaire du facteur d'échelle à l'histoire thermique de l'univers. Nous verrons que l'univers de Dirac-Milne évolue beaucoup plus lentement que l'univers du modèle standard, et nous étudierons tout particulièrement les processus de thermalisation qui se déroulent avant la recombinaison.

La nucléosynthèse primordiale, qui constitue un test cosmologique fondamental, fera l'objet du chapitre 4. Nous verrons qu'une production primordiale d'hélium-4 et de lithium-7 à des niveaux compatibles avec les observations est possible et conduit à une densité baryonique jusqu'à 15 fois plus importante que celle prédite par la nucléosynthèse standard. Cette première phase de nucléosynthèse n'est en revanche pas capable de produire du deutérium, ni de l'hélium-3. Ces éléments pourront toutefois être synthétisés dans une seconde phase de nucléosynthèse, principalement par photodésintégration des noyaux d'hélium-4 par les photons de haute énergie provenant des annihilations entre nucléons et antinucléons. Ce mécanisme de production permettra de poser des contraintes sur la taille que doivent avoir les domaines de matière et d'antimatière au moment où la production par photodésintégration est possible.

Le chapitre 5 s'intéresse aux supernovæ de type Ia. L'étude des variations de la distance de luminosité en fonction du redshift de ces supernovæ fournit, dans la représentation du modèle de Concordance, la preuve d'une accélération récente de l'expansion de l'Univers. Nous verrons alors comment l'univers de Dirac-Milne, qui ne présente ni accélération ni décélération de son expansion, s'accommode de ces mesures de distance. Nous mettrons en avant le rôle prédominant de possibles erreurs systématiques qui, sous certaines conditions, permettent de dire que l'univers

de Dirac-Milne, sans accélération, est compatible avec les supernovæ de type Ia.

Enfin, dans le dernier chapitre, nous présenterons quelques réflexions sur les autres tests cosmologiques que sont, par exemple, les anisotropies de température du fond diffus cosmologique, ou les oscillations baryoniques acoustiques. Nous finirons par une conclusion qui résumera les principaux points de cet travail et mettra en évidence des directions pour des études ultérieures.



# Chapitre 1

## Quelques éléments généraux de cosmologie

---

1.1	Fondements de la cosmologie moderne . . . . .	13
1.2	Dynamique de l'Univers . . . . .	16
1.3	Le modèle standard du Big-Bang chaud . . . . .	25
1.4	Les grandes étapes du scénario . . . . .	28
1.5	Nucléosynthèse primordiale . . . . .	29
1.6	Le modèle de Concordance . . . . .	39

---

Dans ce chapitre introductif, je vais présenter les principes généraux qui sont à la base de la cosmologie moderne et du modèle de Concordance. Je présenterai également les grandes lignes de ce modèle, qui serviront dans la suite comme points de comparaison avec l'univers de Dirac-Milne, objet de cette thèse.

Le but de ce chapitre n'est sûrement pas de faire une revue complète de la cosmologie ou du modèle standard. On trouvera des revues très détaillées sur le sujet dans [Frieman et al. 2008] ou dans les ouvrages de références en cosmologie [Kolb & Turner 1990, Peebles 1993, Peacock 1999, Rich 2001].

### 1.1 Fondements de la cosmologie moderne

#### 1.1.1 Le principe cosmologique

La cosmologie moderne est basée sur le principe Copernicien qui consiste en l'hypothèse que notre Univers est homogène et isotrope. Homogénéité signifie invariance par translation : un observateur verra la même chose en tout point de l'Univers. Isotropie signifie invariance par rotation : le même observateur situé à un point donné, verra la même chose quelle que soit la direction dans laquelle il regarde.

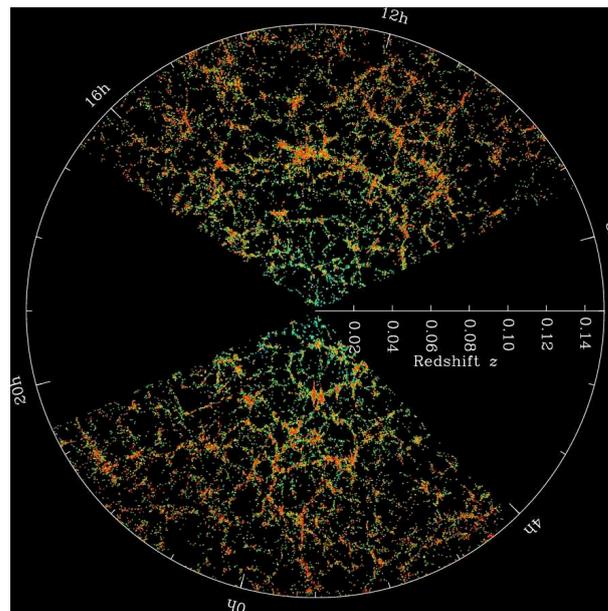


FIGURE 1.1 – Exemple de distribution de galaxies observées par SDSS. La Terre est au centre et chaque point correspond à une galaxie. Les couleurs rouges indiquent les galaxies les plus anciennes. Le cercle extérieur indique une distance de deux milliards d’années-lumière, soit environ 600 Mpc. On distingue très nettement la structuration des galaxies en vides et filaments. Source : M. Blanton et SDSS (site web SDSS).

Ce principe, qui prend le nom de principe cosmologique de nos jours, est bien sûr une hypothèse forte qui, à l’époque actuelle, ne se voit vérifié qu’aux très grandes échelles de l’Univers. Accepter le principe cosmologique permet de simplifier énormément le problème qu’est la description quantitative, et non plus seulement qualitative, de notre Univers. De manière immédiate, ce principe semble pourtant fortement contredit par les observations. En effet, il est difficile de prétendre que le système solaire est homogène ! De même les observations réalisées par les grands relevés de galaxies mettent en évidence une répartition structurée avec des accumulations de matière le long de filaments, à l’intersection desquels se trouvent des amas de galaxies, mais également des zones vides. La figure (1.1) présente un exemple de cette distribution de matière observée par le *Sloan Digital Sky Survey*<sup>1</sup>. L’homogénéité dans la répartition de la matière commence à apparaître quand on considère des échelles de l’ordre de la centaine de Mpc, justifiant ainsi le principe cosmologique à grande échelle. Si l’Univers n’apparaît *aujourd’hui* homogène et isotrope qu’à très grande échelle, l’observation du fond diffus cosmologique (CMB), rayonnement millimétrique correspondant au rayonnement présent dans l’Univers lorsque celui-ci devient transparent, confirme largement le principe cosmologique (à cette époque en tout cas). Ce rayonnement nous apparaît en effet comme presque parfaitement homogène avec de minuscules fluctuations de température de l’ordre de quelques  $10^{-5}$  (voir figure (1.2)).

Le principe cosmologique est ainsi la première pierre de notre cosmologie moderne. Même s’il ne constitue qu’une approximation valable à très grande échelle, sa prise en compte permet

1. [www.sdss.org](http://www.sdss.org)

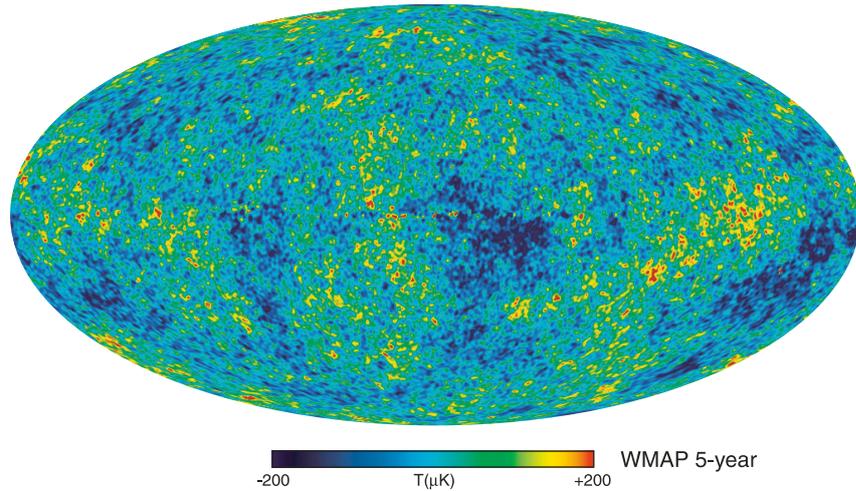


FIGURE 1.2 – Fluctuations de température du CMB mesurées par le satellite WMAP. Ces fluctuations sont de l'ordre d'un pour cent-mille, confortant de ce fait l'utilisation du principe cosmologique. Figure tirée de [Hinshaw et al. 2009]. Source : WMAP Science Team.

d'arriver à une expression simple de la métrique, objet fondamental de la cosmologie, dont l'évolution est régie par la théorie de la relativité générale.

### 1.1.2 Relativité Générale

La théorie de la Relativité Générale présentée par Einstein en 1916 marque une avancée considérable pour la compréhension de notre Univers. Elle fait le lien entre la théorie de la relativité restreinte et la gravitation Newtonienne. La relativité générale est une théorie géométrique de la gravitation. Elle permet de relier la forme et la géométrie de l'Univers à son contenu. L'Univers est considéré comme un espace-temps à quatre dimensions – une dimension temporelle et trois dimensions spatiales – auquel s'applique un tenseur métrique qui permet de calculer des distances. Ainsi, l'intervalle entre deux événements infiniment proches séparés par  $dx^\mu$  s'écrit :

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu, \quad (1.1)$$

où les indices  $\mu$  et  $\nu$  courent de 0 à 3,  $x^0$  étant la coordonnée de type temps, les trois autres étant les coordonnées spatiales. Dans cette expression,  $g_{\mu\nu}$  est le tenseur métrique et possède 10 composantes indépendantes. Le tenseur métrique – la métrique – est l'objet de toutes les attentions, car il décrit la géométrie de l'espace-temps. L'idée géniale d'Einstein dans la Relativité Générale est de relier cette métrique (ainsi que ses dérivées premières et secondes) au contenu de l'espace-temps. La matière va courber l'espace-temps et les objets dans cet espace-temps déformé vont suivre des trajectoires appelées géodésiques. L'équation du mouvement en Relativité Générale s'appelle ainsi équation des géodésiques et s'écrit :

$$\frac{d^2 x^\alpha}{d\lambda^2} = \Gamma_{\mu\nu}^\alpha \frac{dx^\mu}{d\lambda} \frac{dx^\nu}{d\lambda}, \quad (1.2)$$

où  $\Gamma_{\mu\nu}^{\alpha}$  est un symbole de Christoffel dont la définition est

$$\Gamma_{\mu\nu}^{\alpha} = \frac{1}{2}g^{\alpha\sigma} \left( \frac{\partial g_{\sigma\nu}}{\partial x^{\mu}} + \frac{\partial g_{\mu\sigma}}{\partial x^{\nu}} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^{\sigma}} \right). \quad (1.3)$$

La courbure de l'espace-temps est décrite à l'aide du tenseur de Riemann dont l'expression est

$$R^{\alpha}{}_{\beta\mu\nu} = \frac{\partial \Gamma_{\beta\nu}^{\alpha}}{\partial x^{\mu}} - \frac{\partial \Gamma_{\beta\mu}^{\alpha}}{\partial x^{\nu}} + \Gamma_{\sigma\mu}^{\alpha} \Gamma_{\beta\nu}^{\sigma} - \Gamma_{\sigma\nu}^{\alpha} \Gamma_{\beta\mu}^{\sigma}. \quad (1.4)$$

Ce tenseur permet, à son tour de définir le tenseur de Ricci  $R_{\mu\nu}$ , contraction du tenseur de Riemann, et le scalaire de Ricci  $R$  qui sont respectivement définis par les deux contractions successives :

$$R_{\mu\nu} = R^{\sigma}{}_{\mu\sigma\nu}, \quad R = R^{\mu}{}_{\mu}. \quad (1.5)$$

Le tenseur permettant de relier les différents tenseurs définis ci-dessus, c'est-à-dire le tenseur reliant la géométrie de l'espace-temps au contenu physique de l'Univers, est le tenseur d'Einstein  $G_{\mu\nu}$  dont l'expression est

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu}. \quad (1.6)$$

Le contenu en énergie de l'Univers est décrit par le tenseur-énergie impulsion  $T_{\mu\nu}$ . Au final, l'équation qui relie ces deux tenseurs, l'équation d'Einstein, s'écrit

$$G_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu}. \quad (1.7)$$

Le facteur de proportionnalité  $8\pi G$  est déterminé en considérant que dans l'approximation Newtonienne, valable dans le cas de champs faibles, l'équation d'Einstein doit se simplifier en l'équation de Poisson ( $\Delta\phi = 4\pi G\rho$ ), qui relie le potentiel gravitationnel à la densité.

Il est important de noter que l'on peut rajouter un terme  $\Lambda g_{\mu\nu}$  au membre de gauche de l'équation d'Einstein, introduisant ainsi la constante cosmologique. Cette constante a initialement été introduite par Einstein qui ne se satisfaisait pas de l'univers non-statique que semblait indiquer sa théorie. Ce terme supplémentaire avait pour effet de compenser les effets de la gravitation et, ainsi de rendre l'Univers statique (mais malheureusement instable), ce qui correspondait davantage à sa conception de l'Univers. La découverte en 1929 de l'expansion de l'Univers a écarté pour un temps cette constante cosmologique jusqu'à ce qu'en 1998 les observations de supernovæ tendent à montrer que l'expansion accélère. La constante cosmologique semble être l'explication la plus simple à cette observation. L'équation d'Einstein se réécrit alors :

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} - \Lambda g_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu}. \quad (1.8)$$

## 1.2 Dynamique de l'Univers

L'équation d'Einstein dérivée précédemment relie donc la géométrie de l'Univers, à travers la métrique, au contenu physique de celui-ci. On peut ainsi la considérer de deux façons. Soit on connaît parfaitement la métrique et la résolution de l'équation d'Einstein permet de déterminer le contenu de l'Univers, soit on connaît le contenu et l'on résout l'équation pour déterminer la métrique. Dans les faits, l'approche utilisée se rapproche de la deuxième possibilité : on fait des

hypothèses sur le contenu de l'Univers. On en déduit la métrique et l'on vérifie a posteriori si les hypothèses sont valides. L'équation d'Einstein fait intervenir 10 équations indépendantes, équations non-linéaires de second ordre. Autant dire que sa résolution directe est ardue. Il est donc nécessaire de faire quelques hypothèses et d'imposer des conditions à la métrique afin de simplifier un peu les choses. La métrique devra ainsi décrire un univers en expansion, car d'une part une solution statique est instable et d'autre part car l'expansion a été mise en évidence par l'observation. Deuxièmement, on impose le principe cosmologique, c'est à dire que la métrique doit décrire un espace<sup>2</sup> homogène et isotrope.

### 1.2.1 Un Univers en expansion

En 1929, Edwin Hubble [Hubble 1929], à l'aide d'observations réalisées à l'observatoire du Mont Wilson, met en évidence une relation linéaire entre la vitesse radiale – c'est à dire la vitesse d'éloignement – et la distance de “nébuleuses extra-galactiques”. Il avance alors la possibilité que ce phénomène soit la preuve de l'expansion de l'Univers, comme prédit dans les modèles cosmologiques de l'époque.

En hommage à Hubble, la constante de proportionnalité, notée  $H_0$ , entre la vitesse radiale  $v$  des galaxies et leur distance  $d$  est appelé constante de Hubble<sup>3</sup>. La loi de Hubble s'écrit donc

$$v = H_0 d. \quad (1.9)$$

Cette constante est une grandeur fondamentale pour la cosmologie, car elle détermine le taux d'expansion et par là-même l'âge de l'Univers. Elle fut mesurée par Hubble comme valant  $H_0 = 500$  km/s/Mpc, mais sa valeur aujourd'hui se stabilise autour de  $H_0 = 72 \pm 8$  km/s/Mpc [Freedman et al. 2001]. Une telle différence s'explique notamment par l'augmentation des échelles de distance sur lesquelles les mesures sont effectuées aujourd'hui (voir fig (1.3)) et par la meilleure qualité des instruments de mesures. Au cours de la seconde moitié du XXème siècle, sa mesure précise fut ainsi un enjeu majeur de l'astrophysique et a donné lieu à des débats passionnés entre les partisans d'une valeur haute, proche de  $H_0 = 100$  km/s/Mpc et ceux d'une valeur basse, autour de  $H_0 = 50$  km/s/Mpc.

Le télescope spatial Hubble, dont l'une des missions principales a été de mesurer précisément la constante de Hubble semble avoir mis fin au débat avec une valeur intermédiaire obtenue en 2001,  $H_0 = 72 \pm 8$  km/s/Mpc [Freedman et al. 2001].

Les mesures des anisotropies de température du CMB permettent également de déterminer la constante de Hubble, mais cette détermination repose sur des hypothèses liées au modèle cosmologique sous-jacent. Pour indication, la valeur déduite des derniers résultats du satellite WMAP donnent, dans le cadre d'un univers  $\Lambda$ CDM,  $H_0 = 70.1 \pm 1.3$  km/s/Mpc [Komatsu et al. 2009].

---

2. et non espace-temps. L'application du principe cosmologique à l'espace-temps a conduit aux modèles d'univers stationnaires avec création continue de matière pour rendre compte du phénomène d'expansion. Ces modèles ont été réfutés car incapables d'expliquer le CMB sans contorsions peu naturelles.

3. Il semblerait toutefois que ce soit Lemaître qui effectue le premier une mesure de la constante de Hubble [Lemaître 1927].

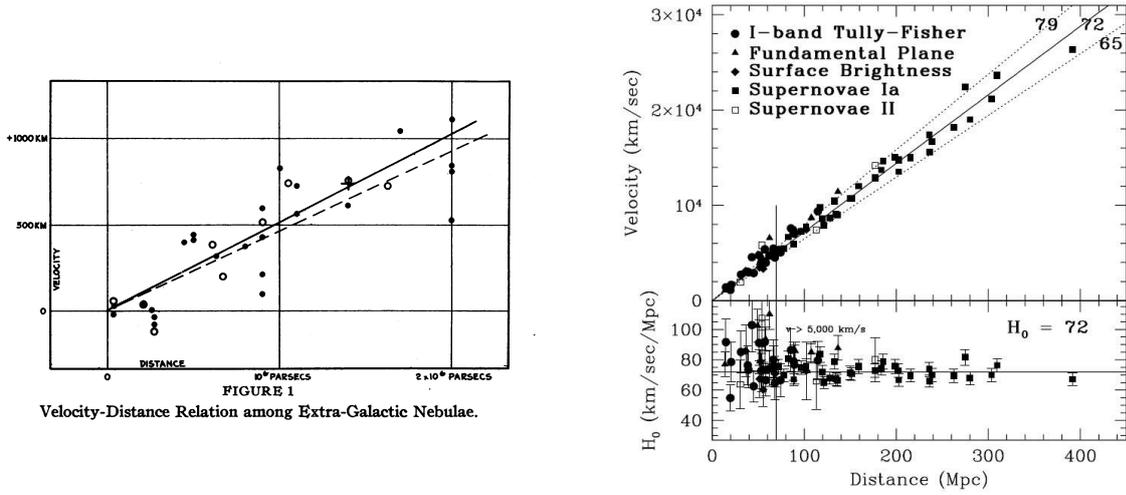


FIGURE 1.3 – **Gauche** : figure tirée de l'article original de Hubble [Hubble 1929] mettant en évidence la loi de Hubble et l'augmentation linéaire de la vitesse radiale des galaxies en fonction de leur distance. **Droite** : la même mesure, beaucoup plus précise et sur une échelle de distance 200 fois plus grande, effectuée en 2001 par l'équipe du télescope spatial Hubble [Freedman et al. 2001].

### 1.2.2 Métrique Friedmann-Robertson-Walker

La prise en compte de l'expansion de l'Univers et la contrainte du principe cosmologique permet de déterminer facilement la forme générale de la métrique de l'espace-temps. L'élément de ligne (1.1) peut se décomposer :

$$ds^2 = g_{00}dt^2 + 2g_{0i}dtdx^i - \sigma_{ij}dx^i dx^j, \quad (1.10)$$

où  $\sigma_{ij}$  est la métrique des sections spatiales. L'hypothèse d'isotropie implique la nullité des composantes  $g_{0i}$ , et l'on peut choisir la composante  $g_{00} = 1$ . L'élément de ligne s'écrit donc

$$\begin{aligned} ds^2 &= dt^2 - \sigma_{ij}dx^i dx^j \\ &= dt^2 - dl^2. \end{aligned} \quad (1.11)$$

$dl^2$  est ainsi l'intervalle séparant deux événements se déroulant au même temps  $t$ . On peut considérer cette partie spatiale comme celle d'une 3-sphère plongée dans un espace euclidien de dimension 4. Ainsi  $dl$  est la distance habituelle entre deux points voisins :

$$dl^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 + dw^2. \quad (1.12)$$

Cette 3-sphère est l'ensemble des points situés à une distance  $R$  de l'origine :

$$R^2 = x^2 + y^2 + z^2 + w^2 \quad (1.13)$$

ce qui permet d'exprimer  $w$  comme  $w^2 = R^2 - r^2$ , où  $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$ . Au final, avec les changements de variables adéquats, on arrive à l'expression suivante pour la métrique de l'espace-temps (voir [Peebles 1993] pour plus de détails) :

$$ds^2 = dt^2 - a(t)^2 \left[ \frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right]. \quad (1.14)$$

Cette métrique est appelée métrique de Friedmann-Robertson-Walker. Dans cette expression,  $k$  est le paramètre de courbure des sections spatiales de la métrique. Ainsi  $k = 0$  correspond à un espace plat tandis que  $k = 1$  ou  $k = -1$  correspondent respectivement à un espace fermé ou ouvert.  $a(t)$  est une fonction du temps, l'hypothèse d'homogénéité assure qu'elle ne dépend pas de l'espace, appelée facteur d'échelle ou d'expansion et qui caractérise l'expansion globale de l'Univers. Un des enjeux de la cosmologie est de déterminer l'évolution temporelle de ce facteur d'échelle.

Il existe une autre forme pour cette métrique, obtenue en faisant le changement de variable radiale suivant :

$$d\chi = \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}}. \quad (1.15)$$

Avec cette nouvelle variable radiale, la métrique s'écrit :

$$ds^2 = dt^2 - a(t)^2 [d\chi^2 + S_k(\chi)^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2)], \quad (1.16)$$

où  $S_k$  est une fonction qui dépend de la courbure spatiale :

$$S_k(\chi) = \begin{cases} \sin \chi & \text{si } k = 1 \\ \chi & \text{si } k = 0 \\ \sinh \chi & \text{si } k = -1 \end{cases}. \quad (1.17)$$

### 1.2.3 Distances

#### Distance propre et distance comobile

Définir des distances dans un univers en expansion n'est pas chose aisée car celles-ci changent avec le temps. Un moyen consiste à définir les distances comme temps de vol de photons. La vitesse de la lumière étant finie et constante, on peut facilement convertir ce temps de vol en distance.

Plus précisément, considérons une suite d'observateurs séparés par des distances infinitésimales sur une ligne d'univers reliant un point A à un point B. Ces observateurs sont munis d'horloges synchronisées. Au temps  $t$ , chacun de ces observateurs envoie un photon à l'observateur suivant qui va donc recevoir le photon de son prédécesseur à un temps  $t + dt_i$ . Si les observateurs sont suffisamment proches, la distance ne varie pas entre les observateurs le temps de la mesure du fait de l'expansion. Ainsi une définition de la distance entre le point A et le point B à l'instant  $t$  peut être donnée par la somme des  $dt_i$ . Cette distance est la distance propre entre deux événements :

$$d_{\text{pr}} = \int dt_i. \quad (1.18)$$

Chaque photon suit une géodésique radiale ( $d\phi = d\theta = 0$ ) caractérisée par  $ds^2 = 0$  dans la métrique FRW (eq. 1.14). Ainsi il vient

$$d_{\text{pr}} = \int a(t) \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}} \quad (1.19)$$

$$= a(t) \int \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}} \quad (1.20)$$

La distance propre entre deux événements va donc dépendre du temps. Par contre la distance comobile définie par

$$d_{\text{com}} = \frac{d_{\text{pr}}}{a(t)} = \int \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}} \quad (1.21)$$

reste constante au cours du temps (en l'absence de mouvement propre et d'évolution locale). L'expansion a donc tendance à étendre ou à contracter les distances. Si la distance propre est mesurée à un temps  $t_0$ , on aura :

$$d_{\text{pr}}(t_0) = d_{\text{com}}a(t_0) = d_{\text{com}}a(t_1)\frac{a(t_0)}{a(t_1)} = \frac{a(t_0)}{a(t_1)}d_{\text{pr}}(t_1). \quad (1.22)$$

La vitesse radiale d'un observateur par rapport à un autre peut être définie par :

$$v = \frac{d}{dt}d_{\text{pr}} = \dot{a}d_{\text{com}} = Hd_{\text{pr}}. \quad (1.23)$$

Cette expression traduit la loi de Hubble, conséquence directe de l'expansion de l'Univers. Il est à noter que cette vitesse peut être, pour  $d_{\text{pr}}$  assez grand, supérieure à  $c$ . Cela n'est en rien un problème puisque cette vitesse ne traduit pas un échange d'information entre deux objets.

## Horizon

La vitesse de la lumière étant finie, il est légitime de supposer qu'il puisse exister des régions dans l'Univers dont la lumière ne nous est pas encore parvenue. Aucune information provenant de ces régions n'est alors disponible. Formellement, considérons une émission de photons à un temps  $t = t_0$ . Nous recevons ces photons à un temps  $t$ . La distance propre à l'horizon est alors la distance parcourue par ces photons, déterminée à l'aide de la métrique :

$$d_h(t) = a(t) \int_{t_0}^t \frac{dt'}{a(t')}. \quad (1.24)$$

Si cette intégrale converge lorsque  $t_0 \rightarrow 0$ , alors il existe un horizon "particule", c'est à dire que les zones de l'univers situées à une distance plus grande que  $d_h$  sont encore inaccessibles à l'observation. L'existence d'un horizon au temps  $t$  dépend fortement du comportement du facteur d'expansion à l'instant initial et donc du modèle cosmologique sous-jacent. Si l'on suppose que  $a(t)$  évolue comme  $a(t) \propto t^\alpha$ , alors pour  $\alpha < 1$ , l'intégrale définie ci-dessus converge. Nous verrons que ceci n'est pas sans poser problème dans le cadre de la cosmologie standard.

## Redshift

Dans la pratique, on ne raisonne pratiquement jamais en terme de distance propre, notamment parce que celle-ci n'est pas accessible à l'observation. Aussi, pour quantifier l'éloignement d'un objet dans le ciel (une galaxie par exemple), on utilise le décalage spectral vers le rouge (le terme anglais, *redshift*, sera utilisé par la suite) des raies lumineuses causé par l'expansion.

Considérons un observateur situé à la coordonnée  $r_o$  à un temps  $t_o$ . Un émetteur situé en  $r = r_e$  émet une onde lumineuse de longueur d'onde  $\lambda_e$  au temps  $t_e$ , qui est reçue par l'observateur en  $t_o$  comme une onde lumineuse de longueur d'onde  $\lambda_o$ . On a bien sûr,  $t_e < t_o$ . Par hypothèse,

observateur et émetteur sont situés à une distance comobile fixe qui peut être reliée au temps de vol du photon. Celui-ci satisfait  $ds^2 = 0$ , ce qui implique

$$\int_{t_e}^{t_o} \frac{dt}{a(t)} = \int_{r_o}^{r_e} \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}}. \quad (1.25)$$

La crête suivante de l'onde est envoyé au temps  $t_e + \delta t_e$  et reçue au temps  $t_o + \delta t_o$ . Comme la distance comobile ne varie pas, on a

$$\int_{t_e}^{t_o} \frac{dt}{a(t)} = \int_{r_o}^{r_e} \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}} = \int_{t_e + \delta t_e}^{t_o + \delta t_o} \frac{dt}{a(t)} \quad (1.26)$$

qui, par réarrangement des bornes d'intégration équivaut à :

$$\int_{t_o}^{t_o + \delta t_o} \frac{dt}{a(t)} = \int_{t_e}^{t_e + \delta t_e} \frac{dt}{a(t)}. \quad (1.27)$$

Pour des variations suffisamment petite de  $\delta t$ ,  $a(t)$  peut être considéré comme constant sur l'intervalle d'intégration et il vient alors :

$$\frac{\delta t_o}{a(t_o)} = \frac{\delta t_e}{a(t_e)}. \quad (1.28)$$

L'intervalle entre l'émission des deux crêtes étant égal à la longueur de l'onde lumineuse, on a

$$\frac{\lambda_o}{\lambda_e} = \frac{a(t_o)}{a(t_e)}. \quad (1.29)$$

Cette dernière égalité donne la définition du redshift :

$$1 + z = \frac{a_o}{a_e}. \quad (1.30)$$

### Distance angulaire

Nous avons défini la distance propre. Il reste à définir la distance angulaire et la distance de luminosité, distances d'un intérêt capital car dépendantes du modèle cosmologique sous-jacent. Considérons deux objets situés à une même coordonnée  $r_1$  et séparés par une longueur  $\Delta S$  à un temps  $t_1$ . Leur séparation angulaire  $\Delta\Theta$  est déterminée par la partie spatiale de la métrique dans laquelle on prend  $dr = 0$ , car les objets sont situés à la même coordonnée radiale, ce qui donne  $\Delta S = a(t_1)r_1\Delta\Theta$ . Au temps  $t_1$ , les deux objets envoient des photons qui sont détectés en  $r_0$  au temps  $t_0$ . Ces photons suivent des géodésiques radiales si bien qu'ils sont observés sous l'angle initial

$$\Delta\Theta = \frac{\Delta S}{a(t_1)r_1}. \quad (1.31)$$

La distance angulaire est alors définie par

$$d_A = \frac{\Delta S}{\Delta\Theta} = a(t_1)r_1. \quad (1.32)$$

### Distance de luminosité

Considérons une source lumineuse de luminosité  $L$  située à une coordonnée radiale  $r_1$ . Pendant un temps  $\Delta t_1$  centré en  $t_1$ , cette source va émettre  $N$  photons, chacun d'énergie moyenne  $E_1$  si bien que  $L = NE_1/\Delta t_1$ . À un temps  $t_0$ , ces photons sont répartis sur une sphère de rayon  $a_0 r_1$  et de surface  $4\pi a(t_0)^2 r_1^2$ . Du fait de l'expansion, les photons perdent de l'énergie qui devient égale à  $E_0 = E_1 a(t_1)/a(t_0)$ . Ces photons mettent un temps  $\Delta t_0 = \Delta t_1 a(t_0)/a(t_1)$  à traverser la sphère. Le flux d'énergie est donc

$$\phi = \frac{NE_0}{4\pi a(t_0)^2 r_1^2 \Delta t_0} = \frac{NE_1 \Delta t_1}{4\pi a(t_0)^2 r_1^2 (1+z)^2} = \frac{L}{4\pi d_L^2}, \quad (1.33)$$

ce qui définit la distance de luminosité de la source comme :

$$d_L = a(t_0) r_1 (1+z). \quad (1.34)$$

La distance angulaire et la distance de luminosité sont reliées par la relation :

$$d_L = d_A (1+z)^2. \quad (1.35)$$

### 1.2.4 Équations de Friedmann

Nous avons jusqu'à présent travaillé sur la métrique. Celle-ci fait intervenir deux paramètres, le facteur d'expansion et la courbure spatiale, qu'il faut maintenant essayer de déterminer. Ici intervient donc le membre de droite de l'équation d'Einstein, qui caractérise le contenu physique de l'Univers, modélisé par le tenseur énergie-impulsion  $T_{\mu\nu}$ . Une hypothèse classique et générale consiste à considérer que l'Univers est rempli d'un fluide parfait caractérisé par une densité  $\rho$  et une pression  $p$ . Le tenseur énergie-impulsion s'écrit alors

$$T_{\nu}^{\mu} = \text{Diag}(\rho, -p, -p, -p). \quad (1.36)$$

En injectant cette expression, ainsi que celle de la métrique FRW (éq. (1.14)) dans l'équation d'Einstein (éq. (1.8)), on obtient les deux équations suivantes, dites de Friedmann :

$$\frac{\dot{a}^2}{a^2} = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{k}{a^2} + \frac{\Lambda}{3}, \quad (1.37)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p) + \frac{\Lambda}{3}. \quad (1.38)$$

On définit le taux d'expansion  $H$  comme

$$H = \frac{\dot{a}}{a}. \quad (1.39)$$

Ce taux est ainsi directement relié au contenu énergétique de l'Univers. La première équation de Friedmann fait naturellement apparaître la densité critique  $\rho_c$  de l'Univers. Si l'on considère un espace plat ( $k = 0$ ) sans constante cosmologique ( $\Lambda = 0$ ), l'équation (1.37) se ré-écrit :

$$\rho = \frac{3H^2}{8\pi G} \equiv \rho_c. \quad (1.40)$$

En posant

$$\Omega = \frac{\rho}{\rho_c}, \quad \Omega_k = -\frac{k}{a^2 H^2}, \quad \Omega_\Lambda = \frac{\Lambda}{3H^2}, \quad (1.41)$$

la première équation de Friedmann se ré-écrit :

$$1 = \Omega + \Omega_k + \Omega_\Lambda. \quad (1.42)$$

En prenant la dérivée de (1.37) et en la combinant avec (1.38), on obtient l'équation de conservation :

$$\dot{\rho} + 3H(p + \rho) = 0 \quad (1.43)$$

La dernière équation nécessaire pour résoudre ce système est la relation entre la pression et la densité, appelée équation d'état. Dans le cas d'un fluide parfait, cette relation s'écrit

$$p = \omega\rho, \quad (1.44)$$

où  $\omega$  est le paramètre d'état du fluide considéré. On distingue trois principaux constituants dans l'univers, chacun avec une équation d'état différente.

### Univers dominé par la radiation

On regroupe sous le vocable de radiation toutes les espèces qui sont relativistes. Aujourd'hui seuls les photons et les trois familles de neutrinos sont dans ce cas, mais dans l'Univers primordial, de nombreuses autres espèces étaient relativistes et ajoutaient ainsi leur contribution à la composante radiative de l'Univers. L'équation d'état générale de la radiation est  $p = \rho/3$ , si bien que le paramètre  $\omega$  vaut  $\omega_R = \frac{1}{3}$ . En injectant cette équation d'état dans l'équation de conservation (1.43), on obtient la dépendance suivante :

$$\rho_R \propto \frac{1}{a^4}. \quad (1.45)$$

En injectant cette relation dans la première équation de Friedmann (1.37), on obtient la loi d'évolution de l'expansion pour un univers dominé par la radiation :

$$a(t) \propto t^{1/2}. \quad (1.46)$$

### Univers dominé par la matière

On entend généralement par cette expression un univers dominé par des particules non-relativistes. Dans cette catégorie, on range classiquement les deux principales composantes que sont la matière dite baryonique (nucléons et électrons non-relativistes) et la matière noire non baryonique. Cette contribution a une pression nulle et ainsi  $\omega_M = 0$ . La densité d'énergie évolue donc comme

$$\rho_M \propto \frac{1}{a^3}. \quad (1.47)$$

On en déduit que pour un univers dominé par de la matière non-relativiste, le facteur d'expansion évolue comme

$$a(t) \propto t^{2/3}. \quad (1.48)$$

### Univers dominé par l'Énergie Noire

Dans la cosmologie moderne, on considère également un troisième type de fluide, appelé Énergie Noire, responsable de l'accélération récente de l'expansion de l'Univers. L'exemple le plus simple d'Énergie Noire est une pure constante cosmologique. Cette composante a une équation d'état particulière  $p = -\rho$  ( $\omega_\Lambda = -1$ ) et fait intervenir une pression négative. La densité d'énergie de cette composante est constante :

$$\rho_\Lambda = \text{cste.} \quad (1.49)$$

Un univers dominé par une constante cosmologique possède une expansion qui évolue comme

$$a(t) \propto e^{Ht}. \quad (1.50)$$

### Équation de Friedmann

En explicitant les contributions des différentes composantes, on établit la traditionnelle équation de Friedmann, qui régit l'évolution du facteur d'échelle en fonction du temps et des paramètres cosmologiques à un temps de référence donné que l'on prend généralement comme aujourd'hui :

$$H^2 \equiv \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = H_0^2 (\Omega_{R0}\hat{a}^{-4} + \Omega_{M0}\hat{a}^{-3} + \Omega_{k0}\hat{a}^{-2} + \Omega_{\Lambda0}), \quad (1.51)$$

avec  $\hat{a} = a/a_0$ ,  $a_0$  étant la valeur actuelle de  $a$ . Les indices 0 dans les  $\Omega_i$  indiquent la valeur actuelle de ces paramètres. Exprimée en fonction du redshift, cette équation s'écrit :

$$H^2 = H_0^2 (\Omega_{R0}(1+z)^4 + \Omega_{M0}(1+z)^3 + \Omega_{k0}(1+z)^2 + \Omega_{\Lambda0}) \quad (1.52)$$

Un des enjeux de la cosmologie moderne est de mesurer le plus précisément possible ces paramètres cosmologiques.

#### 1.2.5 L'âge de l'Univers

En intégrant l'équation de Friedman (1.52), on peut exprimer l'âge de l'univers à un redshift  $z$  en fonction des paramètres cosmologiques. Il vient :

$$t(z) = \frac{1}{H_0} \int_z^{+\infty} \frac{dz'}{(1+z')\sqrt{\Omega_{R0}(1+z')^4 + \Omega_{M0}(1+z')^3 + \Omega_{k0}(1+z')^2 + \Omega_{\Lambda0}}}. \quad (1.53)$$

L'âge qu'a l'Univers aujourd'hui est obtenu pour  $z = 0$  et dépend de la cosmologie considérée. Pour un univers critique sans constante cosmologique ( $\Omega_M = 1, \Omega_\Lambda = 0$ ), l'âge de l'univers est  $t_U \approx 2/3H_0^{-1}$ . Pour un univers avec une constante cosmologique tel que  $\Omega_M = 0.3, \Omega_\Lambda = 0.7$ , l'âge est  $t_U \approx H_0^{-1}$ . En prenant un peu d'avance sur la suite de ce manuscrit, on peut d'ores et déjà déterminer l'âge de l'univers dans le cadre d'un univers de Dirac-Milne qui correspond au jeu de paramètres suivant  $\Omega_R = \Omega_M = \Omega_\Lambda = 0, \Omega_k = 1$ . Il s'agit là d'un résultat connu (voir par exemple [Rich 2001]) et l'âge de l'univers dans ce cas est simplement  $t_U = H_0^{-1}$ . L'égalité est ici stricte. Avec la valeur standard de  $H_0 = 70 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ , on obtient  $t_U \approx 14 \times 10^9$  ans.

L'âge de l'Univers peut être donc déterminé dans le cadre d'un modèle cosmologique mais comme toute prédiction, il doit être confronté à des observations indépendantes du modèle cosmologique choisi pour le calculer. Ainsi, une possibilité pour mesurer l'âge de l'Univers est de déterminer l'âge des étoiles à l'intérieur des amas globulaires de notre galaxie. Ces amas d'étoiles sont parmi les plus vieux objets de l'Univers et la mesure de leur âge permet de mettre une borne inférieure à l'âge de l'Univers. Les mesures les plus récentes [Chaboyer et al. 1998] indiquent un âge estimé à  $11.5 \pm 1.3 \times 10^9$  ans.

Historiquement, ces mesures d'âge ont constitué un premier élément sérieux conduisant à remettre en question l'univers Einstein-de Sitter du fait qu'un univers plat, dominé par la matière ( $\Omega_M = 1$ ), avec une constante de Hubble de l'ordre de 70 km/s/Mpc a un âge d'environ  $9 \times 10^9$  ans, justement inférieur à l'âge de ces vieux amas globulaires. Pour réconcilier l'âge déduit des observations et l'âge prédit, une solution consiste à adopter une valeur faible de la constante de Hubble. Une autre solution consiste à introduire dans les équations d'Einstein une constante cosmologique qui a pour effet d'augmenter l'âge de l'Univers. Si cette solution pouvait apparaître comme *ad hoc* il y a vingt ans, la découverte en 1998 de l'accélération de l'expansion de l'Univers<sup>4</sup> a redonné un intérêt croissant pour cette constante cosmologique. Ainsi, une constante cosmologique telle que  $\Omega_\Lambda \sim 0.7$  conduit à un âge de l'Univers de l'ordre de  $H_0^{-1}$ , soit environ  $14 \times 10^9$  ans, en accord avec les contraintes déduites des observations.

### 1.3 Le modèle standard du Big-Bang chaud

Jusqu'à présent, j'ai détaillé des propriétés concernant essentiellement la géométrie et la dynamique de l'Univers. Il est maintenant temps de remplir cet Univers! Le modèle standard de la Physique des Particules qui décrit les interactions forte, faible et électromagnétique et les particules qui sont soumises à ces forces trouve naturellement sa place dans le modèle cosmologique du Big-Bang chaud. La description habituelle d'un Univers dont les constituants sont en équilibre thermodynamique assuré par les interactions fondamentales fait intervenir, lorsque cet équilibre n'est plus assuré, la notion de découplage. Quand les interactions ne sont plus assez rapides par rapport à l'expansion de l'Univers, les espèces se découplent de l'évolution du reste de l'Univers. Pour décrire dans les grandes lignes cette évolution, il est nécessaire de faire quelques rappels concernant la thermodynamique à l'équilibre dans un univers en expansion.

#### 1.3.1 Éléments de thermodynamique

Notre Univers baigne aujourd'hui dans une radiation constitué de photons à 2.75 K et d'un fond de trois familles de neutrinos à 1.96 K<sup>5</sup>. Dans la jeunesse de l'Univers, cette température était beaucoup plus élevée et d'autres espèces étaient en équilibre avec les photons.

De manière générale, la densité particulaire  $n$ , la densité d'énergie  $\rho$  et la pression  $p$  d'un gaz de particules avec  $g$  degrés de liberté internes dépend de la fonction de distribution dans l'espace des phases  $f(\mathbf{p})$  qui, pour des espèces en équilibre cinétique, prend la forme d'une distribution de type Bose-Einstein ou Fermi-Dirac :

4. Ce point sera naturellement débattu dans le cadre de l'univers de Dirac-Milne

5. Ce point sera expliqué dans la suite

$$f_{\pm}(p) = \left\{ \exp\left(\frac{E(p) - \mu}{T}\right) \pm 1 \right\}^{-1}, \quad (1.54)$$

avec  $E^2 = p^2 + m^2$ ,  $\mu$  le potentiel chimique et le signe  $\pm 1$  vaut 1 pour les fermions et  $-1$  pour les bosons. Ainsi les densités et pression pour ces particules s'expriment :

$$n = \frac{g}{2\pi^2} \int_0^{\infty} p^2 f_{\pm}(p) dp, \quad (1.55)$$

$$\rho = \frac{g}{2\pi^2} \int_0^{\infty} E(p) p^2 f_{\pm}(p) dp, \quad (1.56)$$

$$p = \frac{g}{2\pi^2} \int_0^{\infty} \frac{p^2}{3E(p)} p^2 f_{\pm}(p) dp, \quad (1.57)$$

Dans la limite relativiste ( $T \gg m$ ), les potentiels chimiques sont a priori toujours négligeables par rapport à la température et il vient :

$$n = g \frac{\zeta(3)}{\pi^2} T^3, \quad \rho = g \frac{\pi^2}{30} T^4, \quad p = \frac{\rho}{3}, \quad (1.58)$$

pour des bosons et

$$n = g \frac{3}{4} \frac{\zeta(3)}{\pi^2} T^3, \quad \rho = g \frac{7}{8} \frac{\pi^2}{30} T^4, \quad p = \frac{\rho}{3}, \quad (1.59)$$

pour des fermions. À titre d'exemple, la densité particulaire et la densité d'énergie du gaz de photons ( $g_{\gamma} = 2$ ) s'expriment

$$n_{\gamma} = \frac{2}{\pi^2} T^3, \quad \rho_{\gamma} = \frac{\pi^2}{15} T^4. \quad (1.60)$$

Dans le cas non-relativiste ( $T \ll m$ ), densité, densité d'énergie et pression sont les mêmes pour les bosons et les fermions :

$$n = g \left(\frac{mT}{2\pi}\right)^{3/2} e^{-(m-\mu)/T}, \quad (1.61)$$

$$\rho = mn, \quad (1.62)$$

$$p = nT \ll \rho. \quad (1.63)$$

La densité d'énergie de la composante radiative totale s'obtient en sommant les densités d'énergies des populations relativistes présentes dans l'Univers. Elle s'écrit

$$\rho_R(T) = g_*(T) \frac{\pi^2}{30} T^4, \quad (1.64)$$

où  $g_*$  est le nombre de degrés de liberté relativistes, dont l'expression est

$$g_*(T) = \sum_{\text{bosons}} g_i \left(\frac{T_i}{T}\right)^4 + \frac{7}{8} \sum_{\text{fermions}} g_i \left(\frac{T_i}{T}\right)^4, \quad (1.65)$$

où l'on suppose que chacune des espèces  $i$  possède une température  $T_i$ . La somme se fait sur toutes les particules présentes dans l'Univers, quelle que soit leur température. Par exemple,

à une température de 1 MeV, les espèces relativistes en équilibre thermique sont les photons ( $g_\gamma = 2$ ), les électrons et les positrons thermiques ( $g_{e^+} = g_{e^-} = 2$ ) et les trois familles de neutrinos et d'antineutrinos ( $g_\nu = 1$ ). Toutes ces espèces ont la même température et  $g_* = 10.75$ . À l'aide de l'équation de Friedmann on obtient facilement la relation entre l'âge de l'Univers et la température durant l'époque radiative

$$t = 2.4g_*^{-1/2} \left( \frac{\text{MeV}}{T} \right)^2 \text{ s.} \quad (1.66)$$

### Entropie

Les premier et second principes de la thermodynamique appliqués à un volume comobile d'univers  $V = a^3$  nous donnent (voir [Kolb & Turner 1990]) :

$$dS = d \left[ \frac{(p + \rho)a^3}{T} \right] = 0, \quad (1.67)$$

ce qui signifie que dans un univers en expansion, l'entropie est conservée. On peut également définir la densité d'entropie

$$s = \frac{p + \rho}{T}. \quad (1.68)$$

Cette densité d'entropie est dominée par les espèces relativistes et prend donc la forme suivante :

$$s = g_{s*} \frac{2\pi^2}{45} T^3, \quad (1.69)$$

avec

$$g_{s*} = \sum_{\text{bosons}} g_i \left( \frac{T_i}{T} \right)^3 + \frac{7}{8} \sum_{\text{fermions}} g_i \left( \frac{T_i}{T} \right)^3. \quad (1.70)$$

On notera la différence entre  $g_*$  et  $g_{s*}$  dans les exposants des températures. La conservation de l'entropie  $S = sa^3$  implique alors la relation entre le facteur d'échelle et la température :

$$g_{s*} a^3 T^3 = \text{cste.} \quad (1.71)$$

Ou de manière équivalente :

$$T \propto g_{s*}^{-1/3} a^{-1}. \quad (1.72)$$

### Équilibre et découplage

Une notion importante pour bien saisir l'évolution des différentes populations de particules est la notion de découplage des interactions. Je ferai abondamment appel à cette notion par la suite. Considérons une population de particules soumises à des interactions, caractérisées par une section efficace  $\sigma$ . Si ces interactions sont assez rapides, ces particules vont être en équilibre avec le reste de l'Univers. Ces particules sont caractérisées par une densité  $n$  et une vitesse relative  $v$ . On peut ainsi définir le taux de réaction  $\Gamma$  comme

$$\Gamma = n \langle \sigma v \rangle, \quad (1.73)$$

où  $\langle \sigma v \rangle$  représente la moyenne thermique du produit  $\sigma v$ . L'inverse de ce taux de réaction est le temps moyen entre deux collisions. Sous l'effet de l'expansion, la densité  $n$  va décroître et il

peut arriver un moment où le temps de réaction va devenir plus grand que le temps de Hubble  $H^{-1}$ , de l'ordre de l'âge de l'Univers (à un facteur de l'ordre de l'unité près). Ainsi l'espèce va se découpler des autres particules au moment où son taux de réaction devient plus petit que le taux d'expansion de l'Univers ou, de manière équivalente, lorsque le temps de réaction devient plus grand que le temps d'expansion :

$$\Gamma < H \quad \text{ou} \quad \tau = \frac{1}{\Gamma} > \tau_{\text{exp}} = \frac{1}{H}. \quad (1.74)$$

Cette règle simpliste donne de bons ordres de grandeurs mais ne constitue évidemment pas une démonstration rigoureuse. Si des estimations plus précises sont requises, on lui préférera largement la résolution de l'équation de Boltzmann qui permet de prendre en compte l'évolution de la fonction de distribution dans l'espace des phases  $f(\mathbf{p}, \mathbf{x})$ .

## 1.4 Les grandes étapes du scénario

Notre description actuelle de la Physique ne nous permet d'appréhender l'Univers qu'au mieux  $10^{-43}$  s après le Big-Bang, grandeur qui correspond au temps de Planck  $t_P = \sqrt{\hbar G/c^5}$ . En deçà de cette limite, une théorie quantique de la gravitation, qui à l'heure actuelle n'existe pas encore, est nécessaire pour décrire la physique. On pense que pendant cette époque, les quatre forces fondamentales sont unifiées en une seule et même interaction.

Au fur et à mesure que l'Univers s'étend et se refroidit, il subit des brisures de symétries qui correspondent aux découplages de certaines interactions. Les échelles de ces ruptures de symétrie sont données par les masses des bosons vecteurs de ces interactions. Ainsi, toutes les interactions fondamentales sauf la gravité sont unifiées (théorie de grande unification ou GUT) jusqu'à des températures de l'ordre de  $10^{16}$  GeV, soit  $10^{-35}$  s après le Big-Bang.

Dans le cadre des théories cosmologiques actuelles, on suppose que l'Univers passe alors par une période d'expansion accélérée appelée inflation. Ce mécanisme d'inflation a été proposé au début des années 1980 [Guth 1981] comme solution aux différents problèmes posés par le modèle standard de la cosmologie d'alors (voir section 1.6.1).

À une température d'environ 300 GeV, interactions faible et électromagnétique se découplent. Le mécanisme de Higgs donne leur masse aux particules telles que les bosons de jauge  $W^\pm$ ,  $Z$  et les fermions du Modèle Standard.

Vers une température de l'ordre de 150 MeV, l'Univers s'est refroidi au point où les quarks ne parviennent plus à rester indépendants et se confinent dans les hadrons. L'Univers passe alors de l'état de plasma de quark à l'état de plasma de hadrons. Les nucléons (protons et neutrons) se forment à cette époque appelée transition Quark-Gluon-Plasma (QGP). Cette transition est relativement mal connue, en particulier en ce qui concerne l'ordre de cette transition. Une transition de premier ordre a dans un temps été considérée [Witten 1984], mais il semble aujourd'hui que cette piste soit écartée au profit d'une transition continue (cross-over). Ce domaine fait l'objet de beaucoup d'études tant théoriques, avec en particulier les calculs de QCD sur réseau, qu'expérimentales avec des expériences dédiées au QGP telles RHIC<sup>6</sup> à Brookhaven, ou bientôt au LHC avec ALICE<sup>7</sup>.

6. [www.bnl.gov/rhic](http://www.bnl.gov/rhic)

7. <http://aliceinfo.cern.ch/Collaboration/>

Les interactions faibles se découplent finalement à une température d'environ 1 MeV, soit une seconde après le Big-Bang. L'Univers est alors constitué de leptons (électrons et neutrinos et leurs antiparticules), de photons et d'une infime contamination de baryons de l'ordre de  $\eta = n_B/n_\gamma \sim 10^{-9}$ . C'est ce milliardième de matière qui compose aujourd'hui la matière baryonique environnante. Peu après le découplage des interactions faibles, vers 80 keV, la température devient suffisamment basse pour permettre la formation des éléments légers, la nucléosynthèse primordiale, pilier du modèle du Big-Bang sur laquelle je vais revenir plus en détail dans la section suivante. Le découplage des interaction faibles à 1 MeV implique le découplage des neutrinos qui évoluent à partir ce moment là indépendamment des autres populations. Lorsque la température devient plus faible que la masse de l'électron, les paires thermiques  $e^+e^-$  s'annihilent et transfèrent leurs entropie aux photons. Les neutrinos, découplés auparavant, ne profitent par de ce gain d'entropie. Avant l'annihilation des paires, les espèces en équilibre thermique avec les photons sont les photons ( $g = 2$ ) et les paires  $e^+e^-$  ( $g=4$ ), ce qui donne une valeur  $g_* = 11/2$ , tandis qu'après l'annihilation, seuls les photons sont en équilibre et  $g_* = 2$ . L'entropie étant conservée, cela implique que la température des photons décroît moins lentement que  $a^{-1}$  pendant la perte des paires  $e^+e^-$ , alors que les neutrinos, insensible à cette annihilation, voient leur température évoluer normalement en  $a^{-1}$ . Cela implique qu'aujourd'hui la température du fond de neutrinos est plus faible que celle des photons et l'on a la relation :

$$\frac{T_\gamma}{T_\nu} = \left(\frac{11}{4}\right)^{1/3} = 1.4. \quad (1.75)$$

On retrouve ainsi la température de 1.95 K annoncée plus haut.

Après la nucléosynthèse, l'Univers est un plasma ionisé constitué de protons, de noyaux d'hélium et de traces de quelques autres éléments, ainsi bien sûr que d'électrons qui assurent la neutralité électrique du système, le tout baigné dans un bain de photons. Les neutrinos s'étant découplés des autres espèces avant la nucléosynthèse, n'interagissent pratiquement plus avec les autres particules.

Nous avons vu que la densité d'énergie radiative évolue comme  $\rho_r \propto a^{-4}$  et que la densité d'énergie de la matière évolue comme  $\rho_M \propto a^{-3}$ . Ainsi, il va exister une valeur du facteur d'expansion pour laquelle les deux composantes seront égales. On parle d'égalité matière-rayonnement. Après cette transition, l'expansion qui évoluait comme  $a \propto t^{1/2}$  entre dans le régime dominé par la matière et évolue comme  $a \propto t^{2/3}$ . La valeur du redshift de transition  $z_{\text{eq}}$  est déterminée en égalisant les deux densités d'énergie :

$$\Omega_R(1 + z_{\text{eq}})^4 = \Omega_M(1 + z_{\text{eq}})^3. \quad (1.76)$$

Pour l'univers  $\Lambda$ CDM, il vient donc  $z_{\text{eq}} = \Omega_M/\Omega_R \approx 3500$  (voir [Spergel et al. 2003] par exemple).

Vers 3000 K ( $z \sim 1100$ ), la température devient suffisamment basse pour permettre la formation d'atomes d'hydrogène neutre, les photons n'ayant plus assez d'énergie pour les photodésintégrer. Du fait de cette recombinaison (on devrait d'ailleurs dire combinaison), la densité d'électrons libres chute considérablement, permettant ainsi aux photons de se propager en ligne droite. C'est l'émission du fond diffus cosmologique (CMB en anglais).

Une fois l'Univers devenu neutre, la gravitation domine les autres forces et amplifie les toutes petites (de l'ordre de  $10^{-5}$ ) fluctuations de densité que l'on suppose résulter de l'inflation,

conduisant ainsi à la formation des structures. Selon le modèle actuel pour les formation des structures (modèle hiérarchique), celles-ci se forment d'abord à petite échelle puis grossissent par attraction gravitationnelle jusqu'à former des amas de galaxies.

## 1.5 Nucléosynthèse primordiale

La nucléosynthèse primordiale (ou BBN en anglais, pour Big-Bang Nucleosynthesis, acronyme utilisé dans la suite), est la période dans l'histoire thermique de l'Univers qui voit la formation des éléments légers, essentiellement de l'hélium-4, mais également des traces de deutérium, d'hélium-3 et de lithium-7. Ce mécanisme avait été prédit à la fin des années 40 par Gamow et ses collaborateurs [Gamow 1946, Alpher et al. 1948].

La BBN est considérée comme un des trois piliers du modèle du Big-Bang chaud (avec l'expansion et le rayonnement fossile à 2.7 K) en raison de l'accord tendu mais néanmoins assez remarquable entre ses prédictions et les observations des éléments légers qui sont faites sur plus de neuf ordres de grandeur.

L'importance de la BBN réside dans le fait qu'elle a lieu à une époque de l'Univers qui est autrement inaccessible aux observations. En effet, elle se déroule à des températures de l'ordre de la centaine de keV, alors que la plus ancienne lumière que nous pouvons observer est le CMB émis à une température, comparativement beaucoup plus faible, de seulement 0.3 eV. Si l'on raisonne en échelle temporelle, la nucléosynthèse commence pour un univers  $\Lambda$ CDM peu après la première minute de l'Univers et dure environ 25 minutes.

La nucléosynthèse primordiale a longtemps été la seule et unique manière de déterminer précisément la quantité de baryons dans l'Univers. En effet, ce mécanisme de création des éléments légers ne dépend essentiellement que d'un seul paramètre, le rapport baryon/photon  $\eta$  ou, de manière équivalente, de la densité de baryons réduite à la densité critique  $\Omega_b$  (voir fig. 1.4). Ainsi la confrontation des prédictions de la BBN aux abondances primordiales déduites des observations permettait de déduire cette densité baryonique.

La situation a quelque peu changé avec l'avènement des expériences satellitaires de mesures des anisotropies de température du CMB telles que la sonde WMAP. Ces expériences très précises permettent de déterminer la densité baryonique avec une bien meilleure précision et ce, de manière indépendante de la BBN. Ainsi, si l'on se satisfait évidemment du bon accord des deux prédictions, la BBN n'est plus tellement utilisée comme outil de mesure de la densité baryonique, mais comme outil permettant de contraindre des scénarios de physique des particules ou de cosmologie au delà du modèle standard. Ces divers scénarios peuvent avoir une influence sur différents aspects du mécanisme de la BBN, et l'on s'attend ainsi à voir des déviations de l'un à l'autre dans les abondances finales. À titre d'exemple, on peut citer les études sur les désintégrations de particules reliques [Cyburt et al. 2003]. On peut alors contraindre la durée de vie et la masse de ces particules. Des études ont également été menées sur d'éventuelles variations dans les constantes fondamentales de la physique [Coc et al. 2007]. Par ailleurs en prenant comme acquis la valeur de la densité baryonique déterminée par le CMB, on peut utiliser la BBN comme moyen d'affiner les modèles d'évolution stellaire, connaissant de ce fait la valeur des abondances primordiales avant la formation des étoiles [Vangioni-Flam et al. 2003].

Je vais dans un premier temps présenter le mécanisme de la nucléosynthèse primordiale puis

je discuterai les différentes observations en passant en revue le statut observationnel de chaque isotope.

### 1.5.1 Mécanisme et prédictions

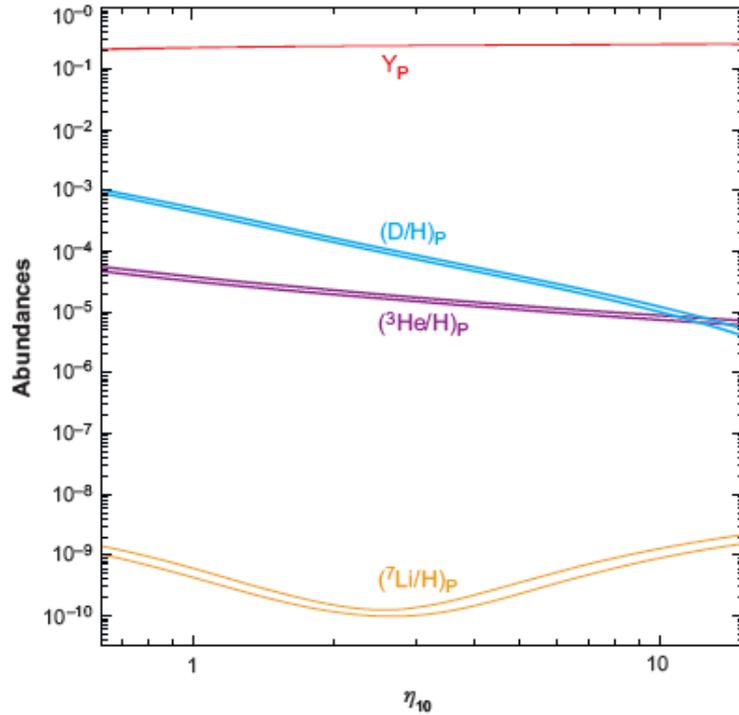


FIGURE 1.4 – Abondances primordiales prédites par le scénario standard de nucléosynthèse. Les abondances en deutérium, hélium-3 et lithium-7 sont en fraction de nombre par rapport à l’hydrogène, tandis que  $Y_p$  représente la fraction de masse de l’hélium-4. L’épaisseur des bandes indiquent les incertitudes sur les taux de réactions nucléaires. Figure tirée de [Steigman 2007].

Dans le modèle standard, l’époque de la nucléosynthèse primordiale commence lorsque l’Univers s’est refroidi à une température d’environ 1 MeV, les interactions faibles assurant l’équilibre thermodynamique entre protons et neutrons se découplant vers cette température. La quantité déterminante pour la nucléosynthèse standard est le rapport de la densité neutronique sur la densité protonique. Ce paramètre, noté  $n/p$  est déterminé par la différence de masse  $Q = 1.293$  MeV entre le neutron et le proton par la relation :

$$\frac{n}{p} = e^{-Q/T}, \quad (1.77)$$

expression valable lorsque les interactions faibles assurent l’équilibre entre les deux populations. Au moment du découplage ce rapport est fixé par la température et vaut  $n/p = 1/6$ . Après le découplage, il évolue du fait de la désintégration des neutrons libres dont la durée de vie moyenne est de l’ordre du quart d’heure ( $\tau_n = 885.7$  s [Amsler et al. 2008]).

La première étape de la nucléosynthèse est la formation de deutérium par la réaction  $p(n, \gamma)D$ . Le deutérium étant très fragile (son énergie de liaison est  $B_D = 2.23$  MeV), il sera très majoritairement photodésintégré par le rayonnement. Il faut attendre une température d'environ 100 keV pour que le deutérium survive à sa photodésintégration. La période propice pour la nucléosynthèse est donc très réduite car elle ne peut commencer trop tôt, le deutérium étant systématiquement détruit et ne peut pas non plus commencer trop tard car il n'y aurait plus de neutrons disponibles pour produire du deutérium, étape indispensable pour la fabrication de l'hélium-4. Nous verrons que dans l'univers de Dirac-Milne le mécanisme de production est radicalement différent (voir chapitre 4).

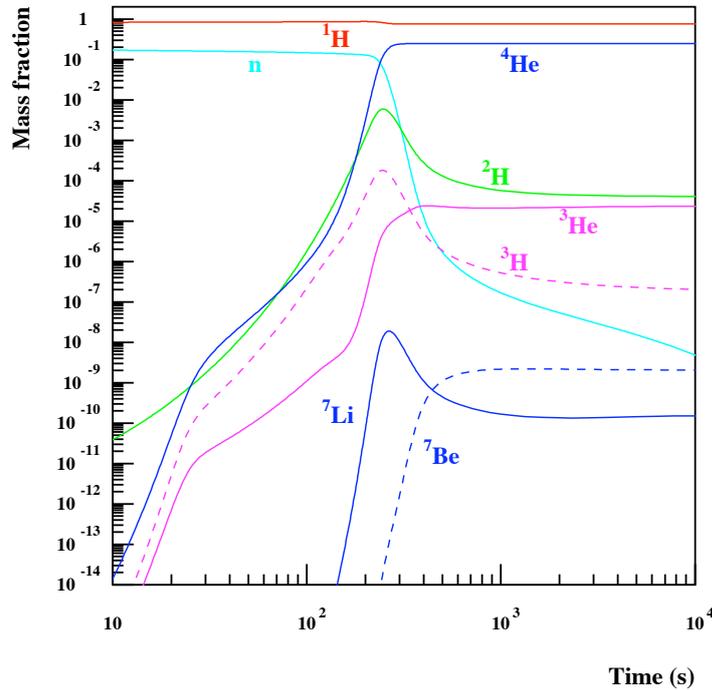


FIGURE 1.5 – Évolution des abondances primordiales en fonction du temps dans le cadre de la nucléosynthèse standard. La densité baryonique est celle déterminée par WMAP,  $\eta \approx 6 \times 10^{-10}$ . Figure tirée de [Coc 2008].

Dès que le deutérium peut survivre (vers 100 keV), s'amorce un réseau de réactions nucléaires qui conduisent à la production d'hélium-4. À 100 keV, le rapport  $n/p$  vaut environ  $1/7$  et en considérant que tous les neutrons disponibles au moment où la nucléosynthèse commence vont être intégrés dans des noyaux d'hélium-4, l'abondance en fraction de masse d'hélium-4 s'exprime par la relation approchée :

$$Y_p = \frac{2(n/p)}{1 + (n/p)} \approx 0.24. \quad (1.78)$$

D'autres éléments légers de masse égale ou inférieure à l'hélium-4 sont également synthétisés au cours de cette nucléosynthèse. Ainsi, de l'hélium-3 et du deutérium qui n'ont pas eu le temps d'intégrer des noyaux d'hélium-4 subsistent et sont prédits à des niveaux  $10^4$  à  $10^5$  plus

faibles que l'hélium-4. L'absence d'élément stable de masse  $A = 5$  ou  $A = 8$  limite également la production d'éléments plus lourds. Ainsi du lithium-7 est produit dans des quantités très faibles, de l'ordre de  ${}^7\text{Li}/\text{H} \sim 10^{-10}$ . Cet élément est soit produit directement, soit par l'intermédiaire du béryllium-7, suivant la valeur de la densité baryonique.

La résolution précise de la nucléosynthèse primordiale nécessite la résolution numérique d'un système d'équations différentielles non-linéaires du premier ordre. Je reviendrai plus en détail sur cette procédure dans le chapitre consacré à la nucléosynthèse primordiale dans l'univers de Dirac-Milne. La figure (1.5) présente l'évolution des abondances des éléments légers en fonction de la température.

Il faut noter que la BBN n'a qu'un seul paramètre ajustable : la densité baryonique. Les premières considérations sur la nucléosynthèse primordiale avaient ainsi pour objectif de contraindre cette densité baryonique en cherchant l'accord entre prédictions et observations. La situation a changé avec les mesures des anisotropies de températures du CMB qui permettent de déterminer la densité baryonique avec une précision meilleure encore que celle apportée par la nucléosynthèse. Il convient toutefois de noter que cette détermination, aussi concordante soit-elle avec la densité baryonique déterminée par la seule BBN, repose sur des hypothèses fortes sur le scénario de formation des anisotropies de températures. En prenant la valeur déterminée par WMAP 1 [Spergel et al. 2003],

$$\eta_{\text{CMB}} = (6.14 \pm 0.25) \times 10^{-10}, \quad (1.79)$$

[Cyburt 2004] trouvent les abondance finales suivantes :

$$Y_p = 0.2485 \pm 0.0005, \quad (1.80)$$

$$\text{D}/\text{H} = (2.55_{0.20}^{+0.21}) \times 10^{-5}, \quad (1.81)$$

$${}^3\text{He}/\text{H} = (10.12_{-0.66}^{+0.67}) \times 10^{-6}, \quad (1.82)$$

$${}^7\text{Li}/\text{H} = (4.26_{-0.86}^{+0.91}) \times 10^{-10}. \quad (1.83)$$

Les valeurs finales des abondances des éléments légers peut varier légèrement selon les groupes et les taux de réactions utilisés.

### 1.5.2 Observations

Les prédictions théoriques du scénario de nucléosynthèse primordiale doivent être confrontées à des observations afin de valider ce mécanisme. Il est bien sûr impossible d'accéder directement aux abondances primordiales, celles-ci étant produites bien avant la recombinaison et donc inaccessibles aux observations. On est donc réduit à chercher les éléments légers dans des sites astrophysiques les moins évolués chimiquement. En effet, l'évolution stellaire qui a lieu dans l'Univers bien après l'époque de la nucléosynthèse primordiale a pour effet de modifier les abondances initiales des différents éléments si bien que les abondances mesurées aujourd'hui doivent être corrigées ou extrapolées afin d'en déduire les abondances primordiales. Chaque élément a sa spécificité, mais globalement, on cherche à observer dans des régions à faible métallicité<sup>8</sup>

8. On appelle métallicité l'abondance en métaux. Un métal étant un élément plus lourds que l'hélium, dans le langage astrophysicien.

car ces régions sont considérées comme étant les moins affectées par l'évolution stellaire et par conséquent, les valeurs mesurées dans ces régions sont les plus proches possibles des valeurs primordiales.

### Hélium-4

L'hélium-4 est le deuxième élément le plus abondant dans l'Univers après l'hydrogène et représente pour près de 25% de la masse baryonique totale. L'histoire thermique de cet élément est relativement simple : il est continuellement produit dans les étoiles par combustion de l'hydrogène. Étant très stable, il est peu détruit pas d'autres processus, si bien que les abondances que l'on peut mesurer aujourd'hui ne sont que des bornes supérieures à son abondance primordiale. On peut toutefois corrélérer sa production avec celle d'éléments plus lourds tels que l'azote ou l'oxygène, qui sont synthétisés en même temps que la fraction d'hélium-4 augmente. Ainsi en extrapolant la valeur de  $Y$  pour des valeurs nulles du rapport N/H ou O/H, on peut en déduire la valeur primordiale de  $Y$ ,  $Y_p$ . Le meilleur site astrophysique pour les mesures de l'abondance en hélium-4 sont les régions ionisées (régions HII) des galaxies bleues compactes. Ainsi [Izotov et al. 2007] ont déterminé la fraction de masse d'hélium primordial en analysant 93 spectres issus de 86 régions HII. Le calcul précis de  $Y_p$  est soumis à de nombreuses sources d'incertitudes systématiques dont la principale vient du choix de l'émissivité des lignes d'He I (voir fig. (1.6)). [Izotov et al. 2007] concluent en proposant deux valeurs pour  $Y_p$  suivant le choix des émissivités de l'hélium,  $Y_p = 0.2472 \pm 0.0012$  en utilisant [Benjamin et al. 2002] et  $Y_p = 0.2516 \pm 0.0011$  en utilisant [Porter et al. 2005].

