



**HAL**  
open science

## Vers une mesure du vent thermoacoustique

Philippe Debesse

► **To cite this version:**

Philippe Debesse. Vers une mesure du vent thermoacoustique. Acoustique [physics.class-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2008. Français. NNT: . tel-00445461v1

**HAL Id: tel-00445461**

**<https://theses.hal.science/tel-00445461v1>**

Submitted on 8 Jan 2010 (v1), last revised 15 Dec 2010 (v2)

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**THESE DE DOCTORAT DE  
L'UNIVERSITE PIERRE ET MARIE CURIE**

Spécialité

SCIENCES MECANIKES, ACOUSTIQUE ET ELECTRONIQUE DE PARIS

Présentée par

M. Philippe DEBESSE

Pour obtenir le grade de

**DOCTEUR de l'UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE**

Sujet de la thèse :

Vers une mesure du vent thermoacoustique

soutenue le 5-12-2008

devant le jury composé de :

J.-C. VALIERE Professeur, Rapporteur  
D.M. CAMPBELL Professeur, Rapporteur

J.D. POLACK Professeur, Examineur  
Ph. BLANC-BENON Professeur, Examineur  
J. GILBERT, Directeur de recherche, Examineur

Invités : co-direction de thèse

M.-X. FRANCOIS Professeur émérite, Directeur de thèse  
F. LUSSEYRAN Chargé de recherche et HDR, Codirecteur de thèse  
D. BALTEAN-CARLES Maître de conférence, Codirectrice de thèse



## Résumé :

*Les phénomènes non-linéaires présents dans les systèmes thermoacoustiques sont responsables de l'apparition des écoulements continus secondaires qui se superposent aux oscillations acoustiques dominantes, pénalisant l'efficacité des systèmes. L'objectif de cette étude est de caractériser le champ acoustique dans un résonateur contenant un générateur d'onde thermoacoustique et de mettre en évidence les écoulements secondaires. Nous mesurons le champ de vitesse par vélocimétrie par images de particules (PIV). Les premières mesures enregistrées sans relation de phases avec la période acoustique, permettent de reconstruire la composante acoustique sur une période, en réordonnant les vitesses suivant leur phase avec une technique de projection par décomposition aux valeurs singulières (SVD). Celle-ci fait partie d'une batterie de post-traitements qui permettent d'obtenir des résultats concordant avec l'acoustique linéaire. Ils mettent en évidence un contenu harmonique important et le caractère non-linéaire de l'écoulement acoustique. Le calcul du champ de vitesse moyenné en temps montre l'existence d'un écoulement continu différent de celui de Rayleigh-Schlichting. Dans la fenêtre de mesure, il est composé de cellules de convection dont l'extension radiale tend à croître avec le rapport moteur. Il fait aussi apparaître un caractère tridimensionnel. Un deuxième type de mesures PIV synchronisées aux mesures de pression, apporte un complément d'information sur les écoulements secondaires et confirme globalement les résultats obtenus à partir des premières mesures. Cependant ces mesures synchronisées se révèlent moins précises que les premières.*

## Abstract:

### *Towards a Measurement of Thermoacoustic Streaming*

*The non-linear phenomena which appear in thermoacoustic systems generate continuous secondary flows, superposed to the dominant acoustic oscillations, reducing the systems efficiency. The aim of this study is to characterize the acoustic field created by a thermoacoustic wave generator and to highlight the secondary flows. We measure the velocity field with a Particle Image Velocimetry method (PIV). The first measurements, disordered with respect to the acoustic period, allow the reconstruction of the acoustic field by the way of a projection technique using singular values decomposition (SVD). This method is part of a data processing group which is able to obtain results agreeing with linear acoustic theory. They highlight an important harmonic content and the non-linear property of the acoustic flow. The estimation of the mean velocity over the time period indicates the existence of a continuous flow different of Rayleigh-Schlichting streaming. In the measurements window, this flow consists in convection vortices; their height tends to grow with the drive-ratio. The continuous flow shows a tri-dimensional behaviour. A second type of PIV measurements synchronized with the pressure signal gives complementary information about streaming flows and globally confirms the obtained results from the first measurements. Nevertheless, these synchronised measurements are less precise than the first.*

## Remerciements

Ce travail n'aurait pu voir le jour sans le concours de différents intervenants. Je tiens à remercier :

Maurice-Xavier François, François Lusseyran et Diana Baltean pour leur encadrement et leur soutien scientifique.

Luc Pastur, Thierry Faure, Pierre Gougat, Gérard Defresne, Adrien Bétrancourt, Catherine Weisman, Vincent Bourdin, Vincent Gautier, Sébastien Rieublanc, Clarisse Beau, Jérôme Boulanger entre autre pour leur soutien scientifique et technique.

Ainsi que Fathi Jebali-Jerbi,, Marie-Christine Duluc, Gilles Losfeld (ONERA), Patxi Duthil, Jean-Pierre Thermeau, Thierry Le Polès, Danièle Biche, Pierre Durand, Gérard Labrosse pour leur aide et soutien ponctuels mais utiles.

Pour finir, Patrick Le Quéré, la Direction, associés à l'ensemble du laboratoire où s'est déroulé la thèse, le LIMS-CNRS (Campus d'Orsay, Bât. 508, B.P. 133 F-91403 ORSAY Cedex FRANCE), pour avoir permis le bon déroulement de cette thèse.

## Table des matières

I	Introduction générale.....	9
I.1	Quelques principes de base de la thermoacoustique .....	10
I.2	Les écoulements non-oscillants et la thermoacoustique.....	14
II	Présentation de la configuration expérimentale .....	27
II.1.	Présentation générale du système thermoacoustique .....	27
II.2.	Dans l'intimité de la configuration expérimentale .....	28
III	Modèles analytiques en thermoacoustique .....	45
III.1.	Acoustique linéaire .....	45
III.2.	Acoustique faiblement non-linéaire (nombre de Mach $M \ll 1$ ) et écoulements secondaires .....	48
IV	Méthodologies de l'analyse des données expérimentales.....	52
IV.1.	Méthodologie commune à toutes les séries de mesures .....	52
IV.2.	Reconstruction sans référence de phase.....	62
IV.3.	Reconstruction avec référence de phase.....	89
IV.4.	La POD ou comment se projeter dans un espace cohérent .....	98
V	Résultats expérimentaux.....	114
V.1	Espace des paramètres n°1 (Esp1) : rapport pilote de 1,75% .....	115
V.2	Espace des paramètres n°2 (Esp2) : rapport pilote de 0,97% .....	156
V.3	Espace des paramètres n°3 (Esp3) : rapport pilote de 4,40% .....	185
VI	Conclusion .....	219
VII	Références articles, documents .....	222
VIII	Annexes.....	228

## Nomenclature

- $P_m$  : pression moyenne du gaz contenu dans le résonateur (bar ou Pa)  
 $\rho_m$  : densité moyenne du gaz ( $\text{kg.m}^{-3}$ )  
 $T_m$  : température moyenne  
 $P$  : pression du gaz contenu dans le résonateur (bar ou Pa)  
 $\rho$  : densité du gaz ( $\text{kg.m}^{-3}$ )  
 $u_1$  : 1<sup>er</sup> ordre de la composante en  $x$  de la vitesse ( $\text{m.s}^{-1}$ )  
 $P_1$  : 1<sup>er</sup> ordre de la pression, pression acoustique (bar ou Pa)  
 $P_A$  : amplitude de pression  
 $\vec{V}$  : vitesse du gaz  
 $v_x, v_y$  : composantes horizontale et verticale de la vitesse du gaz  
 $\overline{\vec{V}}_T(\vec{r})$  : champ de vitesse obtenu par moyenne EN temps  
 $\hat{\vec{V}}_\phi$  : champ de vitesse obtenu pour une phase donnée, calculée par moyenne DE phase  
 $\overline{\vec{V}}_T^{(\phi)}(\vec{r})$  : champ de vitesse obtenu par moyenne EN phase  
 $\mu$  : viscosité dynamique du gaz ( $\text{kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$ )  
 $\xi$  : seconde viscosité ( $\text{kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$ )  
 $\nu$  : viscosité cinématique ( $\text{m}^2.\text{s}^{-1}$ )  
 $t$  : temps (s)  
 $t_{tot}$  : temps maximal d'acquisition  
 $x$  : coordonnée horizontale ou axiale (m)  
 $x_{piv}$  : position axiale de la zone de mesure PIV  
 $y$  : coordonnée verticale (m)  
 $r$  : coordonnée radiale (m)  
 $r$  : dans le cadre de la SVD (c.f. concerné)  
 $z$  : coordonnée axiale (m)  
 $P_{max}$  : Pression maximale, amplitude de pression maximale (bar ou Pa)  
 $k$  : nombre d'onde ( $\text{m}^{-1}$ )  
 $\omega$  : pulsation (Hz)  
 $c$  : célérité de l'onde acoustique (m/s)  
 $\lambda$  : longueur d'onde de l'onde acoustique (m)  
 $L$  : longueur du résonateur (m)  
 $h$  : hauteur du résonateur (m)  
 $L_{piv}$  : longueur de la zone de mesure PIV  
 $f_n^{(res)}$  : fréquence du mode  $n$  de résonance  
 $f$  : fréquence acoustique ou simple fonction (précisée dans ce cas)  
 $T_t$  : période acoustique  
 $f_{acq}$  : fréquence d'acquisition/échantillonnage  
 $dt_{acq}$  : pas de temps d'acquisition/échantillonnage  
 $e$  : épaisseur du tube en verre  
 $L_{PIV}$  : longueur de la zone transparente de mesure PIV (tube de verre)  
 $D$  : diamètre du tube en verre et/ou du résonateur (m par défaut)  
 $R_i$  : rayon interne du tube de verre (m par défaut)  
 $\lambda_{YAG}$  : longueur d'onde du laser YAG servant aux mesures de PIV (nm)  
 $n_{verre}$  : indice de réfraction du verre  
 $n_{air}$  : indice de réfraction de l'air  
 $n_{azote}$  : indice de réfraction de l'azote  
 $C_{N_2}$  : constante de la formule de Lorenz-Lorentz pour l'azote  
 $U_g$  : vitesse de sédimentation des particules d'ensemencement  
 $d_p$  : diamètre des particules d'ensemencement  
 $\rho_p$  : densité des particules d'ensemencement  
 $g$  : constante de gravité ; simple fonction  
 $r_{N_2}$  : constante des gaz parfaits pour l'azote  
 $\tau_s$  : temps caractéristique de relaxation dans la réponse d'une particule solide soumis à l'accélération du fluide ensemencé  
 $U_p$  : vitesse des particules solides (pour l'ensemencement)  
 $U$  : amplitude suivant  $x$  de la vitesse du fluide

- $\delta_v$  : épaisseur de couche limite visqueuse  
 $\gamma$  : rapport des chaleurs spécifiques  
 $u_p$  : vitesse de l'écoulement qui contient tous les termes périodiques  
 $u_{1max}$  : vitesse acoustique maximale (1<sup>er</sup> ordre)  
 $\bar{U}$  : vitesse moyenne en temps  
 $u'$  : vitesse contenant les termes temporels non périodiques  
 $\tilde{U}$  : partie périodique de la vitesse de l'écoulement  
 $\hat{U}$  : vitesse spatiale de l'écoulement à moyenne temporelle nulle  
 $u_t$  : vitesse moyennée en espace de l'écoulement à moyenne temporelle nulle  
 $u_S$  : vitesse de streaming  
 $u_{Ra}$  : vitesse de Rayleigh  
 $Re_s$  : nombre de Reynolds du streaming  
 $Re$  : nombre de Reynolds acoustique  
 $\Delta t_p$  : temps séparant deux images d'une même paire PIV  
 $\varphi$  : phase acoustique  
 $N_{tot}$  : nombre total d'échantillons de vitesse constituant une série d'acquisition  
 $N_{max}$  : nombre total d'échantillons et/ou de phases constituant un nombre entier de pseudo-cycles acoustiques  
 $N_c$  : nombre de sous-familles et/ou pseudo-cycles entiers  
 $N_p$  : nombre d'échantillon constituant un pseudo-cycle  
 $N_\varphi$  : nombre de phases discrétisant un cycle périodique du signal de référence pour la synchronisation de la PIV  
 $N_T$  : nombre d'intervalles  $[0, T_t]$   
 $S$  : matrice de données à décomposer par la méthode SVD  
 $n_i$  : indice de discrétisation temporelle  
 $t_n$  : temps discrétisé  
 $t_n^{(PIV)}$  : temps discrétisé associé aux données de vitesse PIV  
 $t_m^{(P)}$  : temps discrétisé associé aux données de pression  
 $T_e^{(PIV)}$  : période d'échantillonnage pour la PIV  
 $M_{SVD}$  : nombre de modes de décomposition SVD  
 $S$  : matrice des retards  
 $U, V$  : matrice de passage dans le cadre de la SVD  
 $D$  : matrice contenant les valeurs singulières dans le cadre de la SVD  
 $\lambda_{svd}^{(i)}$  : i<sup>ème</sup> valeur singulière dans le cadre de la SVD  
 $n_{svd}$  : rang de la matrice  $S$   
 $f_e$  : fréquence d'échantillonnage  
 $f_e^{(PIV)} = \frac{1}{T_e^{(PIV)}}$  : fréquence d'échantillonnage pour la PIV  
 $f_e^{(P)}$  : fréquence d'échantillonnage pour la pression  
 $\varphi_{svd}$  : phase acoustique obtenue pas SVD sur vitesse  
 $\varphi_{svd}^{(P)}$  : phase acoustique obtenue pas SVD sur pression  
 $u_{fit}$  : vitesse analytique obtenue par interpolation (« fit ») de données expérimentales  
 $\varphi_t$  : phase issue de la discrétisation du signal de référence  
 $n_{pod}$  : nombre de valeurs singulières (propres) d'une matrice par POD

## Sous-table des matières

I	Introduction générale.....	9
I.1	Quelques principes de base de la thermoacoustique .....	10
I.2	Les écoulements non-oscillants et la thermoacoustique.....	14
I.2.1	Les écoulements dits de streaming acoustique, ou vent acoustique .....	14
I.2.1.1	Le streaming piloté par les effets visqueux .....	15
I.2.1.2	Le streaming en onde progressive .....	21
I.2.2	Les écoulements générés par la géométrie (jets...) .....	22
I.2.3	Les écoulements thermoconvectifs.....	23

# I Introduction générale

La thermoacoustique repose sur l'idée d'une conversion entre l'énergie acoustique et l'énergie thermique. Les machines thermoacoustiques utilisent le mouvement oscillant du fluide comme moyen de transporter de la chaleur tout au long d'un empilement de plaques (réfrigérateur), ou au contraire, de créer ou amplifier une onde acoustique à partir d'énergie thermique grâce à une instabilité thermoacoustique qui apparaît si les plaques sont soumises à un fort gradient de température (moteur).

L'intérêt principal des dispositifs thermoacoustique réside dans leur simplicité, fiabilité et l'utilisation de fluides non polluants. Le champ d'application dans le domaine de la thermique est très large : cryogénie, froid domestique, refroidissement des microcomposants électroniques, etc. Le procédé offre aussi une alternative très intéressante pour la production d'électricité [Symko et al].

La théorie linéaire de la thermoacoustique [Swift, Rott] permet une première estimation des performances de ces systèmes. Mais elle tombe en défaut dans le cas des systèmes de forte puissance où les phénomènes non-linéaires deviennent non négligeables, limitant ainsi les possibilités d'optimisation des machines thermoacoustiques. Ces manifestations non-linéaires sont responsables notamment de l'apparition d'écoulements non périodiques. Certains sont d'origine thermoconvective (thermique oblige), dynamique (jets, turbulence), d'autre d'origine purement acoustique comme le vent du même nom, dit aussi écoulement de « streaming ». La plupart sont de « second ordre » et se superposent aux oscillations acoustiques dominantes de « premier ordre ». Ces écoulements sont parfois la source de transfert de chaleur convectif [Swift] qui peut modifier le gradient de température aussi bien dans le générateur d'onde que dans le réfrigérateur, pénalisant ainsi l'efficacité des systèmes.

La mise en évidence expérimentale de ces effets « non-linéaires » présente un certain nombre de difficultés métrologiques et d'analyse du signal. La métrologie classiquement utilisée dans ce cas est la vélocimétrie par images de particules (PIV) [Duffourd, Berson, Berson et al 1, Berson et al 2], méthode qui a ici nécessité une adaptation aux systèmes thermoacoustiques du fait du confinement sous une forte pression moyenne et de la présence de générateur d'onde thermoacoustique à haute température. Dans ce travail, un éventail de pré et post-traitements a été mis en place afin d'extraire et d'étudier au mieux les informations liées à l'acoustique dans un premier temps, et aux champs continus dans un second temps.

Le rapport de thèse est constitué de trois grands volets divisés en cinq chapitres.

Le premier donne quelques éléments d'interprétation du phénomène thermoacoustique et offre un aperçu des travaux traitant des écoulements secondaires dits de streaming ; cet aperçu traitera principalement du vent acoustique dit de Rayleigh-Schlichting et mentionnera rapidement les écoulements secondaires de type Gedeon, Eckart et ceux générés par la géométrie (jets...).

Le deuxième volet présente en détail l'ensemble du dispositif expérimental thermoacoustique et de mesure par image de particules (PIV) : le résonateur et son moteur thermoacoustique, l'intégration de la zone de mesure transparente, du système d'ensemencement, de l'éclairage (laser), de la prise de vue (caméra) ;

On y aborde les procédures d'acquisitions sans et avec synchronisation sur un signal extérieur, leur principe et leur schéma de connexion ; on détaille l'ensemble des traitements de données : prétraitements des images obtenues par PIV, calcul des champs de vitesse instantanés de l'écoulement et des champs obtenus par moyenne de phase, études du contenu fréquentiel, extraction des vitesses acoustiques et comparaison avec la théorie, calcul des taux d'harmonique, de la longueur d'onde, des déphasages vitesse/pression acoustique, reconstruction par SVD des cycles acoustiques de vitesse et de pression sur une période, calcul par moyenne en phase des champs de vitesse continu, comparaison des résultats avec ceux obtenus par application de la POD.

Le troisième volet est consacré à l'étude d'une partie des résultats, sachant que la totalité des mesures n'a pas encore pu être exploitée : trois espaces des paramètres seront étudiés caractérisés par les rapports moteur (« drive ratio ») pression acoustique / pression moyenne de 1,75%, 0,97% et 4,40%.

## ***1.1 Quelques principes de base de la thermoacoustique***

Dans cette partie, nous allons expliquer le principe physique de la thermoacoustique sans rentrer dans des considérations thermodynamiques. Pour plus de détails sur cet aspect, la théorie de base et les machines thermoacoustique, il suffit de se référer à la littérature, par exemple Swift.

Le procédé thermoacoustique peut être mis en œuvre soit pour obtenir un effet « réfrigérant » ou de pompage de chaleur, soit pour obtenir un effet génération d'onde acoustique dit alors « moteur ». Ces deux phénomènes sont réalisés dans un milieu de préférence fermé (intensité acoustique très élevée) comme un tube rempli de gaz dilatable. Le premier mode de fonctionnement utilise une onde acoustique déjà existante pour assurer un refroidissement dans une sorte de milieu poreux, comme un empilement de grilles ou de plaques [Swift et al 1, Duffourd, Bétrancourt]. La mise en œuvre de la réfrigération suppose naturellement la présence d'échangeurs de chaleur aux extrémités de ce milieu actif. L'onde acoustique peut être créée mécaniquement par un haut parleur ou par la thermoacoustique motrice. Le deuxième mode de fonctionnement utilise aussi un milieu poreux équivalent placé entre 2 échangeurs de chaleur pour y maintenir un fort gradient de température. L'échangeur chaud apporte l'énergie thermique nécessaire à la conversion d'énergie.

Enfin, on peut concevoir des systèmes de réfrigération où l'onde acoustique utilisée provient soit d'un oscillateur mécanique, soit d'un générateur d'ondes thermoacoustiques. Dans ce dernier cas, le système ne comporte plus aucune pièce mobile et présente une très grande fiabilité.

Sans entrer dans le détail thermodynamique, on comprend que l'onde acoustique joue tout à la fois les rôles de compresseur, de détendeur et de déplaceur qui sont opérés par trois organes exécutifs différents dans les systèmes classiques. Le déphasage entre les actions de ces trois éléments est naturellement la clé du cycle thermodynamique que va exécuter le fluide. On peut imaginer sans difficulté que dans un système fermé pour cause de niveau élevé de décibels (220dB), l'onde idéalement plane est spontanément stationnaire et qu'il sera possible de la déphaser localement pour les besoins d'un cycle thermodynamique donné.

Il n'est pas dans notre propos de détailler cet aspect de la thermoacoustique. On souhaite seulement faire comprendre que les belles images de l'onde plane « travaillant le gaz » se ternissent dès que des écoulements secondaires se développent. Ainsi non seulement ces écoulements peuvent entraîner des pertes d'énergie mais ils vont perturber le bon fonctionnement thermodynamique du système.

Dans nos systèmes fermés résonnants, la dimension du tube donne les fréquences de travail selon le mode acoustique choisi. Cette fréquence influe sur l'épaisseur de couche limite.

Le phénomène thermoacoustique peut être regardé dans le cas du réfrigérateur : Schématisons notre résonateur : Figure 0.1.

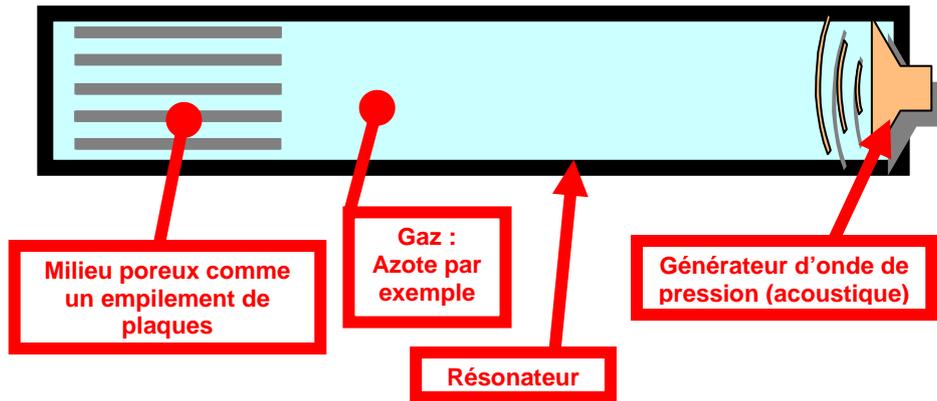


Figure 0.1 : Schéma très simplifié d'un résonateur contenant un générateur d'onde de pression et un milieu poreux dans lequel s'opère la thermoacoustique réfrigérante (ici, empilement de plaques ou stack) ; les dimensions sont exagérées

La source ici n'a pas d'importance et est représentée par un haut-parleur. Le gaz dans lequel se propage l'onde acoustique ne doit pas contenir d'humidité car le phénomène thermoacoustique y est très sensible, en influant sur les échanges thermiques solide/fluide. La plupart du temps, on utilise des gaz rares comme l'hélium et l'argon, des gaz plus communs comme l'azote ou parfois des mélanges. Le milieu poreux dans lequel la réfrigération va s'opérer est un empilement de plaques, placé dans une zone de vitesse acoustique modérée et par exemple à l'opposé du générateur d'onde comme indiqué sur la figure 0.1. Suivons par la pensée le comportement d'une particule fluide oscillant autour d'une position d'équilibre entre deux plaques sous l'effet de l'onde stationnaire par exemple, qui présente donc au cours du temps un  $P+$  et un  $P-$  déphasé de  $\pi$  accompagné d'un déplacement autour de la position d'équilibre :

- Figure 0.2 : La particule fluide en bleu est au voisinage de ces plaques du côté des basses pressions acoustiques  $P-$ . Elle est à quasiment à l'arrêt lorsqu'elle s'apprête à commencer un cycle d'oscillations, par une phase d'échauffement isobare. L'onde étant stationnaire, la particule se déplace en se comprimant (vers  $P+$ ) ou en se détendant (vers  $P-$ ). Il est donc nécessaire qu'elle « ne voit pas la paroi » pendant ce déplacement mais seulement à l'arrêt  $\frac{1}{4}$  de période plus tard. Ainsi, la distance entre les deux plaques sera choisie légèrement supérieure à 2 fois l'épaisseur de couche limite thermique : dans notre exemple en retour de phase de détente, étant plus froide, la particule extrait la chaleur des plaques et se réchauffe.
- Figure 0.3 : En se réchauffant, elle se dilate puis égalise presque sa température avec les parois. Dans la deuxième phase du cycle acoustique, la particule se déplace d'une position extrême à droite (basse pression) vers une position extrême à gauche (haute pression  $P+$ ), sans échanger de la chaleur avec les parois solides. C'est une phase de compression adiabatique.

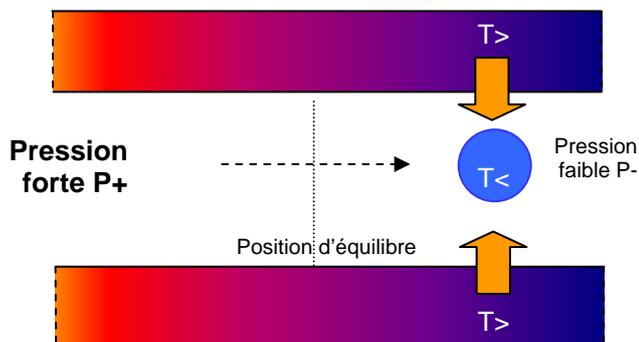


Figure 0.2 : Echange isobare de chaleur des plaques vers la particule

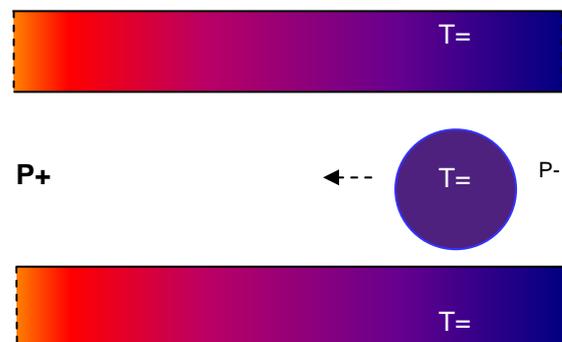


Figure 0.3 : Dilatation thermique de la particule et stabilisation des températures

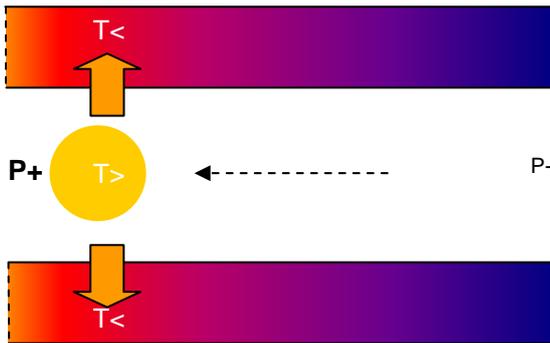


Figure 0.4 : Compression adiabatique et transfert de chaleur de la particule vers les plaques

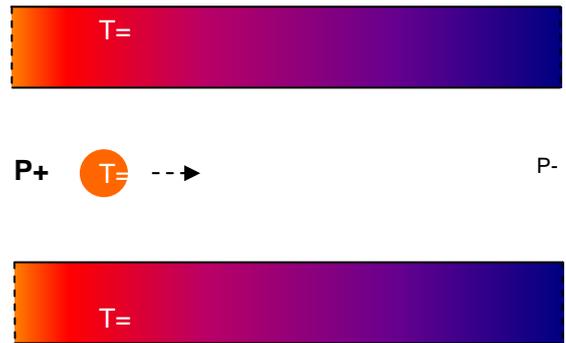


Figure 0.5 : Contraction thermique de la particule et stabilisation des températures

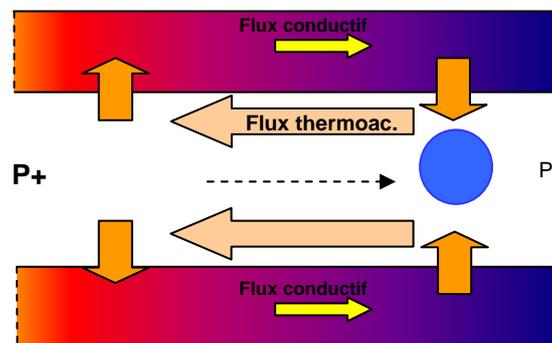


Figure 0.6 : Ensemble des flux thermique

- Figure 0.4 : La particule est immobile du côté des hautes pressions et en se comprimant est devenue plus chaude que les plaques voisines. Elle leur cède alors de sa chaleur. La troisième phase du cycle acoustique correspond à un refroidissement isobare.
- Figure 0.5 : Les températures de la particule et des parois (localement toujours) s'équilibrent. Elle se contracte en se refroidissant. L'onde acoustique la rappelle vers les basses pressions et la particule connaît alors une détente adiabatique pour retrouver sa position de la Figure 0.2 (en l'absence d'écoulement secondaire !).

Lors d'un cycle d'oscillation acoustique complet, la particule effectue un cycle thermodynamique dans lequel elle extrait de la chaleur à la plaque du côté gauche, et cède de la chaleur à la plaque du côté droit. La Figure 0.6 récapitule l'ensemble des flux thermiques. La particule sert de stockeur et de transporteur de chaleur : elle génère le flux thermoacoustique qui entre en compétition avec le flux conductif qui apparaît parallèlement, au fur et à mesure que l'extrémité froide se refroidit, et que l'extrémité chaude se réchauffe. Naturellement un tel dispositif n'a d'intérêt que lorsque les propriétés thermiques du matériau 'actif' sont très mauvaises en conduction. Il est par ailleurs nécessaire de mettre des échangeurs de chaleur de chaque côté pour fixer les potentiels thermiques du système. Dans la pratique, les déplacements particuliers sont très inférieurs à la longueur des plaques. Le transport thermoacoustique se fait de proche en proche le long des plaques comme illustrés aux Figures 0.7 et 0.8.

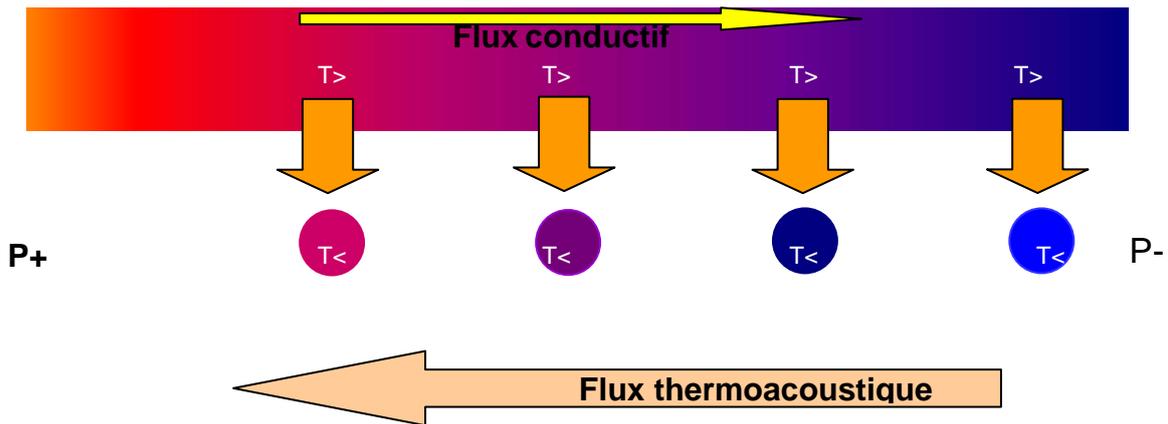


Figure 0.7 : Train de particules au moment de l'extraction de la chaleur de la plaque

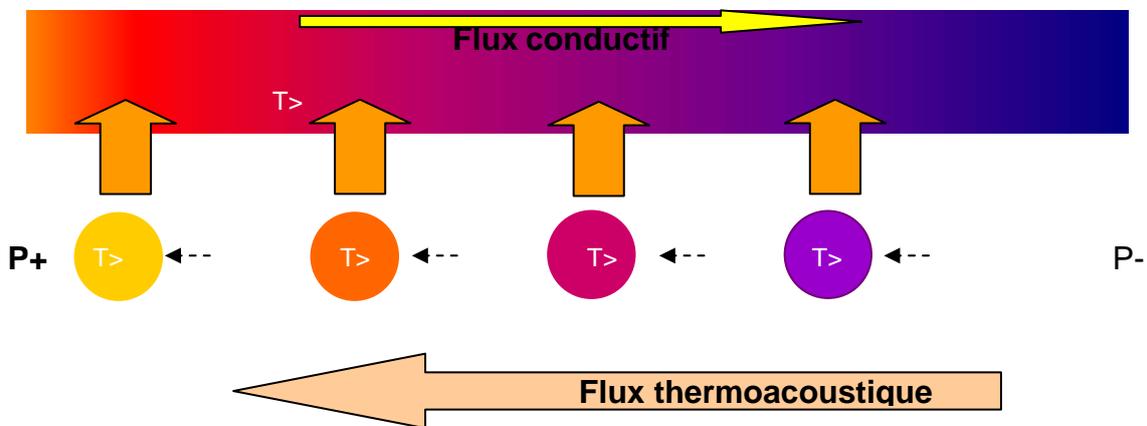


Figure 0.8 : Train de particules au moment de la restitution de la chaleur à la plaque

Nous venons de voir comment une onde acoustique de forte intensité peut provoquer un pompage de chaleur le long d'une plaque solide disposée le long de la direction de propagation acoustique. Imaginons un instant que l'onde acoustique mette en oscillation le fluide avec la cascade « compression détente déplacement » mais que cette fois la paroi soit chauffée à l'une de ses extrémités, présentant alors un fort gradient de température. Il est facile de voir que dans ce cas, le fluide comprimé par l'onde mais moins 'chaud' que la paroi en regard, va recevoir de la chaleur de celle-ci, se dilater et amplifier l'onde. Ce processus d'amplification est à l'origine de la génération d'onde acoustique par le procédé dit thermoacoustique. Le système amplifie tout bruit acoustique, sélectionne la fréquence de résonance et de ce fait met toute son énergie à amplifier uniquement cette fréquence en accord avec les propriétés acoustiques du résonateur. Quelques éléments supplémentaires concernant l'interprétation du démarrage de l'onde sont fournis dans la thèse de Pénélet.

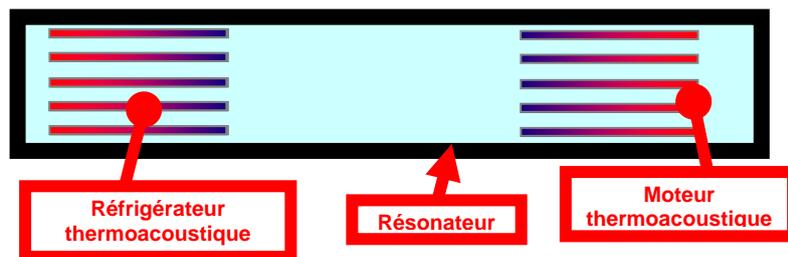


Figure 0.8bis : Schéma simpliste d'un système qui produit du froid avec du chaud, sans pièce mécanique

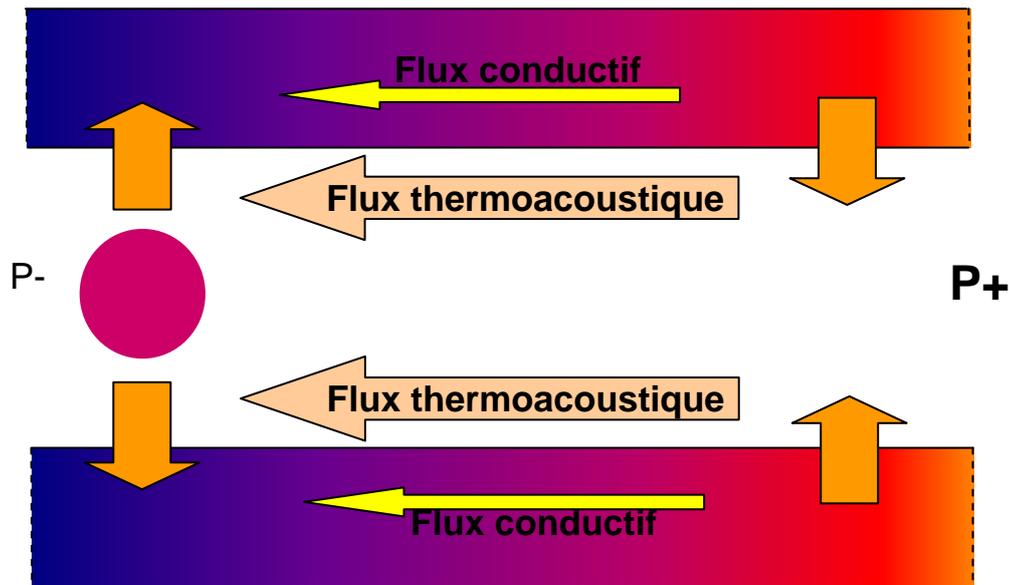


Figure 0.9 : Ensemble des flux thermiques dans le cas de la thermoacoustique moteur

Notons que dans ce cas « moteur » également, le milieu solide actif peut conduire une partie de la chaleur apportée à l'échangeur chaud au détriment de l'efficacité de la « machine ». Il faudra donc limiter ce transfert conductif direct au minimum. En résumé, la thermoacoustique est un jeu subtil de détente, de compression et d'échange de chaleur. Après cette évocation des causes du phénomène, nous allons donner un aperçu des différents écoulements pouvant se superposer à l'écoulement oscillant.

## 1.2 Les écoulements non-oscillants et la thermoacoustique

Il existe différents types d'écoulements venant se superposer à l'onde thermoacoustique. Certains sont créés par l'onde elle-même comme le vent acoustique de Rayleigh (§1.2.1.1), d'autres liés à la thermique ou à la géométrie, comme par exemple les jets de fluide à la sortie des plaques au cours du cycle oscillatoire. Les références [Swift] et [Boluriaan et al] font un inventaire de ces écoulements. Boluriaan et al les classent en 3 familles :

- Les écoulements de streaming pilotés par les couches limites visqueuses
- Les écoulements de streaming en onde progressive.
- Les écoulements de jets

A cela peut s'ajouter une 4<sup>ème</sup> famille :

- Les écoulements thermoconvectifs

Par la suite, nous allons nous inspirer du classement de Boluriaan et Morris [2] pour décrire différents streamings. Cependant, nous ne considérerons plus en détail que le streaming piloté par les effets visqueux.

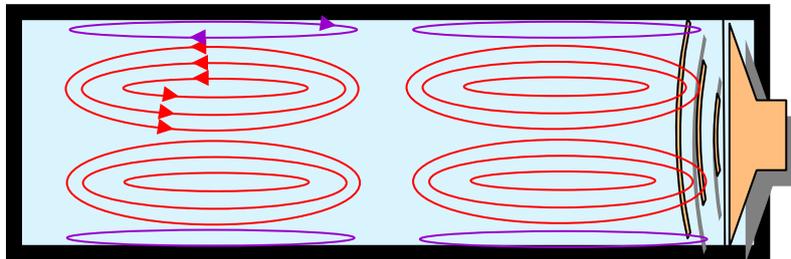
### 1.2.1 Les écoulements dits de streaming acoustique, ou vent acoustique

Le mot « streaming » est employé de façon peut-être abusive pour indiquer les écoulements qui se superposent au mouvement oscillant du fluide. Nous conserverons cette expression de « streaming » aussi appelé « vent acoustique », pour désigner les écoulements « non-linéaires » induits par une onde générée par une

source quelconque comme un haut-parleur, une plaque vibrante, un cylindre oscillant par exemple, un quartz piézoélectrique...

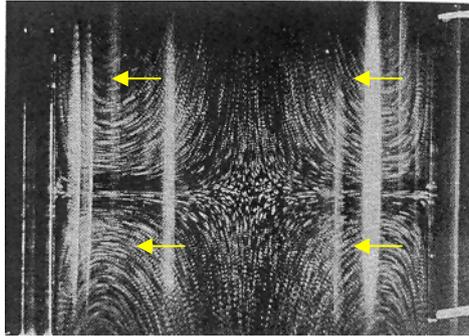
### ***1.2.1.1 Le streaming piloté par les effets visqueux***

Dans le cas des systèmes thermoacoustiques à géométrie rectiligne, l'un des écoulements de streaming le plus susceptible d'apparaître est celui de Rayleigh. C'est le plus connu de tous. Lord Rayleigh a analysé l'écoulement continu créé par une onde stationnaire se propageant dans un tube de Kundt [Rayleigh]. Il fournit les premières relations donnant les profils de vitesse stationnaire de streaming. Cet écoulement est constitué de 4 grosses cellules de recirculation d'extension spatiale  $L/2$  où  $L$  est la longueur du tube (Figure 0.14 en rouge). Ce streaming est aussi appelé streaming « extérieur » car il évolue hors de la couche limite visqueuse de paroi. Mais il est induit par un streaming existant dans cette couche limite, dit streaming « intérieur » (Figure 0.14 en mauve) et mis en évidence analytiquement par Schlichting. Il estime l'épaisseur des cellules le constituant comme de l'ordre de 2 fois l'épaisseur de couche limite.



*Figure 0.14 : Représentation des cellules de streaming de Rayleigh (en rouge) et de Schlichting (en mauve) dans un résonateur d'onde stationnaire*

Stuart montre que chaque streaming extérieur est effectivement associé à un streaming de couche limite. Cet écoulement extérieur a été observé expérimentalement par différents auteurs qui ont employé diverses techniques de mesures. La Vélocimétrie Laser Doppler (LDV) permet de mesurer ponctuellement une vitesse bien échantillonnée. La Vélocimétrie par image de particule (PIV) décrite au §II.2.2 est de plus en plus employée et permet d'obtenir des champs de vitesses bidimensionnels instantanés. Campbell et al ont passé en revue un certain nombre de travaux qui utilisent ces deux méthodes pour les mesures acoustiques et de streaming. Des travaux traitent particulièrement de la mise en place de ces techniques (pour la LDV, voir [Valière et al, Gazengel et Poggi, Moreau]), dont l'application à un écoulement principalement oscillant ne peut être directement déduit des pratiques en usage dans les écoulements turbulents : difficulté liée à l'évolution oscillatoire de l'acoustique avec des échelles de temps parfois incompatibles pour une acquisition bien échantillonnée, mesure d'un champ de streaming d'amplitude  $10^{-2}$  à  $10^{-3}$  plus faible que la vitesse acoustique, etc... Grâce à la LDV, Yazaki et Tominaga ont mesuré les vitesses acoustiques dans un résonateur à générateur d'onde thermoacoustique. A l'aide d'un laser et d'une caméra, ils ont photographié une cellule de streaming présente entre le nœud et le ventre de vitesse du mode fondamental. Thompson [2] et Thompson et Atchley ont utilisé la LDV dans un tube complètement transparent pour mesurer en différents points le streaming. Pour la PIV, on citera Sharpe et al qui mesurent les vitesses de streaming dans un tube cylindrique au niveau du ventre de vitesse acoustique ; la Figure 0.15 représente une de leurs prises de vue : on voit clairement les 4 tourbillons principaux.



*Figure 0.15 : Visualisation d'une partie des cellules de streaming de Rayleigh (flèches jaunes) dans un tube cylindrique ; elles sont rendus visibles par une salve d'éclairements des particules d'ensemencement [Sharpe et al]*

Arroyo et Greated ont mis en place une PIV stéréoscopique afin de déduire les trois composantes de vitesse de streaming. Ils font apparaître une vitesse de streaming transverse de l'ordre de 11% de la vitesse maximale de streaming. Hann et Greated [1 et 2] ont développé une technique de PIV qui permet de mesurer la vitesse du fluide et la vitesse acoustique particulière. Avec la même optique, Nabavi et al ont observé le champ de streaming pour des phases données du cycle acoustique tout en accédant aussi aux mesures de vitesse acoustique. Kawahashi et Hirahara utilisent une autre méthode de mesure de vitesse de streaming par « digital speckle method ». Nowicki et al utilisent la LDV puis la PIV pour étudier le streaming généré dans l'eau par des ultrasons.

Il existe un certain nombre de travaux qui abordent théoriquement le streaming acoustique. Nyborg consacre un chapitre entier aux équations de base et leurs solutions qui modélisent les streamings pour différentes configurations : onde progressive ou stationnaire se propageant le long d'une plaque, cylindre présent dans un écoulement acoustique... On citera aussi Riley [Riley 2] qui a fait une synthèse en 2001 des travaux traitant le streaming établi. Des travaux sur l'acoustique non-linéaire posent les bases théorique du streaming selon différentes approches (Eulérien, Lagrangien, flux massique...) : [Beyer, Rudenko et al, Lighthill, Tjøtta]. Westervelt a développé une procédure générale pour évaluer les vitesses de streaming induites par une perturbation acoustique.

La plupart des études précédentes ne tenaient pas compte de certaines propriétés et variables telles la compressibilité ou les variations de température. Rott [Rott 2] s'est intéressé à l'effet d'un gradient de température sur le streaming. Qi [Qi] a introduit l'effet de la compressibilité sur le streaming créé par une onde se propageant près d'une plaque plane ; il a montré que la compressibilité augmentait les vitesses de streaming extérieur à la couche limite, effet significatif dans la gamme de compressibilité des gaz. Qi et al ont élargi l'étude pour un tube cylindrique en incluant la conduction thermique et ont fait ressortir l'existence d'un champ de température stationnaire de second ordre. Thompson, quant à lui, considère un tube rectangulaire bidimensionnel de section variable. Hamilton et al [1] traite analytiquement le streaming de Rayleigh-Schlichting dans un domaine rectangulaire. Ils font apparaître clairement les tourbillons extérieurs et de couche limite. Ils montrent que lorsque la largeur du domaine diminue, la taille des tourbillons intérieurs augmente au détriment des cellules des Rayleigh, jusqu'à les faire disparaître. Waxler met en place une méthode de calcul du streaming dans un gaz thermovisqueux confiné entre des plaques parallèles. Baillet et al prennent en compte la dépendance de la viscosité à la conductivité thermique et à la température. Ils révèlent l'importance des tourbillons intérieurs dans les canaux étroits.

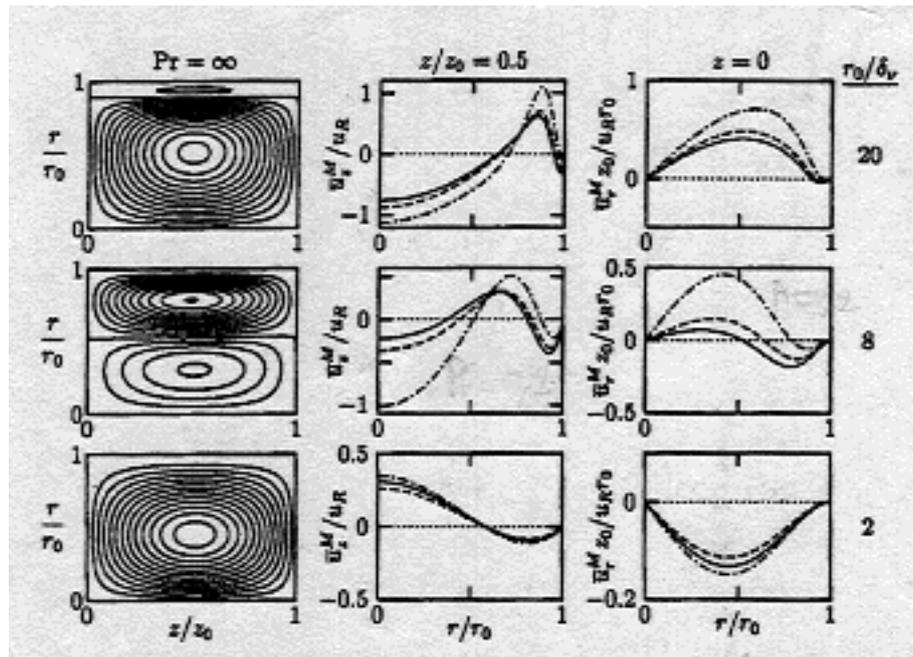


Figure 0.16 : Structuration des cellules de streaming dans un cylindre, en fonction du rapport rayon/épaisseur de couche limite visqueuse ( $r_0/\delta_v=20, 8$  et  $2$ ) ; à gauche : lignes de courant pour un rapport viscosité cinématique/diffusivité thermique  $Pr$  infini (nombre de Prandtl), au centre et à droite, profils de vitesse axiale et radiale normalisées, fonction de différents  $Pr$  (---- :  $Pr=\infty$ , - - - :  $Pr=0,67$ , - · - · - · :  $Pr=0,20$ ) ;  $r$  est la coordonnée radiale,  $z$  la coordonnée axiale [Hamilton et al 2]

Hamilton et al [2] étendent leur première étude [Hamilton et al 1] en tenant compte de la conduction de chaleur et de la dépendance de la viscosité à la température. Mais contrairement à Baillet et al, ils ne tiennent pas compte de la variation de température le long des parois et obtiennent de ce fait des solutions purement analytiques (Figure 0.16), d'abord pour un domaine rectangulaire, ensuite cylindrique. Ils montrent que pour des canaux larges ou de largeur de l'ordre de l'épaisseur de couche limite, les deux effets thermiques sont faibles et comparables. La conduction thermique a un effet substantiel pour les largeurs de 10 à 20 fois l'épaisseur de couche limite. Côté numérique, Kawahashi et Arakawa simulent le streaming créé par un piston dans une conduite. On y voit une modification des profils de streaming en fonction de l'augmentation de l'amplitude des oscillations. Gopinath et al s'intéressent au transfert de chaleur convectif à travers les extrémités d'un tube du au streaming d'onde stationnaire.

Par ailleurs, certains auteurs s'intéressent au couplage entre le streaming et d'autres phénomènes. Kawahashi et al ajoutent de la convection naturelle (c.f. plus loin). Vainshtein étudie le streaming généré par une onde stationnaire entre deux plaques planes alors que l'une d'elles est en mouvement. Marx et Blanc-Benon (numériquement) et Berson (expérimentalement par PIV) ont étudié les champs de vitesse acoustique et de streaming sur les échanges thermoacoustiques entre les plaques d'un stack réfrigérateur.

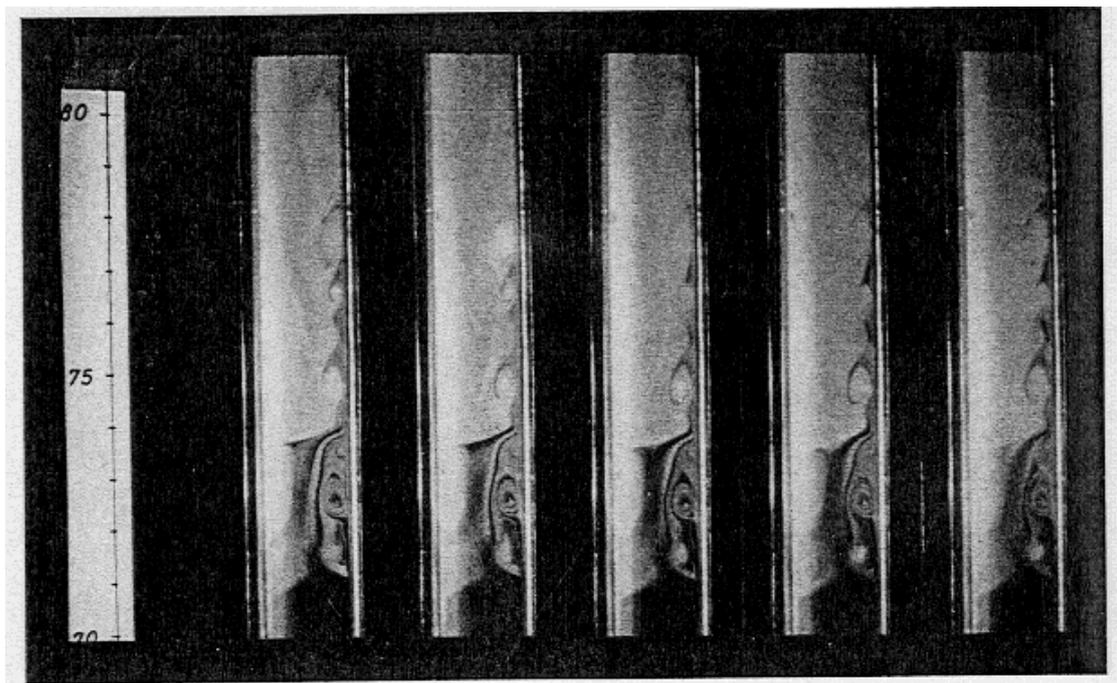
A noter que la majorité des travaux précédents ne traitent que du cas des ondes de faibles amplitudes. Certains auteurs différencient deux types de streaming de Rayleigh : le « linéaire » à structuration symétrique et le « non-linéaire » qui perd cette symétrie, notamment lorsque les amplitudes acoustiques sont grandes.

Le streaming « non-linéaire » dans un espace infini et semi-infini est abordé par Ostrovskii et Papilova, Gusev et Rudenko [1 et 2]. Boluriaan et Morris [2] ont simulé un écoulement d'onde stationnaire à haut nombre de Reynolds. Ils montrent que les vitesses de streaming et les variations de température le long du résonateur dépendent de manière significative des conditions de bords (adiabatiques, isothermes). Andres et al 2 ont étudié analytiquement le streaming acoustique à haut nombre de Reynolds autour d'un cylindre plongé dans un champ acoustique ; ils ont discuté la relation entre la distorsion subie par les cellules de streaming et l'intensité de l'onde ; ils montrent que l'écoulement autour du cylindre est inversé par rapport à celui obtenu pour des faibles nombres de Reynolds [Andres et al 1]. Stuart écrit que pour des nombres de Reynolds de streaming suffisamment grand (Reynolds

basés sur la vitesse de streaming), les effets inertiels déforment les cellules de streaming, ce que vérifie Menguy et Gilbert. Ces derniers introduisent un nombre de Reynolds non-linéaire (§III.2 du présent rapport) qui caractérise un régime de streaming déformé par les effets inertiels (pour des  $Re \geq 1$  mais restant proches de 1). Bertelsen et al [Bertelsen et al 1 et Bertelsen 2] traitent ces effets non-linéaires dans le cas du streaming généré par un cylindre oscillant. Duck et Smith s'intéressent au streaming induit entre deux cylindres oscillants, tandis que Riley étudie le streaming à fort Reynolds généré au voisinage d'un cylindre fixe. Les déformations des cellules ont été observées par Rockliff, et Nabavi et al. Thompson [2] et Thompson et Atchley réalisent des mesures expérimentales de vitesse de streaming, à l'aide de la Vélocimétrie Laser Doppler (LDV) ; ils observent des déformations non explicables par les modèles existants. Pour des nombres de Reynolds non-linéaires supérieur à 100, Moreau montre par la même méthode de mesure laser l'existence d'un tourbillon intérieur supplémentaire, et la distorsion importante de toutes les cellules de recirculation.

Les harmoniques ont leur importance et peuvent influencer sur le streaming si leurs amplitudes dépassent les 20% de celle du fondamental [Menguy et Gilbert]. De plus, chaque harmonique, voir une autre fréquence non commensurable avec le fondamental, peut générer son propre streaming.

Merkli et Thomann étudient expérimentalement la transition vers la turbulence d'un écoulement oscillant confiné dans un tube de longueur variable et pour une large gamme de fréquence (jusqu'à 130Hz). Ils observent l'existence de tourbillons générés par la turbulence qui viennent se superposer à l'écoulement oscillant (c.f. Figure 0.17).



*Figure 0.17 : Séquence de prise de vue séparées de 2s des tourbillons générés par une onde acoustique dans un tube, par Merkli et Thomann*

Yano a simulé un écoulement oscillant à haute fréquence, siège d'ondes de chocs. Il observe numériquement que la symétrie des cellules est perdue indépendamment de la transition vers la turbulence, et pour des nombres de Reynolds de streaming modérément grands. Ces résultats montrent de fortes déformations avec un éclatement des cellules de Rayleigh-Schlichting en plusieurs de plus petites tailles et asymétriques, voir turbulentes [Yano 2, Yano 3] (c.f. Figure 0.18).

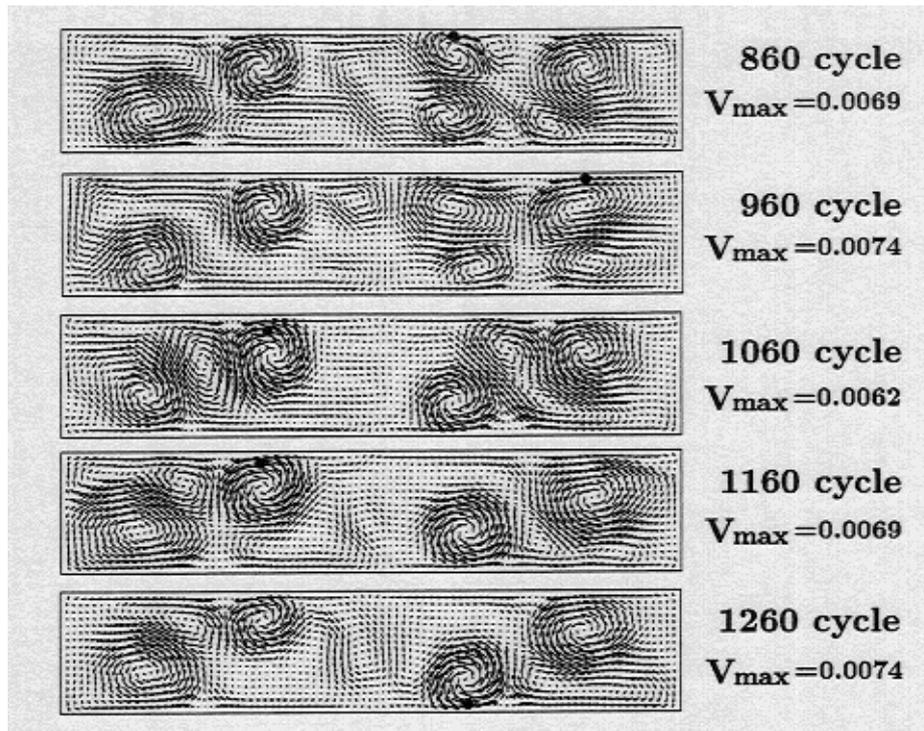


Figure 0.18 : Exemple de cellules de streaming obtenues par Yano [2]

Yano et Inoue simulent le cas d'ondes fortement non-linéaires avec présence de choc et créées par un piston ; ils font ressortir l'existence d'un streaming intense qui raréfie le gaz près de la source pendant plusieurs périodes d'oscillation. Alexeev et al ont étudié les oscillations d'un gaz résonant dans des tubes fermés, à la fois numériquement et expérimentalement. Ils rapportent l'existence de retour d'onde de chocs et que le streaming à la résonance a une direction opposée à celui existant dans un écoulement non-résonant.

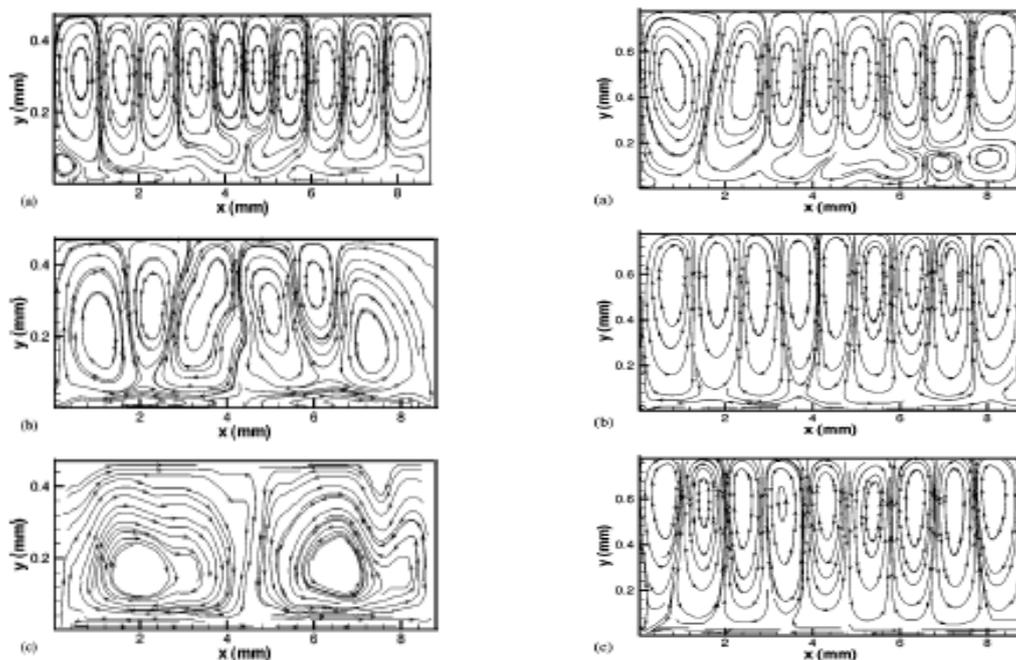


Figure 0.19 : Exemple de cellules de streaming obtenues par Aktas et Farouk

Aktas et Farouk obtiennent par simulation numérique les différents scénarii de streaming selon le rapport demi-hauteur du tube/épaisseur de couche limite, l'amplitude de la perturbation acoustique et le rapport

hauteur/longueur du tube. Pour le cas du canal de rapport hauteur/longueur le plus petit, ils obtiennent un streaming de type Rayleigh-Schlichting et leurs profils de vitesse concordent bien avec ceux de Hamilton et al [Hamilton et al 1]. Pour les autres configurations, ils obtiennent différentes cellules, déformées, parfois nombreuses et formant un train complet comme en témoigne la Figure 0.19. Kawahashi et al l'avaient déjà observé expérimentalement (Figure 0.20). Ils ont ensuite couplé le streaming à de la convection naturelle et ont montré une intensification du streaming.



*Figure 0.20 : Exemple de visualisation de cellules de streaming obtenue par Kawahashi et al*

Sharpe et al avaient constaté que le streaming pouvait être grandement affecté par les petits gradients de température. Si on revient au cas d'une simple onde se propageant dans un tube, on peut observer comme Thompson [2] l'apparition d'un léger gradient de température entre les extrémités du tube par effet thermoacoustique. Thompson [2] observe que plus le gradient croît, plus la vitesse axiale de streaming diminue. Il déduit aussi de ses expériences que le gradient de température contrôle le streaming et non l'inverse.

Concernant l'établissement du streaming, Yano a simulé numériquement celui de Rayleigh pour des nombres de Reynolds de streaming (c.f. §III.2) grands et pour un régime d'écoulement oscillant juste avant la transition vers la turbulence. Il montre qu'il faut plusieurs centaines de cycles acoustiques pour établir un streaming quasi-stabilisé.

La source ondulatoire peut avoir une importance sur la structuration spatiale du streaming. Wan et Kuznetsov [1] étudient analytiquement le streaming généré dans une cavité rectangulaire longitudinale dont le bord supérieur vibre. Ils font apparaître plusieurs cellules contrarotatives principales et des petits tourbillons de coins. Wan et Kuznetsov [2] considèrent analytiquement non pas une source sonore comme un haut-parleur mais le cas d'un segment de corde vibrante dans l'air, le reste de celle-ci étant au repos. Ils obtiennent des cellules de streaming uniquement dans l'espace où les vibrations sont générées, alors que pour une corde infinie, les cellules sont présentes partout. Dans un milieu confiné, il faudrait donc faire une distinction entre les cellules générées par l'onde acoustique et les recirculations qui sont entraînées par les premières (origine fluidodynamique). Bradley étudie théoriquement l'influence de la source acoustique dans le pilotage du streaming, en appliquant une attention particulière sur les conditions aux limites.

Pour finir ce paragraphe, signalons que le streaming existe dans les instruments à vents. Ce n'est pas le sujet du présent document alors nous ne citerons que les travaux de Keefe qui a montré que le streaming génère un écoulement important à travers les trous de l'instrument, alors qu'un simple soufflage de gaz par le bec sans onde ne permet pas d'obtenir de telle vitesse d'échappement. En étant imaginatif, cet effet ouvre des perspectives intéressantes pour les applications de la thermoacoustique.

Les contraintes visqueuses (tensions de Reynolds) qui agissent dans les couches limites génèrent le streaming de Rayleigh. Mais celles-ci peuvent intervenir au sein du fluide au passage de l'onde faisant apparaître le streaming d'Eckart [Eckart]. Il est lié à la dissipation de l'énergie acoustique dans le fluide soumis à une onde ultrasonore. Eckart et Rudenko et al [2] en ont posé les bases analytiques. Nous n'allons pas entrer dans les détails car le système étudié dans le cadre de cette thèse ne devrait pas connaître de streaming d'Eckart. Nous nous contenterons de citer quelques travaux comme celui de Dridi et al dans lequel ils étudient l'influence de ce streaming sur la stabilité d'une couche de fluide ; Kamakura et al étudie l'évolution temporelle du streaming d'Eckart généré par une source ultrasonore.

### 1.2.1.2 Le streaming en onde progressive

Ce type de streaming dépend de mécanisme de dissipation dans le fluide comme le streaming d'Eckart mais aussi de la phase entre la vitesse acoustique et la densité et donc la pression [Boluriaan et Morris 2]. Il apparaîtrait même dans le cas d'un fluide non-visqueux.

Comme nous l'avons stipulé au chapitre I.1, les systèmes thermoacoustiques peuvent être construits pour fonctionner en onde progressive. C'est le cas notamment des configurations en boucles motrices ou réfrigérantes. Le streaming en onde progressive peut alors s'installer et générer des transferts thermo-convectifs parasites. Ce streaming rencontré dans les boucles thermoacoustiques a été analysé conceptuellement par Gedeon, à qui on l'associe depuis. Il a montré que cet écoulement, unidirectionnel, est lié aux fluctuations de vitesse et de densité en phase (onde progressive) existantes dans les éléments qui génèrent une résistance à l'écoulement dans les boucles, et qui produisent des gradients de pression dynamique. Il a précisé qu'un écoulement continu de vitesse inférieur à 1% de l'amplitude de l'écoulement acoustique peut être suffisant pour causer une dégradation significative du transport de chaleur thermoacoustique. Gusev et al ont plus tard développé une théorie du streaming dans une boucle contenant un moteur thermoacoustique qui a été validé expérimentalement par Job et al. Pénelet et al [2] ont étudié à la fois théoriquement et expérimentalement les processus qui concourent à l'état permanent d'une machine thermoacoustique en boucle. Ils ont montré que le comportement dynamique de leur configuration était contrôlé de manière prépondérante par le streaming acoustique, qui est suspecté d'induire un phénomène à double seuil durant le régime d'amplification thermoacoustique [Pénelet et al 3]. Amari et al ont démontré que l'évolution locale du streaming peut ne pas être monotone en certain point des plans de sections du résonateur, et ont souligné l'influence du rapport épaisseur de couche limite/largeur du résonateur sur le temps de stabilisation du streaming.

Duthil et al ont remarqué expérimentalement l'existence de cet écoulement dans une boucle réfrigérante. Ils ont observé un flux d'enthalpie de l'échangeur chaud vers le froid (Fig. 0.21 gauche) ce qui est défavorable ici. Ils ont noté que le sens de l'écoulement s'inverse pour une plage de pressions moyennes (Fig. 0.21 droite).

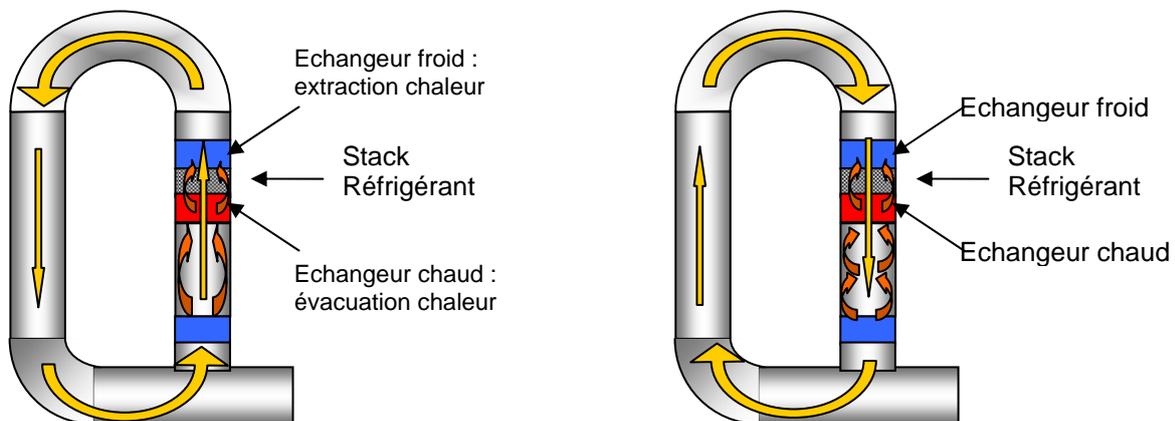


Figure 0.21 : Schématisation d'une boucle de réfrigération thermoacoustique, du positionnement du stack et de ses deux échangeurs de chaleur ; le sens de l'écoulement de streaming est représenté par les flèches oranges, le sens s'est inversé pour des pressions moyennes entre 11 et 30 bar [Duthil et al]

Nous voyons que les écoulements de streaming n'ont pas toujours une influence néfaste sur le rendement thermoacoustique (moteur et/ou réfrigérateur). Backhaus et al. [1 et 2] ont eu l'occasion de les exploiter avantageusement dans le développement de leur machine Stirling en atteignant de très bons rendements. Dans le cas du streaming de Gedeon, Pénelet et al ont montré expérimentalement et analytiquement qu'il peut améliorer l'efficacité du générateur d'onde thermoacoustique placé dans une boucle. Ils précisent que son effet est variable selon les machines thermoacoustiques. Mais il peut jouer son rôle favorablement en contribuant à modeler la

forme du champ de température dans la partie du générateur chauffée de manière hétérogène, entraînant ainsi une optimisation de l'amplification thermoacoustique dans le stack.

Plusieurs travaux ont été menés pour gérer ce streaming d'onde progressive comme ceux de Boluriaan et Morris [3] ou Swift et al [1] par exemple. Ils utilisent ce qu'ils appellent un « jet pump », sorte de canaux de largeur plus faible que le diamètre du tube. Leurs profils sont étudiés pour faire naître un gradient de pression fluidodynamique entre les deux extrémités des canaux lors du passage du fluide sur un demi-cycle oscillant. Ils peuvent aussi créer des écoulements de jet. Cependant, cette gestion du streaming peut être instable dans certains cas [Backhaus et al 3]. Autre exemple de contrôle de cet écoulement secondaire : Shiraishi et al [3 et 4] ont visualisé le streaming de Gedeon pour mieux le contrôler à l'aide de valves et optimiser les performances de refroidissement. Matveev et al ont montré que la gravité pouvait avoir un rôle significatif dans la suppression du streaming.

## I.2.2 Les écoulements générés par la géométrie (jets...)

Ces écoulements sont parfois nommés « streaming » piloté par les jets. En fait, ce ne sont que les effets de l'entrée et de la sortie du fluide à travers des canaux de petites tailles ou des orifices. Une machine thermoacoustique, moteur ou réfrigérateur, contient des éléments susceptibles de faire apparaître ces écoulements : les milieux poreux sièges de la thermoacoustique (stack...), les échangeurs de chaleur, les « jet pumps »... Un type particulier de ces écoulements est schématisé Figure 0.22.

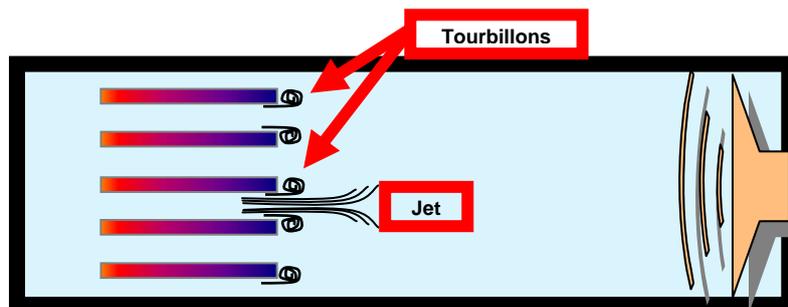


Figure 0.22 : Schéma de jet et de tourbillons pouvant apparaître en sortie de stack alors que le l'onde dirige le fluide de gauche à droite

L'article [Boluriaan et al] fournit plusieurs références de travaux sur les streamings de jet, auxquels il faut se référer pour compléter ce qui suit. Mais nous citerons tout de même Ingard et Labate, qui ont réalisé une étude expérimentale sur les effets d'orifices placés au niveau du ventre de vitesse d'une onde stationnaire générée dans un tube circulaire. Ils ont balayé une grande plage de paramètres et ont identifié 4 régimes d'écoulement représentés sur la Figure 0.23.

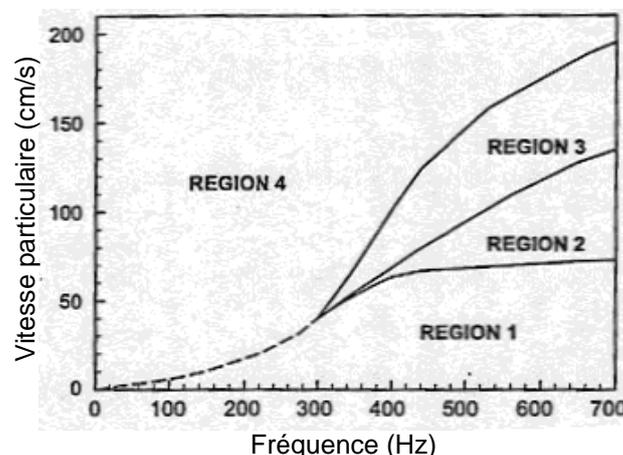


Figure 0.23 : Exemple de diagramme de phase montrant les différents régimes de streaming autour d'un orifice [Boluriaan et al, Ingard et Labate]

En résumé, voici à quel type de régime chaque région est associée :

Région :

- (1) Faible intensité acoustique où les vitesses de streaming sont sortantes et suivant l'axe de l'orifice, comme Keefe et Rockliff l'ont observé pour des instruments à vent ; ici la vitesse moyenne est stationnaire
- (2) L'écoulement stationnaire est inversé à celui de la région 1 et rentre dans l'orifice, toujours suivant l'axe de celui-ci
- (3) En plus de l'écoulement de la Région 2, apparaît un écoulement pulsé alors que l'intensité acoustique augmente
- (4) L'écoulement pulsé devient dominant et fait apparaître des jets et des tourbillons comme schématisés Figure 0.22.

Ces écoulements apparaissent aux extrémités des stacks et leur rôle dans les transferts thermoacoustiques ne sont pas bien connus : lorsque l'écoulement se dirige à l'intérieur du stack, ce streaming de jet peut perturber l'échange thermique entre les plaques et le fluide ; lorsque le fluide ressort, les éventuels tourbillons de jet peuvent influencer le transfert entre les échangeurs de chaleur et le fluide. Des études comme celles de Michard et al, Blanc-Benon et al, Duffourd, Marx, Berson et al, se sont intéressées précisément à l'étude de ces écoulements dans un réfrigérateur thermoacoustique. La Figure 0.24 [Blanc-Benon et al] présente un exemple de configuration instantanée de l'écoulement obtenu au voisinage de l'extrémité d'un stack, à gauche le champ de vitesse obtenu par PIV, à droite venant de la simulation numérique.

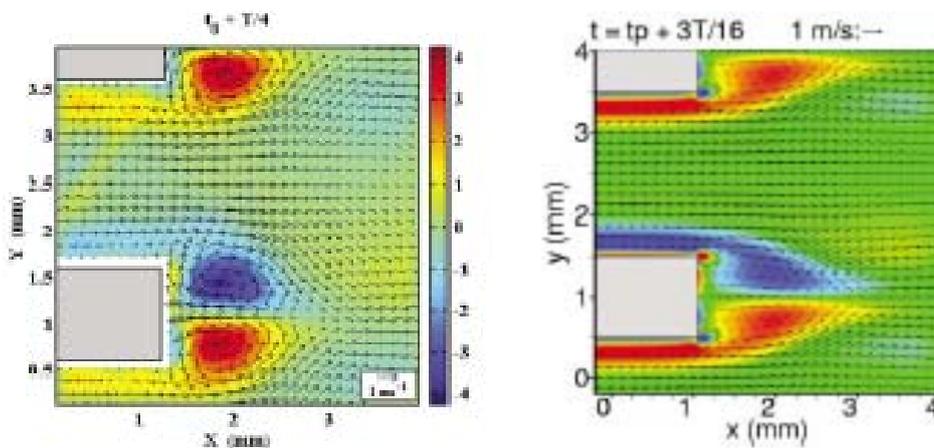


Figure 0.24 : Champs instantanés de vitesse au voisinage des bords de plaque constituant un stack réfrigérant (à gauche, obtenu par PIV ; à droite par simulation numérique [Blanc-Benon et al])

Parfois, le streaming peut s'inviter de manière inattendue. Smith et al ont révélé expérimentalement l'existence d'un streaming de forte amplitude produit par un mode acoustique évanescent, lui-même créé au voisinage de l'ensemble stack/échangeur de chaleur. Ils pensent que celui-ci est lié aux anisotropies de l'ensemble.

### 1.2.3 Les écoulements thermoconvectifs

Il est difficile d'affirmer quelle est leur importance dans les systèmes thermoacoustiques. La présence d'un moteur thermoacoustique et même d'un réfrigérateur dans une moindre mesure génère des gradients de température importants. Cela implique forcément des écoulements convectifs. Ils pourraient apparaître au niveau du stack et entre les échangeurs de chaleur. Dans les boucles verticales, on pourrait voir apparaître des écoulements de Rayleigh-Bénard ou pilotés par la gravité [Thummes et al, Kasthuriengan et al, Shiraishi et al 1 et 2], entre les échangeurs chaud et froid par exemple. Dans le cas d'un résonateur linéaire et horizontal, c'est plutôt le cas d'un écoulement différentiellement chauffé qui pourrait s'instaurer.

Jusqu'à aujourd'hui encore, l'influence de chacun de ces écoulements de streaming est mal connue. Il est nécessaire de les appréhender pour pouvoir les annihiler lorsqu'ils ont une influence négative, voir les contrôler lorsqu'ils peuvent améliorer le rendement des machines thermoacoustiques. Pour ce qui concerne le système thermoacoustique sur lequel nous allons travailler, il est nécessaire en premier lieu de mettre en place la métrologie de mesure de vitesse. Celle qui va être préférée est la Vélocimétrie par image de particule. Elle permettra d'obtenir des champs instantanés de vitesse bidimensionnelle. Il va falloir surmonter quelques difficultés techniques et établir une batterie de post-traitements adéquats. Il sera nécessaire de valider les mesures de vitesse en caractérisant le champ de vitesse acoustique et le comparer avec la théorie. Ensuite, les champs de vitesse moyennés en temps seront calculés. Pour faciliter le travail, les mesures seront réalisées au sein du résonateur, loin des « singularités » géométriques comme le moteur thermoacoustique par exemple.

## Sous-table des matières

II.	Présentation de la configuration expérimentale .....	27
II.1.	Présentation générale du système thermoacoustique .....	27
II.2.	Dans l'intimité de la configuration expérimentale .....	28
II.2.1.	Configuration de l'étude .....	28
II.2.1.1	Configuration initiale dite Variante A .....	28
II.2.1.2	Configuration dite Variante B .....	31
II.2.1.3	Configuration dite Variante C .....	33
II.2.2.	Condition optique en vue de l'application de la PIV .....	34
II.2.2.1	La zone transparente.....	34
II.2.2.2	L'ensemencement .....	36
II.2.2.3	L'éclairage et les prises de vue .....	38
II.2.3.	L'électronique et la synchronisation des acquisitions.....	40
II.2.3.1	Procédure n°1.....	41
II.2.3.2	Procédure n°2.....	43
II.2.3.3	Procédures n°3 et n°4 .....	44
III.	Modèles analytiques en thermoacoustique .....	45
III.1.	Acoustique linéaire .....	45
III.1.1.	Cas simple du résonateur unidimensionnel.....	45
III.1.2.	Cas bidimensionnel du résonateur cylindrique avec effets thermo-visqueux [Hamilton et al 2] .....	48
III.2.	Acoustique faiblement non-linéaire (nombre de Mach $M \ll 1$ ) et écoulements secondaires .....	48
IV.	Méthodologies de l'analyse des données expérimentales .....	52
IV.1.	Méthodologie commune à toutes les séries de mesures .....	52
IV.1.1.	Prétraitements en vue de l'application du flot optique .....	52
IV.1.1.1	Soustraction d'images .....	52
IV.1.1.2	Choix de la zone d'image pertinente .....	53
IV.1.1.3	Filtrage « passe-haut » .....	53
IV.1.2.	Calcul des champs de déplacements par flot optique .....	55
IV.1.3.	Correction liée à la dioptrie .....	57
IV.1.4.	Les problèmes de convergences statistiques pour le calcul des champs moyens .....	58
IV.1.5.	Différentes méthodologies dans l'acquisition des données de vitesse et d'extraction de la moyenne .....	59
IV.1.5.1	Sans référence de phase (associée à la Procédure n°1) .....	59
IV.1.5.2	Avec référence de phase .....	60
IV.2.	Reconstruction sans référence de phase .....	62
IV.2.1.	Extraction de la partie purement acoustique .....	63
IV.2.1.1	Réduction de l'information .....	63
IV.2.1.2	Première tentative de plongement dans l'espace des phases .....	64
IV.2.1.3	Composante moyenne temporelle .....	70
IV.2.1.4	Extraction des extrema et des amplitudes de vitesse acoustique .....	71
IV.2.1.5	Reconstruction du cycle acoustique sur $[-\pi ; \pi]$ à partir des phases de la vitesse .....	74
IV.2.1.6	Reconstruction du cycle acoustique sur $[-\pi ; \pi]$ à partir du reclassement en pression .....	81
IV.2.1.7	Calcul de la longueur d'onde acoustique .....	82
IV.2.2.	Champs spatiaux moyennés en temps .....	83
IV.2.2.1	Méthodologie basée sur la SVD .....	83
IV.2.2.2	Validation synthétique et petite faiblesse de la méthode .....	83
IV.3.	Reconstruction avec référence de phase .....	89
IV.3.1.	Procédure numéro 2 .....	89
IV.3.1.1	Principe général.....	89
IV.3.1.2	Obtention des champs convergés de vitesse à toutes les phases du cycle .....	90
IV.3.1.3	Vérification de la bonne convergence des champs de vitesse $\hat{V}_\varphi$ .....	91
IV.3.1.4	Réduction de l'information et comparaison avec les données obtenues par la procédure 1.....	92
IV.3.1.5	Calcul de la composante continue de vitesse par moyenne en phase .....	93
IV.3.2.	Procédure numéro 3 .....	93
IV.3.2.1	Principe général.....	93
IV.3.2.2	Validation de la procédure.....	94
IV.3.3.	Procédure numéro 4 .....	95
IV.3.3.1	Principe général.....	95
IV.3.3.2	Validation de la procédure.....	96

IV.4.	La POD ou comment se projeter dans un espace cohérent .....	98
IV.4.1.	Procédure mathématique pour la POD .....	98
IV.4.2.	Application de la POD à des données synthétiques .....	101
IV.4.2.1	Modélisation d'une onde pure .....	101
IV.4.2.2	Modélisation d'une onde bi-fréquentielle (mode fondamental + harmonique 1) .....	104
IV.4.2.3	Modélisation d'une onde bi-fréquentielle avec .....	107
IV.4.2.4	Onde mono-fréquentielle superposée à un champ moyen orienté vers les $x>0$ .....	107
IV.4.2.5	Onde avec fréquence fondamentale, harmonique 1 équivalent et champ moyen orienté vers les $x<0$ près des parois et les $x>0$ dans la zone centrale .....	109

## II. Présentation de la configuration expérimentale

L'intérêt du travail décrit dans ce rapport réside dans l'étude des phénomènes non-linéaires apparaissant dans une configuration thermoacoustique réelle. Celle-ci a été réalisée au laboratoire en plusieurs étapes depuis des années et donc améliorée au fil du temps [Bretagne], [Duthil 1 et 2] [Laguerre], [Bétrancourt]. Dans ce qui suit, elle est d'abord décrite brièvement de manière générale puis de façon plus détaillée par la suite.

### II.1. Présentation générale du système thermoacoustique

La configuration de base du système thermoacoustique qui sert de support à l'ensemble des expérimentations au LMSI se compose de deux parties (Figure 1) :

- (i) Une cellule « motrice » qui génère une onde acoustique
- (ii) Un tube fermé faisant office de milieu résonant.

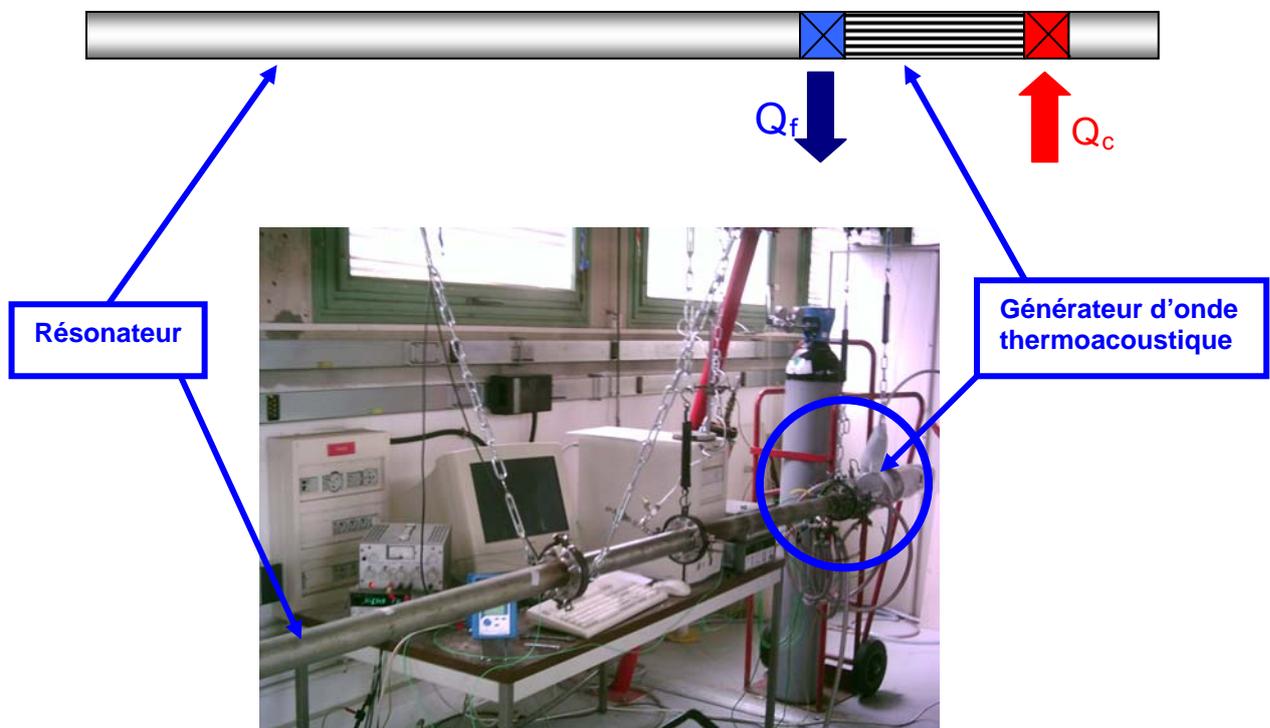
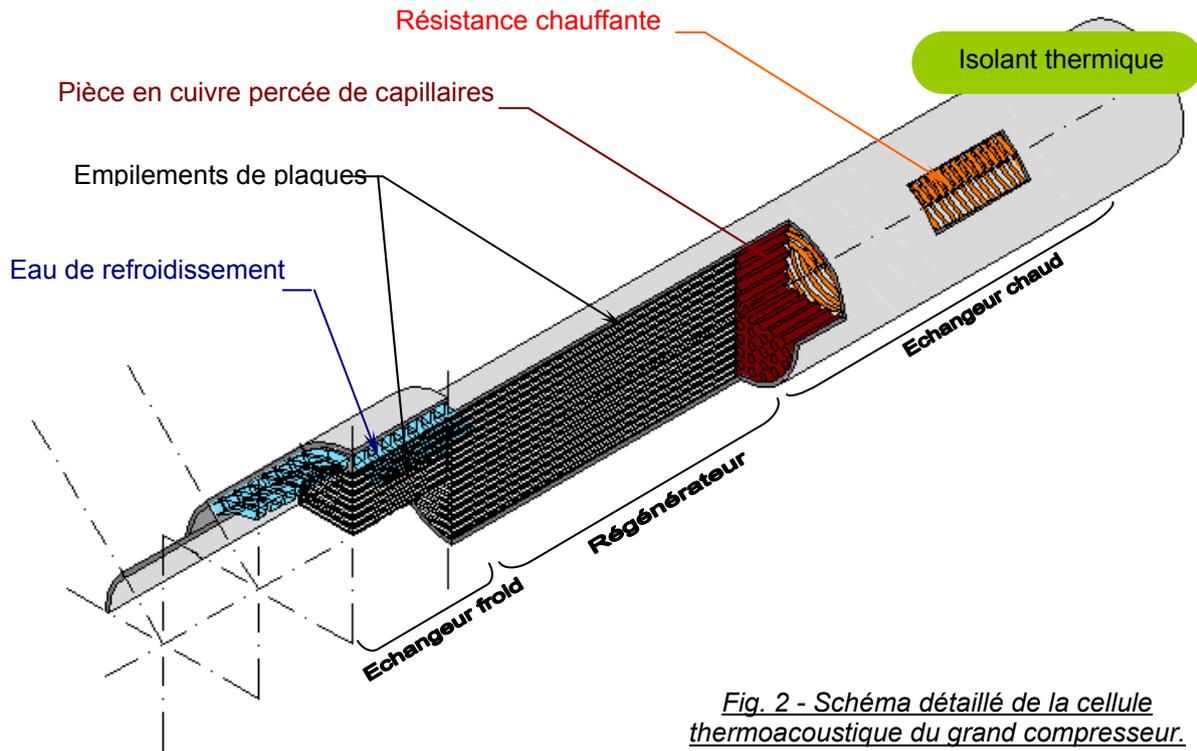


Figure 1 : Schéma de principe du résonateur et photographie du segment de génération d'onde

Le générateur d'onde est constitué d'un simple empilement de plaques d'acier inoxydable (stack) séparées par des cales du même matériau. Il est encadré par deux échangeurs de chaleur : son extrémité côté « fond du résonateur » est accolée à l'échangeur chaud (cf. «  $Q_c$  » Figure 1), constitué d'une résistance chauffante associée à une pièce en cuivre (cf. Figure 2) ; l'autre extrémité du stack est équipée d'un échangeur froid liquide/gaz (cf. Figure 2). Cet ensemble d'échangeurs-stack, associé à des thermocouples intégrés et une alimentation électrique variable, permet d'imposer un gradient thermique dans le stack. Celui-ci crée et amplifie l'onde acoustique. Pour plus de détails techniques, se référer aux documents [Bretagne], [Duthil 1 et 2], [Laguerre], [Bétrancourt]. Le générateur d'onde est contenu dans une cloche isolée thermiquement de l'extérieur et intégré à un milieu confiné : le résonateur.



*Fig. 2 - Schéma détaillé de la cellule thermoacoustique du grand compresseur.*

Le résonateur est constitué d'un ensemble de tuyaux cylindriques connectés les uns aux autres, et fermé à ses extrémités. Le diamètre standard est de 56,3 cm. L'onde acoustique fait résonner le tube à une fréquence qui dépend de la longueur du résonateur. Le système est étanche et rempli d'un gaz sous pression.

Le système est entièrement suspendu par chaînes à un châssis métallique [Figure 1 Annexe 1], afin de diminuer les pertes énergétiques qu'engendre une fixation directe du résonateur au sol.

Cette vision générale du système est suivie d'une description plus poussée des spécificités expérimentales et métrologiques, présentée par la suite.

## **II.2. Dans l'intimité de la configuration expérimentale**

### **II.2.1. Configuration de l'étude**

L'ensemble des expérimentations a été réalisé sur la configuration présentée généralement dans le paragraphe précédent. Avant de préciser les détails qui caractérisent la configuration, il faut noter que certaines spécificités ont légèrement évolué au cours du temps. Bien que ces modifications mineures n'aient cependant pas eu d'influence majeure sur la dynamique thermoacoustique, elles seront toutefois spécifiées dans un souci de rigueur et classifiées par famille de *Variante*.

#### **II.2.1.1 Configuration initiale dite Variante A**

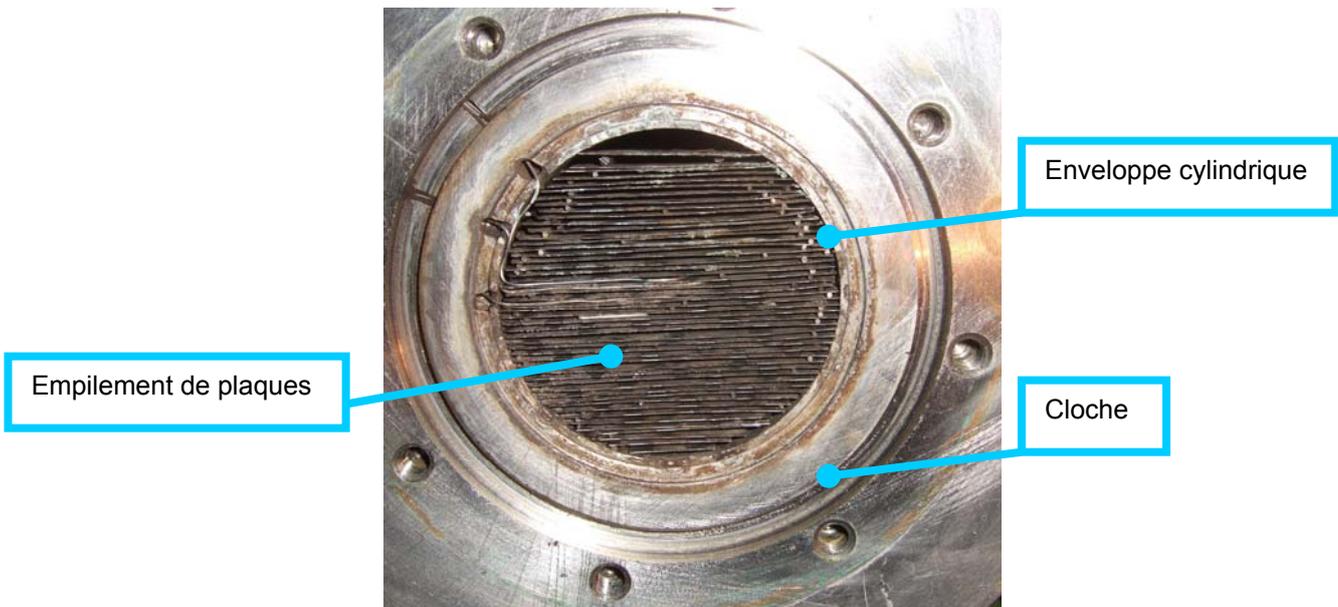
C'est la variante initiale sur laquelle de nombreux tests ont été réalisés, ainsi que les premières mesures exploitables.

Les caractéristiques dimensionnelles du stack (Figure 3), siège du phénomène thermoacoustique, sont données dans le Tableau 1 :

Variante A	Longueur stack	Diamètre	Epaisseur plaques	Espacement entre plaques
Grandeurs (mm)	150	53,5	0,2	0,8

*Tableau 1 : Caractéristiques géométriques du stack Variante A*

Le stack est emmanché dans une enveloppe cylindrique en inox d'épaisseur 1,5mm et de diamètre extérieur 56,3mm. La porosité du stack est de 72%.



*Figure 3 : Photographie de l'empilement de plaques dit « stack » Variante A*

Cet ensemble est équipé aux extrémités d'échangeurs de chaleur [Duthil 1 et 2, Laguerre]. L'échangeur chaud est constitué d'un milieu poreux homogène cylindrique en cuivre (porosité homogène de 30%). La longueur de cet échangeur est de 82mm, les canaux le constituant ont un diamètre de 2mm. Il est enroulé d'une résistance chauffante Thermocoax, connectée à une alimentation non stabilisée fournissant du courant alternatif, qui délivre une puissance maximale de 6 kW. La vérification et l'acquisition des températures établies dans le moteur s'effectuent via un certain nombre de thermocouples branchés sur un scanner piloté par ordinateur.



*Figure 4 : Vue extérieure de l'échangeur chaud déposé*

L'échangeur froid est constitué de cuivre. Le gaz transportant l'onde acoustique circule dans les canaux de cet échangeur [Duthil 1, 2]. La chaleur du gaz est transportée par conduction à travers les parois des canaux, évacuée ensuite par l'eau circulant au sein de l'échangeur, à l'instar d'un radiateur de voiture. Sa porosité est homogène et de 30%. Les canaux ont un diamètre de 3mm et l'extension axiale de cet échangeur dans le résonateur est de 38mm.

Le générateur d'onde est placé dans une cloche isolée thermiquement à l'aide de laine de roche. Elle est connectée au résonateur constitué d'un ensemble de tubes. L'ensemble du résonateur est suspendu par chaînes à un bâti. La longueur totale de l'ensemble est  $L=7,88m \pm 0,02m$ . La configuration est schématisée sur la figure 5, avec l'emplacement de la zone de mesure optique décrite plus tard ainsi que le positionnement des chaînes. Les chaînes sont équipées de tenders à pas filetés. Des petits poids ont été fixés en leur centre pour atténuer les éventuelles vibrations. Elles sont fixées au châssis par des crochets et soutiennent le résonateur au niveau des brides circulaires situées à chaque extrémité des tubes le constituant. Les deux poids sont posés au sol et permettent d'obtenir une position d'équilibre fixe.

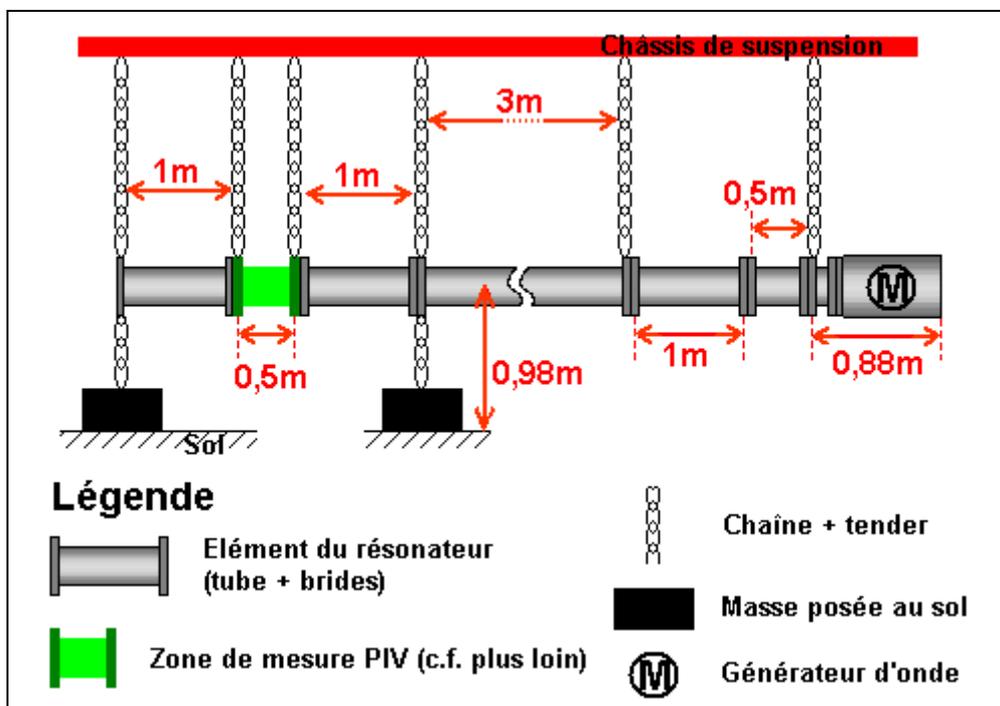


Figure 5 : Schéma de principe du résonateur et ses différents éléments Variante A

Le résonateur est branché via une vanne sur une pompe à vide (cf. Figure 6). Un vide relatif est appliqué afin d'éliminer l'air et l'humidité présents dans le résonateur après remontage. Le système est rempli de gaz à partir d'une bouteille sous pression. Le gaz, de l'azote U (faible taux d'humidité), est injecté à proximité immédiate du moteur (Figure 6). La pression moyenne est mesurée via un capteur de pression relative placé à 4,29m du fond du résonateur (cf. Annexe 2). Un capteur de pression dynamique mesure les fluctuations de pression autour de la pression moyenne (cf. Annexe 2 capteur Keller). Il est situé à 1,27m de l'extrémité de la cloche moteur.

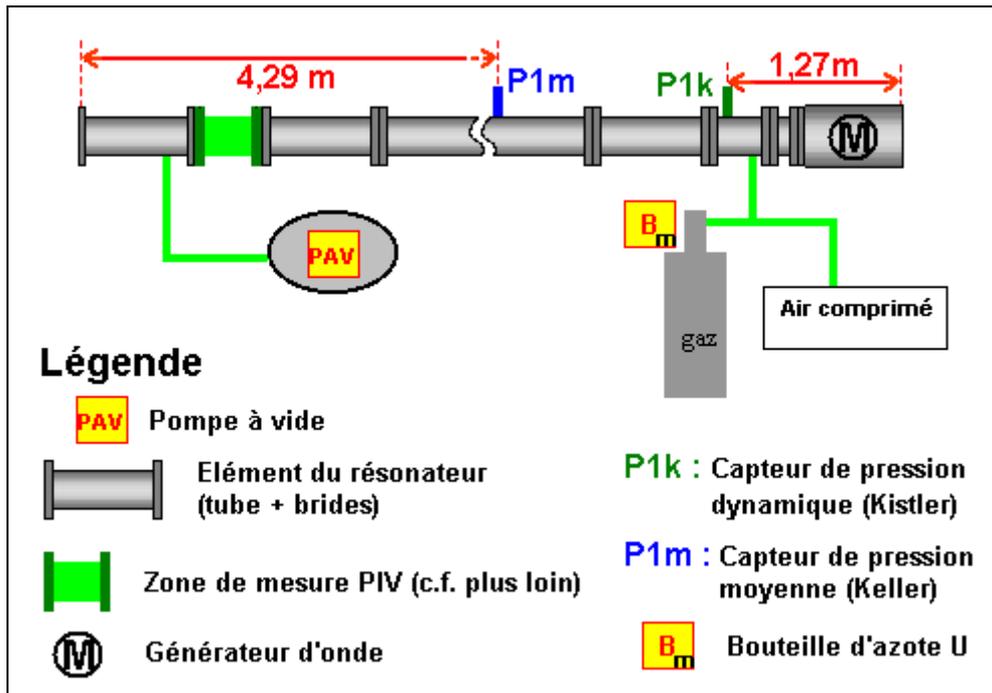


Figure 6 : Schéma de positionnement des capteurs de pression et des connexions de gaz

Les particularités de la zone de mesure et sa métrologie associée seront discutées à partir du chapitre II.2.2.

### II.2.1.2 Configuration dite Variante B

Cette variante est une évolution de la A. Deux changements importants sont à noter. L'une concerne le moteur, précisée ci-après ; l'autre la zone de mesure qui sera étudiée plus tard.

Du fait des performances du moteur thermoacoustique insatisfaisantes et supposées réduites par le vieillissement, il a été décidé de son remplacement. Finalement, les performances du nouveau moteur diffèrent peu du premier. Il est aussi constitué d'un stack de plaques en acier inoxydable mais elles sont maintenues et séparées par des tiges filetées et des rondelles (Figure 7). L'empilement est directement emmanché dans la cloche. Ses caractéristiques dimensionnelles sont fournies dans le Tableau 2. Des mesures de vitesse et de pression ont montré une petite amélioration des rendements (~20 mbar de pression acoustique en plus pour une même puissance électrique fournie) mais pas de changements significatifs.

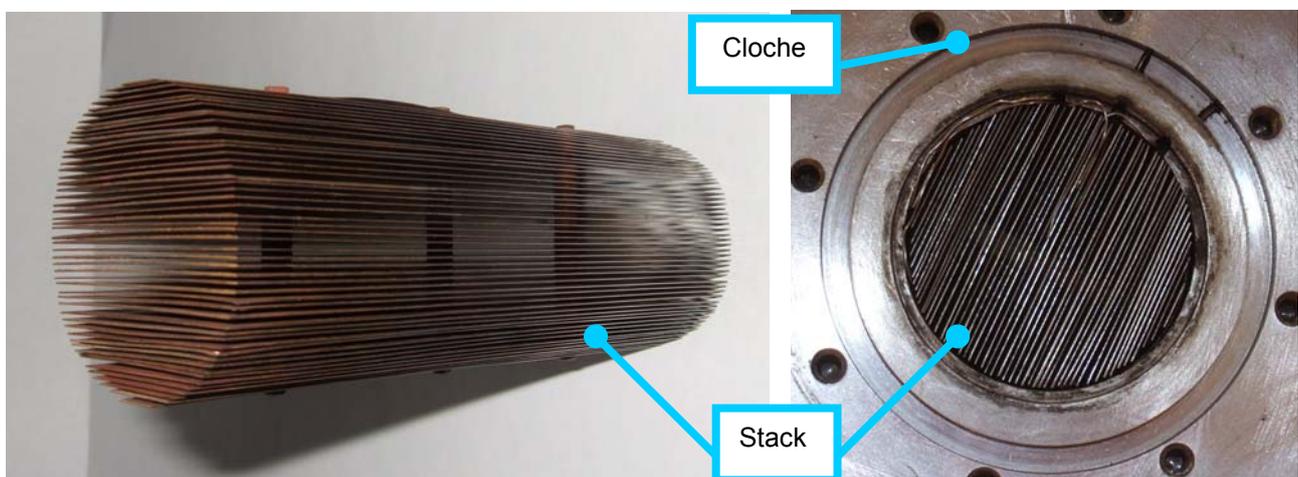


Figure 7 : Vue complète sur le stack du moteur Variante B

Variante B	Longueur stack	Diamètre	Epaisseur plaques	Espacement entre plaques
Grandeurs (mm)	150	56,3	0,2	0,8

Tableau 2 : Caractéristiques géométriques du stack Variante B

Les échangeurs sont les mêmes que pour la variante précédente. La répartition des éléments du résonateur diffère peu. Seules quelques chaînes et tuyaux ont été déplacés (Figure 8). La longueur du résonateur complet est  $L=7,87m$ .

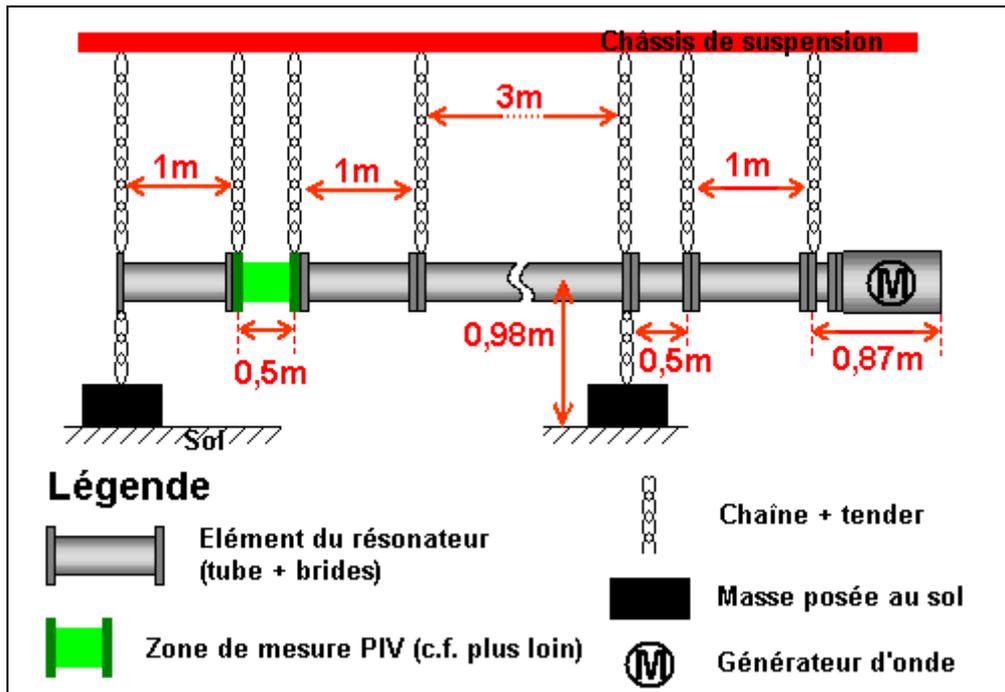


Figure 8 : Schéma de principe du résonateur et ses différents éléments Variante B

L'emplacement pour l'injection de gaz est de ce fait déplacé. Le capteur de pression dynamique  $P1k$  est remplacé par un autre modèle (cf. Annexe 2) qui est positionné plus proche du moteur (Figure 9)

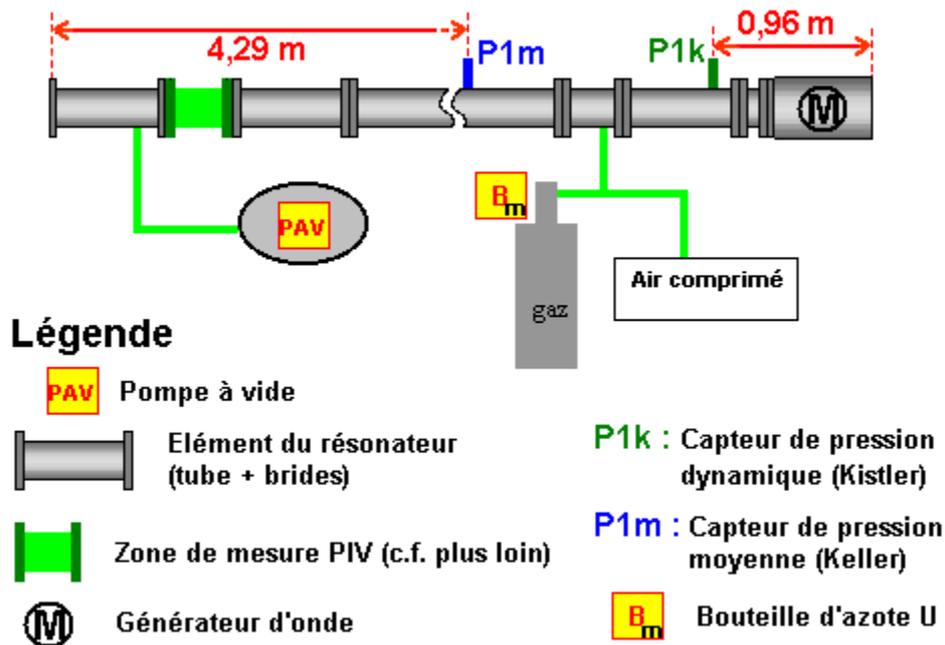


Figure 9 : Schéma de positionnement des capteurs de pression et des connexions de gaz

### II.2.1.3 Configuration dite Variante C

Elle diffère très peu de la précédente. Suite à la rupture d'un tube de verre du fait des contraintes, il a été décidé d'installer une chaîne supplémentaire pour soutenir le moteur. Les deux chaînes fixées sur le sol sont remplacées par des chaînes en V suspendues au châssis. Afin de réduire les contraintes sur les brides des tubes du résonateur, toutes les chaînes (sauf celles constituant les V) ont été équipées de dynamomètres (Figure 10). Les valeurs des tensions appliquées sont spécifiées dans l'annexe 3.

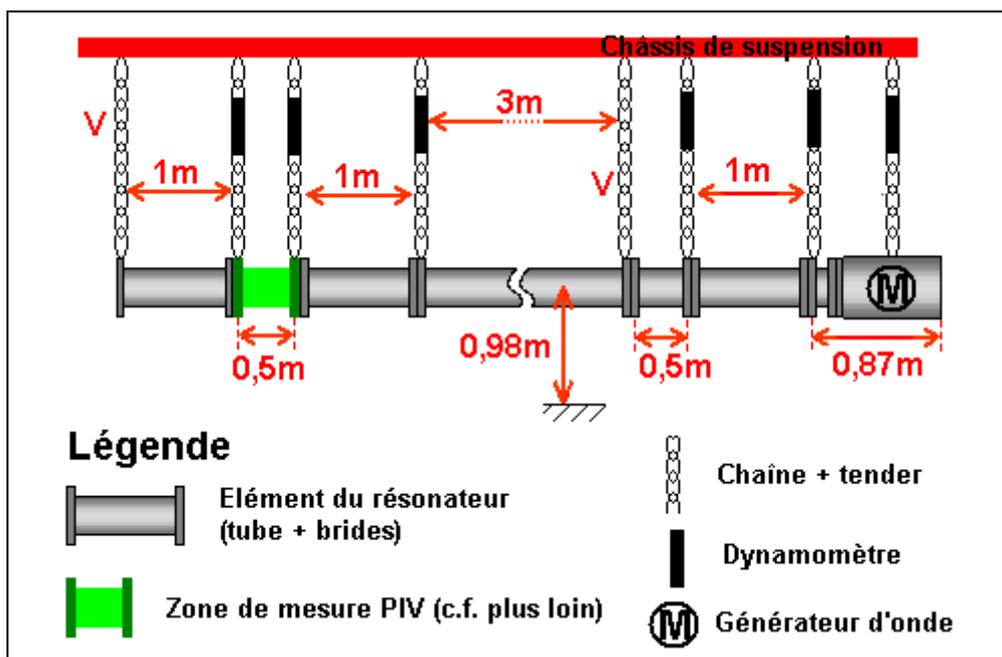


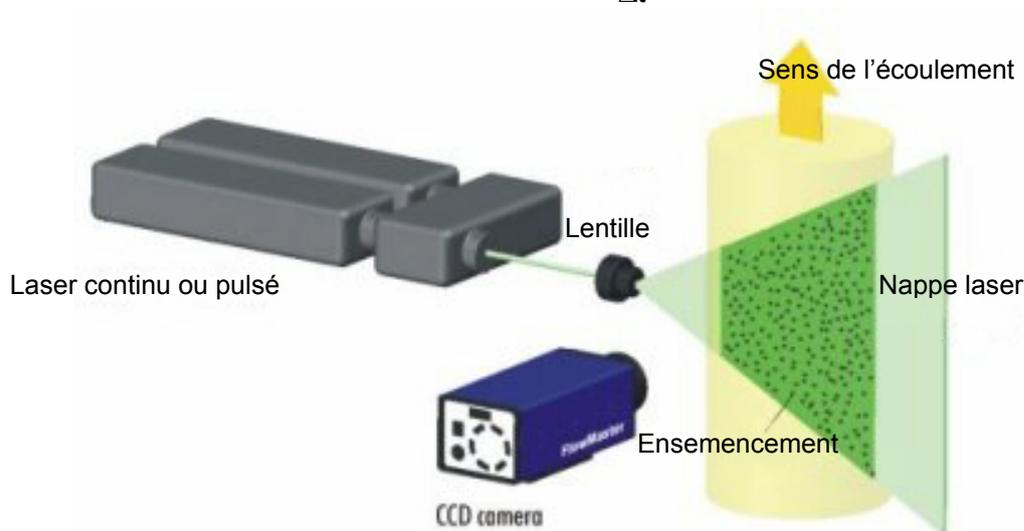
Figure 10 : Schéma de principe du résonateur et ses différents éléments Variante C

Cette configuration a été utilisée avec l'alimentation de chauffe de la résistance moteur déjà mentionnée. Puis elle a été remplacée par une alimentation stabilisée en courant continu, de marque Power Ten P62B-20015.

## II.2.2. Condition optique en vue de l'application de la PIV

La Vélocimétrie par Image de Particule (PIV, Particle Image Velocimetry en anglais) est une technique éprouvée de mesure de champ de vitesse d'un écoulement. La PIV dite 2D2C (« deux dimensions deux composantes ») donne un champ de vitesse bidimensionnel instantané de l'écoulement. Cette technique, peu intrusive, consiste à éclairer à l'aide d'une nappe laser un plan de l'écoulement ensemençé de traceurs (Figure 10bis). Ces derniers, rendus visibles, permettent l'observation des lignes d'émission des particules. Une caméra, placée face au plan laser, prend une image des traceurs en mouvement à un temps  $t$ , puis une seconde à un temps très proche  $t + \Delta t$ . Le déplacement  $\Delta \vec{d}$  pendant le temps  $\Delta t$  des particules visibles localisées en  $\vec{x}$  est déterminé afin d'en déduire le champ de vitesse 2D instantané :

$$\vec{v}(\vec{x}, t) = \frac{\Delta \vec{d}(\vec{x}, t)}{\Delta t}$$

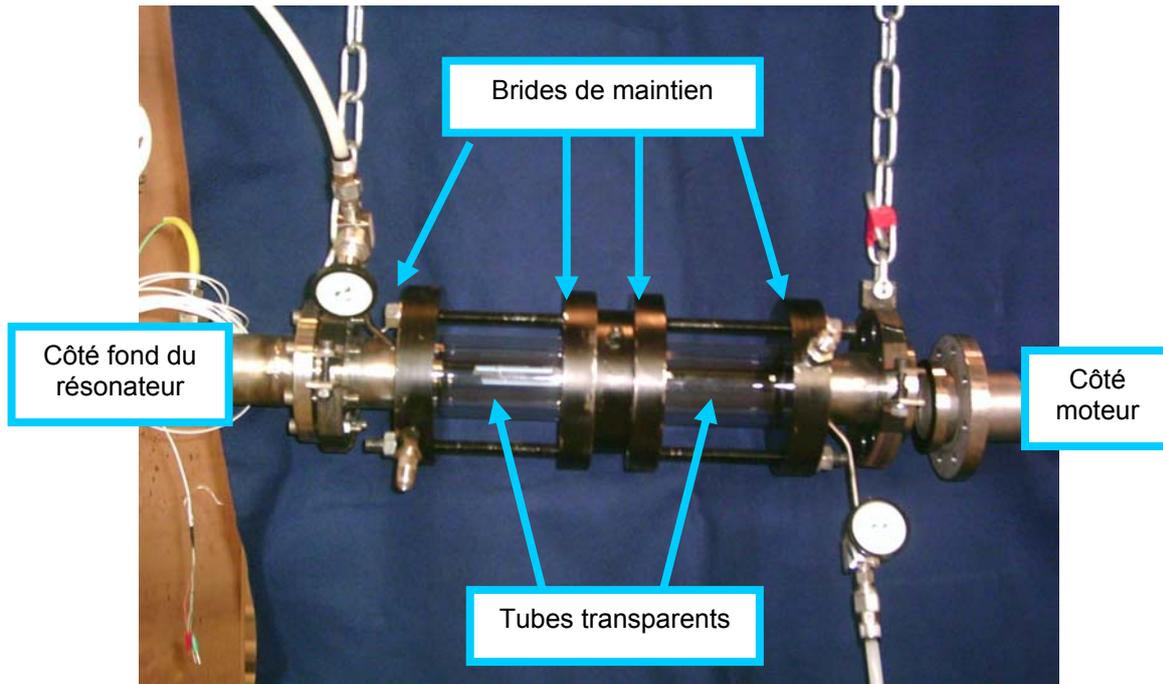


*Figure 10bis : Banc expérimental de la PIV 2D classique [Lavision]*

Les différents aspects techniques nécessaires à la mise en place d'une telle métrologie sont présentés dans ce qui suit : la zone transparente, l'ensemencement, l'éclairage et les prises de vue. L'algorithme de calcul de déplacement des particules sera déduit au §IV.1.2.

### II.2.2.1 La zone transparente

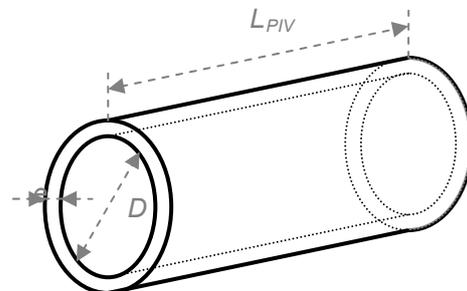
Cette zone transparente est constituée de deux modules identiques. Chaque module est composé d'un tube cylindrique en verre standard. Il est emmanché dans deux brides métalliques afin de l'intégrer au résonateur et de maintenir l'ensemble sous pression (Figure 11).



*Figure 11 : Vue sur les modules transparents*

La totalité des mesures optiques ont été réalisées sur un seul tube, celui situé à gauche, choisi afin de faciliter les opérations de nettoyage intérieur du verre. Effectivement, l'accès le plus aisé se situe du côté du fond du résonateur (Figure 11). Le second tube a été prévu pour de futurs travaux qui ne seront pas abordés dans ce document. Les dimensions générales du tube de verre sont données sur la Figure 12.

Longueur de la zone d'observation  $L_{PIV}=10$  cm  
 Epaisseur du tube  $e=7$  mm  
 Diamètre intérieur  $D=56,3$ mm



*Figure 12 : Dimensions caractéristiques de la zone d'observation et de mesure PIV*

Cette zone d'observation a subi quelques petites évolutions à l'instar du résonateur (Annexe 4). Dans un premier temps, l'éclairage des tubes de verre faisait apparaître des réflexions multiples au sein de l'écoulement, diminuant la qualité des prises de vue (Figure 13). Elles étaient dues principalement à la géométrie cylindrique, à une concentration trop importante de particules introduites pour les prises de vue PIV, et à un encrassement aux parois du au lent dépôt. Pour réduire les réflexions, les tubes de verres ont subis un traitement anti-reflet (Annexe 4). Le changement de configuration de résonateur dite *Variante A* vers *Variante B* a été l'occasion de cette amélioration, demandant un démontage complet des tubes.

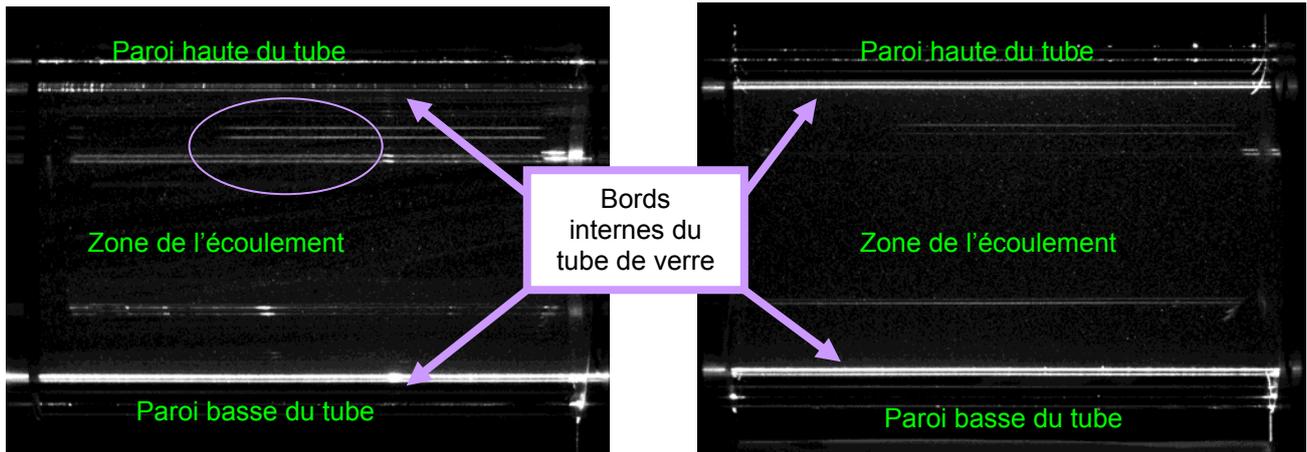


Figure 13 : Deux prises de vue de la zone de mesureensemencée de particules et éclairée par une source laser. A gauche, sans traitement anti-reflet : les réflexions multiples sont bien visibles (ovale), à droite avec traitement

Comme la zone d'observation possède une géométrie cylindrique, les images des particules sont assujetties par une déformation optique liée à la courbure des interfaces solide-gaz. Une correction de dioptre est systématiquement entreprise lors du post-traitement des acquisitions [Faure et al]. Celle-ci sera détaillée dans le chapitre §IV.1.3. Cependant, elle nécessite la connaissance des indices de réfraction des trois milieux en présence :

- (i) L'indice du verre est calculé pour la longueur d'onde d'éclairage (laser ici) à partir des données fournies par le fabricant (Annexe 5) ; celles-ci donnent des valeurs mesurées de l'indice en fonction de la longueur d'onde, aux conditions normales de température :

$$n_{\text{verre}}=1,4739 \text{ (longueur d'onde de 532nm)}$$

- (ii) Pour l'air, milieu externe, l'indice est déterminé par la formule de Cauchy (Annexe 5) à la longueur d'onde d'éclairage et pour des conditions standard de température et de pression :

$$n_{\text{air}}=1,0003 \text{ (longueur d'onde de 532nm)}$$

- (iii) Le milieu interne constitué d'azote a un indice calculé par la formule de Lorenz-Lorentz (Annexe 5) en fonction de la pression et de la température de chaque série de mesures.

Par exemple  $n_{\text{azote}}=1,0019$  (pression de 7bar et température de 15°C)

### II.2.2.2 L'ensemencement

Comme stipulé auparavant, l'écoulement estensemencé afin d'étudier les mouvements de celui-ci. Il est nécessaire de choisir une espèce de particule neutre chimiquement, capable de suivre l'écoulement avec un temps de réponse quasi-instantané, de faible vitesse de sédimentation, diffusant suffisamment de puissance lumineuse dans la longueur d'onde d'éclairage. Un certain nombre de particules et d'émulsions de gouttelettes possèdent ces propriétés et sont traditionnellement employées en PIV [Melling]. Dans le cas de notre système thermoacoustique, des difficultés a fortiori sont apparues au moment de leur choix :

- Le moteur thermoacoustique lors de son fonctionnement admet des températures de plusieurs centaines de degré (150 à 600°C). Il n'était pas exclu que les particules introduites dans la zone de mesure ne migrent vers la zone chaude. Un ensemencement à l'aide de gouttelettes d'huile comme classiquement employées au laboratoire [Debesse ; Defrasne ; Faure et al ; Pastur et al] semblait donc inadapté, de par la faible résistance à la chaleur.

- Les espaces inter-plaques du stack étant faibles, les particules ne doivent pas les encrasser, voir les obstruer.
- La zone de mesure est sous pression. Il est nécessaire d'adapter le système d'injection de particules.
- Classiquement en PIV, l'ensemencement est réalisé en amont, convecté et homogénéisé par l'écoulement ; ici, l'écoulement oscillant est à moyenne théoriquement nulle donc il est difficile de savoir si l'ensemencement sera possible et cela de manière optimale.
- L'encrassement des tubes doit être limité pour réduire les opérations de démontage-nettoyage.

Le choix s'est porté sur des particules solides d'Oxyde de Magnésium léger (MgO) dont certaines caractéristiques sont données dans le Tableau 3.

Propriétés	MgO
diamètre $d_p$ ( $\mu\text{m}$ )	$0,4 \leq d_p \leq 1$
Masse vol $\rho_p$ ( $\text{kg/m}^3$ )	3580
Vitesse de sédimentation $ U_g $ (mm/min)	1,0 à 6,6
Temps caractéristique de relaxation $\tau_s$ (s)	$2 \cdot 10^{-6}$ à $10^{-5}$
Rapport $\tau_s/T$ (%) ( $T=1/22\text{Hz}$ : temps caractéristique de l'écoulement acoustique)	0,004 à 0,03
Masse molaire (kg/mole)	$4,03 \cdot 10^2$
Section de diffraction $C_s \sim (d_p/\lambda)^4$	0,32
Température maximum ( $^{\circ}\text{C}$ )	2200

Tableau 3 : Caractéristiques des particules pour l'ensemencement (données fournies pour un ensemencement de l'azote  $N_2$ , pour des pressions de service comprises entre 7 et 15 bar et des températures variant de 15 à 20°C -leur influence est faible) ; pour le détail des calculs, se référer à l'Annexe 6

La plage de variation du diamètre de ces particules a été déterminée par une méthode de mesure de leur traînée et elles sont utilisées avec succès pour la vélocimétrie laser appliquée au supersonique [Losfeld et al, Micheli]. Leur faible diamètre ( $\sim 1\mu\text{m}$ ) permet d'obtenir des particules légères, ayant une bonne réponse temporelle  $\tau_s$ . Ce temps caractérise la réponse temporelle de la vitesse de la particule face à une accélération continue du fluide. Il traduit la capacité de la particule à suivre l'écoulement lors des phases d'accélération-décélération. Ce paramètre est fort utile dans le cas d'écoulements transsoniques [Ottavy] avec existence de choc par exemple ; dans notre cas, les accélérations-décélérations sont bien moindres (écoulement oscillant) mais ininterrompues, avec changement de sens d'écoulement ; il faut vérifier que le temps de réponse  $\tau_s$  est négligeable face au temps caractéristique de l'écoulement (fréquence acoustique de l'ordre de 22Hz  $\rightarrow T \sim 45 \cdot 10^{-3}\text{s}$ ), ce qui est le cas ici (cf. Tableau 3).

Un paramètre important est la capacité des particules à diffuser la lumière, cette quantité de lumière variant en  $d_p^4$  (diffusion dites de Mie, cf. Figure14), et correspondant au cas où la lumière est diffusée par des particules de diamètres proche de la longueur d'onde. Il est à noter que la puissance lumineuse diffusée dépend de la direction d'incidence de l'éclairement ; elle est aussi réémise de manière hétérogène selon la direction d'observation (cf. Figure 15). Dans le cas de la PIV, les directions d'observation classiques ((A) et (B) sur la Figure 15) sont les moins favorisées. Cela explique aussi la nécessité d'avoir de grande puissance laser.

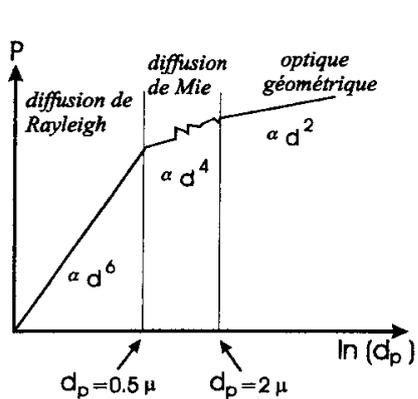


Figure 14 : Domaines de diffusion de la lumière par une particule selon son diamètre  $d_p$  [Ottavy]

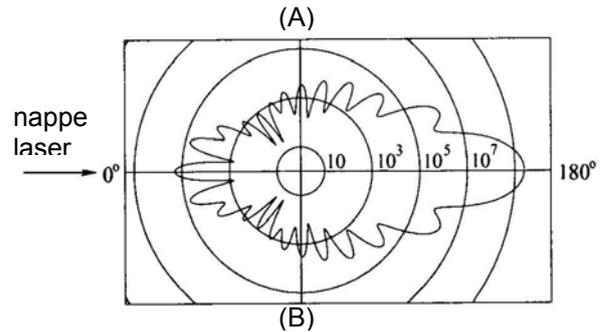


Figure 15 : Lobes de diffusion (distribution polaire de l'intensité lumineuse) pour une particule d'huile de diamètre  $1\mu\text{m}$  dans l'air, éclairée à la longueur d'onde  $\lambda=532\text{nm}$  [Raffel et al.]

Leur résistance élevée à la chaleur évite tout risque de dégradation en cas de transport vers le moteur thermoacoustique.

Un des inconvénients de la poudre de MgO reste son côté hydrophile. Elle se charge en humidité provoquant la création de gruaux. Le protocole expérimental (Annexe 8) intègre donc une opération de chauffage des particules pour permettre l'évacuation de cette humidité parasite. Un autre problème apparu pendant les expérimentations est l'encrassement lent des parois du tube de verre. Cet encrassement est parfois lié à une injection trop brusque mais ce point étant relativement maîtrisé, il est dû au dépôt progressif d'une partie de l'ensemencement. Ce léger dépôt a une incidence sur la qualité des images surtout aux niveaux des bords haut et bas éclairés des tubes. Comme précisé dans le paragraphe traitant de la zone transparente, il génère et amplifie des réflexions (Figure 13).

L'injection des particules dans un milieu sous pression nécessite l'établissement d'un système d'ensemencement adapté. La pièce maîtresse est constituée d'un ensemencement de particules solides issue du commerce adapté à des pressions de service de 10 bars. Un volume de stockage en sortie de cet appareil a été ajouté pour permettre une homogénéisation du mélange gaz/particules, et autoriser des montées en pression au-delà de 10 bars avant injection définitive dans la zone de mesures. Finalement, les nombreuses manipulations ont montré une bonne homogénéisation de l'ensemencement par l'écoulement acoustique.

Les descriptions plus détaillées du système d'ensemencement et du protocole d'injection sont données aux Annexes 7 et 8.

### II.2.2.3 L'éclairage et les prises de vue

#### II.2.2.3.1 L'éclairage

L'éclairage est un paramètre essentiel pour la PIV. Les particules ont des tailles très faibles, ce qui limite l'intensité diffusée et accroît la directivité de cette diffusion. Pour permettre de les voir, il faut les éclairer avec une forte intensité lumineuse et figer l'écoulement. Pour cela, on utilise un laser pulsé de type Nd-YAG (Neodymium-doped Yttrium Aluminum Garnet) de marque Quantel, modèle Twins-Ultra. Il est en fait constitué de deux cavités laser (Figure 16 : « Y »), alimentées chacune par une électronique indépendante (Figure 16 : « e1 » et « e2 ») et permettant de générer deux flashes séparés d'un temps choisi. Les impulsions lumineuses ont une énergie de 30 mJ, fournie sur une durée de 6 à 9 ns ; la fréquence maximum entre chaque flash provenant d'une même cavité laser est de 20 Hz. La longueur d'onde émise est de 532 nm (vert).

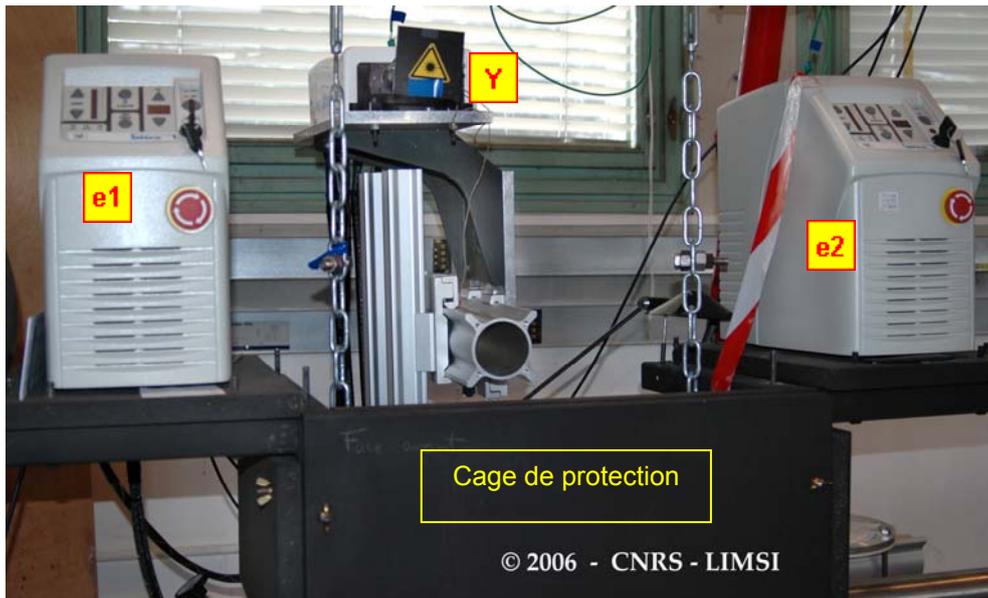


Figure 16 : Le laser mini-Yag (Y) sur son support, encadré des deux électroniques (e1, e2)

La tête d'émission laser est constituée d'un cylindre transformant le faisceau lumineux incident en une nappe plane. Celle-ci est orientée par un miroir réglable pour éclairer le plan de l'écoulement désiré. Cet ensemble optique est placé au-dessus de la zone d'étude, perpendiculairement à l'écoulement (Figure 17 et Annexe 10), à une hauteur de 65 à 67 cm (distance approximative de focalisation de la nappe). L'épaisseur de la nappe est inférieure à 0,5 mm.

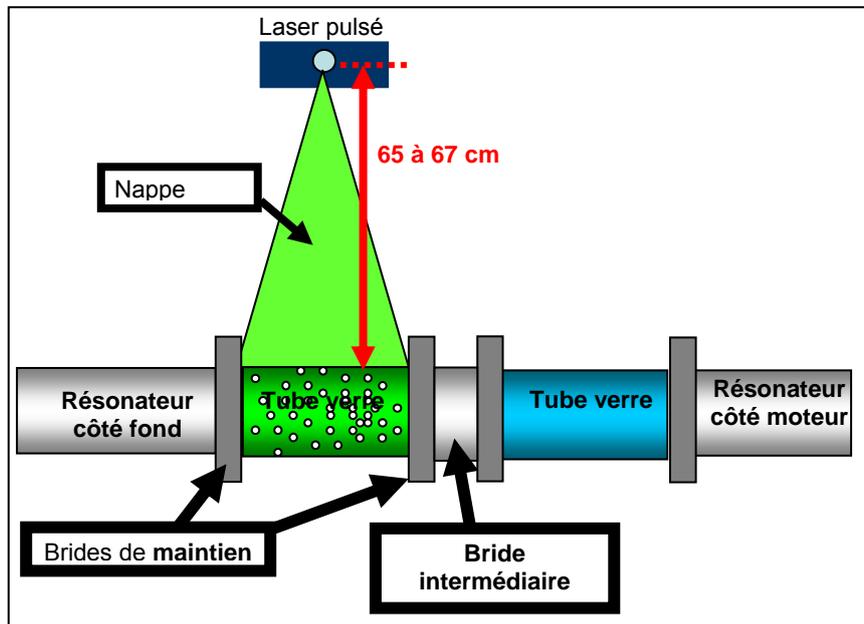
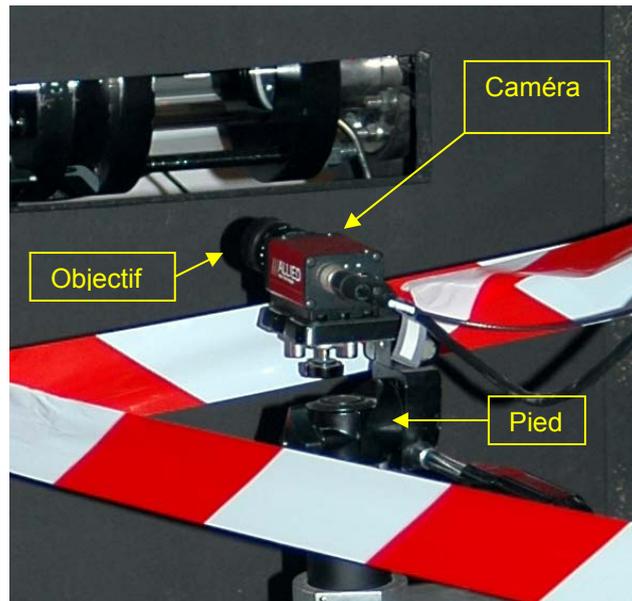


Figure 17 : Schéma de positionnement du laser (ensemble supportant le laser présenté à l'Annexe 10)

### II.2.3.2 Les prises de vue

La détermination d'un champ de vitesse spatial nécessite deux images successives. Les prises de vue se font à l'aide d'une caméra Marlin F080B Allied Vision Technologies (Figure 18) 10 bits stockés sur 8 bits, de résolution de 1024x768 pixels (résolution maximale 1032x778 pixels, les pixels étant carrés) et de cadence maximum de 20Hz (50 ms) (Annexe 11).



*Figure 18 : Caméra Marlin F080B servant aux prises de vue PIV montée sur pied photo réglable*

Elle est équipée d'un objectif de 25mm d'ouverture  $f=1,6$  à 16 ; 8 ouvertures différentes sont disponibles, la première (ouverture maximale)  $f=1,6$  noté F1, la deuxième F2, etc. Après plusieurs essais, il s'est avéré que les réflexions apparaissant dans le tube de verre devenaient trop lumineuses pour une ouverture de caméra de F2. De plus, la caméra accentue les effets de diffusion de la lumière renvoyée par ces réflexions, contrairement à l'œil humain. Un compromis a été trouvé entre atténuation de l'effet des réflexions et quantité de lumière diffusée par les particules en réduisant l'ouverture à F3. La plupart des mesures ont été effectuées avec cette ouverture.

L'objectif est équipé d'un filtre passe-bande (Annexe 11) centré sur la longueur d'onde du laser (532nm). Et pour assurer une protection supplémentaire contre les réflexions résiduelles, des caches cartonnés sont placés autour du tube de verre. Une cage constituée d'un châssis métallique et de planches de bois (Figure 16 et Annexe 11) ainsi que des rideaux (Annexe 11) ajoutés par la suite complètent le dispositif. L'ensemble garantit de plus une protection contre les risques liés à l'utilisation du laser et une protection balistique en cas d'éventuels éclatements de tubes.

La caméra est montée sur un support permettant de la régler avec souplesse (Annexe 11). Le réglage de la caméra (positionnement et netteté) s'opère à l'aide d'un régleur préalablement introduit dans la zone transparente (Annexe 11). Il est placé à l'endroit où la nappe laser doit éclairer l'écoulement. Une photo du régleur est réalisée pour déterminer le grandissement, typiquement compris entre  $10^{-4}$  à  $1,4 \cdot 10^{-4}$  m.pixel<sup>-1</sup>.

### II.2.3. L'électronique et la synchronisation des acquisitions

A la métrologie décrite précédemment est associée une chaîne électronique d'acquisition et de pilotage. Elle est constituée de trois groupes :

- l'électronique d'acquisition de signaux temporels et d'images ;
- l'électronique de pilotage ;
- l'électronique de synchronisation par rapport à un signal de référence.

Ces groupes sont interconnectés différemment selon les procédures d'acquisition choisies. Ces dernières, au nombre de quatre, sont décrites ici d'un point de vue technique, leur intérêt sera présenté dans les chapitres §IV.1.5.1 et IV.1.5.2.

L'électronique d'acquisition est commune à toutes les procédures (Annexe 12). Elle est constituée :

- (i) Un oscilloscope pour visualiser en temps réel l'évolution de l'onde acoustique au sein du résonateur (pression côté moteur par capteur Kistler).
- (ii) D'une électronique d'acquisition des signaux de pression et de synchronisation ; l'acquisition est assurée par un module de conception A/D 12 bits, constitué de 4 voies en parallèle vrai, équipé d'un filtre anti-repliement à 20 kHz, et piloté par Matlab. La fréquence d'échantillonnage est  $f_e=5120$  Hz (certains cas plus rares 51200Hz).
- (iii) D'un PC qui restitue l'ensemble des signaux et assure en parallèle le pilotage de la caméra et l'acquisition des images PIV.

Les procédures de gestion électronique forment deux familles :

- Celle sans référence de phase calée sur un signal synthétique périodique ;
- Celle avec calage en phase, la synchronisation étant réalisée avec le signal de pression côté moteur.

### **II.2.3.1 Procédure n°1**

Cette procédure a comme caractéristique principale l'absence de calage en phase par rapport à un signal de référence périodique (lié à la dynamique du système physique). Elle est employée couramment au laboratoire [Debesse ; Defrasne ; Pastur et al] dans le cadre de la PIV classique où une paire d'images séparées par un temps court permet d'obtenir un champ de vitesse ; des paires d'images sont alors acquises de manière successives et à cadence fixe.

Cette dernière est assurée par un Générateur Basse Fréquence (GBF Annexe 12) qui crée un signal TTL en forme de créneaux. Le GBF gère (Figure 20) :

- ❖ Le temps d'exposition de la caméra et le transfert des données vers le PC (créneaux bleu et marron sur Figure 19) qui durent 50ms minimum. Le temps d'exposition de la caméra à l'illumination est géré par l'impulsion laser, de durée  $\delta t_l=6$  à 9ns (créneaux verts sur Figure 19). A une paire d'image correspond une paire d'impulsions, séparées d'un temps  $\Delta t_p$ . Ce temps de déplacement des traceurs d'une image à l'autre permet le calcul des vitesses. Généralement, ce temps correspond à un déplacement moyen des particules de 10 à 20 pixels entre deux images d'une même paire. Une restriction supplémentaire semble exister pour un écoulement acoustique de fréquence élevées (ce qui n'est pas notre cas) : [Moreau et al] préconisent que  $\Delta t_p < 12\% \frac{1}{f}$ . Dans la plupart des études présentées par la suite dans ce travail, ce temps de base est porté à  $\Delta t_p = 2$ ms. Chaque paire d'images (donc chaque champ PIV) est acquise tous les 10Hz (100ms), les séries de champs de vitesse sont donc sous échantillonnées par rapport à la fréquence du phénomène acoustique de notre étude :  $f \sim 22$  Hz ( $\sim 45$  ms).

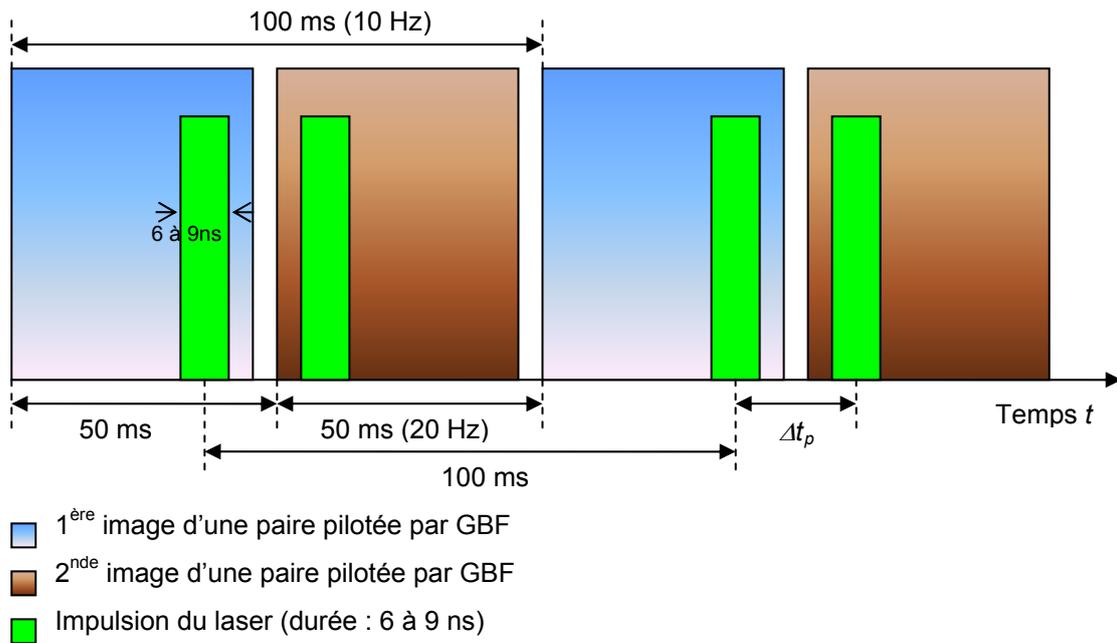


Figure 19 : Schéma de synchronisation entre les impulsions laser et l'acquisition des images

- ❖ Le GBF gère indirectement les deux cavités lasers YAG via un diviseur de fréquence et une électronique TTL DSP01 (Annexe 12 et Figure 20). Cette dernière pilote les pulses laser, les retardant pour leur permettre de se déclencher en fin d'ouverture de l'image n°1 (laser 1) et en début d'ouverture de l'image n°2 (laser 2) (Figure 19, 19bis). Elle gère le temps  $\Delta t_p$ . Quant au temps associé à chaque champ de vitesse PIV, il est déterminé grâce à l'acquisition du signal TTL « Q-switch » correspondant au premier pulse (laser 1).

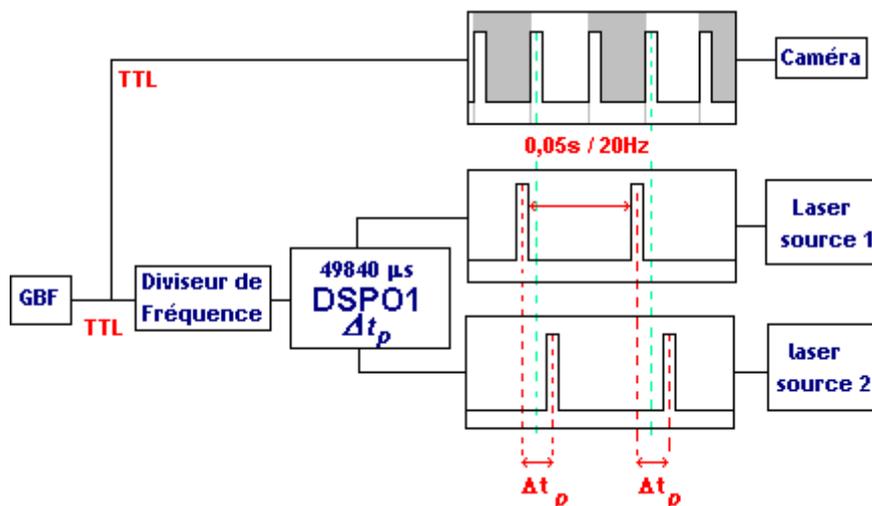


Figure 19bis : Schéma simplifié de déclenchement (le nombre 49840  $\mu$ s est le retard choisi entre le signal envoyé par le diviseur de fréquence et le déclenchement du laser 1)

Le pilotage électronique et l'acquisition sont déclenchés après injection des particules par le lancement du signal GBF. Afin de vérifier l'origine réelle des temps au début de ce déclenchement, le signal de pilotage GBF est acquis parallèlement au signal de pression côté moteur et signal Q-switch via le Siglab (Figure 20).

L'électronique de la procédure n°1 a évolué avec le temps et les petites modifications sont présentées à l'annexe 12.

