



**HAL**  
open science

# Étude de l'interaction entre un écoulement de couche limite instable et une structure déformable. Application à la prédiction du bruit propre hydrodynamique d'une antenne Sonar.

Marie-Laure Gobert

► **To cite this version:**

Marie-Laure Gobert. Étude de l'interaction entre un écoulement de couche limite instable et une structure déformable. Application à la prédiction du bruit propre hydrodynamique d'une antenne Sonar.. Dynamique des Fluides [physics.flu-dyn]. Ecole Centrale de Nantes (ECN), 2009. Français. NNT: . tel-00446024

**HAL Id: tel-00446024**

**<https://theses.hal.science/tel-00446024>**

Submitted on 11 Jan 2010

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Ecole Centrale de Nantes

## ÉCOLE DOCTORALE

Sciences Pour l'Ingénieur, Géosciences, Architecture

Année 2009

N° B.U. :

## THESE DE DOCTORAT

Spécialité : DYNAMIQUE DES FLUIDES ET DES TRANSFERTS

Présentée et soutenue publiquement par :

MARIE-LAURE GOBERT

le 24 février 2009

à l'Institut de Recherche de l'Ecole Navale, Lanvéoc Poulmic

## TITRE

**ETUDE DE L'INTERACTION ENTRE UN ECOULEMENT DE COUCHE LIMITE INSTABLE ET UNE STRUCTURE DEFORMABLE.  
APPLICATION A LA PREDICTION DU BRUIT PROPRE HYDRODYNAMIQUE D'UNE ANTENNE SONAR**

## JURY

Rapporteurs :	Mhamed Souli Patrice Laure	Professeur des Universités, USTL, LML, Université de Lille Directeur de Recherche, Laboratoire J.-A. Dieudonné, Université de Nice
Examineurs :	Jean-Louis Guyader Michel Visonneau  Uwe Ehrenstein Jacques André Astolfi	Professeur des Universités, LVA, INSA Lyon Directeur de Recherche, LMF, Ecole Centrale Nantes  Professeur des Universités, IRPHE, Université de Provence Maître de conférences HDR, IRENav, Lanvéoc-Poulmic
Membres invités :	Jean Audet Guillaume Oudot Patrick Bot	Ingénieur R&D, Thales Underwater Systems, Sophia Antipolis Ingénieur responsable R&D, DCNS, Toulon Maître de conférences, IRENav, Lanvéoc-Poulmic



---

# Remerciements

Je souhaite en ces quelques lignes remercier les nombreuses personnes qui ont contribué, de près ou de loin et sur tous les plans, à la réussite de ma thèse, depuis l'élaboration du sujet jusqu'à la soutenance !

Je remercie les membres de mon jury de thèse pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail, en particulier MM. Mhamed Souli et Patrice Laure, qui ont volontiers assumé la charge de rapporteur, M. Michel Visonneau, qui a examiné mon travail avec attention, et M. Jean-Louis Guyader, qui a accepté de présider ce jury.

Mes plus profonds remerciements s'adressent à MM. Uwe Ehrenstein et Jacques André Astolfi, que j'ai eu la chance d'avoir comme directeurs de thèse. Merci de m'avoir poussée tout au long de ces trois années de labeur, et de m'avoir tant appris ! M. Ehrenstein m'a initiée aux subtilités de la simulation numérique, et m'a fait profiter de son expérience riche dans de nombreux domaines par ses conseils avisés qui m'ont été d'une aide précieuse. Je lui suis particulièrement reconnaissante pour son implication dans l'avancée de mes travaux, y compris dans la rédaction de mon manuscrit de thèse, malgré la distance. M. Astolfi m'a fait découvrir entre autres le monde - non moins subtil - de l'hydrodynamique expérimentale et son cortège de techniques de mesures. Son implication ne s'est naturellement pas limitée au cadre de l'expérimentation et je le remercie de sa présence et de son soutien au quotidien.

Outre mes directeurs de thèse, je tiens à remercier les personnes qui ont participé à l'encadrement de mon travail et m'ont fait bénéficier de leurs expériences dans des domaines variés : Mme Martine Doisy et M. Jean Audet de Thales Underwater Systems, qui m'ont également accueillie dans leurs locaux de Sophia-Antipolis pendant plusieurs semaines, et qu'a rejoints M. Raphaël Lardat, M. Guillaume Oudot de DCNS Toulon, qui a pu me consacrer du temps malgré ses séjours dans des contrées lointaines, M. Patrick Bot de l'IRENav et son enthousiasme pour les instabilités...

Il va sans dire que ce travail n'aurait pu être possible sans les soutiens financiers de Thales Underwater Systems, qui m'a offert une bourse de thèse Cifre, et de DCNS.

Mes remerciements s'étendent à toutes les personnes impliquées dans l'élaboration du projet, parmi lesquelles figurent MM. Christian Audoly (DCNS) et Denis Pillon (TUS) que j'ai eu l'occasion de rencontrer il y a quelques mois.

Je remercie également tous les membres de l'IRENav et de l'Ecole Navale que j'ai côtoyés pendant ces trois années passées "au bout du monde", et qui ont contribué, chacun à leur manière, à la réussite de ma thèse. Ne pouvant tous les citer ici, j'adresse un remerciement collectif au personnel technique qui a oeuvré pour mettre en place mon expérimentation, au personnel administratif que j'ai inondé de questions (merci en particulier à Marie, Magalie, Elise et Christine), aux informaticiens qui m'ont dépannée à de nombreuses reprises, au personnel du carré (et leur fameux quadruple!) et, bien sûr, à l'ensemble de mes collègues enseignants-chercheurs et thésards. Un merci particulier aux "anciens", comme aux plus jeunes, qui ont supporté par leur amitié les joies et les moments de doute qui ont jalonné mon parcours : Antoine (et sa contribution à l'amélioration de ma culture musicale!), Meriam (et Cédric!), Ariane, Mathieu, Thierry, David... et tous les autres!

Pour finir, je remercie ma famille et mes amis (Anne, François) de leur soutien inconditionnel en toutes situations, avec une dédicace spéciale pour mes plus grands supporteurs que sont ma mère, ma soeur et mon père!

---

# Table des matières

<b>Table des matières</b>	<b>iii</b>
<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>I Méthode de simulation numérique</b>	<b>9</b>
I.1 Géométrie et équations du fluide . . . . .	10
I.1.1 Équations en coordonnées physiques . . . . .	10
I.1.2 Changement de variables . . . . .	11
I.1.3 Discrétisation spatiale . . . . .	12
I.1.4 Discrétisation temporelle . . . . .	15
I.2 Modèle de paroi souple . . . . .	16
I.3 Couplage fluide - paroi . . . . .	17
I.3.1 Equations de couplage . . . . .	17
I.3.2 Décomposition modale . . . . .	18
I.3.3 Méthode de pas fractionnaire . . . . .	20
Annexe : Résolution des équations de Helmholtz par décomposition en valeurs propres . . . . .	24
<b>II Méthode d'estimation de bruit rayonné</b>	<b>27</b>
II.1 Analogie de Lighthill . . . . .	28
II.2 Résolution de l'équation de Lighthill par une fonction de Green . . . . .	29
II.2.1 Calcul de $p_w$ avec une fonction de Green . . . . .	31
II.3 Modèles de bruit sur parois souples . . . . .	33

Annexe : Principe du calcul de $\hat{G}(Y = 0)$ . . . . .	38
<b>III Résultats : simulations numériques d'instabilités le long de parois rigides et souples</b>	<b>41</b>
III.1 Caractéristiques de l'écoulement sur paroi rigide . . . . .	42
III.1.1 Ecoulement de base . . . . .	42
III.1.2 Développement d'instabilités convectives . . . . .	44
III.1.3 Influence de l'amplitude du forçage volumique . . . . .	48
III.2 Système couplé couche limite - paroi souple . . . . .	52
III.2.1 Matériaux et configurations étudiées . . . . .	52
III.2.2 Etat stationnaire . . . . .	55
III.2.3 Masse ajoutée . . . . .	57
III.2.4 Dynamique instationnaire . . . . .	60
<b>IV Calcul du bruit rayonné</b>	<b>79</b>
IV.1 Traitement numérique des quantités spectrales . . . . .	80
IV.2 Estimation du bruit à partir des données de simulation . . . . .	83
IV.2.1 Hypothèse de couplage faible . . . . .	93
IV.3 Pression acoustique induite par le couplage entre l'écoulement et la paroi . . . . .	95
IV.3.1 Cas de la paroi 1 . . . . .	95
IV.3.2 Cas de la paroi 2 . . . . .	103
IV.4 Pression acoustique en l'absence d'écoulement . . . . .	110
IV.5 Résumé . . . . .	112
<b>V Etude expérimentale</b>	<b>115</b>
V.1 Conception de la maquette . . . . .	116
V.1.1 Support rigide . . . . .	116
V.1.2 Module souple . . . . .	118
V.1.3 Réalisation et instrumentation . . . . .	119
V.2 Dispositif expérimental . . . . .	121

---

V.2.1	Tunnel hydrodynamique . . . . .	121
V.2.2	Vélocimétrie Laser Doppler . . . . .	123
V.2.3	Vibrométrie laser . . . . .	125
V.3	Résultats : Etude des vibrations de la plaque souple sous écoulement	128
V.3.1	Profils de vitesse le long de la plaque . . . . .	128
V.3.2	Mesure de vibrations . . . . .	131
V.3.3	Pression dans la cavité . . . . .	134
V.3.4	Résumé . . . . .	139
<b>Conclusion et perspectives</b>		<b>141</b>
<b>Bibliographie</b>		<b>145</b>



---

# Introduction

Ce travail a été réalisé dans le cadre d'une convention de thèse Cifre avec Thales Underwater Systems, en partenariat avec DCNS, et s'inscrit dans le contexte de l'amélioration de la prédiction du bruit hydrodynamique sur une antenne sonar.

La technologie des antennes sonar, qui équipent les navires de surface ainsi que les sous-marins, n'a eu de cesse d'être perfectionnée depuis son invention à la fin de la première guerre mondiale. L'adjonction d'un dôme autour de l'antenne (illustré sur la figure 1 pour un navire de surface), en particulier, a permis d'améliorer nettement l'efficacité de cette antenne passive, en terme de rapport signal sur bruit. Le dôme sonar, néanmoins, contribue au bruit de fond perçu par l'antenne, participant au bruit structurel (dû aux vibrations des éléments de coque proches de l'antenne) ainsi qu'au bruit d'écoulement (généralisé par la couche limite qui se développe le long de sa sur-



*Figure 1* — Mise en place d'une antenne sonar et de son dôme sur un navire de surface

face), lesquels s'ajoutent au bruit de mer ambiant ainsi qu'aux bruits électronique et thermique. En vue d'améliorer les performances de l'antenne, la recherche se tourne à présent vers la prédiction fiable et le contrôle de ces différents bruits constitutifs du bruit propre d'une antenne sonar. Des modèles de prédiction ont ainsi été construits pour chacun, parmi lesquels certains doivent être encore améliorés pour que leurs niveaux prédits correspondent mieux aux niveaux réellement mesurés.

La prédiction du bruit propre hydrodynamique fait en particulier l'objet d'une attention accrue. Les modèles sont basés sur l'utilisation d'un spectre en nombres d'ondes - fréquences théorique des fluctuations de pression pariétale engendrées par une couche limite turbulente (calculé sur paroi rigide), de type Chase [16,17] ou Corcos [19], couplé à une fonction de transfert intégrant les caractéristiques du dôme et des transducteurs de l'antenne. Si ces modèles décrivent correctement les fluctuations de pression dans le domaine convectif, ils minimisent cependant les composantes acoustiques, et donnent des niveaux de bruit propre très inférieurs aux niveaux réellement mesurés. Une des hypothèses avancées pour expliquer ce constat est que ce modèle néglige la rétroaction des vibrations du dôme sur le spectre d'excitation turbulent. Pour compenser le manque de composantes dans le domaine acoustique, les modèles initiaux sont enrichis par l'ajout de bruit blanc jusqu'aux abords du domaine convectif, les valeurs étant choisies sur la base de résultats empiriques.

L'enjeu de cette étude est double. Il s'agit d'abord d'améliorer la compréhension physique des phénomènes en jeu dans le couplage entre les vibrations du dôme et l'écoulement de couche limite qui se développe à sa surface, afin de déterminer comment le spectre de pression pariétale à la surface du dôme est modifié par les vibrations de ce dernier ; on cherchera ensuite à étudier dans quelle mesure ces modifications influent sur le bruit rayonné. Le dôme sonar, de géométrie complexe, est le siège de phénomènes hydrodynamiques particuliers. Pour analyser l'impact de cette interaction fluide - structure sur l'écoulement, nous nous restreindrons donc, dans ce travail, au cas - type d'une plaque plane. L'objectif, dans un premier temps, est d'étudier l'interaction entre un écoulement de couche limite instable et une plaque élastique encastrée dans un support rigide. Nous nous attacherons ensuite à déterminer l'influence de la souplesse de la paroi sur le bruit d'écoulement.

L'interaction entre un écoulement et une paroi souple (incluant le cas de parois rigides munies d'un revêtement compliant) a fait l'objet de très nombreuses études, tant numériques qu'expérimentales, appliquées à deux domaines d'intérêt : le premier concerne la diminution, à l'aide d'un revêtement compliant, de la traînée subie par

un corps en mouvement dans un milieu fluide, par un retardement de la transition laminaire - turbulent ; le second, ultérieur, relève du bruit rayonné par une structure souple mise en vibrations par un écoulement, le plus souvent turbulent.

### **Retardement de la transition par l'interaction entre une paroi compliant et un écoulement de couche limite**

Les premiers travaux ont été réalisés à la suite des observations de Gray, en 1936, sur le dauphin *Tursius Truncatus* : d'après ses estimations, la puissance musculaire de ce dauphin ne pouvait suffire pour atteindre les vitesses de nage qu'il avait mesurées (ce qui est communément appelé "paradoxe de Gray"). Il était ainsi parvenu à la conclusion que la peau du dauphin devait induire une diminution de la traînée.

Cette hypothèse, qui laissait présager de nettes améliorations des performances de navires ou d'aéronefs par l'utilisation de revêtements compliant adaptés, a ouvert la voie à de nombreux travaux expérimentaux visant à vérifier sa véracité. Les résultats les plus prometteurs furent obtenus par Kramer [43], qui réussit à atteindre des réductions de traînée jusqu'à 59 % sur des corps axisymétriques munis d'un revêtement compliant imitant la structure de la peau du dauphin. Ces fortes réductions étaient dues selon lui à un retardement de la transition laminaire-turbulent de la couche limite le long du corps.

Cependant, la plupart des autres essais effectués à cette époque se sont avérés infructueux pour reproduire ces résultats. Les chercheurs se sont alors tournés vers des études numériques en vue de mieux comprendre les mécanismes d'instabilité en présence d'une surface compliant. Un grand nombre de ces travaux, essentiellement fondés sur des études de stabilité linéaire, est recensé dans les synthèses de Carpenter *et al.* [11] et Gad-el-Hak [31, 32], et de nombreux articles ont encore été publiés à leur suite (cf. par exemple [2, 27, 44, 51]). Ces études ont révélé que différents types d'instabilités pouvaient naître dans le système fluide - structure, et réagir de manière opposée aux variations de souplesse de la paroi. Pour mettre en évidence les différents mécanismes associés, diverses classifications ont ainsi été établies, parmi lesquelles on peut citer la classification de Benjamin [6] en instabilités de classes A, B ou C, selon leur réponse aux transferts d'énergie irréversibles entre le fluide et la paroi (les instabilités de classe A, comprenant les ondes de Tollmien-Schlichting, sont déstabilisées par des transferts irréversibles de la paroi au fluide, mais stabilisées par des transferts opposés ; les instabilités de classe B ont le comportement inverse, tandis que celles de classe C ne sont pas affectées par les transferts irréversibles).

Plus tard, Carpenter et Garrad [12,13] ont proposé de distinguer les instabilités liées au fluide (Tollmien-Schlichting Instabilities, TSI) de celles liées aux vibrations de la paroi (flow-induced surface instabilities, FISI), parmi lesquelles ils identifient une onde de surface convective (souvent appelée travelling-wave flutter) et une onde de divergence statique, qui peut être hautement instable. Dans certaines configurations peut apparaître une dernière instabilité, résultant de la coalescence des ondes de surface et des ondes de Tollmien-Schlichting, qui transforme l'instabilité convective en une instabilité absolue (cf. Huerre & Monkewitz [35]) et peut entraîner de profonds changements dans le processus de transition.

Avec l'essor des moyens numériques et l'augmentation de la puissance de calcul, des études affinées ont pu être menées sur une grande variété de surfaces flexibles, prenant en compte les effets non linéaires et non parallèles. Des simulations spatiales directes d'instabilités dans un écoulement de couche limite le long de parois souples, basées pour la plupart sur une décomposition de l'écoulement en un écoulement moyen et un écoulement fluctuant interagissant avec la paroi, ont en particulier été réalisées. Ainsi, Davies & Carpenter [24] effectuent la simulation numérique d'ondes de Tollmien-Schlichting dans le cas d'un écoulement de canal dont une section est remplacée par un panneau compliant, tandis que Wiplier & Ehrenstein [76,77] étudient l'évolution de diverses instabilités qui peuvent naître dans une couche limite le long d'une paroi déformable. Des configurations variées ont par la suite été considérées, comme des écoulements le long de parois subissant de grandes déformations [72] ou des mouvements de battement [3], ou encore des instabilités qui se développent sur des disques rotatifs compliants (par exemple [23,25]). Par ailleurs, l'analyse a pu être étendue, en utilisant des hypothèses simplificatrices, à des écoulements transitionnels tridimensionnels [36,65,75] ou à des écoulements turbulents [62,80,81].

Il a ainsi été montré (et vérifié expérimentalement, cf. par exemple [42]) que dans certaines configurations, les ondes de Tollmien-Schlichting pouvaient être stabilisées de façon efficace, conduisant à un retardement de la transition. La plupart du temps cependant, un compromis doit être trouvé entre flexibilité et amortissement, afin d'éviter le déclenchement d'autres types d'instabilités qui peuvent entraîner une transition au contraire prématurée, expliquant l'échec d'expérimentations antérieures [54]. Une succession de panneaux compliants de propriétés variables pourrait ainsi être envisagée pour retarder la transition sur des surfaces de grandes dimensions.

L'utilisation de surfaces compliantes peut néanmoins favoriser une réduction de traînée dans un écoulement de couche limite pleinement turbulent, en diminuant

l'intensité des fluctuations turbulentes, ainsi que l'ont montré des études numériques (cf. par exemple [5, 39, 66]) comme expérimentales [4, 18, 49].

### **Bruit Rayonné par un écoulement turbulent le long de structures rigides ou souples**

Dans la continuité des efforts entrepris pour améliorer les performances des aéronefs, une nouvelle thématique émerge dans les années 50, qui s'intéresse à la prédiction du bruit d'écoulement, dû à la couche limite majoritairement turbulente qui se développe le long du fuselage, et qui contribue au niveau de bruit interne ainsi qu'à l'émission de bruit externe. Les bases de l'aéroacoustique sont posées par Lighthill [52, 53]. Le spectre de bruit rayonné, que l'on cherche à obtenir, dépend de la pression au bord de la couche limite, communément appelée  $p_w$ , qui peut être calculée à partir des fluctuations turbulentes des champs de vitesse et de pression dans la couche limite. Tam [70] stipule qu'en première approximation, le spectre de  $p_w$  doit être proche, d'un point de vue statistique, de celui de la pression à la paroi, qui peut être mesuré expérimentalement et qui devient la quantité clé dans les calculs de bruit rayonné.

De nombreuses études ont alors pour objet de construire un modèle du spectre des fluctuations de pression pariétale à partir de données empiriques (cf. par exemple Witting [79], Farabee [30] ou Capone [10]). Les modèles de Corcos [19] ou de Chase [16, 17], en particulier, ont souvent été choisis comme modèles de référence dans les études ultérieures. Les paramètres de ces modèles sont ajustés à partir de mesures expérimentales renouvelées, et étendues au cas où le fluide est de l'eau [1, 60]. Si les lois d'évolutions en fréquences et nombres d'onde en fonction du nombre de Mach varient d'un modèle à l'autre, ces spectres possèdent deux pics caractéristiques communs : le pic convectif, de forte amplitude, correspond à des ondes dont la vitesse de phase est du même ordre grandeur que la vitesse de convection de l'écoulement  $u_c$ , soit dont la fréquence  $\omega$  et le nombre d'onde  $k$  vérifient  $|\omega/k| \approx u_c$  (pour un écoulement turbulent,  $u_c$  est de l'ordre de  $0.6 U_\infty$ , avec  $U_\infty$  la vitesse uniforme en dehors de la couche limite) ; le second, le pic acoustique, de plus faible amplitude, est centré autour des fréquences et nombres d'onde vérifiant  $|\omega/k| \approx c$  avec  $c$  la célérité du son dans le milieu fluide. Les estimations de pression rayonnée ainsi obtenues montrent la plupart du temps un bruit large-bande caractéristique d'une distributions de quadripôles, ou, dans certaines configurations, de dipôles [70].

Récemment, les études se sont tournées vers un calcul direct de pression rayonnée, selon la formulation de Lighthill ou de ses dérivées, à partir des fluctuations de

vitesse dans la couche limite, lesquelles sont obtenues par simulation numérique. Dans le cas d'écoulements à nombre de Mach élevé, comme les écoulements de jets, des simulations compressibles sont réalisées [8, 9, 50, 59], l'hypothèse d'écoulement incompressible restant valable pour les écoulements à faibles nombres de Mach [40, 69, 73, 74].

Les premières prédictions de bruit d'écoulement étant basées sur l'étude de couches limites pleinement turbulentes le long de parois rigides, deux aspects complémentaires ont été considérés afin de les améliorer. En premier lieu, une attention accrue a été portée sur le bruit généré par un écoulement de couche limite transitionnel, dont la structure peut fortement varier par rapport au bruit généré par un écoulement turbulent. Ainsi, dans les travaux de Lauchle [37, 45–47], la transition sur plaque plane est modélisée par la théorie des spots turbulents intermittents, résultant de la forte croissance non-linéaire des ondes de Tollmien-Schlichting. Ces dernières ne peuvent guère donner lieu à du bruit rayonné en champ lointain, en raison de la forme de leurs enveloppes spatiales, qui implique la plupart du temps des nombres d'onde supérieurs au nombre d'onde acoustique. Les spots de turbulence en revanche, qui s'accompagnent de fortes fluctuations de pression pariétale, peuvent générer des niveaux de bruit plus importants que ceux induits par une couche limite pleinement turbulente, en particulier aux faibles nombres de Mach. Cette théorie explique ainsi les niveaux de pression particulièrement élevés qui ont été mesurés dans la zone de transition aux cours d'expérimentations antérieures (par exemple [48] sur un corps axisymétrique).

D'autre part, la question de la prise en compte de la souplesse de la structure (fuselage, coque de navire ou carénage d'antenne) dans l'estimation de bruit d'écoulement s'est rapidement posée. En effet, de nombreuses études expérimentales, concernant principalement des écoulements d'air à forts nombres de Mach le long de structures vibrantes (cf. par exemple [15, 26] ou la synthèse de Birgersson [7]), ont montré que la présence d'une structure flexible pouvait augmenter fortement les niveaux de pression pariétale, en particulier aux fréquences proches de la coïncidence aérodynamique (c'est à dire lorsque la vitesse d'écoulement est du même ordre que la vitesse des ondes de flexion dans la structure), et contribuer à des niveaux de bruit rayonné plus élevés. L'utilisation de revêtements amortissants peut au contraire engendrer une atténuation non négligeable du bruit rayonné, en particulier aux hautes fréquences. Des modèles analytiques ont été développés sur la base de l'analyse modale des vibrations de la structure flexible, permettant de prédire les niveaux de vibrations et de bruit rayonné associés en considérant comme excitation

un modèle de pression pariétale sur paroi rigide (de type Corcos ou Chase la plupart du temps) [15, 21, 33, 55, 68]. Ces modèles donnent des résultats relativement proches des mesures expérimentales, bien que des différences notables soient observées à certaines fréquences ; ainsi le spectre de vibrations obtenu expérimentalement est parfois utilisé, en première approximation, pour estimer les caractéristiques subconvectives du spectre de pression turbulente, lesquelles ne sont souvent pas accessibles avec un unique capteur de pression (exemple [60]). Des méthodes basées sur des considérations statistiques énergétiques se sont avérées efficaces pour prédire les niveaux de pression rayonnée dans le cas de plaques excitées par une couche limite turbulente [26], et continuent d'être développés dans ce domaine (cf. par exemple [71]). Plus récemment, des études ont été réalisées en vue de déterminer l'influence d'une paroi flexible sur le bruit d'écoulement par le calcul de la pression au bord de la couche limite couplée au modèle de paroi souple (cf. les travaux de Dowling [28, 29] puis Zheng [82, 83]). Zheng obtient ainsi qu'une paroi flexible peut générer des niveaux de bruits plus forts aux basses fréquences, tandis qu'un revêtement compliant peut au contraire atténuer le bruit rayonné aux hautes fréquences. Cependant, ces modèles sont basés sur une hypothèse de couplage faible, qui suppose que les sources turbulentes dans la couche limite ne sont pas affectées par les vibrations de la paroi.

### Positionnement de la présente étude

Ce travail se situe au carrefour des deux thématiques exposées ci-dessus. Il vise à étudier l'influence de la souplesse d'une paroi sur le bruit d'écoulement par la méthode de calcul développée par Dowling [28, 29] et Zheng [82], mais en utilisant les données de simulations assurant un couplage fort entre l'écoulement et la paroi souple. Pour ce faire, on considère un écoulement dans sa première phase de transition, caractérisée par l'apparition et la saturation non linéaire d'ondes de Tollmien-Schlichting.

Ces dernières sont générées par un forçage oscillatoire en vitesse, et leur évolution le long d'une paroi élastique de longueur finie, encastrée dans un support rigide, est calculée par simulation directe. La méthode numérique développée permet un couplage fort entre l'écoulement bidimensionnel incompressible et le modèle de paroi souple. L'influence de l'écoulement moyen sur la paroi souple est pleinement prise en compte, les équations de Navier-Stokes étant résolues en variables totales, et non en fluctuations. L'influence de la souplesse de la paroi sur le niveau de vibrations et la modification de la pression pariétale issue du couplage sont analysées à travers deux exemples de parois souples aux caractéristiques distinctes.

Dans un deuxième temps, les données issues des simulations numériques sont utilisées pour estimer le bruit rayonné dans le domaine de l'écoulement uniforme au delà de la couche limite. La méthode est appliquée aux deux cas de parois souples étudiés ainsi qu'à la paroi rigide, en vue de déterminer l'influence de la souplesse sur le bruit rayonné. Par ailleurs, différents modèles de pression rayonnée, faisant intervenir un degré de couplage variable, sont considérés. Cette étude nous permet ainsi, pour une configuration certes simplifiée par rapport à un écoulement tridimensionnel instable ou turbulent, mais néanmoins fortement non linéaire et saturée, de tester la validité d'une approche classique basée sur un couplage faible.

Enfin, nous chercherons à vérifier expérimentalement les niveaux de vibrations d'une plaque souple encastrée dans un support rigide soumise à un écoulement de couche limite transitionnelle ou turbulente. Un dispositif expérimental a été conçu afin de mesurer en tunnel hydrodynamique les vibrations de plaques minces élastiques variées pour plusieurs vitesses d'écoulement, ainsi que leur influence sur la pression de part et d'autre de la paroi souple.

Le premier chapitre présente les équations relatives au système couplé {couche limite instable – paroi souple} et la méthode numérique utilisée pour les résoudre. La méthode de calcul de bruit rayonné à partir des données de simulation numérique est exposée dans le chapitre II. Les résultats de simulation numérique d'un écoulement de couche limite instable le long de parois rigides et souples sont illustrés dans le chapitre III pour deux types de parois souples de propriétés variées, et pour différents forçages à l'origine de la génération d'ondes de Tollmien-Schlichting. Les estimations de bruit correspondantes, restreintes au cas du forçage de plus forte amplitude, sont présentées dans le chapitre IV. Enfin, le montage expérimental et les techniques de mesure associées, ainsi que les premiers résultats obtenus, sont détaillés dans le chapitre V.

---

# Méthode de simulation numérique

---

## Sommaire

---

<b>I.1</b>	<b>Géométrie et équations du fluide . . . . .</b>	<b>10</b>
I.1.1	Équations en coordonnées physiques . . . . .	10
I.1.2	Changement de variables . . . . .	11
I.1.3	Discrétisation spatiale . . . . .	12
I.1.4	Discrétisation temporelle . . . . .	15
<b>I.2</b>	<b>Modèle de paroi souple . . . . .</b>	<b>16</b>
<b>I.3</b>	<b>Couplage fluide - paroi . . . . .</b>	<b>17</b>
I.3.1	Equations de couplage . . . . .	17
I.3.2	Décomposition modale . . . . .	18
I.3.3	Méthode de pas fractionnaire . . . . .	20
	<b>Annexe : Résolution des équations de Helmholtz par décom- position en valeurs propres . . . . .</b>	<b>24</b>

---

La question de l'influence des vibrations d'une paroi souple sur un écoulement de couche limite se développant le long de sa surface, et en particulier sur l'évolution d'instabilités présentes dans l'écoulement, est étudiée numériquement depuis de nombreuses années. L'augmentation de la puissance et de la rapidité de calcul a permis l'utilisation de méthodes numériques de plus en plus précises pour calculer l'écoulement.

Dans cette thèse, la simulation directe d'un écoulement de couche limite bidimensionnel incompressible le long d'une paroi souple de longueur finie a été réalisée. La méthode numérique s'inspire des travaux antérieurs de Wiplier et Ehrenstein [76–78] sur les instabilités de couches limites le long de parois compliantes. Elle repose sur un changement de variables qui permet de transformer le domaine fluide

de géométrie évolutive en un domaine de calcul cartésien dans lequel sont résolues les équations de Navier-Stokes modifiées par le changement de variable.

## I.1 Géométrie et équations du fluide

### I.1.1 Équations en coordonnées physiques

On considère un écoulement de fluide newtonien de masse volumique  $\rho_f^*$  et de viscosité  $\nu^*$  le long d'une paroi déformable de déformée  $\eta^*(x^*, t^*)$ , qui constitue la limite inférieure du domaine fluide (figure I.1). L'évolution de l'écoulement est alors régie par les équations de Navier-Stokes dans le domaine  $x_a^* \leq x^* \leq x_b^*$ ,  $\eta^*(x^*, t^*) \leq y^* \leq \infty$  (les variables étoilées représentent les quantités dimensionnelles) :

$$\rho_f^* \frac{d\mathbf{u}^*}{dt^*} = -\nabla^* p^* + \mu^* \Delta^* \mathbf{u}^*, \quad (\text{I.1})$$

$$\nabla^* \cdot \mathbf{u}^* = 0 \quad (\text{I.2})$$

A l'entrée du domaine l'écoulement considéré est une couche limite de Blasius, dont l'épaisseur de déplacement

$$\delta_a^* = \Gamma \sqrt{\frac{\nu^* x_a^*}{U_\infty^*}} \quad \text{avec} \quad \Gamma = 1.7208, \quad (\text{I.3})$$

sera la longueur de référence dans cette étude, tandis que la vitesse uniforme à l'infini  $U_\infty^*$  constituera la vitesse de référence. L'écoulement est alors caractérisé par le nombre de Reynolds défini par  $Re = \frac{U_\infty^* \delta_a^*}{\nu^*}$ .

Dans la suite, on considérera les grandeurs adimensionnées par ces valeurs de référence et leur composés :

$$L^* = \delta_a^* L, \quad u^* = U_\infty^* u, \quad t^* = \frac{\delta_a^*}{U_\infty^*} t \quad \text{et} \quad p^* = \rho_f^* U_\infty^{*2} p.$$

Les équations de Navier-Stokes s'écrivent alors, sous leur forme adimensionnée :

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\nabla p + \frac{1}{Re} \Delta \mathbf{u}, \quad (\text{I.4})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0. \quad (\text{I.5})$$

L'équation de Poisson pour la pression s'obtient en appliquant l'opérateur di-

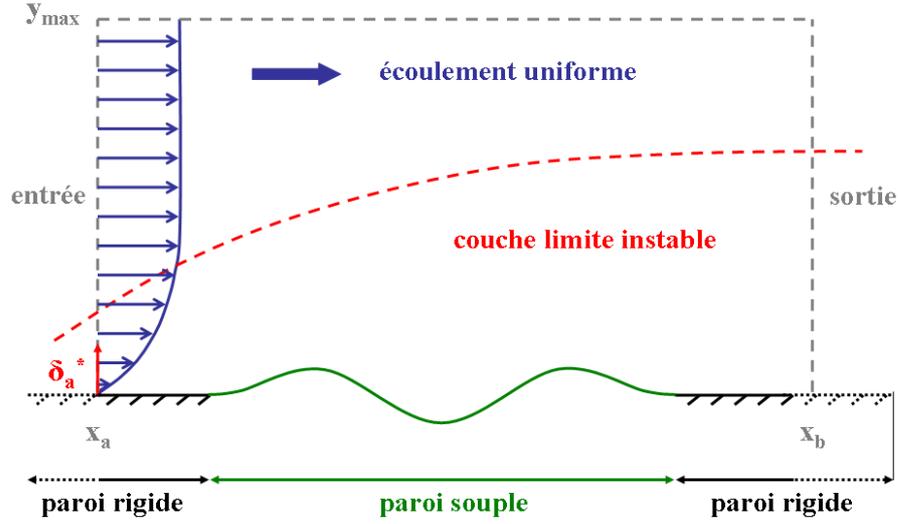


Figure I.1 — Configuration du domaine de simulation

vergence aux équations (I.4) en tenant compte de la condition d'incompressibilité (I.5) et s'écrit, en notant  $\mathbf{u} = (u, v)$ ,

$$\Delta p = 2 \left[ \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x} \right]. \quad (\text{I.6})$$

## I.1.2 Changement de variables

La géométrie du domaine fluide évoluant au cours du temps, on choisit d'effectuer un changement de variables afin de le transformer en un domaine de calcul cartésien fixe :

$$\bar{t} = t, \quad \bar{x} = x, \quad \bar{y} = y - \eta(x, t).$$

Le domaine physique ainsi que le domaine de calcul résultant du changement de variables sont illustrés sur les figures I.2 et I.3.

Suite à ce changement de variables, les opérateurs qui interviennent dans les équations de Navier-Stokes deviennent

$$\nabla = \bar{\nabla} + \mathbf{G}_\eta, \quad \mathbf{G}_\eta = \left( -\frac{\partial \eta}{\partial \bar{x}} \frac{\partial}{\partial \bar{y}}, 0 \right) \quad (\text{I.7})$$

$$\Delta = \bar{\Delta} + L_\eta, \quad L_\eta = -\frac{\partial^2 \eta}{\partial \bar{x}^2} \frac{\partial}{\partial \bar{y}} - 2 \frac{\partial \eta}{\partial \bar{x}} \frac{\partial^2}{\partial \bar{x} \partial \bar{y}} + \left( \frac{\partial \eta}{\partial \bar{x}} \right)^2 \frac{\partial^2}{\partial \bar{y}^2} \quad (\text{I.8})$$

$$\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \bar{t}} + T_\eta, \quad T_\eta = -\frac{\partial \eta}{\partial \bar{t}} \frac{\partial}{\partial \bar{y}} \quad (\text{I.9})$$

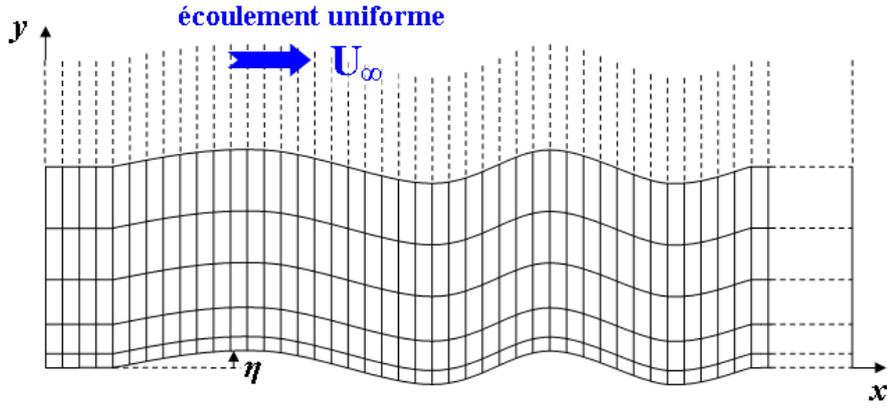


Figure I.2 — Maillage du domaine physique

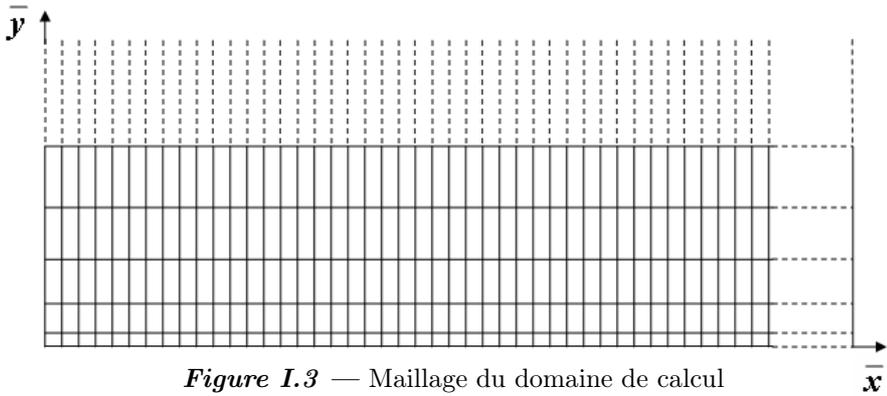


Figure I.3 — Maillage du domaine de calcul

Le système de Navier-Stokes à résoudre dans la géométrie cartésienne s'écrit alors

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \bar{\nabla}) \mathbf{u} + \bar{\nabla} p - \frac{1}{Re} \bar{\Delta} \mathbf{u} = S(\eta, \mathbf{u}, p), \quad (\text{I.10})$$

$$\bar{\nabla} \cdot \mathbf{u} = -\mathbf{G}_\eta \cdot \mathbf{u} \quad (\text{I.11})$$

où le terme  $S$  contient tous les termes métriques :

$$S(\eta, \mathbf{u}, p) = -T_\eta \mathbf{u} - (\mathbf{u} \cdot \mathbf{G}_\eta) \mathbf{u} - \mathbf{G}_\eta p + \frac{1}{Re} L_\eta \mathbf{u}.$$

L'équation de Poisson devient quant à elle

$$\bar{\Delta} p = -L_\eta p + 2 \left[ \frac{\partial u}{\partial \bar{x}} \frac{\partial v}{\partial \bar{y}} - \frac{\partial u}{\partial \bar{y}} \frac{\partial v}{\partial \bar{x}} \right]. \quad (\text{I.12})$$

### I.1.3 Discrétisation spatiale

Les équations de Navier-Stokes sont discrétisées spatialement par collocation-Chebyshev dans la direction normale  $\bar{y}$ , et par différences finies dans la direction longitudinale  $\bar{x}$ .

La discrétisation par collocation Chebyshev permet d'affiner le maillage dans les régions déterminantes du domaine de calcul, notamment près de la paroi. Le domaine  $0 \leq \bar{y} \leq \infty$ , tronqué au domaine fini  $0 \leq \bar{y} \leq \bar{y}_{max}$  est transformé en un domaine  $-1 \leq \xi \leq 1$  par la transformation algébrique

$$\xi = \frac{(2L + \bar{y}_{max}) \bar{y} - \bar{y}_{max} L}{\bar{y}_{max} (L + \bar{y})}, \quad (\text{I.13})$$

le paramètre  $L$  contrôlant l'étirement du maillage dans la direction normale : plus la valeur de  $L$  est faible, plus le maillage est dense dans la zone située près de la limite inférieure du domaine, au détriment de la région correspondant à l'écoulement uniforme. Une valeur de  $L = 20$  nous a semblé satisfaisante pour assurer un maillage suffisamment fin de la couche limite tout en conservant suffisamment de points dans le reste du domaine.

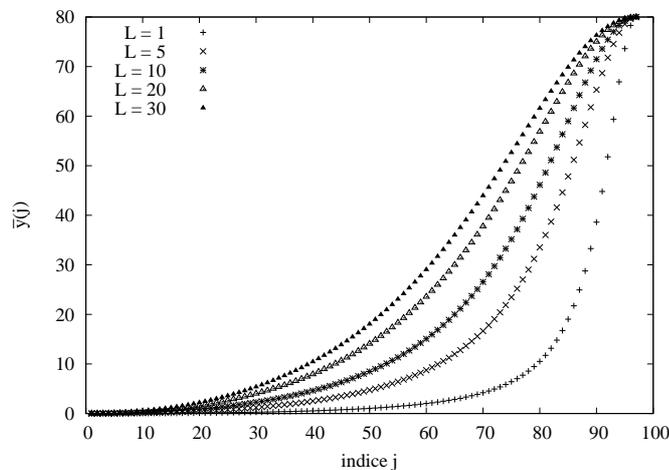
Ce domaine est alors discrétisé avec  $N_y + 1$  points de collocation définis par

$$\xi_j = \cos \left[ \frac{j \pi}{N_y} \right] \quad j = 0, \dots, N_y, \quad (\text{I.14})$$

les points de maillage équivalents dans le domaine  $0 \leq \bar{y} \leq \bar{y}_{max}$  étant obtenus par transformation inverse

$$\bar{y} = \frac{\bar{y}_{max} L (1 + \xi)}{2L + \bar{y}_{max} (1 - \xi)}. \quad (\text{I.15})$$

La figure I.4 représente les points  $\bar{y}(j)$  obtenus pour  $N_y = 97$  points,  $\bar{y}_{max} = 80$  et différentes valeurs du paramètre d'étirement  $L$ . Le maillage de la couche limite résultant pour  $L = 20$  est illustré sur la figure I.5 (le domaine est limité aux premiers points suivants l'entrée du domaine dans la direction longitudinale).



**Figure I.4** — Influence du paramètre  $L$  sur la répartition des points de maillage dans la direction normale

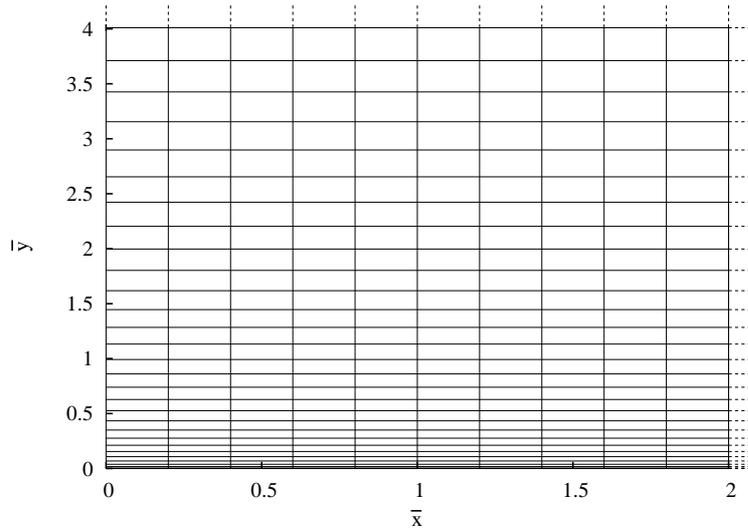


Figure I.5 — Portion du maillage proche de la paroi pour  $L = 20$

La dérivée d'une fonction  $f$  aux points de collocation s'écrit

$$\frac{df}{d\xi}(\xi_i) = \sum_{j=0}^{N_y} \hat{D}_{i,j} f(\xi_j), \quad (\text{I.16})$$

la matrice  $\hat{D}_{i,j}$  étant donnée par :

$$\hat{D}_{i,j} = \frac{c_i}{c_j} \frac{(-1)^{i+j}}{\xi_i - \xi_j} \quad \text{si } i \neq j \quad (\text{I.17})$$

$$\hat{D}_{j,j} = -\frac{\xi_j}{2(1 - \xi_j^2)} \quad \text{pour } j \in [1, N_y - 1] \quad (\text{I.18})$$

$$\hat{D}_{0,0} = -D_{N_y, N_y} = -\frac{2N_y^2 + 1}{6} \quad (\text{I.19})$$

avec  $c_j = 1$  si  $j \in [1, N_y - 1]$  et  $c_0 = c_{N_y} = 2$ .

La dérivée seconde prend la même forme que la dérivée première, la matrice devenant simplement  $\hat{D}_{i,j}^2$ .

Les dérivées normales apparaissant dans les équations de fluide s'écrivent alors

$$\frac{df}{d\bar{y}} = \frac{d\xi}{d\bar{y}} \frac{df}{d\xi} \quad (\text{I.20})$$

$$\frac{d^2 f}{d\bar{y}^2} = \left( \frac{d\xi}{d\bar{y}} \right)^2 \frac{d^2 f}{d\xi^2} + \frac{d^2 \xi}{d\bar{y}^2} \frac{df}{d\xi}. \quad (\text{I.21})$$

Les opérateurs dérivées première et seconde dans la direction normale seront respectivement notés  $\mathbf{D}_y$  et  $\mathbf{D}_y^2$ .

Dans la direction longitudinale, le maillage est uniforme et comporte  $N_x$  points.

Les équations sont discrétisées par un schéma de différences finies centrées d'ordre quatre aux points intérieurs au domaine, et décentrées aux bords du domaine. Les dérivées spatiales premières sont discrétisées par différences finies centrées d'ordre huit, tandis que les dérivées secondes le sont par différences finies d'ordre quatre. Ces ordres élevés permettent de mieux représenter les différentes échelles spatiales présentes dans l'écoulement.

### I.1.4 Discrétisation temporelle

Les équations de Navier-Stokes sont discrétisées en temps à l'aide d'un schéma d'Euler retardé du second ordre. Ainsi la dérivée temporelle de la vitesse au temps indicé  $n + 1$  s'écrit

$$\left[ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \bar{t}} \right]^{n+1} = \frac{3 \mathbf{u}^{n+1} - 4 \mathbf{u}^n + \mathbf{u}^{n-1}}{2 \Delta t}. \quad (\text{I.22})$$

Le gradient de pression et la partie cartésienne du laplacien sont évalués de manière implicite, tandis qu'un schéma explicite d'Adams-Bashforth du second ordre est utilisé pour les termes restant (termes d'advection, convectifs et métriques). Le système de Navier-Stokes prend alors la forme :

$$(\bar{\Delta} - 3\tau) \mathbf{u}^{n+1} = Re \bar{\nabla} p^{n+1} + f^{n,n-1}, \quad \tau = \frac{Re}{2 \Delta \bar{t}} \quad (\text{I.23})$$

$$\bar{\nabla} \cdot \mathbf{u}^{n+1} = - [\mathbf{G}_\eta \cdot \mathbf{u}]^{n,n-1} \quad (\text{I.24})$$

$$\bar{\Delta} p^{n+1} = \left[ -L_\eta p + \left[ \frac{\partial u}{\partial \bar{x}} \frac{\partial v}{\partial \bar{y}} - \frac{\partial u}{\partial \bar{y}} \frac{\partial v}{\partial \bar{x}} \right] \right]^{n,n-1} \quad (\text{I.25})$$

avec

$$f^{n,n-1} = -4\tau \mathbf{u}^n + \tau \mathbf{u}^{n-1} + Re [(\mathbf{u} \cdot \bar{\nabla}) \mathbf{u} - S(\eta, \mathbf{u}, p)]^{n,n-1} \quad (\text{I.26})$$

où l'exposant  $n, n - 1$  correspond au schéma d'Adams-Bashforth, soit  $[\cdot]^{n,n-1} = 2 [\cdot]^n - [\cdot]^{n-1}$ .

Après discrétisation temporelle on obtient finalement un système d'équations constitué, en plus de l'équation d'incompressibilité (I.24), des trois équations de Helmholtz

$$(\bar{\Delta} - 3\tau) u^{n+1} = f_u \quad (\text{I.27})$$

$$(\bar{\Delta} - 3\tau) v^{n+1} = f_v \quad (\text{I.28})$$

$$\bar{\Delta} p^{n+1} = f_p \quad (\text{I.29})$$

Ces équations, une fois discrétisées spatialement, conduisent à un système matriciel qui est résolu par une méthode de décomposition aux valeurs propres décrite en annexe à la fin de ce chapitre.

## I.2 Modèle de paroi souple

L'écoulement de couche limite se développe le long d'une paroi souple de longueur finie  $L^*$  encastrée dans un support rigide. Le modèle de paroi souple que nous avons retenu est le modèle de plaque mince élastique, classiquement utilisé pour les calculs de vibration dans le cadre de petits déplacements et déformations.

La plaque, d'épaisseur  $b^*$ , de masse volumique  $\rho_P^*$ , de module de Young  $E^*$  et de coefficient de Poisson  $\nu_P$ , peut être supportée par des ressorts verticaux de raideur surfacique  $\kappa^*$  afin de modéliser la présence d'un substrat visqueux sous la plaque (figure I.6). Ce modèle avait déjà été utilisé par Carpenter et Garrad [12, 13] à la suite des travaux expérimentaux de Kramer [43].

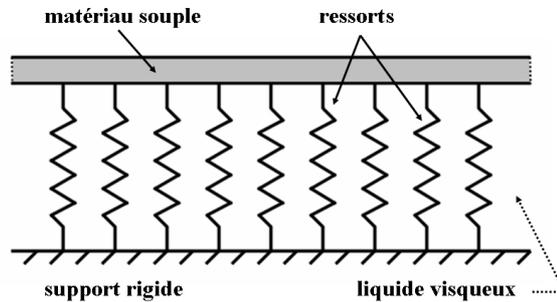


Figure I.6 — Modèle de paroi souple de Kramer

En notant  $B^* = \frac{E^* b^{*3}}{12(1 - \nu_P^2)}$  le module de rigidité de la plaque élastique et  $d^*$  un amortissement visqueux éventuel, le déplacement vertical  $\eta^*$  de la paroi par rapport à sa position d'équilibre vérifie l'équation dynamique

$$\rho_P^* b^* \frac{\partial^2 \eta^*}{\partial t^{*2}} + d^* \frac{\partial \eta^*}{\partial t^*} + B^* \frac{\partial^4 \eta^*}{\partial x^{*4}} + \kappa^* \eta^* = \sigma_P^* \quad (\text{I.30})$$

$\sigma_P^*$  étant la contrainte fluide normale.

En utilisant le même adimensionnement que pour les équations de Navier-Stokes, l'équation dynamique prend la forme adimensionnée

$$m \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} + d \frac{\partial \eta}{\partial t} + B \frac{\partial^4 \eta}{\partial x^4} + \kappa \eta = \sigma_P \quad (\text{I.31})$$

les coefficients adimensionnels étant donnés respectivement par

$$m = \frac{b^* \rho_P^*}{\delta_a^* \rho_f^*}, \quad d = \frac{d^*}{\rho_f^* U_\infty^*}, \quad B = \frac{B^*}{\delta_a^{*3} \rho_f^* U_\infty^{*2}}, \quad \text{et } \kappa = \frac{\kappa^* \delta_a^*}{\rho_f^* U_\infty^{*2}}.$$

L'équation dynamique précédente est complétée par les conditions limites traduisant l'encastrement de la plaque souple dans le support rigide aux abscisses  $x_1$  et  $x_2$ , qui s'écrivent en ces points

$$\begin{cases} \eta(x_i, t) = 0 \\ \frac{\partial \eta}{\partial x}(x_i, t) = 0 \end{cases} \quad i = 1, 2. \quad (\text{I.32})$$

### I.3 Couplage fluide - paroi

#### I.3.1 Equations de couplage

La paroi souple est soumise aux efforts fluides liés à la pression pariétale et au vecteur des contraintes visqueuses à la paroi, que l'on exprime à l'aide du tenseur des taux de déformation  $\overline{\mathbf{D}}$ , en notation adimensionnée, par  $\mathbf{T}_n = \frac{2}{Re} \overline{\mathbf{D}} \cdot \mathbf{n}$ ,  $\mathbf{n} = (n_x, n_y)$  étant le vecteur normal à la paroi. La contrainte normale  $\sigma_P$  de l'équation dynamique (I.31) est alors obtenue en projetant ces efforts sur le vecteur normal  $\mathbf{n}$  :

$$\sigma_P = -p + \frac{2}{Re} \left[ \frac{\partial u}{\partial x} n_x^2 + \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) n_x n_y + \frac{\partial v}{\partial y} n_y^2 \right]. \quad (\text{I.33})$$

En tenant compte du changement de variables défini au paragraphe I.1.2, et de l'expression des composantes du vecteur normal unitaire  $\mathbf{n}$  :

$$n_x = \frac{-\frac{\partial \eta}{\partial x}}{\sqrt{1 + \left( \frac{\partial \eta}{\partial x} \right)^2}} \quad \text{et} \quad n_y = \frac{1}{\sqrt{1 + \left( \frac{\partial \eta}{\partial x} \right)^2}}$$

la contrainte  $\sigma_P$  prend la forme

$$\sigma_P = -p + \frac{2}{Re} \left[ \frac{\partial v}{\partial \overline{y}} - \frac{\partial \eta}{\partial \overline{x}} \frac{\partial u}{\partial \overline{y}} + \frac{\frac{\partial \eta}{\partial \overline{x}}}{1 + \left( \frac{\partial \eta}{\partial \overline{x}} \right)^2} \left[ \frac{\partial \eta}{\partial \overline{x}} \frac{\partial u}{\partial \overline{x}} - \frac{\partial v}{\partial \overline{x}} \right] \right]. \quad (\text{I.34})$$

La contrainte  $\sigma_P$  peut également comprendre des termes supplémentaires modélisant l'action d'un forçage extérieur, par un excitateur mécanique situé sous la plaque par exemple, le forçage pouvant être ponctuel ou réparti sur une zone variable de la surface de la plaque souple.

Les vibrations de la paroi souple affectent en retour l'écoulement par l'intermédiaire de la condition cinématique, qui s'écrit

$$v = \frac{d\eta}{dt}. \quad (\text{I.35})$$

En l'absence de mouvement longitudinal de la paroi, les conditions à l'interface  $\bar{y} = 0$  dans le système de coordonnées transformé deviennent

$$u = 0, \quad v = \frac{\partial \eta}{\partial t}. \quad (\text{I.36})$$

Afin de traiter au cours du temps le système { fluide - paroi } couplé par les équations (I.31) et (I.36), des méthodes spécifiques ont été développées, et sont présentées dans les paragraphes suivants.

### I.3.2 Décomposition modale

Le mouvement de la paroi souple, mise en vibration par l'action du fluide, est constitué d'une superposition d'oscillations aux fréquences propres dont les valeurs dépendent du matériau et de la géométrie de la plaque. Afin de contrôler l'évolution temporelle de la déformée  $\eta(x, t)$  mode par mode, au moyen notamment de coefficients d'amortissement modaux, et d'étudier précisément l'impact du phénomène de masse ajoutée sur les fréquences propres de la paroi, l'équation dynamique précédente (I.31) est résolue par la méthode de décomposition modale [34].