D'autres groupes [Olive & Skillman 2004, Peimbert et al. 2007], utilisant d'autres analyses aboutissent à des valeurs assez semblables mais avec des erreurs plus larges :  $Y_p = 0.249 \pm 0.009$  [Olive & Skillman 2004],  $Y_p = 0.2474 \pm 0.0028$  [Peimbert et al. 2007]. Devant toutes ses déterminations, le plus sûr est d'adopter une valeur conservatrice [Olive & Skillman 2004] :

$$0.232 \leq Y_p \leq 0.258 \quad (1.84)$$

Dans la suite, je prendrai  $Y_p = 0.24$  comme valeur "standard" de l'abondance primordiale d'hélium lorsque des ordres de grandeur seront nécessaires.

### Deuterium

L'histoire stellaire du deutérium est extrêmement simple. Étant très fragile, cet isotope de l'hydrogène ne peut qu'être détruit lors des processus de formation stellaire. De même, tout noyau de deutérium produit au coeur d'une étoile est systématiquement brûlé en hélium-3. Ainsi l'abondance en deutérium est une fonction décroissante du temps et toute mesure de deuterium ne donne qu'une borne inférieure à l'abondance primordiale [Epstein et al. 1976]. De plus, l'abondance primordiale de deutérium présente une dépendance marquée vis-à-vis de la densité baryonique (voir fig (1.4)), ce qui rend sa détermination précise extrêmement importante pour la cosmologie.

Les premières mesures de deutérium ont été réalisées dans le milieu interstellaire de la galaxie [Linsky et al. 2006] et dans le système solaire [Encrenaz et al. 1996, Geiss & Gloeckler 1998]. Ces mesures sont plus basses que l'abondance primordiale du fait de la destruction du deutérium

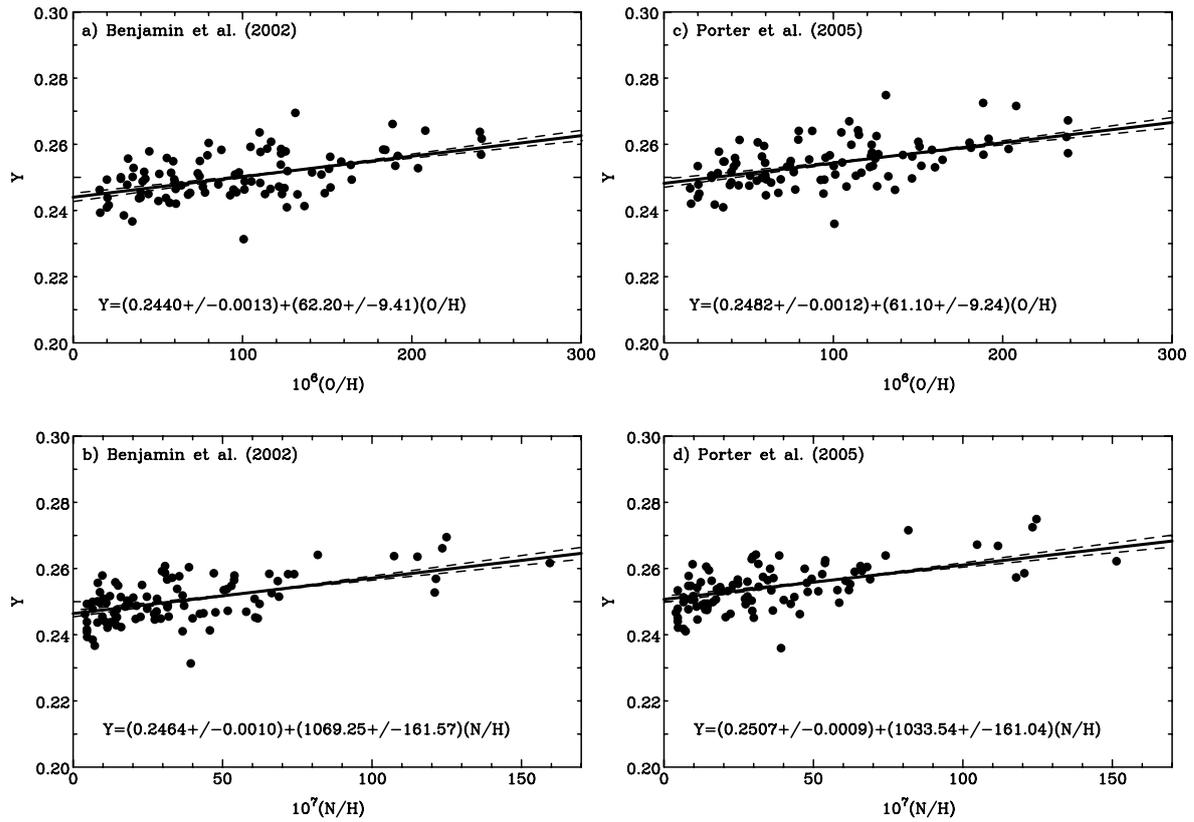


FIGURE 1.6 – Fraction de masse d’hélium-4 mesurée dans régions HII de galaxies bleues compactes. Cette abondance présente une corrélation nette avec la métallicité, qui permet ainsi d’extrapoler la valeur primordiale. Les courbes de gauche et de droite diffèrent par le choix de la modélisation de l’émissivité des lignes d’He I. Cette figure est tirée de [Izotov et al. 2007]

dans les étoiles. On trouvera une revue consacrée à ces premières mesures dans [Lemoine et al. 1999].

Afin de se rapprocher au mieux de la valeur primordiale, on cherche à observer le deutérium dans des sites les plus anciens possibles et supposés n’avoir que peu évolué chimiquement. Les meilleures observations sont effectuées dans des nuages riches en hydrogène à haut redshift – donc très anciens –, situés sur la ligne de visée de quasars [Adams 1976]. On mesure ainsi le spectre d’absorption de ces nuages et le rapport des densités de colonne en H et en D ainsi mesurées donne l’abondance relative D/H. Ces nuages étant à haut redshift ( $z \sim 2.5$ ), l’abondance mesurée est considérée comme représentative de l’abondance primordiale, ce qui est confirmé par la mesure conjointe de la métallicité du nuage.

Cette mesure est en réalité extrêmement difficile à effectuer et à ce jour seulement sept mesures fiables ont été effectuées (voir fig. 1.7). Les conditions à réunir pour pouvoir observer de tels systèmes sont résumées dans [Pettini et al. 2008] :

- la densité de colonne d’hydrogène neutre doit être comprise entre :

$$17 \leq \log[N(H_I)/\text{cm}^{-2}] \leq 21, \quad (1.85)$$

- la métallicité  $[M/H]$  du système soit être la plus faible possible, signifiant une faible astration du deutérium et donc une abondance proche de la valeur primordiale,
- le point le plus important est la nécessité d’avoir un système avec une faible dispersion des vitesses internes, permettant de résoudre le faible décalage isotopique de  $81.6 \text{ km.s}^{-1}$ .

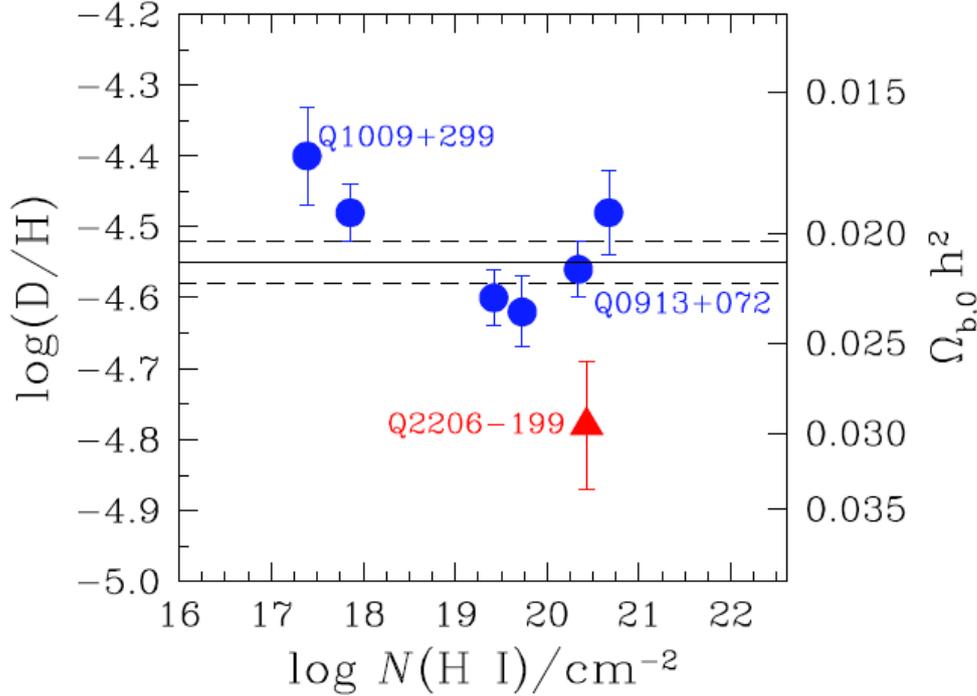


FIGURE 1.7 – Mesures de l’abondance de deutérium dans des nuages d’absorption situés sur des lignes de visée de quasars distants. Les points bleus représentent les mesures effectuées au sol. La ligne horizontale continue représente la moyenne logarithmique des mesures. Figure tirée de [Pettini et al. 2008].

La figure (1.7) présente les abondances en deutérium mesurées en fonction de la densité de colonne en hydrogène. On remarque une grande dispersion dans les données, remarquable à ce qu’elle est plus grande que les erreurs statistiques des mesures. De ce fait [Pettini et al. 2008] préconisent de prendre la moyenne des logarithmes des abondances mesurées et adoptent ainsi comme valeur primordiale :

$$\langle \log(D/H)_p \rangle = -4.55 \pm 0.03. \quad (1.86)$$

La valeur de la densité baryonique qui permet d’obtenir cette valeur est alors

$$\Omega_b h^2 = 0.0213 \pm 0.001, \quad (1.87)$$

soit une valeur du rapport baryons sur photons  $\eta = 5.834 \pm 0.274 \times 10^{-10}$ , en accord avec la détermination de  $\eta$  par [Spergel et al. 2003].

### Hélium 3

L'hélium-3 est mesuré en émission dans les région ionisées H II de la galaxie. [Bania et al. 2002] ont mesuré une valeur  ${}^3\text{He}/\text{H} = 1.1 \pm 0.2 \times 10^{-5}$ . Toutefois, il est difficile de remonter de cette mesure à la densité baryonique car rien n'indique que cette valeur mesurée soit la valeur primordiale [Vangioni-Flam et al. 2003]. En effet, l'histoire stellaire de l'hélium-3 est plus complexe que celle du deutérium ou de l'hélium-4 car il peut être détruit comme produit dans les étoiles. Pour cette raison, l'hélium-3 est rarement utilisé comme contrainte cosmologique.

### Lithium 7

Le lithium-7 est observé à la surface de vieilles étoiles à faible métallicité du halo galactique. Les premières mesures datent de 1982 [Spite & Spite 1982] et font apparaître un plateau dans l'abondance du lithium-7 en fonction de la métallicité. L'existence de ce plateau tend à indiquer une origine primordiale du lithium-7, car même s'il est facilement détruit dans les étoiles, des considérations théoriques prédisent une abondance croissante en lithium-7 au cours du temps. Des mesures plus récentes [Ryan et al. 1999] ont montré une légère dépendance vis-à-vis de l'abondance en fer qui conduisent à la valeur suivante pour l'abondance primordiale de lithium-7 [Ryan et al. 2000] :

$$({}^7\text{Li}/\text{H})_{\text{p}} = 1.23_{-0.32}^{+0.68} \times 10^{-10} \quad (1.88)$$

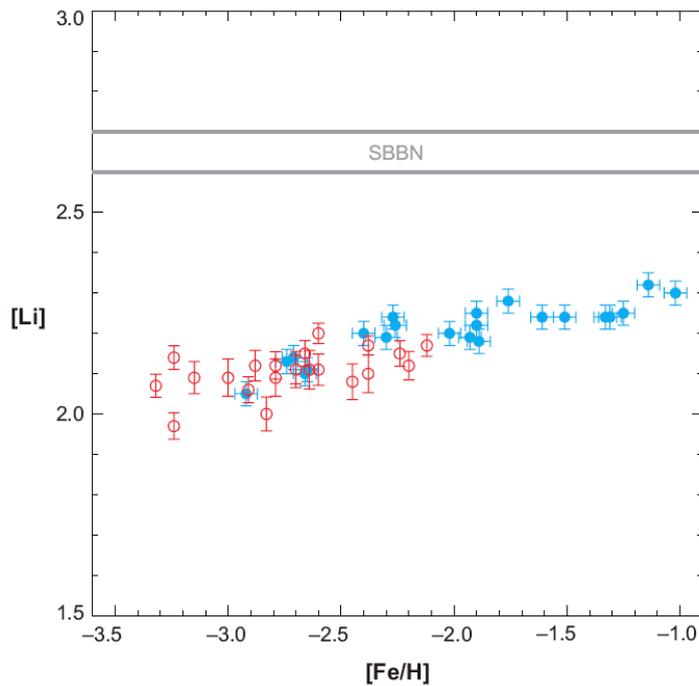


FIGURE 1.8 – Abondance en lithium-7, mesurée dans les étoiles du halo galactique. L'abondance est  $[\text{Li}] = 12 + \log(\text{Li}/\text{H})$ . En abscisse, la métallicité est en échelle logarithmique par rapport à la métallicité solaire. Les points bleus viennent de [Asplund et al. 2006], et les points rouges de [Ryan et al. 1999; 2000]. Figure tirée de [Steigman 2007].

Récemment [Asplund et al. 2006] ont obtenu une nouvelle mesure à l'aide de 24 spectres d'étoiles à faible métallicité du halo. Cette valeur, comprise entre  $1.1$  et  $1.5 \times 10^{-10}$  est plus basse que celle obtenue par [Ryan et al. 2000], mais sont toutefois compatibles (voir fig. 1.8).

Si observations et prédictions coïncident bien pour le deutérium, l'hélium-3 et l'hélium-4, il n'est en pas du tout de même pour le lithium-7. En effet, les prédictions venant de la nucléosynthèse en faisant l'hypothèse d'une densité baryonique déterminée par l'observation des anisotropies de température du CMB [Spergel et al. 2003] indiquent un rapport  ${}^7\text{Li}/\text{H} = 4.15_{-0.45}^{+0.49} \times 10^{-10}$  [Coc et al. 2004], soit un facteur 3 plus élevé que la valeur déduite des observations  $({}^7\text{Li}/\text{H})_{\text{p}} = 1.23_{-0.32}^{+0.68} \times 10^{-10}$  [Ryan et al. 2000].

Ce problème du lithium-7 a encore "empiré" récemment [Cyburt et al. 2008] selon une récente nouvelle analyse du taux de la réaction  ${}^3\text{He}(\alpha, \gamma){}^7\text{Be}$ , principale réaction responsable de la production de lithium-7. De plus, les résultats de la dernière campagne du satellite WMAP [Komatsu et al. 2009] indiquent une densité baryonique plus élevée que précédemment  $\eta = 6.23 \pm 0.17 \times 10^{-10}$ , ce qui implique une production plus importante de lithium-7. Avec ces nouveaux éléments, [Cyburt et al. 2008] avancent la valeur

$${}^7\text{Li}/\text{H} = (5.24_{-0.67}^{+0.71}) \times 10^{-10}. \quad (1.89)$$

Le rapport entre valeur prédite et valeur observée représente maintenant un facteur 4.3. Plusieurs possibilités ont été avancées pour résoudre cette apparente contradiction.

Il a été remarqué que l'augmentation d'un facteur 100 du taux de la réaction  ${}^7\text{Be}(\text{d}, \text{p}){}^4\text{He}$ , qui détruit du beryllium-7, pourrait réconcilier prédictions et observations. De nouvelles mesures ont été réalisées [Angulo et al. 2005], qui concluent que la section efficace de cette réaction est au contraire 10 fois plus petite que d'après les anciennes mesures. Ces auteurs invoquent alors une solution astrophysique au problème.

Des modèles astrophysiques d'évolution stellaire ont été avancés [Richard et al. 2005, Korn et al. 2006] pour expliquer un facteur 2 ou 3 (et peut-être plus ?) entre prédictions et observations. L'idée derrière ces modèles est que le lithium primordial a été intégré au coeur des étoiles par différents mécanismes suivant les modèles conduisant ainsi à une diminution importante de l'abondance de lithium en surface. Ces modèles constituent effectivement une voie possible d'explication mais doivent aboutir à une destruction de lithium-7 indépendante (ou très faiblement dépendante) de la métallicité et donc de l'âge des étoiles afin de reproduire le plateau de Spite.

Une autre possibilité, qui enthousiasme beaucoup plus les cosmologues, est que cette différence entre prédictions et observations est le signe de l'existence d'une nouvelle physique au-delà du Modèle Standard de la physique des particules. En effet, les désintégrations de particules reliques, prédites par exemple dans le cadre des extensions supersymétriques, et qui pourraient se produire durant l'époque de la BBN pourraient modifier le scénario classique et ainsi conduire à une valeur primordiale plus faible et compatible avec le plateau de Spite.

## Lithium-6

Le lithium-6 n'est produit par la nucléosynthèse standard qu'à des niveaux de l'ordre de  ${}^6\text{Li}/\text{H} \approx 10^{-15} - 10^{-14}$ . Cette production est inférieure à celle du lithium-7 d'au moins quatre ordre de grandeur. Récemment, l'observation d'un plateau de lithium-6 dans des étoiles de faible métallicité du halo galactique a été annoncée [Asplund et al. 2006]. Ces auteurs avancent un

rapport  ${}^6\text{Li}/{}^7\text{Li} \sim 0.05$ . Cette valeur est sensiblement plus importante que la valeur prédite par la nucléosynthèse standard. Des mécanismes de production de lithium-6 existent, notamment par spallation de CNO par des rayons cosmiques ou par des réactions de fusion  $\alpha + \alpha \rightarrow {}^6\text{Li} + \dots$ , mais ne sont pas à même d'engendrer un plateau en fonction de la métallicité dans l'abondance en lithium-6. L'hypothèse d'un plateau de lithium-6 semble donc indiquer une origine pré-galactique pour cet isotope très fragile. Une possible solution à ces taux élevés de lithium-6 serait de considérer des désintégrations de particules lourdes durant la période radiative de l'Univers [Jedamzik 2000, Kusakabe et al. 2006]. Notons toutefois que l'annonce d'une observation d'un plateau de lithium-6 est fortement remise en question [Cayrel et al. 2007; 2008], le lithium-6 étant très difficile à détecter pouvant facilement être confondu avec du lithium-7.

### 1.5.3 La nucléosynthèse primordiale : pilier du modèle standard ?

La nucléosynthèse primordiale fait indéniablement partie du modèle standard de la cosmologie. L'idée principale est que les éléments légers, surtout l'hélium-4, ont été synthétisés dans les tous premiers instants de l'Univers par un mécanisme thermique et très probablement homogène. Le succès du modèle du Big-Bang repose largement sur ce mécanisme et sur le raisonnable, voire le bon, accord entre les prédictions théoriques et les observations astrophysiques. Ce succès doit toutefois être pondéré par les quelques tensions qui subsistent encore. En particulier le problème de lithium-7, sans doute beaucoup plus sérieux que celui du lithium-6, pose des questions. Soit il s'agit d'un problème purement astrophysique, auquel cas les efforts théoriques et numériques sur la modélisation stellaire finiront sans doute par apporter une réponse convaincante, soit il s'agit d'un problème plus profond, lié à la modélisation présente que l'on fait de notre Univers, dont l'un des aspects au moins serait incorrect.

## 1.6 Le modèle de Concordance

Le modèle décrit jusqu'ici représente ce qu'au milieu des années 1970, on pouvait appeler le Modèle Standard de la cosmologie. Depuis lors, la vision que nous avons de notre Univers s'est considérablement enrichie grâce aux progrès constants réalisés tant du point de vue théorique qu'observationnel. Aujourd'hui, ce qu'on appelle Modèle Standard de la cosmologie, est une représentation toujours basée sur le modèle du Big-Bang, mais auquel de nouveaux ingrédients ont été rajoutés successivement, soit pour résoudre des problèmes fondamentaux dans la théorie, soit pour rendre compte de certaines observations, inexplicables autrement. À l'heure actuelle, le Modèle Standard de la cosmologie, qui porte plusieurs noms (modèle  $\Lambda$ CDM, modèle de concordance, ...), semble en très bon accord avec un nombre important de tests observationnels qui indiquent que notre Univers est aujourd'hui dominé par environ 70% d'Énergie Noire, 25% de Matière Noire non baryonique, les baryons représentant le complément. Un ingrédient essentiel du Modèle Standard est le mécanisme de l'inflation qui suppose que l'Univers est passé dans sa prime jeunesse par une phase d'expansion accélérée. Inflation, Matière Noire, Énergie Noire, telles sont les trois principales composantes du modèle de concordance, que je vais maintenant brièvement présenter. On trouvera des revues sur le modèle de concordance plus détaillées par exemple dans [Frieman et al. 2008].

### 1.6.1 Inflation

Cette théorie date du début des années 1980 [Guth 1981], et a été introduit pour résoudre deux problèmes fondamentaux du modèle du Big-Bang que sont le problème de l'horizon et le problème de la platitude. De nombreuses modifications et améliorations ont été apportées depuis [Linde 1983], mais l'idée derrière les modèles inflationnaires reste toujours la même : introduire à une époque très précoce de l'histoire de l'Univers une phase durant laquelle l'expansion de l'Univers croît de façon accélérée.

#### Les problèmes d'une cosmologie sans inflation

- Problème de l'horizon

Dans un univers dominé par la radiation, puis par de la matière, l'intégrale définissant l'horizon (éq. (1.24)) converge, impliquant de ce fait l'existence d'un horizon. Cela signifie que deux régions distinctes séparées par une distance plus grande que cet horizon n'ont jamais été en contact causal l'une avec l'autre et doivent avoir évolué de manière indépendante, sauf à supposer des conditions initiales particulières. En particulier, il n'y a aucune raison pour que ces régions aient la même température. La quasi-parfaite homogénéité du CMB, pour des régions quelconques à  $180^\circ$  l'une de l'autre pose alors un problème car elle signifie que des zones a priori non reliées causalement ont la même température, ce qui ne se justifie pas naturellement. En effet, l'horizon au moment du découplage, noté  $d_{\text{dec}}$  est :

$$d_{\text{dec}} = \frac{c}{H_0 \sqrt{\Omega_M}} \frac{1}{1 + z_{\text{dec}}} \left( \frac{2}{\sqrt{1 + z_{\text{dec}}}} - \frac{1}{\sqrt{1 + z_{\text{eq}}}} \right), \quad (1.90)$$

où  $z_{\text{dec}}$  est le redshift de découplage et  $z_{\text{eq}}$  le redshift d'égalité entre les composantes radiatives et de matière. L'angle sous lequel on observe aujourd'hui cet horizon est déterminé à l'aide de la distance angulaire, calculée au redshift de découplage  $d_A(z_{\text{dec}})$  :

$$\theta = \frac{d_{\text{dec}}}{d_A(z_{\text{dec}})}. \quad (1.91)$$

Pour un espace plat, comme semble le suggérer les données observationnelles, la distance angulaire s'exprime :

$$d_A(z_{\text{dec}}) = \frac{2c}{H_0 \sqrt{\Omega_M}} \frac{1}{1 + z_{\text{dec}}} \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + z_{\text{dec}}}} \right), \quad (1.92)$$

ce qui donne au final une échelle angulaire de l'ordre de  $1^\circ$ . Le fait d'observer que l'intégralité du ciel, et non seulement des zones de  $1^\circ$ , soit à la même température constitue ce qu'on appelle le problème de l'horizon.

- Problème de la platitude

Le problème de la platitude intervient quand on considère l'équation de Friedmann que l'on peut écrire de la façon suivante :

$$|1 - \Omega_{\text{tot}}| = \left| \frac{k}{a^2 H^2} \right|. \quad (1.93)$$

Dans une évolution standard du facteur d'échelle ( $a \propto t^{1/2}$  dans l'époque de radiation ou  $a \propto t^{2/3}$  dans l'époque de matière),  $a^2 H^2 = \dot{a}^2$  va décroître et donc le terme  $|1 - \Omega_{\text{tot}}|$  va augmenter. Or, les observations semblent indiquer que nous vivons dans un espace plat et qu'ainsi aujourd'hui  $\Omega_{\text{tot}}$  est très proche de 1. Ainsi pour avoir un univers plat aujourd'hui, environ 15 milliards d'années après le Big-Bang, il faut qu'au temps de Planck ( $t_p \sim 5 \times 10^{-44}$  sec)

$$|\Omega_{\text{tot}}(t_p) - 1| \sim 10^{-60}. \quad (1.94)$$

De telles conditions initiales ne sont absolument pas naturelles. Il n'y a aucune raison pour une telle quantité de *fine-tuning* dans la valeur de la densité au temps de Planck. Le problème de la platitude se pose alors en ces termes : pourquoi notre Univers nous apparaît-il comme spatialement plat et si proche d'un univers critique ?

### L'inflation comme solution

Le problème de l'horizon peut être résolu si l'Univers subit, dans ses tous premiers instants une phase d'expansion accélérée caractérisée par

$$\ddot{a} > 0. \quad (1.95)$$

Dans ce cas, le rayon comobile de Hubble  $(aH)^{-1}$  va décroître avec le temps. Les régions causalement liées sont situées à l'intérieur du rayon de Hubble. Ainsi, du fait de cette décroissance, des régions causalement liées avant l'inflation se retrouvent, à la sortie de l'inflation, séparées par des distances supérieures à l'horizon. Elles peuvent donc avoir la même température, tout en semblant n'ayant jamais avoir été en contact causal.

Le problème de la platitude est également résolu. En effet si  $(aH)^{-1}$  décroît pendant l'inflation, alors d'après l'équation (1.93)  $\Omega_{\text{tot}}$  se rapproche de 1. L'inflation a ainsi pour effet d'aplatir l'Univers.

Si l'on considère la deuxième équation de Friedmann (éq. (1.38)) (sans la constante cosmologique) la condition (1.95) est réalisée si l'on dispose d'une équation d'état telle que

$$\rho + 3p < 0. \quad (1.96)$$

On notera qu'une constante cosmologique d'équation d'état  $p = -\rho$  satisfait à cette condition, mais la solution pour l'inflation ne peut être une constante cosmologique car sinon l'Univers resterait éternellement dans un état d'inflation et nous ne serions pas là pour en discuter ! Il est donc nécessaire que la phase d'inflation ait une fin et que l'on retrouve l'évolution standard du facteur d'échelle  $a(t) \propto t^{1/2}$  propre à la période dominée par la radiation.

Des champs scalaires motivés par la physique des particules satisfont en principe cette contrainte. Les scénarios inflationnaires font ainsi intervenir un champ scalaire  $\phi$ , appelé inflaton, dont l'évolution est régie par son potentiel  $V(\phi)$ . Les fluctuations de ce champ scalaire pendant la phase d'inflation sont à l'origine des fluctuations de densité d'énergie dans l'univers primordial [Guth & Pi 1982]. Ces fluctuations sont à l'origine des structures à grande échelle que l'on observe dans les grands relevés de galaxies (voir fig. (1.1)). L'inflation résout ainsi le problème des conditions initiales pour la formation des structures en fournissant les germes de ces structures qui vont pouvoir se développer par instabilité gravitationnelle à mesure de l'évolution de

l'univers. On notera toutefois que même dans le cas de champs scalaires la sortie de l'inflation – le réchauffage – n'est pas encore expliquée de manière convaincante et naturelle. On trouvera bien plus de détails sur les différents modèles inflationnaires dans des ouvrages classiques tels que [Lyth & Riotto 1999, Linde 2005].

### 1.6.2 Matière Noire

La matière noire non baryonique est un élément central du modèle de concordance. Sa présence est déduite notamment à partir des mesures de masses dans les amas et elle semble nécessaire pour la formation des structures à grande échelle de l'Univers. Sa nature reste toutefois mystérieuse puisqu'aucune particule du modèle Standard de la physique des particules n'a les caractéristiques requises. Par contre on peut trouver un candidat assez naturel du côté des extensions supersymétriques du modèle standard. En effet, un découplage de ces particules avec des sections efficaces de l'ordre des sections efficaces typiques des interactions faibles et des masses de particules de l'ordre de 100 GeV – 1 TeV donne une abondance relative à la densité critique du bon ordre de grandeur (WIMP miracle).

#### Évidences observationnelles en faveur de la Matière Noire

La problématique de la Matière Noire est très ancienne. Elle remonte aux années 30, lorsque F. Zwicky [Zwicky 1933; 1937] effectue des mesures de vitesses de dispersion dans l'amas de Coma et s'aperçoit que la masse *dynamique* nécessaire pour rendre compte de ces vitesses est largement plus grande que la masse *lumineuse*. L'hypothèse de matière non relativiste non visible est alors avancée. De nos jours, de nombreuses observations semblent confirmer cette hypothèse, et ce à différentes échelles, de la galaxie aux échelles cosmologiques.

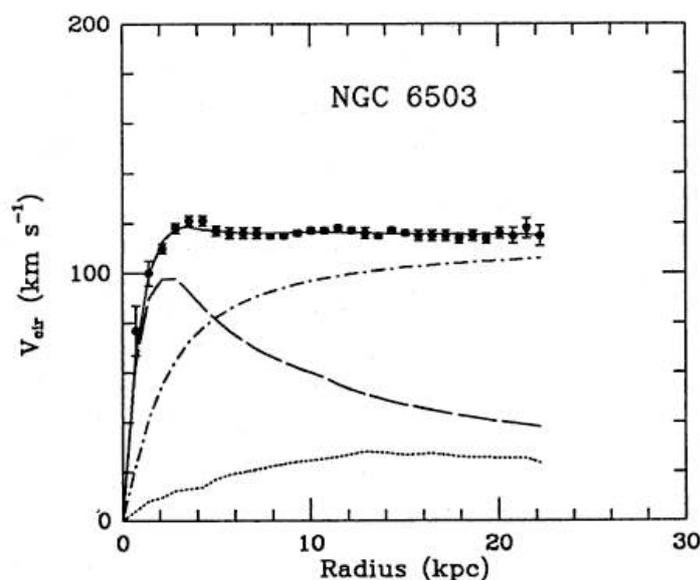


FIGURE 1.9 – Exemple typique de courbe de rotation de galaxie. Figure tirée de [Begeman et al. 1991].

L'indication la plus convaincante qu'il existe de la Matière Noire dans les galaxies provient de l'étude de la vitesse de rotation des étoiles dans les galaxies ([Rubin & Ford 1970] et voir fig. (1.9)). Il est régulièrement observé que la vitesse des étoiles reste pratiquement constante en fonction de la distance au centre galactique. On parle ainsi de *courbes de rotation plates*. Ce comportement plat n'est pas prédit par la mécanique newtonienne pour laquelle la vitesse devrait se comporter comme

$$v(r) = \sqrt{\frac{GM(r)}{r}}, \quad (1.97)$$

$M(r) = 4\pi \int \rho(r)r^2 dr$  étant la masse contenue dans une sphère de rayon  $r$ , que l'on attendrait quasiment constante au delà du disque lumineux. Ainsi, la vitesse devrait décroître comme  $v(r) \propto 1/r$  à grande distance. Le fait que les courbes de rotation soient plates semble indiquer la présence d'un halo de matière non lumineuse telle que  $M(r) \propto r$ . Ce halo est ainsi prédit si le profil de densité  $\rho$  évolue comme  $\rho \propto 1/r^2$ . L'observation de ces courbes de rotation plate est ainsi un argument fort en faveur de l'existence de Matière Noire.

La première mention à la Matière Noire fut faite par Zwicky dès 1933, qui utilisait l'appellation "masse manquante". Ses résultats sont aujourd'hui largement confirmés par les mesures de masse dans les amas de galaxies. Il existe différentes techniques permettant de déterminer la masse totale d'un amas de galaxies, comme par exemple l'application du théorème du viriel qui relie température du gaz à la vitesse de dispersion des galaxies, la mesure de la température du gaz X présent entre les galaxies ou encore les effets de lentille gravitationnelle faible (weak lensing). Toutes ces mesures concordent sur la masse totale des amas de galaxies qui conduisent à un rapport de la densité de matière sur la densité critique de l'ordre de  $\Omega_M = 0.2 - 0.3$  (voir par exemple [Allen et al. 2008]). Les amas de galaxies étant les plus gros objets gravitationnellement liés, on considère que la quantité de matière au sein des amas, ainsi que le rapport masse baryonique/masse totale, est bien représentatif de ces mêmes grandeurs prises au niveau cosmologique.

Les mesures de masses dans les amas de galaxies impliquent par ailleurs fortement l'existence de Matière Noire non-baryonique. En effet, dans le cadre du Modèle Standard, la nucléosynthèse primordiale impose la quantité de baryons totale, ce que permet de déterminer que les baryons ne représentent qu'environ 4% de la masse totale de l'Univers. La masse contenue dans les amas étant jugée comme représentative de la masse de matière (baryonique ou non) totale et représentant de l'ordre de 20 à 30% de la masse de l'Univers, il s'ensuit qu'il existe nécessairement une importante composante non baryonique pour la matière.

La nécessité de matière noire apparaît également au niveau cosmologique au moins selon deux aspects : le CMB et les structures à grandes échelles. Selon le paradigme standard du CMB, peu après l'égalité entre matière et rayonnement, les baryons se mettent à osciller dans les puits de potentiels créés par la matière noire, générant ainsi les pics acoustiques que l'on observe dans le spectre des anisotropies de température du CMB. Par ailleurs, l'univers étant quasi-homogène au moment du découplage, il est difficile d'arriver à former des structures telles qu'on les observe aujourd'hui sans présence de Matière Noire.

## Nature de la Matière Noire

Dans le cadre du Modèle Standard, il existe nécessairement au moins deux composantes à la matière noire : une matière noire non baryonique nécessaire car les déterminations de  $\Omega_M$  donnent toutes  $\Omega_M > \Omega_B$ , mais également une composante baryonique, car tous les baryons prédits par la nucléosynthèse primordiale ne sont pas observés. On trouve un bon inventaire des baryons dans l'Univers [Fukugita et al. 1998, Fukugita 2004], dans lequel il ressort qu'environ 35 % des baryons prédits par la nucléosynthèse standard ne sont pas observés. L'hypothèse selon laquelle des objets compacts (MACHOS) de masse comprise entre  $10^{-7}$  et 10 masses solaires [Paczynski 1986] pourraient contribuer significativement à cette masse baryonique cachée a été fortement contrainte par l'expérience EROS-2 [Tisserand et al. 2007]. Citons également l'éventuelle possibilité de cacher ces baryons dans des nuages de gaz froid moléculaire dans la galaxie [Pfenniger & Combes 1994].

En ce qui concerne la matière-noire non baryonique, les candidats sont multiples : partenaires supersymétriques de particules connues, particules de Kaluza-Klein dans des espaces-temps à 5 dimensions, axions, trous noirs primordiaux, ... De nombreuses revues (voir par exemple [Bertone et al. 2005]) exposent en détail ces différents candidats. D'importants efforts expérimentaux ont été et sont menés pour tenter de mettre en évidence de manière directe ces candidats supersymétriques en mesurant le recul nucléaire qui a lieu lors d'une interaction avec la matière dans un détecteur. Compte tenu des sections efficaces extrêmement faibles ( $\sim 10^{-8}$  pb), ces expériences nécessitent des matériaux ultra-purs et très bien isolés des différentes sources naturelles de bruit (muons cosmiques, radioactivité naturelle, ...). Pour ces raisons, ces expériences ont souvent lieu en site souterrain (Edelweiss, CDMS, ...).

## MOND

Pour finir ce bref tour d'horizon sur la matière noire, il convient également de mentionner les études qui visent à expliquer les observations à l'échelle galactique sans justement recourir à de la matière noire non baryonique. Il s'agit alors d'invoquer une modification de la gravitation newtonienne (MODified Newtonian Dynamics) [Milgrom 1983, Sanders & McGaugh 2002] sur ces échelles galactiques. Cette modification empirique permet d'obtenir des courbes de rotations plates pour les galaxies spirales.

### 1.6.3 Énergie Noire et accélération de l'expansion

La découverte en 1998 [Riess et al. 1998, Perlmutter et al. 1999] (voir également le chapitre 5) que notre Univers n'est pas correctement décrit par un univers Einstein-de Sitter en décélération mais qu'au contraire l'expansion semble être dans une phase accélérée, a amené la communauté à considérer une nouvelle composante dans le bilan énergétique de l'Univers. Sa nature actuelle n'est pas déterminée et de ce fait plusieurs scénarios sont envisagés pour expliquer cette apparente accélération de l'expansion. On appelle cette composante Énergie Noire.

Le scénario le plus simple d'Énergie Noire est la constante cosmologique  $\Lambda$ . Rappelons qu'Einstein avait introduit ce terme répulsif dans ses équations afin de compenser l'effondrement gravitationnel de la matière et ainsi obtenir un univers statique. Mathématiquement, cette constante

cosmologique agit comme une énergie du vide avec une équation d'état :

$$p_{\text{vide}} = -\rho_{\text{vide}}. \quad (1.98)$$

L'énergie du vide, ou la constante cosmologique, est ainsi le scénario la plus simple d'Énergie Noire en ceci qu'il fait intervenir une densité d'énergie constante. Nous verrons au début du chapitre suivant quels problèmes soulèvent l'introduction de cette énergie du vide dans la cosmologie. D'autres scénarios plus sophistiqués à base de champs scalaires sont également considérés. Ces modèles introduisent des paramètres d'état qui peuvent varier en fonction de l'époque, dans le but d'expliquer la raison pour laquelle l'Énergie Noire devient prépondérante seulement à une époque proche de l'époque actuelle (voir section 2.1.1).

Devant le mystère qui entoure l'accélération de l'Univers, d'autres approches sont également tentées. Parmi ces approches on peut citer des modifications de la Relativité Générale [Carroll et al. 2004] ou l'introduction de dimensions supplémentaires [Deffayet et al. 2002]. Une autre piste consiste à n'invoquer ni Énergie Noire, ni modifications de la physique, mais à remettre en cause l'application du principe cosmologique, en particulier l'hypothèse d'homogénéité [Kolb et al. 2006]. Gardons toutefois à l'esprit qu'aucune de ces différentes approches ne semble résoudre de manière convaincante les problèmes liés à l'Énergie Noire et pour l'instant aucun consensus ne s'est fait autour d'un scénario précis. Par contre, la communauté semble s'accorder sur la réalité d'une accélération récente de l'expansion, dont l'explication la plus simple, et compatible avec les tests cosmologiques, reste celle de la constante cosmologique.

#### 1.6.4 Concordance des tests cosmologiques

Dans ce chapitre, j'ai présenté les différents aspects de la cosmologie moderne. Avant de commencer l'étude de l'univers de Dirac-Milne, il convient de résumer la situation actuelle. La communauté dispose d'un modèle qui, dans sa version la plus simple, fait intervenir de la matière baryonique pour environ 4%, de la Matière Noire non-baryonique et non-collisionnelle pour environ 21% et une Énergie Noire pour environ 75% de la densité critique de l'Univers. Exprimée en pourcentage de la densité critique, la somme de ces contribution vaut 100%, ce qui semble impliquer que l'espace dans lequel nous évoluons est plat. L'Univers du modèle de Concordance est passé par une phase d'inflation, qui a eu pour effet d'assurer cette platitude et de générer les fluctuations de densité qui ont conduit aux structures gravitationnelles telles que nous les connaissons aujourd'hui.

Même si ce modèle nécessite l'introduction de plusieurs paramètres, il présente l'avantage important de rendre compte de bon nombre d'observations astrophysiques ou cosmologiques, telles que les anisotropies de température du CMB, la nucléosynthèse primordiale, l'étude des amas de galaxies ou encore les mesures de distances des supernovæ de type Ia. Le modèle de Concordance peut être résumé par quelques paramètres cosmologiques, que sont  $\Omega_b, \Omega_m, \Omega_\Lambda$ , définis à la section (1.2.4), comme le rapport des densités d'énergie des différents constituants à la densité critique. Notons qu'outre ces trois paramètres, d'autres paramètres sont également présents dans la théorie, comme  $n_s$ , l'indice du spectre de puissance des fluctuations résultantes de l'inflation,  $\sigma_8$ , la variance des fluctuations de matière sur des échelles de  $8 h^{-1}$  Mpc, ou encore  $\tau$ , la profondeur optique à la réionisation. Tous ces paramètres sont ajustés sur les observations. En particulier, les deux paramètres  $\Omega_M$  et  $\Omega_\Lambda$  peuvent être déterminés à partir des observations

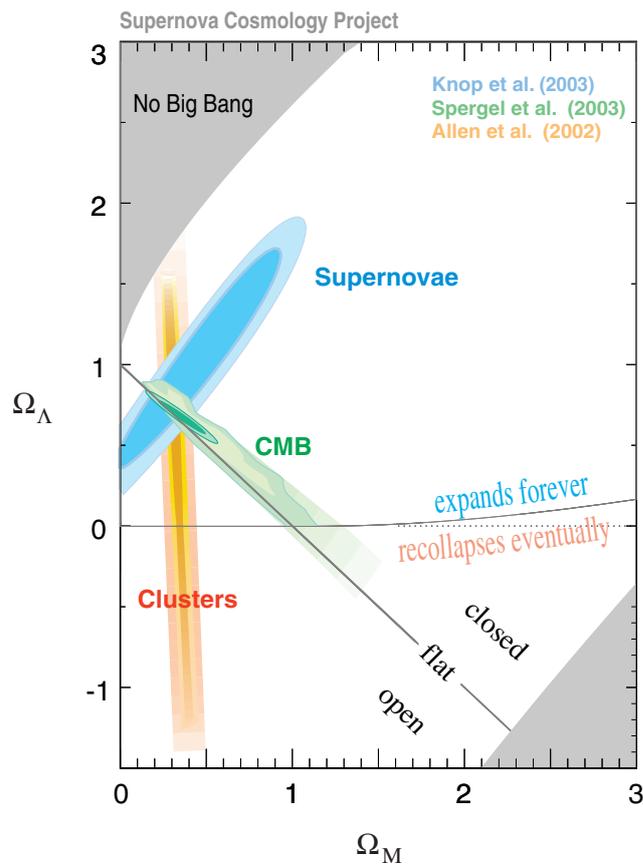


FIGURE 1.10 – Résumé des contraintes imposées par trois tests cosmologiques sur les densités de matière et d'Énergie Noire. On remarque très nettement la concordance de ces trois tests cosmologiques vers le point  $(\Omega_M, \Omega_\Lambda) \sim (0.3, 0.7)$ . Figure tirée de [Knop et al. 2003].

---

des SNe Ia, du CMB, ou des mesures de température du gaz dans les amas de galaxies. La figure (1.10) présente les contraintes sur les deux paramètres qu'imposent ces trois ensembles d'observations. Cette figure illustre parfaitement la raison pour laquelle le modèle cosmologique aujourd'hui privilégié s'appelle le modèle de Concordance.



## Chapitre 2

# Motivations pour un scénario alternatif

---

<b>2.1</b>	<b>Le modèle de Concordance et ses limites . . . . .</b>	<b>48</b>
<b>2.2</b>	<b>Antimatière et antigravité . . . . .</b>	<b>50</b>
<b>2.3</b>	<b>L’univers de Milne . . . . .</b>	<b>57</b>
<b>2.4</b>	<b>Un univers symétrique . . . . .</b>	<b>63</b>
<b>2.5</b>	<b>Conclusions sur les motivations et hypothèses . . . . .</b>	<b>66</b>

---

Le chapitre précédent a présenté les bases de la cosmologie moderne et a brièvement décrit le modèle couramment considéré comme la meilleure description de notre Univers. Ce modèle, appelé, parmi d’autres noms, “Modèle de Concordance” fait état d’un Univers dominé à plus de 95% par deux composantes énergétiques “mystérieuses” qui n’ont, pour le moment, pas encore été détectées de manière directe. L’origine de ces deux composantes est en réalité très ancienne, puisque la problématique de la Matière Noire avait été soulevée dès les années 1930, et que la constante cosmologique, qui constitue le scénario le plus simple d’Énergie Noire, était introduite par Einstein dans ses équations pour contrer l’effet attractif de la gravitation et tenter de construire un Univers statique.

Nous avons également vu dans le chapitre précédent la raison pour laquelle ce modèle standard s’appelle modèle de Concordance. En effet, ce modèle fait intervenir plusieurs paramètres cosmologiques dont les valeurs sont contraintes et déterminées par différentes données observationnelles. Un point remarquable en faveur de ce modèle est que ces tests cosmologiques, qui sont pour la plupart largement indépendants les uns des autres et qui font intervenir des domaines différents de la Physique, semblent indiquer un même ensemble de valeurs pour les paramètres cosmologiques. C’est assurément là un grand succès de ce modèle, mais quelques points méritent toutefois d’être soulevés. En particulier, cette description ne renseigne en rien sur la nature exacte de l’Énergie Noire et de la Matière Noire, et pose des questions théoriques fondamentales auxquelles elle n’apporte pas de réponse.

À l’heure où l’enthousiasme initial qui suivit la mise en évidence en 1998 d’une possible

accélération de l'expansion de l'Univers commence à retomber [White 2007, Sarkar 2008, Martinez & Trimble 2009], il semble légitime de tenter d'autres approches au vaste problème de la description qualitative et quantitative de notre Univers. Ainsi, dans ce chapitre, je présenterai les diverses motivations qui nous ont conduit à considérer l'univers de Dirac-Milne, un univers dans lequel la symétrie entre matière et antimatière est restaurée, et qui fait de plus l'hypothèse que l'antimatière possède une masse gravitationnelle active négative.

Dans un premier temps, je rappellerai les problèmes soulevés par le modèle de Concordance, puis exposerai quelques idées qui sont associées à la notion de masse négative. Pour finir, je détaillerai les hypothèses que nous serons amenés à faire pour mener à bien l'étude de cet univers alternatif.

## 2.1 Le modèle de Concordance et ses limites

Disons-le tout de suite, mon propos n'est pas de critiquer le modèle de Concordance. Ce modèle est une description de la réalité qui concorde bien avec la quasi-totalité des tests cosmologiques et données observationnelles dont on dispose. Cette description pêche plus par sa nature que par un éventuel désaccord observationnel. En effet, gardons à l'esprit que ce modèle prédit deux composantes qui représentent à elles deux plus de 95% du contenu de notre Univers. Cela signifie, que ce modèle qui explique parfaitement bien toutes les observations cosmologiques, nécessite d'introduire dans la théorie des ingrédients ultra-majoritaires dont on ne sait finalement pas grand chose. C'est à mon sens une première motivation pour étudier un autre modèle ou une autre description. Par ailleurs, l'Énergie Noire, dont la proportion est estimée à environ 70% du total énergétique pose des problèmes théoriques importants que je vais brièvement décrire maintenant.

### 2.1.1 Énergie Noire et énergie du vide

Le problème de la constante cosmologique s'est posé bien avant les mesures de distances de supernovæ lointaines en 1998. On trouve dans [Weinberg 1989] une revue très complète sur cette problématique. Nous avons vu dans le chapitre 1 que le terme d'Énergie Noire est caractérisé par une équation d'état

$$p_{\text{DE}} = \omega \rho_{\text{DE}}, \quad (2.1)$$

où  $\omega$ , le paramètre d'état, vaut  $\omega = -1$  dans le cas d'une constante cosmologique, cas le plus simple d'Énergie Noire. Contentons-nous de considérer ce cas. Cette composante a alors une équation d'état :

$$p_{\text{DE}} = -\rho_{\text{DE}}, \quad (2.2)$$

caractéristique d'une énergie du vide.

### Problème de la constante cosmologique

En théorie des champs, le vide a une énergie qui s'exprime comme la somme des énergies de tous les oscillateurs harmoniques d'un champ quelconque de masse  $m$  dans leur état fondamental. Cette somme diverge et il est nécessaire d'imposer une coupure  $E_c \gg m$  que l'on considère habituellement au niveau de l'échelle de Planck  $E_p \sim 10^{19}$  GeV, limite à laquelle on s'attend à

voir la gravité quantique rentrer en jeu. Cette densité d'énergie du vide s'écrit alors [Weinberg 1989] :

$$\rho_{\text{vide}} = \int_0^{E_p} \frac{4\pi k^2 dk}{2(2\pi)^3} \sqrt{(k^2 + m^2)} \approx \frac{E_p^4}{16\pi^2}. \quad (2.3)$$

Cette énergie du vide a une valeur de l'ordre de  $\rho_{\text{vide}} \sim 10^{73} \text{ GeV}^4$ , largement plus grande que la valeur de l'énergie de vide qui semble intervenir en cosmologie. Cette densité d'énergie  $\rho_{\text{DE}}$  est "mesurée" de l'ordre de la densité critique de l'univers,  $\rho_c \sim 10^{-47} \text{ GeV}^4$ , soit une différence de quelques 120 ordres de grandeurs. Le problème est ici double. Le premier est celui de la compensation de l'énergie du vide : si le vide à une telle énergie  $\rho_{\text{vide}}$ , pourquoi l'Univers ne s'est-il pas effondré de suite sur lui-même en un temps de Planck ? Il y a donc un mécanisme, inconnu aujourd'hui, à l'œuvre pour compenser cette densité d'énergie gigantesque. Le deuxième problème est celui de la constante cosmologique : le mécanisme de compensation doit être tel qu'il ne compense pas exactement l'énergie du vide  $\rho_{\text{vide}}$ , mais laisse une petite contribution de cette énergie dans le bilan global du contenu énergétique de l'Univers. Cette petite contribution représente la densité d'énergie détectée aujourd'hui, mais le mécanisme d'ajustement doit être précis à quelque 120 ordres de grandeur, ce qui n'est absolument pas naturel.

### Problème de la coïncidence

Un autre point que soulève le modèle de Concordance et particulièrement l'Énergie Noire est le problème dit de la coïncidence. L'univers dans le cadre du modèle standard et essentiellement composé de trois constituants : radiation, matière et Énergie Noire. Les contributions de chacune de ces composantes évoluent dans le temps (paramétré par le facteur d'expansion), comme le représente la figure (2.1). Dans les temps primordiaux de l'Univers, la radiation domine, puis la matière et enfin aujourd'hui, l'Énergie Noire. La raison de ces dominations successives s'explique par les dépendances différentes des densités d'énergie de chaque contribution vis-à-vis du facteur d'expansion. En effet, nous avons vu que la densité d'énergie de la radiation évoluait en  $a^{-4}$ , la matière en  $a^{-3}$  et l'Énergie Noire en  $a^0$  c'est à dire qu'elle reste constante.

Notons également que la figure (2.1) pourrait être complétée dans sa partie gauche en rajoutant une première phase de domination par la radiation, puis par l'inflation, avant de redevenir dominé par la radiation puis par la matière et enfin par l'Énergie Noire.

Cette succession de phases de domination par l'une ou l'autre des contributions est là encore peu naturelle. Cela n'est certes pas un argument quantitatif, mais cela laisse supposer que peut-être cette description standard manque de cohérence [Arkani-Hamed et al. 2000].

Le problème de la coïncidence s'exprime alors de la façon suivante. Puisque notre Univers, dans cette représentation, est à chaque époque dominé par une des composantes, pourquoi vivons-nous maintenant à une époque particulière qui voit la transition entre la période dominée par la matière et la période dominée par l'Énergie Noire [Turner 2001] ? De manière équivalente, y a-t-il une raison profonde au fait que maintenant ces deux contributions soient du même ordre de grandeur ? La figure (2.1) est représentée dans le cas d'une pure constante cosmologique, c'est à dire que la densité d'énergie associée est constante au cours de l'évolution de l'Univers. Il existe des scénarios dynamiques tel que la quintessence [Wetterich 1995] qui considèrent une Énergie Noire dont la densité d'énergie varie au cours du temps.

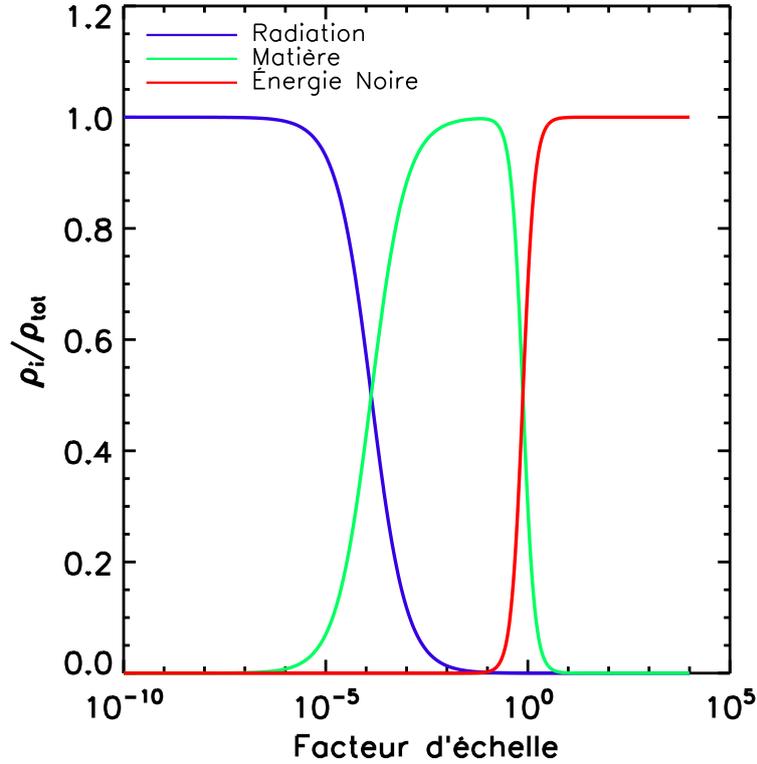


FIGURE 2.1 – Contribution relative de la radiation (bleu), de la matière (vert) et de l'Énergie Noire (rouge) à la densité d'énergie totale de l'Univers. Le problème de la coïncidence apparaît lorsque l'on remarque que les courbes verte et rouge se croisent pour  $a = a_0$ , c'est à dire à l'époque actuelle.

Les deux problèmes liés à l'introduction d'une Énergie Noire dans la théorie cosmologique, à eux seuls justifient la démarche qui consiste à considérer un modèle alternatif à ce modèle de Concordance.

## 2.2 Antimatière et antigravité

L'Énergie Noire, qui fait désormais partie du modèle standard de la cosmologie, intervient dans les équations d'Einstein comme un terme gravitationnel répulsif. La première version de la constante cosmologique, introduite par Einstein, avait justement pour objectif de compenser l'attraction gravitationnelle de la matière. Aujourd'hui cette constante cosmologique fait plus que compenser cette attraction puisqu'elle induit une accélération de l'expansion. Elle agit dans les équations de la Relativité Générale comme un terme de pression négative au travers de son équation d'état  $p = -\rho$ . Le terme gravitationnel source est ainsi

$$\rho + 3p < 0. \quad (2.4)$$

Il est couramment expliqué que cette Énergie Noire agit comme une gravité répulsive et le terme “antigravité cosmologique” est parfois également utilisé pour parler des effets de l’Énergie Noire [Krauss 1999].

Si l’on parle de gravité répulsive et d’antigravité, l’idée de masses négatives vient alors naturellement à l’esprit. C’est donc dans cette direction que s’oriente le travail présenté dans cette thèse. L’Univers de Dirac-Milne est un univers comportant des masses négatives. La notion de masse négative n’a pas nécessairement bonne presse, aussi faudra-t-il préciser ce que l’on entend par là. Dans cette partie, j’exposerai les raisons pour lesquelles il est légitime de considérer que peut-être l’antimatière présente une masse gravitationnelle active négative, agissant de ce fait comme un terme source répulsif. Notons dès à présent qu’aucune mesure directe de la masse gravitationnelle de l’antimatière n’a, à ce jour, été effectuée.

### 2.2.1 Masses négatives et gravitation newtonienne

Considérons dans un premier temps la gravitation newtonienne. On distingue alors trois masses pour un même objet : la masse inertielle et les deux masses gravitationnelles, actives et passives. La masse inertielle,  $m^i$ , est celle qui multiplie l’accélération dans l’expression du principe fondamental de la dynamique  $\mathbf{F} = m^i \mathbf{a}$ . C’est elle qui exprime la résistance à une mise en mouvement ou à un changement de direction. La masse gravitationnelle active,  $m^a$ , est la masse qui génère un champ de pesanteur tandis que la masse gravitationnelle passive,  $m^p$ , est celle qui réagit au champ de pesanteur. Pour résumer, si une pomme tombe c’est à cause de la masse active de la Terre, et de la masse passive et inertielle de la pomme.

Considérons maintenant deux particules notées 1 et 2 chacune avec des masses  $m_1^i, m_1^p, m_1^a, m_2^i, m_2^p$  et  $m_2^a$ . On pose  $\mathbf{u}$ , un vecteur unitaire dirigé de la particule 1 vers la particule 2. À partir de la loi fondamentale de la dynamique,  $\mathbf{F} = m^i \mathbf{a}$ , on déduit les expressions des accélérations des deux particules :

$$\mathbf{a}_1 = \frac{Gm_1^p m_2^a}{m_1^i d^2} \mathbf{u} \quad \text{et} \quad \mathbf{a}_2 = -\frac{Gm_2^p m_1^a}{m_2^i d^2} \mathbf{u}. \quad (2.5)$$

On s’intéresse maintenant au comportement de ces deux particules, supposées initialement au repos (vitesse initiale nulle), soumises à l’interaction gravitationnelle. On ne pose pas de contraintes a priori sur le signe des différentes masses considérées ici. Il y a donc sept cas ( $2^3 - 1$ ) possibles qui sont résumés dans le tableau (2.1). Pour chaque possibilité, on considère le comportement d’une particule de masse positive “normale” (ses trois masses sont positives et égales) avec une particule de masse négative dont le signe de chacune des trois masses dépend du cas considéré. Les colonnes étiquetées  $\mathbf{a}_1$  et  $\mathbf{a}_2$  représentent les directions que vont prendre chaque particule. Les deux particules vont donc s’attirer ou se repousser suivant les cas. La colonne QM indiquent si la quantité de mouvement totale, définie comme  $\mathbf{p} = m_1^i \mathbf{v}_1 + m_2^i \mathbf{v}_2$  est conservée ou non, c’est à dire, si elle reste nulle, les particules étant initialement au repos. La colonne “3ème loi” indique si la troisième loi de Newton, qui stipule que les forces réciproques exercées par chaque particule sur l’autre sont égales en valeur absolue et opposées. Cette loi impose la relation suivante sur les masses gravitationnelles :

$$m_1^p m_2^a = m_2^p m_1^a. \quad (2.6)$$

Que peut-on dire de ce tableau ? On trouve des raisonnements similaires dans [Bonnor 1989, Kowitt 1996]. Remarquons déjà que les cas 2,4,5 et 6 violent la conservation de la quantité de

	$\mathbf{a}_1$	$\mathbf{a}_2$	QM	3ème loi
<b>Cas 1</b> $m^i < 0, m^p < 0, m^a < 0$				
+-	←←	←←	oui	oui
--	←←	→→	oui	oui
<b>Cas 2</b> $m^i < 0, m^p < 0, m^a > 0$				
+-	→→	←←	non	non
--	→→	←←	oui	oui
<b>Cas 3</b> $m^i < 0, m^p > 0, m^a > 0$				
+-	→→	→→	oui	oui
--	←←	→→	oui	oui
<b>Cas 4</b> $m^i < 0, m^p > 0, m^a < 0$				
+-	←←	→→	non	non
--	→→	←←	oui	oui
<b>Cas 5</b> $m^i > 0, m^p > 0, m^a < 0$				
+-	←←	←←	non	non
--	←←	→→	oui	oui
<b>Cas 6</b> $m^i > 0, m^p < 0, m^a > 0$				
+-	→→	→→	non	non
--	←←	→→	oui	oui
<b>Cas 7</b> $m^i > 0, m^p < 0, m^a < 0$				
+-	←←	→→	oui	oui
--	→→	←←	oui	oui

TABLE 2.1 – Étude du comportement d’un système constitué d’une masse positive et d’une masse négative (+-) ou de deux masses négatives (--) pour différentes combinaisons des trois masses considérées. La colonne QM indique la conservation de la quantité de mouvement et la colonne “3 ème loi” le respect de la troisième loi de Newton.

mouvement. Cette conservation est une chose qu’a priori, nous ne sommes pas prêts à abandonner, puisqu’elle est liée à l’invariance de la théorie par translation. Un autre principe dont il faut se demander si l’on est prêt à l’abandonner est le Principe d’Équivalence. À la base de la théorie de la Relativité Générale, il s’exprime dans la théorie newtonienne comme l’égalité entre les masses inertielle et gravitationnelle passive :

$$m^i = m^p. \quad (2.7)$$

Le cas 1 est celui dans lequel les trois masses sont négatives. C’est le cas décrit par [Bondi 1957], sur lequel je reviendrai par la suite. Le cas 3 satisfait à la conservation de la quantité de mouvement et à la 3 ème loi de Newton, mais viole le Principe d’Équivalence. Il fait également intervenir une masse inertielle négative ce qui paraît pour le moins comme une hypothèse hautement non-conventionnelle. En effet, considérer un objet de masse inertielle négative revient à supposer que cet objet revient vers nous quand on le pousse ou qu’il libère de l’énergie lorsqu’on l’accélère. Le cas 7 correspond au cas anti-coulombien : les masses de même signe s’attirent et

les masses de signe opposé se repoussent. Ce cas conserve la quantité de mouvement et satisfait la 3<sup>ème</sup> de Newton. Il viole par contre le Principe d'Équivalence. Il est toutefois considéré dans [Blanchet 2007], dans lequel l'auteur considère des dipôles gravitationnels constitués d'une masse positive normale et d'une masse négative qui correspond au cas 7 du tableau (2.1).

Un cas intéressant n'apparaît toutefois pas dans cette description newtonienne. Il s'agit du cas où une masse positive et une masse négative se repoussent et où deux masses négatives se repoussent également. On note qu'il n'existe pas de combinaison parmi les trois masses dans la théorie de classique qui permette d'obtenir un tel comportement.

### 2.2.2 Masses négatives et Relativité Générale

#### Masses de Bondi

Une des premières discussions sur la notion de masse négative en Relativité Générale date des années cinquante [Bondi 1957]. La notion de masse n'est pas toujours très bien définie dans la théorie relativiste et en particulier, la distinction entre les différentes masses évoquées précédemment n'a pas lieu, car le Principe d'Équivalence, à la base même de la théorie, indique que tous les corps, indépendamment de leur masse, tombent de la même manière. La masse intervient alors comme un paramètre, et rien n'indique a priori quel doit être son signe. Ainsi il est tout à fait légitime, a priori, de considérer des masses négatives en Relativité Générale. Les trois masses de la théorie newtonienne étant une seule et même masse en Relativité Générale, une masse négative va se comporter comme décrit dans le cas 1 du tableau (2.1).

Une masse positive, créant un puits de potentiel, va attirer vers elle toutes les autres masses, indépendamment de leur signe. Une masse négative va faire l'inverse, c'est à dire qu'elle va repousser toutes les autres masses, indépendamment de leur signe. Le cas étrange est celui d'une masse négative et d'une masse positive de même valeur absolue. La masse positive va attirer la masse négative, la masse négative va repousser la masse positive, et toutes deux vont se déplacer naturellement du côté de la masse positive avec une accélération et une distance relative constantes en première approximation. C'est ce qui est appelé solution *runaway*.

Cette solution est une solution exacte de la Relativité Générale [Bondi 1957]. Pour autant, ce n'est pas vers ce modèle que l'on s'oriente pour l'introduction de masses négatives à un niveau cosmologique. En effet, cette hypothèse est fortement contrainte dans l'hypothèse retenue ici selon laquelle les particules d'antimatière sont les particules de masse négative. En effet, dans l'hypothèse où la matière (de masse positive) et l'antimatière (de masse négative) sont séparées dans des domaines disjoints au moment de la recombinaison, dès que l'univers devient transparent et que la gravité commence à former des structures gravitationnellement liées, les masses positives vont s'effondrer sur place. Cet effondrement est en tout point similaire à ceux qui se déroulent dans le scénario standard de formation des structures à ceci près que le système est dès le début de l'effondrement dans un régime non-linéaire. Mais le point important est que, dès que les domaines de masses positives commencent à s'effondrer dans les puits de potentiel qu'elles engendrent, les masses négatives vont, elles aussi s'effondrer dans ces puits de potentiel générés par les masses positives. Les deux populations vont ainsi se superposer avec les annihilations que l'on imagine. Si l'on veut considérer un univers symétrique dans lequel l'antimatière possède une masse négative, il est donc nécessaire de donner un autre sens au terme "masse négative". Par ailleurs, une particule d'antimatière qui se comporterait comme une masse de Bondi aurait

une masse inertielle négative, ce qui semble contraire à l'expérience.

### 2.2.3 Trous noirs de Kerr-Newman

Une motivation forte pour considérer que l'antimatière puisse posséder une masse négative vient de la relativité générale et de la métrique de Kerr-Newman [Kerr 1963, Newman et al. 1965]. Cette solution décrit la métrique de l'espace-temps déformé par un trou noir chargé en rotation. La forme de la métrique est ainsi caractérisée par seulement trois paramètres : la charge, la masse et le moment angulaire [Carter 1966]. Une étude extensive des propriétés de cette classe de solutions a été menée par Carter [Carter 1966; 1968], à la fin des années 60.

Exprimée en coordonnées d'Eddington-Finkelstein avancées, cette métrique prend la forme suivante :

$$ds^2 = \rho^2 d\theta^2 - 2a \sin^2 \theta dr d\varphi + 2dr du + \rho^{-2} [(r^2 + a^2)^2 - \Delta a^2 \sin^2 \theta] \sin^2 \theta d\varphi^2 - 2a\rho^{-2}(2mr - e^2) \sin^2 \theta d\varphi du - [1 - \rho^{-2}(2mr - e^2)] du^2, \quad (2.8)$$

tandis que le tenseur du champ électromagnétique s'écrit :

$$F = 2e\rho^{-4}(r^2 - a^2 \cos^2 \theta) dr \wedge [du - a^2 \sin^2 \theta d\varphi] - 4e\rho^{-4} ar \cos \theta \sin \theta d\theta \wedge [adu - d\varphi]. \quad (2.9)$$

Dans ces expressions,  $m$  est la masse,  $e$  la charge électrique et  $a$  le moment angulaire spécifique. Les quantités  $\rho$  et  $\Delta$  sont définies par

$$\rho^2 = r^2 + a^2 \cos^2 \theta, \quad \Delta = r^2 - 2mr + a^2 + e^2. \quad (2.10)$$

Comme cela a été mis en évidence par Carter [Carter 1968], et repris par d'autres auteurs [López 1984, Chardin & Rax 1992, Chardin 1997, Arcos & Pereira 2004, Burinskii 2008], si l'on confère à cette solution les caractéristiques d'un électron :  $m \sim 10^{-22}$ ,  $ma = \frac{1}{2}$ ,  $e^2 \sim \frac{1}{137}$ , on trouve naturellement le rapport gyromagnétique  $g = 2$  de l'électron. De même la taille caractéristique de cette solution donnée par l'échelle du moment angulaire  $a \sim 10^{-11}$  cm [Carter 1968, López 1984] est du même ordre que le rayon Compton de l'électron.

Avec les valeurs précédentes pour  $e$ ,  $m$  et  $a$ , la relation

$$a^2 + e^2 > m^2 \quad (2.11)$$

est vérifiée, on parle alors de solution de Kerr rapide, la singularité est nue et prend une forme annulaire qu'il est en réalité très difficile d'atteindre puisque l'ensemble des géodésiques permettant de l'atteindre est de mesure nulle. Cette solution de Kerr-Newman décrit, dans son extension maximale, deux espaces asymptotiquement plats, reliés entre eux par la singularité. Ce qui est intéressant et nous motive dans notre hypothèse d'antimatière de masse négative, sont les propriétés de symétrie de la métrique et du tenseur électromagnétique qui laissent invariants ces deux quantités sous la transformation

$$(m, e, r) \leftrightarrow (-m, -e - r). \quad (2.12)$$

Cette symétrie signifie qu'à grande distance de l'anneau, si l'on voit initialement un électron de masse  $m_e$  et de charge  $-e$ , on va voir, lorsque l'on passe dans le deuxième espace, une solution de masse  $-m_e$  et de charge  $+e$  [Carter 1968]. Il est alors tentant de faire l'analogie avec un positron [Chardin 1997; 2002].

L'existence de cette solution de Kerr-Newman qui donne une description de particules élémentaires en Relativité Générale et la symétrie exhibée de cette solution, laisse présager qu'il y a peut-être un lien entre antimatière et antigravité. Ainsi, cette notion nous donne une motivation forte pour considérer de l'antimatière de masse négative. Mais quel sens donner à cette masse négative? Nous avons vu que la solution de Bondi ne semble pas pouvoir décrire de l'antimatière de masse négative car dans ce cas elle aurait une masse inertielle négative, ce qui semble hors de propos sans une réinterprétation ultérieure.