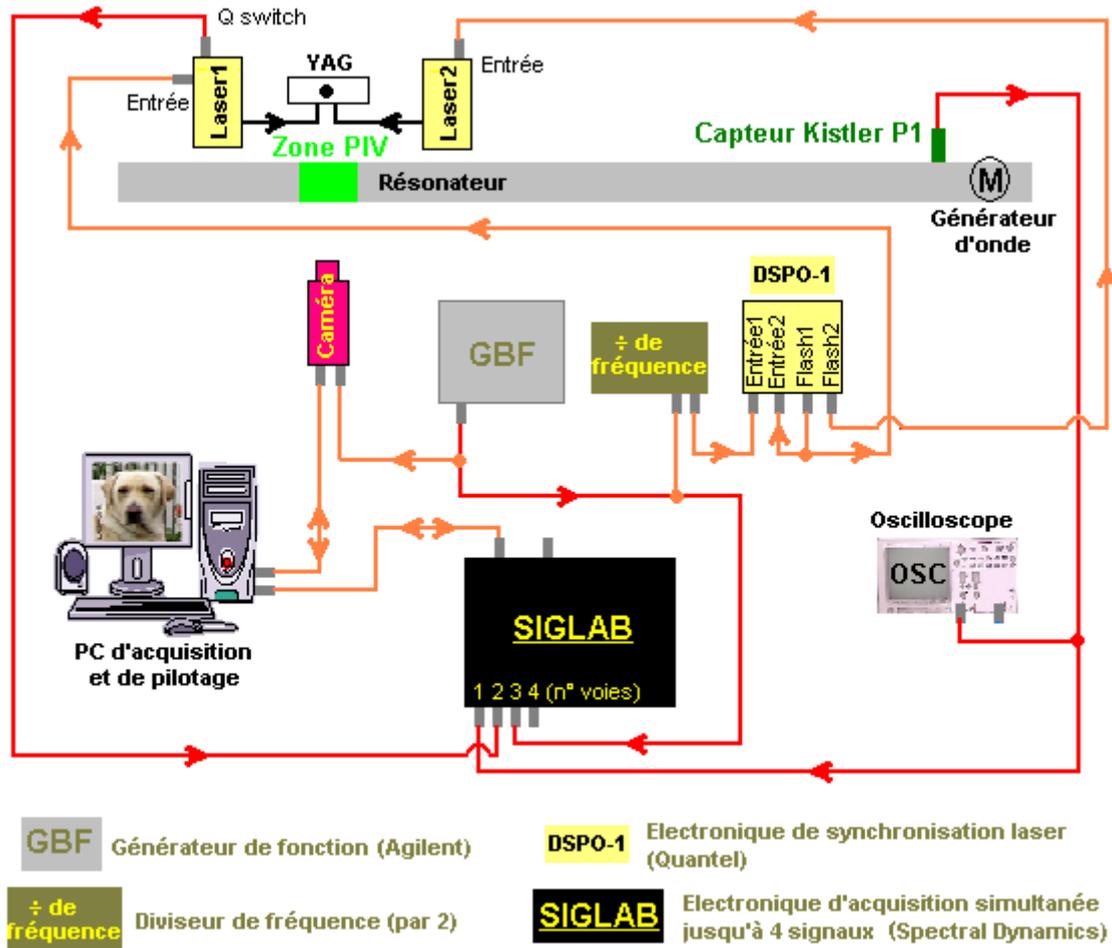


Figure 20 : Schéma de branchement de la procédure n°1

### II.2.3.2 Procédure n°2

Cette procédure fait l'acquisition d'une paire d'images à l'instar de la procédure n°1. Cependant, chaque paire est acquise à une phase donnée d'un signal de référence périodique. Dans notre cas, c'est le signal de pression acoustique qui est choisi comme tel. Il est mesuré près du moteur afin d'obtenir un signal peu bruité et à fréquence fondamentale fortement dominante : d'éventuelles distorsions harmoniques trop importantes pourraient fausser la synchronisation en phase.

L'électronique CVG (Figure 21) récupère en entrée ce signal de pression ; l'opérateur choisit l'amplitude « seuil » (en Volt) qui correspond à la phase où les mesures doivent être faites ; cette amplitude est réglée sur le CVG à l'aide de l'oscilloscope. Le CVG déclenche ensuite l'EG (Figure 21) et celle-ci pilote caméra et laser. L'acquisition par le Siglab (Figure 21) des signaux temporels est provoquée par la réception du premier Q-switch laser. Une légère variante du schéma électronique est présentée à l'Annexe 12.

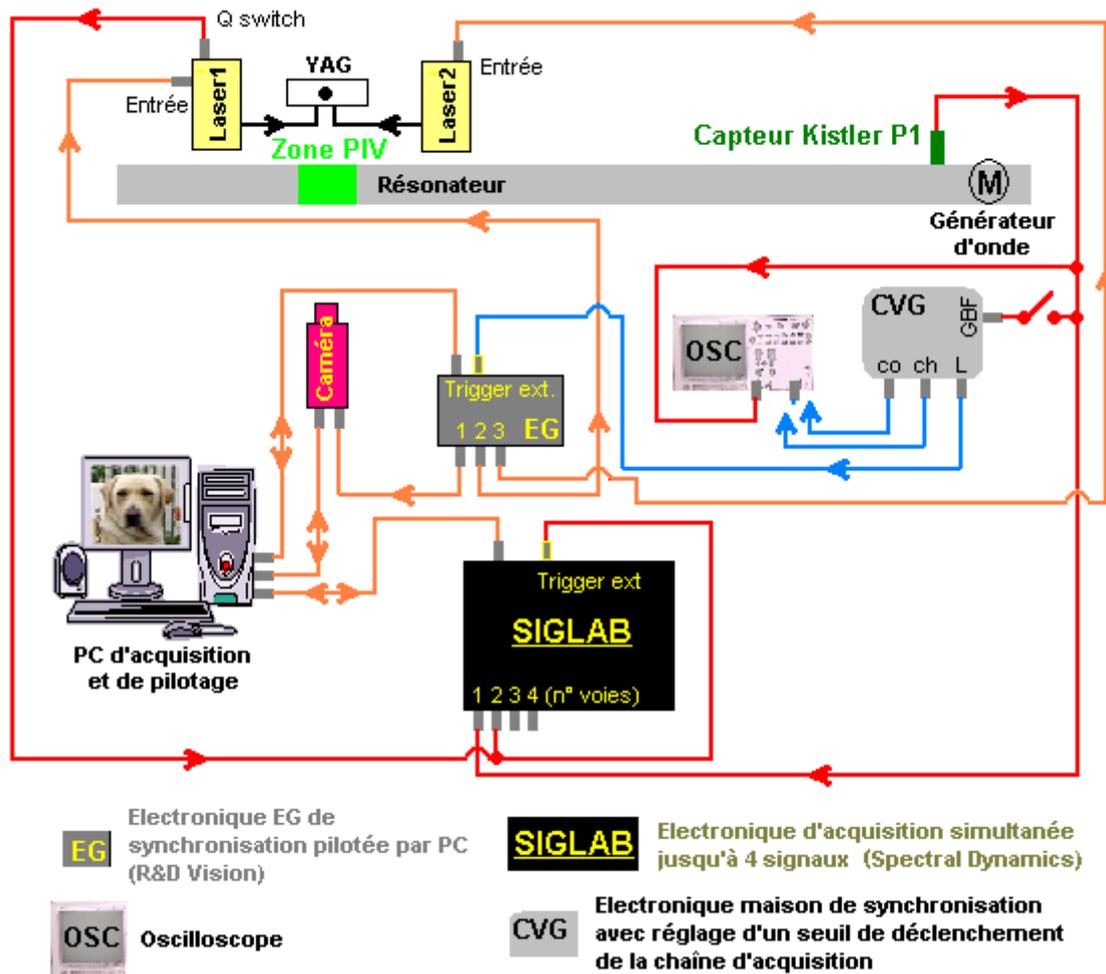


Figure 21 : Schéma de branchement de la procédure n°2

### II.2.3.3 Procédures n°3 et n°4

La procédure n°3 est équivalente à la procédure n°2. Cependant, seule une image est acquise au lieu de deux. Et pour augmenter la puissance lumineuse disponible, les deux cavités lasers sont déclenchées simultanément (Annexe 12).

Le schéma de branchement de la procédure n°4 est identique à celui de la procédure n°2. La seule différence est le temps entre deux images d'une même paire qui est porté à  $\Delta t_p = 1/f$  ( $f$  fréquence du phénomène acoustique).

### III. Modèles analytiques en thermoacoustique

Les modèles théoriques employés dans cette étude ont été établis pour des configurations purement acoustiques. Cependant, de nombreux travaux montrent que ces modèles purement acoustiques peuvent être appliqués avec intérêt à la thermoacoustique. Un rapide aperçu sur l'acoustique fondamentale est donné dans le chapitre suivant. Il est suivi par une présentation des équations régissant les écoulements secondaires attendus dans notre type de configuration.

#### III.1. Acoustique linéaire

Notre configuration thermoacoustique est, rappelons-le, constituée d'un tube résonant de longueur de 7,88 ou 7,87m selon les Variantes, et d'une cellule motrice (longueur ~0,27m) générant une onde acoustique. Elle correspond à un cas typique de résonateur cylindrique habité par une onde plane quasi-stationnaire (de longueur d'onde principale ~15,8m). Cette hypothèse est vérifiée par la suite (cf. les chapitres sur les Résultats).

##### III.1.1. Cas simple du résonateur unidimensionnel

Rappelons les équations générales de la mécanique des fluides exprimant les lois de bilan de masse, quantité de mouvement et énergie [Landau et al] :

- équation de continuité :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V}) = 0$$

- équation de bilan de la quantité du mouvement

$$\rho \left[ \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \vec{\nabla}) \vec{V} \right] = -\vec{\nabla} P + \vec{\nabla} \cdot \overline{\overline{\sigma}}$$

- équation de bilan énergétique sous la forme de l'entropie (représentant le second principe) :

$$\rho T \left( \frac{\partial (s)}{\partial t} + \vec{V} \cdot \vec{\nabla} s \right) = \vec{\nabla} \cdot (K \vec{\nabla} T) - (\overline{\overline{\sigma}} \cdot \vec{\nabla}) \cdot \vec{V}$$

où  $\rho$ ,  $\vec{V}$ ,  $P$ ,  $T$ ,  $s$ ,  $\overline{\overline{\sigma}}$ , sont respectivement la masse volumique, la vitesse du fluide, la pression totale, la température, l'entropie et le tenseur des contraintes visqueuses  
 $K$  la conductivité thermique.

Dans l'hypothèse d'un fluide parfait, en négligeant les forces volumiques et le rayonnement, les équations précédentes se réduisent à :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V}) = 0 \quad (\text{équation de continuité})$$

$$\rho \left[ \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \vec{\nabla}) \vec{V} \right] = -\vec{\nabla} P \quad (\text{équation d'Euler})$$

$$\frac{\partial s}{\partial t} + \vec{V} \cdot \vec{\nabla} s = 0 \quad (\text{équation de l'entropie})$$

$$T = T(s, \rho), \quad P = P(s, \rho) \quad (\text{lois d'état})$$

On fait maintenant les hypothèses de l'acoustique linéaire : toute grandeur physique se décompose en une somme entre un champ moyen  $f_0$  (caractérisant l'état de base du fluide) et une perturbation  $f_1$  supposée petite devant le champ moyen :

$$f(\vec{x}, t) = f_0(\vec{x}) + f_1(\vec{x}, t), f_1 \ll f_0$$

où  $f = \rho, P, \vec{V}, s, T$ .

Pour un fluide parfait homogène au repos à l'état de base (état initial) on a  $\rho_0(\vec{x}) = \rho_0, \vec{V}_0(\vec{x}) = 0, s_0(\vec{x}) = s_0$ . Dans l'hypothèse des petites perturbations, les termes de second ordre peuvent être négligés dans les équations précédentes. En effectuant un développement de Taylor au premier ordre des équations d'état, on obtient les équations de l'acoustique linéaire pour un fluide parfait :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \rho_0(\vec{\nabla} \cdot \vec{u}_1) &= 0 \\ \rho_0 \frac{\partial \vec{u}_1}{\partial t} + \vec{\nabla} P_1 &= 0 \\ P_1 &= \left( \left( \frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_s (s_0, \rho_0) \right) \rho_1, T_1 = \left( \left( \frac{\partial T}{\partial \rho} \right)_s (s_0, \rho_0) \right) \rho_1 \end{aligned}$$

En posant  $c = \sqrt{\left( \frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_s (s_0, \rho_0)}$  (vitesse du son dans le fluide non perturbé), on trouve que les fluctuations de pression, vitesse, masse volumique et température vérifient l'équation des ondes

$$\Delta f - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = 0.$$

La solution générale de l'équation des ondes dans le cas unidimensionnel, (correspondant à la propagation acoustique dans un guide d'onde fermé aux extrémités, de longueur  $L$  et de section très petite devant  $L$ ) est une superposition de modes propres correspondants aux fréquences de résonances propres du résonateur :

$$f_n^{(res)} = n \left( \frac{c}{2L} \right), \quad \lambda_n = \frac{2L}{n} \quad \text{et} \quad k_n = \frac{2\pi}{\lambda}$$

avec  $c$  la célérité de l'onde,  $\lambda_n$  et  $k_n$  respectivement la longueur et le nombre d'onde, et les modes de résonance  $n=1, 2, 3, \dots$

Dans l'hypothèse des gaz parfait,  $c = \sqrt{\gamma \frac{P_m}{\rho_m}}$ ,  $\gamma$  étant le rapport des chaleurs spécifiques,  $P_m \equiv P_0, \rho_m \equiv \rho_0$ .

Pour le mode fondamental  $n=1$ , la solution de l'équation des ondes donne une onde stationnaire du type (origine des temps correspondant à pression maximale)

$$\begin{aligned} P_1(x, t) &= P_{\max} \cos(kx) \cos(\omega t) \\ u_1(x, t) &= \frac{P_{\max}}{\rho_m} \frac{k}{\omega} \sin(kx) \sin(\omega t) \\ &= \underbrace{\frac{P_{\max}}{\rho_m} \frac{k}{\omega}}_{u_{1, \max}} \sin(kx) \sin(\omega t) \\ f_1^{(res)} &= \frac{c}{2L} \quad \text{et} \quad \lambda = 2L \end{aligned}$$

où  $P_1$  est la fluctuation de pression acoustique du mode fondamental (amplitude maximale  $P_{\max}$  soit la demi-hauteur crête à crête au milieu du résonateur)

$u_1$  est la vitesse acoustique de 1<sup>er</sup> ordre (mode fondamental),  $u_{A1}$  son amplitude

On remarquera que le déphasage temporel entre la pression et la vitesse est de  $\frac{\pi}{2}$ . Les profils d'amplitudes les plus grandes de la pression et de la vitesse pour le mode fondamental sont représentés sur la Figure 22.

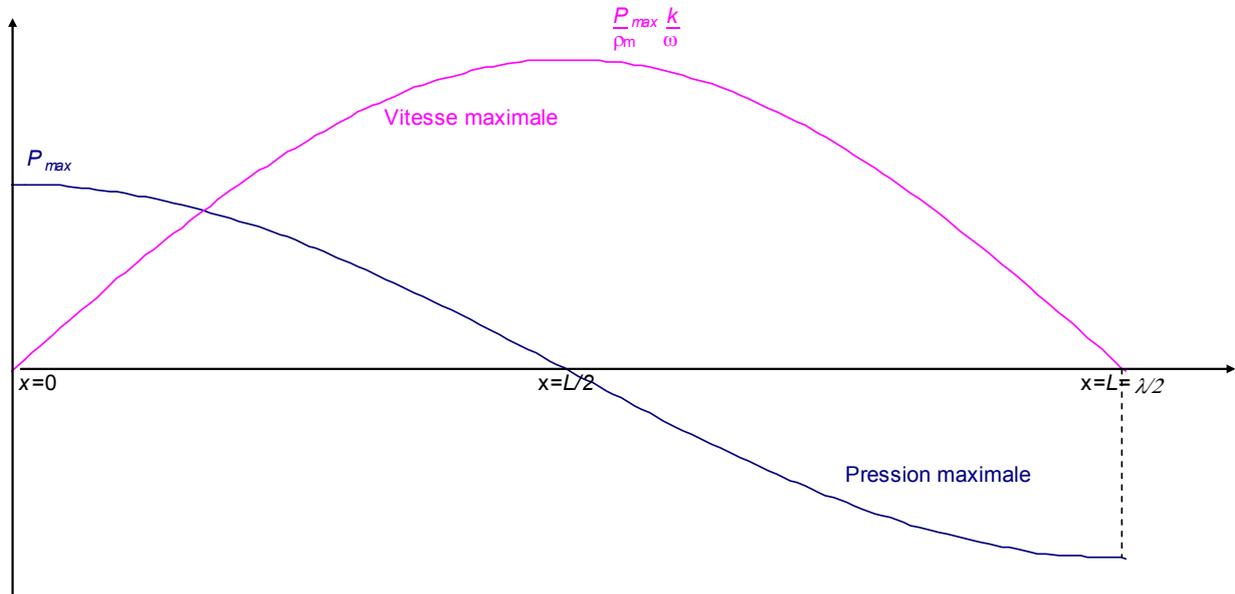


Figure 22 : Profil des amplitudes de pression et de vitesse acoustique pour le mode fondamental  $n=1$

En connaissant l'amplitude de vitesse  $u_{piv}$  en un point donné  $x_{piv}$ , on peut calculer l'amplitude de vitesse  $u_q$  en un autre point  $x_q$  du résonateur :

$$\begin{aligned}
 u_1(x_{piv}; t) &= u_{piv} \sin(\omega t) \quad \text{avec} \quad u_{piv} = u_{1max} \sin(kx_{piv}) \\
 u_1(x_q; t) &= u_q \sin(\omega t) \quad \text{avec} \quad u_q = u_{1max} \sin(kx_q) \\
 \Rightarrow u_q &= u_{piv} \frac{\sin(kx_q)}{\sin(kx_{piv})}
 \end{aligned}$$

On peut en déduire l'amplitude maximale de vitesse au milieu du résonateur

$$u_{1max} = \frac{u_{piv}}{\sin(kx_{piv})}$$

Voici quelques estimations numériques dans le cas de notre système.

Pour notre résonateur de longueur  $L=7,88\text{m}$  (Variante A),  $f_1^{(res)}=22,20\text{ Hz}$  pour une célérité  $c=349,79\text{ m/s}$ ,  $\lambda=15,76\text{ m}$  et  $u_{1max}=5,15\text{ m/s}$ .

Jusqu'à maintenant, nous étions dans l'hypothèse de fluide parfait. Dans le cas d'un fluide visqueux, les modèles précédents ne sont plus valables. Il faut alors se référer aux modèles de Rott, de Swift ou de Hamilton et al 2 ce dernier étant présenté par la suite. Dans ce cas visqueux, on pose  $\mu$  la viscosité dynamique. L'épaisseur de couche limite visqueuse acoustique est alors estimée par

$$\delta_v = \sqrt{2 \frac{\mu}{\rho_m \omega}} = \sqrt{2 \frac{\nu}{\omega}}$$

où  $\rho_m = \rho_m(P_m; T_m)$  et  $\mu = \mu(T_m)$  (cf. Annexe 6)

$\omega$  est la pulsation fondamentale de l'onde acoustique telle que  $\omega = 2\pi f$  ( $f$  fréquence fondamentale de l'onde acoustique)

Or dans notre cas, le diamètre du résonateur est très grand devant l'épaisseur de couche limite. Les effets visqueux peuvent être négligés et la solution d'onde stationnaire précédemment fournie reste une bonne approximation pour le champ acoustique.

### III.1.2. Cas bidimensionnel du résonateur cylindrique avec effets thermo-visqueux [Hamilton et al 2]

Dans cette section on présente un modèle linéaire de la propagation d'une onde acoustique en géométrie cylindrique, proposé par Hamilton et al [2]. En se plaçant dans le référentiel lié au résonateur, on note  $z$  la coordonnée axiale telle que  $z \in [-\frac{L}{2}; \frac{L}{2}]$  avec  $z=x-L/2$  et  $r = [0; \frac{D}{2}]$  la coordonnée radiale ; soient les composantes de vitesse acoustique (1<sup>er</sup> ordre) axiale et radiale respectivement  $u_z$  et  $u_r$ . L'onde acoustique est le résultat d'une excitation harmonique du résonateur :

$$v(t) = \text{Re}\{v_0 e^{i\omega t}\}$$

$v(t)$  représentant la vitesse avec laquelle on secoue le résonateur.

En outre, on fait les hypothèses suivantes :

- Axisymétrie de l'écoulement
- Adhérence aux parois :

$$\forall r, t \quad u_{r,z}(z = -\frac{L}{2}; r; t) = 0 = u_{r,z}(z = \frac{L}{2}; r; t)$$

$$\forall z, t \quad u_{r,z}(z; r = \frac{D}{2}; t) = 0$$

où  $u_z(z, r, t)$  et  $u_r(z, r, t)$  sont les composantes axiales et radiales de vitesse.

- La température des parois est supposée en équilibre avec celle du gaz contenu dans le résonateur.

En écrivant les variables acoustiques de la vitesse et de la pression respectivement sous la forme

$$P_1(z, t) = \text{Re}\{\tilde{P}(z) e^{i\omega t}\} \quad \text{et} \quad u_{z,r}(z, r, t) = \text{Re}\{\tilde{u}_{z,r}(z, r) e^{i\omega t}\}$$

on obtient alors :

$$\tilde{P}(z) = -i \frac{\omega \rho_m}{\alpha} v_0 \frac{\sinh(\alpha z)}{\cosh(\alpha \frac{L}{2})}$$

$$\begin{cases} \tilde{u}_z(z; r) = v_0 \left( \frac{\cosh(\alpha z)}{\cosh(\alpha \frac{L}{2})} - 1 \right) R_z(r) \\ \tilde{u}_r(z; r) = -\frac{1}{2} f_v \frac{D}{2} \alpha v_0 \frac{\sinh(\alpha z)}{\cosh(\alpha \frac{L}{2})} R_r(r) \end{cases}$$

avec  $\alpha$ ,  $R_z(r)$ ,  $R_r(r)$  et  $f_v$  des fonctions intermédiaires fournies à l'Annexe 6.

Les profils de pression et de vitesse au sein du résonateur cylindrique sont similaires à ceux de la Figure 22, les amplitudes étant différentes.

### III.2. Acoustique faiblement non-linéaire (nombre de Mach $M \ll 1$ ) et écoulements secondaires

Différents phénomènes peuvent être source de « non-linéarités » :

- Les effets visqueux provenant par exemple des frottements aux parois ou existant dans le stack thermoacoustique ; leur importance peut être estimée grâce au nombre de Reynolds acoustique [Menguy et Gilbert]

$$Re = \frac{c^2}{\nu\omega}$$

Dans notre configuration,  $Re \sim 10^6 \gg 1$  globalement ; ils sont donc a priori non négligeables.

- Les effets thermiques avec échanges aux parois tels que le phénomène thermoacoustique le long de la paroi du résonateur, ou l'existence de gradient thermique entre les extrémités du résonateur (d'un côté l'échangeur froid à la température de l'eau de refroidissement, de l'autre le fond du tube thermalisé par la zone de mesure et le hall d'expérimentation). Il devrait donc y avoir génération d'écoulement thermoconvectif venant se superposer à l'écoulement acoustique dans certaines parties du résonateur.
- Les variations de la géométrie, pouvant créer des écoulements secondaires comme des jets en sortie de stack par exemple (Berson et al 1).
- La propagation acoustique qui devient non-linéaire pour des forts niveaux d'intensité acoustique de l'onde. Le nombre de Mach permet de d'estimer le caractère « non-linéaire »

$$M = \frac{u_{1\max}}{c} = \frac{P_{\max}}{\rho_m c^2} \frac{1}{c}$$

Ici  $M$  est de l'ordre de  $10^{-3}$ ,  $10^{-2}$  selon la gamme de paramètres balayés. Cela correspond à une acoustique faiblement « non-linéaire ».

L'écoulement acoustique et les forces de Reynolds (forces visqueuses aux parois) peuvent créer les écoulements secondaires redressés (« streaming »). Ils se superposent à la composante acoustique de premier ordre. Théoriquement, le principal streaming observable dans la configuration de l'étude serait de type Rayleigh. Sa vitesse  $\bar{u}_S$  est de  $10^{-2}$  à  $10^{-3}$  fois l'amplitude de grandeur de la vitesse acoustique d'ordre 1. Rayleigh estime la vitesse de streaming maximale admissible dans un canal (large i.e.  $D \gg \delta_v$ ) par la relation

$$u_{Ra} = \frac{3}{16} \frac{u_{1\max}^2}{c}$$

Dans notre configuration,  $u_{Ra}$  est comprise entre 0,2 et 3 cm/s. En fait, comme déjà présenté dans le chapitre I.2.1.1 du présent rapport, cet écoulement est constitué de 4 cellules de convection principales (streaming de Rayleigh) et de 4 secondaires (cellules de Schlichting) comme représentées à la Figure 23.

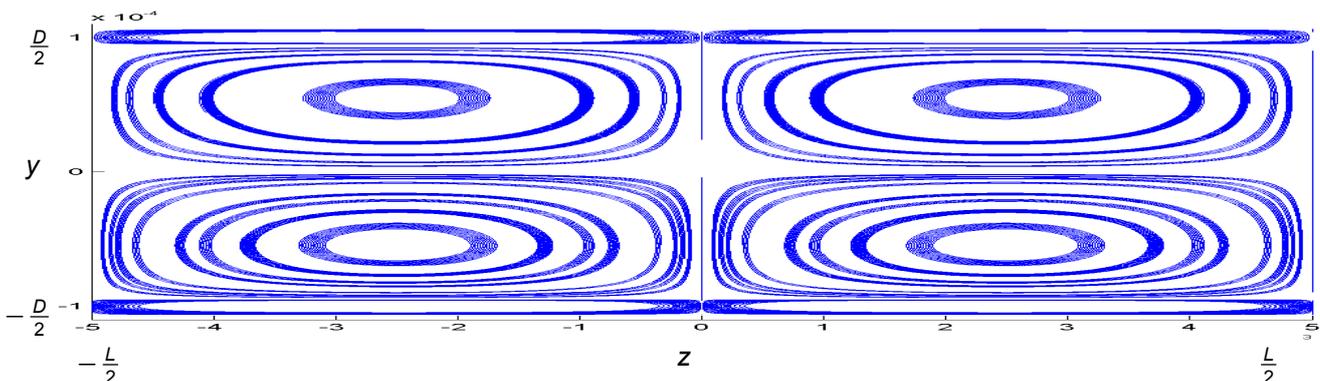


Figure 23 : Lignes de courant par résolution des équations de Hamilton et al 1 dans un résonateur rectangulaire

Dans notre cas, les cellules de couches limites sont inobservables à l'œil nu car  $\delta_v \ll 1$ . Dans le même esprit que pour les équations de la pression et de la vitesse acoustique, Hamilton et al [2] déterminent les composantes de la vitesse de streaming de Rayleigh-Schlichting (i.e. en tenant compte des cellules de couche limite) dans un résonateur cylindrique (équation 122 de leur article) :

$$\bar{u}_{Sz}(z, r) = \bar{U}_z^M(z, r) + \frac{2}{r_0} \left[ 2A_3(z) \frac{r^2}{r_0^2} + A_1(z) \right] \text{ pour la composante en } z$$

$$\bar{u}_{Sr}(z, r) = -\frac{\partial}{\partial z} \left[ \Psi(z, r) + A_3(z) \frac{2r^3}{D} + A_1(z) \frac{2r}{D} \right] \text{ pour la composante radiale}$$

avec  $\bar{U}_z^M$ ,  $A_3$ ,  $A_1$  et  $\Psi$  des fonctions intermédiaires fournies dans l'article (équations 123 à 125 et 120). Le traçage des lignes de courant montre un résultat équivalent à ceux représentés à la figure 23.

Cet écoulement redressé est lié à la composante de vitesse acoustique du mode fondamentale (de premier ordre). Cependant, tout autre mode harmonique ou non peut perturber le streaming « principal », voir en générer un supplémentaire. Menguy et Gilbert semblent montrer que l'effet des harmoniques 2 et 3 est négligeable sur le streaming, dès lors que leur amplitude est inférieure à 20% celle du fondamentale. De plus ils précisent que les vitesses de streaming associé à ces modes décroissent comme le carré de leur amplitude. Un autre effet peut perturber ce streaming principal dit « lent ». Stuart propose l'idée que si le nombre de Reynolds lié au streaming  $Re_s \gg 1$ , les effets inertiels peuvent influencer sur cet écoulement secondaire. Ce Reynolds s'écrit

$$Re_s = \frac{u_s \lambda}{\nu} \sim M^2 Re \gg 1 \text{ pour notre étude}$$

La configuration de l'étude serait donc sous le joug d'un streaming appelé « non-linéaire » [Bertelsen et al 1, Bertelsen 2, Ostrovskii et al]. Menguy et Gilbert montrent que les effets inertiels tendent à légèrement déformer les rouleaux de streaming et modifier leurs amplitudes. Ils introduisent le nombre de Reynolds non-linéaire suivant :

$$Re_{nl} = \frac{M^2}{Sh^2} \quad M = \frac{u_1}{c_0} \quad Sh = \frac{2\delta_v}{\sqrt{2D}}$$

où  $M$  est le nombre de Mach et  $Sh$  le nombre de cisaillement. Pour des  $Re_{nl} \ll 1$ , le streaming est « parabolique » non-déformé. Pour des grands nombres, des dislocations apparaissent sur les cellules.

La limite entre acoustique faiblement et vraiment non-linéaire n'est pas franche. Les écoulements acoustiques ne sont pas à l'abri de la turbulence, surtout lorsque les amplitudes d'oscillations sont grandes (ce qui est le cas de notre étude). Dans le résonateur, certaines régions peuvent ne jamais atteindre de régime turbulent (par exemple près des nœuds de vitesse), d'autres peuvent transiter vers un régime faiblement ou fortement turbulent (vers le centre du résonateur par exemple où les vitesses atteintes sont les plus importantes). Selon les régions, le phénomène de turbulence lui-même peut être présent tout au long du cycle oscillatoire ou apparaître sous forme de bouffées turbulentes suivies de relaminarisation dans le même cycle [Merkli et al]. Un certain nombre d'auteurs se sont intéressés à la question de la transition vers la turbulence ; Merkli et al précisent que ces auteurs s'accordent à dire que cette transition est un événement local, tant que l'épaisseur de couche limite visqueuse acoustique (§III.1.1) est faible comparée aux autres dimensions, notamment le diamètre du tube. La transition est gouvernée par le nombre de Reynolds local basé sur l'épaisseur de couche limite [Merkli et al] :

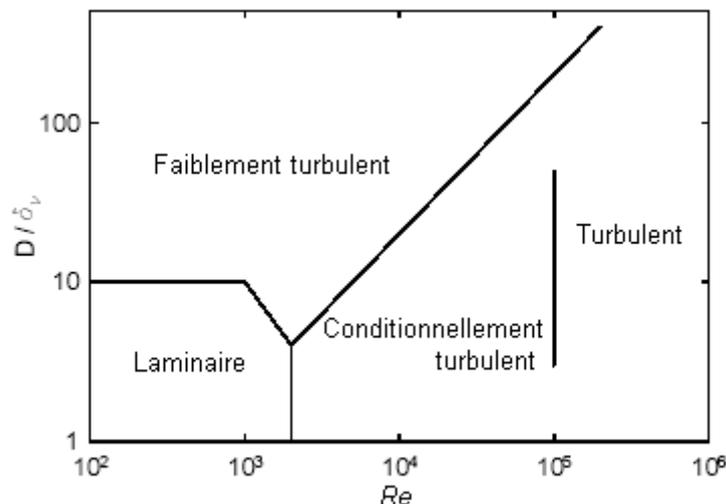
$$Re_{\delta} = \frac{\sqrt{2}u_1}{\sqrt{\nu\omega}}$$

où  $u_1$  est la vitesse acoustique la plus grande localement. Cependant les valeurs de seuil fournies dans la littérature sont disparates ; Merkli et al rappellent dans leur conclusion les valeurs obtenues pour les travaux cités : de 150 pour Pélissier à 800 pour Li, en passant par 400 pour Merkli et al.

Pour traiter de la turbulence dans les systèmes thermoacoustiques, Swift utilise plutôt le nombre de Reynolds basé sur le diamètre  $D$  du tube et le rapport entre celui-ci et l'épaisseur de couche limite visqueuse  $\delta_v$  :

$$Re = \frac{u_1 D}{\nu} \qquad \frac{D}{\delta_v}$$

avec  $\nu$  la viscosité cinématique (Annexe 6). La Figure 23bis est tirée de [Swift] et présente les 4 régimes d'écoulements selon ces deux nombres adimensionnels.



*Figure 23bis : [Swift] Limites approximatives entre les régimes d'écoulements oscillants pour un tuyau circulaire lisse, comme fonction du nombre de Reynolds maximal et du rapport diamètre-épaisseur de couche limite visqueuse. Adapté de [Iguchi et al]*

La turbulence en elle-même peut perturber énormément le streaming en le déformant et en détruisant sa structuration symétrique (Figure 23), comme le montre Merkli et al, Yano ([Yano, Yano 2]) et Yazaki. Elle peut aussi faire apparaître des tourbillons du à la déstabilisation de la couche limite par exemple. Et ces tourbillons pourraient avoir leur dynamique propre.

Dans la configuration du laboratoire, les effets « non-linéaires » n'étaient jusqu'à présent étudiés qu'à l'aide de données de pression pariétales, de températures ou de vitesses obtenues par fil chaud qui se révèle mal adapté pour les écoulements pulsés [Berson]. Merkli et al remarquent que l'existence de tourbillons près des parois n'est pas révélée par les mesures de pression normale à la paroi. Il est donc nécessaire d'accéder aux données de vitesse et ce grâce à la PIV : elle permet d'accéder à des données nombreuses et fiables mais cela nécessite l'application de traitement lourd et le développement de méthodologies d'acquisition et d'analyse, parfois indissociables.

## IV. Méthodologies de l'analyse des données expérimentales

### IV.1. Méthodologie commune à toutes les séries de mesures

Les quelques traitements du signal appliqués à la pression ne seront pas considérés dans ce document. Ils concernent le calcul des spectres de puissance et des spectrogrammes. Pour en connaître le détail, il faut se référer au document [Debesse]. La Vélocimétrie par image de particule suppose l'acquisition d'une succession d'images ou de paires d'images. Afin d'être utilisées de manière optimale, un prétraitement est nécessaire. S'ensuit le calcul par flot optique qui permet d'accéder aux vitesses de déplacements des traceurs. Des post-traitements sont ensuite nécessaires pour extraire de manière optimale les données de vitesse acoustique et les champs moyens. Ils sont présentés dans ce qui suit.

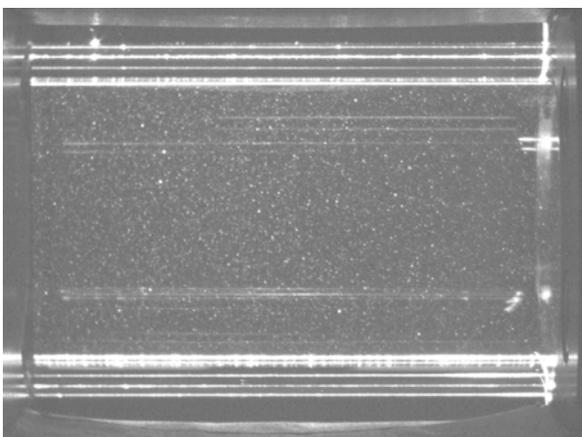
#### IV.1.1. Prétraitements en vue de l'application du flot optique

La première étape après acquisition d'une série d'images consiste à vérifier l'absence d'images identiques ou noires résultant d'une défaillance de la capture, la bonne qualité optique des prises de vue (bonne focalisation des particules, cadrage...).

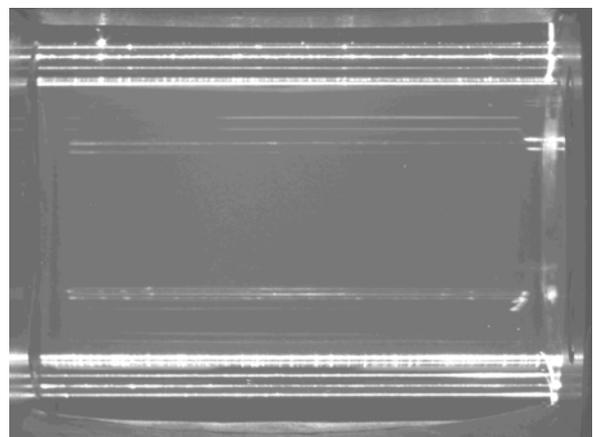
Les réflexions aux parois ou au niveau de l'écoulement, les zones ne contenant pas de particules, du « bruit » éventuel dans l'image, peuvent perturber le calcul des champs de vitesse en provoquant l'apparition de vecteurs faux. Ces défauts sont réduits ou éliminés en effectuant une opération de soustraction d'image puis de rognage. Enfin un filtrage passe-haut des images est fait.

##### IV.1.1.1 Soustraction d'images

La méthode consiste à obtenir une image sans particule mais avec l'ensemble des « parasites » optiques à éliminer, puis à la soustraire à chaque image avec particules. Traditionnellement, cette image est obtenue en photographiant la zone de mesure avant l'ensemencement. Dans notre situation expérimentale, les réflexions et le bruit augmentent avec le temps et cette méthode ne donne pas de bons résultats. La solution adoptée consiste à prendre l'ensemble des images avec particules illuminées par le même flash laser (cf. N.B. à la fin du paragraphe) et à les moyenner ; ce processus permet de faire disparaître les particules tout en faisant ressortir le bruit. L'image obtenue (Figure 25) est soustraite ensuite à chacune d'entre elle (exemple à la Figure 24).



*Figure 24 : Image brute avec particules (contraste et luminosité à 75% pour les besoins du rapport)*



*Figure 25 : Image de soustraction (contraste et luminosité à 75% pour les besoins du rapport)*

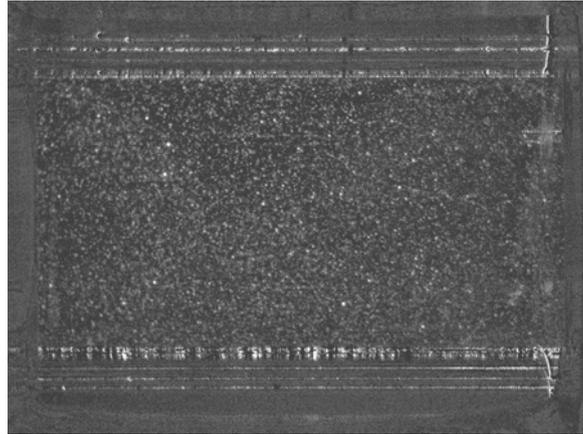


Figure 26 : Image de la Figure 24 soustraite avec celle de la Figure 25 (contraste et luminosité à 75% pour les besoins du rapport).

Un gamma de 2 est systématiquement appliqué sur les images obtenues après soustraction (exemple à la Figure 26). Notons que la correction gamma  $\gamma$  appliquée à une image permet d'éclaircir ( $\gamma > 1$ ) ou d'obscurcir ( $\gamma < 1$ ) les tons moyens par rapport aux tons très foncés ou très clairs.

N.B. : Une série de mesures est constituée en général d'images alternativement illuminées par la première cavité laser puis la seconde (constitution de paires d'images). Bien que les puissances lumineuses des deux lasers soient à peu près équivalentes, il existe toujours des différences. Dans ce cas de figure, on conserve deux images de soustraction.

#### **IV.1.1.2 Choix de la zone d'image pertinente**

Il permet d'éliminer les parties inutiles de l'image comme les zones sans particules. Il est rendu difficile par la présence des réflexions aux bords et d'effets optiques particuliers (effet de loupe). La connaissance du diamètre interne réel du tube ne suffit pas à repérer les limites inférieures et supérieures avec précision. Effectivement les effets de dioptrie (Annexe 5) dus à la courbure du verre donnent un diamètre apparent sur l'image. Le rognage est donc réalisé a priori avant le calcul des vitesses. Son efficacité et la pertinence du choix de la zone d'intérêt sont vérifiées a posteriori lors du post-traitement : le diamètre apparent est mesuré sur l'image, la correction de dioptrie lui est appliquée pour obtenir le diamètre réel qui lui correspond, valeur comparée avec sa valeur théorique qui a servi au calcul de correction de dioptrie.

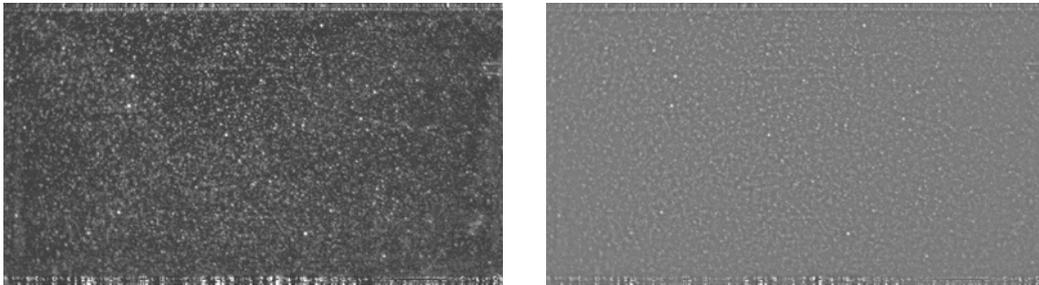
#### **IV.1.1.3 Filtrage « passe-haut »**

Le programme de calcul par flot optique est optimal si les deux images de PIV ne présentent pas de variation d'intensité lumineuse et si l'homogénéité de chaque image est suffisante. Celles-ci peuvent être globales (dus à une différence de puissance entre deux pulses laser) ou locales (étalement non uniforme des nappes laser, zones d'ombre créées par un obstacle absorbant...). Les variations de dynamique globale sont gérées par le programme de flot optique (cf. plus loin). Le programme « Highpass » permet de corriger les différences de dynamique locale. Sans rentrer dans les détails, Highpass travaille sur des moyennes et des écarts-types calculés aux voisinages des pixels de chaque image. Il tente de les uniformiser ensuite au sein d'une image puis entre chaque image. Ce programme est paramétré par un jeu d'option qui doit être optimisé par l'opérateur. Ici, ces valeurs de paramètres ont été établies telle que :

-SMO 16 -SIGMIN 2.0

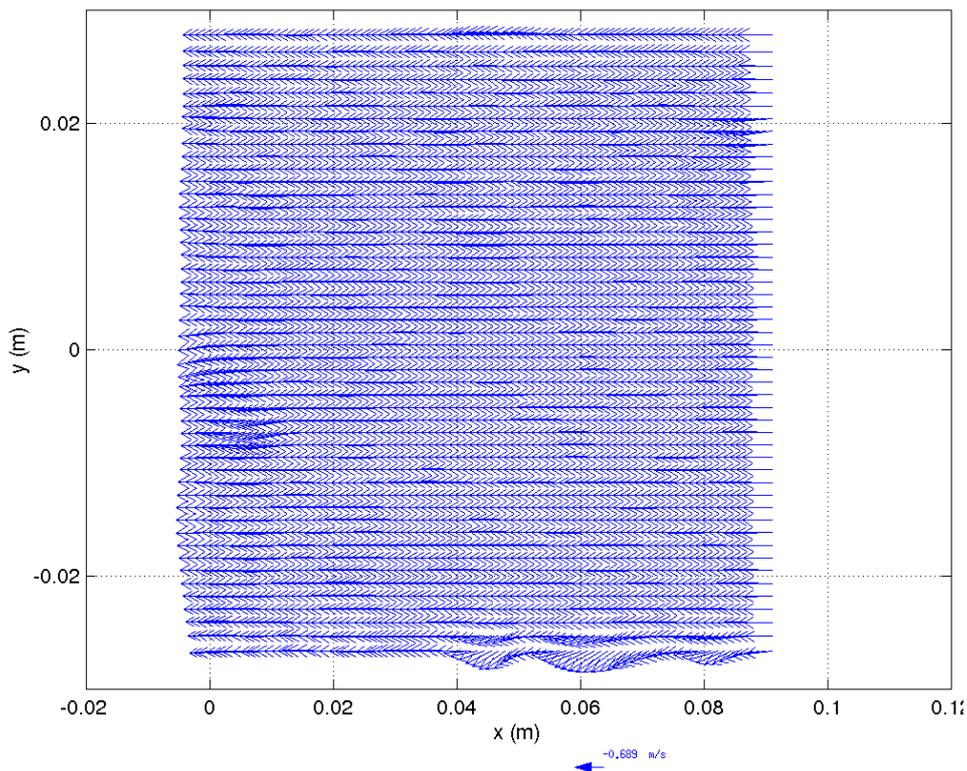
- où
- SMO gère la taille de fenêtre du filtrage (dans laquelle les opérations de moyennes, écarts-types, etc. sont effectuées)
  - SIGMIN gère le niveau de bruit à ne pas amplifier

La figure 27 montre à gauche une image rognée, soustraite, avec application d'un gamma de 2 ; à droite le résultat du filtrage par Highpass -SMO 16 -SIGMIN 2.0.



*Figure 27a : A gauche, image prétraitée avant application du Highpass (contraste et luminosité à 75% pour les besoins du rapport) ; à droite, la même après filtrage Highpass (contraste à 75% pour les besoins du rapport)*

L'application du Highpass permet, par exemple, de corriger les effets de bords éventuels dus aux réflexions. Les Figures 27b et 27c présentent un exemple de deux champs de vecteurs vitesse calculés par flot optique, dans la zone de mesure PIV. Celui de la 27b est issu de deux images sans filtrage passe-haut, celui de la 27c avec Highpass.



*Figure 27b : Champ de vecteurs vitesse sans prétraitement Highpass*

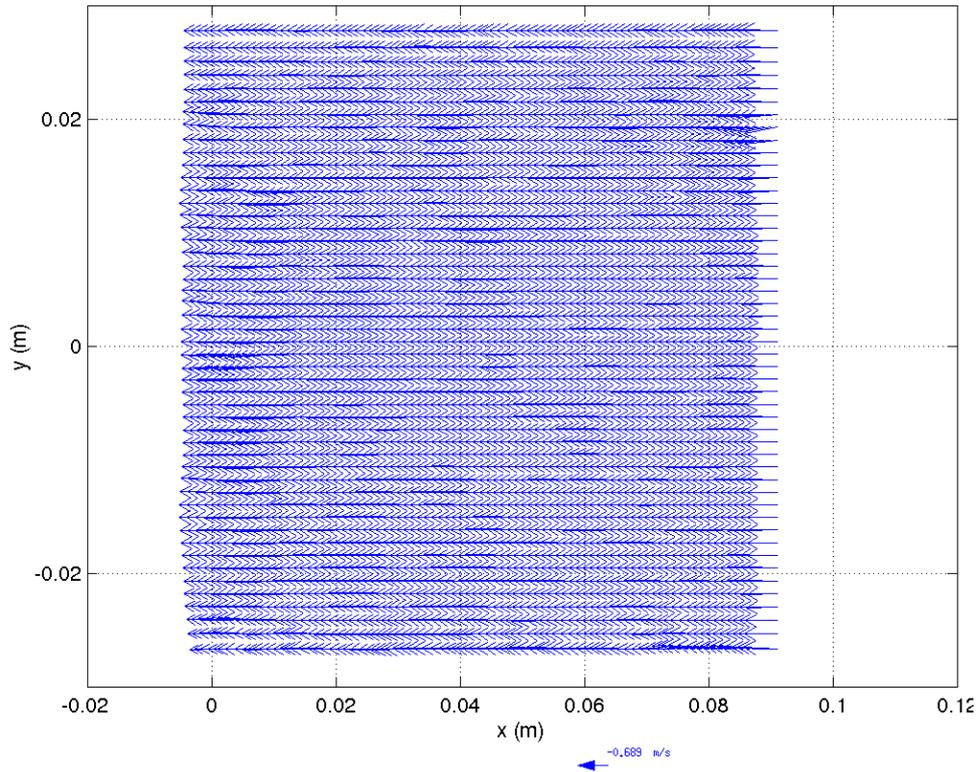


Figure 27c : Champ de vecteurs vitesse avec application du Highpass

#### IV.1.2. Calcul des champs de déplacements par flot optique

Le calcul du flot optique permet d'extraire des champs de déplacements de particules à partir d'une séquence d'images. Il pose l'hypothèse que l'intensité est conservée au cours du déplacement. C'est ici que prend tout l'intérêt de l'usage du filtrage Highpass. Nous verrons plus tard, dans la partie résultats, que cette hypothèse n'est pas forcément vérifiée à 100% car un écoulement faiblement tridimensionnel tend à déplacer transversalement certaines particules dans la nappe ; leur intensité diffusée change donc d'une image à l'autre. Cependant, l'expérience montre que cela reste sans influence notable sur la qualité des résultats.

Le programme qui assure le calcul de flot optique est « Opflow ». Il a été développé au laboratoire par Quénot [1]. Il est basé sur la programmation dynamique [Laurière, Quénot 2 §1.3.2]. Il recherche des approximations successives d'un champ de déplacements entre deux images  $A$  et  $B$  (ou plus), en minimisant la distance de Minkowski ( $n=1$  ou  $2$ ) mesurée entre elles :

Distance de type Minkowski entre deux images  $N \times M$ ,  $A=(a_{ij})$  et  $B=(b_{ij})$  avec  $0 \leq i \leq N$  et  $0 \leq j \leq M$

$$d(A,B) = \left( \sum_i \sum_j |a_{ij} - b_{ij}|^n \right)^{\frac{1}{n}}$$

Lors du calcul de déplacement, Opflow respecte des contraintes de continuité et de régularité. La recherche d'une distance minimale en 2D est un problème mal posé, d'où la nécessité de se ramener à un problème 1D. Les images sont donc découpées en bandes parallèles et semi-recouvrantes. La programmation dynamique permet d'optimiser l'alignement de chaque bande de l'image  $A$  avec celle qui lui correspond dans l'image  $B$ . Les itérations se font alternativement avec des découpages horizontaux et verticaux. A chaque étape, la largeur et l'espacement des bandes sont réduits. La correction du champ de déplacements se fait donc alternativement sur les composantes horizontales et verticales, avec une résolution de plus en plus fine.

Ce programme offre certains avantages par rapport aux méthodes de corrélation classiquement utilisées en PIV :

- Il permet, par propagation des contraintes de continuité et de régularité, d'estimer les déplacements dans les régions ambiguës ou contenant de faible densité de particule, si leur extension spatiale est faible.
- Les calculs sont réalisés dans des bandes « élastiques » plutôt que dans des blocs rigides comme c'est fait classiquement ; la précision est fortement améliorée dans les régions à fort gradient de déplacements (vitesse).
- Il améliore la résolution spatiale par rapport à la corrélation classique
- Il offre une précision sous-pixel des déplacements (jusqu'à  $\frac{1}{181}$ <sup>ème</sup> de pixel)
- Il se révèle réduire considérablement l'apparition de vecteurs de déplacement faux, pour de nombreux cas de mesure.

Une des limites de cette approche réside dans une possible pollution des zones bienensemencées par celles qui ne le sont pas. Cependant en pratique, la contamination du champ de vitesse est faible et n'excède pas 2 à 3 pixels.

De nombreux paramètres permettent de contrôler Opflow. Voici le type de paramétrage utilisé :

-WIN 0.25 -SPW 1 -SMO 4.0 -EPS 4.0 -ESMO 16 -ENW 4 -MB 6 -EIT 15 -GOA

- où
- WIN : gère la largeur de la fenêtre de recherche, contrôle le compromis entre temps de calcul et amplitude de la recherche du déplacement ; des valeurs plus élevées sont conseillées pour les forts déplacements et/ou fortes distorsions.
  - SPW et -ENW : gèrent tous deux la largeur des bandes mais -SPW joue aussi sur leur espacement et offre le même type de contrôle de compromis que -WIN ; -ENW autorise un contrôle de compromis entre la précision, la résolution et la robustesse : des valeurs élevées donnent plus de robustesse au détriment de la précision et/ou moins de résolution spatiale, assure plus ou moins un lissage des fluctuations.
  - SMO et -ESMO assurent le lissage des champs entre itération ; offre le même contrôle de compromis que -ENW.
  - EPS : paramètre la pénalité de distorsion pour la programmation dynamique ; même compromis que -ENW.
  - MB : nombre d'étapes d'étalement spectral, associé à la texture de l'image et à la bonne identification des particules.
  - EIT : nombre d'itérations supplémentaires pour l'affinage (en cave) de l'évaluation sous-pixel du déplacement, c'est à dire la résolution qui est donnée par  $\frac{1}{\sqrt{2}^{EIT}}$
  - GOA : normalisation globale de gain et d'offset des images

Une soixantaine de tests ont été réalisés afin d'optimiser le paramétrage donné ci-dessus. La figure 27d donne un exemple de la sensibilité au paramètre -WIN sur la qualité des vecteurs vitesse. Ceci est normal car ce paramètre conditionne la valeur initiale de déplacement transmise à l'algorithme de minimisation. Si le déplacement initial est inférieur au déplacement réel entre les 2 images, l'algorithme ne peut converger.

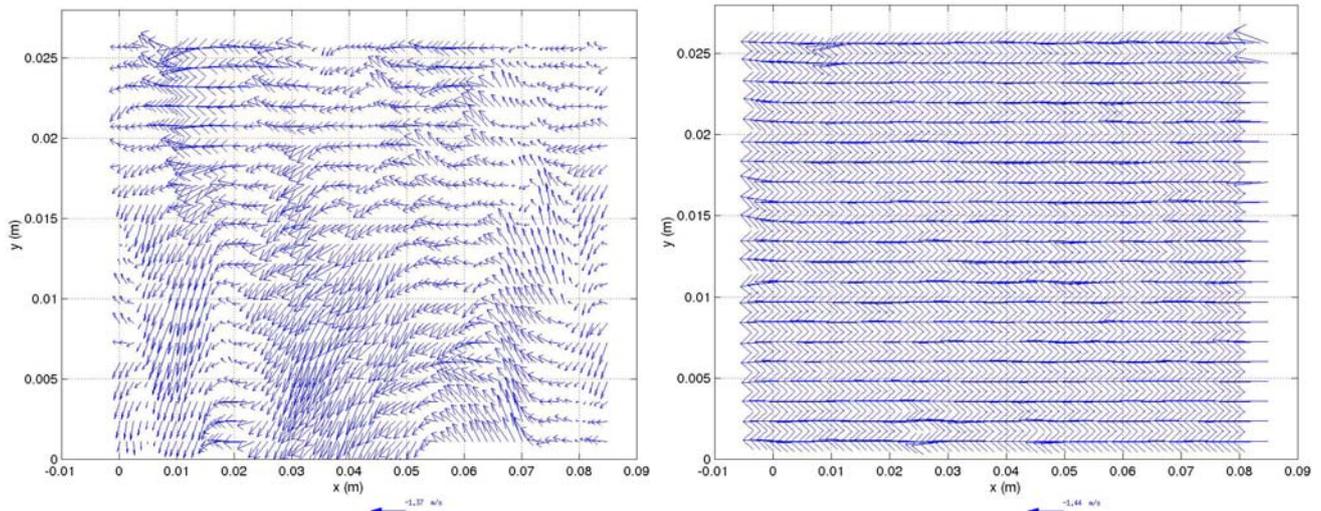


Figure 27d : Champs de vecteurs vitesse calculés sur une zone restreinte de la zone de mesure, à partir de la même paire d'images PIV ; à gauche, calcul par Opflow avec paramétrage  $-WIN 0.125$ , à droite  $->WIN 0.7$

### IV.1.3. Correction liée à la dioptrie

Comme il a déjà été mentionné, la courbure de la zone de mesure déforme les déplacements verticaux des particules. Une correction systématique des déplacements est nécessaire après l'étape de calcul par flot optique. Cette correction est détaillée à l'Annexe 5. La Figure 28 montre l'évolution de la distance apparente  $r_a$  mesurée à partir du centre du tube, en fonction du rayon réel  $r$ .

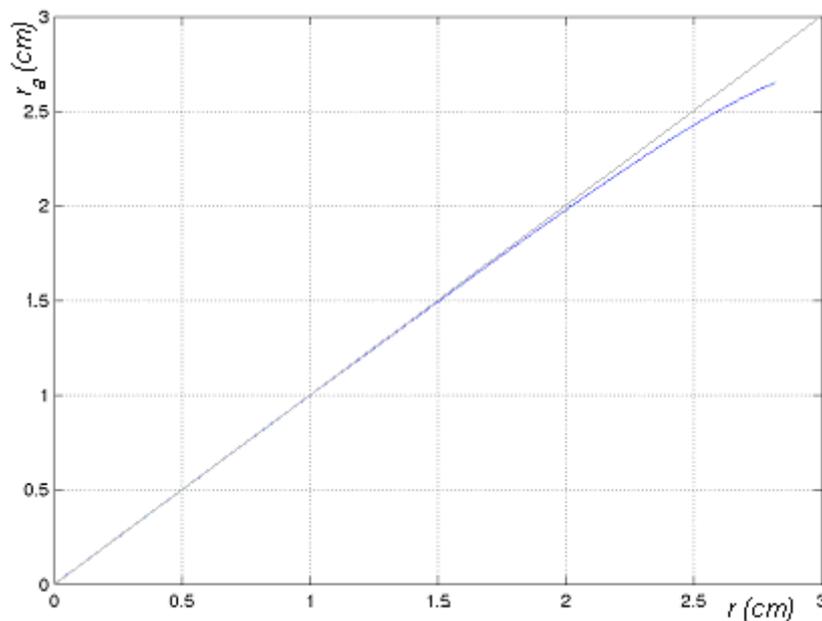


Figure 28 : Evolution du rayon/déplacement apparent  $r_a(r)$

La déformation est bien entendu inexistante au centre et maximale en proche paroi, où la sous-estimation du déplacement radial atteint les 5,9%.

#### IV.1.4. Les problèmes de convergences statistiques pour le calcul des champs moyens

Parmi les écoulements non-linéaires à observer potentiellement dans notre système, figurent ceux de type streaming de Rayleigh. Ils sont constants dans le temps et se superposent au champ acoustique, de moyenne nulle par définition. Nous allons donc chercher à calculer la moyenne temporelle d'un certain nombre d'échantillons de vitesse  $U(\bar{x}; t)$  acquis expérimentalement. Quel serait l'ordre de grandeur de ce nombre d'échantillons pour obtenir une information statistiquement représentative ? Notons que la présente étude est très éloignée des conditions statistiques généralement rencontrées en turbulence (fluctuations  $\sim 10\%$  de la moyenne). Ici la grandeur la plus importante est la fluctuation de vitesse induite par l'onde acoustique. La fluctuation représente 1000% de la moyenne. Il est donc indispensable d'évaluer la convergence des moyennes d'échantillonnage.

Considérons une population aléatoire de  $N_{tot}$  éléments de champs instantanés de vitesse  $U(\bar{x}; t)$ , de moyenne temporelle  $\langle U(\bar{x}; t) \rangle_t = m$  et d'écart-type  $\sigma$  inconnus. Nous voulons estimer  $m$  et  $\sigma$  par des moyennes d'échantillons.

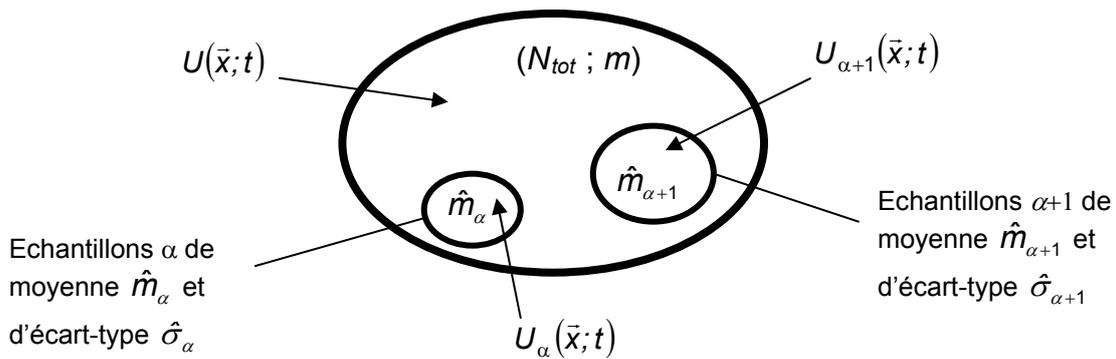


Figure 29 : Schéma représentatif d'une famille complète et de sous-familles

En pratique, nous allons extraire plusieurs échantillons ( $\alpha, \alpha+1, \dots$ ), car la population complète des  $U(\bar{x}; t)$  est inaccessible. Nous calculons des moyennes d'échantillon de taille  $N_\alpha$ , avec  $1 \leq \alpha \leq I$ .  $I$  est le nombre total de moyenne d'échantillon ; posons  $U_\alpha$  les éléments de l'échantillon  $\alpha$ ,  $\hat{m}_\alpha$  sa moyenne et  $\hat{\sigma}_\alpha$  son écart-type. Nous avons :

$$m = \frac{1}{N_{tot}} \sum_{k=1}^{N_{tot}} U(\bar{x}; t_k) \qquad \hat{m}_\alpha = \frac{1}{N_\alpha} \sum_{k=1}^{N_\alpha} U_\alpha(\bar{x}; t_k)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N_{tot}} \sum_{k=1}^{N_{tot}} [U(\bar{x}; t_k) - m]^2} \qquad \hat{\sigma}_\alpha = \sqrt{\frac{1}{N_\alpha} \sum_{k=1}^{N_\alpha} [U_\alpha(\bar{x}; t_k) - \hat{m}_\alpha]^2}$$

L'écart des  $\hat{m}_\alpha$  à  $m$  est défini par l'erreur-type de la moyenne  $\sigma_I = \sqrt{\frac{1}{I} \sum_{\alpha=1}^I (\hat{m}_\alpha - m)^2}$ . Le but étant d'avoir

$\lim_{N_\alpha \rightarrow \infty} \sigma_I = 0$ ,  $\sigma_I$  et  $\sigma$  sont reliés par la propriété suivante :

$$\sigma_I = \frac{\sigma}{\sqrt{N_\alpha}}$$

En pratique, on cherche  $N_\alpha$  assez grand pour  $\sigma_I \ll m$ .

Les ordres de grandeur possibles pour la vitesse de streaming et acoustique dans notre configuration sont  $u_{Ra} = m = 1$  mm/s et  $u_{1max} = 1$  m/s, soit l'écart maximal à la moyenne :

$$\sigma_{max} = u_{max} - m \approx 10^3 \times m.$$

On veut que l'erreur-type de la moyenne  $\sigma_I$  reste inférieure à 1% de la moyenne,  $\sigma_I \leq \frac{m}{100}$  :

$$\text{Or } \sigma_I \leq \frac{\sigma_{max}}{\sqrt{N_\alpha}} = \frac{10^3}{\sqrt{N_\alpha}} m \text{ donc } \frac{10^3 m}{\sqrt{N_\alpha}} = \frac{m}{100} \Rightarrow N_\alpha = 10^{10}$$

Cet échantillonnage est inatteignable ici.

L'erreur de point de vue commise précédemment est de considérer la fluctuation périodique de l'onde acoustique comme une fluctuation aléatoire. Il faut donc tenir compte de la propriété de périodicité de l'écoulement. Il est possible de disjointer la partie périodique de la vitesse car elle est à moyenne temporelle nulle sur un nombre entier de périodes. En moyennant sur des périodes acoustiques ou en réalisant des moyennes de phases, on obtient des fluctuations de vitesse non périodiques beaucoup plus faibles autour de  $m$ . L'écoulement moyen recherché est par définition permanent. Les fluctuations résiduelles après suppression de l'onde périodique ont pour origines le bruit de mesure ou des termes non-linéaires de 2<sup>ème</sup> ordre. Choisir comme ordre de grandeur 10% de la moyenne est un fort majorant de ces fluctuations et donc de  $\sigma_I$ .

$$\sigma \approx 10\% \times m \Rightarrow \sigma_I = \frac{m}{10\sqrt{N_\alpha}} = \frac{m}{100} \Rightarrow N_\alpha = 100$$

La convergence statistique est donc théoriquement plus rapide.

#### IV.1.5. Différentes méthodologies dans l'acquisition des données de vitesse et d'extraction de la moyenne

Il est théoriquement vérifié que nous pouvons accéder aux informations qui nous intéressent, par l'obtention d'un nombre raisonnable d'échantillons. Maintenant, nous avons à notre disposition plusieurs méthodologies d'acquisitions de champs de vitesse acoustique et moyenne. Chacune est associée aux 4 procédures d'acquisitions de données présentées dans le chapitre II. Rappelons-les, elles se décomposent en deux familles : celles sans référence de phase, et celles avec référencement à un signal périodique. Une description sommaire est entreprise ici et détaillée avec le post-traitement complet dans les deux gros chapitres suivants.

##### IV.1.5.1 Sans référence de phase (associée à la Procédure n°1)

Cette méthodologie consiste à acquérir les champs de vitesse de manière pseudo-aléatoire, sous-entendu à des phases quelconques du cycle acoustique mais à une cadence d'acquisition fixe ( $f_{acq} = 10$  Hz). La capacité de stockage disponible nous permet de dépasser largement  $N_\alpha = 100$  ; la convergence des moyennes devrait donc être a priori respectée, ce que confirmera l'expérience.

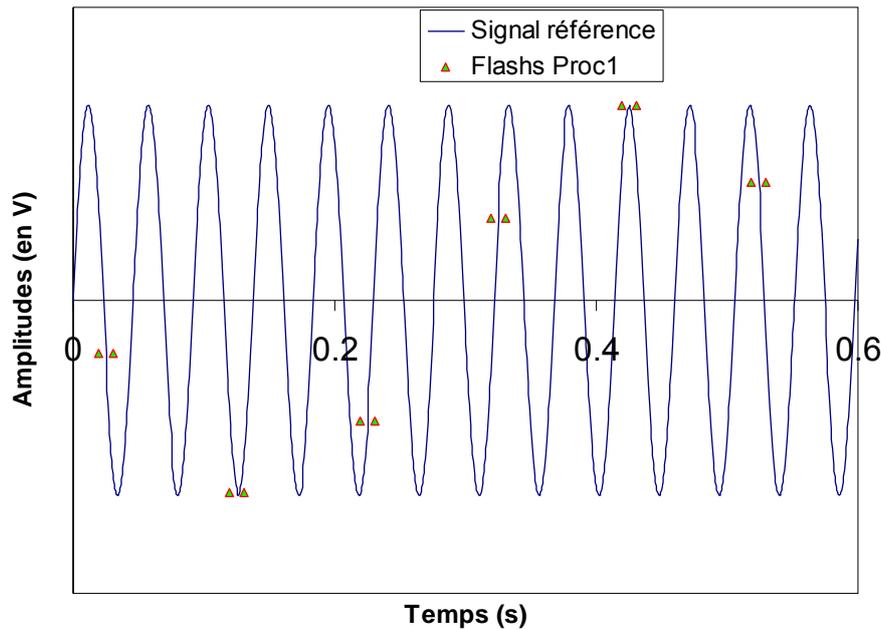


Figure 30 : Schéma de déclenchement électronique Procédure n°1

Le signal de référence est la pression (en bleu sur Figure 30) mais il NE sert PAS à déclencher les paires de flashs laser (en vert sur la Figure 30). Il sert uniquement à repérer les instants de déclenchements et faire une correspondance entre amplitude de pression acoustique et vitesse. Les deux flashs sont séparés par  $\Delta t_p = 2\text{ms}$  (dans la majeure partie des cas). Opflow permet de calculer des champs de déplacements compris dans une gamme allant de la précision sous-pixel ( $1/181^{\text{ème}}$ ) jusqu'à des « grands » déplacements ( $\sim 50$  pixels voir plus). Le temps inter-flashs d'une même paire est favorable pour le calcul de ces champs de déplacement. Le temps de déclenchement entre deux paires est d'un peu plus de deux périodes acoustiques dans notre cas (cadence maximale du laser et des caméras). Nous obtenons donc des champs instantanés de vitesse pour différentes phases désordonnées. Une moyenne temporelle fournit le champ spatial moyen.

#### IV.1.5.2 Avec référence de phase

Toutes ces méthodologies font bénéficier les résultats de la convergence statistique évoquée auparavant.

##### IV.1.5.2.1 Méthodologie associée à la Procédure 2

Ici, la méthodologie consiste à synchroniser l'acquisition des paires de prises de vue callée sur une phase choisie du champ de pression de référence (Figure 31).

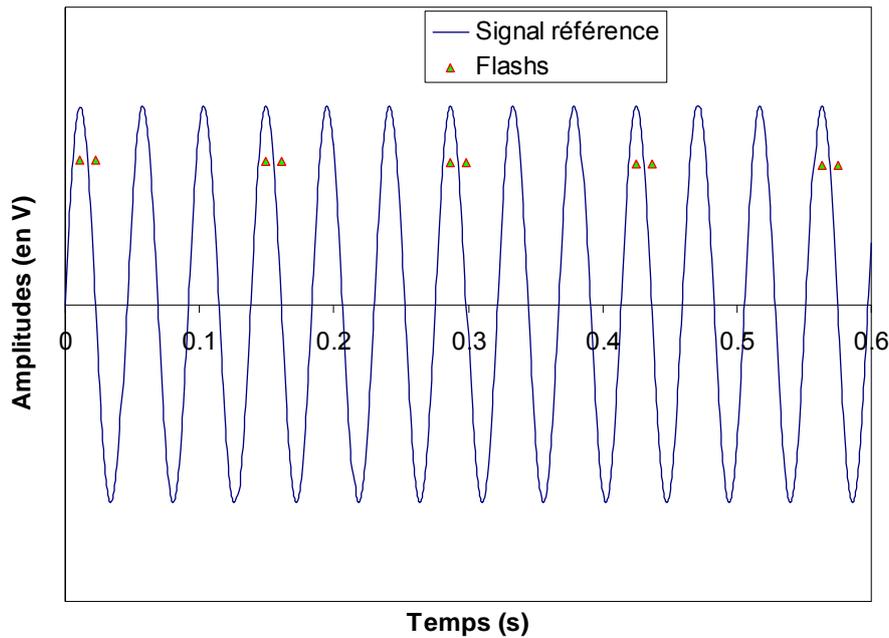


Figure 31 : Schéma de déclenchement électronique Procédure n°2

Le temps inter-prises de vue dans une même paire est toujours  $\Delta t_p = 2\text{ms}$ . Le temps de déclenchement entre paires est quand à lui d'au moins 3 périodes incompressibles. Une série de mesures est faite à une même phase. La moyenne de ces échantillons donne la valeur du champ de vitesse à une phase acoustique donnée (déterminée toujours à partir du signal de pression). La même opération est réalisée pour d'autres phases de pression : 16 pour ce qui nous concerne. La moyenne des moyennes sur les 16 phases de décomposition de la période acoustique permet d'obtenir le champ spatial moyen.

#### IV.1.5.2.2 Méthodologie associée à la Procédure 3

Elle est équivalente à la procédure 2 sauf qu'une seule image est acquise de manière synchronisée à une phase donnée de pression (Figure 32).

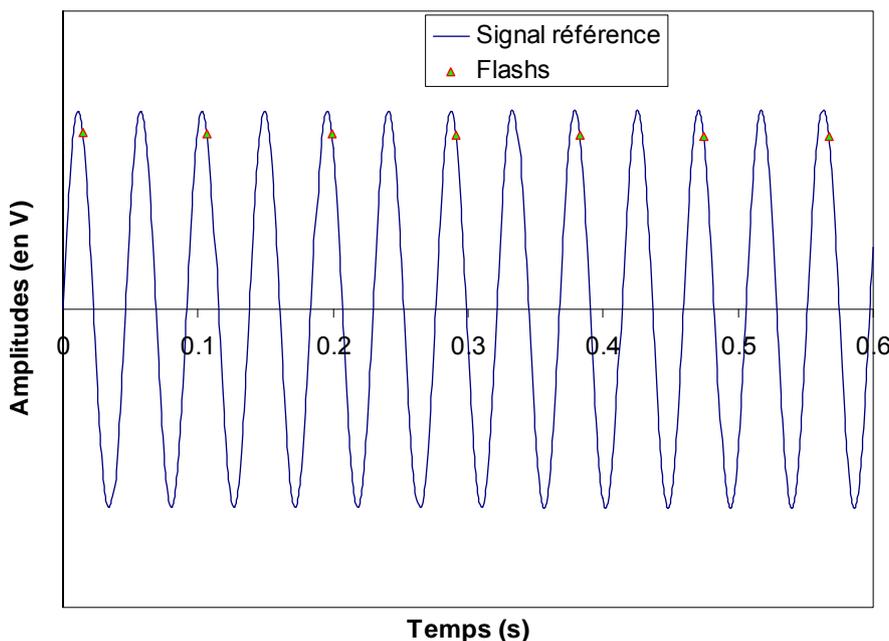


Figure 32 : Schéma de déclenchement électronique Procédure n°3

Ici, le nombre minimum de périodes acoustiques entre chaque pulse est 2. Dans un écoulement oscillatoire purement périodique, les particules dans l'écoulement à un temps  $t$  (une phase  $\varphi$ ) doivent se retrouver, après une oscillation, à leur même position au temps  $t+1/f$  (une phase  $\varphi+2\pi$ ), et cela pour tout  $t$ ; autrement dit, les images doivent être identiquement équivalentes. Si du streaming apparaît, c'est-à-dire qu'un écoulement secondaire à moyenne temporelle non nulle (de vitesse  $u_s$ ) se superpose à la composante oscillante (de moyenne nulle), alors les particules se seront déplacées entre le temps  $t$  et  $t+1/f$  d'une distance  $u_s \frac{1}{f}$ . Le calcul du champ de vitesse par Opflow devrait nous fournir directement le champ moyen de vitesse.

#### IV.1.5.2.3 Méthodologie associée à la Procédure 4

Elle diffère de la procédure n°2 uniquement par le temps  $\Delta t_p = \frac{1}{f}$  (Figure 33).

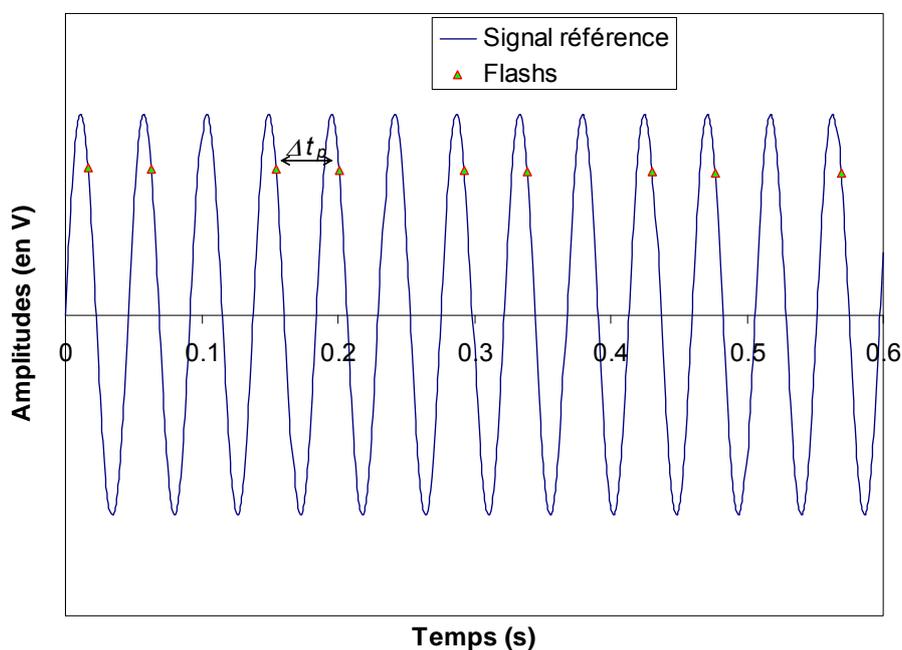


Figure 33 : Schéma de déclenchement électronique Procédure n°4

L'électronique ne permet pas de déclencher l'acquisition à une même phase et une seule période d'écart (au minimum deux ou trois selon la procédure). Cependant, il est possible d'imposer une acquisition de deux images séparées par une unique période acoustique, chaque couple restant synchronisé sur le signal de référence. Il est alors possible d'extraire directement la vitesse moyenne entre les instants séparés d'une unique période. Mais, cela implique de poser l'hypothèse que la fréquence du signal de pression acoustique n'évolue quasiment pas au cours du temps.

Les cycles de vitesse acoustique ont été reconstruits à partir des données acquises via les procédures. Ces résultats ont été comparés avec la théorie linéaire pour valider celles-ci. Les champs de vitesse moyenne ont été calculés le cas échéant. Le détail de l'ensemble des calculs est précisé ci-après.

## IV.2. Reconstruction sans référence de phase

Ici toutes les données sont acquises sans calage sur une phase quelconque. Nous disposons donc, après calcul par flow optique des champs PIV, d'une série de champs spatiaux et instantanés de vitesse

$$\vec{V}(x, y, t) \text{ avec } x \in [0, L_{PIV}], y \in [-R_i, R_i] \text{ et } t \in [0, t_{max}]$$

Pour rappel,  $L_{PIV} \sim 10\text{cm}$ ,  $R_i \sim 2,815\text{cm}$ ,  $t_{max}$  est de l'ordre de 100s pour un grand nombre d'acquisitions, ce qui permet d'obtenir un échantillonnage de 1000 champs. La figure 34 donne un exemple de champ.

Outre l'obtention des champs moyens, nous voulons comparer les amplitudes de vitesses acoustiques avec les valeurs théoriques et reconstruire l'évolution en phase du cycle acoustique. Dans l'ensemble de ce document, le terme de « cycle acoustique » représente l'évolution de la vitesse ou de la pression sur une période acoustique (sur  $[0, T_i]$  en temps,  $[0, 2\pi]$  ou  $[-\pi, \pi]$  en phase).

### IV.2.1. Extraction de la partie purement acoustique

L'exploitation des données en vue d'une comparaison directe avec la théorie acoustique s'opère en plusieurs étapes. La première étape consiste en une réduction de l'information, sous-entendu ramener un ensemble de données spatiales en une seule information moyennée, plus facile à manipuler. La deuxième étape est la séparation entre la vitesse instationnaire et les vitesses moyennes. La troisième est l'extraction des données propres au système acoustique telles l'amplitude de vitesse ou la longueur d'onde par exemple.

#### IV.2.1.1 Réduction de l'information

Chaque champ est moyenné spatialement dans une zone restreinte de la fenêtre de mesure (appelée « Zr » par la suite, cf. figure 34). La raison en est que l'on cherche à s'affranchir de l'influence éventuelle des parois.

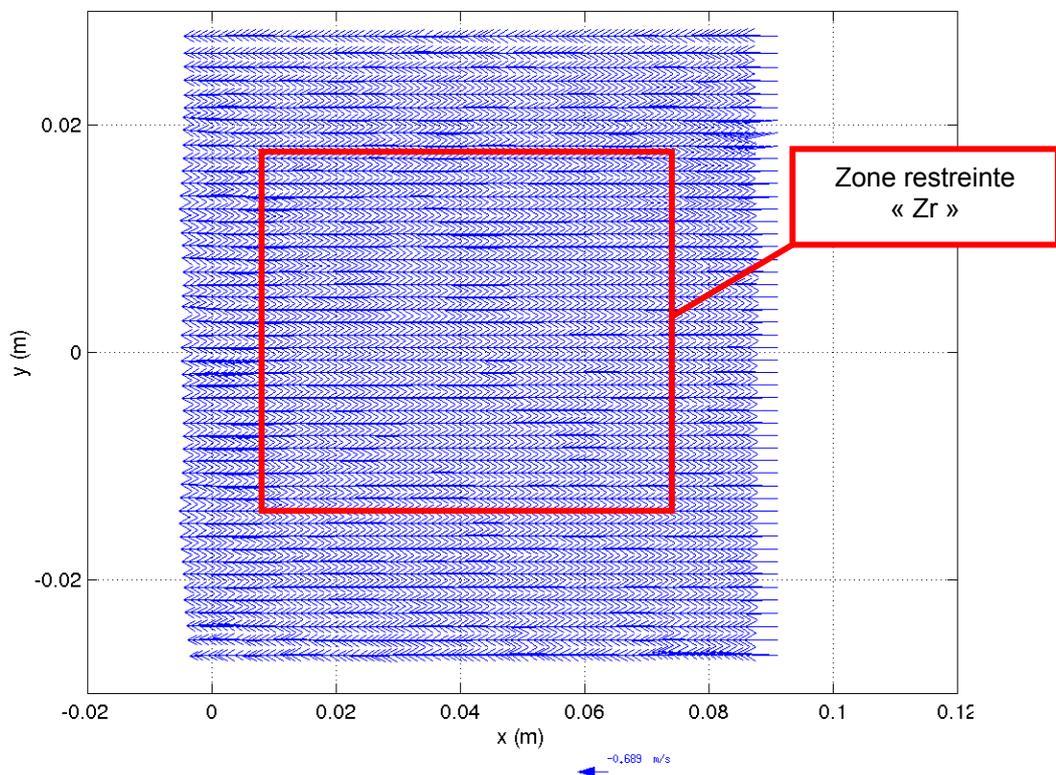


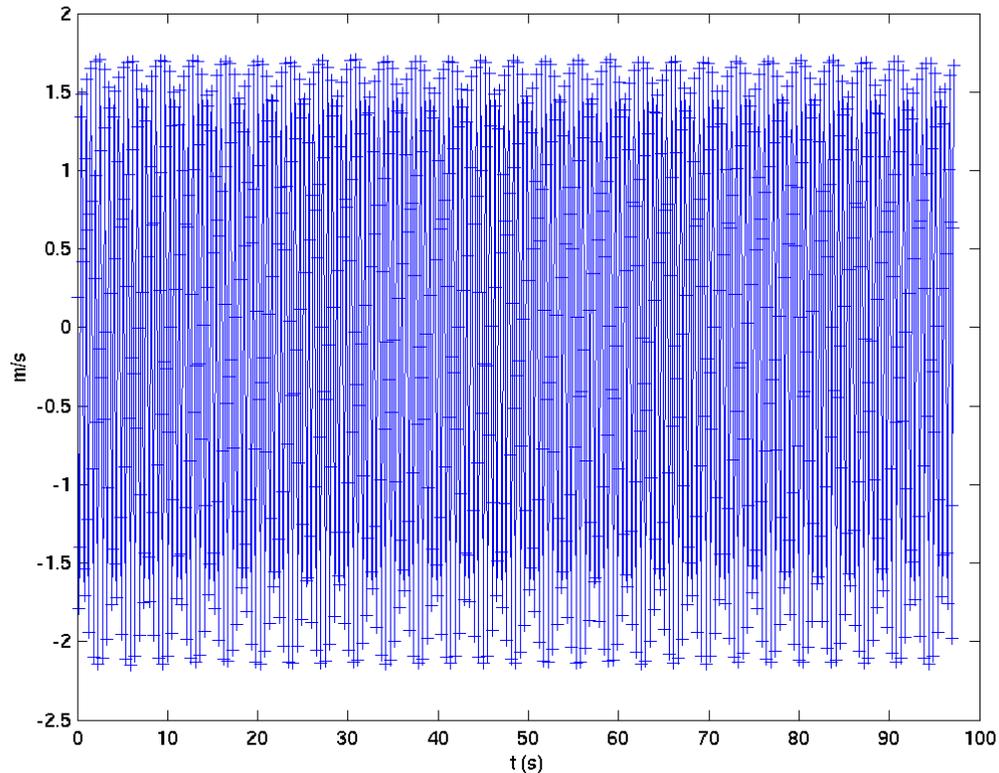
Figure 34 : Champ PIV et la zone spatiale restreinte

On obtient donc la moyenne spatiale

$$\langle \vec{V} \rangle_{x,y}(t) = \begin{pmatrix} \langle v_x \rangle_{x,y} \\ \langle v_y \rangle_{x,y} \end{pmatrix}(t) = \frac{1}{|Z_r|} \iint_{Z_r} \vec{V}(x, y, t) dx dy$$

où  $|Z_r|$  est la surface de  $Z_r$ .

La Figure 35 présente un exemple d'évolution des de la composante horizontale de la moyenne spatiale de vitesse  $\langle v_x \rangle_{x,y}$  en fonction du temps pour une série de mesure.



*Figure 35 : Exemple d'Evolution de  $\langle v_x \rangle_{x,y}$  en fonction du temps  $t$*

Une structuration quasi-périodique apparaît, ce qui explique l'emploi plus haut dans ce rapport des termes « acquisition pseudo-aléatoire ». Ceci est lié au caractère périodique de l'onde acoustique, de période  $\sim 45$  ms, pour une acquisition qui tourne tous les 100 ms. Le glissement en phase qui est observé sur la figure 35 est bien sûr directement lié à celui qui est imposé par la procédure n°1 d'acquisition (cf. Figure 30)

Vu la structuration temporelle des données et du caractère oscillant du système étudié, il serait possible a priori de réordonner les vitesses sur une période en employant une méthode de plongement de cette dynamique dans un espace de phases approprié, comme indiqué ci-après.

#### **IV.2.1.2 Première tentative de plongement dans l'espace des phases**

Dans un soucis de simplification, les vitesses moyennes  $\langle v_x \rangle_{x,y}(t)$  seront notées  $v_x(t)$  dans ce sous-chapitre.

La méthode de plongement la plus classique est la technique des retards. Elle consiste à tracer le portrait  $(v(t+\tau) ; v(t))$  où  $\tau$  est le retard.

Lorsqu'elle est appliquée à un sinus correctement échantillonné avec  $\tau = T_t/4$ , on obtient un cercle (cf. Figure 36).

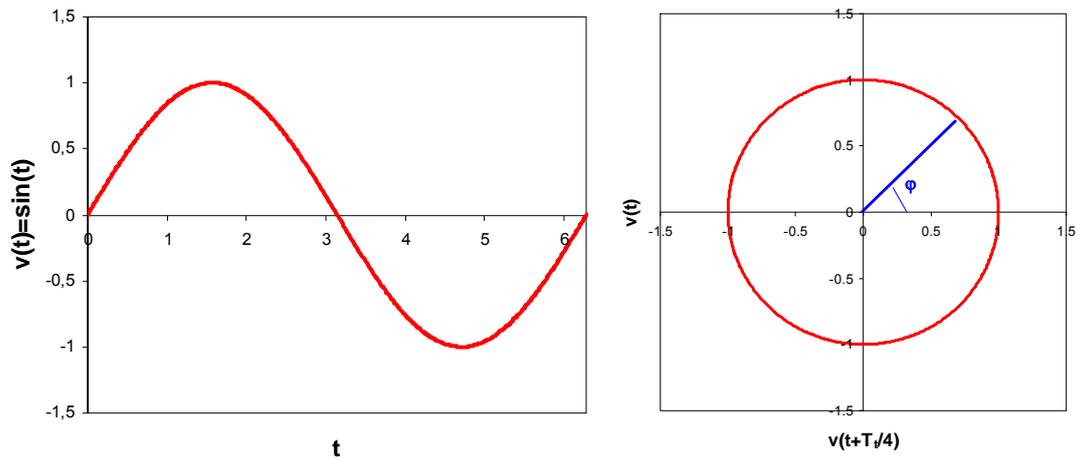


Figure 36 : Sinus correctement échantillonné et son portrait de phase par la méthode des retards ( $\tau=T_i/4$ )

A partir du portrait, il est possible de définir les phases  $\varphi$  telles que

$$\varphi = \text{atan}\left(\frac{v(t)}{v(t+\tau)}\right), \quad \varphi \in [-\pi, \pi]$$

Dans le cas d'un sinus sous-échantillonné (figure 37 gauche), le même type de portrait de phase peut être obtenu, mais remarquons que la période d'un signal sous-échantillonné est rarement connue. Il est dans la plupart des cas nécessaire de faire varier le retard  $\tau$  jusqu'à obtenir l'optimal.

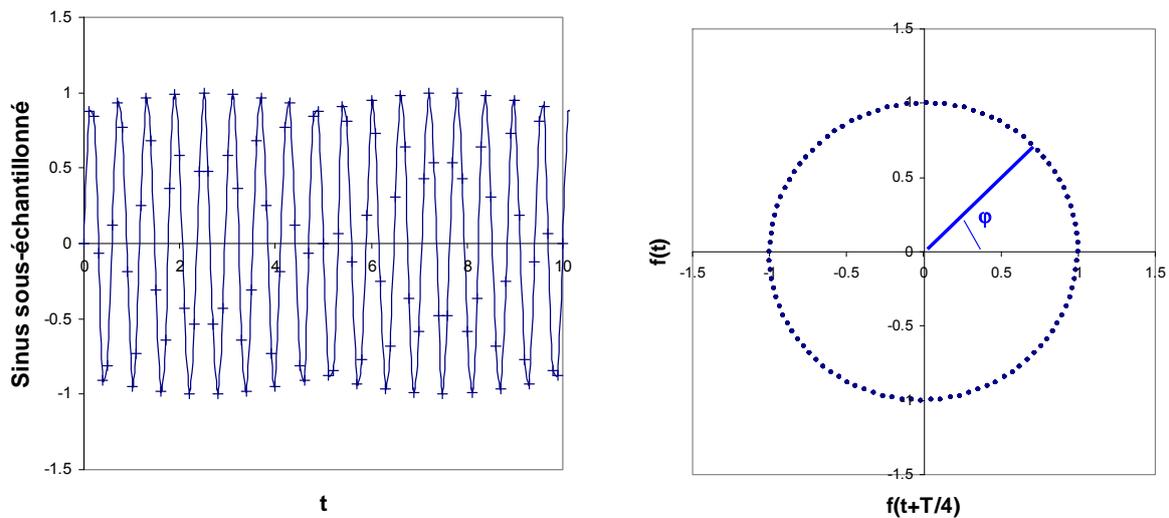
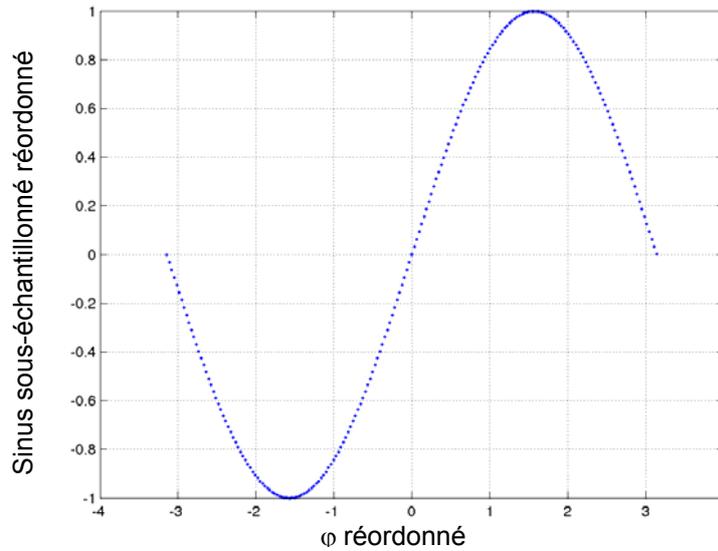


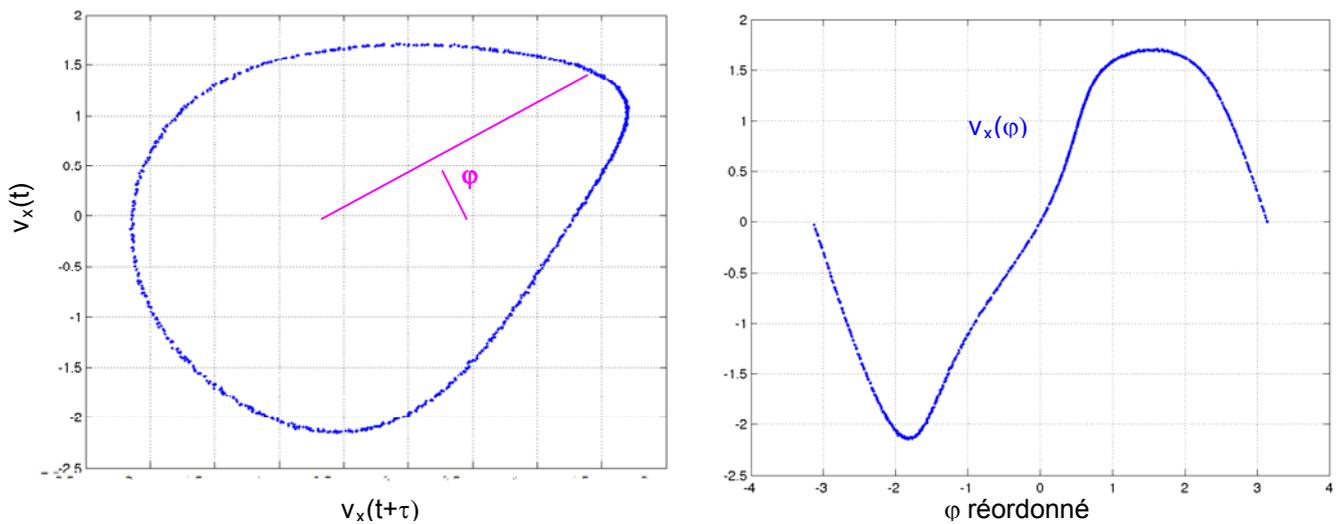
Figure 37 : Sinus sous-échantillonné et son portrait de phase par la méthode des retards ( $\tau=T_i/4$ )

De la même manière, il est possible de calculer les phases correspondantes à chaque valeur. Ensuite, un réarrangement ordonné des phases permet de reconstruire sur une période le cycle du signal (figure 38).



*Figure 38 : Sinus sous-échantillonné reconstruit sur  $[-\pi, \pi]$  avec  $\varphi$  obtenu par le portrait de phase de la figure 37*

Appliquons cela aux données de vitesse  $v_x(t)$  représentées sur la figure 35.



*Figure 39 : Portrait de phase et reconstruction du cycle acoustique  $v_x(\varphi)$  à partir des données  $v_x(t)$*

La figure 39 montre un portrait de phase déformé et la reconstruction du cycle est problématique. Ceci s'explique déjà par la difficulté à retrouver le retard optimum  $\tau$  à partir de données discrètes. De plus, la présence éventuelle de bruit, d'harmoniques et de fréquences autres peut expliquer la déformation observée. Cela étant, la méthode des retards montre le caractère déterministe et cyclique de l'évolution de la vitesse.

Il a été remarqué que pour un  $\tau$  particulier et ces multiples, le portrait de phase fait apparaître des « segments » de droite (figure 40).

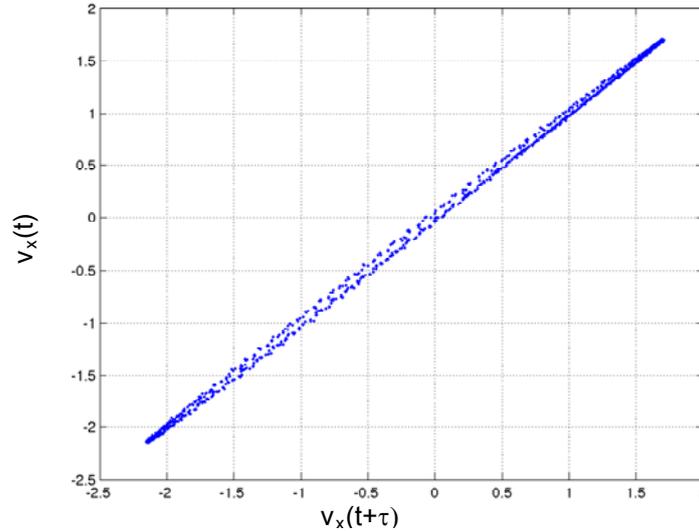


Figure 40 : Portrait de phase à partir des données  $v_x(t)$  et un  $\tau$  particulier

Les segments ne sont pas parfaits car présentent une certaine épaisseur qui est due au glissement en phase mentionné précédemment (figure 35). Mais cette quasi-linéarité montre que  $v(t+\tau) = v(t)+\varepsilon$  et en généralisant  $v(t+n\tau) \approx v(t+(n-1)\tau) + \varepsilon$  avec  $n$  entier et  $\varepsilon$  un faible écart lié au glissement en phase. Cela veut dire qu'à chaque fois que l'on atteint  $v(t+n\tau)$ , on a décrit un certain nombre de phases puis on retombe sur approximativement la phase qui correspondait au  $v(t+(n-1)\tau)$  (à un glissement près). Autrement dit, une famille d'acquisition

$$\{v_x(t_i), i = 1; \dots; N_{tot}\}$$

de  $N_{tot}$  échantillons de vitesse est donc divisée en  $N_c$  sous-familles ( $N_c$  étant le nombre de retour de la phase) constituées de  $N_p$  échantillons de vitesse (c'est-à-dire de phases parcourues). La sous-famille d'indice  $n$  est définie par :

$$\{v_x(t_i), n N_p + 1 \leq i \leq (n+1)N_p\}$$

. Par exemple, la 1<sup>ère</sup> sous-famille est indicée  $n=0$ , la 2<sup>ème</sup>  $n=1$ , etc.  $n$  varie tel que :

$$0 \leq n \leq E\left(\frac{N_{tot}}{N_p} - 1\right) \quad (E \text{ partie entière})$$

Dans le cas idéal,  $N_{tot}=N_c \times N_p$  ( $=N_{max}$  par la suite). Mais dans la grande majorité des cas,  $N_{tot}>N_{max}$  et les  $(N_{tot}-N_{max})$  données restantes ne suffisent pas à former une sous-famille complète  $\{v_x(t_i), n N_p + 1 \leq i \leq (n+1)N_p\}$ .

Les figures 41 et 42 illustrent la construction du portrait de phase pour la première sous-famille suivi de la suivante, puis des quatre premières sous-familles. Il apparaît clairement que chaque sous-famille décrit régulièrement le cycle et qu'entre chaque sous-famille, il existe bien un glissement en phase (figure 41 droite).

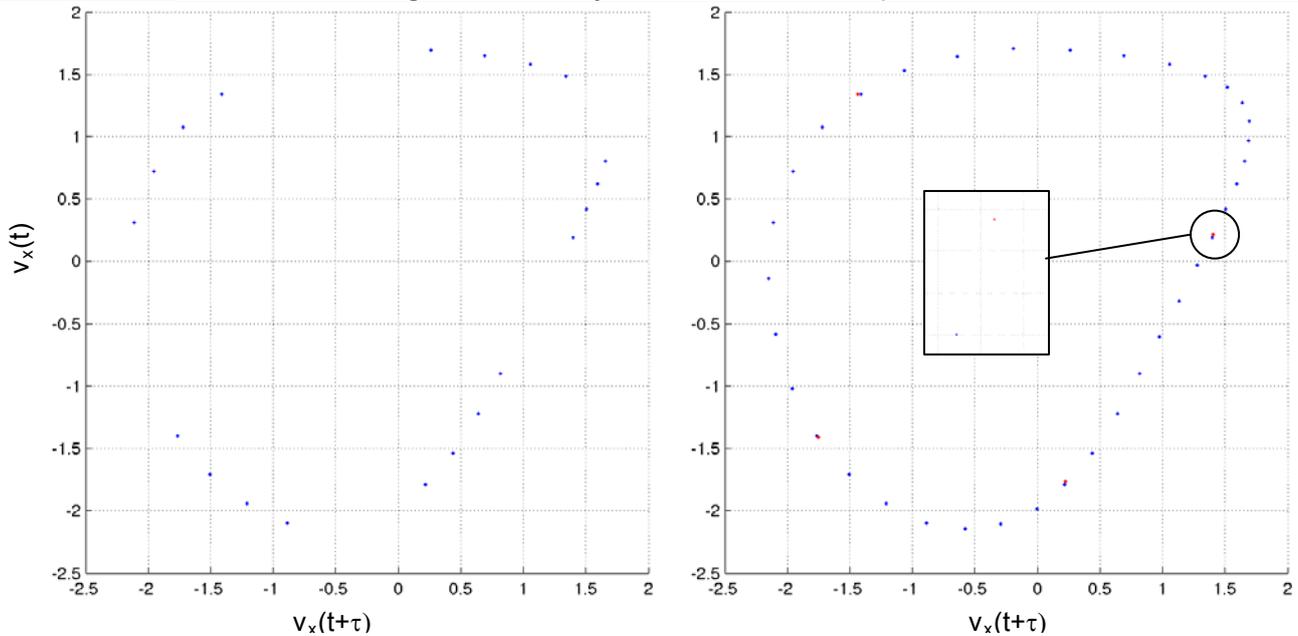


Figure 41 : Construction du portrait de phase de la figure 39 dont chaque sous-famille contient 36 éléments/phases ; à gauche, représentation d'une partie de la 1<sup>ère</sup> sous-famille  $\{v_x(t_i), 1 \leq i \leq 20\}$  ; à droite représentation de la 1<sup>ère</sup> sous-famille et des 3 premiers éléments de la 2<sup>ème</sup>

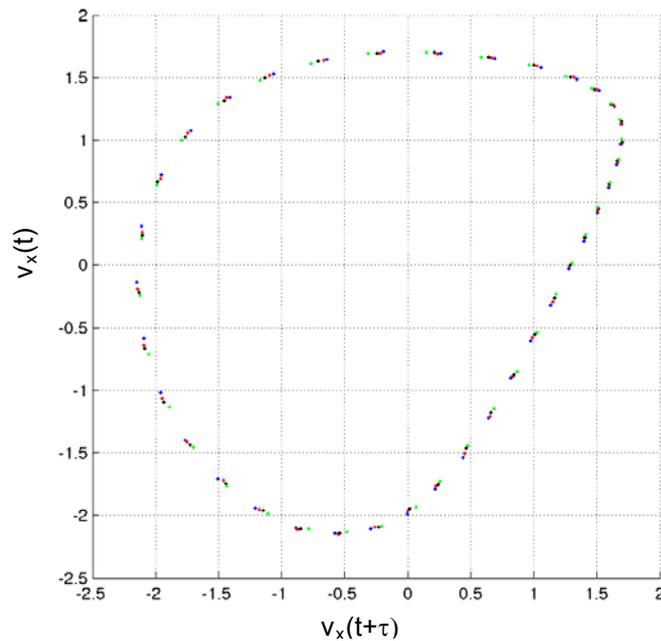


Figure 42 : Portrait de phase avec représentation des 4 premières sous-familles complètes

D'un autre point de vue, on peut dire que chaque sous-famille est associée à un « sous-portrait » de phase constitué d'un nombre relativement faible de phases (36 pour l'exemple). Chacun de ces sous-portraits se superposent mais décalés d'un incrément (associé à l' $\varepsilon$  signalé plus haut) par rapport au précédent, pour finir par dessiner un portrait de phase bien échantillonné en phase (autant de phase que de données de vitesse, soit  $N_{tot}$ ). Ces sous-portraits de phase sont associés à des « pseudo-cycles » oscillants (ou acoustiques). La figure 42bis permet de bien illustrer cela.

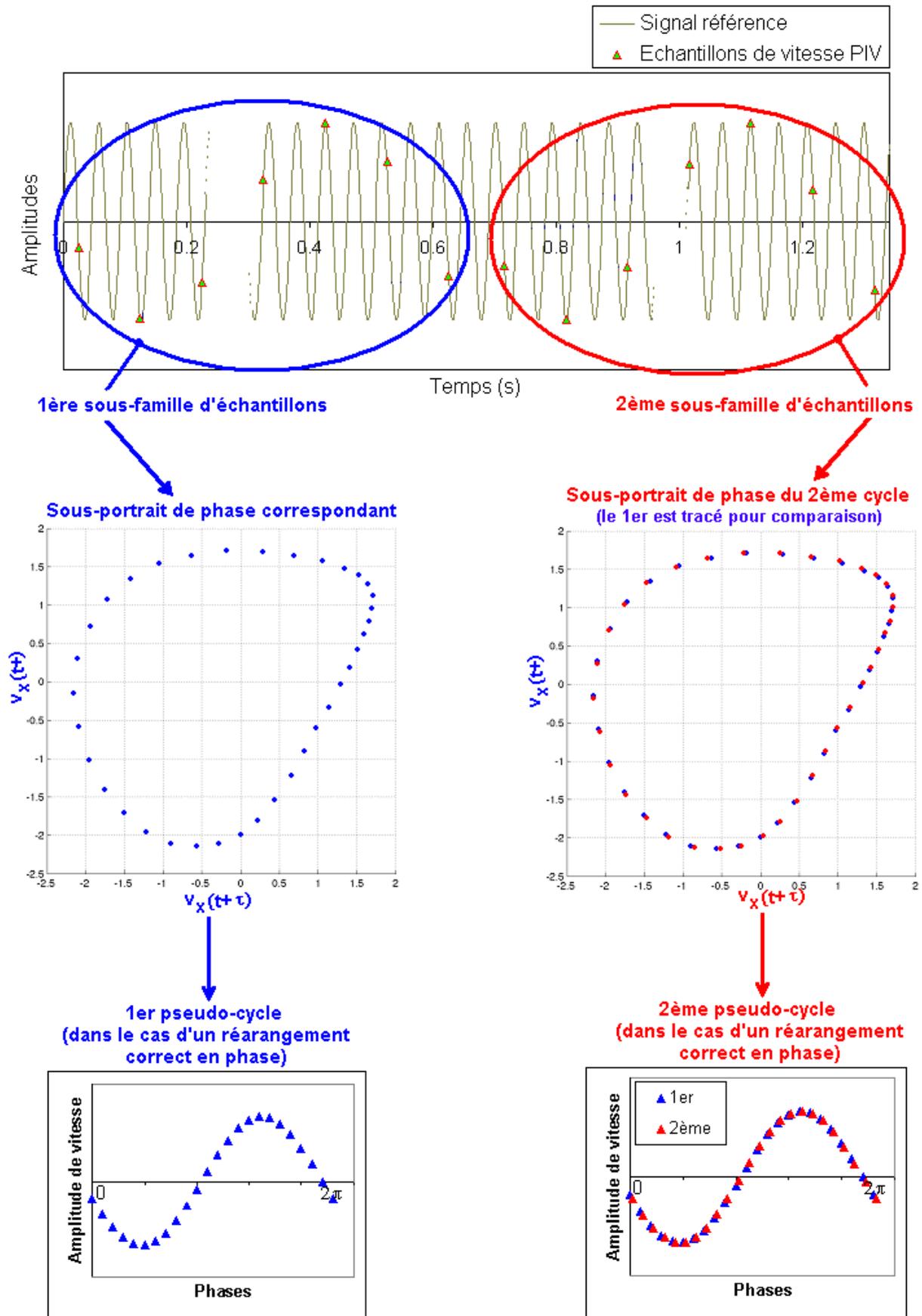


Figure 42bis : Illustration des notions de sous-famille d'échantillon, de sous-portrait de phase et de pseudo-cycle

A noter que comme  $N_{tot} > N_{max}$  en général, le dernier sous-portrait/pseudo-cycle est incomplet.

La méthode des retards ne permet pas de reconstruire un portrait de phase circulaire lié à la composante fondamentale acoustique. Elle n'est pas adaptée pour reconstruire le cycle acoustique du fait du sous-échantillonnage. Cependant, elle permet de repérer des sous-familles de données de vitesse et donc calculer  $N_p$ , chacune faisant apparaître un portrait de phase suffisamment « échantillonné » en phase. De plus, elle montre que la procédure d'acquisition n°1 permet de couvrir largement l'ensemble des valeurs de vitesse de l'écoulement oscillant, ou dit autrement, de couvrir un très grand nombre de phases du cycle acoustique.

L'un des objectifs est d'extraire la partie acoustique de nos données de vitesse  $\langle v_x \rangle_{x,y}$ . Ceci nécessite de séparer la partie oscillante de la composante moyenne en temps.

### IV.2.1.3 Composante moyenne temporelle

Pour cela, nous allons revenir aux données de vitesse initiale  $\vec{V}(x, y, t)$ . Notons qu'elles peuvent se décomposer en s'inspirant de la formulation de Hussain et Reynolds -pour la composante  $x$ ;  $\vec{r} = (x, y)$  - :

$$v_x(\vec{r}, t) = \tilde{u}_x(\vec{r}, t) + u'_x(\vec{r}, t) + \bar{u}_x(\vec{r}) = \hat{u}_x(\vec{r}, t) + \bar{u}_x(\vec{r})$$

où  $\tilde{u}_x(\vec{r}, t)$  est la vitesse purement ondulatoire (contient le mode acoustique fondamental et les harmoniques) telle que  $\tilde{u}_x(\vec{r}, t + T_t) = \tilde{u}_x(\vec{r}, t)$  avec  $T_t$  la période d'oscillation

$\bar{u}_x(\vec{r})$  est la composante indépendante du temps (moyenne temporelle)

$u'_x(\vec{r}, t)$  : composante de vitesse non périodique (turbulence, bruit...) indépendante de  $T_t$

$$\hat{u}_x(\vec{r}, t) = \tilde{u}_x(\vec{r}, t) + u'_x(\vec{r}, t)$$

avec pour propriété :

$$\overline{\tilde{u}_x(\vec{r}, t)} = \lim_{t_{tot} \rightarrow \infty} \frac{1}{t_{tot}} \int_0^{t_{tot}} \tilde{u}_x(\vec{r}, t) dt = 0,$$

$$\overline{u'_x(\vec{r}, t)} = 0$$

Par conséquent :

$$\overline{\hat{u}_x(\vec{r}, t)} = 0$$

Par la suite  $\langle . \rangle$  désignera la moyenne spatiale et  $\overline{.}$  la moyenne temporelle.

Afin de comparer avec la théorie de l'acoustique faiblement non-linéaire, il faut séparer la composante périodique  $\tilde{u}_x$  de la moyenne  $\bar{u}_x$ .

Le fait d'effectuer une moyenne sur un temps fini ( $t_{tot}$  non infini) doit être considéré avec attention dans notre cas, du fait de la présence d'un résidu qui peut être prépondérant. Cependant, regardons de plus près la moyenne temporelle sur tous les temps compris dans  $[0, t_{tot}]$ , pour le cas continu avec  $t_{tot} \gg 1$  mais fini ( $N_T$  : nombre d'intervalles  $[0 ; T_t]$ ) :

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{t_{tot}} \int_0^{t_{tot}} v_x(\vec{r}, t) dt &= \frac{1}{t_{tot}} \left( \int_0^{N_T T_t} v_x(\vec{r}, t) dt + \int_{N_T T_t}^{t_{tot}} v_x(\vec{r}, t) dt \right) \\
 &= \frac{1}{t_{tot}} \left( \int_0^{N_T T_t} [\tilde{u}_x(\vec{r}, t) + u'_x(\vec{r}, t) + \bar{u}_x(\vec{r})] dt + \int_{N_T T_t}^{t_{tot}} [\tilde{u}_x(\vec{r}, t) + u'_x(\vec{r}, t) + \bar{u}_x(\vec{r})] dt \right) \\
 &= \frac{1}{t_{tot}} \left( \int_0^{t_{tot}} u'_x(\vec{r}, t) dt + \int_0^{N_T T_t} [\tilde{u}_x(\vec{r}, t) + \bar{u}_x(\vec{r})] dt + \int_{N_T T_t}^{t_{tot}} [\tilde{u}_x(\vec{r}, t) + \bar{u}_x(\vec{r})] dt \right)
 \end{aligned}$$

Or  $\tilde{u}_x$  est purement ondulatoire donc  $\int_0^{N_T T_t} \tilde{u}_x(\vec{r}, t) dt = 0$

Ce qui nous donne

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{t_{tot}} \int_0^{t_{tot}} v_x(\vec{r}, t) dt &= \frac{1}{t_{tot}} \left( \int_0^{t_{tot}} u'_x(\vec{r}, t) dt + 0 + N_T T_t \bar{u}_x(\vec{r}) + \int_{N_T T_t}^{t_{tot}} \tilde{u}_x(\vec{r}, t) dt + (t_{tot} - N_T T_t) \bar{u}_x(\vec{r}) \right) \\
 &= 0 + \frac{1}{t_{tot}} [N_T T_t \bar{u}_x(\vec{r}) + (t_{tot} - N_T T_t) \bar{u}_x(\vec{r})] + \frac{1}{t_{tot}} \int_{N_T T_t}^{t_{tot}} \tilde{u}_x(\vec{r}, t) dt \\
 &= \bar{u}_x(\vec{r}) + \underbrace{\frac{1}{t_{tot}} \int_{N_T T_t}^{t_{tot}} \tilde{u}_x(\vec{r}, t) dt}_{(1)}
 \end{aligned}$$

On a posé l'hypothèse que  $t_{tot}$  est suffisamment grand pour que  $u'$  soit de contribution moyenne nulle ; mais cependant pas assez grand pour que l'intégrale résiduelle (1) soit négligeable face à  $\bar{u}_x(\vec{r})$ .

Dans ce cas, l'égalité  $\frac{1}{t_{tot}} \int_0^{t_{tot}} v_x(\vec{r}, t) dt = \bar{u}_x(\vec{r})$  ne sera obtenue que pour  $t_{tot} = N_T T_t$ , soit un temps

correspondant à un ensemble complet de périodes  $[0 ; T_t]$  successives. Pour restreindre notre échantillon à ce nombre entier de période, remarquons tout d'abord que les données sont sous-échantillonnées en temps : à peine un échantillon pour 2 périodes. On ne peut accéder directement à  $\bar{u}_x$ . Mais la méthode des retards a montré que l'ensemble des échantillons de vitesse couvre un grand nombre de phases et représente un cycle périodique déplié, constitué de pseudo-cycles/sous-familles (Figure 42bis). Autrement dit, ces derniers sont équivalents aux intervalles  $[(i-1)T_t ; iT_t]$ . Donc une moyenne temporelle sur tous les échantillons permettrait d'obtenir  $\bar{u}_x$ . Dans notre cas discret sous-échantillonné, il faut donc travailler avec un nombre d'échantillons constituant un nombre entier de pseudo-cycles. Il faut restreindre le nombre d'échantillons à  $N_{max}$  (nombre total d'échantillons constituant un nombre entier de sous-famille) pour ne pas être gêné par l'intégrale résiduelle (1) (somme en discret).

Nous noterons le champ spatial moyen :

$$\bar{\vec{V}}_T(\vec{r}) = (\bar{u}_x(\vec{r}), \bar{u}_y(\vec{r}))$$

#### IV.2.1.4 Extraction des extrema et des amplitudes de vitesse acoustique

La méthodologie précédente permet de calculer les composantes moyennes en temps. A partir d'elles, il est possible de séparer la partie instationnaire de la vitesse de sa contribution moyenne. Considérons d'abord la composante horizontale de vitesse.

On obtient

$$\hat{u}_x(\vec{r}, t) = v_x(\vec{r}, t) - \bar{u}_x(\vec{r})$$

Une meilleure précision (confirmée par l'expérience) est atteinte en calculant tous les  $\hat{u}_x$  et  $\bar{u}_x$  associés à chaque sous-famille  $\{v_x(\vec{r}, t_i), n N_p + 1 \leq i \leq (n+1)N_p\}$  constituant les pseudo-cycles. On obtient finalement une série de  $N_{max}$  vitesses  $\hat{u}_x(\vec{r}, t)$ .

On assure de nouveau une « réduction de l'information »  $\hat{u}_x(\vec{r}, t)$  en moyennant sur la zone restreinte  $Z_r$  (cf. § IV.2.1.1)

$$u_t(t) = \frac{1}{|Z_r|} \iint_{Z_r} \hat{u}_x(\vec{r}, t) d\vec{r}$$

De manière équivalente, la même chose est réalisée pour la composante de vitesse  $\hat{u}_y(\vec{r}, t)$ .

Nous allons maintenant aborder la procédure permettant d'obtenir l'amplitude de vitesse de l'onde acoustique. L'amplitude de vitesse pourrait être définie par les deux extrema. Mais les deux échantillons « bruts » de vitesse correspondant à ces derniers peuvent être fortement biaisés par la présence de bruit par exemple, et ne sont par forcément représentatifs. Il faut donc récupérer un certain nombre d'échantillons de vitesse au voisinage le plus probable des extrema et les moyenner respectivement.

Pour obtenir des valeurs d'extrema significatives, les données  $u_t(t)$  sont représentées sous forme d'histogramme (Figure 43). La distribution des vitesses correspond bien à une évolution sinusoïdale. La largeur  $l_{classe}$  de chaque classe de vitesse correspond à la précision avec laquelle on veut répartir les valeurs de vitesse. Celle-ci est posée a fortiori, choisie entre 0,001 et 0,01 m/s. Elle permet de déterminer le nombre  $n_{classe}$  de classes nécessaires à la représentation des histogrammes, par la formule suivante :

$$n_{classe} = \frac{\left| \max_{\forall t} [u_t(t)] - \min_{\forall t} [u_t(t)] \right|}{l_{classe}}$$

où les valeurs maximum et minimum sont les deux échantillons « bruts » correspondant de  $u_t(t)$ .

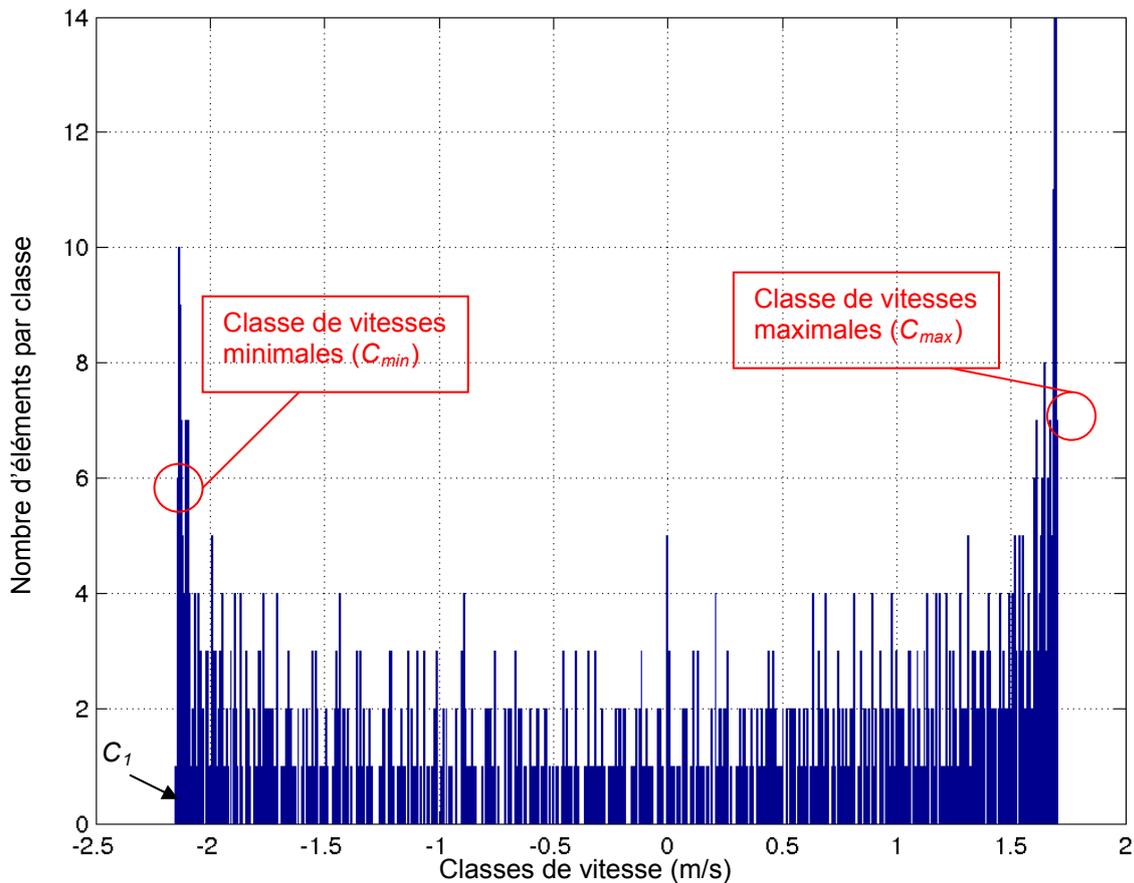


Figure 43 : Répartition par classe de vitesse ( $l_{\text{classe}}=0,006 \text{ m/s}$  ici)

On définit l'amplitude de l'onde par les deux classes les plus probables, ce qui pour un sinus correspond bien aux 2 extrema. Ces derniers se situent aux bords de la représentation graphique (classes extrema). Cependant, en pratique les 2 extrema ne peuvent pas se situer au niveau de la 1<sup>ère</sup> et de la dernière classe. Ils sont distribués sur quelques classes. On veillera à éliminer certaines classes de bords qui ne contiennent pas suffisamment d'éléments représentatifs (comme celle à l'extrême gauche sur la figure 43, qui ne contient qu'un échantillon) et sont associées au bruit. Pour ce faire, on choisit de manière arbitraire un nombre d'éléments minimum constituant une classe « valide » (5 pour l'ensemble des séries de mesures). La figure 43 présente les deux classes sélectionnées pour cet exemple. On récupère les échantillons de la classe de vitesses minimales  $C_{min}$  (figure 44) ; on considère la classe  $C_1$  (si elle existe) immédiatement voisine à gauche de  $C_{min}$ , on extrait uniquement les échantillons contenus dans la moitié  $C_{1,d}$  de  $C_1$  attenante à  $C_{min}$  ; de la même manière sur  $C_2$  (si elle existe) limitrophe de  $C_{min}$  à droite (moitié  $C_{2,d}$ ).

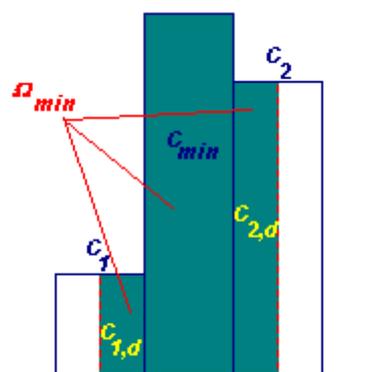


Figure 44 : représentation schématique des classes constituant  $\Omega_{min}$

Tous ces échantillons sont moyennés pour obtenir la vitesse minimale de notre série de mesure, notée  $u_{t,min}(t)$ .  
Sous forme mathématique :

$$u_{t,min} = \frac{1}{N_{min}} \sum u_t(t)$$

où  $u_t(t) \in \{\Omega_{min} = C_{min} \cup C_{1,d} \cup C_{2,d}\}$   
et  $N_{min}$  est le nombre d'éléments de  $\Omega_{min}$

Idem avec la classe de vitesses maximales et sa voisine immédiate à droite (éventuellement) pour obtenir la vitesse maximale représentative, notée  $u_{t,max}(t)$ .

L'amplitude de vitesse acoustique est obtenue par :

$$u_A = \frac{1}{2} [u_{t,max} - u_{t,min}]$$

et est directement comparée à l'amplitude théorique de vitesse acoustique du mode fondamental.

La largeur de classe  $l_{classe}$  est choisie dans l'intervalle  $[10^{-3}; 10^{-2}]$  m/s pour obtenir l'amplitude la plus grande, tout en gardant un nombre satisfaisant d'échantillons pour la moyenne.

A partir de  $u_A$ , on déduit la vitesse maximale au milieu du résonateur.

#### **IV.2.1.5 Reconstruction du cycle acoustique sur $[-\pi; \pi]$ à partir des phases de la vitesse**

La méthode des retards a permis d'extraire moyenne, extrema et amplitude de vitesse. Rappelons (chapitre IV.2.1.2) qu'elle n'est pas adaptée ici pour permettre un plongement optimal dans l'espace des phases. Cependant d'autres approches sont possibles ; l'une d'entre elles est précisée dans le paragraphe suivant.

##### **IV.2.1.5.1 Reconstruction du cycle acoustique de vitesse**

Comme précisé précédemment lors de l'utilisation de la méthode des retards, les données de vitesse « représentent » un ensemble de cycles dépliés. Ils peuvent tous être superposés pour ne former qu'un unique cycle sur  $[-\pi; \pi]$ . Pour permettre cela, il faut parvenir à tracer un portrait de phase, repérer chaque phase (ou secteur de phases si la distribution des phases est éparpillée) associée à chaque donnée de vitesse, et reclasser ces dernières sur  $[-\pi; \pi]$ . Une des méthodes de plongement dans un espace des phases consiste à projeter le signal sur ses composantes principales à l'aide de la décomposition aux valeurs singulières (SVD Singular Value Decomposition, [Broomhead et al, Mees et al]).

La SVD est appliquée à la matrice des retards  $S$  construite à partir de la série temporelle discrète

$$u_t(t) = u_t(t_{n_i}) \text{ avec } t_{n_i} = n_i \times dt_{acq} ; n_i \leq N_{max} - 1$$

$S$  s'écrit

$$S = \begin{pmatrix} u_t(t_0) & u_t(t_1) & \dots & u_t(t_{M_{SVD}-1}) \\ u_t(t_1) & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ u_t(t_{r-1}) & u_t(t_r) & \dots & u_t(t_{N_{max}-1}) \end{pmatrix}$$

avec  $M_{SVD}$  : nombre de modes de décomposition SVD

$$r = N_{max} - (M_{SVD} - 1)$$

$S$  est de taille  $r \times M_{SVD}$  : le nombre de colonnes de  $S$  correspond au nombre de modes sur lesquels la décomposition est souhaitée. En principe, puisque l'on cherche un phénomène « mono-périodique », deux degrés de liberté et donc deux modes devraient suffire. En pratique, il est important d'exécuter la décomposition sur un nombre de modes suffisants (99 par exemple) pour que la composante périodique soit seule extraite au niveau des deux premiers et les autres fluctuations repérées dans les modes suivants. La décomposition revient à transformer  $S$  en une matrice diagonale  $D$  suivant la relation :

$$S = U \cdot D \cdot V^t$$

avec  $U$  et  $V$  les matrices de passage, respectivement de taille  $r \times M_{SVD}$  et  $M_{SVD} \times M_{SVD}$ . La matrice  $D$  ( $M_{SVD} \times M_{SVD}$ ) contient sur sa diagonale les valeurs singulières  $\lambda_{svd}^{(j)}$  ( $1 \leq j \leq M_{SVD}$ ), classées par convention dans l'ordre décroissant :

$$D = \begin{pmatrix} \lambda_{svd}^{(1)} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_{svd}^{(2)} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \lambda_{svd}^{(M_{SVD})} \end{pmatrix} \text{ avec } \lambda_{svd}^{(1)} \geq \lambda_{svd}^{(2)} \geq \dots \geq \lambda_{svd}^{(M_{SVD})} \geq 0$$

Notons que s'il existe un  $j = n_{svd}$  tel que  $\lambda_{svd}^{(1)} \geq \dots \geq \lambda_{svd}^{(n_{svd})} > \lambda_{svd}^{(n_{svd}+1)} = \lambda_{svd}^{(M_{SVD})} = 0$ , alors la matrice des retards  $S$  peut être réduite au rang  $n_{svd}$ .

La dynamique propre du système oscillant dans la direction de ses axes propres (rangés comme colonnes de  $V$ ), est stockée dans les colonnes de la matrice :

$$\Phi_{SVD} = U \cdot D \cdot S \cdot V$$

La  $j^{\text{ème}}$  colonne de  $\Phi_{SVD}$  représente le  $j^{\text{ème}}$  mode  $\phi_{svd}^{(j)}(t)$ , dans l'ordre de dominance. Nous allons montrer que dans les conditions de la thermoacoustique, les deux premiers modes  $\phi_{svd}^{(1)}(t)$  et  $\phi_{svd}^{(2)}(t)$  servent effectivement à construire un portrait de phase, qui soit la projection de la dynamique sur sa partie périodique. Une phase  $\varphi$ , déterminée de la même manière que dans la méthode des retards, peut être ainsi attribuée à chaque champ instantané de vitesse  $u_t(t)$ . Cette phase est déterminée comme l'argument  $\varphi_{svd}$  du nombre complexe  $\phi_{svd}^{(1)} + i\phi_{svd}^{(2)}$ .

Voyons ce que donne cette méthode appliquée à différentes données synthétiques.

(i) Soit le cas d'un signal sinusoïdal  $s(t)$  mono-fréquentiel sous-échantillonné en temps :

$$f_{acq} = \frac{1}{dt_{acq}} = 10 \text{ Hz (fréquence d'échantillonnage)}$$

$$t = n \times dt_{acq} \text{ avec } n = 601 \text{ points } (t \in \{0; \dots; 60s\})$$

$$f = 21,95 \text{ Hz (fréquence d'oscillation/mode fondamental de } s)$$

$$\rightarrow s(t) = \sin(2\pi f t)$$

Soit son équivalent  $s_e$  correctement échantillonné en phase pour comparaison :

$$\varphi = \{-\pi; \dots; \pi\} \text{ (par pas de } \frac{2\pi}{1024})$$

$$\rightarrow s_e(t) = \sin(\varphi)$$

La SVD est réalisée sur la matrice des retards  $S$  construite avec  $s(t)$  pour  $M_{SVD}=2$  modes. La décomposition sur 2 modes SVD ne permet pas de construire un portrait de phase circulaire (Figure A13.1 gauche). Les données réarrangées en phase  $s(\varphi_{svd})$  donnent un cycle déformé par rapport au profil exact correctement échantillonné  $s_e(\varphi)$  (Figure A13.1 droite).

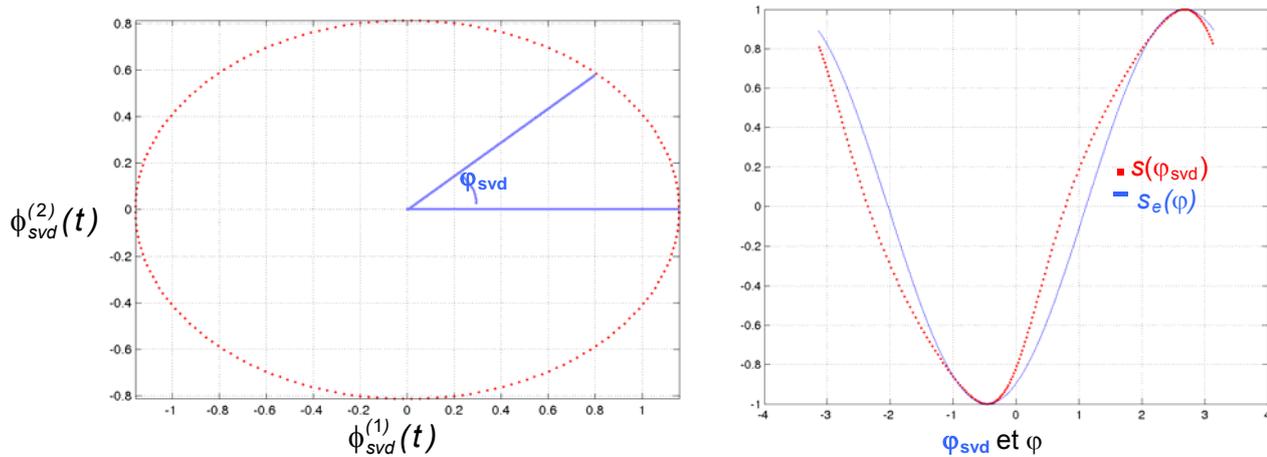


Fig. A13.1 : Portrait de phase  $\phi_{svd}^{(2)}(t) = g(\phi_{svd}^{(1)}(t))$  par SVD (sur 2 modes) sur  $s(t)$  (à gauche) ; superposition de  $s(\varphi_{svd})$  réordonné en phase par SVD, avec  $s_e(\varphi)$  (à droite)

Les choses s'améliorent si la SVD est réalisée sur 3 modes mais nous n'obtenons pas encore de manière satisfaisante le profil escompté (Figures A13.2).

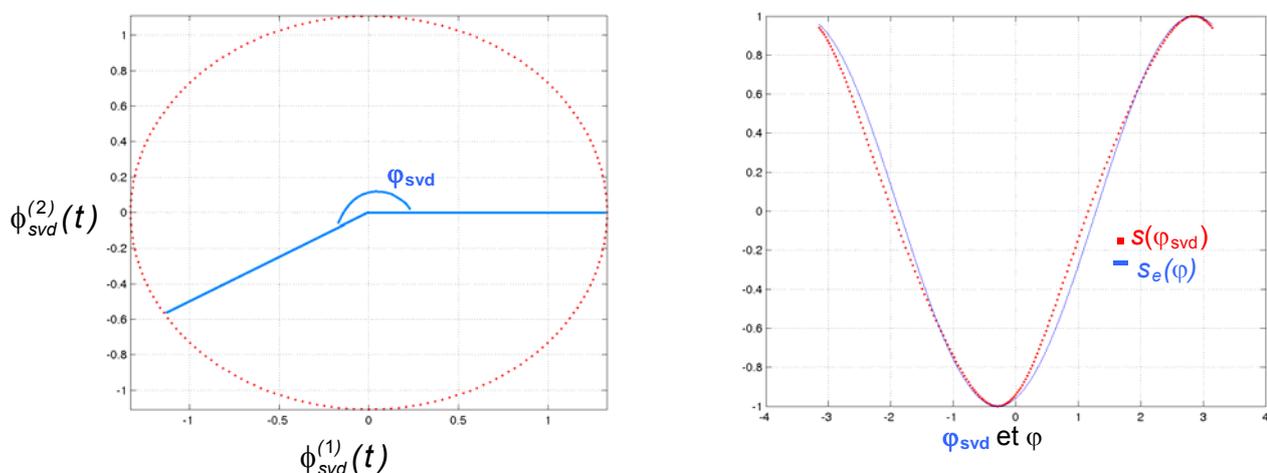


Fig. A13.2 : Portrait de phase  $\phi_{svd}^{(2)}(t) = g(\phi_{svd}^{(1)}(t))$  par SVD (sur 3 modes) sur  $s(t)$  (à gauche) ; superposition de  $s(\varphi_{svd})$  réordonné en phase par SVD, avec  $s_e(\varphi)$  (à droite)

Lorsque  $M_{svd}$  est choisi vraiment grand (99 modes ici), le portrait de phase devient parfaitement circulaire (Figures A13.3 gauche). Ceci est le signe que la dynamique oscillatoire mono-fréquentielle est proprement décomposées sur les deux premiers axes propres SVD. Les modes suivants (3 et plus) sont quasiment nuls, se répartissant le résidu lié au « bruit » créé par le sous-échantillonnage. La reconstruction du cycle sinusoïdale sous-discretisé se confond avec son équivalent  $s_e(t)$  (Figures A13.3 droite).

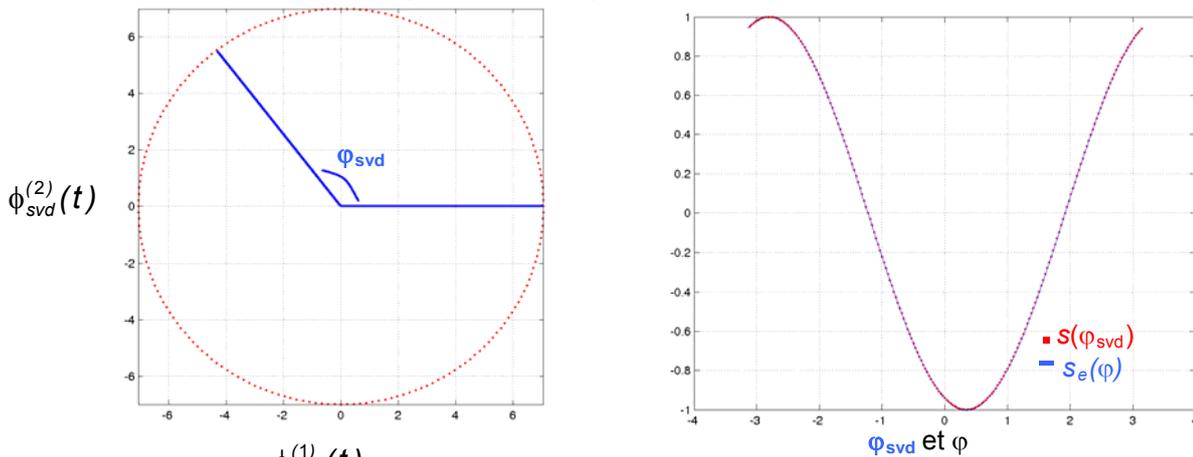


Fig. A13.3 : Portrait de phase  $\phi_{svd}^{(2)}(t) = g(\phi_{svd}^{(1)}(t))$  par SVD (sur 99 modes) sur  $s(t)$  (à gauche) ; superposition de  $s(\phi_{svd})$  réordonné en phase par SVD, avec  $s_e(\varphi)$  (à droite)

A noter que lors d'une transformation SVD, l'origine des phases et la direction de la flèche du temps sont perdues.

- (ii) Soit l'ajout au signal d'une composante harmonique d'amplitude « faible » par rapport au fondamental (10% dans l'exemple) :

$$f_{acq} = \frac{1}{dt_{acq}} = 10 \text{ Hz (fréquence d'échantillonnage)}$$

$$t = n \times dt_{acq} \text{ avec } n=601 \text{ points } (t \in \{0; \dots; 60s\})$$

$$f = 21,95 \text{ Hz (fréquence d'oscillation/mode fondamental de } s)$$

$$\rightarrow s(t) = \sin(2\pi f t) + 0,1 \sin(4\pi f t)$$

Soit son équivalent  $s_e$  correctement échantillonné en phase pour comparaison :

$$\varphi = \{-\pi; \dots; \pi\} \text{ (par pas de } \frac{2\pi}{1024} \text{)}$$

$$\rightarrow s_e(t) = \sin(\varphi) + 0,1 \sin(2\varphi)$$

Les deux premiers modes SVD capturent toujours la dynamique du fondamental (Figure A13.4 gauche). La reconstruction en phase du cycle est optimale (Figure A13.4 droite) et montre bien la présence de l'harmonique déformant le sinus.

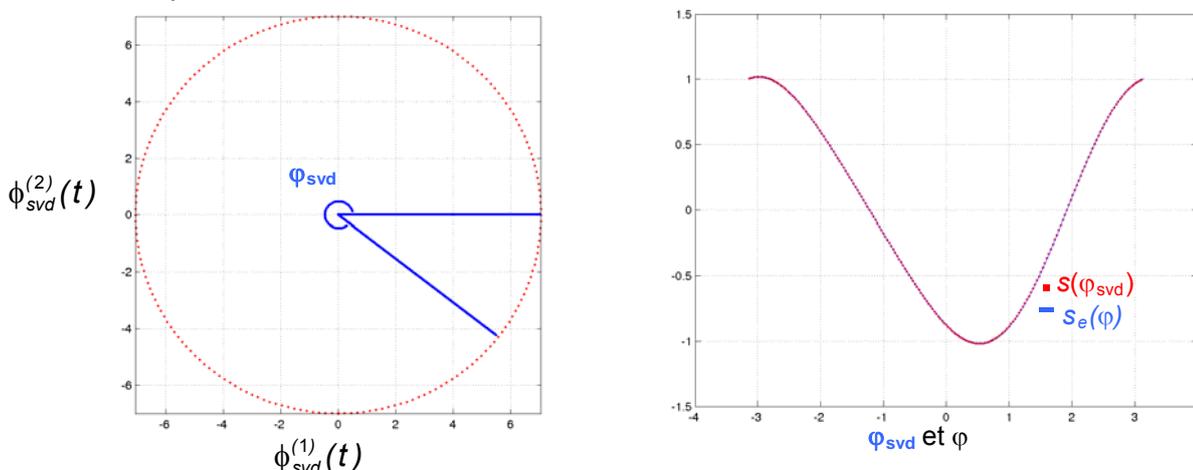


Fig. A13.4 : Portrait de phase  $\phi_{svd}^{(2)}(t) = g(\phi_{svd}^{(1)}(t))$  par SVD (sur 99 modes) sur  $s(t)$  (à gauche) ; superposition de  $s(\phi_{svd})$  réordonné en phase par SVD, avec  $s_e(\varphi)$  (à droite)

Les deux modes suivants  $\phi_{svd}^{(3)}(t)$  et  $\phi_{svd}^{(4)}(t)$  ne sont plus négligeables. Lorsque l'on trace le portrait de phase  $\phi_{svd}^{(3)}(t) = g(\phi_{svd}^{(1)}(t); \phi_{svd}^{(2)}(t))$  selon différents angles (Figures A13.5), il apparaît que le cercle formé sur le portrait de la Figure A13.4 est une projection sur le plan  $(\phi_{svd}^{(1)}(t); \phi_{svd}^{(2)}(t))$ .

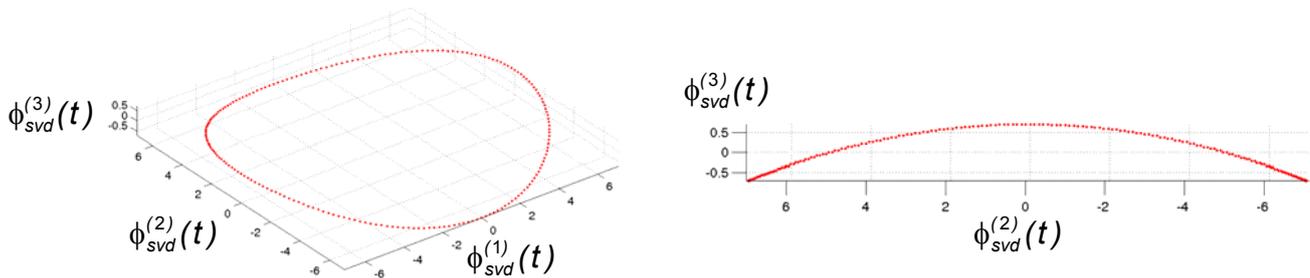


Fig. A13.5 : Portrait de phase  $\phi_{svd}^{(3)}(t) = g(\phi_{svd}^{(1)}(t); \phi_{svd}^{(2)}(t))$  par SVD (sur 99 modes) sur  $s(t)$  (à gauche) ; Portrait de phase  $\phi_{svd}^{(3)}(t) = g(\phi_{svd}^{(2)}(t))$  par SVD (sur 99 modes) sur  $s(t)$  (à droite)

La représentation du portrait  $\phi_{svd}^{(4)}(t) = g(\phi_{svd}^{(3)}(t))$  fait apparaître un cercle avec deux fois moins de phases bien distinctes (Figure A13.6 gauche). Cependant un zoom permet de vérifier que chaque « point » du cercle est en fait constitué de deux points quasi-confondus. Le portrait est donc parcouru deux fois plus vite. La reconstruction du cycle oscillant sur la Figure A13.6 de droite confirme que les modes 3 et 4 SVD capturent la dynamique liée à l'harmonique. Les phases  $(\varphi_{svd}^{(h1)})$  obtenues dans ce cas là sont le double de celles obtenues par les modes 1 et 2. Les modes 5 et supérieurs ne contiennent que du résidu (Figure A13.7).

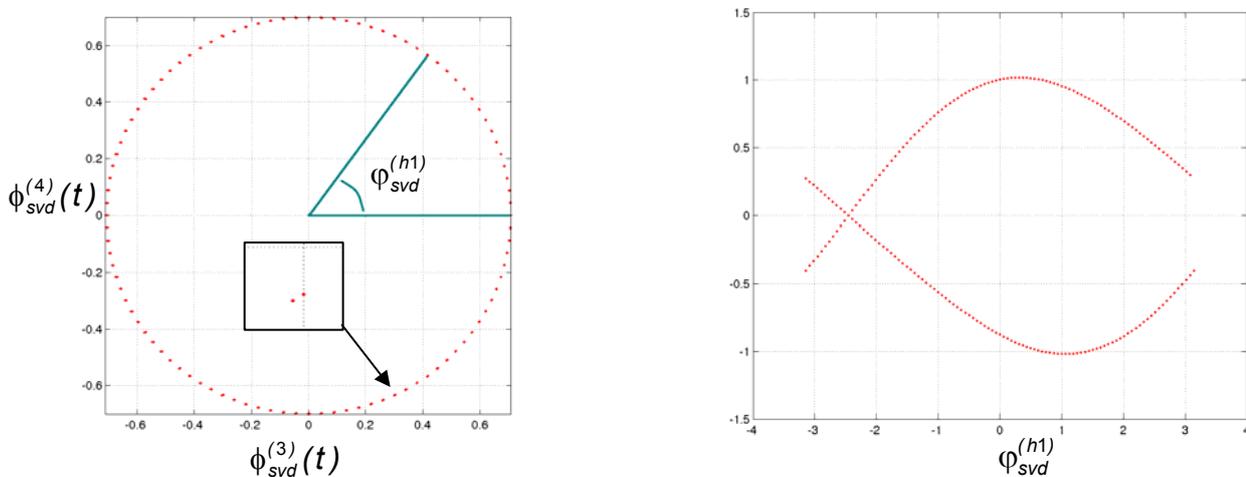


Fig. A13.6 : Portrait de phase  $\phi_{svd}^{(4)}(t) = g(\phi_{svd}^{(3)}(t))$  par SVD (sur 99 modes) sur  $s(t)$  (à gauche) ; réarrangement de  $s(\varphi_{svd}^{(h1)})$  en phase grâce aux modes 3 et 4 (à droite)

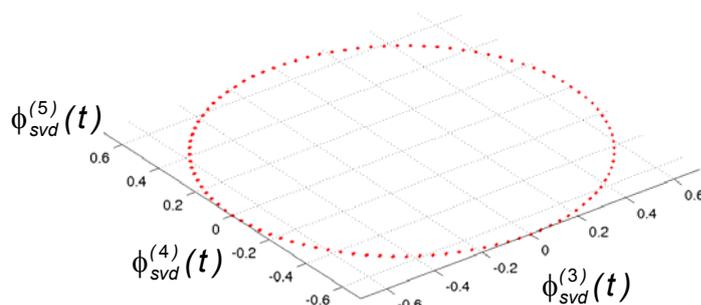


Figure A13.7 : Portrait de phase  $\phi_{svd}^{(5)}(t) = g(\phi_{svd}^{(3)}(t); \phi_{svd}^{(4)}(t))$  par SVD (sur 99 modes) sur  $s(t)$

(iii) Le signal  $s(t)$  est enrichi d'une fréquence non harmonique de 0,5Hz (résultats équivalent pour d'autres valeurs comme 50Hz), il est bruité avec un rapport signal sur bruit de 5% :

$$f_{acq} = \frac{1}{dt_{acq}} = 10 \text{ Hz (fréquence d'échantillonnage)}$$

$$t = n \times dt_{acq} \text{ avec } n=601 \text{ points } (t \in \{0; \dots; 60s\})$$

$$f = 21,95 \text{ Hz (fréquence d'oscillation/mode fondamental de } s)$$

$$f_p = 0,5 \text{ Hz (fréquence non harmonique de } s)$$

$\tilde{\varepsilon}$  : bruit

$$\rightarrow s(t) = \sin(2\pi f t) + 0,1 \sin(4\pi f t) + 0,01 \sin(2\pi f_p t) + 0,05 \tilde{\varepsilon}$$

Soit son équivalent  $s_e$  correctement échantillonné en phase pour comparaison :

$$\varphi = \{-\pi; \dots; \pi\} \text{ (par pas de } \frac{2\pi}{1024})$$

$$\rightarrow s_e(t) = \sin(\varphi) + 0,1 \sin(2\varphi) + 0,01 \sin(\varphi \frac{f_p}{f}) + 0,05 \tilde{\varepsilon}$$

La dynamique principale (du fondamental) est toujours correctement extraite par les modes 1 et 2 (Figure A13.8). L'harmonique est associée aux modes 3 et 4 ; l'autre fréquence et le bruit sont projetés dans les directions propres 5 et supérieures (Figure A13.9). Jusqu'ici, les amplitudes associées à la composante non harmonique et/ou au bruit sont faibles face au fondamental. Lorsque cela ne se vérifie plus, leur dynamique est alors en partie projetée sur les modes 1 et 2. Il y a alors pollution du portrait de phase purement circulaire, par combinaison des deux fréquences. Ceci montre que la projection par SVD ne se substitue pas à la transformation de Fourier.

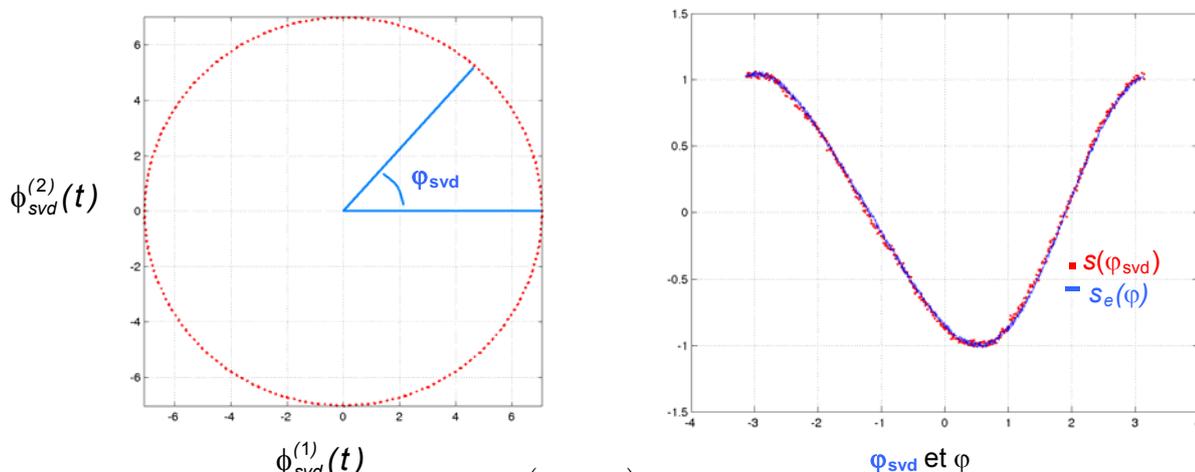


Figure A13.8 : Portrait de phase  $\phi_{svd}^{(2)}(t) = g(\phi_{svd}^{(1)}(t))$  par SVD (sur 99 modes) sur  $s(t)$  (à gauche) ; superposition de  $s(\varphi_{svd})$  réordonné en phase par SVD, avec  $s_e(\varphi)$  (à droite)

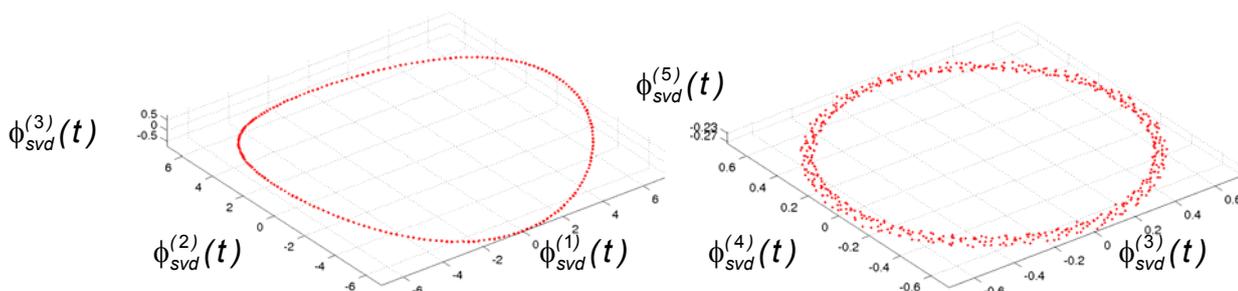


Figure A13.9 : Portrait de phase  $\phi_{svd}^{(3)}(t) = g(\phi_{svd}^{(1)}(t); \phi_{svd}^{(2)}(t))$  par SVD (sur 99 modes) sur  $s(t)$  (à gauche)  
Portrait de phase  $\phi_{svd}^{(5)}(t) = g(\phi_{svd}^{(3)}(t); \phi_{svd}^{(4)}(t))$  par SVD (sur 99 modes) sur  $s(t)$  (à droite)

Cette construction d'un espace des phases permet d'isoler la composante périodique tant que le mode fondamental reste dominant. L'ensemble des courbes et des fonctions associées est regroupé à l'Annexe 13.