Un nombre  $N$  suffisamment élevé ( $N = 240$ ) a été choisi afin que la déformée  $\eta(x, t)$  de la paroi soit équivalente à son développement  $\tilde{\eta}$  sur ses  $N$  premiers modes propres

$$\tilde{\eta}(x, t) = \sum_{j=1}^N a_j(t) \hat{\eta}_j(x). \quad (\text{I.37})$$

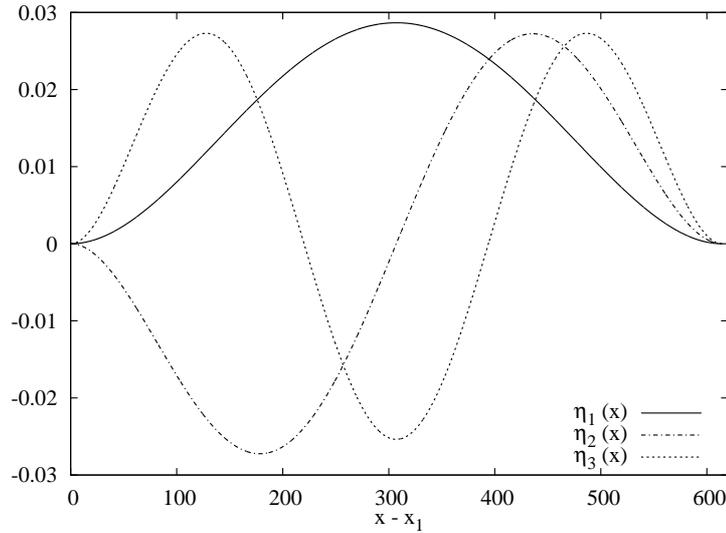
Les déformées propres  $\hat{\eta}_j$  sont les vecteurs propres de l'opérateur spatial, solutions des équations

$$B \frac{d^4 \hat{\eta}_j(x)}{dx^4} + \kappa \hat{\eta}_j(x) = \lambda_j \hat{\eta}_j(x), \quad (\text{I.38})$$

où les termes  $\lambda_j$  sont les valeurs propres associées, et sont calculées en tenant compte

des conditions limites d'encastrement (I.32). L'opérateur spatial étant auto-adjoint, les déformées propres sont deux à deux orthogonales pour le produit scalaire noté  $\langle \cdot, \cdot \rangle$ . Elles ont par ailleurs été normalisées afin de constituer une base orthonormée de l'espace.

Les allures des déformées propres des trois premiers modes sont illustrées sur la figure I.7 (l'abscisse est initialisée à la position du bord d'attaque de la plaque  $x_1$ ).



**Figure I.7** — Déformées propres des trois premiers modes

Ainsi, l'équation dynamique (I.31) est remplacée par un système d'équations dont les inconnues sont les amplitudes modales  $a_j$ , obtenu en projetant l'équation dynamique sur les  $N$  premières déformées modales :

$$m \frac{d^2 a_j(t)}{dt^2} + d \frac{da_j(t)}{dt} + \lambda_j a_j(t) = \langle \sigma_P, \hat{\eta}_j \rangle, \quad (\text{I.39})$$

avec  $\sigma_P = -p + \tau$ , où  $\tau$  représente la contrainte visqueuse normale.

Ces équations (I.39) sont également discrétisées en temps par un schéma retardé du second ordre. La dérivée première est formulée comme précédemment (cf. (I.22) pour  $[\partial u / \partial t]^{n+1}$ ) tandis que la dérivée seconde s'écrit au temps  $n + 1$

$$\left[ \frac{d^2 a_j}{dt^2} \right]^{n+1} = \frac{2a_j^{n+1} - 5a_j^n + 4a_j^{n-1} - a_j^{n-2}}{\Delta t^2}. \quad (\text{I.40})$$

En ce qui concerne le second membre, la pression  $p$  est prise implicitement tandis que la contrainte visqueuse  $\tau$  est évaluée explicitement par le schéma d'Adams-Bashforth.

Ces équations permettent en outre d'établir l'expression des fréquences propres de la paroi souple, fréquences des oscillations libres des amplitudes  $a_j(t)$ , en fonction des caractéristiques de la paroi et du coefficient d'amortissement  $d$  choisi :

- pour un amortissement nul,  $\omega_{j0} = \sqrt{\lambda_j / m}$ ;
- pour un faible amortissement, soit  $d \leq 2m\omega_{j0}$ , la pulsation est diminuée :

$$\omega_j = \sqrt{\frac{\lambda_j}{m} - \left(\frac{d}{2m}\right)^2}$$

et l'amplitude modale  $a_j$  est multipliée par un terme en décroissance exponentielle  $e^{-(d/2m)t}$ ;

- pour un fort amortissement, la pulsation  $\omega_j$  n'est plus réelle mais imaginaire : l'amplitude  $a_j$  n'oscille plus mais décroît exponentiellement avec le temps.

Pour les matériaux usuels que nous étudions, le coefficient d'amortissement varie avec le mode, et on choisit pour chaque mode un coefficient sous la forme  $d_j = 2m\omega_{j0}\varepsilon_j$ , avec  $\varepsilon_j$  un coefficient positif.

L'équation homogène relative au mode  $j$  s'écrit alors :

$$\frac{d^2 a_j(t)}{dt^2} + 2\varepsilon_j \omega_{j0} \frac{d a_j(t)}{dt} + \omega_{j0}^2 a_j(t) = 0. \quad (\text{I.41})$$

Lorsque  $\varepsilon_j \leq 1$ , la pulsation propre non amortie du mode  $\omega_{j0}$  est diminuée d'un facteur  $\sqrt{1 - \varepsilon_j^2}$  et l'amplitude modale multipliée par une décroissance exponentielle en  $e^{-\sigma_j t}$  avec  $\sigma_j = \varepsilon_j \omega_{j0}$ .

Le cas  $\varepsilon_j > 1$  correspond à un amortissement sur-critique pour lequel la pulsation devient imaginaire.

### I.3.3 Méthode de pas fractionnaire

L'une des difficultés majeures de la résolution des équations de Navier-Stokes incompressibles provient du couplage entre la vitesse et la pression afin de satisfaire la condition d'incompressibilité (I.24). Parmi les différentes méthodes développées pour résoudre ce problème, la méthode de pas fractionnaire (cf. [41]), ou méthode de projection, est un algorithme prédicteur-correcteur qui est bien adapté à la simulation d'écoulements instationnaires.

Le traitement du couplage fluide-structure est intégré aux différentes étapes de l'algorithme.

### Champs intermédiaires $p^*$ , $u^*$ , $v^*$ , $\eta^*$

Le première étape consiste à obtenir, au temps  $n+1$ , une pression intermédiaire  $p^*$ , en résolvant l'équation de Helmholtz

$$\bar{\Delta} p^* = \left[ -L_\eta p + \left[ \frac{\partial u}{\partial \bar{x}} \frac{\partial v}{\partial \bar{y}} - \frac{\partial u}{\partial \bar{y}} \frac{\partial v}{\partial \bar{x}} \right] \right]^{n, n-1} \quad (\text{I.42})$$

assortie des conditions limites de Neumann, obtenues en projetant les équations (I.23) écrites au temps  $n$  sur les normales aux bords du domaine de calcul, et détaillées dans Marquillie et Ehrenstein [56, 57].

La résolution des équations de Helmholtz (I.27) et (I.28) faisant intervenir  $\bar{\nabla} p^*$  permet ensuite d'obtenir un champ de vitesse intermédiaire  $\mathbf{u}^*$ .

La déformation intermédiaire de la plaque  $\eta^*$  consécutive à la modification de pression est alors calculée en résolvant le système d'équations (I.39) et en recomposant la déformée à partir des amplitudes modales. On peut alors réactualiser les opérateurs métriques  $L_{\eta^*}$  et  $\mathbf{G}_{\eta^*}$ .

### Correction de pression $\phi$

La correction de pression  $\phi = p^{n+1} - p^*$  vérifie alors l'équation (écrite dans le domaine physique)

$$\nabla \phi = -\frac{3}{2\Delta t} (\mathbf{u}^{n+1} - \mathbf{u}^*). \quad (\text{I.43})$$

Le champ de vitesse  $\mathbf{u}^{n+1}$  devant vérifier la condition d'incompressibilité  $\nabla \cdot \mathbf{u}^{n+1} = 0$ ,  $\phi$  est alors solution de

$$\Delta \phi = \frac{3}{2\Delta t} \nabla \cdot \mathbf{u}^*. \quad (\text{I.44})$$

On rappelle que la pression intermédiaire  $p^*$  vérifie au bord du domaine la condition de Neumann obtenue par projection de l'équation (I.23) sur la normale. On associe par conséquent à  $\phi$  une condition de Neumann homogène. Cette dernière implique alors, par la relation (I.44) précédente, la condition suivante, en notant  $\partial\Omega$  le contour du domaine :

$$\int_{\partial\Omega} \mathbf{u}^* \cdot \mathbf{n} \, d\sigma = 0. \quad (\text{I.45})$$

La vitesse vérifiant à la paroi la condition cinématique (I.36) et en entrée un profil de Blasius, ce sont les conditions en sortie et au bord supérieur du domaine qui vont permettre d'assurer la conservation du débit.

### Condition d'advection

En sortie de domaine  $\bar{x} = \bar{x}_b$ , nous avons choisi une condition d'advection comme définie dans les travaux de Marquillie et Ehrenstein [57, 58] concernant des écoulements de couche limite décollés. Cette dernière s'écrit

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \bar{t}} + U_c \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \bar{x}} = 0, \quad (\text{I.46})$$

la vitesse de convection pouvant être définie constante (par exemple comme la vitesse de propagation de tourbillons) ou instationnaire :

$$U_c = \frac{1}{\bar{y}_{int}} \int_0^{\bar{y}_{int}} u(\bar{x}_b, \bar{y}) d\bar{y}, \quad (\text{I.47})$$

la borne d'intégration  $\bar{y}_{int}$  étant définie comme l'ordonnée en laquelle la composante longitudinale de vitesse  $u$  atteint la valeur de 0.5 (cf. [57]).

La plupart de nos simulations ont été réalisées avec une telle vitesse de convection variable au cours du temps, qui s'est avérée efficace pour évacuer les structures de l'écoulement hors du domaine et éviter les réflexions (une vitesse constante  $U_c = 0.5$  a également été utilisée, donnant des résultats très proches).

### Condition au bord supérieur

Dans le cas de simulations couplées, l'utilisation d'une condition d'advection seule s'est révélée insuffisante pour garantir la conservation du débit dans le domaine, cette difficulté étant liée à la condition cinématique à la paroi  $v = \partial\eta/\partial t$ . Le remède a consisté à imposer cette même condition à l'infini. Au lieu de

$$u(\bar{x}, \bar{y}_{max}) = 1, \quad \text{et} \quad v(\bar{x}, \bar{y}_{max}) = 0, \quad (\text{I.48})$$

la condition cinématique est reproduite en  $\bar{y} = \bar{y}_{max}$ , à savoir

$$v(\bar{x}, \bar{y}_{max}) = \frac{\partial\eta}{\partial t}. \quad (\text{I.49})$$

Cette approche se justifie dans la mesure où l'écoulement est uniforme dans la zone supérieure du domaine. Cette nouvelle condition impose une oscillation (de faible amplitude) autour de sa valeur zéro mais la condition homogène de Neumann  $\partial v/\partial y = 0$  reste vérifiée dans la région adjacente au bord supérieur.

### Boucle itérative

L'équation (I.44) est écrite dans les variables physiques et devient dans les variables de calcul

$$(\bar{\Delta} + L_\eta) \phi = \frac{3}{2\Delta t} (\bar{\nabla} \cdot \mathbf{u}^* + \mathbf{G}_\eta \cdot \mathbf{u}^*). \quad (\text{I.50})$$

Cette équation non linéaire de part la présence des termes métriques est résolue de manière itérative, séparant la partie cartésienne de la partie métrique de façon à ce que

$$\bar{\Delta}\phi^{(k+1)} = \frac{3}{2\Delta t} (\bar{\nabla} \cdot \mathbf{u}^* + \mathbf{G}_{\eta^{(k)}} \cdot \mathbf{u}^*) - L_{\eta^{(k)}} \phi^{(k)}, k = 1, \dots, K. \quad (\text{I.51})$$

A chaque itération une nouvelle déformation de la paroi  $\eta^{(k)}$  est calculée résolvant l'équation dynamique à la paroi avec comme second membre

$$\sigma_P = -(p^* + \phi^{(k)}) + \tau^{n,n-1},$$

( $\tau^{n,n-1}$  étant la contrainte visqueuse au temps  $n + 1$  approchée par le schéma d'Adams-Bashforth). Un couplage fort est ainsi assuré entre la paroi et la pression du fluide. Le critère d'arrêt de la boucle itérative est consistant avec l'ordre en temps du schéma et lorsque le résidu est inférieur à  $\Delta t^2$  la pression au temps  $n + 1$  s'écrit

$$\begin{aligned} p^{n+1} &= p^* + \phi^{(K)} \\ \mathbf{u}^{n+1} &= \mathbf{u}^* - \frac{2\Delta t}{3} (\bar{\nabla}\phi^{(K)} + \mathbf{G}_{\eta^{(K)}}\phi^{(K)}) \\ \eta^{n+1} &= \eta^{(K)}. \end{aligned}$$

En pratique  $K = 3$  itérations s'avéraient suffisantes. Les opérateurs liés aux termes métriques  $L_\eta$  et  $\mathbf{G}_\eta$  sont également actualisés à leur dernière valeur, tandis que l'opérateur  $T_\eta$  lié à la dérivée temporelle peut à son tour être calculé avec la déformée actualisée  $\eta^{n+1}$ .

Dans toute la suite du document, les barres des différentes quantités issues du changement de variables seront omises afin de faciliter la lecture.

## Annexe : Résolution des équations de Helmholtz par décomposition en valeurs propres

Les équations de Helmholtz (I.27), (I.28) et (I.29) pour les deux composantes de vitesse et pour la pression, obtenues suite à la discrétisation temporelle, s'écrivent sous forme matricielle, après discrétisation spatiale :

$$\Delta \mathbf{U} - \tau \mathbf{U} = \mathbf{F}, \quad (\text{I.52})$$

où la matrice  $\mathbf{U}$  représente les valeurs d'une composante de vitesse ou de la pression en tous points du domaine à un temps donné. En définissant, par exemple pour la composante  $u$ ,

$$\mathbf{U} = [U_{ji}], \quad j = 1, \dots, N_y, \quad i = 1, \dots, N_x \quad \text{avec} \quad U_{ji} = u(x_i, y_j)$$

$$\text{et} \quad \mathbf{F} = [F_{ji}], \quad j = 1, \dots, N_y, \quad i = 1, \dots, N_x,$$

le système matriciel précédent s'écrit

$$\mathbf{D}_y^2 \mathbf{U} + \mathbf{U} \mathbf{D}_x^{2T} - \tau \mathbf{U} = \mathbf{F}. \quad (\text{I.53})$$

L'opérateur différences finies  $\mathbf{D}_x^2$  est précis à l'ordre quatre et constitue donc une matrice pentadiagonale.

L'opérateur collocation-Chebyshev est quant à lui décomposé en valeurs et vecteurs propres :

$$\mathbf{D}_y^2 = \mathbf{P} \mathbf{\Lambda} \mathbf{P}^{-1}, \quad (\text{I.54})$$

avec  $\mathbf{\Lambda}$  la matrice des valeurs propres, diagonale, et  $\mathbf{P}$  celle des vecteurs propres associés.

En notant  $\hat{\mathbf{U}} = \mathbf{P}^{-1} \mathbf{U}$  et  $\hat{\mathbf{F}} = \mathbf{P}^{-1} \mathbf{F}$ , le système matriciel devient

$$\mathbf{\Lambda} \hat{\mathbf{U}} + \hat{\mathbf{U}} \mathbf{D}_x^{2T} - \tau \hat{\mathbf{U}} = \hat{\mathbf{F}} \quad (\text{I.55})$$

et peut se décomposer en  $N_y$  systèmes unidimensionnels dans la direction longitudinale qui s'écrivent, après transposition :

$$[\mathbf{D}_x^2 + (\Lambda_j - \tau)] \hat{\mathbf{U}}_j^T = \hat{\mathbf{F}}_j^T, \quad 1 \leq j \leq N_y \quad (\text{I.56})$$

où les vecteurs  $\hat{\mathbf{U}}_j$  et  $\hat{\mathbf{F}}_j$  sont constitués par les  $j^{\text{èmes}}$  lignes des matrices  $\hat{\mathbf{U}}$  et  $\hat{\mathbf{F}}$ , soit

$$\hat{\mathbf{U}}_j = \left( \hat{U}_{j1}, \dots, \hat{U}_{jN_x} \right),$$

$$\hat{\mathbf{F}}_j = \left( \hat{F}_{j1}, \dots, \hat{F}_{jN_x} \right),$$

et avec  $\Lambda_j$  la  $j^{\text{ème}}$  valeur propre de  $\mathbf{D}_y^2$ .

Une fois les seconds membres  $\hat{\mathbf{F}}_j^T$  calculés, les  $N_y$  systèmes (I.56) sont résolus à l'aide d'un algorithme adapté à la forme pentadiagonale de la matrice.



---

**Sommaire**


---

<b>II.1 Analogie de Lighthill</b> . . . . .	<b>28</b>
<b>II.2 Résolution de l'équation de Lighthill par une fonction de Green</b> . . . . .	<b>29</b>
II.2.1 Calcul de $p_w$ avec une fonction de Green . . . . .	31
<b>II.3 Modèles de bruit sur parois souples</b> . . . . .	<b>33</b>
<b>Annexe : Principe du calcul de <math>\hat{G}(Y = 0)</math></b> . . . . .	<b>38</b>

---

En l'absence de signaux acoustiques extérieurs, une antenne sonar mesure en permanence le bruit ambiant généré par de multiples sources sur un navire (bruit de mer, bruit électrique, bruit mécanique...). Il est primordial pour une future utilisation d'un sonar d'être en mesure de quantifier la nature de ce bruit propre, autant que faire se peut.

Le bruit généré par l'écoulement de couche limite qui se développe le long du dôme, en particulier lorsque la couche limite est transitionnelle ou turbulente, a fait l'objet d'une attention particulière. Actuellement, le modèle de bruit hydrodynamique se base sur un modèle spectral d'excitation (spectre en nombres d'ondes - fréquences de fluctuations de pression pariétale) appliqué au modèle de dôme. Jusqu'ici, le modèle d'excitation utilisé repose sur les modèles classiques de types Chase ou Corcos [17,19,33], qui estiment les fluctuations de pression pariétale de couches limites turbulentes sur paroi rigide. L'enjeu est maintenant de déterminer dans quelle mesure la prise en compte de la souplesse du dôme dans le modèle d'excitation peut améliorer la prédiction du bruit hydrodynamique.

Pour apporter des éléments de réponse à cette question, nous nous intéressons au bruit généré par les écoulements de couche limite simulés numériquement le long

de parois souples et rigides comme décrit dans le chapitre précédent. Le but de la présente étude est de tenir compte autant que possible de l'interaction forte entre l'écoulement et la paroi élastique, pour une couche limite dans la première phase de la transition. Les équations de Navier-Stokes incompressibles sont résolues et la prédiction du bruit généré se fait dans le cadre de l'analogie de Lighthill, dont l'approche est développée ci-après.

## II.1 Analogie de Lighthill

Les sources acoustiques générées par un écoulement de couche limite transitionnel ou turbulent sont constituées par les fluctuations de vitesse à l'intérieur de la couche limite, les fluctuations dans l'écoulement uniforme étant considérées la plupart du temps comme négligeables.

Deux méthodes peuvent être utilisées pour calculer le champ de pression acoustique dans une couche limite simulée numériquement :

- la méthode directe, qui consiste à simuler numériquement un écoulement compressible, permettant de déterminer le champ de pression acoustique en même temps que l'écoulement dans la couche limite. Cette méthode est bien adaptée aux écoulements à fort nombre de Mach (couches limites d'air, jets), pour lesquels les échelles qui caractérisent les évolutions en espace et en temps des quantités dynamiques et acoustiques sont relativement proches afin de limiter le coût en temps de calcul. De nombreux travaux ont été en particulier récemment publiés avec l'essor de la LES (Large Eddy Simulation) [8, 9, 59].
- la méthode développée par Lighthill [52, 53], destinée aux écoulements à très bas nombre de Mach et donc faiblement compressibles. Dans ces conditions et sous réserve que la zone de distribution de sources soit suffisamment localisée pour négliger les effets de réfraction et de diffusion du son par les hétérogénéités de l'écoulement, il est possible de déterminer un champ de pression acoustique approché à partir des sources calculées préalablement en considérant l'écoulement de couche limite incompressible.

C'est cette seconde méthode, encore largement utilisée en aéroacoustique (voir [38, 40]) et en hydroacoustique [69], qui sera appliquée aux écoulements considérés dans ce travail.

Dans la couche limite, repérée par les coordonnées adimensionnées  $(x,y)$ , la

pression acoustique vérifie alors l'équation, adimensionnée par  $\rho_f^* U_\infty^{*2}$ ,

$$M^2 \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = \mathcal{S}(x, y, t) \quad (\text{II.1})$$

avec  $M$  est le nombre de Mach du milieu et  $\mathcal{S}(x, y, t)$  la distribution des sources dans la couche limite, tandis que dans l'écoulement uniforme extérieur à la couche limite, repéré par les coordonnées  $(X, Y)$ , l'équation de pression acoustique est réduite à

$$M^2 \frac{\partial^2 p}{\partial T^2} - \frac{\partial^2 p}{\partial X^2} - \frac{\partial^2 p}{\partial Y^2} = 0. \quad (\text{II.2})$$

Comme il a été mentionné ci-dessus, dans cette approche, les sources acoustiques proviennent d'un écoulement incompressible et s'écrivent à chaque temps  $t$ , en notant  $\mathbf{x} = (x, y) = (x_1, x_2)$  et  $\mathbf{u}' = (u', v') = (u'_1, u'_2)$  la fluctuation de vitesse,

$$\mathcal{S}(x_1, x_2) = \frac{\partial^2 \mathcal{T}_{ij}}{\partial x_i \partial x_j}, \quad (\text{II.3})$$

le tenseur de Lighthill  $\mathcal{T}_{ij}$  adimensionné étant donné par

$$\mathcal{T}_{ij} = u'_i u'_j - \tau_{ij}, \quad (\text{II.4})$$

avec  $\tau_{ij}$  le tenseur des fluctuations de contraintes visqueuses adimensionnées qui, pour un champ de vitesse à divergence nulle, est réduit à

$$\tau_{ij} = \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right). \quad (\text{II.5})$$

De nombreuses études ont montré que les sources  $\mathcal{S}$  précédentes étaient de type quadripolaire (cf. [52, 53, 73]). L'hypothèse d'incompressibilité de la couche limite implique que la source monopolaire liée à la fluctuation de densité  $\rho_e$ , qui s'écrit  $-\partial^2 \rho_e / \partial t^2$  (cf. [50] par exemple), est négligée.

## II.2 Résolution de l'équation de Lighthill par une fonction de Green

Les termes de Lighthill étant connus, il reste à résoudre les équations (II.1) et (II.2) pour déterminer le champ de pression rayonnée  $p(X, Y, T)$  à partir des sources

situées dans la couche limite (figure II.1).

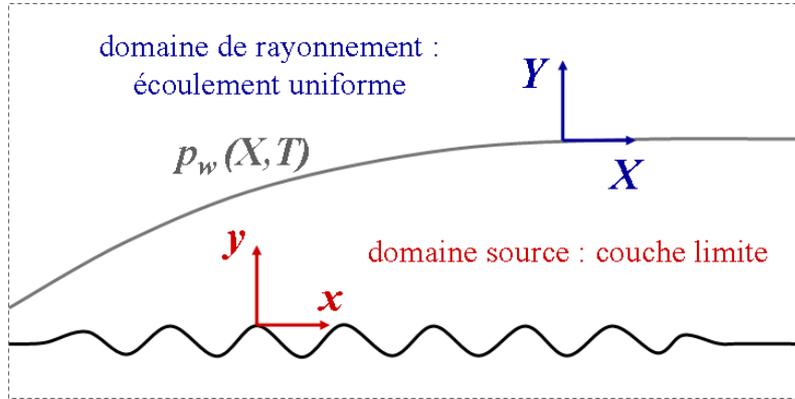


Figure II.1 — Systèmes de coordonnées associés aux domaines source et de rayonnement

En premier lieu nous chercherons à obtenir le spectre de pression rayonnée à une distance  $Y$ ,  $\hat{p}(k, Y, \omega)$ , afin de caractériser le bruit généré dans les diverses configurations étudiées en termes de fréquences et de nombres d'onde. Les sources acoustiques étant confinées dans la couche limite, la pression  $p(X, Y, T)$  vérifie l'équation d'onde homogène (II.2), qui devient pour  $\hat{p}$

$$(k^2 - M^2 \omega^2) \hat{p} - \frac{\partial^2 \hat{p}}{\partial Y^2} = 0. \quad (\text{II.6})$$

En définissant le coefficient  $\gamma$  par  $\gamma^2 = M^2 \omega^2 - k^2$ , avec la convention

$$\gamma = \begin{cases} \omega \sqrt{M^2 - \frac{k^2}{\omega^2}} & \text{si } M^2 - \frac{k^2}{\omega^2} \geq 0, \\ i \sqrt{k^2 - M^2 \omega^2} & \text{si } M^2 - \frac{k^2}{\omega^2} < 0, \end{cases} \quad (\text{II.7})$$

le spectre de pression à une distance  $Y$  est alors liée à celui de la pression au bord de la couche limite  $\hat{p}_w(k, \omega) = \hat{p}(k, Y = 0, \omega)$  par l'expression

$$\hat{p}(k, Y, \omega) = \hat{p}_w(k, \omega) e^{i\gamma Y}. \quad (\text{II.8})$$

Cette formulation met en évidence le rôle du coefficient  $\gamma(k, \omega)$  dans la condition de rayonnement à l'infini : seules les composantes  $(k, \omega)$  du spectre  $\hat{p}_w$  pour lesquelles la vitesse de propagation des ondes est supersonique ( $\omega^2 / k^2 \geq 1 / M^2$ , ce qui équivaut à un coefficient  $\gamma$  réel) pourront engendrer un rayonnement en champ lointain. Les autres composantes subiront quant à elles une décroissance exponentielle avec la distance  $Y$ .

On va donc chercher à résoudre le système d'équations présenté ci-dessus dans le but d'en déduire la pression au bord de la couche limite  $p_w$ . L'équation (II.1) doit être résolue dans un domaine borné par la paroi, ce qui nécessite d'introduire une fonction de Green. La méthode décrite ci-après est essentiellement basée sur les travaux de Dowling [28] et Zheng [82].

### II.2.1 Calcul de $p_w$ avec une fonction de Green

Définissant la fonction de Green  $G(X, Y, T, x, y, t)$  comme étant solution de

$$M^2 \frac{\partial^2 G}{\partial t^2} - \Delta G = \delta(X - x, Y - y, T - t), \quad (\text{II.9})$$

la pression acoustique dans l'écoulement uniforme est liée à celle de la couche limite par les relations intégrales

$$\begin{aligned} p(X, Y, T) &= \int p(x, y, t) \delta(X - x, Y - y, T - t) dx dy dt \\ &= \int (M^2 \frac{\partial^2 G}{\partial t^2} - \Delta G) p(x, y, t) dx dy dt. \end{aligned} \quad (\text{II.10})$$

En intégrant cette dernière équation par parties, il apparaît un terme intégral supplémentaire dans l'expression de  $p$  du fait que le domaine d'intégration est borné en  $y = 0$  :

$$\begin{aligned} p(X, Y, T) &= \int G(M^2 \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \Delta p) dx dy dt \\ &\quad + \int_{y=0} \left( \frac{\partial G}{\partial y} p(x, 0, t) - G \frac{\partial p}{\partial y}(x, 0, t) \right) dx dt \\ &= \int G(X, Y, T, x, y, t) \mathcal{S}(x, y, t) dx dy dt, \end{aligned} \quad (\text{II.11})$$

avec  $\mathcal{S}(x, y, t)$  le terme source défini dans (II.3), et à condition que la fonction de Green satisfasse à la paroi la relation

$$\int \left( \frac{\partial G}{\partial y} p(x, 0, t) - G \frac{\partial p}{\partial y}(x, 0, t) \right) dx dt = 0. \quad (\text{II.12})$$

Ecrivons  $x = x_1$  et  $y = x_2$  pour expliciter le terme source (II.3). Si la fonction de Green vérifie la condition au bord ci-dessus, alors

$$p(X, Y, T) = \int G(X, Y, T, x_1, x_2, t) \frac{\partial^2 \mathcal{T}_{ij}}{\partial x_i \partial x_j}(x_1, x_2, t) dx_1 dx_2 dt \quad (\text{II.13})$$

avec la convention de sommation habituelle.

Le tenseur de Lighthill  $\mathcal{T}_{ij}$  (pour des perturbations dans la couche limite) ainsi que ses dérivées  $\partial\mathcal{T}_{ij}/\partial x_i$ ,  $i = 1, 2$ , tendent vers zéro au bord de la couche limite et peuvent également être négligés à la paroi pour des nombres de Reynolds  $Re \gg 1$ . Deux intégrations par parties permettent alors d'écrire

$$p(X, Y, T) = \int \frac{\partial^2 G}{\partial x_i \partial x_j}(X, Y, T, x_1, x_2, t) \mathcal{T}_{ij}(x_1, x_2, t) dx_1 dx_2 dt. \quad (\text{II.14})$$

Pour le calcul de la fonction de Green, on passe dans l'espace spectral par une transformation de Fourier par rapport à  $x$ , la direction longitudinale supposée homogène dans la couche limite, et par rapport à  $t$ . La transformée

$$\hat{G} = \int G e^{-i(kx - \omega t)} dx dt$$

est alors solution de

$$(k^2 - M^2 \omega^2) \hat{G} - \frac{\partial^2 \hat{G}}{\partial y^2} = e^{-i(kX - \omega T)} \delta(Y - y). \quad (\text{II.15})$$

La condition au bord  $y = 0$  (II.12) devient

$$\int \left( \hat{p}(k, 0, \omega) \frac{\partial \hat{G}}{\partial y}(-k, 0, \omega) - \hat{G}(-k, 0, \omega) \frac{\partial \hat{p}}{\partial y}(k, 0, \omega) \right) dk d\omega = 0, \quad (\text{II.16})$$

par les relations entre la transformée de Fourier du produit de deux fonctions et le produit de convolution de leurs transformées. On obtient donc finalement la condition sur  $\hat{G}$  suivante, à la paroi en  $y = 0$  :

$$\frac{\partial \hat{G}}{\partial y}(X, Y, T, k, 0, \omega) \hat{p}(-k, 0, -\omega) = \hat{G}(X, Y, T, k, 0, \omega) \frac{\partial \hat{p}}{\partial y}(-k, 0, -\omega). \quad (\text{II.17})$$

L'approche classique du formalisme de la fonction de Green nous permet alors d'écrire (le détail de ce calcul est développé en annexe de ce chapitre)

$$\hat{G}(X, Y = 0, T, k, y, \omega) = F(k, \omega) e^{i(\omega T - kX - \gamma y)}, \quad (\text{II.18})$$

avec

$$F(k, \omega) = \frac{\hat{p}(-k, 0, -\omega)}{i\gamma \hat{p}(-k, 0, -\omega) + \frac{\partial \hat{p}}{\partial y}(-k, 0, -\omega)} \quad (\text{II.19})$$

où le coefficient  $\gamma$  est défini comme précédemment (cf. équation (II.7)).

Il faut donc résoudre l'intégrale (II.14) au bord de la couche limite, c.-à-d. pour  $Y = 0$ . La transformée du produit étant le produit de convolution des transformées, on obtient en tenant compte de l'expression (II.18) de la transformée de  $G$

$$p_w(X, T) = -\frac{1}{(2\pi)^2} \int F(k, \omega) \mathcal{L}(-k, y, -\omega) e^{i(\omega T - kX - \gamma y)} dk d\omega dy \quad (\text{II.20})$$

avec

$$\mathcal{L}(k, y, \omega) = [k\delta_{i1} + \gamma\delta_{i2}] [k\delta_{j1} + \gamma\delta_{j2}] \hat{\mathcal{T}}_{ij}(k, y, \omega). \quad (\text{II.21})$$

L'équation (II.20) peut encore s'écrire

$$p_w(X, T) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int p_w(-k, -\omega) e^{-i(kX - \omega T)} dk d\omega$$

et par conséquent

$$\hat{p}_w(k, \omega) = -\frac{\hat{p}(k, 0, \omega)}{\frac{\partial \hat{p}}{\partial y}(k, 0, \omega) - i\gamma \hat{p}(k, 0, \omega)} \int \mathcal{L}(k, y, \omega) e^{i\gamma y} dy \quad (\text{II.22})$$

(en tenant compte que  $\gamma$  est par convention du signe de  $\omega$ ).

## II.3 Modèles de bruit sur parois souples

La méthode exposée ci-dessus nous permet d'obtenir la transformée de Fourier de la pression acoustique au bord de la couche limite  $Y = 0$  à partir de l'intégration à travers la couche limite des composantes du tenseur de Lighthill d'une part, et des valeurs de la pression et de sa dérivée normale à la paroi, c'est-à-dire en  $y = 0$ .

Les longueurs étant adimensionnées par l'épaisseur de déplacement de la couche limite à l'entrée du domaine  $\delta_a^*$  et cette épaisseur variant peu le long du domaine, on situe le bord de la couche limite à  $y \approx 4$ .

La formulation (II.22) fait intervenir les fluctuations de pression et de sa dérivée normale à la paroi, qui proviennent des simulations de couches limites incompressibles le long des parois souples étudiées et tiennent compte d'un couplage fort entre le système fluide et le modèle de paroi.

Dans la plupart des travaux concernant le calcul de bruit d'écoulements sur parois souples (par exemple [26, 33, 82] qui traitent de couches limites turbulentes

le long de parois vibrantes), ces quantités ne sont pas disponibles directement mais approchées par des modèles prenant en compte un degré de couplage plus faible, qui seront précisés ci-après.

En vue d'étudier l'apport d'un couplage fort par rapport à ce type d'approche "couplage faible" sur l'estimation de bruit rayonné, nous nous proposons de comparer les spectres  $\hat{p}_w$  obtenus par la formule (II.22) avec différentes approximations des termes  $\hat{p}$  et  $\frac{\partial \hat{p}}{\partial y}$  à la paroi, ainsi que du tenseur de Lighthill  $\mathcal{T}_{ij}$  dans la couche limite.

Pour définir les différents modèles que nous utiliserons, il s'est avéré utile d'exprimer la pression dans la couche limite, ainsi que sa dérivée normale, en deux sommes d'une composante "rigide", issue des simulations sur paroi entièrement rigide, et d'une composante liée aux vibrations de la paroi :

$$\hat{p}_{souple}(k, y, \omega) = \hat{p}_{rigide}(k, y, \omega) + \hat{p}_a(k, y, \omega) \quad (\text{II.23})$$

$$\frac{\partial \hat{p}_{souple}}{\partial y}(k, y, \omega) = \frac{\partial \hat{p}_{rigide}}{\partial y}(k, y, \omega) + \frac{\partial \hat{p}_a}{\partial y}(k, y, \omega). \quad (\text{II.24})$$

Les approches se différencieront alors par l'estimation des composantes vibratoires  $\hat{p}_a$  et  $\frac{\partial \hat{p}_a}{\partial y}$  (l'approche couplage fort correspondant naturellement au cas  $\hat{p}_a = \hat{p}_{souple} - \hat{p}_{rigide}$  et  $\frac{\partial \hat{p}_a}{\partial y} = \frac{\partial \hat{p}_{souple}}{\partial y} - \frac{\partial \hat{p}_{rigide}}{\partial y}$ ).

### Approche "couplage faible"

Dans cette approche, le couplage se fait uniquement à travers la pression  $\hat{p}_a$  induite par la condition cinématique

$$v = \frac{\partial \eta}{\partial t}, \quad (\text{II.25})$$

en supposant que la composante rigide n'est pas affectée par les vibrations de la paroi.

Sous cette hypothèse, on peut définir une condition au bord  $y = 0$  pour  $\hat{p}_a$ , en projetant dans la direction normale l'équation de quantité de mouvement et en faisant l'approximation d'un écoulement potentiel (négligeant ainsi les termes visqueux et non linéaires) :

$$\left[ \frac{\partial p_a}{\partial y} \right]_{y=0} = - \left[ \frac{\partial v}{\partial t} \right]_{y=0}. \quad (\text{II.26})$$

Dans l'espace spectral, cette condition devient

$$\left[ \frac{\partial \hat{p}_a}{\partial y} \right]_{y=0} = \omega^2 \hat{\eta}. \quad (\text{II.27})$$

La pression  $\hat{p}_a(k, y, \omega)$  est alors calculée à partir de la condition au bord précédente (II.27) en résolvant l'équation d'onde homogène

$$(k^2 - M^2 \omega^2) \hat{p}_a - \frac{\partial^2 \hat{p}_a}{\partial y^2} = 0. \quad (\text{II.28})$$

Dans le cadre de l'analogie de Lighthill, la pression au bord qui intervient dans la formulation (II.22) est issue d'un calcul incompressible. Pour être consistant avec l'approche couplage fort, qui met en jeu les données issues des simulations couplées, on se propose dans un premier temps de calculer la composante vibratoire  $\hat{p}_a$  en prenant également une hypothèse d'incompressibilité, ce qui revient à résoudre (II.28) en considérant une célérité du son infinie, soit  $M = 0$ . Avec cette hypothèse, la pression  $\hat{p}_a$  s'écrit

$$\hat{p}_a(k, y, \omega) = -\frac{\omega^2}{|k|} \hat{\eta} e^{-|k|y}, \quad (\text{II.29})$$

et sa valeur à la paroi (en  $y = 0$ ), qui nous intéresse pour calculer  $\hat{p}_w$ , s'écrit

$$\hat{p}_a = -\frac{\omega^2}{|k|} \hat{\eta}. \quad (\text{II.30})$$

Ainsi que le précise Zheng ([82]), dans l'approche de couplage faible on suppose également que les fluctuations de vitesse qui constituent les sources acoustiques ne sont pas affectées par les vibrations de la paroi, et le tenseur de Lighthill utilisé dans l'expression de  $\hat{p}_w$  est celui issu des simulations sur paroi rigide.

Dans la plupart des travaux existants, cependant, l'équation des ondes vérifiée par la pression  $\hat{p}_a$  est résolue en considérant le nombre de Mach  $M = U_\infty/c > 0$  caractéristique de l'écoulement. Les vibrations de la paroi faisant intervenir des vitesses de phase élevées, la composante vibratoire  $\hat{p}_a$  est sensible à la compressibilité ; nous allons également considérer cette approche dans le calcul du bruit rayonné, et la comparer à la précédente. Dans cette approche, l'expression du spectre  $\hat{p}_a(k, y, \omega)$  dans la couche limite devient

$$\hat{p}_a(k, y, \omega) = \frac{-i}{\gamma} \left[ \frac{\partial \hat{p}_a}{\partial y} \right]_{y=0} e^{i\gamma y}, \quad (\text{II.31})$$

avec  $\gamma(k, \omega)$  le coefficient donné par les équations (II.7). En utilisant la condition au bord (II.27) précédente, on obtient l'expression en  $y = 0$  :

$$\hat{p}_a(k, 0, \omega) = \frac{-i\omega^2}{\gamma} \hat{\eta}. \quad (\text{II.32})$$

Afin de quantifier l'influence de la prise en compte du degré de couplage sur le bruit rayonné dans ce dernier cas où  $\hat{p}_a$  est calculée dans une approche compressible, on introduit un dernier modèle qui tend à se rapprocher du couplage fort initial. Dans cette approche, la pression  $\hat{p}_a$  est calculée comme précédemment par la relation (II.31), faisant intervenir le nombre de Mach  $M > 0$  de l'écoulement, mais la condition est bord est modifiée afin de prendre la dérivée normale de pression provenant des simulations couplées.

La condition au bord s'écrit alors, comme en couplage fort,

$$\left[ \frac{\partial p_a}{\partial y} \right]_{y=0} = \left[ \frac{\partial p_{\text{souple}}}{\partial y} - \frac{\partial p_{\text{rigide}}}{\partial y} \right]_{y=0}, \quad (\text{II.33})$$

et la pression  $\hat{p}_a$  en  $y = 0$  devient alors

$$\hat{p}_a = -\frac{i}{\gamma} \left[ \frac{\partial \hat{p}_{\text{souple}}}{\partial y} - \frac{\partial \hat{p}_{\text{rigide}}}{\partial y} \right]. \quad (\text{II.34})$$

Afin d'assurer un degré de couplage élevé, le tenseur de Lighthill considéré ici est de nouveau issu des simulations sur parois souples.

Ces différentes modélisations, qui sont récapitulées dans le tableau II.1, seront détaillées dans le chapitre IV, et les résultats concernant les caractéristiques du bruit rayonné estimé dans chaque cas seront présentés.

	$M = 0$		$M > 0$	
	couplage fort	couplage faible	couplage fort	couplage faible
$\hat{p}$	$\hat{p}_{souple}$	$\hat{p}_{rigide} + \hat{p}_a$ $\hat{p}_a = -\frac{\omega^2}{ k } \hat{\eta}$	$\hat{p}_{rigide} + \hat{p}_a$ $\hat{p}_a = -\frac{i}{\gamma} \left[ \frac{\partial \hat{p}_{souple}}{\partial y} - \frac{\partial \hat{p}_{rigide}}{\partial y} \right]$	$\hat{p}_{rigide} + \hat{p}_a$ $\hat{p}_a = -\frac{i\omega^2}{\gamma} \hat{\eta}$
$\frac{\partial \hat{p}}{\partial y}$	$\frac{\partial \hat{p}_{souple}}{\partial y}$	$\frac{\partial \hat{p}_{rigide}}{\partial y} + \omega^2 \hat{\eta}$	$\frac{\partial \hat{p}_{souple}}{\partial y}$	$\frac{\partial \hat{p}_{rigide}}{\partial y} + \omega^2 \hat{\eta}$
$\mathcal{T}_{ij}$	souple	rigide	souple	rigide

**Tableau II.1** — Modèles de pression rayonnée  $\hat{p}_w$  sur paroi souple en fonction des hypothèses considérées sur la pression  $\hat{p}_a$  dans la couche limite

## Annexe : Principe du calcul de $\hat{G}(Y = 0)$

On cherche à calculer la fonction  $\hat{G}(X, Y = 0, T, k, y, \omega)$  solution de l'équation

$$(k^2 - M^2 \omega^2) \hat{G} - \frac{\partial^2 \hat{G}}{\partial y^2} = e^{-i(kX - \omega T)} \delta(Y - y), \quad (\text{II.35})$$

avec la condition de bord ( $y = 0$ ) associée

$$\frac{\partial \hat{G}}{\partial y}(X, Y, T, k, 0, \omega) \hat{p}(-k, 0, -\omega) = \hat{G}(X, Y, T, k, 0, \omega) \frac{\partial \hat{p}}{\partial y}(-k, 0, -\omega). \quad (\text{II.36})$$

La fonction  $\hat{g} = \hat{G} / e^{i(\omega T - kX)}$  vérifie alors les équations correspondantes

$$(k^2 - M^2 \omega^2) \hat{g} - \frac{\partial^2 \hat{g}}{\partial y^2} = \delta(Y - y), \quad (\text{II.37})$$

et

$$\frac{\partial \hat{g}}{\partial y}(k, 0, \omega) \hat{p}(-k, 0, -\omega) = \hat{g}(k, 0, \omega) \frac{\partial \hat{p}}{\partial y}(-k, 0, -\omega). \quad (\text{II.38})$$

L'équation (II.37), qui fait intervenir la fonction  $\delta(Y - y)$  est alors résolue en séparant la solution  $\hat{g}$  en deux parties

$$\begin{cases} g_+ = A_+ e^{i\gamma y} + B_+ e^{-i\gamma y} & \text{pour } y > Y \\ g_- = A_- e^{i\gamma y} + B_- e^{-i\gamma y} & \text{pour } y < Y, \end{cases} \quad (\text{II.39})$$

telles que

– les deux fonctions  $g_+$  et  $g_-$  soient continues à la jonction  $y = Y$ , soit

$$(A_+ - A_-) e^{i\gamma Y} + (B_+ - B_-) e^{-i\gamma Y} = 0 \quad (\text{II.40})$$

– leurs dérivées normales  $\frac{\partial g_+}{\partial y}$  et  $\frac{\partial g_-}{\partial y}$  soient discontinues avec un saut de  $-1$ , soit

$$(A_+ - A_-) e^{i\gamma Y} - (B_+ - B_-) e^{-i\gamma Y} = -\frac{1}{i\gamma}. \quad (\text{II.41})$$

La condition (II.38) se traduit quant à elle par une condition sur  $g_-$ , composante concernée par le cas  $y = 0$  :

$$(i\gamma A_- - i\gamma B_-) \hat{p} = (A_- + B_-) \frac{\partial \hat{p}}{\partial y}. \quad (\text{II.42})$$

Ces trois équations, associées à une condition d'onde sortante (cf. [82] et [28]), permettent de déterminer entièrement les fonctions  $g_+$  et  $g_-$ . On montre qu'au bord de la couche limite ( $Y = 0$ ), la fonction  $\hat{g}$  s'exprime simplement par

$$\hat{g} = B_+ e^{-i\gamma y}, \quad (\text{II.43})$$

avec

$$B_+ = \frac{\hat{p}}{i\gamma\hat{p} + \frac{\partial\hat{p}}{\partial y}}. \quad (\text{II.44})$$

On obtient finalement l'expression de la transformée de Fourier de la fonction de Green en  $Y = 0$  donnée par Zheng [82]

$$\hat{G}(X, 0, T, k, y, \omega) = \frac{\hat{p}(-k, -\omega)}{i\gamma\hat{p}(-k, -\omega) + \frac{\partial\hat{p}}{\partial y}(-k, -\omega)} e^{i(\omega T - kX - \gamma y)}. \quad (\text{II.45})$$



---

Résultats :  
simulations  
numériques  
d'instabilités le  
long de parois  
rigides et souples

**Sommaire**

---

<b>III.1 Caractéristiques de l'écoulement sur paroi rigide . . . . .</b>	<b>42</b>
III.1.1 Ecoulement de base . . . . .	42
III.1.2 Développement d'instabilités convectives . . . . .	44
III.1.3 Influence de l'amplitude du forçage volumique . . . . .	48
<b>III.2 Système couplé couche limite - paroi souple . . . . .</b>	<b>52</b>
III.2.1 Matériaux et configurations étudiées . . . . .	52
III.2.2 Etat stationnaire . . . . .	55
III.2.3 Masse ajoutée . . . . .	57
III.2.4 Dynamique instationnaire . . . . .	60

---

La méthode numérique présentée au chapitre I a été appliquée pour simuler des écoulements de couche limite instables le long de deux types de parois déformables et d'une paroi entièrement rigide. Dans ce chapitre sont étudiés les effets de la souplesse des parois sur l'écoulement, et notamment sur le développement d'instabilités dans la couche limite, à travers l'évolution spatio-temporelle de la pression pariétale.

## III.1 Caractéristiques de l'écoulement sur paroi rigide

### III.1.1 Ecoulement de base

On s'intéresse dans un premier temps au développement d'une couche limite le long d'une paroi entièrement rigide, à partir d'un profil de Blasius en entrée de domaine. L'écoulement est calculé dans le domaine  $x_a \leq x \leq x_b$ ,  $0 \leq y \leq y_{max}$ , de hauteur suffisamment élevée dans la direction normale  $y$  pour que l'écoulement soit uniforme près du bord supérieur. Les paramètres caractéristiques de l'écoulement sont adimensionnés de manière à avoir une vitesse  $u = 1$  dans la zone d'écoulement uniforme et une épaisseur de déplacement à l'entrée du domaine de calcul  $\delta_a = 1$ . La hauteur de la couche limite étant de l'ordre de  $y \approx 3$  à l'entrée du domaine, une valeur  $y_{max} = 80$  a été retenue, correspondant à 97 points de collocation. Deux longueurs de domaines ont été considérées,  $L_1 \approx 819$  et  $L_2 \approx 1230$ , discrétisées respectivement avec 4096 et 6144 points de maillage.

L'écoulement de couche limite est rendu instable par le fort nombre de Reynolds (basé sur l'épaisseur de déplacement  $\delta^*$ )  $Re = 2000$  choisi à l'entrée du domaine (on rappelle que la couche limite devient instable pour un nombre de Reynolds  $Re = 520$ ). Un nombre de Reynolds à l'échelle de la plaque peut être obtenu à partir du profil de Blasius imposé en entrée de domaine. L'épaisseur de déplacement à l'entrée peut alors s'écrire

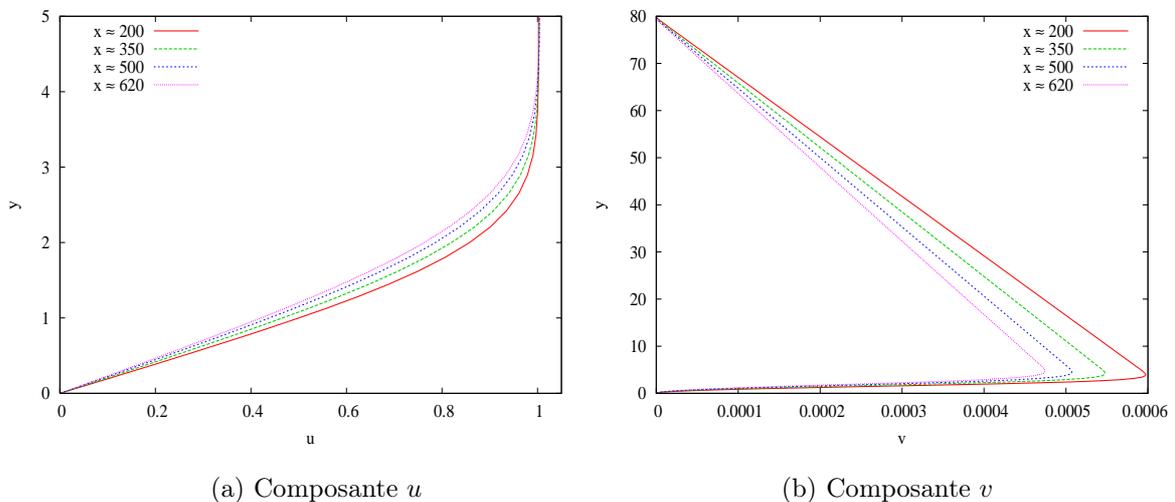
$$\delta_a^* = 1.7208 \sqrt{\frac{\nu^* x_a^*}{U_\infty^*}},$$

donnant ainsi une valeur approchée de la position  $x_a^*$ , à laquelle correspond le nombre de Reynolds longitudinal  $Re_{x_a} = Re^2 / \Gamma^2 \approx 1.35 \cdot 10^6$ , avec  $\Gamma \approx 1.7208$ .

Les valeurs des paramètres dimensionnels sont déterminées par la longueur de référence que constitue l'épaisseur de déplacement à l'entrée  $\delta_a^*$ , qui dépend elle-même, pour le nombre de Reynolds choisi, de la vitesse de référence  $U_\infty^*$ . Dans la suite, les paramètres réels seront illustrés pour une vitesse de référence  $U_\infty = 18 \text{ m.s}^{-1}$ , qui avait déjà été utilisée dans les travaux expérimentaux de Kramer [43] et reprise par Carpenter et Garrad (cf. [11–13]). Cette vitesse, qui équivaut à  $35 \text{ kts}$ , est un peu élevée par rapport aux vitesses de navires usuelles (la vitesse maximale d'une frégate anti sous-marine, par exemple, est en général de  $30 \text{ kts}$ ). Elle a été choisie car elle donne cependant un nombre de Mach significatif pour la problématique de bruit rayonné. Avec cette vitesse de référence, l'épaisseur de dépla-

cement à l'entrée du domaine vaut  $\delta_a^* \approx 1.522 \cdot 10^{-4}$  m, et les longueurs de domaines correspondantes sont alors  $L_1^* \approx 0.125$  m et  $L_2^* \approx 0.187$  m, avec  $x_a^* \approx 0.103$  m. Dans la suite, la valeur de  $x_a$  est réinitialisée à 0 afin d'exprimer les abscisses  $x$  à partir de l'entrée du domaine.

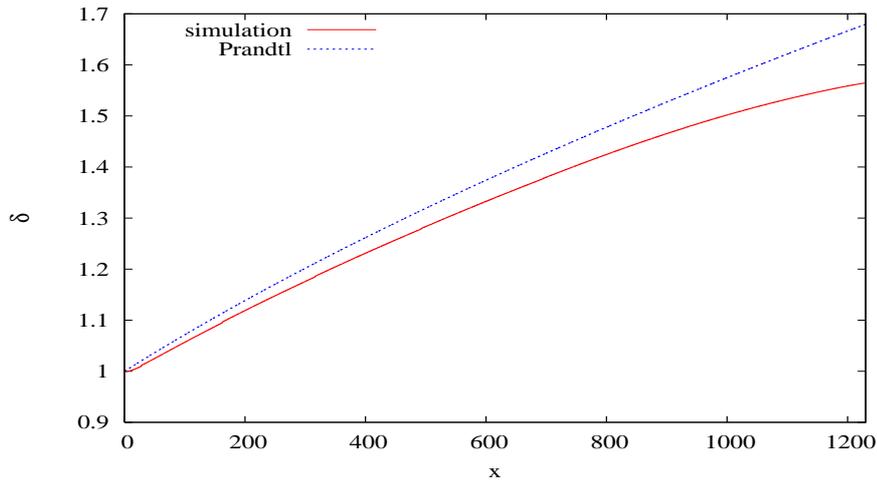
L'écoulement est calculé en résolvant les équations de Navier-Stokes par la méthode présentée dans le premier chapitre, les termes métriques étant pris nuls. Cette méthode a été validée dans le cas de la paroi rigide au cours de travaux antérieurs (par exemple sur des écoulements de couche limite décollée, cf. [57]). La pression étant définie à une constante additive près, on choisit pour ces simulations d'imposer la pression nulle au point  $(x_a, 0)$ . La figure III.1 représente les profils des composantes longitudinale et normale de vitesse dans la couche limite ainsi obtenue, en diverses positions du domaine de calcul. La vitesse  $u$  croît jusqu'à 1 à travers la couche limite, qui s'épaissit le long du domaine, puis reste constante jusqu'à la limite supérieure. La composante  $v$ , inférieure de plusieurs ordres de grandeur, croît jusqu'au bord de la couche limite puis décroît linéairement vers 0 dans la zone uniforme.



**Figure III.1** — Profils de vitesses  $u$  et  $v$  de l'écoulement de base le long de la paroi rigide

Cet écoulement de base est proche d'une couche limite de Prandtl, les légères différences, visibles par exemple sur la comparaison des épaisseurs de déplacement le long du domaine (figure III.2), provenant des termes omis dans le modèle simplifié de Prandtl (cf. [64]). Le fait que le domaine de simulation soit de longueur finie, ce qui nécessite l'utilisation d'une condition d'advection en sortie de domaine, affecte également certainement l'épaisseur de déplacement obtenue par simulation

numérique. A cette épaisseur de déplacement  $\delta$ , qui varie entre 1 et 1.6 en fin de domaine de longueur  $L_2$ , correspond une épaisseur de couche limite d'environ 2.6 en entrée de domaine et de l'ordre de 4 et 4.3 en sortie pour les longueurs de domaine respectives  $L_1$  et  $L_2$  (les écoulements sont identiques dans la partie commune des deux domaines de calcul).



**Figure III.2** — Epaisseur de déplacement de la couche limite simulée sur paroi rigide

### III.1.2 Développement d'instabilités convectives

L'un des objectifs de ce travail est d'étudier l'interaction entre une couche limite transitionnelle et une paroi déformable. On cherchera en particulier à étudier l'influence de la souplesse de la paroi sur les instabilités qui apparaissent dans la couche limite au premier stade de la transition, de type ondes de Tollmien - Schlichting. Dans cette optique, l'écoulement de base obtenu précédemment est perturbé au moyen d'un forçage oscillatoire en vitesse, exercé en continu pendant toute la durée de la simulation. Les fréquences de forçage qui sont instables par rapport au nombre de Reynolds choisi  $Re = 2000$  donneront naissance à des instabilités convectives, dont on pourra comparer le développement, à partir de la position de forçage, le long des parois rigides et souples.

#### Forçage oscillatoire volumique en vitesse

On considère un forçage en vitesse positionné en début de domaine et au milieu de la couche limite, en un point de coordonnées  $x_0 = 35$ ,  $y_0 = 1.5$ . L'enveloppe spatiale du forçage, de type gaussienne, est choisie de manière que les composantes additionnelles de vitesse soient à divergence nulle.

