



HAL
open science

L'analyse musicale computationnelle : rapport avec la composition, la segmentation et la représentation à l'aide de graphes

Yun-Kang Ahn

► **To cite this version:**

Yun-Kang Ahn. L'analyse musicale computationnelle : rapport avec la composition, la segmentation et la représentation à l'aide de graphes. Autre [cs.OH]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2009. Français. NNT: . tel-00447778

HAL Id: tel-00447778

<https://theses.hal.science/tel-00447778v1>

Submitted on 15 Jan 2010

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE DE DOCTORAT
UNIVERSITÉ PARIS VI – PIERRE ET MARIE CURIE

ÉCOLE DOCTORALE D'INFORMATIQUE, TÉLÉCOMMUNICATIONS
ET ÉLECTRONIQUE (EDITE) DE PARIS

Spécialité **Informatique**

Préparée par

Yun-Kang Ahn

En vue de l'obtention du titre de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE

**L'analyse musicale computationnelle : rapport avec la
composition, la segmentation et la représentation à
l'aide des graphes**

Thèse soutenue le 2 décembre 2009

devant le jury composé de :

Carlos AGON	Co-directeur	IRCAM
Moreno ANDREATTA	Co-directeur	IRCAM-CNRS
Alain BONARDI	Rapporteur	Université Paris 8
Myriam DESAINTE-CATHERINE	Rapporteuse	Université de Bordeaux-1
Jean-Pierre BRIOT	Examineur	LIP6-CNRS
Jean-Marc CHOUVEL	Examineur	Université de Reims
Xavier HASCHER	Examineur	Université de Strasbourg

Thèse préparée à l'IRCAM
(Institut de recherche et de coordination acoustique/musique)

Sous la direction de Carlos AGON et Moreno ANDREATTA

IRCAM-CNRS UMR STMS 9912
Équipe Représentations musicales
1 place Igor Stravinsky
F-75004 Paris – France

Remerciements

Je tiens à remercier bien évidemment mes directeurs Carlos Agon et Moreno Andreatta pour la confiance accordée et leur précieux conseils (professionnels ou non). Je témoignerai ensuite ma reconnaissance aux membres de mon jury de thèse pour leur intérêt pour mon travail.

Un grand merci à Hugues Vinet pour l'accueil à l'IRCAM et bien entendu à Gérard Assayag pour l'hébergement physique et mental au sein de l'équipe *Représentations Musicales* que je considère comme un honneur.

Une immense gratitude envers l'équipe Repmus donc et ses représentants actuels et passés. Un clin d'œil au sigle A 107.

Mes remerciements à mes compagnons de thèse Philippe Gambette et Matthieu Muffato, pour leurs conseils, leur écoute et leur intérêt. Par contagion ils s'adressent aux confrères chercheurs qui m'ont poussé dans cette voie, et aussi aux camarades de tout mon parcours scolaire et universitaire.

Enfin une reconnaissance infinie à mes parents, ma soeur et Noémie pour leur espérance en moi.

Résumé

Ce travail est axé autour de l'analyse assistée par ordinateur, dans un cadre musicologique ciblant la musique contemporaine. Une approche computationnelle de l'analyse musicale pose la question de sa modélisation et de sa formalisation, puisque touchant à une activité souvent empirique et dont la pratique n'est pas définie à l'aide de normes communes. Cette question implique la mesure de l'importance de la représentation graphique dans l'interprétation analytique.

Face au rôle croissant de la représentation, nous nous intéressons d'une part à la manière dont elle relie l'analyse et la composition en proposant, à partir d'une analyse connue des *Structures IA* de Pierre Boulez réalisée par le compositeur György Ligeti, des modèles de machinerie informatique en vue de générer des pièces musicales sous deux interfaces, *OpenMusic* et *Rubato*. Parmi ces deux environnements de programmation visuelle, le second se base sur un puissant paradigme mathématique reposant sur la théorie des catégories. Ce paradigme constitue également une base pour modéliser les K-réseaux, outil d'analyse reposant sur des graphes décrivant les relations entre les notes. Ces relations sont formalisées dans la Set Theory d'Allen Forte qui propose une méthode de classification des structures musicales à partir des douze hauteurs de la gamme chromatique occidentale.

Une application de ces réseaux et plus généralement l'apport des structures de graphe est abordée ensuite dans la modélisation de l'analyse d'une autre pièce, le *Klavierstück III* de Karlheinz Stockhausen : cette analyse a été faite par le théoricien David Lewin en deux étapes que nous étudierons dans leurs aspects à la fois computationnel et d'interface-homme machine. En premier lieu, la segmentation, non expliquée par l'analyste, fait l'objet d'une reconstitution dans laquelle nous tentons de la retrouver par le biais d'une exploration dans un ensemble de segmentations possibles. Il s'agit ainsi non seulement de reconstituer mais également de voir s'il est possible de la dépasser et l'améliorer selon des critères comme la couverture de la partition. Nous verrons dans ce cadre si les K-réseaux peuvent affiner cette analyse et en constituer un angle d'attaque pertinent.

En second lieu, Lewin organise ses segments selon un réseau qui ne suit plus un quelconque agencement chronologique mais une disposition spatiale qui offre un nouveau parcours de la pièce. Cette difficulté s'inscrit dans le contexte plus général de la sélection et de la formation d'un graphe décrivant la structure d'une œuvre musicale, que nous envisageons à l'intérieur du problème de l'utilisation d'un réseau en analyse computationnelle.

Abstract

Contemporary musicology is an open field for computer-aided analysis. Building a computational approach of music analysis leads to ponder its modelisation and its representation within different fields of music analysis.

First, graphical representation is a key to link analysis and composition and we study the case of György Ligeti's analysis of *Structures IA* by Pierre Boulez, making computer models of this piece with two softwares, *OpenMusic* et *Rubato*. These are visual programming environments and the latter use a powerful abstraction based on mathematical category theory. This paradigm is a point of departure to model K-nets which are graphs used to describe inner and outer relations of pitch class sets. These relations are formalized in the Set Theory developed by Allen Forte who details a means to classify musical structures from the twelve pitches of the traditional tonal scale.

Then, we deal with an application of graphs in the design of the analysis of *Klavierstück III* by Karlheinz Stockhausen. This analysis was made by David Lewin in two steps : we start with the segmentation which was not explained by the analyst and thus we try to recover his result exploring a set of available segmentations. This work not only find some common segments but its aim is to extend Lewin's approach setting criteria like the covering of the musical score. We consider K-nets here to check if it allows to refine a segmentation.

Secondly, Lewin organize his segments in a network which does not respect the temporal configuration but creates an abstract musical space. This space allows a new layout of the composition. This issue is part of a more general background wich concerns the formalisation of the musical structure in a graph and the problem of making this network in a computer interface.

Table des matières

1	Introduction	1
1.1	Science et musique	2
1.2	L'informatique au service de la musique	3
1.3	L'analyse musicale et informatique	4
1.3.1	Premières définitions de l'analyse	4
1.3.2	Analyse et composition : l'analyse comme source de création	5
1.3.3	La représentation au confluent de la composition et de l'analyse	6
1.3.4	L'informatique au confluent de l'analyse et de la composition	8
1.3.5	Représentation analytique et informatique	9
1.4	Analyse computationnelle	10
1.4.1	L'analyse, discipline humaine à rationaliser ?	10
1.4.2	Computationnel et non informatique ?	11
1.4.3	Vers une analyse musicologique computationnelle	17
1.5	Problématique	18
1.6	Méthodologie	20
1.7	Plan	22
I	L'analyse musicale	25
2	État de l'art	27
2.1	Présentation de l'analyse musicale	27
2.1.1	Définition générale de la démarche analytique	27
2.1.2	Limitations	28
2.2	Représentation et encodage de la musique	29
2.2.1	Objectifs	29
2.2.2	Représentation symbolique / sous-symbolique	31
2.2.3	Encodage de la partition musicale	32

2.3	Analyse assistée par ordinateur et computationnelle	40
2.3.1	Analyse et composition	42
2.3.2	Interface analytique utilisant la Set Theory	42
2.3.3	Analyse motivique	43
2.3.4	La cognition et la perception en tant que facteur analytique	45
2.3.5	La reconstruction analytique	46
2.3.6	Formalisation et représentation	46
3	Set Theory et approches transformationnelles	59
3.1	Musicologie systématique	59
3.1.1	Contexte historique	59
3.1.2	Apports des autres disciplines dans l'étude de la musique	60
3.1.3	Un exemple de la portée de la musicologie systématique : l'apport de Milton Babbitt et le dodécaphonisme	61
3.2	L'évolution de l'analyse musicale	63
3.2.1	Le lien entre théorie et analyse musicale	63
3.2.2	Un exemple fondamental de théorie analytique : la Set Theory	65
3.3	La stratégie transformationnelle	73
3.3.1	Les techniques transformationnelles	73
3.3.2	Réseaux de Klumpenhouwer	81
II	Contributions	83
4	Modélisation informatique de l'analyse créatrice par l'intermédiaire des Structures Ia de Boulez et vision diagrammatique de l'analyse	85
4.1	Introduction : la modélisation, entre analyse et composition	85
4.2	Le schéma compositionnel des <i>Structures Ia</i> de Boulez	87
4.2.1	Présentation des <i>Structures Ia</i> de Boulez	88
4.2.2	Présentation de l'analyse de Ligeti	88
4.3	L'analyse créatrice	91
4.4	Analyse recréatrice dans <i>OpenMusic</i>	92
4.4.1	Le langage de programmation visuelle <i>OpenMusic</i>	92
4.4.2	Le patch comme reconstitution de l'analyse	95
4.5	Analyse recréatrice dans <i>Rubato</i>	101
4.5.1	<i>Rubato</i> : un environnement graphique de formes et de dénotateurs	101
4.6	La formalisation catégorielle	115
4.6.1	Le caractère diagrammatique des modèles	115

4.6.2	Les catégories	115
4.6.3	Le diagramme	117
4.6.4	Théorie des catégories computationnelle appliquée aux formes et dénotateurs	121
4.6.5	Catégories et K-réseaux	121
5	Modélisation informatique de la segmentation du <i>Klavierstück III</i> de Stockhausen	123
5.1	Introduction	123
5.1.1	Vers une définition générale de la segmentation	125
5.1.2	La segmentation en analyse musicale	125
5.1.3	Approches de la segmentation musicale au niveau informatique	127
5.2	Présentation de la pièce et des problèmes posés	130
5.2.1	Présentation de la pièce et de l'analyse	130
5.2.2	Problèmes soulevés par la pièce et l'analyse	131
5.2.3	Une méthode pour modéliser la segmentation	132
5.3	Modélisations de la progression	134
5.3.1	Modélisation de la partition et des éléments musicaux	134
5.3.2	La recherche des segments : motivation et présentation de la démarche	135
5.3.3	La segmentation vue comme une progression au sein de la pièce	140
5.3.4	La segmentation vue comme une couverture de la pièce	145
5.4	Résultats et interprétations	146
5.4.1	La segmentation de Lewin	146
5.4.2	Paramétrisations de la progression	146
5.4.3	Transposition et Inversion : transformations minimales	148
5.4.4	Recherche d'une progression : variation de tailles et de sauts	148
5.4.5	Pentacorde fixé, variation des poids du graphe des polycordes	153
5.4.6	Couverture testée en variant la taille du polycorde	156
5.4.7	Couverture : pentacorde fixé, sauts variables	157
5.4.8	Validations	157
5.5	Modélisation à l'aide des K-réseaux	165
5.5.1	Le problème des K-réseaux	165
5.5.2	Restrictions sur le modèle des K-réseaux	165
5.5.3	Les K-réseaux en tant qu'aide à la segmentation	172

6	Approche computationnelle des réseaux d'analyse	175
6.1	Introduction : exemple d'utilisation des K-réseaux	175
6.2	Présentation du problème de l'analyse transformationnelle	177
6.3	Les réseaux dans le cadre d'une analyse computationnelle	180
6.3.1	La seconde partie de l'analyse selon Lewin du <i>Klavierstück III</i> de Stockhausen	180
6.3.2	L'espace sonore dans la musique (analyse), temps et espace en musique	183
6.3.3	La portée musicale du réseau analytique	184
6.3.4	Techniques de décomposition de graphes pour les réseaux	187
7	Conclusion et perspectives	189
7.1	Conclusion	189
7.2	Perspectives	191
7.2.1	Représentation de la segmentation : les diagrammes de Voronoi	191
7.3	Le graphe comme représentation analytique (l'analyse du graphe)	193
7.3.1	Graphe temporel	195
7.3.2	Graphe spatial	195

1

Introduction

Notre travail s'inscrit dans le contexte de l'analyse musicale assistée par ordinateur, branche de l'informatique musicale. Cette activité est par définition multidisciplinaire, d'autant plus que l'évolution de la musicologie a favorisé l'incorporation de domaines a priori éloignés des préoccupations musicales. Ces « intersections effectives », ces « croisements de lignes » pour reprendre Deleuze [Del77] ont essaimé dans la théorie musicologique pour aujourd'hui constituer un champ d'activité répandu.

La complexité croissante de cette théorie et de ses applications a entraîné l'entreprise de projets informatiques afin de faciliter ou guider le travail analytique. Cependant, elle reste encore une préoccupation dans le sens où la théorie développe des concepts qui en pratique se révèlent être trop ardues à manipuler lorsqu'il s'agit d'aborder l'étude d'une œuvre précise.

De plus, le développement de la musicologie, historiquement fidèle à l'écrit, ainsi que l'avènement de l'ordinateur posent la question de la représentation de l'analyse, question en fait naturelle à la musique puisque toujours confrontée au problème de la représentation du fait musical lui-même.

Notre angle choisi afin de nous confronter au problème de l'analyse est de réfléchir sur la pertinence des structures de graphe en analyse et de proposer des hypothèses en vue de conforter sa place au sein de cette discipline.

La présente introduction replace le contexte de cette entreprise en résumant

en premier lieu les liens historiques entre la science et la musique, puis entre l'informatique et la musique, avant de détailler les enjeux de notre position sur l'analyse assistée par ordinateur.

1.1 Science et musique

La relation entre la musique et la science, loin d'être une tendance récente, tire son origine dès l'Antiquité : la musique et les mathématiques étaient deux sciences très proches. Selon la légende, Pythagore calcula mathématiquement les intervalles entre les différentes notes d'une gamme vers 550 avant J.-C., en entendant le son des marteaux des forgerons sur leurs enclumes de différentes tailles. Il mit au point, en utilisant les cordes tendues, le même éloignement des chevalets placés selon des rapports simples ($1/2$, $3/4$, etc.). Il s'ensuivit la constitution de la gamme diatonique naturelle ou gamme de Pythagore qui est à la base de la gamme tempérée occidentale. Dans l'école pythagoricienne, la musique était alors, avec la géométrie, l'arithmétique et l'astronomie, une des quatre sciences quantitatives ou mathématiques (Mathemata).

Musique et mathématiques étaient liées à l'astronomie et l'ensemble des rapports entre les nombres régissant les planètes constituait « la musique des sphères ». La musique représentait un condensé de l'ordre et de l'harmonie de l'univers, et étudier les caractéristiques acoustiques des intervalles musicaux revenait à mieux appréhender le cosmos.

Le caractère pluridisciplinaire de notre sujet d'étude est inscrit dès les origines de la musique, d'autant plus que la *mousikè* grecque n'est pas un synonyme exact de la musique telle que nous la désignons de nos jours. Elle englobait en réalité un champ beaucoup plus large que la musique et était considérée avant tout comme une activité intellectuelle et physique.

Ce regroupement a été conçu par les Romains sous le nom de *Quadrivium* qui fut considéré, avec le Trivium plutôt logique (grammaire, rhétorique, dialectique), comme les sept arts libéraux. Ces regroupements s'expliquent par la dimension

mathématique de la musique de l'époque issue des résultats théoriques obtenus à l'époque.

Par la suite, tout au long de l'Histoire, de nombreux penseurs tels que Descartes, Galilée, Leibniz ou Euler se sont également penchés sur le phénomène musical afin de l'explicitier, jusqu'à ce qu'à la fin du XIX^e siècle, la réflexion théorique sur la musique entraîne une approche transversale du fait sonore à en s'appuyant sur les sciences (sous l'impulsion de la musicologie « systématique »), rejoignant finalement cette approche adoptée durant l'Antiquité qui l'unit à d'autres disciplines.

Cependant, la musicologie au cours de son développement historique a de plus en plus occulté ce caractère scientifique, ou tout du moins mathématique, tout en ayant défini des concepts musicaux répandus et flexibles, comme la tonalité. L'avènement de la technologie au cours du XX^e siècle a obligé les musiciens à préciser et définir les objets musicaux, et bien souvent à intégrer cette part scientifique. Cette oscillation entre l'esthétique et la logique est au cœur du travail du mathématicien et musicien Guerino Mazzola avec lequel nous avons collaboré dans le cadre de son ouvrage où il cherche à concilier Vérité et Beauté [MA08]. Cette « logique du beau », pour reprendre ses termes, cherche autant à enrichir la création d'objets mathématiques destinés à la musique qu'à retrouver une logique au sein d'éléments musicaux dont les règles ont été fixées par la tradition.

1.2 L'informatique au service de la musique

L'informatique musicale est une discipline récente qui d'un côté traite la musique comme un champ de recherche où les problèmes peuvent se poser en termes scientifiques afin que l'informatique puisse proposer des solutions, et de l'autre considère que la musique peut étendre son domaine de réflexion et d'application. L'étude scientifique de la musique a alors pu être assistée par la machine informatique, permettant de tirer profit de la puissance de calcul pour motiver le développement de disciplines scientifiques comme l'acoustique musicale, cherchant à modéliser le phénomène sonore à l'aide de systèmes physiques. Le versant

artistique n'a pas été en reste avec l'avènement de genres tels que la musique électroacoustique ou la musique spectrale où l'ordinateur a été employé comme un moyen d'orienter leurs recherches hors des sentiers de la musique occidentale classique.

Nous citons comme exemple le compositeur Iannis Xenakis dont la volonté a été de définir une démarche intellectuelle et rationaliste de l'art musical. C'est ainsi qu'il définit une théorie stochastique de la musique qui fixe les règles des processus aléatoires en jeu dans ses pièces et défend l'utilisation de l'ordinateur pour la réalisation sonore [Xen92].

1.3 L'analyse musicale et informatique

Parmi tous ces champs d'application, notre intérêt porte sur l'analyse musicale, qui a été théorisée et institutionnalisée (en tout cas dans la musique traditionnelle occidentale) à partir du XIX^e siècle. L'analyse peut tirer profit de la formalisation qu'induit le système informatique afin d'aider l'analyste dans sa tâche. Ce point de vue formel passe par la construction de modèles informatiques correspondants dans un objectif de compréhension et d'analyse du phénomène musical.

1.3.1 Premières définitions de l'analyse

Une première définition de l'analyse que nous apportons et qui est communément admise est celle du musicologue Ian Bent :

« L'analyse musicale est la résolution d'une structure musicale en éléments constitutifs relativement plus simples, et la recherche des fonctions de ces éléments à l'intérieur de cette structure¹ » [Ben87].

En replaçant l'analyse dans un cadre général concernant l'activité artistique (musique, poésie, peinture), le sémiologue Jean Molino apporte une précision qui

1. Page 9.

corrobore cette première définition. Elle vise à réduire et séparer le phénomène considéré pour l'étudier et apporter une compréhension :

« . . . dans son sens épistémologique le plus général : l'analyse est une stratégie de réduction à des éléments simples. La séparation des niveaux, des variables, des unités, répond à une volonté analytique, qui est l'esprit même de la recherche scientifique depuis ses origines et que l'on pourrait appeler l'horreur du mixte. Cette démarche entre donc dans le grand mouvement de rationalisation décrit par Max Weber, qui pousse à la mise en évidence d'essences pures et séparées » [Mol86].

Cette citation révèle que l'analyse s'inscrit dans la continuité de la volonté de rationaliser et donc de formaliser la pratique musicale afin de trouver les structures internes de la pièce musicale en question, que ces structures soient voulues ou non par le compositeur. Il s'agit donc d'une lecture personnelle et subjective, ce qui d'emblée pose une difficulté dans la volonté d'objectivité et de formalisation. Notre propos n'est pas de définir une démarche univoque de l'analyse mais plutôt de partir de cette subjectivité proposée afin de la discuter et surtout de l'étendre.

1.3.2 Analyse et composition : l'analyse comme source de création

La focalisation opérée sur l'analyse est à nuancer : composition et analyse en musique ont toujours tissé un lien étroit et réciproque. La formation des connaissances musicales s'est nourrie autant des compositions que de leurs analyses ou leurs descriptions de la part des compositeurs eux-mêmes.

Le compositeur Henri Pousseur met l'accent dans un article sur l'apport pédagogique de l'analyse qui souligne son interaction avec la création :

« L'analyse peut être utile à la composition, plus généralement à toute forme de création (et donc à leur apprentissage), y compris cette forme apparemment mineure qu'est l'arrangement-adaptation, ou au contraire cette modalité souverainement spontanée ou du moins strictement instantanée qu'est l'improvisation. Non seulement elle renseigne sur la « construction » [. . .] d'un modèle considéré et permet,

soit de le traiter en connaissance de cause (et donc adéquatement), soit d'en adopter, à des fins d'inventions nouvelles, certaines des procédures plus ou moins générales ou généralisables. Poussant plus avant encore dans le sens de la généralité, elle peut découvrir des ensembles systématiques d'une validité très étendue (codes, grammaires, algèbres, mais toujours de nature musicale *effectivement éprouvée*) et faire porter sur *eux* une recherche originale et novatrice, préparatoire à la rédaction proprement dite d'une œuvre, voire à l'effectuation d'un geste aussi spontané que possible² [Pou87] » .

Le terme de « construction » met clairement en lumière le rôle prospectif de l'analyse, à opposer à une conception purement descriptive. Ce lien entre analyse et composition s'est trouvé renforcé d'une part par le développement de la théorie musicale et d'autre part, plus récemment par celui de l'outil informatique qui force dans un premier temps le compositeur à formuler sa démarche si elle s'inscrit dans ce processus qui va faciliter le traitement automatique de son travail. Célestin Deliège résume ce propos : « L'analyse appelle l'écriture³ » [Del86]. Il faut comprendre l'écriture au sens large, c'est-à-dire aussi bien l'écriture comme création qu'écriture comme support graphique de la réflexion.

1.3.3 La représentation au confluent de la composition et de l'analyse

Ce lien a été une question fondamentale dans la création musicale du XX^e siècle, qui s'est attachée aux problèmes de représentation musicale en se détachant de la partition traditionnelle.

Un exemple des travaux compositionnels s'orientant vers cette perspective est illustrée par André Boucourechliev, dont les partitions offrent des représentations visuelles dans lesquelles le phénomène sonore se dote d'une figuration prenant en compte l'espace comme une composante à part entière.

2. Page 67.

3. Page 162.

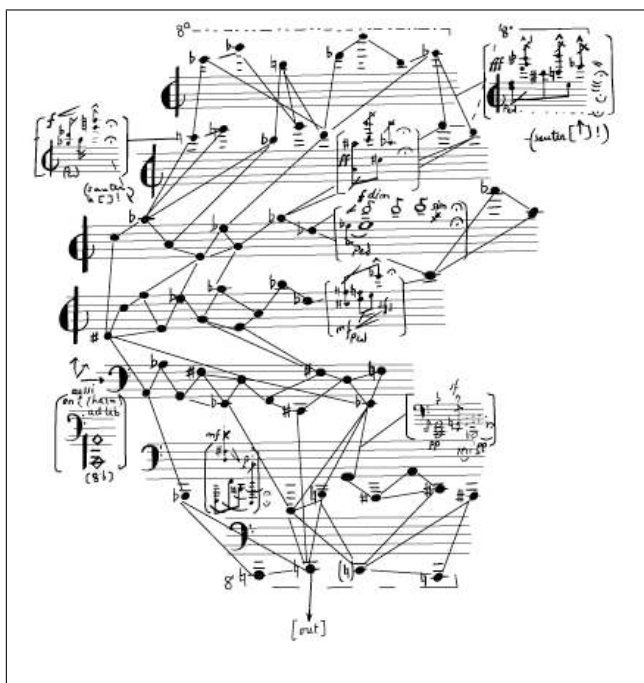


FIGURE 1.1 – Extrait des *Six Études d'après Piranèse* d'André Boucourechliev constitué par un graphe de notes, tiré de la page d'accueil du site <http://www.boucourechliev.com/html/>.

Pour illustrer l'utilisation de la partition comme espace de relations entre les composants sonores (les notes), nous prenons l'exemple de ses *Six Études d'après Piranèse* dont nous montrons un extrait sur la figure 1.1. Elle fait apparaître un graphe reliant les notes de la partition et explicite leur ordonnancement⁴. On peut considérer cet exemple de graphe comme une œuvre potentielle, une méta-œuvre qui donne lieu à un ensemble de compositions à partir de ce réseau.

Cette logique de relation entre éléments sonores est poussée à un niveau supérieur par la recherche formelle et compositionnelle entreprise notamment par Boulez avec sa *Sonate 3 pour piano* ou encore Stockhausen avec son *Klavierstück XI*. Ce sont des exemples d'*œuvre ouverte*, proposant une incursion de l'aléatoire en soumettant à l'interprète des sections qu'il interprète dans l'ordre qu'il désire.

4. Selon l'expression de Béatrice Ramaut-Chevassus qui décrit cette composition, « le son est visualisé dans un espace fixé » [ram00].

Cette organisation en réseau concerne alors des pans de la partition et l'interprète est obligé de se plier à cette contrainte qui lui demande de réaliser la pièce en choisissant son propre parcours qui peut varier à chaque fois.

1.3.4 L'informatique au confluent de l'analyse et de la composition

L'outil informatique a, depuis ses débuts historiques, entretenu un lien immédiat avec une application possible en musique : en effet, la première œuvre créée par ordinateur date de 1956, l'*Illiac Suite* élaborée par Lejaren Hiller et Leonard Isaacson. Ils appliquent des principes algorithmiques et stochastiques en prenant des règles musicales issues du traité d'harmonie de Fux (le *Gradus ad Parnassum*) pour recréer une composition.

Progressivement, s'est constituée au cours du XX^e siècle ce qui désormais peut être considérée comme une activité à part entière où se sont développés des sous-domaines allant aussi bien de la spatialisation du son jusqu'à l'analyse et la synthèse du signal sonore.

S'orientant principalement vers la composition, l'informatique est en fait une passerelle idéale vers l'analyse comme le rapporte Gérard Assayag :

« Le modèle informatique est aujourd'hui à la jonction de l'analyse et de la composition. La discussion n'a cependant porté jusqu'ici que sur la notion de modèle en général. Qu'en est-il de la spécificité informatique ? Elle est tout d'abord pragmatique. Il est banal mais important de rappeler que le tout-numérique donne sa pleine puissance à la notion de simulation (encore qu'il y ait eu des exemples de simulation compositionnelle analogique). Plus significativement, il existe des correspondances fortes entre les problématiques rencontrées dans les diverses branches de la recherche musicale informatique : par exemple, la conduite de processus parallèles obéissant à des contraintes verticales de synchronisation et de cohérence implique, dans les deux cas, la maîtrise de formalismes réglant les relations temporelles des objets

traités ; la même dialectique du hors-temps et du en-temps est à l'œuvre dans les deux disciplines » [Ass93].

Cette relation entre analyse et composition se base sur celle qui existe entre les éléments « hors-temps » et « en-temps », séparation effectuée par Iannis Xenakis [Xen92] qui suggère que les éléments sonores sont à manipuler soit dans un contexte temporel (dans le cadre de l'interprétation de la pièce), soit dans une activité qui isole du continuum temporel. L'ordinateur est un cadre qui facilite le passage d'un domaine à l'autre.

1.3.5 Représentation analytique et informatique

Il résulte de ce qui vient d'être dit qu'une passerelle entre l'analyse et la composition soulève la question de la représentation musicale, a fortiori dans un cadre informatique. Cette perspective est un débat toujours actuel, notamment à propos des problèmes épistémologiques entre l'utilisation d'outils informatiques et l'analyse qui se rapportent au transfert de méthodes entre deux domaines différents. Nous renvoyons à [Bau05] pour une étude de cette problématique qui s'insère dans le cadre plus général des rapports entre musique, science et technologie.

Toutefois, nous croyons que la représentation et la formalisation induites par l'informatique rassemblent l'analyse et la composition au lieu de les diviser comme le formule Gérard Assayag :

« Enfin, l'informatique a tendance à unifier les deux instances, explicative et générative, du modèle. En effet, un programme d'ordinateur est d'abord un texte, exprimant avec les conventions d'un langage formel un réseau de relations. Il donne lieu, lors de son exécution, au déploiement dans le temps d'un processus dont la forme est réglée par ces relations. Il reproduit ainsi lui-même, par une sorte de mise en abyme, la dialectique modèle/simulation. Le programme d'ordinateur, implémentant un calcul compositionnel ou une formule d'analyse, occupe donc une position idéale pour peu qu'il veuille bien exhiber sous une forme assimilable sa composante logique. C'est le pas, important

à nos yeux, qui a été franchi avec la programmation visuelle, technique par laquelle on substitue au langage formel évoqué plus haut une représentation graphique schématique équivalente » [Ass93].

Le passage entre ces deux catégories est facilité par l'interface informatique, interface à prendre autant dans le sens de frontière que de visualisation informatique. Selon Gérard Assayag, cela est alors indissociable de la notion de modélisation puisque les données informatiques doivent conserver ou ajouter un sens à la pratique musicale :

« Construire des structures, exprimer des calculs n'a d'utilité que dans la mesure où données et résultats peuvent être interprétés et représentés dans des dimensions musicalement significatives telles que hauteur, durée, intensité ou timbre, pour se limiter aux catégories traditionnelles. Fournir des interfaces visuelles et auditives qui améliorent cette interprétation est alors impératif » [Ass93].

L'interface est donc, plus qu'un choix éventuel, une obligation fixée par le domaine musical qui est soumis à l'interprétation.

1.4 Analyse computationnelle

Le problème de la part de rationalisation possible dans l'analyse musicale est toujours sujet à débat surtout au vu des développements théoriques et analytiques concomittants qui effacent la frontière entre l'intention du compositeur et la recherche de structures inhérentes à la pièce étudiée et que relève Célestin Deliège dans sa critique de l'analyse contemporaine [Del89].

1.4.1 L'analyse, discipline humaine à rationaliser ?

L'informatique musicale se positionne sur une dichotomie entre un domaine artistique et un domaine scientifique. L'analyse comporte la même part de dualité et c'est ce que relève le compositeur Yizhak Sadai :

« . . . l'analyse musicale n'est ni un art ni une science, mais plutôt un genre d'*artefact* qui [les] implique tous les deux ; ceci, à condition que l'analyse musicale puisse contribuer à la réfutation (et à la conception) de certaines théories relatives à la musique, d'une part, et contribuer à l'interprétation (et à la création) musicale, d'autre part⁵ » [Sad03].

Cette esquisse de définition nous renseigne sur la fonction de l'analyse, qui se doit de combiner ces deux aspects a priori antinomiques que sont l'art et la science. Pour reprendre une expression que Pierre Boulez emprunte à Baudelaire [Bou64] « il est impossible qu'un poète ne contienne pas un critique⁶ ».

Cependant, le terme même de discipline que nous employons est sujet à débat, et même à contestation ; nous nous contenterons d'affirmer, tout comme le compositeur Fabien Lévy qui admet ce point, qu'elle caractérise un ensemble de méthodes subjectives qui traduit une réception, puis une interprétation/création qui forme un discours sur la musique [Lév02]. Rassembler toutes les applications mathématiques possibles autour de l'analyse musicale ne suffit évidemment pas pour en constituer une discipline académique. Un choix épistémologique préliminaire est de se focaliser sur des domaines où seule une approche mathématique, ou scientifique, permet de clarifier leur conception. Par exemple l'analyse musicale se retrouve dans la majeure partie des cas confrontée au problème de la segmentation qui n'est jamais l'objet d'une démarche formalisée, ou tout du moins expliquée.

1.4.2 Computationnel et non informatique ?

La récurrence de travaux computationnels et non plus informatiques traduit une évolution qui n'est pas définie dans la majeure partie des cas, même si elle laisse supposer une approche différente.

Pour préciser ce terme de « computationnel », nous adaptons la distinction opérée par Sylvie Ratte pour définir la linguistique computationnelle, la

5. Page 247.

6. Page 5.

linguistique-informatique, l'informatique-linguistique, et l'ingénierie linguistique au sein du domaine du traitement automatique de la langue [Rat95]. Nous allons également utiliser des raccourcis de langage en généralisant à la musicologie en général, même si notre souci porte sur l'analyse musicale ; par conséquent, nous allons effectuer une distinction entre musicologie (analyse musicale) computationnelle, musicologie (analyse musicale) informatique, informatique musicale (pour éviter le terme informatique musicologique) et ingénierie musicale. Bien évidemment, cette classification est sujette à discussion mais elle va néanmoins préciser ce que nous voulons entendre par le terme computationnel, puisqu'il va de soi qu'un traitement informatique qui concerne l'analyse de la musique n'appartient pas automatiquement à l'analyse computationnelle.

Un premier élément que Sylvie Ratte avance est valable pour toute discipline et concerne l'étape franchie lorsqu'on ne se contente pas de traduire des objets en termes informatiques et que l'on étudie la nature informatique de ces données a priori :

« L'adjectif *computationnel* n'est là que pour souligner le fait que l'intérêt théorique n'est plus celui de la conceptualisation des connaissances relatives aux données mais bien celui de la conceptualisation relative au **calcul**. *Computationnel* ne rime pas avec *pratique*, ni nécessairement avec *programme* » [Rat95].

Nous allons décrire plus en avant les quatre voies de recherche citées plus haut :

- La plus simple à définir (et d'ailleurs le terme le moins fréquent) est celui de **l'ingénierie musicale**. Dans ce champ la direction de recherche est directement dépendante de l'informatique et des contraintes physiques de l'ordinateur, traitant ainsi des solutions algorithmiques optimales et des structures d'information réalisables sur une machine. C'est la voie de **l'utilisation** ou de **l'application** ; le chercheur-ingénieur *utilise* les résultats théoriques existants lorsque ceux-ci peuvent aider à la réalisation informatique mais ne vise pas à contribuer à la théorie musicale ou musicologique. Nous laisserons de côté cette approche dans la suite.

- La **musicologie informatique** s'intéresse également à la mise en œuvre informatique mais d'un autre point de vue, celui du musicien ou analyste. Elle ne vise pas nécessairement la construction de programmes efficaces du point de vue de la complexité informatique (bien que ce problème peut être déterminant dans la résolution de problèmes spécifiques). Elle s'intéresse à la mise en œuvre d'une théorie musicale spécifique afin de réaliser un programme qui, une fois confronté à un ensemble de données de base (que ce soit une œuvre précise ou bien un ensemble de pièces musicales), pourra être augmenté et fournir des rétroactions théoriques. On espère ainsi que la mise en œuvre informatique puisse faire bénéficier la théorie musicale des connaissances obtenues par les contraintes fixées par le traitement de données informatisées. L'intérêt porte sur cette interaction entre la mise en œuvre et la théorie. Cette catégorie constitue **l'adaptation**.
- La troisième voie, **l'informatique musicale** constitue une espèce hybride des deux premières. Elle s'intéresse à simuler sur un ordinateur un comportement musical donné, soit en adaptant les niveaux de représentation proposés par une théorie musicale existante, soit en élaborant une théorie de ces niveaux où les interactions seront strictement nécessaires d'un point de vue opérationnel et fonctionnel. On cherche ici à obtenir, à partir d'une entrée d'un type donné, une sortie spécifique, c'est-à-dire un comportement. Les niveaux de représentation pouvant être définis en théorie, on aura à imaginer de toutes pièces des modes d'interaction entre ces niveaux. Dans certains cas, on ira jusqu'à reléguer les abstractions théoriques au rang d'épiphénomènes des mises en œuvres (thèse connexioniste), dans d'autres, on réajustera les processus d'interactions et le statut de chacun des niveaux de représentation proposés. On veut vérifier une équivalence de comportement entre la sortie du programme et ce qui est observable chez l'humain. C'est la voie de la **simulation**.
- La **musicologie computationnelle** constitue non pas une quatrième voie distincte mais regroupe plutôt les deux dernières avec une troisième qui est constituée par la *modélisation*. Dans ce dernier axe de recherche, le chercheur

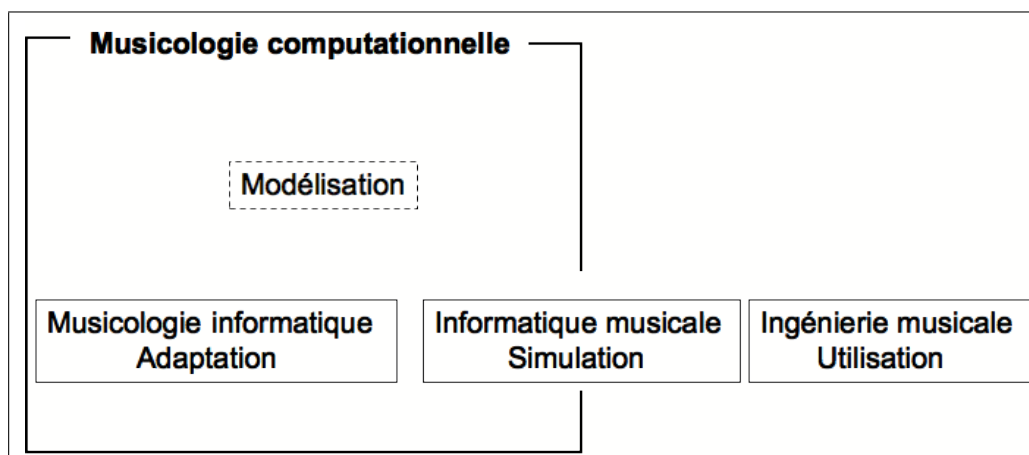


FIGURE 1.2 – Taxinomie des approches informatiques en musique : l’ingénierie musicale, l’informatique musicale, la musicologie informatique et la musicologie computationnelle regroupant ces deux dernières à l’aide de la notion de modélisation.

élabore des hypothèses sur les niveaux de représentation nécessaires pour rendre compte d’un aspect computationnel de la musique et développe des modèles théoriques de ces interactions. Cette quatrième voie ne vise pas à mettre en œuvre une théorie donnée comme c’est le cas sous le thème de l’adaptation, ni à simuler un comportement spécifique sur un ordinateur comme c’est le cas sous le thème de la simulation. Elle propose plutôt des modèles computationnels de certains aspects musicaux, i.e. une analyse en termes d’opérations de base, de niveaux de représentation et d’interactions fondamentales. Ces modèles ne prétendent pas reproduire un comportement spécifique ni réaliser la mise en œuvre d’une théorie musicale particulière, mais bien d’expliquer grâce à des modèles (machines formelles, transformations algébriques, etc.) la part computationnelle de la musique.

Nous montrons cette nomenclature sur la figure 1.2 où la musicologie computationnelle englobe en partie deux des catégories en y rajoutant la part de modélisation, dont nous allons parler un peu plus loin dans un des exemples qui illustrent le caractère computationnel de notre champ de recherche.

Nous citons d’emblée le travail de Moreno Andreatta qui porte sur la définition

et la constitution d'une musicologie computationnelle : cette nouvelle approche en musicologie s'appuie sur son caractère « systématique », telle qu'elle s'est constituée vers la fin du XIX^e siècle. Une approche algébrique de la théorie musicale est le point de départ de cette perspective qui propose des méthodes mathématiques permettant la résolution de problèmes de combinatoire musicale, grâce à la formalisation et l'abstraction qui, transposées sur un plan informatique, offrent des implémentations de paradigmes algébriques sous *OpenMusic* et leur manipulation dans un contexte musical qui mettent en lumière le caractère computationnel des conceptions musicales du XX^e siècle [And03].

Adopter une approche computationnelle dans l'étude d'un objet, c'est pouvoir l'étudier selon trois niveaux d'abstraction définis par le neuroscientifique David Marr [Mar82] :

1. le niveau du mécanisme : description de la tâche des éléments physiques du cerveau (ou de l'ordinateur) ;
2. le niveau algorithmique : description de l'algorithme qui contrôle l'activité du matériel. Cette approche offre une variation presque infinie sur les mises en œuvre possibles puisque celles-ci dépendent du matériel ;
3. le niveau computationnel : le plus haut niveau d'abstraction. Il s'agit d'analyser le problème en terme de traitement de l'information, c'est-à-dire ce qui est « calculé » (*computed*) et de fournir des modèles mathématiques de ce problème.

L'équipe *Représentations Musicales* au sein de l'IRCAM axe ses travaux dans le sens de cette musicologie computationnelle. Nous donnons comme premier exemple d'approche computationnelle le travail de Grégoire Carpentier qui s'intéresse à l'orchestration, activité empirique. Il modélise une résolution de ce problème sous la forme d'un système d'optimisation multi-critères qui utilise la puissance de calcul de l'ordinateur afin de permettre l'exploration de l'espace des alliages de timbre et l'évaluation des combinaisons instrumentales a priori les plus pertinentes pour le compositeur. La part de simulation, constituée par la réalisation des assemblages sonores, s'accompagne d'une recherche adaptative dans le sens

où elle s'appuie sur les choix du compositeur pour guider la solution. Par ailleurs, la puissance du modèle est démontrée par le fait que la méthode empirique se dote d'une dimension nouvelle en permettant une exploration d'orchestrations possibles que le compositeur n'aurait probablement pas imaginée [Car08].

En ce qui concerne l'analyse musicale, une approche computationnelle de la détection de répétitions au sein d'une pièce musicale a été développée par Olivier Lartillot. Cette systématisation se base sur la formation d'un modèle de mémorisation progressive de schéma musical à partir de principes qui simulent l'écoute et la cognition humaine. Grâce aux capacités combinatoires permises, il peut alors mener une exploration plus poussée et offrir une lecture analytique exhaustive que ne permettrait pas la simple audition de l'œuvre. Sa méthode permet d'explicitier et de proposer une systématisation de l'analyse musicale en se basant sur un schéma perceptif humain [LN04].

Nous évoquons enfin le travail de Jean Bresson dont l'intérêt porte sur la modélisation du phénomène sonore : cette problématique naît dès lors que la production sonore est assurée par l'informatique et non plus par un interprète. L'écriture musicale en vue de la composition doit permettre de déterminer un niveau symbolique qui est porteur de sens et un support formel par la possibilité de construire un système de représentations et non pas d'en imposer un, qui soit adapté à chaque situation musicale. La réflexion porte sur la part computationnelle du son et sur la façon dont il peut être manipulé et compris par le musicien ou l'auditeur [Bre07].

La notion de modèle est commune à tous ces cas. Une première définition de la modélisation d'un objet serait de le considérer à travers un ensemble d'éléments, concrets ou abstraits, se référant à cet objet. Pour ce faire, il faut l'introduire dans un champ de discours selon Berthier dans sa réflexion sur le lien entre la connaissance et l'ordinateur :

« L'activité de modélisation a pour but de rassembler en un discours cohérent un certain nombre d'expériences ou d'observations considérées comme liées entre elles d'une manière qui reste à éclaircir ou à déterminer au cours du processus même de modélisation » [Ber02].

Nous avons précisé plus haut la caractérisation de l'analyse comme étant un discours sur la musique ; la modélisation peut être ce discours qui explicite et définit l'analyse.

La notion de modèle en science ne possède pas la même portée selon les domaines ; ainsi Pascal Nouvel annonce sur sa recherche sur cette notion qu'il décrirait en physique un point de vue et une manière de représenter un phénomène alors que pour un climatologue il vise dès le départ à la simplification nécessaire à la compréhension [Nou02].

La compréhension du modèle est indissociable de sa représentation comme l'énonce Berthier qui assimile sa représentation à son expression :

« [La représentation d'un modèle est] une expression de ce modèle (une manière de l'exprimer, peut-être partiellement) qui introduit des éléments supplémentaires [...] qui supportent des modes opératoires effectifs [...] et destinés à faciliter le traitement pragmatique des questions qui ont conduit à construire le modèle » [Ber02].

1.4.3 Vers une analyse musicologique computationnelle

L'analyse musicale peut profiter de la puissance de calcul pour dans un premier temps appliquer des techniques complexes ou coûteuses (ce que vise l'ingénierie) ; le caractère computationnel suggère le dépassement de l'application de techniques analytiques existantes.

Dans notre cas l'analyse musicologique computationnelle est une démarche visant, à partir de modèles analytiques, à étudier de quelle manière elle fournit une aide à l'analyste.

Par exemple, une interface d'analyse computationnelle dans le cadre de cette définition doit pouvoir apporter une valeur ajoutée à l'activité de l'analyste. Elle est à distinguer d'une analyse informatique qui serait une transposition pure et simple d'une activité humaine à l'ordinateur, dont nous avons présenté les enjeux [Ahn08].

Nous définissons l'analyse computationnelle comme un procédé qui permet

d'explorer l'œuvre visée et sa combinatoire en créant des abstractions informatiques qui permettent d'explorer l'espace abstrait de la composition, et ce sous l'impulsion du lien entre musique et science. Nous ne voulons néanmoins pas définir une activité purement scientifique, ce qui serait inutile comme le décrit Gérard Assayag :

« En effet il n'y a pas de valeur de vérité en musique et il est vain de chercher dans les structures d'enchaînement musical des structures de raisonnement, pour la raison déjà avancée que la flèche entropique du temps d'écoute interdit le signe d'équivalence entre les termes successifs. Par contre toute l'histoire de la musique confirme qu'il n'est pas absurde d'en considérer le discours, à un certain niveau, comme un langage formel, c'est-à-dire comme un ensemble d'expressions bien formées relativement à un système de règles et d'objets primitifs posés comme axiomes (que certains appellent aussi le matériau)⁷ » [Ass09].

La musique ne peut être formulée toute entière en termes logiques (une musique ne peut être « vraie » ou « fausse ») et ce problème de l'analyse assistée par ordinateur met en jeu la dualité entre informatique et musique, qui est comprise dans celle plus générale entre science et art.

L'élargissement de cet exercice musical a ainsi donné naissance à un nouveau type d'analyse où l'on reconstruit des schémas compositionnels dont nous verrons des exemples plus loin. D'un autre côté, si l'on considère uniquement l'analyse en soi, la modélisation computationnelle est le cadre pour généraliser, multiplier et confronter les interprétations de l'œuvre, voire même les étendre.

1.5 Problématique

Dans cette démarche computationnelle, notre intérêt porte sur l'étude de l'analyse musicale et son développement conjoint à celui de l'informatique qui dans

7. Page 14.

ses développements a posé la question de l'emploi du graphe en tant que modèle analytique, autant dans sa structure que dans sa représentation.

Le champ de l'analyse a abouti à la formation d'un outil, les K-réseaux (K-nets en anglais, du nom de son créateur Henry Klumpenhouwer). La puissance descriptive permise par ce graphe, qui met en relation les notes d'une partition, a été utilisée par de nombreux analystes sans qu'il ait été l'objet d'une automatisation par le biais de l'informatique. En effet, la complexité induite d'une part par la caractérisation de cet outil ainsi que d'autre part par la difficulté d'automatiser l'activité de l'analyste musical rend cette tâche d'autant plus difficile.

Ces réseaux ont été utilisés entre autres par David Lewin, qui par son ouvrage *Generalized Musical Intervals and Transformations* [Lew82a] a étendu et généralisé cette démarche dans ses travaux. Ainsi, la Set Theory, en tant que théorie musicologique, trouve ses ramifications théoriques et applicatives les plus poussées à l'aide de la généralisation d'un processus transformationnel dont la représentation sous forme d'un graphe est la plus naturelle, ou tout du moins intuitive.

Notre réflexion a placé la représentation au cœur de la relation entre composition, analyse et informatique. Au sein de cette configuration, nous voulons aborder la place de l'informatique dans cette interaction en étudiant dans quelle mesure elle peut contribuer à lier l'analyse aux autres catégories. En particulier, cette entreprise étudie comment l'analyse, suite aux développements théoriques en musicologie, trouve une concrétisation informatique parmi plusieurs de ses aspects.

Nous envisageons dans un premier temps le rapport entre l'analyse et la composition que l'informatique permet d'explorer, grâce à la reconstitution d'œuvres et leur formalisation en programmes informatiques.

Ensuite, nous nous orientons vers l'analyse musicale telle qu'elle est pratiquée et pour aborder cette démarche de l'analyste, notre intérêt se porte sur une branche théorique requérant l'utilisation d'outils peu implémentés (dans le cas de la Set Theory), voire jamais implémentés (le cas des K-réseaux) à cause de leur complexité d'utilisation. En posant l'hypothèse que l'analyse est un procédé reposant sur une segmentation et la mise en correspondance de cette segmentation, elle

procure l'occasion de nous diriger dans cette voie en nous interrogeant d'une part sur son caractère informatique au sens premier du terme, c'est-à-dire sur ce qu'elle comporte comme information (que cherche l'analyste ?) et comme caractère automatique (comment cherche l'analyste ?).

D'autre part, la démarche analytique étant traditionnellement littéraire, le souci de représentation se place encore plus au cœur du problème musical, ce qui était déjà le cas avec la partition musicale notamment. L'abstraction informatique induit une abstraction du fait musical qui peut laisser libre cours aux choix de sa représentation, et par là même celle de l'analyse. Se concentrer sur la représentation permet d'envisager autant l'analyse en vue de la composition que l'analyse en tant que discipline en soi.

1.6 Méthodologie

Afin de se munir d'un point de départ pour notre travail, nous avons dû effectuer un choix restreint d'œuvres musicales et également un choix précis d'analyses connues sur ces œuvres. En effet, la difficulté de la modélisation d'analyses tient aux différentes théories existantes afin d'aborder l'analyse ainsi que les différentes analyses existantes d'une même œuvre. Cette base permettra en plus de confronter nos résultats à l'existant. Une première restriction nous conduit l'étude d'œuvres courtes comme André Riotte l'indique en insistant sur la nécessité de préserver une dimension créatrice, c'est-à-dire le caractère unique et non reproductible de la composition :

« . . . une analyse formalisée visant à construire un modèle informatique d'une partition de grande envergure est le plus souvent vouée à l'échec. Car s'il existait un modèle rigoureux et univoque d'une œuvre de grandes dimensions, ce serait le signe qu'elle relève d'une organisation symbolique indépendante de sa traduction sonore, sorte d'archétype mécanisable ayant une valeur absolue⁸ » [Rio03].

8. Page 66.

De plus, nous n'aborderons que les théories analytiques récentes, sur lesquelles le débat est toujours d'actualité comme par exemple la Set Theory que nous évoquerons en détail plus loin. Malgré les critiques que ces théories peuvent engendrer, leur application informatique constitue l'occasion de la confronter à celles-ci. Ainsi nous excluons certains domaines musicaux dont la tonalité.

Dans le cadre de l'analyse musicale computationnelle, nous partons de la reconstitution d'une œuvre à partir d'une analyse qui révèle la démarche du compositeur. Partant de cette analyse, nous envisageons des reconstructions informatiques, modèles abstraits qui permettent d'explorer le voisinage de l'œuvre et d'envisager une méta-composition dans laquelle la structure de graphe joue déjà un rôle prépondérant. Nous nous appuyerons sur une analyse des *Structures* de Boulez réalisée par Ligeti [Lig75] qui décrit en détail la démarche compositionnelle de Boulez. La reconstitution des procédés compositionnels s'effectuera à l'aide de deux logiciels, *OpenMusic* [Ago98] et *Rubato* [Mil06], environnements graphiques dédiés à la composition.

Le logiciel *Rubato* s'appuie sur une base théorique puissante formée par la théorie des catégories. La formalisation des concepts transformationnels a suivi l'évolution des mathématiques qui a débouché sur ce champ récent en mathématiques qui permet une grande formalisation des concepts existants. La question se posera de savoir si les catégories, outil d'abstraction analytique et représentatif peut trouver une application dans une formalisation de l'analyse musicale sous forme de graphe, et en particulier dans la modélisation des K-réseaux.

Nous nous intéressons ensuite à l'emploi du graphe selon deux directions correspondant à la séparation que nous effectuons au niveau de l'analyse musicale, qui consiste en une segmentation de la pièce musicale avant de donner une représentation, ou interprétation analytique. Dans cette optique, notre première préoccupation portera sur la segmentation et utilisera un graphe dans le but de réaliser une segmentation d'une œuvre et nous envisageons lors de cette étape l'application des K-réseaux dans cette démarche.

Toutefois, de par leur caractère éminemment visuel, ces réseaux doivent être explorés dans un cadre qui s'intéresse à la représentation analytique. Nous traiterons donc la mise en représentation d'une segmentation en décrivant comment l'analyse peut aborder cet aspect.

1.7 Plan

Nous divisons le corps du manuscrit en deux parties distinctes : la première partie, composée de deux chapitres, se concentre sur la description de l'analyse musicale en traitant ses fondements théoriques et ses applications en informatique tandis que la seconde présentera les contributions et travaux effectués.

Le chapitre 2 constitue un état de l'art qui débute par la précision de la démarche analytique qui nous concerne et en particulier sa décomposition en deux étapes distinctes qui sont la segmentation et la mise en rapport de ces segments. Nous effectuons ensuite un tour d'horizon des rapports entre l'informatique et les différentes ramifications de l'analyse que nous étudions avant d'évoquer les problèmes de représentation et d'encodage de la musique. Nous concluons ce chapitre par une revue des techniques d'analyse assistée par ordinateur en y incluant quelques aspects de la composition dans laquelle est mêlée un processus d'analyse.

Le chapitre 3 fournit une boîte à outils du musicologue contemporain des techniques transformationnelles possibles en musicologie. Une première étape consiste à résumer le déroulement historique de l'évolution musicologie qui nous mène aux définitions et éléments de base à la compréhension de la théorie musicale récente, qui se base principalement sur la Set Theory dont Allen Forte a défini les enjeux majeurs [For73], ainsi qu'un panorama des théories musicologiques contemporaines qui découlent en majeure partie de cette théorie.