Maintenant, il est possible de comparer le cycle de vitesse avec son homologue en pression : identification des courbes par des fonctions sinusoïdales, calcul du taux d'harmonique et des amplitudes de vitesse et de pression, calcul du déphasage vitesse/pression.

#### IV.2.1.5.2 Identification (« fit ») à une fonction analytique du cycle de vitesse

Le cycle de vitesse construit par SVD est identifié à l'aide d'une fonction analytique sinusoïdale de la forme :

$$u_{\text{fit}}(\varphi_{\text{svd}}) = a_0^{(u)} + a_1^{(u)} \cos(d_1^{(u)} \varphi_{\text{svd}} + \psi_1^{(u)}) + a_2^{(u)} \cos(d_2^{(u)} \varphi_{\text{svd}} + \psi_2^{(u)}) + a_3^{(u)} \cos(d_3^{(u)} \varphi_{\text{svd}} + \psi_3^{(u)})$$

où  $a_i^{(u)}$  est l'amplitude en vitesse et  $\psi_i^{(u)}$  le déphasage (phase origine correspondant au maximum du cosinus) du  $i^{\text{ème}}$  mode acoustique

$d_i^{(u)}$  est le numéro du mode acoustique (fondamental : 1 ; 1<sup>er</sup> harmonique : 2...)

Ce dernier paramètre est laissé libre pour que l'identification révèle le contenu modal de la vitesse. Normalement, les vitesses expérimentales servant à l'identification sont à moyenne nulle. Cependant le bruit éventuellement présent et l'échantillonnage peuvent introduire un léger offset artificiel. Ils peuvent créer des erreurs dans l'identification si  $a_0$  est imposé comme nul. Dans la plupart des cas, les calculs sont effectués sans l'harmonique 2 (négligeable).

$a_1$  est l'amplitude de vitesse dans la zone de mesure de laquelle on déduit la vitesse maximale au milieu du résonateur. Elle est comparée ensuite avec celle obtenue par la méthode des histogrammes. Les rapports

$$\frac{a_2^{(u)}}{a_1^{(u)}} \text{ et } \frac{a_3^{(u)}}{a_1^{(u)}}$$

donnent les taux d'harmonique dans la zone de mesure PIV.

#### IV.2.1.5.3 Reconstruction du cycle acoustique de pression à partir du cycle de vitesse

Le signal de pression dynamique a été acquis simultanément aux images PIV. Les deux échelles de temps d'acquisition sont différentes,  $t_n^{(PIV)}$  pour la vitesse  $u_t$  et  $t_m^{(P)}$  pour la pression  $P_1$ . Cependant, l'origine des temps est connue et permet de repérer les valeurs de la pression correspondantes aux vitesses instantanées. Rappelons que la pression est acquise avec une bonne fréquence d'échantillonnage ( $f_e^{(P)} \gg f_e^{(PIV)}$ ). Pour vérifier la méthode de reclassement par phases, nous allons la tester sur la pression. Les données de pressions sont interpolées par rapport à l'échelle de temps  $t_n^{(PIV)}$  de vitesses PIV. On obtient donc des données de pression sous-échantillonnées  $P_1(t_n^{(PIV)})$  associés à nos  $u_t(t_n^{(PIV)})$ . Le réarrangement en phase par SVD sur la vitesse  $u_t(\varphi_{\text{svd}})$  permet donc de reclasser par correspondance directe les données de pression associées  $P_1(\varphi_{\text{svd}})$ . De manière équivalente que pour la vitesse, le profil reconstitué de pression est identifié à une fonction sinusoïdale :

$$P_{\text{fit}}(\varphi_{\text{svd}}) = a_0^{(P)} + a_1^{(P)} \cos(d_1^{(P)} \varphi_{\text{svd}} + \psi_1^{(P)}) + a_2^{(P)} \cos(d_2^{(P)} \varphi_{\text{svd}} + \psi_2^{(P)}) + a_3^{(P)} \cos(d_3^{(P)} \varphi_{\text{svd}} + \psi_3^{(P)})$$

où  $a_i^{(P)}$  est l'amplitude en pression et  $\psi_i^{(P)}$  le déphasage (phase origine correspondant au maximum du cosinus) du  $i^{\text{ème}}$  mode acoustique

$d_i^{(P)}$  est le numéro du mode acoustique (fondamental : 1 ; 1<sup>er</sup> harmonique : 2...)

Ce reclassement de la pression à partir des vitesses permet de vérifier la bonne cohérence du reclassement de ces dernières, notamment par le calcul du déphasage (sur le fondamental) entre la pression et la vitesse  $\psi_1^{(P)} - \psi_1^{(u)}$  pour vérifier sa correspondance avec la valeur théorique.

Le schéma suivant résume les étapes de cette reconstruction de cycle de vitesse puis de pression :

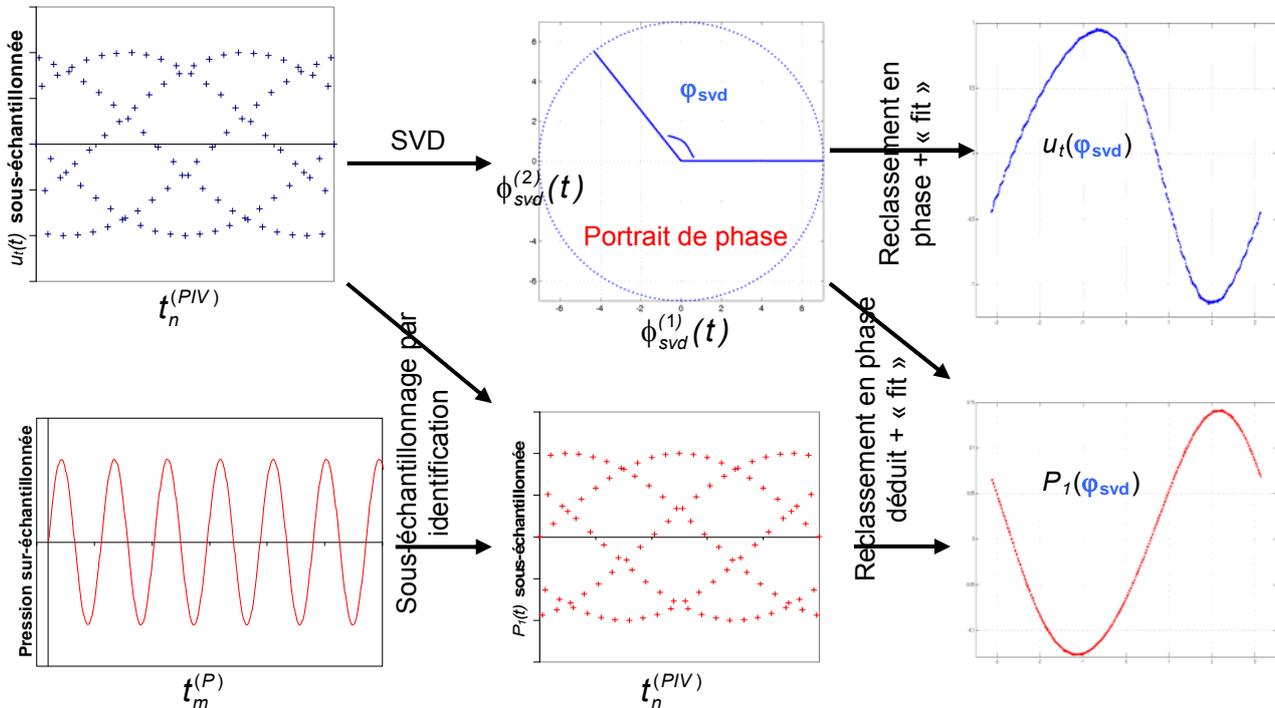


Figure 45 : Schéma résumant l'ordre de l'application de la SVD et du reclassement par phase, ici de la vitesse vers la pression

Jusqu'ici, le reclassement en phase de la vitesse se base sur les données de vitesse elle-même, sans passer par la pression. La SVD permet de s'affranchir du sous-échantillonnage sur les données de vitesse. L'opération inverse, qui consiste à reclasser la vitesse par les données de pression résolue en temps, doit permettre de retrouver des résultats équivalents.

#### IV.2.1.6 Reconstruction du cycle acoustique sur $[-\pi; \pi]$ à partir du reclassement en pression

À la différence de la vitesse, le signal de pression est bien échantillonné. Pour permettre une association données de vitesse/données de pression aux mêmes temps,  $P_1$  est alors sous-échantillonnée par identification sur  $t_n^{(PIV)}$ , temps d'acquisition associé aux vitesses. La SVD peut s'appliquer sur  $P_1(t_n^{(PIV)})$ . Un portrait de phase à l'instar de la SVD sur vitesse est obtenu. Les phases  $\varphi_{svd}^{(P)}$  (« P » pour pression) en sont déduites de la même manière que les  $\varphi_{svd}$  : la pression  $P_1(\varphi_{svd}^{(P)})$  est réordonnée en phase. Le réarrangement des données de vitesse  $u_t(\varphi_{svd}^{(P)})$  correspondantes en est déduit. Le schéma suivant résume l'ordre des opérations.

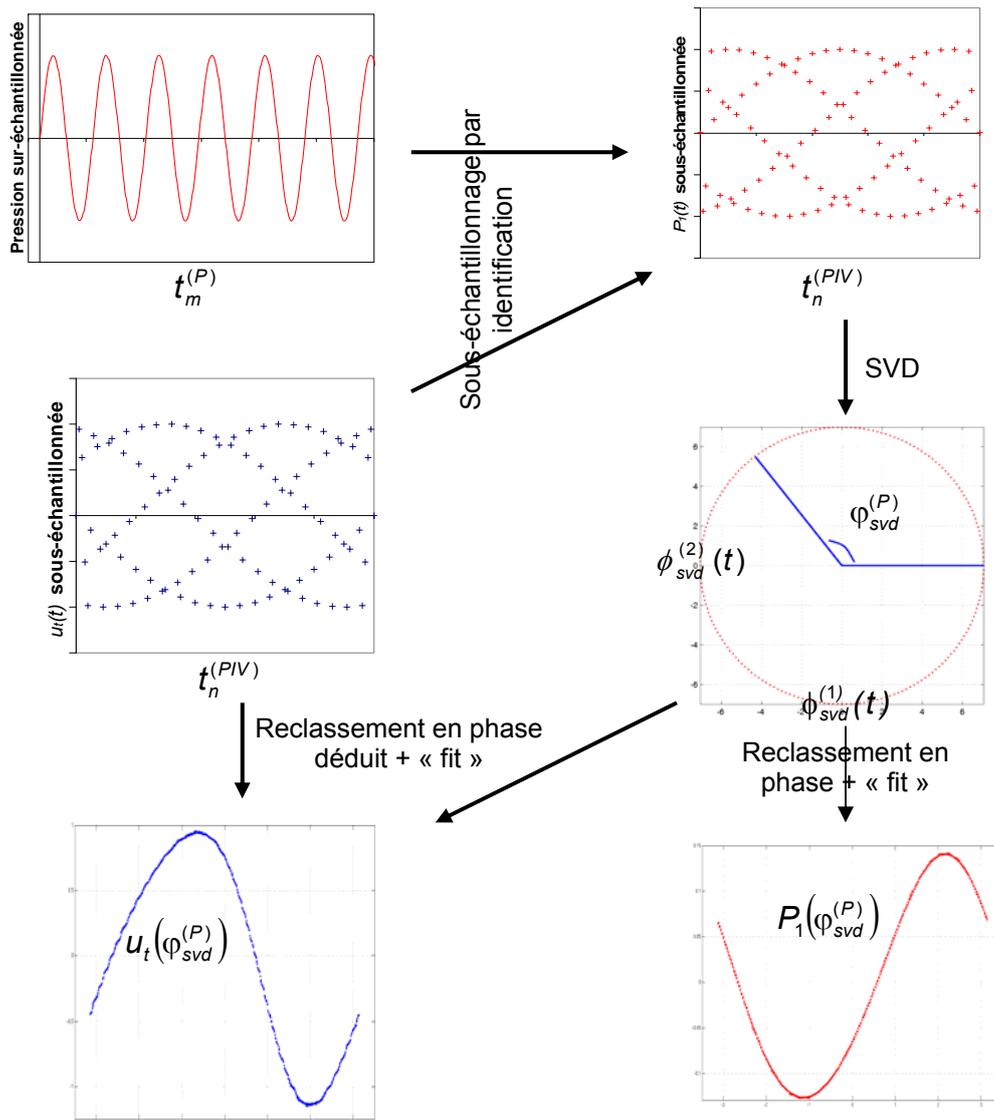


Figure 46 : Schéma résumant l'ordre de l'application de la SVD et du reclassement par phase, ici de la pression vers la vitesse

Une identification à une décomposition de Fourier (« fit ») est de nouveau réalisée sur les deux cycles. Les coefficients (phases, etc...) sont comparés. Afin de valider complètement la reconstruction par SVD, le cycle de vitesse obtenu par SVD de la vitesse est confronté avec celui obtenu ci-dessus par SVD sur pression.

#### IV.2.1.7 Calcul de la longueur d'onde acoustique

La PIV offre des données de vitesse spatiales sous-échantillonnées en temps. Cependant, les reclassements par phase précédents montrent qu'il est possible de couvrir un très grand nombre de phases du cycle acoustique. Dans les cas adéquats, nous sommes donc bien échantillonnés en phase. A partir des profils de vitesse

$$u(x, \varphi_{svd}) = \langle v_x(x, y, \varphi_{svd}) \rangle_y - \bar{u},$$

il est donc possible de déterminer la longueur d'onde acoustique par identification d'une fonction d'onde du type :

$$u_{fit}(x, \varphi_{svd}) = u_{m0} + u_{m1} \sin(kx + \psi_{x1}) \cos(\varphi_{svd} + \psi_{t1}) + u_{m2} \sin(2kx + \psi_{x2}) \cos(2\varphi_{svd} + \psi_{t2})$$

avec  $U_{mi}$  : amplitude du mode acoustique n°i,  $i \in \{0;1;2\}$

- $k$  : nombre d'onde du mode fondamental ( $n^{\circ}1$ )
- $\psi_{xi}$  : déphasage spatial (sur  $x$ ) du mode  $n^{\circ}i$ ,  $i \in \{1;2\}$
- $\psi_{ti}$  : déphasage temporel (sur  $\varphi_{svd}$ ) du mode  $n^{\circ}i$ ,  $i \in \{1;2\}$

L'ensemble des post-traitements présentés jusqu'alors exploitent les données de vitesses acquises sans référencement en phase, c'est-à-dire sans synchronisation sur un signal extérieur. Cette procédure, rappelons-le, est appelée procédure  $n^{\circ}1$ .

## IV.2.2. Champs spatiaux moyennés en temps

### IV.2.2.1 Méthodologie basée sur la SVD

La méthode de calcul des champs moyens présentée au §IV.2.1.3 est basée sur un nombre de pseudo-cycles entiers. Elle se fait par l'élimination de la partie ondulatoire lors du processus de moyenne sur une période entière du cycle acoustique. Cette élimination n'est possible que si le cycle est fermé sur la période. Hors, comme on peut le voir sur la figure 46bis, le 1<sup>er</sup> pseudo-cycle (en bleu) ne ferme pas l'intervalle  $[0 ; T_t]$ . S'il était fermé, il contiendrait le point vert (inexistant dans nos mesures) qui représente la même amplitude que le premier point bleu, mais une période  $T_t$  plus tard. Hors, le point suivant (en rouge) apparaît  $T_t + \varepsilon$  après le premier bleu ; il correspond au premier point de mesure du 2<sup>ème</sup> pseudo-cycle. Ceci est dû au glissement en phase mentionné précédemment (§IV.2.1.1 et Figure 42bis). Le calcul de la moyenne temporelle sur les pseudo-cycles est donc biaisé par ce  $\varepsilon$ . Ce résidu pourrait avoir une influence non négligeable sur les valeurs de la moyenne.

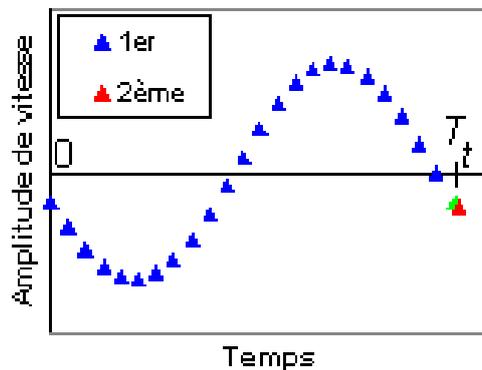


Figure 46bis : Exemple de pseudo-cycle reclassé sur  $[0 ; T_t]$  ; en bleu est représenté le 1<sup>er</sup> pseudo-cycle ; en vert le point à la phase  $2\pi$  fermant le 1<sup>er</sup> pseudo-cycle (s'il existait) ; en rouge, premier point du 2<sup>ème</sup> pseudo-cycle

Pour contourner le problème, on utilise le reclassement en phase par SVD (§IV.2.1.5.1). L'ensemble des données est réarrangé (comme par exemple sur la Figure 45) sur  $[-\pi ; \pi[$ . Pour fermer l'intervalle, la première donnée (correspondante à la phase origine, ici  $-\pi$ ) est placée en queue à la phase  $\pi$ . A partir de tous les champs de vitesse reclassés compris dans cette intervalle verrouillée  $[-\pi ; \pi]$ , on calcule le champ de vitesse moyenné en phase par la méthode des trapèzes, qui sera noté

$$\overline{\vec{V}}_T(\vec{r}; \varphi_{svd})^{(\varphi)} = \overline{\vec{V}}_T^{(\varphi)}(\vec{r}) = \left( \overline{u_x}^{(\varphi)}(\vec{r}), \overline{u_y}^{(\varphi)}(\vec{r}) \right)$$

### IV.2.2.2 Validation synthétique et petite faiblesse de la méthode

Nous avons vu au §IV.2.1.5.1 que la SVD permettait de reconstruire un portrait de phase quasi-circulaire. Le réarrangement en phase permet de retrouver le cycle acoustique de manière optimale. Cependant, quasi-circulaire n'est pas purement circulaire et cette petite erreur introduit une légère imprécision sur les phases. La méthode des trapèzes tient compte de chaque écart entre phases voisines. On comprend bien la répercussions de cette

imprécision sur l'estimation de la moyenne. Surtout que dans notre cas, la moyenne est d'un ordre  $10^{-2}$  à  $10^{-3}$  plus faible que l'onde acoustique. Il est donc intéressant de vérifier que cette erreur ne perturbe pas trop notre moyenne.

Une autre source possible d'imprécision est le fait de prendre le premier champ et de le placer à la queue à la phase  $\pi$  (cf. § précédent). Certes en théorie, ce champ à la phase  $-\pi$  correspond exactement à celui de la phase  $\pi$ , par définition d'un signal périodique. Mais, suite à l'erreur précédente (imprécision sur les phases liée au portrait pas parfaitement circulaire), ce champ ne correspond pas forcément avec la plus grande précision possible à la phase  $\pi$  de CE portrait de phase.

Nous allons voir par la suite l'influence de l'imprécision du reclassement par SVD.

#### IV.2.2.2.1 Vérification du calcul de moyenne par la méthode des trapèzes (sans reclassement par SVD)

Avant de travailler avec un reclassement en phase par SVD, nous allons vérifier que la méthode des trapèzes utilisée ici fonctionne bien.

Nous travaillons avec un sinus de fréquence fondamentale de 21,95Hz, avec un harmonique 1 d'amplitude 18% celle du mode principal, les deux modes étant déphasés, le tout superposé à un champ moyen modélisant très simplement le « streaming ». Il est construit en  $y^2$  (profil de Poiseuille), l'écoulement étant orienté vers les  $x < 0$  près des parois hautes et basses et vers les  $x > 0$  au centre du tube. A noter que les données sont correctement échantillonnées à la fréquence de 21 950 Hz., et calculées pour un temps maximal de  $1/21,95$  s (soit une période entière). Ici les paramètres qui construisent l'onde s'inspirent de valeurs obtenues expérimentalement dans le cas de cette thèse :

$$\begin{aligned} \forall y \in [0; 0,018]m \quad s(x; y; t) &= 61,7284 y^2 - 12,7160 y + 0,6499 \\ &\quad + 3,8 \cos(2\pi f t + \varphi_1) \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right) + 3,8 * 0,18 \cos(4\pi f t + \varphi_2) \sin\left(\frac{4\pi}{\lambda} x\right) \\ \forall y \in ]0,018; 0,092]m \quad s(x; y; t) &= -7,7160 y^2 + 0,8642 y - 0,0142 \\ &\quad + 3,8 \cos(2\pi f t + \varphi_1) \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right) + 3,8 * 0,18 \cos(4\pi f t + \varphi_2) \sin\left(\frac{4\pi}{\lambda} x\right) \\ \forall y \in ]0,092; 0,113]m \quad s(x; y; t) &= 61,7284 y^2 - 1,1111 y \\ &\quad + 3,8 \cos(2\pi f t + \varphi_1) \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right) + 3,8 * 0,18 \cos(4\pi f t + \varphi_2) \sin\left(\frac{4\pi}{\lambda} x\right) \\ t \in \left[0; \frac{1}{21,95}\right]s; x \in [1,115; 1,205]m; f &= 21,95Hz; \varphi_1 = 3,51; \varphi_2 = 3; \lambda = 7,88m \times 2; \end{aligned}$$

L'intérêt de ce sinus est qu'il construit un cycle déjà ordonné et bien échantillonné en phase/temps (fait par SVD dans les cas sous-échantillonnés) ; le dernier point verrouille proprement le cycle et correspond bien à la phase  $\pi$ , l'écart entre le premier champ (phase  $-\pi$ ) et ce dernier étant de  $9.10^{-16}$  (précision de la machine). La Figure 46.1 présente l'évolution sur la période de  $s(x_c; y_c; t)$ ,  $(x_c; y_c)$  étant le point central de la zone d'observation. La Figure 46.2 superpose le profil moyen analytique (en rouge) avec le profil moyenné en phase (les temps ont été convertis en phase par pondération  $2\pi f$ ) puis suivant  $x$   $s_m(y) = \left\langle s(x, y, t) \right\rangle_x$ . L'écart maximal est de  $10^{-16}$ , la concordance est parfaite. La méthode des trapèzes fonctionne très bien. Notons que les deux discontinuités observées sur le profil de la Figure 46.2 permettent de repérer le passage par zéro.

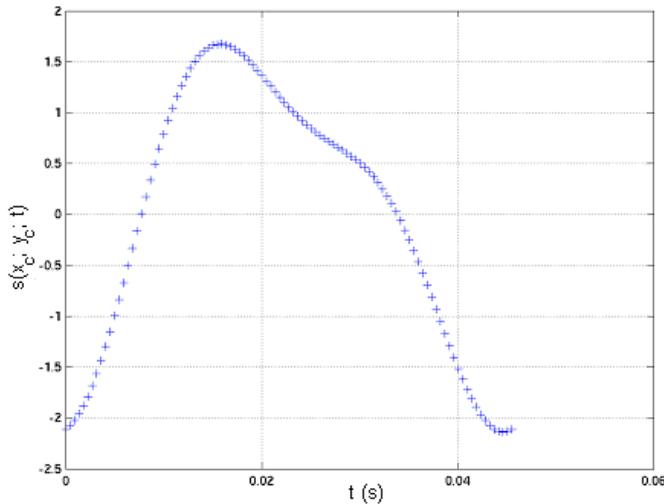


Figure 46.1 : Evolution du signal  $s(x_c, y_c; t)$  en fonction du temps sur une période ;  $(x_c, y_c)$  étant le point central de la zone d'observation

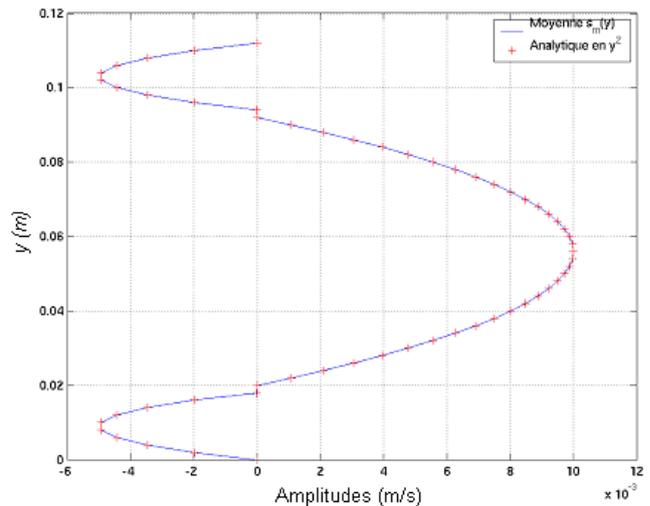


Figure 46.2 : Superposition de  $s_m(y)$  obtenue par moyenne en phase et du profil analytique en Poiseuille

#### IV.2.2.2 Vérification du calcul de moyenne par la méthode des trapèzes (avec reclassement par SVD)

- Cas du sinus précédent SOUS-échantillonné en temps

Les seules différences tiennent au sous-échantillonnage (à la fréquence de 10 Hz comme en PIV) sur un temps plus long ( $t \in \{0 ; 100\}$ s, similaire à la PIV). Cette fois-ci, la SVD est appliquée sur le signal

$$s(t) = \left\langle s(x, y, t) - \overline{s(x, y, t)}_{x,y} \right\rangle_{x,y}$$

moyenne spatiale de  $s$  retranchée de sa moyenne temporelle  $\overline{s(x, y, t)}$ . Effectivement, la SVD fonctionne de manière optimale sur des données à moyenne nulle (nulle dans le cas parfait). La décomposition est faite sur 99 modes pour permettre un reclassement et un sur-échantillonnage en phase. Le portrait de phase obtenu est donné à la Figure 46.3.

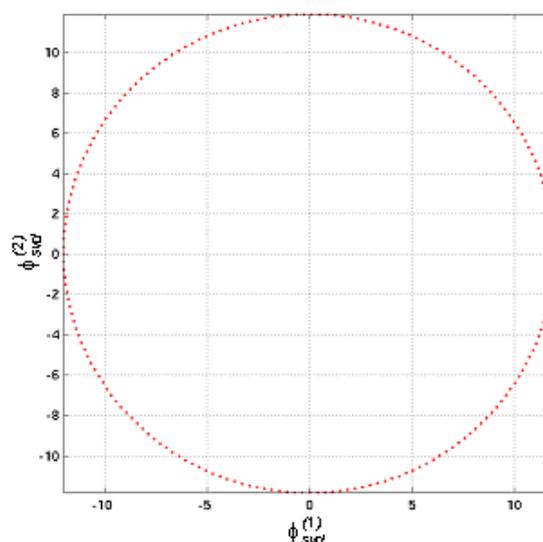


Figure 46.3 : Portrait de phase  $\phi_{svd}^{(2)}(t) = g(\phi_{svd}^{(1)}(t))$  par SVD (sur 99 modes) sur  $s(t)$

La moyenne en phase par la méthode des trapèzes est appliquée par la suite. La Figure 46.4 montre le profil  $s_m(y) = \langle s(x, y, t) \rangle_x$  obtenu après moyenne suivant tous les  $x$  (en bleu), comparé au profil moyen théorique (en rouge). On remarque tout de suite une translation de  $-3,8$  mm/s (sans déformation aucune) entre les deux profils, soit une erreur de 38% par rapport au maximum d'amplitude du profil.

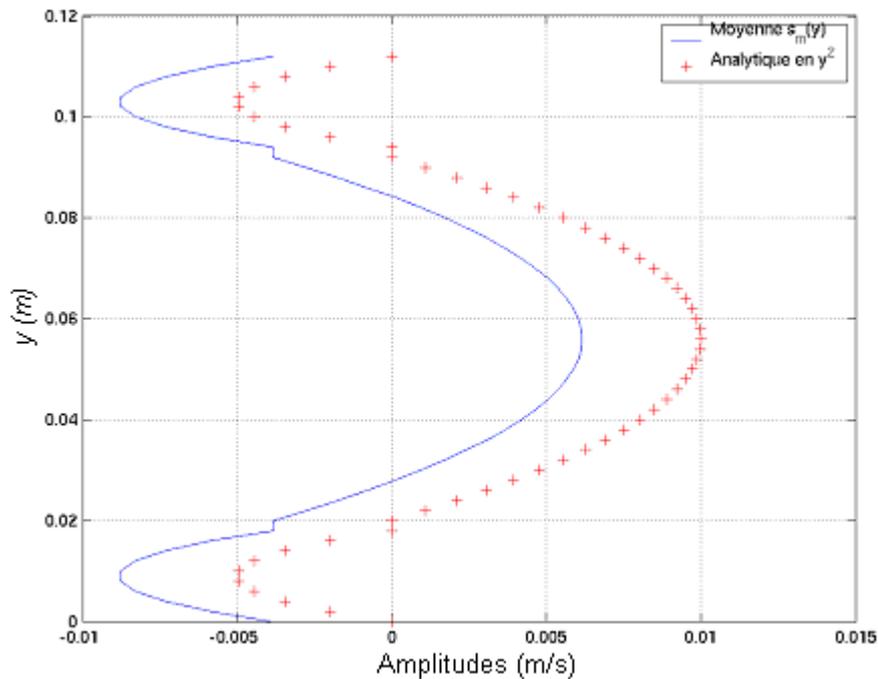


Figure 46.4 : Superposition de  $s_m(y)$  obtenue par moyenne en phase SVD et du profil analytique en Poiseuille

Regardons les densités spectrales de puissance des modes SVD 1 et 2 à la Figure 46.5. Celles-ci y sont représentées en échelle linéaire pour la fréquence et logarithmique de base 10 pour la densité de puissance (module au carré de la Transformée de Fourier Discrète non corrigée par le pas en fréquence). Comme les modes SVD ont la même flèche de temps que les données de base  $s(t)$ , ils sont sous-échantillonnés et leur densité spectrale présente un repliement en fréquence. Le mode fondamental apparaît à la fréquence de  $1,949\text{Hz} + 2 \times 10\text{Hz} = 21,95\text{Hz}$  (2 repliements avec 10Hz la fréquence d'échantillonnage). L'harmonique apparaît replié 2 fois aussi et son amplitude est de 0,002% celle du fondamentale. La SVD réussit à associer le mode fondamental de l'onde avec les deux premiers modes SVD. Mais la légère pollution due à l'harmonique (0,002%) tend à déformer suffisamment (même si cela paraît négligeable) le portrait de phase pour que le calcul de la moyenne soit biaisée ( $\sim 38\%$ )

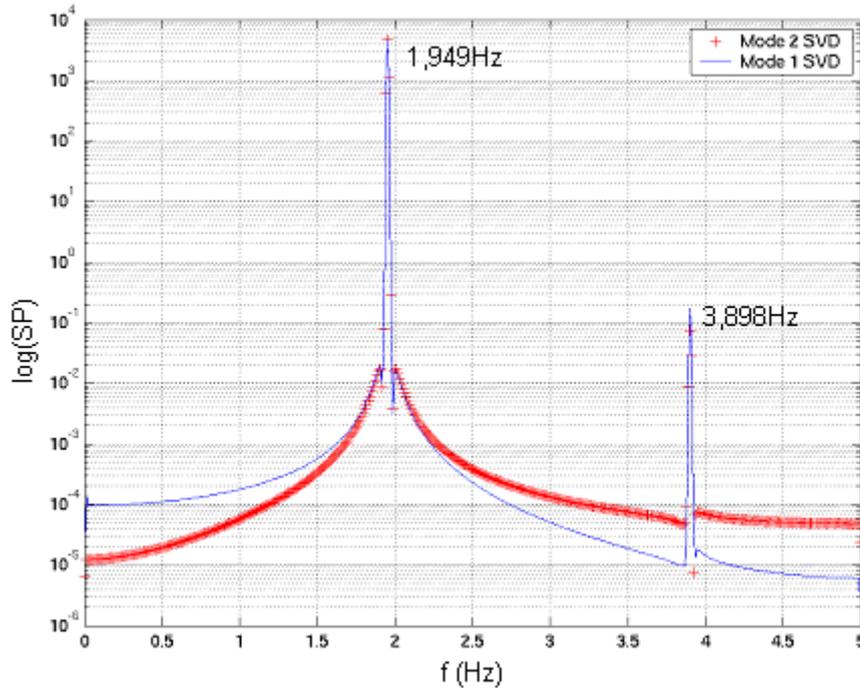


Figure 46.5 : Densité Spectrale de Puissance  $SP=|TFD|^2$  (TFD la transformée de Fourier Discrète non corrigée par le pas en fréquence) des modes SVD  $\phi_{svd}^{(1)}(t)$  et  $\phi_{svd}^{(2)}(t)$  en échelle linéaire-log (base 10)

- Cas du sinus précédent mais sans l'harmonique

$$\begin{aligned} \forall y \in [0; 0,018]m \quad s(x; y; t) &= 61,7284 y^2 - 12,7160 y + 0,6499 \\ &\quad + 3,8 \cos(2\pi f t + \varphi_1) \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right) \\ \forall y \in ]0,018; 0,092]m \quad s(x; y; t) &= -7,7160 y^2 + 0,8642 y - 0,0142 \\ &\quad + 3,8 \cos(2\pi f t + \varphi_1) \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right) \\ \forall y \in ]0,092; 0,113]m \quad s(x; y; t) &= 61,7284 y^2 - 1,1111 y \\ &\quad + 3,8 \cos(2\pi f t + \varphi_1) \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right) \\ t &\in \left[0; \frac{1}{21,95}\right]s ; x \in [1,115; 1,205]m ; f = 21,95Hz ; \varphi_1 = 3,51 ; \lambda = 7,88m \times 2 ; \end{aligned}$$

Pour vérifier que l'harmonique est bien responsable de la translation du profil de vitesse moyenne, on reprend le sinus sous-échantillonné précédent mais en retirant la partie harmonique.

Les profils de vitesse moyenne et analytique sont superposés sur le graphe de la Figure 46.6. L'écart maximal entre les deux est de 0,02 mm/s. Les densités spectrales de puissance des modes 1 et 2 SVD sont fournies sur le graphe 46.7. Ce cas permet de valider la méthode de SVD associée à la moyenne en phase ; il montre bien que l'harmonique tend à introduire une incertitude sur le reclassement en phase, qui se répercute lors du calcul de la moyenne.

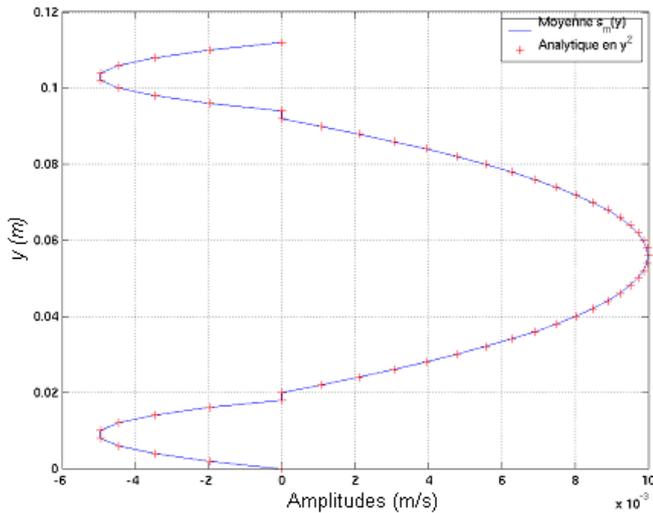


Fig. 46.6 : Superposition de  $s_m(y)$  obtenue par moyenne en phase SVD et du profil analytique en Poiseuille

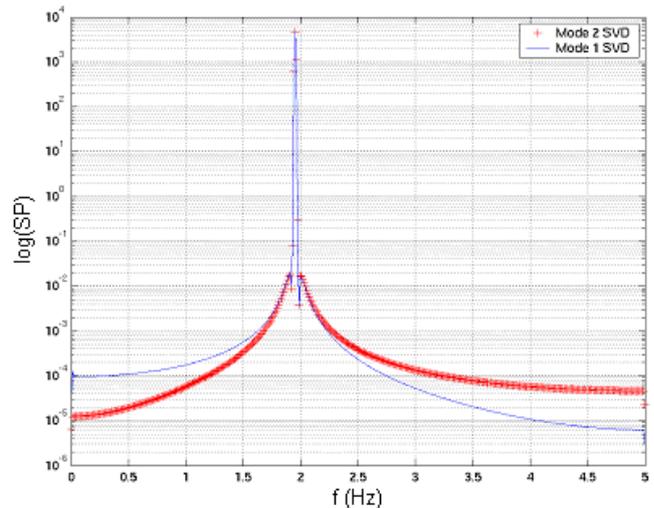


Figure 46.7 : Densité Spectrale de Puissance  $SP=|TFD|^2$  (TFD la transformée de Fourier Discrète non corrigée par le pas en fréquence) des modes SVD  $\phi_{svd}^{(1)}(t)$  et  $\phi_{svd}^{(2)}(t)$  en échelle linéaire-log (base 10)

Il faudra donc être prudent par la suite lors de l'étude des champs expérimentaux de vitesse moyenne.

Pour tenter d'éliminer le problème, nous pourrions augmenter le nombre de mode de décomposition SVD bien que déjà assez élevé (99). Cela permettrait a priori de « purifier » encore plus les 2 premiers modes SVD. Cependant, les moyennes obtenues pour des décompositions plus grandes ne permettent pas d'obtenir le profil non translaté. L'effet éventuellement positif que pourrait avoir cette augmentation de l'espace des valeurs singulières serait contrecarré par la diminution du nombre de données construisant le portrait de phase. Effectivement, la matrice des retards à partir de laquelle la SVD est réalisée (§IV.2.1.5.1) est construite avec un nombre plus faible de données tandis que son espace des valeurs singulières augmente en taille.

Une autre solution serait de filtrer l'harmonique sur les deux modes SVD 1 et 2. C'est le sujet du paragraphe suivant.

- Cas du sinus avec l'harmonique filtré sur les modes 1 et 2 SVD.

Nous reprenons le sinus harmonique. Cette fois-ci, les modes SVD  $\phi_{svd}^{(1)}(t)$  et  $\phi_{svd}^{(2)}(t)$  passent dans un filtre butterworth d'ordre 3 afin d'éliminer le pic harmonique. La Figure 46.8 présente la superposition des deux profils de vitesse moyennée en phase et analytique : le premier est toujours translaté par rapport au premier mais l'écart maximal est de 1,0 mm/s ! La Figure 46.9 montre la densité spectrale des deux modes SVD filtrés : l'harmonique est bien éliminé mais le filtrage n'est pas parfait pour le mode 2. Ceci doit expliquer l'écart de 1,0 mm/s toujours présent.

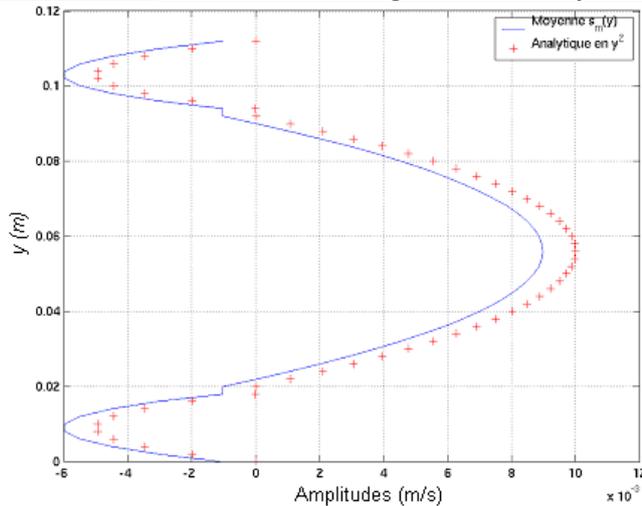


Fig. 46.8 : Superposition de  $s_m(y)$  obtenue par moyenne en phase SVD et du profil analytique en Poiseuille

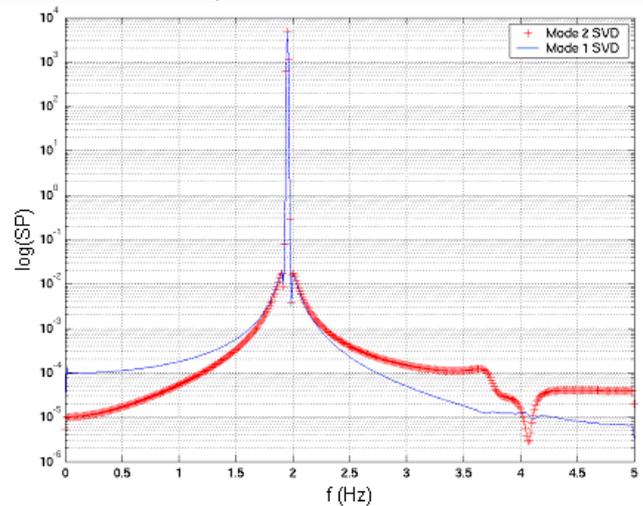


Figure 46.9 : Densité Spectrale de Puissance  $SP=|TFD|^2$  (TFD la transformée de Fourier Discrète non corrigée par le pas en fréquence) des modes SVD  $\phi_{svd}^{(1)}(t)$  et  $\phi_{svd}^{(2)}(t)$  en échelle linéaire-log (base 10)

### IV.3. Reconstruction avec référence de phase

Maintenant, nous allons aborder les méthodologies de reconstruction des cycles acoustiques et des moyennes basées sur un référencement en phase. Elles sont associées à trois types de procédures (2 à 4). Ce chapitre présente les post-traitements qui leur sont appliqués. Certains sont dérivés des précédents.

#### IV.3.1. Procédure numéro 2

##### IV.3.1.1 Principe général

Pour les détails techniques (électroniques...), se référer aux paragraphes §II.2.3.2 et §IV.1.5.2.1.

Cette procédure est classique en PIV appliquée à un écoulement oscillant [Michard et al, Blanc-Benon et al, Duffourd, Berson, Nabavi et al, Berson et al 1 et 2]. Elle consiste à discrétiser le cycle acoustique en un certain nombre de phases. Pour les travaux entrepris ici, le cycle est décomposé en 16 phases ; elles ne sont pas forcément identiques pour chaque série complète de mesure, et peuvent ne pas être équi-réparties (Figure 47 gauche).

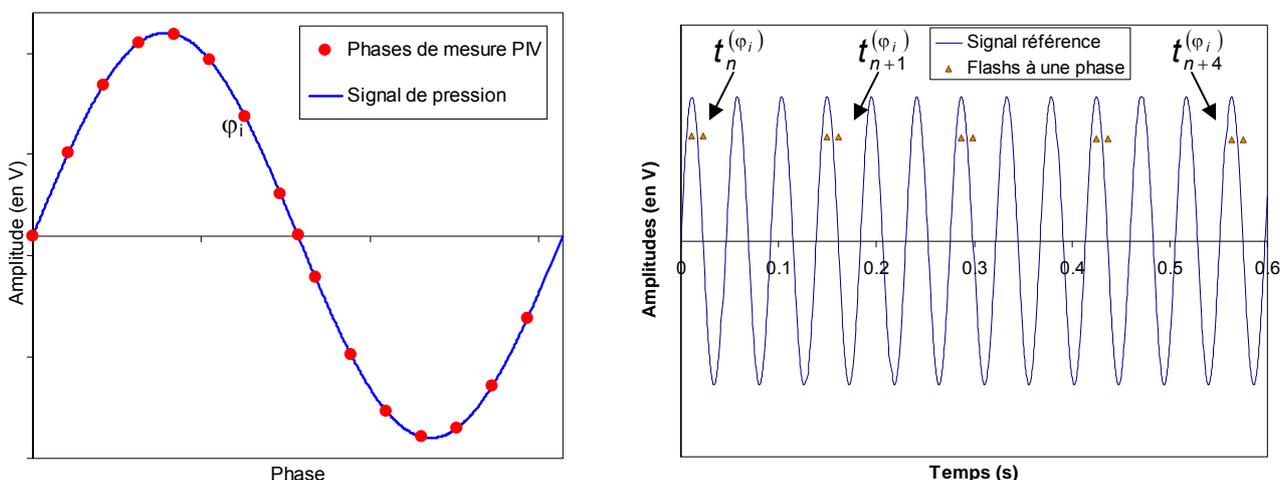


Figure 47 : A gauche, exemple de discrétisation en phase (en rouge) du signal de pression (en bleu) pour la mesure PIV ; à droite, rappel du principe de déclenchement la procédure n°2

On choisit une phase du cycle de pression, par exemple  $\varphi_i$  sur la figure 47. A chaque fois que cette phase est « visitée », une paire d'images est acquise (figure 47). Un grand nombre d'acquisitions de vitesse est ainsi réalisé pour cette phase donnée. Après application des prétraitements (cf. § IV.1.1) et du calcul par flot optique (cf. § IV.1.2), on obtient donc des champs instantanés de vitesse, correspondant à la phase  $\varphi_i = 2\pi f t_n^{(\varphi_i)}$  ( $f$  fréquence acoustique) :  $\vec{V}(x, y, t_n^{(\varphi_i)})$

avec  $x \in [0, L_{PIV}]$ ,  $y \in [-R_i, R_i]$

$$t_n^{(\varphi_i)} = t_0^{(\varphi_i)} + nT_e^{(PIV)}, \quad 1 \leq n \leq N_{tot}$$

$t_0^{(\varphi_i)}$  est le temps origine de l'acquisition

$T_e^{(PIV)}$  est la période d'acquisition synchronisée, dépendant du signal extérieur donc susceptible de fluctuer (si la fréquence de la pression évolue, ce temps suivra) ; dans les cas favorables,  $T_e^{(PIV)} = T_t$ , cette dernière étant la période acoustique.

A partir de ces champs, on calcule la vitesse à la phase  $\varphi_i$  par moyenne de phase. Une étape du post-traitement consiste à vérifier que cette moyenne est bien convergée. Le champ de vitesse de l'écoulement moyen est calculé par la suite par moyenne de phase.

### IV.3.1.2 Obtention des champs convergés de vitesse à toutes les phases du cycle

Partons de la décomposition de Hussain et Reynolds ( $\vec{r} = (x; y)$ ) :

$$\vec{V}(\vec{r}, t) = \tilde{\vec{V}}(\vec{r}, t) + \vec{V}'(\vec{r}, t) + \overline{\vec{V}}(\vec{r}) = \hat{\vec{V}}_\varphi(\vec{r}, t) + \vec{V}'(\vec{r}, t)$$

où  $\tilde{\vec{V}}(\vec{r}, t)$  est la vitesse oscillante (contient le mode acoustique fondamental et les harmoniques)

$\overline{\vec{V}}(\vec{r})$  est la composante indépendante du temps (moyenne en temps)

$\vec{V}'(\vec{r}, t)$  : composante de vitesse non périodique (turbulence, bruit...)

$\hat{\vec{V}}_\varphi(\vec{r}, t) = \tilde{\vec{V}}(\vec{r}, t) + \overline{\vec{V}}(\vec{r})$  est appelée « moyenne de phase »

La moyenne de phase est définie par la formule suivante :

$$\hat{\vec{V}}_\varphi(\vec{r}, t) = \lim_{N_{tot} \rightarrow \infty} \frac{1}{N_{tot}} \sum_{n=0}^{N_{tot}} \vec{V}(\vec{r}; t + nT_e^{(PIV)})$$

La notation  $\hat{\ }_\varphi$  désignera par la suite la moyenne de phase.

Ces différentes quantités ont pour propriétés :

$$\overline{\vec{V}}(\vec{r}) = \lim_{t_{tot} \rightarrow \infty} \frac{1}{t_{tot}} \int_0^{t_{tot}} \vec{V}(\vec{r}, t) dt,$$

$$\overline{\vec{V}'(\vec{r}, t)} = 0 \quad \text{et} \quad \left( \hat{\vec{V}}' \right)_\varphi(\vec{r}, t) = 0,$$

$$\overline{\hat{\vec{V}}_\varphi(\vec{r}, t)} = \overline{\vec{V}(\vec{r}, t)}.$$

On possède un ensemble d'échantillons  $\{\vec{V}(x, y, t_n^{(\varphi_i)}), 1 \leq n \leq N_{tot}\}$  acquis pour une phase  $\varphi_i$ . Le champ de vitesse  $\hat{V}_\varphi(\vec{r}, \varphi_i)$  correspondant à cette phase  $\varphi_i$  est la moyenne de phase calculée sur tous les échantillons  $N_{tot}$  :

$$\hat{V}_\varphi(\vec{r}, \varphi_i) = \lim_{N_{tot} \rightarrow \infty} \frac{1}{N_{tot}} \sum_{n=0}^{N_{tot}} \vec{V}(\vec{r}; t_n^{(\varphi_i)})$$

Au final, on obtient la famille de champs de vitesse de phase

$$\{\hat{V}_\varphi(\vec{r}, \varphi_i), 1 \leq i \leq N_\varphi\}$$

### IV.3.1.3 Vérification de la bonne convergence des champs de vitesse $\hat{V}_\varphi$

Pour avoir une information pertinente sur les  $\hat{V}_\varphi(\vec{r}, \varphi_i)$ , il est nécessaire d'avoir un nombre d'échantillons  $N_{tot}$  suffisant. La convergence de la moyenne qui sert au calcul de  $\hat{V}_\varphi(\vec{r}, \varphi_i)$  est vérifiée systématiquement. Pour cela, on prend la famille d'échantillons  $\{\vec{V}(x, y, t_n^{(\varphi_i)}), 1 \leq n \leq N_{tot}\}$  correspondant à la phase  $\varphi_i$ . A partir d'elle, on calcule pour les composantes suivant  $x$  et  $y$  de la vitesse  $\vec{V} = (V_x, V_y)$  ( $V$  par la suite désigne  $V_x$  ou  $V_y$  :

- la vitesse maximale  $V^{(max)}(t_n^{(\varphi_i)}) = \max_{(x,y)} [\vec{V}(x, y, t_n^{(\varphi_i)})]$   $1 \leq n \leq N_{tot}$  à chaque temps  $t_n^{(\varphi_i)}$

→ on obtient la famille de vitesse maximale  $\{V^{(max)}(t_n^{(\varphi_i)}), 1 \leq n \leq N_{tot}\}$

- la vitesse minimale  $V^{(min)}(t_n^{(\varphi_i)}) = \min_{(x,y)} [\vec{V}(x, y, t_n^{(\varphi_i)})]$   $1 \leq n \leq N_{tot}$  à chaque temps  $t_n^{(\varphi_i)}$

→ on obtient la famille de vitesse minimale  $\{V^{(min)}(t_n^{(\varphi_i)}), 1 \leq n \leq N_{tot}\}$

- la vitesse moyenne en espace  $\langle V \rangle(t_n^{(\varphi_i)}) = \frac{1}{|D|} \iint_D \vec{V}(x, y, t_n^{(\varphi_i)}) dx dy$  à chaque temps  $t_n^{(\varphi_i)}$  ( $D$ : domaine d'intégration sur  $x$  et  $y$  et  $|D|$  sa surface)

→ on obtient la famille de vitesse moyenne  $\{\langle V \rangle(t_n^{(\varphi_i)}), 1 \leq n \leq N_{tot}\}$ .

On calcule une famille de moyenne incrémentée (sur un nombre croissant d'échantillons) pour chacune de ces 3 familles. Soit, pour généraliser, la famille d'échantillons  $\{U(t_n^{(\varphi_i)}), 1 \leq n \leq N_{tot}\}$  où  $U$  est soit la vitesse minimale, maximale ou moyenne ( $U \equiv V^{(min)}, V^{(max)}$  ou  $\langle V \rangle$ ) ; la moyenne incrémentale est construite de telle façon :

$$\tilde{U}(t_{\tilde{N}}^{(\varphi_i)}) = \frac{1}{\tilde{N}} \sum_{n=1}^{\tilde{N}} U(t_n^{(\varphi_i)})$$

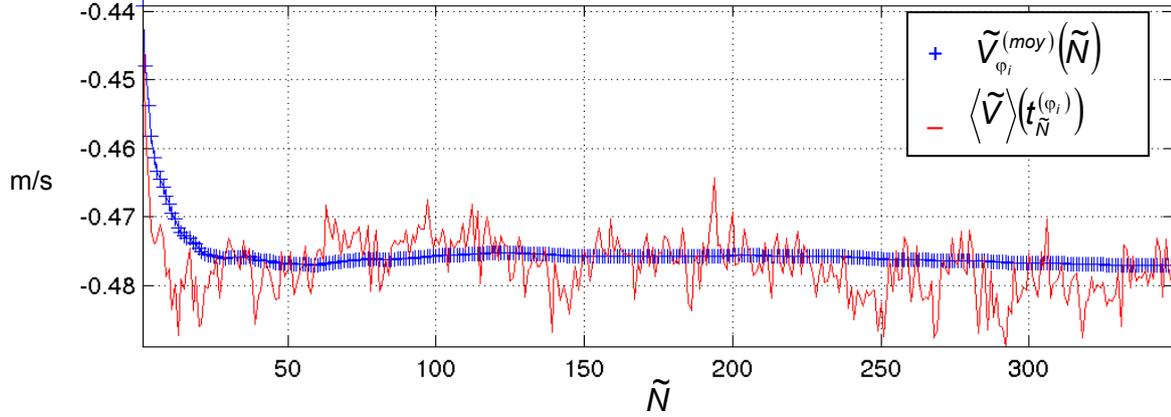
avec  $\tilde{N}$  un nombre d'échantillons inférieur à  $N_{tot}$ .

On fait varier  $\tilde{N}$  entre 1 et  $N_{tot}$  et on obtient les trois familles suivantes, respectivement pour la vitesse maximale, minimale et moyenne spatiale :

$$\tilde{V}_{\varphi_i}^{(max)}(\tilde{N}) = \{\tilde{V}^{(max)}(t_{\tilde{N}}^{(\varphi_i)}), 1 \leq \tilde{N} \leq N_{tot}\}, \quad \tilde{V}_{\varphi_i}^{(min)}(\tilde{N}) = \{\tilde{V}^{(min)}(t_{\tilde{N}}^{(\varphi_i)}), 1 \leq \tilde{N} \leq N_{tot}\}$$

et  $\tilde{V}_{\varphi_i}^{(moy)}(\tilde{N}) = \{\tilde{\langle V \rangle}(t_{\tilde{N}}^{(\varphi_i)}), 1 \leq \tilde{N} \leq N_{tot}\}$ .

La figure suivante montre un exemple d'évolution pour  $\tilde{V}_{\varphi_i}^{(moy)}(\tilde{N})$  et  $\langle \tilde{V} \rangle(t_{\tilde{N}}^{(\varphi_i)})$ , ( $1 \leq \tilde{N} \leq N_{tot}$ ) avec  $V \equiv V_x$  :



*Figure 48 : Exemple d'évolution de la moyenne incrémentée et des échantillons correspondant de la vitesse suivant x, en fonction du nombre d'échantillons*

La convergence est vérifiée à partir de la formule  $\sigma_c = \frac{\sigma}{\sqrt{\tilde{N}_c}}$

où -  $\sigma$  est l'écart-type de la donnée  $\tilde{U}_{\varphi_i}$  (« max », « min » ou « moy ») tel que

$$\sigma(\tilde{U}_{\varphi_i}) = \sqrt{\frac{1}{N_{tot}} \sum_{\tilde{N}=1}^{N_{tot}} (\tilde{U}_{\varphi_i} - \bar{\tilde{U}}_{\varphi_i})^2} \quad \text{avec} \quad \bar{\tilde{U}}_{\varphi_i} = \frac{1}{N_{tot}} \sum_{\tilde{N}=1}^{N_{tot}} \tilde{U}_{\varphi_i}(\tilde{N}) \quad (\text{moyenne arithmétique})$$

-  $\sigma_c$  est l'écart type à convergence souhaitée

On calcul  $\tilde{N}_c$  le nombre minimal d'échantillons (de champs de vitesse) pour atteindre le critère  $\sigma_c (=10^{-3}$  ici) :

$$\tilde{N}_c = \max(\tilde{N}_c^{(max)}, \tilde{N}_c^{(min)}, \tilde{N}_c^{(moy)})$$

$$\text{avec } \tilde{N}_c^{(max)} = \left( \frac{\sigma(\tilde{V}_{\varphi_i}^{(max)})}{\sigma_c} \right)^2, \quad \tilde{N}_c^{(min)} = \left( \frac{\sigma(\tilde{V}_{\varphi_i}^{(min)})}{\sigma_c} \right)^2 \quad \text{et} \quad \tilde{N}_c^{(moy)} = \left( \frac{\sigma(\langle \tilde{V}_{\varphi_i} \rangle)}{\sigma_c} \right)^2.$$

Des essais d'acquisition PIV ont bien sûr été réalisés préalablement pour connaître la valeur  $\tilde{N}_c$ . Les séries de mesures complètes ont toujours été effectuées au delà.

#### **IV.3.1.4 Réduction de l'information et comparaison avec les données obtenues par la procédure 1**

Comme déjà spécifié, un certains nombres de post-traitements employés pour la procédure 1 sont réemployés pour la procédure 2. Notamment la réduction de l'information par le calcul de la vitesse moyennée en espace. Elle est ensuite tracée en fonction des phases pour formée le cycle de vitesse total (la composante continue/moyenne n'est pas retranchée ici). Il est ensuite superposé et comparé avec les deux cycles obtenus par SVD sur vitesse puis pression (sans avoir retranché la moyenne). Ceci permet de valider les deux méthodologies l'une par rapport à l'autre.

### IV.3.1.5 Calcul de la composante continue de vitesse par moyenne en phase

La composante continue est calculée par moyenne EN phase ou PHASIQUE (équivalente à une moyenne en temps) à l'aide des données de vitesse obtenue par moyenne DE phase :

$$\hat{V}_\varphi(\vec{r}, \varphi) = \left\{ \hat{V}_\varphi(\vec{r}, \varphi_i), \quad 1 \leq i \leq N_\varphi \right\}$$

Le champ spatial moyenné en phase  $\overline{\hat{V}_\varphi}$  est déterminé par la formule ( $\varphi_0$  étant la phase origine)

$$\overline{\hat{V}_\varphi}(\vec{r}) = \frac{1}{2\pi} \int_{\varphi_0}^{\varphi_0+2\pi} \hat{V}_\varphi(\vec{r}, \varphi) d\varphi$$

Il est équivalent au champ spatial moyenné en temps  $\overline{V_T}(\vec{r})$  (cf. Annexe 14).

Ce paragraphe termine l'ensemble des post-traitements appliqués à la Procédure 2.

## IV.3.2. Procédure numéro 3

### IV.3.2.1 Principe général

Pour les détails techniques, se référer au paragraphe concerné.

Elle est équivalente à la procédure n°2. La figure 49 rappelle son principe :

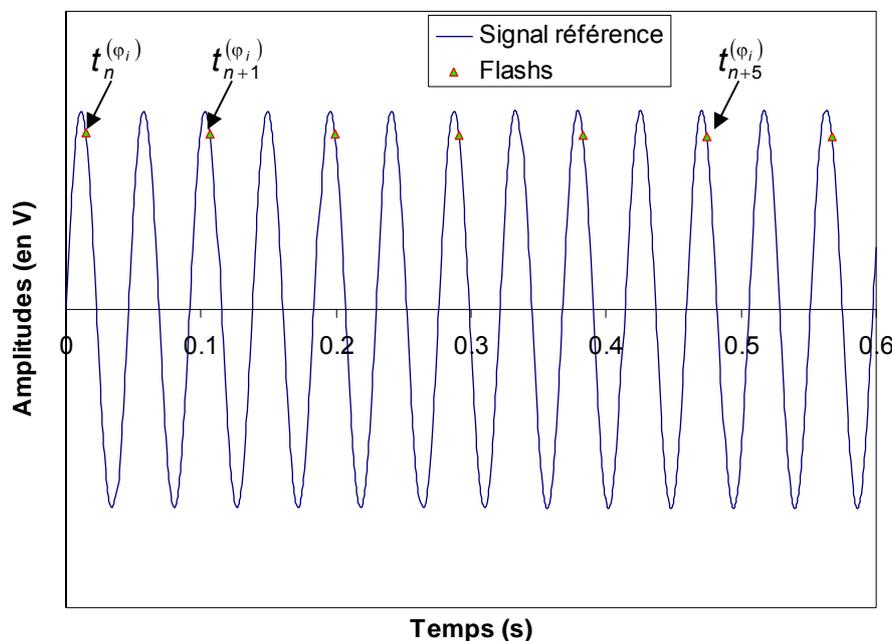


Figure 49 : Schéma de déclenchement électronique Procédure n°3

Les  $t_n^{(\varphi_i)}$  font références aux temps de synchronisation sur un signal extérieur (pression) : se référer à la figure 43 et au chapitre correspondant. Dans cette procédure 3, la composante oscillante de la vitesse est « électroniquement » masquée. Seule la composante continue de vitesse est mesurée ici. En fait, dans la procédure numéro 2, nous avons implicitement la configuration de la procédure 3, mais doublée en nombre de périodes sautées :

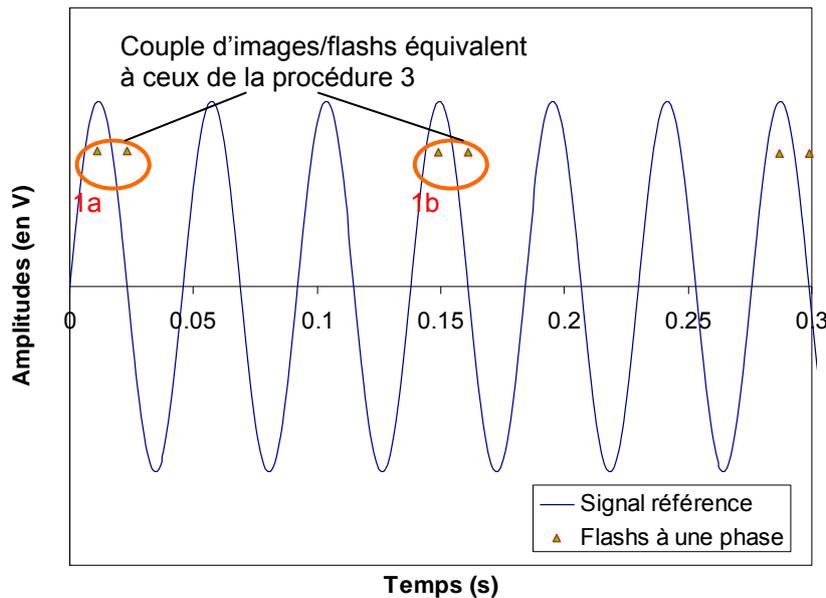


Figure 50 : Rappel du schéma de principe de la procédure 2

En effet, les premières (resp. les secondes) images (i.e. flashes 1a et 1b figure 50) de chaque paire permettent aussi d'éliminer « électroniquement » la partie acoustique du phénomène oscillant et donc de donner directement accès au champ moyen (Figure 50), à l'instar de la procédure 3. Mais l'électronique oblige une acquisition toutes les 3 périodes minimum. Grâce à la procédure n°3, l'acquisition est réduite à une cadence synchronisée de 2 périodes minimum. Cela réduit le risque de décorrélation entre les images voisines.

#### IV.3.2.2 Validation de la procédure

Cette procédure n°3 a été testée lors de nombreux essais comme en témoigne le Tableau de l'Annexe 15. Les tests ont été faits pour les mêmes paramètres de contrôle physique et à une phase qui correspond à une vitesse proche de la vitesse maximale. Pour chaque essai, une simple intercorrélacion entre deux images successives permet de s'assurer de la possibilité de calculer un champ de déplacement cohérent. Les premiers essais, réalisés pour des paramètres d'acquisition standard (ouverture de caméra F3, gain de la caméra fixé à 10 ou 100, épaisseur de nappe laser de ~1mm max), n'ont pas été probants. Contrairement à la procédure 2 où un pic de corrélation est nettement observable (figure 51 gauche, localisée par la flèche jaune), la procédure 3 montre que les images sont décorrélées. Ensuite, plusieurs paramètres ont été explorés afin de tenter d'obtenir une corrélation satisfaisante :

- L'ouverture de la caméra (augmentation de la profondeur de champ...)
- Le temps d'attente après injection des particules
- L'épaisseur de la nappe, qui introduit des incertitudes sur les vitesses mais considérées comme négligeables.

Cependant, aucun essai n'a pu aboutir. La corrélation est quasi-inexistante ; ceci peut être du à l'existence d'un écoulement transverse qui fait sortir les particules de la nappe ou d'un écoulement moyen qui translate les particules hors du champ d'une image à l'autre. Aucun champ de vitesse réel ne semble pouvoir être obtenu avec deux périodes d'oscillation d'écart entre deux images

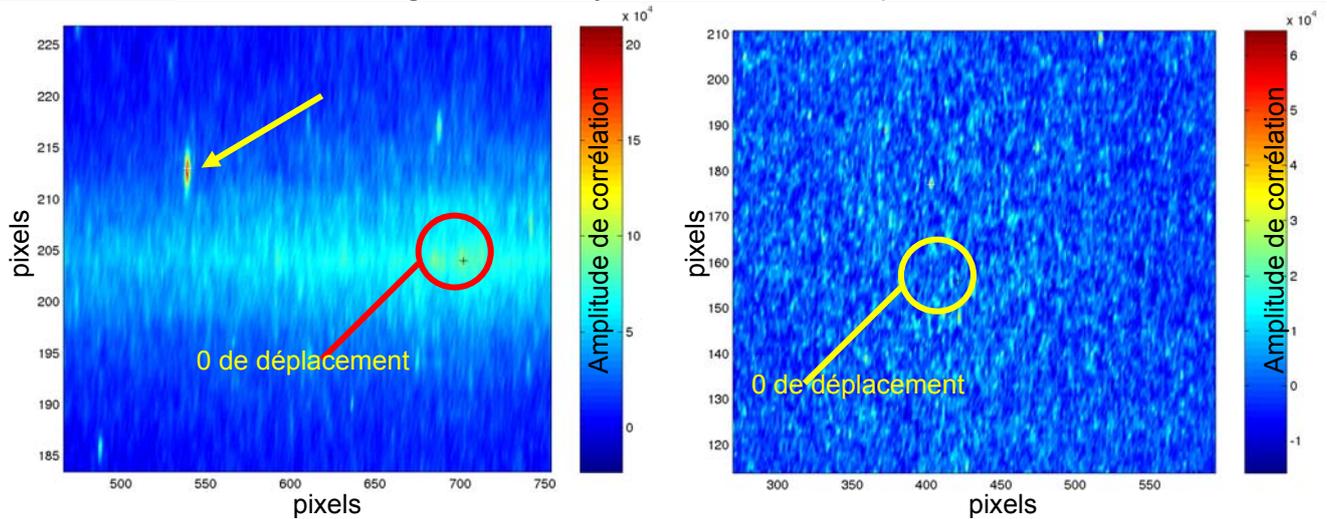


Figure 51 : Champs d'intercorrélation entre deux images successives : à gauche, pour la procédure 2 (un pic de corrélation) ; à droite, pour la procédure 3 (très bruité)

### IV.3.3. Procédure numéro 4

#### IV.3.3.1 Principe général

Pour les détails techniques (électroniques...), se référer au paragraphe concerné.

La procédure n°4 est identique à la procédure n°2. Seul le temps inter-images d'une même paire  $\Delta t_p$  est imposé égal à une période d'oscillation. La figure 52 rappelle son principe :

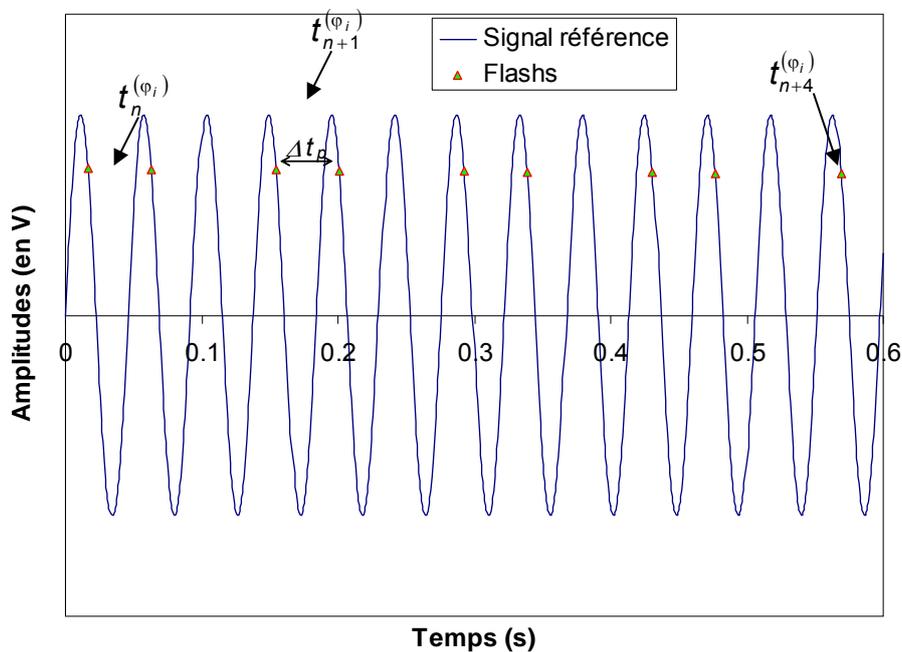


Figure 52 : Schéma de déclenchement électronique Procédure n°4

L'acquisition est toujours synchronisée sur la phase  $\varphi_i$  du signal de référence (pression). La seconde image de la paire est prise une période plus tard. Cela implique une pré-acquisition du signal de pression et un traitement par Transformée de Fourier pour obtenir la fréquence. Une petite incertitude est introduite sur la précision du temps correspondant à la seconde image. Mais en tenant compte de la stabilité de notre phénomène thermoacoustique, cette incertitude peut être négligée. Cette procédure a été introduite suite aux mauvais résultats de la n°3. Il est à espérer qu'un écart d'une période uniquement permettra d'obtenir une corrélation correcte entre les deux images

de chaque paire. Il faut rappeler qu'il serait très élégant de pouvoir s'affranchir automatiquement de la partie purement oscillante du champ de vitesse. De plus dans les procédures 1 et 2, le temps de déplacement  $\Delta t_p$  des particules entre les deux images est adapté pour permettre une mesure optimale du champ acoustique (déplacement de 10 à 20 pixels entre images), au détriment du champ moyen (théoriquement)  $10^{-2}$  à  $10^{-3}$  fois plus petit. Pour fixer des ordres de grandeurs temporelles,  $\Delta t_p$  pour ces procédures est par exemple de 2ms pour une période d'oscillation de 45ms. Dans la procédure 4, ce  $\Delta t_p$  est de l'ordre de 45ms, autorisant un déplacement particulière de l'ordre de 3 pixels à 10 pixels (associé au champ continu), ce qui est à peu près satisfaisant pour le calcul PIV.

### IV.3.3.2 Validation de la procédure

Pour se donner une idée de la perte de corrélation entre deux images en fonction de leur temps d'écart  $\Delta t_p$ , 8 séquences ont été réalisées (Essai n°74 Annexe 15) avec un  $\Delta t_p$  augmentant respectivement pour chacune d'elles. Le Tableau suivant (Tableau 4) donne les numéros des séquences, leur  $\Delta t_p$  et une valeur critère  $C_{fuite}$ . Celle-ci caractérise la perte de corrélation ; elle est calculée par

$$C_{fuite} = \frac{\max_{\forall x,y} [C_I(x,y)]}{\sigma(C_I(x,y))}$$

où  $C_I(x,y)$  est l'intercorrélation (retranchée de sa moyenne) entre les images « Im0 » ( $I_0$  de taille  $M_0 \times N_0$ ) et « Im1 » ( $I_1$  de taille  $M_1 \times N_1$ ) séparées du temps  $\Delta t_p$ ,

$$C_I(x,y) = \sum_{m=0}^{M_0-1} \sum_{n=0}^{N_0-1} I_0(m,n) \overline{I_1(m+i,n+j)}$$

avec  $0 \leq i \leq M_0+N_0-1$  et  $0 \leq j \leq M_1+N_1-1$  (la barre indique le conjugué)  
 $\sigma(x,y)$  est l'écart-type de  $C_I(x,y)$

Numéro de séquence	$\Delta t_p$	$C_{fuite}$
1	2 ms	15.6
2	4 ms	7.87
3	6 ms	6.77
4	$T_t/4$	5.82
5	$T_t/2$	6.05
6	$3T_t/4$	6.39
7	$T_t$	5.53
8	$T_t + 2 \text{ ms}$	4.9

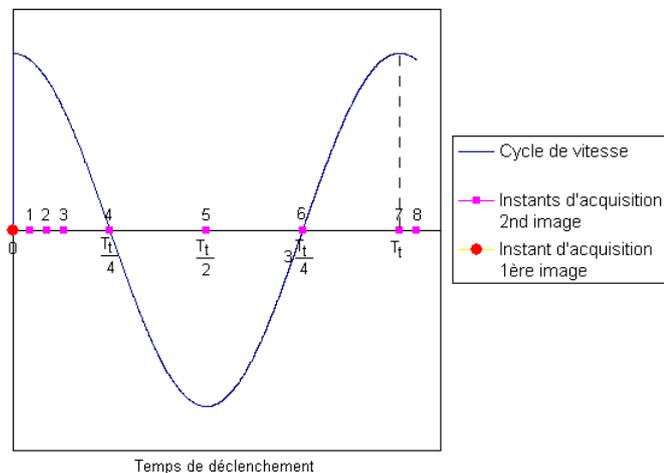


Tableau 4 : Numéro de séquence, temps inter-image et inter-corrélation

Figure 53 : Cycle de vitesse fonction du temps (0 à  $T_t+2ms$ ) ; la première image Im0 est prise au temps 0, l'image suivante Im1 à un temps repéré par un point mauve, le numéro (1 à 8) fait référence à la séquence correspondante (cf. Tableau 4)

La figure 53 montre un cycle de vitesse théorique ainsi que les temps d'acquisition de la première image Im0 (toujours à  $t=0s$ , point rouge) suivie par l'image Im1 (un point mauve). Par exemple, la séquence n°3 (Tableau 4) déclenche l'Im1 à 6 ms. La figure 54 montre l'évolution du critère  $C_{fuite}$  en fonction de  $\Delta t_p$ .

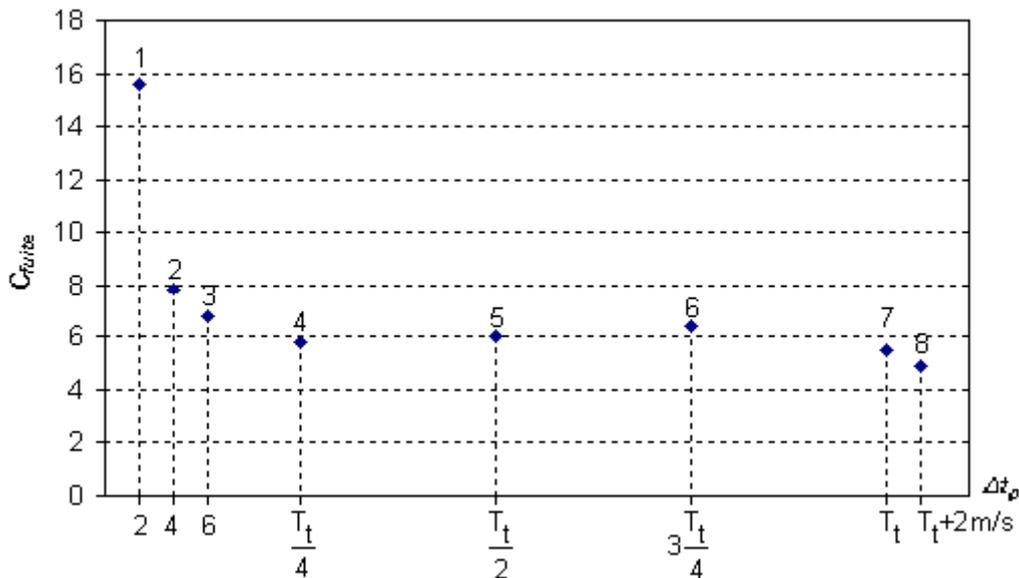


Figure 54 : Evolution de l'intercorrélacion en fonction de  $\Delta t_p$  ; les chiffres au sommet des points sont les numéros de séquence

Une comparaison d'intercorrélacion entre différentes images est souvent délicate. Lorsque deux images de particules sont totalement différentes, on observe un halo de corrélacion, avec de multiples pics de grandes amplitudes. Lorsque la corrélacion est forte, le pic est unique et localisée, un léger halo est malgré tout repérable. Entre les deux, la distinction entre le pic de corrélacion et le bruit est délicate. Le critère  $C_{fuite}$  essaye de combiner la recherche de la valeur maximale de corrélacion, tout en tenant compte de l'halo de bruit. Plus le halo présente des pics de forte amplitude par rapport au pic de corrélacion, plus l'écart-type augmente, et  $C_{fuite}$  diminue.

Comme nous le voyons sur la figure 54, cette corrélacion est importante pour un temps inter-image de 2ms et s'effondre très vite pour peu fluctuer ensuite à partir de  $T_t/4$ . Mais pourtant c'est seulement à partir de  $T_t$ , elle passe sous un cap qui correspond à une réelle perte de cohérence entre les deux images. Une mauvaise corrélacion apparente n'implique pas forcément que le calcul de flot optique ne puisse pas aboutir. Ici, ce calcul montre que les résultats sont non concluants voir faux pour le cas  $T_t+2ms$ . Ce cas test devrait donner des résultats quasiment identiques à celui du 2ms. Effectivement, au bout d'une période d'oscillation  $T_t$ , les particules à  $t=T_t+2ms$  reviennent à la position qu'elles occupaient à  $t=2ms$  (théoriquement).

Malgré ce résultat, d'autres essais ont été effectués avec  $\Delta t_p=T_t+2ms$  (cf. Annexe 15). Quelques résultats semblent prometteurs sans pour autant atteindre la qualité souhaitée. Ceux-ci ont été obtenus uniquement pour une fermeture de caméra F4 et les résultats s'améliorent lorsque la nappe laser est épaissie de 1 à 2mm puis de 2 à 4mm. D'ailleurs, quelques particules intenses à l'image se retrouvent sur deux images prises avec 3 périodes d'écart (par exemple sur l'image au temps  $t_n^{(\varphi_n)}$  et sur l'image du  $t_{n+1}^{(\varphi_{n+1})} = 3T_t$ ) Le fait qu'il faille augmenter la profondeur de champ de la caméra et étendre la zone d'éclairage dans la direction perpendiculaire tend à montrer que les particules ont un mouvement transverse. L'hypothèse déjà évoquée d'un écoulement transversal semble se confirmer.

Pour le moment, les séries de champs obtenues par la procédure 4 ne donnent pas des résultats suffisamment satisfaisants. Une des pistes possible d'amélioration serait d'augmenter la puissance d'éclairage des particules. Ceci implique le remplacement de l'actuel laser (déjà à puissance maximale) par un autre modèle arrivé trop tard pour permettre une poursuite des investigations, en tout cas dans le cadre de ce travail.

Pour clore ce chapitre qui concerne les méthodologies d'analyse, un paragraphe va être consacré à la Décomposition aux Valeurs Propres (POD). Cette méthode est employée en mécanique des fluides pour obtenir

des portraits de phase caractérisant l'évolution de phénomènes cycliques comme des lâchés tourbillonnaires derrière un cylindre par exemple [Favelier]. Elle a donc été employée pour tenter de reclasser en phase le cycle acoustique de vitesse dans notre étude. Mais elle n'avait permis d'obtenir qu'un seul mode, interdisant le tracer de portrait de phase. La POD fut alors mis de côté. Cependant, elle peut séparer l'organisation spatiale de l'évolution temporelle des structures cohérentes d'un écoulement. Elle constitue à elle seule un post-traitement qui traite des données de vitesse obtenues par flow optique. Elle ouvre la voie à l'extraction du champ moyen de vitesse en réduisant le nombre d'opérations sur les données brutes de vitesse.

#### IV.4. La POD ou comment se projeter dans un espace cohérent

La POD (Proper Orthogonal Decomposition), dans le cadre de l'étude d'un écoulement, est une méthode de projection dans un espace dont les vecteurs de base sont constitués des structures cohérentes éventuellement contenues dans cet écoulement [Holmes et al, Cordier et al]. Or a priori, l'écoulement ondulatoire et le vent acoustique sont deux écoulements à fortes structurations spatio-temporelles distinctes. La POD pourrait donc permettre de les distinguer. Mais il faut toujours garder à l'esprit que cette décomposition peut faire apparaître des structures mathématiquement cohérentes mais qui n'ont pas d'interprétation physique ; elle peut « mélanger » dans un même mode plusieurs structures d'écoulement, qui ont la propriété d'être aussi énergétiques les unes des autres, et/ou de structurations spatio-temporelles proches.

Une présentation générale de la procédure mathématique sera entreprise dans un premier temps. Des calculs de POD sur quelques signaux synthétiques seront présentés ensuite pour en souligner l'intérêt.

##### IV.4.1. Procédure mathématique pour la POD

Cette présentation de la POD suit de près le fil conducteur proposé par Luc Pastur. Elle construit l'espace de projection à partir de données empiriques comme les champs de vitesse spatio-temporelle, en ce qui concerne ce travail. Soit cet ensemble de données de vitesses horizontales et verticales :

$$\{(v_x(x_i, y_j, t_k), v_y(x_i, y_j, t_k))\} \text{ avec } 1 \leq i \leq N_x, \quad 1 \leq j \leq N_y, \quad 1 \leq k \leq M$$

La matrice des données  $A$  est construite à partir celles-ci :

$$A_{N \times M} = \begin{pmatrix} v_x(x_1, y_1, t_1) & \cdots & \cdots & v_x(x_1, y_1, t_M) \\ v_x(x_1, y_2, t_1) & \cdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \cdots & \vdots \\ v_x(x_{N_x}, y_{N_y}, t_1) & \cdots & \cdots & \vdots \\ v_y(x_1, y_1, t_1) & \cdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \cdots & \vdots \\ v_y(x_{N_x}, y_{N_y}, t_1) & \cdots & \cdots & v_y(x_{N_x}, y_{N_y}, t_M) \end{pmatrix} \quad \text{où } N = N_x N_y$$

La matrice  $A$  a  $n_{pod}$  valeurs singulières non nulles, où  $n_{pod} = rang(A) = \min(N, M)$  [Mees et al], donc autant de directions propres constituant l'espace de plongement. Lorsque  $M \ll N$ , comme se sera le cas par la suite, la matrice  $\Sigma$  des valeurs singulières  $\sigma_p$  (notée parfois  $\sqrt{\lambda_p}$  ; unité en m/s) aura la forme

$$\Sigma_{N \times M} = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & & & \\ 0 & \sigma_2 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & \ddots & \\ 0 & & & & \sigma_{n_{pod}} \\ & & & & 0 \\ & & & & \vdots \\ & & & & 0 \end{pmatrix} \text{ avec } \sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_{n_{pod}} \geq 0$$

Soient les couples de vecteurs propres (adimensionnés) obtenus par POD

$$\{\bar{\psi}_p(\vec{r}), \mathbf{a}_p(t)\} \text{ avec } 1 \leq p \leq n_{pod} \text{ et } \vec{r} = (x; y)$$

Le champ de vitesse  $\vec{V}(\vec{r}; t) = (V_x(\vec{r}; t), V_y(\vec{r}; t))$  s'écrit dans cette base

$$\vec{V}(\vec{r}; t) = \sum_{p=1}^{n_{pod}} \sigma_p \mathbf{a}_p(t) |\bar{\psi}_p(\vec{r})\rangle$$

La notation  $\langle | \rangle$  désigne un produit scalaire libre de choix (notation de Dirac). Quelques propriétés sont à remarquer :

$$\begin{aligned} \langle \bar{\psi}_q(\vec{r}) | \vec{V}(\vec{r}; t) \rangle &= \sum_{p=1}^{n_{pod}} \sigma_p \mathbf{a}_p(t) \overbrace{\langle \bar{\psi}_q(\vec{r}) | \bar{\psi}_p(\vec{r}) \rangle}^{\delta_{qp}} \\ &= \sigma_q \mathbf{a}_q(t) \end{aligned} \quad \delta_{qp} = \begin{cases} 0 & \text{pour } q \neq p \\ 1 & \text{pour } q = p \end{cases}$$

La POD réalise en fait une décomposition aux valeurs singulières (SVD) de  $A$  ; sous forme matricielle,

$$A = U \Sigma V^t$$

avec

$$U = \begin{pmatrix} \psi_{x,1}(x_1, y_1) & \psi_{x,2}(x_1, y_1) & \dots & \psi_{x,n_{pod}}(x_1, y_1) \\ \psi_{x,1}(x_1, y_2) & \psi_{x,2}(x_1, y_2) & \dots & \psi_{x,n_{pod}}(x_1, y_2) \\ \vdots & \dots & \dots & \vdots \\ \psi_{x,1}(x_{N_x}, y_{N_y}) & \psi_{x,2}(x_{N_x}, y_{N_y}) & \dots & \psi_{x,n_{pod}}(x_{N_x}, y_{N_y}) \\ \psi_{y,1}(x_1, y_1) & \psi_{y,2}(x_1, y_1) & \dots & \psi_{y,n_{pod}}(x_1, y_1) \\ \vdots & \dots & \dots & \vdots \\ \psi_{y,1}(x_{N_x}, y_{N_y}) & \psi_{y,2}(x_{N_x}, y_{N_y}) & \dots & \psi_{y,n_{pod}}(x_{N_x}, y_{N_y}) \end{pmatrix}$$

$$V = \begin{pmatrix} \mathbf{a}_1(t_1) & \mathbf{a}_2(t_1) & \dots & \mathbf{a}_{n_{pod}}(t_1) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \mathbf{a}_1(t_{n_{pod}}) & \mathbf{a}_2(t_{n_{pod}}) & \dots & \mathbf{a}_{n_{pod}}(t_{n_{pod}}) \end{pmatrix}$$

Les colonnes de  $U$  sont les vecteurs propres dits « Topos », les colonnes de  $V$  sont les « Chronos ».

Lorsque l'on multiplie la transposée de la matrice  $A$  avec  $A$  elle-même, on obtient la matrice des corrélations temporelles  $K$  telle que :

$$K = \underbrace{A^t A}_{n_{pod} \times n_{pod}}$$

En utilisant la décomposition  $A = U\Sigma V^t$  de  $A$  par POD, on obtient ( $I$  est la matrice identité) :

$$K = A^t A = \underbrace{(V\Sigma^t U^t)}_I (U\Sigma V^t) = V \underbrace{(\Sigma^t \Sigma)}_{\Lambda(n_{pod} \times n_{pod})} V^t = \begin{pmatrix} \lambda_1 & & & \\ & \ddots & & \\ & & \lambda_{n_{pod}} & \\ & & & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & & & \\ & \ddots & & \\ & & \sigma_{n_{pod}}^2 & \\ & & & 0 \end{pmatrix}$$

Il apparaît immédiatement que  $V$  contient les vecteurs propres de la matrice des corrélations temporelles  $K$  dont la matrice diagonale  $\Lambda$  contenant les valeurs propres  $\lambda_p$  sont données par  $\sigma_p^2$ .

Or, le produit inverse  $AA^t$  donne la matrice des corrélations spatiales  $C$  :

$$C = \underbrace{AA^t}_{N \times N}$$

De la même manière que pour  $K$ , on obtient

$$C = AA^t = \underbrace{(U\Sigma V^t)}_I (V\Sigma^t U^t) = U \underbrace{(\Sigma \Sigma^t)}_{\Lambda_2(N \times N)} U^t = \begin{pmatrix} \lambda_1 & & & & 0 \\ & \ddots & & & \\ & & \lambda_{n_{pod}} & & \\ & & & 0 & \\ 0 & & & & \ddots \\ & & & & & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{n_{pod}} & & & & 0 \\ & \ddots & & & \\ & & \sigma_{n_{pod}} & & \\ 0 & & & & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_1 & & & & 0 \\ & \ddots & & & \\ 0 & & \sigma_{n_{pod}} & & 0 \end{pmatrix}$$

$U$  contient les vecteurs propres de la matrice des corrélations spatiales  $C$ . Ainsi, la POD identifie les vecteurs propres (également appelés structures cohérentes) et les valeurs propres des matrices de corrélations linéaires point à point, spatiales ou temporelles. Il est aisé de se rendre compte que  $K=A^t A$  réalise en fait une moyenne spatiale des corrélations temporelles ; de manière identique  $C$  moyenne en temps les produits des corrélations spatiales. Si  $K$  sert de point de départ au calcul des vecteurs propres  $V$ ,  $U$  est déterminée par le produit

$$AV = U\Sigma \underbrace{VV^t}_I = U\Sigma$$

Ces opérations sont à l'origine du découplage forcé entre l'espace et le temps dans la décomposition

$$\vec{V}(\vec{r}; t) = \sum_{p=1}^{n_{pod}} \sigma_p a_p(t) \langle \vec{\psi}_p(\vec{r}) \rangle.$$

Afin de calibrer l'action de la POD sur notre écoulement, elle est appliquée à des données synthétiques. Le produit scalaire et la norme choisis seront  $L^2$ .

## IV.4.2. Application de la POD à des données synthétiques

La POD est appliquée sur des données modélisant simplement des champs de vitesse PIV.

Tout d'abord, on construit une série de champs de vitesse instantanés, sous-échantillonnés en temps et bidimensionnels à partir d'une fonction  $s(x,y,t)$  ; cette dernière prendra plusieurs expressions. Le domaine de « calcul » est représenté ci-dessous et modélise la fenêtre d'observation PIV (Figure 55) ; ses dimensions sont de  $9 \times 11,3 \text{ cm}^2$ . Il est localisé entre les positions longitudinales  $x=1,115\text{m}$  et  $x=1,205\text{m}$ , dans un domaine linéaire rectangulaire de longueur  $L=7,88\text{m}$  et de hauteur  $h=0,113\text{m}$  (équivalent au résonateur) :

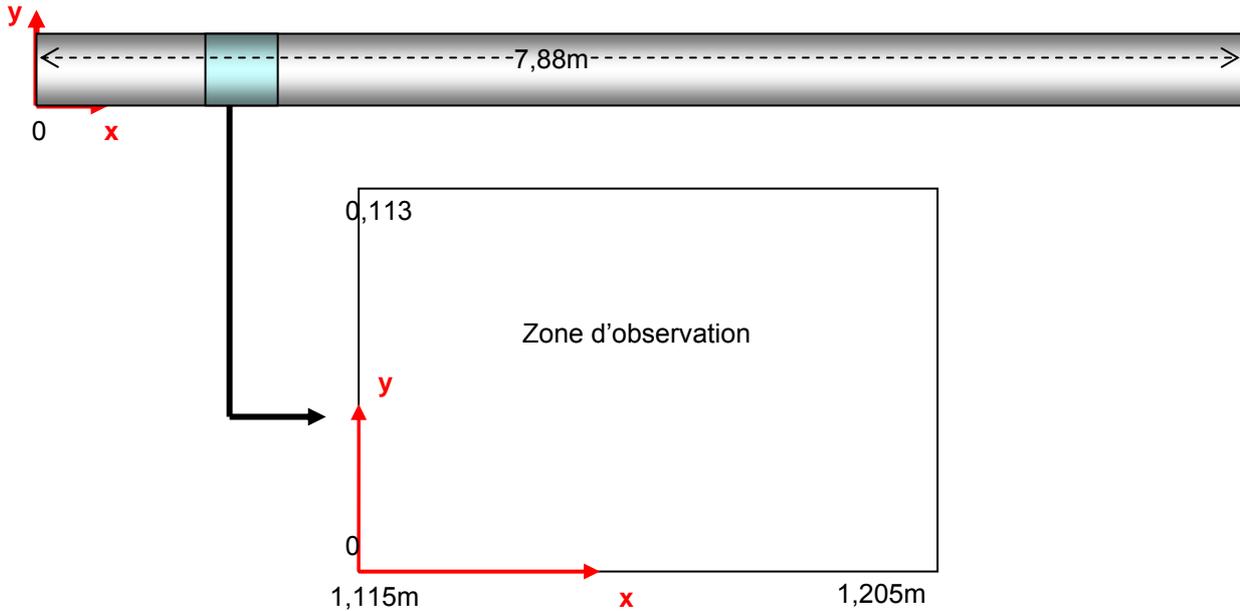


Figure 55 : « Zone d'observation » numérique

Différentes fonctions  $s(x,y,t)$  sont décomposées par POD. Les résultats sont fournis en intégralité en Annexe 16. Certains d'entre eux sont commentés par la suite.

### IV.4.2.1 Modélisation d'une onde pure

On considère que la vitesse est mono-fréquentielle (fréquence 21,95Hz) et purement sinusoïdale. Le champ  $s(x,y,t)$  est calculé sur un temps de 100s avec un pas d'échantillonnage identique à celui de la PIV, soit  $dt_e=0,1\text{s}$ , et sur la zone d'observation tel que

$$s(x; y; t) = \cos(2\pi f t + \varphi_1) \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right)$$

$$t \in [0;100]\text{s} ; x \in [1,115;1,205]\text{m} ; \forall y \in [0;0,113]\text{m}$$

$$f = 21,95\text{Hz} ; \varphi_1 = 0 ; \lambda = 7,88\text{m} \times 2$$

Ce modèle correspond à un écoulement purement oscillant et longitudinal sans composante verticale de vitesse. La POD est appliquée à la matrice  $A$  dont la colonne  $n^\circ k$  est constituée des  $s(x_i, y_j, t_k)$ . On obtient les valeurs propres  $\lambda_p = \sigma_p^2$  (unité  $\text{m}^2/\text{s}^2$ , énergie par unité de masse) ; sur la figure An16.4, elles sont représentées normalisées par la trace de  $\Lambda$

$$\lambda'_p = \frac{\lambda_p}{\text{Tr}(\Lambda)} \text{ (adimensionnelle)}$$

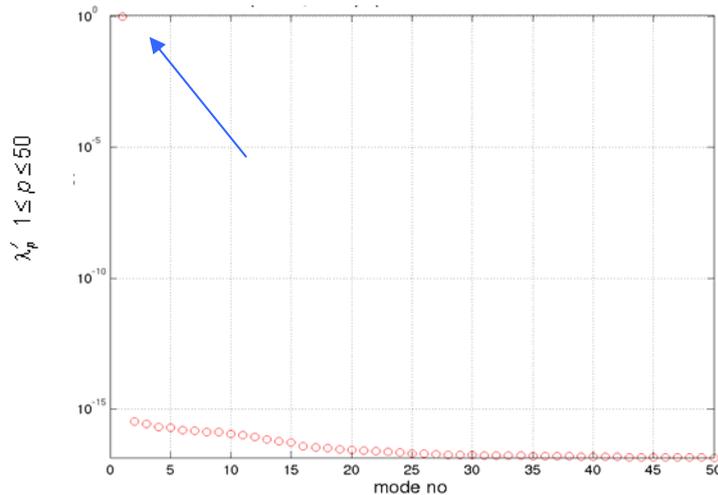


Figure An16.4 : Evolution des  $\lambda'_p$  pour chaque mode POD n°p (échelles linéaire-log)

L'évolution décroissante des  $\lambda'_p$  apparaît très clairement ici. Dans le cas où une structure propagative existe, deux valeurs propres quasi-égales apparaissent, correspondant à deux modes POD conjugués [Pastur et al] ; ils permettent le traçage d'un portrait de phase, à l'instar de la SVD précédemment introduite. Ici à contrario, seul un mode POD (le 1<sup>er</sup>, flèche bleue) est nécessaire pour décomposer l'onde pure. Ceci s'explique peut-être par le fait que celui-ci n'a pas de caractère propagatif comme un écoulement tourbillonnaire derrière un cylindre par exemple [Favelier]. Le mode POD contient à lui tout seul 99,9999...% de « l'énergie » ; les autres modes peuvent donc être totalement négligés. On peut écrire directement :

$$s(x; y; t) = \underbrace{\sqrt{\lambda_1}}_{\sigma_1} a_1(t) \psi_1(\vec{r})$$

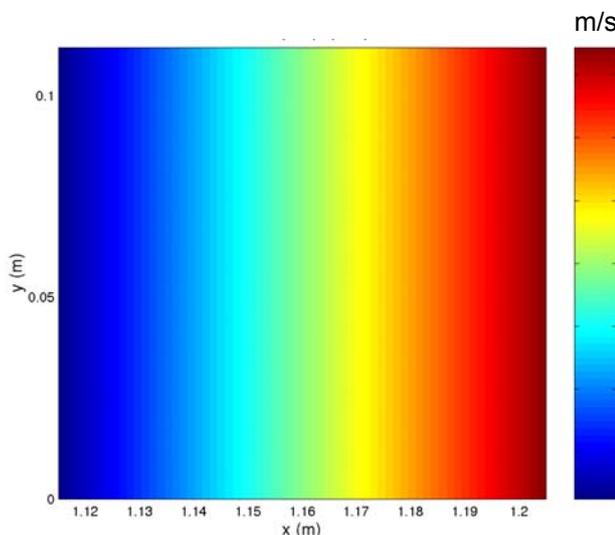


Figure An16.7 : Représentation bidimensionnelle de  $\sigma_1 \psi_1(\vec{r})$

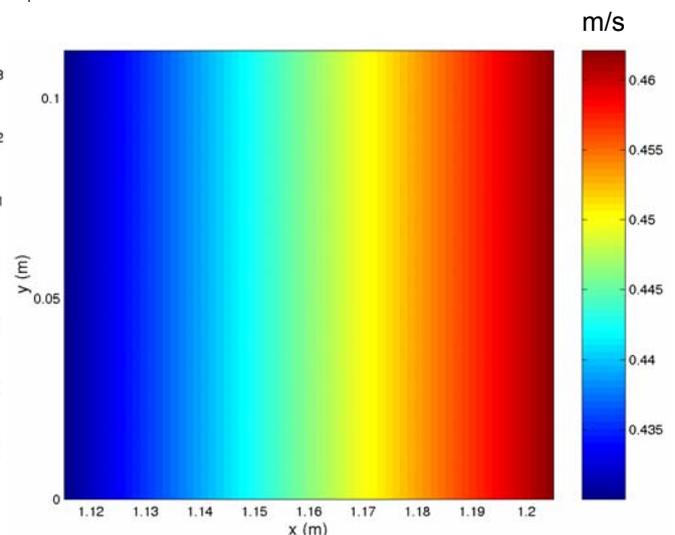


Figure 56 : Représentation bidimensionnelle de l'amplitude spatiale du sinus pur  $s(x; y) = \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right)$

La représentation du produit  $\sigma_1 \psi_1(\vec{r})$  est donnée à la Figure An16.7. Une stratification horizontale apparaît clairement et correspond à la structuration spatiale de l'onde sinusoïdale ou autrement dit, les plans d'onde : l'amplitude, quelque soit le temps, est toujours plus grande dans la direction du ventre du sinus pur (ici vers la droite et situé au centre du système à la position  $L/2$ ) que dans la direction du fond. La Figure 57 illustre cette disposition en traçant la fonction  $s(x,y,t)$  sur toute la longueur du système ( $x \in [0 ; 7,88]$ ), le long de l'axe central ( $y=h/2$ ) et pour différent temps  $t_0$  à  $t_4$  ; le rectangle rouge schématise la fenêtre d'observation du sinus synthétique. L'amplitude maximale (pour  $t_0$ ) est représentée sur la Figure 56 et montre exactement la même structuration que sur la Figure An16.7. Pour retrouver les valeurs d'amplitudes correctes sur cette dernière, il faut les multiplier avec la valeur maximale du chronos  $a_1(t)$  qui vaut 0,047, qui est bien le rapport des amplitudes  $s(x ; y)$  et  $\sigma_1 \psi_1(\vec{r})$ , par exemple respectivement 0,46 et 10,3.

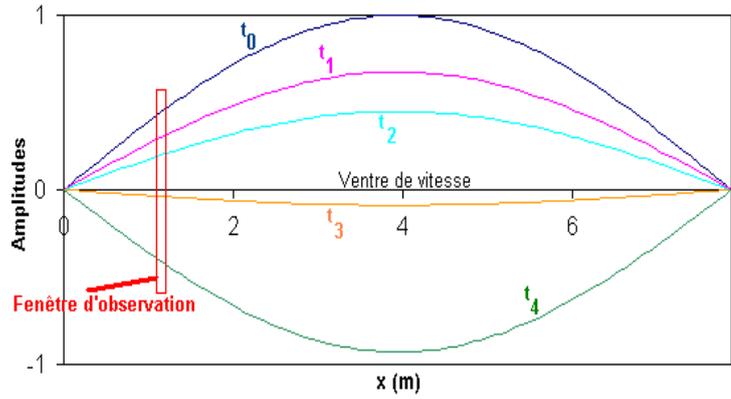


Figure 57 : Représentation de  $s(x,y=h/2,t)$  à différents temps montrant l'évolution des amplitudes dans la fenêtre d'observation (rectangle rouge)

A partir de  $s(x,y,t)$ , on calcule la moyenne spatiale sur  $x$  et  $y$  pour tout  $t$  afin de réduire l'information. On obtient  $s(t) = \langle s(x,y,t) \rangle_{x,y}$  qui montre bien l'évolution (Figure An16.1) caractéristique des données sous-échantillonnées obtenues par PIV (Figure 35). Maintenant, on calcule  $\sqrt{\lambda_1} a_1(t) \psi_1(\vec{r})$  qui est ensuite moyenné spatialement comme pour  $s$ . Le résultat représenté sur la Figure An16.6 montre que

$$s_{pod}(t) = \left\langle \sqrt{\lambda_1} a_1(t) \psi_1(\vec{r}) \right\rangle_{x,y}$$

est équivalent à  $s(t)$ .

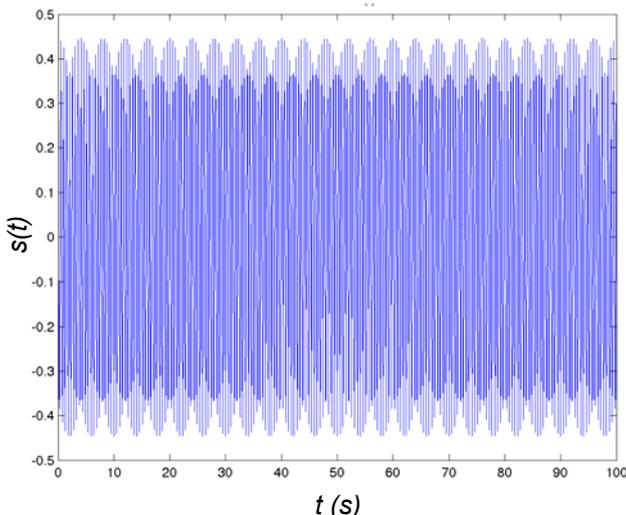


Figure An16.1 : représentation de l'évolution de  $s(t) = \langle s(x,y,t) \rangle_{x,y}$

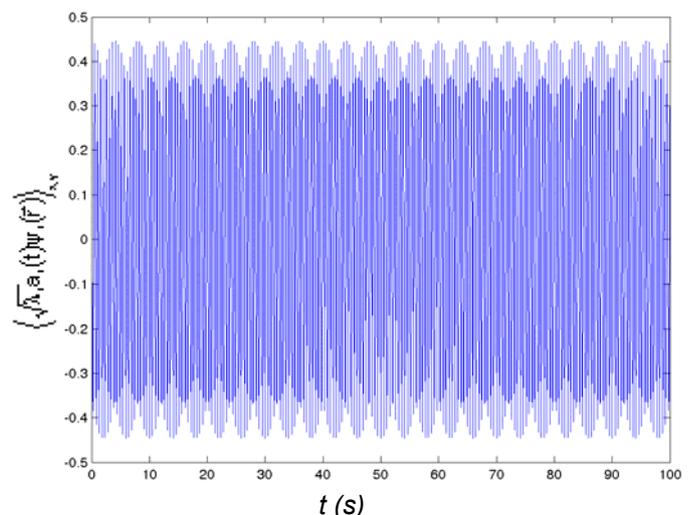
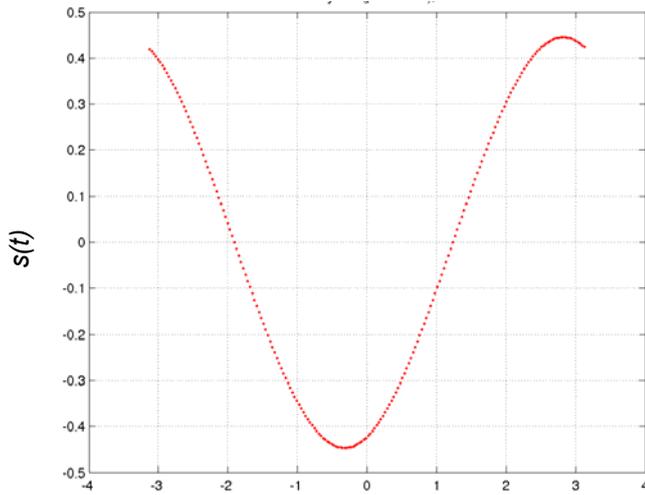


Figure An16.6 : représentation de l'évolution de  $s_{pod}(t)$

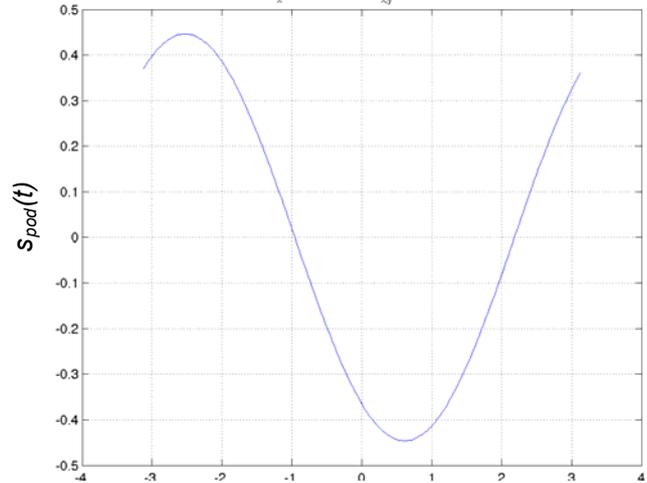
La POD appliquée à des données sous-échantillonnées respecte non seulement l'évolution mais aussi les amplitudes. Pour s'en convaincre, on réalise le réarrangement en phase sur  $[-\pi ; \pi]$  des données  $s(t)$  sous-échantillonnées par la méthode basée sur la SVD et décrite en section IV.2.1.5.1. Le cycle reconstruit est présenté

à la Figure An16.2. On procède de la même manière sur le signal  $s_{pod}(t)$  (sous-échantillonné bien entendu) et le résultat est visible à la Figure An16.5bis. L'espace de plongement SVD dans les deux cas est de dimension 40. Les données des Figures An16.1 et An16.6 réordonnées montrent une totale équivalence ; seule l'origine des phases est différente.



Phases SVD sur  $s(t)$

Figure An16.2 : réarrangement du cycle  $s(t)$  en phases obtenues par SVD sur  $s(t)$  (40 modes de décomposition)



Phases SVD sur  $s_{pod}(t)$

Figure An16.5bis : réarrangement du cycle  $s_{pod}(t)$  en phases obtenues par SVD sur  $s_{pod}(t)$  (40 modes de décomposition)

#### IV.4.2.2 Modélisation d'une onde bi-fréquentielle (mode fondamental + harmonique 1)

On rajoute à présent l'harmonique 1 dans le signal synthétique. Son amplitude est de 10% celle du mode fondamental, et en phase avec ce dernier. Le signal  $s(x,y,t)$  prend la forme :

$$s(x; y; t) = \cos(2\pi f t + \varphi_1) \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right) + 0,1 \cos(4\pi f t + \varphi_2) \sin\left(\frac{4\pi}{\lambda} x\right)$$

$$t \in [0;100]s ; x \in [1,115;1,205]m ; \forall y \in [0;0,113]m$$

$$f = 21,95Hz ; \varphi_1 = 0 ; \varphi_2 = 0 ; \lambda = 7,88m \times 2 ;$$

Ici, le spectre des valeurs singulières normalisées  $\lambda'_p$  (Figure An16.11) fait ressortir deux valeurs singulières POD. Le premier mode, très énergétique, semble toujours être associé à la composante fondamentale de l'onde, comme le montre la représentation du topos pondéré  $\sigma_1 \psi_1(\vec{r})$  sur la Figure An16.12. La deuxième valeur propre  $\lambda'_2$  est d'amplitude  $10^{-6}$  plus faible (en échelle linéaire) mais non négligeable par rapport aux suivantes ( $\sim 10^{-11}$ ). L'observation du topos n°2 associé (Figure An16.13) montre une structuration spatiale stratifiée en partie équivalente à celle du fondamentale. Cependant, les topos suivants (3 et sup.) montre une structuration équivalente : il faut donc se garder de conclure que le mode 1 POD représente à 100% le mode fondamental de l'onde, et le mode 2 POD

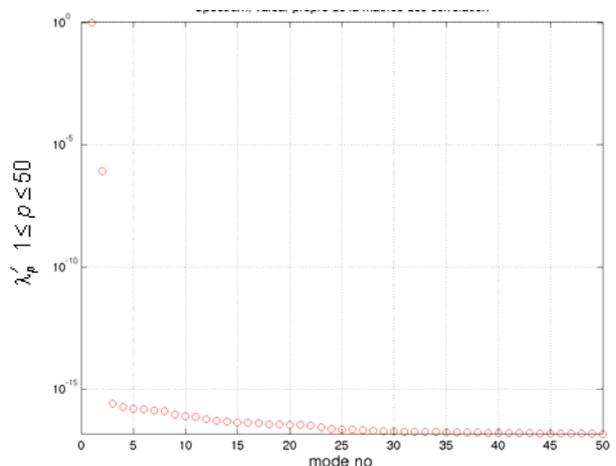


Figure An16.11 : Evolution des  $\lambda'_p$  pour chaque mode POD n°p (échelles linéaire-log)

l'harmonique. La stratification du topos 2 pondéré présente une évolution décroissante des amplitudes à l'inverse de ce que cela devrait être, l'harmonique évoluant de manière similaire au fondamental, mais deux fois plus vite (cf. Figure 58). Les valeurs sont positives et négatives. Hors, les amplitudes respectives du fondamental et de l'harmonique sont par moment de signe opposé, le fondamental prédominant toujours. Ceci pourrait soutenir que la POD « mélange » les structures spatiales liées au fondamental et à l'harmonique, à la fois équivalente, d'amplitudes différentes, parfois opposées. Un autre argument soutenant cette hypothèse est que l'amplitude du topos 1 pondéré montre une amplitude grimant à 10,5 (Figure An16.12) contre un peu moins de 10,35 dans le cas du sinus pur (Figure An16.7). La structure spatiale harmonique semble être en partie saisie par le topos 1.

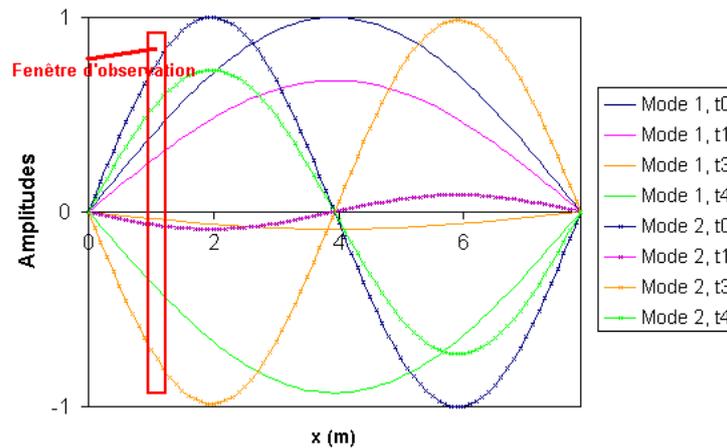


Figure 58 : Représentation de  $s(x,y=h/2,t)$  à différents temps montrant l'évolution des amplitudes du fondamental et de l'harmonique dans la fenêtre d'observation (rectangle rouge) ; l'amplitude de l'harmonique est exagérée pour mieux comparer avec le fondamental

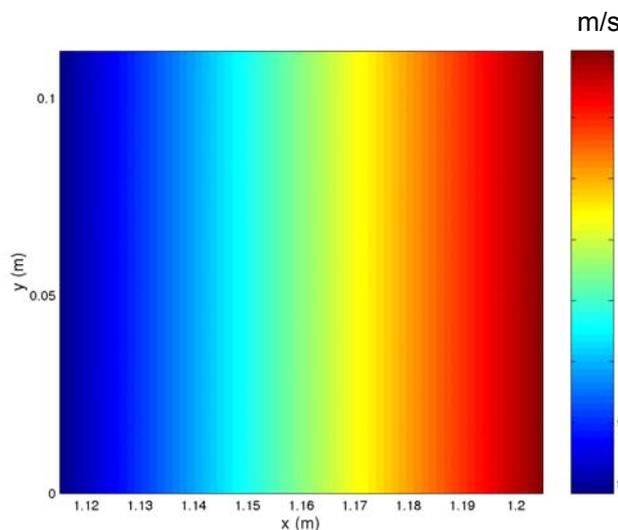


Figure An16.12 : Représentation bidimensionnelle de  $\sigma_1 \psi_1(\vec{r})$

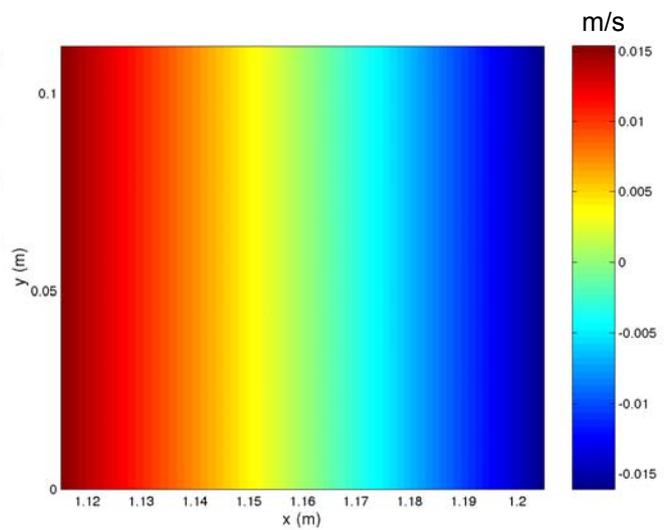


Figure An16.13 : Représentation bidimensionnelle de  $\sigma_2 \psi_2(\vec{r})$

De la même manière que pour le sinus pur, les données  $s(t) = \langle s(x,y,t) \rangle_{x,y}$  sont réarrangées en phase par SVD sur  $[-\pi; \pi]$  (Figure An16.9). On observe bien la déformation du sinus pur générée par la présence de l'harmonique. On réarrange  $s_{pod}^{(1)}(t) = \langle \sigma_1 a_1(t) \psi_1(\vec{r}) \rangle_{x,y}$  la composante de  $s(t)$  suivant la direction propre 1 avec ces mêmes phases (Figure An16.14). On retrouve bien le sinus déformé qui montre que l'harmonique a bien été intégré en partie dans le mode 1 POD.

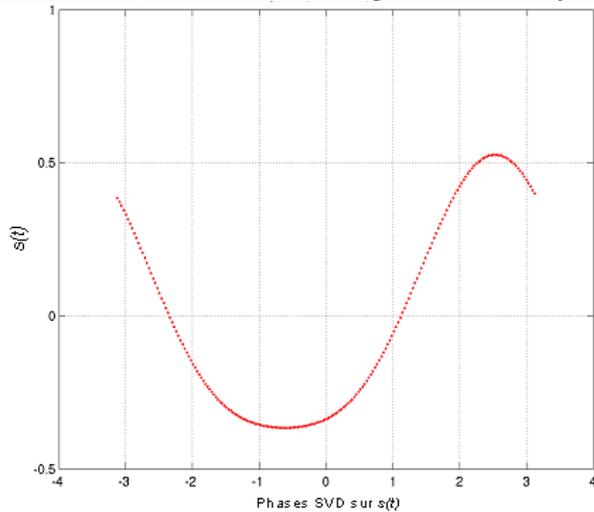


Figure An16.9 : réarrangement du cycle  $s(t)$  en phases obtenues par SVD sur  $s(t)$  (100 modes de décomposition)

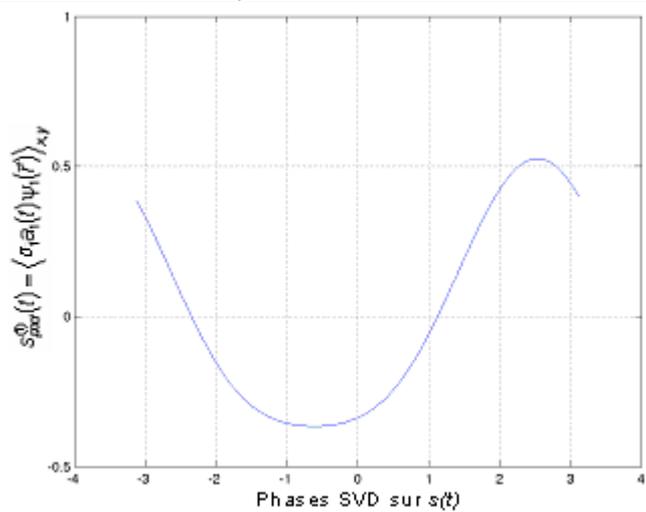


Figure An16.14 : réarrangement du cycle  $s_{pod}^{(1)}(t)$  en phases obtenues par SVD sur  $s(t)$  (100 modes de décomposition)

Regardons maintenant la composante  $s_{pod}^{(2)}(t) = \langle \sigma_2 a_2(t) | \psi_2(\vec{r}) \rangle_{x,y}$  liée au mode propre 2 de l'espace POD. Elle est réordonnée à partir du classement en phase SVD toujours sur  $s(t)$  (Figure An16.15). Chose intéressante, on remarque une double oscillation, qui caractérise bien le comportement temporel de l'harmonique : le chronos n°2 a bien extrait cette propriété temporelle. Le chronos n°1 a, quant à lui, caractérisé uniquement l'évolution temporelle du fondamental. L'évolution du chronos 2 montre un effet d'amortissement des maxima, qui n'a pas d'origine physique. La POD a bien des difficultés à séparer les contenus énergétiques respectifs du fondamental et de l'harmonique.

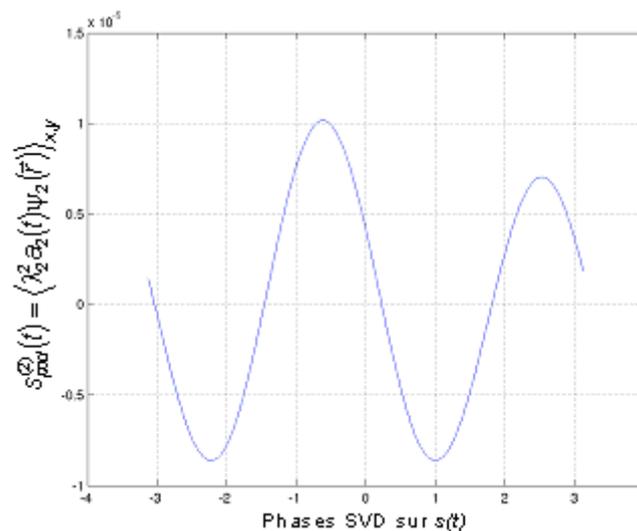


Figure An16.15 : réarrangement du cycle  $s_{pod}^{(2)}(t)$  en phases obtenues par SVD sur  $s(t)$  (100 modes de décomposition)

Avant d'en finir avec ce sinus synthétique harmonique, observons les valeurs des topos, chronos et valeurs propres (Tableau 5) :

	Mode POD 1	Mode POD 2	Mode POD 3
$\sigma_p = \sqrt{\lambda_p}$	520	0,475	$8 \cdot 10^{-6}$
Topos $\psi_p$	0,020	0,034	$1,1 \cdot 10^{-9}$
Chronos $a_p$	0,052	0,052	0,463

Tableau 5 : Valeurs maximales des valeurs singulières, topos et chronos pour les modes 1, 2 et 3

Pour le mode 1, la valeur singulière est énergétique (~520) pour un topos faible (0,020) ; pour le mode 2, le topos est légèrement plus important que le n°1, le chronos 2 étant équivalent au 1. On voit tout de suite que c'est la valeur singulière qui donne du poids au mode. Le produit «  $\sigma_p \times \text{Topos}$  » est donc pertinent et il faut rester prudent sur l'importance à donner aux composantes POD individuellement.

En conclusion, la POD, dans ce cas de sinus harmonique ne distingue pas de manière optimale la structuration spatiale des composantes fondamentale et harmonique (par les topos) étant toutes deux assez analogues. Il en va de même du contenu énergétique (par les valeurs propres). Par contre, elle repère la structuration temporelle via les chronos, en distinguant le doublement de la fréquence entre les deux modes oscillants.

#### IV.4.2.3 Modélisation d'une onde bi-fréquentielle avec

(i) *harmonique 1 déphasé par rapport au fondamental (rapport d'amplitude 10%)*

(ii) *harmonique 1 déphasé par rapport au fondamental (rapport d'amplitude 18%)*

$$(i) \quad \begin{aligned} s(x; y; t) &= \cos(2\pi f t + \varphi_1) \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right) + 0,1 \cos(4\pi f t + \varphi_2) \sin\left(\frac{4\pi}{\lambda} x\right) \\ t &\in [0; 100]s ; x \in [1,115; 1,205]m ; \forall y \in [0; 0,113]m \\ f &= 21,95Hz ; \varphi_1 = 0 ; \varphi_2 = 0,5 ; \lambda = 7,88m \times 2 ; \end{aligned}$$

$$(ii) \quad \begin{aligned} s(x; y; t) &= \cos(2\pi f t + \varphi_1) \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right) + 0,18 \cos(4\pi f t + \varphi_2) \sin\left(\frac{4\pi}{\lambda} x\right) \\ t &\in [0; 100]s ; x \in [1,115; 1,205]m ; \forall y \in [0; 0,113]m \\ f &= 21,95Hz ; \varphi_1 = 3,51 ; \varphi_2 = 3,00 ; \lambda = 7,88m \times 2 ; \end{aligned}$$

Les résultats (cf. §3 Annexe 16) diffèrent très peu de ceux d'une onde dont l'harmonique est en phase avec le fondamental. Le signal reconstruit en phase est un peu plus déformé (Figure An16.16, .19, .22 et .25).

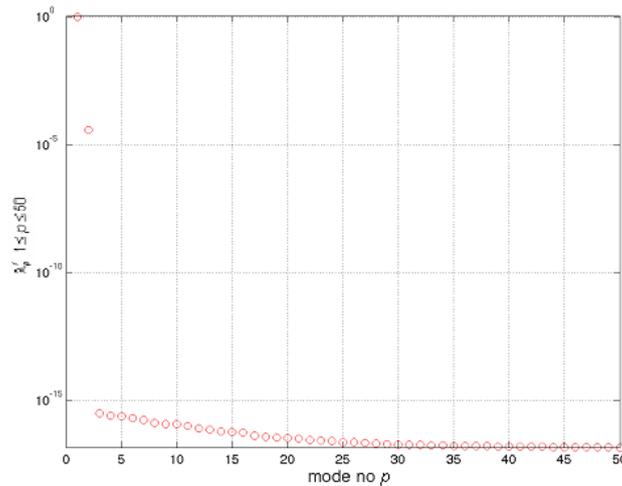
#### IV.4.2.4 Onde mono-fréquentielle superposée à un champ moyen orienté vers les $x > 0$

$$\begin{aligned} s(x; y; t) &= 0,1 + \cos(2\pi f t + \varphi_1) \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right) \\ t &\in [0; 100]s ; x \in [1,115; 1,205]m ; \forall y \in [0; 0,113]m \\ f &= 21,95Hz ; \varphi_1 = 3,51 ; \lambda = 7,88m \times 2 ; \end{aligned}$$

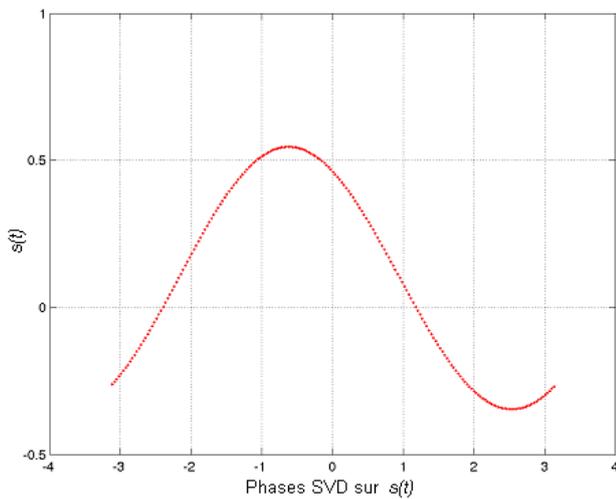
Ici, on cherche à modéliser au plus simple un écoulement oscillant mono-fréquentiel superposé à un écoulement de translation unidirectionnel.

Rappelons-le, dans le cas d'une onde pure à moyenne nulle, seule un mode POD ressortait (Figure An16.4). Ici, un deuxième mode apparaît (Figure An16.31) comme dans le cas de l'onde harmonique (Figure An16.11) mais de rapport mode1 / mode2 plus favorable.

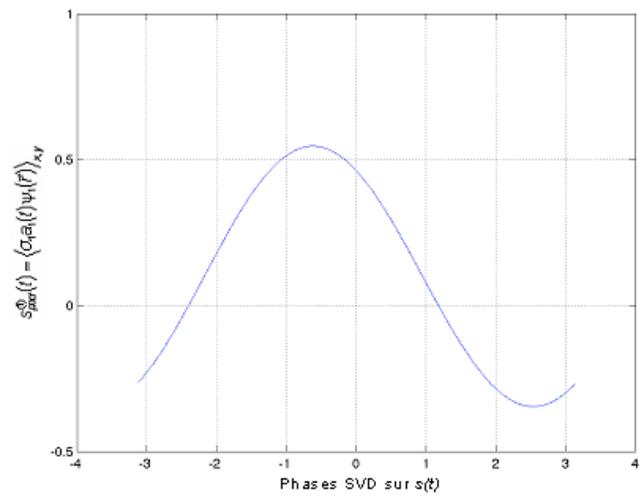
Les données  $s(t) = \langle s(x, y, t) \rangle_{x, y}$  réarrangées en phase SVD, réalisées sur elles-mêmes, et  $s_{pod}^{(1)}(t) = \langle \sigma_1 a_1(t) \psi_1(\vec{r}) \rangle_{x, y}$  réordonnées avec ces phases sont présentées sur les figures An.16.28 et .32. Il est tout de suite évident que la POD ne fait pas la distinction entre ces deux écoulements,  $s_{pod}^{(1)}(t)$  étant translaté de manière identique à  $s(t)$ . Le topos 1 pondéré (Annexe 16 Figure An16.34) est équivalent à celui obtenu dans le cas du sinus harmonique (Figure An16.12) mais d'amplitudes décalées de 0,4.



*Figure An16.31 : Evolution des  $\lambda_p^2$  pour chaque mode POD n°p (échelles linéaire-log)*



*Figure An16.28 : réarrangement du cycle  $s(t)$  en phases obtenues par SVD sur  $s(t)$  (100 modes de décomposition)*



*Figure An16.32 : réarrangement du cycle  $s_{pod}^{(1)}(t)$  en phases obtenues par SVD sur  $s(t)$  (100 modes de décomposition)*

La moyenne est donc conservée par le mode 1 mais sa présence perturbe la POD en faisant apparaître une structuration spatiale stratifiée sur le topos pondéré 2 (Figure An.16.35). Elle est très ressemblante à celle obtenue pour le topos 2 du sinus harmonique (Figure An16.13), sauf pour les amplitudes plus élevées. Sa valeur propre associée et le chronos 2 sont aussi d'amplitude plus importantes. L'évolution du chronos 2 montre un résidu de sinus pur oscillant à la fréquence du signal « mère »  $s(t)$  (Figure An16.33) et en opposition de phase.

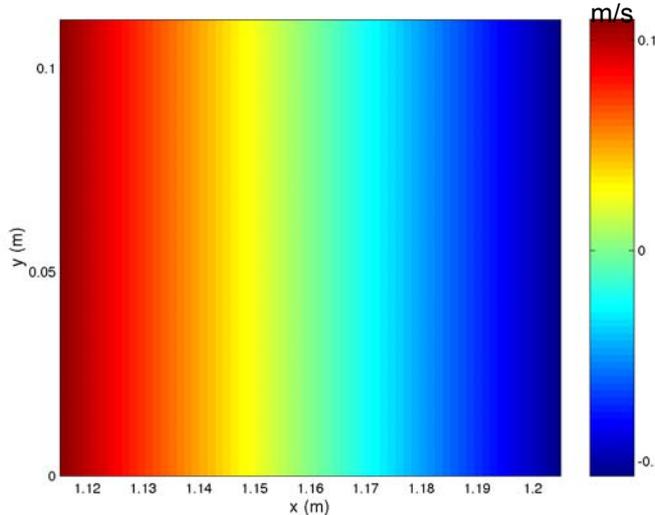


Figure An16.35 : Représentation bidimensionnelle de  $\sigma_2 \psi_2(\vec{r})$

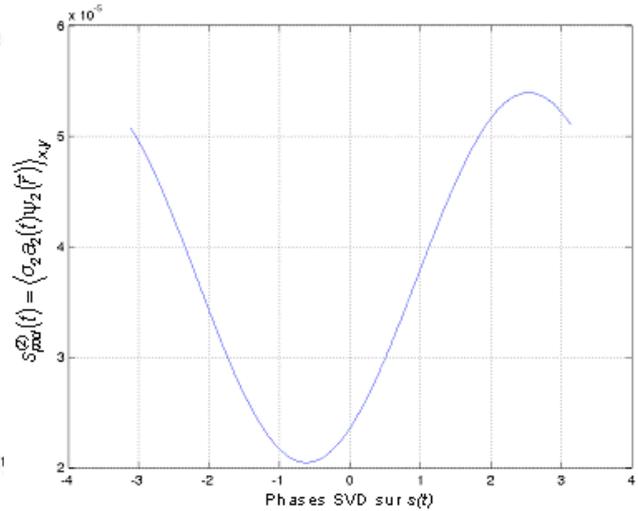


Figure An16.33 : réarrangement du cycle  $s_{pod}^{(2)}(t)$  en phases obtenues par SVD sur  $s(t)$  (100 modes de décomposition)

. Les structurations spatio-temporelles « sinus fondamental » et « champ moyen » se ressemblent moins que celles du sinus fondamental et de la composante harmonique, ce qui pourrait expliquer que l'effet de « pollution » par le champ moyen sur le top 2 est donc plus important que dans le cas du sinus harmonique

Les exemples du sinus harmonique et du champ moyen simplement translaté montre des limites dans la disjonction de structures d'écoulements superposés par la POD.

Ce qui est théoriquement attendu dans notre configuration expérimentale, c'est la présence d'un écoulement oscillant fortement prédominant, sans doute harmonique, se superposant à un écoulement de streaming de type Rayleigh. Ce dernier, rappelons-le, a une structuration spatiale spécifique : dans la fenêtre d'observation, l'écoulement près des parois se déplace vers le fond du résonateur le plus proche (ventre de pression, cas d'une onde stationnaire) ; dans la zone centrale de la fenêtre, l'écoulement va vers le milieu du tube (nœud de pression). Le paragraphe suivant modélise de manière élémentaire cette configuration.

#### IV.4.2.5 Onde avec fréquence fondamentale, harmonique 1 équivalent et champ moyen orienté vers les $x < 0$ près des parois et les $x > 0$ dans la zone centrale

$$\begin{aligned} \forall y \in [0; 0,018]m \quad s(x; y; t) &= 61,7284 y^2 - 12,7160 y + 0,6499 \\ &\quad + 3,8 \cos(2\pi f t + \varphi_1) \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right) + 3,8 * 0,18 \cos(4\pi f t + \varphi_2) \sin\left(\frac{4\pi}{\lambda} x\right) \\ \forall y \in ]0,018; 0,092]m \quad s(x; y; t) &= -7,7160 y^2 + 0,8642 y - 0,0142 \\ &\quad + 3,8 \cos(2\pi f t + \varphi_1) \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right) + 3,8 * 0,18 \cos(4\pi f t + \varphi_2) \sin\left(\frac{4\pi}{\lambda} x\right) \\ \forall y \in ]0,092; 0,113]m \quad s(x; y; t) &= 61,7284 y^2 - 1,1111 y \\ &\quad + 3,8 \cos(2\pi f t + \varphi_1) \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right) + 3,8 * 0,18 \cos(4\pi f t + \varphi_2) \sin\left(\frac{4\pi}{\lambda} x\right) \\ t \in [0; 100]s ; x \in [1,115; 1,205]m ; f &= 21,95Hz ; \varphi_1 = 3,51 ; \varphi_2 = 3 ; \lambda = 7,88m \times 2 ; \end{aligned}$$

Dans ce dernier cas synthétique, les paramètres qui construisent l'onde s'inspirent de valeurs obtenues expérimentalement dans le cas de ce travail. Ce cas a déjà été étudié pour le calcul de la moyenne en phase SVD (§IV.2.2.2). Nous sommes toujours en présence d'une onde contenant une fréquence fondamentale de 21,95Hz,

de l'harmonique 1 d'amplitude 18% celui du mode principal, les deux modes étant déphasés. Vient se superposer un champ moyen modélisant très simplement le « streaming » par un profil parabolique en  $y$  (de type Poiseuille), l'écoulement étant orienté vers les  $x < 0$  près des parois hautes et basses et vers les  $x > 0$  au centre du tube : la Figure An16.47 présente le profil suivant  $y$  pour tout  $x$  de l'intervalle. Les deux discontinuités permettent de repérer la position du zéro mais n'influencent pas les résultats (le calcul avec un raccord lisse donne la même chose). La Figure An.16.48 montre les amplitudes de la moyenne temporelle réalisée sur  $s(x,y,t)$ .

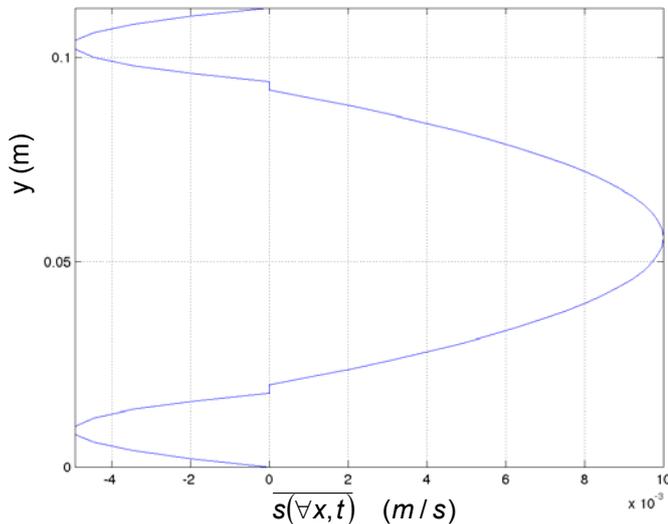


Figure An16.47 : Profil de la composante continue de  $s(x,t)$  (champ moyen en temps)

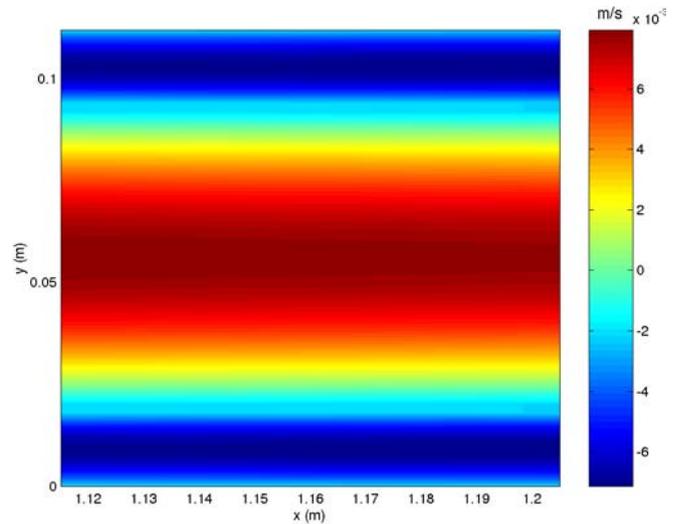


Figure An16.48 : Représentation bidimensionnelle de la composante suivant  $x$  de la moyenne temporelle  $\overline{s(\vec{r},t)}$

La POD est appliquée sur les champs  $s(x,y,t)$  sans contenu harmonique puis avec. Les valeurs propres normalisées  $\lambda'_p$  sont représentées sur les Figures An16.49 (sans l'harmonique) et An16.50 (avec harmonique). La première valeur propre est toujours la plus énergétique quelque soit le cas. Elle est associée au mode acoustique fondamental comme le confirme le Topos pondéré associé  $\sigma_1 \psi_1(\vec{r})$  (Annexe 16, Figure An16.51). Les amplitudes sont plus importantes que dans les cas précédents, par exemple dans le cas de l'onde sans champ continu (taux d'harmonique de 18%, § IV.4.2.3 et Annexe 16 Figure An16.21bis). La présence du champ moyen ici pollue donc le mode POD n°1. Dans le cas de la Figure An16.49, c'est-à-dire SANS harmonique, seule la 2<sup>ème</sup> valeur propre ressort (flèche bleue). Cette distribution des premières valeurs propres est similaire à celle rencontrée pour une onde pure superposée à un champ moyen unidirectionnel (§ IV.4.2.4, Figure An16.31). Lorsque l'harmonique 1 est ajouté, la deuxième valeur propre reste presque inchangée (flèche bleue Figure An16.50) ; mais la troisième valeur propre ressort du spectre (flèche verte Figure An16.50), marquant la présence de l'harmonique, de manière équivalente au cas de l'onde sans champ continu (taux d'harmonique de 18%, § IV.4.2.3 et Annexe 16 Figure An16.24).

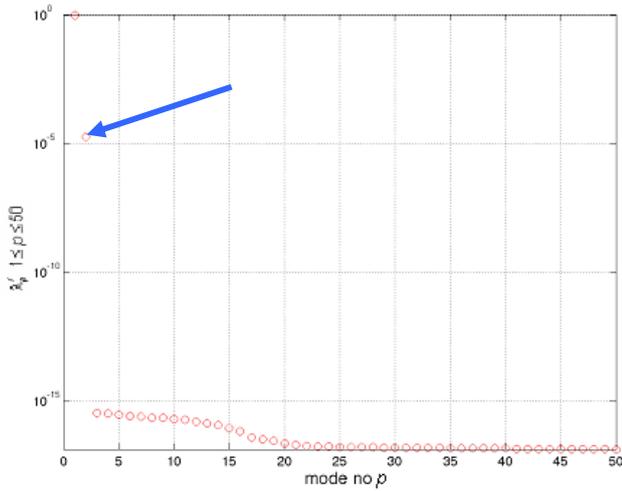


Figure An16.49 : Evolution des  $\lambda'_p$  pour chaque mode POD  $n^o p$  (échelles linéaire-log), cas où  $s(\vec{r}, t)$  est SANS contenu harmonique

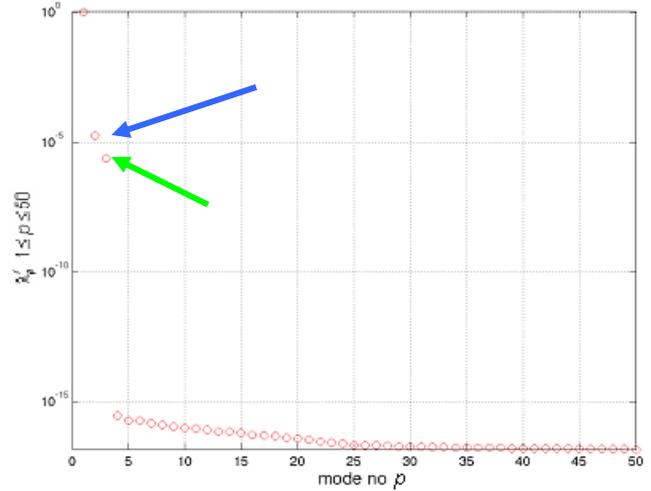


Figure An16.50 : Evolution des  $\lambda'_p$  pour chaque mode POD  $n^o p$  (échelles linéaire-log), cas où  $s(\vec{r}, t)$  est AVEC contenu harmonique

Au niveau de la structuration spatiale, l'examen des Topos pondérés 1 (Annexe 16, Figure An16.51), 2 (Figure An16.52) et 3 (Figure An16.53) confirme l'association prépondérante suivante :

- ❖ mode POD 1 avec les composantes oscillantes fondamentale et harmonique (pollution champ moyen)
- ❖ mode POD 2 avec le champ moyen
- ❖ mode POD 3 signature de la présence de l'harmonique

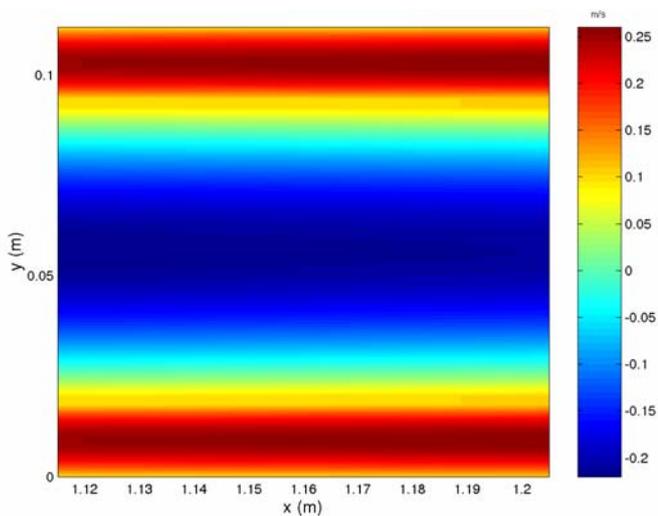


Figure An16.52 : Représentation bidimensionnelle de  $\sigma_2 \psi_2(\vec{r})$

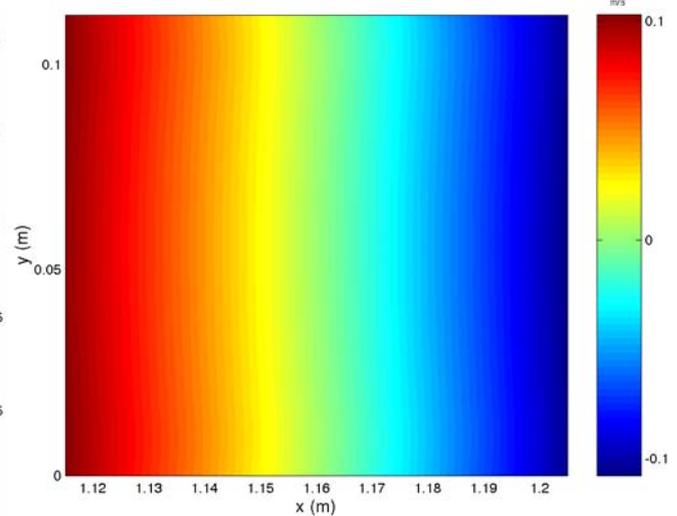


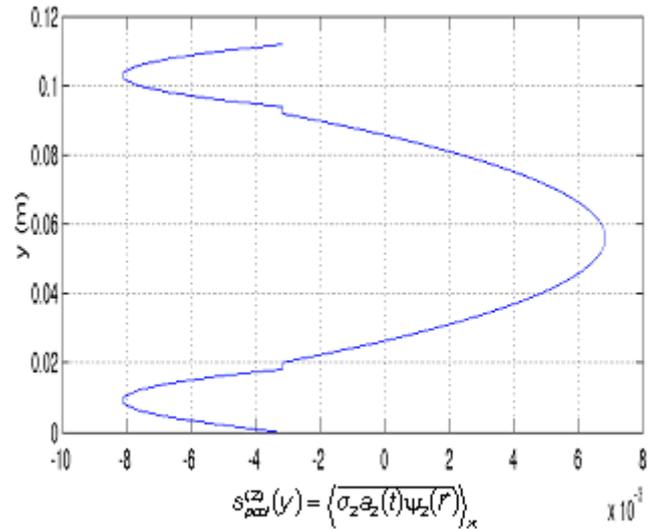
Figure An16.53 : Représentation bidimensionnelle de  $\sigma_3 \psi_3(\vec{r})$

Prenons en compte les valeurs des chronos. Sans surprise, la composante  $s_{pod}^{(1)}(t) = \langle \sigma_1 a_1(t) \psi_1(\vec{r}) \rangle_{x,y}$  reconstruit de manière optimale (Annexe 16 Figure An16.56) le cycle acoustique en phase SVD sur  $s(t)$  (Annexe 16 Figure An16.55). Elle est déformée par l'harmonique, ce qui montre que le mode 1 POD prend en compte celui-ci en grande partie. La composante POD  $n^o 3$  redonne bien la double oscillation caractéristique de l'harmonique (Annexe 16 Figure An16.59). Les amplitudes du Topos 2 pondéré (Figure An16.52) sont opposées au champ moyen (Figure An16.48) mais sont corrigées par les valeurs du chronos comme en témoigne la Figure An16.58. Le sens original de l'écoulement moyen est recouvré. La reconstruction du profil de la composante moyenne en temps est

faite avec le mode 2 POD, les amplitudes sont légèrement sous-estimées. L'idée que d'autres modes aient pu « capter » le champ moyen nous a amené à reconstruire  $s$  sur plusieurs composantes POD

$$s_{pod}^{(2,\dots,q)}(y) = \left\langle \sum_{p=2}^q \sigma_p a_p(t) \psi_p(\vec{r}) \right\rangle_x$$

constituées, à la base, de la somme des composantes POD 2 et 3, puis avec différentes valeurs  $q$ . Mais les amplitudes restent inchangées, avec une différence de  $3 \cdot 10^{-3}$  m/s par rapport au profil moyen (Figure An16.47). La Figure An16.58bis (Annexe 16) montre que le profil  $s_{pod}^{(3)}(y)$  récupère un résidu du champ moyen, mais avec inversion des extrema et décalé dans les valeurs positives. A contrario, le mode 2 récupère une faible contribution de l'harmonique : la figure An16.57 de l'Annexe 16 montre la présence parasite de celui-ci (double oscillation). Parasite car l'ordre de grandeur de  $s_{pod}^{(2)}(t)$  est de  $1,51 \cdot 10^{-6}$  (valeur moyenne) variant finalement de manière négligeable sur un cycle acoustique (variation de  $\sim 0,25 \cdot 10^{-6}$ ). A comparer avec la composante 3  $s_{pod}^{(3)}(t)$  qui oscille sur 2 périodes autour d'une valeur proche de 0, présentant une amplitude de  $6 \cdot 10^{-5}$  : ceci montre bien que le mode POD 3 est la signature de la présence harmonique.



*Figure An16.58 : Profil de la moyenne suivant  $x$  de la composante POD n°2, moyennée sur toutes les phases SVD de  $s(t)$  (unité en m/s)*

Bien qu'il y ait une bonne distinction des deux structurations d'écoulements acoustique et continu, l'effet de « pollution » ou de mélange des structures déjà rencontré dans les cas précédents reste toujours de rigueur. L'ensemble de cette étude synthétique montre que la POD permet d'obtenir des informations congruentes dans la recherche du champ moyen, dans l'hypothèse que celui-ci présente une structuration spatiale suffisamment distincte de celles associées à l'écoulement acoustique. Théoriquement, la POD semble adaptée à l'identification du vent acoustique (streaming). Tous ces scénarios étudiés permettront de mieux interpréter les résultats lors de l'application de la POD aux données expérimentales. Il faudra néanmoins rester vigilant sur les amplitudes liées aux modes pertinents qui ne sont pas fortement énergétiques (modes 2 et 3).

## Sous-table des matières

V	Résultats expérimentaux .....	114
V.1	Espace des paramètres n°1 (Esp1) : rapport pilote de 1,75% .....	115
V.1.1	Caractéristiques des séries de mesures de l'Esp1 .....	115
V.1.2	L'onde acoustique .....	116
V.1.2.1	Evolution temporelle des données de vitesse $\langle v_{x,y} \rangle(t)$ .....	116
V.1.2.2	Plongement dans l'espace des phases par méthode des retards : extraction du nombre de pseudo cycles et de phases associées .....	119
V.1.2.3	Amplitudes de vitesse expérimentales et théoriques .....	121
V.1.2.4	Reconstruction du cycle acoustique en phase .....	123
V.1.2.5	Calcul de la longueur d'onde acoustique .....	133
V.1.3	A la recherche du vent acoustique et autres écoulements continus .....	136
V.1.3.1	Les champs moyens (en temps) sur les phases : zoom et comparaison .....	136
V.1.3.2	Les champs moyens (en temps) sur les phases : vision sur toute la fenêtre de mesure et comparaison .....	138
V.1.3.3	Les champs moyens en temps obtenus par POD .....	143
V.1.4	Ecoulement résiduel après disparition de l'onde .....	148
V.1.4.1	Visualisation d'un champ instantané de vitesse .....	148
V.1.4.2	Evolution temporelle des données de vitesse $\langle v_{x,y} \rangle(t)$ .....	149
V.1.4.3	Calcul du champ moyen en temps et profils moyens .....	152
V.1.5	Validation du système d'acquisition expérimental .....	154
V.2	Espace des paramètres n°2 (Esp2) : rapport pilote de 0,97% .....	156
V.2.1	Caractéristiques des séries de mesures de l'Esp2 .....	156
V.2.1.1	Paramètres d'acquisition pour la procédure PROC 1 .....	156
V.2.1.2	Paramètres d'acquisition pour la procédure PROC 2 .....	156
V.2.2	L'onde acoustique .....	157
V.2.2.1	Evolution temporelle des vitesses instantanées et préparations des données en vue de l'extraction des paramètres acoustiques (amplitudes, longueur d'onde...), de la reconstruction du cycle acoustique et plus tard, du calcul de la composante continue de vitesse. ....	157
V.2.2.2	Amplitudes de vitesse expérimentales et théoriques obtenues par procédure PROC 1 .....	163
V.2.2.3	Reconstruction du cycle acoustique en phase .....	165
V.2.2.4	Calcul de la longueur d'onde acoustique (PROC 1) .....	175
V.2.3	A la recherche du vent acoustique et autres écoulements continus de l'ESP2 .....	177
V.2.3.1	Les champs moyens sur les phases : zoom et comparaison des deux procédures PROC 1 et 2 ... ..	177
V.2.3.2	Les champs moyens sur les phases : vision sur toute la fenêtre de mesure et comparaison PROC 1 et 2 .....	178
V.2.3.3	Les champs moyens en temps obtenus par POD (PROC 1) .....	182
V.3	Espace des paramètres n°3 (Esp3) : rapport pilote de 4,40% .....	185
V.3.1	Caractéristiques des séries de mesures de l'Esp3 .....	185
V.3.1.1	Paramètres d'acquisition pour la procédure PROC 1 .....	186
V.3.1.2	Paramètres d'acquisition pour la procédure PROC 2 .....	186
V.3.2	L'onde acoustique .....	187
V.3.2.1	Evolution temporelle des vitesses instantanées et préparations des données en vue de l'extraction des paramètres acoustiques (amplitudes, longueur d'onde...), de la reconstruction du cycle acoustique et plus tard, du calcul de la composante continue de vitesse. ....	187
V.3.2.2	Amplitudes de vitesse expérimentales et théoriques obtenues par procédure PROC 1 .....	194
V.3.2.3	Reconstruction du cycle acoustique en phase .....	196
V.3.2.4	Calcul de la longueur d'onde acoustique (PROC 1) .....	206
V.3.3	A la recherche du vent acoustique et autres écoulements continus de l'ESP3 .....	208
V.3.3.1	Les champs moyens sur les phases : zoom et comparaison des deux procédures PROC 1 et 2 ... ..	208
V.3.3.2	Les champs moyens sur les phases : vision sur toute la fenêtre de mesure et comparaison PROC 1 et 2 .....	209
V.3.3.3	Les champs moyens en temps obtenus par POD (PROC 1) .....	215
VI	Conclusion .....	219
VII	Références articles, documents .....	222
VIII	Annexes .....	228

## V Résultats expérimentaux

Une partie des données expérimentales obtenues au cours de cette étude vont être traitées par espace des paramètres. Celui-ci est piloté par deux grandeurs physiques : la pression moyenne  $P_m$  du gaz à l'intérieur du résonateur et la pression acoustique  $P_1$ . Il sera aussi question du rapport des deux (rapport pilote), dit « drive ratio » couramment employé en thermoacoustique. La pression acoustique est liée à la distribution de température existante dans le stack moteur, et à la puissance électrique fournie par la résistance chauffante. Cependant, ces deux paramètres ne seront pas évoqués, n'ayant pas d'intérêt particulier dans le cadre de cette étude.

