

Méthodes multi-niveaux sur grilles décalées. Application à la simulation numérique d'écoulements autour d'obstacles.

Nicolas JAMES,
sous la direction de
François BOUCHON et Thierry DUBOIS.

Laboratoire de Mathématiques,
Université Blaise Pascal,
Clermont-Ferrand.

Jeudi 10 décembre 2009.



Domaines d'application



(a) Météorologie



(b) Automobile

Plan de l'exposé

Contexte

Méthodes multi-niveaux sur grilles décalées

Simulation numérique d'écoulements autour d'obstacles

Conclusion - perspectives

Eq. de N-S pour un
fluide incompressible

Théorie
phénoménologique de
la turbulence

Conséquences en
Simulation
Numérique Directe

Discretisation en
temps

Schéma M.A.C.

Méthodes
multi-niveaux sur
grilles décalées

Simulation
numérique
d'écoulements
autour
d'obstacles

Conclusion -
perspectives

Contexte

Eq. de N-S pour un fluide incompressible

Théorie phénoménologique de la turbulence

Conséquences en Simulation Numérique Directe

Schéma M.A.C.

Méthodes multi-niveaux sur grilles décalées

Simulation numérique d'écoulements autour d'obstacles

Conclusion - perspectives

Eq. de N-S pour un fluide incompressible

Soient $\mathbf{x} \in \Omega \subset \mathbb{R}^2$ et $t > 0$. La vitesse $\mathbf{u} = \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) \in \mathbb{R}^2$ et la pression $p = p(\mathbf{x}, t) \in \mathbb{R}$ sont solutions de

$$\partial_t \mathbf{u} + \operatorname{div}(\mathbf{u} \otimes \mathbf{u}) - \Delta \mathbf{u} / Re + \nabla p = \mathbf{f} \text{ dans } \Omega,$$

$$\operatorname{div} \mathbf{u} = 0 \text{ dans } \Omega,$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{g} \text{ sur } \partial\Omega,$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_0 \text{ à } t = 0.$$

où

$$Re = U_* L_* / \nu,$$

avec

$\nu = \mu / \rho$ viscosité cinématique.

fluides	glycérine	air à 20°	eau à 20°
ν	1.2×10^{-3}	1.4×10^{-5}	10^{-6}
Re	42	3 594	50 000

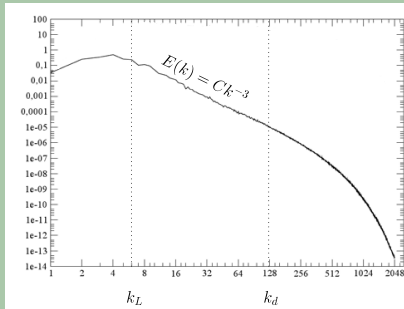
Table: $L_* = 10^{-2} m$ et $U_* = 5 m.s^{-1}$.

Théorie phénoménologique de la turbulence

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \sum_{\mathbf{k} \in \mathbb{Z}^2} \hat{\mathbf{u}}(\mathbf{k}) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}} \quad \rightarrow \quad E(k) = \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k} \in S_k} |\hat{\mathbf{u}}(\mathbf{k})|^2, \quad k \in \mathbb{N}$$

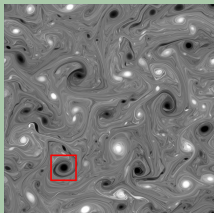
$$S_k = \left\{ \mathbf{k} \in \mathbb{Z}^2 ; |\mathbf{k}| \in [k - 0,5, k + 0,5) \right\}$$

$$E(k) \sim Ck^{-3}, \quad k \in [k_L, k_d], \quad k_d/k_L \sim Re^{1/2}.$$

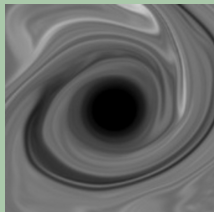


- R.H. Kraichnan, *Inertial ranges in two-dimensional turbulence*, Phys. Fluids **10**, 1967.

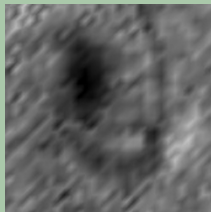
Conséquences en Simulation Numérique Directe



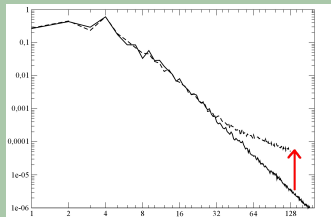
- Maillage trop grossier,
- Perte équilibre Transfert / Dissipation,
- Accumulation Energie sur les modes élevés,
- Solution non physique.