Ces dernières s'écrivent, pour une fréquence  $\omega_i$  et une amplitude  $A_i$  fixées,

$$u_i(x, y) = A_i G_x(x, y) \sin(\omega_i t)$$

et  $v_i(x, y) = A_i G_y(x, y) \sin(\omega_i t),$

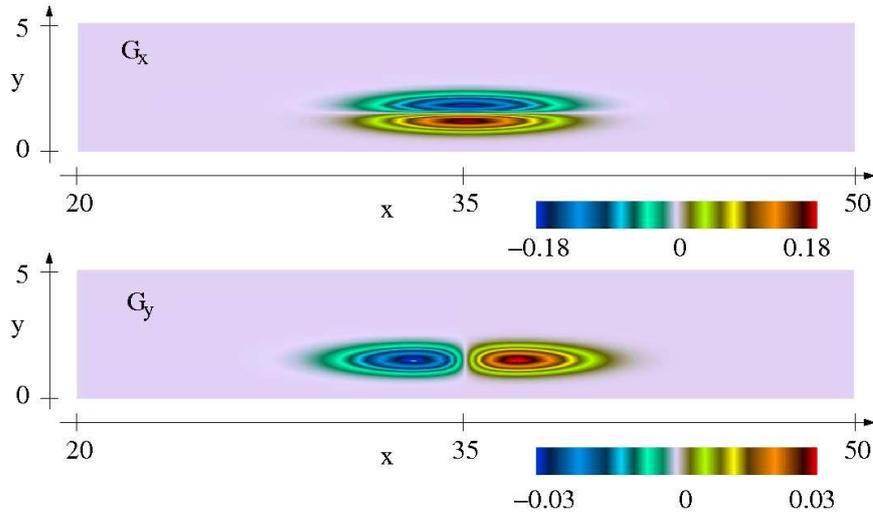
avec  $G_x$  et  $G_y$  les enveloppes spatiales associées aux deux composantes  $u$  et  $v$ , données par

$$G_x(x, y) = -(y - y_0) \exp \left[ -\frac{(x - x_0)^2}{2\sigma_x^2} - \frac{(y - y_0)^2}{2\sigma_y^2} \right] \quad (\text{III.1})$$

$$G_y(x, y) = \frac{\sigma_y^2}{\sigma_x^2} (x - x_0) \exp \left[ -\frac{(x - x_0)^2}{2\sigma_x^2} - \frac{(y - y_0)^2}{2\sigma_y^2} \right], \quad (\text{III.2})$$

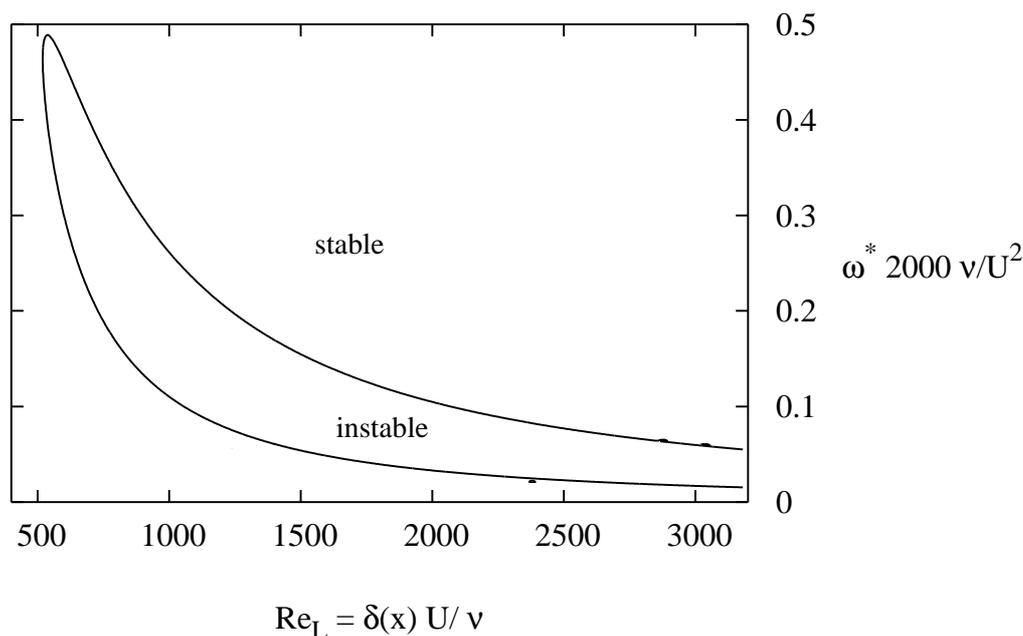
les paramètres  $\sigma_x$  et  $\sigma_y$  permettant de régler l'étendue spatiale du forçage.

Les allures des deux composantes  $G_x$  et  $G_y$  sont illustrées sur la figure III.3 pour  $\sigma_x = 2$ ,  $\sigma_y = 0.3$ ,  $x_0 = 35$  et  $y_0 = 1.5$ .



**Figure III.3** — Allure spatiale du forçage

Les fréquences de forçage  $\omega_i$  sont choisies en vue de générer des instabilités qui vont croître tout en étant convectées dans la couche limite. Une courbe de stabilité linéaire des ondes Tollmien-Schlichting, représentée sur la figure III.4, permet de guider ce choix. Sur cette figure, les fréquences sont adimensionnées en utilisant l'épaisseur de déplacement correspondant au nombre de Reynolds à l'entrée du domaine  $Re = 2000$  (soit  $\delta^* / U_\infty^* = 2000 \nu^* / U_\infty^{*2}$ ). D'après les épaisseurs de déplacement illustrées sur la figure III.2, la sortie du domaine de longueur  $L_2$  correspond à un nombre de Reynolds local  $Re \approx 3200$  pour le modèle de Prandtl.



*Figure III.4* — Courbe de stabilité linéaire des ondes de Tollmien-Schlichting sur paroi rigide

Le forçage finalement retenu est constitué de quatre fréquences

$$\omega_1 = 0.04, \quad \omega_2 = 0.08, \quad \omega_3 = 0.12, \quad \text{et} \quad \omega_4 = 0.16.$$

Compte tenu des résultats précédents, les deux premières seront instables tout au long du domaine de longueur  $L_1$  et donneront lieu à des instabilités convectives. Les fréquences  $\omega_3$  et  $\omega_4$  plus élevées ont été ajoutées afin de favoriser, lors des simulations ultérieures sur parois souples, les interactions entre l'écoulement et les vibrations de ces dernières, qui sont caractérisées par une gamme de fréquences plus large que celle des fréquences instables.

En reprenant la vitesse de  $U_\infty^* = 18 \text{ m.s}^{-1}$  mentionnée ci-dessus, les fréquences de forçage dimensionnelles correspondantes valent respectivement  $f_1^* \approx 753 \text{ Hz}$ ,  $f_2^* \approx 1.5 \text{ kHz}$ ,  $f_3^* \approx 2.3 \text{ kHz}$  et  $f_4^* \approx 3.0 \text{ kHz}$ .

### Génération d'instabilités convectives

Les oscillations de vitesse générées par le forçage dans la couche limite, maximales à la hauteur de forçage  $y = 1.5$ , induisent des oscillations de pression de comportement similaire. L'évolution de la pression pariétale résultante au cours du temps, pour un forçage d'amplitude  $A_i = 0.005$  aux quatre fréquences, est représentée sur la figure III.5 pour le domaine de longueur  $L_1$ . A partir du point de forçage se propagent des oscillations de pression dont l'amplitude croît avec la distance  $x$ ,

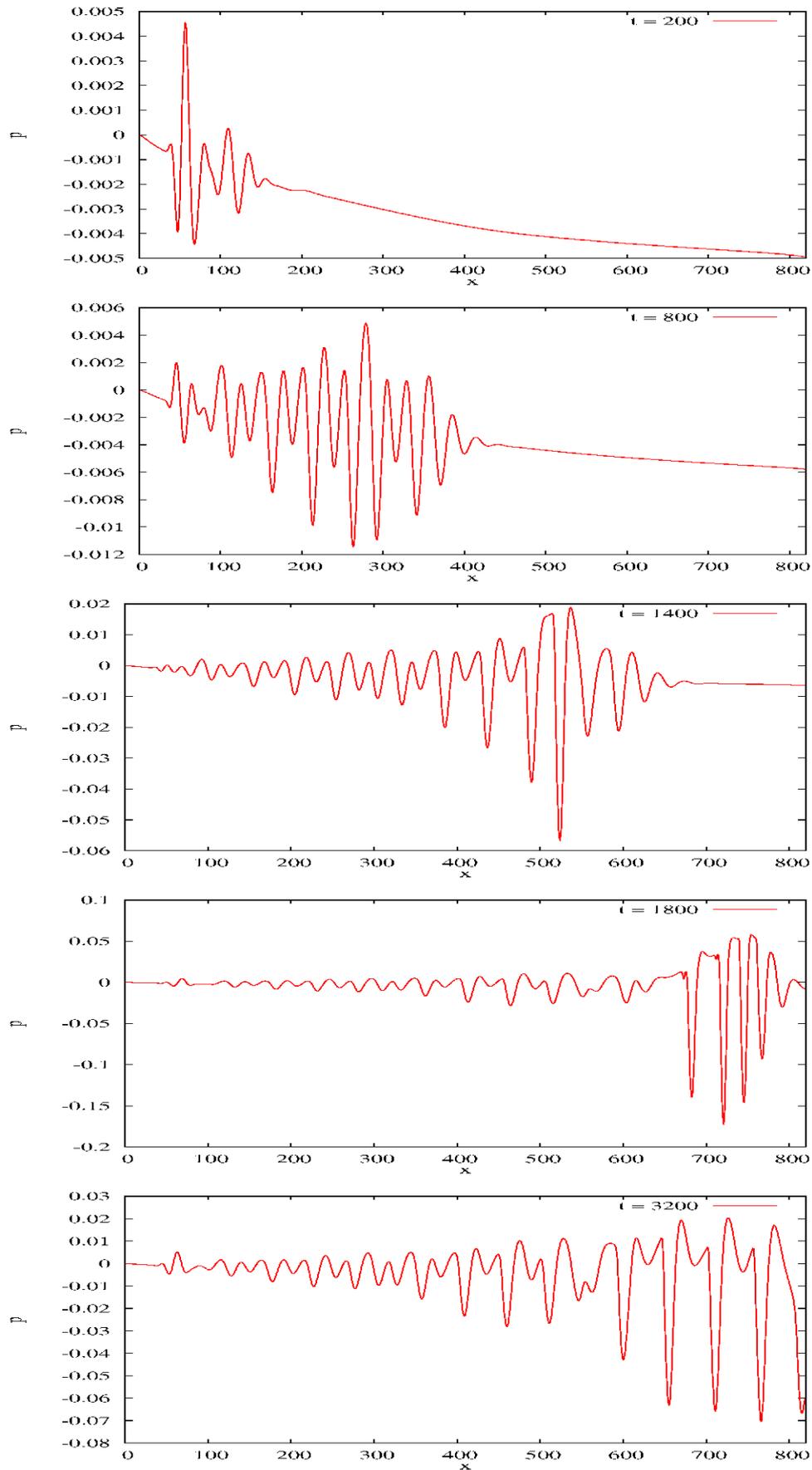
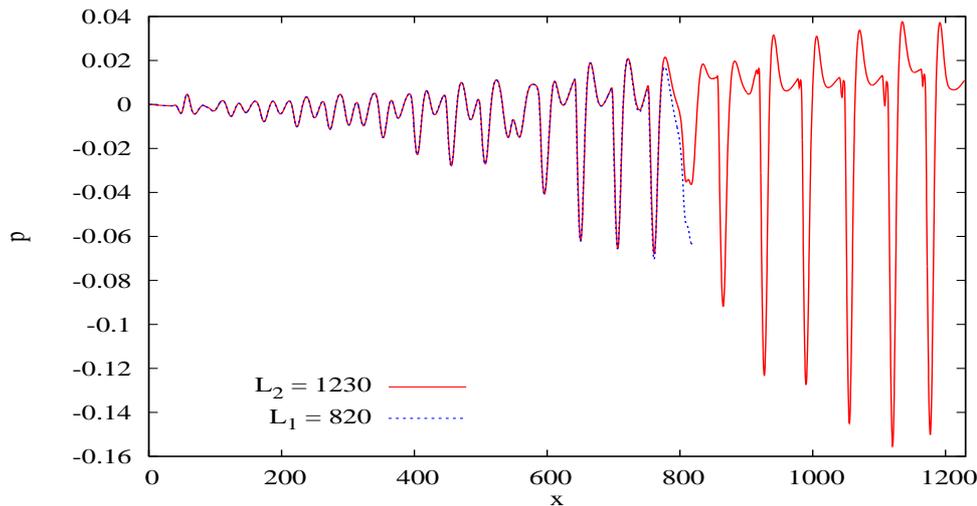


Figure III.5 — Pressions pariétales instantanées le long de la paroi rigide

le maximum d'amplitude se trouvant au niveau du front d'instabilité. Une fois ce front évacué hors du domaine, l'écoulement atteint un régime établi au cours duquel l'allure de la pression, visible sur la dernière courbe de la figure III.5, n'évolue plus.

De même, une fois le front d'instabilité passé, les évolutions temporelles de pression pariétale en un point  $x$  fixé présentent des oscillations d'amplitude constante, logiquement dominées par les deux premières fréquences de forçage  $\omega_1$  et  $\omega_2$ , les plus instables. Le contenu fréquentiel des signaux de pression sera analysé ultérieurement dans le paragraphe suivant.

Le tracé des pressions pariétales obtenues en régime établi avec les deux longueurs de domaine  $L_1$  et  $L_2$  nous permet de vérifier que les effets de bord sont très localisés en sortie de domaine et ont très peu d'influence sur l'écoulement ; ainsi les deux courbes sont superposées sur la quasi-totalité de la longueur  $L_1$  (figure III.6).



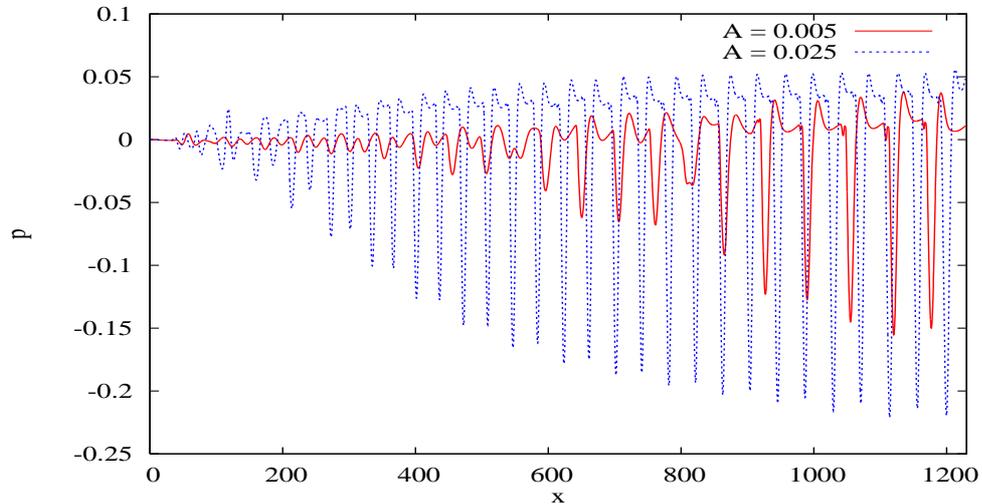
**Figure III.6** — Pressions pariétales instantanées le long des deux domaines de calcul

### III.1.3 Influence de l'amplitude du forçage volumique

Avec l'amplitude de forçage  $A = 0.005$ , l'amplitude des oscillations de pression, comme de vitesse, croît tout au long du domaine. Afin de mettre en évidence un phénomène de saturation des instabilités, qui se produit pour des amplitudes au-delà d'un certain seuil, des amplitudes de forçage supérieures ont été considérées.

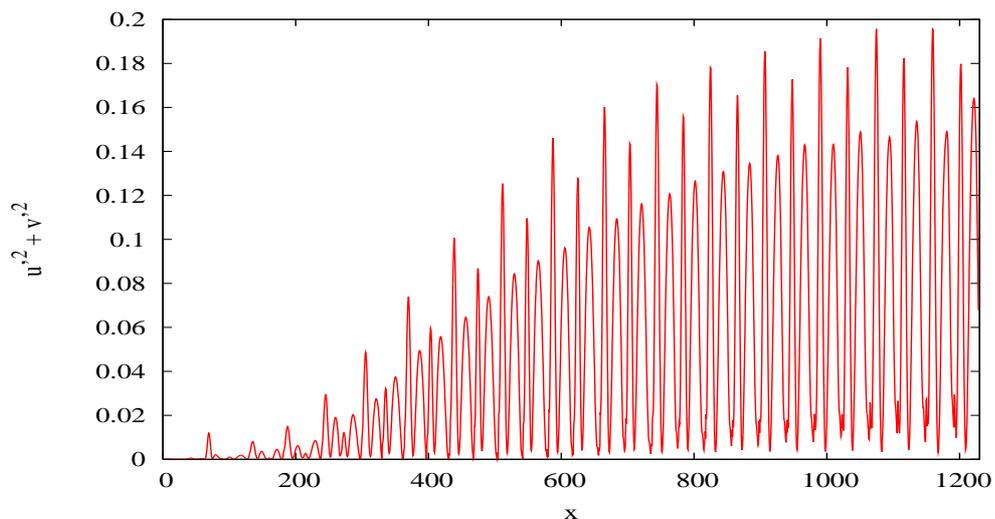
Ainsi, une amplitude de forçage cinq fois plus grande,  $A = 0.025$ , fait apparaître une saturation progressive le long du domaine, illustrée sur la figure III.7 qui compare les évolutions spatiales instantanées de pression pariétale pour ces deux amplitudes, dans le cas du domaine de longueur  $L_2$ . La superposition des deux courbes

met également en évidence une légère modification des échelles spatiales caractéristiques des oscillations de pression par l'augmentation de l'amplitude de forçage.



**Figure III.7** — Pressions pariétales instantanées pour les deux amplitudes de forçage  $A = 0.005$  et  $A = 0.025$

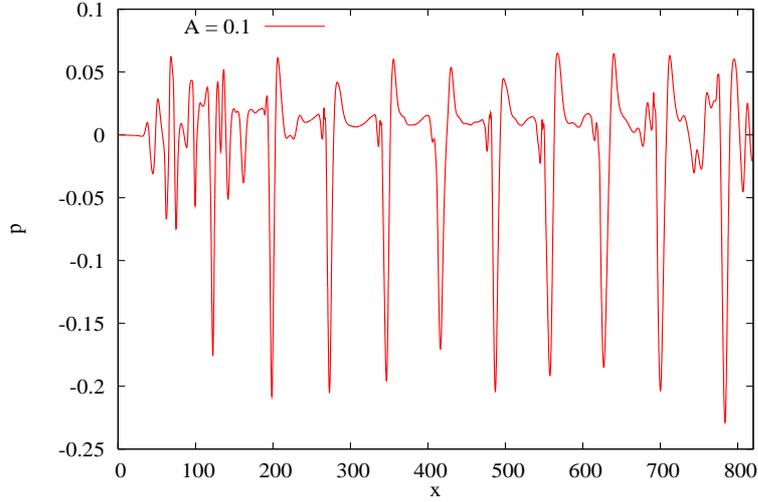
Les oscillations de vitesse dans la couche limite sont également marquées par une saturation progressive avec la position  $x$ . La saturation est ainsi nettement visible sur les composantes  $u'^2 + v'^2$  de l'énergie cinétique du fluide à une distance  $y$  donnée, comme le montre la figure III.8. La fluctuation de vitesse  $u'$  est ici définie par rapport à l'écoulement de base décrit dans le paragraphe précédent :  $u' = u - u_{base}$ .



**Figure III.8** —  $u'^2 + v'^2$  pour  $y = 1$  et l'amplitude de forçage  $A = 0.025$

Avec une amplitude encore plus élevée de  $A = 0.1$ , la saturation se produit

immédiatement en aval de la position de forçage, et l'amplitude des oscillations de pression est quasiment constante sur toute la longueur du domaine. L'allure spatiale des pressions pariétales instantanées est également affectée par l'augmentation de l'amplitude de forçage, laissant apparaître un nombre d'onde dominant inférieur à celui des deux cas précédents (figure III.9).



**Figure III.9** — Pression pariétale instantanée pour  $A = 0.1$

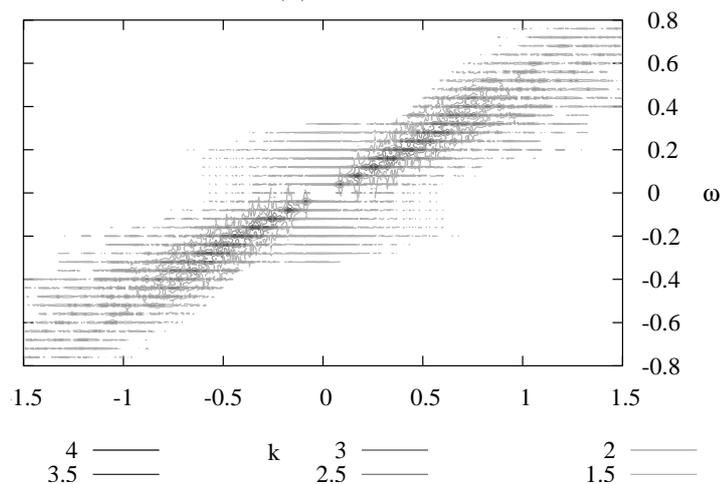
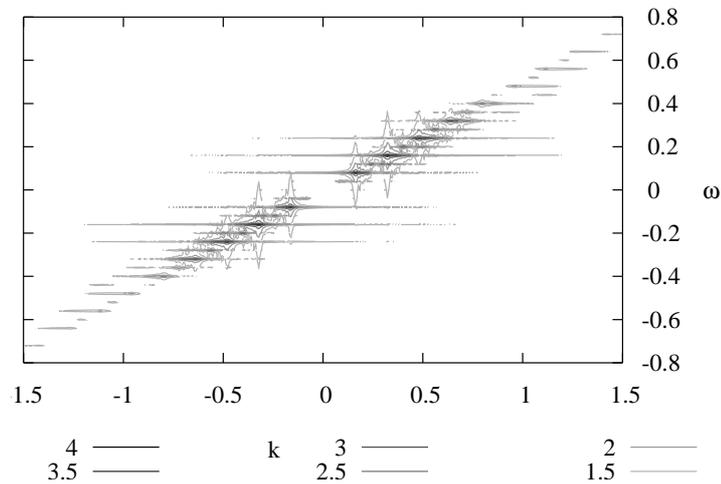
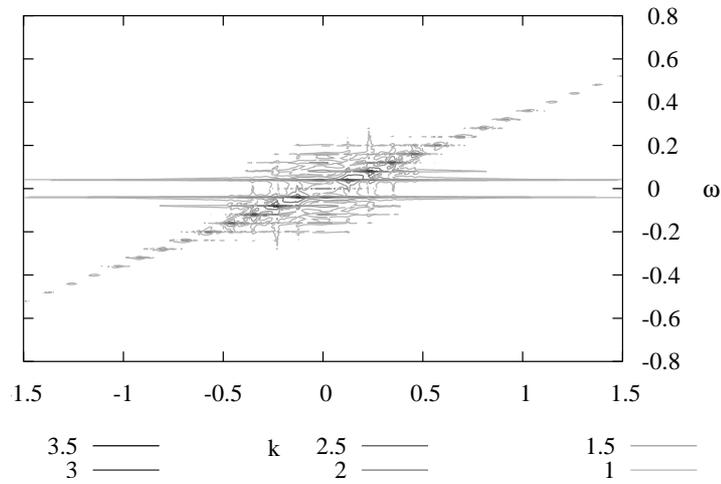
### Analyse spectrale

Afin de mieux caractériser les évolutions de la pression pariétale en régime établi en termes de fréquences et nombres d'onde, une transformée de Fourier bidimensionnelle du signal de fluctuation de pression (par rapport à la pression de l'écoulement de base) est effectuée sur une durée  $T = 2048$  et la longueur du domaine  $L_1$  :

$$\hat{p}(k, \omega) = \int_{t_0}^{t_0+T} \int_0^{L_1} [p - p_{base}](x, t) e^{-i(kx - \omega t)} dx dt. \quad (\text{III.3})$$

Les spectres ainsi obtenus, de précisions respectives  $\Delta\omega \approx 0.003$  et  $\Delta k \approx 0.008$ , sont comparés pour les trois cas de forçage étudiés (cf. figure III.10 qui représente les isocontours des quantités  $\log \hat{p}$ ). Ces spectres dépendant de la convention de signes de (III.3), on choisit de les représenter tels qu'issus du calcul, soit sur l'ensemble des valeurs  $\omega \geq 0$  et  $\omega \leq 0$ .

Les trois spectres possèdent des pics dans les régions ( $k \geq 0, \omega \geq 0$ ) et ( $k \leq 0, \omega \leq 0$ ) aux quatre fréquences de forçage ainsi qu'à leurs harmoniques, générées par non linéarités dans l'écoulement. La structure des spectres est ici caractéristique d'une onde convective vers l'aval.



**Figure III.10** — Spectres en nombres d'onde - fréquences des fluctuations de pression pariétale

L'amplitude de forçage peut affecter les fréquences dominantes et la valeur des nombres d'onde associés aux fréquences des pics, induisant une modification de la vitesse de convection des ondes. Ainsi, pour l'amplitude  $A = 0.005$ , les quatre fréquences de forçage sont bien représentées et une vitesse de convection d'environ 0.35 apparaît. Pour l'amplitude  $A = 0.025$ , la seconde fréquence de forçage devient dominante et la vitesse de convection croît jusqu'à 0.5. Pour la dernière amplitude  $A = 0.1$  enfin, les fréquences de forçage sont à nouveau équivalentes et la vitesse de convection reste à sa valeur la plus élevée, 0.5.

## III.2 Système couplé couche limite - paroi souple

Une partie de la paroi rigide constituant la limite inférieure du domaine de simulation est remplacée par une plaque plane élastique encastrée. Cette dernière est mise en vibrations par les fluctuations de pression dans la couche limite, et affecte en retour l'écoulement par la condition d'adhérence. La résolution des équations fluides en tenant compte de ce couplage fluide-structure est réalisée selon la méthode numérique présentée dans le premier chapitre. Des plaques souples de propriétés très différentes ont ainsi pu être testées dans des configurations variées. Deux cas de matériaux ont en particulier été retenus dans cette étude et sont décrits ci-après.

### III.2.1 Matériaux et configurations étudiées

Les deux types de parois considérés se distinguent de par les caractéristiques des matériaux qui les constituent (masse, épaisseur et rigidité) mais également par la présence ou non d'une raideur  $\kappa$  modélisant l'action de ressorts uniformément répartis sous la plaque.

Les paramètres adimensionnels relatifs à la masse, le module de rigidité des deux matériaux et la raideur des ressorts utilisés sont donnés dans le tableau III.1. Ces derniers ont été obtenus en utilisant également comme longueur de référence l'épaisseur de déplacement à l'entrée du domaine  $\delta_a^*$ , qui dépend elle-même de la vitesse d'écoulement uniforme  $U_\infty^*$  :

$$m = \frac{h^* \rho_P^*}{\delta_a^* \rho_f^*}, \quad B = \frac{B^*}{\delta_a^{*3} \rho_f^* U_\infty^{*2}} \quad \text{et} \quad \kappa = \frac{\kappa^* \delta_a^*}{\rho_f^* U_\infty^{*2}},$$

$$\text{avec } B^* = \frac{E^* h^{*3}}{12(1 - \nu_P^{*2})}.$$

Les valeurs relatives aux matériaux 1 et 2 ont été choisies de façon à ce que les paramètres réels correspondants, pour une vitesse de référence  $U_\infty^* = 18 \text{ m.s}^{-1}$ , soient proches des caractéristiques respectives du polyuréthane et du CVR (composite verre-résine), matériaux utilisés dans la fabrication des dômes sonar et des antennes de flanc d'un navire (avec des longueurs et des épaisseurs supérieures d'un facteur 10 aux valeurs dimensionnelles considérées ici).

La plaque de matériau 1 a ainsi un module de rigidité plus faible que celui de matériau 2, mais elle est dotée d'une raideur  $\kappa$  non nulle qui en réduit la souplesse. L'influence de la raideur sur le comportement de la paroi souple et le couplage sera étudiée dans les paragraphes suivants.

La plaque est encastrée sur le domaine  $x_1 < x < x_2$ , le bord d'attaque étant positionné près de l'entrée du domaine en  $x_1 = 40$ . Afin d'étudier l'influence de la longueur de la plaque sur son comportement vibratoire (fréquences, niveaux), et sur la façon dont elle interagit avec l'écoulement, deux longueurs  $L_{p1} = 400$  et  $L_{p2} = 614$  ont été considérées. Lorsque des instabilités sont générées dans l'écoulement, leur amplitude sature progressivement le long du domaine (pour un forçage d'amplitude suffisamment élevée). La longueur  $L_{p2}$  est dans ce cas plus adaptée, permettant d'avoir une charge fluide plus uniforme le long de la plaque que la longueur  $L_{p1}$ .

Paramètres adimensionnels	Matériau 1	Matériau 2
épaisseur $h$	26.3	14.9
masse $m$	28.2	26.2
module de rigidité $B$	$7.85 \cdot 10^5$	$1.58 \cdot 10^7$
raideur $\kappa$	4.58	0.0
longueur $L_{p1}$	400	400
longueur $L_{p2}$	614	614
Paramètres dimensionnels		
épaisseur $h^*$	4 mm	2.275 mm
masse volumique $\rho_P^*$	$1100 \text{ kg.m}^{-3}$	$1800 \text{ kg.m}^{-3}$
module de Young $E^*$	$1.31 \cdot 10^8 \text{ Pa}$	$1.43 \cdot 10^{10} \text{ Pa}$
coefficient de Poisson $\nu_P$	0.49	0.49
raideur $\kappa^*$	$10^{10} \text{ kg.m}^{-2}.\text{s}^{-2}$	0.0
longueur $L_{p1}^*$	6.1 cm	6.1 cm
longueur $L_{p2}^*$	9.3 cm	9.3 cm

**Tableau III.1** — Caractéristiques des plaques souples étudiées.

Dans la suite, on notera respectivement *paroi 1* et *paroi 2* les parois souples

constituées des matériaux 1 et 2 avec les caractéristiques présentées dans le tableau III.1. Ces dernières influent sur la valeur des fréquences propres des parois. On rappelle que sans amortissement, les pulsations associées à chaque mode  $j$  vérifient  $\omega_{j0} = \sqrt{\lambda_j/m}$  avec  $m$  la masse adimensionnée de la plaque et  $\lambda_j$  les valeurs propres de l'opérateur spatial issu de la décomposition modale de la déformée. Il a été montré dans le premier chapitre que ces dernières étaient solutions des équations

$$B \frac{d^4 \hat{\eta}_j(x)}{dx^4} + \kappa \hat{\eta}_j(x) = \lambda_j \hat{\eta}_j(x), \quad (\text{III.4})$$

avec  $\hat{\eta}_j$  la déformée propre associée au mode  $j$ . On en déduit que la valeur propre  $\lambda_j$  peut se décomposer sous la forme  $\lambda_j = \kappa + \lambda_{j0}$ ,  $\lambda_{j0}$  étant la solution de l'équation (III.4) avec raideur nulle. Dans le cas de la paroi 1, les termes  $\lambda_{j0}$  sont inférieurs de plusieurs ordres de grandeur à  $\kappa$ , aussi les premières valeurs propres sont très proches les unes des autres ( $\lambda_j \approx \kappa$ ), de même que leurs fréquences propres associées. Au contraire, les valeurs propres de la paroi 2 sont plus étalées, et sont plus basses que celles de la paroi 1 pour les tous premiers modes. Du fait de la présence de la raideur, l'influence de la longueur du domaine sur les valeurs propres est également moins importante pour la paroi 1 que pour la paroi 2 (cf. tableau III.2 qui compare les valeurs propres associées aux cinq premiers modes pour les deux matériaux et les deux longueurs de plaque).

mode $j$	Paroi 1				Paroi 2			
	$L_{p1}$		$L_{p2}$		$L_{p1}$		$L_{p2}$	
	$\lambda_j$	$\omega_{j0}$	$\lambda_j$	$\omega_{j0}$	$\lambda_j$	$\omega_{j0}$	$\lambda_j$	$\omega_{j0}$
1	4.599	0.404	4.586	0.403	0.308	0.108	0.056	0.046
2	4.700	0.408	4.604	0.404	2.337	0.298	0.422	0.127
3	5.031	0.422	4.664	0.407	8.983	0.585	1.621	0.249
4	5.806	0.454	4.804	0.413	24.546	0.967	4.430	0.411
5	7.311	0.509	5.076	0.424	54.774	1.445	9.886	0.614

**Tableau III.2** — Premières valeurs propres et fréquences propres non amorties associées pour les deux parois étudiées.

Les mêmes différences affectent les fréquences propres associées. L'absence de raideur dans le cas de la paroi 2 permet ainsi d'obtenir des premières fréquences propres dans la gamme des fréquences de forçage pour l'écoulement, et favoriser l'interaction entre les instabilités de l'écoulement et la paroi. C'est en particulier le cas pour la paroi de longueur  $L_{p2}$  dont les fréquences propres sont réduites par rapport au cas de la longueur  $L_{p1}$ .

### III.2.2 Etat stationnaire

Dans un premier temps, des simulations numériques ont été réalisées en vue de calculer un écoulement de base sur paroi souple pour chaque configuration détaillée ci-dessus. La procédure adoptée consiste à initialiser chaque simulation par l'écoulement de base sur paroi rigide avec un profil de Blasius en entrée, en libérant à  $t = 0$  les déplacements de la plaque  $\eta(x, t)$ .

Les parois souples se déforment sous l'effet du gradient de pression initial que possède l'écoulement de base sur paroi rigide, initiant une phase de couplage entre la déformée  $\eta$  et la pression pariétale. Les modes propres sont amortis afin de converger rapidement vers un état stationnaire, dont les caractéristiques (déformée, pression pariétale) sont fortement influencées par les paramètres des parois souples étudiées.

Les valeurs propres jouent en particulier un rôle déterminant dans l'allure de la déformée statique obtenue. Comme il a été exposé dans le premier chapitre, la déformée  $\eta(x, t)$  peut être décomposée sur la base de ses modes propres

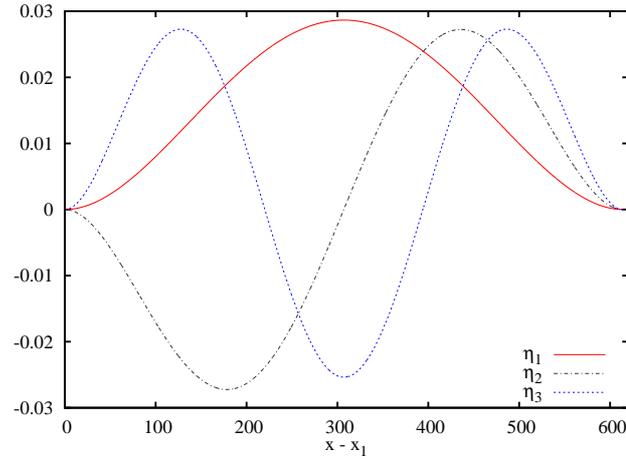
$$\tilde{\eta}(x, t) = \sum_{j=1}^N a_j(t) \hat{\eta}_j(x), \quad (\text{III.5})$$

les amplitudes modales  $a_j(t)$  étant alors solutions des équations

$$m \frac{d^2 a_j(t)}{dt^2} + d_j \frac{d a_j(t)}{dt} + \lambda_j a_j(t) = \langle \sigma_P, \hat{\eta}_j \rangle, \quad (\text{III.6})$$

où  $d_j$  est le coefficient d'amortissement lié au mode  $j$  et  $\sigma_P$  le second membre contenant les termes de pression pariétale et de contraintes visqueuses. Une fois l'état stationnaire atteint, l'amplitude du mode  $j$  est alors  $\frac{\langle \sigma_P, \hat{\eta}_j \rangle}{\lambda_j}$ . Les valeurs des projections  $\langle \sigma_P, \hat{\eta}_j \rangle$ , qui évoluent peu entre l'état initial et l'état stationnaire, sont du même ordre de grandeur d'un mode à l'autre, (en dehors du premier mode pour lequel elle est légèrement plus élevée) et c'est le facteur  $1/\lambda_j$  qui déterminera la contribution relative d'un mode par rapport aux autres dans la déformée statique. Les déformées modales  $\hat{\eta}_j$  des trois premiers modes pour la longueur  $L_{p2}$  sont rappelées figure III.11.

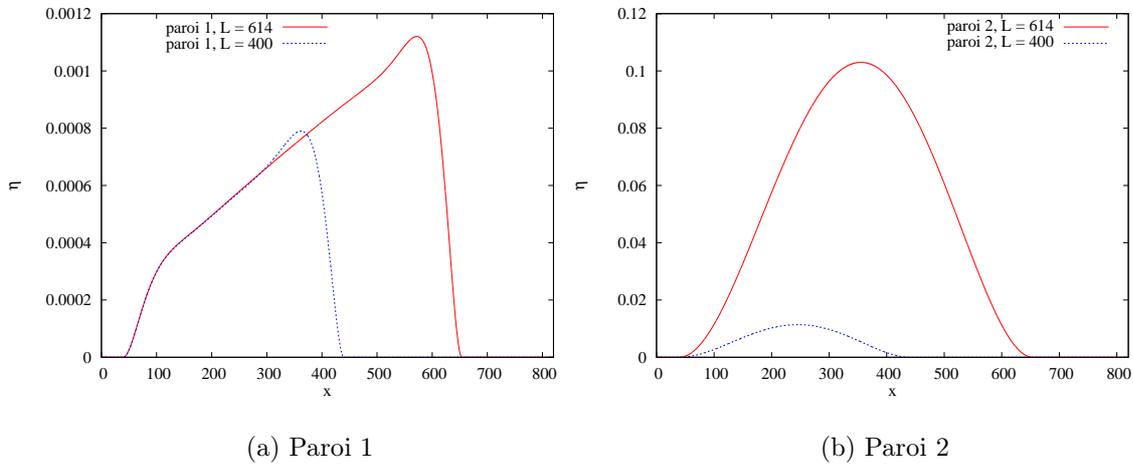
Ainsi, pour la paroi 1, les contributions de tous les modes sont équivalentes puisque leurs valeurs propres vérifient  $\lambda_j \approx \kappa$ . La forme de la déformée statique est alors donnée par le gradient de pression pariétale initial, avec un fort gradient au niveau du bord de fuite dû à la condition d'encastrement. De plus, l'influence de la longueur de la plaque sur la déformée statique est négligeable puisque les valeurs propres sont très peu modifiées. Les déformées résultantes pour les deux longueurs



**Figure III.11** — Déformées propres des trois premiers modes

$L_{p1}$  et  $L_{p2}$  sont représentées sur la figure III.12(a).

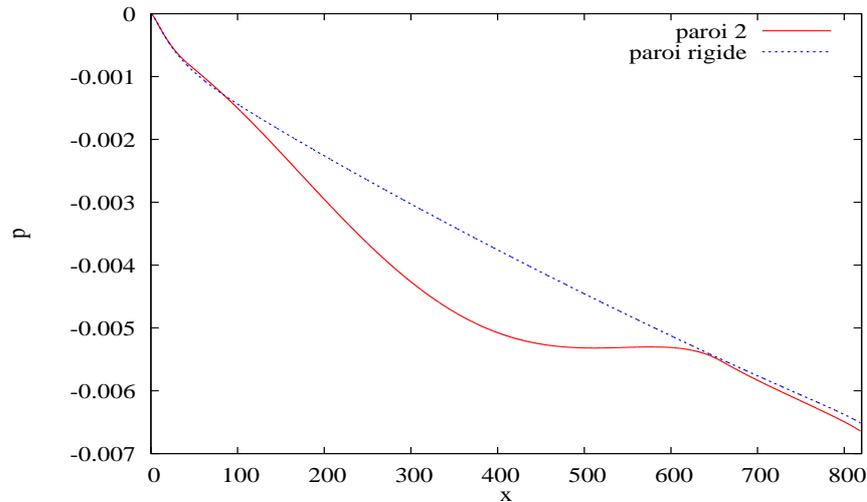
Pour la paroi 2 en revanche, la déformée statique est largement dominée par le mode 1 pour lequel le facteur  $1/\lambda_j$  est le plus élevé, et son amplitude est nettement supérieure à celle de la paroi précédente. Un allongement de la plaque donne ici lieu à une déformation statique bien plus élevée (figure III.12(b)).



**Figure III.12** — Déformations statiques des deux parois souples étudiées

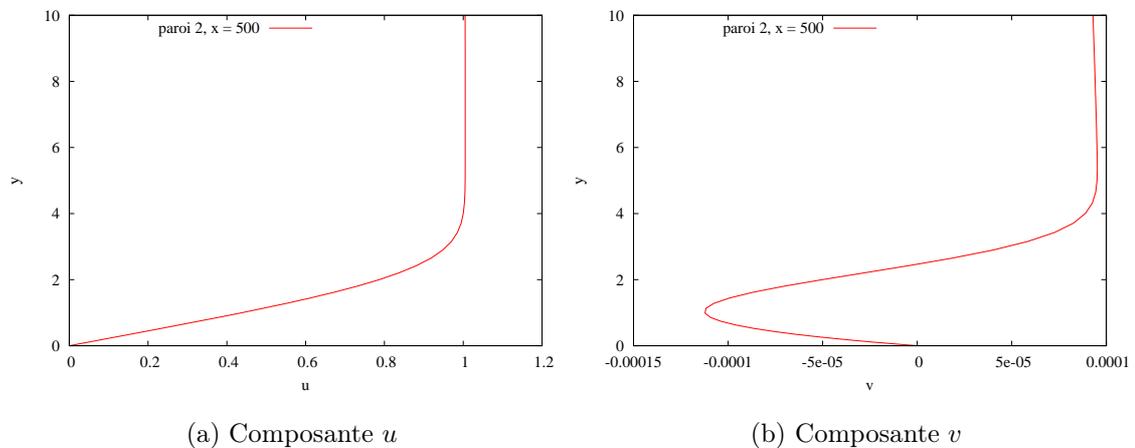
Dans le cas de la paroi 2 de longueur  $L_{p2}$ , la déformée statique atteint des niveaux suffisamment élevés pour modifier de façon notable par couplage la pression pariétale de l'écoulement de base par rapport au cas de la paroi rigide (figure III.13).

L'allure de la pression pariétale le long de la paroi 2, qui présente un plateau en aval du centre de la plaque, révèle l'amorce d'une décélération de l'écoulement dans cette zone. La figure III.14 illustre les profils des composantes  $u$  et  $v$  de vitesse



**Figure III.13** — Pressions pariétales des écoulements de base sur paroi rigide et de matériau 2

au point  $x \approx 500$  correspondant aux trois quarts de la plaque : si la composante  $u$  est très peu modifiée par rapport au cas de la paroi rigide, la composante  $v$ , plus faible, subit des variations importantes et devient négative dans la zone  $y \leq 2$ .



**Figure III.14** — Profils de vitesse en  $x = 500$  de l'écoulement stationnaire sur la paroi 2

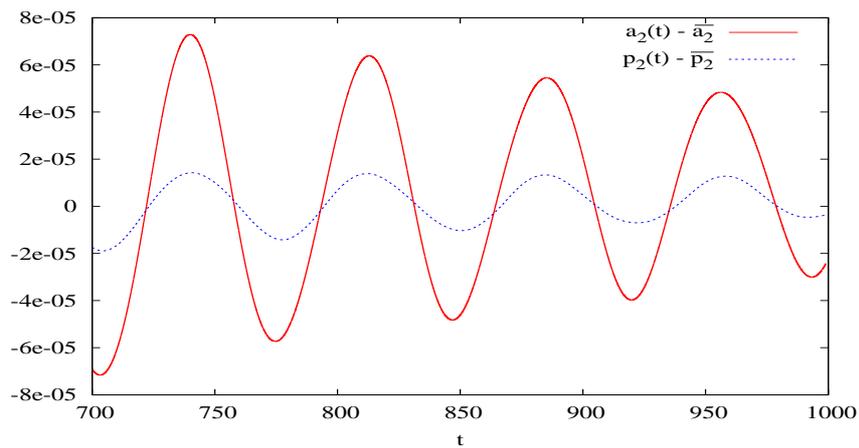
### III.2.3 Masse ajoutée

Des essais ont été conduits à partir des états stationnaires des parois 1 et 2 de longueur  $L_{p2}$  afin d'étudier plus en détail leur comportement modal. Pour ce faire, les coefficients d'amortissement des modes ont été réduits simultanément, générant des oscillations de faible amplitude de la déformée  $\eta(x, t)$  et des amplitudes modales  $a_j(t)$ .

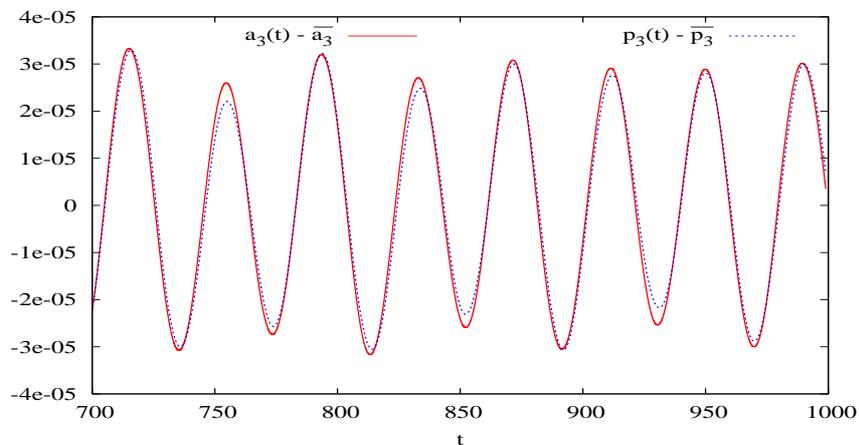
Les fréquences relevées sur les évolutions temporelles des amplitudes modales se sont révélées inférieures d'environ 30 % aux fréquences théoriques, étant par exemple de l'ordre de 0.26 pour les premiers modes de la paroi 1 au lieu de 0.40 comme indiqué dans le tableau III.2.

Cette diminution met en évidence un phénomène de masse ajoutée, que l'on a pu quantifier pour chaque mode  $j$  en comparant l'évolution temporelle de l'amplitude du mode,  $a_j(t)$ , à celle de la projection de la pression sur ce mode  $p_j(t) = \langle -p, \hat{\eta}_j \rangle(t)$ . Il a ainsi été vérifié que ces deux quantités évoluaient en phase (par exemple pour les modes 2 et 3 de la paroi 2, figure III.15, sur laquelle sont représentées les fluctuations de ces quantités autour de leur valeur moyenne), et qu'il était possible de déterminer un coefficient de proportionnalité  $\beta_j \geq 0$  tel que

$$p_j = \beta_j a_j + \gamma_j. \quad (\text{III.7})$$



(a) Mode 2



(b) Mode 3

**Figure III.15** — Comparaison des fluctuations de  $a_j(t)$  et de  $p_j(t)$  pour la paroi 2

L'équation vérifiée par l'amplitude modale  $a_j$  peut alors se mettre sous la forme

$$m \frac{d^2 a_j(t)}{dt^2} + d_j \frac{d a_j(t)}{dt} + (\lambda_j - \beta_j) a_j(t) = s_j, \quad (\text{III.8})$$

où  $s_j$  représente la projection des termes de  $\sigma_P$  restants sur le mode  $j$ , soit  $s_j = \gamma_j + \langle \tau, \hat{\eta}_j \rangle$ ,  $\tau$  représentant la contrainte visqueuse normale. La pulsation propre non amortie s'écrit alors

$$\omega'_{j0} = \sqrt{\frac{\lambda_j - \beta_j}{m}}.$$

En pratique, les coefficients  $\beta_j$  sont calculés à partir des amplitudes crête à crête relevées sur les courbes  $a_j(t)$  et  $p_j(t)$ . Un coefficient d'environ  $\beta_j \approx 2.7$  a ainsi été mesuré pour les premiers modes de la paroi 1, correspondant à la fréquence de 0.26 observée.

Le cas de la paroi 2 s'est avéré plus complexe. Il a d'abord été observé qu'une diminution du coefficient d'amortissement  $\varepsilon_1$  génèrait de fortes variations de l'amplitude  $a_1$  qui se transmettaient aux autres amplitudes modales. Ces oscillations, à l'échelle spatiale du domaine de calcul et de grande amplitude, sont sensibles du point de vue de leur traitement numérique. Aussi, même en l'absence de perturbations dans l'écoulement, il a été décidé d'amortir complètement le premier mode par un coefficient  $\varepsilon_1 > 1$ , de façon à obtenir une pulsation propre imaginaire et à en supprimer le comportement oscillant.

Les autres modes, excités par la variation initiale de  $a_1$ , donnent lieu à des oscillations dont les fréquences sont également inférieures à leurs valeurs théoriques. Les valeurs des coefficients  $\beta_j$  et des fréquences propres modifiées  $\omega'_j$ , mesurées à partir des figures de type III.15, sont données dans le tableau III.3. La diminution des fréquences propres par l'effet de masse ajoutée ainsi obtenue est évaluée autour de 30%, comme pour la paroi 1. On observe que la paroi 2 de longueur  $L_{p2}$  a la particularité de posséder une fréquence propre  $\omega'_3 \approx 0.16$  identique à l'une des fréquences de forçage tel qu'il avait été défini sur paroi rigide; ce cas sera étudié de manière approfondie dans le paragraphe suivant.

L'observation des évolutions temporelles des amplitudes modales a également montré que l'amplitude  $a_1$ , après avoir subi de fortes variations rapidement amorties, présentait des oscillations à la fréquence  $\omega'_2$ ; il sera de même souvent observé dans la suite qu'un mode de plus forte amplitude (en termes d'amplitude crête à crête) pouvait affecter les autres modes les plus proches en leur transmettant sa

mode $j$	Paroi 1		Paroi 2	
	$\beta_j$	$\omega'_j$	$\beta_j$	$\omega'_j$
1	2.7	0.26	-	-
2	2.7	0.26	0.23	0.09
3	2.8	0.26	1.0	0.16
4	2.9	0.26	2.5	0.27
5	3.1	0.26	5.3	0.42

**Tableau III.3** — Modification des fréquences propres par la masse ajoutée.

fréquence d'oscillation, par l'intermédiaire du terme de forçage  $\sigma_P$  qui redistribue les fréquences, dans une certaine mesure, via le couplage avec l'écoulement.

Les tests effectués sur la paroi 2, pour laquelle les modes sont bien séparés en fréquence, ont également permis d'observer que les modes dont la forme modale est paire par rapport au centre de la plaque étaient plus sensibles aux perturbations extérieures que les modes de forme impaire (ici l'indice des modes de forme paire est impair, et inversement). Ainsi, en l'absence d'amortissement, les amplitudes des modes 3 et 5, de forme paire, croissent plus rapidement que celles des modes 2 et 4, la croissance étant d'autant plus forte que la fréquence du mode est basse.

### III.2.4 Dynamique instationnaire

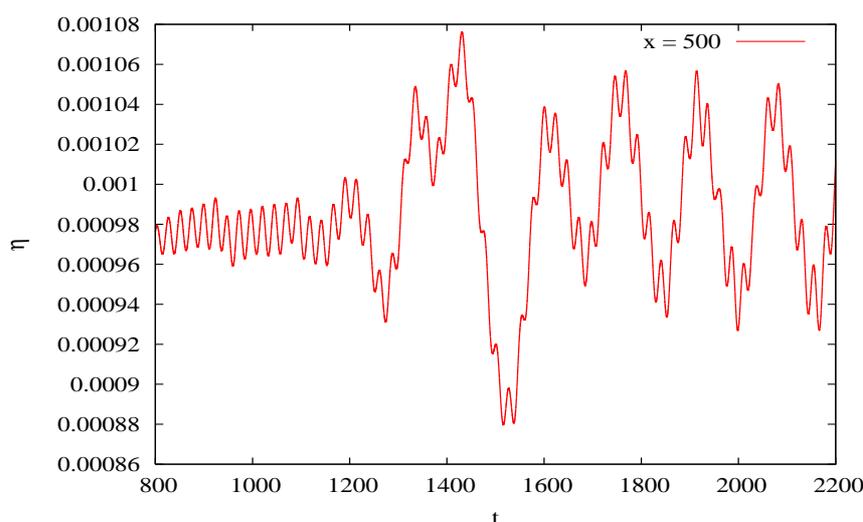
L'écoulement de couche limite stationnaire le long de la paroi souple déformée est maintenant perturbé par un forçage oscillatoire volumique d'amplitude  $A$  identique à celui introduit dans le cas de la paroi rigide. Le forçage comprend les quatre mêmes fréquences adimensionnées  $\omega_1 = 0.04$ ,  $\omega_2 = 0.08$ ,  $\omega_3 = 0.12$  et  $\omega_4 = 0.16$ , et est situé au même point  $x_0 = 35$ ,  $y_0 = 1.5$ , soit juste en amont du bord d'attaque de la plaque souple positionné en  $x_1 = 40$ . Les fluctuations de vitesse et de pression générées par le forçage constituent une source d'excitation pour la paroi souple.

Dans cette partie seront analysés les mouvements des parois 1 et 2 de longueur  $L_{p2} \approx 600$  couplés aux instabilités qui se développent dans la couche limite, et leur influence sur la pression pariétale.

#### Déformations induites par le couplage

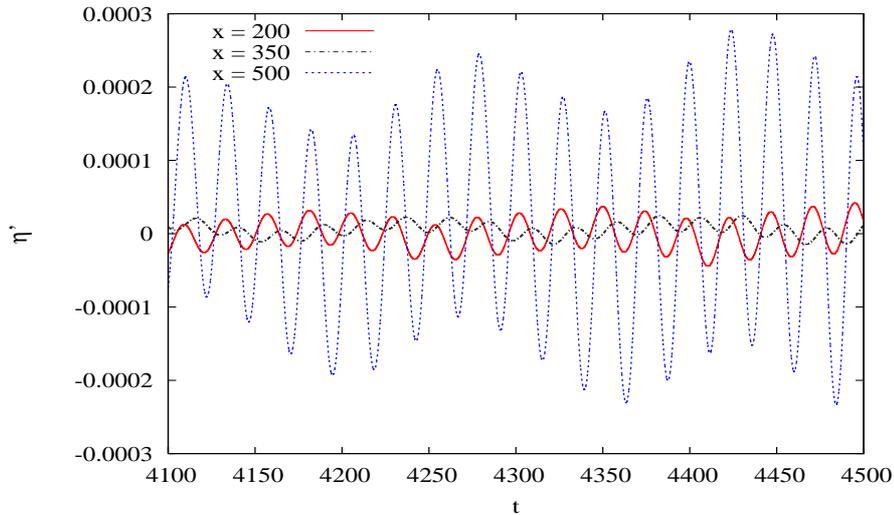
On considère dans un premier temps le cas de la paroi 1 de longueur  $L_{p2}$ , avec un forçage d'amplitude  $A = 0.005$  pour laquelle, comme nous l'avons vu précé-

demment, la saturation se produit en fin de domaine. La simulation est réalisée en choisissant un amortissement minimal en vue d'éviter les résonances ( $\varepsilon_j \approx 0.05$  pour les premiers modes), qui ne modifie quasiment pas les valeurs des fréquences propres des modes (diminution d'environ 0.1 %). L'écoulement, comme sur paroi rigide, subit d'abord une phase transitoire pendant laquelle le front d'instabilités est convecté depuis la position de forçage jusqu'en sortie de domaine. Pendant ce régime transitoire, les efforts exercés sur la plaque souple et les déplacements générés sont fortement variables en espace et en temps. Ainsi, en un point donné de la plaque (par exemple  $x \approx 500$  correspondant aux trois quarts de la plaque souple, figure III.16), les fluctuations de pression pariétale génèrent des vibrations de faible amplitude dominées par la fréquence propre  $\omega \approx 0.26$  tant que le front instable est en amont du point considéré. Après le passage du front, l'amplitude des déplacements est plus élevée et la fréquence dominante devient la première fréquence de forçage  $\omega_1 = 0.04$ , le déplacement maximal correspondant à une dépression maximale.