Les résultats seront présentés selon une planification voisine de celle suivie pour introduire les différents post-traitements. Un chapitre sera consacré à la partie acoustique, l'autre au champ continu. Les données obtenues selon les deux procédures 1 et 2, ainsi que par POD seront intégrées dans un même paragraphe. La partie « validation » expérimentale sera associée directement avec les résultats.

Le tableau suivant (Tableau 6) présente les différents espaces de paramètres avec les données physiques et géométriques les plus importantes.

	Numéro de l'espace des paramètres		
Paramètres de contrôle	1	2	3
$P_m$ absolue (bar)	7,26	15,01	7,20
$P_1$ (mbar)	127	145	317
$P_1/P_m$ (%)	1,75	0,97	4,40
Conditions associées			
$T_m$ (°C)	15,9	21,6	21,0
$P_{atm}$ (bar)	1,00	1,01	1,00
$f$ (Hz)	21,92	22,08	22,33

*Tableau 6 : Ensemble des paramètres de contrôle et données physiques de base pour les différents espaces des paramètres*

Certains espaces des paramètres ont été décrits par plusieurs séries de mesures. Les paramètres sont difficiles à retrouver avec précision d'une série à l'autre. Différentes difficultés existent :

- L'horizontalité du résonateur délicate à établir.
- La pression et la température atmosphérique varient de manière négligeable pour influencer sur les résultats d'une série ; cependant, d'un jour à l'autre, ils ne sont pas contrôlables.
- La pression moyenne qui présente une certaine incertitude ; elle fluctue suivant les injections de particules PIV et la température de chauffage (nécessité de corriger ponctuellement en tenant compte des effets d'inertie lors du remplissage) ; elle dépend des conditions extérieures.
- La pression acoustique dépend aussi des conditions extérieures mais pour une série, l'influence reste faible ; par contre pour une puissance électrique donnée, elle est très sensible aux variations de pression moyenne ; elle a de par ce fait un temps de relaxation plus long (lié à la thermique).

Les valeurs affichées sont donc des moyennes des valeurs correspondantes à chaque série. La pression moyenne  $P_m$  est donnée en absolu.  $P_1$  est l'amplitude en mbar (demi valeur crête à crête) de la pression acoustique calculée en fond de résonateur (ventre de pression) ; elle est obtenue par une mesure avec un capteur de pression Kistler côté moteur et calculée ensuite au fond du résonateur, selon la position du capteur (qui varie

suivant les Variantes de configuration A, B ou C). Elle est mesurée par une identification des modes de Fourier (fit) réalisée sur l'ensemble du signal de pression en tenant compte d'éventuels harmoniques. La fréquence fondamentale est obtenue par le calcul du spectre de puissance. La température moyenne  $T_m$  est mesurée au voisinage de la zone PIV.

### V.1 Espace des paramètres n°1 (Esp1) : rapport pilote de 1,75%

Ce premier espace a été préféré pour sa faible pression moyenne de service. Elle correspond à l'une des plus faibles pressions utilisées pour le fonctionnement du système thermoacoustique au LIMS. Afin d'effectuer les essais, la puissance acoustique a été choisie relativement faible pour minimiser la présence et l'énergie des éventuels harmoniques et vibrations par exemple. Il a permis de valider le système d'injection de particules pour la PIV sous pression, d'établir le protocole d'acquisition dit PROC 1, de valider le système PIV dans son ensemble et d'obtenir les premières données de vitesse fiables.

#### V.1.1 Caractéristiques des séries de mesures de l'Esp1

Cet espace des paramètres a été étudié à l'aide de 8 séries de mesures, repérées par la date et une référence d'ordre (dans l'acquisition). Le Tableau 7 donne en détail les caractéristiques de celles-ci.

	Numéro de série pour l'espace des paramètres n°1							
Paramètres de contrôle	190406 - S2	190406 - S1b	190406 - S2b	210406 - S1	210406 - S2	210406 - S3	210406 - S4	210406 - So
$P_m$ (bar) absolue	7,30	7,25	7,25	7,25	7,25	7,25	7,25	7,25
$P_1$ (mbar)	125	126	125	128	127	127	127	0
$P1/Pm$ (%)	1,71	1,74	1,72	1,77	1,75	1,75	1,75	0,00
Conditions associées								
$T_m$ (°C)	15,0	15,0	15,0	16,5	16,5	16,5	16,5	16,5
$P_{atm}$ (bar)	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
$f$ (Hz)	21,89	21,89	21,89	21,94	21,94	21,94	21,94	0,00
$L$ (m)	7,88	7,88	7,88	7,88	7,88	7,88	7,88	7,88

Tableau. 7 : Ensemble des paramètres de contrôle et données physiques de base pour les différentes séries correspondant à l'espace des paramètres n° 1

Comme le suggère les noms des séries, elles ont été acquises avec 2 jours d'écart. La première famille (190406) était constituée à la base de 5 séries d'acquisition. 2 ont été ratées. La série 190406-S2 a été acquise pour une injection de particule donnée. Une seconde injection a permis l'acquisition des séries 190406-S1b et -S2b. Les séries de la seconde famille (210406-S1 à -S4) correspondent à une seule injection. La 210406-So est une mesure de l'écoulement résiduel sans onde ; elle fera l'objet d'un paragraphe à part. Les temps d'attente après injection sont précisés dans le Tableau 8. Il servira de base pour la validation de l'injection et des temps d'attente optimaux pour une acquisition PIV.

	Numéro de série pour l'espace des paramètres n°1							
Paramètres d'injection	190406 - S2	190406 - S1b	190406 - S2b	210406 - S1	210406 - S2	210406 - S3	210406 - S4	210406 - So
N° d'injection (suivant la date)	1	2	2	1	1	1	1	2
Temps après injection (min)	~12,5	~2,5	~7,5	~3	~6	~18	~27	~2,5

Tableau 8 : Paramètres liés à l'injection

Avant de traiter les résultats, précisons quelques données matérielles et d'acquisitions :

- La configuration matérielle correspond à la Variante A (§II.2.1.1)
- Les mesures PIV sont faites sur une centaine de secondes maximum, à la cadence de 10Hz, avec un écart entre acquisition d'images d'une même paire de  $\Delta t_p = 2,002\text{ms}$
- Les images ont des tailles de  $823 \times 502 \text{ pixel}^2$  pour la famille 190406 et de  $823 \times 510 \text{ pixel}^2$  pour la 210406
- Seule la procédure d'acquisition PROC 1 (§II.2.3.1, §IV.1.5.1 et §IV.2) a été utilisée pour les familles 190406 et 210406, la PROC2 n'étant pas opérationnelle à ce moment-là.

Chaque série d'images PIV subit les pré-traitements présentés au §IV.1.1 afin d'être utilisée pour le calcul des champs de déplacement par flot optique (§IV.1.2.). Comme spécifié dans le chapitre sur la méthodologie, la partie acoustique est d'abord étudiée avant de traiter le champ moyen.

## V.1.2 L'onde acoustique

### V.1.2.1 Evolution temporelle des données de vitesse $\langle v_{x,y} \rangle(t)$

Pour pouvoir traiter plus facilement les données, on réduit l'information des champs de vitesse bidimensionnels instantanés (cf. §IV.2.1.1), en travaillant sur la moyenne spatiale de chacune des composantes de

$$\langle \vec{V} \rangle_{x,y}(t) = \begin{pmatrix} \langle v_x \rangle_{x,y} \\ \langle v_y \rangle_{x,y} \end{pmatrix}(t)$$

Comme déjà dit et pour un soucis de clarté, les composantes moyennes suivant x et y seront notés par la suite  $v_x$  et  $v_y$  sans le signe  $\langle . \rangle$ . Les figures 60 et 61 présentent deux exemples d'évolution dans le temps (pour les séries 190406S2b et 210406S1) de la moyenne spatiale  $v_x(t)$  dont les moyennes temporelles par pseudo-cycle ont été retranchées (cf. §IV.2.1.3). Pour simplifier les notations, cette opération est notée  $v_x(t) - \overline{v_x(t)}$ . Les données sont sous-échantillonnées à 10Hz, pour une fréquence de l'onde de l'ordre de 22Hz.

Le caractère périodique bien établi de la vitesse apparaît tout de suite. Notons que les mesures ont été faites loin d'éventuels transitoires thermoacoustiques. Cette évolution caractérise bien une onde sinusoïdale et permanente.

Pour une même famille d'acquisition (190406 ou 210406), l'évolution est équivalente. La différence entre la répartition des « points de mesures » que l'on observe d'une figure à l'autre s'explique simplement par le léger écart existant entre les fréquences de l'onde d'une famille à une autre : 21,89Hz pour 190406 et 21,94Hz pour 210406. Pour s'en convaincre, il suffit de tracer l'évolution sous-échantillonnée à 10Hz d'un sinus synthétique de fréquence fondamentale l'une ou l'autre des deux valeurs. On retrouve bien les mêmes différences dans le battement résultant du sous-échantillonnage. Le glissement observable est, rappelons-le, du à la non-proportionnalité entre la fréquence d'acquisition et la fréquence de l'onde.

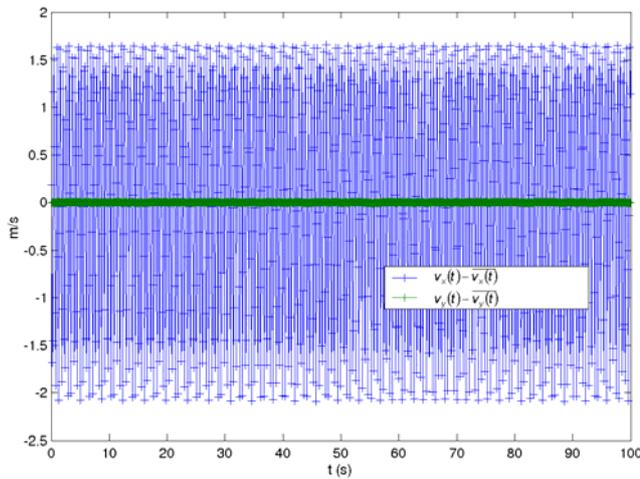


Figure 60 : Evolution temporelle de  $v_x(t) - \overline{v_x(t)}$  (en bleu) et de  $v_y(t) - \overline{v_y(t)}$  (en vert) pour la série 190406S2b

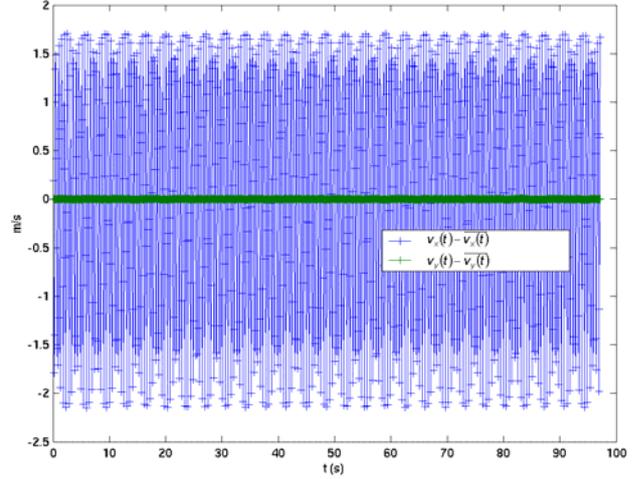


Figure 61 : Evolution temporelle de  $v_x(t) - \overline{v_x(t)}$  (en bleu) et de  $v_y(t) - \overline{v_y(t)}$  (en vert) pour la série 210406S1

Dans un système résonnant, la fréquence fondamentale de l'onde dépend de la longueur du tube et de la célérité (§III.1.1.), et donc de la pression et de la densité moyenne (donc de la température). Ceci explique les petites différences entre les fréquences des deux familles d'acquisition. Si on utilise la formule théorique

$$f_1^{(res)} = \frac{c}{2L} \quad \text{et} \quad c = \sqrt{\gamma \frac{P_m}{\rho_m}}$$

on devrait obtenir pour la série 190406S2b la valeur de 22,01Hz. Ce léger écart avec la valeur expérimentale peut s'expliquer par la présence du moteur thermoacoustique (stack et échangeurs chauds) qui affectent la longueur de résonance effective.

Le traçage des histogrammes de répartition des vitesses (Fig. 62) montre que la procédure d'acquisition PROC 1 permet d'obtenir un bon échantillonnage en vitesse. La présence des deux pics confirme une distribution de données provenant d'un sinus.

La vitesse maximale est de l'ordre de  $\sim 1,7\text{m/s}$  pour une vitesse minimale de  $\sim -2,3\text{ m/s}$ . Cette dissymétrie se retrouve pour toutes les séries 190406 et 210406. Comme la moyenne temporelle a été préalablement soustraite, ceci s'expliquerait a priori par une présence d'harmonique, qui sera étudié plus loin dans ce chapitre.

La composante  $v_y(t)$  est représentée (en vert) sur les graphes Fig. 60 et 61 pour montrer qu'elle est négligeable face à la vitesse horizontale. Il peut être conclu que l'onde acoustique est bien longitudinale et qu'il ne semble pas exister d'écoulement vertical de forte intensité. Lorsque l'on regarde de plus

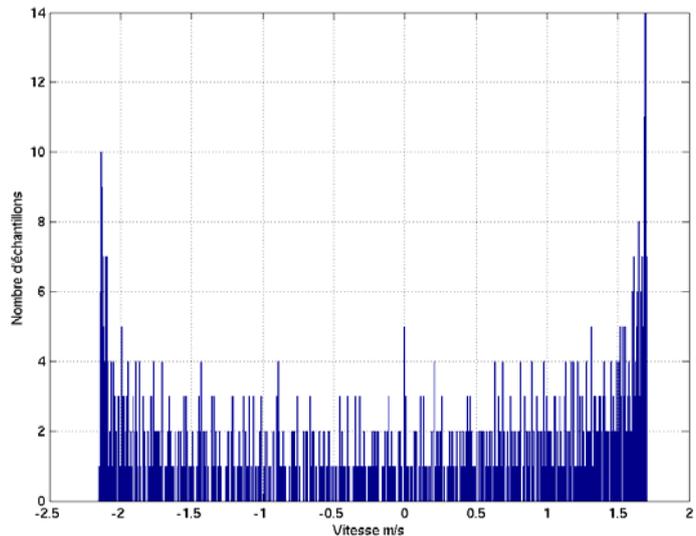


Figure 62 : Histogrammes de répartition des classes de vitesse pour la série 210406S1 (largeur de classe : 6 mm/s)

prêt l'évolution de  $v_y(t)$ , on voit une forte présence de bruit (Fig. 63 et 64). Les fluctuations évoluent autour de 0 mais semblent présenter des basses fréquences. La plupart des séries présentent une évolution similaire de  $v_y(t)$ . Remarquons que la fréquence d'échantillonnage est  $f_e^{(PIV)} = 10\text{Hz}$ , le critère de Shannon-Nyquist élargi ( $f_e^{(PIV)} \geq 2,56f$ ) donne une fréquence maximale observable  $f \leq 3,91\text{Hz}$ . Avant d'examiner les basses fréquences contenues dans la

vitesse verticale, attardons-nous sur la vitesse axiale. Lorsque le spectre de puissance du signal  $v_x(t)$  de la série 190406S1b est calculé, plusieurs pics apparaissent (Figure 64.1). Le premier  $f_1$  correspond à la fréquence de 1,89Hz qui est le mode fondamental de l'onde, replié deux fois, soit  $1,89+2 \times 10\text{Hz}=21,89\text{Hz}$  (10Hz étant la fréquence d'acquisition PIV). On retrouve bien la fréquence mesurée par spectre de puissance sur le signal de pression normalement échantillonné en temps (cf. Tableau 7). Le deuxième pic  $f_2$  (3,784Hz) correspond à l'harmonique 1 replié 4 fois. Les fréquences  $f_3$  à  $f_6$  sont les harmoniques 2 à 5. On notera que la fréquence de l'harmonique 2 vaut  $65,676\text{Hz}=7 \times 10\text{Hz}-f_3$ , pour l'harmonique 3 on a  $87,568\text{Hz}=9 \times 10\text{Hz}-f_4$ , dans la même logique pour l'harmonique 4 ; le 5 s'obtient comme le 1<sup>er</sup> et le 2<sup>ème</sup> :  $131,352\text{Hz}=f_6+13 \times 10\text{Hz}$ . Le taux d'harmonique local est obtenu en faisant le rapport des |TFD| fondamental/harmonique : il vaut 19,3%. Remarquons que l'écart entre le maximum de vitesse axiale et son minimum vaut 20,9% la plus grande valeur (le minimum ici).

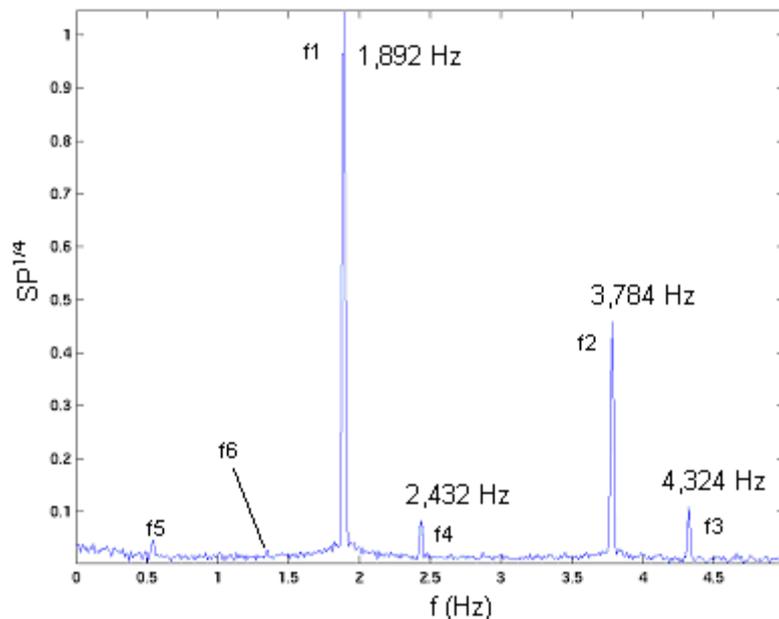


Figure 64.1 : Racine quatrième du spectre de puissance  $SP^{1/4}=|TFD|^{1/2}$  (TFD la transformée de Fourier Discrète) pour le signal de vitesse  $v_x(t) - \bar{v}_x(t)$  de la série 190406S1b

A noter avant de poursuivre que tous les spectres de ce chapitre V sont comparables entre eux, étant des spectres de puissance (en racine quatrième, soient des spectres de Fourier en racine carré) et non des densités spectrales de puissance. Les spectres de puissance sont calculés maintenant pour la composante radiale de vitesse des séries 210406S1 (Fig. 63.1) et 190406S1b (Fig. 64.2). Ils font apparaître le mode fondamental et son harmonique repliés. Les basses fréquences observables sur les Fig. 63 et 64 ressortent : vers les 0,18-0,21Hz (~5s) et 0,28-0,33Hz (~3,25s) sont communes aux deux. Les « bouffées » très basses fréquences de la figure 64 sont à associer à 0,04Hz (~25s).

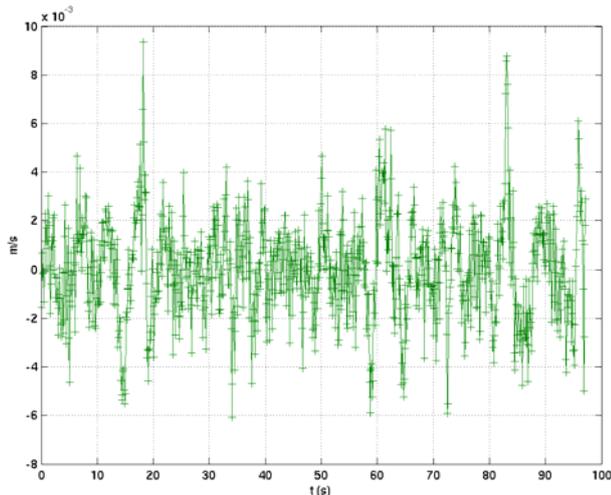


Figure 63 : Evolution temporelle de  $v_y(t) - \overline{v_y(t)}$  pour la série 210406S1

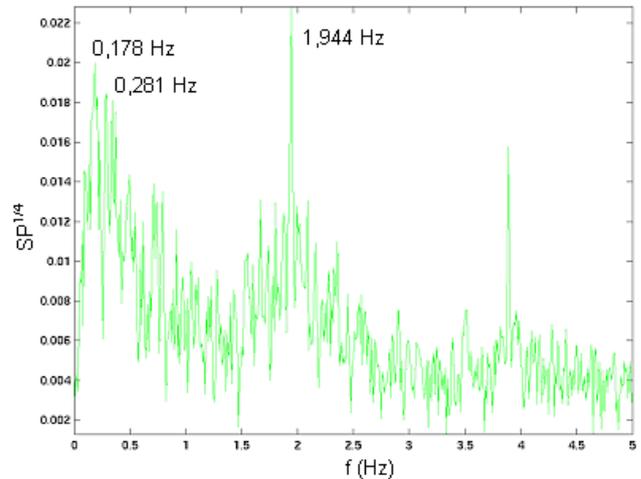


Figure 63.1 : Spectre de puissance  $SP^{1/4} = |TFD|^{1/2}$  (TFD la transformée de Fourier Discrète) pour le signal de vitesse  $v_y(t) - \overline{v_y(t)}$  de la série 210406S1

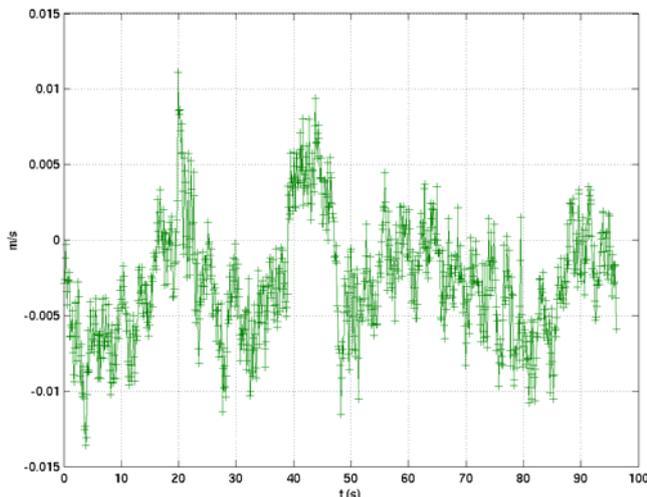


Figure 64 : Evolution temporelle de  $v_y(t) - \overline{v_y(t)}$  pour la série 190406S1b

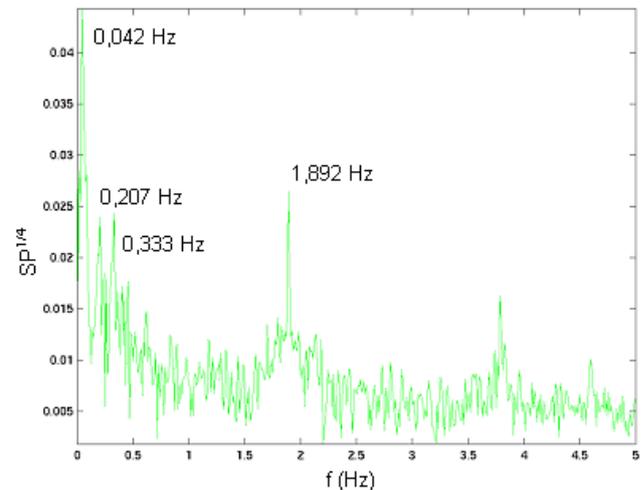


Figure 64.2 : Spectre de puissance  $SP^{1/4} = |TFD|^{1/2}$  (TFD la transformée de Fourier Discrète) pour le signal de vitesse  $v_y(t) - \overline{v_y(t)}$  de la série 190406S1b

On pourrait penser que les bouffées de vitesse de la figure 64 (0,042Hz) sont liées à l'injection des particules pour la PIV. Cependant, les deux séries 210406S1 et 190406S1b ont des temps d'attente après injection équivalents (3min contre 2min30s). Dans le chapitre IV.3.2.2 il est fait mention d'un éventuel écoulement transverse expliquant la perte d'intensité des particules PIV d'une image à l'autre (dérive dans la nappe laser). Celui-ci pourrait générer ces remontées de fluide. Il est difficile de conclure pour le moment.

### V.1.2.2 Plongement dans l'espace des phases par méthode des retards : extraction du nombre de pseudo cycles et de phases associées

L'intérêt et les limites de la méthode des retards ont été largement abordés dans le §IV.2.1.2. La figure 65 montre une série de portraits de phase obtenus par cette méthode de plongement pour la série 190406S1b :  $v_x(t+\tau) = F(v_x(t))$ . 9 retards  $\tau$  ont été utilisés : 31 à 39. Ils correspondent en fait à la valeur de l'indice de décalage temporel puisque les données sont échantillonnées. On voit bien qu'il est quasiment impossible d'obtenir un portrait de phase circulaire. Les essais sur un sinus synthétique nous ont montré que cela était dû à la méthode de

plongement inadaptée et non à la présence éventuelle de fréquences supplémentaires (harmoniques...) déformant le portrait. La reconstruction des cycles acoustiques  $v_x(\phi)$  ( $\phi \equiv \varphi$  ici) donnent par conséquent des évolutions souvent exotiques (Fig. 66). Ici, c'est le retard  $\tau=37$  qui est intéressant. Le segment de pente 1 montre que  $v_x(t+37) \sim v_x(t)$ . On sait donc que chaque pseudo cycle est constitué des 37 points de mesures et donc de 37 phases différentes pour cet exemple. A partir du nombre total d'échantillons, on déduit le nombre entier de pseudo cycle, ici 26. En d'autres termes, il est possible de reconstituer 26 pseudo cycles/portrait de phase superposables, similaires mais légèrement décalé les uns par rapport aux autres (cf. § IV.2.1.2). Une dernière observation des figures 65 et 66 permet de confirmer que les données sont sur-échantillonnées en phase, comme pressenti à l'examen des histogrammes au § précédent, ce qui est favorable au calcul intégral sur 1 cycle.

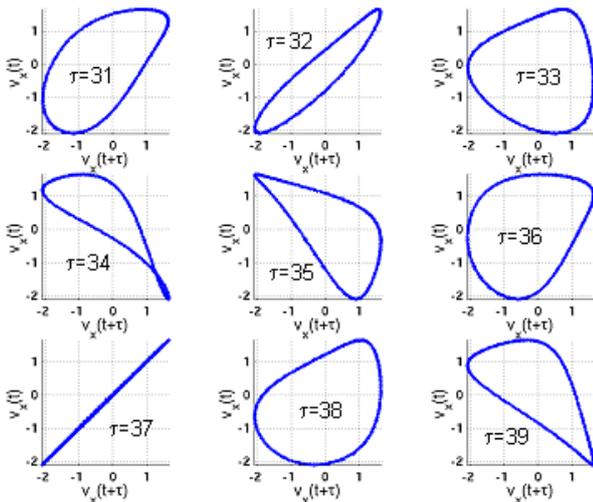


Fig. 65 : Portraits de phases obtenus pour 9 retards  $\tau=31$  à 39 (série 190406S1b)

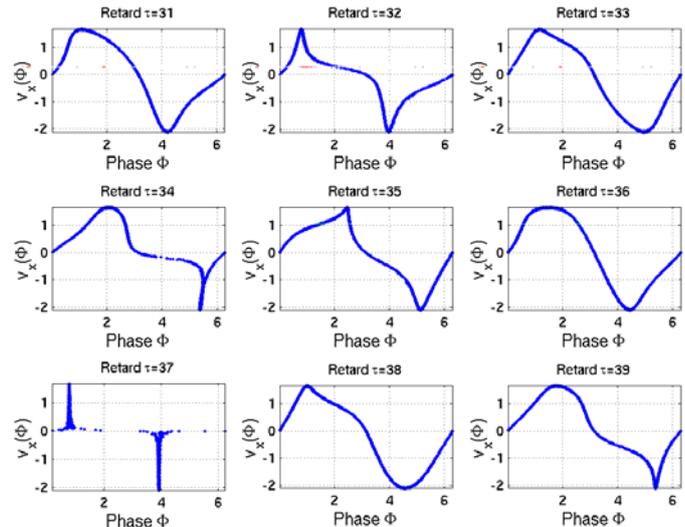


Fig. 66 : Reconstruction des cycles acoustiques à partir des phases obtenues par les portraits (fig. 65) pour 9 retards  $\tau=31$  à 39 (série 190406S1b)

Le Tableau 9 présente les nombres de pseudo cycles et de phases  $\phi$  pour chacune des séries des deux familles d'acquisition.

Paramètres	Numéro de série pour l'espace des paramètres n°1						
	190406 - S2	190406 - S1b	190406 - S2b	210406 - S1	210406 - S2	210406 - S3	210406 - S4
Nombre de phases par cycle	16	37	37	36	36	36	36
Nombre de pseudo cycles	56	26	27	27	27	24	27

Tableau 9 : Nombre de phases et de pseudo cycles pour chaque séries de données

Cette étape du post-traitement ne sera plus donnée par la suite pour les autres espaces des paramètres. Seuls les nombres de pseudo cycles et de phases les constituant seront fournis pour information.

Les composantes moyennes en temps de la vitesse

$$\bar{V}_\tau(\vec{r}) = (\bar{u}_x(\vec{r}), \bar{u}_y(\vec{r}))$$

sont calculées pour chaque pseudo cycles (cf. § IV.2.1.3) et retranchées aux valeurs instantanées correspondantes.

### V.1.2.3 Amplitudes de vitesse expérimentales et théoriques

Les amplitudes de vitesse expérimentales sont obtenues par la méthode des histogrammes. Elle est présentée au § IV.2.1.4. Le Tableau 10 donne les extrema et les amplitudes de vitesse obtenues ainsi que les valeurs théoriques calculées par les formules du § III.1.2 dans lequel les composantes de vitesse sont notées (après réduction de l'information) ( $u_{x,t}(t)$  ;  $u_{y,t}(t)$ ).

Vitesses (m/s)	Numéro de série pour l'espace des paramètres n°1							Moyenne
	190406 - S2	190406 - S1b	190406 - S2b	210406 - S1	210406 - S2	210406 - S3	210406 - S4	
Maximale axiale	1,647	1,663	1,649	1,699	1,684	1,690	1,685	<b>1,672</b>
Minimale axiale	-2,064	-2,103	-2,083	-2,142	-2,124	-2,128	-2,131	<b>-2,107</b>
Maximale radiale	0,004	0,008	0,005	0,005	0,004	0,003	0,006	<b>0,005</b>
Minimale radiale	-0,005	-0,010	-0,006	-0,005	-0,004	-0,007	-0,007	<b>-0,006</b>
Amplitude axiale	1,856	1,883	1,866	1,921	1,904	1,909	1,908	<b>1,890</b>
Amplitude radiale	0,005	0,009	0,006	0,005	0,004	0,005	0,006	<b>0,006</b>
Amplitude axiale Ecart	1,867	1,892	1,870	1,923	1,901	1,908	1,904	<b>1,894</b>
Ecart expérimental - analytique	-0,012	-0,009	-0,004	-0,002	0,003	0,001	0,004	<b>-0,004</b>
Valeurs expérimentales								
Valeurs analytiques								

Tableau 10 : Valeurs des extrema et amplitudes de vitesses (en m/s) pour les valeurs expérimentales des 7 séries de mesures (en rouge, valeurs moyennes pour l'espace des paramètres Esp1)

Toutes les séries montrent bien que l'écoulement va plus vite dans la direction opposée au moteur thermoacoustique. Quelques petits calculs sur un sinus synthétique ont permis d'obtenir cette dissymétrie entre les extrema : elle peut être provoquée par la présence au moins d'un harmonique déphasé par rapport au fondamental. L'origine des harmoniques peut être attribuée soit aux effets non-linéaires qui seraient déjà sensibles à ce rapport moteur, soit à la composition fréquentielle de l'onde engendrée par le moteur. L'onde pourrait être une combinaison d'onde stationnaire et d'onde progressive de faible taux, générant des harmoniques déphasés avec le fondamental. Les travaux de Hireche et al montrent numériquement que le moteur thermoacoustique génère et amplifie d'abord l'harmonique 1 avant que le mode fondamental ne devienne dominant.

A partir de la vitesse axiale la plus grande en valeur absolue, c'est-à-dire le minimum, on peut estimer l'ordre de grandeur des nombres de Reynolds  $Re$  basé sur le diamètre du tube, celui basé sur l'épaisseur de couche limite  $Re_\delta$  dans la zone de mesure ainsi que le rapport diamètre-épaisseur de couche limite visqueuse correspondant [Swift]

$$Re = \frac{\max(|u_{x,t}|)D}{\nu} = 56861 \quad \frac{D}{\delta_\nu} = 323 \quad Re_\delta = \frac{\sqrt{2} |u_x^{(min)}|}{\sqrt{\nu\omega}} = 176$$

où  $D=56,3 \text{ mm}$  est le diamètre du tube cylindrique,  $\nu=2,09.10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$  la viscosité cinématique (Annexe 6 et Tableau An17.4 de l'Annexe 17) et  $\delta_\nu=0,17\text{mm}$  l'épaisseur de couche limite, correspondantes à la température et pression moyenne de l'espace des paramètres. Prendre la plus grande valeur de vitesse pour estimer les nombres de Reynolds vient de l'idée que l'écoulement pourrait être laminaire alors qu'il se dirige vers les  $x>0$  (vitesse maximale), et faire apparaître de la turbulence dans la direction opposée (vitesse minimale), D'après la Figure 67 tirée de [Swift], le régime serait faiblement turbulent dans la fenêtre d'observation PIV. Si on regarde le nombre de

Reynolds  $Re_{\delta}$ , il est compris dans l'intervalle des valeurs critiques données dans le chapitre III.2. On ne peut conclure sur sa pertinence ici.

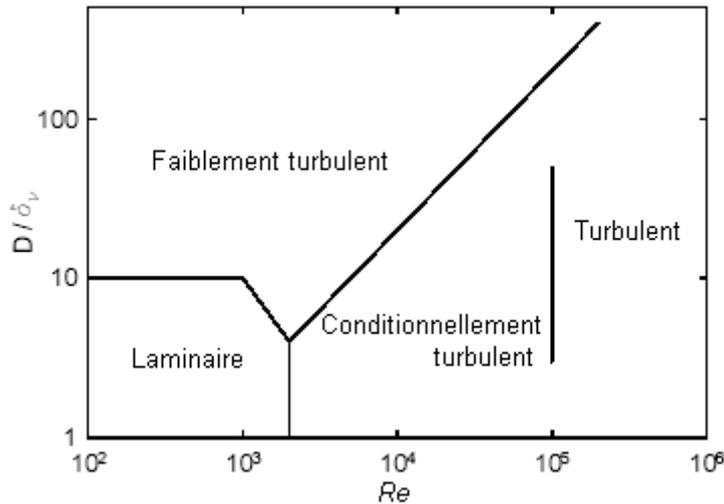


Fig. 67 : [Swift] Limites approximatives entre les régimes d'écoulements oscillants pour un tuyau circulaire lisse, comme fonction du nombre de Reynolds maximal et du rapport diamètre-épaisseur de couche limite visqueuse. Adapté de [Iquchi et al]

Toujours à partir des valeurs minimales de vitesse, on déduit les vitesses les plus grandes atteintes par l'écoulement au milieu du résonateur, sans tenir compte des pertes éventuelles (cf. chapitre II.1.1). Le Tableau 11 donne ces valeurs à partir de la formule

$$U_{MAX} = U \frac{\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} \frac{L}{2}\right)}{\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x_{piv}\right)} \quad \text{où } U = \max\left(|u_{x,t}^{(min)}(t)|; |u_{x,t}^{(max)}(t)|\right)$$

On déduit de nouveau le nombre de Reynolds maximal atteint par l'écoulement. La valeur moyenne pour cet espace des paramètres est de 127962, à la limite entre un régime d'écoulement oscillant faiblement turbulent et conditionnellement turbulent. Le calcul du nombre de Reynolds dit non-linéaire au sens de Menguy et al [1] est calculé en fonction de la vitesse maximale (le nombre de Mach n'est pas basé sur la vitesse du fondamentale mais totale) :

$$Re_{nl} = \frac{M^2}{Sh^2} = 9,8$$

Vitesses (m/s) et Re milieu du résonateur	Numéro de série pour l'espace des paramètres n°1							Moyenne
	190406 - S2	190406 - S1b	190406 - S2b	210406 - S1	210406 - S2	210406 - S3	210406 - S4	
$U_{MAX}$	4,649	4,736	4,691	4,824	4,784	4,793	4,800	4,746
Re	126635	128126	126913	129337	128254	128504	128695	127962

Tableau 11 : Valeurs de vitesse maximale (en valeur absolue) et Re atteints par l'écoulement en milieu de résonateur

Les amplitudes axiales sont comparées avec les valeurs théoriques obtenues pour le mode fondamental. On observe une très bonne concordance avec un écart variant entre 1 et 12 mm/s, pour un écart moyen de 4 mm/s (cf. Tab. 10). Le calcul par flot optique offre une résolution de déplacement jusqu'à 1/181<sup>ème</sup> de pixel ; la résolution en vitesse déduite dépend du temps  $\Delta t_p$  entre deux images (inchangé pour toutes les séries) et du grandissement (en m/pixel) pouvant différer d'une série à l'autre (dépend du réglage de la caméra). Ici une précision « théorique » de  $3,06 \cdot 10^{-4}$  m/s est atteinte. On posera cette précision à 0,4 mm/s. Les écarts expérimental-analytique sont plus

importants avec la famille 190406 contrairement à 210406. Ceci s'explique par une moins bonne focalisation de la caméra sur les particules. De ce fait, celles-ci apparaissent un peu floues et cela joue peut-être sur la qualité des calculs de déplacement.

Les vitesses radiales sont liées aux fluctuations basses voir très basses fréquences observées notamment sur les Figures 63 et 64. Leur origine reste pour l'instant difficilement interprétable.

### V.1.2.4 Reconstruction du cycle acoustique en phase

#### V.1.2.4.1 Application de la SVD sur les données de vitesses $u_{x,t}(t)$

On utilise les données de vitesse  $u_{x,t}(t)$  qui vont être reclassées par projection SVD (§ IV.2.1.5.1). La décomposition aux valeurs singulières se fait sur un grand nombre de modes SVD (40 à 100 selon les cas) afin d'extraire la composante fondamentale, sur les deux premiers modes SVD  $\phi_{svd}^{(1)}(t)$  et  $\phi_{svd}^{(2)}(t)$ . A partir de ceux-ci, le portrait de phase  $\phi_{svd}^{(2)} = g(\phi_{svd}^{(1)})$  est tracé comme le montre l'exemple de la série 210406S1 (Fig. 68). On obtient un cercle quasi-parfait qui est en fait une projection de la dynamique sur le plan mode 1-mode 2. La Figure 69 montre ce même portrait de phase dans l'espace  $(\phi_{svd}^{(1)}, \phi_{svd}^{(2)}, \phi_{svd}^{(3)})$  sous deux angles de vue différents. La courbure du cercle dans la direction du mode  $\phi_{svd}^{(3)}$  est due à l'harmonique 1, associée aux modes 3 et 4 SVD. L'amplitude du mode 3 montre que l'harmonique 1 n'est pas négligeable, comme le suggère les spectres de puissance (Fig. 64.1).. Sur la Figure 70, on observe que le portrait de phase dans l'espace  $(\phi_{svd}^{(3)}, \phi_{svd}^{(4)}, \phi_{svd}^{(5)})$  représente une spirale à 2 anneaux. Cette structuration peut être liée à la présence résiduelle du mode fondamental. Sans ce résidu, le cycle ne présenterait qu'un cercle parcouru 2 fois (2 fois la fréquence fondamentale).

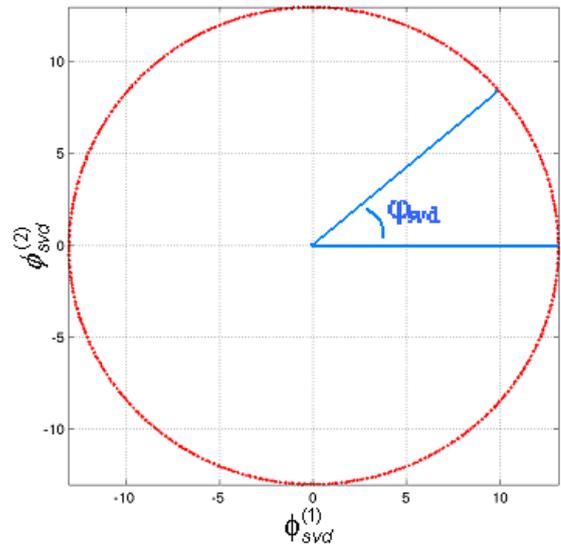


Figure 68 : Portrait de phase  $\phi_{svd}^{(2)} = g(\phi_{svd}^{(1)})$  obtenu par SVD sur 99 modes pour la série 210406S1 ;  $\phi_{svd}$  représente les phases déduites

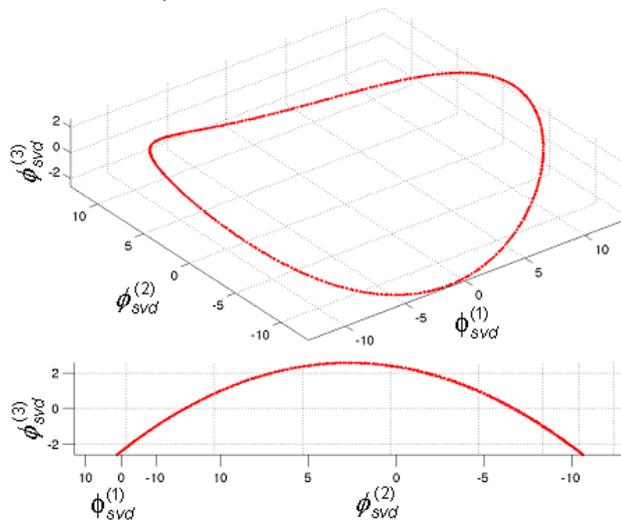


Figure 69 : Portrait de phase  $\phi_{svd}^{(3)} = g(\phi_{svd}^{(1)}, \phi_{svd}^{(2)})$  obtenue par SVD sur 99 modes pour la série 210406S1 ; 2 angles de vue sont représentés

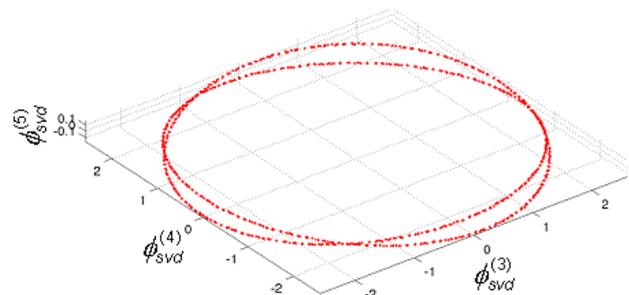


Figure 70 : Portrait de phase  $\phi_{svd}^{(5)} = g(\phi_{svd}^{(3)}, \phi_{svd}^{(4)})$  obtenue par SVD sur 99 modes pour la série 210406S1

A partir du premier portrait (Fig. 68), on calcule un ensemble de phases  $\varphi_{\text{svd}}$  entre  $-\pi$  et  $\pi$ . On obtient l'ensemble de données  $u_{x,t}(\varphi_{\text{svd}})$  ainsi reclassées en phase (Fig. 71). L'origine des phases est arbitraire, dans le sens où la première phase obtenue, correspondante à  $-\pi$ , est associée au premier échantillon de vitesse lui-même sans origine des temps. Toutes les séries de mesures donnent le même type de résultats avec des origines de phases différentes. Ce reclassement en phase montre un signal sinusoïdal, légèrement déformé par les harmoniques et parfaitement lisse. On retrouve bien la dissymétrie entre extrema.

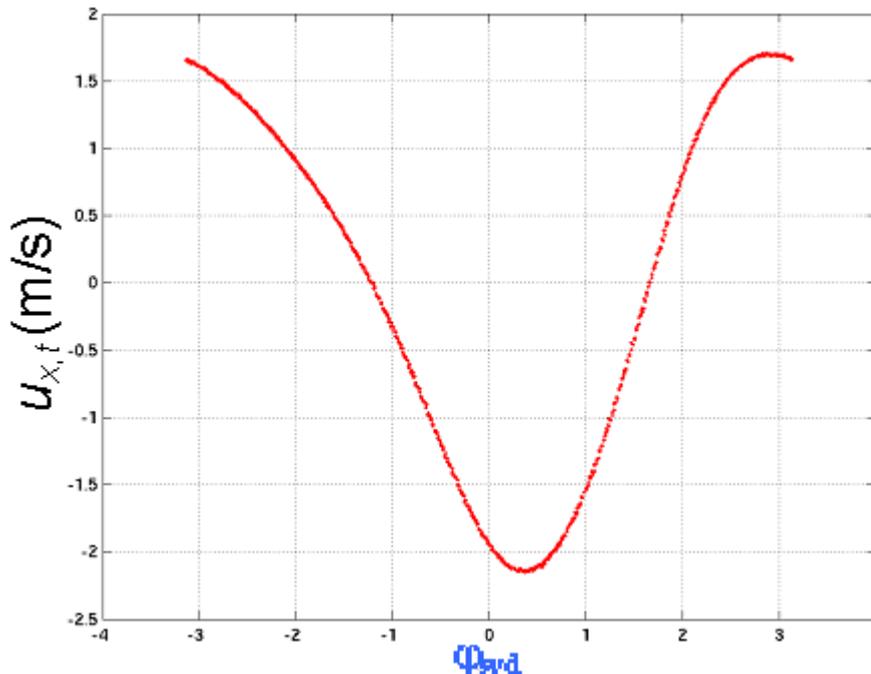


Figure 71 : Reclassement en phase SVD sur vitesse de  $u_{x,t}(\varphi_{\text{svd}})$  pour la série 210406S1

#### V.1.2.4.2 Application de la SVD sur les modes POD obtenus à partir des champs $\vec{V}(x, y, t)$

Jusqu'à maintenant, nous avons travaillé avec des vitesses moyennées spatialement et dont on a retranché la valeur moyenne temporelle (après quelques opérations plus ou moins complexes). Une autre méthode pour reconstruire le cycle acoustique est de projeter l'ensemble de nos champs spatio-temporels  $\vec{V}(x, y, t)$  dans l'espace de ses axes propres. La POD, présentée au §IV.4, a été appliquée à des données synthétiques. Elle permet d'extraire sur le premier mode POD la composante acoustique du fondamental (cf. §IV.4.2.1 et suivant) sans retranchement de la moyenne.

La POD est appliquée sur les champs  $\vec{V}(x, y, t)$  de la série 210406S1 ici pour l'exemple. Le spectre des valeurs propres  $\lambda'_p$  (Fig. 72) montre la première valeur propre fortement prédominante. Elle est associée au mode acoustique fondamental. La deuxième d'amplitude bien plus faible est liée au champ moyen (flèche bleu) ; pour s'en convaincre, celui-ci a été retranché à tous les champs  $\vec{V}(x, y, t)$  sur lesquels la POD a été réappliquée. Le spectre des valeurs propres obtenu (Fig. 73) montre que la deuxième (flèche rouge) retombe au niveau de la troisième (flèche orange fig. 72). Ceci est cohérent avec les résultats obtenus au §IV.4.2.5. La valeur propre (flèche orange et rouge) devrait être une signature de la présence harmonique. Les valeurs propres  $p=4$  et au-delà sont d'amplitudes bien moins négligeables ( $10^{-5}$ ,  $10^{-6}$  en échelle log) que dans le cas synthétique ( $10^{-15}$ , fig. An16.50). Ceci est dû à la présence de bruit, d'un contenu harmonique plus riche (mode acoustique 3 et supérieur) et de l'existence d'un écoulement radial.

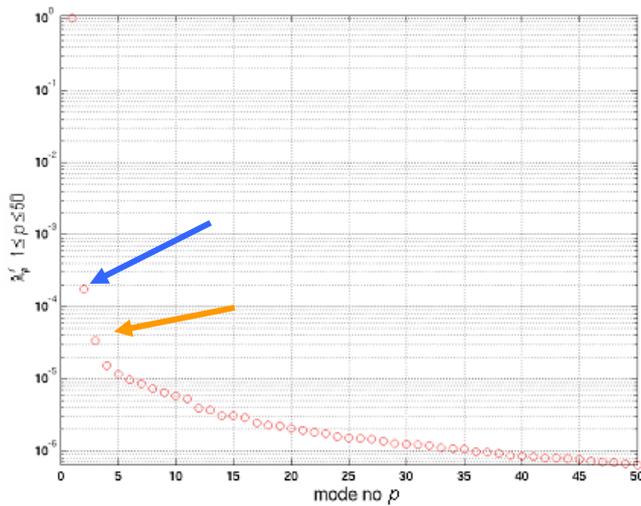


Figure 72 : Evolution des  $\lambda_p^2$  pour chaque mode POD  $n^p$  (échelles linéaire-log) pour la série 210406S1 (moyenne conservée)

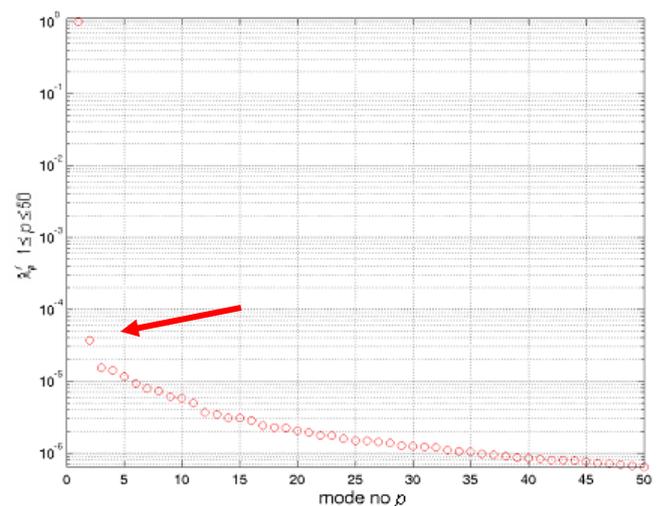


Figure 73 : Evolution des  $\lambda_p^2$  pour chaque mode POD  $n^p$  (échelles linéaire-log) pour la série 210406S1 (moyenne retranchée)

Revenons au cas de la moyenne conservée. Le module du Topos pondéré n°1  $\sigma_1 \bar{\psi}_1(\vec{r})$  fait apparaître sans surprise la structuration spatiale stratifiée d'onde plane (Fig. 74), à comparer avec la figure An16.51 de l'Annexe 16. Les amplitudes sont voisines, moins élevées côtés fond du résonateur (à gauche) que celles côtés moteur (à droite). On voit que la stratification est bruitée avec des effets de bords, voir même une influence du champ moyen notamment dans la zone du coin supérieur droit. L'extraction du champ moyen par la POD sera traitée dans le chapitre consacré à celui-ci.

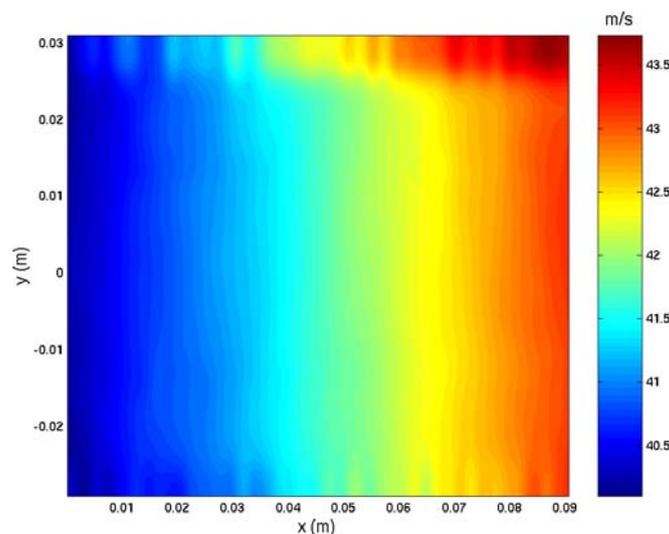


Figure 74 : Représentation bidimensionnelle de  $|\sigma_1 \bar{\psi}_1(\vec{r})|$  pour la série 210406S1

Nous nous sommes donc convaincus que le mode 1 POD reste associé de manière prépondérante avec la structuration acoustique de l'écoulement. A partir de là, on reconstruit la composante axiale de vitesse suivant l'axe POD n°1  $u_{pod}^{(1)}(t) = \langle \sigma_1 a_1(t) \psi_{x,1}(\vec{r}) \rangle_{x,y}$  moyennée en espace (réduction de l'information), de façon identique aux données  $u_{x,t}(t)$ . On applique la décomposition SVD sur  $u_{pod}^{(1)}(t)$  (avec 100 modes) et on construit un portrait de phase. De la même manière que sur la figure 68, il est quasi-circulaire et les phases  $\varphi_{svd}^{(pod)}$  sont déduites. Les vitesses reconstruites par POD sont ainsi réordonnées et tracées en fonction de ces nouvelles phases. Les vitesses POD  $u_{pod}^{(1)}(\varphi_{svd}^{(pod)})$  et les vitesses  $u_{x,t}(\varphi_{svd})$  sont tracées sur un même graphique (Fig. 75) pour les comparer.

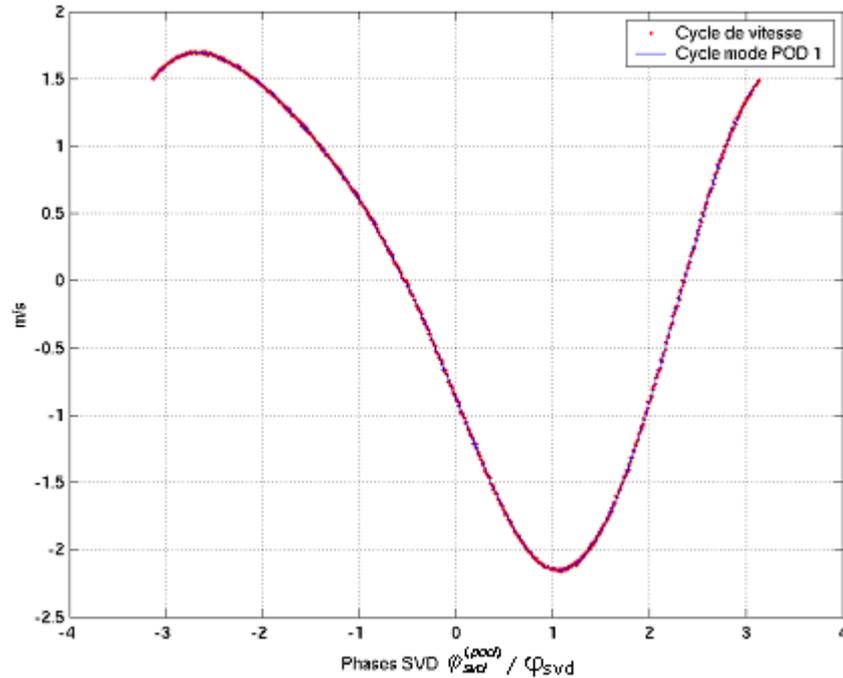


Figure 75 : Reclassement en phase SVD sur vitesse de  $u_{x,t}(\varphi_{svd})$  (en rouge) ; reclassement en phase SVD sur composante POD n°1 de  $u_{pod}^{(1)}(\varphi_{svd}^{(pod)})$  (en bleu) (série 210406S1)

La différence avec la figure 71 est liée à l'origine différente des phases. Ici, les courbes se superposent parfaitement et montrent définitivement l'intérêt de la POD dans l'extraction de la partie oscillante. Et cela permet de valider les deux méthodologies l'une par rapport à l'autre.

#### V.1.2.4.3 Identification à une fonction analytique du cycle de vitesse

Les cycles de vitesse reclassés en phases SVD sont identifiés à une fonction sinusoïdale (cf. §IV.2.1.5.2) contenant un mode oscillant fondamental et son premier harmonique :

$$u_{fit}(\varphi_{svd}) = a_0^{(u)} + a_1^{(u)} \cos(d_1^{(u)} \varphi_{svd} + \psi_1^{(u)}) + a_2^{(u)} \cos(d_2^{(u)} \varphi_{svd} + \psi_2^{(u)})$$

Toutes les amplitudes sont en m/s, les déphasages en radian. L'intérêt de garder les coefficients  $d_i^{(u)}$  ( $1 \leq i \leq 2$ ) « libres », est de vérifier que le mode fondamental et son harmonique sont bien extraits du reclassement des phases  $\varphi_{svd}$ . La moyenne a été retranchée bien avant le reclassement en phase et l'amplitude  $a_0^{(u)}$  ne devrait pas être utile. Cependant, les nombreux calculs ont montré que l'identification ne fonctionne pas correctement lorsqu'il est inexistant. Effectivement, la moyenne n'est jamais rigoureusement nulle du fait des différentes incertitudes de calculs et d'échantillonnage. De plus et d'après les spectres de pression, le contenu harmonique est plus riche. Mais les amplitudes des harmoniques 2 et supérieurs sont négligeables ; l'identification ne les extrait pas et corrompt les résultats du mode fondamental et harmonique 1 ; le coefficient  $a_0^{(u)}$  permet donc de récupérer cette influence résiduelle en conservant l'intégrité des deux premiers modes acoustiques.

L'identification est appliquée au cycle de chaque série de mesure. Le Tableau 12 récapitule les valeurs des coefficients. Certains résultats sont calculés à  $\pm\pi$  près d'où l'apparition de signes négatifs sur les amplitudes. Les coefficients  $a_0^{(u)}$  montrent tous qu'ils ne sont pas négligeables et leur intérêt apparaît clairement à l'examen des numéros de mode  $d_i^{(u)}$  ( $1 \leq i \leq 2$ ) ; l'identification associée à  $d_1^{(u)}$  le mode fondamental et  $d_2^{(u)}$  à 0,1 près son harmonique 1. L'amplitude moyenne du mode fondamental est de 1,816 m/s contre une amplitude de 1,890 m/s obtenue par la méthode des histogrammes (cf. Tab. 10). Cette différence s'explique entre autre par le fait que la méthode des histogrammes donne l'amplitude globale de vitesse, c'est-à-dire en intégrant tous les modes. L'amplitude de l'harmonique frise les 34 cm/s et son taux est de 18,7%.

Coefficients de « fit »	Numéro de série pour l'espace des paramètres n°1							Moyenne
	190406 - S2	190406 - S1b	190406 - S2b	210406 - S1	210406 - S2	210406 - S3	210406 - S4	
$a_0^{(u)}$	0,008	-0,018	-0,013	-0,060	0,024	-0,051	-0,037	<b>0,030</b>
$a_1^{(u)}$	-1,783	1,823	1,814	1,828	-1,823	1,818	-1,824	<b>1,816</b>
$a_2^{(u)}$	0,344	0,333	0,328	-0,337	0,369	0,336	0,327	<b>0,339</b>
$ a_2^{(u)} / a_1^{(u)}  (%)$	19,3	18,3	18,1	18,4	20,3	18,5	17,9	<b>18,7</b>
$d_1^{(u)}$	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	<b>1,0</b>
$d_2^{(u)}$	2,0	2,1	2,1	2,0	2,0	2,0	2,0	<b>2,0</b>
$\psi_1^{(u)}$	2,87	3,51	3,55	2,94	3,00	3,06	2,96	
$\psi_2^{(u)}$	4,93	2,99	3,08	4,96	2,07	2,08	1,86	
$ \psi_1^{(u)} - \psi_2^{(u)} $	2,06	0,52	0,48	2,02	0,93	0,98	1,09	<b>1,15</b>

Tableau 12 : Ensemble des coefficients obtenus par identification des cycles de vitesse réordonnés en phase ; moyennes calculées pour l'espace des paramètres Esp 1

L'importance harmonique s'explique par la localisation de la zone de mesure comme on peut le visualiser sur la Figure 76. Elle représente les amplitudes normalisées du mode acoustique fondamentale et celle de l'harmonique en fonction de la position axiale. Cette zone est plus proche du maximum d'amplitude harmonique que du maximum du fondamental. Nous voyons ici qu'il existe bien un déphasage non négligeable entre le fondamental et l'harmonique. Cela confirme ce qui a été émis précédemment : la dissymétrie entre extrema de vitesse a pour origine ce déphasage. Les écarts entre ce déphasage du fondamental et de l'harmonique ne concordent que pour certains essais, par exemple pour 190406S2 et 210406S1, sans qu'une cause n'en soit comprise. Une explication viendrait des  $d_i$  libres, faisant que l'on ne tombe pas pile sur les modes ; l'identification peut alors compenser par de larges déphasages.

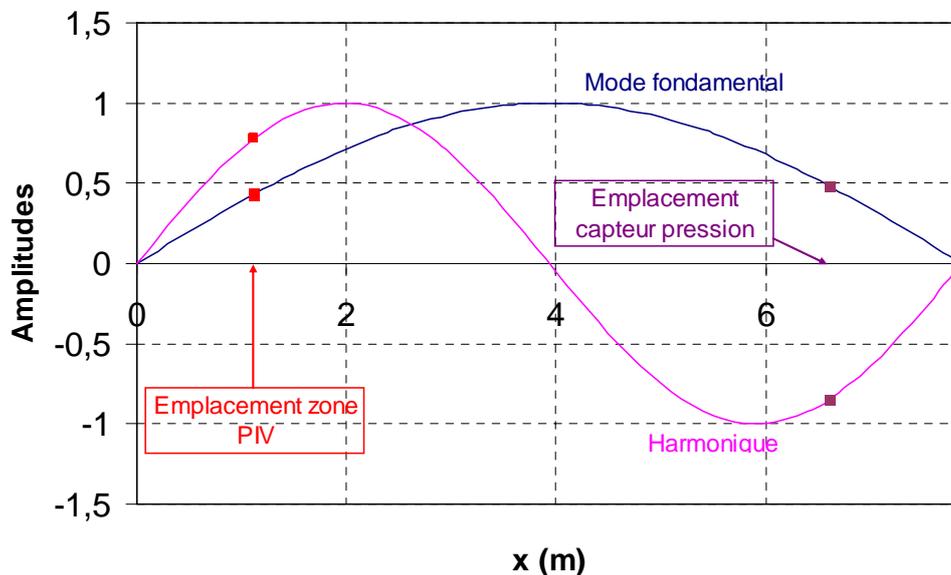


Figure 76 : représentation des amplitudes de vitesse normalisées par la valeur maximale respectivement pour le mode fondamental et harmonique d'une onde stationnaire théorique en fonction de la position axiale dans le résonateur ; les positions de la zone de mesure et du capteur de pression de référence y sont précisées.

#### V.1.2.4.4 Reconstruction du cycle acoustique par le reclassement de la vitesse

##### V.1.2.4.4.1 Petit aperçu sur la pression

Les données de pression  $P_1(t)$  ont été acquises simultanément avec les données de vitesse mais avec des fréquences d'échantillonnage différentes et pas forcément proportionnelles. La pression est mesurée par un capteur près du moteur. La Figure 77 présente un exemple de l'évolution de ce signal dans un intervalle temporel de 2s.

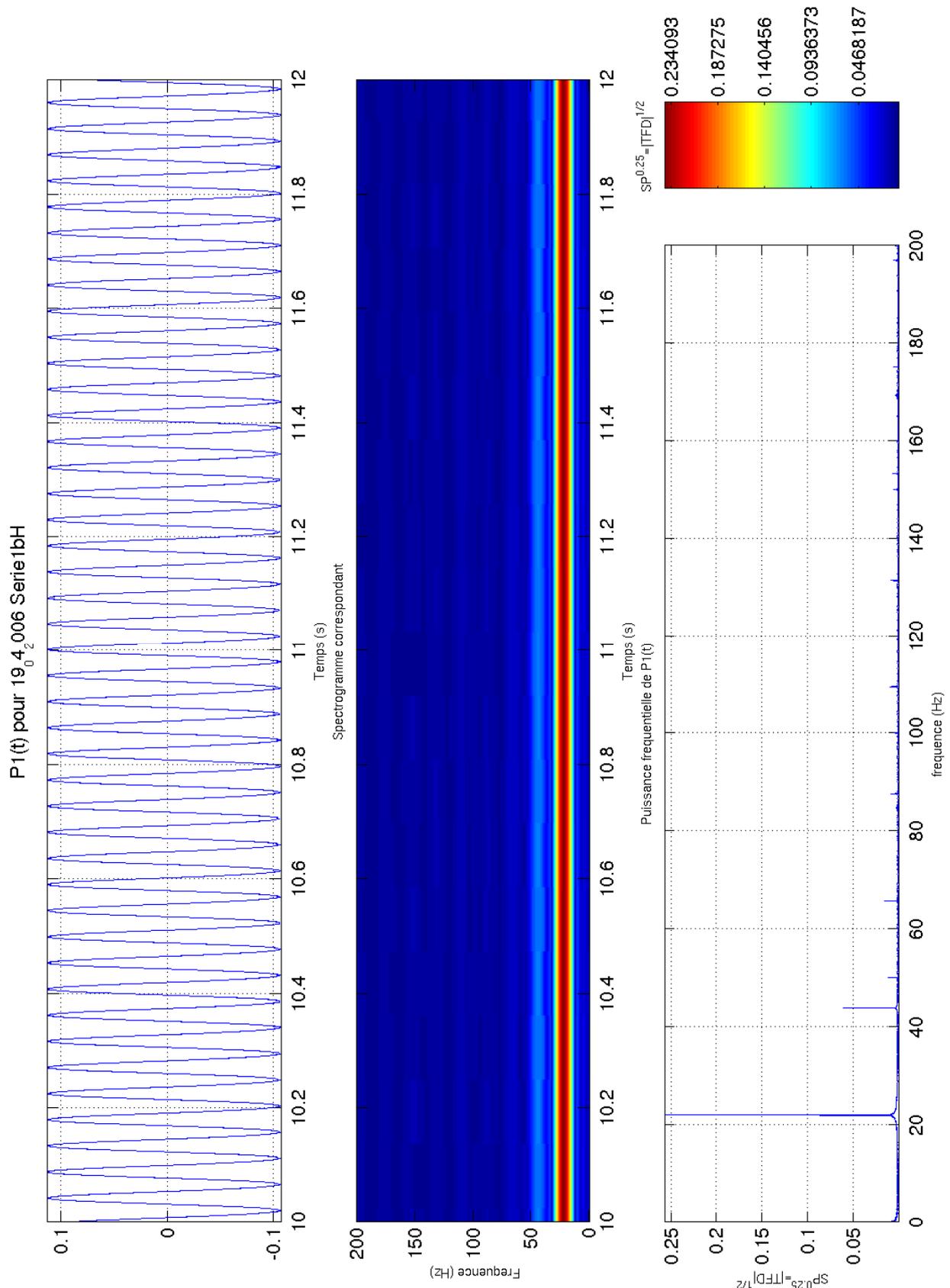


Figure 77 : Evolution temporelle de la pression  $P_1(t)$  (en bar), spectrogramme et spectre de puissance (Série 190406S1b)

Le signal ne présente pas de basses fréquences et n'est pas bruité. La dissymétrie entre extrema est faible contrairement à la vitesse du à la position et au taux d'harmonique du cas vitesse. Le spectre de puissance (troisième graphe,  $SP^{0,25}=|TFD|^{0,5}$ ) montre le contenu harmonique, dont les amplitudes sont accentuées par la racine quatrième. On remarque la richesse harmonique avec présence parasite de la fréquence 50 Hz du réseau électrique. Son amplitude est du même ordre de grandeur que les harmoniques 2 et supérieurs. Le spectrogramme montre la forte stabilité de tous les modes acoustiques dans le temps. Ceci montre la qualité du moteur thermoacoustique et le bon établissement de l'onde.

#### V.1.2.4.4.2 Reconstruction du cycle de pression acoustique

La méthodologie appliquée à la pression est présentée au §IV.2.1.5.3. Les données de pression sont mises en correspondance avec celles de vitesse. Les phases  $\varphi_{svd}$  obtenues par décomposition SVD sur vitesse sont utilisées pour reclasser les données de pression et obtenir le cycle acoustique de pression :  $P_1(\varphi_{svd})$ . Il est tracé sur le même graphique (Figure 78) que la vitesse.

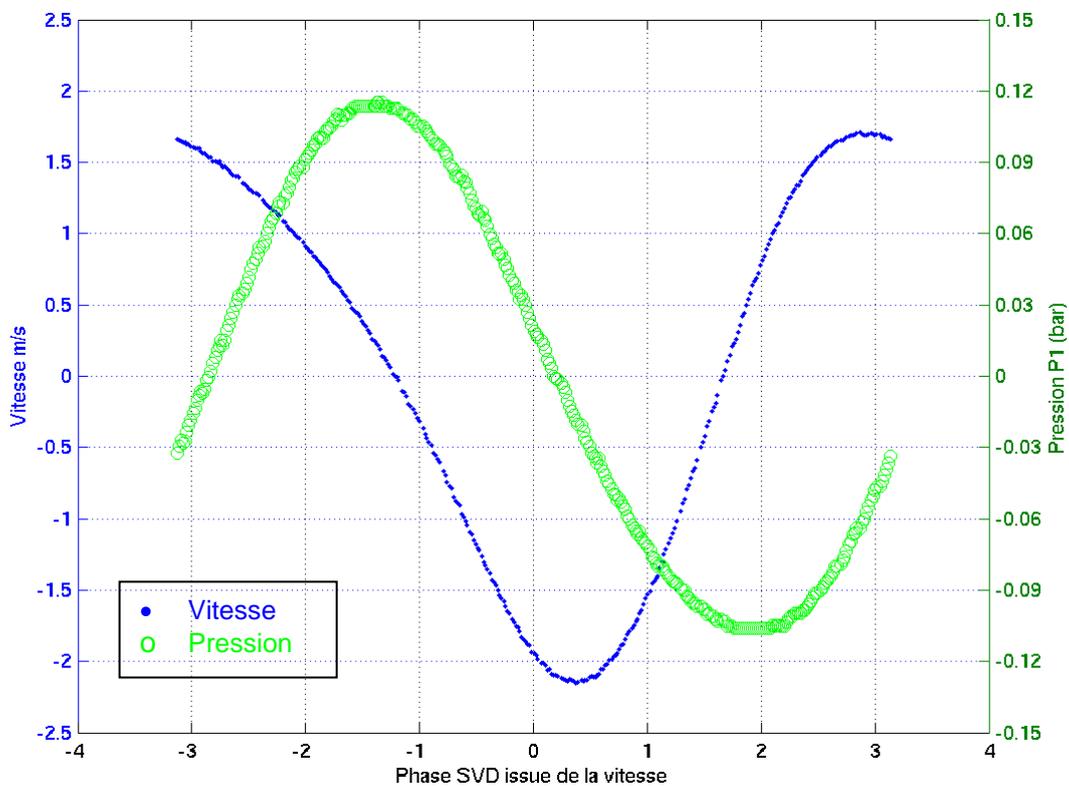


Figure 78 : Représentation des cycles acoustiques de vitesse  $u_{x,t}(\varphi_{svd})$  et de pression  $P_1(\varphi_{svd})$  pour la série 210406S1

D'après la théorie (§III.1.1), le maximum de pression correspond au zéro de vitesse front montant lorsque ces deux signaux sont mesurés au même endroit. Ici, le capteur de pression est placé dans le résonateur à l'opposée de la zone de mesure de vitesse. C'est pourquoi nous observons ici que le maximum de pression est à la phase du zéro de vitesse front descendant.

#### V.1.2.4.4.3 Identification d'une fonction analytique du cycle de pression acoustique

Comme pour le cycle de vitesse, une identification est effectuée sur celui de pression sous la forme :

$$P_{fit}(\varphi_{svd}) = a_0^{(P)} + a_1^{(P)} \cos(d_1^{(P)} \varphi_{svd} + \psi_1^{(P)}) + a_2^{(P)} \cos(d_2^{(P)} \varphi_{svd} + \psi_2^{(P)})$$

Les amplitudes sont en bar, les déphasages en radian. Les résultats obtenus pour chacune des séries sont présentés dans le Tableau 13. La série 210406S3 n'y est pas référencée car l'acquisition du signal de pression avait échoué. Au regard des amplitudes du mode fondamental et harmonique, on voit une très bonne constance des valeurs d'une série à l'autre contrairement à la vitesse. Les coefficients  $d_i^{(p)}$  ( $1 \leq i \leq 2$ ) associent pleinement le mode 1 au mode acoustique fondamental et le 2 à son harmonique. Le taux d'harmonique 1 sur la pression est de 5,8% à une distance approximative de 0,5m du générateur d'onde. La Figure 79 donne le profil théorique de l'amplitude de pression du mode fondamental et harmonique pour une onde stationnaire, en fonction de la position axiale : le capteur est placé à proximité des maxima d'amplitudes. On peut extrapoler en disant que l'espace des paramètres Esp1 est associé à une onde de taux d'harmonique global faible. Hormis les séries 190406S1b et S2b et contrairement à la vitesse, les déphasages fondamental/harmonique  $|\psi_1^{(p)} - \psi_2^{(p)}|$  sont plus stables.

Coefficients de « fit »	Numéro de série pour l'espace des paramètres n°1						Moyenne
	190406 - S2	190406 - S1b	190406 - S2b	210406 - S1	210406 - S2	210406 - S4	
$a_0^{(p)}$	-0,004	0,000	0,000	-0,001	0,001	0,002	0,001
$a_1^{(p)}$	0,109	0,109	0,108	-0,111	0,110	0,110	0,109
$a_2^{(p)}$	0,006	0,006	0,006	0,006	0,007	0,007	0,006
$ a_2^{(p)} / a_1^{(p)}  (\%)$	5,7	5,5	5,2	5,7	6,4	5,9	5,8
$d_1^{(p)}$	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
$d_2^{(p)}$	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0
$\psi_1^{(p)}$	4,38	1,88	1,93	4,46	4,51	4,46	
$\psi_2^{(p)}$	3,34	4,62	4,71	3,41	3,62	3,51	
$ \psi_1^{(p)} - \psi_2^{(p)} $	1,04	2,74	2,79	1,05	0,90	0,96	1,58

Tableau 13 : Ensemble des coefficients obtenus par identification des cycles de pression réordonnés en phase SVD sur vitesse ; moyennes calculées pour l'espace des paramètres Esp 1

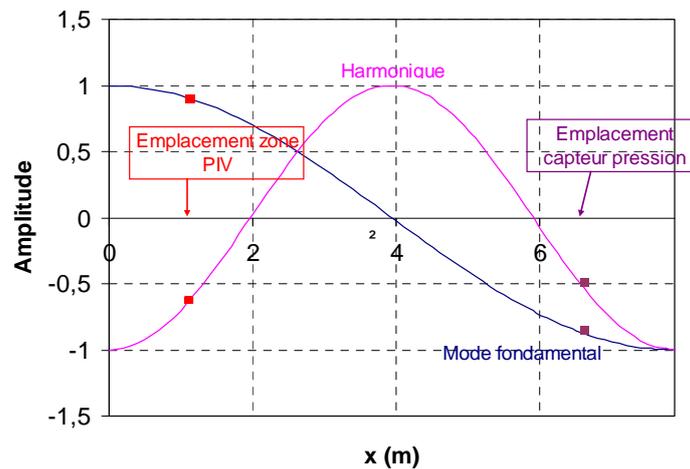


Figure 79 : représentation des amplitudes de pression normalisées par la valeur maximale respectivement pour le mode fondamental et harmonique d'une onde stationnaire théorique en fonction de la position axiale dans le résonateur ; les positions de la zone de mesure et du capteur de pression de référence y sont précisées.

A partir des valeurs  $\psi_1^{(p)}$  et  $\psi_1^{(u)}$ , on déduit les déphasages pression/vitesse moyens et ce pour chaque série. Ils sont donnés dans le Tableau 14 en proportion de  $\pi$  ; certaines valeurs sont corrigées par +/-1.

Déphasages en rapport de $\pi$	Numéro de série pour l'espace des paramètres n°1						Moyenne
	190406 - S2	190406 - S1b	190406 - S2b	210406 - S1	210406 - S2	210406 - S4	
$\psi_1^{(p)}$	1,39	0,60	0,61	1,42	1,44	1,42	
$\psi_1^{(u)}$	0,91	1,12	1,13	0,94	0,95	0,94	
$\psi_1^{(p)} - \psi_1^{(u)}$	0,48	0,48	0,48	0,48	0,48	0,48	<b>0,48</b>

Tableau 14 : Calcul des déphasages pression/vitesse en proportion de  $\pi$

On obtient une correspondance satisfaisante avec le déphasage pour une onde stationnaire dans un résonateur qui est de  $0,5\pi$  théorique. La constance des déphasages pression/vitesse pour toutes les séries montre finalement que les déphasages  $\psi$  ont une certaine pertinence. Cela indique donc que l'écart léger avec la théorie semble avoir une origine physique. La présence harmonique pourrait expliquer cela. Le fait que les déphasages de vitesse  $\psi_1^{(u)}$  soient proches de  $\pi$  est lié au calcul d'identification analytique à un cosinus alors que la vitesse évolue en sinus, ce qui explique aussi les déphasages sur la pression.

#### V.1.2.4.5 Reconstruction du cycle acoustique par le classement de la pression

Le cycle de pression a été reconstruit à partir du reclassement en phase obtenu par l'application de la SVD sur les vitesses. Pour vérifier que cette méthode ne présente pas d'artefact lié au calcul par SVD, l'opération inverse est réalisée en utilisant les données de pression  $P_1(t_n^{(PIV)})$ . Celles-ci sont rééchantillonnées pour correspondre aux temps d'acquisition de la vitesse. La méthodologie est expliquée au §IV.2.1.6.

La SVD appliquée aux données de pression est faite sur 99 modes de décomposition. Le portrait de phase  $\phi_{svd}^{(2)} = g(\phi_{svd}^{(1)})$ , comme le montre la Figure 80, est quasi-circulaire.

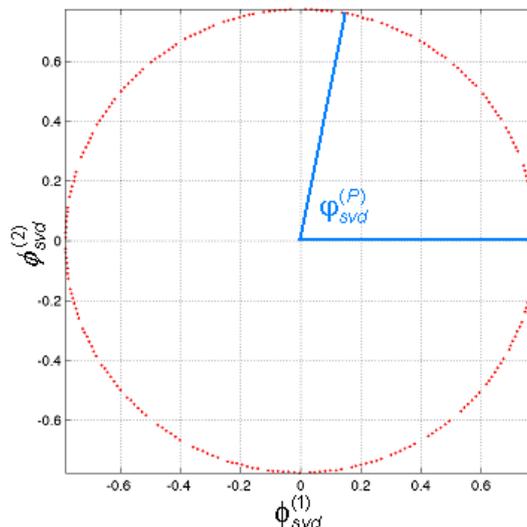


Figure 80 : Portrait de phase  $\phi_{svd}^{(2)} = g(\phi_{svd}^{(1)})$  obtenu par SVD sur pression sur 99 modes pour la série 210406S1 ;  $\phi_{svd}^{(P)}$  représente les phases déduites

Les limites de capacité de stockage ne permettaient pas d'obtenir le signal de pression pour l'ensemble des acquisitions PIV de cet espace des paramètres. Voilà pourquoi le cercle est moins échantillonné que celui des vitesses (Fig. 68). Chaque point constituant un segment d'arc est associé à un pseudo-cycle, ici on en comptabilise 7 contre un total de 27 pour cette série de mesure (cf. Tab. 9). L'écart entre les points dans un même

segment vient du glissement en phase déjà mentionné plusieurs fois. Le nombre de segments (36) est lié au nombre de phases constituant un pseudo-cycle.

Les phases SVD  $\varphi_{svd}^{(P)}$  servent à tracer le cycle de pression puis le cycle de vitesse déduit (Figure 81).

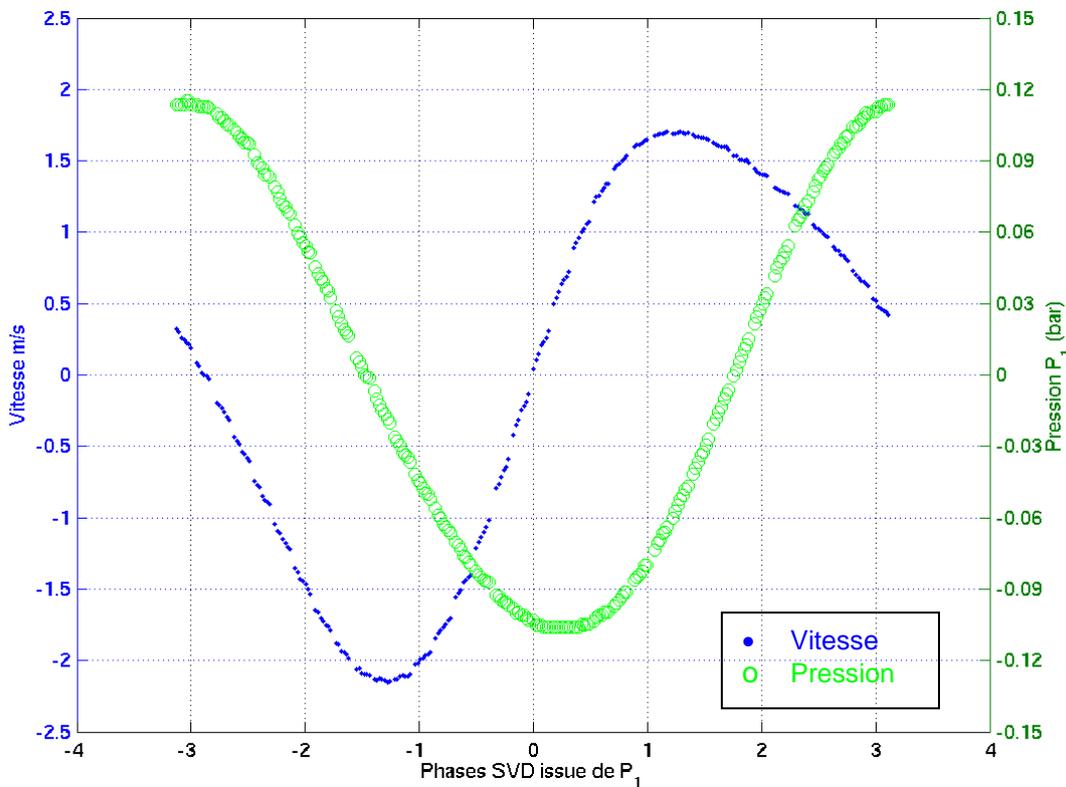


Figure 81 : Représentation des cycles acoustiques de pression  $P_1(\varphi_{svd}^{(P)})$  et de vitesse  $u_{x,t}(\varphi_{svd}^{(P)})$ , pour la série 210406S1

Une identification est faite sur les deux cycles. L'ensemble des résultats est fourni à l'Annexe 17 dans les tableaux An17.1, 2 et 3. Le Tableau 15 ci-dessous donne les moyennes des coefficients d'identification obtenus : colonnes « Profil de vitesse reconstruit par SVD sur pression » et « Profil de pression reconstruit par SVD sur pression ». Les résultats moyennés et calculés auparavant avec la SVD sur vitesse sont récapitulés pour comparaison.

Coefficients de « fit »	Profil de vitesse reconstruit par SVD sur		Coefficients de « fit »	Profil de pression reconstruit par SVD sur	
	vitesse	pression		vitesse	pression
$a_0^{(u)}$	0,030	0,010	$a_0^{(p)}$	0,001	0,001
$a_1^{(u)}$	1,816	1,827	$a_1^{(p)}$	0,109	0,109
$a_2^{(u)}$	0,339	0,333	$a_2^{(p)}$	0,006	0,006
$a_2^{(u)}/a_1^{(u)}$ (%)	18,7	18,2	$a_2^{(p)}/a_1^{(p)}$ (%)	5,8	5,6
$d_1^{(u)}$	1,0	1,0	$d_1^{(p)}$	1,0	1,0
$d_2^{(u)}$	2,0	2,1	$d_2^{(p)}$	2,0	2,0
$ \psi_1^{(u)} - \psi_2^{(u)} $	1,15	1,77	$ \psi_1^{(p)} - \psi_2^{(p)} $	1,58	1,09
$ \psi_1^{(p)} - \psi_1^{(u)} $	0,48 $\pi$	0,48 $\pi$			

Tableau 15 : récapitulatif des coefficients moyens de « fit » pour la SVD appliquée à la vitesse, comparés aux coefficients obtenus par SVD appliquée sur la pression

Pour la pression en elle-même, il y a bonne correspondance des coefficients à part sur le déphasage entre le fondamental et l'harmonique. Les déphasages moyens  $|\psi_1^{(u)} - \psi_2^{(u)}|$  et  $|\psi_1^{(p)} - \psi_2^{(p)}|$  sont à prendre avec précaution car ils cachent une certaine disparité entre les valeurs servant à les calculer. A noter que le nombre de points de mesure « pression » est plus faible que pour la vitesse ; de ce fait le fit se fait sur une gamme de phases plus restreinte et peut diminuer la précision du calcul. Ceci étant, les déphasages pression/vitesse concordent parfaitement avec une valeur de  $0,48\pi$ . Enfin, les deux cycles de vitesse obtenus d'abord par SVD sur vitesse puis par SVD sur pression sont superposés : Figure 82.

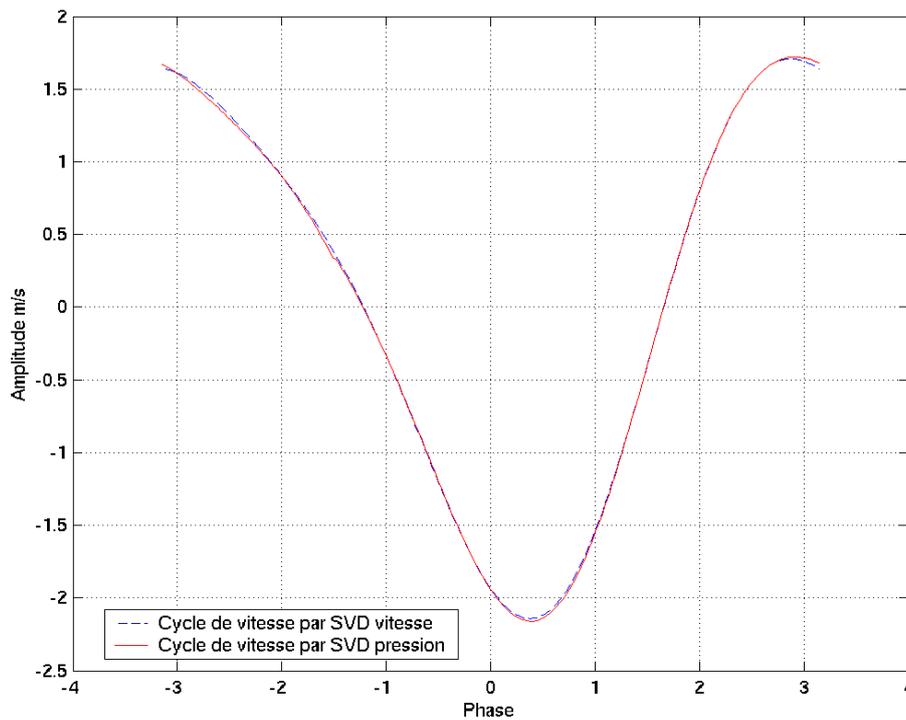


Figure 82 : Superposition des deux cycles acoustiques de vitesse obtenus respectivement par SVD sur vitesse (bleu) et SVD sur pression (rouge) ; pour la série 210406S1

Comme les origines des phases sont différentes entre les deux SVD, un des deux cycles a été « translaté » pour retrouver la même phase de départ. Les profils se superposent très bien, preuve que la SVD, qu'elle soit appliquée de la vitesse vers la pression ou vice-versa, reconstruit de manière optimale les cycles acoustiques à partir de nos données sous-échantillonnées.

### V.1.2.5 Calcul de la longueur d'onde acoustique

Comme précisé au §IV.21.7, le sous-échantillonnage en temps est contrecarré par un sur-échantillonnage en phases obtenues par SVD. Les données initiales de vitesse axiales sont reprises, moyennées suivant la direction radiale ( $y$ ) et la composante moyenne en temps est ensuite soustraite. On obtient les profils de vitesse suivants

$$u(x, \varphi_{svd}) = \langle v_x(x, y, \varphi_{svd}) \rangle_y - \bar{u}$$

en fonction des phases SVD obtenues par la vitesse. Le graphique de la Figure 83 montre un grand nombre de ces profils en fonction des phases.

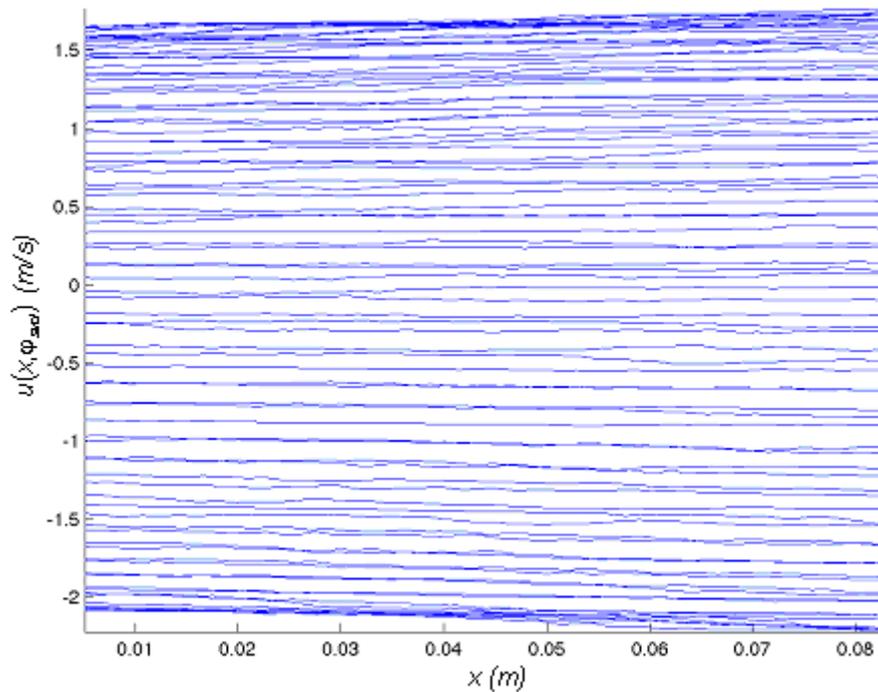


Figure 83 : Evolution en fonction de  $x$  et des phases (temps) des profils de vitesse moyennés suivant  $y$  (série 210604S1)

Les profils évoluent comme une corde oscillant entre les extrema dissymétriques. On voit l'évolution en  $x$  caractéristique de la vitesse d'une onde stationnaire dans un résonateur (à comparer à la Figure 76) : les amplitudes sont toujours plus importantes du côté du centre du résonateur. Les « cordes », notamment grâce au processus de moyenne en  $y$ , semblent suffisamment lissées pour permettre une identification suivant  $x$  et  $\varphi_{svd}$  :

$$u_{fit}(x, \varphi_{svd}) = u_{m0} + u_{m1} \sin(kx) \cos(\varphi_{svd} + \psi_{t1}) + u_{m2} \sin(2kx) \cos(2\varphi_{svd} + \psi_{t2})$$

A l'instar des identifications précédentes, il y a trois composantes : continue (indicée 0), fondamentale (indice 1) et harmonique (indice 2). Les déphasages en temps (les  $\psi$ ) interviennent toujours ; cependant les numéros de mode 1 et 2 sont imposés. Seul le nombre d'onde est libre d'estimation. La longueur d'onde en est déduite. Le Tableau 16 donne l'ensemble des coefficients ainsi obtenus.

Cette identification spatio-temporelle est très sensible à la qualité des données sources. On voit de nouveau l'influence de la moins bonne focalisation des particules sur les images PIV de la famille d'acquisition 190406. Les valeurs  $u_{m0}$  sont globalement plus importantes que pour 210406 ; les amplitudes  $u_{m1}$  et  $u_{m2}$  fluctuent entre les trois séries S2, S1b et S2b avec un écart maximal de 16%, contre 8% pour la famille 210406. Pour l'identification sur les données  $u_{x,i}(\varphi_{svd})$  (Tableaux 12 et 15), les amplitudes estimées sont locales et il faut les corriger pour déduire par exemple l'amplitude maximale du mode fondamental au milieu du résonateur ; il en va de même pour l'harmonique. Ici, l'identification donne directement cette amplitude maximale ; le taux d'harmonique est donc le taux global existant dans le résonateur ; sa valeur moyenne pour l'ensemble des séries est de l'ordre de 11% pour la vitesse. De même, la longueur d'onde déduite est très sensible aux imprécisions de calcul avec des écarts de près de 4,13m entre 210406S2 et 190406S2b, contre 0,02 m maximum entre 190406S1b et 210406S3. La longueur d'onde « théorique » peut être calculée par deux formules (§III.1.1) ; la première est la plus simple pour un résonateur,  $\lambda_{th}=2L$  ( $L$  longueur du tube) qui donne 15,76m, la seconde  $\lambda_{th}=c/f$  déduite de la fréquence mesurée  $f$  et de la célérité  $c$  de l'onde qui dépend de la température. C'est cette dernière qui est préférée, plus proche de la réalité du système. La longueur d'onde  $\lambda_{exp}$  moyenne déduite de l'expérience est de 15,56 m pour une valeur théorique moyenne de 15,84 m. L'écart est de 1,77% de la longueur d'onde théorique alors que sa valeur est estimée sur une distance de 0,63% cette longueur d'onde ! L'écart de 0,28 m peut s'expliquer par la présence du stack et des échangeurs. Les prédictions du code 1D Crista développé au laboratoire [Bretagne, Bétrancourt] donnent une différence de fréquence de l'ordre de 1 Hz à cause de la présence de l'ensemble moteur

thermoacoustique. Cela représente une différence de 0,76m sur la longueur d'onde. A noter, la série 210406S4 n'est pas présentée car l'identification analytique diverge.

Coefficients de « fit »	Numéro de série pour l'espace des paramètres n°1						Moyenne
	190406 - S2	190406 - S1b	190406 - S2b	210406 - S1	210406 - S2	210406 - S3	
$u_{m0}$ (m/s)	-0,002	-0,009	-0,006	-0,001	0,000	-0,004	<b>0,003</b>
$u_{m1}$ (m/s)	-4,454	3,817	4,562	3,940	-3,642	3,860	<b>4,046</b>
$u_{m2}$ (m/s)	-0,462	0,415	0,473	-0,438	0,411	0,428	<b>0,438</b>
$u_{m2}/u_{m1}$ (%)	10,4	10,9	10,4	11,1	11,3	11,1	<b>10,9</b>
$\lambda_{exp}$ (m)	17,56	14,67	17,89	14,85	13,76	14,65	<b>15,56</b>
$\lambda_{th}$ (m)	15,84	15,84	15,84	15,84	15,85	15,84	<b>15,84</b>
$\lambda_{exp}-\lambda_{th}$ (m)	1,72	-1,17	2,05	-1,00	-2,09	-1,20	<b>-0,28</b>
$\psi_{t1}$	2,88	3,51	3,55	2,95	3,00	3,07	<b>3,16</b>
$\psi_{t2}$	4,91	3,02	3,11	5,07	2,03	2,17	<b>3,39</b>
$ \psi_{t1}-\psi_{t2} $	2,04	0,49	0,44	2,12	0,97	0,90	<b>1,16</b>

Tableau 16 : Ensemble des coefficients d'identification sur les données  $u(x, \varphi_{SVD})$  de l'espace des paramètres Esp1

Les déphasages  $|\psi_{t1}-\psi_{t2}|$  mode fondamental/mode harmonique 1 sont toujours sensibles à la qualité de l'identification comme déjà observés pour les méthodes précédentes : reconstruction du cycle de vitesse par SVD sur vitesse puis par SVD sur pression toutes deux suivies de fit. Les valeurs des séries 190406S1b et S2b sont encore bien différentes des autres déphasages. Aucune explication n'apparaît actuellement. Cependant tous les déphasages sont en bon accord avec ceux obtenus par SVD sur vitesse (cf. Tableau 12). Le déphasage moyen donne 1,16 radian et est comparé avec ceux obtenus par les autres méthodes ; les valeurs sont reprises dans le tableau 17.

Méthodes	Numéro de série pour l'espace des paramètres n°1				Moyenne
	Histogramme	Fit SVD vitesse	Fit SVD pression	Fit longueur d'onde	
Amplitude maximale de vitesse (m/s)	4,186	4,023	4,047	4,046	<b>4,075</b>
Déphasage fondamental/harmonique	-	1,15	1,77	1,16	<b>1,36</b>

Tableau 17 : Valeurs des amplitudes maximales de vitesse (milieu du résonateur) et des déphasages entre mode fondamental et harmonique déduits par différentes méthodes : par histogramme, SVD+interpolation et identification directe (fit longueur d'onde) ; pour l'espace des paramètres Esp1

Dans le même tableau sont données les amplitudes de vitesse maximale déduites pour chaque méthode, c'est-à-dire les vitesses de l'écoulement au milieu du résonateur, soit à la distance  $L/2$  (origine : fond du tube opposé au moteur). La méthode des histogrammes et celles basées sur la SVD donnent l'amplitude  $U_1^{(piv)}$  de vitesse dans la zone PIV (distance  $x_{piv}=1,16m$ ). L'amplitude maximale  $U_1^{(max)}$  est obtenue à partir de la formule suivante (sans tenir compte des pertes) :

$$U_1^{(max)} = U_1^{(piv)} \frac{\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda_{exp}} \frac{L}{2}\right)}{\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda_{exp}} x_{piv}\right)}$$

La longueur d'onde  $\lambda_{exp}$  est celle calculée par identification (Tableau 16). L'amplitude de vitesse « Fit longueur d'onde » n'est bien sûr pas à corriger en position, étant l'évaluation directe de  $U_1^{(max)}$ . Les méthodes d'identification donnent des résultats équivalents (écart maximal de 2,4cm/s), différents de la valeur obtenue par histogrammes. Cependant, il a été montré la bonne correspondance entre la théorie et les données expérimentales obtenues par

cette méthode. Celle-ci, rappelons-le, utilise directement les échantillons de vitesses maximales et minimales pour en déduire l'amplitude, sans tenir compte des valeurs intermédiaires. Les identifications utilisent un grand ensemble de données mais ne tient pas compte de toute la richesse fréquentielle (surtout harmonique). Ceci pourrait expliquer cette légère sous-estimation de vitesse.

Ce paragraphe clos l'étude de l'écoulement acoustique. Il est temps de s'intéresser aux écoulements moyens.

### V.1.3 A la recherche du vent acoustique et autres écoulements continus

Nous allons d'abord examiner et comparer les champs de vitesse moyennés sur les phases dans une région restreinte de la zone de mesure, et pour les différentes séries de mesures.

#### V.1.3.1 Les champs moyens (en temps) sur les phases : zoom et comparaison

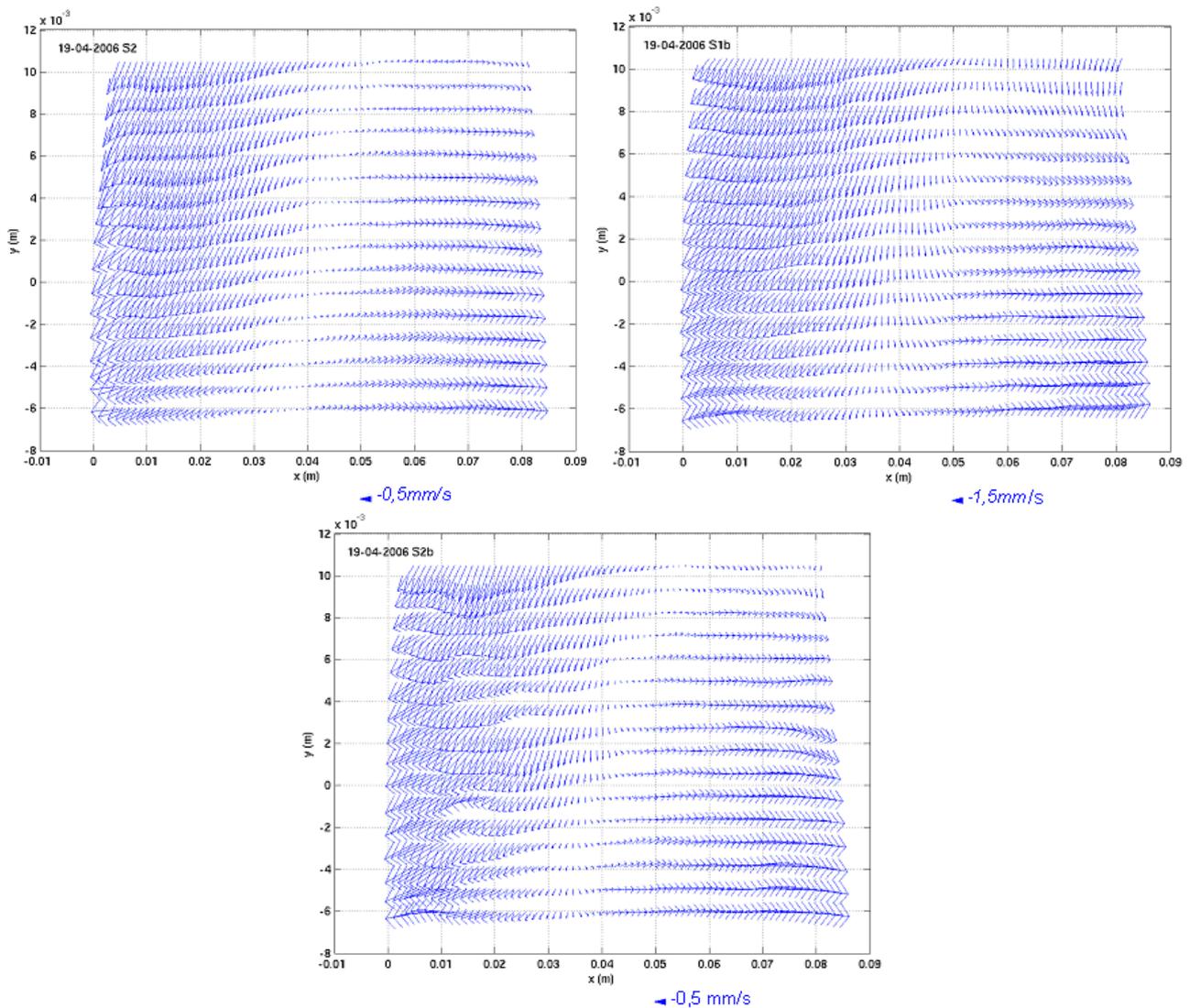


Figure 84 : Champs de vitesse moyennes sur les phases (zone restreinte cf. Figure 34) pour les 3 séries 190406S2, S1b et S2b

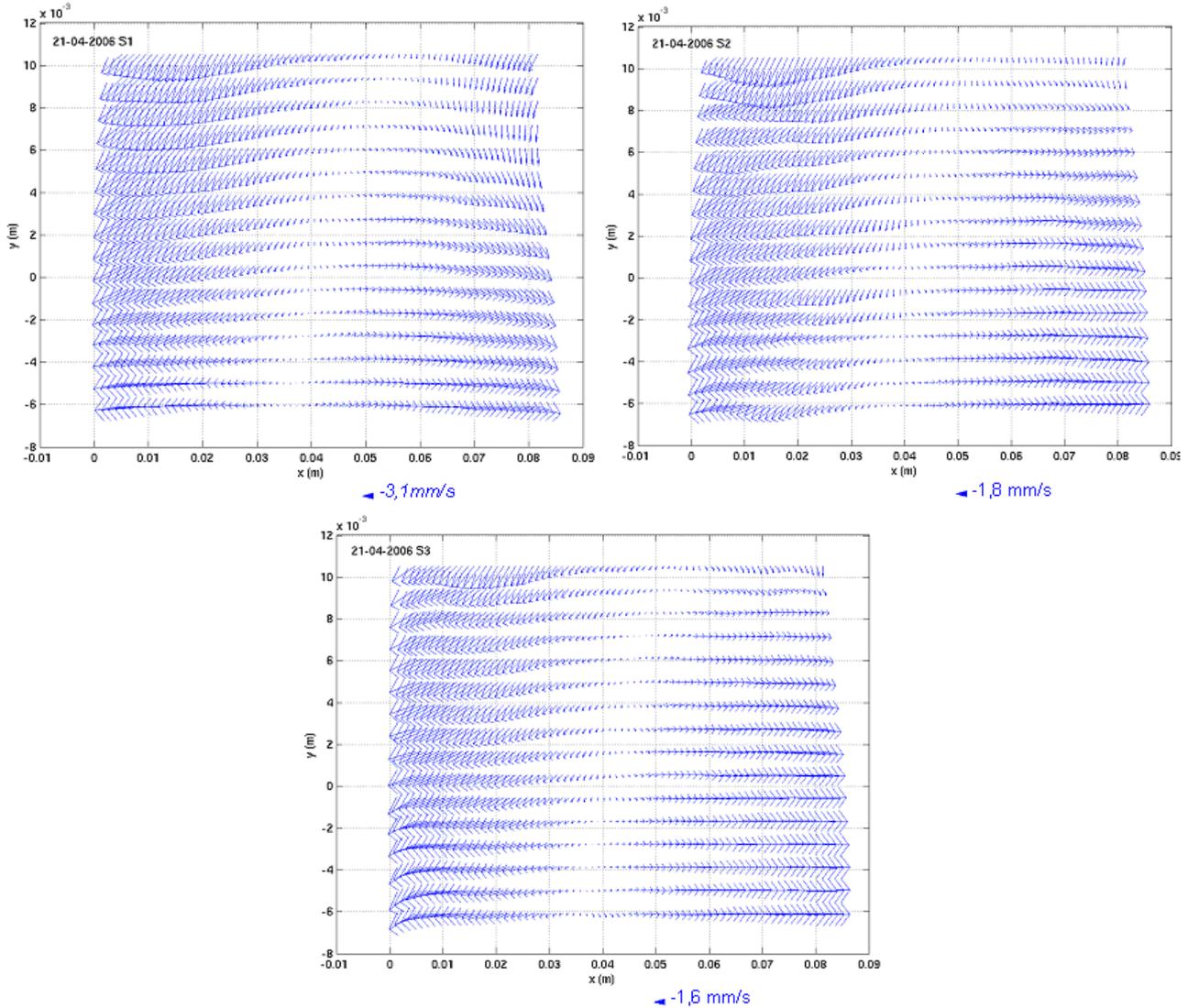


Figure 85 : Champs de vitesse moyennes sur les phases (zone restreinte cf. Figure 34) pour les 3 séries 210406S1, S2 et S3

Les champs moyens  $\overline{\vec{V}_T(\vec{r}; \varphi_{svd})}^{(\varphi)} = \overline{\vec{V}_T}^{(\varphi)}(\vec{r}) = \left( \overline{u_x}^{(\varphi)}(\vec{r}); \overline{u_y}^{(\varphi)}(\vec{r}) \right)$  sur les phases sont calculés suivant la procédure

décrite au §IV.2.2. Il est fait référence dans ce document des termes « moyenné en temps » et « moyenné sur les phases » sachant que la finalité est la même, mais seule la procédure de moyenne sur les phases SVD (distinct de la moyenne temporelle standard) est utilisée (sauf cas spécifié).

Les Figures 84 et 85 présentent 6 champs de vitesse moyennés sur les phases, obtenus dans la zone restreinte (cf. Figure 34), respectivement pour les séries 190406S2, S1b et S2b, 210406S1, S2 et S3. L'échelle des vitesses est donnée en bas de chaque graphe par une flèche représentant, à la même échelle, le module de la vitesse moyennée en espace. On observe une assez bonne stabilité de cet écoulement moyen, quelque soit la série (certaines mesures avec 2 jours d'écart) et le moment de la mesure après l'injection de particules. Sur la figure 84, on observe des petites variations selon les séries, le champ 190406S2b présentant des fluctuations supplémentaires. Les séries 210406S sont plus similaires entre elles. Cette différence vient toujours de la moins bonne focalisation des particules pour la famille 190406, mais aussi d'injections mieux gérées pour celles du 210406.

Cet écoulement présente une zone centrale légèrement en biais à vitesse nulle. Dans la moitié inférieure des champs, l'écoulement tend à s'accélérer dans la direction opposée à cette zone « morte ». Il semblerait donc qu'un écoulement transverse soit présent dans cette zone. Cet écoulement perpendiculaire au plan de mesure confirme

les observations précédentes (cf. §IV.3.2.2 et IV.3.3.2) : baisse ou croissance de l'intensité des particules PIV d'une image à l'autre due à cette dérive transverse dans la nappe laser.

### V.1.3.2 Les champs moyens (en temps) sur les phases : vision sur toute la fenêtre de mesure et comparaison

#### V.1.3.2.1 Champs de vitesse

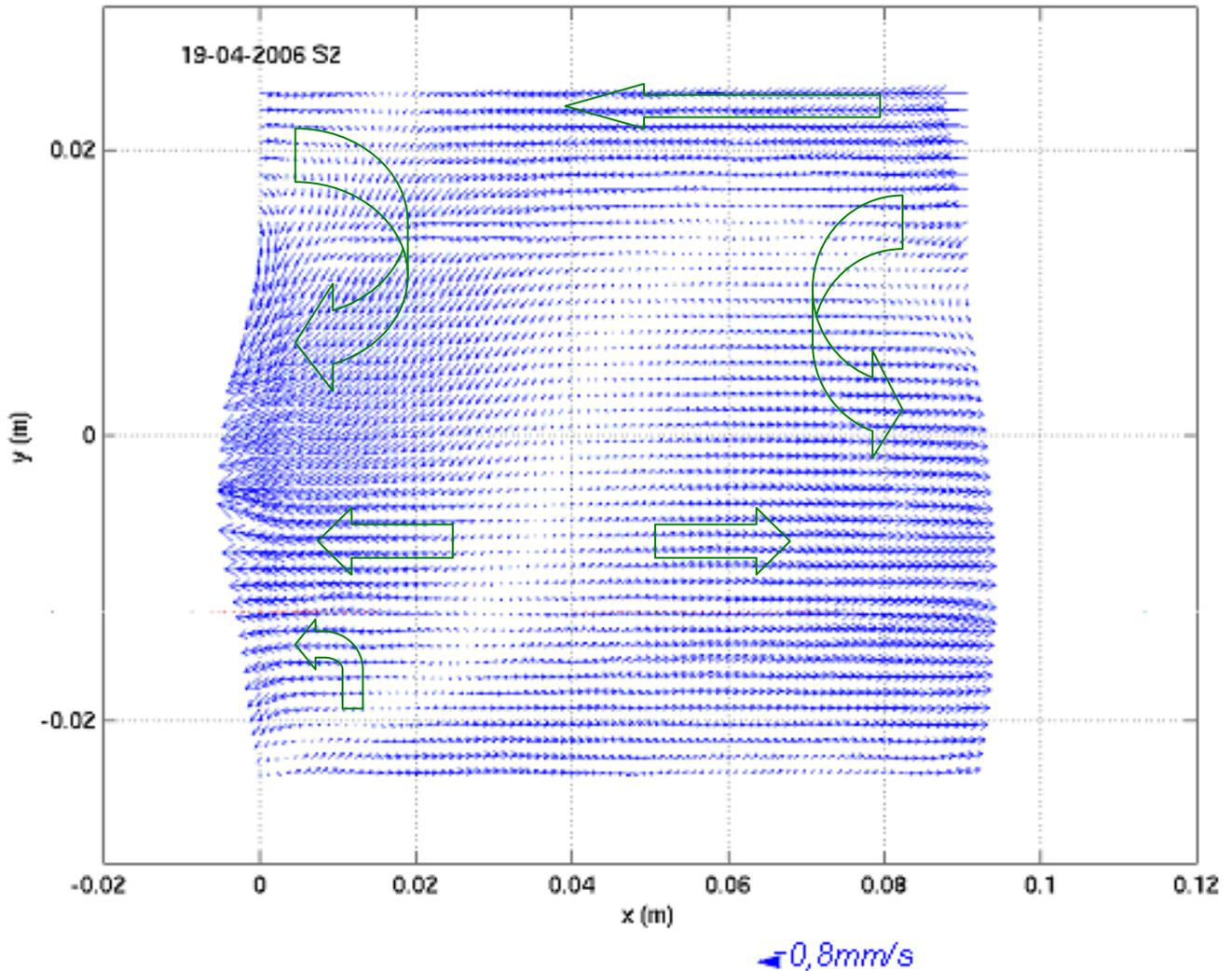
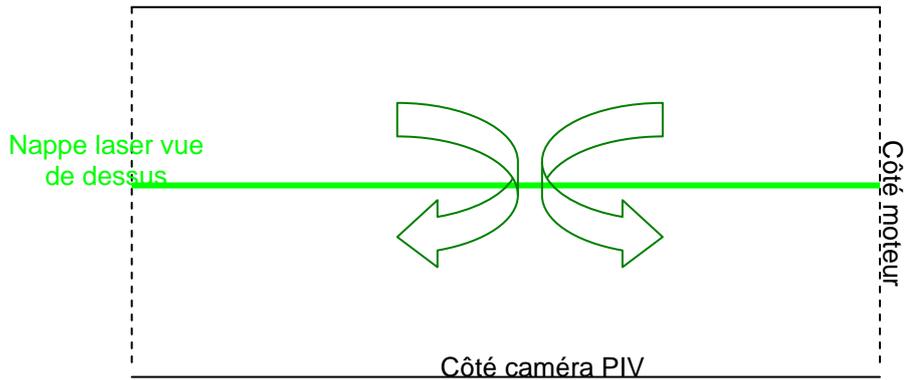


Figure 86.1 : Champ de vitesse moyenne sur les phases (zone PIV) pour la série 190406S2

Les Figures 86.1 et 86.2 présentent les champs moyens pour la zone globale de mesure PIV pour les deux séries 190406S2 et 210406S1. Les autres champs sont visibles à l'Annexe 18. Les valeurs de  $x$  sont locales à la zone PIV,  $x=0$  à gauche des champs,  $x=10\text{cm}$  à droite ; le centre local  $x=4,6\text{cm}$  est à la position  $x_{\text{piv}}=1,16\text{m}$  dans le résonateur.



*Figure 87 : Interprétation de l'écoulement transverse vu de dessus pouvant être provoqué par deux cellules de convection contrarotatives*

Les zones proches des bords haut et bas ont été occultées car elles présentent des vecteurs faux ; ceux-ci sont dus à des erreurs de calcul du flot optique perturbé par les réflexions de bord. L'écoulement présente une configuration complexe décomposable en plusieurs régions :

- Celle déjà mentionnée avec les champs de la zone restreinte (Figures 84 et 85) : écoulement à vitesse nulle dans le plan  $(x ; y)$  semblant sortir perpendiculairement. Une origine possible de celui-ci serait la présence de cellules de convection déformées et transverses au centre comme schématisées à la Figure 87 : le tube de verre est vu de dessus ainsi que la nappe laser ; d'après les champs PIV, l'écoulement semble traverser la nappe dans la direction de la caméra

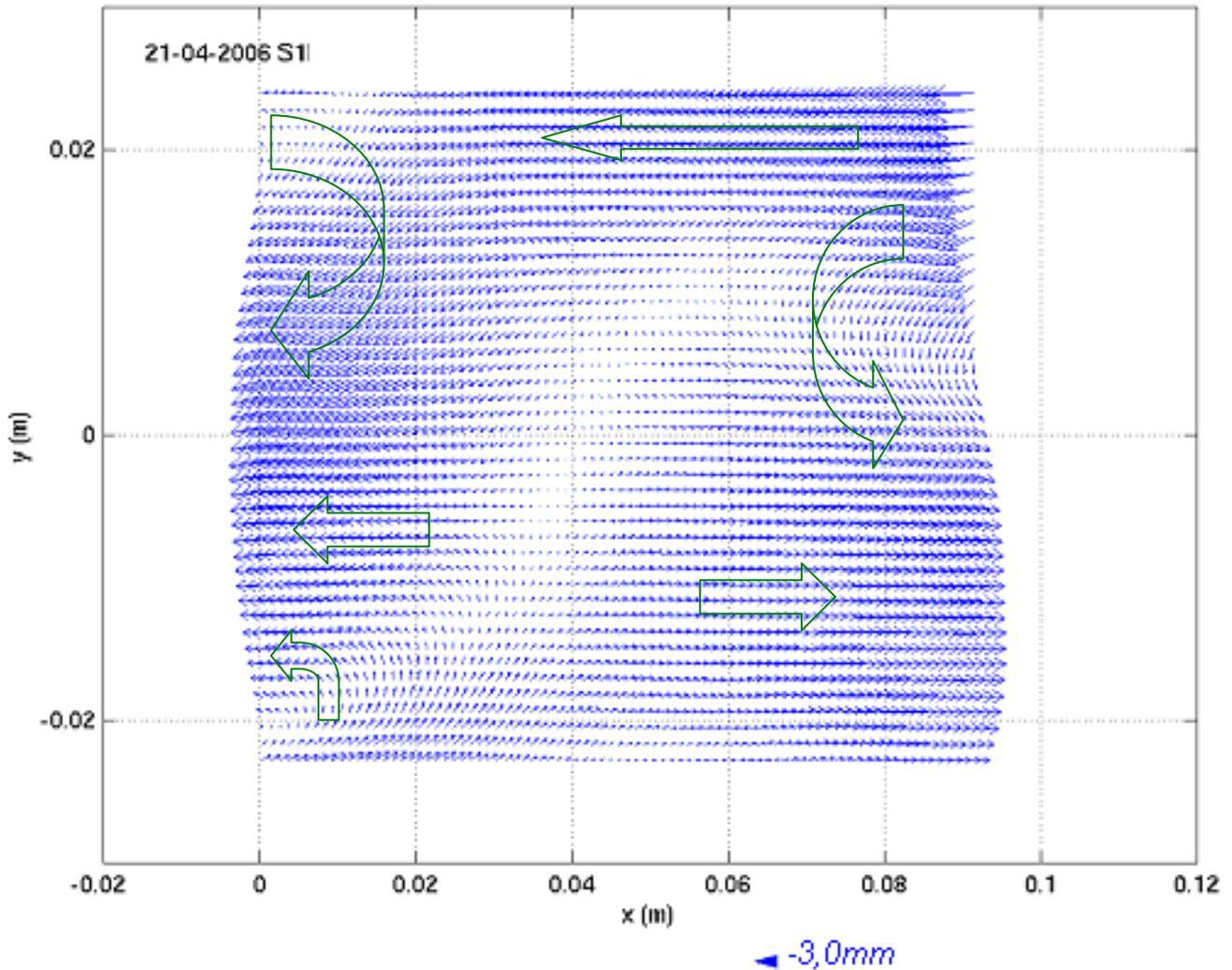


Figure 86.2 : Champ de vitesse moyenne sur les phases (zone PIV) pour la série 210406S1

- L'écoulement venant du côté moteur (en haut à droite) se translate vers la gauche près du bord haut ; plus au milieu il redescend pour se rediriger vers le moteur.
- Côté gauche, on voit un comportement similaire à l'écoulement de la partie droite hormis la présence d'une petite recirculation en bas à gauche.

Globalement, il semble exister deux grosses cellules contrarotatives tridimensionnelles juste au niveau de la zone de mesure. Arroyo et Greated observent l'existence d'une légère vitesse transverse dans le cas du streaming de Rayleigh qui représente 11% de la vitesse maximale de streaming de Rayleigh. Ceci soutient donc les observations sur les images PIV d'une déviance des particules de MgO dans la nappe laser, et donc le plan de mesure. Ici, les cellules sont dissymétriques, tendent à faire recirculer le fluide par le bas et dans la direction de la caméra. Il suffit de s'imaginer la partie supérieure de ces deux cellules qui viennent se rencontrer : ces deux tranches de fluide sont à géométrie cylindrique ; lorsqu'elles se retrouvent, les particules fluides « se rencontrent » et s'entraînent vers le bas mais auront tendance à suivre la direction du rayon local plus que la direction de notre axe vertical  $y$ . Mais comme tous les rayons (en 3D) convergent vers le même point (sur l'axe du tube) et qu'il ne peut y avoir accumulation de matière, le fluide va suivre des directions multiples et on imagine bien la complexité de cette configuration tridimensionnelle. Cet écoulement est fort différent de celui du streaming de Rayleigh. Les vitesses varient entre 0 et 5 cm/s (en valeur absolue) avec une moyenne d'environ -2mm/s (avec une incertitude de +/-1mm/s). Une estimation théorique de la vitesse de streaming donne une vitesse de l'ordre de 2,2 cm/s au centre de la fenêtre d'observation, soit un nombre de Reynolds de streaming de l'ordre de 166 000 (§III.2). D'après Stuart, les effets inertiels déformeraient alors les cellules de streaming. Vu les valeurs des nombres de Reynolds,

une légère turbulence pourrait aussi déformer le streaming comme Yano [Yano, Yano 2] l'observe, même si ici nous ne sommes pas en présence d'ondes de choc comme dans son cas. La turbulence pourrait créer aussi des tourbillons qui en moyenne perdurent dans le temps. Le nombre de Reynolds non-linéaire atteint les 9,8, qui d'après Menguy et al [1] signifie que les cellules de streaming seraient (en plus) déformées par les effets inertiels.

### V.1.3.2.2 Profils de vitesse suivant $x$ et $y$

Examinons de plus près les champs de vitesse précédents en regardant l'évolution des profils  $\overline{u_x}(x, y)$  pour les deux séries 190406S2 et 210406S1. Les Figures 87.1 et 87.2 présentent les profils de vitesse axiale moyennée sur les phases  $\overline{u_x}(y)$ , pour différentes positions axiales locales allant de  $x=0,4$  mm à 9,1 cm (par pas de 1,1mm). Trois valeurs de  $x$  sont positionnées sur le graphe pour préciser l'évolution axiale des vitesses. Différentes directions d'écoulement apparaissent. On sent bien l'existence d'un écoulement tridimensionnel qui « jailli » de la zone centrale à vitesse nulle repérée sur les champs PIV, pour s'évacuer en accélérant de part et d'autre. Globalement, on voit que l'écoulement près des parois ( $y > 1,5$ cm et  $y < -2$ cm) est opposé à celui compris dans la zone  $y \in [-2 ; 1,5]$ cm, signe de présence de cellules de convection. L'écoulement au plus près des parois laisse perplexé car ne tend pas vers 0. Les couches limites ici sont très fines avec une épaisseur de l'ordre de 0,17mm, ce qui représente moins de 2 pixels sur les images PIV. Elles sont donc invisibles pour nous. De plus, ces zones de proches parois hautes et basses sont polluées par les réflexions liées au passage de la nappe laser aux interfaces air-verre et verre-azote. Elles sont bien sûr soustraites lors du prétraitement d'image (§IV.1.1.1) mais créent des zones contenant très peu de particules. Le flot optique risque de mal estimer les déplacements dans cette zone.

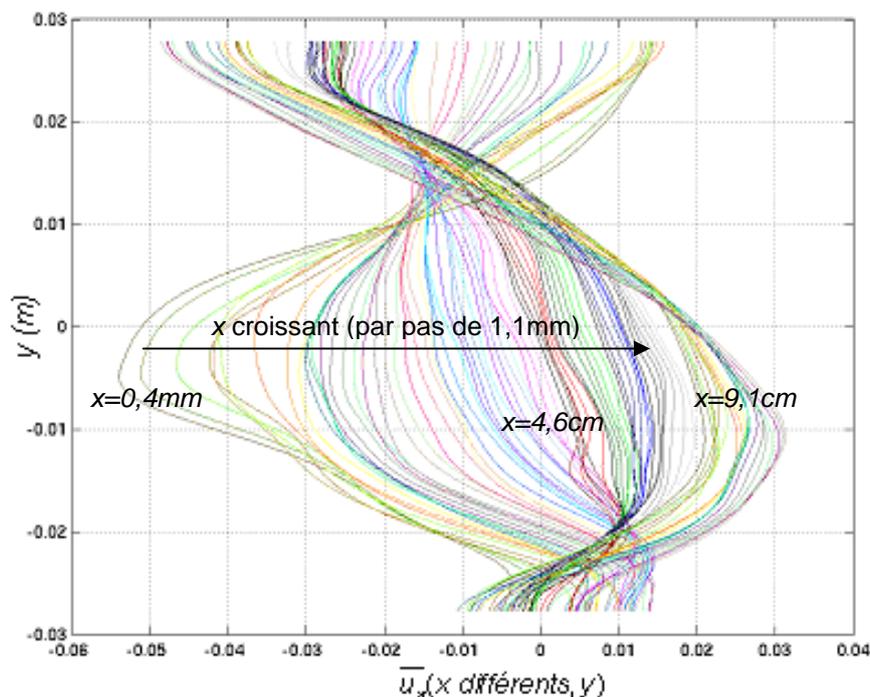


Figure 87.1 : Profils de vitesse  $\overline{u_x}(y)$  en m/s tracés pour différents  $x$  (par pas de 1,1 mm) pour la série 190406S2

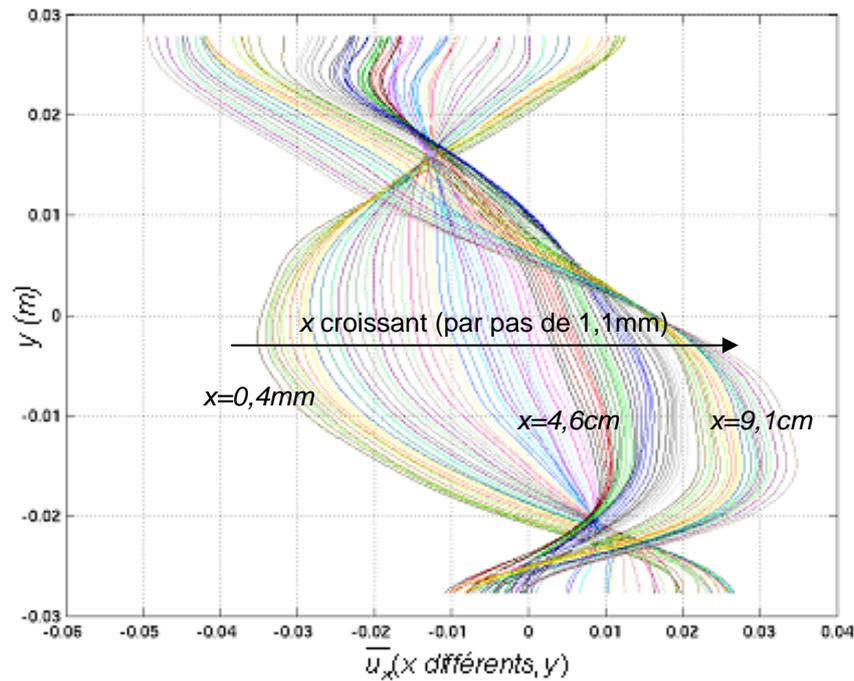


Figure 87.2 : Profils de vitesse  $\overline{u}_x(y)$  en m/s tracés pour différents  $x$  (par pas de 1,1mm) pour la série 210406S1

Il se peut que l'écoulement proche paroi soit aussi légèrement perturbé par :

- (i) Le changement de rugosité aux parois : en entrant (resp. en sortant) dans le tube de verre, passage d'une paroi métallique à verre (resp. vice-versa)
- (ii) La présence des bagues d'étanchéité entre le tube de verre et les brides de maintien (cf. Figure 11) ; les bagues ne sont pas parfaitement ajustées à hauteur des bords du tube de verre et des brides, pouvant créer une légère « marche » ou « cavité ».

Malgré l'adhérence aux parois, l'épaisseur des couches limites étant négligeable, le comportement global des profils nous invite à croire à l'existence d'écoulements importants près des parois.

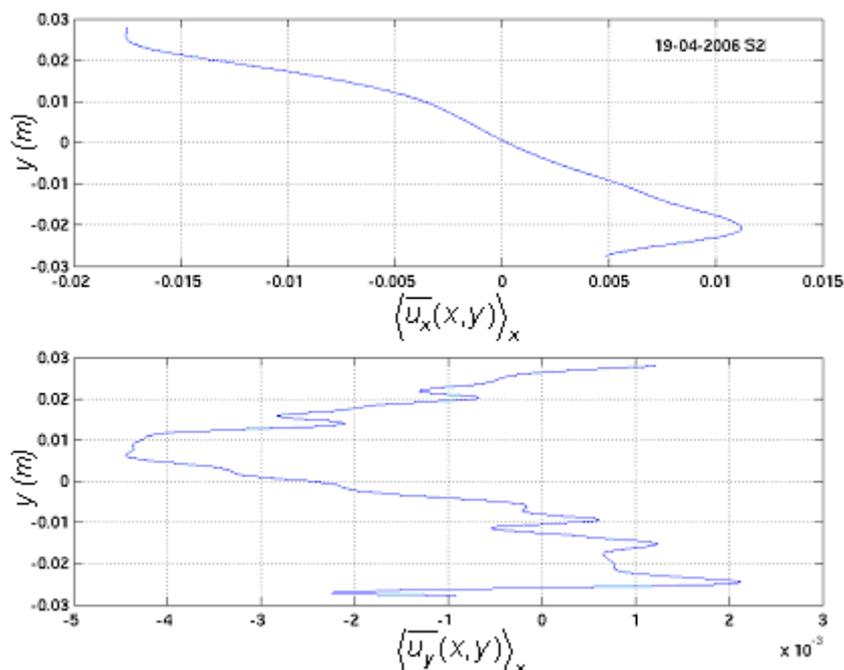


Figure 88.1 : Profils de vitesse en m/s  $\langle \overline{u}_x(x,y) \rangle_x$  (en haut) et  $\langle \overline{u}_y(x,y) \rangle_x$  (en bas) pour la série 190406S2

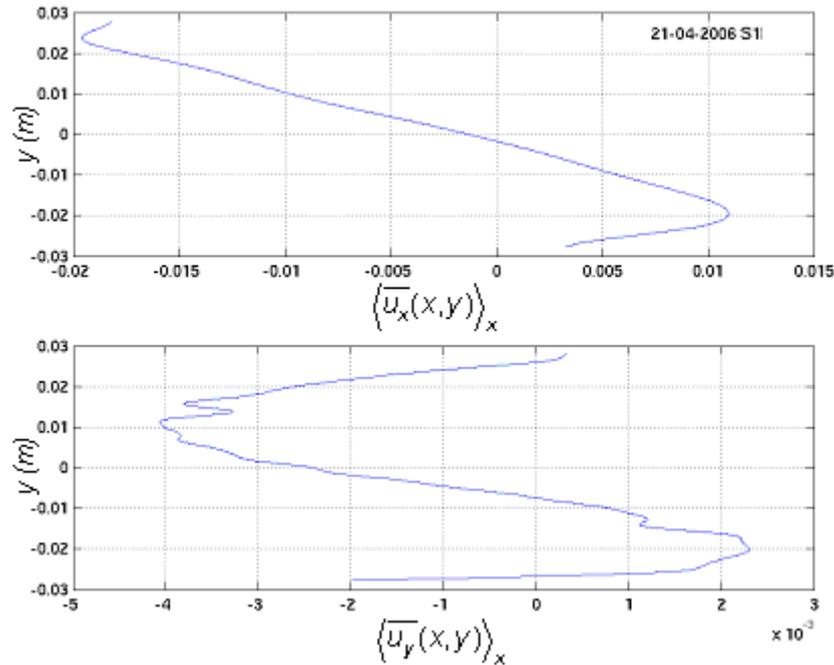


Figure 88.2 : Profils de vitesse en m/s  $\langle \overline{u_x(x,y) \rangle_x$  (en haut) et  $\langle \overline{u_y(x,y) \rangle_x$  (en bas) pour la série 210406S1

Pour avoir une vision plus synthétique des profils de vitesse et conformément au modèle des cellules de Rayleigh, on moyenne suivant  $x$  l'ensemble des profils précédents :  $\langle \overline{u_x(x,y) \rangle_x$ . Les résultats sont tracés sur les Figures 88.1 et 88.2 (graphes du haut), toujours pour les deux séries de mesures respectives 190406S2 et 210406S1. Les profils des autres séries sont fournis à l'Annexe 18 (Figures An18.5 à 18.8).

Ces profils occultent la distribution complexe de l'écoulement telle qu'observée précédemment. Ils sont à prendre avec réserve mais donnent une tendance générale de l'écoulement. Ils montrent que le fluide tend à s'échapper plus dans la direction du moteur dans la partie inférieure de la zone d'observation, avec des vitesses dépassant le cm/s. Dans la partie supérieure, le fluide privilégie la direction opposée avec des vitesses plus grandes de l'ordre de 1,75 cm/s.

Les profils de vitesse verticale moyennés suivant tous les  $x$   $\langle \overline{u_y(x,y) \rangle_x$  sont tracés sur les mêmes figures 88.1 et 88.2 en bas. Dans la partie inférieure de la zone de mesure ( $y < 0$ ), le fluide a tendance à remonter (2 mm/s maximum) tandis que dans la partie supérieure, il redescend plus rapidement (-4 mm/s). Vu la complexité de l'écoulement, ces profils moyens ne sont pas liés à une cellule de recirculation centrée sur la fenêtre. Ils sont cependant cohérents avec l'observation des cellules de convections visibles sur les Figures 86.1 et 86.2 : deux grosses cellules à droite et à gauche dans la partie haute, contrarotatives orientées vers le bas, une petite cellule basse à gauche conjuguée à une remontée légère dans la partie basse de droite, que seuls les profils moyens laissent présager. Rappelons que la vitesse de sédimentation des particules d'oxyde de magnésium ici utilisées est de l'ordre de 1 mm/min à 6,6 mm/min (cf. Tableau 3), soit moins de 0,11 mm/s ; cela n'explique donc pas la vitesse de chute plus importante que la remontée. Ces profils de vitesse verticale sont plus sensibles à la qualité des mesures et sont plus bruités que les profils de vitesse horizontaux. Notons que ces vitesses restent proches de notre précision de mesure (de l'ordre du mm/s).

### V.1.3.3 Les champs moyens en temps obtenus par POD

Dans ce chapitre, nous revenons à la méthode de décomposition aux valeurs propres POD. Elle a été utilisée pour recouvrer les cycles de vitesse acoustiques, et ce avec succès (cf. §V.1.2.4.2). Rappelons que chaque mode

POD n° $p$  est composé du couple  $\{\sigma_p \vec{\psi}_p(\vec{r}); a_p(t)\}$ , constitué respectivement du Topos pondéré par la valeur propre au carré ( $\sigma_p^2 = \lambda_p$ ) et du Chronos. Nous avons vu que le couple  $\{\sigma_1 \vec{\psi}_1(\vec{r}); a_1(t)\}$  permet de reconstruire suivant l'axe propre 1 la composante de vitesse  $\vec{u}_{pod}^{(1)}(\vec{r}; t) = \sigma_1 a_1(t) \vec{\psi}_1(\vec{r})$  comprenant à la fois le mode acoustique fondamental et son 1<sup>er</sup> harmonique. Il a été vu (§IV.4.2.4 et IV.4.2.5) et rappelé (§V.1.2.4.2) que le champ moyen est dans la majorité des cas associé à un seul mode POD, en général le numéro 2.

Les Figures 89 (pour la série 190406S2) et 90 (pour la série 210406S1) comparent le module du champ de vitesse moyennée en temps avec le module du Topos pondéré du mode 2 POD  $|\sigma_2 \vec{\psi}_2(\vec{r})|$ . On voit tout de suite l'équivalence topologique entre les deux. La zone « morte » déjà observée sur les champs de vitesse apparaît très clairement ici formant un zigzag. Les amplitudes des Topos doivent être corrigées par les chronos correspondant pour permettre de retrouver les valeurs pertinentes de la 2<sup>ème</sup> composante POD de vitesse  $\vec{u}_{pod}^{(2)}(\vec{r}; t) = \sigma_2 a_2(t) \vec{\psi}_2(\vec{r})$ , directement comparable avec les vitesses moyennes.

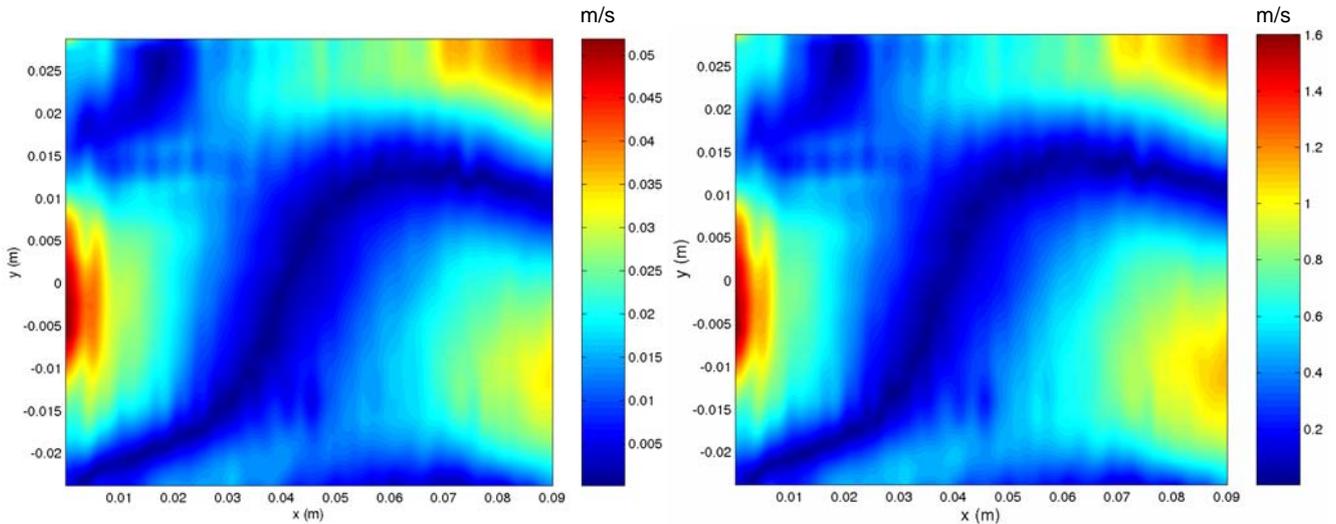


Figure 89 pour la série 190406S2 : A gauche, représentation bidimensionnelle du module de la vitesse moyenne en temps  $|\overline{V}_T(\vec{r})|$  (moyenne temporelle standard) ; à droite, représentation bidimensionnelle de  $|\sigma_2 \vec{\psi}_2(\vec{r})|$

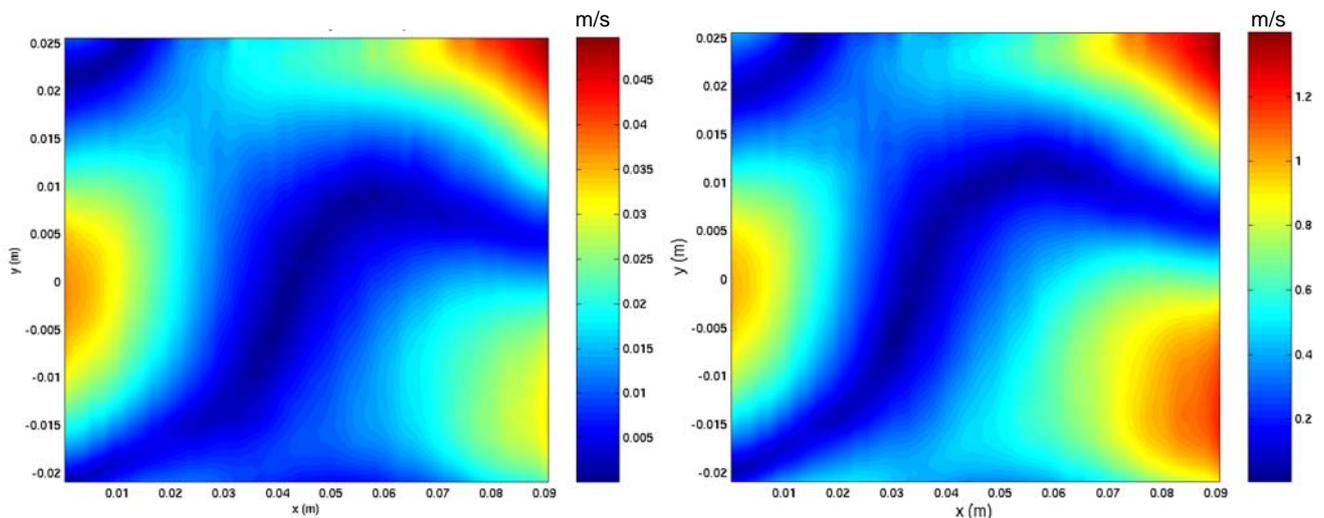


Figure 90 pour la série 210406S1 : A gauche, représentation bidimensionnelle du module de la vitesse moyenne en temps  $|\overline{V}_T(\vec{r})|$  (moyenne temporelle standard) ; à droite, représentation bidimensionnelle de  $|\sigma_2 \vec{\psi}_2(\vec{r})|$

L'évolution des chronos  $a_2(\varphi_{svd})$  pour les deux séries dont il est question sont présentées sur la Figure 91. Ils sont tracés sur  $[-\pi; \pi]$  en fonction de  $\varphi_{svd}$ , phases obtenues par SVD appliquées sur les données  $u_{x,i}(t)$  (cf. §V.1.2.4.1). Le reclassement en phase SVD appliqué sur la composante axiale POD de vitesse  $u_{pod}^{(1)}(\vec{r}; t) = \sigma_1 a_1(t) \psi_{x,1}(\vec{r})$

donnerait le même résultat. Les chronos sont très bruités et semblent faire apparaître des résidus d'ondulation mais globalement ne montre pas d'évolution temporelle cohérente, et donc une certaine constance dans le temps. Le fait que le champ moyen soit associé par la POD au deuxième mode montre que c'est la structuration spatiale qui porte la plus grosse cohérence, contrairement au mode POD 1 où celle-ci est à la fois spatiale (par le Topos) et temporelle (par le chronos).

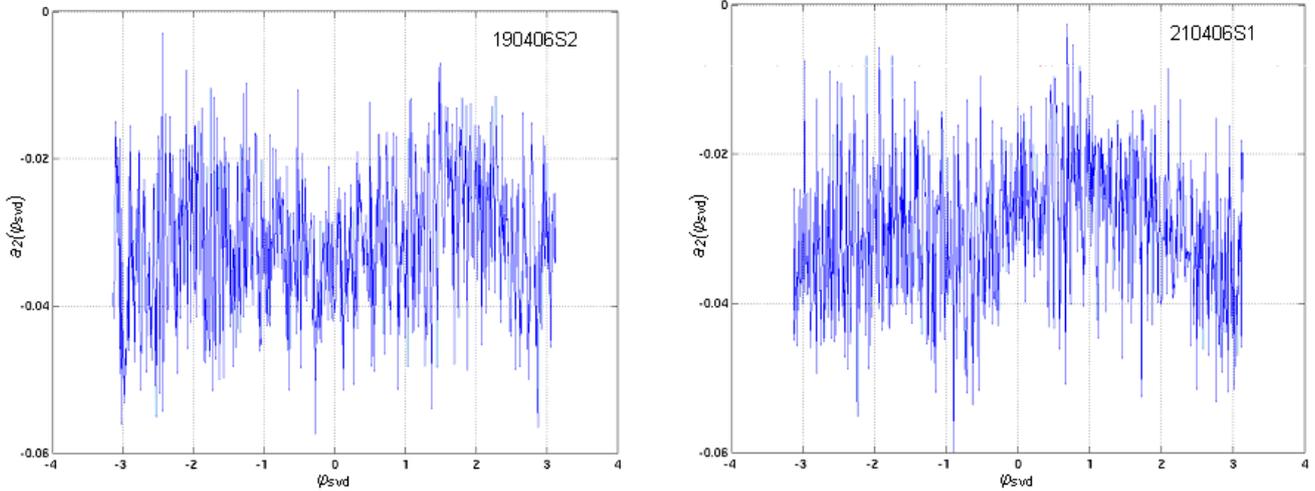


Figure 91 : Evolution du chronos n°2  $a_2(\varphi_{svd})$  fonction des phases  $\varphi_{svd}$  réordonnées et obtenues par SVD sur les données  $u_{x,t}(t)$  (cf. §V1.2.4.1)

Maintenant, nous allons calculer l'équivalent du champ moyen sur les phases obtenu au chapitre V.1.3.1 et V.1.3.2. Cet équivalent ici est basé sur la composante POD de vitesse numéro 2  $\vec{u}_{pod}^{(2)}(\vec{r}; t) = \sigma_2 a_2(t) \vec{\psi}_2(\vec{r})$  évoluant dans le temps. Ces données sont reclassées en phase SVD soit à partir des données de vitesse  $u_{x,t}(t)$ , soit à partir des données POD suivant  $x$ ,  $u_{pod}^{(1)}(\vec{r}; t)$  :

$$\vec{u}_{pod}^{(2)}(\vec{r}; \varphi_{svd}) = \sigma_2 a_2(\varphi_{svd}) \vec{\psi}_2(\vec{r})$$

La moyenne sur les phases est ensuite calculée (§IV.2.2) :

$$\overline{\vec{u}_{pod}^{(2)}(\vec{r}; \varphi_{svd})}^{(\varphi)} = \vec{u}_{pod}^{(2)}(\varphi) (\vec{r}) = \overline{\sigma_2 a_2(\varphi_{svd})} \vec{\psi}_2(\vec{r})^{(\varphi)}$$

Ces champs sont présentés sur les Figures 92 (série 190406S2) et 93 (série 210406S1). Ils sont comparables avec les champs obtenus au §V.1.3.2.1 et représentés respectivement sur les Figures 86.1 et 86.2. La POD appliquée à la série 190406S2 ne fait pas ressortir la petite cellule de convection observée sur le champ 86.1 en bas à gauche. Elle est par contre visible pour la série 210406S1 (Figure 93). Les profils obtenus en moyennant suivant tous les  $x$  pour la composante axiale  $\left\langle \overline{u_{x,pod}^{(2)}(\varphi)}(\vec{r}) \right\rangle_x$  et la composante verticale  $\left\langle \overline{u_{y,pod}^{(2)}(\varphi)}(\vec{r}) \right\rangle_x$  (en rouge) sur les Figures 94 (190406S2) et 95 (210406S2). Ils sont comparés directement avec les profils « standard »  $\left\langle \overline{u_x(x,y)} \right\rangle_x$  et  $\left\langle \overline{u_y(x,y)} \right\rangle_x$  (en bleu) obtenus par moyenne sur les phases sur les données de vitesses sans POD : chaque profil POD est similaire avec son équivalent standard et même les petites longueurs d'onde sont présentes. Mais les valeurs ont des écarts pouvant atteindre le cm/s (Figure 95 haut). Au chapitre IV.4.2.5, le calcul du champ moyen de la composante 2 POD de données synthétiques montre que l'on retrouve le profil original mais translaté de quelques mm/s (Annexe 16, Figure An16.58). On a vu que les modes 3 synthétiques (Annexe 16, Figure 16.58bis) et suivants contiennent des résidus de la composante moyenne. A partir de cette constatation, le calcul du champ moyen pour les séries expérimentales est réalisé de nouveau mais pour plusieurs modes POD combinés :

$$\overline{\vec{u}_{pod}^{(2:n_{pod})}(\vec{r}; \varphi_{svd})}^{(\varphi)} = \vec{u}_{pod}^{(2:n_{pod})}(\varphi) (\vec{r}) = \sum_{p=2}^{n_{pod}} \sigma_p a_p(\varphi_{svd}) \vec{\psi}_p(\vec{r})^{(\varphi)}$$

où  $n_{pod}$  est un numéro de mode. Plusieurs tentatives ont été réalisées, notamment avec le mode 2 à 3, puis 10 et plus. Les profils se déforment par rapport au profil standard et les écarts se réduisent pour certaines valeurs, au détriment d'autres qui augmentent.

En conclusion de cette partie, il reste indubitable que la POD permet de retrouver, via principalement le mode 2, la composante continue (moyenne sur les phases) de notre écoulement. Car celle-ci est dans notre cas très cohérente, spatialement, bien distincte de l'écoulement oscillant pourtant d'amplitude  $10^2$  à  $10^3$  plus importante. Il faut rester prudent quant à la précision des valeurs obtenues mais elle permet de confirmer les calculs de champs moyennés sur les phases.