La seconde partie débute avec le chapitre 4 qui s'arrête sur l'analyse de Ligeti des *Structures* de Boulez et sur leur modélisation dans deux interfaces informatiques, *Rubato* et *OpenMusic*, qui aboutit à des dispositifs permettant de généraliser la conception de la pièce et de créer un modèle abstrait permettant la génération

de pièces d'après un schéma analogue. Nous le terminons en présentant la théorie des catégories qui est le cadre théorique de *Rubato*, et qui a montré sa pertinence par son caractère abstrait pour l'étude des K-réseaux.

Le chapitre 5 concerne la segmentation du *Klavierstück III* de Stockhausen dont l'analyse a été effectuée par David Lewin [Lew93] et s'intéresse à la modélisation informatique de sa segmentation. Après une réflexion sur le problème de la segmentation, nous abordons celle de Lewin qui ne donne aucune justification sur la manière dont il l'a obtenue. Nous proposons une reconstitution. Nos résultats sont ensuite confrontés à celle-ci et permettent donc de soulever des questions sur ce pan du travail analytique qui est souvent peu détaillé. Les K-réseaux sont étudiés dans un contexte théorique qui pose les fondements d'une implémentation.

Le chapitre 6 quant à lui présente le problème de la représentation du graphe en analyse et le place dans la situation de l'utilisation des K-réseaux. En particulier, nous montrons un exemple d'analyse à l'aide de ces K-réseaux et relient ce problème à celui de la segmentation du chapitre précédent.

Nous concluons en exposant la fin de l'analyse de Lewin du *Klavierstück III*, débutée dans le chapitre précédent, consistant à disposer en réseau les segments obtenus précédemment. Il sera là l'occasion de discuter la pertinence du graphe et d'orienter le problème de l'analyse musicale vers celui de la représentation.

Première partie
L'analyse musicale

2

État de l'art

2.1 Présentation de l'analyse musicale

2.1.1 Définition générale de la démarche analytique

Il nous faut d'abord éclairer ce que nous entendons par démarche analytique : elle consiste en une segmentation de la partition qui précède une étude de cette segmentation réalisée à travers ce que nous appelons un résultat analytique.

Cette description de l'analyse musicale, reposant sur une séparation théorique, est corroborée par Molino. Adoptant un point de vue structuraliste, il suggère ces deux étapes (à laquelle il rajoute une discrétisation) :

« L'analyse musicale se trouve à peu près dominée par les modèles combinatoires dont les démarches et les principes ont été mis en évidence et explicités par la linguistique structurale, et plus généralement le structuralisme ; segmentation, réduction à des unités discrètes, lois de combinaison des unités de chaque niveau selon des configurations données ou possibles¹ » [Mol86].

Le résultat analytique est constitué de ces « lois de combinaison » entre les segments. La segmentation et son agencement définissent le travail analytique.

1. Page 11.

2.1.2 Limitations

Cette définition générale et schématique paraît naturelle au vu de l'analyse musicale vue jusqu'ici. Cependant elle n'est pas applicable pour tout type d'analyse. Elle exclut notamment des théories analytiques telle que la théorie schenkerienne² qui ne repose pas sur une segmentation et qui consiste à obtenir une réduction de la partition jusqu'à obtenir la structure fondamentale (*Ursatz*). Cette technique vise à retrouver une structure fondamentale d'une œuvre tonale à l'aide de raffinements et de prolongations. Ces étapes peuvent être représentées à l'aide de ramifications à l'image de l'arbre de prolongations de la théorie générative de la théorie tonale que nous verrons dans le prochain chapitre.

Par ailleurs, à l'image du lien entre la représentation et l'analyse, ce lien entre segmentation et résultat analytique (que nous préciserons par la suite) est sujet à ambiguïté comme nous le verrons plus loin.

Pour se limiter à un objectif global, nous citons Célestin Deliège qui affirme que « l'utilité de l'analyse musicale est de parvenir à un découpage correct de la pièce et à donner une représentation claire de l'ordonnance de ses structures³ » [Del87a].

Cette activité implicite est essentiellement subjective, et ne prétend pas rendre compte d'une vérité unique apportée à l'œuvre comme l'explique Henri Pousseur qui malgré cette concession souligne l'importance de l'analyse dans la réception de la pièce musicale :

« . . . la procédure ne prétend pas rendre compte de *toute* la réalité de la musique et spécialement de sa présence la plus immédiate, elle *sait* qu'elle renonce à des éléments particulièrement voyants de l'identité et de l'expression, mais ce faisant, elle cherche à mettre en lumière, comme la géologie sous la végétation [. . .] certaines lignes de force, certains piliers ou arcs capitaux⁴ » [Pou87].

Encore une fois, l'analyse consiste en une réduction (ici Pousseur parle de « renonciation ») de certains éléments au profit d'autres que l'on souhaite mettre

2. Ce qui n'empêche pas la recherche informatique dans ce domaine. Voir, par exemple, [Mar04].

3. Page 50.

4. Page 70.

en avant. Cette démarche fait même le caractère unique de chaque analyse, ce que rappelle Molino :

« Lorsque deux analystes étudient avec la même finalité, le même objet en employant deux méthodes différentes, on constate qu'en fait ils n'étudient pas exactement le même objet : ils le découpent autrement et font appel à des aspects partiellement distincts du contexte au sens large » [Mol89].

Le fait même d'utiliser une approche différente modifie l'objet analysé, puisqu'il n'est pas vu d'une même manière. Appliqué à notre décomposition du processus de l'analyse, ce principe entraîne non seulement la différence induite par deux segmentations différentes, mais également par deux organisations d'une même segmentation.

2.2 Représentation et encodage de la musique

L'essor de la musicologie décrit dans le chapitre précédent a profité de l'avènement de l'informatique pour tirer profit de son pouvoir formalisateur et calculatoire. L'étude de l'existant dans ce domaine est déterminée aussi bien par la représentation de la musique que par son encodage, qui ajoute un autre niveau de formalisation.

En vue de l'analyse, se pose déjà le problème de la représentation musicale qui va évidemment conditionner l'analyse future puisqu'elle fixe les objets et un cadre de travail qui limite la démarche analytique.

2.2.1 Objectifs

Le phénomène musical, loin d'une vision évanescence et virtuelle est sujet à la représentation. Nous recitons Pousseur qui affirme qu'elle est même nécessaire à l'écoute musicale :

« Il serait erroné [...] de concevoir la musique comme « durée pure » et de rejeter tout recours à la représentation, à l'identification au moins partiellement spatialisée et spatialisante ; ce serait méconnaître la nature même de notre perception et de notre conscience de la musique⁵ » [Pou87].

La représentation est importante dans le sens où elle fixe un espace sur lequel peut s'opérer la perception musicale et sa compréhension : elle est nécessaire à son interprétation. Nous pouvons même suggérer qu'il s'agit de l'interprétation dans tous les sens du terme, que ce soit la réalisation sonore par les instrumentistes ou encore le point de vue analytique.

Cette nécessité de formalisation obéit à des contraintes que détaille Gérard Assayag :

« Représenter sous une forme musicale une structure ou un processus abstraits – que l'on souhaite au départ aussi peu contraints que possible pour préserver la liberté d'imagination formelle – implique la maîtrise d'un système de représentations musicales, c'est-à-dire d'un ensemble cohérent de structures symboliques aptes à définir les propriétés des objets musicaux et les relations que ces derniers entretiennent à mesure qu'ils se combinent pour former des assemblages de plus en plus complexes. Le système de représentation devra rendre compte de tous les niveaux d'intégration, depuis les ensembles de points et d'intervalles dans les domaines paramétriques de base (hauteurs, durées, intensités, etc.) jusqu'aux systèmes d'agrégation verticale et horizontale (harmonie, polyphonie). La difficulté réside alors dans le repérage et l'extraction d'universaux qu'il sera pertinent de fixer en des représentations informatiques de référence » [Ass93].

Il s'agit, plus que d'une représentation, d'un « système de représentations » qui exige l'incorporation et l'interprétation des paramètres sonores dans un formalisme. Les caractéristiques nécessaires à un tel système induisent de nouveaux

5. Page 70.

problèmes musicaux dont une revue est donnée par Dannenberg [Dan93]. Une problématique courante est la création de niveaux d'abstraction musicale. Une norme admise est le fait que les notes constituent le niveau le plus bas (ou le plus haut) d'abstraction ; néanmoins certains travaux construisent des concepts comme celui de surface musicale pour Cambouropoulos [CW00] ou encore celui d'objet sonique pour Guigue [dLGdBC⁺03] qui travaillent sur la détermination de ces éléments sur lesquels vont porter leur travail d'analyse.

2.2.2 Représentation symbolique / sous-symbolique

Une séparation donnée par Camurri divise les systèmes de représentation en deux catégories majeures. La première est la représentation symbolique, dans laquelle les éléments de base sont munis d'une signification et ont un rôle musical. À titre d'exemple, la note fait partie de cet ensemble, ainsi que les accords, les durées, etc. La seconde est la représentation sous-symbolique où les unités de base ne sont pas significatives : l'exemple d'un signal physique visualisé dont les éléments de base sont des pixels et ne possèdent pas de sens lorsqu'ils sont isolés [CFI94].

La représentation sous-symbolique est un objet d'étude de plus en plus important. On place le son au centre de l'intérêt musical qui fait l'objet de modélisations ou de représentations avec par exemple l'Acousmographe⁶. Les techniques de traitement du signal trouvent donc des applications variées qui vont de l'extraction de mélodie, de tempo de tonalité à la détection de voix, d'artiste, de genre ou même d'humeur.

Nous nous consacrons au support symbolique qu'est la partition et qui a été longtemps la norme reconnue. Après avoir longtemps été la référence pour la musique occidentale classique, les préoccupations de compositeurs ont dépassé ce cadre, axant leur réflexion sur le son notamment avec la musique électroacoustique (comme Pierre Couprie dont le travail a consisté à en élaborer une analyse morphologique [Cou04]) ou encore la musique spectrale. De plus, certaines musiques

6. <http://www.ina.fr/entreprise/activites/recherches-musicales/acousmographe.html>.

ethniques emploient un autre type de représentation, voire même ne possèdent pas de représentation et reposent donc sur une transmission orale⁷.

2.2.3 Encodage de la partition musicale

Définition de la partition

L'avènement de la partition musicale qui survient au XIV^e siècle par Philippe de Vitry et son traité *Ars Nova* (qui donnera son nom au style musical de l'époque) est un tournant dans l'histoire de la musique puisqu'à partir du support écrit qu'est la partition, la composition est l'objet d'un tournant décisif : les symétries, les polyphonies complexes et d'autres transformations visuelles qui représentent en fait des transformations géométriques.

La partition consiste en un système de signes cohérents et auto-suffisants qui identifie la pièce musicale de manière unique, ce que réaffirme le psychologue Sloboda dont les travaux portent sur la perception musicale :

« Ce que notre notation (musicale) permet, est de fixer un degré de détail qui pousse à reconnaître que toute personne qui produit l'œuvre à partir de la notation jouera bien cette œuvre, et non une autre⁸ » [Slo88].

La partition est par conséquent la notation des éléments que l'on peut considérer comme les plus « objectifs » de la création musicale, qui sont la hauteur, le rythme, (même s'il dépend en partie du tempo), et l'instrumentation, ce dernier paramètre pouvant être sujet à discussion et modification pour la plupart des types de musique. Bien que ces paramètres puissent faire l'objet de modifications, ils peuvent être exécutés tels qu'ils sont présentés sur la partition, conférant les traits propres à la pièce musicale et permettant à l'auditeur de l'identifier. Ces paramètres donnent alors une identité à la composition qui peut être qualifiée d'inaliénable et unique.

La partition est un format standardisé : c'est une base partagée et reconnue par tous les musiciens formés dans les institutions qui enseignent selon la méthode

7. On citera en particulier les travaux de Simha Arom en ethnomusicologie [Aro82].

8. Page 346.

usuelle destinée à lire et interpréter la musique. La musique classique préservant cette partition, il existe néanmoins d'autres systèmes de notation (et donc de formats symboliques) fréquemment utilisés (grilles harmoniques de jazz, tablatures, paroles etc.).

On en déduit qu'une partition est un choix de modélisation conventionnel qui implique alors des restrictions que décrit Riotte :

« Si l'on admet la simplification drastique qui consiste à assimiler une œuvre à sa symbolisation par une partition, il est alors possible de l'étudier comme un ensemble de paramètres discrétisés dans un hyperespace (sorte de représentation schématique de l'espace intérieur du compositeur) où certaines propriétés formelles inhérentes au langage utilisé sont mises en évidence lorsqu'on effectue des coupes dans cet hyperespace [...] Il est clair qu'une telle représentation porte en elle-même de fortes limitations : tout ce qui caractérise la subtilité et l'évolution temporelle d'un timbre est éliminé ; tout ce qui caractérise les inégalités micro-intervalliques à l'intérieur des échelles même tonales est gommé ; il ne reste de la musique qu'une sorte de squelette, de géométrisation des propositions et des rapports entre sons. Mais cette « radiographie » a l'avantage de mettre en évidence des relations inhérentes au fonctionnement même du discours musical qui ne seraient pas apparues autrement⁹ » [Rio03].

Comme nous l'avons dit précédemment, le statut de la partition traditionnelle est remis en cause notamment par la musique contemporaine. Nous montrons un extrait de la pièce *Theta* de Boucourechliev sur la figure 2.1, où l'aspect temporel classique de la partition est délaissé au profit d'une réorganisation spatiale d'extraits musicaux.

En outre, l'avènement de la musique électroacoustique pose ce problème de représentation et de disposition temporelle des événements sonores en vue de la composition et de l'interprétation. Nous renvoyons à des travaux sur un nouveau

9. Page 65.

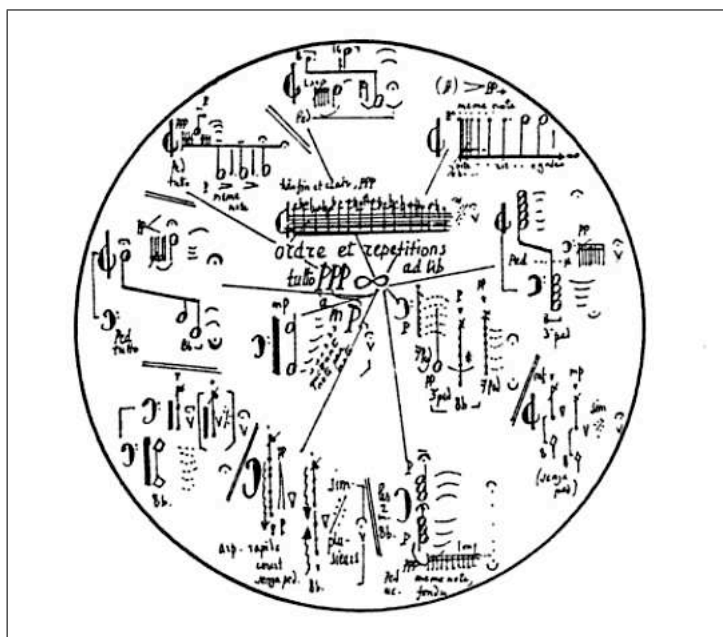


FIGURE 2.1 – Un extrait de *Thêta* faisant partie des Six Études d’après Piranèse d’André Boucourechliev et tiré de [Dub00].

type formel de partition nommé « partition interactive » envisageant dans un cadre plus global la notation de l’organisation temporelle de processus musicaux [All09].

La partition, le niveau neutre

Ce terme de niveau neutre (ou immanent) fait référence à la tripartition employée par [Nat87] qui reprend lui-même ce schéma à Jean Molino. Ce schéma définit, comme son nom l’indique, trois niveaux de sémiologie musicale :

- Le niveau *poïétique* ou le poïésis : c’est le niveau de la création, concernant donc le compositeur, son inspiration et ses influences ;
- Le niveau *esthétique* ou l’esthesis : c’est le niveau de la réception, lié à l’interprétation de l’œuvre musicale et à son écoute ;
- Le niveau *immanent* ou neutre : c’est un niveau intermédiaire propre à la musique, a priori dépourvu de tout sens.

Ce niveau neutre de la partition s'oppose au niveau poïétique qui concerne la production de l'œuvre et au niveau esthésique qui s'intéresse à la réception de l'œuvre.

L'analyse y acquiert son caractère systématique en se plaçant à ce niveau où peut s'exercer un raisonnement selon Pousseur :

« Or c'est bien sur ce niveau neutre, concentré dans « l'œuvre-objet » que représente à plusieurs titres la partition (l'objet physique de ce papier imprimé et relié, certes, mais aussi et surtout l'objet purement logique que représente le programme de relations inclus dans ce système graphique [...]) [...] que s'appliquent les procédures analytiques¹⁰ » [Pou87].

Elle représente une « notation purifiée » pour reprendre l'expression de Boulez [Bou05], qui ne prend pas en compte les erreurs individuelles. Et loin d'être vidée de sens, si on exclut les deux autres points de vue de la tripartition, elle constitue un objet d'analyse en soi :

« Je lui vois une utilité encore plus « détective », consistant à mettre à nu et à rendre accessible, donc praticable, tout ce qui n'est pas rendu évident par la notation, tout ce qui reste implicite dans celle-ci¹¹ » [Pou87].

La perte issue des restrictions de la notation musicale est compensée par la vision analytique qui peut restaurer, voire découvrir les structures musicales non évidentes.

La représentation informatique de la partition musicale

Une norme communément adoptée est une vision hiérarchique de la structure musicale qui considère les objets musicaux comme faisant partie d'une arborescence structurelle qui s'appuierait sur un schéma (étudié par Balaban dans [Bal88])

10. Page 69.

11. Page 68.

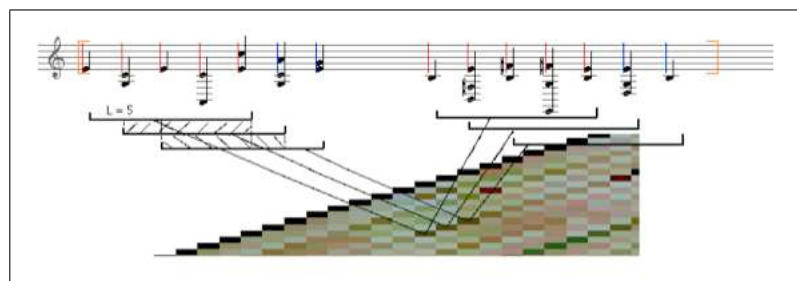


FIGURE 2.2 – La création d’une matrice de similarités par comparaison de séquences mélodiques tirée de [Meu04].

du type : une note est contenue dans un groupe rythmique qui est contenue dans une mesure etc.

Les attributs des notes tels que la hauteur ou le rythme sont quant à eux définis pour chaque note. Les formalismes adoptés en vue de l’encodage musical [Hur02] ainsi que l’utilisation de divers paradigmes informatiques, tels que *Haskell* ou *Prolog* convergent alors vers cette même structure.

Puis à partir du matériau proposé par la partition, il faut choisir un type de représentation musicale. Une vision immédiate, naturellement induite par les formats musicaux tels que MIDI (nous renvoyons à [SF97] pour une présentation complète de ce standard), est de considérer le flux d’informations musicales comme une chaîne de caractères.

Un autre exemple de format est *MusicXML* se basant sur le langage de balisage XML (dont une revue est donnée dans [Goo06]) permettant une manipulation et un échange de fichiers musicaux généralisé.

Une autre représentation est proposée par Benoit Meudic qui utilise des matrices de similarités sur lesquelles s’opèrent ensuite l’analyse proprement dite [Meu04]. La figure 2.2 montre une matrice avec 3 cellules qui sont obtenues par comparaison de paires de motifs.

La représentation à l’aide d’un graphe permet de mettre l’accent sur les relations temporelles entre les événements musicaux et donc l’organisation chronologique de la musique. Madsen utilise un graphe séquentiel représenté sur la figure 2.3 où les sommets représentent les événements musicaux et les liens les liaisons

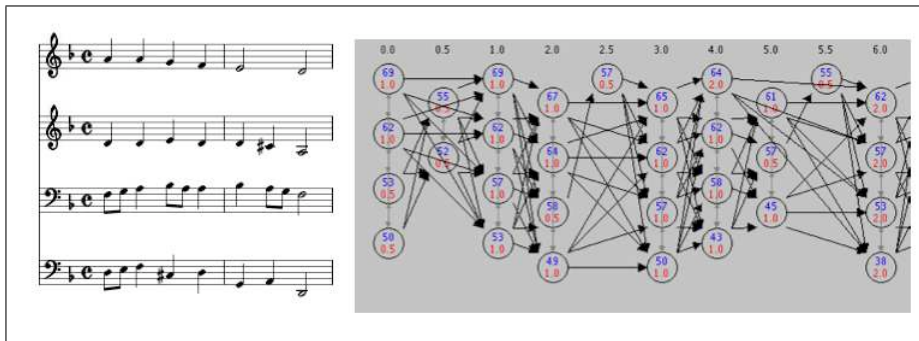


FIGURE 2.3 – Un graphe représentant la partition musicale tiré de [MJ03] où les sommets représentent les événements musicaux et les liens les liaisons temporelles.

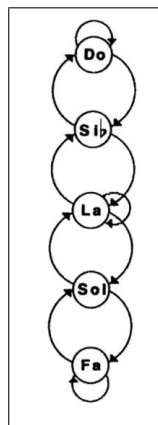


FIGURE 2.4 – Un automate représentant les mouvements mélodiques d’une pièce de Bartók tiré de [Rio80].

temporelles. Ces liaisons temporelles sont de deux types : la succession de deux événements ou la simultanéité [MJ03].

Pour poursuivre dans l’utilisation de graphes, la représentation sous forme d’un automate est utilisée par Riotte [Rio80] afin de formaliser les mouvements mélodiques d’une pièce de Bartók et est montrée sur la figure 2.4. Un automate est une machine abstraite composée d’états représentés sur la figure 2.4 par des ronds, et des transitions entre ces états représentés par des flèches.

Ce modèle est étendu par les réseaux de Petri, automates séquentiels où les événements sont séparés par des transitions. Nous montrons un exemple d’ap-

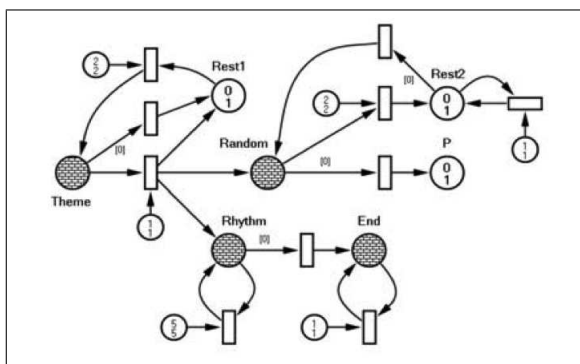


FIGURE 2.5 – Un réseau de Petri représentant la structure d’une fugue tiré de [BHL07].

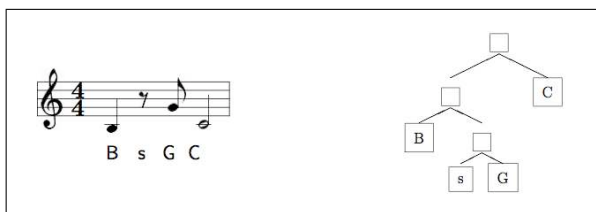


FIGURE 2.6 – Un arbre obtenu de la partition correspondante, tiré de [RMSIM06].

plication sur la figure 2.5 où Baratè emploie un réseau de Petri afin de décrire la structure d’une fugue [BHL07].

La vision séquentielle se double d’une vision hiérarchique avec la formation d’un arbre qui représente la progression de la pièce musicale comme montré sur la figure 2.6. Des techniques de parcours d’arbre peuvent ainsi être appliquées pour par exemple la détection de mélodies [RMSIM06].

Description de *Humdrum*

Nous résumons, à titre d’exemple, les caractéristiques de *Humdrum* [Hur94], qui permet un encodage symbolique de la musique en s’appuyant sur les possibilités offertes par l’environnement UNIX et propose une interface en ligne de commande. Par conséquent il permet d’utiliser les scripts opérant sur une représentation textuelle de la musique, et tire profit de commandes classiques.

La spécification d'un fichier *Humdrum* s'appuie sur une grammaire générique qui permet de construire non seulement une partition musicale, mais d'autres types d'information comme un spectre fréquentiel, les paroles d'une chanson ou encore des pas de danse. Un fichier est un tableau à deux dimensions où les colonnes désignent un type d'information voulu par le créateur, alors que les lignes représentent la chronologie : il représente un ensemble de données séquentielles.

Chaque colonne possède un type de représentation ; le type `**kern` est le plus utilisé et permet l'encodage de la partition musicale. Un fichier *Humdrum* représentant un ensemble de voix d'une partition sera donc un ensemble de colonnes de type `**kern` dont nous montrons un exemple représentant le début d'un choral de Bach par le tableau de la figure 2.7. Au début de la colonne, le symbole `*A` donne la tonalité de la pièce et donc son armure. Les notes sont ensuite décrites en deux parties : un chiffre qui donne sa durée, en se basant sur une base de 4 représentant la croche, puis la hauteur qui est donnée par sa notation anglophone (ici le redoublement de certaines notes signifie le changement d'octave) ainsi que les altérations éventuelles. Enfin, le symbole `=` délimite les mesures. Le type `**kern` permet en outre le codage d'informations supplémentaires telles que les ornements, les liaisons, les phrasés ou encore les glissandos.

Par ailleurs, *Humdrum* fournit une librairie de plus de 70 fonctions dont l'utilisation s'effectue depuis un terminal UNIX. On y trouve deux grandes catégories de fonctions : les fonctions de manipulation permettant d'extraire et de convertir les fichiers de données afin de parvenir à l'information utilisable, et les fonctions d'analyse.

Parmi ces dernières, les plus nombreuses sont les fonctions de recherche de similarités :

- La recherche de similarités : détection de motifs, mesure de corrélations entre deux flux numériques (coefficient de Pearson, mesurant l'intensité et le sens de la relation linéaire entre deux variables quantitatives), mesure de distance d'édition entre deux séquences (plus petit nombre de manipulations élémentaires, i.e. substitution, insertion et suppression, nécessaires pour passer d'une séquence à l'autre), calculs de la quantité d'information ;

**kern	**kern	**kern	**kern
*A :	*A :	*A :	*A :
4AA	4c#	4a	4ee
=1	=1	=1	=1
8A	4c#	4a	4ee
8B	.	.	.
8c#	4c#	4a	4ee
8A	.	.	.
8D	4d	4a	4ff#
8E	.	.	.
8F#	4d	4a	4ff#
8D	.	.	.

FIGURE 2.7 – Exemple de fichier *Humdrum* encodant le choral de Bach *Nun danket alle Gott*.

- L’analyse rythmique : quantification rythmique et détection de syncopes
- L’analyse tonale : estimation de la tonalité ;
- L’analyse sérielle : outils de la Set Theory que nous présentons dans le chapitre suivant)

2.3 Analyse assistée par ordinateur et computationnelle

La modélisation en analyse se décline selon divers paradigmes scientifiques dont nous reprenons en partie la classification donnée par Gérard Assayag [Ass09] et qui vont constituer chaque sous-section. Exceptée la première sous-section qui traite directement du rapport entre analyse et composition, nous présentons ces paradigmes et techniques informatiques par ordre croissant de « degré de simulation » de la théorie existante : cela nous mènera de l’application directe de théories musicales jusqu’aux méthodes cognitives qui se basent sur le comportement humain vis-à-vis de la musique.

Nous commençons par aborder les travaux portant sur la base d’une ana-

lyse en vue de la composition. Ce lien, traditionnellement inversé, est ici facilité par l'informatique et la visualisation comme l'indique Assayag, qui insiste sur la spécificité de la formalisation induite par la représentation et l'encodage nécessaire à la musique :

« Bien sûr analyser et synthétiser/créer dans un contexte de contrôle formel informatique sont fortement réversibles. L'acte d'analyser est par nature un acte de transfert, entre objets, entre codes, entre systèmes de références. L'informatique se plaît à ce jeu, parce qu'elle est elle-même fondée sur la diffusion et la transduction de significations à travers des couches de codage qui dénotent des niveaux d'abstraction différenciés, parmi lesquels le codage graphique occupe une place privilégiée. D'où l'idée d'une analyse orientée vers le transfert visuel ¹² » [Ass09].

Nous terminerons cette description en expliquant dans quelle mesure la représentation porte une part analytique. La suite de la citation d'Assayag vient illustrer le fait que la représentation en soi constitue un outil analytique :

« Les différentes représentations ne sont pas seulement une manière de repérer différents types de rapports entre les espaces de paramètres, mais sont aussi une puissante aide à la pensée, dans le sens où une représentation peut influencer plus ou moins directement le raisonnement. Le musicologue Jean-Marc Chouvel indique qu'une représentation est d'autant plus pertinente qu'elle est prête pour l'interprétation, c'est-à-dire qu'elle résume un réseau de questions musicales. Il appartient au musicologue de valider ou de susciter des représentations, notamment visuelles, qui soient porteuses de sens musical, et donc éligibles à constituer des espaces pour l'imaginaire. de ces nouvelles « visions » de la musique, on peut sans doute espérer de nouvelles idées musicales ¹³ » [Ass09].

12. Page 13.

13. Page 13.

Nous remarquons dans cette citation qui reprend les termes de Jean-Marc Chouvel que la notion de « réseau » est avancée afin de rendre compte de l'interprétation d'une composition. Nous verrons dans la suite que l'organisation sous forme de réseau peut se réaliser dans l'analyse.

2.3.1 Analyse et composition

Parmi les projets dans ce sens, un des plus connus est le logiciel *Experiments in Musical Intelligence* (EMI) développé par David Cope [Cop05]. Son principe est d'effectuer une analyse statistique de pièces musicales afin d'identifier des motifs et de caractériser le style d'un compositeur à partir de cette étape analytique. Ensuite une pièce est créée à partir de ces données obtenues et est comparée de nouveau au corpus de base afin de déterminer si elle est plus ou moins fidèle aux originaux.

Un autre projet particulièrement emblématique du problème de clonage est *Omax* [CA08] qui est un système d'improvisation assistée par ordinateur. À cet effet, il se propose de recréer le style d'un interprète et de l'étendre à des développements ou des proliférations. On traite ici d'improvisation composée qui se base sur l'oracle des facteurs, algorithme permettant de construire de manière incrémentale, et donc compatible avec un déroulement causal et temporel, une représentation séquentielle des événements musicaux captés incorporant la connaissance des structures de motifs.

2.3.2 Interface analytique utilisant la Set Theory

La catégorie analytique la plus naturelle concerne l'élaboration et l'implémentation informatique de théories musicales. Il s'agit d'une conceptualisation prospective, plus ou moins mathématisée, et en ce qui nous concerne porte sur les théories analytiques récentes dont la Set Theory que nous décrirons plus en avant dans le prochain chapitre.

La tentative la plus avancée dans ce domaine est le *Contemporary Music Ana-*

lysis Package ou CMAP [Cas94]. Il définit une interface analytique permettant de manipuler les ensembles de notes avec les outils de la Set Theory mais n'est plus mis à jour.

2.3.3 Analyse motivique

Dans cette partie, nous considérons l'utilisation d'outils de découverte *knowledge discovery* qui considère la musique comme un médium hautement organisé mais pour lequel nous ne disposons pas forcément de théorie a priori. Cette approche permettrait de faire émerger des représentations (visuelles, auditives, haptiques, etc.) porteuses de sens musical et d'interprétation. Ici l'adjectif motivique est à prendre au sens large, désignant aussi bien des détections de mélodies que de cellules rythmiques ou de marches harmoniques par exemple.

Analyses de séquences

La considération des données musicales en tant que séquences de caractères a donné lieu à de nombreux travaux, mettant l'accent soit sur l'aspect théorique du problème général des séquences [Rol98]. Ainsi l'utilisation de *viewpoints* ou « points de vue » définis par Darrel Conklin [Con02] construisent des fonctions liant les objets musicaux au sein d'une séquence musicale et ce sont ces « points de vue » sur lesquels s'effectue la détection de motifs. Les représentations comme *Humdrum* ou *MusicXML* avec sa hiérarchie des objets sont également l'objet de travaux mettant en œuvre des analyseurs syntaxiques [HL04].

Méthodes géométriques

Une vision géométrique de l'espace musical que représente la partition a permis de modifier le problème de l'analyse motivique en un problème de géométrie computationnelle : un motif est une figure géométrique et il s'agit de rechercher des équivalents géométriques dans la partition [ULM03]. La figure 2.8 montre un exemple de détection de motifs dans l'espace dont les ordonnées

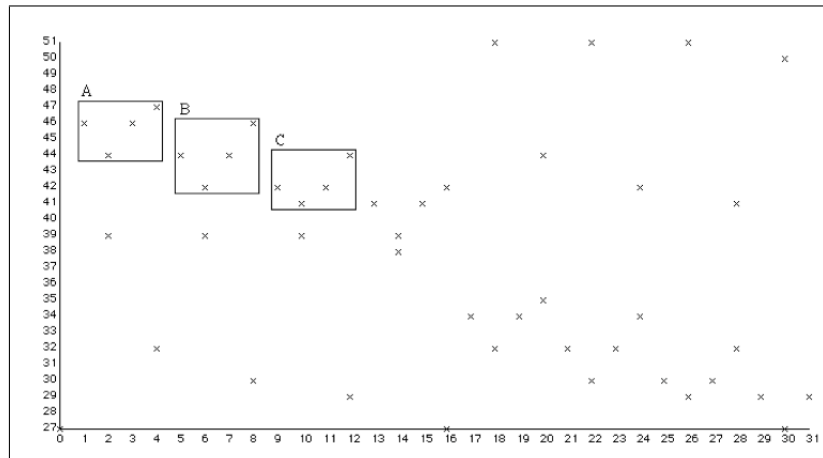


FIGURE 2.8 – la détection de 3 motifs liés dans l’espace musical géométrique temps/hauteur tiré de [MLW03].

représentent les hauteurs et les abscisses les instants temporels. Cette technique s’appuie sur la détection du plus grand motif géométrique qui peut être translaté géométriquement dans cet espace, puis sur la recherche des occurrences de ce motif.

Méthodes d’apprentissage

Les méthodes d’apprentissage sont mises en œuvre dans le but de reproduire ou assister l’activité humaine de l’analyste.

L’analyse paradigmatique, que nous présenterons dans le chapitre suivant, est le sujet de l’application des réseaux de neurones [AW97] afin de classifier les motifs préalablement sélectionnés. Ce même sujet de l’analyse paradigmatique est l’objet de travaux utilisant les algorithmes génétiques [GPC01]. Ils sont aussi employés pour l’analyse motivique afin de mettre en évidence les motifs dans des fugues de Bach [MJ03].

Enfin, les chaînes de Markov cachées (Hidden Markov Models ou HMM), surtout employés en signal, sont aussi employés [RB06] pour l’extraction des motifs de fugues de Bach.

L’incertitude et l’impossibilité d’énoncer des analyses musicales catégoriques

et uniques permet d'envisager des approches utilisant des logiques floues. La détection de motifs mélodiques a été expérimentée en utilisant une méthode floue également [Ove93]. Un système d'apprentissage combiné à une approche floue est également mis en œuvre pour la segmentation rythmique [WD03]. Des caractéristiques tirées de la théorie et de la psychologie musicale sont extraites de combinaisons de segmentation et une évaluation basée sur ces caractéristiques est calculée par un système neuronal flou. L'interprétation dotée du meilleur résultat est donnée en sortie du système.

Approche statistique

Une vision statistique de l'analyse a été utilisée par Huron qui analyse le premier quatuor de Brahms en cherchant à déterminer si un motif particulier de ce quatuor permet de le caractériser. En posant les bases d'une théorie des caractéristiques musicales, il définit d'une manière générale la singularité d'un motif et tente d'évaluer cette singularité. Pour cela il effectue des calculs de fréquences des occurrences d'un motif dans ce quatuor par rapport aux deux autres quatuors de Brahms. Il en déduit que le motif n'est pas caractéristique du premier quatuor s'il se restreint aux hauteurs, mais que sa singularité est significative si l'on prend en compte également le motif rythmique [Hur01].

2.3.4 La cognition et la perception en tant que facteur analytique

Ici se classent les outils basés sur des modèles cognitifs, prenant en compte la temporalité dans l'analyse comme le fait un sujet humain intégrant par exemple le phénomène d'oubli. Il faut voir cette contrainte cognitive, c'est-à-dire la limitation de la connaissance et de la théorie sous-jacente, comme un filtre limitant l'explosion combinatoire inhérente aux approches purement formelles et mathématisantes.

Un des aspects polémiques concernant l'analyse musicale est le facteur de l'écoute en tant que paramètre analytique. La question est de savoir si l'analyse retranscrit (partiellement au moins) une structure audible. Ici le facteur clé sur lequel se base l'analyse est la cognition. Ainsi Emiliós Cambouropoulos se pro-

pose de définir une architecture s'inspirant des travaux de Lerdahl et Jackendorff portant sur une grammaire générative et fournissant plusieurs segmentations de la surface musicale d'une composition [Cam98].

Nous avons déjà évoqué la démarche d'Olivier Lartillot dans la section 1.4.2 qui définit quant à lui l'analyse comme un processus déterminé par l'écoute humaine et fournit une analyse inductive de la musique [LN04].

2.3.5 La reconstruction analytique

Comme nouveau type d'analyse s'est développée la modélisation informatique d'œuvres musicales, pouvant procéder d'une théorie et fournissant à la fois une explicitation systématique de l'œuvre, et une machine de simulation permettant d'explorer son voisinage en variant les paramètres. L'intérêt naît de la confrontation avec l'œuvre originale, qui se présente comme le résultat des choix subjectifs de l'auteur et ses possibles [Mal01].

Ainsi nous renvoyons au modèle de la *Pièce pour quatuor à cordes n° 1* de Stravinsky construit par Marcel Mesnage [MR88] ou bien à une modélisation de *Nomos Alpha* de Xenakis [And04] sous *OpenMusic*. Le cas de *Nomos Alpha* est emblématique dans le sens où la composition s'appuie sur le groupe des transformations du cube que nous représentons sur la figure 2.9 et ainsi la reconstitution permet de manipuler ce groupe et d'explorer la combinatoire de cette composition.

2.3.6 Formalisation et représentation

La formalisation et la représentation graphique en elle-même a un pouvoir analytique en ce sens qu'elle offre un mode de pensée qui structure une idée musicale et surtout une interprétation. Ainsi un ensemble de représentations graphiques peut être porteuse de sens analytique, ce que Krumhansl décrit en détail dans [Kru05]. Nous présentons quelques modèles qui mettent en avant une représentation modifiant la perspective usuelle des objets musicaux.

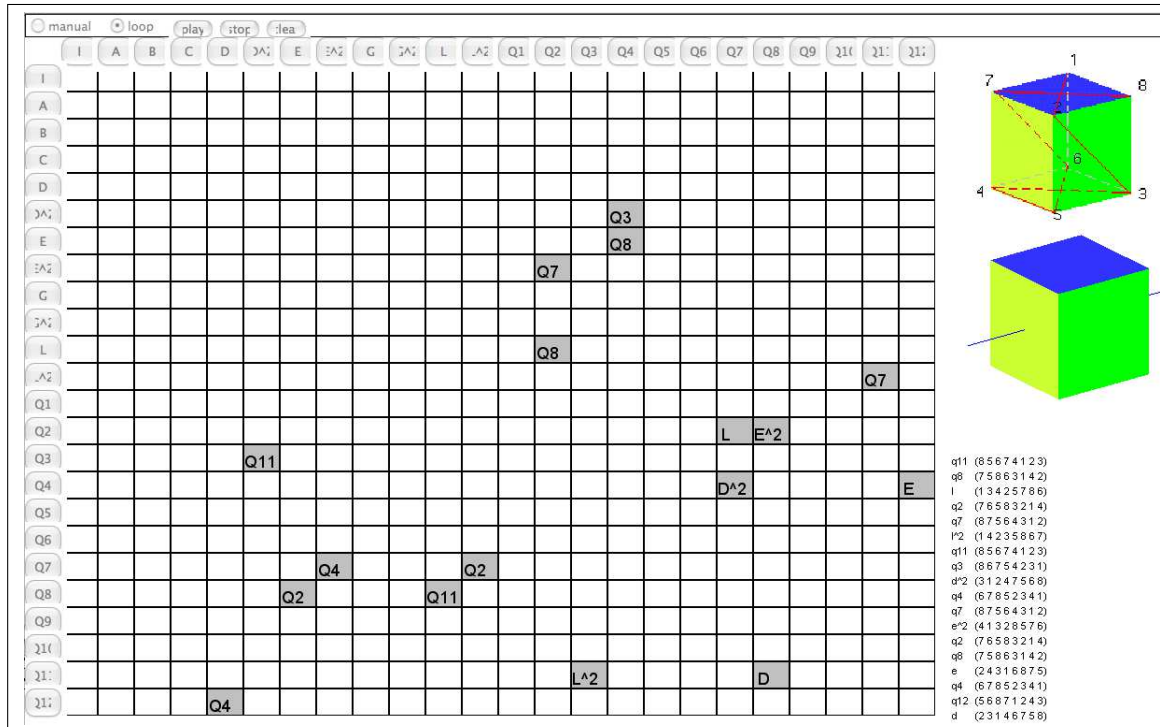


FIGURE 2.9 – L’implémentation sous *OpenMusic* structurant *Nomos Alpha* de Xenakis. Le groupe de rotations est organisé selon la matrice des complexes sonores qui génèrent un ensemble de rotations indiqué en bas à droite.

Les cribles

Les cribles, développés par Xenakis [Xen90] constituent un outil de formalisation algébrique. Un exemple de crible bien connu est le crible d’Eratosthène, permettant de trouver l’ensemble des nombres premiers jusqu’à un certain nombre fixé. La théorie des cribles constitue un pan de la théorie des nombres et vise à déterminer le cardinal de sous-ensembles de \mathbb{N} . Pour notre part, en suivant l’exemple du crible d’Eratosthène, nous considérons qu’elle permet d’opérer une sélection sur un ensemble donné, sélection s’effectuant à l’aide des opérations ensemblistes classiques comme l’union, l’intersection ou le complémentaire. Il faut également définir un espace sur lequel autoriser ces opérations. Xenakis utilise comme espace pour utiliser sa théorie l’ensemble des entiers relatifs \mathbb{Z} .

Voici un exemple de crible que l’on représente de la manière suivante :

$$1_0 = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

Ici, 1_0 signifie que l’on a choisi une origine qui est 0 et que l’on se déplace à droite et à gauche par pas de 1. On a une séquence infinie d’entiers, qui est en fait une droite affine discrète de la forme $\{ka + b, k \in \mathbb{Z}\}$. Par ailleurs, on dit que a_b est une classe résiduelle d’origine b et de modulo a , il est défini par l’ensemble des entiers relatifs qui sont congruents à b modulo a . Tout crible peut se décrire à l’aide de classes résiduelles et des opérations évoquées ci-dessus.

En associant à l’origine 0 une note de référence (par exemple le Do) et à l’unité minimale un intervalle tempéré (par exemple le demi-ton), on peut décrire toute gamme musicale traditionnelle avec ces classes résiduelles. Par exemple, nous pouvons représenter une partie de la gamme chromatique dans le tempérament égal avec l’ensemble 1_0 représenté sur la figure 2.10.

Nous montrons un exemple de gamme représentant le crible résultant d’une union de deux classes résiduelles $3_0 \cup 3_1$.

Les cribles permettent ainsi une formalisation des hauteurs dont un exemple d’application en analyse a été réalisé sous *OpenMusic* sur une pièce de Scriabine, dans laquelle deux ensembles de cribles ainsi que des transformations élémentaires

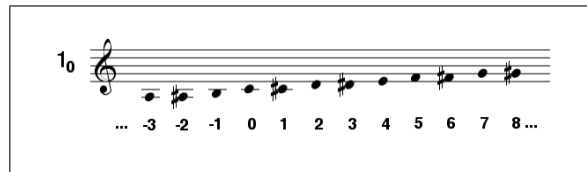


FIGURE 2.10 – Le crible 1_0 et sa représentation sous forme de la gamme chromatique tempérée, tiré du logiciel *OpenMusic* et de sa librairie *MathTools*.

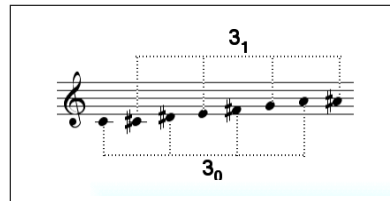


FIGURE 2.11 – Une gamme représentant le crible $3_0 \cup 3_1$, tiré du logiciel *OpenMusic* et de sa librairie *MathTools*.

modélisent les hauteurs de la composition [NAA06]. La capacité d’abstraction des cribles permet également de donner un traitement des rythmes. Cette double utilisation est montrée sur la figure 2.12 où à partir du crible $3_0 \cup 3_1$ qui est représenté en haut dans le cercle chromatique sous forme d’entiers modulo 12 (sous la séquence 0 1 3 4 6 7 9 10), on peut formaliser une séquence de classes de hauteurs en bas à gauche ou sous une forme rythmique en bas à droite. Ainsi, Xenakis introduit un outil adapté à une démarche formelle dans l’analyse musicale et particulièrement à l’analyse assistée par ordinateur puisqu’il souligne que l’implantation est une étape nécessaire pour utiliser cette théorie à la base computationnelle. Il peut être concevable de penser que c’est à partir de l’application des outils issus de la théorie des cribles en analyse assistée par ordinateur que le caractère computationnel de la musicologie a pu être envisagé [And03]. Nous renvoyons à [Ari05] pour une revue complète de l’implantation des cribles et son utilisation.

La spirale tonale

La spirale affichée sur la figure 2.13 offre une nouvelle conception de l’espace des hauteurs, sur laquelle portent les travaux d’Elaine Chew qui utilise la

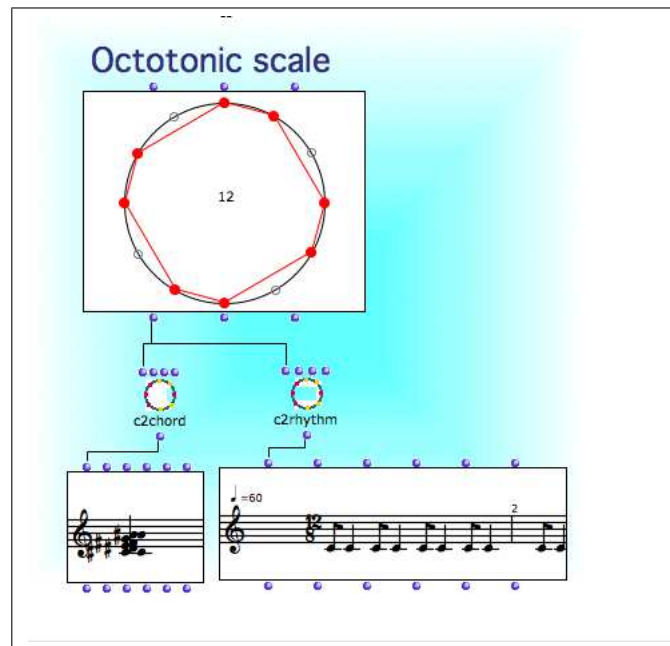


FIGURE 2.12 – La double utilisation du crible tirée d’un patch sous *OpenMusic*.

répartition des hauteurs sur cette spirale en accord avec les canons de la théorie tonale pour étudier la visualisation de phénomènes musicaux [Che00].

Autant les cribles symbolisent l’abstraction informatique par le double emploi que l’on peut en faire tant pour le rythme que pour les hauteurs, la spirale aborde quant à elle le fait que la visualisation met en valeur des notions musicales : en effet, les distances graphiques de la spirale correspondent à certains intervalles musicaux. Les algorithmes portant sur cette spirale ont donc une portée musicale et sont l’occasion de traiter certaines questions comme la détection de tonalité.

L’apport des travaux d’André Riotte et Marcel Mesnage

Nous nous arrêtons plus en détail sur cette section en mettant en avant les contributions de Marcel Mesnage et André Riotte regroupées dans un ouvrage en deux volumes [MR06]. Leur réflexion également part du problème de la partition musicale et donc de la représentation du phénomène sonore, et peut se diviser en

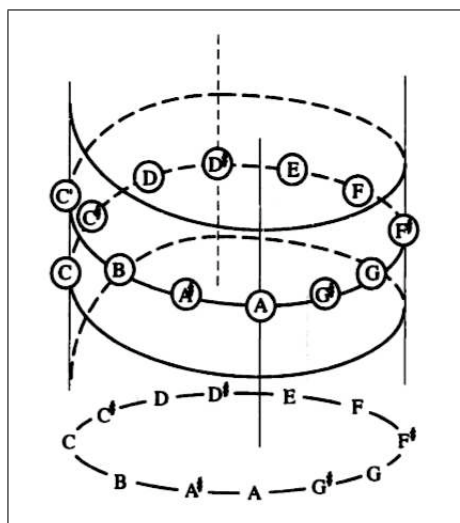


FIGURE 2.13 – Le modèle de la spirale des classes de hauteur tiré de [She82].



FIGURE 2.14 – Un extrait d'une gavotte de Bach tiré de [Mes91].

deux parties qui concernent la formalisation de la partition et la représentation de l'analyse, ce que l'on peut regrouper dans leur terme d' « analyse formalisée » [Rio03] et a donné lieu à une réalisation sous la forme d'une interface, le Morphoscope [Mes93], aujourd'hui non distribué.

Leur réflexion s'articule en premier lieu autour du problème de la partition musicale et de sa représentation. La partition est vue comme un codage [Mes91] et il s'agit de capter les multiples niveaux d'information qu'elle offre. Un exemple s'appuie sur un extrait d'une gavotte de Bach montré en figure 2.14.

Mesnager représente cet ensemble sous la forme d'un espace cartésien à 3 dimensions, P pour le temps, H pour les hauteurs et D pour les durées montré sur la figure 2.15.

Pour faciliter la lecture et la compréhension de cet espace, Mesnager effectue des projections sur l'axe du temps, qu'il appelle graphes de déploiement. On

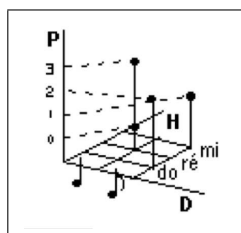


FIGURE 2.15 – Une représentation cartésienne à trois dimensions de l'extrait musical de la figure 2.14.

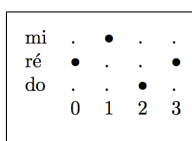


FIGURE 2.16 – Le graphe de déploiement des hauteurs de l'ensemble représenté sur la figure 2.15.

tire de l'espace précédent un graphe de déploiement des hauteurs par exemple, représenté sur la figure 2.16.

Plus généralement, la formalisation de l'espace musical s'effectue sous la forme de flux, décrivant l'ensemble de la partition comme un assemblage d'objets tels que le déploiement à partir d'opérations formelles élémentaires telles que la segmentation ou la projection dans le cadre de l'utilisation du logiciel [Mes92].

La seconde partie de leurs travaux s'attache ainsi à la lecture analytique offerte par ces représentations du flux musical et dont Mesnage affirme qu'elle est un « modèle de la partition » :

« L'analyse formalisée se propose de restituer un assemblage de ce type, qui constitue un modèle de la partition. Pour y parvenir, elle est guidée par les traces formelles de la répartition unité/diversité, et notamment par l'observation des régularités dans les champs de valeurs et les cribles, ainsi que des distributions similarités/dissimilarités dans les segmentations » [Mes91].

André Riotte précise plus en avant le fonctionnement de cette analyse :

« Au vu des régularités ou des particularités qu'il perçoit et des

interprétations qu'il en fait, l'analyste peut alors agir sur les données par la voie de transformations d'échelle, de calculs d'intervalles, de segmentations et autres opérations, et continuer à observer l'espace de données qu'il a structurellement enrichi en lui ajoutant de nouvelles propriétés, déduites ou non des propriétés antérieures. La démarche générale de l'analyse, totalement indépendante d'une théorie ou d'un style particulier, consiste à ramener progressivement la complexité initiale à une combinaison d'entités plus simples » [RM93].

On retrouve la notion de réduction de la partition, et Riotte ajoute un élément important qui est le détachement vis-à-vis du genre musical et qui est une des bases de la musicologie systématique que nous présenterons dans le prochain chapitre.

Ainsi, « la démarche de l'analyse ordinaire consiste d'abord à rechercher des fragments significatifs de la partition » [Mes92], en se basant sur les représentations analytiques précédentes et son objectif d'après Mesnage est l'analyse comme but :

« Il ne cherche pas à démontrer ni à affirmer une théorie, mais plutôt à mettre en évidence divers rapprochements possibles entre le langage des musiciens et celui des mathématiques pour tenter de parvenir à des descriptions cohérentes » [Mes96].

L'analyse constitue une fin et non un moyen et a une valeur intrinsèque détachée de la composition.

En guise d'exemple de ce type d'analyse, nous montrons sur la figure 2.17 une analyse de Bach [MR91] qui met en évidence une symétrie dans la marche des hauteurs d'une Invention de Bach.

Ces représentations offrent par ailleurs un panel de techniques de segmentation automatiques [Mes94] ; parmi celles-ci, des méthodes s'appuyant sur la monotonie de la mélodie ou sur des critères permettant la constitution d'ensembles.

Ce type de recherches a défini un nouveau paradigme analytique, l'analyse génétique informatique, qui cherche à tirer parti des traces numériques laissées par le compositeur utilisant l'informatique dans la phase de conception. Le résultat

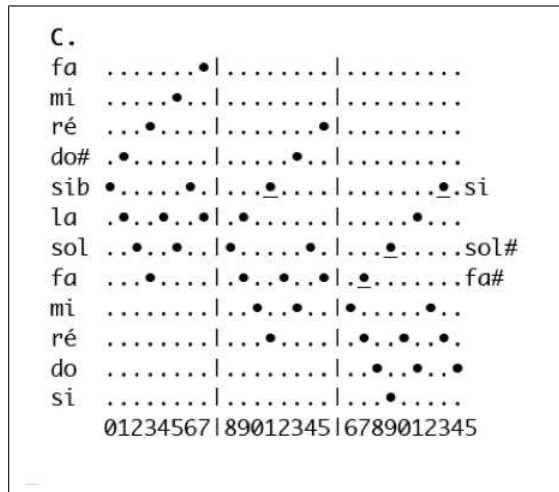


FIGURE 2.17 – Un graphe de déploiement tiré de [MR91] montrant le caractère symétrique de l'extrait d'une marche de l'Invention n° 1 de Bach.

de l'analyse génétique informatique peut constituer un modèle « autorisé » issu du compositeur [Rio99]. Ce nouveau type d'analyse est similaire à la reconstruction et tire sa source de la réflexion d'André Riotte qui a poursuivi conjointement son activité d'analyste et celle de compositeur [Rio96].