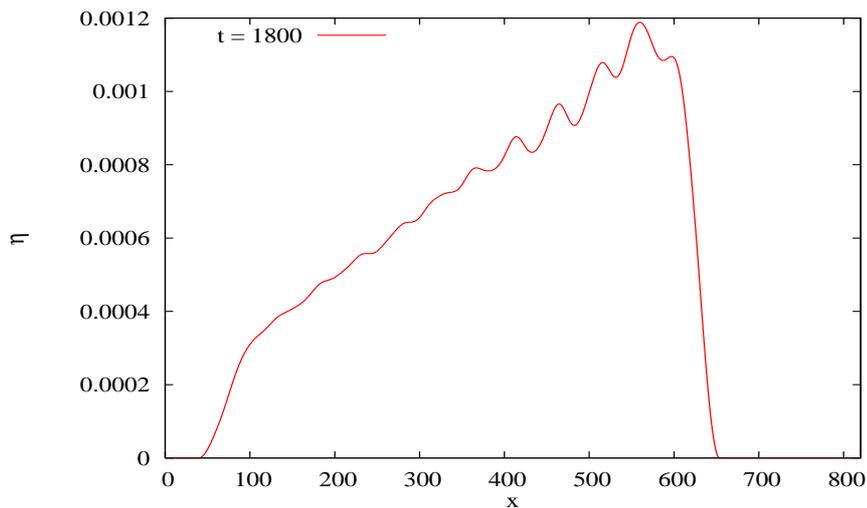
**Figure III.16** — Evolution temporelle du déplacement au point  $x \approx 500$  pour la paroi 1

En tous points de la plaque, l'amplitude des vibrations propres croît légèrement au cours du temps, et le déplacement en régime établi est constitué d'oscillations à la fréquence propre superposées aux oscillations à la première fréquence de forçage, les deux fréquences étant clairement visibles. La valeur moyenne du déplacement en un point est constante et correspond à la déformée statique initiale. L'amplitude des fluctuations de déformée autour de cette valeur statique varie fortement d'un point à un autre le long de la plaque ainsi que le montre la figure III.17 : elle est minimale au centre de la plaque ( $x \approx 350$ ) et maximale en fin de paroi, où les fluctuations de pression pariétale sont également les plus fortes.



**Figure III.17** — Fluctuations de déformée en régime établi en trois points de la paroi 1

Les fluctuations de déformée ont une amplitude inférieure d'un ordre de grandeur à leur valeur moyenne, aussi l'allure spatiale de la déformée est dominée par la déformation statique (figure III.18). En régime établi, des oscillations de petite échelle spatiale et d'amplitude croissante le long de la paroi sont visibles superposées à la déformation statique. Ces oscillations sont liées aux fluctuations de pression générées par la première fréquence de forçage, ce qui sera confirmé par l'analyse spectrale de la déformée  $\eta(x, t)$ .

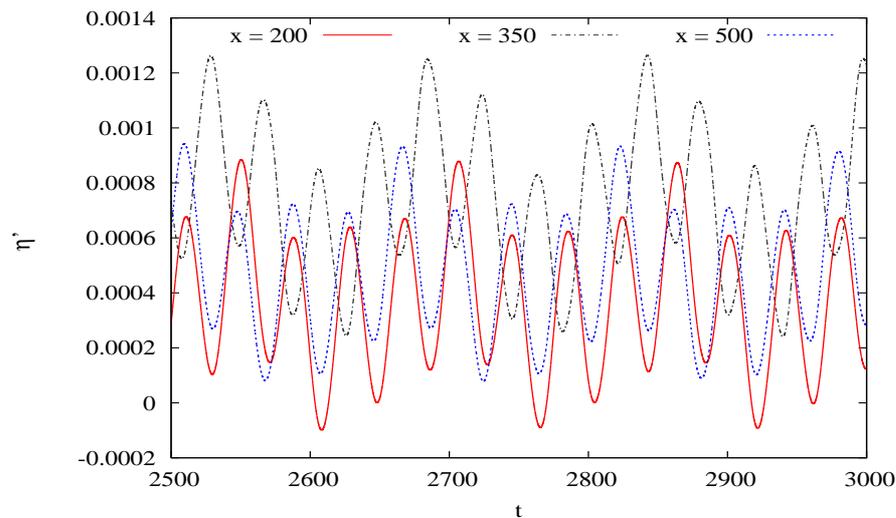


**Figure III.18** — Déformée spatiale instantanée de la paroi 1

Ainsi qu'il a déjà été observé au niveau de la déformation statique, la paroi 2 réagit de façon très différente au couplage avec l'écoulement de couche limite perturbé, l'absence de ressorts induisant un comportement plus modal que celui de

la paroi 1. La simulation est réalisée avec des coefficients d'amortissement très faibles ( $\varepsilon_j$  de l'ordre de  $10^{-4}$ ) à l'exception des premiers modes de forme paire :  $\varepsilon_1 > 1$  (comme il a été mentionné précédemment, l'oscillation à l'échelle du domaine étant difficile à maîtriser, le mode 1 est complètement amorti),  $\varepsilon_3 \approx 0.04$  et  $\varepsilon_5$  réajusté à  $10^{-3}$  dans les simulations suivantes.

Suite à l'effet de masse ajoutée, décrit dans le paragraphe III.2.3, la troisième fréquence propre de cette plaque  $\omega'_3$  coïncide avec la quatrième fréquence de forçage  $\omega_4 = 0.16$ . Aussi, dès le début de la simulation, les signaux de déformée en un point de la plaque sont dominés par des oscillations de relativement forte amplitude à la troisième fréquence propre. La première fréquence de perturbation est également visible, mais le passage du front en un point n'a ici pas d'influence sur le déplacement qui reste identique. Contrairement à la paroi 1, les amplitudes des fluctuations de déformée sont du même ordre de grandeur en tous points de la plaque (figure III.19).



**Figure III.19** — Fluctuations de déformée en trois points fixés de la paroi 2 en régime établi

Le coefficient d'amortissement du mode 3 a été ajusté de façon à ce que l'amplitude de l'enveloppe des oscillations à la troisième fréquence propre reste constante au cours du temps. Cette amplitude est particulièrement élevée du fait de la résonance entre les vibrations propres et les instabilités dans l'écoulement, et les amplitudes modales  $a_j(t)$  des autres modes voisins s'en trouvent affectées. Ainsi, en régime établi, l'amplitude du quatrième mode  $a_4(t)$  ne présente des oscillations qu'à la troisième fréquence propre, la quatrième n'étant plus visible, comme l'illustre la figure III.2.4 qui compare les variations des amplitudes  $a_3$  et  $a_4$  autour de leur valeur moyenne respective.

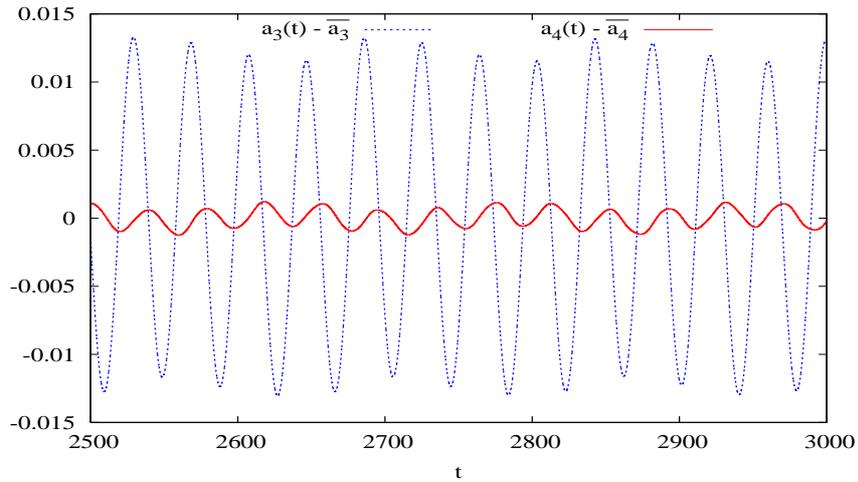
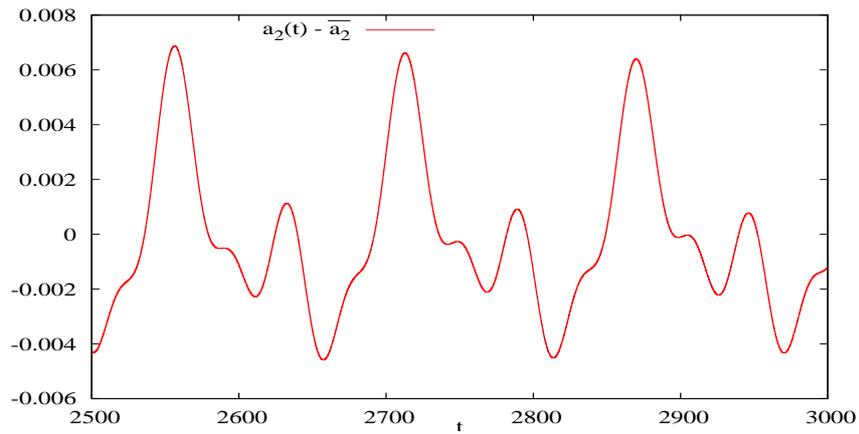
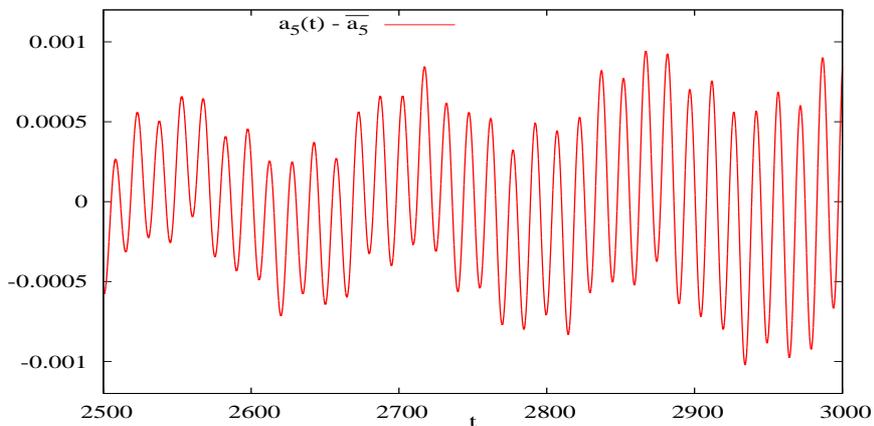


Figure III.20 — Transfert de la 3<sup>ème</sup> fréquence propre de la paroi 2 au mode 4

De même, la seconde fréquence propre n'apparaît plus, l'amplitude de ce mode présente, comme celle du mode 1, une superposition d'oscillations à la troisième



(a) Mode 2



(b) Mode 5

Figure III.21 — Evolutions temporelles des amplitudes modales de la paroi 2 autour de leur valeur moyenne

fréquence propre  $\omega'_3 = 0.16$  ainsi qu'à la première fréquence de forçage  $\omega_1 = 0.04$  (figure III.21(a)). Ces deux fréquences sont également visibles sur l'amplitude  $a_5(t)$  en début de simulation, mais la cinquième fréquence propre  $\omega = 0.42$  s'impose progressivement du fait d'un début de résonance (figure III.21(b)). Le phénomène de transfert de fréquences, induit par le couplage avec l'écoulement par l'intermédiaire du forçage  $\sigma_P$ , est ici clairement visible.

On note que les fluctuations  $\eta'(x, t) = \eta(x, t) - \eta_{stat}(x)$  représentées sur la figure III.19 ne sont cette fois pas centrées autour de 0, mais autour d'une valeur positive constante au cours du temps en régime établi. Cet écart est dû à des variations initiales de l'amplitude  $a_1$  du premier mode. En effet, les valeurs moyennes des vitesses et pression de l'écoulement induites par le forçage ne sont pas identiques à leurs valeurs statiques. Par le couplage, l'amplitude  $a_1$ , rapidement amortie, se stabilise autour d'une valeur qui diffère de sa valeur de l'état statique, influant sur la déformée moyenne. La différence entre la déformée moyenne et la déformée statique en tout point de la plaque ainsi obtenue est illustrée sur la figure III.22.

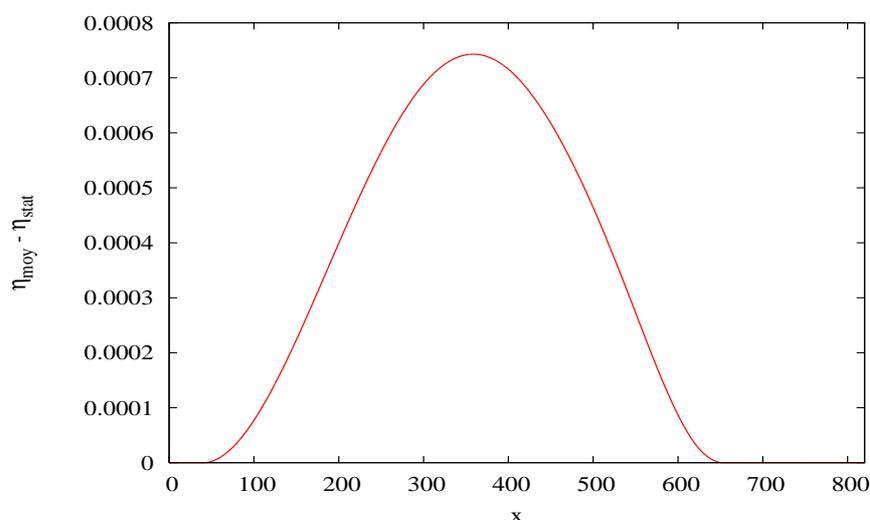
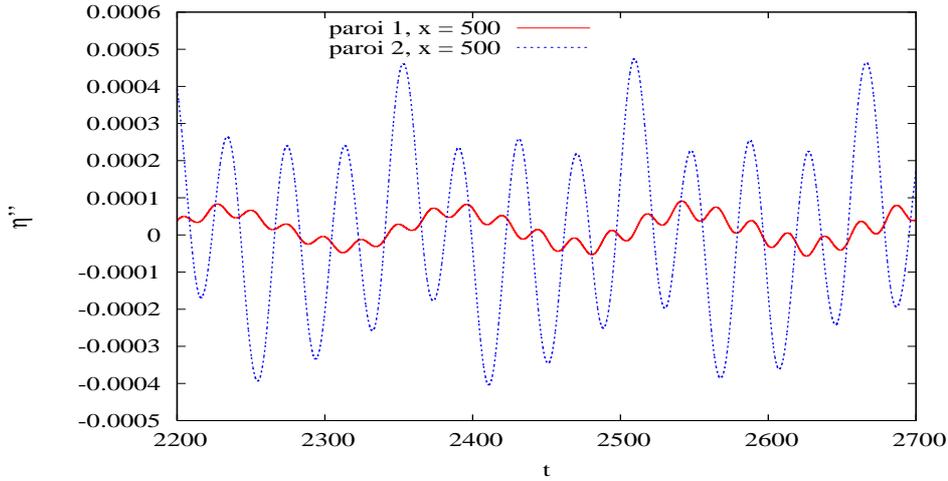


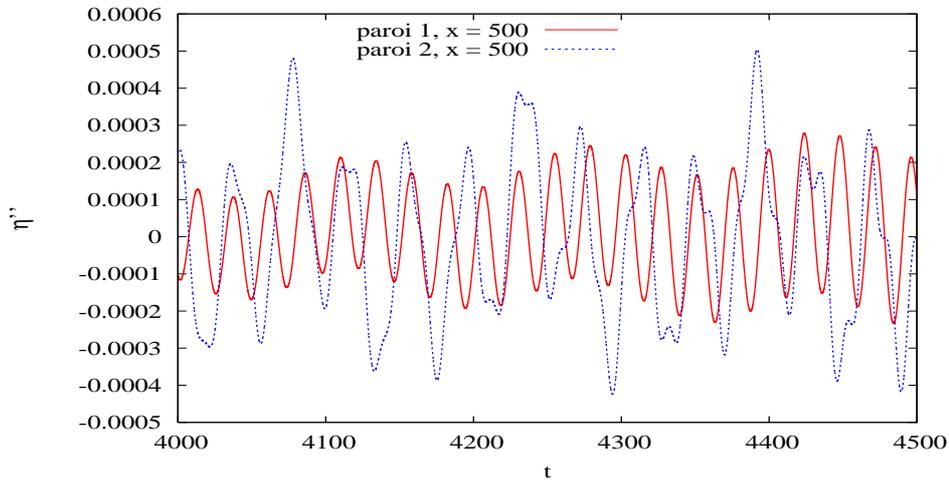
Figure III.22 — Ecart  $\bar{\eta}(x) - \eta_{stat}(x)$  pour la paroi 2

Pour apprécier les différences de niveaux de vibration entre les deux parois, il apparaît ainsi plus adapté de comparer les fluctuations  $\eta''(x, t) = \eta(x, t) - \bar{\eta}(x)$ . De par les fortes oscillations à la troisième fréquence propre, ces fluctuations ont pour la paroi 2 des amplitudes supérieures à celles obtenues pour la paroi 1, la différence d'amplitudes étant cependant nettement moins importante que celle observée entre les déformées statiques. L'écart tend de plus à diminuer au cours du temps, la résonance à la fréquence propre  $\omega \approx 0.26$  de la paroi 1 n'étant pas complètement amortie (exemple en  $x = 500$ , figure III.23).

Les déformées spatiales instantanées de la paroi 2 sont également largement



(a) Début du régime établi

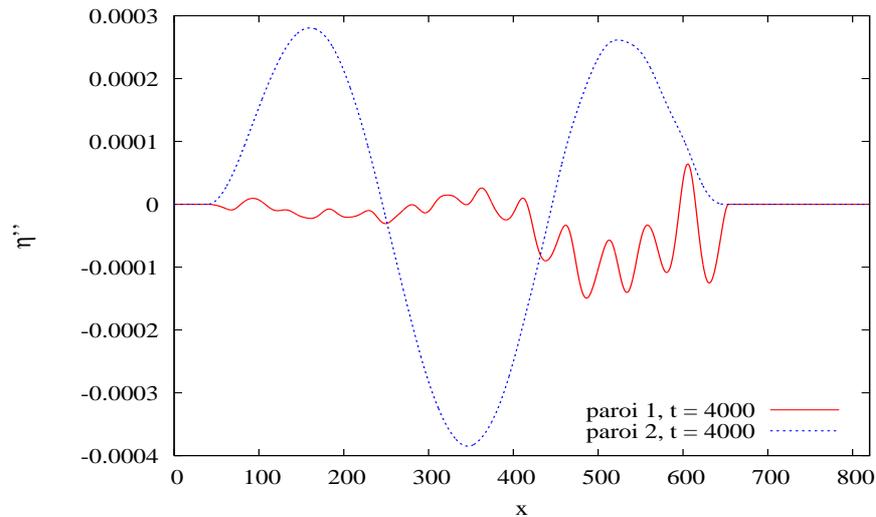


(b) Fin de simulation

**Figure III.23** — Comparaison des fluctuations de déformée  $\eta''$  en  $x \approx 500$  pour les deux parois souples

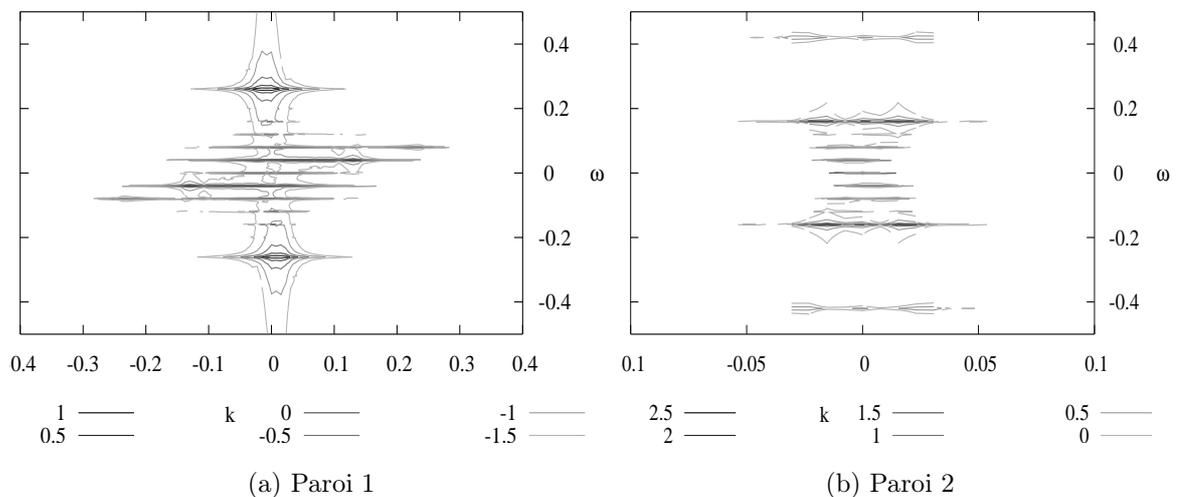
dominées par la déformée statique, comme pour la paroi 1. Les différences de comportement entre les deux plaques sont mises en évidence par la superposition des fluctuations spatiales de déformée  $\eta''(x, t)$  à un même instant  $t$ . Ainsi, la courbe correspondant à la paroi 1 est dominée par les petites structures spatiales liées aux instabilités, des variations d'amplitudes de plus large échelle spatiale, liées aux vibrations propres, pouvant cependant être visibles en fin de plaque. Pour la paroi 2 au contraire, ce sont les structures modales qui sont privilégiées, avec une prédominance de la structure du mode 3 (figure III.24).

L'analyse spectrale des fluctuations de déformée en régime établi pour les deux types de paroi souple confirme les différences observées sur les évolutions spatiales et temporelles. Les structures des deux spectres obtenus sont en effet très différentes.



**Figure III.24** — Fluctuations spatiales de déformée  $\eta''$  pour les deux parois souples à  $t = 4000$

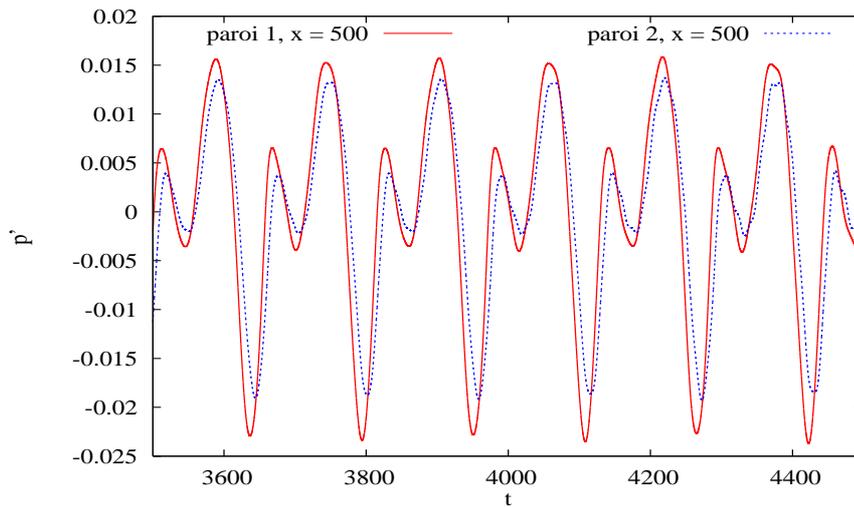
Dans le cas de la paroi 1, le spectre, illustré sur la figure III.25(a), présente deux pics modaux à la fréquence propre  $\omega \approx 0.26$  auxquels se superposent les traces des structures convectives caractérisant le spectre de pression pariétale sur paroi rigide. Les pics à la première fréquence de forçage sont en particulier du même ordre de grandeur que les pics modaux, et on peut vérifier que leur nombre d'onde associé ( $k \approx \pm 0.14$ ) caractérise les petites structures spatiales visibles sur les déformées instantanées (par exemple à  $t = 4000$ , figure III.24). Sur le spectre correspondant à la paroi 2, les niveaux sont supérieurs au spectre précédent, et seuls les pics aux nombres d'onde proches de 0 subsistent. Le spectre est dominé par les pics aux troisième et cinquième fréquences propres, mais les trois premières fréquences de forçage sont également visibles à  $k = 0$  (figure III.25(b)).



**Figure III.25** — Spectres des fluctuations de déformée  $\hat{\eta}(k, \omega)$  pour les deux parois

### Pressions pariétales

Les vibrations des plaques souples modifient la pression pariétale par l'intermédiaire des fluctuations de vitesse qu'elles génèrent. Dans le cas de la paroi 1, le niveau de vibrations est faible et leur effet sur la pression pariétale est inférieur de plusieurs ordres de grandeur aux fluctuations dues aux instabilités. Ainsi, l'allure de la pression pariétale reste similaire à celle obtenue sur paroi rigide. L'effet des vibrations de la paroi 2, de plus grandes amplitudes et à des fréquences plus proches de celles du forçage, commence à apparaître sur les évolutions temporelles de pression en fin de plaque, qui montrent une légère atténuation de l'amplitude des oscillations par rapport au cas de la plaque de matériau 1 (cf. la figure III.26 qui compare les fluctuations de pression autour des pressions statiques pour les deux plaques en  $x \approx 500$ ).

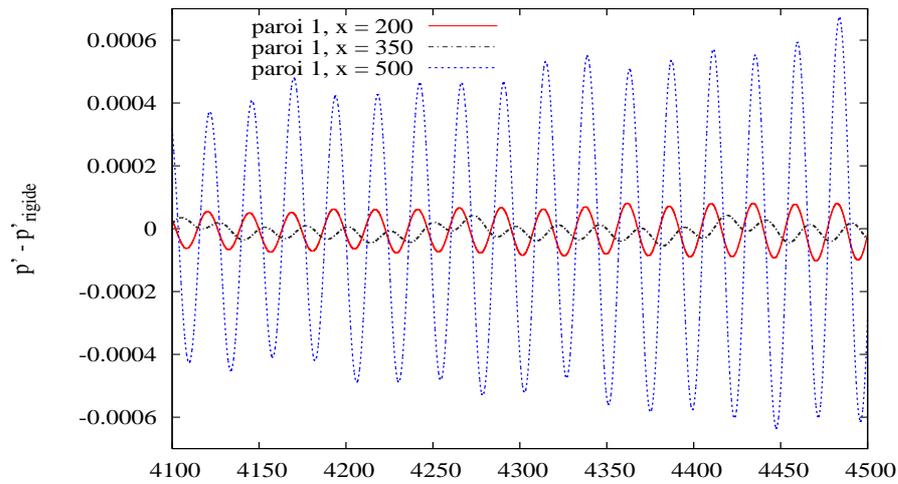


**Figure III.26** — Fluctuations de pression pariétale en  $x = 500$  pour les deux parois en régime établi

Afin de caractériser plus précisément l'influence des vibrations des deux parois souples sur les pressions pariétales, les différences de pressions  $p_{souple} - p_{rigide}(x, t)$ , ou de leurs fluctuations  $p'_{souple} - p'_{rigide}(x, t)$  (pour s'affranchir des différences de pressions statiques), ont été calculées et comparées. Le calcul est possible car les signaux à une position donnée sont en phase entre les cas rigide et souples.

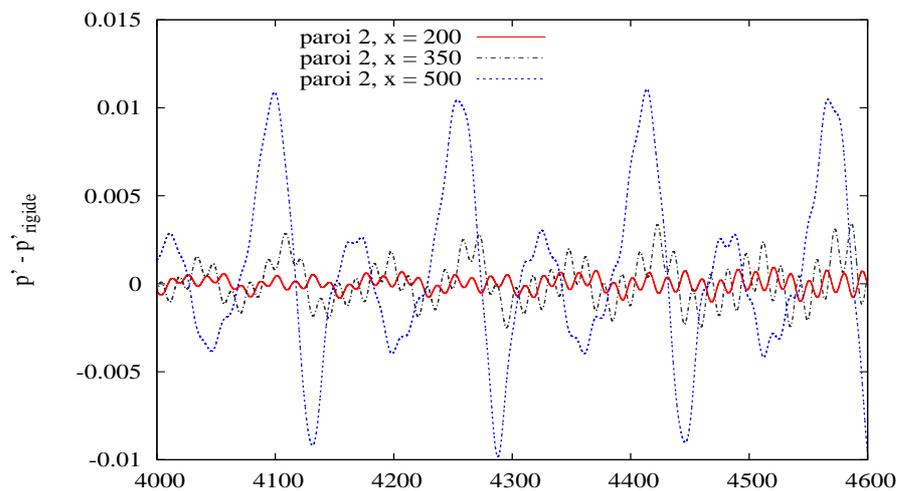
On observe ainsi que l'influence de la paroi 1 sur la pression se traduit essentiellement par des oscillations à sa fréquence propre, donc maximales au niveau de son bord de fuite et minimales en son centre  $x \approx 350$  (figure III.27). En cette position la première fréquence de forçage devient également visible, révélant un léger effet d'atténuation des perturbations par la plaque.

Les vibrations de la paroi 2, au contraire, affectent principalement les pertur-



**Figure III.27** — Différences de fluctuations de pression pariétale entre la paroi 1 et la paroi rigide en régime établi

bations de pression dues au forçage en en réduisant l'amplitude par rapport au cas rigide. La différence de pressions croît avec l'amplitude des perturbations, et est donc maximale en fin de plaque. Lorsque le niveau des perturbations est suffisamment faible, notamment en début de plaque, des oscillations propres apparaissent également sur les courbes, et sont ici dominées par la cinquième fréquence propre  $\omega'_5 \approx 0.42$  (figure III.28).



**Figure III.28** — Différences de fluctuations de pression pariétale entre la paroi 2 et la paroi rigide en régime établi

Quelle que soit la position considérée, les différences de pressions ont des amplitudes supérieures pour la paroi 2 que pour la paroi 1 (exemple en  $x = 500$  figure III.29).

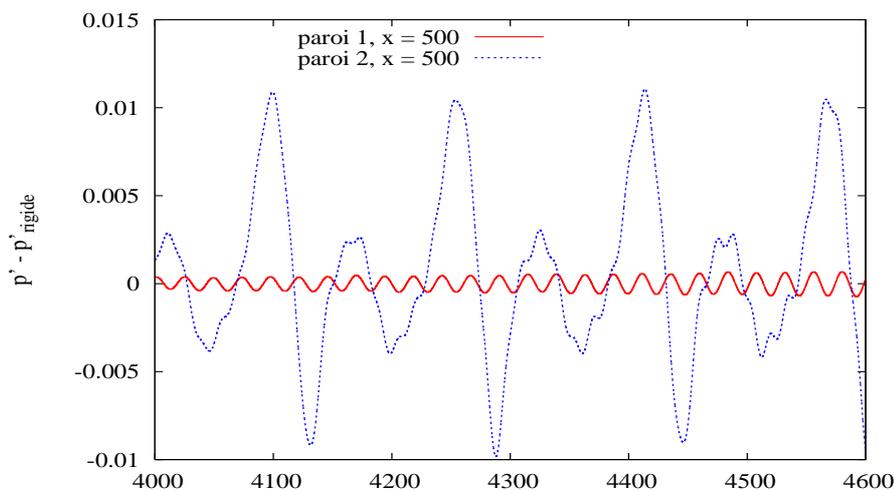


Figure III.29 — Différences de fluctuations<sup>t</sup> de pression pariétale entre les parois souples et la paroi rigide en  $x \approx 500$  en régime établi

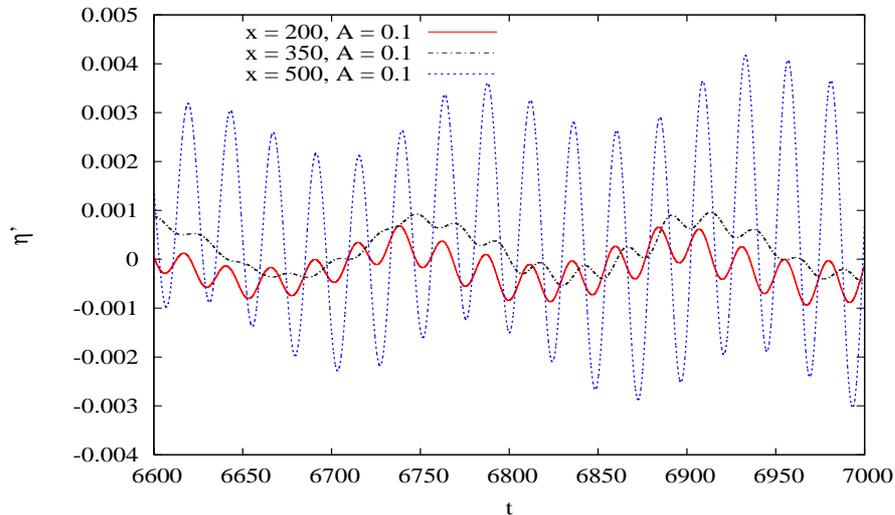
### Influence de l'amplitude de forçage

Comme sur paroi rigide, l'amplitude de forçage  $A$  a été augmentée afin d'en étudier l'influence sur les instabilités dans l'écoulement et leur interaction avec les vibrations des parois souples. Diverses amplitudes ont ainsi été testées, la valeur maximale considérée étant également  $A = 0.1$ . On rappelle que pour cette amplitude, les fluctuations de pression sont très rapidement saturées en aval de la position de forçage, et ont une amplitude quasiment constante sur toute la longueur des parois souples. Pour plus de clarté, seul ce dernier cas sera comparé au cas précédent  $A = 0.005$ .

En ce qui concerne la paroi 1, la simulation avec l'amplitude  $A = 0.1$  est réalisée en partant du régime établi obtenu pour l'amplitude  $A = 0.005$ . Le comportement de cette paroi souple possède des tendances similaires à celles que l'on a observées pour  $A = 0.005$  : les vibrations sont ici encore dominées par une superposition d'oscillations à la fréquence propre  $\omega' = 0.26$  ainsi qu'à la première fréquence de forçage  $\omega_1 = 0.04$ , et sont maximales en fin de paroi. En revanche, les amplitudes de ces vibrations sont supérieures de plusieurs ordres de grandeur pour  $A = 0.1$ , ce qui est dû à l'augmentation de  $A$  mais également aux valeurs initiales plus élevées.

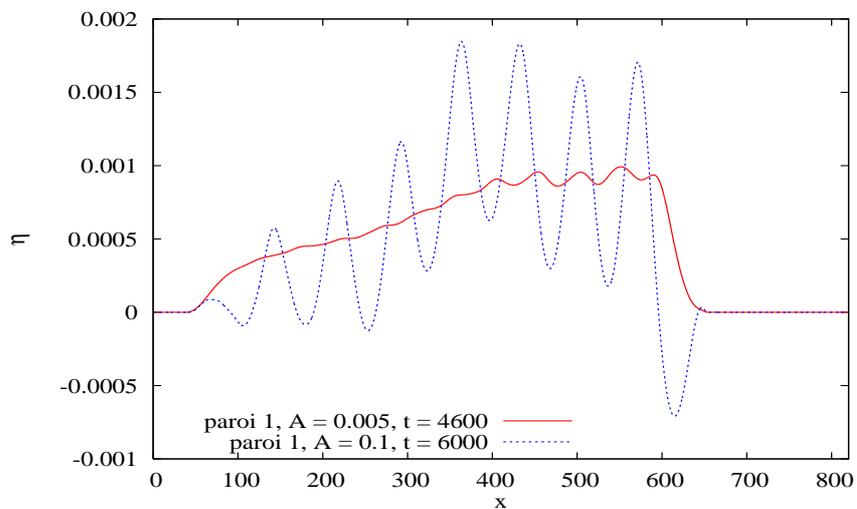
Ainsi, la figure III.30 montre que les fluctuations de déformée aux trois points  $x = 200$ ,  $x = 350$  et  $x = 500$  de la paroi souple ont une allure très proche pour l'amplitude  $A = 0.1$  que celle que l'on observait précédemment (cf. figure III.17). Outre les différences d'amplitudes, très supérieures pour  $A = 0.1$ , on note qu'en début et en milieu de paroi, les contributions des oscillations à la première fréquence de forçage deviennent plus importantes relativement aux contributions

modales. Ceci s'explique par la saturation des fluctuations de pression, qui étaient auparavant d'amplitude croissante le long de la paroi souple, et relativement faibles dans cette zone.



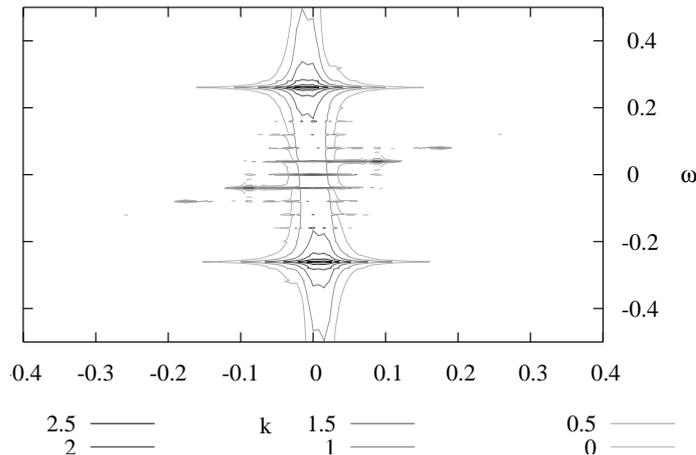
**Figure III.30** — Fluctuations de déformée en trois points de la paroi 1 pour le forçage d'amplitude  $A = 0.1$

Les évolutions spatiales de déformée instantanée, illustrées sur la figure III.31, confirment que les contributions liées aux fluctuations de pression, caractérisées par des structures de petite échelle spatiale, sont visibles dès le bord d'attaque de la paroi souple et gardent une amplitude du même ordre de grandeur tout au long de la plaque. Cette amplitude est par ailleurs de même niveau que la déformation statique, contrairement à ce qu'on observait pour  $A = 0.005$ .



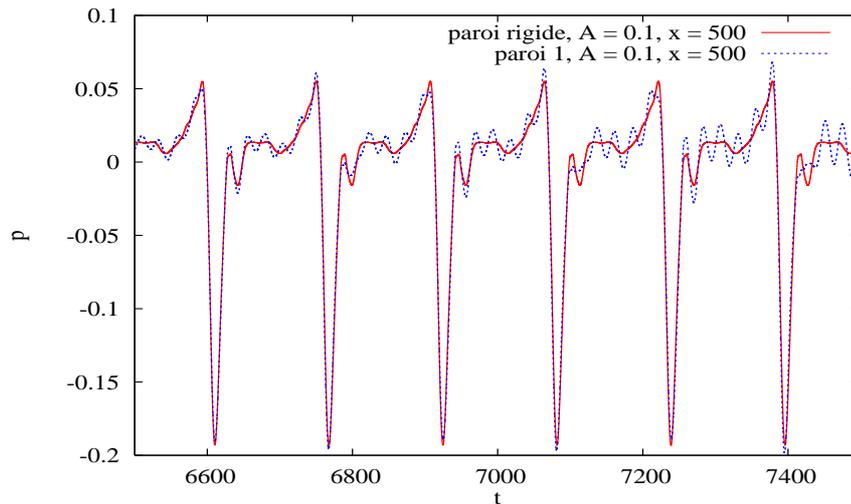
**Figure III.31** — Déformations spatiales instantanées de la paroi 1 pour les deux amplitudes de forçage  $A = 0.005$  et  $A = 0.1$

De même, l'allure du spectre des fluctuations de déformée de la paroi 1, représenté sur la figure III.32, est proche de celle observée pour  $A = 0.005$  (cf. figure III.25(a)), avec des amplitudes nettement supérieures. La trace d'instabilités est toujours visible, notamment à la première fréquence de forçage  $\omega_1 = 0.04$ , mais les pics modaux ont ici une amplitude légèrement supérieure.



**Figure III.32** — Spectre en nombres d'onde - fréquences des fluctuations de déformée de la paroi 1 pour  $A = 0.1$

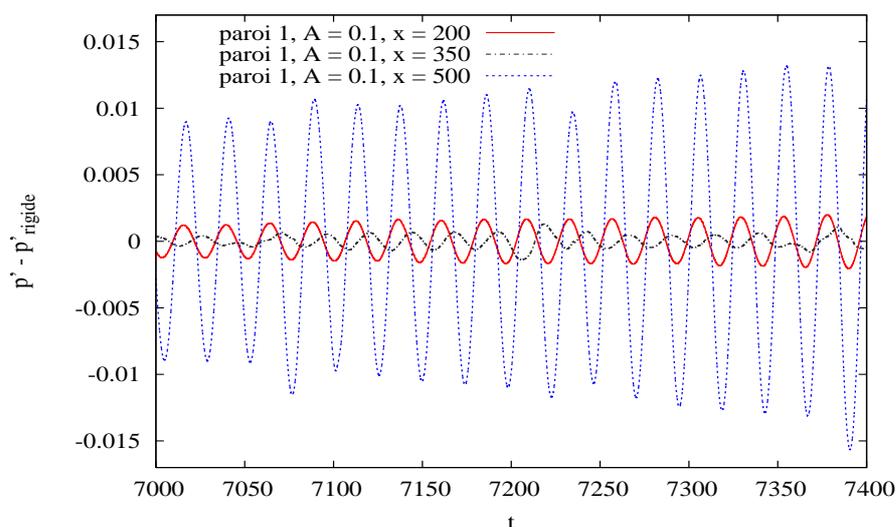
Avec cette amplitude de forçage, le niveau de vibration est devenu suffisant pour que des oscillations à la fréquence propre soient visibles sur le signal de pression en un point de la plaque (cf. en fin de paroi  $x = 500$  pour  $A = 0.1$ , figure III.33).



**Figure III.33** — Comparaison des pressions sur paroi 1 et paroi rigide en  $x = 500$  pour  $A = 0.1$

Le tracé des différences de pressions  $p_{souple} - p_{rigide}(x, t)$  en un point donné entre le cas de la paroi 1 et le cas rigide permet de mieux mettre en évidence l'influence

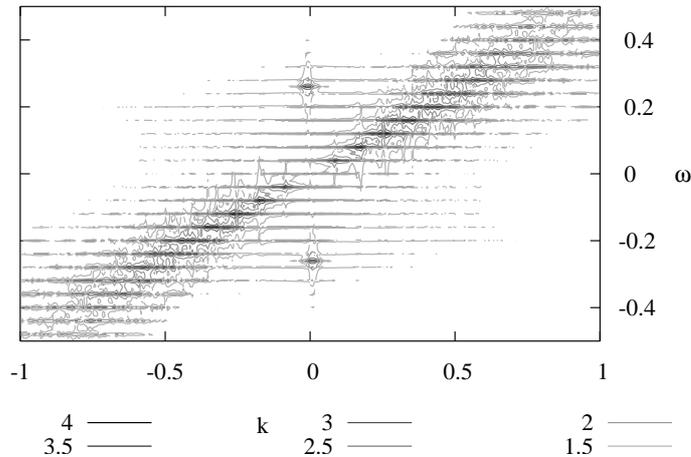
des vibrations sur la pression pariétale (figure III.34). Ici encore, on retrouve les tendances dégagées pour le cas  $A = 0.005$  (cf. figure III.27), avec des amplitudes nettement supérieures pour le forçage  $A = 0.1$ . Ainsi, en début et en fin de paroi (par exemple en  $x = 200$  et  $x = 500$ ), la différence de pressions fait apparaître des oscillations à la fréquence propre  $\omega' = 0.26$ , qui sont également plus fortes en fin de paroi. Au centre de la paroi, où la différence de pressions est plus faible, la première fréquence de forçage est également visible, traduisant un léger effet d'atténuation des oscillations à cette fréquence.



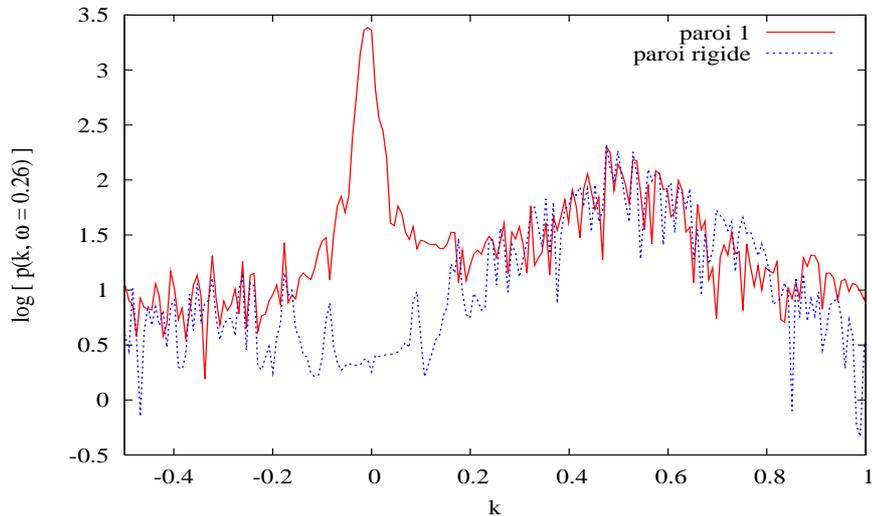
**Figure III.34** — Différences de pressions entre la paroi 1 et la paroi rigide pour  $A = 0.1$

En termes de fréquences et de nombres d'onde, l'influence de la paroi 1 sur la pression pariétale se traduit par l'apparition des pics modaux, à la fréquence propre  $\omega' = 0.26$ , sur le spectre des fluctuations de pression (cf. figure III.35). Les composantes convectives ne semblent quant à elles pas affectées par les vibrations par rapport au cas de la paroi rigide, dont le spectre de fluctuations de pression à la même amplitude de forçage  $A = 0.1$  était illustré sur la figure III.10(c).

Afin de mettre en évidence les contributions supplémentaires apportées par le couplage, les coupes à la fréquence  $\omega = 0.26$  des deux spectres de pression pariétale, sur la paroi 1 et sur paroi rigide, ont été tracées sur un même graphe, représenté sur la figure III.36. On observe que les pics convectifs relatifs aux deux parois, centrés autour du nombre d'onde  $k \approx 0.52$  qui correspond à la vitesse de convection  $u_c \approx 0.5$  que l'on avait relevée auparavant pour cette amplitude de forçage (cf. paragraphe III.1.3), ont des niveaux équivalents à cette fréquence. Mais à la différence du cas de la paroi rigide, la coupe du spectre de pression sur la paroi 1 est largement dominée par un pic modal proche de  $k = 0$ , supérieur de plusieurs ordres de grandeur au



**Figure III.35** — Spectre en nombres d'onde - fréquences des fluctuations de pression pariétale pour la paroi 1 et  $A = 0.1$

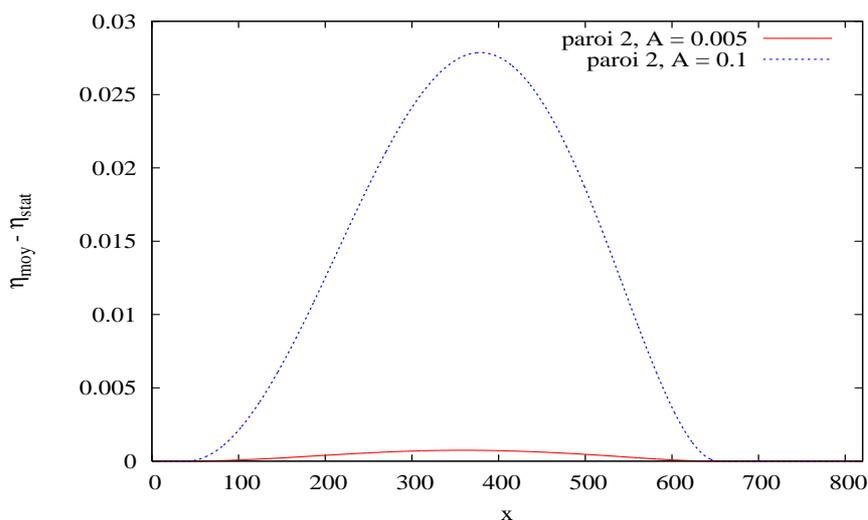


**Figure III.36** — Coupes à la fréquence  $\omega = 0.26$  des spectres de pression pariétale sur paroi 1 et sur paroi rigide

pic convectif. Ces contributions modales, caractérisées par des relativement hautes fréquences associées à des très faibles nombres d'onde, pourront ainsi donner lieu à un rayonnement bien plus important que la paroi rigide.

L'amplitude de forçage  $A = 0.1$  a également été appliquée au cas de la paroi 2, la simulation étant cette fois initialisée par l'état statique de cette paroi. Comme pour la première amplitude  $A = 0.005$ , les évolutions temporelles de déformée sont dominées par des oscillations modales à la troisième fréquence propre  $\omega'_3 = 0.16$ , auxquelles se superposent des oscillations plus faibles à la première fréquence de forçage  $\omega_4 = 0.04$ . L'amplitude crête à crête de ces oscillations reste du même ordre de grandeur tout au long de la plaque.

Par ailleurs, on observe également que l'amplitude du premier mode,  $a_1$ , subit des variations initiales qui induisent un écart entre la déformée moyenne, relevée en régime établi, et la déformée statique obtenue préalablement. Cet écart est nettement supérieur à celui que l'on avait évalué pour  $A = 0.005$ , comme l'illustre la figure III.37.



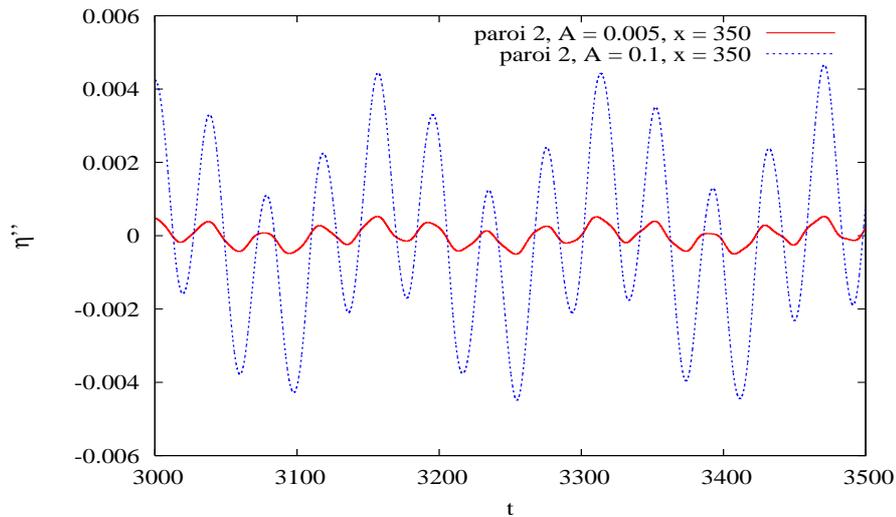
**Figure III.37** — Ecart entre les déformées moyennes et statiques pour la paroi 2 et les amplitudes de forçage  $A = 0.005$  et  $A = 0.1$

Pour apprécier l'influence de l'amplitude de forçage sur les niveaux de vibration de la paroi 2, il s'avère donc également plus approprié de comparer les fluctuations de déformée autour de la déformée moyenne  $\eta''(x, t) = \eta(x, t) - \bar{\eta}(x)$ . La superposition de ces quantités en un point donné de la plaque montre ainsi que l'amplitude crête à crête des oscillations (aux fréquences  $\omega'_3$  et  $\omega_4$ ) augmente d'un ordre de grandeur avec l'amplitude de forçage  $A$ , comme l'illustre la figure III.38 au centre de la plaque ( $x \approx 350$ ). La différence d'amplitudes pour la paroi 2 est légèrement moins prononcée que pour la paroi 1.

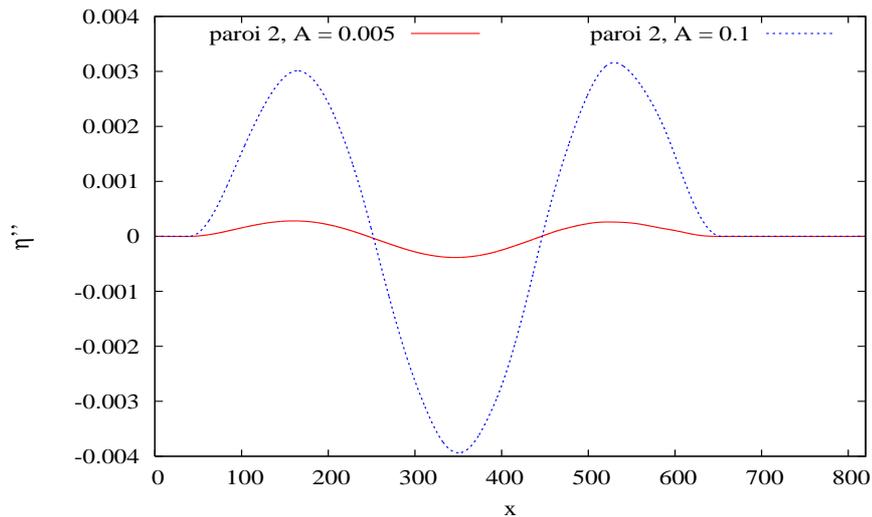
L'allure spatiale des fluctuations instantanées de déformée autour de la déformée moyenne est également dominée par le mode 3, comme on l'avait observé pour l'amplitude de forçage  $A = 0.005$ , l'amplitude croissant avec  $A$  (exemple à  $t = 4000$ , figure III.39).

Avec l'amplitude de forçage  $A = 0.1$ , les amplitudes crête à crête des fluctuations de déformée sont maintenant du même ordre de grandeur pour les deux parois 1 et 2; ces dernières se distinguent encore néanmoins par la rétroaction de leurs vibrations sur la pression pariétale.

Le fait que la fréquence de résonance de la seconde plaque soit confondue avec



**Figure III.38** — Influence de l'amplitude de forçage sur les fluctuations  $\eta''$  de déformée au centre de la paroi 2



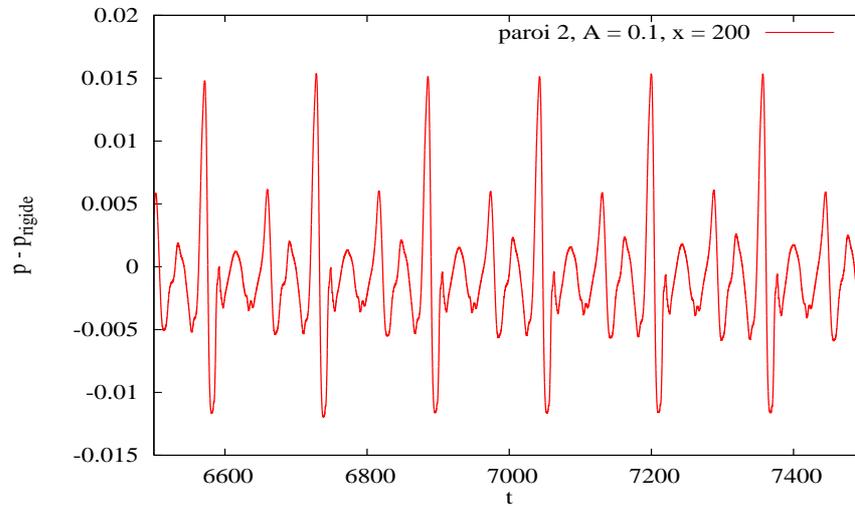
**Figure III.39** — Fluctuations de déformée  $\eta''$  instantanées de la paroi 2 pour les amplitudes de forçage  $A = 0.005$  et  $A = 0.1$

une fréquence de forçage induit une diminution de l'amplitude des perturbations à cette fréquence, qui se transmet aux autres fréquences de forçage.

Ainsi, le tracé des différences de pression entre la paroi 2 et la paroi rigide (calculées en recalant manuellement les signaux de pression de la paroi 2 sur les signaux rigides) fait apparaître des oscillations dominées par les deux premières fréquences de forçage, tandis que pour la paroi 1 ce sont les oscillations modales qui dominent.