(c) 4096



(d) 256



(e) Spectres d'énergie

Méthode Multi-niveaux :
Décomposition échelles de la vitesse **et** correction petites échelles

Schéma en temps B.D.F. + Méth. de Proj.

Soit $\delta t > 0$. Notons $\mathbf{u}^k(\mathbf{x}) \approx \mathbf{u}(\mathbf{x}, t_k)$ et $p^k(\mathbf{x}) \approx p(\mathbf{x}, t_k)$, $t_k = k\delta t$.

$$\frac{3\tilde{\mathbf{u}}^{k+1} - 4\mathbf{u}^k + \mathbf{u}^{k-1}}{2\delta t} - \Delta\tilde{\mathbf{u}}^{k+1}/Re = -\nabla p^k + \mathbf{f}^{k+1} \\ -2 \operatorname{div}(\mathbf{u}^k \otimes \mathbf{u}^k) + \operatorname{div}(\mathbf{u}^{k-1} \otimes \mathbf{u}^{k-1}), \\ \tilde{\mathbf{u}}^{k+1}|_{\partial\Omega} = \mathbf{g}.$$

$$\mathbf{u}^{k+1} = \tilde{\mathbf{u}}^{k+1} - 2\delta t \nabla(\delta p^{k+1})/3$$

$$\operatorname{div} \mathbf{u}^{k+1} = 0$$

$$(\mathbf{u}^{k+1} - \tilde{\mathbf{u}}^{k+1})|_{\partial\Omega} \cdot \mathbf{n} = 0.$$

où $\delta p^{k+1} = p^{k+1} - p^k$.

$$\Delta(\delta p^{k+1}) = 3 \operatorname{div} \tilde{\mathbf{u}}^{k+1}/2\delta t$$

$$\partial_{\mathbf{n}}(\delta p^{k+1})|_{\partial\Omega} = 0,$$

Sommaire

Contexte

Eq. de N-S pour un
fluide incompressible

Théorie
phénoménologique de
la turbulence

Conséquences en
Simulation
Numérique Directe

**Discretisation en
temps**

Schéma M.A.C.

Méthodes
multi-niveaux sur
grilles décalées

Simulation
numérique
d'écoulements
autour
d'obstacles

Conclusion -
perspectives

Schéma M.A.C. : placement des inconnues

Soit $\Omega = (0, L) \times (0, H)$.

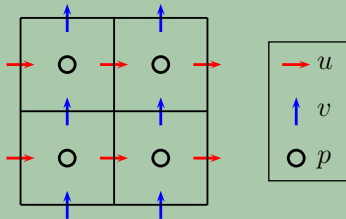
On pose $\ell = L/n_\ell$, $h = H/n_h$, $x_i = i\ell$ et $y_j = jh$.

On suppose que $\ell = h$.

$$K_{i,j} = [x_{i-1}, x_i] \times [y_{j-1}, y_j]$$

$$u_{ij}(t) \simeq \frac{1}{\ell h} \int_{K_{i+\frac{1}{2},j}} u(\mathbf{x}, t) d\mathbf{x}, \quad v_{ij}(t) \simeq \frac{1}{\ell h} \int_{K_{i,j+\frac{1}{2}}} v(\mathbf{x}, t) d\mathbf{x}$$

$$p_{ij}(t) \simeq \frac{1}{\ell h} \int_{K_{ij}} p(\mathbf{x}, t) d\mathbf{x}.$$



- F.H. Harlow et J.E. Welch, *Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface*, Phys. Fluids **8**, 1965.

Contexte

Méthodes multi-niveaux sur grilles décalées

Opérateurs d'interpolation

Propriétés des opérateurs

Séparation des échelles

Algorithme multi-niveaux

Résultats numériques

Simulation numérique d'écoulements autour d'obstacles

Conclusion - perspectives

Sommaire

Contexte

**Méthodes
multi-niveaux sur
grilles décalées**

Opérateurs
d'interpolation

Propriétés des
opérateurs

Séparation des
échelles

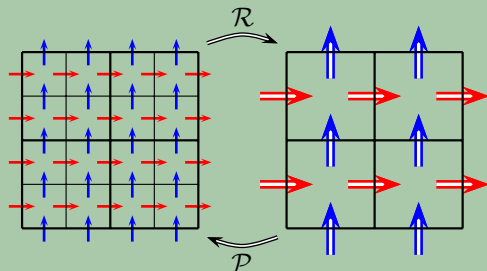
Algorithme
multi-niveaux

Résultats numériques

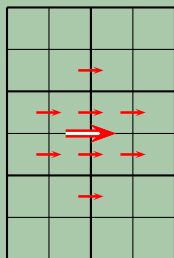
Simulation
numérique
d'écoulements
autour
d'obstacles

