



**HAL**  
open science

**Sondage du sous-sol martien par un radar  
basse-fréquence depuis un satellite en orbite basse :  
analyses physiques et préparation des données**

J.-F. Nouvel

► **To cite this version:**

J.-F. Nouvel. Sondage du sous-sol martien par un radar basse-fréquence depuis un satellite en orbite basse : analyses physiques et préparation des données. Astrophysique [astro-ph]. Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 2003. Français. NNT : . tel-00450215

**HAL Id: tel-00450215**

**<https://theses.hal.science/tel-00450215>**

Submitted on 25 Jan 2010

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Centre National de la Recherche Scientifique

Laboratoire de Planétologie de Grenoble

Université Joseph Fourier – Grenoble I

THESE

Pour obtenir le titre de :

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE JOSEPH FOURIER

*Discipline : Astrophysique et Milieux Dilués*

par

Jean-François Nouvel

---

Sondage du sous-sol martien par un radar basse-fréquence  
depuis un satellite en orbite basse :  
analyses physiques et préparation des données

---

M. Jean-Louis MONIN	Professeur	Président
M. Jean-Jacques BERTHELIER	Directeur de Recherche	Rapporteur
M. Paul KAMOUN	Professeur, Ingénieur Alcatel	Rapporteur
M. Marc SAILLARD	Professeur	Examineur
M. Wlodek KOFMAN	Directeur de Recherche	Directeur de thèse
M. Alain HERIQUE	Maître de Conférence	Directeur de thèse





# Remerciements

Bon, ben là je crois que j'y suis, le grand moment est arrivé... Une des étapes les plus dures de ma vie de thésard je crois!! Celle où il faut (essayer de n') oublier personne, tout en se creusant la tête pour tenter de paraître original, bref, voilà l'étape de la rédaction de la première page de remerciements. Allons y.

Je tiens tout d'abord à remercier mon directeur de thèse, Wlodek Kofman, pour son aide fréquente et ses conseils non moins fréquents tout au long de ma thèse. Malgré sa lourde charge de Directeur du Laboratoire et de PI de l'instrument Consert (Mission Rosetta de l'Agence Spatiale Européenne), il a su trouver du temps pour répondre à mes questions et suivre mes travaux. Qu'il trouve ici l'expression de ma profonde reconnaissance.

Ma gratitude et mes remerciements vont aussi à mon co-directeur de thèse, Alain Hérique. Il s'est cassé la tête pas mal de fois pour imbriquer des facettes triangulaires ou carrées sur une surface Martienne finalement courbe. Un grand merci pour ses idées avisées et sa disponibilité.

Je remercie vivement Jean-Jacques Berthelier et Paul Kamoun pour avoir corrigé mon manuscrit et accepté d'être rapporteur dans mon jury de thèse. Merci également à Jean-Louis Monin qui a accepté de le présider et à Marc Saillard, examinateur.

Je profite de l'occasion présente pour remercier très chaleureusement Ali Safaeinili, du Jet Propulsion Laboratory. Mes remerciements vont aussi au JPL, qui m'a accueilli pendant 4 mois au cours de ma seconde année de thèse. Les travaux qui ont été effectués la bas, et notamment grâce à l'aide d'Ali, m'ont grandement aidé au cours du développement de ma simulation.

Voilà donc pour l'aspect que je nommerai « professionnel » de la chose. Passons désormais à une suite un peu moins rigoureuse...

Je tiens ici à saluer toutes mes co-bureau « es », au féminin, qui étaient plus charmantes les unes que les autres. Nadia Souidi-Canet tout d'abord, une interpréteuse de données Consert comme on en fait peu et qui est restée ma voisine (qui m'a supporté quoi) pendant un an et demi. Nadia, j'ai eu avec toi des discussions<sup>1</sup> passionnantes. Quand est ce qu'on se fait une bouffe??...

Lydie Bonal ensuite, une chimiste géologue accomplie, cassant du cailloux à tout va, quand elle n'était pas rivée à son binoculaire... Lydie, j'ai eu moins de temps pour t'apprécier, saches néanmoins que j'ai été ravi de partager notre bureau avec toi<sup>2</sup>.

Comment tourner la page de mes co-bureaux sans évoquer Alexandre Piot? Ancien thésard du LPG, et désormais post-doc à l'Estec. Impossible de t'oublier Alex! J'entends encore ta balle anti-stress claquer sur le mur au dessus de ma tête! Je ne sais pas si cela te déstressait, mais pour moi, faut bien avouer que ça marchait pas terrible... Mis à part ce détail, ça a été un plaisir de te connaître et tes connaissances de photographe et de musicophile averti m'ont toujours impressionné.

---

(1) nombreuses ?

(2) Finalement, j'ai donc été un thésard chanceux... et bien entouré !

Dans la rubrique « anciens du LPG », je ne voudrais pas oublier Isabelle Raynaud. Une secrétaire hors pair, qui a été aussi l'âme du LPG pendant 3 ans. Merci Isa pour les dossiers traités en urgence, pour les appels perso les jours où il y avait vraiment le feu et pour ton soutien, tout simplement. Grâce à toi l'ambiance de nos journées était toujours chaleureuse, et, ah, avant d'oublier, pardon encore pour le mémorable laser game qu'on a eu... Mais aussi, quelle idée de faire jouer un daltonien!!

Merci aussi à Aurélie Bauza, qui a pris la relève au poste de secrétariat pendant une année. Ta tache n'a pas été facile, mais j'ai réellement apprécié ta gentillesse au jour le jour.

Et maintenant, les membres du LPG... Rude tache... Vous êtes peu nombreux, mais j'ai tant de mercis à vous transmettre. Vanessa Langevin et Chantal Lathuillère pour commencer. La première, la nouvelle secrétaire du LPG, la seconde, une DR navigatrice. Salut Chantal, et bon vent!

Jean Lilensten ensuite. Monsieur communication au sein du labo. Merci Jean, pour avoir accepté de m'aider à préparer ma soutenance tout d'abord, mais aussi pour toutes les fois où tu as pu m'apporter tes précieux conseils.

Vient le tour de Bernard Schmitt, un directeur de recherche qui aurait tout aussi bien pu être skieur (ou surfeur) de super G. Le gars en question est très dur à suivre sur une piste, vous l'aurez compris, je me demande même si la neige fond pas des fois sur son passage. Salut Bernard, et peut être à un de ces jours sur les pistes!

Dans le prolongement du couloir<sup>1</sup>, je trouvais Sylvain Douté et Mathieu Barthélémy. Le premier, chargé de recherche au CNRS, à qui je dois un grand merci pour les mises à jour de Spice, le second, prof agrégé à l'IUT, que je dois remercier, entre autres, pour m'avoir aidé à préparer ma soutenance.

Puis vient le tour de Fred!

Frédéric Culot, thésard qui est arrivé à la fin de ma première année de thèse. Surfeur, apéroteur, blagueur, y'avait toutes les raisons pour qu'on s'entende bien! Ce serait long de tout noter ici, mais je n'oublierai pas notre semaine de conf à Nice, ni nos virées skis/ surf, ni nos sorties à Cham! 400km pour aller prendre 3 photos et boire quelques bières, il fallait être taré, mais on a bien rigolé. Merci Fred, pour ton soutien, ta bonne humeur... et tous les cafés que tu m'as payé!! Un salut au passage pour son frère, Christophe. Je sais, je m'éloigne un peu du LPG, mais pas pour aller bien loin, surtout que Loch a pas mal contribué aussi à mettre de l'ambiance dans nos pauses.

A côté de Fred, faut pas que j'oublies Donia Baklouti, que je dois surtout remercier pour avoir trouver à chaque fois le moyen de rigoler à mes blagues foireuses du midi! Bon courage pour la fin de ta thèse Donia, thèse qui, j'en suis sûr, va être super.

Et maintenant, les deux informaticiens du labo. Je crois qu'il existe une maxime disant à peu de chose près qu'au sein d'un laboratoire de recherche, on a le droit de se fâcher avec tout le monde excepté la secrétaire et l'informaticien. Et bien je crois que c'est tout à fait vrai tellement leur rôle est important pour nous! D'un autre côté, dans le cas présent, il n'y avait aucun risque puisqu'avec des informaticiens aussi sympas, c'était impossible de se fâcher...

Je dois un grand grand merci donc à Béatrice Pibaret et Pierre Volcke. Il faut souligner ici que je leur ai quand même donné pas mal de boulot en passant 3 disques durs, et quelques barrettes de RAM au cours de ma thèse, une bonne moyenne! Merci pour votre aide, et coup de chapeau spécial à Béa, une des personnes les plus dévouées que je connaisse. Que ce soit pour l'organisation des pots, ou pour répondre au moindre problème que l'on pouvait rencontrer, Béa était toujours là.

---

(1) vous aurez compris ma façon de procéder pour n'oublier personne...

Quant à Pierre, c'est un skieur de rando infatigable. Une vraie locomotive des pentes! Je n'ai pas eu l'occasion de souvent tirer la langue à essayer de te suivre, mais je me souviens encore de la remontée de la Combe Madame!

Enfin, je dois remercier Eric Quirico et Olivier Brissaud. Deux personnages férus de rugby et de match de foot. Merci Eric pour ton coup de main sur la préparation de mes transparents! Je connais peu de Maîtres de Conférence aussi disponibles et sympathiques. Quant à Olivier, ben je n'attends qu'une chose, c'est de te recroiser sur une piste de ski !

Après le Laboratoire de Planétologie, je dois passer à des remerciements un peu plus personnels.

Je pense en premier lieu à Sylvie. Une personne très très chère à mon cœur. Merci pour ton soutien, tout au long de mes trois années de thèse. Tu as supporté pas mal de mes sautes d'humeur, et tu as toujours été là pour me reconforter et me motiver. Je sais que tu aurais aimé être plus présente encore, mais on ne fait pas toujours ce qu'on veut... Merci Sylvie.

Je pense aussi à tous les amis avec qui j'ai partagé pas mal de mes soirées Grenobloises. Mes potes de promo de DEA tout d'abord: Estelle Moraux, Ludovic Sauge et Evelyne Faure, Gaël Chauvin, et les autres, Emmanuel Laurent, Gwenaëlle Leclair, Pierre Haguenaer, Fabien Casse et Gaspard Duchène. Pardon à ceux que j'oublie!! Mes pensées vont aussi à des compatriotes Souvignarguais : Audrey Roux et Jérôme Chanut. Merci à vous pour toutes ces soirées, et surtout un grand merci au cordon bleu que tu es Audrey!

Avant de finir, je tiens aussi à saluer Sophie Dupré. Je n'oublierai jamais ce fabuleux voyage qu'on a effectué ensemble en Chine, et toutes ces virées à Barcelone. C'était extra de partager tout ça avec toi, Soph.

Enfin, mes pensées vont à ma famille, et plus spécialement à mes frères et mes parents. Vous avez aussi toujours été là pour moi. Sans vous, je n'en serai certainement pas là aujourd'hui. Merci.

.... Ah si j'oubliais. Merci enfin à Florence Nicollin et Béatrice Philibert. Merci à chacune d'elles d'avoir fait et rédigé une thèse. Tout simplement. En effet, vos pavés caleront le mien, au sien de la seconde rangée des manuscrits de thèse de la bibliothèque du LPG...

---

Les simulations effectuées tout au long de ce mémoire ont été réalisées sur les machines du Laboratoire de Planétologie de Grenoble, du Centre Commun de Calcul Intensif de l'Observatoire de Grenoble, et sur les plateformes CiGri (Projet Ciment de grille de calcul Grenobloise).

---



## Notations

$j$	nombre complexe tel que $j^2 = -1$
$\sigma_h$	moyenne quadratique des élévations sur une surface, en mètre
$\sigma_p$	moyenne quadratique des pentes à la surface, en degré
$L$	longueur de corrélation, en mètre
$\epsilon$	permittivité, en Farad par mètre ( $\epsilon = \epsilon' + j.\epsilon''$ )
$\kappa$	conductivité thermique, en Watt par mètre et par Kelvin
$\Phi$	porosité, sans unité
$\omega_p$	pulsation plasma, en radian par seconde
$f_p$	fréquence plasma, en Hertz
$N_e$	densité électronique, en nombre d'électrons par mètre cube
$e$	charge de l'électron, en Coulomb
$m_e$	masse de l'électron, en kilogramme
$R_F$ (ou $R_{//}$ , $R_{\perp}$ )	coefficient de réflexion de Fresnel, sans unité
$T$ (ou $T_{//}$ , $T_{\perp}$ )	coefficient de transmission de Fresnel, sans unité
$R$	distance radar-cible (dit aussi « range »), en mètre
$\omega$	pulsation d'une onde électromagnétique, en radian par seconde
$f$	fréquence d'une onde électromagnétique, en Hertz
$k$	vecteur d'onde, en radian par mètre
$c$	célérité d'une onde dans le vide, en mètre par seconde
$\phi$	phase d'une onde électromagnétique, en radian
$\lambda$	longueur d'onde, en mètre
$V_{st}$	vitesse tangentielle par rapport à la surface, en mètre par seconde
$m$	coefficient de modulation, en radian par seconde carrée
$B$	bande passante d'un signal, en Hertz
$T$	largeur d'une impulsion, en seconde
$\nu$	fréquence de collision, en Hertz
$A$	atténuation d'une onde, en décibel
$T_e$	température électronique, en Kelvin
$N_{CO_2}$	densité du dioxyde de carbone, en nombre de molécules par mètre cube
$E$	intensité du champ électrique, en Volt par mètre
$H$	intensité du champ magnétique, en Tesla par mètre
$n_1, n_2$	vecteur unitaire normal à une surface
$n$	indice de réfraction, sans unité
$l$	largeur d'une facette, en mètre
$f_{Dop}$	fréquence Doppler, en Hertz
PRF	fréquence de répétition des impulsions, en Hertz
$\chi_r$	erreur relative, sans unité
$W$	fonction de pondération, sans unité
$\sigma^0$	coefficient de rétrodiffusion, en mètre carré par mètre carré



# Sommaire

<b>INTRODUCTION.....</b>	<b>1</b>
<b>CHAPITRE 1.....</b>	<b>3</b>
<b>1.1. MARS EN QUELQUES CHIFFRES .....</b>	<b>4</b>
1.1.1. PRESENTATION.....	4
1.1.2. UNE HISTOIRE DE CANAUX.....	4
1.1.3. TABLEAU COMPARATIF.....	6
1.1.4. LA FORMATION DE LA 4 <sup>EME</sup> PLANETE DU SYSTEME SOLAIRE .....	7
<b>1.2. L'EXPLORATION DE LA SURFACE MARTIENNE .....</b>	<b>8</b>
1.2.1. AVANT MGS .....	9
1.2.2. MISSION MGS ET MOLA .....	10
1.2.3. TOPOGRAPHIE DE MARS .....	12
<b>1.3. DESCRIPTION GEOPHYSIQUE .....</b>	<b>15</b>
1.3.1. CARACTERISATION STATISTIQUE DE LA SURFACE .....	15
1.3.2. UN SOL RELATIVEMENT PLAT .....	17
1.3.3. NATURE DU SOUS-SOL.....	20
1.3.4. LA QUESTION DE L'EAU.....	23
<b>1.4. SYNTHESE.....</b>	<b>29</b>
<b>CHAPITRE 2.....</b>	<b>31</b>
<b>2.1. LES SONDES PRECEDENTES .....</b>	<b>32</b>
<b>2.2. MARS EXPRESS.....</b>	<b>33</b>
2.2.1. UN CAHIER DES CHARGES SERRE .....	33
2.2.2. LES OBJECTIFS DE LA MISSION .....	33
2.2.3. LES INSTRUMENTS A BORD DE MARS EXPRESS .....	34
<b>2.3. MARSIS : LE RADAR .....</b>	<b>35</b>
2.3.1. OBJECTIFS SCIENTIFIQUES .....	36
2.3.2. LE TYPE DE RADAR UTILISE .....	39
2.3.3. L'ONDE RADAR.....	41
2.3.4. L'ORBITOGRAPHIE ET LES PARAMETRES DU RADAR.....	45
2.3.5. ANTENNES ET POLARISATION.....	47
<b>2.4. PHYSIQUE DE LA MESURE.....</b>	<b>49</b>
2.4.1. LA REFLEXION DE SURFACE.....	49
2.4.2. LES DIFFERENTES COMPOSANTES DU SIGNAL.....	50
2.4.3. ZONE DE FRESNEL.....	50
2.4.4. NOTION D'AMBIGUITE.....	51



<b>2.5.</b>	<b>MARSIS: TRAITEMENT A BORD ET SIGNAL EMIS VERS LA TERRE.....</b>	<b>52</b>
2.5.1.	TRAITEMENT BORD.....	52
2.5.2.	FORMAT DES TRAMES.....	57
2.5.3.	LA SOMMATION COHERENTE.....	58
<b>2.6.</b>	<b>SYNTHESE.....</b>	<b>60</b>
<b>CHAPITRE 3.....</b>		<b>61</b>
<b>3.1.</b>	<b>DEFINITION .....</b>	<b>62</b>
<b>3.2.</b>	<b>QUELQUES CHIFFRES .....</b>	<b>62</b>
3.2.1.	PRINCIPE DE LA MESURE.....	63
3.2.2.	LES PROFILS DE DENSIT E ELECTRONIQUE.....	65
<b>3.3.</b>	<b>LA PROPAGATION D'UNE ONDE RADAR .....</b>	<b>66</b>
3.3.1.	L'EQUATION DE PROPAGATION.....	66
3.3.2.	PULSATION PLASMA.....	67
<b>3.4.</b>	<b>IMPACT DE L'IONOSPHERE.....</b>	<b>69</b>
3.4.1.	ETUDE DU CHAMP MAGNETIQUE MARTIEN ET HYPOTHESE RESTRICTIVE.....	69
3.4.2.	ATTENUATION DES ONDES ELECTROMAGNETIQUES DANS L'IONOSPHERE.....	72
3.4.3.	LA DISPERSION DE PHASE .....	74
<b>3.5.</b>	<b>LES MODELES IONOSPHERIQUES ET LES RESULTATS .....</b>	<b>75</b>
3.5.1.	LA FREQUENCE DE COLLISION.....	75
3.5.2.	LES DIFFERENTS MODELES DE DENSITE ELECTRONIQUE.....	77
3.5.3.	RESULTATS.....	79
<b>3.6.</b>	<b>SYNTHESE.....</b>	<b>83</b>
<b>CHAPITRE 4.....</b>		<b>85</b>
<b>4.1.</b>	<b>DESCRIPTION ELECTROMAGNETIQUE DE LA SURFACE : LES MODELES CLASSIQUES</b>	<b>86</b>
4.1.1.	MODELE DE KIRCHHOFF.....	86
4.1.2.	METHODE DES FAIBLES PERTURBATIONS.....	88
4.1.3.	METHODE DES FACETTES.....	90
<b>4.2.</b>	<b>IMPLEMENTATION DE LA METHODE DES FACETTES .....</b>	<b>93</b>
4.2.1.	MODUS OPERANDI.....	93
4.2.2.	CALCUL DE $\hat{n}_1 \times \mathbf{E}$ ET $\mathbf{h}_1 \cdot \hat{n}_1 \times \mathbf{H}$ .....	95
4.2.3.	EXPRESSION ANALYTIQUE DE L'ECHO RADAR SUR UNE FACETTE.....	99
4.2.4.	DISCUSSION .....	102
<b>4.3.</b>	<b>LE SOUS SOL.....</b>	<b>104</b>
4.3.1.	GEOMETRIE ET MODELISATION.....	104
4.3.2.	CALCUL DE $\hat{n}_2 \times \mathbf{E}$ ET $\mathbf{h}_2 \cdot \hat{n}_2 \times \mathbf{H}$ .....	106
4.3.3.	CHAMP ELECTRIQUE GLOBAL REÇU PAR LA SONDE.....	108
4.3.4.	DISCUSSION .....	111
<b>4.4.</b>	<b>LES PARAMETRES ET LA DEFINITION DES ELEMENTS .....</b>	<b>112</b>
4.4.1.	LES PARAMETRES.....	113
4.4.2.	DEFINITION DES ELEMENTS.....	116
4.4.3.	FORMATION DE L'ECHO DE SURFACE.....	121
<b>4.5.</b>	<b>SYNTHESE.....</b>	<b>122</b>

<b>CHAPITRE 5</b> .....	<b>125</b>
<b>5.1. MISE EN ŒUVRE</b> .....	<b>126</b>
5.1.1. LES MOYENS INFORMATIQUES.....	126
5.1.2. PARAMETRES DES SIMULATIONS.....	127
5.1.3. APPLICATION DE L'ORBITOGRAPHIE DE LA SONDE A LA SIMULATION.....	129
<b>5.2. CALCUL DE PRF</b> .....	<b>134</b>
5.2.1. FREQUENCE DOPPLER ET PRF.....	134
5.2.2. SYNTHÈSE D'OUVERTURE.....	134
5.2.3. VALIDATION DE LA PRF.....	136
<b>5.3. RESULTATS OBTENUS SUR DES MODELES DE SURFACE</b> .....	<b>143</b>
5.3.1. SURFACE PLANE.....	143
5.3.2. SURFACE AVEC REFLECTEURS ACROSS / ALONG TRACK.....	144
5.3.3. SURFACE AVEC COEFFICIENT DE RUGOSITE FIXE.....	148
<b>5.4. SIMULATION MULTI-PULSES : VALIDATION DU PROCÉDE DE SOMMATION COHERENTE</b> .....	<b>150</b>
5.4.1. INTENSITE DU SIGNAL INCOHERENT.....	150
5.4.2. DETECTION D'UNE INTERFACE DANS LE SOUS-SOL.....	151
<b>5.5. SYNTHÈSE</b> .....	<b>152</b>
<b>CHAPITRE 6</b> .....	<b>155</b>
<b>6.1. POINTAGE D'ECHOS</b> .....	<b>156</b>
6.1.1. SIGNAUX EN TEMPS.....	156
6.1.2. POINTAGE D'ECHOS.....	159
<b>6.2. RESULTATS SANS SOUS-SOL</b> .....	<b>162</b>
6.2.1. HEMISPHERE NORD.....	162
6.2.2. HEMISPHERE SUD.....	168
<b>6.3. RESULTATS AVEC SOUS SOL</b> .....	<b>173</b>
6.3.1. HEMISPHERE NORD.....	174
6.3.2. HEMISPHERE SUD.....	176
<b>6.4. DISCUSSION</b> .....	<b>178</b>
6.4.1. LES DIFFERENTS ECHOS.....	178
6.4.2. ÉTUDE DE DIFFÉRENTES LONGUEURS D'INTEGRATION.....	179
6.4.3. PERTINENCE DE CE TRAITEMENT VIS-A-VIS DU RADAR MARSIS.....	184
<b>6.5. ÉTUDE STATISTIQUE</b> .....	<b>184</b>
6.5.1. EXPRESSION DE LA SECTION EFFICACE ET DU COEFFICIENT DE RETRODIFFUSION.....	185
6.5.2. RECHERCHE DE PARAMETRES.....	188
6.5.3. RESULTATS STATISTIQUES.....	190
<b>6.6. EFFETS IONOSPHERIQUES ET CORRECTION</b> .....	<b>193</b>
6.6.1. LES EFFETS IONOSPHERIQUES.....	193
6.6.2. CORRECTION DES EFFETS IONOSPHERIQUES.....	194
<b>6.7. SYNTHÈSE</b> .....	<b>195</b>
<b>CONCLUSION</b> .....	<b>197</b>
<b>BIBLIOGRAPHIE</b> .....	<b>201</b>

<b>ANNEXE A .....</b>	<b>207</b>
<b>ANNEXE B .....</b>	<b>209</b>
<b>ANNEXE C .....</b>	<b>211</b>
<b>ANNEXE D .....</b>	<b>215</b>
<b>ANNEXE E .....</b>	<b>219</b>
<b>ANNEXE F .....</b>	<b>241</b>

# Introduction

L'immensité a toujours fait rêver les hommes. Parmi tout ce qui pouvait les faire rêver, les points brillants qui peuplent le « vide » de l'univers, les astres, lointains et inaccessibles, tenaient et tiennent encore une place à part.

Les premières observations de notre étoile, et des planètes qui gravitent autour d'elle, ont alors commencé avec le premier et seul instrument dont disposait l'homme, l'œil.

En 1610, grâce à sa lunette, assemblage de lentilles de verre, Galilée révolutionne ces observations et rend possible la découverte des satellites de Jupiter et l'essor de l'étude des planètes extraterrestres.

Aujourd'hui, grâce à la mission Mars Global Surveyor de la NASA, et plus particulièrement grâce à l'instrument MOLA (Mars Orbiter Laser Altimeter), nous disposons d'une carte topographique de la totalité de la surface de Mars, la quatrième planète du système solaire. L'un des résultats majeurs donné par ce programme d'exploration est certainement l'obtention d'indices montrant qu'une quantité d'eau énorme a coulé à la surface de cette planète.

Les questions qui sont posées désormais sont de savoir si une partie de cette eau se trouve toujours dans le sous-sol de Mars, que ce soit sous forme liquide ou solide, et, si la réponse à cette première question est affirmative, de savoir quel volume d'eau cela représente et où il se trouve.

C'est pour répondre à ces questions que l'Agence Spatiale Européenne a lancé au mois de Juin 2003 une sonde vers cette planète, Mars Express, emportant à son bord un instrument radar nommé « Mars Advanced Radar for Subsurface and Ionosphere Sounding », MARSIS.

L'objectif de ce radar est de sonder le permafrost martien pour détecter les réservoirs d'eau liquide ou de glace qu'il pourrait contenir. Son principe est simple, il s'agit d'envoyer une onde électromagnétique vers la surface de Mars et d'enregistrer les échos retournés. Ces derniers signaux contiendront alors deux types de composantes : des échos réfléchis par la surface et des échos réfléchis dans le sous-sol.

Idéalement, la composante due à la réflexion de surface se trouve uniquement dans la première partie de l'écho enregistré, cependant, en fonction des caractéristiques de la surface, cette composante peut être plus étendue et donc venir masquer la seconde composante, c'est-à-dire les échos provenant du sous-sol.

Ceci pose un problème majeur, en effet, ces échos du sous-sol sont moins intenses que les premiers venant de la surface et ce sont eux, pourtant, qui véhiculent une information sur la constitution de la croûte martienne et donc, sur sa teneur en eau.

Ainsi, un algorithme de traitement des données doit être défini pour filtrer ces échos de surface du signal global. L'objectif est alors de récupérer les faibles signaux provenant du sous-sol pour ensuite en extraire les informations scientifiques qu'ils contiennent.

Une simulation de ce sondage radar pourrait être ici très utile, pour valider ce traitement des échos dans un premier temps, mais aussi et surtout pour aider à l'interprétation des futures données MARSIS. Une telle simulation, utilisant la topographie produite par MOLA, pourrait

en outre nous aider dans la planification de la mission en permettant d'avoir une vue d'ensemble du procédé et en aidant à la sélection des régions de la surface de Mars où les échos de surface sont les moins importants.

C'est le développement de cette simulation que nous présentons ici.

Dans un premier chapitre, nous présenterons une description géologique de la surface de Mars et nous verrons que tout porte à croire que de l'eau liquide ou solide (selon la profondeur) se trouve encore dans le sous-sol de la planète et ce, à de faibles profondeurs.

Nous discuterons alors les prévisions faites par différents modèles établis à ce jour. Ces prévisions portent sur la profondeur de l'isotherme de fusion, c'est-à-dire la frontière entre la glace et l'eau liquide, mais aussi sur la quantité d'eau contenue dans la croûte martienne au travers d'une étude de la porosité du sol.

Nous étudierons ensuite les différentes étapes qui constituent un sondage radar, dans l'ordre de leur occurrence. Nous commencerons donc par présenter la sonde Mars Express et le radar MARSIS et notamment ses paramètres qui seront repris dans notre simulation. Nous détaillerons à ce titre la nature de l'onde émise, puis les traitements effectués à bord avant l'envoi des données vers la Terre.

Puis nous nous intéresserons au milieu de propagation et plus spécialement à l'ionosphère martienne. Nous discuterons plusieurs modèles de composition, élaborés à partir des mesures des précédentes sondes d'exploration martienne, ou d'expérimentations de laboratoire. Ces modèles nous permettront de prédire quels seront les effets de l'ionosphère sur le signal radar MARSIS.

Nous nous intéresserons ensuite à la surface de Mars, et à sa modélisation d'un point de vue électromagnétique. Après avoir introduit différentes méthodes classiques, nous présenterons notre choix de modèle et établirons les équations des champs à tous les niveaux de leur propagation.

Nous définirons alors les différents paramètres et éléments de notre simulation, et nous procéderons à des tests de validation pour montrer le bon fonctionnement de l'ensemble.

Enfin, dans un dernier chapitre, nous appliquerons la simulation ainsi définie à la surface de Mars, ce qui nous permettra de mettre au point et de tester les premiers traitements applicables aux données MARSIS que nous pouvons obtenir suivant le mode d'opération sélectionné.

Nous verrons alors comment filtrer les échos de surface pour retrouver le signal provenant du sous-sol, celui qui contient les informations qui nous intéressent.

Mais tout d'abord, quelques mots sur Mars.

# Chapitre 1

## La planète Mars et la surface Martienne.

<b>SOMMAIRE.....</b>	<b>3</b>
<b>1.1. MARS EN QUELQUES CHIFFRES.....</b>	<b>4</b>
1.1.1. PRESENTATION .....	4
1.1.2. UNE HISTOIRE DE CANAUX.....	4
1.1.3. TABLEAU COMPARATIF.....	6
1.1.4. LA FORMATION DE LA 4 <sup>EME</sup> PLANETE DU SYSTEME SOLAIRE .....	7
<b>1.2. L'EXPLORATION DE LA SURFACE MARTIENNE .....</b>	<b>8</b>
1.2.1. AVANT MGS .....	9
1.2.2. MISSION MGS ET MOLA .....	10
1.2.3. TOPOGRAPHIE DE MARS .....	12
<b>1.3. DESCRIPTION GEOPHYSIQUE .....</b>	<b>15</b>
1.3.1. CARACTERISATION STATISTIQUE DE LA SURFACE .....	15
1.3.2. UN SOL RELATIVEMENT PLAT .....	17
1.3.3. NATURE DU SOUS-SOL .....	20
1.3.4. LA QUESTION DE L'EAU .....	23
<b>1.4. SYNTHESE.....</b>	<b>29</b>

## **1.1. Mars en quelques chiffres**

Mars est sans doute la planète la plus fascinante du système solaire. Depuis toujours, elle intrigue les hommes, mais ce n'est que vers la fin du 19<sup>e</sup> siècle, avec la célèbre controverse des canaux Martiens, qu'elle est réellement devenue une des cibles favorites des observateurs.

Sa surface est couverte de volcans, de cratères d'impact, mais aussi de bassins et de plaines. Elle est entaillée par des vallées, des gorges, des canyons, des fractures, des canaux sinueux. Elle possède comme la Terre des calottes polaires, dont l'étendue varie beaucoup au cours des saisons et sur lesquelles une partie de l'atmosphère se solidifie en hiver.

De formidables tempêtes se lèvent parfois, emportant la poussière martienne à des dizaines de kilomètres de hauteur, et couvrant la quasi-totalité de la surface de Mars. Le tout dans une atmosphère ténue et composée en majorité de gaz carbonique.

Et puis il y a désormais de nombreuses indications, qui montrent que l'eau liquide a certainement existé sur Mars. Il y a plusieurs milliards d'années, cette planète a pu, comme la terre, accueillir la vie. Si c'est le cas, dans les sédiments d'un ancien fleuve, dans les profondeurs du sol, dans la glace des calottes polaires, des fossiles d'une forme de vie martienne attendent peut être d'être découverts.

### **1.1.1. Présentation**

Mars est la quatrième planète du système solaire. Elle doit sa couleur rouge caractéristique à la teneur en oxydes de fer de sa surface. Cette couleur, qui rappelle celle du sang, lui a valu son nom, celui du dieu de la guerre de la mythologie romaine : Mars.

La distance qui la sépare de la Terre varie de 55 à 400 millions de km. Cette distance varie bien entendu en fonction des positions des planètes sur leur orbite respective. Elle est minimale lorsque les planètes sont alignées, c'est à dire lors des oppositions de Mars avec le Soleil. A cette occasion, la Terre se retrouve entre Mars et son étoile.

Avec une masse dix fois inférieure à celle de notre planète, un volume huit fois inférieur et un diamètre deux fois plus petit, Mars est moins imposante que la Terre. A titre de comparaison, la superficie de Mars est égale à la superficie des continents terrestres.

L'année martienne dure environ 687 jours terrestres (686,98 exactement), mais une journée martienne dure 24h40mn, soit approximativement la même durée qu'un jour sur Terre (23h56mn4s).

### **1.1.2. Une histoire de canaux**

L'un des premiers ouvrages majeurs traitant de Mars est probablement celui de Camille Flammarion (1842-1925), « La planète Mars et ses conditions d'habitabilité », publié en 1892. Il faut néanmoins noter ici que Mars est déjà observée à cette époque depuis plus de 200 ans. Jean-Dominique Cassini (1625-1712) avait en effet déjà élaboré en 1666 des cartes de la surface Martienne, et même déterminé sa période de rotation.

Mais en cette fin du 19<sup>e</sup> siècle, Mars est au premier plan des préoccupations, notamment grâce au concours d'un Italien, Giovanni Schiaparelli (1835-1910).

Lors de l'opposition de 1877, G. Schiaparelli est directeur de l'observatoire de Milan et observe la planète Mars dans un télescope de 22 cm de diamètre. Il découvre alors une succession de lignes sombres, qui s'entrecroisent et qui aboutissent à de grandes régions sombres qu'il prendra pour des étendues d'eau : les mers Martiennes.

Dès lors, la controverse des canaux Martiens est lancée et les observations vont se succéder pendant près d'un siècle pour confirmer ou infirmer la présence de ces canaux (Figure I-1).

De célèbres observateurs, tels Percival Lowell (1855-1916), Earl Slipher (1883-1964), Eugène Antoniadi (1870-1944) ou George Ellery Hale (1868-1938), vont s'affronter à coups d'observations et de découvertes, chacun apportant sa réponse à l'épineuse question de la présence ou pas des canaux. Ce ne sera finalement qu'en 1964, avec Mariner 4, puis surtout en 1976, avec les missions Viking, que le verdict tombera : Les canaux Martiens n'étaient qu'illusions optiques.

Mars apparaît dès lors comme un monde désertique et stérile.

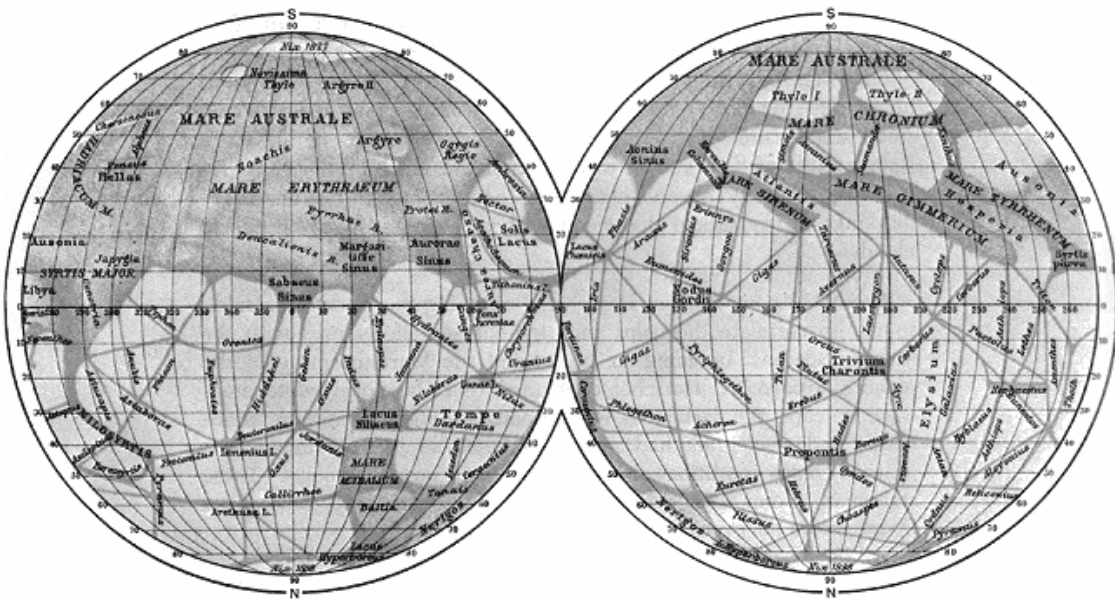


Fig. I-1 : Les canaux de Schiaparelli.  
Carte dessinée en 1888 par Giovanni Schiaparelli, à partir de ses observations durant l'opposition de 1877.  
Source : [G.V. Schiaparelli, 1888].



## 1.1.3. Tableau comparatif

	MARS	TERRE
Diamètre équatorial	6794 km (0,53 fois celui de la Terre)	12 756 km
Diamètre polaire	6760 km	12 713 km
Distance à l'aphélie	249,23 millions de km	152,10 millions de km
Distance au périhélie	206,65 millions de km	147,10 millions de km
Distance moyenne au Soleil	227,94 millions de km	149,60 millions de km
Distance minimale à la Terre	56 millions de km	sans valeur
Distance maximale à la Terre	400 millions de km	sans valeur
Masse	6,419.10 <sup>23</sup> kg (0,107 fois celle de la Terre)	59,74.10 <sup>23</sup> kg
Période de rotation	24h 37 min 22,6 s	23h 56 min 4 s
Période de révolution	686,98 jours	365 jours
Inclinaison de l'équateur sur l'orbite	25° 12' (soit 25,19°)	23° 27 ' (soit 23,45°)
Inclinaison de l'orbite sur l'écliptique	1° 51" (soit 1,8504°)	0°
Excentricité	0,0934	0,0167
Densité	3,94 gr/cm <sup>3</sup>	5,515 gr/cm <sup>3</sup>
Accélération de la pesanteur à l'équateur	3,719 m/s <sup>2</sup> (0,38 fois celle de la Terre)	9,798 m/s <sup>2</sup>
Vitesse de libération à l'équateur	5,02 km/s	11,18 km/s
Composition de l'atmosphère	CO <sub>2</sub> (95,3 %), azote (2,7%), Argon (1,6%), oxygène (0,13 %), vapeur d'eau (0,03 %).	Azote (78%), oxygène (21 %), argon (0,9 %), autres (0,1 %)
Pression moyenne à la surface	6,1 hPa	1013 hPa
Température moyenne	- 53 °C	+ 14 ° C
Température maximale	+ 22 °C (équateur à midi et en été)	+ 58 °C (désert libyen)
Température minimale	- 125 °C (calotte polaire en hiver)	- 89 °C (Antarctique)

Tableau I-1 : Comparaison des planètes Terre et Mars.

Origine données : Philippe Labrot (<http://www.nirgal.net>).

#### 1.1.4. La formation de la 4<sup>ème</sup> planète du système solaire

L'histoire de Mars a commencé en même temps que celle de la Terre ou du Soleil, il y a environ 4,5 milliards d'années, dans ce que l'on nomme communément la « nébuleuse primitive ». Le système solaire est ainsi apparu suite à l'effondrement d'un nuage interstellaire au sein de la Voie Lactée, notre galaxie.

Cet effondrement de gaz et de matière a donné naissance à une étoile, le Soleil, et à un disque d'accrétion, disque de gaz et de matière aplati, retenu par gravité et en rotation autour de cette étoile. A l'intérieur de ce disque, des processus d'agglomération ont ensuite conduit à la formation des neuf planètes que l'on connaît aujourd'hui.

Ce processus de formation n'est qu'une hypothèse, mais c'est celui qui correspond le mieux aux modèles actuels, contraints par des observations récentes de systèmes lointains (un exemple de disque d'accrétion, largement étudié, est celui qui entoure l'étoile  $\beta$  Pictoris, voir notamment [P. Kalas, 2000 ; Z. Wahhaj, 2003]). La séquence décrite ici n'est donc qu'un des processus probables, elle est largement inspirée de l'article de G. Shubert (« Origin and thermal evolution of Mars », 5<sup>ème</sup> chapitre de l'ouvrage de H. H. Kieffer [H. H. Kieffer, 1992]).

Ainsi, la formation de Mars aurait débuté par la formation d'un premier noyau protoplanétaire, par accrétion de grains et poussières au sein du disque de matière qui orbitait autour du Soleil naissant. Mars aurait ensuite poursuivi sa croissance grâce au bombardement météoritique intense que connaissaient les premiers temps du système solaire. Cette activité météoritique fournissant à la jeune planète une énergie considérable, énergie qui a engendré à la surface de Mars des mouvements tectoniques, à l'image de ceux que connaît la Terre aujourd'hui, et une activité volcanique très intense, comme le prouve les volcans éteints encore observables.

Les premiers volcans se seraient ainsi formés il y a environ 3,5 milliards d'années. Ce volcanisme aurait produit de grandes coulées de lave très fluide qui auraient recouvert les terrains de l'hémisphère Nord. Au cours de l'épanchement de cette lave, le dégazage aurait généré une atmosphère chaude, humide et bien plus dense que l'actuelle atmosphère martienne. Après condensation, des pluies torrentielles ainsi que des crues auraient alors modifié le relief martien, donnant naissance au panorama que l'on observe aujourd'hui. Dans le passé, de grandes quantités d'eau auraient ainsi coulé à la surface martienne. Cette planète étant alors ceinturée par une atmosphère « chargée » en eau, à l'instar de ce que connaît la Terre aujourd'hui.

Cependant, la faible gravité à la surface martienne (Tableau I-1) n'a pas permis à la planète de conserver cette atmosphère dense, qui s'est peu à peu dissipée dans l'espace. Ce phénomène, associé au cycle de l'eau (évaporation de l'eau liquide de la surface / condensation de l'eau gazeuse de l'atmosphère), aurait entraîné la disparition de l'eau à la surface martienne.

La diminution de la pression atmosphérique favorisait ainsi l'évaporation de l'eau à la surface tandis que la vapeur d'eau contenue dans l'atmosphère s'échappait dans l'espace... De part les conditions de température et de pression, on pense cependant que de la glace s'est formée dans le sous-sol. Nous y reviendrons dans la suite de ce chapitre.

Enfin, il y a environ 2,5 milliards d'années, le soulèvement du dôme de Tharsis a entraîné une fracturation de la croûte et l'ouverture du grand canyon de Vallée Marineris, figure emblématique à la surface de Mars. Il y a 1 ou 2 milliards d'années, les volcans géants tels Olympus Mons (ci-dessous, Figure I-2) se sont finalement formés mais l'activité volcanique de ces volcans a été relativement courte et ils se sont éteints il y a environ 800 millions d'années, donnant naissance à la surface inerte que Galileo Galilei (1564-1642) a observé pour la première fois en 1609, au travers de sa lunette, et qui est aujourd'hui un des objets les plus prisés par les astronomes amateurs.

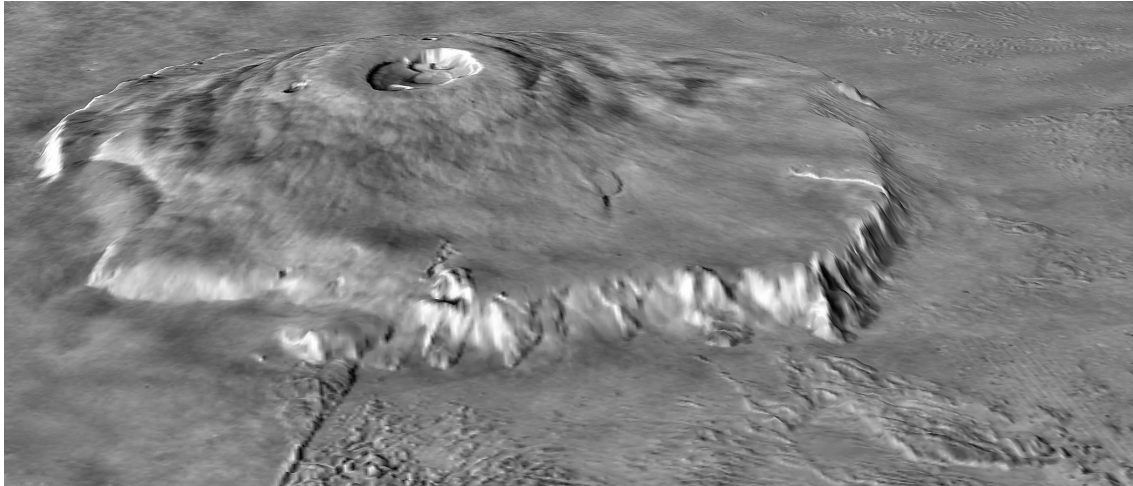


Fig. I-2 : Olympus Mons.

Image élaborée à partir d'une mosaïque de clichés Viking additionnée à la topographie du lieu obtenue grâce à l'instrument MOLA. Les échelles verticale/ horizontale ont un rapport de 10 pour 1.

Crédit image : NASA/ MOLA Science Team.

## **1.2. L'exploration de la surface Martienne**

Entre 1962 et 1996, Mars a été la cible de nombreuses missions spatiales (Voir Table II-1 au chapitre suivant), cependant, le fait marquant à leur propos est l'importance du taux d'échec qui les caractérise, près de 50% !

Il faut noter de plus ici, que les deux nations concernées, l'URSS et les Etats-Unis, ne sont pas égales devant ce phénomène puisque durant cette période, trois missions américaines seulement, Mariner 3, Mariner 8 et Mars Observer (lancées respectivement en 1964, 1971 et 1992) ont été un échec. La conclusion est tout autre en ce qui concerne les soviétiques puisque parmi leurs essais, une seule mission, Mars 5 (lancée en 1973) connue un franc succès. Elle permit la prise de 108 images, mais ne rapporta pas d'information supplémentaire par rapport aux sondes américaines Mariner 6 et 7 lancées 4 ans plus tôt.

Nous allons donc retracer ici l'évolution des connaissances de la surface martienne, au travers des différentes missions américaines qui se sont succédées autour de la planète rouge. Une césure est effectuée entre les missions antérieures à 1996, et la mission Mars Global

Surveyor qui a fourni la première topographie de la surface, cette topographie servant de point de départ à la simulation développée dans ce mémoire.

### **1.2.1. Avant MGS**

#### **a) Mariner 4**

Ce fut la première sonde à renvoyer des images de la surface martienne. En ce sens, elle a ouvert la voie à la véritable étude de la surface de cette planète.

Il y eut ainsi un avant et un après Mariner 4, puisque jusqu'à lors, la discussion portant sur la présence d'une civilisation évoluée à la surface de Mars n'était pas close, les défenseurs de cette théorie voyant dans cette civilisation l'architecte d'un véritable réseau de canaux d'irrigation à sa surface.

La sonde Mariner 4 fut lancée le 28 Novembre 1964, et survola la planète rouge les 14 et 15 Juillet 1965. Elle renvoya vers la Terre 21 images noir et blanc de 200 lignes de 200 pixels chacune. La résolution de ces clichés était de 1km/pixel.

Le résultat scientifique le plus marquant de cette mission fut la découverte d'une surface cratérisée, assez semblable à la Lune, et dépourvue de canaux. Une polémique vieille de 88 ans venait de s'éteindre !

#### **b) Mariner 6/7**

Lancées les 24 Février et 27 Mars 1969, ces deux sondes ont effectué 143 vues d'ensemble de la surface martienne et 59 images plus précises de sa surface. La résolution de ces clichés s'échelonnait ici de 43km à 100m par pixel, soit un gain d'un facteur 10 par rapport aux images de 1965.

Ces clichés ont permis la distinction de trois types de terrain à la surface de Mars, le premier est le type de terrain cratérisé qui avait été vu par Mariner 4, le second type est apparu par la découverte de zones désertiques, sans relief apparemment, notamment dans la région du cratère Hellas. Enfin, le troisième type dans notre classement est formé par des terrains chaotiques, présentant des structures à grandes échelles.

#### **c) Mariner 9**

Cette sonde a elle aussi été une pionnière dans la grande histoire de l'exploration spatiale, en effet, ce fut la première sonde à être placée en orbite autour d'une autre planète du système solaire. Lancée le 30 Mai 1971, Mariner 9 est aujourd'hui toujours en orbite autour de Mars et petit à petit perd de l'altitude. Elle devrait entrer dans l'atmosphère martienne et s'y désintégrer un beau jour de l'an 2022...

Grâce à cette sonde, 7329 images ont pu être obtenues, avec des résolutions allant jusqu'à 100m par pixel. Cette plus forte couverture de la planète a permis de distinguer pour la première fois les volcans géants présents à la surface martienne : Olympus Mons (Cf. figure I-2), mais aussi les trois volcans de Tharsis.

Outre les volcans, les scientifiques de l'époque ont aussi mis à jour Valles Marineris, la présence d'une dichotomie Nord/ Sud dans la nature des terrains : d'altitude élevée et très cratérisés au Sud alors que plutôt plats et d'altitude moindre au Nord, et enfin, la présence de structures géologiques trahissant la présence d'un processus d'érosion.