De plus, dans le cas de la paroi 2, les différences de pressions étant liées aux instabilités, elles conservent pour l'amplitude  $A = 0.1$  des allures et des amplitudes similaires en tous points de la paroi, illustrées en  $x = 200$  (début de paroi) sur

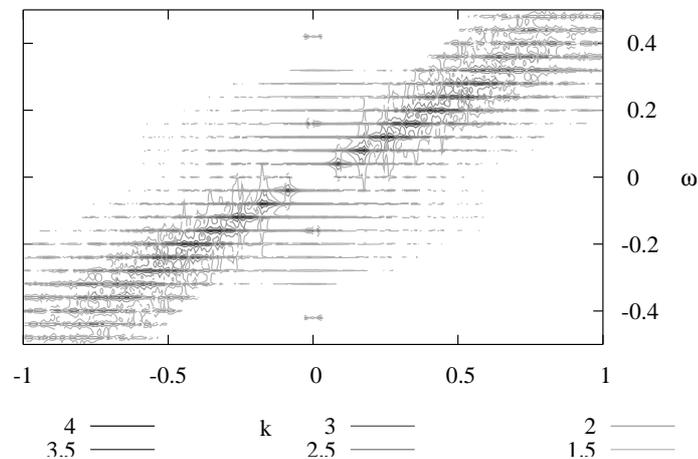
la figure III.40. L'augmentation de l'amplitude de forçage affecte ici les différences



**Figure III.40** — Différence de pressions entre la paroi 2 et la paroi rigide en  $x \approx 200$  pour  $A = 0.1$

de pressions  $p_{souple} - p_{rigide}$  plus en terme de structure que d'amplitude : avec le forçage d'amplitude  $A = 0.005$  précédent, on obtenait une différence de pressions très proche en fin de paroi ( $x = 500$ ) ; en revanche, en début et milieu de paroi, où les fluctuations de pression n'étaient pas saturées, les différences de pressions étaient d'amplitude très inférieures et faisaient apparaître des oscillations aux fréquences propres de la paroi (voir figure III.28).

L'atténuation de pression, étant inférieure à l'amplitude de la fluctuation de pression elle-même, n'apparaît cependant pas sur le spectre de pression pariétale de la paroi 2 (cf. figure III.41). Les pics modaux aux deux fréquences propres  $\omega'_3 = 0.16$



**Figure III.41** — Spectre en nombres d'onde - fréquences des fluctuations de pression pariétale pour la paroi 2 et  $A = 0.1$

et  $\omega'_5 = 0.42$  y sont en revanche nettement visibles (bien que d'amplitude inférieure aux pics modaux de la paroi 1). La présence de la paroi souple induit ici également un enrichissement du spectre de pression pariétale aux bas nombres d'onde. L'influence de ces contributions supplémentaires sur le bruit rayonné sera étudiée en détail dans le chapitre suivant.

## Sommaire

---

<b>IV.1 Traitement numérique des quantités spectrales . . . . .</b>	<b>80</b>
<b>IV.2 Estimation du bruit à partir des données de simulation</b>	<b>83</b>
IV.2.1 Hypothèse de couplage faible . . . . .	93
<b>IV.3 Pression acoustique induite par le couplage entre l'écou-</b>	
<b>        lement et la paroi . . . . .</b>	<b>95</b>
IV.3.1 Cas de la paroi 1 . . . . .	95
IV.3.2 Cas de la paroi 2 . . . . .	103
<b>IV.4 Pression acoustique en l'absence d'écoulement . . . . .</b>	<b>110</b>
<b>IV.5 Résumé . . . . .</b>	<b>112</b>

---

La méthode de calcul du bruit rayonné, mise en oeuvre dans le cadre de l'analogie de Lighthill, a été présentée dans le chapitre II. En nous référant aux travaux de Zheng [82] et Dowling [28], nous avons obtenu une formulation du spectre de pression rayonnée au bord de la couche limite (II.22) dépendant des spectres de la pression et de sa dérivée normale à la paroi, ainsi que du tenseur de Lighthill dans la couche limite. Ces quantités sont fournies par les simulations de couches limites incompressibles le long de parois rigides ou souples préalablement réalisées.

Nous avons vu dans le chapitre II que dans le cas de couches limites sur paroi souples, nous pouvions définir plusieurs approches, basées sur la décomposition traditionnelle de la pression pariétale et de sa dérivée normale en leur valeur sur paroi rigide à laquelle est ajoutée une composante générée par les vibrations des parois souples :

$$\begin{aligned}\hat{p}_{souple}(k, y, \omega) &= \hat{p}_{rigide}(k, y, \omega) + \hat{p}_a(k, y, \omega) \\ \frac{\partial \hat{p}_{souple}}{\partial y}(k, y, \omega) &= \frac{\partial \hat{p}_{rigide}}{\partial y}(k, y, \omega) + \frac{\partial \hat{p}_a}{\partial y}(k, y, \omega).\end{aligned}\tag{IV.1}$$

Dans cette formulations les termes vibratoires peuvent eux-mêmes faire l'objet de diverses modélisations, selon les degré de couplage et de compressibilité admis.

Nous avons ainsi retenu quatre modélisations, récapitulées dans le tableau II.1 :

- La modélisation initiale, utilisant les quantités directement issues des simulations incompressibles, est complétée par une approche "couplage faible" dans laquelle la composante vibratoire  $\hat{p}_a$  est calculée à partir du spectre de déformée  $\hat{\eta}$  en appliquant l'hypothèse d'incompressibilité.
- Deux approches permettant la prise en compte de la compressibilité dans le calcul de la pression  $\hat{p}_a$  ont ensuite été considérées à partir de la décomposition (IV.1) ; elles se distinguent par le degré de couplage pris en compte dans la modélisation de la pression acoustique  $p_a$ .

Chacun de ces modèles repose sur une analyse spectrale des données enregistrées, et est donc sensible à un certain nombre de paramètres comme l'échantillonnage en temps et en espace ou le fenêtrage utilisé, les simulations étant réalisées sur un domaine de longueur finie et pendant une durée limitée. Pour ne pas introduire de pertes de niveaux supplémentaires, c'est la fenêtre rectangulaire qui est utilisée dans tous les calculs de transformée de Fourier, en choisissant des signaux dont l'enveloppe est la plus constante possible en espace et en temps, afin d'obtenir des pics nettement définis sur les spectres.

Les données étant enregistrées en régime établi, ce critère est vérifié pour les évolutions temporelles, en dehors de certaines composantes vibratoires dont l'amplitude peut croître suite à des résonances. En ce qui concerne les évolutions spatiales de pression, les amplitudes de forçage les plus élevées sont plus recevables, de par la saturation rapide des instabilités le long du domaine qu'elles induisent. La déformée sera au contraire toujours bien résolue en espace, sa valeur tendant vers 0 à chaque extrémité de la plaque par la condition d'encastrement.

Nous retiendrons ainsi le cas de l'amplitude de forçage maximale considérée dans nos simulations, à savoir  $A = 0.1$ , pour illustrer les calculs de bruit rayonné.

## IV.1 Traitement numérique des quantités spectrales

### Spectre de pression au bord de la couche limite

Comme il a été exposé dans le chapitre II, la pression au bord de la couche limite  $\hat{p}_w$  est calculée à partir des spectres de la pression pariétale, de sa dérivée

normale, et des termes du tenseur de Lighthill  $\mathcal{T}_{ij}$  qui sont intégrés à travers la couche limite :

$$\hat{p}_w(k, \omega) = -\frac{\hat{p}(k, 0, \omega)}{\frac{\partial \hat{p}}{\partial y}(k, 0, \omega) - i\gamma \hat{p}(k, 0, \omega)} \int [k\delta_{i1} + \gamma\delta_{i2}] [k\delta_{j1} + \gamma\delta_{j2}] \hat{\mathcal{T}}_{ij}(k, \omega) e^{i\gamma y} dy, \quad (\text{IV.2})$$

le coefficient  $\gamma$  étant défini avec la convention

$$\gamma(k, \omega) = \begin{cases} \omega \sqrt{M^2 - \frac{k^2}{\omega^2}} & \text{si } M^2 - \frac{k^2}{\omega^2} \geq 0, \\ i \sqrt{k^2 - M^2 \omega^2} & \text{si } M^2 - \frac{k^2}{\omega^2} < 0, \end{cases} \quad (\text{IV.3})$$

où  $M$  est le nombre de Mach caractéristique de l'écoulement.

Ces quantités spectrales sont calculées à partir des évolutions spatio-temporelles correspondantes issues des simulations numériques, par une relation intégrale de type

$$\hat{p}(k, \omega) = \int_{t_0}^{t_0+T} \int_0^L [p - p_{base}](x, t) e^{-i(kx - \omega t)} dx dt,$$

avec  $L = 819.2$  et  $T = 2048$ . Les quantités sont enregistrées en régime établi, en tous points du domaine (soit  $\Delta x = 0.2$ ) avec un échantillonnage en temps de  $\Delta t = 1$ . La résolution en espace et en temps des spectres obtenus est ainsi de  $\Delta k = 2\pi/L \approx 0.0077$  pour les nombres d'onde et de  $\Delta \omega = 2\pi/T \approx 0.0031$ .

Les différentes approches de couplage faible explicitées en fin de chapitre II et rappelées ci-dessus font intervenir, dans l'expression du spectre  $\hat{p}$  de la formulation (IV.2), une pression  $\hat{p}_a$  générée par les vibrations de la paroi qui dépend du spectre de déformée de cette dernière. Cette pression, qui peut être calculée dans une approche compressible, s'écrit à la paroi (en  $y = 0$ ) :

$$\hat{p}_a = -\frac{i\omega^2}{\gamma} \hat{\eta}$$

(ce qui est réduit, dans le cas où  $M = 0$ , à

$$\hat{p}_a = -\frac{\omega^2}{|k|} \hat{\eta}).$$

Ces expressions font apparaître des singularités aux couples de points  $(k, \omega)$  vérifiant  $\gamma = 0$ , lorsque  $M > 0$ , et en  $k = 0$  pour  $M = 0$ . Pour les traiter numériquement, les niveaux du spectre  $\hat{p}_a$  sont artificiellement limités dans la fine bande  $|\gamma| \leq 10^{-6}$  autour de ces points.

### Densité spectrale de pression rayonnée

La pression rayonnée à une distance  $Y$  du bord de la couche limite s'écrit

$$\hat{p}_{ray}(k, Y, \omega) = \hat{p}_w(k, \omega) e^{i\gamma Y}.$$

Pour qu'une composante  $(k, \omega)$  donne lieu à un rayonnement à l'infini, le coefficient  $\gamma(k, \omega)$  associé doit être réel, ce qui équivaut à la condition

$$M^2 \omega^2 - k^2 \geq 0;$$

l'amplitude des autres composantes décroît exponentiellement avec la distance  $Y$ . Compte tenu des faibles nombres de Mach considérés dans cette étude, seules les hautes fréquences associées aux très faibles nombres d'onde peuvent vérifier cette condition (à l'exception du cas  $k = 0$  pour lequel toutes les fréquences la satisfont). Ainsi, pour  $M = 0.012$  (correspondant à la vitesse à l'infini  $U_\infty^* = 18 \text{ m.s}^{-1}$ ), au premier nombre d'onde non nul  $k = \Delta k$ , seules les fréquences très élevées, supérieures à  $\omega = \Delta k / M \approx 0.64$ , peuvent engendrer un rayonnement à l'infini.

Nous verrons qu'une représentation synthétique des fréquences caractéristiques du rayonnement en champ proche peut être obtenue en traçant l'évolution en fréquences de la densité spectrale de pression rayonnée, définie comme l'intégration du module carré du spectre de pression rayonnée dans le domaine des nombres d'onde :

$$P(Y, \omega) = \int |\hat{p}_{ray}(k, Y, \omega)|^2 dk.$$

Compte tenu de la remarque précédente, aux distances  $Y$  élevées, les courbes de densité spectrale de pression peuvent présenter des sauts d'amplitude aux fréquences vérifiant la condition de rayonnement à l'infini pour un nombre d'onde non nul. Afin de lisser les courbes obtenues, l'intégrale précédente est calculée avec un pas diminué artificiellement,  $\Delta k' = \Delta k / 8$ , les valeurs correspondantes du spectre  $\hat{p}_w$  à une fréquence  $\omega$  et une distance  $Y$  fixées étant obtenues par interpolation linéaire. Ce procédé permet d'augmenter le nombre de couples vérifiant la condition de rayonnement à l'infini, mais n'élimine pas les variations d'amplitudes liées à la condition initiale, qui sont déjà présentes au niveau du spectre  $\hat{p}_w$  dont la formulation fait intervenir à plusieurs reprises le coefficient  $\gamma$ .

Par ailleurs, ainsi que le suggère Zheng [82], pour éviter la formation de pics aux points vérifiant  $\gamma = 0$ , liés à la présence du terme  $\gamma$  au dénominateur de l'expression

de  $\hat{p}_w$ , à une fréquence donnée l'intégrale est limitée aux nombres d'onde vérifiant

$$\left| \frac{M\omega}{k} \right| \leq 0.9 \quad \text{ou} \quad \left| \frac{M\omega}{k} \right| \geq 1.1.$$

Il a été vérifié que ces procédés ont une influence très limitée sur le calcul des densités spectrales pour des distances  $Y$  de l'ordre de la longueur de la plaque ou inférieures, en particulier à la distance  $Y = 100$  qui sera souvent choisie dans la suite pour caractériser la pression rayonnée en champ proche. Par ailleurs, les densités spectrales étant parfaitement symétriques, seules leur partie  $\omega \geq 0$  sera présentée.

## IV.2 Estimation du bruit à partir des données de simulation

On considère dans un premier temps le cas de la paroi 1, introduite dans le chapitre précédent et dont les principales caractéristiques adimensionnelles sont rappelées dans le tableau IV.1. Elle est constituée d'une plaque mince munie d'une rai-

Configuration	
longueur	614
longueur du domaine	820
abscisse du bord d'attaque	$x_1 = 40$
Caractéristiques	
épaisseur	26.3
masse	28.2
module de rigidité	$7.85 \cdot 10^5$
raideur	4.58
Premières fréquences propres avec masse ajoutée	
mode 1	0.26
mode 2	0.26
mode 3	0.26
mode 4	0.26
mode 5	0.26

**Tableau IV.1** — Caractéristiques de la paroi 1.

deur non nulle par laquelle les fréquences propres associées aux premiers modes se retrouvent confondues. Cette fréquence propre commune, diminuée par un effet de

masse ajoutée, a été évaluée à  $\omega' \approx 0.26$  sur les évolutions temporelles de déformée obtenues.

L'écoulement de couche limite est perturbé par un forçage oscillatoire d'amplitude  $A = 0.1$  aux quatre fréquences  $\omega_1 = 0.04$ ,  $\omega_2 = 0.08$ ,  $\omega_3 = 0.12$  et  $\omega_4 = 0.16$ .

Nous avons observé dans le chapitre précédent que pour cette amplitude de forçage, les instabilités sont peu affectées par les vibrations de la paroi, dont les niveaux sont peu élevés; ces dernières génèrent cependant des oscillations supplémentaires de pression et de vitesse normale à la fréquence propre  $\omega'$ , à des amplitudes bien plus faibles que celles des fluctuations dues aux instabilités dans l'écoulement.

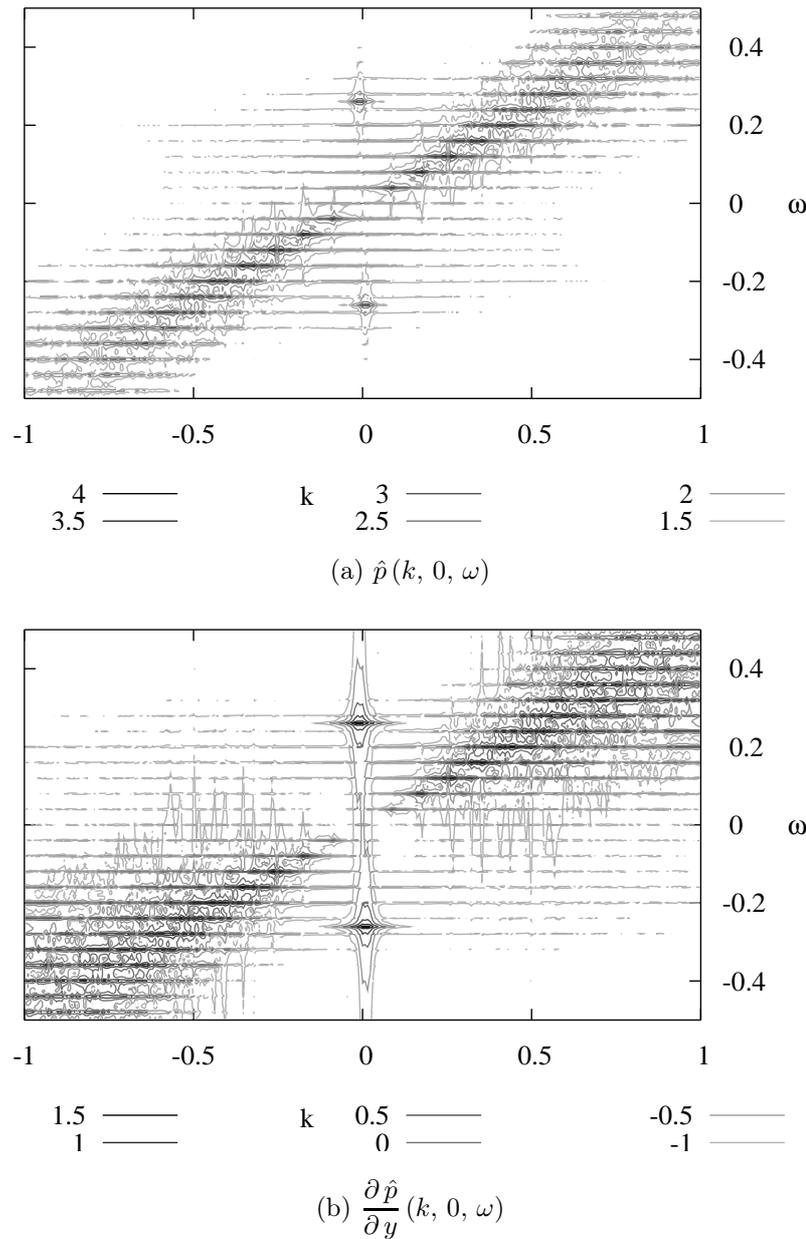
### Calcul de la pression au bord de la couche limite $\hat{p}_w$

Dans une première approche, la pression au bord de la couche limite est évaluée par la formulation (IV.2) en utilisant les quantités spectrales calculées directement à partir des données enregistrées pendant la simulation sur paroi souple (évolutions spatio-temporelles de la pression pariétale, de sa dérivée normale, des composantes de vitesse  $u$  et  $v$ , ainsi que de leurs dérivées spatiales, qui interviennent dans le tenseur de Lighthill  $\mathcal{T}_{ij}$ ).

Les vibrations de la paroi engendrent sur le spectre de pression pariétale, illustré sur la figure IV.1(a), des pics à la fréquence propre  $\omega' = 0.26$ , d'amplitude 3 inférieure d'un ordre de grandeur à celle des pics convectifs. Le spectre de la dérivée normale de pression à la paroi présente une structure similaire, avec toutefois des niveaux globalement inférieurs à ceux de la pression, mais une importance relative accrue des contributions modales (dont l'amplitude 1.5 est maximale sur le spectre) ainsi que des harmoniques d'ordre élevé (figure IV.1(b)).

Cependant, ces quantités sont en facteur du terme comprenant l'intégration à travers la couche limite des composantes du tenseur de Lighthill, lesquelles sont pour la plupart très largement dominées par les instabilités convectives. L'écoulement étant à divergence nulle, le tenseur de Lighthill est réduit à

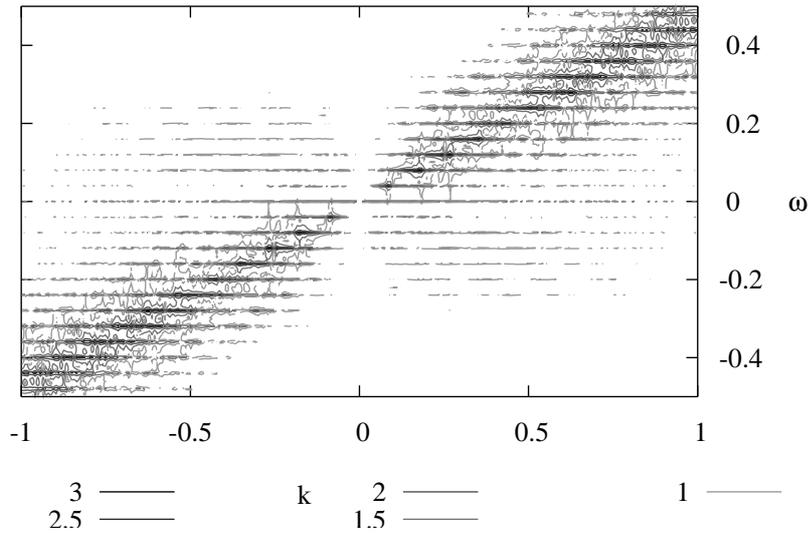
$$\begin{cases} \mathcal{T}_{11} = u'^2 - \frac{2}{Re} \frac{\partial u'}{\partial x} \\ \mathcal{T}_{12} = \mathcal{T}_{21} = u' v' - \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial u'}{\partial y} + \frac{\partial v'}{\partial x} \right) \\ \mathcal{T}_{22} = v'^2 - \frac{2}{Re} \frac{\partial v'}{\partial y}. \end{cases} \quad (\text{IV.4})$$



**Figure IV.1** — Spectres de la pression pariétale et de sa dérivée normale pour la paroi 1 et  $A = 0.1$

Les termes faisant intervenir  $u'$  sont dominants, et les composantes  $v'$  supplémentaires générées par les vibrations de la paroi ne sont visibles qu'aux faibles distances  $y$ .

De fait, le spectre de la pression au bord de la couche limite  $\hat{p}_w$  résultant est en apparence très similaire à celui obtenu dans le cas de la paroi rigide, étant largement dominé par les structures convectives caractéristiques des spectres de la pression pariétale ou des composantes de vitesse dans l'écoulement (figure IV.2).



**Figure IV.2** — Spectre de pression rayonnée au bord de la couche limite pour la paroi 1 et  $A = 0.1$

### Pression rayonnée à une distance $Y > 0$ du bord de la couche limite

A une distance  $Y$  de la couche limite, le spectre de pression rayonnée s'écrit

$$\hat{p}_{ray}(k, Y, \omega) = \hat{p}_w(k, \omega) e^{i\gamma Y},$$

avec  $\gamma$  défini par les relations (IV.3).

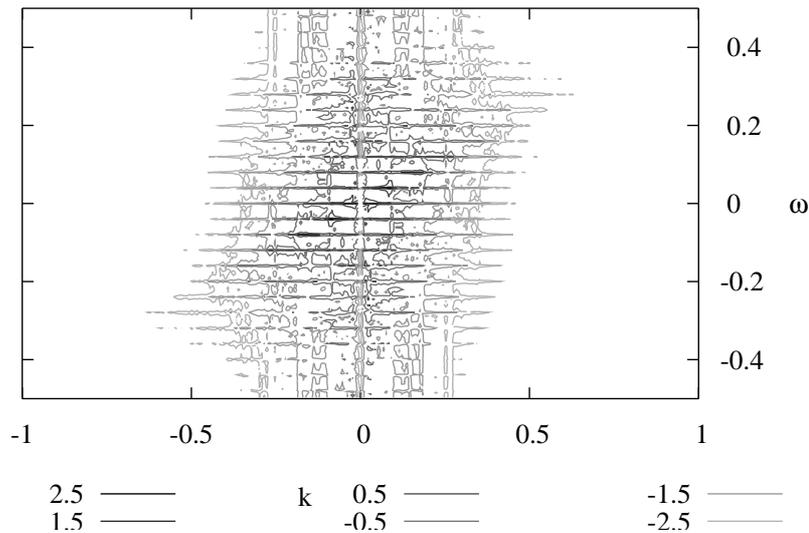
Comme il a été mentionné au paragraphe IV.1, au faible nombre de Mach  $M = 0.012$  caractérisant l'écoulement de vitesse uniforme  $U_\infty^* = 18 \text{ m.s}^{-1}$ , seules les composantes à hautes fréquences et à bas nombres d'onde peuvent donner lieu à un rayonnement à l'infini ; l'amplitude des autres composantes décroît exponentiellement avec  $Y$ , ce que l'on peut l'observer sur le spectre de la pression rayonnée à  $Y = 20$  pour les hauts nombres d'onde (figure IV.3).

Afin d'avoir une vision synthétique des fréquences qui peuvent rayonner en champ proche, nous nous intéressons à la densité spectrale de pression rayonnée à une distance  $Y$ ,  $P(Y, \omega)$ , définie par l'intégration du module carré du spectre de pression rayonnée dans le domaine des nombres d'onde :

$$P(Y, \omega) = \int |\hat{p}_{ray}(k, Y, \omega)|^2 dk,$$

dont le calcul a été détaillé dans le paragraphe IV.1.

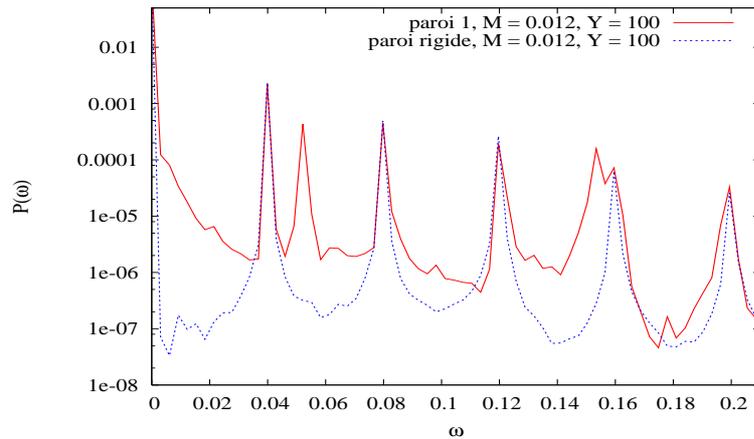
La courbe de densité spectrale sur paroi rigide obtenue fait apparaître des pics clairement définis aux quatre fréquences de forçage ainsi qu'à leurs harmoniques.



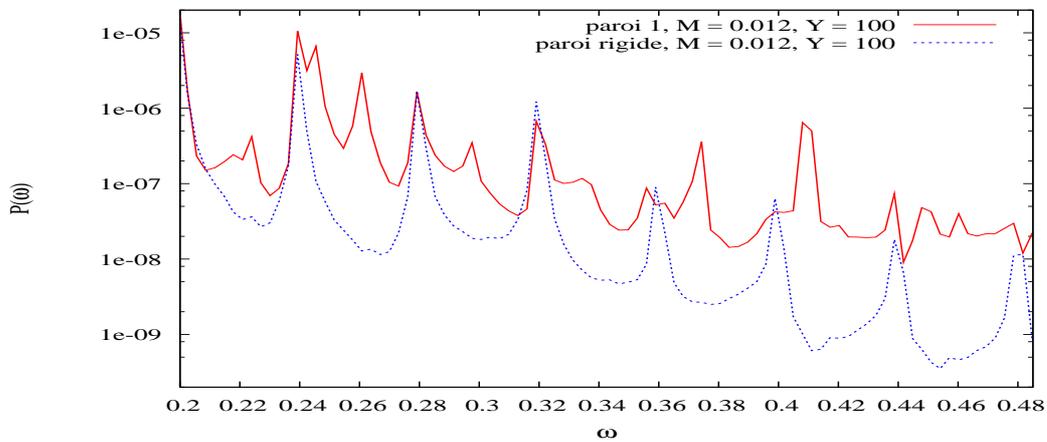
**Figure IV.3** — Spectre de pression rayonnée à  $Y = 20$  pour la paroi 1 et  $A = 0.1$

Dans le domaine des basses fréquences ( $\omega \leq 0.2$  soit, compte tenu de l'adimensionnement avec  $U_\infty^* = 18 \text{ m.s}^{-1}$ , des fréquences réelles jusqu'à  $f^* \approx 2 \text{ kHz}$ ), la courbe correspondant au cas de la paroi 1 lui est très proche, les amplitudes des pics aux fréquences de forçage étant similaires, comme le montre la figure IV.4(a) à  $Y = 100$ . Elle possède cependant des pics supplémentaires, notamment à la fréquence  $\omega \approx 0.052$ , qui peuvent résulter d'interactions non linéaires entre les vibrations de la paroi et l'écoulement de couche limite. Aux hautes fréquences ( $f^* \approx 6 \text{ kHz}$ ), la présence du pic à la fréquence propre  $\omega' = 0.26$  engendre des différences de niveaux plus marquées entre les deux courbes aux fréquences intermédiaires entre deux harmoniques (figure IV.4(b)).

Plus que des différences d'amplitudes, la transformée spatiale inverse du spectre de pression rayonnée  $\hat{p}_{ray}(X, Y, \omega)$  fait apparaître, à certaines fréquences, des différences de structure spatiale entre les pressions rayonnées sur parois souple et rigide. Ainsi, à  $Y = 100$ , si les allures spatiales de pression rayonnées sont quasiment superposées aux fréquences de forçage ou à leurs harmoniques (exemple à  $\omega = 0.04$  sur la figure IV.5(a)), aux fréquences intermédiaires, y compris la fréquence propre, la pression rayonnée le long de la paroi 1 présente des structures spatiales de grande échelle qui ne sont pas visibles dans le cas rigide (figures (b) et (c)). A certaines fréquences, comme  $\omega \approx 0.052$  mentionnée ci-dessus, de fortes différences d'amplitude se superposent aux différences structurelles (figure (d)). Ces structures spatiales ne semblent pas directement liées aux vibrations de la plaque souple (elles sont visibles sur toutes la longueur du domaine et également dans le cas de la paroi rigide pour certaines fréquences, bien que les amplitudes soient très inférieures), mais favorisées



(a) basses fréquences



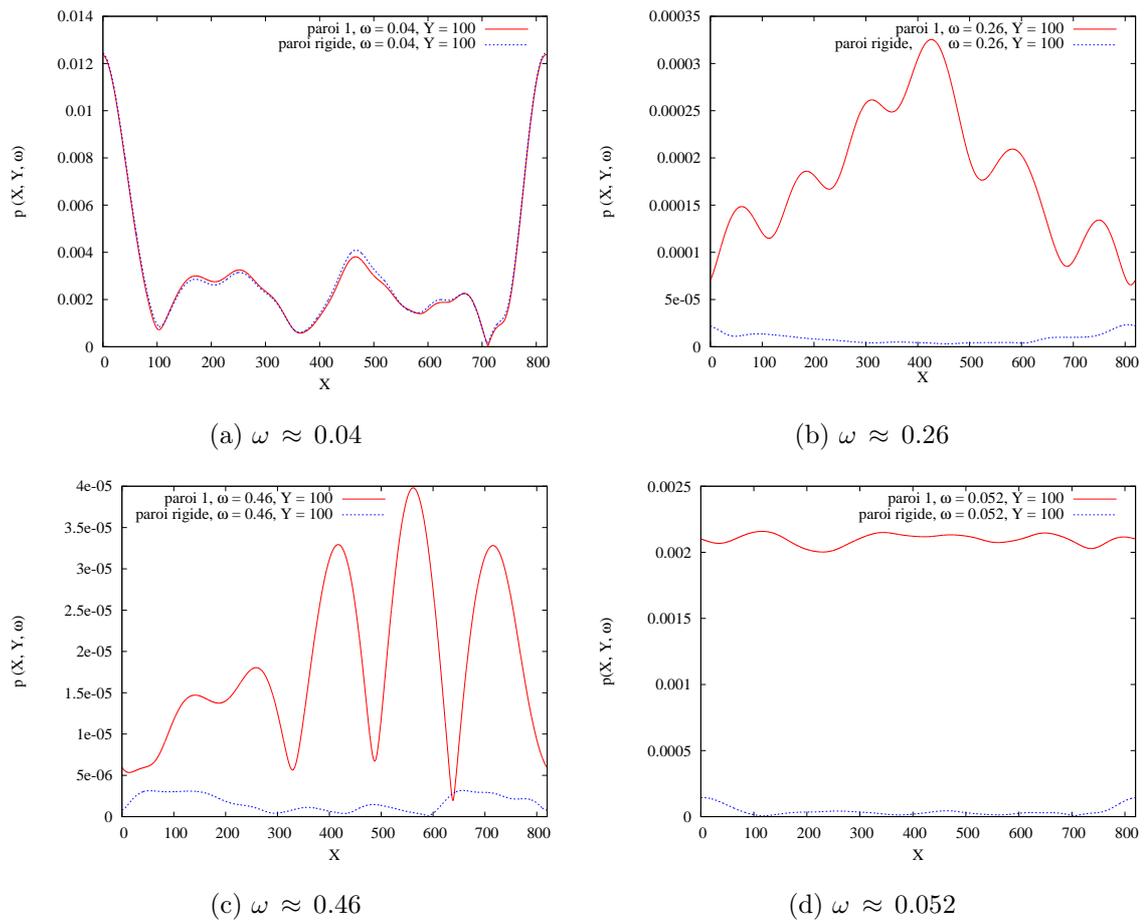
(b) hautes fréquences

**Figure IV.4** — Densités spectrales de pression rayonnée à  $Y = 100$  pour  $M = 0.012$ 

par des interactions non linéaires entre les vibrations de la plaque et l'écoulement.

A des distances  $Y$  supérieures, les courbes de  $P(\omega)$  ont des allures très similaires à celle présentée pour  $Y = 100$ , les différences portant essentiellement sur l'amplitude moyenne de la courbe, qui décroît avec  $Y$ .

Les évolutions spatiales de pression rayonnée à une fréquence donnée dans le domaine  $0 \leq X \leq 820$ ,  $0 \leq Y \leq 100$ , sous formes d'isolignes (en échelle logarithmique), mettent en évidence les différences structurelles entre les cas rigide et souple. Au plus près du bord de la couche limite, la pression est dans les deux cas dominée par des petites structures spatiales liées aux instabilités dans l'écoulement. Ces dernières sont progressivement atténuées avec  $Y$ , étant donné que l'amplitude du module de  $\gamma$ , caractérisant la décroissance exponentielle en  $Y$ , augmente avec  $|k|$  pour  $\omega$  fixé. On peut alors observer qu'à certaines fréquences, de plus larges



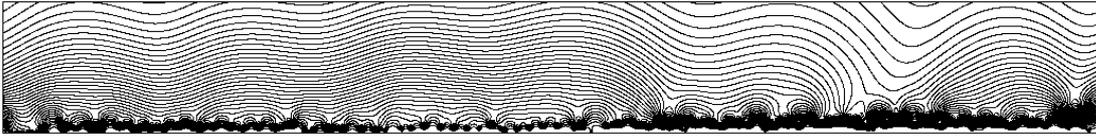
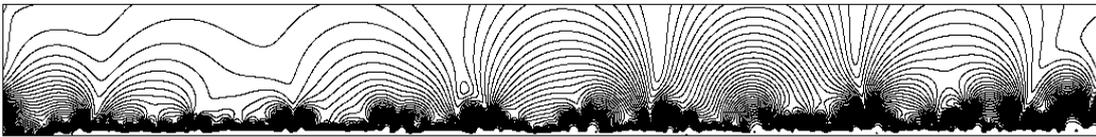
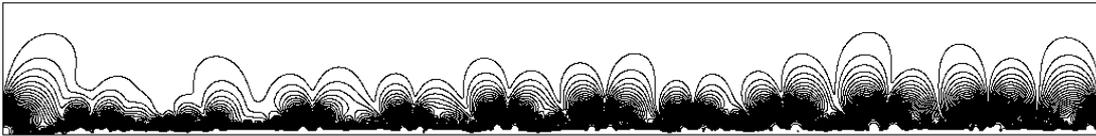
**Figure IV.5** — Evolutions spatiales de pression rayonnée à une fréquence fixée

structures spatiales sont favorisées dans le cas de la paroi 1 par rapport à celui de la paroi rigide (cf. figure IV.6 pour  $\omega = 0.26$  et  $\omega = 0.46$ ).

### Influence du tenseur de Lighthill

Afin de déterminer quels éléments jouent un rôle prépondérant dans les différences observées entre pressions rayonnées sur parois rigide et souple en termes de fréquences et d'amplitudes, nous avons calculé un bruit rayonné sur la paroi 1 en utilisant le tenseur de Lighthill  $\mathcal{T}_{ij}$  obtenu sur paroi rigide, les autres quantités restant identiques.

Aux fréquences qui ne sont pas associées aux fréquences de forçage ou à leurs harmoniques, la densité spectrale obtenue à la distance  $Y = 100$  présente des niveaux plus faibles que la densité initiale (figure IV.7). A la fréquence propre  $\omega' = 0.26$  en particulier, l'influence du choix du tenseur de Lighthill est primordiale, puisque l'utilisation des valeurs obtenues sur paroi rigide entraîne la disparition du

(a)  $\omega = 0.26$ , paroi souple(b)  $\omega = 0.26$ , paroi rigide(c)  $\omega = 0.46$ , paroi souple(d)  $\omega = 0.46$ , paroi rigide

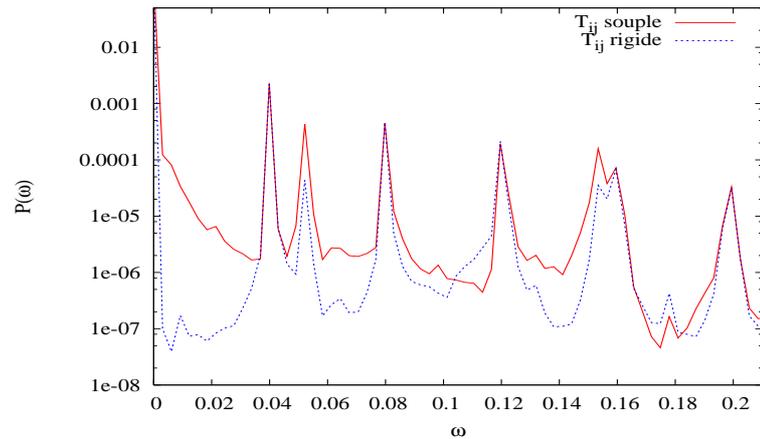
**Figure IV.6** — Isolignes de pression rayonnée dans le domaine  $0 \leq X \leq 820$ ,  
 $0 \leq Y \leq 100$  sur parois rigide et souple

pic modal (figure IV.7(b)). Bien que les contributions vibratoires soient très faibles par rapport aux contributions des instabilités dans les composantes du tenseur, elles s'avèrent nécessaires pour retrouver, après multiplication avec le facteur

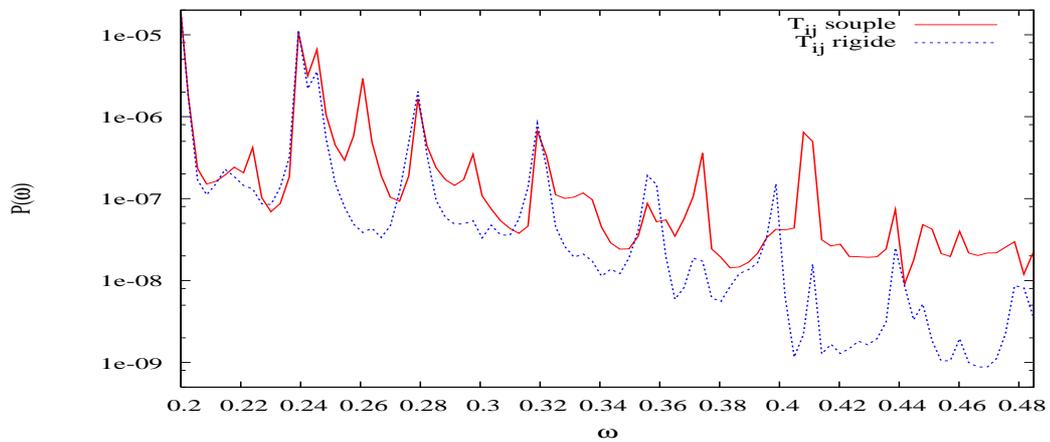
$$\frac{\hat{p}}{\frac{\partial \hat{p}}{\partial y} - i\gamma \hat{p}},$$

les contributions modales contenues dans ce dernier. On note en revanche que le pic supplémentaire à la fréquence de 0.052 est encore visible, avec une amplitude cependant diminuée (figure IV.7(a)).

La prise en compte du tenseur de Lighthill obtenu par les simulations sur paroi souple est ici essentielle pour retrouver la structure et les amplitudes caractéristiques de la pression rayonnée.



(a) basses fréquences



(b) hautes fréquences

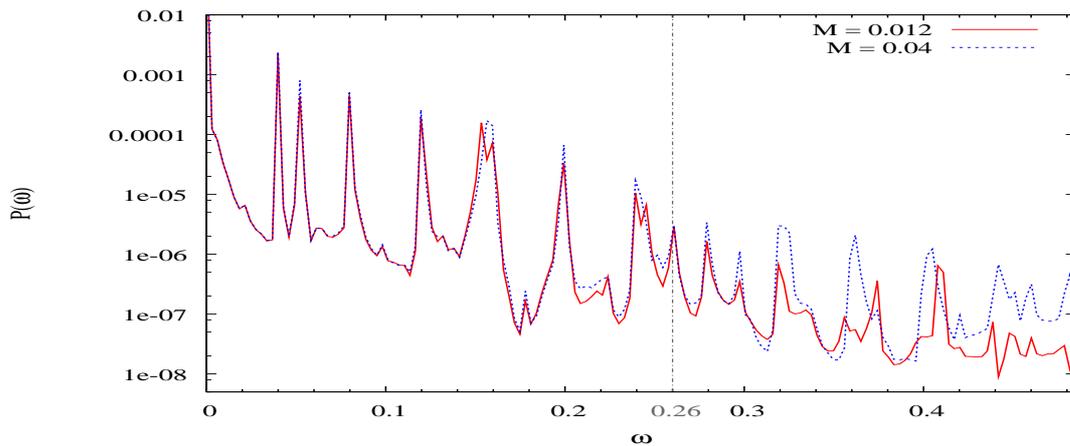
**Figure IV.7** — Densités spectrales de pression rayonnée à  $Y = 100$  pour  $M = 0.012$  avec les tenseurs de Lighthill rigide et souple

### Influence du nombre de Mach

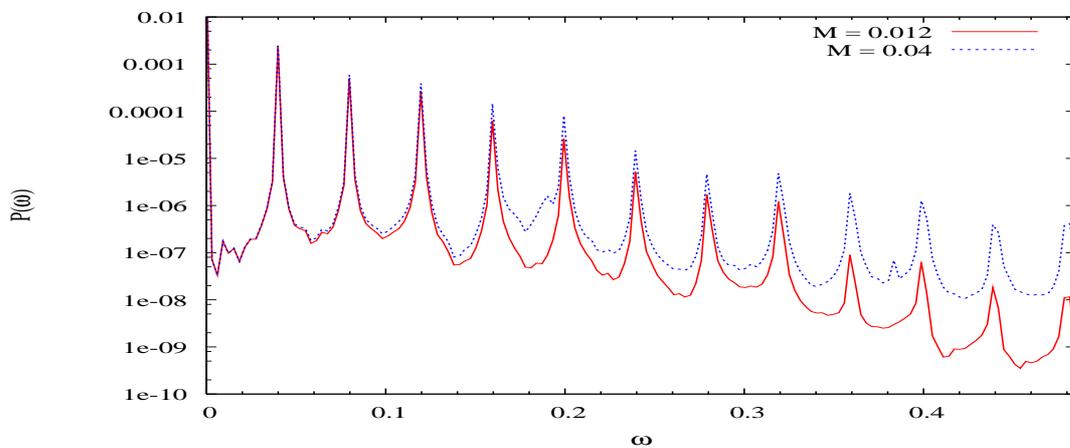
Au faible nombre de Mach  $M = 0.012$ , l'écoulement ne peut guère rayonner à l'infini, c'est pourquoi des calculs de bruit rayonné ont également été réalisés avec un nombre de Mach plus élevé,  $M = 0.04$ . Ce dernier peut être interprété comme un écoulement d'air avec une vitesse d'écoulement à l'infini similaire. Avec ce nombre de Mach, plus de composantes  $(k, \omega)$  vérifient la condition de rayonnement à l'infini  $M^2 \omega^2 - k^2 > 0$ , la première fréquence étant par exemple de  $\omega \approx 0.19$  pour  $k = \Delta k$ . Le nombre de Mach influe d'abord sur la pression rayonnée au bord de la couche limite  $\hat{p}_w$  par l'intermédiaire du coefficient  $\gamma$ , dont les niveaux sont légèrement supérieurs avec  $M = 0.04$ .

Ces variations sont transmises à la pression rayonnée à une distance  $Y$ , comme le montre la comparaison des densités spectrales à  $Y = 100$  aux deux nombres

de Mach considérés sur la figure IV.8. Les courbes sont superposées jusqu'à une fréquence proche de 0.19 puis augmentent globalement dans le cas  $M = 0.04$ . On note que les différences de niveau dues au nombre de Mach sont légèrement plus importantes dans le cas de la paroi rigide que dans celui de la paroi 1. Les niveaux obtenus sur paroi souple à  $M = 0.04$  restent néanmoins toujours supérieurs à ceux sur paroi rigide aux fréquences qui ne sont pas des multiples des fréquences de forçage, et on note que le pic à  $\omega \approx 0.052$  est encore visible à ce nombre de Mach.



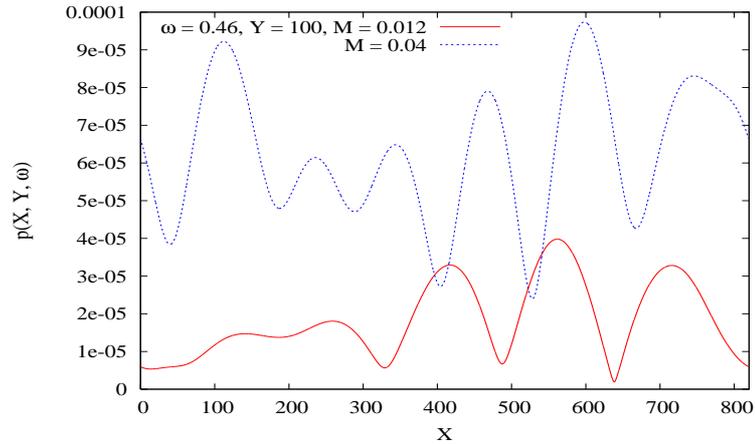
(a) paroi 1



(b) paroi rigide

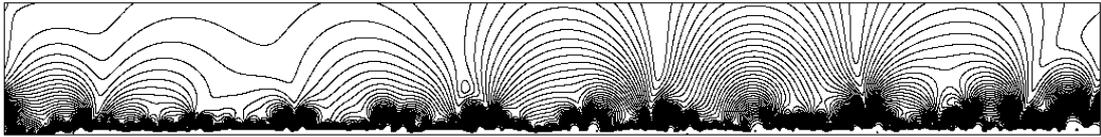
**Figure IV.8** — Densités spectrales de pression rayonnée à  $Y = 100$  pour deux nombres de Mach

Les évolutions spatiales de pression rayonnée à une fréquence donnée montrent clairement que pour  $M = 0.04$  et à  $\omega$  fixé, des composantes à des nombres d'onde plus élevés peuvent contribuer au rayonnement ; ainsi, à une même distance  $Y$  et à une fréquence suffisamment élevée, la courbe correspondant à  $M = 0.04$  présente des structures de légèrement plus petites échelles spatiales que dans le cas  $M = 0.012$ , mais avec des amplitudes supérieures (cf. figure IV.9 pour  $\omega \approx 0.46$  et  $Y = 100$ ).

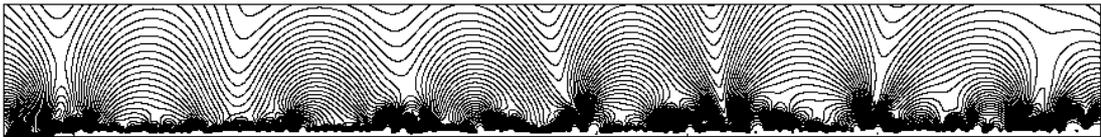


**Figure IV.9** — Pressions rayonnées sur paroi souple à  $\omega \approx 0.46$  et  $Y = 100$  pour les deux nombres de Mach

La différence d'échelles spatiales caractéristiques de la pression rayonnée entre ces nombres de Mach est également visible lorsque l'on compare les représentations d'évolutions spatiales jusqu'à  $Y = 100$  par isolignes, comme le montre la figure IV.10 pour la même fréquence  $\omega = 0.46$ .



(a)  $\omega = 0.46, M = 0.012$



(b)  $\omega = 0.46, M = 0.04$

**Figure IV.10** — Isolignes de pression rayonnée sur paroi souple dans le domaine  $0 \leq X \leq 820, 0 \leq Y \leq 100$  pour les deux nombres de Mach

### IV.2.1 Hypothèse de couplage faible

De nombreuses études, y compris les travaux de Zheng [82], sont réalisées sous l'hypothèse d'un couplage faible, qui repose sur la décomposition (IV.1) de la pression et de sa dérivée normale, dans laquelle les composantes vibratoires  $\hat{p}_a$  et  $\partial \hat{p}_a / \partial y$  sont calculées de manière approchée. Nous avons également souhaité mettre

en oeuvre une telle approche "couplage faible" en vue de quantifier l'influence de la prise en compte du couplage fort sur le bruit rayonné.

La modélisation adoptée a été introduite à la fin du chapitre II. Dans cette approche, le spectre de pression à la paroi  $\hat{p}$  est donc constitué de la somme du spectre obtenu sur paroi rigide et d'une pression  $\hat{p}_a$  déduite des vibrations de la paroi dans une modélisation incompressible, qui s'écrit finalement

$$\hat{p}_a = - \frac{\omega^2}{|k|} \hat{\eta}$$

en  $y = 0$ . La dérivée normale de pression à la paroi est décomposée de façon similaire, avec

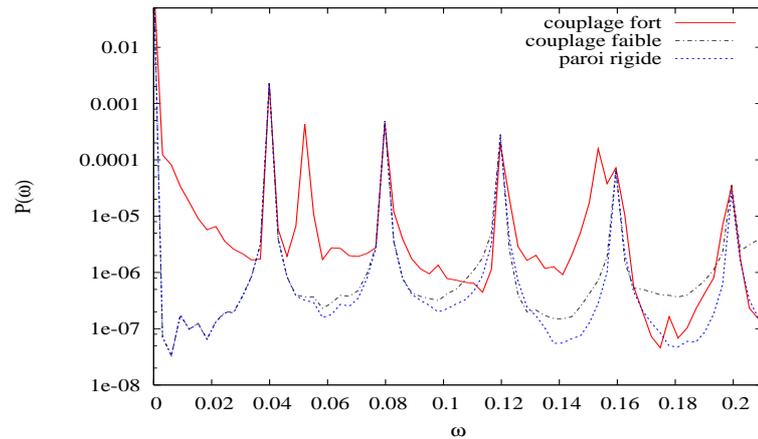
$$\left[ \frac{\partial \hat{p}_a}{\partial y} \right]_{y=0} = \omega^2 \hat{\eta},$$

et le tenseur de Lighthill utilisé est le tenseur calculé dans le cas de la paroi rigide.

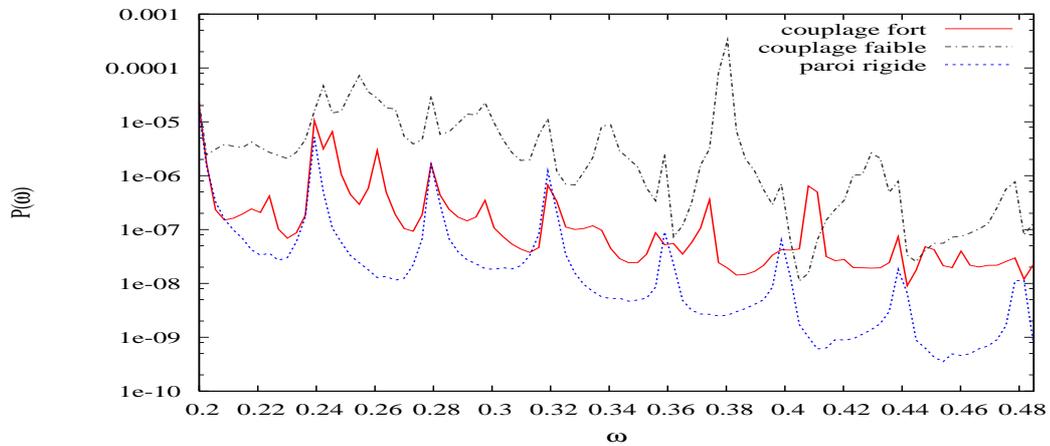
Le spectre de  $\hat{p}_a$  obtenu est constitué des deux pics modaux caractéristiques de la paroi 1, dont les amplitudes sont inférieures à celles des pics modaux que l'on pouvait observer sur le spectre de la pression pariétale initiale (représenté figure IV.1(a)). Les pics modaux sur les spectres de la dérivée normale initiale  $\partial \hat{p}_{souple} / \partial y$  et de la composante vibratoire  $\partial \hat{p}_a / \partial y$  semblent quant à eux du même ordre de grandeur.

Cependant, la pression  $\hat{p}_a$  intervenant au numérateur et au dénominateur dans la formulation de  $\hat{p}_w$ , on observe finalement que les niveaux de densité spectrale  $P(\omega)$  avec l'approche couplage faible sont plus élevés aux hautes fréquences, à partir de la fréquence propre  $\omega = 0.26$ , que les précédents (figure IV.11(b)). Aux basses fréquences en revanche, la courbe obtenue est proche du cas rigide, les pics aux fréquences de forçage sont similaires et le pic supplémentaire que l'on observait à  $\omega \approx 0.052$  dans le cas de la paroi souple n'est plus visible.

La décomposition en composantes dynamiques (rigides) et vibratoires, ainsi que le calcul approché de ces dernières, donnent des résultats relativement éloignés de ceux observés jusqu'à présent pour la paroi 1, et l'influence de la prise en compte du couplage est ici difficilement analysable, les deux modélisations étant elles-mêmes fondamentalement différentes. L'apport d'un couplage fort par rapport à un couplage faible pourra être plus clairement étudié à travers deux modélisations reposant sur la décomposition (IV.1) et qui tiennent compte de la compressibilité du milieu fluide dans le calcul des composantes vibratoires.



(a) basses fréquences



(b) hautes fréquences

*Figure IV.11* — Influence du degré de couplage sur les densités spectrales de pression rayonnée à  $Y = 100$  et  $M = 0.012$

## IV.3 Pression acoustique induite par le couplage entre l'écoulement et la paroi

### IV.3.1 Cas de la paroi 1

La pression générée par les vibrations de la plaque  $\hat{p}_a$ , liée au spectre de déformée  $\hat{\eta}$ , possède comme ce dernier des contributions à des fréquences élevées auxquelles sont associés des petits nombres d'onde, dont la modélisation est plus sensible à la prise en compte de la compressibilité. La décomposition  $\hat{p} = \hat{p}_{rigide} + \hat{p}_a$  du spectre de pression à la paroi permet de déterminer  $\hat{p}_a$  en tenant compte de la compressibilité, tout en conservant le spectre  $\hat{p}_{rigide}$  obtenu à partir des simulations incompressibles. Cette approche classique, largement répandue dans les études

existantes [26, 33, 82], implique néanmoins un degré de couplage diminué de par les approximations utilisées dans le calcul des composantes vibratoires. Comme il a été expliqué dans le chapitre II, la pression acoustique  $\hat{p}_a$  y est calculée en résolvant l'équation des ondes homogènes faisant intervenir le nombre de Mach  $M > 0$  du milieu, avec une condition de bord associée

$$\frac{\partial p_a}{\partial y} = -\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2}.$$

En vue de caractériser l'apport d'un couplage fort sur le bruit rayonné, on cherche à comparer à cette approche une modélisation similaire faisant intervenir une dérivée normale de pression à la paroi  $[\partial \hat{p}_a / \partial y]_{y=0}$  directement issue des simulations.