Dans le cadre d'une étude cosmologique, nous voulons absolument conserver le Principe d'Équivalence, qui semble une condition nécessaire pour pouvoir décrire l'Univers en respectant la Relativité Générale. Il se trouve que, d'une certaine manière, la notion de masse négative existe déjà dans la théorie cosmologique standard.

### 2.2.4 Modèle de masse ngative

Vous venons de voir que la notion de masse négative n'est pas simple à définir, notamment car on ne connaît pas à l'heure actuelle d'exemple concret d'objets (de matière ou d'antimatière) qui présenterait un comportement gravitationnel inhabituel que l'on pourrait alors attribuer à une certaine notion de masse négative. Néanmoins, il existe des exemples issus de la physique de l'état condensé qui peuvent donner des pistes de réflexions.

#### Bulle électron et hélium superfluide

Si l'on introduit un électron dans un milieu d'hélium superfluide, il va se former une "bulle-électron", c'est à dire une zone dans laquelle l'électron chasse les électrons des atomes d'hélium autour de lui. La taille typique de cette bulle est de l'ordre de  $18 \text{ \AA}$  [Poitrenaud & Williams 1972, Classen et al. 1996]. Cette bulle ne contient que l'électron et peut donc être considérée de masse nulle par rapport au milieu d'hélium.

On peut démontrer que cette bulle électron, considérée comme ayant une masse nulle, remonte avec une accélération égale à  $-2\mathbf{g}$ . Le raisonnement suivant provient largement de [Landau & Lifshitz 1959]. Considérons un objet sphérique de masse  $M_0$ , de densité  $\rho_0$  et de rayon  $R$ , plongé dans un fluide incompressible de masse volumique  $\rho$ . On s'intéresse à l'écoulement potentiel du fluide autour de ce corps et l'on va dans un premier temps déterminer la force de résistance à l'écoulement qu'applique le fluide sur le corps en mouvement. Le fluide est donc supposé au repos et c'est le corps qui se meut par rapport au fluide. Cette hypothèse implique qu'à l'infini la vitesse du fluide est nulle. L'hypothèse d'écoulement potentiel implique l'existence d'un potentiel  $\varphi$  tel que

$$\mathbf{v} = \nabla\varphi. \quad (2.13)$$

L'écoulement est décrit par l'équation de Laplace  $\Delta\varphi = 0$ . Dans un premier temps, on va déterminer la forme du potentiel  $\varphi$ . Les solutions de l'équation de Laplace sont de la forme  $1/r$

et des gradients successifs  $\nabla(1/r)$  par rapport aux coordonnées. Ainsi  $\varphi$  est de la forme

$$\varphi = -\frac{a}{r} + \mathbf{A}\nabla\frac{1}{r} + \dots, \quad (2.14)$$

où  $a, \mathbf{A}$  sont des constantes indépendantes des coordonnées. La constante  $a$  doit être nulle. En effet, le potentiel  $\varphi$  implique une vitesse

$$\mathbf{v} = -\nabla\frac{a}{r} = \frac{a\mathbf{r}}{r^3}.$$

Le flux de fluide à travers une sphère de rayon  $R$  est  $\rho(aR^2)(4\pi R^2) = 4\pi\rho a$ . Or le flux d'un fluide incompressible à travers une surface fermée est nul, et donc  $a = 0$ . Le potentiel est donc

$$\varphi = \mathbf{A}\nabla\frac{1}{r} = -\frac{\mathbf{A}\mathbf{n}}{r^2}, \quad (2.15)$$

les termes d'ordre supérieur étant négligés. La vitesse s'exprime par  $\mathbf{v} = \nabla\varphi$  :

$$\mathbf{v} = (\mathbf{A}\nabla)\nabla\frac{1}{r} = \frac{3(\mathbf{A}\mathbf{n})\mathbf{n} - \mathbf{A}}{r^3}, \quad (2.16)$$

où  $\mathbf{n}$  est le vecteur unitaire de  $\mathbf{r}$ . La constante  $\mathbf{A}$  peut être déterminée en égalisant les composantes normales des vitesses  $\mathbf{v}$  du fluide et  $\mathbf{u}$  de l'objet à la surface  $r = R$  de celui-ci. Il vient

$$A = \frac{uR^3}{2}. \quad (2.17)$$

L'énergie cinétique totale du fluide et égale à

$$E = \frac{\rho}{2} \int v^2 dV, \quad (2.18)$$

l'intégrale étant étendue à tout l'espace en dehors de l'objet. Après calculs [Landau & Lifshitz 1959], on trouve

$$E = \frac{\rho}{2}(4\pi\mathbf{A}\mathbf{u} - V_0u^2) = \frac{\rho u^2}{2}(2\pi R^3 - V_0). \quad (2.19)$$

L'énergie  $E$  et l'impulsion totale du fluide  $\mathbf{P}$  sont reliées par la relation  $dE = \mathbf{u}d\mathbf{P}$ . Il s'ensuit que l'impulsion du fluide s'écrit

$$\mathbf{P} = \rho\mathbf{u}(2\pi R^3 - V_0) = \frac{2\pi}{3}R^3\rho\mathbf{u}. \quad (2.20)$$

La force exercée par le fluide sur le corps s'exprime alors "

$$\mathbf{F} = -\frac{d\mathbf{P}}{dt}. \quad (2.21)$$

Le corps est ainsi soumis à cette force, mais également à son propre poids et à la poussée d'Archimède. Le principe fondamental de la dynamique s'écrit alors :

$$M_0\frac{d\mathbf{u}}{dt} = M_0\mathbf{g} - \frac{4\pi}{3}R^3\rho\mathbf{g} - \frac{2\pi}{3}R^3\rho\frac{d\mathbf{u}}{dt}. \quad (2.22)$$

Dans le cas particulier d'une bulle-électron de masse nulle dans un bain d'hélium superfluide, cette équation conduit à

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} = -2\mathbf{g}. \quad (2.23)$$

Il n'y a évidemment pas de mystère à ce qu'une bulle plongée dans un fluide remonte. Néanmoins, en l'absence de frottements visqueux, elle ne remonte pas avec une accélération vers le haut égale à  $g$  comme on pourrait s'y attendre, mais avec  $2g$ .

Le point important est que cette bulle peut être considérée comme une masse négative dans le sens où elle a une densité inférieure au fond moyen que constitue le bain d'hélium dans lequel elle est plongée. Si l'on considère cette bulle comme une quasi-particule, alors cette particule "antigravite" et respecte le principe d'équivalence. On dispose ainsi d'un exemple simple et totalement classique de "particule" de masse négative.

### Analogie avec les semi-conducteurs

On peut également considérer l'analogie avec les semi-conducteurs. Dans un semi-conducteur, un trou créé par le déplacement d'un électron peut également être vu comme une masse négative. Le trou peut être représenté classiquement comme la place laissée vacante par l'électron qui se déplace dans la bande de conduction. Ce trou a une charge positive, tout comme un positron. Ces trous ont une masse inertielle positive, mais un trou étant en réalité un vide dans un milieu, on peut parler de la masse de ce trou comme de la masse qu'il manque pour qu'il soit occupé. En ce sens, le trou a une masse négative car inférieure à la masse du milieu ambiant.

De la même manière que sous l'effet d'un champ électrique extérieur, les électrons vont dans un sens tandis que les trous vont dans l'autre sens et se séparent effectivement, sous l'action d'un champ de gravitation.

### Discussion

Le lien entre antimatière n'a évidemment pas été démontré formellement et cet aspect fera partie des points à traiter lors d'une étude ultérieure. Dans l'approche qui est la nôtre dans cette thèse, il convient de supposer un tel comportement pour l'antimatière et d'étudier les conséquences cosmologiques d'une telle hypothèse. Néanmoins, cette démarche est motivée les solutions de Kerr-Newman, qui font apparaître de manière explicite cette dualité matière/antimatière dans la symétrie de la solution. Notons également que, si les particules peuvent effectivement être décrites par ces solutions, il n'y a pas de possibilité de fabriquer "gratuitement" des masses négatives. Chaque particule possède son antiparticule dans le second espace décrit par la solution de Kerr-Newman. La deuxième motivation qui nous gagne est l'existence dans la théorie cosmologique actuelle de l'Énergie Noire, composante mal déterminée mais dont on sait qu'elle agit comme une gravité répulsive.

Dans cette section, j'ai tenté d'expliquer la raison de la première moitié du nom (Dirac) que l'on a donné au modèle. Il est maintenant temps de parler de la seconde (Milne).

## 2.3 L'univers de Milne

À partir des années 1930, Edward Arthur Milne (1896-1950), physicien anglais, s'intéresse à la cosmologie alors naissante et critique fortement la vision basée sur la relativité générale. À cette époque, les seules observations que l'on peut qualifier de cosmologiques étaient les mesures

de vitesses radiales des galaxies, conduisant à la loi de Hubble, relation linéaire entre la vitesse radiale et la distance. Ces observations s'intégraient alors parfaitement bien dans les modèles cosmologiques de Friedmann-Lemaître dans lesquels des objets situés à des coordonnées fixes – on dirait aujourd'hui comobiles – s'éloignent les uns des autres sous l'effet de l'expansion de l'espace à travers l'expression d'une métrique.

Selon Milne, il était tout à fait possible de rendre compte de ces vitesses radiales en ne considérant que deux postulats initiaux : la constance de la vitesse de la lumière et une version étendue du principe de relativité d'Einstein selon laquelle la vision qu'un observateur a de l'Univers doit être la même quel que soit l'observateur [Milne 1933]. Ce principe n'est d'ailleurs rien d'autre que le principe cosmologique sur lequel est construite la théorie actuelle. Fort de ces deux postulats de départ, Milne décrit un univers dans lequel la loi de Hubble découle naturellement, sans introduction de gravité, ni de métrique de l'espace-temps, ni de courbure, différenciant la relativité générale de la relativité restreinte.

### 2.3.1 La loi de Hubble expliquée cinématiquement

Donnons brièvement le raisonnement de Milne dont le détail est donné dans [Milne 1933]. Considérons pour cela une collection infinie de particules non-collisionnelles et sans interactions gravitationnelles. Il s'agit de simples particules test situées à un temps  $t = 0$  dans une sphère de rayon  $R_0$ .

Ces particules ont ainsi une vitesse, et la seule contrainte que l'on impose à ces vitesses est qu'elles suivent une distribution continue entre 0 et  $c$ , contenant la vitesse nulle. Les contraintes imposées par les deux postulats initiaux permettent à Milne de déterminer les fonctions de distribution de vitesse des particules. Dans cet univers minkowskien, les particules possédant une vitesse élevée vont dépasser celles avec une vitesse plus faible et former ainsi des couches sphériques avec des vitesses de plus en plus élevées en fonction de la distance. La vitesse moyenne des particules situées à une distance  $r$  de l'origine à un temps  $t$  est alors approximativement égale à  $r/t$ , et l'on retrouve ainsi la loi du Hubble qui s'interprète non plus comme une expansion de l'espace, mais comme une simple conséquence cinématique d'une distribution initiale de vitesse.

Le principe de relativité entre observateurs que Milne place au centre de sa cosmologie permet de déterminer la forme de la fonction de distribution des vitesses. Il impose que deux observateurs A et B en mouvement uniforme l'un par rapport à l'autre doivent compter le même nombre de particules avec telle ou telle vitesse, mais également que la forme fonctionnelle de cette distribution doit être la même. Basant son propos sur la relativité restreinte et les transformations de Lorentz, il arrive à l'expression suivante pour la distribution des vitesses :

$$f(u, v, w) = \frac{Aduvdw}{c^3 \left(1 - \left(\frac{u^2+v^2+w^2}{c^2}\right)\right)^2}, \quad (2.24)$$

où  $A$  est une constante.

### 2.3.2 Lien avec la cosmologie moderne

Quel est le lien entre cette vision d'un univers uniquement basée sur la physique Newtonienne et la relativité restreinte et la théorie relativiste qui est à la base de notre cosmologie moderne ?

Milne considèrerait en réalité l'espace-temps de Minkowski, celui de la relativité restreinte qui décrit un espace-temps plat. La m etricque de cet espace temps prend la forme habituelle

$$ds^2 = dt^2 - dr^2 - r^2 d\Omega^2 \quad (2.25)$$

Restant dans la vision de Milne, on considère des observateurs assimil es aux particules qui sont éjectées à partir de l'origine  $r = 0$  au temps  $t = 0$  avec une vitesse constante plus petite que  $c$ . Ainsi les observateurs vus à une distance  $r$  au temps  $t$  ont une vitesse  $v = r/t$ , comme expliqu e ci-dessus. On définit alors un temps cosmologique  $\tau$ , qui est le même pour tous les observateurs et reli e à chaque temps particulier par la relation de dilatation des temps :

$$\tau = t/\gamma = t\sqrt{1 - \frac{r^2}{c^2 t^2}}. \quad (2.26)$$

De même on change la coordonnée radiale en définissant  $\rho$  telle que :

$$\frac{v}{c} = \tanh \rho \quad (2.27)$$

On peut alors exprimer la variable  $r$  en fonction du temps cosmologique  $\tau$  et de  $\rho$  :

$$r = \sinh \rho \tau c. \quad (2.28)$$

La m etricque de Minkowski se réécrit alors :

$$ds^2 = d\tau^2 - \tau^2 d\rho^2 - \tau^2 \sinh^2 \rho d\Omega^2. \quad (2.29)$$

Cette expression est rigoureusement identique à l'expression de la m etricque Friedmann-Robertson-Walker (1.16) avec  $a(t) = t$  et  $k = -1$ .

On passe ainsi de l'espace-temps plat de la relativité restreinte à un espace-temps (toujours plat) exprim e en "coordonnées cosmologiques". Cette transformation met en évidence la nature hyperbolique (ouverte) des hypersurfaces à temps cosmologique constant de l'espace-temps de Minkowski.

L'espace-temps que l'on considère dans ce travail, n'est donc en réalité que l'espace-temps de Minkowski, un espace temps plat dans lequel on a effectu e un changement de variables définissant ainsi un temps cosmologique universel, identique pour des observateurs comobiles. Exprim e dans ces coordonnées, cet espace-temps est un espace de Friedmann, qui décrit alors un univers possédant des sections spatiales hyperboliques en expansion.

### 2.3.3 Espace-temps plat et espace courbe

Pour se convaincre que l'espace-temps de Milne, sous-jacent à l'univers de Dirac-Milne est bien un espace temps-plat avec des sections spatiales hyperboliques, on peut calculer le tenseur de Riemann de l'espace-temps de dimension 4 et des sections spatiales de dimension 3. L'univers de Dirac-Milne est donc muni d'une m etricque FRW telle que le paramètre de courbure spatiale est négatif ( $k = -1$ ) et le facteur d'échelle linéaire en temps,  $a(t) \propto t$ . Cette m etricque prend donc la forme suivante :

$$ds^2 = dt^2 - t^2 \left[ \frac{dr^2}{1 + r^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right]. \quad (2.30)$$

Notons  ${}^4R_{\alpha\beta\mu\nu}$  le tenseur de Riemann de l'espace-temps de dimension 4 et  ${}^3R_{\alpha\beta\mu\nu}$  celui des sections spatiales<sup>1</sup>. Pour plus de généralité, on considérera la métrique FRW sous sa forme générale en gardant la notation  $k$  et  $a$ .

### Courbure de l'espace-temps

L'expression du tenseur de Riemann est donnée au chapitre 1 (éq. 1.4) et nous indiquons justes les composantes indépendantes non nulles qui sont données par :

$${}^4R_{010}^1 = -\frac{\ddot{a}}{a}, \quad {}^4R_{020}^2 = -\frac{\ddot{a}}{a}, \quad {}^4R_{030}^3 = -\frac{\ddot{a}}{a} \quad (2.31)$$

$${}^4R_{101}^0 = \frac{a\ddot{a}}{c^2(1-kr^2)}, \quad {}^4R_{121}^2 = \frac{k+\dot{a}^2}{1-kr^2}, \quad {}^4R_{131}^3 = \frac{k+\dot{a}^2}{1-kr^2} \quad (2.32)$$

$${}^4R_{202}^0 = \frac{r^2a\ddot{a}}{c^2}, \quad {}^4R_{212}^1 = r^2(k+\dot{a}^2), \quad {}^4R_{232}^3 = r^2(k+\dot{a}^2) \quad (2.33)$$

$${}^4R_{303}^0 = \frac{a\ddot{a}r^2\sin^2\theta}{c^2}, \quad {}^4R_{313}^1 = (k+\dot{a}^2)r^2\sin^2\theta, \quad {}^4R_{323}^2 = (k+\dot{a}^2)r^2\sin^2\theta. \quad (2.34)$$

Ces composantes font soit intervenir la dérivée seconde du facteur d'échelle  $\ddot{a}$ , soit le terme  $\dot{a}^2 + k$ . Ces deux termes s'annulent dans le cadre de l'univers Dirac-Milne où  $a(t) = t$  et  $k = -1$ . On est donc en présence d'un tenseur de Riemann identiquement nul, confirmant ainsi la platitude de l'espace-temps de l'univers de Dirac-Milne.

### Courbure des sections spatiales

Si l'espace-temps est plat, ce n'est pas le cas des sections spatiales. La partie spatiale de la métrique Friedman-Robertson-Walker, notons la  $h_{ij}$ , est définie par

$$d\sigma^2 = h_{ij}dx^i dx^j = - \left[ \frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \right]. \quad (2.35)$$

Les composantes indépendantes du tenseur de Riemann  ${}^3R_{\alpha\beta\mu\nu}$  de la métrique spatiale sont

$$\begin{aligned} R_{121}^2 &= \frac{k}{1-kr^2}, & R_{131}^3 &= \frac{k}{1-kr^2} \\ R_{212}^1 &= kr^2, & R_{232}^3 &= kr^2 \\ R_{313}^1 &= kr^2\sin^2\theta, & R_{323}^2 &= kr^2\sin^2\theta. \end{aligned}$$

Il est clair que dans le cas de l'univers de Dirac-Milne, avec  $k = -1$ , ces composantes ne sont pas nulles.

On a donc vérifié que l'univers de Dirac-Milne est constitué d'un espace-temps plat, mais de sections spatiales ouvertes. Des abus de langage entre les termes univers, espace, et espace-temps, font que des confusions surgissent parfois lorsque l'on mentionne un espace-temps plat et des sections spatiales hyperboliques.

1. même sur un espace de dimension 3, le tenseur de Riemann est un tenseur d'ordre 4, d'où les 4 indices.

### 2.3.4 Espace-temps plat et univers vide

Dans l'esprit de la communauté, l'Univers de Milne fait parfois référence à un univers vide sans gravité, et est de ce fait plus considéré comme une curiosité historique que comme une éventuelle solution cosmologique. Il est vrai que, tel qu'il était présenté par Milne, il n'avait guère d'attrait comparé aux diverses possibilités des univers Friedmann-Robertson-Walker, mais nous venons de voir qu'il fait en réalité partie de ces modèles et est à ce titre tout aussi digne d'intérêt. Reste la question de son contenu. Par construction cet univers est vide (au moins à grande distance). Les équations d'Einstein nous le confirment. De manière naïve, on pourrait dire que si l'espace-temps est plat, c'est qu'il n'est pas déformé par de l'énergie et que donc il n'y a pas de matière et qu'ainsi l'univers de Dirac-Milne est vide. Si l'on explicite les équations d'Einstein, cela est bien sûr confirmé. En effet, la composante temps-temps et les composantes espace-espace du tenseur d'Einstein sont :

$$G_0^0 = 3 \frac{\dot{a}^2 + k}{a^2} \quad G_i^i = - \frac{k + 2\ddot{a}a + \dot{a}^2}{a^2}, \quad (2.36)$$

ce qui conduit à l'équivalence

$$T_{\mu\nu} = 0 \iff a(t) = t \text{ et } k = -1. \quad (2.37)$$

Or, dans la théorie cosmologique habituelle,  $T_{\mu\nu}$  n'est pas nul, il prend la forme du tenseur d'un fluide parfait muni d'une équation d'état  $p = \omega\rho$ . De plus on constate aisément que nous existons, qu'il y a des planètes, des étoiles et des galaxies et il semblerait que l'on puisse difficilement prétendre que l'Univers est vide. Il est ainsi nécessaire de préciser ce que l'on entend par univers vide.

La présence de masses négatives agissant comme un terme gravitationnel répulsif dans les mêmes quantités que des masses positives agissant comme un terme attractif fait qu'à grande échelle cet univers apparaît comme vide. Le modèle standard considère habituellement trois principaux constituants dans l'univers : matière, radiation et Énergie Noire. Pour pouvoir considérer un univers vide et donc avoir une évolution linéaire du facteur d'échelle, nous sommes amenés à faire certaines hypothèses que je vais détailler maintenant pour chaque composante.

#### Matière non relativiste

Il s'agit là de la composante habituellement dénommée matière, celle qui est considérée comme de la poussière sans pression, caractérisée par son paramètre d'état  $\omega = 0$ . Ainsi, le tenseur énergie-impulsion attribué à cette composante s'écrit  $T_{\mu\nu}^{\text{Mat}} = \text{Diag}(\rho, 0, 0, 0)$ . Cette composante se divise dans la théorie standard en deux parties : la matière baryonique, et la matière non baryonique, quelle que soit sa nature exacte, dont nous avons parlé au chapitre 1.

Dans l'univers de Dirac-Milne, les contraintes posées par la fabrication de l'hélium-4 lors de la nucléosynthèse primordiale indiquent qu'il n'est pas nécessaire d'introduire une composante de matière noire non baryonique (voir chapitre 4). La seule composante de matière non relativiste est donc la matière baryonique (et anti-baryonique). Nous allons voir dans la suite que l'on impose à ces deux composantes d'être séparées dans des domaines, ce qui fait qu'à des échelles largement plus grandes que ces domaines, la masse totale peut être prise comme nulle. Ainsi, globalement, à grande échelle, cet univers apparaît comme gravitationnellement vide. De ce fait, son expansion n'est pas décélérée par un terme de matière.

## Énergie Noire

Une des motivations principales de ce travail est justement de se départir de l'hypothèse d'une Énergie Noire. Ainsi il n'y a pas lieu de considérer de terme faisant intervenir une pression négative comme une énergie du vide ou d'autres modèles plus sophistiqués.

## Rayonnement

La question de la contribution de la composante radiative est plus problématique. Dans le modèle standard, pour des températures suffisamment élevées, la contribution de la composante radiative qui évolue en  $T^4$  domine la composante de matière qui évolue en  $T^3$ . La transition entre les deux régimes se fait à ce que l'on définit comme l'égalité matière-rayonnement. Dans ce cadre de l'univers de Dirac-Milne, si la contribution de la matière est nulle, alors la contribution du rayonnement a priori non nulle, devrait dominer, et l'on devrait se trouver dans un régime d'évolution en  $a(t) = t^{1/2}$ .

Afin de garder une évolution du facteur d'échelle en  $a(t) \propto t$ , il est nécessaire de trouver un mécanisme qui annule la contribution du rayonnement. En effet, l'intérêt du modèle de Dirac-Milne réside précisément dans cette évolution linéaire du facteur d'expansion.

Le fait de considérer des particules d'antimatière de masse négative peut fournir un début de justification sur ce point important. Le Modèle Standard attribue aux photons une densité d'énergie égale à celle d'une distribution de Bose-Einstein à une température  $T$ , avec un potentiel chimique nul. Le formalisme développé par Hoyle & Narlikar [Hoyle & Narlikar 1995, Narlikar 2003] à partir de l'action de Fokker permet d'exprimer la théorie de la Relativité Générale non plus en terme de champs, mais en terme de porteurs de masse. Cette théorie est le pendant gravitationnel de la théorie de Wheeler & Feynman [Wheeler & Feynman 1945, Wheeler & Feynman 1949] qui décrit l'électromagnétisme sans champ mais uniquement en terme de porteurs de charge.

Dans ce formalisme, l'énergie que l'on attribue au rayonnement pourrait être nulle si la somme des énergies des porteurs est nulle, ce qui est le cas dans l'univers de Dirac-Milne qui considère autant de masses positives que de masses négatives. Le fait que la théorie de la gravitation en terme d'action à distance<sup>2</sup> d'Hoyle & Narlikar soit équivalente à la Relativité Générale a été remarqué par Hawking [Hawking 1965], à la condition d'inclure en quantité égale des masses négatives. Dans cette optique, on peut considérer que la contribution du rayonnement globale est nulle. Pour autant, la densité d'énergie des photons au sein d'un même domaine n'est pas nulle et garde sa valeur classique en  $T^4$ .

Là encore, la justification précise du fait que la contribution globale du rayonnement ne joue pas sur la dynamique de l'expansion reste à faire. Néanmoins, avoir  $a(t) \propto t$  est une condition nécessaire pour que l'univers de Dirac-Milne apporte quelque chose de fondamentalement différent par rapport au modèle standard. En effet, même si l'on considère que pendant la phase dite dominée par la matière dans le modèle standard, l'univers de Dirac-Milne a bien une évolution linéaire, mais qu'il retrouve l'évolution  $a(t) \propto t^{1/2}$  pendant la phase dite radiative, cela réintroduit les problèmes connus du modèle standard, à savoir le problème de l'horizon. Dans la suite de ce travail, on supposera donc que l'évolution du facteur d'expansion reste linéaire en

---

2. Action at a distance, en anglais

fonction du temps, et ce quelle que soit l'époque considérée.

### 2.3.5 Univers de Dirac-Milne et problème de l'horizon

Un des attraits majeurs de l'univers de Dirac-Milne est l'évolution linéaire de son facteur d'échelle qui résout naturellement le problème de l'horizon. Rappelons que ce problème se pose dans le modèle du Big-Bang car on observe une homogénéité de température de l'Univers sur les échelles qui n'ont en principe jamais été en contact causal les unes avec les autres et que donc, sauf à invoquer des conditions initiales peu naturelles, ces régions n'ont aucune raison de se trouver à la même température (voir section 1.6.1). Formellement, ce problème se quantifie en exprimant la taille de l'horizon, c'est à dire la distance maximale que peut parcourir un photon en un temps de Hubble. Cette distance s'écrit (voir section 1.2.3) :

$$d_h(t) = a(t) \int_{t_0}^t \frac{dt'}{a(t')}, \quad (2.38)$$

où l'on fait tendre  $t_0$  vers l'instant initial  $t_0 = 0$ . Le comportement du facteur d'échelle au voisinage de l'origine conditionne alors le comportement de cette intégrale qui se trouve converger dans le cadre du Modèle Standard.

En revanche, le comportement du facteur d'échelle dans l'univers de Dirac-Milne que l'on considère ici ( $a(t) \propto t$ ) est telle que cette intégrale diverge pour  $t_0 \rightarrow 0$ . Cela signifie que l'horizon est rejeté à l'infini dans ce modèle et qu'ainsi toutes les régions de l'univers aujourd'hui ont été en contact causal à un moment dans l'univers primordial. Cette évolution linéaire fait que le problème de l'horizon ne se pose pas dans l'univers de Dirac-Milne, et de ce fait, la motivation pour un scénario d'inflation disparaît largement.

Notons également que le problème de la platitude ne se pose pas non plus, puisque l'univers de Dirac-Milne est, par construction, un univers vide (espace-temps plat) avec des sections spatiales ouvertes. Il n'y a donc pas de nécessité d'invoquer un mécanisme qui aplatirait grandement l'espace puis que justement on considère un espace hyperbolique. Il n'y a donc pas de mécanisme d'inflation dans l'univers de Dirac-Milne. C'est là une motivation supplémentaire pour l'étude cosmologique de ce modèle qui ainsi ne considère ni Énergie Noire, ni inflation et ni Matière Noire. La raison de ce dernier point sera expliquée dans le chapitre 4.

## 2.4 Un univers symétrique

### 2.4.1 Modèle symétrique d'Omnès

Dans les années 1970, une activité importante a eu lieu sur le sujet des univers symétriques matière-antimatière, autour du modèle d'Omnès [Omnès 1972]. Ce modèle constitue sans doute la tentative de construction de modèle cosmologique la plus aboutie à ce jour. La motivation de cette réflexion était de trouver une explication pour la valeur de la densité de matière baryonique dans l'Univers [Omnès 1971b, Aly et al. 1974]. Ce modèle reposait sur une séparation entre matière et antimatière basée sur un mécanisme faisant intervenir les interactions fortes entre nucléons et antinucléons lors d'une transition de phase estimée à l'époque à une température  $T_c \sim 350$  MeV [Aldrovandi & Caser 1972, Cisneros 1973]. Cette séparation initiale s'effectue par diffusion des nucléons – essentiellement par les neutrons, plus mobiles – ce qui conduisait à une

taille initiale de domaines très petite, du fait des échelles de temps très courtes à ces températures élevées. [Aly 1974] trouve une taille d'émulsion maximale de l'ordre de  $7 \times 10^{-4}$  cm à  $T = T_c$ .

Ce mécanisme de séparation conduit à la formation d'une émulsion, c'est à dire deux réseaux disjoints imbriqués l'un dans l'autre. Cette émulsion est tout à fait comparable avec ce qui se passe en théorie de la percolation, lorsque l'on remplit un réseau initialement vide avec deux sortes de particules. Si l'on note  $p$ , la fraction de particule d'une espèce et  $q$  le complémentaire, alors pour  $p = q = \frac{1}{2}$ , l'émulsion percole, c'est à dire que la probabilité de pouvoir aller à l'infini en restant dans un domaine d'une même espèce est de l'ordre de l'unité.

Une fois cette émulsion constituée, un mécanisme de croissance par coalescence [Omnès 1971a] a été mis en évidence. Ce mécanisme repose sur l'analogie qui est faite entre les discontinuités de pression à la surface courbe de l'émulsion matière-antimatière et celles qui ont lieu à la surface de contact entre deux fluides non miscibles. Par des effets de tension de surface, l'émulsion va croître et ainsi faire diminuer sa surface de contact. Le mécanisme de coalescence a par la suite été fortement critiqué dans [Ramani & Puget 1976] et il n'est pas très clair si ce mécanisme de croissance peut être efficace ou non.

Le modèle d'Omnès a été étudié sous de nombreux aspects tels que l'étude de la séparation initiale et croissance de l'émulsion [Omnès 1969; 1971b, Aly et al. 1974, Aly 1974], les questions des modifications apportées au mécanisme standard de nucléosynthèse primordiale [Combes et al. 1975, Aly 1978a] (voir également le chapitre 4), l'étude du taux d'annihilation [Aly 1978b] ou encore la détermination des contraintes sur les distorsions du spectre de corps noir du CMB causées par les annihilations matière/antimatière [Ramani & Puget 1976, Jones & Steigman 1978] (voir aussi la section 3.4). Il semble que ce soit les contraintes de causalité qui aient eu raison de ce modèle. En effet la taille initiale de l'émulsion de l'ordre de  $10^{-4}$  cm à la température critique de 350 MeV qui pouvait croître jusqu'à une taille de l'ordre de  $10^4$  cm à une température de 1 MeV [Aly et al. 1974], est bien trop petite pour permettre la constitution de domaines qui auraient aujourd'hui une taille raisonnable, leur permettant de survivre à l'annihilation. Par ailleurs, [Cohen et al. 1998] ont montré qu'afin de respecter les contraintes sur le fond diffus gamma, la taille des domaines de matière et d'antimatière doit être de l'ordre du Gpc, c'est à dire proche de la taille de l'Univers observable. Il semble que ce dernier résultat ait mis un terme définitif à l'étude de cosmologies symétriques.

Si ces résultats ne semblent pas réjouissants pour l'étude de l'univers de Dirac-Milne, les hypothèses sont néanmoins ici différentes. Nous verrons en effet au chapitre suivant que la dynamique de l'univers de Dirac-Milne est radicalement changée par rapport au Modèle Standard. De plus l'hypothèse d'une répulsion entre matière et antimatière relâche considérablement les contraintes d'annihilation après la recombinaison. Même si les hypothèses du modèle de Dirac-Milne sont très différentes de celles habituellement considérées, le problème de départ, à savoir l'existence et l'efficacité d'un mécanisme de séparation entre matière et antimatière, reste entier.

### 2.4.2 Séparation matière-antimatière

Le problème de la séparation matière-antimatière et de l'émergence d'une émulsion est un problème crucial dans toute étude d'un univers symétrique. On pourrait même dire que c'est un pré-requis. Cette problématique de la création de domaines distincts de matière et d'antimatière dans l'univers de Dirac-Milne se rapproche de celle, dans le cadre de Modèle Standard, de la

création de l'asymétrie constatée entre matière et antimatière.

Dans le cadre du Modèle Standard, la question qui se pose est de savoir comment, à partir d'un état initial tel que le nombre baryonique total est nul, on évolue vers l'état asymétrique habituellement considéré aujourd'hui dans lequel l'antimatière a quasiment disparu. À la fin des années soixante, Sakharov a énoncé trois conditions nécessaires à tout mécanisme de baryogénèse [Sakharov 1967]. Ces trois conditions sont les suivantes :

- Les interactions sont différentes pour les particules et les antiparticules. Autrement dit, il existe une violation des symétries C et CP.
- Il existe des processus qui violent la conservation du nombre baryonique.
- L'équilibre thermique doit être rompu dans l'Univers primordial.

De nombreux scénarios de baryogénèse existent (voir [Dolgov 1997] pour une revue), mais il semble qu'aucun n'apporte de réponse convaincante au problème qui consiste à déterminer la densité baryonique de l'Univers de manière prédictive et non par des observations comme c'est actuellement le cas.

Certains de ces scénarios de baryogénèse pourraient toutefois conduire à la création de domaines séparés de matière et d'antimatière [Dolgov & Silk 1993, Khlopov et al. 2000, Dolgov 2001, Kirilova 2003, Dolgov et al. 2009], notamment par des fluctuations spatiales de l'amplitude et de la phase de la violation de CP, mais cela reste malgré tout très spéculatif. En particulier, ces mécanismes sont généralement basés sur des scénarios de baryogénèse spontanée et se déroulent en même temps ou peu après l'inflation. Aussi, dans l'univers de Dirac-Milne qui ne considère pas d'époque inflationnaire, la question se pose de savoir si ces mécanismes invoqués précédemment peuvent encore être considérés.

### Découplage thermique matière-antimatière

De manière largement indépendante des éventuels mécanismes de séparation et de génération d'une émulsion matière-antimatière, on peut déterminer la température à laquelle cette distribution baryonique "apparaît" après la disparition des paires thermiques nucléons-antinuécléons.

À haute température ( $T \geq 100$  MeV) l'équilibre chimique entre les nucléons et antinucléons et les photons est assuré par les interactions fortes et électromagnétiques. Ces réactions peuvent être représentées symboliquement par la réaction suivante [Steigman 1976] :



Aux températures de quelques centaines de MeV, les nucléons (essentiellement neutrons et protons) sont modérément relativistes et leur densité s'exprime par

$$n_N = \frac{8}{(2\pi)^{3/2}} T^3 z^{3/2} e^{-z}, \quad (2.40)$$

où  $z = \frac{M_N}{T}$ . Le potentiel chimique des photons étant nul et l'expression de la densité de photons étant donnée par  $n_\gamma \approx 2\zeta(3)T^3/\pi^2$ , le rapport du nombre de baryons sur le nombre de photons  $\eta$  s'exprime alors :

$$\eta = \frac{4\pi^2}{(2\pi)^{3/2} \zeta(3)} z^{3/2} e^{-z}. \quad (2.41)$$

Ainsi, au fur et à mesure que l'Univers s'étend et que la température décroît, ce rapport d'équilibre tend vers 0. Dans le cadre du Modèle Standard, cela signifie l'apparition de l'asymétrie matière-antimatière correspondant à un potentiel chimique non-nul, initialement généré par un mécanisme de baryogénèse, ou dans le cadre de l'univers de Dirac-Milne, l'apparition de l'émulsion constituée auparavant.

Dans un univers étai, la densité baryonique finale est égale à la densité résiduelle des paires thermiques nucléons-antinuéons lorsque la réaction (2.39) se découple du fait de l'expansion. Cette densité se calcule en déterminant la température de découplage, lorsque le taux d'expansion de l'univers devient plus grand que le taux de la réaction (2.39) donné par [Steigman 1973] :

$$\langle \sigma v \rangle \sim 10^{-15} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}. \quad (2.42)$$

La température de découplage  $T_{\text{dec}}$  est alors :

$$T_{\text{dec}} \approx 14 \text{ MeV}, \quad (2.43)$$

et la valeur du paramètre  $\eta$  correspondante est :

$$\eta_{\text{dec}} \approx 1.9 \times 10^{-27}. \quad (2.44)$$

Pour mémoire, les valeurs de la température de découplage et la densité résiduelle dans le cadre d'une évolution standard du facteur d'échelle sont [Steigman 1973] :

$$T_{\text{dec}}^{\text{standard}} \approx 20 \text{ MeV} \quad \eta_{\text{dec}}^{\text{standard}} \approx 2 \times 10^{-18}. \quad (2.45)$$

D'une certaine manière, le problème de la symétrie (ou de l'asymétrie) matière/antimatière est aggravé dans le modèle de Dirac-Milne par rapport à un univers standard du fait du faible taux d'expansion qui conduit à un découplage plus tardif (14 MeV en place de 20 MeV). On peut déterminer la température pour laquelle le paramètre  $\eta$ , déterminé par l'équation (2.41) possède la valeur actuelle qui est quant à elle déterminée par la nucléosynthèse primordiale, par exemple. Nous verrons dans le chapitre 4 que cette valeur dans le cadre de l'univers de Dirac-Milne est  $\eta \sim 8 \times 10^{-9}$ . Ainsi la température pour laquelle  $\eta$  atteint cette valeur est :

$$T_{\text{stop}} \approx 39 \text{ MeV}. \quad (2.46)$$

Cette valeur est plus élevée que celle obtenue dans le cas standard ( $T_{\text{stop}}^{\text{standard}} \approx 35 \text{ MeV}$  [Steigman 1973]), car l'univers de Dirac-Milne possède une plus grande densité baryonique ( $\eta \sim 8 \times 10^{-9}$  pour Dirac-Milne contre  $\eta \sim 6 \times 10^{-10}$  pour un modèle standard).

La température de 39 MeV représente la température à partir de laquelle la densité baryonique prend sa valeur définitive. À partir de cette température, les annihilations résiduelles ne devront pas être trop importantes afin de ne pas annihiler davantage de baryons. Nous verrons au chapitre 4 par quels mécanismes procèdent ces annihilations et cette condition posera des contraintes sur la taille caractéristique de l'émulsion qui résulte d'un possible scénario de séparation.

## 2.5 Conclusions sur les motivations et hypothèses

Le Modèle Standard de la cosmologie est sans doute à l'heure actuelle la meilleure représentation que nous ayons de notre Univers. Ce modèle stipule que nous vivons dans un univers doté de sections spatiales plates, et que le contenu en énergie est dominé par deux composantes encore non-détectées directement. La plus importante de ces deux composantes est l'Énergie Noire, qui représente environ 75% de notre Univers et qui est habituellement considérée comme étant responsable d'une accélération récente de l'expansion cosmique. L'autre composante est la matière noire non-baryonique, qui représente environ 20% de l'Univers. Cette matière interagit faiblement avec la matière ordinaire, et de ce fait n'est pour l'instant détectable qu'indirectement, au travers des effets gravitationnels qu'elle engendre. Dans cette représentation, la matière baryonique représente moins de 5% de notre Univers. Il est indéniable que cette représentation coïncide de manière frappante avec un grand nombre d'observations tant au niveau astrophysique qu'au niveau cosmologique. Pour aboutir à cet accord remarquable, il faut néanmoins supposer que notre Univers a subi une période d'expansion accélérée durant ses tous premiers instants.

Cette représentation, aussi satisfaisante observationnellement soit-elle, est en elle même une première motivation forte pour étudier un modèle cosmologique alternatif. Il faut en effet garder à l'esprit que, dans le cadre de modèle de concordance, on ne connaît que moins de 5% de notre Univers. Par ailleurs, le mécanisme de l'inflation, même s'il est à l'origine des fluctuations que l'on observe aujourd'hui n'est pas fermement justifié, et aucune validation directe de ce mécanisme par l'observation n'a encore eu lieu.

L'univers de Dirac-Milne, considéré dans ce travail, est une tentative de modèle cosmologique qui a pour but d'arriver à une autre représentation de l'Univers sans introduire de nouvelles composantes ou de modifications de la Physique. Nous sommes toutefois amenés à faire un certain nombre d'hypothèses préalables dont la justification rigoureuse dépasse largement le cadre de ce travail. Il est néanmoins important de rappeler de manière claire quelles sont ces hypothèses et les motivations qui nous ont conduit à les considérer.

L'émergence d'une Énergie Noire qui agit comme une gravité répulsive à l'échelle de l'Univers nous conduit à considérer des particules de masse négative qui agiraient elles aussi comme un terme source gravitationnel répulsif. Les symétries exhibées dans la solution de Kerr-Newman suggèrent quant à elles une relation étroite entre masse négative et antimatière. Dans cette étude on considérera donc que l'Univers est constitué de quantités égales de matière de masse positive et d'antimatière de masse négative.

On suppose de plus que ces deux phases de matière et d'antimatière ont été séparées dès la température  $\sim 39$  MeV dans une émulsion. Les mécanismes qui conduisent à la formation de cette émulsion sont supposés exister. Cette émulsion est caractérisée par une taille typique qui est ainsi un paramètre libre du modèle. L'étude des contraintes de nucléosynthèse primordiale permettra de poser des limites sur cette taille caractéristique.

L'introduction de masses négatives en même quantité que les masses positives fait que notre univers est vu à grande distance – sur des échelles plus grande que la taille de l'émulsion – comme gravitationnellement vide. De ce fait, il n'est ni accéléré, ni décéléré, et le facteur d'échelle qui décrit l'expansion générale évolue de manière linéaire. Si l'on conçoit aisément que cela puisse être le cas si l'on introduit des masses négatives, il est nécessaire de supposer que cela est également vrai dans les tous premiers instants de l'Univers, lorsque, dans le cas standard,

c'est la radiation qui domine et impose alors une décélération forte à l'Univers.

Ces hypothèses peuvent parfois paraître fortes mais on prend le parti de les considérer comme acquises et l'on étudie alors les conséquences que ces hypothèses et modifications par rapport à la théorie standard entraînent sur la cosmologie.

## Chapitre 3

# Histoire thermique de l'univers de Dirac-Milne

---

<b>3.1</b>	<b>Relation temps-température . . . . .</b>	<b>69</b>
<b>3.2</b>	<b>Découplage des interactions faibles . . . . .</b>	<b>71</b>
<b>3.3</b>	<b>Egalité photons-baryons . . . . .</b>	<b>72</b>
<b>3.4</b>	<b>Distorsions du CMB . . . . .</b>	<b>73</b>
<b>3.5</b>	<b>Recombinaison . . . . .</b>	<b>87</b>

---

Le but principal de cette thèse est d'étudier la viabilité du modèle de Dirac-Milne vis-à-vis des différents tests cosmologiques. Pour ce faire, je suis amené à considérer certaines hypothèses qui ont été présentées dans le chapitre précédent. Il ressort de l'étude cosmologique de ce modèle qu'une différence essentielle par rapport à une cosmologie standard (avec ou sans Énergie Noire), est l'hypothèse de linéarité du facteur d'échelle tout au long de l'histoire thermique de l'Univers. Ainsi avec une évolution très différente au cours des premiers instants de l'univers, cette histoire est à ré-écrire<sup>1</sup> et c'est l'objet de ce chapitre. Comme nous allons le voir, l'évolution linéaire du modèle de Dirac-Milne conduit à une évolution beaucoup plus lente de l'univers, ce qui a pour conséquence de changer, parfois assez radicalement, les différents découplages qui jalonnent l'histoire thermique de l'Univers.

### 3.1 Relation temps-température

L'équation de Friedmann (éq.(1.53)) s'écrit dans le modèle de Dirac-Milne (voir chapitre 1) :

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = H_0^2 \left(\frac{a_0}{a}\right)^2. \quad (3.1)$$

Cette équation permet de relier le redshift  $z$  ( $1+z = a_0/a$ ) à l'âge de l'Univers  $t(z)$  :

$$t(z) = \frac{1}{H_0} \int_z^\infty \frac{dz'}{(1+z')^2} = \frac{1}{H_0} \frac{1}{1+z}. \quad (3.2)$$

---

1. Si l'on m'avait dit qu'un jour je ré-écrivais l'histoire de l'Univers...

Exprimée en fonction de la température, cette relation devient :

$$t = \frac{1}{H_0} \frac{T_0}{T}, \quad (3.3)$$

où  $T_0$  dénote la température actuelle de l'Univers, mesurée par COBE à une température  $T_0 = 2.725 \pm 0.001$  K [Fixsen & Mather 2002]. Comme annoncé au chapitre 1, l'âge de l'univers de Dirac-Milne est exactement égal à  $H_0^{-1}$  ce qui conduit, avec la valeur standard de  $H_0 = 70$  km/sec/Mpc, à un âge égal à environ 14 milliards d'années. Même si ce résultat est connu [Rich 2001], il est néanmoins important de remarquer que dans la théorie standard  $H_0^{-1}$  représente l'échelle de temps caractéristique de l'Univers, alors que dans le modèle Dirac-Milne, ce temps caractéristique est exactement l'âge de l'Univers.

L'introduction d'une constante cosmologique qui est l'interprétation habituelle des diagrammes de Hubble des supernovæ de type Ia, conduit à un âge de l'Univers du même ordre de grandeur, très proche là aussi de  $H_0^{-1}$ . Cette coïncidence a été remarquée [Kutschera & Dyrda 2007], mais cela n'explique en rien pourquoi dans un univers  $\Lambda$ CDM, avec les valeurs classiques des paramètres cosmologiques, l'âge est proche de  $H_0^{-1}$ . Autant dans un univers Dirac-Milne l'âge est exactement égal à  $H_0^{-1}$ , autant rien n'explique pourquoi ce serait le cas dans un univers  $\Lambda$ CDM. Ce point se rapproche sans doute du problème de la coïncidence, qui consiste à se demander pourquoi les valeurs actuelles des densités d'Énergie Noire et de matière dans un modèle  $\Lambda$ CDM sont du même ordre de grandeur.

Comparons maintenant l'âge à une température donnée pour le modèle Dirac-Milne et un modèle  $\Lambda$ CDM standard, dans lequel l'âge est donné par l'équation (1.53). La figure (3.1)

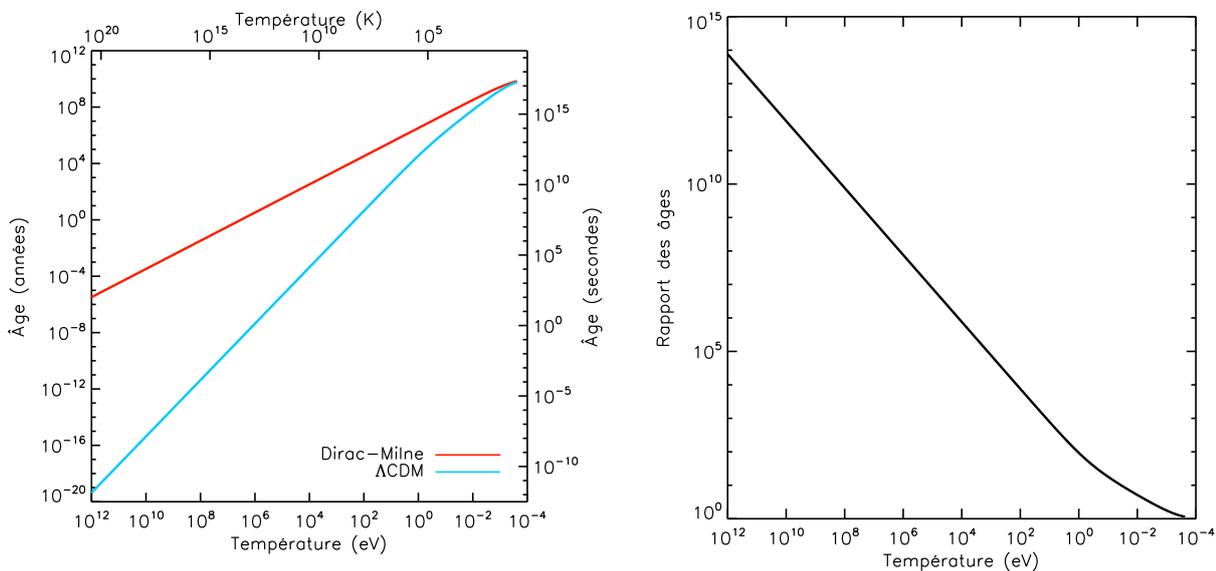


FIGURE 3.1 – **Gauche** : Âge des univers Dirac-Milne (rouge) et  $\Lambda$ CDM en fonction de la température. **Droite** : Rapport des âges de la figure de gauche. Aujourd'hui les deux univers ont approximativement le même âge, mais au fur et à mesure que l'on remonte dans l'Univers primordial, la différence entre les deux modèles explose, l'univers de Dirac-Milne étant beaucoup âgé que l'univers  $\Lambda$ CDM à une température donnée.

présente cette comparaison. On y remarque qu'à température égale, l'univers de Dirac-Milne est beaucoup plus âgé, et ce d'autant plus que la température est grande. Donnons quelques ordres de grandeur : pour l'époque de la nucléosynthèse, vers une température de 80 keV, l'univers de Dirac-Milne est âgé de 41 ans contre environ 200 secondes pour le modèle standard. Cette différence de temps gigantesque aura bien sûr une influence sur la nucléosynthèse primordiale (voir chapitre 4). Nous verrons bientôt que le redshift d'émission du CMB ne change pas fondamentalement, mais l'âge de l'Univers à ce moment clé est, quant à lui, largement modifié. Si l'on prend  $z = 1100$  comme valeur du redshift de découplage entre la matière et la radiation, l'univers de Dirac-Milne est alors âgé de 12.7 millions d'années au lieu des traditionnels 380 000 ans du modèle de Concordance.

Il sera utile par la suite de donner la valeur du taux d'expansion de l'univers de Dirac-Milne. Ce taux est égal à

$$\tau_{\text{exp}} = H = \frac{1}{t} \quad (3.4)$$

et une valeur numérique, donnée sous plusieurs formes, est

$$\tau_{\text{exp}} = 9.66 \times 10^{-12} h_{70} \left( \frac{T}{1 \text{ keV}} \right) \text{s}^{-1} = 2.27 \times 10^{-18} (1+z) \text{s}^{-1}. \quad (3.5)$$

## 3.2 Découplage des interactions faibles

Un exemple fondamental qui illustre les différences qu'apporte une évolution linéaire du facteur d'échelle est le découplage des interactions faibles.

Pour des températures supérieures au MeV, l'Univers est principalement composé de photons, de paires électrons-positrons et des trois familles de neutrinos, la matière baryonique ne représentant en effet à cette époque qu'une fraction de l'ordre du milliardième de la quantité totale de particules. Ces constituants sont en équilibre thermodynamique assuré par les interactions faibles. Étant neutres, les neutrinos ne sont pas directement couplés aux photons mais les réactions faibles du type  $e^+e^- \leftrightarrow \nu\bar{\nu}$ ,  $e^+\nu \leftrightarrow e^+\nu$ , ... assurent leur équilibre.

La section efficace de ces réactions est de l'ordre de  $\sigma_{\text{weak}} \sim G_F^2 T^2$  où  $G_F$  est la constante de couplage de Fermi. Le taux de réaction s'exprime alors

$$\Gamma \sim n \langle \sigma_{\text{weak}} v \rangle, \quad (3.6)$$

où  $n$  représente la densité de leptons chargés, ici les électrons et positrons. Contrairement au cas du modèle standard, où le découplage s'effectue vers une température de 1 MeV alors que les électrons sont encore relativistes (voir par exemple [Weinberg 1972]), le découplage des interactions faibles intervient, dans l'univers de Dirac-Milne, plus tardivement et de manière concomitante à la perte thermique des paires  $e^+e^-$  [Lohiya et al. 1998]. La densité électronique s'exprime alors :

$$n_{e^\pm} = 4 \left( \frac{m_e T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{-\frac{m_e}{T}}. \quad (3.7)$$

Le taux de réaction est à comparer au taux d'expansion de l'Univers  $H$ , dont l'expression est donnée par l'équation (3.5). On cherche ici à calculer l'ordre de grandeur de la température de

découplage. Ce découplage a lieu quand le rapport du taux de réaction sur le taux d'expansion devient plus petit que l'unité. Ce rapport s'exprime :

$$\frac{\Gamma}{H} \sim 4G_F^2 \frac{T_0}{H_0} \left(\frac{m_e}{2\pi}\right)^{3/2} T^{5/2} e^{-\frac{m_e}{T}}. \quad (3.8)$$

Ce rapport atteint l'unité pour une température de l'ordre de  $T \sim 70$  keV, justifiant ainsi l'expression de la densité électronique (3.7)<sup>2</sup>. Ce découplage plus tardif – 70 keV au lieu de 1 MeV – a en particulier comme conséquence de rendre possible une nucléosynthèse thermique dans ce modèle à évolution linéaire du facteur d'échelle. Ce point sera détaillé dans le chapitre 4

### 3.2.1 Température des neutrinos

Le découplage tardif des interactions faibles dans l'univers de Dirac-Milne conduit à une différence entre cet univers et le modèle standard en ce qui concerne la température du fond de neutrinos. Nous venons de voir que les interactions faibles, et par là même le découplage des neutrinos des autres particules, se produit vers une température de 70 keV, soit après l'annihilation d'une très large fraction des paires électrons-positrons. Ainsi les neutrinos bénéficient au même titre que les photons du transfert d'entropie des paires  $e^+e^-$  et sont réchauffés de la même manière. La température des neutrinos est alors égale à celle des photons [Lohiya et al. 1998].

Ce point constitue donc une prédiction originale du modèle de Dirac-Milne et une éventuelle mesure de la température du fond cosmique de neutrinos serait de la plus haute importance. D'une part, si la température mesurée est compatible avec une température de 1.95 K, cela apporterait une preuve supplémentaire de la pertinence du modèle du Big-Bang chaud et cela imposerait une contrainte très forte sur l'univers de Dirac-Milne. Néanmoins, une telle mesure est extrêmement dure à réaliser et il faudra probablement attendre plusieurs années avant qu'une telle mesure ne soit effectuée [Ringwald 2009].

## 3.3 Egalité photons-baryons

Le facteur d'expansion de l'univers de Dirac-Milne évoluant de façon linéaire avec le temps, il n'existe pas à proprement parler un moment dans l'histoire thermique de l'Univers qui voit les densités d'énergie de la radiation et de la matière s'égaliser et induire un changement dans la loi d'évolution de l'expansion. On peut néanmoins déterminer les redshifts pour lesquels ces deux contributions ont des densités d'énergie égales, à titre de comparaison. Plusieurs choses changent par rapport au modèle standard. Dans l'univers Dirac-Milne il n'y a pas de matière noire non-baryonique, mais il y a par contre un nombre plus élevé de baryons. Pour la radiation, les trois familles de neutrinos sont à la même température que le fond de photons, ce qui va conduire à une valeur plus grande de la densité d'énergie de cette composante. On peut ainsi déterminer le redshift d'égalité entre la composante de matière (qui se réduit aux baryons) et la densité d'énergie de la radiation (photons + neutrinos) ou, de manière plus pertinente, de

2. Par opposition à l'expression de la densité en  $T^3$  lorsque  $T > m_e$  et que les paires sont alors relativistes.

la densité d'énergie des photons seuls, les neutrinos ne jouant quasiment aucun rôle puisque de toutes façons ils n'ont aucun effet sur l'expansion de l'Univers<sup>3</sup>.

Le redshift d'égalité entre baryons et photons,  $z_{\gamma b}$ , et la température correspondante

$$T_{\gamma b} = T_0(1 + z_{\gamma b}), \quad (3.9)$$

sont alors définis par

$$\rho_b = \rho_\gamma \iff \eta \frac{2}{\pi^2} \zeta(3) m_p T_{\gamma b}^3 = \frac{\pi^2}{15} T_{\gamma b}^4 \quad (3.10)$$

Il vient

$$T_{\gamma b} = 2.78 \left( \frac{\eta}{8 \times 10^{-9}} \right) \text{ eV}, \quad z_{\gamma b} = 11840 \left( \frac{\eta}{8 \times 10^{-9}} \right). \quad (3.11)$$

Bien que cette grandeur n'intervienne pas dans la cosmologie de Dirac-Milne, on peut néanmoins présenter la température  $T_{\text{rad-b}}$  et le redshift  $z_{\text{rad-b}}$  d'égalité entre la composante radiative (photons + neutrinos) et les baryons,

$$T_{\text{rad-b}} = 0.74 \left( \frac{\eta}{8 \times 10^{-9}} \right) \text{ eV}, \quad z_{\text{rad-b}} = 3155 \left( \frac{\eta}{8 \times 10^{-9}} \right). \quad (3.12)$$

### 3.4 Distorsions du CMB

Un autre exemple des modifications qu'apporte une évolution linéaire du facteur d'expansion dans l'histoire thermique de l'Univers est le cas de la thermalisation d'éventuelles injections d'énergie dans le CMB avant la recombinaison. Les mesures extrêmement précises effectuées par l'instrument FIRAS, à bord du satellite COBE, ont permis de poser des contraintes fortes sur d'éventuelles distorsions du spectre de corps noir du CMB.

Les contraintes posées par FIRAS sont :  $|\mu| < 9 \times 10^{-5}$  et  $|y| < 15 \times 10^{-6}$  [Fixsen et al. 1996] pour, respectivement, les distorsions Bose-Einstein et Compton. Le paramètre de potentiel chimique  $\mu$  décrit les distorsions spectrales causées par une injection d'énergie à une époque où les interactions entre photons et électrons permettent de redistribuer en fréquence des photons non-thermiques, mais où le nombre total de photons reste fixé. Le paramètre  $y$  décrit les distorsions spectrales causées essentiellement après la recombinaison par l'interaction des photons du CMB avec des électrons d'une température différente (par exemple avec les électrons du gaz chaud ( $T \sim 10$  keV) dans les amas de galaxies : c'est l'effet Sunyaev-Zeldovich [Zeldovich & Sunyaev 1969]). Ce qui nous intéresse ici, ce sont les distorsions caractérisées par le paramètre  $\mu$ , paramètre qui n'est rien d'autre que le potentiel chimique qui entre dans l'expression de la fonction de distribution de Bose-Einstein des photons à une époque antérieure à la recombinaison.

À l'époque de l'Univers primordial où les paires électrons-positrons sont encore présentes, ce terme de potentiel chimique est nul, le nombre de photons n'étant pas conservé du fait des nombreuses réactions  $e^+e^- \leftrightarrow \gamma\gamma$ . Toutefois, après la disparition de ces paires thermiques, le nombre de photons est approximativement conservé et toute éventuelle injection d'énergie dans le milieu ne pourra pas forcément être thermalisée, résultant au final sur un spectre de Bose-Einstein avec un potentiel chimique non-nul. En réalité, il existe des processus radiatifs qui ne

3. Ceci n'est bien sûr pas vrai dans le modèle standard.

conservent pas le nombre de photons et qui permettent ainsi de ramener peu à peu ce spectre de Bose-Einstein vers un spectre de corps noir.

L'existence de ces processus et la compréhension de leur mécanisme d'action a permis, dans le cadre du modèle standard (voir par exemple [Sunyaev & Zeldovich 1970, Danese & de Zotti 1977, Hu & Silk 1993]), d'une part de comprendre pourquoi le CMB est un corps noir quasi-parfait et d'autre part de contraindre les possibles scénarios d'injection d'énergie dans le plasma baryons-électrons-photons de façon à respecter les contraintes imposées par FIRAS. Ces résultats sur les contraintes d'injection d'énergie dans le CMB sont résumées par la figure 6 de [Fixsen et al. 1996], dans laquelle il ressort qu'il est impossible d'injecter plus de  $\sim 6 \times 10^{-5}$  de l'énergie du CMB pour des redshifts inférieurs à  $z \sim 4 \times 10^6$  ( $T \sim 1$  keV).

Dans le cadre de l'univers de Dirac-Milne, on s'attend à ce que ces contraintes, et nous allons voir que c'est effectivement le cas, soient plus souples du fait de l'évolution plus lente de cet univers. De plus la densité baryonique plus importante que dans le modèle standard implique une densité électronique plus importante et donc un couplage entre matière et radiation plus durable.

Le but de cette section est de déterminer les contraintes sur les quantités d'énergie que l'on peut injecter dans l'univers de Dirac-Milne en fonction du redshift. Ces contraintes sont importantes car la présence de matière et d'antimatière dans des domaines séparés mais jointifs va inévitablement conduire à des annihilations et à un dégagement d'énergie.

### 3.4.1 Les différents processus radiatifs

Les processus radiatifs qui peuvent permettre la thermalisation d'éventuelles injections d'énergie dans le CMB sont la diffusion Compton élastique, la double diffusion Compton et le bremsstrahlung. Ces deux derniers processus ne conservent pas le nombre de photons et permettent ainsi de manière effective la convergence du spectre distordu vers un spectre de corps noir. Je vais présenter ces différents processus et procéder à une comparaison de leur différents temps caractéristiques.

Dans la suite on notera par  $f(\nu, t)$  la fonction de distribution des photons. On parlera également de cette quantité comme le nombre d'occupation à une certaine fréquence  $\nu$ .

#### Diffusion Compton

Le principal processus radiatif est la diffusion Compton  $\gamma + e \leftrightarrow \gamma + e$  qui assure un couplage fort entre les populations de photons et d'électrons durant la majeure partie de l'histoire thermique de l'Univers. Cette interaction conserve le nombre de photons et permet seulement de redistribuer les photons en énergie (ou, de manière équivalente, en fréquence), mais ne permet pas d'augmenter ou de diminuer le nombre d'occupation à telle ou telle fréquence de manière indépendante des autres.

L'équation cinétique qui régit la diffusion Compton élastique a été dérivée historiquement pour la première fois par Kompaneets [Kompaneets 1957] et s'écrit :

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_C = n_e \sigma_{Tc} \left(\frac{kT_e}{m_e c^2}\right) \frac{1}{x_e^2} \frac{\partial}{\partial x_e} \left[ x_e^4 \left(\frac{\partial f}{\partial x_e} + f + f^2\right) \right] + x_e \frac{\partial f}{\partial x_e} \frac{\partial}{\partial t} \left( \ln \frac{T_e}{T_0(1+z)} \right), \quad (3.13)$$

où  $T_e$  est la température des électrons,  $x_e = h\nu/kT_e$ , la fréquence réduite des photons,  $f(x_e, t)$ , le nombre d'occupation des photons et  $\sigma_T$  la section efficace Thomson. Le dernier terme fait intervenir  $T_0$ , la température du fond de photons actuelle. Dans la pratique, pour le problème qui nous intéresse ici, la diffusion Compton assure un couplage fort entre photons et électrons, si bien que ces deux populations sont à la même température et ce terme est négligeable [Danese & de Zotti 1977, Hu & Silk 1993].

On peut ré-écrire cette équation en faisant intervenir le temps caractéristique  $t_C$  afin que s'établisse un spectre en quasi-équilibre sous l'effet de la diffusion Compton :

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_C = t_C^{-1} \frac{1}{x_e^2} \frac{\partial}{\partial x_e} \left[ x_e^4 \left( \frac{\partial f}{\partial x_e} + f + f^2 \right) \right], \quad (3.14)$$

avec

$$t_C = \left( n_e \sigma_T c \left( \frac{kT_e}{m_e c^2} \right) \right)^{-1} \quad (3.15)$$

$$t_C = 3.45 \times 10^{12} \left( \frac{T}{T_e} \right) \left( 1 - \frac{Y_p}{2} \right)^{-1} \left( \frac{\eta}{8 \times 10^{-9}} \right)^{-1} \left( \frac{1+z}{10^4} \right)^{-4} \text{ s}. \quad (3.16)$$

Le temps caractéristique d'interaction entre un électron et le fond de photons est :

$$t_{e\gamma} = \frac{3m_e}{4\sigma_{T\text{eR}}} = 7.66 \times 10^3 \left( \frac{1+z}{10^4} \right)^{-4} \text{ s}. \quad (3.17)$$

Ce temps  $t_{e\gamma}$ , beaucoup plus petit que  $t_C$  traduit simplement le fait que la quantité de photons est beaucoup plus importante que la quantité d'électrons ce qui implique que les électrons se thermalisent beaucoup plus vite que les photons.

Comme la diffusion Compton conserve le nombre de photons, la solution de l'équation cinétique (3.14) sera de la forme d'un spectre de Bose-Einstein :

$$f_{\text{BE}} = \frac{1}{e^{x_e + \mu} - 1}, \quad (3.18)$$

où  $\mu$  est le potentiel chimique sans dimension. On vérifie aisément que (3.18) est bien solution de (3.14). La diffusion Compton élastique va donc thermaliser les photons vers un spectre de Bose-Einstein de température  $T_e$ , mais avec un potentiel chimique non-nul. La température d'équilibre des électrons est donnée par [Peyraud 1968, Zel'Dovich & Levich 1970]

$$T_e = \frac{1}{4} \frac{\int p^4 f(f+1) dp}{\int p^3 f dp}. \quad (3.19)$$

Il est utile d'introduire la profondeur optique à la diffusion Compton définie par

$$y = \int_{t_h}^t \frac{dt}{t_C}, \quad (3.20)$$

où  $t_h$  est l'époque où une injection d'énergie à lieu. La valeur aujourd'hui de cette profondeur optique est :

$$y_0 = y(t=0) = \int_0^{z_h} \frac{t_{\text{exp}}}{t_C} \frac{dz}{1+z}. \quad (3.21)$$

C'est dans le passage d'une intégrale en temps à une intégrale en redshift que réside toute la différence entre le modèle de Dirac-Milne et le modèle standard. En effet l'expression du temps d'expansion  $t_{\text{exp}}$  n'est pas la même dans les deux modèles. Il vient alors :

$$y_0 = 4.27 \times 10^{-12} \left(1 - \frac{Y_p}{2}\right) \left(\frac{\eta}{8 \times 10^{-9}}\right) (1+z)^3. \quad (3.22)$$

Tant que l'univers est opaque pour la diffusion Compton, c'est-à-dire tant que  $y_0 > 1$ , on dispose d'assez de temps pour restaurer un spectre de Bose-Einstein. Cette thermalisation vers un spectre de Bose-Einstein est ainsi possible pour  $z > z_a$ , avec  $z_a$  défini par :

$$z_a = 6164 \left(1 - \frac{Y_p}{2}\right)^{-1/3} \left(\frac{\eta}{8 \times 10^{-9}}\right)^{-1/3}. \quad (3.23)$$

### Bremsstrahlung

Premier des deux processus qui ne conservent pas le nombre de photons, le bremsstrahlung a été considéré dès les toutes premières études sur la thermalisation d'injection d'énergie dans le CMB [Sunyaev & Zeldovich 1970]. Cette réaction fait intervenir un électron et un noyau et permet de créer (ou absorber) un photon :



Cette réaction est régie par l'équation cinétique suivante [Lightman 1981] :

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_B = Q_B n_e \sigma_T c \frac{g(x_e)}{e^{x_e}} \frac{1}{x_e^2} [1 - (e^{x_e} - 1)f], \quad (3.25)$$

où  $x_e = h\nu/kT_e$ , et

$$Q_B = \frac{4\pi}{(2\pi)^{7/2}} \left(\frac{m_e c^2}{kT_e}\right)^{1/2} \alpha \sum n_i Z_i^2 \left(\frac{hc}{kT_e}\right)^3. \quad (3.26)$$

Pour un plasma constitué de protons et d'hélium on a  $\sum n_i Z_i^2 = n_b$ . Le facteur de Gaunt  $g(x_e)$  s'écrit [Hu & Silk 1993] :

$$g(x_e) = \begin{cases} \ln(2.25/x_e), & x_e \leq 0.37, \\ \pi/\sqrt{3}, & x_e \geq 0.37. \end{cases} \quad (3.27)$$

On peut là aussi faire apparaître un temps caractéristique  $t_B$  pour le bremsstrahlung en ré-écrivant (3.25) comme :

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_B = t_B^{-1} \left[ \frac{1}{e^{x_e} - 1} - f \right], \quad (3.28)$$

avec

$$t_B = B_0 \frac{e^{x_e}}{e^{x_e} - 1} \frac{x_e^3}{g(x_e)}, \quad (3.29)$$

où

$$B_0 = 4.7 \times 10^{14} \left(\frac{\eta}{8 \times 10^{-9}}\right)^{-2} \left(1 - \frac{Y_p}{2}\right)^{-1} \left(\frac{T_e}{T}\right)^{7/2} \left(\frac{1+z}{10^4}\right)^{-5/2} \text{ s}. \quad (3.30)$$

Comme l'indique l'équation (3.28), l'action du bremsstrahlung a pour effet de faire converger le spectre des photons vers une distribution de corps noir (avec un potentiel chimique nul), en

un temps caractéristique  $t_B$ . Ce temps dépend de la fréquence du photon et l'on peut d'ores et déjà remarquer que ce processus va surtout être efficace à basse fréquence.