#### **d) Viking 1&2**

Ces deux missions ont été elles aussi des pionnières de l'exploration spatiale puisque pour la première fois, des atterrisseurs se posaient à la surface d'une autre planète (Ces atterrissages étaient les premiers à être faits sur une autre planète, mais il ne faut pas oublier que la NASA avait déjà une expérience dans ce domaine, puisque 6 ans plus tôt, les hommes se posaient sur la Lune).

Viking fut lancée le 20 Août 1975 et a permis la couverture photographique de 97% de la planète, grâce à 52603 images retransmises. Les résultats recueillis au cours de ces deux missions sont colossaux et les données correspondantes n'ont toujours pas fini d'être dépouillées. Elles concernent les domaines de la géologie, de la météorologie, mais aussi l'étude des composants de l'atmosphère, comme nous le verrons au chapitre 3.

### **1.2.2. Mission MGS et MOLA**

#### **a) MGS**

La mission Mars Global Surveyor a été lancée le 7 Novembre 1996 et la sonde a rejoint la planète Mars le 12 Septembre 1997, après un voyage de près de 300 jours. Outre l'aspect technologique des équipements employés près de 20 ans après les missions Viking, cette sonde a surtout innové par la technique utilisée pour sa mise en orbite : l'aérofreinage (figure I-3).

Des contraintes de poids avaient en effet obligé les ingénieurs de la NASA à abandonner la technique classique de propulsion par combustion pour mettre la sonde en orbite finale autour de Mars.

Le freinage atmosphérique utilise les couches hautes de l'atmosphère pour freiner la sonde qui les traverse. Le but ici est de perdre de la vitesse dans la zone du périhélie pour ensuite abaisser l'altitude de l'apogée. Cette technique de freinage est cependant beaucoup plus longue que la technique classique, et l'orbite circulaire de MGS n'a été atteinte qu'au début de l'année 1999, faisant place ensuite à la phase de cartographie de la planète.

Cette phase a duré 678 jours pendant lesquels la sonde effectuait des orbites de 118mn, à une altitude moyenne de 450km.

Pour la première fois, l'instrument MOLA (Mars Orbiter Laser Altimeter) a permis l'obtention d'une cartographie globale de la planète.

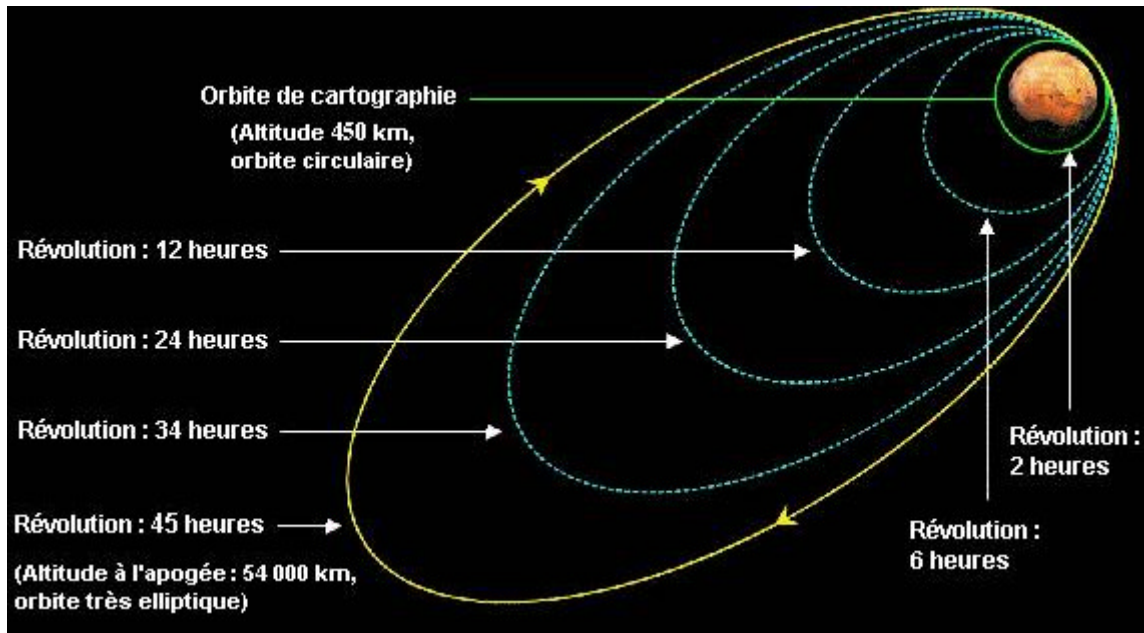


Fig. I-3 : Aérofreinage : Evolution de l'orbite de Mars Global Surveyor entre son arrivée autour de la planète rouge (orbite elliptique de 45h de révolution) et sa phase de cartographie (orbite circulaire de 2h de révolution).

Crédit image : NASA/ JPL.

## b) MOLA

L'altimètre laser de la sonde Mars Global Surveyor (MOLA, figure I-4) a permis de mesurer de manière précise la hauteur des reliefs martiens. La sonde envoyait dix fois par seconde vers la surface de Mars un rayon laser infrarouge (1,06 microns de longueur d'onde) dont le temps de propagation aller/retour vers la surface indiquait l'altitude des terrains visés.

La résolution verticale moyenne est de 2 mètres et la résolution spatiale moyenne de 160 mètres.

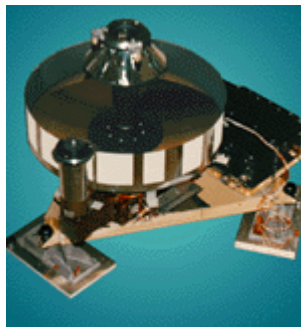


Fig. I-4 : l'instrument MOLA  
Crédit image : NASA/ JPL.

Grâce à ces données, une carte globale de Mars a pu être établie.

### 1.2.3. Topographie de Mars

A ce jour, la carte topographique obtenue grâce aux données MOLA présente une résolution de  $1/128^{\text{ème}}$  de degré (environ 463 mètres à la surface). La surface martienne est découpée en 16 zones, de 44 degrés de latitude et 90 degrés de longitude, comme indiqué sur la figure I-5.

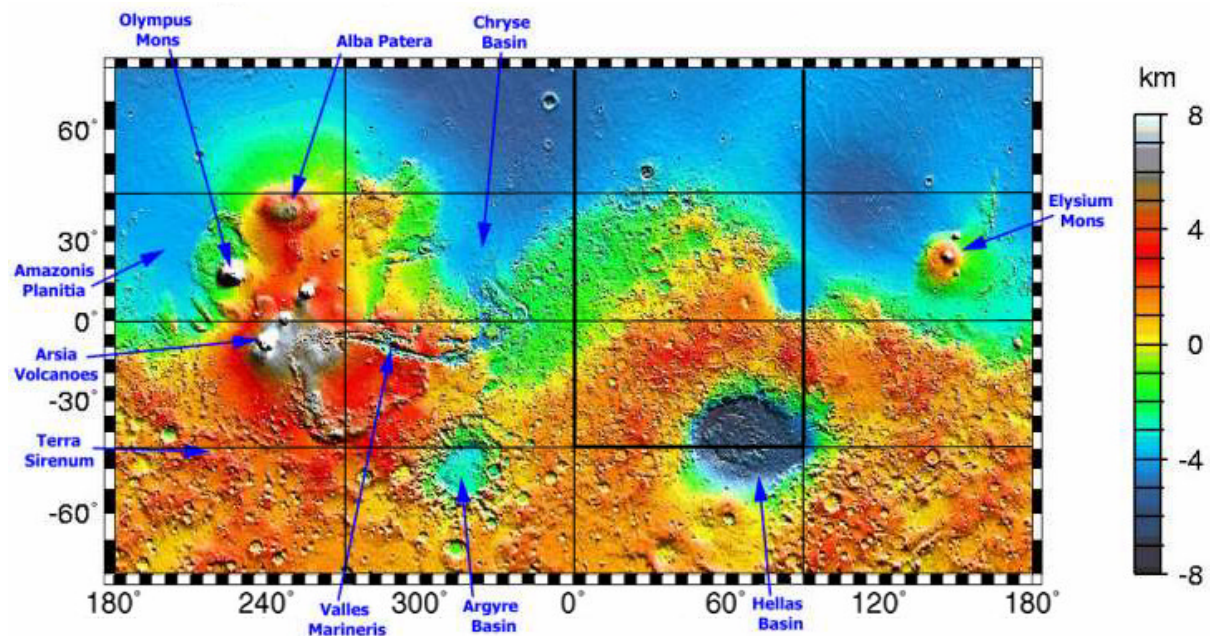


Fig. I-5 : Carte topographique de la surface Martienne. Le découpage effectué correspond aux différents fichiers de données accessibles au public (16 fichiers, accessibles à l'adresse : <http://wufs.wustl.edu/missions/mgs/mola/megdr.html>). Carte d'après [D. E. Smith et al., 1999].

Si l'on effectue une vue rapprochée de cette carte, centrée sur  $22.5^{\circ}\text{N } 45^{\circ}\text{E}$ , et qu'on ne conserve de la carte I-5 que la partie entourée de traits épais, on obtient la carte présentée figure I-6a. Le niveau de gris varie linéairement avec l'altitude.

Deux profils Nord/Sud sont tracés sur les figures I-6b et I-6c pour renseigner le lecteur sur la variation d'altitude à la surface de Mars, lorsque l'on se déplace du Sud vers le Nord.

Le tracé de ces deux profils permet de mettre en valeur la dichotomie qui existe entre les terrains cratérisés, caractéristiques de l'hémisphère Sud, et les plaines que l'on trouve au Nord. On observe ainsi une différence marquée entre ces terrains, avec des écarts de rugosité, de pentes et d'altitudes moyennes [M.A. Kreslavsky et J.W. Head, 2000].





Fig. I-6a : Topographie de la surface Martienne obtenue grâce à l'instrument MOLA. Cette vue permet de bien discerner la différence entre les hémisphères Nord et Sud de la planète. La partie Sud apparaît comme très cratérisée (bassin Hellas en bas à droite) alors que la partie Nord est beaucoup plus lisse et présente des terrains d'altitude plus faible (le bord de la calotte Nord est visible tout en haut de l'image).



Les lignes verticales au centre de l'image correspondent aux profils tracés ci-dessous. La ligne noire renvoie au profil 6b et la ligne blanche au profil 6c. Le premier est représentatif d'une surface cratérisée alors que le second nous montre un profil typique des plaines de l'hémisphère Nord.

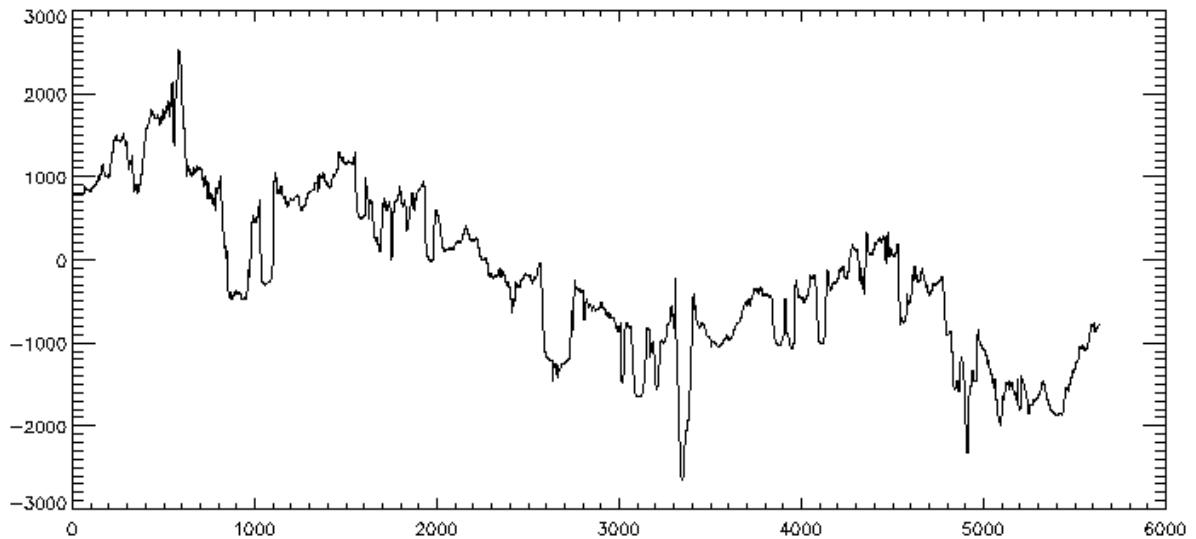


Fig. I-6b : Profil d'altitude de la surface Martienne, pour une latitude variant entre 0 et 44°. Les altitudes (en mètres) sont tracées en ordonnées, les abscisses représentent un déplacement Sud - Nord en nombre de points (un point équivaut à 1/128<sup>ème</sup> de degré, soit environ 463 mètres). Il apparaît très nettement une diminution de l'altitude au fur et à mesure que l'on se déplace vers le Nord.

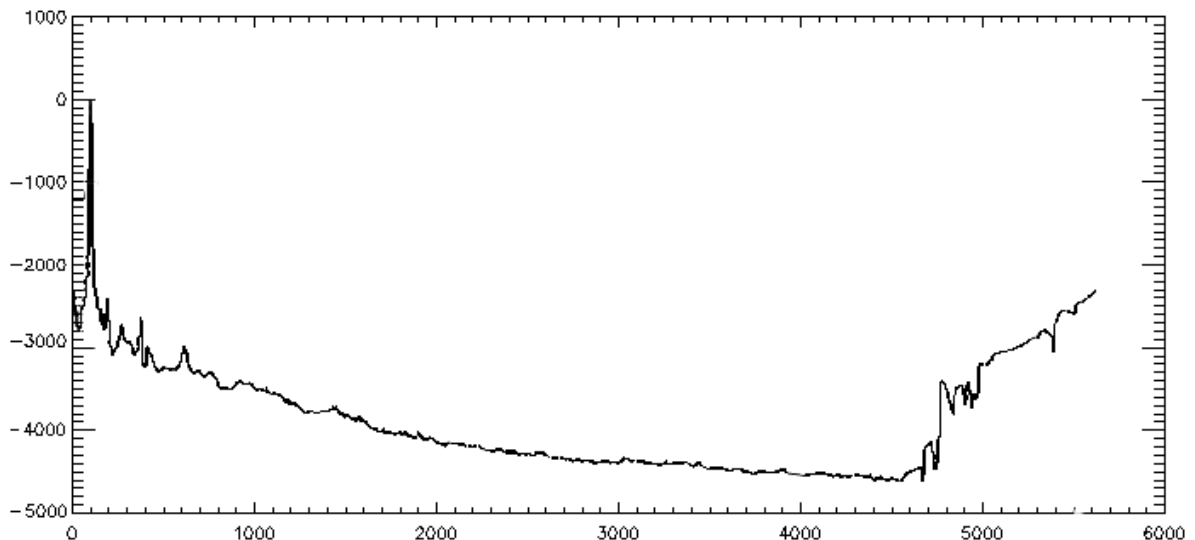


Fig. I-6c : Profil d'altitude de la surface Martienne, pour une latitude variant entre 44 et 88°. Les conventions sont les mêmes que sur la figure I-5b. On observe un terrain relativement lisse, typique des plaines du Nord, et ici aussi, une diminution très nette de l'altitude au fur et à mesure que l'on se déplace vers le Nord.

Ces deux profils permettent d'observer des variations d'altitude très différentes. Sur le profil I-6b, les élévations paraissent chaotiques et proches de zéro alors que sur le profil I-6c, la surface apparaît comme étant beaucoup plus lisse et présente des altitudes s'étalant entre – 3000 et –5700m (si l'on exclu le bord de cratère à l'extrême gauche du profil et la calotte polaire Nord, visible à droite à partir du point 4700).

### 1.3. Description géophysique

Nous avons donc grâce à la mission MOLA des informations très précieuses sur la surface Martienne. A partir de ces données, des statistiques ont pu être établies et nous renseignent sur les caractéristiques de la surface : Variation des élévations, des pentes à la surface ou des longueurs de corrélation [O. Aharonson et al., 2001]. C'est ce que nous allons voir dans un premier temps.

Dans un second temps, nous nous intéressons aux différentes études géophysiques qui ont été effectuées, relativement à la surface puis au sous-sol de la planète Mars.

#### 1.3.1. Caractérisation statistique de la surface

Nous allons définir ici les différents paramètres statistiques que nous utiliserons par la suite.

##### a) Moyennes quadratiques (i.e. valeurs RMS)

Considérons une distribution  $\{z\}$  d'élévations à la surface. On suppose l'élévation moyenne nulle, et la distribution Gaussienne, suivant la loi de distribution :

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot p \cdot s_h}} \cdot e^{-\frac{z^2}{2 \cdot s_h^2}} \quad (\text{I-1})$$

Où  $\sigma_h$  est l'écart type de cette distribution (la valeur RMS des élévations), défini par :

$$s_h^2 = E\{z^2\} = \int_{-\infty}^{+\infty} z^2 \cdot f(z) \cdot dz \quad (\text{I-2})$$

Où  $E\{x\}$  est l'espérance mathématique de  $x$ .

Les pentes de cette surface sont alors définies par la dérivée des élévations :

$$p(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left[ \frac{z(x + \Delta x) - z(x)}{\Delta x} \right] = \frac{dz}{dx} \quad (\text{I-3})$$

De même que pour (I-2), on obtient la valeur RMS des pentes :

$$s_p^2 = E\{p^2\} \quad (\text{I-4})$$

### b) Longueur de corrélation

Considérons la fonction d'autocorrélation des élévations. Elle est de la forme :

$$\Gamma_z(x) = \sigma_h^2 \cdot e^{-\frac{x^2}{L^2}} \quad (\text{I-5})$$

Où  $\sigma_h^2$  est la valeur de la fonction d'autocorrélation à l'origine.

On définit la longueur de corrélation comme la valeur pour laquelle la fonction d'autocorrélation est diminuée d'un rapport  $e$  par rapport à sa valeur à l'origine.

A partir de la fonction (I-5), cette longueur peut donc être définie par :

$$\Gamma_z(L) = \frac{1}{e} \cdot \Gamma_z(0) = \frac{\sigma_h^2}{e} \quad (\text{I-6})$$

Où  $L$  est la longueur de corrélation.

Enfin, on peut lier ces grandeurs ensemble : Moyenne quadratique des élévations, des pentes à la surface et longueur de corrélation.

### c) Relation entre les grandeurs statistiques

Avec les équations (I-3) et (I-4), on a :

$$\sigma_p^2 = E\{p^2\} = E\left[\left(\frac{dz}{dx}\right)^2\right] \quad (\text{I-7})$$

Avec les propriétés de dérivée de la fonction d'autocorrélation [W.H. Beyer, 1980] , il vient :

$$\sigma_p^2 = \Gamma_{dz}(0) = -\left.\frac{d^2\Gamma_z(x)}{dx^2}\right|_0 \quad (\text{I-8})$$

Si l'on calcule la dérivée seconde de la fonction d'autocorrélation (I-5) :

$$\frac{d^2\Gamma_z(x)}{dx^2} = \sigma_h^2 \cdot e^{-\frac{x^2}{L^2}} \cdot \left(\frac{4x^2}{L^4} - \frac{2}{L^2}\right) \quad (\text{I-9})$$

Avec la valeur en zéro de cette équation et (I-8), il vient :

$$\sigma_p^2 = -\left.\frac{d^2\Gamma_z(x)}{dx^2}\right|_0 = \frac{2 \cdot \sigma_h^2}{L^2} \quad (\text{I-10a})$$

Les valeurs considérées étant positives, cette expression s'écrit enfin :

$$\sigma_p = \sqrt{2} \cdot \frac{\sigma_h}{L} \quad (\text{I-10b})$$

Où  $s_p$  est la moyenne quadratique des pentes à la surface,  $s_h$  est la moyenne quadratique des élévations et L est la longueur de corrélation.

### 1.3.2. Un sol relativement plat

#### a) Etude de la surface de Mars

Les données enregistrées par MOLA ont montré que les pentes à la surface étaient relativement faibles. En considérant une échelle horizontale de 300m, 93% de la surface présente ainsi des pentes RMS inférieures à 5 degrés (figure I-7).

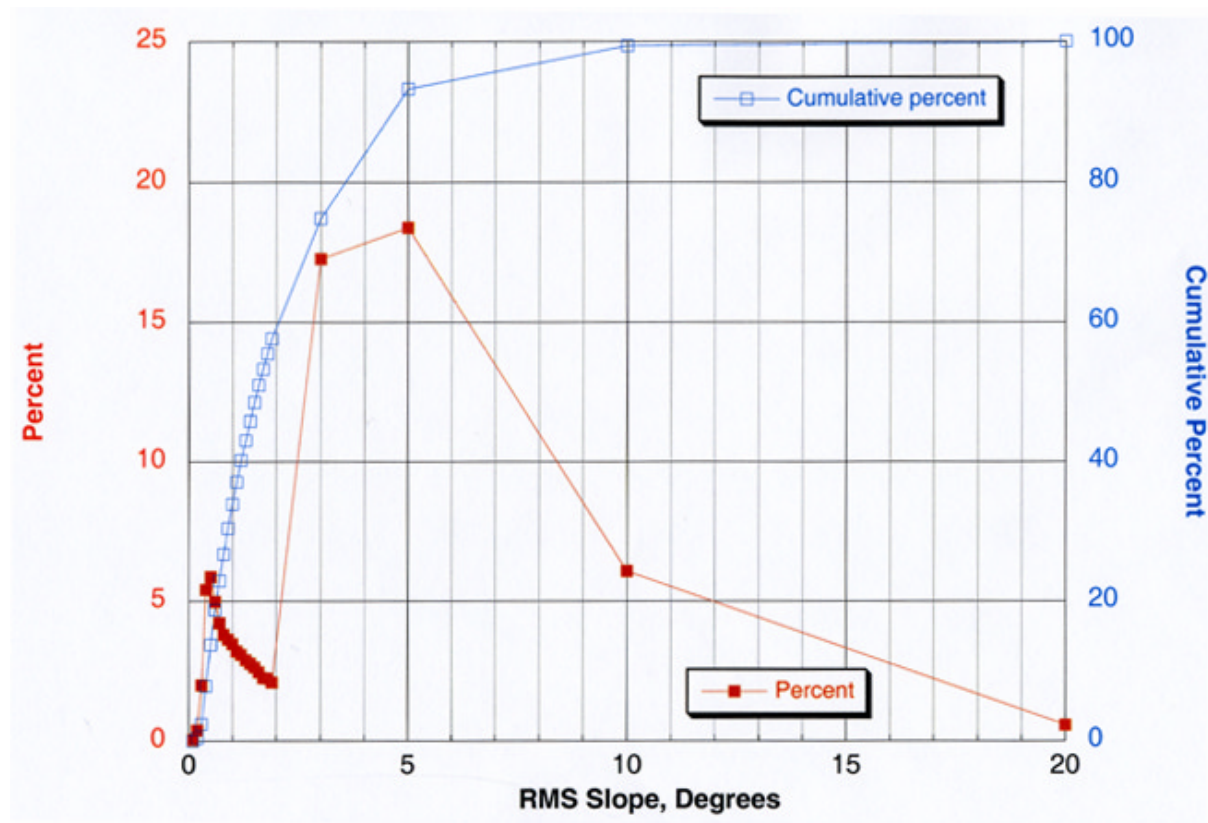


Fig. I-7 : Histogramme des pentes RMS à la surface de Mars.  
Echelle horizontale de 300m.  
Source : [O. Aharonson et al., 1999].

Quand on observe les pentes à la surface Martienne il apparaît, de même que sur les profils I-6b et I-6c, une dichotomie entre le Nord et le Sud de la planète. Au sein de l'hémisphère Nord, la surface apparaît très lisse et ce, à toutes les échelles de longueur [O. Aharonson et al., 2001] alors que les surfaces de l'hémisphère Sud apparaissent beaucoup plus rugueuses et comme nous l'avons vu, cratérisées.

La figure suivante présente les pentes moyennes à la surface, avec une fenêtre de mesure large de 35km. Les surfaces situées au Nord de l'équateur présentent pour la plupart des pentes moyennes inférieures à 1 degrés, alors que les pentes au Sud ont des valeurs beaucoup plus élevées.

L'étude des pentes moyennes permet aussi de mettre en valeur certaines zones géologiques. Ainsi, sur la zone autour des monts Tharsis ( $5^{\circ}\text{N}$ ,  $250^{\circ}\text{E}$ ), la pente moyenne chute de plus de  $0,3^{\circ}$  aux pieds des volcans à moins de  $0,1^{\circ}$  alentour. Une zone apparaît ainsi beaucoup plus lisse que son voisinage, ce qui peut être la trace d'une ancienne coulée volcanique.

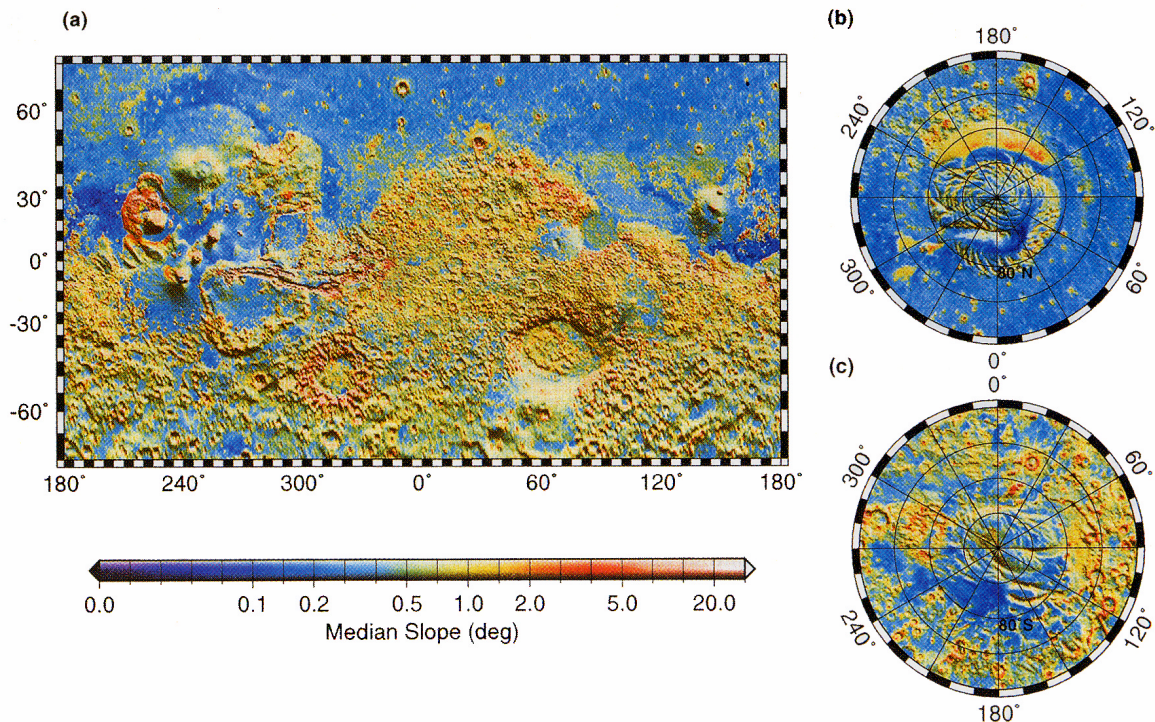


Fig. I-8 : Pentés moyennes sur une fenêtre de mesure de 35km. (a) présente une projection de Mercator de la surface Martienne et (b) des projections stéréographiques sur les pôles.  
Source : [O. Aharonson et al., 2001].

Les deux figures précédentes nous renseignaient sur des variations verticales de la surface. Mais il est aussi intéressant d'avoir une idée des variations horizontales.

Ceci est possible avec l'étude des longueurs de corrélation à la surface, grandeur que nous avons défini précédemment. La figure I-9 présente ces longueurs de corrélation calculée sur l'ensemble de la surface de Mars, et sur une même taille de fenêtre de mesure, 35km.



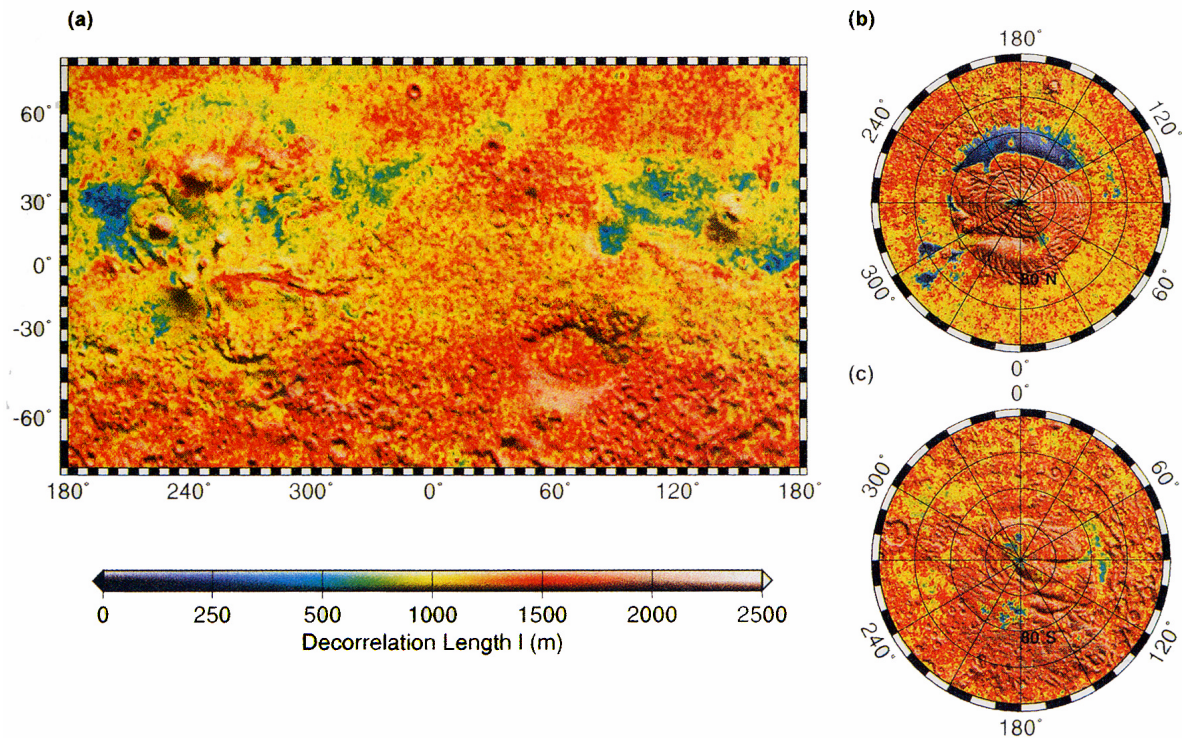


Fig. I-9 : Longueur de corrélation pour une fenêtre de mesure de 35km. Les projections sont les mêmes que sur la figure I-8. Source : [O. Aharonson et al., 2001].

Cette donnée permet aussi de relever certaines caractéristiques géologiques remarquables, ainsi, on observe un accroissement de cette longueur de corrélation de l'équateur jusqu'aux deux pôles, ce qui est peut être due aux cycles saisonniers de sublimation/ déposition à la surface.

Des zones présente enfin des longueurs de corrélation spécialement faibles. Il s'agit pour la plupart des plaines du Nord, avec des valeurs d'environ 500m pour Utopia Planitia (35°N, 120°E) et Syrtis Major (15°N, 90°E), et même un minimum de 250m pour Amazonis Planitia (30°N, 195°E).

## b) Définition des modèles utilisés

Il faut noter ici que nous utiliserons au chapitre 5 de ce mémoire, lors de la validation de notre simulation, trois modèles de surface de respectivement 0,2 ; 1 et 5° de pente RMS.

Ces valeurs sont cohérentes vis à vis de la surface Martienne (Figure I-7 et I-8). Une pente de 0,2° est une valeur faible, typique de l'hémisphère Nord de la planète. La valeur 1° est environ la moyenne des pentes RMS à la surface de Mars. Enfin 5° représente une valeur limite puisque nous avons vu que 93% des pentes étaient inférieures à cette valeur.

Ces trois modèles sont générés grâce à une distribution gaussienne des élévations, avec une moyenne nulle et un écart type de 100m. Nous avons ainsi respectivement des longueurs de corrélation de 4051, 810 et 162m, valeurs qui sont bien trouvées à la surface de Mars.

### **1.3.3. Nature du sous-sol**

#### **a) Composition**

Il faut bien le reconnaître, on ne connaît pas grand chose du sous-sol Martien, si ce n'est qu'il est formé de matériaux volcaniques.

Selon Bandfield et al. qui a exploité les données du spectromètre d'émission thermique (TES) de la mission Mars Global Surveyor [J.L. Bandfield et al., 2000], la minéralogie des régions volcaniques Martiennes s'explique au mieux si l'on suppose l'existence de deux types de matériaux différents : du basalte pour former les anciens et hauts terrains du Sud et de l'andésite dans les jeunes et basses plaines du Nord.

Cependant Wyatt et al., à partir des mêmes données TES [M.B. Wyatt et al., 2002], est arrivé à une conclusion différente et selon lui, les terres du Sud sont bien constituées de basalte, mais les plaines du Nord seraient elles aussi constituées de basalte, sous forme altérée, à basse température et en présence d'eau. Une coïncidence apparaît de plus entre les zones constituées de ces basaltes altérés et de probables anciens bassins océaniques de l'hémisphère Nord [J.W. Head et al., 1998 ; M.H. Carr et J.W. Head, 2003].

Il faut noter enfin que ces deux matériaux, basalte et andésite, bien que tout deux matériaux d'origine volcanique, présentent des caractéristiques différentes. Les conditions physiques pour amener à leur formation sont différentes, mais surtout, comme nous le verrons au point suivant, les paramètres diélectriques qui les caractérisent sont différents. Grâce aux données MARSIS, il sera probablement possible de déterminer la composition des matériaux formant les plaines du Nord.

Bien qu'inconnue, la structure des premières centaines de mètres de la croûte Martienne a fait l'objet de nombreuses études, notamment lors du développement du Radar de Pénétration du Sol de la mission CNES- NASA Netlander (instrument GPR, d'après les termes anglais « Ground Penetrating Radar ») [J.J. Berthelier, 2000].

MARSIS travaillant dans la même gamme de fréquence que l'instrument GPR, nous allons nous baser sur ces travaux pour présenter ici un modèle de structure de la croûte Martienne.

#### **b) Structure de la croûte Martienne**

D'après l'état actuel des connaissances, la structure du régolithe Martien peut être décrite par trois couches principales [F. Costard, 2001] :

- La couche supérieure résulte des processus d'impact, de dépôts sédimentaires et, pour certaines zones, de matériaux volcaniques. L'épaisseur de cette zone est probablement de quelques centaines de mètres à 1 ou 2 km.
- Une seconde couche est le mégarégolithe poreux et fracturé qui peut s'étendre sur une épaisseur considérable. Sa porosité est fonction de la profondeur, sa variation suit typiquement une loi exponentielle. Cette zone représente la couche la plus probable pour contenir de la glace ou, sous le niveau de mélange, de l'eau liquide.

- Enfin, la troisième couche est une couche non fracturée, ou la pression a atteint la valeur de compaction des sols. La porosité est donc négligeable à ce niveau et cette zone ne peut contenir que très peu d'eau (liquide).

Un schéma possible de constitution du sol, suivant ce modèle est donné avec la figure I-10.

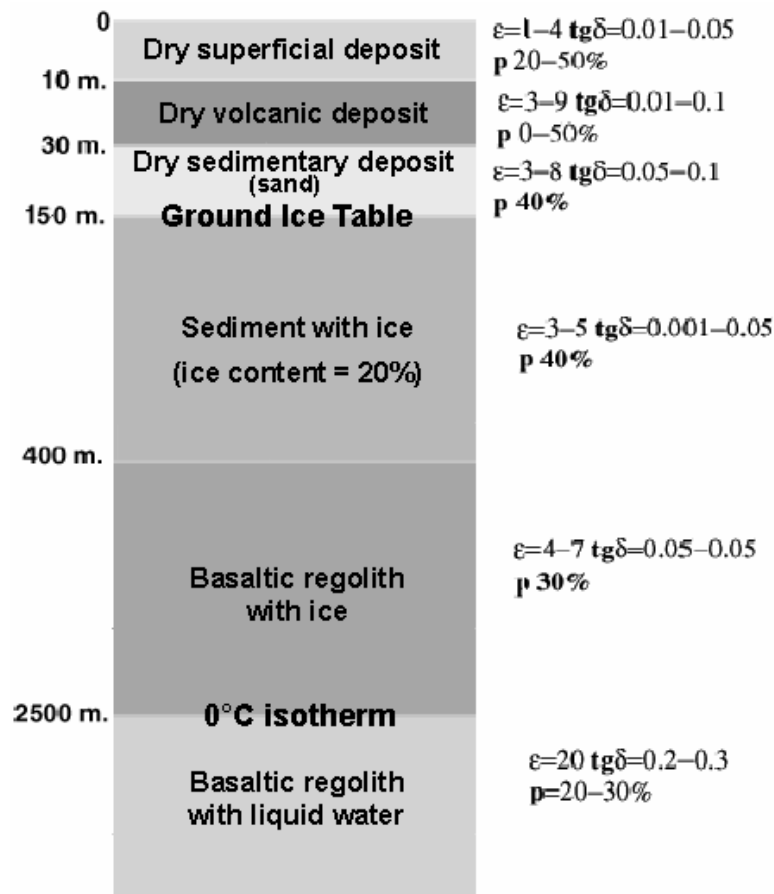


Fig. I-10 : Modèle possible de constitution du sol Martien pour une latitude de 35°. Données extraites d'après [F. Costard, 2001].

Cette figure présente aussi des valeurs possibles de constantes diélectriques, données en fonction de la profondeur, nous y reviendrons au point suivant.

Par rapport au modèle de trois couches que nous avons décrit, suivant la figure I-10, la première couche s'étendrait jusqu'à 400m de profondeur et peut contenir de la glace à partir de 150m. La seconde couche contient de la glace jusqu'à 2500m de profondeur, niveau où se situe l'isotherme 0°C dans notre modèle. De l'eau liquide remplit ensuite les pores et fractures de ce matériau. Enfin, la troisième couche, la couche dénuée de toute eau, s'étendrait sous le niveau de d'autocompaction du sol, niveau qui se situe à une profondeur d'environ 10 km.

### c) Caractéristique électromagnétique du sous-sol



Comme nous l'avons vu au point a), le sous-sol Martien est constitué de matériaux d'origine volcanique en grande partie, et notamment du basalte et de l'andésite. Le tableau I-2 regroupe les propriétés diélectriques de ces matériaux de surface, plus ceux qui sont susceptibles d'être rencontrés dans la partie supérieure de la croûte Martienne.

A ces matériaux ont été ajoutées les propriétés diélectriques du vide, de l'eau liquide et de la glace à titre comparatif.

	Constante diélectrique	Tangente de perte
Vide	1.0	0.0
Andésite	3.5	0.005
Basalte	7.1	0.017
Sédiment (Si, C, Su)	3.0 – 8.0	0.005 – 0.1
Roche (andésite, basalte)	5.0	0.1 – 0.01
Eau (glace)	3.15	0.00022
Eau (liquide)	88.0	0.0001

Tableau I-2 : Propriétés diélectriques des matériaux constitutifs de la surface Martienne pour une fréquence de 5 MHz.

Notations : Si : Silicates, C : Carbonates, Su : Sulfates.

Source des données : [F.T. Ulaby et al., 1982]

D'autres mesures ont été effectuées par E. Heggy et donnent sensiblement les mêmes valeurs (Voir [E. Heggy et al., 2001 ; E. Heggy et al., 2003]).

Les matériaux constitutifs de la croûte martienne sont des milieux électromagnétiques à perte. En ce sens, les constantes diélectriques qui les caractérisent sont complexes. Nous allons adopter la notation :  $\mathbf{e} = \mathbf{e}' - j.\mathbf{e}''$ .

Les valeurs représentées dans le tableau ci-dessus sont la partie réelle de la constante diélectrique au sens propre (i.e.  $\epsilon'$ ) et la tangente de perte, la valeur définie par  $\tan(\mathbf{d}) = \mathbf{e}''/\mathbf{e}'$ .

La tangente de perte caractérise le comportement électrique du milieu. Si  $\tan(\delta) \ll 1$ , le milieu est diélectrique, isolant qui sera traversé par une onde électromagnétique, alors que si  $\tan(\delta) \gg 1$ , le milieu est conducteur et absorbera rapidement une onde électromagnétique incidente.

Entre ces deux extrêmes se trouvent les matériaux intermédiaires qui absorbent plus ou moins les ondes électromagnétiques qui s'y propagent. Il faut remarquer de plus que  $\tan(\delta)$  varie avec la fréquence et des matériaux isolants à certaines fréquences peuvent devenir conducteurs à d'autres ou inversement.

Nous voyons dans le tableau I-2 que l'eau liquide a une constante diélectrique très élevée, comparée à celle des matériaux susceptibles de constituer la croûte Martienne. Une onde radar incidente serait donc très fortement réfléchiée par une couche d'eau liquide présente dans le sous-sol, ce qui permettrait sa détection. De même, nous voyons que la glace

présente une tangente de perte très faible. Une onde radar faiblement atténuée pourrait donc aussi être la signature d'une région riche en glace.

#### **1.3.4. La question de l'eau**

Voilà le sujet le plus débattu actuellement quand on évoque Mars. La principale question, celle à laquelle doit tenter de répondre la mission Mars Express, est ainsi de savoir si il reste, aujourd'hui, de l'eau dans le sous-sol Martien.

On sait, de part les caractéristiques géologiques présentes à la surface et que nous allons décrire ici, que de grandes quantités d'eau ont couru à la surface. De part les conditions physiques de température et de pression, l'eau liquide ne peut plus désormais se maintenir à la surface (elle s'évaporerait instantanément) mais dans le sol, à une certaine profondeur dépendante de la latitude, on peut trouver les conditions sine qua non pour que de l'eau liquide soit présente.

##### **a) Les indices de présence d'eau à la surface**

Mars possède la plus haute montagne du Système Solaire, le Mont Olympe (Figure I-2), et la vallée la plus encaissée, avec Vallée Marineris (Figure I-5), mais aussi les traces de crues, les plus importantes jamais connues, notamment Chryse Planitia, au Nord Est de Vallée Marineris. Pour former cette zone, le débit nécessaire a été estimé à 100 fois l'écoulement le plus important jamais connu sur Terre. Cela se serait produit il y a plus de trois milliards d'années.

Sur Terre, la crue la plus importante jamais produite est la rupture d'un barrage de glace, dans la région des Scablands au Nord Ouest des Etats-Unis. Cette rupture a eu lieu il y a 10000 ans environ et a provoqué le déversement du lac Missoula dans la contrée environnante. Un débit de plusieurs millions de mètres-cube est probable [V.R. Baker et D.J. Milton, 1974].

Une preuve supplémentaire et flagrante de la présence d'eau, ou tout du moins de liquide, à la surface de Mars est amenée par les photographies de glissements de terrain prises par la caméra Mars Orbiter Camera (MOC) de Mars Global Surveyor. La figure I-11 ne présente qu'un exemple de ces glissements, mais il faut noter ici que les observations de la surface Martienne effectuées par MOC ont montré que ces figures géologiques sont assez répandues à la surface de Mars.



Fig. I-11: Coulées et strates sur les flancs du cratère Newton. Cette image a été obtenue par l'instrument Mars Orbiter Camera (MOC) en Mars 2001; le Soleil se situe en haut à gauche, l'image couvre une surface de 3 km de côté.

Crédit Photo : NASA / JPL / Malin Space Science Systems

Ces coulées sont considérées comme ayant été formées par érosion, à la fois par l'action de l'eau et de glissement de terrain. L'auteur indique de l'eau ici, et non un fluide quelconque, en effet, nous savons d'autre part qu'encore aujourd'hui, de la glace d'eau peut être observée à la surface de Mars comme ca a été le cas avec l'atterrisseur de la sonde Viking 2 (Voir figure I-12). Il est donc probable que le fluide responsable de la figure I-11 soit lui aussi de l'eau.

En outre, Mangold et al. ont montré en 2003, d'après des études de vitesse d'écoulement et de viscosité, que le fluide responsable de ces glissements de terrain (figure I-11) était bien de l'eau, et non, par exemple, du dioxyde de carbone liquide [M.C. Malin and K.S. Edgett, 2000 ; N. Mangold et al., 2003].

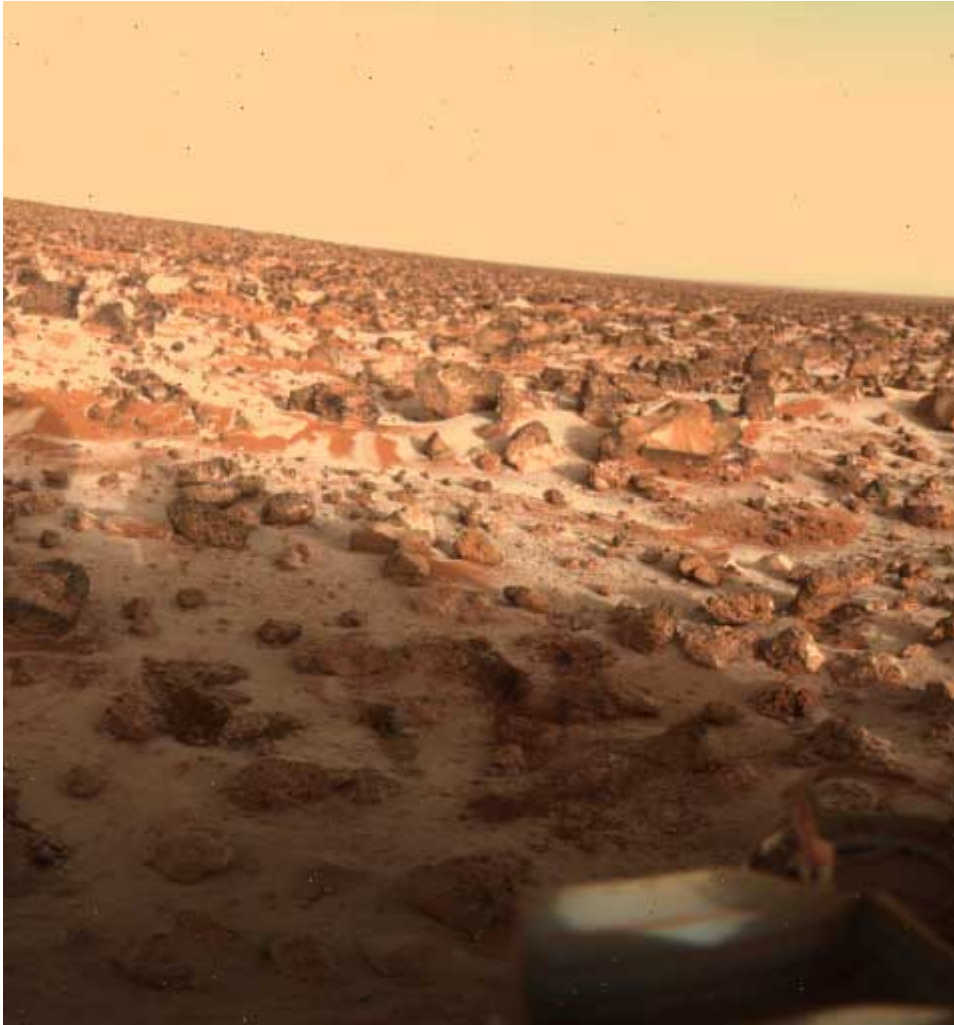


Fig. I-12: Photographie prise le 18 Mai 1979 par l'atterrisseur Viking 2. Ce cliché montre une fine couche de glace à la surface de Mars. La formation de cette glace est toujours discutée, on suppose cependant que de la vapeur d'eau atmosphérique a gelé autour de fines particules de poussière volatiles avant de précipiter à la surface.

Crédit image: NASA/ JPL.

Outre les preuves de circulation d'eau à la surface, que ce soit à grande échelle comme dans la région de Chyse Planitia ou à plus petite échelle, comme sur les flancs du cratère Newton, un indice de présence d'eau ou de glace proche de la surface nous est enfin donné par l'étude des lobes d'éjectats autour des cratères d'impact.

Ainsi, de nombreux cratères, et notamment aux hautes latitudes sont entourés de rides concentriques, semblables à ce qui serait formé par la chute d'une roche dans un terrain boueux [N.G. Barlow et al., 2001 ; J.F. Mustard et al., 2001]. La figure I-13 donne un exemple de ces cratères. La figure formée par les éjectats suggère que le bolide impactant est tombé sur une région humide ou gelée, provoquant une fonte locale des matériaux gelés à la surface ou proche de la surface.