On obtient finalement deux modélisations de la pression acoustique induite par les vibrations de la paroi, qui s'écrivent

$$[\hat{p}_a]_{y=0} = \frac{-i}{\gamma} \left[ \frac{\partial \hat{p}_a}{\partial y} \right]_{y=0}$$

avec

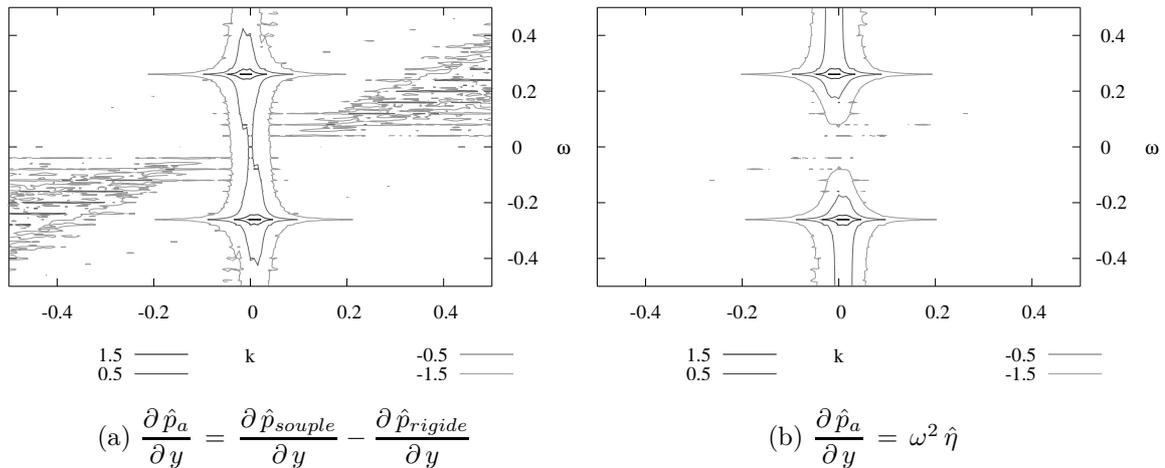
$$\begin{aligned} - \left[ \frac{\partial \hat{p}_a}{\partial y} \right]_{y=0} &= \omega^2 \hat{\eta} \text{ en couplage faible,} \\ - \left[ \frac{\partial \hat{p}_a}{\partial y} \right]_{y=0} &= \left[ \frac{\partial \hat{p}_{souple}}{\partial y} - \frac{\partial \hat{p}_{rigide}}{\partial y} \right]_{y=0} \text{ en couplage fort.} \end{aligned}$$

Ces deux spectres sont représentés figure IV.12. Si les pics modaux ont des amplitudes équivalentes, ils se distinguent notamment par la présence sur le spectre relatif au couplage fort (a), à des niveaux inférieurs, de structures caractéristiques des instabilités convectives dans l'écoulement, traduisant la rétroaction des vibrations de la plaque sur l'écoulement.

### Comparaison des pressions rayonnées en couplages fort et faible

Le choix de la modélisation de  $\hat{p}_a$  à la paroi influe sur le spectre de pression au bord de la couche limite  $\hat{p}_w$  à travers la formulation (IV.2). On définit ainsi deux spectres  $\hat{p}_w$ , le premier en couplage faible, obtenu avec

$$\hat{p}_a = -\frac{i\omega^2}{\gamma} \hat{\eta}$$

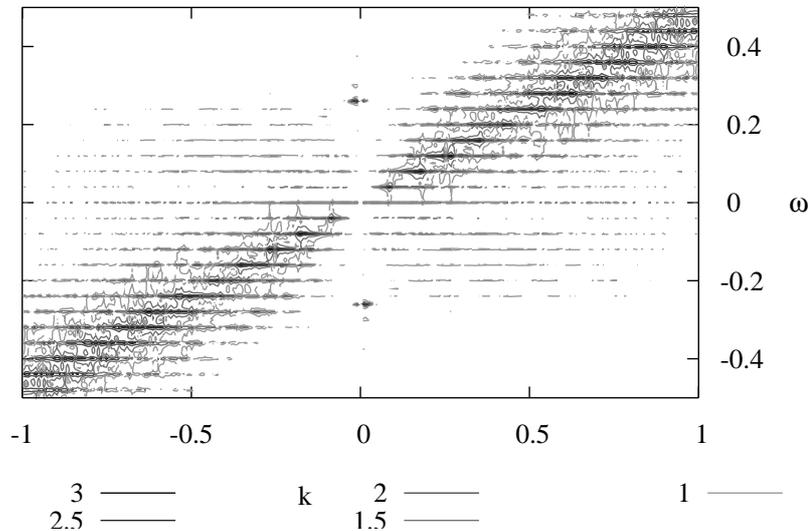


**Figure IV.12** — Dérivées normales de pression à la paroi  $y = 0$  avec les deux approches

et le tenseur de Lighthill rigide, et le second en couplage fort qui fait intervenir le tenseur de Lighthill souple et

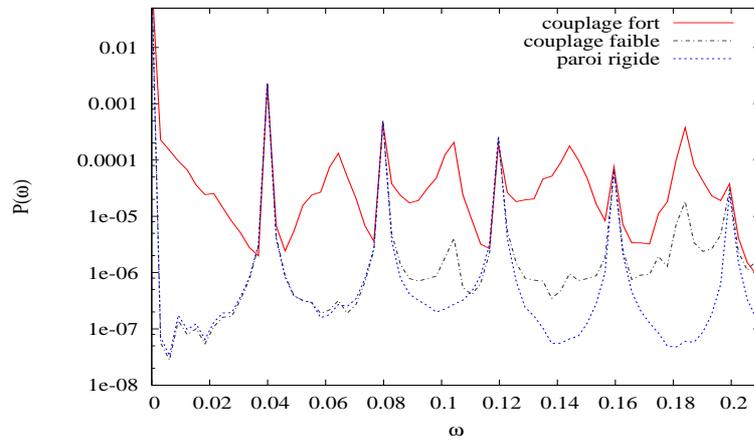
$$\hat{p}_a = -\frac{i}{\gamma} \left[ \frac{\partial \hat{p}_{\text{souple}}}{\partial y} - \frac{\partial \hat{p}_{\text{rigide}}}{\partial y} \right]_{y=0}.$$

Les spectres  $\hat{p}_w$  résultant de ces deux dernières approches ont des allures similaires. La figure IV.13 illustre le spectre obtenu par la modélisation de couplage fort. La structure convective ne semble pas modifiée par rapport aux modélisations précédentes faisant intervenir les pressions pariétales incompressibles, en revanche les pics modaux apparaissent maintenant plus nettement.

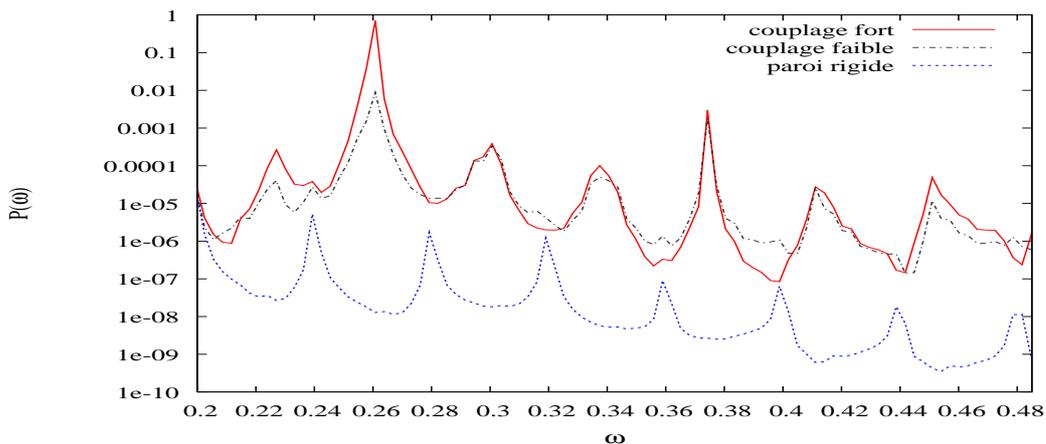


**Figure IV.13** — Spectre de pression au bord de la couche limite  $\hat{p}_w$  pour la paroi 1 à  $M = 0.012$ , en couplage fort

La figure IV.14 compare les densités spectrales de pression rayonnée à une distance  $Y$  obtenues sur paroi souple en couplages fort et faible, ainsi que sur paroi rigide. Le couplage fort induit un pic modal de grande amplitude, qui domine maintenant l'ensemble de la courbe, et qui génère des remontées de niveaux cette fois à toutes les gammes de fréquences par rapport au cas rigide. L'approche couplage faible semble suffisante pour retrouver les niveaux atteints en couplage fort aux fréquences supérieures à la fréquence propre (figure (b)). Dans le domaine des basses fréquences en revanche, elle ne permet pas de reproduire les effets des vibrations et les niveaux résultants aux fréquences intermédiaires entre deux fréquences de forçage sont nettement inférieurs (figure (a)). Les niveaux aux fréquences de forçage et à leurs harmoniques, quant à eux, restent proches dans les trois cas présentés.



(a) basses fréquences

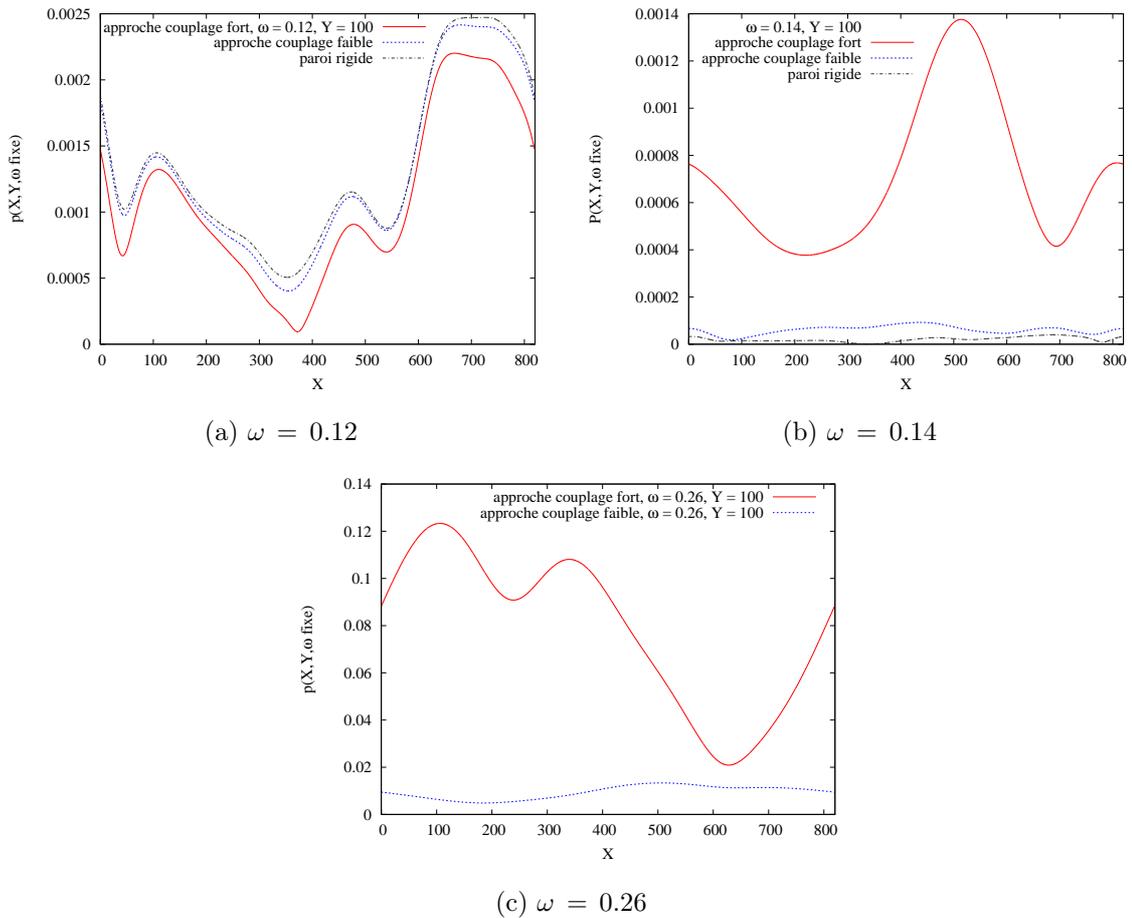


(b) hautes fréquences

**Figure IV.14** — Densités spectrales de pression rayonnée à  $Y = 100$  pour  $M = 0.012$  sur parois rigide et souple

Les différences entre les approches de couplage fort et de couplage faible se

retrouvent sur les évolutions spatiales de pression rayonnée  $p_{ray}(X, Y, \omega)$  à un fréquence donnée, obtenues par transformée de Fourier spatiale inverse. Comme pour les densités spectrales représentées sur la figure IV.14, ces évolutions seront illustrées pour une distance  $Y = 100$ . Conformément aux observations précédentes, à une fréquence de forçage ou l'une de ses harmoniques, ces deux approches donnent des pressions très proches en termes de niveaux et de structures spatiales, et similaires à celle obtenue sur paroi rigide (cf. à  $\omega = 0.12$ , figure IV.17(a)). En revanche, aux fréquences intermédiaires appartenant au domaine des basses fréquences, l'approche faible est insuffisante pour reproduire les résultats du couplage fort et donne des niveaux de pression bien plus faibles, très légèrement supérieurs à ceux de la paroi rigide (par exemple à  $\omega = 0.14$  sur la figure (b)). La structure spatiale visible en couplage fort, et dont l'allure semble liée à la présence de la paroi souple, n'est pas retrouvée avec l'hypothèse de couplage faible. Ces différences aux fréquences intermédiaires tendent à s'atténuer à l'approche de la fréquence propre  $\omega = 0.26$ , et à



**Figure IV.15** — Evolutions spatiales à  $Y = 100$  des pressions rayonnées pour  $M = 0.012$  et  $\omega$  fixé

plus hautes fréquences, les pressions rayonnées en couplages fort et faible deviennent très proches. Des écarts subsistent néanmoins au niveau du pic modal, dont l'amplitude est sous-estimée en couplage faible (cf. figure IV.14(b)). L'allure de la pression rayonnée résultante, dont les niveaux sont très inférieurs par rapport à ceux obtenus en couplage fort (mais néanmoins plus élevés que sur paroi rigide, qui sont de l'ordre de  $10^{-5}$  pour  $Y = 100$ ), ne fait plus apparaître de structure caractéristique de la paroi 1 (figure (c)).

Il a par ailleurs été vérifié que l'influence du choix du tenseur de Lighthill était moins cruciale que pour les premières modélisations abordées (cf. IV.2). L'utilisation du tenseur obtenu sur paroi rigide engendre une diminution des niveaux de  $P(\omega)$  aux fréquences intermédiaires, y compris la fréquence propre, mais l'allure de la densité spectrale est conservée.

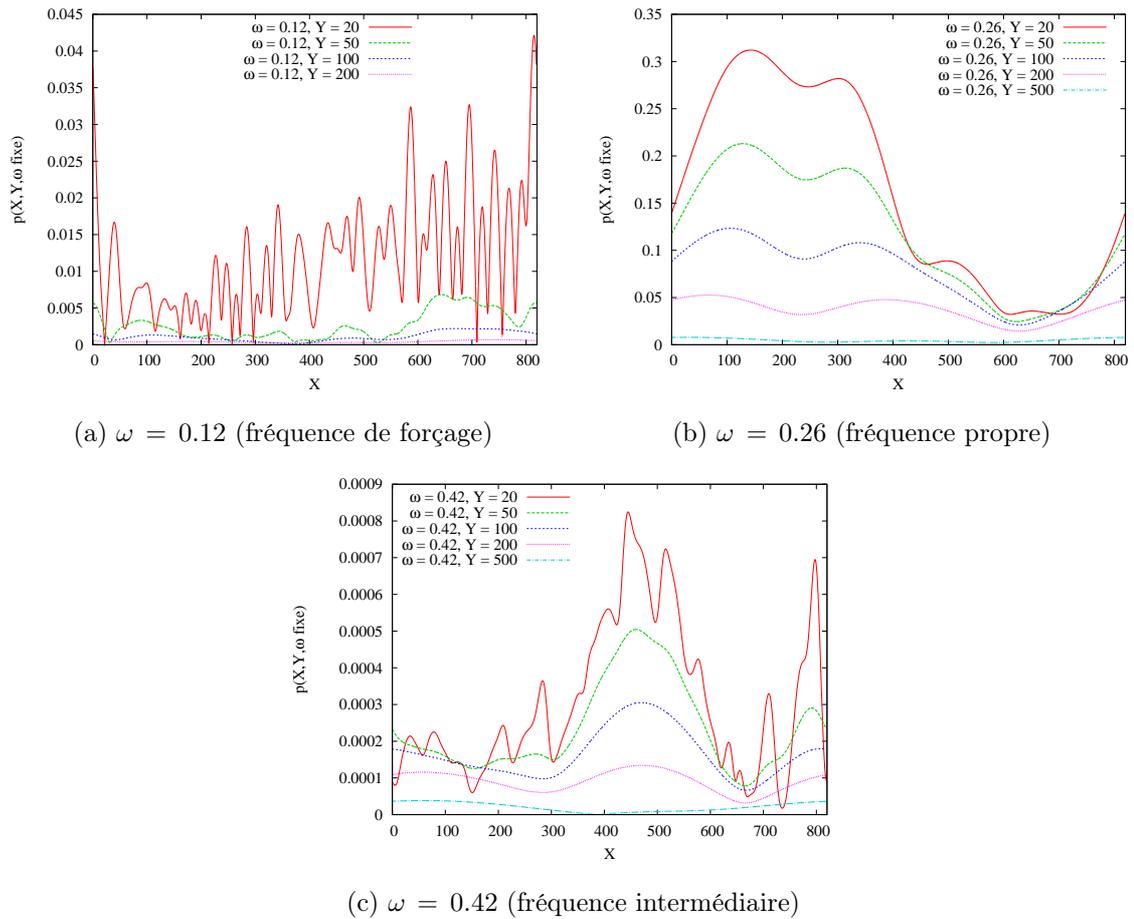
### **Evolutions spatiales à une fréquence fixée en couplage fort**

Avec la modélisation couplage fort, les évolutions spatiales de pression rayonnée à une fréquence fixée, obtenues par transformée de Fourier spatiale inverse, sont cohérentes avec les évolutions spatio-temporelles de la déformée et de la pression pariétale étudiées dans le chapitre précédent.

Ainsi, à une fréquence correspondant à une fréquence de forçage, l'allure spatiale de la pression rayonnée au plus près du bord de la couche limite présente des structures de très courtes échelles spatiales, et d'amplitude légèrement croissante avec la position  $X$ , caractéristiques des instabilités convectives (figure IV.16). Lorsque l'on s'éloigne de la couche limite, ces petites structures s'atténuent progressivement, seule la forme de l'enveloppe est conservée, avec une amplitude plus faible.

A la fréquence propre  $\omega = 0.26$ , pour laquelle les niveaux sont maximaux, l'allure spatiale a une forme proche de la déformation statique de la plaque, ou de son premier mode de vibration. L'allure reste identique lorsque  $Y$  augmente, seules les amplitudes sont diminuées.

Enfin, à toutes les fréquences intermédiaires non multiples des fréquences de forçage, les allures spatiales sont proches de celles des fluctuations de déformée instantanées, qui étaient maximales près du bord de fuite de la plaque, confirmant que les forts niveaux visibles sur la courbe de densité spectrale sont induits par les vibrations de la plaque. Près du bord de la couche limite, des structures de petite échelle spatiale sont également superposées aux plus larges structures caractéristiques des vibrations.

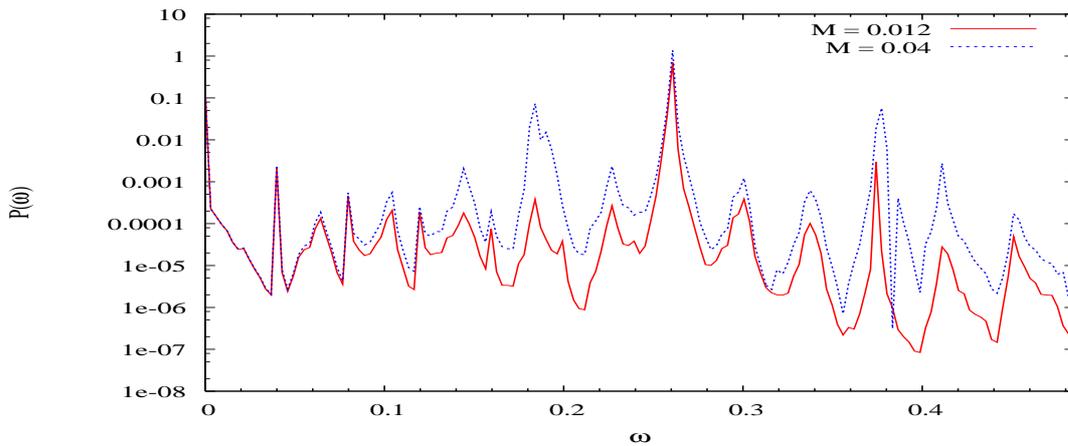


**Figure IV.16** — Evolutions spatiales des pressions rayonnée pour  $M = 0.012$  et  $\omega$  fixé

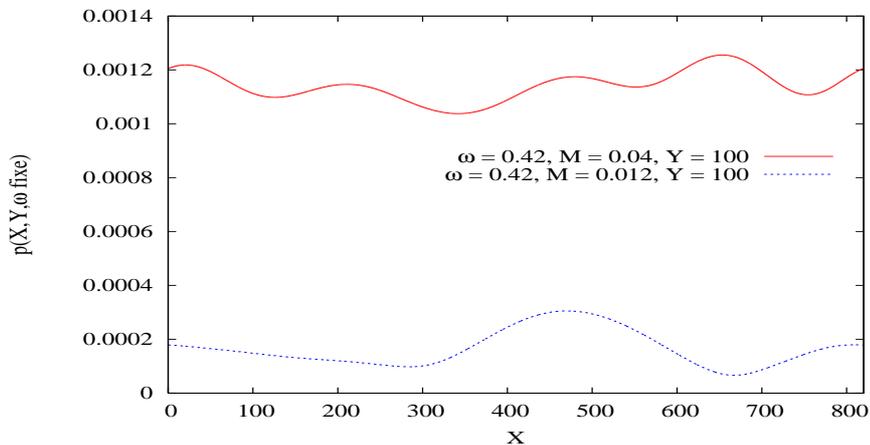
### Influence du nombre de Mach

Enfin, de la même façon que dans l'approche incompressible, une augmentation du nombre de Mach s'accompagne d'un accroissement global des niveaux de la densité spectrale de pression rayonnée, particulièrement visible à la fréquence  $\omega \approx 0.19$  (première fréquence qui donne lieu à un rayonnement à l'infini pour  $k = \Delta k$ ), et qui se propage également aux fréquences inférieures (figure IV.17).

Concernant les visualisations spatiales à une fréquence donnée, l'augmentation du nombre de Mach permet aux composantes à un nombre d'onde donné de rayonner sur une plus grande distance  $Y$ , mais les allures spatiales ne reflètent pas aussi clairement les vibrations modales de la plaque que dans le cas  $M = 0.012$  (exemple à  $\omega = 0.42$  figure IV.18).



**Figure IV.17** — Densités spectrales de pression rayonnée à  $Y = 100$  pour deux nombres de Mach, en couplage fort



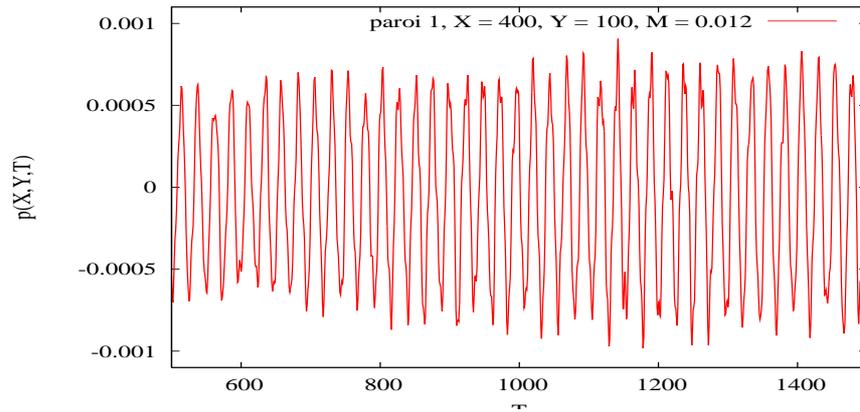
**Figure IV.18** — Evolutions spatiales de pression rayonnée à  $\omega = 0.42$  et  $Y = 100$  sur paroi souple en couplage fort pour deux nombres de Mach

### Evolution temporelle et niveaux de pression rayonnée

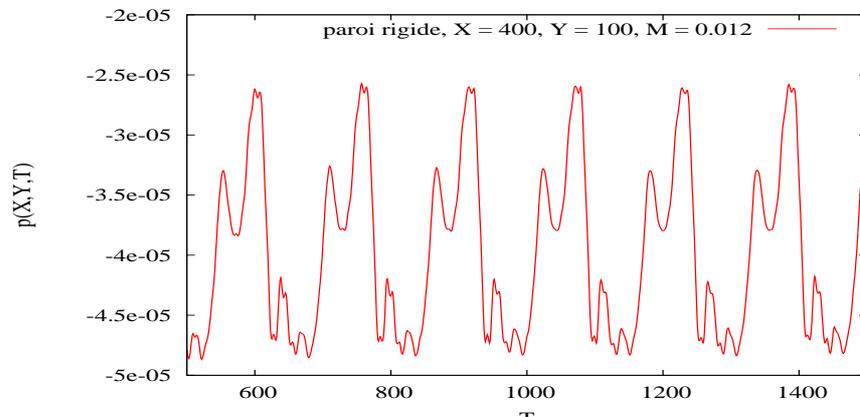
Une transformée de Fourier temporelle inverse est réalisée en vue d'observer à une distance  $Y$  fixée les évolutions de pression rayonnée  $p(X, Y, T)$  et d'en estimer le niveau en grandeurs physiques. La figure IV.19(a) représente les évolutions temporelles obtenues pour  $X = 400$  (proche du centre de la plaque) et  $Y = 100$ . Comme attendu, elles sont dominées par des oscillations à la fréquence propre  $\omega = 0.26$ .

En ce point, situé compte tenu de l'adimensionnement à une distance d'environ 1.6 cm de la plaque, de longueur 9.4 cm, la pression rayonnée atteint une amplitude crête à crête de  $1.6 \cdot 10^{-3}$ , ce qui correspond à un niveau réel, la pression étant adimensionnée par  $\rho_f^* U_\infty^{*2}$ , d'environ 175 dB, en prenant comme pression de référence  $1 \mu\text{Pa}$ .

A titre comparatif, les évolutions temporelles de pression rayonnée sur paroi



(a) paroi 1, couplage fort



(b) paroi rigide

**Figure IV.19** — Evolutions temporelles de pressions rayonnées à  $X = 400$  et  $Y = 100$  pour la paroi 1 et la paroi rigide

rigide au même point sont représentées figure (b). Elles sont ici dominées par les oscillations à la première fréquence de forçage  $\omega = 0.04$  et sont d'amplitude nettement inférieure, les niveaux réels étant de l'ordre de 138 dB.

### IV.3.2 Cas de la paroi 2

Des estimations de bruit rayonné similaires ont été réalisés à partir des simulations numériques mettant en jeu la paroi 2 mise en vibration par l'écoulement de couche limite perturbé par le même forçage d'amplitude  $A = 0.1$ . Les caractéristiques de cette seconde plaque sont rappelées dans le tableau IV.2

On rappelle que les évolutions temporelles de déformée et de pression pariétale en un point donné présentaient des oscillations à deux fréquences propres particulières,  $\omega'_3 \approx 0.16$ , identique à la quatrième fréquence de forçage, et  $\omega'_5 \approx 0.42$ . Il était également apparu que la rétroaction des vibrations sur l'écoulement était plus

Configuration	
longueur	614
longueur du domaine	820
abscisse du bord d'attaque	$x_1 = 40$
Caractéristiques	
épaisseur	14.9
masse	26.2
module de rigidité	$1.58 \cdot 10^7$
raideur	0
Premières fréquences propres avec masse ajoutée	
mode 1	-
mode 2	0.09
mode 3	0.16
mode 4	0.27
mode 5	0.42

**Tableau IV.2** — Caractéristiques de la plaque de matériau 2.

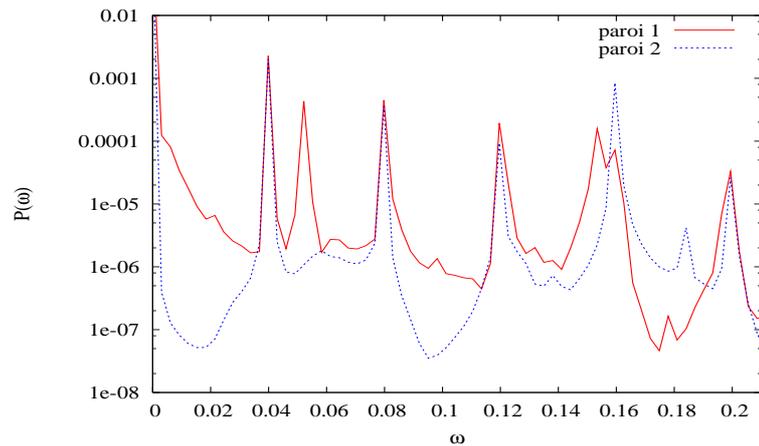
importante pour cette plaque que pour la paroi 1, et induisait des atténuations des oscillations aux fréquences de forçage au niveau de la pression pariétale.

### Bruit rayonné à partir des données de simulation

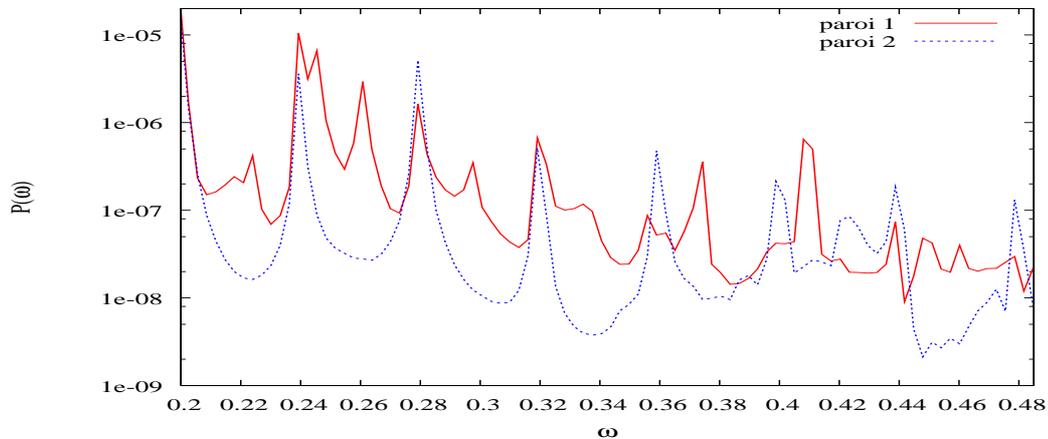
Pour analyser l'influence des vibrations de la paroi sur la pression rayonnée, on considère dans un premier temps les estimations de bruit basées sur les données directement issues des simulations numériques, telles que présentées dans le paragraphe IV.2, la couche limite étant alors supposée incompressible.

La figure IV.20 représente les densités spectrales  $P(\omega)$  calculées en  $Y = 100$  pour les deux parois souples. Aux basses fréquences (figure (a)), les deux courbes sont relativement proches, mais on observe une légère diminution de l'amplitude des pics aux premières fréquences de forçage pour la paroi 2, qui est due à l'atténuation, par les vibrations de cette paroi, des oscillations de pression pariétale à ces fréquences. A la quatrième fréquence de forçage  $\omega_4 = 0.16$ , confondue avec la troisième fréquence propre de la paroi 2, le pic devient néanmoins plus important pour cette paroi que pour la paroi 1. On remarque que la présence de cette fréquence propre,  $\omega'_3$ , a un effet plus limité sur les niveaux de densité avoisinants que la fréquence propre de la paroi 1 ( $\omega' = 0.26$ ) : on voit ici apparaître que l'influence d'une fréquence propre sur le bruit rayonné varie selon que cette fréquence appartient ou non aux fréquences de

forçage. Dans le domaine des hautes fréquences (figure (b)), la densité relative à la paroi 2 est dominée par les pics aux harmoniques des fréquences de forçage (tandis que pour la paroi 1 les niveaux sont plus variables) jusqu'à la cinquième fréquence  $\omega'_5 = 0.42$ . Cette dernière étant distincte des fréquences de forçage, elle engendre à son tour des variations de niveaux aux fréquences voisines.



(a) basses fréquences



(b) hautes fréquences

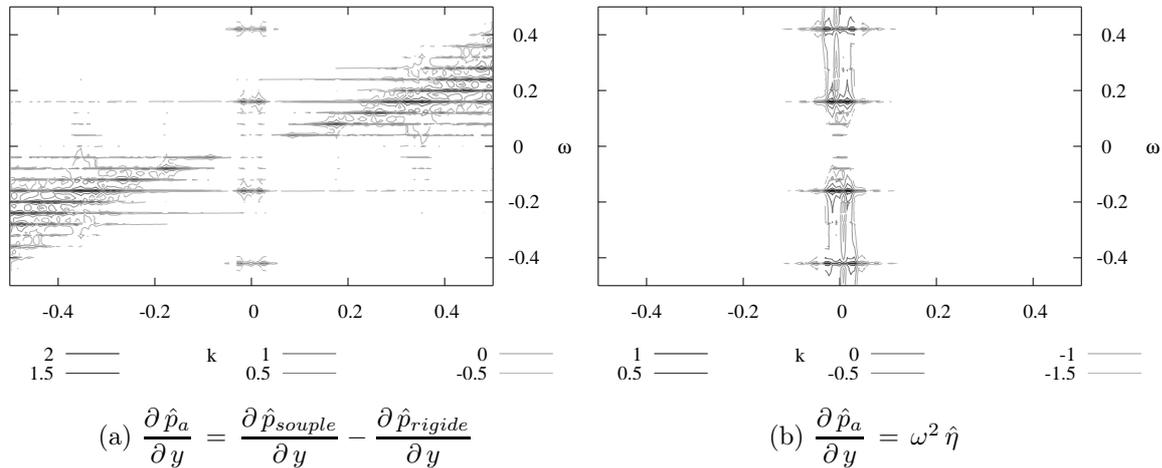
**Figure IV.20** — Comparaison des densités spectrales de pression rayonnée à  $Y = 100$  pour  $M = 0.012$  entre les deux parois souples

### Bruits rayonnés en couplages faible et fort à partir du calcul compressible de $\hat{p}_a$

Revenons à présent aux modèles de bruit basés sur des approches de couplages fort et faible faisant intervenir la pression acoustique  $\hat{p}_a$  issue d'un calcul compressible. Comme il a été exposé précédemment, ces approches correspondent à deux

modélisations de la dérivée normale  $\partial \hat{p}_a / \partial y$  à la paroi, qui donneront lieu à deux modèles de pression acoustique  $\hat{p}_a$ .

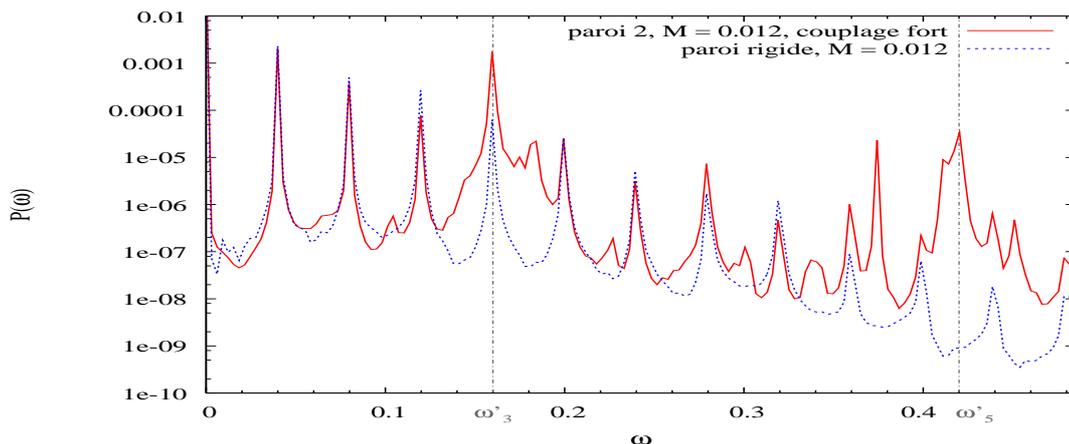
La dérivée normale considérée en couplage fort, prise comme la différence des dérivées normales de pression entre parois rigide et souple en  $y = 0$ , est illustrée pour la paroi 2 sur la figure IV.21(a). On observe qu'elle est ici plus dominée par les modifications des composantes convectives dues aux vibrations que par les pics modaux eux-mêmes. Le fait que le pic d'amplitude maximale corresponde à la quatrième fréquence de forçage confirme que ce sont les vibrations propres de la plaque, en opposition de phase avec la pression pariétale, qui entraînent une diminution des perturbations correspondantes. Avec l'approche de couplage faible, soit  $\partial \hat{p}_a / \partial y = \omega^2 \hat{\eta}$  en  $y = 0$ , seuls les pics modaux sont visibles, dont les amplitudes sont inférieures à celles des pics modaux de la paroi 1 (figure (b)).



**Figure IV.21** — Dérivées normales de pression à la paroi  $y = 0$  pour la paroi 2

En introduisant ces quantités dans les modèles de bruit rayonné, on obtient pour le couplage fort la densité spectrale représentée sur la figure IV.22, pour  $M = 0.012$  et  $Y = 100$ , qui y est comparée avec la densité obtenue sur paroi rigide. Ces tracés mettent en évidence les tendances observées sur la figure IV.20. Les deux pics modaux aux fréquences  $\omega'_3 = 0.16$  et  $\omega'_5 = 0.42$  apparaissent plus nettement, avec toutefois des amplitudes inférieures à celle du pic modal que l'on pouvait voir dans le cas de la paroi 1 en couplage fort (cf. figure IV.14). Il est ici clairement visible que du fait que la fréquence propre  $\omega'_3$  coïncide avec une fréquence de forçage, les effets des vibrations affectent plus les fréquences de forçage et leurs harmoniques que les fréquences intermédiaires, contrairement à la paroi 1. Aussi les vibrations à la troisième fréquence propre ne génèrent pas de bruit supplémentaire, mais entraînent au contraire une légère diminution de pression rayonnée aux fréquences de

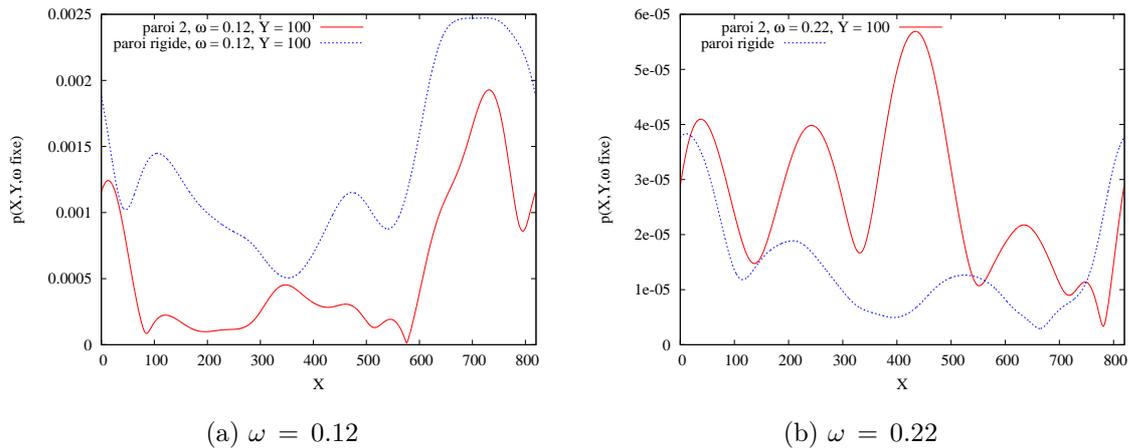
forçage (notamment à la troisième fréquence de forçage  $\omega_3 = 0.12$ ). Aux plus hautes fréquences, les différences d'amplitudes par rapport au cas rigide deviennent en revanche nettement visibles autour de la cinquième fréquence propre  $\omega'_5 \approx 0.42$ , qui est une fréquence intermédiaire entre deux harmoniques, et qui affecte les fréquences intermédiaires avoisinantes de part et d'autre du pic modal.



**Figure IV.22** — Densité spectrale de pression rayonnée à  $Y = 100$  pour la paroi 2, en couplage fort

Les évolutions spatiales de pression rayonnée à une fréquence fixée confirment la nature différente des effets des vibrations de la paroi 2 sur la pression rayonnée par rapport au cas de la paroi 1. Ainsi, à une fréquence de forçage ou une de ses harmoniques, des différences d'amplitude apparaissent entre les pressions rayonnées sur la paroi 2 avec couplage fort et sur la paroi rigide, tandis que les courbes étaient identiques entre les cas rigide et souple pour la paroi 1. Ainsi, à la troisième fréquence de forçage, on retrouve des niveaux de pression atténués sur la paroi 2 (figure IV.23(a)). A une fréquence intermédiaire au contraire, les niveaux de pression rayonnée sur paroi souple deviennent supérieurs et des différences structurales apparaissent de nouveau (le cas  $\omega \approx 0.22$  est illustré sur la figure (b)).

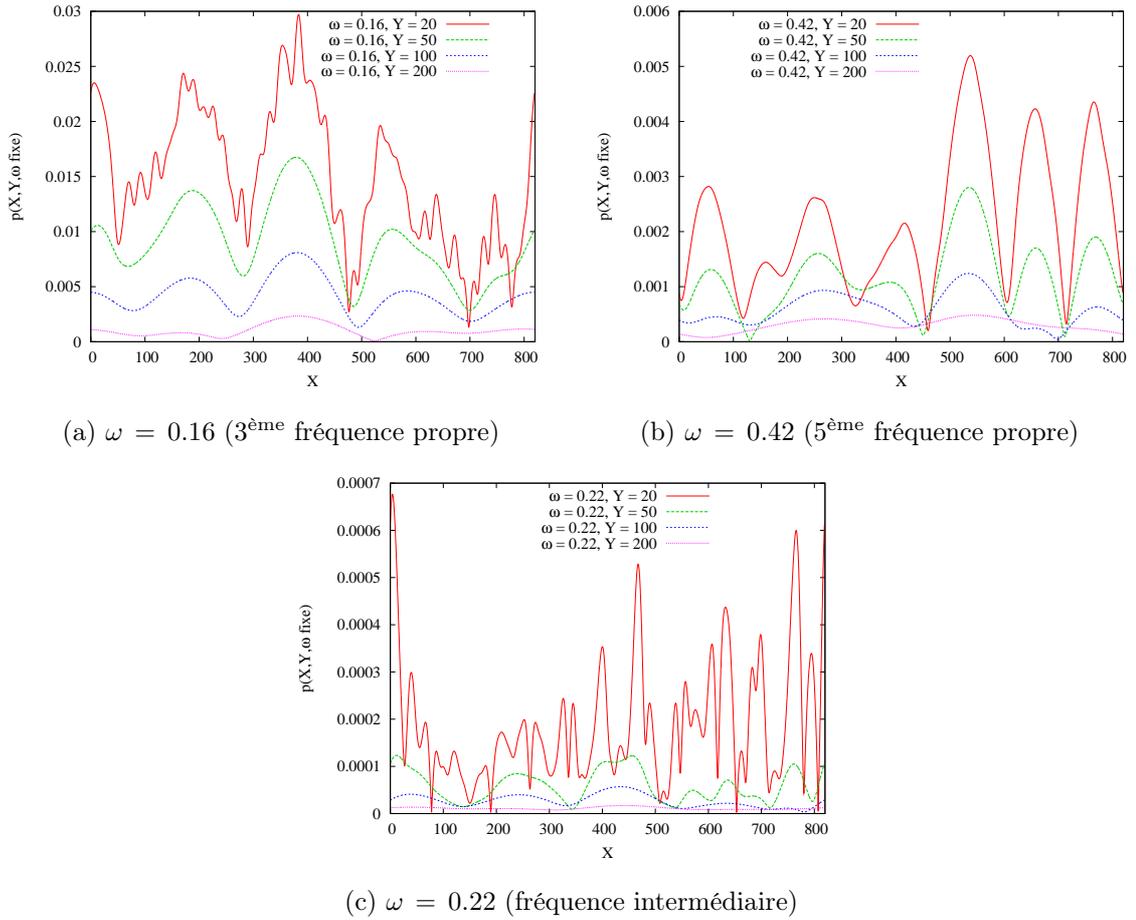
Avec cette approche couplage fort, on observe de nouveau une bonne adéquation entre les évolutions spatiales de pression rayonnée à une fréquence fixée et les quantités dynamiques calculées pendant les simulations numériques à la paroi. Ainsi, l'allure spatiale de la pression à la troisième fréquence propre de la plaque révèle clairement la présence de la forme modale de ce mode, constituée de trois lobes au niveau de la paroi (figure IV.24(a)). A une faible distance de la couche limite ( $Y = 20$ ), les petites structures spatiales caractéristiques des perturbations sont superposées à la forme du mode, puis elles sont rapidement atténuées avec  $Y$ . De même, les évolutions à la cinquième fréquence propre rappellent la forme modale



**Figure IV.23** — Evolutions spatiales à  $Y = 100$  des pressions rayonnées à  $\omega$  fixé sur parois rigide et de matériau 2

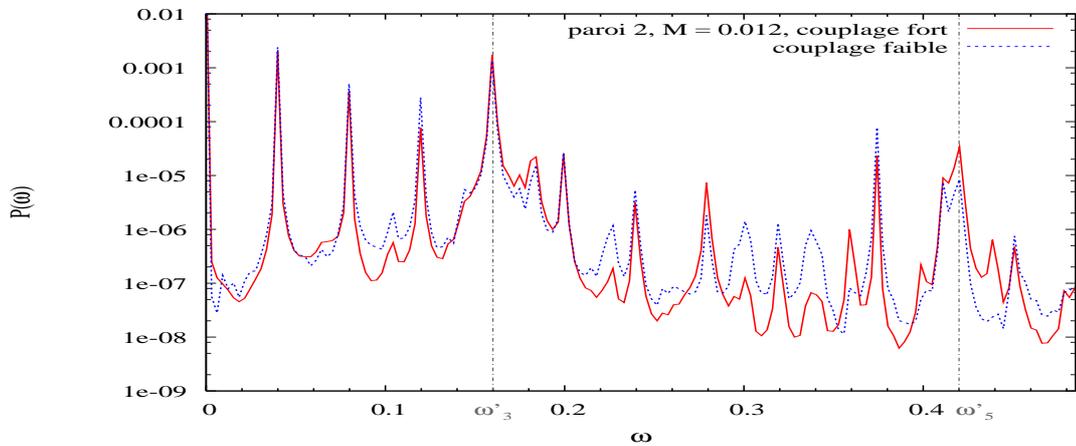
du mode 5, bien que des lobes supplémentaires apparaissent dans les zones rigides de part et d'autre de la plaque. A une fréquence intermédiaire non multiple d'une fréquence de forçage cependant, contrairement à ce qu'on observait pour la paroi 1, ce sont les structures spatiales caractéristiques de l'écoulement qui dominent aux faibles distances  $Y$ , comme le montre la figure (c) à  $\omega = 0.22$ .

Conformément aux observations précédentes, on obtient que les différences entre les résultats des modélisations compressible et incompressible de  $\hat{p}_a$  sur les densités spectrales de pression rayonnée ne sont pas aussi marquées pour la paroi 2 que pour la paroi 1. De même, les densités spectrales calculées avec les deux modélisations forte et faible (dans l'approche compressible pour  $\hat{p}_a$ ) sont relativement proches (figure IV.25). Si l'on observe, comme dans le cas de la paroi 1, que les niveaux sont inférieurs avec le couplage faible à la cinquième fréquence propre  $\omega'_5 = 0.42$ , ils sont du même ordre de grandeur à la troisième fréquence propre  $\omega'_3 = 0.16$  pour les deux approches. L'utilisation de l'approche couplage faible engendre en revanche une diminution de l'effet d'atténuation des fluctuations aux fréquences de forçage par les vibrations à cette troisième fréquence propre, et résulte en des niveaux supérieurs pour le couplage faible, ce qui est visible aux trois premières fréquences de forçage ( $\omega_3 = 0.12$  en particulier) ainsi qu'à certaines harmoniques. Par le jeu d'interactions non-linéaires complexes, aux fréquences intermédiaires on obtient également des niveaux de densité spectrale plus élevés en couplage faible qu'en couplage fort, et ce malgré la légère diminution d'amplitude à la cinquième fréquence propre. Bien que les différences d'amplitude entre les deux approches soient peu marquées, on observe ici une tendance inverse par rapport à celle de la paroi 1, pour laquelle les niveaux étaient largement inférieurs aux fréquences intermédiaires



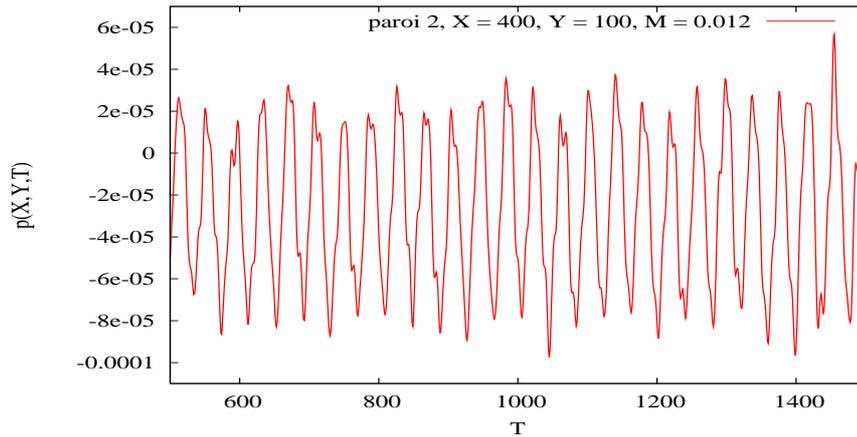
**Figure IV.24** — Evolutions spatiales des pressions rayonnées pour  $M = 0.012$  et  $\omega$  fixé

basses en couplage faible. Par ailleurs, il s'est également avéré que le choix du tenseur de Lighthill  $\mathcal{T}_{ij}$  avait peu d'influence sur l'estimation de bruit rayonné.



**Figure IV.25** — Densité spectrale de pression rayonnée à  $Y = 100$  pour la paroi 2, en couplages fort et faible

Les évolutions temporelles de pression rayonnée obtenues par transformée de Fourier inverse en couplage fort sont ici dominées par les oscillations à la troisième fréquence propre  $\omega'_3 = 0.16$ . A une même distance  $Y = 100$  que pour la courbe présentée dans le cas de la paroi 1, les niveaux sont ici inférieurs, de l'ordre de 153 dB.



**Figure IV.26** — Evolution temporelle de pression rayonnée à  $X = 400$  et  $Y = 100$  pour la paroi 2, en couplage fort

## IV.4 Pression acoustique en l'absence d'écoulement

Une antenne sonar, à l'intérieur du dôme, est immergée dans un volume d'eau au repos. Les vibrations du dôme, excité par l'écoulement de couche limite le long de sa surface extérieure, génèrent naturellement une pression acoustique dans ce milieu fluide au repos. On rappelle que du côté de l'écoulement les vibrations du dôme génèrent également une pression acoustique, qui interagit avec l'écoulement de couche limite pour donner lieu à un bruit rayonné dans l'écoulement uniforme (ce que traduit, dans la formulation de la pression au bord de la couche limite, le produit entre le terme contenant la pression acoustique  $p_a$  et le terme lié à l'intégration du tenseur de Lighthill à travers la couche limite).

Pour donner une idée de la pression acoustique induite par les vibrations des parois souples dans un milieu fluide semi-infini fictif situé sous la paroi, on pourrait procéder comme suit. Dans le domaine  $y < 0$ , le fluide étant immobile, les seules sources de pression acoustique sont constituées par les vibrations de la paroi. La pression acoustique vérifie donc dans ce domaine l'équation des ondes homogènes, à

laquelle est associée une condition de paroi linéarisée

$$\frac{\partial p}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2}.$$

La pression acoustique résultante a donc une expression identique à celle de la pression acoustique obtenue en couplage faible du côté de l'écoulement, à savoir

$$\hat{p}_a(k, y', \omega) = -\frac{i\omega^2}{\gamma} \hat{\eta} e^{i\gamma y'},$$

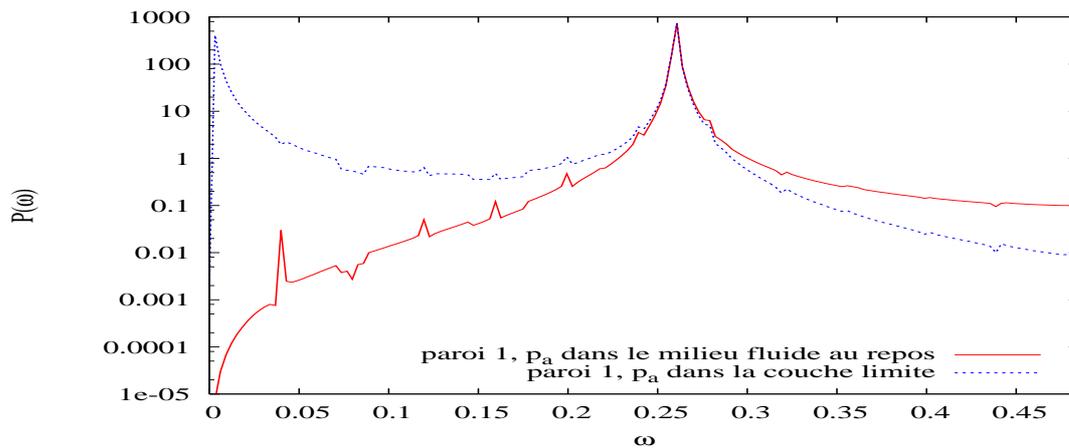
en notant  $y'$  la distance d'un point du milieu fluide immobile à la surface du dôme.

Nous comparons cette pression à la pression acoustique dans la couche limite obtenue dans l'approche de couplage fort, que nous avons détaillée dans les paragraphes précédents et qui s'écrit

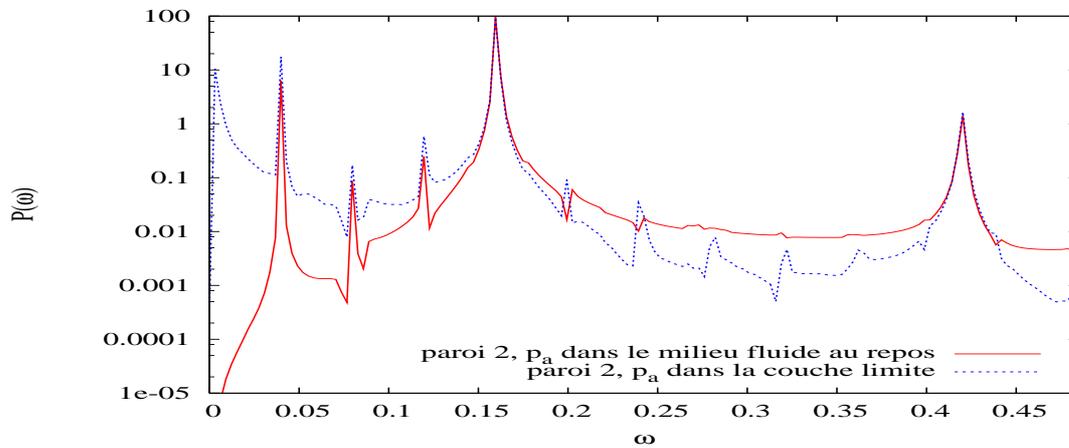
$$\hat{p}_a(k, y, \omega) = -\frac{i}{\gamma} \left[ \frac{\partial \hat{p}_{\text{souple}}}{\partial y} - \frac{\partial \hat{p}_{\text{rigide}}}{\partial y} \right] e^{i\gamma y}.$$

On se propose de comparer leurs densités spectrales à une même distance de part et d'autre de la paroi. La figure IV.27 illustre cette comparaison dans les deux cas de parois souples 1 et 2, pour une distance  $y' = y = 100$ . Les densités spectrales sont dans tous les cas largement dominées par le ou les pics modaux relatifs à la paroi souple considérée, et leurs niveaux étant similaires à ces fréquences. Aux autres fréquences néanmoins, les différences entre les deux pressions sont plus marquées et deviennent particulièrement importantes aux basses fréquences dans le cas de la paroi 1 (figure (a)), la pression acoustique dans le milieu fluide au repos étant bien plus faible, dans ce domaine, que celle dans la couche limite. Dans le cas de la paroi 2 (figure (b)), les deux densités se distinguent plus par des variations de structures que de niveaux, les pics aux harmoniques étant mieux définis pour la pression dans la couche limite que dans le fluide au repos, mais avec des niveaux inférieurs.