De manière similaire à la diffusion Compton, on définit la profondeur optique au bremsstrahlung :

$$y_B = \int_{t_h}^t \frac{dt}{t_B}, \quad (3.31)$$

L'équation (3.28) devient :

$$\left( \frac{\partial n}{\partial y_B} \right)_B = \frac{1}{e^{x_e} - 1} - n. \quad (3.32)$$

La valeur de  $y_B$  aujourd'hui est :

$$y_B^0 = \int_{t_h}^0 \frac{dt}{t_B}, \quad (3.33)$$

$$= \int_0^{z_h} \frac{t_{\text{exp}}}{t_B} \frac{dz}{1+z}, \quad (3.34)$$

$$= 6.25 \times 10^{-2} \left( \frac{\eta}{8 \times 10^{-9}} \right)^2 \left( 1 - \frac{Y_p}{2} \right) \frac{e^{x_e} - 1}{e^{x_e}} \frac{g(x_e)}{x_e^3} \left( \frac{1+z}{10^4} \right)^{3/2}. \quad (3.35)$$

Pour chaque valeur du redshift, c'est-à-dire à chaque instant dans l'histoire thermique de l'Univers, on peut calculer la fréquence  $x_e$  pour laquelle la profondeur optique est égale à 1. Cette fréquence,  $x_B$ , indique la fréquence au dessus de laquelle le bremsstrahlung devient inefficace à thermaliser le spectre. En notant  $x_B$ , la fréquence pour laquelle  $y_B(x_B) = 1$ , il vient, pour  $x_e \ll 1$  :

$$x_B = 2.5 \times 10^{-1} g(x_B)^{1/2} \left( \frac{\eta}{8 \times 10^{-9}} \right) \left( 1 - \frac{Y_p}{2} \right)^{1/2} \left( \frac{1+z}{10^4} \right)^{3/4}. \quad (3.36)$$

### Double diffusion Compton ou Compton inélastique

Le dernier processus dont le rôle est à prendre en compte dans la thermalisation d'injection d'énergie est la double diffusion Compton – ou diffusion Compton inélastique :

$$e + \gamma \leftrightarrow e + \gamma + \gamma. \quad (3.37)$$

Comme le bremsstrahlung, ce processus ne conserve pas le nombre de photons et permet ainsi d'assurer la transition entre un spectre de Bose-Einstein vers un spectre de corps noir.

L'équation cinétique régissant la population de photons sous l'effet de la double diffusion Compton s'écrit [Lightman 1981] :

$$\left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\text{DC}} = n_e \sigma_{TC} \frac{4\alpha}{3\pi} \left( \frac{T_e}{m_e} \right)^2 \frac{1}{x_e^3} [1 - (e^{x_e} - 1)f] \int dx_e x_e^4 (1+f)f. \quad (3.38)$$

On peut mettre en évidence le temps caractéristique  $t_{\text{DC}}$  pour cette réaction :

$$\left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\text{DC}} = t_{\text{DC}}^{-1} \frac{I(t)}{I_P} \left[ \frac{1}{e^{x_e} - 1} - f \right], \quad (3.39)$$

où

$$t_{\text{DC}} = 9.41 \times 10^{18} \left(1 - \frac{Y_p}{2}\right)^{-1} \left(\frac{\eta}{8 \times 10^{-9}}\right)^{-1} \left(\frac{T}{T_e}\right)^2 \frac{x_e^3}{e^{x_e} - 1} \left(\frac{1+z}{10^4}\right)^{-5} \text{ s}, \quad (3.40)$$

et

$$I(t) = \int dx_e x_e^4 (1+f) f. \quad (3.41)$$

Dans le cas où  $f$  représente la distribution de Planck, on a  $I(t) = I_P = 4\pi^4/15$ .

L'équation (3.38) n'est valable que pour  $x_e < 1$ , car la double diffusion Compton ne peut créer que des photons d'énergie inférieure à l'énergie moyenne des photons du spectre. Ainsi la double diffusion Compton sera efficace et considérée essentiellement pour  $x_e < 1$ .

La profondeur optique pour la double diffusion Compton s'exprime :

$$y_{\text{DC}}^0 = \int_{t_h}^0 \frac{dt}{t_{\text{DC}}}, \quad (3.42)$$

$$= \int_0^{z_h} \frac{t_{\text{exp}} dz}{t_{\text{DC}} (1+z)}, \quad (3.43)$$

$$= 1.17 \times 10^{-6} \left(\frac{\eta}{8 \times 10^{-9}}\right) \left(1 - \frac{Y_p}{2}\right) \frac{e^{x_e} - 1}{x_e^3} \left(\frac{1+z}{10^4}\right)^4. \quad (3.44)$$

En notant  $x_{\text{DC}}$  la fréquence pour laquelle  $y_{\text{DC}}^0 = 1$ , il vient ( $x_{\text{DC}} \ll 1$ ) :

$$x_{\text{DC}} = 10^{-3} \left(1 - \frac{Y_p}{2}\right)^{1/2} \left(\frac{\eta}{8 \times 10^{-9}}\right)^{1/2} \left(\frac{1+z}{10^4}\right)^2. \quad (3.45)$$

### 3.4.2 Comparaison des différents temps caractéristiques

Les trois processus décrits ci-dessus ont pour effet, soit de redistribuer en fréquence les photons après une éventuelle injection d'énergie, soit de faire converger le spectre des photons à partir d'un spectre Bose-Einstein vers un spectre de corps noir en faisant diminuer le potentiel chimique sous l'effet de la création ou la disparition de photons. Ces trois processus ne sont pas toujours efficaces en même temps ou dans les mêmes parties du spectre et l'on peut déterminer leurs domaines d'efficacité maximale dans le plan  $(z, x_e)$ .

#### Comparaison des temps caractéristiques $t_B$ et $t_{\text{DC}}$

Historiquement, les premières études sur ce sujet [Sunyaev & Zeldovich 1970, Illarionov & Siuniae 1975a,b, Danese & de Zotti 1977] ont uniquement considéré le bremsstrahlung et pas la double diffusion Compton car dans un univers à densité baryonique élevée – proche de la densité critique comme cela était considéré à l'époque – cette dernière est largement sous-efficace par rapport au bremsstrahlung car la densité baryonique intervient au carré dans l'équation cinétique du bremsstrahlung. Dans le cadre d'un univers standard, avec une densité baryonique faible, indiquée par exemple par la BBN, la double diffusion Compton peut par contre dominer le bremsstrahlung [Danese & de Zotti 1982, Burigana et al. 1991b;a, Hu & Silk 1993] et il devient nécessaire de considérer les deux processus.

On peut comparer la double diffusion Compton au bremsstrahlung en formant le rapport de leurs temps caractéristiques. Il vient :

$$\frac{t_B}{t_{DC}} = 5 \times 10^{-15} \left( \frac{\eta}{8 \times 10^{-9}} \right)^{-1} \frac{e^{x_e}}{g(x_e)} (1+z)^{5/2}. \quad (3.46)$$

Rappelons que cette expression n'est valable que pour  $x_e < 1$ , si bien que l'on a

$$\frac{t_B}{t_{DC}} \approx 5 \times 10^{-15} \left( \frac{\eta}{8 \times 10^{-9}} \right)^{-1} \frac{1}{g(x_e)} (1+z)^{5/2}. \quad (3.47)$$

Le redshift pour lequel ce rapport vaut 1 est :

$$z_{B-DC} = 5.26 \times 10^5 \left( \frac{\eta}{8 \times 10^{-9}} \right)^{2/5} g(x_e)^{2/5}. \quad (3.48)$$

### Découplage des processus vis-à-vis de l'expansion

La détermination des différentes profondeurs optiques relatives à chaque processus, permet de déterminer la fréquence (ou le redshift) en dessus de laquelle les processus non conservatifs du nombre de photons deviennent moins rapides que l'expansion de l'Univers et de ce fait ne sont plus aptes à thermaliser efficacement une injection d'énergie. Ces fréquences obtenues ci-dessus sont notées  $x_B$  et  $x_{DC}$ . Afin de prendre en compte les deux processus dans la "même formule" on introduit également la fréquence  $x_{exp}$ , définie par :

$$x_{exp} = (x_B^2 + x_{DC}^2)^{1/2}. \quad (3.49)$$

Le domaine d'action de la diffusion Compton ne dépend pas de la fréquence et le redshift en dessous duquel elle n'est plus efficace à thermaliser le spectre vers un spectre de Bose-Einstein est le redshift  $z_a$ , pour lequel la profondeur optique est égale à 1.

### Comparaison des processus non-conservatifs à la diffusion Compton

Les temps caractéristiques des processus qui ne conservent pas le nombre de photons dépendent de la fréquence considérée, alors que le temps caractéristique de la diffusion Compton est une constante (par rapport à la fréquence). Ainsi, il va exister une "fréquence de coupure",  $x_{C-B,DC}$  en dessus de laquelle la diffusion Compton va dominer et en dessous de laquelle l'un des deux autres processus va dominer. Ainsi, on calcule  $x_{C-B,DC}$  telle que  $t_{B,DC} = t_C/4$ , le temps caractéristique d'échange d'énergie sous l'effet de la diffusion Compton étant  $t_C/4$  [Danese & de Zotti 1977]. On a

$$x_{C-B} = 4.3 \times 10^1 g(x_{CB})^{1/2} \left( \frac{\eta}{8 \times 10^{-9}} \right)^{1/2} (1+z)^{-3/4}. \quad (3.50)$$

et

$$x_{C-DC} = 3.03 \times 10^{-6} (1+z)^{1/2}. \quad (3.51)$$

Dans la suite on notera

$$x_C = (x_{C-B}^2 + x_{C-DC}^2)^{1/2}. \quad (3.52)$$

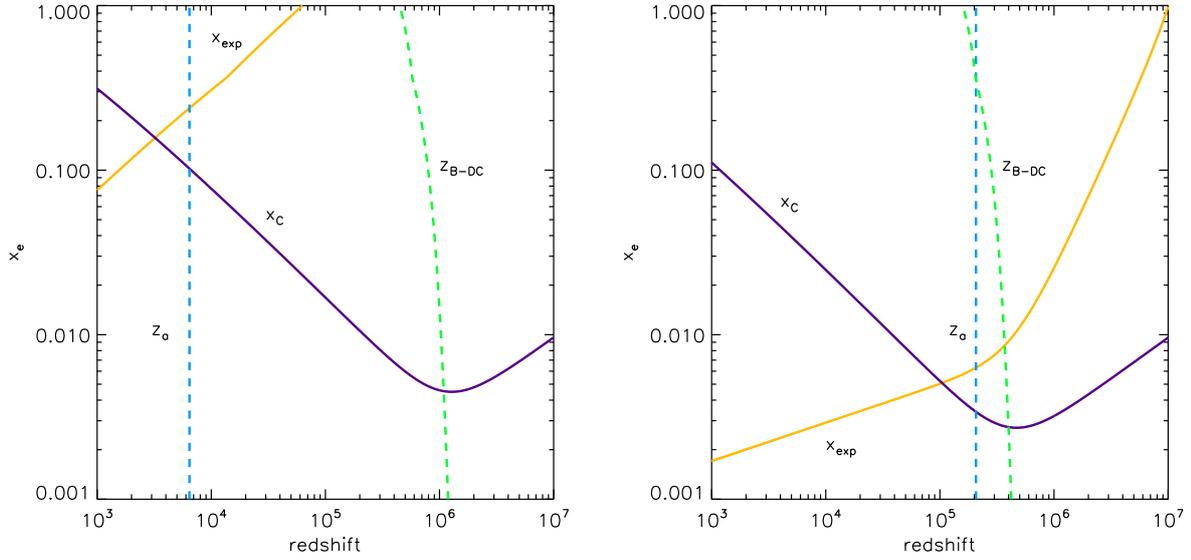


FIGURE 3.2 – **Gauche** : Différents redshifts et fréquences caractéristiques discutés dans le texte dans le cadre de l'univers de Dirac-Milne avec une densité baryonique  $\eta = 8 \times 10^{-9}$ .  $z_c$  est le redshift limite pour l'action de la diffusion Compton.  $z_{B-DC}$  est le redshift au dessus duquel la double diffusion Compton domine le bremsstrahlung.  $x_c$  représente la fréquence en dessous de laquelle les processus non-conservatifs sont plus rapides que la diffusion Compton.  $x_{exp}$  représente la fréquence au dessus de laquelle les processus non-conservatifs deviennent inefficaces du fait de l'expansion de l'Univers. **Droite** : La même figure, représentant les mêmes grandeurs, mais dans le cadre d'un univers standard avec une densité baryonique  $\eta = 6 \times 10^{-10}$ .

Ces différentes fréquences et redshifts caractéristiques sont représentés sur la figure (3.2), à gauche dans le cadre de l'univers de Dirac-Milne avec  $\eta = 8 \times 10^{-9}$  et à droite dans le cadre du modèle standard, avec  $\eta = 6 \times 10^{-10}$ . La courbe orange, représentant  $x_{exp}$ , c'est-à-dire la fréquence au dessus de laquelle les processus non-conservatifs deviennent inefficaces du fait de l'expansion de l'Univers, est très nettement décalée vers le haut dans le modèle de Dirac-Milne, ce qui signifie que ces processus vont pouvoir être efficaces sur une gamme de fréquence beaucoup plus élargie. De même, le redshift  $z_a$  en dessous duquel la diffusion Compton n'est plus à même d'établir une distribution de Bose-Einstein est beaucoup plus faible dans l'univers de Dirac-Milne. Nous verrons bientôt quel effet cela a sur les capacités de thermalisation de ces processus.

### 3.4.3 Distribution de Bose-Einstein

L'action de la diffusion Compton est différente de celle des deux processus non-conservatifs considérés ici. Parce qu'elle conserve le nombre total de photons et la quantité totale d'énergie radiative, la diffusion Compton ne va pas pouvoir thermaliser complètement une injection d'énergie mais, comme indiqué auparavant, va établir une distribution de Bose-Einstein, caractérisée par un potentiel chimique non-nul  $\mu$  [Sunyaev & Zeldovich 1970, Illarionov & Siuniae 1975a]. Un certain nombre de relations permettent de relier la densité de photons et la densité d'énergie

d'une distribution de Bose-Einstein  $f_{\text{BE}}$  à une distribution de Planck  $f_{\text{P}}$  [Illarionov & Siuniaev 1975a].

Ainsi la densité de photons  $n_{\gamma\text{BE}}$  et la densité d'énergie  $\varepsilon_{\gamma\text{BE}}$  s'écrivent :

$$n_{\gamma\text{BE}} = \frac{1}{\pi^2} \int_0^\infty f_{\text{BE}} p^2 dp = n_{\gamma\text{P}} \phi(\mu), \quad (3.53)$$

$$\varepsilon_{\gamma\text{BE}} = \frac{1}{\pi^2} \int_0^\infty f_{\text{BE}} p^3 dp = \varepsilon_{\gamma\text{P}} \psi(\mu), \quad (3.54)$$

où les fonctions  $\phi$  et  $\psi$  sont définies par :

$$\phi(\mu) = \frac{1}{I_2} \int_0^\infty \frac{x_e^2 dx_e}{e^{x_e + \mu} - 1} \simeq \begin{cases} \frac{2}{I_2} e^{-\mu}, & \mu \gg 1, \\ 1 - 2\frac{I_1}{I_2}\mu, & \mu \ll 1; \end{cases} \quad (3.55)$$

$$\psi(\mu) = \frac{1}{I_3} \int_0^\infty \frac{x_e^3 dx_e}{e^{x_e + \mu} - 1} \simeq \begin{cases} \frac{6}{I_3} e^{-\mu}, & \mu \gg 1, \\ 1 - 3\frac{I_2}{I_3}\mu, & \mu \ll 1. \end{cases} \quad (3.56)$$

Dans ces expressions, la quantité  $I_m$  est définie par :

$$I_m = \int_0^\infty \frac{x_e^m dx_e}{e^{x_e} - 1} = m! \zeta(m+1), \quad (3.57)$$

$$I_1 = \frac{\pi^2}{6} \approx 1.645 \quad I_2 = 2\zeta(3) \approx 2.404 \quad I_3 = \frac{\pi^4}{15} \approx 6.494. \quad (3.58)$$

On rappelle également les expressions pour une distribution de Planck :

$$\varepsilon_{\gamma\text{P}}(T) = \frac{I_3}{\pi^2} T^4, \quad (3.59)$$

$$n_{\gamma\text{P}}(T) = \frac{I_2}{\pi^2} T^3. \quad (3.60)$$

Considérons une injection d'énergie bien localisée dans le temps, intervenant à un redshift supérieur à celui de la transparence de l'univers de la diffusion Compton ( $z > z_a$ ). Avant cette injection d'énergie, les photons ont une température  $T_i$ . Après l'injection d'énergie, la diffusion Compton, va établir un spectre d'équilibre, spectre de Bose-Einstein avec une température  $T_e$ . On peut relier la quantité d'énergie injectée et le nombre de photons injectés au potentiel chimique qui caractérise la distribution de Bose-Einstein. Il vient

$$\varepsilon_{\gamma\text{BE}}(T_e) = \varepsilon_{\gamma\text{P}}(T_e) \psi(\mu) = \frac{I_3}{\pi^2} T_e^4 \psi(\mu) = \varepsilon_{\gamma\text{P}}(T_i) \left(1 + \frac{\delta\varepsilon}{\varepsilon}\right) = \frac{I_3}{\pi^2} T_i^4 \left(1 + \frac{\delta\varepsilon}{\varepsilon}\right), \quad (3.61)$$

et

$$n_{\gamma\text{BE}} = n_{\gamma\text{P}}(T_e) \phi(\mu) = \frac{I_2}{\pi^2} T_e^3 \phi(\mu) = n_{\gamma\text{P}}(T_i) \left(1 + \frac{\delta n_\gamma}{n_\gamma}\right) = \frac{I_2}{\pi^2} T_i^3 \left(1 + \frac{\delta n_\gamma}{n_\gamma}\right). \quad (3.62)$$

La résolution des deux équations ci-dessus donne, pour des potentiels chimiques petits ( $\mu \ll 1$ ) [Hu & Silk 1993] :

$$\mu = \left(3\frac{\delta\varepsilon}{\varepsilon} - 4\frac{\delta n_\gamma}{n_\gamma}\right) \left(8\frac{I_1}{I_2} - 9\frac{I_2}{I_3}\right)^{-1}, \quad (3.63)$$

$$\mu = \frac{1}{2.143} \left( 3 \frac{\delta\varepsilon}{\varepsilon} - 4 \frac{\delta n_\gamma}{n_\gamma} \right). \quad (3.64)$$

Cette formule explicite le potentiel chimique initial formé après une injection d'énergie. Cette expression est valable juste après l'établissement du spectre de Bose-Einstein par la diffusion Compton, avant que les processus de création/absorption de photons deviennent efficaces. Ces processus vont avoir pour effet de diminuer ce potentiel chimique dans la partie basse fréquence du spectre et de faire converger le spectre vers un spectre de Planck dans cette partie pour les fréquences inférieures à  $x_C$ . Dans les cas qui vont nous concerner dans la suite, essentiellement l'injection d'énergie due à l'annihilation entre matière et antimatière, le nombre de photons injectés est négligeable, et seule importe alors la quantité d'énergie totale injectée. On remarque également que cette relation ne fait pas cas de la manière dont l'énergie est injectée ; là encore seule compte la quantité totale d'énergie injectée.

Tous ces éléments étant mis en place, on peut maintenant s'attaquer à l'évolution du potentiel chimique  $\mu$  créé au moment d'une injection d'énergie.

### 3.4.4 Évolution du potentiel chimique

Dans le cas de petites injections d'énergie, faibles devant l'énergie totale des photons du CMB, conduisant à des petites distorsions du spectre de la radiation, on peut déterminer des approximations analytiques permettant de déterminer l'évolution du potentiel chimique sous l'effet des trois processus considérés : diffusion Compton, bremsstrahlung et double diffusion Compton. L'équation cinétique régissant l'évolution de la distribution des photons du CMB s'écrit :

$$\left( \frac{\partial f}{\partial t} \right) = \left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_C + \left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_B + \left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_{DC}. \quad (3.65)$$

L'hypothèse classique [Sunyaev & Zeldovich 1970] consiste à dire qu'au moins un des trois processus considérés dans l'équation (3.65) est suffisamment efficace pour assurer un équilibre quasi-statique  $\partial f / \partial t \approx 0$ . On a ainsi l'équation suivante :

$$\frac{1}{t_C} \frac{1}{x_e^2} \frac{\partial}{\partial x_e} \left[ x_e^4 \left( \frac{\partial f}{\partial x_e} + f + f^2 \right) \right] + \left( \frac{1}{t_B} + \frac{1}{t_{DC}} \frac{I(t)}{I_P} \right) \left[ \frac{1}{e^{x_e} - 1} - f \right] = 0. \quad (3.66)$$

On cherche des solutions de la forme :

$$f = \frac{1}{e^{x_e + \mu'(x_e)} - 1}, \quad (3.67)$$

avec  $\mu'(x_e)$  une fonction telle que

$$\mu'(x_e) = 0, x_e \ll x_C, \quad (3.68)$$

$$\mu'(x_e) = \mu, x_e \gg x_C. \quad (3.69)$$

En effet, la diffusion Compton va établir une distribution de Bose-Einstein avec un potentiel chimique  $\mu$  non nul. Les processus non-conservatifs vont, quant à eux, faire décroître ce potentiel chimique vers un potentiel chimique nul pour les fréquences inférieures à  $x_C$ . Ainsi pour  $x_e > x_C$ , le potentiel chimique est une fonction constante de la fréquence, déterminée au moment de

l'injection d'énergie par la relation (3.64). Toutefois, ce potentiel chimique va évoluer avec le temps, après l'injection, permettant ainsi la thermalisation sur tout le spectre et non simplement dans la zone d'efficacité des processus non-conservatifs.

En injectant (3.67) dans (3.66) il vient :

$$\frac{1}{x_e^2} \frac{\partial}{\partial x_e} \left[ x_e^4 \frac{d\mu'}{dx_e} \frac{e^{x_e+\mu'}}{(e^{x_e+\mu'} - 1)^2} \right] - \left( \frac{t_c}{t_B} + \frac{t_c}{t_{DC}} \frac{I(t)}{I_P} \right) \frac{e^{x_e}}{e^{x_e} - 1} \frac{e^{\mu'} - 1}{e^{x_e+\mu'} - 1} = 0. \quad (3.70)$$

Pour des petits potentiels chimiques ( $\mu, \mu' \ll 1$ ), on a  $I(t) \approx I_P$  et en remarquant que

$$\frac{t_c}{t_B} = \left( 2 \frac{x_{C-B}}{x_e} \right)^2, \quad \frac{t_c}{t_{DC}} = \left( 2 \frac{x_{C-DC}}{x_e} \right)^2, \quad (3.71)$$

il vient, pour  $x_e \ll 1$  :

$$\frac{1}{x_e^2} \frac{\partial}{\partial x_e} \left[ x_e^4 \frac{d\mu'}{dx_e} \frac{e^{x_e+\mu'}}{(e^{x_e+\mu'} - 1)^2} \right] - 4x_C^2 \frac{e^{x_e}}{x_e^3} \frac{e^{\mu'} - 1}{e^{x_e+\mu'} - 1} = 0. \quad (3.72)$$

On s'intéresse à la résolution de cette équation dans le cas de faibles potentiels chimiques et l'on considère la région de fréquence telles que  $\mu' < x_e < x_c \ll 1$ , la dernière inégalité étant toujours vérifiée (voir fig. (3.2)). La première inégalité vient du fait que pour ces domaines de fréquences, le bremsstrahlung ou la double diffusion Compton domine sur la diffusion Compton et l'on a alors  $\mu' \approx 0$ . L'équation (3.72) se ré-écrit alors :

$$\frac{1}{x_e} \frac{\partial}{\partial x_e} \left[ x_e^2 \frac{d\mu'}{dx_e} \right] - \frac{(2x_C)^2}{x_e^4} \mu' = 0. \quad (3.73)$$

Cette équation a pour solution

$$\mu'(x_e) = c_1 e^{-2x_C/x_e}, \quad (3.74)$$

et on prend la constante  $c_1 = \mu$  pour satisfaire les conditions aux limites (3.68) et (3.69).

On peut considérer le problème de la thermalisation de petites injections d'énergie ( $\mu \ll 1$ ) de la façon suivante : à un certain redshift  $z_h$ , cette injection d'énergie s'arrête et l'on cherche alors à déterminer l'évolution du potentiel chimique qui va décroître vers une valeur nulle tant que les processus non-conservatifs sont encore efficaces. Dans le cas contraire, il est utile de connaître la valeur de ce potentiel résiduel afin de la comparer avec la limite observationnelle de FIRAS.

Pour des redshifts inférieurs à celui de l'arrêt de l'injection d'énergie  $z_h$ , on peut relier la variation dans la densité d'énergie de la population de photons suivant une loi de Bose-Einstein à la dérivée temporelle du potentiel chimique liée à l'injection d'énergie en utilisant les relations (3.53) et (3.54). Il vient :

$$\frac{1}{\varepsilon_{BE}} \frac{d\varepsilon_{BE}}{dt} = \frac{4}{T_e} \frac{dT_e}{dt} + \frac{1}{\psi(\mu)} \frac{d\psi(\mu)}{d\mu} \frac{d\mu}{dt} = 0 \quad (3.75)$$

et

$$\frac{1}{n_{\gamma BE}} \frac{dn_{\gamma BE}}{dt} = \frac{3}{T_e} \frac{dT_e}{dt} + \frac{1}{\phi(\mu)} \frac{d\phi(\mu)}{d\mu} \frac{d\mu}{dt}. \quad (3.76)$$

L'évolution du nombre total de photons se fait grâce aux processus non-conservatifs, si bien que l'on a également :

$$\frac{1}{n_{\gamma\text{BE}}} \frac{dn_{\gamma\text{BE}}}{dt} = \frac{1}{n_{\gamma\text{BE}}} \frac{1}{\pi^2} \int \frac{\partial f_{\text{BE}}}{\partial t} p^2 dp, \quad (3.77)$$

$$= \frac{1}{I_2 \phi \mu} \int \left( \frac{\partial f_{\text{BE}}}{\partial t} \right) x_e^2 dx_e. \quad (3.78)$$

En remplaçant le terme dans l'intégrale par l'équation (3.65), et en utilisant (3.75) et (3.76) pour éliminer le terme en  $1/T_e$ , on obtient une équation différentielle temporelle qui régit l'évolution du potentiel chimique  $\mu$  :

$$\frac{d\mu}{dt} + \frac{4}{I_2 M(\mu)} \int \left( \frac{\partial f_{\text{BE}}}{\partial t} \right) x_e^2 dx_e = 0, \quad (3.79)$$

avec

$$M(\mu) = 3 \frac{\phi(\mu)}{\psi(\mu)} \frac{d\psi}{d\mu} - 4 \frac{d\phi}{d\mu}. \quad (3.80)$$

En remplaçant la dérivée par sa valeur il vient :

$$\frac{d\mu}{dt} + \frac{4}{I_2 M(\mu)} \int x_e^2 dx_e \left( \frac{1}{t_B} + \frac{1}{t_{\text{DC}}} \psi(\mu) \right) \left[ \frac{1}{e^{x_e} - 1} - f \right] = 0 \quad (3.81)$$

Dans le cas de petites injections d'énergie ( $\mu \ll 1$ ), on peut utiliser la forme (3.74) et l'on a :

$$f(t, x_e) = \frac{1}{\exp(x_e + \mu(t)e^{-2x_{\text{CB}}/x_e}) - 1}, \quad (3.82)$$

forme qui est valable dans le cas où  $\mu(t) < x_{\text{C}}$ , c'est-à-dire pour des potentiels chimiques qui peuvent être réduits par l'action des processus non-conservatifs.

### Approximation analytique

Avant de présenter les courbes résultant de l'intégration numérique des équations (3.81) et (3.82), on peut considérer qu'un seul des deux processus est efficace ce qui permet de pousser l'approximation analytique un petit peu plus loin. On s'intéresse toujours au cas où  $\mu$  est petit,  $\mu \ll 1$ , et l'on considère la partie basse fréquence du spectre. Dans ce cas, en ne considérant que le bremsstrahlung il vient :

$$\frac{d\mu}{dt} + \frac{4}{B_0 I_2 2.143} \int \frac{\ln(2.25/x_e)}{x_e^2} \mu(t) e^{-2x_{\text{CB}}/x_e} dx_e = 0, \quad (3.83)$$

[Danese & de Zotti 1977] fournissent l'approximation :

$$2 \int \ln(2.25/x_e) x_e^{-2} \mu e^{-2x_{\text{CB}}/x_e} dx_e \simeq \frac{\mu}{x_{\text{CB}}} \ln(0.63/x_{\text{CB}}). \quad (3.84)$$

Si bien que l'équation régissant l'évolution de  $\mu$  se réduit à :

$$\frac{d\mu}{dt} + \frac{\mu}{t_\mu} = 0, \quad (3.85)$$

avec

$$t_\mu = \frac{B_0}{0.38} \frac{x_{\text{CB}}}{\ln(0.63/x_{\text{CB}})}. \quad (3.86)$$

En travaillant un peu cette expression, et en considérant  $g(x_{\text{CB}}) = 5$ , on arrive à :

$$t_\mu = 3.19 \times 10^{26} \left( \frac{\eta}{8 \times 10^{-9}} \right)^{-3/2} \left( 1 - \frac{Y_p}{2} \right)^{-1} (1+z)^{-13/4} \text{ s}. \quad (3.87)$$

En intégrant par rapport au redshift et non plus par rapport au temps, il vient :

$$\frac{d\mu}{dz} + \frac{dt}{dz} \frac{\mu}{t_\mu} = 0. \quad (3.88)$$

Au final, si le bremsstrahlung domine il vient :

$$\mu(z) = \mu(z_h) \exp \left\{ \frac{(1+z)^{9/4} - (1+z_h)^{9/4}}{(1+z_\mu)^{9/4}} \right\}, \quad (3.89)$$

avec

$$z_\mu = 1.24 \times 10^4 \left( \frac{\eta}{8 \times 10^{-9}} \right)^{-2/3} \left( 1 - \frac{Y_p}{2} \right)^{-4/9}, \quad (3.90)$$

et où  $\mu(z)$  est le potentiel chimique à un redshift  $z < z_h$  et où  $\mu(z_h)$  est le potentiel chimique au moment de la fin de l'injection d'énergie. Si l'on considère la contrainte de FIRAS,  $|\mu| < 9 \times 10^{-5}$ , notons cette valeur  $\mu_{\text{FIRAS}}$ , on peut déterminer le potentiel chimique maximal d'injection  $\mu(z_h)$  :

$$\mu(z_h) = \mu_{\text{FIRAS}} \exp \left( (z_h/z_\mu)^{9/4} \right). \quad (3.91)$$

Cette relation analytique est à comparer avec ses équivalentes dans le cadre du modèle standard. [Hu & Silk 1993] donnent par exemple :

$$\mu(z_h) = \mu_{\text{FIRAS}} \exp \left( (z_h/z_\mu^{\text{std}})^{5/4} \right), \quad (3.92)$$

avec

$$z_\mu^{\text{std}} = 6.1 \times 10^6 \left( 1 - \frac{Y_p}{2} \right)^{-4/5} \left( \frac{\Omega_b h^2}{0.02} \right)^{-6/5}. \quad (3.93)$$

La différence dans les redshifts caractéristiques entre le cas de l'univers de Dirac-Milne et celui d'un univers standard est flagrante, la faible valeur du redshift  $z_\mu$  dans le cas Milne-Dirac permettant de thermaliser des injections d'énergie jusqu'à des redshifts environ 100 fois plus faibles que dans le cas standard.

### Résolution numérique

On peut également résoudre les équations (3.81) et (3.82) numériquement avec une méthode Runge-Kutta d'ordre 4 de manière classique. De manière à comparer avec la figure classique [Fixsen et al. 1996, fig. 6], on peut relier le potentiel chimique d'injection  $\mu(z_h)$  à la quantité d'énergie injectée en utilisant (3.64) :

$$\mu = 1.4 \frac{\Delta U}{U}, \quad (3.94)$$

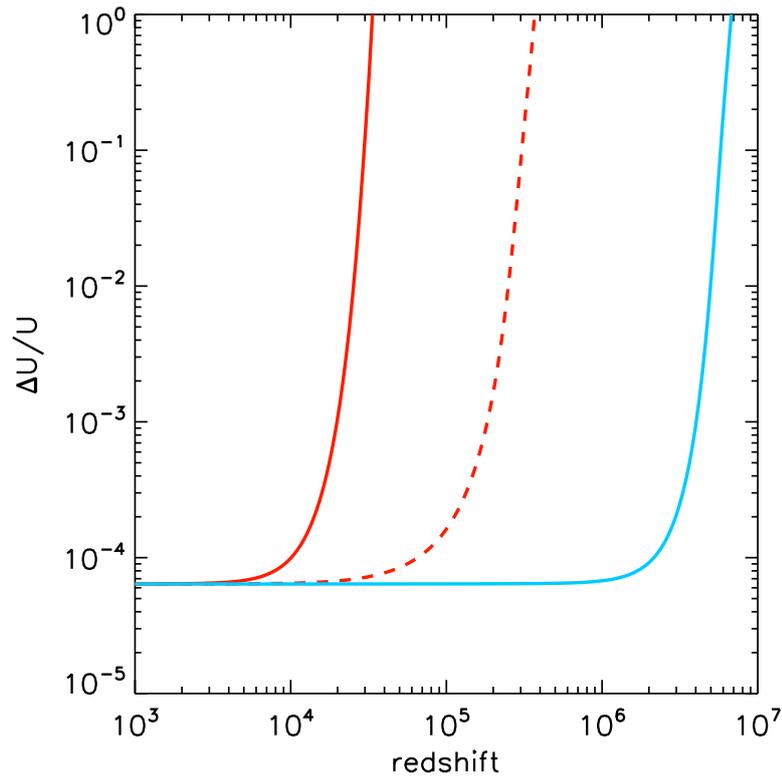


FIGURE 3.3 – Limites posées par FIRAS [Fixsen et al. 1996] sur la fraction d'énergie qu'il est possible d'injecter dans le CMB en fonction du redshift. La courbe bleue représente ces contraintes dans le cadre standard avec une densité baryonique  $\eta = 6 \times 10^{-10}$ . On a vérifié que cette courbe est identique à celle traditionnellement utilisée pour présenter ces contraintes d'injection [Fixsen et al. 1996, fig. 6]. La courbe rouge en trait plein est celle de l'univers de Dirac-Milne pour une densité baryonique typique  $\eta = 8 \times 10^{-9}$ . À titre informatif, la courbe rouge en tirets correspond à un univers de Dirac-Milne, mais avec une densité baryonique faible ( $\eta = 6 \times 10^{-10}$ ), afin de séparer l'action du taux d'évolution de celle de l'augmentation de la densité baryonique.

où  $\Delta U/U$  représente la fraction d'énergie injectée. Les contraintes sur les quantités d'énergie injectables dans le CMB en fonction du redshift sont présentées dans la figure (3.3). Ces courbes confirment les résultats de l'approximation analytique à savoir que l'univers de Dirac-Milne, de par sa densité baryonique élevée et son évolution plus lente est capable de thermaliser des petites injections d'énergie jusqu'à des redshifts plus faibles que dans une évolution standard. La courbe rouge en tirets représente la contrainte d'injection dans l'univers de Dirac-Milne pour une densité baryonique faible, égale à celle habituellement considérée pour le modèle standard ( $\eta = 6 \times 10^{-10}$ ). Cela permet de faire ressortir les deux aspects qui permettent la thermalisation plus efficace dans l'univers de Dirac-Milne : la densité baryonique plus élevée et le temps beaucoup plus important que passe l'univers de Dirac-Milne dans des époques où les processus de thermalisation sont efficaces.

Nous verrons que cette possibilité de pouvoir thermaliser des injections d'énergie jusqu'à des redshifts de l'ordre de quelques  $10^4$  est extrêmement important pour le mécanisme de nucléosynthèse et en particulier pour la production de deutérium. Il est à noter que ces contraintes de distorsions du CMB ont fortement défavorisé les modèles symétriques considérés jusqu'ici, les annihilations matière-antimatière causant des distorsions qui devraient être visibles dans le spectre du CMB [Jones & Steigman 1978].

## 3.5 Recombinaison

Le dernier exemple de modifications dans l'histoire thermique de l'Univers introduites par l'évolution linéaire du facteur d'échelle est celui de la recombinaison. Les changements sont toutefois, dans ce cas, moins spectaculaires que dans les exemples précédents, notamment car les valeurs des taux d'expansion de l'univers de Dirac-Milne et de l'univers standard commencent à devenir comparables, le rapport des âges à la recombinaison étant dans un facteur  $\sim 35$  entre les deux modèles.

On appelle époque de la recombinaison le moment où l'Univers, se refroidissant, permet aux électrons et protons de se combiner en atomes neutres. La densité d'électrons libres chutant fortement, le libre parcours moyen des photons augmente considérablement jusqu'à devenir de l'ordre de la distance de Hubble, c'est-à-dire qu'ils n'interagissent que très faiblement avec la matière.

### 3.5.1 Approximation de Saha

L'approximation de Saha consiste à considérer que la recombinaison de l'hydrogène se fait directement et simplement de l'état ionisé à l'état fondamental. C'est une approximation forte, dont on analysera au paragraphe suivant les limites, mais elle permet d'avoir une bonne idée des redshifts caractéristiques des différentes étapes de la recombinaison. On considère donc la réaction de recombinaison



Avant que la recombinaison ne commence, les constituants sont en équilibre thermodynamique et leurs densités s'expriment donc :

$$n_i = g_i \left( \frac{m_i T}{2\pi} \right)^{3/2} \exp \frac{\mu_i - m_i}{T} \quad (3.96)$$

L'équilibre chimique de la réaction (3.95) impose la relation suivante sur les potentiels chimiques :  $\mu_H = \mu_e + \mu_p$ , si bien que l'on obtient :

$$\frac{n_H}{n_e n_p} = \frac{g_H}{g_e g_p} \left( \frac{2\pi}{m_e T} \right)^{3/2} \exp\left( \frac{B_H}{T} \right), \quad (3.97)$$

avec  $B_H = 13.6$  eV, l'énergie de liaison de l'atome d'hydrogène,  $g_H = 4$ ,  $g_e = 2$  et  $g_p = 2$ .

On peut introduire la densité baryonique  $n_B$  en notant que  $n_B = n_p + n_H$  et la fraction d'ionisation  $X_e = n_p/n_B$ , si bien que (3.97) devient :

$$\frac{1 - X_e}{X_e^2} = \eta \frac{4\sqrt{2}\zeta(3)}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{T}{m_e} \right)^{3/2} \exp\left( \frac{B_H}{T} \right). \quad (3.98)$$

Cette équation décrit l'évolution de la fraction d'ionisation en fonction de la température et, notons-le, ne fait en rien intervenir la dynamique de l'Univers, car décrivant une loi d'action de masse dans une situation d'équilibre thermodynamique. Cette estimation est ainsi valable dans le modèle standard, comme dans le modèle de Dirac-Milne. La seule variable de cette équation est la densité baryonique qui intervient à travers  $\eta$ .

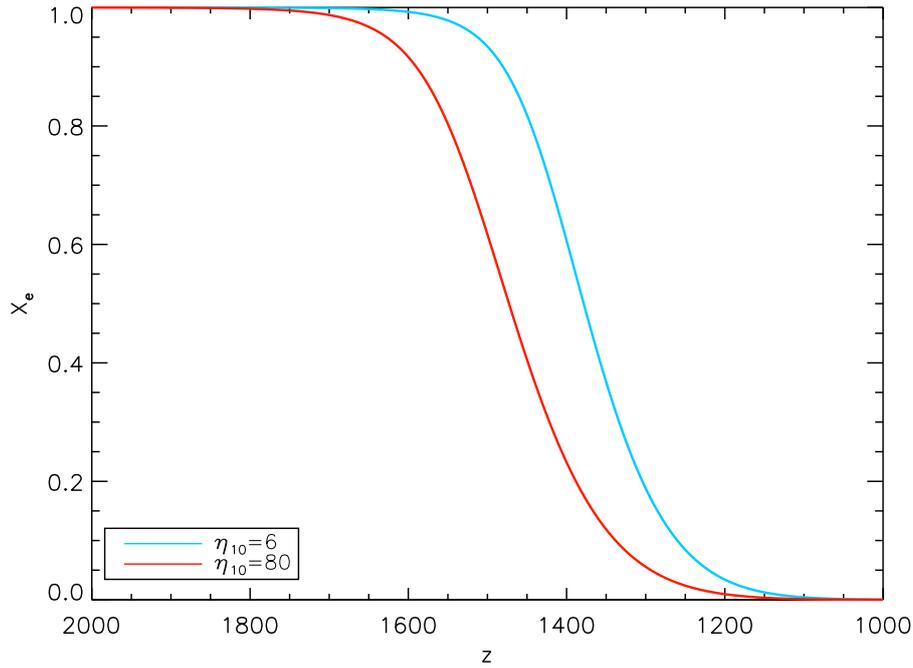


FIGURE 3.4 – Fraction d'ionisation dans le cadre supposé de validité de l'équation de Saha, pour plusieurs valeur de  $\eta_{10} = 10^{10}\eta$ . Le tracé de ces courbes ne fait aucunement référence au modèle cosmologique sous-jacent.

La figure (3.4) représente la fraction d'ionisation  $X_e$  obtenue par l'approximation de Saha. On peut d'ores et déjà remarquer que, du fait de la quantité de baryons plus importante, la recombinaison se passe à un redshift (et dont à une température) légèrement plus grand dans

l'univers de Dirac-Milne que dans un univers standard avec une densité baryonique plus faible. Pour fixer les idées, le redshift pour lequel la fraction d'ionisation atteint la valeur  $X_e = 0.5$  est  $z \sim 1380$  pour  $\eta = 6 \times 10^{-10}$  et  $z = 1470$  pour  $\eta = 8 \times 10^{-10}$ .

### 3.5.2 Un traitement plus détaillé

Le traitement à l'aide de l'équation de Saha ne permet pas d'aller beaucoup plus loin, notamment parce qu'il ne dit rien de la fraction résiduelle d'électrons libres à la fin de la recombinaison. Ce raisonnement ne prend pas en compte la réalité du mécanisme de la recombinaison. Les premières études sur ce sujet remontent à la fin des années soixante [Peebles 1968, Zeldovich et al. 1969], avec des raffinements successifs [Jones & Wyse 1985, Krolik 1989]. La dernière étude sur la recombinaison date de la fin des années 90, [Seager et al. 1999; 2000] étudiant la recombinaison en prenant en compte plus de 300 niveaux atomiques de l'hydrogène conduisant ainsi à une détermination de la fraction d'ionisation extrêmement précise, permettant notamment un calcul au pour-cent des coefficients  $C_l$  des anisotropies du CMB. En ce qui concerne cette étude de l'univers de Dirac-Milne, il n'est aucunement besoin à ce stade d'aller chercher de telles précisions et la méthode décrite dans [Peebles 1993] est amplement suffisante.

L'approximation de Saha est mise en défaut car la recombinaison directe de l'état ionisé à l'état fondamental est impossible. En effet, lors d'une telle recombinaison, un photon de 13.6 eV est émis qui réioniserait à coup sûr des atomes voisins, ne changeant ainsi aucunement la fraction d'ionisation.

La recombinaison est modélisée de la façon suivante. L'atome d'hydrogène est considéré comme ayant deux niveaux, le niveau fondamental et le premier niveau excité. Tous les autres niveaux sont intégrés dans le continu. La recombinaison vers l'état fondamental se fait alors de deux manières possibles. Une double émission de photons de l'état 2S vers le fondamental ; ce processus est relativement lent (son taux  $\Lambda = 8.23 \text{ s}^{-1}$ ). Le deuxième chemin se fait en deux étapes : une transition du continu vers l'état excité suivi de la décroissance vers le fondamental, accompagnée de l'émission d'un photon Ly $\alpha$ . Ce photon Ly $\alpha$  va pouvoir réioniser les atomes dans l'état excité, ralentissant de fait la recombinaison. Ces photons Ly $\alpha$  vont également perdre de l'énergie du fait de l'expansion, diminuant ainsi leur aptitude à retarder le processus.

L'équation régissant la fraction d'ionisation s'écrit alors [Peebles 1993]

$$-\frac{d}{dt}X_e = \left( \alpha_e n_b X_e^2 - \beta_e (1 - X_e) e^{-\frac{h\nu_\alpha}{kT}} \right) C, \quad (3.99)$$

avec

$$C = \frac{1 + K\Lambda(1 - X_e)n_b}{1 + K(\Lambda + \beta_e)(1 - X_e)n_b}. \quad (3.100)$$

Explicitons ces différents termes :  $\alpha_e$  est le taux de recombinaison vers l'état excité, le deuxième terme du membre de droite représente le taux d'ionisation à partir du niveau excité, et le coefficient  $\beta_e$  est relié au taux de recombinaison  $\alpha_e$  par

$$\beta_e = \alpha_e \frac{(2\pi m_e T)^{3/2}}{(2\pi)^3} e^{-B_2/T}, \quad (3.101)$$

où  $B_2 = 3.4 \text{ eV}$  est l'énergie de liaison du niveau d'énergie  $n = 2$ . Le coefficient  $C$  représente la réduction de la recombinaison causée par les photons Ly $\alpha$ . Dans cette expression  $K = \lambda_\alpha^3 / (8\pi H)$ ,

où  $\lambda_\alpha = 1.216 \times 10^{-5}$  cm est la longueur d'onde Ly $\alpha$  et  $H$  le taux d'expansion. Un paramètre très important dans ce calcul est le coefficient de recombinaison  $\alpha_e$ . On trouve une expression analytique de ce coefficient dans [Pequignot et al. 1991] :

$$\alpha_e = 10^{-13} \frac{at^d}{1+ct^d} \text{ cm}^3\text{s}^{-1}, \quad (3.102)$$

avec  $t = T/(10^4\text{K})$ ,  $a = 4.309$ ,  $b = -0.6166$ ,  $c = 0.6703$  et  $d = 0.5300$ .

Cette équation s'apparente énormément aux équations provenant de la nucléosynthèse primordiales, propres aux réseaux nucléaires, et met en jeu la différence entre un terme de production et un terme de destruction. J'ai donc utilisé la méthode implicite décrite dans [Arnett & Truran 1969], utilisée également dans le code de nucléosynthèse et détaillée dans la partie correspondante.

Il existe un code public de recombinaison RECFAST [Seager et al. 1999; 2000] qui permet de calculer la fraction d'ionisation de manière très précise. J'ai modifié ce code afin de prendre en compte l'évolution linéaire du facteur d'échelle. Dans la pratique, la modification est minime : il suffit juste de faire en sorte que le code demande en entrée non plus  $\Omega_b$ , mais  $\eta$  et de forcer  $\Omega_k = 1$  de façon à ce que l'évolution temporelle, liée à l'intégration de l'équation de Friedmann, corresponde à l'évolution temporelle de l'univers de Dirac-Milne.

Les résultats sont présentés dans la figure (3.5). Les courbes correspondant à l'Univers de Dirac-Milne pour la densité baryonique compatible avec les contraintes de nucléosynthèse dans ce cadre ( $\eta = 8 \times 10^{-9}$ ) sont les courbes rouges. On remarquera le bon accord entre la prédiction faite avec l'équation (3.99) et le calcul fait avec RECFAST<sup>4</sup>.

### 3.5.3 Surface de dernière diffusion

Le calcul précis de la fraction d'ionisation permet de déterminer le moment où les photons parviennent à se propager en ligne droite sans être diffusés par les électrons. Le critère simple pour déterminer ce moment est d'égaliser libre parcours moyen des photons relatif à la diffusion Thomson au taux d'expansion de l'Univers. On préfère utiliser la profondeur optique à la diffusion Thomson, qui caractérise la transparence de l'Univers :

$$\tau = \int_0^t n_e \sigma_T dt. \quad (3.103)$$

Le calcul de cette intégrale fait intervenir la dynamique du modèle d'univers sous-jacent car l'intégrale se fait sur le temps. Pour revenir à une intégrale en redshift, on utilise l'équation de Friedmann. Il vient :

$$\frac{dz}{dt} = -H_0(1+z)^2. \quad (3.104)$$

La profondeur optique s'écrit alors

$$\tau = \int_0^z H_0^{-1} \eta n_\gamma \sigma_T X_e \frac{dz'}{(1+z')^2} = \frac{2\zeta(3)}{\pi^2} H_0^{-1} \eta \sigma_T T_0^3 \int_0^z X_e (1+z') dz', \quad (3.105)$$

en ayant posé  $n_e = X_e n_b = X_e \eta n_\gamma$ .

4. Ce qui est normal puisque RECFAST n'introduit que des raffinements par rapport au mécanisme décrit ici.

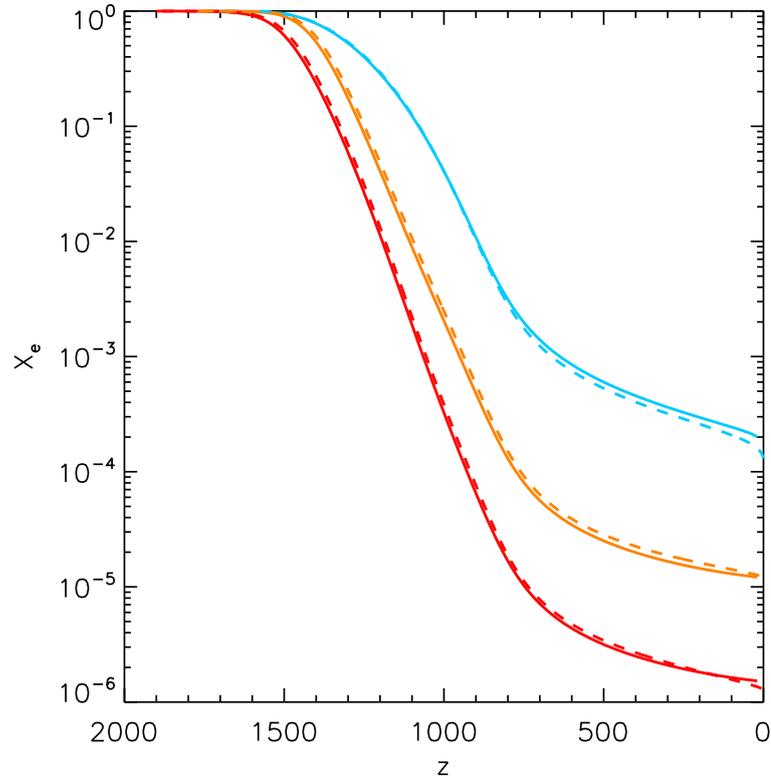


FIGURE 3.5 – Fraction d’ionisation. Les courbes en trait plein sont calculées à partir de l’équation (3.99), les courbes en tiret sont obtenues à partir de RECFAST. Les courbes rouges représentent la fraction d’ionisation pour un univers de Dirac-Milne avec  $\eta = 8 \times 10^{-9}$ , les courbes oranges pour  $\eta = 10^{-9}$ . Les courbes bleues représentent la fraction d’ionisation pour un univers  $\Lambda$ CDM avec  $\eta = 6 \times 10^{-10}$ .

L’Univers devient transparent lorsque  $\tau < 1$ , ce qui arrive dans l’univers de Dirac-Milne pour un redshift aux alentours de  $z \sim 1040$ , peu dépendant de la densité baryonique (voir fig. 3.6).

De la même manière que pour le modèle standard, on peut former la fonction de visibilité, qui caractérise la probabilité qu’un photon effectue sa dernière diffusion entre les redshifts  $z$  et  $z + dz$ . On pose :

$$P(z) = e^{-\tau} \frac{d\tau}{dz}. \quad (3.106)$$

Les fonctions de visibilité pour l’univers de Dirac-Milne sont représentées sur la partie droite de la figure (3.6). On approxime traditionnellement [Jones & Wyse 1985] ces fonctions par des gaussiennes centrées sur le redshift du maximum et de variance définie par la largeur à mi-hauteur. Ce redshift moyen  $z_{\text{LSS}}$ <sup>5</sup> et cette variance définissent alors le redshift et l’épaisseur de la surface de dernière diffusion. Les paramètres de ces gaussiennes sont donnés dans le tableau (3.1). On remarque que la courbe bleue, qui correspond au modèle standard, est sensiblement la

5. LSS = Last Scattering Surface = surface de dernière diffusion

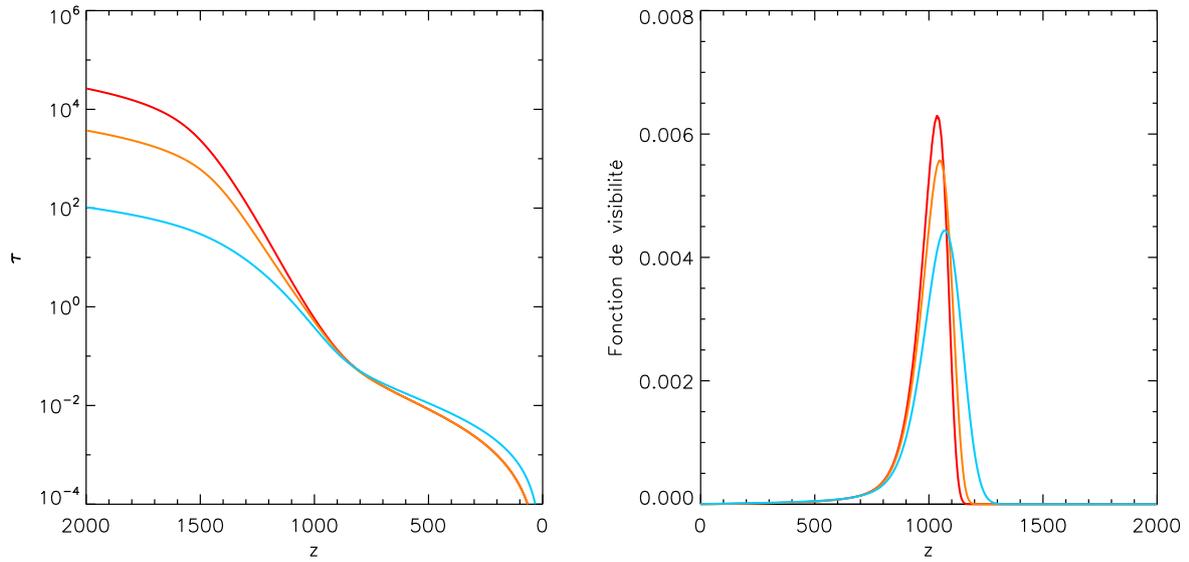


FIGURE 3.6 – **Gauche** : profondeur optique à la diffusion Thomson. L'Univers devient transparent quand  $\tau \approx 1$ . **Droite** : fonctions de visibilité. Le redshift au maximum indique le redshift de la surface de dernière diffusion. Les courbes bleues sont tracées dans le cadre d'un modèle  $\Lambda$ CDM avec  $\eta = 6 \times 10^{-10}$ , les courbes rouges dans ce cadre d'un univers de Dirac-Milne avec  $\eta = 8 \times 10^{-9}$  et les courbes oranges avec  $\eta = 10^{-9}$ .

même que celles de l'univers de Dirac-Milne malgré la différence entre l'évolution des fractions d'ionisation respectives.

Modèle	$z_{\text{LSS}}$	$\Delta z$
Dirac-Milne, $\eta = 8 \times 10^{-9}$	1036	58
Dirac-Milne, $\eta = 10^{-9}$	1047	66
$\Lambda$ CDM, $\eta = 6 \times 10^{-10}$	1068	84

TABLE 3.1 – Redshift et épaisseur de la surface de dernière diffusion

Il est à noter que si les redshifts caractéristiques de la recombinaison sont du même ordre de grandeur dans les deux modèles, il n'en est pas du tout de même pour les temps caractéristiques. En effet, l'Univers de Dirac-Milne est beaucoup plus vieux à redshift égal qu'un univers  $\Lambda$ CDM.

## Chapitre 4

# Nucléosynthèse

---

<b>4.1 Nucléosynthèse homogène</b> . . . . .	<b>94</b>
<b>4.2 Nucléosynthèse secondaire</b> . . . . .	<b>105</b>
<b>4.3 Conclusion</b> . . . . .	<b>136</b>

---

Après la lecture du chapitre précédent, on peut raisonnablement se douter que la nucléosynthèse primordiale ne va pas se passer dans l'univers de Dirac-Milne exactement de la même manière que dans le cas standard. Premier constat : l'âge de l'univers de Dirac-Milne à 80 keV, température typique de la nucléosynthèse, est d'environ 40 ans, soit environ 7 millions de fois plus grand que les trois minutes habituellement considérées dans le cadre du modèle standard. Les conditions sont donc pour le moins différentes !

Malgré cette différence gigantesque dans les temps caractéristiques, une production primordiale de l'hélium-4 est possible dans un univers à facteur d'échelle linéaire. Le mécanisme a été mis en évidence à la fin des années 90 [Lohiya et al. 1998] et repose sur le découplage tardif des interactions faibles vers 80 keV, température à laquelle la nucléosynthèse peut enfin commencer. Ce point n'étant pas largement connu de la communauté, je le détaillerai dans une première section. On comprendra alors pourquoi j'ai considéré jusqu'à présent une densité baryonique jusqu'à 15 fois plus importante que celle du modèle standard. Ce mécanisme thermique et homogène produit également du lithium-7, et ce qui peut apparaître comme une heureuse coïncidence, à un niveau légèrement inférieur à la production de lithium-7 dans le cadre de la nucléosynthèse standard. Le problème du lithium-7 n'est pas pour autant résolu mais cela assure néanmoins la cohérence du modèle.

La deuxième partie du chapitre présente les différents mécanismes possibles de production de deutérium et d'hélium-3. Ces deux isotopes sont en effet trop fragiles pour survivre à la nucléosynthèse thermique, ce qui a d'ailleurs conduit [Kaplinghat et al. 2000] à conclure à la non-viabilité des cosmologies linéaires. Nous montrerons dans cette partie que cette conclusion ne tient plus en présence de domaines en contact de matière et d'antimatière. L'univers de Dirac-Milne fournit ainsi un scénario original de production de deutérium et d'hélium-3 résultant des

annihilations qui se déroulent à la frontière entre les domaines.

## 4.1 Nucléosynthèse homogène

### 4.1.1 Rappel du mécanisme standard

Nous avons décrit dans le chapitre 1 le mécanisme de la nucléosynthèse standard. Rappelons-le brièvement. Vers une température d'environ 1 MeV, les interactions faibles, qui assurent l'équilibre thermodynamique entre protons et neutrons, se découplent. Au moment de ce découplage, le rapport de la densité de neutrons sur la densité de protons,  $n/p = e^{-Q/T}$ , vaut environ 1/6. Après le découplage la densité de neutrons décroît du fait de la durée de vie finie du neutron, de l'ordre d'une quinzaine de minutes. La nucléosynthèse commence à proprement parler au moment où le deutérium, produit par la réaction  $p+n \leftrightarrow D+\gamma$ , survit à sa photodésintégration, soit vers une température d'environ 80 keV. L'univers est alors âgé d'environ trois minutes et le rapport  $n/p$  a décri de 1/6 à 1/7. De manière simplifiée, tous les neutrons encore disponibles sont intégrés par le réseau des réactions nucléaires dans les noyaux d'hélium, conduisant à une abondance finale en fraction de masse  $Y_P \sim 0.24$ .

Voilà pour le cas standard. Dans le cadre du modèle de Dirac-Milne, l'Univers est âgé d'environ 40 ans à une température de 80 keV, température à laquelle la nucléosynthèse peut commencer. La comparaison de cette très longue échelle de temps à la durée de vie du neutron a conduit une première étude [Kaplinghat et al. 1999] à conclure que tous les neutrons auraient disparus avec un tel temps disponible, rendant la production primordiale d'hélium impossible. Il a été démontré de manière concomitante à cette première étude [Lohiya et al. 1998] que cette conclusion était erronée, du fait du découplage tardif des interactions faibles dans le cadre de l'évolution linéaire du facteur d'échelle.

### 4.1.2 Découplage des interactions faibles et abondance des neutrons

Nous l'avons vu à la section (3.2), les interactions faibles se découplent, dans l'univers de Dirac-Milne, à une température plus faible que dans le cas standard du fait de l'évolution plus lente de l'Univers. Les populations de neutrons et de protons étant régies par ces interactions, il est nécessaire de reconsidérer les taux de conversion de ces deux particules. Il y a six réactions faibles qui assurent l'équilibre thermodynamique entre protons et neutrons [Alpher et al. 1953] :

$$p + \bar{\nu} \leftrightarrow n + e^+, \quad p + e^- \leftrightarrow n + \nu, \quad p + e^- + \bar{\nu} \leftrightarrow n. \quad (4.1)$$

Les taux de ces réactions sont exprimés dans [Weinberg 1972]. Ainsi les taux de conversion  $p \rightarrow n$  et  $n \rightarrow p$  s'écrivent :

$$\lambda_{p \rightarrow n} = A \int \left(1 - \frac{m_e^2}{(Q+q)^2}\right)^{1/2} \left(\frac{(Q+q)^2}{1 + e^{(Q+q)/kT}}\right) \left(\frac{q^2}{1 + e^{-q/kT_\nu}}\right) dq, \quad (4.2)$$

et

$$\lambda_{n \rightarrow p} = A \int \left(1 - \frac{m_e^2}{(Q+q)^2}\right)^{1/2} \left(\frac{(Q+q)^2}{1 + e^{-(Q+q)/kT}}\right) \left(\frac{q^2}{1 + e^{q/kT_\nu}}\right) dq, \quad (4.3)$$

avec  $Q \equiv m_n - m_p = 1.293$  MeV, la différence de masse entre neutron et proton et  $A$  une constante de normalisation faisant intervenir les constantes de couplage axiaux et vectoriels. On peut déterminer cette constante de telle manière que dans la limite  $T \rightarrow 0$ , le taux de conversion des neutrons en protons soit égal à l'inverse de la durée de vie des neutrons. Il vient alors  $A = 1.98 \times 10^{-32} \text{ eV}^5 \text{ s}^{-1}$ .

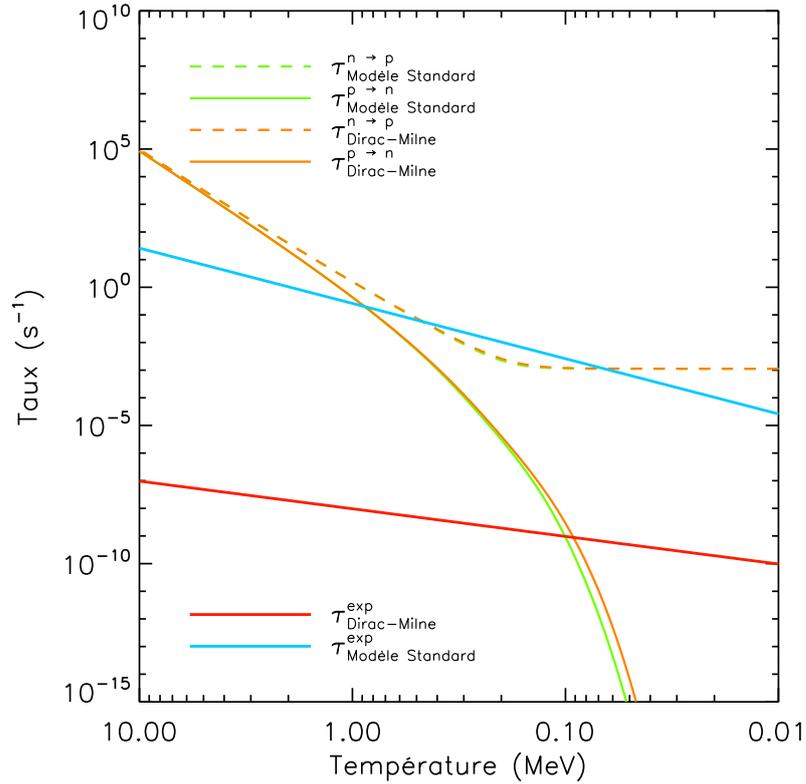


FIGURE 4.1 – Comparaison des taux de conversion  $p \rightarrow n$  (courbes pleines) et des taux de conversion  $n \rightarrow p$  (courbes pointillées) par rapport aux taux d’expansion de l’univers de Dirac-Milne (courbe rouge) et de l’univers standard (courbe bleue). Le croisement des taux d’expansion avec le taux de conversion  $p \rightarrow n$  indique le découplage des interactions faibles, vers 1 MeV pour le modèle standard et 90 keV pour l’univers de Dirac-Milne, à la base du mécanisme de nucléosynthèse. Le palier des courbes pointillées indique le taux de conversion  $n \rightarrow p$  du fait de la désintégration libre du neutron.

La figure (4.1) représente les taux d’expansion des univers de Dirac-Milne (courbe rouge) et standard (courbe bleue) ainsi que les taux de conversion des protons en neutrons (traits plein) et des neutrons en protons (tirets). Ces taux de conversion ne sont pas rigoureusement identiques dans les deux modèles du fait de la température des neutrinos qui reste égale à celles des photons dans le modèle de Dirac-Milne alors que dans le cas standard elle est inférieure d’un facteur 1.4, les photons étant “réchauffés” par l’annihilation des paires thermiques  $e^+e^-$ .

La température à laquelle le taux d’expansion devient supérieur au taux de conversion pro-

ton  $\rightarrow$  neutron, température qui marque le découplage des interactions faibles dans l'univers de Dirac-Milne, se situe vers 90 keV. Cette température, obtenue de manière grossière en comparant taux d'expansion et taux de réaction est comparable à celle de survie du deutérium, proche de 80 keV. Ce calcul, bien qu'approché, nous laisse néanmoins entendre que protons et neutrons restent dans le rapport

$$\frac{n}{p} = e^{-\frac{Q}{T}} \quad (4.4)$$

jusqu'au début de la nucléosynthèse, et ce malgré l'échelle temporelle extraordinairement plus longue que dans le cas standard.

### 4.1.3 Mécanisme de production

Ce découplage tardif des interactions faibles est extrêmement important pour la nucléosynthèse dans l'univers de Dirac-Milne. Le mécanisme détaillé qui mène à la production d'hélium-4 est en réalité subtil et a été mis en évidence pour la première fois dans [Lohiya et al. 1998, Sethi et al. 1999]. Le principe repose sur l'équilibre cinétique de la réaction écrite symboliquement par  $n \leftrightarrow p$ , qui assure le maintien du rapport  $n/p$  à sa valeur d'équilibre  $\exp(-Q/T)$ . Le problème ressemble fort à un problème de cinétique chimique : si l'un ou l'autre des deux réactifs (ici, neutron ou proton) est rajouté ou retiré du milieu à un rythme suffisamment faible pour ne pas rompre l'équilibre, alors l'équilibre cinétique va se déplacer dans un sens ou dans un autre de façon à ramener le rapport  $n/p$  à sa valeur d'équilibre. C'est simplement la loi d'action de masse qui s'exprime ici. Dans le cas présent, des neutrons vont de temps en temps disparaître du milieu car ils sont capturés pour faire du deutérium puis de l'hélium. Après cette capture, il existe un léger déficit de neutrons, mais la réaction beta inverse  $p \rightarrow n$  permet une régénération des neutrons et un retour du ratio  $n/p$  à sa valeur d'équilibre. Compte tenu de la différence de masse entre neutron et proton, les neutrons sont évidemment défavorisés et sont présents en tout petit nombre dans le milieu. Ce qui importe pour ce mécanisme, c'est que le taux auquel les neutrons sont incorporés dans le réseau des réactions nucléaires soit faible comparé au taux de conversion des protons en neutrons, afin de ne pas perturber de manière trop importante l'équilibre des réactions faibles.

La figure (4.2) représente le taux d'expansion de l'Univers de Milne (en rouge), le taux de conversion des protons en neutrons sous l'effet de la réaction beta inverse (en orange) et le taux de production de l'hélium-4 (en violet plein). Cette figure illustre que le taux de précipitation des neutrons vers l'hélium-4 est très faible et en particulier plus faible que le taux de conversion protons-neutrons, justifiant ainsi le mécanisme décrit au dessus. On remarque un plateau dans la production d'hélium-4 qui correspond à la production lente mais continue du deutérium puis de l'hélium. On distingue particulièrement le moment où le taux d'expansion devient plus grand que le taux de conversion  $p \leftrightarrow n$  et la chute brutale de la production d'hélium-4 correspondante car il n'y a alors pratiquement plus de neutrons dans le milieu. La courbe en pointillés représente le même taux de production d'hélium-4, mais dans l'univers standard (avec  $\eta = 6 \times 10^{-10}$ ). On remarque ainsi que le taux de production d'hélium-4 est beaucoup plus faible dans le modèle Dirac-Milne, mais le mécanisme est efficace pendant un temps beaucoup plus long que dans le cas standard. On comprend ainsi l'appellation *simmering*<sup>1</sup> utilisée par [Lohiya et al. 1998] pour

1. Mijotant ; un peu comme un pot-au-feu.

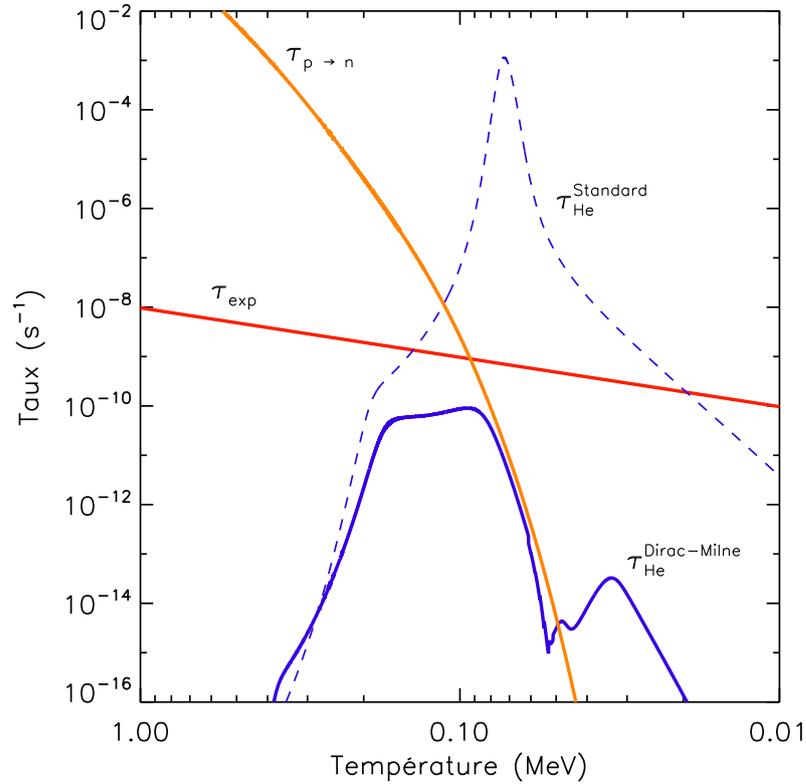


FIGURE 4.2 – Comparaison de différents taux caractéristiques dans l'univers de Dirac-Milne. En rouge, le taux d'expansion, et en orange le taux de conversion des protons en neutrons. Tant que ce taux est supérieur au taux d'expansion, la production d'hélium-4 est suffisamment faible pour permettre le maintien de l'équilibre entre protons et neutrons. À titre comparatif, le taux de production d'hélium-4 dans le cas standard est indiqué en pointillés.

décrire cette nucléosynthèse.