L'apport du *Musicoscope*

Le *Musicoscope* est le logiciel développé par Mesnage et Riotte intégrant leurs anciens logiciels *Musinote* et *Morphoscope*, dans lequel leurs analyses ont été réalisées. Pour souligner le pas supplémentaire de la représentation analytique, nous présentons son fonctionnement et son utilisation qui mettent en valeur la valeur ajoutée de la représentation par rapport à un format d'encodage textuel.

Structure de l'information musicale

Le *Musicoscope* fournit une interface utilisateur permettant de saisir et d'éditer une partition que nous montrons sur la figure 2.18.

Parallèlement à cette représentation de la partition, le *Musicoscope* s'appuie sur

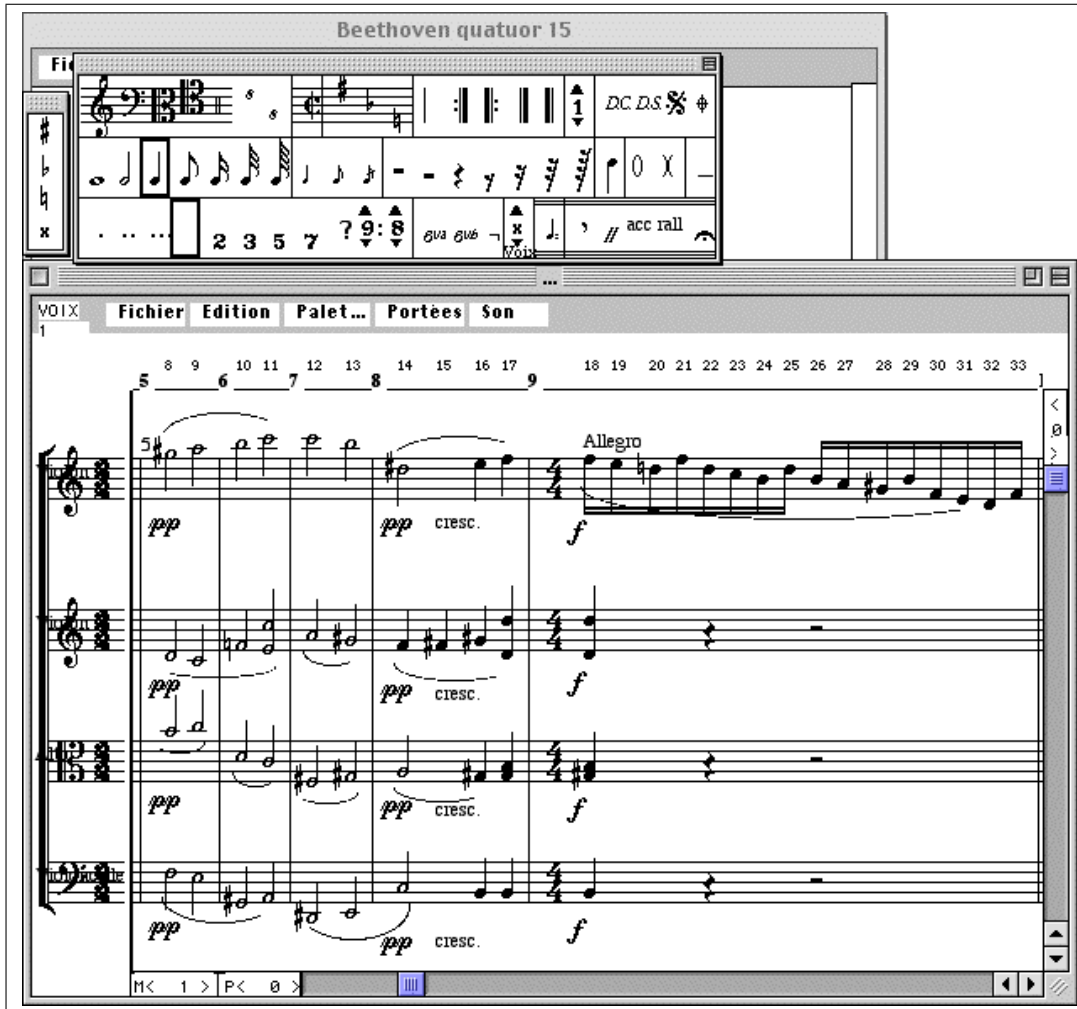


FIGURE 2.18 – L'interface du *Musicoscope*.

la notion de composante, paramètre ponctuel qui servira de support à l'analyse. La structure de données du logiciel définit les composantes de base qui sont utilisées pour décrire la partition, ensuite plusieurs autres composantes sont définies à partir de ces composantes de base.

Les composantes simples sont les dates, les durées, les hauteurs (et classes de hauteurs) et les intensités des notes. À partir de ces éléments, on peut trouver des composantes telles que les intervalles mélodiques (différence de hauteurs entre deux notes) ou encore la conjonction de classe de hauteurs (à un instant t sera la liste des classes de hauteurs présentes à l'instant t et à l'instant $t+1$). L'utilisateur peut aussi définir lui-même ses propres composantes à l'aide de cette interface (définir une composante qui détermine le registre par rapport à une note de base peut se faire avec des opérateurs logiques simples) ou en programmant directement le code de la composante.

Analyses proposées

Une analyse dans le *Musicoscope* nécessite une segmentation préalable en voix et/ou en segments : l'utilisateur doit découper la pièce à l'aide de séparateurs qui sont par défaut les mesures, mais peuvent aussi déterminer une segmentation graphiquement sur la partition ou à l'aide de paramètres comme les cribles. Chaque type d'analyse s'applique sur une composante et avec une segmentation prédéfinie : le résultat prendra alors la forme d'un graphe.

Un premier exemple de graphe est celui de déploiement, qui est constitué en ordonnée par les valeurs de la composante étudiée (dans l'ordre si un ordre à été défini) et en abscisse par les dates successives. Chaque point représente la présence d'une valeur de la composante à une date donnée. La figure 2.19 montre un déploiement des classes de hauteurs d'une pièce musicale, affiché en ordonnée à gauche, tandis que les dates successives sont énumérées horizontalement.

On peut y trouver un autre type de représentation contenant une part statistique : le gradient d'apparition nous donne la liste des valeurs prises par une composante dans l'ordre d'apparition, avec la date d'apparition et une représentation

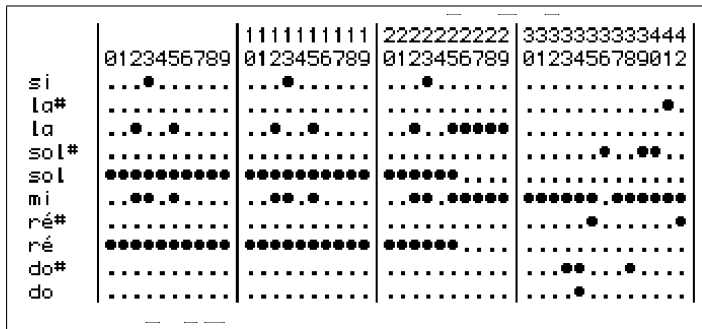


FIGURE 2.19 – Un graphe de déploiement dans le *Musicoscope*.

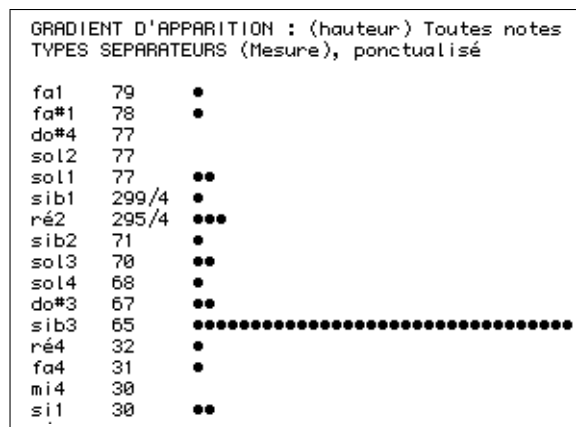


FIGURE 2.20 – Un graphe de transition d’apparition des hauteurs dans le *Musicoscope*.

graphique de l’intervalle entre les apparitions comme montré sur la figure 2.20 pour les hauteurs de la pièce.

Ce versant statistique est complété par des tableaux, comme le tableau de transitions entre valeurs d’une composante. La figure 2.21 présente un graphe de transition de classes de hauteurs. Il comptabilise les occurrences d’apparition des différents couples possibles de successions de hauteurs d’un extrait musical dans un tableau à douze lignes et douze colonnes.

Le *Musicoscope* possède également des fonctions de détection de motifs qui seront cherchés à l’intérieur des segments définis à l’aide de règles précisées par l’utilisateur. Un exemple est la recherche de mêmes ensembles de classes de hau-

TRANSITIONS (classe de hauteur) Toutes notes										
TYPES SEPARATEURS (Mesure), ponctualisé										
	do	fa	la	mi	ré	ré#	si	sib	sol	sol#
do	3	1	0	0	0	0	6	0	0	0
fa	0	4	0	6	4	1	0	0	0	0
la	0	0	4	1	0	0	4	0	0	4
mi	1	2	1	12	3	1	0	0	1	0
ré	4	3	0	0	2	0	3	2	0	1
ré#	0	1	0	2	1	1	0	0	0	0
si	3	1	4	0	5	2	1	0	0	1
sib	0	1	1	0	0	0	0	2	0	0
sol	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
sol#	0	1	3	0	0	0	3	0	0	0

FIGURE 2.21 – Un graphe de transitions de classes de hauteurs dans le *Musicoscope*.

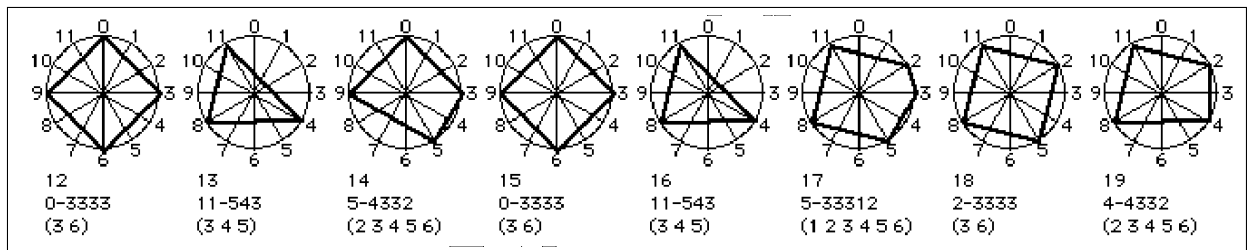


FIGURE 2.22 – Un graphe de contours dans le *Musicoscope*.

teurs, que l'on peut ensuite représenter sous la forme d'un graphe de contours donnant une représentation circulaire des ensembles détectés comme le montre la figure 2.22.

3

Set Theory et approches transformationnelles

Ce chapitre décrit les éléments musicologiques de base afin d'appréhender la théorie qui sera décrite dans les chapitres suivants. Nous nous intéressons donc à une branche particulière de l'analyse musicale qui a pris sa source dans l'école de pensée américaine de la musicologie, initiée par une réflexion théorique sur la musicologie. Nous allons en rappeler les débuts historiques, avant de présenter les éléments théoriques nécessaires à la description de l'approche transformationnelle.

3.1 Musicologie systématique

3.1.1 Contexte historique

Le tournant historique réside dans l'avènement de la musicologie systématique que définit Adler dans [Adl85]. Elle s'oppose à la musicologie historique, que l'on pourrait présenter comme une musicologie critique et éloignée donc des considérations scientifiques.

Une remarque intéressante est d'ailleurs l'étymologie du mot système, venant du grec *sun-istémi* signifiant « je compose », rappelant d'une part la confluence des

différents savoirs réunis dans cette notion, et de l'autre une allusion à la proximité avec le domaine musical dès les origines¹.

Cette modification au sein de la musicologie vise à adopter une approche scientifique de la musique et des phénomènes musicaux, en intégrant notamment des considérations psychologiques ou culturelles. Ainsi plusieurs disciplines ont bénéficié de démarches de modélisations mathématiques telles que l'informatique, la linguistique ou les sciences cognitives. Au niveau de l'étude de phénomènes musicaux et sonores, l'acoustique et l'ingénierie du son sont de parfaits exemples de domaines illustrant ces entreprises.

3.1.2 Apports des autres disciplines dans l'étude de la musique

La vision multidisciplinaire proposée par Adler englobe des champs théoriques différents qu'elle cherche à intégrer dans une unité théorique. Dans la même veine, Charles Seeger renoue avec les aspirations des Grecs avec sa définition de la musicologie qui la présente comme un champ dépassant le simple cadre musical :

« La musicologie est (1) une étude linguistique, aussi bien systématique qu'historique, aussi bien critique que scientifique ou scientifique ; dont le champ est (2) toute la musique de l'être humain, pris en soi-même et dans ses relations avec le monde extérieur ; qui est cultivé par (3) des étudiants individuels qui peuvent voir ce champ aussi bien comme des musiciens que dans des termes définis par des spécialistes des domaines non musicaux prenant certains aspects de la musique comme objet ; dont l'objectif est de contribuer à la connaissance de l'homme, aussi bien (4) en termes culturels que (5) dans ses relations avec l'univers physique² » [See77].

L'évolution musicale a même poussé à envisager l'incorporation de ces autres domaines comme une nécessité selon certains compositeurs comme Xenakis :

1. Une étude de ce rapport entre musique et système est réalisée dans [Par06].

2. Page 108.

« l'on ne peut créer la musique [...] sinon en s'appuyant sur des bases solides tirées des disciplines telles que les mathématiques, l'acoustique, l'électronique, la physique, la théorie des langages, la théorie musicale, la musicologie, l'ethnomusicologie, etc. ³ » [Xen68].

D'autres comme Pierre Boulez sont même plus radicaux dans cette perspective :

« L'idée musicale n'existe pas dans un absolu vague, en dehors d'un système ; elle est entièrement conditionnée par lui, dans son profil, dans ses fonctions, dans ses prolongements » [Bou86].

Le débat (toujours présent) qui est une conséquence de ce changement de point de vue est la contestation de la « naturalité » du phénomène musical (lois de l'harmonie, résonance) pour affirmer la relativité des systèmes musicaux [Kre39]. En ne tenant plus compte de cette considération liant la validité de la composition à la perception humaine, la composition dodécaphonique de Schoenberg, technique se basant sur la succession des 12 notes de la gamme tonale occidentale, n'est pas moins « légitime » que le système tonal classique auquel il s'oppose.

3.1.3 Un exemple de la portée de la musicologie systématique : l'apport de Milton Babbitt et le dodécaphonisme

L'évolution des mathématiques concomitante à celle de la musicologie a favorisé et influencé ces développements, devenant un terreau d'expérimentation et de formalisation pour la théorie musicale et la composition comme l'a démontré Andretta [And03]. En effet, la pensée mathématique du dernier siècle devient « structurelle » s'attachant à la dualité relations/objets ⁴.

Un exemple qui montre cet apport des mathématiques en même temps que l'évolution d'une pensée structurelle est la systématisation de la technique de

3. Page 56.

4. « [...] ce qui joue le rôle primordial dans une théorie, ce sont les relations entre les objets mathématiques qui y figurent, plutôt que la nature de ces objets, et que dans deux théories très différentes, il se peut que les relations s'expriment de la même manière ; le système de ces relations et de leurs conséquences est une même structure « sous-jacente » aux deux théories » [Die87].

composition dodécaphonique opérée par Milton Babbitt [Bab92] dans les années 40 (démarche entreprise déjà par Krenek précédemment [Kre39]. Cet exemple sera également à la base de la composition que nous étudierons plus tard dans le chapitre consacré à la reconstitution analytique.

Le dodécaphonisme est une technique compositionnelle créée par Arnold Schoenberg dans les années 1920, organisant les douze sons de la gamme chromatique. Sa définition tient en la phrase suivante :

« Méthode de composition avec douze sons qui n'ont d'autres parentés que celles de chaque son avec chaque autre⁵ » [Sch77].

Une série dodécaphonique pour Schoenberg est une suite ordonnée des douze notes de la gamme chromatique tempérée, donc une possibilité parmi les 12! arrangements possibles de ces douze sons.

Elle a pour but de suspendre les fonctions tonales et d'effacer la hiérarchie entre les notes. De là naît la composition d'une série (devenant donc la techniques sérielle) comprenant une fois chacun des 12 sons du total chromatique, à laquelle on peut appliquer comme montré sur la figure 3.1 les procédés généraux du contrepoint (rétrograde, renversement, renversement rétrogradé).

Cette méthode basée sur les douze tons de la gamme tonale est érigée au rang de système qui pourrait être formalisé en termes algébriques. Ce système est constitué par un ensemble d'éléments, de relations entre ces éléments et d'opérations sur ces éléments qui toutefois n'aboutit pas à une formalisation algébrique explicite. Toutefois le caractère « structuraliste » de cette approche apparaît encore plus clairement lorsqu'il complète ce travail par l'extension de ce système à l'organisation du rythme, conduisant à l'idée d'une équivalence formelle entre une formalisation des hauteurs et une formalisation du rythme, conduisant Babbitt à être considéré comme un des fondateurs du sérialisme intégral.

5. Page 166.

de faire apparaître une réalité jusqu'alors inexistante, dont la validité et la qualité seront jaugées à l'aune d'une sensibilité cultivée restée disponible à la découverte⁶ » [Pou87].

Dans la continuité de l'élaboration d'une activité multidisciplinaire, l'analyse musicale s'est non seulement enrichie de théories musicales, mais aussi d'autres domaines tels que la théorie de l'information ou la linguistique, ce que note Ivanka Stoïanova :

« Si la théorie veut expliquer et susciter les principes régissant la productivité de l'énoncé musical et le processus de son fonctionnement à travers la chaîne compositeur-interprète-auditeur, elle doit tenir compte des données de l'analyse proprement musicale (dans le sens traditionnel du terme), ainsi que de celles de la psychanalyse, de la sociologie, de la philosophie, de la théorie du langage et des systèmes translinguistiques⁷ » [Sto78].

La musique est perçue comme une langue, ou tout du moins comme un message que l'on cherche à décoder.

Sur ce rapport réciproque entre théorie musicale et analyse, intervient un des problèmes courants de l'analyse. Chaque théoricien s'engage dans un domaine où persiste la dichotomie entre d'un côté généraliser et théoriser, et de l'autre analyser des structures musicales concrètes. Cet antagonisme se retrouve dans les différentes étapes de la modélisation mathématique également. Le niveau abstrait de la théorisation est confronté à l'exploration des structures idiosyncratiques aux compositions musicales. Par conséquent on oscille entre tendre vers l'universalité en formulant des concepts généraux, et considérer l'unique en étudiant localement une pièce isolée, au risque de se retrouver avec des outils qui ont une portée réduite à un certain nombre d'œuvres (voire une seule !), ce qui constitue finalement le *dilemme de l'analyse* explicité par Molino :

« Nous en arrivons ainsi à ce qui constitue la difficulté fondamentale

6. Page 67.

7. Page 74.

des sciences humaines aujourd'hui et valable aussi bien pour l'analyse musicale que pour l'analyse poétique ou la sociologie ; elle repose sur ce que l'on pourrait appeler le *postulat de Wittgenstein* : les concepts utilisés dans les sciences humaines n'ont qu'une validité locale puisque chacun correspond, non à une configuration bien définie, mais à un prédicat de ressemblance de famille [...] L'analyse se trouve donc dans une situation comparable lorsqu'elle porte sur la musique, la poésie ou la peinture : elle isole arbitrairement un objet pur et elle l'aborde avec des outils arbitrairement purifiés de toutes les adhérences qui les relient aux sphères de l'expérience et dénués de valeur universelle. Elle est par ailleurs affectée d'une ambiguïté essentielle en ce qui concerne sa définition et ses buts, ce que j'appellerai le *dilemme de l'analyse*. Elle n'arrive pas à choisir entre une intention descriptive qui la conduirait à ne retenir que les propriétés récurrentes d'un ensemble et la volonté de rendre compte — texte musical ou poétique, tableau — dans sa singularité⁸ » [Mol86].

Il n'existe donc pas *une* analyse, mais une infinité d'analyses qui peuvent être valables dans le sens où elles peuvent chacune isoler une propriété de la partition.

3.2.2 Un exemple fondamental de théorie analytique : la Set Theory

Dans la lignée des travaux évoqués plus haut de Babbitt aux Etats-Unis mais également de Xenakis en Europe, la recherche théorique en musique s'est focalisée sur des questions de formalisation des structures musicales. L'apport de ces formalisations a non seulement été une nouvelle orientation pour la composition mais a surtout été le point de départ de nouvelles applications analytiques. Les idées et les outils proposés par ces théoriciens ont trouvé leur dimension musicologique à l'intérieur de démarches analytiques qui ont pris le nom, aux États-Unis,

8. Page 16.

de Set Theory⁹, dont un des fondateurs théoriques principaux est Allen Forte, notamment par son ouvrage « The Structure of Atonal Music » [For73].

La Set Theory propose un protocole d'écriture sous forme symbolique des regroupements de notes considérées par l'analyste comme formant des unités pertinentes au sein de l'œuvre étudiée. Cette écriture permet ensuite la mise en relation de ces collections par l'intermédiaire de concepts algébriques (renvoyant à la notion de transformation) et ensemblistes (l'inclusion et la complémentarité).

Classes de hauteurs et ensembles de classes de hauteurs

Le concept de classes de hauteur, avant d'être utilisé tel qu'il est connu dans la perspective d'Allen Forte, est déjà évoqué par Milton Babbitt quand il utilise la notion de congruence (modulo 12) dans son étude du dodécaphonisme.

Formellement, ce modèle s'appuie sur deux conditions :

1. L'équivalence des octaves s'exprime formellement par le fait que deux notes n_1 et n_2 appartiennent à la même classe d'équivalence si le rapport de leurs fréquences $\frac{f_2}{f_1}$ est un entier s'exprimant comme une puissance de 2 :

$$f_2 \sim f_1 \iff \exists l \in \mathbb{Z}, f_2 = 2^l \cdot f_1$$

2. Tempérament égal et donc enharmonie : l'octave étant divisée en n parties, la fréquence $v_k, k \in \mathbb{Z}$ de la k -ième note est définie relativement par rapport à la fréquence v_0 de la note de référence 0 et est donc donnée par :

$$v_k = 2^{\frac{k}{n}} \cdot v_0$$

Ces deux conditions permettent de réduire l'ensemble théoriquement infini des notes $k \in \mathbb{Z}$ à un ensemble fini n de classes de hauteurs. Une relation d'équivalence

9. Cette « théorie des ensembles » musicale bien qu'empruntant certains éléments conceptuels et terminologiques à la théorie homonyme en mathématiques, ne doit pas être confondue avec cette dernière. La principale divergence tient au fait que la théorie des ensembles mathématiques traite de l'infini alors que la Set Theory ne concerne que des ensembles finis. Elle lui emprunte néanmoins la majorité de ses concepts.

exprime l'espace des notes au moyen de cette réduction à n éléments, et dans le cas présent à douze éléments :

$$k_1 \sim k_2 \iff k_1 - k_2 \in 12\mathbb{Z}$$

D'un point de vue formel, les classes de hauteurs peuvent être exprimées en terme de classes de congruence modulo 12. Par définition deux nombres sont congruents modulo 12 si leur différence est un multiple entier de 12.

Toute analyse appliquant les principes de la Set-Theory se fonde sur cette notion de classe de hauteur (pitch class). Les classes de hauteurs (CH ou PC en anglais) permettent de représenter les hauteurs de la gamme chromatique du tempérament égal via une double simplification. Les différentes écritures enharmoniques d'une même hauteur ainsi que l'octave à laquelle celle-ci apparaît ne sont en effet pas exprimées. Au final douze classes de hauteurs distinctes sont conservées : de Do jusqu'à Si, sans distinction entre, par exemple, Do dièse et Ré bémol, ni entre un Do grave ou un Do aigu. Pour des raisons de commodité, les classes de hauteurs sont écrites sous forme numérique : le zéro correspond au Do (par convention), le 1 au Do dièse et ainsi de suite jusqu'au 11 qui correspond à Si.

Pour mieux visualiser cette approche théorique, une représentation géométrique du nom d'horloge des classes de hauteurs ou de cercle chromatique a été employée pour la première fois par Halsey [HH78]. On divise l'octave musicale en 12 parties égales en se plaçant dans le groupe cyclique $\mathbb{Z}/12\mathbb{Z}$, ce qui fournit donc une représentation graphique circulaire analogue à celle de l'horloge de la figure 3.2. Aussi intuitive qu'elle puisse paraître, cette représentation a été fondamentale dans le développement des théories musicales du XX^e siècle et de la systématisation de principes compositionnels.

L'ensemble de classes de hauteurs ou ECH (Pitch Class Set ou PCS) correspondant à une collection de notes (accord, agrégat ou profil mélodique sélectionné par l'analyste) est ainsi la liste des CH présentes dans cette collection, sans considération ni de l'ordre ni de la fréquence d'apparition. Le nombre d'éléments d'un ECH, également appelé la cardinalité de l'ensemble, est donc toujours com-

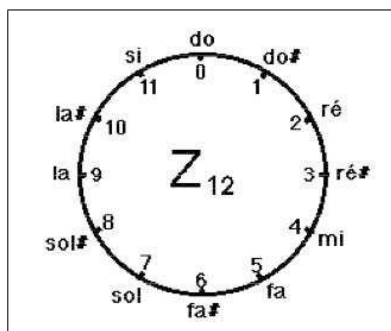


FIGURE 3.2 – Le cercle chromatique des douze hauteurs de la gamme chromatique.

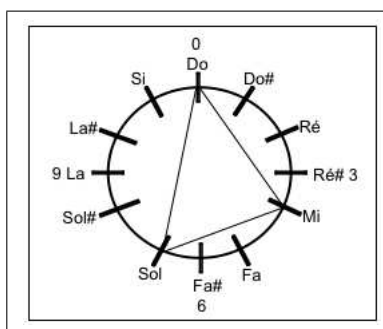


FIGURE 3.3 – L'accord de Do Majeur : Do (0), Mi (4), Sol (7) dans le cercle chromatique.

pris entre un et douze. Un ECH est exprimé sous forme numérique, entre accolades : par exemple, l'accord de Do majeur s'écrit donc $\{0, 4, 7\}$ et est représenté à l'aide d'un polygone inscrit dans le cercle chromatique sur la figure 3.3.

Les transformations élémentaires des ensembles de classes de hauteurs

Deux ensembles de classes de hauteurs peuvent présenter des relations entre eux dont les principales sont la transposition et l'inversion¹⁰.

Les opérations de transposition et d'inversion sont des procédés musicaux usuels de transformations de notes. Elles peuvent être formalisées mathématiquement dès lors que l'on utilise les classes de hauteurs : la restric-

10. La multiplication, ou application affine, ne sera pas abordée ici car n'entrant pas dans les considérations d'Allen Forte et même plus tard de David Lewin.

tion des registres à des classes de hauteurs conduit à une modélisation de l'espace musical dans $\mathbb{Z}/12\mathbb{Z}$. La transposition est un concept largement abordé dans les théories classiques : le transposé d'un ensemble de classes de hauteurs de n demi-tons est obtenu en ajoutant n demi-tons à chacune de ses classes de hauteurs (modulo 12). Conventionnellement, on définit la transposition en demi-tons ascendants. Géométriquement, en reprenant la représentation du cercle chromatique, cette transformation s'exprime par la rotation dans les sens des aiguilles d'une montre (sens anti-trigonométrique) du polygone symbolisant l'ensemble de classes de hauteurs d'un nombre d'unités égal au nombre de demi-tons de l'opération. Cette opération est notée T_i , l'indice indiquant le nombre de demi-tons variant de 0 à 11.

L'inversion est une opération qui est similaire du point de vue formel : la transposition d'une classe de hauteur x de n demi-tons pouvant être formulée par : $T_n(x) = x + n$, l'inversion quant à elle du même nombre de demi-tons s'écrit : $I_n(x) = n - x$. La représentation d'une inversion est le symétrique de l'ensemble de départ par rapport à un axe dans le cercle chromatique, axe dont la position dépend de l'indice d'inversion : I_0 est l'inversion dont l'axe est le diamètre passant par 0 et 6, I_1 celle dont l'axe est le diamètre passant entre 0 et 1, I_2 est l'inversion dont l'axe est le diamètre passant par 1 et 7, etc. jusqu'à I_{11} . La figure 3.4 illustre le cas de l'accord Do Mi Sol qui subit une inversion autour de l'axe La/Ré dièse, ou I_6 . Dans la littérature est souvent employée comme notation équivalente $T_n I(x)$ où $I(x) = I_0(x)$ car l'inversion de n demi-tons correspond à une combinaison de l'inversion « élémentaire » avec une transposition de n demi-tons.

On définit la notion de forme primaire d'un ensemble de classes de hauteurs, ou *prime form*, qui a pour fonction de faciliter la comparaison entre ensembles. Tout ensemble de classes de hauteurs peut se réduire par une série d'inversions et de transpositions à une forme compacte unique commune à tous les ensembles d'une même famille ou classe d'équivalence. Comparer deux ensembles s'effectue en comparant leur forme primaire car deux ensembles de classes de hauteurs appartenant à des familles différentes ont des formes primaires distinctes.

Pour obtenir la forme primaire d'un ensemble de classes de hauteurs, on

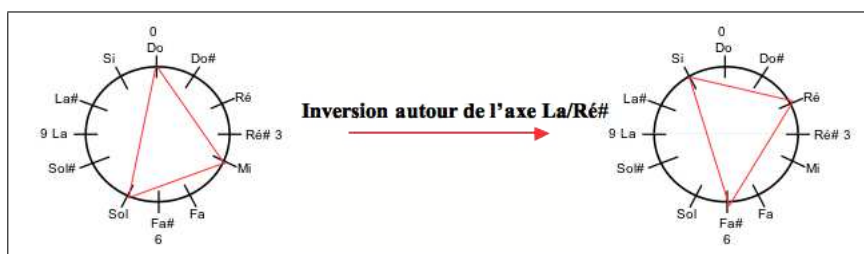


FIGURE 3.4 – Une inversion autour de l’axe La/Ré dièse représentée sur le cercle chromatique.

détermine d’abord sa forme normale, i.e. sa permutation circulaire avec le plus petit intervalle entre la première et la dernière classe de hauteur de l’ensemble. Ensuite il faut rechercher un ensemble de classes de hauteurs lié par transposition ou inversion à la forme normale qui obéit à deux conditions :

1. le plus grand intervalle de l’ensemble se trouve en dernier dans l’énumération des classes de hauteurs ;
2. l’ensemble commence à 0.

Nous donnons un exemple : considérons l’ensemble $A = \{0, 3, 10, 6\}$. On permute cet ensemble en ordonnant les classes de hauteurs de la plus petite à la plus grande et on a : $A = \{0, 3, 6, 10\}$. Les classes d’intervalles sont $\{3 - 0, 6 - 3, 10 - 6, 0 - 10\} = \{3, 3, 4, 2\}$. La forme normale est $A = \{10, 0, 3, 6\}$ et la forme primaire est $A = \{0, 2, 5, 8\}$

Les classes d’intervalles

Le concept de *classe d’intervalles* découle directement de la définition de *classe de hauteurs* : une classe d’intervalle représente numériquement un intervalle musical classique par le nombre de demi-tons qu’il contient. Ainsi, la seconde mineure est représentée par 1, la seconde majeure par 2, la tierce mineure par 3 et ainsi de suite. Comme pour les hauteurs, les intervalles sont exprimés modulo l’octave : le 7 représente donc autant la quinte juste que ce même intervalle augmenté d’un multiple entier d’octaves. Ces classes sont donc au nombre restreint de douze, de

la seconde mineure à l'octave.

Dans la Set Theory américaine, les deux formes les plus courantes de représentations intervalliques, l'une dans le cadre de l'approche classique, l'autre dans celui de la démarche transformationnelle sont respectivement le vecteur d'intervalles de Forte et la fonction intervallique de Lewin. À ces deux formules s'ajoute la structure intervallique définie par Anatol Vieru. Nous illustrons ces trois mesures à l'aide de la figure 3.5 qui représente l'ensemble $A = \{0, 1, 6, 7\}$ et les mesures correspondantes.

Le vecteur intervallique de Forte recense les six classes d'intervalles (à une inversion près) d'un ensemble de classes de hauteurs allant du demi-ton au triton (six demi-tons). Pour l'ensemble A nous avons deux demi-tons, deux intervalles de cinq demi-tons et deux intervalles de six demi-tons, ce qui donne le vecteur $VI(A) = [2 \ 0 \ 0 \ 0 \ 2 \ 2]$.

La fonction intervallique, quant à elle étend ce principe de deux manières. Tout d'abord, elle élargit le vecteur intervallique à douze entrées au lieu de six. Ensuite elle se calcule entre deux ensembles et non sur un seul et ainsi pour l'illustrer nous calculons $IFUNC(A, A) = [4 \ 2 \ 0 \ 0 \ 0 \ 2 \ 2 \ 2 \ 0 \ 0 \ 0 \ 2]$. La première entrée correspond au nombre d'unissons entre A et A , la seconde au nombre de demi-tons entre A et A , etc. Une propriété particulière de cette fonction exhibée par Lewin est qu'elle peut se définir comme un produit de convolution [Lew59].

La structure intervallique énumère quant à elle les intervalles consécutifs qui séparent ses différents éléments. Formellement, une structure d'intervalles d'un ensemble est représenté par un m -tuplet (a_1, a_2, \dots, a_m) , tel que a_1 soit le nombre de demi-tons entre la première et la deuxième note et ainsi de suite, avec la convention que la somme $a_1 + a_2 + \dots + a_m$ soit égale à 12 (plus généralement à n si l'octave est divisée en n parties égales). Nous avons donc $SI(A) = (1, 5, 1, 5)$

La conduite de l'analyse à l'aide de la Set Theory

En supplément des relations évoquées ci-dessus, Allen Forte définit d'autres relations à portée ensembliste comme l'inclusion et la complémentarité. Elles vont

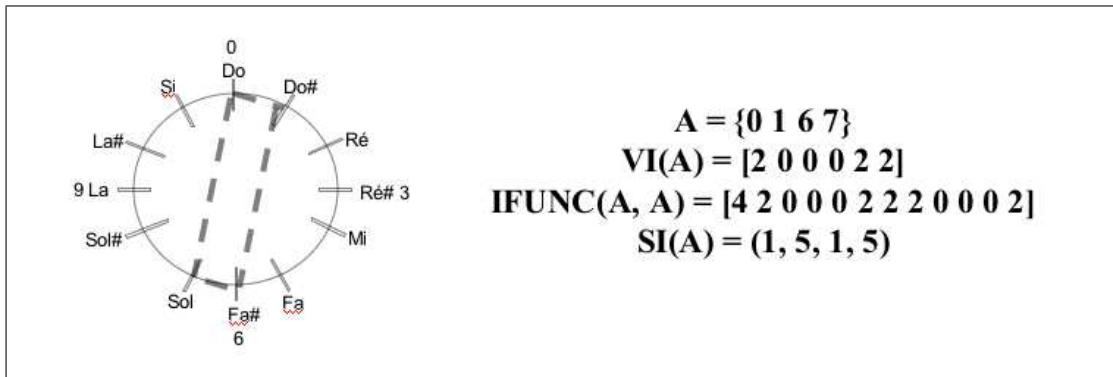


FIGURE 3.5 – L'ensemble $\{0,1, 6, 7\}$ et sa structure intervallique, sa fonction intervallique et sa structure intervallique.

permettre d'établir un catalogue d'ensembles de classes de hauteurs (notamment par relation d'équivalence en ce qui concerne les transpositions et inversions) et c'est sur cette classification que l'on s'appuie ensuite à des buts analytiques.

Le but est de mettre en évidence des segments de la partition constitués par des ensembles de classes de hauteurs qui sont susceptibles de réapparaître dans l'analyse, et qui par conséquent peuvent représenter des candidats dans l'optique d'un rôle structurel au sein de la composition. De plus, cette propriété de récurrence de l'ensemble n'est même pas exigée finalement :

« Si un segment particulier forme un ensemble [de classe de hauteurs] qui est représenté ailleurs dans la musique, il est probablement un candidat légitime pour être une composante structurelle. D'autre part, un segment qui forme un ensemble qui a une seule occurrence peut avoir sa raison d'être¹¹ » [For73].

Un exemple d'analyse réalisée par Forte est montré sur la figure 3.6 où il met en évidence des ensembles de classes de hauteurs. Dans le catalogue qu'il définit, chaque famille d'ensemble de classes de hauteurs est notée par deux entiers séparés par un tiret ; le premier indique la cardinalité de l'ensemble, le second la position au sein du catalogue. On voit que cette sélection des ensembles peut être aussi

11. Page 91.

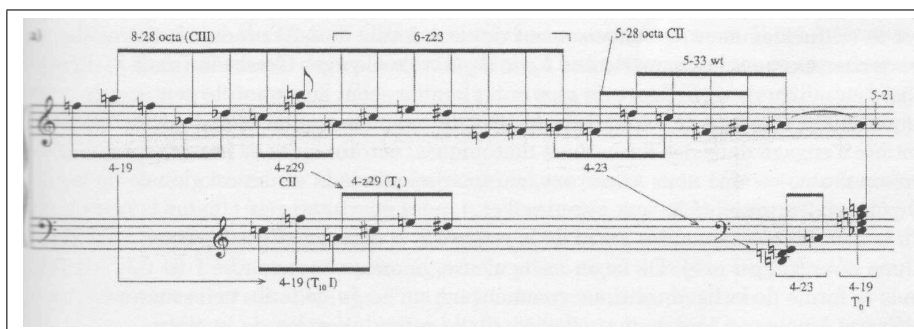


FIGURE 3.6 – Un exemple d’analyse fondée sur la Set Theory réalisée par Forte qui étudie un extrait des *Six petites pièces pour piano* n° 4 de Schoenberg tiré de [For08].

bien horizontale que verticale (les accords à la fin de la figure).

3.3 La stratégie transformationnelle

Le point de vue transformationnel est déjà présent avec l’idée de transformation des ensembles de classes de hauteurs de la Set Theory. Ce concept est néanmoins mis en œuvre dans différents cas qui ne se basent pas uniquement sur cette théorie et qui s’inspirent d’autres domaines.

3.3.1 Les techniques transformationnelles

Les approches paradigmatiques et génératives

La vision structuraliste que porte l’évolution mettant l’accent non plus sur les objets étudiés mais sur les relations entre les objets touche aussi la théorie et l’analyse musicale.

L’apparition du concept de structure en mathématiques, allant jusqu’à engendrer de nouvelles théories (comme la théorie de catégories [EM45]), mais surtout en linguistique, bien qu’indépendants dans leur nature et leur conception vis-à-vis des théories qui se développent en musique, ont influencé certains travaux d’ordre musicologique.

Ici apparaissent deux approches de l'analyse (de l'analyste même) décrites par le sémioticien Quéré qui souligne la complexité engendrée par ce point de vue, que ce soit par les possibilités de créer un grand nombre de segments ou de relations :

« La structure, en fin de compte, est un pari comme un autre, axé fondamentalement sur la dialiectique du connu et de l'inconnu, laquelle se double concrètement de l'opposition et du cheminement entre le (plus) simple et le (plus) complexe. Aux contraintes qu'elle se donne (critères d'adéquation, principe d'empirisme), la structure ajoute ces façons qu'elle a d'affiner sa représentation et d'étendre son efficace. Deux grandes orientations se dessinent ici, l'une qui multiplie les articulations et les agencements, et l'autre qui transforme la taxinomie en topologie dynamique où les termes – les valeurs – sont affaire de positions et de parcours [...] Le risque alors, s'il existe, n'est pas dans le simplisme ; il serait plutôt dans la complication à outrance » [Qué92].

L'analyse paradigmatique, définie par le linguiste Ruwet [Ruw72], envisage le code musical sous un double aspect : l'aspect taxinomique concernant l'inventaire des éléments constitutifs de ce code et l'aspect fonctionnel qui cherche à trouver des règles de combinaison et de transformation entre eux. Cette démarche sémiotique, où la procédure de segmentation sur des critères paramétriques d'équivalence (répétition et transformation) fait donc écho à la Set Theory.

Un des représentants majeurs de la démarche sémiotique en musique est Jean-Jacques Nattiez. Nous montrons un exemple reprenant les idées de Ruwet avec pour objectif la réalisation d'une analyse paradigmatique de *Syrinx* de Debussy [Nat75], dont nous présentons la partition sur la figure 3.7 et l'analyse correspondante sur la figure 3.8

Les diverses unités relevées par Nattiez ne sont pas des entités statiques, comme le voudrait une conception purement taxinomique de la forme musicale, mais sont plutôt des structures variables qui se transforment tout au long de la pièce. Elles sont regroupées en classes mélodiques (désignées par les lettres A, B, C, D et E) qui sont formées sur la base des critères de transformation et d'équivalence mélodique et rythmique.

FIGURE 3.7 – *Syrinx* de Debussy pour flûte. Les flèches représentent les points de segmentation des motifs utilisés par Nattiez tiré de [Nat75].

The image displays five melodic classes (A, B, C, D, E) and a segment labeled 'Segment 26' from Debussy's *Syrinx*. Each class is represented by a vertical column of musical staves. Class A consists of seven staves. Class B consists of six staves. Class C consists of seven staves. Class D consists of two staves, with the second staff labeled 'Segment 26'. Class E consists of four staves. The notation includes various ornaments such as triplets (indicated by a '3' above the notes) and slurs (indicated by a curved line above the notes). The key signature is one flat (B-flat major or D minor) and the time signature is 3/4.

FIGURE 3.8 – Les classes mélodiques A, B, C, D et E données par l’analyse paradigmatique de *Syrinx* de Debussy pour flûte effectuée par Nattiez tiré de [Nat75].

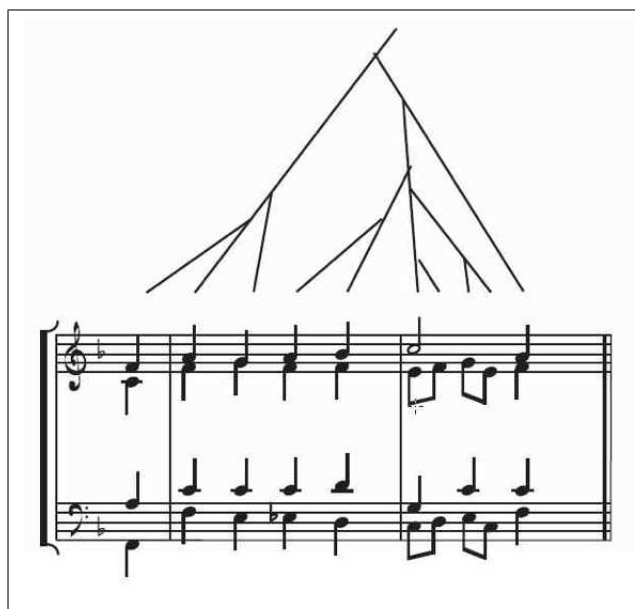


FIGURE 3.9 – Un extrait d’une analyse d’un chorale de Bach suivant les principes de la théorie générative tonale représentant un arbre prolongationnel, structure hiérarchique, tiré de [Ler04].

Le concept de transformation cependant n’est jamais formulé rigoureusement dans ce cadre analytique et reste grandement dépendant de critères propres à l’analyste pas toujours explicités.

L’influence linguistique, et plus particulièrement de Noam Chomsky¹² a débouché sur la création d’une grammaire générative dont la conception théorique est d’élaborer des modèles des langues et du langage pour s’éloigner d’une vision de la linguistique se contentant d’établir des classifications d’éléments. Cette notion, liée aux mécanismes perceptifs, sera l’hypothèse de départ de l’approche générative de Fred Lerdahl et Ray Jackendoff [LJ85]. Leur théorie générative de la musique établit des règles de regroupement et de préférences basées sur les principes tonaux et décrit une structure hiérarchique de la musique sous forme d’arbre prolongationnel dont nous montrons un exemple sur la figure 3.9.

12. Qui créa par ailleurs une grammaire transformationnelle qui n’a pas de lien avec son pendant musical.

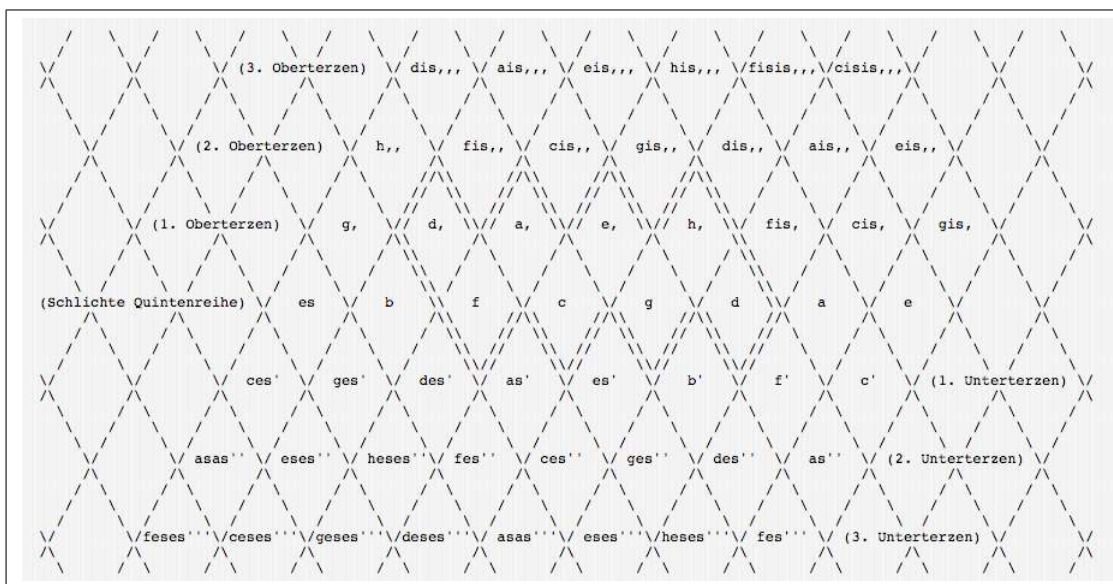


FIGURE 3.10 – Le *Tonnetz*, modèle géométrique de l’espace des hauteurs de Riemann, tiré de [Rie14].

La théorie transformationnelle dans le cadre tonal

Le théoricien Hugo Riemann propose au début du XX^e siècle un modèle géométrique de l’espace des hauteurs dans le cadre tonal, le *Tonnetz* (figure 3.10 [Rie14], avec les hauteurs en notation allemande). Cette grille représente un pavage par les classes de hauteurs en découpant l’espace en quintes pythagoriciennes au niveau horizontal, et en le divisant en lignes obliques de tierces majeures et mineures.

Sur cette représentation s’est développée une théorie transformationnelle tonale, appelée théorie néo-riemannienne [Coh98] dont une approche complète a été présentée par Edward Gollin [Gol00]. L’espace analytique permet d’envisager des parcours qui définissent des réseaux dont un exemple est montré sur la figure 3.11.

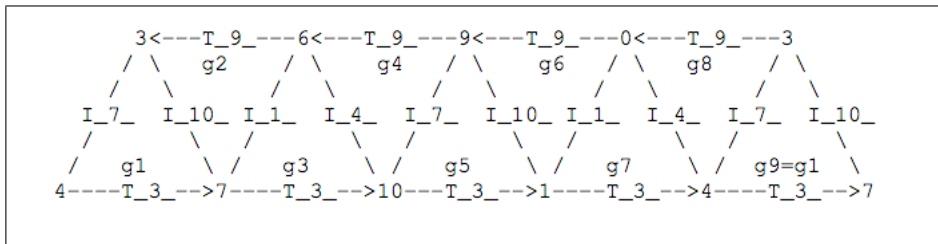


FIGURE 3.11 – Un exemple de réseau analytique dans l’analyse néo-riemanienne tiré de [Pec07], où les sommets représentent des classes de hauteurs liées entre elles par des transpositions ou inversions.

La théorie transformationnelle dans le cadre atonal

La perspective transformationnelle dont David Lewin est à l’origine [Lew82a] veut proposer un cadre intégrant les concepts de la Set Theory en les généralisant avec des outils algébriques. Son Système d’Intervalle Généralisés (Generalized Interval System ou GIS en anglais) qui est le fondement de sa théorie s’applique aussi bien aux hauteurs et aux rythmes, qu’à d’autres objets musicaux tels des fonctions tonales ou des profils mélodiques. Voici comment Lewin voit cette intention analytique :

« D’une certaine façon, pour des raisons historico-culturelles, il est plus facile pour nous d’entendre des « intervalles » entre objets individuels que d’entendre les relations transpositionnelles entre eux [...] Nous avons tendance à concevoir les objets primaires de notre espace musical comme des éléments atomiques individuels plutôt que des phénomènes articulés dans un contexte musical, comme des ensembles, des séries mélodiques, etc.¹³ [Lew82a].

Il faut préciser que cette formalisation s’applique aussi bien à l’analyse tonale qu’atonale. Pour clarifier et pour reprendre un terme déjà employé, devrions-nous dire que Lewin pose les bases d’une théorie transformationnelle « systématique » car elle ne s’appuie pas sur un genre ou un style particulier musical, contrairement à la théorie néo-riemanienne.

13. Page 158.

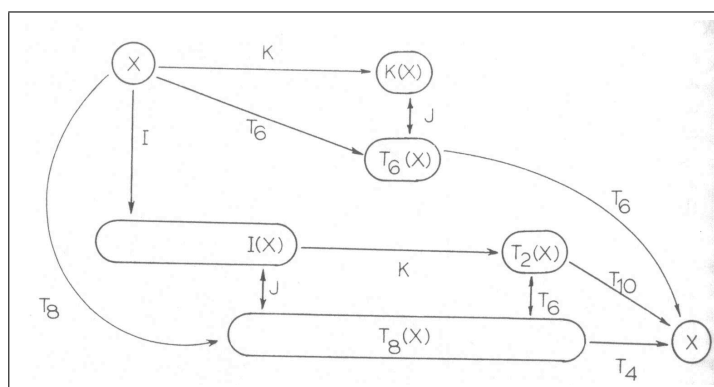


FIGURE 3.12 – Un exemple de réseau transformationnel tiré de [Lew82b], I , K et J désignant des inversions. L'ensemble de classes de hauteurs de départ est l'ensemble nommé X .

En se replaçant dans le cadre de la Set Theory, la portée graphique et dynamique de l'analyse transformationnelle apparaît sur un réseau qui place clairement le concept de transformation dans le processus d'analyse (figure 3.12), contrairement à une analyse statique qui énumère et repère les éléments du catalogue à l'instar d'Allen Forte. Dans cette dernière, l'analyse s'apparente à une démarche taxinomique où l'analyse déploie un réseau de relations ensemblistes. Désormais, elle acquiert un caractère « opérationnel » qui met en évidence des propriétés structurelles entre ensembles de classes de hauteurs uniquement en termes de transformations.

Bien que la Set Theory puisse être interprétée à l'intérieur d'un paradigme algébrique [And03], cette approche reste attachée à la notion d'ensemble plutôt que de structure. La théorie transformationnelle permet de se focaliser sur cette notion de transformation lié au caractère algébrique de la formalisation de Lewin.

Cette perspective offre alors une utilité décisive dans la lecture analytique d'œuvres atonales [Str03] pour lesquelles les théories musicales antérieures ne fournissaient pas d'outil approprié (tout en rappelant que cette méthode a un sens en musique tonale, cf. la théorie néo-riemannienne issue de ces considérations).

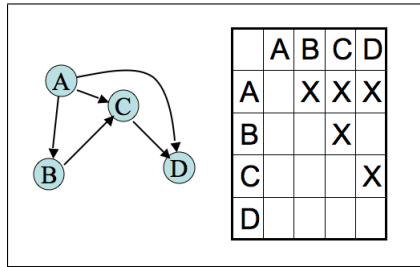


FIGURE 3.13 – La représentation type nœuds/liens et la matrice d’adjacence du même graphe.

3.3.2 Réseaux de Klumpenhouwer

Nous présentons ce procédé analytique transformationnel qui fait appel à la structure de graphe.

Définition 1 La définition formelle d’un graphe est un couple (S,A) où on a :

- Un ensemble de sommets S
- Un ensemble d’arc ou arêtes A avec $a \in A$ et $a = (s_d, s_a) \in S \times S$

Lorsque qu’on prend en compte l’ordre des sommets dans A , alors le graphe est orienté, sinon il est non-orienté.

Parmi les représentations issues de cette définition, on trouve bien entendu la plus usuelle constituée par des nœuds représentant les sommets et les arcs représentant les liens. Une autre possibilité courante est la matrice d’adjacence du graphe, où l’intersection des lignes et colonnes de la matrice. Ces deux points de vue décrivent le même graphe sur la figure 3.13.

Un K-réseau, ainsi nommé en référence à son créateur Henry Klumpenhouwer, est un graphe connexe dont les sommets sont les classes de hauteurs et les arêtes les opérations de transposition et d’inversion. C’est donc un graphe valué et orienté. Un exemple reliant les classes de hauteur $\{0, 1, 3\}$ apparaît figure 3.14.

L’application des K-réseaux comporte un niveau supérieur qui est la propriété d’isographie (positive et négative) entre deux K-réseaux.

Définition 2 Deux K-réseaux sont dits positivement isographes si :

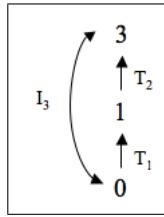


FIGURE 3.14 – Un K-réseau représentant l'ensemble $\{0,1,3\}$.