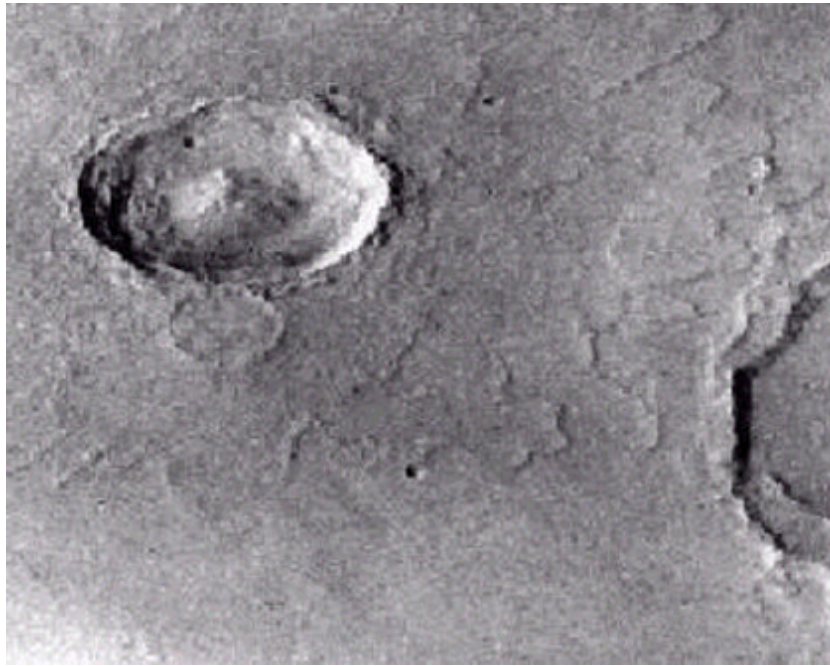


Fig. I-13 : Lobe d'éjectats autour d'une cratère d'impact. La forme du cratère ainsi que les éjectats situés autour de ce dernier laissent supposer que le terrain initial est probablement riche en eau.  
Crédit image : ESA.

L'étude de ces éjectats et de la taille des cratères concernés permet d'estimer la profondeur à laquelle on trouve de la glace dans le sous-sol. Ainsi, au niveau de l'équateur le niveau de la couche glacée serait trouvé dans une fourchette de 300 m à 1 km de profondeur, alors qu'aux latitudes plus importantes, il varierait entre 150 et 300 m.

De même, des estimations de la profondeur de cette couche donnent des valeurs de 1 à 3 km au niveau de l'équateur, et de 3 à 7 km aux latitudes plus élevées.

Il faut toutefois noter ici que ces valeurs ne restent que des résultats de modèles. Des mesures récentes de teneur en hydrogène du premier mètre de la croûte Martienne ont ainsi montré des quantités importantes de cet élément proche de la surface (Mesures indirectes, élaborées à partir d'une étude du flux de neutrons provenant de la surface de Mars. Instrument GRS à bord de la sonde Mars Odyssey). La présence de cette grande quantité d'hydrogène proche de la surface de Mars pourrait être expliquée par une couche superficielle à forte teneur en glace d'eau [W.C. Feldman et al., 2003].

### **b) Profondeur de l'isotherme de fusion**

Nous avons évoqué ci dessus la présence de glace proche de la surface Martienne, mais il se peut aussi qu'une région dans le sous-sol, typiquement à partir d'une certaine profondeur, présente les conditions de température et de pression propices à la présence d'eau liquide, comme c'était le cas avec le modèle décrit au point 1.3.3.

La profondeur de l'isotherme de fusion, la frontière entre eau liquide et solide, fait l'objet de plusieurs estimations en fonction de la latitude de la zone observée. Une coupe de la

croûte Martienne présente ainsi une structure verticale du type de celle représentée sur la figure I-14. La cryosphère est définie comme la région de la croûte Martienne dont la température est continuellement inférieure à la température de gel de l'eau.

Dans l'état actuel des connaissances, on ne peut pas définir d'échelle verticale précise à la figure I-14, c'est pourquoi cette figure de présente pas d'axe des ordonnées.

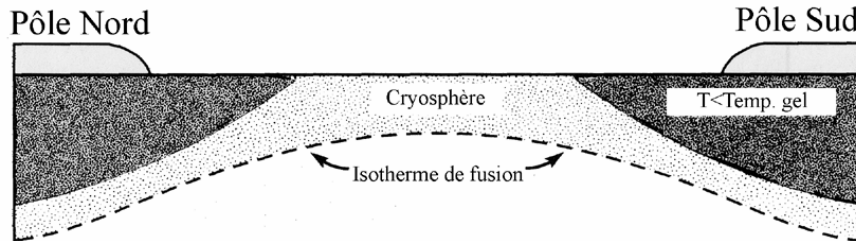


Fig. I-14 : Coupe pôle à pôle du profil théorique de la croûte Martienne. Les zones où la température est inférieure à la température de gel de la vapeur d'eau atmosphérique (~198 K) sont les zones où la glace peut subsister en équilibre thermique avec l'atmosphère. D'après [S.M. Clifford, 1993]

Pour une température de gel de 273 K, la plupart des points de la surface satisfont cette condition et appartiennent à la cryosphère [M.T. Mellon et B.M. Jakosky, 1993]. La limite supérieure de cette dernière est donc simplement la surface. La limite inférieure, l'isotherme de fusion, est elle plus difficile à définir. Les modèles utilisent généralement trois paramètres : la conductivité thermique, la température de fusion de la glace et le réchauffement géothermique, reliés par l'équation suivante [S.M. Clifford, 1993].

$$z = \mathbf{k} \cdot \frac{T_f - T_s}{Q_g} \quad (\text{I-11})$$

Où  $z$  est la profondeur de la cryosphère (m),  $\mathbf{k}$  est la conductivité thermique ( $\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ ),  $T_f$  est la température de fusion de la glace (K),  $T_s$  est la température de surface (K) et  $Q_g$  est le flux de chaleur géothermique ( $\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$ ).

Si l'on définit les trois jeux de paramètres suivants :

- Minimal :  $Q_g = 45 \text{ mW} \cdot \text{m}^{-2}$ ,  $\mathbf{k} = 1 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ ,  $T_f = 210 \text{ K}$
- Nominal :  $Q_g = 30 \text{ mW} \cdot \text{m}^{-2}$ ,  $\mathbf{k} = 2 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ ,  $T_f = 252 \text{ K}$
- Maximal :  $Q_g = 15 \text{ mW} \cdot \text{m}^{-2}$ ,  $\mathbf{k} = 3 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ ,  $T_f = 273 \text{ K}$

On obtient les profondeurs de l'isotherme de fusion suivantes :

Latitude	Température	Profondeur		
	annuelle moyenne [K]	Minimum	[km] Nominale	Maximum
90	154	1,24	6,53	23,8
80	157	1,18	6,33	23,2
70	167	0,96	5,67	21,2
60	179	0,69	4,87	18,8
50	193	0,38	3,93	16
40	206	0,09	3,07	13,4
30	211	-	2,73	12,4
20	215	-	2,47	11,6
10	216,5	-	2,37	11,3
0	218	-	2,27	11
-10	216,5	-	2,37	11,3
-20	215	-	2,47	11,6
-30	211	-	2,73	12,4
-40	206	0,09	3,07	13,4
-50	193	0,38	3,93	16
-60	179	0,69	4,87	18,8
-70	167	0,96	5,67	21,2
-80	157	1,18	6,33	23,2
-90	154	1,24	6,53	23,8

Table I-3 : Profondeur de l'isotherme de fusion en fonction de la latitude [S.M. Clifford, 1993].

Les profondeurs obtenues pour les valeurs nominales correspondent bien à celles qui avaient été établies par étude des cratères et des lobes d'éjectats les environnant (Voir a) ) et à la profondeur donnée dans le modèle de la figure I-10 (2,5 km pour une latitude de 35°, au lieu d'environ 2,9km ici).

Exceptées pour les valeurs correspondantes aux pôles, nous voyons de plus que les profondeurs estimées sont susceptibles d'être atteinte par l'onde radar de MARSIS (Voir Table II-1, la profondeur typique de sondage est de 4,5 km). Une couche d'eau liquide présente à de telles profondeurs serait ainsi détectable.

### c) Porosité du sous-sol Martien

Nous avons vu au a) que de l'eau a très probablement existé à la surface de Mars, et en grande quantité, il y a plusieurs milliards d'années de cela. Au point précédent, le b), nous avons déterminé, grâce à un modèle, quelle partie de la croûte Martienne pourrait, aujourd'hui encore, contenir de la glace d'eau. Reste désormais à définir la quantité d'eau que cela représente, et donc à savoir quelle quantité d'eau pourrait être présente aujourd'hui encore proche de la surface de Mars. Cette donnée est directement liée à la porosité du sous-sol Martien, porosité qui touche les couches 1 et 2 du modèle de constitution vu au point 1.3.3.

Ici aussi, nous n'avons pas encore de mesure directe et nous ne pouvons utiliser que des modèles. Le plus couramment employé est de considérer que la croûte Martienne est décrite au mieux par la même loi qui régit la porosité du sol lunaire et qui s'est révélée compatible avec les profils de porosité de plusieurs régions géologiques terrestres.

Il s'agit d'une loi exponentielle, de la forme :

$$\Phi(z) = \Phi(0) \cdot \exp(-z/k) \quad (\text{I-12})$$

Avec  $\Phi(0)$  : Porosité à la surface et  $k$  : constante de diminution de la porosité avec la profondeur (en km).

Si l'on se réfère à la valeur de  $k$  pour la Lune (environ 6,5 km) et que l'on y applique un ratio égal au rapport des volumes des deux corps, on obtient une valeur de  $k$  pour le sol Martien d'environ 2,82 km.

En ce qui concerne la valeur de  $\Phi(0)$ , nous pouvons prendre dans un premier temps la valeur lunaire (environ 25%), mais cette valeur n'est pas en accord avec les mesures de surface faite par les atterrisseurs Viking (environ 50%). Il faut néanmoins noter ici que les valeurs relevées par Viking ont été mesurées dans des anciens bassins déversant, où l'action de l'eau peut expliquer cette valeur importante, par altération des matériaux de surface.

En conservant tout de même ces deux valeurs de porosité de surface comme bornes minimale et maximale, nous pouvons calculer quelle quantité d'eau cela représente si tous les pores sont remplis d'eau. Avec ce calcul, on arrive aux profondeurs en eau équivalentes suivantes :

Porosité de surface [%]	Profondeur d'auto-compaction [km]	Quantité d'eau équivalente [m]
25	9,3	610
50	11	1400

Table I-4 : Capacité de stockage en eau du sous-sol Martien, en fonction de sa porosité. La profondeur d'auto-compaction représente la profondeur pour laquelle  $\Phi$  est inférieure à 1%. La quantité d'eau équivalente est l'épaisseur qu'aurait une couche globale d'eau recouvrant la planète.

Si les hypothèses qui nous ont conduit à cette table sont vérifiées, nous voyons qu'un volume d'eau énorme est concerné, allant de 60 à 200 millions de  $\text{km}^3$  pour combler la porosité de la surface.

## 1.4. Synthèse

Tout au long de ce chapitre nous avons vu les différentes caractéristiques de Mars. Après des considérations de taille et un bref parcours de son processus de formation, les données recueillies par l'instrument MOLA ont été évoquées, avec notamment l'élaboration d'une carte topographique complète de la surface de Mars.

Ces données nous ont permis d'introduire des valeurs typiques de pentes et de longueurs de corrélation à la surface de Mars, valeurs qui nous ont permis de définir les surfaces test que nous reprendrons au chapitre 5.



Nous avons discuté ensuite la présence de nombreuses formations géologiques à la surface qui tendent à montrer la présence d'une grande quantité d'eau, gelée et peut être même liquide, dans le sous-sol de Mars.

Un modèle de constitution du sous-sol Martien a été avancé, d'après une étude de F. Costard élaborée en 2001 pour la mission Netlandeur. Ce modèle comprend trois couches principales, la première s'étendant jusqu'à 400 m de profondeur et pouvant contenir de la glace à partir de 150m, la seconde de 400 m à environ 10 km, avec de la glace jusqu'à 2500 m puis de l'eau liquide au dessous, et enfin la troisième couche, commençant donc à une profondeur d'une dizaine de kilomètres, serait compacte et dénuée d'eau.

A partir de ce modèle, et d'après les valeurs des constantes diélectriques que nous avons discutées au point 1.3.3., nous avons adopté le modèle de sous-sol suivant pour notre simulation :

- Une première couche de matériaux volcaniques et/ ou sédimentaires mélangés à de la glace se situe à la surface, sur une profondeur de 3 km. Cette couche présente une constante diélectrique moyenne de 4, et une tangente de perte de 0,005.
- Une seconde couche s'étend à partir de 3 km, et possède une constante diélectrique moyenne de 25, avec une tangente de perte de 0,05. Cette couche se situe sous l'isotherme 0°C et contient de l'eau liquide.

Ce modèle en deux couches est très simplifié, même si sa constitution correspond aux données présentées dans ce chapitre. L'approximation majeure qui est faite ici semble être de considérer comme constante la profondeur de l'interface entre les deux couches, alors que nous avons vu qu'elle pourrait varier en fonction de la latitude.

Il faut toutefois préciser ici que la variation de la profondeur de l'isotherme 0°C, donnée avec la table I-3, n'est qu'un modèle défini par S.M. Clifford. La valeur de cette profondeur, et sa variation en fonction de la latitude, reste aujourd'hui inconnue. Une première approche, celle que nous faisons ici, est donc de considérer cette profondeur comme constante, tout en sachant que l'introduction d'une variation de cette valeur avec la latitude reste faisable. Nous reverrons ce point au chapitre 6.

Ce premier chapitre était ponctué de nombreuses questions, relatives à la quantité d'eau présente sur Mars et à sa localisation. Les données qui vont être récoltées par la sonde Mars Express devraient permettre d'apporter les réponses correspondantes. C'est à cette fin que la sonde a été lancée en Juin 2003.

Dans un second chapitre, et après avoir fait un tour d'horizon des sondes précédentes, nous allons revenir plus en détail sur cette sonde de l'Agence Spatiale Européenne.

## Chapitre 2

### Quelques mots sur la mission Mars Express en général et l'instrument MARSIS en particulier.

<b>SOMMAIRE.....</b>	<b>31</b>
<b>2.1. LES SONDES PRECEDENTES .....</b>	<b>32</b>
<b>2.2. MARS EXPRESS .....</b>	<b>33</b>
2.2.1. UN CAHIER DES CHARGES SERRE.....	33
2.2.2. LES OBJECTIFS DE LA MISSION .....	33
2.2.3. LES INSTRUMENTS A BORD DE MARS EXPRESS.....	34
<b>2.3. MARSIS : LE RADAR.....</b>	<b>35</b>
2.3.1. OBJECTIFS SCIENTIFIQUES.....	36
2.3.2. LE TYPE DE RADAR UTILISE.....	39
2.3.3. L'ONDE RADAR.....	41
2.3.4. L'ORBITOGRAPHIE ET LES PARAMETRES DU RADAR.....	45
2.3.5. ANTENNES ET POLARISATION.....	47
<b>2.4. PHYSIQUE DE LA MESURE.....</b>	<b>49</b>
2.4.1. LA REFLEXION DE SURFACE .....	49
2.4.2. LES DIFFERENTES COMPOSANTES DU SIGNAL.....	50
2.4.3. ZONE DE FRESNEL .....	50
2.4.4. NOTION D'AMBIGUITE.....	51
<b>2.5. MARSIS: TRAITEMENT A BORD ET SIGNAL EMIS VERS LA TERRE.....</b>	<b>52</b>
2.5.1. TRAITEMENT BORD.....	52
2.5.2. FORMAT DES TRAMES .....	57
2.5.3. LA SOMMATION COHERENTE.....	58
<b>2.6. SYNTHESE.....</b>	<b>60</b>

## 2.1. Les sondes précédentes

Ce paragraphe présente une liste de toutes les missions Martiennes entre 1962 et 2001 (Table II-1). Il apparaît dès le premier coup d'œil que ce tableau contient beaucoup de lignes blanches, c'est-à-dire beaucoup d'échecs.

Ainsi, sur cette période, les Russes ont envoyé dix sondes vers Mars et ont connu cinq échecs, quatre succès partiels et un seul succès ! Sur cette même période, les Américains ont lancé quatorze sondes vers la planète rouge dont cinq échecs et neuf succès.

Les taux d'échec sont donc respectivement de 70% pour les Russes et de 35% pour les Américains. Aucune autre planète du système solaire ne présente des taux d'échec aussi élevés parmi les missions qui lui étaient destinées.

MISSION	ORIGINE	ANNEE	RESULTAT
MARS 1	Ancienne URSS	1962	Echec
MARINER 3	USA	1964	Echec
MARINER 4	USA	1964	Succès
MARINER 6	USA	1969	Succès
MARINER 7	USA	1969	Succès
MARINER 8	USA	1971	Echec
MARINER 9	USA	1971	Succès
MARS 2	Ancienne URSS	1971	Succès partiel
MARS 3	Ancienne URSS	1971	Succès partiel
MARS 4	Ancienne URSS	1973	Echec
MARS 5	Ancienne URSS	1973	Succès
MARS 6	Ancienne URSS	1973	Succès partiel
MARS 7	Ancienne URSS	1973	Echec
VIKING 1	USA	1975	Succès
VIKING 2	USA	1975	Succès
PHOBOS 1	Ancienne URSS	1988	Echec
PHOBOS 2	Ancienne URSS	1988	Succès partiel
MARS OBSERVER	USA	1992	Echec
MARS 96	RUSSIE	1996	Echec
MARS PATHFINDER	USA	1996	Succès
MARS GLOBAL SURVEYOR	USA	1996	Succès
MARS CLIMATE ORBITER	USA	1998	Echec
MARS POLAR LANDER	USA	1999	Echec
MARS ODYSSEY	USA	2001	Succès
MARS EXPRESS	EUROPE	2003	Résultat à venir

Table II-1 : Rétrospective des missions d'exploration vers Mars.

Note : Les missions Mariner 1 & 2 (1962) et Mariner 5 (1967) avaient pour cible la planète Vénus.

Source : Christophe Verdure (<http://users.skynet.be>).

Les sondes Mariner, Viking et Mars Global Surveyor ont déjà été évoquées au chapitre précédent, où nous avons fait un point sur les données collectées vis à vis de la surface.

Nous reparlerons des sondes Mariner et Mars Global Surveyor au chapitre 3 suivant, consacré à l'ionosphère Martienne.

## **2.2. Mars Express**

Mars Express est une mission de l'Agence Spatiale Européenne (ESA). Le lancement a eu lieu le lundi 2 Juin 2003, à 19h45 heure française. Cette date correspond au milieu d'une fenêtre de tir vers Mars (période pendant laquelle la distance Terre / Mars était minimale et donc, les positions respectives des deux planètes sur leur orbite propices à un voyage de la sonde le plus court possible). L'arrivée de la sonde autour de Mars est ainsi attendue pour le 26 Décembre 2003, soit un voyage de la sonde de six mois, pour un parcours de 60 millions de kilomètres.

### **2.2.1. Un cahier des charges serré**

Avec la mission Mars Express, l'ESA inaugure une nouvelle philosophie qui se veut un parallèle à la célèbre politique de l'agence spatiale américaine : « faster, better, cheaper » (respectivement plus rapide, meilleur et moins cher). A ce titre, cette mission vers Mars utilisera une plateforme commune à d'autres missions européennes dont « Rosetta » (mission de rendez vous avec une comète - anciennement la comète Wirtanen, dorénavant la comète 67P/Churyumov-Gerasimenko - dont le départ est prévu pour Février 2004) et bientôt « Vénus Express », avec un lancement prévu courant 2005.

Les coûts de la mission Mars Express sont réduits de moitié par rapport à ceux des précédentes missions de l'agence européenne. En incluant le développement, les coûts de lancement et d'opération, le budget de la mission représente ainsi 150 millions d'euros. De même, le calendrier de développement de la mission est beaucoup plus tendu que précédemment (moins de quatre ans au lieu de six ans environ usuellement).

### **2.2.2. Les objectifs de la mission**

Pour respecter un tel cahier des charges, Mars Express emportera majoritairement des instruments déjà développés pour des missions antérieures, en particulier ceux de la mission Mars 96 (dont le lanceur avait explosé en vol en ... 1996).

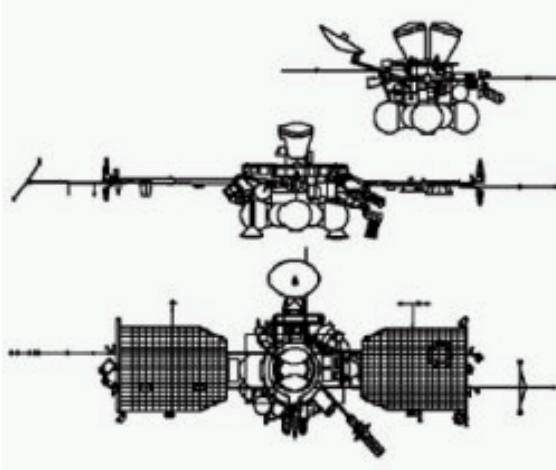


Fig. II-1: Mission Mars 96 : Un orbiteur et deux landers.  
Crédit image : ESA.

Les objectifs de la mission Mars Express reprennent donc en partie ceux de Mars 96:

- étudier la topographie, la morphologie et la géologie de la surface martienne à haute résolution (10 mètres/pixel).
- dresser une carte minéralogique globale et à haute résolution (100 mètres/pixel) de la surface.
- étudier le sous-sol martien à l'échelle du kilomètre, pour y déceler en particulier de l'eau ou de la glace.
- déterminer la composition de l'atmosphère, étudier sa circulation, son interaction avec la surface et le vent solaire.

### 2.2.3. Les instruments à bord de Mars Express

La charge utile de la sonde Mars Express comporte 9 instruments [ESA, 2001]. On trouve ainsi trois instruments dédiés à l'observation de la surface :

- Le radar **MARSIS** que nous aborderons plus en détail par la suite.
- La caméra **HRSC** (High Resolution Stereo Colour imager), caméra stéréoscopique à très haute résolution destinée à fournir des prises de vue couleur de la surface. L'aspect stéréoscopique est ce qui donne à cette caméra un caractère exceptionnel, outre sa résolution qui devrait être supérieure à celle de l'imageur embarqué sur Mars Global Surveyor, elle permettra de prendre une image sous cinq points de vue différents simultanément.
- Le spectro-imageur **OMEGA** (Infrared mapping spectrometer). Ce spectromètre effectuera une cartographie des spectres visible et infrarouge de la surface martienne pour en déduire sa composition.

Et quatre instruments pour l'étude de l'atmosphère :

- Le spectromètre **PFS** (Atmospheric Fourier Spectrometer) est un spectromètre infrarouge dédié à l'étude de l'atmosphère. Il permettra de relever les profils de

température dans les parties basses de l'atmosphère martienne (altitude inférieure à 100 km).

- Le spectromètre **SPICAM** (UV Atmospheric Spectrometer) permettra de dresser des profils verticaux de densité en CO<sub>2</sub>, et de mesurer la quantité de rayonnement ultraviolet qui atteint le sol de la planète.
- L'analyseur de plasma **ASPERA-3** (Energetic Neutral Atoms Analyser) permettra l'étude de l'interaction entre le vent solaire et la haute atmosphère de Mars en mesurant les concentrations de gaz neutres et ionisés autour de la planète.
- Le dispositif radio **RSE** (Radio Science Experiment) a enfin pour objectif de sonder l'atmosphère martienne lors des occultations pour dresser le profil vertical de température et de pression en fonction de l'altitude. En outre, le profil vertical de la densité électronique de l'atmosphère ionisée sera également étudié par la même technique d'occultation (altitude de 90 à 300 km).

S'ajoute à cela l'atterrisseur britannique **Beagle 2**, qui nous renseignera sur la composition et les caractéristiques chimiques et physiques des constituants de la surface martienne.

Le dernier composant de la charge utile est enfin une caméra noir et blanc que l'ESA impose désormais sur toutes ses missions. Cette caméra de contrôle permettra de suivre le bon déploiement des panneaux solaires et le largage de Beagle 2.

L'instrument qui nous intéresse le plus est cependant le radar sondeur embarqué sur cette sonde : MARSIS, nous allons l'étudier ici.

### 2.3. MARSIS : Le radar

Comme vu précédemment, MARSIS (Mars Advance Radar for Subsurface and Ionospheric Sounding), équipement aussi nommé SSRA pour «Subsurface Sounding Radar/Altimeter », est le radar sondeur de la mission Mars Express. Une vue de ce radar est fournie avec la figure II-2.

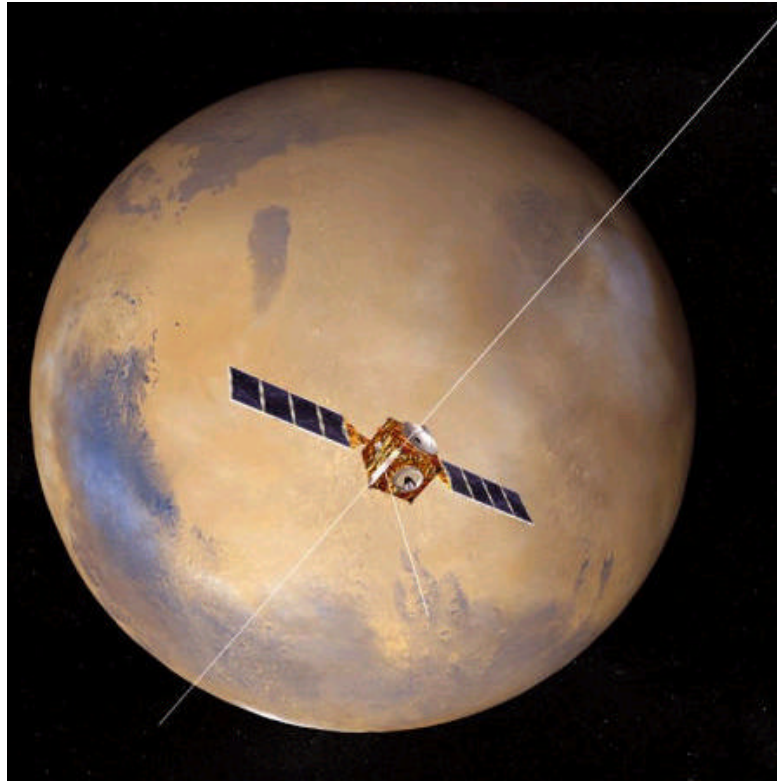


Fig. II-2 : Image d'artiste représentant Mars Express en orbite autour de Mars. Les antennes de l'instrument MARSIS sont déployées.

Crédit image : ESA.

### **2.3.1. Objectifs scientifiques**

L'objectif premier de l'instrument MARSIS est de cartographier la distribution en eau, à la fois liquide et solide (glace), dans la partie supérieure de la croûte martienne. La détection de tels réservoirs d'eau fournirait des enseignements importants, tant en hydrologie, qu'en géologie, mais aussi par rapport à l'évolution climatique ou biologique de la planète Mars.

Un objectif secondaire de la mission est d'utiliser MARSIS comme un sondeur ionosphérique pour mesurer la densité électronique mais aussi étudier l'interaction entre le vent solaire et l'ionosphère martienne.

#### **a) Atmosphère**

Ainsi, MARSIS est un radar sondeur, et à ce titre, il est basé sur l'utilisation d'une onde radar qui doit se propager dans l'atmosphère martienne avant de pouvoir atteindre la surface. Après réflexion sur cette dernière, l'étude du signal reçu permettra d'apprendre des caractéristiques de la surface et du sous-sol de Mars, mais le fait même de recevoir le signal est instructif, c'est ce que nous allons détailler ici.

Grâce à un sondage basse fréquence de l'ionosphère, MARSIS permettra de cartographier la densité électronique au sein de l'atmosphère martienne. Cette étude est importante non seulement d'un point de vue scientifique, mais aussi pour la mission elle-même, en effet, la

densité électronique rencontrée à une influence importante sur les performances du radar sondeur.

Ainsi, il existe une limite inférieure à la valeur de la fréquence de l'onde électromagnétique employée. Cette limite et ses effets seront vue en détail au chapitre suivant, néanmoins, il faut noter ici qu'une onde ne peut pas se propager à des fréquences inférieures à la fréquence dite « fréquence plasma ». Cette fréquence, propre au milieu traversé, est définie, en Hertz, par:

$$f_p = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{N_e \cdot e^2}{\epsilon_0 \cdot m_e}} \quad (\text{II-1})$$

Où  $e$  est la charge de l'électron (C),  $\epsilon_0$  est la permittivité du vide ( $\text{F}\cdot\text{m}^{-1}$ ),  $m_e$  est la masse de l'électron (kg) et  $N_e$  est la densité électronique ( $\text{m}^{-3}$ ).

Habituellement, le profil de densité électronique en fonction de l'altitude a un seul maximum correspondant à la fréquence plasma dite de « coupure », notée  $F_{p\text{max}}$ . La valeur de cette fréquence vaut naturellement, à partir de (II-1):

$$f_{p\text{max}} = 8,98 \cdot \sqrt{N_{e\text{max}}} \quad (\text{II-2})$$

Où  $N_{e\text{max}}$  est la valeur maximale de densité électronique ( $\text{m}^{-3}$ ).

Cette fréquence plasma de coupure est similaire à la fréquence de coupure d'un filtre passe-haut qui bloquerait toutes les fréquences inférieures à  $F_{p\text{max}}$  et laisserait passer les fréquences supérieures. Il ne peut y avoir propagation d'une onde électromagnétique que si sa fréquence est supérieure à cette fréquence plasma de coupure.

Parallèlement, le sondage radar du sous-sol demande d'employer la fréquence radar la plus faible possible pour optimiser la profondeur sondée dans le sol martien. En effet, l'absorption de l'onde radar lors de sa propagation dans le sous-sol est proportionnelle à sa fréquence. Une onde électromagnétique de fréquence élevée sera très vite absorbée en se propageant dans le sol alors qu'une onde de fréquence réduite pourra se propager sur plusieurs kilomètres.

On s'aperçoit donc ici qu'une optimisation de la fréquence du radar est nécessaire. Pour l'atteindre, le remplissage de l'atmosphère martienne en électrons est une donnée essentielle. Ceci est valable pour la définition de la mission Mars Express, mais aussi des futures missions d'exploration vers Mars.

## **b) Sous-sol**

Nous l'avons vu, un des objectifs scientifiques importants de MARSIS est de mesurer la densité électronique dans l'atmosphère de Mars. Mais ceci n'est pas l'objectif premier de cet équipement. Comme évoqué précédemment, l'objectif scientifique principal du radar MARSIS est de cartographier la distribution en eau dans le sous-sol martien.

Les estimations avancées au chapitre précédent placent la profondeur de l'isotherme de fusion entre 0 et 11 km au niveau de l'équateur et entre 1,2 et 24 km aux pôles. Lors de la définition de l'instrument MARSIS, la valeur nominale retenue pour cette profondeur varie



entre 0 et 5000m. Le radar sondeur utilisé doit donc permettre de sonder la croûte Martienne sur une épaisseur du même ordre de grandeur.

Le tableau II-2 suivant recoupe ces principales données.

SOUNDING FREQUENCIES		Sounding/Altimetry			
		1.8 MHz	3 MHz	4 MHz	5 MHz
DAY SIDE OPERATIONS		–	–	X	X
NIGHT SIDE OPERATIONS		X	X	X	X
<b>SUBSURFACE SOUNDING MODE</b>					
SOUNDING DEPTH IN BASALT CRUST (35 % POROSITY AT THE SURFACE)	ICE/WATER INTERFACE	4000 m	3000 m	2500 m	2000 m
	DRY/ICE INTERFACE	3000 m	2500 m	2000 m	1500 m
SOUNDING DEPTH IN ANDESITE CRUST (35 % POROSITY AT THE SURFACE)	ICE/WATER INTERFACE	> 5000 m			
	DRY/ICE INTERFACE	> 4500 m			
RANGE RESOLUTION		150 m			
DEPTH RESOLUTION		50-100 m			
SPATIAL RESOLUTION		5 km - 10 km			
SURFACE DIELECTRIC CONSTANT ACCURACY		< 25 %			
SUBSURFACE DIELECTRIC CONSTANT RATIO ACCURACY		< 15 %			

Table II-2 : Fréquence de travail et profondeur de sondage en fonction de la nature du sol.

Source : [G. Picardi et al., 1998].

La détection d'une interface séparant deux couches de matériaux différents par sondage radar ne peut se faire qu'à la seule condition que ces matériaux aient des constantes diélectriques (dites aussi « permittivité ») bien distinctes. Or nous avons vu que la permittivité de l'eau liquide est élevée (Table I-2).

Lorsque l'onde radar descendante rencontre la surface, une partie de l'énergie incidente est renvoyée vers le radar, le reste étant transmis dans le sous-sol. Le ratio réfléchi/ transmis est donné par le coefficient de réflexion de Fresnel (Equation II-3), défini à partir de la valeur de la constante diélectrique de la couche superficielle. Il en est de même à chaque interface rencontrée lors de la propagation de l'onde dans le sol.

$$R_F = \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \quad (\text{II-3})$$

Avec  $n_1$  et  $n_2$  indice des milieux 1 et 2 respectivement, on a ici le coefficient de réflexion pour une incidence verticale.

Ainsi, si les milieux 1 et 2 sont de même nature, ou plus précisément, si la matière qui constitue ces milieux présente une même réponse à une onde électromagnétique (soit  $\epsilon_2$  est « proche » de  $\epsilon_1$ ), alors  $R$  est faible et la majeure partie de l'énergie de l'onde radar continue sa propagation vers le bas, une faible partie de cette énergie étant réfléchi vers le radar et donnant naissance à un écho de faible amplitude. A l'opposé, si l'écart entre  $\epsilon_2$  et  $\epsilon_1$  est important, alors  $R$  est grand et la majeure partie de l'énergie de l'onde est réfléchi vers le radar, d'où un écho de forte amplitude.

On touche ici à la philosophie même du sondage d'un sol effectué à l'aide d'un radar : L'amplitude de l'écho observé permettra de diagnostiquer la valeur de la constante diélectrique du sol rencontré par l'onde au cours de sa propagation.

Dès lors, considérant que la constante diélectrique de l'eau est élevée, on voit ici qu'une onde radar se propageant dans un milieu et atteignant une couche d'eau serait en grande partie réfléchi. La présence d'échos de forte amplitude provenant du sous-sol Martien est donc susceptible de nous renseigner sur les zones du sous-sol contenant ou pas de l'eau sous forme liquide.

Dans un même temps, la partie imaginaire de la constante diélectrique du milieu considéré est à l'origine d'une atténuation que subit l'onde radar propagée. Cette atténuation est directement proportionnelle à la longueur de propagation, suivant la formule :

$$A(\text{dB}) = 20 \cdot \log(e) \cdot \omega \cdot \frac{l}{c} \cdot \sqrt{\frac{-\epsilon' + \sqrt{\epsilon'^2 + \epsilon''^2}}{2 \cdot \epsilon_0}} \quad (\text{II-4})$$

Avec  $l$ , longueur de propagation,  $\epsilon_0$ , permittivité du vide,  $\epsilon'$ , partie réelle et  $\epsilon''$ , partie imaginaire de la permittivité relative du milieu et  $\omega$ , pulsation de l'onde radar ( $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$ ).

Cette expression, énoncée ici pour une meilleure compréhension des effets dus au caractère complexe de la constante diélectrique, sera démontrée au chapitre suivant (Cf. paragraphe 3.4.2.).

L'écho retourné vers le radar est donc composé de signaux provenant de différentes profondeurs et ayant subi différentes atténuations au fur et à mesure de leur propagation et/ ou de leur réflexion. On entrevoit ici une des difficultés majeures inhérentes à ce genre de sondage : Comment séparer les échos provenant simultanément de différentes profondeurs ?

C'est ce que nous développerons au chapitre 6 de ce mémoire.

### 2.3.2. Le type de radar utilisé

MARSIS est un radar sondeur/ altimètre multi-fréquence à synthèse d'ouverture et à visée nadir. Par visée nadir, on entend une observation centrée sur la verticale sous la sonde. Il

mesurera les échos dus à la surface et au sous-sol martien avec une résolution verticale de 50 à 100m.

Evoquons ici le principe de fonctionnement de ce radar (Le terme « radar » est un acronyme lié à l'expression anglaise « Radio detection and ranging »).

Le principe de radar à synthèse d'ouverture (SAR : « Synthetic Aperture Radar ») a été introduit en 1951 par Carl Wiley, il proposa alors une alternative pour accroître la résolution azimutale des radars : Wiley montra que les signaux réfléchis par deux cibles fixes peuvent être résolus par analyse fréquentielle.

Le procédé de sondage radar est basé sur l'utilisation d'un signal électromagnétique qui est émis par un radar, se propage jusqu'à une cible, se réfléchit sur cette dernière et se propage alors de retour vers le radar où il est enregistré par un récepteur et traité.

Ce signal électromagnétique est un signal complexe, qui peut être écrit avec la notation exponentielle sous la forme :

$$S(x) = M(x) \cdot \exp(j\mathbf{f}(x)) \quad (\text{II-5})$$

Avec  $M$  : module et  $\phi$  : phase du signal reçu par le radar à la position  $x$ .

Considérons la figure II-3, le radar évolue le long de l'axe représenté, alors que la cible se situe au point noté « c ».

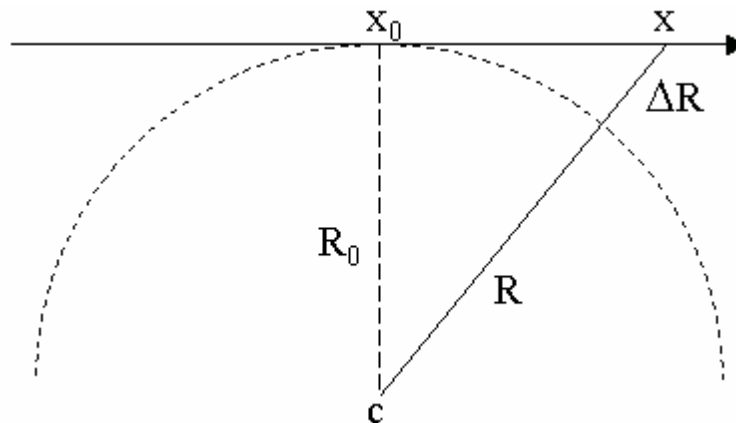


Fig. II-3 : Géométrie utilisée pour le développement du principe SAR.

Le déphasage entre les signaux reçus par le radar aux positions  $x_0$  et  $x$  est :

$$\Delta\mathbf{f} = -4\mathbf{p} \cdot \Delta R / \mathbf{l} \quad (\text{II-6})$$

Où  $\mathbf{l}$  est la longueur d'onde du signal radar employé. Développons la valeur de  $\Delta R$  :

$$\Delta R = \left[ R_0^2 + (x - x_0)^2 \right]^{1/2} - R_0 \quad (\text{II-7})$$

Si  $|x - x_0| \ll R$ , l'expression (II-7) devient :

$$\Delta R = \frac{(x - x_0)^2}{2.R_0} \quad (\text{II-8})$$

Cette variation de distance, au travers du déphasage (II-6) qu'elle induit, engendre une variation de fréquence. Pour un radar à la position  $x$ , la fréquence instantanée du signal est :

$$f(x) = \frac{1}{2.p} \cdot \frac{df}{dx} = -\frac{2(x - x_0)}{1.R_0} \quad (\text{II-9})$$

La fréquence du signal contient ainsi une information sur l'emplacement de la cible.

A partir de cette expression, le décalage Doppler de la cible, due à son déplacement relatif par rapport au radar est :

$$f_d(x) = \frac{2.V_{st}.x}{1.R_0} \quad (\text{II-10})$$

Où  $V_{st}$  est la vitesse tangentielle de la sonde par rapport au sol.

Nous voyons que ce décalage est fonction de la position relative  $x$  de la sonde par rapport à une cible sur la surface.

Inversement, si l'on considère désormais que la sonde est fixe et que le radar illumine une grande surface, chaque point de cette surface aura pour la même raison une fréquence Doppler propre, et chacun des signaux reçus de la surface contribuera à la bande Doppler totale.

A ce niveau, il faut préciser les deux types de traitement Doppler possibles.

- Le premier est appelé «filtrage Doppler focalisé ». Il s'agit ici de corriger cette variation de fréquence Doppler pour se focaliser sur une certaine fréquence et donc sur une certaine zone de la surface. Ce traitement n'est pas celui qui est utilisé sur MARSIS, nous n'allons pas le détailler ici. Citons toutefois l'ouvrage « Synthetic Aperture Radar » de J.C. Curlander qui décrit son fonctionnement (Voir [J.C. Curlander, 1991]).
- Le second type de traitement est le «filtrage Doppler non focalisé », c'est celui qui est utilisé à bord de MARSIS. Il s'agit ici de filtrer la bande Doppler totale en plusieurs sous-bandes, puis de ne conserver que la bande Doppler où se situe le signal scientifiquement intéressant en rejetant les autres. Nous reviendrons sur ce point dans deux paragraphes suivants, avec la physique de la mesure puis lors de la présentation des traitements effectués à bord de la sonde.

### 2.3.3. L'onde radar

Le signal radar utilisé est une onde électromagnétique. Il comporte une partie « utile », la modulation, qui sera traitée au retour pour extraire certaines caractéristiques électriques et physiques des milieux sondés, et une porteuse, nécessaire à la propagation.

Deux techniques sont principalement utilisées pour la modulation des impulsions : une modulation par code pseudo-aléatoire ou code de phase, mais ce cas n'est en général pas

utilisé dans le domaine des radar du fait de sa trop grande sensibilité aux décalages Doppler, et une modulation linéaire de fréquence, technique qui est retenue pour MARSIS.

### a) Le signal radar

Dans le cas de MARSIS, l'impulsion radar est donc modulée linéairement. Le signal en bande de base est ainsi de la forme :

$$s(t) = A(t) \cdot \exp(\mathbf{p} \cdot j \cdot m \cdot t^2) \quad \text{pour } t \in [-T/2, T/2] \quad (\text{II-11})$$

Avec  $A(t)$  enveloppe de durée  $T$  et  $m$  coefficient de modulation.  $T$  est la durée de l'impulsion radar.

Le spectre correspondant à ce signal est :

$$S(f) = C(f) \cdot \frac{1}{\sqrt{m}} \exp(\mathbf{p} \cdot j \cdot \frac{f^2}{m}) \quad \text{pour } f \in [-B/2, B/2] \quad (\text{II-12})$$

Avec  $C(f)$  enveloppe de bande passante  $B$ .

On appelle ce type de signal un signal « chirp » (ce qui signifie « gazouillis » en anglais) à cause du son qu'il induit si on diffuse un tel signal sur haut-parleur. La phase de ce signal varie de manière parabolique :

$$\mathbf{f}(t) = \mathbf{p} \cdot m \cdot t^2 \quad (\text{II-13})$$

Et donc la fréquence instantanée de manière linéaire :

$$f(t) = \frac{1}{2 \cdot \mathbf{p}} \cdot \frac{d\mathbf{f}}{dt} = m \cdot t \quad (\text{II-14})$$

La figure II-4 représente un tel chirp. Durant la période d'émission  $T$ , la fréquence couvre la bande passante  $B$  avec la relation  $B = m \cdot T$ .

Le signal chirp employé avec la sonde MARSIS a les caractéristiques suivantes :

- $B = 1 \text{ MHz}$
- $T = 250 \mu\text{s}$

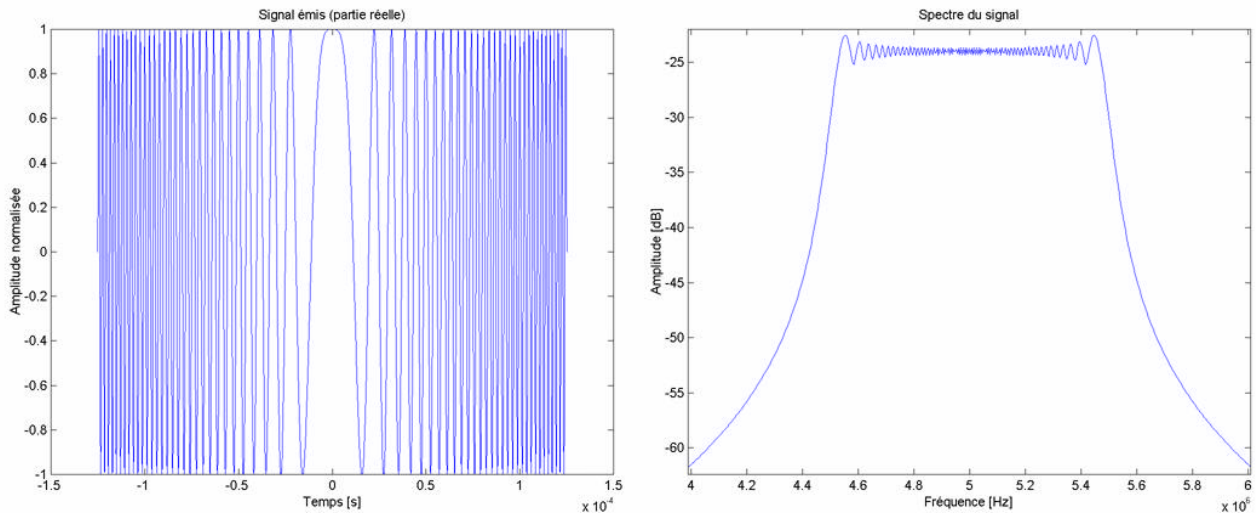


Fig. II-4 : Signal à modulation linéaire de fréquence et son spectre.

L'instrument MARSIS présente de plus une grande flexibilité quant à la sélection de la fréquence de travail pour s'adapter à l'environnement martien.

En vue d'avoir la plus grande profondeur de sondage possible, la fréquence minimale sera utilisée, en fonction des conditions atmosphériques (plus particulièrement, du remplissage de l'atmosphère en ions et électrons).

## b) Fréquences de travail

L'instrument MARSIS opère avec quatre bandes de fréquence indépendantes. La bande de plus basses fréquences se situe entre 1,3 et 2,3 MHz. Elle est destinée aux sondages radar nocturnes, en effet, l'ionosphère martienne ne permet pas son utilisation de jour (Cf. Chapitre suivant). Cette bande de fréquence est aussi celle qui permettra de sonder le sol martien jusqu'à la plus grande profondeur, à cause de l'atténuation du signal radar dans le sol, proportionnelle à sa fréquence (Equation II-4).

Les autres bandes de fréquence s'étalent de 2,5 à 3,5 MHz, de 3,5 à 4,5 MHz et de 4,5 à 5,5 MHz. La première, centrée sur 3 MHz, est elle aussi destinée à des sondages nocturnes alors que les suivantes peuvent être utilisées de jour, mais correspondent à des sondages radar de moindre profondeur (Table II-2).

Le sondeur a cinq modes de fonctionnement principaux, plus deux modes d'opération particuliers (calibration et sondage ionosphérique – Voir Table II-3). Les modes principaux peuvent utiliser une ou deux fréquences de sondage, quasi simultanément, et sur une ou deux antennes. Une dipolaire et une monopolaire, utilisée pour enregistrer le signal incohérent provenant de la surface. Nous décrirons les antennes utilisées au point suivant.



mais la durée totale émission plus attente vaut  $450\mu\text{s}$ . La seconde fréquence est alors émise à son tour, pendant  $250\mu\text{s}$ , et l'émetteur passe en attente sur  $200\mu\text{s}$  à nouveau.

Le récepteur attend alors l'écho correspondant à la première fréquence. A son arrivée, il enregistre le signal sur  $350\mu\text{s}$  puis passe à la seconde fréquence, attend l'écho, puis enregistre de même le signal reçu pendant  $350\mu\text{s}$ .

Ces différents temps sont présentés sur le chronogramme II-5.

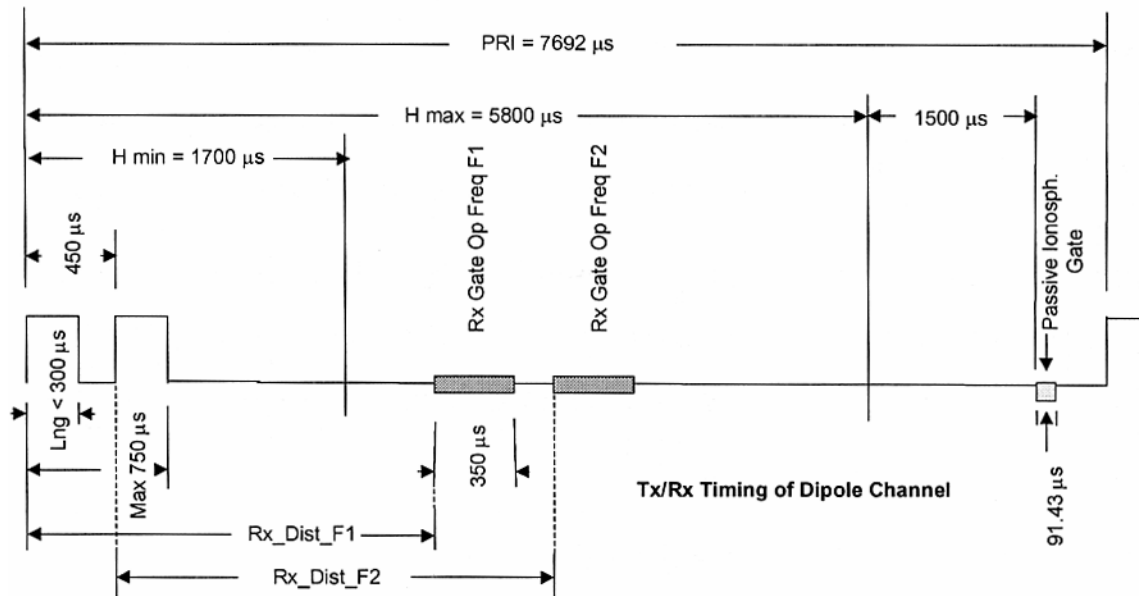


Fig. II-5 : Chronogramme des différents temps d'émission / réception du radar MARSIS. Source : [D. Calabrese, 2001].