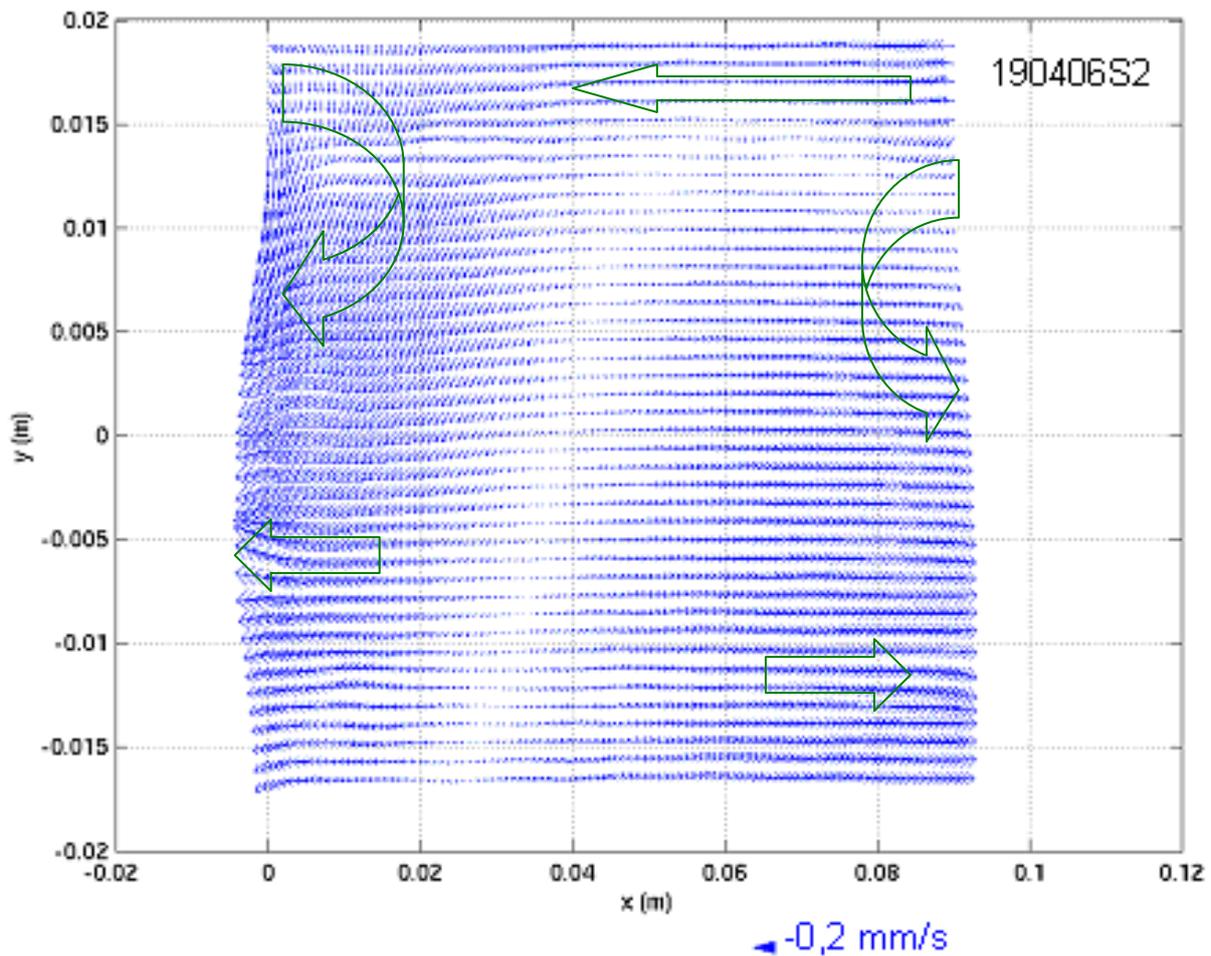


Figure 92 : Champ moyen sur les phases obtenu par le mode 2 POD  $\overline{\vec{u}}_{pod}^{(2)}(\vec{r})$  (série 190406S2)

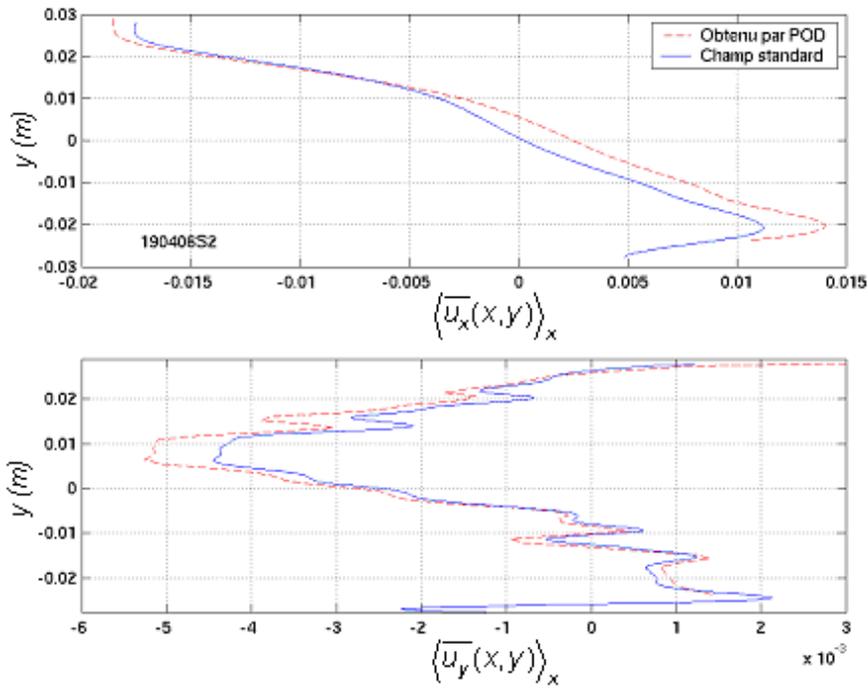


Figure 94 : Comparaison des profils  $\langle \bar{u}_{x,pod}^{(2)\phi}(\bar{r}) \rangle_x$  et  $\langle \bar{u}_x(x, y) \rangle_x$  (composantes suivant x, graphe du haut) et des profils  $\langle \bar{u}_{y,pod}^{(2)\phi}(\bar{r}) \rangle_x$  et  $\langle \bar{u}_y(x, y) \rangle_x$  (composantes suivant y, graphe du bas) pour la série 190406S2

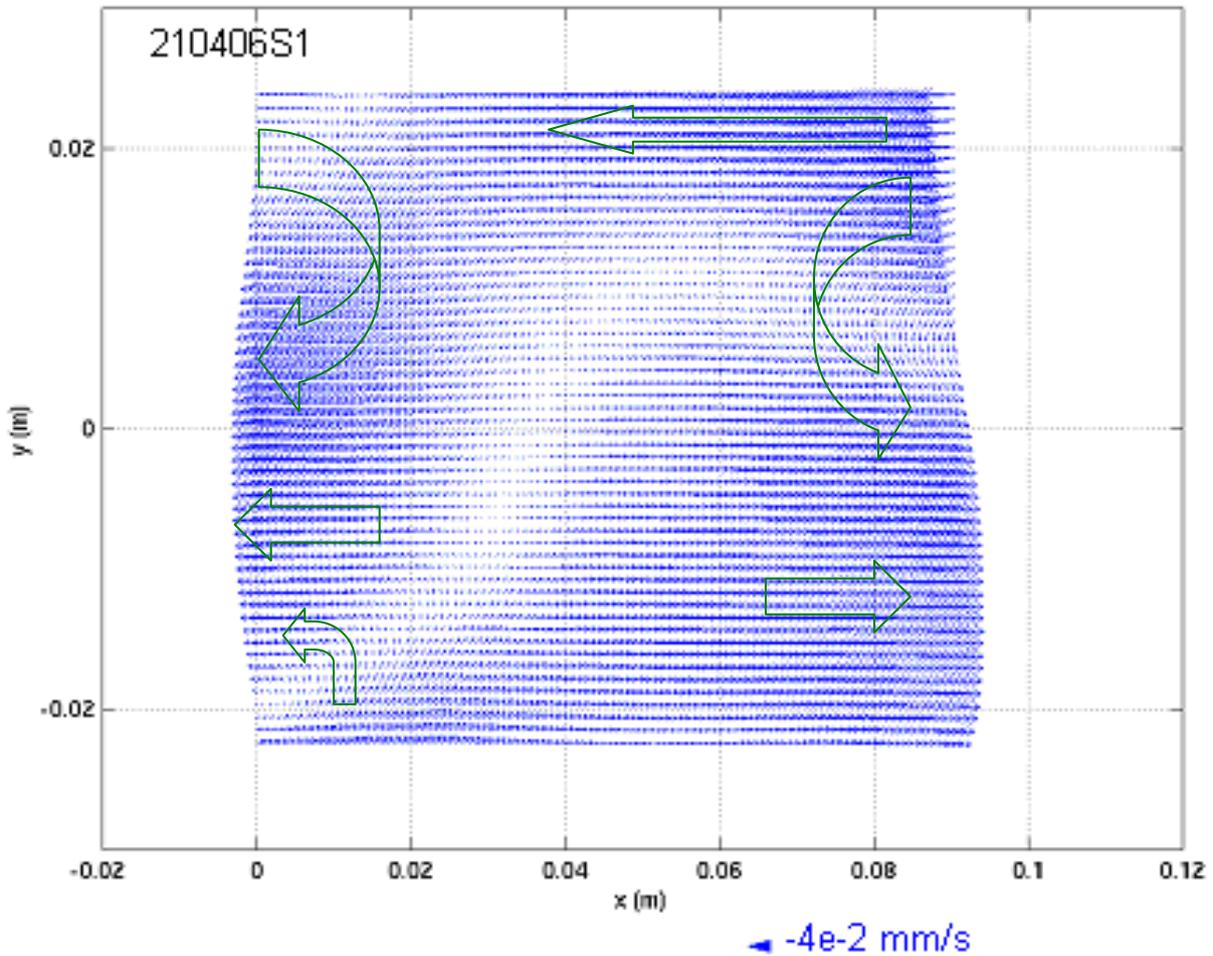


Figure 93 : Champ moyen sur les phases obtenu par le mode 2 POD  $\bar{u}_{pod}^{(2)\phi}(\bar{r})$  (série 210406S1)

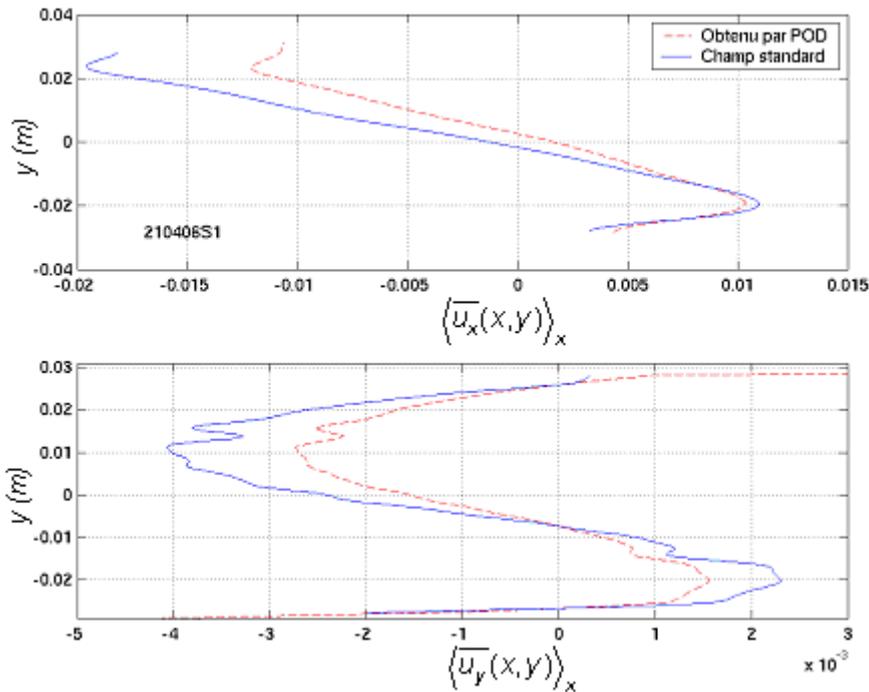


Figure 95 : Comparaison des profils  $\langle \overline{u_{x,pod}^{(2)}(\vec{r})} \rangle_x$  et  $\langle \overline{u_x(x,y)} \rangle_x$  (composantes suivant x, graphe du haut) et des profils  $\langle \overline{u_{y,pod}^{(2)}(\vec{r})} \rangle_x$  et  $\langle \overline{u_y(x,y)} \rangle_x$  (composantes suivant y, graphe du bas) pour la série 210406S1

#### V.1.4 Ecoulement résiduel après disparition de l'onde

Dans cette partie, nous allons étudier l'écoulement résiduel observé après l'arrêt de l'onde. Les paramètres de contrôles sont inchangés à ceci près que l'onde n'est plus présente : la pression acoustique et la fréquence sont donc nulles. Cette série de mesure est nommée 210406-So par la suite.

La procédure d'acquisition est identique à celle appliquée pour toutes les précédentes séries de mesures. Cette série a été lancée 16 minutes après la disparition de l'onde. Cette dernière a été considérée comme totalement amortie simplement par visualisation à l'oscilloscope numérique du signal de pression, et après une succession de zooms afin d'être conforté de la disparition des oscillations. Comme précisé dans le Tableau 8, la mesure a été faite 2,5 minutes après une nouvelle injection. Reprécisons que cet écoulement résiduel a été observé à l'œil nu à plusieurs reprises grâce aux particules PIV restantes dans l'écoulement. Leur densité ne permettait pas de mesure PIV mais était bien suffisante pour noter le sens de l'écoulement et estimer grossièrement leur vitesse. Ce sont ces constatations qui ont poussé à réaliser cette série de mesure.

##### V.1.4.1 Visualisation d'un champ instantané de vitesse

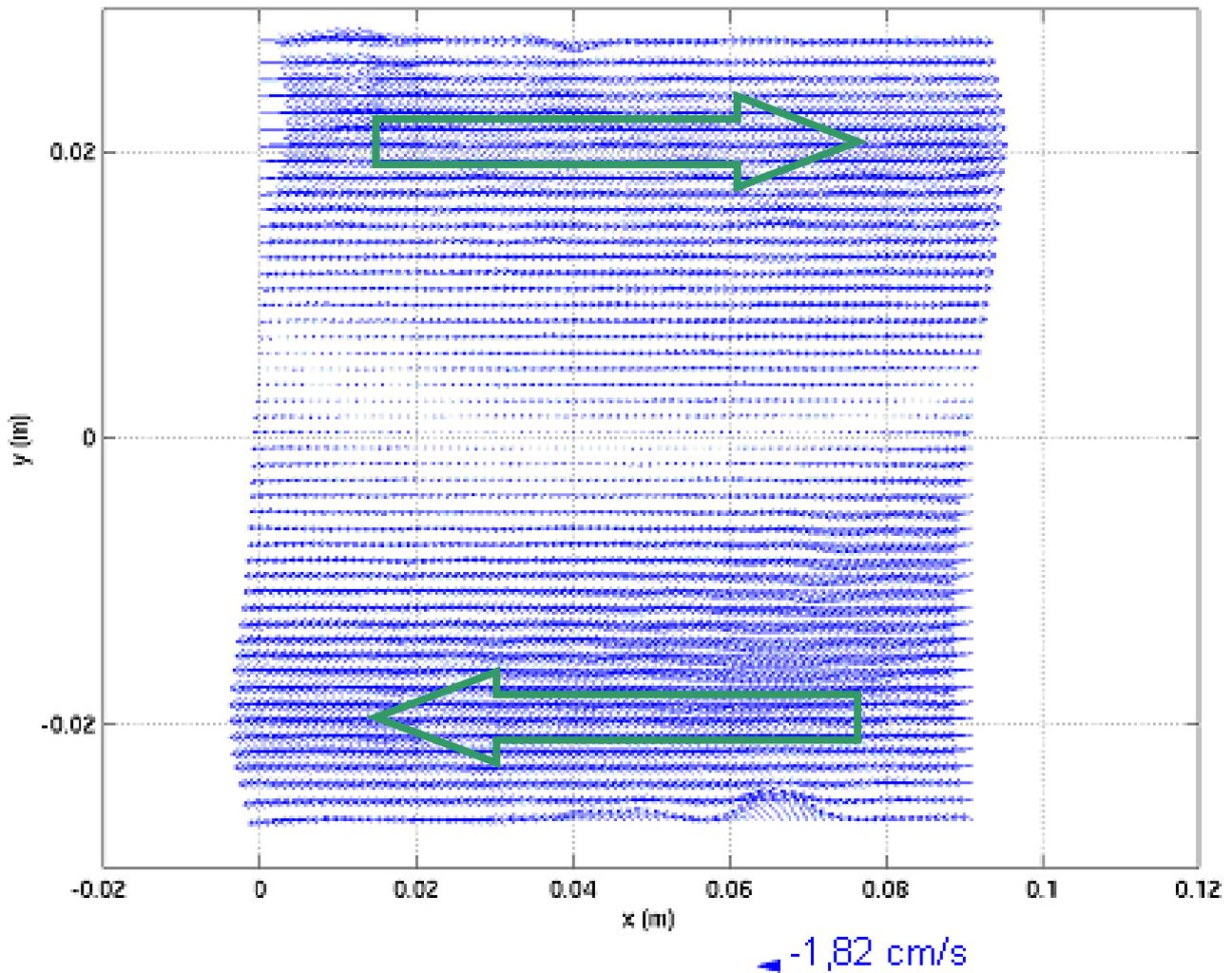


Figure 96 : Champ instantané de vitesse  $\vec{V}(\vec{r}; t)$  pour la série 210406-So

La Figure 96 présente un champ instantané de vitesse  $\vec{V}(\vec{r}; t)$ ; la valeur attenante à la flèche est la moyenne spatiale de vitesse. Cette configuration de l'écoulement et l'amplitude de vitesse sont conformes à l'observation. Dans la partie supérieure du tube, l'écoulement se dirige vers le centre du résonateur, dans la partie inférieure vers le fond opposé, la partie centrale ( $y=0$ ) présentant une zone morte de vitesse quasi-nulle. On perçoit quelques effets de bords en bas à droite et en haut avec la présence de vecteurs faux.

#### V.1.4.2 Evolution temporelle des données de vitesse $\langle v_{x,y} \rangle(t)$

De la même manière que pour toutes les mesures avec onde, on réduit l'information des champs de vitesse bidimensionnels instantanés (cf. §IV.2.1.1). On travaillera en partie sur les données moyennées en espace

$$\langle \vec{V} \rangle_{x,y}(t) = \begin{pmatrix} \langle v_x \rangle_{x,y} \\ \langle v_y \rangle_{x,y} \end{pmatrix}(t)$$

Toujours dans un soucis de simplification, les composantes moyennes suivant x et y seront notées par la suite  $v_x$  et  $v_y$  sans le signe  $\langle . \rangle$ . La Figure 97 montre l'évolution dans le temps des deux composante  $v_x(t)$  et  $v_y(t)$ . Les données sont toujours sous-échantillonnées à 10Hz et obtenues sur 100s.

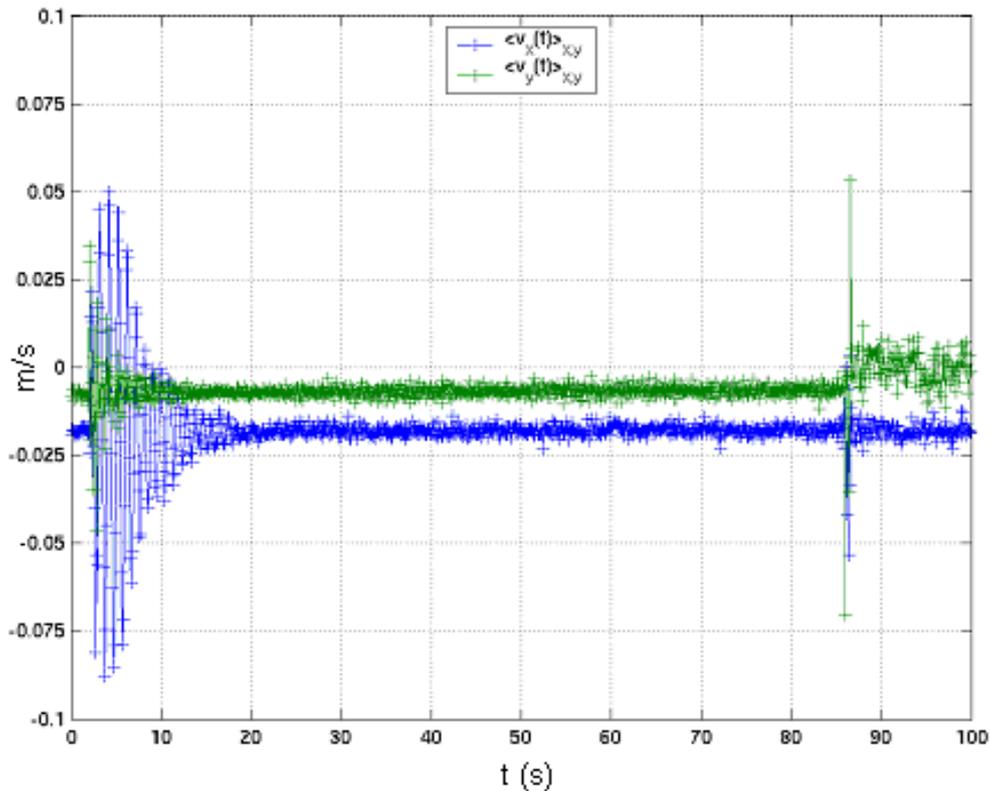


Figure 97 : Evolution temporelle des deux composantes de vitesse moyennée en espace  $\langle v_x(t) \rangle$  et  $\langle v_y(t) \rangle$

Nous voyons 3 intervalles de temps caractéristiques :

- La première, entre quelques secondes après le départ des mesures et 20s : ces oscillations amorties sont liées aux vibrations déclenchées par l'opérateur, ayant malheureusement frôlé le résonateur ; elles sont visibles à l'œil nu sur les séquences d'images PIV correspondantes ; cet évènement malheureux a montré toutefois que les mesures étaient insensibles par la suite à ce type de perturbation, et qu'il était aisé de repérer, à l'observation des séquences, l'existence de ce type de perturbation ; toutes ses images sont écartées.
- L'intervalle de temps entre  $t=85$ s et 100s : la perturbation vient de l'augmentation de l'ouverture de la caméra d'un cran (F3 vers F2) et donc d'une diminution de la profondeur de champ ; les particules à l'écran perdaient en intensité et une ouverture de caméra permettait d'augmenter la quantité de lumière ; il est intéressant de voir que c'est au détriment de la qualité des mesures ! Ces séquences sont aussi mises de côté.
- L'intervalle de temps intermédiaire  $t=20$  à 80s contenant les données exploitables : on observe l'existence du bruit mais aussi une bonne constance des vitesses.

Regardons de plus près l'évolution temporelle des vitesses dans la partie supérieure de l'écoulement pour  $y \in [0,93; 2,79]$ cm (Figure 98 gauche) puis dans la partie inférieure pour  $y \in [-2,77; -0,81]$ cm (Figure 98 droite).

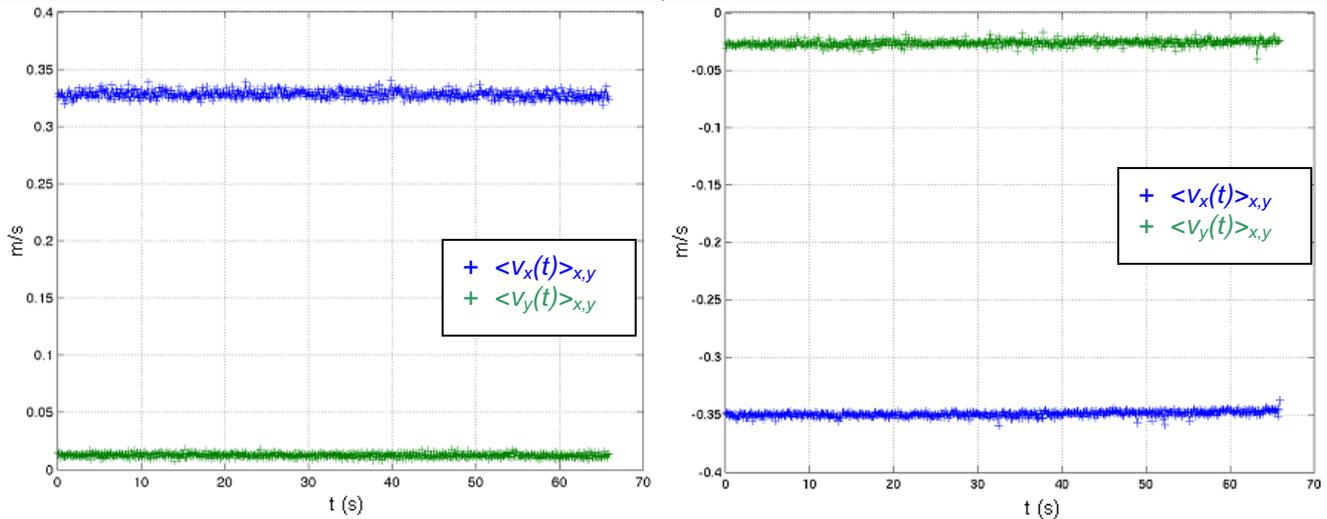


Figure 98 : Evolution temporelle des deux composantes de vitesse moyennée en espace  $v_x(t)$  et  $v_y(t)$ , respectivement dans la partie supérieure du tube (graphe de gauche) et dans la partie inférieure (droite)

Les valeurs ont été obtenues par moyenne sur tous les  $x$  et uniquement sur les  $y$  des plages correspondantes. Il apparaît clairement que l'écoulement est bien stationnaire, ayant une tendance à monter dans la partie supérieure du tube, avec une vitesse moyenne de translation avoisinant les 0,33 m/s. Dans la partie inférieure du tube, cette vitesse est de l'ordre de -0,35 m/s, confirmant que le fluide se dirige plus vite vers le fond du résonateur tout en descendant vers la paroi inférieure ( $v_y(t) < 0$ ).

A partir de ces données, on calcule les spectres de puissance fréquentielle pour les deux composantes, tracés sur la Figure 99. Les amplitudes des basses puissances sont accentuées par rapport aux plus fortes par représentation en racine quatrième.

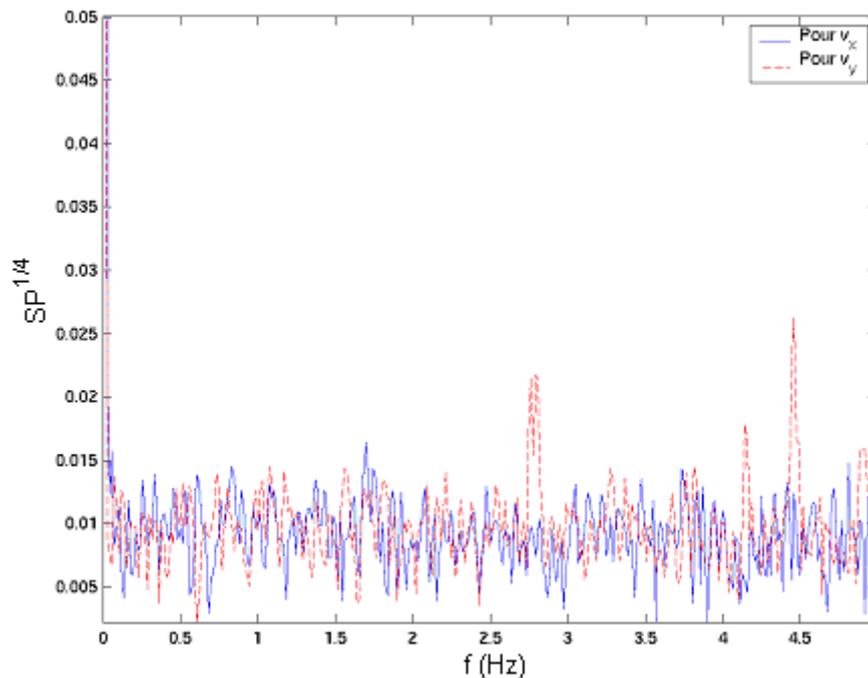


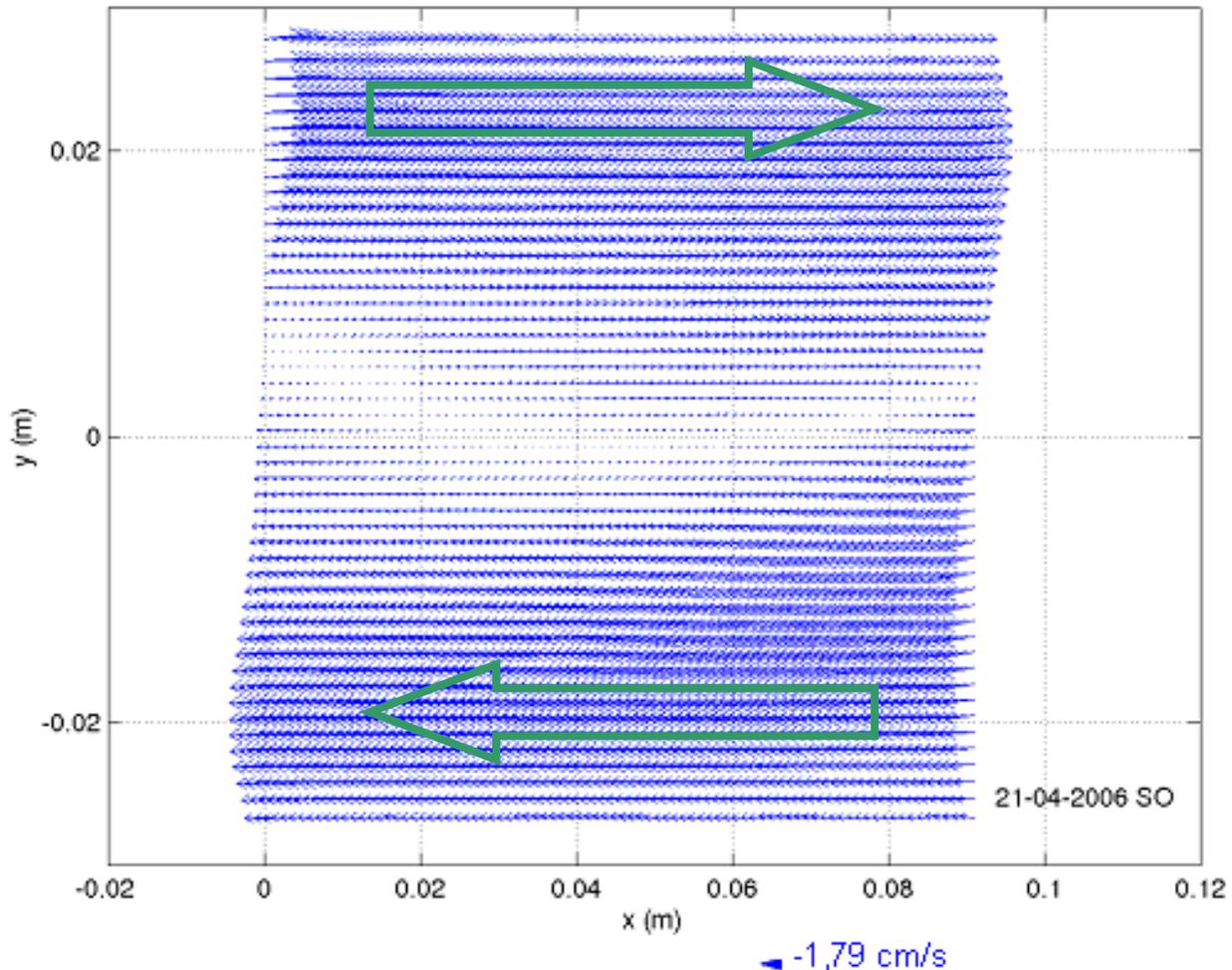
Figure 99 : Spectre de puissance  $SP^{1/4} = |TFD|^{1/2}$  (TFD la transformée de Fourier Discrète) pour les 2 signaux de vitesse  $v_x(t)$  et  $v_y(t)$

Les spectres sont multi-fréquentiels et ne font pas apparaître de pics de fréquence de résonance de l'onde acoustique (1,89Hz pour le mode fondamental replié et 3,78Hz pour l'harmonique) : l'onde est bien disparue. Aucune interprétation ne vient à l'esprit quant aux quelques pics rouges (de la composante  $v_y(t)$ ) atteignant les

amplitudes de 0,02 de puissance. Les pics au voisinage du 0 de fréquence sont la signature du repliement de la fréquence d'échantillonnage (10 Hz).

### V.1.4.3 Calcul du champ moyen en temps et profils moyens

Tous les champs de vitesse sélectionnés dans la plage de temps « valide » sont moyennés temporellement. Ce champ  $\bar{V}(\vec{r}) = (\bar{v}_x(\vec{r}), \bar{v}_y(\vec{r}))$ , visible à la Figure 100 diffère peu du champ instantané de la Figure 96.



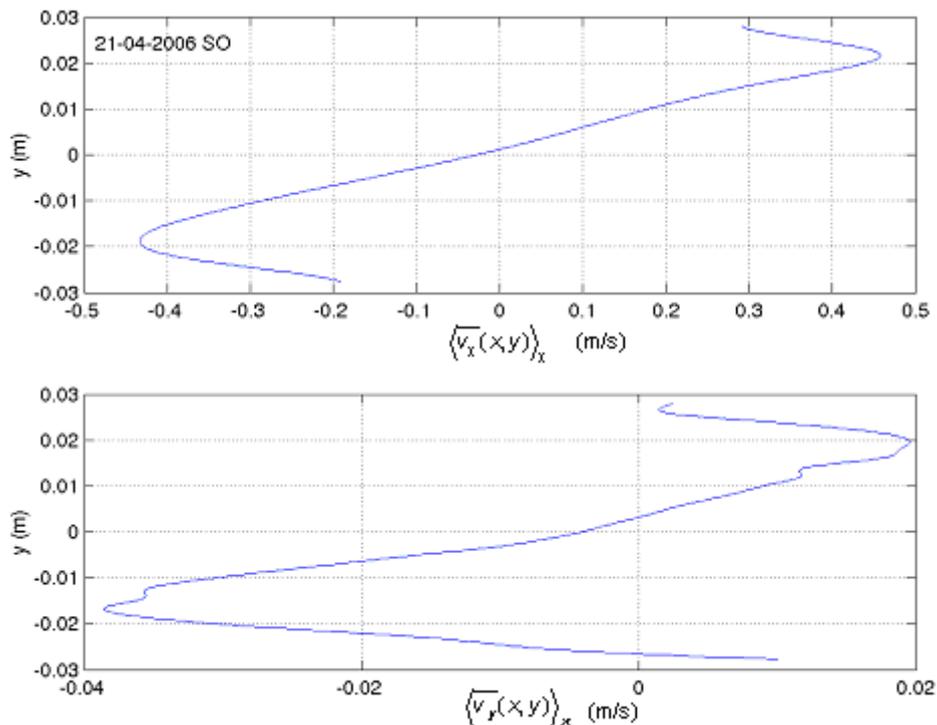
*Figure 100 : Champ de vitesse moyenne en temps (zone PIV) pour la série 210406-So*

On voit que l'écoulement venant en bas à droite descend sous l'influence de l'écoulement contraire venant du haut à gauche. Et vice-versa. Lorsque l'on observe les séquences, on voit toujours des particules PIV qui perdent ou gagnent en intensité d'une image à l'autre. Signe qu'il y a toujours un écoulement faiblement tridimensionnel déviant les particules dans la nappe laser. Ceci explique pourquoi on observe une dégradation des mesures pour les temps  $t > 85s$  (Figure 97) lorsque l'on ouvre d'un cran la caméra : la profondeur de champ étant diminuée, les particules déviées transversalement sont moins bien visualisées par la caméra. Il semblerait que l'on soit en présence d'une cellule de convection de grande amplitude axiale qui pourrait ne pas avoir de lien avec l'écoulement de streaming. Son origine serait thermo-convective de type « cavité différentiellement chauffée ».



*Figure 101 : Schéma de principe du résonateur et du moteur thermoacoustique (« M cerclé ») avec les températures approximatives en fond de résonateur, au niveau de l'échangeur froid et chaud ; les plages de valeurs tiennent compte de toutes les séries de mesures, et pas uniquement à la 210406-Sonde*

Le côté gauche du moteur thermoacoustique (Figure 101) est constitué d'un échangeur froid dont la température moyenne est celle de l'eau de refroidissement, thermalisée à la température du sol. Pour les séries du 210406S, cette température est de l'ordre de 13,5°C. Le fond du résonateur est à la température atmosphérique, soit 16°C. Cependant, la zone de mesure PIV est sous tente, entourée des électroniques laser. Celles-ci chauffent la zone de +2 à +4°C par rapport à la température atmosphérique. Le fait que le gradient de température soit orienté de l'échangeur froid vers le fond expliquerait pourquoi le fluide remonterait, côté fond « chaud » et redescendrait côté échangeur froid.



*Figure 102 : Profils de vitesse en m/s  $\langle \overline{v_x(x,y) \rangle_x$  (en haut) et  $\langle \overline{v_y(x,y) \rangle_x$  (en bas) pour la série 210406-SO*

Lorsque l'on regarde les deux profils de vitesse moyennés sur  $x$   $\langle \overline{v_x(x,y) \rangle_x$  et  $\langle \overline{v_y(x,y) \rangle_x$  sur la Figure 102, on trouve une similarité avec les profils de vitesse obtenus en présence d'onde acoustique. Ils sont cependant opposés et d'amplitudes 10 fois plus importantes. Et l'écoulement est ici moins complexe spatialement (pas de zone morte distordue, de recirculations visibles dans la fenêtre). Il se pourrait que l'écoulement moyen existant en présence de l'onde soit une combinaison d'un streaming acoustique et d'un écoulement thermoconvectif résiduel.

## V.1.5 Validation du système d'acquisition expérimental

Certains des résultats précédents montrent une très bonne correspondance avec la théorie comme les amplitudes de vitesse acoustique par exemple. D'autres sont obtenus par différentes procédures (champ moyen et POD par ex.) qui permettent une « auto-validation », toujours relative certes. Dans ce paragraphe, nous allons simplement spécifier les quelques paramètres d'expérimentation qui présentaient le plus d'imprédictibilité « a priori » comme les temps minimum et maximum d'acquisition post-injection.

Tous les résultats de la famille des séries 190406S et des séries 210406S1 à 210406S3 sont équivalents. Les séries 190406S1b et 210406S1 ont été acquises 2min30s et 3min respectivement après l'injection (cf. Tableau 8). Elles donnent des résultats permanents comme sur les Figures 60 et 61, ne présentant aucune évolution liée à un transitoire du à l'injection. Le temps d'attente après injection de 2min30s est donc optimal.

La série 190406S2 est réalisée à partir d'une première injection, les séries 190406S1b et S2b sont associées à une seconde injection (cf. Tableau 8). Ici aussi, la reproductibilité des résultats n'est pas mise en défaut. Diverses injections ne perturbent pas les mesures bien qu'elles soient toutes différentes : le flux de particules, les pressions d'injection, les équilibrages de pression dans le résonateur, etc, sont gérés par l'opérateur avec tous les impondérables que cela comporte. Précisons que le nombre d'injection ne va pas perturber le système tant qu'il est correctement rééquilibré en pression car le phénomène thermoacoustique est sensible aux variations de pression moyenne : modifier ce paramètre de contrôle, c'est aussi modifier le paramètre de pression acoustique ! Il faut surtout prendre garde à ne pas injecter de particules avec excès et avec hâte. Ceci entraîne un encrassement plus rapide du tube de verre avec amplification des réflexions. Si elles sont correctement effectuées, 5 à 6 injections peuvent se succéder sans nettoyage du tube.

La famille 210406S a été réalisée deux jours après celle du 190406S. Les paramètres de contrôle ne sont pas évidents à reproduire à l'identique, que se soit la température et la pression atmosphérique, la pression moyenne dont la précision est limitée à celle du capteur, la pression acoustique multi-dépendante... Ces difficultés surmontées, on retrouve des résultats équivalents à deux jours d'intervalle, confirmant la reproductibilité des résultats dans le temps.

La famille 210406S est constituée de 4 séries de mesures successives (Tableau 8). Les trois premières 210406S1 à S3 sont réalisées avec une ouverture de caméra F3, la série 210406S4 avec F2 car les particules PIV devenaient difficilement discernables. L'observation des cycles de vitesse acoustique (comme sur la Figure 71) permet de voir la dégradation des résultats en fonction du temps d'attente après injection. La Figure 103 montre ces quatre cycles respectivement pour ces 4 séries.

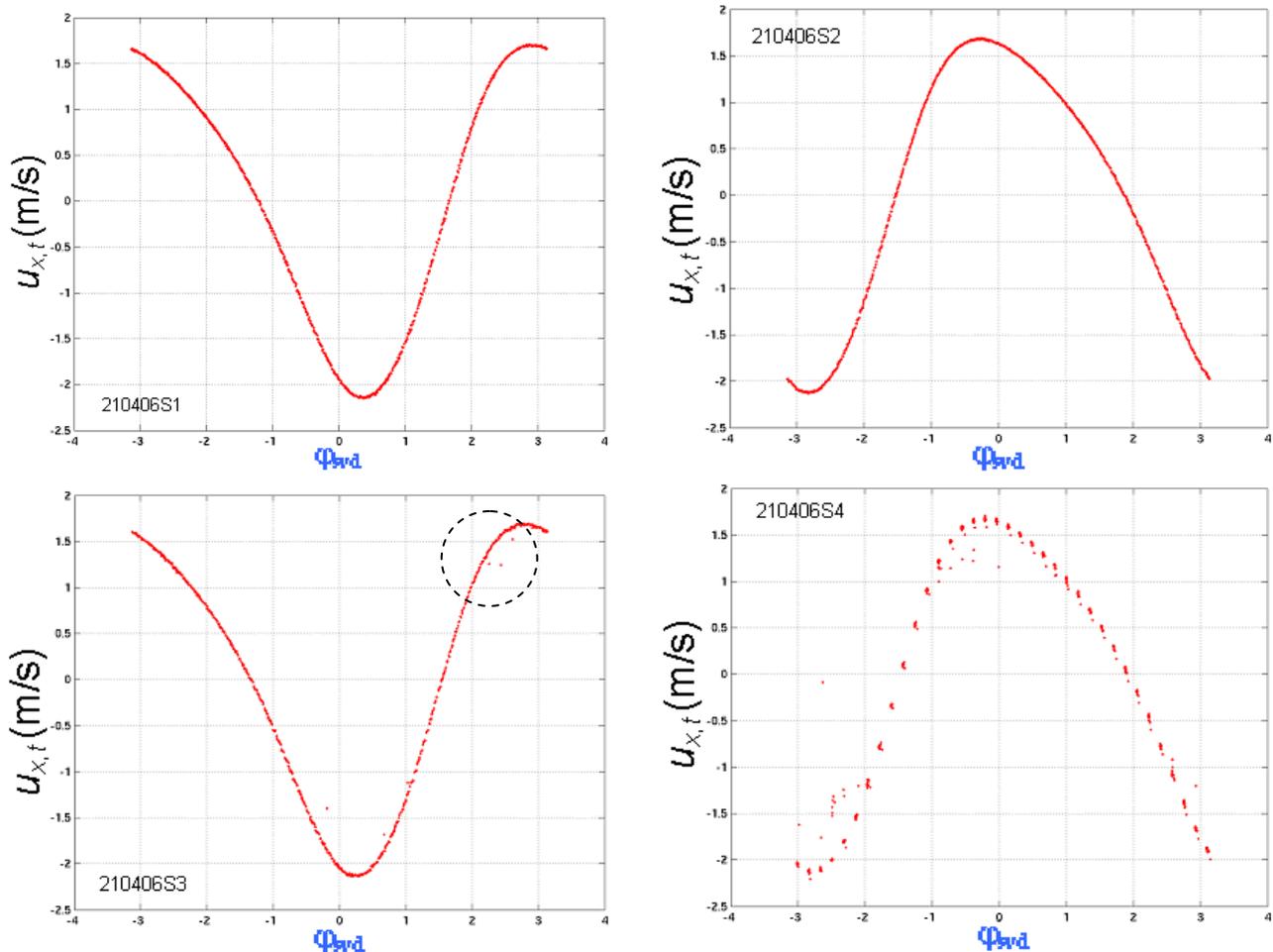


Figure 103 : Reclassement en phases SVD sur vitesse de  $u_{x,t}(\phi_{svd})$  pour les séries 210406S1 à S4

Les profils sont similaires mais n'ont pas forcément la même origine des temps. Nous voyons apparaître pour la série 210406S3 des points parasites (voir cercle) et pour la 210406S4 une dégradation importante, liée à la fois à l'ouverture de caméra F2 (diminution de la profondeur de champ) et à la diminution de la qualité de l'ensemencement (27 minutes après injection). Il faudrait vérifier le poids de chacun des facteurs mentionnés. Par contre, les champs de vitesse moyennée en temps sont moins tolérants quant à la dégradation des mesures. La Figure An18.4 de l'Annexe 18 montre une importante augmentation des erreurs lors du calcul du champ moyen pour la série 210406S3, qui est confirmée par les profils de la Figure An18.8 (Annexe 18) ; pour la série 210406S4, la Figure An18.4bis (Annexe 18) présente un champ faux et les profils moyens sont totalement fantaisistes (Figure An18.9 Annexe 18). Une investigation des champs moyens nécessite donc de ne pas attendre de lancer une acquisition au delà des 12 minutes 30 secondes validés par la série 190406S2. Dans le cas où seul les informations « acoustiques » sont recherchées, ce temps d'attente peut être repoussé jusqu'à 18 minutes (correspondant à la série 210406S3).

Ce paragraphe clos l'étude du premier espace des paramètres ESP1. Nous allons aborder l'espace ESP2 dans ce qui suit.

## V.2 Espace des paramètres n°2 (Esp2) : rapport pilote de 0,97%

Cet espace des paramètres est constitué d'une unique famille de mesure, appelée 230507Proc1. Cependant, les deux procédures d'acquisition PROC 1 et 2 ont été utilisées pour son étude.

### V.2.1 Caractéristiques des séries de mesures de l'Esp2

Les paramètres de contrôle et données physiques sont portés dans le Tableau 18.

	ESP 2
Paramètres de contrôle	230507Proc1
$P_m$ (bar) absolue	15,01
$P_1$ (mbar)	145
$P1/Pm$ (%)	0,97
Conditions associées	
$T_m$ (°C)	21,6
$P_{atm}$ (bar)	1,01
$f$ (Hz)	22,08
$L$ (m)	7,87

Tableau 18 : Ensemble des paramètres de contrôle et données physiques de base pour la famille de mesures correspondantes à l'espace des paramètres n° 2

La configuration matérielle correspond ici à la Variante C (§II.2.1.3). A plusieurs reprises, des comparaisons avec l'espace des paramètres Esp 1 sont faites. Or l'Esp 1 correspond à la Variante A de configuration dont le moteur a été remplacé. En tenant compte de la remarque faite au §II.2.1.2, on peut considérer que les résultats sont transposables aux différentes Variantes de configuration, et comparables entre espaces des paramètres.

#### V.2.1.1 Paramètres d'acquisition pour la procédure PROC 1

Voici quelques données matérielles et d'acquisition concernant la procédure PROC 1 :

- Les mesures PIV sont faites sur un peu moins de 85s, la cadence d'acquisition est toujours de 10Hz, avec un écart entre images d'une même paire de  $\Delta t_p = 2,002\text{ms}$
- Les images ont une taille de 888x506 pixel<sup>2</sup>.

#### V.2.1.2 Paramètres d'acquisition pour la procédure PROC 2

Cette procédure est présentée au §II.2.3.2 pour la partie électronique, au §IV.1.5.2.1 pour le principe et au §IV.3.1 pour les post-traitements. Rappelons qu'elle consiste à choisir 16 phases du cycle acoustique. L'une d'elle est sélectionnée et repérée sur le signal de pression et l'électronique d'acquisition PIV est synchronisée sur celui-ci. La fréquence d'acquisition dépend donc de la périodicité du signal de pression et peut varier lors d'éventuels transitoires. A chaque repérage de la phase en question, un couple d'images séparées par le temps  $\Delta t_p = 2,002\text{ms}$  est acquis. On obtient au final pour chacune des 16 phases un échantillon de 300 à 500 couples d'images selon les acquisitions. Celles-ci ont une taille de 888x506 à 888x510 pixel<sup>2</sup> suivant les phases.

Le tableau suivant (Tableau 19) présente les différentes phases classées entre  $-\pi$  et  $\pi$  en fonction de leur dénomination sous la forme 230507Ph. Les phases  $-\pi$  et  $\pi$  (230507Ph1) correspondent au maximum de vitesse acoustique.

Nom de série	Phases
230507Ph1	$-\pi$
230507Ph2	$-0,86\pi$
230507Ph3	$-0,73\pi$
230507Ph4	$-0,58\pi$
230507Ph5	$-0,46\pi$
230507Ph6	$-0,35\pi$
230507Ph7	$-0,21\pi$
230507Ph8	$-0,06\pi$
230507Ph16	$-0,04\pi$
230507Ph9	$0,07\pi$
230507Ph10	$0,21\pi$
230507Ph11	$0,34\pi$
230507Ph12	$0,46\pi$
230507Ph13	$0,59\pi$
230507Ph14	$0,69\pi$
230507Ph15	$0,88\pi$
230507Ph1	$\pi$

*Tableau 19 : Valeurs des phases pour lesquelles des acquisitions en PROC2 sont réalisées ; la première phase (230507Ph1) correspond au maximum de vitesse acoustique*

Chaque série d'images PIV subit les prétraitements présentés au §IV.1.1 afin d'être utilisée pour le calcul des champs de déplacement par flot optique (§IV.1.2.). Comme spécifié dans le chapitre sur la méthodologie, la partie acoustique est d'abord étudiée avant de traiter le champ moyen. Notons que la planification du document se base sur la philosophie : « la physique organise plutôt que la procédure ». Les résultats de même type obtenus par les deux méthodologies d'acquisitions PROC 1 et 2 seront présentés en série pour une comparaison immédiate.

## V.2.2 L'onde acoustique

### V.2.2.1 Evolution temporelle des vitesses instantanées et préparations des données en vue de l'extraction des paramètres acoustiques (amplitudes, longueur d'onde...), de la reconstruction du cycle acoustique et plus tard, du calcul de la composante continue de vitesse.

#### V.2.2.1.1 Procédure d'acquisition PROC 1 : Evolution temporelle des données de vitesse instantanées $\langle v_{x,y} \rangle(t)$

Dans ce paragraphe, nous nous intéressons aux données de vitesse obtenues par la procédure PROC1. Rappelons-le, chaque champ est un instantané et l'ensemble des champs couvre un grand nombre de phases du cycle acoustique.

Pour pouvoir traiter plus facilement les données, on réduit l'information des champs de vitesse bidimensionnels instantanés (cf. §IV.2.1.1). On travaillera en partie sur les données

$$\langle \vec{v} \rangle_{x,y}(t) = \begin{pmatrix} \langle v_x \rangle_{x,y} \\ \langle v_y \rangle_{x,y} \end{pmatrix}(t)$$

Toujours dans un souci de clarté, les composantes moyennes suivant x et y seront notées par la suite  $v_x$  et  $v_y$  sans le signe  $\langle \cdot \rangle$ . Les Figures 104 et 105 présentent l'évolution dans le temps de la composante  $v_x(t)$  et  $v_y(t)$  dont

les moyennes temporelles par pseudo-cycle ont été soustraites (cf. §IV.2.1.3). Pour simplifier les notations, cette opération est notée  $v_x(t) - \overline{v_x(t)}$ .

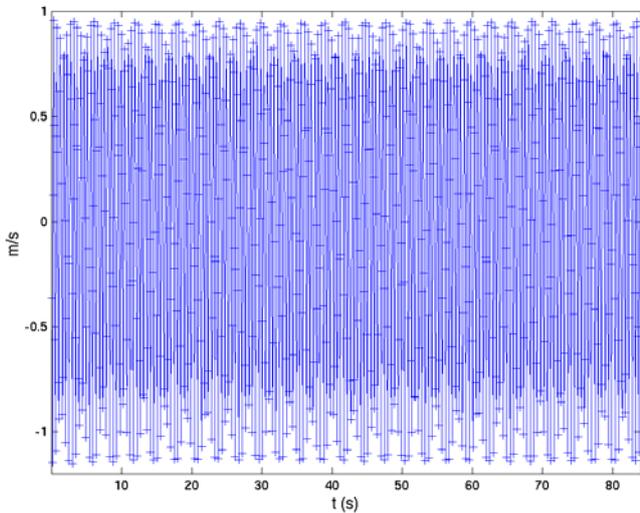


Figure 104 : Evolution temporelle de  $v_x(t) - \overline{v_x(t)}$

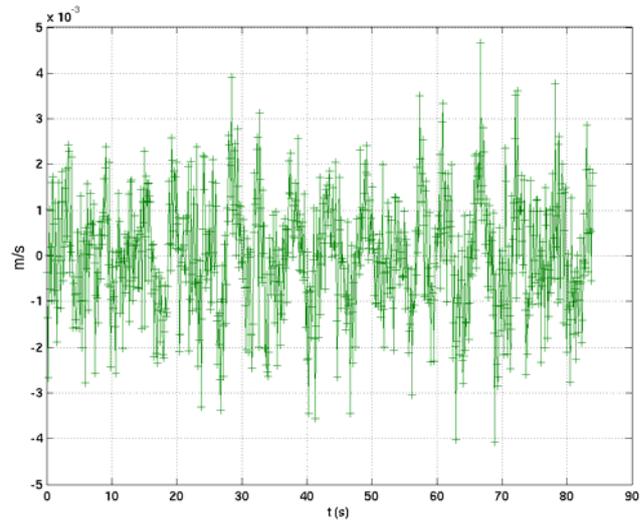


Figure 105 : Evolution temporelle de  $v_y(t) - \overline{v_y(t)}$

Nous retrouvons un comportement temporel similaire à celui de l'ESP n°1. Un certain nombre de remarques fournies auparavant pour l'espace des paramètres précédent sont toujours d'actualité et ne seront pas reprises dans la majorité des cas. Pour en connaître la teneur, se référer aux paragraphes correspondants.

Sur la Figure 104, nous observons toujours une dissymétrie entre les extrema de vitesse axiale mais moins accentuée que pour les séries de l'Esp 1 (Figures 60 et 61). Ceci dénote sans doute un contenu harmonique plus faible. Le taux d'harmonique local est de 15,6% contre 19,3% pour la série 190406S1b (Figure 64.1). Remarquons comme nous l'avons fait pour l'Esp1 : l'écart entre le maximum et le minimum de vitesse axiale est de 16,6% la valeur minimale, comparable aux 15,6% du taux d'harmonique. Le spectre de puissance de la vitesse axiale (Figure 106 gauche) présente la fréquence fondamentale repliée 2 fois soit  $2,07+2 \times 10=22,07$  Hz et son harmonique à  $4,14+4 \times 10=44,14$  Hz. La fréquence mesurée par spectre de puissance sur la pression donnée au Tableau 18 est de 22,08Hz. La fréquence de résonance théorique (cf. formule §V.1.2.1) est de 22,28 Hz. L'accord reste correct. Un petit pic à la fréquence de 3,793 Hz apparaît, lié à l'harmonique 3 dont la fréquence de  $66,207\text{Hz}=7 \times 10\text{Hz}-3,793\text{Hz}$ .

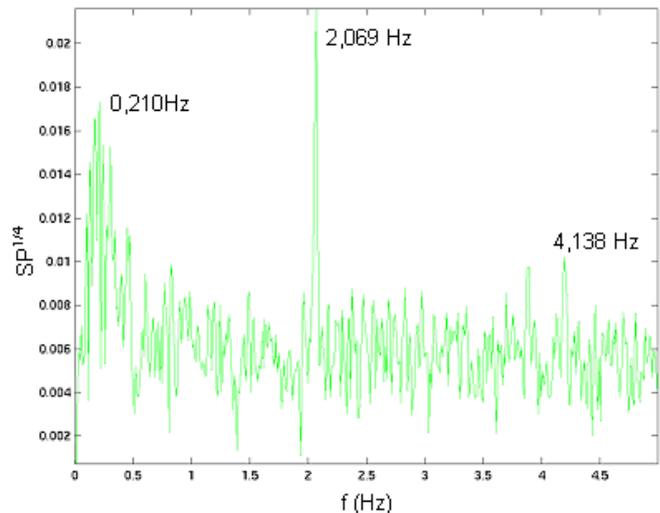
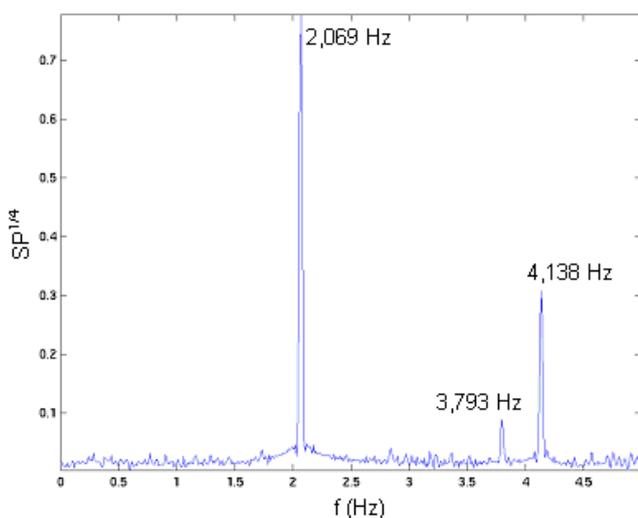


Figure 106 : Spectres de puissance  $SP^{1/4} = |TFD|^{1/2}$  (TFD la transformée de Fourier Discrète) pour le signal de vitesse  $v_x(t) - \overline{v_x(t)}$  à gauche et  $v_y(t) - \overline{v_y(t)}$  à droite

L'évolution temporelle de la vitesse verticale (Figure 105) montre la présence de basses fréquences qui ressortent sur le spectre aux alentours des 0,21Hz. Or ces basses fréquences existent aussi pour les séries de l'espace des paramètres Esp 1. Les amplitudes de vitesse sont plus faibles que pour l'Esp 1 (Figures 63 et 64). Ceci dénote un écoulement en moyenne plus longitudinal. Ceci tendrait à montrer qu'à pression acoustique équivalente (en réalité légèrement supérieure de ~20mbar), la pression moyenne tend à réduire les fluctuations de vitesse dans la direction radiale ; le rapport basse fréquences/fondamental est d'ailleurs plus faible ici.

Les données telles qu'elles sont ici vont permettre de déterminer les différents paramètres acoustiques comme les amplitudes de vitesse et la longueur d'onde, de reconstruire le pseudo-cycle acoustique par SVD, appliquer la POD, puis à terme de calculer le champ de vitesse moyenné sur les phases.

### V.2.2.1.2 Procédure d'acquisition PROC 2

Ici, nous mettons de côté les données issues de la procédure PROC1 pour nous intéresser à celles obtenues par la PROC2 ; elles seront préparées en vue de reconstruire le cycle acoustique de vitesse et d'en déduire le champ moyen en phase.

#### V.2.2.1.2.1 Evolution temporelle des données de vitesse instantanées $\langle v_{x,y} \rangle(t_n^{(\varphi_i)})$

Chaque série de données de vitesse 230507Ph est obtenue pour une phase précise  $\varphi_i$ . Ces phases sont fournies dans le Tableau 19. Les temps correspondant à la phase  $\varphi_i$  se déduisent de la relation suivante :

$$t_n^{(\varphi_i)} = t_0^{(\varphi_i)} + nT_e^{(PIV)}, \quad 1 \leq n \leq N_{tot}$$

$t_0^{(\varphi_i)}$  est le temps origine de l'acquisition

$T_e^{(PIV)}$  est la période d'acquisition synchronisée, dépendant du signal extérieur

$N_{tot}$  est le nombre total d'échantillons

Nous allons étudier par la suite un exemple de série correspondante à la phase  $\varphi_3 = -0,73\pi$ , dénommée 230507Ph3.

Jetons tout d'abord un œil sur l'évolution des vitesses axiale et radiale  $\langle v_{x,y} \rangle(t_n^{(\varphi_i)})$  moyennées en espace pour cette série.

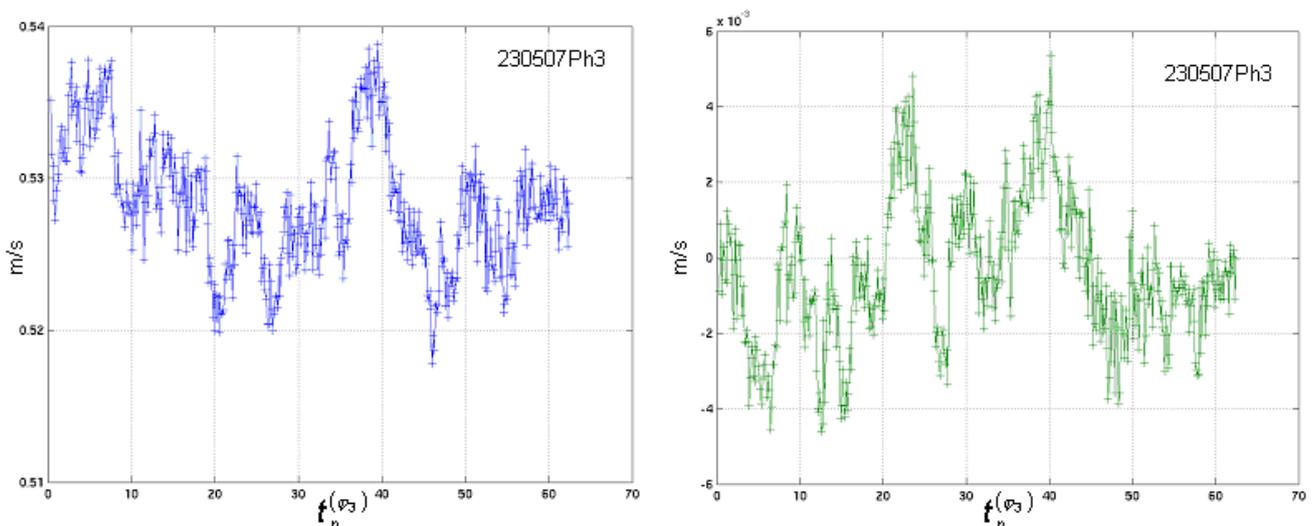


Figure 107 : Evolution temporelle de  $\langle v_x \rangle(t_n^{(\varphi_3)})$  (en bleu) et de  $\langle v_y \rangle(t_n^{(\varphi_3)})$  (en vert)

L'évolution pour les vitesses à cette phase montre des fluctuations modérées par rapport à la vitesse acoustique (<4%) mais restent importants par rapport à la vitesse moyenne, atteignant les 2 cm/s d'amplitude pour la vitesse

axiale (Figure 107 gauche). Ces fluctuations ne sont pas liées à une incertitude de mesures, comme le suggère l'évolution de la vitesse radiale sur la Figure 107 droite. Les basses fréquences observées ressortent sur le spectre (Figure 108) vers les 0,197Hz, similaires à celles repérées dans l'évolution de  $v_y(t) - \overline{v_y}(t)$  pour la série 230507Proc1 et pour les séries de l'espace des paramètres 1. Les autres vitesses  $\langle v_{x,y} \rangle(t_n^{(\varphi_i)})$  obtenues pour les autres phases  $\varphi_i$  présentent toutes ces fluctuations basses fréquences. Elles sont donc indépendantes de la phase acoustique et communes aux deux espaces des paramètres. Les spectres de puissance obtenus pour les vitesses axiales ne permettent pas de faire ressortir ces basses fréquences bien que visibles sur les évolutions temporelles. Effectivement dans ces cas-ci, l'intervalle des fréquences [0 ; 0,5] Hz est souvent bruitée et parfois biaisée par la fréquence d'échantillonnage (très énergétique) repliée autour de la fréquence nulle. Pour l'instant, nous ne savons pas si elles ont une origine acoustique.

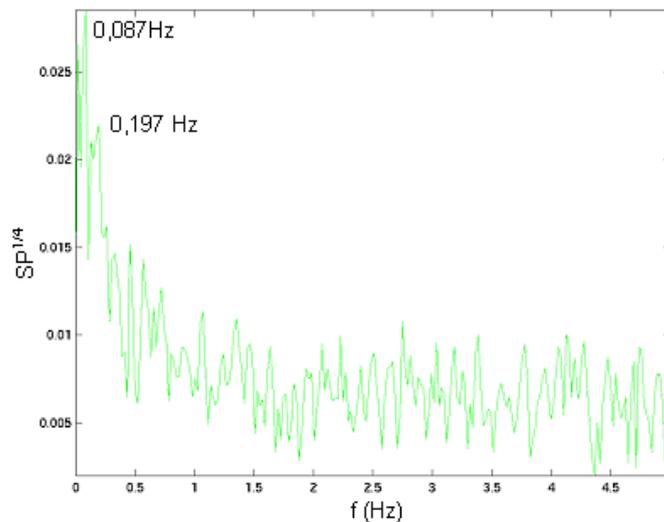


Figure 108 : Spectres de puissance  $SP^{1/4} = |TFD|^{1/2}$  (TFD la transformée de Fourier Discrète) pour le signal de  $\langle v_y \rangle(t_n^{(\varphi_i)})$

#### V.2.2.1.2.2 Calcul des champs de vitesse $\hat{V}_\varphi(\vec{r}, \varphi_i)$ pour chaque phase par moyenne DE phase

Chaque phase  $\varphi_i$  est associée à un ensemble d'échantillons de vitesse  $\langle v_{x,y} \rangle(t_n^{(\varphi_i)})$ . Le champ de vitesse correspondant à la phase  $\varphi_i$  est calculé par moyenne DE phase (cf. §IV.3.1.2). On obtient ainsi la famille de champs de vitesse de phase

$$\hat{V}_\varphi(\vec{r}, \varphi) = \left\{ \hat{V}_\varphi(\vec{r}, \varphi_i), \quad 1 \leq i \leq N_\varphi \right\}$$

avec  $N_\varphi=16$  phases. Pour chaque phase, il faut être sûr de la pertinence de ces champs de vitesse. Pour cela, nous vérifions la convergence de la moyenne temporelle incrémentée des minima (ex. Figure 109 haut pour 230507Ph3), des moyennes spatiales (ex. Figure 109 bas pour 230507Ph3) et des maxima des deux composantes suivant x et y (cf. §IV.3.1.3).

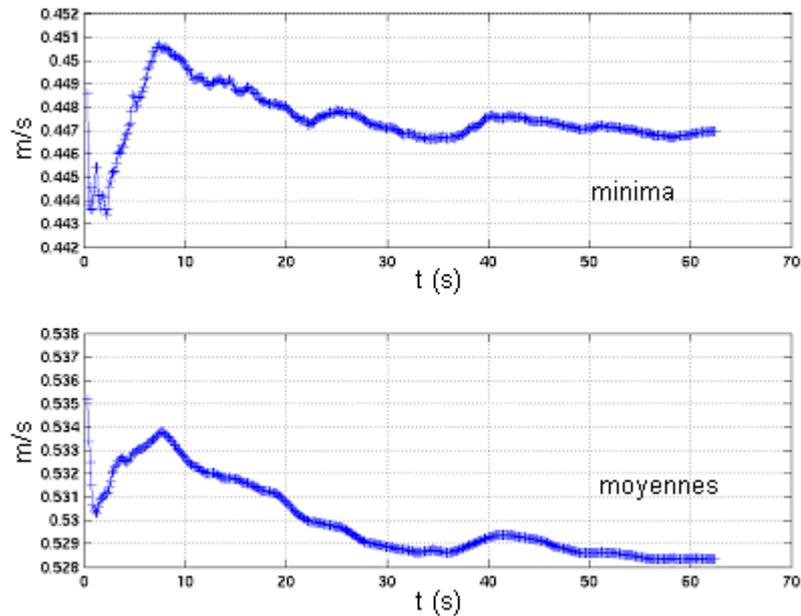


Figure 109 : Evolution dans le temps des moyennes temporelles incrémentées des minima et des moyennes spatiales pour la série 230507Ph3

On remarque sans difficulté la très bonne convergence des données, avec une variation finale bien inférieure au mm/s. Ceci est d'une grande importance pour l'estimation plus tard de la moyenne sur les phases, qui est toujours théoriquement dans une gamme d'amplitude qui va du mm/s à quelques centimètres/s.

Maintenant que l'on est conforté dans la qualité des champs de vitesses de phase, regardons plus en détail celui de la série 230507Ph3  $\hat{V}_\varphi(\vec{r}, \varphi_3)$  visible à la Figure 110.

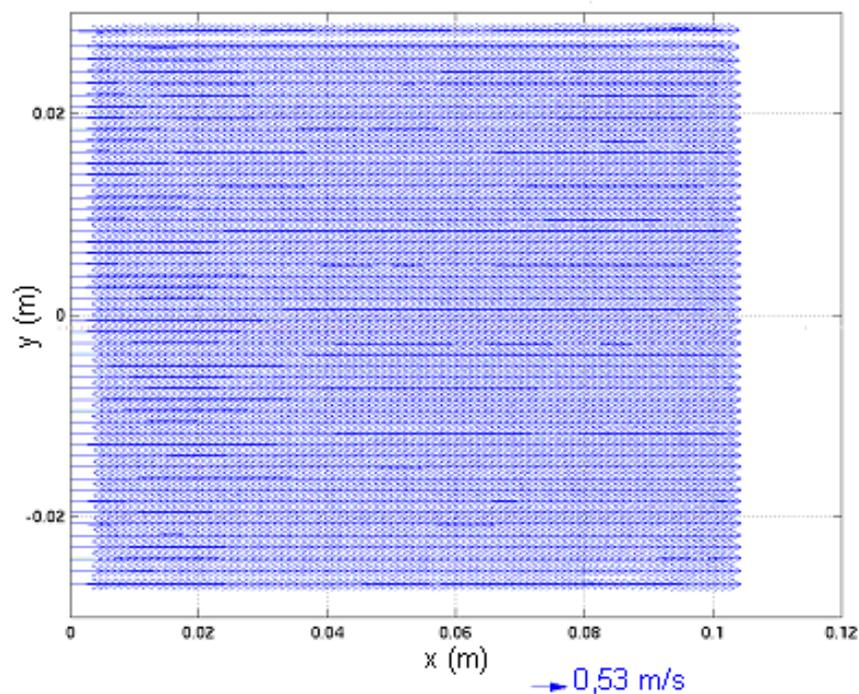


Figure 110 : Champ de vitesse de phase  $\hat{V}_\varphi(\vec{r}, \varphi_3)$

Sans surprise, ce champ montre un écoulement unidirectionnel et présente très peu de fluctuations spatiales. Le processus de moyenne de phase a permis notamment d'améliorer l'évaluation de l'écoulement en proche paroi (disparitions des vecteurs à forte composante radiale aux bords). Cette représentation cache bien sûr l'évolution

réelle de la vitesse dans la fenêtre de mesure. Les profils de vitesse axiale suivant  $y$  sont tracés pour différentes positions  $x$  sur la Figure 111 :  $\hat{V}_\varphi(x \text{ différents}, y, \varphi_3) = (\hat{v}_{x,\varphi}; \hat{v}_{y,\varphi})$ .

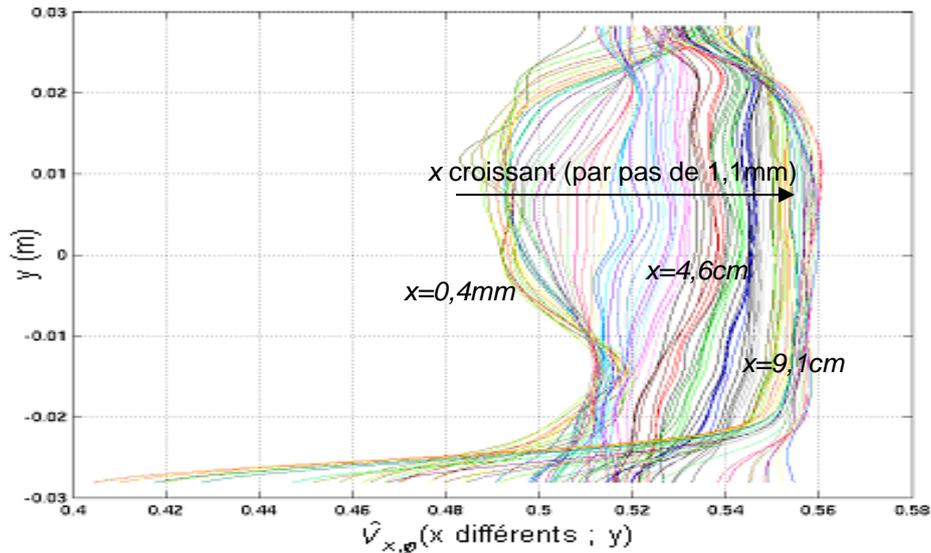


Figure 111 : Profils de vitesse de phase  $\hat{V}_{x,\varphi}(y, \varphi_3)$  pour différents  $x$

L'évolution des profils montre que la vitesse croît avec la position  $x$ , ce qui est cohérent avec la théorie : amplitude de vitesse d'une onde stationnaire plus faible côté fond du résonateur que côté centre (cf. §III.1.1) ; le profil de vitesse moyennée suivant  $y$  et fonction de  $x$   $\langle \hat{v}_{x,\varphi} \rangle_y$  le confirme (Figure 112 bas). Globalement, le comportement de l'écoulement est celui d'une onde plane (cf. Figure 112 haut). Les profils (Fig. 111) côté gauche du tube de verre (à partir des  $x=0,4\text{mm}$ ) sont particulièrement déformés et présentent une survitesse dans la zone basse ( $y<0$ ) et une sous-vitesse dans la zone supérieure. Cette déformation fait tout de suite penser à l'effet que produirait en partie un écoulement moyen dont le profil est celui des Figures 88.1 et 88.2 et dont la distribution en  $x$  est comme aux Figure 87.1 et 87.2. Cette déformation se retrouve de manière similaire sur les profils de vitesse de certaines phases comme  $\varphi_1$ ,  $\varphi_{11}$  ou  $\varphi_{16}$  par exemple. Ce qui est d'autant plus intéressant est que cette dernière phase correspond à un écoulement acoustique de sens opposé à la phase  $\varphi_3$  ; de plus ces deux phases ne sont pas associées à la même injection de particules PIV, ce qui écarterait une éventuelle influence du jet d'ensemencement.

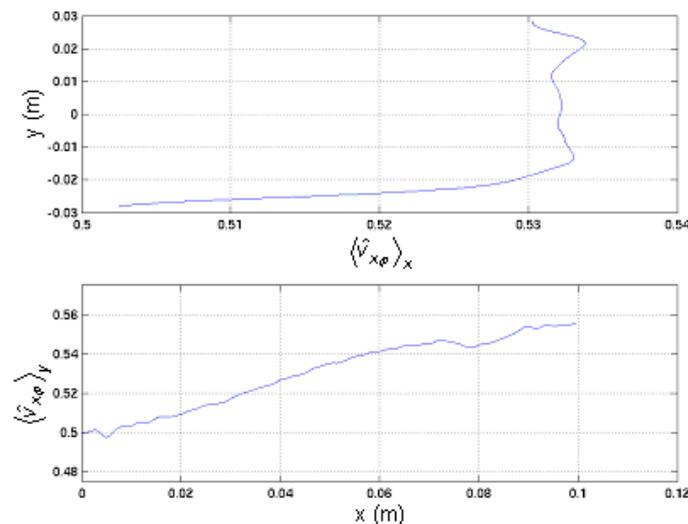


Figure 112 : Profil de vitesse axiale moyennée suivant tous les  $x$   $\langle \hat{v}_{x,\varphi}(x, \varphi_3) \rangle_x$  et fonction de  $y$  (en haut et en m/s) ; profil de vitesse moyennée suivant  $y$   $\langle \hat{v}_{x,\varphi}(x, \varphi_3) \rangle_y$  et fonction de  $x$  (en bas et en m/s)

Le profil moyen  $\langle \hat{v}_{x,\varphi} \rangle_x$  que l'on obtient par moyenne sur  $x$  est peu déformé (Figure 112 haut) comme la plupart de ceux qui sont liés à un écoulement orienté vers le moteur. Mais fait étrange, ceux orientés dans la direction opposée (vitesses négatives) comme la phase Ph16 par exemple, présentent une déformation importante liée à cet écoulement perturbant l'onde côté gauche du tube de verre.

Que ce soit pour la procédure PROC 1 ou PROC 2, nous sommes désormais préparé à étudier plus intimement l'onde acoustique.

### ***V.2.2.2 Amplitudes de vitesse expérimentales et théoriques obtenues par procédure PROC 1***

Les résultats présentés dans ce paragraphe sont obtenus après application de la méthode des retards (§IV.2.1.2 et V1.2.2) pour déterminer le nombre de pseudo-cycles (ici 29) et de phases (29) par pseudo-cycles.

Les amplitudes de vitesse expérimentales sont obtenues par la méthode des histogrammes. Elle est présentée au § IV.2.1.4. Le Tableau 20 donne les extrema et les amplitudes de vitesse obtenues ainsi que l'amplitude théorique de vitesse axiale calculée par les formules du § III.1.2. Les composantes de vitesse sont notées (après réduction de l'information)  $(u_{x,t}(t) ; u_{y,t}(t))$ .

Les vitesses axiales de l'Esp.1 sont supérieures aux vitesses axiales de l'Esp.2 d'un rapport moyen de 1,81 et le rapport entre les deux drive-ratio  $P_1/P_m$  est de 1,80. Ceci est en bon accord avec la théorie (§III.1.1) qui relie la vitesse acoustique avec le drive-ratio de manière proportionnelle :

$$u_1 \propto \frac{P_1}{P_m}$$

Les valeurs du maximum et minimum de vitesse axiale présentent une dissymétrie moins accentuée que dans le cas de l'Esp.1. La différence entre les extrema n'est que de 18% de l'amplitude  $((\max - \min)/2)$  de vitesse axiale contre 23% pour l'Esp.1. Cette dissymétrie est toujours dans le même sens, l'écoulement se déplaçant plus vite vers le fond du résonateur comme pour l'Esp.1. Une interprétation serait que l'onde (générée par le moteur thermoacoustique) fasse apparaître une légère composante progressive se déplaçant vers la zone de mesure.

	ESP 2
Vitesses (m/s)	230507Proc1
Maximale axiale	0,949
Minimale axiale	-1,138
Maximale radiale	0,004
Minimale radiale	-0,003
Amplitude axiale	1,044
Amplitude radiale	0,003
Amplitude axiale	1,057
Ecart expérimental - théorie	-0,013
Valeurs expérimentales	
Valeurs théoriques	

Tableau 20 : Valeurs des extrema et amplitudes de vitesses (en m/s) expérimentales de l'espace des paramètres Esp2 ; comparaison avec l'amplitude théorique de vitesse axiale

	ESP 2
Paramètres de l'écoulement	230507Proc1
c (m/s)	350,72
$\nu$ (m <sup>2</sup> /s)	1,04E-06
$\delta_v$ (mm)	0,12
Re zone PIV	61348
$D/\delta_v$	459

Tableau 21 : Valeurs des viscosités cinématiques et des épaisseurs de couche limite visqueuse en fonction des paramètres de l'écoulement

L'écart entre les amplitudes de vitesse axiale expérimentale et théorique atteint les 13 mm/s, soit 12,3% de la vitesse théorique. Etant donné que nous ne disposons ici que d'une série de mesure, il est difficile de dire si la théorie est mise plus en défaut que précédemment. Effectivement, les séries 190406S2 et S1b montrent des écarts de cet ordre de grandeur (12 et 9 mm/s pour être exact) alors que les séries 210406S n'affichent plus que quelques millimètres par seconde. On considérera cependant que la théorie est valable pour cet espace des paramètres Esp2.

Déterminons maintenant le nombre de Reynolds  $Re$  local basé sur le diamètre du tube celui basé sur l'épaisseur de couche limite  $Re_{\delta}$ , et le rapport diamètre-épaisseur de couche limite visqueuse. Les nombres  $Re$  et  $Re_{\delta}$  sont basés sur la plus grande valeur de vitesse axiale de l'écoulement, ici -1,138 m/s. Les valeurs sont obtenues à partir des formules suivantes [Swift] :

$$Re = \frac{\max(u_{x,t})D}{\nu} = 61348 \quad \frac{D}{\delta_v} = 459 \quad Re_{\delta} = \frac{\sqrt{2} u_x^{(min)}}{\sqrt{\nu\omega}} = 134$$

toujours avec  $D=56,3$  mm le diamètre du tube cylindrique. Les valeurs de la viscosité cinématique et de l'épaisseur de couche limite correspondantes aux températures et pressions moyennes sont reportées dans le Tableau 21. D'après la Figure 67 [Swift], l'espace des paramètres Esp.2 reste dans un régime faiblement turbulent dans la fenêtre d'observation PIV. Le nombre  $Re$  pour l'Esp.1 est plus faible à cause d'une viscosité 2 fois plus grande. Le régime devrait être donc un peu plus turbulent, ce qui ne ressort pas des spectres de puissance (Fig. 63.1, 64.2 pour l'Esp1, 106 et 108 pour l'Esp.2), ni des évolutions temporelles.

Maintenant, on déduit la vitesse la plus élevée de l'écoulement au milieu du résonateur, sans tenir compte des pertes éventuelles (cf. chapitre II.1.1) ainsi que le nombre de  $Re$  déduit. La vitesse est obtenue à partir de la formule

$$U_{MAX} = U \frac{\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} \frac{L}{2}\right)}{\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x_{piv}\right)} = 2,570 \text{ m/s}$$

$$Re_{MAX} = 138499$$

$$\text{où } U = \max\left(|u_{x,t}^{(min)}(t)|; |u_{x,t}^{(max)}(t)|\right)$$

$$\lambda = \frac{1}{f} \sqrt{1,407 \times 296,75 T_m} = 15,89 \text{ m}$$

La température moyenne  $T_m$  est exprimée en Kelvin. D'après la Figure 67, on est à la frontière entre les trois régimes d'écoulement oscillant turbulent : faiblement, conditionnel et pleinement. Le calcul du nombre de Reynolds dit non-linéaire au sens de Menguy et al [1] est calculé en fonction de la vitesse maximale (le nombre de Mach n'est pas basé sur la vitesse du fondamentale mais totale) :

$$Re_{nl} = \frac{M^2}{Sh^2} = 5,7$$

### V.2.2.3 Reconstruction du cycle acoustique en phase

#### V.2.2.3.1 Application de la SVD sur les données de vitesses $u_{x,t}(t)$ (PROC 1)

Ce paragraphe a été bien détaillé pour l'espace Esp.1 au §V.1.2.4.1. Les commentaires qui y sont portés sont pour la plupart transposables ici.

La SVD est appliquée sur les données de vitesse  $u_{x,t}(t)$ , la décomposition étant réalisée sur 99 modes. Le reclassement en phase SVD permet de retrouver le cycle acoustique de vitesse (Figure 113).

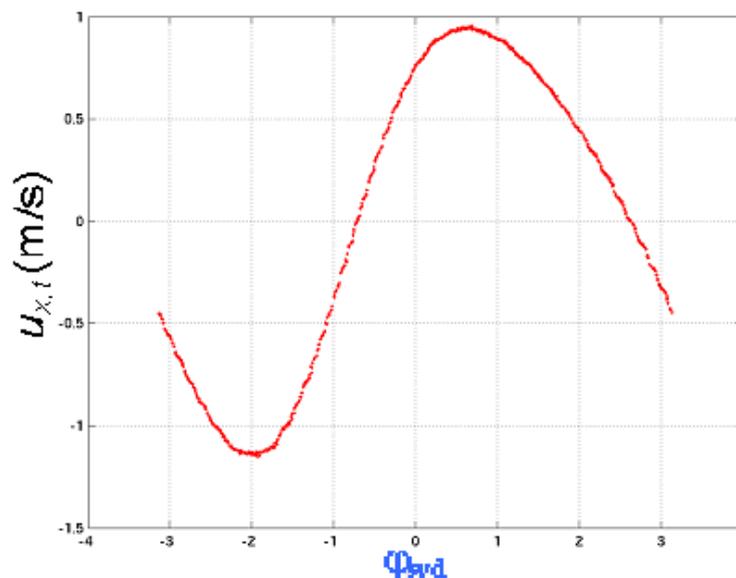


Figure 113 : Reclassement en phase SVD sur vitesse de  $u_{x,t}(\phi_{svd})$

#### V.2.2.3.2 Application de la SVD sur les modes POD obtenus à partir des champs $\bar{V}(x, y, t)$ (PROC 1)

Pour plus de détail sur l'application de la POD, se référer au §V.1.2.4.2 qui traite de l'espace Esp. 1. La POD est appliquée sur les champs  $\bar{V}(x, y, t)$ . Le spectre des valeurs propres  $\lambda'_p$  (Fig. 114) montre sans surprise la première valeur propre fortement prédominante, toujours associée au mode acoustique fondamental. La deuxième d'amplitude bien plus faible (flèche orange) n'est pas liée au champ moyen comme c'est le cas pour l'Esp1 et le sinus synthétique. Le mode 2 POD est en fait associé à la présence harmonique. La troisième valeur propre (flèche bleue) est la signature de la composante continue de vitesse. Le topos pondéré du premier mode POD

(Figure 115) montre comme pour l’Esp 1 la structuration d’onde plane. Cependant, il est plus bruité que le topos de la série 210406S1 (Figure 74) qui présente une structuration très marquée.

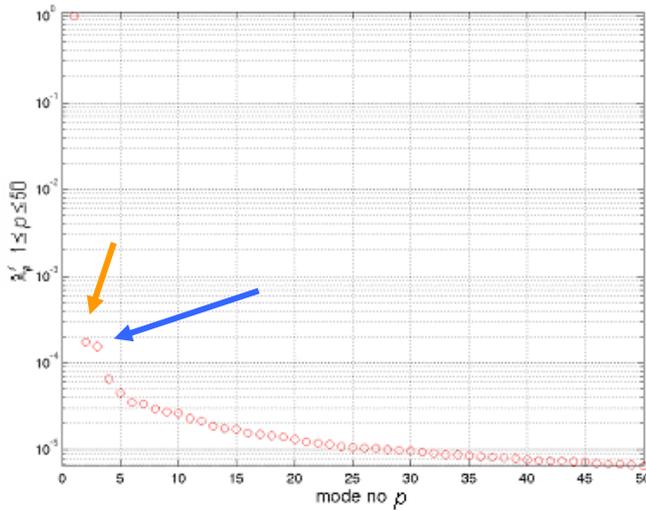


Figure 114 : Evolution des  $\lambda_p$  pour chaque mode POD  $n^\circ p$  (échelles linéaire-log)

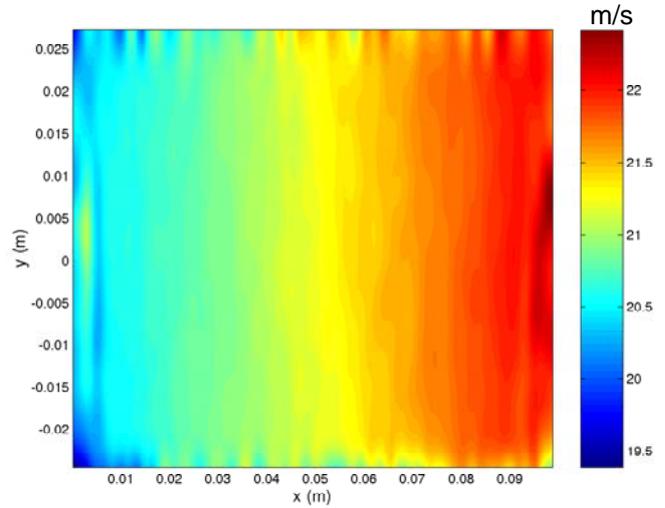


Figure 115 : Représentation bidimensionnelle de  $|\sigma_1 \vec{\psi}_1(\vec{r})|$

A partir du mode POD  $n^\circ 1$ , on construit la composante axiale de vitesse  $u_{pod}^{(1)}(t) = \langle \sigma_1 a(t) \psi_{x,1}(\vec{r}) \rangle_{x,y}$  moyennée en espace (réduction de l’information), de façon identique aux données  $u_{x,t}(t)$ . On applique la décomposition SVD sur  $u_{pod}^{(1)}(t)$  (avec 99 modes) et on construit un portrait de phase circulaire. Des phases  $\varphi_{svd}^{(pod)}$  en sont déduites. Les vitesses reconstruites par POD sont ainsi réordonnées et tracées en fonction de ces nouvelles phases. Les vitesses POD  $u_{pod}^{(1)}(\varphi_{svd}^{(pod)})$  et les vitesses  $u_{x,t}(\varphi_{svd})$  sont comparées sur le même graphique (Fig. 116).

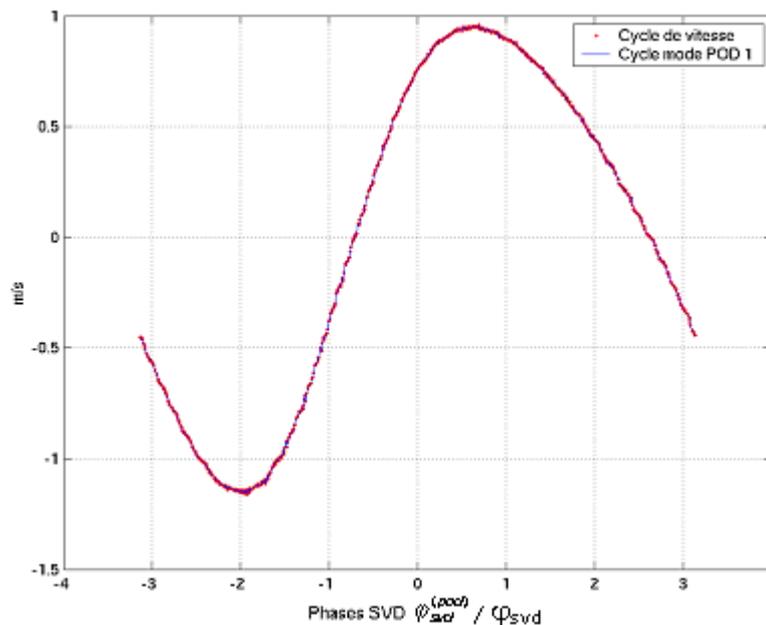


Figure 116 : Reclassement en phase SVD sur vitesse de  $u_{x,t}(\varphi_{svd})$  (en rouge) ; reclassement en phase SVD sur composante POD  $n^\circ 1$  de  $u_{pod}^{(1)}(\varphi_{svd}^{(pod)})$  (en bleu)

L’accord entre les deux courbes est excellent.

**V.2.2.3.3 Identification d'une fonction analytique sur le cycle de vitesse (PROC 1)**

A partir des cycles de vitesse reclassés en phases SVD, on identifie à l'aide d'une fonction sinusoïdale (cf. §IV.2.1.5.2) contenant un mode oscillant fondamental et son premier harmonique :

$$u_{fit}(\varphi_{svd}) = a_0^{(u)} + a_1^{(u)} \cos(d_1^{(u)} \varphi_{svd} + \psi_1^{(u)}) + a_2^{(u)} \cos(d_2^{(u)} \varphi_{svd} + \psi_2^{(u)})$$

Des commentaires importants sur cette identification analytique sont fournis au paragraphe V.1.2.4.3. L'identification est appliquée au cycle de vitesse reclassé en phases SVD. Le Tableau 22 récapitule les valeurs des coefficients. Certaines amplitudes sont calculés à  $\pm\pi$  près d'où l'apparition de signes négatifs. Le coefficient  $a_0^{(u)}$  évite de biaiser l'évaluation des autres coefficients en « captant » les modes parasites (harmoniques 2 et plus par exemple) et autres qui ne sont pas inclus dans l'identification analytique. Il est ici quasi-nul, ce qui tend à penser que ce contenu « parasite » est de contribution négligeable contrairement aux série de l'espace Esp.1 ; ceci est d'ailleurs confirmé par les numéros de mode  $d_i^{(u)}$  ( $1 \leq i \leq 2$ ), dont le premier est associé au mode fondamental et le second à son harmonique. L'amplitude du mode fondamental, fournie par  $a_1^{(u)}$ , est de 1,019 m/s contre une amplitude de 1,044 m/s obtenue par la méthode des histogrammes (cf. Tab. 20). Comme déjà précisé dans le §V.1.2.4.3, la méthode des histogrammes calcule l'amplitude globale de vitesse en intégrant tous les modes, ce qui explique cette valeur plus élevée.

Coefficients du « fit »	ESP 2
	230507Proc1
$a_0^{(u)}$	-0,001
$a_1^{(u)}$	-1,019
$a_2^{(u)}$	-0,166
$ a_2^{(u)} / a_1^{(u)} $ (%)	16,3
$d_1^{(u)}$	1,0
$d_2^{(u)}$	2,0
$\psi_1^{(u)}$	2,20
$\psi_2^{(u)}$	3,53
$ \psi_1^{(u)} - \psi_2^{(u)} $	1,33

**Tableau 22 : Ensemble des coefficients obtenus par identification analytique du cycle de vitesse réordonné en phase**

Le taux d'harmonique 1 est de 16,3%, inférieur à celui de l'Esp. 1, ce qui explique en partie la plus faible dissymétrie entre extrema de vitesse axiale. Cependant le déphasage entre le mode fondamental et l'harmonique est plus élevé, atteignant la valeur de 1,33 radian. Bien entendu, l'influence de ce déphasage sur la dissymétrie du cycle est fonction de l'amplitude relative de l'harmonique et donc moins forte ici que pour l'Esp. 1. Rappelons que ce taux d'harmonique est local à la zone de mesure et ne traduit pas le taux réel plus faible caractérisant le système (cf. § V.1.2.4.3).

**V.2.2.3.4 Reconstruction du cycle acoustique par le reclassement de la vitesse (PROC1)**

**V.2.2.3.4.1 Petit aperçu sur la pression**

Les données de pression  $P_1(t)$  ont été acquises simultanément avec les données de vitesse mais avec des fréquences d'échantillonnage différentes et non proportionnelles. Dans le cas de la série 230507Proc1, la pression

est mesurée parallèlement par le capteur Kistler près du moteur et deux capteurs Entran placés de part-et-d'autre de la zone de mesure (cf. Annexe 12). Ces deux capteurs n'ont été opérationnels qu'à partir de la série de mesure 230507Proc1, bien qu'installés plus tôt ; ceci explique qu'ils n'en sont fait mention nul par ailleurs. La Figure 117 positionne les 3 capteurs dans le résonateur :

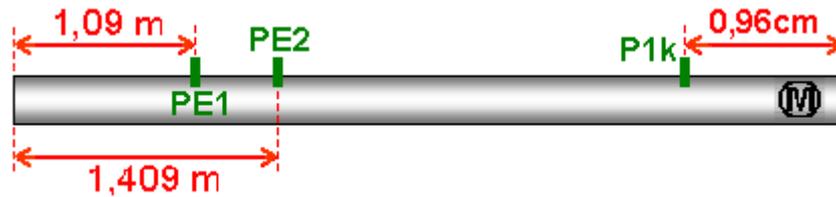


Figure 117 : Positionnement exact des capteurs de pression ; PE1 capteur Entran n°48, PE2 capteur Entran n°49, P1k capteur Kistler, M moteur thermoacoustique

Les signaux de pression sont représentés sur le même graphique (Fig. 118). Les 3 signaux montrent une même dissymétrie dans les extrema mais inverse à celle de la vitesse

Les deux signaux Entran sont déphasés de  $\pi$  par rapport au Kistler, tout simplement parce qu'ils sont à l'opposé dans le résonateur. Le Kistler et l'Entran 48 ont des amplitudes équivalentes car les capteurs sont positionnés quasiment à la même distance de l'extrémité du résonateur la plus proche. Le capteur Entran 49 est plus proche du nœud de pression (Fig. 22) et son amplitude est naturellement plus faible.

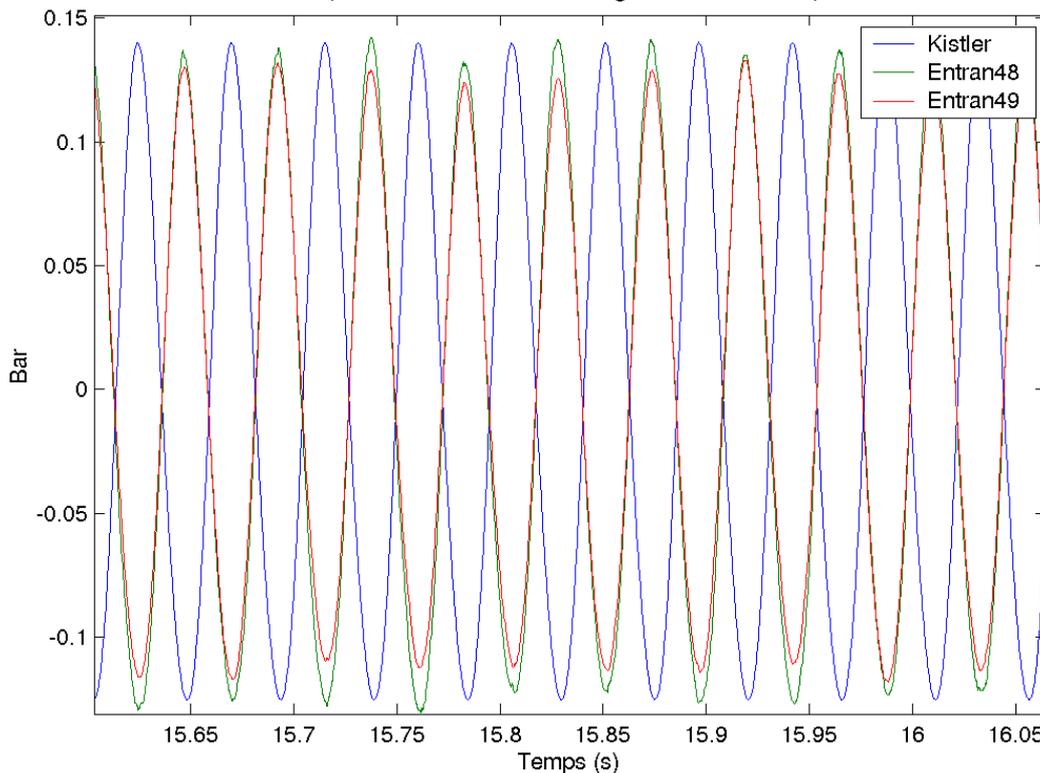


Figure 118 : Evolution temporelle de la pression  $P_1(t)$  mesurée par les trois capteurs Kistler et Entran 48 et 49 (cf. Annexe 12 Fig. An12-6 pour leur positionnement)

Le signal du capteur Kistler est très stable dans le temps. Par contre, les signaux Entran présentent des modulations basse fréquence. Les spectres (Figure 119) font apparaître des basses fréquences très bruitées mais d'amplitudes non négligeables par rapport à celles du spectre Kistler. Un zoom sur celles-ci (Figure 120) montre que les plus énergétiques sont aux voisinages des basses fréquences 0,2Hz et 0,08 Hz observables sur les spectres de vitesses (Fig. 106 et 108). Ces basses fréquences semblent donc plus importantes dans cette partie du résonateur. A quelques exceptions près, le contenu fréquentiel des trois signaux de pression est similaire. Les

puissances mesurées au capteur Entran 48 pour le mode fondamental et son premier harmonique sont quasi-identiques avec celles aux capteurs Kistler. Il y a très peu de pertes malgré les 5,82 m qui les séparent. Le contenu harmonique est assez riche si on fait abstraction des amplitudes des harmoniques 3 et sup. Ce contenu est plus énergétique au niveau des capteurs Entran (cf. la taille des pics Fig. 119) comparé au capteur Kistler. Le calcul des taux harmonique 1/mode fondamental (locaux) donnent respectivement 6,6% pour le Kistler et l'Entran 48, 5,5% pour l'Entran 49. A noter la présence de la fréquence 50 Hz du réseau d'alimentation électrique.

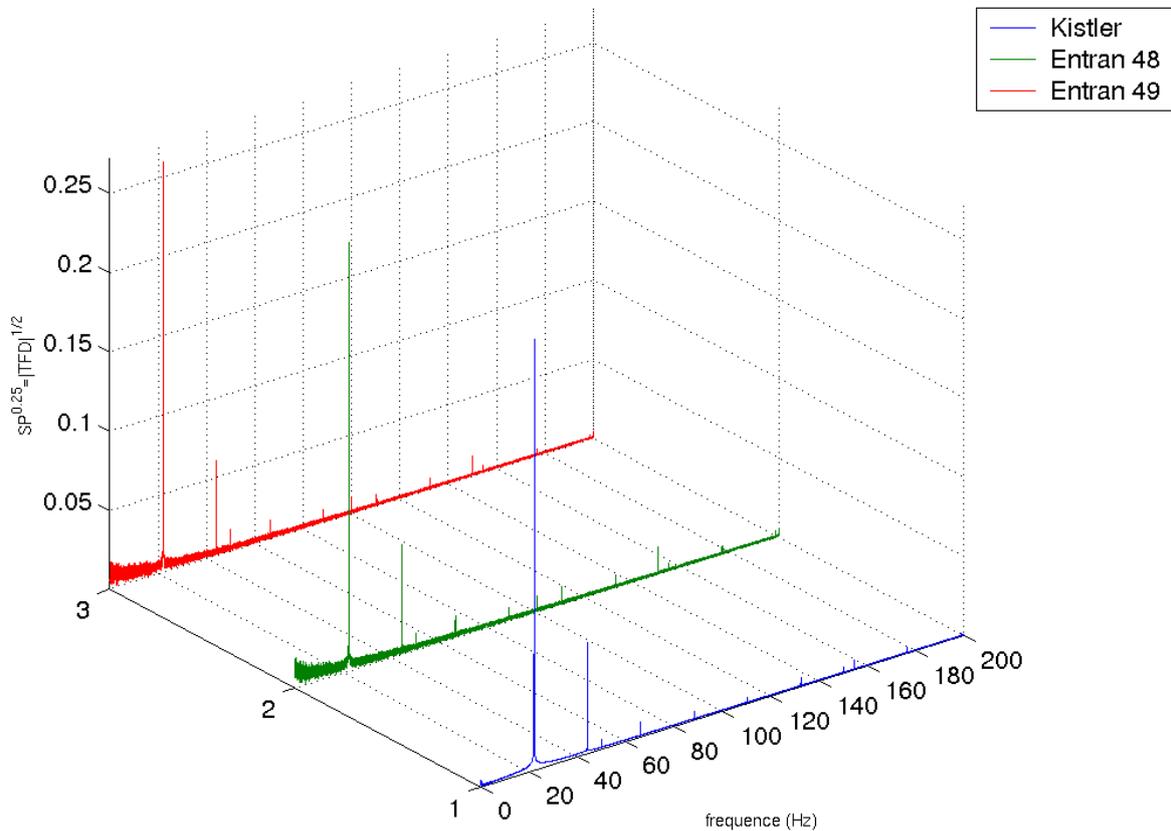


Figure 119 : Spectres de puissance  $SP^{1/4} = |TFD|^{1/2}$  (TFD la transformée de Fourier Discrète) pour les signaux de pression des trois capteurs Kistler, Entran 48 et 49

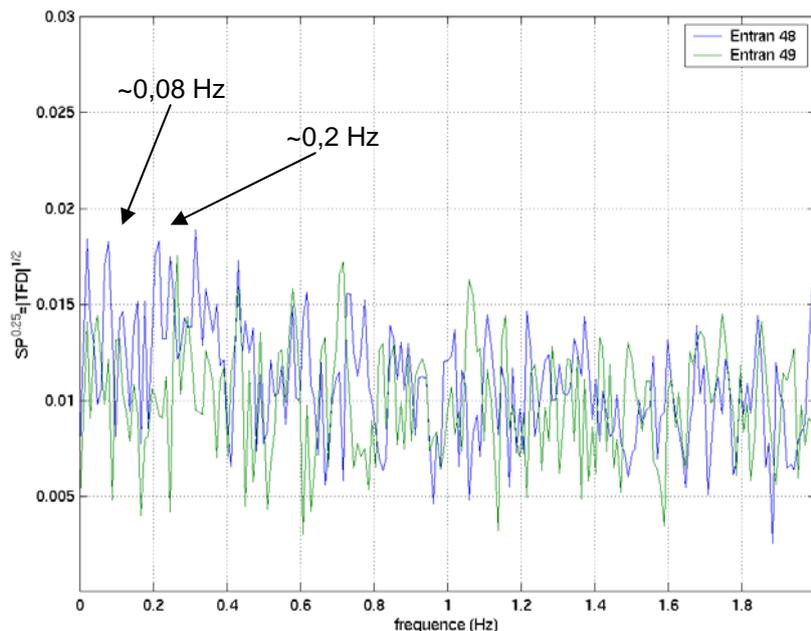


Figure 120 : Zoom sur les basses fréquences des spectres des capteurs Entran

V.2.2.3.4.2 Reconstruction du cycle de pression acoustique

La méthodologie appliquée à la pression est présentée au §IV.2.1.5.3. Les données de pression sont mises en correspondance avec celles de vitesse. Les phases  $\varphi_{\text{svd}}$  obtenues par décomposition SVD sur vitesse sont utilisées pour reclasser les données de pression et obtenir le cycle acoustique de pression :  $P_1(\varphi_{\text{svd}})$ . Ici, nous avons accès à trois signaux de pression. La méthode est donc appliquée à chacun d'entre eux. Les cycles de pression acoustique sont tracés avec le cycle de vitesse, respectivement sur les Figures 121, 122 et 123.

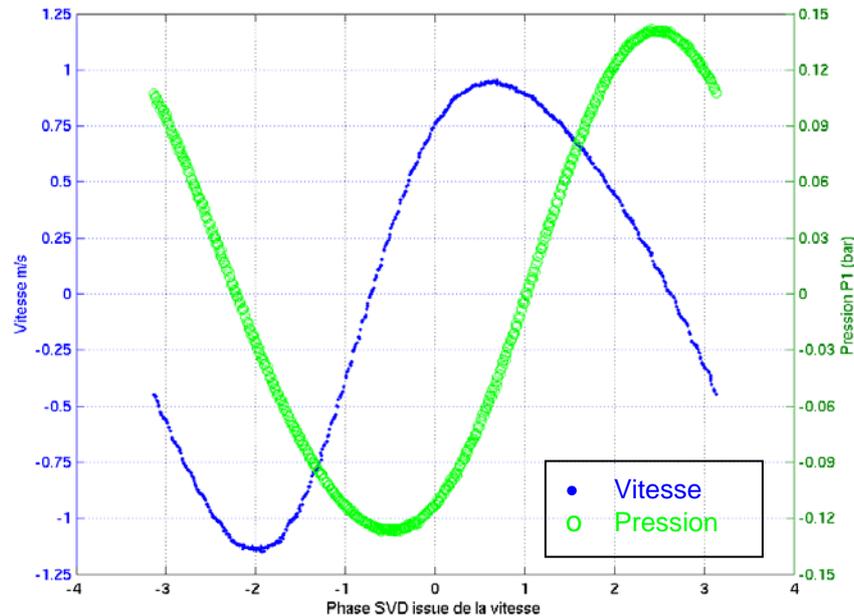


Figure 121 : Représentation des cycles acoustiques de vitesse  $u_{x,t}(\varphi_{\text{svd}})$  et de pression  $P_1(\varphi_{\text{svd}})$  pour le capteur Kistler

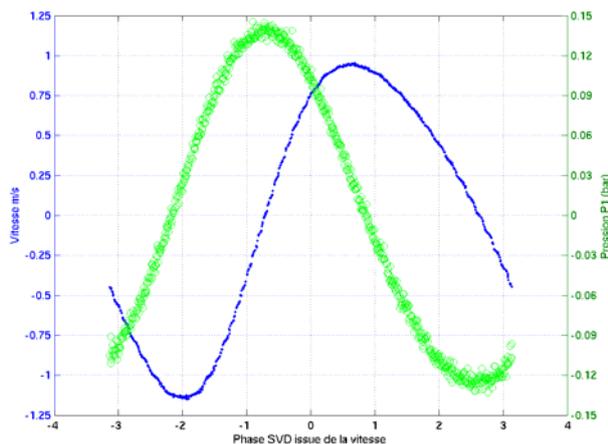


Figure 122 : Représentation des cycles acoustiques de vitesse  $u_{x,t}(\varphi_{\text{svd}})$  et de pression  $P_1(\varphi_{\text{svd}})$  pour le capteur Entran 48

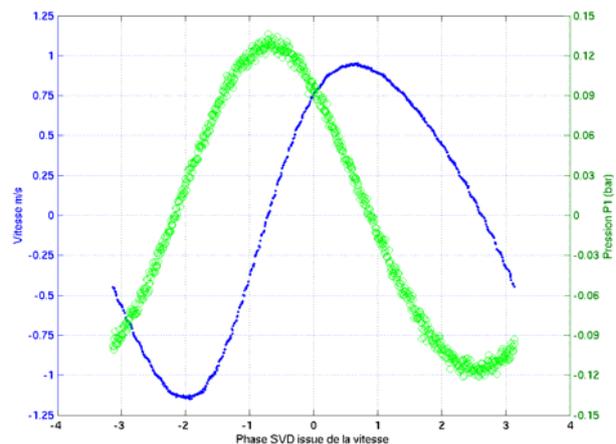


Figure 123 : Représentation des cycles acoustiques de vitesse  $u_{x,t}(\varphi_{\text{svd}})$  et de pression  $P_1(\varphi_{\text{svd}})$  pour le capteur Entran 49

Les cycles de pression associés aux capteurs Entran sont plus bruités que celui du Kistler. Des explications possible à cela : les capteurs ne sont pas parfaitement affleurant à l'écoulement. De plus ces capteurs sont absolus et dynamiques (mesurent les variations de la pression totale) ; ils ont donc une résolution en pression plus faible que pour le Kistler (relatif) et sont donc plus sensibles au bruit. Autrement on constate une très bonne reconstruction des cycles de pression, bien moins déformés par les harmoniques que le cycle de vitesse. Il semble

apparaître tout de suite que le déphasage pression/vitesse (sur les modes fondamentaux) est bien de l'ordre de  $\pi/2$ .

V.2.2.3.4.3 Identification d'une fonction analytique du cycle de pression acoustique (PROC 1)

Comme pour le cycle de vitesse, une identification analytique est accomplie sur celui de pression sous la forme :

$$P_{fit}(\varphi_{svd}) = a_0^{(P)} + a_1^{(P)} \cos(d_1^{(P)} \varphi_{svd} + \psi_1^{(P)}) + a_2^{(P)} \cos(d_2^{(P)} \varphi_{svd} + \psi_2^{(P)})$$

Les résultats obtenus pour chacun des capteurs de pression sont présentés dans le Tableau 23.

Coefficients du « fit »	ESP 2		
	Capteur Kistler	Capteur Entran 48	Capteur Entran 49
$a_0^{(P)}$	0,000	0,000	0,001
$a_1^{(P)}$	0,133	-0,132	-0,121
$a_2^{(P)}$	0,009	0,009	0,007
$ a_2^{(P)} / a_1^{(P)}  (\%)$	6,7	6,5	5,4
$d_1^{(P)}$	1,0	1,0	1,0
$d_2^{(P)}$	2,0	2,0	2,0
$\psi_1^{(P)}$	3,74	3,79	3,79
$\psi_2^{(P)}$	1,86	1,89	1,83
$ \psi_1^{(P)} - \psi_2^{(P)} $	1,88	1,91	1,95
Déphasages pression/vitesse en rapport de $\pi$			
$\psi_i^{(P)} - \psi_i^{(U)}$	0,49	0,51	0,51

Tableau 23 : Ensemble des coefficients obtenus par identification des cycles de pression réordonnés en phase SVD sur vitesse

Les résultats obtenus pour le capteur Kistler et l'Entran 48 sont en bon accord. Les amplitudes du mode fondamental sont naturellement opposées en signe (déphasage de l'ordre de  $\pi$ ) et la différence de 1mbar vient du fait que le capteur Entran n°48 est légèrement plus éloigné de l'extrémité que le Kistler. Ces résultats montrent que l'onde acoustique de pression ne subit pas de perte sensible dans le résonateur entre le moteur et la zone de mesure PIV. Les coefficients  $d_i^{(P)}$  ( $1 \leq i \leq 2$ ) associent pleinement le mode 1 au mode acoustique fondamental et le 2 à son harmonique. Le taux d'harmonique 1 sur la pression est de 6,7% à une distance approximative de 0,19m du générateur d'onde. A la vue de la Figure 79 (en adaptant le positionnement exact du capteur de pression), on peut estimer que le taux d'harmonique général de l'Esp.2 reste faible. Les taux d'harmonique ici estimés sont à 0,1% identiques à ceux obtenus par spectre de Fourier (Fig 119), respectivement 6,6%, 6,6% et 5,5% pour les trois capteurs. Les déphasages  $\psi$  sont moins sensibles à l'opération de « fit » que pour l'Esp1. Le déphasage pression/vitesse est encore plus proche de la théorie acoustique que l'Esp1,  $0,50\pi$ .

V.2.2.3.5 Reconstruction du cycle acoustique par le reclassement de la pression (PROC1)

Le cycle de pression a été reconstruit à partir du reclassement en phase obtenu par l'application de la SVD sur les vitesses. On réalise l'opération inverse en utilisant les données de pression  $P_1(t_n^{(PIV)})$ , respectivement pour les signaux issus des trois capteurs. La méthodologie est expliquée dans le §IV.2.1.6 et §V.1.2.4.5.

La SVD appliquée aux données de pression est faite sur 99 modes de décomposition. On obtient 3 portraits de phase  $\phi_{svd}^{(2)} = g(\phi_{svd}^{(1)})$  quasi-circulaires et les phases déduites permettent de tracer le cycle de vitesse, de manière

similaire aux Figures 121 à 123. Une identification par fonction analytique est de nouveau appliquée, à la fois sur les cycles de pression et de vitesse déduits des premiers ; les résultats sont reportés dans le Tableau 24.

Les résultats pour la vitesse sont tous en très bon accord, quelque soit le capteur de référence. Globalement, le reclassement en phase sur la pression donne un peu moins de poids à l'harmonique ( $\sim 0,161$  m/s) que le cas du reclassement sur la vitesse ( $0,166$  m/s Tab. 22) au profit du mode fondamental ( $1,029$  m/s contre  $1,019$  m/s Tab.22). Une explication est que les signaux de pression sont localement moins harmoniques que la vitesse. Or nous avons vu (cf. §IV.2.2) que les deux premiers modes SVD associés au mode acoustique fondamental présentent toujours un résidu harmonique, que l'on peut retrouver sur les spectres de ces modes SVD (en échelle log !). Dans un souci de perfection, il faudrait les filtrer comme c'est le cas pour le calcul des vitesses moyennes, d'ordre de grandeur bien plus faible que la vitesse acoustique et donc bien plus sensibles. Mais dans le cas des vitesses acoustiques, cela se joue sur quelques mm/s et présente moins d'intérêt. En bref, le reclassement en phase SVD sur vitesse reste très légèrement biaisé par ce résidu harmonique ; le reclassement sur pression l'est moins. A contrario de la similarité des résultats sur les amplitudes de vitesse, le « fit » rencontre une petite difficulté à associer pleinement  $d_2^{(u)}$  et  $d_2^{(p)}$  à l'harmonique, contrairement à la reconstruction SVD sur vitesse (Tab. 22 et 23). Les taux d'harmonique sont les mêmes que celui calculé sur le spectre replié de vitesse (Fig. 106), soit 15,6%, et restent en bonne concordance avec les 16,3% obtenu par le « fit » du cycle de vitesse par SVD sur vitesse (Tab. 22).

Pour la pression, les amplitudes fondamentale et harmonique sont à 0,001 bar près identiques à celles obtenues par identification SVD sur vitesse quelque soit le capteur (Tableau 23). Dans le cas de l'Esp. 1, seul le mode fondamental offrait une aussi bonne précision (Tab. 15). Les taux d'harmonique ne sont pas aussi précis, avec un écart de l'ordre de 0,6% avec les valeurs obtenues par fit SVD vitesse et spectre de Fourier. Cette légère différence est liée à l'erreur d'identification sur le second mode acoustique  $d_2^{(p)}$ . Les déphasages fondamental/harmonique sont équivalents entre ceux de la vitesse et ceux de la pression, alors qu'ils sont bien différents dans le cas de la SVD sur vitesse. Ceci avait déjà été observé pour l'Esp n°1 (Tab. 15). Pour le moment, aucune explication ne vient à l'esprit, à part l'imprécision de l'identification. Pour finir, les déphasages pression-vitesse sont sans aucune surprise toujours similaires à la valeur théorique  $0,50\pi$ . L'onde reste fortement stationnaire.

Coefficients de « fit »	Cycle de vitesse par SVD sur $P_1$ issue du capteur			Coefficients de « fit »	Cycle de pression par SVD sur $P_1$ issue du capteur		
	Kistler	Entran 48	Entran 49		Kistler	Entran 48	Entran 49
$a_0^{(u)}$	0,000	0,000	0,000	$a_0^{(p)}$	0,000	0,000	0,001
$a_1^{(u)}$	1,030	1,029	1,029	$a_1^{(p)}$	0,134	-0,132	-0,122
$a_2^{(u)}$	0,160	0,162	0,161	$a_2^{(p)}$	0,010	0,008	0,006
$ a_2^{(u)}/a_1^{(u)} $ (%)	15,5	15,7	15,7	$ a_2^{(p)}/a_1^{(p)} $ (%)	7,2	6,1	4,9
$d_1^{(u)}$	1,0	1,0	1,0	$d_1^{(p)}$	1,0	1,0	1,0
$d_2^{(u)}$	2,1	2,1	2,1	$d_2^{(p)}$	1,9	2,0	2,1
$ \psi_1^{(u)} - \psi_2^{(u)} $	3,50	3,61	3,61	$ \psi_1^{(p)} - \psi_2^{(p)} $	2,78	2,63	2,52
$\psi_1^{(p)} - \psi_1^{(u)}$	$0,51\pi$	$0,49\pi$	$0,50\pi$				

Tableau 24 : Ensemble des coefficients obtenus par identification des cycles de pression réordonnés en phase SVD sur pression

Les cycles de vitesses reconstruits par SVD sur pression sont superposés avec leur équivalent reconstruit par SVD sur vitesse. Ils sont tracés respectivement pour les trois capteurs de pression sur les Figures 124 à 126.

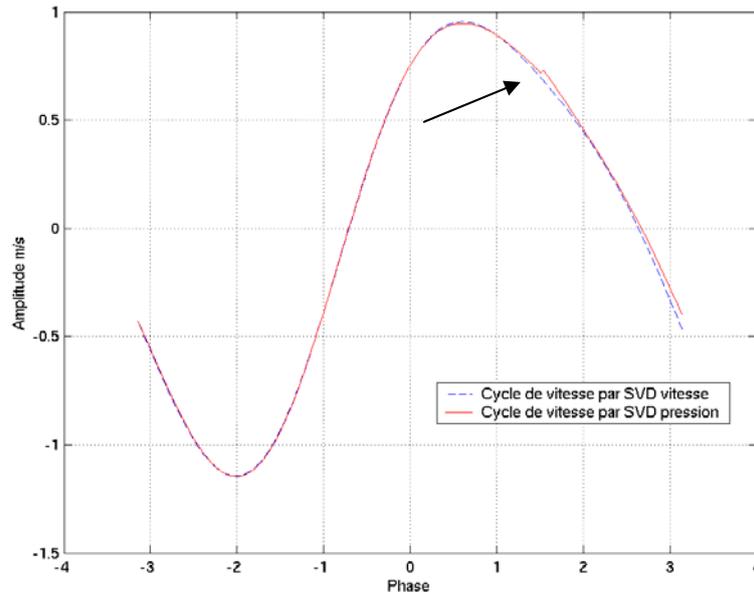


Figure 124 : Superposition des deux cycles acoustiques de vitesse obtenus respectivement par SVD sur vitesse (bleu) et SVD sur pression du capteur Kistler (rouge)

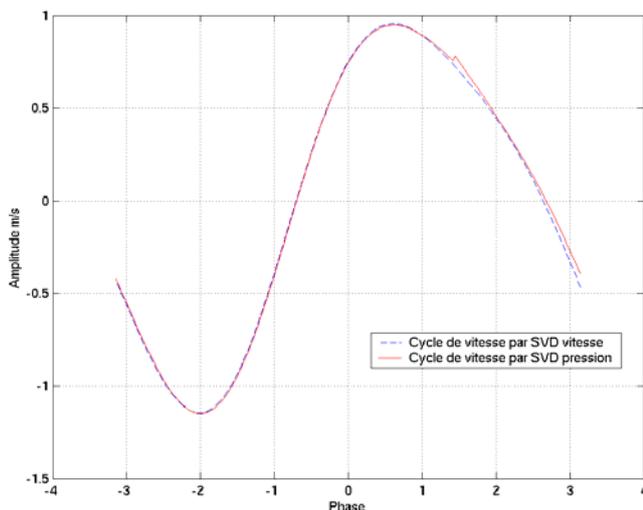


Figure 125 : Superposition des deux cycles acoustiques de vitesse obtenus respectivement par SVD sur vitesse (bleu) et SVD sur pression du capteur Entran 48 (rouge)

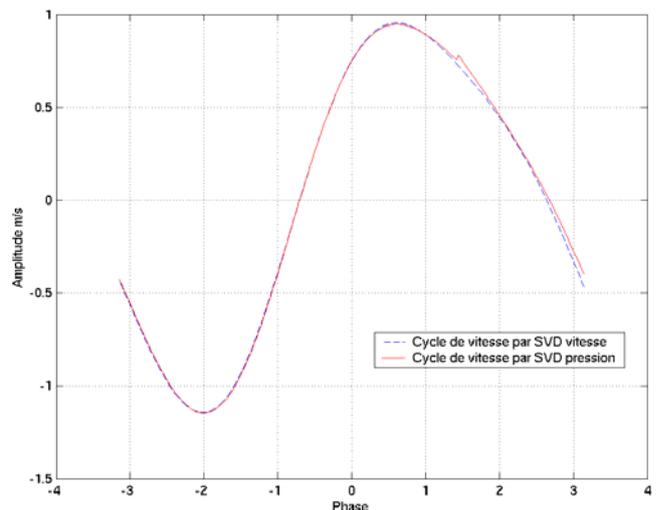


Figure 126 : Superposition des deux cycles acoustiques de vitesse obtenus respectivement par SVD sur vitesse (bleu) et SVD sur pression du capteur Entran 49 (rouge)

Les profils se superposent presque parfaitement. L'axe des abscisses correspond aux phases  $\varphi_{svd}^{(u)}$  obtenues par SVD sur vitesse, associées à la courbe bleue. Les courbes rouges sont associées aux phases  $\varphi_{svd}^{(P)}$  construites par SVD sur pression. Les courbes rouge et bleue n'ont pas la même origine des phases. Afin de pouvoir les superposer et donc de tracer la rouge sur l'axe  $\varphi_{svd}^{(u)}$ , cette dernière est translatée en phase. Le premier point où commence le cycle de vitesse rouge lorsqu'il est tracé en fonction des phases  $\varphi_{svd}^{(P)}$  est celui qui suit le saut visible sur les trois figures, repéré par la flèche de la Figure 124. Il correspond donc à la phase  $\varphi_{svd}^{(P)} = -\pi$ . Le point précédent le saut est le dernier du cycle, correspond à  $\varphi_{svd}^{(P)} = \pi$ . Ces deux valeurs devraient être identiques mais le décalage créant ce saut est lié à l'imprécision du reclassement en phase déjà discuté juste auparavant.

Jusqu'à maintenant, les cycles de vitesse ont été reconstruits avec succès par la procédure PROC1, sans référencement en phase. Nous allons maintenant voir les résultats obtenus par la procédure PROC2 dans la reconstruction du cycle acoustique.

### V.2.2.3.6 Reconstruction du cycle acoustique de vitesse par moyenne de phase (PROC2)

Nous reprenons les champs obtenus par moyenne de phase (§V.2.2.1.2) dans le cadre de la procédure d'acquisition PROC2. Ces champs  $\hat{V}_\varphi(\vec{r}, \varphi) = \left\{ \hat{V}_\varphi(\vec{r}, \varphi_i), 1 \leq i \leq 16 \right\}$  correspondent à 16 phases du cycle acoustique. On réduit l'information par moyenne spatiale :

$$\left\langle \hat{V}_\varphi(\vec{r}, \varphi_i) \right\rangle_{x,y} = (\hat{v}_{x,\varphi}(\varphi_i); \hat{v}_{y,\varphi}(\varphi_i))$$

Ils sont tracés sur la Figure 127 en fonction des 16 phases  $\varphi_i$  fournies au Tableau 19. Sur la Figure sont tracés le cycle de vitesse obtenu par SVD sur vitesse, et celui par SVD sur pression. Notons que la moyenne temporelle/sur les phases n'a pas été retranchée aux données  $(\hat{v}_{x,\varphi}(\varphi_i); \hat{v}_{y,\varphi}(\varphi_i))$  contrairement aux cycles obtenus par la PROC

1. Pour la comparaison, ces derniers sont donc reconstruits en conservant la moyenne.

Les profils se superposent très bien. La procédure d'acquisition PROC 2 est ainsi validée.

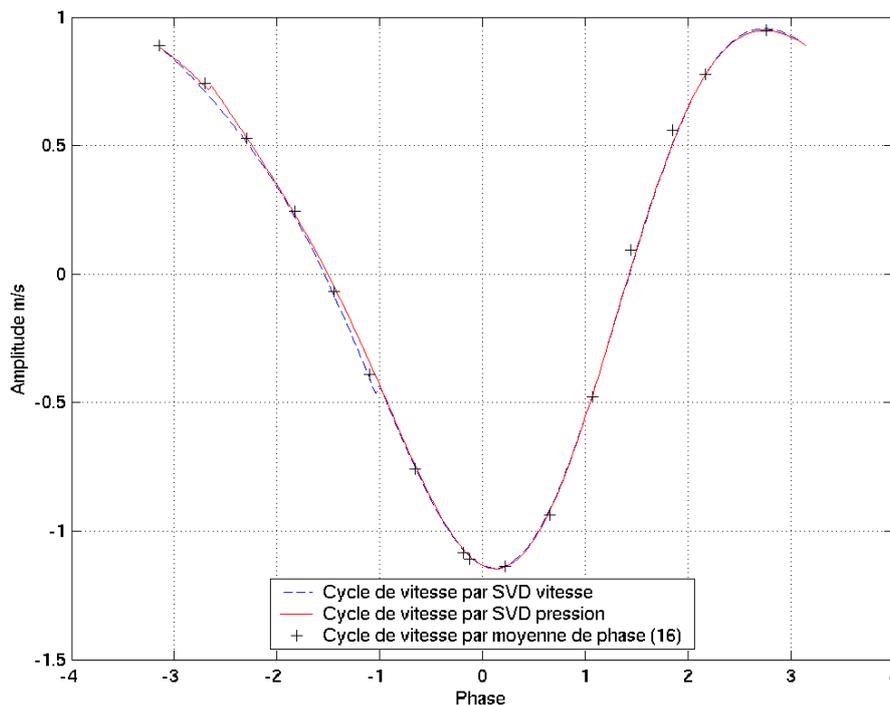


Figure 127 : Superposition des cycles acoustiques de vitesse obtenus pour la PROC 1 avec SVD sur vitesse, SVD sur pression, et pour la PROC 2

Pour chaque série de mesure 230507Ph, il existe 3 signaux de pression obtenus par les capteurs Kistler et Entran (soient 3x16 signaux au total). Chacun permet de déterminer la valeur de l'amplitude de vitesse théorique du mode acoustique fondamental dans la zone de mesure comme dans le cas de la PROC 1. Ces valeurs sont bien sûr similaires entre elles mais les signaux de pression ne sont jamais identiques entre eux. Ces menues différences se retrouvent sur les valeurs théoriques estimées, pouvant générer un écart maximal de 2,7 cm/s. Pour chaque phase, on moyenne les trois amplitudes théoriques. On a ainsi une valeur théorique qui correspond aux paramètres physique du moment. On pondère ensuite l'amplitude avec  $\sin(\varphi)$  pour obtenir la vitesse théorique à la

phase correspondante. La Figure 128 compare le cycle expérimental de vitesse déterminé par PROC2 et les valeurs analytiques.

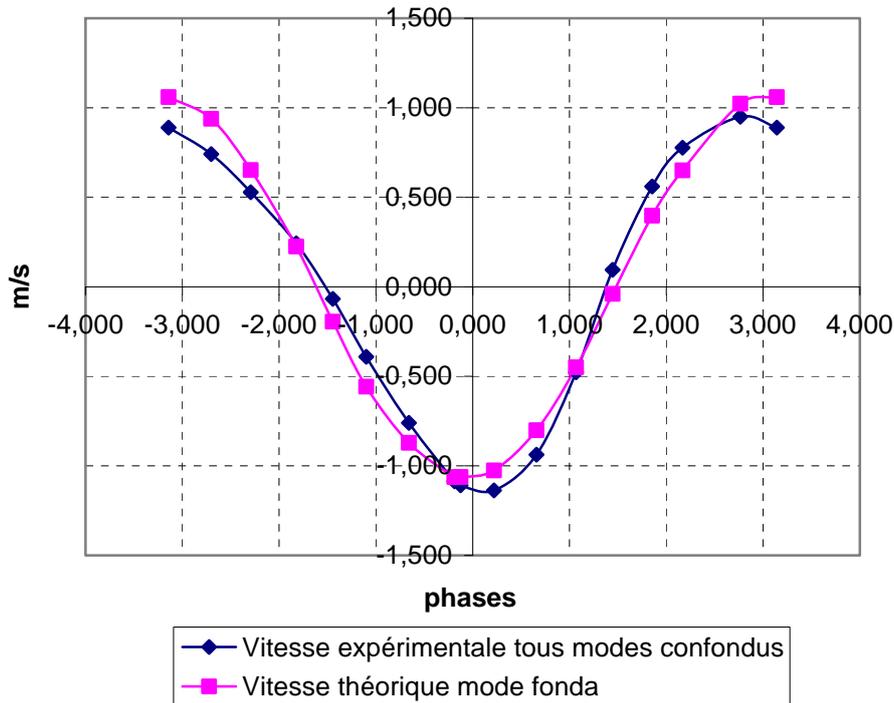


Figure 128 : Comparaison entre les vitesses de phase expérimentales et analytiques obtenues dans la zone de mesure PIV pour l'Esp2

Les déformations sur le profil analytique sont bien sûre dues au fait que les valeurs sont indépendantes les unes des autres : le calcul n'est pas global. Les différences avec le profil expérimental viennent du contenu harmonique qui déforme le signal, le déphase par rapport à l'origine qui est bien en  $-\pi$  ici. La composante moyenne de vitesse doit aussi légèrement décaler le signal. Cependant, l'accord reste satisfaisant.

#### V.2.2.4 Calcul de la longueur d'onde acoustique (PROC 1)

Nous délaissions de nouveau la procédure PROC2 et reprenons les données issues de la PROC1. Comme précisé au §IV.21.7, le sous-échantillonnage en temps est contrecarré par un sur-échantillonnage en phases obtenues par SVD. Les données initiales de vitesse axiales sont reprises, moyennées suivant la direction radiale ( $y$ ) et la composante moyenne soustraite. On obtient les profils de vitesse suivant

$$u(x, \varphi_{svd}) = \langle v_x(x, y, \varphi_{svd}) \rangle_y - \bar{u}$$

qui sont fonction des phases SVD obtenues par la vitesse. Ces profils évoluent en fonction des phases de la même façon que sur la Figure 83.

Une identification par fonction analytique suivant  $x$  et  $\varphi_{svd}$  est alors entreprise sur ces données

$$u_{fit}(x, \varphi_{svd}) = u_{m0} + u_{m1} \sin(kx) \cos(\varphi_{svd} + \psi_{t1}) + u_{m2} \sin(2kx) \cos(2\varphi_{svd} + \psi_{t2})$$

Pour plus de détail sur cette opération, consulter le §V.1.2.5. La longueur d'onde est déduite du nombre d'onde  $k$ . Le Tableau 25 donne l'ensemble des coefficients.

	ESP 2
Coefficients de « fit »	230507Proc1
$u_{m0}$ (m/s)	-0,001
$u_{m1}$ (m/s)	-2,440
$u_{m2}$ (m/s)	-0,220
$ u_{m2}/u_{m1} $ (%)	9,0
$\lambda_{exp}$ (m)	16,86
$\lambda_{th}$ (m)	15,88
$\lambda_{exp}-\lambda_{th}$ (m)	0,97
$\psi_{t1}$	2,20
$\psi_{t2}$	3,49
$ \psi_{t1}-\psi_{t2} $	1,30

Tableau 25 : Coefficients d'identification analytique sur les données  $u(x, \varphi_{SVD})$

Ici, les résultats donnent les amplitudes maximales de vitesse du mode fondamental et de l'harmonique. Le taux d'harmonique est le taux global existant dans le résonateur et il atteint les 9% contre presque 11% pour l'Esp 1. La longueur d'onde expérimentale  $\lambda_{exp}$  est de 16,86 m pour une valeur théorique de 15,88 m. L'écart est de 6,2% de la longueur d'onde théorique, estimation moins bonne que les 1,77% de l'Esp.1. La discussion sur l'écart expérimental/théorique du §V.1.2.5 est toujours d'actualité.

Le déphasage mode fondamental/harmonique est de 1,30 radian. Il est comparé avec ceux obtenus par les autres méthodes ; les valeurs sont reprises dans le Tableau 26. Le « fit » sur le profil reconstruit par SVD sur vitesse et celui sur la longueur d'onde donne un déphasage équivalent, comme dans le cas de l'Esp1 (Tableau 17). Par contre, on ne comprend pas pourquoi les fits par SVD sur pression sont si différents. Ils ne semblent pas erronés puisque les calculs ont été faits avec trois signaux différents pris à des positions distinctes.

Dans le même tableau sont fournies les amplitudes de vitesse maximale déduites pour chaque méthode, c'est-à-dire les vitesses de l'écoulement au milieu du résonateur, soit à la distance  $L/2$  (origine : fond du tube opposé au moteur). Les détails de ces calculs sont consultables au §V.1.2.5. La vitesse obtenue par la méthode des histogrammes est bien entendue plus élevée car elle englobe l'ensemble du contenu fréquentiel de l'onde. Les vitesses par « Fit SVD vitesse » et « Fit longueur d'onde », qui ne s'intéressent qu'à l'amplitude du mode fondamental montrent un très bon accord.

Méthodes	Numéro de série pour l'espace des paramètres n°2				Moyenne
	Histogramme	Fit SVD vitesse	Fit SVD pression	Fit longueur d'onde	
Amplitude maximale de vitesse (m/s)	2,478	2,420	2,444	2,440	<b>2,446</b>
Déphasage fondamental/harmonique	-	1,33	3,58	1,30	<b>2,07</b>

Tableau 26 : Valeurs des amplitudes maximales de vitesse (milieu du résonateur) et des déphasages entre mode fondamental et harmonique déduits par différentes méthodes : par histogramme, SVD+identification de fonction et identification directe (fit longueur d'onde) ; pour l'espace des paramètres Esp2

Cette étude clos tout ce qui concerne l'onde acoustique caractérisant l'espace des paramètres Esp2. Celui-ci a été l'occasion d'introduire la procédure d'acquisition PROC2 et de la valider. Comme pour l'Esp1, nous allons nous intéresser au champ continu de vitesse, obtenu par moyenne sur les phases sur les données issues des PROC 1 et 2, et par POD uniquement pour le cas PROC 1.

## V.2.3 A la recherche du vent acoustique et autres écoulements continus de l'ESP2

### V.2.3.1 Les champs moyens sur les phases : zoom et comparaison des deux procédures PROC 1 et 2

Nous suivons toujours la même planification que celle de l'Espace ESP1. Nous allons d'abord jeter un œil dans la même zone restreinte (cf. Figure 34) de l'écoulement moyen, comme pour l'ESP1 au §V.1.3.1.

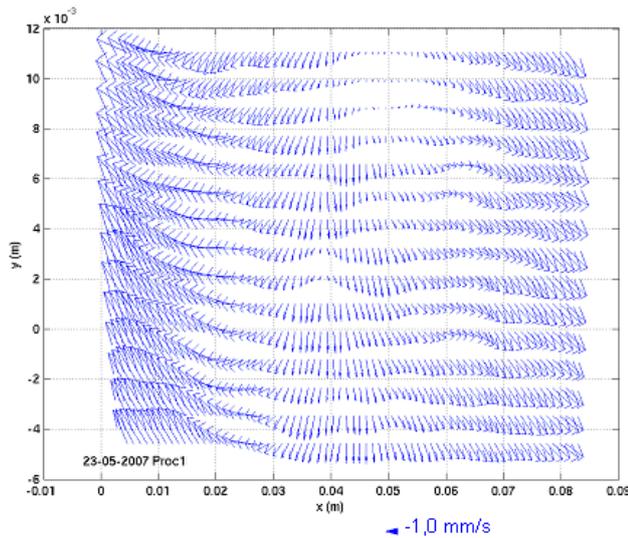


Figure 129 : Champ de vitesse moyenne en phase (zone restreinte cf. Figure 34) pour la Proc1

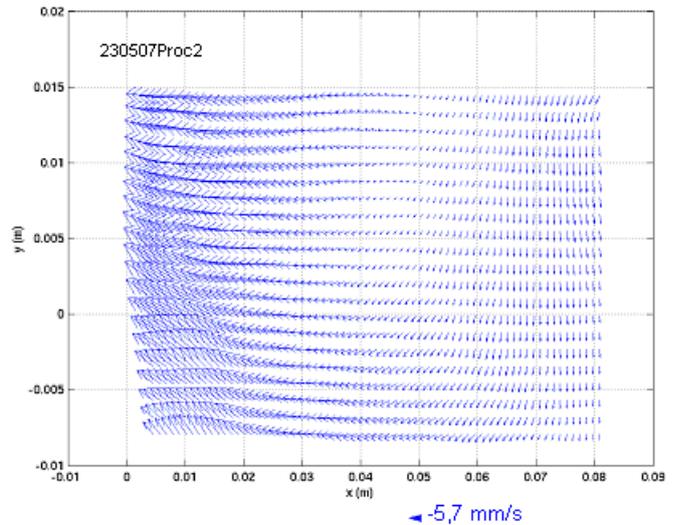


Figure 130 : Champ de vitesse moyenne en phase (zone restreinte cf. Figure 34) pour la Proc2

A partir des données issues de la PROC1, on calcule le champ moyen en phases

$$\overline{\vec{V}_T(\vec{r}; \varphi_{svd})}^{(\varphi)} = \overline{\vec{V}_T}^{(\varphi)}(\vec{r}) = \left( \overline{u_x}^{(\varphi)}(\vec{r}); \overline{u_y}^{(\varphi)}(\vec{r}) \right)$$

en suivant la méthodologie décrite au §IV.2.2. Il est représenté dans la zone restreinte à la Figure 129.

Les données acquises par la PROC2 sont moyennées en phase par la formule (cf. §IV.3.1.5)

$$\widehat{\vec{V}}_{\varphi}(\vec{r}) = \frac{1}{2\pi} \int_{\varphi_0}^{\varphi_0+2\pi} \widehat{\vec{V}}_{\varphi}(\vec{r}, \varphi) d\varphi$$

et le champ ainsi obtenu est tracé à la Figure 130.

Les valeurs de vitesse affichées (moyenne spatiale) sont associées à la longueur de flèche attenante.

En comparant les résultats des deux procédures et en analysant les deux méthodes d'évaluations du champ moyen, on constate que la PROC1 semble plus fiable. En effet, le champ moyen obtenu par la procédure 1 présente des fluctuations locales qui ne ressortent pas sur le champ de la PROC2, plutôt lissé. Ces fluctuations semblent avoir pour origine le bruit de mesure plutôt qu'une réalité physique. Rappelons-nous que les champs spatiaux obtenus par la PROC 1 sont des instantanés, contenant les incertitudes liées à la mesure et au calcul des déplacements de particules PIV. La seule opération de « filtrage » est le processus de moyenne en phase, sur un échantillonnage relativement conséquent. Dans le cas de la PROC2, il y a deux étapes de filtrage. La première par moyenne DE phase pour chacune des 16 phases, avec un échantillonnage important ; elle est suivie du second filtrage par moyenne EN phase qui élimine un peu plus les fluctuations, mais n'étant réalisée que sur 16 échantillons donnera un résultat moins pertinent que pour la PROC1 qui présente un sur-échantillonnage en phase.

Contrairement au cas de l'Esp1, l'écoulement ne présente pas de zone de vitesse nulle. Mais sa configuration, qui dénote une certaine complexité, présente quelques similarités : sur la droite, écoulement plutôt descendant, sur la gauche qui tend à se redresser. La transversalité de l'écoulement semble ici plus difficile à mettre en évidence. Examinons maintenant les champs sur l'ensemble de la fenêtre de mesure.

### V.2.3.2 Les champs moyens sur les phases : vision sur toute la fenêtre de mesure et comparaison PROC 1 et 2

#### V.2.3.2.1 Champs de vitesse

Les Figures 131 et 132 présentent les champs moyens pour la zone globale de mesure PIV pour les deux procédures PROC1 et PROC2. Nous rappelons que les valeurs de  $x$  sont locales à la zone PIV,  $x=0$  à gauche des champs,  $x=10\text{cm}$  à droite ; le centre local  $x=4,6\text{cm}$  est à la position  $x_{piv}=1,16\text{m}$  dans le résonateur.

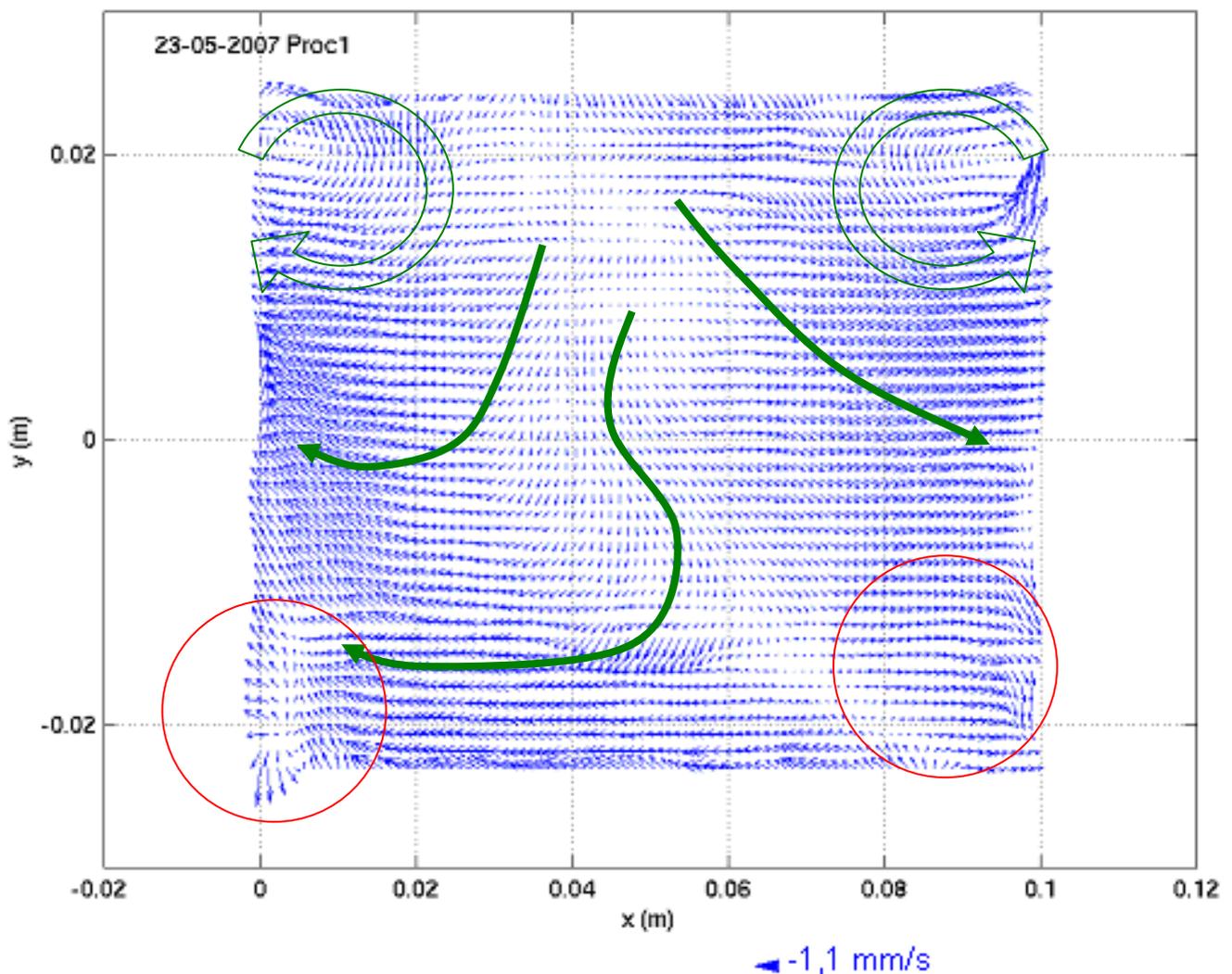


Figure 131 : Champ de vitesse moyenné sur les phases (zone PIV) pour PROC1

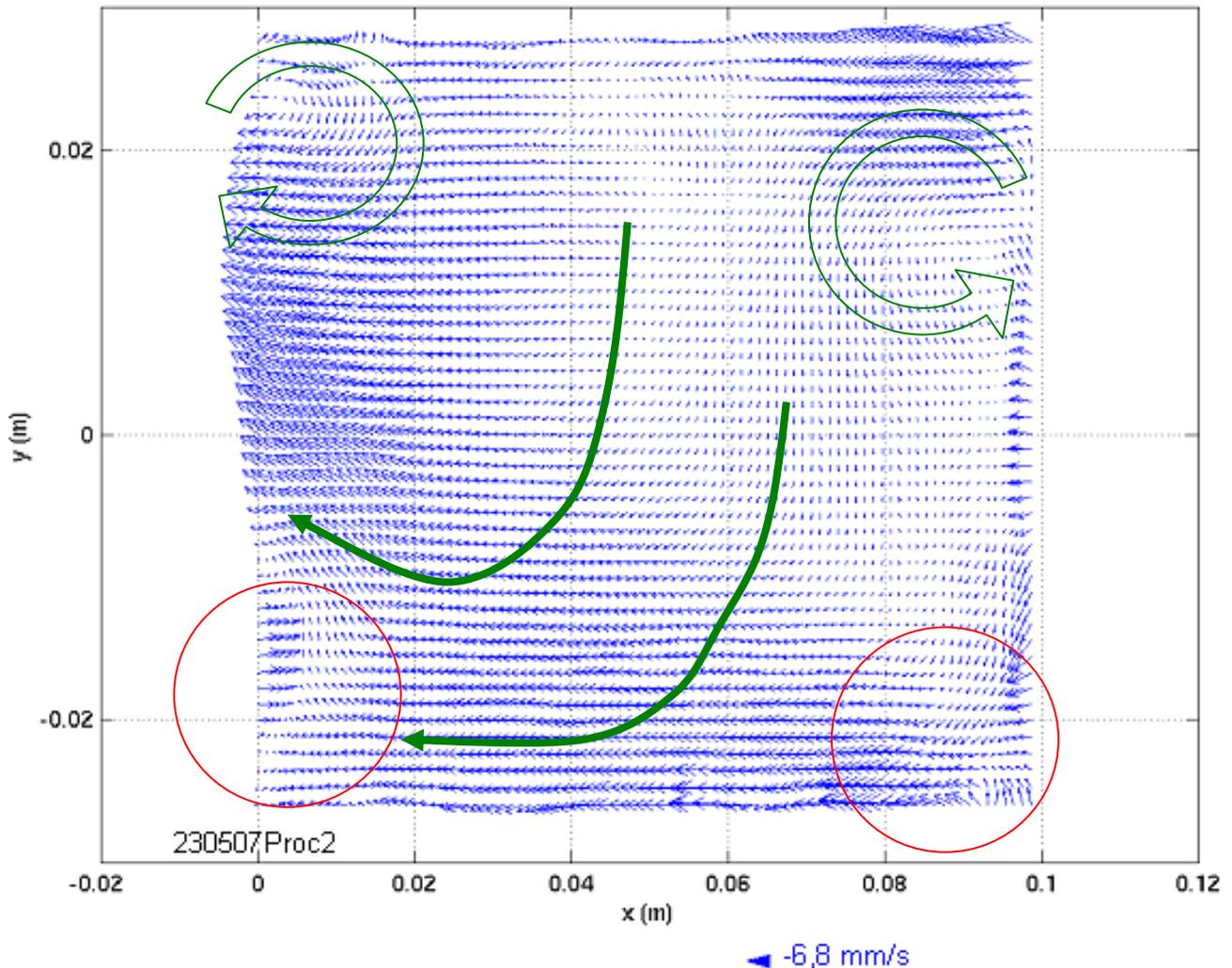


Figure 132 : Champ de vitesse moyenné en phase (zone PIV) pour PROC2

D'un point de vue général, le nombre de vecteurs fantaisistes est plus important que pour les champs de l'Esp1 (Figures 86.1 et 86.2). Or, pour celui-ci les vitesses acoustiques sont plus importantes et la pression moyenne plus faible que l'Esp2 ; par conséquent, la vitesse de streaming est plus élevée. Ici, la pression moyenne de 15,01 bar fait chuter cette vitesse théorique de streaming vers les 0,5cm/s dans notre zone de mesure contre 2,2cm/s pour la pression moyenne de 7,26 bar. Donc les vitesses estimées ici sont plus proches de la précision de mesure et de calcul. Comme signalé au paragraphe précédent, la PROC1 est plus sensible au bruit, « filtré » qu'une seule fois ; pour la PROC2, c'est le faible échantillonnage pour la moyenne en phase qui explique cette importance de vecteurs erronés.

Certaines parties de l'écoulement ne sont déterminées par aucune des procédures d'acquisition : elles sont repérées par les cercles rouges sur les Figures 131 et 132. Dans les zones valides, les flèches ont été apposées afin de mieux visualiser les directions principales prise par l'écoulement moyen selon chacun des résultats.

Ce qui semble pertinent est la présence de deux petites cellules de convection dans la partie supérieure de la zone d'observation. Elles pourraient être parentes avec les cellules convectives observées pour l'Esp1 (Figures 86.1 et 86.2) mais avec des amplitudes de vitesse plus faibles et une extension radiale plus restreinte. Globalement et pour les deux pressions moyennes (Esp1 et Esp2), deux écoulements près de la paroi supérieure et opposés se rencontrent dans cette zone du résonateur et génèrent ces cellules de recirculation. Pourquoi spécifiquement dans cette zone ? Est-ce le hasard ? Ensuite le fluide a tendance à redescendre. Une partie remonte et se dirige dans la direction opposée au moteur. La zone cerclée de rouge à gauche où les calculs ne donnent rien de cohérent semble pourtant provoquer cette remontée de fluide. Si on en croit la Figure 131, une autre partie du fluide repart vers le centre du résonateur. Le calcul pour la PROC 2 a des difficultés à estimer cette

évolution qui est finalement logique. Le nombre de Reynolds non-linéaire est de 5,7, toujours avec le possible effet inertiel sur les cellules de streaming.

L'effet tridimensionnel est toujours observable sur les visualisations de séquences d'image PIV. Il y a donc toujours un écoulement transversal, qui est cohérent avec l'existence des cellules de convection.

**V.2.3.2.2 Profils de vitesse suivant x et y**

Examinons de plus près les champs de vitesse précédents en regardant l'évolution des profils  $\overline{u}_x(x, y)$  pour les deux procédures PROC1 et 2. Les Figures 133 et 134 présentent les profils de vitesse axiale  $\overline{u}_x(y)$  moyennés en phase, pour différentes positions axiales locales allant de  $x=0,4\text{mm}$  à  $9,1\text{cm}$  (par pas de  $1,1\text{mm}$ ).