Conclusion -
perspectives

Opérateurs d'interpolation : restriction

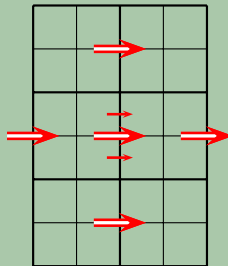


$$\begin{aligned} (\mathcal{R}u)_{i,j} = & \left(u_{2i-1,2j} + u_{2i-1,2j-1} \right. \\ & + u_{2i,2j+1} + u_{2i,2j} \\ & + u_{2i,2j-1} + u_{2i,2j-2} \\ & \left. + u_{2i+1,2j} + u_{2i+1,2j-1} \right) / 8 \end{aligned}$$

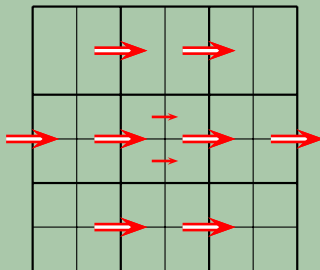


Opérateurs d'interpolation : prolongement

$$(\mathcal{P}u)_{2i,2j} = \left[u_{i-1,j} + 2u_{i,j+1} + 4u_{i,j} + u_{i+1,j} \right] / 8$$



$$(\mathcal{P}u)_{2i-1,2j} = \left[u_{i-1,j+1} + 3u_{i-1,j} + u_{i,j+1} + 3u_{i,j} \right] / 8$$



Opérateurs d'ordre deux :

$$\begin{aligned}\|\mathcal{R}u^n - u^{n/2}\|_\infty &\leq Ch^2, \\ \|\mathcal{P}u^{n/2} - u^n\|_\infty &\leq Ch^2\end{aligned}$$

Conservation de la divergence discrète :

$$\begin{aligned}D_{n/2}(\mathcal{R}\mathbf{u})_{i,j} &= \sum_{p,q} d_{p,q} D_n(\mathbf{u})_{p,q} \\ D_n(\mathcal{P}\mathbf{u})_{i,j} &= \sum_{p,q} e_{p,q} D_{n/2}(\mathbf{u})_{p,q}\end{aligned}$$

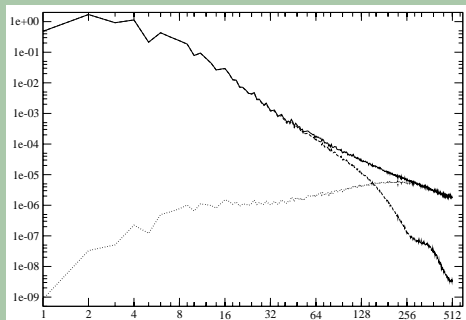
où D_n est la divergence discrète sur la grille \mathcal{G}_n .

Séparation des échelles : 2 niveaux

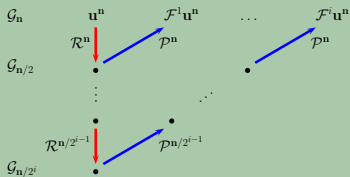
$$\mathbf{u} = \mathbf{y} + \mathbf{z}, \quad \begin{pmatrix} \mathbf{y} \\ \mathbf{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathcal{P}\mathcal{R}\mathbf{u} \\ \mathbf{u} - \mathcal{P}\mathcal{R}\mathbf{u} \end{pmatrix}$$

$$\|\mathbf{z}\|_{\infty} \leq Ch^2$$

$$D\mathbf{u} = 0 \Rightarrow D\mathbf{y} = 0 = D\mathbf{z}$$



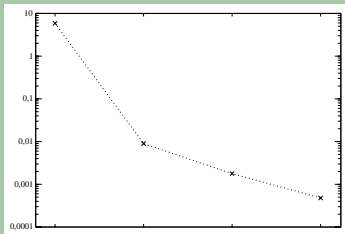
Séparation des échelles : n niveaux



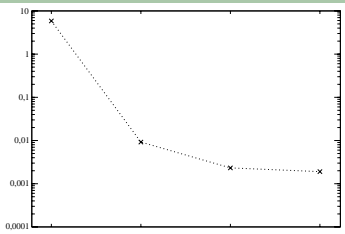
$$\mathcal{F}^i = \mathcal{P}^{(i)} \circ \mathcal{R}^{(i)},$$

$$\delta_{\mathcal{F}}^i \mathbf{u} = (\mathcal{F}^{i-1} - \mathcal{F}^i) \mathbf{u},$$

$$\mathbf{u} = \left(\sum_{i=1}^n \delta_{\mathcal{F}}^i \mathbf{u} \right) + \mathcal{F}^n \mathbf{u}.$$



(f) cas « résolu »



(g) cas « sous-résolu »

Figure: Energie des différentes échelles, 4 niveaux.