Une fois ce processus de sondage effectué, le signal reçu depuis Mars va être traité à bord de MARSIS pour être ensuite émis vers la Terre, nous verrons cela au paragraphe 2.6. de ce chapitre.

### 2.3.4. L'orbitographie et les paramètres du radar

Nous allons détailler ici les principales caractéristiques du radar, que ce soit par rapport à son orbite autour de Mars ou par la donnée de ses paramètres de fonctionnement.

#### a) Orbitographie

Par « orbitographie », on entend la connaissance de la position de la sonde sur son orbite, quelles que soient la date et l'heure d'observation. En ce qui concerne Mars Express, cette donnée est connue grâce à l'utilisation d'un logiciel développé au Jet Propulsion Laboratory (Laboratoire de la NASA, Pasadena).



L'instrument MARSIS opérera, selon disponibilité, quand la sonde Mars Express orbitera à moins de 800 km de la planète. Après environ 1400 orbites successives, la couverture de Mars sera globale, avec une continuité à l'équateur et de substantiels recouvrements aux latitudes plus importantes.

Nous avons ainsi les emplacements successifs de la sonde tout au long de ses 1380 premières orbites, ce qui correspond à la période s'étalant entre le 30 Décembre 2003 et le 10 Mars 2005. On couvre dès lors plus de la moitié de la durée nominale de la mission qui est fixée à 700 jours.

Après l'insertion, Mars Express suivra une orbite elliptique très allongée et transitoire : l'inclinaison ( $25^\circ$ ) sera incorrecte, et l'apoastre sera de surcroît trop éloigné de la planète Mars (150 000km environ). Après différentes corrections, l'inclinaison atteindra la valeur de  $86^\circ$ , l'orbite de Mars Express étant pratiquement polaire.

Il faut noter ici que pour des questions de coût, Mars Express n'embarque pas la quantité de carburant qui lui aurait permis de rejoindre l'orbite optimale pour la cartographie de Mars, c'est à dire une orbite circulaire. Contrairement aux dernières sondes de la NASA (Mars Global Surveyor et Mars Odyssey), Mars Express n'utilisera pas non plus la technique de l'aérofreinage (Figure I-3) pour modifier ses paramètres orbitaux. Cette technique, qui consiste à utiliser les hautes couches de l'atmosphère martienne pour freiner la sonde et modifier pas à pas les paramètres orbitaux, permet de réaliser des économies substantielles de carburant mais demande un temps important avant que la sonde trouve son orbite définitive.

En ce qui concerne les paramètres orbitaux de l'orbite finale de cartographie de Mars Express, l'apoastre (le point le plus éloigné de la surface de Mars) sera dans un premier temps fixé à 11 560km d'altitude, et le périastre (le point le plus proche de la surface de Mars) à 259km. Sur cette orbite, la sonde mettra 7h 30mn pour boucler une révolution autour de Mars. Après 440 jours, l'orbite sera sensiblement modifiée : le périastre sera rehaussé à 298km, tandis que l'apoastre sera baissé à 10 107km. La période de révolution ne sera alors plus que de 6h 42mn.

Comme énoncé précédemment, l'altitude maximale admissible pour des mesures radar avec MARSIS est de 800km. Si l'on regarde en détail la première orbite autour de Mars, le laps de temps pendant lequel la sonde se situe à la bonne altitude pour la mesure dure 25mn 42s, à comparer aux 7h 30mn de l'orbite totale.

Mais le temps restant n'est pas inutilisé, ainsi, la sonde va collecter différentes données quand elle sera proche de la surface Martienne, données qui seront stockées à bord pour être ensuite retransmises vers la Terre lorsque la sonde sera plus éloignée.

Dans un même temps, le fait de s'éloigner ainsi de la planète permettra de prendre des images de la surface à différentes résolutions, et d'étudier l'atmosphère Martienne sous des géométries diverses.

## **b) Les paramètres**

La table (II-4) suivante regroupe les principaux paramètres du radar MARSIS.

<u>Parameter</u>	<u>Value</u>	<u>Units</u>
Center Frequencies	1.8	MHz
	3.0	MHz
	4.0	MHz
	5.0	MHz
Bandwidth	1.0	MHz
Radiated Power	1.5 Band 1	Watt
	5.0 Band 2	
	5.0 Band 3	
	2.7 Band 4	
Transmit Pulse Width	250	Microsecond
	30 (in mode SS5)	
PRF	127	Pulses per Second
Minimum Altitude	250	Kilometer
Maximum Altitude for subsurface sounding	800	Kilometer
Maximum Altitude for ionosphere sounding	1200 (TBC)	Kilometer
Receive Window Size per channel (baseline)	350	Microsecond
Receive Window Size per channel (compressed)	130	Microsecond
Analog to Digital Conversion Rate	2.8	MHz
Analog to Digital Conversion	8	Bit
Number of Processed Channels	4 (max)	
Maximum Number of Simultaneous Frequencies	2	
Radiation Gain	2.1	dB
Dipole Antenna Element Length	20	Meter
Monopole Antenna Length	7	Meter
Data Volume	97 (max)	Mbit/orbit
Mass	15	kg
Power (in operation modes)	59	Watt

Table II-4: Les paramètres du radar MARSIS.  
Source: [G. Picardi et al., 1998].

### 2.3.5. Antennes et polarisation

MARSIS possède deux antennes différentes, une monopolaire et une dipolaire, chacune ayant une utilisation particulière.

#### a) Les deux types d'antenne

L'antenne courante, celle qui est utilisée quelque soit le mode d'opération utilisé, est une antenne dipolaire de 40 m de long bord à bord. Son axe est transverse au déplacement de la sonde et parallèle au plan tangent à la surface, de sorte que le gain soit maximum dans la direction du nadir.

Une antenne secondaire, monopolaire, peut être utilisée dans certains modes d'opération. Sa longueur est de 7 m. Elle est dirigée vers la surface afin d'avoir le nadir dans la direction où son gain est minimum. Cette antenne est ainsi utilisée pour mesurer le retour de la surface dans les directions hors-nadir. Le but ici est de disposer d'une voie supplémentaire, fournissant le seul « clutter » de surface.

Les données recueillies par cette antenne seront ensuite utilisées pour filtrer le signal de l'antenne dipolaire afin d'augmenter le ratio signal cohérent sur signal incohérent.

Enfin, le gain de radiation obtenu avec l'antenne dipolaire est de 2,14 dBi.

Le déploiement de ces antennes doit avoir lieu au début de l'année 2004.

## b) Polarisation

La taille de l'antenne dipolaire est de 40 m, alors que la longueur d'onde varie entre 60 et 160 m environ (Table II-4). Cette antenne, vis-à-vis de l'onde émise, ne peut donc pas être considérée comme un dipôle court.

Toute antenne filaire peut cependant être vue comme une succession de dipôles courts, montés en série les uns derrière les autres. Plus précisément, les champs rayonnés par une antenne dipolaire peuvent être calculés en convoluant les champs rayonnés par un dipôle court avec la transformée de Fourier spatiale de la distribution de l'intensité du courant le long de l'antenne. C'est pourquoi, nous allons donner ici les propriétés de ces éléments unitaires et les étendre à notre antenne.

Le champ émis par un dipôle court peut s'écrire sous la forme [J.D. Kraus, 1988] :

$$E_r = \frac{I_0 \cdot L \cdot \cos \mathbf{q}}{2 \cdot \mathbf{p} \cdot \mathbf{e}_0} \cdot e^{j \cdot \omega(t-r/c)} \left( \frac{1}{c \cdot r^2} + \frac{1}{j \cdot \omega \cdot r^3} \right) \quad (\text{II-15})$$

$$E_q = \frac{I_0 \cdot L \cdot \sin \mathbf{q}}{4 \cdot \mathbf{p} \cdot \mathbf{e}_0} \cdot e^{j \cdot \omega(t-r/c)} \left( \frac{j \cdot \omega}{c^2 \cdot r} + \frac{1}{c \cdot r^2} + \frac{1}{j \cdot \omega \cdot r^3} \right) \quad (\text{II-16})$$

Où  $I_0$  est l'intensité à l'origine,  $L$  la longueur du dipôle,  $\theta$  l'angle d'incidence de l'onde à la surface dans le plan de l'antenne contenant la verticale,  $c$  la célérité de la lumière,  $r$  la distance entre le centre de l'antenne et le point de mesure, et  $\omega$  la pulsation de l'onde émise.

Le champ  $E_\phi$  dirigé suivant la direction azymutale est nul quelque soit la valeur de  $r$ .

Si l'on fait ensuite l'hypothèse que le point de mesure (dans notre cas, la surface) se situe très loin de l'antenne, soit  $r \gg \lambda$ , nous pouvons effectuer une approximation de champ lointain. Le champ  $E_r$  devient alors négligeable devant  $E_\theta$ , champ que l'on peut écrire :

$$E_q = j \cdot \frac{I_0 \cdot \omega \cdot L}{4 \cdot \mathbf{p} \cdot \mathbf{e}_0 \cdot c^2 \cdot r} \cdot \sin \mathbf{q} \cdot e^{j \cdot \omega(t-r/c)} \quad (\text{II-17})$$

La direction du champ  $\mathbf{E}$  est donc constante, c'est une polarisation rectiligne. Le vecteur polarisation est dirigé suivant un axe tangent à la surface, dans le sens transverse au déplacement de la sonde (les antennes sont transverses au déplacement).

Il est à noter que désormais, tous les termes écrits en gras dans les équations représentent des **vecteurs**.

## 2.4. Physique de la mesure

### 2.4.1. La réflexion de surface

Elle est obtenue quand une partie de l'onde incidente ne pénètre pas le milieu observé mais est directement réfléchi (diffusée serait un terme plus précis) par ce dernier.

Dans le cas du radar monostatique, la rétrodiffusion, c'est-à-dire la diffusion dans la même direction que l'onde incidente mais dans le sens opposé, est alors fonction de :

- La pente locale,
- La rugosité de la surface,
- La permittivité diélectrique du milieu.

Dans le cas d'une surface plane infinie, le signal réfléchi est spéculaire : L'angle de réflexion est égal à l'angle d'incidence et le diagramme de diffusion est réduit à un Dirac.

Lorsque la surface n'est plus plane mais présente une certaine rugosité (des irrégularités de surface), le diagramme de diffusion est plus complexe et de l'énergie est rediffusée dans d'autres directions que la direction spéculaire (Figure II-6).

Ce diagramme dépend beaucoup de la rugosité de surface, cette notion est cependant relative, liée à la valeur de la longueur d'onde. En reprenant la moyenne quadratique des élévations sur une surface (Voir équation (I-2) au chapitre précédent pour sa définition), le critère de Rayleigh nous donne la distinction :

- La surface est lisse si  $\sigma_h$  est inférieur à  $\lambda/8.\cos(\theta)$ ,
- La surface est rugueuse si  $\sigma_h$  est supérieur à  $\lambda/8.\cos(\theta)$ ,

Où  $\theta$  est l'angle d'incidence de l'onde à la surface. Cette distinction limite en fait le déphasage, dû à la différence de marche entre les signaux, à  $\pi/2$ .

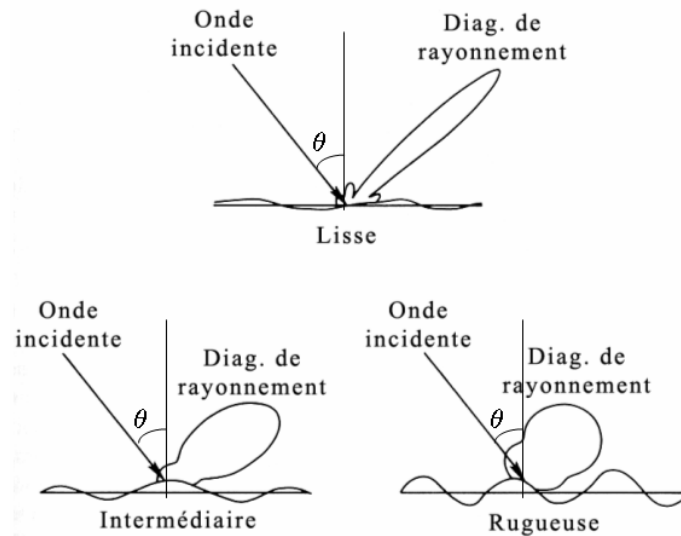


Fig. II-6 : Variation du diagramme de diffusion en fonction de la rugosité de surface. D'après [F.T. Ulaby, 1982].

### 2.4.2. Les différentes composantes du signal

Lorsque les irrégularités de surface augmentent (Voir Figure II-6 précédente), les ondes réfléchies par les différents centres de diffusion de la surface s'ajoutent en amplitude et en phase, mais avec des déphasages entre elles de plus en plus grands.

Dans la direction spéculaire, si la surface est localement suffisamment lisse, les ondes s'ajoutent pratiquement en phase. On obtient alors la composante cohérente, appelée aussi par la suite composante spéculaire.

Dans les autres directions, l'addition ne se fait plus forcément en phase et pour des valeurs de rugosité plus fortes, le déphasage entre les signaux peut dépasser  $\pi$ . On obtient alors la composante incohérente (le «clutter» de surface).

Enfin, dans des cas extrêmes de rugosité, la composante cohérente du signal peut disparaître en totalité, seule subsistant la partie diffuse, incohérente.

Ces deux composantes peuvent être calculées par différents modèles, nous reparlerons de cet aspect de modélisation au chapitre 4 de ce mémoire. Elles peuvent enfin être différenciées grâce à l'étude du coefficient de diffusion (noté usuellement  $\sigma^0$ ). Nous retrouverons ce coefficient au chapitre 6, lors d'une étude statistique des résultats obtenus.

### 2.4.3. Zone de Fresnel

Considérons ici une surface faiblement rugueuse, de taille très grande devant la longueur d'onde. Cette surface est illuminée par un radar, situé à une altitude  $H$  et avec une ouverture d'antenne  $\theta_0$  (Figure II- 7).

La zone de Fresnel est définie comme la région de la surface qui renvoie vers le radar un signal cohérent, le reste de la surface ne contribuant qu'au clutter environnant.

Supposons que le rayon de cette région est égal à  $L$ , la longueur soustendue par l'angle d'incidence  $\theta$ . Le calcul de  $L$  s'effectue en majorant la différence de marche introduite par cet écart à la verticale, et donc le déphasage correspondant.

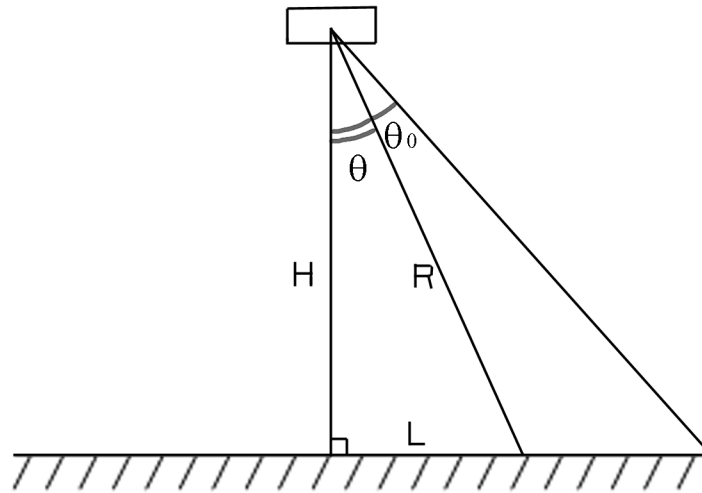


Fig. II-7 : Géométrie pour le calcul de la taille de la zone de Fresnel.

A partir de la figure II-7, il vient :

$$\Delta f = k.R - k.H = 2.p. \frac{\Delta R}{I} \quad (\text{II-18})$$

Avec  $\Delta R = R - H$ .

Pour un déphasage maximal de  $\pi/2$  on obtient alors  $\frac{\Delta R}{I} = \frac{1}{4}$ .

Avec  $R^2 = H^2 + L^2$ , il vient enfin :

$$L^2 = \frac{2.H.I}{4} + \frac{I^2}{16} \quad (\text{II-19})$$

Le second terme de (II-19) est négligeable devant le premier ( $H \gg \lambda$ ), d'où la définition du rayon de la zone de Fresnel :

$$L = \sqrt{\frac{H.I}{2}} \quad (\text{II-20})$$

Dans le cas de MARSIS,  $\lambda$  varie entre 60 et 160m et  $H$  varie entre 300km et 800km, d'où une zone de Fresnel de 6 à 16 km de diamètre.

#### 2.4.4. Notion d'ambiguïté

Comme nous l'avons développé lors de la description des objectifs scientifiques de MARSIS, le signal qui nous intéresse, d'un point de vue scientifique, est le signal provenant du sous-sol, celui qui est porteur d'information sur la nature de sa composition.

La notion d'ambiguïté est ici due au fait que ce signal va pouvoir arriver au niveau de la sonde, pour une profondeur et un matériau donnés, simultanément à un signal provenant de la surface (Figure II-8). Pour résoudre cette ambiguïté, il faut tenir compte de la direction d'origine des signaux.

Pour des signaux provenant des régions de la surface en avant et en arrière de la sonde (dans le domaine radar, on parle aussi de direction «along track»), un traitement spécifique sera appliqué pour limiter l'énergie des signaux de surface. Nous détaillerons ce point au paragraphe suivant.

Le filtrage est plus complexe en ce qui concerne les signaux provenant de la direction transverse au déplacement de la sonde (direction «across track»). Pour filtrer ces signaux, on va utiliser une compression de l'impulsion. Nous verrons ce procédé au point 2.5.1. suivant.

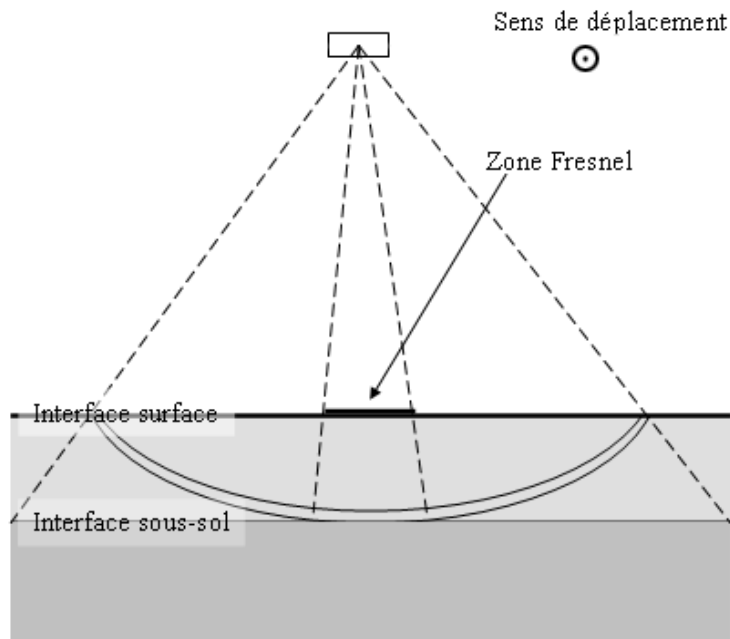


Fig. II-8 : Origine des différents signaux et notion d'ambiguïté. Les signaux réfléchis par l'interface de sous-sol seront reçus simultanément aux signaux provenant des bords de la surface. Le sens de déplacement de la sonde est ici perpendiculaire à la page.

## 2.5. MARSIS: Traitement à bord et signal émis vers la Terre

Avant d'étudier le signal tel qu'il sera reçu depuis la Terre, intéressons nous au traitement effectué à bord de la sonde.

### 2.5.1. Traitement bord

Une fois enregistré, le signal reçu va connaître quatre étapes principales à bord de la sonde [D. Biccari et al., 2002] :

- Une transformation dans le domaine fréquentiel (FFT) (Temps courts)
- Un filtrage sur cinq fréquences Doppler autour de 0Hz
- Une compression vis à vis de la variation de la distance radar-cible (grandeur appelée communément le «range»)
- Une transformée de Fourier inverse pour revenir dans le domaine temporel (IFFT)

Cette chaîne de traitement est reprise sur le schéma bloc II-9.

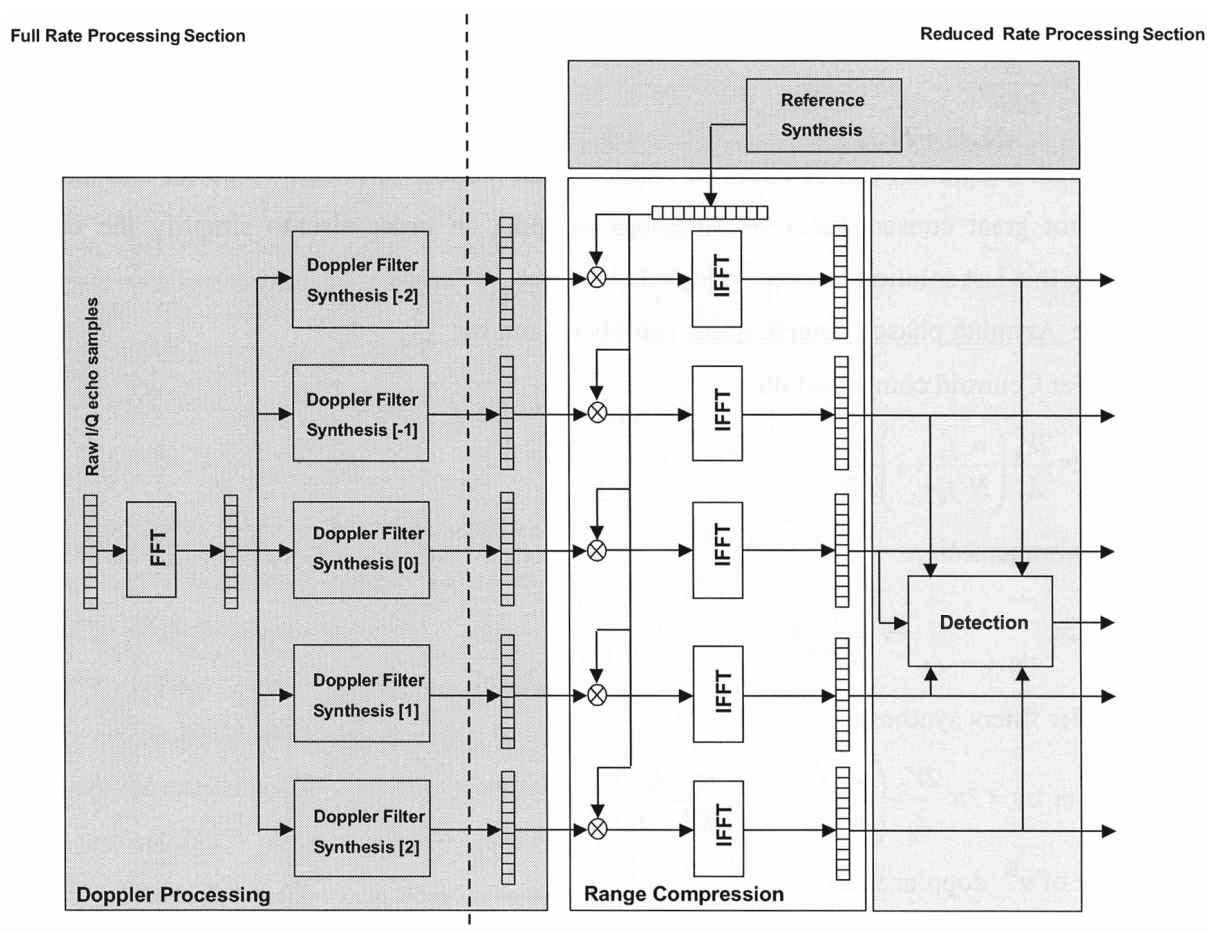


Fig. II-9 : Schéma bloc de la chaîne de traitement à bord de MARSIS.

Source : [D. Biccari et al., 2002].

Nous n'allons pas revenir ici sur les techniques de transformées de Fourier rapides, directe ou inverse (FFT/ IFFT), mais nous allons reprendre point par point les deux autres étapes.

Tout d'abord, le filtrage Doppler.



### a) Filtrage Doppler (Direction des temps longs)

C'est le traitement qui nous permet d'effectuer un filtrage des échos dans le sens de déplacement de la sonde (direction «*along track*» ) afin d'augmenter le rapport puissance reçue du sous-sol/ puissance reçue de la surface.

Le signal rétrodiffusé reçu par le radar peut être considéré comme une accumulation d'échos élémentaires.

Chacun de ces échos possède une fréquence Doppler propre, fréquence qui peut être vue comme un échantillon de la bande Doppler totale.

Pour une distance radar-cible  $R$ , la fréquence Doppler (en  $\text{rad.s}^{-1}$ ) peut s'écrire sous la forme  $f_d = \frac{1}{2\mathbf{p}} \cdot \frac{d\mathbf{f}}{dt}$  avec  $\mathbf{f} = -4\mathbf{p} \cdot R/I$ . Pour une surface lisse, cette fréquence est nulle pour l'écho spéculaire provenant du sol (ou du sous-sol) dans la direction du nadir et est maximale pour les échos provenant des points de la limite de la surface illuminée, en avant et en arrière de la sonde (Figure II-10). C'est pour retrouver la zone zéro Doppler qu'un filtrage Doppler sur cinq fréquences est effectué.

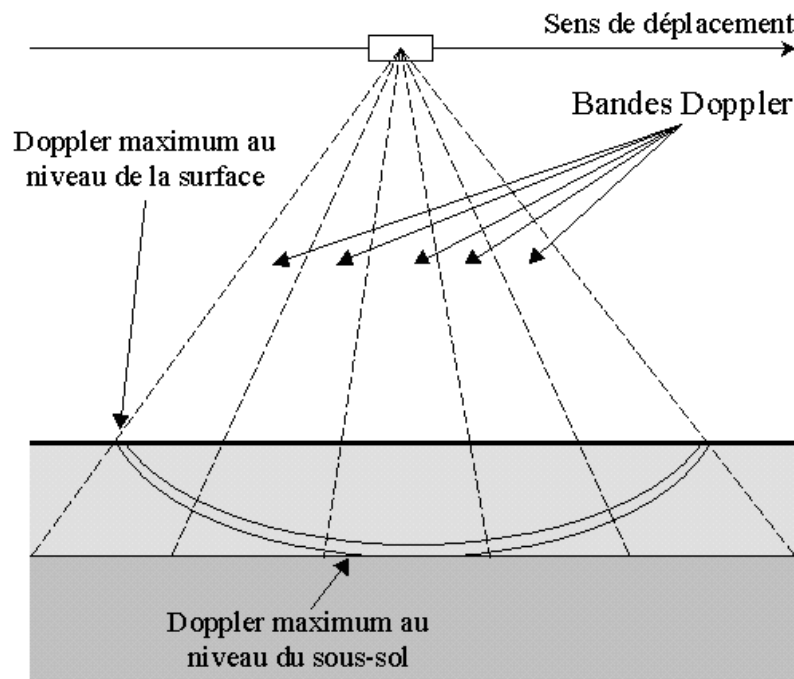


Fig. II-10 : Définition des bandes Doppler en fonction de la direction du mouvement de la sonde. Du fait de la géométrie rencontrée, la fréquence Doppler maximale au niveau du sol est bien supérieure à celle qui est observée au niveau du sous-sol.

Entre ces deux valeurs extrêmes, la variation de la fréquence Doppler est continue et les courbes iso-Doppler correspondent à des paraboles comme celles qui sont tracées sur la figure II-11.

Dans notre cas, la pente de la surface entraîne une variation supplémentaire de la distance radar-cible, et donc une fréquence Doppler différente. Les courbes iso-Doppler ne sont ainsi plus des paraboles, mais présentent une allure plus complexe.

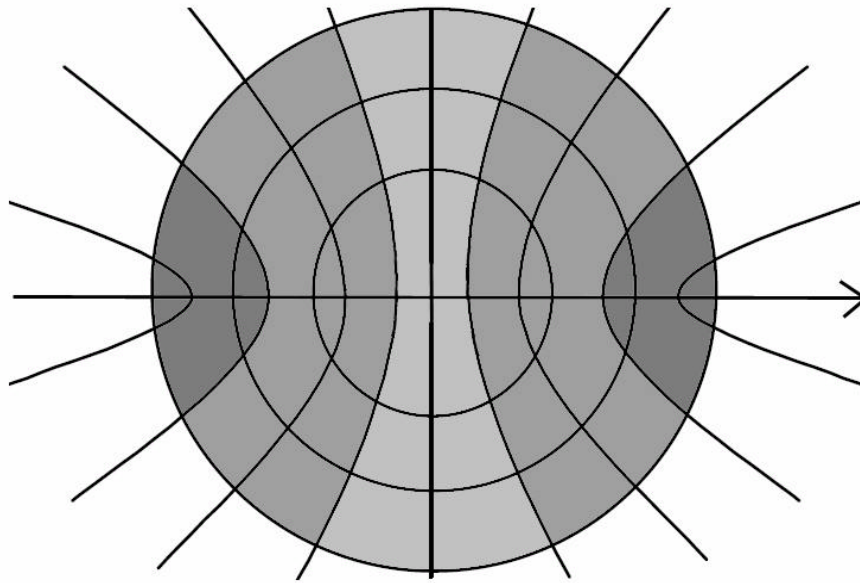


Fig. II-11 : Courbes iso-range (cercles) et iso-Doppler (paraboles) sur une surface plane. La ligne verticale correspond au Doppler nul alors que la ligne horizontale représente le déplacement de la sonde.

La bande Doppler globale formée par tous les échantillons de fréquence reçus est découpée lors du traitement à bord de Mars Express en cinq bandes Doppler, indexées de  $-2$  à  $2$  (Cf. Schéma bloc II-9).

L'écho spéculaire, accompagné de la majeure partie de l'information provenant du sous-sol, se trouve dans une de ces cinq bandes Doppler. Mais les données concernant la sonde, et notamment sa vitesse radiale, ne sont pas assez précises (à bord) pour déterminer à priori l'emplacement de l'écho spéculaire dans la bande Doppler. Les cinq bandes Doppler sont donc traitées en parallèle puis on détermine, après retour dans le domaine temporel, quelle bande contient le plus d'énergie. C'est cette bande Doppler qui sera finalement conservée, effectuant ainsi un filtrage Doppler non focalisé.

Après le filtrage Doppler, l'étape suivante est la compression de l'impulsion.

**b) Compression de l'impulsion et correction de la distorsion ionosphérique (Direction des temps courts)**

On effectue ici une corrélation des signaux de chaque bande Doppler avec un signal de référence (Cf. Schéma bloc II-9) dans le but d'effectuer la compression de l'impulsion et de corriger la distorsion engendrée par l'ionosphère sur le signal (Ceci sera développé au chapitre suivant).

La compression de l'impulsion est effectuée grâce à un filtre adapté ayant pour réponse impulsionnelle  $h(t) = s^*(-t)$ , où  $s$  est le signal émis (Cf. équation (II-11)), et pour fonction de transfert  $H(f) = S^*(f)$ , où  $S$  est le spectre de ce signal (Cf. équation (II-12)).

Pour un objet à la distance  $R$  du radar, avec ainsi un temps de propagation de l'onde radar égal à  $2.R/c$ , le spectre du signal en sortie du filtre adapté est alors (Voir Annexe A):

$$\begin{aligned} G(f) &= H(f).S(f).\exp(-j.2.\omega.R/c) \\ &= S^*(f).S(f).\exp(-j.2.\omega.R/c) \\ &= C^2(f).\exp(-j.2.\omega.R/c) \end{aligned} \quad (\text{II-21})$$

Où  $C(f)$  est l'enveloppe du signal.

Dans le cadre de MARSIS, l'évaluation de la fonction de référence destinée à corriger les effets ionosphériques peut se faire par deux algorithmes différents : La méthode des contrastes ou la méthode de la réflexion spéculaire de surface. Nous allons les présenter rapidement.

La méthode des contrastes [G. Picardi et S. Sorge, 1999] permet de rechercher la fonction de référence à utiliser pour corriger la distorsion de phase introduite par la propagation à travers l'ionosphère de Mars (Cette notion sera développée au chapitre suivant consacré à l'ionosphère Martienne). Le but ici est de déterminer la meilleure fonction de référence possible pour minimiser les effets de l'ionosphère.

Le principe de cette méthode est basé sur le fait que la sortie d'un filtre adapté est optimisée quand la fonction de référence utilisée coïncide parfaitement avec le spectre de distorsion de phase de l'impulsion traitée. L'optimisation de la sortie du filtre est évaluée en calculant le contraste du signal de sortie, ce contraste étant défini par le rapport entre l'écart type du signal temporel et sa moyenne (Figure II-12).

Considérons que le signal  $s(t)$  a été comprimé avec une fonction de référence contenant un terme quadratique  $a_2$ . Le contraste en amplitude est alors exprimé par :

$$Z^2(a_2) = \frac{\int_{t_1}^{t_2} |s(t)|^2 . dt - \left( \int_{t_1}^{t_2} |s(t)| . dt \right)^2}{\left( \int_{t_1}^{t_2} |s(t)| . dt \right)^2} \quad (\text{II-22})$$

Avec  $t_1$  et  $t_2$ , borne du signal évalué.

Selon le principe de la méthode des contrastes, le meilleur terme correctif est alors sélectionné en faisant varier  $a_2$  pour maximiser  $Z$ . L'implémentation de ce procédé est présentée avec la figure II-12.

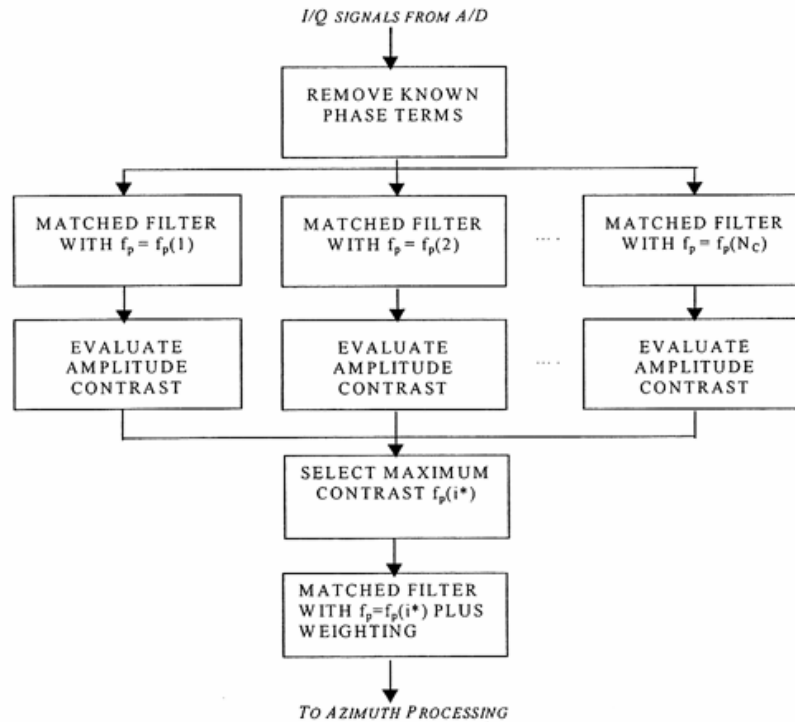


Fig. II-12 : Schéma conceptuel de la méthode des contrastes.  
Source: [ G. Picardi et S. Sorge, 1999].

La méthode de la réflexion spéculaire de surface est basée sur l'hypothèse que la surface de Mars est relativement plane et fournira un retour spéculaire important.

Il s'agit ici de filtrer le retour spéculaire de la surface, puis de s'en servir pour déconvoluer le signal global. On détermine ainsi la fonction d'étalement dû à l'ionosphère et on corrige les données MARSIS de manière adaptative, trame après trame. Sur une idée originale de Wlodek Kofman et Tor Hagfors, un développement de cette méthode est présenté dans les articles de J.F. Nouvel et A. Safaeinili parus en 2001 et 2003 respectivement ([J.F. Nouvel et al., 2001 ; A. Safaeinili et al., 2003], articles fournis dans l'Annexe E).

Enfin, la dernière étape du traitement à bord de Mars Express est la synthèse de trames qui seront émises vers la Terre.

### 2.5.2. Format des trames

Une trame typique de données MARSIS, lorsque le radar est en phase de sondage, est schématisée sur la figure II-13. Une trame est ainsi définie comme une série de NB impulsions.

Au sein de cette série, les impulsions « utiles » pour les scientifiques sont les NA impulsions obtenues une fois que la détection d'énergie a été effectuée pour sélectionner la bande Doppler conservée (pulses marqués « synthetic aperture » sur la figure II-13). Ces impulsions sont suivies de données redondantes, les « spares », servant comme données de secours en cas de problème avec les données principales. Tout autour, on trouve des impulsions qui servent à vérifier les traitements de bord ou à effectuer les traitements au sol.

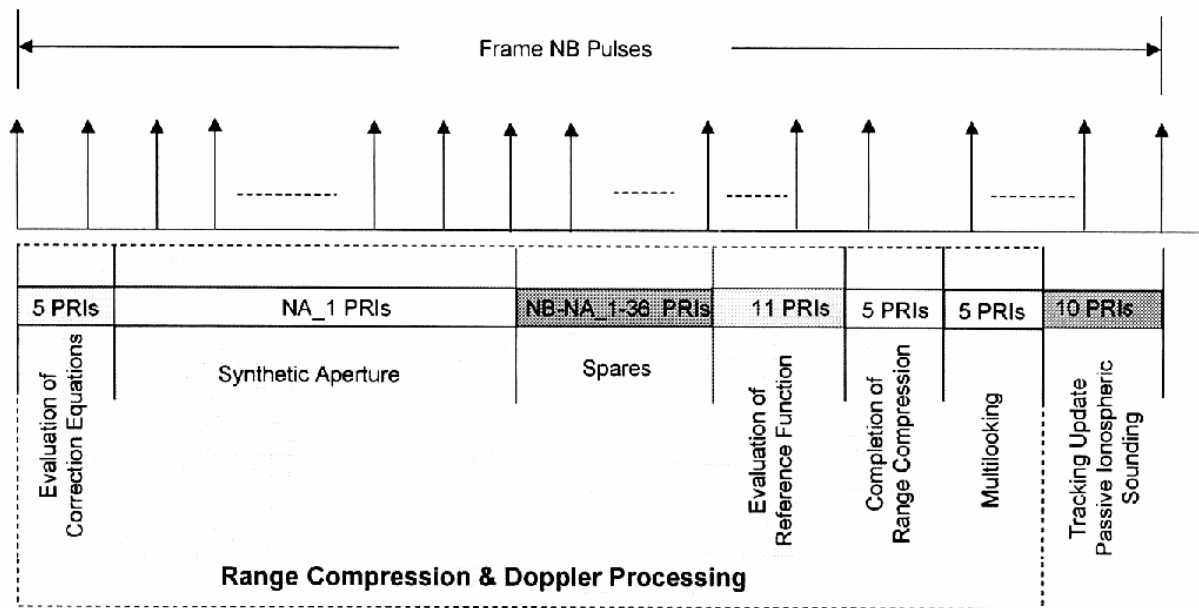


Fig. II-13: Format d'une trame MARSIS.

Source: [D. Calabrese, 2001].

Parmi les traitements au sol possibles, nous allons présenter ici la sommation cohérente suivant la direction des temps longs. Ce procédé est le parallèle dans le domaine temporel du filtrage Doppler que nous avons vu précédemment et qui lui est effectué dans le domaine fréquentiel.

Nous le présentons ici car ce sera le traitement que nous utiliserons en fin de ce mémoire (et non pas le filtrage Doppler).

### 2.5.3. La sommation cohérente

Comme nous l'avons vu précédemment, l'écho de surface dans la direction du nadir (supposons que ce soit la bande Doppler 0) contient à la fois une composante cohérente (c'est la réponse spéculaire de la surface), sa phase variant peu, et une composante incohérente (engendrée par la diffusion due à la rugosité de la surface – ce que l'on a appelé précédemment le « clutter » de surface).

A l'inverse, les signaux reçus en dehors de cette direction (bandes Doppler -2, -1, 1 et 2) sont globalement incohérents et possèdent une phase qui varie aléatoirement lorsque la sonde se déplace.

Sommer puis moyenner plusieurs échos successifs (moyenne suivant les « temps longs ») permet alors de réduire l'intensité des échos incohérents dus au clutter de surface, tout en préservant le signal cohérent, qu'il provienne de la surface ou du sous-sol.

Du fait de cette réduction, ce procédé permettra dans un même temps la détection des échos plus faibles provenant du sous-sol. En effet le retour du sous-sol est cohérent mais mélangé au clutter de surface plus intense, mais incohérent.

Soit  $S_n(t)$  le signal correspondant à l'impulsion numéro  $n$  lors de l'acquisition de  $N$  impulsions successives.  $S_n(t)$  varie en fonction du temps, avec une pulsation  $\omega$  et contient des signaux provenant à la fois de la surface et du sous-sol. Il comprend une composante cohérente et une composante incohérente. C'est un signal complexe, qui peut être écrit grâce à la notation exponentielle usuelle sous la forme :

$$S_n(t) = A_{n,cohe} \cdot \exp[-j \cdot (\mathbf{w} \cdot t + \mathbf{f}_{n,cohe})] + A_{n,inco} \cdot \exp[-j \cdot (\mathbf{w} \cdot t + \mathbf{f}_{n,inco})] \quad (\text{II-23})$$

Où  $A_{n,cohe}$ ,  $\mathbf{f}_{n,cohe}$ ,  $A_{n,inco}$ , et  $\mathbf{f}_{n,inco}$  sont respectivement l'amplitude et la phase de la composante cohérente et l'amplitude et la phase de la composante incohérente.

Le second terme de l'expression (II-23), incohérent, est due à la réflexion de surface, alors que le premier, cohérent, provient soit de la surface, soit du sous-sol. Les termes  $A_{n,cohe}$  et  $\mathbf{f}_{n,cohe}$  sont cohérents, il sont donc constants et indépendants de  $n$  (à condition que  $S_n(t)$  ait toujours sa source dans la zone de Fresnel – ce qui revient à une limitation sur  $N$ ).

Si nous moyennons les signaux  $S_n(t)$  en fonction de  $n$  (et donc pour plusieurs positions de la sonde), nous obtenons ainsi :

$$\frac{1}{N} \cdot \sum_{n=1}^N S_n(t) = \frac{1}{N} \left[ \sum_{n=1}^N A_{n,inco} \cdot \exp[-j \cdot (\mathbf{f}_{n,inco} + \mathbf{f}_{cohe})] + \sum_{n=1}^N A_{cohe} \right] \cdot \exp(-j \cdot \mathbf{w} \cdot t) \quad (\text{II-24})$$

$\mathbf{f}_{n,inco}$  est une variable aléatoire, indépendante de l'impulsion considérée et donc de  $n$ . (II-24) s'écrit ainsi :

$$\frac{1}{N} \cdot \sum_{n=1}^N S_n(t) = \frac{1}{N} \cdot \sum_{n=1}^N A_{n,inco} \cdot \exp[-j \cdot (\mathbf{w} \cdot t + \mathbf{f}_{inco} + \mathbf{f}_{cohe})] + A_{cohe} \cdot \exp(-j \cdot \mathbf{w} \cdot t) \quad (\text{II-25})$$

Si  $N$  est suffisamment grand, l'intensité de (II-25) peut alors s'écrire sous la forme :

$$\left| \frac{1}{N} \cdot \sum_{n=1}^N S_n(t) \right|^2 \approx \frac{1}{N} \cdot \langle A_{inco} \rangle^2 + A_{cohe}^2 \quad (\text{II-26})$$

Ainsi, plus  $N$  est grand et plus l'écho incohérent sera réduit. Lorsque l'on obtiendra des résultats de simulation, englobant à la fois des signaux de surface et de sous-sol, une manière de faire ressortir ces derniers est donc de sommer suffisamment d'impulsions consécutives, jusqu'à ce que la détection des échos de sous-sol soit possible, mais au détriment de la résolution horizontale.

Le nombre d'impulsions sommées,  $N$ , peut s'écrire  $N=T \cdot \text{PRF}$ , avec  $T$  : temps d'intégration et  $\text{PRF}$  : fréquence de répétition des impulsions. Le temps d'intégration  $T$  varie suivant l'altitude de la sonde et la fréquence utilisée. Typiquement, sa valeur se situe entre 1,5 et 3 secondes dans le cas de MARSIS.

## 2.6. Synthèse

Nous avons développé au cours de ce chapitre les différents aspects du radar qui va être utilisé : Les objectifs scientifiques, l'onde radar et sa modulation et les deux types d'antennes employés.

La notion de cohérence du signal a ensuite été abordée dans la description de la physique de la mesure. Cette notion est importante puisqu'elle va conditionner dans une large mesure le traitement du signal qui sera effectué au retour de l'onde radar.

Nous avons vu ainsi que les données brutes enregistrées par le radar doivent être traitées avant d'être utilisables scientifiquement. Le but de ces traitements est multiple, il s'agit notamment de comprimer l'impulsion radar et de filtrer les effets ionosphériques, notions que nous avons évoqué dans la description du traitement à bord et que nous allons revoir dans le chapitre qui vient.

Il y a ainsi deux catégories de traitement au cours de l'utilisation de MARSIS : Les traitements à bord (on parle de calibration temps réel), et les traitements au sol, qui produisent les données scientifiques. Idéalement, le procédé optimisé est de collecter au sol des données non traitées à bord. En effet, du fait de la puissance très limitée des processeurs embarqués dans la sonde, le traitement à bord n'est pas optimisé et ne produit pas des données scientifiques de la meilleure qualité possible.

Des traitements à bord sont toutefois nécessaires, ne serait ce que pour le fonctionnement même du radar (phase d'acquisition et de «tracking »).

Dans le cas de MARSIS, les traitements à bord sont minimisés et la plupart des données scientifiques sont envoyées vers la Terre pour une calibration optimale. C'est pourquoi les trames MARSIS (Figure II-13) contiennent des informations sur les corrections effectuées à bord (dans les trois séries d'impulsions suivant les spares) et sur l'ionosphère rencontrée (dix dernières impulsions).

## Chapitre 3

### La couche ionisée de l'atmosphère Martienne : l'ionosphère.

<b>SOMMAIRE .....</b>	<b>61</b>
<b>3.1. DEFINITION.....</b>	<b>62</b>
<b>3.2. QUELQUES CHIFFRES.....</b>	<b>62</b>
3.2.1. PRINCIPE DE LA MESURE.....	63
3.2.2. LES PROFILS DE DENSITE ELECTRONIQUE.....	65
<b>3.3. LA PROPAGATION D'UNE ONDE RADAR .....</b>	<b>66</b>
3.3.1. L'EQUATION DE PROPAGATION.....	66
3.3.2. PULSATION PLASMA.....	67
<b>3.4. IMPACT DE L'IONOSPHERE.....</b>	<b>69</b>
3.4.1. ETUDE DU CHAMP MAGNETIQUE MARTIEN ET HYPOTHESE RESTRICTIVE.....	69
3.4.2. ATTENUATION DES ONDES ELECTROMAGNETIQUES DANS L'IONOSPHERE.....	72
3.4.3. LA DISPERSION DE PHASE.....	74
<b>3.5. LES MODELES IONOSPHERIQUES ET LES RESULTATS.....</b>	<b>75</b>
3.5.1. LA FREQUENCE DE COLLISION.....	75
3.5.2. LES DIFFERENTS MODELES DE DENSITE ELECTRONIQUE.....	77
3.5.3. RESULTATS.....	79
<b>3.6. SYNTHESE.....</b>	<b>83</b>



### 3.1. Définition

En planétologie, la découverte de la zone atmosphérique d'une atmosphère planétaire appelée ionosphère résulte d'un processus lent, en plusieurs étapes. Cette découverte a, bien sur, été effectuée en étudiant l'atmosphère terrestre.

La théorie électromagnétique et les premières tentatives de communication radio datent de la fin du XIX<sup>e</sup> siècle. En 1901, Marconi réussit la première liaison radio transatlantique.

Etant donné la courbure de la Terre, cette liaison n'est possible que grâce à une déflexion des ondes dans l'atmosphère. Toutefois, le phénomène de diffraction des ondes, qui prévaut dans l'atmosphère, ne permet pas d'expliquer l'ampleur de cette déflexion. Heaviside et Kennely, reprenant l'idée de Stewart, suggèrent alors la présence d'une couche conductrice remplie de charges libres qui joueraient le rôle de miroir pour les ondes électromagnétiques.