- la disposition des relations de transposition et d'inversion est la même ;
- les valeurs des transpositions sont les mêmes ;
- il existe un unique k supérieur à 0 tel que pour toute inversion I_n présente dans un graphe, l'inversion correspondante I_p dans l'autre vérifie : $I_p = I_{n+k}$ (pour $k = 0$, on parle de relation d'isographie forte).

Cet indice k permet de définir un hyper-opérateur entre K-réseaux. Pour deux réseaux R et S on note ainsi : $\langle T_k \rangle (R) = S$ si et seulement R et S sont positivement isographes, avec $k = n - p \text{ mod } 12$.

Définition 3 Deux K-réseaux sont dits négativement isographes si :

- la disposition des relations de transposition et d'inversion est la même ;
- les valeurs des transpositions sont inverses, i.e. pour toute transposition T_n présente dans un graphe, la transposition correspondante T_m dans l'autre vérifie : $T_m = T_{12-n}$ (graphiquement, les transpositions gardent les mêmes indices mais leur orientation est inversée) ;
- il existe un unique k supérieur à 0 tel que pour toute inversion I_n présente dans un graphe, l'inversion correspondante I_p dans l'autre vérifie : $I_p = I_{12-n+k}$.

D'une manière analogue, pour deux réseaux R et S on note ainsi : $\langle I_k \rangle (R) = S$ si et seulement R et S sont négativement isographes, avec $k = 12 - n + p \text{ mod } 12$.

Une réflexion et mise en perspective du concept des hyper-opérateurs (notamment de la dualité entre les objets et les transformations) est largement discutée au sein des analystes utilisant cet outil analytique [Nol07]. Nous verrons plus loin les exemples d'application et les difficultés qui en résultent.

Deuxième partie

Contributions

4

Modélisation informatique de l'analyse créatrice par l'intermédiaire des *Structures Ia* de Boulez et vision diagrammatique de l'analyse

4.1 Introduction : la modélisation, entre analyse et composition

Ce chapitre s'intéresse à la modélisation d'une composition dodécaphonique de Pierre Boulez dont les rouages ont été décrits par une analyse de Ligeti. Nous étudions la reconstruction de ce schéma compositionnel, à l'aide d'une machinerie qui peut générer d'autres pièces selon des paramètres laissés au choix de l'utilisateur. Avant d'évoquer en quels termes l'analyse peut servir de base à la composition, et la manière dont nous allons le réaliser dans un cadre informatique, nous discutons la notion de modèle.

Nous avons évoqué auparavant cette modification du statut du compositeur qui doit désormais faire face à la mise en place d'un système (qui n'est pas censé expliquer la composition entière) et que Gérard Assayag montre :

« La mutation du compositeur en bâtisseur de système formel est notamment illustrée par la révolution dodécaphonique et sérielle, dans laquelle les axiomes ne sont pas des objets directement dictés par la perception (ils accèdent alors par leur arbitraire même au statut indiscutable d'axiomes) et les règles de construction s'émancipent du passé. La mutation est menée à un stade proche de la saturation dans la période contemporaine, où ce mécanisme de refondation formelle se voit mis en œuvre avec une granularité de temps qui ne ressort plus de l'échelle historique et se réduit quelquefois à la période de gestation d'une seule œuvre. Ces deux évolutions de la logique et de la musique vers la notion de système (ou de calcul) formel sont quasiment concomitantes, et éclairent d'un jour singulier la relation de la musique à l'informatique¹ » [Ass09].

Le compositeur Hugues Dufourt lui même avance les avantages du modèle (ici dans le cadre de la musique électroacoustique) :

« En expérimentant sur des modèles, l'informatique musicale réalisait un progrès décisif, celui qui consiste à élaborer une reproduction artificielle des phénomènes que l'on désirait observer. Très vite, la simulation numérique dépassait en effet le stade de l'analogie entre le modèle et le phénomène [...] La modélisation a donc joué dans l'élaboration de la théorie un rôle à la fois critique et prospectif. [...] Le modèle a joué un rôle organisateur par rapport à la théorie qui le généralisait. En ce cas, le modèle sert d'épreuve et de contrepartie objective à la théorie. Il fournit une réalisation et un paradigme plus concrets de ses raisons déductives. Cependant, le propre d'un modèle est de déborder le strict domaine d'application de ce qu'on lui assigne. Le modèle ne constitue pas la simple illustration de la théorie, mais son extension. Ainsi un modèle est-il aussi bien un moyen de recherche qu'un procédé de validation » [Duf91].

1. Page 14.

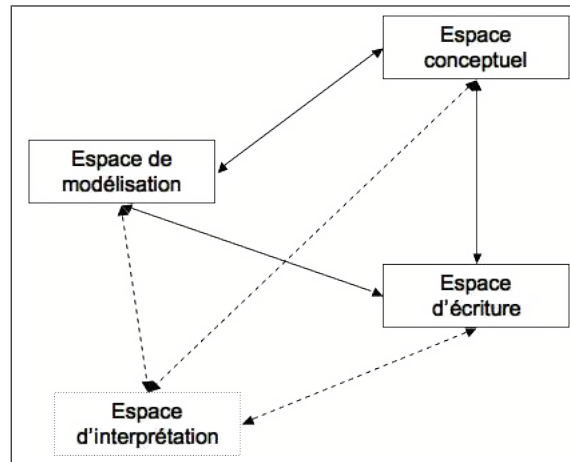


FIGURE 4.1 – L’espace de modélisation, pont entre l’espace conceptuel et l’espace d’écriture, tiré de [Mal03].

Tout comme la partition fixe le phénomène musical, la modélisation représente la passerelle entre l’idée et le réel, entre un espace conceptuel et l’espace d’écriture. D’après Mikhail Malt, l’espace de modélisation est le lieu où s’établissent les schémas qui permettront au compositeur de représenter concrètement ou musicalement ses concepts abstraits (musicaux ou extra-musicaux), C’est l’espace où il effectue ses choix et il est montré sur le schéma en figure 4.1 auquel s’ajoute l’interprétation pouvant s’opérer à tous niveaux.

Nous prenons alors une composition, ou plus exactement son analyse qui en détaille la conception, qui définit notre espace de modélisation. Nous effectuons alors deux implémentations sous *OpenMusic* et *Rubato* [Ahn07], en s’appuyant sur la spécificité de chaque logiciel afin d’étendre le schéma musical initial.

4.2 Le schéma compositionnel des *Structures Ia* de Boulez

Nous présentons la composition de Boulez avant de rentrer dans les détails de l’analyse.



FIGURE 4.2 – La série utilisée par Boulez et tirée de la partie « Division » de la pièce *Mode de valeurs et d'intensités*.

4.2.1 Présentation des *Structures Ia* de Boulez

Cette composition, pour 2 pianos et divisée en deux parties A et B, utilise une série tirée de la section « Division I » de la pièce *Mode de valeurs et d'intensités*² d'Olivier Messiaen montrée sur la figure 4.2 et dont une analyse informatique a été réalisée par Riotte [Rio93]. Pierre Boulez réemploie cette série dans sa pièce en hommage à son ancien professeur et y utilise le sérialisme intégral pour la dernière fois.

4.2.2 Présentation de l'analyse de Ligeti

Parmi les analyses de cette composition, nous allons ainsi nous appuyer sur celle de Ligeti [Lig75]. Comme évoqué dans le titre de cette analyse, il s'agit ici de montrer dans quelle mesure la part de décision et la part d'automatisme interviennent dans la pièce. En particulier, la partie décisionnelle porte sur le choix des éléments de départ et leur organisation, puis au final dans les retouches à apporter pour l'obtention de l'œuvre finale. Entre ces deux étapes s'intercale l'automatisme avec une machinerie qui « fabrique les relations » selon les termes de Ligeti, et génère un canevas musical qui est retravaillé. Ce sont les premiers choix et cette organisation automatisée que nous décrivons ici.

Nous avons évoqué la série originelle représentée en figure 4.2. À partir de cette série, Boulez génère deux matrices nommées S et I de taille 12×12 que nous montrons en figure 4.3.

Ces matrices s'obtiennent à partir de la série initiale à laquelle on assigne tout

2. 'A l'origine de la vocation de Stockhausen !

S												I											
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	7	3	10	12	9	2	11	6	4	8	5
2	8	4	5	6	11	1	9	12	3	7	10	7	11	10	12	9	8	1	6	5	3	2	4
3	4	1	2	8	9	10	5	6	7	12	11	3	10	1	7	11	6	4	12	9	2	5	8
4	5	2	8	9	12	3	6	11	1	10	7	10	12	7	11	6	5	3	9	8	1	4	2
5	6	8	9	12	10	4	11	7	2	3	1	12	9	11	6	5	4	10	8	2	7	3	1
6	11	9	12	10	3	5	7	1	8	4	2	9	8	6	5	4	3	12	2	1	11	10	7
7	1	10	3	4	5	11	2	8	12	6	9	2	1	4	3	10	12	8	7	11	5	9	6
8	9	5	6	11	7	2	12	10	4	1	3	11	6	12	9	8	2	7	5	4	10	1	3
9	12	6	11	7	1	8	10	3	5	2	4	6	5	9	8	2	1	11	4	3	12	7	10
10	3	7	1	2	8	12	4	5	11	9	6	4	3	2	1	7	11	5	10	12	8	6	9
11	7	12	10	3	4	6	1	2	9	5	8	8	2	5	4	3	10	9	1	7	6	12	11
12	10	11	7	1	2	9	3	4	6	8	5	5	4	8	2	1	7	6	3	10	9	11	12

FIGURE 4.3 – Les matrices S et I servant de base à la composition de Boulez.

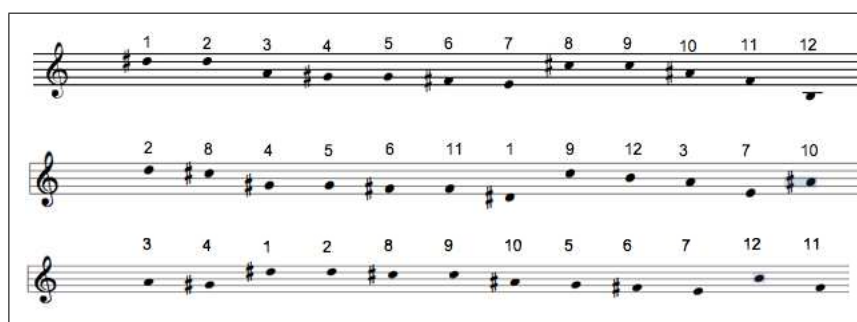


FIGURE 4.4 – Les trois premières lignes de la matrice S détaillées.

d'abord un numéro de 1 à 12. Cette énumération fixe les références des notes et Boulez développe les matrices de la manière suivante :

- La n -ième ligne de la matrice S commence avec le n -ième élément de la série de départ ; puis tous les autres sont calculés en tenant compte des intervalles successifs contenus dans la série originelle et nous montrons les 3 premières séries de hauteurs de la matrice S sur la figure 4.4 ;
- La première ligne de la matrice I est la forme inversée de la série initiale par rapport à sa première note (Mi bémol, donc une inversion I_3) ; puis on déploie la matrice entière en réitérant le même processus que pour la matrice S représenté sur la figure 4.5.



FIGURE 4.5 – Les trois premières lignes de la matrice I détaillées.



FIGURE 4.6 – La séquence rythmique de base.

Ensuite, le choix des durées s'effectue à partir d'une séquence rythmique de base où on part d'une triple croche qu'on multiplie de 1 à 12 pour obtenir la séquence représentée en figure 4.6.

Les intensités sont définies de même avec 12 niveaux allant du *pppp* à *ffff*, ainsi que les attaques (staccato, legato, etc.).

Boulez choisit ensuite pour organiser ces durées et intensités des parcours dans la matrice dont certains sont représentés sur la figure 4.7.

Le principe du sérialisme étendu par Boulez est de constituer des fils sériels qui combinent une série de hauteurs avec une série rythmique, une série d'intensités et une série de timbres, comme le dit Boulez lui-même :

« Nous pourrions ensuite, au cours de la composition, désolidariser les séries rythmiques des séries de hauteur qui leur ont donné naissance, et somme toute, créer un contrepoint de structure entre les hauteurs et les rythmes » [Bou66].

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	8	4	5	6	11	1	9	12	3	7	10
3	4	1	2	8	9	10	5	6	7	12	11
4	5	2	8	9	12	3	6	11	1	10	7
5	6	8	9	12	10	4	11	7	2	3	1
6	11	9	12	10	3	5	7	1	8	4	2
7	1	10	3	4	5	11	2	8	12	6	9
8	9	5	6	11	7	2	12	10	4	1	3
9	12	6	11	7	1	8	10	3	5	2	4
10	3	7	1	2	8	12	4	5	11	9	6
11	7	12	10	3	4	6	1	2	9	5	8
12	10	11	7	1	2	9	3	4	6	8	5

FIGURE 4.7 – Une matrice et certains chemins utilisés pour la composition.

4.3 L'analyse créatrice

Ligeti ajoute une note à son analyse et met l'accent sur le caractère algorithmique de cette composition :

« Rétrospectivement, je ne considère plus cette pièce comme représentative de l'œuvre de Boulez, ni même pour la conception sérielle, mais plutôt comme un paradigme de musique presque algorithmique, se rapprochant de la pensée informatique. La voie que Boulez a poursuivie après la composition du premier volume des *Structures* l'a conduit à se détourner dans ses nouvelles œuvres de tout automatisme, tout en restant attaché à l'idée de constructivisme » [Lig01].

Cette pièce a quasiment perdu sa singularité artistique au profit d'une formalisation, d'une abstraction qui l'amène à être considérée comme un modèle informatique. Pour paraphraser Mikhail Malt dans sa description de cette pièce, le concept à la base est un contrepoint entre les divers paramètres musicaux, et le modèle propose alors la construction d'une structure musicale avec un décalage dans l'application de permutations sur les différents paramètres musicaux [Mal03]. C'est ce modèle abstrait qui nous concerne dans l'application de l'analyse créatrice.

Ce terme, emprunté à Boulez [Bou89] souligne que le but de l'analyse est la fécondité, et se doit donc d'être productive. Ainsi, selon lui, même une analyse

« fausse » peut donc se justifier intellectuellement tant qu'elle sert de fondement à une activité compositionnelle :

« La situation [analytique] la plus séduisante est de créer un labyrinthe à partir d'un autre labyrinthe, de superposer son propre labyrinthe à celui du compositeur : non pas essayer de reconstituer sa démarche, mais créer, à partir de l'image incertaine qu'on peut en avoir, une autre démarche. L'analyse productive est probablement, dans le cas le plus désinvolte, l'analyse fausse, trouvant dans l'œuvre non pas une vérité générale, mais une vérité particulière, transitoire, et greffant sa propre imagination sur l'imagination du compositeur analysé. Cette rencontre analytique, cette détonation soudaine, pour subjective qu'elle soit, n'en est pas moins la seule créatrice » [Bou05].

Bien que subjective et contestable, l'analyse fausse est une forme de maïeutique pour reprendre l'analogie employée par Olivier Baudouin [Bau05]. Selon Mazzola, l'analyse productive est une transduction, une démarche dans un domaine du savoir qui n'est ni inductive, ni déductive mais plutôt une découverte qui n'obéit pas nécessairement à un chemin logique mais à un chemin créatif [MA08]. Le schéma représenté en figure 4.8 symbolise le processus d'analyse que suit Pierre Boulez dans la représentation de Mazzola.

4.4 Analyse créatrice dans *OpenMusic*

4.4.1 Le langage de programmation visuelle *OpenMusic*

Présentation du logiciel *OpenMusic*

OpenMusic, dont une formalisation graphique de la syntaxe et la sémantique est donnée dans [Ago98], est un environnement de CAO développé par l'équipe Représentations Musicales de l'Ircam. Conçu par Gérard Assayag et Carlos Agon dans le milieu des années 1990, il hérite d'une grande partie des concepts de PatchWork [Lau96] ; en particulier, une caractéristique de PatchWork était la possibilité

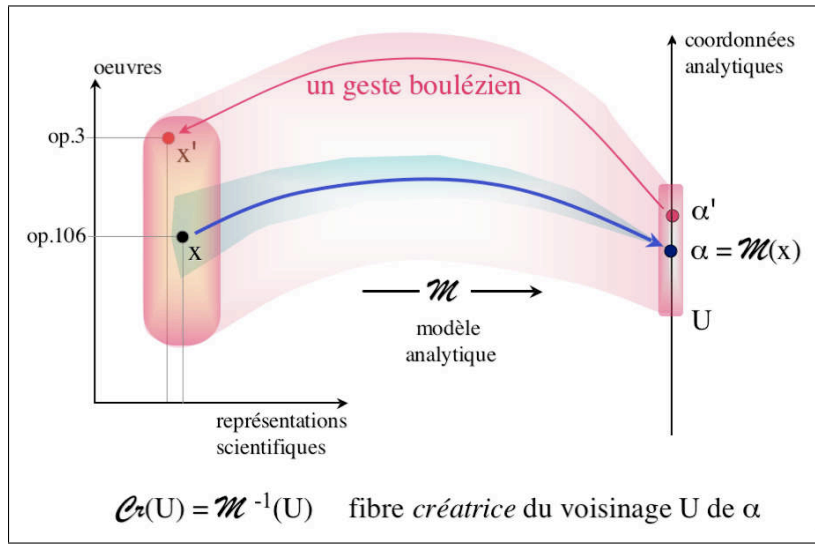


FIGURE 4.8 – Le « geste boulézien » de l’analyse tiré de [MA08]. On part d’une œuvre x , qui par l’analyse se retrouve en $M(x)$. L’analyse créatrice consiste réaliser une nouvelle œuvre x' .

d’associer un éditeur graphique à une fonction. Cette dernière construisait un objet CLOS (Common Lisp Object System [Ste98]) qui reconstituait le modèle dans un schéma MVC [Ree79] qui impose la séparation entre données, traitements et présentation.

L’intérêt principal d’*OpenMusic* est qu’il constitue un langage de programmation visuelle qui permet la conception et l’implémentation des structures de contrôle graphique telles que les boucles, les conditions, l’abstraction et la récursivité. Une autre particularité d’*OpenMusic* est qu’il étend et enrichit le langage Common Lisp s’appuyant sur un paradigme fonctionnel [AC94] par un paradigme orienté objet objet [GWB91] dont il tire les potentialités en permettant de créer des classes, des relations d’héritage, des méthodes. Il fournit aussi d’autres paradigmes : par exemple, il aborde la programmation par contraintes avec des prédicats exprimés de manière fonctionnelle avec trois moteurs de contraintes implémentés [Ass09] . Mais un paradigme important est celui de méta-objets, qui ont été redéfinis au sein d’*OpenMusic* en partant du Meta-Object Protocol offert par CLOS. Il s’agit des primitives du langage : fonctions, programmes,

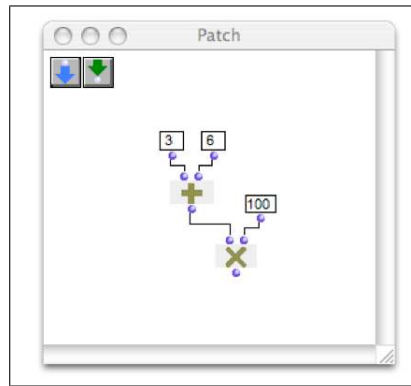


FIGURE 4.9 – Un patch réalisant l’opération $(3 + 6) \times 100$ sous *OpenMusic*.

classes, instances et types, à distinguer normalement des composants graphiques. La redéfinition permet d’intégrer toutes les classes créées dans le langage visuel. Cela signifie que le paradigme visuel fait partie du langage d’où la réflexivité d’*OpenMusic*, apport radical par rapport aux autres langages de CAO mais aussi par rapport aux langages visuels en général.

Les objets de bases

L’utilisation d’*OpenMusic* se base sur le mécanisme de glisser–déposer comme le principal outil d’édition, opération généralisée afin de relier tous les objets graphiques et qui est au cœur des systèmes d’exploitation à interfaces graphiques.

Un patch est un programme visuel. Il est associé à un éditeur, dans lequel l’utilisateur dispose des unités fonctionnelles sous forme de boîtes graphiques, présentant chacune un certain nombre d’entrées et de sorties. Il réifie le concept d’algorithme et un programme est alors constitué par un ensemble de boîtes reliées les unes aux autres par l’intermédiaire de connexions établies entre ces entrées et sorties. La figure 4.9 représente un patch réalisant des opérations arithmétiques sur des entiers.

L’évaluation d’une boîte engendre une chaîne d’évaluations correspondant à l’exécution d’un programme. Les boîtes représentent des appels fonctionnels, tandis que le graphe de connexion représente la composition fonctionnelle.

Le mécanisme d'abstraction d'un patch se fait en ajoutant des boîtes d'entrée et de sortie, représentées par des icônes de flèches. Par ailleurs, une abstraction peut notamment être fonctionnelle : en effet, dans les langages à fermeture comme Lisp, issus du formalisme du Lambda Calcul, données et programmes sont des structures équivalentes. L'abstraction fonctionnelle consiste ainsi à faire devenir variables certains éléments d'une structure statique, ce qui entraîne la définition d'objets fonctionnels. Dans *OpenMusic*, des entrées et des sorties, également représentées par des boîtes, peuvent être introduites dans les patches. Elles vont permettre de rendre variables certaines données du programme défini dans le patch.

Il est à noter que selon le principe de récursivité, une abstraction peut également être appelée dans la propre fonction qu'elle définit. Par ailleurs, les multiples occurrences d'un patch dans d'autres programmes feront donc toutes référence au même programme initial.

***OpenMusic* : une interface destinée à la composition musicale**

La plupart des objets de l'environnement sont associés à un éditeur qui permet leur construction et leur édition. *OpenMusic* propose un éditeur de partitions musicales mais aussi des éditeurs de fichiers MIDI, audio, etc. Suivant l'encapsulation objet pour spécifier les éléments musicaux, il est possible de traiter tout objet selon plusieurs niveaux de hiérarchie. La figure 4.10 montre un *voice* qui affiche une voix musicale, et un accord sélectionné sur cette voix qui est édité dans un éditeur d'accords.

4.4.2 Le patch comme reconstitution de l'analyse

Le patch représente donc un programme, une abstraction réutilisable et modifiable au niveau informatique. L'abstraction permet d'organiser les niveaux structurels d'un processus compositionnel et de progresser dans le travail et la complexité de ces processus.

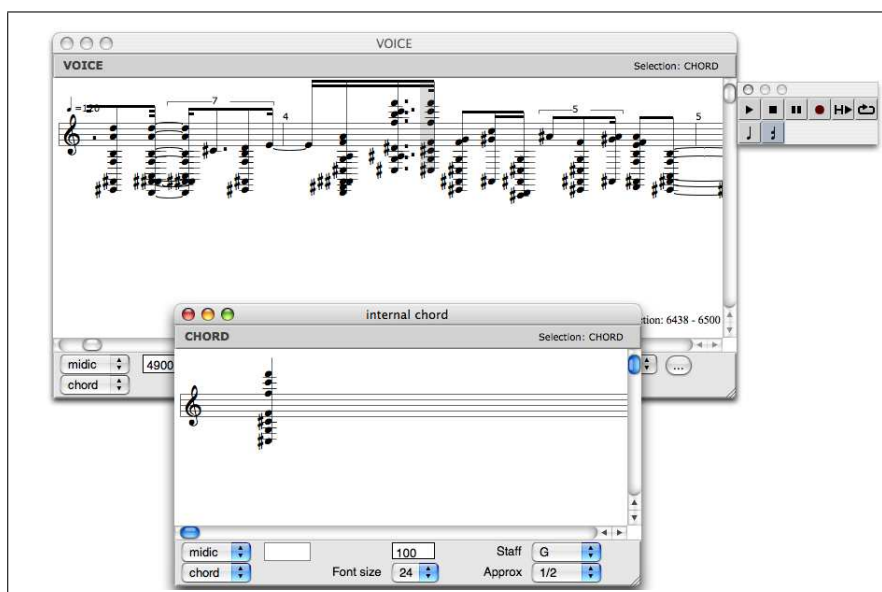


FIGURE 4.10 – L'édition graphique sous *OpenMusic* avec un accord d'une voix édité à part.

Le patch général représenté en figure 4.11 donne en sortie les 2 parties de la pièce. On lui donne ici comme entrée dans l'ordre la série originale et une liste de durées sous forme d'entiers de 1 à 12, 1 symbolisant la plus petite unité rythmique. Nous donnons la séquence croissante de 1 à 12.

Le patch `make-structures`, montré en figure 4.12, génère les 2 parties de chaque piano, prenant bien en entrée une liste de hauteurs et une liste de durée.

Les matrices sont ordonnées par les algorithmes d'ordonnement suivant les chemins de Boulez qui sont traduits par le patch de la figure 4.13. Les fonctions `make-matrix`, `create-arrangements`, `make-matrix-inversion` reprennent les algorithmes et choix de Boulez, la fonction $x \rightarrow dx$ étant une fonction générique qui, à partir d'une liste, donne les différences entre les éléments de cette liste. En sortie de ce patch on obtient l'ensemble des fils sériels et leur distribution selon le choix de Boulez.

Nous montrons sur la figure 4.14 un des patchs qui organise la superposition des fils sériels que l'on récupère à la sortie du patch `matrix-creation`.

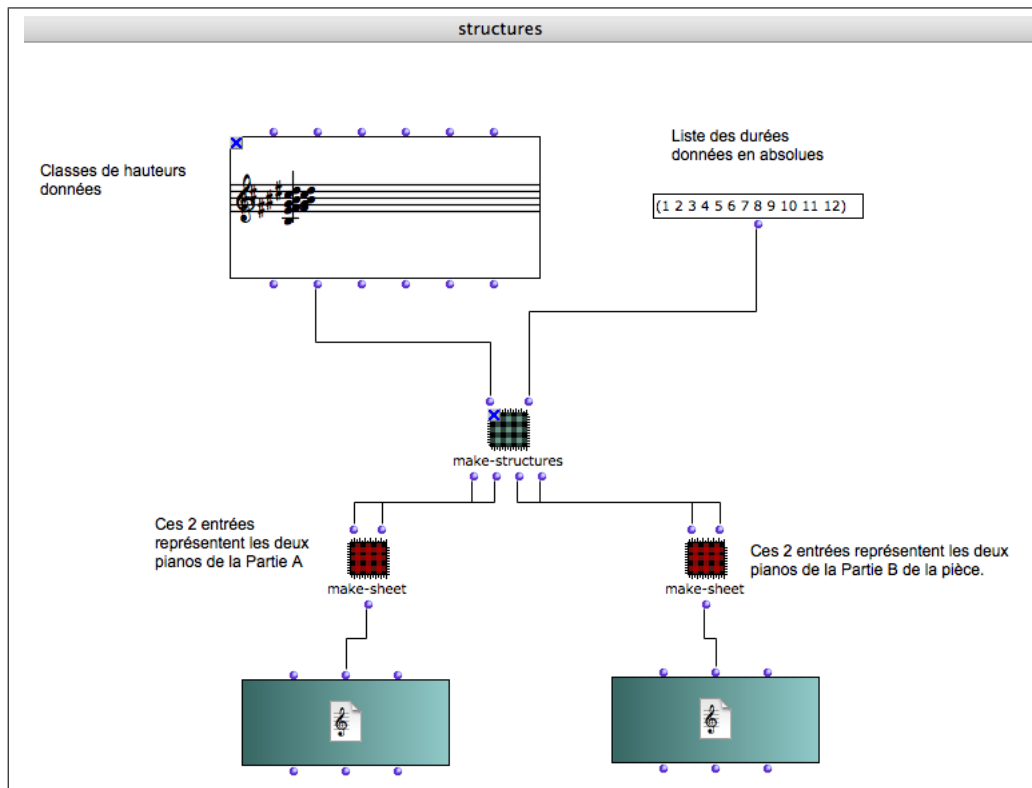


FIGURE 4.11 – Le patch général de la modélisation des *Structures Ia* de Boulez.

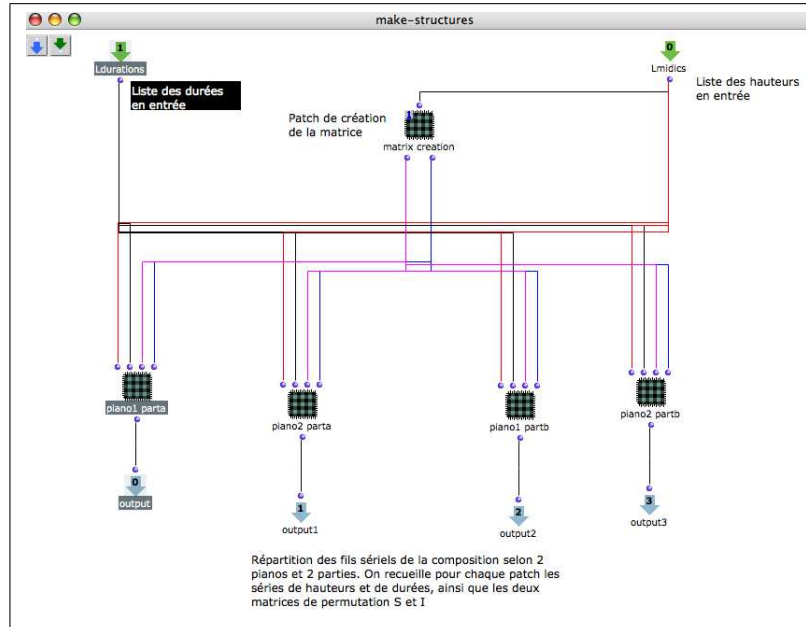


FIGURE 4.12 – Le patch make-structures générant chaque partie.

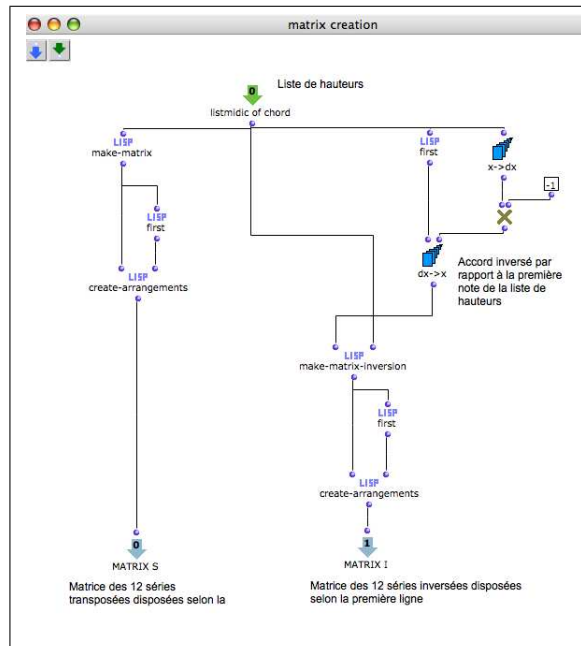


FIGURE 4.13 – Le patch qui crée l'ordonnancements des matrices.

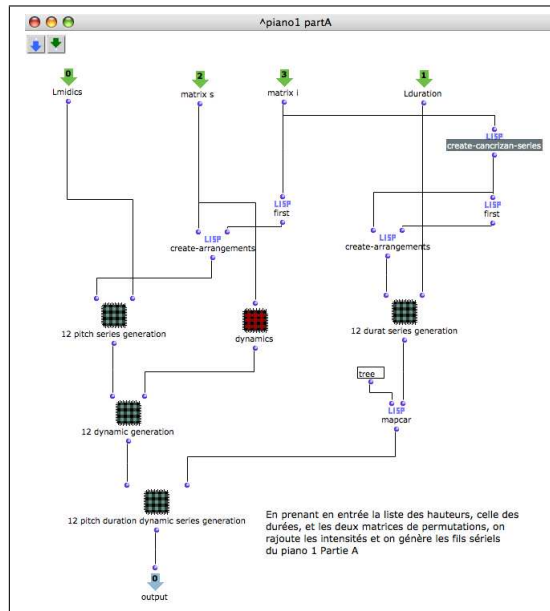


FIGURE 4.14 – Le patch qui crée la superposition des fils sériels.

Chaque séquence sérielle est créée selon un modèle type qui ne dépend pas du paramètre musical ; nous copions cet algorithme de création pour chaque paramètre.

Le résultat final est visualisé dans l'objet sheet d'*OpenMusic* qui permet de distinguer les voix et leur superposition affichée sur la figure 4.15. Les cinq fils sériels que nous créons sont superposés.

Nous obtenons une base automatisée sur laquelle le travail de composition peut continuer, tout comme Boulez le fait pour déterminer les registres finaux des hauteurs. Par ailleurs cet objet sheet propose un outil puissant d'écriture musicale puisqu'il permet d'une part la superposition d'éléments musicaux non forcément homogènes ; outre rajouter une autre voix, on peut par exemple ajouter un fichier MIDI en parallèle.

Un aspect qui poursuit la démarche compositionnelle est d'agir de nouveau sur le matériel ; le pouvoir d'abstraction d'*OpenMusic* permet de considérer chaque voix du sheet comme un patch. Nous montrons sur la figure 4.16 un exemple de traitement appliqué à la même une voix du sheet, dont on prend le rythme et on

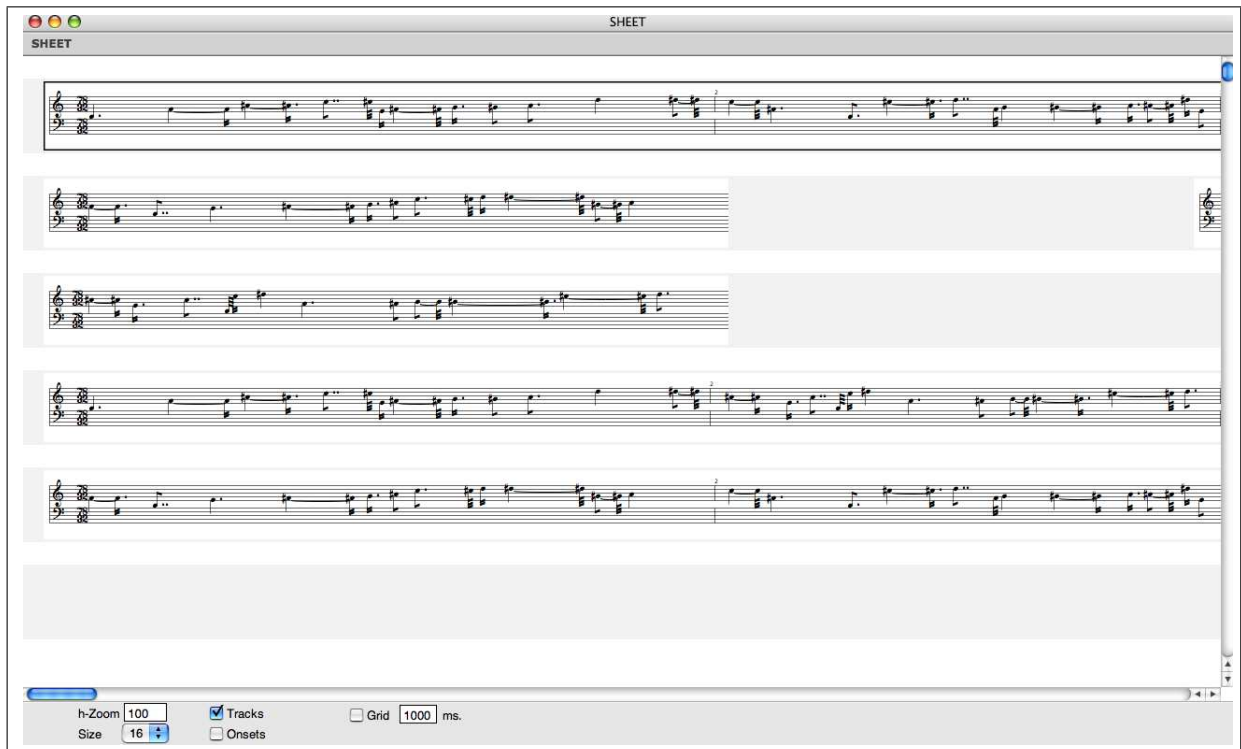


FIGURE 4.15 – La représentation d'un extrait de la partie B des *Structures Ia* dans l'objet sheet composé de cinq fils sériels.

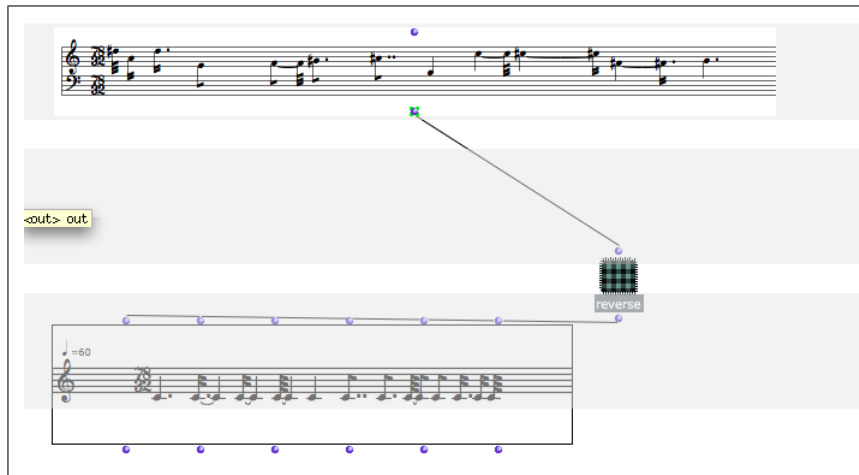


FIGURE 4.16 – Une nouvelle voix obtenue à partir de la transformation d’une autre qui s’ajoute à la composition.

l’inverse afin de créer une nouvelle voix qui possède la même séquence rythmique mais dans l’ordre inversé, voix qui s’insère dans la composition.

4.5 Analyse récréatrice dans *Rubato*

4.5.1 *Rubato* : un environnement graphique de formes et de dénotateurs

Le logiciel *Rubato*, faisant suite aux logiciel *presto* [Maz90] s’appuie sur une théorie dont nous présentons les éléments de base nécessaires à la manipulation du logiciel.

Présentation simplifiée des concepts

Nous adoptons pour débiter une nomenclature simplifiée afin de proposer une lecture plus facile de l’implémentation de l’abstraction sous *Rubato*.

Nous commençons par définir des éléments primitifs, appelés « éléments simples » ou « simples ».

Définition 4 *Un simple est un objet primitif, atomique.*

Une hauteur est un réel si on la prend absolue : ainsi on peut noter *Pitch : Simple*(\mathbb{R}).

Définition 5 *Une limite est une conjonction d'éléments, analogue au produit cartésien.*

Un exemple est la note de musique qui est une limite de la hauteur, de l'attaque, de la durée et de l'intensité

Définition 6 *Une colimite est une somme disjointe d'éléments.*

L'exemple ici est un événement musical qui est une colimite d'une note ou d'un silence ; un événement musical est soit l'un, soit l'autre.

Définition 7 *Une puissance est l'ensemble des parties d'un ensemble.*

Il est plus ardu ici de considérer un exemple musical, nous proposons la partition qui est une puissance d'un ensemble de notes. En effet, toute partie de cet ensemble constitue à nouveau une partition musicale.

Théorie des modules

Nous résumons ici les éléments algébriques nécessaires à la compréhension des modules, qui sont les éléments fondamentaux de la structure des objets manipulés dans Rubato, faisant appel à la théorie des ensembles.

Définition 8 *Un monoïde est un couple $(M, *)$ où M est un ensemble et $*$: $M \times M \rightarrow M$ est une opération binaire avec les propriétés suivantes :*

1. *Associativité : pour $a, b, c \in M$, $(a * b) * c = a * (b * c)$*
2. *Élément neutre : $\exists e \in M$ tel que $\forall m \in M, e * m = m * e = m$ Le monoïde est commutatif si de plus $\forall m, n \in M, m * n = n * m$.*

Le monoïde est une structure simple dont un exemple est l'ensemble des entiers naturels \mathbb{N} avec l'addition comme opération et 0 comme élément neutre. Un monoïde important est celui défini par $(M, *)$ portant sur un alphabet A , et M constitué alors par l'ensemble des séquences finies de l'alphabet A . Les éléments de ce monoïde sont des mots, y compris le mot vide ϵ qui constitue l'élément neutre ; l'opération qui définit ce monoïde est la concaténation.

L'utilisation du monoïde en musique a été traitée par Marc Chemillier qui s'intéresse à l'étude de séquences de mots, définissant des langages. L'application musicale a porté sur la modélisation de séquences rythmiques, et plus particulièrement les rythmes asymétriques qui ont démontré leur spécificité au sein de cette formalisation [Che87].

Définition 9 Soit deux monoïdes $(M, *_M)$ et $(N, *_N)$; un homomorphisme de monoïdes $f : (M, *_M) \rightarrow (N, *_N)$ est une application $f : M \rightarrow N$ telle que :

1. $\forall m, n \in M, f(m *_M n) = f(m) *_N f(n)$
2. en notant les éléments neutres $e_M \in M$ et $e_N \in N$, $f(e_M) = e_N$

Un homomorphisme peut se doter de caractéristiques :

Définition 10 Un homomorphisme bijectif est un isomorphisme.

Définition 11 Un endomorphisme est un homomorphisme dont l'ensemble de départ et celui d'arrivée coïncident (respectivement appelés également domaine et codomaine).

Définition 12 Un endomorphisme bijectif est un automorphisme.

On peut enrichir la structure de monoïde avec une propriété additionnelle, l'inversibilité. Un monoïde où tout élément est inversible est un groupe, ce que nous formulons dans la définition suivante :

Définition 13 Un monoïde $(G, *)$ est un groupe si tout $g \in G$ est inversible, i.e. $\exists h \in G$ tel que $g * h = h * g = e$.

Un exemple de groupe usuel est $(\mathbb{Z}, +)$. L'utilisation de ce concept est pertinent dans le cadre musical car il est fortement lié à l'idée de symétrie, concept mis en œuvre en musique depuis les origines de la partition musicale jusqu'aux compositeurs sériels.

Comme le monoïde, on peut définir un homomorphisme de groupes. Un groupe est commutatif ou abélien s'il l'est déjà en tant que monoïde.

Nous pouvons ajouter une opération au groupe qui n'en contient pour l'instant qu'une ; la structure d'anneau ajoute une seconde opération tout en conservant les propriétés du groupe.

Définition 14 *Un anneau est un triplet $(R, +, *)$ tel que $(R, +)$ est un groupe commutatif pour l'addition avec l'élément neutre 0_R , et $(R, *)$ est un monoïde pour la multiplication avec l'élément neutre 1_R . Les opérations de ces deux structures sont liées selon la propriété de distributivité : $\forall x, y, z \in R, x * (y + z) = x * y + x * z$ et $(x + y) * z = x * z + y * z$. Un anneau $(R, +, *)$ est commutatif si le monoïde $(R, *)$ l'est. Un anneau commutatif où tout élément non nul est inversible est un corps.*

La définition d'homomorphisme d'anneau découle de celles d'homomorphismes de groupe et de monoïde.

Définition 15 *Une application $f : R \rightarrow S$ entre les anneaux R et S est un homomorphisme d'anneau si f est un homomorphisme de groupe entre les groupes additifs R et S , et un homomorphisme de monoïde entre les monoïdes multiplicatifs R et S , i.e. $\forall a, b \in R :$*

1. $f(1_R) = 1_S$
2. $f(a + b) = f(a) + f(b)$
3. $f(a * b) = f(a) * f(b)$

Dans *Rubato*, les nombres usuels sont utilisés dans le cadre d'anneaux, étant \mathbb{Z} , \mathbb{Q} , \mathbb{R} et \mathbb{C} (les trois derniers étant même des corps).

Soient deux anneaux $(R, +_R, *_R)$ et $(S, +_S, *_S)$, l'anneau produit $(R \times S, +_{R \times S}, *_{R \times S})$ est défini sur le produit cartésien des ensembles $R \times S$, i.e. l'ensemble des couples (x, y) avec $x \in R$ et $y \in S$. Les propriétés suivantes décrivent la construction de l'anneau produit $R \times S$. $\forall x, u \in R$ et $\forall y, v \in S :$

1. $(x, y) +_{R \times S} (u, v) = (x +_R u, y +_S v)$
2. $(x, y) *_R \times_S (u, v) = (x *_R u, y *_S v)$
3. $0_{R \times S} = (0_R, 0_S)$
4. $1_{R \times S} = (1_R, 1_S)$

La construction du produit de deux anneaux peut être itérée à trois et plus ; $(R \times S) \times T$ et $R \times (S \times T)$ sont isomorphes et peuvent alors être identifiés à un seul représentant s'écrivant $R \times S \times T$.

Un type d'homomorphisme d'anneaux spécifiques aux produits est la classe des projections. Soit un produit $R_1 \dots R_n$ de n facteurs, la projection p_i sur le i -ème facteur (i étant un entier naturel inférieur à n) est définie telle que : $p_i : R_1 \times \dots \times R_n \rightarrow R_i : (x_1, \dots, x_n) \rightarrow x_i$

Nous définissons enfin les modules, élément mathématique général incluant les espaces linéaires et affines avec un vaste ensemble de transformations géométriques (par exemple les espaces euclidiens traditionnels à deux et trois dimensions).

Définition 16 Soit un anneau $(R, +_R, *_R)$ un R -module (gauche) est un triplet $(R, M, \cdot : R \times M \rightarrow M)$ où $(M, +)$ est un groupe abélien de vecteurs, et \cdot est la multiplication scalaire, avec les propriétés suivantes :

1. $\forall m \in M, 1_R \cdot m = m$
2. $\forall r, s \in R$ et $m, n \in M$
 - (a) $(r +_R s) \cdot m = r \cdot m + s \cdot m$
 - (b) $r \cdot (m + n) = r \cdot m + r \cdot n$
 - (c) $r \cdot (s \cdot m) = (r *_R s) \cdot m$

On peut omettre les indices sous les symboles s'il n'y a pas confusion. Si R est un corps, M est un R -espace vectoriel. Il y a plusieurs types d'homomorphismes que l'on peut définir sur des modules ; les plus communs sont les homomorphismes de module R -linéaires.

Définition 17 Soit deux R -modules (R, M, \cdot_M) et (R, N, \cdot_N) , un homomorphisme R -linéaire est un homomorphisme de groupes tel que $\forall r \in R$ et $m \in M$, $f(r \cdot_M m) = f(r) \cdot_N f(m)$

On peut définir la formule caractéristique aux homomorphismes linéaires de la manière suivante : $\forall r, s \in R$ et $m, n \in M$, $f(rm + sn) = rf(m) + sf(n)$

L'ensemble des vecteurs colonne de dimensions n sur un anneau R définit un R -module en considérant l'addition usuelle de matrices comme l'opération de groupe et la multiplication scalaire comme la multiplication. Ce module est noté R_n est n est sa dimension. Tout R -module isomorphe à R_n est appelé un R -module libre de dimension n . Les modules de ce type les plus courants sont les espaces euclidiens \mathbb{R}^2 (plan) et \mathbb{R}^3 (espace 3D). Chaque anneau R est un R -module libre à une dimension.

Définition 18 Pour toute famille $(M_i), i \in I$ de R -modules où I est un ensemble d'index, le module produit est le produit cartésien des groupes induits où l'addition et la multiplication scalaire s'effectuent coordonnées à coordonnées.

En plus des espaces linéaires, on peut considérer les espaces affines en spécifiant deux domaines, celui des points et celui des vecteurs.

Formes et dénotateurs

Le format de données des *formes* et des *dénotateurs* est analogue aux concepts de *classes* et d'*instances* proposés par les paradigmes de programmation orientée-objet. Les dénotateurs peuvent être vus comme les points d'un espace-forme spécifié, comme montré sur la figure 4.17. En langage orienté-objet, il s'agirait d'un objet étant un point dans un espace déterminé par les attributs de la classe. Ainsi, exprimés dans ces langages, les dénotateurs sont des instances des formes. Un exemple donne une idée de ce que représente une forme, avec sur la figure 4.18 avec la forme *Note*.

Nous allons simplifier la présentation des formes et dénotateurs afin de limiter l'appel à des notions non présentées encore.

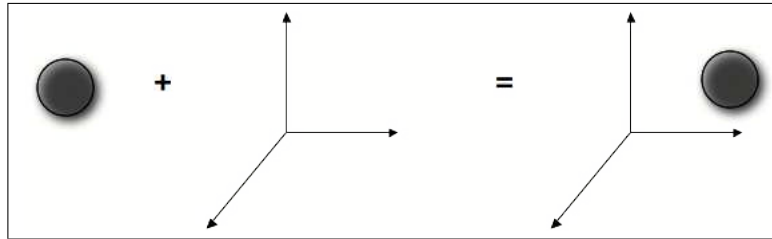


FIGURE 4.17 – Une représentation schématique d'un dénotateur à gauche, d'une forme au centre et de l'objet final à droite.

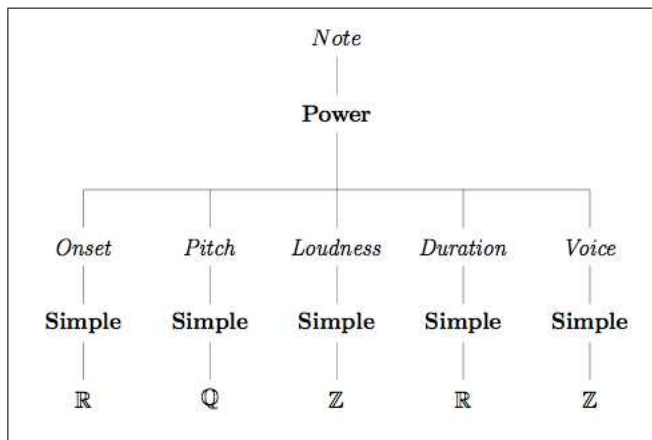


FIGURE 4.18 – La représentation sous forme d'arbre de la forme *Note* tiré de [Mil06].

Par ailleurs, nous donnons les formes que nous utilisons en général pour la musique et qui permettent de voir la forme comme une classe d'objet :

- *Score* : *Id.Power*(*Note*)
- *Note* : *Id.Limit*(*Onset, Pitch, Loudness, Duration, Voice*)
- *Onset* : *Id.Simple*(\mathbb{R})
- *Pitch* : *Id.Simple*(\mathbb{Q})
- *Loudness* : *Id.Simple*(\mathbb{R})
- *Duration* : *Id.Simple*(\mathbb{Z})
- *Voice* : *Id.Simple*(\mathbb{Z})

Formellement, un dénotateur D est une instance d'un tel espace et il se définit de la façon suivante :

$$Name_D : Add_D @ Form_D (Coord_D)$$

$Name_D$ est un dénotateur encore une fois, l'adresse Add_D est un module A , $Form_D$ est une forme F et la coordonnée $Coord_D$ est un élément de l'évaluation $A@Space_F$ de l'espace $Space_F$ de la forme F . L'arobase représente l'évaluation du dénotateur D à l'adresse A . On peut le voir comme une abstraction fonctionnelle qui prend en argument un élément (la coordonnée $Coord_D$) de l'adresse (le module A) pour réaliser le dénotateur de forme F .

Pour clarifier cette définition, nous créons en guise d'exemple un dénotateur de la forme *Score* définie sur le schéma 4.18, qui passe par la création de tous les dénotateurs nécessaires :

- $o_1 : 0@Onset(1.0)$
- $o_2 : 0@Onset(1.5)$
- $o_3 : 0@Onset(2)$
- $p_1 : 0@Pitch(60)$
- $p_2 : 0@Pitch(66)$
- $p_3 : 0@Pitch(58)$
- $l : 0@Loudness(120)$
- $d : 0@Duration(1)$
- $l : 0@Loudness(120)$

- $n_1 : 0@Note(o_1, p_1, l, d)$
- $n_2 : 0@Note(o_2, p_2, l, d)$
- $n_3 : 0@0@Note(o_3, p_3, l, d)$
- $s : 0@Score(n_1, n_2, n_3)$

L'adresse de ces dénotateurs est toujours 0, on dit qu'ils sont 0-adressés. Une des opérations importantes est le changement d'adresse d'un dénotateur qui change le module de départ sur lequel s'effectue l'évaluation du dénotateur. Nous donnons un exemple en l'appliquant sur le dénotateur s que nous redéfinissons comme un dénotateur \mathbb{Z}^2 -adressé :

- $o : \mathbb{Z}^2@Onset(m_o)$ avec $m_o : \mathbb{Z}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ et $m_o(z_1, z_2) = 0.5z_1 + z_2 + 1$
- $p : \mathbb{Z}^2@Pitch(m_p)$ avec $m_p : \mathbb{Z}^2 \rightarrow \mathbb{Q}$ et $m_p(z_1, z_2) = \frac{6}{1}z_1 - \frac{2}{1}z_2 + \frac{60}{1}$
- $n : \mathbb{Z}^2@Note(o, p, l, d, v)$
- $\hat{s} : \mathbb{Z}^2@Score(n)$

Pour obtenir un dénotateur égal à s , il faut évaluer le dénotateur \hat{s} cité à la fin de la liste précédente à des éléments spécifiques de son adresse \mathbb{Z}^2 . Plus précisément, les dénotateurs ont été créés de sorte que l'évaluation ait lieu avec les vecteurs de base $e_1 = (1, 0)$ et $e_2 = (0, 1)$ ainsi qu'avec $e_0 = (0, 0)$. Pour adresser de tels éléments, nous devons définir l'application constante $g_{e_i} : 0 \rightarrow \mathbb{Z}^2$ avec $g_{e_i}(0) = e_i$. Nous obtenons alors les dénotateurs suivants :

- $s_{e_i} : 0@Score(n_{e_i})$
- $n_{e_i} : 0@Note(o_{e_i}, p_{e_i}, l, d, v)$
- $o_{e_i} : 0@Onset(m_o \circ g_{e_i})$
- $p_{e_i} : 0@Pitch(m_p \circ g_{e_i})$

Nous retiendrons ce principe qui est à la base de l'utilisation de *Rubato*, et qui engage l'évaluation d'objets afin de réifier leurs instances.