Parallèlement à cette production d'hélium-4, la prise en compte d'un réseau de réactions nucléaires conduit, au même titre que dans la nucléosynthèse standard, à la production d'autres éléments, à des quantités beaucoup plus réduites. La prédiction de ces abondances primordiales passe par l'utilisation d'un code numérique de nucléosynthèse, utilisation que je vais maintenant décrire.

#### 4.1.4 Résolution numérique

La détermination exacte des abondances en éléments légers produites par ce mécanisme nécessite l'utilisation de moyens numériques. En effet, il faut résoudre un système non linéaire d'équations différentielles du premier ordre qui peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\frac{dY_i}{dt} = \sum_r f_{kl}^r Y_k Y_l - f_{ij}^r Y_i Y_j, \quad i = 1, N_{\text{isot}}, \quad r = 1, N_{\text{reac}}, \quad (4.5)$$

$N_{\text{isot}}$  étant le nombre d'éléments considérés,  $N_{\text{reac}}$  le nombre de réactions faisant intervenir l'élément  $i$  comme produit ou réactif,  $f_{ij}^r$  le taux de la réaction  $i + j \rightarrow k + l$  et  $f_{kl}^r$  celui de la réaction inverse  $k + l \rightarrow i + j$ . On peut réécrire ce système sous la forme compacte

$$\frac{dY}{dt} = F(Y), \quad Y = (Y_i)_{i=1, N_{\text{isot}}}. \quad (4.6)$$

La résolution de cette équation est délicate, car le système étant la plupart du temps à l'équilibre, la fonction  $F$  est différence de deux termes du même ordre de grandeur, ce qui implique des difficultés numériques pour la résolution du système (4.6). Une bonne méthode de résolution pour les réseaux de réactions nucléaires est la méthode implicite décrite dans [Arnett & Truran 1969] et [Coc 2007].

Si  $Y_n$  dénote la valeur de  $Y$  au temps  $t_n$ , on a, d'une part,

$$\frac{dY}{dt} \approx \frac{Y_{n+1} - Y_n}{\Delta t} \quad (4.7)$$

et, d'autre part,

$$F(Y) \approx F(Y_{n+1}) = F(Y_n) + (Y_{n+1} - Y_n)F'(Y_n), \quad (4.8)$$

où  $\Delta t = t_{n+1} - t_n$  et le prime dénote une dérivation par rapport à  $Y$ . La valeur de  $Y$  au temps  $t_{n+1}$  s'écrit alors

$$Y_{n+1} = Y_n - \left( F'(Y_n) - \frac{1}{\Delta t} \right)^{-1} F(Y_n). \quad (4.9)$$

Cette méthode est implémentée dans le code original d'A. Coc<sup>2</sup> [Coc 2007], utilisé jusqu'alors dans le cadre d'une évolution standard du facteur d'échelle.

## Modification du code de BBN

J'ai donc utilisé ce code dédié à la nucléosynthèse primordiale standard et l'ai modifié pour le rendre compatible avec la dynamique de l'univers de Dirac-Milne. La première modification fut de le réécrire en FORTRAN 90 nettement plus agréable à manipuler que le FORTRAN 77. J'ai ensuite modifié la routine calculant la relation temps-température de manière à ce qu'elle suive la relation  $t = T_0/(H_0 T)$ . Le code original ne comportait que 13 réactions nucléaires – la nucléosynthèse standard n'en fait pas intervenir plus – nombre insuffisant dans le cas qui m'intéresse [Lohiya et al. 1998]. La prise en compte des réactions intervient dans le code au moment du calcul de la matrice  $F'$ . Il s'agit d'une matrice  $8 \times 8$  ( $N_{\text{isot}} = 8$  dans le cas standard) dont l'élément générique est :

$$F'_{mn} = \frac{d}{dY_n} \sum_{r_m} f_{kl}^{r_m} Y_k Y_l - f_{ij}^{r_m} Y_i Y_j, \quad (4.10)$$

$r_m$  représentant l'ensemble des réactions faisant intervenir l'élément  $m$  comme réactif ou produit. Cette matrice est codée "en dur" dans le code original, ce qui fait courir le risque de nombreuses erreurs dans le cas d'ajout d'une réaction! De plus dans le cas d'ajout de nouveaux isotopes,

2. Ce code n'ayant pas fait l'objet de publication dédiée de la part de son auteur, je tiens à signaler que c'est ce même code qui est utilisé dans [Coc et al. 2006; 2007; 2008]. Je remercie d'ailleurs son auteur pour m'avoir autorisé à utiliser et à modifier son code.

la matrice change de taille et il faut alors la remplir à nouveau “à la main”. Le mécanisme de nucléosynthèse dans l’univers de Dirac-Milne impose de considérer de nombreuses réactions et de nombreux éléments supplémentaires. J’ai donc modifié de manière importante le code de manière à pouvoir ajouter ou enlever une réaction ainsi qu’un nouvel élément au réseau de réactions nucléaires de manière totalement transparente.

Nous l’avons vu, une des particularités de cette nucléosynthèse réside dans ses grandes échelles de temps. Cela a posé un problème numérique car, de manière à rendre le code utilisable en un temps raisonnable, les pas de temps sont eux aussi largement plus importants, dans le rapport des temps de Hubble entre l’univers de Dirac-Milne et l’univers standard. Un pas de temps plus important implique des erreurs numériques plus importantes. Je me suis donc assuré de la conservation du nombre baryonique total au cours de l’évolution du code. Comme on s’intéresse particulièrement à des éléments comme le lithium-7 dont l’abondance relative à l’hydrogène est de l’ordre de  ${}^7\text{Li}/\text{H} \sim 10^{-10}$ , il faut a priori imposer au code une conservation du nombre baryonique meilleure que ce ratio. Bien évidemment, cette meilleure conservation du nombre baryonique impose un temps de calcul plus important !

#### 4.1.5 Réactions mises en jeu

Le réseau nucléaire de la nucléosynthèse standard est limité à 13 principales réactions qui font intervenir 7 éléments – H, D, T,  ${}^3\text{He}$ ,  ${}^4\text{He}$ ,  ${}^7\text{Li}$ ,  ${}^7\text{Be}$  – plus les neutrons. L’échelle de temps de la nucléosynthèse standard étant de l’ordre de la dizaine de minutes, il n’est pas du tout nécessaire de considérer des réactions dont les temps de réactions sont beaucoup plus importants. Par exemple, la désintégration du tritium (temps de demi-vie de l’ordre de 11 ans) en hélium-3 ne présente aucun intérêt dans le cas standard.

La situation est tout à fait différente dans le cas de l’univers de Dirac-Milne où la nucléosynthèse se se déroule sur une échelle de temps de l’ordre de la dizaine d’années. Il est ainsi indispensable de prendre en compte la désintégration du tritium sus-citée mais également toutes les autres réactions nucléaires qui, même si elles ont des taux de réaction très faibles, deviennent non-négligeables car elles ont lieu sur des périodes de temps des millions de fois plus longues que dans le cas standard.

Une conséquence de la grande durée de cette nucléosynthèse est la production, à des niveaux comparables, voire supérieurs à celui du  ${}^7\text{Li}$ , de métaux lourds (C, N, O et au delà). Toutes les réactions nucléaires qui font intervenir ces éléments sont a priori à inclure dans le code.

J’ai ainsi ajouté au code initial toutes<sup>3</sup> les réactions nucléaires faisant intervenir les éléments de masse 1 à 7 dont il existe des données sur les taux de réaction. J’ai également étendu le réseau nucléaire jusqu’à l’aluminium-25, portant ainsi le nombre total d’isotopes considérés à 40 et le nombre de réactions à 101 (en comptant les désintégrations  $\beta$  des isotopes instables). La liste des réactions est présentée dans le tableau (4.1), ainsi que leur provenance.

Le résultat du calcul numérique est présenté sur la figure (4.3), qui représente l’évolution des abondances relatives des éléments légers en fonction de la température. Cette figure est évidemment à comparer à celle obtenue dans la nucléosynthèse primordiale standard (fig. (1.5)). La production du lithium-7 est en réalité assurée par le béryllium-7, qui décroît par capture

3. L’exhaustivité de cette liste n’est néanmoins pas garantie.

Réaction	Réf.	Réaction	Réf.	Réaction	Réf.
$n \leftrightarrow p$	1,6	${}^7\text{Be}(\alpha, \gamma){}^{11}\text{C}$	5	${}^{15}\text{N}(\alpha, n){}^{18}\text{F}$	4
${}^1\text{H}(p, \nu e^+){}^2\text{H}$	5	${}^7\text{Be}(p, \gamma){}^8\text{B}$	5	${}^{16}\text{O}(p, \gamma){}^{17}\text{F}$	5
${}^1\text{H}(n, \gamma)\text{D}$	2	${}^9\text{Be}(p, \alpha){}^6\text{Li}$	5	${}^{16}\text{O}(\alpha, \gamma){}^{20}\text{Ne}$	5
${}^2\text{H}(p, \gamma){}^3\text{He}$	3	${}^9\text{Be}(p, d){}^8\text{Be}$	5	${}^{16}\text{O}(p, \alpha){}^{13}\text{N}$	4
${}^2\text{H}(d, n){}^3\text{He}$	3	${}^9\text{Be}(\alpha, n){}^{12}\text{C}$	5	${}^{17}\text{O}(p, \alpha){}^{14}\text{N}$	5
${}^2\text{H}(d, p){}^3\text{H}$	3	${}^9\text{Be}(p, \gamma){}^{10}\text{B}$	5	${}^{17}\text{O}(p, \gamma){}^{18}\text{F}$	5
${}^2\text{H}(n, \gamma){}^3\text{H}$	6	${}^9\text{Be}(p, n){}^9\text{B}$	5	${}^{17}\text{O}(\alpha, n){}^{20}\text{Ne}$	5
${}^2\text{H}(d, \gamma){}^4\text{He}$	5	${}^{10}\text{B}(p, \gamma){}^{11}\text{C}$	5	${}^{18}\text{O}(p, \gamma){}^{19}\text{F}$	5
${}^2\text{H}(\alpha, \gamma){}^6\text{Li}$	5	${}^{10}\text{B}(p, \alpha){}^7\text{Be}$	5	${}^{18}\text{O}(p, \alpha){}^{15}\text{N}$	5
${}^3\text{H}(d, n){}^4\text{He}$	3	${}^{11}\text{B}(p, \alpha){}^8\text{Be}$	5	${}^{18}\text{O}(\alpha, \gamma){}^{22}\text{Ne}$	5
${}^3\text{H}(\alpha, \gamma){}^7\text{Li}$	3	${}^{11}\text{B}(p, \gamma){}^{12}\text{C}$	5	${}^{18}\text{O}(\alpha, n){}^{21}\text{Ne}$	5
${}^3\text{H}(p, \gamma){}^4\text{He}$	4	${}^{11}\text{B}(p, n){}^{11}\text{C}$	5	${}^{18}\text{F}(p, \alpha){}^{15}\text{O}$	9
${}^3\text{He}(n, p){}^3\text{H}$	3	${}^{11}\text{C}(p, \gamma){}^{12}\text{N}$	7	${}^{19}\text{F}(p, \alpha){}^{16}\text{O}$	5
${}^3\text{He}(D, p){}^4\text{He}$	3	${}^{11}\text{C}(n, \gamma){}^{12}\text{C}$	8	${}^{19}\text{F}(p, n){}^{19}\text{Ne}$	5
${}^3\text{He}(\alpha, \gamma){}^7\text{Be}$	3	${}^{12}\text{C}(\alpha, n){}^{15}\text{O}$	4	${}^{19}\text{F}(\alpha, p){}^{22}\text{Ne}$	4
${}^3\text{He}({}^3\text{He}, 2p){}^4\text{He}$	5	${}^{12}\text{C}(p, \gamma){}^{13}\text{N}$	5	${}^{19}\text{F}(p, \gamma){}^{20}\text{Ne}$	5
${}^3\text{He}(n, \gamma){}^4\text{He}$	6	${}^{12}\text{C}(\alpha, \gamma){}^{16}\text{O}$	5	${}^{20}\text{Ne}(p, \alpha){}^{17}\text{F}$	5
${}^3\text{He}({}^3\text{H}, \gamma){}^6\text{Li}$	10	${}^{13}\text{C}(p, \gamma){}^{14}\text{N}$	5	${}^{20}\text{Ne}(p, \gamma){}^{21}\text{Na}$	5
${}^3\text{He}({}^3\text{H}, D){}^4\text{He}$	4	${}^{13}\text{C}(\alpha, n){}^{16}\text{O}$	5	${}^{20}\text{Ne}(\alpha, \gamma){}^{24}\text{Mg}$	5
${}^4\text{He}(\alpha n, \gamma){}^9\text{Be}$	5	${}^{13}\text{C}(p, n){}^{13}\text{N}$	5	${}^{21}\text{Ne}(\alpha, n){}^{24}\text{Mg}$	5
${}^4\text{He}(\alpha\alpha, \gamma){}^{12}\text{C}$	5	${}^{13}\text{N}(p, \gamma){}^{14}\text{O}$	5	${}^{21}\text{Ne}(p, \gamma){}^{22}\text{Na}$	5
${}^4\text{He}({}^3\text{H}, n){}^6\text{Li}$	4	${}^{14}\text{N}(p, \gamma){}^{15}\text{O}$	5	${}^{22}\text{Ne}(p, \gamma){}^{23}\text{Na}$	5
${}^6\text{Li}(p, \gamma){}^7\text{Be}$	5	${}^{14}\text{N}(p, n){}^{14}\text{O}$	5	${}^{22}\text{Ne}(\alpha, n){}^{25}\text{Mg}$	5
${}^6\text{Li}(p, \alpha){}^3\text{He}$	5	${}^{14}\text{N}(p, \alpha){}^{11}\text{C}$	5	${}^{22}\text{Na}(n, p){}^{22}\text{Ne}$	4
${}^6\text{Li}(\alpha, \gamma){}^{10}\text{B}$	4	${}^{14}\text{N}(\alpha, \gamma){}^{18}\text{F}$	5	${}^{23}\text{Na}(p, \alpha){}^{20}\text{Ne}$	5
${}^7\text{Li}(\alpha, n){}^{10}\text{B}$	5	${}^{14}\text{N}(\alpha, n){}^{17}\text{F}$	5	${}^{23}\text{Na}(p, \gamma){}^{24}\text{Mg}$	5
${}^7\text{Li}(p, \gamma){}^8\text{Be}$	5	${}^{15}\text{N}(\alpha, \gamma){}^{19}\text{F}$	5	${}^{24}\text{Mg}(p, \alpha){}^{21}\text{Na}$	5
${}^7\text{Li}(p, \alpha){}^4\text{He}$	3	${}^{15}\text{N}(p, \alpha){}^{12}\text{C}$	5	${}^{24}\text{Mg}(p, \gamma){}^{25}\text{Al}$	5
${}^7\text{Li}(\alpha, \gamma){}^{11}\text{B}$	5	${}^{15}\text{N}(p, \gamma){}^{16}\text{O}$	5		
${}^7\text{Be}(n, p){}^7\text{Li}$	3	${}^{15}\text{N}(p, n){}^{15}\text{O}$	5		

TABLE 4.1 – Liste des réactions nucléaires utilisées dans le code de nucléosynthèse primordiale dans l'univers de Dirac-Milne. Les 14 désintégrations  $\beta$  ne sont pas reportées dans ce tableau. Références : 1=[Dicus et al. 1982] ; 2 =[Chen & Savage 1999] ; 3=[Descouvemont et al. 2004] ; 4=[Caughlan & Fowler 1988] ; 5=[Angulo et al. 1999] ; 6=[Wagoner 1969] ; 7=[Tang et al. 2003] ; 8=[Rauscher et al. 1994], ; 9=[Coc et al. 2000] ; 10= [Fukugita & Kajino 1990]

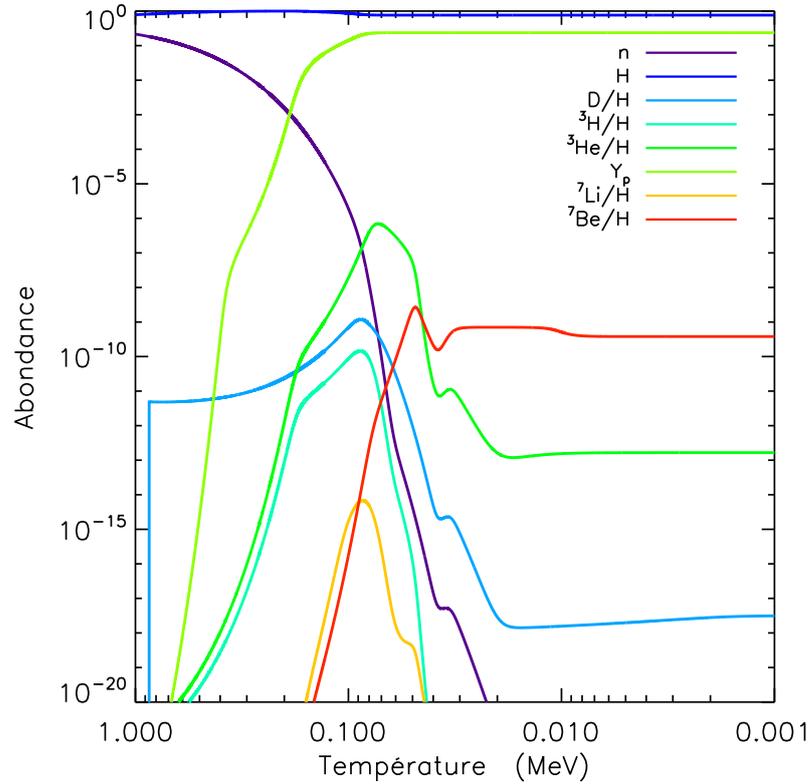


FIGURE 4.3 – Abondances des éléments légers jusqu’au  ${}^7\text{Be}$  produits par nucléosynthèse thermique dans l’univers de Dirac-Milne.  $Y_p$  est l’abondance d’hélium-4 en fraction de masse. La densité baryonique est prise telle que  $\eta = 8 \times 10^{-9}$ .

électronique vers le lithium-7 lorsque l’univers se neutralise. Dans la suite, on désignera par lithium-7, la somme du lithium-7 et du béryllium-7.

On remarque immédiatement que l’hélium-4 et le lithium-7 sont produits dans des proportions qui semblent compatibles avec les observations, ou du moins comparables aux prédictions de la nucléosynthèse standard. Il est également remarquable que l’hélium-3 et le deutérium sont quasi-totalement détruits pendant cet épisode thermique. Cette destruction du deutérium, considérée comme plus critique que celle de l’hélium-3, a amené [Kaplinghat et al. 2000] à conclure à l’impossibilité du scénario de l’univers à évolution linéaire. Je montrerai dans la deuxième partie du chapitre que la présence d’antimatière change la donne et permet de produire du deutérium de manière inhomogène.

Comme il a été indiqué précédemment, la longue période sur laquelle se déroule la nucléosynthèse permet la production d’éléments lourds dans des quantités comparables – et même supérieures – à celle du lithium-7. Cette production d’éléments lourds est une originalité du modèle de Dirac-Milne, car dans la nucléosynthèse primordiale standard, aucun élément plus lourd que le lithium-7 n’est produit dans des quantités comparables.

La figure (4.5) représente les abondances de certains éléments plus lourds que le lithium-7. Ne

sont représentés que les éléments dont les abondances ne sont pas ridiculeusement faibles, et par souci de clarté, j'ai choisi de découper la figure en quatre. Sur chaque figure, j'ai également tracé l'abondance de beryllium-7 (qui décroît après la recombinaison vers le lithium-7) afin d'établir un point de comparaison. Ce qu'il ressort de cette figure, c'est que des quantités importantes d'azote-14, de néon-21 et de magnésium-25 sont produites durant la nucléosynthèse de l'univers de Dirac-Milne. Notons toutefois que le magnésium-25 est l'isotope stable le plus lourd inclus dans le code, et qu'ainsi son abondance représente en quelque sorte la somme des abondances des éléments plus lourds non considérés dans le code. La raison de cette production importante de métaux est bien sûr le temps passé à des températures assez élevées pour permettre aux réactions  $(p,\gamma)$  et  $(p,\alpha)$  de produire des éléments lourds. Je n'ai pas jugé utile d'inclure dans le code les réactions nucléaires permettant d'aller au delà du magnésium-25, car il n'y a pas d'observation des abondances primordiales des éléments plus lourds que le lithium-7. Se pose toutefois la question de savoir si de telles quantités d'azote-14 peuvent être mesurées et le cas échéant comment s'assurer qu'il s'agit d'une mesure de l'abondance primordiale et non résultant d'un enrichissement en métaux par des explosions d'étoiles.

#### 4.1.6 Influence de la densité baryonique

Comme dans le scénario standard, l'abondance des différents éléments à la fin de la production thermique et homogène de la nucléosynthèse ne dépend que d'un seul paramètre : la densité baryonique. Cette densité est classiquement paramétrée par le rapport du nombre de baryons sur le nombre de photons, noté  $\eta$ . Nous avons vu dans le chapitre 1 que la valeur de cette grandeur dans le cadre du modèle standard était proche de  $6 \times 10^{-10}$ , qu'elle soit déterminée en comparant les prédictions de la nucléosynthèse standard aux observations ou à partir des fluctuations de température du CMB. Dans l'univers de Dirac-Milne, on détermine également la densité baryonique en comparant prédictions de la nucléosynthèse et observations. La comparaison s'effectue en premier lieu grâce à l'hélium-4 puisque par nucléosynthèse primordiale on entend principalement formation d'hélium, les autres éléments n'étant que des cendres produites en proportion beaucoup plus faible. Ces cendres sont toutefois importantes puisqu'elles permettent de confronter le scénario à ses prédictions que ce soit dans le cas standard ou dans le cas de l'univers de Dirac-Milne.

La figure (4.4) présente les abondances en hélium-4 et en lithium-7 (en réalité le béryllium-7) en fonction de la densité baryonique. Les bandes horizontales représentent les limites observationnelles discutées dans le chapitre 1. Cette figure confirme l'affirmation indiquée plus haut, à savoir que le mécanisme de nucléosynthèse dans l'univers de Dirac-Milne permet effectivement la production d'hélium-4 et de lithium-7 à des niveaux comparables aux observations. La dépendance des abondances de ces deux éléments vis-à-vis de la densité baryonique est forte. La densité baryonique qui permet d'obtenir une abondance d'hélium-4 compatible avec les observations se situe entre

$$8.8 \times 10^{-9} < \eta < 9.6 \times 10^{-9}. \quad (4.11)$$

On remarque que si l'on se fie aux barres d'erreurs des contraintes observationnelles sur le lithium-7, il n'y a pas de valeur de  $\eta$  qui donnerait une valeur compatible à la fois pour l'hélium-4 et le lithium-7. Toutefois, la valeur minimale de  $\eta$  imposée par la contrainte sur l'hélium-4

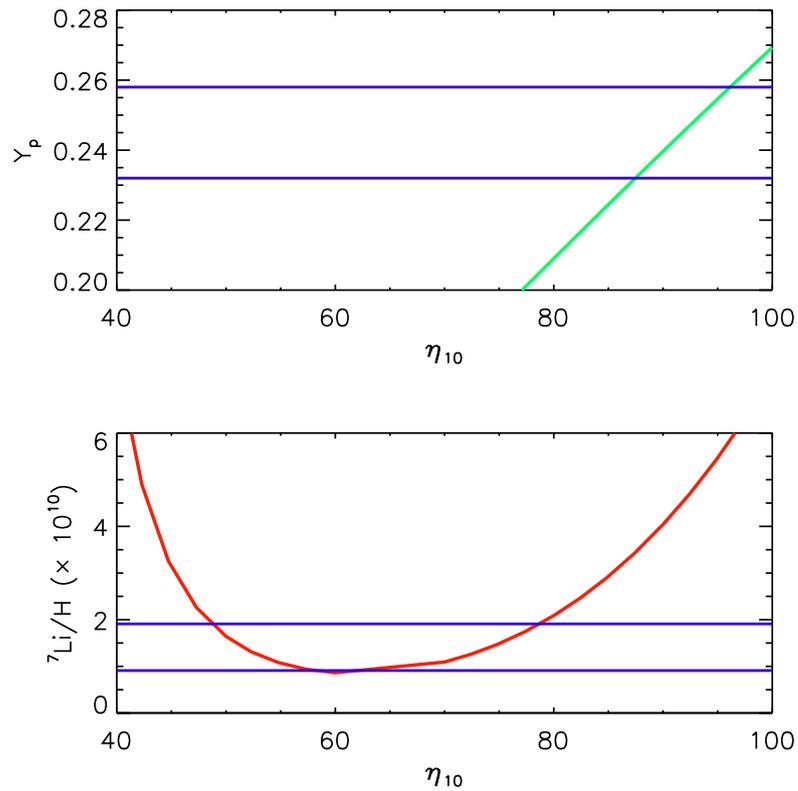


FIGURE 4.4 – Variations des abondances finales d'hélium-4 (en fraction de masse, en haut) et de lithium-7 (en nombre par rapport à l'hydrogène, en bas) en fonction de la densité baryonique  $\eta_{10} = 10^{10}\eta$ , où  $\eta$  est le rapport du nombre de baryons sur le nombre de photons au moment de la nucléosynthèse. Les bandes horizontales représentent les contraintes observationnelles décrites au chapitre 1. La densité baryonique nécessaire pour satisfaire la contrainte de l'hélium-4 est environ 13 fois plus grande que celle obtenue dans le modèle standard.

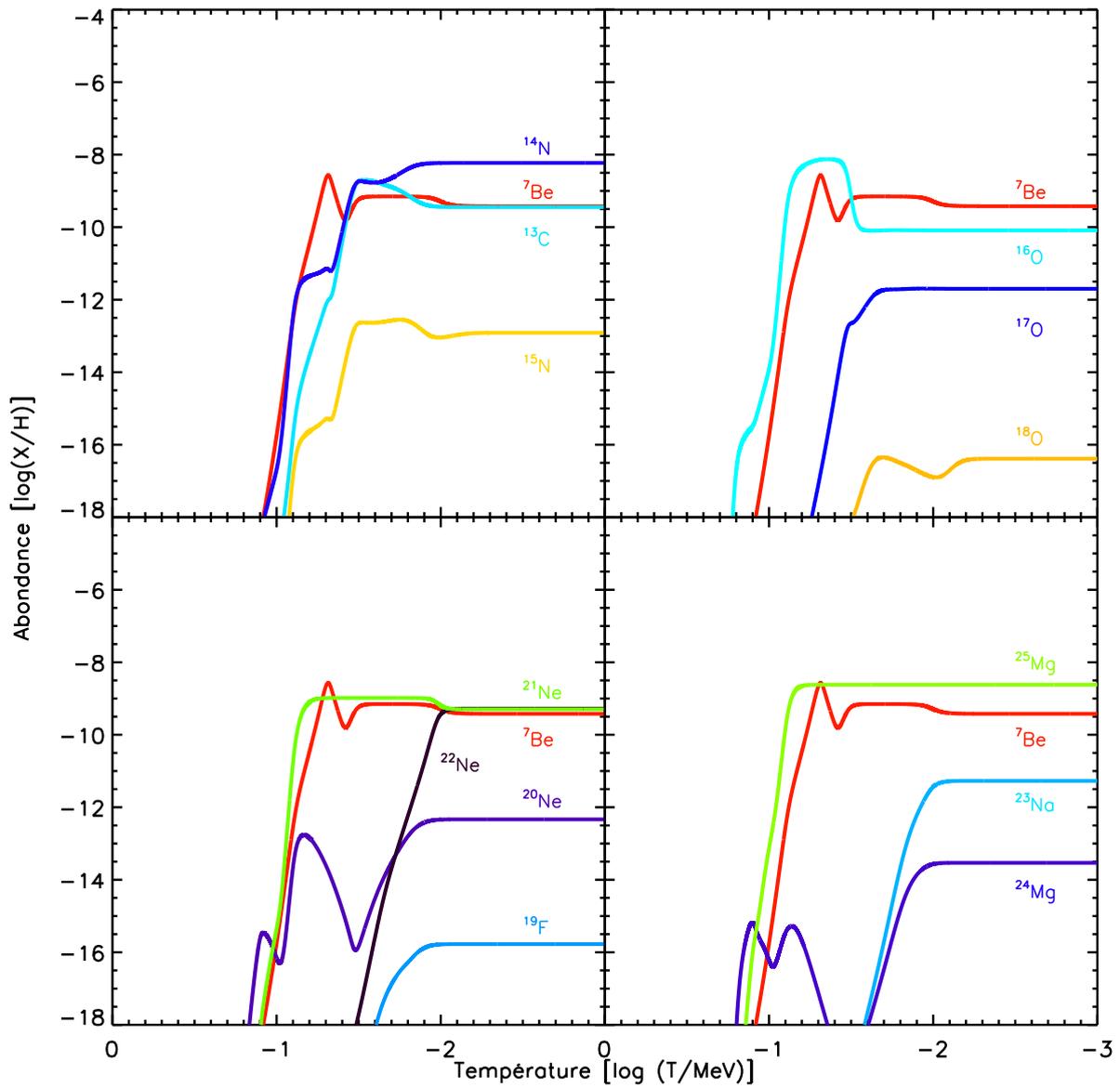


FIGURE 4.5 – Abondance des éléments plus lourds que l’hélium-4 produits par nucléosynthèse thermique dans l’univers de Dirac-Milne. Pour faciliter les comparaisons, l’abondance en béryllium-7 est reportée sur chaque figure. La densité baryonique est prise telle que  $\eta = 8 \times 10^{-9}$ .

fournit une abondance en lithium-7 de l'ordre de

$$\frac{{}^7\text{Li}}{\text{H}} = 3.45 \times 10^{-10}. \quad (4.12)$$

Cette valeur est certes plus grande que la valeur observationnelle considérée comme primordiale, mais elle est légèrement plus faible que la valeur prédite par la nucléosynthèse standard. C'est évidemment une pure coïncidence, mais le fait est que l'univers de Dirac-Milne produit du lithium-7 à une valeur comparable aux observations si la densité baryonique est telle que l'abondance d'hélium-4 est, quant à elle, compatible avec les mesures d'hélium. Ce point est assez remarquable car, si cela n'avait pas été le cas, et que le lithium-7 avait été produit dans l'univers de Dirac-Milne à toute autre valeur, il aurait été très difficile de trouver des scénarios permettant de produire ou détruire dans des proportions arbitraires ce lithium-7. Notons également que l'univers de Dirac-Milne ne résout pas le problème du lithium-7. En effet la valeur prédite est toujours plus grande que la valeur déduite des observations, mais la différence entre prédiction et observations est moindre que dans le cas standard. Ainsi, le fait d'obtenir du lithium-7 par le scénario de nucléosynthèse décrit dans cette partie ne constitue bien évidemment pas une preuve de la validité du modèle mais assure néanmoins sa cohérence sur ce point.

La figure (4.4) ne considère que ces deux éléments car il n'en a pas pas d'autres qui seraient produits par cette nucléosynthèse thermique à des niveaux observés. En particulier, le deutérium et hélium-3 sont produits à des niveaux infinitésimaux (respectivement  $\sim 10^{-18}$  et  $\sim 10^{-13}$ ), largement inférieurs aux quelques  $10^{-5}$  observés. Il convient maintenant d'étudier dans quelle mesure la présence de domaines séparés de matière et d'antimatière peut conduire à une production de ces deux éléments et ainsi changer cette conclusion. C'est l'objet des parties suivantes du chapitre.

Avant de passer à cette partie, il convient de revenir sur la densité baryonique nécessaire pour obtenir une nucléosynthèse de l'hélium-4 satisfaisante. Cette densité baryonique est environ 15 fois plus grande que celle habituellement considérée dans le modèle standard. Ce point avait été initialement remarqué dans [Lohiya et al. 1998]. Cette densité baryonique 15 fois plus grande que celle du modèle standard est une spécificité du modèle de Dirac-Milne. Elle signifie que tous les raisonnements effectués dans le cadre du modèle standard qui reposent sur l'idée d'une densité baryonique faible – en terme de densité critique, les baryons ne représentent que 4% de l'Univers standard – sont à revoir dans le cadre du modèle de Dirac-Milne. En particulier la nécessité d'avoir une composante non-baryonique disparaît. Cette nécessité résultait du fait que dynamiquement, les galaxies et les amas de galaxies, ont besoin de plus de masse que ne le permet des 4% de baryons habituellement considérés. Il était donc nécessaire d'invoquer la présence d'une composante massive, mais qui ne serait pas composée de matière baryonique. Avec une densité baryonique 15 fois plus importante cette conclusion ne tient plus, et il sera nécessaire de considérer les mesures de masses en ayant en tête que, dans l'univers de Dirac-Milne, il y a 15 fois plus de baryons. Evidemment, ces baryons ne sont pas détectés autrement que par des mesures dynamiques et ce point sera discuté dans le chapitre 6.

## 4.2 Nucléosynthèse secondaire

Nous venons de voir dans quelles conditions il est possible, dans un univers évoluant avec un facteur d'échelle linéaire pendant l'époque de la nucléosynthèse primordiale, de produire de

l'hélium-4 et du lithium-7 dans des proportions compatibles avec les observations. Nous avons également vu qu'aucun deutérium primordial ne survit à cette longue nucléosynthèse, ce qui pose une contrainte forte sur les cosmologies à évolution linéaire [Lohiya et al. 1998, Kaplinghat et al. 2000]. En effet, il est connu depuis la fin des années 70 [Epstein et al. 1976] que le deutérium dans l'Univers est très probablement d'origine cosmologique. [Epstein et al. 1976] passent en revue les différents mécanismes possibles de production de deutérium, étude qui a été remise à jour récemment [Jedamzik 2002]. Les conclusions de ces deux études sont identiques : la production de deutérium par d'autres mécanismes que la nucléosynthèse primordiale est fortement défavorisée car, suivant le mécanisme invoqué, les abondances d'autres éléments sont également modifiées dans des proportions qui les rendent incompatibles avec les observations. En particulier, il est très difficile de produire du deutérium sans une surproduction d'hélium-3. La question du deutérium est ainsi une question très importante puisqu'à ce jour, aucun scénario autre que la nucléosynthèse standard ne permet une production de cet élément. C'est d'ailleurs un point qui renforce la cohérence du modèle standard et la confiance de la communauté dans ce scénario.

L'univers de Dirac-Milne, symétrique, constitué de domaines séparés de matière et d'antimatière offre néanmoins un nouveau scénario pour la production de deutérium postérieure à l'épisode de nucléosynthèse thermique. Le mécanisme est basé sur les annihilations entre matière et antimatière qui vont se produire dans les zones de contact entre les domaines. Ces annihilations, et en particulier les réactions de nucléodisruption entre un antiproton et un noyau d'hélium-4 peuvent produire du deutérium et de l'hélium-3. Ce mécanisme, a priori inhomogène puisque se déroulant principalement près des frontières, se démarque ainsi de la première phase thermique, homogène, qui voit la production de l'hélium-4 et du lithium-7.

Depuis les travaux des années 1970 sur le modèle d'univers symétrique d'Omnès [Omnès 1972], on sait que ce mécanisme peut produire du deutérium. Les premières études sur la nucléosynthèse dans un univers symétrique [Combes et al. 1975, Aly 1978a] se déroulaient dans le cadre d'une évolution standard du facteur d'échelle. La production de deutérium était alors assurée par le mécanisme standard de nucléosynthèse thermique. Il s'agissait alors de déterminer d'une part la taille minimale de l'émulsion pour que la production thermique d'hélium-4 ne soit pas modifiée de façon trop importante par la diffusion des neutrons vers la zone de contact entre matière et antimatière, et d'autre part, la taille minimale pour que la production secondaire de deutérium causée par nucléodisruption des noyaux d'hélium-4 ne soit pas trop importante.

Le problème qui se pose dans le cadre de l'univers de Dirac-Milne se rapproche de celui considéré dans [Combes et al. 1975] par les mécanismes auxquels il fait référence, mais le but est tout autre. Il s'agit en effet d'étudier si une production de deutérium et d'hélium-3 est possible dans cet univers. Une différence fondamentale avec les considérations l'époque est bien évidemment l'évolution linéaire de l'expansion dans le modèle de Dirac-Milne, qui conduit à des échelles temporelles beaucoup plus grandes que dans le cas standard.

En l'absence d'un scénario prédictif bien établi de formation de l'émulsion matière-antimatière, on considère un univers constitué de deux phases séparées (matière et antimatière) en des domaines qui "percolent", c'est-à-dire qu'en se situant dans un domaine, la probabilité de pouvoir aller à l'infini en restant dans ce domaine est de l'ordre de l'unité. Il peut bien sûr exister des domaines isolés, mais ceux-ci sont minoritaires. Il est par ailleurs connu qu'un tel système constitué de deux phases percole effectivement lorsque ces deux phases sont en quantités égales.

Les domaines étant infinis, et leur géométrie exacte non déterminée, il est peu aisé de parler de

leur taille. On peut néanmoins exprimer la taille caractéristique de l'émulsion<sup>4</sup> en considérant un grand volume  $V$  d'univers, rempli de domaines de matière et d'antimatière. La taille caractéristique de l'émulsion est alors définie comme le rapport du volume  $V$  sur la "quantité" de surface  $S$  entre les domaines comprise dans ce volume :  $L = V/S$ . Afin de différencier d'éventuels effets physiques des effets de l'expansion sur l'évolution de cette longueur, on définit la taille comobile du domaine à une température de référence, prise dans la suite égale à 1 keV :

$$L = L_{1\text{keV}} \left( \frac{1 \text{ keV}}{T} \right). \quad (4.13)$$

De la même manière que dans les différentes études sur la nucléosynthèse en présence d'antimatière [Combes et al. 1975, Kurki-Suonio & Sihvola 2000, Jedamzik & Rehm 2001], la production des éléments légers par différents mécanismes liés aux annihilations matière-antimatière va fortement dépendre de cette taille caractéristique. On se sert alors des contraintes observationnelles sur les éléments légers pour déterminer la taille des domaines.

### Mécanismes de production secondaire de deutérium

Les annihilations entre matière et antimatière sont l'élément central du scénario de production de deutérium dans le modèle de Dirac-Milne. Par ces annihilations, trois mécanismes possibles se dégagent : la production directe de deutérium et d'hélium-3 par nucléodisruption d'un noyau d'hélium-4, la photodésintégration de ces même noyaux par les photons résultant des annihilations et enfin l'éventuelle capture d'un neutron secondaire par un proton.

Avant de passer à l'étude de ces trois mécanismes de production, il est nécessaire d'établir l'expression du taux d'annihilation en fonction de la température et de la taille du domaine, grandeur préalable à tout calcul d'abondance. C'est par diffusion que va se faire le transport des particules et des antiparticules vers la zone de contact.

#### 4.2.1 Diffusion

##### Petit rappel historique

Dans les années 80-90, une grosse activité a eu lieu autour de la nucléosynthèse inhomogène, quand il a été remarqué qu'une transition de phase QCD de premier ordre permettait d'engendrer des fluctuations dans la densité baryonique [Witten 1984, Alcock et al. 1987, Applegate et al. 1987]. Ces fluctuations peuvent avoir eu des effets importants sur la nucléosynthèse essentiellement à cause des fluctuations du rapport neutron/proton. Ces modèles ne sont plus guère considérés aujourd'hui, notamment du fait que le scénario de fluctuations primordiales iso-courbures dans lequel s'inscrivait ces considérations de nucléosynthèse inhomogène est fortement défavorisé au profit des fluctuations primordiales adiabatiques, qui semblent privilégiées par les analyses des anisotropies de température du CMB.

À la fin des années 90, deux groupes ont mené des études sur des scénarios de nucléosynthèse en présence de domaines d'antimatière [Kurki-Suonio & Sihvola 2000, Jedamzik & Rehm 2001]. Ces études considéraient de petits domaines d'antimatière plongés dans un bain global de

4. On parlera dans la suite de taille des domaines.

matière. Il n’y avait aucune volonté de symétrie entre matière et antimatière dans ces études, puisque ces poches étaient complètement annihilées bien avant la recombinaison.

Ces différentes études ont permis de dégager les principes de la diffusion et des mécanismes de production d’éléments légers (plus légers que l’hélium-4) dans le cadre d’une évolution standard de l’Univers standard.

## Diffusion

Pour traiter le problème difficile qu’est le calcul du taux d’annihilation dans un univers symétrique matière/antimatière, on peut recourir à une approche purement basée sur la diffusion. Cette approximation suffit à dégager des ordres de grandeurs satisfaisants. Dans la mesure où les mécanismes de génération de l’émulsion et la séparation entre matière et antimatière sont mal connus, il n’est pas nécessaire de considérer des mécanismes certes plus complets mais qui n’apporteraient rien de fondamentalement différent par rapport au simple traitement diffusif.

La diffusion des nucléons obéit à l’habituelle équation de diffusion [Applegate et al. 1987]

$$\frac{\partial n_k}{\partial t} = D_k \nabla^2 n_k, \quad (4.14)$$

où  $n_k$  est la densité de l’espèce  $k$  et  $D_k$ , le coefficient de diffusion relatif à l’espèce  $k$ . Les gradients de densités relatifs à chaque espèce  $k$  sont très importants car au niveau de la frontière matière/antimatière, l’on passe d’une zone “pleine” à une zone “vide”.

Dès qu’un nucléon pénètre dans la zone d’antimatière – et dans le cas inverse également ; dans la suite, sauf indication contraire, la symétrie matière-antimatière des phénomènes sera implicitement supposée – il s’annihile immédiatement du fait des larges sections efficaces d’annihilations par rapport aux sections efficaces de collisions élastiques. Ainsi, on considérera que l’annihilation est purement un terme de surface, et la zone de mélange entre matière et antimatière sera considérée d’épaisseur négligeable par rapport aux autres longueurs mises en jeu dans ce problème que sont la taille des domaines et la longueur de diffusion (voir plus loin).

## Coefficients de diffusion

Le calcul des coefficients de diffusion des différentes espèces présentes dans le plasma primordial date des premières études sur la diffusion dans le cadre des modèles de nucléosynthèse inhomogène [Applegate et al. 1987, Banerjee & Chitre 1991].

### Neutrons

Les neutrons interagissent peu avec le plasma dans lequel ils évoluent du fait de leur neutralité. Ils sont diffusés par les électrons et positrons et par les protons. Les neutrons interagissent avec les électrons à travers leur moment magnétique. La section efficace de transport est [Applegate et al. 1987] :

$$\sigma_{ne}^t = 3\pi \left( \frac{\alpha\kappa}{m_e} \right)^2 = 8 \times 10^{-31} \text{ cm}^2, \quad (4.15)$$

où  $\alpha = 1/137$  est la constante de structure fine et  $\kappa = -1.91$ , le moment magnétique anormal du neutron. Le coefficient de diffusion neutron-électron s’écrit alors [Applegate et al. 1987, Sihvola

2001b] :

$$D_{ne} = \frac{3}{8} \left( \frac{\pi T}{2m_e} \right)^{1/2} \frac{K_2(z)}{K_{2.5}(z)} \frac{1}{\sigma_{ne}^t n_e}, \quad (4.16)$$

où  $n_e$  est la densité électronique,  $K_i$  est la fonction de Bessel modifiée de deuxième espèce d'ordre  $i$  et  $z = m_e/T$ .

Les neutrons diffusent également sur les protons par collisions nucléaires. La section efficace de diffusion neutron-proton s'écrit [Preston & Bhaduri 1975]

$$\sigma_{np} = \pi(a_s^2 + 3a_t^2) \quad a_s = -23.710 \pm 0.03 \text{ fm}, \quad a_t = 5.432 \pm 0.005 \text{ fm} \quad (4.17)$$

Il vient  $\sigma_{np} = 20.4 \times 10^{-24} \text{ cm}^2$ . Le coefficient de diffusion s'exprime alors [Sihvola 2001b] :

$$D_{np} = \frac{3}{8} \left( \frac{\pi T}{m_p} \right)^{1/2} \frac{1}{\sigma_{np} n_p}, \quad (4.18)$$

### Protons et ions

Les processus dominants pour les diffusions des protons et des ions sont les diffusions coulombiennes sur les électrons et sur les autres ions. Les coefficients de diffusion sont décrits dans [Sihvola 2001b] :

$$D_{ie} = \frac{3}{4\pi} \frac{K_2(z)e^z}{z^2 + 2z + 2} \frac{m_e^2}{(Z\alpha)^2 \Lambda n_e}, \quad (4.19)$$

où  $Z$  est la charge de l'ion  $i$  et  $\Lambda$ , le logarithme Coulombien, pris égal à  $\Lambda = 5$  [Applegate et al. 1987] pour les applications numériques.

De même, le coefficient ion-ion est

$$D_{ij} = \frac{3}{4\pi} \left( \frac{\pi T}{2\mu_{ij}} \right) \frac{T^2}{(Z_i Z_j \alpha)^2 \Lambda n_j} \quad (4.20)$$

Le coefficient total d'une espèce est alors défini par  $D_i^{-1} = \sum_j D_{ij}^{-1}$ , si bien que le plus petit coefficient de diffusion domine.

Ces coefficients de diffusion sont représentés sur la figure (4.6). On remarque immédiatement que pour  $T \geq 80 \text{ keV}$  les neutrons sont beaucoup moins gênés par les diffusions que les protons. De ce fait, jusqu'à  $80 \text{ keV}$ , la diffusion est assurée par les neutrons. Du fait que les interactions faibles assurent l'équilibre entre protons et neutrons jusqu'à ces températures, il est nécessaire de prendre en compte le fait que les neutrons ont une durée de vie courte (environ 15 minutes) par rapport au temps de Hubble ( $t_H \sim 10^{11} \text{ s}/T_{\text{keV}}$ , où  $T_{\text{keV}}$  est la température exprimée en keV). Aussi, un nucléon ne diffuse efficacement que lorsqu'il est sous la forme d'un neutron.

### Longueur de diffusion

La longueur moyenne parcourue par un nucléon soumis à la diffusion en un temps  $t$  est  $\sqrt{6Dt}$  [Applegate et al. 1987], si le coefficient de diffusion est constant. Ce n'est pas le cas ici, car

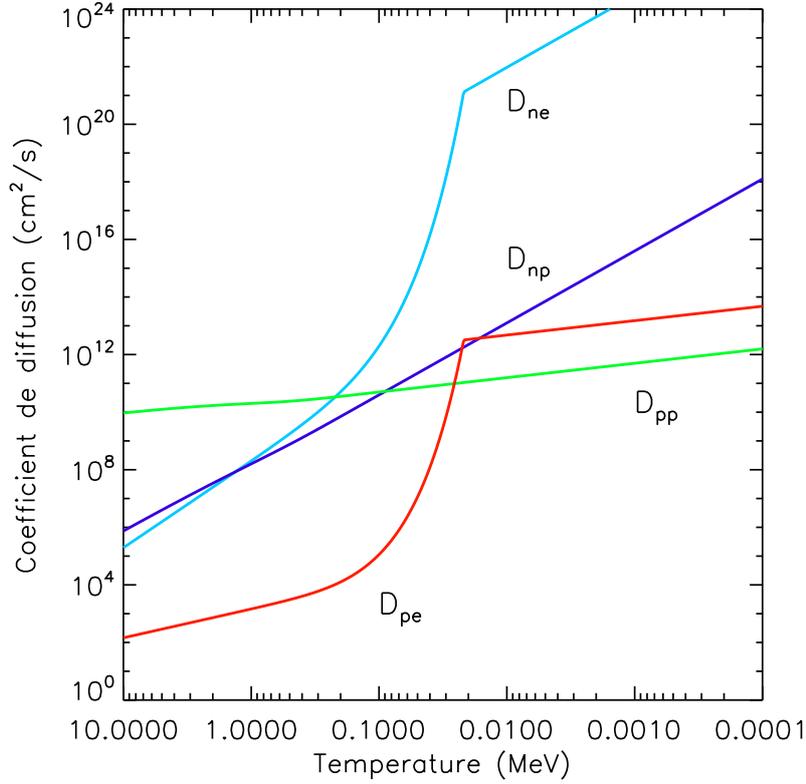


FIGURE 4.6 – Coefficient de diffusion des différentes espèces présentes dans le plasma primordial. Les coefficients de diffusion des neutrons n’ont de pertinence physique que pour une température supérieure à 80 keV, température de découplage des interactions faibles dans l’Univers de Dirac-Milne. La densité baryonique est  $\eta = 8 \times 10^{-9}$ .

les coefficients de diffusion dépendent de la température à travers les densités. Dans ce cas, la longueur de diffusion s’exprime [Applegate et al. 1987]

$$L_{\text{diff}} = \sqrt{6 \int D_0 u(t) dt}, \quad (4.21)$$

où l’on a écrit  $D = D_0 u(t)$ , avec  $D_0$  constant et  $u(t)$  une fonction qui prend en compte les variations du coefficient de diffusion. Toutefois, les coefficients de diffusion étant des fonctions décroissantes de la température – ou de manière équivalente des fonctions croissantes du temps – on peut estimer l’expression (4.21) en réalisant l’intégration sur le dernier temps de Hubble. Ainsi, la longueur de diffusion d’une espèce  $i$  à une température  $T$  s’écrira

$$L_{\text{diff}}(T) = \sqrt{6D(T)t_H(T)}, \quad (4.22)$$

où  $t_H(T)$  est le temps de Hubble à la température  $T$ , c’est à dire l’âge de l’Univers à cette température.

Cette longueur de diffusion correspond à la distance moyenne que parcourt une particule soumise à la diffusion pendant un temps de Hubble. On considère ainsi qu’environ la moitié des

nucléons qui se situent à une distance inférieure à la longueur de diffusion de la zone de contact entre matière et antimatière viendront s'annihiler durant le prochain temps de Hubble. Cette longueur de diffusion est donc la grandeur fondamentale dans le problème qui nous intéresse.

Le calcul de cette longueur pour des températures supérieures à 80 keV nécessite de prendre en compte l'évolution du rapport neutron sur proton. Ainsi on pondère les longueurs de diffusion des neutrons et des protons par leurs abondances relatives :

$$L_{\text{diff}} = \frac{e^{-Q/T}L_n + L_p}{1 + e^{-Q/T}}, \quad (4.23)$$

où  $L_n$  et  $L_p$  sont les longueurs de diffusion des neutrons et des protons respectivement, définies par (4.22).

À haute température, les protons se comportent comme des particules libres dans le plasma primordial, car la densité élevée de paires  $e^+e^-$  assure un écrantage quasiment parfait des charges libres. La situation change avec la baisse de la température et la disparition des paires thermiques. Lorsque la longueur de Debye devient plus grande que l'espacement moyen entre les ions, le champ électrique créé par le déplacement d'un ion va forcer la mise en mouvement d'un électron afin de rétablir la neutralité du système. Les électrons sont ainsi entraînés en même temps que les ions. Ces électrons vont quant à eux être freinés par le fond de photons et subir une force (freinage Thomson) [Peebles 1993] :

$$\mathbf{F} = -\frac{4}{3}\sigma_T\rho_\gamma\mathbf{v}_e, \quad (4.24)$$

où  $\rho_\gamma$  est la densité d'énergie des photons,  $\sigma_T$  la section efficace Thomson et  $\mathbf{v}_e$  la vitesse de l'électron dans le référentiel du photon. L'effet global de ce freinage est de modifier le coefficient de diffusion des protons qui devient de ce fait égal au double du coefficient de diffusion des électrons sur les photons [Jedamzik & Rehm 2001] :

$$D_p^{\text{eff}} = 2D_e = \frac{3T}{2\sigma_T\rho_\gamma}. \quad (4.25)$$

La longueur de Debye s'exprime par

$$\lambda_D = \left(\frac{T}{4\pi\alpha^2 n_e}\right)^{1/2}, \quad (4.26)$$

et l'espacement moyen entre les ions est donné par  $n_B^{-1/3}$ . L'égalité entre ces deux longueurs se produit à une température  $T \sim 50$  keV. À partir de cette température, la diffusion est donc limitée par le freinage des électrons par les photons.

La longueur de diffusion peut maintenant être calculée pour toute température. La figure (4.7) représente cette longueur en fonction de la température à partir de 40 MeV, ainsi que la distance de Hubble, simplement définie par  $d_H(t) = ct$ , où  $t$  est l'âge de l'univers à la température considérée. Cette figure illustre les contraintes initiales posées sur la taille de l'émulsion. Le mécanisme qui permet une séparation entre matière et antimatière doit être tel que la taille comobile à 1 keV de l'émulsion soit plus grande que la longueur de diffusion, car dans le cas contraire, matière et antimatière s'annihileraient presque totalement en un temps de Hubble. Ainsi, à une température de 40 MeV, lorsque l'on commence à voir apparaître l'émulsion après

disparition des paires thermiques nucléons-antinuéons (voir section 2.4.2), le mécanisme de séparation doit avoir fait croître l'émulsion, ou avoir généré des domaines, jusqu'à une taille au moins égale à la longueur de diffusion à cette température, soit environ  $10^5$  cm (ou  $4 \times 10^9$  cm en grandeur comobile à 1keV). Notons que cette estimation est une borne inférieure qu'il faudrait augmenter afin d'avoir une densité baryonique qui ne varie presque pas par rapport à la valeur déduite par les contraintes de nucléosynthèse de l'hélium-4.

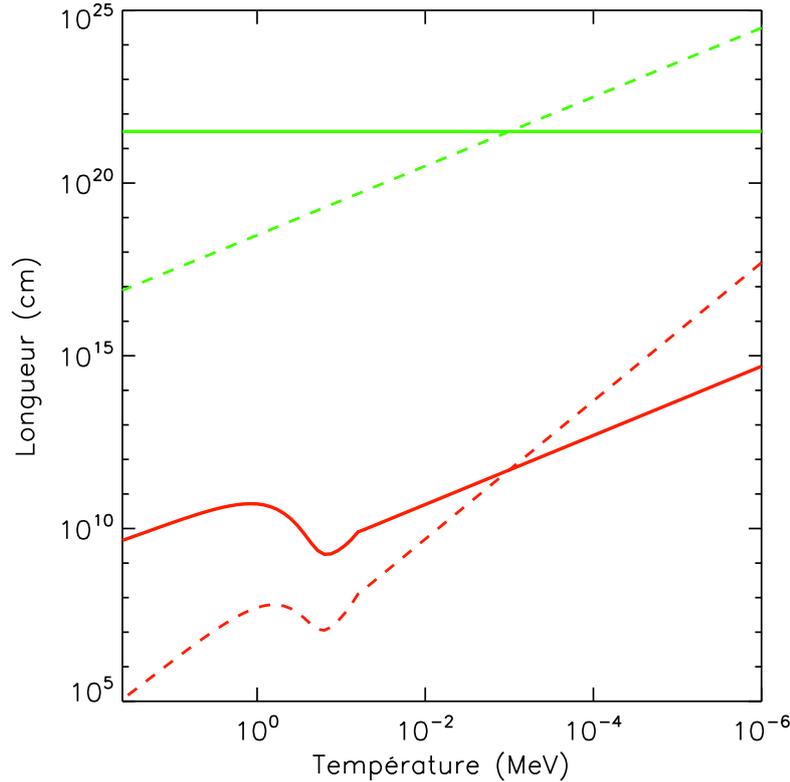


FIGURE 4.7 – Longueur de diffusion (en rouge) et distance de Hubble (en vert), pour l'univers de Dirac-Milne. Les courbes les longueurs comobiles à 1 keV, tandis que les courbes pointillées représentent les longueurs physiques.

La bosse, et la chute brutale dans la longueur de diffusion à haute température – vers 100 keV – correspondent à la disparition thermique des neutrons. Pour des températures inférieures à 50 keV, l'expression de la longueur de diffusion est simple et s'écrit :

$$L_{\text{diff}}(T) = 7 \times 10^{11} \left( \frac{1 \text{ keV}}{T} \right)^2 \text{ cm.} \quad (4.27)$$

### Taux d'annihilation et quantité de matière annihilée

Dans le cadre de cette approche diffusive, on peut facilement exprimer le taux d'annihilation, c'est à dire, la quantité d'annihilation par unité de temps et de surface. En considérant que l'an-

nihilation est immédiate dès qu'un nucléon arrive dans la zone de contact matière/antimatière, ce taux s'exprime simplement comme la quantité de matière transportée par diffusion pendant un temps de Hubble et ramenée ensuite par unité de temps. Ainsi la quantité de matière par unité de surface apportée vers la zone d'annihilation sur un temps de Hubble est de l'ordre de :

$$N_{\text{ann}} = n_b^\infty L_{\text{diff}}, \quad (4.28)$$

où  $n_b^\infty$  est la densité de baryons loin de la zone de contact, c'est à dire à une distance plus grande que quelques longueurs de diffusion. En pratique, cette densité est naturellement la densité baryonique  $n_b$ . Le taux d'annihilation  $\Psi$  qui correspond à la quantité annihilée par unité de temps et de surface est alors cette quantité de matière divisée par le temps de Hubble :

$$\Psi = \frac{n_b L_{\text{diff}}}{t_H}. \quad (4.29)$$

Comme cela a été dit plus haut, une manière commode de définir la taille caractéristique d'une émulsion est de considérer le rapport de la surface d'interface sur le volume. Plaçons nous à un certain redshift  $z$  et considérons alors un grand volume arbitraire  $V(z)$  d'univers qui contient une quantité de surface  $S(z)$  entre matière et antimatière. La taille caractéristique est donnée par le rapport des deux grandeurs. De la même manière que l'on a défini la taille comobile de l'émulsion à 1 keV (éq. (4.13)), on définit la surface comobile  $S_{1\text{keV}}$ , et le volume comobile  $V_{1\text{keV}}$  comme

$$S(z) = S_{1\text{keV}} \left( \frac{1 \text{ keV}}{T_0(1+z)} \right)^2, \quad V(z) = V_{1\text{keV}} \left( \frac{1 \text{ keV}}{T_0(1+z)} \right)^3. \quad (4.30)$$

De la même manière que l'on a  $L = V/S$ , on a  $L_{1\text{keV}} = V_{1\text{keV}}/S_{1\text{keV}}$ . La quantité de matière annihilée par seconde s'écrit alors :

$$dN = \Psi S = \Psi \frac{V}{L} = \frac{n_B V}{t_H} \frac{L_{\text{diff}}}{L} \quad (4.31)$$

On peut également déterminer la perte relative de matière par unité de temps,  $dn$ , en divisant par la quantité de matière contenue dans le volume  $V$  :

$$dn = \frac{1}{t_H} \frac{L_{\text{diff}}}{L} = \frac{1}{t_H} \frac{L_{\text{diff}}}{L_{1\text{keV}}} \left( \frac{T}{1 \text{ keV}} \right). \quad (4.32)$$

La partie gauche de la figure (4.8) représente la perte de matière relative par seconde pour trois valeurs<sup>5</sup> de la taille comobile à 1 keV des domaines. Dans la partie droite, toujours pour les trois mêmes valeurs de taille des domaines, sont représentées en rouge les pertes relatives de matière par temps de Hubble. Les courbes vertes représentent, quant à elles, la perte relative intégrée depuis l'émergence supposée des domaines vers 40 MeV. On notera que les courbes rouges sont simplement le produit des courbes bleues par le temps de Hubble à la température considérée. On notera également qu'une fois dans le régime de diffusion limité par le freinage Thomson, la perte de matière par seconde est constante pour des températures inférieures à  $\sim 50$  keV. Les courbes de la partie droite de la figure sont calculées dans le cas où la taille comobile des domaines reste constante c'est à dire que l'émulsion n'évolue pas autrement que par expansion.

5. Le pourquoi de ces valeurs sera expliqué dans la suite

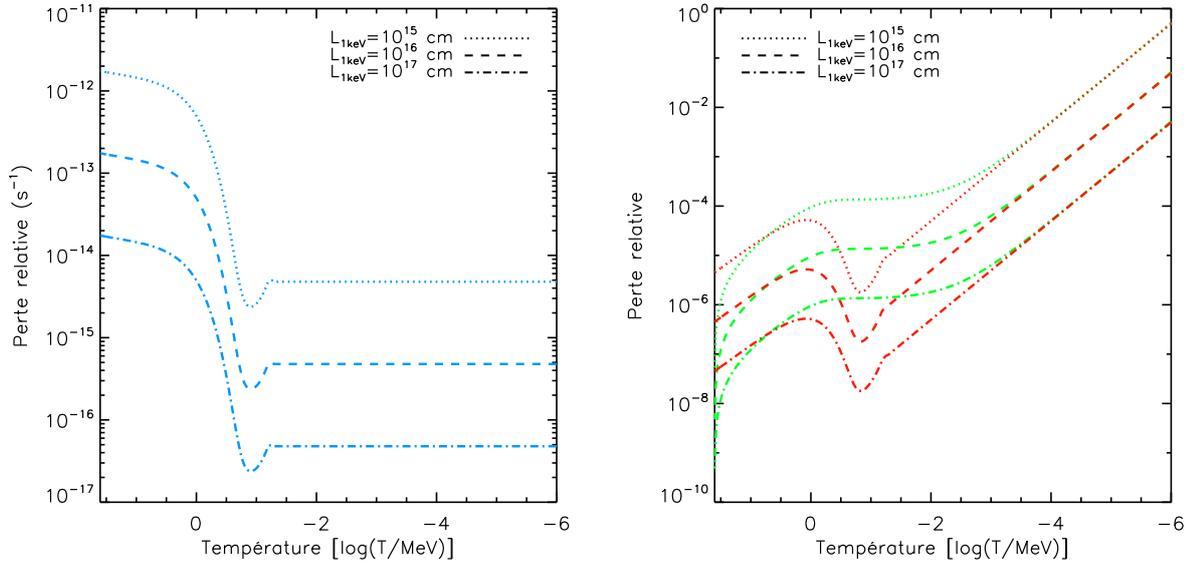
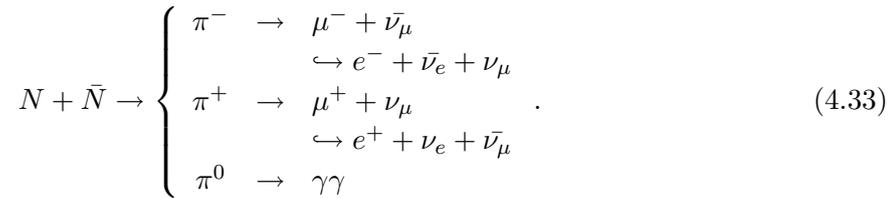


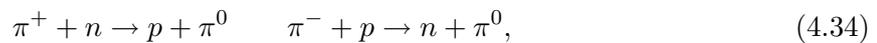
FIGURE 4.8 – **Gauche** : Perte relative de matière par seconde pour trois tailles plausibles de l'émulsion **Droite** : Perte relative de matière intégrée depuis une température de 40 MeV (courbes vertes) et perte relative pendant un temps de Hubble en fonction de la température (courbes rouges). Ces courbes supposent une évolution de l'émulsion simplement due à l'expansion.

#### 4.2.2 Annihilation

L'ingrédient essentiel de la production de deutérium dans le cadre de l'univers de Dirac-Milne est l'annihilation qui se passe à la frontière des domaines. Deux processus sont d'intérêt pour cette étude : l'annihilation nucléons-antinuécléon et l'annihilation antinucléon-noyaux. L'annihilation nucléon-nucléon produit des pions, neutres et chargés, qui se désintègrent à leur tour en muons puis électrons pour les pions chargés et en photons pour les pions neutres :



Les pions neutres se désintègrent très rapidement ( $\tau = 8.4 \times 10^{-17}$  s), ils ne peuvent réagir avec aucune des espèces présentes sauf à l'intérieur d'un noyau d'hélium dans le cas d'une nucléodisruption. Les pions chargés se désintègrent avec une durée de vie  $\tau = 2.6 \times 10^{-8}$  s, mais peuvent aussi se transformer en pions neutres par échange de charge



ou par interactions faibles



Ces processus sont négligeables par rapport aux désintégrations pour les températures inférieures à quelques MeV [Rehm & Jedamzik 2001].

L'énergie libérée lors de l'annihilation de deux nucléons – typiquement 2 GeV – est transmise pour moitié aux neutrinos. Les photons emportent un tiers de l'énergie libérée et les électrons le reste soit un sixième. En moyenne, 5 pions sont produits lors d'une annihilation entre un nucléon et un antinucléon. [Sihvola 2001a] a déterminé les spectres des électrons et des photons d'annihilation. Les photons ont une énergie moyenne de 165 MeV et les électrons une énergie moyenne de 91 MeV.

L'annihilation d'un antiproton sur un nucléon d'un noyau d'hélium-4 va faire éclater ce noyau et conduire à la production d'éléments plus légers. Les seules données dont on dispose proviennent de [Balestra et al. 1988] et permettent de déduire les probabilités de production répertoriées dans le tableau (4.2)

$P_p$	$P_D$	$P_{3\text{He}}$	$P_{3\text{H}}$
0.28	0.13	0.21	0.43

TABLE 4.2 – Probabilité de production de noyaux légers lors d'une annihilation  $\bar{p}^4\text{He}$ . Les rapports de branchement sont tirés de [Balestra et al. 1988].

### Sections efficaces d'annihilation

Les seules données expérimentales dont on dispose concernant les réactions d'annihilation  $\bar{p}A$  viennent des expériences menées sur la machine LEAR (*Low Energy Antiproton Ring*) au CERN dans les années 1980. Des mesures ont été effectuées pour des impulsions incidentes entre 200 et 600 MeV/c [Balestra et al. 1985], et ont montré un comportement de la section efficace d'annihilation  $\sigma_{\text{ann}}$  comme  $\sigma_0 A^i$  avec  $i \sim 2/3$ . Cela suggère une image géométrique de la section efficace d'annihilation qui augmente avec la masse du noyau cible. Toutefois, des mesures à basse énergie, qui nous intéressent ici, indiquent un comportement différent et surprenant, où les sections efficace d'annihilation  $\sigma_{\text{ann}}(\bar{p}D)$  et  $\sigma_{\text{ann}}(\bar{p}^4\text{He})$  sont plus faibles que  $\sigma_{\text{ann}}(\bar{p}p)$ . Une étude théorique [Carbonell & Protasov 1993, Carbonell et al. 1997, Protasov et al. 2000] basée sur l'approximation de la longueur de diffusion explique ces valeurs (voir fig. (4.9)).

La section efficace théorique pour la réaction  $\bar{p}A$ , où  $A$  représente un noyau de masse  $A$  et de charge  $Z$  est :

$$\sigma_{\text{ann}} = \frac{8\pi^2}{1 - e^{2\pi\eta}} \frac{1}{q^2} \frac{\text{Im}(-a_{\text{sc}}/B)}{|1 + \mathbf{i}qw(\eta)a_{\text{sc}}|^2}, \quad (4.36)$$

avec  $\eta = -1/qB$ , le paramètre coulombien sans dimension,  $q = \mu v$ ,  $\mu$  étant la masse réduite du système et  $v$  la vitesse relative des particules qui s'annihilent,  $B = 1/Z\mu\alpha$ , le rayon de Bohr du système,  $a_{\text{sc}}$  la longueur de diffusion Coulombienne et  $w$ , une fonction auxiliaire telle que  $qBw(\eta) \rightarrow 2\pi$  quand  $q \rightarrow 0$ . À basse énergie, cette section efficace se réécrit alors :

$$\sigma_{\text{ann}} = \frac{8\pi^2 Z\alpha}{\mu v^2} \frac{\text{Im}(-a_{\text{sc}})}{|1 + \mathbf{i}2\pi a_{\text{sc}} Z\alpha\mu|^2}. \quad (4.37)$$

Les données d'OBELIX [Zenoni 1999a;b] fournissent les longueurs de diffusion coulombiennes :  $\Im(a_{\text{sc}}) = -0.69$  fm pour la réaction  $\bar{p}p$  et  $\Im(a_{\text{sc}}) = -0.36$  fm pour la réaction  $\bar{p}^4\text{He}$ .