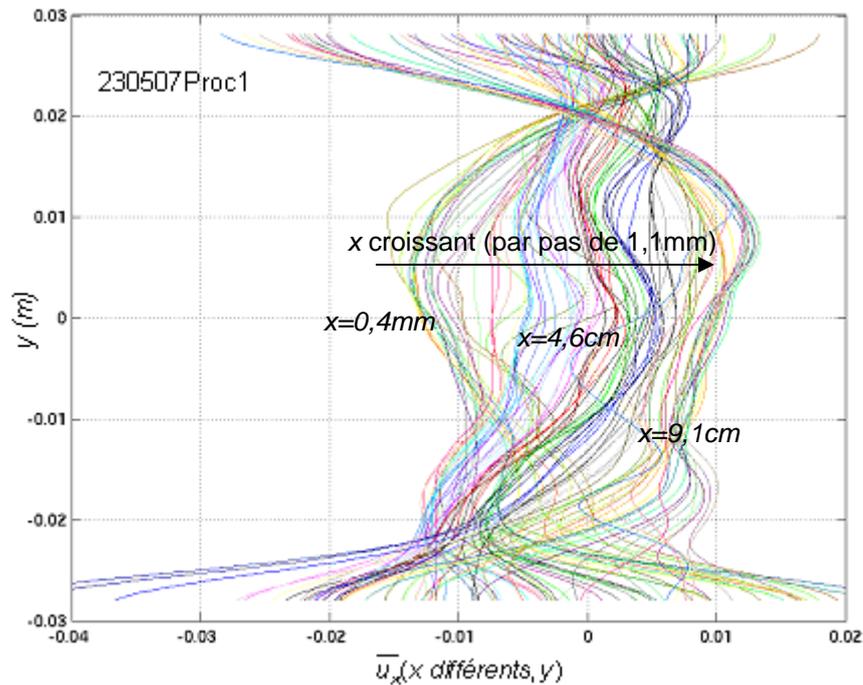


Figure 133 : Profils de vitesse  $\overline{u}_x(y)$  en m/s tracés pour différents x (par pas de  $1,1\text{mm}$ ) pour PROC1

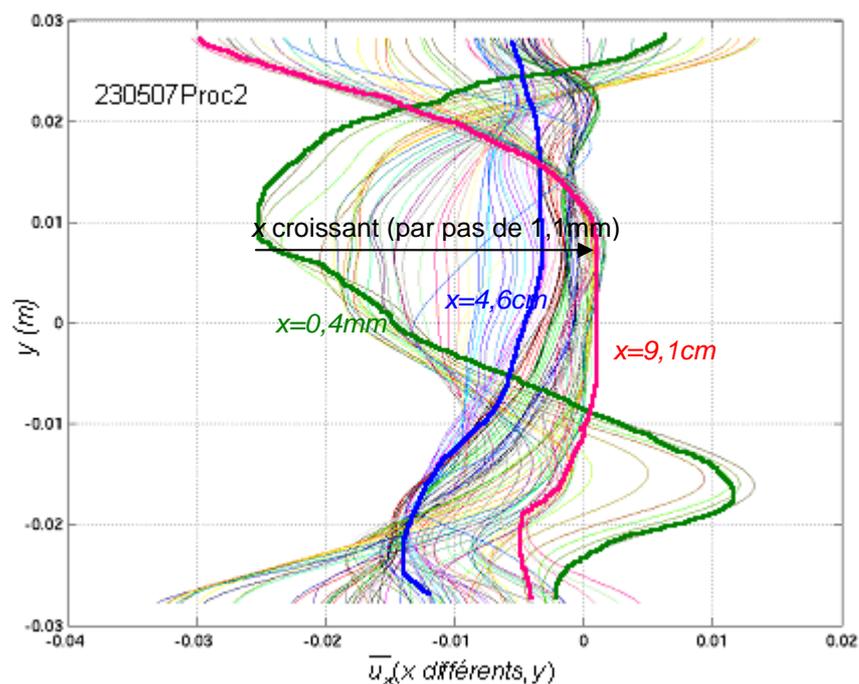


Figure 134 : Profils de vitesse  $\overline{u}_x(y)$  en m/s tracés pour différents x (par pas de  $1,1\text{mm}$ ) pour la PROC2

Trois valeurs de  $x$  sont positionnées pour préciser l'évolution axiale des vitesses. Ce qui frappe à première vue, c'est que les profils obtenus pour la PROC 2 (Figure 134) sont pour la plupart de vitesses négatives contrairement à la PROC 1 (Figure 133). Cela signifie que le fluide visible dans la zone de mesure se dirige principalement vers le fond du résonateur. Pour conserver le débit, celui-ci devrait donc repasser par la zone de mesure hors du plan de visualisation. L'écoulement ne serait pas du tout axisymétrique. Les profils à l'entrée gauche du tube (à partir de  $x=0,4\text{mm}$ ) montre que l'écoulement entre dans le tube de verre (vitesse positive) par le bas, et dans la partie supérieure il sort. Cette déformation des profils moyens à ces abscisses se retrouve sur certains des profils de vitesse de phase  $\hat{V}_{x,\varphi}(y, \varphi)$  comme en témoigne l'exemple de la phase  $\varphi_3$  à la Figure 111 (cf. les commentaires associés). Ceci écarterait l'idée que cette déformation est un simple artefact de calcul de la moyenne en phase. Ces profils particuliers se retrouvent dans le cas de la PROC 1 mais leurs survitesses sont moins accentuées. Ils présentent plus de cohérence avec les profils suivants dans le cas de la PROC 1. Hormis ces différences, il existe tout de même une certaine similarité entre les deux familles de profils.

Pour la PROC 1, les profils semblent présenter une symétrie suivant le centre du tube ( $x=4,6\text{cm}$ ) plus prononcée que pour l'Esp 1 (Figure 87.1 et 87.2). Leurs amplitudes et leurs variations sont plus faibles dans la zone de mesure. Mais la structuration reste semblable : dans la partie gauche du tube, l'écoulement de la zone  $y \in ]2,5 ; 2]$  cm va vers le fond du résonateur, tandis que près des bords il va dans la direction opposée ; dans la partie droite c'est le comportement inverse. Pour ce qui concerne les valeurs en proche parois, se référer aux commentaires du §.1.3.2.2.

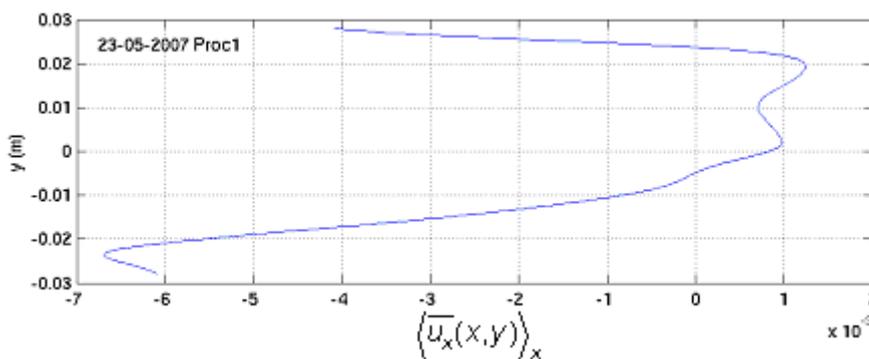


Figure 135 : Profils de vitesse en m/s  $\langle \overline{u_x(x,y) \rangle_x}$  pour PROC1

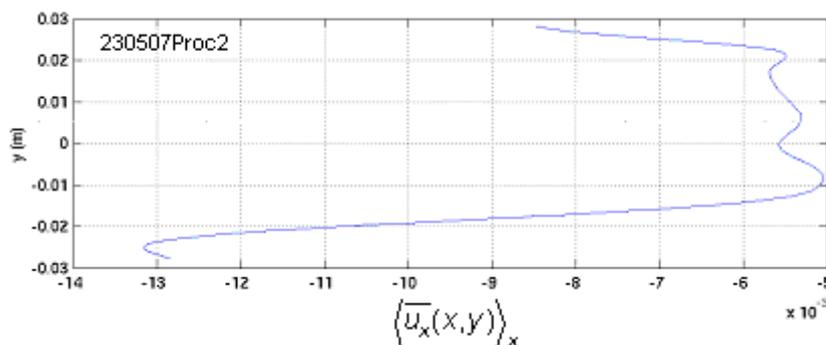


Figure 136 : Profils de vitesse en m/s  $\langle \overline{u_x(x,y) \rangle_x}$  pour PROC2

Pour avoir une vision plus synthétique des profils de vitesse, on moyenne suivant  $x$  l'ensemble des profils précédents :  $\langle \overline{u_x(x,y) \rangle_x}$ . Les résultats sont tracés sur les Figures 135 et 136 respectivement pour PROC1 et 2.

De la même manière que pour l'Esp 1, ces profils ne traduisent pas la distribution complexe de l'écoulement observée plus haut ; mais ils permettent de voir une tendance moyenne de l'écoulement dans la zone de mesure. Les deux profils présentent une apparence commune mais sont translatés l'un par rapport à l'autre. Pour ce qui est

des amplitudes, nous ferons plus confiance à celles fournies par la PROC 1. De façon générale, et en moyenne, le fluide se déplace lentement vers le centre du résonateur dans la partie centrale (approximativement  $y \in [-1 ; 2,5]$  cm). Près des bords et surtout celui du bas, le fluide suit la direction opposée mais avec de plus fortes vitesses. Cette tendance globale est différente de celle obtenue pour l'Esp1 : l'écoulement se déplaçait vers le moteur dans la partie inférieure et vers le fond dans la partie supérieure (Fig. 88.1 et 88.2). Pourquoi cette inversion de sens ? Nous avons observé (cas de l'Esp1) après l'arrêt de l'onde la présence d'un écoulement opposé (Fig. 102) à l'écoulement moyen en présence de l'onde (Fig. 88.1 et 88.2). Nous donnons à cet écoulement sans onde une origine thermo-convective. Ici, les conditions thermiques ne sont pas fondamentalement différentes à celle de l'Esp 1. Pour l'Esp 2, le gradient de température (cf. Fig. 101) entre le fond gauche du résonateur (20 à 22°C) et l'échangeur froid du moteur (16 à 18°C) est toujours d'actualité et de par ce fait, créerait toujours cet écoulement. Or, comme le drive-ratio est plus faible ici, les vitesses des écoulements secondaires de type streaming seraient plus faibles face à cet écoulement thermo-convectif. Son influence plus importante, il inverserait donc les profils moyens.

### V.2.3.3 Les champs moyens en temps obtenus par POD (PROC 1)

Dans ce chapitre, nous revenons à la méthode de décomposition aux valeurs propres POD, appliquée uniquement aux données issues de la PROC1. Rappelons qu'elle a permis de retrouver le cycle acoustique de vitesse (cf. §V.2.2.3.2) à partir de la composante de vitesse  $\vec{u}_{pod}^{(1)}(\vec{r}; t) = \sigma_1 a_1(t) \vec{\psi}_1(\vec{r})$  construit suivant l'axe 1 POD.

Dans la grande majorité des cas (§IV.4.2.4 et IV.4.2.5 et rappelé au §V.1.2.4.2), le mode 2 POD est associé au champ continu de vitesse. Dans le cas de la série 230507, comparons le module du champ de vitesse moyenné en temps et le module du Topos pondéré de chacun des modes 2 et 3 POD :  $|\overline{\vec{v}}_T(\vec{r})|$  (moyenne temporelle standard,

Figure 137),  $|\sigma_2 \vec{\psi}_2(\vec{r})|$  (Fig. 138) et  $|\sigma_3 \vec{\psi}_3(\vec{r})|$  (Fig. 139).

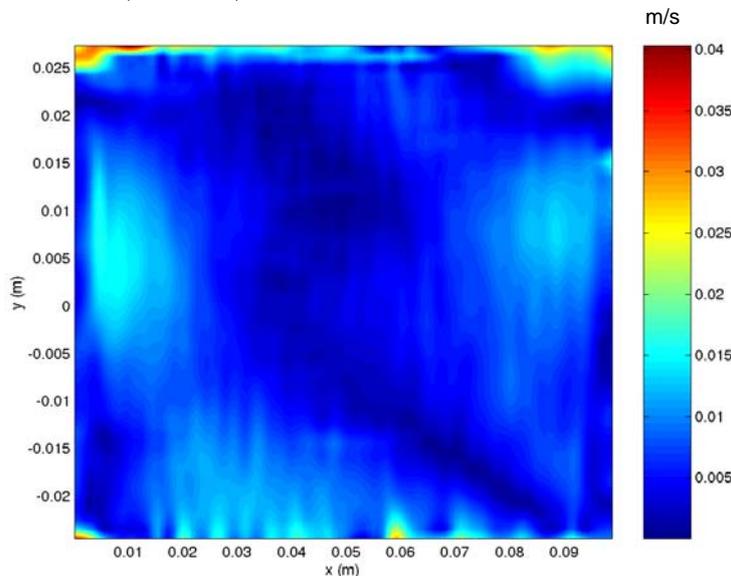


Figure 137 : Représentation bidimensionnelle du module de la vitesse moyenne en temps  $|\overline{\vec{v}}_T(\vec{r})|$  (moyenne temporelle standard)

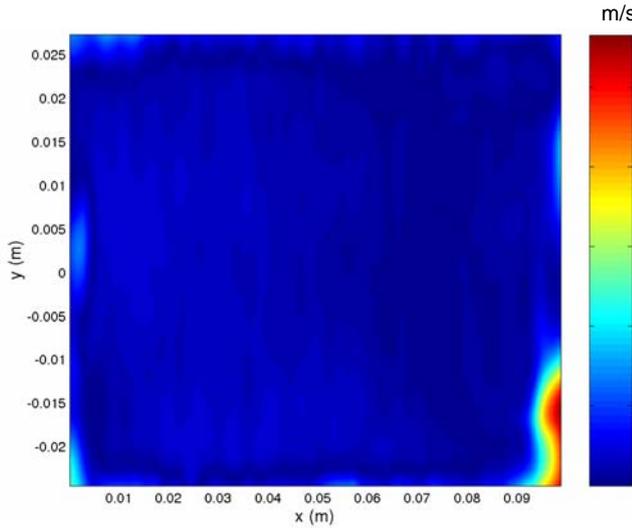


Figure 138 : Représentation bidimensionnelle de

$$|\sigma_2 \vec{\psi}_2(\vec{r})|$$

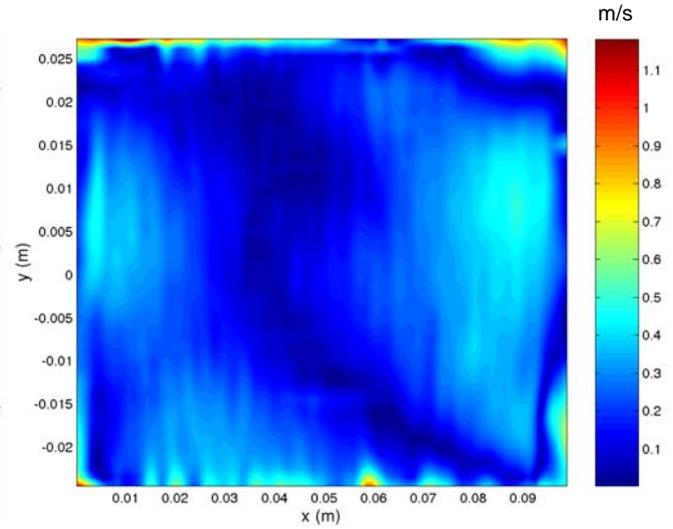


Figure 139 : Représentation bidimensionnelle de

$$|\sigma_3 \vec{\psi}_3(\vec{r})|$$

Nous voyons tout de suite que le Topos du mode 3 est topologiquement équivalent au champ moyen. Deux explications à cette association :

- les deux valeurs propres  $\lambda'$  du mode 2 et 3 (Fig. 114) diffèrent peu, ce qui veut dire que le contenu énergétique est très voisin. Cela pourrait être dû aux faibles amplitudes de vitesse que contient le champ moyen,
- le topos 2 (Fig. 138) montre une zone très cohérente en bas à droite, zone d'écoulement indéterminé par les deux moyennes en phase (Fig. 131 et 132) ; cette petite structure a peut-être un lien avec les fluctuations acoustiques car le mode 2 est associé à la présence harmonique.

Les topos font apparaître une zone « morte » (zigzag) déjà observée sur les champs de l'Espace 1 où les vitesses sont quasi nulles. Notons que les amplitudes des topos doivent être corrigées par les chronos correspondants pour permettre de retrouver les valeurs pertinentes de la 3<sup>ème</sup> composante POD de vitesse  $\vec{u}_{pod}^{(3)}(\vec{r}; t) = \sigma_3 a_3(t) \vec{\psi}_3(\vec{r})$ , directement comparable avec les vitesses moyennes. L'évolution du chronos  $a_3(\varphi_{svd})$  est présentée sur la Figure 140.

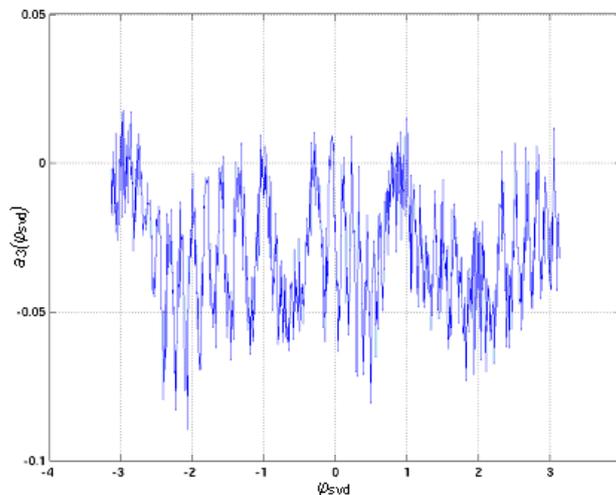


Figure 140 : Evolution du chronos n°3  $a_3(\varphi_{svd})$  fonction des phases  $\varphi_{svd}$  réordonnées et obtenues par SVD sur les données  $u_{x,t}(t)$  (cf. §V.2.2.3.1)

Le chronos est tracé sur  $[-\pi ; \pi]$  en fonction de  $(\varphi_{svd})$ , phases obtenues par SVD appliquées sur les données  $u_{x,i}(t)$  (cf. §V.2.2.3.1). Le chronos est bruité et présente des basses fréquences au sein d'une période acoustique. Le mode 3 POD présente donc des fluctuations temporelles. L'équivalent du champ moyen en phase obtenu au chapitre V.2.3.1. est calculé à partir de la composante POD de vitesse associée à ce mode :

$$\vec{u}_{pod}^{(3)}(\vec{r}; \varphi_{svd}) = \sigma_3 \mathbf{a}_3(\varphi_{svd}) \vec{\psi}_3(\vec{r})$$

La moyenne en phase est ensuite calculée (§IV.2.2) :

$$\overline{\vec{u}_{pod}^{(3)}(\vec{r}; \varphi_{svd})}^{(\varphi)} = \overline{\vec{u}_{pod}^{(3)}}^{(\varphi)}(\vec{r}) = \overline{\sigma_3 \mathbf{a}_3(\varphi_{svd}) \vec{\psi}_3(\vec{r})}^{(\varphi)}$$

Cependant le résultat obtenu n'était pas optimal. Le calcul est alors refait sur plusieurs modes en incluant le n°2. Pour cela on construit la somme des composantes de vitesse POD 2 à 10, reclassée en phase SVD et moyennée en phase :

$$\overline{\vec{u}_{pod}^{(2;10)}(\vec{r}; \varphi_{svd})}^{(\varphi)} = \overline{\vec{u}_{pod}^{(2;10)}}^{(\varphi)}(\vec{r}) = \sum_{p=2}^{10} \overline{\sigma_p \mathbf{a}_p(\varphi_{svd}) \vec{\psi}_p(\vec{r})}^{(\varphi)}$$

Ce champ est présenté à la Figure 141.

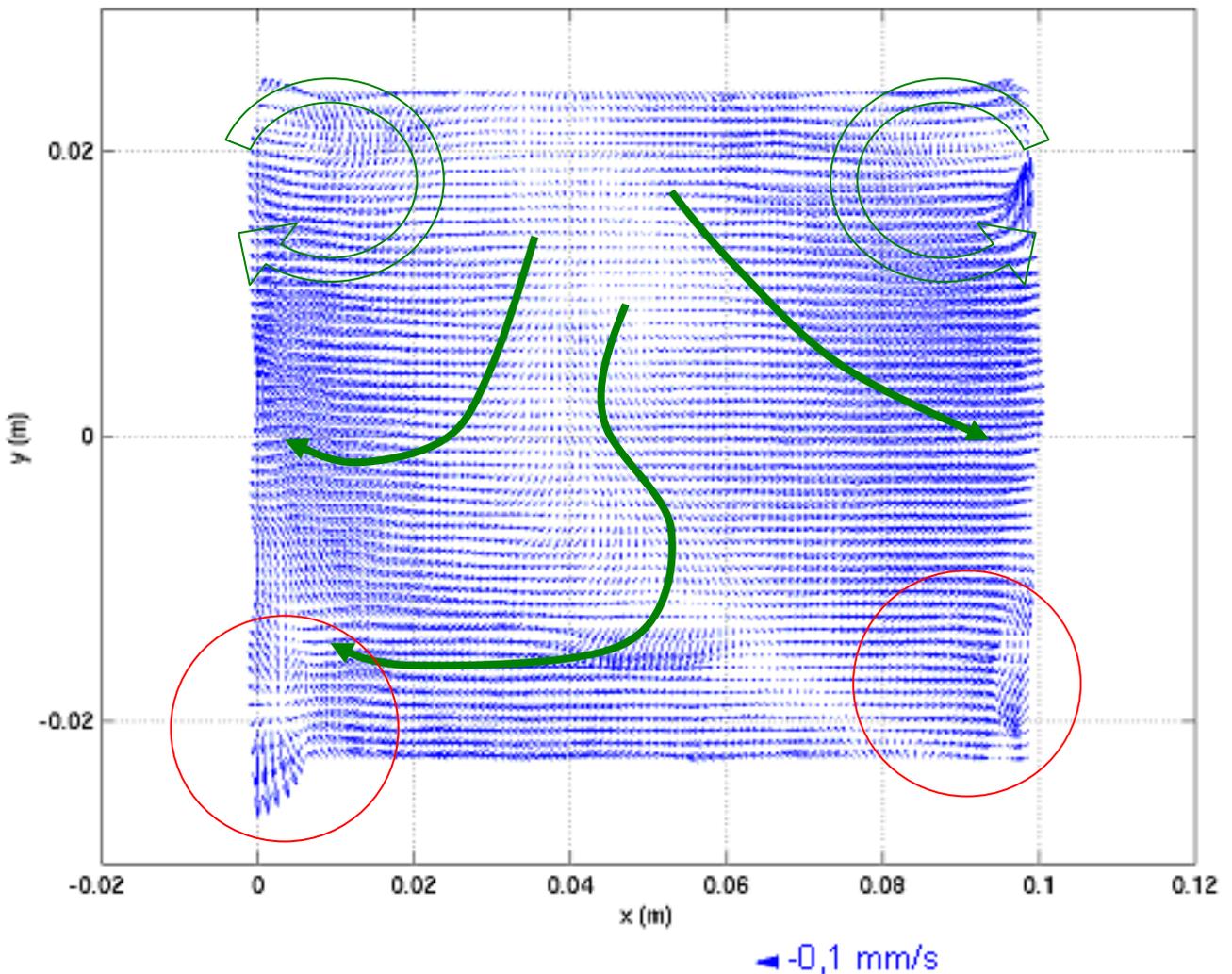


Figure 141 : Champ moyen en phase obtenu par le mode 2 POD  $\overline{\vec{u}_{pod}^{(2;10)}}^{(\varphi)}(\vec{r})$

Il est quasi-identique au champ de la Figure 131. L'écoulement est un peu mieux estimé dans le cercle rouge droit. La POD lisse légèrement le champ mais n'élimine pas les vecteurs faux. Ils ont donc une certaine cohérence tout en étant erronés. Les profils obtenus en moyennant suivant tous les  $x$  pour la composante axiale  $\left\langle \overline{u_{x,pod}^{(2;10)}(\vec{r})} \right\rangle_x$  et la composante verticale  $\left\langle \overline{u_{y,pod}^{(2;10)}(\vec{r})} \right\rangle_x$  sont tracés (en rouge) sur la Figure 142. Ils sont comparés directement avec les profils « standard »  $\left\langle \overline{u_x(x,y)} \right\rangle_x$  et  $\left\langle \overline{u_y(x,y)} \right\rangle_x$  (en bleu) obtenus par moyenne en phase sur les données de vitesses sans POD. Compte tenu de la précision qui approche le mm/s, les profils sont en bon accord. Le profil de vitesse horizontale obtenue par POD montre une légère survitesse de 1 mm/s maximale dans la zone centrale. Cette différence peut être liée à l'artefact que la POD introduit, en translatant le profil moyen sans déformation (constat sur les données synthétiques, §IV.4.2.5). Les profils de vitesse verticale sont presque confondus (écart très inférieur à 1mm/s). Les fluctuations sont en fait du bruit et il faut juste conclure que le fluide descend en moyenne à très faible vitesse dans le plan de mesure.

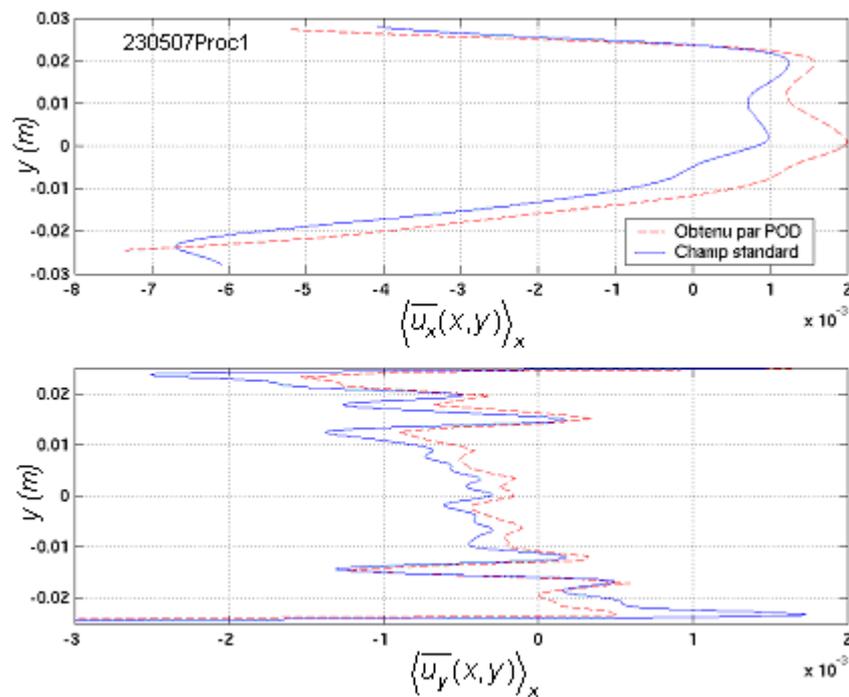


Figure 142 : Comparaison des profils  $\left\langle \overline{u_{x,pod}^{(2;10)}(\vec{r})} \right\rangle_x$  et  $\left\langle \overline{u_x(x,y)} \right\rangle_x$  (composantes suivant  $x$ , graphe du haut) et des profils  $\left\langle \overline{u_{y,pod}^{(2;10)}(\vec{r})} \right\rangle_x$  et  $\left\langle \overline{u_y(x,y)} \right\rangle_x$  (composantes suivant  $y$ , graphe du bas) ; toutes les vitesses en m/s

Ainsi s'achève l'étude du rapport moteur 0,97% pour l'espace des paramètres Esp2. La troisième partie du chapitre V concerne un drive-ratio de 4,40%.

### V.3 Espace des paramètres $n^{\circ}3$ (Esp3) : rapport pilote de 4,40%

Ici aussi, cet espace de paramètres a été décrit par une unique famille de mesure acquise par procédure PROC1, appelée 150507Proc1, et par 16 familles nommées 150507Ph obtenues par PROC2.

#### V.3.1 Caractéristiques des séries de mesures de l'Esp3

Les paramètres de contrôles et quelques données physiques de l'Esp 3 sont reportés dans le Tableau 27.

	ESP 3
Paramètres de contrôle	150507Proc1
$P_m$ (bar) absolue	7,20
$P_1$ (mbar)	317
$P1/Pm$ (%)	4,40
Conditions associées	
$T_m$ (°C)	21,0
$P_{atm}$ (bar)	1,00
$f$ (Hz)	22,33
$L$ (m)	7,87

*Tableau 27 : Ensemble des paramètres de contrôle et données physiques de base pour la famille de mesures correspondantes à l'espace des paramètres n° 3*

La configuration matérielle correspond toujours à la Variante C (§II.2.1.3). Les résultats sont comparables avec ceux de l'Esp2 qui correspondent à la même Variante de configuration du système expérimental. Pour ce qui concerne la comparaison avec l'Esp 1, il faut tenir compte de la remarque faite au §II.2.1.2. La planification de ce chapitre V.3 sera quasiment identique à celle du V.2. Un certains nombres de commentaires seront repris de l'Esp2 mais la logique de présentation des résultats étant la même, leur accès sera d'autant plus aisé.

### **V.3.1.1 Paramètres d'acquisition pour la procédure PROC 1**

Voici quelques données matérielles et d'acquisitions concernant la procédure PROC 1 :

- Les mesures PIV sont réalisées sur un temps de presque 198s, la cadence d'acquisition est toujours de 10Hz ; comme le rapport moteur (4,40%) est plus important, les vitesses sont normalement bien plus importantes que dans les cas précédents : l'écart entre images d'une même paire est donc adapté à  $\Delta t_p = 0,502$  ms.
- Les images acquises pour la PROC1 ont une taille de 837x507 pixel<sup>2</sup>.

### **V.3.1.2 Paramètres d'acquisition pour la procédure PROC 2**

Cette procédure est présentée au §II.2.3.2 pour la partie électronique, au §IV.1.5.2.1 pour le principe et au §IV.3.1 pour les post-traitements. Rappelons qu'elle consiste à choisir 16 phases du cycle acoustique. L'une d'elle est sélectionnée et repérée sur le signal de pression et l'électronique d'acquisition PIV est synchronisée sur celui-ci. A chaque repérage de la phase en question, un couple d'images séparées par le temps  $\Delta t_p = 0,502$ ms est acquis. On obtient au final pour chacune des 16 phases un échantillon de 300 à 500 couples d'images selon. Cela représente des temps d'acquisition de 60 à 70s selon les cas. Suivant les phases, celles-ci ont une taille de 885x504 à 885x509 pixel<sup>2</sup>. Ces différences viennent du fait que le résonateur ne revient jamais exactement à sa position d'origine lors des manipulations d'injection de particules ; de plus au cours du temps, le système « travaille » à cause des vibrations ; heureusement ces contraintes restent légères et leur influence de l'ordre de quelques pixels.

Le Tableau 28 présente les différentes phases de synchronisation classées entre  $-\pi$  et  $\pi$  en fonction de leur dénomination sous la forme 150507Ph. La phase  $-\pi$  (150507Ph1) correspond au maximum de vitesse acoustique.

Nom de série	Phases
150507Ph1	$-\pi$
150507Ph2	$-0,900\pi$
150507Ph3	$-0,773\pi$
150507Ph4	$-0,768\pi$
150507Ph5	$-0,765\pi$
150507Ph6	$-0,274\pi$
150507Ph7	$-0,223\pi$
150507Ph16	$-0,166\pi$
150507Ph8	$-0,093\pi$
150507Ph9	$0,041\pi$
150507Ph10	$0,179\pi$
150507Ph11	$0,306\pi$
150507Ph12	$0,428\pi$
150507Ph13	$0,537\pi$
150507Ph14	$0,674\pi$
150507Ph15	$0,926\pi$
150507Ph1	$\pi$

Tableau 28 : Valeurs des phases pour lesquelles des acquisitions en PROC2 sont effectuées ; la première phase (150507Ph1) correspond au maximum de vitesse acoustique

Chaque série d'images PIV subissent les prétraitements présentés au §IV.1.1 afin d'être utilisée pour le calcul des champs de déplacement par flot optique (§IV.1.2.). Comme spécifié dans le chapitre sur la méthodologie, on étudie d'abord la partie acoustique suivi du champ moyen. Les résultats du même type et obtenus par les deux méthodologies d'acquisitions PROC 1 et 2 seront présentés en série pour une comparaison immédiate.

### V.3.2 L'onde acoustique

#### V.3.2.1 Evolution temporelle des vitesses instantanées et préparations des données en vue de l'extraction des paramètres acoustiques (amplitudes, longueur d'onde...), de la reconstruction du cycle acoustique et plus tard, du calcul de la composante continue de vitesse.

##### V.3.2.1.1 Procédure d'acquisition PROC 1 : Evolution temporelle des données de vitesses instantanées $\langle v_{x,y} \rangle(t)$

Dans ce paragraphe, nous nous intéressons aux données de vitesse obtenues par la procédure PROC1. Rappelons-le, chaque champ est un instantané et l'ensemble des champs couvre un grand nombre de phases du cycle acoustique. Ceci est d'autant plus vrai ici que le temps d'acquisition est double (presque 200s) par rapport aux séries des Esp1 et 2.

Pour pouvoir traiter plus facilement les données, on réduit l'information des champs de vitesse bidimensionnels instantanés (cf. §IV.2.1.1). On travaillera en partie sur les données

$$\langle \vec{V} \rangle_{x,y}(t) = \begin{pmatrix} \langle v_x \rangle_{x,y} \\ \langle v_y \rangle_{x,y} \end{pmatrix}(t)$$

Les composantes moyennes suivant x et y seront parfois notées  $v_x$  et  $v_y$  sans le signe  $\langle \cdot \rangle$ . Les Figures 143 et 144 présentent l'évolution dans le temps de la composante  $v_x(t)$  et  $v_y(t)$  dont les moyennes temporelles par pseudo-cycle ont été soustraites (cf. §IV.2.1.3). Pour simplifier les notations, le résultat de cette opération est noté  $v_x(t) - \overline{v_x(t)}$ .

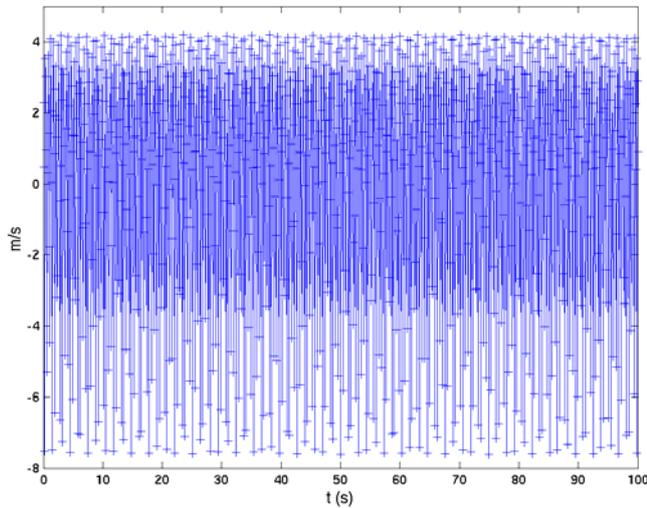


Figure 143 : Evolution temporelle de  $v_x(t) - \overline{v_x(t)}$

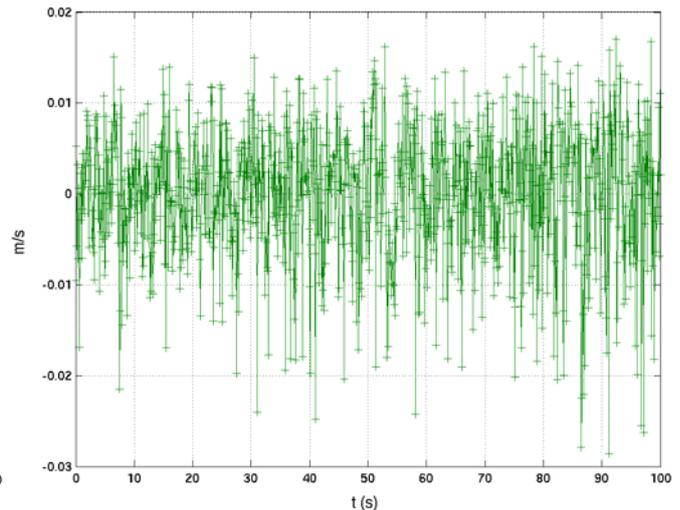


Figure 144 : Evolution temporelle de  $v_y(t) - \overline{v_y(t)}$

Les courbes des Figures 143 et 144 ne sont tracées que jusqu'à  $t=100s$  pour mieux voir leur évolution. Un certain nombre de remarques fournies auparavant pour l'espace des paramètres Esp1 sont toujours d'actualité et ne seront pas reprises dans la majorité des cas. Pour en connaître la teneur, se référer aux § correspondants. Le comportement temporel ressemble à ceux des espaces des paramètres précédents. Sur la Figure 143, la dissymétrie entre extrema de vitesse axiale est très accentuée, pratiquement d'un facteur 2 entre le minimum et le maximum, et bien plus que pour les séries de l'Esp 1 et 2 (Figures 60, 61, 104 et 105). Le spectre de puissance de la vitesse axiale (Figure 145 gauche) présente la fréquence fondamentale repliée 2 fois soit  $2,328+2 \times 10=22,328$  Hz et son harmonique à  $4,66+4 \times 10=44,66$  Hz. La fréquence mesurée par spectre de puissance sur la pression donnée au Tableau 27 est de 22,33Hz. La fréquence de résonance théorique (cf. formule §V.1.2.1) est de 22,26 Hz. L'accord est très bon ici. L'harmonique 2 replié de multiple façon apparaît à la fréquence de 3,020Hz, ce qui donne  $7 \times 10 \text{ Hz} - 3,020 \text{ Hz} = 66,98 \text{ Hz} = 3 \times 22,328 \text{ Hz}$ . Les autres pics pourraient être les harmoniques 4 et supérieurs. Le taux d'harmonique 1 local est de 51,6% contre 19,3% pour la série 190406S1b (Figure 64.1) et 15,6% pour l'Esp2 (Figure 106). De la même manière, regardons le rapport minimum/maximum de vitesse : il est de 44,5% du minimum, un peu plus faible que le taux d'harmonique 1 alors que la tendance observée pour les cas précédents était une bonne corrélation des deux valeurs ; ceci s'expliquerait par la présence au moins de l'harmonique 2, qui représente 17,0% du mode fondamental. Cette amplitude n'est pas très éloignée des 20% donnés par Menguy et al 1 qui tendraient à influencer le streaming acoustique généré par le mode fondamental.

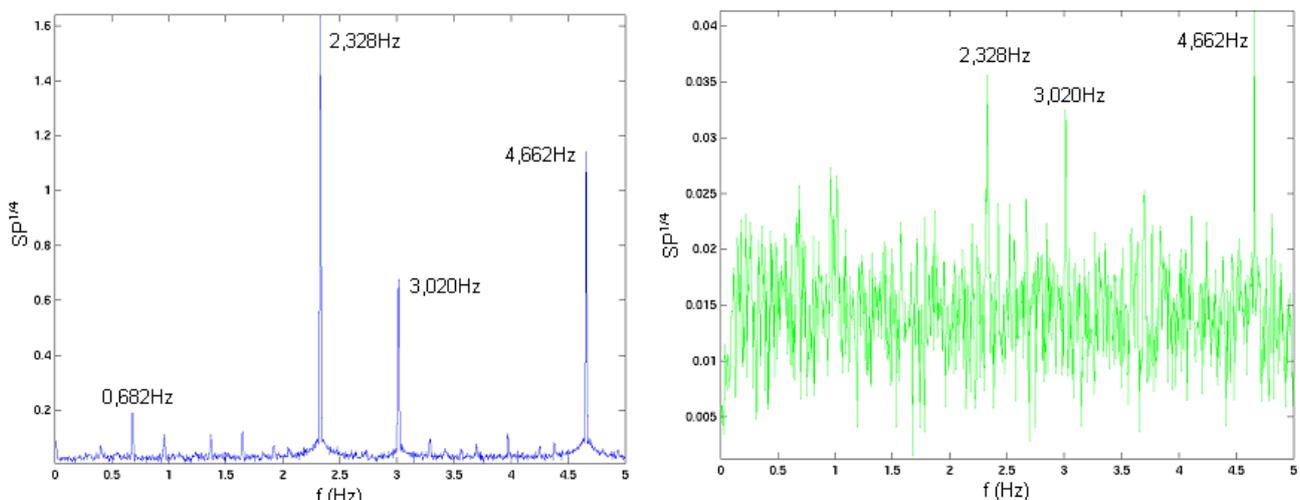


Figure 145 : Spectres de puissance  $SP^{1/4} = |\text{TFD}|^{1/2}$  (TFD la transformée de Fourier Discrète) pour le signal de vitesse  $v_x(t) - \overline{v_x(t)}$  à gauche et  $v_y(t) - \overline{v_y(t)}$  à droite

L'évolution temporelle de la vitesse verticale (Figure 144) montre la présence de basses fréquences mais elles ne ressortent pas sur le spectre (Figure 146 droite). Les valeurs de la vitesse verticale atteignent les 2 cm/s. Son évolution et le spectre montrent la présence importante de fluctuations, sans doute d'origine turbulente.

Comme précédemment, nous allons déterminer avec ces données les différents paramètres acoustiques comme les amplitudes de vitesse et la longueur d'onde, reconstruire le pseudo-cycle acoustique par SVD, appliquer la POD, puis à terme calculer le champ de vitesse moyenné en phase.

### V.3.2.1.2 Procédure d'acquisition PROC 2

Ici, nous mettons de côté les données issues de la procédure PROC1 pour nous intéresser à celles obtenues par la PROC2 ; elles seront préparées en vue de reconstruire le cycle acoustique de vitesse et d'en déduire le champ moyen en phase.

#### V.3.2.1.2.1 Evolution temporelle des données de vitesse instantanées $\langle v_{x,y} \rangle(t_n^{(\varphi_i)})$

Chaque série de données de vitesse 150507Ph est obtenue pour une phase précise  $\varphi_i$ . Ces phases sont fournies dans le Tableau 28. Les temps correspondants à la phase  $\varphi_i$  se déduisent de la relation suivante :

$$t_n^{(\varphi_i)} = t_0^{(\varphi_i)} + nT_e^{(PIV)}, \quad 1 \leq n \leq N_{tot}$$

$t_0^{(\varphi_i)}$  est le temps origine de l'acquisition

$T_e^{(PIV)}$  est la période d'acquisition synchronisée, dépendant du signal extérieur

$N_{tot}$  est le nombre total d'échantillons

Voyons un exemple de série correspondante à la phase  $\varphi_{10}=0,179\pi$ , dénommée 150507Ph10. Les évolutions des vitesses axiale et radiale  $\langle v_{x,y} \rangle(t_n^{(\varphi_i)})$  moyennées en espace pour cette série sont présentées à la Figure 146.

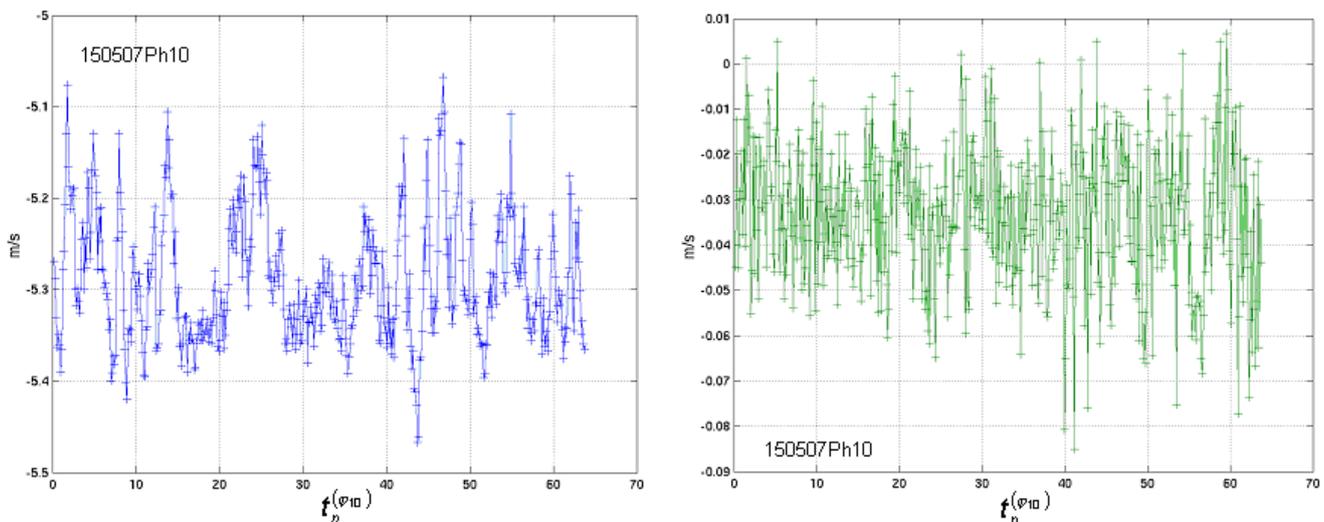


Figure 146 : Evolution temporelle de  $\langle v_x \rangle(t_n^{(\varphi_{10})})$  (en bleu) et de  $\langle v_y \rangle(t_n^{(\varphi_{10})})$  (en vert) pour la PROC 2

L'évolution pour les vitesses à cette phase montre des fluctuations importantes atteignant plusieurs dizaines de cm/s d'amplitude pour la vitesse axiale (Figure 146 gauche) et plusieurs cm/s pour la vitesse radiale (Fig. 146 droite). La turbulence semble très présente. Les autres vitesses  $\langle v_{x,y} \rangle(t_n^{(\varphi_i)})$  obtenues pour les autres phases  $\varphi_i$  présentent ces mêmes caractéristiques de fortes variations. Fait curieux, la vitesse radiale est négative et cela se retrouve pour la quasi-totalité des phases. L'écoulement tendrait donc à descendre dans la fenêtre de mesure. Or,

les vitesses radiales obtenues par la PROC 1 (Figure 144) évoluent de manière assez équilibrée entre valeurs négatives et positives. Regardons de plus près la chronologie de l'expérimentation :

- Une toute première injection est faite 1h 19 min après la stabilisation de l'onde acoustique, établie en observant la stabilisation des températures du moteur thermoacoustique. Cette première injection permet l'acquisition des données par la procédure PROC1, celle-ci étant lancée 2min 30s après l'équilibrage de pression qui suit l'injection de particules PIV. Cette série de mesure (150507Proc1) dure presque 200s (~3min 20s). L'examen des données de vitesse axiale (Figure 143) durant toute la durée de l'acquisition montre une bonne stabilité. La Figure 144 présente les vitesses radiales sur  $t=0$  à 100s. Cependant, si on regarde sur la totalité du temps (jusqu'à 200s) on s'aperçoit une légère amplification (Figure 147). Cela traduirait-il une plus longue inertie à se restabiliser suite à une perturbation comme l'injection et le rééquilibrage des pressions ?

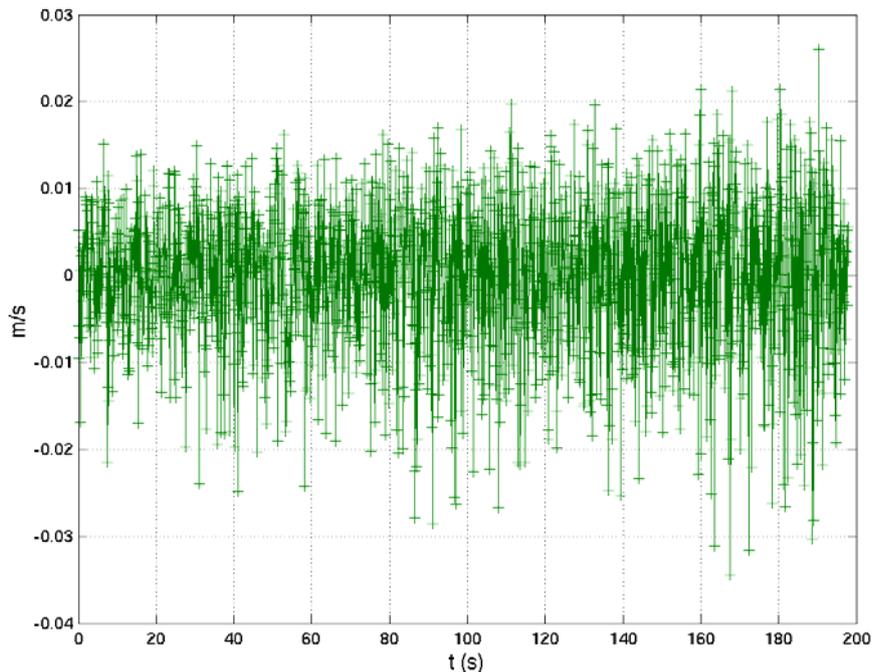


Figure 147 : Evolution temporelle de  $v_y(t) - \overline{v_y(t)}$  pour la PROC 1

- L'injection suivante, qui entérine les mesures en PROC 2, est effectuée 17 minutes après la première. 3 phases sont décrites (150507Ph1, 16 et 2) et lancées 2 min 30s après ensemencement. Les évolutions de vitesses en elles-mêmes  $\langle v_{x,y} \rangle(t_n^{(\varphi_{10})})$  ne présentent pas de variation à long terme qui traduirait l'existence d'un transitoire. Un moyen fiable de vérifier la stabilité est de déterminer chaque phase instantanée correspondante à chaque donnée de vitesse, pour une même série. Prenons l'exemple de la série 150507Ph2 concordant avec la phase  $\varphi_2$ . A la  $n^{\text{ème}}$  donnée de vitesse est associé le temps  $t_n^{(\varphi_2)}$ . Au signal de pression sur-échantillonné est associé un axe temporel propre et l'instant  $t_n^{(\varphi_2)}$  y est repéré. On déduit de la pression la phase associée à ce temps, phase notée  $\varphi_2^{(n)}$  (l'origine des phases est le 0 front montant du signal de pression). Dans un monde parfait, les  $n=1; \dots; N_{\text{tot}}$  phases  $\varphi_2^{(n)}$  sont identiques à notre phase  $\varphi_2$ . Mais c'est sans compter les petites imprécisions de la chaîne d'électronique de seuillage (§II.2.3.2) et d'acquisition, la présence du bruit de mesure et les incertitudes de calculs. Ce qui est nécessaire, c'est leur stabilité dans le « temps ». La valeur de  $\varphi_2$  est en fait la valeur moyenne de toutes ces phases :

$$\varphi_2 = \frac{1}{N_{tot}} \sum_{n=1}^{N_{tot}} \varphi_2^{(n)}$$

La Figure 148 montre l'évolution de  $\varphi_2^{(n)}$  en fonction de  $t_n^{(\varphi_2)}$ .

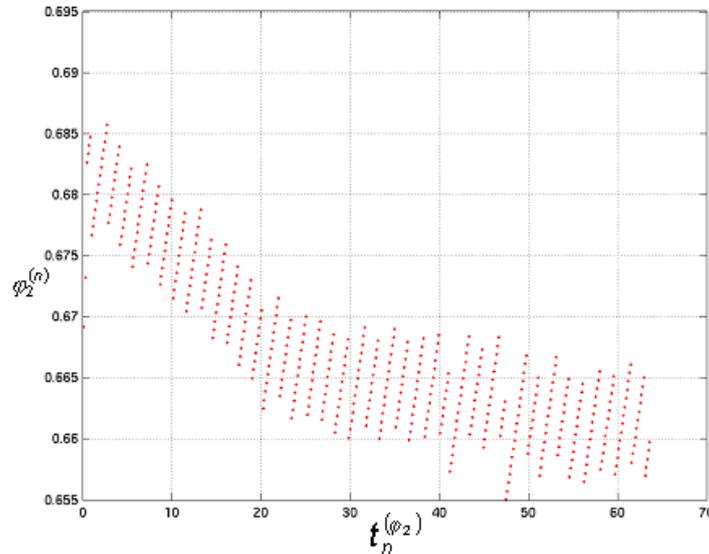


Figure 148 : Evolution de  $\varphi_2^{(n)}$  (exprimé en rapport de  $\pi$ ) en fonction du temps  $t_n^{(\varphi_2)}$  ; la moyenne vaut  $\varphi_2=0,667\pi$

Les segments sont constitués de points décalés par glissement lors de l'identification entre le temps  $t_n^{(\varphi_2)}$  et son homologue associé à la pression, qui ne sont bien sûr jamais identiques. C'est un effet lié à l'échantillonnage. On déduit du comportement de  $\varphi_2^{(n)}$  qu'en fait la pression acoustique n'était pas complètement stabilisée alors que cette phase correspond à la troisième acquisition après cette deuxième injection.

Ceci semble dire que les temps de relaxation sont plus longs avec un rapport-moteur aussi élevé. Toutes les acquisitions ne présentent pas ce défaut. Les résultats obtenus pour la PROC 2 ne sont pas fondamentalement faux mais ne seront pas rigoureusement convergés vers l'état stable associé à l'espace des paramètres Esp3. A noter que cette famille d'acquisition est l'unique de cet espace des paramètres. Le temps n'a pas permis de faire d'autres acquisitions.

#### V.3.2.1.2.2 Calcul des champs de vitesse $\hat{V}_\varphi(\vec{r}, \varphi_i)$ pour chaque phase par moyenne DE phase

Chaque phase  $\varphi_i$  est associée à un ensemble d'échantillons de vitesse  $\langle v_{x,y} \rangle(t_n^{(\varphi_i)})$ . Le champ de vitesse correspondant à la phase  $\varphi_i$  est calculé par moyenne DE phase (cf. §IV.3.1.2). On obtient ainsi la famille de champs de vitesse de phase

$$\hat{V}_\varphi(\vec{r}, \varphi) = \left\{ \hat{V}_\varphi(\vec{r}, \varphi_i), \quad 1 \leq i \leq N_\varphi \right\}$$

avec  $N_\varphi=16$  phases. Pour chaque phase, nous vérifions la convergence de la moyenne temporelle incrémentée des maxima, des minima (ex. Figure 149 haut pour 150507Ph2) et des moyennes spatiales (ex. Figure 149 bas pour 150507Ph2) des deux composantes suivant x et y (cf. §IV.3.1.3).

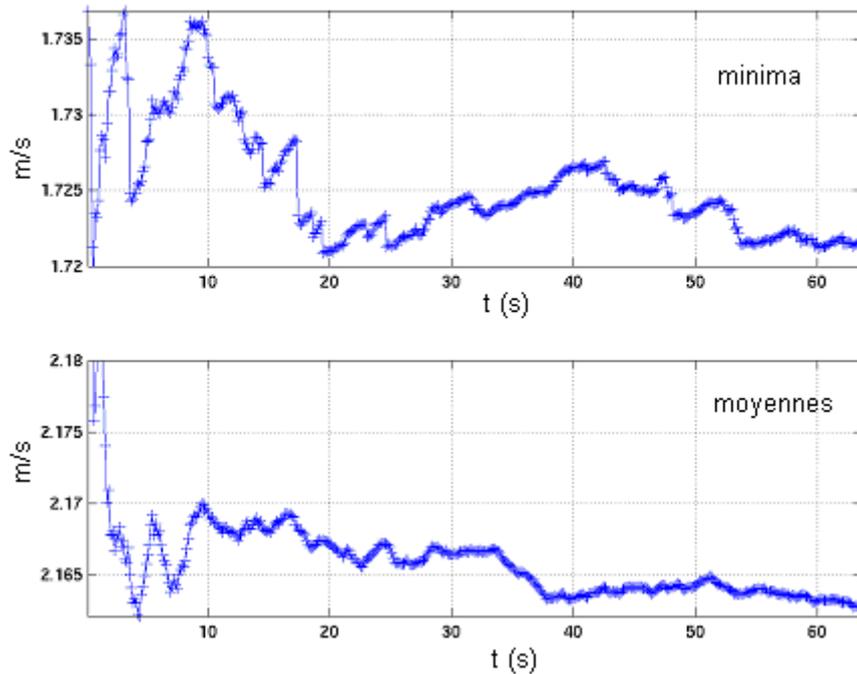


Figure 149 : Evolution dans le temps des moyennes temporelles incrémentées des minima et des moyennes spatiales pour la série 150507Ph2

On remarque que la convergence des données est plus délicate à obtenir. Certaines des séries de mesure peuvent ne sont pas être suffisamment convergées pour leur minimum et l'être pour leur maximum et leur moyenne de vitesse par exemple. Les calculs de vitesse de phase et de la vitesse en phase seront donc légèrement biaisés.

Un exemple de champ de vitesse de phase  $\hat{V}_\varphi(\vec{r}, \varphi_6)$  pour la série 150507Ph6 est représenté à la Figure 150. Ce champ montre un écoulement unidirectionnel. Le processus de moyenne de phase a permis notamment d'améliorer l'évaluation de l'écoulement en proche paroi (disparitions des vecteurs à composante radiale aux bords).

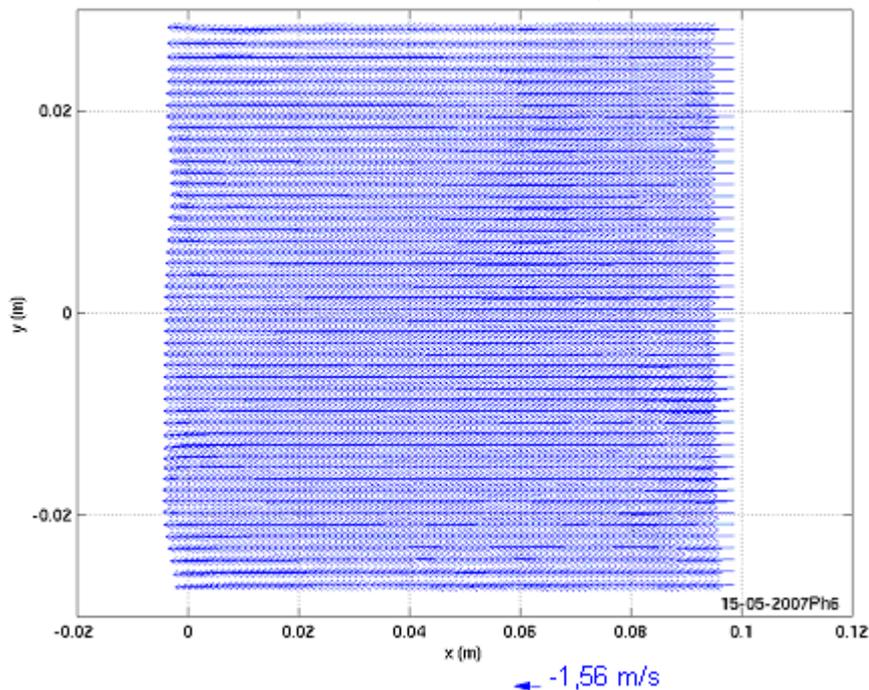


Figure 150 : Champ de vitesse de phase  $\hat{V}_\varphi(\vec{r}, \varphi_6)$

Cette représentation cache bien sûr l'évolution réelle de la vitesse dans la fenêtre de mesure. Les profils de vitesse axiale suivant  $y$  sont tracés pour différentes positions  $x$  sur la Figure 151 :

$$\hat{V}_\varphi(x \text{ différents}, y, \varphi_6) = (\hat{v}_{x,\varphi}; \hat{v}_{y,\varphi}).$$

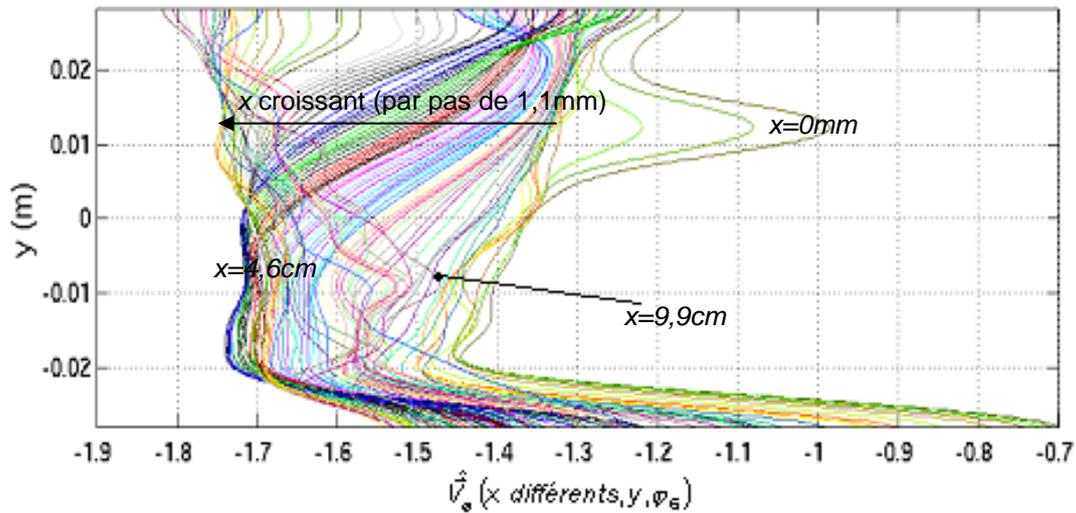


Figure 151 : Profils de vitesse de phase  $\hat{V}_{x,\varphi}(y, \varphi_6)$  pour différents  $x$

L'évolution des profils montre que la vitesse croît globalement avec la position  $x$ , ce qui est toujours cohérent avec la théorie (cf. §III.1.1). Certains profils à l'entrée droite du tube de verre ( $x=9\text{mm}$  à  $10\text{mm}$ ) présentent des sous-vitesses dans la zone basse ( $y<0$ ) et à gauche du tube ( $x=0$  à  $2\text{mm}$ ) sont particulièrement déformés dans la partie haute ( $y>0\text{m/s}$ ). Certaines de ces déformations se retrouvent sur d'autres profils. Mais elles apparaissent juste en limite du domaine de mesure : elles pourraient être dues à des effets de bord qui biaisent les calculs. On fait un calcul « test » de flot optique sur une fenêtre plus réduite où les côtes «  $x$  » associées aux profils de bords sont exclues. Les résultats ne présentent pas d'évolutions, ce qui écarte un éventuel artefact de calcul de flot optique aux bords des images. Elles sont peut-être provoquées par les réflexions intérieures qui diminuent la qualité des images localement, et ce malgré l'opération de soustraction et l'application du filtre passe-haut.

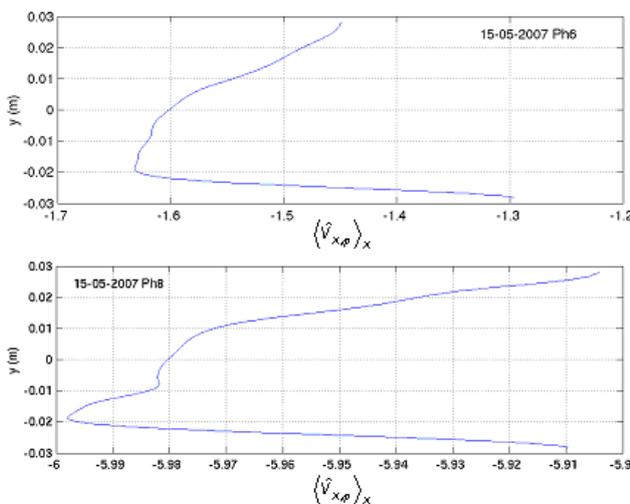


Figure 152 : Profil de vitesse axiale moyennée suivant tous les  $x \langle \hat{V}_{x,\varphi} \rangle_x$  et fonction de  $y$  respectivement pour 150507Ph6 et Ph8 (en m/s)

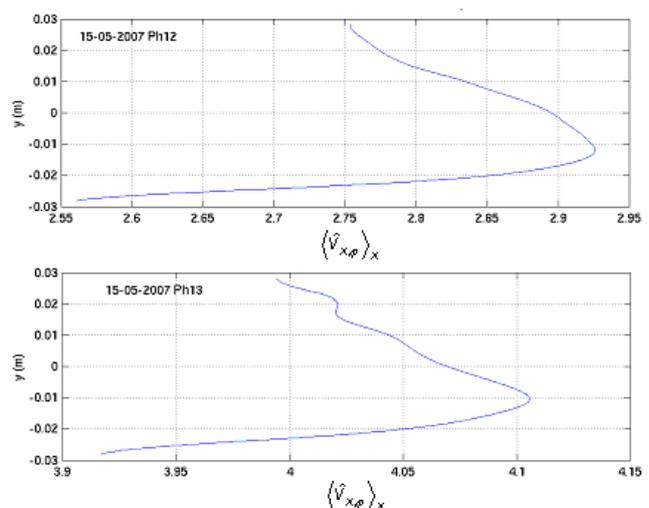
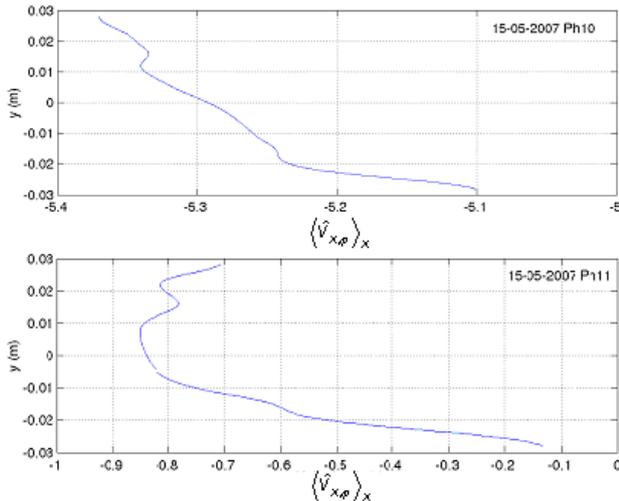
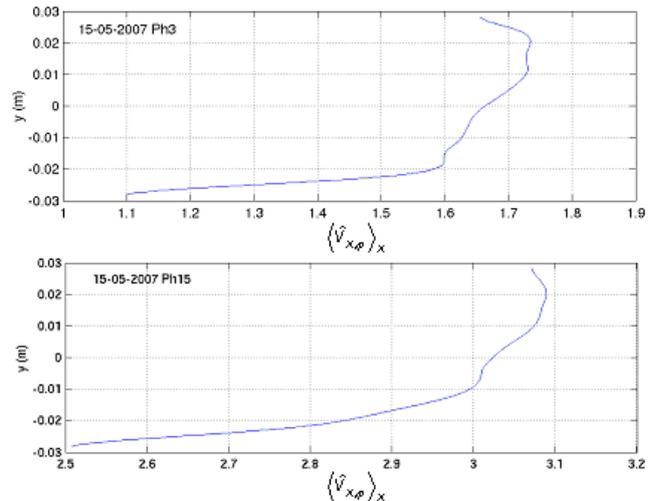


Figure 153 : Profil de vitesse axiale moyennée suivant tous les  $x \langle \hat{V}_{x,\varphi} \rangle_x$  et fonction de  $y$  respectivement pour 150507Ph12 et Ph13 (en m/s)



*Figure 154 : Profil de vitesse axiale moyennée suivant tous les  $x \langle \hat{v}_{x,\varphi} \rangle_x$  et fonction de  $y$  respectivement pour 150507Ph10 et Ph11 (en m/s)*



*Figure 155 : Profil de vitesse axiale moyennée suivant tous les  $x \langle \hat{v}_{x,\varphi} \rangle_x$  et fonction de  $y$  respectivement pour 150507Ph3 et Ph15 (en m/s)*

Les profils moyens  $\langle \hat{v}_{x,\varphi} \rangle_x$  que l'on obtient par moyenne sur  $x$  sont tracés pour 8 phases différentes (Figures 152 à 155). Les autres ont des structurations équivalentes. Nous voyons que les profils ne sont pas plans. Ils sont classés en 2 groupes : le premier représenté par les Figures 152 et 153, le second par les Figures 154 et 155. Le premier groupe montre des profils avec survitesse dans la partie inférieure ( $y < 0$ ). L'autre groupe suit la tendance inverse avec survitesse dans la partie supérieure. Nous verrons plus loin que le premier groupe correspond à des phases d'accélération de la vitesse de l'onde et le second à des phases de décélération. L'écoulement semble avoir une dissymétrie inertielle, où la partie supérieur de l'écoulement freine et accélère avec retard sur la partie inférieure.

### V.3.2.2 Amplitudes de vitesse expérimentales et théoriques obtenues par procédure PROC 1

Les résultats présentés dans ce paragraphe sont obtenus après application de la méthode des retards (§IV.2.1.2 et V1.2.2) pour déterminer le nombre de pseudo-cycles (ici 66) et de phases (30) par pseudo-cycles.

Les amplitudes de vitesse expérimentales sont obtenues par la méthode des histogrammes. Elle est présentée au §IV.2.1.4. Le Tableau 29 donne les extrema et les amplitudes de vitesse obtenues ainsi que l'amplitude théorique de vitesse axiale calculée par les formules du §III.1.2. Les composantes de vitesse sont notées (après réduction de l'information)  $(u_{x,t}(t) ; u_{y,t}(t))$ .

Les vitesses axiales de l'Esp.3 sont supérieures aux vitesses axiales de :

- l'Esp.1 d'un rapport moyen de 3,08 et le rapport entre les deux drive-ratio  $P_1/P_m$  est de 2,52.
- l'Esp.2 d'un rapport moyen de 5,59 et le rapport entre les deux drive-ratio  $P_1/P_m$  est de 4.54.

La théorie (§III.1.1) relie la vitesse acoustique avec le rapport moteur de manière proportionnelle :

$$u_1 \propto \frac{P_1}{P_m}$$

et les rapports de vitesse doivent être identiques aux rapports de drive-ratio associés. Ici l'accord est bien moins bon que pour la comparaison Esp2/Esp1 car on sort du cadre de la théorie linéaire (turbulence, fort taux

harmonique), ce qui est confirmé par l'écart important entre les amplitudes théorique et expérimentale de vitesse axiale (Tableau 29).

La dissymétrie entre les extrema représente 58% de l'amplitude  $((\max - \min)/2)$  de vitesse axiale contre 23% pour l'Esp.1 et 18% pour l'Esp2. Cette dissymétrie est toujours dans le même sens, l'écoulement se déplaçant bien plus vite vers le fond du résonateur. Les pertes seraient très importantes lors de la réflexion de l'onde sur le fond du résonateur.

		ESP 3
Vitesses (m/s)		150507Proc1
Maximale axiale		4,200
Minimale axiale		-7,602
Maximale radiale		0,020
Minimale radiale		-0,025
Amplitude axiale		5,901
Amplitude radiale		0,023
Amplitude axiale		4,602
Ecart expérimental - théorie		1,299
Valeurs expérimentales		
Valeurs théoriques		

Tableau 29 : Valeurs des extrema et amplitudes de vitesses (en m/s) expérimentales de l'espace des paramètres Esp3 ; comparaison avec l'amplitude théorique de vitesse axiale

		ESP 3
Paramètres de l'écoulement		150507Proc1
c (m/s)		350,36
$\nu$ (m <sup>2</sup> /s)		2,17E-06
$\delta_v$ (mm)		0,18
Re zone PIV		197245
$D/\delta_v$		320

Tableau 30 : Valeurs des viscosités cinématiques et des épaisseurs de couche limite visqueuse en fonction des paramètres de l'écoulement

L'écart entre la valeur de vitesse axiale expérimentale et théorique atteint les 1,299 m/s. La comparaison avec la théorie perd de sa valeur mais sera maintenue par la suite.

Déterminons maintenant les nombres de Reynolds locaux  $Re$  et  $Re_{\delta}$ , et le rapport diamètre-épaisseur de couche limite visqueuse. Le  $Re$  est basé sur la plus grande valeur de vitesse axiale de l'écoulement, ici -7,602m/s. Les valeurs sont obtenues à partir des formules suivantes [Swift] :

$$Re = \frac{u_x^{(\min)} D}{\nu} = 197245 \quad \frac{D}{\delta_v} = 320 \quad Re_{\delta} = \frac{\sqrt{2} u_x^{(\min)}}{\sqrt{\nu\omega}} = 616$$

toujours avec  $D=56,3$  mm le diamètre du tube cylindrique. Les valeurs de la viscosité cinématique et de l'épaisseur de couche limite correspondantes à la température et pression moyennes sont reportées dans le Tableau 30. D'après la Figure 67 [Swift], l'espace des paramètres Esp.3 correspondrait à un régime turbulent dans la fenêtre d'observation PIV, mais proche des frontières avec les autres régimes. Cependant, cela corrobore les premiers résultats présentés dans les § précédents. Il faut rappeler que le nombre de Reynolds est calculé avec la plus grande valeur de vitesse (minimale ici). L'écoulement pourrait en fait être en régime turbulent lorsqu'il se dirige vers le fond du résonateur et être faiblement ou conditionnellement turbulent lorsque qu'il s'oriente dans la direction opposée.

On déduit la vitesse la plus élevée de l'écoulement au milieu du résonateur, sans tenir compte des pertes éventuelles (cf. chapitre II.1.1) ainsi que le nombre de  $Re$  déduit. La vitesse est obtenue à partir de la formule

$$U_{MAX} = U \frac{\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} \frac{L}{2}\right)}{\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x_{piv}\right)} = 16,971 \text{ m/s}$$

$$Re_{MAX} = 440350$$

$$\text{où } U = \max\left(\left|u_{x,t}^{(min)}(t)\right|; \left|u_{x,t}^{(max)}(t)\right|\right)$$

$$\lambda = \frac{1}{f} \sqrt{1,407 \times 296,75 T_m}$$

La température moyenne  $T_m$  est exprimée en Kelvin. Le régime d'écoulement oscillant est donc bien franchement turbulent au milieu du tube. Le calcul du nombre de Reynolds dit non-linéaire au sens de Menguy et al [1] est calculé en fonction de la vitesse maximale (le nombre de Mach n'est pas basé sur la vitesse du fondamentale mais totale) :

$$Re_{nl} = \frac{M^2}{Sh^2} = 120,2$$

### V.3.2.3 Reconstruction du cycle acoustique en phase

#### V.3.2.3.1 Application de la SVD sur les données de vitesses $u_{x,t}(t)$ (PROC 1)

Ce paragraphe a bien été détaillé pour l'espace Esp.1 au §V.1.2.4.1. Les commentaires qui y sont portés sont pour la plupart transposables ici.

La SVD est appliquée sur les données de vitesse  $u_{x,t}(t)$ , la décomposition étant réalisée sur 99 modes. Le portrait de phase obtenu par les deux premiers modes SVD est un cercle quasi-parfait (Figure 155bis).

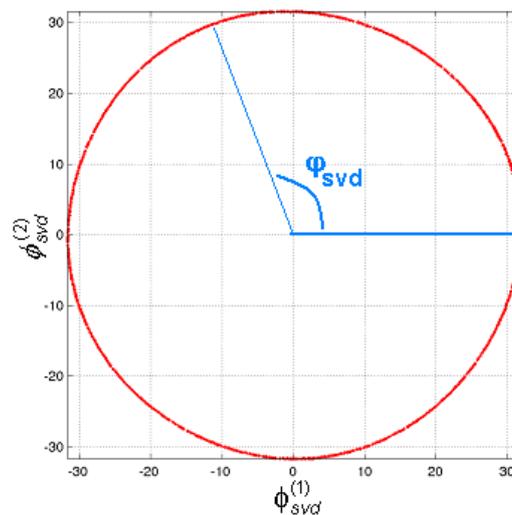


Figure 155bis : Portrait de phase  $\phi_{svd}^{(2)} = g(\phi_{svd}^{(1)})$  obtenue par SVD sur 99 modes;  $\phi_{svd}$  représente les phases déduites

Le reclassement en phase SVD permet de retrouver le cycle acoustique de vitesse (Figure 156). Rappelons que dans le cas de la PROC 1, chaque point représentant la courbe est un instantané de vitesse. Nous voyons apparaître un profil très déformé. Au vu du portrait de phase presque parfait (Figure 155bis), cette déformation est sans aucun doute provoquée par les harmoniques. En rouge, ce sont les phases de décélération. La première numérotée 1 est caractérisée par une décélération linéaire alors que le fluide se dirige dans la direction du moteur thermoacoustique. Les deux séries de mesure (par PROC2) 150507Ph3 et Ph15 dont les profils de vitesse axiale sont représentés sur la Figure 155, correspondent à ces périodes de décélération. La phase d'accélération n°4 (en vert) correspond aux séries 150507Ph12 et Ph13 (Figure 153). Lorsque le fluide circule dans le sens « moteur vers fond », il a pour caractéristique d'accélérer (zone n°3 en vert) presque d'autant qu'il décélère (zone 2 en rouge). Les séries 150507Ph6 et 8 (Figure 152) sont associées à la phase d'accélération 3, les séries 150507Ph10 et 11 à la décélération n°2 (Figure 154).

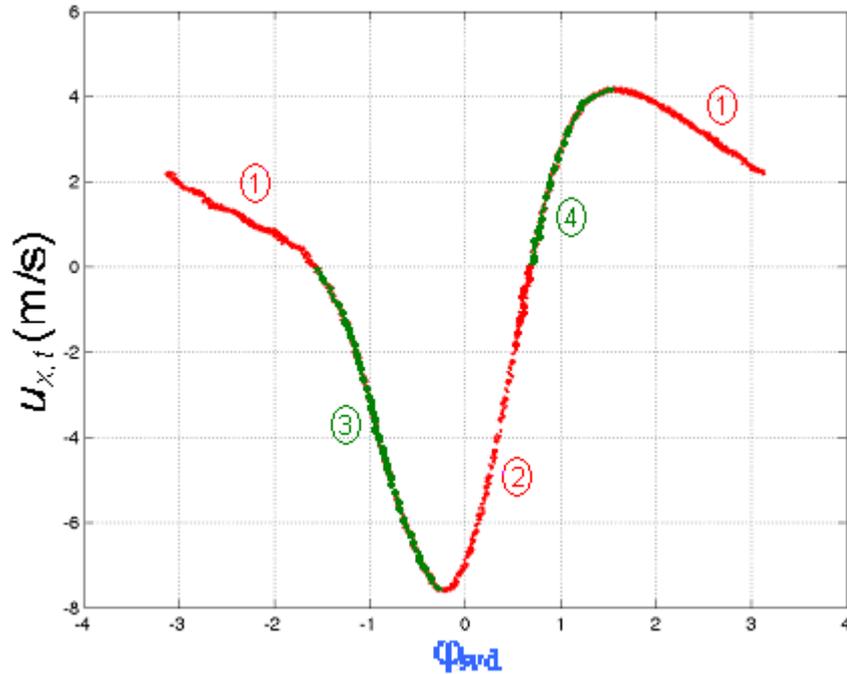


Figure 156 : Reclassement en phase SVD sur vitesse de  $u_{x,t}(\phi_{svd})$  ; en vert les 2 phases d'accélération de la vitesse notée 3 et 4, en rouge les phases de décélération numérotées 1 et 2.

### V.3.2.3.2 Application de la SVD sur les modes POD obtenus à partir des champs $\vec{V}(x, y, t)$ (PROC 1)

Pour plus de détail sur l'application de la POD, se référer au §V.1.2.4.2 qui traite de l'espace Esp. 1. La POD est appliquée sur les champs  $\vec{V}(x, y, t)$ . Le spectre des valeurs propres  $\lambda'_p$  (Fig. 157) montre sans surprise la première valeur propre fortement prédominante, toujours associée au mode acoustique fondamental. Les valeurs propres suivantes ayant un intérêt sont au nombre de 3 (repérées par les flèches) contrairement au cas de l'Esp1 (2). Le topos pondéré du premier mode POD (Figure 158) montre la structuration d'une onde plane. Pour appliquer la POD, il a fallu éliminer les zones proches paroi. Elles introduisaient des structures de petites tailles très énergétiques qui ne paraissaient pas pertinentes.

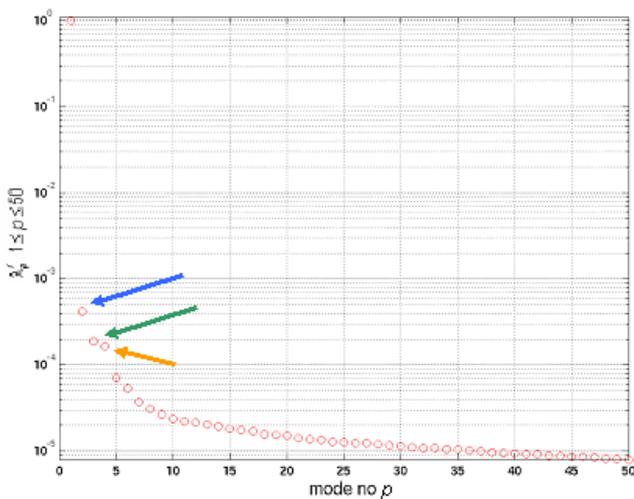


Figure 157 : Evolution des  $\lambda'_p$  pour chaque mode POD  $n^o p$  (échelles linéaire-log)

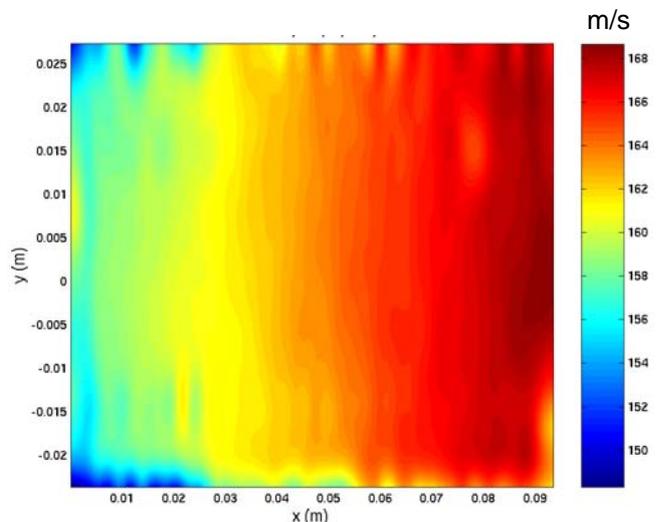


Figure 158 : Représentation bidimensionnelle de  $|\sigma_1 \vec{\psi}_1(\vec{r})|$

A partir du mode POD n°1, on construit la composante axiale de vitesse  $u_{pod}^{(1)}(t) = \langle \sigma_1 a_1(t) \psi_{x,1}(\vec{r}) \rangle_{x,y}$  moyennée en espace (réduction de l'information), de façon identique aux données  $u_{x,t}(t)$ . On applique la décomposition SVD sur  $u_{pod}^{(1)}(t)$  (avec 99 modes) et on construit un portrait de phase circulaire. Des phases  $\varphi_{svd}^{(pod)}$  en sont déduites. Les vitesses reconstruites par POD sont ainsi réordonnées et tracées en fonction de ces nouvelles phases. Les vitesses POD  $u_{pod}^{(1)}(\varphi_{svd}^{(pod)})$  et les vitesses  $u_{x,t}(\varphi_{svd})$  sont comparées sur le même graphique (Fig. 159).

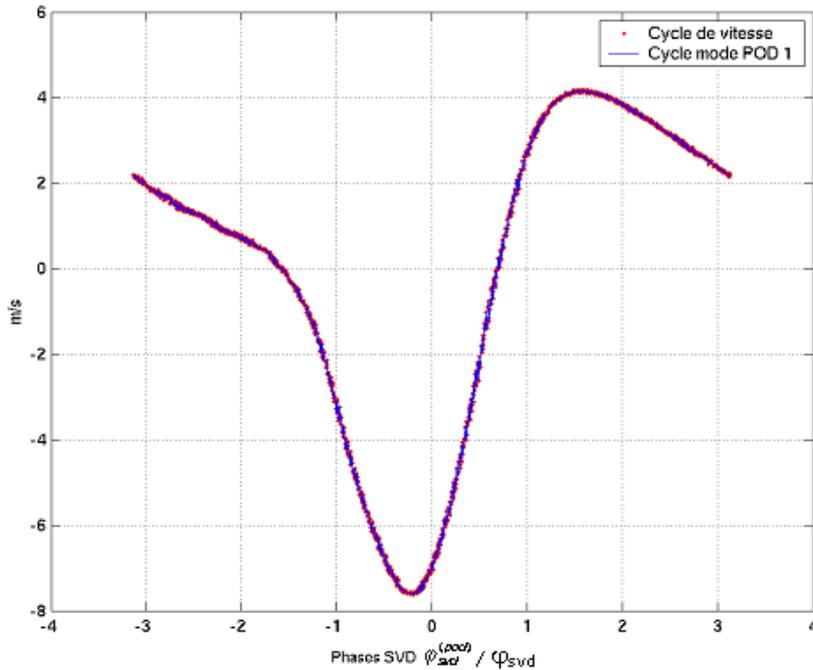


Figure 159 : Reclassement en phase SVD sur vitesse de  $u_{x,t}(\varphi_{svd})$  (en rouge) ; reclassement en phase SVD sur composante POD n°1 de  $u_{pod}^{(1)}(\varphi_{svd}^{(pod)})$  (en bleu)

Les deux courbes se superposent parfaitement.

### V.3.2.3.3 Identification d'une fonction analytique à partir du cycle de vitesse (PROC 1)

A partir des cycles de vitesse reclassés en phases SVD, on identifie à l'aide d'une fonction sinusoïdale (cf. §IV.2.1.5.2) contenant un mode oscillant fondamental et ses 2 premiers harmoniques :

$$u_{fit}(\varphi_{svd}) = a_0^{(u)} + a_1^{(u)} \cos(d_1^{(u)} \varphi_{svd} + \psi_1^{(u)}) + a_2^{(u)} \cos(d_2^{(u)} \varphi_{svd} + \psi_2^{(u)}) + a_3^{(u)} \cos(d_3^{(u)} \varphi_{svd} + \psi_3^{(u)})$$

Des commentaires sur cette identification analytique sont fournis au paragraphe V.1.2.4.3. L'identification est appliquée au cycle de vitesse reclassé en phases SVD. Le Tableau 31 récapitule les valeurs des coefficients. Le coefficient  $a_0^{(u)}$  atténue les risques de biaiser l'évaluation des autres coefficients en « captant » les modes parasites (harmoniques 3 et plus par exemple) et autres qui ne figurent pas dans l'identification analytique. Il est ici important à cause du riche contenu harmonique qui se répercute malgré tout sur l'estimation des numéros de mode  $d_i^{(u)}$  ( $2 \leq i \leq 3$ ), respectivement 2,2 et 3,4. L'identification a été réalisée avec un quatrième mode acoustique mais les résultats étaient médiocres. Ceci est dû sans aucun doute aux taux d'harmonique 3 et supérieurs trop faibles pour l'identification mais aussi parce que le fit n'est réalisé que sur un cycle. L'expérience montre que l'identification fonctionne mieux dans le cas où le signal bien échantillonné évolue sur plusieurs périodes. Il faut donc se contenter ici de 2 harmoniques. L'amplitude du mode fondamental, fournie par  $a_1^{(u)}$ , est de 4,811 m/s contre une amplitude de 5,901 m/s obtenue par la méthode des histogrammes (cf. Tab. 20). Comme déjà précisé

dans le §V.1.2.4.3, la méthode des histogrammes calcule l'amplitude globale de vitesse en intégrant tous les modes (nombreux ici), ce qui explique cette valeur bien plus élevée. Le mode 3 (harmonique 2) atteint une amplitude (0,60m/s) plus importante que les vitesses de streaming qui théoriquement atteindraient seulement les 0,12m/s.

	ESP 3
Coefficients du « fit »	150507Proc1
$a_0^{(u)}$	0,044
$a_1^{(u)}$	4,811
$a_2^{(u)}$	2,532
$a_3^{(u)}$	0,603
$ a_2^{(u)} / a_1^{(u)}  (%)$	52,6
$ a_3^{(u)} / a_1^{(u)}  (%)$	12,5
$d_1^{(u)}$	1,0
$d_2^{(u)}$	2,2
$d_3^{(u)}$	3,4
$\psi_1^{(u)}$	3,71
$\psi_2^{(u)}$	3,53
$\psi_3^{(u)}$	3,60
$ \psi_1^{(u)} - \psi_2^{(u)} $	0,17

Tableau 31 : Ensemble des coefficients obtenus par identification analytique du cycle de vitesse réordonnée en phase

Le taux local d'harmonique 1 atteint les 52,6% (51,6% par les spectres) ; le taux d'harmonique 2 vaut 12,5%, estimation plus faible que par les spectres (17%). Rappelons que ce taux d'harmonique est local à la zone de mesure et ne traduit pas le taux réel plus faible caractérisant le système (cf. § V.1.2.4.3). Il y a toujours des déphasages entre mode fondamental et les harmoniques (0,17 pour le premier, 0,11 pour le second) qui amplifie sans doute la dissymétrie entre les extrema de vitesse axiale.

### V.3.2.3.4 Reconstruction du cycle de pression par reclassement de la vitesse (PROC1)

#### V.3.2.3.4.1 Petit aperçu sur la pression

Les données de pression  $P_1(t)$  ont été acquises simultanément avec les données de vitesse mais avec des fréquences d'échantillonnage différentes et non proportionnelles. Dans le cas de la série 150507Proc1, on ne dispose que de la pression mesurée par le capteur Kistler près du moteur. Les deux capteurs Entran auxquels on fait référence pour l'étude de l'Esp 2, n'étaient pas alors opérationnels.

La Figure 160 donne l'évolution de la pression fonction du temps entre  $t=10s$  et  $12s$ , son spectrogramme sur le même intervalle de temps et le spectre de puissance (en puissance  $\frac{1}{4}$ ) calculé pour la totalité du signal (202s d'acquisition). Le signal de pression présente toujours une dissymétrie inverse à celle de la vitesse (cf. V.2.2.3.4.1). Cette dissymétrie est fortement marquée avec presque 0,1 bar d'écart mais le signal ne présente pas d'évolution linéaire au cours du temps comme la vitesse. La racine quatrième du spectre fait ressortir au moins 7 harmoniques très stables dans le temps comme en témoigne le spectrogramme. Les taux locaux respectifs d'harmonique 1 et 2 sont de 24,9% et 4,1%.

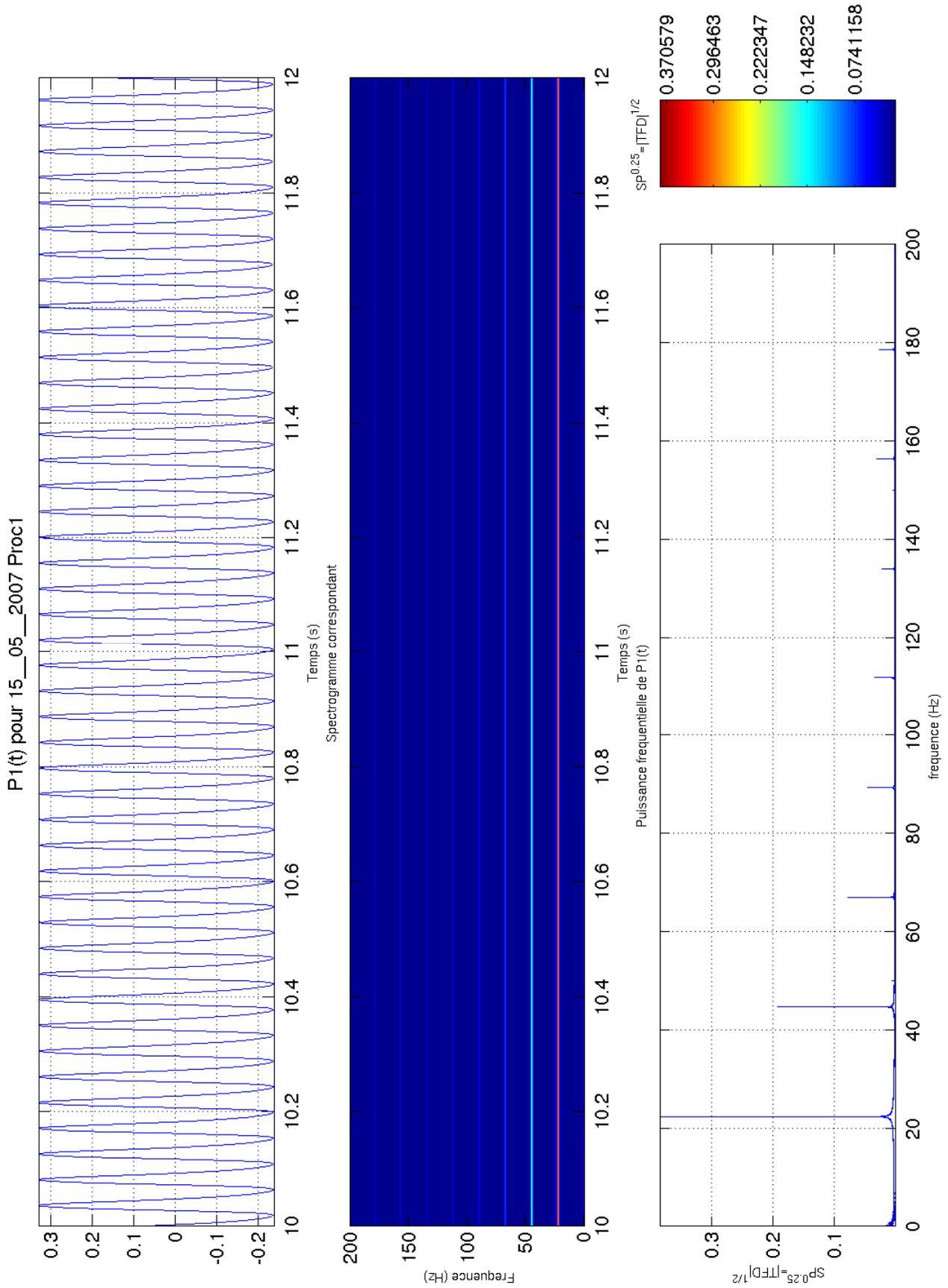


Figure 160 : Evolution temporelle de la pression  $P_1(t)$  (bar), spectrogramme et spectre de puissance

V.3.2.3.4.2 Reconstruction du cycle de pression acoustique

La méthodologie appliquée à la pression est présentée au §IV.2.1.5.3. Les données de pression sont mises en correspondance avec celles de vitesse. Les phases  $\varphi_{svd}$  obtenues par décomposition SVD sur la vitesse sont utilisées pour reclasser les données de pression et obtenir le cycle acoustique de pression :  $P_1(\varphi_{svd})$ . Le cycle de pression acoustique est tracé avec le cycle de vitesse sur la Figure 161.

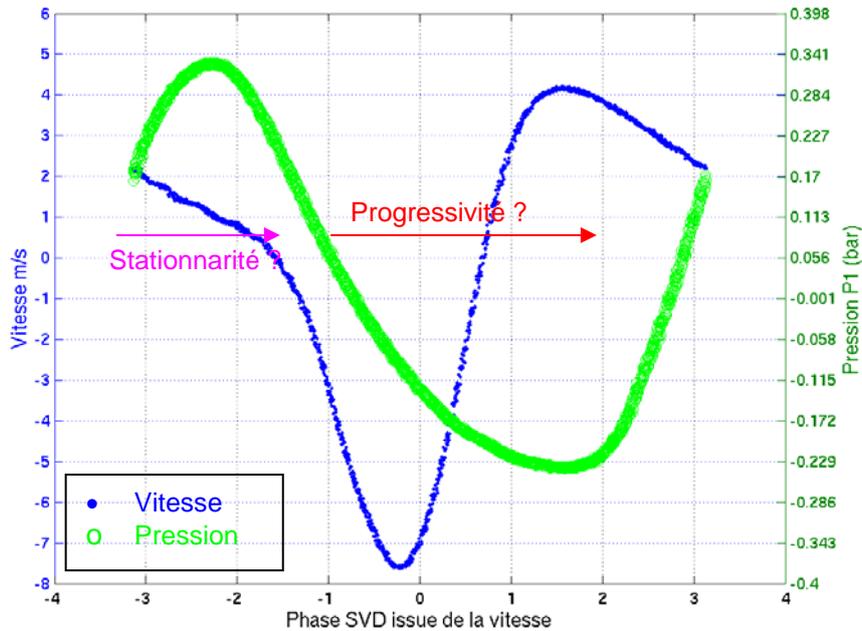


Figure 161 : Représentation des cycles acoustiques de vitesse  $u_{x,t}(\varphi_{svd})$  et de pression  $P_1(\varphi_{svd})$ , SVD sur vitesse

On constate que le cycle de pression est moins déformé par les harmoniques que le cycle de vitesse. Il semble apparaître tout de suite que le déphasage pression/vitesse (sur les modes fondamentaux) est bien différent de  $\pi/2$ . Il est d'ailleurs variable selon la phase : le maximum de pression est voisin d'un zéro de vitesse (front descendant) donc plus proche d'une onde acoustique stationnaire légèrement progressive. Mais le minimum de pression est quasiment à la même phase que le maximum de vitesse, soit un déphasage de l'ordre de  $\pi$ . Hors, le capteur de pression est quasiment à l'opposé de la zone de mesure de vitesse dans le résonateur. Le signal de pression qui correspondrait à ce cycle de vitesse est déphasé de  $\pi$  par rapport au signal de pression actuel. Donc le déphasage pression-vitesse pour les phases voisines du maximum de vitesse est nul, caractéristique d'une onde progressive. Cela signifierait que l'onde acoustique est encore un peu stationnaire lorsque l'écoulement se dirige vers le moteur en décélérant, juste avant le changement de sens. Puis l'onde devient progressive entre le moment où elle se dirige vers le fond du résonateur en accélérant et le moment où elle atteint le maximum de vitesse (direction du moteur). La partie linéaire du profil de vitesse serait liée à un conflit entre progressivité et stationnarité de l'onde. Même si le cycle de pression est moins déformé, on voit une évolution quasi-linéaire en parallèle avec la vitesse.

Lorsque l'on compare les cycles de vitesse des 3 espaces des paramètres (Fig. 78, 121 et 161), on remarque que la déformation la plus importante apparaît toujours à partir du moment où l'écoulement décélère dans la direction du moteur, faisant demi-tour et accélérant dans le sens opposé.

V.3.2.3.4.3 Identification d'une fonction analytique du cycle de pression acoustique (PROC 1)

Comme pour le cycle de vitesse, une identification analytique est accomplie sur celui de pression sous la forme :

$$P_{fit}(\varphi_{svd}) = a_0^{(P)} + a_1^{(P)} \cos(d_1^{(P)} \varphi_{svd} + \psi_1^{(P)}) + a_2^{(P)} \cos(d_2^{(P)} \varphi_{svd} + \psi_2^{(P)}) + a_3^{(P)} \cos(d_3^{(P)} \varphi_{svd} + \psi_3^{(P)})$$

Les résultats obtenus sont présentés dans le Tableau 32.

	ESP 3
Coefficients de « fit »	Cycle de pression
$a_0^{(p)}$	-0,001
$a_1^{(p)}$	0,286
$a_2^{(p)}$	0,085
$a_3^{(p)}$	0,016
$ a_2^{(p)} / a_1^{(p)}  (%)$	29,6
$ a_3^{(p)} / a_1^{(p)}  (%)$	5,6
$d_1^{(p)}$	1,0
$d_2^{(p)}$	1,9
$d_3^{(p)}$	2,5
$\psi_1^{(p)}$	2,10
$\psi_2^{(p)}$	5,05
$\psi_3^{(p)}$	2,10
$ \psi_1^{(p)} - \psi_2^{(p)} $	2,95
Déphasages pression/vitesse en rapport de $\pi$	
$\psi_1^{(p)} - \psi_1^{(u)}$	0,49

Tableau 32 : Ensemble des coefficients obtenus par identification du cycle de pression réordonné en phase SVD sur vitesse

Le mode fondamental de l'onde acoustique côté moteur à une amplitude de 286 mbar contre 85mbar pour l'harmonique 1. On voit que l'harmonique suivant est d'amplitude  $a_3^{(p)} = 16\text{mbar}$  non négligeable. L'identification analytique a du mal à le ressortir comme troisième mode vu le  $d_3^{(p)}$ . En fait, les autres harmoniques sont nombreux et leur contribution perturbe l'estimation de ce troisième mode. Le taux local d'harmonique 1 est de 29,6% contre 24,9% obtenu par le spectre. Pour l'harmonique 2, il est de 6%, 4,1% par le spectre. Ces légers écarts peuvent être dus au reclassement en phase sur la vitesse. Comme déjà discuté pour le calcul de la moyenne (§IV.2.2), les 2 premiers modes SVD sont entachés de résidus harmonique qu'il faudrait filtrer en toute rigueur. Ils introduisent une légère incertitude sur le calcul des phases. Hors le capteur, rappelons-le, est à une distance approximative de 0,19m du générateur d'onde. Cela implique que le taux global d'harmoniques est très élevé pour cet espace des paramètres. Malgré ce qui a été discuté sur ce qu'on observe à la Figure 161, le déphasage réel entre les modes fondamentaux de pression et de vitesse est toujours proche des  $0,5\pi$ . Un calcul de déphasage pression/vitesse sur l'harmonique 1 donne  $0,48\pi$ . Ces fortes distorsions des profils sont sans doute provoquées principalement par le contenu harmonique multiple et par les forts déphasages entre modes.

### V.3.2.3.5 Reconstruction du cycle acoustique par reclassement de la pression (PROC1)

Le cycle de pression a été reconstruit à partir du reclassement en phase obtenu par l'application de la SVD sur les vitesses. On réalise l'opération inverse en utilisant les données de pression  $P_1(t_n^{(PV)})$ . La méthodologie est expliquée dans le §IV.2.1.6 et §V.1.2.4.5.

La SVD appliquée aux données de pression est faite sur 99 modes de décomposition. On obtient 1 portrait de phase  $\phi_{svd}^{(2)} = g(\phi_{svd}^{(1)})$  quasi-circulaire et les phases déduites permettent de tracer le cycle de vitesse (Figure 162) quasiment identique à celui obtenu par SVD sur elle-même (Figure 161).

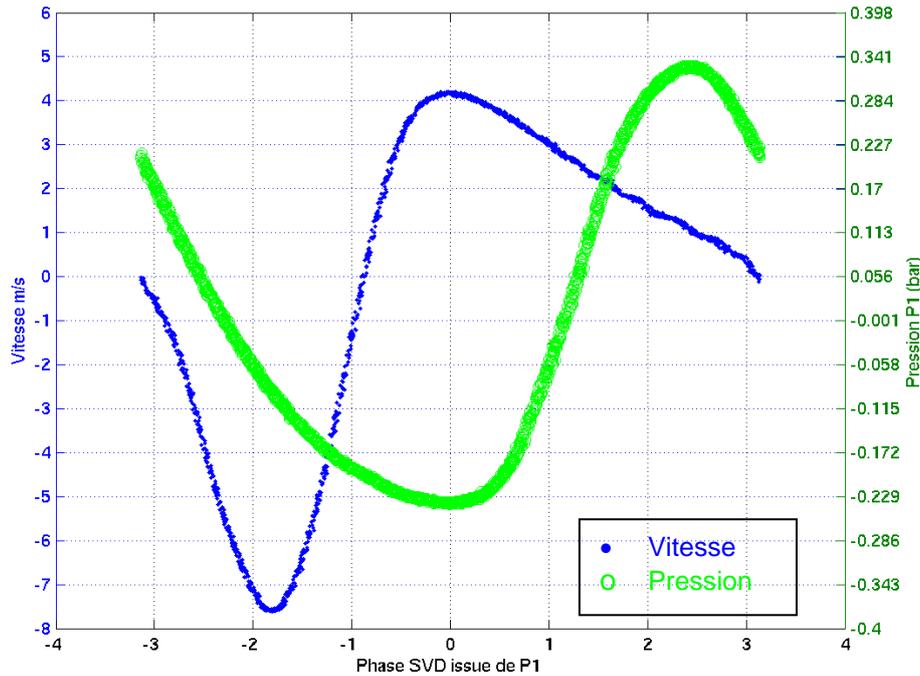


Figure 162 : Représentation des cycles acoustiques de vitesse  $u_{x,i}(\varphi_{svd})$  et de pression  $P_1(\varphi_{svd})$ , SVD sur pression

Une identification par fonction analytique est de nouveau appliquée, à la fois sur le cycle de pression et celui déduit de vitesse. Pour comparaison avec le cycle de pression, une identification est faite sur le signal de pression correctement échantillonné qui est la source des données constituant le cycle reconstruit de pression. Le fit est réalisé avec un quatrième mode (harmonique 3), à l'aide de la formule :

$$P_{fit}(\varphi_{svd}) = a_0^{(P)} + \sum_{i=1}^4 a_i^{(P)} \cos(d_i^{(P)} \varphi_{svd} + \psi_i^{(P)})$$

Les résultats sont reportés dans le Tableau 33. Les amplitudes de pression pour le fondamental et l'harmonique sont concordant, ce qui montre une fois de plus la qualité de l'identification des cycles reconstruit par SVD. L'identification des modes reste correcte mais le fit avec 4 modes sur la totalité du signal repère mieux le mode 3, déplaçant l'incertitude d'identification sur le suivant. Mais le fit sur le signal de pression sous-estime le poids réel de l'harmonique 2 car le spectre de puissance donne un taux équivalents aux fit par SVD. L'identification basée sur la SVD issue de la vitesse surestime (Tab. 32) de 10 à 20 mbar les amplitudes de pression  $a_1^{(p)}$  et  $a_2^{(p)}$ .

L'identification sur la vitesse est moins bonne pour l'estimation des amplitudes par rapport aux valeurs référencées dans le Tab. 32. A contrario, elle associe mieux le deuxième harmonique au numéro de mode  $d_3^{(u)}=3$ . Le déphasage pression/vitesse est à  $0,47\pi$ . Il est difficile de conclure sur une imprécision de calcul ou sur une perte de la qualité de stationnarité de l'onde. A noter que le signal de pression temporel n'a pas la même origine des phases que les deux cycles de pression et de vitesse, interdisant le calcul du déphasage.

ESP 3				
Coefficients du « fit »	Cycle de pression	Pression temporelle	Coefficients du « fit »	Cycle de vitesse
$a_0^{(p)}$	-0,005	0,003	$a_0^{(u)}$	-0,225
$a_1^{(p)}$	0,276	-0,275	$a_1^{(u)}$	-4,608
$a_2^{(p)}$	0,070	0,063	$a_2^{(u)}$	-2,451
$a_3^{(p)}$	-0,010	-2,2E-05	$a_3^{(u)}$	9,9E-01
$a_4^{(p)}$	-	-1,0E-06	$a_4^{(u)}$	-
$ a_2^{(p)} / a_1^{(p)}  (%)$	25,2	22,9	$ a_2^{(u)} / a_1^{(u)}  (%)$	53,2
$ a_3^{(p)} / a_1^{(p)}  (%)$	3,8	8,0E-03	$ a_3^{(u)} / a_1^{(u)}  (%)$	21,6
$d_1^{(p)}$	1,0	1,0	$d_1^{(u)}$	1,0
$d_2^{(p)}$	2,0	2,0	$d_2^{(u)}$	2,1
$d_3^{(p)}$	3,4	3,0	$d_3^{(u)}$	2,9
$d_4^{(p)}$	-	4,3	$d_4^{(u)}$	-
$\psi_1^{(p)}$	3,71	2,15	$\psi_1^{(u)}$	2,23
$\psi_2^{(p)}$	1,71	5,03	$\psi_2^{(u)}$	3,45
$\psi_3^{(p)}$	3,97	6,47	$\psi_3^{(u)}$	2,28
$\psi_4^{(p)}$	-	-1,53	$\psi_4^{(u)}$	-
$ \psi_1^{(p)} - \psi_2^{(p)} $	2,00	2,88	$ \psi_1^{(u)} - \psi_2^{(u)} $	1,22
Déphasages pression/vitesse en rapport de $\pi$				
$\psi_1^{(p)} - \psi_1^{(u)}$	0,47			

Tableau 33 : Ensemble des coefficients obtenus par identification du cycle de pression et du cycle de vitesse réordonné en phase SVD sur pression, et fit du signal temporel de pression

Les cycles de vitesses reconstruits par SVD sur pression sont superposés avec leur équivalent reconstruit par SVD sur vitesse. Ils sont tracés sur les Figure 163.

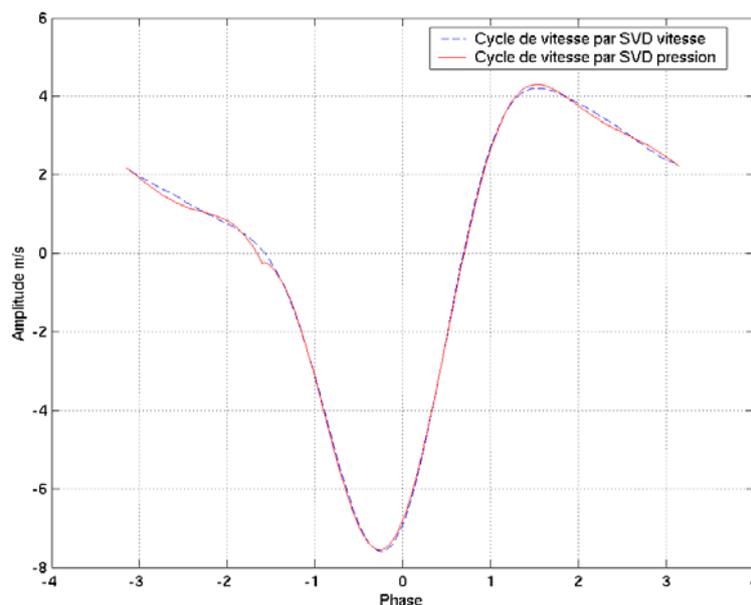


Figure 163 : Superposition des deux cycles acoustiques de vitesse obtenus respectivement par SVD sur vitesse (bleu) et SVD sur pression (rouge)

Jusqu'à maintenant, les cycles de vitesse ont été reconstruits avec succès par la procédure PROC1, sans référencement en phase. Nous allons maintenant voir les résultats obtenus par la procédure PROC2 dans la reconstruction du cycle acoustique.

### V.3.2.3.6 Reconstruction du cycle acoustique de vitesse par moyenne de phase (PROC2)

Nous reprenons les champs obtenus par moyenne de phase (§V.3.2.1.2.2) dans le cadre de la procédure d'acquisition PROC2. Ces champs  $\hat{V}_\varphi(\vec{r}, \varphi) = \left\{ \hat{V}_\varphi(\vec{r}, \varphi_i), 1 \leq i \leq 16 \right\}$  correspondent à 16 phases du cycle acoustique. On réduit l'information par moyenne spatiale :

$$\left\langle \hat{V}_\varphi(\vec{r}, \varphi_i) \right\rangle_{x,y} = (\hat{v}_{x,\varphi}(\varphi_i); \hat{v}_{y,\varphi}(\varphi_i))$$

Ces 16 données sont tracées sur la Figure 164 en fonction des 16 phases  $\varphi_i$  fournies au Tableau 28. Sur la Figure sont tracées le cycle de vitesse obtenu par SVD sur vitesse, et celui par SVD sur pression. Notons que la moyenne temporelle/sur les phases n'a pas été retranchée aux données  $(\hat{v}_{x,\varphi}(\varphi_i); \hat{v}_{y,\varphi}(\varphi_i))$  ce qui n'est pas le cas des cycles obtenus par la PROC 1. Ces derniers sont donc reconstruits en conservant la moyenne.

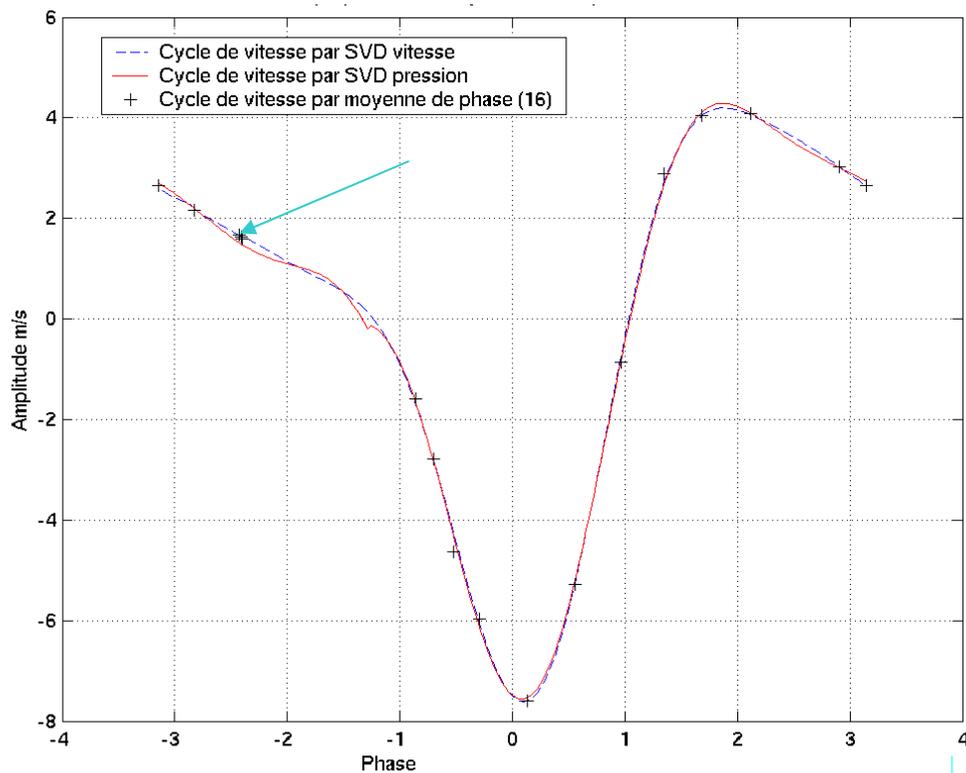


Figure 164 : Superposition des cycles acoustiques de vitesse obtenus pour la PROC 1 avec SVD sur vitesse, SVD sur pression, et pour la PROC 2

La correspondance entre les profils obtenus par la PROC 1 et la PROC 2 concordent bien. La convergence des données de vitesse pour la PROC2 apparaît satisfaisante pour l'estimation de la partie acoustique, malgré les observations faites au §V.3.2.1.2.1. Mais il faudra garder à l'esprit qu'elle peut ne pas être acceptable pour le calcul des moyennes temporelles. Le graphe constitué des 16 phases présente une zone non décrite par les mesures, entre -2,5 et -1 radian. En fait, la flèche montre 3 points d'acquisition, qui se superposent (150507Ph3, Ph4 et Ph5). Rappelons que l'acquisition des images PIV est synchronisée non pas sur une phase de pression mais sur une valeur de pression associée à la phase qui nous intéresse. Lors de la sélection de ces valeurs, une

erreur de manipulation s'est répercutée sur le seuillage, entraînant l'acquisition malencontreuse de 3 séries de mesures similaires et d'une absence d'information entre les phases Ph3 et Ph6.

A partir de la pression, on peut déterminer l'amplitude de vitesse théorique du mode fondamental dans la zone de mesure comme dans le cas de la PROC 1. Ces valeurs sont bien sûr similaires entre elles mais les signaux de pression ne sont jamais identiques entre eux. Ces petites différences se retrouvent sur les valeurs théoriques estimées, pouvant générer un écart maximal de 9 mm/s. Pour chaque phase donc, on calcule cette amplitude théorique qui correspond aux paramètres physiques du moment. On pondère ensuite l'amplitude avec  $\sin(\varphi)$  pour obtenir la vitesse théorique à la phase correspondante. La Figure 165 compare le cycle expérimental de vitesse déterminé par PROC2 et les valeurs analytiques.

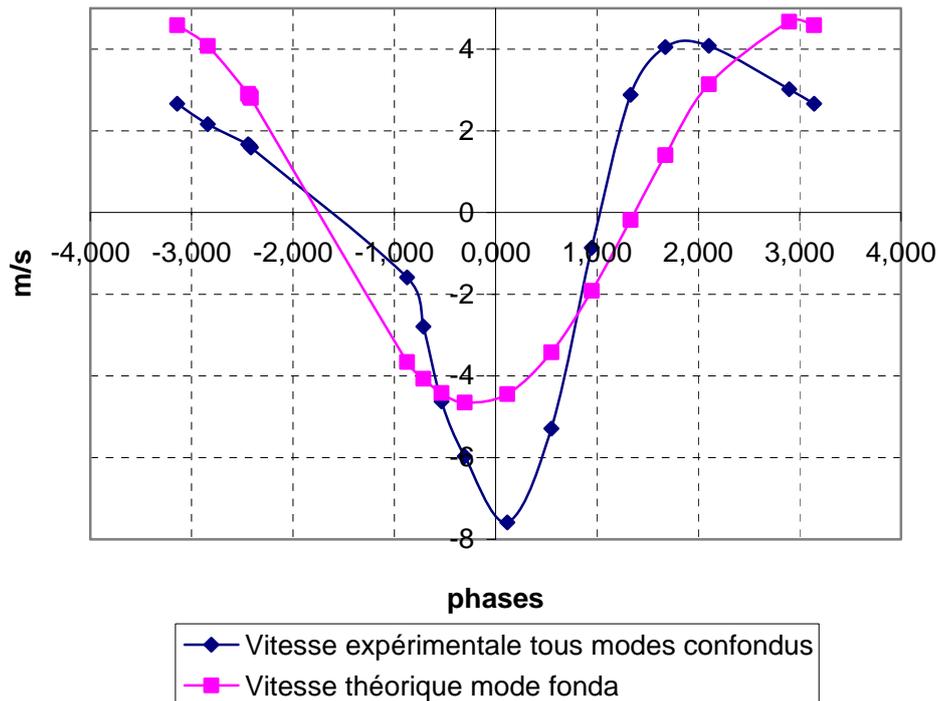


Figure 165 : Comparaison entre les vitesses de phase expérimentales et analytiques obtenues dans la zone de mesure PIV pour l'Esp3

Les déformations sur le profil analytique sont bien sûr dues au fait qu'il s'agit d'une reconstruction point par point. La valeur estimée pour la première phase est entachée d'erreur. Le contenu harmonique important met en défaut la théorie linéaire de l'acoustique.

### V.3.2.4 Calcul de la longueur d'onde acoustique (PROC 1)

Nous délaissions de nouveau la procédure PROC2 et reprenons les données issues de la PROC1. Comme précisé au §IV.21.7, le sous-échantillonnage en temps est contrecarré par un sur-échantillonnage en phases obtenues par SVD. Les données initiales de vitesse axiales sont reprises, moyennées suivant la direction radiale ( $y$ ) et soustraite à la composante moyenne. On obtient les profils de vitesse suivant

$$u(x, \varphi_{svd}) = \langle v_x(x, y, \varphi_{svd}) \rangle_y - \bar{u}$$

qui sont fonction des phases SVD obtenues par la vitesse. Ces profils évoluent en fonction des phases de la même façon que sur la Figure 83.

Une identification par fonction analytique suivant  $x$  et  $\varphi_{svd}$  est alors entreprise sur ces données

$$u_{fit}(x, \varphi_{svd}) = u_{m0} + \sum_{j=1}^3 u_{mj} \sin(jkx) \cos(j\varphi_{svd} + \psi_{tj})$$

Pour plus de détail sur cette opération, consulter le §V.1.2.5. La longueur d'onde est déduite du nombre d'onde  $k$ . Le Tableau 34 donne l'ensemble des coefficients.

	ESP 3
Coefficients du « fit »	150507Proc1
$u_{m0}$ (m/s)	0,005
$u_{m1}$ (m/s)	8,016
$u_{m2}$ (m/s)	2,599
$u_{m3}$ (m/s)	0,885
$ u_{m2}/u_{m1} $ (%)	32,4
$u_{m3}/u_{m1}$ (%)	11,0
$\lambda_{exp}$ (m)	12,14
$\lambda_{th}$ (m)	15,69
$\lambda_{exp}-\lambda_{th}$ (m)	-3,55
$\psi_{t1}$	3,72
$\psi_{t2}$	3,53
$\psi_{t3}$	3,575741
$ \psi_{t1} - \psi_{t2} $	0,19

Tableau 34 : Coefficients d'identification analytique sur les données  $u(x, \varphi_{svd})$

Ici, les résultats donnent les amplitudes maximales de vitesse du mode fondamental et de l'harmonique. Le taux d'harmonique 1 est le taux global existant dans le résonateur et atteint les 32,4%. La longueur d'onde théorique est calculée par  $\lambda_{th}=c/f$  déduite de la fréquence mesurée  $f$  et de la célérité  $c$  de l'onde qui dépend de la température. La longueur d'onde expérimentale  $\lambda_{exp}$  est de 12,14 m pour une valeur théorique de 15,69 m. L'écart est de 22,6% la longueur d'onde théorique, estimation bien moins bonne que les Esp.1 et 2. La discussion sur l'écart expérimental/théorique du §V.1.2.5 est toujours d'actualité, en ajoutant le contenu harmonique qui diminue la qualité de l'identification analytique.

Les résultats de déphasage mode fondamental/harmonique et amplitude maximale de vitesse du mode 1 sont récapitulés au Tableau 35. Le déphasage mode fondamental/harmonique est de 0,19 radian et est en bon accord avec celui obtenu par fit sur SVD vitesse. Celui venant du fit SVD pression est toujours différent comme on l'a observé pour les espaces de paramètres précédents (Tab. 17 et 26). Le fait que la pression et la vitesse ne soit pas extrait au même endroit n'explique pas cette différence.

Dans le même tableau sont fournies les amplitudes de vitesse maximale déduites pour chaque méthode, c'est-à-dire les vitesses de l'écoulement au milieu du résonateur, soit à la distance  $L/2$  (origine : fond du tube opposé au moteur). Les détails de ces calculs sont consultables au §V.1.2.5. La vitesse obtenue par la méthode des histogrammes est bien entendue plus élevée car elle englobe l'ensemble du contenu fréquentiel de l'onde. Les vitesses par « Fit SVD vitesse » et « Fit longueur d'onde », qui ne s'intéressent qu'à l'amplitude du mode fondamental montrent un moins bon accord contrairement à l'espace 2 (Tab. 27), lié à la dégradation de la précision des fits, toujours par un contenu harmonique riche.

Méthodes	Numéro de série pour l'espace des paramètres n°3				Moyenne
	Histogramme	Fit SVD vitesse	Fit SVD pression	Fit longueur d'onde	
Amplitude maximale de vitesse (m/s)	9,336	7,613	7,291	8,016	<b>8,064</b>
Déphasage fondamental/harmonique	-	0,17	1,22	0,19	<b>0,53</b>

Tableau 35 : Valeurs des amplitudes maximales de vitesse (milieu du résonateur) et des déphasages entre mode fondamental et harmonique déduits par différentes méthodes : par histogramme, SVD+identification de fonction et identification directe (fit longueur d'onde) ; pour l'espace des paramètres Esp3

Nous allons maintenant étudier le champ moyen de vitesse, obtenu par moyenne sur les phases sur les données issues des PROC 1 et 2, et par POD uniquement pour le cas PROC 1.

### V.3.3 A la recherche du vent acoustique et autres écoulements continus de l'ESP3

#### V.3.3.1 Les champs moyens sur les phases : zoom et comparaison des deux procédures PROC 1 et 2

Nous suivons toujours la même planification que celle de l'Espace ESP2. Nous allons d'abord observer la même zone restreinte (cf. Figure 34) de l'écoulement moyen, comme pour l'ESP1 au §V.1.3.1 et l'ESP2 au §V.2.3.1.

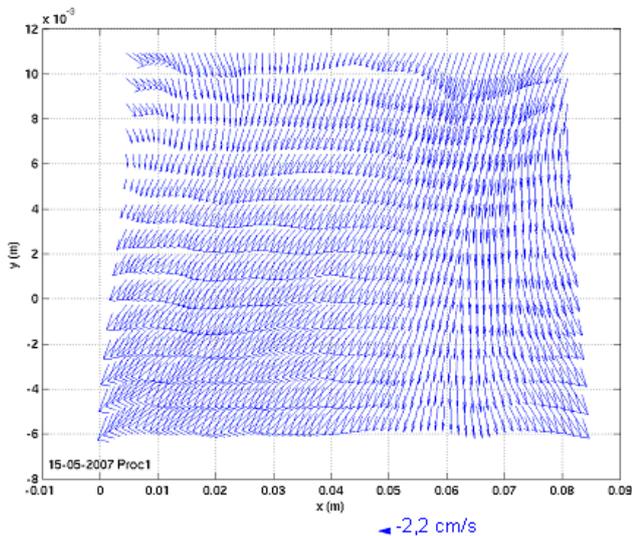


Figure 166 : Champ de vitesse moyenne en phase (zone restreinte cf. Figure 34) pour la Proc1

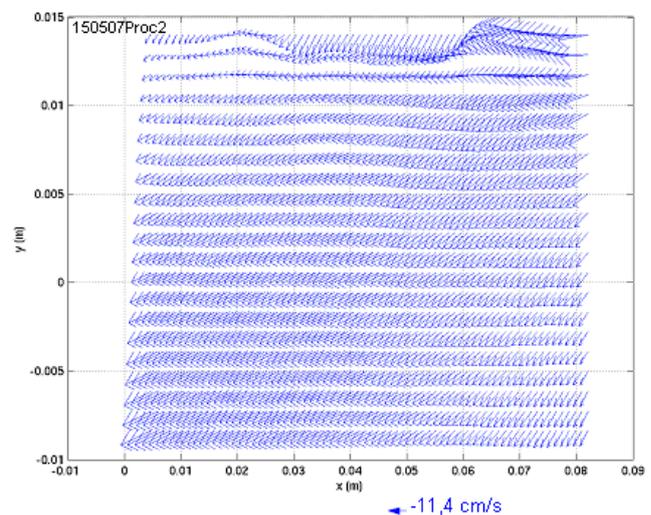


Figure 167 : Champ de vitesse moyenne en phase (zone restreinte cf. Figure 34) pour la Proc2

A partir des données issues de la PROC1, on calcule le champ moyen sur les phases

$$\overline{\vec{V}_T(\vec{r}; \varphi_{svd})}^{(\varphi)} = \overline{\vec{V}_T}^{(\varphi)}(\vec{r}) = \left( \overline{u_x}^{(\varphi)}(\vec{r}); \overline{u_y}^{(\varphi)}(\vec{r}) \right)$$

en suivant la méthodologie décrite au §IV.2.2. Il est représenté dans la zone restreinte à la Figure 129. Les données acquises par la PROC2 sont moyennées sur les phases par la formule (cf. §IV.3.1.5)

$$\overline{\hat{V}}_{\varphi}(\vec{r}) = \frac{1}{2\pi} \int_{\varphi_0}^{\varphi_0+2\pi} \hat{V}_{\varphi}(\vec{r}, \varphi) d\varphi$$

et le champ ainsi obtenu est tracé à la Figure 167.

Les valeurs de vitesse affichées (moyenne spatiale) sont associées à la longueur de flèche attenante.

Le champ moyen obtenu par la procédure 1 présente des fluctuations locales qui sont fortement atténuées sur le champ de la PROC2, plutôt lissé. Ces fluctuations semblent avoir pour origine le bruit de mesure plutôt qu'une réalité physique. Rappelons-nous que les champs spatiaux obtenus par la PROC 1 sont des instantanés, contenant les incertitudes liées à la mesure et au calcul des déplacements de particules PIV. La seule opération de « filtrage » est le processus de moyenne sur les phases, sur un échantillonnage relativement conséquent. Dans le cas de la PROC2, il y a deux étapes de filtrage. La première par moyenne DE phase pour chacune des 16 phases, avec un échantillonnage important ; elle est suivie du second filtrage par moyenne Sur les phases qui élimine un peu plus les fluctuations, mais n'étant réalisée que sur 16 échantillons donnera un résultat moins pertinent que pour la PROC1.

Quelque soit les espaces de paramètres, cette portion d'écoulement suit la même tendance : il descend. Le champ de la PROC 1 (Figure 166) fait penser qu'il existe deux cellules de convection contrarotatives. Examinons maintenant les champs sur l'ensemble de la fenêtre de mesure.

### ***V.3.3.2 Les champs moyens sur les phases : vision sur toute la fenêtre de mesure et comparaison PROC 1 et 2***

#### ***V.3.3.2.1 Champs de vitesse***

Les Figures 168 et 169 présentent les champs moyens pour la zone globale de mesure PIV pour les deux procédures PROC1 et PROC2. Nous rappelons que les valeurs de  $x$  sont locales à la zone PIV,  $x=0$  à gauche des champs,  $x=10\text{cm}$  à droite ; le centre local  $x=4,6\text{cm}$  est à la position  $x_{piv}=1,16\text{m}$  dans le résonateur.

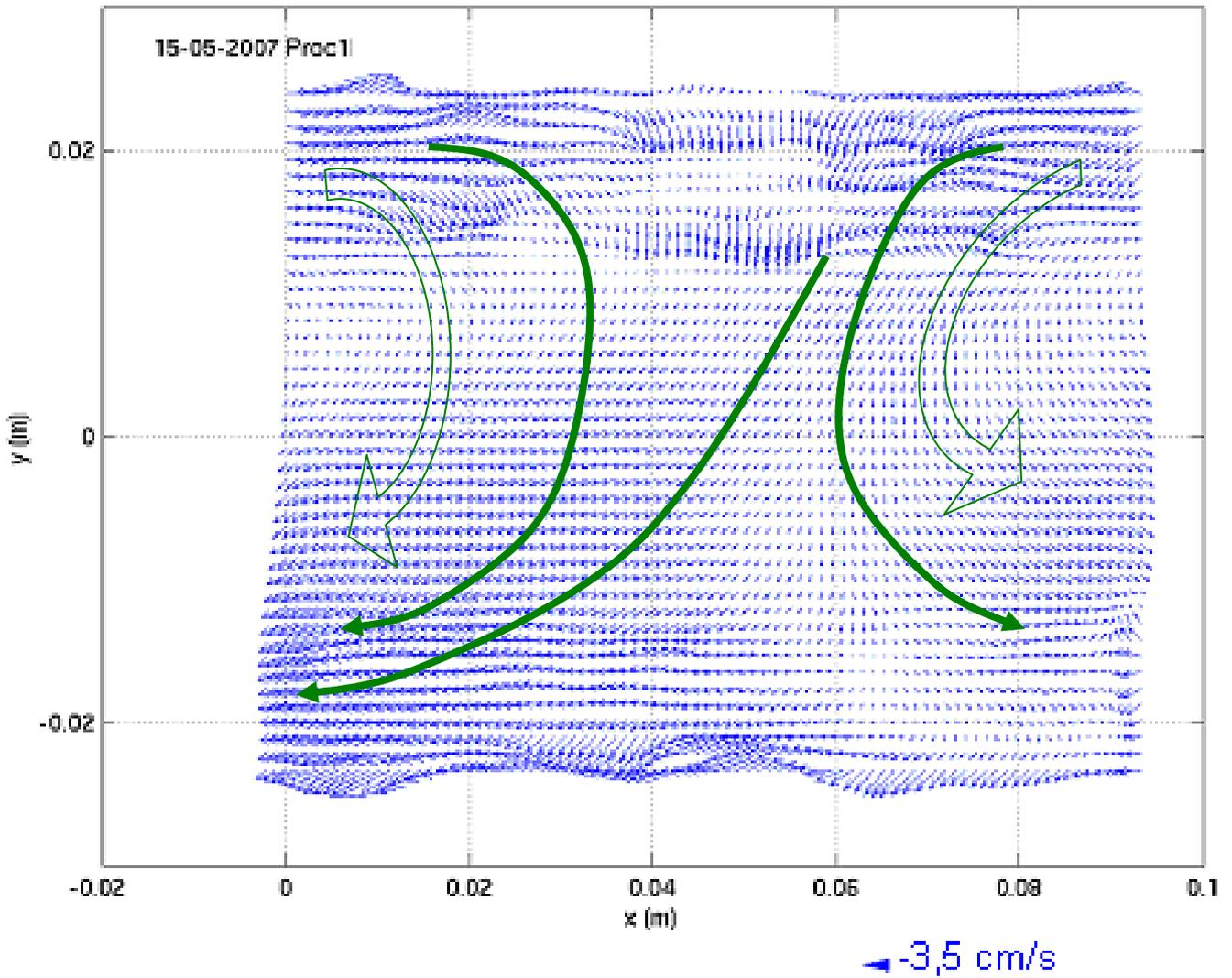


Figure 168 : Champ de vitesse moyenné sur les phases (zone PIV) pour PROC1

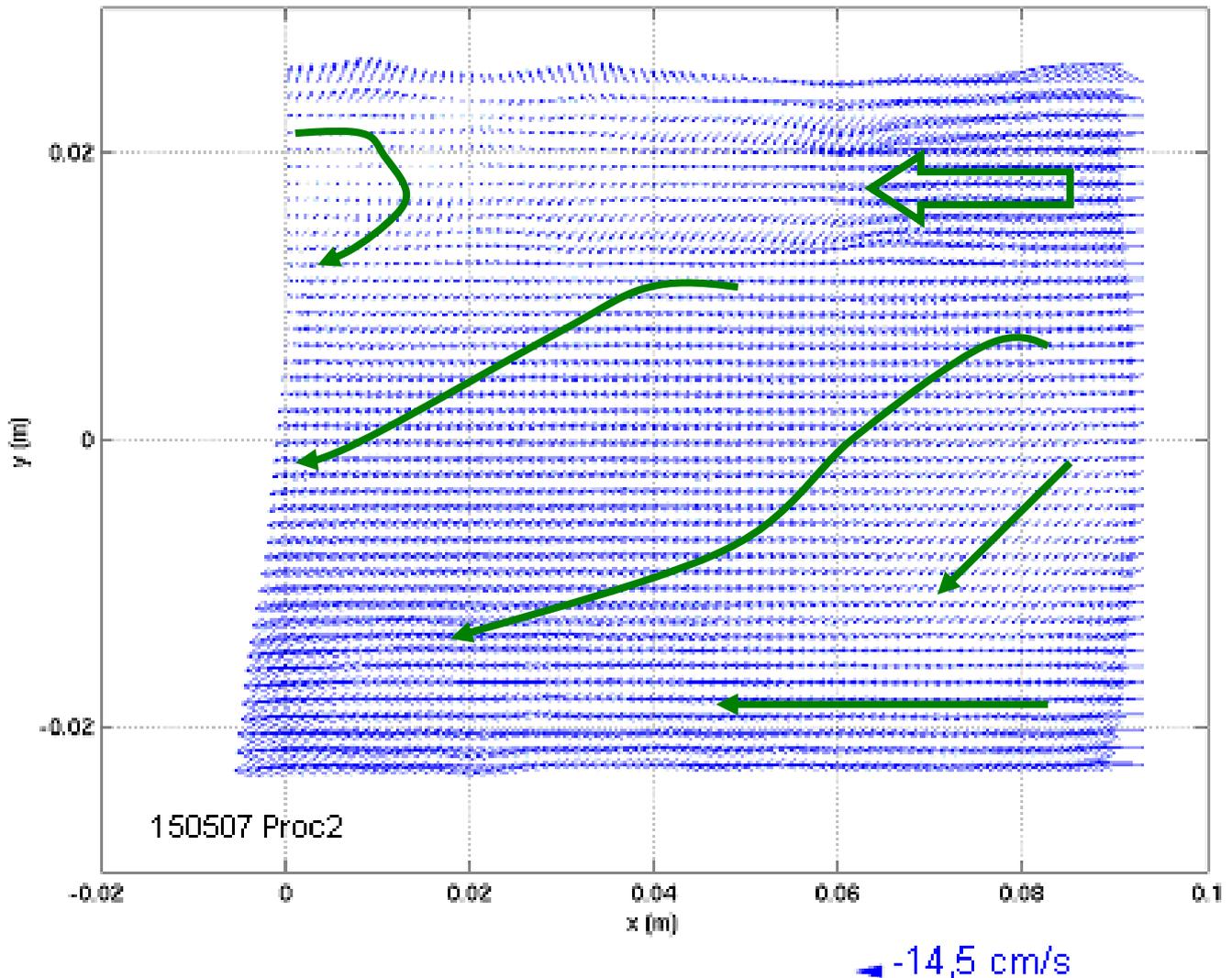


Figure 169 : Champ de vitesse moyenné sur les phases (zone PIV) pour PROC2

La vitesse théorique de streaming est de l'ordre de 11 cm/s ce qui n'est corroboré par aucun des deux résultats : -3,5 cm/s pour la PROC 1 et -14,5 cm/s pour la PROC 2. Cette valeur est en tout cas suffisamment grande face à la précision de la mesure et des calculs. Rappelons que pour l'Esp.2 elle avoisine les 0,5cm/s dans notre zone de mesure contre 2,2cm/s pour l'Esp.1. Aucun des 2 résultats ne présente un écoulement de streaming typique : vitesse dirigées vers le centre du résonateur au centre de la fenêtre, de sens opposé aux bords. Le taux global d'harmonique 2 obtenu par le fit longueur d'onde (Tab. 34) est de 11%, inférieur au seuil des 20% dont Menguy et al [1] font référence et qui induiraient une influence de l'harmonique 2 sur le streaming du mode fondamental. Le nombre de Reynolds de streaming est basé sur la longueur d'onde et la vitesse de streaming (§III.2). Son estimation  $Re_S$  est comprise entre 616 000 et 796 000, ce qui impliquerait une forte influence des effets inertiels sur l'écoulement secondaire (§III.2, [Suart]) ; les travaux de Menguy et al [1] confirmeraient cela au vue de la valeur du nombre de Reynolds non-linéaire fort important : 120,2. A cela pourrait s'ajouter le streaming lié à l'harmonique 1. Les nombres de Reynolds  $Re \sim 197\,000$  et  $Re_s = 616$  semblent indiquer un régime en partie turbulent. Les fluctuations observées sur le champ moyen de la PROC1 (Figure 168) ont peut-être une certaine véracité. Si on pose l'hypothèse que c'est la turbulence qui déforme les cellules de streaming (§III.2), alors le fait que les champs moyens obtenus pour les 3 espaces présentent des similarités indique que celle-ci est déjà présente pour les faibles drive-ratio. Autrement, la turbulence n'aurait pas de forte influence sur les cellules locales et que les cellules de Rayleigh sont déformées avant la transition vers cette turbulence [Yano, Yano 2]. Finalement, on tend à penser qu'il n'existe plus de streaming de Rayleigh en tant que tel. Les travaux de Aktas et

Farouk montrent l'existence d'un train de petites cellules de recirculation (Fig. 0.19) et il se pourrait que nous ayons ce type de distribution.

L'écoulement que présente la Figure 168 obtenu par la PROC 1 a la même structuration que ceux obtenus pour l'Esp1 (Figures 86.1 et 86.2) et pour l'Esp2 (Figure 131) : existence de deux cellules de convection contrarotatives de part et d'autre de la zone de mesure, de sens descendant. La comparaison entre les 3 espaces de paramètres fait apparaître une corrélation entre le drive-ratio et la taille des cellules. Pour le rapport moteur de 0,97%, les cellules sont très petites (Figure 131) et situées dans la partie haute de la fenêtre ; pour celui de 1,75%, les cellules s'étendent jusqu'à la demi-hauteur ; pour celui de 4,40% (l'actuel), elles s'étendent sur les  $\frac{3}{4}$  de la hauteur du tube. Ici, la cellule de droite semble fournir plus de fluide à la cellule de gauche, en tout cas dans le plan de mesure.

L'écoulement de la Figure 169 (PROC 2) est plus lissé que le précédent mais ne fait pas apparaître les recirculations. Ceci est peut-être lié au problème de convergence des vitesses DE phase mais aussi aux deux acquisitions ratées 150507Ph4 et Ph5 (§V.3.2.1.6) : une portion importante de l'évolution du cycle de l'écoulement n'est pas décrite (Fig. 164) biaisant de manière non négligeable l'estimation de la moyenne.

### V.3.3.2.2 Profils de vitesse suivant x et y

Examinons de plus près les champs de vitesse précédents en regardant l'évolution des profils  $\overline{u_x}(x, y)$  pour les deux procédures PROC1 et 2. Les Figures 170 et 171 présentent les profils de vitesse axiale  $\overline{u_x}(y)$  moyennés sur les phases, pour différentes positions axiales locales allant de  $x=0,1\text{mm}$  à  $9,3\text{cm}$  (par pas de  $1,1\text{mm}$ ).

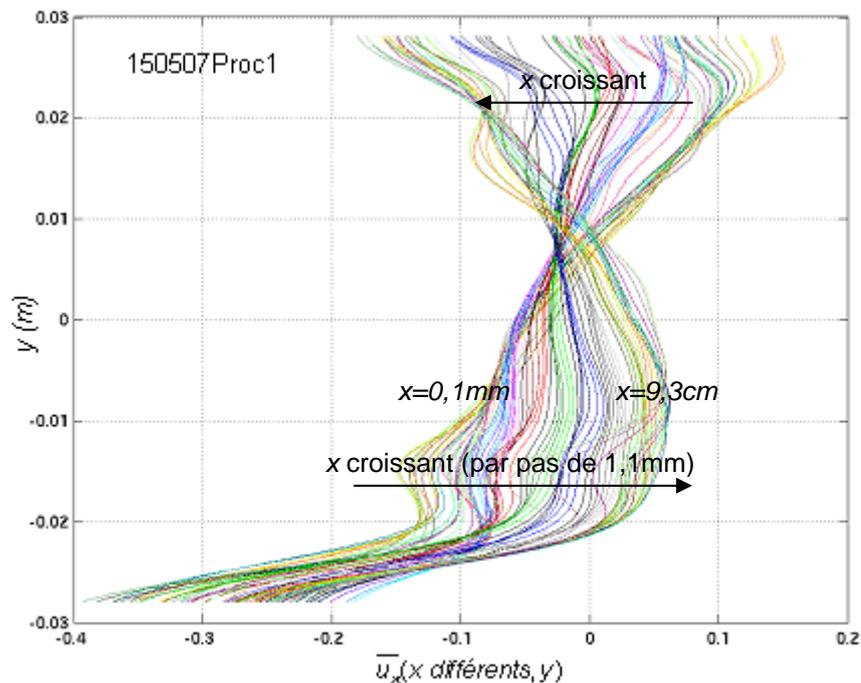


Figure 170 : Profils de vitesse  $\overline{u_x}(y)$  en m/s tracés pour différents x (par pas de  $1,1\text{mm}$ ) pour PROC1

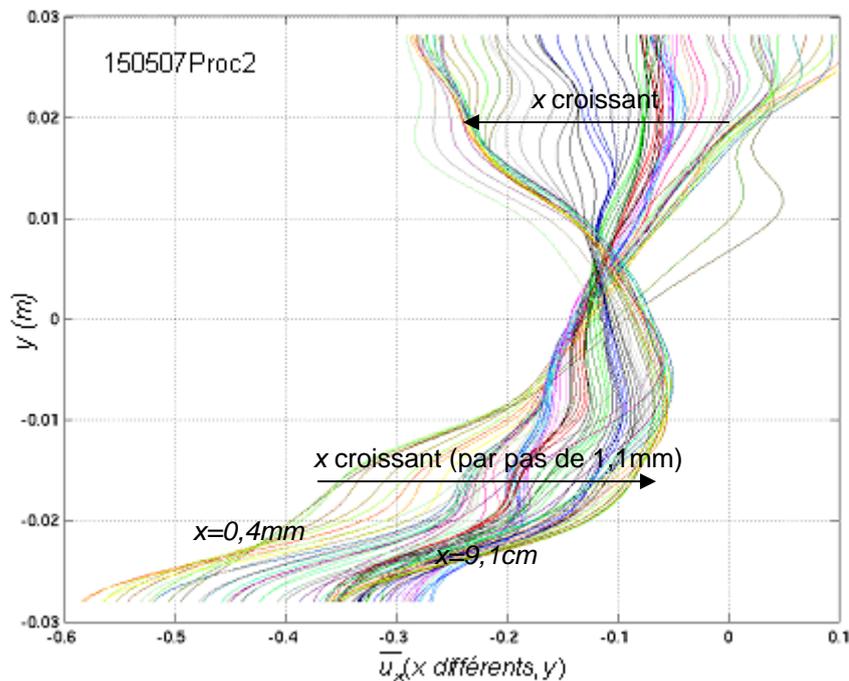


Figure 171 : Profils de vitesse  $\overline{u}_x(y)$  en m/s tracés pour différents x (par pas de 1,1mm) pour la PROC2

Deux valeurs de x sont positionnées pour préciser l'évolution axiale des vitesses. Les commentaires fait pour les profils équivalents trouvés pour l'Esp 1 (§V.1.3.2.2) et 2 (§.2.3.2.2) sont transposables ici. Il faut remarquer qu'ils ont une répartition spatiale tout à fait équivalente à celle des profils de l'Esp 1 (Figures 87.1 et 87.2). Les amplitudes de vitesse sont relativement plus élevées. La répartition des profils obtenus par la PROC 2 (Fig. 171) est similaire à celle de la PROC 1. Le « nœud » où les profils se croisent tous est repéré à la même hauteur dans les deux cas. La grande différence est la translation de l'ensemble de -10cm/s qui se retrouve à l'Esp 1 dans une moindre mesure (comparer Fig. 133 et 134). La cause de cette translation, est imputable à la fois à un problème de convergence des vitesses DE phase, à l'échantillonnage moyennement convergé en 16 phases et à l'absence d'information entre les phases Ph3 et Ph6. Une des voies d'amélioration à la PROC 2 est d'augmenter le nombre de phases décrites et le nombre d'échantillons de vitesse. Mais c'est délicat d'un point de vue technique. Après la préparation de l'électronique pour l'acquisition, on injecte une première fois des particules PIV pour permettre l'acquisition par la PROC. S'ensuit une série de 4 à 7 ensemencements qui correspondent chacun à 3 phases d'acquisition de la PROC 2. Bien entendu, les temps d'attente et d'acquisition tiennent compte des remarques faites au paragraphe §V.1.5 qui concerne la validation du système d'acquisition expérimental. Augmenter les injections de particules, c'est aussi encrasser inéluctablement la zone de visualisation, donc d'augmenter les réflexions et diminuer la qualité des prises de vue. L'électronique d'acquisition peut poser des soucis de stockage des images car chaque acquisition (donc chaque phase de la PROC 2) contient en moyenne 900 images. Ces acquisitions sont faites par un PC qui stocke par bloc les données en mémoire vive (signaux de synchronisation + images PIV !). Dès que les blocs atteignent leur taille maximale (jamais au même instant), les données sont transférer sur le disque dur, tout en continuant l'acquisition en RAM de la suite. Cette chaîne d'acquisition n'est pas d'une fiabilité totale et certaines séries de mesures ont du être refaites sur le moment. Augmenter les acquisitions réduira de ce fait les performances.

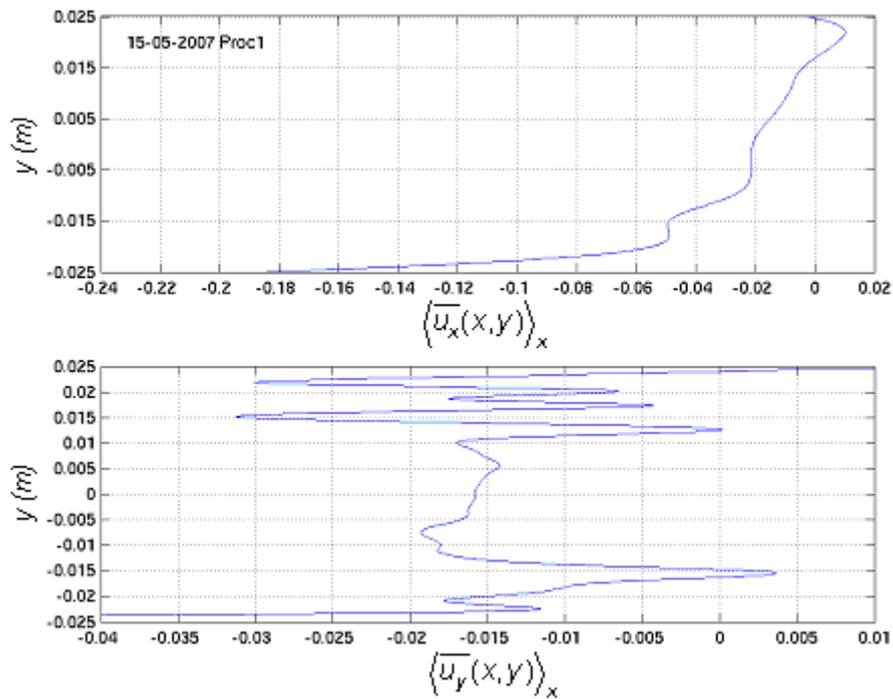


Figure 172 : Profils de vitesse en m/s  $\langle \overline{u_x(x,y) \rangle_x}$  et  $\langle \overline{u_y(x,y) \rangle_x}$  pour PROC1

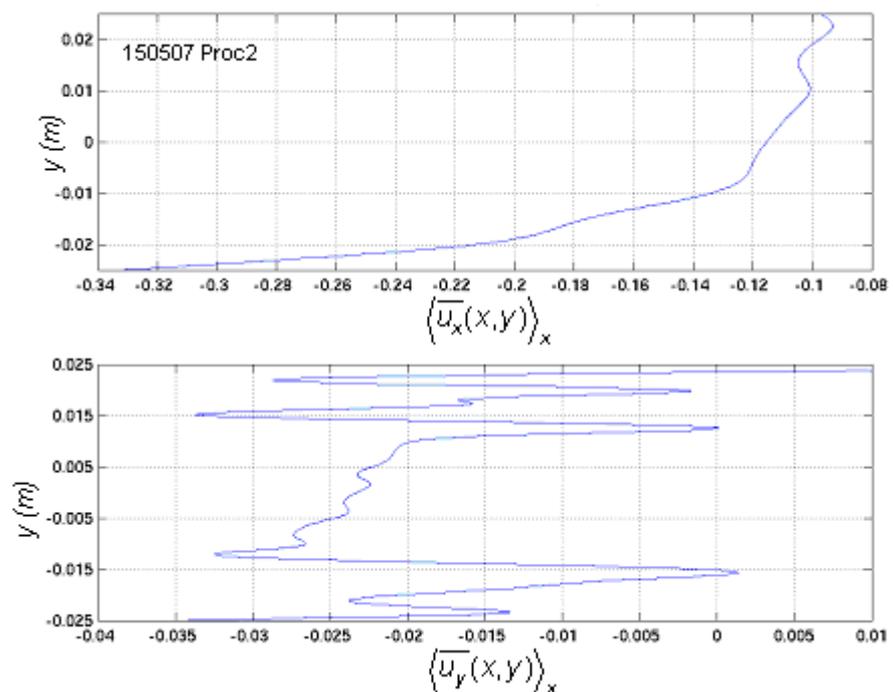


Figure 173 : Profils de vitesse en m/s  $\langle \overline{u_x(x,y) \rangle_x}$  et  $\langle \overline{u_y(x,y) \rangle_x}$  pour PROC2

Pour avoir une vision plus synthétique des profils de vitesse, on moyenne suivant  $x$  l'ensemble des profils précédents :  $\langle \overline{u_x(x,y) \rangle_x}$  et  $\langle \overline{u_y(x,y) \rangle_x}$ . Les résultats sont tracés sur les Figures 172 et 173 respectivement pour PROC1 et 2. Ces profils ne traduisent pas la distribution complexe de l'écoulement observée plus haut ; mais ils permettent de voir une tendance moyenne de l'écoulement dans la zone de mesure. Les deux profils se ressemblent à la translation près. Si on en croit la Figure 172, le fluide se dirige en moyenne principalement vers le fond du résonateur et par le bas ce qui est cohérent avec l'observation faite sur les champs de vecteurs vitesse (Fig. 168 et 169). Nous avons discuté de l'influence éventuelle d'un écoulement thermo-convectif (§V.1.4 et

§2.3.2.2). L'évolution de celui-ci (Fig. 102) pourrait expliquer en partie l'orientation des profils. Mais son influence devrait être plus faible que pour les Esp 1 et 2 : ici la pression acoustique est plus forte donc l'écoulement de streaming est plus intense, par contre le gradient de température moteur de l'écoulement thermique ne devrait pas avoir changé. A noter la ressemblance de ces profils avec les profils de vitesse acoustique de la Figure 155.