L'idée émerge alors que cette couche pourrait résulter du rayonnement ultraviolet solaire, signifiant par là que le Soleil aurait un contrôle sur le pouvoir défecteur de la couche. Cette théorie d'une couche de charges libres a été soumise à controverse pendant une vingtaine d'années. En 1925, Appleton et Barnett démontrèrent l'existence de cette couche en étudiant la réflexion des ondes électromagnétiques à différentes fréquences. Cette découverte fût très rapidement confirmée par Breit et Tuve qui effectuèrent un sondage en envoyant des impulsions radio. Les deux expériences permirent d'estimer la hauteur à laquelle la couche se situe, et ceci marqua les débuts de la physique ionosphérique.

En 1929, Watson-Watt suggéra que l'on appelle cette couche « ionosphère », en effet cette couche représente la partie ionisée de l'atmosphère terrestre (Jusqu'à cette date, les scientifiques employaient les termes de « couche Heaviside » ou « couche Appleton ») [H.R. Kohl et K.S. Rüster, 1996 ; J. Liliensten et J.L. Blelly, 1999].

### 3.2. Quelques chiffres

Comme nous l'avons vu précédemment, l'utilisation d'iono-sondes qui se démocratise aujourd'hui, a d'abord concerné l'étude des couches inférieures de l'ionosphère terrestre avant de s'étendre à la magnétosphère, puis aux couches supérieures.

Avec l'avènement des missions lunaires Apollo, et plus précisément avec Apollo 17 et l'instrument ALSE (Apollo Lunar Sounder Experiment), l'emploi de radars sondeurs pour l'exploration de corps autres que la Terre s'est développé. Aujourd'hui, des sondeurs atmosphériques ou destinés à l'étude de la surface sont présents sur une grande majorité des sondes spatiales.

Les sondes destinées à l'exploration de Mars (Table II-1) étaient quasiment toutes pourvues de spectrographe IR et/ ou UV pour étudier la composition de l'atmosphère martienne. Certaines comptaient parmi leur instrumentation scientifique un radiomètre IR pour mesurer la température de la surface, ou un magnétomètre pour étudier le champ magnétique local.

Nous avons défini au paragraphe précédent la couche ionisée d'une atmosphère planétaire, l'ionosphère. Pour mesurer la densité et la température de ses constituants, on n'utilise pas d'instrument spécifique, tel un spectromètre, mais une expérience de

transmission d'onde radio utilisant les occultations de la sonde derrière la planète qu'elle étudie.

Les premières occultations radio ont été effectuées avec Mariner 4. Historiquement, cette expérience n'était pas prévue au lancement de la sonde, et c'est pendant son vol que les scientifiques ont obtenu une modification des paramètres orbitaux de la sonde pour qu'elle passe derrière la planète. Avec Mariner 6 et 7, deux profils de densité ont été obtenus à chaque mission grâce à cette méthode, alors qu'avec Mariner 9, la première sonde a été placée en orbite autour de Mars, 300 occultations ont été réalisées et traitées.

Par radio occultation avec Mars Express, des profils de densité et de température pourront être obtenus, ainsi que des informations sur l'ionosphère martienne.

### **3.2.1. Principe de la mesure**

Sur une orbite martienne quelconque, une sonde est périodiquement cachée par la planète et donc n'est plus visible depuis la Terre. On parle alors d'occultation. Quand le vaisseau disparaît derrière Mars, on parle d'entrée d'occultation et quand il réapparaît, on parle de sortie d'occultation. A ces moments d'entrée et de sortie d'occultation, les transmissions radio entre la sonde en question et la Terre traversent la fine atmosphère martienne et les ondes électromagnétiques qui les caractérisent sont réfractées.

Les latitudes des entrées et sorties d'occultation varient tout au long de la mission. Des détails sur ces valeurs, dans le cas de la sonde Mars Global Surveyor, peuvent être trouvés sur la figure III-1. La latitude d'occultation est fonction de la position de la Terre par rapport au plan orbital de la sonde et varie continûment à cause du mouvement de la Terre et de Mars sur leur orbite.

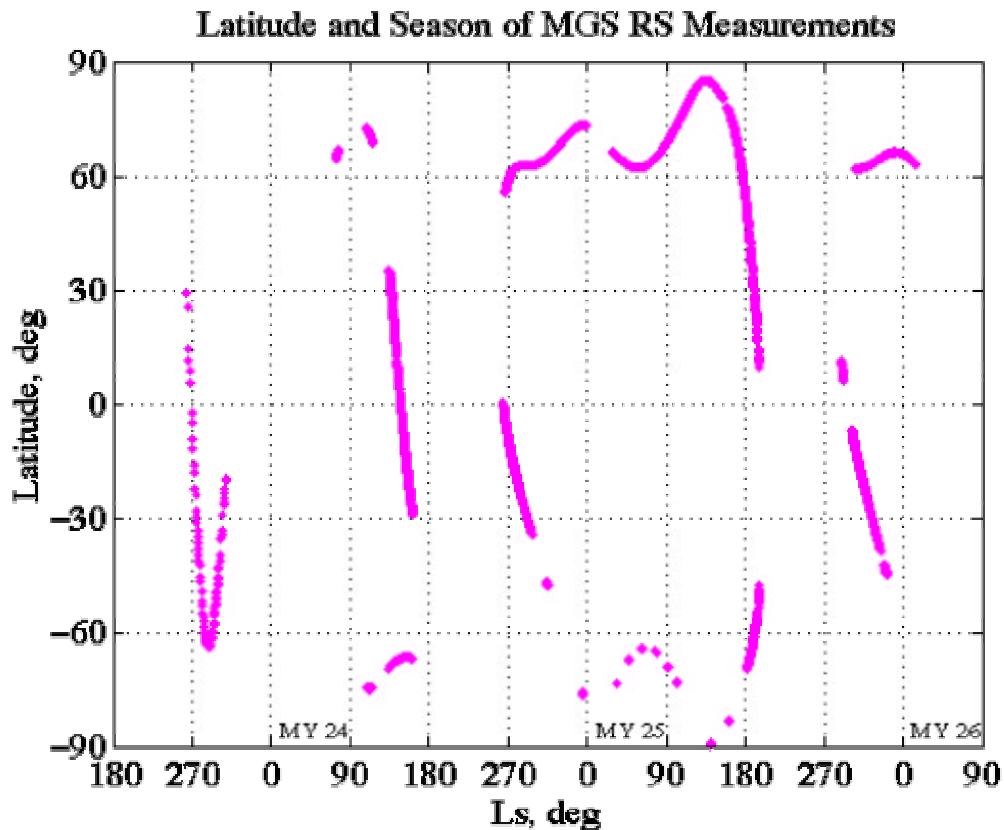


Fig. III-1 : Couverture en latitude des radio occultations.

L'axe des abscisses est la longitude solaire, c'est-à-dire l'angle qui positionne Mars sur son orbite autour du Soleil (Ls est nul à l'équinoxe de l'hémisphère Nord, et une année martienne représente 360 degrés).

Sur cette figure, on a représenté les années martiennes (Martian Year - M.Y. - ) 24, 25 et 26 qui ont débuté respectivement le 14 Juillet 1998, le 31 Mai 2000 et le 18 Avril 2002.

Source : NASA/ JPL/ MGS RS Science Team.

Les mesures de radio occultation consistent à enregistrer la réception d'un signal radio très stable en fréquence qui est transmis par la sonde vers la Terre lors des entrées et sorties d'occultation. Le signal utilisé dans le cas de Mars Global Surveyor est en bande X, à une longueur d'onde de 3,6 cm.

La phase de ce signal varie en fonction des milieux traversés, proportionnellement à leur indice de réfraction et ce changement de phase induit un décalage Doppler sur la fréquence du signal. Ainsi, lors des entrées d'occultation, il « apparaît » que la sonde s'éloigne de la Terre (diminution de la fréquence apparente du signal), alors que lors des sorties d'occultation, la sonde se « rapproche » de la Terre et la fréquence augmente.

Une fois déterminé comment la phase de l'onde transmise varie, on peut calculer un profil d'indice de l'ionosphère, lui-même relié aux profils de densité électronique et de fréquence de collision (Voir paragraphe 3.5.).

### 3.2.2. Les profils de densité électronique

Grâce à la mission Mars Global Surveyor, des profils de densité électronique sont disponibles pour les périodes suivantes :

- 24-31 Décembre 1998,
- 9-27 Mars 1999,
- 6-29 Mai 1999,
- 9 Décembre 2000 - 31 Janvier 2001.

Ils sont en accès libre, sur le site web situé à l'adresse : <http://nova.stanford.edu/projects/mgs/eds-public.html>.

Un profil de densité électronique typique de l'atmosphère martienne est donné à la figure suivante :

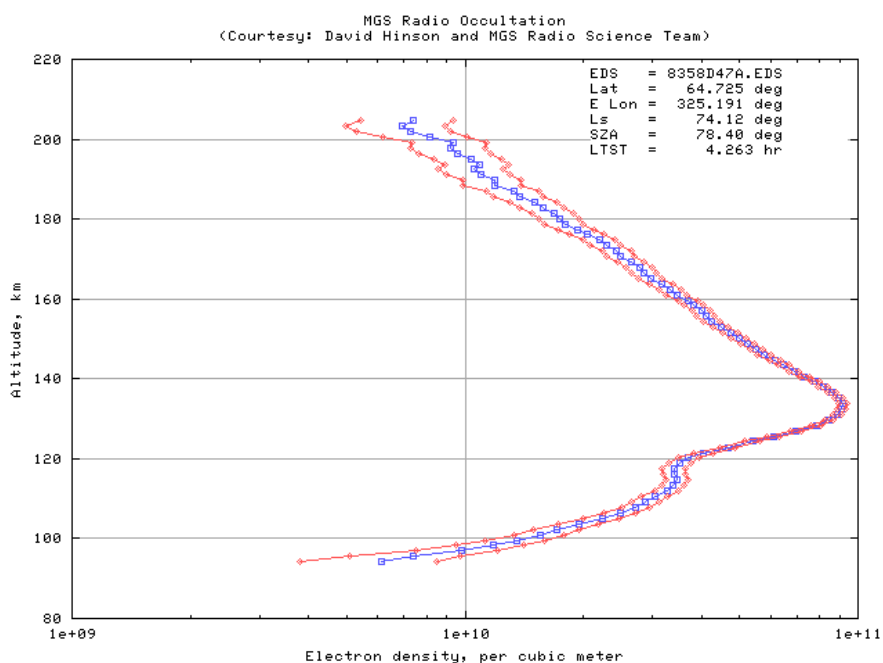


Fig. III-2 : Profil de densité électronique obtenue au cours de la mission Mars Global Surveyor. Les profils de part et d'autre du profil central figurent les barres d'erreur de la mesure.

Dans le graphe ci-dessus, la valeur de  $f_{pmax}$  (Voir équation (II-2) au chapitre précédent) vaut  $9.10^{10} \text{ m}^{-3}$ , ce qui correspond à une fréquence de coupure de 2,69 MHz.

Dans le cas de l'atmosphère martienne, cette valeur maximale de densité est trouvée typiquement entre 125 et 140 km d'altitude.

Pour des latitudes et des angles solaires différents, ces profils peuvent varier assez fortement comme le prouve la figure III-3.

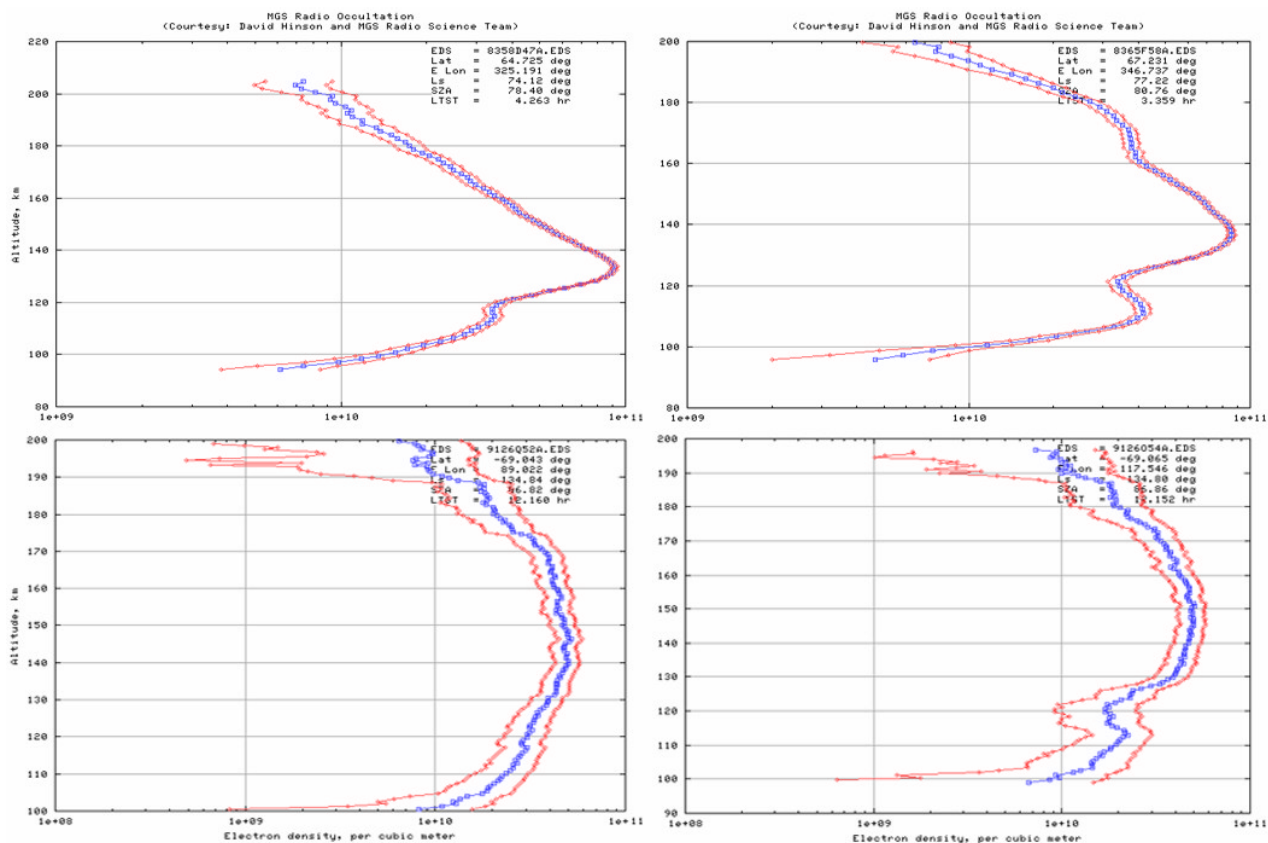


Fig. III-3 : Profils de densité électronique pour différentes latitudes et différents angles solaires.

### 3.3. La propagation d'une onde radar

Dans ce chapitre, nous allons exposer quelques propriétés classiques des ondes planes, dans des milieux sans perte puis dissipatifs. Nous verrons que les ondes planes sont une solution simple des équations de Maxwell, et définirons l'équation de propagation d'une onde dans un milieu dissipatif.

#### 3.3.1. L'équation de propagation

Dans une région libre de source, de perméabilité magnétique  $\mu$  et de permittivité diélectrique  $\epsilon$ , les champs électromagnétiques satisfont les équations de Maxwell classiques (Voir Annexe B).

Si l'on se place dans un milieu dissipatif, caractérisé par une densité de charge  $\rho$  et une conductivité  $\sigma$ , les équations de Maxwell deviennent :

$$\begin{aligned}\nabla \times \mathbf{E} &= -\mathbf{m} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{H} &= \mathbf{s} \cdot \mathbf{E} + \mathbf{e} \cdot \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \mathbf{E} &= \mathbf{r} / \mathbf{e} \\ \nabla \cdot \mathbf{H} &= 0\end{aligned}\quad (\text{III-1})$$

Par analogie avec le développement effectué en Annexe B, l'équation de propagation appliquée au champ électrique est ici :

$$\boxed{\nabla^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}) = -\mathbf{w}^2 \cdot \mathbf{m} \mathbf{e}_c \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r})} \quad (\text{III-2})$$

Avec  $\mathbf{e}_c = \mathbf{e} - j \cdot \mathbf{s} / \mathbf{w} = \mathbf{e}' - j \cdot \mathbf{e}''$ . En effet :

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E} = -\nabla^2 \mathbf{E}$$

En supposant que le milieu est homogène (le gradient de la densité de charge est alors nul).

De même que pour l'équation de propagation d'une onde dans le vide, l'équation (III-2) admet pour solution :

$$\boxed{\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0 \cdot \exp(j \cdot (\mathbf{k}_c \cdot \mathbf{r} - \mathbf{w} \cdot t))} \quad (\text{III-3})$$

Avec  $\mathbf{k}_c$  tel que  $k_c^2 = \mathbf{w}^2 \cdot \mathbf{m} \mathbf{e}_c$ .

Nous avons développé ici l'équation de propagation des ondes électromagnétiques pour des milieux dissipatifs. Cependant, il se peut qu'aucune propagation ne soit possible au travers de l'ionosphère. Cette couche joue alors un rôle de « miroir » pour les ondes électromagnétiques, comme nous avons vu au point 3.1. La grandeur caractéristique à prendre en compte ici est la « pulsation plasma ».

### 3.3.2. Pulsation Plasma

Appleton et Hartree proposèrent en 1931 une théorie de la propagation des ondes électromagnétiques dans les plasmas. Lorsqu'une onde se propage dans un milieu ionisé et magnétisé comme l'est l'ionosphère, elle peut être réfléchiée dans deux cas.

Tout d'abord, comme nous l'avons évoqué au chapitre précédent, l'onde peut subir une réflexion lorsque sa pulsation est inférieure ou égale à la pulsation du plasma du milieu.

Pour déterminer cette pulsation, considérons un plasma à l'équilibre thermique et une perturbation locale de la densité électronique,  $\Delta N$ , de ce plasma. On a alors la densité électronique :  $N = N_{\text{eq}} + \Delta N$ .

En considérant que la densité des ions est constante, cette perturbation de densité crée un champ électrique dont la forme est donnée par le théorème de Gauss :

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = -\frac{e}{\epsilon_0} \Delta N \quad (\text{III-4})$$

Où  $\epsilon_0$  est la constante diélectrique du vide. Ce champ a pour effet de contrebalancer la perturbation en mettant en mouvement les électrons. L'équation de leur mouvement est :

$$m_e \cdot \frac{\partial \mathbf{V}_e}{\partial t} = -e \mathbf{E} \quad (\text{III-5})$$

Où  $m_e$  et  $e$  sont la masse et la charge de l'électron. On a en outre conservation de la quantité de matière et :

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \nabla \cdot (N \cdot \mathbf{V}_e) = 0 \quad (\text{III-6})$$

Que l'on peut développer au premier ordre pour obtenir :

$$\frac{\partial N}{\partial t} + N_{eq} \cdot \nabla \cdot \mathbf{V}_e = 0 \quad (\text{III-7})$$

En dérivant cette équation par rapport au temps :

$$\frac{\partial^2 \Delta N}{\partial t^2} + N_{eq} \cdot \nabla \cdot \frac{\partial \mathbf{V}_e}{\partial t} = 0 \quad (\text{III-8})$$

Avec l'équation de conservation (III-6), on obtient :

$$\frac{\partial^2 \Delta N}{\partial t^2} - \frac{e \cdot N_{eq}}{m_e} \cdot \nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (\text{III-9})$$

Et avec (III-4) :

$$\frac{\partial^2 \Delta N}{\partial t^2} + \frac{e^2 \cdot N_{eq}}{m_e \cdot \epsilon_0} \Delta N = 0 \quad (\text{III-10})$$

On introduit ici la pulsation plasma :

$$\omega_p = \sqrt{\frac{N_e \cdot e^2}{m_e \cdot \epsilon_0}} \quad (\text{III-11})$$

Cette définition est à mettre en parallèle à l'équation (II-1) du chapitre précédent qui définissait la fréquence plasma :  $f_p = \omega_p / 2\pi$ .

*Dans ce mémoire, il sera prioritairement fait référence à la pulsation d'une onde électromagnétique. La fréquence correspondante étant bien sur définie par un rapport  $2\pi$ .*

Avec cette pulsation, l'équation (III-10) devient alors :  $\frac{\partial^2 \Delta N}{\partial t^2} + \omega_p^2 \Delta N = 0$ . C'est l'équation d'un **oscillateur harmonique** de fréquence  $f_p$ . La perturbation locale entraîne donc une oscillation locale du plasma à la pulsation  $\omega_p$ , qui le ramène vers une position d'équilibre.

On peut noter ici que la limite de propagation  $\omega = \omega_p$  est cependant à relativiser, ainsi, la présence d'un champ magnétique, avec une direction privilégiée (correspondante à la direction de la ligne de champ), introduit la possibilité d'une réflexion pour les ondes dont la pulsation  $\omega$  vérifie :

$$\begin{aligned} \frac{\omega_p^2}{\omega^2} &= 1 - \frac{\omega_H}{\omega} \text{ si } \omega_H < \omega \\ \frac{\omega_p^2}{\omega^2} &= 1 + \frac{\omega_H}{\omega} \text{ si } \omega_H > \omega \end{aligned} \quad (\text{III-12})$$

Où  $\omega_H = \left| \frac{e.B}{m_e} \right|$  est la pulsation cyclotronique électronique dans le champ magnétique B.

Du fait de la faible valeur du champ magnétique Martien, point que nous allons voir au prochain paragraphe, nous négligerons cette pulsation par la suite.

L'ionosphère se comporte globalement comme un filtre passe haut pour les ondes électromagnétiques : les ondes de basse fréquence sont réfléchies sur les couches ionisées de l'atmosphère martienne, alors que les ondes de haute fréquence les traversent.

Maintenant que les principales valeurs sont définies, nous allons nous intéresser plus particulièrement à l'impact de l'ionosphère martienne sur le signal radar.

### 3.4. Impact de l'ionosphère

Après avoir définie l'indice de réfraction d'un milieu, nous verrons que son caractère complexe au sein de l'ionosphère induit une atténuation de l'amplitude et que sa variation en fonction de la fréquence de l'onde induit une rotation de la phase d'une onde électromagnétique s'y propageant.

Mais tout d'abord, considérons le champ magnétique martien.

#### 3.4.1. Etude du champ magnétique martien et hypothèse restrictive



De nombreux instruments ont relevé des données indirectes ou effectué des mesures pour le définir : les analyseurs à potentiel retard des deux landers Viking, des instruments de mesure du plasma sur Phobos 2 et enfin, l'instrument MAG/ER sur Mars Global Surveyor.

Grâce à tous ces instruments, on a pu établir que Mars n'a pas de champ magnétique intrinsèque, mais il existe des traces de magnétisme « fossile ». Des régions de la croûte martienne présentent ainsi un magnétisme important, notamment dans l'hémisphère sud de la planète [J.E.P. Connerney et al., 2001]. La figure III-4 présente une mesure du champ magnétique martien réalisé grâce à l'instrument MAG/ER évoqué ci-dessus.

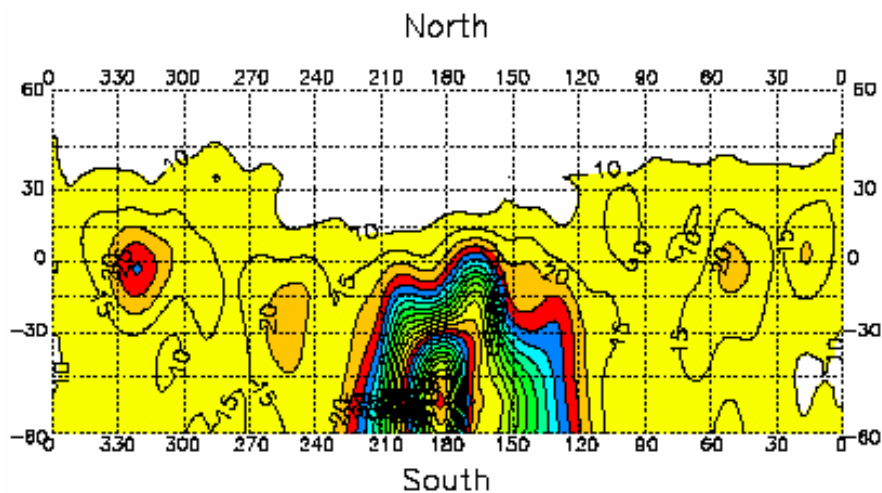


Fig. III-4 : Carte du champ magnétique martien à une altitude de 400 km. Les contours présentent un intervalle de 5 nT.  
Source : [L.L. Hood et al., 2002].

Nous voyons ainsi que le champ magnétique est globalement inférieur à 25 nT à une altitude de 400km. Seule une zone très localisée au Sud de la planète présente des intensités allant jusqu'à 130 nT.

Nous avons dit précédemment que l'ionosphère martienne avait deux effets sur un signal électromagnétique : une atténuation de son amplitude et une rotation de sa phase.

Pour être plus exhaustif ici, il faut considérer également l'effet du champ magnétique sur le signal radar, c'est la rotation Faraday.

La rotation Faraday est en fait la rotation que subit le vecteur de polarisation de l'onde au cours de sa propagation à travers l'ionosphère. Cet angle peut être calculé, et vaut [A. Safaeinili et al., 2003]:

$$y = 9,33 \cdot 10^5 \cdot \frac{B_n}{w^2} \cdot TEC \quad (\text{III-13})$$

Pour une valeur en radians. TEC est l'acronyme de l'expression « Total Electron Content », c'est la quantité d'électrons intégrée sur une colonne de l'atmosphère. Elle est exprimée en nombre d'électrons par mètre carré.

Sur la figure III-5, nous avons représenté l'angle de rotation Faraday, en degrés, pour un TEC de  $5 \cdot 10^{15}$  électrons par mètre carré, c'est une valeur diurne moyenne, et en suivant les contours de la carte III-4.

A titre indicatif, une valeur de TEC nocturne moyenne serait environ dix fois inférieure à celle annoncée ci-dessus, divisant par dix les rotations obtenues sur la figure III-6.

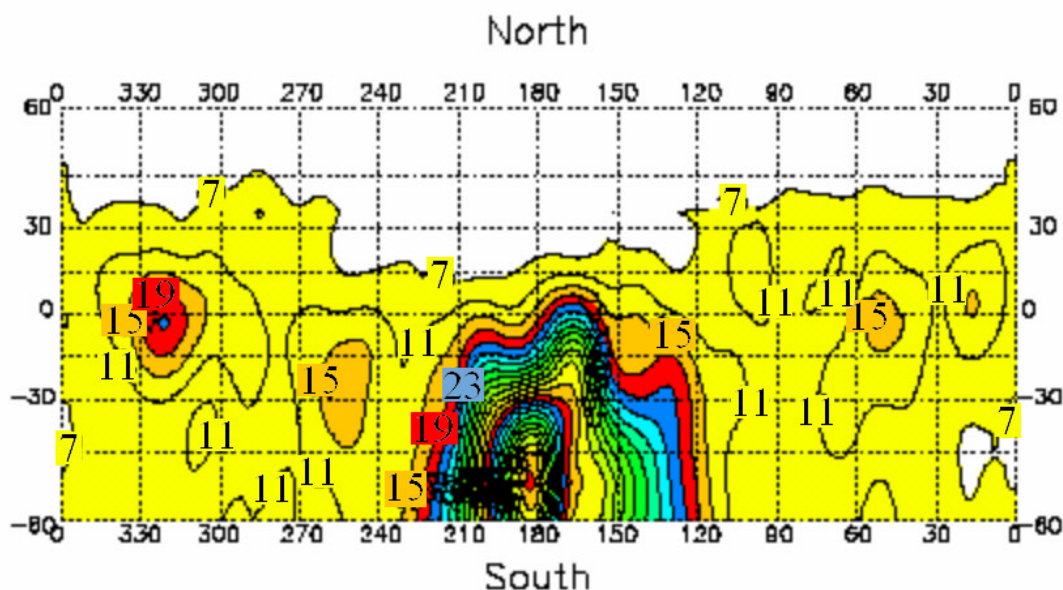


Fig. III-5 : Angle de rotation Faraday en degrés pour une valeur diurne du TEC. Les valeurs tracées s'échelonnent entre 7 et 23 degrés. La valeur maximale, non tracée ici du fait du rapprochement des courbes, est de 90 degrés au point 53°S, 182°O.

On s'aperçoit donc sur cette figure que la rotation de polarisation est globalement très faible, excepté sur une zone peut étendue de l'hémisphère Sud où elle peut atteindre 90°.

Ces valeurs sont de plus calculées pour une opération diurne du radar. Dans le cas d'une ionosphère nocturne, l'amplitude de la rotation est diminuée d'un facteur dix, rendant tout à fait négligeable cette rotation Faraday.

Dans un même temps, et d'après la définition de  $w_H$  vue au paragraphe précédent (équation (III-12)), on vérifie que cette grandeur est négligeable devant  $w$ . On a ainsi

$$\frac{w}{w_H} > 10^4.$$

A partir de nos connaissances actuelles concernant les champs magnétiques Martiens et l'ionosphère de cette planète, la rotation Faraday ne semble donc pas un facteur dégradant en

ce qui concerne le signal MARSIS. Dans les régions où cet effet est important pendant la journée, au Sud de la planète, une opération nocturne du radar permet en outre de s'affranchir de cette dépolarisation.

Nous allons donc négliger les effets du champ magnétique sur le signal radar.

Pour étudier les effets de l'ionosphère martienne sur l'onde radar, nous allons alors nous limiter à l'effet dû au caractère complexe de l'indice au sein de l'ionosphère : l'atténuation de l'amplitude de l'onde, et à l'effet dû à la variation de cet indice avec la pulsation de l'onde : la distorsion de la phase du signal radar.

### 3.4.2. Atténuation des ondes électromagnétiques dans l'ionosphère

La solution (III-3) de l'équation de propagation dans un milieu dissipatif nous a amené au vecteur d'onde dans l'ionosphère, associé à la permittivité diélectrique complexe :

$$\mathbf{e}_c = \mathbf{e} - j.\mathbf{S}/\omega = \mathbf{e}' - j.\mathbf{e}'' \quad (\text{III-14})$$

Si l'on référence cette valeur par rapport à la permittivité diélectrique du vide  $\mathbf{e}_0$ , on obtient la permittivité relative, caractéristique du milieu traversé :

$$\mathbf{e}_r = \frac{\mathbf{e}_c}{\mathbf{e}_0} = \mathbf{e}_r' - j.\mathbf{e}_r'' \quad (\text{III-15})$$

Communément, on définit alors l'indice de réfraction du milieu par  $n^2 = \mathbf{e}_r$ .

Pour la gamme de fréquence utilisée par MARSIS, cet indice de réfraction vaut alors [K.G. Budden, 1966] :

$$n^2 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega - j.\mathbf{u})} \quad (\text{III-16})$$

Où  $\omega_p$  est la pulsation plasma définie à l'équation (III-11),  $\omega$  est la pulsation de l'onde électromagnétique, et  $\mathbf{u}$  est la fréquence de collision que nous définirons au point 3.5.1.

Cet indice de réfraction est complexe, posons  $n = \mathbf{h} + j.\mathbf{c}$ . En reprenant la solution de l'équation d'onde dans un milieu dissipatif (équation (III-3)), on peut écrire ici :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0 \cdot \exp(j.(n.\mathbf{k}_0.\mathbf{r} - \omega t)) \quad (\text{III-17})$$

En effet, il vient aisément  $k_c = n.k_0 = n.\omega \cdot \sqrt{\mathbf{m}_0.\mathbf{e}_0}$  avec  $k_0$ , vecteur d'onde dans le vide.

D'où l'amplitude du champ électrique (en projetant selon la direction de propagation):

$$|\mathbf{E}(\mathbf{r}, t).\hat{\mathbf{r}}| = |\mathbf{E}_0.\hat{\mathbf{r}}| \cdot \exp(-\mathbf{c}.k_0.r) \quad (\text{III-18})$$

L'atténuation de l'amplitude de l'onde augmente donc exponentiellement avec la longueur de propagation. On peut définir le coefficient d'absorption par:

$$\mathbf{k} = k_0 \cdot \mathbf{c} = \frac{\mathbf{w}}{c} \cdot \mathbf{c} \quad (\text{III-19})$$

Bien que l'on soit en train de cheminer vers la valeur de l'absorption spécifique d'une onde électromagnétique se propageant dans une ionosphère planétaire, replaçons nous pour un instant au niveau du sous-sol martien.

Si l'on considère que la partie imaginaire de l'indice de réfraction du milieu traversé par l'onde radar lors de sa propagation dans la croûte martienne (c'est à dire ici  $\mathbf{c}$ ) est constante sur la bande passante de l'onde radar employée, cette expression montre aussi que l'atténuation rencontrée par l'onde radar lors de sa propagation est directement proportionnelle à sa pulsation (et donc par là même à sa fréquence). Ce résultat, déjà énoncé au chapitre précédent (Cf. paragraphe 2.3.1), trouve ici sa démonstration.

Mais revenons aux effets dus à l'ionosphère. Avec l'approximation  $\mathbf{w}^2 \gg \mathbf{w}_p^2$ , on trouve alors grâce aux l'expressions (III-16) et (III-19):

$$\mathbf{k} = \frac{\mathbf{w}_p^2}{2 \cdot c} \cdot \frac{\mathbf{u}}{\mathbf{u}^2 + \mathbf{w}^2} \quad (\text{III-20})$$

D'où la valeur de l'absorption spécifique, en décibels par mètre :

$$\begin{aligned} A(\text{dB}/m) &= -20 \cdot \log(\exp(-\mathbf{k})) \\ &= 20 \cdot \mathbf{k} \cdot \log(e) \\ &= 10 \cdot \frac{\mathbf{w}_p^2}{c} \cdot \frac{\mathbf{u}}{\mathbf{u}^2 + \mathbf{w}^2} \cdot \log(e) \end{aligned} \quad (\text{III-21})$$

Enfin, grâce à l'expression (III-11) et avec  $\mathbf{e}_0 = 1/(c^2 \cdot \mathbf{m}_0) = (c^2 \cdot 4 \cdot \mathbf{p} \cdot 10^{-7})^{-1}$ , il vient :

$$A(\text{dB}/m) = 40 \cdot \mathbf{p} \cdot 10^{-7} \cdot \log(e) \cdot \frac{e^2 \cdot c}{m_e} \cdot N_e (m^{-3}) \cdot \frac{\mathbf{u}}{\mathbf{u}^2 + \mathbf{w}^2} \quad (\text{III-22})$$

Soit, après calcul :

$$\boxed{A(\text{dB}/m) = 4,61 \cdot 10^{-5} \cdot N_e (m^{-3}) \cdot \frac{\mathbf{u}}{\mathbf{u}^2 + \mathbf{w}^2}} \quad (\text{III-23})$$

Nous voyons que cette valeur est très dépendante de la fréquence de collision  $\mathbf{u}$ , nous nous attacherons à mieux définir cette grandeur au paragraphe 3.5.1. suivant.

Le caractère complexe de la constante diélectrique a donc un effet sur l'amplitude de l'onde radar, qui s'atténue au fur et à mesure de sa propagation, mais il a aussi un effet sur sa phase. C'est ce que nous allons étudier ici.

### 3.4.3. La dispersion de phase

Considérons la propagation d'une onde à travers l'ionosphère sur une distance  $l$  et une durée  $t$ . La pulsation de l'onde est  $\omega$  et son nombre d'onde  $k$ .

Le déphasage dû à l'ionosphère est :

$$\Delta j = j - j_0 = (k - k_0).l \quad (\text{III-24})$$

Où  $j_0$  est la variation de phase correspondante à une même longueur de propagation dans le vide :

$$j_0(t, l) = \omega.t - k_0.l \quad (\text{III-25})$$

Et  $j$  est la variation de phase dans un milieu d'indice de réfraction différent de l'unité :

$$j(t, l) = \omega.t - k.l \quad (\text{III-26})$$

Où  $\omega$  et  $k$  sont liés par la relation de dispersion  $k = n \cdot \frac{\omega}{c}$ . De l'expression (III-24) on tire directement :

$$k = k_0 - \Delta j / l \quad (\text{III-27})$$

En remplaçant  $k_0$  par sa valeur, on obtient :

$$\omega = c.(k + \Delta j / l) \quad (\text{III-28})$$

En appliquant la définition de la vitesse de groupe,  $v_g = \frac{d\omega}{dk}$ , on a enfin :

$$v_g = c. \left( 1 + 1/l. \frac{dj}{dk} \right) \quad (\text{III-29})$$

On trouve ici la valeur de la vitesse de groupe, la vitesse de phase valant quant à elle :

$$v_j = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{n}.$$

L'équation (III-29) contient de plus une dépendance en  $\omega$ , au travers du terme  $\frac{dj}{dk}$ . En conséquence, quand l'impulsion de bande passante 1 MHz se propage à travers une épaisseur fixée de l'ionosphère, le temps de parcours correspondant est variable et dépend de la pulsation.

**Cette variation de vitesse en fonction de  $\omega$  et liée à un déphasage de l'onde au cours de sa propagation, suivant l'équation (III-26). Ce déphasage dépendant de la pulsation va engendrer une déformation de l'impulsion** (un élargissement de l'impulsion radar).

La variation de la phase de l'onde électromagnétique au cours de sa propagation s'obtient en intégrant (III-26) sur le chemin de propagation :

$$\mathbf{j}(t, l) = \mathbf{w}t - k_0 \int_0^l \Re(n(\mathbf{w}, z)).dz = \mathbf{w}t - \frac{\mathbf{w}}{c} \int_0^l \Re(n(\mathbf{w}, z)).dz \quad (\text{III-30})$$

Avec l'opérateur de partie réelle  $\Re(\ )$ .

Nous considérons ici la partie réelle de l'indice  $n$  seulement (on a vu au point précédent que sa partie imaginaire induisait une atténuation de l'amplitude de l'onde, dépendante de la fréquence).

Cette phase contient un terme linéaire et un terme non linéaire. Le terme linéaire correspond à un retard global de l'impulsion, alors que le terme non linéaire cause la déformation de cette impulsion, c'est à dire la dispersion.

Si l'on s'intéresse à ce seul terme dispersif, il vient :

$$\Delta \mathbf{j}(\mathbf{w}) = -\frac{2 \cdot \mathbf{w}}{c} \int_{z_1}^{z_2} \Re(n(\mathbf{w}, z) - 1).dz \quad (\text{III-31})$$

Où  $z_1$  et  $z_2$  sont les limites inférieure et supérieure de l'ionosphère (l'indice  $n$  est considéré comme égal à 1 partout ailleurs). Le facteur 2 donne la variation de phase pour un aller-retour de l'onde.

### 3.5. Les modèles ionosphériques et les résultats

Nous avons vu avec les équations (III-23) et (III-31) les deux principaux effets de l'ionosphère sur une onde électromagnétique s'y propageant : l'atténuation de son amplitude et la dispersion de sa phase. Ces deux équations font appel, via  $n$  et  $\mathbf{w}_p$ , au profil vertical de la densité électronique dans l'ionosphère et au profil de la fréquence de collision. Nous allons nous attacher ici à définir ces valeurs, puis nous calculerons les atténuations et dispersions correspondantes.

#### 3.5.1. La fréquence de collision

Au moins quatre expressions peuvent être trouvées dans la littérature concernant ce paramètre.

En 1969, Rishbeth et Garriotts ont publié l'expression [H. Rishbeth et O.K. Garriotts, 1969] :

$$\mathbf{u} = 5,4 \cdot 10^{-16} T_e^{0,5} \cdot N_{CO_2} \quad (\text{III-32})$$

Deux ans plus tard, en 1971, Whitten et Poppoff donnaient la formule [R.C. Whitten et I.G. Poppoff, 1971] :

$$\mathbf{u} = 8.10^{-14} \cdot N_{CO_2} \quad (\text{III-33})$$

Dans un article de référence sur les ionosphères planétaires, Schunk et Nagy ont publié en 1980 la formule suivante [R.W. Schunk et A.F. Nagy, 1980] :

$$\mathbf{u} = 3,68.10^{-14} \cdot (1 + 4,1.10^{-11} \cdot |4500 - T_e|^{2,93}) \cdot N_{CO_2} \quad (\text{III-34})$$

Enfin, en 1999, Melnik et Parrot, dans une étude de l'ionosphère martienne, ont utilisé [O. Melnik et M. Parrot, 1999] :

$$\mathbf{u} = 2,12.10^{-16} \cdot T_e^{0,5} \cdot N_{CO_2} \quad (\text{III-35})$$

Avec pour toutes ces expressions,  $T_e$ , température électronique en Kelvin et  $N_{CO_2}$ , densité du dioxyde de carbone en mètre cube. La dernière expression de la fréquence de collision (III-35) est clairement en désaccord avec celle de 1969 (équation (III-32)), un facteur de 2,547 les sépare. Ces deux formulations de la fréquence de collision sont théoriques, basées sur l'utilisation du modèle de collision des sphères dures.

La théorie des sphères dures n'est pas fondée sur l'étude du cas précis du dioxyde de carbone, alors que l'atmosphère martienne en est composée majoritairement (Tableau I-1). Un facteur correctif doit donc être nécessaire pour prendre en compte la différence de taille des molécules. Ceci doit expliquer en partie le facteur 2,547 évoqué précédemment.

Les équations (III-33) et (III-34) sont, elles, déduites de mesures expérimentales et donnent des résultats très proches (Figure III-6). Afin de tracer cette figure comparative, nous avons utilisé des données Viking, publiées en 1977 par McElroy, pour la densité en dioxyde de carbone et la température électronique [M.B. McElroy, 1977].

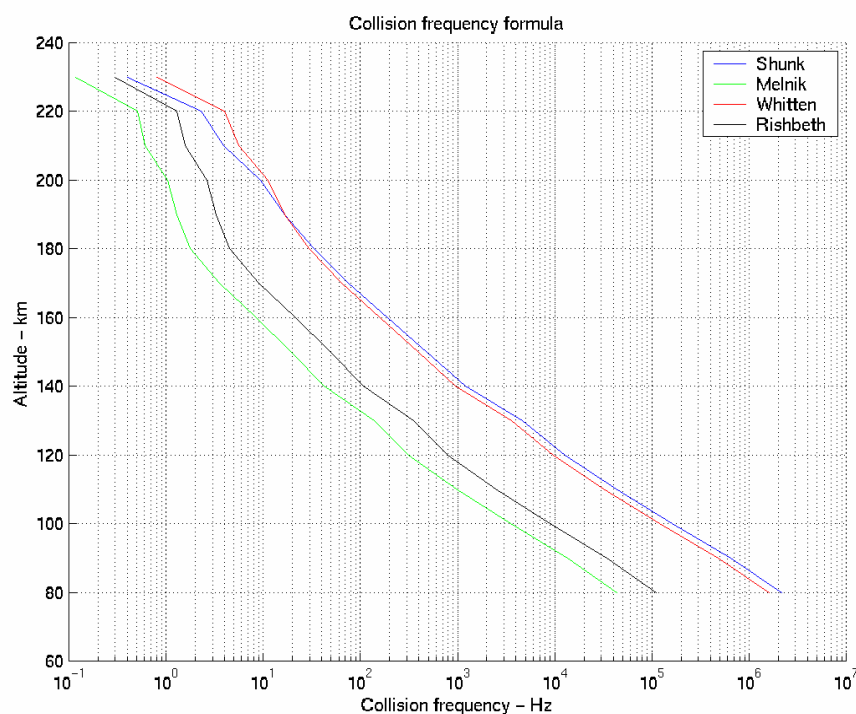


Fig. III-6: Différentes valeurs de fréquences de collision. Les courbes Melnik et Rishbeth sont théoriques alors que les courbes Schunk et Whitten sont expérimentales. Source : [J.F. Nouvel et al., 2001].

Les résultats expérimentaux de Schunk correspondent à la plus forte fréquence de collision, alors que le modèle théorique de Melnik correspond à la plus faible. Le rapport entre les deux expressions varie entre 35 et 42. Ce rapport est peut être à rapprocher de la masse moléculaire du dioxyde de carbone ( $M=44$ ).

Récemment, Cummer et Farrell [S.A. Cummer et W.M. Farrell, 1999] ont recalculé cette fréquence de collision, en utilisant la théorie de Banks et Kockarts [P.M. Bank et G. Kockarts, 1973] et les mesures de sections efficaces de collision de Hake et Phelps [R.D. Hake et A.V. Phelps, 1967]. Leur résultats sont très proches de ceux de Whitten et Schunk.

Pour la suite de cette étude, nous utiliserons la fréquence de collision telle que définie par Schunk.

Après la fréquence de collision, il nous reste à définir les profils verticaux de densité électronique que nous allons utiliser. Pour ce faire, différents modèles et mesures sont ici aussi disponibles dans la littérature.

### 3.5.2. Les différents modèles de densité électronique

Différents profils de densité électroniques sont utilisés dans cette étude. Trois d'entre eux sont des mesures effectuées lors de missions d'exploration martienne américaines ou



russes, et un quatrième est défini par l'auteur afin de mettre en avant les effets qu'aurait une couche de forte densité électronique présente à basse altitude (entre 60 et 90 km d'altitude).

Ces profils, tracés dans la figure III-7, ont une résolution verticale de 5 km et s'échelonnent entre 40 et 240 km d'altitude. Il faut cependant mentionner ici que les profils provenant de mesures ont été obtenus grâce à la méthode d'occultation radio, qui ne permet pas d'avoir de données pour des altitudes inférieures à 90 km. Nous avons cependant prolongé linéairement ces profils. Le profil Mars Global Surveyor (MGS) correspond aux données tracées dans la figure III-2.

Outre ces profils de densité enregistrés par les sondes Mariner 6, Mars 4 et Mars Global Surveyor, nous utilisons un modèle incluant une couche électronique à basse altitude. Ce profil est obtenu en additionnant à un modèle standard une couche à forte densité électronique à une altitude comprise entre 60 et 90 km.

Pesnell et Grebowsky [W.D. Pesnell et J. Grebowsky, 2000] ont modélisé le profil vertical de l'ionisation de l'atmosphère martienne due à l'activité météoritique. Ils ont prédit l'existence d'une couche persistante d'ions de magnésium [O. Witasse et al., 2001], [G.J. Molina-Cuberos et al., 2003] dont la concentration atteint un pic d'environ  $10^{10}$  ions.  $m^{-3}$  juste au dessous 80 km.

Nous avons nommé « Meteor » ce modèle, incluant une couche électronique à basse altitude (Figure III-7).

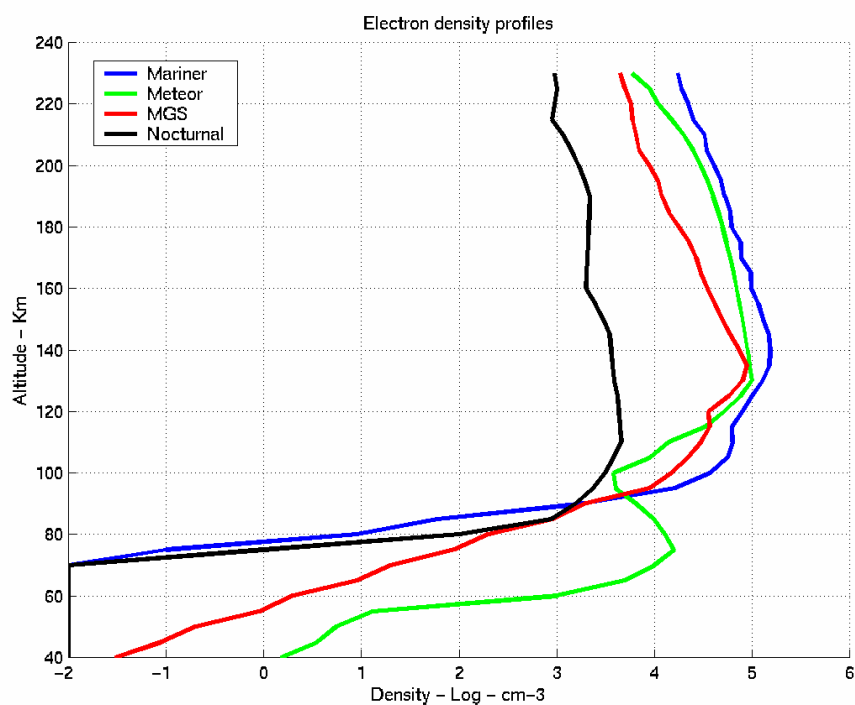


Fig. III-7 : Profils de densité électronique. Mesures obtenues par les missions Mariner 6, Mars 4 (Nocturnal) et Mars Global Surveyor (MGS). Le profil « Meteor » est un modèle contenant une forte densité électronique à basse altitude.

Source : [J.F. Nouvel et al., 2001].

Les fréquences plasma de ces différents profils sont respectivement 3.5 MHz pour le profil Mariner 6, 2.8 MHz pour le profil nommé « Meteor », 2.67 MHz pour le profil MGS et enfin 0.8 MHz pour le profil obtenu grâce à la sonde russe Mars 4, profil nommé ici « Nocturnal » puisqu'il correspond à des valeurs nocturnes de densité électronique.

Ces fréquences plasma sont très proches de la fréquence de l'onde radar employée par MARSIS. Nous allons voir maintenant, avec les équations définies aux paragraphes 3.4.2 et 3.4.3, les effets qui en découlent.