1. énergie cinétique (locale) des niveaux d'échelle sur des groupements de mailles

$$E_{p,q}(\delta_{\mathcal{F}}^i \mathbf{u}), \quad i \in \{1, 2, 3\}$$

2. coefficients de correction locaux :

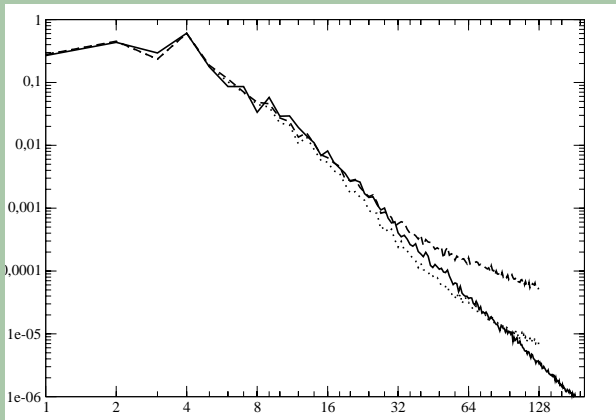
$$c_{p,q} = \frac{E_{p,q}(\delta_{\mathcal{F}}^2 \mathbf{u})}{\sqrt{E_{p,q}(\delta_{\mathcal{F}}^3 \mathbf{u}) E_{p,q}(\delta_{\mathcal{F}}^1 \mathbf{u})}}$$

3. limiteur $c_{min} \leq c_{p,q} \leq 1$ (dans la pratique $c_{min} = 0.99$)
4. interpolation des coefficients de correction sur chaque maille
5. correction de la vitesse intermédiaire :

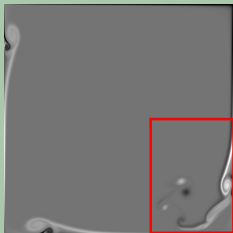
$$\mathbf{u} \leftarrow \mathbf{y} + c \mathbf{z}$$

Résultats numériques : périodique

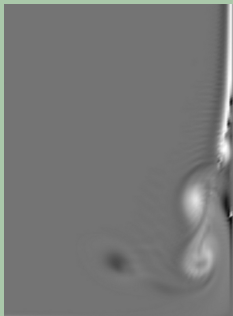
- ▶ accumulation énergie maîtrisée
- ▶ pente du spectre $\approx Ck^{-3}$
- ▶ dynamique des grandes échelles retrouvée



Résultats numériques : cavité



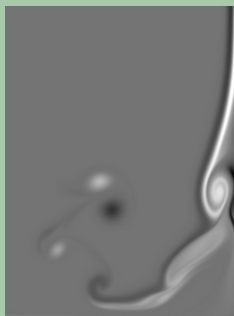
- ▶ DNS grossière → accumulation petites structures près de la paroi
- ▶ Méth. multi-niveaux → développement de la couche limite amélioré



(a) DNS 256



(b) Multi-niv. 256



(c) DNS 1024

Contexte

Méthodes multi-niveaux sur grilles décalées

Simulation numérique d'écoulements autour d'obstacles

Méthodes de type frontière immergée

Schéma numérique

Solveur rapide

Résultats numériques

Conclusion - perspectives

Sommaire

Contexte

Méthodes
multi-niveaux sur
grilles décalées

**Simulation
numérique
d'écoulements
autour
d'obstacles**

Méthodes de type
frontière immergée

Schéma numérique

L'obstacle

Les ratios

Le placement des
inconnues

Discrétisation de
l'étape de prédiction

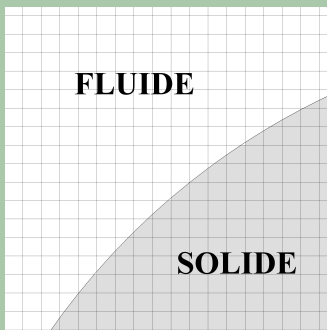
Discrétisation de
l'étape de correction

Solveur rapide

Résultats numériques

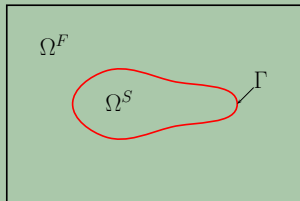
Conclusion -
perspectives

Méthode de type frontière immergée sur maillage cartésien



- ▶ Écoulements plus réalistes
- ▶ Application de la méthode multi-niveaux développée.
- ▶ Dans la littérature : forçage, ghost cell, pénalisation, cut cell (avec mergin cell, slaving cell), ...
- ▶ Développement d'une nouvelle méthode de type « cut cell ».