Etant donné que la pression dans le fluide immobile a une expression identique à la pression acoustique dans la couche limite obtenue en couplage faible, ces observations sont cohérentes avec les comparaisons précédentes de bruits entre approches de couplage fort et de couplage faible, qui montraient notamment pour la paroi 1 une sous-estimation des niveaux de bruit aux basses fréquences par le couplage faible.



(a) Paroi 1



(b) Paroi 2

*Figure IV.27* — Comparaison des pressions acoustiques induites par les vibrations de part et d'autre de la paroi

## IV.5 Résumé

La méthode de calcul développée dans le chapitre II a été mise en oeuvre pour estimer le bruit rayonné par les écoulements de couche limite simulés le long des deux parois souples et de la paroi rigide. Dans le cas des parois souples, diverses approches ont été appliquées, qui tiennent compte d'un degré de couplage et/ou de compressibilité variable. Dans ce chapitre ont été comparées les pressions rayonnées en champ proche pour ces différentes approches, en termes de fréquences caractéristiques, de structures spatiales associées et de niveaux spectraux.

Pour les trois parois considérées, l'écoulement est perturbé par un forçage d'amplitude  $A = 0.1$  aux quatre mêmes fréquences  $\omega_1 = 0.04$ ,  $\omega_2 = 0.08$ ,  $\omega_3 = 0.12$  et  $\omega_4 = 0.16$ . Concernant les calculs de bruit rayonné sur paroi rigide, on obtient que

la densité spectrale de bruit rayonné en champ proche est dominée par ces quatre fréquences et leurs harmoniques, générées par non-linéarités dans l'écoulement. A ces fréquences sont associées des structures de petites échelle spatiale, qui sont rapidement atténuées lorsque l'on s'éloigne de la couche limite.

La paroi 1 possède une fréquence propre  $\omega = 0.26$  supérieure aux fréquences de forçage et qui ne correspond pas à une de leurs harmoniques. Le calcul de bruit rayonné à partir des données directes de la simulation numérique donne une densité spectrale relativement proche du cas rigide, qui fait cependant apparaître quelques fréquences supplémentaires (y compris la fréquence propre) et des niveaux globalement plus élevés aux fréquences intermédiaires entre deux harmoniques. On observe par ailleurs qu'à ces fréquences, de plus larges structures spatiales sont superposées aux petites structures caractéristiques des instabilités, et donnent lieu à plus de rayonnement. Dans cette approche, les vibrations de la paroi engendrent donc, par des interactions non-linéaires, des différences de structures et de niveaux à certaines fréquences, qui ne peuvent cependant pas être directement liées à la forme spatiale de la paroi.

Dans ce premier modèle, la pression à la paroi issue du calcul incompressible du système fluide-structure a été prise en compte. Or, dans les modèles pour évaluer le bruit induit par l'interaction entre une paroi compliant et un écoulement (transitionnel ou turbulent), on dissocie en général la pression dynamique associée à l'écoulement de la pression acoustique induite par la paroi. Dans la simulation entreprise, nous disposons de la dérivée normale de la pression à la paroi induite par le couplage fort entre paroi et couche limite, ce qui nous permet de déterminer la pression acoustique issue de cette interaction en prenant précisément en compte la compressibilité (cf. paragraphe II.3). Cette modélisation, bien que simplifiée par rapport à une prise en compte de la compressibilité du système total fluide-structure, donne cependant lieu à des résultats plus significatifs, la pression liée aux vibrations de la paroi ayant des gammes de fréquences et de nombres d'onde plus sensibles à la compressibilité du milieu que la pression dynamique de la couche limite seule.

Cette approche, basée sur un couplage fort, paraît en outre plus appropriée en vue de la comparaison avec des modèles de couplage faible (pour lesquels le couplage apparaît uniquement par la condition cinématique (II.25)). Dans le cas de la paroi 1 étudiée, l'approche couplage faible permet de retrouver les niveaux obtenus en couplage fort aux hautes fréquences, mais donne en revanche des niveaux inférieurs aux basses fréquences, jusqu'à la fréquence propre. Les structures spatiales associées aux fréquences intermédiaires que l'on observait en couplage fort ne sont pour la

plupart pas non plus reproduites.

La paroi 2 est quant à elle caractérisée par des vibrations à deux fréquences propres,  $\omega'_3 \approx 0.16$  et  $\omega'_5 \approx 0.42$ . La fréquence la plus élevée, qui est également une fréquence intermédiaire entre deux harmoniques des fréquences de forçage, a sur la pression rayonnée des effets proches de ce qu'on observait pour la paroi 1 (notamment une augmentation des niveaux aux fréquences intermédiaires de part et d'autre), mais avec des différences d'amplitudes par rapport au cas rigide bien moins prononcées. Les effets de cette fréquence propre sont conjugués avec ceux de la fréquence  $\omega'_3$ , qui se trouve confondue avec l'une des fréquences de forçage, et induit au contraire une atténuation des niveaux de pression rayonnée aux fréquences de forçage et à leurs premières harmoniques. L'approche prenant plus en compte la compressibilité de l'écoulement, qui permet d'associer les structures spatiales de bruit rayonné aux formes modales des vibrations de la paroi, semble également la plus recevable, bien que les écarts obtenus entre les différentes approches soient moins prononcés (seule cette approche "compressible" a été présentée dans ce chapitre pour la paroi 2). Par le biais des interactions entre les deux fréquences propres et les fréquences de forçage, on obtient pour la paroi 2 que l'effet d'atténuation est amoindri avec une hypothèse de couplage faible, ce qui conduit, contrairement au cas de la paroi 1, à des niveaux globalement légèrement supérieurs par rapport au couplage fort.

**Sommaire**

---

<b>V.1 Conception de la maquette . . . . .</b>	<b>116</b>
V.1.1 Support rigide . . . . .	116
V.1.2 Module souple . . . . .	118
V.1.3 Réalisation et instrumentation . . . . .	119
<b>V.2 Dispositif expérimental . . . . .</b>	<b>121</b>
V.2.1 Tunnel hydrodynamique . . . . .	121
V.2.2 Vélocimétrie Laser Doppler . . . . .	123
V.2.3 Vibrométrie laser . . . . .	125
<b>V.3 Résultats : Etude des vibrations de la plaque souple     sous écoulement . . . . .</b>	<b>128</b>
V.3.1 Profils de vitesse le long de la plaque . . . . .	128
V.3.2 Mesure de vibrations . . . . .	131
V.3.3 Pression dans la cavité . . . . .	134
V.3.4 Résumé . . . . .	139

---

En parallèle des travaux numériques présentés dans les chapitres précédents, on cherche à analyser expérimentalement les vibrations et le bruit rayonné d'une structure souple soumise à un écoulement de couche limite, et ce dans des conditions expérimentales les plus proches possibles de la configuration des simulations numériques.

Pour ce faire, on considère notamment des structures de type plaque plane élastique encastrée, et des vitesses d'écoulements suffisamment faibles pour que la couche limite soit théoriquement transitionnelle le long de la plaque. Il n'est cependant pas possible de reproduire exactement la configuration numérique, dans laquelle l'écoulement est supposé bidimensionnel et dans la première phase de transition, étant donnée la présence d'un raccordement non parfait au niveau de l'encastrement de la plaque élastique, qui peut influencer sur le déclenchement de la transition, d'effets

tridimensionnels induits par la largeur finie de la plaque, et d'une cavité située sous cette dernière.

On se fixe donc comme objectif de déterminer, pour une large gamme de vitesses d'écoulement, les niveaux de vibrations de plaques élastiques encastrées d'épaisseurs ou de matériaux variés, ainsi que le bruit rayonné par ces dernières dans la cavité sous-jacente. Ces expérimentations seront réalisées en utilisant le tunnel hydrodynamique dont est équipé l'IRENav, et les dispositifs de mesure associés, notamment la vélocimétrie laser Doppler ainsi que la vibrométrie laser.

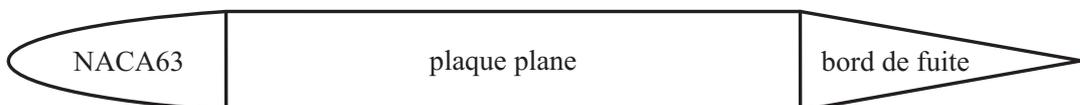
Dans la phase de conception de l'expérimentation, le principe d'une plaque élastique métallique encastrée dans un support rigide qui sera placé dans la veine d'essais du tunnel a été adopté. Suite à la fabrication de la maquette et à son instrumentalisation partielle, une première campagne d'essais a pu être réalisée, dont les résultats sont présentés dans ce chapitre. Des campagnes ultérieures sont prévues pour compléter ces résultats, en intégrant notamment la mesure de fluctuations de pressions le long de la surface de la maquette par une série de capteurs pariétaux et une étude plus fine de la transition sur la plaque souple.

## V.1 Conception de la maquette

La maquette expérimentale a été conçue de façon à s'adapter à la veine actuelle du tunnel hydrodynamique de l'IRENav. Notre choix s'est porté sur un support rigide placé en milieu de veine, dont une portion de la surface supérieure est évidée afin d'y intégrer un module souple. Ce dernier est choisi amovible afin de pouvoir tester des plaques de souplesses variées.

### V.1.1 Support rigide

La maquette est constituée par une plaque plane profilée au niveau de son bord d'attaque, dont la forme géométrique dérive d'un profil NACA symétrique, afin de générer une couche limite laminaire le long de ses parties amont (figure V.1). Le matériau et les dimensions du support ont été choisis en vue d'en garantir la

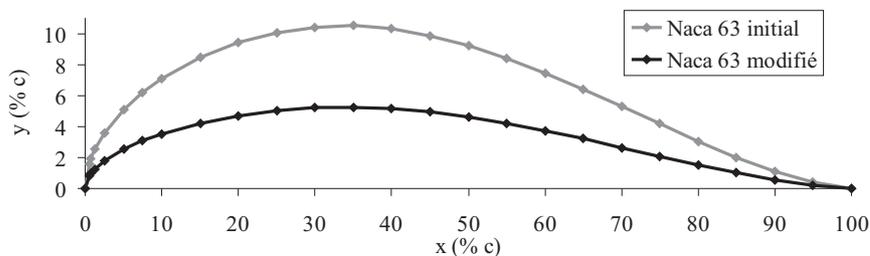


*Figure V.1* — Schéma de principe de la maquette

rigidité tout en limitant les contraintes sur la veine (poids, effet de confinement dû à l'épaisseur de la plaque). On a ainsi retenu une plaque profilée en aluminium de longueur  $75\text{ cm}$ , pour une longueur de veine d'un mètre, d'épaisseur  $30\text{ mm}$ , et de largeur quasiment égale à la largeur de la veine  $19.2\text{ cm}$  (soit une zone d'entrefer de quelques millimètres), afin de minimiser les effets de bord au niveau de la surface latérale de la veine.

La forme du bord d'attaque a été optimisée à la suite de calculs CFD 2D de l'écoulement autour de la plaque plane entièrement rigide. Ces calculs préliminaires, réalisés avec le logiciel ANSYS-CFX (qui intègre un modèle de transition) pour plusieurs vitesses d'écoulement ( $3$  et  $5\text{ m.s}^{-1}$ ), ont révélé que la forme initialement prévue de NACA63 générait un léger décollement au niveau de la jonction entre le bord d'attaque et la partie plane de la plaque. Le profil a été modifié en vue de diminuer le rayon de courbure du profil et d'éviter ce décollement.

Le profil finalement adopté est représenté figure V.2 avec le profil initial. L'épaisseur maximale initiale, exprimée en pourcentage de corde, a été divisée par deux pour atteindre  $5.25\% c$  à une abscisse  $x = 35\% c$ .



**Figure V.2** — Profils NACA initial et modifié

Le profil est raccordé à la partie souple au niveau de son épaisseur maximale, qui vaut  $15\text{ mm}$ , impliquant une corde réelle de  $c = 285.7\text{ mm}$  et une position du maximum en  $x = 100\text{ mm}$ . La géométrie de la partie amont de la plaque résultante est représentée figure V.3.

Le bord de fuite a également été allongé de façon à en réduire la courbure. La partie plane de la maquette a finalement une longueur de  $0.46\text{ m}$  ( $0.1\text{ m} \leq x \leq 0.56\text{ m}$ ) pour une longueur totale de  $0.75\text{ m}$ .

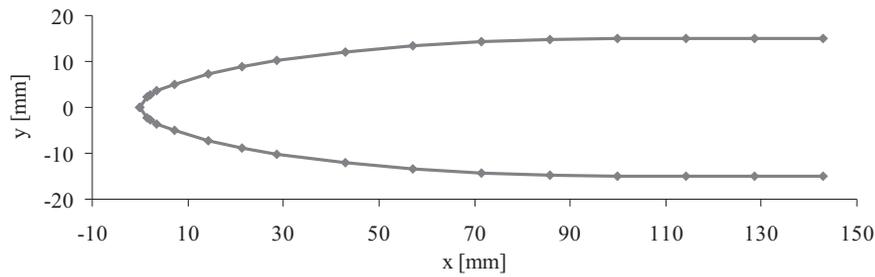


Figure V.3 — Géométrie du bord d'attaque de la maquette

### V.1.2 Module souple

Une cavité est creusée dans la surface supérieure du support, en vue d'y accueillir le module souple. Ce dernier, également en aluminium, est quant à lui constitué d'une plaque mince encastrée sur deux bords transversaux et libre sur les bords longitudinaux, afin de permettre au fluide de pénétrer dans la cavité formée sous la plaque mince. La réalisation du module souple a fait l'objet d'études préliminaires en vue de définir la stratégie d'usinage la mieux adaptée à la contrainte de l'encastrement et de l'uniformité de l'épaisseur de la plaque souple (vissage, usinage dans la masse, collage). Suite à ces nombreux essais, le modèle retenu a été celui d'une plaque mince collée à deux supports rigides qui seront eux-mêmes vissés dans la cavité (figure V.4).

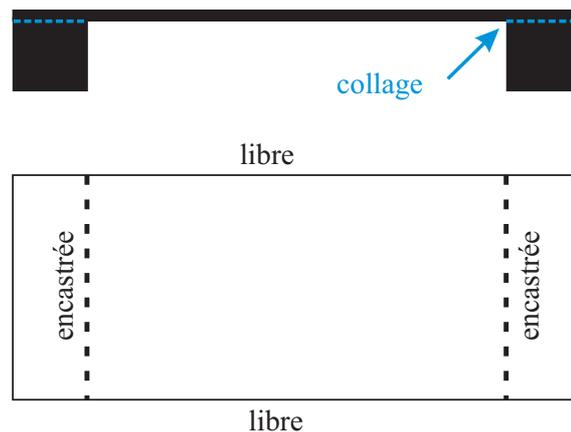


Figure V.4 — Vues de profil et de dessous du module souple, composé d'une plaque souple collée à deux supports rigides

La plaque, de longueur  $0.16\text{ m}$  pour une largeur de  $0.8\text{ m}$ , est collée à ses extrémités amont / aval sur deux supports rigides de  $2\text{ cm}$  de longueur, la partie souple ayant alors une longueur de  $0.12\text{ m}$ . L'épaisseur est choisie la plus faible possible pour obtenir des niveaux de vibration élevés, tout en résistant à la charge fluide une

fois placée en écoulement. Deux épaisseurs,  $h_1 = 1\text{ mm}$  et  $h_2 = 2\text{ mm}$  ont ainsi été considérées.

La position du module souple dans la direction longitudinale est choisie de façon qu'aux basses vitesses l'écoulement soit théoriquement transitionnel le long de sa surface. A la suite de calculs d'écoulements le long du support rigide réalisés avec le logiciel CFX pour des vitesses de 3 et  $5\text{ m.s}^{-1}$ , le module souple est finalement positionné entre les abscisses  $x = 0.20\text{ m}$  et  $x = 0.36\text{ m}$ , la plaque souple s'étendant sur la zone  $0.22\text{ m} \leq x \leq 0.34\text{ m}$ . Dans la direction transversale, le module est centré par rapport au support.

### V.1.3 Réalisation et instrumentation

La CAO de la maquette est représentée sur la figure V.5 :

- la cavité située sous le module souple est instrumentée par un hydrophone acoustique miniature omnidirectionnel Brüel & Kjaer 8103, de longueur  $50\text{ mm}$  et de diamètre  $9.5\text{ mm}$ .
- la surface de la maquette est percée de façon à pouvoir accueillir une série de dix capteurs de pression piezorésistifs miniatures Keller (série 2Mi), destinés à des développements futurs.

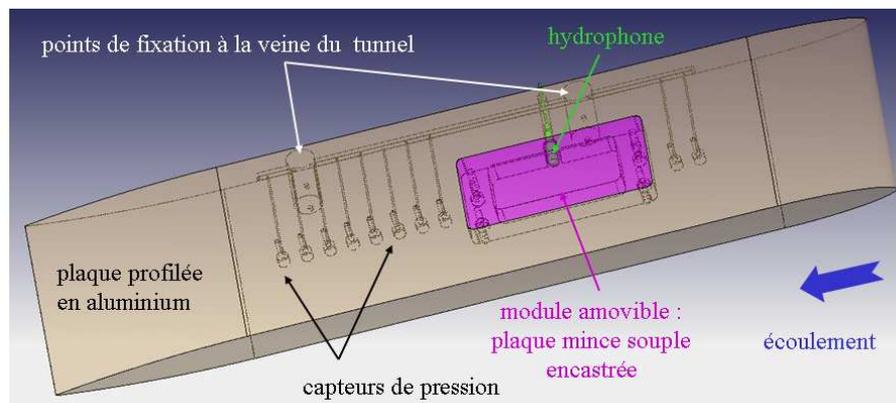
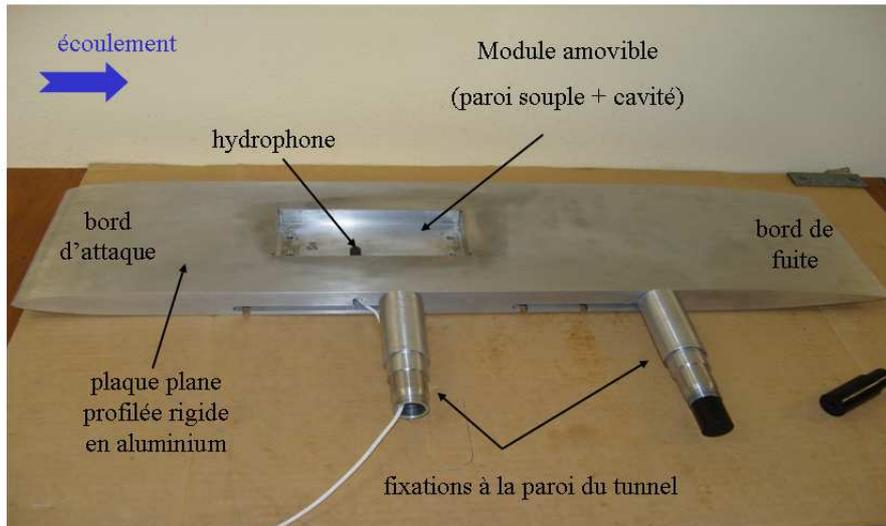


Figure V.5 — Conception de la maquette

Des usinages supplémentaires sont réalisés sur la surface inférieure de la maquette pour acheminer les câbles correspondant aux différents capteurs vers l'une des pattes de fixation de la maquette (cylindre creux) par laquelle ils seront évacués hors de la veine.

La maquette, hors module souple et pattes de fixations, est usinée en un seul bloc. La figure V.6 illustre le montage et le câblage de l'hydrophone dans la cavité.



*Figure V.6* — Réalisation de la maquette

Les usinages destinés au passage des câbles des capteurs, ainsi qu'à l'accès aux vis de fixation qui permettront d'encastrier le module souple à la maquette, sont visibles sur la figure V.7. Ces derniers seront ensuite bouchés par un enduit afin de garder la surface inférieure la plus lisse possible.



*Figure V.7* — Vue de dessous du support rigide

## V.2 Dispositif expérimental

### V.2.1 Tunnel hydrodynamique

Le tunnel hydrodynamique est un moyen d'essais qui permet d'étudier des écoulements de vitesses et pressions variables autour d'obstacles placés dans la veine d'essais (cf. figure V.8). L'installation, qui s'étend sur environ 15 m de longueur et contient environ 35 m<sup>3</sup> d'eau, fonctionne en circuit fermé. La circulation de l'eau est produite par une pompe hélice à dix pales qu'entraîne un moteur électrique de 21 kW. La vitesse du fluide en amont de la veine d'essais est accélérée par un convergent dont le taux de contraction est 1/9<sup>ème</sup>. Le système est dimensionné pour que la gamme de vitesse en fonctionnement stabilisé s'étende de 2.5 m.s<sup>-1</sup> à 15 m.s<sup>-1</sup>.

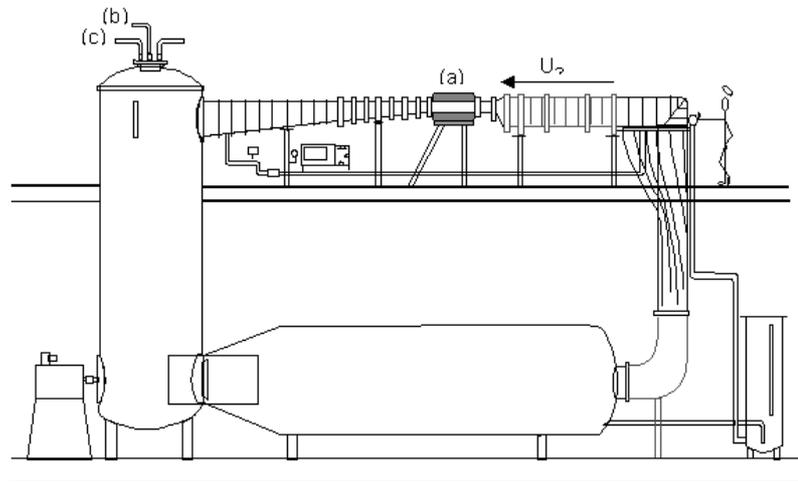


Figure V.8 — Tunnel hydrodynamique de l'IRENav

L'asservissement en vitesse est assuré par un variateur de type Elvovert XD 37kW 400V qui commande le moteur, avec une précision de 0.1% sur la vitesse de rotation. La vitesse, à comparer à la valeur de consigne, est calculée à partir de la différence de pressions statiques mesurées de part et d'autre du convergent asymétrique par deux capteurs de pression piézo-électriques paroscientifiques. Le premier renvoie la moyenne de pressions issues de trois prises réparties en amont du convergent ; la prise de pression en aval est quant à elle positionnée en entrée de veine, sur sa paroi inférieure.

Une seconde boucle d'asservissement indépendante permet de réguler la pressurisation de l'installation. La régulation en pression s'effectue au moyen de deux servo-vannes, pilotées par un régulateur de type Yokogawa, qui contrôlent les communications avec un premier ballon gonflé à 6 bar par un compresseur, et un second

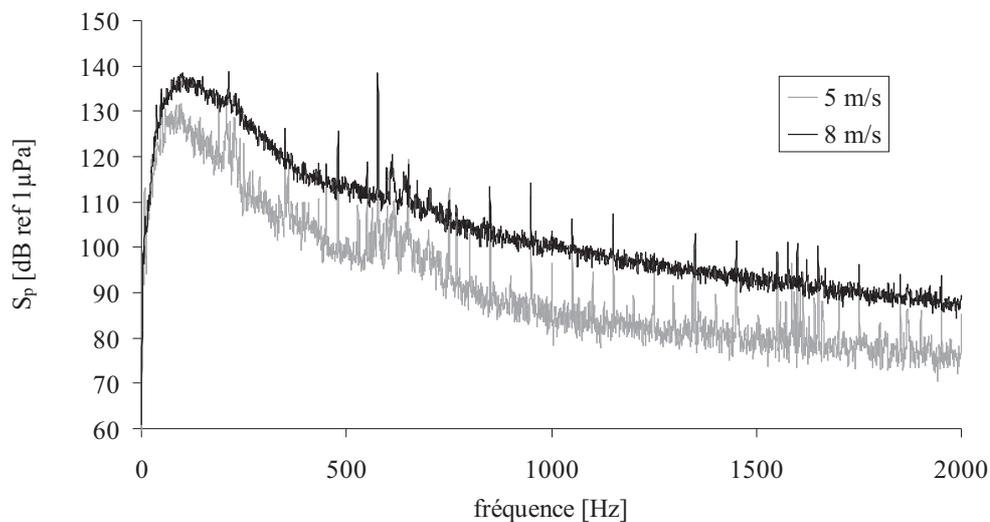
tiré au vide par une pompe à vide. Ce système permet d'assurer une gamme de pression statique dans la veine d'essais de  $30 \text{ mbar}$  à  $3 \text{ bar}$ , avec une précision théorique de  $\pm 2.5 \text{ mbar}$ .

Le taux de turbulence en entrée de la veine d'essais est homogénéisé par deux grilles en nid d'abeille, situées juste en amont du convergent, et vaut environ 2%.

La veine d'essais, de longueur  $1 \text{ m}$  et de section carrée de  $192 \text{ mm}$ , possède trois parois en plexiglas afin de permettre les mesures laser dans les plans perpendiculaires à la direction de l'écoulement. La veine a été conçue de façon à minimiser l'influence des couches limites de paroi sur la section débitante, par une ouverture entre le plancher et le toit de veine de  $0.22^\circ \pm 0.01^\circ$ .

La maquette rigide est fixée sur l'une des parois latérales de la veine d'essais par les pattes de fixation visibles sur la figure V.6. Elle a été dimensionnée pour que la paroi latérale opposée adhère à son bord libre afin de minimiser les effets de bord. Après la phase de remplissage du tunnel, un écoulement de faible vitesse est généré et la veine est mise en dépression pour permettre un meilleur remplissage de la cavité sous la plaque souple du module amovible.

Un capteur de pression situé dans la paroi en sortie de veine permet d'estimer les niveaux de bruit dans le tunnel, en présence de la maquette. Les niveaux obtenus pour des vitesses de consigne de  $5 \text{ m.s}^{-1}$  et  $8 \text{ m.s}^{-1}$  sont illustrés sur la figure V.9. Les deux courbes ont des tendances similaires, avec notamment un maximum aux très basses fréquences (entre  $100$  et  $300 \text{ Hz}$ ), mais les niveaux sont supérieurs d'environ  $15 \text{ dB}$  avec la vitesse de consigne de  $8 \text{ m.s}^{-1}$ .



**Figure V.9** — Spectres de pression en paroi du tunnel pour deux vitesses d'écoulement

## V.2.2 Vélométrie Laser Doppler

Afin de caractériser l'écoulement de couche limite qui se développe le long de la maquette placée dans la veine du tunnel hydrodynamique, des profils de vitesse ont été mesurés par vélocimétrie laser Doppler. Cette technique utilise un système deux composantes BSAFlow distribué par Dantec, muni d'un laser Argon Spectra-Physics.

Pour réaliser ces mesures, l'écoulement estensemencé avec des particules réfléchissantes d'Iridin, de tailles micrométriques ( $1 - 10 \mu m$ ). Le principe de mesure est basé sur la rétro-diffusion de la lumière par ces particules lorsqu'elle traversent un réseau d'interfranges créé par le croisement de faisceaux. La fréquence Doppler de ces particules (fréquence de scintillement) est directement proportionnelle à la composante de vitesse normale au réseau de franges et à la distance interfrange.

Le système comporte trois faisceaux cohérents (un faisceau bleu, de longueur d'onde  $\lambda_B = 488 nm$ , un faisceau vert, tel que  $\lambda_V = 514.5 nm$ , et un faisceau commun cyan) qui permettent les mesures de vitesses  $u'$  et  $v'$  dans deux directions orthogonales. Ces dernières peuvent différer des directions longitudinale et normale caractéristiques de l'écoulement, selon l'orientation des faisceaux choisie. Afin de garantir une bonne évaluation des deux composantes de la vitesse et de pouvoir approcher au plus près de la surface de la maquette, il s'est avéré plus efficace d'orienter la sonde optique de manière que le plan formé par les faisceaux vert et bleu, qui ne possèdent pas la même puissance, soit parallèle à cette surface; dans cette configuration les directions de mesure forment un angle de  $45^\circ$  avec la verticale (cf. figure V.10). Les deux composantes  $u$  et  $v$  recherchées sont alors recomposées simplement par les relations :

$$u = \frac{\sqrt{2}}{2} (u' - v') \quad (V.1)$$

$$v = \frac{\sqrt{2}}{2} (-u' - v') \quad (V.2)$$

La sonde laser est équipée d'un système de déplacement de précision micrométrique en vue d'ajuster la position du point de mesure dans les trois directions.

### Protocole de mesure

Les profils de vitesse sont mesurés sur la maquette équipée de la plaque souple d'épaisseur  $2 mm$ , pour les vitesses de consigne de  $5$  et  $8 m.s^{-1}$ .

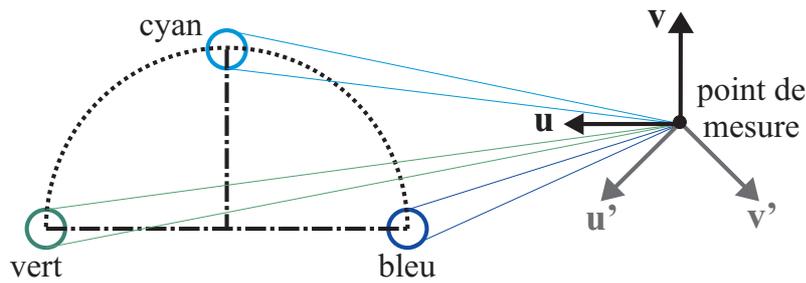


Figure V.10 — Configuration des mesures par LDV

L'origine du repère de mesure est fixée au bord d'attaque de la maquette rigide, à mi-hauteur, et sur la ligne médiane dans la direction transversale  $z$ . Pour chacune de ces vitesses, deux positions de mesure ont été choisies, d'abscisses respectives  $x \approx 221 \text{ mm}$  et  $x \approx 300 \text{ mm}$ , et situées sur la ligne médiane  $z = 0$ . La première position correspond à l'entrée de la plaque souple, juste en aval de l'encastrement qui est réalisé entre  $x = 200 \text{ mm}$  et  $x = 220 \text{ mm}$  (cf. figure V.11) ; la seconde est proche du centre de la plaque (situé en  $x = 280 \text{ mm}$ ).

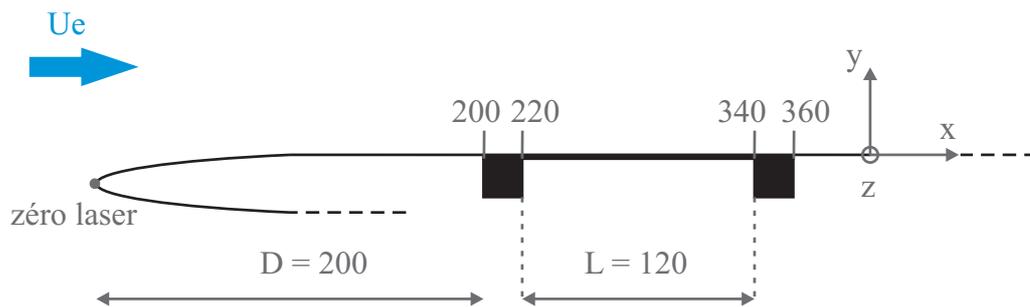
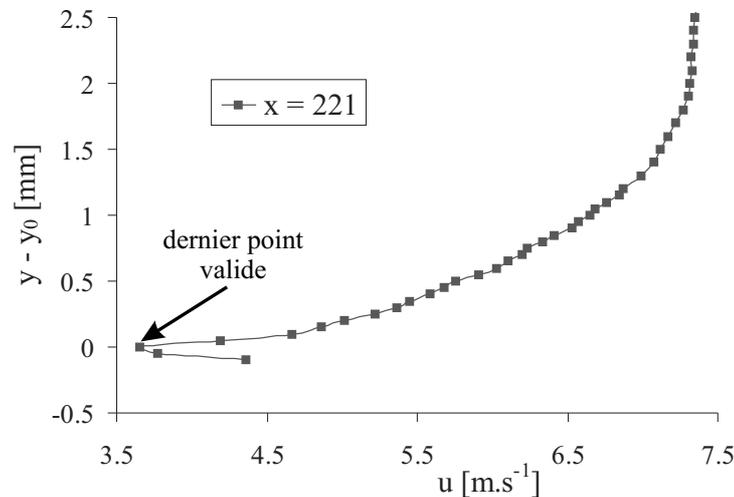


Figure V.11 — Positionnement de la plaque souple dans la maquette rigide

En chaque position, les mesures de vitesse sont réalisées selon une ligne de points normale à la surface de la maquette. La hauteur maximale se situe à une distance d'environ  $y = 5 \text{ mm}$  de la surface, et constitue la position initiale du volume de mesure. Ce dernier est ensuite rapproché progressivement de la surface, avec un pas variable entre les points de mesure ( $0.1 \text{ mm}$  sur les premiers  $2.5 \text{ mm}$ , puis  $0.05 \text{ mm}$  dans la zone la plus proche de la surface).

Il existe pour ces mesures une incertitude sur l'origine des coordonnées ; la distance réelle du volume de mesure à la surface est calculée directement à partir des profils de vitesse mesurés. Quelle que soit la configuration, on observe en effet que les valeurs des vitesses décroissent jusqu'à une certaine hauteur  $y_0$  puis augmentent de nouveau pour les points de mesure les plus proches de la surface, l'allure des courbes obtenues étant illustrée sur la figure V.12 (pour une vitesse de consigne de  $8 \text{ m.s}^{-1}$ ). Ce phénomène, lié à des réflexions sur la paroi, se produit lorsque le

volume de mesure atteint le voisinage immédiat de la paroi, ou la touche. La distance



**Figure V.12** — Illustration de l'effet de paroi sur les mesures de vitesse en  $x = 221 \text{ mm}$

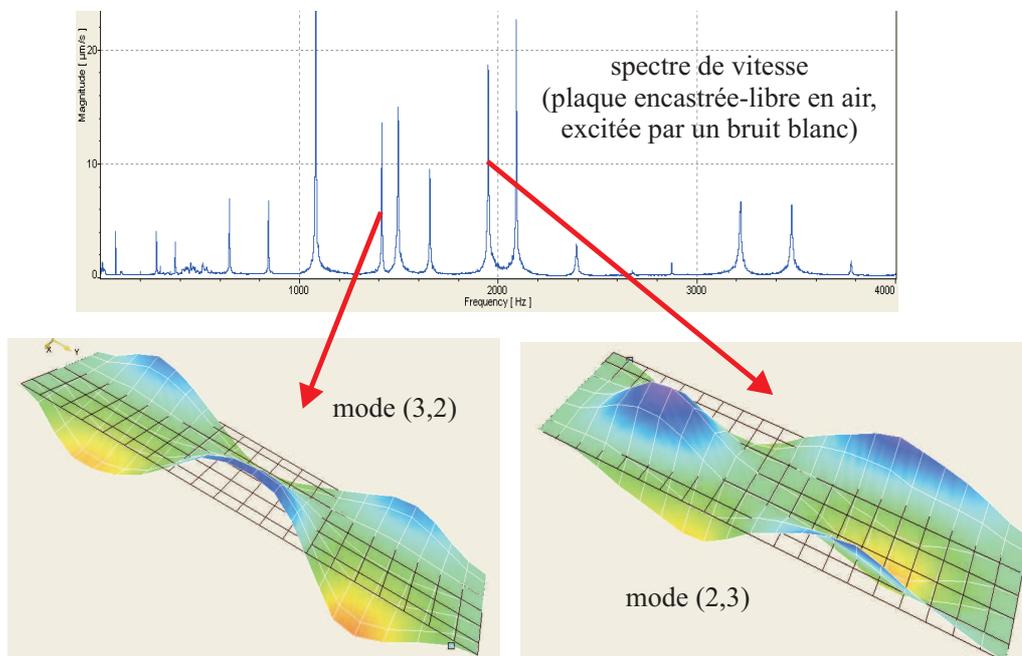
à la paroi est alors calculée en retranchant l'ordonnée  $y_0$  du dernier point valide et en ajoutant un décalage adéquat. Pour les vitesses de consigne élevées (par exemple  $8 \text{ m.s}^{-1}$ ), ce dernier est évalué à environ deux tiers du diamètre du volume de mesure (d'après [63]), soit environ  $0.035 \text{ mm}$ . Pour des vitesses d'écoulement plus faibles, la comparaison des profils mesurés avec les profils théoriques de Blasius peut aider à ajuster le décalage.

### V.2.3 Vibrométrie laser

Les mesures de vibrations des plaques souples encastrées dans le support rigide sont réalisées à l'aide du vibromètre laser à balayage PSV-400 commercialisé par Polytec. Le vibromètre est équipé d'un laser de type He-Ne dont la longueur d'onde est de  $632.8 \text{ nm}$ . Ce système de mesure exploite également l'effet Doppler par l'intermédiaire d'un interféromètre homodyne. Le faisceau laser initial est séparé en un faisceau de référence, dirigé vers un miroir sur lequel il est totalement réfléchi, et un faisceau de mesure, dont la fréquence est modifiée après réflexion sur la cible mobile. Les deux faisceaux réfléchis (de référence et de mesure) sont remis en coïncidence par la séparatrice et interfèrent. Un photodétecteur, placé dans le champ d'interférences, permet de détecter la fréquence Doppler, ici liée à la vitesse de la cible et à la longueur d'onde du faisceau incident, dont dépend l'intensité lumineuse. Le système comprend un module d'acquisition (2 voies) et de traitement qui permet de

mesurer des spectres de vitesse de déplacement sur une large gamme d'amplitudes et de fréquences (jusqu'à  $10\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  et  $40\text{ kHz}$ ).

Par ailleurs, le PSV-400 est équipé d'un système de balayage qui permet la mesure de vibrations sur une grille de points uniformément répartis sur la surface de l'objet vibrant à étudier. La vitesse de balayage maximale est de 50 points par seconde. Le positionnement des points se fait par l'intermédiaire d'une caméra vidéo auto-focus intégrée à la tête laser. A la fin de la mesure, les données accessibles comprennent les différents spectres ponctuels, ainsi que leur moyenne. L'utilisation d'un signal de référence externe permet, par recalage des phases, de recomposer, pour chaque fréquence du spectre, la déformation de la surface étudiée. Aux fréquences qui correspondent à des fréquences propres de la cible, les structures modales caractéristiques peuvent ainsi être visualisées. Ainsi, la figure V.13 illustre le spectre de vibration moyen mesuré en air, lors d'essais préliminaires, sur une plaque d'aluminium encastrée - libre ( $145\text{ mm} * 55\text{ mm} * 0.5\text{ mm}$ ) excitée par un bruit blanc, ainsi que les visualisations spatiales obtenues à deux fréquences propres, qui nous permettent d'identifier clairement les modes (3,2) et (2,3) correspondants.

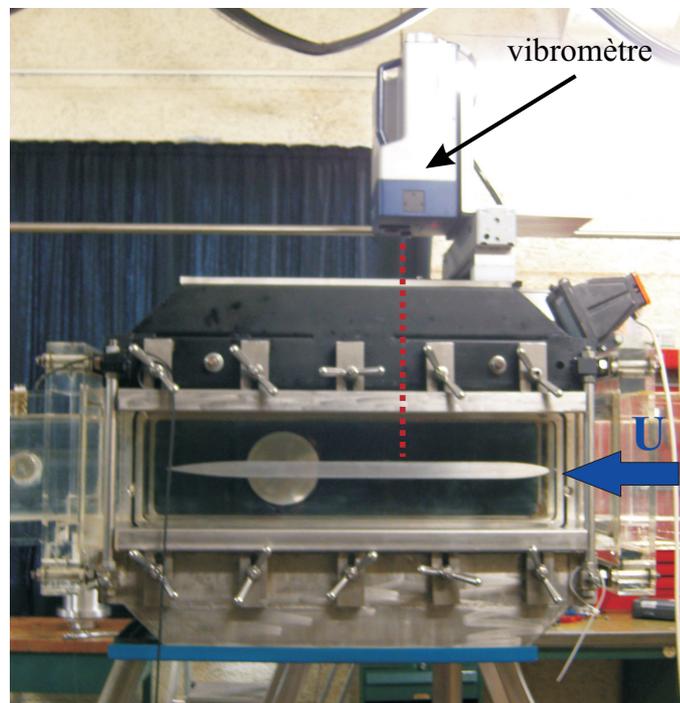


**Figure V.13** — Spectre de vibration et reconstitution des déformées à deux fréquences propres d'une plaque encastrée-libre en air

### Protocole de mesure

Le vibromètre laser est utilisé en vue de déterminer les vibrations des deux plaques souples d'épaisseurs  $1\text{ mm}$  et  $2\text{ mm}$ , encastrées dans la maquette rigide fixée dans la veine du tunnel, en fonction de la vitesse de consigne de l'écoulement dans la veine.

La tête laser est fixée au toit de la veine d'essais, afin de dissocier au maximum les vibrations de la plaque souple considérée de celles du bâti du tunnel, générées entre autres par le moteur qui assure la mise en mouvement de l'écoulement (cf. figure V.14). La mesure de vibrations s'effectue en dirigeant le faisceau laser incident à travers la paroi supérieure en plexiglas de la veine puis le volume fluide vers le point de mesure désiré sur la plaque souple. La traversée de ces différents milieux génère de faibles pertes d'intensité lumineuse, que compense l'excellente réflectivité de la surface métallique de la plaque souple. Pour minimiser ces pertes, la tête laser est légèrement inclinée par rapport à l'axe vertical. Ce procédé, qui a fait l'objet de validations préalables, permet d'obtenir une intensité résultante du faisceau réfléchi sur le photorécepteur du vibromètre suffisante pour garantir la fiabilité des mesures de vitesse.



*Figure V.14* — Mise en place de la maquette dans la veine du tunnel

Pour chaque configuration de plaque et de vitesse d'écoulement, les mesures sont réalisées sur une grille d'environ 80 points uniformément répartis sur la surface de la

plaque et des portions encastrées. Le spectre en chaque point de la grille résulte de la moyenne de 16 mesures consécutives. La gamme de fréquences mesurées est de  $2\text{ kHz}$ , permettant une résolution en fréquence de  $0.625\text{ Hz}$ . Le signal de référence utilisé est la réponse de l'hydrophone placé dans la cavité sous la plaque souple. La qualité du signal réfléchi vers le vibromètre étant relativement variable en certains points de la grille, ces mesures ont été complétées, pour chaque vitesse de consigne, par des mesures plus précises sur une ligne de points longitudinale et une seconde ligne transversale ; le spectre obtenu en chaque point résulte de 32 mesures consécutives.

De même que le bâti du tunnel, la maquette rigide possède des vibrations propres qui sont transmises aux plaques souples, et que permettent d'identifier les mesures aux points situés sur des zones d'encastrement, complétées par des mesures de référence en deux points de la maquette rigide (en effectuant également 32 mesures par point).

## V.3 Résultats : Etude des vibrations de la plaque souple sous écoulement

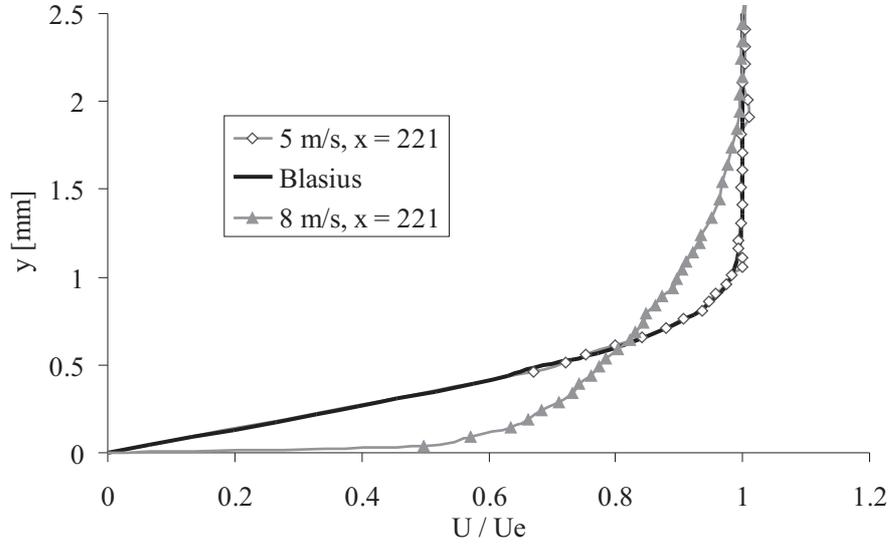
### V.3.1 Profils de vitesse le long de la plaque

Le champ de vitesse de l'écoulement de couche limite qui se développe le long de la plaque d'épaisseur  $2\text{ mm}$  a été étudié par mesures LDV selon le protocole expérimental détaillé dans le paragraphe V.2.2. Les mesures à la position  $x = 221\text{ mm}$  permettent en particulier de caractériser le profil de vitesse en entrée de plaque souple pour les deux vitesses de consigne respectives de 5 et  $8\text{ m.s}^{-1}$ .

Ces mesures ont d'abord permis de relever les vitesses réelles extérieures à la couche limite  $Ue$ , qui s'avèrent inférieures aux vitesses de consigne, malgré les survitesses générées par la réduction de section dans la veine due à la présence de la maquette. On mesure ainsi, en entrée de plaque, des vitesses  $Ue \approx 4.6\text{ m.s}^{-1}$  et  $Ue \approx 7.3\text{ m.s}^{-1}$  pour les vitesses de consigne respectives de 5 et  $8\text{ m.s}^{-1}$ .

La figure V.15 représente les profils de vitesse mesurés en cette position, l'ordonnée  $y$  ayant été recalée à partir des mesures ( $y = 0$  correspond à la surface de la plaque). L'allure de la courbe correspondant à la consigne  $5\text{ m.s}^{-1}$  est caractéristique d'un écoulement de couche limite laminaire ; on vérifie en effet qu'elle se superpose au profil théorique de couche limite de Blasius tracé pour la même position  $x = 221\text{ mm}$ . Le profil obtenu pour la seconde vitesse de consigne montre

quant à lui que la couche limite est déjà turbulente à l'entrée de la plaque.



**Figure V.15** — Profils de vitesse à l'entrée de la plaque souple pour des vitesses de consigne  $U = 5$  et  $8 \text{ m.s}^{-1}$

Pour les deux vitesses de consigne précédentes on obtient des couches limites d'épaisseurs  $\delta$  respectives à l'entrée de la plaque d'environ  $1.1$  et  $1.8 \text{ mm}$ . Les épaisseurs de déplacement  $\delta_1$  et de quantité de mouvement  $\delta_2$  relatives au profil laminaire ont pu être estimées à partir des mesures de vitesses

$$\delta_1 = \int_0^\delta \left(1 - \frac{u}{U_e}\right) dy$$

$$\delta_2 = \int_0^\delta \frac{u}{U_e} \left(1 - \frac{u}{U_e}\right) dy$$

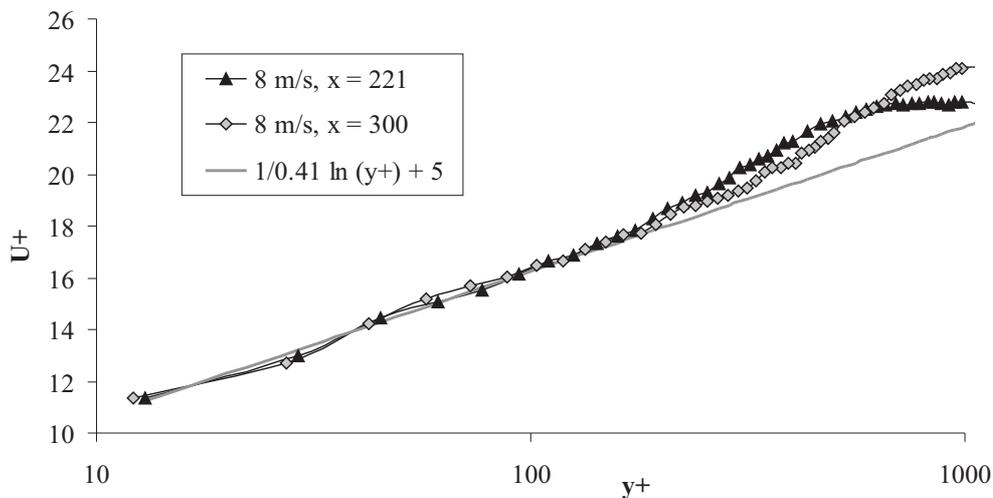
en considérant que le profil est linéaire en dessous du dernier point validé. On obtient ainsi les épaisseurs  $\delta_1 \approx 0.38 \text{ mm}$  et  $\delta_2 \approx 0.14 \text{ mm}$  en entrée de plaque pour  $U_e \approx 4.6 \text{ m.s}^{-1}$ , soit un facteur de forme  $H \approx 2.6$ .

Les quantités intégrales relatives au profil turbulent, en particulier  $\delta_2$ , ne peuvent être calculées directement à partir des mesures, par manque de points dans la zone la plus proche de la paroi, mais peuvent être approchées par les formules

$$\delta_1 \approx 0.046 Re_x^{-1/5} \quad \text{et} \quad \delta_2 \approx 0.036 Re_x^{-1/5}.$$

Cependant, lors de la mise en oeuvre de ces formulations, nous avons été amenés à considérer une valeur recalée  $x'$  de la position  $x$ . En effet, cette dernière intervient dans la formulation du coefficient de frottement  $Cf \approx 0.0576 Re_x^{-1/5}$ , et donc de la

vitesse de frottement  $u_\tau = Ue \sqrt{Cf/2}$ . Pour que l'évolution de la vitesse adimensionnée  $u^+ = u/u_\tau$  en fonction de la quantité  $y^+ = yu_\tau/\nu$  soit en accord avec la loi logarithmique théorique  $u^+ = 1/0.41 \ln(y^+) + 5$ , il s'est avéré nécessaire de considérer que l'origine de la couche limite turbulente est située à une certaine distance en aval du bord d'attaque. En positionnant cette origine à une distance  $x = 120$ , l'abscisse  $x'$  correspondant à l'entrée de la paroi souple devient  $x' = 100$  et l'évolution de  $u^+$  est conforme à la loi logarithmique (figure V.16).



**Figure V.16** — Evolutions de la vitesse  $u^+ = u/u_\tau$  pour la consigne de  $8 \text{ m.s}^{-1}$  après recalage des abscisses

En utilisant cette distance  $x'$  à l'origine fictive de la couche limite dans le calcul des épaisseurs de déplacement et de quantité de mouvement à la vitesse de consigne de  $8 \text{ m.s}^{-1}$ , on obtient les valeurs  $Re_{x'} \approx 7.3 \cdot 10^5$ ,  $\delta_1 \approx 0.31 \text{ mm}$  et  $\delta_2 \approx 0.24 \text{ mm}$ . La valeur de  $\delta_1$  ainsi calculée est par ailleurs plus cohérente avec l'estimation que l'on peut en faire à partir de l'intégration des valeurs de vitesses mesurées.

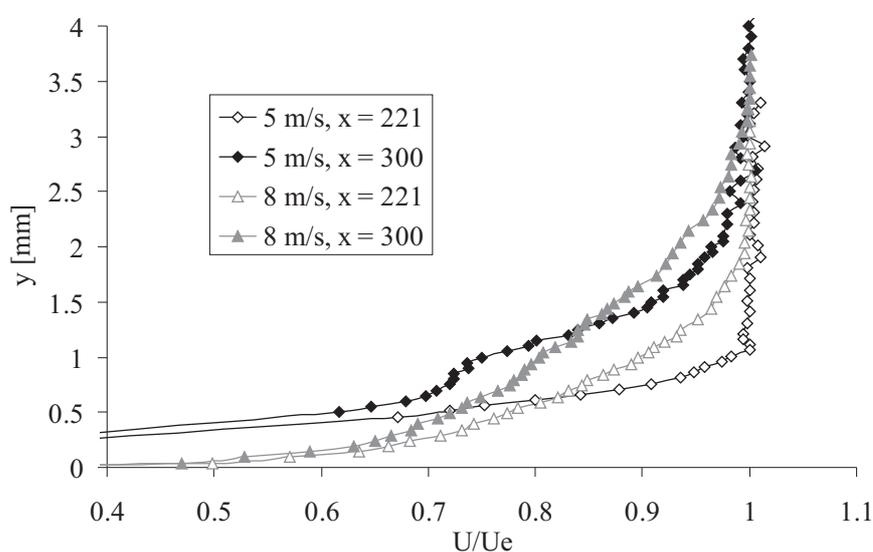
Le tableau V.1 résume les valeurs des paramètres caractéristiques des couches limites obtenues (vitesse uniforme, position recalée du bord d'attaque, épaisseurs de couche limite, de déplacement et de quantité de mouvement, ainsi que le facteur de forme) pour les deux vitesses de consigne considérées.

Les profils mesurés au centre de la plaque ( $x = 300$ ) sont représentés sur la figure V.17. En cette position, les vitesses extérieures  $Ue$  restent très proches de celles mesurées précédemment pour les deux vitesses de consigne. Le profil correspondant à la consigne de  $8 \text{ m.s}^{-1}$  diffère peu du profil mesuré en amont, et reste typique d'une couche limite turbulente. Le profil relatif à la consigne de  $5 \text{ m.s}^{-1}$  s'éloigne

U	Ue	x	$\delta$	$\delta_1$	$\delta_2$	H
$5 \text{ m.s}^{-1}$	$4.6 \text{ m.s}^{-1}$	221 mm	1.1 mm	0.38 mm	0.14 mm	2.6
$8 \text{ m.s}^{-1}$	$7.3 \text{ m.s}^{-1}$	100 mm	1.8 mm	0.31 mm	0.24 mm	1.3

**Tableau V.1** — Valeurs des paramètres caractéristiques de couche limite pour les deux vitesses de consigne  $U$

en revanche fortement d'un profil de type Blasius, sans être caractéristique d'un écoulement turbulent ; l'allure obtenue laisse penser que l'écoulement au centre de la plaque est entré dans une phase transitionnelle.



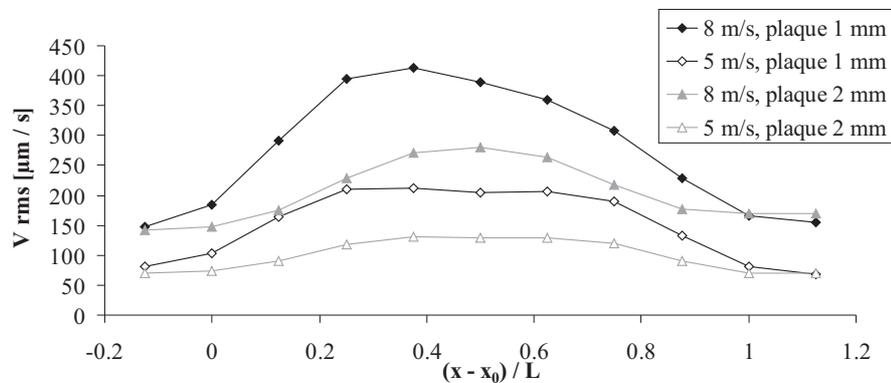
**Figure V.17** — Profils de vitesse à l'entrée et au centre de la plaque souple pour des vitesses de consigne  $U = 5$  et  $8 \text{ m.s}^{-1}$

### V.3.2 Mesure de vibrations

Les résultats présentés ci-après concernent les mesures de vibrations effectuées sur les deux plaques souples d'épaisseurs 1 et 2 mm, pour des vitesses de consigne de 5 et  $8 \text{ m.s}^{-1}$ .