### **3.5.3. Résultats**

#### **a) Atténuation**

L'atténuation est calculée en fonction de la fréquence de l'onde radar (Equation (III-23)). Afin d'évaluer la sensibilité de nos résultats vis-à-vis du profil de densité électronique, nous avons utilisé chacun des quatre profils représentés dans la figure III-7. La fréquence de collision retenue est celle qui correspond à l'expression de Schunk (Equation (III-34)).

Les atténuations calculées sont tracées dans la figure III-8. Ces courbes représentent des valeurs d'absorption pour un seul sens de propagation. Pour des valeurs d'absorption sur un aller/ retour de l'onde, il suffit de multiplier par deux les résultats présents.

Nous avons pris en compte les différentes fréquences qui seront utilisées par le radar MARSIS, c'est-à-dire, entre 1.3 et 5.5 MHz.

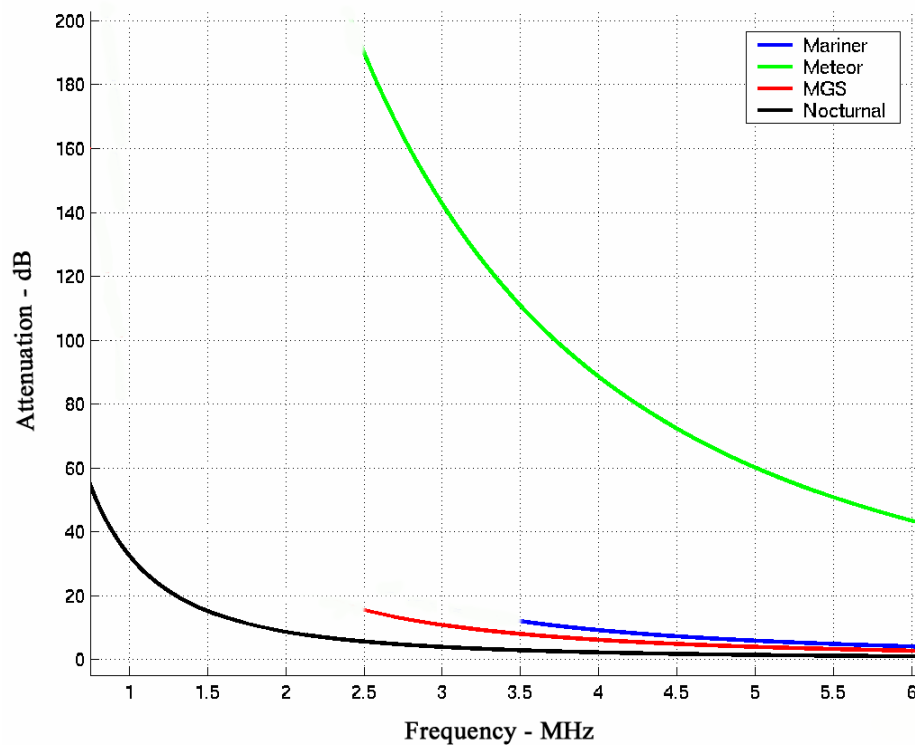


Fig. III-8 : Valeurs d'atténuation en fonction du profil de densité électronique retenu.

Source : [J.F. Nouvel et al., 2001].

Les courbes d'atténuation présentent toutes une coupure pour un minimum de fréquence correspondant à la valeur de la fréquence plasma du milieu. Pour une onde de fréquence inférieure il n'y a pas de propagation possible.

Généralement, les calculs ont montré que le niveau d'atténuation rencontré par l'onde est très fortement dépendant du remplissage électronique de l'ionosphère martienne à basse altitude. Cette dépendance peut être expliquée par le fait que la fréquence de collision est plus importante à ces basses altitudes (Figure III-6). Nous allons nous attarder ici sur ce phénomène.

La figure III-8 correspond à des valeurs d'absorption intégrées sur l'altitude. Si l'on regarde maintenant les profils d'absorption en fonction de cette même altitude, on obtient la figure suivante.

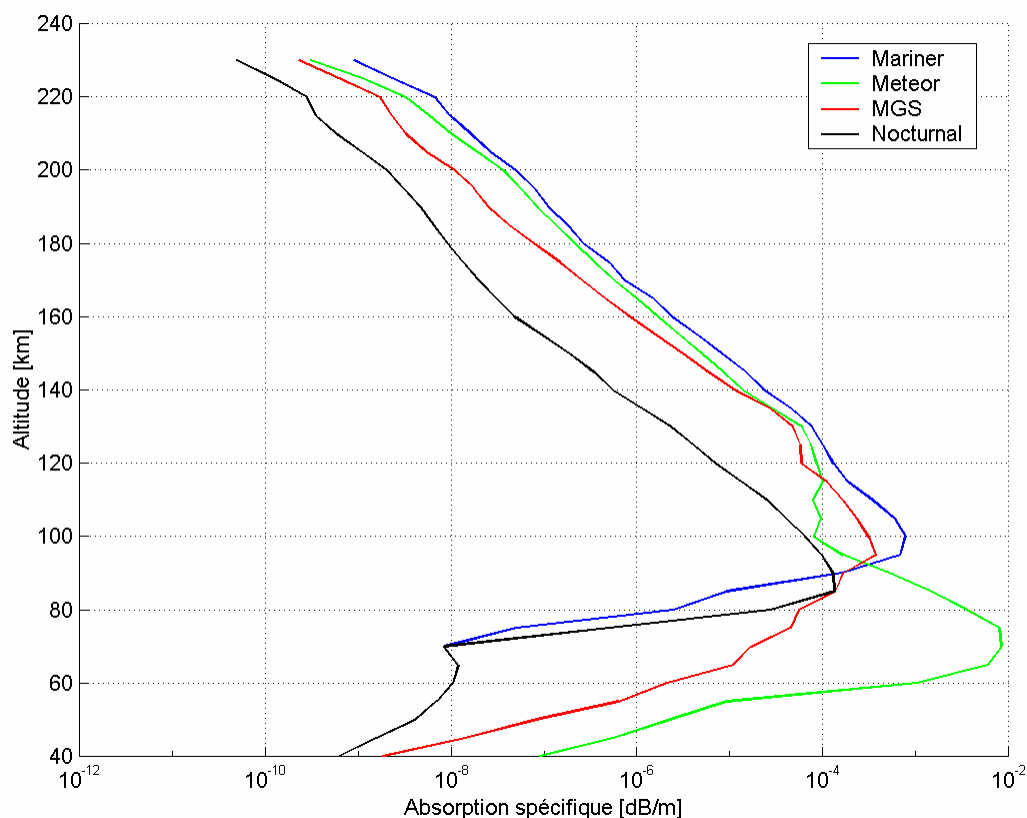


Fig. III-9: Profils d'absorption spécifique. La fréquence est fixée à 3MHz.

Cette figure met clairement en avant la dépendance entre le niveau d'absorption et le remplissage électronique à basse altitude. Sur le profil de densité électronique « Meteor », nous avons placé une bosse de densité autour de 70km d'altitude et sur la figure III-9, nous retrouvons un pic d'atténuation pour cette même altitude.

Dans un même temps, tous les profils de densité électronique présentent un maximum vers 130km or nous voyons ici que l'atténuation n'est pas prépondérante dans cette zone. On s'aperçoit donc que le niveau d'atténuation n'est sensible au remplissage électronique qu'aux faibles altitudes.

Le dernier terme de l'équation (III-23) :  $\frac{\mathbf{u}}{\mathbf{u}^2 + \mathbf{w}^2}$  admet un maximum pour  $\mathbf{u} = \mathbf{w}$ . Pour une fréquence de 3MHz, ce maximum intervient à une altitude de 70km. C'est donc la concordance du maximum de ce terme avec un maximum secondaire sur le profil de densité électronique « Meteor » qui est à l'origine du pic d'atténuation présent sur la figure III-9.

En d'autres termes, on s'aperçoit ici que le niveau d'atténuation rencontré par l'onde radar est très sensible à la valeur de la densité électronique présente aux altitudes où la fréquence de collision électron/neutre est très proche de la pulsation de l'onde.

Ainsi, le profil de densité électronique correspondant à l'ionosphère la plus « remplie » en électrons est celui obtenu lors de la mission Mariner 6. Or nous voyons sur la figure III-8 qu'il ne correspond pas aux valeurs d'atténuation les plus importantes. Les profils pour lesquels la densité électronique reste inférieure à environ  $10^4$  é/cm<sup>3</sup> en dessous de 90km d'altitude mènent à des niveaux d'absorption compris entre 4 dB à 5.5 MHz et 20 dB à 1.3 MHz. Ces niveaux sont relativement faibles et ne devraient pas entraver la faisabilité de la mesure radar, alors qu'avec le profil « Meteor », ces niveaux d'absorption atteignent 190 dB à 2.5 MHz et 52 dB à 5.5 MHz. Avec de telles valeurs, le sondage radar est bien entendu remis en cause.

D'autres calculs d'absorption, avec des niveaux de remplissage différents à basse altitude, ont tous montré des valeurs d'atténuation très importantes [O. Witasse et al., 2001].

Ces niveaux d'atténuation rendent donc impossible l'utilisation de ces faibles fréquences de travail, tout au moins en mode d'opération diurne du radar. De nouvelles observations sont toute fois nécessaires pour confirmer ou infirmer la présence de cette couche électronique d'origine météoritique, et pour étudier sa variabilité jour/ nuit.

Nous avons enfin calculé les niveaux d'atténuation obtenus pour les autres fréquences de collision présentées au paragraphe 3.5.1. Ces résultats sont résumés dans le tableau III-1 suivant.

Référence	f = 1.8 MHz	f = 3 MHz	f = 4 MHz	f = 5 MHz
Schunk et Nagy	270 – 25	138 – 11	88 – 6	60 – 4
Whitten et Poppof	210 – 18	111 – 9	65 – 5	43 – 3
Melnik et Parrot	11 - <1	4 - <1	2 - <1	1 - <1
Rishbeth et Garriot	28 – 2	10 - <1	6 - <1	4 - <1

Tableau III-1: Niveaux d'atténuation en décibels pour deux valeurs de densité électronique (profils Meteor et MGS, figure III-8) en fonction de la formule de fréquence de collision retenue. Les termes marqués « <1 » indiquent que l'atténuation est négligeable dans les cas correspondants.  
Source : [J.F. Nouvel et al., 2001].

## b) Dispersion

La variation de phase que subit l'onde au cours de sa propagation dans l'ionosphère est calculée grâce à l'équation (III-31). En utilisant les profils de densité électronique tracés dans la figure III-7 et la fréquence de collision de Schunk, nous obtenons les courbes de variation de phase tracées dans la figure III-10.

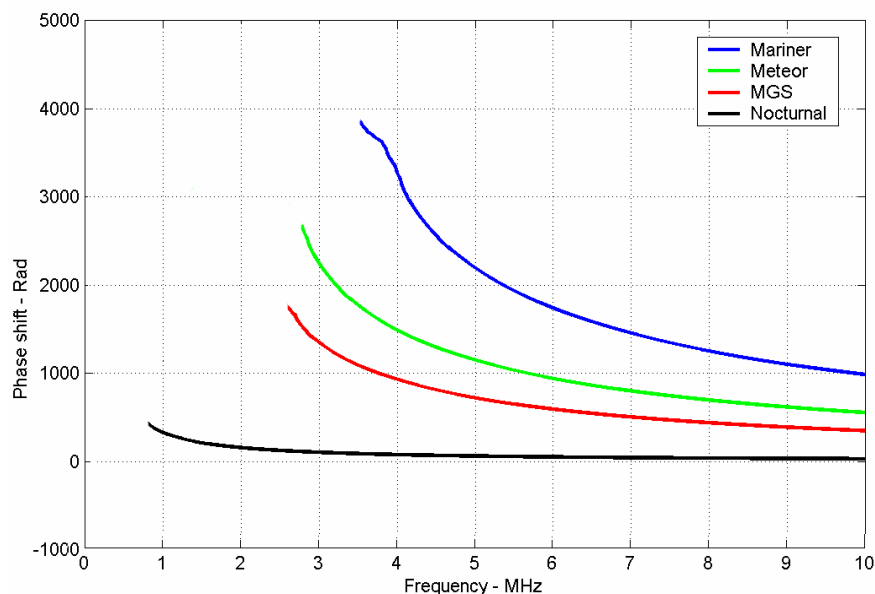


Figure III-10 : Variation de phase en fonction du profil de densité électronique retenu.

Source : [J.F. Nouvel et al., 2001].

L'effet de cette variation de phase sur le signal se détermine aisément grâce à l'équation (III-29). Nous voyons sur la figure ci-dessus que la dérivée  $dj/dk$  est négative, en conséquence de quoi, plus la fréquence de l'onde électromagnétique est élevée, plus la vitesse de propagation de cette onde est importante, et plus sa durée de propagation est courte. Cette dépendance entre durée de propagation et fréquence de l'onde induit une distorsion du signal, caractérisée par un étalement des impulsions radar.

Cette distorsion, ainsi que les techniques de correction et de compression, seront traitées au chapitre 6 et en Annexe E, les techniques de compression ayant déjà été évoquées au chapitre précédent, lors de l'étude du traitement à bord du signal.

Sur la figure III-10, nous observons que le profil électronique responsable de la plus forte dispersion de phase est le profil mesuré par la sonde Mariner, alors que sur la figure III-8, nous voyons qu'il n'entraîne pas l'atténuation la plus importante. Ce résultat montre que le phénomène de dispersion n'a pas la même dépendance vis à vis du profil de densité électronique que l'atténuation.

La dispersion semble fortement dépendante de la valeur du pic de densité maximal et donc de la valeur de la fréquence de coupure, alors que l'atténuation apparaît plus sensible au remplissage électronique global.

### 3.6. Synthèse

Tout au long de ce chapitre, nous avons défini la notion d'ionosphère, la couche ionisée d'une atmosphère planétaire. Nous avons vu ensuite comment mesurer la quantité d'électrons

contenue dans cette couche, et quels types de profils de densité on obtient dans le cas de Mars.

Une donnée importante que l'on extrait de ces profils de densité est la pulsation plasma, notion à rapprocher de la pulsation de coupure d'un filtre passe-haut. C'est la pulsation en deçà de laquelle il n'y a pas de propagation possible dans l'ionosphère.

Après avoir discuté l'importance du champ magnétique Martien, nous avons établi que le faible écart entre les fréquences de travail de MARSIS et la fréquence plasma engendrait deux effets ionosphériques : l'atténuation de l'amplitude des ondes et la dispersion de leur phase.

A ce niveau, différents modèles de fréquence de collision et de densité électronique ont été présentés, et nous avons discuté les niveaux d'atténuation et de dispersion auxquels ils mènent. Nous avons vu ensuite que les deux fréquences porteuses les plus basses ne sont utilisables que pour des opérations nocturnes du radar (Table III-1), alors que les deux plus hautes peuvent être utilisées de jour, à condition que la densité électronique ne soit pas trop élevée aux alentours de 75km d'altitude.

Nous allons quitter l'atmosphère de Mars pour nous intéresser désormais à sa surface, et plus précisément à sa modélisation électromagnétique.

## Chapitre 4

### Simulation du signal radar MARSIS : La méthode des facettes

<b>SOMMAIRE.....</b>	<b>85</b>
<b>4.1. DESCRIPTION ELECTROMAGNETIQUE DE LA SURFACE : LES MODELES CLASSIQUES</b>	<b>86</b>
4.1.1. MODELE DE KIRCHHOFF .....	86
4.1.2. METHODE DES FAIBLES PERTURBATIONS .....	88
4.1.3. METHODE DES FACETTES .....	90
<b>4.2. IMPLEMENTATION DE LA METHODE DES FACETTES .....</b>	<b>93</b>
4.2.1. MODUS OPERANDI.....	93
4.2.2. CALCUL DE $\hat{\mathbf{n}}_1 \times \mathbf{E}$ ET $\mathbf{h}_1 \cdot \hat{\mathbf{n}}_1 \times \mathbf{H}$ .....	95
4.2.3. EXPRESSION ANALYTIQUE DE L'ECHO RADAR SUR UNE FACETTE .....	99
4.2.4. DISCUSSION .....	101
<b>4.3. LE SOUS SOL .....</b>	<b>104</b>
4.3.1. GEOMETRIE ET MODELISATION .....	104
4.3.2. CALCUL DE $\hat{\mathbf{n}}_2 \times \mathbf{E}$ ET $\mathbf{h}_2 \cdot \hat{\mathbf{n}}_2 \times \mathbf{H}$ .....	107
4.3.3. CHAMP ELECTRIQUE GLOBAL REÇU PAR LA SONDE .....	109
4.3.4. DISCUSSION .....	111
<b>4.4. LES PARAMETRES ET LA DEFINITION DES ELEMENTS.....</b>	<b>112</b>
4.4.1. LES PARAMETRES .....	113
4.4.2. DEFINITION DES ELEMENTS .....	116
4.4.3. FORMATION DE L'ECHO DE SURFACE.....	121
<b>4.5. SYNTHESE .....</b>	<b>122</b>



## 4.1. Description électromagnétique de la surface : Les modèles classiques

Après nous être intéressé à la surface Martienne d'un point de vue géologique au premier chapitre, voyons ici comment la modéliser d'un point de vue électromagnétique, et simuler les échos radar du signal MARSIS.

De nombreuses méthodes de modélisation existent dans la littérature. Nous faisons ici une liste non exhaustive des plus couramment employées. Une bibliographie fournie à la fin de ce mémoire procurera au lecteur désireux de plus de détail un point de départ dans ses recherches.

### 4.1.1. Modèle de Kirchhoff

C'est une approche analytique de la diffusion d'une onde électromagnétique par une surface « réelle », présentant une certaine échelle de rugosité. Pour être applicable, il faut typiquement que l'échelle horizontale sur la surface (des oscillations) soit grande devant la longueur d'onde et que la rugosité soit faible [J.A. Kong, 2000].

Or, nous avons vu au point 1.3.1, lors de la description géophysique de la surface Martienne, qu'à une échelle de quelques centaines de mètres la surface Martienne est relativement plate et faiblement rugueuse (Figure I-7). De plus, la longueur de corrélation à la surface, la donnée qui indique à quelle échelle horizontale la surface Martienne présente une certaine rugosité, a une moyenne d'environ 1000 m (Figure I-9). Soit 10 fois la longueur d'onde dans le cas de MARSIS. La méthode de Kirchhoff serait donc applicable dans notre cas pour la modélisation de la surface Martienne.

Dans ce modèle, on fait l'hypothèse que le champ électromagnétique total en un point quelconque d'une surface peut s'exprimer de la même manière que ce qu'il serait fait si l'onde incidente frappait un plan infini tangent à la surface en ce point, et non la surface elle-même.

Ainsi, considérons une surface rugueuse et une onde électromagnétique incidente, suivant le schéma présenté dans la figure IV-1.

Grâce au principe de Huygens, qui exprime un champ en un point d'observation en fonction des composantes tangentielles de ce champ au niveau de la surface, nous allons pouvoir exprimer le champ réfléchi dans le milieu 1.

Sous forme mathématique, ceci s'exprime par (Voir Annexe C):

$$\mathbf{E}_s = \frac{-j k_s e^{-j k_s R_0}}{4 \pi R_0} \hat{\mathbf{n}}_s \times \int_S [\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E} - \mathbf{h}_s \hat{\mathbf{n}}_s \times (\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H})] e^{j k_s r} dS \quad (\text{IV-1})$$

Avec  $k_s, \hat{\mathbf{n}}_s$ , vecteur d'onde et vecteur unitaire dans la direction du champ réfléchi (milieu 1),  $\mathbf{h}_s$ , impédance du milieu 1,  $\hat{\mathbf{n}}$ , vecteur normal à la surface (peut être  $\hat{\mathbf{n}}_1$  ou  $\hat{\mathbf{n}}_2$ ),  $R_0$ , distance du centre de la surface illuminée au point d'observation et E, H, champs totaux à la surface.

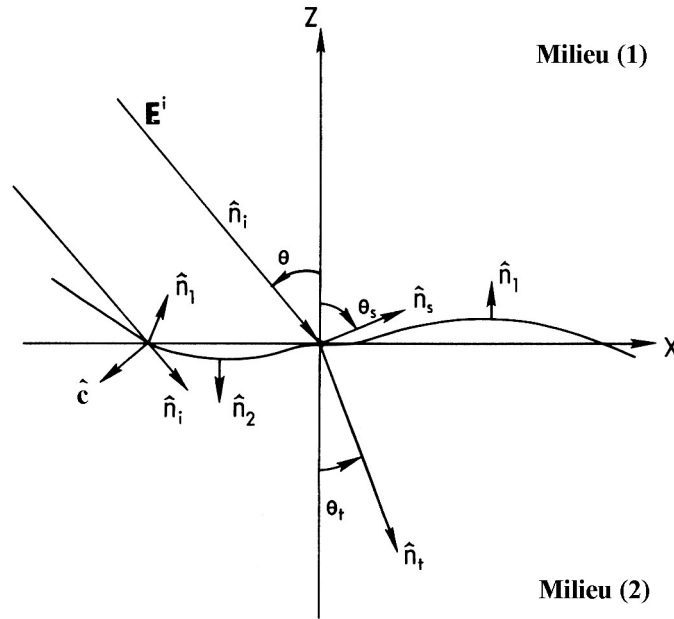


Fig. IV-1 : Diffusion par une surface rugueuse.

A partir de l'expression (II-17), on peut décrire l'onde incidente par :

$$\mathbf{E}_i = \hat{\mathbf{a}}.E.e^{-j.k_i.\hat{\mathbf{n}}_i.r} \quad (\text{IV-2})$$

Avec  $k_i$ , vecteur d'onde incident,  $\hat{\mathbf{n}}_i$ , vecteur unitaire dans la direction incidente, et  $\hat{\mathbf{a}}$ , vecteur unitaire de polarisation.

En supposant que le déplacement de la sonde s'effectue suivant l'axe des y, et un angle d'incidence vertical, le vecteur de polarisation serait donc dirigé suivant l'axe des x (Voir équation (II-17)), d'où ici,  $\hat{\mathbf{a}} = \hat{\mathbf{x}}$ .

Soit  $\hat{\mathbf{b}}$ , vecteur unitaire tel que :

$$\hat{\mathbf{b}} = \frac{\hat{\mathbf{n}}_i \times \hat{\mathbf{n}}_1}{|\hat{\mathbf{n}}_i \times \hat{\mathbf{n}}_1|} \quad (\text{IV-3})$$

$$\hat{\mathbf{c}} = \hat{\mathbf{n}}_i \times \hat{\mathbf{b}}$$

On a  $\hat{\mathbf{n}}_i = \hat{\mathbf{b}} \times \hat{\mathbf{c}}$ .

Le champ incident peut être séparé en composantes perpendiculaire et parallèle par rapport au plan d'incidence :

$$\mathbf{E}_{\perp}^i = (\hat{\mathbf{a}}.\hat{\mathbf{b}}).\hat{\mathbf{b}}.E_0$$

$$\mathbf{H}_{\perp}^i = \hat{\mathbf{n}}_i \times [(\hat{\mathbf{a}}.\hat{\mathbf{b}}).\hat{\mathbf{b}}.E_0] / h_1 = (\hat{\mathbf{a}}.\hat{\mathbf{b}}).\hat{\mathbf{c}}.E_0 / h_1 \quad (\text{IV-4})$$

$$\mathbf{E}_{\parallel}^i = (\hat{\mathbf{a}}.\hat{\mathbf{c}}).\hat{\mathbf{c}}.E_0$$

$$\mathbf{H}_{\parallel}^i = -(\hat{\mathbf{a}}.\hat{\mathbf{c}}).\hat{\mathbf{b}}.E_0 / h_1$$

Avec l'approximation plan tangent, on fait l'hypothèse que le champ total en un point de la surface est égal au champ incident ajouté au champ réfléchi par un plan infini tangent à la surface en ce point. Les champs polarisés horizontalement sont alors :

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{n}}_1 \times \mathbf{E}_\perp &= \hat{\mathbf{n}}_1 \times (\mathbf{E}^i_\perp + \mathbf{E}^r_\perp) = \hat{\mathbf{n}}_1 \times \mathbf{E}^i_\perp \cdot (1 + R_\perp) \\ \hat{\mathbf{n}}_1 \times \mathbf{H}_\perp &= \hat{\mathbf{n}}_1 \times (\mathbf{H}^i_\perp + \mathbf{H}^r_\perp) = \hat{\mathbf{n}}_1 \times (\hat{\mathbf{n}}_i \times \mathbf{E}^i_\perp + \hat{\mathbf{n}}_r \times \mathbf{E}^i_\perp \cdot R_\perp) / h_1 \\ &= -(\hat{\mathbf{n}}_1 \cdot \hat{\mathbf{n}}_i) \cdot (1 + R_\perp) \cdot \mathbf{E}^i_\perp / h_1\end{aligned}\quad (\text{IV-5})$$

Avec  $R_\perp$ , coefficient de réflexion de Fresnel pour une polarisation horizontale (Voir Annexe D).

De même, pour les champs polarisés verticalement, on obtient :

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{n}}_1 \times \mathbf{H}_\parallel &= \hat{\mathbf{n}}_1 \times \mathbf{H}^i_\parallel \cdot (1 + R_\parallel) \\ \hat{\mathbf{n}}_1 \times \mathbf{E}_\parallel &= h_1 \cdot (\hat{\mathbf{n}}_1 \cdot \hat{\mathbf{n}}_i) \cdot (1 - R_\parallel) \cdot \mathbf{H}^i_\parallel\end{aligned}\quad (\text{IV-6})$$

Avec  $R_\parallel$ , coefficient de réflexion de Fresnel pour une polarisation verticale (Cf. Annexe D).

En additionnant les deux polarisations, on obtient les champs totaux :

$$\hat{\mathbf{n}}_1 \times \mathbf{E} = \left[ (1 + R_\perp) \cdot (\hat{\mathbf{a}} \cdot \hat{\mathbf{b}}) \cdot (\hat{\mathbf{n}}_1 \times \hat{\mathbf{b}}) - (1 - R_\parallel) \cdot (\hat{\mathbf{n}}_1 \cdot \hat{\mathbf{n}}_i) \cdot (\hat{\mathbf{a}} \cdot \hat{\mathbf{c}}) \cdot \hat{\mathbf{b}} \right] E_0 \quad (\text{IV-7})$$

$$h_1 \cdot (\hat{\mathbf{n}}_1 \times \mathbf{H}) = - \left[ (1 - R_\perp) \cdot (\hat{\mathbf{n}}_1 \cdot \hat{\mathbf{n}}_i) \cdot (\hat{\mathbf{a}} \cdot \hat{\mathbf{b}}) \cdot \hat{\mathbf{b}} + (1 + R_\parallel) \cdot (\hat{\mathbf{n}}_1 \times \hat{\mathbf{b}}) \cdot (\hat{\mathbf{a}} \cdot \hat{\mathbf{c}}) \right] E_0 \quad (\text{IV-8})$$

Cette méthode contient des hypothèses simples (champs calculés au niveau d'un plan tangent), mais reste lourde à mettre en œuvre car le champ réfléchi doit être calculé au niveau de chaque réflecteur ponctuel de la surface. En insérant (IV-7) et (IV-8) dans (IV-1), on obtient :

$$\mathbf{E}_s = \frac{-j k_s \cdot e^{-j k_s \cdot R_0}}{4 \cdot \rho \cdot R_0} \cdot \hat{\mathbf{n}}_s \times \int_S [\hat{\mathbf{n}}_1 \times \mathbf{E} - h_1 \cdot \hat{\mathbf{n}}_s \times (\hat{\mathbf{n}}_1 \times \mathbf{H})] \cdot \exp(j k_1 \cdot r) \cdot dS \quad (\text{IV-9})$$

Une approximation, telle que la stationnarité de la phase, permettrait ensuite de simplifier cette expression et calculer la valeur des champs électromagnétiques  $\hat{\mathbf{n}}_1 \times \mathbf{E}$  et  $\hat{\mathbf{n}}_1 \times \mathbf{H}$ .

#### 4.1.2. Méthode des faibles perturbations

Au point précédent, la méthode de Kirchhoff était appliquée à des surfaces présentant une échelle de rugosité horizontale plus élevée que la longueur d'onde. Quand cette condition n'est pas réalisée, mais que, cependant, la moyenne quadratique de la variation des élévations sur la surface reste inférieure à la longueur d'onde, une méthode applicable est celle dite « des faibles perturbations » [F.T. Ulaby et al., 1982 ; J.A. Kong, 2000].

La méthode des faibles perturbations est ainsi appliquée sur des surfaces lisses, de faible écart type de pentes, avec des dimensions horizontales faibles devant la longueur d'onde. Le champ diffusé est représenté ici comme une superposition d'ondes planes, solutions des

équations de Maxwell. Cette superposition est basée sur la linéarité des équations et tient compte des conditions aux limites imposées par la surface.

Avec le principe de Huygens, le champ électrique dans une région V est complètement déterminé par la connaissance des champs tangentiels exprimés sur une surface S entourant V. Mathématiquement, ce principe peut s'écrire par l'équation (IV-1).

Reste ici à déterminer les champs tangents  $\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}(\mathbf{r}')$  et  $\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E}(\mathbf{r}')$ . Nous allons effectuer un changement de variables et définir un nouveau jeu de vecteurs inconnues  $\mathbf{u}$  et  $\mathbf{v}$  :

$$\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}(\mathbf{r}') = \hat{\mathbf{r}}'_{\perp} \mathbf{u}(\mathbf{r}'_{\perp}) \quad (\text{IV-10a})$$

$$\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E}(\mathbf{r}') = \hat{\mathbf{r}}'_{\perp} \mathbf{v}(\mathbf{r}'_{\perp}) \quad (\text{IV-10b})$$

Le symbole  $\perp$  renvoie au fait que nous considérons les champs tangentiels.

La méthode des faibles perturbations tire son nom du fait que l'on utilise ici un développement sous forme de séries de  $\mathbf{u}$  et  $\mathbf{v}$  :

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}'_{\perp}) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \mathbf{u}^{(m)}(\mathbf{r}'_{\perp}) \quad (\text{IV-11a})$$

$$\mathbf{v}(\mathbf{r}'_{\perp}) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \mathbf{v}^{(m)}(\mathbf{r}'_{\perp}) \quad (\text{IV-11b})$$

où  $\mathbf{u}^{(m)}$  et  $\mathbf{v}^{(m)}$  sont les solutions d'ordre m de  $\mathbf{u}$  et  $\mathbf{v}$ , ce couple  $(\mathbf{u}^{(m)}, \mathbf{v}^{(m)})$ , une fois reporté dans l'équation (IV-1), définit une onde plane solution des équations de Maxwell.

On montre alors que les composantes suivant z de  $\mathbf{u}$  et  $\mathbf{v}$  vérifient :

$$\begin{aligned} u_z^{(0)}(\mathbf{r}'_{\perp}) &= v_z^{(0)}(\mathbf{r}'_{\perp}) = 0 \\ u_z^{(m)}(\mathbf{r}'_{\perp}) &= m \left( \hat{\mathbf{x}} \cdot \frac{\partial h(\mathbf{r}'_{\perp})}{\partial x'} + \hat{\mathbf{y}} \cdot \frac{\partial h(\mathbf{r}'_{\perp})}{\partial y'} \right) u^{(m-1)}(\mathbf{r}'_{\perp}) \\ v_z^{(m)}(\mathbf{r}'_{\perp}) &= m \left( \hat{\mathbf{x}} \cdot \frac{\partial h(\mathbf{r}'_{\perp})}{\partial x'} + \hat{\mathbf{y}} \cdot \frac{\partial h(\mathbf{r}'_{\perp})}{\partial y'} \right) v^{(m-1)}(\mathbf{r}'_{\perp}) \end{aligned} \quad (\text{IV-12})$$

Où h est l'altitude sur la surface, et ses dérivées partielles, les pentes locales suivant les directions x et y.

Lorsqu'on utilise la méthode des faibles perturbations, l'hypothèse couramment employée est de considérer que  $\frac{\partial h}{\partial x'}$  et  $\frac{\partial h}{\partial y'}$  sont très petits devant 1, c'est-à-dire que les pentes sont faibles à la surface (condition d'utilisation de la méthode). On peut alors arrêter le développement en puissances croissantes aux premiers ordres.

L'ordre 0 correspond à la réflexion spéculaire cohérente faite par une surface plane, on arrête généralement le développement à l'ordre 1 ou 2.

Pour un développement à l'ordre 1, le calcul du champ réfléchi est effectué par J.A. Kong (Voir [J.A. Kong, 2000], p. 834) en utilisant les transformées de Fourier de  $h$ ,  $u$  et  $v$  :

$$H(\mathbf{k}_\perp) = \frac{1}{(2\mathbf{p})^2} \cdot \int d\mathbf{r}'_\perp h(\mathbf{r}'_\perp) \cdot e^{-j\mathbf{k}_\perp \cdot \mathbf{r}'_\perp} \quad (\text{IV-13a})$$

$$\mathbf{U}^{(1)}(\mathbf{k}_\perp) = \frac{1}{(2\mathbf{p})^2} \cdot \int d\mathbf{r}'_\perp \mathbf{u}^{(1)}(\mathbf{r}'_\perp) \cdot e^{-j\mathbf{k}_\perp \cdot \mathbf{r}'_\perp} \quad (\text{IV-13b})$$

$$\mathbf{V}^{(1)}(\mathbf{k}_\perp) = \frac{1}{(2\mathbf{p})^2} \cdot \int d\mathbf{r}'_\perp \mathbf{v}^{(1)}(\mathbf{r}'_\perp) \cdot e^{-j\mathbf{k}_\perp \cdot \mathbf{r}'_\perp} \quad (\text{IV-13c})$$

Le champ réfléchi s'exprime enfin par :

$$\mathbf{E}_s^{(1)} = -\frac{1}{2} \cdot \int d\mathbf{k}_\perp \cdot e^{j\mathbf{k}_\perp \cdot \mathbf{r}_\perp} \cdot e^{j k_z \cdot z} \cdot \frac{k}{k_z} \cdot \left\{ \begin{array}{l} [\hat{\mathbf{a}}(k_z) \hat{\mathbf{a}}(k_z) + \hat{\mathbf{e}}(k_z) \hat{\mathbf{e}}(k_z)] \\ [\mathbf{U}^{(1)}(\mathbf{k}_\perp) - j k_z \cdot H(\mathbf{k}_\perp - \mathbf{k}_{i\perp}) \mathbf{u}^{(0)}(\mathbf{k}_{i\perp})] \\ + [-\hat{\mathbf{e}}(k_z) \hat{\mathbf{a}}(k_z) + \hat{\mathbf{a}}(k_z) \hat{\mathbf{e}}(k_z)] \\ [\mathbf{V}^{(1)}(\mathbf{k}_\perp) - j k_z \cdot H(\mathbf{k}_\perp - \mathbf{k}_{i\perp}) \mathbf{v}^{(0)}(\mathbf{k}_{i\perp})] \end{array} \right\} \quad (\text{IV-14})$$

Avec  $\hat{\mathbf{e}}(k_z) = \hat{\mathbf{a}} \times \hat{\mathbf{k}}_1 / k$ .

En notant ici que la valeur moyenne de (IV-13a) est nulle (altitude moyenne nulle), la valeur moyenne du champ défini par (IV-14) est nulle également. Cette solution à l'ordre 1 ne modifie donc pas le signal cohérent, et il faut utiliser l'ordre 2 pour voir l'effet de la rugosité de surface sur le signal cohérent.

### 4.1.3. Méthode des facettes

C'est une extension du modèle de Kirchhoff. Grâce à une approximation géométrique, nous allons « adapter » le modèle de Kirchhoff à un calcul numérique qui nous permettra, de part une expression analytique du signal, d'aboutir à une simulation efficace et performante du point de vue du temps de calcul.

#### a) Plan tangent

Nous avons vu que le modèle de Kirchhoff était basé sur l'utilisation d'un plan localement tangent à la surface.

Faisons l'hypothèse que localement la surface a un rayon de courbure  $R$ . Nous allons voir ici quelle taille peut avoir ce plan pour que l'écart entre la surface réelle et ce plan reste inférieur au quart de la longueur d'onde (on limite ainsi les erreurs de phase sur ce plan).

Soit  $2\rho$  la taille de ce plan et  $2\varphi$  l'angle sous-tendu par ce plan au centre de courbure (Figure IV-2).  $\varphi$  est approximativement égal à  $\rho/R$ , en faisant l'hypothèse que  $\varphi$  est petit.

L'écart entre le plan et la surface réelle est :

$$x = R \left( \frac{1}{\cos(j)} - 1 \right) \quad (\text{IV-15})$$

Une fois encore, si  $\varphi$  est petit, on peut écrire :

$$x = \frac{1}{2} \cdot \frac{r^2}{R} \quad (\text{IV-16})$$

Pour  $x < \lambda/4$ , on a alors  $r < \sqrt{\frac{\lambda R}{2}}$ .

Si l'on regarde cette limite supérieure du point de vue de la phase, on a  $j = k \cdot x$  et pour  $x < \lambda/4$ , on a  $j < k \cdot \lambda/4 = \pi/2$ .

En considérant une surface faiblement rugueuse et en remplaçant le rayon de courbure par l'altitude de la sonde, on retrouve ici l'expression du rayon de la zone de Fresnel,  $\sqrt{\frac{\lambda R}{2}}$ , qui est la surface sur laquelle les ondes électromagnétiques sont réfléchies de façon cohérente (Voir paragraphe 2.4.3. au chapitre 2).

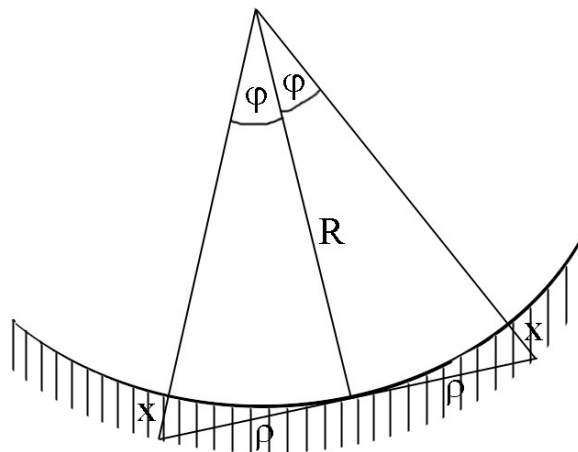


Fig. IV-2 : Approximation d'une surface courbe par un plan, estimation de l'erreur de distance radar-cible.

### b) Approximation géométrique

Le paragraphe 1.3.2. du premier chapitre nous a permis d'établir que 93% de la surface de Mars présente des pentes RMS inférieures à  $5^\circ$  (valeurs calculées pour une échelle horizontale de 300m). La surface Martienne est donc relativement lisse. Or pour avoir un plan tangent à cette surface de taille supérieure à  $\lambda$ , il suffit alors d'avoir un rayon de courbure supérieur à  $2\lambda$ .

Vu les longueurs d'onde que nous utilisons et la faible rugosité de la surface, ceci n'est pas une condition très restrictive.

Le respect de cette condition nous amène en outre à un écart entre la surface réelle et le plan toujours inférieur à  $\pi/4$ , on réduit donc les erreurs de phase lors du calcul de la réponse de cette surface.

Nous pouvons dès lors effectuer une approximation géométrique au niveau de la surface, et **modéliser la surface de Mars par une série de plans tangents** (Figure IV-3). **C'est la base de la méthode des facettes.**

Sur chacun de ces plans, l'intégrale définie pour le modèle de Kirchhoff (équation (IV-1)) est exacte dans le sens où ce n'est plus une approximation basée sur une surface localement plane, mais une intégrale avec des valeurs exactes posée sur une surface réellement plane.

Cette intégrale est de plus calculable analytiquement (pour des facettes carrées) en fonction de l'inclinaison de chacune des facettes. En effet, sur chaque intégrale de surface, les vecteurs unitaires sont constants.

Ainsi, en faisant l'hypothèse qu'une surface faiblement rugueuse (à grande échelle) est approximable par une série de facettes, on peut ensuite calculer analytiquement les équations (IV-7) et (IV-8), et donc (IV-9), sur chaque facette.

Pour obtenir finalement la réponse globale de la surface vis-à-vis de l'onde radar, il nous suffira de sommer toutes les contributions provenant de chacune des facettes.

En ce sens, on « coupe » l'intégrale (IV-9) en deux étapes : tout d'abord le calcul d'intégrales élémentaires sur des facettes, puis l'obtention de l'intégrale globale par sommation de ces intégrales élémentaires.

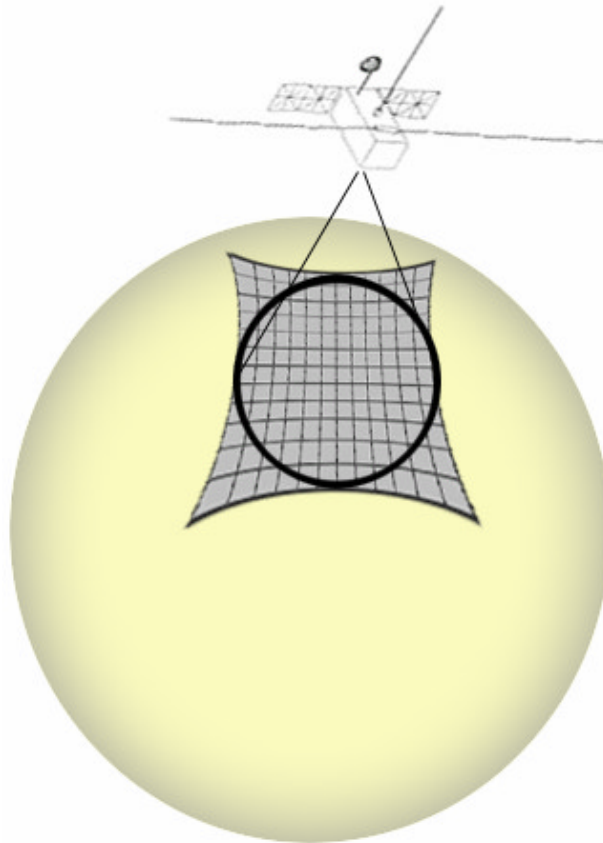


Fig. IV-3: Schéma d'ensemble du principe de la méthode des facettes.

## 4.2. Implémentation de la méthode des facettes

Nous avons vu que cette méthode est applicable dans notre cas car la surface Martienne est relativement lisse. Cette méthode a de plus l'avantage certain de se prêter facilement à un codage informatique et est performante du point de vue du temps de calcul car elle aboutie à des expressions analytiques. On n'aura donc pas d'intégrales à calculer numériquement.

Ainsi, **c'est la méthode que nous avons retenue pour modéliser la surface Martienne**, et nous allons détailler ici son implémentation.

### 4.2.1. Modus Operandi

#### a) Où l'on passe d'un aller/ retour à un simple aller

Au cours d'un sondage radar, le signal qui est reçu en écho, à un temps  $t$  après l'émission de l'impulsion, s'est propagé sur une distance  $c.t$  (pour une onde se propageant dans le vide à la célérité  $c$ ). Ce signal réfléchi correspond donc à des réflecteurs situés à une distance  $\frac{c.t}{2}$  de la sonde.



Plus simplement, on peut modéliser la propagation aller/retour du signal par une simple propagation aller, mais avec une célérité divisée par 2 pour respecter les retards entre les signaux (avec une distance et une vitesse divisées par deux, nous retrouverons bien le même temps  $t$  de réception). On peut alors considérer le signal réfléchi par une région comme l'émission propre de cette région, mais avec une célérité  $\frac{c}{2}$ .

Il est donc équivalent, au calcul d'absorption et de dispersion près, de considérer une propagation radar-cible et cible-radar à la célérité  $c$ , ou une propagation simple cible-radar à une célérité  $c/2$ .

Ce changement de point de vue est tout à fait licite en assimilant les lobes de réflexion de chaque élément réflecteur à des diagrammes de rayonnement d'antennes émettrices. Les réflecteurs élémentaires qui, comme leur nom l'indique, étaient considérés jusqu'à maintenant comme de simples éléments passifs sont désormais vus comme autant d'émetteurs, chacun ayant un rayonnement se propageant à la célérité  $c/2$ . Reste donc à calculer les diagrammes de rayonnement de chacun de ces réflecteurs élémentaires.

## b) Une intégration en deux étapes

Comme indiqué au paragraphe 4.1.3., nous allons discrétiser l'intégrale de surface globale (IV-1) grâce à l'égalité :

$$\iint_S f(x, y).dx.dy = \sum_i \left[ \iint_{S_i} f(x, y).dx.dy \right] \quad (\text{IV-17})$$

Où chaque intégrale « élémentaire » sur une surface  $S_i$  est assimilable à un diagramme de rayonnement.  $f$  figure ici une fonction à deux variables quelconque.

Cette égalité est vérifiée à deux conditions, tout d'abord, chacune des intégrales élémentaires sur une surface  $S_i$  doit converger, ce qui sera nécessairement le cas si l'on trouve la valeur de chacune d'elles, ensuite, la somme des surfaces  $S_i$  doit recouvrir la surface globale  $S$ . Nous discuterons ce point un peu plus loin, lors de la définition des facettes sur la surface.

Pour calculer ces intégrales élémentaires, nous allons utiliser comme paramètres les angles de vue  $\alpha_x$  et  $\alpha_y$ , et les cas de géométrie équivalents définis dans la figure IV-4.

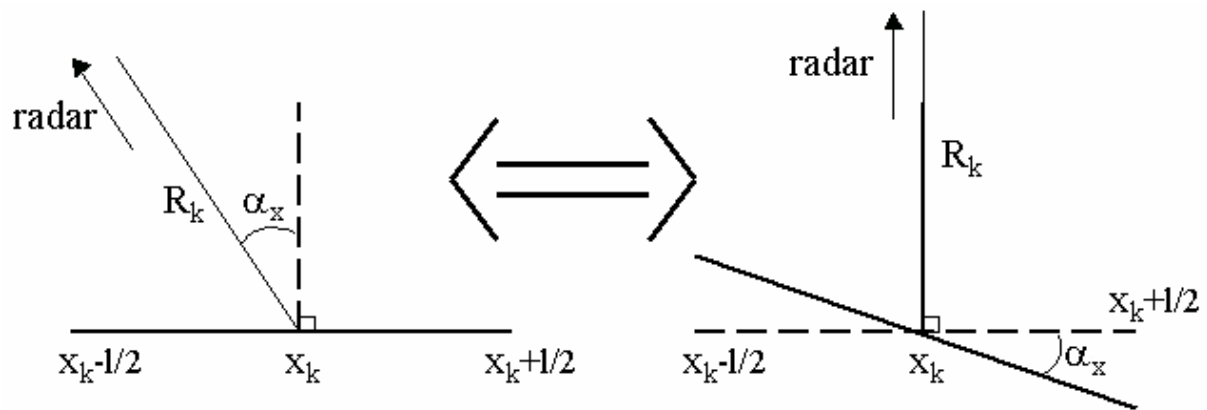


Fig. IV-4: Définition du paramètre  $\alpha_x$  pour la facette numéro  $k$ .

Ce graphe représente la coupe d'une facette suivant l'axe des  $x$ , et définit  $\mathbf{a}_x$ , projection de l'angle  $\alpha$  sur cette coupe.

De la même manière, on peut définir  $\mathbf{a}_y$  grâce à une coupe sur l'axe des  $y$ .

$R_k$  est la distance radar-cible entre le radar et la facette numéro  $k$  (grandeur qui est différente de l'altitude du radar!).

Dans la présente simulation, le caractère **courbe** de la surface Martienne est pris en compte, cependant, les **facettes** que nous allons positionner à la surface sont **carrées**. Ceci nous permettra d'avoir des **intégrales à variables séparables**, pour ensuite avoir **une expression analytique de chaque lobe de réflexion** (dans les conditions d'une approximation champ lointain, voir paragraphes 4.2.3. et 4.3.3.).

Lors de la modélisation de la surface, une erreur est donc commise sur le calcul de la distance radar-cible (nous allons désormais nommer cette distance en utilisant le terme couramment employé dans le domaine radar, le « range »), puisque l'on va représenter une surface courbe par une succession de facettes carrées. Les effets de cette erreur seront discutés au paragraphe 4.2.4.

#### 4.2.2. Calcul de $\hat{\mathbf{n}}_1 \times \mathbf{E}$ et $\mathbf{h}_1 \cdot \hat{\mathbf{n}}_1 \times \mathbf{H}$

Reprenons les équations obtenues au premier point de ce chapitre, lors du développement du modèle de Kirchhoff. Nous avons vu que nous pouvions approximer une surface réelle par une série de facettes planes, du moment que la surface réelle présente en tout point un rayon de courbure suffisamment élevé pour que les erreurs de phase restent faibles.

Afin de définir les vecteurs unitaires relatifs à une facette, plaçons nous dans un repère local (0xyz) et considérons la figure IV-5. Le graphe (a) représente la coupe d'une facette suivant un plan vertical (x0z) et le graphe (b) suivant le plan vertical (y0z). Ils permettent de définir les projections des vecteurs unitaires dans ces plans.