L'utilisation du logiciel *Rubato*

Rubato a été développé dans le cadre de la thèse de Gérard Milmeister [Mil06] et se présente sous la forme d'une interface qui permet la manipulation des rubettes, unités de programme comprenant des entrées et des sorties. Ces rubettes s'utilisent

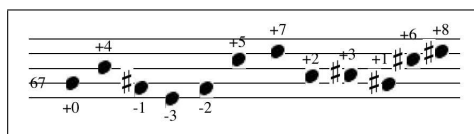


FIGURE 4.19 – Les hauteurs d’une série représentées en décalage par rapport à la première note.

dans un réseau qui les lie entre elles. L’utilisateur de *Rubato*, s’il maîtrise les objets de *Rubato*, peut programmer lui-même ses rubettes en Java.

Les rubettes permettent la manipulation des dénotateurs et des formes dans un cadre informatique, en s’appuyant sur la théorie des modules.

La recréation et l’extension du modèle de Boulez sous *Rubato*

Nous donnons tout d’abord un exemple de création de série dans cet environnement en considérant celle présentée sur la figure 4.19.

Comme présenté plus haut, il faut construire un dénotateur n qui contient des dénotateurs a, h, i, d correspondant respectivement à l’attaque, la hauteur et la durée. Ces types musicaux sont déjà définis au sein de *Rubato*. L’idée générale est d’associer aux vecteurs de base de \mathbb{Z}^{11} les notes de la série. Le cardinal de départ est le bon car nous travaillons dans les espaces affines dont une base est constituée des 11 vecteurs de base plus le vecteur nul.

L’intensité i est constante ; nous créons le dénotateur qui est \mathbb{Z}^{11} -adressé et qui renvoie toujours une intensité constante. Nous définissons un morphisme constant qui va de \mathbb{Z}^{11} à \mathbb{Z} .

Les autres dénotateurs ne sont pas constants ; intéressons-nous au dénotateur h . Pour représenter les hauteurs de la série, il faut que la note de départ soit associée à la hauteur MIDI correspondante (en l’occurrence 67), qui correspondra à la translation de l’application. Les onze notes restantes sont spécifiées comme étant des décalages par rapport à cette origine que représente 67, comme le montre la figure 4.19

Ainsi le morphisme qui définit la série de hauteurs est : $m_i : \mathbb{Z}^{11} \rightarrow \mathbb{Q} : x \mapsto$

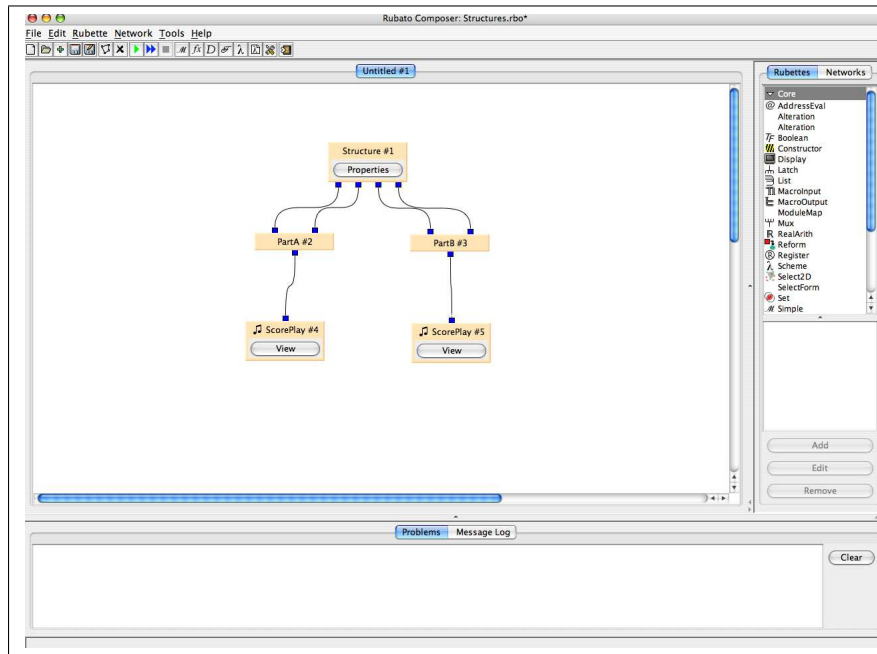


FIGURE 4.20 – Le réseau des *Structures Ia* de Boulez sous *Rubato*.

$(4, -1, -3, -2, 5, 7, 2, 3, 1, 6, 8) \cdot x + 67$ Pour le créer, il faut créer une composition de morphismes : $m_{i,1} : \mathbb{Q}^{11} \rightarrow \mathbb{Q}$ est le morphisme affine et $m_{i,2} : \mathbb{Z}^{11} \rightarrow \mathbb{Q}^{11}$ qui est le morphisme canonique. Finalement on a : $m_i : m_{i,1} \circ m_{i,2}$.

La définition des autres dénotateurs est analogue ; nous donnons les morphismes correspondants. Pour les attaques, le morphisme est : $m_a : \mathbb{Z}^{11} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto (1, 2, 2.5, 3, 4, 5, 6.5, 7, 8, 9, 10) \cdot x$. L'unité vaut une double croche et il n'y a pas de partie affine (la partie de translation) puisqu'on commence à l'attaque 0. Pour les durées, la part affine donne la durée de la première note et les autres leur sont relatives : $m_d : \mathbb{Z}^{11} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto (0, -0.5, -0.5, 0, 0, 0.5, -0.5, 0, 0, 0, 1) \cdot x + 1$.

Ayant admis ce principe, nous simplifions ce modèle en proposant une interface dans le même genre d'*OpenMusic* pour reconstruire les *Structures Ia* de Boulez. La figure 4.20 montre l'interface finale qui se compose d'un réseau des deux rubettes qui reproduisent les parties A et B de la pièce.

Le format de sortie de *Rubato* est une sorte de représentation « pianoroll » dont nous montrons un extrait de la partie A sur la figure 4.21.

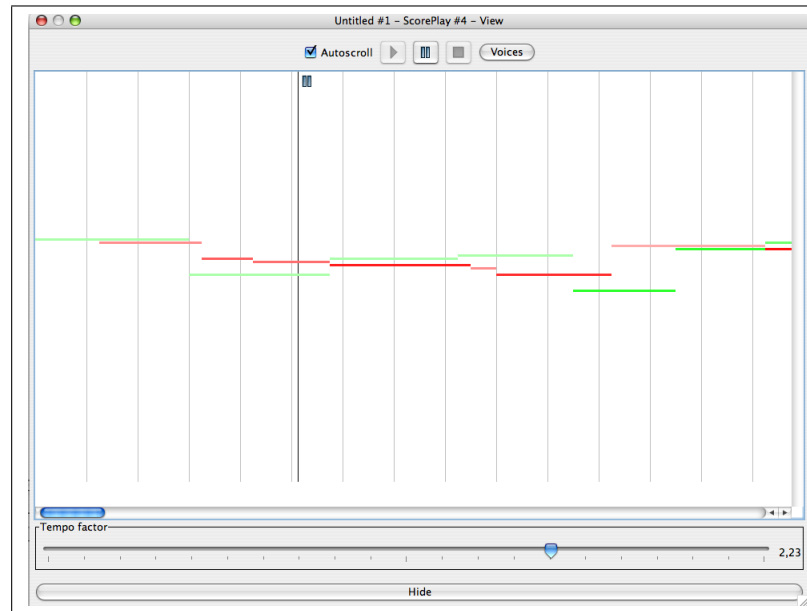


FIGURE 4.21 – La représentation de la partie A reconstituée sous *Rubato*. Les deux couleurs séparent les deux pianos.

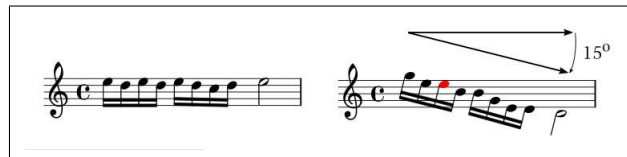


FIGURE 4.22 – Une rotation de 15° effectuée sur un motif musical tiré de [Mil06].

Une des caractéristiques de *Rubato* est d'abord des questions compositionnelles qui s'appuient sur la nature graphique. L'idée consiste à considérer la partition comme un support sur lequel s'opèrent des transformations graphiques donnant lieu à des transformations musicales, idée remontant aux origines de la partition et discutée dans l'article *Translation–Rotation* du compositeur Mauricio Kagel [Kag60]. Comme son titre l'indique, il suggère un traitement géométrique des notes et relève les difficultés musicales qu'il induit : à titre d'exemple, une rotation appliquée à une figure musicale est montrée sur la figure 4.22.

Rubato propose un outil appelé le *Wallpaper* [Tha07] qui procède à des transformations du même genre pour créer une nouvelle pièce musicale. Il conçoit la

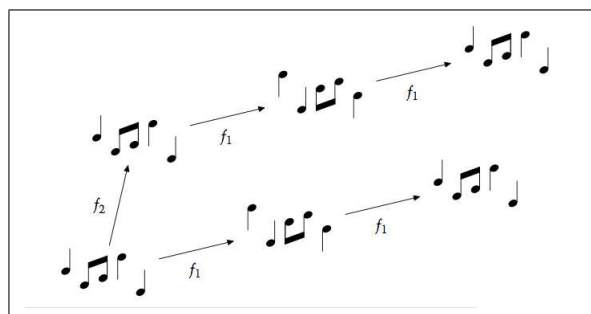


FIGURE 4.23 – La « grille » des transformations du motif original situé en bas à gauche tirée de [Tha07]. f_1 est une rotation de 180 degrés et f_2 une translation. Les morphismes appliqués sont donc : $f_1^0 f_2^0$ (0 fois f_1 et 0 fois f_2 , $f_1^1 f_2^0$, $f_1^2 f_2^0$, $f_1^0 f_2^1$, $f_1^1 f_2^1$, et $f_1^2 f_2^1$

partition comme une grille qui va contenir des occurrences transformées du motif. Nous donnons un exemple sur la figure 4.23 ; sous l'action de deux morphismes f_1 et f_2 , le motif original en bas à gauche est transformé. Le domaine de f_1 est $[0,2]$ et celui de f_2 , $[0,1]$, i.e. f_1 s'applique de 0 à 2 fois et f_2 de 0 à 1 fois. Pour obtenir les occurrences transformées, on part du motif original, on lui applique une translation pour obtenir celui qui se trouve au-dessus de lui et une rotation pour celui à sa droite. On applique au premier deux rotations et à ce dernier une rotation également pour réaliser l'ensemble des occurrences.

Puisque le *Wallpaper* agit dans un espace à deux dimensions, nous appliquons un *Wallpaper* qui modifie à la fois la hauteur et l'attaque de la pièce.

Nous créons d'abord un premier morphisme affine portant sur les hauteurs et les durées et qui est une translation. Ce morphisme sera appliqué deux fois et s'indique sous *Rubato* par l'intervalle d'entiers $[0,2]$; il est spécifié graphiquement comme montré sur la figure 4.24.

Nous créons de même un second morphisme qui est une translation : le morphisme final est une composition des deux morphismes. Le résultat final est affiché sur la figure 4.25 où le motif de base de la figure 4.21 est donc copié en ayant subi des translations en temps et en hauteur.

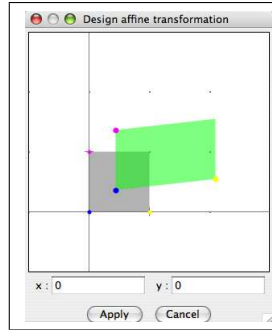


FIGURE 4.24 – La définition graphique du morphisme.

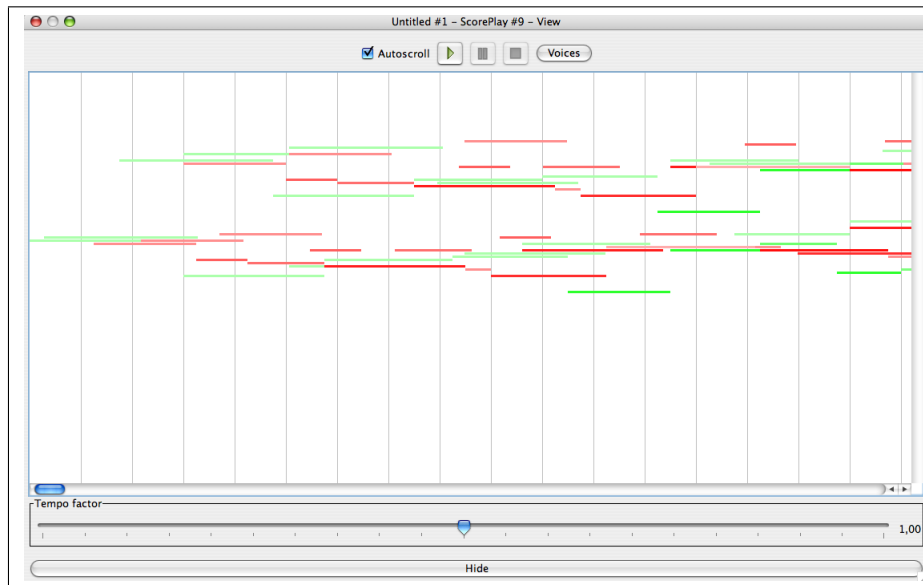


FIGURE 4.25 – Le résultat des *Structures Ia* de Boulez après application du *Wallpaper*.

4.6 La formalisation catégorielle

4.6.1 Le caractère diagrammatique des modèles

Le point commun de ces deux implémentations tient à leur caractère diagrammatique, qui met en œuvre un flux de contrôle défini par les connexions du programme ; l'exécution d'un programme dans ce type d'environnement suit un paradigme de flux de données (*data flow*). Les données sont des entités qui traversent le programme de manière asynchrone. Cette représentation symbolise les entités en sommets, reliés entre eux par les relations fléchées.

Les graphes constituent un formalisme et un langage qui, au-delà de la simulation de modèles, engendrent une aide à la pensée qui est indissociable de ce type de représentation. Le caractère graphique de ces reconstructions diffère dans le sens où *OpenMusic* est un langage de programmation visuelle où tout peut être une abstraction, et qui permet de réifier n'importe quel objet musical afin de le retraiter à l'aide d'une nouvelle fonction. *Rubato* quant à lui est un environnement de programmation visuelle ; sans permettre l'abstraction fonctionnelle, il repose sur une abstraction des éléments de base, les dénotateurs, qui sont analogues à des abstractions fonctionnelles.

Les fondements de *Rubato* reposent sur la théorie des catégories qui favorisent l'idée de transformation (ou morphisme) par rapport à l'objet considéré. Nous présentons plus en détail cette théorie qui allie cette conception à la fois graphique et transformationnelle.

4.6.2 Les catégories

Nous partons de deux éléments très simples : la notion d'objet, et celle de fonction, voire même tout simplement de flèche. En partant de ces deux notions abstraites, nous pouvons commencer à définir la théorie des catégories, dont une revue est effectuée par un de ses fondateurs ici [Mac98].

Définition 19 Une catégorie C est une collection d'objets X, Y, \dots tels que pour tout

couple (X, Y) de tels objets, on ait une collection $C(X, Y)$ d'autres objets f, g, \dots appelés morphismes de X dans Y . Un morphisme f de X dans Y est aussi noté par une flèche $f : X \rightarrow Y$. Les seuls axiomes de ces données sont les suivants :

- Les objets X, Y de $f : X \rightarrow Y$ sont uniquement déterminés par f et s'appellent domaine ($X = \text{dom}(f)$) et codomaine ($Y = \text{codom}(f)$) de f .
- Pour tout couple de morphismes $f : X \rightarrow Y, g : Y \rightarrow Z$, il existe un morphisme composé $h : X \rightarrow Z$, noté $h = g \circ f$. Cette composition de morphismes est associative.
- Pour tout objet X , il existe un morphisme $\text{Id}_X : X \rightarrow X$ appelé identité de X de sorte que pour tout $f : X \rightarrow Y$ et tout $g : Z \rightarrow X$ on ait $\text{Id}_X \circ g = g$ et $f \circ \text{Id}_X = f$

La collection de tous les morphismes f entre deux objets a et b tels que $f : a \rightarrow b$ se note $\text{Hom}_C(a, b)$ ou si la catégorie C n'est pas sujette à erreur, $\text{Hom}(a, b)$.

Un exemple évident est la catégorie des ensembles. Les objets sont les ensembles et les morphismes sont les applications.

On définit la catégorie duale :

Définition 20 Pour toute catégorie C , la catégorie duale C^{opp} s'obtient en changeant les direction des morphismes de C , i.e. $f : a \rightarrow b$ dans C devient dans C^{opp} $f : b \rightarrow a$.

On peut monter d'un niveau et définir des morphismes entre catégories appelés foncteurs.

Définition 21 Si C et \mathcal{D} sont des catégories, un foncteur $F : C \rightarrow \mathcal{D}$ est une fonction qui assigne chaque morphisme c dans C à un morphisme $F(c)$ dans \mathcal{D} tel que :

1. $F(c)$ est une identité si c l'est, donc cela implique que F associent les objets respectifs de C et \mathcal{D} entre eux
2. Si $c \circ c'$ est définie dans C , alors $F(c) \circ F(c')$ est définie et $F(c \circ c') = F(c) \circ F(c')$

Définition 22 Un foncteur $F : C \rightarrow \mathcal{D}$ est plein si pour toute paire d'objets x, y de la catégorie C on a $F(C(x, y)) = C(F(x), F(y))$. Il est dit fidèle si pour toute paire d'objets x, y de la catégorie C , le foncteur $F : C(x, y) \rightarrow \mathcal{D}(F(x), F(y))$ est injectif. Il est dit pleinement fidèle si le foncteur $F : C(x, y) \rightarrow \mathcal{D}(F(x), F(y))$ est bijectif.

L'approche fonctorielle est le fondement de la création des formes et des dénotateurs : la valeur d'un point r n'est plus un simple réel mais par exemple un homomorphisme dont le codomaine est $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}$. Ainsi on note $r : \mathbb{Z} @ Reals(f)$ où *Reals* est la forme des réels. Si l'on veut récupérer un réel, par exemple 5.3, on utilise un morphisme constant et du coup l'adresse du dénotateur n'est plus nécessaire. Par défaut, ce morphisme constant est de domaine 0 et ainsi on a $r : 0 @ Reals(5.3)$. Cela revient en fait à considérer un type informatique simple prédéfini (ici les réels) dont on choisit une valeur.

4.6.3 Le diagramme

La vision diagrammatique est naturelle aux catégories : un important exemple de catégories est basée sur les graphes orientés. Un graphe orienté γ est spécifié par $\gamma : E \rightarrow V^2$, où E est l'ensemble des flèches et V l'ensemble des sommets.

La catégorie des chemins $Path(\gamma)$ sur γ est définie de la sorte : ses éléments sont les chemins sur γ et la composition est la composition des chemins. Cette catégorie nous permet d'introduire une représentation graphique, appelée *diagramme*, représentant les relations dans les catégories.

Définition 23 *Un diagramme dans une catégorie C est un foncteur $\delta : Path(\gamma) \rightarrow C$, où γ est un graphe orienté.*

On conçoit alors le foncteur δ ici comme une indexation des objets et des morphismes de C par un graphe. Un simple exemple illustre le diagramme ; avec des objets A, B, C et D , et des applications $f : A \rightarrow B, g : A \rightarrow C, h : B \rightarrow D, k : C \rightarrow D$, dans la catégorie des ensembles on a le diagramme représenté sur la figure 4.26 $\delta : Path(\gamma) \rightarrow Sets$ sur le graphe $\gamma : E \rightarrow V^2$ avec $V = A, B, C, D$ et $E = f, g, h, k$.

En suivant un raisonnement analogue à la construction des foncteurs, on peut considérer les foncteurs comme des objets et définir une transformation naturelle comme morphisme entre foncteurs :

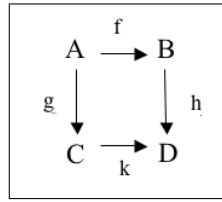


FIGURE 4.26 – Le diagramme $\delta : Paths(\gamma) \rightarrow Sets$

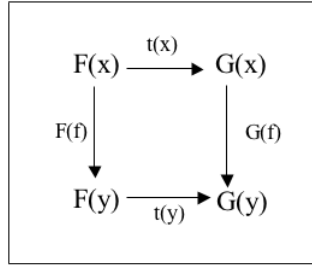


FIGURE 4.27 – Le diagramme représentant la commutativité de la transformation naturelle t entre les deux foncteurs F et G , où $f : x \rightarrow y \in C$.

Définition 24 Si $F, G : C \rightarrow \mathcal{D}$ sont deux foncteurs, une transformation naturelle $t : F \rightarrow G$ est un système de morphismes $t(c) : F(c) \rightarrow G(c)$ dans \mathcal{D} , pour chaque objet c dans C , tel que pour chaque morphisme $f : x \rightarrow y$ dans C , on a $G(f) \circ t(x) = t(y) \circ F(f)$.

Cette dernière propriété peut se représenter à l'aide d'un diagramme commutatif dans \mathcal{D} représenté sur la figure 4.27.

On forme alors de nouveau une catégorie $Func(C, \mathcal{D})$ où les objets sont les foncteurs $F : C \rightarrow \mathcal{D}$ et les morphismes sont toutes les transformations naturelles $Nat(F, G)$ entre les foncteurs $F, G : C \rightarrow \mathcal{D}$.

Nous avons besoin de quelques définitions supplémentaires afin de préciser en termes catégoriels le sens d'une limite, dont nous avons donné une interprétation plus haut en terme de produit ensembliste.

Définition 25 Soit deux catégories C et \mathcal{D} et un objet $a \in \mathcal{D}$. On définit le foncteur constant $[a] : C \rightarrow \mathcal{D}$ avec :

- $\forall x \in C, [a](x) = a, x$ objet de C ;
- $\forall f \in C, [a](f) = Id_a, f$ morphisme de C .

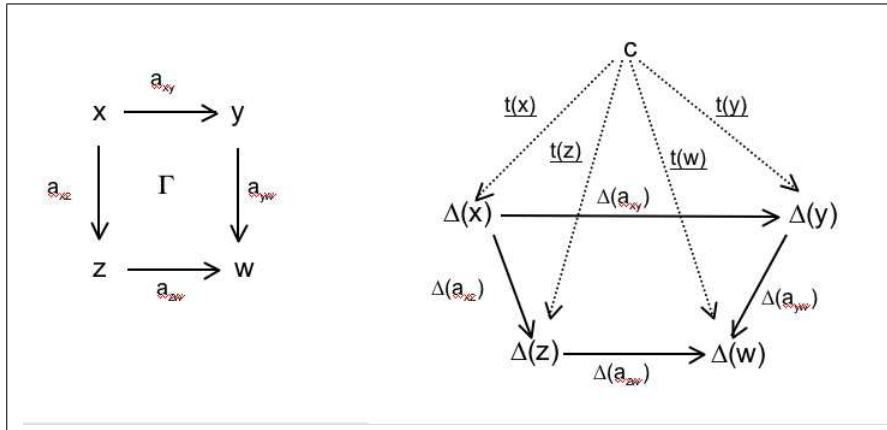


FIGURE 4.28 – Un graphe orienté Γ et le cône symbolisant la transformation naturelle $t : [c] \rightarrow \delta$.

Définition 26 Soit un graphe orienté γ et un objet fixé c d'une catégorie \mathcal{C} , le diagramme constant $\delta_c = [c]$ associe chaque sommet de γ avec c et chaque flèche de γ avec Id_c . Pour un diagramme δ dans \mathcal{C} , une transformation naturelle $[c] \rightarrow \delta$ est appelée un cône dans δ . De même, une transformation naturelle $\delta \rightarrow [c]$ est appelée un cocône.

Nous montrons sur la figure 4.28 un exemple de graphe orienté Γ et une transformation particulière $t : [c] \rightarrow \delta$ qui est le cône figurant à droite.

Définition 27 Un objet e dans une catégorie \mathcal{C} tel qu'il existe un unique morphisme $! : c \rightarrow e$ pour tout objet c dans \mathcal{C} est appelé objet final et est usuellement noté 1 . Un objet final i dans la catégorie duale \mathcal{C}^{opp} est appelé objet initial et est usuellement noté 0 . Cela signifie que pour tout objet c dans \mathcal{C} , il existe un unique morphisme $! : 0 \rightarrow c$.

Définition 28 Si \mathcal{C} est une catégorie, une sous-catégorie est une sous-collection \mathcal{C}' de \mathcal{C} telle que pour chaque morphisme f dans \mathcal{C}' , son domaine et son codomaine sont également dans \mathcal{C}' , et que pour tout morphisme f et g dans \mathcal{C}' , si $f \circ g$ est définie dans \mathcal{C} alors elle est définie dans \mathcal{C}' . Une sous-catégorie \mathcal{C}' de \mathcal{C} est une sous-catégorie pleine si pour tout couple d'objets x, y dans \mathcal{C}' , tout morphisme $x \rightarrow y$ présent dans \mathcal{C} soit aussi présent dans \mathcal{C}' .

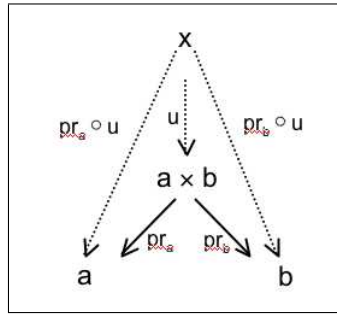


FIGURE 4.29 – Le diagramme caractérisant le produit $a \times b$ comme une limite.

Définition 29 Soit un objet obj de la catégorie C . On définit la catégorie comma C/obj de la manière suivante : les objets sont les morphismes $f : x \rightarrow obj, x \in C$, et pour deux objets $f : x \rightarrow obj$ et $g : y \rightarrow obj$, on a $Hom_{C/obj}(f, g) = \{u | g \circ u = f\}$.

Soit une catégorie C et le graphe orienté γ . On a la catégorie $Func(Path(\gamma), C)$ de diagrammes de C . Soit un diagramme δ appartenant à cette catégorie de diagrammes, on a la catégorie comma $Func(Path(\gamma), C)/\delta$ et dans cette catégorie, la sous-catégorie pleine $Cone(\delta)$ des cônes $[c] \rightarrow \delta$. On peut définir la limite :

Définition 30 Pour un diagramme $\delta : Path(\gamma) \rightarrow C$, une limite de δ est un objet final dans la catégorie des cônes $Cone(\delta)$. Cet objet est noté $lim(\delta)$ et n'est pas un objet de la catégorie C , mais un cône. Cependant $lim(\delta)$ désigne souvent l'objet au sommet du cône, noté c comme sur la figure 4.28. Son dual est la colimite.

Une construction habituelle à l'aide de ce concept de limite est le *produit*, par exemple le produit cartésien si l'on se place dans la catégorie des ensembles. Cet exemple permet de mieux illustrer la définition de limite et est montré sur la figure 4.29.

Le cône du produit est la transformation naturelle $pr : [a \times b] \rightarrow \delta$. Le diagramme δ est discret, c'est-à-dire qu'il ne contient pas de flèches et est uniquement représenté par les sommets a et b . La transformation naturelle est définie par les projections pr_a et pr_b sur respectivement a et b , facteurs du produit. L'objet supérieur du cône est le produit noté $a \times b$ et donc $lim(\delta) = a \times b$. C'est objet est bien final

puisque pour tout objet x il existe un unique morphisme $u : x \rightarrow a \times b$ tel que le diagramme soit commutatif.

4.6.4 Théorie des catégories computationnelle appliquée aux formes et dénotateurs

Les concepts définis au début de la section abordant *Rubato* trouvent une implémentation dans les concepts informatiques faisant appel au paradigme objet.

L'exemple de la limite, qui code la note, est un type produit (appelé aussi *enregistrement*) qui contient les champs *Hauteur*, *Attaque*, *Durée*, *Intensité* : `type Note = {Hauteur ; Attaque ; Durée ; Intensité}`. La colimite, est quant à elle une représentation d'une union disjointe de domaine : prenons l'exemple d'un événement musical qui peut être soit une note, soit un silence. Alors on a : `type Event = Note | Rest`.

4.6.5 Catégories et K-réseaux

Un lien intuitif peut se déduire de la présentation graphique des catégories et de celle des K-réseaux que nous avons défini dans la section 3.3.2. Un résultat significatif est le calcul du nombre de réseaux qui sont en relation d'isographie forte [MA06]. En effet, ces réseaux peuvent être exprimés en tant que cas particuliers de limite de diagrammes catégoriels, d'où l'obtention d'un résultat général qui affirme qu'une limite non vide d'un diagramme catégoriel du type utilisé en analyse transformationnelle est toujours isomorphe à un sous-groupe d' $(\mathbb{Z}/12\mathbb{Z})^q$, q étant le nombre d'objets du diagramme. Ainsi le nombre de K-réseaux en relation d'isographie forte est toujours un diviseur de 12.

Nous montrons le cas sur la figure 4.30 la solution pour un diagramme particulier dont il existe quatre représentants en isographie forte.

Nous possédons un moyen d'énumérer des solutions particulières de K-réseaux. Cependant leur utilisation dans un contexte pratique, voire informatique, nécessite d'étudier plus en détail le processus analytique, en commençant par la

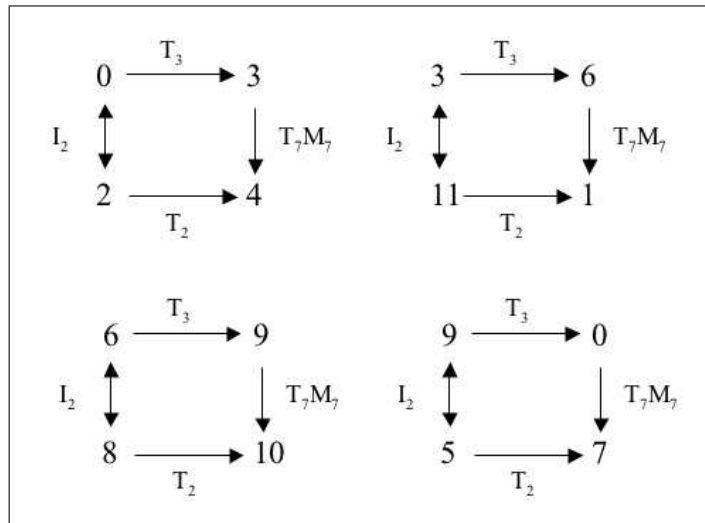


FIGURE 4.30 – Les quatre réseaux du diagramme en isographie forte ; M_7 désigne ici la multiplication par 7 qui sera définie dans le chapitre suivant.

segmentation qui effectue un découpage préalable de la partition musicale et qui est l'objet du chapitre suivant.

5

Modélisation informatique de la segmentation du *Klavierstück III* de Stockhausen

5.1 Introduction

Nous adoptons une démarche expérimentale afin d'étudier une segmentation réalisée manuellement. Aborder des problèmes liés à la théorie de la musique par des moyens faisant appel aux mathématiques soulève des questions d'ordre méthodologique. Plusieurs approches partagent une stratégie commune d'« expérience contrefactuelle ». Si un sujet de discours théorique musical suscite un réel attrait parmi les musiciens et les théoriciens (comme le système diatonique, la dichotomie consonance/dissonance ou les tierces majeures/mineures), on peut se demander si cet objet porte une structure mathématique qui pourrait motiver ce choix particulier parmi d'autres objets (contrefactuels) au sein d'un même contexte. L'expérience contrefactuelle est alors donnée par la définition d'un contexte formel de structures paramétrées telles que cet objet étudié soit inclus parmi les autres. Si l'étude permet de trouver des prédicats raisonnables de manière à ce que cet objet soit également remarquable d'un point de vue mathématique, elle peut alors

permettre de déduire des enseignements explicatifs à propos de ces prédicats, tout en « justifiant » sa prééminence musicale.

C'est ce que l'on peut désigner comme une sorte de « principe anthropique musical » [MA08] : le principe anthropique en physique consiste à étudier les conditions d'existence des lois régissant l'Univers en mesurant la précision des constantes fondamentales et en justifiant leur nécessité pour la présence de vie humaine. Appliqué à la musique, il s'agirait de voir par l'intermédiaire de formalisations mathématiques si des structures prééminentes se justifient aussi bien historiquement que rationnellement. Un exemple initié par Mazzola est l'étude du contrepoint, cet ensemble de règles qui dirige la conduite de voix et a été prolongé pour former des groupes de contrepoint. Un résultat remarquable est que cette formalisation aboutit à l'isolation du contrepoint fuxien, tel qu'il a été communément pratiqué [Jun09].

Dans ce chapitre, nous nous penchons sur le problème de la segmentation. Nous confrontons la segmentation opérée par David Lewin sur le *Klavierstück III* de Stockhausen à une recherche informatique dont le principe général est de disposer un ensemble de segments selon un graphe dont tout sous-graphe représente alors une segmentation possible pour la pièce considérée.

Nous définissons alors des critères d'optimisation afin, dans une première étape de retrouver la segmentation de Lewin et valider notre démarche en même temps que valider son analyse pour ensuite généraliser et discuter cette méthode. Il faut donc mettre en place des outils afin d'évaluer et valider cette segmentation.

La part computationnelle tient à la modélisation de la segmentation que nous expérimentons : nous partons d'une approche qui simule le comportement de l'analyste face à la partition avant de vérifier l'adéquation de nos résultats d'une part, puis de les ajuster afin de parcourir en partie l'ensemble des solutions. Nous évoquons au final les K-réseaux dans le cadre d'une aide à la segmentation.

5.1.1 Vers une définition générale de la segmentation

Nous débutons une réflexion sur la segmentation à la suite de notre séparation du processus analytique effectuée dans le chapitre 2.

La segmentation dans les autres domaines

Un premier champ où la segmentation est importante est la linguistique. Ainsi, à partir d'un texte, on réalise un découpage du texte suivant certains critères syntaxiques, par exemple avec la ponctuation [Mou01]. Par ailleurs, le traitement automatique de la langue explore une voie similaire à celle de la composition à partir de l'analyse en musique : on essaie de définir une méthode pour la traduction, le résumé, la reformulation de textes qui consiste à construire une représentation du sens du texte (que l'on appelle quelquefois « interlangue » dans le contexte de la traduction automatique), et à partir de cette représentation on génère dans l'autre sens un nouveau texte (une traduction ou un résumé par exemple [Zwe95]). Par ailleurs, la fouille de texte fait appel à des techniques de segmentation qui permettent de classifier les données [Rey98].

La segmentation est très étudiée en détection d'images et il existe diverses techniques dont une revue est présentée dans [HS85]. Une application musicale est la détection optique de partitions musicales qui applique ces techniques afin de reconnaître les symboles musicaux [Ros06].

Enfin, l'étude de l'expression des gènes en bioinformatique utilise des techniques de segmentation et de regroupement dont la factorisation de matrices creuses [Dev08].

5.1.2 La segmentation en analyse musicale

Nous nous concentrons sur un type d'analyse qui consiste à créer une segmentation sur une partition musicale (donc sur un support symbolique) pour ensuite définir et/ou trouver des relations entre les segments obtenus.

En dépit de la généralité de cette conception qui délaisse certains types d'analyse, cette étape est commune à la plupart des procédures analytiques et nous citons un épistémologue des sciences sociales qui, décrivant ensuite les nombreux paramètres de segmentation insiste néanmoins sur cet invariant :

« La segmentation du discours musical est une donnée que l'on peut qualifier d'universelle. Par contre les modalités et les significations des segmentations musicales varient considérablement selon les cultures¹ » [Ped89].

Cette réduction, qui pourrait être vue comme forcément restrictive, est néanmoins nécessaire :

« Définissons rapidement la notion dans l'acception que nous retenons ; une partie — au moins — de la compréhension musicale (i.e. de l'attitude qui consiste à prêter sens à un ensemble sonore) *consiste en un découpage de segments qui prennent sens par cette opération même* et qui s'agencent les uns par rapport aux autres selon des régularités qui dépendent tout autant de la configuration formelle à laquelle ils appartiennent que des principes de réception (schèmes de réception) que les sujets mettent en œuvre » [Ped89].

La segmentation a longtemps eu un statut flou dans l'analyse, n'étant jamais clairement définie comme un matériau (i.e. un élément préalable) ou un résultat de l'analyse [Mes94]. Notre projet s'inscrit dans la volonté de la traiter comme un matériau initial du processus analytique. Une définition générale que nous pourrions donner est qu'elle représente la section du processus analytique qui consiste à délimiter les entités, les segments, constituant des ensembles d'éléments. Cette vision ensembliste permet de ne pas considérer uniquement des ensembles de notes mais vise également des objets musicaux plus larges comme des portées ou des mesures par exemple.

1. Page 37.

5.1.3 Approches de la segmentation musicale au niveau informatique

La segmentation au niveau informatique est confrontée à l'automatisation de la tâche. Outre la possibilité d'un outil de segmentation manuel, l'automatisation totale de cette étape de l'analyse ne peut se concevoir sans être une contrainte pour l'utilisateur. Cependant la complexité offerte par une partition nous oblige à assister l'analyste avec un panel de segmentations semi-automatiques que préconise Ferkova [Fer08]. L'intervention de l'analyste peut se faire, soit en amont de la segmentation (choix d'un segment qui déterminera la segmentation entière), soit en aval de la segmentation (choix parmi plusieurs possibilités comme le permet Cambouropoulos dans son travail de définition d'une structure musicale [Cam98]).

La difficulté et la complexité de la segmentation induit l'apparition d'outils d'apprentissage des segmentations effectuées par l'analyste afin de les réutiliser et les appliquer. Un exemple est l'utilisation de réseau de neurones pour opérer des segmentations par groupes de classes de hauteurs, dans le cadre de réalisation d'analyses sur des œuvres post-tonales [Isa97].

Problèmes concernant la segmentation

D'autres domaines tels que la linguistique (segmentation de texte [Mou99]) ou la biologie (segmentation de séquences ADN) traitent la segmentation comme un problème de détection de séquences. La caractéristique de la musique, liée à l'interprétation, souligne le problème de l'interdépendance segmentation/résultat analytique qui est un problème récurrent dans tout travail analytique. En effet, certains types d'analyse se confondent avec la segmentation : par exemple, une analyse motivique peut consister à exhiber les motifs similaires ou liés (au sens de l'analyste) à même le support de la partition, motifs qui sont alors les segments.

Se dessine alors une double définition de la segmentation : elle peut être vue au sens de regrouper ce qui est commun (comme le conçoit Olivier Lartillot [Lar00]) ou de séparer ce qui est distinct. Il faut en tout cas garder à l'esprit cette dualité entre l'ensemble et la partie que fait remarquer Pousseur :

« Je dirais même qu'à tout moment l'ensemble globalement (et peut-être encore confusément) saisi doit rester présent, ne peut jamais être entièrement oublié alors qu'on en examine *en son sein*, un aspect particulier, soumis à un éclairage particulièrement aigu et révélateur. C'est ainsi que la globalité gagnera petit à petit, aux yeux de notre esprit, en richesse et en substantielle transparence » [Pou87].

Évaluation de la segmentation

La question est de savoir si l'on peut évaluer une segmentation. Un essai dans cette direction est apporté avec David Huron évaluant une analyse de Forte sur un quatuor de Brahms [Hur01] où il mesure les proportions du motif et de ses instances transposées et/ou inversées dans la pièce musicale, comparativement aux autres quatuors de Brahms. Plus précisément, l'analyse de Huron s'inspire de l'analyse d'Allen Forte qui segmente la pièce en plusieurs motifs. Il s'intéresse ensuite à la répartition et la recherche de ces motifs dans le mouvement entier en cherchant à souligner la pertinence ou non de ces motifs. Il élargit la perspective de Forte, qui cherchait à retrouver les occurrences de ses motifs dans ce mouvement en cherchant à démontrer si ces motifs sont propres à cette pièce. Il va donc comparer la présence de ces motifs et ses diverses occurrences avec les autres quatuors de Brahms.

Cela nous amène à considérer qu'évaluer une segmentation pour nous serait mesurer l'exhaustivité et la pertinence d'une segmentation, i.e. une segmentation constitué d'un segment qui regroupe toute la partition est exhaustive mais peu pertinente alors qu'une segmentation qui lie deux motifs courts peut être vue comme pertinente mais en tout cas non exhaustive. Une évaluation a été par donnée par Thom, Spevak et Hothker qui font appel à des modèles probabilistes pour comparer leurs performances vis-à-vis de segmentations manuelles [TSH02].

Typologie de la segmentation

On peut d'abord utiliser une distinction entre une segmentation contextuelle et une segmentation structurelle [Doe99] : pour les distinguer (ou plutôt tenter de les distinguer, puisque la frontière n'est évidemment pas si claire), la segmentation contextuelle serait une segmentation basée sur le contexte de la partition, c'est-à-dire les pures informations qu'elle contient. Par exemple, les silences et pauses délimitent des segments, ce qui est un critère utilisé parfois pour des œuvres tonales. A contrario, la segmentation structurelle est une segmentation guidée par des éléments extérieurs (le terme original étant en réalité « structuraliste » et non « structurelle »). Parmi ces éléments, on distingue la signification extramusicale (des propos du compositeur), l'intention du compositeur (l'aspect poétique) ou l'expérience de l'analyste.

La division structurelle/contextuelle est à rapprocher d'une métaphore employée par Hanninen [Han03] qui présente une segmentation à base de génosegments propres à la partition (comme le génotype, ce qui est présent sur les chromosomes) ou à base de phénosegments qui correspondent à ce qui est exprimé par la partition (comme le phénotype exprimé par les gènes des chromosomes). L'expression musicale est ici aussi sujette à discussion, puisque pouvant se référer à l'expérience auditive ou à des habitudes de l'analyste comme évoqué plus haut.

La typologie de Doerksen est précisée par la même occasion avec trois types de critères : des critères structurels, soniques et contextuels. Les deux derniers critères font partie de la segmentation contextuelle de Doerksen mais se différencient par le fait que les soniques relèvent de la perception directe et portent davantage sur la dissociation des segments (par exemple deux motifs transposés joués en même temps ou un silence entre deux notes) alors que les critères contextuels se situent à un niveau supérieur qui vise l'association des segments par répétition, équivalence ou similarité (deux ensembles de classes de hauteurs liés par une transposition par exemple).

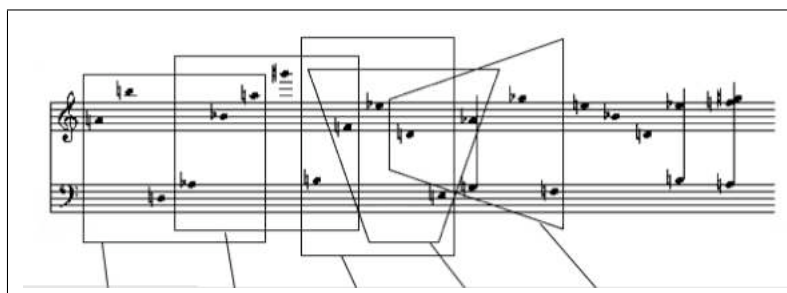


FIGURE 5.1 – Un extrait de la segmentation effectuée par Lewin dans son analyse du *Klavierstück III* tiré de [And03].

5.2 Présentation de la pièce et des problèmes posés

5.2.1 Présentation de la pièce et de l'analyse

Les *Klavierstücke* de Stockhausen forment un cycle de compositions pour piano qui représentent une œuvre marquante aussi bien vis-à-vis de la technique instrumentale que de la méthode compositionnelle, allant jusqu'à introduire parfois de nouvelles notations.

Parmi celles-ci, le *Klavierstück III* fait partie de la première partie du cycle et est une courte pièce, se prêtant donc plus facilement à l'analyse. Le travail de Stockhausen étant régi par une détermination précise des éléments musicaux et une conception complexe de la structure musicale, il a conduit les analystes à se pencher sur ses œuvres².

Nous nous focalisons sur l'analyse de cette pièce réalisée par David Lewin [Lew82b] qui accomplit une segmentation de la pièce (que nous présenterons plus loin) formant une progression transformationnelle, c'est-à-dire une succession chronologique des segments choisis qui souligne une structure analytique temporelle comme le montre le début de l'analyse représentée en figure 5.1.

2. Jusqu'à inciter Stockhausen lui-même à analyser sa composition dans [Sto88]!

5.2.2 Problèmes soulevés par la pièce et l'analyse

La pièce que nous abordons sous l'angle de l'informatique musicale présente des aspects qui concernent aussi bien l'une que l'autre des deux disciplines qu'elle réunit.

Problème musical

Nous nous intéressons à une pièce atonale qui échappe aux démarches classiques d'analyse musicale. Ainsi, hormis l'analyse de Lewin sur laquelle nous nous appuyons, d'autres ont été entreprises comme celle de Jonathan Harvey [Har75].

La perspective progressionnelle de Lewin consiste à s'appuyer sur une structure génératrice de la pièce. En effet, les segments isolés par Lewin sont tous liés au premier pentacorde (groupe de 5 classes de hauteurs) par des relations de transposition ou d'inversion, transformations classiques en théorie musicale. C'est pourquoi il le désigne comme élément compositionnel structurant la pièce. Est-il alors possible de confirmer ou d'infirmer ce point de vue analytique ? S'oppose à ce point de vue d'une part certaines analyses affirmant que la structure-clé est un tétracorde et non pas un pentacorde [Mac76] ; d'autres [Coo87] reprochent à cette description qui présente la pièce comme dérivant du premier pentacorde nécessitant l'invocation de transformations trop complexes pour appréhender la pièce.

Problème informatique

La démarche analytique qu'emploie Lewin pour segmenter la pièce n'est pas explicitée. La modélisation que nous proposons de sa segmentation vise à généraliser sa démarche dans l'étude d'œuvres atonales pour lesquelles les théories analytiques classiques sont mises en défaut.

Par conséquent, la question que nous nous posons ici est de savoir s'il est possible de retrouver sa segmentation par une méthode informatique qui dans un second temps permettrait une généralisation de sa démarche qui pourra alors

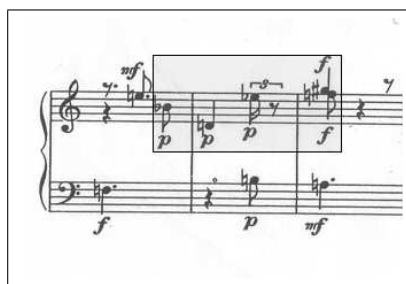


FIGURE 5.2 – Un segment disjoint avec deux sauts harmoniques (une note manquante pour les deux derniers accords).

être appliquée dans l'analyse d'autres pièces atonales (voire tonales grâce à la systématisation de la méthode).

5.2.3 Une méthode pour modéliser la segmentation

Critères de validation de l'analyse

Il s'agit d'orienter la segmentation en définissant son optimalité selon deux critères :

- La **progression** : la segmentation est considérée comme un déroulement musical chronologique, qui doit éviter les intersections entre les segments, les *sauts harmoniques* ou *verticaux* (toutes les notes d'un accord ne sont pas prises en compte comme le montre le segment en figure 5.2) ainsi que les *sauts séquentiels* ou *horizontaux* (des notes dans la chronologie sont évitées, un exemple est illustré par la figure 5.3).
- La **couverture** : la segmentation doit prendre en compte le maximum de notes de la partition.

Ces deux éléments sont indépendants et seront pris en compte séparément dans notre étude.

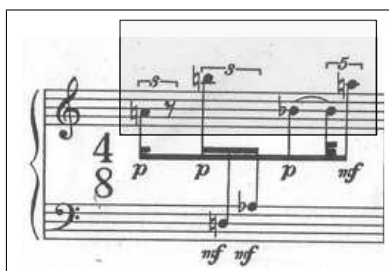


FIGURE 5.3 – Un segment disjoint avec un saut séquentiel ou horizontal.

Extension de l'analyse

Cette étape de validation soulève dans le même temps des questions qui visent à étendre l'analyse. Parmi ces questions :

- Outre les transpositions et inversions, d'autres opérations peuvent-elles être considérées en vue d'optimiser la segmentation ? Nous désignons en particulier la multiplication (ou application affine) que nous définirons et verrons plus loin.
- Le segment de cinq notes représente-t-il la structure minimale définissant l'œuvre ? Ou alors peut-on trouver un autre ensemble structurant ou définissant la pièce ? La question est de savoir si le nombre de notes fixé par Lewin, en l'occurrence ici cinq, est optimal pour la segmentation de la pièce, ou alors si la structure génératrice est un tétracorde ou un hexacorde par exemple.
- La limite de deux sauts séquentiels par segment est-elle pertinente ? En effet, l'analyse de Harvey [Har75] autorise pour des cas extrêmes des segments comprenant jusqu'à cinq sauts. Il faut explorer la taille du saut afin de découvrir si n'autoriser qu'un saut séquentiel pourrait suffire pour obtenir une segmentation couvrante. À l'inverse, autoriser davantage de trous réduirait éventuellement le nombre de segments nécessaires pour couvrir la partition.

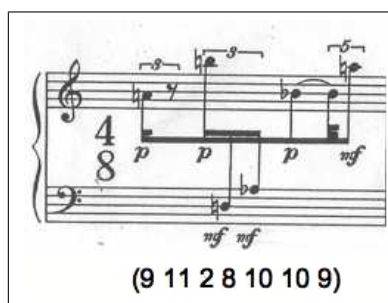


FIGURE 5.4 – Une séquence modélisée en classes de hauteurs.

5.3 Modélisations de la progression

Nous signalons qu'un travail du même type de Szeto et Wong s'est penché sur l'étude de la musique post-tonale à l'aide d'une approche faisant appel à un graphe. La formation des segments candidats pour le résultat final s'effectue à l'aide d'un modèle d'organisation de la musique basé sur la perception sonore, la ségrégation séquentielle [SW06]. Cette approche fait donc appel au niveau esthétique de la tripartition de Nattiez, que nous n'aborderons pas.

5.3.1 Modélisation de la partition et des éléments musicaux

Modélisation du flux : séquences musicales

Nous faisons abstraction de la durée des notes ainsi que des pauses : à l'instar de Lewin, nous travaillons sur une séquence de classes de hauteurs dont nous montrons un exemple sur la figure 5.4.

Dans le cas d'accords, on utilise des sous-listes qui symbolisent la simultanéité comme sur la figure 5.5 où la sous-liste centrale représente un accord.

Nous définissons un *événement* dans toute la suite comme un événement temporel qui peut être constitué d'une ou plusieurs notes. A contrario, un silence ou une pause n'est pas considéré comme un événement dans notre cas.



FIGURE 5.5 – Une séquence comprenant un accord.

Opérations entre ensembles de classes de hauteurs

L'opération de multiplication provient non plus des techniques compositionnelles de la théorie musicale classique, mais de la formalisation mathématique en termes d'éléments modulo 12. Formellement, la multiplication est définie par : $M_n(x) = x * n \text{ mod } 12$. Cependant, comme nous travaillons dans l'espace $\mathbb{Z}/k\mathbb{Z}$ avec $k = 12$, les multiplications sont des bijections lorsque le coefficient multiplicateur est premier avec k . Ainsi les multiplications qui nous intéressent sont celles dont le coefficient est premier avec 12, et ce sont M_1, M_5, M_7 et M_{11} . Finalement, comme $M_1(x)$ est l'identité et $M_{11}(x)$ est l'inversion I_0 , nous n'utiliserons que M_5 et M_7 par la suite.

5.3.2 La recherche des segments : motivation et présentation de la démarche

La segmentation ici consiste à former des segments composés d'ensembles de classes de hauteurs appelés *polycordes* (bicorde : 2 notes ; tricorde : 3 notes ; tétracorde : 4 notes etc.). Nous définissons la *cardinalité* d'un polycorde comme étant le nombre de classes de hauteurs distinctes qui le composent. Ainsi sur une même segmentation, nous cherchons des polycordes possédant tous la même cardinalité, qui est différente du nombre de notes comprises au sein de ce polycorde : on peut avoir par exemple un segment de 7 notes de cardinalité 5 s'il comprend des classes de hauteurs répétées.

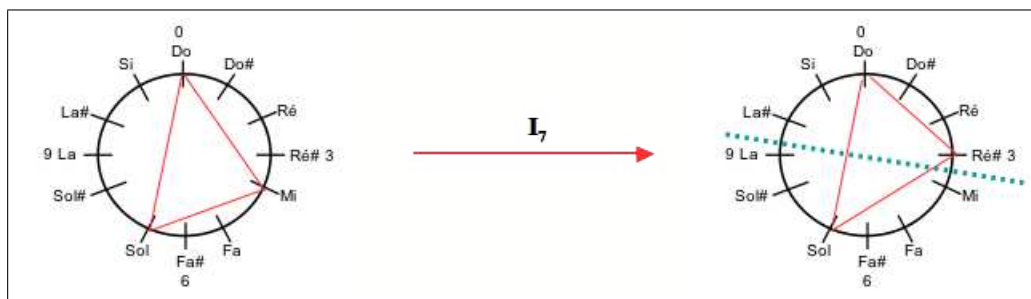


FIGURE 5.6 – L'équivalence entre accord majeur $\{0, 4, 7\}$ et accord mineur $\{0, 3, 7\}$ sous l'inversion I_7 .

Les restrictions dans la recherche par la Set Theory

L'ouvrage *The Structure of Atonal Theory* [For73] comporte une classification des ensembles de classes de hauteurs formant un catalogue se basant sur l'équivalence d'accords au moyen de transformations telles que la transposition et l'inversion³.

Ce catalogue fournit une réduction du nombre des ensembles de classes de hauteurs possibles grâce à une transformation : deux ensembles sont équivalents si l'un est une transposition ou une inversion de l'autre. Une des conséquences les plus importantes est l'équivalence formelle entre l'accord majeur et l'accord mineur montrée sur la figure 5.6. L'identification des accords majeur et mineur pose alors un problème dans l'analyse de la musique tonale dont les principes harmoniques reposent sur cette différenciation, et conduit naturellement à privilégier l'analyse de la structure de la musique atonale, musique dans laquelle les deux notions de majeur et de mineur peuvent plus aisément être confondues.