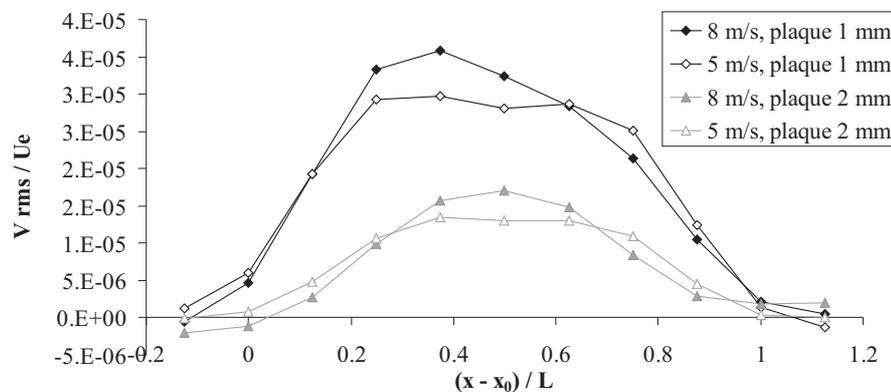
Afin d'analyser la répartition spatiale des niveaux de vibrations le long des plaques, on s'intéresse dans un premier temps, pour une vitesse de consigne donnée, aux valeurs rms de vitesses normales en onze points de la ligne médiane de chaque plaque, régulièrement répartis le long de la plaque et jusque dans les zones d'encastrement. Sur la figure V.18 sont comparées les évolutions des valeurs rms des vitesses normales, pour les deux plaques et les deux vitesses de consigne, en fonction

de l'abscisse du point considéré (cette dernière a été adimensionnée à l'aide la longueur de la plaque  $L$  et de l'abscisse  $x_0$  de son bord d'attaque, de manière à valoir 0 en ce point et 1 au bord de fuite). On observe ainsi que pour une plaque d'épaisseur donnée, le niveau de vibration croît globalement avec la vitesse de consigne, et la forme de la répartition spatiale est également légèrement modifiée, bien que les niveaux maximaux soient toujours situés au voisinage du centre de la plaque. A une vitesse de consigne donnée, on vérifie que les niveaux de vibrations de la plaque d'épaisseur  $2\text{ mm}$  sont inférieurs à ceux de la plaque plus mince, avec une forme plus symétrique et une condition d'encastrement plus nettement visible de part et d'autre de la plaque souple.



**Figure V.18** — Valeurs rms des vitesses de déplacement le long des plaques d'épaisseurs  $1\text{ mm}$  et  $2\text{ mm}$

En adimensionnant les valeurs rms avec la vitesse extérieure  $Ue$ , on observe que les courbes pour une même plaque sont très proches, indiquant que le niveau de vibration en une position est proportionnel à la vitesse d'écoulement  $Ue$  (figure V.19). Les niveaux restent naturellement inférieurs pour la plaque la plus épaisse.



**Figure V.19** — Valeurs rms des vitesses de déplacement adimensionnées le long des plaques d'épaisseurs  $1\text{ mm}$  et  $2\text{ mm}$

Compte tenu des observations précédentes, la plupart des spectres en fréquences de vibrations qui seront présentés dans la suite correspondront au centre de la plaque, où les niveaux sont partie des plus élevés.

Les spectres de vitesse de déplacement au centre de la plaque d'épaisseur 1 mm correspondant aux deux vitesses de consigne sont représentés sur la figure V.20 (en échelle logarithmique). On retrouve que les niveaux de vibrations croissent globalement avec la vitesse de consigne. Les courbes obtenues présentent, dans la région des basses fréquences ( $f \leq 600 \text{ Hz}$ ), de larges pics de grandes amplitudes, qui évoluent peu avec la vitesse de consigne, auxquels se superposent des pics d'amplitudes inférieures plus variables. En comparant les différentes mesures effectuées, il est apparu

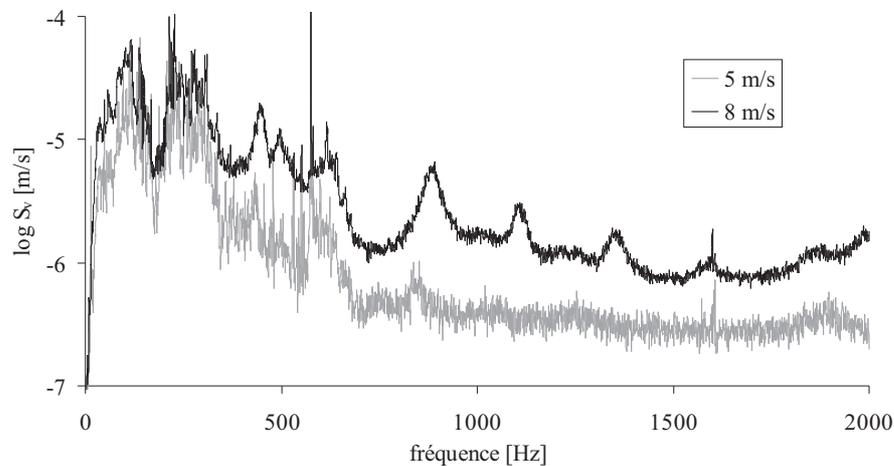
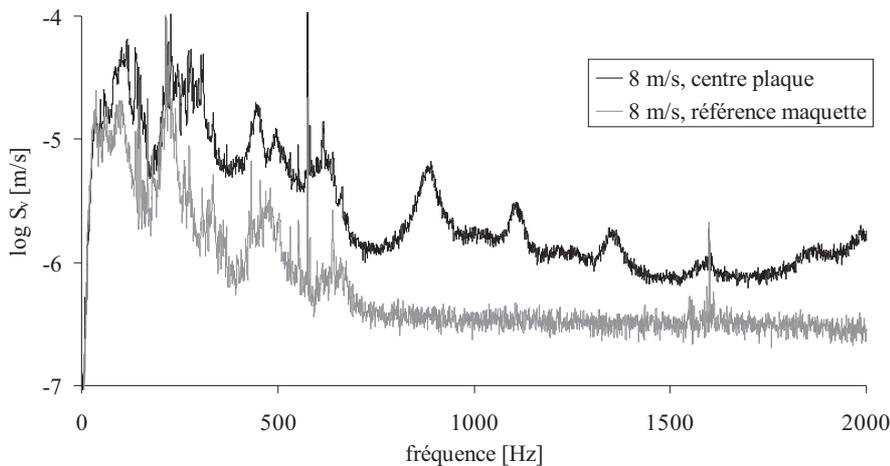


Figure V.20 — Spectres de vitesse au centre de la plaque d'épaisseur 1 mm

que les larges pics dominants étaient liés aux vibrations à basses fréquences de la maquette rigide, induites par l'écoulement et les vibrations du bâti du tunnel et transmises à la plaque souple. On retrouve en particulier des pics d'allure similaire sur les spectres relatifs aux points de référence pris sur la maquette, avec des niveaux moindres (cf. la figure V.21 qui compare les spectres au centre de la plaque et en un point de la maquette pour la vitesse de consigne de  $8 \text{ m.s}^{-1}$ ).

Les pics de plus hautes fréquences, ainsi que ceux de faible amplitude à basses fréquences, sont en revanche liés aux vibrations propres de la plaque souple. La re-composition des mouvements de plaque à une fréquence donnée s'est avérée plus difficile que lors d'essais préalables en air ; elle a néanmoins permis de vérifier que les vibrations associées avaient un comportement modal, sans pouvoir systématiquement identifier clairement la structure du mode concerné. La comparaison des spectres aux différentes vitesses de consigne montre que ces pics modaux deviennent clairement visibles pour la consigne  $U = 8 \text{ m.s}^{-1}$ , pour laquelle la couche limite est



**Figure V.21** — Comparaison des spectres de vitesse au centre de la plaque d'épaisseur  $1\text{ mm}$  et en un point de la maquette rigide

turbulente dès le début de la plaque souple. Pour les vitesses de consigne inférieures, le spectre est dominé par les vibrations à basses fréquences.

On pourra remarquer que les deux spectres présentent un pic à la fréquence de  $575\text{ Hz}$  : il s'agit de la fréquence de fonctionnement de la pompe à vide, qui génère des vibrations de la structure du tunnel transmises à la plaque souple.

Un comportement similaire peut être observé pour la plaque d'épaisseur  $2\text{ mm}$  (figure V.22) : pour la faible vitesse de consigne  $U = 5\text{ m.s}^{-1}$ , le spectre au centre de la plaque est dominé par les pics à basses fréquences liés aux vibrations de la maquette rigide ; dans le domaine des hautes fréquences, il est dominé par un bruit de fond élevé, qui est probablement dû à l'augmentation de la sensibilité du vibromètre en vue de capter les vibrations de niveaux très faibles de la paroi à cette vitesse. Lorsque la couche limite devient turbulente, les vibrations propres deviennent suffisamment importantes pour que les pics modaux apparaissent plus nettement sur le spectre.

Les niveaux spectraux obtenus pour les deux plaques à cette dernière vitesse de consigne, comparés sur la figure V.23, sont très proches aux plus basses fréquences, et deviennent ensuite légèrement inférieurs pour la plaque la plus épaisse. On vérifie par ailleurs que suite à l'augmentation d'épaisseur, les fréquences propres relatives à cette seconde plaque sont plus élevées que celles de la plaque d'épaisseur  $1\text{ mm}$ .

### V.3.3 Pression dans la cavité

L'un des objectifs de l'étude expérimentale est de déterminer l'influence des vibrations de la plaque sur la pression rayonnée dans le milieu fluide couplé à la

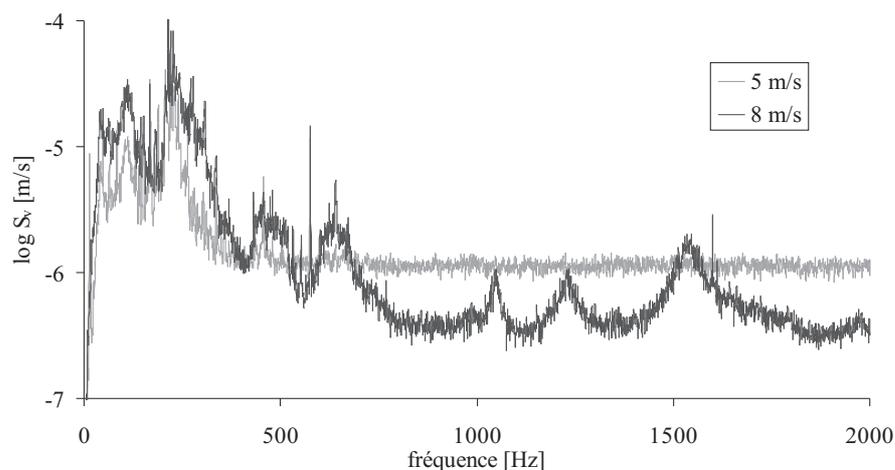


Figure V.22 — Spectres de vitesse au centre de la plaque d'épaisseur 2 mm

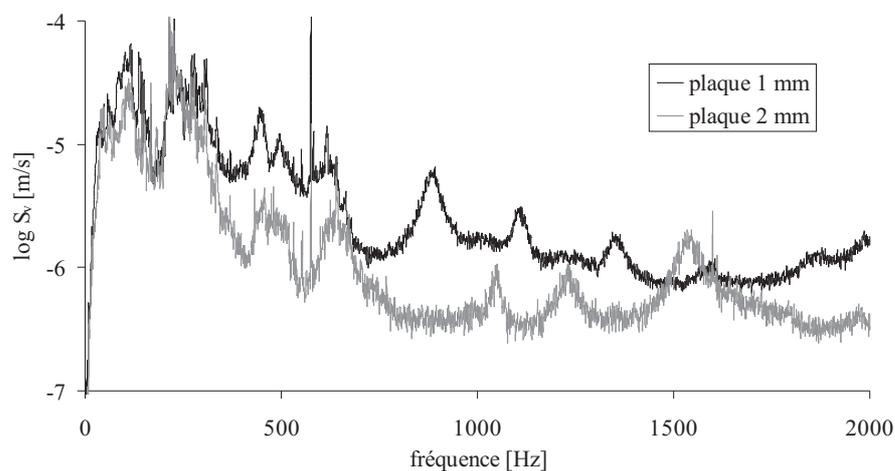


Figure V.23 — Spectres de vitesse pour  $U = 8 \text{ m.s}^{-1}$  pour les deux plaques

paroi, composé dans notre cas de l'écoulement le long de la maquette et du volume fluide situé dans la cavité sous la plaque souple. Dans le cadre des essais effectués, seul le cas de la pression rayonnée dans la cavité est considéré.

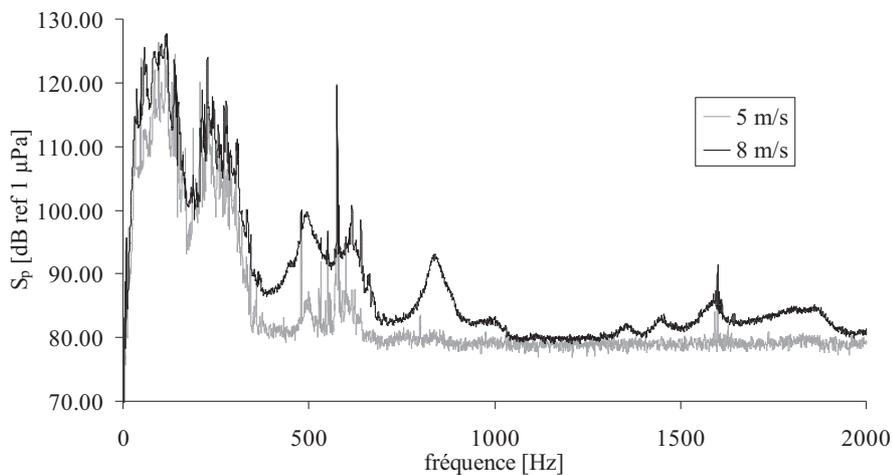
La pression induite par les vibrations de la plaque souple et rayonnée dans la cavité est mesurée par l'hydrophone décrit en section V.1.3 pour les deux plaques souples et les vitesses de consigne précédentes. On s'intéresse dans un premier temps aux valeurs rms des pressions mesurées pour les différentes configurations (cf. le tableau V.2, dans lequel on a également rappelé les moyennes spatiales des valeurs rms des vitesses de vibration). On retrouve des tendances similaires à celles des vitesses normales ; ainsi, pour une plaque donnée, la valeur rms de pression augmente avec la vitesse, et pour une vitesse donnée, elle diminue lorsque l'épaisseur de la plaque augmente. Cependant, le rapport des valeurs rms de pression et de vitesse normale

varie légèrement entre les configurations, en particulier pour la plaque d'épaisseur  $2\text{ mm}$  pour laquelle il devient inférieur à  $8\text{ m.s}^{-1}$ . A cette vitesse de consigne, le spectre de pression dans la cavité semble également dominé par un bruit de fond de niveau constant, ce qui est probablement dû à un problème d'acquisition.

	$h = 1\text{ mm}$		$h = 2\text{ mm}$	
U	$5\text{ m.s}^{-1}$	$8\text{ m.s}^{-1}$	$5\text{ m.s}^{-1}$	$8\text{ m.s}^{-1}$
$\bar{V}_{rms} [\mu\text{m.s}^{-1}]$	150.3	276.1	99.17	203.8
$P_{rms} [\text{Pa}]$	5.87	10.48	3.42	5.87
$P_{rms} / \bar{V}_{rms}$	0.039	0.038	0.034	0.029

**Tableau V.2** — Valeurs rms moyennes de vitesses normales et pressions pour les deux plaques et les deux vitesses de consigne  $U$

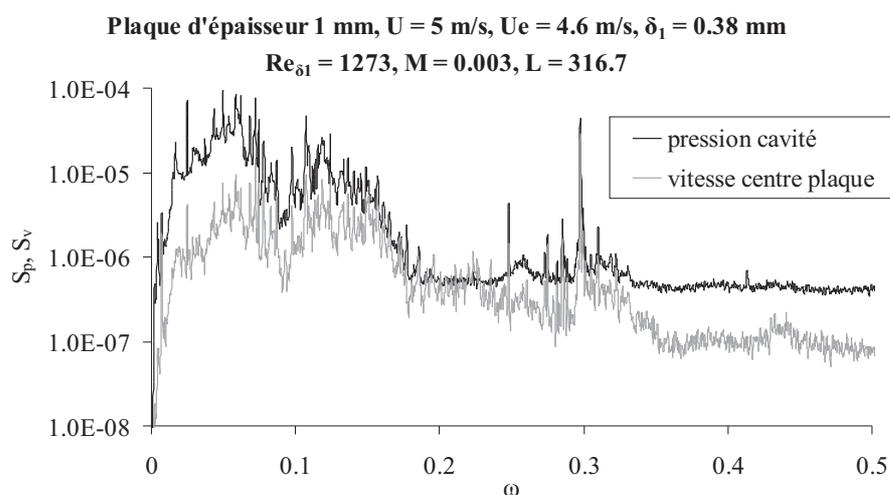
Ainsi, l'étude de la pression rayonnée dans la cavité sera restreinte dans la suite au cas de la plaque d'épaisseur  $1\text{ mm}$ . La figure V.24 illustre les spectres de pression rayonnée obtenus pour cette plaque avec les deux vitesses de consigne (les niveaux sont représentés en décibels, avec la pression de référence  $p_0 = 1\text{ }\mu\text{Pa}$  classiquement utilisée en acoustique sous-marine). La pression rayonnée mesurée a des tendances similaires à celles observées sur les spectres de vitesse de déplacement en un point de la plaque. Ainsi, les spectres sont également dominés par de larges pics à basses fréquences, qui varient peu en fonction de la vitesse d'écoulement, et le pic à la fréquence de la pompe,  $575\text{ Hz}$ , est visible sur les deux courbes. Des différences de niveaux apparaissent à partir de  $400\text{ Hz}$  et s'accroissent aux plus hautes fréquences avec l'apparition de pics supplémentaires pour  $U = 8\text{ m.s}^{-1}$  liés aux vibrations modales de la plaque.



**Figure V.24** — Spectres de pression dans la cavité sous la plaque d'épaisseur  $1\text{ mm}$

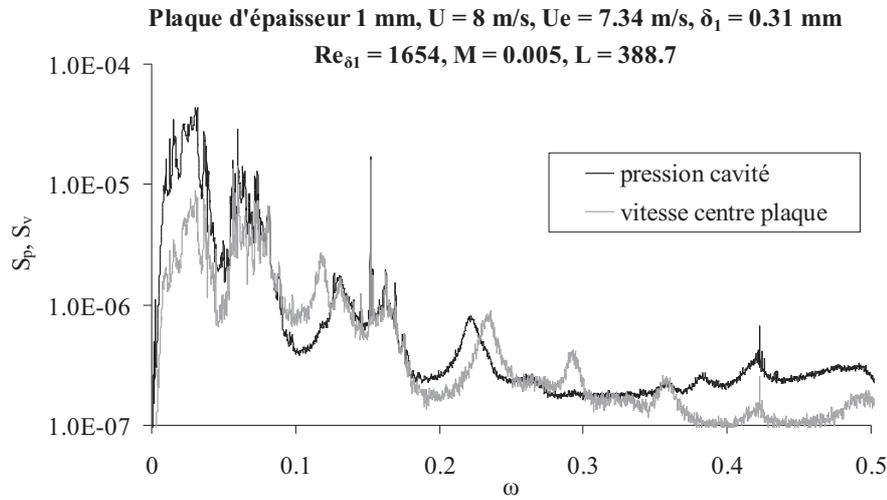
Sur le même principe que dans l'étude numérique, les quantités sont représentées sous forme adimensionnée (les vitesses sont adimensionnées par la vitesse extérieure  $U_e$ , les pressions par  $\rho U_e^2$  et les fréquences par  $U_e / \delta_1$ ), en utilisant les valeurs  $U_e$  et  $\delta_1$  mesurées précédemment par LDV. Les résultats obtenus pour la plaque d'épaisseur  $1\text{ mm}$  et la vitesse de consigne  $5\text{ m.s}^{-1}$  (soit  $U_e \approx 4.6\text{ m.s}^{-1}$ ) sont représentés sur la figure V.25 (les valeurs des paramètres utilisés pour l'adimensionnement ainsi que les principales quantités adimensionnées (nombre de Reynolds, nombre de Mach et longueur de plaque adimensionnée) y sont également portés). On obtient une bonne corrélation entre les spectres de pression de l'hydrophone et de vibration ; à cette vitesse de consigne, les vibrations de la plaque souple sont limitées et le spectre de vitesse est dominé par des pics large-bande à basses fréquences. Ces pics sont également visibles sur le spectre de pression de l'hydrophone, avec toutefois des amplitudes plus importantes à certaines fréquences que ce que l'on observe sur le spectre de vitesse (notamment aux plus basses fréquences, ou dans le niveau constant aux hautes fréquences, que l'on a ici volontairement limitées à  $\omega = 0.5$  en accord avec l'étude numérique).

Dans le cas de la vitesse de consigne  $U = 8\text{ m.s}^{-1}$  pour laquelle la couche limite est turbulente, et qui correspond à une vitesse externe de  $7.3\text{ m.s}^{-1}$ , la corrélation entre les niveaux de pression reçus par l'hydrophone et les vibrations au centre de la plaque est également très forte, malgré des différences d'amplitudes pour certains pics. Ainsi, sur le spectre de pression de l'hydrophone on retrouve les pics à basses fréquences caractéristiques des vibrations de la maquette, auxquels sont superposés



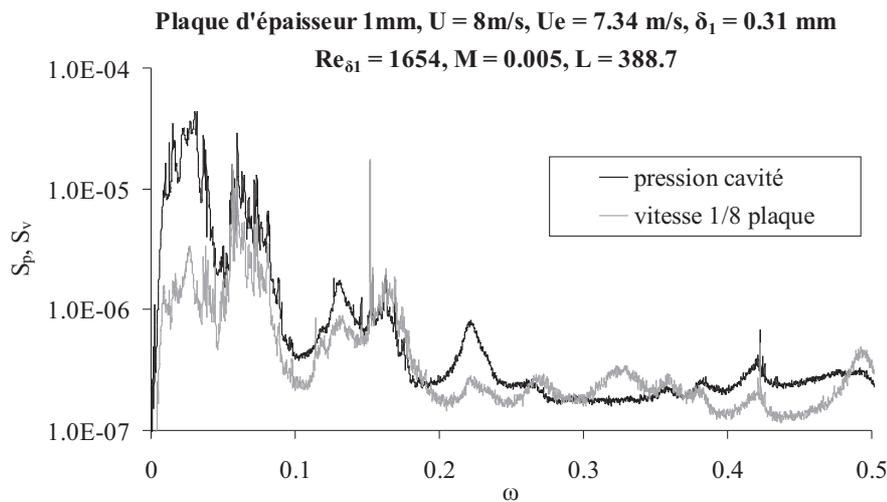
**Figure V.25** — Spectres adimensionnés relatifs à la plaque d'épaisseur  $1\text{ mm}$  pour  $U = 5\text{ m.s}^{-1}$

les pics liés aux vibrations propres de la paroi (cf. figure V.26). Il est intéressant de



**Figure V.26** — Spectres adimensionnés relatifs à la plaque d'épaisseur 1 mm pour  $U = 8 \text{ m.s}^{-1}$  (spectre de vitesse au centre de la plaque)

noter que les modes les plus rayonnants ne sont pas toujours ceux dont l'amplitude est la plus grande sur les spectres de vitesse. On observe par exemple que le spectre au centre de la paroi présente un pic proche de  $\omega \approx 0.24$  d'amplitude élevée, qui ne semble pas engendrer de rayonnement sur l'hydrophone ; en une autre position (ici le point situé à  $1/8$  du bord d'attaque de la plaque, cf. figure V.27), on note la présence d'un pic de faible amplitude à une fréquence voisine  $\omega = 0.22$ , qui correspond à un pic au contraire élevé sur le spectre de pression.



**Figure V.27** — Spectres adimensionnés relatifs à la plaque d'épaisseur 1 mm pour  $U = 8 \text{ m.s}^{-1}$  (spectre de vitesse à  $1/8$  du bord d'attaque de la plaque)

### V.3.4 Résumé

Dans cette partie, nous avons présenté les résultats de mesures de vibrations et de pression rayonnée dans la cavité sous-jacente à la plaque souple, pour deux vitesses d'écoulement et deux épaisseurs de plaques. Les mesures de vélocimétrie préalables nous ont permis de constater que la plus faible vitesse de consigne correspondait à un écoulement transitionnel le long de la plaque, tandis qu'à la vitesse de consigne la plus élevée, l'écoulement est pleinement turbulent.

Les mesures nous ont permis de vérifier que les niveaux de vibrations et de pression rayonnée dans la cavité étaient globalement supérieurs pour la plaque la plus fine. Pour une épaisseur de plaque donnée, nous avons obtenu que le niveau de fluctuations de vitesse normale de déplacement variait comme la vitesse d'écoulement à l'extérieur de la couche limite ; cependant l'augmentation de la vitesse de consigne fait également apparaître des différences de structure au niveau du spectre de vitesse obtenu. Ainsi, à la faible vitesse de consigne, le spectre est dominé par les pics à basses fréquences essentiellement liés aux vibrations de la maquette, tandis que la vitesse de consigne élevée favorise l'apparition de pics modaux à plus hautes fréquences.

Pour chaque configuration étudiée, le niveau de fluctuations de pression dans la cavité est fortement lié au niveau de fluctuations de vitesse de vibration, et les allures des spectres de ces deux quantités sont très proches. On observe cependant de légères variations dans la répartition des maxima locaux, qui montrent que certains modes dont le niveau de vibration est peu élevé peuvent donner lieu à un rayonnement important, et inversement.



---

# Conclusion et perspectives

Dans ce travail, nous avons étudié numériquement l'interaction entre un écoulement de couche limite instable et une paroi élastique encastrée dans un support rigide. Du fait du fort nombre de Reynolds choisi pour cette étude, des instabilités de type ondes de Tollmien-Schlichting ont été générées dans la couche limite, par l'intermédiaire d'un forçage oscillatoire en vitesse positionné dans la zone amont du domaine de calcul. La simulation numérique de l'évolution de ces instabilités, convectées le long de parois rigides ou souples, a été réalisée pour diverses amplitudes de forçage, les amplitudes les plus élevées donnant lieu à une saturation rapide des instabilités le long du domaine.

Deux types de parois souples ont été considérées : la première est constituée par une plaque mince élastique montée sur ressorts, dont les premières fréquences propres, supérieures aux fréquences de forçage, sont très proches les unes des autres ; la seconde paroi ne possède pas de raideur supplémentaire, ce qui lui confère une souplesse plus importante, mais nécessite un amortissement plus élevé des premiers modes.

L'interaction entre l'écoulement et les parois souples se manifeste par une déformation statique de ces dernières, liée à l'écoulement de base non perturbé, à laquelle se superposent des oscillations aux fréquences propres des parois, modifiées par un effet de masse ajoutée (on observe une diminution des fréquences propres d'environ 30 % pour les deux plaques). Dans le cas de la première paroi souple considérée, les vibrations propres ne sont pas homogènes le long de la paroi mais maximales près de son bord de fuite. Plus en amont, les déplacements de la paroi sont dominés par les oscillations aux premières fréquences de forçage, auxquelles sont associées des structures de petite échelle spatiale. Des oscillations supplémentaires à la fréquence propre apparaissent sur les signaux de pression pariétale en fin de paroi. La seconde

paroi possède au contraire des modes propres bien séparés en fréquences. Suite à l'effet de masse ajoutée, sa troisième fréquence propre coïncide avec l'une des fréquences de forçage, induisant une large domination des vibrations à cette fréquence. Les déplacements de la paroi sont cette fois homogènes sur toute la longueur, et les structures modales, caractérisées par de larges échelles spatiales, sont nettement dominantes. Le couplage avec l'écoulement induit une atténuation des oscillations de pression pariétale. Dans les deux cas de parois souples, les vibrations induisent, sur le spectre en nombres d'onde - fréquences des fluctuations de pression pariétale, des composantes supplémentaires à relativement hautes fréquences et petits nombres d'onde, qui seront plus propices à donner lieu à un rayonnement que les composantes convectives liées aux instabilités.

Cette approche nous a permis de calculer directement les spectres en nombres d'onde - fréquences du champ de pression pariétale en présence d'une paroi souple, à la différence d'approches basées sur un couplage faible qui utilisent le spectre calculé sur paroi rigide. Dans les cas de figure que nous avons étudiés, il est remarquable de noter que le couplage apporte au spectre de pression des contributions supplémentaires significatives dans les bas nombres d'ondes, induisant un enrichissement des quantités spectrales au voisinage du domaine acoustique.

Les données de simulations (spectres en nombres d'ondes - fréquences des fluctuations de pression pariétale, de sa dérivée normale, du déplacement de la paroi et des composantes de vitesse à travers la couche limite) sont ensuite utilisées afin d'en déduire des estimations de bruit rayonné. Différents modèles de bruit ont été déclinés à partir de la formulation théorique de la pression au bord de la couche limite, afin de prendre en compte divers degrés de couplage ou de compressibilité dans la couche limite. Le modèle initial, basé sur un couplage fort mais une hypothèse d'incompressibilité de la couche limite, fait apparaître des différences modérées dans les niveaux de bruit entre la première paroi souple et la paroi rigide. La présence de la paroi souple favorise le rayonnement de structures spatiales plus larges que pour la paroi rigide, ce qui induit des différences de structures et de niveaux à certaines fréquences. D'autres modélisations intégrant un degré de compressibilité supérieur dans la couche limite, et permettant la comparaison de deux approches "couplage faible" et "couplage fort", engendrent des différences de niveaux plus importantes pour la paroi souple autour de sa fréquence propre, et qui sont transmises à d'autres fréquences de part et d'autre. Les différences de structures spatiales entre parois souple et rigide sont également très marquées à ces fréquences. Ces calculs ont montré que la validité d'une approche de couplage faible dans les estimations de

bruit rayonné peut être limitée à certains domaines fréquentiels, selon la valeur des fréquences propres de la paroi considérée. Ainsi, lorsque les fréquences propres de la paroi sont distinctes des fréquences de forçage, ce qui est le cas pour la paroi 1, l'approche de couplage faible sous-estime les niveaux de bruit aux basses fréquences. Les résultats sont très différents lorsqu'une fréquence propre fait partie des fréquences de forçage, ce qu'illustre le cas de la seconde paroi souple étudiée. Pour cette paroi, l'effet d'atténuation aux fréquences de forçage est reproduit sur les niveaux de pression rayonnée correspondants. Une augmentation de niveau est cependant toujours visible autour des fréquences propres. L'influence du degré de couplage est ici moins prononcée que pour la première paroi, mais on obtient au contraire que l'approche faible peut engendrer des surestimations de bruit aux hautes fréquences.

Dans cette étude, nous avons mis au point une méthode permettant d'observer des interactions entre couche limite et paroi souple de natures différentes selon les caractéristiques des parois considérées, pouvant conduire à une augmentation ou au contraire une atténuation des niveaux de bruit rayonné à certaines fréquences. Elle pourra être étendue dans la suite à d'autres types de forçage (par exemple une densité plus aléatoire de fréquences) ou de parois souples (le modèle de paroi pourrait inclure une saturation de la déformation liée aux tensions de surface). Une autre perspective envisagée est d'adapter la méthode de simulation numérique au cas d'un écoulement tridimensionnel, en utilisant notamment une condition de périodicité dans la direction transversale ; les effets des composantes transversales des instabilités, qui jouent un rôle important dans le processus de transition et peuvent interagir avec les modes de plaque transversaux, pourront ainsi être pris en compte, conduisant à des configurations plus proches des conditions expérimentales.

En ce qui concerne l'étude expérimentale, un dispositif a été conçu afin de mesurer, par vibrométrie laser, les vibrations d'une plaque plane encastrée le long de laquelle se développe un écoulement de vitesse donnée. Deux épaisseurs de plaques ont été considérées, et des premières mesures ont été effectuées pour diverses vitesses d'écoulement. Les profils de vitesse dans la couche limite, obtenus par vélocimétrie laser Doppler, ont montré que pour la vitesse maximale choisie, l'écoulement était pleinement turbulent le long de la plaque, tandis que pour une vitesse inférieure, la transition devait se produire sur la plaque. Pour une plaque donnée, les niveaux de vibrations, en termes de fluctuations de vitesse de déplacement, évoluent proportionnellement à la vitesse extérieure à la couche limite. A la vitesse de consigne la plus élevée, les spectres de vitesse de déplacement font clairement apparaître des

pics modaux sur une large gamme de fréquences, auxquels se superposent des pics plus larges vraisemblablement liés aux vibrations du support rigide dans le tunnel. Aux vitesses inférieures, ces dernières sont dominantes et les contributions modales apparaissent peu. De façon générale les niveaux de vibrations sont supérieurs pour la plaque la plus fine. Les spectres de pression mesurés en un point de la cavité située sous la paroi souple montrent une bonne corrélation avec les spectres de vibrations, certains modes étant néanmoins plus résonants que d'autres, occasionnant de légères variations dans l'aspect des spectres.

Ces mesures seront complétées par la suite, des épaisseurs de plaques ou des matériaux divers pouvant par exemple être testés. L'instrumentation avec une série de capteurs de pression pariétaux permettra d'analyser les caractéristiques de la pression pariétale en amont et en aval du module souple, et d'en déduire l'influence éventuelle des vibrations de la plaque sur les spectres de pression en aval du bord de fuite. On cherchera enfin à comparer les résultats expérimentaux obtenus avec les prédictions de simulations numériques réalisées dans des configurations les plus proches possibles. L'utilisation de quantités adimensionnées, rendue possible par les mesures préalables des caractéristiques de l'écoulement par vélocimétrie, comme il a été évoqué en fin de chapitre V, permettra en outre de rendre les comparaisons entre résultats numériques et expérimentaux plus aisées.

---

# Bibliographie

- [1] B. M. Abraham et W. L. Keith. Direct measurements of turbulent boundary layer wall pressure wavenumber-frequency spectra. *Journal of Fluids Engineering*, 120 :29–39, 1998.
- [2] V. V. Alekseyev. The form of the loss of stability of a boundary layer on a flexible surface at high Reynolds numbers. *Journal of Applied Mathematics Mechanics*, 66(5) :775–786, 2002.
- [3] T. S. Balint et A. D. Lucey. Instability of a cantilevered flexible plate in viscous channel flow. *Journal of Fluids and Structures*, 20 :893–912, 2005.
- [4] P. R. Bandyopadhyay, C. Henoeh, J. D. Hrubes, B. N. Semenov, A. I. Amirov, V. M. Kulik, A. G. Malyuga, K.-S. Choi, et M. P. Escudier. Experiments on the effects of aging on compliant coating drag reduction. *Physics of Fluids*, 17 :085104(1–9), 2005.
- [5] N. Banerjee et P. Jayakumar. Compliant materials for drag reduction of high-speed submerged bodies. *Defence Science Journal*, 55(1) :37–42, 2005.
- [6] T. B. Benjamin. Effects of a flexible boundary on hydrodynamic stability. *Journal of Fluid Mechanics*, 9 :513–532, 1960.
- [7] F. Birgersson. Measurements of structural response to turbulent boundary layer excitation : a review, TRITA-FKT report 2001 :20. Technical report, Royal Institute of Technology, Stockholm, 2001.
- [8] D. J. Bodony et S. K. Lele. Current status of jet noise predictions using Large-Eddy Simulation. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, 46 :364–380, 2008.
- [9] C. Bogey, C. Bailly, et D. Juvé. Noise investigation of a high subsonic, moderate Reynolds number jet using a compressible LES. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 16 :273–297, 2003.

- 
- [10] D. E. Capone et G. C. Lauchle. Calculation of turbulent boundary layer wall pressure spectra. *Journal of the Acoustical Society of America*, 98(4) :2226–2234, 1995.
- [11] P. W. Carpenter, C. Davies, et A. D. Lucey. Hydrodynamics and compliant walls : Does the dolphin have a secret ? *Current Science*, 79(6) :758–765, 2000.
- [12] P. W. Carpenter et A. D. Garrad. The hydrodynamic stability of flow over Kramer-type compliant surfaces : Part 1. Tollmien-Schlichting instabilities. *Journal of Fluid Mechanics*, 155 :465–510, 1985.
- [13] P. W. Carpenter et A. D. Garrad. The hydrodynamic stability of flow over Kramer-type compliant surfaces : Part 2. Flow-induced surface instabilities. *Journal of Fluid Mechanics*, 170 :199–232, 1986.
- [14] P. W. Carpenter et P. Morris. The effect of anisotropic wall compliance on boundary-layer stability and transition. *Journal of Fluid Mechanics*, 218 :171–223, 1990.
- [15] Y. M. Chang et P. Leehey. Vibration of and acoustic radiation from a panel excited by adverse pressure gradient flow. Technical Report No 70208-12, Acoustics and Vibration Laboratory - Massachusetts Institute of Technology, May 1976.
- [16] D. M. Chase. The character of the turbulent wall pressure spectrum at subconvective wavenumbers and a suggested comprehensive model. *Journal of Sound and Vibration*, 112(1) :125–147, 1987.
- [17] D. M. Chase. The wave-vector-frequency spectrum of pressure on a smooth plane in turbulent boundary-layer flow at low Mach number. *Journal of the Acoustical Society of America*, 90(2) :1032–1040, 1991.
- [18] K.-S. Choi. Turbulent drag reduction using compliant coatings. Technical Report 00PR06317-00, School of Mechanical, Materials, Manufacturing Engineering and Management - University of Nottingham, 2002.
- [19] G. M. Corcos. The structure of the turbulent pressure field in boundary-layer flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 18 :353–378, 1964.
- [20] D. G. Crighton. Acoustics as a branch of fluid mechanics. *Journal of Fluid Mechanics*, 106 :261–298, 1981.
- [21] D. G. Crighton. The 1988 rayleigh medal lecture : fluid loading - the interaction between sound and vibration. *Journal of Sound and Vibration*, 133(1) :1–27, 1989.

- [22] N. Curle. The influence of solid boundaries upon aerodynamic sound. *Proceedings of the Royal Society of London, Series A*, 231 :505–514, 1955.
- [23] C. Davies. Numerical simulation of boundary layer disturbance evolution. *Philosophical Transactions of the Royal Society, A*, 363 :1109–1118, 2005.
- [24] C. Davies et P. W. Carpenter. Numerical simulation of the evolution of tollmien-schlichting waves over finite compliant panels. *Journal of Fluid Mechanics*, 335 :361–392, 1997.
- [25] C. Davies, P. W. Carpenter, R. Ali, et D. A. Lockerby. Disturbance development in boundary layers over compliant surfaces. In *IUTAM Symposium on Laminar-Turbulent Transition (Bangalore, India, 13-17 December, 2004)*, volume 78 of *Fluid Mechanics and its applications*. Springer, 2006.
- [26] H. G. Davies. Sound from turbulent-boundary-layer-excited panels. *Journal of the Acoustical Society of America*, 49(3 Part 2) :878–888, 1971.
- [27] V. D. Djordjevic. On the fluid over a compliant wall. *The scientific journal Facta Universalis, Series : Mechanics, Automatic Control and Robotics*, 2(10) :1219–1232, 2000.
- [28] A. P. Dowling. Flow-acoustic interaction near a flexible wall. *Journal of Fluid Mechanics*, 128 :181–198, 1983.
- [29] A. P. Dowling. Mean flow effects on the low-wavenumber pressure spectrum on a flexible surface. *Journal of Fluids Engineering*, 108 :104–108, 1986.
- [30] T. M. Farabee et M. J. Casarella. Spectral features of wall pressure fluctuations beneath turbulent boundary layer. *Physics of Fluids*, 3(10) :2410–2420, 1991.
- [31] M. Gad-el Hak. Compliant coatings : a decade of progress. *Applied Mechanics Review*, 49(10, part 2) :S147–S157, 1996.
- [32] M. Gad-el Hak. Compliant coatings : The simpler alternative. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 16 :141–156, 1998.
- [33] W. R. Graham. A comparison of models for the wavenumber-frequency spectrum of turbulent boundary layer pressures. *Journal of Sound and Vibration*, 206(4) :541–565, 1997.
- [34] J.-L. Guyader. *Vibrations des milieux continus*. Hermès Science Publications, 2002.
- [35] P. Huerre et P. A. Monkewitz. Local and global instabilities in spatially developing flows. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 22 :473–537, 1990.

- [36] R. D. Joslin et P. J. Morris. Effect of compliant walls on secondary instabilities in boundary-layer transition. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, 30(2) :332–339, 1992.
- [37] M. A. Josseland et G. C. Lauchle. Modeling the wavevector-frequency spectrum of boundary layer wall pressure during transition on a flat plate. *Journal of Vibration and Acoustics*, 112 :523–534, 1990.
- [38] M. Kaltenbacher, M. Escobar, S. Becker, et I. Ali. *Computational acoustics of noise propagation in fluids - Finite and Boundary Elements Methods*, chapter Computational aeroacoustics based on Lighthill’s Acoustic Analogy, pages 115–142. Springer Berlin Heidelberg, 2008.
- [39] S. Kang et H. Choi. Active wall motions for skin-friction drag reduction. *Physics of Fluids*, 12(12) :3301–3304, 2000.
- [40] C. Kato, Y. Yamade, H. Wang, Y. Guo, M. Miyazawa, T. Takaishi, S. Yoshimura, et Y. Takano. Numerical prediction of sound generated from flows with a low Mach number. *Computers & Fluids*, 36(1) :53–68, 2007.
- [41] J. Kim et P. Moin. Application of a fractional-step method to incompressible Navier-Stokes equations. *Journal of Computational Physics*, 59 :308–323, 1985.
- [42] S. Y. Kim. *Etude théorique et expérimentale de l’interaction entre une couche limite en régime de transition et une plaque soumise à une vibration*. Thèse de Doctorat, Université d’Aix Marseille II, 1990.
- [43] M. O. Kramer. Boundary-layer stabilization by distributed damping. *Journal of the American Society of Naval Engineers*, 74 :341–348, 1962.
- [44] V. Kumaran. Classification of instabilities in the flow past flexible surfaces. *Current Science*, 79(6) :766–773, 2000.
- [45] G. C. Lauchle. On the radiated noise due to boundary-layer transition. *Journal of the Acoustical Society of America*, 67(1) :158–168, 1980.
- [46] G. C. Lauchle. Hydroacoustics of transitional boundary-layer flow. *Applied Mechanics Review*, 44(12, part 1) :517–531, 1991.
- [47] G. C. Lauchle et S. Park. Low wavenumber wall pressure fluctuations due to boundary-layer transition. Technical memorandum tm 00-100, Applied Research Laboratory, Penn State University, State College, 2000.
- [48] S. Lee, H.-J. Kim, O.-S. Kwon, et S.-K. Lee. Wall pressure fluctuations and radiated sound from turbulent boundary layer on an axisymmetric body. *Acoustics Research Letters Online*, 1(1) :7–12, 2000.

- [49] T. Lee, M. Fisher, et W. H. Schwartz. Investigation of the stable interaction of a passive compliant surface with a turbulent boundary layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 257 :373–401, 1993.
- [50] L. Lesshafft. *Nonlinear global modes and sound generation in hot jets*. Thèse de Doctorat, Ecole Polytechnique, Palaiseau, 2006.
- [51] V. Levinski, D.-E. Levy, et J. Cohen. Effects of wall compliance on the hydrodynamic stability and transition delay of a wall-jet flow. *Fluid Dynamics Research*, 29 :115–134, 2001.
- [52] M.J. Lighthill. On sound generated aerodynamically. I : General theory. *Proceedings of the Royal Society of London A*, 211 :564–587, 1952.
- [53] M.J. Lighthill. On sound generated aerodynamically. II : Turbulence as a source of sound. *Proceedings of the Royal Society of London A*, 221 :1–32, 1954.
- [54] A. D. Lucey et P. W. Carpenter. Boundary layer instability over compliant walls : comparison between theory and experiment. *Physics of Fluids*, 7(10) :2355–2363, 1995.
- [55] G. Maidanik. Domed sonar system. *Journal of the Acoustical Society of America*, 44(1) :113–124, 1968.
- [56] M. Marquillie. *Simulation numérique et étude de la stabilité d'un écoulement de couche limite décollé*. Thèse de Doctorat, Université de Nice - Sophia Antipolis, 2003.
- [57] M. Marquillie et U. Ehrenstein. Numerical simulation of separating boundary-layer flow. *Computers & Fluids*, 31 :683–693, 2002.
- [58] M. Marquillie et U. Ehrenstein. On the onset of nonlinear oscillations in a separating boundary-layer flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 490 :169 – 188, 2003.
- [59] O. Marsden, C. Bogey, et C. Bailly. Direct noise computation of the turbulent flow around a zero-incidence airfoil. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, 46 :874–883, 2008.
- [60] P. Olivero-Bally et J. A. Astolfi. Mesures et modélisation des fluctuations de pression sous couche limite turbulente aéro et hydrodynamique, avec et sans manipulateurs de couche limite. Technical report, Institut de Mécanique des Fluides de Marseille, 1993.
- [61] L.L. Pauley, P. Moin, et W.C. Reynolds. The structure of two-dimensional separation. *Journal of Fluid Mechanics*, 220 :397–411, 1990.

- [62] V. P. Reutov et G. V. Rybushkina. Hydroelastic instability threshold in a turbulent boundary layer over a compliant coating. *Physics of Fluids*, 10(2) :417–425, 1998.
- [63] C. Sarraf. *Etude expérimentale du comportement hydrodynamique de profils portants épais. Etude de la couche limite*. Thèse de Doctorat, Ecole Centrale Nantes, Université de Nantes, 2007.
- [64] H. Schlichting. *Boundary-layer theory*. McGraw-Hill, New York, 1979.
- [65] S. Shateyi, P. Sibanda, et S. S. Motsa. Three-dimensional stability of heated or cooled accelerating boundary layer flows over a compliant boundary. *Australian & New Zealand Industrial and Applied Mathematics Journal*, 44(E) :E55–E81, 2002.
- [66] L. Shen, X. Zhang, D. K. P. Yue, et M. S. Triantafyllou. Turbulent flow over a flexible wall undergoing a streamwise travelling wave motion. *Journal of Fluid Mechanics*, 484 :197–221, 2003.
- [67] C. Soize. Méthodes de prévision des vibrations et des bruits émis par les structures vibrantes et les machines. *Acoustique & Techniques*, Avril :19–27, 1995.
- [68] W. A. Strawderman. Turbulent-flow-excited vibrations of a simply supported, rectangular flat plate. *Journal of the Acoustical Society of America*, 45(1) :177–192, 1969.
- [69] V. Suponitsky, E. Avital, et M. Gaster. Hydrodynamics and sound generation of low speed planar jet. *Journal of Fluids Engineering*, 130 :031401.1–8, 2008.
- [70] C. K. W. Tam. Intensity, spectrum and directivity of turbulent boundary layer noise. *Journal of the Acoustical Society of America*, 57 :25–34, 1975.
- [71] N. Totaro et J.-L. Guyader. Model of frequency averaged injected power into a plate excited by a turbulent boundary layer. *Acta Acustica*, 89(4) :647–657, 2003.
- [72] M. R. Visbal et R. E. Gordnier. Numerical simulation of the interaction of a transitional boundary layer with a 2-d flexible panel in the subsonic regime. *Journal of Fluids and Structures*, 19 :881–903, 2004.
- [73] M. Wang, S. K. Lele, et P. Moin. Computation of quadrupole noise using acoustic analogy. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, 34(11) :2247–2254, 1996.
- [74] M. Wang, S. K. Lele, et P. Moin. Sound radiation during local laminar breakdown in a low-Mach-number boundary layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 319 :197–218, 1996.

- 
- [75] Z. Wang, K. S. Yeo, et B. C. Khoo. Spatial direct numerical simulation of transitional boundary layer over compliant surfaces. *Computers & Fluids*, 34 :1062–1095, 2005.
- [76] O. Wiplier. *Etude numérique des instabilités d'un écoulement de couche limite en présence d'une paroi déformable*. Thèse de Doctorat, Université des Sciences et Technologies de Lille, 1999.
- [77] O. Wiplier et U. Ehrenstein. Numerical simulation of linear and nonlinear disturbance evolution in a boundary layer with compliant walls. *Journal of Fluids and Structures*, 14 :157–182, 2000.
- [78] O. Wiplier et U. Ehrenstein. On the absolute instability in a boundary-layer flow with compliant coatings. *European Journal of Mechanics B/Fluids*, 20 :127–144, 2001.
- [79] J. M. Witting. A spectral model of pressure fluctuations at a rigid wall bounding an incompressible fluid, based on turbulent structures in the boundary layer. *Noise Control Engineering Journal*, 26(1) :28–43, 1986.
- [80] S. Xu, D. Rempfer, et J. Lumley. Turbulence over a compliant surface : numerical simulation and analysis. *Journal of Fluid Mechanics*, 478 :11–34, 2003.
- [81] K. S. Yeo, H. Z. Zhao, et B. C. Khoo. Turbulent boundary layer over a compliant surface : absolute and convective instabilities. *Journal of Fluid Mechanics*, 449 :141–168, 2001.
- [82] Z. C. Zheng. Effects of flexible walls on radiated sound from a turbulent boundary layer. *Journal of Fluids and Structures*, 18 :93–101, 2003.
- [83] Z. C. Zheng. Effects of compliant coatings on radiated sound from a rigid-wall turbulent boundary layer. *Journal of Fluids and Structures*, 19 :933–941, 2004.





## Résumé

Ce travail, réalisé dans le cadre d'une convention de thèse Cifre avec Thales Underwater Systems, et cofinancé par DCNS, vise à améliorer la prédiction du bruit propre hydrodynamique d'une antenne sonar, dû aux fluctuations de pression dans la couche limite qui se développe le long du dôme. Les estimations de bruit reposent en général sur des modèles semi-empiriques qui ne tiennent que partiellement compte de la flexibilité du dôme. La présente étude reconsidère le problème du bruit hydrodynamique dans le cas-type simplifié d'une couche limite instable le long d'une plaque plane élastique.

La première partie du travail est consacrée à la simulation numérique directe d'un écoulement de couche limite bidimensionnel, caractérisé par un nombre de Reynolds hautement supercritique, le long d'une paroi élastique encastrée. La résolution des équations de Navier-Stokes incompressibles repose sur un changement de variables évolutif au cours du temps, associé à une discrétisation spatiale mixte différences finies – collocation Chebyshev. Une méthode de pas fractionnaire permet d'assurer un couplage fort entre le modèle de paroi élastique et le système fluide. Un forçage en vitesse est injecté dans ce dernier, à des fréquences instables et des amplitudes suffisamment élevées, afin de donner lieu à des instabilités convectives et saturées non linéairement, qui interagissent avec les mouvements de la paroi. Cette dernière vibre autour d'un état déformé initial résultant du couplage avec l'écoulement non perturbé. Des parois de longueurs et de matériaux variés ont été testées en vue de caractériser les vibrations, en termes de niveaux et de structures spatiales, ainsi que leur rétroaction sur les instabilités de l'écoulement, en fonction des valeurs des fréquences propres de la paroi. Dans les divers cas étudiés, on observe que le spectre de pression pariétale est enrichi par des composantes modales, à très bas nombres d'ondes et relativement hautes fréquences, qui peuvent donner lieu à un rayonnement plus important.

Un post-traitement est mis en oeuvre afin d'estimer le bruit généré par les fluctuations de vitesse dans la couche limite. La pression rayonnée dans l'écoulement uniforme est évaluée à partir des données acquises au cours des simulations, dans le cadre de l'analogie de Lighthill. Le calcul, effectué dans le domaine spectral, repose sur l'utilisation d'une fonction de Green dont l'expression tient compte de la présence de la paroi souple. Dans cette approche, les vibrations de la paroi induisent à certaines fréquences, en particulier aux fréquences propres de la paroi, des niveaux de pression rayonnée supérieurs à ceux du cas rigide, en favorisant la présence de structures spatiales plus larges. D'autres modèles, élaborés à partir de la même formulation, mais tenant compte de la compressibilité de la couche limite dans le calcul des contributions vibratoires, mettent en évidence une nette augmentation des niveaux de pression rayonnée sur paroi souple dans une large gamme de fréquences, de part et d'autres des fréquences propres, lorsque ces dernières sont distinctes des fréquences de forçage, ainsi que l'apport de la prise en compte d'un couplage fort par rapport aux approches classiques basées sur une hypothèse de couplage faible.

Enfin, une étude expérimentale en tunnel hydrodynamique est mise en place en vue de mesurer les vibrations d'une plaque élastique, encastrée dans un support rigide, et soumise à un écoulement transitionnel ou turbulent, ainsi que le bruit rayonné dans la cavité sous-jacente à la plaque, instrumentée avec un hydrophone. Les résultats de la campagne de mesures, qui repose sur les techniques de vibrométrie laser et de vélocimétrie laser Doppler, sont détaillés et analysés.

Mots-clés : bruit propre hydrodynamique, couplage fluide-structure, couche limite, simulation numérique, vibrométrie laser

## STUDY OF THE INTERACTION BETWEEN AN UNSTABLE BOUNDARY LAYER FLOW AND A FLEXIBLE SURFACE. APPLICATION TO THE PREDICTION OF THE HYDRODYNAMIC NOISE ON A SONAR ANTENNA.

### Abstract

This work, supported by Thales Underwater Systems through a Cifre thesis grant, and by DCNS, aims at improving the prediction of the hydrodynamic self-noise of a sonar antenna, due to the pressure fluctuations in the boundary-layer flow that develops along the dome. Noise estimations are generally based on semi-empirical models, that take only partially into account the dome flexibility. The present study readdresses the issue of the hydrodynamic noise, in the simplified archetype case of an unstable boundary layer flow along an elastic flat plate.

The first part of the study consists in the direct numerical simulation of a two-dimensional boundary layer flow, characterized by a highly supercritical Reynolds number, over an elastic clamped plate. The incompressible Navier-Stokes equations are solved by means of a time-dependent mapping, associated to a mixed finite differences – Chebyshev collocation spatial discretization. A fractional step method enables a full coupling between the plate model and the fluid system. A velocity forcing is introduced in the latter, at unstable frequencies and high amplitudes, in order to give rise to convective and non-linearly saturated instabilities, which interact with the plate motions. The latter vibrates around an initial bent state resulting from the coupling with the non-perturbed flow. Plates of various materials and lengths are tested, to characterize the vibrations, in terms of levels and spatial structures, as well as their retro-action on the flow instabilities, depending on the values of the plate natural frequencies. For the cases considered in the present investigation, we observe that the wall pressure spectrum possesses additional modal components, with very low wavenumbers and relatively high frequencies, which may give rise to increased radiation.

A post-treatment is implemented to estimate the noise generated by the boundary layer velocity fluctuations. The radiated pressure in the uniform flow domain is evaluated from the simulation data in the framework of the Lighthill's analogy. The calculations are performed in the spectral domain, using an appropriate Green function whose expression takes into account the presence of the elastic plate. In this approach, the plate vibrations induce at some frequencies, including the plate natural frequencies, higher radiated pressure levels than in the rigid case, by favouring larger spatial structures. Additional models, derived from the same formulation, but taking into account the boundary layer compressibility in the computation of the vibratory contributions, highlight a clear increase in the radiated pressure levels in a wide frequency range around the plate natural frequencies, when the latter are distinct from the forcing frequencies, as well as the benefit from considering a full coupling in comparison to classical approaches based on a weak coupling assumption.

Finally, the fluid-structure system is investigated experimentally using a hydrodynamic tunnel setup, in order to measure the vibrations of an elastic clamped plate triggered by a transitional or turbulent boundary layer flow, as well as the radiated noise in the cavity beneath the plate, which is equipped with a hydrophone. The measurements, acquired using laser vibrometry and laser Doppler velocimetry, are detailed and analysed.

Keywords: hydrodynamic self noise, fluid-structure interaction, boundary layer, numerical simulation, laser vibrometry