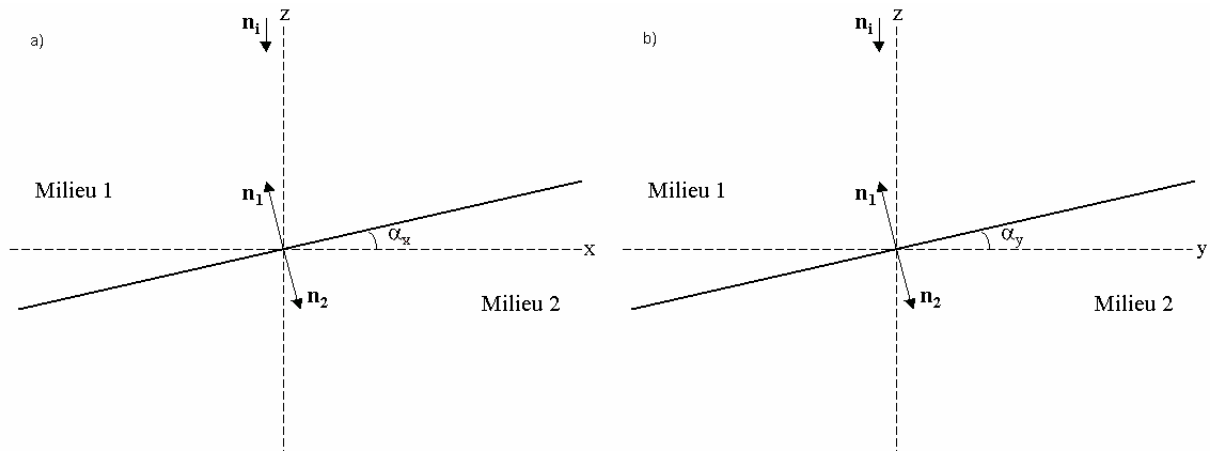


Fig. IV-5 : Définition de l'angle  $\alpha_x$  et  $\alpha_y$  en vue de déterminer les coordonnées des vecteurs unitaires relatifs à une facette.

Avec cette géométrie, le vecteur de polarisation de l'onde radar incidente est dirigé suivant l'axe des x en supposant le mouvement de la sonde sur l'axe des y. Il nous faut maintenant calculer l'équation (IV-9) :

$$\mathbf{E}_s = \frac{-j.k_s.e^{-j.k_s.R_0}}{4.p.R_0} \cdot \hat{\mathbf{n}}_s \times \int_S [\hat{\mathbf{n}}_1 \times \mathbf{E} - \mathbf{h}_1 \cdot \hat{\mathbf{n}}_s \times (\hat{\mathbf{n}}_1 \times \mathbf{H})] \exp(j.k_1.r) dS$$

Et tout d'abord définir les vecteurs unitaires.

En le projetant sur les trois axes du repère local (0x), (0y) et (0z), le vecteur directeur de l'onde incidente,  $\hat{\mathbf{n}}_i$ , peut s'écrire

$$\begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{vmatrix}.$$

De même, pour  $\hat{\mathbf{n}}_1$  et  $\hat{\mathbf{n}}_2$ , on obtient respectivement :

$$\hat{\mathbf{n}}_1 = \frac{1}{[1 - \sin^2 \mathbf{a}_x \cdot \sin^2 \mathbf{a}_y]^{1/2}} \cdot \begin{vmatrix} -\sin \mathbf{a}_x \\ -\sin \mathbf{a}_y \\ \cos \mathbf{a}_x \cdot \cos \mathbf{a}_y \end{vmatrix} \quad \text{et} \quad \hat{\mathbf{n}}_2 = -\hat{\mathbf{n}}_1$$

On pose ici  $N = [1 + \sin^2 \mathbf{a}_x \cdot \sin^2 \mathbf{a}_y]^{1/2}$ .

En appliquant les définitions vues au chapitre précédent, on peut déterminer les composantes des vecteurs  $\hat{\mathbf{b}}$  et  $\hat{\mathbf{c}}$  (IV-3) :

$$\hat{\mathbf{b}} = \frac{\hat{\mathbf{n}}_i \times \hat{\mathbf{n}}_1}{|\hat{\mathbf{n}}_i \times \hat{\mathbf{n}}_1|} = \frac{1}{M} \cdot \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} -\sin \mathbf{a}_x \\ -\sin \mathbf{a}_y \\ \cos \mathbf{a}_x \cdot \cos \mathbf{a}_y \end{vmatrix} = \frac{1}{M} \cdot \begin{vmatrix} -\sin \mathbf{a}_y \\ \sin \mathbf{a}_x \\ 0 \end{vmatrix} \quad \text{avec} \quad M = [\sin^2 \mathbf{a}_x + \sin^2 \mathbf{a}_y]^{1/2}.$$

$$\hat{\mathbf{c}} = \hat{\mathbf{n}}_i \times \hat{\mathbf{b}} = \begin{vmatrix} 0 & -\sin \mathbf{a}_y \\ 0 \times \frac{1}{M} & \sin \mathbf{a}_x \\ -1 & 0 \end{vmatrix} = \frac{1}{M} \begin{vmatrix} \sin \mathbf{a}_x \\ \sin \mathbf{a}_y \\ 0 \end{vmatrix}.$$

En considérant les cas géométriques équivalents présentés figure IV-4, le vecteur directeur de l'onde réfléchie devient :  $\hat{\mathbf{n}}_s = -\hat{\mathbf{n}}_i = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix}$ .

Avec ces vecteurs unitaires, on peut calculer les champs électromagnétiques réfléchis correspondant à (IV-7) et (IV-8). On obtient respectivement (IV-18) et (IV-19) :

$$\hat{\mathbf{n}}_1 \times \mathbf{E} = \begin{bmatrix} (1 + R_{\perp}) \cdot \frac{1}{M} \cdot (-a_x \cdot \sin \mathbf{a}_y + a_y \cdot \sin \mathbf{a}_x) \cdot \frac{1}{M \cdot N} \begin{vmatrix} -\cos \mathbf{a}_x \cdot \cos \mathbf{a}_y \cdot \sin \mathbf{a}_x \\ -\cos \mathbf{a}_x \cdot \cos \mathbf{a}_y \cdot \sin \mathbf{a}_y + \\ -\sin^2 \mathbf{a}_x - \sin^2 \mathbf{a}_y \end{vmatrix} \\ (1 - R_{\parallel}) \cdot \frac{1}{N} \cdot \cos \mathbf{a}_x \cdot \cos \mathbf{a}_y \cdot \frac{1}{M} \cdot (a_x \cdot \sin \mathbf{a}_x + a_y \cdot \sin \mathbf{a}_y) \cdot \frac{1}{M} \begin{vmatrix} -\sin \mathbf{a}_y \\ \sin \mathbf{a}_x \\ 0 \end{vmatrix} \end{bmatrix} \cdot E_0 \quad (\text{IV-18})$$

$$\mathbf{h}_1 \cdot (\hat{\mathbf{n}}_1 \times \mathbf{H}) = \begin{bmatrix} -(1 - R_{\perp}) \cdot \frac{1}{N} \cdot \cos \mathbf{a}_x \cdot \cos \mathbf{a}_y \cdot \frac{1}{M} \cdot (-a_x \cdot \sin \mathbf{a}_y + a_y \cdot \sin \mathbf{a}_x) \cdot \frac{1}{M} \begin{vmatrix} -\sin \mathbf{a}_y \\ \sin \mathbf{a}_x \\ 0 \end{vmatrix} + \\ (1 + R_{\parallel}) \cdot \frac{1}{M} \cdot (a_x \cdot \sin \mathbf{a}_x + a_y \cdot \sin \mathbf{a}_y) \cdot \frac{1}{M \cdot N} \begin{vmatrix} -\cos \mathbf{a}_x \cdot \cos \mathbf{a}_y \cdot \sin \mathbf{a}_x \\ -\cos \mathbf{a}_x \cdot \cos \mathbf{a}_y \cdot \sin \mathbf{a}_y \\ -\sin^2 \mathbf{a}_x - \sin^2 \mathbf{a}_y \end{vmatrix} \end{bmatrix} \cdot E_0 \quad (\text{IV-19})$$

$$\text{Or : } \hat{\mathbf{n}}_s \times \begin{vmatrix} -\sin \mathbf{a}_y \\ \sin \mathbf{a}_x \\ 0 \end{vmatrix} = 0 \times \begin{vmatrix} -\sin \mathbf{a}_y \\ \sin \mathbf{a}_x \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -\sin \mathbf{a}_x \\ -\sin \mathbf{a}_y \\ 0 \end{vmatrix} \text{ et}$$

$$\hat{\mathbf{n}}_s \times \begin{vmatrix} -\cos \mathbf{a}_x \cdot \cos \mathbf{a}_y \cdot \sin \mathbf{a}_x \\ -\cos \mathbf{a}_x \cdot \cos \mathbf{a}_y \cdot \sin \mathbf{a}_y \\ -\sin^2 \mathbf{a}_x - \sin^2 \mathbf{a}_y \end{vmatrix} = 0 \times \begin{vmatrix} -\cos \mathbf{a}_x \cdot \cos \mathbf{a}_y \cdot \sin \mathbf{a}_x \\ -\cos \mathbf{a}_x \cdot \cos \mathbf{a}_y \cdot \sin \mathbf{a}_y \\ -\sin^2 \mathbf{a}_x - \sin^2 \mathbf{a}_y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos \mathbf{a}_x \cdot \cos \mathbf{a}_y \cdot \sin \mathbf{a}_y \\ -\cos \mathbf{a}_x \cdot \cos \mathbf{a}_y \cdot \sin \mathbf{a}_x \\ 0 \end{vmatrix}.$$

Nous savons de plus (Voir équation (IV-2)) que le vecteur polarisation est dirigé suivant l'axe des x. On a donc  $a_x = 1$  et  $a_y = 0$ . D'où :

$$\hat{\mathbf{n}}_s \times (\mathbf{h}_1 \hat{\mathbf{n}}_1 \times \mathbf{H}) = - \begin{bmatrix} -(1 - R_{\perp}) \cdot \frac{1}{N} \cdot \cos \mathbf{a}_x \cdot \cos \mathbf{a}_y \cdot \frac{1}{M} \cdot (-\sin \mathbf{a}_y) \cdot \frac{1}{M} \cdot \begin{bmatrix} -\sin \mathbf{a}_x \\ -\sin \mathbf{a}_y + \\ 0 \end{bmatrix} \\ (1 + R_{\parallel}) \cdot \frac{1}{M} \cdot \sin \mathbf{a}_x \cdot \frac{1}{M \cdot N} \cdot \begin{bmatrix} \cos \mathbf{a}_x \cdot \cos \mathbf{a}_y \cdot \sin \mathbf{a}_y \\ -\cos \mathbf{a}_x \cdot \cos \mathbf{a}_y \cdot \sin \mathbf{a}_x \\ 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \cdot E_0 \quad (\text{IV-20})$$

et :

$$\mathbf{E}_s = \frac{-j \cdot k_s \cdot e^{-j \cdot k_s \cdot R_0}}{4 \cdot \mathbf{p} \cdot R_0} \hat{\mathbf{n}}_s \times \int_S (A \hat{\mathbf{x}} + B \hat{\mathbf{y}} + C \hat{\mathbf{z}}) \cdot E_0 \cdot e^{j \cdot k_1 \cdot r} \cdot dS \quad (\text{IV-21})$$

$$A = 2 \cdot \frac{\cos \mathbf{a}_x \cdot \cos \mathbf{a}_y \cdot \sin \mathbf{a}_x \cdot \sin \mathbf{a}_y}{M^2 \cdot N} \cdot [R_{\perp} + R_{\parallel}]$$

$$B = 2 \cdot \frac{\cos \mathbf{a}_x \cdot \cos \mathbf{a}_y}{M^2 \cdot N} \cdot [R_{\perp} \cdot \sin^2 \mathbf{a}_y - R_{\parallel} \cdot \sin^2 \mathbf{a}_x]$$

avec :

$$C = (1 + R_{\perp}) \cdot \frac{1}{M^2 \cdot N} \cdot (\sin^2 \mathbf{a}_x + \sin^2 \mathbf{a}_y) \cdot \sin \mathbf{a}_y$$

$$E_0 = \frac{\text{puiss. \acute{e}mise}}{4 \cdot \mathbf{p} \cdot R_0} \cdot e^{j \cdot k_s \cdot R_0}$$

$$\text{Et : } M = [\sin^2 \mathbf{a}_x + \sin^2 \mathbf{a}_y]^{1/2}, \quad N = [1 + \sin^2 \mathbf{a}_x \cdot \sin^2 \mathbf{a}_y]^{1/2}.$$

Dans l'expression des trois coefficients A, B et C, nous remarquons un cas indéterminé pour  $\alpha_x = \alpha_y = 0$ . Pour de telles valeurs, M est nul et annule donc le dénominateur de chacun de ces coefficients, alors que dans un même temps leur numérateur respectif est nul également.

Si nous étudions le comportement de A et B quand  $\alpha_x$  et  $\alpha_y$  tendent vers 0, nous voyons que A tend vers 0 et B tend vers 2R, où R est désormais le coefficient de Fresnel pour une incidence verticale (Voir (II-3)). D'où un signal réfléchi de même polarisation que le signal incident (Cf. (IV-22)).

$$\text{On a enfin : } \hat{\mathbf{n}}_s \times \hat{\mathbf{x}} = \hat{\mathbf{y}}, \quad \hat{\mathbf{n}}_s \times \hat{\mathbf{y}} = -\hat{\mathbf{x}} \quad \text{et} \quad \hat{\mathbf{n}}_s \times \hat{\mathbf{z}} = \mathbf{0} \quad \text{et} \quad k_1 = \frac{2 \cdot \mathbf{p} \cdot f}{c'} = \frac{4 \cdot \mathbf{p} \cdot f}{c} = \frac{4 \cdot \mathbf{p}}{\mathbf{l}}.$$

Une dernière approximation est de considérer que les coefficients de Fresnel sont constants sur chaque facette (c'est à dire que lors du calcul de ces coefficients, on considèrera l'angle d'incidence constant sur toute la surface d'une facette). C'est une approximation très faible vue la grande altitude du satellite devant la taille des facettes, et on obtient finalement :

$$\mathbf{E}_s = \frac{j \cdot k_s \cdot \text{puiss}}{(4 \cdot \mathbf{p} \cdot R_0)^2} \cdot (B \hat{\mathbf{x}} - A \hat{\mathbf{y}}) \cdot \int_S e^{j \cdot \frac{4 \cdot \mathbf{p} \cdot R}{\mathbf{l}}} \cdot dS \quad (\text{IV-22})$$

L'amplitude est ainsi constante sur chaque facette. D'une facette à l'autre, elle dépend de l'orientation de la facette considérée (au travers des paramètres  $\alpha_x$  et  $\alpha_y$ ) et de la fréquence de l'onde incidente (par le terme  $k_s$ ). **Dans la suite de ce chapitre, nous allons noter cette amplitude  $A_k(\mathbf{f})$ .**

Pour tout point à la surface, la distance entre le radar et ce point, exprimée en coordonnées cartésiennes, est :

$$R = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2} \quad (\text{IV-23})$$

### 4.2.3. Expression analytique de l'écho radar sur une facette

Avec la géométrie définie figure IV-4, les coordonnées de la sonde sont (pour la facette numéro k) :

$$x_s = 0, y_s = 0, z_s = R_k$$

Et sur cette facette, les coordonnées d'un point utilisées pour définir (IV-23) sont :

$$x_g = x, y_g = y, z_g = a.x + b.y$$

Où  $a = \tan(\alpha_x)$ ,  $b = \tan(\alpha_y)$ ,  $x$  varie entre  $-1/2 \cdot \cos(\alpha_x)$  et  $1/2 \cdot \cos(\alpha_x)$  et  $y$  varie entre  $-1/2 \cdot \cos(\alpha_y)$  et  $1/2 \cdot \cos(\alpha_y)$ .  $l$  étant la longueur du côté d'une facette.

D'où (IV-23) devient:

$$R = \sqrt{x^2 + y^2 + (R_k - (a.x + b.y))^2} \quad (\text{IV-24})$$

Que l'on peut écrire aussi:

$$R = R_k \cdot \sqrt{\frac{x^2}{R_k^2} + \frac{y^2}{R_k^2} + \left(1 - a \cdot \frac{x}{R_k} - b \cdot \frac{y}{R_k}\right)^2} \quad (\text{IV-25})$$

Nous allons développer cette expression aux deux premiers ordres, et comparer les résultats analytiques obtenus pour l'expression des diagrammes de rayonnement de chacune des facettes.

#### a) développement au premier ordre

En posant  $x' = \frac{x}{R_k}$ ,  $y' = \frac{y}{R_k}$  et en faisant l'approximation  $|x| \ll |R_k|$ ,  $|y| \ll |R_k|$

(approximation de champ lointain, dite aussi **approximation de Fraunhofer** pour un développement à l'ordre 1), un développement limité au premier ordre de (IV-25) donne simplement:  $R = R_k \cdot (1 - a.x' - b.y')$ .

Avec cette expression de R, (IV-22) devient, pour chaque facette k:

$$\mathbf{E}_k(f) = \mathbf{A}_k(f) I^2 \cdot \cos(\mathbf{a}_x) \cdot \cos(\mathbf{a}_y) \cdot \exp(2.j.k.R_k) \cdot \frac{\sin(k.a.l.\cos(\mathbf{a}_x))}{k.a.l.\cos(\mathbf{a}_x)} \cdot \frac{\sin(k.b.l.\cos(\mathbf{a}_y))}{k.b.l.\cos(\mathbf{a}_y)} \quad (\text{IV-26})$$

Finalement, pour retrouver le signal total reçu de l'ensemble de la surface, il nous reste à ajouter de manière cohérente chaque contribution apportée par l'ensemble des facettes:

$$\mathbf{E}(f) = \sum_{\text{facettes}} \mathbf{E}_k(f).$$

Pour une surface globale, carrée, courbe et lisse, de taille 200x200km, des facettes de côté  $l=500\text{m}$  et une fréquence porteuse  $f=5\text{MHz}$ , le signal résultant est tracé sur la Figure IV-6.

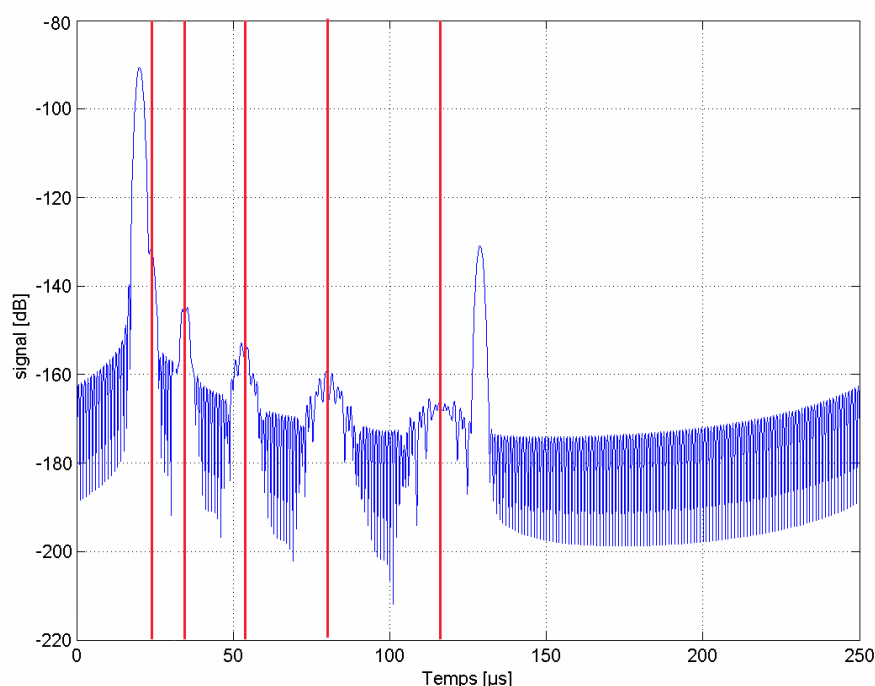


Fig. IV-6: Echo provenant d'une surface lisse de 200km de côté. Approximation au premier ordre.

Nous avons pondéré le spectre du signal avec une fonction de Hamming avant d'appliquer la transformée de Fourier inverse.

Les lignes verticales correspondent aux temps où la résonance de Bragg intervient (Voir c) dans la discussion ci-après).

## b) Développement au second ordre

Si l'on utilise désormais un développement limité à l'ordre deux de (IV-25), on obtient :

$$R = R_k \left( 1 - a.x' - b.y' + \frac{x'^2}{2} + \frac{y'^2}{2} \right) \quad (\text{IV-27})$$

Et après intégration:

$$\mathbf{E}_k(f) = \mathbf{A}_k(f) \cdot \frac{j\mathbf{P}}{4k.R_k} \cdot \exp(j.k.R_k.(2-a^2-b^2)).$$

$$\left[ \operatorname{Erf} \left( \frac{(-1)^{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt{k} \cdot (2.a.R_k + l.\cos(\mathbf{a}_x))}{2 \cdot \sqrt{R_k}} \right) + \operatorname{Erf} \left( (-1)^{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt{k} \cdot \sqrt{R_k} \cdot \left( -a + \frac{l.\cos(\mathbf{a}_x)}{2.R_k} \right) \right) \right] \quad (\text{IV-28})$$

$$\left[ \operatorname{Erf} \left( \frac{(-1)^{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt{k} \cdot (2.b.R_k + l.\cos(\mathbf{a}_y))}{2 \cdot \sqrt{R_k}} \right) + \operatorname{Erf} \left( (-1)^{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt{k} \cdot \sqrt{R_k} \cdot \left( -b + \frac{l.\cos(\mathbf{a}_y)}{2.R_k} \right) \right) \right]$$

Ici aussi, on peut retrouver l'écho global avec la sommation  $\mathbf{E}(f) = \sum_{\text{facettes}} \mathbf{E}_k(f)$ .

Pour une surface de 200x200km, des facettes de côté  $l=500\text{m}$  et une fréquence porteuse de  $f=5\text{MHz}$ , on obtient la Figure IV-7.

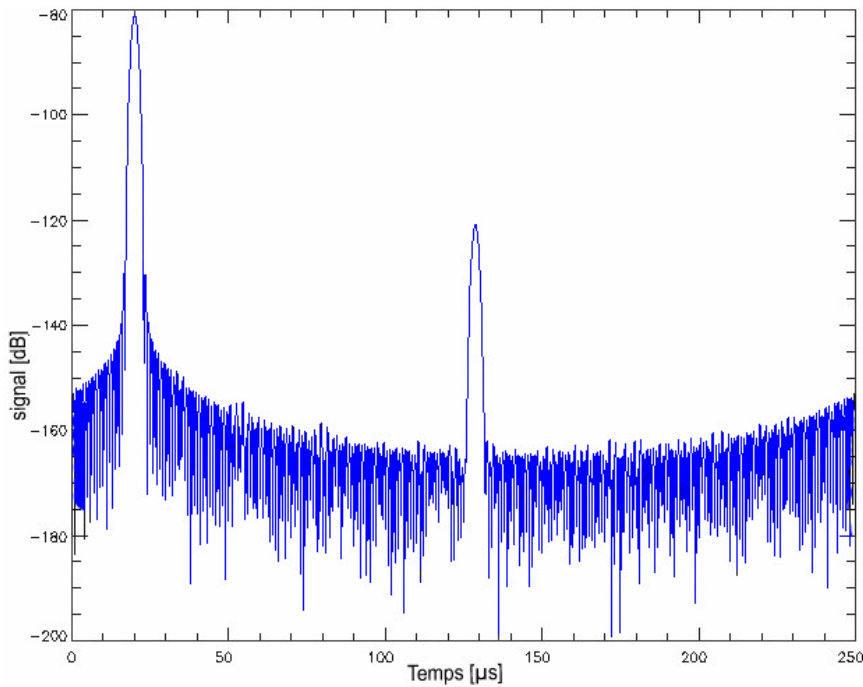


Fig. IV-7 : Echo provenant d'une surface de 200km de côté. Développement au second ordre. Pondération de Hamming.

#### 4.2.4. Discussion

##### a) Approximation de champ lointain



Etudions l'erreur effectuée sur le calcul du range, due à l'approximation de champ lointain.

Pour un développement au second ordre (approximation de Fresnel), cette erreur est :

$$\Delta R = R_k \cdot \sqrt{\frac{x^2}{R_k^2} + \frac{y^2}{R_k^2} + \left( a \cdot \frac{x}{R_k} + b \cdot \frac{y}{R_k} - 1 \right)^2} - R_k \left( 1 - a \cdot x' - b \cdot y' + \frac{x'^2}{2} + \frac{y'^2}{2} \right) \quad (\text{IV-29})$$

Les figures IV-8 représentent une coupe du tracé de cette expression, suivant l'axe des x ou des y (expression symétrique en x et y).

L'équation (IV-29) est l'erreur commise sur le range dans le cas d'un développement au second ordre. Elle est représenté par la figure IV-8b, alors que la figure IV-8a représente l'erreur commise sur le range pour un développement au premier ordre.

Dans ces deux figures, x ou y varient entre -250m et 250m sur chaque facette, et le nadir est fixé au centre de la surface globale (la sonde se situe à la verticale du centre de la surface).

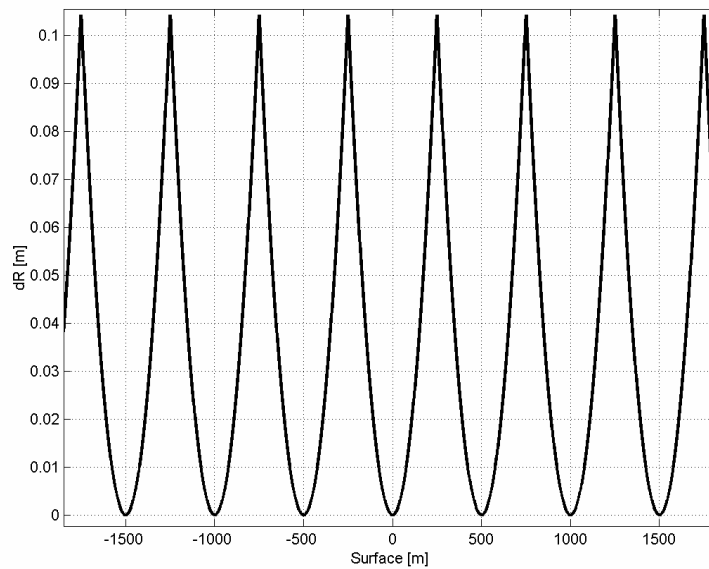


Fig. IV-8a: Erreur de range due à l'approximation au premier ordre. L'erreur est tracée ici sur sept facettes, la sonde est située à la verticale du point  $x=0$ , à une altitude de 300km.

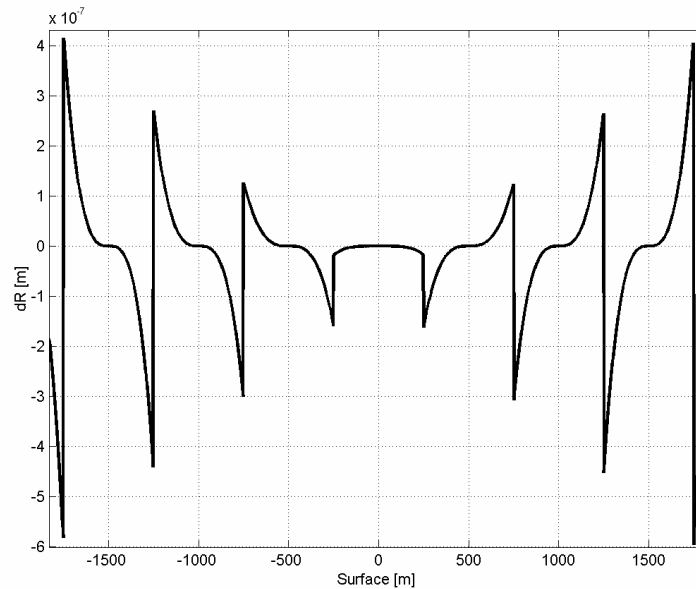


Fig. IV-8b: Erreur de range due à l'approximation au second ordre. L'erreur est tracée ici sur sept facettes, la sonde est située à la verticale du point  $x=0$ , à une altitude de 300km.

Sur l'étendue d'une facette, l'erreur est inférieure à 11cm pour une approximation au premier ordre (Figure IV-8a) et de moins de  $25\mu\text{m}$  pour une approximation au second ordre (Figure IV-8b pour les facettes centrales, sachant que l'erreur maximale est commise en bord de surface).

Pour les résultats tracés ci-dessus, figures IV-6 et IV-7, la fréquence porteuse de l'onde radar utilisée est de 5MHz. Ceci correspond à une longueur d'onde de 60m. L'erreur commise sur le range est donc tout à fait négligeable, surtout en ce qui concerne l'approximation au second ordre. Des échos secondaires apparaissent cependant, surtout sur la figure IV-6, pour certains temps d'arrivée du signal. Ces temps correspondent à un phénomène de résonance, que nous allons détailler ici.

### b) Résonance de Bragg

Les lobes secondaires présents sur les figures IV-6 et IV-7 peuvent être apparentés à un « bruit », apparaissant lors du calcul des diagrammes de rayonnement de chaque facette. On peut voir sur la figure IV-6 que ce bruit n'est pas uniforme, mais revêt une géométrie sous forme de sinus cardinal.

Nous allons voir ici que ce bruit est en fait due au phénomène de résonance de Bragg sur les signaux reflétés par chaque facette [F.T. Ulaby et al., 1982].

Si la différence de range entre le radar et deux facettes consécutives est un multiple de  $\lambda/2$ , la différence de phase aller/retour entre les deux échos vaut  $2\pi$ . Ainsi, les signaux provenant de ces deux facettes, et notamment l'erreur qu'ils contiennent due à l'approximation champ lointain, s'ajoutent en phase (de façon cohérente) et dans ce cas, un

écho est visible sur la figure IV-6. Avec n'importe quelle autre différence de range, les signaux ne s'ajoutent plus en phase (addition incohérente), et il n'y a pas d'écho résultant.

Dès lors, si nous calculons théoriquement les temps d'arrivée des échos provenant de ce phénomène de résonance, nous trouvons les retards 23.6  $\mu\text{s}$ ; 34.7  $\mu\text{s}$ ; 53.3  $\mu\text{s}$ ; 80  $\mu\text{s}$  et finalement 116.9  $\mu\text{s}$ . Ces délais sont tracés sur la figure IV-6 (lignes rouges verticales), et nous obtenons une correspondance significative entre ces délais et la géométrie du bruit observée.

Ainsi, le « bruit » dû au développement limité dans le calcul du range est présent à chaque pas de temps, mais à ces dates précises, la résonance de Bragg fait qu'il gagne une certaine cohérence et engendre un signal visible dans le tracé des échos.

Ce phénomène de résonance a un parallèle dans le domaine de la physique des antennes, où il génère les « grating lobes ». Ce phénomène est alors créé par les mêmes causes et produit les mêmes effets. Nous avons vu que chaque facette se comporte comme une antenne, et la résonance qui apparaît ici est due à la géométrie du réseau d'antennes que nous formons sur la surface.

Enfin, intéressons-nous au pic retardé visible sur les deux échos et présentant un temps d'arrivée d'environ 130 $\mu\text{s}$ .

### **c) Le bord de la surface modélisée**

Nous pouvons voir, sur les figures IV-6 et IV-7, la présence d'un écho retardé par rapport au premier écho spéculaire de la surface. Le retard observé est d'environ 109  $\mu\text{s}$  (en tenant compte du décalage de 20 $\mu\text{s}$  de la courbe).

Dans un même temps, si nous calculons le temps d'arrivée correspondant à l'écho de bord de la surface, nous obtenons une valeur de 108,18  $\mu\text{s}$ . C'est ce retard que nous observons ici, et le pic présent sur nos tracés est bien l'écho créé par le bord de la surface modélisée.

Un radar est sensible aux discontinuités, et la surface que l'on modélise est, bien sur, d'extension finie. Il peut y avoir plusieurs types de discontinuité, par exemple une discontinuité d'indice de réfraction, ou une discontinuité de pente à la surface, mais aussi une discontinuité de la surface elle-même, et le bord de notre modèle en est un exemple. On y passe d'un milieu quasi-continu, au vide. L'extrémité du domaine de simulation se comporte alors comme un réflecteur quasi-punctuel et donne naissance à l'écho observé.

C'est un phénomène de diffraction dû au bord de la surface que l'on modélise.

## **4.3. Le sous sol**

### **4.3.1. Géométrie et modélisation**

#### **a) Géométrie**

Nous allons utiliser le modèle de sous-sol qui a été défini au premier chapitre. A savoir, un modèle en deux couches, qui nous permettra d'alléger le code informatique et de réduire le temps de calcul.

Nous considérons donc **une seule interface** dans le sous-sol Martien, séparant deux milieux homogènes d'indice de réfraction respectifs  $n_1$  et  $n_2$ .

De plus, et toujours avec le même souci de simplification, nous ne considérons que les **champs transmis dans le sous-sol radialement** (c'est-à-dire suivant localement une direction verticale). Cette hypothèse élimine ainsi tous les champs électromagnétiques qui n'auraient pas une direction de propagation radiale dans le sous-sol.

Nous supposons enfin que l'interface présente dans le sous-sol est constamment perpendiculaire aux champs électromagnétiques incidents et que la **profondeur** de l'interface placée dans le sous-sol est **constante**. La propagation dans le sous-sol va ainsi se faire radialement, sur une distance que l'on va noter  $R_{ss}$ .

Cette distance peut se calculer à partir de l'altitude des points à la surface, et de la profondeur par rapport à l'altitude nulle (que l'on note  $depth$ ). On a alors  $R_{ss} = s(x,y) + depth$ .

#### b) Modélisation avec la méthode des facettes

Nous avons vu précédemment qu'en utilisant un parallèle facette réfléchive / antenne émettrice, nous pouvions modéliser une surface réfléchive par une série d'antennes émettrices, avec une célérité des ondes émises divisée par deux, et un même chemin de propagation (mais ce chemin de propagation se compose alors d'un trajet simple sol-radar et plus d'un aller/retour).

De la même manière, nous allons modéliser ici la transmission de la surface en considérant que c'est la surface qui, elle-même, émet un signal électromagnétique vers le sous-sol. La quantité d'énergie transmise dans le sous-sol sera donnée par les coefficients de Fresnel de transmission (Annexe D) (Figure IV-9).

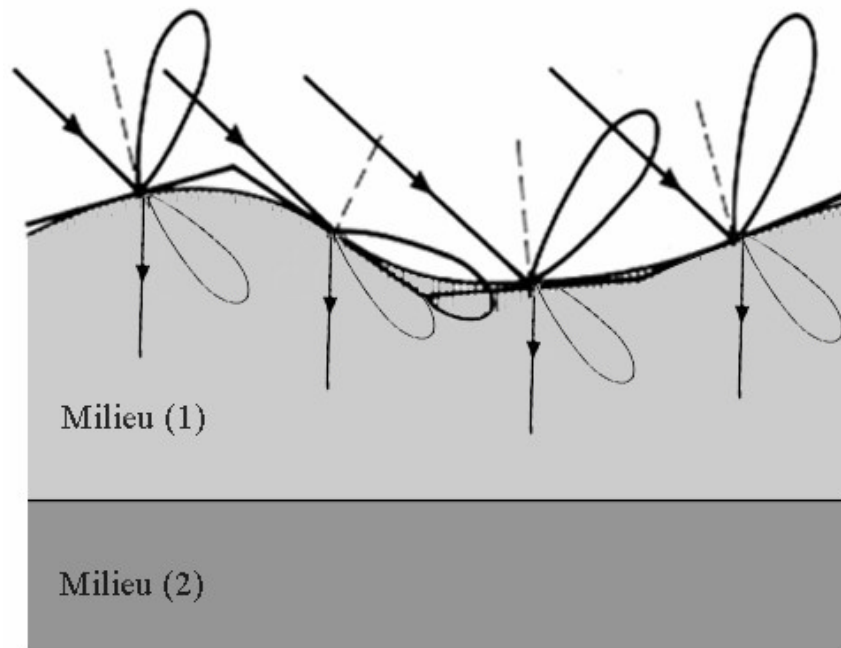


Fig. IV-9: L'énergie incidente est en partie réfléchiée, en partie transmise. La propagation dans le sous-sol s'effectue radialement, l'onde atteint ainsi l'interface de sous-sol avec une incidence verticale.

L'hypothèse de propagation radiale dans le sous-sol, que nous avons vu en a), revient à traiter le modèle facette par facette. **Une facette va ainsi recevoir une onde incidente, elle va en réfléchir une partie vers le radar et en transmettre une autre dans le sol. Cette énergie transmise va alors se propager radialement vers l'interface présente dans le sous-sol, s'y réfléchir pour partie (la partie transmise étant définitivement perdue pour notre modèle), et se rétropropager vers la même facette.** A nouveau, au niveau de la surface, une partie de cette énergie venant du sous-sol va être transmise et se propager vers le radar.

Si l'on se résume ici, nous avons donc deux types de propagation bien distincts. Le premier a été traité dans la partie précédente et a abouti à l'équation (IV-22). Il s'agissait de la réflexion de surface, où une partie de l'énergie arrivant du radar est réfléchiée sur la surface et retourne vers le radar.

Le second type de propagation va être traité ici, il s'agit de la transmission au niveau de la surface d'une partie de l'énergie incidente vers le sous-sol, de sa propagation dans le sol, de sa réflexion sur l'interface placée dans le sous-sol, de sa propagation retour vers la surface, puis de sa transmission, à travers la surface, vers le radar.

Enfin, avant de passer au traitement proprement dit de ce dernier cas, il faut préciser ici que **seules les réflexions simples sont considérées** ici, nous ne tenons pas compte des réflexions multiples, ou plusieurs allers-retours seraient faits entre les interfaces de surface et de sous-sol. Deux bonnes raisons à cela, tout d'abord l'énergie transmise dans le sous-sol y est absorbée du fait du caractère complexe de l'indice de réfraction du sol, puis lors de chaque transmission et réflexion, une partie de l'énergie incidente est aussi perdue, suivant l'expression des coefficients de Fresnel. Ainsi, une réflexion multiple, même si ce n'est

qu'une double, se trouverait bien plus atténuée qu'une réflexion simple et ne serait plus décelable dans le signal résultant.

#### 4.3.2. Calcul de $\hat{\mathbf{n}}_2 \times \mathbf{E}$ et $\mathbf{h}_2 \cdot \hat{\mathbf{n}}_2 \times \mathbf{H}$

De même qu'au paragraphe 4.2.2., on peut calculer le champ électromagnétique transmis au niveau de la surface. Le vecteur directeur de l'onde transmise est  $\hat{\mathbf{n}}_t = \hat{\mathbf{n}}_i$ .  $\eta_1$  et  $\eta_2$  sont les impédances intrinsèques des milieux 1 et 2 (dans notre cas  $\eta_1=1$ ). Il vient alors :

$$\hat{\mathbf{n}}_2 \times \mathbf{E} = \begin{bmatrix} T_{\perp} \cdot \frac{1}{M} \cdot \sin \mathbf{a}_y \cdot \frac{1}{M.N} \left| \begin{array}{c} -\cos \mathbf{a}_x \cdot \cos \mathbf{a}_y \cdot \sin \mathbf{a}_x \\ -\cos \mathbf{a}_x \cdot \cos \mathbf{a}_y \cdot \sin \mathbf{a}_y + \\ -\sin^2 \mathbf{a}_x - \sin^2 \mathbf{a}_y \end{array} \right. \\ T_{\parallel} \cdot \frac{1}{M} \cdot \sin \mathbf{a}_x \cdot \frac{1}{M.N} \left| \begin{array}{c} \cos \mathbf{a}_x \cdot \cos \mathbf{a}_y \cdot \sin \mathbf{a}_y \\ -\cos \mathbf{a}_x \cdot \cos \mathbf{a}_y \cdot \sin \mathbf{a}_x \mathbf{h}_2 \\ 0 \end{array} \right. \end{bmatrix} \cdot E_0 \quad (\text{IV-30})$$

$$\mathbf{h}_2 \cdot (\hat{\mathbf{n}}_2 \times \mathbf{H}) = \begin{bmatrix} T_{\perp} \cdot \frac{1}{M} \cdot (-\sin \mathbf{a}_y) \cdot \frac{1}{M.N} \left| \begin{array}{c} \cos \mathbf{a}_x \cdot \cos \mathbf{a}_y \cdot \sin \mathbf{a}_y \\ -\cos \mathbf{a}_x \cdot \cos \mathbf{a}_y \cdot \sin \mathbf{a}_x + \\ 0 \end{array} \right. \\ T_{\parallel} \cdot \frac{1}{M} \cdot \sin \mathbf{a}_x \cdot \frac{1}{M.N} \left| \begin{array}{c} -\cos \mathbf{a}_x \cdot \cos \mathbf{a}_y \cdot \sin \mathbf{a}_x \\ -\cos \mathbf{a}_x \cdot \cos \mathbf{a}_y \cdot \sin \mathbf{a}_y \mathbf{h}_2 \\ -\sin^2 \mathbf{a}_x - \sin^2 \mathbf{a}_y \end{array} \right. \end{bmatrix} \cdot E_0 \quad (\text{IV-31})$$

$$\text{Or : } \hat{\mathbf{n}}_t \times \begin{bmatrix} \cos \mathbf{a}_x \cdot \cos \mathbf{a}_y \cdot \sin \mathbf{a}_y \\ -\cos \mathbf{a}_x \cdot \cos \mathbf{a}_y \cdot \sin \mathbf{a}_x \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos \mathbf{a}_x \cdot \cos \mathbf{a}_y \cdot \sin \mathbf{a}_y \\ -\cos \mathbf{a}_x \cdot \cos \mathbf{a}_y \cdot \sin \mathbf{a}_x \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos \mathbf{a}_x \cdot \cos \mathbf{a}_y \cdot \sin \mathbf{a}_x \\ -\cos \mathbf{a}_x \cdot \cos \mathbf{a}_y \cdot \sin \mathbf{a}_y \\ 0 \end{bmatrix} \text{ et}$$

$$\hat{\mathbf{n}}_t \times \begin{bmatrix} -\cos \mathbf{a}_x \cdot \cos \mathbf{a}_y \cdot \sin \mathbf{a}_x \\ -\cos \mathbf{a}_x \cdot \cos \mathbf{a}_y \cdot \sin \mathbf{a}_y \\ -\sin^2 \mathbf{a}_x - \sin^2 \mathbf{a}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -\cos \mathbf{a}_x \cdot \cos \mathbf{a}_y \cdot \sin \mathbf{a}_x \\ -\cos \mathbf{a}_x \cdot \cos \mathbf{a}_y \cdot \sin \mathbf{a}_y \\ -\sin^2 \mathbf{a}_x - \sin^2 \mathbf{a}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos \mathbf{a}_x \cdot \cos \mathbf{a}_y \cdot \sin \mathbf{a}_y \\ \cos \mathbf{a}_x \cdot \cos \mathbf{a}_y \cdot \sin \mathbf{a}_x \\ 0 \end{bmatrix} .$$

D'où :

$$\mathbf{h}_2 \cdot \hat{\mathbf{n}}_t \times (\hat{\mathbf{n}}_2 \times \mathbf{H}) = \begin{bmatrix} T_{\perp} \cdot \frac{1}{M} \cdot (-\sin \mathbf{a}_y) \cdot \frac{1}{M.N} \left| \begin{array}{c} -\cos \mathbf{a}_x \cdot \cos \mathbf{a}_y \cdot \sin \mathbf{a}_x \\ -\cos \mathbf{a}_x \cdot \cos \mathbf{a}_y \cdot \sin \mathbf{a}_y + \\ 0 \end{array} \right. \\ T_{\parallel} \cdot \frac{1}{M} \cdot \sin \mathbf{a}_x \cdot \frac{1}{M.N} \left| \begin{array}{c} -\cos \mathbf{a}_x \cdot \cos \mathbf{a}_y \cdot \sin \mathbf{a}_y \\ \cos \mathbf{a}_x \cdot \cos \mathbf{a}_y \cdot \sin \mathbf{a}_x \mathbf{h}_2 \\ 0 \end{array} \right. \end{bmatrix} \cdot E_0 \quad (\text{IV-32})$$

et :

$$\mathbf{E}_t = \frac{-j.k_t.e^{-j.k_s.R_0}}{4\mathbf{p}.R_{ss}} \hat{\mathbf{n}}_t \times \int_S (D.\hat{\mathbf{x}} + F.\hat{\mathbf{y}} + G.\hat{\mathbf{z}}).E_0.e^{-j.k_2.r} .dS \quad (\text{IV-33})$$

$$D = \frac{2}{M^2.N} \cos \mathbf{a}_x \cdot \cos \mathbf{a}_y \cdot \sin \mathbf{a}_x \cdot \sin \mathbf{a}_y \cdot (T_{//} \mathbf{h}_2 - T_{\perp})$$

$$F = \frac{-2}{M^2.N} \cos \mathbf{a}_x \cdot \cos \mathbf{a}_y \cdot (T_{//} \mathbf{h}_2 \sin^2 \mathbf{a}_x + T_{\perp} \cdot \sin^2 \mathbf{a}_y)$$

avec :

$$G = \frac{-1}{M^2.N} T_{\perp} \cdot \sin \mathbf{a}_y \cdot (\sin^2 \mathbf{a}_x + \sin^2 \mathbf{a}_y)$$

$$E_0 = \frac{\text{puiss.émise}}{4\mathbf{p}.R_0} .e^{j.k_s.R_0}$$

$$\text{Et : } M = [\sin^2 \mathbf{a}_x + \sin^2 \mathbf{a}_y]^{1/2}, \quad N = [1 + \sin^2 \mathbf{a}_x \cdot \sin^2 \mathbf{a}_y]^{1/2}.$$

Cette équation a la même forme que (IV-21). Nous trouvons la même indéterminé en cas d'incidence verticale, et lorsque  $\alpha_x$  et  $\alpha_y$  tendent vers 0, nous voyons que D tend vers 0 et F tend vers  $-2T$ , où T est désormais le coefficient de Fresnel de transmission pour une incidence verticale (Voir Annexe D,  $T = \frac{2\mathbf{h}_2}{\mathbf{h}_1 + \mathbf{h}_2}$ ). D'où un signal transmis de même polarisation que le signal incident (Cf. (IV-34)).

La longueur de propagation jusqu'au point d'observation est  $R_{ss}$  et le milieu dans lequel l'onde se propage à pour vecteur d'onde  $k_t$  et non plus  $k_s$ .

On a enfin :  $\hat{\mathbf{n}}_t \times \hat{\mathbf{x}} = -\hat{\mathbf{y}}$ ,  $\hat{\mathbf{n}}_t \times \hat{\mathbf{y}} = \hat{\mathbf{x}}$  et  $\hat{\mathbf{n}}_t \times \hat{\mathbf{z}} = \mathbf{0}$ . D'où :

$$\mathbf{E}_t = \frac{-j.k_t \cdot \text{puiss}}{(4\mathbf{p})^2 . R_0 . R_{ss}} \cdot (F.\hat{\mathbf{x}} - D.\hat{\mathbf{y}}) \cdot \int_S e^{j.\frac{4\mathbf{p}.n.R_{ss}}{1}} .dS \quad (\text{IV-34})$$

C'est l'expression du champ électrique au niveau de l'interface du sous-sol. Intéressons nous désormais à la réflexion de cette onde sur cette interface.

Le vecteur normal à cette interface et dirigé vers la surface est  $\hat{\mathbf{n}}_s$  et le vecteur incident de l'onde ci-dessus (équation (IV-34)) est  $\hat{\mathbf{n}}_t$ . Ces deux vecteurs sont de même direction et opposés. On est donc en incidence verticale, et les deux coefficients de réflexion de Fresnel sont égaux et se réduisent à un seul coefficient de réflexion, que l'on a noté R' (Annexe D).

Il vient alors :

$$\mathbf{E}_{ts} = \mathbf{E}_t \cdot R' \quad (\text{IV-35})$$

Avec  $\mathbf{E}_{ts}$ , champ réfléchi au niveau de l'interface de sous-sol. Au niveau de la surface, l'onde incidente provenant du sous-sol a pour champ électrique  $\mathbf{E}_{ss} = \frac{1}{4\mathbf{p}.R_{ss}} \mathbf{E}_{ts}$ , soit :

$$\mathbf{E}_{ss} = \frac{-j.k_t \cdot \text{puiss}}{(4\mathbf{p})^3 \cdot R_0 \cdot R_{ss}^2} \cdot R' \cdot (F \cdot \hat{\mathbf{x}} - D \cdot \hat{\mathbf{y}}) \cdot \int_S e^{j \cdot \frac{4\mathbf{p} \cdot \mathbf{n} \cdot R_{ss}}{l}} \cdot dS \quad (\text{IV-36})$$

Nous notons ici que l'indice de réfraction  $n$  étant complexe, sa partie imaginaire induit une atténuation de cette onde tout au long de sa propagation dans le sol.