Domaine d'étude rectangulaire.
Obstacle Ω^S délimité par une courbe fermée $\Gamma \subset \Omega$.



Distance algébrique à la courbe Γ

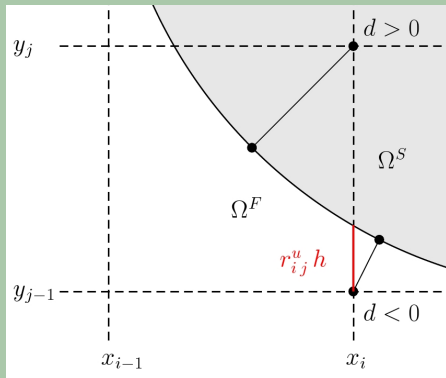
$$d : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$$

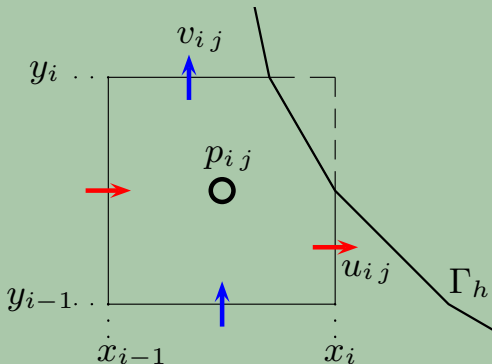
$$\mathbf{x} \mapsto \begin{cases} d(\mathbf{x}, \Gamma) & \text{si } \mathbf{x} \in \Omega^S \\ -d(\mathbf{x}, \Gamma) & \text{sinon} \end{cases}$$

$$r_{ij}^u \approx \frac{|\sigma_{i,j}^u \cap \Omega^F|}{|\sigma_{i,j}^u|} \in [0, 1],$$

où

$$\sigma_{i,j}^u = \{x_i\} \times [y_{j-1}, y_j].$$





- ▶ Position de la vitesse adaptée à l'expression de la divergence discrète.
- ▶ Interpolation du gradient de la pression.

Loin de l'obstacle : discrétisations centrées d'ordre 2.

A proximité de l'obstacle

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta \mathbf{u} : \text{discrétisation D. F. d'ordre 1} \\ \operatorname{div}(\mathbf{u} \otimes \mathbf{u}) : \text{discrétisation V. F. d'ordre 1} \end{array} \right.$$

• N. Matsunaga et T. Yamamoto, *Superconvergence of the Shortley-Weller approximation for Dirichlet problems*, J. Comp. Appl. Math. **116**, 2000.

elliptique lineaire
 \implies

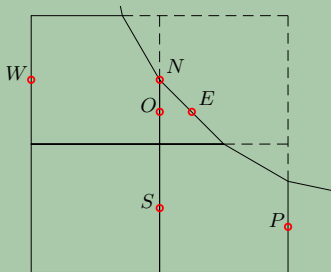
Schéma d'ordre 2.

Discrétisation étape de prédiction : Δu

Schéma D. F. d'ordre un \Leftrightarrow Approx. exacte pour $P \in \mathbb{R}_2[X, Y]$.

$$\mathcal{V} = \{O, N, S, E, W, P\}$$

- ▶ O la position de u_{ij} ,
- ▶ N, S, E, W parmi inconnues/bord,
- ▶ P arbitraire.