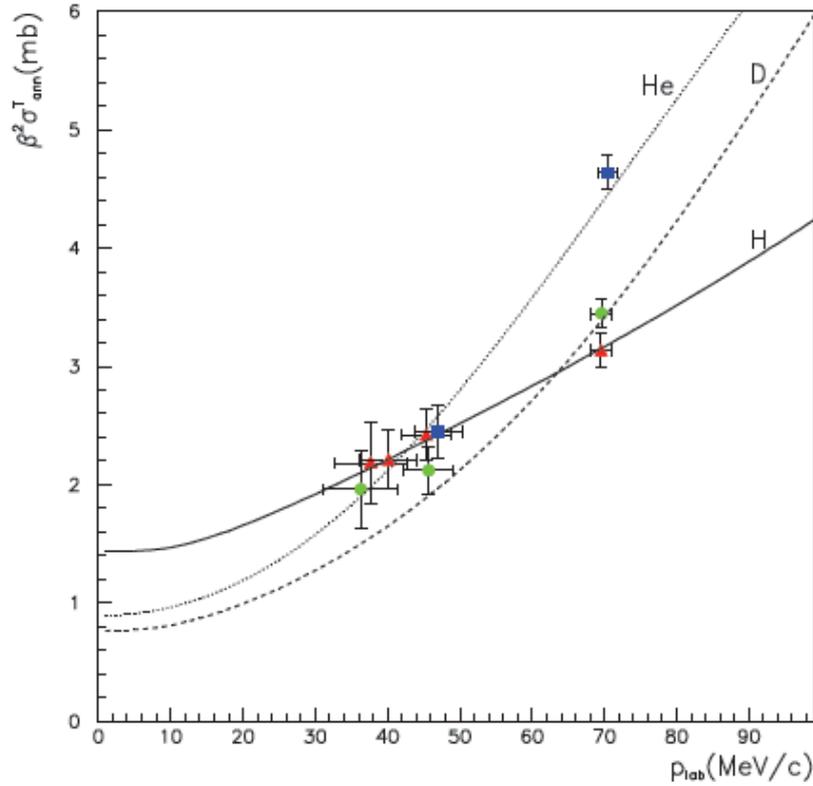


FIGURE 4.9 – Sections efficaces d’annihilation mesurée par l’expérience OBELIX au CERN à basse énergie [Zenoni 1999a] :  $\bar{p}p$  (triangles rouges),  $\bar{p}D$  (ronds verts) et  $\bar{p}^4\text{He}$  (rectangles bleus). Les courbes sont les prédictions théoriques effectuées dans le cadre de l’approximation de la longueur de diffusion [Protasov et al. 2000]. La figure est tirée de [Duperray 2004]

Les sections efficaces s’expriment alors :

$$\sigma_{\bar{p}p} = 2.25 \times 10^2 \left( \frac{1 \text{ MeV}}{T} \right) \text{ mb} \quad (4.38)$$

et

$$\sigma_{\bar{p}^4\text{He}} = 1.96 \times 10^2 \left( \frac{1 \text{ MeV}}{T} \right) \text{ mb.} \quad (4.39)$$

### 4.2.3 Thermalisation des produits d’annihilation

Les éléments légers qui sont produits par nucléodisruption des noyaux d’hélium-4 ont une énergie cinétique de l’ordre du MeV pour les noyaux, jusqu’à des dizaines de MeV pour les nucléons [Balestra et al. 1988]. Ces noyaux nouvellement créés vont se thermaliser par collisions coulombiennes sur les électrons et les ions du plasma. Il est nécessaire de calculer précisément la longueur parcourue par les fragments énergétiques durant cette thermalisation car s’ils sont thermalisés sur une distance inférieure à la longueur de diffusion, ils seront re-transportés par diffusion vers la zone de contact pour y être détruits. Ils ne contribueront donc pas au bilan final.

La perte d'énergie par unité de distance s'écrit [Kurki-Suonio & Sihvola 2000] :

$$\frac{dE}{dr} = 4\pi n(Zz\alpha)^2 \Lambda \left(1 + \frac{m}{M}\right) \frac{M}{m} \frac{1}{E} \left[ \sqrt{\frac{mE}{\pi MT}} \exp\left(-\frac{mE}{MT}\right) - \frac{1}{2} \operatorname{erf}\left(\sqrt{\frac{mE}{MT}}\right) \right], \quad (4.40)$$

où  $M, Z$  et  $E$  sont les masse, charge et énergie de la particule énergétique,  $T$  la température du plasma et  $m, z$  et  $n$  les masse, charge et densité des particules dans le plasma. Cette équation a deux cas limites, suivant que la vitesse des ions rapides est plus grande ( $mE/MT \gg 1$ ) ou plus faible ( $mE/MT \ll 1$ ) que la vitesse thermique des particules du plasma. Dans le premier cas, l'équation (4.40) se simplifie en

$$\frac{dE}{dr} = -2\pi n(Zz\alpha)^2 \Lambda \left(1 + \frac{m}{M}\right) \frac{M}{m} \frac{1}{E}, \quad (4.41)$$

tandis que dans le second cas

$$\frac{dE}{dr} = -\frac{8\sqrt{\pi}}{3} n(Zz\alpha)^2 \Lambda \left(1 + \frac{m}{M}\right) \frac{1}{T} \sqrt{\frac{mE}{MT}}. \quad (4.42)$$

La longueur de thermalisation s'exprime alors [Rehm & Jedamzik 2001] :

$$L_{\text{therm}} = \int_{E_0}^{E_{\text{th}}} \frac{dr}{dE} dE \quad (4.43)$$

De même, on peut exprimer le temps mis par une particule chargée énergétique pour se thermaliser.

$$t_{\text{therm}} = \int_{E_0}^{E_{\text{th}}} \frac{1}{v} \frac{dr}{dE} dE \quad (4.44)$$

Les figures (4.10) représentent les longueurs (gauche) et temps de thermalisation (droite) pour le deutérium, l'hélium-3 et le tritium.

Les neutrons, étant neutres, ne sont pas soumis aux collisions coulombiennes et sont uniquement ralentis par collisions nucléaires sur les protons, majoritaires. Le calcul de la longueur de thermalisation ne peut pas se faire de la même manière que pour les particules chargées car les collisions nucléaires auxquelles sont soumis les neutrons peuvent changer considérablement la direction de ceux-ci. On peut toutefois estimer que les neutrons perdent une fraction importante – de l'ordre de l'unité – de leur énergie dans une collision et considérer ainsi le libre parcours moyen des neutrons relatif à la diffusion.

La section efficace de diffusion élastique est donnée dans les tables ENDF [Chadwick et al. 2006] qui compilent un grand nombre de sections efficaces de réactions faisant intervenir des neutrons. La section efficace de diffusion élastique de diffusion neutron-proton peut être approximée par la formule suivante (voir figure (4.11)) :

$$\sigma_{np} = \begin{cases} 1 \text{ b} \left(\frac{10 \text{ MeV}}{E}\right)^{0.55} & E \geq 10 \text{ keV} \\ 19 \text{ b} \left(\frac{10 \text{ keV}}{E}\right)^{0.01} & E \leq 10 \text{ keV} \end{cases}. \quad (4.45)$$

Le libre parcours moyen des neutrons s'écrit  $l_{\text{pm}}^n = (\sigma_{np} n_p)^{-1}$  et son expression est :

$$l_{\text{pm}}^n = 3.9 \times 10^9 \text{ cm} \left(\frac{E_0}{10 \text{ MeV}}\right)^{0.55} \left(\frac{1 \text{ keV}}{T}\right)^3 \left(\frac{8 \times 10^{-9}}{\eta}\right). \quad (4.46)$$

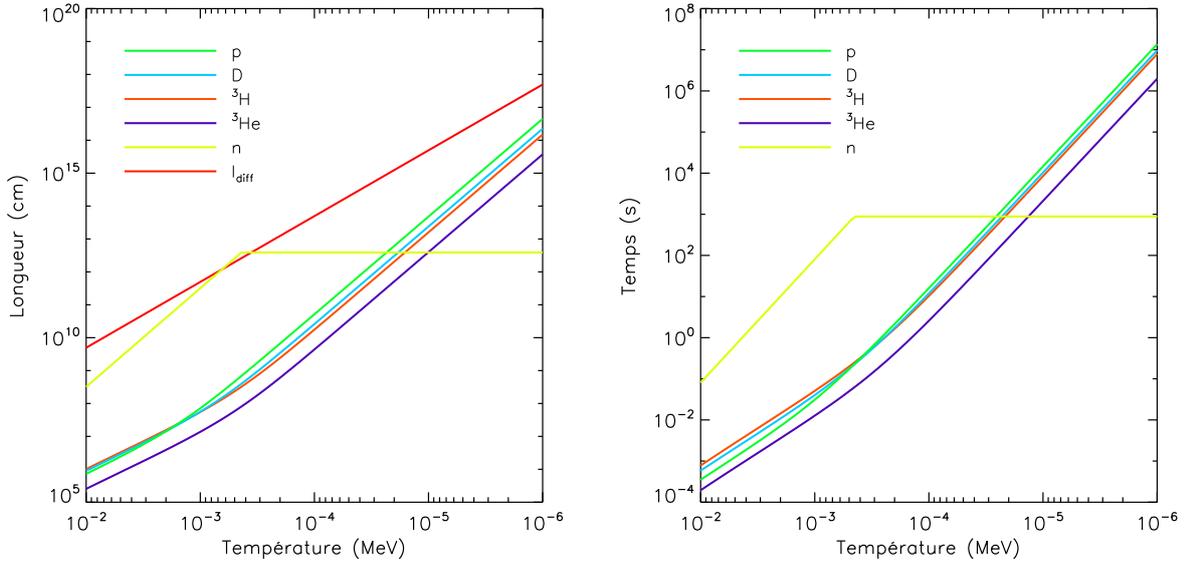


FIGURE 4.10 – **Gauche** : Longueurs de thermalisation des différentes particules produites par nucléodisruption d'un noyau d'hélium-4. La courbe jaune représente la distance maximale de thermalisation des neutrons, qui prend une valeur constante du fait de sa durée de vie finie. **Droite** : Temps de thermalisation. De la même manière, ce temps est borné pour les neutrons par leur durée de vie. Ces courbes sont tracées pour une énergie cinétique initiale  $E_0 = 10$  MeV.

La distance que peut parcourir un neutron avant désintégration pose une borne maximale sur la distance de thermalisation des neutrons : si la densité baryonique décroît suffisamment, le libre parcours moyen des neutrons peut devenir plus grand que cette distance limite. En considérant que les neutrons produits par une annihilation ont une énergie cinétique  $E_0$  de l'ordre de la dizaine de MeV [Balestra et al. 1988], la distance maximale que les neutrons peuvent parcourir avant désintégration s'écrit :

$$\begin{aligned}
 l_{\max}^n &= \sqrt{\frac{2E_0}{m_n}} \tau_n \\
 &= 3.9 \times 10^{12} \text{ cm} \left( \frac{E_0}{10 \text{ MeV}} \right)^{1/2}.
 \end{aligned} \tag{4.47}$$

Si la distance de thermalisation n'est pas calculable simplement, on peut par contre facilement donner une bonne estimation du temps de thermalisation et de la distance maximale de thermalisation que pourrait parcourir un neutron s'il était simplement freiné par les collisions nucléaire mais sans jamais être défléchi par les collisions nucléaires. Cette distance, notée  $L_{\text{therm,max}}^n$ , est bien sûr majorée par  $l_{\max}^n$ . D'après [Rehm & Jedamzik 2001], la perte d'énergie par unité de longueur s'écrit pour les neutrons comme

$$\frac{dE}{dr} = -\ln f E \sigma_{np} n_p, \tag{4.48}$$

où  $f$  est la perte d'énergie fractionnaire dans chaque collision, estimée à 80%. Le temps de

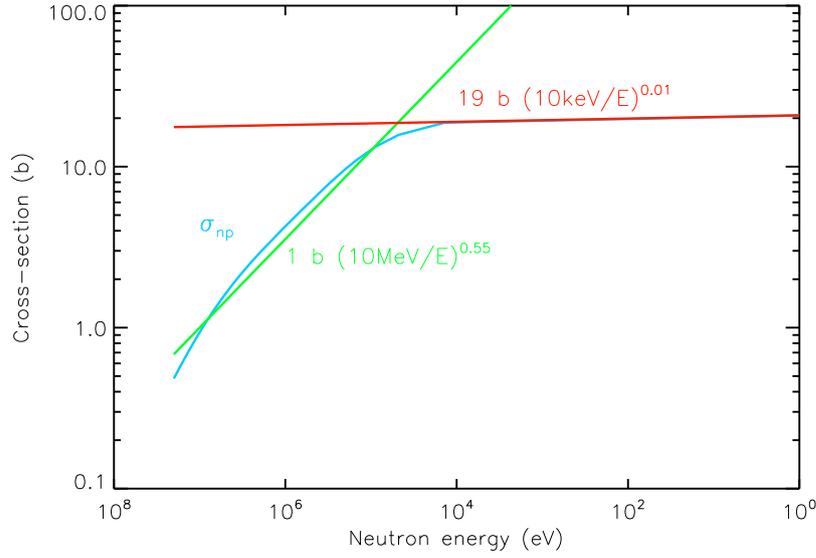


FIGURE 4.11 – Section efficace totale  $\sigma_{np}$ . En bleu, les données de ENDF. En vert et rouge les approximations par loi de puissance.

thermalisation s'écrit

$$\begin{aligned} \tau_{\text{therm}}^n &= \int_{E_0}^{E_{\text{th}}} \frac{1}{v} \frac{dr}{dE} dE \\ &= 80.8 \text{ s} \left( \frac{E_0}{10 \text{ MeV}} \right)^{0.05} \left( \frac{1 \text{ keV}}{T} \right)^3 \left( \frac{8 \times 10^{-9}}{\eta} \right). \end{aligned} \quad (4.49)$$

La dépendance en énergie étant très faible, on peut déterminer la température  $T_{\text{therm}}^n$  à partir de laquelle les neutrons se désintègrent avant d'avoir réussi à se thermaliser entièrement. Il vient

$$T_{\text{therm}}^n = 0.45 \text{ keV} \left( \frac{8 \times 10^{-9}}{\eta} \right)^{1/3}. \quad (4.50)$$

La distance maximale de thermalisation des neutrons s'écrit, après calculs :

$$L_{\text{therm}_{\text{max}}}^n = 3.2 \times 10^{11} \text{ cm} \left( \frac{E_0}{10 \text{ MeV}} \right)^{0.55} \left( \frac{1 \text{ keV}}{T} \right)^3 \left( \frac{8 \times 10^{-9}}{\eta} \right). \quad (4.51)$$

#### 4.2.4 Production par capture radiative

La production de deutérium par capture d'un neutron par un proton a ceci de plaisant qu'elle ne produit que du deutérium et aucun élément plus lourd, notamment du tritium ou de l'hélium-3. Ce mécanisme de production se révèle toutefois inefficace, les neutrons se thermalisant dans la zone de diffusion ou se désintégrant avant même de pouvoir se combiner avec un proton. En réalité, on peut même conclure à l'inefficacité de tous les processus qui reposent sur les neutrons produits par les annihilations.

Pour pouvoir produire du deutérium qui contribuerait au bilan final, les neutrons doivent être sortis de la zone qui sera annihilée dans le prochain temps de Hubble, définie par la longueur de diffusion. Or nous venons de voir que la distance maximale de thermalisation des neutrons était toujours inférieure à la longueur de diffusion si bien que les neutrons sont systématiquement thermalisés dans la zone qui sera annihilée par la suite. Aucun neutron n'est ainsi capable de sortir de cette zone. C'est un point différent des études précédentes qui considéraient une évolution standard du facteur d'expansion et dans lesquelles la longueur de diffusion est plus faible que dans le modèle de Dirac-Milne du fait d'un temps de Hubble plus faible à température égale.

Les neutrons restent donc dans la zone de déplétion, mais peuvent néanmoins fabriquer du deutérium par capture radiative avec un proton :  $p+n \rightarrow D+\gamma$ . En réalité, là aussi, le mécanisme est contraint du fait de la courte durée de vie du neutron et de la baisse de la densité nucléaire du fait de l'expansion. On peut ainsi comparer le temps moyen de capture à la durée de vie du neutron.

La section efficace de capture, est donnée dans [Chen & Savage 1999] :

$$\langle \sigma_{np} v \rangle \approx 4.5 \times 10^{-20} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}. \quad (4.52)$$

On a alors :

$$t_{np} = 8.8 \times 10^4 \text{ s} \left( \frac{1 \text{ keV}}{T} \right)^3 \left( \frac{8 \times 10^{-9}}{\eta} \right), \quad (4.53)$$

La température critique  $T_c$  en dessous de laquelle un neutron se désintègre avant d'avoir eu plus de 50% de chance fusionner avec un proton est :

$$T_c = 4.6 \text{ keV}. \quad (4.54)$$

#### 4.2.5 Production par photodésintégration

Les photons produits par les désintégrations des pions neutres résultant des annihilations entre protons et antiprotons peuvent photodésintégrer les noyaux d'hélium-4. Le mécanisme a été largement étudié et se trouve être bien plus général que la simple production de photons par annihilation entre matière et antimatière. En effet, de nombreux scénarios peuvent générer des photons non thermiques de haute énergie susceptibles de photodésintégrer des noyaux d'hélium-4 : désintégrations de particules reliques [Ellis et al. 1992, Protheroe et al. 1995], défauts topologiques [Sigl et al. 1995], ... Ces scénarios sont alors fortement contraints par les modifications des abondances primordiales qui résultent de ces photodésintégrations [Kawasaki & Moroi 1995].

La photodésintégration est ainsi une source importante de deutérium, d'hélium-3 et de tritium. L'on sait toutefois que ce mode de production produit environ dix fois plus d'hélium-3 et de tritium que de deutérium [Protheroe et al. 1995, Sigl et al. 1995], du fait des sections efficaces de photodésintégration qui sont jusqu'à un facteur 10 fois plus grandes pour la production d'éléments de masse 3 que pour le deutérium [Cyburt et al. 2003, Kusakabe et al. 2009] (voir fig. (4.14)).

### Spectre des photons

Les réactions de photodésintégration ont un seuil d'environ 20 MeV, si bien que seuls des photons suffisamment énergétiques peuvent contribuer efficacement à la production d'éléments légers. La distribution en énergie des pions neutres produits par une annihilation  $p\bar{p}$  peuvent être décrits par un spectre exponentiel [von Egidy 1987] :

$$\frac{dn_{\pi^0}}{dE} = \frac{1}{E_0} e^{-(E-m_{\pi^0})/E_0}, \quad E > m_{\pi^0}, \quad (4.55)$$

où  $E_0 \approx 194$  MeV. Le spectre des photons provenant de la désintégration de ces pions neutres s'écrit alors [Sihvola 2001a] :

$$\left. \frac{dn_\gamma}{dE} \right|_{\text{ann}} = \frac{1}{E_0} \int_{E+m_{\pi^0}^2/4E}^{\infty} e^{-(E_\pi-m_{\pi^0})/E_0} (E_\pi^2 - m_{\pi^0}^2)^{-1/2} dE_\pi, \quad (4.56)$$

Ces photons ont une énergie moyenne  $\langle E_\gamma \rangle \approx 165$  MeV.

Suivant l'époque où ces photons sont générés, ils vont principalement interagir avec les photons thermiques du CMB et créer des paires  $e^+e^-$  qui, à leur tour, vont interagir avec les photons du CMB et initier ainsi des cascades électromagnétiques [Ellis et al. 1992, Protheroe et al. 1995]. Ces cascades s'arrêtent lorsque l'énergie des photons descend en dessous de l'énergie seuil de production de paires  $E_{\text{paires}} = m_e^2/E_\gamma$ , où  $E_\gamma$  est l'énergie d'un photon thermique. Du fait du grand nombre de photons thermiques, l'énergie seuil de création de paires est  $E_{\text{max}} = m_e^2/(22T)$  [Ellis et al. 1992]. L'autre processus dominant pour les photons dont l'énergie inférieure au seuil de création de paires est la diffusion élastique photon-photon jusqu'à une énergie  $E_c = m_e^2/(80T)$  [Svensson & Zdziarski 1990]. La forme de ces cascades est très générale et ne dépend que très peu du mécanisme d'injection d'énergie électromagnétique dans le milieu. Le spectre de photons de cascade peut-être alors paramétrisé de façon raisonnable par [Ellis et al. 1992, Kurki-Suonio & Sihvola 2000] :

$$\left. \frac{dn_\gamma}{dE} \right|_{\text{cas}} = \begin{cases} A(E/E_c)^{-1.5}, & E < E_c \\ A(E/E_c)^{-5}, & E_c < E < E_{\text{max}} \\ 0, & E > E_{\text{max}} \end{cases} . \quad (4.57)$$

La constante  $A$  de normalisation s'écrit

$$A = \frac{3E_0 E_c^{-2}}{7 - \left(\frac{E_c}{E_{\text{max}}}\right)^3}, \quad (4.58)$$

où  $E_0$  est l'énergie totale injectée sous forme électromagnétique.

Cette expression pour le spectre des photons est correcte tant que la température est assez élevée et donc l'énergie seuil  $E_{\text{max}}$  assez faible pour que la majorité des photons issus de l'annihilation se situe bien au-dessus de  $E_{\text{max}}$  et conduisent effectivement à l'établissement du spectre de cascade décrit par l'équation (4.57). Lorsque l'énergie seuil devient du même ordre de grandeur que l'énergie moyenne des photons produits par les pions neutres (environ 165 MeV), soit vers une température  $T \sim 100$  eV, la partie du spectre des photons inférieure à l'énergie seuil garde sa forme initiale (éq. (4.56)) tandis que les photons de la partie haute, d'énergie supérieure à  $E_{\text{max}}$  sont redistribués selon l'équation (4.57). La partie du spectre inférieure à l'énergie seuil sera donc la somme du spectre initial de désintégration et du spectre de cascade initié par les

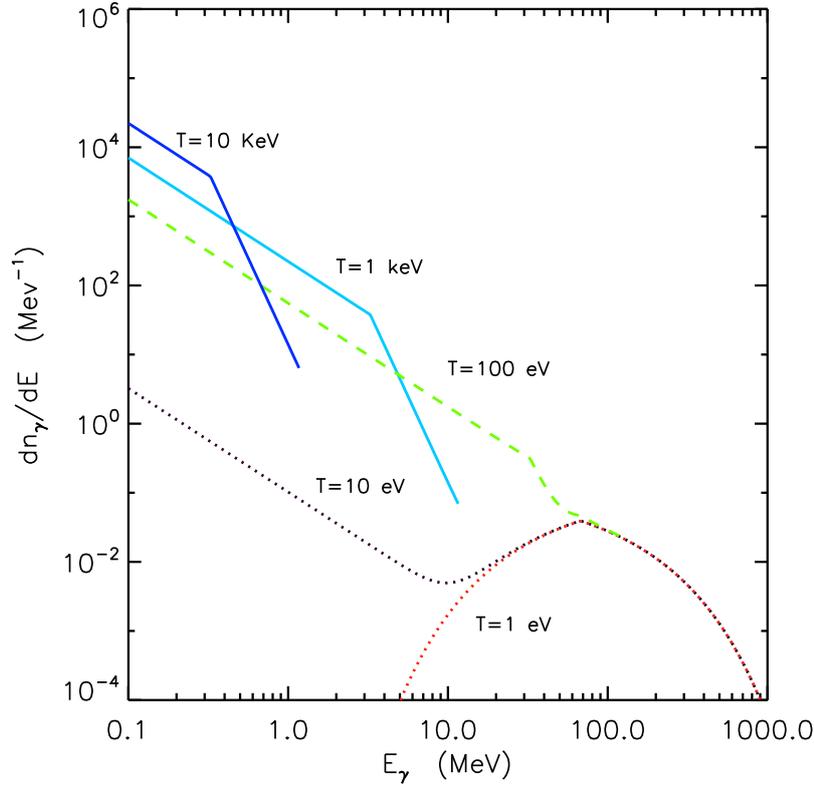


FIGURE 4.12 – Spectres des photons résultant des annihilations  $p\bar{p}$  à différentes températures. Les courbes bleues représentent les spectres de cascades à une température de 1 keV et 10 keV. Pour une température de 1 eV, l'énergie seuil est largement supérieure à l'énergie des photons d'annihilation et le spectre des photons garde sa forme initiale. Pour des énergies intermédiaires, la partie du spectre supérieure à l'énergie seuil est redistribuée selon le spectre de cascade.

photons d'énergie supérieure à l'énergie seuil. Ainsi, à basse température, le spectre des photons restera identique au spectre initial de désintégration et ne dépendra pas de la température d'injection. L'expression générale de ce spectre est alors :

$$\left. \frac{dn_\gamma}{dE} \right|_{\text{tot}} = \left. \frac{dn_\gamma}{dE} \right|_{\text{ann}} \Theta(E_{\text{max}} - E) + \left. \frac{dn_\gamma}{dE} \right|_{\text{cas}} \Theta(E - E_{\text{max}}), \quad (4.59)$$

où  $\Theta(x)$  est la fonction d'Heavyside, qui vaut 1 si  $x$  est positif, 0 sinon. Dans cette expression, la constante  $E_0$ , qui représente l'énergie injectée dans la cascade, est prise comme étant l'énergie totale des photons d'annihilation dont l'énergie est supérieure à l'énergie seuil :

$$E_0 = \int_{E_{\text{max}}}^{\infty} E \left. \frac{dn_\gamma}{dE} \right|_{\text{ann}} dE. \quad (4.60)$$

La figure (4.12) représente les spectres des photons pour quelques température.

Ce spectre est ensuite normalisé de telle manière que la quantité totale d'énergie emportée par les photons soit égale à l'énergie totale émise sous forme électromagnétique soit environ 1

GeV par annihilation. Cette procédure constitue une approximation car en réalité, des électrons sont également émis selon le processus (4.33). À basse température, tout comme c'était le cas pour les photons, ces électrons, ne sont pas assez énergétiques pour initier des cascades, mais vont interagir avec des photons thermiques par diffusion Compton inverse et ainsi générer des photons non-thermiques éventuellement capables de photodissocier des noyaux d'hélium-4. Le calcul détaillé du spectre total des photons est relativement complexe [Kawasaki & Moroi 1995] et nécessite l'utilisation de codes numériques détaillés permettant de résoudre l'équation de Boltzmann pour les photons. Toutefois, normaliser le spectre des photons calculé précédemment à l'énergie électromagnétique totale dégagée par une annihilation permet une bonne approximation de la réalité. Tout au plus cette méthode surestime-t-elle les spectres des photons, car les électrons sont en moyenne moins énergétiques que les photons [Kurki-Suonio & Sihvola 2000], conduisant ainsi à des estimations de la production d'éléments légers par photodésintégration légèrement sur-évaluées. Gardons également à l'esprit que ce qui nous intéresse dans ce travail n'est pas le calcul au pourcent près des abondances produites mais une comparaison des différents mécanismes possibles de production ainsi qu'une estimation simple de cette production.

### Interactions des photons de haute énergie

Les possibilités d'interaction des photons de haute énergie sont multiples dans le plasma primordial et en réalité la photodésintégration est loin d'être le processus dominant pour de tels photons. On s'intéresse ici aux photons d'énergie supérieure à  $\sim 20$  MeV, énergie qui correspond à l'énergie minimale requise pour dissocier des noyaux d'hélium-4. De tels photons peuvent tout d'abord interagir avec des électrons par diffusion Compton, interaction située dans le régime Klein-Nishina et dont la section efficace s'écrit [Rybicki & Lightman 1979] :

$$\sigma_{KN} = \frac{3}{8} \sigma_{\text{Th}} x^{-1} \left( \ln 2x + \frac{1}{2} \right), \quad (4.61)$$

avec  $\sigma_T$  la section efficace Thomson,  $x = E_\gamma/m_e$  et  $x \gg 1$ .

Les photons de haute énergie peuvent également créer des paires  $e^+e^-$  sur un noyau (processus Bethe-Heitler) selon la réaction suivante :



La section efficace de cette réaction est [Jedamzik 2006] :

$$\sigma_{BH}(E_\gamma, Z) = \frac{3}{8} \frac{\alpha}{\pi} \sigma_{\text{Th}} \left( \frac{28}{9} \ln \left( \frac{2E_\gamma}{m_e} \right) - \frac{218}{27} \right) Z^2. \quad (4.63)$$

La figure (4.13) représente le libre parcours moyen de photons d'énergie 20 MeV (pointillés) et 200 MeV (traits pleins) relatifs aux deux interactions décrites ci-dessus. Ces longueurs sont comparées à la longueur de diffusion. On remarque que pour des températures inférieures à  $T \sim 100$  eV, ces photons peuvent sortir de la zone de déplétion et ainsi produire des éléments légers en dehors de cette zone. On s'attend ainsi à une production bien plus homogène que la production par nucléodisruption.

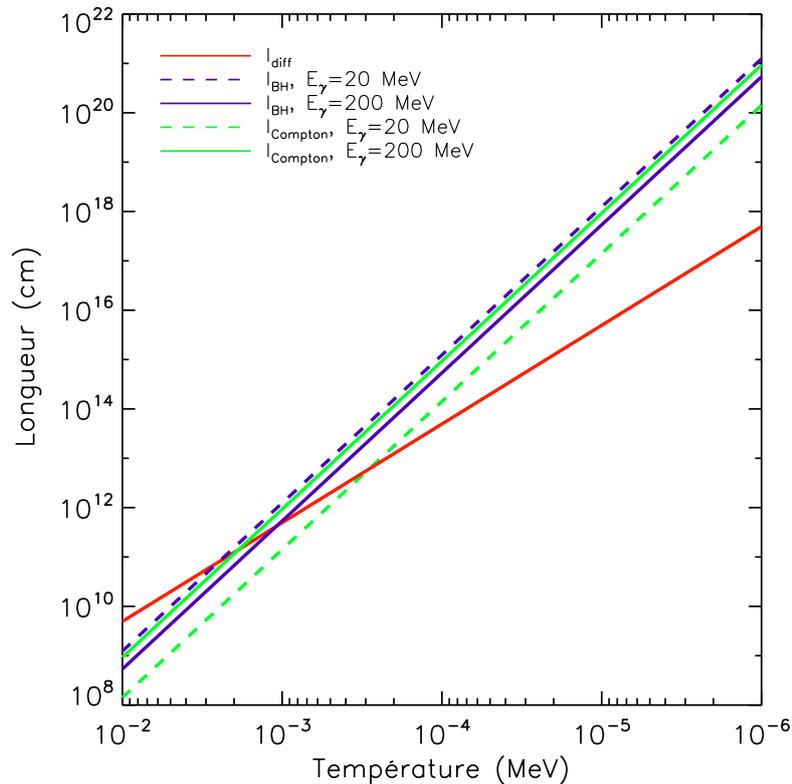


FIGURE 4.13 – Libre parcours moyen de photons d'énergie 20 MeV et 200 MeV relatif à la création de paires sur noyaux et à la diffusion Compton sur les électrons du plasma primordial. Ces distances sont comparées à la longueur de diffusion (courbe rouge) permettant ainsi de définir l'époque où les photons pourront produire du deutérium en dehors de la zone de déplétion.

### Sections efficaces de photodésintégration

Les sections efficaces de photodésintégration des noyaux d'hélium-4 sont compilées dans [Cyburt et al. 2003, et références citées]. De récentes mesures [Kusakabe et al. 2009] ont permis une nouvelle détermination des sections efficaces  $\sigma_{4\text{He}(\gamma,p)^3\text{H}}$  et  $\sigma_{4\text{He}(\gamma,n)^3\text{He}}$ . Ces sections efficaces, ainsi que celles de la production de deutérium sont représentées dans la figure (4.14). Au vu de cette figure, on remarque que la production d'hélium-3 et de tritium est largement favorisée par rapport à celle du deutérium, car les sections efficaces correspondantes sont jusqu'à dix fois plus importantes dans le cas des éléments de masse 3. Les seuils des réactions de photodésintégration sont les suivants :

$$Q_{4\text{He}(\gamma,np)\text{D}} = 26.07 \text{ MeV}, \quad Q_{4\text{He}(\gamma,p)^3\text{H}} = 19.81 \text{ MeV}, \quad Q_{4\text{He}(\gamma,n)^3\text{He}} = 20.58 \text{ MeV}. \quad (4.64)$$

Ces grandeurs seront par la suite notées  $Q_{\text{D}}$ ,  $Q_{^3\text{H}}$  et  $Q_{^3\text{He}}$ . L'existence de ces seuils implique que la production par photodésintégration sera bloquée tant que l'énergie seuil de création de paires  $E_{\text{max}}$  sera plus petite que ces énergies seuil de photoproduction. Ainsi la photodésintégration ne commencera qu'à partir d'une température  $T \sim 0.5 \text{ keV}$  (voir figure (4.15)).

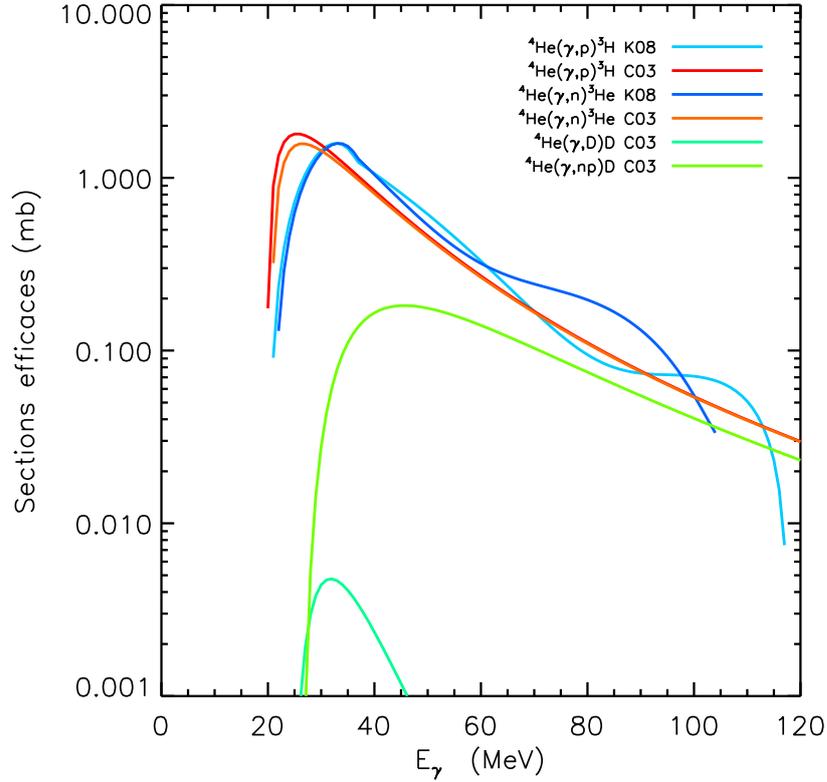


FIGURE 4.14 – Sections efficaces de photodésintégration des noyaux d’hélium-4. En rouge et orange sont représentées les valeurs compilés par [Cyburt et al. 2003] et en bleu clair et foncé sont représentés les ajustements aux mesures effectuées par [Kusakabe et al. 2009]. Ces ajustements sont valides jusqu’à des énergies de photons  $\sim 100$  MeV. En vert sont représentées les sections efficaces de production de deutérium par photodésintégration. Seul le canal  ${}^4\text{He}(\gamma, np)\text{D}$  contribue significativement, mais reste néanmoins environ 10 fois plus faible que la production d’éléments de masse 3 au pic de section efficace.

### Production de deutérium, hélium-3 et tritium par photodésintégration de l’hélium-4

Tous les éléments sont maintenant en place pour calculer la production de deutérium, d’hélium-3 et de tritium en fonction de la température. Suivant [Protheroe et al. 1995, Jedamzik 2000], le nombre de noyaux de deutérium produit par les photons d’énergie supérieure à  $Q_D$  s’écrit, en utilisant (4.63) :

$$N_D = \int_{Q_D}^{E_{\max}} dE_\gamma \frac{dN_D}{dE_\gamma} \quad (4.65)$$

$$= \int_{Q_D}^{E_{\max}} dE_\gamma \frac{n_\alpha \sigma^{4\text{He}(\gamma, np)\text{D}}(E_\gamma) \left. \frac{dn_\gamma}{dE_\gamma} \right|_{\text{tot}}}{n_p \sigma_{BH}(E_\gamma, 1) + n_\alpha \sigma_{BH}(E_\gamma, 2) + k(E_\gamma) n_e \sigma_{KN}(E_\gamma)}. \quad (4.66)$$

Dans cette expression,  $k(E_\gamma)$  est la fraction moyenne d’énergie perdue par diffusion Compton

[Protheroe et al. 1995] :

$$k(E_\gamma) \approx 1 - \frac{4/3}{\ln(2E_\gamma/m_e) + 1/2}. \quad (4.67)$$

Pour mémoire on a

$$n_p = (1 - Y_p) n_B, \quad n_\alpha = \frac{Y_p}{4} n_B, \quad n_e = \left(1 - \frac{Y_p}{2}\right) n_B, \quad (4.68)$$

si bien que (4.66) se simplifie en :

$$N_D = \int_{Q_D}^{E_{\max}} dE_\gamma \frac{(Y_p/4)\sigma_{4\text{He}(\gamma,\text{np})\text{D}}(E_\gamma) \left. \frac{dn_\gamma}{dE_\gamma} \right|_{\text{tot}}}{(1 - Y_p)\sigma_{BH}(E_\gamma, 1) + (Y_p/4)\sigma_{BH}(E_\gamma, 2) + k(E_\gamma)(1 - Y_p/2)\sigma_{KN}(E_\gamma)}. \quad (4.69)$$

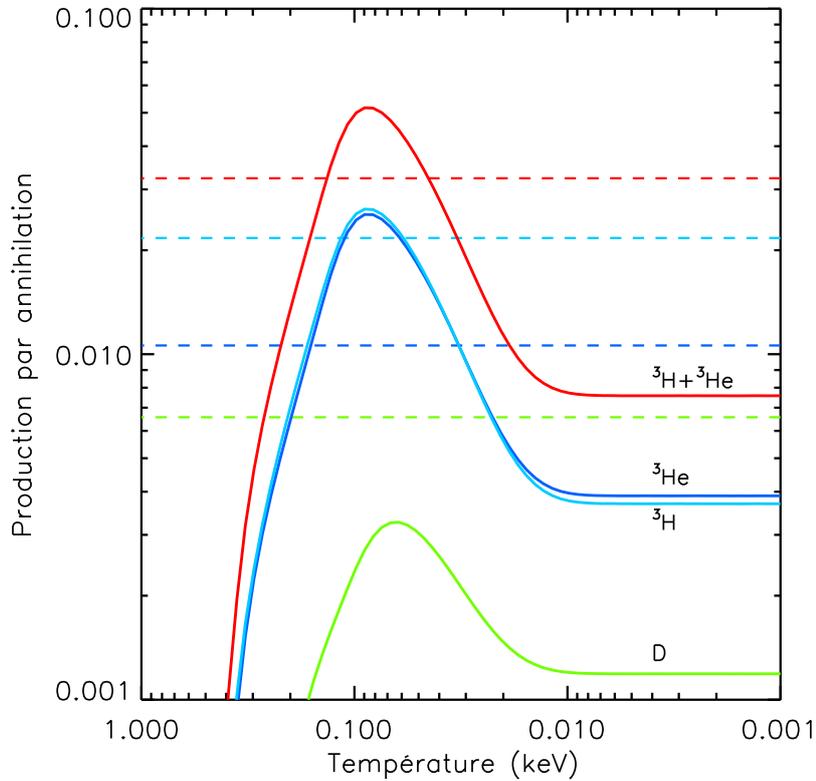


FIGURE 4.15 – Quantités de deutérium, d’hélium-3 et de tritium produites par photodésintégration des noyaux d’hélium-4 (courbes pleines) et par nucléodisruption (courbes pointillées).

Cette expression ne dépend pas de la densité baryonique. Les quantités d’hélium-3 et de tritium produites par ce mécanisme s’expriment selon des formules similaires. La figure (4.15) présente la production de deutérium, d’hélium-3 et de tritium pour la photodésintégration des noyaux d’hélium-4. Cette production est la production pour une annihilation  $p\bar{p}$ , dans laquelle la moitié de l’énergie libérée, soit environ 940 MeV, est convertie en photons selon la

procédure décrite ci-dessus. Gardons ainsi à l'esprit que ces grandeurs de production sont des bornes supérieures de ce qui est réellement produit. Toutefois, la proportion entre les rapport de production d'hélium-3 (et du tritium) et du deutérium sera conservée. Le palier obtenu pour  $T < 10$  eV s'explique par la forme inchangée du spectre des photons d'annihilation qui sont tous sous l'énergie seuil de création de paires  $E_{\max}$  pour ces températures.

#### 4.2.6 Production par nucléodisruption

Le dernier mécanisme de production d'éléments légers considéré dans ce travail est la production par nucléodisruption. Ce mécanisme fait intervenir un antiproton qui vient s'annihiler sur un nucléon d'un noyau d'hélium-4. La probabilité pour un antiproton de s'annihiler sur un noyau d'hélium-4 plutôt que sur un antiproton s'écrit à l'aide des sections efficaces d'annihilation (4.38) et (4.39) [Combes et al. 1975] :

$$P = \frac{n_{\alpha} \langle \sigma_{\bar{p}\alpha} v \rangle}{n_{\alpha} \langle \sigma_{\bar{p}\alpha} v \rangle + n_p \langle \sigma_{\bar{p}p} v \rangle} \quad (4.70)$$

$$= \frac{3.64(Y_p/4)}{3.64(Y_p/4) + 5.4(1 - Y_p)} \quad (4.71)$$

$$= 0.05. \quad (4.72)$$

Cette proportion indique que seuls 5% des antiprotons qui viennent s'annihiler dans la zone de matière s'annihilent sur des noyaux d'hélium et sont ainsi susceptibles de produire du deutérium. En utilisant les valeurs du tableau (4.2), on peut déduire le nombre de noyaux de deutérium, d'hélium-3 et de tritium produits par nucléodisruption par antiproton annihilé. Il vient

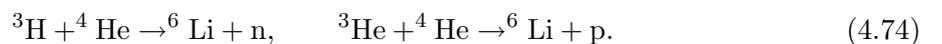
$$P_{\text{D}}^{\text{ann}} = 6.57 \times 10^{-3}, \quad P_{\text{He}}^{\text{ann}} = 1.06 \times 10^{-2}, \quad P_{\text{H}}^{\text{ann}} = 2.17 \times 10^{-2}. \quad (4.73)$$

Ces valeurs ne dépendent pas du redshift de l'annihilation et sont directement à comparer avec celle de la figure (4.15) qui présente la production par photodésintégration pour une annihilation, c'est à dire l'annihilation d'un antiproton, quelle que soit la nature de sa cible.

On remarque que la production de deutérium par nucléodisruption est environ 6 fois supérieure à la production par photodésintégration. En revanche, elle reste toujours inférieure à la production d'hélium-3 et de tritium qui dominent systématiquement la production de deutérium, que se soit par nucléodisruption ou par photodésintégration.

#### 4.2.7 Production de lithium-6

Il a été remarqué [Jedamzik 2000] que ces mécanismes de production hors-équilibre peuvent conduire à la formation significative de lithium-6. En effet, que ce soit par nucléodisruption ou par photodésintégration, les noyaux d'hélium-3 et de tritium qui sont produits sont énergétiques et susceptibles d'interagir avec des noyaux d'hélium-4 thermalisés selon les réactions suivantes :



Ces réactions ont un seuil en énergie,  $E_{\text{seuil}}^{{}^3\text{H} \rightarrow {}^6} = 8.38$  MeV pour la première et  $E_{\text{seuil}}^{{}^3\text{He} \rightarrow {}^6} = 7.05$  MeV pour la seconde. L'énergie d'un produit de la photodésintégration de l'hélium 4 par un photon

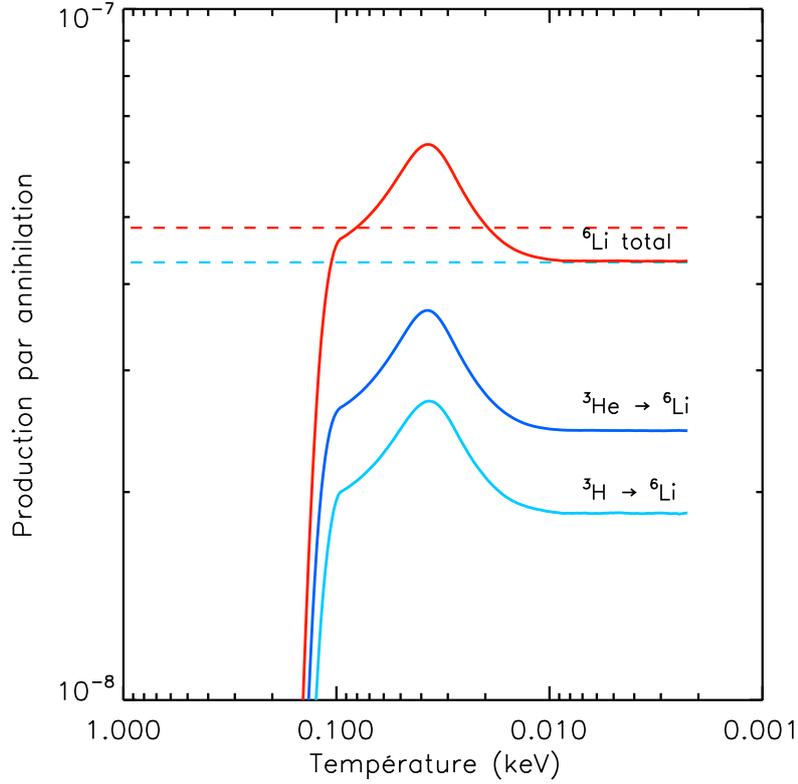


FIGURE 4.16 – Quantité de lithium-6 produit par réactions non-thermiques à partir de l’hélium-3 et du tritium provenant de la photodésintégration des noyaux d’hélium-4 pour une annihilation. Les courbes pointillées représentent la production de lithium-6 par les noyaux résultants de la nucléodisruption.

d’énergie  $E_\gamma$  est :

$$E_{3\text{H}(^3\text{He})} = \frac{E_\gamma - Q_{3\text{H}(^3\text{He})}}{4}, \quad (4.75)$$

où  $Q_{3\text{H}(^3\text{He})}$  est l’énergie seuil de photoproduction de tritium (hélium-3) dont la valeur se trouve à l’équation (4.64). Le cas de la production de lithium-6 à partir des produits de nucléodisruption sera discuté après le cas considéré ici. Les sections efficaces de ces réactions sont exprimées sous forme d’ajustements analytiques dans [Cyburt et al. 2003].

La quantité de lithium-6 produit par la réaction  $^3\text{H} + ^4\text{He} \rightarrow ^6\text{Li} + n$  s’écrit alors [Jedamzik 2000] :

$$N_{6\text{Li}} = \int_{Q_{\text{T}} + 4E_{\text{seuil}}^{3\text{H} \rightarrow 6}}^{E_{\text{max}}} dE_\gamma \frac{dN_{3\text{H}}}{dE_\gamma} \int_{E_{\text{seuil}}^{3\text{H} \rightarrow 6}}^{E_{3\text{H}}(E_\gamma)} dE n_\alpha \sigma_{3\text{H}(\alpha, n)^6\text{Li}}(E) \left( \frac{dr}{dE} \right)_C, \quad (4.76)$$

où  $\left( \frac{dx}{dE} \right)_C$  est la perte d’énergie par interactions coulombiennes décrite par l’équation (4.40) et  $\frac{dN_{3\text{H}}}{dE_\gamma}$  est le terme de production de tritium par photodésintégration (voir éq. (4.66)). La production de lithium-6 par la réaction  $^3\text{He} + ^4\text{He} \rightarrow ^6\text{Li} + p$  s’exprime de manière similaire. Les

résultats numériques de ces intégrations sont présentées dans la figure (4.16).

La production de lithium-6 à partir d'hélium-3 et de tritium provenant de la nucléodisruption est plus difficile à estimer car on dispose de peu de données expérimentales sur le spectre d'énergie des fragments d'annihilation. En utilisant les données de [Balestra et al. 1988], [Rehm & Jedamzik 2001] ont estimé les probabilités moyennes qu'un noyau d'hélium-3 ou de tritium provenant d'une nucléodisruption produise du lithium-6 comme :

$$\langle P_{3\text{He}+4\text{He}\rightarrow^6\text{Li}+p} \rangle = 5 \times 10^{-7}, \quad \langle P_{3\text{H}+4\text{He}\rightarrow^6\text{Li}+n} \rangle = 2 \times 10^{-6}. \quad (4.77)$$

En considérant les rapports de branchement du tableau (4.2) et la probabilité pour un antiproton de s'annihiler sur un noyau d'hélium (éq. (4.72)), on en déduit la proportion de lithium-6 créé pour un antiproton annihilé, proportion qui ne dépend pas de l'époque. Il vient

$$P_{6\text{Li}}^{3\text{H}} = 4.8 \times 10^{-8}, \quad P_{6\text{Li}}^{3\text{He}} = 5.25 \times 10^{-9}. \quad (4.78)$$

Ces grandeurs sont également reportées sur la figure (4.16) en trait pointillés.

### 4.2.8 Résultats

Nous venons de déterminer les quantités de deutérium, d'hélium-3, de tritium et de lithium-6 produites pour une annihilation d'un antiproton. Afin de déterminer les abondances finales, il est nécessaire de faire l'hypothèse qu'à un certain moment situé avant la recombinaison l'annihilation entre matière et antimatière cesse pratiquement totalement. On a besoin de cet arrêt, car dans le cas contraire, des annihilations continues jusqu'à l'époque de la recombinaison poseraient des contraintes insurmontables au niveau des distorsions spectrales du fond diffus cosmologique. Si un tel arrêt de l'annihilation peut paraître arbitraire dans un modèle symétrique classique, l'hypothèse selon laquelle l'antimatière possède une masse active gravitationnelle négative fournit un scénario cohérent pour un tel *découplage gravitationnel*. On considère donc en première approximation que l'annihilation entre matière et antimatière s'arrête de manière quasi-totale à un redshift  $z_{\text{fin}}$ . Ce redshift de fin d'annihilation est dans notre cas un paramètre a priori calculable, mais dans la pratique il sera déterminé en considérant les différentes contraintes de production.

L'autre paramètre à déterminer est la taille caractéristique de l'émulsion. L'abondance des éléments légers (deutérium et hélium-3) est directement reliée à cette taille. Les annihilations se déroulant à la surface des domaines, la quantité de matière annihilée – et donc la quantité d'éléments légers produits – est inversement proportionnelle à cette taille de domaines.

Le deutérium, par son caractère critique, et l'absence de distorsions spectrales sur le CMB au niveau de quelques  $10^{-5}$  vont nous servir à déterminer ces deux grandeurs. Afin de déterminer la taille des domaines, on ne considère que le deutérium dans un premier temps et l'on discutera ensuite la quantité d'hélium-3 produite et des contraintes que cela pose. On peut néanmoins déjà remarquer au vu des courbes précédentes que dans le cas de la production par nucléodisruption comme celui de la production par photodésintégration, l'hélium-3 sera majoritairement produit. Parmi les mécanismes considérés ici, il n'en existe pas qui favorise le deutérium, ne serait-ce que dans une région étroite de l'espace des paramètres.

### Différence entre les productions par photodésintégration et par nucléodisruption

Il existe une différence importante entre la production de deutérium par nucléodisruption et par photodésintégration. Cette différence réside dans la zone où s'effectue cette production. La production par nucléodisruption est une production "directe", dans le sens où elle fait intervenir un antiproton et un noyau d'hélium. Ainsi, ce mode de production est local et se déroule exclusivement à la frontière entre les domaines. Les fragments chargés produits par ces nucléodisruptions, émis avec un énergie de quelques MeV à quelques dizaines de MeV, vont s'éloigner rapidement de la zone de contact, et se thermaliser par collisions coulombiennes sur les distances calculées précédemment (voir fig. (4.10)). Ces distances de thermalisation sont toujours plus courtes, de plusieurs ordres de grandeur, que la longueur de diffusion pour un temps de Hubble. Comme indiqué précédemment, cela signifie qu'un fois thermalisés, ces fragments chargés vont être ramenés vers la zone de contact et annihilés dans un temps nettement plus court qu'un temps de Hubble, précisément dans le rapport des carrés de la longueur thermalisation sur la longueur de diffusion. Pour fixer les idées, si la longueur de thermalisation d'un noyau de deutérium est 100 fois plus petite que la longueur de diffusion, alors ce deutérium sera annihilé en un temps  $100^2 = 10^4$  plus petit que le temps de Hubble. Ainsi la production de deutérium (ou d'hélium-3) par nucléodisruption au moment où les annihilations s'arrêtent se calcule-t-elle en intégrant le taux d'annihilation entre les bornes suivantes :

$$t^* = t_H(z_{\text{fin}}) \left[ 1 - \left( \frac{L_{\text{therm}}}{L_{\text{diff}}} \right)^2 \right] \text{ et } t_H(z_{\text{fin}}). \quad (4.79)$$

A contrario, la production par photodésintégration se déroule à des distances très éloignées de la zone de contact. La figure (4.13) présente le libre parcours moyen des photons énergétiques provenant des annihilations et relatif aux deux interactions dominantes pour ces photons lorsque l'énergie seuil est suffisamment grande pour qu'ils ne puissent plus créer de paires sur les photons du CMB. Ces libres parcours moyens représentent la distance typique à laquelle la production de deutérium par photodésintégration peut avoir lieu. On note qu'à partir du moment où la production par photodésintégration est effective, c'est-à-dire une fois que l'énergie seuil de création de paire  $E_{\text{max}}$  est supérieure aux  $\sim 25$  MeV requis pour casser un noyau d'hélium, la distance moyenne d'interaction des photons est plus grande que la longueur de diffusion. Pour autant, le deutérium produit n'est pas à l'abri d'une destruction ultérieure car la longueur de diffusion croît plus vite que l'expansion. Ainsi à mesure que la température baisse, ce deutérium va pouvoir parcourir par diffusion une distance de plus en plus grande et venir s'annihiler sur la frontière.

La question se pose alors : n'y-a-t'il pas de deutérium qui survit ? La réponse est malgré tout positive. En effet, considérons la longueur de diffusion au moment du découplage gravitationnel, où les annihilations s'arrêtent car les domaines se séparent. Notons cette grandeur  $L_{\text{diff}}(z_{\text{fin}})$  et notons  $L_{\text{diff}}^{z_{\text{fin}}}(z)$  sa valeur comobile à un redshift  $z$ . On a la relation suivante entre ces deux longueurs :

$$L_{\text{diff}}^{z_{\text{fin}}}(z) = L_{\text{diff}}(z_{\text{fin}}) \left( \frac{1+z}{1+z_{\text{fin}}} \right). \quad (4.80)$$

Notons que pour  $z > z_{\text{fin}}$ , cette longueur comobile est plus grande que la longueur de diffusion physique au même redshift. En remplaçant  $L_{\text{diff}}(z_{\text{fin}})$  par sa valeur numérique (éq (4.27)), il

vient :

$$L_{\text{diff}}^{z_{\text{fin}}}(z) = 1.27 \times 10^{25} \text{ cm} \frac{1+z}{(1+z_{\text{fin}})^3}. \quad (4.81)$$

Cette longueur comobile caractérise la zone dans laquelle tout élément produit finira annihilé au plus tard à  $z_{\text{fin}}$ . Ainsi, les éléments produits par photodésintégration survivront s'ils sont synthétisés à une distance supérieure à cette longueur comobile. Le libre parcours moyen des photons de haute énergie caractérise de façon pertinente la distance à laquelle les éléments légers sont produits par photodésintégration. Considérons un photon d'énergie moyenne  $\langle E_\gamma \rangle = 165 \text{ MeV}$ , qui est l'énergie moyenne des photons produits par la désintégration des  $\pi^0$  [Kurki-Suonio & Sihvola 2000]. Si la température est suffisamment basse pour qu'ils ne soient pas convertis en paires  $e^+e^-$ , ces photons vont principalement interagir par diffusion Compton sur les électrons du plasma. On détermine alors le redshift  $z_*$  à partir duquel le libre parcours moyen des photons d'énergie  $\langle E_\gamma \rangle$  devient supérieur à la longueur comobile de diffusion  $L_{\text{diff}}^{z_{\text{fin}}}(z)$ , c'est à dire, le redshift  $z_*$  tel que :

$$\frac{1}{n_e(z_*)\sigma_{KN}(\langle E_\gamma \rangle)} = L_{\text{diff}}^{z_{\text{fin}}}(z_*). \quad (4.82)$$

Le libre parcours moyen s'exprime en fonction du redshift  $z_*$  comme :

$$\frac{1}{n_e(z_*)\sigma_{KN}(\langle E_\gamma \rangle)} = 5.7 \times 10^{31} \text{ cm} \left(1 - \frac{Y_p}{2}\right)^{-1} \left(\frac{\eta}{8 \times 10^{-9}}\right)^{-1} \left(\frac{1}{1+z_*}\right)^3. \quad (4.83)$$

Il vient alors

$$1+z_* = 46(1+z_{\text{fin}})^{3/4} \left(1 - \frac{Y_p}{2}\right)^{-1/4} \left(\frac{\eta}{8 \times 10^{-9}}\right)^{-1/4}. \quad (4.84)$$

Ce redshift détermine l'époque à partir de laquelle le deutérium produit par photodésintégration survit jusqu'à l'arrêt de l'annihilation et contribue ainsi à l'abondance supposée primordiale de deutérium. Pour connaître la quantité totale produite, il faut intégrer la production déterminée à l'aide de la formule (4.69) entre le redshift  $z_*$  défini ci dessus et le redshift  $z_{\text{fin}}$  qui caractérise l'arrêt de l'annihilation et donc l'arrêt de la production par photodésintégration.

Même si l'on ne s'attend pas à ce que la séparation des domaines et l'arrêt de l'annihilation se fasse de manière prompte et brutale, on peut néanmoins supposer que la période de transition qui caractérise le découplage gravitationnel est courte devant le temps de Hubble à l'époque considérée, et qu'il est ainsi légitime de considérer que, pour des redshifts inférieurs au redshift  $z_{\text{fin}}$ , il n'y plus d'annihilation ou que tout au plus ces annihilations résiduelles sont négligeables devant celles ayant eu lieu juste avant  $z_{\text{fin}}$ , tant du point de vue de la production d'éléments léger que du point de vue des distorsions spectrales qu'elles pourraient causer sur le CMB.

### Paramétrisation et calcul

Entre un temps  $t$  et  $t + dt$ , la quantité de matière annihilée est égale à

$$dN = \Psi(t)S(t)dt. \quad (4.85)$$

L'expression du changement de variable entre le temps  $t$  et le redshift  $z$  est :

$$\frac{dt}{dz} = -\frac{1}{H_0} \frac{1}{(1+z)^2}, \quad (4.86)$$

si bien que  $dN$ , la quantité de matière annihilée entre  $z$  et  $z - dz$  s'écrit :

$$dN = \frac{1}{H_0} \Psi(z) S(z) \frac{dz}{(1+z)^2}. \quad (4.87)$$

En intégrant cette quantité multipliée par l'expression de la quantité de deutérium créée par annihilation (éq. (4.69)) entre  $z_*$  et  $z_{\text{fin}}$ , on obtient la quantité de deutérium (en nombre de noyaux) produite par photodésintégration ; notons la  $N_{\text{D}}^{\text{ph}}$ . Cette quantité s'exprime :

$$N_{\text{D}}^{\text{ph}} = \frac{1}{H_0} \int_{z_*}^{z_{\text{fin}}} N_{\text{D}}(z) \Psi(z) S(z) \frac{dz}{(1+z)^2}. \quad (4.88)$$

Dans cette expression, on exprime la surface en fonction des volumes et longueurs comobiles exprimés ci-dessus et l'on remplace le taux d'annihilation par sa valeur, connue explicitement lorsqu'on se situe dans le régime du freinage Thomson. Il vient :

$$N_{\text{D}}^{\text{ph}} = 7.6 \times 10^{32} \text{ cm}^{-2} \left( \frac{\eta}{8 \times 10^{-9}} \right) \frac{V_{1\text{keV}}}{L_{1\text{keV}}} \int_{z_*}^{z_{\text{fin}}} N_{\text{D}}(z) \frac{dz}{(1+z)^2}. \quad (4.89)$$

Enfin, on peut s'affranchir de la quantité  $V_{1\text{keV}}$  en considérant la quantité totale de baryons dans le volume  $V(z_{\text{fin}})$ . Le rapport entre  $N_{\text{D}}^{\text{ph}}$  et cette quantité totale de baryons est normalisée au rapport D/H que l'on souhaite égal à  $D/H \sim 3 \times 10^{-5}$  afin de satisfaire la contrainte de deutérium. En notant  $X_{\text{D}}$  ce rapport<sup>6</sup>, il vient :

$$X_{\text{D}} = \frac{3 \times 10^{18} \text{ cm}}{L_{1\text{keV}}} \int_{z_*}^{z_{\text{fin}}} N_{\text{D}}(z) \frac{dz}{(1+z)^2}. \quad (4.90)$$

Il y a de même une expression similaire pour la quantité d'hélium-3 produite par photodésintégration. Le calcul de ces intégrales se fait de manière numérique, l'expression de  $N_{\text{D}}$  dépendant de manière non-triviale du redshift (voir fig. (4.15)).

La deuxième contrainte à respecter impérativement porte sur les distorsions spectrales du CMB. Le travail effectué dans le chapitre 3 va s'avérer grandement utile. Avant la recombinaison, les distorsions spectrales liées à des injections d'énergie dans le fond de photons thermiques sont caractérisées par l'introduction d'un paramètre de potentiel chimique  $\mu$  relié à la quantité totale d'énergie injectée et qui ne dépend pas du mécanisme précis d'injection :

$$\mu = 1.4 \frac{\Delta U}{U}, \quad (4.91)$$

où  $\Delta U$  représente la quantité d'énergie injectée sous forme électromagnétique et  $U$  la quantité totale d'énergie radiative dans le milieu. Nous avons vu au chapitre 3 comment ce terme de potentiel chimique caractérisant une distribution de Bose-Einstein peut être résorbé sous l'effet de différents processus radiatifs.

Au cours de la période précédant le moment où s'arrête presque totalement l'annihilation, au redshift  $z_{\text{fin}}$ , une certaine quantité d'énergie  $\Delta U(z_{\text{fin}})$  est injectée dans le milieu conduisant à l'établissement d'un potentiel  $\mu_{\text{fin}}$ . En fonction de la valeur de ce potentiel chimique et de la

6. La notation n'est pas classique, puisque la grandeur  $X$  désigne en général la quantité d'hydrogène.  $Y$  étant réservé à l'hélium et les métaux plus lourds étant généralement désignés sous la variable  $Z$

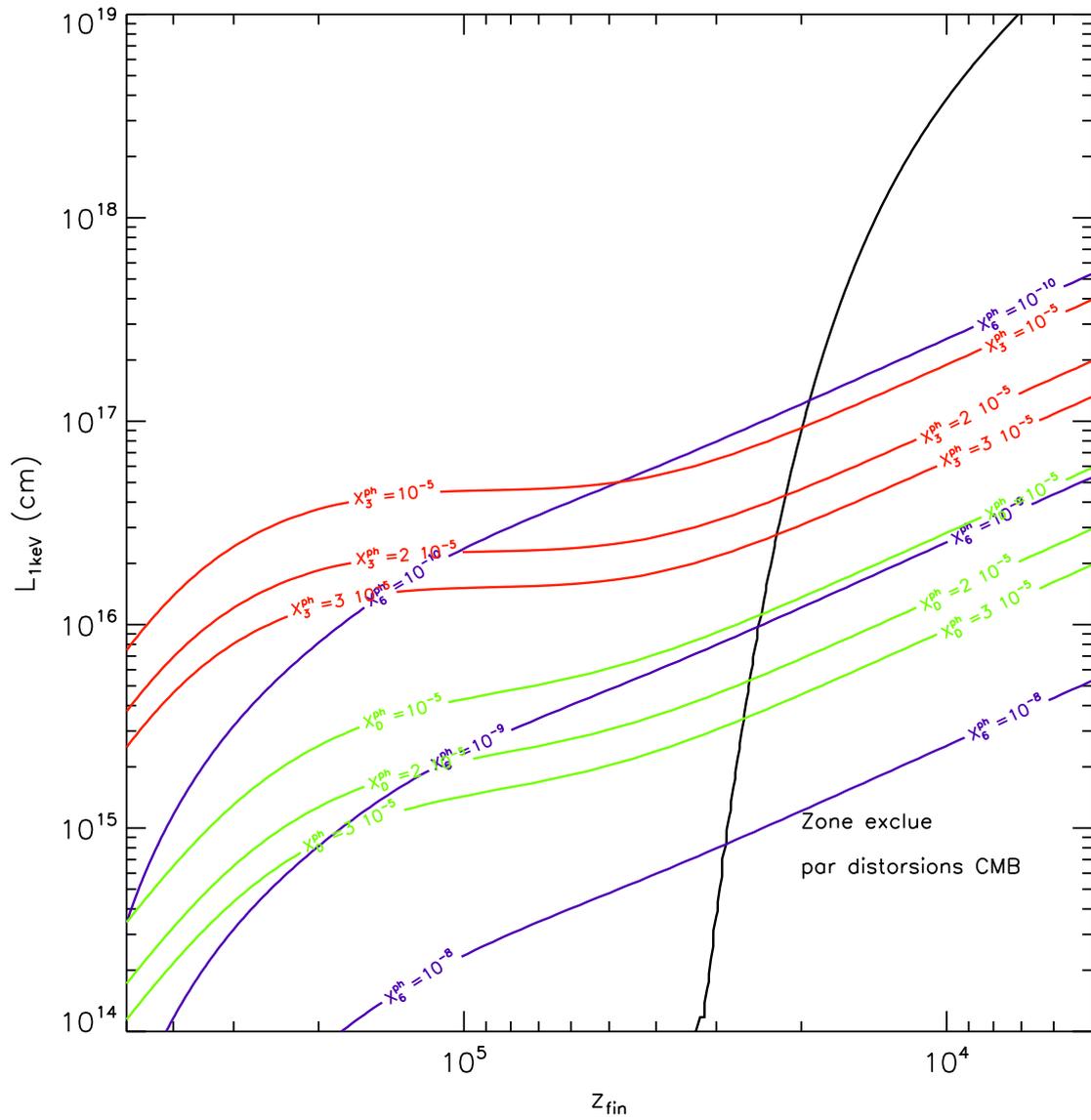


FIGURE 4.17 – Abondances finales de deutérium (vert), hélium-3 (rouge) et lithium-6 (violet) en fonction du redshift de fin d’annihilation  $z_{\text{fin}}$  et de la taille comobile à 1 keV des domaines. La zone à droite de la figure, délimité par la courbe noire est exclue à cause des contraintes sur la distorsion du CMB.

valeur du redshift d'arrêt des annihilations, les processus radiatifs encore actifs (essentiellement le bremsstrahlung) vont devoir ramener ce potentiel chimique sous la valeur mesurée par FIRAS,  $\mu_{\text{FIRAS}} = 9 \times 10^{-5}$  [Fixsen et al. 1996]. La quantité d'énergie injectée dans le système à  $z_{\text{fin}}$  s'exprime par un calcul similaire que précédemment, sauf que ce qui compte ici n'est pas la quantité d'énergie injectée intégrée, mais simplement celle libérée à une période juste antérieure à  $z_{\text{fin}}$  et reliée à la quantité de matière annihilée sur le dernier temps de Hubble avant l'arrêt des annihilations. En considérant toujours notre grand volume  $V$ ,  $\mu_{\text{fin}}$  s'exprime :

$$\mu_{\text{fin}} = 1.4 \frac{\Delta U}{U}(z_{\text{fin}}) = \frac{E_{\text{ann}} \Psi(z_{\text{fin}}) S(z_{\text{fin}}) t_H(z_{\text{fin}})}{\rho_\gamma(z_{\text{fin}}) V(z_{\text{fin}})}, \quad (4.92)$$

où  $E_{\text{ann}}$  est l'énergie libérée sous forme électromagnétique par une annihilation soit  $E_{\text{ann}} \sim 1$  GeV. La résolution de l'équation différentielle régissant l'évolution de  $\mu_{z_{\text{fin}}}$  permet de connaître les contraintes que doivent respecter à la fois  $z_{\text{fin}}$  et  $L_{1\text{keV}}$  qui sont les deux paramètres libres de notre problème. Exprimée en fonction de ces deux grandeurs, l'équation (4.92) se ré-écrit :

$$\mu_{z_{\text{fin}}} = 5.26 \times 10^{22} \text{ cm} \left( \frac{\eta}{8 \times 10^{-9}} \right) \left( \frac{E_{\text{ann}}}{1 \text{ GeV}} \right) \frac{1}{L_{1\text{keV}}(1 + z_{\text{fin}})^2}. \quad (4.93)$$

La quantité de deutérium produite par nucléodisruption qui survit à une annihilation ultérieure s'écrit :

$$N_{\text{D}}^{\text{nuc}} = \int_{t^*}^{t_H} P_{\text{D}}^{\text{ann}} \Psi(t) S(t) dt, \quad (4.94)$$

où  $t^*$  est défini à l'équation (4.79). L'abondance en deutérium produit par nucléodisruption s'écrit alors :

$$X_{\text{D}}^{\text{nuc}}(z_{\text{fin}}) = 3 \times 10^{18} \text{ cm} P_{\text{D}}^{\text{ann}} \frac{1}{(1 + z_{\text{fin}})} \frac{1}{L_{1\text{keV}}} \left( \frac{L_{\text{therm}}(z_{\text{fin}})}{L_{\text{diff}}(z_{\text{fin}})} \right)^2. \quad (4.95)$$

Avec cette expression et en considérant la figure (4.10) on se rend aisément compte que ce mode de production va être marginal et totalement négligeable par rapport à la production par photodésintégration. En effet, même si l'on considère une température de 1 eV, ce qui est déjà une température trop tardive pour l'arrêt des annihilations (fig. (4.17)), la longueur de diffusion est au mieux 10 fois plus grande que la longueur de thermalisation du deutérium, soit un facteur  $10^{-2}$  dans l'expression (4.95). On perd ici probablement la seule possibilité de produire plus de deutérium que d'hélium-3. En effet, la longueur de thermalisation est 1.5 fois plus faible pour le tritium et 6 fois plus faible pour l'hélium-3 que pour le deutérium du fait de leurs masse et charge plus importantes. Ainsi, le deutérium aurait pu davantage survivre que les éléments de masse 3, mais en réalité, même ce deutérium produit par nucléodisruption n'arrive pas à contribuer de manière significative au bilan final. Notons aussi que cette inefficacité de la production par nucléodisruption provient des grandes valeurs de la longueur de diffusion, conséquence directe des échelles de temps plus importantes dans l'univers de Dirac-Milne que dans un univers standard.