Exhaustivité : les équivalences d'ensembles de classes de hauteurs

L'étude des ensembles de classes de hauteurs a entraîné le développement d'outils théoriques et de formalisations mathématiques de structures musicales [And03].

3. En supplément des relations que nous évoquons, Allen Forte définit d'autres relations à portée ensembliste comme l'inclusion et la complémentarité.

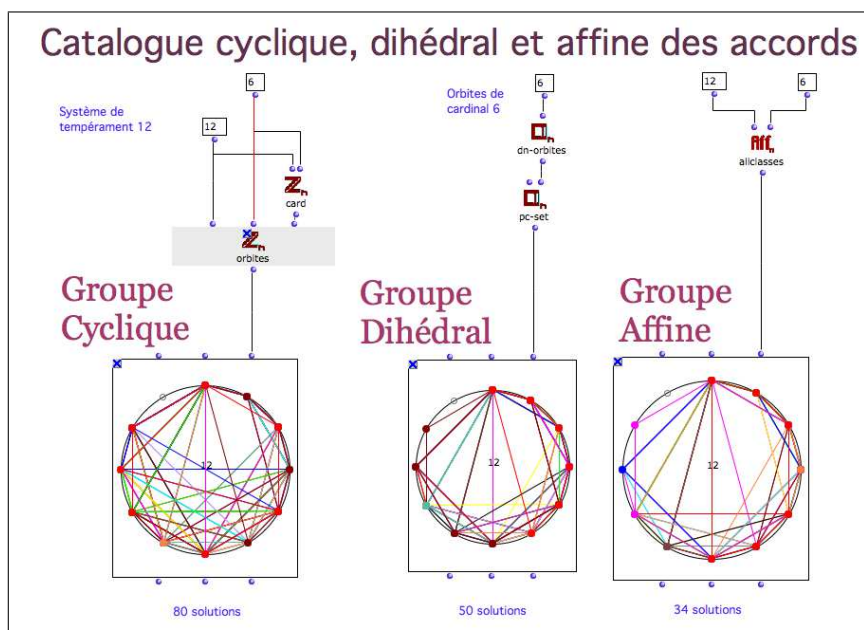


FIGURE 5.7 – Une implémentation du catalogue des ensembles de classes de hauteurs suivant un paradigme algébrique sous *OpenMusic*.

En particulier, une formalisation algébrique en termes d'action d'un groupe sur un ensemble traduit ce concept par l'action du groupe dihédral opérant sur l'ensemble $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ et a donné lieu à une implémentation dans *OpenMusic* [AA03] qui permet de générer et manipuler ce catalogue au sein d'une interface informatique basée sur un paradigme algébrique dont nous montrons une réalisation sous forme de patch sous *OpenMusic* sur la figure 5.7. Ce patch énumère et trouve les orbites des ensembles de classes de hauteurs de cardinalité 6, i.e. les classes d'équivalence sous les actions de chaque groupe (cyclique, dihédral, affine).

En effet, d'un point de vue mathématique, on peut considérer les transformations musicales (transposition, inversion, multiplication) comme constituant un groupe qui opère sur la collection des hauteurs. Ainsi la recherche d'un catalogue exhaustif d'accords (à une transformation musicale près) est possible dans une perspective algébrique, comme action d'un groupe sur un ensemble. Les classes d'équivalences d'accords (à une transformation musicale près) sont donc les or-

bites d'un ensemble par rapport à l'action d'un groupe de transformations. On obtient les différents catalogues simplement en changeant le groupe qui opère sur l'ensemble des classes de hauteurs.

Cette organisation des ensembles de classes de hauteurs assure l'exhaustivité de la recherche de la segmentation car il existe un nombre fini de classes d'équivalence. Par exemple, on a 38 classes d'équivalence de pentacordes en considérant les opérations de transposition et d'inversion et donc il y a au maximum 38 familles de pentacordes qui couvrent éventuellement la composition.

La recherche des segments

Si n est le nombre de notes de la partition, il est possible de former 2^n segments possibles au sein de cette partition. Afin de limiter la combinatoire de la recherche, nous choisissons de nous limiter à certains segments pour réduire la complexité.

Pour cela, nous adoptons une démarche analogue à celle de l'analyste : nous cherchons des segments « intuitifs » avant de procéder à la recherche de segments plus complexes. La segmentation idéale serait un pavage de la pièce à l'aide d'une segmentation ne contenant que des segments convexes (i.e. sans notes manquantes), ce qui représenterait une partition de l'œuvre au sens mathématique (i.e. les segments ne se chevauchent pas). Notre démarche ne rentre donc pas dans l'analyse motivique qui s'occuperait d'une classification lors de cette étape de formation des segments.

Une première stratégie consiste à rechercher des ensembles de n classes de hauteurs différentes en considérant des événements successifs. On collecte les événements jusqu'à obtenir n classes de hauteurs différentes. On groupe les événements chronologiquement jusqu'à obtenir un groupe minimal, puis on prend les sous-ensembles qui forment un ensemble de n classes de hauteurs minimal. Nous résumons cette procédure sur l'algorithme 1.

On obtient après cette étape des segments disjoints harmoniques comme le montre la figure 5.8 mais également des segments disjoints séquentiels. Elle montre un saut chronologique alors que la recherche a sélectionné 3 événements successifs.

Algorithm 1 Algorithme de recherche sans sauts indiqués

Require: $n \geq 0$: cardinalité du polycorde ; listevents : liste des événements musicaux

while Il reste des événements dans listevents **do**

while (cardinalité de GroupeEvenements < n) **do**

 Collecter événement dans GroupeEvenements

end while

 Chercher tous les groupements de notes dans GroupeEvenements dont la cardinalité vaut n

end while

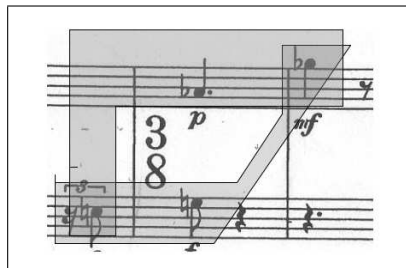


FIGURE 5.8 – Deux tricordes extraits d’une séquence comprenant 4 notes.

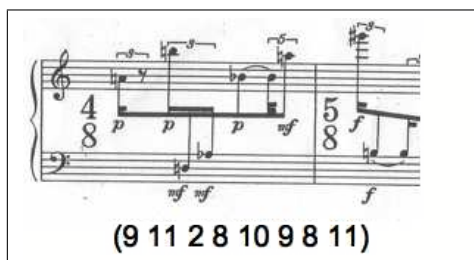


FIGURE 5.9 – Le premier pentacorde de l’analyse de Lewin.

On s’arrête à la recherche des n classes de hauteurs minimales : on ne trouvera donc jamais le premier pentacorde de Lewin montré sur la figure 5.9 qui englobe des classes de hauteurs supplémentaires. Pour notre problème qui consiste à minimiser les intersections, l’ensemble minimal est suffisant et ne prendra pas en compte ce type de polycorde.

S’ajoute une seconde stratégie de recherche des n classes de hauteurs minimales avec le nombre de sauts noté k et mis en forme sur l’algorithme 2. Pour cela on opère d’une manière analogue à la précédente mais sur $n + k$ éléments. Puis on retire le premier et dernier élément de la séquence, ce qui nous laisse une séquence de taille $n + k - 2$. Les ensembles de classes de hauteurs recherchés seront les sous-ensembles sur cette séquence de taille $n - 2$ (ce qui revient à chercher $n - 2$ éléments parmi $n + k - 2$) auxquels on rajoute les premier et dernier éléments retirés et qui contiennent bien n classes de hauteurs distinctes.

5.3.3 La segmentation vue comme une progression au sein de la pièce

Notre démarche consiste en premier lieu à effectuer une segmentation reposant sur une configuration temporelle. Elle se présente alors comme un parcours dont un extrait a été montré sur la figure 5.1 qui lie les segments successifs et s’attache donc à donner une lecture analytique chronologique.

Nous employons une structure de graphe pour réaliser une organisation de l’ensemble des polycordes. Nous fixons donc un caractère *temporel* à la segmen-

Algorithm 2 Algorithme : avec sauts indiqués

Require: $n \geq 0$: cardinalité du polycorde ; $k \geq 0$: nombre de trous ; `listevents` : liste des événements musicaux

```
1: while Il reste des événements dans listevents do
2:   for  $i = 0$  jusque  $(n + k)$  do
3:     Collecter Evenement[i] dans ListeEvenements
4:   end for
5:   Enlever premier et dernier élément de ListeEvenements
6:   Collecter toutes les ensembles de notes parmi ListeEvenements de taille
    $n + k - 2$ ) dans ListeCandidats
7:   Remettre premier et dernier element sur tous les ensembles de ListeCandi-
   cats
8:   Chercher tous les ensembles de notes de ListeCandidats de cardinalité  $n$ 
9: end while
```

tation, aussi bien dans la création des segments (leur organisation interne) que dans leur succession (leur organisation externe). La recherche d'une segmentation précise consiste ensuite en la détection d'un sous-graphe particulier.

Création du graphe des polycordes

Dans le but de déterminer une segmentation comme une structure chronologique, nous construisons un graphe orienté valué (les arêtes sont munies d'un poids, entier positif ou nul ici) dont les sommets sont les polycordes appartenant à une même classe d'équivalence et les arêtes lient ces polycordes entre eux par des opérations de transposition, d'inversion et/ou de multiplication.

Cependant, le graphe n'est pas connexe et tous les polycordes ne sont pas forcément liés au premier. En effet, deux polycordes sont liés dans le graphe si :

- Ils se succèdent immédiatement dans la pièce musicale (figure 5.10).
- Ils ont une intersection séquentielle : plus l'intersection est grande, plus le poids de l'arête est grand (figure 5.11).
- Si un polycorde ne possède pas de successeur direct ou intersectant, on le relie au(x) polycorde(s) le(s) plus proche(s) dans la chronologie. La figure 5.12 montre en pointillés le segment qui est relié au premier dans le graphe.

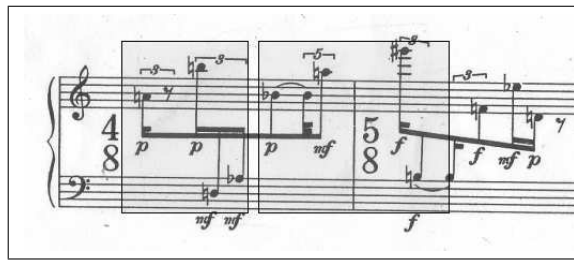


FIGURE 5.10 – Deux segments successifs.

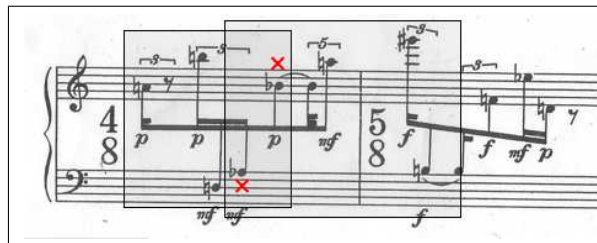


FIGURE 5.11 – Deux segments intersectant, ayant 2 notes communes.

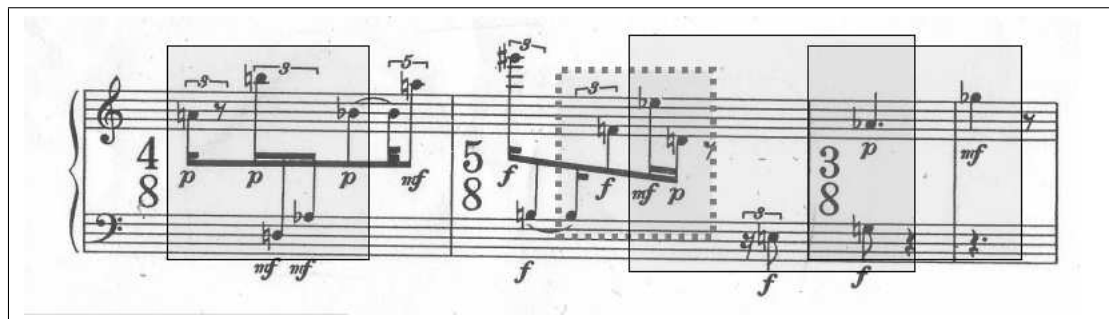


FIGURE 5.12 – Le polychorde en pointillé est choisi comme successeur dans le graphe du premier car étant le plus proche chronologiquement.

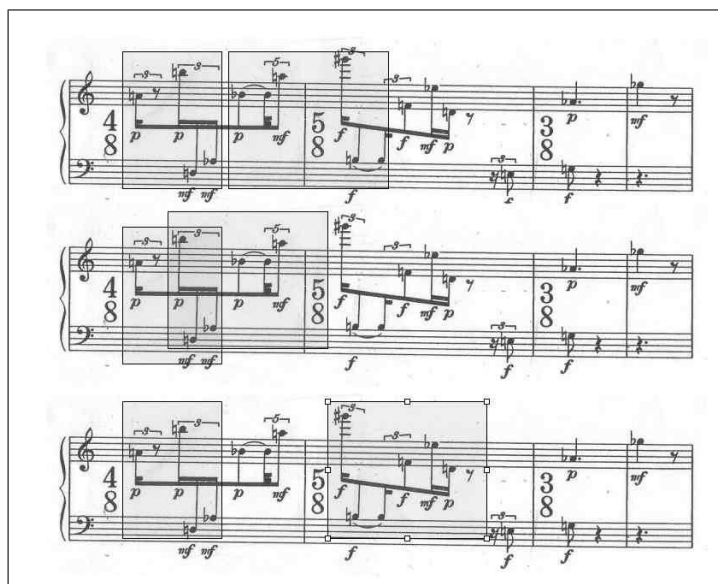


FIGURE 5.13 – Trois situations de liaisons entre deux polycordes dans l’ordre croissant de poids : 2 polycordes successifs, 2 polycordes qui se chevauchent et deux polycordes éloignés chronologiquement.

La détermination des poids se fait selon deux critères :

- La distance entre les deux polycordes, c’est-à-dire le nombre d’événements musicaux qui les séparent ou qu’ils partagent (puisque deux polycordes peuvent se chevaucher). Nous fixons le plus petit poids pour le cas où les deux polycordes se succèdent immédiatement ; un poids plus grand est affecté à l’arête selon le nombre d’événements musicaux qu’ils ont en commun ; finalement le poids maximal est attribué lorsque les polycordes sont séparés chronologiquement. Nous montrons dans l’ordre croissant de poids les situations qui lient les polycordes sur la figure 5.13.
- Le nombre de sauts que présente le polycorde d’arrivée de l’arête : plus le polycorde d’arrivée présente de sauts harmoniques et mélodiques, plus le poids est important. Nous considérons qu’un saut harmonique est moins pénalisant pour l’analyse qu’un saut séquentiel : en effet, un saut harmonique n’affecte pas la chronologie de la segmentation puisqu’une note au moins de l’accord concerné est incluse dans la segmentation. À l’inverse, un saut

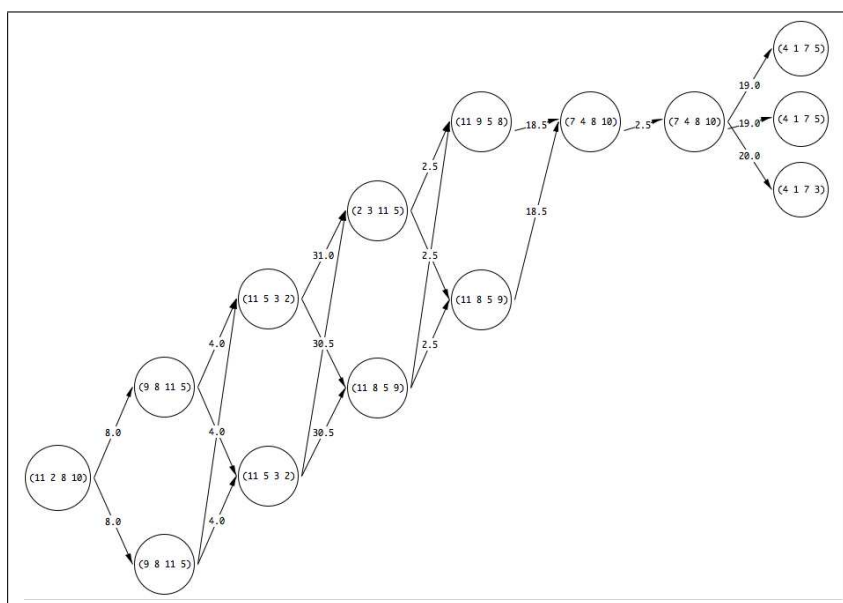


FIGURE 5.14 – Un extrait de graphe représentant la succession de polycordes. Ce sont des tétracordes reliés entre eux par des arêtes sur lesquelles sont indiquées les poids.

séquentiel implique une rupture chronologique du segment et constitue un ensemble dont nous jugeons la sélection par l’analyste plus difficile dans sa pratique.

Un exemple du graphe formé et représentant la progression des polycordes trouvés est donné sur la figure 5.14. Nous disposons les polycordes successifs chronologiquement horizontalement alors que les segments simultanés (c’est-à-dire dont le premier événement est commun) sont disposés verticalement.

La segmentation recherchée dans le graphe des polycordes

Une segmentation optimale, selon ce qui a été évoqué plus haut, doit minimiser le nombre de sauts à l’intérieur des segments ainsi que minimiser dans l’ordre les distances entre polycordes et leurs intersections. Avec la configuration des poids décrite ci-dessus, il faut donc trouver un sous-graphe dont la somme des arêtes est minimisée. Par ailleurs, pour prendre en compte la notion de progression et en se

référant à l'analyse de base de Lewin, nous sélectionnons le « premier » polycorde au sein d'une classe d'équivalence, i.e. celui qui intervient le plus tôt dans le déroulement de l'œuvre.

Cependant, nous ne pouvons prendre automatiquement le « dernier » polycorde (i.e. celui qui intervient le plus tard) puisque nous devons tenir compte de la couverture du graphe. En effet, il est possible que la segmentation la plus couvrante ne sélectionne pas ce dernier polycorde.

Ainsi nous procédons comme indiqué sur l'algorithme 3 : nous trouvons d'abord tous les plus courts chemins entre le premier polycorde et les autres du graphe. Pour cela, nous employons l'algorithme de Dijkstra [Dij59] qui permet de trouver le plus court chemin entre deux sommets d'un graphe. Par la suite, parmi tous ces chemins optimaux pour chaque classe d'équivalence, nous choisissons le chemin le plus couvrant qui formera la segmentation désirée.

Algorithm 3 Algorithme : recherche de la meilleure progression

- 1: Créer les listes de polycordes par classes d'équivalence
 - 2: Créer le graphe de progression pour chaque classe d'équivalence
 - 3: **for** Chaque classe d'équivalence **do**
 - 4: Trouver le premier polycorde chronologique
 - 5: Trouver le plus court chemin du premier à tous les autres
 - 6: Parmi ces plus court chemins prendre celui qui couvre le plus de notes de la partition
 - 7: **end for**
 - 8: Parmi tous les chemins optimaux trouvés prendre celui qui couvre le plus de notes de la partition
-

5.3.4 La segmentation vue comme une couverture de la pièce

Nous délaissions la vue progressionnelle de la segmentation pour nous intéresser à la couverture de la partition par les polycordes. Nous utilisons un algorithme glouton classique : on prend les segments qui couvrent le plus de notes de la partition jusqu'à couvrir l'intégralité de la partition ou alors en ayant épuisé la liste des polycordes possibles comme reformulé par l'algorithme 4.

Algorithm 4 Algorithme : recherche de la meilleure couverture

```
1: Créer les listes de polycordes par classes d'équivalence
2: for Chaque classe d'équivalence do
3:   while Tant que toutes les notes ne sont pas atteintes ou qu'il ne reste plus
     de polycorde possible do
4:     Prendre le polycorde couvrant le plus de notes non atteintes
5:   end while
6: end for
```

5.4 Résultats et interprétations

Nous présentons en premier lieu la segmentation de référence réalisée par Lewin. Les différents tests vont s'atteler à un élément particulier afin de valider et étendre cette analyse. Nous précisons pour toute la suite que sur les figures, les segments en pointillés sont des segments qui se prolongent sur deux portées consécutives.

5.4.1 La segmentation de Lewin

La segmentation opérée par Lewin est décomposée selon les figures 5.15 et 5.16 : la première représente la segmentation minimale couvrante extraite de la segmentation entière et composée de 13 segments, tandis que la seconde montre les segments restants.

Pour la suite, dans nos segmentations trouvées, nous représentons en non grisé les segments également trouvés par Lewin.

5.4.2 Paramétrisations de la progression

Les résultats de la progression sont obtenus en faisant varier 4 paramètres :

- le poids d'un saut vertical ;
- le poids d'un saut horizontal ;
- le poids de l'écart entre deux polycordes ;
- le poids de l'intersection entre deux polycordes.

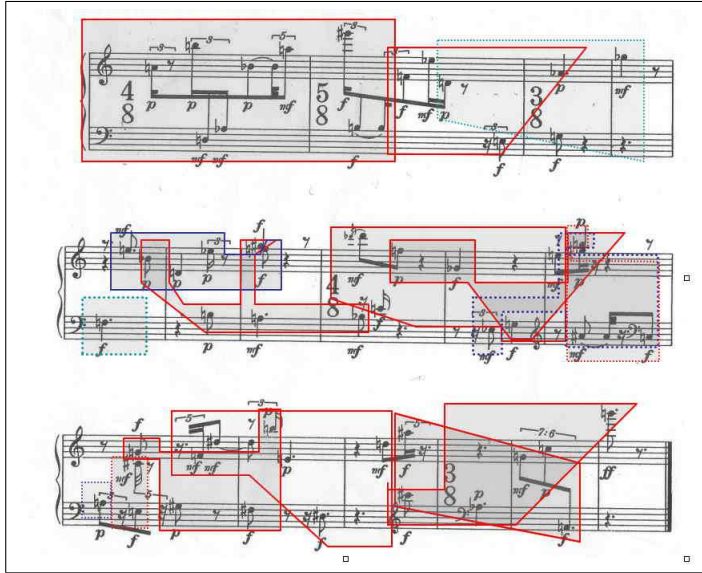


FIGURE 5.15 – La première partie de la segmentation de Lewin, segmentation couvrante minimale. Les régions possédant un même type de pointillé forment un unique segment.

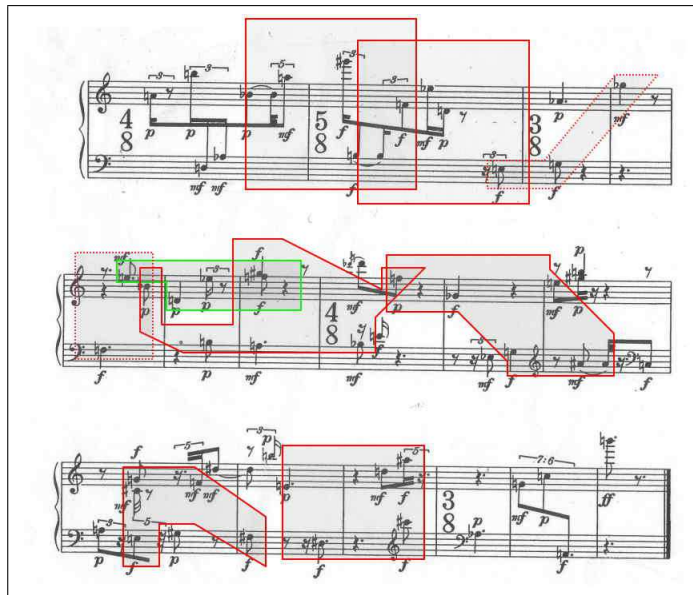


FIGURE 5.16 – La seconde partie de la segmentation de Lewin. Les régions possédant un même type de pointillé forment un unique segment.

5.4.3 Transposition et Inversion : transformations minimales

Une première constatation générale valable pour tous les tests qui suivent est que l'ajout d'une opération autre que les transformations de base telles que la multiplication ne permet pas d'optimiser la segmentation dans le sens où, pour chaque recherche, le résultat obtenu est le même selon que l'on autorise les transpositions/inversions entre segments ou les transpositions/inversions/multiplications. La multiplication n'est donc pas une opération significative dans l'analyse du *Klavierstück III*.

5.4.4 Recherche d'une progression : variation de tailles et de sauts

La recherche des progressions va être effectuée en variant la cardinalité du segment et le nombre de sauts autorisés. Nous effectuons deux tests pour chaque élément : avec une recherche sans paramètre de saut explicite, puis avec ce paramètre que nous fixons à $k = 2$, Lewin s'autorisant deux sauts chronologiques maximum. Nous testons un tricorde, un tétracorde, un pentacorde et un hexacorde.

Nous fixons le jeu de paramètres suivants : un poids de 1 pour chaque saut vertical, un poids de 2 pour chaque saut horizontal, un poids de 3 pour chaque écart entre deux polycordes, et un poids de 1 pour les intersections entre segments. On pénalise les sauts entre polycordes puisque nous voulons couvrir le maximum de la partition.

Les figures 5.17, 5.18, 5.19 et 5.20 présentent la recherche sans sauts indiqués respectivement d'un tricorde, d'un tétracorde et d'un pentacorde. On remarque qu'il s'agit de la seule segmentation qui prend en compte les notes du départ.

Les résultats des mêmes structures avec sauts représentés en figures 5.21, 5.22, 5.23 et 5.24 montrent qu'ils couvrent davantage le milieu et la fin de la pièce que la segmentation sans sauts qui couvre mieux le début, ce qui est à rapprocher de l'analyse de Lewin qui introduit davantage de sauts dans la section intermédiaire. Au final, la progression la plus couvrante se trouve être celle qui emploie un pentacorde avec 2 sauts indiqués.

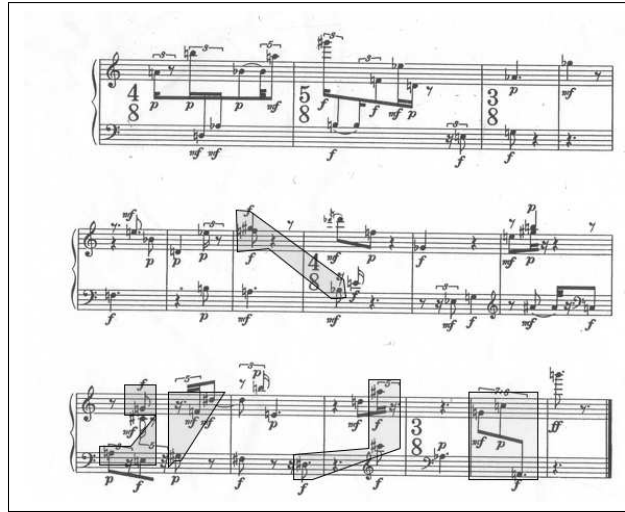


FIGURE 5.17 – La segmentation sans sauts pour un tricorde. Les régions possédant un même type de pointillé forment un unique segment.

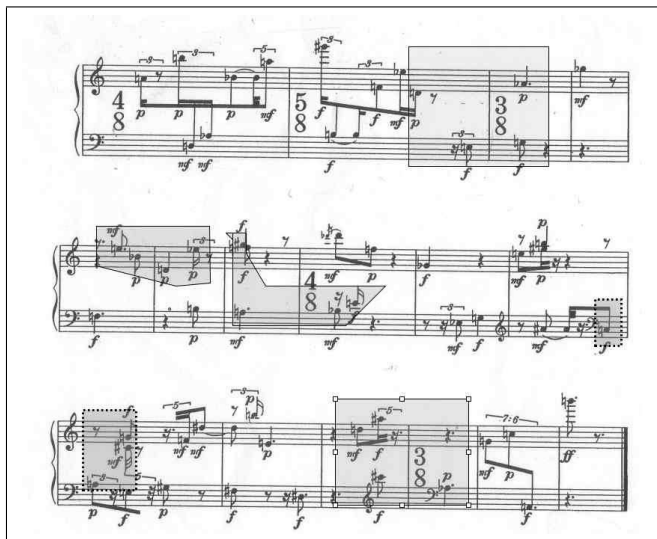


FIGURE 5.18 – La segmentation sans sauts pour un tétracorde. Les régions possédant un même type de pointillé forment un unique segment.

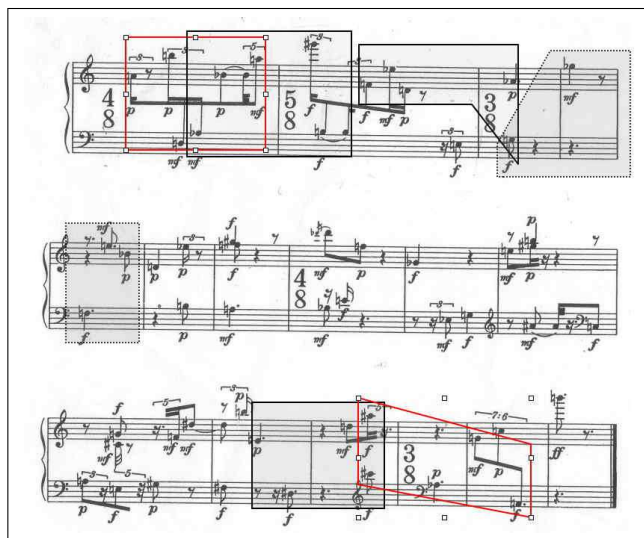


FIGURE 5.19 – La segmentation sans sauts pour un pentacorde. Les régions possédant un même type de pointillé forment un unique segment. Les segments également retrouvés par Lewin ne sont pas grisés.

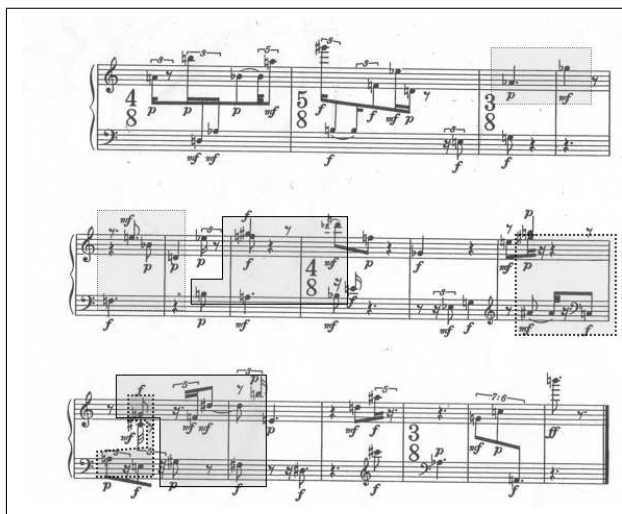


FIGURE 5.20 – La segmentation sans sauts pour un hexacorde. Les régions possédant un même type de pointillé forment un unique segment.

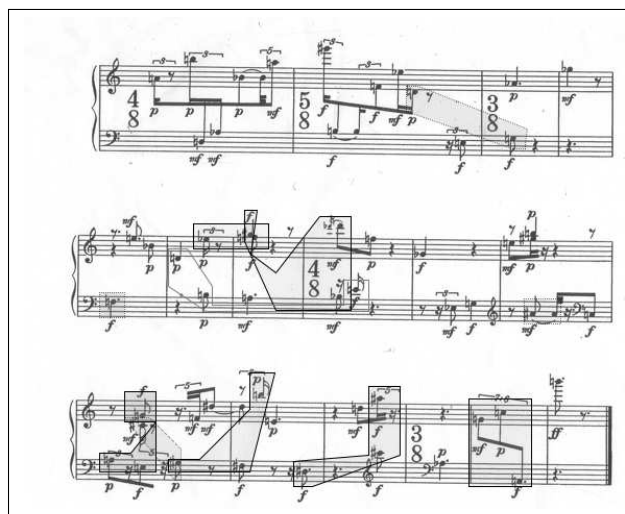


FIGURE 5.21 – La segmentation avec sauts pour un trichorde. Les régions possédant un même type de pointillé forment un unique segment.

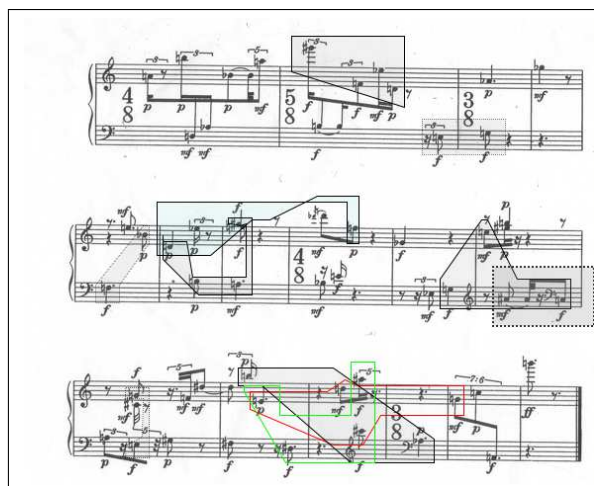


FIGURE 5.22 – La segmentation avec sauts pour un tétracorde. Les régions possédant un même type de pointillé forment un unique segment.

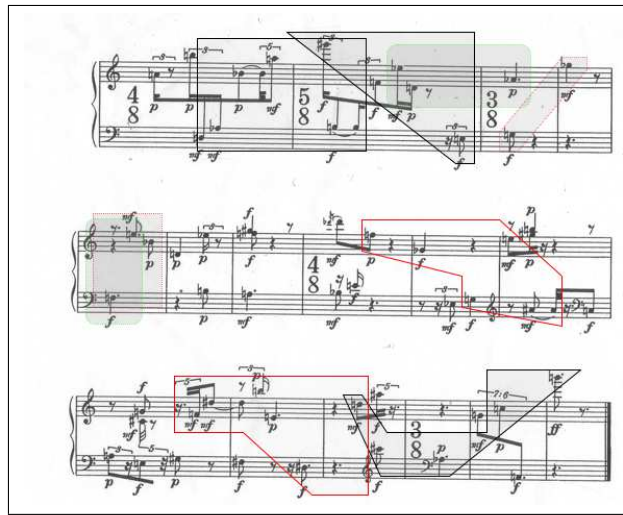


FIGURE 5.23 – La segmentation avec sauts pour un pentacorde. Les régions possédant un même type de pointillé forment un unique segment.

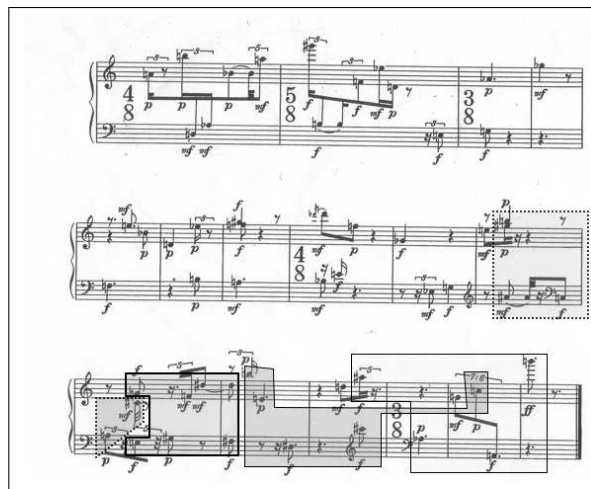


FIGURE 5.24 – La segmentation avec sauts pour un hexacorde. Les régions possédant un même type de pointillé forment un unique segment.

5.4.5 Pentacorde fixé, variation des poids du graphe des polycordes

On fixe désormais le pentacorde comme étant la structure cible ; nous faisons désormais varier les paramètres lors de la création du graphe des polycordes.

Première série de contraintes

Nous reprenons le jeu de paramètres utilisés dans la section précédente : un poids de 1 pour chaque saut vertical, un poids de 2 pour chaque saut horizontal, un poids de 3 pour chaque écart entre deux polycordes. On se référera aux figures 5.19 et 5.23 pour les résultats obtenus.

Deuxième série de contraintes

On fixe un poids de 0.5 pour chaque saut vertical, un poids de 1 pour chaque saut horizontal, un poids de 2 pour chaque écart entre deux polycordes, et un poids de 1 pour les intersections entre segments

Le pentacorde avec saut propose un chemin couvrant qui n'est pas le pentacorde de référence de Lewin.

Troisième série de contraintes

On fixe un poids de 1 pour chaque saut vertical, un poids de 0.5 pour chaque saut horizontal, un poids de 2 pour chaque écart entre deux polycordes, et un poids de 0.5 pour les intersections entre segments

On obtient une meilleure couverture du milieu puisqu'on autorise mieux les intersections.

Bilan

Pour un ensemble de paramètres, on trouve à chaque fois une partie des segments trouvés par Lewin. En changeant les paramètres de contraintes, on en re-

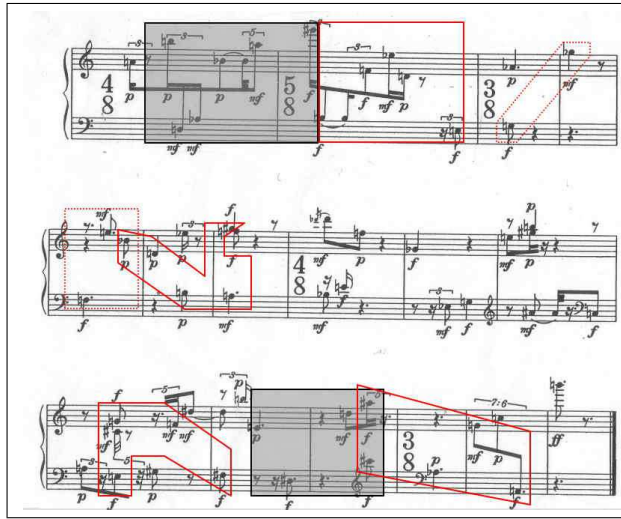


FIGURE 5.25 – La segmentation sans sauts pour un pentacorde avec des contraintes (0.5, 1, 2, 0.5). Les régions possédant un même type de pointillé forment un unique segment. Les segments également retrouvés par Lewin ne sont pas grisés.

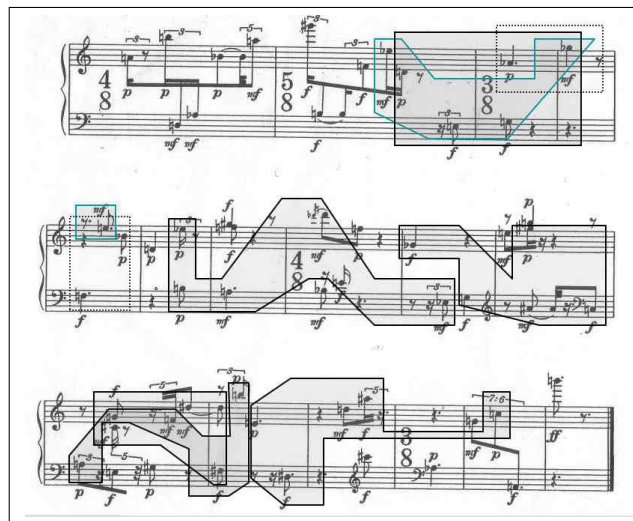


FIGURE 5.26 – La segmentation avec sauts pour un pentacorde avec des contraintes (0.5, 1, 2, 0.5). Les régions possédant un même type de pointillé forment un unique segment.

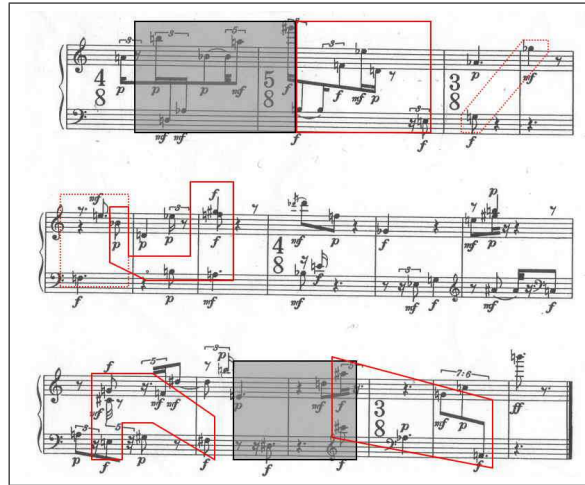


FIGURE 5.27 – La segmentation sans sauts pour un pentacorde avec des contraintes (1, 0.5, 2, 0.5). Les régions possédant un même type de pointillé forment un unique segment. Les segments également retrouvés par Lewin ne sont pas grisés.

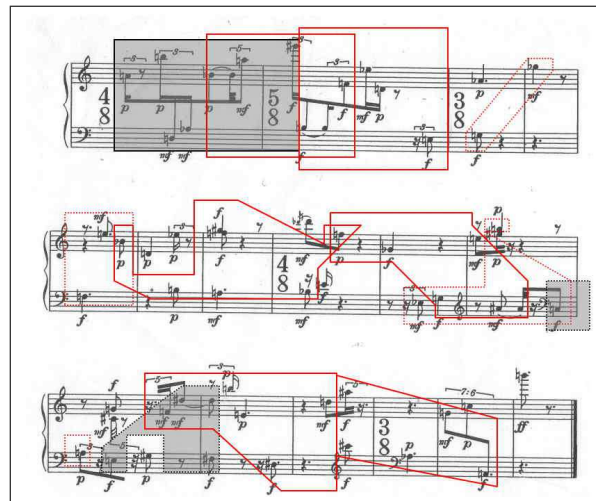


FIGURE 5.28 – La segmentation avec sauts pour un pentacorde avec des contraintes (1, 0.5, 2, 0.5). Les régions possédant un même type de pointillé forment un unique segment. Les segments également retrouvés par Lewin ne sont pas grisés.

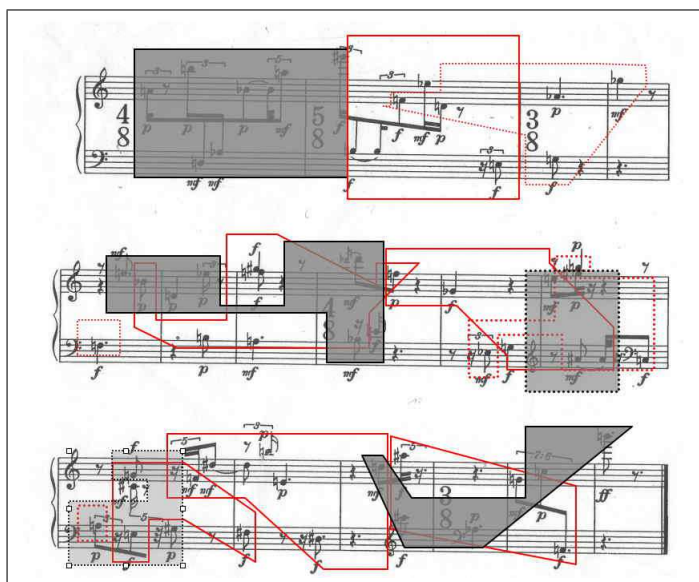


FIGURE 5.29 – La segmentation couvrante avec le pentacorde. Les régions possédant un même type de pointillé forment un unique segment. Les segments également retrouvés par Lewin ne sont pas grisés.

trouve certains autres et sa segmentation peut donc être retrouvée intégralement en variant ces paramètres.

Par ailleurs, on retrouve à une exception près la progression la plus couvrante se basant sur le premier pentacorde, exhibé par Lewin.

5.4.6 Couverture testée en variant la taille du polycorde

Nous testons différentes tailles de polycordes en fixant le nombre de trous maximum autorisés à 2 pour couvrir la partition. La segmentation par pentacorde que nous montrons sur la figure 5.29 est la seule qui couvre toute la partition : la couverture est partielle avec une taille de 2, 3, 4, 6 ou 7 notes.

On remarque que par cette approche, on atteint des segments différents de ceux de Lewin. On obtient une meilleure segmentation couvrante qui contient 12 segments, contre 13 pour l'analyse de Lewin, mais qui inclut toujours le premier pentacorde.

5.4.7 Couverture : pentacorde fixé, sauts variables

En fixant le pentacorde comme structure couvrante de la pièce, nous modifions désormais le nombre de sauts chronologiques autorisés pour éventuellement détecter une segmentation couvrante comprenant encore moins de segments.

Quand on diminue le nombre de sauts, la segmentation n'est plus totalement couvrante, et autoriser un plus grand nombre de sauts ne conduit pas à déterminer une meilleure segmentation. Deux sauts autorisés sont nécessaires et suffisants pour l'optimalité de la couverture.

5.4.8 Validations

Conclusion : validation de notre démarche

Le pentacorde, aussi bien pour la progression que pour la couverture, représente la structure optimale. Le nombre de sauts, qui est fixé à 2 par Lewin, est également optimal pour minimiser le nombre de segments.

Le premier pentacorde est bien un ensemble pertinent du point de vue analytique puisque générateur de la pièce si l'on considère cette composition comme dépendant du pentacorde et s'articulant autour de pentacordes tous liés à ce dernier. D'un point de vue musical, cette hypothèse est probable puisque Stockhausen débute la pièce par 5 classes de hauteurs différentes avant d'en répéter certaines, avant l'introduction de nouvelles classes de hauteurs.

Enfin, un ensemble de paramètres lors de la création du graphe des polycordes a permis d'exhiber un autre pentacorde plus significatif qui couvre surtout le milieu de la pièce. Une première extension de cette méthode, hormis l'application à d'autres œuvres, serait d'envisager une recherche localisée selon ces paramètres et selon les sections de la composition.

Évaluation de notre modélisation à l'aide d'une F-mesure

Notre critère d'optimisation privilégie à chaque fois soit la progression, soit l'optimisation. Une proposition s'appuie sur une idée qui a pour objectif de la

même importance à ces deux critères en définissant une mesure qui permettrait de les jauger simultanément.

Nous nous inspirons alors de la F-mesure [vR79] une mesure qui, dans le champ de la théorie de l'information, est synthétique car combinant les mesures de précision et de rappel. Cette F-mesure évalue l'efficacité d'un système à effectuer une recherche documentaire. Dans le domaine de l'information, le rappel correspond au nombre de documents pertinents retrouvés au regard du nombre de documents pertinents que possède une base de données. La notion inverse est le silence, et un fort silence signifie mauvais taux de documents pertinents trouvés (silence = 1 - rappel).

Le rappel s'exprime ainsi :

$Rappel_i = \frac{\text{documents correctement attribués à la classe } i}{\text{nombre de documents appartenants à la classe } i}$, la classe i étant la classe de documents pertinents.

La précision quant à elle évalue la justesse de la recherche : peu de documents inutiles ont été proposés par le système. La précision s'exprime de la manière suivante :

$Précision_i = \frac{\text{documents correctement attribués à la classe } i}{\text{nombre de documents attribués à la classe } i}$. La notion contraire à la précision est le bruit (bruit = 1 - précision).

La F-mesure, que l'on note f , s'obtient en combinant la précision p et le rappel r :

$$f = 2 * \frac{p * r}{p + r}$$

Ici on donne le même poids à la précision p et au rappel r dans cette moyenne, qui peut être ajustée en ajoutant des coefficients qui favoriseraient une des deux mesures.

Un système de recherche documentaire parfait fournit des réponses dont la précision et le rappel sont égaux à 1 (l'algorithme trouve la totalité des documents pertinents – rappel égal à 1– et ne fait aucune erreur – précision égale à 1). Dans la réalité, les algorithmes de recherche sont plus ou moins précis, et plus ou moins pertinents. Il sera possible d'obtenir un système très précis (par exemple un score de précision de 0,99), mais peu performant (par exemple avec un rappel de 0.10,

qui signifiera qu'il n'a trouvé que 10% des réponses possibles). Dans le même ordre d'idée, un algorithme dont le rappel est fort (par exemple 0.99 soit la quasi totalité des documents pertinents), mais la précision faible (par exemple 0.10) fournira en guise de réponse de nombreux documents erronés en plus de ceux pertinents.

Notre but est de mesurer une segmentation avec équité autant pour la couverture et que pour le partitionnement. On se base toujours sur un schéma imaginaire qui consiste à définir la segmentation idéale comme une partition au sens mathématique du terme, i.e. où les segments ne se chevauchent pas et recouvrent l'intégralité des notes.

Pour contourner le concept de « pertinence » qui, du point de vue musical, n'est pas adapté, nous définissons les mesures de silence et bruit pour notre recherche :

- Le silence sera obtenu en faisant la moyenne du nombre de notes non trouvées sur le nombre de notes total.
- Le bruit sera la moyenne du nombre de notes couvert par plus d'un segment sur le nombre de notes total.

Nous remarquons déjà que cette mesure intuitive ne prend pas en compte le « degré de couverture » d'une note, i.e. elle considère de la même façon une note qui est couverte par deux segments et une note qui est couverte par 10 segments par exemple.

Pour sélectionner les mesures, nous effectuons la même recherche que pour la progression, sauf qu'après avoir trouvé le plus court chemin d'un segment à un autre on garde en mémoire sa F-mesure et on garde au final la segmentation avec la meilleure F-mesure possible, et ce pour chaque type de segment, défini par la taille des notes recherchées et le nombre de sauts chronologiques autorisés.

Structure du motifs (taille et sauts)	Silence minimal (entre 0 et 1)	Bruit minimal (entre 0 et 1)	F-mesure maximale (entre 0 et 1)
3 - 0	0.61	0	0.51
3 - 1	0.80	0	0.31
3 - 2	0.72	0	0.43
4 - 0	0.61	0	0.52
4 - 1	0.39	0	0.67
4 - 2	0.37	0	0.59
5 - 0	0.54	0	0.62
5 - 1	0.60	0	0.51
5 - 2	0.26	0.017	0.71
6 - 0	0.56	0	0.60
6 - 1	0.65	0	0.48
6 - 2	0.47	0	0.58

On remarque que la structure de 5 notes et 2 sauts est celle qui optimise la couverture (silence minimal) comme nous l'avons déjà vérifié, mais également que c'est celle qui optimise la F-mesure, et donc optimise ce rapport entre la précision et le rappel. En revanche, un point notable est que la segmentation qui atteint ce score optimal n'est pas obtenue avec l'ensemble de classes de hauteurs choisi par Lewin, segmentation que nous montrons figure 5.30. Comme on peut le voir, il s'agit d'une segmentation qui recouvre mieux le milieu de la pièce et ne prend pas en compte le pentacorde initial, ni le pentacorde final.

Méthode des cooccurrences appliquée à la musique

Nous continuons dans cette voie qui adapte les outils d'une autre discipline, en l'occurrence la linguistique, en utilisant une méthode d'étude de texte qui cherche à définir la taille de la fenêtre d'exploration optimale [Mar03].

Cette méthode s'attache aux cooccurrences, i.e. aux groupes de mots apparaissant fréquemment ensemble. Elle tente de mesurer la croissance de l'information par rapport à la taille de l'échantillon textuel. Puisqu'il n'est pas possible de déterminer à l'avance les dimensions du contexte d'exploration qui est le plus

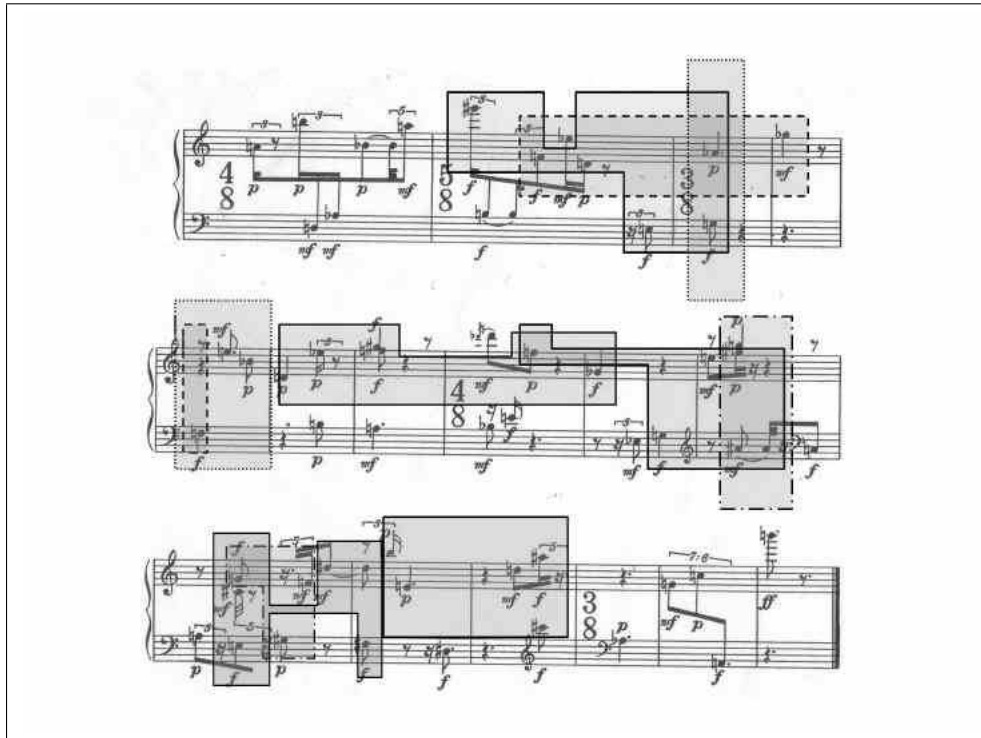


FIGURE 5.30 – La segmentation atteignant le maximum de la F-mesure. Elle diffère de celle de Lewin puisque ne choisissant pas la même classe d'équivalence de pentacorde et recouvre mieux le milieu de la pièce. Les régions possédant un même type de pointillé forment un unique segment.