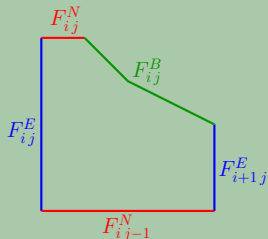
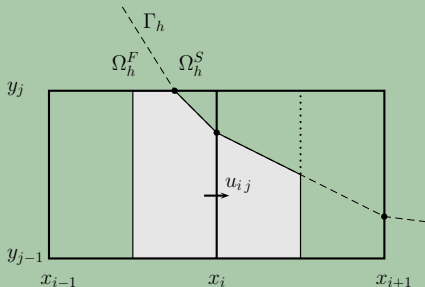


Trouver les coeff. $\alpha_M \in \mathbb{R}$ t.q.

$$\sum_{M \in \mathcal{V}} \alpha_M u(M) = \Delta u(O) + \mathcal{O}(h).$$

Discrétisation étape de prédiction : $\text{div}(\mathbf{u} \otimes \mathbf{u})$ (1/3)

$$\tilde{K}_{i,j} = K_{i,j} \cap \Omega^F$$



$$\begin{aligned} \mathcal{I}_{i,j} &= \int_{\tilde{K}_{i+\frac{1}{2},j}} (\partial_x(u^2) + \partial_y(uv)) \, dx \\ &= \int_{\partial \tilde{K}_{i+\frac{1}{2},j}} (u^2 n_x + (uv) n_y) \, dS \\ &= F_{i+1,j}^E - F_{i,j}^E + F_{i,j}^N - F_{i,j-1}^N + F_{i,j}^B. \end{aligned}$$

→ reconstruction des flux

Discrétisation étape de prédiction : $\operatorname{div}(\mathbf{u} \otimes \mathbf{u})$ (2/3)

$$\mathcal{I}_{i,j} \approx F_{i+1,j}^{E\ app} - F_{i,j}^{E\ app} + F_{i,j}^{N\ app} - F_{i,j-1}^{N\ app} + F_{i,j}^{B\ app} = NL_1(\mathbf{u})_{i,j}.$$

Ordre d'approximation

$$C_h = \left\{ \min_{|\tilde{K}_{i+\frac{1}{2},j}| > 0} |\tilde{K}_{i+\frac{1}{2},j}| \right\} / h^2.$$

S'il existe une constante $C_0 > 0$ t.q. $C_h > C_0, \forall h$, alors

$$\frac{1}{|\tilde{K}_{i+\frac{1}{2},j}|} (NL_1(\mathbf{u})_{i,j} - \mathcal{I}_{i,j}) = \mathcal{O}(h),$$

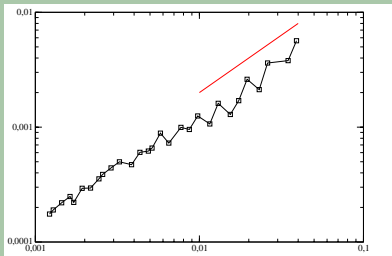
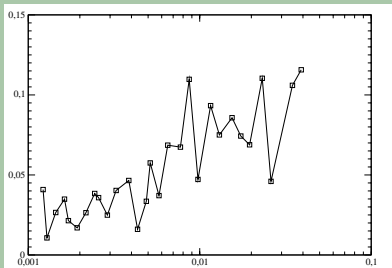
dès que $|\tilde{K}_{i+\frac{1}{2},j}| > 0$.

Discrétisation étape de prédiction : $\text{div}(\mathbf{u} \otimes \mathbf{u})$ (3/3)

Coefficient C_h en fonction du
pas d'espace h

Erreur d'approximation de la
non-linéarité en fonction de h

⇓
ordre 1



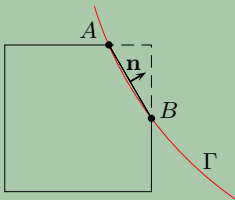
Construction du schéma : étape de correction

- $\text{div } \mathbf{u}$: Divergence discrète / maille
- ∇p : Opérateur d'interpolation du gradient de pression

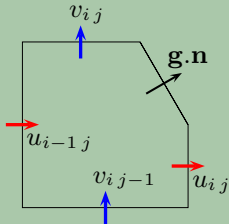
Divergence discrète en présence d'un obstacle (1/2)

$$\begin{aligned}\iint_{\tilde{K}_{i,j}} \operatorname{div} \mathbf{u} \, d\mathbf{x} &= \int_{\partial \tilde{K}_{i,j}} \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} \, dS \\ &= \int_{\sigma_{i,j}^u \cap \Omega^F} u \, dS - \int_{\sigma_{i-1,j}^u \cap \Omega^F} u \, dS \\ &\quad + \int_{\sigma_{i,j}^v \cap \Omega^F} v \, dS - \int_{\sigma_{i,j-1}^v \cap \Omega^F} v \, dS + \int_{\widehat{AB}} \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} \, dS,\end{aligned}$$

où $\widehat{AB} = \Gamma \cap K_{i,j}$.