La figure (4.17) présente les résultats finaux de cette étude de production secondaire de deutérium. Les contours verts représentent les valeurs de l'abondance finale en deutérium, les contours rouges les abondances en hélium-3 (plus tritium) et les contours violets l'abondance en lithium-6. La partie droite de la figure, délimitée par la courbe noire, est exclue par les contraintes sur les distorsions du CMB.

### 4.2.9 Discussion

Plusieurs points se dégagent de cette étude de la production secondaire d'éléments légers dans le cadre de l'univers de Dirac-Milne. Trois mécanismes étaient envisagés pour la production de deutérium : capture neutronique, nucléodisruption et photodésintégration. La production par capture neutronique a rapidement été écarté du fait de la durée de vie finie des neutrons, bien trop petite en regard des échelles de temps propres à l'univers de Dirac-Milne.

La production par nucléodisruption est, quant à elle, défavorisée du fait de la courte distance de thermalisation des fragments chargés résultant des annihilations antinucléon-noyau. En effet, ces fragments, résultats d'une annihilation  $\bar{p}\alpha$ , sont produits au niveau de la zone de contact entre matière et antimatière et sont rapidement thermalisés par collisions coulombiennes sur des distances largement inférieures à la longueur de diffusion (voir figure (4.10)).

La production par photodésintégration des noyaux d'hélium-4 semble donc être le seul mécanisme qui puisse mener à la production significative de deutérium. Cette production n'est possible qu'à partir d'une température d'environ 500 eV, lorsque l'énergie seuil  $E_{\text{max}}$  de création de paires sur les photons thermiques devient supérieure à l'énergie minimale requise pour photodésintégrer un noyau d'hélium-4. Nous avons donc déterminé la taille de l'émulsion qui permet la production de deutérium au niveau observé de  $X_{\text{D}} \sim 3 \times 10^{-5}$ . Nous avons considéré pour cette estimation que la taille de l'émulsion était fixée par le mécanisme de séparation initial et restait approximativement constante (exprimée en grandeur comobile). La production de deutérium s'arrête au redshift de fin d'annihilation. Cette fin d'annihilation est une condition nécessaire à la viabilité du modèle. Dans le cas contraire, les annihilations résiduelles finiraient par laisser des empreintes sur le spectre des photons du CMB, ce qui est fortement contraint par les mesures effectuées par FIRAS et plus encore sur le fond diffus gamma.

Si l'on impose l'arrêt des annihilations le plus tard possible, aux alentours de  $z_{\text{fin}} = 3 \times 10^4$ , la taille de domaines qui permet d'obtenir une abondance de deutérium de l'ordre de  $X_{\text{D}} = 3 \times 10^{-5}$  se situe vers

$$L_{1\text{keV}} = 5 \times 10^{15} \text{ cm.} \quad (4.96)$$

Exprimée aujourd'hui, cette longueur correspond à une taille de domaines comobile de  $L_{\text{dom}} \sim 7 \text{ kpc}$ . Cette taille peut paraître faible par rapport, par exemple, à la taille typique d'une galaxie (100 kpc), mais il faut garder en mémoire que le scénario de formation des structures sera énormément changé par rapport au scénario standard du fait de la présence de domaines de masses positives et de masses négatives qui vont se repousser. Ainsi, il est sans doute prématuré de dire, à ce stade de l'étude, que les contraintes de nucléosynthèse conduisent à une taille de domaines trop petite. Par contre, cette estimation de taille peut servir de conditions initiales pour l'étude de la formation des structures dans le cadre de l'univers de Dirac-Milne.

La taille déterminée par la production de deutérium au moment du découplage gravitationnel est largement inférieure au libre parcours moyen des photons de haute énergie à cette température (voir figure (4.13)), ce qui implique que la production de deutérium peut raisonnablement être considérée comme homogène. Il est remarquable qu'un mécanisme profondément inhomogène comme l'annihilation matière/antimatière qui se déroule dans des zones très localisées puisse produire du deutérium de manière homogène, comme l'est la production thermique du deutérium dans le cas standard, ou celle de l'hélium-4 dans l'univers de Dirac-Milne.

Même si la production de deutérium à un niveau raisonnable est possible, le modèle de Dirac-Milne se heurte toutefois à une contrainte qu'il semble difficile de contourner. La production de deutérium par photodésintégration s'accompagne d'une production d'hélium-3 jusqu'à un facteur 10 plus importante. Il est vrai que l'histoire stellaire de l'hélium-3 est complexe, puisqu'il peut être détruit, mais également produit dans les étoiles, si bien que la détermination observationnelle de son abondance primordiale est difficile. Cela a par exemple conduit [Cyburt et al. 2003] à ignorer les contraintes posées par cet élément, du fait de son histoire stellaire complexe. Ce raisonnement me paraît toutefois douteux car même si, en effet, il est difficile de remonter à l'abondance primordiale en hélium-3 à partir des observations qui en sont faites, on peut toutefois poser des contraintes sur l'évolution du rapport  $D/{}^3\text{He}$  [Sigl et al. 1995]. Le raisonnement est le suivant. Le deutérium étant très fragile, il ne peut qu'être détruit dans les étoiles et en aucun cas produit. L'hélium-3 peut, quant à lui, être produit ou détruit, mais s'il est détruit, le deutérium le sera au moins en proportions égales car il est plus fragile. Ainsi le rapport  $D/{}^3\text{He}$  ne peut que décroître au cours du temps. Des observations locales, dans le milieu interstellaire, de deutérium à un niveau à peine inférieur au niveau de production de la nucléosynthèse standard ( $(D/H)_{\text{obs}} \sim 2 \times 10^{-5}$ ) [Linsky et al. 2006], et les observations d'hélium-3 dans la galaxie impliquent un rapport  $D/{}^3\text{He}$  de l'ordre de 1 aujourd'hui. Suivant le raisonnement de [Sigl et al. 1995], comme le rapport  $D/{}^3\text{He}$  ne peut que décroître, cela implique qu'au moment d'une production non standard d'hélium-3 et de deutérium, ce rapport était toujours plus grand que sa valeur actuelle (à  $z = 0$ ). La production de deutérium par photodésintégration des noyaux d'hélium-4 dans l'univers de Dirac-Milne fournit un rapport  $D/{}^3\text{He}$  sensiblement plus petit que 1, ce qui semble alors en contradiction avec le raisonnement exposé.

Enfin, le lithium-6, synthétisé à partir des noyaux énergétiques d'hélium-3 ou de tritium selon le mécanisme décrit à la section (4.2.7), est produit à des niveaux élevés comparativement à la production thermique de lithium-7 d'une part, et par rapport aux observations décrites dans le chapitre 1 d'autre part. En effet, la production de deutérium à un niveau  $D/H \sim 3 \times 10^{-5}$  s'accompagne d'une production de lithium-6 à un niveau  ${}^6\text{Li}/H \sim 10^{-9}$ , soit une valeur plus grande que celle du lithium-7. Même si l'annonce de l'observation d'un plateau de lithium-6 dans des vieilles étoiles du halo est sujette à caution, une abondance de lithium-6 supérieure à celle du lithium-7 n'a pour l'instant jamais été observée dans des étoiles peu évoluées. Il semble ainsi que le lithium-6 soit sur-produit par le mécanisme de photodésintégration dans l'univers de Dirac-Milne.

### 4.3 Conclusion

Nous avons étudié dans cette partie la possibilité d'une nucléosynthèse primordiale dans l'univers de Dirac-Milne. L'évolution linéaire du facteur d'expansion change radicalement le scénario de la nucléosynthèse standard, puisque celle-ci se déroule, dans l'univers de Dirac-Milne, sur une échelle quelque  $10^7$  fois plus longue que dans le modèle standard. Les interactions faibles qui assurent l'équilibre thermodynamique entre protons et neutrons se découplent vers une température de 90 keV (contre  $\sim 1$  MeV dans le cas standard). Ce découplage tardif permet une production faible d'hélium-4, mais cette production se déroule pendant un temps très long. La figure (4.2) résume à elle seule parfaitement bien ce mécanisme de nucléosynthèse thermique

homogène dans l'Univers de Dirac-Milne.

La valeur de la densité baryonique, paramétrée par le rapport  $\eta$  du nombre de baryons sur le nombre de photons, qui permet une abondance d'hélium-4 compatible avec les observations se situe dans l'intervalle :

$$8.8 \times 10^{-9} < \eta < 9.6 \times 10^{-9}. \quad (4.97)$$

Cette production d'hélium-4 s'accompagne d'une production de lithium-7. Les abondances comparées en lithium-7 et en hélium-4 sont présentées sur la figure (4.4). Si l'on impose une densité baryonique compatible avec les observations en hélium-4, le lithium-7 est sensiblement surproduit, dans des proportions toutefois légèrement moindres que dans le modèle standard. L'univers de Dirac-Milne dispose lui-aussi d'un problème du lithium-7, mais celui est néanmoins allégé par rapport à celui du modèle standard.

Si l'hélium-4 et le lithium-7 sont produits à des abondances compatibles avec les observations, ce n'est pas le cas du deutérium et dans une moindre mesure de l'hélium-3 qui sont réduits dans cette nucléosynthèse thermique très longue à des niveaux totalement indétectables. Ce résultat avait mis un point d'arrêt aux premières études sur la nucléosynthèse dans un univers à évolution linéaire [Sethi et al. 1999, Kaplinghat et al. 2000].

Une des spécificités du modèle de Dirac-Milne est la présence de domaines séparés de matière et d'antimatière. Des annihilations de surface, contrôlées par la diffusion des nucléons et des antinucléons, fournissent un mécanisme original de production secondaire de deutérium. Nous avons montré, à l'aide d'une approximation analytique simplement basée sur un traitement diffusif du transport de nucléons vers la zone d'annihilations, que ce mécanisme pouvait fabriquer de manière efficace du deutérium. C'est principalement par photodésintégration des noyaux d'hélium-4, initialement synthétisés lors de la première phase de nucléosynthèse thermique, que se déroule cette phase secondaire de nucléosynthèse. Les photons générés lors d'une annihilation nucléon-antinucleon initient des cascades électromagnétiques par créations de paires sur les photons thermiques du CMB. Le spectre de ces cascades est générique [Ellis et al. 1992] et présente une coupure à l'énergie seuil de création de paires. La production de deutérium par photodésintégration commence donc lorsque cette énergie seuil devient supérieure à l'énergie minimale requise pour photodésintégrer des noyaux d'hélium-4, soit vers une température de 500 eV.

Les annihilations injectent également de l'énergie dans le contenu radiatif de l'univers, et peuvent ainsi générer des contraintes fortes sur d'éventuelles distorsions du spectre du CMB. Ces injections d'énergie peuvent être thermalisées efficacement par des processus radiatifs qui ne conservent pas le nombre de photons (essentiellement le bremsstrahlung (voir chapitre 3)) jusqu'à des redshifts relativement faibles comparés aux contraintes de thermalisation dans le cadre du modèle standard. Toutefois, afin de respecter ces contraintes, les annihilations doivent cesser à un certain redshift qui peut être contraint, en même temps que la taille des domaines, par l'abondance finale en deutérium.

Au final, les calculs montrent (fig. (4.17)) qu'un arrêt des annihilations vers un redshift  $z_{\text{fin}} = 3 \times 10^4$  et une taille comobile à 1 keV des domaines de l'ordre de  $5 \times 10^{15}$  cm permet d'obtenir, de façon homogène, du deutérium au niveau de  $3 \times 10^{-5}$  qui correspond aux mesures de deutérium dans des nuages d'hydrogène à haut redshift situés sur des lignes de visée d'objets quasi-stellaires. Cette production de deutérium s'accompagne toutefois d'une surpro-

duction d'hélium-3, qui elle, semble incompatible avec les observations, même si l'hélium-3 n'est généralement pas considéré comme un bon baryomètre [Vangioni-Flam et al. 2003] du fait qu'il peut être produit comme détruit par des processus astrophysiques postérieurs à la nucléosynthèse primordiale. Cette surproduction d'hélium-3 s'accompagne également d'une surproduction de lithium-6, synthétisés à l'aide de réactions non-thermiques (éq. 4.74).

En conclusion de cette partie sur la nucléosynthèse dans l'univers de Dirac-Milne, on peut insister sur le fait que cet univers, avec son histoire thermique radicalement différente de celle du modèle standard, parvient néanmoins à produire hélium-4, deutérium et lithium-7 dans des proportions raisonnablement compatibles avec les observations. On note toutefois une probable surproduction d'hélium-3. Par ailleurs, la production d'hélium-4 permet de poser des contraintes sur la densité baryonique de cet univers, qui se trouve ainsi être environ 15 fois plus importante que la densité baryonique du modèle standard. Ce point est important car il enlève de ce fait la nécessité d'avoir recours à de la matière noire non-baryonique pour expliquer certains aspects de la dynamique des galaxies et des amas de galaxies.

# Chapitre 5

## Supernovæ de type Ia

---

5.1	Généralités . . . . .	141
5.2	Les supernovæ du programme SNLS . . . . .	146
5.3	Analyse . . . . .	149
5.4	Conclusion de l'analyse des données SNLS . . . . .	159

---

L'étude des variations de la distance de luminosité des supernovæ de type Ia fait aujourd'hui partie des tests cosmologiques majeurs et fait l'objet d'efforts observationnels conséquents. Depuis la découverte, en 1998, d'une gravité répulsive qui, selon le modèle  $\Lambda$ CDM, causerait l'accélération de l'expansion de notre Univers, ce test cosmologique est considéré comme l'un des plus à même de contraindre les différents scénarios d'Énergie Noire supposés causer cette accélération. Le rapport de la *Dark Energy Task Force* [Albrecht et al. 2006] considère que l'étude des supernovæ de type Ia est l'un des quatre tests cosmologiques – avec les oscillations baryoniques acoustiques, le *weak lensing* et l'étude des amas de galaxies – qui doivent être mis en avant sur le plan expérimental et observationnel dans les prochaines années. Il est donc nécessaire de confronter l'univers de Dirac-Milne à ce test cosmologique.

Avant de procéder à cette étude, il peut être utile de rappeler le contexte dans lequel se trouvait la cosmologie en 1998, date de la mise en évidence, par deux équipes indépendantes [Riess et al. 1998, Perlmutter et al. 1999], que notre Univers n'est manifestement pas correctement décrit par un modèle Einstein-de Sitter (EdS).

Dans les années 1980-90, le modèle de référence est alors le modèle Einstein-de Sitter, qui décrit un univers dominé par la matière – quelque soit sa nature – muni de sections spatiales plates. Cette platitude impose que la densité totale d'énergie dans l'univers est extrêmement proche de la densité critique, ou de manière équivalente que le rapport de ces deux densités, noté  $\Omega$  est extrêmement proche de l'unité. Le fait d'avoir  $\Omega \sim 1$  est soit le fait d'un extraordinaire ajustement des conditions initiales aux tous premiers instants de l'Univers, ce qui paraît peu naturel, ou alors une conséquence des scénarios d'inflation, introduits notamment pour s'affranchir de cet ajustement *ad hoc* et pour résoudre de le problème de l'horizon.

Il y avait alors au moins deux problèmes qui se posaient. Le premier concerne la quantité de

matière inventoriée dans l'Univers. On trouve un bon résumé des différentes mesures de masses dans [Trimble 1987]. Il ressort qu'à cette époque – et c'est d'ailleurs toujours le cas – les mesures de masses dans les amas de galaxies indiquent une densité de matière  $\Omega = 0.2 \pm 0.1$ , bien plus faible que la densité requise pour avoir un espace plat.

Parallèlement à ce problème de masse, le problème de l'âge de l'univers commençait à se faire de plus en plus aigu. Comme je l'ai indiqué dans les chapitres précédents, l'âge de l'Univers dans le modèle Einstein-de Sitter est  $t_0 = 2/3H_0^{-1}$ . Les différentes mesures de la constante de Hubble  $H_0$ , après avoir oscillé entre les valeurs de 50 et 100 km/s/Mpc, ont fini par se stabiliser vers une valeur autour de  $H_0 \sim 70 - 75$  km/s/Mpc au milieu des années 1990, notamment avec les premiers résultats du *Hubble Key Project* mené sur le télescope spatial Hubble. Cette valeur de  $H_0$  pose précisément le problème de l'âge de l'Univers car les mesures d'âge des plus vieilles étoiles de la galaxies indiquent un âge supérieur à celui de l'univers Einstein-de Sitter [Chaboyer et al. 1998].

Les tensions sur le modèle Einstein-de Sitter peuvent alors se résumer ainsi : l'inflation prédit un espace plat et donc une densité d'énergie totale très proche de la densité critique. Or les mesures de masses dans les gros amas de galaxies, c'est à dire dans les plus grosses structures gravitationnellement liées de l'Univers semblent indiquer une densité plus faible, incompatible avec cette hypothèse de platitude [Trimble 1987]. Par ailleurs l'âge d'un univers tel que  $\Omega = \Omega_M = 1$  serait plus petit que l'âge de certains de ces constituants, et la solution consistant à adopter une valeur faible de  $H_0$  pour augmenter l'âge semble très défavorisée par les observations. Face à cette situation, une solution consiste à (ré-)introduire une énergie noire, ou énergie du vide dont la forme la plus simple est celle d'une constante cosmologique telle que l'équation d'état de cette énergie fait apparaître une pression négative  $p_\Lambda = -\rho_\Lambda$ . La nature exacte de cette composante n'est pas connue, ni précisée, mais cette introduction semble résoudre d'un coup tous les problèmes cités ci-dessus, même si par ailleurs elle en soulève d'autres toutes aussi fondamentales. Ainsi considérer une énergie noire telle que sa densité d'énergie réduite  $\Omega_\Lambda$  est déterminée pour que la densité totale  $\Omega_M + \Omega_\Lambda = 1$ , où  $\Omega_M$  prend la valeur déduite des observations, permet de satisfaire la condition  $\Omega = 1$  posée par l'inflation, respecte les contraintes posées par l'observation des amas de galaxies et résout également le problème de l'âge de l'Univers.

La découverte, en 1998 du fait que les supernovæ de type Ia apparaissent moins lumineuses qu'attendu dans le cadre d'un modèle EdS alors que ces mesures sont compatibles avec une constante cosmologique telle que  $\Omega_M + \Omega_\Lambda = 1$  a marqué le basculement de la communauté vers le modèle aujourd'hui appelé modèle de concordance. De ce fait, aujourd'hui, l'univers Einstein-de Sitter n'est quasiment plus considéré, tant les évidences observationnelles semblent favoriser le modèle  $\Lambda$ CDM.

Dix ans après cette découverte, les relevés de SNe Ia s'enchaînent et s'accumulent, qui tendent à confirmer la présence d'une mystérieuse énergie noire. Considérant comme acquis que le modèle Einstein-de Sitter est exclu, le but des relevés actuels ou à venir n'est plus seulement de déterminer la valeur précise de la densité d'énergie noire  $\Omega_\Lambda$ , mais également de préciser la valeur du paramètre d'état  $\omega$ , reliant densité et pression, et même de contraindre une éventuelle dépendance en redshift de ce paramètre.

Par son côté historique, il semble que les SNe Ia sont bien ancrées dans l'esprit de la communauté comme étant le test cosmologique qui prouve que l'expansion de notre Univers est accélérée. Qu'en est-il alors de l'univers de Dirac-Milne face à cette situation ? Remarquons

déjà que le modèle de Dirac-Milne n'est pas inconnu du domaine de la cosmologie avec les SNe Ia puisque très souvent, en tout cas dans les premières publications sur le sujet ([Perlmutter et al. 1997], par exemple), les observations sont comparées à un univers vide  $\Omega_M = 0, \Omega_\Lambda = 0$ , qui n'est rien d'autre que notre univers de Dirac-Milne. Si l'univers vide est souvent utilisé comme référence, c'est qu'il se situe à la frontière entre une expansion décélérée et une expansion accélérée, que l'on attribue généralement, faute d'une description plus précise, à l'Énergie Noire, quelles que soient sa forme et sa nature. Ainsi, la seule caractéristique nécessaire à l'étude du modèle Dirac-Milne vis-à-vis des SNe Ia est l'évolution linéaire de son facteur d'échelle et le fait que ses sections spatiales soient ouvertes. Il est amusant de remarquer que les premières publications [Perlmutter et al. 1997, Garnavich et al. 1998] des équipes qui ont mis en évidence l'accélération de l'expansion, avant les deux publications ultra-citées [Perlmutter et al. 1999, Riess et al. 1998] sont largement compatibles avec un univers vide. L'augmentation de la statistique (ces premières publications ne présentant tout au plus qu'une dizaine de supernovæ à haut redshift) aura fait converger ces premiers résultats vers l'univers  $\Lambda$ CDM aujourd'hui considéré comme référence.

De manière générale, en regardant les contours de probabilités sur les récentes publications du sujet, l'univers vide ( $\Omega_M = 0, \Omega_\Lambda = 0$ ) est toujours situé à plus de  $3\sigma$  du meilleur ajustement dans le plan  $(\Omega_M, \Omega_\Lambda)$  (voir par exemple [Riess et al. 2004, Astier et al. 2006, Kowalski et al. 2008]), ce qui semble exclure l'univers Dirac-Milne de manière assez certaine.

Devant cette situation qui semble initialement peu réjouissante pour l'avenir du modèle Dirac-Milne, il est nécessaire de revenir sur les analyses de ces échantillons de supernovæ. Je considérerai ainsi les données du programme SNLS [Astier et al. 2006] et je présenterai une analyse personnelle de ces données après avoir rappelé quelques généralités sur les supernovæ et sur l'utilisation des supernovæ de type Ia en cosmologie.

## 5.1 Généralités

Une explosion de supernova est la manifestation de la fin de vie violente d'une étoile. C'est l'un des événements les plus énergétiques de l'Univers, la luminosité d'une supernova étant comparable à celle de la galaxie qui l'accueille. Le terme supernova regroupe en réalité une grande variété d'événements suivant la nature spectrale de l'étoile et son scénario d'explosion. Ce sont des événements considérés comme rares, la fréquence typique d'occurrence variant entre 0.25 à 1.4 explosions par siècle et par galaxie en fonction des types de supernovæ et de galaxies hôtes [Tammann et al. 1994].

### 5.1.1 Classification spectrale

Les caractéristiques du spectre de la supernova au moment de son maximum de lumière permettent de dégager plusieurs grandes catégories. Une première classification en deux catégories [Minkowski 1941] a été proposée, selon que le spectre possède ou non des raies d'hydrogène. Par la suite, cette classification simple a été étendue [Filippenko 1997] pour inclure des critères de forme sur les courbes de lumière, en plus d'autres caractéristiques spectrales, la simple dichotomie proposée initialement ne suffisant plus à rendre compte de la variété des spectres observés. La figure (5.1) présente de manière synthétique cette classification.



La fusion de cette coquille dégage une pression de radiation qui repousse les couches extérieures de l'endroit où se passent ces réactions et l'étoile apparaît ainsi grande, brillante et froide : on parle alors de géante rouge.

Quand le coeur d'hélium atteint une densité et une température suffisante, la combustion de l'hélium en carbone s'amorce sans pour autant causer la dilatation du coeur : c'est le flash de l'hélium. Tout dépend alors de la masse de l'étoile. Si elle dépasse une masse de l'ordre de  $8M_{\odot}$ , la combustion continue, l'étoile évolue en supergéante puis finit par exploser en supernova gravitationnelle. Par contre, si la masse de l'étoile est inférieure à cette valeur limite d'environ  $8M_{\odot}$ , l'étoile s'éteint peu à peu et devient une naine blanche. Si toutefois cette étoile fait partie d'un système binaire, ce qui est courant car environ une étoile sur deux est dans ce cas, elle peut accréter de la matière de son compagnon et, éventuellement, aboutir à une supernova thermonucléaire.

### Supernovæ gravitationnelles

À partir du stade de géante rouge, une étoile de masse supérieure à  $8M_{\odot}$  continue son cycle de combustion en augmentant continuellement sa température dans son coeur. L'hélium est ainsi brûlé en carbone et en oxygène, à leur tour brûlés en néon, sodium, magnésium, et ce jusqu'au fer et au nickel. Le fer et le nickel étant les éléments les plus liés, leur combustion est défavorisée et l'étoile voit alors son coeur s'arrêter et commence ainsi à s'effondrer sous l'effet de la gravitation.

L'équilibre dans le coeur est alors assuré par la pression de dégénérescence des électrons. La combustion continue toutefois dans les couches périphériques augmentant ainsi la masse du coeur en fer. Quand la masse de celui-ci dépasse la masse de Chandrasekhar ( $\sim 1.4M_{\odot}$ ), la pression des électrons ne permet plus de contre-balancer la gravité et le coeur s'effondre. La densité devient telle que les protons capturent les électrons pour former des neutrons. On obtient alors une étoile à neutrons. Les couches extérieures de l'étoile qui continuaient à s'effondrer sur le coeur rebondissent, créant ainsi une explosion gigantesque, dont l'énergie est majoritairement emportée sous forme de neutrinos.

### Supernovæ thermonucléaires

Dans notre étude cosmologique, qui cherche à définir des standards de luminosité (i.e. des chandelles standard), nous nous intéressons en premier lieu au devenir des géantes rouges de faible masse. Ces étoiles sont ainsi constituées d'un coeur d'hélium en combustion qui produit carbone et oxygène. Quand l'hélium du coeur est épuisé, les réactions continuent dans les couches externes d'hélium. Une fois l'hélium complètement disparu, l'étoile subit une nouvelle phase de contraction rapide, mais du fait de sa faible masse ne parvient pas à initier la combustion du carbone et de l'oxygène. Elle s'effondre donc sous l'effet de la gravité et atteint l'équilibre assuré par la pression de dégénérescence des électrons. Les couches extérieures rebondissent sur ce coeur et sont éjectées. L'étoile atteint alors l'état de "naine blanche", un coeur de carbone et d'oxygène dont la masse est inférieure à la masse de Chandrasekhar.

L'histoire s'arrête là pour ces étoiles, sauf si elles font partie d'un système binaire où elles se voient offrir une deuxième chance d'atteindre l'état de supernova. Dans le cas d'un système binaire géante rouge/naine blanche par exemple, la naine blanche va accréter de la matière à partir de son étoile compagnon. De ce fait elle augmente sa masse. Quand celle-ci dépasse le seuil

critique de la masse de Chandrasekhar, la pression des électrons ne suffit plus pour compenser la gravité, l'étoile s'effondre, l'énergie libérée permet la fusion du carbone ce qui conduit à l'explosion pratiquement totale de l'étoile. Ce type de fin de vie cataclysmique constitue une supernova de type Ia.

### 5.1.3 Les SNe Ia : des chandelles standard... isables

L'intérêt des supernovæ de type Ia réside dans le mécanisme qui leur donne naissance. L'explosion d'une naine blanche qui dépasse la masse de Chandrasekhar par accrétion progressive de matière d'une étoile compagnon fournit un scénario a priori identique pour toutes ces explosions et l'on s'attend alors à des caractéristiques similaires des courbes de lumière et des magnitudes absolues de ces supernovæ. L'hypothèse de chandelle standard consiste justement à supposer que ces explosions ont les mêmes caractéristiques, notamment la même magnitude absolue. Dans la pratique, ce n'est évidemment pas tout à fait le cas, les SNe Ia présentant par exemple une dispersion naturelle de l'ordre de 0.5 magnitude (voir fig. (5.2, gauche)). Ces différences viennent principalement du fait que ces objets sont des objets astrophysiques et qu'ainsi de nombreux effets physiques peuvent intervenir, modifiant de fait les caractéristiques de la supernova. Par exemple, la nature de l'étoile compagnon, la masse du progéniteur ou sa composition chimique sont autant de paramètres qui peuvent causer des variations possiblement importantes d'une SN Ia à une autre.

Même si la modélisation théorique des explosions de supernova de type Ia est mal comprise, il existe toutefois certaines corrélations entre les différents observables d'une SN Ia sur lesquelles il est possible de s'appuyer et ainsi de déterminer des lois empiriques permettant de réduire la dispersion dans les courbes de lumière. Parmi ces corrélations, deux sont couramment exploitées :

- Relation largeur-luminosité. Cette relation indique que les supernovæ les plus brillantes ont une décroissance de leur courbe de lumière plus lente [Phillips 1993]. Cette relation est particulièrement visible sur la figure de gauche de la figure (5.2). Pour corriger cette dispersion, on introduit un paramètre d'étirement temporel, ou *stretch* qui permet de recalculer les courbes de lumière les unes sur les autres. La prise en compte de cette corrélation permet de réduire considérablement la dispersion comme en témoigne le passage de la figure de gauche à la figure de droite de la figure (5.2).
- Relation couleur-luminosité. Cette relation, mise en évidence par [Tripp 1998], relie la couleur de la supernova à sa luminosité. Suivant les modèles, cette relation empirique tente de rendre compte de l'absorption par les poussières dans la galaxie, la galaxie hôte ou dans le milieu intergalactique. Pour utiliser cette corrélation, on introduit un paramètre de couleur qui là encore permet de réduire la dispersion des courbes de lumière.

### 5.1.4 L'utilisation en cosmologie

Si l'on considère un objet de luminosité intrinsèque  $L$  situé à un redshift  $z$ , la relation entre son flux et la distance de luminosité s'écrit :

$$f = \frac{L}{4\pi d_L^2(z)}. \quad (5.1)$$

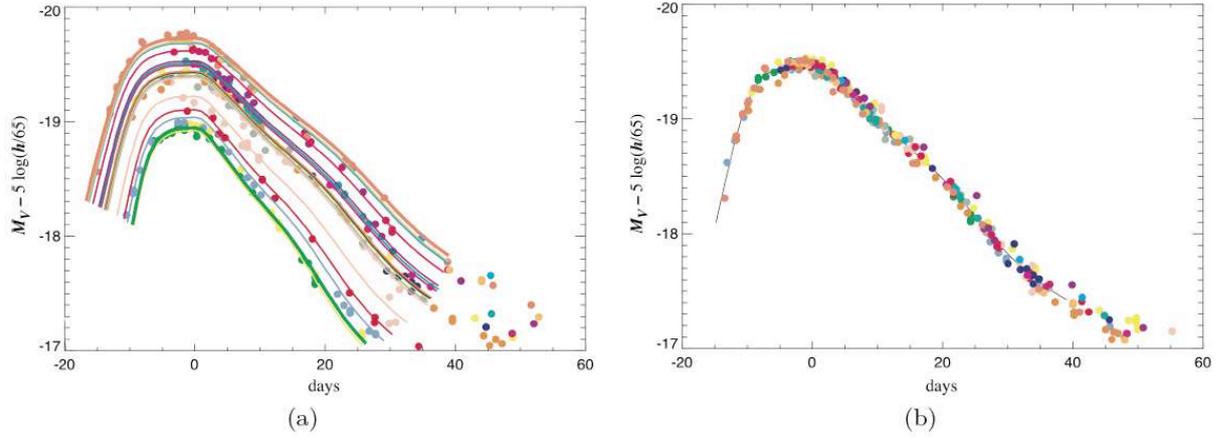


FIGURE 5.2 – La figure de gauche montre les courbes de lumière des supernovæ observées par le Cal-n-Tololo Supernovæ Search [Hamuy et al. 1993] dans la bande B. La figure de droite représente les mêmes courbes de lumière corrigées à l’aide du paramètre d’étirement (“stretch factor”). Cette correction permet de passer d’une dispersion de l’ordre de 50% de la luminosité intrinsèque des SNe Ia à un peu moins de 20%.

C’est en considérant cette expression qu’on remarque l’intérêt de travailler avec des objets de luminosité intrinsèque identique, c’est-à-dire des chandelles standards. Cette équation fait intervenir la distance de luminosité qui est une fonction analytique du redshift et du modèle cosmologique sous-jacent que l’on cherche à déterminer à partir de la mesure de flux des différentes supernovæ. La luminosité intrinsèque est a priori inconnue, mais si l’on travaille avec des chandelles standard, c’est une constante qui ne dépend pas de l’objet considéré. On peut la considérer comme un paramètre libre et ainsi la déterminer en même temps que les paramètres cosmologiques.

En astronomie, la brillance des objets est souvent exprimée en terme de magnitude. On considère un objet de référence dont les grandeurs sont indicées par une \*. En notant  $m$  la magnitude apparente, il vient alors :

$$m - m_* = -2.5 \log_{10} \frac{f}{f_*} = -2.5 \log_{10} \frac{L}{L_*} \frac{d_{L*}^2}{d_L^2}, \quad (5.2)$$

où l’objet de référence a une luminosité absolue telle que si sa distance de luminosité est 10 pc, alors sa magnitude  $m_* = 0$ . On peut alors définir un module de distance  $\mu$  tel que

$$\mu \equiv m - M = 5 \log_{10} \frac{d_L}{10 \text{ pc}}, \quad (5.3)$$

avec  $M$ , la magnitude absolue de l’objet initial.

Dans le cas particulier des observations de SNe Ia, la distance de luminosité est connue analytiquement en fonction de la cosmologie et du redshift, et il s’agit donc de comparer les magnitudes apparentes,  $m$ , déduites des mesures de flux aux magnitudes prédites dans le cadre d’un modèle cosmologique.

### Distance de luminosité

La distance de luminosité d'un objet situé à un redshift  $z$  s'obtient à partir de l'expression de la métrique FRW et de l'équation de Friedmann (voir chapitre 1) et s'écrit, de la manière la plus générale possible :

$$d_L = \frac{c}{H_0}(1+z)S_k \left( \int_0^z \frac{dz'}{\sqrt{\Omega_R(1+z')^4 + \Omega_M(1+z')^3 + \Omega_k(1+z')^2 + \Omega_\Lambda \exp\left(3 \int_0^{z'} \frac{\omega(z'')dz''}{1+z''}\right)}} \right), \quad (5.4)$$

où la fonction  $S_k$ , définie au chapitre 1 (éq. 1.17), caractérise la courbure des sections spatiales. Dans cette expression, les différents termes  $\Omega_i$ , avec  $i = R, M, k, \Lambda$ , réfèrent aux valeurs actuelles de ces paramètres. Le paramètre  $\omega$  est le paramètre d'état de l'Énergie Noire reliant densité et pression, qui, écrit sous cette forme, peut dépendre implicitement du redshift et du modèle considéré.

Dans le cas d'un univers Dirac-Milne, caractérisé par  $\Omega_k = 1$ , les autres termes étant nuls, cette expression se réduit à

$$d_L = \frac{c}{H_0}(1+z) \sinh[\ln(1+z)]. \quad (5.5)$$

## 5.2 Les supernovæ du programme SNLS

### 5.2.1 Le programme SNLS

Le programme SNLS (*SuperNova Legacy Survey*) est un programme observationnel qui vise à détecter et à obtenir les courbes de lumières de supernovæ à haut redshift. Cette détection photométrique est accompagnée d'un programme d'observations spectroscopiques sur les grands télescopes visant à déterminer la nature spectrale des candidats et à en déterminer très précisément le redshift. Le relevé photométrique est effectué sur le télescope CFHT *Canadian France Hawaii Telescope* situé sur le Mauna Kea à plus de 4200 mètres d'altitude.

Un des atouts du SNLS est sa méthode de détection glissante des événements transitoires comme les explosions de supernovæ : les champs profonds sont observés sur une période de 15 à 18 jours aux alentours de la nouvelle lune et le télescope est pointé tous les 3 ou 4 jours sur un même champ. Cela fournit ainsi un bon échantillonnage temporel et permet la détection des supernovæ dans la partie ascendante de leur courbe de lumière.

### 5.2.2 Échantillon

Les données publiées dans [Astier et al. 2006] correspondent aux supernovæ détectées et spectrées durant la première année du programme. Ces données contiennent 115 supernovæ de type Ia. Ces SNe constituent en fait deux groupes de données : un groupe de 44 supernovæ à bas redshift ( $z < 0.15$ ), mesurées en dehors du SNLS et un ensemble de 71 supernovæ qui sont propres au SNLS. Ces supernovæ ont des redshift compris entre  $z = 0.2$  et  $z = 1.01$ . La distribution en redshift de ces supernovæ est présentée sur la figure (5.4).

Comme on l'a indiqué plus haut, l'échantillon de supernovæ proches ne provient pas du SNLS. Il s'agit d'un ensemble de supernovæ collectées dans la littérature dont les origines sont

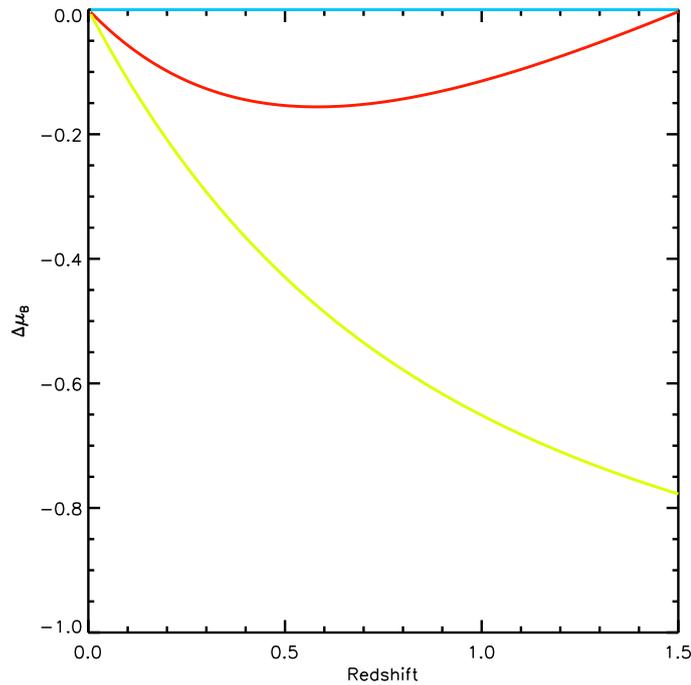


FIGURE 5.3 – Différence entre le module de distance  $\mu$  calculé pour un univers  $\Lambda$ CDM ( $\Omega_M = 0.26, \Omega_L = 0.74$ ) et celui calculé pour un univers de Dirac-Milne (rouge) ou Einstein-de Sitter (vert). Cette représentation illustre le fait que l’univers de Dirac-Milne est beaucoup plus proche – au sens du module de distance – d’un univers  $\Lambda$ CDM que ne l’est le modèle Einstein-de Sitter. En particulier, à grand redshift ( $0.7 < z < 1.5$ ), la différence entre les deux modèles décroît pour s’annuler à  $z = 1.5$ , contrairement au cas Einstein-de Sitter qui s’éloigne de plus en plus du modèle  $\Lambda$ CDM, pris ici comme référence. On remarque également que la différence entre les modèles Dirac-Milne et  $\Lambda$ CDM est du même ordre de grandeur que la dispersion naturelle des SNe Ia.

variées. Il ne s’agit donc pas d’un ensemble homogène d’observations qui auraient été collectées et analysées par une seule expérience, mais d’un ensemble hétérogène de données, qui proviennent d’expériences différentes et observées avec des instruments différents. Il est donc possible que cette non-homogénéité des données soit une source d’erreurs systématiques.

### 5.2.3 Estimateur de distance

Nous avons vu précédemment que les supernovæ de type Ia présentent naturellement des variabilités dans leurs courbes de lumière et dans leurs luminosités au maximum qu’il est nécessaire de corriger ou de réduire afin de pouvoir les utiliser comme chandelles standard. Pour ce faire, on a recours à un “ajusteur de courbe de lumière”, procédé qui permet de déterminer à partir des courbes de lumières observées des paramètres propres à chaque supernova, qui vont permettre de construire un estimateur de distance.

La méthode employée par [Astier et al. 2006] pour l’analyse des courbes de lumière repose

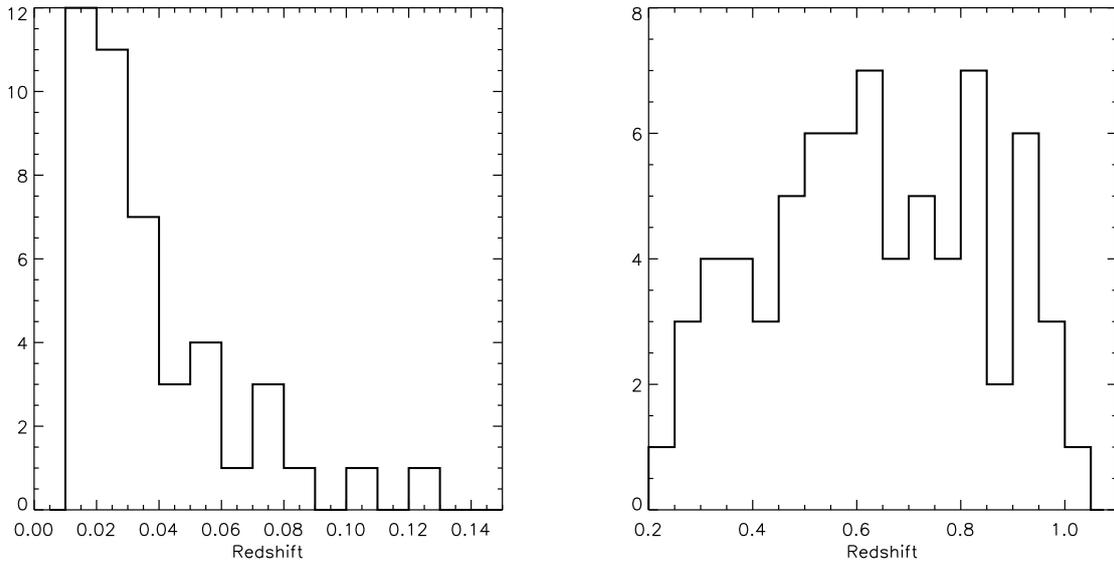


FIGURE 5.4 – Distribution en redshift des supernovæ utilisées par le programme SNLS. **Gauche :** supernovæ proches dont les mesures ont été effectuées en dehors du SNLS. **Droite :** supernovæ lointaines, mesurées par le SNLS.

sur l’utilisation de l’ajusteur SALT (*Spectral Adaptive Light curve Template*) décrit dans [Guy et al. 2005]. Cet ajusteur utilise en entrée les courbes de lumière mesurées, effectue toutes les corrections nécessaires telles la K-corrrection<sup>1</sup> et retourne trois paramètres : la magnitude apparente  $m_B^*$  dans le référentiel de la supernova, un paramètre d’étirement,  $s$  et un paramètre de couleur  $c$ .

Le paramètre  $m_B^*$  est la magnitude apparente de la supernova dans son référentiel propre au moment du maximum de lumière dans la bande  $B$ . Le facteur d’étirement (“stretch”)  $s$  paramétrise la relation largeur-luminosité en recalant la courbe de lumière dans le référentiel propre dans la bande  $B$  sur un patron (“template”). Cette correction permet de réduire la dispersion naturelle des magnitudes. Enfin, le paramètre de couleur  $c$  défini comme  $c = (B - V)_{Bmax} + 0.057$ , représente l’excès ou le déficit de couleur par rapport à une SN Ia standard, définie de façon à ce que  $B - V = -0.057$  au maximum de lumière dans la bande  $B$ . Cette correction concerne non seulement l’extinction causée par la galaxie hôte, mais aussi un éventuel rougisement causé par des poussières.

Au final, l’estimateur de distance utilisé par [Astier et al. 2006] et qui correspond à l’analyse des courbes de lumière effectuée avec SALT s’écrit

$$\mu_B = m_B^* - M + \alpha(s - 1) - \beta c. \quad (5.6)$$

Dans cette expression,  $M$  est la magnitude absolue de la supernova, qui d’après l’hypothèse de chandelle standard est la même pour toutes les supernovæ. Les paramètres  $\alpha$  et  $\beta$  sont des

1. Les supernovæ étant toutes à des redshifts différents, il est nécessaire, pour pouvoir les comparer, d’exprimer leur magnitude dans leur propre référentiel photométrique. La K-corrrection consiste ainsi à ramener le flux mesuré dans un filtre expérimental dans le système photométrique de la supernova. Cette correction nécessite la connaissance précise d’un astre de référence ; dans le cas du SNLS il s’agit de l’étoile Vega.

paramètres dits de nuisance, au même titre que la magnitude absolue  $M$ , qui seront déterminés lors de l’ajustement global des données et sur lesquels les résultats cosmologiques doivent être marginalisés.

L’ajustement qui permet de déterminer les paramètres cosmologiques et les paramètres de nuisance est réalisé en minimisant l’expression suivante :

$$\chi^2 = \sum \frac{(\mu_B - 5 \log_{10}(d_L/10 \text{ pc}))^2}{\sigma^2(\mu_B) + \sigma_{\text{int}}^2}, \quad (5.7)$$

$d_L$  étant la distance de luminosité (éq. 5.4),  $\sigma_{\text{int}}$  un paramètre de dispersion intrinsèque que je discuterai dans la suite et  $\sigma(\mu_B)$  les erreurs statistiques. Dans le terme  $\sigma(\mu_B)$  sont prises en compte les erreurs sur  $m_B^*$ ,  $c$  et  $s$  issues de SALT, ainsi que les incertitudes sur les paramètres  $\alpha$  et  $\beta$ . Enfin,  $\sigma(\mu_B)$  prend en compte une incertitude sur les vitesses particulières de l’ordre de 300 km/s. Notons toutefois que ce terme ne contient pas les erreurs systématiques qui sont, dans l’analyse de [Astier et al. 2006], directement répercutées sur les valeurs des paramètres cosmologiques.

### Dispersion intrinsèque

Cette dispersion intrinsèque est introduite pour rendre compte du fait que, malgré les corrections apportées grâce aux paramètres d’étirement temporel et de couleur, les SNe Ia présentent encore une dispersion de l’ordre de 0.15 mag. Si l’introduction d’un tel paramètre de dispersion peut apparaître naturelle pour des objets astrophysiques dont on ne connaît pas tous les détails de l’évolution, elle est néanmoins rajoutée “à la main” et ajustée de manière à ce que le  $\chi^2$  par degré de liberté de l’ajustement soit égal à 1.

Aussi, s’il peut être logique d’inclure cette dispersion intrinsèque, il devient alors difficile de comparer et de discriminer les modèles. Évidemment dans le cas d’un modèle où la dispersion qui permet de retrouver un  $\chi^2$  réduit égal à 1 est deux fois plus importante que celle du modèle de référence correspondant au plus faible  $\chi^2$ , on peut se poser de sérieuses questions sur la viabilité de ce modèle. Mais quelle fiabilité et quel degré de prédiction peut-on accorder si la dispersion obtenue n’est que légèrement supérieure à celle du meilleur ajustement ? Il n’y a aucune raison a priori de préférer une dispersion de 0.13 mag à une dispersion de 0.14 mag, si ce n’est bien sûr qu’elle est plus faible. Il n’y a en tout cas aucune raison physique pour cela, justement parce que cette dispersion intrinsèque cache un grand nombre d’effets systématiques non maîtrisés. S’il peut être réconfortant d’obtenir une dispersion intrinsèque plus faible, il faut garder à l’esprit que cette procédure ne correspond à rien de physique, ni n’est associée à une réelle dispersion intrinsèque démontrée.

## 5.3 Analyse

### 5.3.1 Minimisateur de $\chi^2$

Pour effectuer les ajustements, j’ai utilisé une version d’*hubblefit*, le programme d’ajustement utilisé par la collaboration SNLS, ultérieure à celle utilisée pour la publication des résultats de la première année de prise de données [Astier et al. 2006]. D’après un membre de l’équipe [Guy 2007], la version que j’ai utilisée corrige un certain nombre d’insuffisances par rapport à celle

qu'ils ont utilisé dans leur publication. J'ai évidemment vérifié que ce programme d'ajustement fournissait néanmoins des résultats compatibles avec ceux que l'on trouve dans la publication [Astier et al. 2006].

Ce qu'il faut garder à l'esprit, c'est que pour l'étude de l'univers de Dirac-Milne, je ne cherche pas a priori à déterminer de paramètres cosmologiques avec une meilleure précision que les équipes précédentes. Je cherche simplement à savoir si cet univers est compatible avec les données des supernovæ de type Ia et à le comparer à un modèle  $\Lambda$ CDM "fiduciel". Notons dès à présent que, même si l'univers de Dirac-Milne ne comporte en principe aucun paramètre libre, il apparaîtra tout de même trois paramètres dans l'expression du  $\chi^2$ .

### 5.3.2 Diagramme de Hubble

On appelle diagramme de Hubble la représentation du module de distance  $\mu$ , défini par la relation (5.6) en fonction du redshift. Traditionnellement, dans ces diagrammes, les points correspondent aux données mesurées et les diverses courbes correspondent aux valeurs théoriques dans le cadre de différents modèles. L'adéquation entre les points et les courbes donne alors une indication sur la viabilité des modèles considérés.

Représenter sur une seule figure les diagramme de Hubble de plusieurs modèles cache en réalité une imprécision qu'il convient de noter. En effet, si l'on considère attentivement la relation définissant le module de distance (éq. (5.6)), on s'aperçoit qu'interviennent les valeurs des paramètres  $M$ ,  $\alpha$  et  $\beta$ , qui sont déterminées lors de l'ajustement aux données en même temps que les paramètres cosmologiques. L'ajustement pour des modèles différents va donc donner des valeurs différentes de ces paramètres et en particulier de la magnitude absolue  $M$  qui n'aura alors pas la même valeur dans l'univers de Dirac-Milne ou un univers  $\Lambda$ CDM.

La figure de gauche de la figure (5.5) présente le diagramme de Hubble tel qu'il est habituellement présenté pour le modèle  $\Lambda$ CDM ( $\Omega_\Lambda = 0.74, \Omega_M = 0.26$ ) (courbe bleue), le modèle Dirac-Milne (courbe rouge) et le modèle Einstein-de Sitter (courbe verte). Les points noirs correspondent aux valeurs du module de distance calculé avec les paramètres  $M$ ,  $\alpha$  et  $\beta$  déterminés lors de l'ajustement pour un univers  $\Lambda$ CDM. Cette représentation est alors biaisée, car elle cherche à comparer les prédictions théoriques de deux modèles aux mesures déterminées pour un troisième modèle. Présenté de cette manière, l'univers Einstein-de Sitter apparaît nettement exclu. Notons déjà que la différence entre la courbe de l'univers  $\Lambda$ CDM et celle de l'univers Dirac-Milne est beaucoup plus fine que celle entre le modèle  $\Lambda$ CDM et le modèle Einstein-de Sitter.

La figure de droite représente la somme du module de distance et de la magnitude absolue déterminée pour chaque modèle. De même les points de différentes couleurs illustrent le fait que les paramètres  $\alpha$  et  $\beta$  diffèrent selon les modèles. Avec cette représentation, certes moins convaincante, même l'univers Einstein-de Sitter n'apparaît pas comme immédiatement exclu. La différence entre les modèles de Dirac-Milne et  $\Lambda$ CDM est quant à elle infime. Afin de pouvoir différencier les différents modèles, il faudra nécessairement considérer les diagrammes des résidus.

### 5.3.3 L'univers Einstein-de Sitter

Même si cette thèse défend l'idée que l'accélération de l'expansion de l'Univers n'est pas démontrée mais que cette expansion ne serait ni accélérée, ni décélérée, il peut être utile de

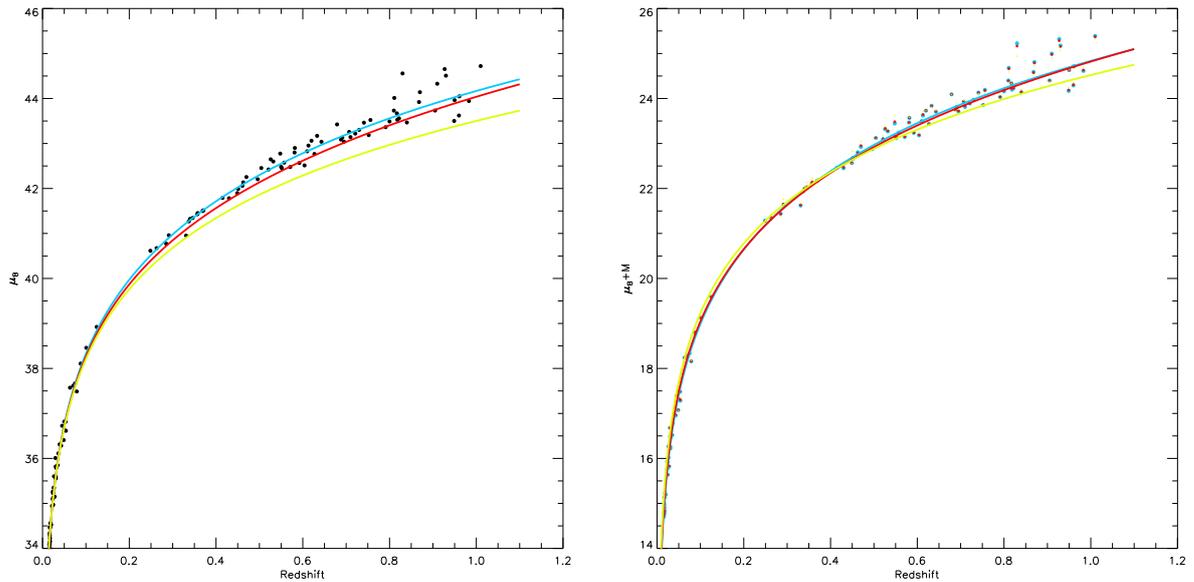


FIGURE 5.5 – Diagramme de Hubble pour trois modèles :  $\Lambda$ CDM ( $\Omega_\Lambda = 0.74, \Omega_M = 0.26$ ) (courbe bleue), Dirac-Milne (courbe rouge) et Einstein-de Sitter (courbe verte). **Gauche** : en ordonnée est représenté le module de distance défini par la relation (5.6). **Droite** : en ordonnée est représentée la somme du module de distance et de la magnitude absolue propre à chaque ajustement. La différence entre les différents modèles est alors beaucoup plus fine. Même le modèle Einstein-de Sitter apparaît sur cette représentation comme non-trivialement exclu.

vérifier que l'univers Einstein de-Sitter est bien fortement défavorisé par les données. J'ai donc réalisé un ajustement comparatif entre l'univers Einstein-de Sitter et un univers  $\Lambda$ CDM plat (avec  $\Omega_M = 0.26$ ). Les résultats sont présentés dans le tableau (5.1) et les résidus du diagramme de Hubble sont présentés dans la figure (5.6).

On remarque que la dispersion intrinsèque, déterminée pour que le  $\chi^2$  réduit vaille 1, est deux fois plus importante pour un univers Einstein-de Sitter que pour le modèle  $\Lambda$ CDM, pris ici comme référence. De plus sur le diagramme des résidus, il est aisé de remarquer visuellement qu'il y a une pente en fonction du redshift et qu'ainsi les résidus ne sont pas du tout distribués de manière uniforme de part et d'autre de la ligne centrale, ce qui est confirmé sur la partie droite de la figure. Pour comparer statistiquement les modèles, on peut refaire l'ajustement en fixant la dispersion intrinsèque du modèle EdS à la valeur obtenue pour le modèle  $\Lambda$ CDM. Les résultats sont présentés dans la colonne de droite du tableau (5.1). Le  $\chi^2$  total correspondant au modèle Einstein-de Sitter est dramatiquement élevé. La probabilité d'avoir  $\chi^2 = 331.3$  pour 112 degrés de liberté est nulle, rejetant ainsi statistiquement le modèle Einstein-de Sitter.

### 5.3.4 Analyse des SNe Ia à haut redshift

Le fait que les supernovæ de bas redshift proviennent de différentes sources, et non d'une seule et même expérience laisse planer un doute sur la fiabilité de ce lot. Dans un premier temps, il peut être utile de ne considérer que le lot des supernovæ SNLS. Aussi, j'ai réalisé différents ajustements pour les modèles Dirac-Milne et  $\Lambda$ CDM. J'ai également considéré le modèle Einstein-

	$\Lambda$ CDM plat	Einstein de Sitter	Einstein de Sitter
$\Omega_M$	0.260 (fixé)	1	1
$M$	$-19.32 \pm 0.018$	$-18.98 \pm 0.035$	$-19.03 \pm 0.02$
$\sigma_{\text{int}}$	0.128	0.257	0.128
$\chi^2$ total	111.95	111.95	311.3 (ddl=112)

TABLE 5.1 – Paramètres issus de l’ajustement sur les 115 SNe Ia de l’échantillon pour un modèle  $\Lambda$ CDM plat et Einstein-de Sitter. La différence entre les deux ajustements pour le modèle Einstein de Sitter réside dans le paramètre de dispersion intrinsèque. Dans la colonne du milieu, cette dispersion est ajustée de façon à ce que le  $\chi^2$  par degré de liberté vaille 1. Dans la colonne de droite, la dispersion est fixée à la valeur obtenue pour le modèle  $\Lambda$ CDM plat afin de pouvoir comparer les  $\chi^2$ .

de Sitter, qui même s’il est exclu, permet de vérifier la cohérence des conclusions. En effet, on s’attend à ce que les différents ajustements à ce modèle soient toujours mauvais et il est ainsi intéressant de comparer Dirac-Milne à  $\Lambda$ CDM en même temps que Einstein-de Sitter à  $\Lambda$ CDM.

J’ai réalisé deux séries d’ajustements, l’un en ajustant la dispersion intrinsèque telle que le  $\chi^2$  réduit vaille 1 et l’autre en la fixant à zéro. Les résultats sont présentés dans les tableaux (5.2) et (5.3) et les résidus dans la figure (5.7).

	Dirac-Milne	$\Lambda$ CDM	Einstein-de Sitter
$\Omega_M$	–	$0.25 \pm 0.08$	1
$M$	$-19.18 \pm 0.022$	$-19.33 \pm 0.07$	$-18.87 \pm 0.03$
$\sigma_{\text{int}}$	0.1172	0.1173	0.155
$\chi^2$ total	68.01	67.01	67.97
$\chi^2$ réduit (ddl)	1.00 (68)	1.00 (67)	1.0 (68)

TABLE 5.2 – Paramètres issus de l’ajustement sur les 71 SNe Ia lointaines de l’échantillon.

	Dirac-Milne	$\Lambda$ CDM	Einstein-de Sitter
$\Omega_M$	–	$0.289 \pm 0.033$	1
$M$	$-19.24 \pm 0.006$	$-19.36 \pm 0.02$	$-19.04 \pm 0.01$
$\sigma_{\text{int}}$	0	0	0
$\chi^2$ total	553.64	558.6	724.38
$\chi^2$ réduit (ddl)	8.14(68)	8.33 (67)	10.65(68)

TABLE 5.3 – Paramètres issus de l’ajustement sur les 71 SNe Ia lointaines de l’échantillon.  $\sigma_{\text{int}} = 0$ .

En regardant les  $\chi^2$  dans le cas où la dispersion intrinsèque est fixée à 0, on se rend vite compte de la raison pour laquelle on introduit ce paramètre! Avec une dispersion intrinsèque nulle, les  $\chi^2$  explosent et tous les modèles seraient rejetés avec une probabilité pratiquement

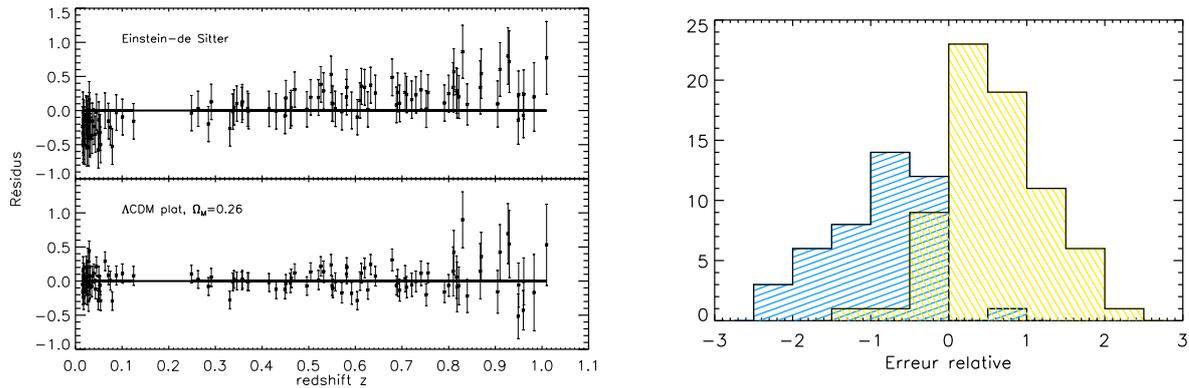


FIGURE 5.6 – **Gauche** : Diagramme des résidus pour le modèle Einstein-de Sitter et  $\Lambda$ CDM plat. Les barres d’erreurs dans le cas du modèle Einstein-de Sitter, qui sont la somme quadratique des erreurs de mesure et du paramètres de dispersion intrinsèque, sont manifestement deux fois plus importantes pour les SNe Ia qui contribuent fortement au poids statistique que pour le modèle  $\Lambda$ CDM du fait du paramètre de dispersion intrinsèque deux fois plus grand. **Droite** : distribution des écarts au modèle Einstein-de Sitter pour les SNe Ia de bas redshift (hachures bleues) et de haut redshift (hachures jaunes).

égale à 1. Cela montre d’ailleurs à quel point l’hypothèse de chandelle standard, même avec les corrections de couleur et de stretch, est forte et difficile à tester.

Le résultat quelque peu inattendu est le suivant : si l’on ne considère que les supernovæ à haut redshift, le modèle Dirac-Milne est aussi bon que le modèle  $\Lambda$ CDM voire même légèrement meilleur si l’on fixe la dispersion intrinsèque à 0. Il sont dans tous les cas indiscernables. On vérifie par ailleurs que ce n’est pas le cas du modèle Einstein-de Sitter, qui là encore est fortement défavorisé. Il semble ainsi que les modèles de Dirac-Milne et  $\Lambda$ CDM soient très proches et cela confirme, si besoin était, la nécessité de disposer de mesures fiables de supernovæ de bas redshift afin d’ancrer le diagramme de Hubble de façon absolue.

Un autre point qui ressort de cet ajustement sur les SNe Ia de haut redshift, est la valeur de la magnitude absolue  $M$  qui se trouve être plus grande dans le cas de Dirac-Milne que dans le modèle  $\Lambda$ CDM d’environ  $\delta M \sim 0.13$ . Cela signifie que dans l’univers de Dirac-Milne, les supernovæ de type Ia sont intrinsèquement moins lumineuses que dans un univers  $\Lambda$ CDM d’environ 11%. C’est là un point original de l’univers de Dirac-Milne qui permet de prédire la valeur de la constante  $M$  des supernovæ car ce modèle ne possède pas de paramètres cosmologiques à déterminer, autre que les deux paramètres de nuisance  $\alpha$  et  $\beta$ , rendant ainsi la prédiction sur  $M$  plus robuste.

Cette analyse partielle montre que si l’on ne considère que les 71 SNe Ia à haut redshift, les deux modèles, Dirac-Milne et  $\Lambda$ CDM, sont en réalité très proches, contrairement au modèle Einstein-de Sitter, comme on pouvait d’ailleurs s’y attendre en regardant la figure (5.3).

### 5.3.5 Échantillon complet

Les ajustements sur les 115 points que contient l’échantillon total pour les trois modèles jusqu’ici considérés ont été réalisés, d’une part en fixant le paramètre de dispersion intrinsèque

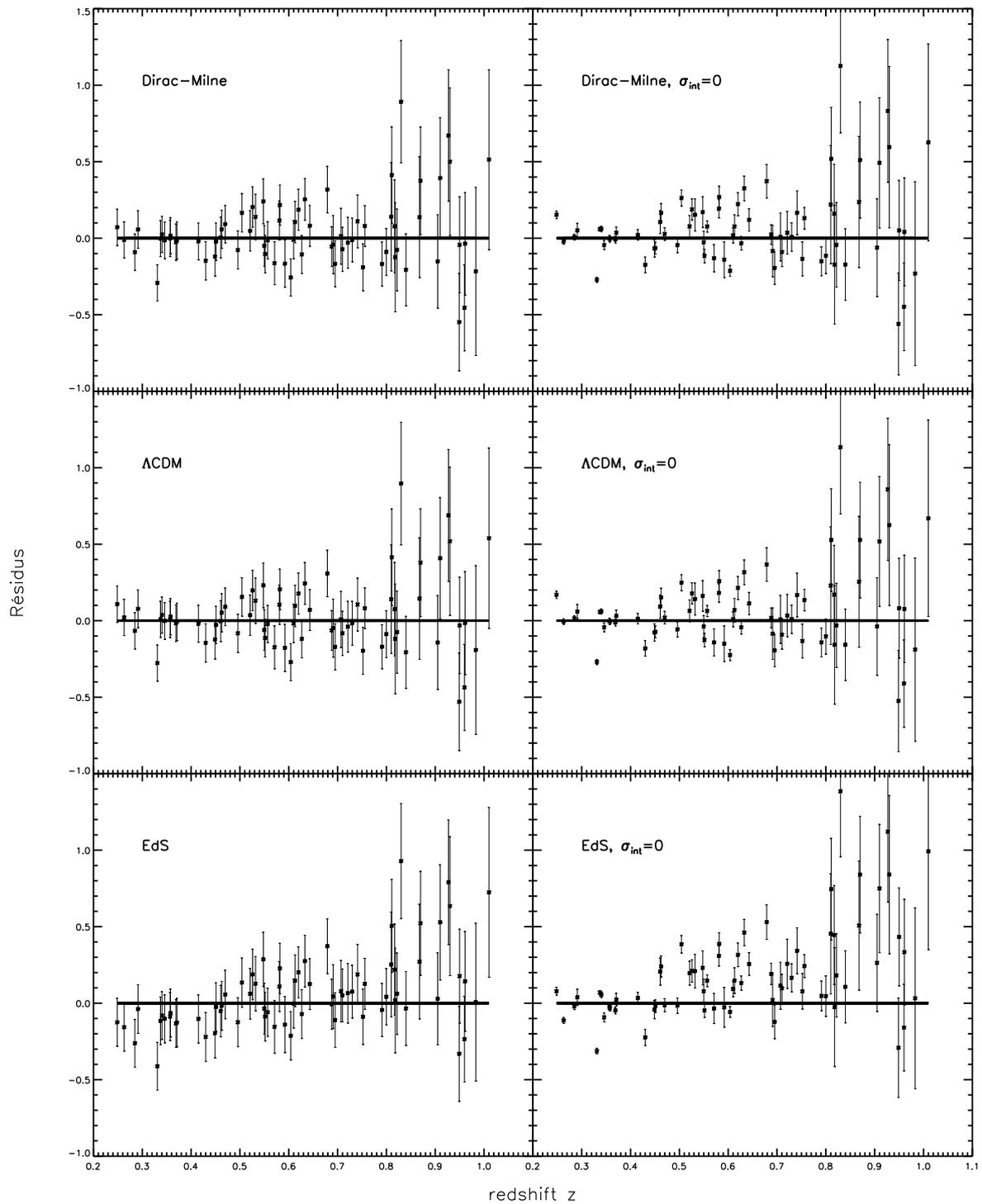


FIGURE 5.7 – Diagrammes des résidus pour l’ajustement sur les 71 SNe Ia de haut redshift. **Colonne de gauche** : la dispersion intrinsèque est ajustée telle que le  $\chi^2$  réduit soit égal à 1. **Colonne de droite** : La dispersion intrinsèque est fixée à 0.

à 0 et d'autre part en l'ajustant selon la procédure habituelle. Les diagrammes des résidus correspondants et les valeurs des résultats sont présentés dans la figure (5.8) et les tableaux (5.4) et (5.5).

	Dirac-Milne	$\Lambda$ CDM	Einstein-de Sitter
$\Omega_M$	–	$0.250 \pm 0.036$	1
$M$	$-19.217 \pm 0.020$	$-19.331 \pm 0.029$	$-18.98 \pm 0.035$
$\sigma_{\text{int}}$	0.1432	0.1289	0.258
$\chi^2$ total (ddl)	112.05 (112)	110.96 (111)	111.95 (112)

TABLE 5.4 – Paramètres issus de l'ajustement sur les 115 SNe Ia de l'échantillon.

	Dirac-Milne	$\Lambda$ CDM	Einstein-de Sitter
$\Omega_M$	–	$0.258 \pm 0.019$	1
$M$	$-19.258 \pm 0.006$	$-19.38 \pm 0.011$	$-19.01 \pm 0.008$
$\sigma_{\text{int}}$	0	0	0
$\chi^2$ total	877.93	809.75	1507.83
$\chi^2$ réduit (ddl)	7.83 (112)	7.295 (111)	13.46 (112)

TABLE 5.5 – Paramètres issus de l'ajustement sur les 115 SNe Ia de l'échantillon en fixant  $\sigma_{\text{int}} = 0$ .

Si l'on considère toutes les supernovæ alors, effectivement, le modèle  $\Lambda$ CDM fournit un meilleur ajustement aux données dans la mesure où le paramètre de dispersion intrinsèque ajusté tel que le  $\chi^2$  par degré de liberté vaille 1, est plus faible dans le modèle  $\Lambda$ CDM que dans le modèle Dirac-Milne, et à plus forte raison que dans le modèle Einstein-de Sitter, comme nous l'avions déjà vu. La colonne de droite de la figure (5.8) montre les résidus sans la dispersion intrinsèque et ainsi présente les erreurs statistiques de mesures. On remarque des zones de redshift bien délimitées dans lesquelles les erreurs apparaissent plus faibles ( $0.2 < z < 0.4$ , notamment).