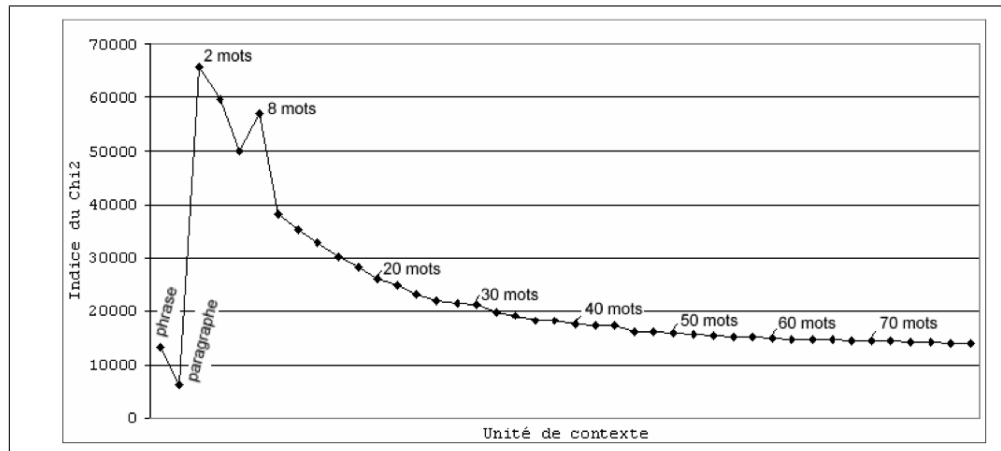


FIGURE 5.31 – Exemple de graphe représentant l’Indice du χ^2 des cooccurrences du mot *nous* sur divers textes tiré de [Mar03].

approprié pour l’analyse d’un corpus de mots, une idée est de systématiser le calcul des cooccurrences dans des contextes d’étendue variable pour en mesurer chaque fois la quantité d’information rapportée sous la forme du χ^2 , un indice de pondération⁴ dont la formule est donnée ci-dessous :

$$\chi^2 = \frac{(\text{fréquence théorique} - \text{fréquence observée})^2}{\text{fréquence théorique}}$$

Un exemple de résultat est montré sur la figure 5.31 qui représente les cooccurrences en se fixant un mot (*nous*) et en regardant ses cooccurrences par rapport à tous les autres mots. On remarque que la courbe présente deux hauts pics à 2 et à 8 mots, qui laisseraient à penser que la fenêtre de significativité du mot *nous* serait de taille 2 puis 8.

Dans notre cadre, nous allons donc estimer cet indice sur notre partition en la considérant comme une séquence de classes de hauteurs. Lorsqu’il y a un accord, on considère que chaque note a la même importance au sein de l’accord. Notre taille

4. Une utilisation de cette mesure a fait l’objet d’une application pour la recherche de motifs musicaux par Darrell Conklin pour évaluer la significativité d’un motif en comparant le nombre d’occurrences de ce motif dans la pièce par rapport au nombre d’occurrences attendu dans un ensemble de pièces générées à l’aide d’une chaîne de Markov [CA01].

de fenêtre variera de 2 à 16 notes. Pour chaque taille de fenêtre, nous calculons donc des cooccurrences de deux classes de hauteurs, ce qui fait 12×11 cas de cooccurrences possibles. Nous ne cherchons pas de pôle précis donc les courbes finales seront une moyenne de toutes les cooccurrences.

En ce qui concerne la fréquence théorique des cooccurrences, nous considérons que chaque classe de hauteur est équiprobable et donc que le calcul des fréquences théoriques revient à calculer les probabilités de trouver au moins 2 éléments précis dans une fenêtre dont la taille varie de 2 à 16. Cependant, plutôt que de la calculer, nous allons l'estimer en prenant la moyenne, pour une taille de fenêtre donnée, du nombre de cooccurrences de tous les couples de classes de hauteurs. Nous faisons donc l'hypothèse que la valeur théorique est la moyenne des cooccurrences observées, en considérant que les notes sont équiprobables et que donc les cooccurrences sont équiprobables également.

La formule finale est donnée en appelant $c(k, a, b)$ le nombre de fenêtres de taille k contenant à la fois une note de hauteur a et une note de hauteur b , on évalue le score $s(k)$ par la formule du Chi^2 suivante :

$$s(k) = \text{moyenne}_{a,b \in [1,12]^2} [(c(k, a, b) - \text{moyenne}_{a,b \in [1,12]^2} [c(k, a, b)])^2 / c(k, a, b)]$$

Les résultats sont montrés en figure 5.32. On observe le même phénomène général que pour l'exemple précédent, à savoir que plus une fenêtre est grande, moins elle apporte d'information. Cependant il n'y a pas de pic net, seulement un maximum pour une fenêtre de taille 6. Cela s'explique probablement par la petite taille de la pièce d'une part, et d'autre part par la limitation de notre « vocabulaire » qui ne concerne que 12 « mots », i.e. 12 classes de hauteurs.

Validation de l'analyse

Les essais précédents ont eu pour but de valider notre démarche par rapport à l'analyse de Lewin. Cependant on peut se poser la question de savoir si son analyse met en évidence une structure propre à la pièce : une idée consiste à vérifier si la structure qu'il trouve comme étant génératrice de l'œuvre, c'est-à-

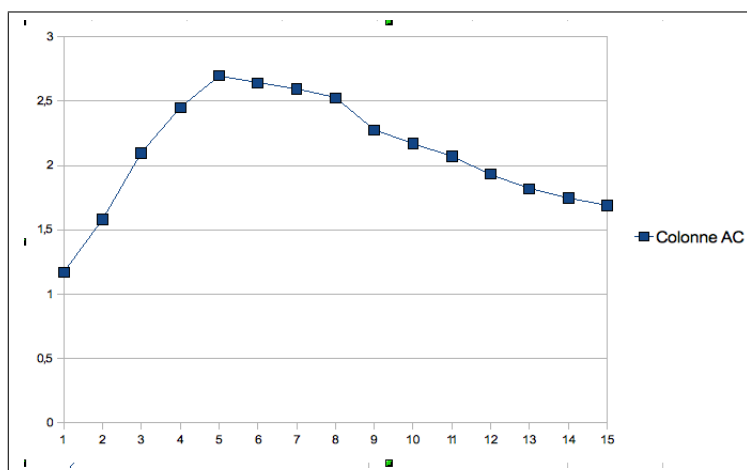


FIGURE 5.32 – Le résultat du score $s(k)$ sur le *Klavierstück III* de Stockhausen. En abscisse se trouve la taille de la fenêtre qui varie de 2 à 16 et en ordonnées la valeur du χ^2 correspondante.

dire un pentacorde en autorisant 2 sauts, n'est pas une structure générique qui en pratique peut être utilisée pour décrire les compositions musicales. Pour résumer, si un pentacorde avec deux sauts permet de recouvrir toutes les œuvres, l'analyse de Lewin pourrait être généralisée et ne pas constituer une interprétation propre au *Klavierstück III*.

Ce genre de calculs est mené à l'aide d'un « anticorpus » auquel est confrontée la recherche motivique au sein d'une pièce pour mesurer sa singularité vis-à-vis de cet ensemble à l'image des travaux de Conklin [BC08].

Ainsi nous lançons notre recherche dans le graphe de segmentation sur un échantillon de 600 partitions aléatoires qui ont le même nombre de notes que le *Klavierstück III* en déterminant à chaque fois quel est le type de segment le plus couvrant dans la recherche de graphe. Nous faisons varier la taille du segment de 3 à 6 et la nombre de sauts autorisés de 0 à 2.

Un bon résultat est que ce type de segment soit rare, la figure 5.33 montre les résultats sous forme d'histogramme. Il nous montre que cette structure est plutôt une structure rare, ce qui confirme la précision de son analyse.

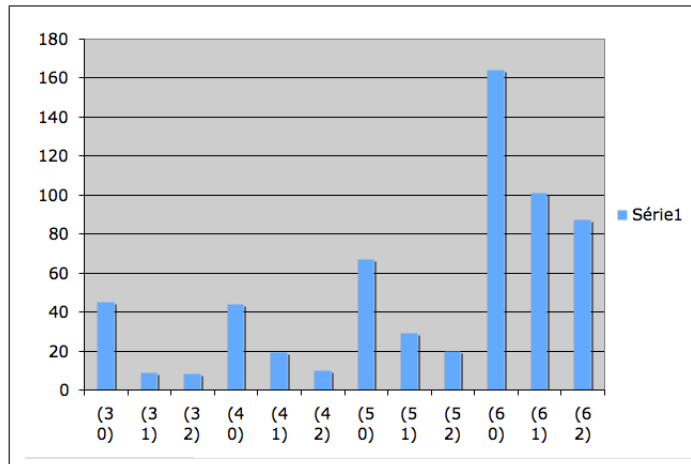


FIGURE 5.33 – Le résultat de la détection du meilleur type de segment sur un échantillon de 600 partitions aléatoires. En abscisse nous énumérons les structures recherchées, variant de 3 à 6 notes et de 0 à 2 sauts, et en ordonnées le nombre de cas où la structure est la plus couvrante.

5.5 Modélisation à l'aide des K-réseaux

5.5.1 Le problème des K-réseaux

L'implémentation des K-réseaux pose un premier problème qui est le choix de l'organisation des classes de hauteurs au sein d'un même ensemble. Pour un ensemble de 3 classes de hauteurs, on atteint 27 K-réseaux possibles, pour 4 classes de hauteurs 729 K-réseaux et pour 5 classes de hauteurs, 59049 etc. La formule pour obtenir les réseaux possibles est 3^p où p désigne le nombre de classes d'intervalles contenus dans un ensemble de n éléments, ce qui correspond à $p = \frac{n*(n-1)}{2}$. La combinatoire de ces ensembles doit être réduite dans une utilisation informatique.

5.5.2 Restrictions sur le modèle des K-réseaux

L'explosion combinatoire de l'utilisation des K-réseaux nous pousse à opérer une sélection de réseaux à employer en pratique. Cette sélection découle d'un choix d'ordre musicologique, défini par Shaugn O'Donnell [O'D97].

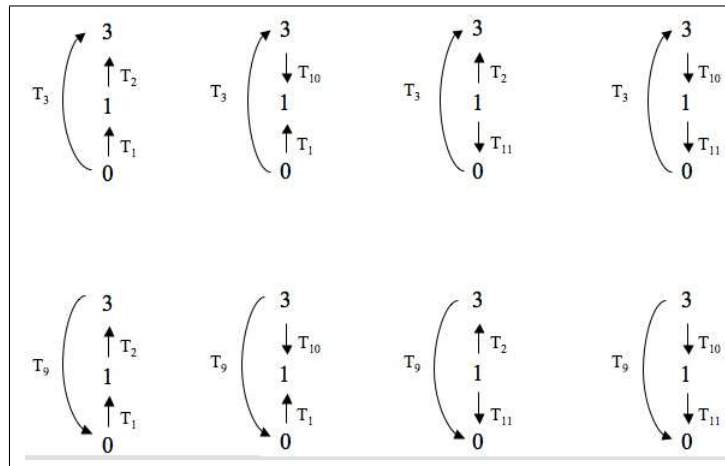


FIGURE 5.34 – L'ensemble de classes de hauteurs $\{0,1,3\}$ et les 8 différents réseaux possibles n'utilisant que des transpositions.

L'isographie entre K-réseaux, que nous avons définie dans la section 3.3.2, consiste à interpréter des ensembles de classes de hauteurs sous forme de réseaux isographiques, ou plus simplement de réseaux ayant une configuration similaire de nœuds et de flèches, et une correspondance mathématique entre les transformations analogues ; si les flèches sont identiques, on parle d'isographie forte entre ces deux réseaux. C'est à partir de ce type d'isographie que se mesure la potentialité d'un réseau et ce critère va permettre de réduire le nombre de réseaux possibles et même au final de déterminer une configuration standard. Le raisonnement s'appuie également sur un ensemble de 3 classes de hauteurs, $\{0, 1, 3\}$ qui peut se modéliser de vingt-sept façons différentes ; la plupart des K-réseaux employés dans les analyses visent d'ailleurs des tricordes ou des tétracordes.

Nous regardons premièrement les réseaux «élémentaires», qui n'engagent que des transpositions entre les notes. Le schéma 5.34 montre les 8 réseaux possibles n'utilisant que des transpositions.

Les graphes sont purement transpositionnels et apportent la même information que la structure intervallique vue précédemment. Si l'on cherche par exemple les réseaux qui sont en isographie forte avec le premier graphe du schéma 5.34, on a les douze transpositions de l'ensemble $\{0, 1, 3\}$ montrées sur le schéma 5.35.

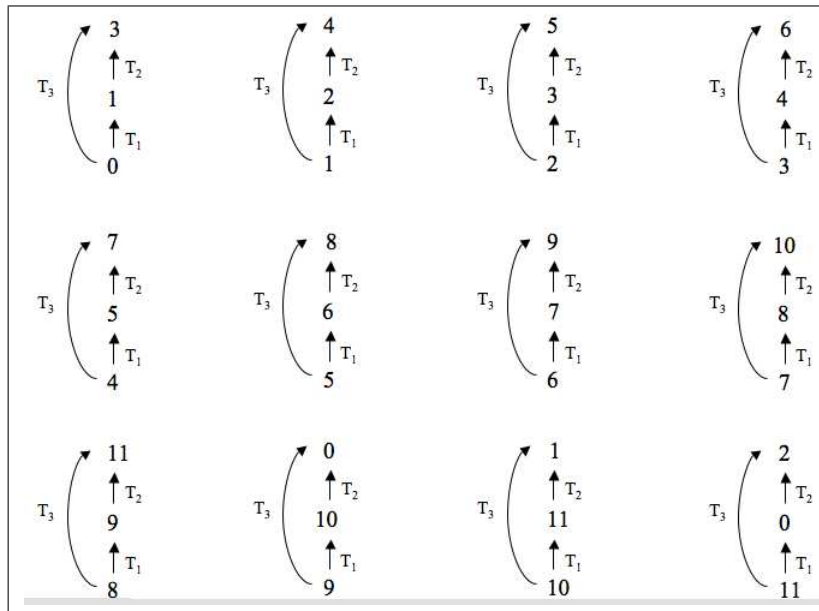


FIGURE 5.35 – Les douze réseaux équivalents par isographie forte avec le premier réseau de 5.34, qui sont les douze transpositions de l'ensemble $\{0,1,3\}$.

Nous pouvons agir de même pour les 7 réseaux restants et donc ici l'information contenue par ce type de réseaux n'apporte pas de différence par rapport à la vision de la Set Theory puisqu'elle revient à considérer les transpositions de l'ensemble de classes de hauteurs.

Nous considérons ensuite les réseaux avec 2 transpositions et une inversion, qui sont au nombre de 12 comme le montre la figure 5.36.

Ces configurations génèrent des classes d'équivalences sous isographie forte ne comprenant que deux réseaux distincts dont les classes de hauteurs sont en relation de transposition T_6 et dont un exemple est représenté sur la figure 5.37 pour le premier réseau de la figure 5.36. On a donc une classe encore plus petite que le premier cas où l'on générerait une classe à 12 réseaux et on peut toujours décrire la relation entre ces deux membres de la classe avec une simple transposition des classes de hauteurs, ce qui comme précédemment ne nécessite pas une relation d'isographie pour construire cette classe.

Le dernier réseau que l'on retire est celui où l'on a uniquement des inver-

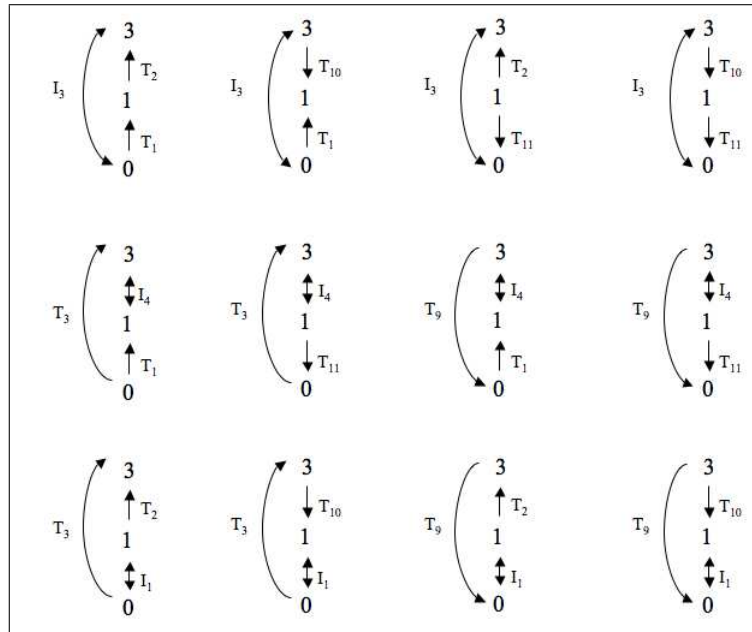


FIGURE 5.36 – Les douze réseaux décrivant l'ensemble $\{0,1,3\}$ avec deux transpositions et une inversion.

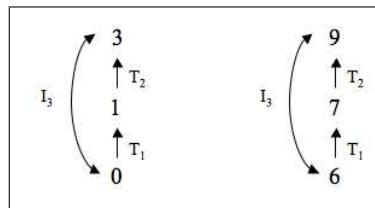


FIGURE 5.37 – Les deux réseaux en relations d'isographie forte concernant l'ensemble $\{0,1,3\}$ et employant deux transpositions et une inversion.

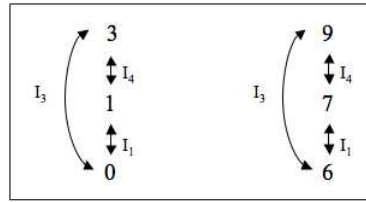


FIGURE 5.38 – Les deux réseaux en relations d’isographie forte concernant l’ensemble {0,1,3} et n’employant que des inversions.

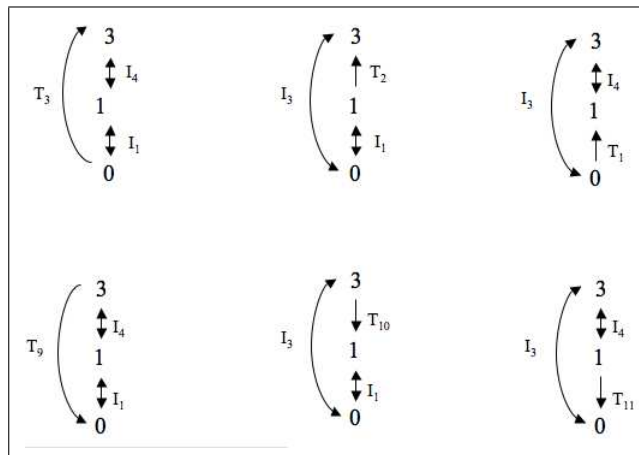


FIGURE 5.39 – Les six réseaux restants de la simplification de l’ensemble {0, 1, 3}.

sions, qui similairement au cas précédent ne génère qu’une classe à deux réseaux représentée en figure 5.38 et qui est la même que celle de la figure 5.37.

Après avoir exclu les huit réseaux de Lewin (i.e. n’utilisant que des transpositions), le réseau ne comprenant que des inversions et les douze réseaux possédant seulement une inversion, nous nous retrouvons avec six réseaux possibles qui sont montrés sur le schéma 5.39.

Prenons arbitrairement le deuxième réseau de cette figure et construisons les onze autres réseaux qui sont en isographie forte avec celui-ci en parcourant l’ensemble des classes de hauteurs possibles. Par exemple ici, on parcourt le cercle chromatique dans le sens croissant sur la classe de hauteur 0 qui est en bas du réseau. Nous obtenons les douze réseaux de la figure 5.40 et nous remarquons que cette classe ne comprend pas d’ensemble de classes de hauteurs pouvant être

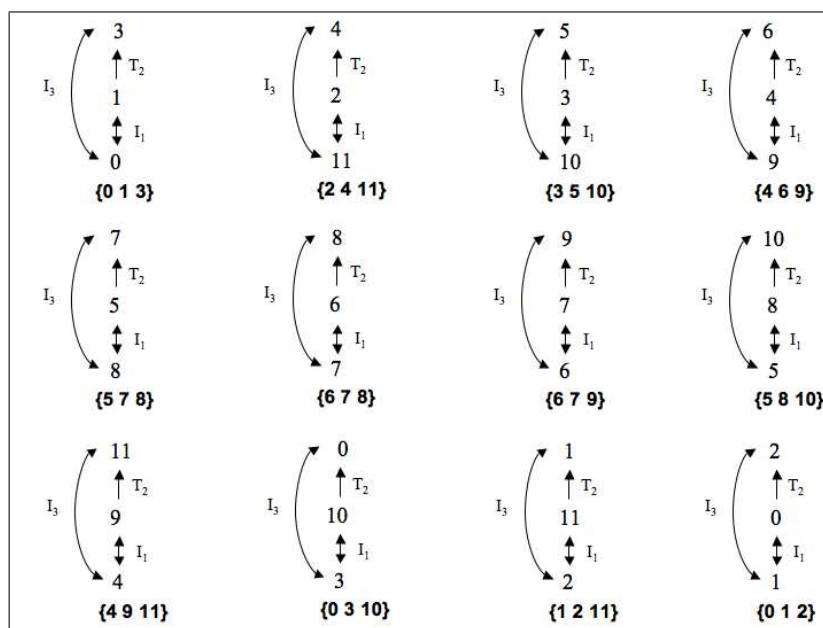


FIGURE 5.40 – La classe d'équivalence sous isographie forte formée par le deuxième réseau de la figure 5.39.

reliés par transposition ou inversion. Nous donnons ainsi la forme primaire de l'ensemble concerné sous chaque réseau qui montre que la classe ainsi obtenue ne peut être obtenue uniquement avec des relations de transposition et d'inversion (ce qui dans ce cas donnerait la même forme primaire pour chaque ensemble).

Pour bien signifier la différence fondamentale avec les simples relations de transposition et d'inversion entre ensembles de classes de hauteurs, nous donnons la même classification à partir du troisième réseau de la figure 5.39 et qui est représenté en figure 5.41. On voit que cette classe rassemble des doublons aux niveaux des classes de hauteurs (par exemple le deuxième réseau qui comprend deux fois le 2).

Pour généraliser cette démarche à plus de trois notes pour un réseau, nous remarquons que les réseaux que nous sélectionnons comprennent deux inversions et une transposition. Une manière de représenter cette vision est de considérer que nous avons une partition de l'ensemble de trois notes en deux sous-ensembles

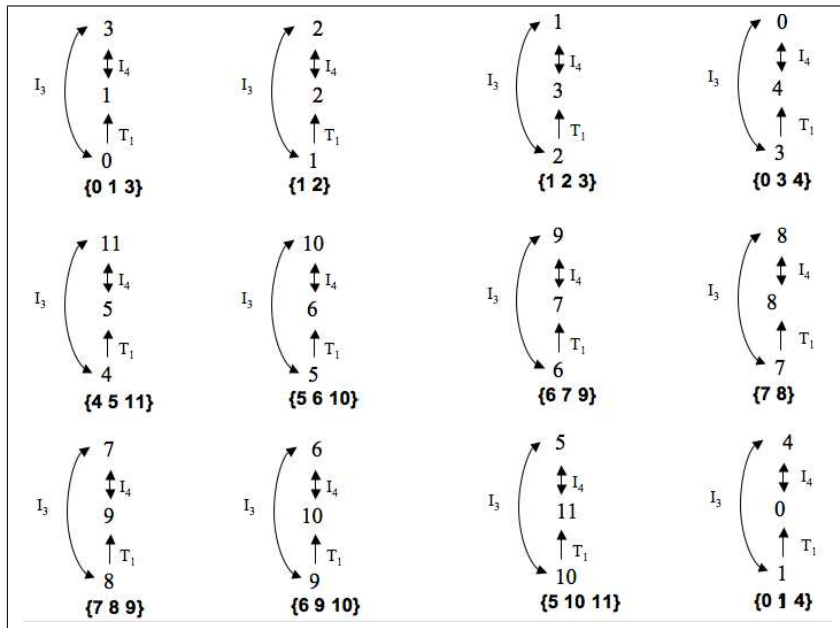


FIGURE 5.41 – La classe d’équivalence sous isographie forte formée par le troisième réseau de la figure 5.39.

reliés par une inversion. Cela est confirmé si l’on observe sur la figure 5.39 que nous recensons toutes les partitions de l’ensemble $\{0,1,3\}$ autre que l’ensemble lui-même et en remarquant le fait que les deux réseaux de gauche isolent le Ré bémol, ceux du centre isolent le Do et ceux de droite isolent le Ré. Ainsi O’Donnell définit des K-réseaux généralisés, qui sont représentés par les différentes partitions d’un ensemble de notes et dont le nombre se déduit de la formule $2^{n-1} - 1$, n représentant le nombre de notes de l’ensemble. Les réseaux spécifiques se déduisent de ces réseaux généralisés en modifiant les orientations des transpositions.

Nous conservons pour notre part cette idée de deux sous-ensembles dans lequel circulent des opérations de transpositions et qui sont liés par inversion, qui sont également ceux qui sont rencontrés dans la plupart des analyses.

Nous nous limitons donc à une configuration de réseaux spécifiques qui part de celle choisie par O’Donnell et que nous montrons sur la figure 5.42. Cette configuration distingue deux lignes de conduite suivant des transpositions, qui

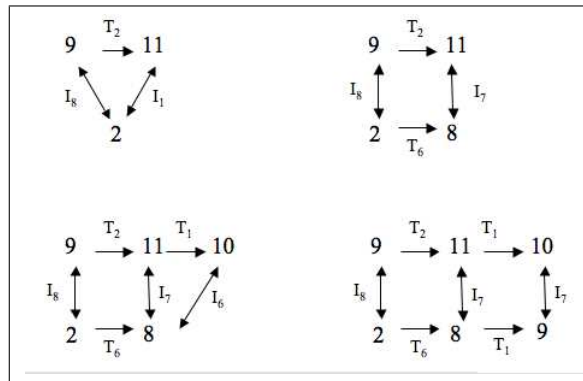


FIGURE 5.42 – La configuration standard des K-réseaux dans l’utilisation.

sont liées l’une à l’autre par des inversions. Cette disposition est bien entendu extensible à plus de 6 notes en réitérant la construction.

Suivant cette sélection, une interface de représentation de K-net a été développée sous *OpenMusic* : un exemple de K-réseau, représentant l’ensemble de notes {1 2 6 10 11} est montré sur la figure 5.43. Ce réseau est un des $5! = 120$ possibles que l’on peut représenter à partir de cet ensemble de 5 notes.

5.5.3 Les K-réseaux en tant qu’aide à la segmentation

Lorsque l’on compare deux ensembles de notes, et ce en dépit de la restriction à la configuration décrite précédemment, la détermination d’une relation d’isographie entre ces deux ensembles reste un problème puisque, pour un ensemble de n notes, on a toujours $n!$ K-réseaux possibles pouvant lier ces ensembles.

Nous choisissons alors de sélectionner une isographie qui sera représentative de la relation entre ces deux ensembles selon l’algorithme 5 :

Ce choix de garder l’isographie la plus fréquente est un choix qui met en avant la logique transformationnelle, où la transformation prime sur l’objet. En effet, le choix de l’isographie ne donne pas celui des représentants. Prenons par exemple deux collections de classes de hauteurs {Do dièse, Ré, Fa dièse, Si bémol} et {Ré, Mi, Sol, La bémol} correspondant aux ensembles {1 2 6 10} et {4 2 7 8}. L’isographie la plus prépondérante est $\langle T_7 \rangle$ avec 8 couples de représentants possibles.

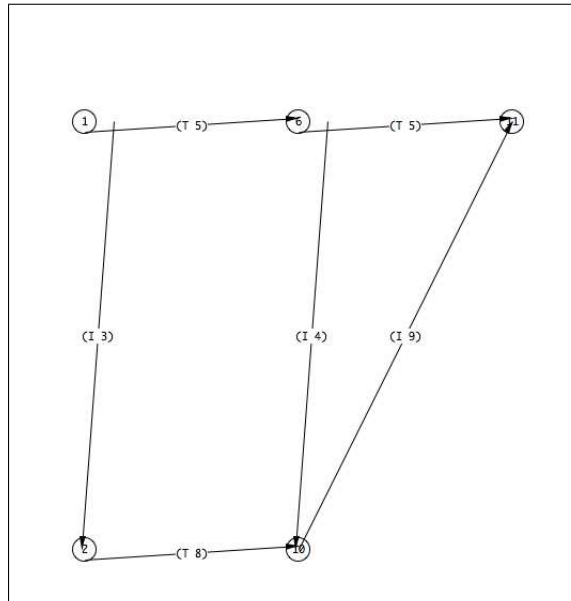


FIGURE 5.43 – Une représentation en K-réseau de l'ensemble {1 2 6 10 11}.

Algorithm 5 Algorithme : détermination de l'isographie entre deux ensembles

- 1: Deux ensembles de notes N_1 et N_2
 - 2: **for** Chaque représentant K_1 K-réseau de n_1 **do**
 - 3: **for** Chaque représentant K_2 K-réseau de n_2 **do**
 - 4: **if** Isographie entre K_1 et K_2 **then**
 - 5: Compter l'isographie
 - 6: **end if**
 - 7: **end for**
 - 8: **end for**
 - 9: Renvoyer l'isographie la plus fréquente
-

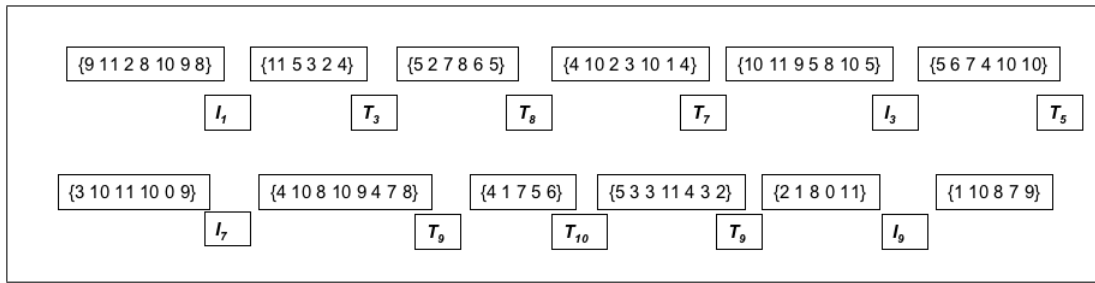


FIGURE 5.44 – La segmentation de la figure 5.29 et sa progression transformationnelle.

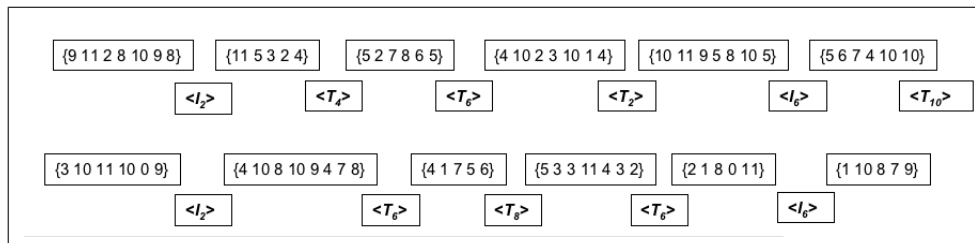


FIGURE 5.45 – La segmentation de la figure 5.29 et sa progression isographique.

La complexité de la sélection de l’isographie est très coûteuse et prend énormément de temps si l’on tente de réitérer notre technique de segmentation. Nous proposons alors ici de reprendre la segmentation que nous avons obtenue sur la figure 5.29, représentant la segmentation optimale couvrante, et de tester si l’on peut définir une « progression isographique ».

Nous montrons cette segmentation en n’indiquant que les classes de hauteurs des segments. Nous montrons la progression isographique sur la figure 5.44.

Nous regardons sur la même segmentation désormais le résultat en détectant les relations d’isographie entre les segments sur la figure 5.45.

La manipulation de ces réseaux est ramenée à la définition d’une relation entre ensembles de classes de hauteurs. Cependant la pratique de cet élément analytique fait appel à une organisation qui distingue une structure hiérarchique dont nous allons préciser la formation dans le contexte de la pratique analytique.

6

Approche computationnelle des réseaux d'analyse

6.1 Introduction : exemple d'utilisation des K-réseaux

Le chapitre précédent s'est achevé sur l'utilisation des K-réseaux dans le cadre de la segmentation. La relation d'isographie nécessite un agencement préalable des classes de hauteurs contenus dans les segments avant de déterminer l'existence ou non d'une telle relation.

Le problème de l'utilisation des K-réseaux repose sur une récursivité d'utilisation qui permet de construire des niveaux d'abstraction supérieurs : le premier niveau d'analyse forme un réseau où les segments sont liés par des isographies. Ensuite, on peut considérer les réseaux formés comme les segments afin de définir des hyper-isographies de manière analogue à la section 3.3.2 et que nous reprenons ici :

Définition 31 *Deux réseaux de K-réseaux sont en relation d'hyper-isographie positive si :*

- *la disposition des relations des isographies positives et négatives est la même ;*
- *les valeurs des isographies positives sont les mêmes ;*

- il existe un unique k supérieur à 0 tel que pour toute isographie négative $\langle I_n \rangle$ présente dans un graphe, l'isographie négative correspondante I_p dans l'autre vérifie : $\langle I_p \rangle = \langle I_{n+k} \rangle$ (pour $k = 0$, on parle de relation d'hyper-isographie forte).

Définition 32 Deux réseaux de K -réseaux sont dits d'hyper-isographie négative si :

- la disposition des relations des isographies positives et négatives est la même ;
- les valeurs des isographies positives sont inverses, i.e. pour toute isographie positive $\langle T_n \rangle$ présente dans un graphe, l'isographie positive correspondante $\langle T_m \rangle$ dans l'autre vérifie : $\langle T_m \rangle = \langle T_{12-n} \rangle$ (graphiquement, les isographies positives gardent les mêmes indices mais leur orientation est inversée) ;
- il existe un unique k supérieur à 0 tel que pour toute isographie négative $\langle I_n \rangle$ présente dans un graphe, l'isographie négative correspondante $\langle I_p \rangle$ dans l'autre vérifie : $\langle I_p \rangle = \langle I_{12-n+k} \rangle$

L'indice k des deux définitions précédentes permet de définir un hyper-hyper-opérateur entre réseaux de K -réseaux. Pour deux réseaux R et S on note ainsi : $\langle\langle T_k \rangle\rangle (R) = S$ si et seulement si R et S sont en relation d'hyper-isographie positive, avec $k = n - p \pmod{12}$, ou $\langle\langle I_k \rangle\rangle (R) = S$ si et seulement si R et S sont en relation d'hyper-isographie négative, avec $k = 12 - n + p \pmod{12}$.

La difficulté pour implémenter cette théorie analytique est illustrée par l'analyse de Xavier Hascher [Has08] de la quatrième pièce des *Six Petites Pièces Pour Piano* de Schoenberg. Il présente l'élaboration de plusieurs hyper-hyper-réseaux : les sommets de ce graphe sont des hyper-réseaux liés entre eux par des hyper-isographies que l'on définit comme les isographies liant les K -réseaux.

Pour donner une idée plus précise de cette construction, nous montrons d'abord un premier réseau de quatre sommets liés entre eux par des isographies illustré par la figure 6.1.

La finalité de l'analyse est d'inscrire ce réseau dans un graphe de niveau supérieur montré sur la figure 6.2 qui décrit des hyper-isographies entre réseaux non plus de notes, mais de réseaux symbolisés par des rectangles en pointillés. La partie en haut à gauche est une réduction de celui présent sur la figure 6.1.

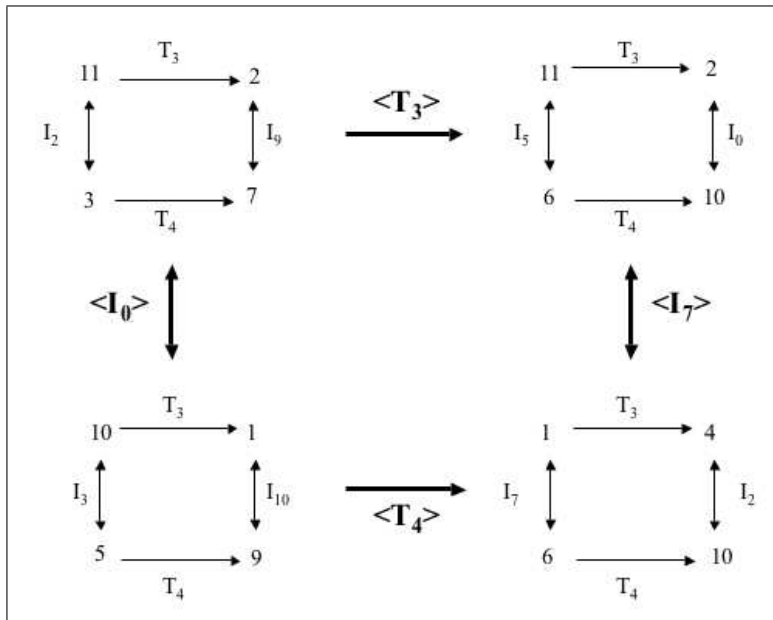


FIGURE 6.1 – Un réseau d’isographies utilisé par Xavier Hascher dans [Has08].

La caractéristique de ces réseaux tient donc dans cette possibilité de créer des niveaux d’analyse successifs qui organisent les segments choisis initialement et un problème informatique qui apparaît d’ores et déjà est la récursivité de l’emploi des K-réseaux qui considèrent en fait plusieurs niveaux de segmentation. Cet outil met en évidence l’interaction nécessaire entre segmentation et résultat analytique, qui ne s’effectue pas uniquement du premier vers le second mais doit alors passer de l’un à l’autre : on segmente pour former des réseaux, que l’on doit de nouveau sélectionner et donc segmenter afin de les relier pour créer un nouveau réseau qui fera à nouveau l’objet d’une segmentation

6.2 Présentation du problème de l’analyse transformationnelle

La description pratique des K-réseaux est à considérer à partir du chapitre précédent, qui met en œuvre une segmentation organisant le *Klavierstück III* de

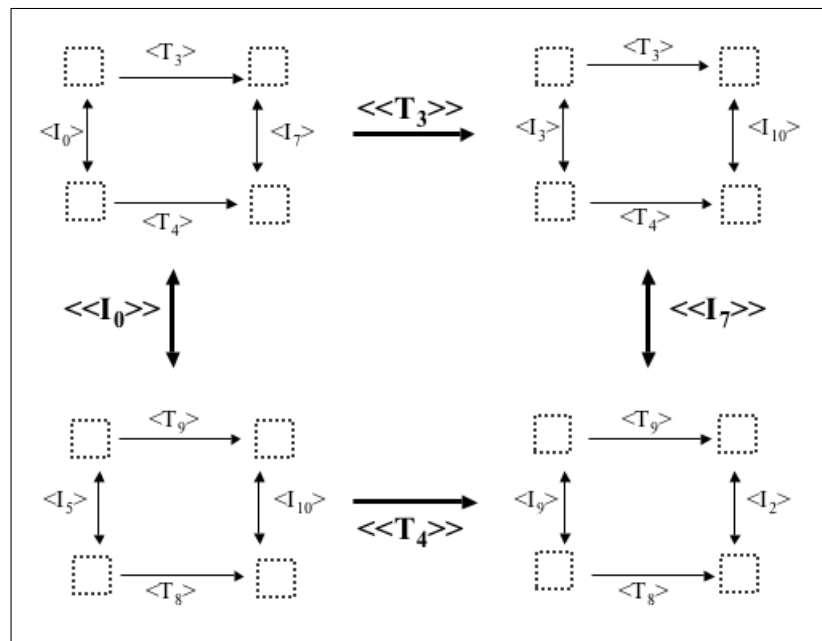


FIGURE 6.2 – Un hyper-réseau d’isographies utilisé par Xavier Hascher dans [Has08]. Les rectangles en pointillés représentent des réseaux de notes ; la partie en haut à gauche est une réduction de celui présent sur la figure 6.1.

Stockhausen en groupes de notes liés structurellement par les opérations agissant sur les classes de hauteurs. Ils le sont aussi liés chronologiquement car nous effectuons une sélection des relations possibles : en effet, puisqu'ils appartiennent à une même classe d'équivalence, il est possible de tous les relier entre eux.

La segmentation forme une progression transformationnelle, terme qui se justifie par la constatation d'une évolution d'un ensemble de notes au cours de la pièce. Nous avons exploré la formalisation en fixant d'une part deux paramètres d'optimisation, la maximisation de la couverture et la minimisation des intersections, et de l'autre en variant les constituants de la segmentation recherchée dont la taille ou la nature des transformations employées font partie.

Cette progression représente la première partie d'une analyse transformationnelle qui met en place un réseau n'organisant plus la composition selon une vision temporelle. Les K-réseaux exemplifient ce problème de disposition spatiale non pas entre segments mais entre classes de hauteurs et cette recherche de réseaux a fait l'objet d'une sélection de configurations graphiques types dont une utilisation directe a présenté son utilisation à la place des opérateurs de la Set Theory. La principale différence est que ces opérateurs considèrent un ensemble de notes sans prendre en compte leur ordonnancement alors que les isographies présupposent une configuration de ces notes avant de vérifier leur existence.

Nous pouvons utiliser la relation d'isographie à la place pour appliquer la même méthode de recherche de segmentation. Néanmoins elle néglige la caractéristique de l'emploi des K-réseaux qui réside dans l'emploi des hyperisographies, ajoutant un niveau d'abstraction qui peut d'ailleurs être répété. La manipulation des K-réseaux en incluant ces niveaux abstraits supérieurs dépend de leur structure topologique (constituée par le nombre de sommets, d'arêtes et leur orientation) qui est définie en pratique par leur disposition graphique. Pour cela, nous nous orientons vers le caractère graphique de l'analyse en nous attardant sur la portée analytique d'une telle représentation.

6.3 Les réseaux dans le cadre d'une analyse computationnelle

Une modélisation computationnelle dans ce contexte vise à proposer des représentations qui structurent la vision analytique et qui réorganisent une segmentation préalable.

Nous enrichissons ce propos en complétant la description de l'analyse du *Klavierstück III* initiée dans le chapitre précédent.

6.3.1 La seconde partie de l'analyse selon Lewin du *Klavierstück III* de Stockhausen

En se basant sur les segments qui parcourent la pièce, Lewin forme un réseau qui correspond à une répartition selon des régions prédominantes par les liens qu'elles présentent entre eux. Les relations choisies (puisque tous les segments présentent un lien entre eux) le sont en fonction du parcours des segments selon l'ordre chronologique dans la pièce.

Nous complétons la progression transformationnelle initiée par Lewin (et qui n'est pas son souci majeur dans son analyse) sur la figure 6.3. L'intérêt de l'analyste porte sur les deux premiers pentacordes, notés P et p, liés par une inversion I_7 .

Nous disposons la liste des pentacordes au fur et à mesure de la progression et lorsqu'un pentacorde existant réapparaît, il figure sur la même ligne que le précédent, réalisant ainsi une sorte de tableau des pentacordes dans lequel va s'insérer la progression.

P_n (respectivement p_n) représente une transposition de n demi-tons du pentacorde P (respectivement p). Les transformations sont les transpositions et les inversions ; la transformation J est ce que Lewin nomme une opération contextuelle, c'est-à-dire une opération qui a un sens particulier ici pour l'analyste car elle caractérise le passage entre les pentacordes P et p. J est définie formellement par la formule suivante : $J_n = T_n I_7$.

Afin de représenter cette progression, nous imposons certains critères :

- Lorsque certains pentacordes sont simultanés, nous choisissons le pentacorde le plus proche arbitrairement pour réaliser la progression. Par exemple sur le passage du P8 au P6, il était possible de choisir le p6 ou le P6 et nous prenons donc le plus bas ; de même, pour le p8 au P6, nous prenons le plus haut.
- Lorsque plusieurs pentacordes sont simultanés, nous prenons la transformation qui suit le sens de progression.

Cette progression constitue des zones formées par Lewin qui les redispone selon un réseau. Ce réseau découpant la pièce en 4 sections distinctes montré en figure 6.4 correspond à des zones d'écoute qui réorganise la progression montrée précédemment.

Cette modélisation analytique est justifiée par l'apport des travaux de Jeanne Bamberger que Lewin cite dans son analyse pour étayer son propos [Bam86] : elle décrit en effet les différentes stratégies employées pour arranger des sons afin d'obtenir une mélodie donnée mettant en évidence deux logiques différentes à la base de la constitution d'un espace musical chez l'enfant. Certains enfants disposent les notes d'une mélodie entendue dans un ordre linéaire qui respecte la séquence mélodique, semblable à une progression transformationnelle suivant le déroulement chronologique de la pièce. D'autres cependant choisissent de ne disposer dans l'espace que les cloches qui correspondent à des notes différentes, rétablissant le caractère abstrait de la mélodie à travers un parcours bien défini à l'intérieur de l'espace. Bien que faisant toujours l'objet d'un débat au sujet justement de la portée cognitive du réseau, l'analyse transformationnelle est une vue analytique accessible à la perception humaine.

Lewin critique une analyse précédente de Cook et admet qu'une analyse à l'aide du réseau est une lecture personnelle. Loin d'être une concession, il affirme qu'il cherche, contrairement à son détracteur, à ne pas s'enfermer dans un vocabulaire usuel qui est mis en défaut face à cette pièce et envisage par conséquent une recherche de nouveaux concepts analytiques.

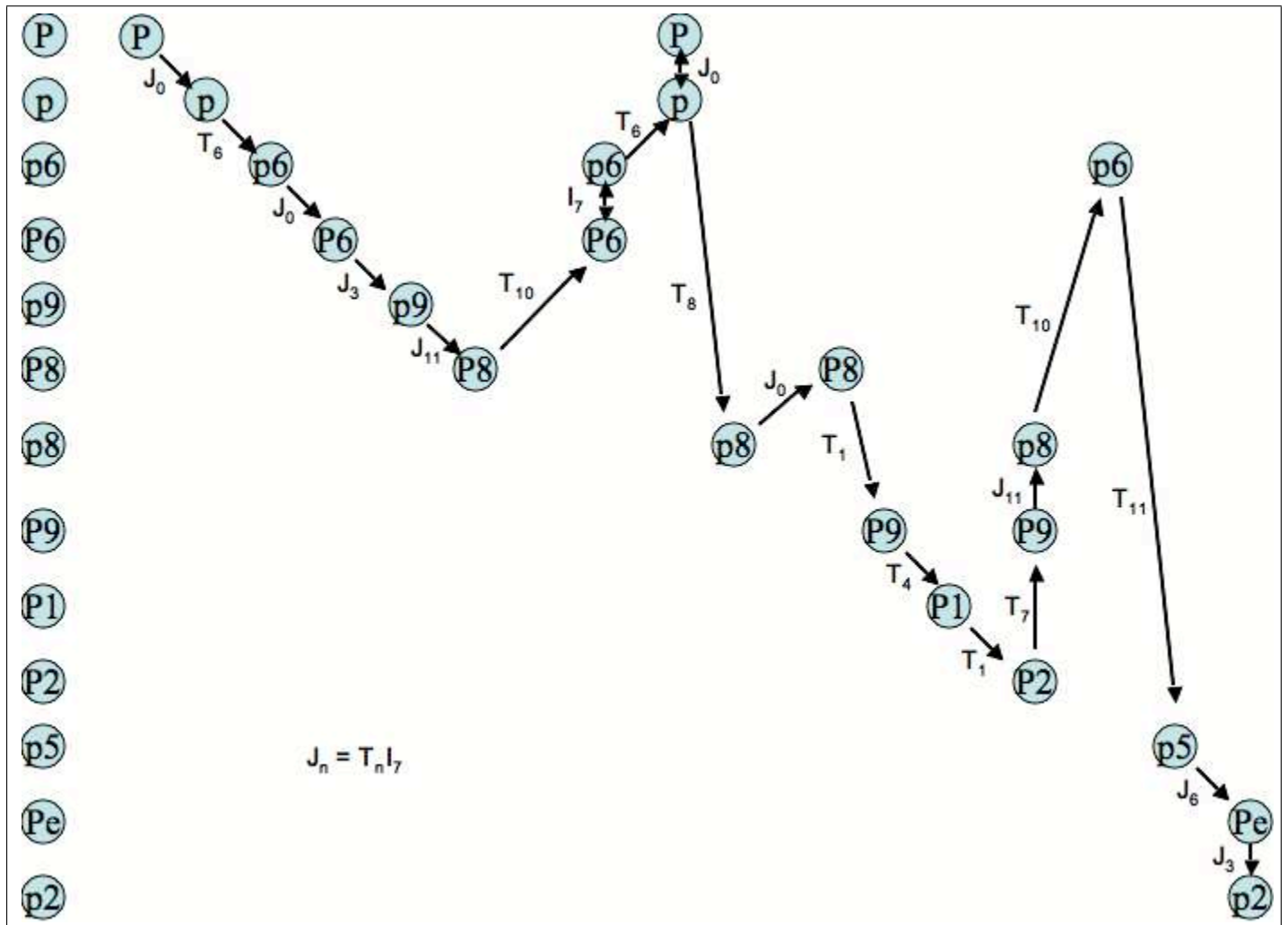


FIGURE 6.3 – La progression transformationnelle issue de l’analyse de Lewin du *Klavierstück III*.

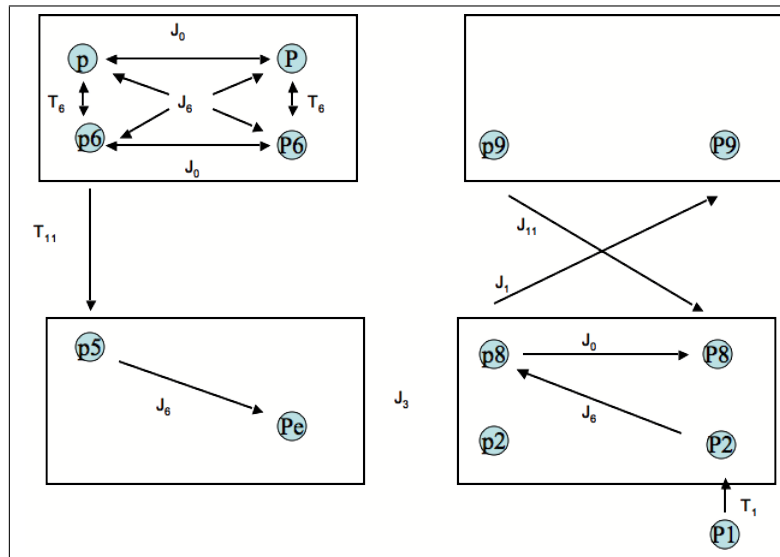


FIGURE 6.4 – Un réseau d'écoute partiel de Lewin [Lew93].

6.3.2 L'espace sonore dans la musique (analyse), temps et espace en musique

Les éléments fournis ici s'inspirent des réflexions de Francis Bayer [Bay87] dont l'étude porte sur l'histoire de la musique contemporaine, c'est-à-dire selon lui l'histoire de la conquête ou de la reconquête de l'espace. Elle a consisté à admettre (ou faire admettre) que la spatialité est constitutive de toute œuvre musicale au même titre que le temps et qu'il existe une expérience proprement auditive de la spatialité dont la musique contemporaine, plus que toute autre, a contribué de façon décisive à nous faire prendre conscience.

Notre souci ne concerne pas l'espace physique musical, qui porte sur les problèmes de spatialisation et d'acoustique, mais l'espace abstrait construit par notre compréhension du phénomène sonore. Cette présence s'impose dès la partition qui propose un ensemble de points et de lignes, ainsi que dans le vocabulaire musical (courbe mélodique, intervalle ascendant ou descendant) : « même si la musique n'est pas fondamentalement un art de l'espace, la notation musicale im-

plique cependant l'existence d'un espace sonore¹ ». L' exemple des partitions de Boucourechliev dont nous avons parlé à la section 1.3.3 est un exemple radical de la visualisation de cet espace.

La musique récente a contribué à faire émerger ce concept : traditionnellement, horizontalité et verticalité sont les deux dimensions fondamentales de l'espace sonore, la dimension horizontale correspondant à ce que l'on nomme traditionnellement l'aspect mélodique et contrapuntique de la musique, la dimension verticale à son aspect harmonique. Désormais cette distinction entre le vertical et l'horizontal a tendance à s'effacer, ce qui donne naissance à un espace sonore unitaire que Francis Bayer qualifie d'« espace oblique ».

6.3.3 La portée musicale du réseau analytique

Le réseau permet d'envisager un autre rapport entre temporalité et spatialité dans la musique. La partition traditionnelle propose selon deux dimensions une progression chronologique (dans le sens horizontal) ainsi que la simultanéité (dans le sens vertical).

Les concepts de catégories « en-temps » et « hors-temps » introduits par Xenakis [Xen92] questionnent ce rapport au temps dans la structure musicale, qui est remis en cause par le compositeur André Boucourechliev, émettant l'idée d'une localité de la musique qui est plus ou moins liée au temps :

« L'on dit sans trop y penser, que le lieu de la musique est le temps : comme si elle faisait partie du « temps qui passe », comme si elle s'inscrivait dans la course des horloges. La musique – mais n'est-ce pas une évidence ? – crée, invente un temps *autre*, qui n'est pas son support mais sa substance même, rendue sensible par le sonore² » [Bou95].

L'importance de l'analyse, selon Pousseur, tient davantage aux relations entre les segments que les segments eux-mêmes, schéma qui est à rapprocher à la méthode structuraliste :

1. Page 10.

2. Page 199–200.

« [...] cette présence musicale est comparable à une matière vivante, dynamique et sensible, on pourra en déduire [...] que l'analyse doit moins viser à découper, disséquer, distinguer radicalement des parties, qu'à montrer comment elles fonctionnent et s'articulent dynamiquement les unes par rapport aux autres pour constituer des entités plus importantes, jusqu'à rejoindre, de proche en proche, la totalité d'un événement musical, considéré comme (relativement) individualisé. C'est la condition même pour ne pas se tromper sur l'idée de *construction*³ » [Pou87].

Un exemple analytique est traité par Irène Deliège, qui utilise quant à elle des réseaux d'écoute [Del87a] et qui peut être comparé à l'analyse paradigmatique. À partir d'une segmentation effectuée sur le *Syrinx* de Debussy, elle regroupe les motifs, en justifiant cette possibilité par le fait que notre capacité de rappel immédiat pourrait aller jusqu'à sept éléments distincts. Ce réseau est une redistribution des motifs s'apparentant à l'analyse de Nattiez évoquée à la section 3.3.1.