Les profils de vitesse verticale sont difficilement interprétables. Mais leur ressemblance étonnante tant à prouver que les résultats de la PROC2 gardent une certaine pertinence : le champ moyen est vraiment lié à un écoulement suffisamment constant dans le temps pour être capturé uniquement dans le cas de la PROC 2 avec 16 phases.

De manière générale, l'estimation des vitesses en proche paroi est toujours délicate et les résultats associés doivent être toujours pris avec précaution.

### V.3.3.3 Les champs moyens en temps obtenus par POD (PROC 1)

Dans ce chapitre, nous revenons à la méthode de décomposition aux valeurs propres POD, appliquée uniquement aux données issues de la PROC1. Rappelons qu'elle a permis de retrouver le cycle acoustique de vitesse (cf. §V.3.2.1.2) à partir de la composante de vitesse  $\bar{u}_{pod}^{(1)}(\vec{r}; t) = \sigma_1 a_1(t) \bar{\psi}_1(\vec{r})$  construit suivant l'axe 1 POD.

Dans la grande majorité des cas (§IV.4.2.4 et IV.4.2.5 et rappelé au §V.1.2.4.2), le mode 2 POD est associé au champ continu de vitesse. Dans le cas de la série 150507, les valeurs propres 2 et 3 sont associées à ce champ continu (Figure. 157). Pour comparaison, on représente le module  $|\bar{v}_r(\vec{r})|$  (Fig. 174) du champ de vitesse moyenné en temps et le module du Topos pondéré de chacun des modes 2 et 3 POD  $|\sigma_2 \bar{\psi}_2(\vec{r})|$  (Fig. 175) et  $|\sigma_3 \bar{\psi}_3(\vec{r})|$  (Fig. 176).

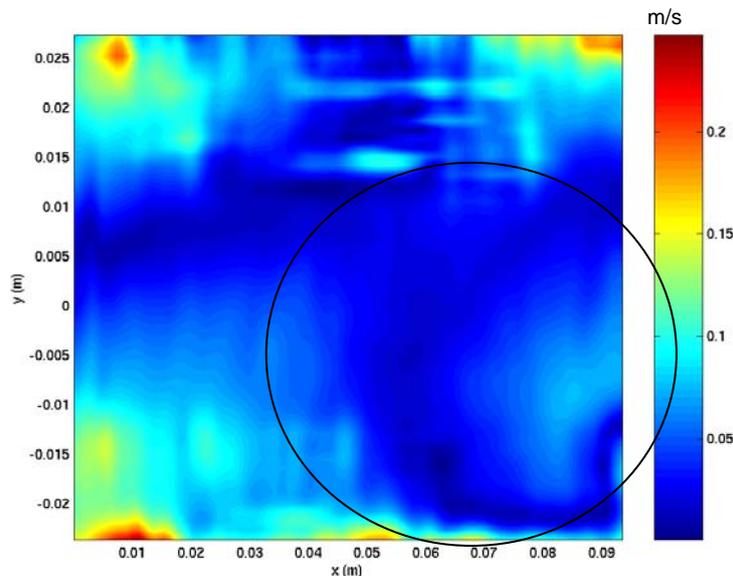


Figure 174 : Représentation bidimensionnelle du module de la vitesse moyenne en temps  $|\bar{v}_r(\vec{r})|$  (moyenne temporelle standard)

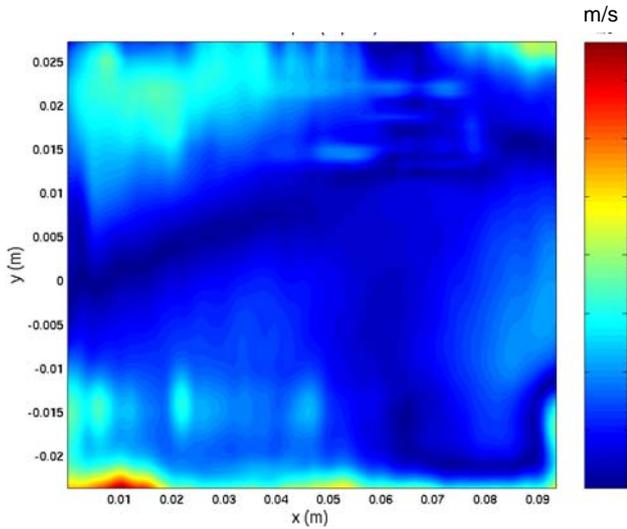


Figure 175 : Représentation bidimensionnelle de  $|\sigma_2 \vec{\psi}_2(\vec{r})|$

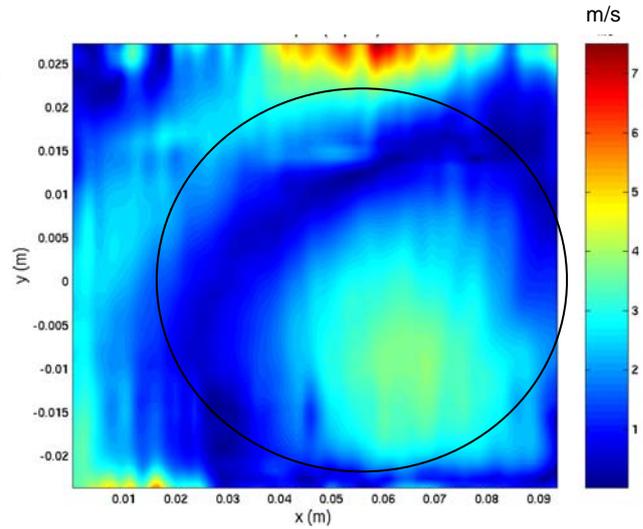


Figure 176 : Représentation bidimensionnelle de  $|\sigma_3 \vec{\psi}_3(\vec{r})|$

Nous voyons que le Topos du mode 2 est topologiquement équivalent au champ moyen mais que le 3 présente des structures similaires mais plus énergétiques (cercles sur figures).

Les Topos font apparaître des zones de vitesse quasi-nulle. Pour obtenir une information réelle de vitesse, les Topos sont projetés sur les chronos correspondants :

$$\vec{u}_{pod}^{(2)}(\vec{r}; t) = \sigma_2 a_2(t) \vec{\psi}_2(\vec{r}) \text{ et } \vec{u}_{pod}^{(3)}(\vec{r}; t) = \sigma_3 a_3(t) \vec{\psi}_3(\vec{r})$$

Les évolutions des deux chronos  $a_2(\varphi_{svd})$  et  $a_3(\varphi_{svd})$  sont présentées sur la Figure 177.

Les chronos sont tracés sur  $[-\pi; \pi]$  en fonction de  $\varphi_{svd}$ , phases obtenues par SVD appliquées sur les données  $u_{x,t}(t)$  (cf. §V.3.2.1.1). Les chronos sont bruités et présentent des basses fréquences au sein d'une période acoustique. Les modes 2 et 3 POD fluctuent temporellement.

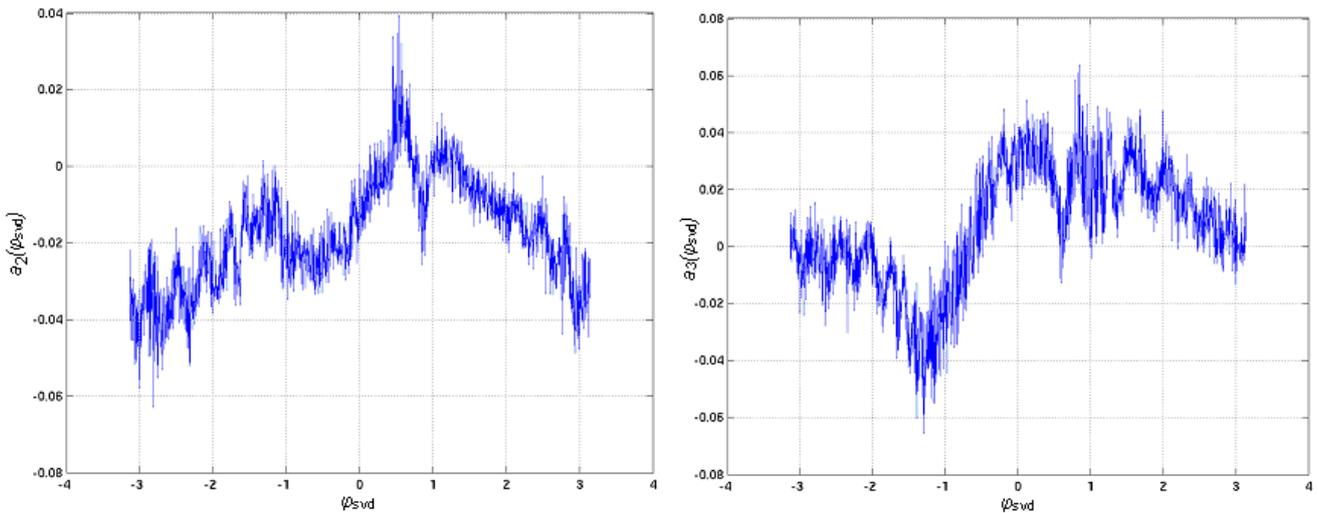


Figure 177 : Evolutions des chronos n°2 (à gauche) et 3 (à droite) fonction des phases  $\varphi_{svd}$  réordonnées et obtenues par SVD sur les données  $u_{x,t}(t)$  (cf. §V.3.2.1.1)

L'équivalent du champ moyen sur les phases obtenu au chapitre V.3.3.2.1 est calculé à partir des 2 composantes POD de vitesse :

$$\vec{u}_{pod}^{(2,3)}(\vec{r}; t) = \sigma_2 a_2(t) \vec{\psi}_2(\vec{r}) + \sigma_3 a_3(t) \vec{\psi}_3(\vec{r})$$

Ces données sont reclassées en phase SVD

$$\bar{u}_{pod}^{(2,3)}(\vec{r}; \varphi_{svd}) = \sigma_2 a_2(\varphi_{svd}) \bar{\psi}_2(\vec{r}) + \sigma_3 a_3(\varphi_{svd}) \bar{\psi}_3(\vec{r})$$

La moyenne sur les phases est ensuite calculée (§IV.2.2) :

$$\overline{\bar{u}_{pod}^{(2,3)}(\vec{r}; \varphi_{svd})}^{(\varphi)} = \overline{\bar{u}_{pod}^{(2,3)}}^{(\varphi)}(\vec{r}) = \overline{\sigma_2 a_2(\varphi_{svd}) \bar{\psi}_2(\vec{r}) + \sigma_3 a_3(\varphi_{svd}) \bar{\psi}_3(\vec{r})}^{(\varphi)}$$

Cependant, après comparaison, on s'est aperçu que les résultats étaient meilleurs en effectuant le calcul non plus sur les deux modes 2 à 3 mais 2 à 10. Au-delà, le résultat reste inchangé. Le champ obtenu est tracé à la Figure 178.

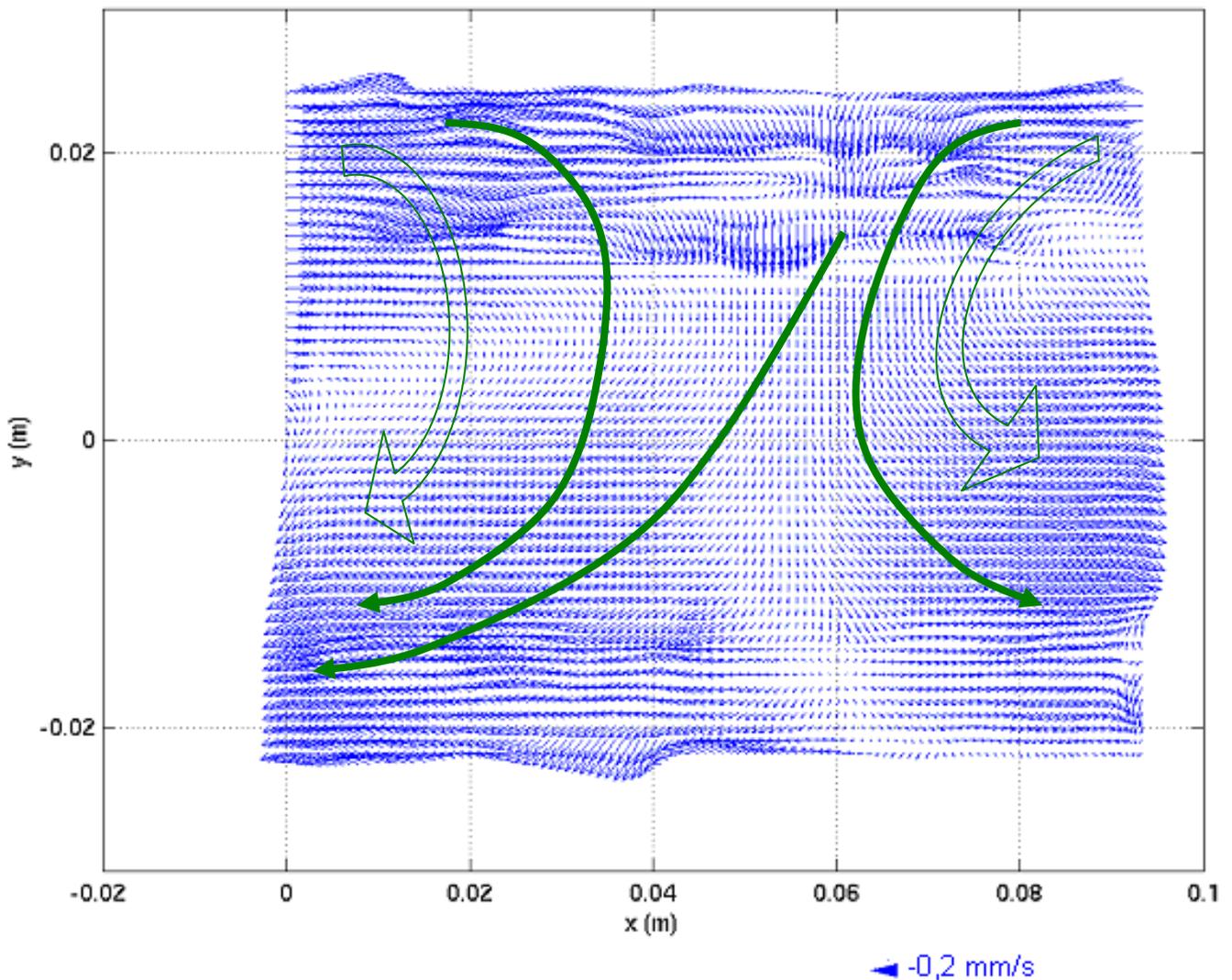


Figure 178 : Champ moyen sur les phases obtenu par les modes 2 et 3 POD  $\overline{\bar{u}_{pod}^{(2,3)}}^{(\varphi)}(\vec{r})$

Il est quasi-identique au champ de la Figure 168. La POD lisse légèrement le champ mais n'élimine pas les vecteurs faux, ce qui montre qu'ils ont une certaine cohérence, par persistance probablement. Les profils obtenus en moyennant suivant tous les  $x$  pour la composante axiale  $\left\langle \overline{\bar{u}_{x,pod}^{(2,3)}}^{(\varphi)}(\vec{r}) \right\rangle_x$  et la composante verticale

$\left\langle \overline{\bar{u}_{y,pod}^{(2,3)}}^{(\varphi)}(\vec{r}) \right\rangle_x$  sont tracés (en rouge) sur la Figure 179. Ils sont comparés directement avec les profils « standard »  $\left\langle \overline{u_x(x,y)} \right\rangle_x$  et  $\left\langle \overline{u_y(x,y)} \right\rangle_x$  (en bleu) obtenus par moyenne sur les phases sur les données de vitesses sans POD.

Les profils sont en bon accord mais accusent une différence de l'ordre du cm/s. Cette différence peut être liée à l'artefact que la POD introduit, en translatant le profil moyen sans déformation (constat sur les données synthétiques, §IV.4.2.5).

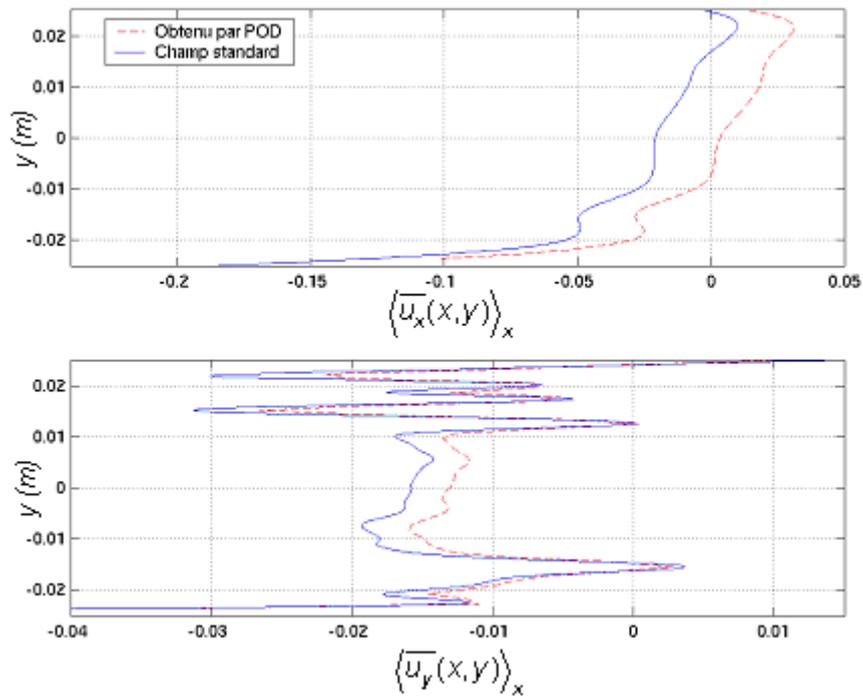


Figure 179 : Comparaison des profils  $\langle \bar{u}_{x,pod}^{(2;3)}(\vec{r}) \rangle_x$  et  $\langle \bar{u}_x(x, y) \rangle_x$  (composantes suivant x, graphe du haut) et des profils  $\langle \bar{u}_{y,pod}^{(2;3)}(\vec{r}) \rangle_x$  et  $\langle \bar{u}_y(x, y) \rangle_x$  (composantes suivant y, graphe du bas) ; toutes les vitesses en m/s

Ainsi se termine l'étude de l'espace des paramètres Esp3.

## VI Conclusion

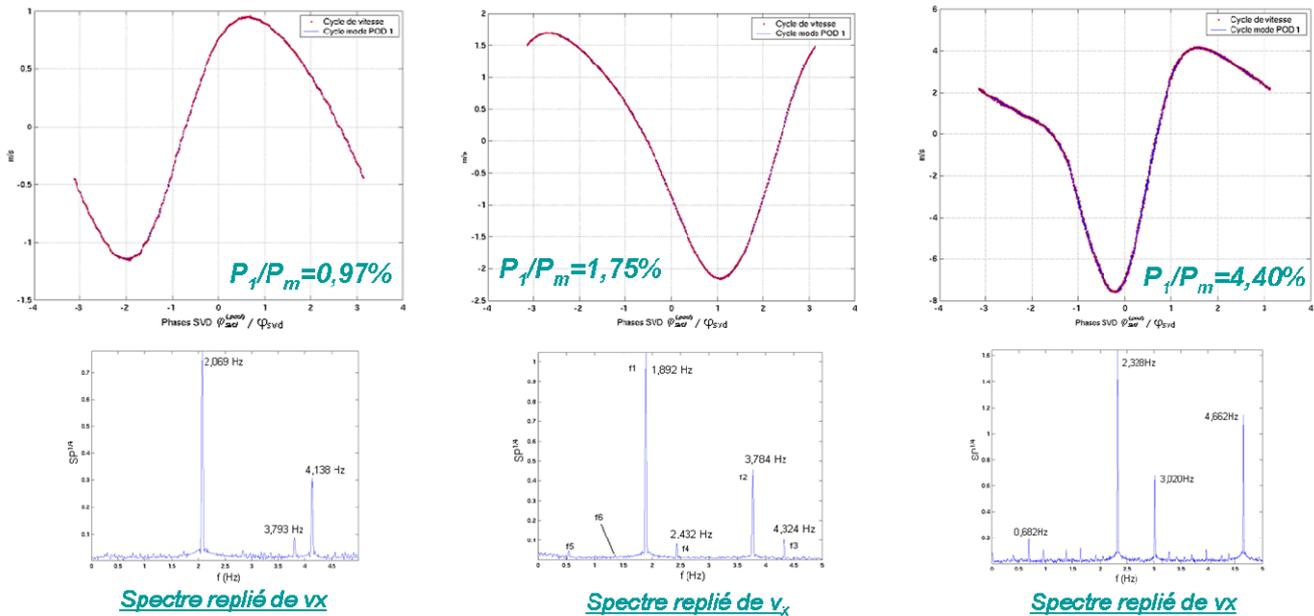
L'étude des phénomènes convectifs générés dans les systèmes thermoacoustiques met en cause à la fois l'acoustique, l'hydrodynamique, la thermodynamique et la thermique. La configuration est donc a priori particulièrement complexe. La diversité des phénomènes simultanément en jeu s'exprime par l'étendue des échelles caractéristiques de temps et d'espace en présence (au moins deux décades) : pensons au rapport entre la période acoustique et les temps de la thermique ; au rapport entre les vitesses acoustiques et les termes séculaires du 2<sup>e</sup> ordre de la vitesse associés aux écoulements redressés ; enfin au rapport entre la longueur d'onde (dizaine de mètres) et le diamètre du tube représentant une des échelles de recirculation ; ou encore le rapport entre le diamètre du résonateur (constituant une échelle transversale de recirculation) et l'épaisseur des couches limites. Dans une approche expérimentale et métrologique, ces échelles naturelles du problème sont à concilier avec les contraintes et performances de la métrologie telles que fréquence d'échantillonnage, durée du temps d'observation pour l'estimation du déplacement de l'ensemencement ou pour la captation des basses fréquences, dimension de la fenêtre d'observation, synchronisation avec l'onde acoustique, etc. La combinaison de toutes ces contraintes, a conduit à ce que l'adaptation des techniques vélocimétriques classiques à la thermoacoustique, soit un des enjeux de recherche que nous ayons eu à affronter en début de ce travail. En ce qui concerne l'analyse des signaux mesurés, nous avons dû apporter un soin particulier au délicat problème de la prise de moyenne, étape nécessaire pour extraire les termes non linéaires forcés par l'onde acoustique. Enfin il reste une tâche inachevée de mise en perspective de nos résultats vis à vis de la physique de la thermoacoustique.

Ce travail a donc été l'objet de l'établissement d'une métrologie basée sur la Vélocimétrie par Image de Particule (PIV) pour l'étude des écoulements non-linéaires à partir de mesures des champs bidimensionnels instantanés de vitesse sous-échantillonnée en temps. La PIV a été intégrée au cœur de plusieurs procédures d'acquisition qui ont été testées, chacune nécessitant une adaptation des post-traitements. Deux ont été retenues, la première (PROC1) permettant l'acquisition d'un grand nombre de données sous-échantillonnées en temps, sans référencement à une phase du cycle acoustique ; la seconde (PROC2) permet l'acquisition de nombreux échantillons de vitesse à une phase spécifique du cycle acoustique, en se référant au signal de pression correctement échantillonné.

Trois espaces de paramètres distincts associés aux rapports-pilotes (pression acoustique  $P_1$  sur pression moyenne  $P_m$ ) de 1,75% (Esp1,  $P_1 / P_m = 127\text{mbar}/7,26\text{bar}$ ), 0,97% (Esp2,  $145\text{mbar}/15,01\text{bar}$ ) et 4,40% (Esp3,  $317\text{mbar}/7,20\text{bar}$ ) ont été étudiés. Pour chacun, l'onde acoustique a été caractérisée notamment par

- L'amplitude de vitesse dans la zone de mesure (Figure 180) puis estimation au centre du résonateur : la comparaison des amplitudes de vitesse avec un modèle analytique de l'acoustique linéaire donne pour l'espace Esp2 une amplitude expérimentale de 1,044 m/s à comparer à 1,057 m/s analytiquement, pour Esp1 1,890 m/s (exp.) contre 1,894 m/s analytiquement ; elle montre un très bon accord tant que le contenu harmonique local ne dépasse pas les 20% d'amplitude du mode fondamental dans la zone de mesure (Figure 180) ; le troisième espace Esp3 présente un taux d'harmonique 1 local de 50% ce qui fait que l'écart d'amplitude est plus important avec 5,901 m/s contre 4,602 analytiquement.
- Les extrema de vitesse locale : ils présentent une dissymétrie fortement accentuée lorsque le rapport-pilote augmente (Figure 180) ; cette dissymétrie est due principalement au déphasage entre le mode fondamentale et les harmoniques ; il a été remarqué une corrélation entre le taux d'harmonique 1 et le rapport entre le minimum de vitesse oscillante et le maximum associé (Figure 180).
- Le reclassement en phase des cycles de vitesse sous-échantillonnés en temps ainsi que des cycles de pression grâce à la projection du signal sur ses composantes principales (SVD ou méthode BK85, cf. § IV.2.1.5) ; il y a une très bonne correspondance entre les cycles quelque

soit la source des phases acoustiques (vitesse ou bien pression) ; le reclassement a permis le calcul de la longueur d'onde acoustique, et ce grâce aux données obtenues sur une distance (la zone de mesure) qui représente moins de 1% de cette longueur d'onde ; les valeurs obtenues pour les espaces Esp1 et 2 (resp. 15,56 m et 16,86 m) montre qu'il y a pourtant un très en bon accord avec les valeurs théoriques (resp. 15,84 m et 15,88 m), l'écart ne dépassant pas les 6%



**Taux harmonique 1 : 16,6%**

**Écart max/min = 16,6%**

**Amplitude  $v_x = 1,044$  m/s (1,057)**

**Taux harmonique 1 : 19,3%**

**Écart max/min = 20,9%**

**Amplitude  $v_x = 1,890$  m/s (1,894)**

**Taux harmonique 1 : 52,6%**

**Écart max/min = 44,5%**

**Amplitude  $v_x = 5,901$  m/s (4,602)**

*Figure 180 : Récapitulatif de résultats concernant l'onde acoustiques pour les trois espaces de paramètres ; de gauche à droite dans l'ordre des rapports pilotes, Esp2-Esp1-Esp3 ; de haut en bas, les cycles acoustiques de vitesse reclassés en phase (par la méthode BK85), les spectres fréquentiels repliés, les taux d'harmonique 1 dans la zone de mesure, l'écart entre le maximum et le minimum de vitesse dans cette zone de mesure, et les amplitudes de vitesse acoustique locale*

Les résultats ont été obtenus par différentes méthodes dans un souci d'autovalidation : méthode des histogrammes, projection par la méthode BK85, POD, moyenne de phase... Les résultats obtenus par les PROC1 et 2 concordent très bien en ce qui concerne la vitesse acoustique et conforte dans la qualité des calculs de champs moyennés sur les phases.

Ces derniers ont été déterminés par moyenne sur les phases obtenues par la méthode BK85, et aussi par POD. Ces résultats se recoupent bien et les valeurs de vitesse moyennes sont  $10^{-2}$  à  $10^{-3}$  fois plus faibles que les vitesses acoustiques. Elles sont de ce fait, sensibles aux incertitudes de mesure et sont parfois proches de la précision de mesure. Cependant, nous pensons pouvoir affirmer que ces champs moyens présentent une composante tridimensionnelle et sont principalement constitués de deux cellules principales de convection (cf. Figure 181). Elles existent pour les trois espaces des paramètres. Pour le plus faible rapport-pilote (0,97%), elles sont localisées dans la partie supérieure de la zone de mesure et en proche paroi, soit une extension radiale d'un demi-rayon. Alors que le rapport-moteur augmente, elles ont tendance à s'étaler dans la direction radiale : extension d'un rayon pour le rapport moteur de 1,75% et un diamètre pour celui de 4,40%.

Nous sommes dans une configuration d'acoustique non-linéaire (harmoniques multiples...) et de streaming non-linéaire. Les nombres de Reynolds non-linéaires sont respectivement (dans l'ordre de la Figure 181), de 5,7, 9,8 et 120,2. Les cellules de convection telles quelles nous apparaissent ne sont donc pas de type Rayleigh-Schlichting, dont l'étendue radiale pour les cellules principales est d'un rayon, et l'étendue axiale  $\frac{1}{4}$  de longueur d'onde ; pour

rappel, la zone de mesure se situe à environ  $1/14^{\text{ème}}$  de longueur d'onde. Notons, qu'après la disparition de l'onde une fois le chauffage du moteur arrêté, un écoulement résiduel est observé qui pourrait être d'origine thermoconvective avec pour « moteur » un gradient thermique orienté de l'échangeur froid de la cellule thermoacoustique vers le fond opposé du résonateur. Son ordre de grandeur de vitesse est une décade inférieure à l'amplitude de vitesse acoustique. Cet écoulement pourrait exister alors que l'onde est établie et éventuellement être une des causes de déstructuration du vent thermoacoustique de Rayleigh-Schlichting. Ces résultats ne trouvent pas de comparaison directe dans la littérature car le système étudié dépasse les simplifications académiques pour se rapprocher des conditions rencontrées dans les applications de la thermoacoustique. La complexité des écoulements moyens observés nous invite à étendre les investigations à d'autres positions dans le résonateur, car pour comprendre l'influence des ces écoulements sur le rendement thermoacoustique, il sera nécessaire de connaître le développement de ces cellules d'écoulement permanent sur toute l'étendue de l'onde stationnaire. De même serait-il important de réaliser des mesures de vitesses au voisinage d'un stack réfrigérateur. Certains points méritent d'être toujours améliorés, comme l'ensemencement par l'utilisation d'autres particules plus légères par exemple ; au niveau des post-traitements, la moyenne de phase (associée à la procédure PROC2) pourrait être remplacée par la moyenne de Fourier, présentée par Sonnenberger et al. A terme l'ensemble de la métrologie sera transposé aux systèmes thermoacoustiques en boucle, pour lesquels les écoulements de streaming sont plus importants.

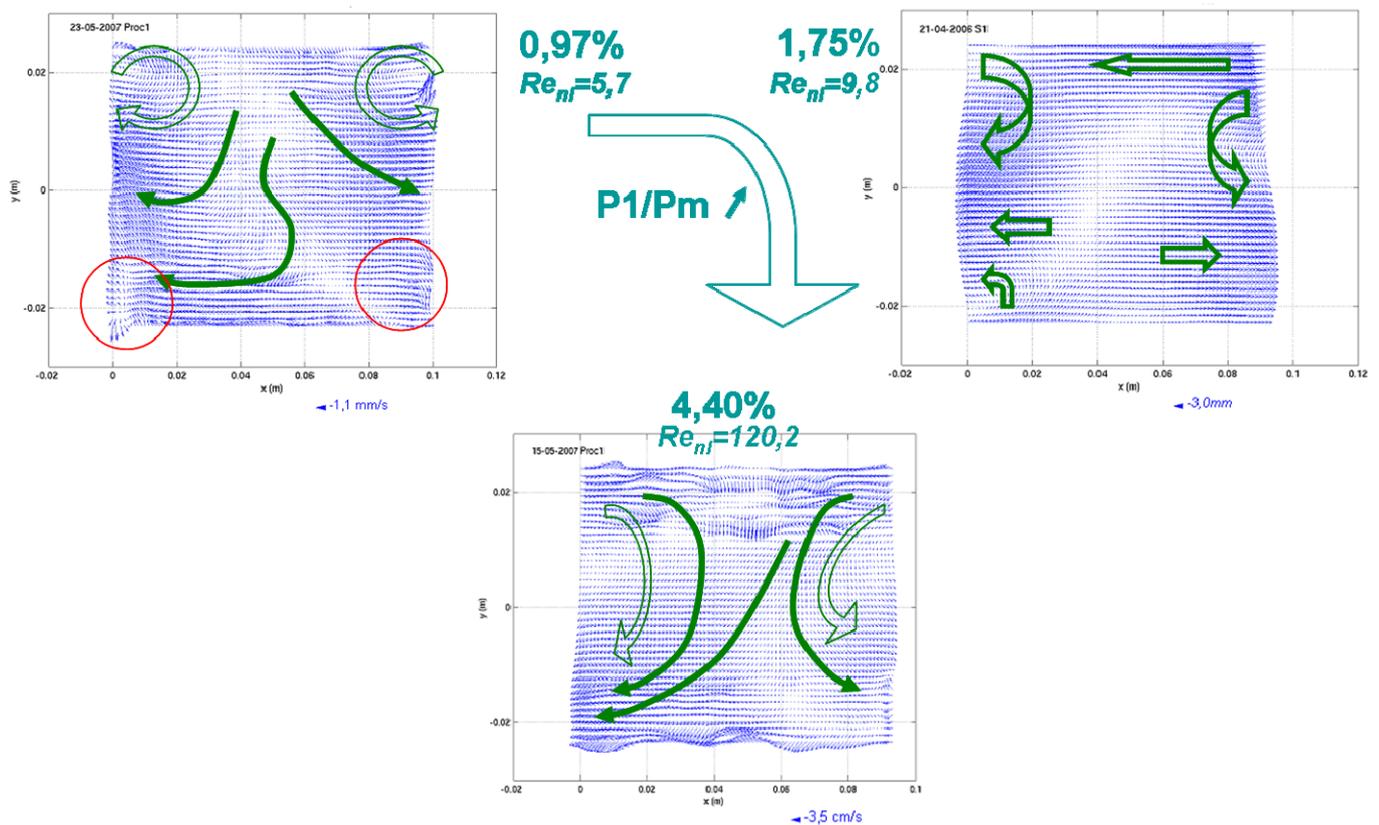


Figure 181 : Evolution des champs moyennés sur les phases en fonction des valeurs du rapport pilote (0,97%, 1,75% et 4,40%) correspondant respectivement aux nombre de Reynolds non-linéaire  $Re_{nl}$  5,7, 9,9, 120,2

## VII Références articles, documents

- [Aktas et Farouk] : M. Aktas and B. Farouk, Numerical simulation of acoustic streaming generated by finite-amplitude resonant oscillations in an enclosure, JASA 116 (5), pp 2822-2831, 11-2004
- [Alexeev et al] : A. Alexeev and C. Gutfinger, Resonance gas oscillations in closed tubes: Numerical study and experiments, Phys. Fluids 15, 3397-3408 (2003)
- [Amari et al] : M. Amari, V. Gusev, N. Joly, Transient unidirectional acoustic streaming in annular resonators, Ultrasonics 42 (2004) 573-578
- [Andres et al 1] : J. M. Andres and U. Ingard, Acoustic streaming at low Reynolds numbers, JASA 25, 932-938 (1953)
- [Andres et al 2] : J. M. Andres and U. Ingard, Acoustic streaming at high Reynolds numbers, JASA 25, 928-932 (1953)
- [Arroyo et Greated] : M. P. Arroyo et C. A. Greated, Stereoscopic particle image velocimetry, Meas. Sci. Technol. 2 (1991) 1181-1186
- [Backhaus et al 1] : S. Backhaus et G. W. Swift, A thermoacoustic Sirling heat engine, Nature vol. 399(6734), 27-05-1 999, pp 335-338
- [Backhaus et al 2] : S. Backhaus et G. W. Swift, A thermoacoustic-Stirling heat engine, JASA 107 (2000) 3148
- [Backhaus et al 3] : S. Backhaus et G. W. Swift, An acoustic streaming instability in thermoacoustic devices utilizing jet pumps, JASA 113 (3), 03-2003
- [Baillet et al] : H. Baillet, V. Gusev, R. Raspet, and R. A. Hiller, Acoustic streaming in closed thermoacoustic devices, JASA 110, 1808-1821
- [Berson] : A. Berson, Vers la miniaturisation des réfrigérateurs thermoacoustiques : caractérisation du transport non-linéaire de chaleur et des écoulements secondaires, Thèse de l'Ecole Centrale de Lyon-LMFA, n° d'ordre 2007- 41 (2007)
- [Berson et al 1] : A. Berson and Ph. Blanc-Benon, Nonperiodicity of the flow within the gap of a thermoacoustic couple at high amplitudes, EL122 JASA 122 (4), October 2007
- [Berson et al 2] : A. Berson, M. Michard, Ph. Blanc-Benon, Measurement of acoustic velocity in the stack of a thermoacoustic refrigerator using particle image velocimetry, Heat Mass Transfer, DOI 10.1007/s00231-007-0316-x
- [Bertelsen 2] : A. Bertelsen, An experimental investigation of high Reynolds number steady streaming generated by oscillating cylinders, JFM 64 (1974) 589-597
- [Bertelsen et al 1] : A. Bertelsen, A. Svoldal, S. Tjøtta, Nonlinear streaming effects associated with oscillating cylinders. JFM 59 (1973) 493-511
- [Bétrancourt] : A. Bétrancourt, Simulations numériques et validations expérimentales de machines de réfrigération thermoacoustiques, Thèse Université Paris VI 2008
- [Beyer] : R. Beyer, Nonlinear Acoustics, Acoustical Society of America, 1997
- [Blanc-Benon et al] : Ph. Blanc-Benon, E. Besnoin et O. Knio, Experimental and computational visualization of the flow field in a thermoacoustic stack, C. R. Mécanique 331 (2003)
- [Boluriaan et Morris] : S. Boluriaan and Ph. J. Morris, Numerical Simulation of Acoustic Streaming in High Amplitude Standing Waves, AIAA Paper N° 2003-3152, 2003
- [Boluriaan et Morris 2] : S. Boluriaan and Ph. J. Morris, Acoustic streaming: from Rayleigh to today, International Journal of aeroacoustics, vol. 2, n°3 & 4, pp 255-292, 2003
- [Boluriaan et Morris 3] : S. Boluriaan and Ph. J. Morris, Suppression of Travelling Wave Streaming Using a Jet Pump, AIAA Paper N°2000-0367, 2003
- [Bradley] : C. E. Bradley, Acoustic streaming field structure: the influence of the radiator, JASA 1996, 100(3), 1399-408.

- [Bretagne] : Emmanuel Bretagne, Générateur d'ondes et instabilités thermoacoustiques. Application à la conversion d'énergie, Thèse Université Paris VI 2001
- [Broomhead et al] : D. S. Broomhead and G. P. King, Extracting qualitative dynamics from experimental data, Physica D: Nonlinear Phenomena, Volume 20, Issues 2-3, June-July 1986, Pages 217-236
- [Campbell et al] : M. Campbell, J. A. Cosgrove, C. A. Greated, S. Jack et D. Rockliff, Review of LDA and PIV applied to the measurement of sound and acoustic streaming, Optics & Laser Technology 32 (2000) 629-639
- [Cordier et al] : L. Cordier et M. Bergmann, Post-processing of experimental and numerical data, Proper Orthogonal Decomposition : an overview, von Karman Institute for Fluid Dynamics, Lecture Series 2003-03
- [Debesse] : Ph. Debesse, Etude de l'intermittence d'une couche de cisaillement générée par un écoulement affleurant une cavité, Rapport de stage de DEA, Université Paris XI Orsay 2004
- [Defrasne] : A. Defrasne, Evolution du champ de vitesse dans une allée d'instabilités de type Görtler prenant naissance dans une cavité ouverte, Rapport de stage de Master 1 LIMSIS (2007)
- [Didri et al] : W. Dridi, D. Henry et H. BenHadid, Influence de l'acoustic streaming sur la stabilité d'une couche de fluide isotherme ou chauffée latéralement, C.R. Mécanique 335 (2007)
- [Duck et Smith] : P. W. Duck et F. T. Smith, Steady streaming induced between oscillating cylinders, JFM 91 (1979), 93-110
- [Duffourd] : S. Duffourd, Réfrigérateur thermoacoustique : études analytiques et expérimentales en vue d'une miniaturisation, Thèse de l'Ecole Centrale de Lyon-LMFA, n° d'ordre 2001-06 (2001)
- [Durst et al] : Durst F., Melling A. et Whitelaw J.H., Principles and practice of Laser-Doppler Anemometry, second edition, Academic Press Inc. (London) LTD, 1981
- [Duthil 1] : P. Duthil, Etude expérimentale d'un compresseur thermoacoustique, optimisation conceptuelle en vue d'un couplage avec un tube à gaz pulsé, Rapport de Projet Industriel, LIMSIS/UTBM, 1999
- [Duthil 2] : P. Duthil, Etude du pompage de chaleur thermoacoustique : approche numérique et expérimentale, Thèse Université Paris VI-LIMSIS 2003
- [Duthil et al] : P. Duthil, J. Wu, M.X. François, Q. Li, E. Bretagne, Investigation of acoustic streaming in a thermoacoustic Stirling heat engine, ICEC20: 20th International Cryogenic Engineering Conference and Exhibition, 11-14 May 2004, Beijing, China
- [Eckart] : C. Eckart, Vortices and streams caused by sound waves, Phys. Rev. 73(1) (1948) 68
- [Faure et al] : Th. M. Faure, F. Lusseyran, P. Gougat, F. Launay, Experimental and numerical investigation of the flow distribution inside a tubular heat exchanger, Journal of Fluids Engineering, vol. 128, n°6, pp. 1218-1227
- [Gazengel et Poggi] : B. Gazengel et S. Poggi, Measurement of acoustic particle velocities in enclosed sound field: Assessment of two Laser Doppler Velocimetry measuring systems, Applied Acoustics 66 (2005) 15-44
- [Gedeon] : D. Gedeon, DC Gas Flows in Stirling and Pulse Tube Cryocoolers, Cryocoolers 9, Edited by R. G. Ross, Jr. Plenum Press, New York, 1997
- [Gopinath et al] : A. Gopinath and A.F. Mills, Convective heat transfer due to acoustic streaming across the ends of a Kundt tube, J. Heat Transfer 116, 47-53 (1994)
- [Gusev et al] : V. Gusev, S. Job, H. Bailliet, P. Lotton, M. Bruneau, Acoustic streaming in annular thermoacoustic prime-movers, JASA 108, 934-945 (2000)
- [Gusev et Rudenko 1] : V. E. Gusev et O. V. Rudenko, Nonsteady quasi-one-dimensional acoustic streaming in unbounded volumes with hydrodynamic nonlinearity, Sov. Phys. Acoust. 25 (1979) 493-497
- [Gusev et Rudenko 2] : V. E. Gusev et O. V. Rudenko, Evolution of nonlinear two-dimensional acoustic streaming in the field of a highly attenuated sound beam, Sov. Phys. Acoust. 27 (1981) 481-484
- [Hamilton et al 1] : M. F. Hamilton, Y. A. Ilinskii, E. A. Zabolotskaya, Acoustic streaming generated by standing waves in two-dimensional channels of arbitrary width, JASA (01-2003) 113 (1) p.153-160
- [Hamilton et al 2] : M. F. Hamilton, Y. A. Ilinskii, E. A. Zabolotskaya, Thermal effects on acoustic streaming in standing waves, JASA (12-2003) 114 (6) p.3092-3101
- [Hann et Greated 1] : D. B. Hann et C. A. Greated, The measurement of flow velocity and acoustic particle velocity using particle-image velocimetry, Meas. Sci. Technol. 8 (1997) 1517-1522

- [Hann et Greated 2] : D. B. Hann et C. A. Greated, *Particle image velocimetry for the measurement of mean and acoustic particle velocities*, Meas. Sci. Technol. 8 (1997) 656-660
- [Hireche et al] : O. Hireche, C. Weisman, D. Baltean-Carlès, L. Bauwens, M.-X. François, P. Le Quéré, *Numerical simulation of a thermoacoustic wave amplification*, Poster présenté au congrès Acoustics'08 Paris, 29-06/4-07-2008
- [Holmes et al] : P. Holmes, J. L. Lumby, G. Berkoz, *Turbulence, coherent Structures, Dynamical Systems and Symmetry*, Cambridge Monographs on Mechanics (1996)
- [Hussain et Reynolds] : By A. K. M. F. Hussain and W. C. Reynolds, *The mechanics of an organized wave in turbulent shear flow*. J. Fluid. Mech. (1970), vol. 41, part 2, pp. 241-258.
- [Iguchi et al] : M. Iguchi, M. Ohmi and K. Maegawa, *Analysis of free oscillating flow in a U-shaped tube*, Bull. JSME, 25:1398, 1982.
- [Ingard et Labate] : U. Ingard et S. Labate, *Acoustic Circulation Effects and the Nonlinear Impedance of Orifices*, JASA, vol.22, N°2, 1950, pp 211-218
- [Job et al] : S. Job, V. Gusev, P. Lotton, M. Bruneau, *Acoustic streaming measurements in annular thermoacoustic engines*, JASA 113 (4), Pt 1, 04-2003
- [Kamakura et al] : T. Kamakura, T. Sudo, K. Matsuda et Y. Kumamoto, *Time evolution of acoustic streaming from a planar ultrasound source*, JASA 100 (1993) 132-138
- [Kasthuriengan et al] : S. Kasthuriengan, G. Thummes, C. Heiden, *Reduction of convection heat losses in low frequency pulse tube coolers with mesh inserts*, Advances in Cryogenic Engineering 45, edited by Shu et al., Kluwer Academic/ Plenum Publishers, New York, 2000, pp. 135-142
- [Kawahashi et Arakawa], M. Kawahashi et M. Arakawa, *Nonlinear phenomena induced by finite-amplitude oscillation of air column in closed duct*, JSME Int. J. 39, 280-286 (1996)
- [Kawahashi et al] : M. Kawahashi, M. Tanahashi, M. Arakawa, H. Hirahara, *Visualisation and measurement of acoustic streaming coupling with natural convection*, Fed-Vol 229, Laser Anemometry, ASME 1995
- [Kawahashi et Hirahara] : M. Kawahashi et Hirahara *Velocity and density field measurements by digital speckle method*, Optics & Laser Technology 32 (2000) 575-582
- [Keefe] : D. H. Keefe, *Acoustic streaming, dimensional analysis of nonlinearities, and tone hole mutual interactions in woodwinds*, JASA 73 (5), mai 1983
- [Kwon et al] : Y. S. Kwon, O. G. Symko and K. Durrant, *Fluctuation before onset of oscillations in a thermoacoustic device*, 140th meeting ASA/NOISE-CON 2000, résumé de conference JASA, Vol. 108, N°5, Pt. 2, Nov. 2000
- [Laguerre] : R. Laguerre, *Etude d'une réfrigérateur thermoacoustique*, rapport de Maîtrise 2002, LIMSI-CNRS
- [Landau et al] : Landau, L.D. & Lifshitz, E. M., *Fluid Mechanics* (Pergamon Press, Oxford, 1987)
- [Laurière] : J.L. Laurière, *Eléments de programmation dynamique*, Gauthiers-Villars 1979
- [Lavisson] : Source d'image : <http://www.piv.de> (Constructeur Lavisson)
- [Li] : H. Li, *Beach Erosion Board*, U.S. Army Corps of Engineers, Washington, D.C., Tech. Memo. N°47, 1954
- [Lighthill] : M. J. Lighthill, *Acoustic Streaming*, Journal of Sound and Vibration, Vol. 61, N°3, 1978, pp. 391-418
- [Losfeld et al] : Gilles Losfeld, F. Micheli, M. Pérotto *Première mise en œuvre de la vélocimétrie laser à franges sur le jet supersonique chaud du banc de simulation Martel (Poitiers)*, ONERA, Département d'Aérodynamique Fondamentale et Expérimentale – Chalais-Meudon
- [Marx] : D. Marx, *Simulation numérique d'un réfrigérateur thermoacoustique*, Thèse de l'école centrale de Lyon 2003
- [Marx et Blanc-Benon] : D. Marx et Ph. Blanc-Benon, *Computation of the mean velocity field above a stack plate in a thermoacoustic refrigerator*, C. R. Mécanique 332 (2004)
- [Matveev et al] : K. Matveev, S. Backhaus, G. W. Swift, *The influence of gravity on Rayleigh streaming in thermoacoustic systems*, JASA vol. 115, n°5, Pt2, 05-2004 pp2380 (147th Meeting)
- [Mees et al] : A. I. Mees, P. E. Rapp and L. S. Jennings, *Singular-value decomposition and embedding dimension*, Physical Review A, vol 36, number 1, 1er juillet 1987

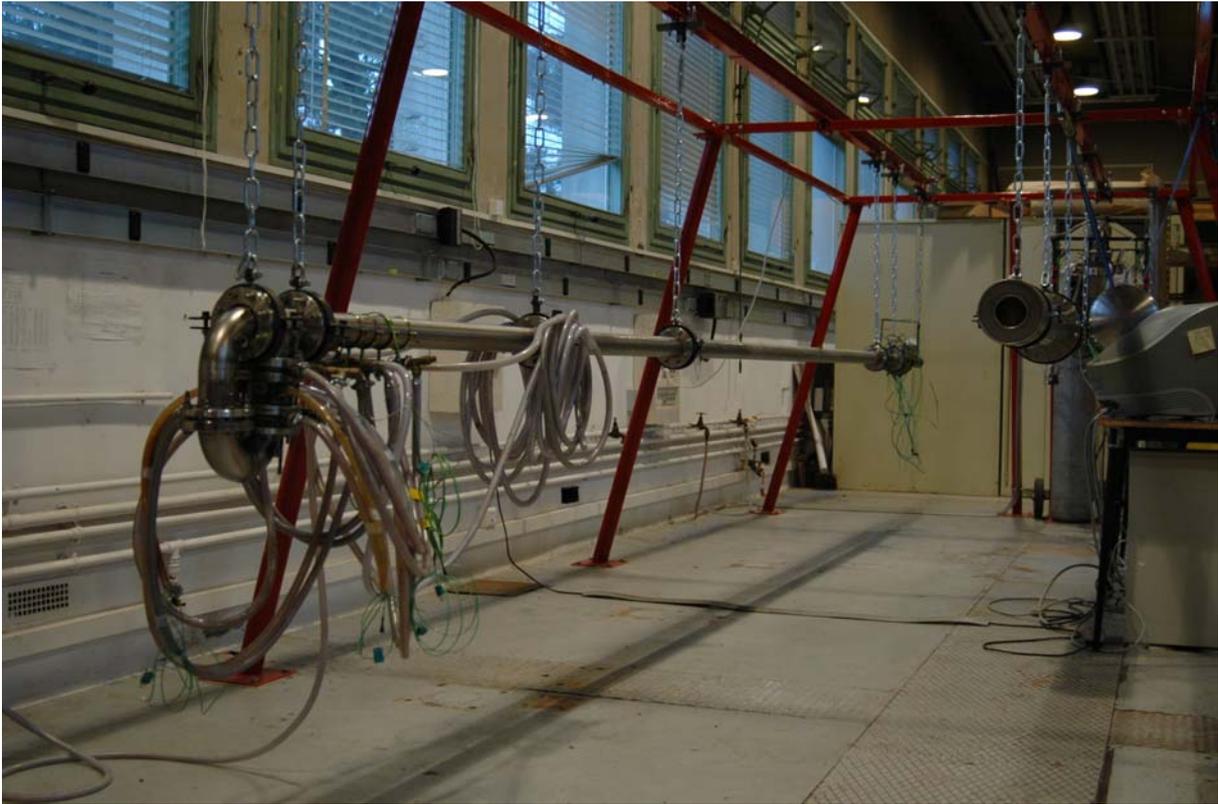
- [Melling] : A. Melling, Tracer particles and seeding for particle image velocimetry, Meas. Sci. Technol. 8 (1997) 1406-1416
- [Menguy et Gilbert] : L. Menguy, J. Gilbert, Non-linear Acoustic Streaming Accompanying a Plane Stationary Wave in Guide, ACUSTICA – acta acustica Vol. 86 (2000) 249-259
- [Merkli et Thomann] : P. Merkli et H. Thomann, Transition to turbulence in oscillating pipe flow, JFM (1975), vol. 68, part 3, pp. 567-575
- [Michard et al] : M. Michard, Ph. Blanc-Benon, N. Grosjean, C. Nicot, Apport de la Vélocimétrie par Images de Particules pour la caractérisation du champ de vitesse acoustique dans une maquette de réfrigérateur thermoacoustique, 9e Congrès Francophone de Vélocimétrie Laser, 14-17/09/2004
- [Micheli] : F. Micheli, Comportement de quelques aérosols en traversée de choc, Journée Métrologies ISL 1995 (ONERA)
- [Moreau] : S. Moreau, Conception d'un dispositif expérimental et étude de l'écoulement oscillant en résonateur acoustique fort niveau pour la caractérisation de phénomènes non-linéaires : transition à la turbulence et écoulements redressés, Thèse de doctorat de l'université de Poitiers, 2007
- [Moreau et al] : S. Moreau, R. Boucheron, J.-C. Valière et H. Bailliet, Mesures LDV et PIV dans les couches limites acoustiques, 9ème Congrès Francophone de Vélocimétrie Laser, 14-17 septembre 2004
- [Nabavi et al] : Majid Nabavi, M. H. Kamran Siddiqui, Javad Dargahi, Simultaneous measurement of acoustic and streaming velocities using synchronized PIV technique, Meas. Sci. Technol. 18 (2007) 1811-1817
- [Nyborg] : W.L.M. Nyborg, Acoustic streaming in Physical Acoustics, edited by W.P. Mason (Academic, New York, 1965), vol. II, Pt. B, pp. 265-331
- [Ostrovskii et Papilova] : L. A. Ostrovskii et I. A. Papilova, Nonlinear acoustic streaming, Sov. Phys. Acoust. 20 (1974) 45-49
- [Ottavy] : Xavier Ottavy, Mesures par Anémométrie Laser dans un compresseur axial transsonique. Etude des structures instationnaires périodiques, Thèse n°99-25 Ecole Centrale de Lyon.
- [Ounis et al] : Ounis H. et Ahmadi G., Motions of small particles in a turbulent simple shear flow field under microgravity condition, Phys. Of Fluids A, 3:11, 1991
- [Pastur et al] : L.R. Pastur, F. Lusseyran, Y. Fraigneau, B. Podvin, Determining the Spectral Signature of Spatial Coherent Structures, Physical Review E, Phys. Rev. E, \*72\*, 065301(R) (2005) . DOI: 10.1103/PhysRevE.72.065301
- [Pélissier] : T. Pélissier, Mouvement pseudo-périodique d'une colonne liquide, critères de transition, Thesis, Université de Provence 1973 (cf. aussi CNRS Rep. A 0 7780)
- [Penelet] : G. Penelet, Etude expérimentale et théorique des processus non-linéaires de saturation dans un générateur d'ondes thermoacoustique annulaire, Thèse de doctorat de l'Université du Maine, 2004
- [Penelet et al] : G. Penelet, V. Gusev, P. Lotton, M. Bruneau, Nontrivial influence of acoustic streaming on the efficiency of annular thermoacoustic prime movers, Physics Letters A 351 (2006) 268-273
- [Penelet et al 2] : G. Penelet, V. Gusev, P. Lotton, M. Bruneau, Experimental and theoretical study of processes leading to steady-state sound in annular thermoacoustic engines, Physical Review E 72, 016625 (2005)
- [Penelet et al 3] : G. Penelet, E. Gaviot, V. Gusev, P. Lotton, M. Bruneau, Experimental investigation of transient nonlinear phenomena in an annular thermoacoustic prime-mover: observation of a double-threshold effect, Cryogenics 42 (2002) 527-532
- [Qi] : Q. Qi, The effect of compressibility on acoustic streaming near a rigid boundary for a plane traveling wave, JASA 94, 1090-1098 (1993).
- [Qi et al] : Q. Qi, R. E. Johnson, J. G. Harris, Boundary layer attenuation and acoustic streaming accompanying plane-wave propagation in a tube, JASA 97 (3), 1499-1509 (1995)
- [Quénot 1] : G. M. Quénot, The Orthogonal Algorithm for Optical Flow Detection Using Dynamic Programming, Proc. IEEE ICASSP, vol. III, pp. 249-252
- [Quénot 2] : G. Quénot, Conception d'un microprocesseur de comparaison dynamique pour la reconnaissance vocale, Thèse de doctorat n°579 Orsay-LIMSI/CNRS 1988

- [Raffel et al] : M. Raffel, C. Willert, J. Kompenhans, *PIV A practical guide*, SPRINGER
- [Rayleigh] : Lord Rayleigh, *On the Circulation of Air Observed in Kundt's Tubes, and on some Allied Acoustical Problems*, Philos. Trans. Roy. Soc. London Ser.A, Vol. 175, 1883, pp3 1-21
- [Riley] : N. Riley, *Streaming from a cylinder due to an acoustic source*, JFM 180 (1987) 319-326
- [Riley 2] : N. Riley, *Steady Streaming*, Annu. Rev. Fluid Mech. 2001. 33:43-65
- [Rockliff] : Dawn Rockliff, *Application of particle image velocimetry to the measurement of non-linear effects generated by high-intensity acoustic fields*, Thesis (Ph.D.)--University of Edinburgh, 2002
- [Rott] : N. Rott, *Damped and thermally driven acoustic oscillations in wide and narrow tubes*, Z. Angew. Math. Phys., 20:230-243, 1969.
- [Rott 2] : N. Rott, *The influence of heat conduction on acoustic streaming*, Z. Angew. Math. Phys. 25, 417-421 (1974)
- [Rudenko et al] : O. V. Rudenko and S. I. Soluyan, *Theoretical Foundations of Nonlinear Acoustics*, Studies in Soviet Science, Consultants Bureau, New York, NY, 1977.
- [Rudenko et al 2] : O. V. Rudenko et A. A. Sukhorukov, *Nonstationary Eckart streaming and pumping of liquid in ultrasonic field*, Acoust. Phys. 44 (1998) 653
- [Schlichting] : H. Schlichting, *Berechnung ebener periodischer Grenzschichtströmungen (Calculation of Plane Periodic Boundary Layer Streaming)*, Physikalische Zeitschrift, Vol. 33, N°8, 1932, pp. 327-335
- [Sharpe et al] : J. P. Sharpe, C. A. Greated, C. Gray, D. M. Campbell, *The measurement of Acoustic Streaming using Particle Image Velocimetry*, Acustica Vol.68 (1989) (p.168-172)
- [Shiraishi et al 1] : M. Shiraishi, K. Takamatsu, M. Murakami, A. Nakano, *Visualisation study of secondary flow in an inclined pulse tube refrigerator*, Advances in Cryogenic Engineering 45, edited by Shu et al., Kluwer Academic/ Plenum Publishers, New York, 2000, pp. 119-125
- [Shiraishi et al 2] : M. Shiraishi, K. Takamatsu, M. Murakami, A. Nakano, *Cryogenics*, 44, pp. 10-107 (2004)
- [Shiraishi et al 3] : M. Shiraishi, M. Murakami, A. Nakano, T. Iada, *Control of Secondary Flow in a Double-inlet Pulse Tube Refrigerator*, ADVANCES IN CRYOGENIC ENGINEERING: Transactions of the Cryogenic Engineering Conference - CEC. AIP Conference Proceedings, Volume 823, pp. 27-34 (2006)
- [Shiraishi et al 4] : M. Shiraishi, K. Takamatsu, M. Murakami, A. Nakano, T. Iada, Y. Hozumi, *Visualization of DC gas flows in a double-inlet pulse tube refrigerator with a second orifice valve*, Cryocoolers 11, edited by R.G. Ross, Jr, Kluwer Academic/Plenum Publishers, New York, 2001, pp. 371-379
- [Smith et al] : G. P. Smith, R. Raspet, R. Hiller, J. McDaniel, *Evanescence Modes and anomalous streaming in a thermoacoustic device*, Applied Acoustics (2006), doi:10.1016/j.apacoust.2006.08.005
- [Sonnenberger et al] : R. Sonnenberger, K. Graichen, P. Erk, *Fourier averaging: a phase-averaging method for periodic flow*, Experiments in Fluids 28 (2000) 217-224
- [Stuart] : J.T. Stuart, *Double boundary layer in oscillatory viscous flow*, JFM 24 (1966) 673-987
- [Swift] : Greg Swift, *Thermoacoustics: A unifying perspective for some engines and refrigerators*, Los Alamos National Laboratory, May 2001
- [Swift et al 1] : G.W. Swift, D.L. Gerdner and S. Backhaus, *Acoustic recovery of lost power in pulse tube refrigerators*, JASA 105 (2), Pt. 1, February 1999
- [Symko et al] : O. Symko et ces collaborateurs B. McLaughlin, N. Webb, B. Gillman, I. Rodriguez, M. Flitcroft, *A Sound Way to Turn Heat into Electricity*, <http://unews.utah.edu/p/?r=053007-1> (june 2007) ; consulter aussi les résumés n°5aPA1, 2, 4, 5, 7 et 8 de la 153<sup>ème</sup> conférence ASA, JASA, vol. 121, n°5, Pt 2, Mai 2007
- [Thompson] : C. Thompson, *Acoustic streaming in a waveguide with slowly varying height*, JASA 75, 97-107 (1984)
- [Thompson 2] : M. W. Thompson, *Measurement of Acoustic Streaming in a Standing Wave using Laser Doppler Anemometry*, Thesis in Acoustics of The Pennsylvania State University, The Graduate School College of Engineering (2004).
- [Thompson et Atchley] : M. W. Thompson and A. A. Atchley, *Measurement of the Time Evolution of Rayleigh Streaming in High Amplitude Standing Waves*, JASA 112, 2002, pp. 2298

- [Thummes et al] : G. Thummes, M. Schreiber, R. Landgraf, C. Heiden, Convective Heat Losses in Pulse Tube Cooler : Effect of Pulse Tube Inclination, Cryocoolers 9, edited by R.G. Ross, Jr, Plenum Press, New York, 1997, pp. 393-402
- [Tjotta] : J. N. Tjotta and S. Tjotta, Nonlinear equation of acoustics, in Frontiers of Nonlinear Acoustics, edited by M. F. Hamilton and D. T. Blackstock (Elsevier, New York, 1990), pp. 80-97
- [Vainshtein] : P. Vainshtein, Rayleigh streaming at large Reynolds number and its effect on shear flow, JFM 285 249-264 (1995)
- [Valière et al] : J. C. Valière, P. Herzog, V. Valeau, G. Tournois, Acoustic velocity measurements in the air by means of laser Doppler Velocimetry : dynamic and Frequency range limitations and signal processing improvements, Journal of Sound and Vibration (2000) 229(3), 607-626
- [Wan et Kuznetsov 1] : Q. Wan et A. V. Kuznetsov, Investigation of the acoustic streaming in a rectangular cavity induced by the vibration of its lid, Int. Comm. Heat Mass Transfer, Vol. 31, N°4, pp. 467-476, 2004
- [Wan et Kuznetsov 2] : Q. Wan et A. V. Kuznetsov, Effect of non-uniformity of source vibration amplitude of the sound field wave number, attenuation coefficient and Reynolds stress for the acoustic streaming, Int. Comm. Heat Mass Transfer, Vol. 30, N°1, pp. 27-36, 2003
- [Waxler] : R. Waxler, Stationary velocity and pressure gradients in a thermoacoustic stack, JASA 109, 2739-2750 (2001)
- [Westervelt] : P. J. Westervelt, The Theory of Steady Rotational Flow Generated by a Sound Field, JASA, Vol.25, 1953, pp. 60-67
- [Yano] : T. Yano, Numerical simulation of formation of asymmetric acoustic streaming in resonators, Abstract submitted for the DFD05 Meeting of The American Physical Society (2005)
- [Yano 2] : T. Yano, Numerical Study of High Reynolds Number Acoustic Streaming in Resonators, CP838, Innovations in Nonlinear Acoustics: 17<sup>th</sup> International Symposium on Nonlinear Acoustics, edited by A. A. Atchley, V. W. Sparrow, and R. M. Keolian, 2006, American Institute of Physics
- [Yano 3] : T. Yano, Turbulent acoustic streaming excited by resonant gas oscillation with periodic shock waves in a closed tube, JASA 106(1), Jul. 1999
- [Yano et Inoue] : T. Yano et Y. Inoue, Strongly nonlinear waves and streaming in the near field of a circular piston, JASA 99 (6), pp. 3353-3372 (1996)
- [Yazaki et Tominaga] : T. Yazaki et A. Tominaga, Measurement of sound generation in thermoacoustic oscillations, Proc. R. Soc. Lond. A (1998) 454, 2113-2122
- [Zarembo] : L. K. Zarembo, Acoustic streaming, in High Intensity Ultrasonic Fields, edited by L. d. Rozenberg (Plenum, New York, 1971), Pt III, pp. 137-199

## VIII Annexes

## Annexe 1



*Figure 1 : Résonateur suspendu à un châssis métallique (en rouge) par chaînes placées régulièrement le long du système ; le résonateur est présenté ici équipé d'une cellule réfrigérante (boucle à gauche) mais cette configuration n'est pas étudiée dans ce rapport (pour plus de renseignements : référence [Bétrancourt])*

## Annexe 2

### 1. Caractéristiques techniques du capteur de pression relative donnant la valeur moyenne au sein du résonateur

Technologie : piezorésistif

Marque : Keller

Type : PA-23/8465-50

N° de série : 15627

Gamme de mesure : 0 à 50 bars (0,25 bar de précision)

Remarque : affleurant l'écoulement, alimentation 13V via appareil P. FONTAINE ST\_40C (n°234), affichage des pressions mesurées en volts via Multimètre digital Agilent 34401A (n° MY41022065).

Relation Pression  $P_m$  et Voltage  $V$  :  $P_m=0,5 V$

### 2. Caractéristiques techniques du capteur de pression dynamique donnant les fluctuations de pression, configuration Variante A

Technologie : quartz

Marque : Kistler

Type : 701A

N° de série : 1374740

Gamme de mesure : 0 à 250 bars

Amplificateur de charge : n° de série 1332989

### 3. Caractéristiques techniques du capteur de pression dynamique donnant les fluctuations de pression, configuration Variante B

Technologie : quartz

Marque : Kistler

Type : 701A

N° de série : 1374739

Gamme de mesure : 0 à 250 bars

Amplificateur de charge : n° de série 1332989

### 4. Caractéristiques techniques des capteurs de pression Entran de la configuration Variante C

Technologie : pont de Wheatstone à jauges de contrainte

Marque : Entran

Type : EPX-N01

N° de série : Z04048

Etendue de mesure : 15 bars (30 en surcharge)

Amplificateur de charge : n° de série Q06584

Technologie : pont de Wheatstone à jauges de contrainte

Marque : Entran

Type : EPX-N01

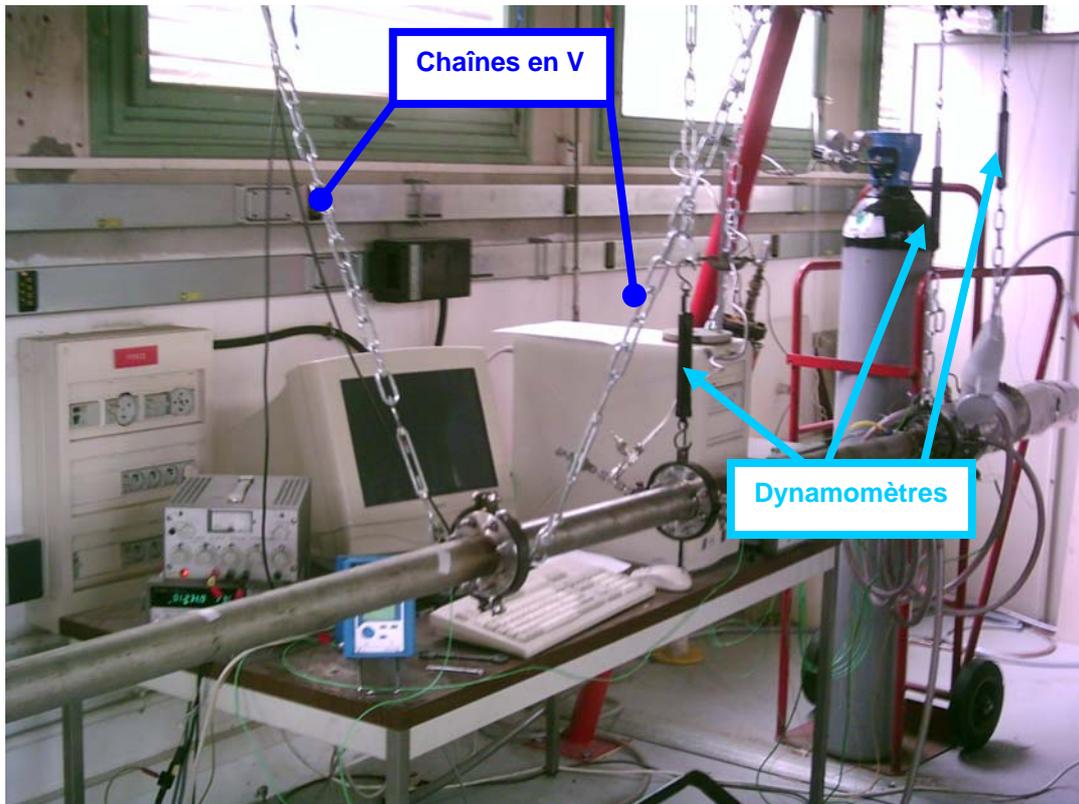
N° de série : Z04049

Gamme de mesure : 15 bars (30 en surcharge)

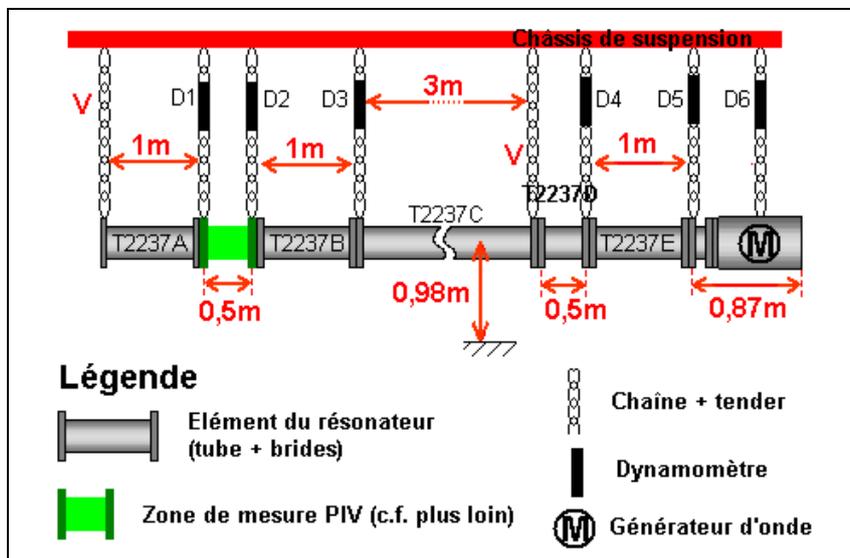
Amplificateur de charge : n° de série Q06589

## Annexe 3

### Variante C



*Vue sur certains dynamomètres et chaînes en V*



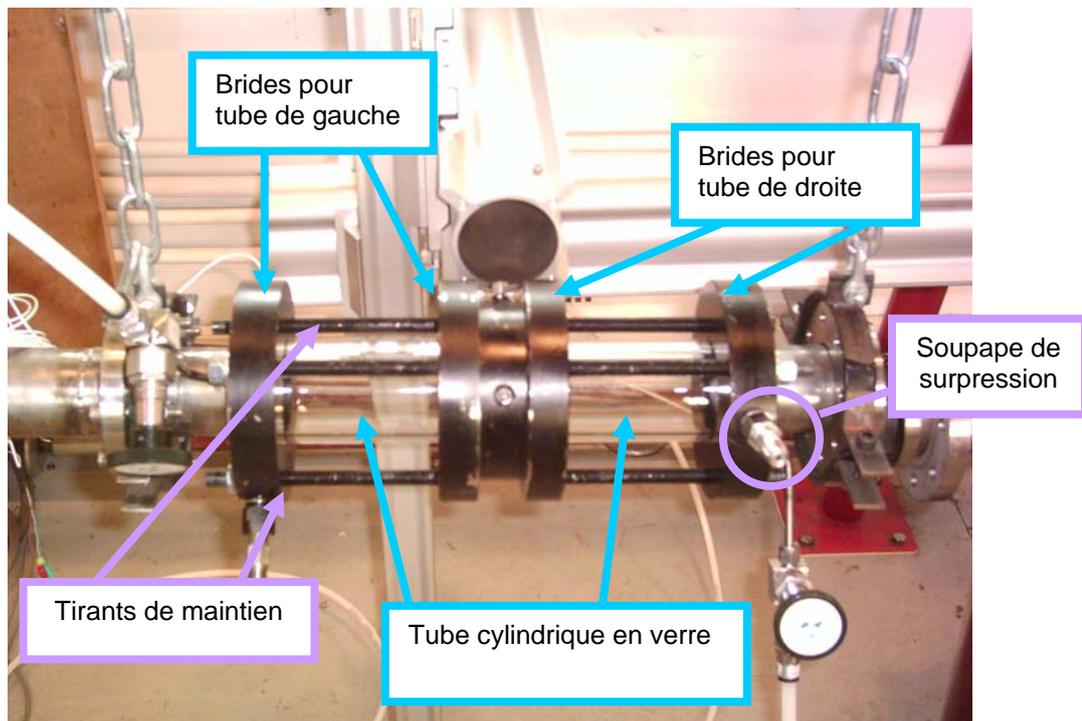
*Les références associées aux tubes servent à les repérer lors du montage, elles sont annotées au marqueur ou gravées ; les dynamomètres ne sont pas référencés individuellement, les annotations de type D<n°> ne servent qu'à repérer la tension (en kgf) qu'ils doivent afficher lors du réglage des tendeurs (cf. tableau suivant)*

Dynamomètre	Tension à appliquer en kgf
D1	12
D2	11,9
D3	7,2
D4	4,8
D5	17,5
D6	7

## Annexe 4

### Caractéristiques de la zone transparente

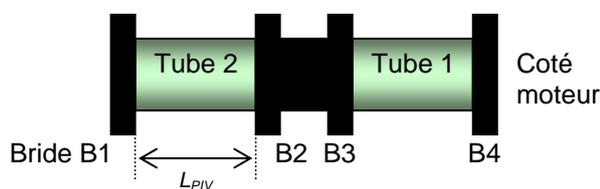
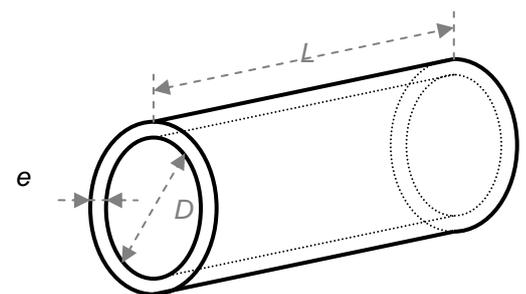
Constituée de deux tubes cylindriques en verre transparent de type pyrex/borosilicate, emmanchés chacun dans deux brides inox avec système de jointure adaptée pour assurée l'étanchéité sous pression. L'ensemble tube + 2 brides est maintenu par trois tirants (tiges filetées). Les deux modules transparents sont assemblés ensemble via une bride équipée pour accueillir des thermocouples. Les brides situées à l'opposé de la bride centrale par rapport aux tubes de verre, sont équipées de soupapes de surpression tarées entre 22 et 25 bars.



Cette zone a connu trois phases d'évolution :

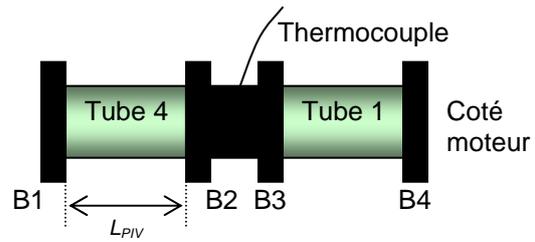
- (i) Montage initial équipé des tubes de verres n°1 et 2 (correspond à la configuration du résonateur dite *Variante A*)

Longueur visible  $L_{PIV}$  : 10 cm +/- 0,05cm  
(longueur totale 12cm)  
Epaisseur  $e$  : 7 mm +/- 0,05mm  
Diamètre intérieur  $D$  : 56,3mm +/- 0,15mm



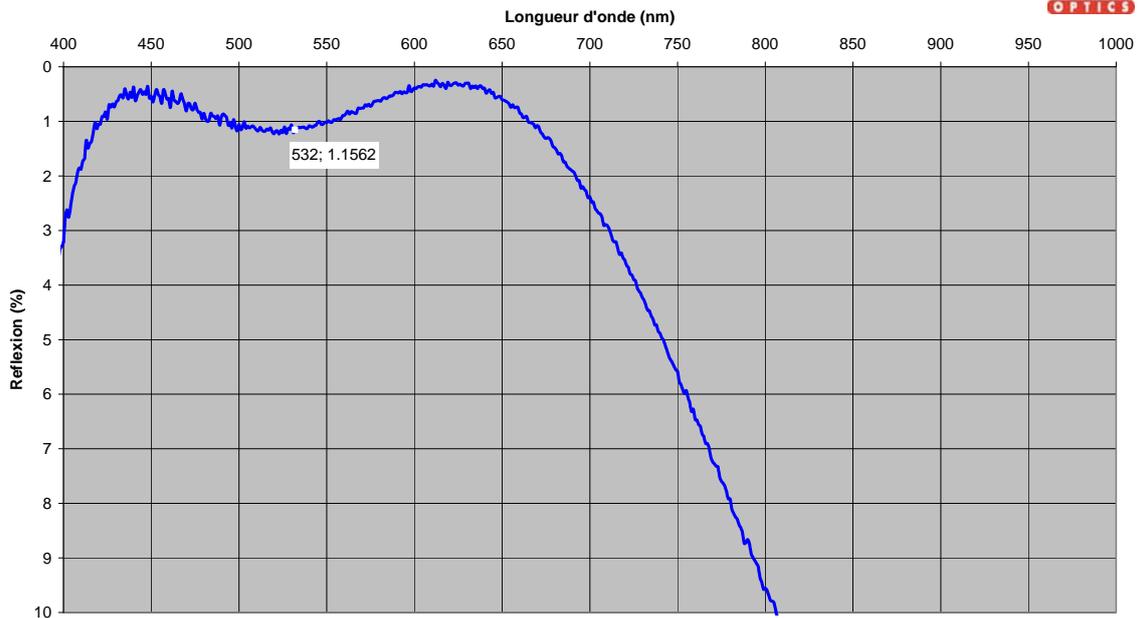
- (ii) Nouveau montage après traitement anti-reflets des tubes de verre et remplacement du tube n°2 par le numéro 4 ; ajout d'un thermocouple affleurant l'écoulement, introduit par la bride centrale (correspond à la configuration du résonateur dite *Variante B*)

Longueur visible  $L_{PIV}$  : 10,16 cm +/- 0,05cm  
 (longueur totale 12cm)  
 Epaisseur  $e$  : 6,99 mm +/- 0,2mm  
 Diamètre intérieur  $D$  : 56,75mm +/- 0,15mm

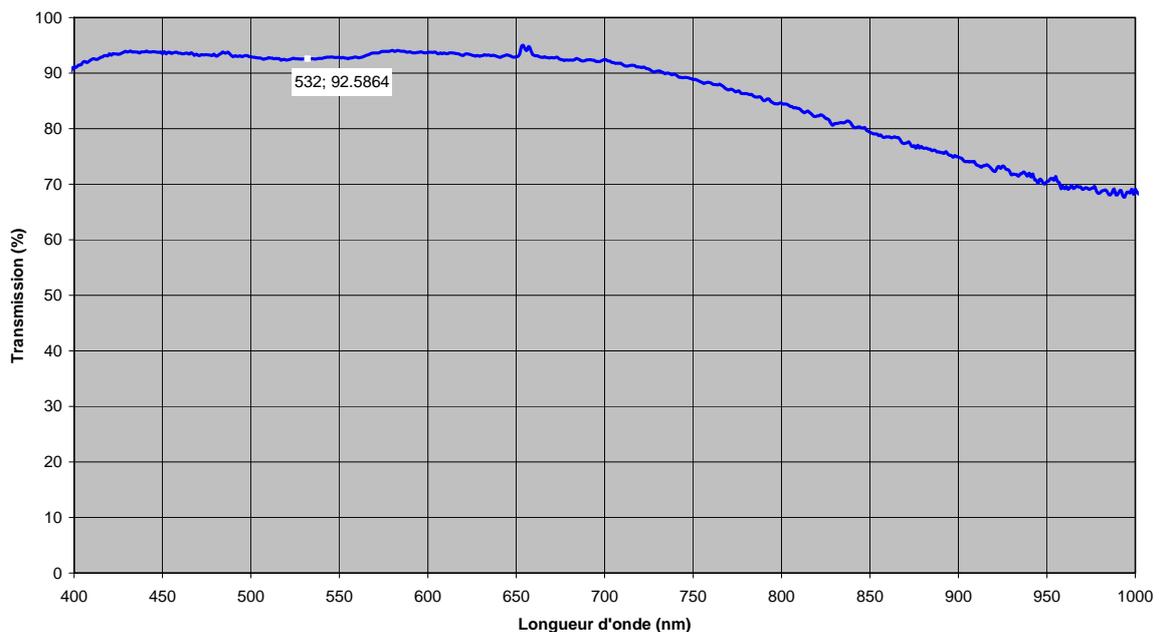


Le premier diagramme qui suit donne la proportion de lumière réfléchi par le traitement anti-reflet en fonction de la longueur d'onde. Le second, la qualité de la transmission de la lumière par rapport à la longueur d'onde d'éclairement. Les valeurs précisées sur fond blanc correspondent à la longueur d'onde du laser utilisé pour nos travaux.

Reflexion AR4 060619-02/03

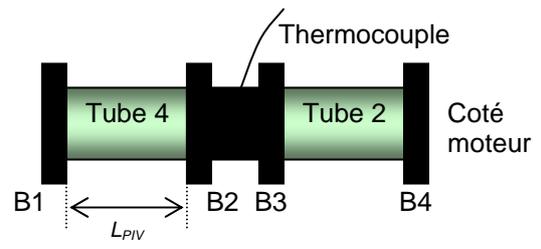


Transmission AR4 060619-02/03



- (iii) Montage suite à l'éclatement du tube n°1 : remplacement du tube numéro 1 par le 2 et installation d'entretoises en plus des tirants existants (correspond à la configuration du résonateur dite Variante C)

Même dimensions que précédemment



## Annexe 5

### Détail du calcul des indices de réfraction

- (i) Verre : le fabricant des tubes de verre fournit des indices de réfractons en fonction de la longueur d'onde d'éclairément ; celles-ci sont fournies dans le tableau suivant (conditions normales de températures :

$\lambda$ (nm)	$n_{\text{verre}}$
334,1478	1,4941586
365,0146	1,4885428
404,6561	1,4832718
435,8343	1,4801482
479,9914	1,4767468
486,1327	1,476346
546,074	1,4731019
587,5618	1,4713859
589,2938	1,4713213
632,8	1,4698503
643,8469	1,469517
656,2725	1,4691588
706,5188	1,4678631
852,11	1,4650217
1013,98	1,4626661
1060	1,4620697
1310	1,4590227
1529,582	1,456329
1970,09	1,4501996
2325,4	1,4441975

L'indice de réfraction du verre est calculé à la longueur d'onde d'éclairément laser ( $\lambda_{\text{YAG}}=532\text{nm}$ ) par simple interpolation sur ces données :  $n_{\text{verre}}=1,4739$

- (ii) Air : l'indice est calculé à l'aide de la formule de Cauchy (pour  $T_m=15^\circ\text{C}$  et  $P_m=760\text{mmHg}$ )

$$n_{\text{air}} = 10^{-7} \left( 2726,43 + \frac{12,288}{\lambda_{\text{YAG}}^2 \times 10^{-8}} + \frac{0,3555}{\lambda_{\text{YAG}}^4 \times 10^{-16}} \right) + 1$$

Remarque : les variations de pression et de températures connues lors des différentes séries de mesures ont une influence négligeable sur les indices de réfraction du verre et de l'air.

- (iii) Azote : c'est la formule de Lorenz-Lorentz qui sert de base au calcul de l'indice (pour de la lumière blanche)

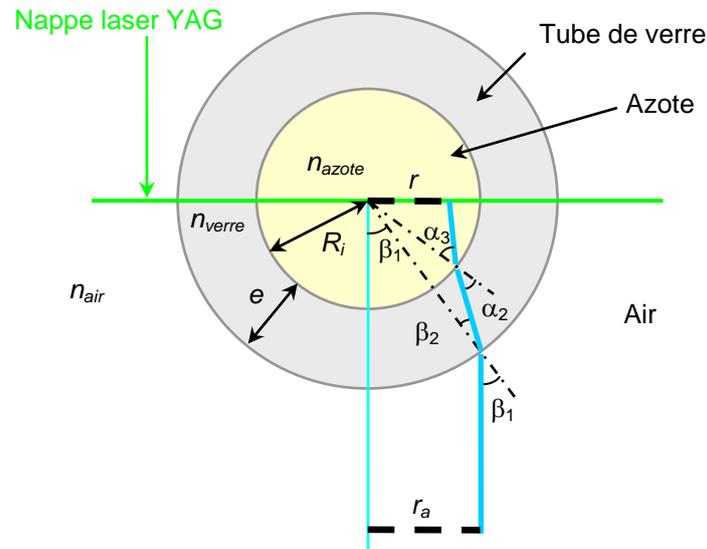
$$n_{\text{azote}} = \sqrt{\frac{1 + 2\rho_m C_{N_2}}{1 - \rho_m C_{N_2}}}, \quad \rho_m = \frac{P_m}{296,79 \times T_m}$$

avec  $P_m$  : pression du gaz ;  $T_m$  : température ;  $\rho_m$  : densité ;  $C_{N_2}$  : constante de la formule de Lorenz-Lorentz pour l'azote.

### Correction de dioptre

Dans la configuration de l'étude, la lumière diffractée par les particules traverse trois milieux avant d'atteindre l'objectif de la caméra : l'azote d'indice optique  $n_{\text{azote}}$  contenue dans le tube, la paroi courbée en verre d'indice  $n_{\text{verre}}$  et l'air extérieur d'indice  $n_{\text{air}}$ . La figure suivante présente un schéma de cette simple configuration [Faure et al 1] :

La nappe laser vient de la gauche et traverse sans déviation (théoriquement) l'ensemble transparent. Deux particules situées dans la nappe (une au centre et une plus à droite) diffusent la lumière. Les trajectoires de deux de leurs rayons y sont représentées (respectivement trait — et —) ainsi que leurs déviations au passage des interfaces azote/verre et verre/air caractérisées par les angles  $\alpha_{1,2,3}$  et  $\beta_{1,2}$ .



$r$  : distance réelle (rayon)

$r_a$  : distance apparente (rayon apparent) sur l'image correspondant au rayon réel  $r$

$$R_i = \frac{D}{2}$$

Au plus simple, nous utilisons les équations de Snell-Descartes de l'optique géométrique :

$$\begin{aligned} n_{air} \sin \beta_1 &= n_{verre} \sin \beta_2 \\ n_{verre} \sin \alpha_2 &= n_{azote} \sin \alpha_3 \end{aligned}$$

ce qui donne au final :

$$\left\{ \begin{aligned} \sin \beta_1 &= \frac{r_a}{R_i + e} \\ \sin \beta_2 &= \frac{n_{air}}{n_{verre}} \frac{r_a}{R_i + e} \end{aligned} \right. \left\{ \begin{aligned} \sin \alpha_2 &= \frac{n_{air}}{n_{verre}} \frac{r_a}{R_i} \\ \sin \alpha_3 &= \frac{n_{air}}{n_{azote}} \frac{r_a}{R_i} \end{aligned} \right.$$

$$r = \frac{n_{air}}{n_{azote}} \frac{r_a}{\cos(\alpha_3 - \beta_1 + \beta_2 - \alpha_2)}$$

## Annexe 6

- Référencement de l'oxyde de Magnésium léger (MgO) :  
Fabricant VWR, réf. 25054367
- Vitesse de sédimentation  $U_g$  (m.s<sup>-1</sup>)

Elle est déduite de la loi de la force de traînée de Stokes [Raffel 1]

$$U_g = d_p^2 \frac{\rho_p - \rho_m}{18\mu} g$$

avec  $d_p$  : diamètre de la particule (m)  
 $\rho_p$  : densité de la particule (kg.m<sup>-3</sup>)  
 $\rho_m$  : densité du fluide dans lequel sédimente la particule  
 $\mu$  : viscosité dynamique du fluide (kg<sup>3</sup>m<sup>-1</sup>s<sup>-1</sup>)  
 $g=9,81$ : constante de gravité

La densité de l'azote et sa viscosité sont calculées en fonction de la pression moyenne  $P_m$  (Pa) et de la température  $T_m$  (° K)

$$\rho_m = \frac{P_m}{r_{N_2} T_m}, \quad r_{N_2}=296,79 : \text{constante des gaz parfaits pour l'azote}$$

$$\mu = 3,577 \cdot 10^{-7} T_m^{0,6885} \text{ pour l'azote uniquement}$$

- Temps caractéristique de relaxation  $\tau_s$  (s)

Les travaux de [Durst et al.] ont permis d'offrir des lois décrivant le comportement dynamique des particules d'ensemencement soumises à un écoulement en milieu fluide. [Ounis et al] apportent des simplifications aux travaux précédents et permettent d'en déduire la formule suivante [Raffel et al 1] :

$$U_p(t) = U \left[ 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_s}\right) \right]$$

avec  $U_p(t)$  : vitesse des particules fonction du temps  $t$   
 $U$  : vitesse de l'écoulement du fluide ensemençé  
 et

$$\tau_s = d_p^2 \frac{\rho_p}{18\mu}$$

- Equations intermédiaires de l'article Hamilton et al [2]

$$\alpha^2 = -\left(\frac{1+(\gamma-1)f_k}{1-f_v}\right) \frac{\omega^2}{c^2}$$

$$f_{v,k} = \frac{2J_1(\beta_{v,k}r_0)}{\beta_{v,k}r_0J_0(\beta_{v,k}r_0)}, \quad \beta_{v,k} = \frac{i-1}{\delta_{v,k}}, \quad \delta_v = \sqrt{\frac{2\nu}{\omega}}, \quad \delta_k = \sqrt{\frac{2\kappa}{\omega}}$$

$$R_z(r) = 1 - \frac{J_0(\beta_v r)}{J_0(\beta_v r_0)}$$

$$R_r(r) = \frac{r}{r_0} - \frac{J_1(\beta_v r)}{J_1(\beta_v r_0)} + \frac{(\gamma-1)(1-f_v)f_k}{[1+(\gamma-1)f_k]f_v} \left( \frac{r}{r_0} - \frac{J_1(\beta_k r)}{J_1(\beta_k r_0)} \right)$$

avec  $J_0$  et  $J_1$  fonctions de Bessel.

## Annexe 7

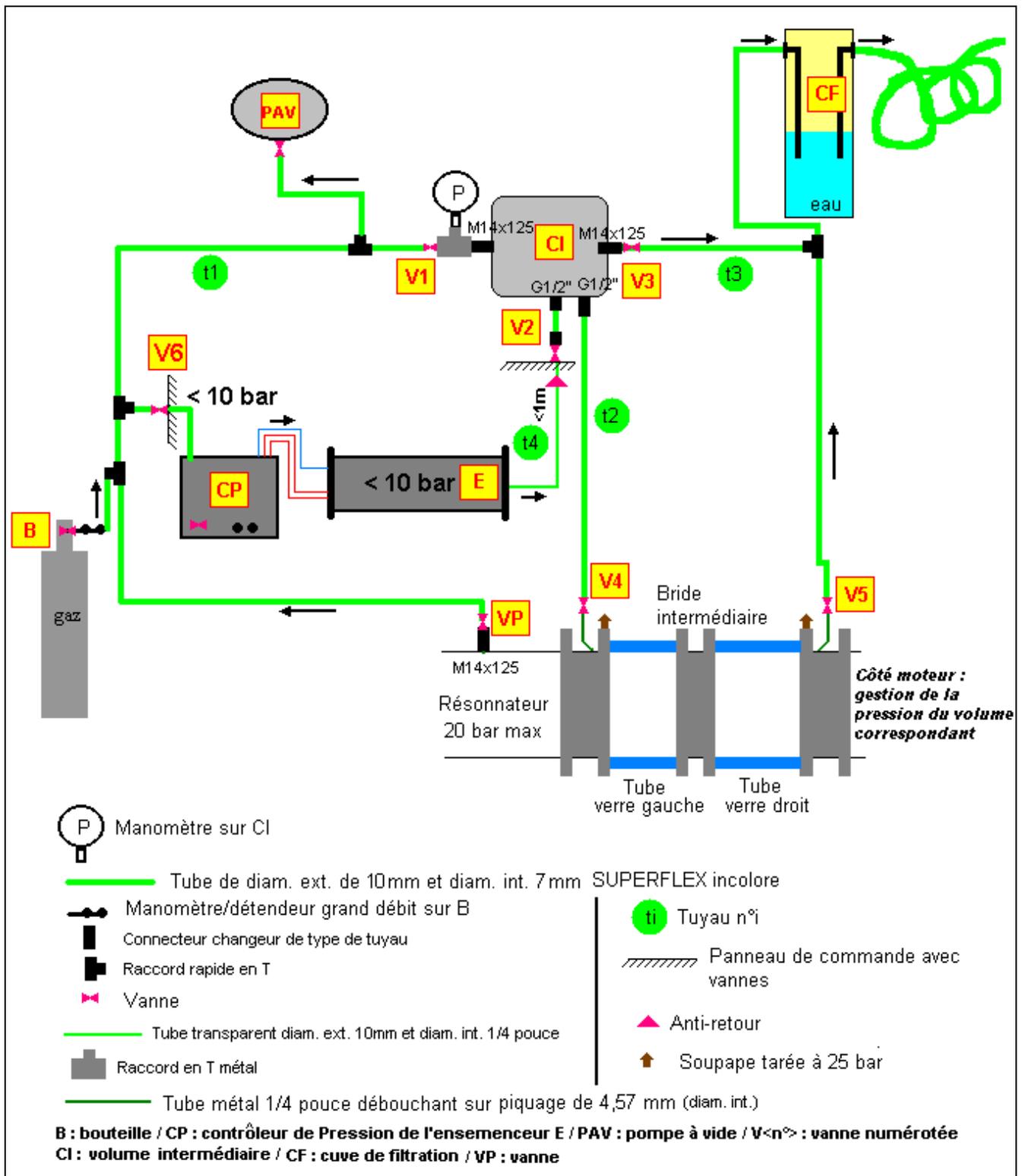


Fig. An7.1 : Schéma de principe du système d'injection de particules

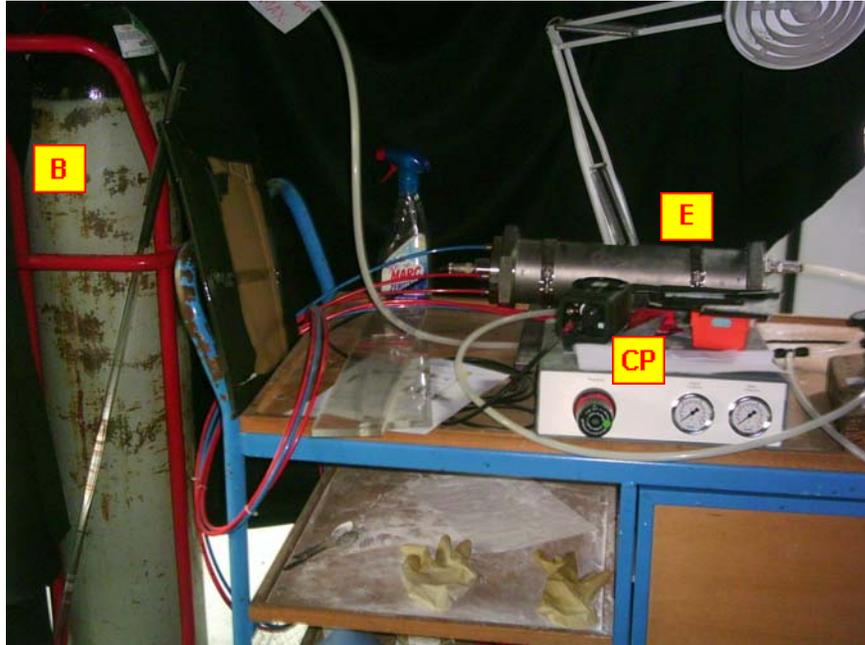
Le schéma précédent présente le système qui permet l'injection des particules pour la PIV. La plupart des tuyaux sont flexible et en matière synthétique translucide afin d'autoriser une souplesse d'utilisation. Leur pression maximum de service est de 20 bar sauf le tuyau transparent qui n'est prévu que pour 10 bars.

La pompe à vide (PAV sur Fig. An.7.1) sert à la mise sous vide de l'ensemble du système d'injection et du résonateur après une éventuelle mise à l'air libre. Le remplissage de gaz dans le résonateur (qui suit la mise sous vide) se fait du côté moteur.

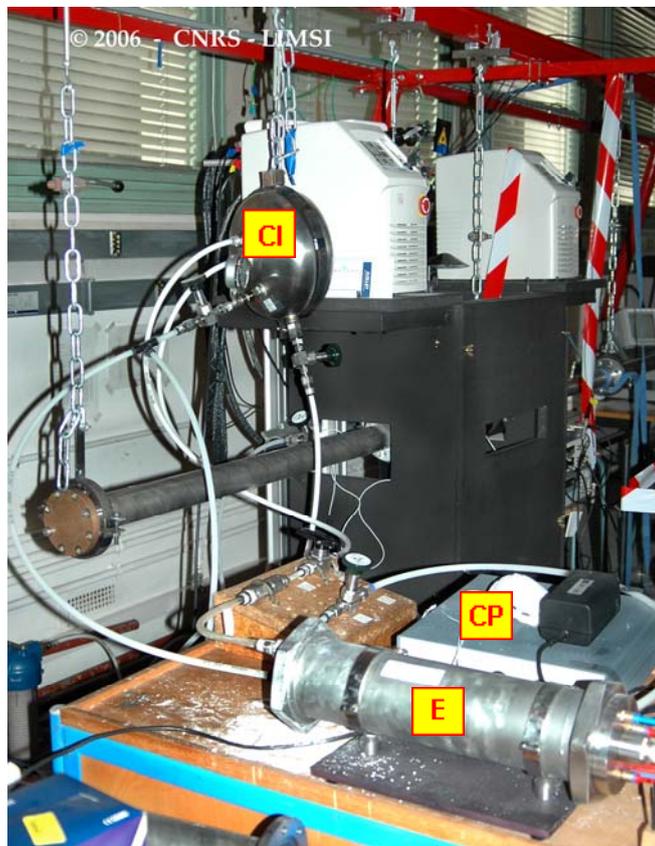
L'ensemencement de poudre (E sur Fig. An7.1 et An7.2) est commercialisé par Dantec et fabriqué par Scitek consultants sous la référence PS-10. Il est constitué d'une console (CS sur Fig. An7.1-2) équipé d'un détendeur et

de deux manomètres. Il alimente via une bouteille de gaz (B) le conteneur à poudre (E). Il permet de gérer le gradient de pression entre l'entrée et la sortie du conteneur qui propulse le nuage de poudre. Le conteneur quant à lui assure le mélange en favorisant les particules les plus fines et élimine les grumeaux éventuellement formés lors du chargement en poudre.

La pression moyenne maximum admissible dans le système d'ensemencement est de 10 bars. Pour permettre des injections au-delà de cette limite, il est nécessaire de rajouter un volume intermédiaire (CI sur Fig. An7.1 et 3) qui puisse être monté en pression avant injection dans le résonateur (via la vanne V4). De plus, il permet une homogénéisation du mélange poudre/gaz. Le CI sert ainsi de réservoir à poudre et d'ensemencement secondaire, évitant le recours trop régulier à CP et E. De nombreuses séries de mesures peuvent être réalisées simplement avec la réserve de poudre disponible dans le CI.



*Fig. An7.2 : Système d'ensemencement Dantec (CP et E) et la bouteille (B) d'alimentation de cet ensemble*



*Fig. An7.3 : Système d'ensemencement Dantec (CP et E) et volume intermédiaire CI*

L'injection est réalisée a proximité immédiate du tube en verre situé à gauche, dans lequel les mesures de PIV sont faites.

Un filtre (CF Fig. An7.1) piège d'éventuelles particules lors de la vidange du résonateur.

Le détail des fournitures nécessaires au montage d'un tel dispositif est disponible à l'Annexe 9.

## Annexe 8

### Fiche protocole (en date du 28-04-2006, réactualisation du 25-05-2007) pour la préparation du système thermoacoustique en vue de la PIV

#### Préparation avant mesures

- Dépoussiérage interne des tubes transparents avec un plumeau qui ne raye pas le verre ; ne pas oublier de dégraisser le plan de joint de la bride qui sert au serrage du bouchon de fond de résonateur et par laquelle est introduite le plumeau ; injection de gaz (air comprimé) depuis le côté moteur pour évacuation des poussières vers l'extérieur.
- Nettoyage extérieur des verres (emploi d'un produit neutre vis-à-vis du traitement optique + linge adapté)
- Introduction d'un réglet/mire dans zone optique avec lampe, remettre toute pièce déposée sur le résonateur ainsi que les tuyaux pour obtenir une répartition des charges réelles lors des mesures → réglage caméra : position, axe de visé, focalisation ; faire en sorte que la zone de mesure soit bien cadrée ; prise de vue du réglet.
- Retrait du réglet, étanchéification du résonateur, remise en place des caches optiques au niveau de la zone de mesure
- Réglage de la nappe laser.
- Mise sous vide du résonateur, remplissage avec le gaz de service côté moteur thermoacoustique, démarrage du chauffage du moteur thermoacoustique, suivre un protocole de montée en température (Celui utilisé est précisé plus loin).
- Préparation des électroniques d'acquisition des signaux de pression et Q-switch du flash laser. Préparation de l'acquisition PIV.

#### Ensemencement

##### ***Préparation de la poudre et remplissage de l'ensemenceur (si besoin, sinon passer à la section C)***

- **Toujours employer un masque de protection.**
- Chauffage au four de la poudre MgO (250 à 300°C) pendant une ½ heure à ¾ d'heure ; idem pour le récipient servant à son stockage (fermé lors de ce dernier) → déshumidification.
- Mettre 1% de SiO<sub>2</sub> (aérosil) → réduit les risques d'agrégation de MgO pendant lors du stockage.
- Remplissage du (ou des) tambours avec la poudre.
- Lubrification/graissage si nécessaire de l'axe du tambour côté ouverture.
- Vérification avant serrage de la bonne position des buses d'entrée de gaz (au bas de l'enceinte de l'ensemenceur).
- Introduction du tambour avec trou d'évacuation vers le haut.
- Verrouillage du système et vérification de la bonne mise en place des raccords synthétiques.

##### ***Purge du système d'ensemencement***

- Ouverture vannes **V1, V6, V2, V3.**
- Ouverture bouteille **B** et du **CP.**
- Faire tourner le tambour à grande vitesse pendant quelques secondes → évacuation de l'air présent dans la poudre.
- Opération de purge : une dizaine de secondes.
- Fermer : bouteille **B, CP**, vanne **V3, V6, V2.**

- Ouverture vanne sur pompe à vide **PAV** et mise sous vide ; faire le vide sans dépasser valeur minimum admissible pour le tube Superflex : 10mbar
- Fermeture vanne sur **PAV** ; arrêt **PAV**.

### **Préparation à l'ensemencement**

#### **Ensemencement volume intermédiaire (si besoin, sinon passer à la section suivante)**

- Fermer **V1** et ouvrir **B** ; Repressuriser le circuit à pression atmosphérique et ouvrir **V6**, **V2**.
- Démarrer le tambour à poudre, augmenter la pression au niveau de **B** sans dépasser **10 bar** et manipuler le détendeur **CP** et la vanne **V3** en générant des fuites parcimonieuses pour permettre d'obtenir un  $\Delta P > 1 \text{ bar}$  entre **CP** et **CI**.
- Laisser s'échapper des bouffées de poudres de **E** vers **CI** puis arrêt du tambour ; fermeture **V3**, **V2**

#### **Ensemencement dans la zone de mesure**

- Toutes vannes fermées à part **V1**, pressuriser le **CI** à une pression supérieure à la pression dans le résonateur.
- Ouvrir **sans excès** vanne **V4** pour ensemercer la zone de mesure : il vaut mieux beaucoup de particules pour un bon traitement PIV. En parallèle, ajuster l'ouverture de la vanne **V5** pour tenter de garder en équilibre la pression moyenne. Refermer la vanne **V4** et réajuster la pression moyenne dans le résonateur si besoin côté moteur par injection de gaz ou vidange (vanne de vidange prévue).
- Attendre un minimum de 2min30s la stabilisation du résonateur (vibrations engendrées par la manipulation des vannes) et l'homogénéisation de l'ensemencement par l'écoulement avant de poursuivre un quelconque acquisition de données.

### **Protocole de chauffage pour l'application d'un gradient de température**

Dans certains cas, les systèmes thermoacoustiques peuvent présenter un phénomène d'hystérésis et être sensible au protocole de chauffe [Bretagne]. Pour s'en disjoindre au mieux, un unique protocole de montée en température est appliqué pour permettre le démarrage de l'onde. Quelle que soit la pression moyenne au sein du résonateur, la résistance chauffante est alimentée par paliers de puissance électrique :

- *1<sup>er</sup> palier* : Puissance électrique  $P_Q = 11,9 \text{ V} \times 1 \text{ A}$  (pendant 15 min)
- *2<sup>e</sup> palier* : Puissance électrique  $P_Q = 26,1 \text{ V} \times 2,1 \text{ A}$  (pendant 21 min)
- *3<sup>e</sup> palier* : Puissance électrique  $P_Q = 46,1 \text{ V} \times 3,7 \text{ A}$  (jusqu'au démarrage de l'onde)

A noter : pour un ensemble de paramètres équivalents (pression moyenne interne, température externe...), le démarrage de l'onde se déclenche toujours au même moment (à 30 s près). Si aucun paramètre de contrôle n'est modifiés, l'onde se stabilise au moins 2h30 voir 3h après son démarrage.

Lorsque l'onde est démarrée et après une certaine attente de stabilisation, les paramètres de contrôle sont ajustés selon les besoins. Dans le cas où l'on veut monter en puissance acoustique, des nouveaux paliers de chauffage sont appliqués.

## Annexe 9

### INVENTAIRE PNEUMATIQUES (référence par défaut : Radiospares sauf si précisé)

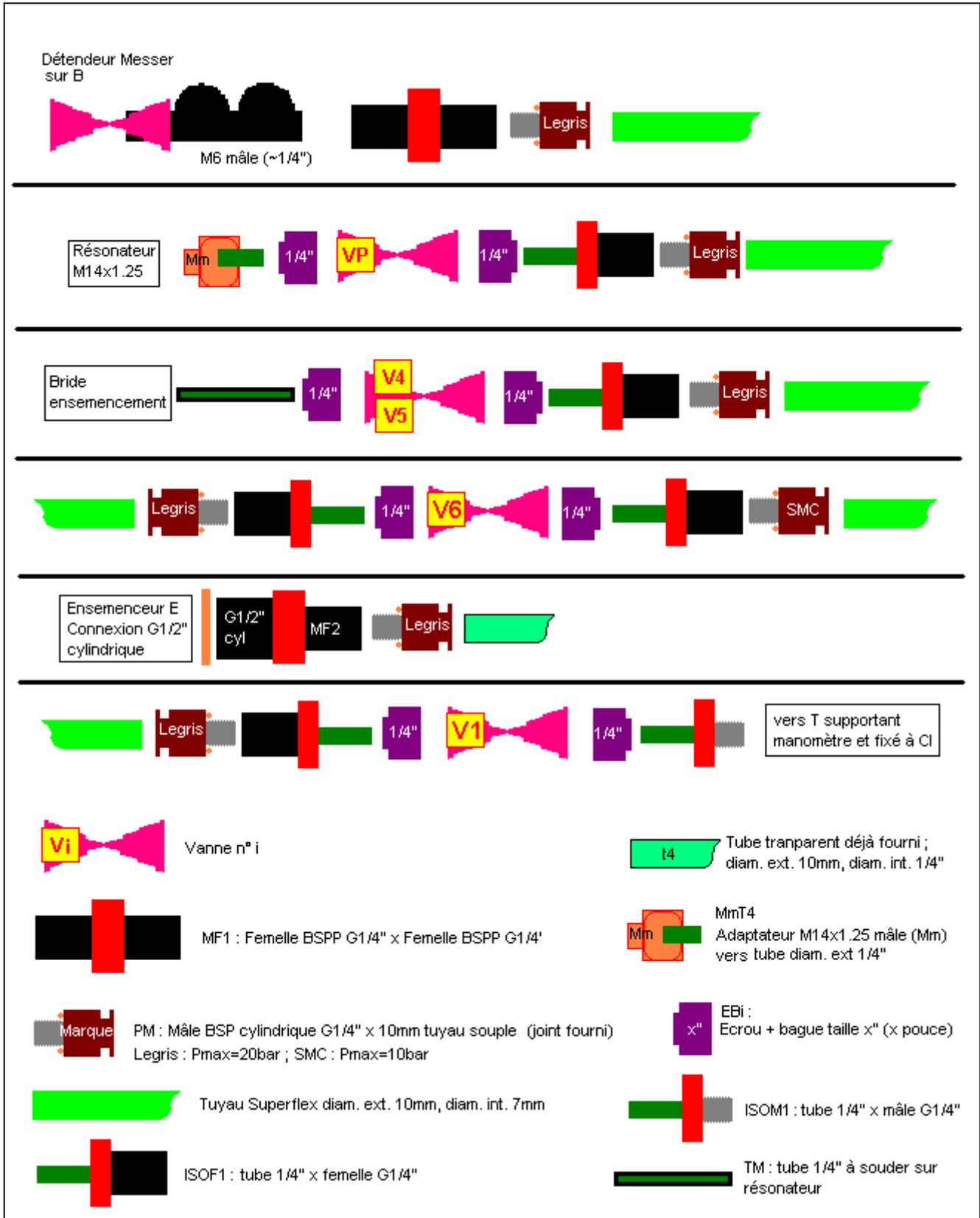
Les références associant des lettres et/ou des chiffres comme par exemple **TE**, **MmGm4** ou **RJG1/2** permettent l'assemblage de l'ensemble de ces articles, en se référant aux schémas.

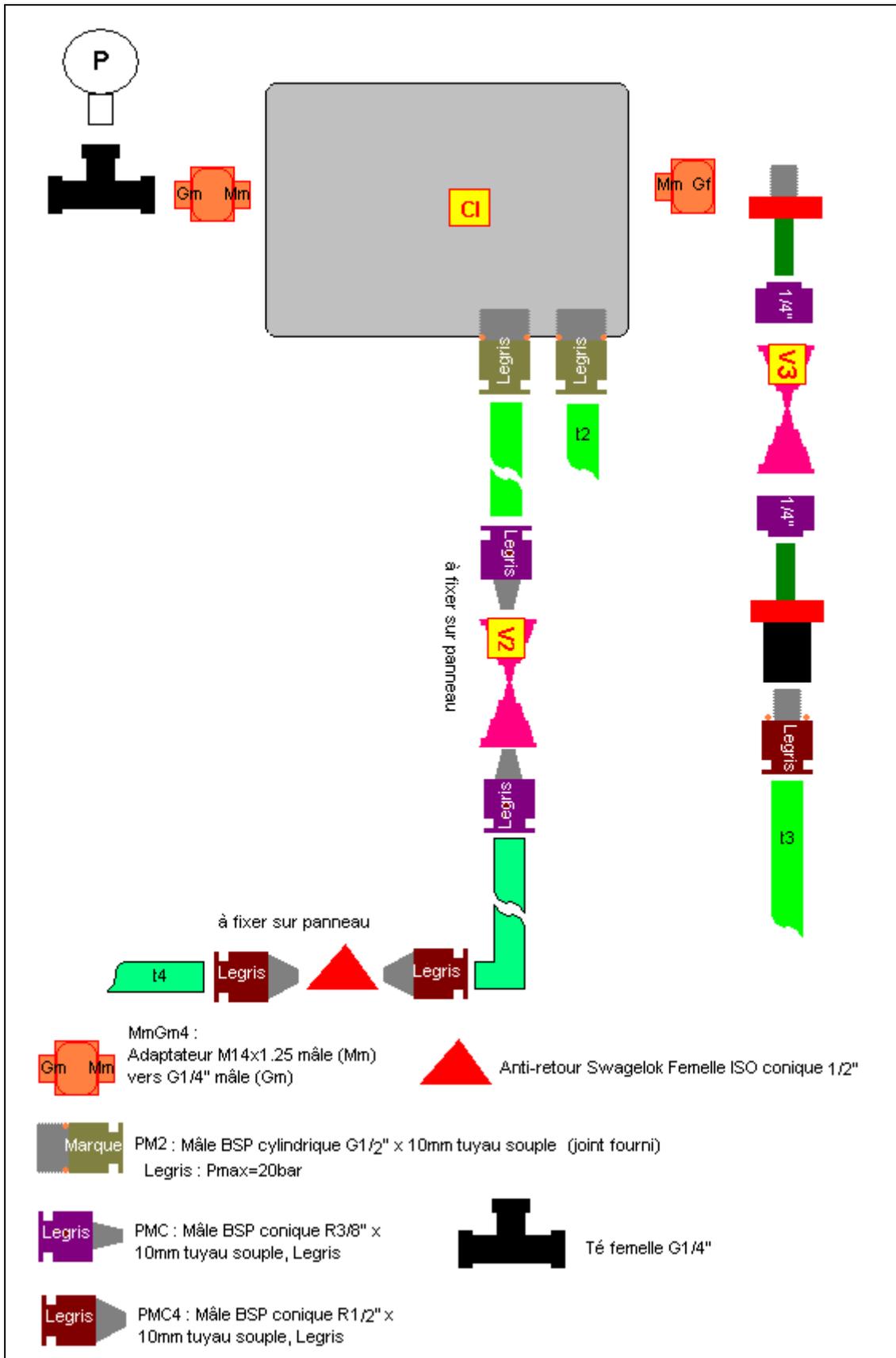
- 1 Tube SUPERFLEX incolore (translucide) diam. ext. 10mm, diam. int. 7mm (30m), référence 415-0547
- 3 raccords en T égaux Legris 3104 diam. raccordement 10mm (résistance à 20 bar, -20°C<T°<80°C, tenue au vide 760-755mm Hg=5mm Hg restant~10mbar (99% vide)) référence 182-5226
- **MF1** : 1 manchon femelle BSPP Legris métal G $\frac{1}{4}$ "xG $\frac{1}{4}$ " réf. 367-5578
- **MF2** : 1 manchon femelle BSPP Legris métal G $\frac{1}{4}$ "xG $\frac{1}{2}$ " réf. 367-5629
- **PM** : 8 piquages droits mâles, BSP cylindrique série 3101 Legris raccordement G $\frac{1}{4}$ "x 10 mm réf. 182-4841
- **PMC** : 2 piquages droits mâles, BSP conique 3175 R3/8"x10mm réf 265-5630
- **PM2** : 2 piquages droits mâles, BSP cylindrique série 3101 Legris raccordement G $\frac{1}{2}$ "x 10 mm réf. 265-5769
- **PMC4** : 2 piquages droits mâles, BSP conique 3175 R1/2"x10mm réf. 265-5646
- **TM** : Tube métal pour piquage ensemencement diam. ext.  $\frac{1}{4}$ ", diam. int. 4,57mm réf. SWAGELOK SS-T4-S-035-6ME
- 1 vanne tout ou rien **V2** SWAGELOK SS-44F6RT, orifice de 7,1mm, raccord ISO femelle conique 3/8", (réserve sur la compatibilité avec les poudres [voir mail])
- **AR** : 1 anti-retour Swagelok femelle ISO conique  $\frac{1}{2}$ " réf. SS-CHF8RT-1
- 1 détendeur grand débit **MESSER**
- **ISOM1** : 2 adaptateurs tube  $\frac{1}{4}$ " / filetage ISO mâle cylindrique RS  $\frac{1}{4}$ "-19/inch réf. SWAGELOK SS-4-TA-1-4RS
- **ISOF1** : 7 adaptateurs tube  $\frac{1}{4}$ " / filetage ISO femelle cylindrique RG  $\frac{1}{4}$ "-19/inch réf. SWAGELOK SS-4-TA-7-4RG
- **TE** : 1 té femelle G $\frac{1}{4}$ " nickelé réf. 367-5922
- **MmGm4** : 1 adaptateur fabrication maison en M14x125 mâle vers G $\frac{1}{4}$ " mâle
- **MmGf4** : 1 adaptateur fabrication maison en M14x125 mâle vers G $\frac{1}{4}$ " femelle
- **MmT4** : 1 adaptateur fabrication maison en M14x125 mâle vers tube à sertir diamètre ext.  $\frac{1}{4}$ "
- Filtre à particule
- **EB1** : 12 Ecrus et bagues SWAGELOK  $\frac{1}{4}$ "

### Détails des raccords pour chaque vanne (référéncée sous «V n°») :

- **V6** : 1PM + 1 ISOF1 + 1EB1 / + 1EB1 + 1 ISOF1 + 1 connexion SMC 10bar 10mm raccord rapide/filetage G $\frac{1}{4}$ " cylindrique
- **VP** : 1 RJM14 + 1 MmT4 + 1 EB1 / 1 EB1 + 1 ISOF1 + 1PM ; filetage sur le résonateur (capteur de pression) type M14x1.25
- **E** : sortie (filetage 1/2pouce BSPP) : 1MF2 + 1PM
- **V1** : 1PM + 1 ISOF1 + 1 EB1 + 1 EB1 + 1 ISOM1
- **V2** (Vanne tout ou rien SS-44F6RT) : 1 PMC / 1 PMC + bout de tube transparent + 1 PMC4 + 1 AR + 1 PMC4 + bout de tube Superflex + 1 PM2 sur CI
- **V3** : côté tuyau 1 PM + 1 ISOF1 + 1 EB1 / 1 EB1 + 1 ISOM1 + 1 MmGf4
- **B** : sur détendeur MESSER filetage de M6 (~ $\frac{1}{4}$ " ) → 1 MF1 + 1 PM
- **V4** : 1 EB1 / 1 EB1 + 1 ISOF1 + 1 PM
- **V5** : 1 EB1 / 1 EB1 + 1 ISOF1 + 1 PM
- **CI** : vers V4 = 1PM2 ; vers V1 = 1 TE + 1 MmGm4

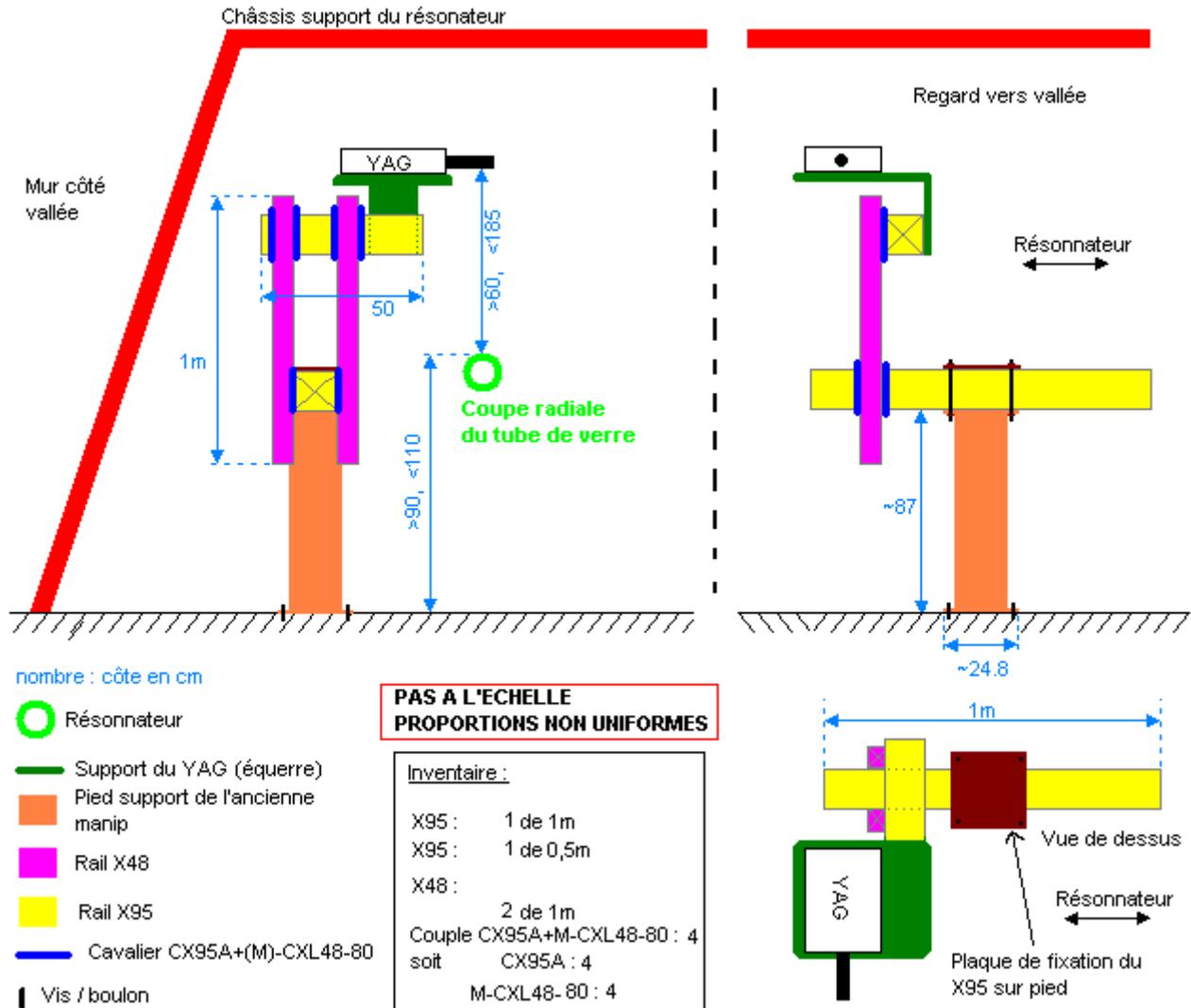
Schémas de raccordement :





## Annexe 10

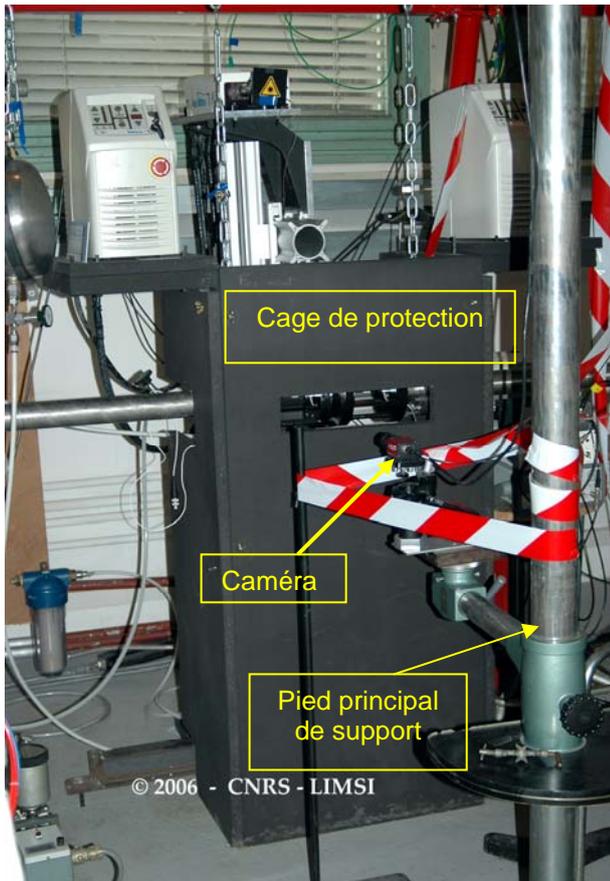
Présentation de l'ensemble constitué de rails supportant le laser YAG au-dessus de la zone de mesure (le schéma n'est pas à l'échelle). Le laser peut-être translaté dans les trois directions de l'espace. (Marque des rails et des cavaliers : Microcontrol)



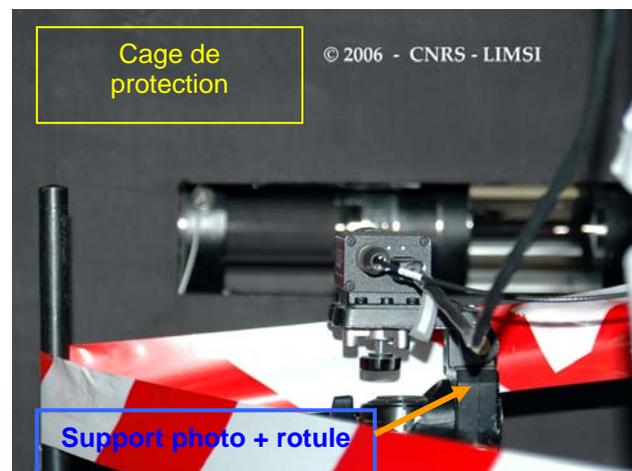
## Annexe 11

### Caméra Marlin F080B

- Suite à des défaillances techniques, deux caméras se sont alternativement succédées : Référence 03/01-17018883 (la principale) et 03/01-17018951.
- Filtre passe-bande, bande de largeur de 10 nm autour de la longueur d'onde 532 nm
- Montage supportant la caméra et cage de protection optique et balistique :



Vue d'ensemble du système laser, de la caméra et de la cage de protection optique et balistique

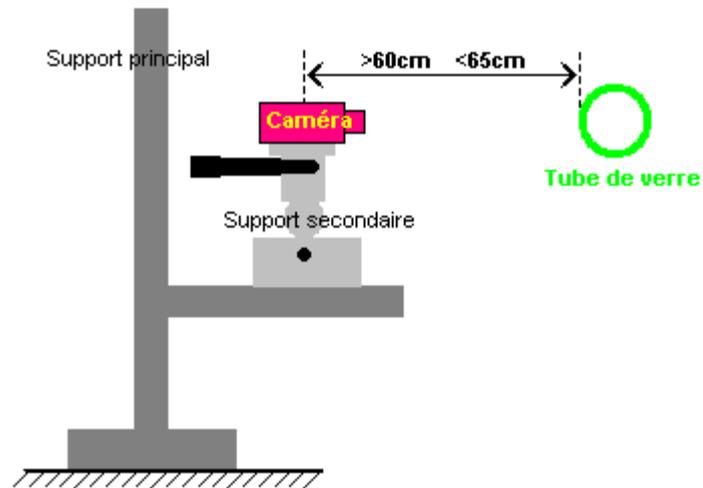


Vue arrière de la caméra visant le tube de verre gauche (arrière plan)

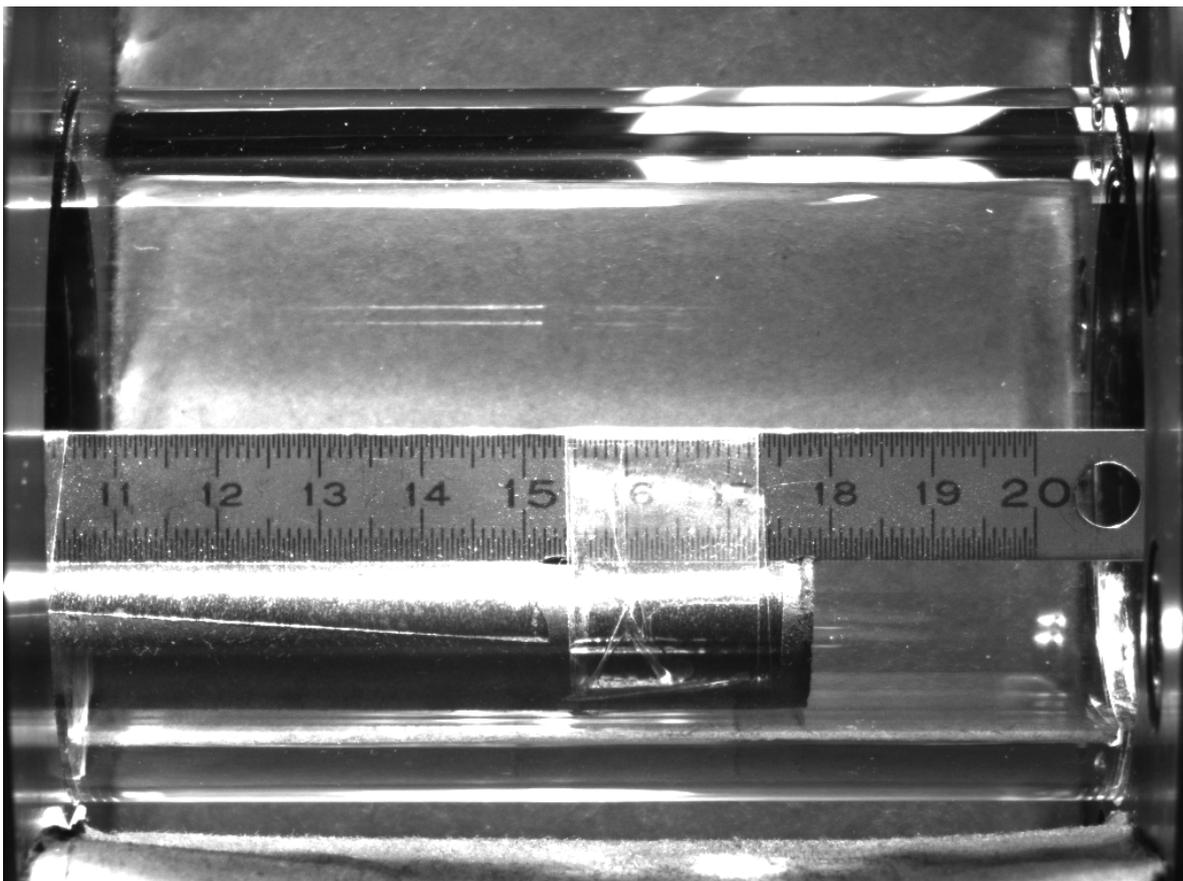


Rideaux couvrant la totalité de la zone d'expérimentation

- Pour la grande majorité des expérimentations, la caméra est placée à une distance comprise entre 60 et 65 cm du bord du tube de verre. De rares cas ont été réalisés avec une distance de 78 cm.



- Image du régllet permettant le réglage de la caméra (positionnement et netteté) et servant au calcul du grandissement :



## Annexe 12

### Electronique d'acquisition, de pilotage et de synchronisation

#### Inventaire

##### *(i) Electronique d'acquisition/pilotage*

Constituée de :

PC Dell Precision 380 (n°8 photo An12-1), équipé de ports FireWire pour le pilotage de la caméra ainsi que l'acquisition des prises de vue PIV ainsi qu'une carte SCSI pour l'acquisition Siglab.

Spectral Dynamics Siglab 20-42 (n° 11689 ; n°1 photo An12-1), quatre voies d'acquisition analogique, équipé d'un processeur pour la digitalisation et la restitution des signaux sous forme échantillonnée. Pilotage via liaison SCSI depuis l'interface Matlab sur PC (n°8 photo An12-1).

Oscilloscope Agilent (n°7 photo An12-1) numérique pour la visualisation du signal de pression côté moteur et réglage des calages (seuillages) en phase.

##### *(ii) Electronique de synchronisation*

Constituée de :

GBF Agilent (n°2 photo An12-1), générateur de fonction.

Diviseur de fréquence, (n°4 photo An12-1) fabrication maison, divise par deux la fréquence du signal d'entrée ; génère un pulse TTL en sortie.

DSP01 Quantel (n°3 photo An12-1), électronique de pilotage des temps de déclenchement des cavités laser YAG.

EG R&D Vision (n°5 photo An12-1), électronique de gestion de la caméra et des lasers via un pilotage par ordinateur.

CVG (fabrication maison) (n°6 photo An12-1), électronique de synchronisation ; à partir d'un signal en entrée (par exemple provenant d'un capteur de pression), repère une amplitude « seuil » en Volt (au choix de l'opérateur) et déclenche de manière synchrone une chaîne d'appareils à chaque fois que le seuil est repéré ; les réglages des seuils se font à l'aide de l'oscilloscope.

### Evolution matérielles des procédures de gestion électronique et protocoles de déclenchement et d'acquisition

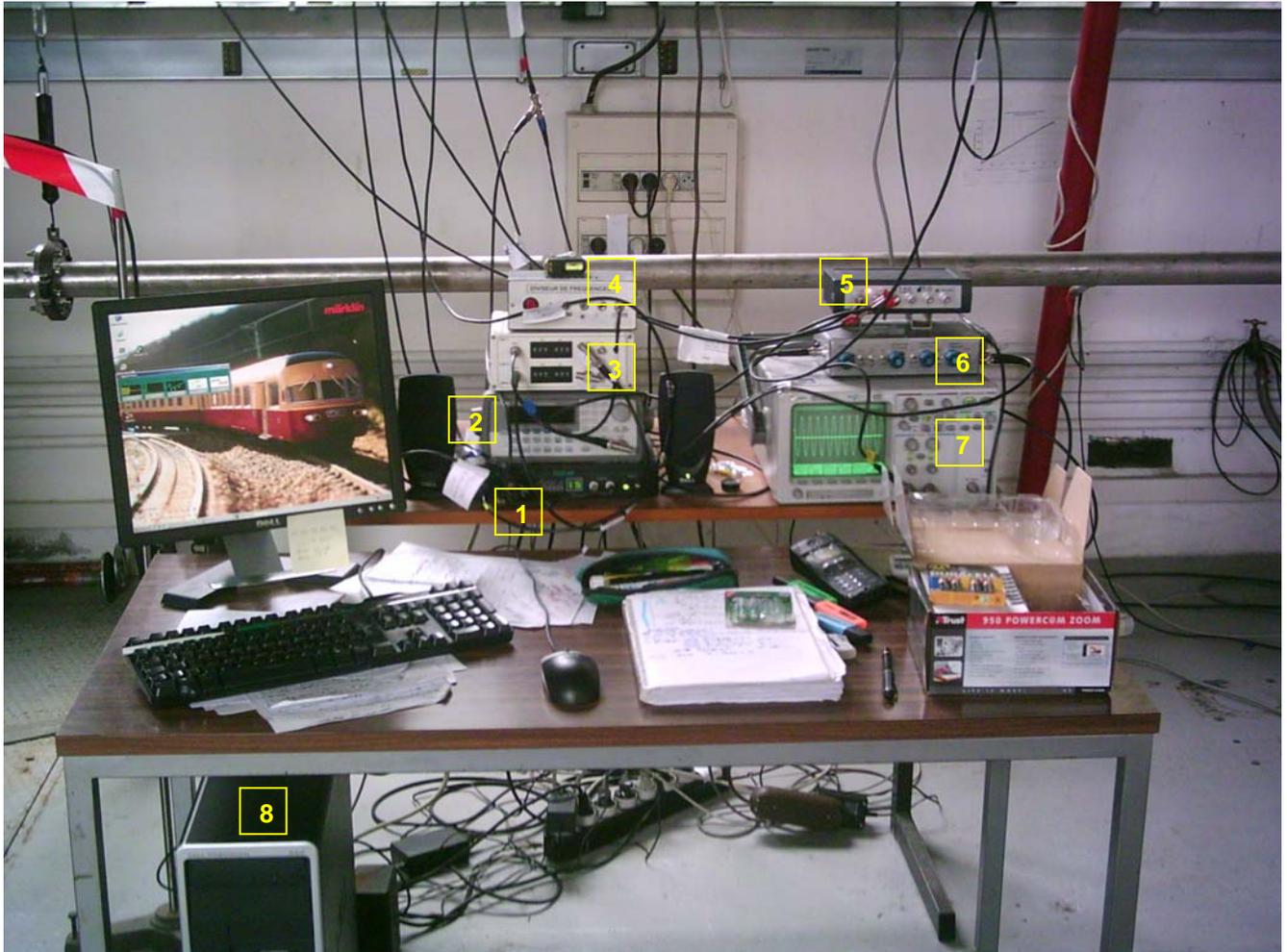
#### **1. Procédure n°1**

L'électronique de la procédure n°1 (décrite dans le rapport principal) a été utilisée avec le banc thermoacoustique dit Variante A.

A partir de la Variante B, la procédure n°1 a vu le remplacement des électroniques DSP01 (n°3 photo An12-1) et diviseur de fréquence (n°4 photo An12-1) par l'EG (n°5 photo An12-1), simplifiant ladite procédure (Fig. An12-2). Le déclenchement de l'acquisition Siglab (n°1 photo An12-1) est désormais lancé à réception du premier Q-switch laser. Puis deux capteurs de pression (Entran) placés aux niveaux de la zone transparente sont venus se greffer au schéma (Fig. An12-3). Ces deux capteurs mesurent les variations de la pression totale et ont été étalonnés par rapport au capteur Kistler côté moteur. Leur positionnement est précisé sur la Fig. An12-6.

#### **2. Procédure n°2**

Elle n'a été appliquée qu'à partir de la configuration expérimentale Variante B. La figure Fig. An12-4 montre la connexion des deux capteurs de pression (Entran) placés aux niveaux de la zone transparente.