Divergence discrète en présence d'un obstacle (2/2)



- Si $h \ll$ rayon de courbure de Γ :

$$\int_{\widehat{AB}} \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} \, dS \approx \int_{[AB]} \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} \, dS$$

$$\approx L \mathbf{g} \left((A + B) / 2 \right) \cdot \mathbf{n}_{i,j}.$$

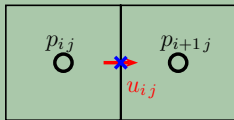
- $\int_{\sigma_{i,j}^u \cap \Omega^F} u \, dS \approx r_{i,j}^u h u_{i,j}$ et $\int_{\sigma_{i,j}^v \cap \Omega^F} v \, dS \approx r_{i,j}^v h v_{i,j}$.

$$\begin{aligned} (D_{obs} \mathbf{u})_{i,j} &= h (r_{i,j}^u u_{i,j} - r_{i-1,j}^u u_{i-1,j}) + h (r_{i,j}^v v_{i,j} - r_{i,j-1}^v v_{i,j-1}) \\ &\quad + L \mathbf{g} \left((A + B) / 2 \right) \cdot \mathbf{n}_{i,j} \\ &= (D_{obs}^0 \mathbf{u})_{i,j} + D_{i,j}^{supp} \end{aligned}$$

Opérateur d'interpolat° du gradient de pression \mathcal{P}_ϕ

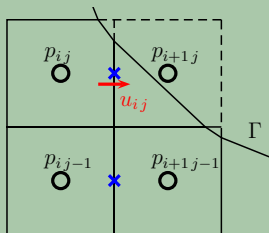
En l'absence d'obstacle

$$Gp = \begin{pmatrix} (p_{i+1,j} - p_{i,j})/h \\ (p_{i,j+1} - p_{i,j})/h \end{pmatrix}$$



$$\begin{aligned} D(G\delta p) &= \frac{3}{2} \frac{h^2}{\delta t} D(\tilde{\mathbf{u}}) \\ \Rightarrow \mathbf{u} &= \tilde{\mathbf{u}} - \frac{2}{3} \frac{\delta t}{h^2} G\delta p \\ &\Rightarrow D(\mathbf{u}) = 0 \end{aligned}$$

En présence d'obstacle



$$\begin{aligned} D_{obs}^0(\mathcal{P}_\phi(G\delta p)) &= \frac{3}{2} \frac{h^2}{\delta t} D_{obs}(\tilde{\mathbf{u}}) \\ \Rightarrow \mathbf{u} &= \tilde{\mathbf{u}} - \frac{2}{3} \frac{\delta t}{h^2} \mathcal{P}_\phi(G\delta p) \\ &\Rightarrow D_{obs}(\mathbf{u}) = 0 \end{aligned}$$

Obstacle → systèmes linéaires **non symétriques**

Méthode de résolution de systèmes linéaires **itératives**.

Mailles coupées

→ Systèmes mal conditionnés

→ Convergence difficile

→ Simulation sur maillage grossier

→ Simulation d'écoulements à Re faible

Méthode de résolution des systèmes linéaires **directe**.

1. *Etape de pré-traitement* :

$\mathcal{O}(n^3)$ opérations. Si obstacle *immobile*, **une fois** par simulation.

2. Dans ce cas, $\mathcal{O}(n^2 \log n)$ opérations par itération (idem écoulement sans obstacle).

- B.L. Buzbee, F.W.Dorr, J.A. George et G.H. Golub, *The direct solution of the discrete Poisson equation on irregular regions*, *SIAM J. Num. Anal.* **8**, 1971.

Exemple de simulation :

$\Omega = (-5, 5)^2$, obstacle = disque, $D = 1$,

Maillage uniforme, $n = 1024$, 412 mailles coupées

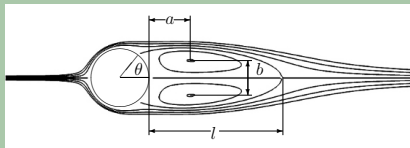
Tps CPU prétraitement : 6 min

Tps CPU par itération : 1.6 s

Mémoire allouée : 300 Mo $\approx an^2$, $a = 310$ octets/point.

Résultats numériques : $Re = 1, 10, 20, 40$

Écoulements stationnaires



- R. Bouard et M. Coutanceau, *Experimental determination of the main features of the viscous flow in the wake of a circular cylinder in uniform translation*, J. Fluid Mech. **79**, 1977.

$$\sum \text{Forces}_{/\text{obstacle}} = \begin{pmatrix} F_d \\ F_l \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \rho A u_\infty \begin{pmatrix} C_d \\ C_l \end{pmatrix},$$

Auteurs	$Re = 40$				
	C_d	θ	l	a	b
Bouard et al		53.8	2.13	0.76	0.59
Calhoun	1.62	54.2	2.18		
Dennis et al	1.52	53.8	2.35		
Fornberg	1.50	55.6	2.24		
Linnick et al	1.54	53.6	2.28	0.72	0.60
Taira et al	1.55	54.1		0.73	0.60
Présente étude	1.50	53.4	2.26	0.710	0.60

Résultats numériques : $Re = 80, 200$

Écoulement instationnaire.