Puis elle cite certains facteurs comme la répétition textuelle, le changement de registre et la transposition entre autres, qui permettraient l'extraction d'indices pour créer ce réseau en liant les motifs qui posséderaient un rapport entre eux :

« Un réseau d'écoute est un processus en progrès, c'est-à-dire qu'il se construit tant que dure l'audition musicale. Un certain nombre de répétitions de figures similaires a permis qu'il s'édifie. Les a-t-on suivies jusque dans leurs moindres cheminements ? C'est peu probable et *a fortiori* s'il s'agit d'œuvres assez longues. Par contre, ce qui aura été induit, c'est une sorte d'abstraction globale dégagée des diverses répétitions successives de figures plus ou moins semblables [...] l'exposition à un ensemble de stimuli similaires laisse une empreinte qui génère un prototype, sorte de « résumé » des coordonnées générales d'une série, [...] abstraction d' « idées musicales »⁴ » [Del87b].

3. Page 70.

4. Page 74.

Elle décrit ce processus comme la formation d'une empreinte, qui indique que l'écoute ne révèle pas cette structure nécessitant le recul et la réflexion analytique. Ce terme d'empreinte, Ivanka Stoianova l'utilise à son tour pour décrire cette expérience de l'espace-temps :

« Les conditions qui prédéterminent l'expérience de l'espace-temps en musique sont de nature différente. On peut citer l'expérience sensorielle et l'évaluation acoustique de l'espace, l'appropriation de l'espace à travers le mouvement, l'expérience motrice, l'expérience proprement spéculative dans le domaine des systèmes signifiants avec la concaténation, la surimposition et l'interaction des zones de l'énoncé, l'expérience de la condensation et de la spatialité des rapports dans le rêve. Or la condensation du mouvement musical en zones distinctes de l'« empreinte » rétrospective est étroitement liée à la « traduction » particulière des rapports temporels en rapports spatiaux. [...] Une démarche de schématisation, d'immobilisation, d'intériorisation du processus sonore conduit à la vision abstraite de l'architecture sonore. L'élaboration d'un énoncé – « empreinte » pour l'auditeur pendant et après le processus d'énonciation sonore est possible grâce au travail comparatif de la mémoire qui permet de reconnaître les zones distinctes, différemment délivrées et modifiées au cours de l'énonciation⁵ » [Sto78].

Cette idée de réseau est défendue à son tour par Molino qui milite pour une utilisation plus systématique de l'approche figurale en analyse musicale. Défendant toujours la multidisciplinarité mise en exergue à partir de la musicologie systématique, il insiste sur cet intérêt non pas pour s'éloigner d'une perspective temporelle mais plutôt afin de confronter (et de même faire dialoguer, comme l'atteste son terme de « dialectique ») le caractère graphique du support musical avec l'aspect « combinatoire » de la théorie :

« Du point de vue de l'épistémologie, le phénomène le plus

5. Page 74.

intéressant est la transposition des méthodes [...] [une] dialectique perpétuellement à l'œuvre dans la science et dans la pensée entre le continu et le discontinu, l'analogique et le digital, le combinatoire et le figural⁶ » [Mol86].

Citant l'exemple de Nattiez dont la sémiologie de la musique est une transposition de la méthode linguistique à l'analyse de la musique, il évoque son concept d'« inflexion » de la mélodie, qui représenterait une sorte d'analyse figurale des lignes mélodiques.

Cette approche figurale est mise en lumière par Lewin, dont l'interprétation musicale du graphe est un changement de perspective passant du temps à l'espace : un segment dans une progression transformationnelle est un instant précis de la pièce alors que dans un réseau transformationnel il représente un point à l'intérieur de l'espace créé autant par la pièce que par l'analyste. Cet espace met en relation les segments et leurs relations dans cet espace abstrait qui se matérialise dans le plan du réseau.

L'enjeu informatique consiste à passer d'une progression à un réseau, i.e. de la figure 6.3 à la figure 6.4. Ce processus, comme pour sa segmentation, n'est pas explicité par une technique générale comme le montre l'analyse de Lewin qui n'explique pas la méthode pour former son réseau mais qui décrit son interprétation personnelle.

6.3.4 Techniques de décomposition de graphes pour les réseaux

La décomposition de graphes, dont un état de l'art est effectué par Schaeffer [Sch07], est une méthode qui concernerait autant la construction du réseau analytique de Lewin que celle des K-réseaux.

Dans le premier cas, elle permettrait d'apporter des propositions permettant de passer de la progression au réseau. Nous pouvons par exemple remarquer que la partie en haut à gauche du réseau de la figure 6.4 est une composante fortement connexe du réseau.

6. Page 17.

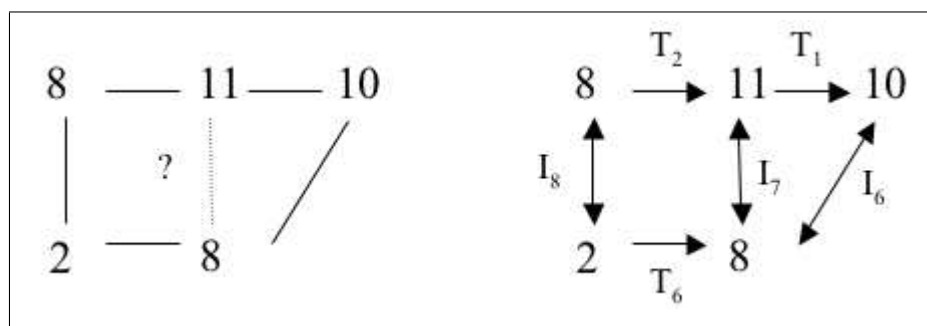


FIGURE 6.5 – Un cycle de 5 sommets à gauche et un K-réseau de 5 sommets ; l’arête d’inversion entre 11 et 8 n’est pas prise en compte dans la détection du cycle.

En ce qui concerne les K-réseaux, les isographies de niveaux supérieurs considèrent non plus les notes mais des réseaux ; la segmentation ne s’effectuerait non plus sur les notes mais sur des graphes. Une hypothèse que nous avançons est de lier ce problème à celui de la décomposition en cycles : un cycle est une suite d’arêtes consécutives dont les extrémités coïncident. La recherche exhaustive des cycles d’un graphe est possible à l’aide d’une technique algorithmique utilisant une coloration aléatoire d’un graphe et des espaces de probabilités [AYZ98].

Nous montrons sur la figure 6.5 la comparaison entre un cycle de cinq sommets et un K-réseau de 5 notes pour montrer l’analogie entre ces deux structures. Deux différences apparaissent : l’orientation des transformations musicales, ainsi que l’ajout d’une arête pour le K-réseau par rapport au cycle (qui est dit induit lorsqu’il ne contient pas de sous-cycle).

Cette proposition théorique reste encore à développer, notamment avec l’ajout des vérifications de l’orientation des arêtes. Elle définirait une étape qui traiterait la constitution d’hyper-réseaux et d’hyper-hyper-isographies entre eux, et pourrait être généralisée pour retrouver les niveaux suivants d’isographies.

7

Conclusion et perspectives

7.1 Conclusion

Notre parcours a examiné l'analyse musicale de manière à en repérer la nature computationnelle, c'est-à-dire la partie dont une modélisation contribue à détecter à quel niveau l'apport informatique peut intervenir.

Dans ce vaste cadre, nous abordons différentes familles analytiques où une abstraction conséquente à la formalisation accroît le champ d'action. Le choix de ces types d'analyse se justifie par la place que nous accordons à la question du rôle de la représentation en analyse.

Parmi ceux-ci, l'analyse en vue de la composition est traitée à l'aide d'une pièce de Pierre Boulez dont la nature algorithmique a été démontrée par Ligeti. Nous employons deux interfaces illustrant l'impact d'une modification de formalisation sur la modélisation, l'emploi de dénotateurs musicaux dans *Rubato* insistant sur la notion de transformation.

Ce concept de transformation est étudié dans une autre espèce d'analyse où nous posons les bases d'une constitution informatique de la segmentation en analyse. Nous confrontons une segmentation de David Lewin effectuée sur une pièce de Stockhausen à une généralisation s'appuyant sur l'idée de transformation musicale, affectant les (classes de) hauteurs des notes. Cette généralisation s'appuie sur

la construction d'un graphe qui constitue un éventail de segmentations dont nous extrayons certains échantillons à l'aide de critères d'optimisation. Nous effectuons ensuite une validation qui s'appuie dans un premier temps sur une comparaison avec la segmentation de Lewin.

Cette organisation de graphe est fondamentale pour l'élaboration des K-réseaux dont l'application informatique est complexe en grande partie à cause de leur grande capacité d'abstraction. Nous les essayons dans le cadre d'une segmentation avant de les insérer dans le cadre plus général de l'interprétation de l'analyse. Cette catégorie trouve une réalisation à l'aide de graphes dont nous évoquons l'usage analytique. L'interprétation est indissociable de la représentation analytique considérée que la machine informatique oblige à choisir et définir.

Une explication de ce cheminement trouve une de ses sources dans notre choix de séparer l'analyse en deux étapes, qui soulèvent les deux mêmes types de questions :

- La segmentation :
 - Comment segmenter une partition ? Nous suggérons une méthode dans le chapitre 5 qui s'applique avant tout à la musique contemporaine mais son utilisation ne dépend d'aucun genre musical et peut traiter n'importe quel type de composition.
 - Comment représenter la segmentation ? Ce souci apparaît dans la foulée car les figures des résultats de ce chapitre ont été effectuées à la main. Il constitue un problème non trivial du fait de la sophistication de la partition musicale.
- Le résultat analytique, ou l'organisation de la segmentation :
 - Comment relier les segments ? Nous mettons en perspective cette interrogation dans le chapitre 6 avec le problème des K-réseaux qui sont un agencement non pas de segments mais de classes de hauteurs. L'analyse transformationnelle dont Lewin fournit un schéma dans son analyse redéfinit une configuration particulière qui insiste sur sa compréhension de la pièce, ne respectant plus fidèlement l'ordonnancement chronologique.
 - Comment représenter cette organisation ? La configuration spatiale de Le-

win établit une architecture qui est mise en valeur par sa disposition graphique. Nous touchons là à la visualisation et au dessin de graphes assistés par ordinateur.

7.2 Perspectives

Nous entamons des concrétisations des points soulevés concernant la représentation et la visualisation graphique.

7.2.1 Représentation de la segmentation : les diagrammes de Voronoi

Le choix de la partition comme support symbolique offre un autre angle sous lequel aborder le problème de la segmentation. La partition, que l'on peut voir comme un atlas de points symbolisés par les événements musicaux, est un support visuel dont il faut tirer profit afin d'accompagner et faciliter le travail d'analyse. La formalisation de la segmentation effectuée au chapitre précédent trouverait ici un support idoine aux notions de topologie et de géométrie computationnelle.

Une première étape avait été réalisée dans ce sens avec un module de segmentation dans *OpenMusic* [Ahn06] dont la figure 7.1 montre la description sous *OpenMusic* de 3 ensembles et leur description avec les descriptions intervalliques.

Un point touchant à ce domaine a déjà été abordé plus haut avec un type de segmentation de la partition qui est graphique, dépendant d'une zone de création instaurée par l'utilisateur. La représentation de la segmentation est envisagée du point de vue du rapport avec la partition musicale et conduit à la question de la répartition graphique des segmentations.

Un moyen de généraliser cet aspect est l'utilisation des diagrammes de Voronoi qui représente une partition au sens mathématique du terme [AK99]. Ce diagramme s'appliquant à un ensemble de points de l'espace est composé de cellules de Voronoi : pour chaque point p , une cellule de Voronoi est l'ensemble des points de l'espace qui sont plus proches de p que de tous les autres. Le diagramme

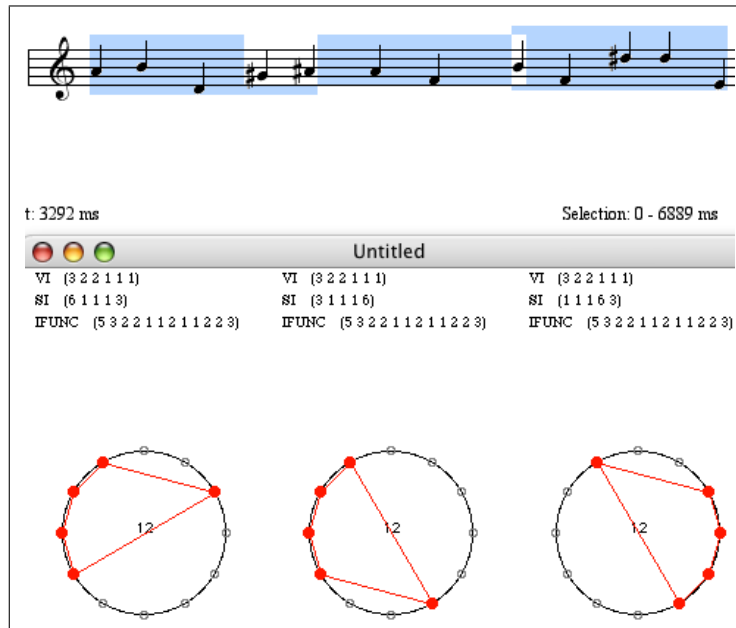


FIGURE 7.1 – Une implantation d’un module de segmentation et de description de segments analytiques sous *OpenMusic*.

est ensuite la décomposition de l’espace formée par ces cellules, dont un exemple est donné sur la figure 7.2.

Ce diagramme constitue un mode de représentation exploitable en musique afin par exemple d’offrir une nouvelle représentation sonore [MLW07]. Il a également fait l’objet d’utilisations en vue de former des regroupements des notes d’une œuvre et donc des segmentations effectives dans le cadre tonal [HH02].

Ici nous utilisons ces diagrammes comme un moyen de représenter la segmentation : ce diagramme de Voronoi permet en effet de créer une partition de l’espace géométrique où les points sont les notes, créant des zones distinctes pour la localisation des motifs dans l’espace musical. Il ne faut pas la confondre avec la représentation classique du plan temps/hauteurs absolues utilisé par Meredith et analogue au « piano roll » que nous avons évoquée dans la partie de ce travail consacrée à l’état de l’art. Ici cette représentation dont un exemple est montré en figure 7.3 est figée à la partition et c’est pourquoi nous précisons en légende qu’elle

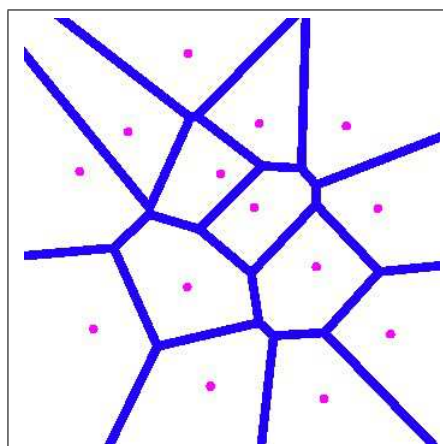


FIGURE 7.2 – Un diagramme de Voronoi.

est liée à la partition sous *OpenMusic*. Ainsi un changement de clé déplaçant tous les symboles des notes affecterait ce diagramme.

Nous montrons un exemple de coloration de segments suite à une sélection d'un motif sur la figure 7.4.

Ainsi ce modèle offre un moyen de visualiser une segmentation, avec par exemple une représentation de la couverture d'une segmentation et des chevauchements avec un code couleur : plus la région est foncée, plus la note est couverte.

Ce diagramme en utilisant l'algorithme de Graham [Gra72] qui détermine l'enveloppe convexe d'un ensemble de points. Ayant obtenu l'enveloppe convexe, nous déterminons la triangulation de Delaunay de l'ensemble des points [Tsa93]. Le diagramme de Voronoi se déduit de cette triangulation (ces deux structures géométriques sont duales).

7.3 Le graphe comme représentation analytique (l'analyse du graphe)

Nous voulons proposer des modèles de représentation analytique qui, comme Lewin, proposent des lectures de la structure de la pièce.

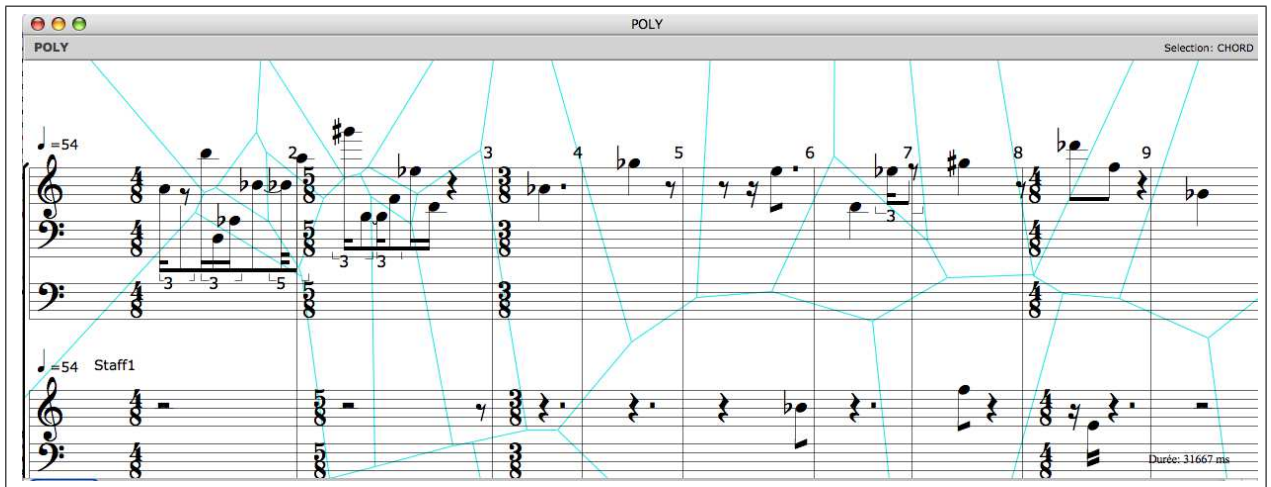


FIGURE 7.3 – Une partition sous *OpenMusic* du *Klavierstück III* de Stockhausen et son diagramme de Voronoi associé s’appliquant aux notes.

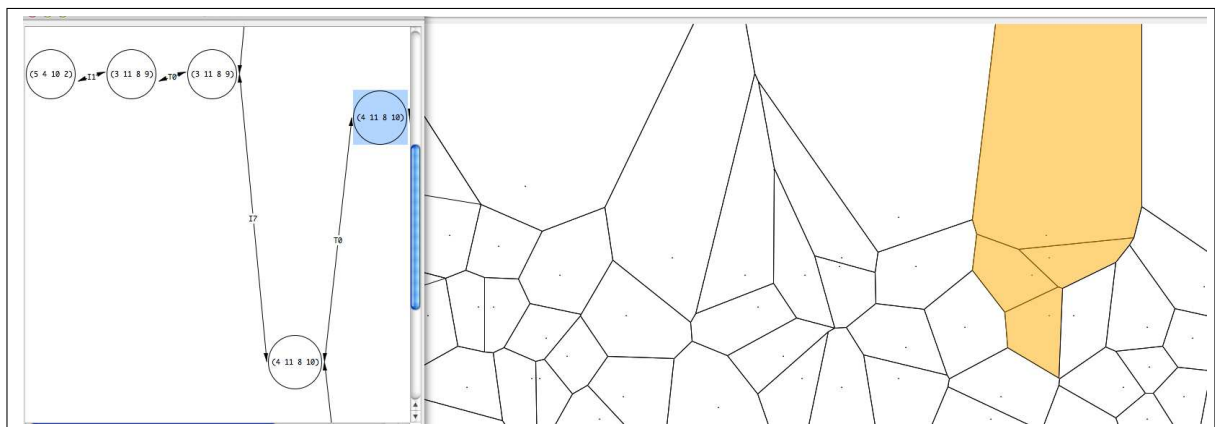


FIGURE 7.4 – Un motif sélectionné sur un graphe de segments et la coloration du segment correspondant sur la représentation spatiale de la partition.

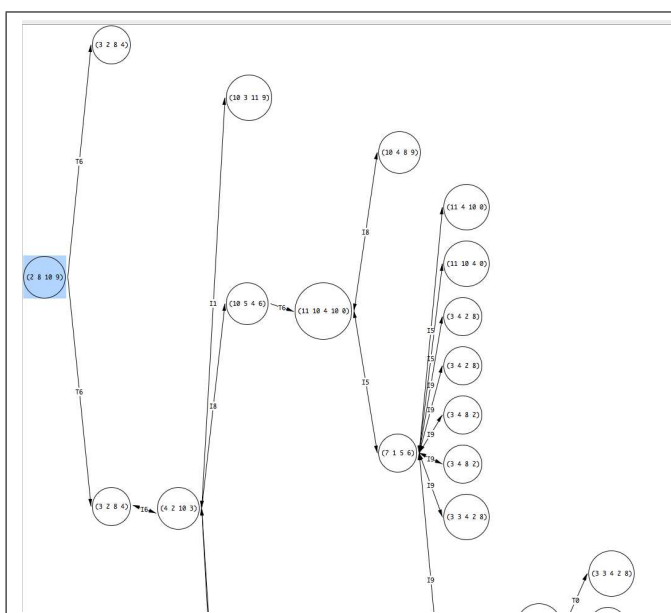


FIGURE 7.5 – Un extrait d’un arbre couvrant minimal à partir du premier segment.

7.3.1 Graphe temporel

En se focalisant pour l’instant sur une seule classe d’équivalence, nous réutilisons un schéma représentant le graphe de segmentation déjà vu pour la détermination de la meilleure segmentation. À la place des poids des arêtes entre segments, nous affichons les relations entre eux.

Ce graphe possède de nombreuses arêtes qui rendent la visualisation difficile. Une proposition est de choisir par les premiers polycordes celui qui est placé le plus haut, qui est le moins pénalisé. Un algorithme de recherche d’arbre minimal permet d’exclure les polycordes initiaux à l’exception du premier et nous en montrons un exemple sur la figure 7.5.

7.3.2 Graphe spatial

La représentation de graphes a tiré un grand profit de l’évolution du domaine qui a notamment débouché sur des modèles physiques basés sur les algorithmes

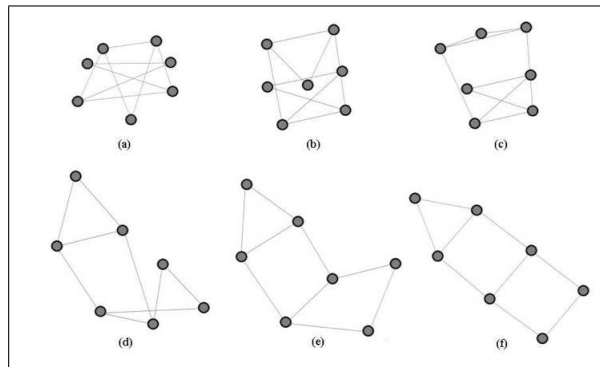


FIGURE 7.6 – Les itérations d’un algorithme de forces pour le dessin de graphes.

de forces. La figure 7.6 montre les itérations qui conduisent du graphe initial (a) au graphe final (f) qui conduisent au graphe final qui manifestement présente des caractéristiques de symétrie que le graphe original ne montrait pas forcément. Cependant ces méthodes sont basées sur des heuristiques et reposent sur la recherche d’optimums d’énergie locaux.

Nous avons essayé plusieurs algorithmes parmi lesquels celui du modèle de ressort [Ead84], celui de Kamada-Kawai [KK89] ou encore celui de Fruchterman-Reingold [FR91] dont nous montrons un exemple d’application sur la figure 7.7.

L’ensemble du travail entreprend un premier pas vers une interface analytique computationnelle, non encore réalisée jusqu’à aujourd’hui. Elle nécessite une architecture qui gère la segmentation, leur organisation et leur représentation respective pour traiter le processus analytique entier tout en s’appuyant sur l’expertise d’analystes.

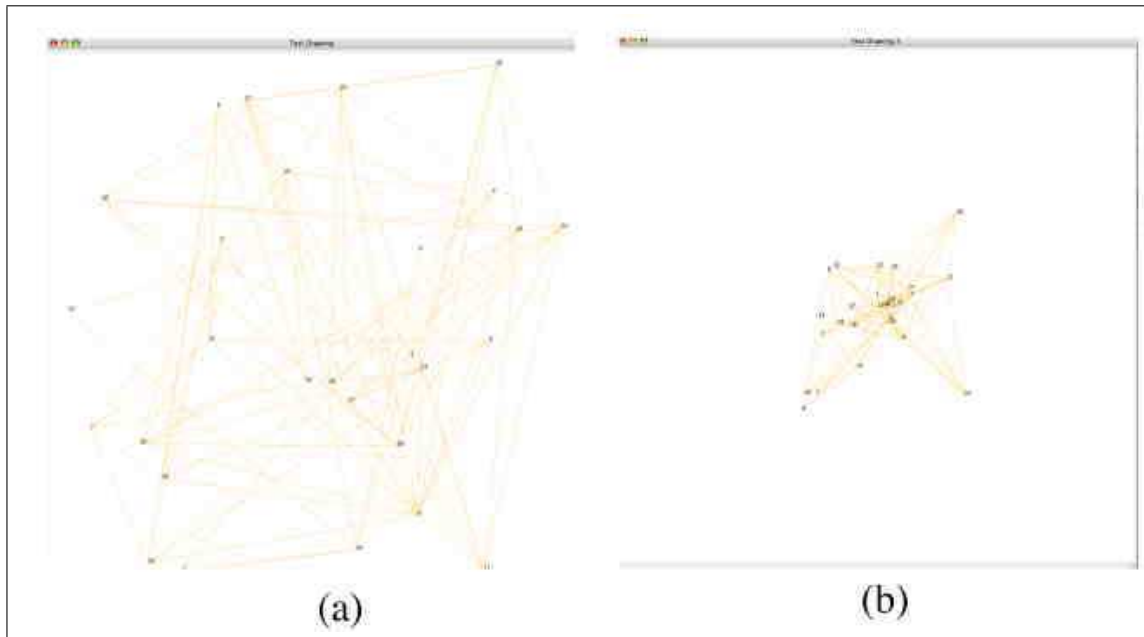


FIGURE 7.7 – Le graphe d’une classe d’équivalence avant l’algorithme de Fruchterman-Reingold en (a) et à la fin de l’algorithme en (b).

Bibliographie

- [AA03] Moreno Andreatta and Carlos Agon, *Formalisation algébrique des structures musicales à l'aide de la set-theory : aspects théoriques et analytiques.*, Actes des dixièmes Journées d'Informatique Musicale, 2003.
- [AC94] Martín Abadi and Luca Cardelli, *A semantics of object types*, Proc. IEEE Symposium on Logic in Computer Science, IEEE Computer Society Press, 1994, pp. 332—341.
- [Adl85] Guido Adler, *Umfang, Methode und Ziel der Musikwissenschaft*, Vierteljahresschrift für Musikwissenschaft **1** (1885), 5–20.
- [Ago98] Carlos Agon, *OpenMusic : Un langage visuel pour la composition assistée par ordinateur*, Ph.D. thesis, Université Paris 6 Pierre et Marie Curie, 1998.
- [Ahn06] Yun-Kang Ahn, *Aspects théoriques et computationnels de l'analyse transformationnelle*, Master's thesis, Université Paris 6 Pierre et Marie Curie, 2006.
- [Ahn07] ———, *Structures Ia pour deux pianos by Boulez : towards creative analysis using OpenMusic and Rubato*, MCM Proceedings, Mathematics and Computation in Music, 2007, pp. 234–238.
- [Ahn08] ———, *Vers un module d'analyse computationnelle sous openmusic*, Actes des Journées d'Informatique Musicale JIM'08, 2008, pp. 111–114.
- [AK99] Franz Aurenhammer and Rolf Klein, *Handbook of computational geometry*, ch. Voronoi Diagrams, pp. 201–290, 1999.
- [All09] Antoine Allombert, *Aspects temporels d'un système de partitions musicales interactives pour la composition et l'exécution*, Ph.D. thesis, Université de Bordeaux 1, 2009.
- [And03] Moreno Andreatta, *Méthodes algébriques en musique et musicologie du XX^e siècle : aspects théoriques, analytiques et compositionnels*, Ph.D.

- thesis, École des Hautes Études en Sciences Sociales, Décembre 2003.
- [And04] ———, *A computer-aided exploration of the transformational process in Xenakis' Nomos Alpha*, American Mathematical Society –MAA Joint Meeting, 2004.
- [Ari05] Christopher Ariza, *The Xenakis Sieve as Object : A new model and a complete implementation*, *Computer Music Journal* **29** (2005), no. 2, 40–60.
- [Aro82] Simha Arom, *Nouvelles perspectives dans la description des musiques de tradition orale*, *Revue de Musicologie* **68** (1982), no. 1, 198–212.
- [Ass93] Gérard Assayag, *CAO : Vers la partition potentielle*, *Les Cahiers de l'IRCAM* **1** (1993), no. 3.
- [Ass09] ———, *Algorithmes, langages et modèles pour la recherche musicale : de la composition à l'interaction*, *Habitlitation à diriger des recherches*, Université de Bordeaux 1, 2009.
- [AW97] Christina Anagnostopoulou and Gert Westermann, *Classification in music : A computational model for paradigmatic analysis*, *International Computer Music Conference*, 1997.
- [AYZ98] Noga Alon, Raphael Yuster, and Uri Zwick, *Finding and counting given length cycles*, *Algorithmica* **17** (1998), 354–364.
- [Bab92] Milton Babbitt, *The function of set structure in the twelve-tone system*, Ph.D. thesis, Princeton University, 1946/1992.
- [Bal88] M. Balaban, *A music-workstation based on multiple hierarchical views of music*, *Proceedings of the 14th International Computer Music Conference*, 1988, pp. 56–65.
- [Bam86] Jeanne Bamberger, *Conceptions of giftedness*, ch. *Cognitive Issues in Development of Musically Gifted Children*, pp. 388–413, Cambridge University of Press, 1986.
- [Bau05] Olivier Baudouin, *Apports de l'informatique appliquée à l'analyse musicale. l'exemple des travaux d'André Riotte et de Marcel Mesnage.*, Master's thesis, Université de Rouen, U.F.R des Lettres Département de musicologie, 2005.
- [Bay87] Francis Bayer, *De Schönberg à Cage – Essai sur la notion d'espace sonore dans la musique contemporaine*, *Collection d'Esthétique*, Editions Klincksieck, 1987.

- [BC08] Mathieu Bergeron and Darrell Conklin, *Structured polyphonic patterns*, International Conference on Music Information Retrieval (ISMIR), 2008.
- [Ben87] Ian Bent, *L'analyse musicale*, Macmillan Press Ltd, 1987.
- [Ber02] Denis Berthier, *Le savoir et l'ordinateur*, L'Harmattan, 2002.
- [BHL07] Adriano Baratè, Goffredo Haus, and Luca A. Ludovico, *Petri nets applicability to music analysis and composition*, Proceedings of the 2007 International Computer Music Conference, International Computer Music Association, International Computer Music Conference, 2007, pp. 97–100.
- [Bou64] Pierre Boulez, *Penser la musique aujourd'hui*, Schott-Éditions Gonthier/Denoël, 1964.
- [Bou66] ———, *Relevés d'apprenti*, Ed. du Seuil, 1966.
- [Bou86] ———, *Le système et l'idée*, Harmoniques : le temps des mutations 1 (1986).
- [Bou89] ———, *Jalons (dix ans d'enseignement au collège de France)*, Jean-Jacques Nattiez, 1989.
- [Bou95] André Boucourechliev, *Dire la musique*, Musique ouverte, 1995.
- [Bou05] Pierre Boulez, *Leçons de musique, points de repère iii*, Musique / Passé / Présent, Christian Bourgois, 2005.
- [Bre07] Jean Bresson, *La synthèse sonore en composition musicale assistée par ordinateur modélisation et écriture du son*, Ph.D. thesis, Université Paris 6 Pierre et Marie Curie, Novembre 2007.
- [CA01] Darrell Conklin and Christina Anagnostopoulou, *Representation and discovery of multiple viewpoint patterns*, Proceedings of the 2001 International Computer Music Conference, International Computer Music Association, International Computer Music Conference, 2001, pp. 479–485.
- [CA08] Marc Chemillier and Gérard Assayag, *OMax : présentation multimédia des recherches sur l'improvisation et l'ordinateur de l'Ircam et de la Cie Lubat*, Musimédiane – "Musiques non écrites" 3 (2008).
- [Cam98] Emiliós Cambouropoulos, *Towards a general computational theory of musical structure*, Ph.D. thesis, University of Edinburgh, Mai 1998.
- [Car08] Grégoire Carpentier, *Approche computationnelle de l'orchestration musicale*, Ph.D. thesis, Université Paris 6 Pierre et Marie Curie, 2008.

- [Cas94] Peter Castine, *Set theory objects : Abstractions for computer-aided analysis and composition of serial and atonal music*, Peter Lang, 1994.
- [CFI94] Antonio Camurri, Marcello Frixione, and Carlo Innocenti, *A cognitive model and a knowledge representation system for music and multimedia*, *Journal of New Music Research* **23** (1994), no. 4, 317–347.
- [Che87] Marc Chemillier, *Monoïde libre et musique première partie : Les musiciens ont-ils besoin des mathématiques ?*, *ITA* **21** (1987), no. 3, 341–371.
- [Che00] Elaine Chew, *Towards a mathematical model of tonality*, Ph.D. thesis, Massachusetts Institute of Technology, Février 2000.
- [Coh98] Richard Cohn, *Introduction to neo-riemannian theory : A survey and a historical perspective*, *Journal of Music Theory* **42** (1998), no. 2, 167–180.
- [Con02] Darrell Conklin, *Representation and discovery of vertical patterns in music*, *Music and Artificial Intelligence : Proc. ICMAI 2002* (C. Anagnostopoulou, M. Ferrand, and A. Smaill, eds.), Springer-Verlag, 2002, pp. 32–42.
- [Coo87] Nicholas Cook, *A guide to musical analysis*, Oxford University Press, 1987.
- [Cop05] David Cope, *Computer models of musical creativity*, MIT Press, 2005.
- [Cou04] Pierre Couprie, *Graphical representation : an analytical and publication tool for electroacoustic music*, *Organised Sound* **9** (2004), no. 1, 109–113.
- [CW00] Emiliós Cambouropoulos and Gerhard Widmer, *Automated motivic analysis via melodic clustering*, *Journal of New Music Research* **29** (2000), no. 4, 303–317.
- [Dan93] Roger B. Dannenberg, *Music representation issues, techniques, and systems*, *Computer Music Journal* **17** (1993), no. 3, 20–30.
- [Del77] Gilles Deleuze, *Les « nouveaux philosophes »*, *Minuit* **24** (1977).
- [Del86] Célestin Deliège, *L'analyse post-schenkerienne, quand et pourquoi ?*, *Analyse Musicale* **2** (1986).
- [Del87a] ———, *Théorie et pratique de l'analyse musicale syntaxique de niveau élémentaire*, *Orphée Apprenti* **3** (1987).
- [Del87b] Irène Deliège, *Le parallélisme, support d'une analyse auditive de la musique : vers un modèle des parcours cognitifs de l'information musicale, application au saxophone de Debussy*, *Analyse Musicale* **6** (1987), 73–79.

- [Del89] Célestin Deliège, *La set–theory ou les enjeux du pléonasmе*, *Analyse Musicale* **17** (1989).
- [Dev08] Karthik Devarajan, *Nonnegative matrix factorization : An analytical and interpretive tool in computational biology*, *PLoS Computational Biology* **4** (2008), no. 7, e1000029.
- [Die87] Jean Dieudonné, *Pour l’honneur de l’esprit humain. les mathématiques aujourd’hui*, 1987.
- [Dij59] Edger Dijkstra, *A note on two problems in connexion with graphs*, *Numerische Mathematik* (1959), 269–271.
- [dLGdBC+03] Ernesto Trajano de Lima, Didier Guigue, Evandro de Barros Costa, Klebson dos Santos Silva, Cristiana Maria Nascimento Gomes, Hyggo Oliveira de Almeida, and Nicomedes Lopes Cavalcanti Junior, *SOS : A tool for the automatic segmentation of musical flows*, SBCM, 2003.
- [Doe99] John Doerksen, *Segmentation and interpretation in atonal music*, *International Computer Music Conference*, 1999.
- [Dub00] Bruno Duborgel, *Figures du grapheïn. arts plastiques, littérature, musique*, Université de Saint–Etienne, 2000.
- [Duf91] Hugues Dufourt, *Le timbre : métaphore pour la composition*, *Musique / Passé / Présent*, Christian Bourgois, 1991.
- [Ead84] Peter Eades, *A heuristic for graph drawing*, *Congressus Numerantium* **42** (1984), 149–160.
- [EM45] Samuel Eilenberg and Saunders MacLane, *General theory of natural equivalences*, *Transactions of the American Mathematical Society* (1945), 231–294.
- [Fer08] Eva Ferková, *Set theory based analysis of atonal music*, *Journal of the Applied Mathematics, Statistics and Informatics* **4** (2008), no. 1, 71–76.
- [For73] Allen Forte, *The structure of atonal music*, Yale University Press, 1973.
- [For08] ———, *Autour de la set–theory*, *Musique et Sciences*, ch. L’op. 19, no 4, de Schoenberg : une perspective set–théorique, Delatour France, 2008.
- [FR91] T. M. J Fruchterman and E.M. Reingold, *Graph drawing by force–directed placement.*, *Software : Practice and Experience* **21** (1991), no. 11.

- [Gol00] Edward Gollin, *Representations of space and conceptions of distance in transformational music theories*, Ph.D. thesis, Harvard University, 2000.
- [Goo06] Michael Good, *MusicXML : Methodology and technical methods*, Digital Media and Music Editions, 2006.
- [GPC01] C. Grilo, F. Penousal, and A. Cardoso, *Paradigmatic analysis using genetic programming*, AISB'01 Symposium on AI and Creativity in Arts and Science, 2001.
- [Gra72] Ronald Graham, *An efficient algorithm for determining the convex hull of a finite planar set*, Information Processing Letters **1** (1972), 132–133.
- [GWB91] R. P. Gabriel, J. L. White, and D. G. Borrow, *CLOS : integrating object-oriented and functional programming*, Communications of the ACM **34** (1991), no. 9, 28–38.
- [Han03] Dora A. Hanninen, *Orientations, criteria, segments : A general theory of segmentation for music analysis*, Journal of Music Theory (2003), 345–433.
- [Har75] Jonathan Harvey, *The Music of Stockhausen : An Introduction*, Faber, 1975.
- [Has08] Xavier Hascher, *Autour de la set-theory*, ch. Une analyse transformationnelle de l'op. 19 no 4 de Schönberg au moyen des K-réseaux, Delatour France, 2008.
- [HH78] George D. Halsey and Edwin Hewitt, *Eine gruppentheoretische Methode in der Musik-theorie*, Jahresber. der Dt. Math.-Vereinigung **80** (1978).
- [HH02] Masatoshi Hamanaka and Keiji Hirata, *Applying Voronoi diagrams in the automatic grouping of polyphony*, 2002.
- [HL04] Goffredo Haus and Luca A. Ludovico, *Music segmentation : An xml-oriented approach*, CMMR, 2004, pp. 330–346.
- [HS85] Robert M. Haralick and Linda G. Shapiro, *Image segmentation techniques*, Computer vision, graphics, and image processing **29** (1985), no. 1, 100–132.
- [Hur94] David Huron, *The Humdrum toolkit : Reference manual*, Center for Computer Assisted Research in the Humanities, 1994.
- [Hur01] ———, *What is a musical feature ? Forte's analysis of Brahms's Opus 51, n° 1, revisited*, Music Theory Online **7** (2001), no. 4.

- [Hur02] ———, *Music information processing using the Humdrum toolkit : Concepts, examples, and lessons*, *Computer Music Journal* **26** (2002), no. 2, 11–26.
- [Isa97] Eric Isaacson, *Music, gestalt, and computing*, vol. 1317, ch. Neural network models for the study of post-tonal music, 1997.
- [Jun09] Julien Junod, *Counterpoints worlds and morphisms*, Ph.D. thesis, Université de Zurich, 2009.
- [Kag60] Mauricio Kagel, *Translation–rotation*, *Die Reihe* **7** (1960), 31–61.
- [KK89] T. Kamada and S. Kawai, *An algorithm for drawing general undirected graphs*, *Information Processing Letters* **31** (1989), 7–15.
- [Kre39] Ernst Krenek, *Music here and now*, Norton, 1939.
- [Kru05] Carol L. Krumhansl, *The geometry of musical structure : A brief introduction and history*, *Computers in Entertainments* **3** (2005), no. 4.
- [Lar00] Olivier Lartillot, *Modélisation du style musical par apprentissage statistique : une application de la théorie de l’information à la musique*, Master’s thesis, Université Pierre et Marie CURIE , Paris VI, Septembre 2000.
- [Lau96] Mikael Laurson, *A visual programming language and some musical applications*, Sibelius Academy, 1996.
- [Ler04] Fred Lerdahl, *Tonal pitch space*, Oxford University Press, 2004.
- [Lév02] Fabien Lévy, *Fascination du signe et de la figure remarquable en analyse musicale*, 2002.
- [Lew59] David Lewin, *Re : Intervallic relations between two collections of notes*, *Journal of Music Theory* **3** (1959), 298–301.
- [Lew82a] ———, *Generalized musical intervals and transformations*, Yale University Press, 1982.
- [Lew82b] ———, *Transformational techniques in atonal and other music theories*, *Perspectives of New Music* **21** (1982), 312–371.
- [Lew93] ———, *Musical form and transformation : Four analytic essays*, ch. Making and Using a Pcset Network for Stockhausen’s *Stockhausen’s Klavierstueck III*, pp. 16–67, Yale University Press, 1993.
- [Lig75] György Ligeti, *Pierre Boulez – Decision and automatism in Structure IA*, *Die Reihe* **4** (1975), 36–62.
- [Lig01] ———, *Neuf essais sur la musique*, ch. Décision et Automatisme dans la *Structure Ia* de Pierre Boulez, Contrechamps Editions, 2001.

- [LJ85] Fred Lerdahl and Ray Jackendoff, *A generative theory of tonal music*, MIT Press, 1985.
- [LN04] Olivier Lartillot-Nakamura, *Fondements d'un système d'analyse musicale computationnelle suivant une modélisation cognitive de l'écoute*, Ph.D. thesis, Université Paris 6 Pierre et Marie Curie, Février 2004.
- [MA06] Guerino Mazzola and Moreno Andreatta, *From a categorical point of view : K-nets as limit denotators*, Perspectives of New Music (2006).
- [MA08] Guerino Mazzola and Yun-Kang Ahn, *La vérité du beau dans la musique*, Éditions Delatour France, 2008.
- [Mac76] Robin Maconie, *The Works of Karlheinz Stockhausen*, Oxford University Press, 1976.
- [Mac98] Saunders MacLane, *Categories for the working mathematician*, Graduate Texts in Mathematics, vol. 5, Springer, 1998.
- [Mal01] Mikhail Malt, *Les mathématiques et la composition assistée par ordinateur (concepts, outils, modèles)*, Ph.D. thesis, Ecole des Hautes Etudes en Sciences Sociales, 2001.
- [Mal03] ———, *Concepts et modèles, de l'imaginaire à l'écriture dans la composition assistée par ordinateur*, Séminaire postdoctoral « Musique, instruments machines », Sorbonne, Paris IV, Décembre 2003.
- [Mar82] David Marr, *Vision : A computational investigation into the human representation and processing of visual information*, W.H. Freeman and Co, 1982.
- [Mar03] William Martinez, *Contribution à une méthodologie de l'analyse des cooccurrences lexicales multiples dans les corpus textuels*, Ph.D. thesis, Université de la Sorbonne Nouvelle – Paris 3, 2003.
- [Mar04] Alan Mardsen, *Extending a network-of-elaborations representation to polyphonic music : Schenker and species counterpoint*, Sound Music Computing, 2004.
- [Maz90] Guerino Mazzola, *Geometrie der Töne*, Birkhäuser Verlag, 1990.
- [Mes91] Marcel Mesnage, *Sur la modélisation des partitions musicales*, Analyse Musicale **22** (1991), 42–46.
- [Mes92] ———, *Logique et instrumentation de l'analyse musicale*, Analyse Musicale **28** (1992), 60–68.
- [Mes93] ———, *Morphoscope, a computer system for music analysis*, Interface **22** (1993), no. 2, 119–131.

- [Mes94] ———, *Techniques de segmentation automatique en analyse musicale*, Musurgia (1994).
- [Mes96] ———, *Entités formelles pour l'analyse musicale*, *Musique et Mathématiques* (1996), 93–109.
- [Meu04] Benoit Meudic, *Détermination automatique de la pulsation, de la métrique et des motifs musicaux dans des interprétations à tempo variable d'oeuvres polyphoniques*, Ph.D. thesis, Université Paris 6 Pierre et Marie Curie, Avril 2004.
- [Mil06] Gerard Milmeister, *The rubato composer music software : Component-based implementation of a functorial concept architecture*, Ph.D. thesis, Université de Zurich, 2006.
- [MJ03] Søren Tjagvad Madsen and Martin Elmer Jørgensen, *Automatic discovery of parallelism and hierarchy in music*, Master's thesis, Université d'Aarhus, 2003.
- [MLW03] David Meredith, Kjell Lemstrom, and Geraint A. Wiggins, *Algorithms for discovering repeated patterns in multidimensional representations of polyphonic music*, *Journal of New Music Research* **31** (2003), no. 4, 321–345.
- [MLW07] Alex McLean, Frederic Fol Leymarie, and Geraint Wiggins, *Apollo-nius diagrams and the representation of sounds and music*, *International Symposium on Voronoi Diagrams in Science and Engineering*, 2007, pp. 276–281.
- [Mol86] Jean Molino, *Fondement symbolique de l'expérience esthétique et analyse comparée : musique, poésie, peinture*, *Analyse Musicale* **4** (1986), 11–18.
- [Mol89] ———, *Analyser*, *Analyse Musicale* **16** (1989), 13–18.
- [Mou99] Ghassan Mourad, *La segmentation de textes par l'étude de la ponctuation*, CIDE, 1999, pp. 155–171.
- [Mou01] ———, *Analyse informatique des signes typographiques pour la segmentation de textes et l'extraction automatique des citations réalisation des applications informatiques : SegATex et CitaRE*, Ph.D. thesis, Novembre 2001.
- [MR88] Marcel Mesnage and André Riotte, *Un modèle informatique de la première pièce pour quatuor à cordes de Stravinsky*, *Analyse Musicale* **10** (1988).
- [MR91] ———, *L'Invention à deux voix n° 1 de J.-S. Bach*, *Analyse Musicale* **22** (1991), 46–66.

- [MR06] ———, *Formalismes et modèles musicaux : Préliminaires et formalismes généraux*, Musique / Sciences, vol. 1, Éditions Delatour France, 2006.
- [NAA06] Thomas Noll, Moreno Andreatta, and Carlos Agon, *Computer-aided transformational analysis with tone sieves*, Sound Music Computing, 2006.
- [Nat75] Jean-Jacques Nattiez, *Fondements d'une sémiologie de la musique*, Union Générale D'Éditions, 1975.
- [Nat87] ———, *Musicologie générale et sémiologie*, Christian Bourgeois, 1987.
- [Nol07] Catherine Nolan, *Thoughts on Klumpenhouwer networks and mathematical models : The synergy of sets and graphs*, Music Theory Online **13** (2007), no. 3.
- [Nou02] Pascal Nouvel, *Enquête sur le concept de modèle*, Science, histoire et société, Presses Universitaires Françaises, 2002.
- [O'D97] Shaugn O'Donnell, *Transformational voice leading in atonal music*, Ph.D. thesis, City University of New York, 1997.
- [Ove93] Richard E. Overill, *On the combinatorial complexity of fuzzy pattern matching in music analysis*, Computers and the humanities **27** (1993), no. 2, 105–110.
- [Par06] Daniel Parrochia, *Philosophie et musique contemporaine ou le nouvel esprit musical*, Milieux, Champ Vallon, 2006.
- [Pec07] Robert Peck, *Interval preservation in group- and graph-theoretical music theories : A comparative study*, Mathematics and Computation in Music, 2007.
- [Ped89] Emmanuel Pedler, *Les cheminements de l'écoute musicale : du modèle lettré aux structurations indigènes*, Analyse Musicale **15** (1989), 33–44.
- [Pou87] Henri Pousseur, *L'analyse, indispensable outil pédagogique (1re partie)*, Analyse Musicale **6** (1987), 65–71.
- [Qué92] Henri Quéré, *Intermittences du sens*, ch. L'identité, la structure et le modèle – Du point de vue à la chose, Presses Universitaires Françaises, 1992.
- [ram00] ———, *Figures du grapheïn. arts plastiques, littérature, musique*, ch. La musique et l'œil : l'exemple des *Six études d'après Piranèse* pour piano d'André Boucourechliev, Université de Saint-Étienne, 2000.

- [Rat95] Sylvie Ratté, *L'interprétation des structures syntaxiques : une analyse computationnelle de la structure des événements*, Ph.D. thesis, Université du Québec à Montréal, Mars 1995.
- [RB06] Daniele P. Radicioni and Marco Botta, *A methodological contribution to music sequences analysis*, Lecture notes in Computer science **4203** (2006), 409–418.
- [Ree79] Trygve Reenskaug, *Thing–model–view–editor an example from a planning system*, Tech. report, Xerox PARC, May 1979.
- [Rey98] Jeffrey C. Reynar, *Topic segmentation : Algorithms and applications*, Ph.D. thesis, University of Pennsylvania, 1998.
- [Rie14] Hugo Riemann, *Ideen zu einer 'Lehre von den Tonvorstellungen'*, Jahrbuch Peters **21** (1914), 1–26.
- [Rio80] André Riotte, *Un automate musical construit à partir d'une courte pièce de Béla Bartók (Mikrokosmos n° 39)*, Informatique et sciences humaines **45** (1980), 25–36.
- [Rio93] ———, *La mise en évidence de régularités locales : le « Mode de Valeurs et d'Intensités » de Messiaen*, Analyse Musicale **32** (1993), 54–60.
- [Rio96] ———, *Formalismes, modèles : un nouvel atout pour la composition et l'analyse*, Musurgia **3** (1996), no. 3, 90–105.
- [Rio99] ———, *La génétique des œuvres*, Musurgia **6** (1999), no. 1.
- [Rio03] ———, *Quelques réflexions sur l'analyse formalisée*, Musurgia **10** (2003), no. 1, 61–71.
- [RM93] André Riotte and Marcel Mesnage, *Modélisation informatique de partitions, analyse et composition assistées*, Cahiers de l'Ircam **3** (1993).
- [RMSIM06] David Rizo, Francisco Moreno-Seco, Jose M. Inesta, and Luisa Mico, *Tree representation and efficient search for melody recognition*, Pattern Recognition : Progress, Directions and Applications (2006), 218–244.
- [Rol98] Pierre-Yves Rolland, *Découverte automatique de régularités dans les séquences et application à l'analyse musicale*, Ph.D. thesis, Université Paris 6 Pierre et Marie Curie, 1998.
- [Ros06] Florence Rossant, *Reconnaissance de partitions musicales par modélisation floue des informations extraites et des règles de notation*, Ph.D. thesis, École Nationale Supérieure des Télécommunications, Octobre 2006.

- [Ruw72] Nicolas Ruwet, *Langage, musique, poésie*, ch. Méthodes d'analyse en musicologie, 1972.
- [Sad03] Yizhak Sadai, *Traité de sujets musicaux, vers une épistémologie musicale*, L'Harmattan, 2003.
- [Sch77] Arnold Schoenberg, *Le style et l'idée*, Buchet–Castel, 1977.
- [Sch07] S. E. Schaeffer, *Graph clustering*, *Computer Science Review* **1** (2007), no. 1, 27–64.
- [See77] Charles Seeger, *Studies in musicology*, University of California Press, 1977.
- [SF97] Eleanor Selfridge-Field, *Beyond MIDI. the handbook of musical codes*, MIT Press, 1997.
- [She82] R.N. Shepard, *The psychology of music*, pp. 335–353, D. Deutsch, 1982.
- [Slo88] John Sloboda, *L'esprit musicien. la psychologie cognitive de la musique*, Mardaga, 1988.
- [Ste98] Guy L. Steele, *Common LISP The language, second edition*, Digital Press, 1998.
- [Sto78] Ivanka Stoianova, *Geste — texte — musique*, 1978.
- [Sto88] Karlheinz Stockhausen, *Compositions par groupes : Klavierstück I (guide pour l'écoute)*, *Contrechamps* **9** (1988), 16–25.
- [Str03] Joseph N. Straus, *Uniformity, balance, and smoothness in atonal voice leading*, *Music Theory Spectrum* **25** (2003), no. 2, 305–352.
- [SW06] Wai Man Szeto and Man Hon Wong, *A graph–theoretical approach for pattern matching in post–tonal music analysis*, *Journal of New Music Research* **35** (2006), no. 4, 307–321.
- [Tha07] Florian Thalmann, *Musical composition with grid diagrams of transformations*, Master's thesis, Université de Berne, 2007.
- [Tsa93] Victor J.D Tsai, *Delaunay triangulations in tin creation : an overview and a linear–time algorithm*, *International Journal of Geographical Information Science* **7** (1993), no. 6, 1362–3087.
- [TSH02] Belinda Thom, Christian Spevak, and Karin Hothker, *Melodic segmentation : evaluating the performance of algorithms and musical experts*, *International Computer Music Conference*, 2002.
- [ULM03] Esko Ukkonen, Kjell Lemström, and Veli Mäkinen, *Geometric algorithms for transposition invariant content–based music retrieval*, *International Conference on Music Information Retrieval (ISMIR)*, 2003.

- [vR79] C.J. van Rijsbergen, *Information retrieval*, Butterworths, 1979.
- [WD03] Tillman Weyde and Klaus Dalinghaus, *Design and optimization of neuro-fuzzy-based recognition of musical rhythm patterns*, International Journal of Smart Engineering System Design **5** (2003), no. 2, 67–79.
- [Xen68] Iannis Xenakis, *E.m.a.mu (Équipe de mathématique et d'automatique musicale)*, La Revue Musicale (1968).
- [Xen90] ———, *Sieves*, Perspectives of New Music **28** (1990), no. 1, 58–78.
- [Xen92] ———, *Formalized music*, Pendragon Press, 1992.
- [Zwe95] Pierre Zweigenbaum, *Menelas : An access system for medical records using natural language*, Tech. report, Juillet 1995.