*Fig. An12-1 Vue d'ensemble du poste de pilotage et d'acquisition*

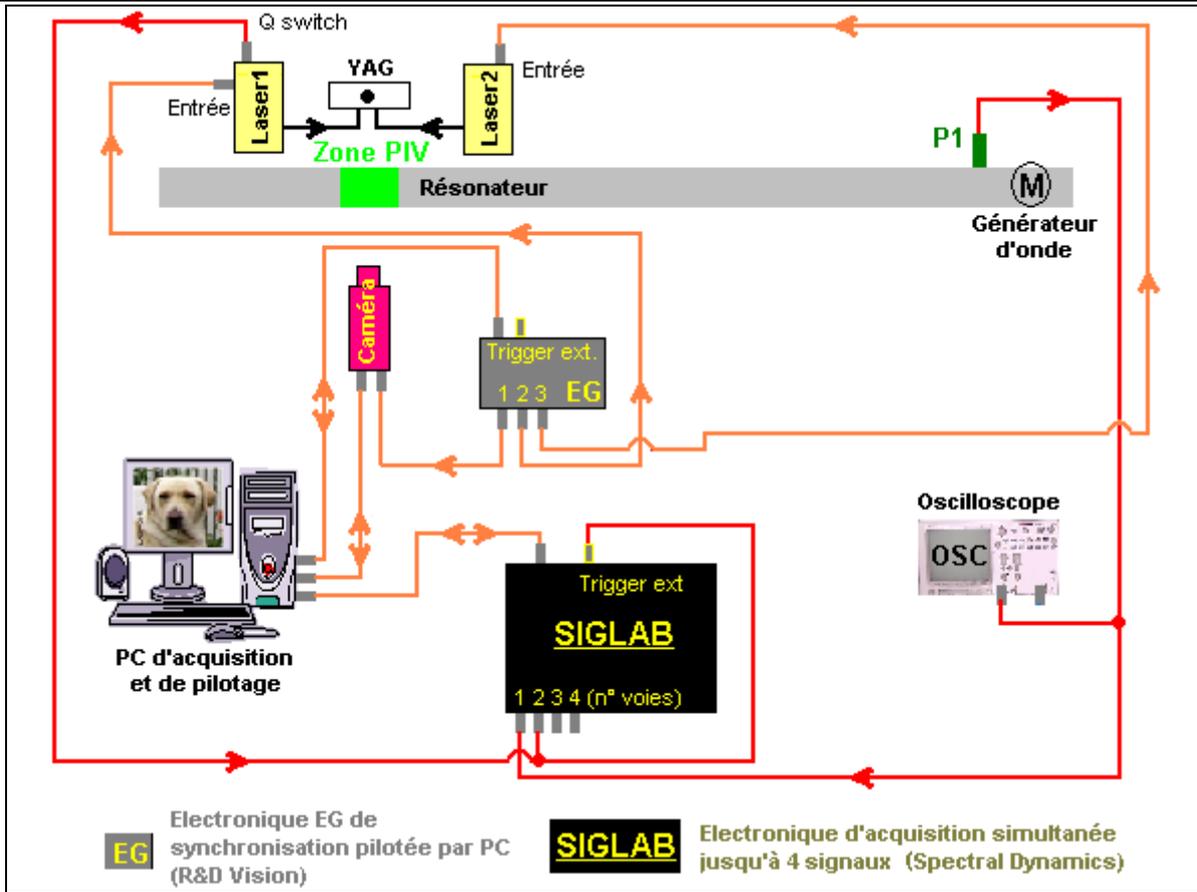


Fig. An12-2 Schéma de branchement de la procédure n°1 variante 2

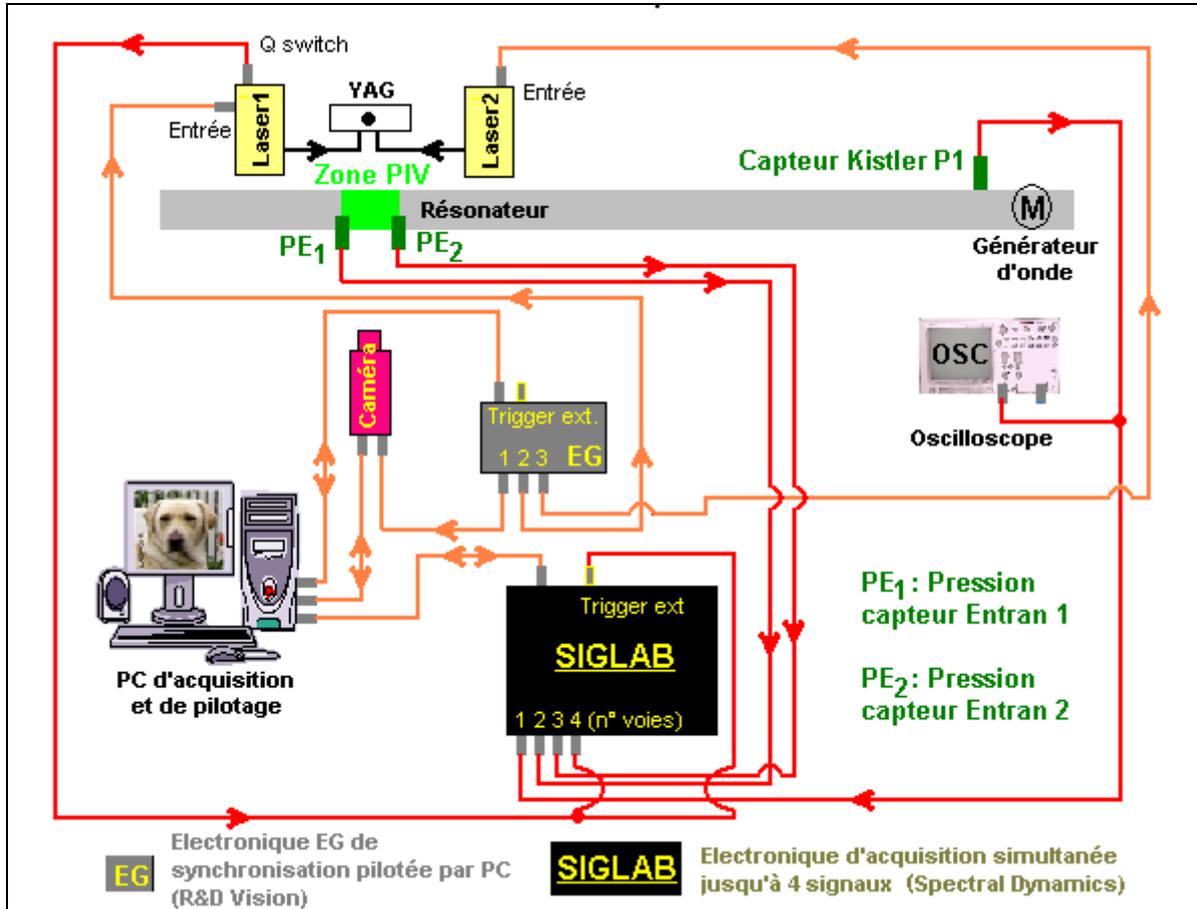


Fig. An12-3 Schéma de branchement de la procédure n°1 variante 3

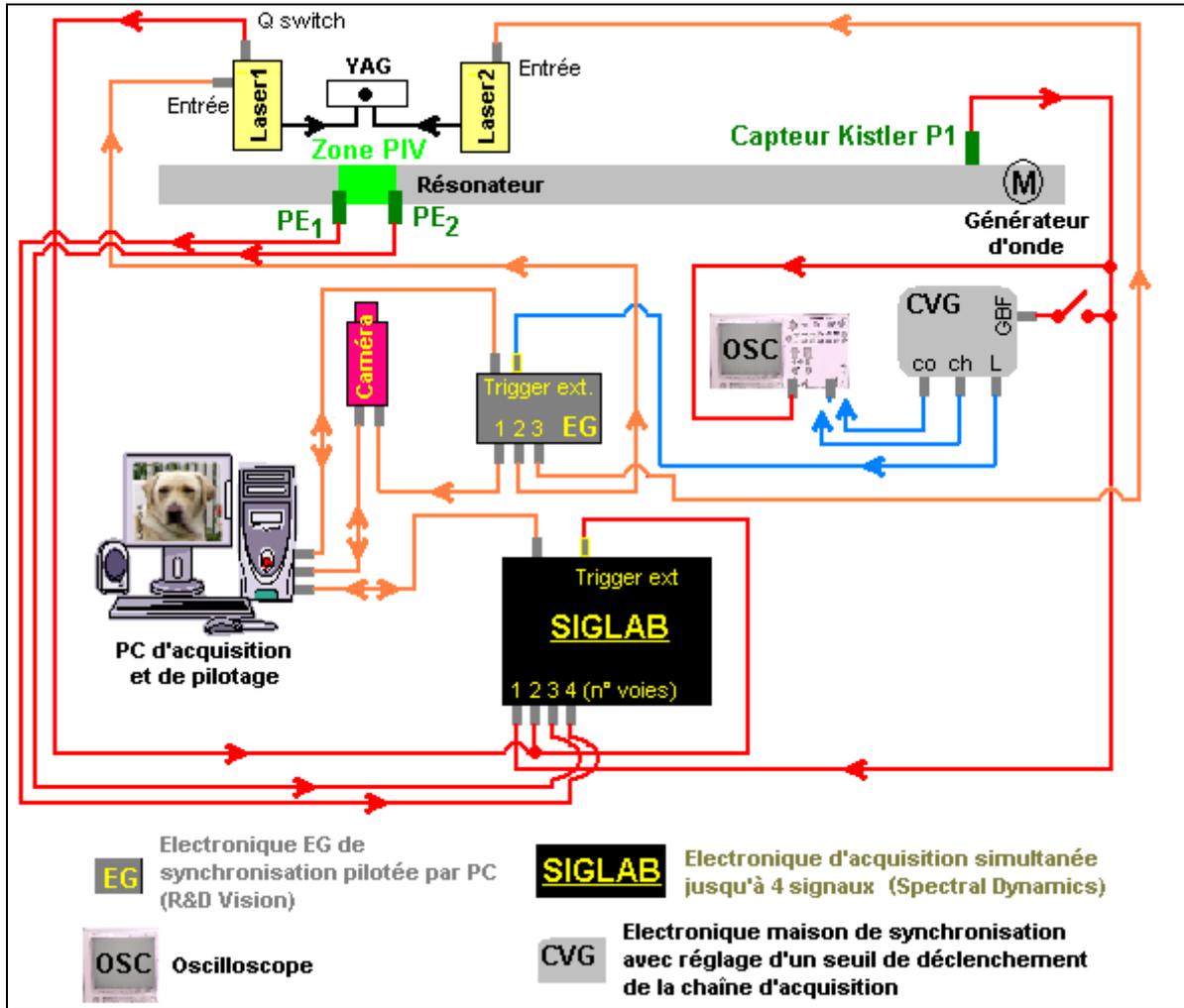


Fig. An12-4 Schéma de branchement de la procédure n°2

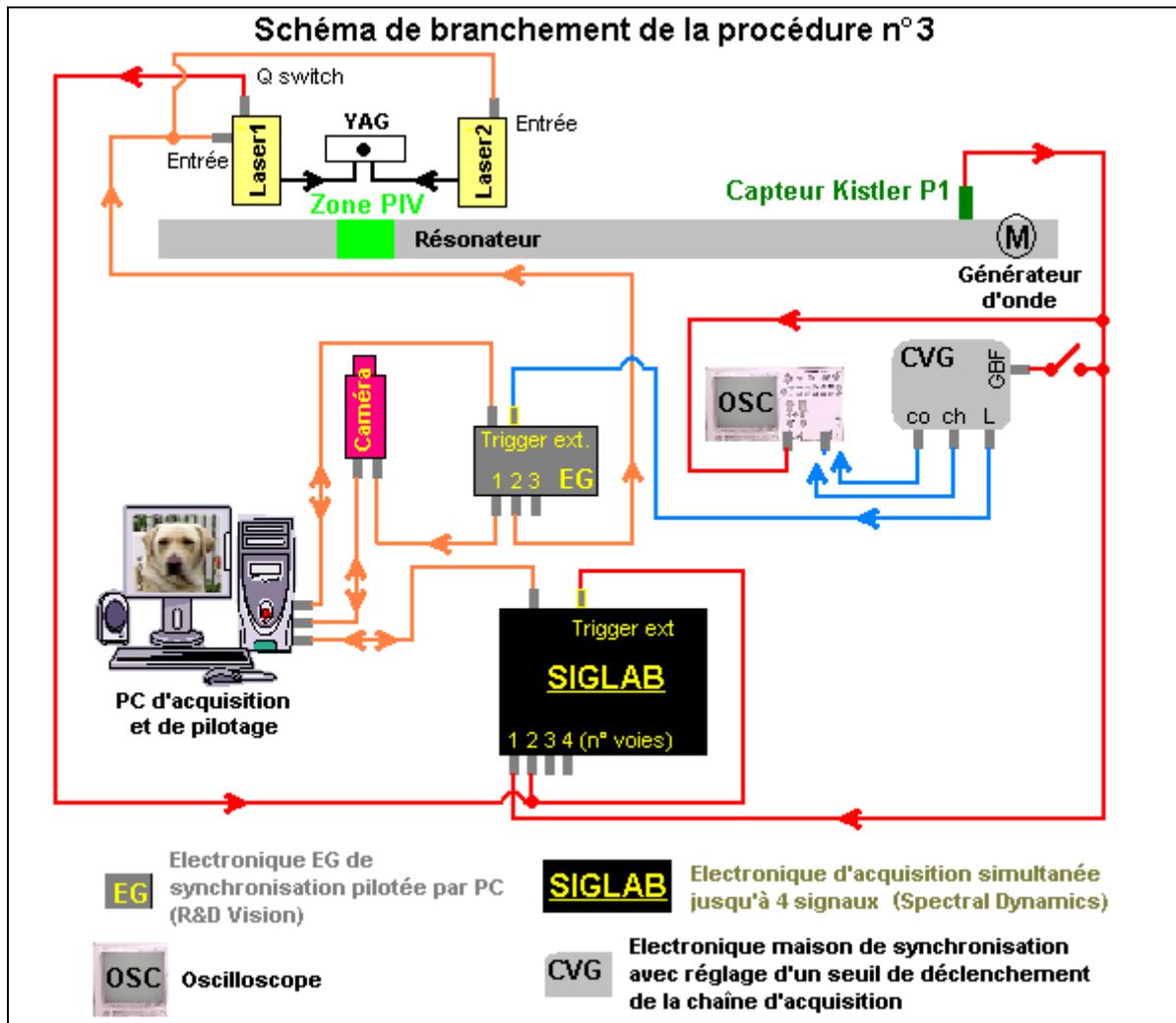


Fig. An12-5 Schéma de branchement de la procédure n°3

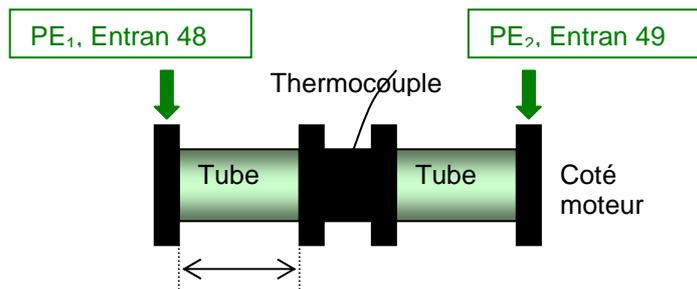


Fig. An12-6 : Répartition des capteur de pression Entran de part-et-d'autre de la zone de mesure

## Annexe 13

### Application de la SVD a un signal synthétique

(i) Soit un signal discret  $s(t)$  sous-échantillonné tel que

$$f_{acq} = \frac{1}{dt_{acq}} = 10 \text{ Hz (fréquence d'échantillonnage)}$$

$$t = n \times dt_{acq} \text{ avec } n = 601 \text{ points } (t \in \{0; \dots; 60s\})$$

$$f = 21,95 \text{ Hz (fréquence d'oscillation/mode fondamental de } s)$$

$$\rightarrow s(t) = \sin(2\pi f t)$$

Soit son équivalent  $s_e$  correctement échantillonné en phase pour comparaison :

$$\varphi = \{-\pi; \dots; \pi\} \text{ (par pas de } \frac{2\pi}{1024})$$

$$\rightarrow s_e(t) = \sin(\varphi)$$

❖ La SVD est réalisée sur la matrice des retards  $S$  construite avec  $s(t)$  pour  $M_{SVD} = 2$  modes :

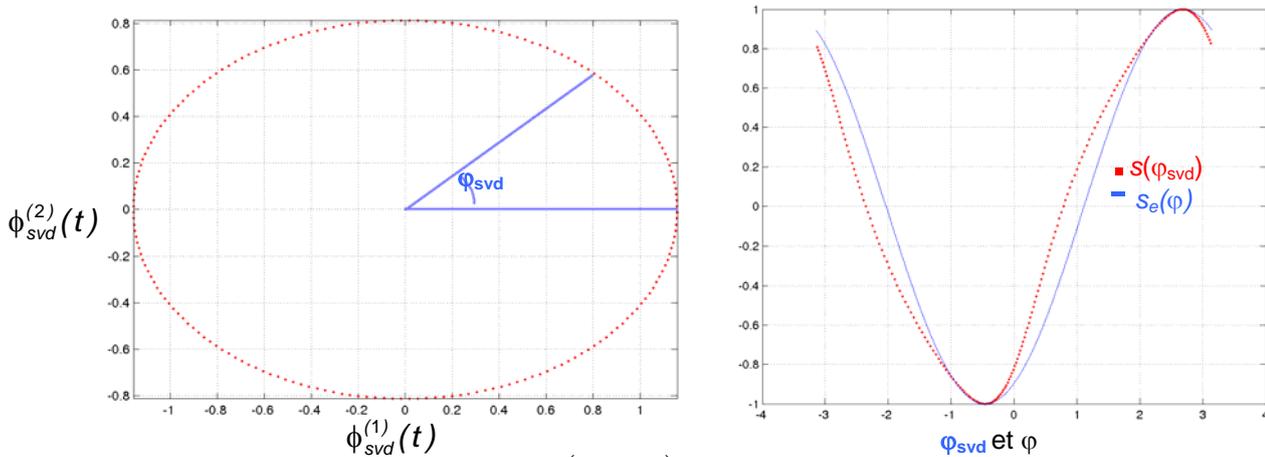


Fig. A13.1 : Portrait de phase  $\phi_{svd}^{(2)}(t) = g(\phi_{svd}^{(1)}(t))$  par SVD (sur 2 modes) sur  $s(t)$  (à gauche) ; superposition de  $s(\varphi_{svd})$  réordonné en phase par SVD, avec  $s_e(\varphi)$  (à droite)

❖ La SVD est réalisée sur la matrice des retards  $S$  construite avec  $s(t)$  pour  $M_{SVD} = 3$  modes :

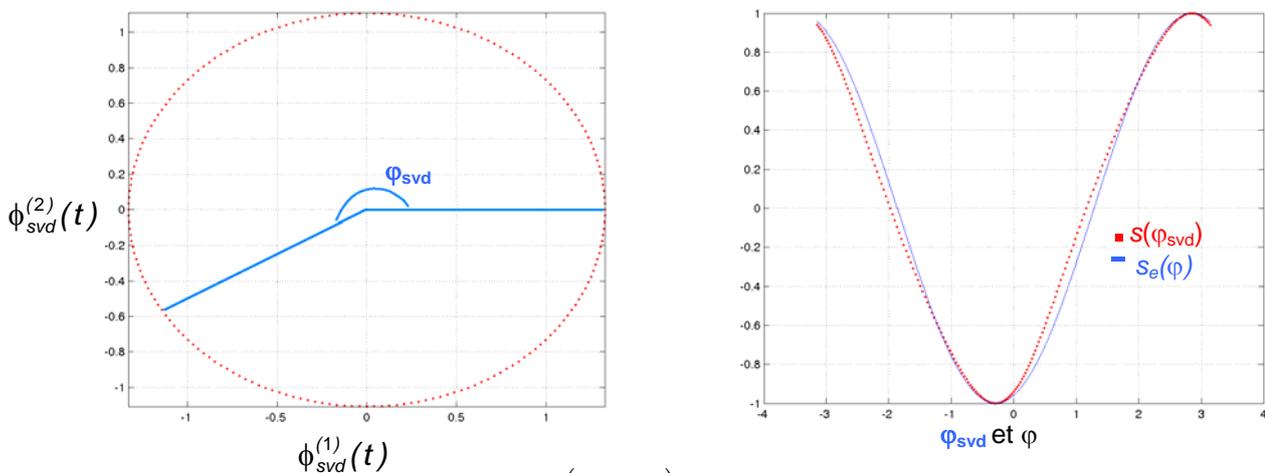


Fig. A13.2 : Portrait de phase  $\phi_{svd}^{(2)}(t) = g(\phi_{svd}^{(1)}(t))$  par SVD (sur 3 modes) sur  $s(t)$  (à gauche) ; superposition de  $s(\varphi_{svd})$  réordonné en phase par SVD, avec  $s_e(\varphi)$  (à droite)

❖ La SVD est réalisée sur la matrice des retards  $S$  construite avec  $s(t)$  pour  $M_{SVD}=99$  modes :

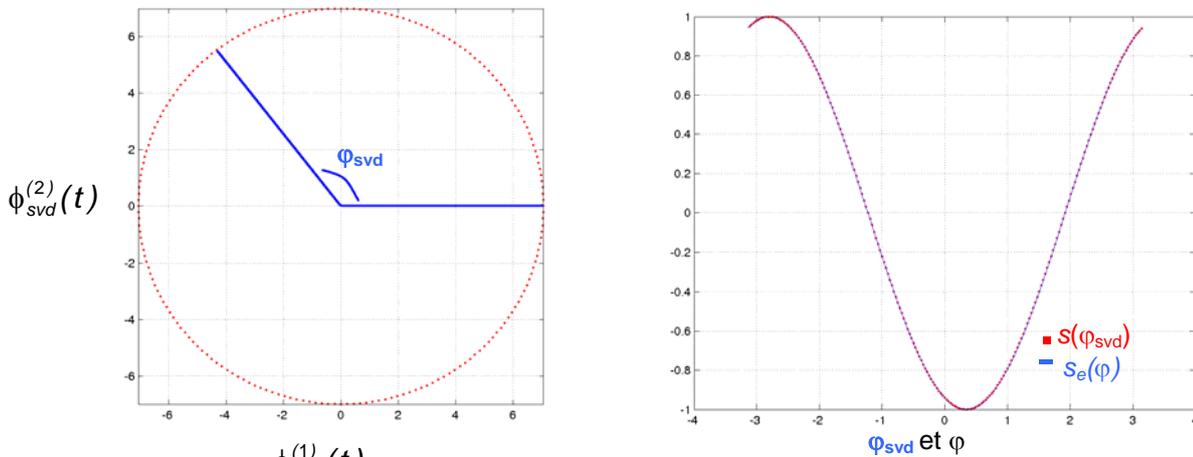


Fig. A13.3 : Portrait de phase  $\phi_{svd}^{(2)}(t) = g(\phi_{svd}^{(1)}(t))$  par SVD (sur 99 modes) sur  $s(t)$  (à gauche) ; superposition de  $s(\varphi_{svd})$  réordonné en phase par SVD, avec  $s_e(\varphi)$  (à droite)

(ii) Soit un signal discret  $s(t)$  sous-échantillonné contenant un taux d'harmonique 1 de 10% :

$$f_{acq} = \frac{1}{dt_{acq}} = 10 \text{ Hz (fréquence d'échantillonnage)}$$

$$t = n \times dt_{acq} \text{ avec } n=601 \text{ points } (t \in \{0; \dots; 60s\})$$

$$f=21,95\text{Hz (fréquence d'oscillation/mode fondamental de } s)$$

$$\rightarrow s(t) = \sin(2\pi f t) + 0,1 \sin(4\pi f t)$$

Soit son équivalent  $s_e$  correctement échantillonné en phase pour comparaison :

$$\varphi = \{-\pi; \dots; \pi\} \text{ (par pas de } \frac{2\pi}{1024})$$

$$\rightarrow s_e(t) = \sin(\varphi) + 0,1 \sin(2\varphi)$$

La SVD est réalisée sur la matrice des retards  $S$  construite avec  $s(t)$  pour  $M_{SVD}=99$  modes :

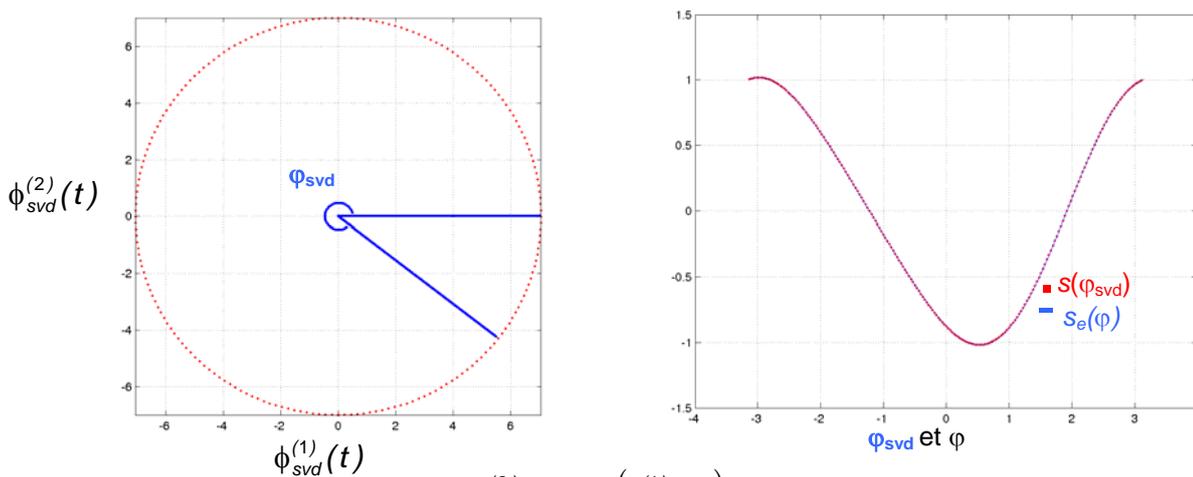


Fig. A13.4 : Portrait de phase  $\phi_{svd}^{(2)}(t) = g(\phi_{svd}^{(1)}(t))$  par SVD (sur 99 modes) sur  $s(t)$  (à gauche) ; superposition de  $s(\varphi_{svd})$  réordonné en phase par SVD, avec  $s_e(\varphi)$  (à droite)

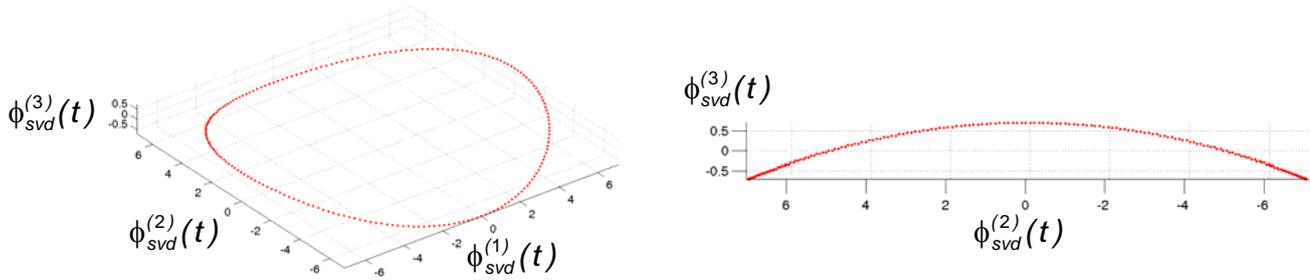


Fig. A13.5 : Portrait de phase  $\phi_{svd}^{(3)}(t) = g(\phi_{svd}^{(1)}(t); \phi_{svd}^{(2)}(t))$  par SVD (sur 99 modes) sur  $s(t)$  (à gauche) ;  
Portrait de phase  $\phi_{svd}^{(3)}(t) = g(\phi_{svd}^{(2)}(t))$  par SVD (sur 99 modes) sur  $s(t)$  (à droite)

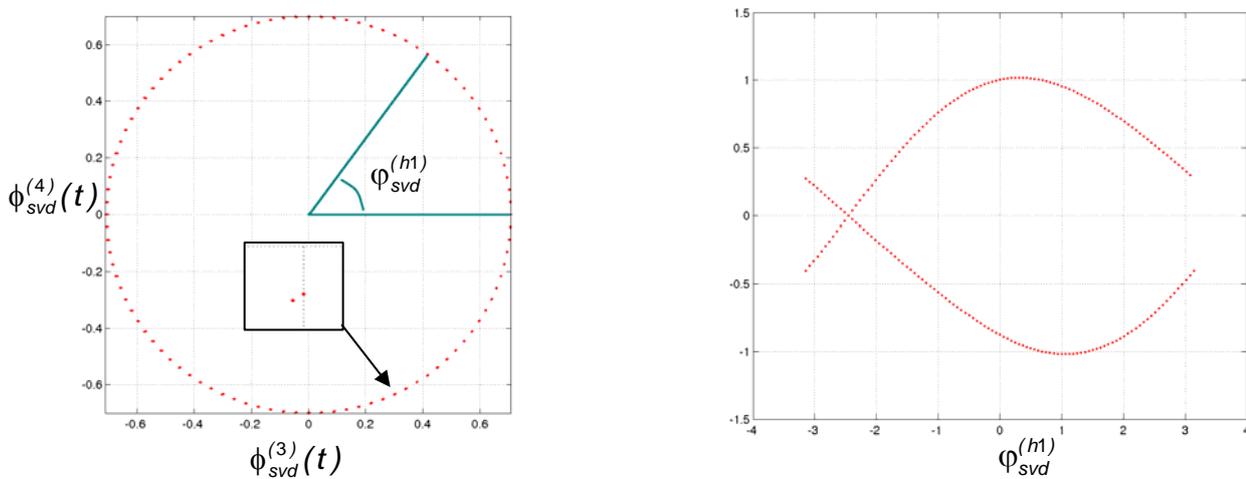


Fig. A13.6 : Portrait de phase  $\phi_{svd}^{(4)}(t) = g(\phi_{svd}^{(3)}(t))$  par SVD (sur 99 modes) sur  $s(t)$  (à gauche) ;  
réarrangement de  $s(\varphi_{svd}^{(h1)})$  en phase grâce aux modes 3 et 4 (à droite)

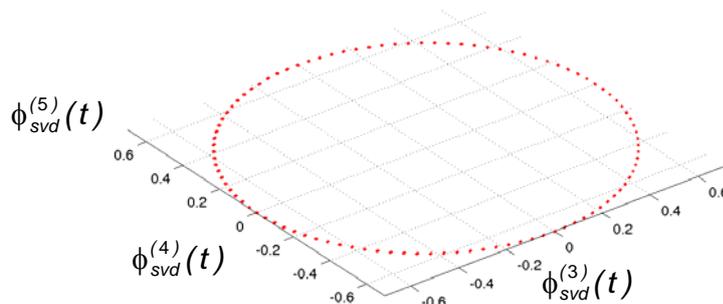


Fig. A13.7 : Portrait de phase  $\phi_{svd}^{(5)}(t) = g(\phi_{svd}^{(3)}(t); \phi_{svd}^{(4)}(t))$  par SVD (sur 99 modes) sur  $s(t)$

- (iii) Soit un signal discret  $s(t)$  sous-échantillonné contenant un taux d'harmonique 1 de 10%, une fréquence non harmonique de 0,5Hz (résultats équivalent pour d'autres valeurs comme 50Hz), il est bruité avec un rapport signal sur bruit de 5% :

$$f_{acq} = \frac{1}{dt_{acq}} = 10 \text{ Hz (fréquence d'échantillonnage)}$$

$$t = n \times dt_{acq} \text{ avec } n=601 \text{ points } (t \in \{0; \dots; 60s\})$$

$$f = 21,95 \text{ Hz (fréquence d'oscillation/mode fondamental de } s)$$

$$f_p = 0,5 \text{ Hz (fréquence non harmonique de } s)$$

$\xi$  : bruit

$$\Rightarrow s(t) = \sin(2\pi f t) + 0,1 \sin(4\pi f t) + 0,01 \sin(2\pi f_p t) + 0,05 \xi$$

Soit son équivalent  $s_e$  correctement échantillonné en phase pour comparaison :

$$\varphi = \{-\pi ; \dots ; \pi\} \text{ (par pas de } \frac{2\pi}{1024} \text{)}$$

$$\rightarrow s_e(t) = \sin(\varphi) + 0,1 \sin(2\varphi) + 0,01 \sin(\varphi \frac{f_p}{f}) + 0,05 \tilde{\varepsilon}$$

La SVD est réalisée sur la matrice des retards S construite avec  $s(t)$  pour  $M_{SVD} = 99$  modes :

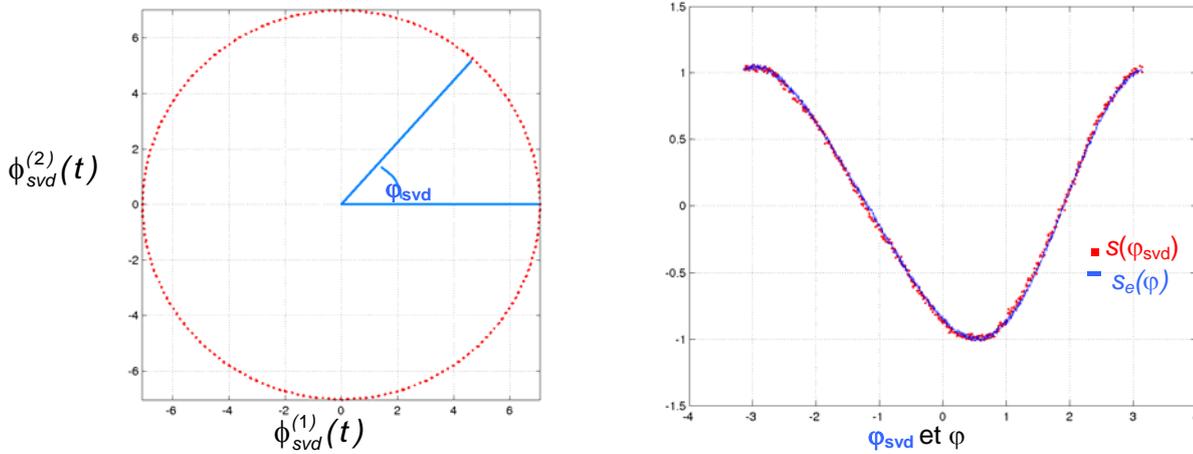


Fig. A13.8 : Portrait de phase  $\phi_{svd}^{(2)}(t) = g(\phi_{svd}^{(1)}(t))$  par SVD (sur 99 modes) sur  $s(t)$  (à gauche) : superposition de  $s(\varphi_{svd})$  réordonné en phase par SVD, avec  $s_e(\varphi)$  (à droite)

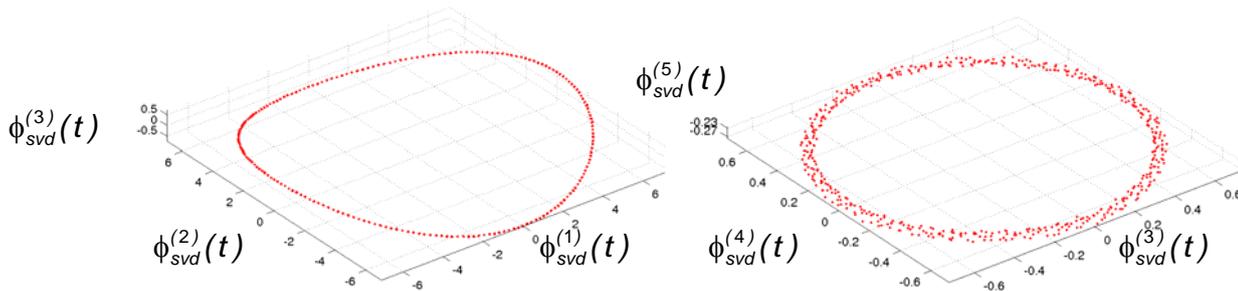


Fig. A13.9 : Portrait de phase  $\phi_{svd}^{(3)}(t) = g(\phi_{svd}^{(1)}(t); \phi_{svd}^{(2)}(t))$  par SVD (sur 99 modes) sur  $s(t)$  (à gauche)  
Portrait de phase  $\phi_{svd}^{(5)}(t) = g(\phi_{svd}^{(3)}(t); \phi_{svd}^{(4)}(t))$  par SVD (sur 99 modes) sur  $s(t)$  (à droite)

## Annexe 14

### La moyenne temporelle est-elle équivalente avec la moyenne sur les phases sur $[0 ; 2\pi]$ ?

Soit la décomposition de [Hussain et al] ( $V_x$  est la composante horizontale de vitesse ;  $\vec{r} = (x, y)$  vecteur position)

$$V_x(\vec{r}, t) = \tilde{u}(\vec{r}, t) + u'(\vec{r}, t) + \bar{u}(\vec{r}) = \hat{u}_\varphi(\vec{r}, t) + u'(\vec{r}, t)$$

où  $\tilde{u}(\vec{r}, t)$  est la vitesse oscillante (contient le mode acoustique fondamental et les harmoniques)

$\bar{u}(\vec{r})$  est la composante indépendante du temps (moyenne en temps)

$u'(\vec{r}, t)$  : composante de vitesse non périodique (turbulence, bruit...)

$\hat{u}_\varphi(\vec{r}, t) = \tilde{u}(\vec{r}, t) + \bar{u}(\vec{r})$  est appelée « moyenne de phase »

avec pour propriété :

$$\overline{\tilde{u}(\vec{r}, t)} = \lim_{t_{tot} \rightarrow \infty} \frac{1}{t_{tot}} \int_0^{t_{tot}} \tilde{u}(\vec{r}, t) dt = 0,$$

$$\overline{u'(\vec{r}, t)} = 0$$

Par conséquent :

$$\overline{\hat{u}_\varphi(\vec{r}, t)} = \bar{u}(\vec{r})$$

La moyenne de phase, pour la phase  $\varphi_i$ , peut être calculée par

$$\hat{u}_{\varphi_i}(\vec{r}, \varphi_i) = \lim_{N_{tot} \rightarrow \infty} \left[ \frac{1}{N_{tot}} \sum_{n=1}^{N_{tot}} V_x(\vec{r}, t_n^{(\varphi_i)}) \right]$$

avec  $t_n^{(\varphi_i)} = t_0^{(\varphi_i)} + nT_e^{(PIV)}$ ,  $1 \leq n \leq N_{tot}$

$t_0^{(\varphi_i)}$  est le temps origine de l'acquisition

$T_e^{(PIV)}$  est la période d'acquisition synchronisée, dépendant du signal de référence.

La moyenne de phase complète  $\hat{u}_\varphi$  s'écrit

$$\hat{u}_\varphi(\vec{r}, \varphi) \equiv \hat{u}_\varphi(\vec{r}, t) = \lim_{N_{tot} \rightarrow \infty} \left[ \frac{1}{N_{tot}} \sum_{n=1}^{N_{tot}} V_x(\vec{r}, t + nT_e^{(PIV)}) \right]$$

et on a pour propriété  $\hat{u}'_\varphi(\vec{r}, t) = 0$ .

A-t-on bien

$$\overline{\hat{u}_\varphi(\vec{r}, t)} = \bar{u}(\vec{r}) = \frac{1}{T_e^{(PIV)}} \int_0^{T_e^{(PIV)}} \hat{u}_\varphi(\vec{r}, t) dt ?$$

Justification :

$\forall T_e^{(PIV)} \in \mathbb{R}^+, \exists t^* \in [0; T_e^{(PIV)})$  et  $k \in \mathbb{N}^* \mid t_{tot} = t^* + kT_e^{(PIV)}$

$$\int_0^{t_{tot}} \hat{u}_\varphi(\vec{r}, t) dt = \int_0^{T_e^{(PIV)}} \hat{u}_\varphi(\vec{r}, t) dt + \int_{T_e^{(PIV)}}^{2T_e^{(PIV)}} \dots + \int_{(k-1)T_e^{(PIV)}}^{kT_e^{(PIV)}} \dots + \int_{kT_e^{(PIV)}}^{kT_e^{(PIV)} + t^*} \dots$$

Pour  $t \in [(n-1)T_e^{(PIV)}; nT_e^{(PIV)}]$  et  $n \in \mathbb{N}^*$ , on fait le changement de variable  $t = (n-1)T_e^{(PIV)} + s$ , avec  $s \in [0; T_e^{(PIV)}]$ .

Alors

$$\begin{aligned} \int_{(n-1)T_e^{(PIV)}}^{nT_e^{(PIV)}} \hat{u}_\varphi(\vec{r}, t) dt &= \int_0^{T_e^{(PIV)}} \hat{u}_\varphi(\vec{r}, s + (n-1)T_e^{(PIV)}) ds \\ &= \int_0^{T_e^{(PIV)}} \hat{u}_\varphi(\vec{r}, s) ds \end{aligned}$$

car ici  $\hat{u}_\varphi(\vec{r}, t)$  est périodique en  $t$ , de période  $T_e^{(PIV)}$   $\left( \hat{u}_\varphi(\vec{r}, t) = \underbrace{\tilde{u}(\vec{r}, t)}_{\text{périodique}} + \bar{u}(\vec{r}) \right)$ .

Donc

$$\begin{aligned} \int_0^{t_{tot}} \hat{u}_\varphi(\vec{r}, t) dt &= \sum_{n=1}^k \left[ \int_0^{T_e^{(PIV)}} \hat{u}_\varphi(\vec{r}, s) ds \right] + \int_0^{t^*} \hat{u}_\varphi(\vec{r}, s) ds \\ &= k \int_0^{T_e^{(PIV)}} \hat{u}_\varphi(\vec{r}, s) ds + \int_0^{t^*} \hat{u}_\varphi(\vec{r}, s) ds \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \lim_{t_{tot} \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{t_{tot}} \int_0^{t_{tot}} \hat{u}_\varphi(\vec{r}, t) dt \right) = \lim_{k \rightarrow \infty} \left( \frac{k}{t^* + kT_e^{(PIV)}} \int_0^{T_e^{(PIV)}} \hat{u}_\varphi(\vec{r}, s) ds + \frac{1}{t^* + kT_e^{(PIV)}} \int_0^{t^*} \hat{u}_\varphi(\vec{r}, s) ds \right)$$

car  $\frac{k}{t^* + kT_e^{(PIV)}} \xrightarrow{k \rightarrow \infty} \frac{1}{T_e^{(PIV)}}$ ,  $\frac{1}{t^* + kT_e^{(PIV)}} \xrightarrow{k \rightarrow \infty} 0$ ,  $\int_0^{T_e^{(PIV)}} \hat{u}_\varphi(\vec{r}, s) ds$  et  $\int_0^{t^*} \hat{u}_\varphi(\vec{r}, s) ds$  sont bornées.

Donc

$$\lim_{t_{tot} \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{t_{tot}} \int_0^{t_{tot}} \hat{u}_\varphi(\vec{r}, t) dt \right) = \boxed{\bar{u}(\vec{r}) = \frac{1}{T_e^{(PIV)}} \int_0^{T_e^{(PIV)}} \hat{u}_\varphi(\vec{r}, s) ds} = \frac{1}{2\pi} \int_{\varphi_0}^{\varphi_0 + 2\pi} \hat{u}_\varphi(\vec{r}, \varphi) d\varphi$$

## Annexe 15

- Le tableau suivant récapitule les tentatives de validations de mesure PIV pour :
  - La procédure 3
  - La procédure 4 avec des écarts temporels  $\Delta t_p$  entre images d'un même couple variant
  - La procédure 2 « étendue » en procédure 3 : PIV réalisée sur les 1<sup>ère</sup> (resp. 2<sup>nd</sup>) images de chaque paire.

Récapitulatifs Résultats EssaiPIV						
N° Essai	Epaisseur nappe	Flashes	Ouverture cam	Procédure	Gain cam	Temps d'attente après injection
1	1 mm		F3	2	0 ou 10	
2	1 mm		F2	2	0 ou 10	
3	1 mm		F4	2	100	
4	1,5 à 2mm		F3	2	10	
19	1 mm	double	F3	3	10	5min
20	1 mm	double	F3	3	10	7min
21	1 mm	double	F3	3	10	8min
22	1 mm	double	F4	3	10	3min
23	1 mm	double	F4	3	10	4min
24	1 mm	double	F4	3	10	8min
25	1 mm	double	F4	3	10	2min30s
26	1 mm	double	F3	3	10	7min50s
27	1 mm	double	F3	3	10	4min40s
28	1 mm	double	F3	3	10	6min41s
29	1 mm	double	F2	3	10	3min
30	1 mm	double	F2	3	10	4min
31	1 mm	double	F3	3	300	6min
32	1 mm	double	F3	3	300	7min10s
33	1 mm	double	F4	3	300	10min30s
34	1 mm	double	F4	3	100	3min
35	1 mm	double	F4	3	300	3min30
36	1 mm		F3	4	10	~3min
37	1 mm		F3	4	100	suit 36
38	1 mm		F3	4	300	suit 37
39	1 mm		F4	4	10	suit 38
40	1 mm		F4	4	100	suit 39
41	1 mm		F4	4	300	~8min51
42	1 mm		F4	4	10	~3min
43	1 mm		F4	4	100	suit 42
44	1 mm		F4	4	300	suit 43
45	1 mm		F3	4	10	suit 44
46	1 mm		F3	4	100	suit 45
47	1 mm		F3	4	300	~10min30
48	1,5 à 2mm		F4	4	10	~3min
49	1,5 à 2mm		F4	4	100	suit 48
50	1,5 à 2mm		F4	4	300	suit 49
51	1,5 à 2mm		F3	4	10	suit 50
52	1,5 à 2mm		F3	4	100	suit 51
53	1,5 à 2mm		F3	4	300	~7min30
54	1,5 à 2mm	double	F4	3	10	3min
55	1,5 à 2mm	double	F4	3	100	>3min30
56	1,5 à 2mm	double	F4	3	300	suit 55
57	1,5 à 2mm	double	F4	3	10	suit 56

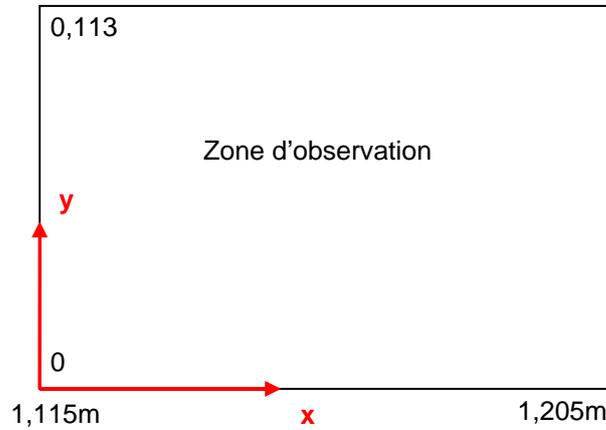
## Annexes

58	1,5 à 2mm	double	F4	3	100	suit 57
59	1,5 à 2mm	double	F4	3	300	suit 58
60	1,5 à 2mm		F3	4	10	suit 59
61	1,5 à 2mm		F3	4	100	suit 60
62	1,5 à 2mm		F3	4	300	suit 61
63	1,5 à 2mm		F4	4	300	suit 62
64	1,5 à 2mm		F4	4	100	2min30s
65	1,5 à 2mm		F4	4	300	4min20s
66	1,5 à 2mm		F5	4	100	~3min
67	1,5 à 2mm		F4	4	100	suit 66
68	1,5 à 2mm	double	F3	4	100	<8min
69	1,5 à 2mm		F4	3	100	3min
70	3 à 5mm		F4	4	100	2min30s
71	3 à 5mm		F5	4	100	suit 70
72	3 à 5mm	double	F3	4	100	suit 71
73	3 à 5mm		F4	3	100	suit 72
74	3 à 5mm		F4	4	100	>2min30

## Annexe 16

### Application de la POD sur signaux synthétiques.

Construction d'une série de champs instantanés de vitesse sur  $(x ; y)$  à partir de la fonction  $s(x ; y ; t)$ .



#### 1. Onde pure

$$s(x; y; t) = \cos(2\pi f t + \varphi_1) \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right)$$

$$t \in [0; 100]s ; x \in [1,115; 1,205]m ; \forall y \in [0; 0,113]m$$

$$f = 21,95Hz ; \varphi_1 = 0 ; \lambda = 7,88m \times 2$$

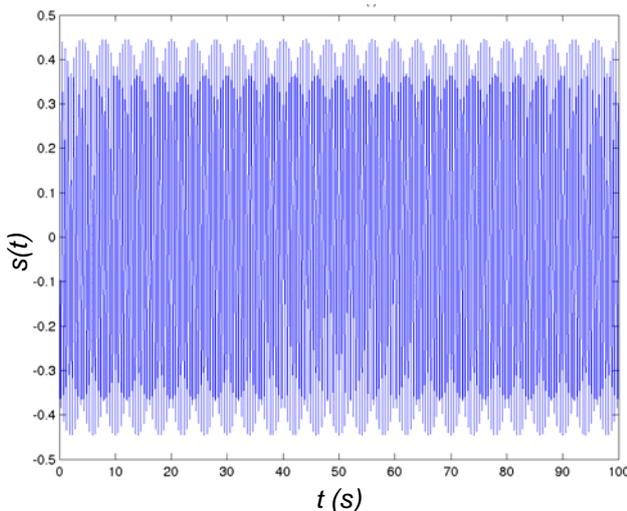


Figure An16.1 : représentation de l'évolution de  $s(t) = \langle s(x, y, t) \rangle_{x, y}$

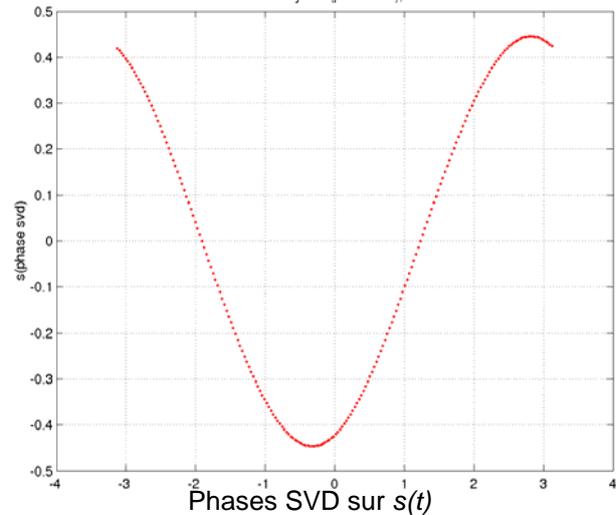


Figure An16.2 : réarrangement du cycle  $s(t)$  en phases obtenues par SVD sur  $s(t)$  (40 modes de décomposition)

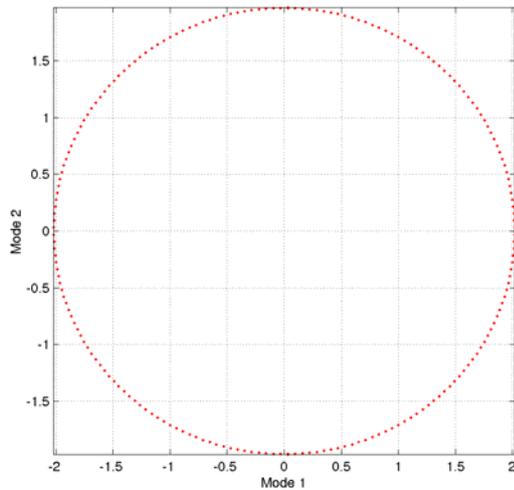


Figure An16.3 : portrait de phase obtenu par décomposition SVD sur  $s(t)$  (40 modes de décomposition)

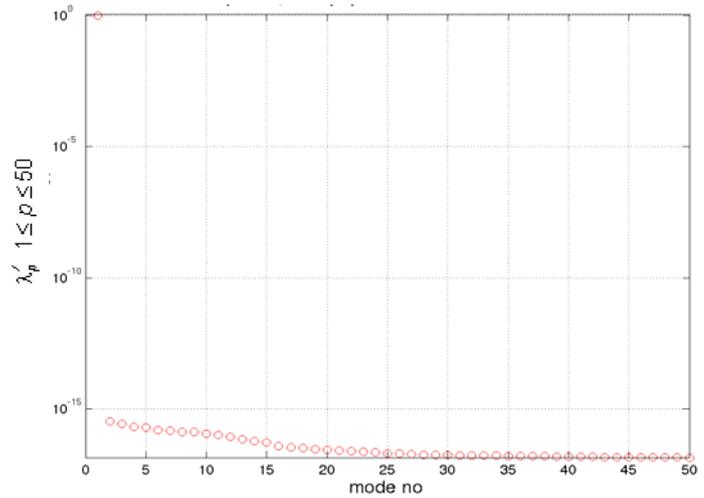


Figure An16.4 : Evolution des  $\lambda_p$  pour chaque mode POD n°p (échelles linéaire-log)

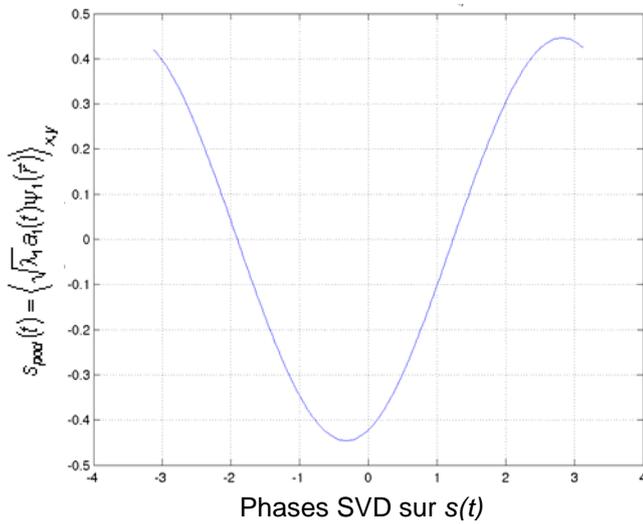


Figure An16.5 : réarrangement du cycle  $s_{pod}(t)$  en phases obtenues par SVD sur  $s(t)$  (40 modes de décomposition)

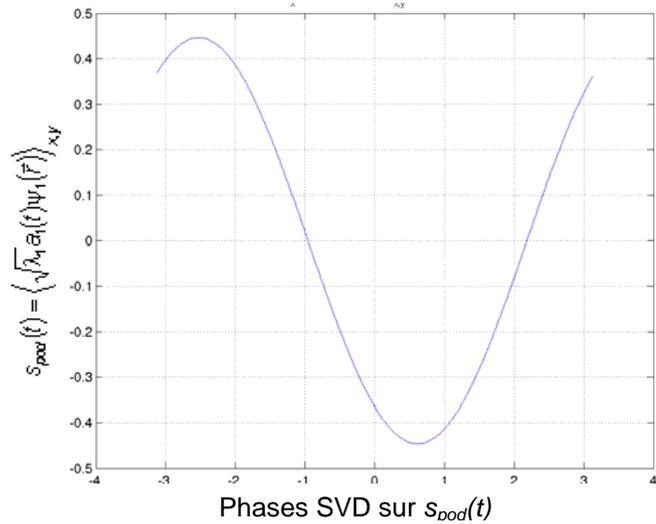


Figure An16.5bis : réarrangement du cycle  $s_{pod}(t)$  en phases obtenues par SVD sur  $s_{pod}(t)$  (40 modes de décomposition)

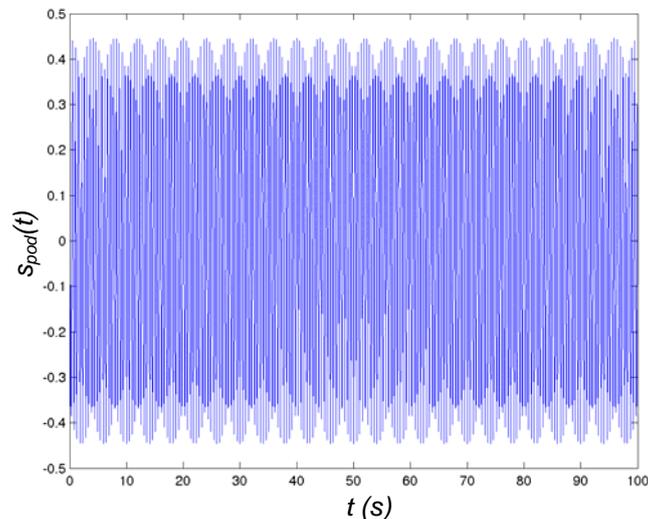


Figure An16.6 : représentation de l'évolution de  $s_{pod}(t)$

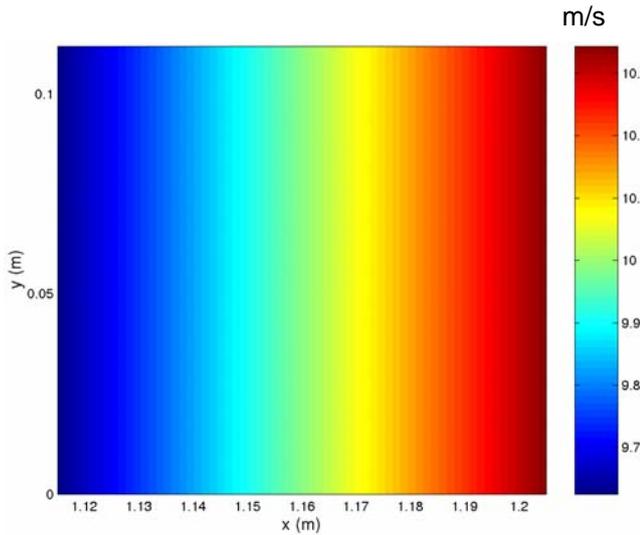


Figure An16.7 : Représentation bidimensionnelle de  $\sigma_1 \psi_1(\vec{r})$

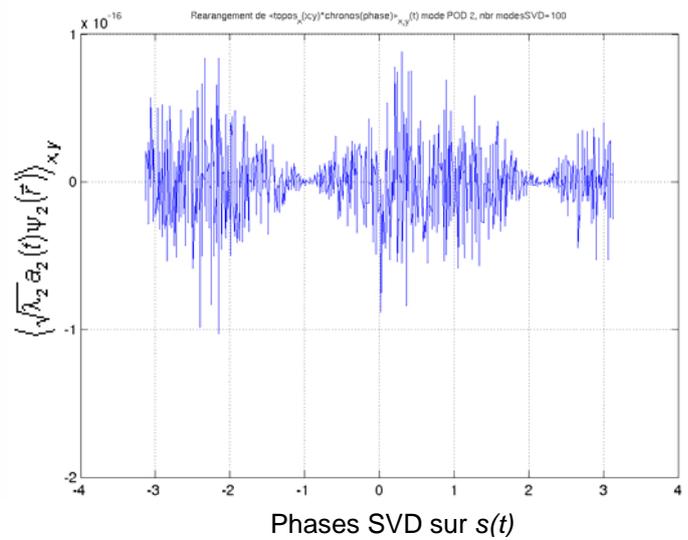


Figure An16.8 : réarrangement du mode 2 POD en phases obtenues par SVD sur  $s(t)$  (40 modes de décomposition)

→ 1 mode pour retrouver 100% de l'Energie.

2. Onde avec fréquence fondamentale et harmonique 1

$$s(x, y, t) = \cos(2\pi f t + \varphi_1) \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right) + 0,1 \cos(4\pi f t + \varphi_2) \sin\left(\frac{4\pi}{\lambda} x\right)$$

$$t \in [0; 100]s ; x \in [1,115; 1,205]m ; \forall y \in [0; 0,113]m$$

$$f = 21,95\text{Hz} ; \varphi_1 = 0 ; \varphi_2 = 0 ; \lambda = 7,88m \times 2 ;$$

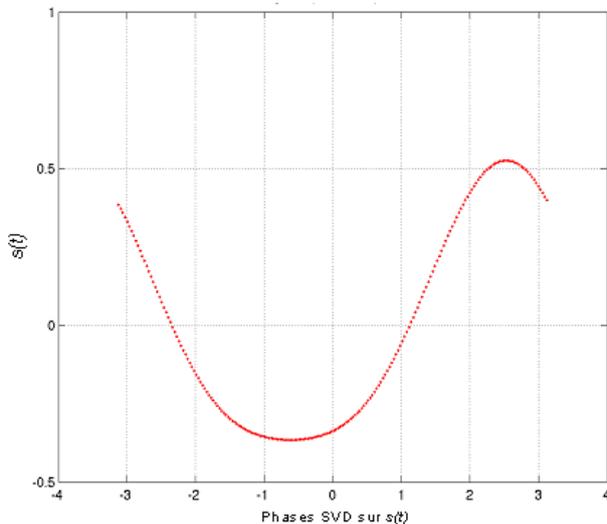


Figure An16.9 : réarrangement du cycle  $s(t)$  en phases obtenues par SVD sur  $s(t)$  (100 modes de décomposition)

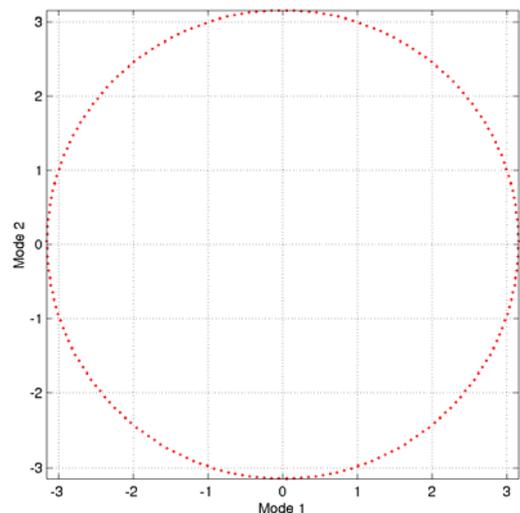


Figure An16.10 : portrait de phase obtenu par décomposition SVD sur  $s(t)$  (100 modes de décomposition)

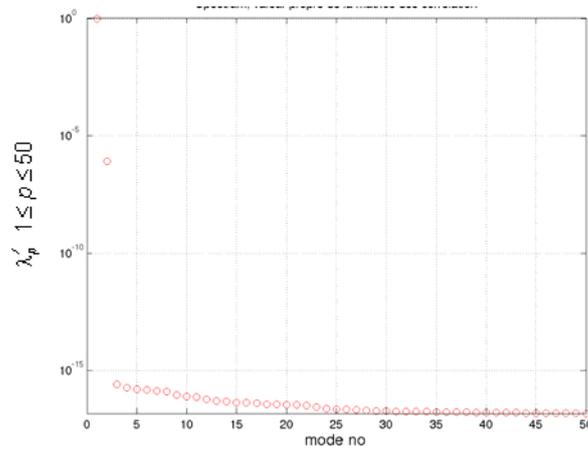


Figure An16.11 : Evolution des  $\lambda'_p$  pour chaque mode POD n°p (échelles linéaire-log)

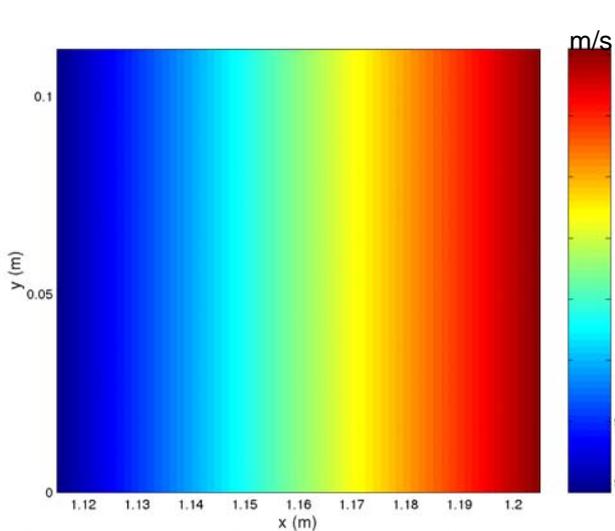


Figure An16.12 : Représentation bidimensionnelle de  $\sigma_1\psi_1(\vec{r})$

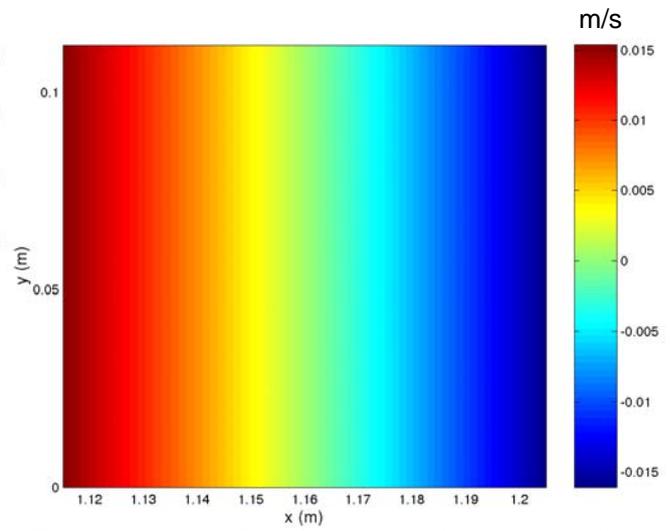


Figure An16.13 : Représentation bidimensionnelle de  $\sigma_2\psi_2(\vec{r})$

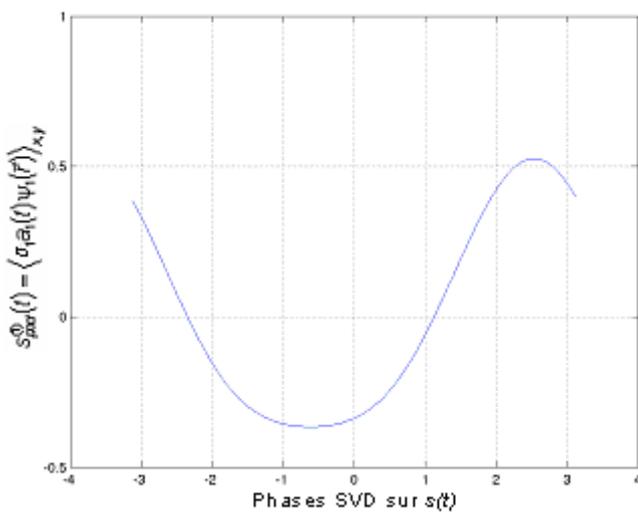


Figure An16.14 : réarrangement du cycle  $s^D_{pod}(t)$  en phases obtenues par SVD sur  $s(t)$  (100 modes de décomposition)

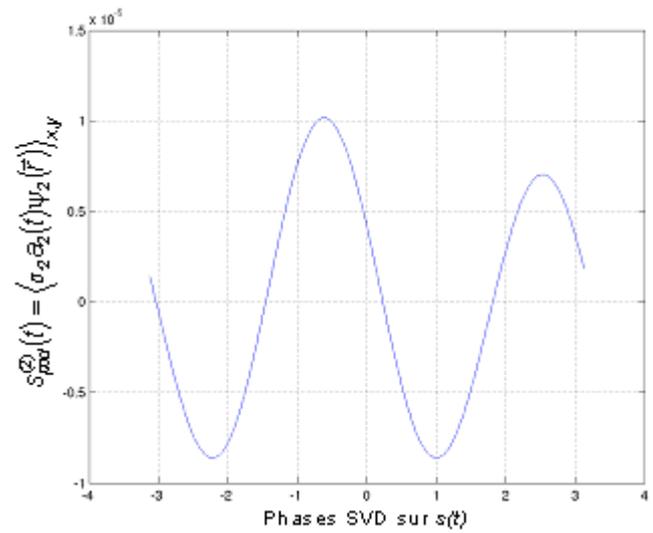


Figure An16.15 : réarrangement du cycle  $s^D_{pod}(t)$  en phases obtenues par SVD sur  $s(t)$  (100 modes de décomposition)

→ 1 mode pour retrouver 99,9999% de l'Energie.

3. Onde avec fréquence fondamentale et harmonique 1 déphasé par rapport au fondamental

$$s(x, y; t) = \cos(2\pi f t + \varphi_1) \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right) + 0,1 \cos(4\pi f t + \varphi_2) \sin\left(\frac{4\pi}{\lambda} x\right)$$

$$t \in [0; 100]s; x \in [1, 115; 1, 205]m; \forall y \in [0; 0, 113]m$$

$$f = 21,95Hz; \varphi_1 = 0; \varphi_2 = 0,5; \lambda = 7,88m \times 2;$$

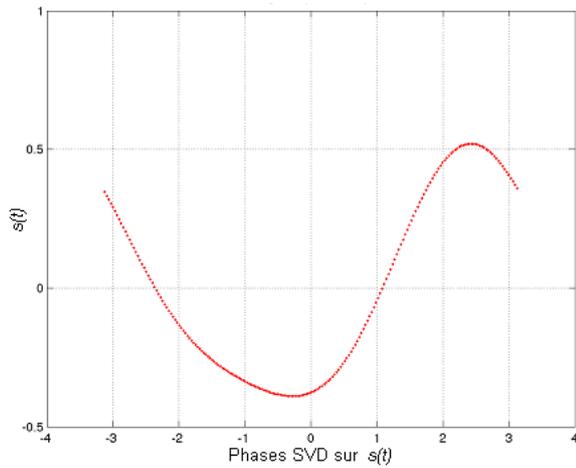


Figure An16.16 : réarrangement du cycle  $s(t)$  en phases obtenues par SVD sur  $s(t)$  (100 modes de décomposition)

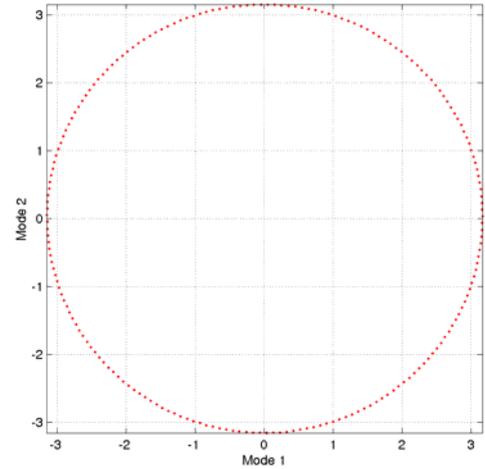


Figure An16.17 : portrait de phase obtenu par décomposition SVD sur  $s(t)$  (100 modes de décomposition)

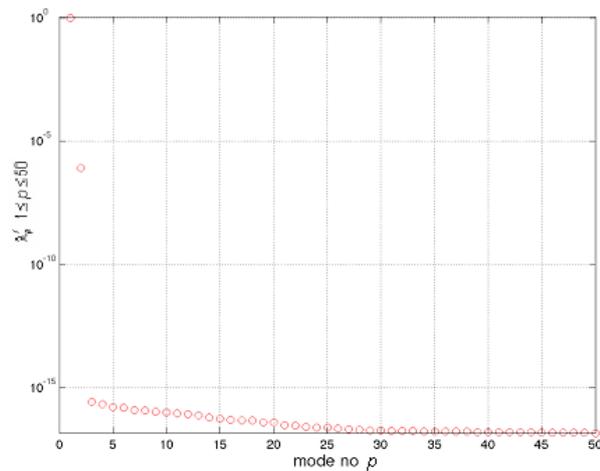


Figure An16.18 : Evolution des  $\lambda_p^2$  pour chaque mode POD n°p (échelles linéaire-log)

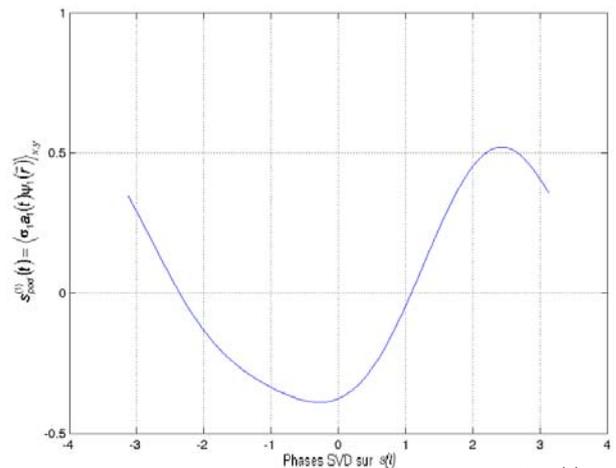


Figure An16.19 : réarrangement du cycle  $s_{pod}^{(1)}(t)$  en phases obtenues par SVD sur  $s(t)$  (100 modes de décomposition)

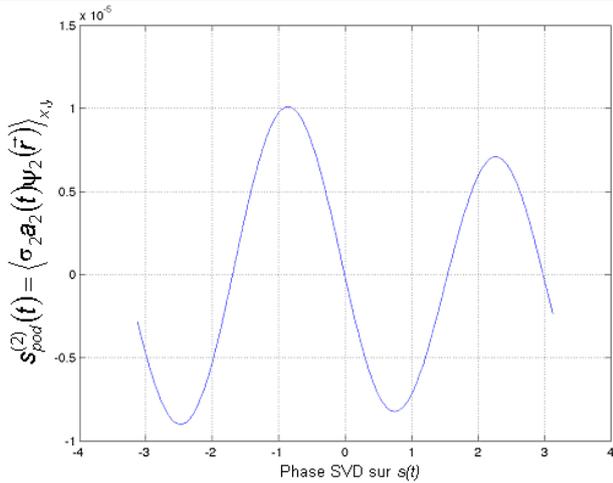


Figure An16.20 : réarrangement du cycle  $s_{pod}^{(2)}(t)$  en phases obtenues par SVD sur  $s(t)$  (100 modes de décomposition)

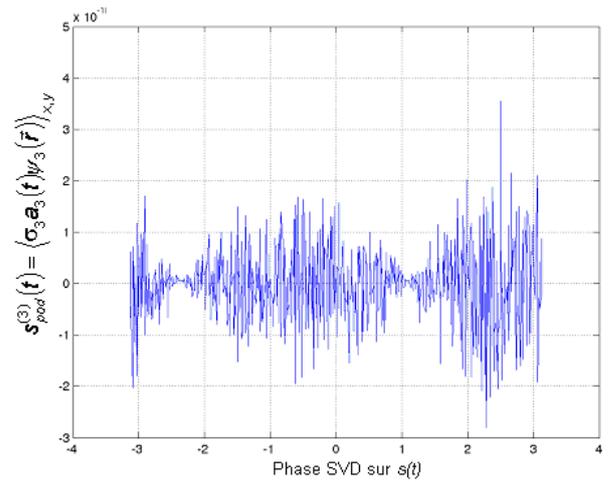


Figure An16.21 : réarrangement du cycle  $s_{pod}^{(3)}(t)$  en phases obtenues par SVD sur  $s(t)$  (100 modes de décomposition)

→ 1 mode pour retrouver 99,9999% de l'Energie.

4. Onde avec fréquence fondamentale et harmonique 1 plus énergétique que cas 3, déphasé par rapport au fondamental

$$s(x; y; t) = \cos(2\pi f t + \varphi_1) \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right) + 0,18 \cos(4\pi f t + \varphi_2) \sin\left(\frac{4\pi}{\lambda} x\right)$$

$$t \in [0; 100]s; x \in [1,115; 1,205]m; \forall y \in [0; 0,113]m$$

$$f = 21,95Hz; \varphi_1 = 3,51; \varphi_2 = 3,00; \lambda = 7,88m \times 2;$$

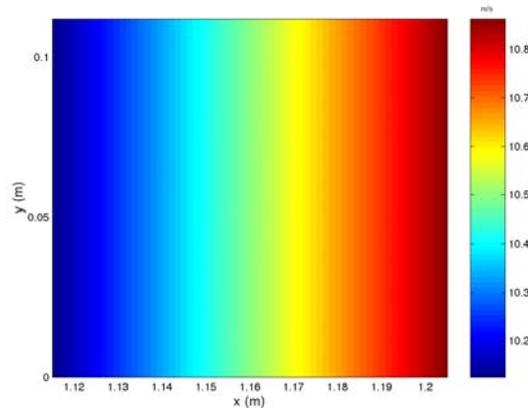


Figure An16.21bis : Représentation bidimensionnelle de  $\sigma_1 \psi_1(\vec{r})$

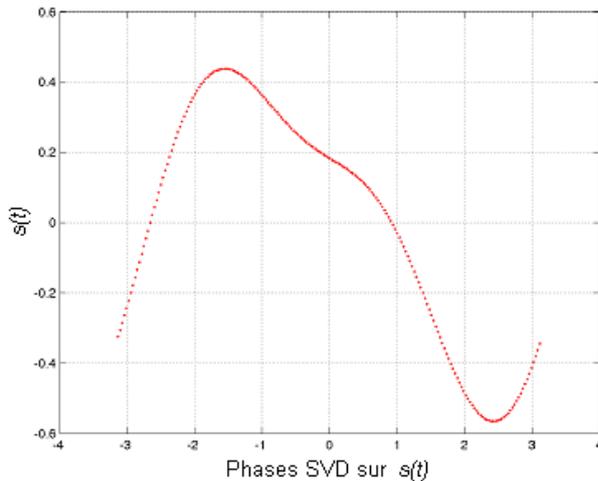


Figure An16.22 : réarrangement du cycle  $s(t)$  en phases obtenues par SVD sur  $s(t)$  (100 modes de décomposition)

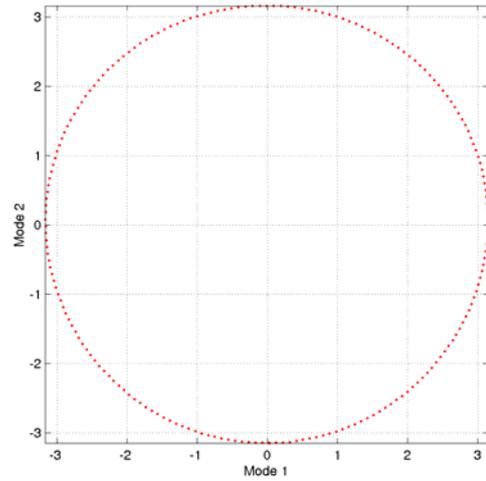


Figure An16.23 : portrait de phase obtenu par décomposition SVD sur  $s(t)$  (100 modes de décomposition)

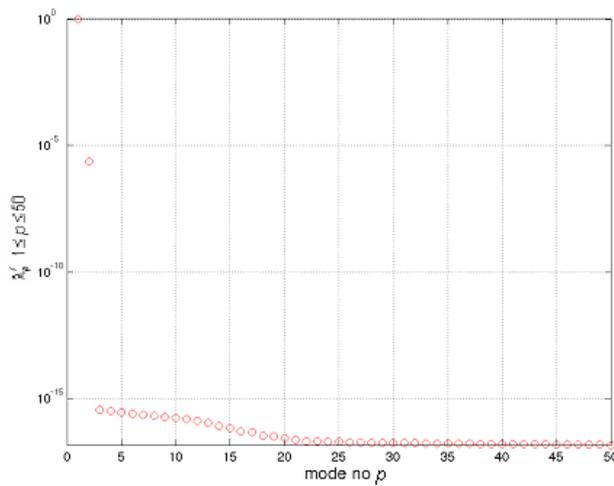


Figure An16.24 : Evolution des  $\lambda'_p$  pour chaque mode POD n°p (échelles linéaire-log)

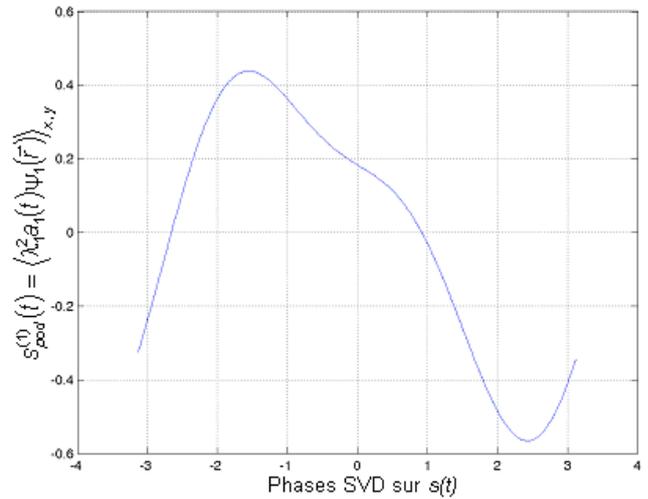


Figure An16.25 : réarrangement du cycle  $s_{pod}^{(1)}(t)$  en phases obtenues par SVD sur  $s(t)$  (100 modes de décomposition)

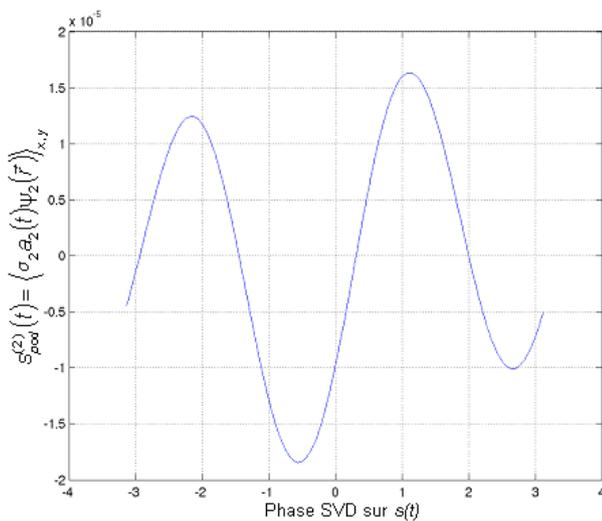


Figure An16.26 : réarrangement du cycle  $s_{pod}^{(2)}(t)$  en phases obtenues par SVD sur  $s(t)$  (100 modes de décomposition)

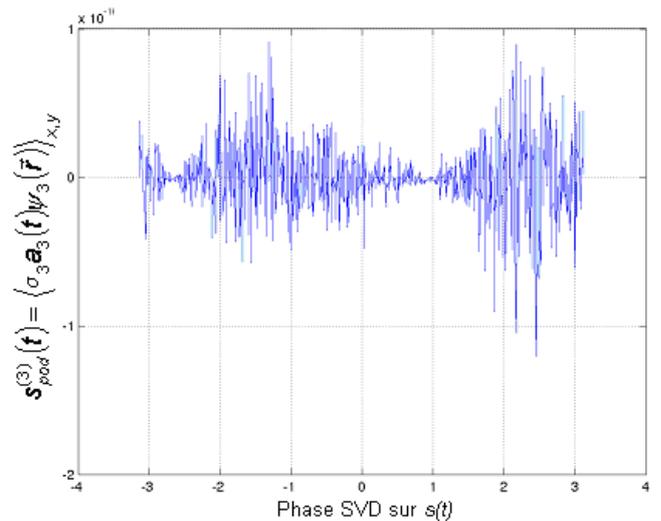


Figure An16.27 : réarrangement du cycle  $s_{pod}^{(3)}(t)$  en phases obtenues par SVD sur  $s(t)$  (100 modes de décomposition)

→ 1 mode pour retrouver 99,9997% de l'Energie.

5. Onde avec fréquence fondamentale et champ moyen orienté vers les  $x > 0$

$$s(x, y, t) = 0,1 + \cos(2\pi f t + \varphi_1) \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right)$$

$$t \in [0; 100]s; x \in [1,115; 1,205]m; \forall y \in [0; 0,113]m$$

$$f = 21,95Hz; \varphi_1 = 3,51; \lambda = 7,88m \times 2;$$

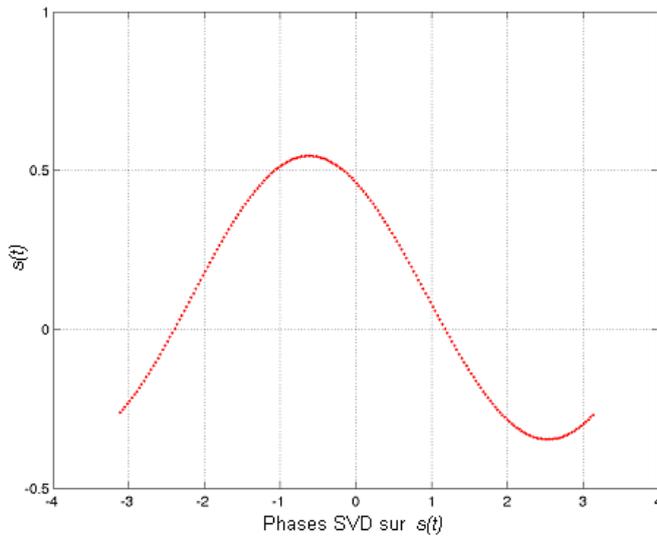


Figure An16.28 : réarrangement du cycle  $s(t)$  en phases obtenues par SVD sur  $s(t)$  (100 modes de décomposition)

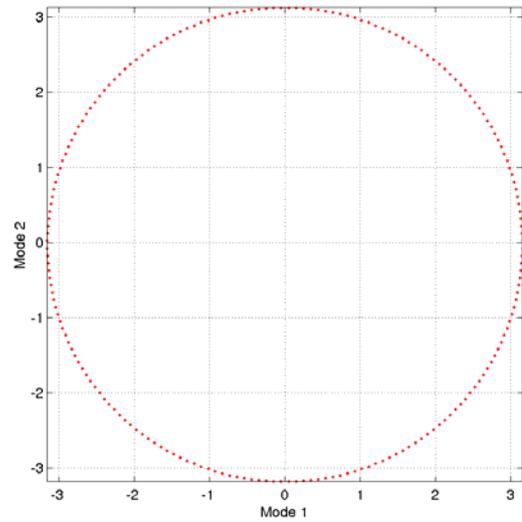


Figure An16.29 : portrait de phase obtenu par décomposition SVD sur  $s(t)$  (100 modes de décomposition)

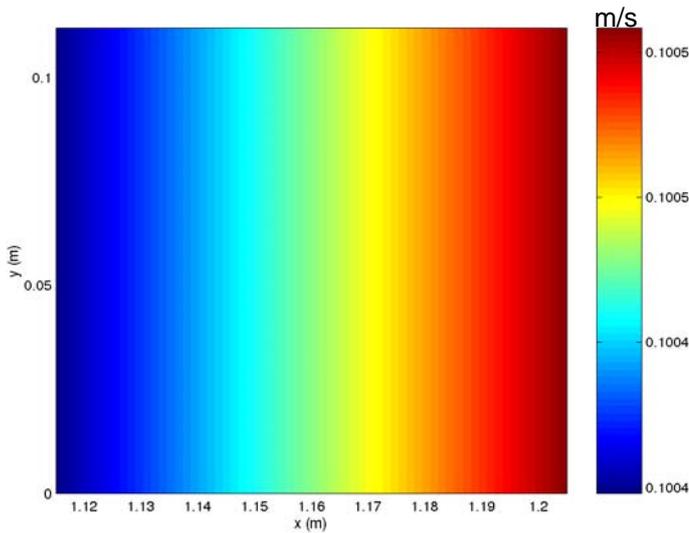


Figure An16.30 : Représentation bidimensionnelle du module de la moyenne temporelle  $\overline{|s(\vec{r}, t)|}$

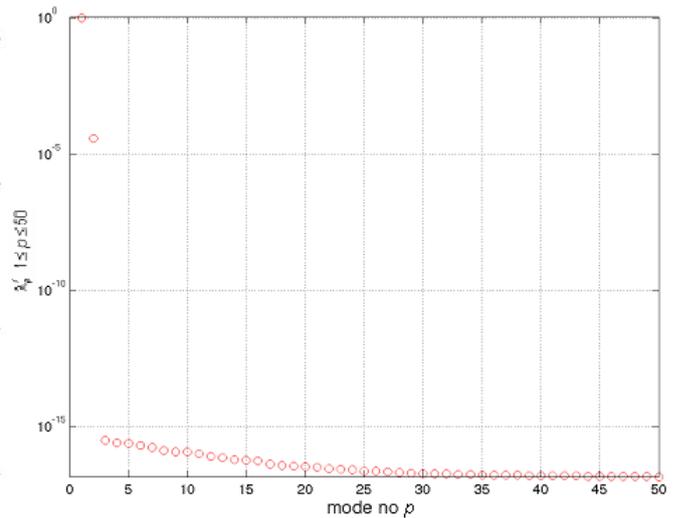


Figure An16.31 : Evolution des  $\lambda_p'$  pour chaque mode POD  $n^o p$  (échelles linéaire-log)

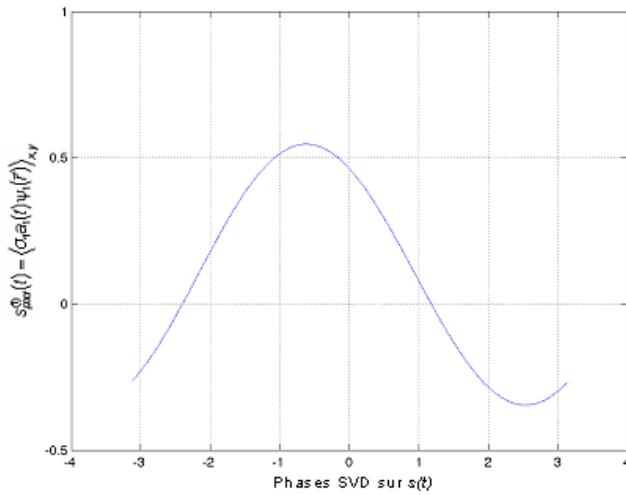


Figure An16.32 : réarrangement du cycle  $s_{pod}^{(1)}(t)$  en phases obtenues par SVD sur  $s(t)$  (100 modes de décomposition)

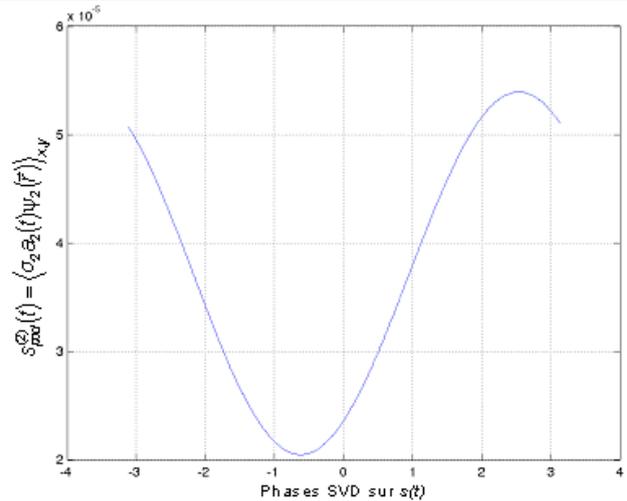


Figure An16.33 : réarrangement du cycle  $s_{pod}^{(2)}(t)$  en phases obtenues par SVD sur  $s(t)$  (100 modes de décomposition)

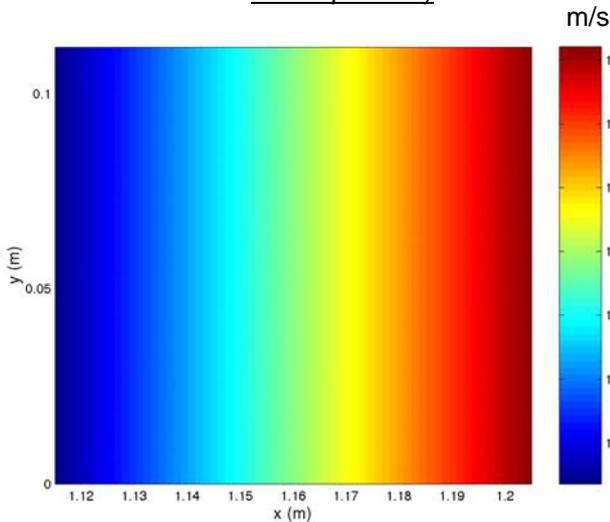


Figure An16.34 : Représentation bidimensionnelle de  $\sigma_1 \psi_1(\vec{r})$

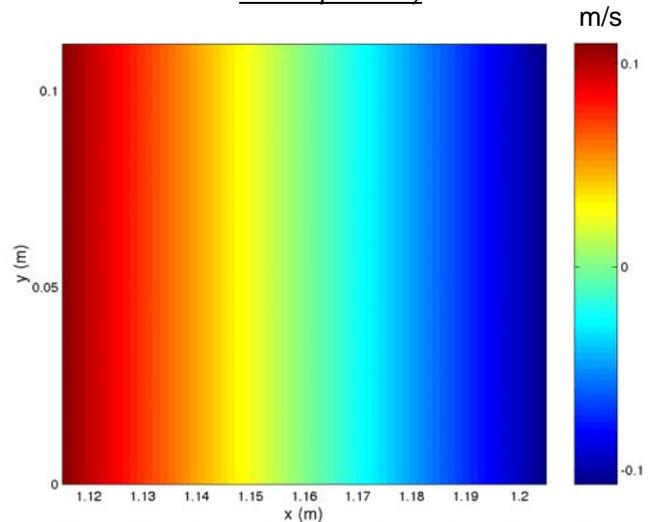


Figure An16.35 : Représentation bidimensionnelle de  $\sigma_2 \psi_2(\vec{r})$

→ 1 mode pour retrouver 99,99... % de l'Énergie.  
Rem : champ moyen pollué par partie acoustique

6. Onde avec fréquence fondamentale, harmonique 1 équivalent à cas 4 et champ moyen orienté vers les  $x > 0$

$$s(x; y; t) = 0,1 + \cos(2\pi f t + \varphi_1) \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right)$$

$$t \in [0; 100]s ; x \in [1,115; 1,205]m ; \forall y \in [0; 0,113]m$$

$$f = 21,95\text{Hz} ; \varphi_1 = 3,51 ; \lambda = 7,88m \times 2 ;$$

Les résultats sont équivalents au cas 5.

→ 1 mode pour retrouver 99,99... % de l'Énergie.

7. Onde avec fréquence fondamentale, harmonique 1 équivalent à cas 4 et champ moyen orienté vers les  $x < 0$  près de parois et les  $x > 0$  dans la zone centrale (paramètres proches série expérimentale 19-04-2006 Série1bisH) :

$$\forall y \in [0; 0,018]m \quad s(x, y; t) = -0,005 + 3,8 \cos(2\pi f t + \varphi_1) \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right) + 3,8 * 0,18 \cos(4\pi f t + \varphi_2) \sin\left(\frac{4\pi}{\lambda} x\right)$$

$$\forall y \in ]0,018; 0,092]m \quad s(x, y; t) = 0,01 + 3,8 \cos(2\pi f t + \varphi_1) \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right) + 3,8 * 0,18 \cos(4\pi f t + \varphi_2) \sin\left(\frac{4\pi}{\lambda} x\right)$$

$$\forall y \in ]0,092; 0,113]m \quad s(x, y; t) = -0,005 + 3,8 \cos(2\pi f t + \varphi_1) \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right) + 3,8 * 0,18 \cos(4\pi f t + \varphi_2) \sin\left(\frac{4\pi}{\lambda} x\right)$$

$$t \in [0; 100]s ; x \in [1,115; 1,205]m ; f = 21,95Hz ; \varphi_1 = 3,51 ; \varphi_2 = 3 ; \lambda = 7,88m \times 2 ;$$

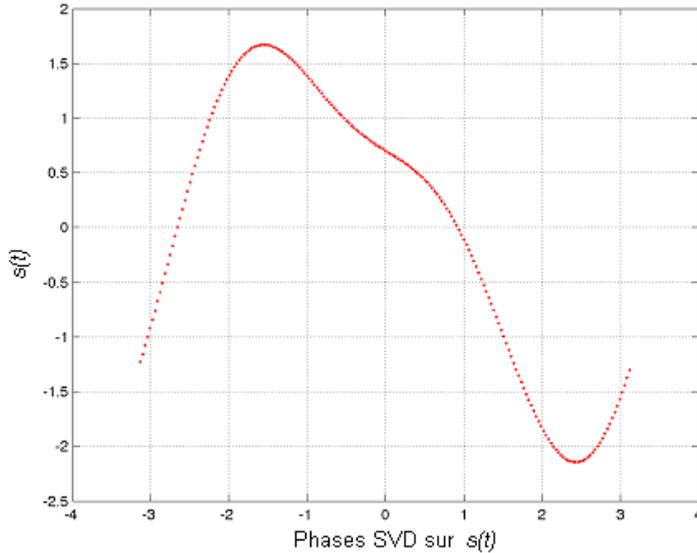


Figure An16.36 : réarrangement du cycle  $s(t)$  en phases obtenues par SVD sur  $s(t)$  (100 modes de décomposition)

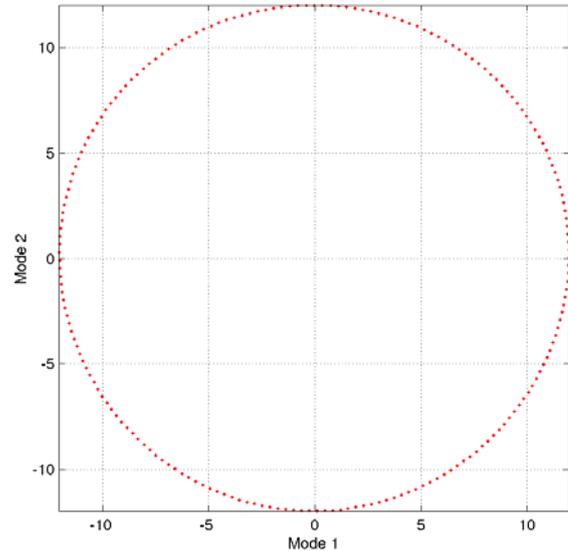


Figure An16.37 : portrait de phase obtenu par décomposition SVD sur  $s(t)$  (100 modes de décomposition)

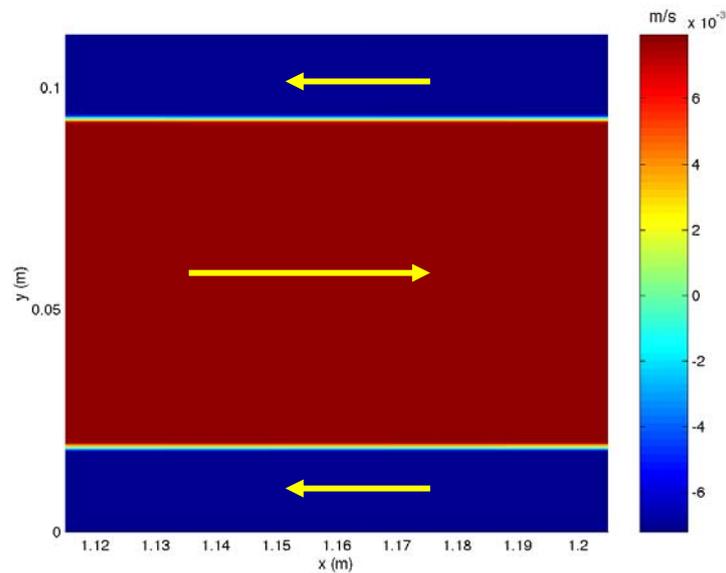


Figure An16.38 : Représentation bidimensionnelle de la composante suivant  $x$  de la moyenne temporelle  $\left|s(\vec{r}, t)\right|_x$  : les flèches donnent le sens de l'écoulement

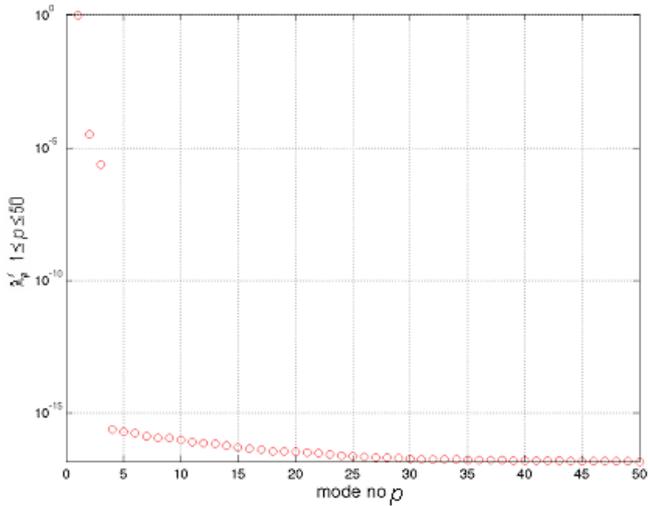


Figure An16.39 : Evolution des  $\lambda'_p$  pour chaque mode POD n°p (échelles linéaire-log)

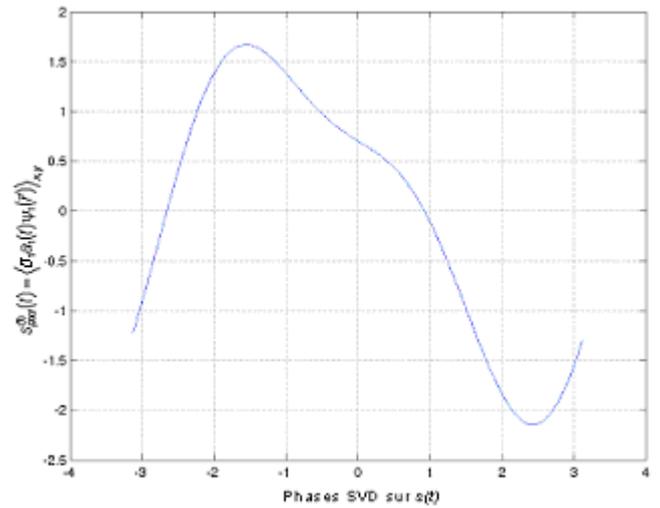


Figure An16.40 : réarrangement du cycle  $s_{pod}^{(1)}(t)$  en phases obtenues par SVD sur  $s(t)$  (100 modes de décomposition)

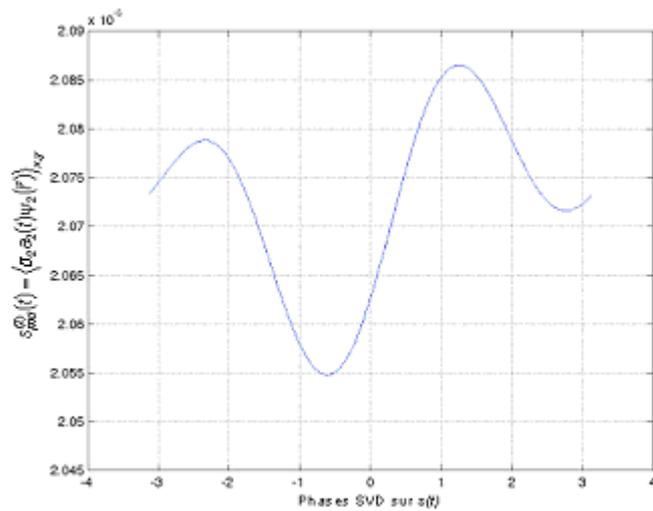


Figure An16.41 : réarrangement du cycle  $s_{pod}^{(2)}(t)$  en phases obtenues par SVD sur  $s(t)$  (100 modes de décomposition)

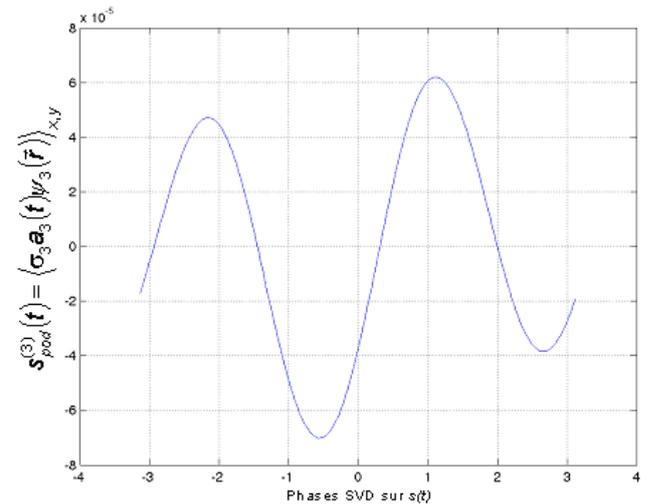


Figure An16.42 : réarrangement du cycle  $s_{pod}^{(3)}(t)$  en phases obtenues par SVD sur  $s(t)$  (100 modes de décomposition)

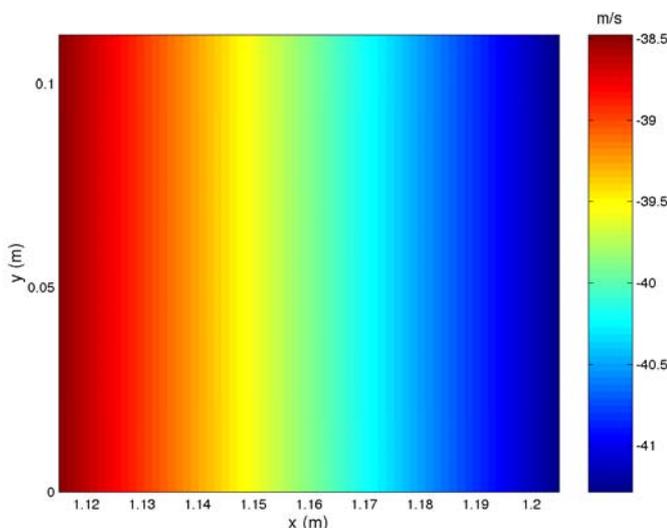


Figure An16.43 : Représentation bidimensionnelle de  $\sigma_1 \psi_1(\vec{r})$

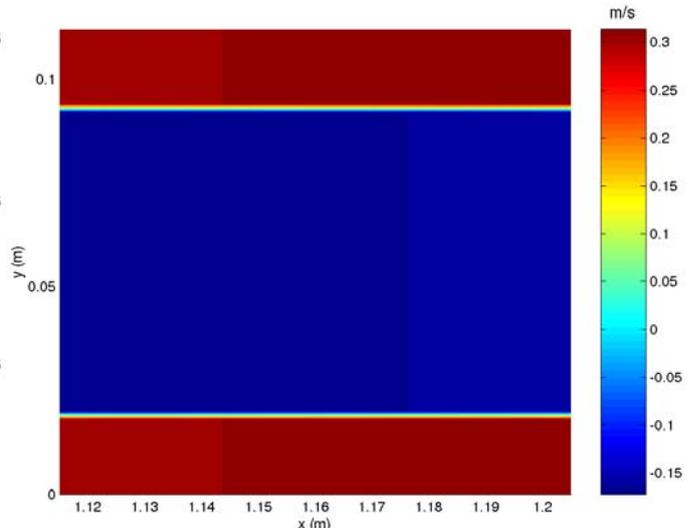


Figure An16.44 : Représentation bidimensionnelle de  $\sigma_2 \psi_2(\vec{r})$

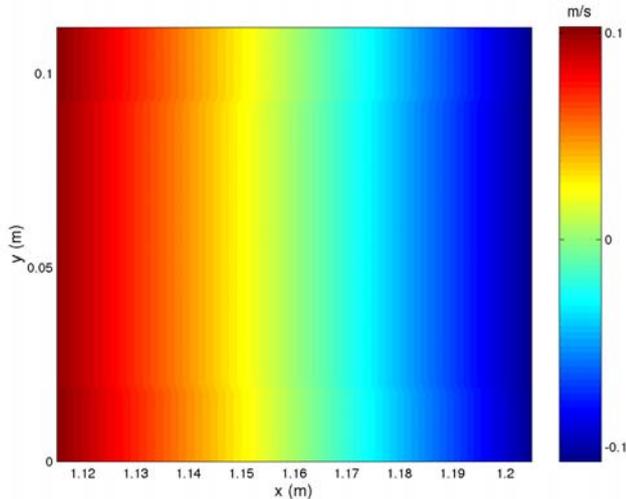


Figure An16.45 : Représentation bidimensionnelle de  $\sigma_3 \psi_3(\vec{r})$

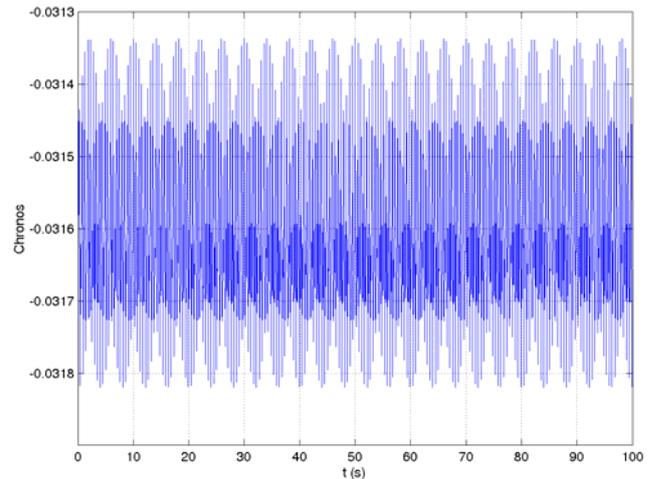


Figure An16.46 : Evolution dans le temps du chronon  $n^2 a_2(t)$

8. Onde avec fréquence fondamentale, harmonique 1 équivalent à cas 4 et champ moyen en  $y^2$  (type Poiseuille), orienté vers les  $x < 0$  près de parois et les  $x > 0$  dans la zone centrale (paramètres proches série expérimentale 19-04-2006 Série1bisH) :

$$\forall y \in [0; 0,018]m \quad s(x; y; t) = 61,7284 y^2 - 12,7160 y + 0,6499 + 3,8 \cos(2\pi f t + \varphi_1) \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right) + 3,8 * 0,18 \cos(4\pi f t + \varphi_2) \sin\left(\frac{4\pi}{\lambda} x\right)$$

$$\forall y \in ]0,018; 0,092]m \quad s(x; y; t) = -7,7160 y^2 + 0,8642 y - 0,0142 + 3,8 \cos(2\pi f t + \varphi_1) \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right) + 3,8 * 0,18 \cos(4\pi f t + \varphi_2) \sin\left(\frac{4\pi}{\lambda} x\right)$$

$$\forall y \in ]0,092; 0,113]m \quad s(x; y; t) = 61,7284 y^2 - 1,1111 y + 3,8 \cos(2\pi f t + \varphi_1) \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right) + 3,8 * 0,18 \cos(4\pi f t + \varphi_2) \sin\left(\frac{4\pi}{\lambda} x\right)$$

$t \in [0; 100]s$  ;  $x \in [1,115; 1,205]m$  ;  $f = 21,95Hz$  ;  $\varphi_1 = 3,51$  ;  $\varphi_2 = 3$  ;  $\lambda = 7,88m \times 2$  ;

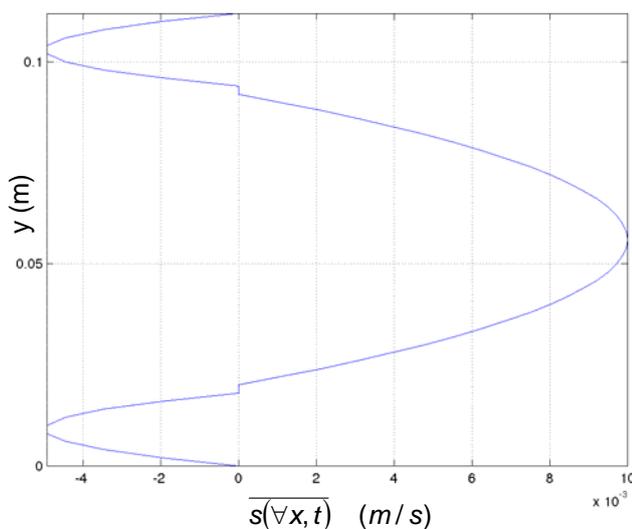


Figure An16.47 : Profil de la composante continue de  $s(x,t)$  (champ moyen en temps)

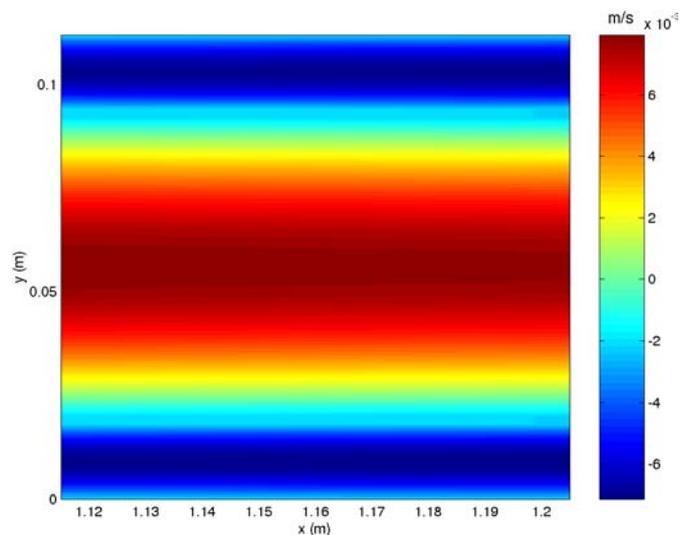


Figure An16.48 : Représentation bidimensionnelle de la composante suivant  $x$  de la moyenne temporelle  $\overline{s(\vec{r}, t)}$

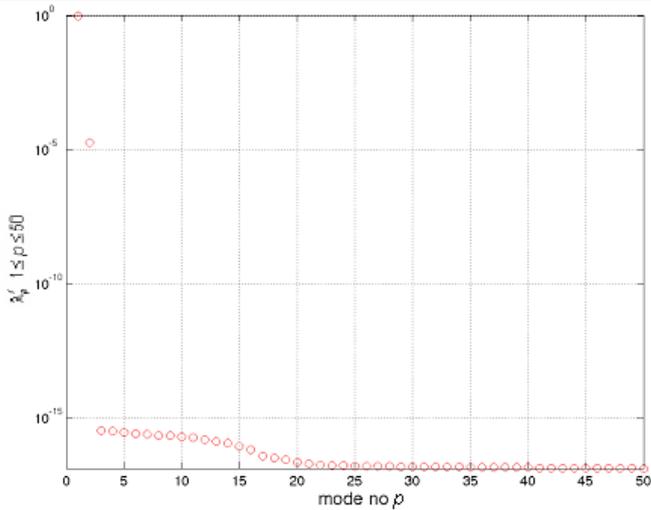


Figure An16.49 : Evolution des  $\lambda'_p$  pour chaque mode POD n°p (échelles linéaire-log), cas où  $s(\vec{r}, t)$  est SANS contenu harmonique

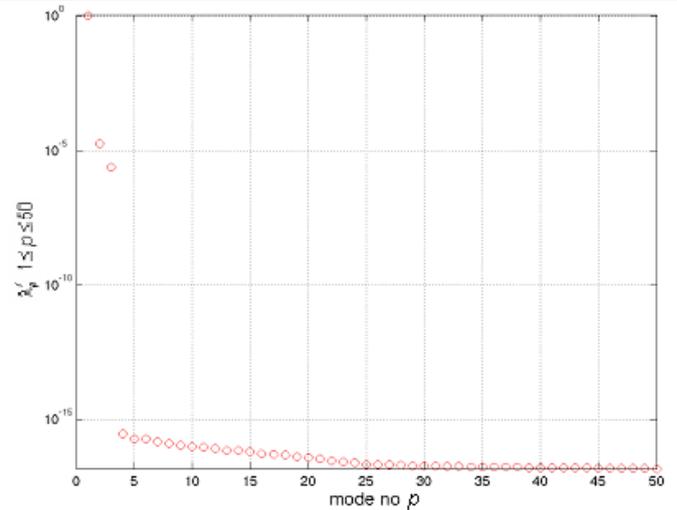


Figure An16.50 : Evolution des  $\lambda'_p$  pour chaque mode POD n°p (échelles linéaire-log), cas où  $s(\vec{r}, t)$  est AVEC contenu harmonique

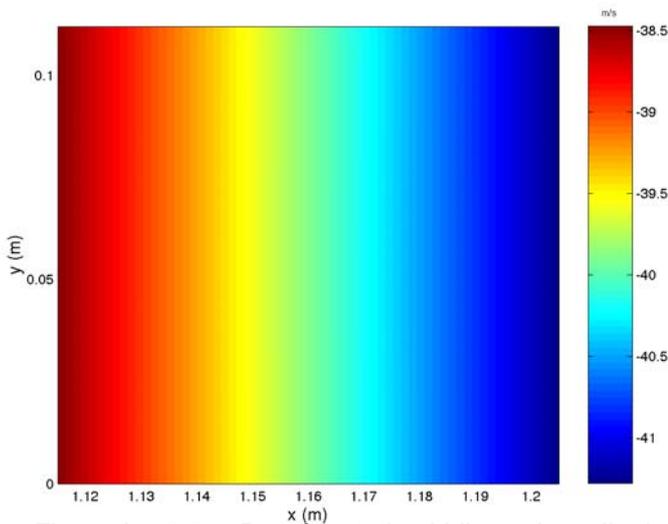


Figure An16.51 : Représentation bidimensionnelle de  $\sigma_1\psi_1(\vec{r})$

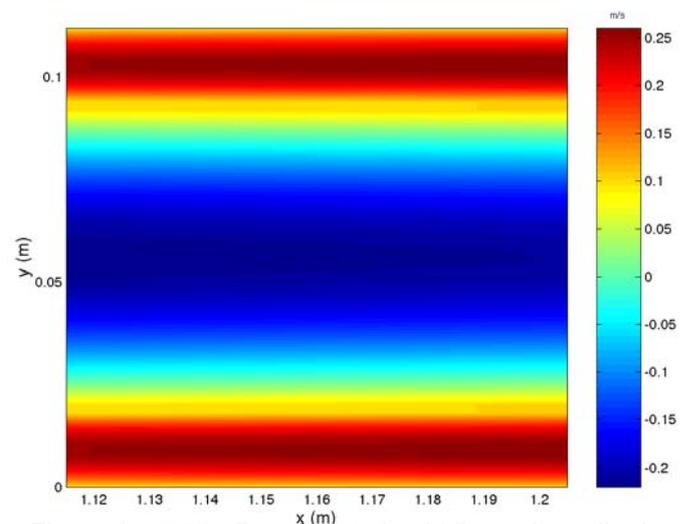


Figure An16.52 : Représentation bidimensionnelle de  $\sigma_2\psi_2(\vec{r})$

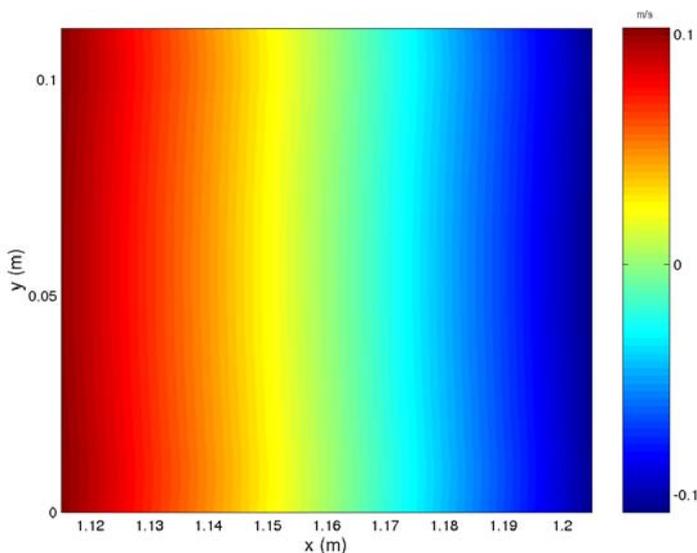


Figure An16.53 : Représentation bidimensionnelle de  $\sigma_3\psi_3(\vec{r})$

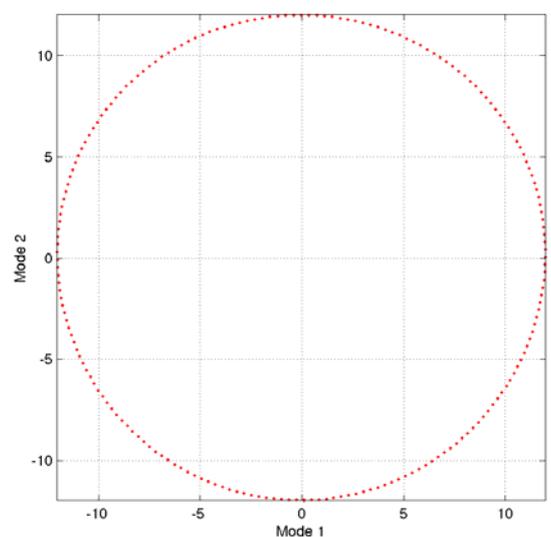
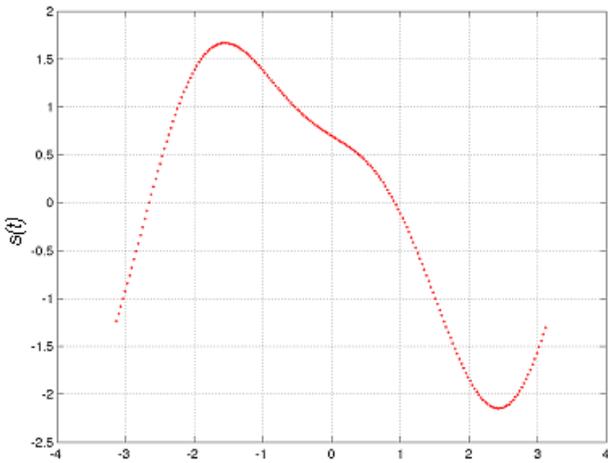
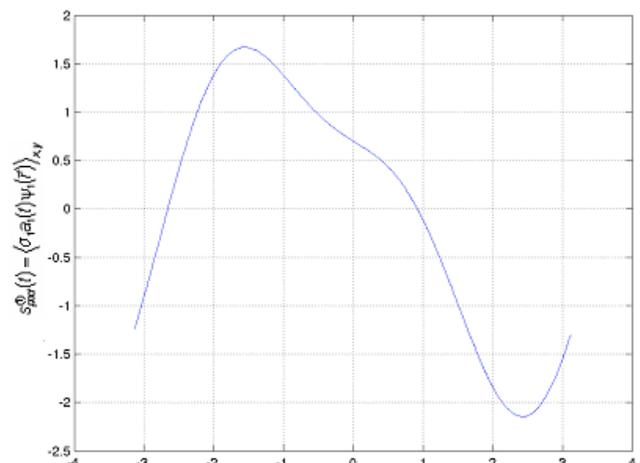


Figure An16.54 : portrait de phase obtenu par décomposition SVD sur  $s(t)$  (100 modes de décomposition)



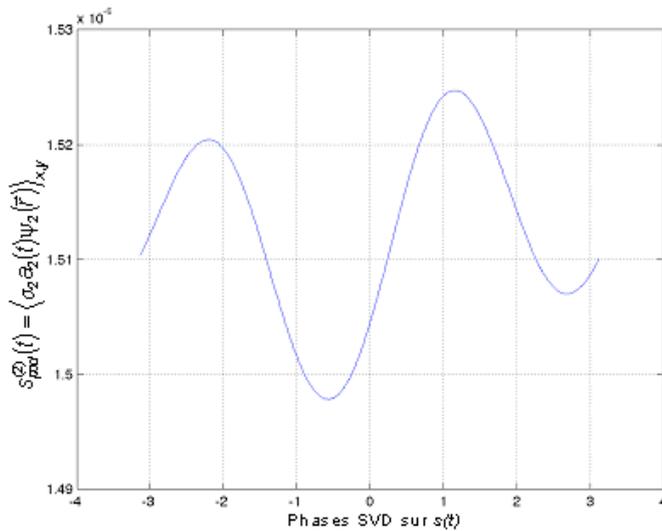
Phases SVD sur  $s(t)$

**Figure An16.55 : réarrangement du cycle  $s(t)$  en phases obtenues par SVD sur  $s(t)$  (100 modes de décomposition)**



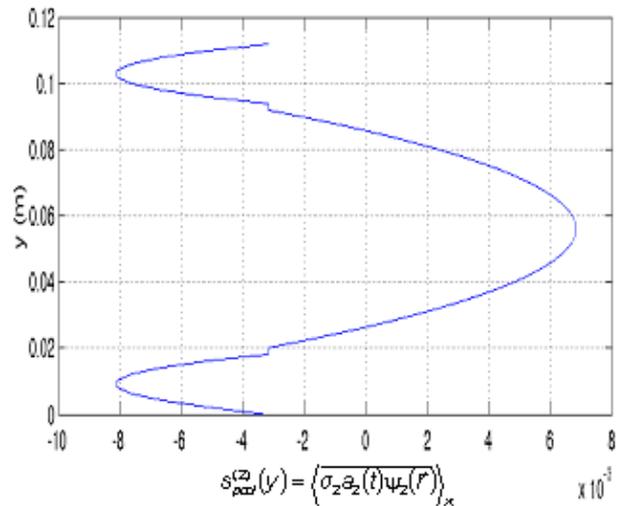
Phases SVD sur  $s(t)$

**Figure An16.56 : réarrangement du cycle  $s_{pod}^{(1)}(t)$  en phases obtenues par SVD sur  $s(t)$  (100 modes de décomposition)**

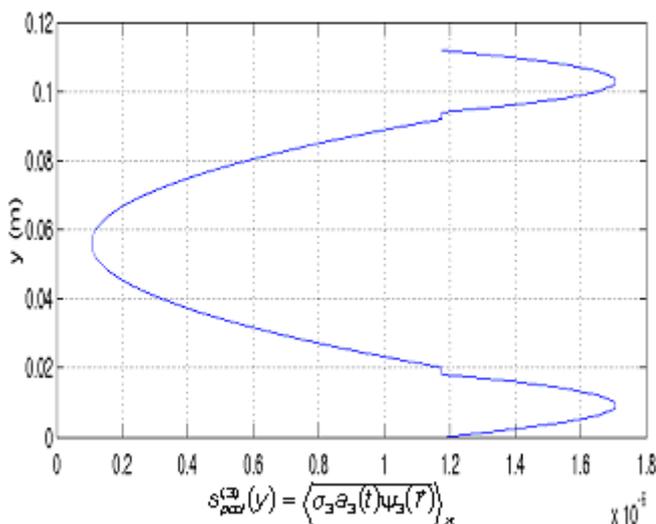


Phases SVD sur  $s(t)$

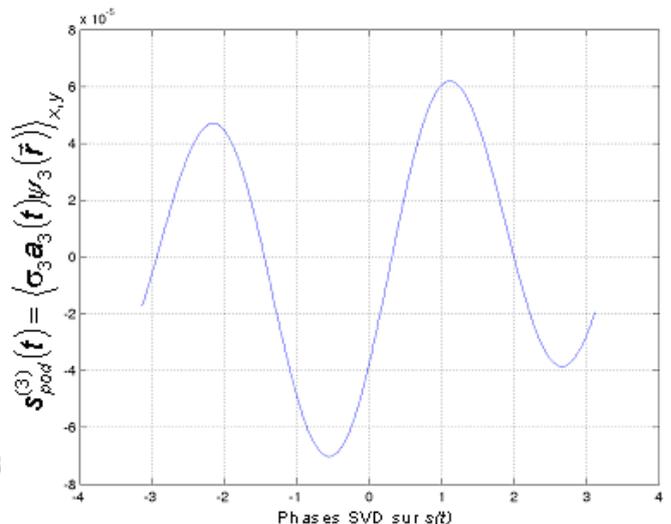
**Figure An16.57 : réarrangement du cycle  $s_{pod}^{(2)}(t)$  en phases obtenues par SVD sur  $s(t)$  (100 modes de décomposition)**



**Figure An16.58 : Profil de la moyenne suivant x de la composante POD n°2, moyennée sur toutes les phases SVD de  $s(t)$  (unité en m/s)**



**Figure An16.58bis : Profil de la moyenne suivant x de la composante POD n°3, moyennée sur toutes les phases SVD de  $s(t)$  (unité en m/s)**



Phases SVD sur  $s(t)$

**Figure An16.59 : réarrangement du cycle  $s_{pod}^{(3)}(t)$  en phases obtenues par SVD sur  $s(t)$  (100 modes de décomposition)**

## Annexe 17

Coefficients de « fit »	Numéro de série pour l'espace des paramètres n°1						Moyenne
	190406 - S2	190406 - S1b	190406 - S2b	210406 - S1	210406 - S2	210406 - S4	
$a_0^{(p)}$	-0,004	0,000	0,001	-0,001	0,001	0,002	<b>0,001</b>
$a_1^{(p)}$	0,108	0,109	0,108	0,110	0,109	-0,109	<b>0,109</b>
$a_2^{(p)}$	-0,006	0,006	0,006	-0,007	-0,006	-0,006	<b>0,006</b>
$ a_2^{(p)}/a_1^{(p)} (\%)$	5,6	5,2	5,1	6,0	5,8	5,7	<b>5,6</b>
$d_1^{(p)}$	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	<b>1,0</b>
$d_2^{(p)}$	2,0	2,1	2,1	2,0	2,0	2,0	<b>2,0</b>
$\psi_1^{(p)}$	3,06	3,57	3,42	2,99	3,24	2,88	
$\psi_2^{(p)}$	3,75	1,76	1,47	3,63	4,13	3,43	
$ \psi_1^{(p)} - \psi_2^{(p)} $	0,69	1,80	1,95	0,64	0,89	0,55	<b>1,09</b>

Tableau An17.1 : Ensemble des coefficients obtenus par interpolation des cycles de pression réordonnés en phase SVD sur pression ; moyennes calculées pour l'espace des paramètres Esp 1

Coefficients de « fit »	Numéro de série pour l'espace des paramètres n°1						Moyenne
	190406 - S2	190406 - S1b	190406 - S2b	210406 - S1	210406 - S2	210406 - S4	
$a_0^{(u)}$	-0,009	-0,008	-0,006	-0,009	-0,009	-0,017	<b>0,010</b>
$a_1^{(u)}$	1,821	-1,829	-1,811	1,882	-1,857	-1,763	<b>1,827</b>
$a_2^{(u)}$	-0,330	-0,352	-0,342	-0,349	-0,350	-0,274	<b>0,333</b>
$ a_2^{(u)}/a_1^{(u)} (\%)$	18,1	19,2	18,9	18,5	18,8	15,5	<b>18,2</b>
$d_1^{(u)}$	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	<b>1,0</b>
$d_2^{(u)}$	2,1	2,0	2,0	2,1	2,1	2,1	<b>2,1</b>
$\psi_1^{(u)}$	4,71	2,06	1,92	4,63	1,73	4,50	
$\psi_2^{(u)}$	2,30	3,30	3,01	2,15	2,64	1,99	
$ \psi_1^{(u)} - \psi_2^{(u)} $	2,41	1,24	1,09	2,48	0,91	2,50	<b>1,77</b>

Tableau An17.2 : Ensemble des coefficients obtenus par interpolation des cycles de vitesse réordonnés en phase SVD sur pression ; moyennes calculées pour l'espace des paramètres Esp 1

Déphasages en rapport de $\pi$	Numéro de série pour l'espace des paramètres n°1						Moyenne
	190406 - S2	190406 - S1b	190406 - S2b	210406 - S1	210406 - S2	210406 - S4	
$\psi_1^{(p)}$	0,97	1,13	1,09	0,95	1,03	0,92	
$\psi_2^{(u)}$	1,50	0,66	0,61	1,47	0,55	1,43	
$ \psi_1^{(p)} - \psi_2^{(u)} $	0,47	0,48	0,48	0,48	0,48	0,48	<b>0,48</b>

Tableau An17.3 : Calcul des déphasages pression/vitesse en proportion de  $\pi$  pour l'espace des paramètres Esp1

Paramètres de l'écoulement	Numéro de série pour l'espace des paramètres n°1							Moyenne
	190406 - S2	190406 - S1b	190406 - S2b	210406 - S1	210406 - S2	210406 - S3	210406 - S4	
$c$ (m/s)	346,77	346,77	346,77	347,67	347,67	347,67	347,67	347,28
$\nu$ (m <sup>2</sup> /s)	2,07E-06	2,08E-06	2,08E-06	2,10E-06	2,10E-06	2,10E-06	2,10E-06	2,09E-06
$\delta_v$ (mm)	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17
$Re$ zone PIV	56232	56894	56356	57425	56934	57055	57130	56861
$D/\delta_v$	325	324	324	323	323	323	323	323
$c$ (m/s) : célérité de l'onde								
$\nu$ (m <sup>2</sup> /s) : viscosité cinématique								
$\delta_v$ (mm) : épaisseur de couche limite								

Tableau An17.4 : Valeurs des viscosités cinématiques et des épaisseurs de couche limite visqueuse en fonction des paramètres de l'écoulement pour l'espace des paramètres Esp1

## Annexe 18

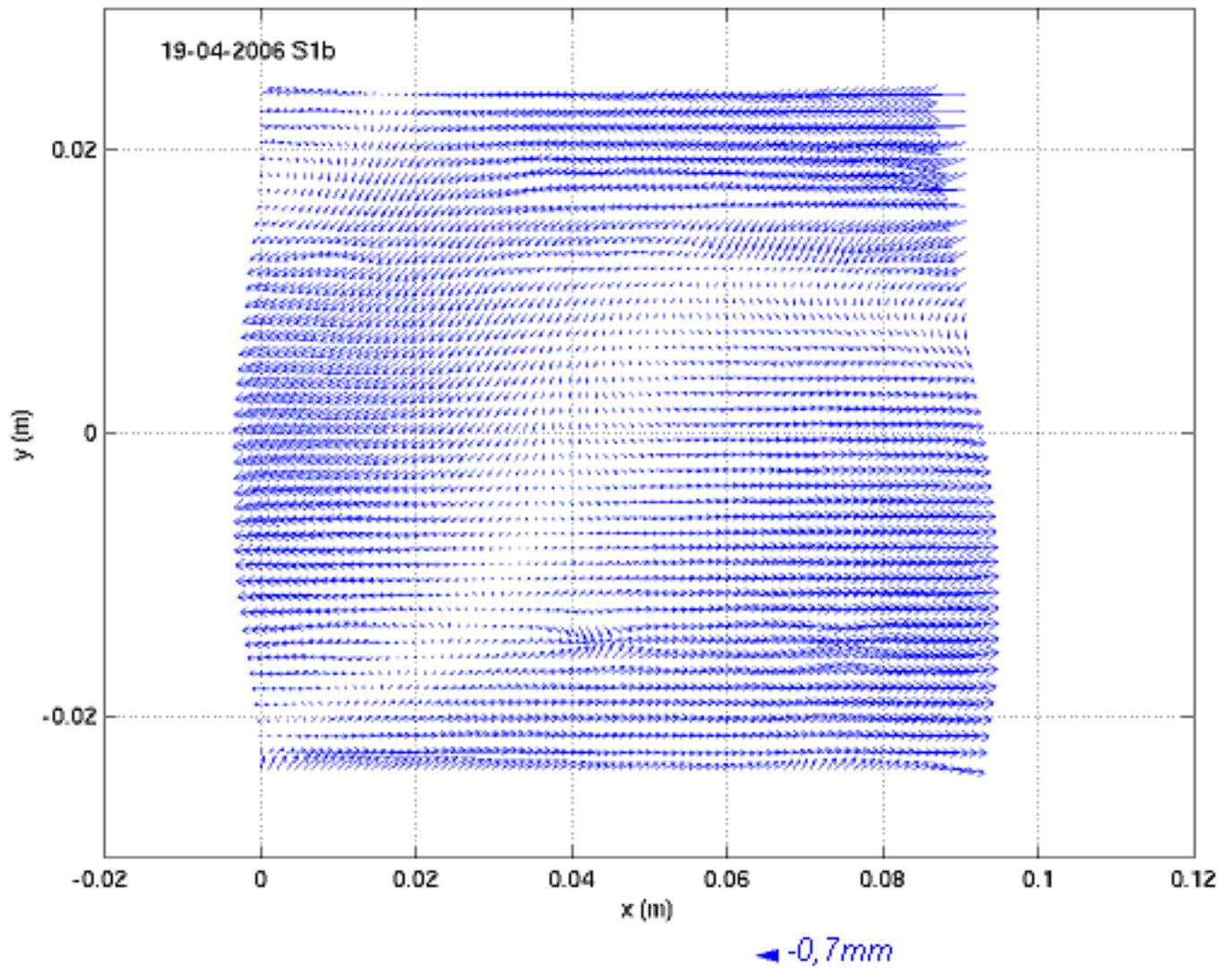
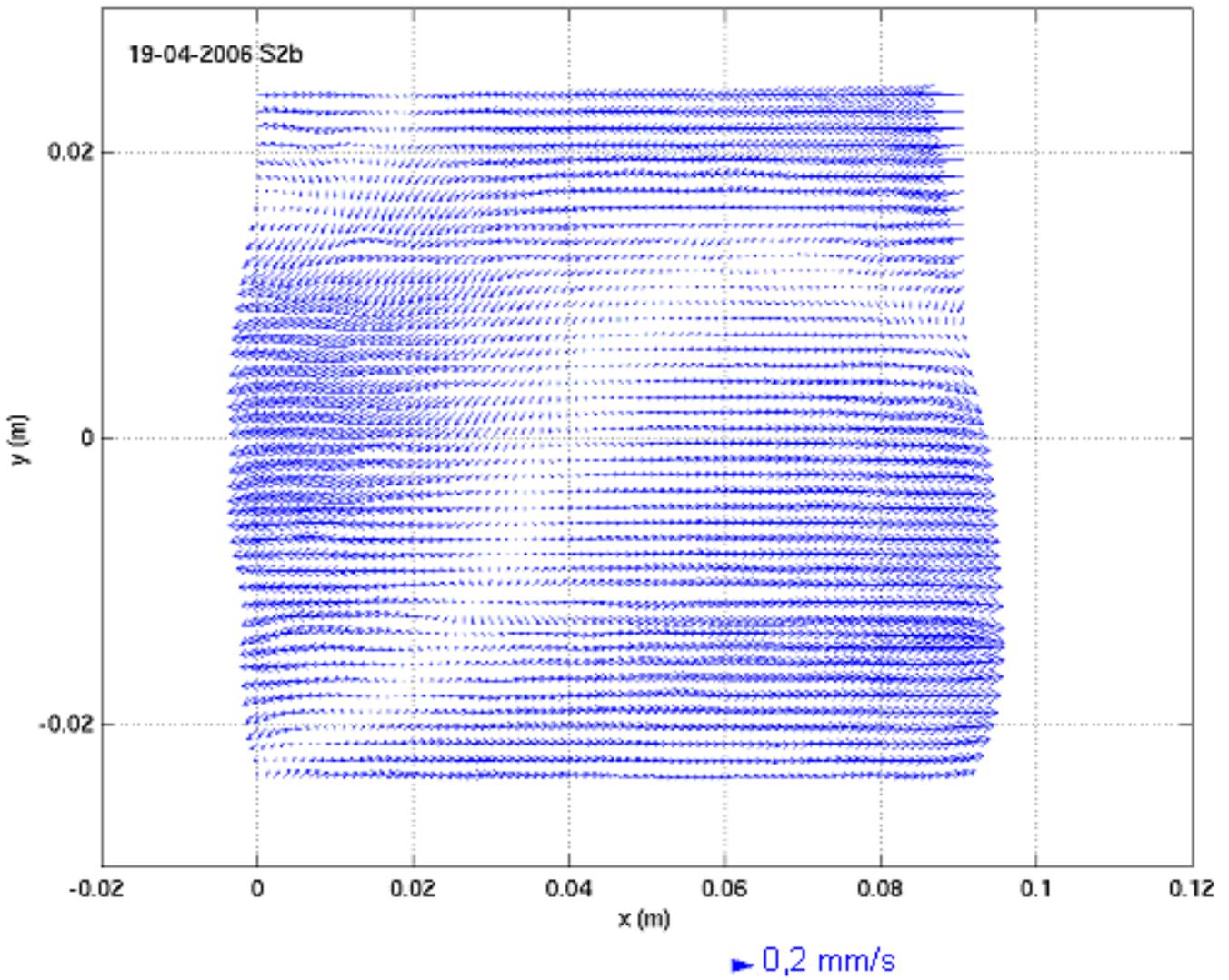
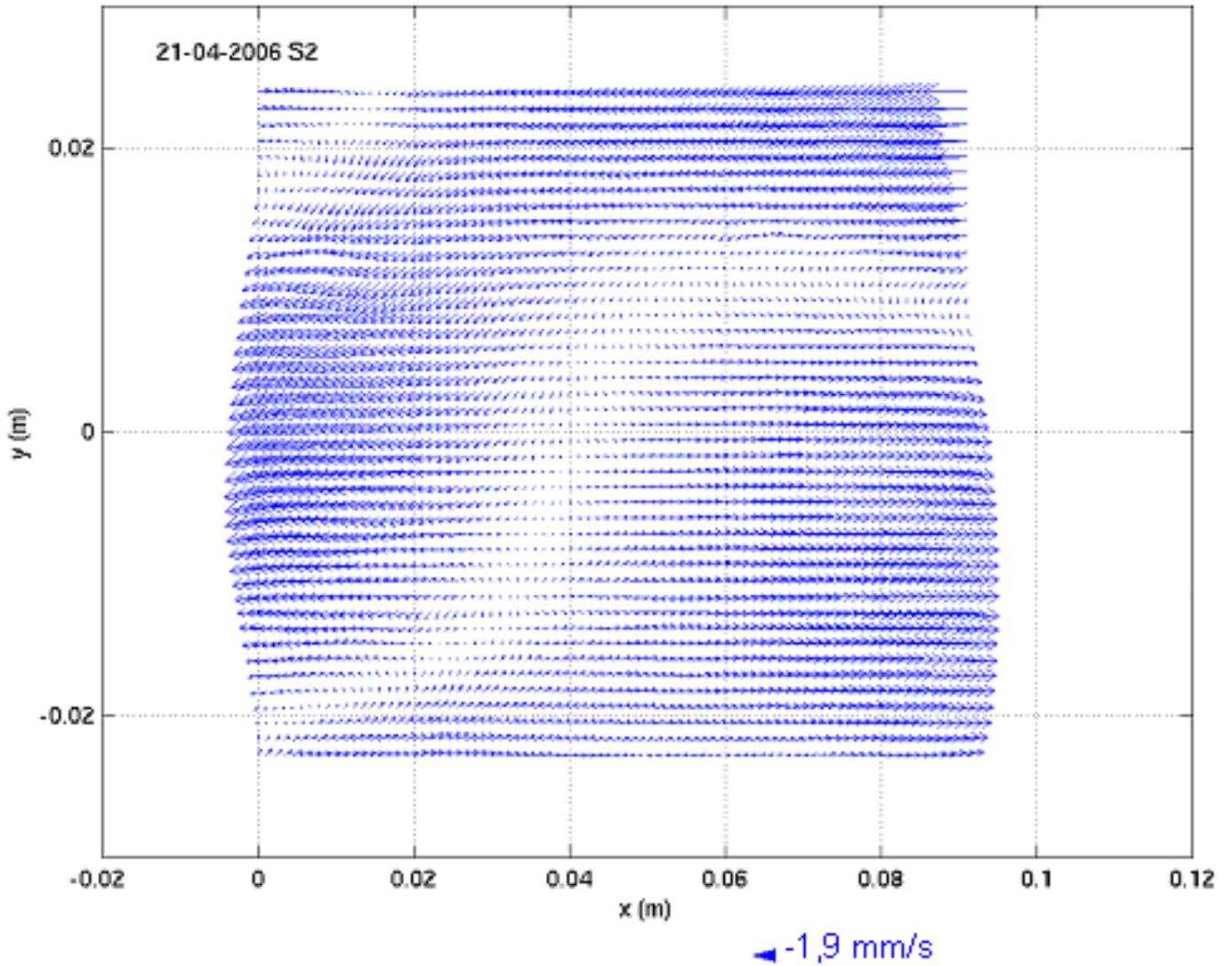


Figure An18.1 : Champ de vitesse moyenne en phase (zone PIV) pour la série 190406S1b



*Figure An18.2 : Champ de vitesse moyenne en phase (zone PIV) pour la série 190406S2b*



*Figure An18.3 : Champ de vitesse moyenne en phase (zone PIV) pour la série 210406S2*

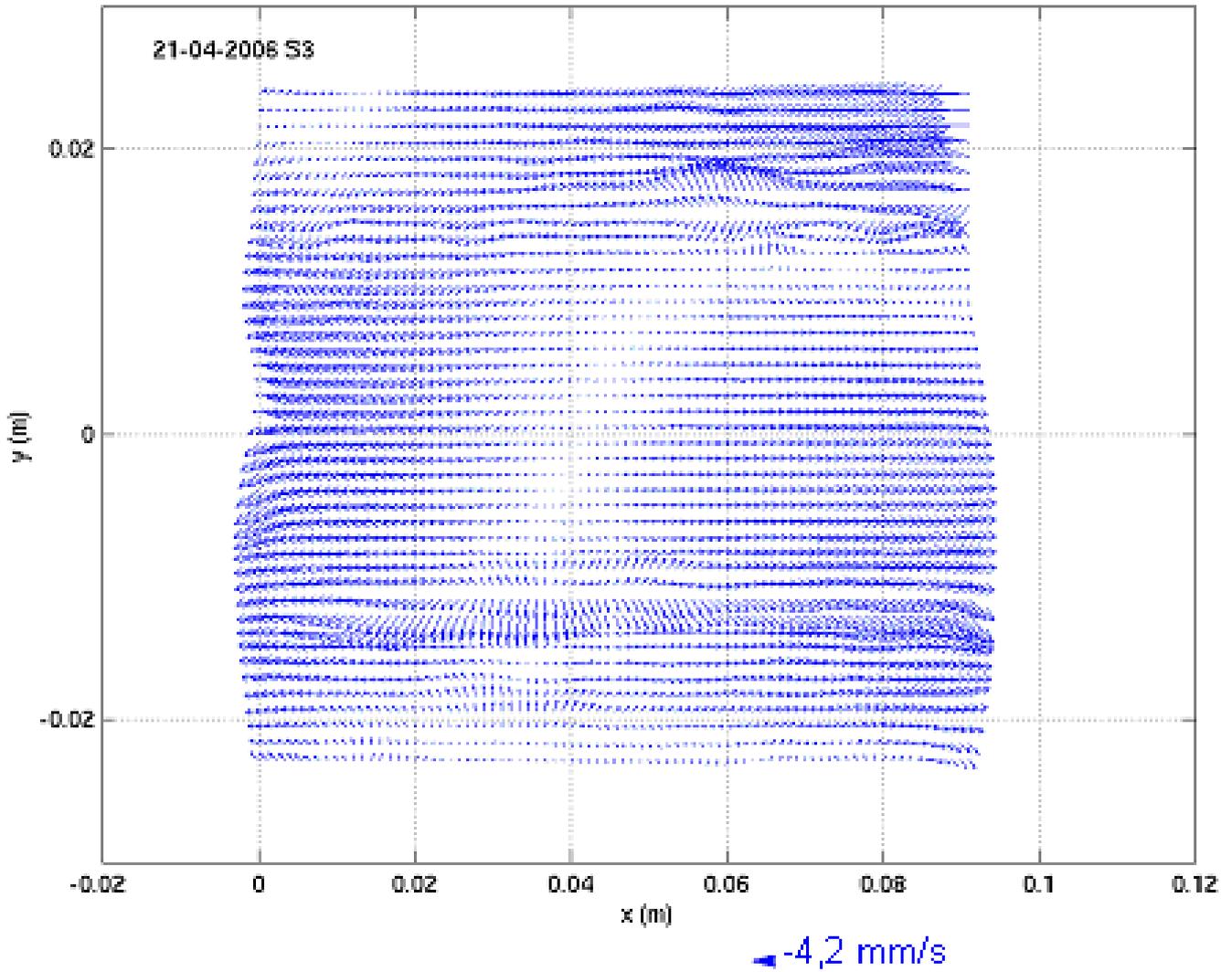


Figure An18.4 : Champ de vitesse moyenne en phase (zone PIV) pour la série 210406S3

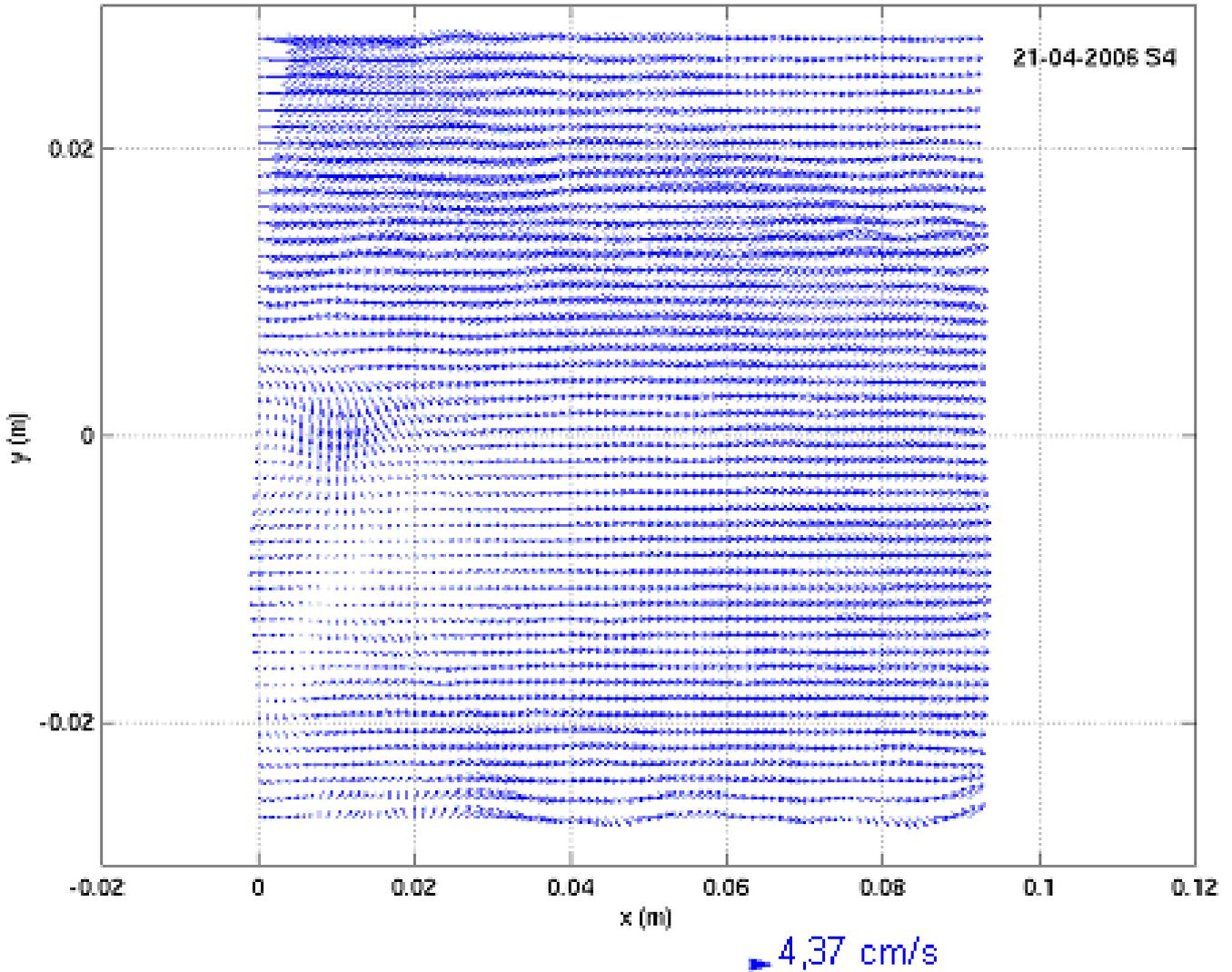


Figure An18.4bis : Champ de vitesse moyenne en phase (zone PIV) pour la série 210406S4

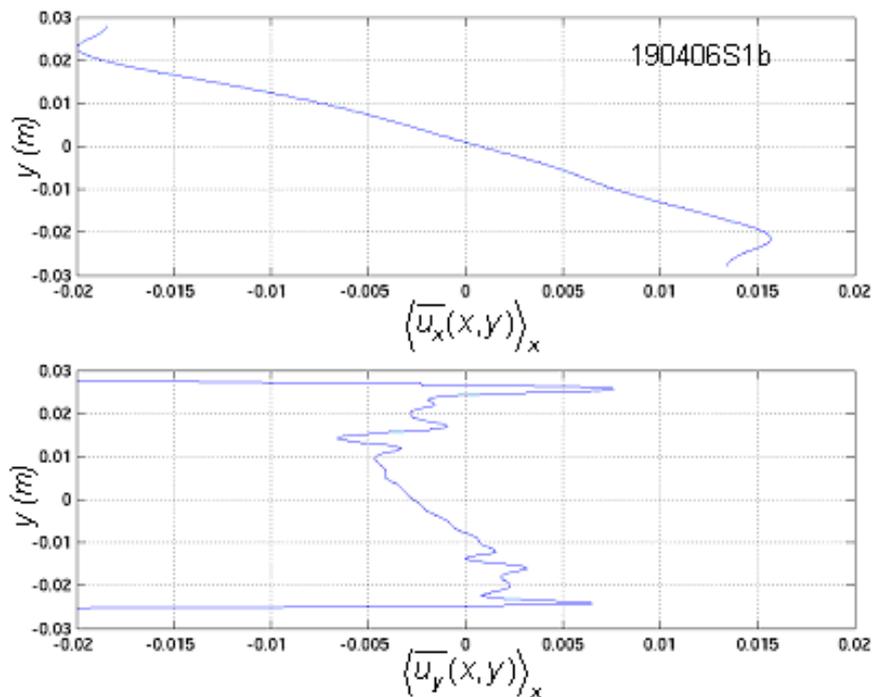


Figure An18.5 : Profils de vitesse en m/s  $\langle \overline{u_x(x,y)} \rangle_x$  (en haut) et  $\langle \overline{u_y(x,y)} \rangle_x$  (en bas) pour la série 190406S1b

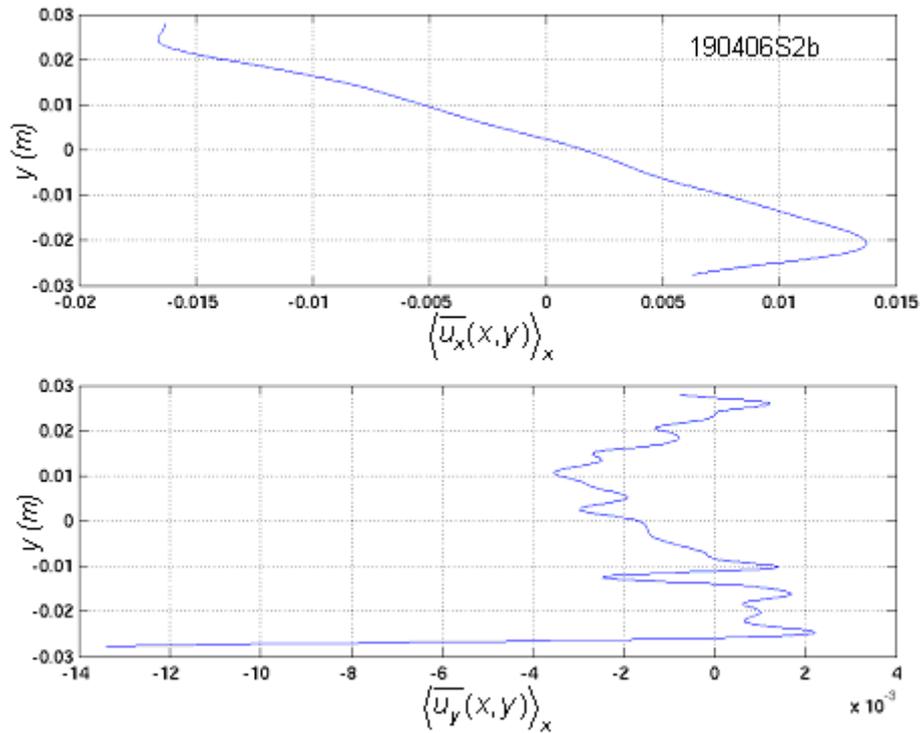


Figure An18.6: Profils de vitesse en m/s  $\langle \bar{u}_x(x,y) \rangle_x$  (en haut) et  $\langle \bar{u}_y(x,y) \rangle_x$  (en bas) pour la série 190406S2b

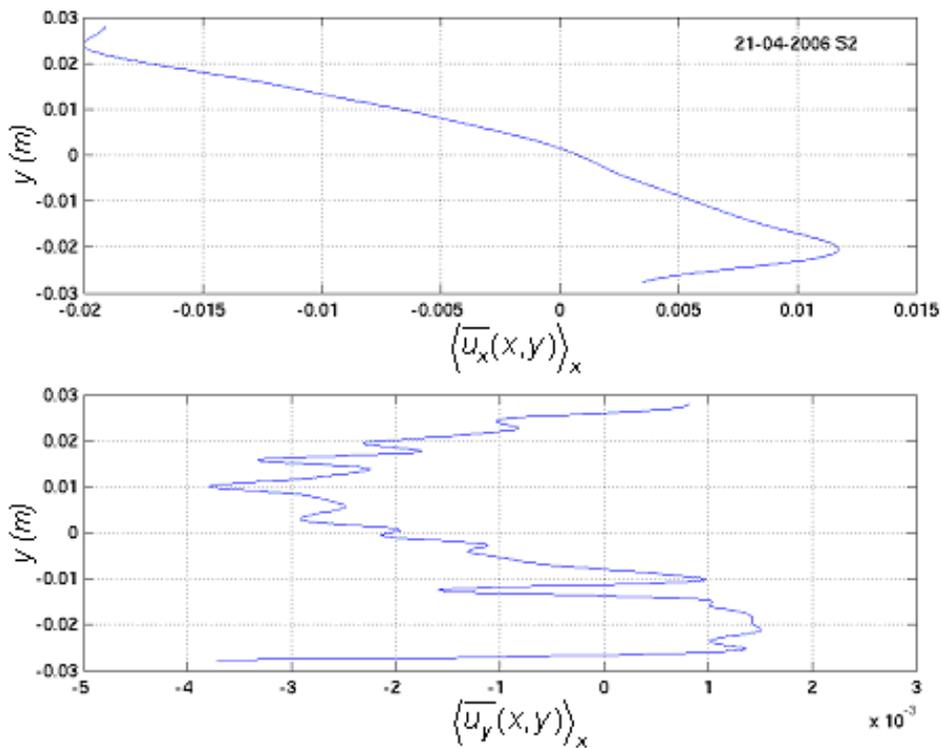


Figure An18.7: Profils de vitesse en m/s  $\langle \bar{u}_x(x,y) \rangle_x$  (en haut) et  $\langle \bar{u}_y(x,y) \rangle_x$  (en bas) pour la série 210406S2

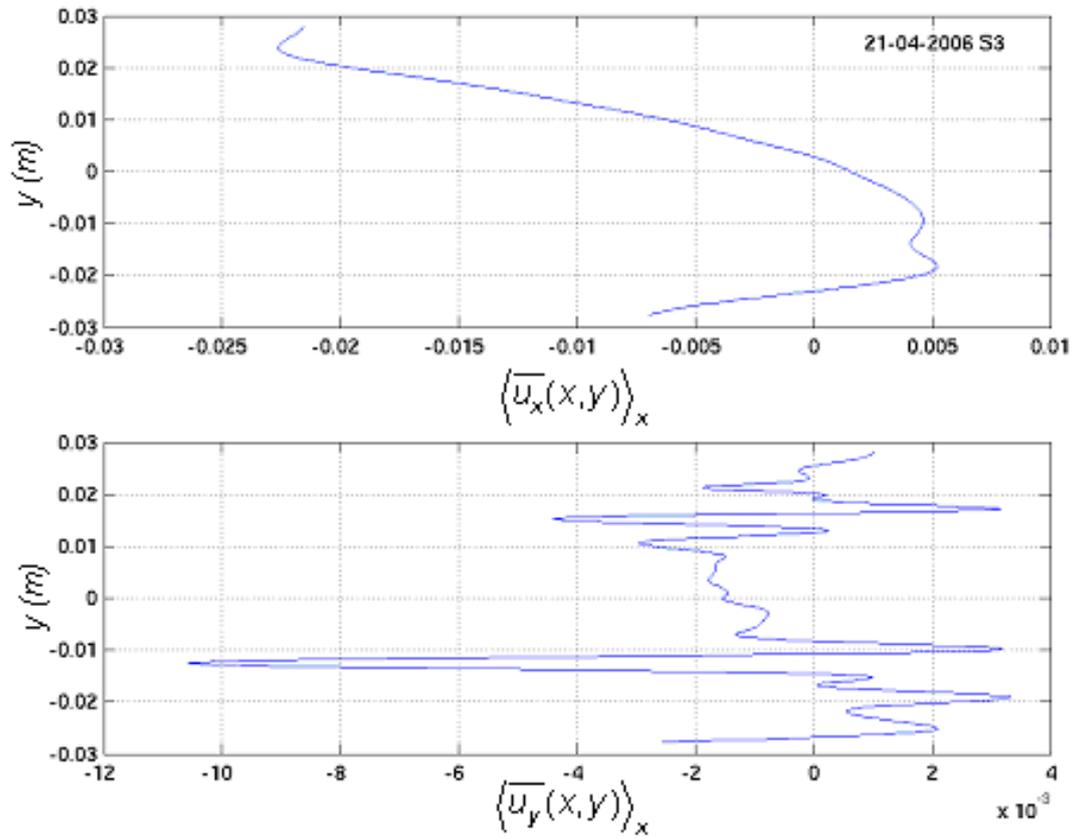


Figure An18.8: Profils de vitesse en m/s  $\langle \bar{u}_x(x,y) \rangle_x$  (en haut) et  $\langle \bar{u}_y(x,y) \rangle_x$  (en bas) pour la série 210406S3

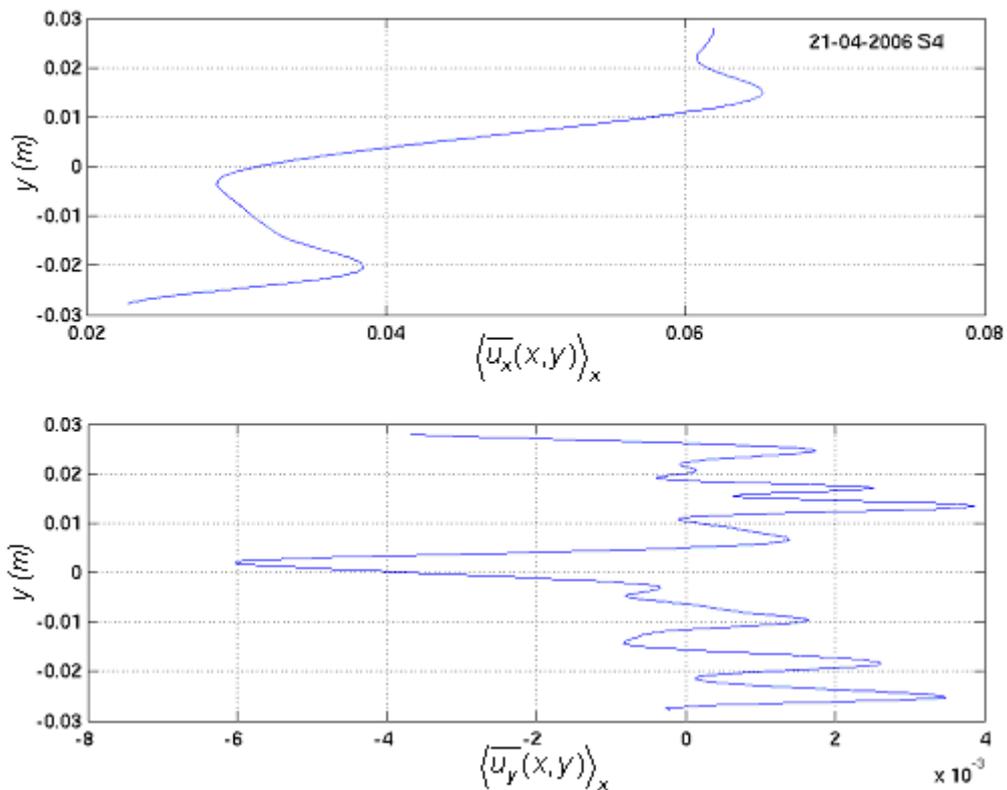


Figure An18.9: Profils de vitesse en m/s  $\langle \bar{u}_x(x,y) \rangle_x$  (en haut) et  $\langle \bar{u}_y(x,y) \rangle_x$  (en bas) pour la série 210406S4