Considérons maintenant la figure (5.9). Cette figure représente le terme d'erreur  $\sigma(\mu_B)$  (à gauche) et la somme quadratique de ce terme et du terme de dispersion intrinsèque nécessaire pour obtenir un  $\chi^2$  réduit égal à un (à droite), pour le modèle Dirac-Milne (rouge) et  $\Lambda$ CDM (bleu). Plusieurs aspects se dégagent de cette figure. Tout d'abord, une variation importante de ces erreurs en fonction du redshift est manifeste ! Dans l'échantillon des supernovæ de haut redshift, on distingue typiquement trois nuages de points correspondant à trois intervalles de redshift :  $0.2 < z < 0.4$ ,  $0.4 < z < 0.8$  et  $0.8 < z$ . L'augmentation des barres d'erreurs pour les supernovæ de redshift  $> 0.8$  est expliquée par [Astier et al. 2006] comme résultant de la mauvaise efficacité quantiques des CCD de Megacam qui, de ce fait engendre des erreurs importantes sur le paramètre de couleur, erreurs qui sont par la suite multipliées par le paramètre  $\beta$  qui rentre dans l'expression du module de distance.

Pour les supernovæ à bas redshift, les erreurs sont également très dispersées, avec une chute brutale qui se stabilise vers  $z \sim 0.05 - 0.1$ . Il est fort probable que cette répartition des erreurs de mesures des SNe Ia à bas redshift résulte de l'utilisation d'un ensemble hétérogène de données

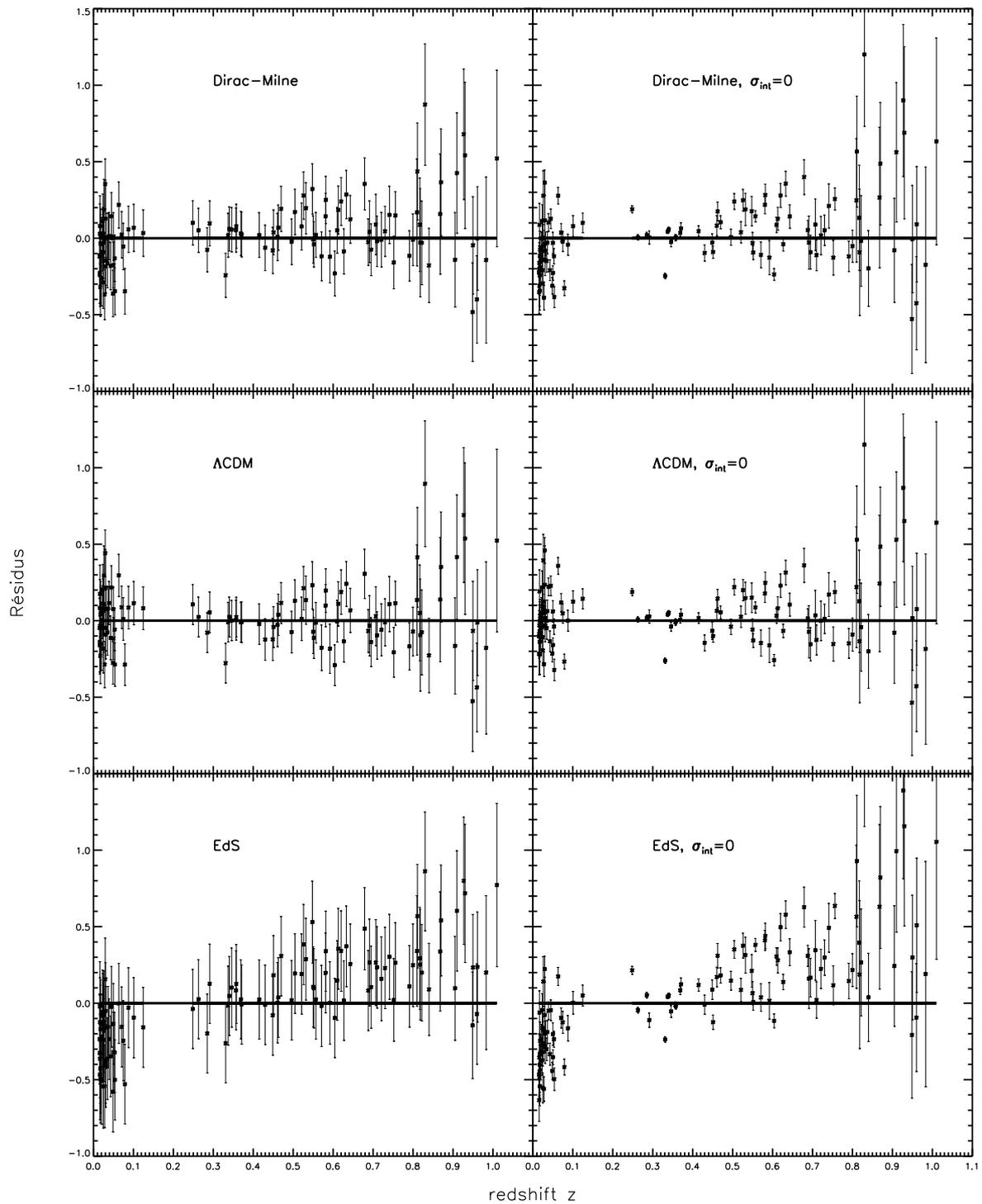


FIGURE 5.8 – Diagrammes des résidus pour l’ajustement sur les 115 SNe Ia. **Colonne de gauche** : la dispersion intrinsèque est ajustée pour que le  $\chi^2$  réduit soit égal à 1. **Colonne de droite** : la dispersion intrinsèque est fixée à 0.

provenant de différentes expériences.

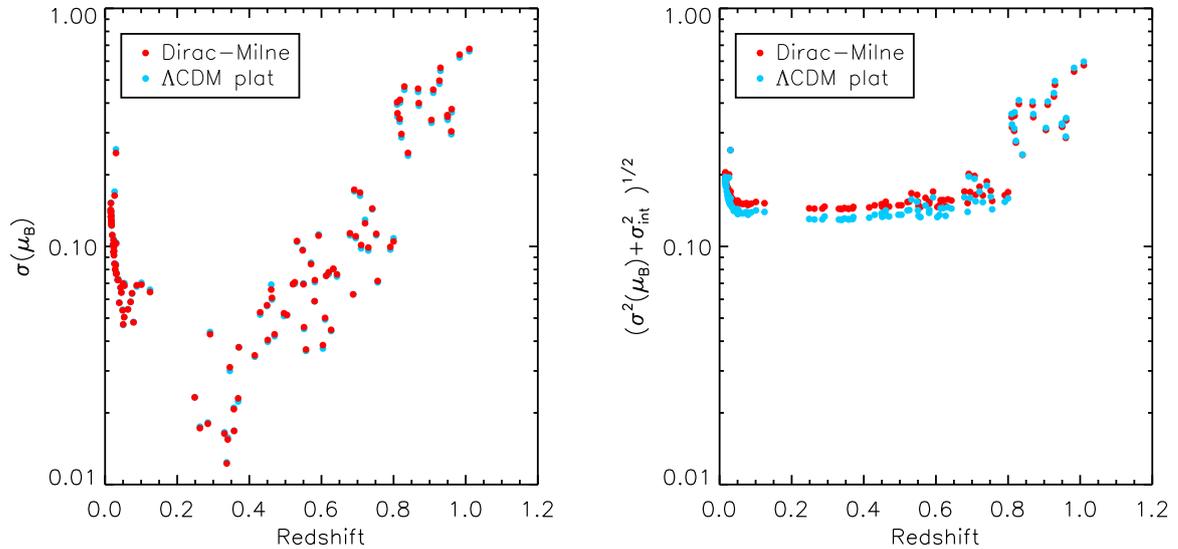


FIGURE 5.9 – Erreurs en fonction du redshift. **Gauche** : la dispersion intrinsèque est nulle. **Droite** La dispersion intrinsèque est laissé variable.

Un autre point interpelle quand on considère la colonne de droite de la figure (5.8). On remarque très nettement la zone de redshift  $[0.2, 0.4]$  dans laquelle la dispersion des points est très inférieure à celle des autres régions, ce qui est d'autant plus vrai si l'on rejette les deux points qui sont à plus de 8 et 15 écarts standard de l'axe. Aussi, à titre de test, on effectue l'ajustement sur les 115 SNe Ia sans ces deux points (donc sur 113 SNe Ia) puis on calcule le  $\chi^2$  sur la zone  $[0.2, 0.4]$ . On trouve ainsi un  $\chi^2$  d'une valeur de  $\chi^2 = 0.579$  pour 10 degrés de liberté. Autrement dit, l'ajustement sur cette partie est beaucoup trop bon ! La probabilité d'avoir un tel  $\chi^2$  avec 10 degrés de liberté est de l'ordre de  $1.3 \times 10^{-5}$ . Si l'on considère que l'on a cherché pour trouver cette zone de faibles résidus, comme l'on dispose d'une centaine de points, on doit multiplier cette probabilité d'un facteur de l'ordre de 100, mais l'on reste néanmoins avec une probabilité extrêmement faible de l'ordre de  $10^{-3}$  dans cette zone. La question qui se pose alors – à laquelle je ne donne d'ailleurs pas de réponse – est pourquoi cette zone a-t-elle une dispersion si réduite (après avoir supprimé deux outliers) par rapport aux autres zones du diagramme ? Il n'y a évidemment que 10 points dans cette zone, mais ce point est néanmoins important à souligner. Cela signifie également que considérer une dispersion intrinsèque globale largement plus grande que la dispersion naturelle des données dans des zones bien délimitées en redshift dégrade des données bien mesurées et enlève du poids statistique à ces points.

En gardant en tête que les données sont probablement soumises à des erreurs systématiques, il convient néanmoins de comparer Dirac-Milne à  $\Lambda$ CDM. Nous avons déjà vu que la dispersion intrinsèque calculée pour Dirac-Milne est supérieure à celle calculée pour  $\Lambda$ CDM. Pour avoir une comparaison, j'ai refait l'ajustement à un modèle  $\Lambda$ CDM général (donc sans la contrainte  $\Omega_M + \Omega_\Lambda = 1$ ) afin de pouvoir comparer les  $\chi^2$  des deux modèles dans le plan  $(\Omega_M, \Omega_\Lambda)$ . L'ajustement sur  $\Omega_M, \Omega_\Lambda$  donne un paramètre de dispersion intrinsèque que j'utilise ensuite

pour l'ajustement au modèle de Dirac-Milne. La différence de  $\chi^2$  entre les deux modèles est  $\Delta\chi^2 = 19.4$  pour un ajustement sur deux paramètres, ce qui place la probabilité du modèle de Dirac-Milne à  $6.12 \times 10^{-5}$ , à plus de  $3.5 \sigma$  du meilleur fit.

Je reviens maintenant sur la valeur de la magnitude absolue  $M$ , déterminée par l'ajustement. Comme cela était le cas lorsque l'ajustement était réalisé uniquement sur les supernovæ à haut redshift, elle est prédite dans le modèle de Dirac-Milne comme plus grande d'environ  $\delta M \sim 0.12 - 0.13$  mag. Rappelons que le modèle de Dirac-Milne ne possède pas de paramètre cosmologique ajustable si ce n'est cette magnitude absolue, ce qui donne un pouvoir prédictif fort à l'univers de Dirac-Milne. On peut facilement comprendre la raison de cette prédiction en prenant comme référence un univers avec une expansion accélérée comme c'est le cas d'un univers  $\Lambda$ CDM. On observe dans cet univers les SNe Ia avec une certaine luminosité. Si l'on se place maintenant dans un univers sans accélération (Dirac-Milne), le seul moyen de voir les mêmes SNe Ia avec la même luminosité, c'est qu'elles soient réellement moins lumineuses. Notons que ce raisonnement tient également pour un univers décélérant (Einstein-de Sitter), mais cela ne suffit pas à coller aux observations, car l'expression analytique de la distance de luminosité dans ce cas a pour conséquence qu'un simple décalage de la magnitude absolue ne compense pas le biais dans les résidus. La figure des résidus pour l'univers de Einstein-de Sitter (fig. (5.6)) montre de manière frappante ce biais dépendant du redshift.

La démarche peut paraître arbitraire mais si l'on suppose qu'il existe des erreurs systématiques sur les supernovæ de bas redshift qui induisent une différence dans la magnitude apparente, il est alors possible que les modèles Dirac-Milne et  $\Lambda$ CDM soit rigoureusement aussi bons. De manière, certes totalement empirique, on peut déterminer la variation de luminosité apparente  $\delta m_B$  qu'il faudrait imposer aux supernovæ de bas redshift<sup>2</sup> pour ramener l'univers de Dirac-Milne à  $1\sigma$  de  $\Lambda$ CDM. Il faut également noter qu'en faisant cette modification on va également changer l'ajustement du  $\Lambda$ CDM plat et changer ainsi la prédiction sur  $\Omega_M$ .

Le croisement des  $\chi^2$  a lieu pour  $\delta m_B = 0.06$  et la valeur de  $\Omega_M$  correspondante est  $\Omega_M = 0.33 \pm 0.022$ . Un tel décalage est-il envisageable ? [Kowalski et al. 2008] estiment les possibles sources d'erreurs systématiques dans les études cosmologiques avec des SNe Ia et concluent à des erreurs systématiques de l'ordre de  $\Delta M = 0.04$  mag qui n'affecteraient qu'un des deux lots de supernovæ. Il n'est ainsi pas déraisonnable de considérer que peut-être une mauvaise détermination des supernovæ de bas redshift existe qui conduirait alors à un ajustement plus favorable pour l'univers de Dirac-Milne que pour le modèle  $\Lambda$ CDM.

### 5.3.6 Incertitudes systématiques

Les erreurs systématiques sont maintenant la principale limitation à l'utilisation des supernovæ de type Ia en cosmologie, la qualité et la quantité des échantillons disponibles et à venir ayant considérablement réduit le budget des erreurs statistiques. [Kowalski et al. 2008] donnent notamment des estimations de paramètres cosmologiques dans lesquelles les erreurs systématiques dominent les erreurs statistiques. À l'heure où d'ambitieux projets expérimentaux

2. un décalage systématique indépendant du redshift serait intégré dans la valeur de la magnitude absolue et ne changerait rien aux résultats des ajustements.

se dessinent et se décident, la maîtrise des erreurs systématiques apparaît comme l'enjeu principal pour la cosmologie avec les SNe Ia.

## 5.4 Conclusion de l'analyse des données SNLS

Concluons sur cette analyse des données issues de la première année du programme SNLS. Si l'on considère les données telles qu'elles sont fournies par la collaboration, alors l'univers de Dirac-Milne est défavorisé à plus de  $3\sigma$  par rapport au meilleur ajustement que constitue un modèle  $\Lambda$ CDM plat. Toutefois, on soupçonne que l'échantillon de supernovæ de bas redshift, qui proviennent d'expériences différentes, est soumis à de possibles erreurs systématiques qui font que leur utilisation doit être faite avec précaution.

Si l'on ne considère que les supernovæ de haut redshift, nous avons vu que les deux modèles sont indiscernables avec même un léger avantage pour Dirac-Milne. Cela confirme d'une part que les deux modèles sont très proches et d'autre part que les supernovæ de bas redshift sont indispensables pour discriminer les deux modèles. Certes, en incluant l'échantillon bas redshift utilisé par [Astier et al. 2006], Dirac-Milne est largement défavorisé par rapport au modèle  $\Lambda$ CDM standard, mais nous avons vu qu'en décalant les données d'un seul des deux échantillons de  $\delta m_B = 0.06$  mag, on ramène le modèle Dirac-Milne au même niveau que  $\Lambda$ CDM. Si la démarche est arbitraire, nous avons également vu que le budget estimé actuel des erreurs systématiques, de l'ordre de  $\Delta M = 0.04$ , rend plausible une possible erreur sur la magnitude apparente des SNe Ia de cet ordre de grandeur.

À travers cette étude, il ressort également que l'on arrive, dans le cadre de l'univers de Dirac-Milne à une prédiction sur la valeur de la magnitude absolue des supernovæ de type Ia. Cette grandeur détermine la position des données sur le diagramme de Hubble de façon absolue indépendamment du redshift et elle est prédite dans le cadre de l'Univers de Dirac-Milne plus grande d'environ  $\delta M = 0.12 - 0.13$  mag que dans le cadre d'un modèle  $\Lambda$ CDM. L'obtention d'échantillons à bas redshift, permettant une calibration absolue du diagramme de Hubble, et plus important encore, émergeant d'une seule et même expérience et analyse, permettra de confirmer ou d'infirmer cette prédiction.

La question de savoir si oui ou non l'univers de Dirac-Milne est défavorisé par le test cosmologique des supernovæ de type Ia se résume à la question de savoir quelle confiance on peut avoir dans la fiabilité de l'échantillon à bas redshift. Considérant le budget estimé des erreurs systématiques, il n'est, selon moi, pas possible d'apporter une réponse absolue et par là même la conclusion que l'expansion de notre Univers est en accélération me semble prématurée.



# Chapitre 6

## Autres tests cosmologiques

Les deux chapitres précédents étaient consacrés à l'étude de deux tests cosmologiques : la nucléosynthèse primordiale et les supernovæ de type Ia. La cosmologie moderne dispose de bien d'autres tests cosmologiques qui sont, pour la plupart, en bon accord avec le modèle de Concordance. Il s'agit alors d'étudier l'adéquation de l'univers de Dirac-Milne avec ces mêmes tests. Parmi ceux-ci, on trouve bien évidemment l'étude des anisotropies de température du CMB, qui fait office de test majeur à l'heure actuelle. Ce chapitre est donc consacré à l'étude du CMB et des autres tests, dont nous n'avons pas pu, malheureusement, mener des études aussi détaillées que celles présentées dans les deux chapitres précédents.

### 6.1 CMB

Un des succès majeurs du modèle de Concordance est sans doute le bon accord entre les mesures des anisotropies de température du CMB et la prédiction théorique qui en est faite dans le cadre de ce modèle (figure (6.1)). Il est ainsi nécessaire de confronter l'univers de Dirac-Milne à ce test cosmologique majeur. Cette confrontation se trouve être beaucoup plus difficile à effectuer que pour les tests étudiés précédemment, notamment car la description des anisotropies dans le cadre du modèle standard repose sur des hypothèses et des mécanismes qui n'ont pas cours dans l'univers de Dirac-Milne, au premier rang desquels on trouve l'inflation. L'inflation est, dans le modèle standard, un ingrédient essentiel qui fournit les fluctuations dans les densités d'énergie de la matière et de la radiation. Ainsi, sans inflation, le calcul des anisotropies de température dans l'univers de Dirac-Milne sera nécessairement largement différent du calcul dans le cas standard, dont on peut trouver une bonne description dans [Dodelson 2003].

#### 6.1.1 Généralités

Dans la cosmologie standard, les grandes échelles angulaires, supérieures au degré, caractérisées par des valeurs du multipôle  $l \leq 200$ , représentent des échelles plus grandes que l'horizon au moment du découplage. Les fluctuations de température sur ces échelles sont directement liées aux fluctuations du potentiel gravitationnel générées par l'inflation. Étant plus grandes que l'horizon, ces échelles n'ont pas pu évoluer sous l'action de mécanismes causaux depuis la sortie de la phase inflationnaire. Les scénarios d'inflation prédisent généralement un spectre de fluctuations invariant d'échelle, si bien que le spectre de puissance présente un comportement

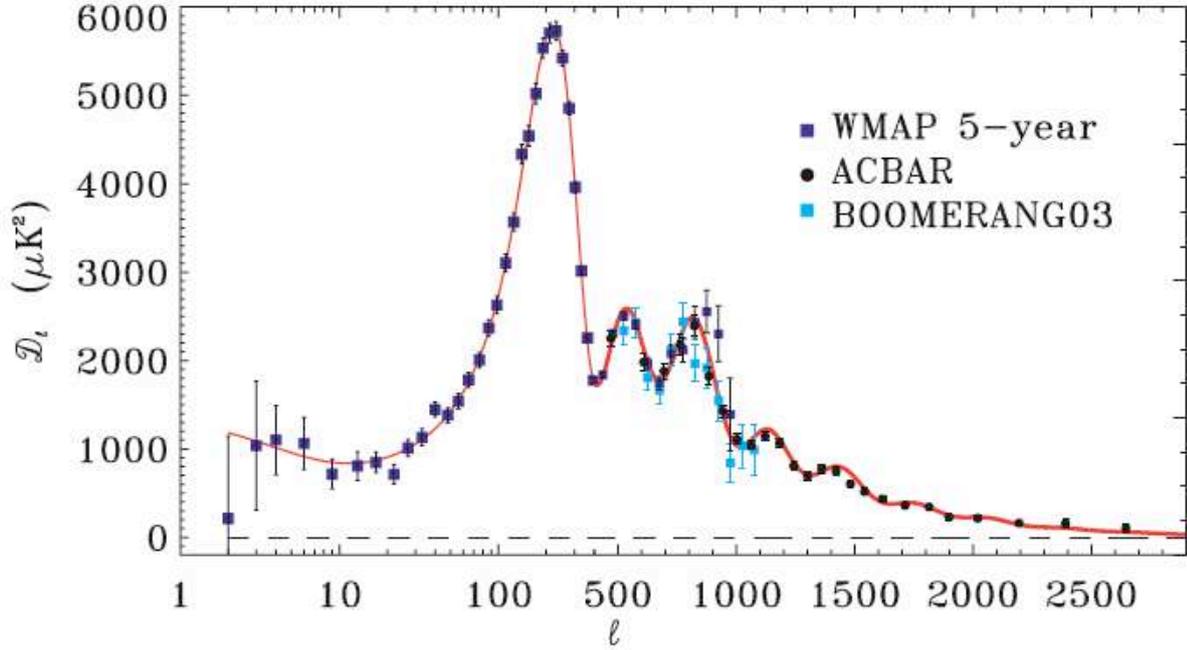


FIGURE 6.1 – Spectre de puissance des anisotropies de température observées dans le CMB. Figure tirée de [Reichardt et al. 2009].

approximativement constant aux petites valeurs de  $l$ . Cette région est traditionnellement appelée plateau Sachs-Wolfe [Sachs & Wolfe 1967].

Les plus petites échelles correspondent quant à elles à des échelles qui sont “à l’intérieur de l’horizon” et sur lesquelles des mécanismes physiques causaux ont pu avoir lieu. Ce sont ces mécanismes causaux qui donnent naissance à cette structure de pics et de creux dans le spectre de puissance. Cette structure résulte de la compétition de deux effets qui s’opposent dans le plasma primordial que l’on peut considérer comme un fluide relativiste. En effet, avant la recombinaison, la diffusion Compton assure un couplage dit “couplage fort” entre photons et électrons. Selon le Modèle Standard, l’inflation génère de légères inhomogénéités de densité, conduisant à des zones sur-denses et des zones sous-denses. Les baryons présents dans les zones sur-denses vont avoir tendance à s’effondrer dans les puits de potentiel. Se faisant, il vont augmenter la pression de radiation qui va ainsi résister à l’effondrement et renverser le processus. Ce mécanisme génère alors des ondes acoustiques qui vont se propager dans le fluide baryon-photons. Si l’on note  $\Theta_0 = \Delta T/T$ , les fluctuations de températures sur une échelle  $k$ , l’équation d’évolution de ces ondes acoustiques peut s’écrire symboliquement sous la forme d’une équation d’un oscillateur harmonique forcé<sup>1</sup> [Hu 1995] :

$$\ddot{\Theta}_0 + k^2 c_s^2 \Theta_0 \approx \frac{F}{1 + R}. \quad (6.1)$$

Dans cette expression,  $c_s$  désigne la vitesse du son dans le fluide baryon-photon :

$$c_s = \frac{1}{\sqrt{3(1 + R)}}, \quad (6.2)$$

1. L’indice  $k$  des fluctuations de température est en général sous-entendu, et non précisé dans les notations.

où  $R = \frac{3\rho_b}{4\rho_\gamma}$  permet de prendre en compte l'influence des baryons dans le milieu, influence qui va grandissante au fur et à mesure que l'on se rapproche de l'égalité matière-rayonnement.  $k$  est le nombre d'onde comobile de la fluctuation et la quantité  $F$  représente les forces gravitationnelles causées par les différents potentiels qui interviennent dans la théorie. Les solutions de cette équation font intervenir les quantités  $\cos(kr_s)$  et  $\sin(kr_s)$ , suivant la nature des conditions initiales. La quantité  $r_s$  est l'horizon sonore :

$$r_s = \int_0^t c_s \frac{dt'}{a(t')}. \quad (6.3)$$

### 6.1.2 Position du premier pic

Bien que le traitement détaillé soit bien plus complexe, on peut avoir une bonne idée de l'échelle du premier pic dans le spectre de puissance des anisotropies. Le premier pic correspond à un mode  $k_1$  qui a juste eu le temps de faire une demi-oscillation depuis la sortie de l'inflation jusqu'au découplage. Ainsi, suivant la nature des fluctuations initiales (adiabatiques ou isocourbures), l'échelle  $k_1$  du premier pic vérifie :

$$k_1 r_s(z_*) = \begin{cases} \pi & \text{adiabatique,} \\ \frac{\pi}{2} & \text{isocourbure.} \end{cases} \quad (6.4)$$

L'échelle  $k_1$  correspond à un multipôle  $l_1$

$$l_1 = k_1 d_A(z_*). \quad (6.5)$$

La quantité  $d_A(z_*)$  est la distance angulaire au redshift de découplage dont l'expression générale est

$$d_A(z) = H_0^{-1} \frac{1}{1+z} S_k \left( \int_0^z \frac{dz'}{\sqrt{\Omega_M(1+z')^3 + \Omega_k(1+z')^2 + \Omega_\Lambda}} \right), \quad (6.6)$$

où la fonction  $S_k$ , définie au chapitre 1 (éq. 1.17), caractérise la courbure des sections spatiales. Dans le cas de fluctuations adiabatiques, la position approximative du premier pic acoustique se situe à un multipôle

$$l_1 = \pi \frac{d_A(z_*)}{r_s(z_*)}. \quad (6.7)$$

Ce multipôle correspond alors à une échelle angulaire

$$\theta_1 \sim \frac{\pi}{l_1}. \quad (6.8)$$

Notons toutefois que cette échelle, donnée par  $l_1$ , n'est pas la position réelle du premier pic, mais l'échelle dite acoustique,  $l_A$ . La position précise du premier pic dépend d'autres effets physiques qui ont pour conséquence de ramener cette échelle acoustique vers des multipôles plus petits.

Dans le cadre d'un modèle  $\Lambda$ CDM plat tel que le redshift de découplage est pris à  $z_* = 1100$ , les paramètres  $(\Omega_M, \Omega_\Lambda) = (0.26, 0.74)$  et la densité baryonique  $\eta = 6 \times 10^{-10}$ , on obtient

$$l_A \approx 300. \quad (6.9)$$

On remarque alors que ce multipôle ne correspond effectivement pas tout à fait à la position du premier pic, qui se situe vers  $l = 220$ .

### 6.1.3 Position du premier pic acoustique dans le cadre de l'univers de Dirac-Milne

L'échelle angulaire du premier pic acoustique (éq. (6.7)) fait intervenir deux quantités, la distance angulaire et l'horizon sonore, dont les origines sont différentes. La distance angulaire est un terme purement géométrique et ainsi dépend largement de la courbure des sections spatiales. Aussi, la position du premier pic à l'échelle angulaire du degré est classiquement interprétée comme la preuve que l'espace dans lequel nous évoluons est plat.

Le calcul de la distance angulaire dans l'univers de Dirac-Milne à partir de l'équation (6.6) est immédiat et donne

$$d_A(z) = H_0^{-1} \frac{1}{1+z} \sinh(\ln(1+z)). \quad (6.10)$$

Le rapport des distances angulaires calculées pour le Modèle de Concordance et l'univers de Dirac-Milne au même redshift donne le rapport des angles sous lesquels on verrait un même objet. Si l'on reprend les paramètres utilisés auparavant pour le modèle de Concordance, il vient :

$$\frac{d_A^{\text{Milne}}(z)}{d_A^{\Lambda\text{CDM}}(z)} \stackrel{z=1100}{\#} 163. \quad (6.11)$$

Ce rapport signifie qu'a priori, on devrait voir le premier pic acoustique dans le cadre de l'univers de Dirac-Milne à un angle environ 160 plus petit que dans le cadre du modèle de Concordance. Autrement dit, si cela était vrai, cela poserait une contrainte probablement insurmontable à l'univers de Dirac-Milne. En réalité, cet argument est incomplet car l'expression de l'horizon sonore change également de façon importante dans l'univers de Dirac-Milne.

L'horizon sonore s'exprime comme la distance maximale que peut parcourir une onde se propageant à la vitesse du son jusqu'à la recombinaison. Rappelons son expression :

$$r_s = \int_0^t c_s \frac{dt'}{a(t')}. \quad (6.12)$$

Considérons dans un premier temps que les baryons ne modifient que faiblement la vitesse du son, qui, dans un milieu constitué en première approximation d'un gaz de photons est égale à  $c_s = 1/\sqrt{3}$ . L'horizon sonore est alors, à un facteur constant près, égal à l'horizon. Dans le cadre de l'univers de Dirac-Milne, cette expression pour l'horizon sonore n'a pas de sens, car l'intégrale diverge près de sa borne inférieure. Il est ainsi nécessaire de déterminer à partir de quel moment et jusqu'à quand, des ondes acoustiques peuvent se former et se propager dans l'émulsion matière-antimatière. Une propagation d'ondes qui commencerait à partir du moment où l'émulsion apparaît, vers 40 MeV (voir section 2.4.2), semble naturelle. De même, il est légitime de supposer que la propagation des ondes va s'arrêter au moment du découplage gravitationnel qui voit la séparation entre les domaines de matière de masse positive et d'antimatière de masse négative. Les contraintes de nucléosynthèse, déterminées au chapitre 4 indiquent une température approximative de 7 eV. Le calcul de la position du pic acoustique dans l'univers de Dirac-Milne peut donc se faire en calculant l'horizon sonore entre ces deux bornes. Il vient alors :

$$l_A = \pi H_0 \frac{\int_{z_{\text{fin}}}^{z_{\text{ini}}} c_s \frac{dz}{1+z}}{\sinh(\ln(1+z_{\text{dec}}))}, \quad (6.13)$$

où  $z_{\text{ini}}$  est le redshift qui correspond à la température d'apparition de l'émulsion à une température d'environ 40 MeV,  $z_{\text{fin}}$ , le redshift d'arrêt des annihilations et  $z_{\text{dec}}$ , le redshift au découplage. En prenant en compte l'influence des baryons dans l'expression de la vitesse du son, on trouve après calculs :

$$l_A \approx 180, \quad (6.14)$$

soit une échelle plus faible d'un facteur inférieur à 2 par rapport à l'échelle calculée de manière similaire dans le cadre du modèle de Concordance. On est donc passé d'une échelle a priori plus grande d'un facteur 160 à une échelle légèrement inférieure à moins d'un facteur 2! Compte tenu des approximations et de la physique invoquée extrêmement différente, l'accord est plutôt satisfaisant.

Ce calcul d'ordre de grandeur signifie que l'argument qui consisterait à dire que l'univers de Dirac-Milne n'est pas compatible avec le CMB car cet univers présente des sections spatiales ouvertes et non plates, ne tient pas a priori. En effet nous venons de voir que l'univers de Dirac-Milne, avec l'évolution linéaire de son facteur d'expansion présente une divergence logarithmique dans l'expression de l'horizon sonore. Ainsi, si l'on considère une génération d'ondes acoustiques au moment où l'émulsion matière-antimatière apparaît, soit vers 40 MeV, suivie d'une propagation de ces ondes jusqu'au moment du découplage gravitationnel, vers 7 eV, alors l'échelle du pic acoustique apparaît naturellement aux alentours d'un multipôle  $l \sim 180$ , ce qui correspond à l'échelle du degré.

C'est là un résultat inattendu qui suggère d'aller bien plus loin dans l'étude du CMB dans le cadre de l'univers de Dirac-Milne.

### Précautions

Le résultat auquel nous venons d'aboutir est très encourageant pour l'étude de l'univers de Dirac-Milne, mais il convient de bien considérer les hypothèses sous lesquelles il a été réalisé. En effet, nous avons juste effectué le calcul de l'échelle acoustique que l'on voit au moment de la recombinaison en utilisant de manière directe l'expression utilisée dans le cadre de modèle standard. Outre le fait que cette expression suppose des conditions initiales de type adiabatique et non iso-courbure, elle repose surtout sur une vision fondée sur le modèle de Concordance et en particulier sur l'existence de l'inflation qui génère des fluctuations de densité. Ainsi, obtenir un possible premier pic acoustique à l'échelle du degré est certes très important, mais le calcul précis du spectre de puissance des anisotropies de température dans le cadre de l'univers de Dirac-Milne nécessite de reconsidérer entièrement le calcul classique.

#### 6.1.4 Scénario envisagé et difficultés à prévoir

Dans l'état actuel de cette étude sur l'univers de Dirac-Milne, il est nécessaire de pointer les différences dans le calcul des anisotropies du CMB par rapport au modèle standard et les difficultés envisagées. Une première différence réside dans les conditions initiales. Dans le modèle standard, c'est l'inflation qui fournit les inhomogénéités initiales par fluctuations quantiques du champ scalaire responsable de l'inflation. L'inflation génère ainsi des fluctuations à toutes les échelles. La situation est fort différente dans l'univers de Dirac-Milne. En effet, on s'attend à ce

que cet univers soit extrêmement homogène jusqu'à l'apparition de l'émulsion à une température que l'on a estimé à 40 MeV.

Si l'échelle de l'horizon sonore se situe effectivement aux alentours du degré dans l'univers de Dirac-Milne, on ne devrait a priori pas obtenir de plateau à faibles multipôles. En effet, l'horizon sonore constitue en quelque sorte l'échelle maximale qu'il est possible d'exciter dans cet univers et en l'absence de scénario qui pourraient générer des fluctuations sur des échelles plus grandes, on voit mal comment il pourrait y avoir de la puissance à des échelles supérieures à cet horizon sonore. On s'attend ainsi à une croissance du spectre en  $l$  et non un comportement constant comme c'est le cas dans le modèle standard. Il n'est pas du tout certain qu'un tel comportement croissant à bas multipole soit exclu. En particulier, la faible valeur du quadrupôle (voir le point à  $l = 2$  dans la figure (6.1) pourrait trouver une explication dans ce cadre.

Un autre point important qui jouera certainement un rôle dans la formation des anisotropies de température est l'injection d'énergie par les annihilations entre matière et antimatière. En particulier, se pourrait-il que le mécanisme principal de génération du son dans le plasma primordial soit justement des oscillations causées par une pression d'annihilation qui resterait à définir et à quantifier ?

On pourra regretter que l'étude du CMB dans l'univers de Dirac-Milne n'ai pas été davantage abordée dans cette thèse. La tâche s'annonce ardue, et le mécanisme qui pourrait mener à l'existence de la structure présentant plusieurs pics représentée sur la figure (6.1) que l'on connaît ne semble à l'heure actuelle par très clair. Rappelons néanmoins le résultat essentiel auquel nous sommes arrivés : il n'y a pas d'objection de principe à ce que l'échelle acoustique, définie comme l'horizon sonore entre le moment où l'émulsion est formée et le découplage gravitationnel soit observée aujourd'hui sous un angle de l'ordre du degré.

## 6.2 Autres aspects

### 6.2.1 Oscillations baryoniques acoustiques BAO

Il existe au moins un test cosmologique dont on est sûr que l'interprétation ne peut pas être la même dans le modèle de Concorde et dans l'univers de Dirac-Milne. Il s'agit des oscillations baryoniques acoustiques. L'idée est simple. La recombinaison entre protons et électrons gèle la propagation des ondes acoustiques dans le plasma, mais les inhomogénéités restent présentes dans la distribution de matière. Les oscillations baryoniques acoustiques sont donc ces inhomogénéités que l'on doit a priori, selon la théorie standard, retrouver dans le spectre de puissance de la matière ou de manière équivalente dans la fonction de corrélation.

L'échelle prédominante de ces inhomogénéités correspond à l'horizon sonore, c'est à dire à l'échelle caractéristique du CMB. Ainsi, on s'attend dans le Modèle Standard à observer un pic dans la fonction de corrélation à une échelle de  $100h^{-1}$  Mpc. Ce pic dans la fonction de corrélation des galaxies rouges lumineuses du relevé SDSS à un redshift  $z = 0.35$  a été annoncé dans [Eisenstein et al. 2005].

Si le BAO correspond à l'échelle acoustique du CMB, elle est alors très largement plus grande, dans le cadre de l'univers de Dirac-Milne, que l'échelle des  $100 h^{-1}$  Mpc annoncée. En effet, l'échelle acoustique obtenue dans le cadre de l'univers de Dirac-Milne qui correspond au degré pour le CMB, c'est à dire à un redshift  $z \sim 1000$ , est telle que cette échelle est vue sous

un angle d'un degré malgré la géométrie ouverte des sections spatiales. Cela signifie que cette échelle acoustique est environ 160 plus grande dans l'univers de Dirac-Milne que dans le cas standard. Le facteur géométrique à un redshift de  $z = 0.35$  est de l'ordre de l'unité, si bien que l'échelle acoustique dans l'univers de Dirac-Milne, se situe à une échelle largement plus grande que celle annoncée par [Eisenstein et al. 2005]. Ainsi l'on n'attend rien de spécial dans la fonction de corrélation à des échelles de l'ordre de  $100 h^{-1}$  Mpc.

Le BAO constitue alors une différence importante avec le Modèle Standard. La découverte du BAO dans les données du SDSS présente pour l'instant une faible signification statistique (de l'ordre de  $2.5\sigma$ ), mais si elle venait à être confirmée de manière fiable par les prochains programmes dédiés à cette mesure (SDSS III BOSS, par exemple) cela poserait une contrainte supplémentaire importante sur l'univers de Dirac-Milne.

### 6.2.2 Baryons cachés et formation des structures

Une différence importante entre le Modèle Standard et l'univers de Dirac-Milne, réside dans la valeur de la densité baryonique prédite par la nucléosynthèse primordiale. Cette densité baryonique, paramétrisée par le rapport  $\eta$  du nombre de baryons sur le nombre de photons, est déterminée dans l'univers de Dirac-Milne de manière à ce que la prédiction théorique de l'abondance primordiale en hélium-4 soit compatible avec les observations (voir chapitre 4). On trouve alors une valeur typique :

$$\eta \sim 9 \times 10^{-9}. \quad (6.15)$$

Rappelons que dans le cadre du Modèle Standard, cette densité baryonique est au niveau de  $\eta = 6 \times 10^{-10}$ , environ 15 fois plus faible que celle de l'univers de Dirac-Milne. Cette densité baryonique élevée permet de ne pas recourir à une composante massive non-baryonique pour expliquer les mesures de masses dans les galaxies ou les amas de galaxies. Ne plus avoir recours à de la Matière Noire non-baryonique est bien sûr intéressant pour cette cosmologie alternative qui cherche justement à se départir au maximum de composantes supplémentaires non-observées, mais cela pose a priori au moins deux problèmes auxquels une étude ultérieure devra apporter des réponses.

Le premier point concerne l'absence de matière noire non-collisionnelle. Cet ingrédient est, selon le Modèle Standard, indispensable à bien des égards pour la formation des structures et des galaxies. Ainsi, il sera nécessaire de revisiter les scénarios de formation structures à grande échelle. On peut tout de même noter que l'univers de Dirac-Milne ne va pas avoir de mal, a priori, à former des structures, et ce même en l'absence de Matière Noire non-baryonique. En effet, dès la recombinaison, on s'attend à des effondrements gravitationnels relativement importants car le système masses positives-masses négatives est directement dans un régime non linéaire. La situation est très différente du cas standard, dans lequel le contraste de densité après la recombinaison est de l'ordre de  $10^{-5}$ . Dans l'univers de Dirac-Milne, ce contraste est "maximal" puisque l'on dispose de domaines séparés entièrement constitués d'une part de masses positives et d'autre part de masses négatives. La question se posera alors de savoir si ces structures ressemblent ou non aux structures observées aujourd'hui.

La deuxième question concerne les baryons. S'ils sont 15 fois plus nombreux dans l'univers de Dirac-Milne, comment expliquer qu'ils ne soient pas détectés ? En effet, les baryons présents dans les étoiles ne représentent qu'une petite fraction de la matière baryonique totale. Dans la

cosmologie Standard, la quantité de baryons détectée, que ce soit dans les étoiles ou dans le gaz intra-amas, ne représente que 65% des baryons prédits par la nucléosynthèse primordiale et le CMB [Fukugita 2004]. Cela revient à dire qu'environ 35% des baryons échappent à l'observation. Cette proportion sera bien plus grande dans l'univers de Dirac-Milne, de l'ordre de 95%. Il semble que l'univers de Dirac-Milne dispose lui aussi de sa part de mystère!

# Conclusion

L'objet de cette thèse est l'étude de l'univers de Dirac-Milne, un univers symétrique matière-antimatière dans lequel l'antimatière est supposée posséder une masse gravitationnelle active négative. Un univers ainsi constitué de quantités égales de masses positives et de masses négatives est globalement indifférent à la gravitation à grande échelle et se comporte alors comme un univers de Milne, avec un facteur d'expansion linéaire par rapport au temps. Cette étude est motivée par la description du Modèle de Concordance de la Cosmologie qui fait intervenir trois ingrédients (Énergie Noire, Matière Noire et inflation), dont la nature et la justification physiques font parfois défaut. De plus, ces composantes n'ont toujours pas été mises en évidence de manière directe, et représentent plus de 95% du contenu énergétique de l'Univers.

La démarche adoptée dans ce travail consistait à considérer comme valides les hypothèses fondatrices du modèle, telles que l'attribution d'une masse gravitationnelle active négative pour l'antimatière ou encore l'existence d'un mécanisme capable de séparer efficacement matière et antimatière et ainsi de former une émulsion. Ces hypothèses étant ainsi formulées, il s'agissait d'étudier la conformité du modèle avec les principaux tests cosmologiques.

Le point fondamental qui caractérise l'univers de Dirac-Milne est l'évolution linéaire du facteur d'expansion. Cet univers présente quelques propriétés immédiates très intéressantes telles que l'absence d'horizon – et donc la suppression du besoin d'un scénario inflationnaire – et la valeur de l'âge de l'univers, strictement égale à  $H_0^{-1}$ .

Cette évolution linéaire conduit ensuite à une histoire thermique modifiée par rapport au modèle de Concordance. À une température donnée, l'univers de Dirac-Milne est plus âgé que l'univers standard et cela d'autant plus que la température est élevée. Le taux d'expansion est également plus faible. Cette évolution très lente modifie considérablement les différents découplages qui ont lieu au cours de l'univers primordial. À titre d'exemple, les interactions faibles se découplent vers une température de 90 keV, au lieu d'environ 1 MeV dans le Modèle Standard. De même, les processus radiatifs permettent, après la disparition des paires thermiques  $e^+e^-$ , la thermalisation de petites quantités d'énergie radiative dans le CMB jusqu'à des époques bien plus tardives que dans le cadre d'une évolution standard.

La nucléosynthèse primordiale se déroule, dans l'univers de Dirac-Milne, en deux épisodes bien distincts. La première phase est une phase thermique et homogène qui voit la production d'hélium-4 et de lithium-7 à des niveaux comparables aux observations. Ce mécanisme est basé sur le découplage tardif des interactions faibles qui assurent le maintien du rapport  $n/p$  à sa valeur à l'équilibre. Ce découplage tardif assure alors une quantité minimale de neutrons dans le milieu, nécessaires pour la fabrication de noyaux d'hélium-4. Les contraintes observationnelles sur l'hélium-4 imposent alors une densité baryonique de l'ordre de  $\eta \sim 9 \times 10^{-9}$ , environ 15 fois

plus importante que dans le cas standard. La deuxième phase voit la production de deutérium et d'hélium-3, produits principalement par photodésintégration des noyaux d'hélium-4 par les photons résultant des annihilations entre matière et antimatière. Ces annihilations se déroulent à la surface des domaines de matière et d'antimatière. Ce mécanisme de production secondaire permet de contraindre la taille de l'émulsion au moment où se passe cette production. Afin d'obtenir une abondance en deutérium de l'ordre de  $D/H \sim 3 \times 10^{-5}$ , une taille de domaines de l'ordre la dizaine de kpc comobiles aujourd'hui a été déterminée. Cette production secondaire de deutérium s'accompagne néanmoins d'une surproduction d'hélium-3 qui semble inévitable.

Les supernovæ de type Ia représentent à l'heure actuelle, selon l'interprétation du Modèle de Concordance, la meilleure preuve d'une accélération récente de l'expansion de notre Univers. En étudiant les données publiées par le SNLS, nous avons montré que l'univers de Dirac-Milne, qui ne présente ni accélération ni décélération, s'accommode relativement bien du test des supernovæ de type Ia, à la condition d'invoquer une légère erreur systématique sur la magnitude apparente des supernovæ proches d'au moins 5%. Par ailleurs l'univers de Dirac-Milne prédit une magnitude absolue des supernovæ de type Ia supérieure de 0.13 mag – soit une luminosité plus faible d'environ 11% – par rapport à celle prédite dans le modèle  $\Lambda$ CDM.

Enfin, nous avons montré que l'échelle acoustique dans le CMB apparaît naturellement au degré, ce qui constitue un résultat surprenant compte tenu de la géométrie ouverte de l'univers de Dirac-Milne. Une étude plus détaillée sur le sujet du CMB dans l'univers de Dirac-Milne reste toutefois à effectuer.

Cette première étude de la concordance de l'univers de Dirac-Milne a montré que cet univers est raisonnablement concordant avec les tests de la nucléosynthèse primordiale et des supernovæ de type Ia, et que l'échelle caractéristique du degré apparaît naturellement dans le CMB. S'il est bien évidemment trop tôt pour conclure que l'univers de Dirac-Milne présente une alternative solide au modèle de Concordance, il est en revanche prématuré de prétendre que ce modèle est en désaccord avec des faits observationnels bien établis. La prochaine étape pour des études ultérieures sur ce modèle devrait porter à la fois sur la problématique du CMB et de la formation des structures dans l'univers de Dirac-Milne. En effet ces deux points n'ont quasiment pas été abordés dans cette thèse et sont naturellement de la plus haute importance.

# Bibliographie

- Adams, T. F. 1976, *Astron. & Astrophys.*, 50, 461
- Albrecht, A., Bernstein, G., Cahn, R., et al. 2006, arXiv :astro-ph/0609591
- Alcock, C., Fuller, G. M., & Mathews, G. J. 1987, *Astrophys. J.*, 320, 439
- Aldrovandi, R. & Caser, S. 1972, *Nuclear Physics B*, 38, 593
- Allen, S. W., Rapetti, D. A., Schmidt, R. W., et al. 2008, *MNRAS*, 383, 879
- Alpher, R. A., Bethe, H., & Gamow, G. 1948, *Phys. Rev.*, 73, 803
- Alpher, R. A., Follin, J. W., & Herman, R. C. 1953, *Phys. Rev.*, 92, 1347
- Aly, J. J. 1974, *Astron. & Astrophys.*, 35, 311
- Aly, J. J. 1978a, *Astron. & Astrophys.*, 64, 273
- Aly, J. J. 1978b, *Astron. & Astrophys.*, 67, 199
- Aly, J. J., Caser, S., Omnès, R., Puget, J. L., & Valladas, G. 1974, *Astron. & Astrophys.*, 35, 271
- Amsler, C., Doser, M., Antonelli, M., et al. 2008, *Phys. Lett. B*, 667, 1
- Angulo, C., Arnould, M., Rayet, M., et al. 1999, *Nuclear Physics A*, 656, 3
- Angulo, C., Casarejos, E., Couder, M., et al. 2005, *Astrophys. J. Lett.*, 630, L105
- Applegate, J. H., Hogan, C. J., & Scherrer, R. J. 1987, *Phys. Rev. D*, 35, 1151
- Arcos, H. I. & Pereira, J. G. 2004, *General Relativity and Gravitation*, 36, 2441
- Arkani-Hamed, N., Hall, L. J., Kolda, C., & Murayama, H. 2000, *Physical Review Letters*, 85, 4434
- Arnett, W. D. & Truran, J. W. 1969, *Astrophys. J.*, 157, 339
- Asplund, M., Lambert, D. L., Nissen, P. E., Primas, F., & Smith, V. V. 2006, *Astrophys. J.*, 644, 229
- Astier, P., Guy, J., Regnault, N., et al. 2006, *Astron. & Astrophys.*, 447, 31

- Balestra, F., Bossolasco, S., Bussa, M. P., et al. 1988, *Nuovo Cimento A Serie*, 100, 323
- Balestra, F. et al. 1985, *Phys. Lett.*, B165, 265
- Banerjee, B. & Chitre, S. M. 1991, *Physics Letters B*, 258, 247
- Bania, T. M., Rood, R. T., & Balser, D. S. 2002, *Nature*, 415, 54
- Begeman, K. G., Broeils, A. H., & Sanders, R. H. 1991, *MNRAS*, 249, 523
- Benjamin, R. A., Skillman, E. D., & Smits, D. P. 2002, *Astrophys. J.*, 569, 288
- Bertone, G., Hooper, D., & Silk, J. 2005, *Phys. Rep.*, 405, 279
- Blanchet, L. 2007, *Classical and Quantum Gravity*, 24, 3529
- Bondi, H. 1957, *Reviews of Modern Physics*, 29, 423
- Bonnor, W. B. 1989, *General Relativity and Gravitation*, 21, 1143
- Burigana, C., Danese, L., & de Zotti, G. 1991a, *Astrophys. J.*, 379, 1
- Burigana, C., Danese, L., & de Zotti, G. 1991b, *Astron. & Astrophys.*, 246, 49
- Burinskii, A. 2008, *Gravitation and Cosmology*, 14, 109
- Carbonell, J. & Protasov, K. 1993, *Hyperfine Interactions*, 76, 325
- Carbonell, J., Protasov, K. V., & Zenoni, A. 1997, *Physics Letters B*, 397, 345
- Carroll, S. M., Duvvuri, V., Trodden, M., & Turner, M. S. 2004, *Phys. Rev. D*, 70, 043528
- Carter, B. 1966, *Physical Review*, 141, 1242
- Carter, B. 1968, *Physical Review*, 174, 1559
- Caughlan, G. R. & Fowler, W. A. 1988, *Atomic Data and Nuclear Data Tables*, 40, 283
- Cayrel, R., Steffen, M., Bonifacio, P., Ludwig, H.-G., & Caffau, E. 2008, *ArXiv e-prints* :0810.4290
- Cayrel, R., Steffen, M., Chand, H., et al. 2007, *Astron. & Astrophys.*, 473, L37
- Chaboyer, B., Demarque, P., Kernan, P. J., & Krauss, L. M. 1998, *Astrophys. J.*, 494, 96
- Chadwick, M., Obložinský, P., Herman, M., et al. 2006, *Nuclear Data Sheets*, 107, 2931
- Chardin, G. 1997, *Hyperfine Interactions*, 109, 83
- Chardin, G. 2002, in *AIP Conference Series*, Vol. 643, *Quantum Limits to the Second Law*, ed. D. P. Sheehan, 385–390
- Chardin, G. & Rax, J.-M. 1992, *Physics Letters B*, 282, 256

- Chen, J.-W. & Savage, M. J. 1999, *Phys. Rev. C*, 60, 065205
- Cisneros, A. 1973, *Phys. Rev. D*, 7, 362
- Classen, J., Su, C.-K., & Maris, H. J. 1996, *Phys. Rev. Lett.*, 77, 2006
- Coc, A. 2007, private communication
- Coc, A. 2008, in *EAS Publications Series*, Vol. 32, *EAS Publications Series*, ed. C. Charbonnel & J.-P. Zahn, 61–79
- Coc, A., Hernanz, M., José, J., & Thibaud, J.-P. 2000, *Astron. & Astrophys.*, 357, 561
- Coc, A., Nunes, N. J., Olive, K. A., Uzan, J.-P., & Vangioni, E. 2007, *Phys. Rev. D*, 76, 023511
- Coc, A., Olive, K. A., Uzan, J.-P., & Vangioni, E. 2006, *Phys. Rev. D*, 73, 083525
- Coc, A., Olive, K. A., Uzan, J.-P., & Vangioni, E. 2008, *ArXiv e-prints* :0811.1845
- Coc, A., Vangioni-Flam, E., Descouvemont, P., Adahchour, A., & Angulo, C. 2004, *Astrophys. J.*, 600, 544
- Cohen, A. G., de Rujula, A., & Glashow, S. L. 1998, *Astrophys. J.*, 495, 539
- Combes, F., Fassi-Fehri, O., & Leroy, B. 1975, *Astrop. & Sp. Sci.*, 37, 151
- Cyburt, R. H. 2004, *Phys. Rev. D*, 70, 023505
- Cyburt, R. H., Ellis, J., Fields, B. D., & Olive, K. A. 2003, *Phys. Rev. D*, 67, 103521
- Cyburt, R. H., Fields, B. D., & Olive, K. A. 2008, *Journal of Cosmology and Astro-Particle Physics*, 11, 12
- Danese, L. & de Zotti, G. 1977, *Nuovo Cimento Rivista Serie*, 7, 277
- Danese, L. & de Zotti, G. 1982, *Astron. & Astrophys.*, 107, 39
- Deffayet, C., Dvali, G., & Gabadadze, G. 2002, *Phys. Rev. D*, 65, 044023
- Descouvemont, P., Adahchour, A., Angulo, C., Coc, A., & Vangioni-Flam, E. 2004, *Atomic Data and Nuclear Data Tables*, 88, 203
- Dicus, D. A., Kolb, E. W., Gleeson, A. M., et al. 1982, *Phys. Rev. D*, 26, 2694
- Dodelson, S. 2003, *Modern cosmology* (Academic Press)
- Dolgov, A. 2001, *Nuclear Physics B Proceedings Supplements*, 95, 42
- Dolgov, A. & Silk, J. 1993, *Phys. Rev. D*, 47, 4244
- Dolgov, A. D. 1997, *arXiv* :hep-ph/9707419
- Dolgov, A. D., Kawasaki, M., & Kevlishvili, N. 2009, *Nuclear Physics B*, 807, 229

- Duperray, R. 2004, PhD thesis, Université Joseph Fourier
- Eisenstein, D. J., Zehavi, I., Hogg, D. W., et al. 2005, *Astrophys. J.*, 633, 560
- Ellis, J., Gelmini, G. B., Lopez, J. L., Nanopoulos, D. V., & Sarkar, S. 1992, *Nuclear Physics B*, 373, 399
- Encrenaz, T., de Graauw, T., Schaeidt, S., et al. 1996, *Astron. & Astrophys.*, 315, L397
- Epstein, R. I., Lattimer, J. M., & Schramm, D. N. 1976, *Nature*, 263, 198
- Filippenko, A. V. 1997, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, 35, 309
- Fixsen, D. J., Cheng, E. S., Gales, J. M., et al. 1996, *Astrophys. J.*, 473, 576
- Fixsen, D. J. & Mather, J. C. 2002, *Astrophys. J.*, 581, 817
- Freedman, W. L., Madore, B. F., Gibson, B. K., et al. 2001, *Astrophys. J.*, 553, 47
- Frieman, J. A., Turner, M. S., & Huterer, D. 2008, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, 46, 385
- Fukugita, M. 2004, in *IAU Symposium, Vol. 220, Dark Matter in Galaxies*, ed. S. Ryder, D. Pisano, M. Walker, & K. Freeman, 227–+
- Fukugita, M., Hogan, C. J., & Peebles, P. J. E. 1998, *Astrophys. J.*, 503, 518
- Fukugita, M. & Kajino, T. 1990, *Phys. Rev. D*, 42, 4251
- Gamow, G. 1946, *Phys. Rev.*, 70, 572
- Garnavich, P. M., Kirshner, R. P., Challis, P., et al. 1998, *Astrophys. J. Lett.*, 493, L53+
- Geiss, J. & Gloeckler, G. 1998, *Space Science Reviews*, 84, 239
- Guth, A. H. 1981, *Phys. Rev. D*, 23, 347
- Guth, A. H. & Pi, S.-Y. 1982, *Phys. Rev. Lett.*, 49, 1110
- Guy, J. 2007, private communication
- Guy, J., Astier, P., Nobili, S., Regnault, N., & Pain, R. 2005, *Astron. & Astrophys.*, 443, 781
- Hamuy, M., Maza, J., Phillips, M. M., et al. 1993, *Astron. J.*, 106, 2392
- Hawking, S. W. 1965, *Royal Society of London Proceedings Series A*, 286, 313
- Hinshaw, G., Weiland, J. L., Hill, R. S., et al. 2009, *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, 180, 225
- Hoyle, F. & Narlikar, J. V. 1995, *Reviews of Modern Physics*, 67, 113
- Hu, W. & Silk, J. 1993, *Phys. Rev. D*, 48, 485
- Hu, W. T. 1995, PhD thesis, University of California, Berkeley

- Hubble, E. 1929, Proceedings of the National Academy of Science, 15, 168
- Illarionov, A. F. & Siuniaev, R. A. 1975a, Soviet Astronomy, 18, 413
- Illarionov, A. F. & Siuniaev, R. A. 1975b, Soviet Astronomy, 18, 691
- Izotov, Y. I., Thuan, T. X., & Stasińska, G. 2007, *Astrophys. J.*, 662, 15
- Jedamzik, K. 2000, *Phys. Rev. Lett.*, 84, 3248
- Jedamzik, K. 2002, *Planetary and Space Science*, 50, 1239
- Jedamzik, K. 2006, *Phys. Rev. D*, 74, 103509
- Jedamzik, K. & Rehm, J. B. 2001, *Phys. Rev. D*, 64, 023510
- Jones, B. J. T. & Steigman, G. 1978, *MNRAS*, 183, 585
- Jones, B. J. T. & Wyse, R. F. G. 1985, *Astron. & Astrophys.*, 149, 144
- Kaplinghat, M., Steigman, G., Tkachev, I., & Walker, T. P. 1999, *Phys. Rev. D*, 59
- Kaplinghat, M., Steigman, G., & Walker, T. P. 2000, *Phys. Rev. D*, 61, 103507
- Kawasaki, M. & Moroi, T. 1995, *Astrophys. J.*, 452, 506
- Kerr, R. P. 1963, *Phys. Rev. Lett.*, 11, 237
- Khlopov, M. Y., Rubin, S. G., & Sakharov, A. S. 2000, *Phys. Rev. D*, 62, 083505
- Kirilova, D. 2003, *Nuclear Physics B Proceedings Supplements*, 122, 404
- Knop, R. A., Aldering, G., Amanullah, R., et al. 2003, *Astrophys. J.*, 598, 102
- Kolb, E. W., Matarrese, S., & Riotto, A. 2006, *New Journal of Physics*, 8, 322
- Kolb, E. W. & Turner, M. S. 1990, *The early universe* (Addison-Wesley)
- Komatsu, E., Dunkley, J., Nolta, M. R., et al. 2009, *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, 180, 330
- Kompaneets, A. S. 1957, *Zh. Eksp. Teor. Fiz*, 31, 876, [*Sov. Phys JETP* 4, 730 (1957)]
- Korn, A. J., Grundahl, F., Richard, O., et al. 2006, *Nature*, 442, 657
- Kowalski, M., Rubin, D., Aldering, G., et al. 2008, *Astrophys. J.*, 686, 749
- Kowitt, M. 1996, *International Journal of Theoretical Physics*, 35, 605
- Krauss, L. M. 1999, *Scientific American*, 280, 34
- Krolik, J. H. 1989, *Astrophys. J.*, 338, 594
- Kurki-Suonio, H. & Sihvola, E. 2000, *Phys. Rev. D*, 62, 103508
- Kusakabe, M., Kajino, T., & Mathews, G. J. 2006, *Phys. Rev. D*, 74, 023526

- Kusakabe, M., Kajino, T., Yoshida, T., et al. 2009, *Phys. Rev. D*, 79, 123513
- Kutschera, M. & Dyrda, M. 2007, *Acta Physica Polonica B*, 38, 215
- Landau, L. D. & Lifshitz, E. M. 1959, *Fluid mechanics*
- Lemaître, G. 1927, *Annales de la Société scientifique de Bruxelles, Série Astron. Astrophys.*, 47, 49
- Lemoine, M., Audouze, J., Ben Jaffel, L., et al. 1999, *New Astronomy*, 4, 231
- Lightman, A. P. 1981, *Astrophys. J.*, 244, 392
- Linde, A. 2005, arXiv :hep-th/0503203
- Linde, A. D. 1983, *Physics Letters B*, 129, 177
- Linsky, J. L., Draine, B. T., Moos, H. W., et al. 2006, *Astrophys. J.*, 647, 1106
- Lohiya, D., Batra, A., Mahajan, S., & Mukherjee, A. 1998, *ArXiv General Relativity and Quantum Cosmology e-prints*
- López, C. A. 1984, *Phys. Rev. D*, 30, 313
- Lyth, D. H. D. H. & Riotto, A. A. 1999, *Phys. Rep.*, 314, 1
- Martinez, V. J. & Trimble, V. 2009, *ArXiv e-prints*
- Milgrom, M. 1983, *Astrophys. J.*, 270, 365
- Milne, E. A. 1933, *Zeitschrift fur Astrophysik*, 6, 1
- Minkowski, R. 1941, *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 53, 224
- Narlikar, J. V. 2003, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, 41, 169
- Newman, E. T., Couch, E., Chinnapared, K., et al. 1965, *Journal of Mathematical Physics*, 6, 918
- Olive, K. A. & Skillman, E. D. 2004, *Astrophys. J.*, 617, 29
- Omnès, R. 1969, *Phys. Rev. Lett.*, 23, 38
- Omnès, R. 1971a, *Astron. & Astrophys.*, 15, 275
- Omnès, R. 1971b, *Astron. & Astrophys.*, 10, 228
- Omnès, R. 1972, *Phys. Rep.*, 3, 1
- Paczynski, B. 1986, *Astrophys. J.*, 304, 1
- Peacock, J. A. 1999, *Cosmological Physics* (Cambridge University Press)
- Peebles, P. J. E. 1968, *Astrophys. J.*, 153, 1

- Peebles, P. J. E. 1993, *Principles of physical cosmology* (Princeton Series in Physics, Princeton, NJ : Princeton University Press, —c1993)
- Peimbert, M., Luridiana, V., & Peimbert, A. 2007, *Astrophys. J.*, 666, 636
- Pequignot, D., Petitjean, P., & Boisson, C. 1991, *Astron. & Astrophys.*, 251, 680
- Perlmutter, S., Aldering, G., Goldhaber, G., et al. 1999, *Astrophys. J.*, 517, 565
- Perlmutter, S., Gabi, S., Goldhaber, G., et al. 1997, *Astrophys. J.*, 483, 565
- Pettini, M., Zych, B. J., Murphy, M. T., Lewis, A., & Steidel, C. C. 2008, *MNRAS*, 391, 1499
- Peyraud, J. 1968, *Journal de Physique*, 29, 88
- Pfenniger, D. & Combes, F. 1994, *Astron. & Astrophys.*, 285, 94
- Phillips, M. M. 1993, *Astrophys. J. Lett.*, 413, L105
- Poitrenaud, J. & Williams, F. I. 1972, *Phys. Rev. Lett.*, 29, 1230
- Porter, R. L., Bauman, R. P., Ferland, G. J., & MacAdam, K. B. 2005, *Astrophys. J. Lett.*, 622, L73
- Preston, M. A. & Bhaduri, R. 1975, *Structure of the nucleus* (Addison-Wesley)
- Protasov, K. V., Bonomi, G., Lodi Rizzini, E., & Zenoni, A. 2000, *European Physical Journal A*, 7, 429
- Protheroe, R. J., Stanev, T., & Berezhinsky, V. S. 1995, *Phys. Rev. D*, 51, 4134
- Ramani, A. & Puget, J. L. 1976, *Astron. & Astrophys.*, 51, 411
- Rauscher, T., Applegate, J. H., Cowan, J. J., Thielemann, F.-K., & Wiescher, M. 1994, *Astrophys. J.*, 429, 499
- Rehm, J. B. & Jedamzik, K. 2001, *Phys. Rev. D*, 63, 043509
- Reichardt, C. L., Ade, P. A. R., Bock, J. J., et al. 2009, *Astrophys. J.*, 694, 1200
- Rich, J. 2001, *Fundamentals of Cosmology* (Springer-Verlag)
- Richard, O., Michaud, G., & Richer, J. 2005, *Astrophys. J.*, 619, 538
- Riess, A. G., Filippenko, A. V., Challis, P., et al. 1998, *Astron. J.*, 116, 1009
- Riess, A. G., Strolger, L.-G., Tonry, J., et al. 2004, *Astrophys. J.*, 607, 665
- Ringwald, A. 2009, arxiv :0901.1529
- Rubin, V. C. & Ford, W. K. J. 1970, *Astrophys. J.*, 159, 379
- Ryan, S. G., Beers, T. C., Olive, K. A., Fields, B. D., & Norris, J. E. 2000, *Astrophys. J. Lett.*, 530, L57

- Ryan, S. G., Norris, J. E., & Beers, T. C. 1999, *Astrophys. J.*, 523, 654
- Rybicki, G. B. & Lightman, A. P. 1979, *Radiative processes in astrophysics* (New York, Wiley-Interscience, 1979. 393 p.)
- Sachs, R. K. & Wolfe, A. M. 1967, *Astrophys. J.*, 147, 73
- Sakharov, A. D. 1967, *Soviet JETP Lett.*, 5, 24
- Sanders, R. H. & McGaugh, S. S. 2002, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, 40, 263
- Sarkar, S. 2008, *General Relativity and Gravitation*, 40, 269
- Seager, S., Sasselov, D. D., & Scott, D. 1999, *Astrophys. J.*, 523, L1
- Seager, S., Sasselov, D. D., & Scott, D. 2000, *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, 128, 407
- Sethi, M., Batra, A., & Lohiya, D. 1999, *Phys. Rev. D*, 60
- Sigl, G., Jedamzik, K., Schramm, D. N., & Berezhinsky, V. S. 1995, *Phys. Rev. D*, 52, 6682
- Sihvola, E. 2001a, PhD thesis, HELSINGIN YLIOPISTO
- Sihvola, E. 2001b, *Phys. Rev. D*, 63, 103001
- Spergel, D. N., Verde, L., Peiris, H. V., et al. 2003, *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, 148, 175
- Spite, F. & Spite, M. 1982, *Astron. Astrophys.*, 115, 357
- Steigman, G. 1973, in *Cargese Lectures in Physics*, Vol. 6, *Cargese Lectures in Physics*, ed. E. Schatzman, 505–+
- Steigman, G. 1976, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, 14, 339
- Steigman, G. 2007, *Annual Review of Nuclear and Particle Science*, 57, 463
- Sunyaev, R. A. & Zeldovich, Y. B. 1970, *Astrop. & Sp. Sci.*, 7, 20
- Svensson, R. & Zdziarski, A. 1990, *Astrophys. J.*, 349, 415
- Tammann, G. A., Loeffler, W., & Schroeder, A. 1994, *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, 92, 487
- Tang, X., Azhari, A., Gagliardi, C. A., et al. 2003, *Phys. Rev. C*, 67, 015804
- Tisserand, P., Le Guillou, L., Afonso, C., et al. 2007, *Astron. & Astrophys.*, 469, 387
- Trimble, V. 1987, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, 25, 425
- Tripp, R. 1998, *Astron. & Astrophys.*, 331, 815
- Turatto, M. 2003, in *Lecture Notes in Physics*, Berlin Springer Verlag, Vol. 598, *Supernovae and Gamma-Ray Bursters*, ed. K. Weiler, 21–36
- Turner, M. S. 2001, arXiv :astro-ph/0108103

- Vangioni-Flam, E., Olive, K. A., Fields, B. D., & Cassé, M. 2003, *Astrophys. J.*, 585, 611
- von Egidy, T. 1987, *Nature*, 328, 773
- Wagoner, R. V. 1969, *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, 18, 247
- Weinberg, S. 1972, *Gravitation and Cosmology : Principles and Applications of the General Theory of Relativity* (pp. 688. ISBN 0-471-92567-5. Wiley-VCH , July 1972.)
- Weinberg, S. 1989, *Rev. Mod. Phys.*, 61, 1
- Wetterich, C. 1995, *Astron. & Astrophys.*, 301, 321
- Wheeler, J. A. & Feynman, R. P. 1945, *Rev. Mod. Phys.*, 17, 157
- Wheeler, J. A. & Feynman, R. P. 1949, *Rev. Mod. Phys.*, 21, 425
- White, S. D. M. 2007, *Reports on Progress in Physics*, 70, 883
- Witten, E. 1984, *Phys. Rev. D*, 30, 272
- Zeldovich, Y. B., Kurt, V. G., & Syunyaev, R. A. 1969, *Soviet JETP*, 28, 146
- Zel'Dovich, Y. B. & Levich, E. V. 1970, *ZhETF Pis ma Redaktsiiu*, 11, 57
- Zeldovich, Y. B. & Sunyaev, R. A. 1969, *Astrop. & Sp. Sci.*, 4, 301
- Zenoni, A. 1999a, *Physics Letters B*, 461, 413
- Zenoni, A. 1999b, *Physics Letters B*, 461, 405
- Zwicky, F. 1933, *Helvetica Physica Acta*, 6, 110
- Zwicky, F. 1937, *Astrophys. J.*, 86, 217