Fréquence d'émission des tourbillons = nombre de Strouhal St .

Auteurs	$Re = 200$		
	C_d	C_l	St
Linnick et al	1.34 ± 0.044	0.69	0.197
Liu et al	1.31 ± 0.049	0.69	0.192
Miyake et al	1.34 ± 0.043	0.67	0.196
Présente étude	1.380 ± 0.0445	0.678	0.197

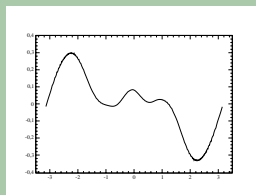
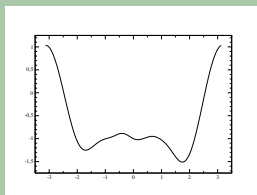


Figure: Répartition de la pression et de la contrainte de cisaillement sur l'obstacle.

Écoulement autour d'un cylindre, $Re = 200$.

Méthodes
multi-niveaux sur
grilles décalées
37/41

Nicolas JAMES

Sommaire

Contexte

Méthodes
multi-niveaux sur
grilles décalées

Simulation
numérique
d'écoulements
autour
d'obstacles

Méthodes de type
frontière immergée

Schéma numérique

L'obstacle

Les ratios

Le placement des
inconnues

Discrétisation de
l'étape de prédiction

Discrétisation de
l'étape de correction

Solveur rapide

Résultats numériques

Conclusion -
perspectives

Résultats numériques : $Re = 9500$

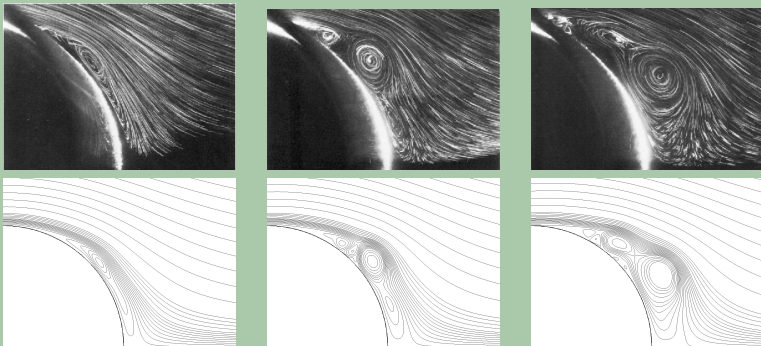


Figure: Décollement de la couche limite : comparaison avec des résultats expérimentaux.

Écoulement autour d'un cylindre, $Re = 9500$.

Méthodes
multi-niveaux sur
grilles décalées
39/41

Nicolas JAMES

Sommaire

Contexte

Méthodes
multi-niveaux sur
grilles décalées

Simulation
numérique
d'écoulements
autour
d'obstacles

Méthodes de type
frontière immergée

Schéma numérique

L'obstacle

Les ratios

Le placement des
inconnues

Discrétisation de
l'étape de prédiction

Discrétisation de
l'étape de correction

Solveur rapide

Résultats numériques

Conclusion -
perspectives

Sommaire

Contexte

Méthodes multi-niveaux sur grilles décalées

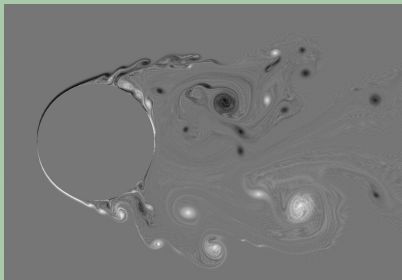
Simulation numérique d'écoulements autour d'obstacles

Conclusion - perspectives

Conclusion et perspectives

- méthode multi-niveaux originale dans le contexte MAC qui permet un gain du temps de calcul.

- nouvelle méthode « *cut cell* » qui apporte précision et rapidité.



1. méth. multi-niveaux autour d'un obstacle 2d
2. méth. multi-niveaux en 3d
3. écoulements tri-dimensionnels (cylindre)
4. méthode de raffinement local
5. méthode de décomposition de domaine