### 4.3.3. Champ électrique global reçu par la sonde

Etudions maintenant les champs transmis par la surface, au retour de l'onde provenant du sous-sol. Ces champs sont ceux qui seront reçus par le radar. Avec le même développement que pour (IV-20) :

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{n}}_1 \times \mathbf{E}_\perp &= \hat{\mathbf{n}}_1 \times \mathbf{E}^t_\perp = \hat{\mathbf{n}}_1 \times \mathbf{E}^i_\perp T_\perp'' \\ \hat{\mathbf{n}}_1 \times \mathbf{H}_\perp &= \hat{\mathbf{n}}_1 \times \mathbf{H}^t_\perp = \hat{\mathbf{n}}_1 \times (\hat{\mathbf{n}}_s \times \mathbf{E}^t_\perp) / h_1 \\ &= \hat{\mathbf{n}}_1 \times (\hat{\mathbf{n}}_s \times \mathbf{E}^i_\perp) T_\perp'' / h_1 \end{aligned} \quad (\text{IV-37})$$

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{n}}_1 \times \mathbf{H}_\parallel &= \hat{\mathbf{n}}_1 \times \mathbf{H}^t_\parallel = \hat{\mathbf{n}}_1 \times \mathbf{H}^i_\parallel T_\parallel'' \\ \hat{\mathbf{n}}_1 \times \mathbf{E}_\parallel &= \hat{\mathbf{n}}_1 \times \mathbf{E}^t_\parallel = \hat{\mathbf{n}}_1 \times (\hat{\mathbf{n}}_s \times \mathbf{H}^t_\parallel) h_1 \\ &= \hat{\mathbf{n}}_1 \times (\hat{\mathbf{n}}_s \times \mathbf{H}^i_\parallel) T_\parallel'' h_1 \end{aligned} \quad (\text{IV-38})$$

En outre, nous définissons ici les vecteurs :  $\hat{\mathbf{a}}'' = \frac{F \cdot \hat{\mathbf{x}} - D \cdot \hat{\mathbf{y}}}{\sqrt{F^2 + D^2}}$ ,  $\hat{\mathbf{b}}'' = \frac{\hat{\mathbf{n}}_s \times \hat{\mathbf{n}}_2}{|\hat{\mathbf{n}}_s \times \hat{\mathbf{n}}_2|} = \hat{\mathbf{b}}$  et  $\hat{\mathbf{c}}'' = \hat{\mathbf{n}}_s \times \hat{\mathbf{b}}'' = -\hat{\mathbf{c}}$ . Grâce à ces vecteurs, nous pouvons exprimer les composantes des champs :

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^i_\perp &= (\hat{\mathbf{a}}'' \cdot \hat{\mathbf{b}}) \cdot \hat{\mathbf{b}} \cdot E_0 \\ \mathbf{H}^i_\perp &= \hat{\mathbf{n}}_s \times [(\hat{\mathbf{a}}'' \cdot \hat{\mathbf{b}}) \cdot \hat{\mathbf{b}} \cdot E_0] / h_1 = -(\hat{\mathbf{a}}'' \cdot \hat{\mathbf{b}}) \cdot \hat{\mathbf{c}} \cdot E_0 / h_1 \\ \mathbf{E}^i_\parallel &= (\hat{\mathbf{a}}'' \cdot \hat{\mathbf{c}}) \cdot \hat{\mathbf{c}} \cdot E_0 \\ \mathbf{H}^i_\parallel &= (\hat{\mathbf{a}}'' \cdot \hat{\mathbf{c}}) \cdot \hat{\mathbf{b}} \cdot E_0 / h_1 \end{aligned} \quad (\text{IV-39})$$

D'où les champs polarisés horizontalement :

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{n}}_1 \times \mathbf{E}_\perp &= (\hat{\mathbf{n}}_1 \times \hat{\mathbf{b}}) \cdot (\hat{\mathbf{a}}'' \cdot \hat{\mathbf{b}}) \cdot E_0 \cdot T_\perp'' \\ \hat{\mathbf{n}}_1 \times \mathbf{H}_\perp &= (\hat{\mathbf{a}}'' \cdot \hat{\mathbf{b}}) \cdot \hat{\mathbf{n}}_1 \times (\hat{\mathbf{n}}_s \times \hat{\mathbf{b}}) \cdot E_0 \cdot T_\perp'' / h_1 \end{aligned} \quad (\text{IV-40})$$

Et les champs polarisés verticalement :

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{n}}_1 \times \mathbf{H}_\parallel &= (\hat{\mathbf{n}}_1 \times \hat{\mathbf{b}}) \cdot (\hat{\mathbf{a}}'' \cdot \hat{\mathbf{c}}) \cdot E_0 \cdot T_\parallel'' / h_1 \\ \hat{\mathbf{n}}_1 \times \mathbf{E}_\parallel &= \hat{\mathbf{n}}_1 \times (\hat{\mathbf{n}}_s \times \hat{\mathbf{b}}) \cdot (\hat{\mathbf{a}}'' \cdot \hat{\mathbf{c}}) \cdot E_0 \cdot T_\parallel'' \end{aligned} \quad (\text{IV-41})$$



En additionnant les deux polarisations, on obtient les champs totaux :

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{n}}_1 \times \mathbf{E} &= [(\hat{\mathbf{a}}'' \cdot \hat{\mathbf{b}}) \cdot (\hat{\mathbf{n}}_1 \times \hat{\mathbf{b}}) \cdot T_{\perp}'' + \hat{\mathbf{n}}_1 \times (\hat{\mathbf{n}}_s \times \hat{\mathbf{b}}) \cdot (\hat{\mathbf{a}}'' \cdot \hat{\mathbf{c}}) \cdot T_{//}''] E_0 \\ \mathbf{h}_1 \cdot (\hat{\mathbf{n}}_1 \times \mathbf{H}) &= -[(\hat{\mathbf{n}}_1 \times (\hat{\mathbf{n}}_s \times \hat{\mathbf{b}}) \cdot (\hat{\mathbf{a}}'' \cdot \hat{\mathbf{b}}) \cdot T_{\perp}'' / \mathbf{h}_1 + (\hat{\mathbf{n}}_1 \times \hat{\mathbf{b}}) \cdot (\hat{\mathbf{a}}'' \cdot \hat{\mathbf{c}}) \cdot T_{//}'' / \mathbf{h}_1] E_0\end{aligned}\quad (\text{IV-42})$$

Or :

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{n}}_1 \times (\hat{\mathbf{n}}_s \times \hat{\mathbf{b}}) &= \hat{\mathbf{n}}_1 \times \frac{1}{M} \begin{vmatrix} 0 & -\sin \mathbf{a}_y \\ \sin \mathbf{a}_x & 0 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = \frac{1}{M \cdot N} \begin{vmatrix} -\sin \mathbf{a}_x & -\sin \mathbf{a}_x \\ -\sin \mathbf{a}_y & -\sin \mathbf{a}_y \\ \cos \mathbf{a}_x \cdot \cos \mathbf{a}_y & 0 \end{vmatrix} \\ &= \frac{1}{M \cdot N} \begin{vmatrix} \cos \mathbf{a}_x \cdot \cos \mathbf{a}_y \cdot \sin \mathbf{a}_y \\ -\cos \mathbf{a}_x \cdot \cos \mathbf{a}_y \cdot \sin \mathbf{a}_x \\ 0 \end{vmatrix}\end{aligned}$$

D'où :

$$\hat{\mathbf{n}}_1 \times \mathbf{E} = \begin{bmatrix} \frac{1}{M} \cdot (a''_x \cdot \sin \mathbf{a}_y - a''_y \cdot \sin \mathbf{a}_x) \cdot \frac{1}{M \cdot N} \begin{vmatrix} \cos \mathbf{a}_x \cdot \cos \mathbf{a}_y \cdot \sin \mathbf{a}_x \\ -\cos \mathbf{a}_x \cdot \cos \mathbf{a}_y \cdot \sin \mathbf{a}_y \cdot T_{\perp}'' + \\ \sin^2 \mathbf{a}_x + \sin^2 \mathbf{a}_y \end{vmatrix} \\ \frac{1}{M} \cdot (a''_x \cdot \sin \mathbf{a}_x + a''_y \cdot \sin \mathbf{a}_y) \cdot \frac{1}{M \cdot N} \begin{vmatrix} \cos \mathbf{a}_x \cdot \cos \mathbf{a}_y \cdot \sin \mathbf{a}_y \\ -\cos \mathbf{a}_x \cdot \cos \mathbf{a}_y \cdot \sin \mathbf{a}_x \cdot T_{//}'' \cdot \frac{1}{\mathbf{h}_1} \\ 0 \end{vmatrix} \end{bmatrix} \cdot E_0 \quad (\text{IV-43})$$

$$\mathbf{h}_1 \cdot (\hat{\mathbf{n}}_1 \times \mathbf{H}) = - \begin{bmatrix} \frac{1}{M} \cdot (a''_x \cdot \sin \mathbf{a}_y - a''_y \cdot \sin \mathbf{a}_x) \cdot \frac{1}{M \cdot N} \begin{vmatrix} \cos \mathbf{a}_x \cdot \cos \mathbf{a}_y \cdot \sin \mathbf{a}_y \\ -\cos \mathbf{a}_x \cdot \cos \mathbf{a}_y \cdot \sin \mathbf{a}_x \cdot T_{\perp}'' + \\ 0 \end{vmatrix} \\ \frac{1}{M} \cdot (a''_x \cdot \sin \mathbf{a}_x + a''_y \cdot \sin \mathbf{a}_y) \cdot \frac{1}{M \cdot N} \begin{vmatrix} \cos \mathbf{a}_x \cdot \cos \mathbf{a}_y \cdot \sin \mathbf{a}_x \\ -\cos \mathbf{a}_x \cdot \cos \mathbf{a}_y \cdot \sin \mathbf{a}_y \cdot T_{//}'' \cdot \frac{1}{\mathbf{h}_1} \\ \sin^2 \mathbf{a}_x + \sin^2 \mathbf{a}_y \end{vmatrix} \end{bmatrix} \cdot E_0 \quad (\text{IV-44})$$

$$\text{Or : } \hat{\mathbf{n}}_s \times \begin{vmatrix} \cos \mathbf{a}_x \cdot \cos \mathbf{a}_y \cdot \sin \mathbf{a}_y \\ -\cos \mathbf{a}_x \cdot \cos \mathbf{a}_y \cdot \sin \mathbf{a}_x \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos \mathbf{a}_x \cdot \cos \mathbf{a}_y \cdot \sin \mathbf{a}_x \\ \cos \mathbf{a}_x \cdot \cos \mathbf{a}_y \cdot \sin \mathbf{a}_y \\ 0 \end{vmatrix} \text{ et}$$

$$\hat{\mathbf{n}}_s \times \begin{vmatrix} \cos \mathbf{a}_x \cdot \cos \mathbf{a}_y \cdot \sin \mathbf{a}_x \\ -\cos \mathbf{a}_x \cdot \cos \mathbf{a}_y \cdot \sin \mathbf{a}_y \\ \sin^2 \mathbf{a}_x + \sin^2 \mathbf{a}_y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos \mathbf{a}_x \cdot \cos \mathbf{a}_y \cdot \sin \mathbf{a}_y \\ \cos \mathbf{a}_x \cdot \cos \mathbf{a}_y \cdot \sin \mathbf{a}_x \\ 0 \end{vmatrix}$$

D'où :  $(A'' \cdot \hat{\mathbf{x}} + B'' \cdot \hat{\mathbf{y}} + C'' \cdot \hat{\mathbf{z}}) \cdot E_0 = \hat{\mathbf{n}}_1 \times \mathbf{E} - \mathbf{h}_1 \cdot \hat{\mathbf{n}}_s \times (\hat{\mathbf{n}}_1 \times \mathbf{H})$  avec :

$$\begin{aligned}
 A'' &= \frac{2 \cdot \cos \mathbf{a}_x \cdot \cos \mathbf{a}_y}{M^2 \cdot N} \left[ (a''_x \cdot \sin \mathbf{a}_y - a''_y \cdot \sin \mathbf{a}_x) \cdot T_{\perp}'' \cdot \sin \mathbf{a}_x + (a''_x \cdot \sin \mathbf{a}_x + a''_y \cdot \sin \mathbf{a}_y) \cdot T''_{//} \cdot \frac{1}{h_1} \cdot \sin \mathbf{a}_y \right] \\
 B'' &= \frac{-2 \cdot \cos \mathbf{a}_x \cdot \cos \mathbf{a}_y}{M^2 \cdot N} \left[ (a''_x \cdot \sin \mathbf{a}_y - a''_y \cdot \sin \mathbf{a}_x) \cdot T_{\perp}'' \cdot \sin \mathbf{a}_y + (a''_x \cdot \sin \mathbf{a}_x + a''_y \cdot \sin \mathbf{a}_y) \cdot T''_{//} \cdot \frac{1}{h_1} \cdot \sin \mathbf{a}_x \right] \\
 C'' &= \frac{1}{M^2 \cdot N} \cdot T_{\perp}'' \cdot (a''_x \cdot \sin \mathbf{a}_y - a''_y \cdot \sin \mathbf{a}_x) \cdot (\sin^2 \mathbf{a}_x + \sin^2 \mathbf{a}_y) \\
 E_0 &= |\mathbf{E}_{ss}|
 \end{aligned}$$

On a enfin :  $\hat{\mathbf{n}}_s \times \hat{\mathbf{x}} = \hat{\mathbf{y}}$ ,  $\hat{\mathbf{n}}_s \times \hat{\mathbf{y}} = -\hat{\mathbf{x}}$  et  $\hat{\mathbf{n}}_s \times \hat{\mathbf{z}} = \mathbf{0}$ .

D'où :

$$\boxed{\mathbf{E}_{rs} = \frac{-j \cdot k_s}{4 \cdot \mathbf{p} \cdot R_0} \cdot |\mathbf{E}_{ss}| \cdot (-B'' \cdot \hat{\mathbf{x}} + A'' \cdot \hat{\mathbf{y}}) \cdot \int_S e^{j \cdot \frac{4 \cdot \mathbf{p} \cdot R}{I}} \cdot dS} \quad (\text{IV-45})$$

Nous avons de même que précédemment une indéterminé dans le cas d'une incidence verticale. Si nous faisons tendre  $\alpha_x$  et  $\alpha_y$  vers 0, nous voyons ici aussi que :

- $A''$  tend vers 0
- $B''$  tend vers  $-2 \cdot T''$

Où, pour une incidence verticale,  $T'' = T''_{\perp} = T''_{//} \cdot 1/\eta_1 = \frac{2h_1}{h_1 + h_2}$  (Annexe D).

Après propagation aller / retour dans l'atmosphère Martienne et propagation dans le sous-sol, le champ électrique reçu par la sonde est ainsi  $\mathbf{E}_r = \frac{1}{4 \cdot \mathbf{p} \cdot R_0} \cdot \mathbf{E}_{rs}$ , soit :

$$\boxed{\mathbf{E}_r = \frac{k_s \cdot k_t \cdot \text{puiss}}{(4 \cdot \mathbf{p} \cdot R_0)^2 \cdot (4 \cdot \mathbf{p} \cdot R_{ss})^2} \cdot R' \cdot (-B'' \cdot \hat{\mathbf{x}} + A'' \cdot \hat{\mathbf{y}}) \cdot \int_S e^{j \cdot \frac{4 \cdot \mathbf{p} \cdot n \cdot R_{ss}}{I}} \cdot dS \cdot \int_S e^{j \cdot \frac{4 \cdot \mathbf{p} \cdot R}{I}} \cdot dS} \quad (\text{IV-46})$$

#### 4.3.4. Discussion

Pour vérifier une partie de ces développements, nous appliquons l'équation (IV-46) sur un cas simple. Nous considérons une surface plane et plaçons dans le sous-sol une interface à une profondeur de 3000m.

De même qu'au paragraphe 4.2.3., nous nous plaçons dans le cadre de l'approximation de champ lointain pour le calcul du range et effectuons un développement du range à l'ordre 2. On obtient alors l'écho radar tracé sur la figure IV-10.

Cette figure est à rapprochée de la courbe IV-7, représentant la réponse radar d'une surface plane sans modélisation du sous-sol. La différence majeure est l'apparition d'un écho provenant du sous-sol, avec un retard d'environ 40 $\mu$ s.

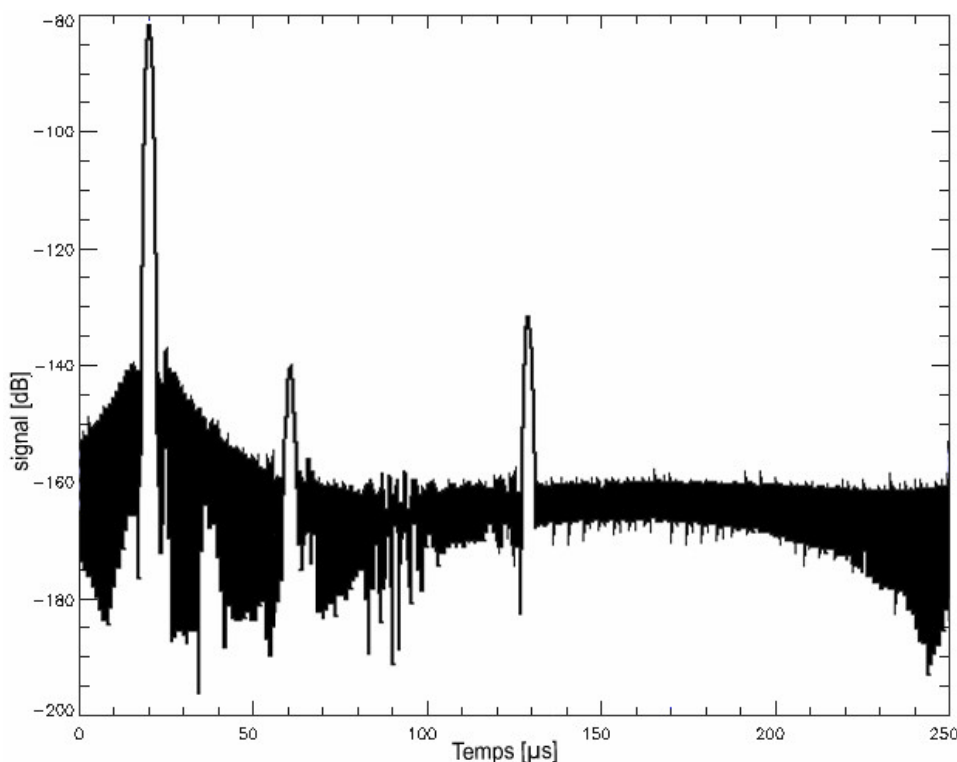


Fig. IV-10 : Echo provenant d'une surface plane de 200km de côté. Une interface est présente dans le sous-sol, à une profondeur de 3000m. Pondération de Hamming.

Pour une profondeur de 3000m, la valeur théorique de ce retard est :

$$\Delta t = \frac{d}{v} = \frac{2.n.p}{c} \quad (\text{IV-47})$$

Avec  $d$ , distance de propagation dans le sol,  $v$ , vitesse de propagation,  $p$ , profondeur de l'interface,  $n$ , indice de réfraction de la couche supérieure et  $c$ , célérité de l'onde dans le vide.

Pour une profondeur de 3000m et un indice de 2, nous obtenons  $\Delta t = 40\mu\text{s}$ , ce qui correspond au retard observé.

L'application de l'équation (IV-46) nous donne donc les bons délais de propagation.

#### 4.4. Les paramètres et la définition des éléments

Précédemment, nous avons décrit la modélisation que nous employons, ce qui correspond au schéma d'ensemble IV-11, et exprimer les champs à chacun des niveaux : surface, interface de sous-sol et radar.

Dans la suite de ce chapitre, nous allons décrire la construction de la simulation et la définition des éléments qui la constituent. Enfin, cette partie contient aussi des résultats préliminaires de la simulation, pour vérifier le bon fonctionnement de la méthode utilisée.

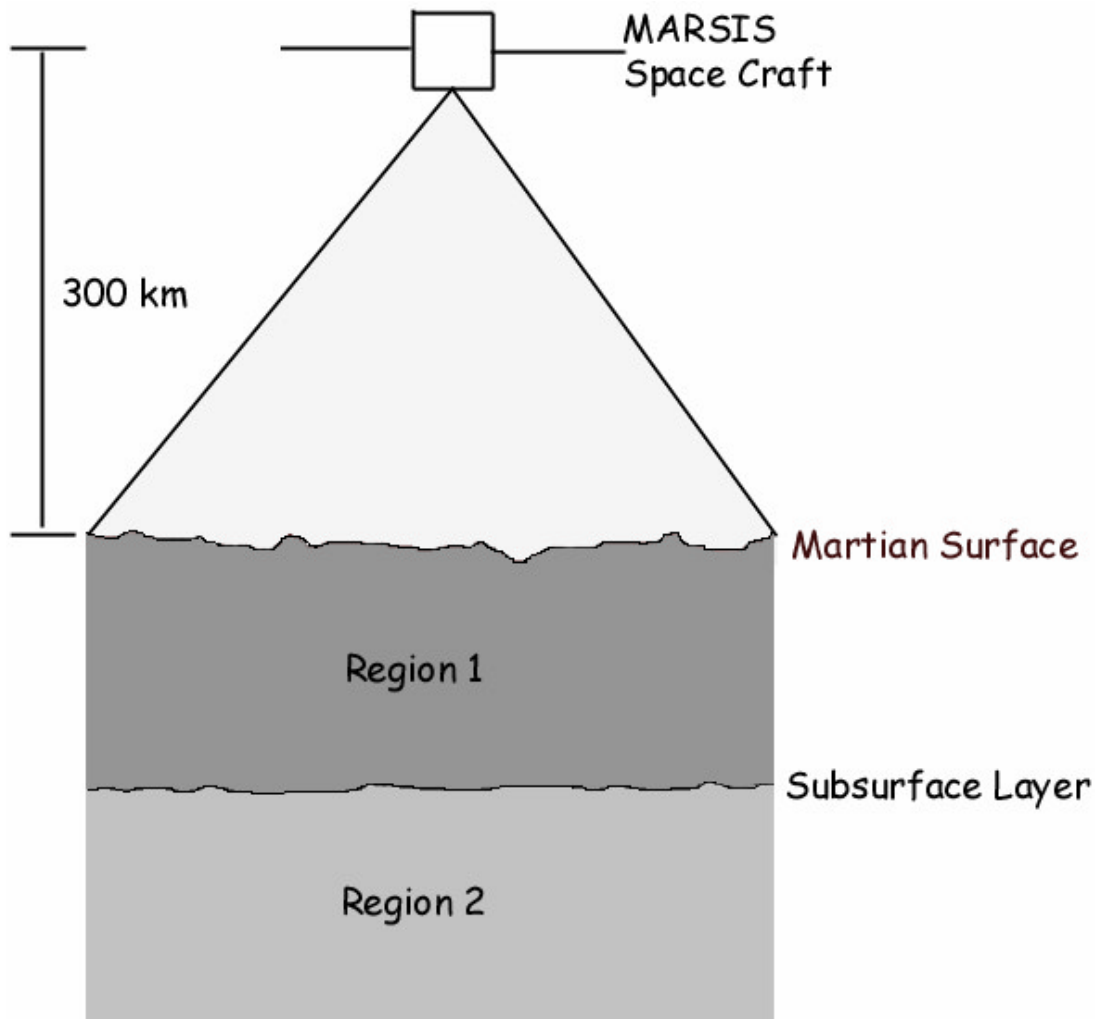


Fig. IV-11 : Schéma d'ensemble de la simulation, les trois éléments principaux sont : le radar, la surface et l'interface de sous-sol.

#### 4.4.1. Les paramètres

La géométrie de la simulation est représentée sur la Figure IV-11 et comme nous l'avons vu en fin de chapitre 1, les caractéristiques du sol et du sous-sol Martiens sont résumées sous forme de données numériques, au travers des indices de réfraction de ces deux milieux.

Nous allons voir ici le dimensionnement des autres paramètres de la simulation.

### a) La taille de la surface simulée

La taille totale de la surface qui va être simulée est fixée par la longueur temporelle de l'écho reçu. Cette longueur est définie dans la table II-4 et est égale à 130 $\mu$ s après compression de l'impulsion (Annexe A).

Nous avons défini en outre la notion d'ambiguïté au point 2.4.4. du second chapitre, avec l'évocation du mélange des échos de surface et de sous-sol pour certains temps de réception.

Nous avons vu ainsi que les échos provenant du sous-sol, dans la direction du nadir, allaient se confondre avec les échos provenant de la surface, mais à un angle de forte incidence.

La taille de la fenêtre de réception étant de 130 $\mu$ s, vérifions si ce délai permet la réception des échos depuis la profondeur maximale.

La profondeur maximale de détection pour une interface eau liquide / glace a été fixée à 5000m pour un sous-sol constitué d'andésite (Voir Table II-2). Ce matériau présente une constante diélectrique réelle d'environ 3,5. La vitesse de propagation dans le sous-sol est donc  $\sqrt{3,5}$  fois plus lente que dans le vide.

La durée correspondante à la propagation de l'onde électromagnétique dans le sol est donc de :

$$\Delta t = \frac{2.d.n}{c} = 3,7416.10^{-5} = 37,42 \mu s \quad (\text{IV-48})$$

Ce laps de temps est bien inférieur à la taille de la fenêtre de réception, un signal provenant du sous-sol et présentant ce retard est donc théoriquement reçu (à la valeur d'atténuation près). La différence entre les deux délais, 37,42 et 130 $\mu$ s, est relativement élevée. Ceci permet d'envisager des indices de matériaux beaucoup plus importants, mais va nous demander un temps de calcul plus important.

Arbitrairement, nous allons réduire la taille de cette fenêtre de réception à 100 $\mu$ s afin de réduire les temps de calcul de la simulation. En accord avec (IV-48), cela ne va pas limiter notre capacité de détection et nous gagnons par là même 30% du volume de calcul à effectuer.

Dans le vide, un laps de temps  $\Delta t$  porté à 100 $\mu$ s permet à une onde de se propager sur une distance aller/ retour de :

$$d_0 = \frac{c.\Delta t}{2} = 15 \text{ km} \quad (\text{IV-49})$$

Le range maximal à simuler est donc de l'ordre de 815km ( $R_m$ ), pour une altitude maximale de la sonde de 800km ( $R_0$ ).

Si l'on fait l'hypothèse que la surface est plane (si on néglige la courbure de la planète à cette échelle de longueur), cette valeur correspond à une surface carrée dont le côté est égal à 2x avec:

$$x = \sqrt{R_m^2 - R_0^2} = 155,64 \text{ km} \quad (\text{IV-50})$$

Dans les faits, et lors de l'application à la surface Martienne réelle, nous allons considérer une surface carrée de 350km de côté. La zone illuminée sera alors limitée par un contrôle du temps de propagation des échos : Tous les échos arrivant au niveau de la sonde avec plus de 100µs de retard par rapport à l'écho spéculaire seront rejetés.

### b) Fréquence Doppler

Bien que le mouvement de la sonde sur son orbite soit pris en compte dans la simulation que nous développons, la vitesse de déplacement de Mars Express n'est pas considérée. En effet, le décalage Doppler qu'elle induit sur un pulse unique est trop faible pour être détecté.

Le range maximal traité, pour une altitude minimale de l'ordre de 300km est d'environ 315km (Voir paragraphe précédent). La vitesse maximale de la sonde par rapport à la surface est donc approximativement :

$$\begin{aligned} V_{r \max} &= \sqrt{1 - \left(\frac{300}{315}\right)^2} \cdot V_s \\ &= 1,31 \text{ km.s}^{-1} \end{aligned} \quad (\text{IV-51})$$

Où  $V_s$  est la vitesse de la sonde sur son orbite, de l'ordre de 4,3 km.s<sup>-1</sup> à 300km d'altitude.

Pour une fréquence centrale de 5MHz, le décalage Doppler maximal correspondant est :

$$f_{Dop \max} = \frac{2 \cdot V_{r \max}}{c} \cdot f_0 = 43,7 \text{ Hz} \quad (\text{IV-52})$$

Où  $c$  est la célérité de la lumière et  $f_0$  la fréquence centrale du pulse. Notre bande passante étant de 1MHz, ce décalage n'est pas décelable en pratique, grâce à l'observation d'un pulse unique. Nous allons donc considérer la sonde fixée (i.e. à vitesse nulle) sur toutes les positions successives de son déplacement.

### c) Les temps de la simulation

Le pulse émis par l'instrument MARSIS a une longueur  $T$  de 250µs (Table II-4).

Pour calculer l'onde radar reçue depuis la surface Martienne, nous pouvons nous placer soit dans le domaine temporel, soit dans le domaine fréquentiel. Dans un même temps, les données d'atténuation et de distorsion correspondantes à la propagation de l'onde à travers l'ionosphère Martienne ont été définies au chapitre 3, en fonction de la fréquence de l'onde et nous avons établi dans ce chapitre la réponse de la surface martienne à une onde électromagnétique incidente en fonction de la fréquence de cette onde.

Afin de les intégrer plus facilement dans le code, nous allons nous placer dans le domaine fréquentiel, puis revenir au domaine temporel par une transformée de Fourier avant de tracer nos résultats.

Pour pouvoir modéliser un signal de durée  $T=250\mu\text{s}$ , et pour éviter le repliement du spectre, le pas de fréquence utilisé dans nos calcul doit être  $\Delta f = 1/T$ . Comme nous avons vu au chapitre 2, la bande passante de l'onde radar utilisée est  $B=1\text{MHz}$ .

Le nombre de points de mesure utilisé pour parcourir cette bande passante est donc :

$$N = B / \Delta f = B.T = 250 \quad (\text{IV-53})$$

Pour augmenter la définition sur nos résultats, nous pourrions ensuite porter la fréquence maximale à  $F_m = 10\text{MHz}$ , nous aurons alors, après transformée de Fourier inverse, des impulsions calculées en fonction du temps et contenant  $F_m.T = 2500$  points de mesure.

#### **4.4.2. Définition des éléments**

Nous avons établi les équations qui permettent de calculer les diagrammes de rayonnement de chaque facette, et défini les principaux paramètres de la simulation. Reste désormais à expliciter la définition des facettes elles-mêmes, que ce soit au niveau de leur positionnement à la surface, ou de leur taille.

##### **a) Positionnement des facettes à la surface**

Le point de départ dans la définition des facettes et l'utilisation de la topographie Martienne établie par la mission Mars Global Surveyor et l'instrument MOLA (Voir paragraphe 1.2.3.). Grâce à ce laser altimètre, nous avons à notre disposition une carte de toutes les altitudes à la surface de Mars, avec une résolution horizontale de  $1/128^{\text{ème}}$  de degré et verticale de 2m.

La surface Martienne est courbe, mais en considérant des facettes suffisamment petites (ce point sera discuté au paragraphe suivant), nous supposons que la surface réelle peut être couverte par des facettes carrées. Il faut garder à l'esprit ici que l'échelle de longueur que nous utilisons est la longueur d'onde. De l'ordre de 100m dans notre cas.

Ainsi, pour couvrir la surface avec des facettes, les discontinuités engendrées doivent être très inférieures à 100m. En considérant le rayon Martien, 3397km, et la longueur d'onde, ce critère est vérifié pour des facettes d'environ 1km de large (calcul fait dans le cas d'une surface réelle sphérique). Nous avons donc une limite haute pour la taille des facettes, et pour toute taille inférieure, nous pouvons modéliser la surface Martienne par une succession de facettes carrées.

Il faut préciser ici que la couverture d'une surface sphérique comme celle que nous traitons aurait pu être faite avec des facettes triangulaires permettant ainsi une couverture continue. Toutefois, l'utilisation de telles facettes nous aurait contraint d'abandonner la possibilité d'avoir des expressions analytiques pour définir les champs (paragraphe 4.2.3. et 4.3.3.). Nous aurions perdu alors en rapidité de calcul.

Pour placer nos facettes carrées sur la surface, nous allons commencer par définir une grille de points sur la surface réelle, avec une résolution horizontale entre les points égale à la taille des facettes (que nous allons définir au point suivant). Ensuite, pour définir chaque

facette, nous allons prendre en compte cinq points de cette grille, en suivant la configuration introduite dans la figure IV-12 (points numéro 1 à 5). Le point central (point numéro 1) est le centre de la facette et les quatre autres points donnent l'orientation de la facette.

Le lecteur peut noter ici que ces quatre autres points sont eux-mêmes les centres des quatre facettes voisines de celle que nous sommes en train de définir.

La facette est tangente à la surface réelle en son point central (point numéro 1), la pente Nord/Sud est calculée en fonction des altitudes des deux points placés au Nord et au Sud du point central (points numéro 2 et 3 sur la figure IV-12), et la pente Est/Ouest est donnée, de même, par l'altitude des deux points placés à l'Est et à l'Ouest du point central (points numéro 4 et 5).

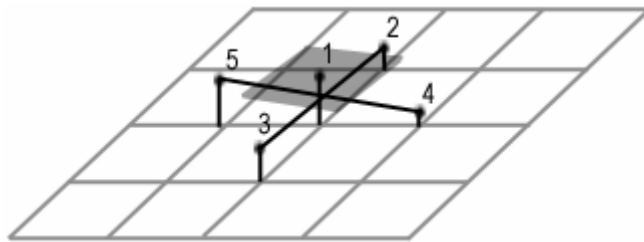


Fig. IV-12 : Définition d'une facette à partir d'un grille de cinq points à la surface. L'altitude de chacun des points est donnée par la topographie établie par MOLA.

On vient donc ici de définir une facette à la surface. On fait de même pour couvrir toute la surface simulée de facettes. Une question se pose tout de même, en effet, avec le procédé défini ci-dessus, on est incapable de définir une facette sur le bord de la surface modélisée, simplement parce qu'elle n'a pas de voisines pour donner sa pente. Lorsque l'on se retrouve dans un cas de limite comme celui là, on va simplement conserver la pente de la dernière facette adjacente positionnée.

Pour vérifier la bonne couverture de la surface, et donc la validité de l'intégration (Cf. (IV-16), intégration en deux parties), intéressons nous ici à la discontinuité présente entre chaque facette.

Si nous considérons des facettes ayant pour taille la résolution initiale des données MOLA, soit 500m de côté, et une surface sphérique, nous obtenons les discontinuités observées sur la figure IV-13. La valeur maximale se situe au centre (par effet de projection sur l'horizontale) et vaut environ  $0,718 \mu\text{m}$ . Comparée à la longueur d'onde (100m), nous voyons donc que la surface résultante peut être considérée comme continue, ce qui valide l'expression (IV-17) et notre calcul de l'intégrale de surface en deux étapes.



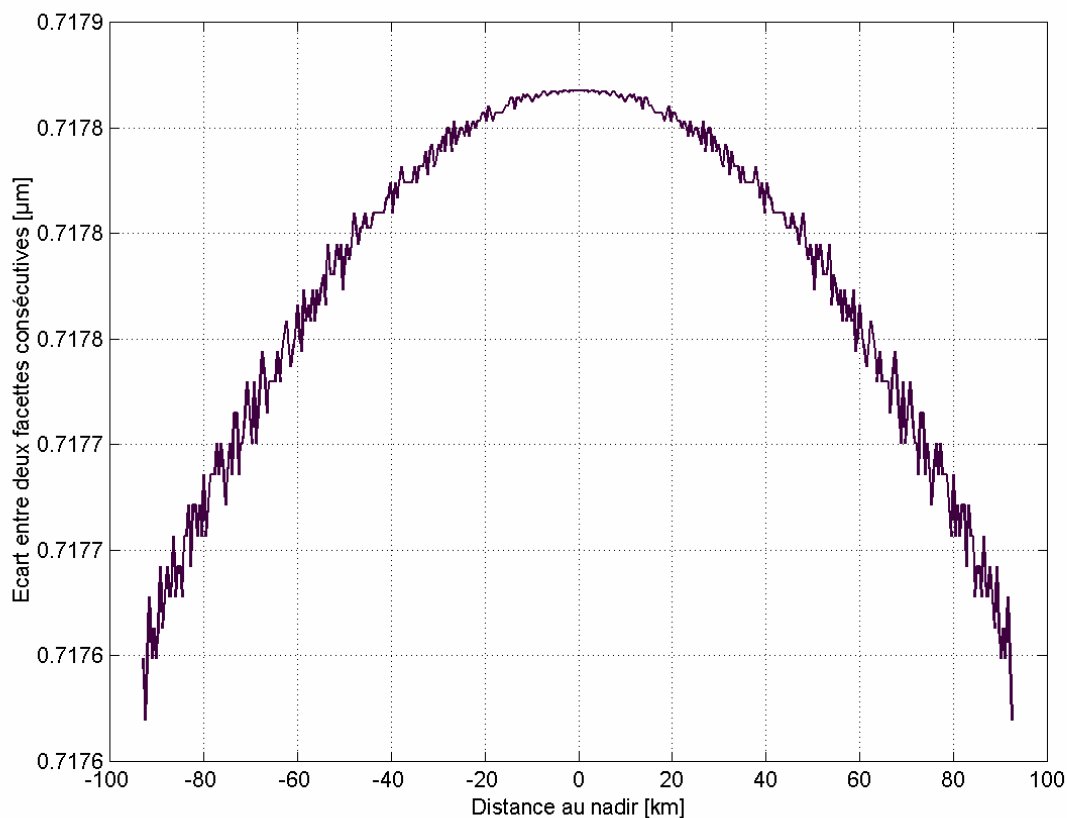


Fig. IV-13 : Discontinuité horizontale entre deux facettes consécutives. Le calcul est effectué sur une ligne coupant en deux la surface. La distance tracée en abscisse est l'abscisse curviligne correspondante à la distance entre un point de la surface et le nadir. Facettes de 500m.

### b) Taille des facettes et comparatif de l'ordre du développement

Nous avons vu que la taille des facettes devait être inférieure à 1km pour limiter les erreurs de phase. En outre, l'approximation champ lointain appliquée dans le calcul d'une expression analytique des diagrammes de rayonnement engendre elle aussi une erreur sur le range, qui a été discuté précédemment avec deux ordres de développement. Nous allons chercher ici une optimisation entre temps de calcul, rapport signal à bruit et taille des facettes.

Plus précisément, au lieu du rapport signal à bruit, nous allons nous intéresser au rapport d'intensité entre le pic principal de l'écho radar de retour, et le plus haut des secondaires : le PSLR (« Peak to Side Lobe Ratio »). Pour des tailles de facette s'échelonnant entre 250 et 1000m, nous obtenons le résultat tracé sur la figure IV-14, fonction de l'ordre du développement utilisé dans l'approximation champ lointain.

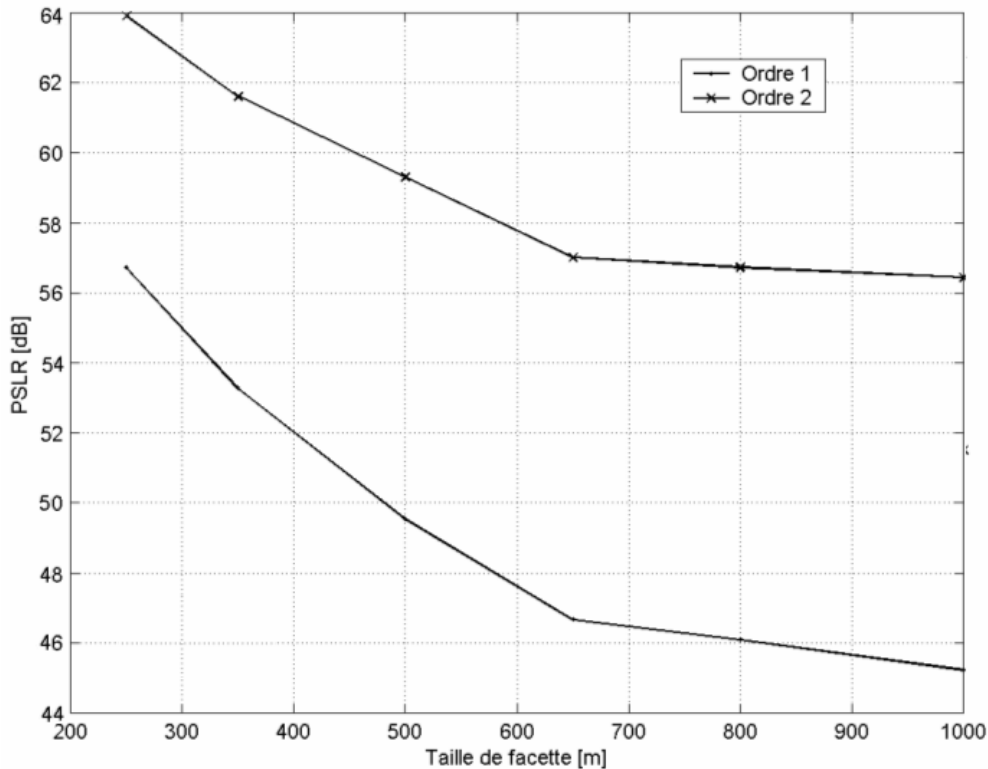


Fig. IV-14 : Peak to Side Lobe Ratio en fonction de la taille des facettes et de l'ordre de développement utilisé.

Nous voyons ainsi que la différence de performance entre l'ordre 1 et l'ordre 2 de développement est réellement importante. Pour des performances équivalentes, on peut utiliser des facettes de 250m et un développement à l'ordre 1, ou des facettes de 1000m et un développement à l'ordre 2.

Dans un même temps, le temps de calcul pour un développement à l'ordre 2 est comparable à celui qui est nécessaire pour un développement à l'ordre 1. La différence de temps de calcul est donc uniquement due à la taille des facettes utilisées, et est inversement proportionnel au carré de la taille de ces facettes.

Ainsi, une simulation utilisant des facettes de 1000m sera 16 fois plus rapide qu'une même simulation utilisant des facettes de 250m. D'où l'utilité très claire de l'utilisation d'un développement à l'ordre 2, qui nous permet de réduire la taille des facettes pour des performances finales similaires du point de vue du PSLR.

Pour des facettes de 500m, le temps de calcul est de l'ordre de 25 secondes par pulse. Un calcul simple nous donnerait ainsi environ 100 secondes pour des facettes de 250m et 6 secondes pour des facettes de 1000m.

Enfin, la donnée de la topographie Martienne comporte, comme nous l'avons vu, une résolution horizontale de  $1/128^{\text{ème}}$  de degré, ce qui équivaut à environ 463m à la surface. Afin de ne pas interpoler ces données, nous avons gardé cette échelle pour la taille des facettes utilisées dans la simulation. Le temps de calcul est alors d'environ 22 secondes par pulse (Pentium IV 2,4 GHz).

### c) Taille des facettes et diagramme de rayonnement

Une fois définies les séries de facettes qui vont être utilisées pour modéliser la surface, nous savons que la réponse de la surface à l'onde radar est la somme de toutes les réponses de facette.

Chacune de ces réponses est représentée par le diagramme de rayonnement de la facette considérée. Pour une facette plane infinie, le diagramme de rayonnement est un Dirac. Une telle facette est un réflecteur parfaitement spéculaire, ainsi, le seul moyen pour un point source de recevoir un signal retour serait de rayonner un signal frappant la facette avec une incidence normale.

Pour une facette large, mais d'extension finie, le diagramme de rayonnement est plus large, et des lobes secondaires apparaissent, même si leur amplitude reste faible par rapport au lobe principal.

Enfin, pour une facette plus petite, le diagramme de rayonnement associé est encore plus large, et les lobes secondaires toujours présents (Figure IV-15).

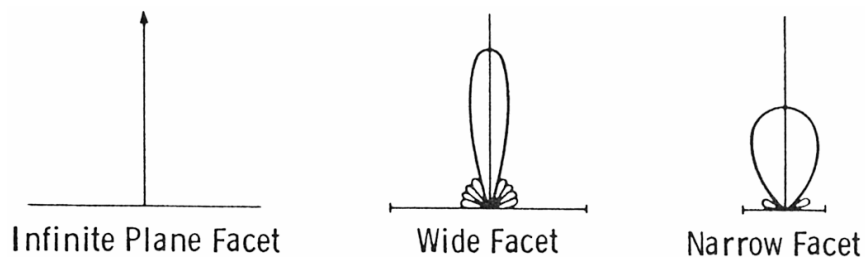


Fig. IV-15 : Diagramme de rayonnement de facettes.

Source : [F.T. Ulaby et al., 1982].

Les facettes que nous utilisons ont une taille d'environ 463m. Nous avons vu en outre au chapitre 2 que MARSIS pouvait utiliser quatre fréquences porteuses, comprises entre 1,8 et 5MHz.

Pour ces valeurs, une coupe du diagramme de rayonnement de nos facettes est donnée par les figures IV-16a et IV-16b.

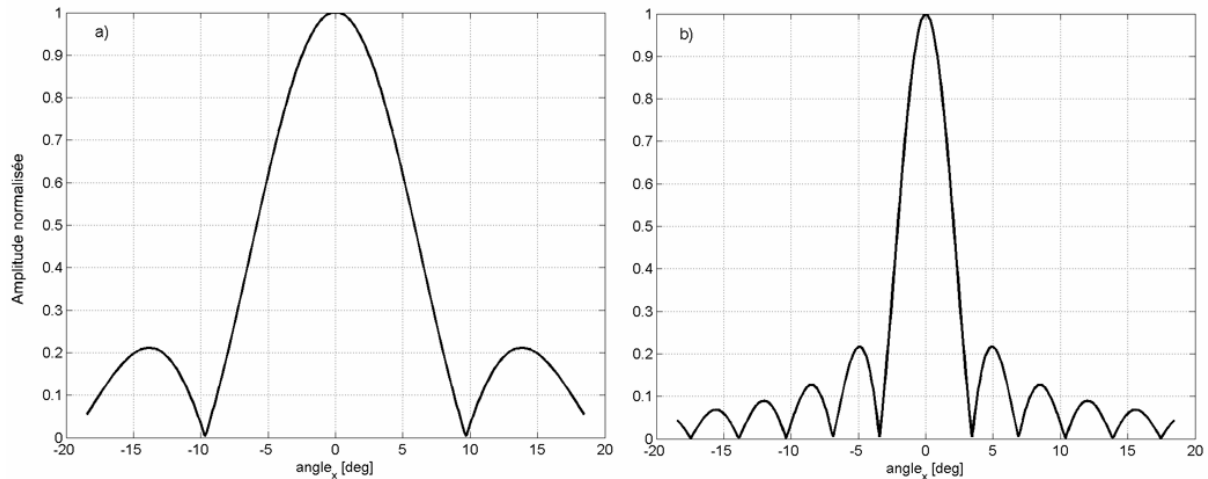


Fig. IV-16 : Diagramme de rayonnement d'une facette carrée de 463m de côté. a) fréquence de 1,8MHz. b) fréquence de 5MHz.

Des lobes secondaires sont présents sur les deux figures, mais le diagramme de rayonnement est bien plus directif pour une fréquence de 5MHz. La largeur du pic principal à  $-3\text{dB}$  est trois fois supérieure avec une fréquence de 1,8MHz (4 degrés pour b) et 12 degrés pour a)).

Cependant, les lobes secondaires ont la même amplitude dans les deux cas. Ils présentent une géométrie en sinus cardinal, le premier lobe secondaire est ainsi à  $-14\text{dB}$  par rapport au pic principal.

Ces diagrammes de rayonnement étant calculés, nous pouvons vérifier avant de conclure ce chapitre leur bonne sommation lors du processus de formation de l'écho total (au travers d'une étude du processus de sommation, lors de la construction de l'écho de la surface illuminée:  $\mathbf{E}(f) = \sum_{\text{facettes}} \mathbf{E}_k(f)$ ).

#### 4.4.3. Formation de l'écho de surface

Pour analyser le bon déroulement de cette sommation complexe, et sa convergence sur la surface, un moyen possible est d'utiliser un diagramme (Partie imaginaire de la somme – Partie réelle de la somme).

Considérons une seule ligne de la surface, passant par le nadir. Nous allons parcourir cette ligne facette après facette. A chaque pas, le diagramme de rayonnement de la facette est calculé, et l'on additionne à la somme des termes précédents le terme  $\mathbf{E}_k(f)$  correspondant.

Les premières valeurs, aux extrémités de la surface, ne correspondent pas à des zones proches du nadir. On se trouve alors loin de la zone de Fresnel (Voir chapitre 2, point 2.4.3.) et les échos sont incohérents les uns par rapport aux autres. Ce cas se traduit, dans le diagramme mentionné ci-dessus, par un mouvement circulaire du vecteur de déplacement. Il n'y a pas de construction cohérente et le tracé se confine à une zone très restreinte.

Lorsque l'on se rapproche du centre de la surface, et donc de la zone de Fresnel, la cohérence entre les signaux n'est pas encore établie mais la variation de phase entre les signaux reçus d'une facette à l'autre diminue. Le rayon du mouvement circulaire augmente alors, et le tracé s'étend.

Enfin, lorsque l'on rentre dans la zone de Fresnel, la sommation devient cohérente et le mouvement devient rectiligne. Les phases sont alors sensiblement les mêmes d'un écho à l'autre.

Ainsi, si la sommation complexe des différents échos s'effectue convenablement, le diagramme résultant pour le parcours de la moitié de la ligne doit être une demi spirale de Cornu. En tenant compte de la symétrie, on obtient enfin une spirale de Cornu complète.

C'est bien ce que nous trouvons ici, puisque le résultat pour une fréquence de 5MHz et des facettes de 463m (figure IV-17) est bien une spirale de Cornu.

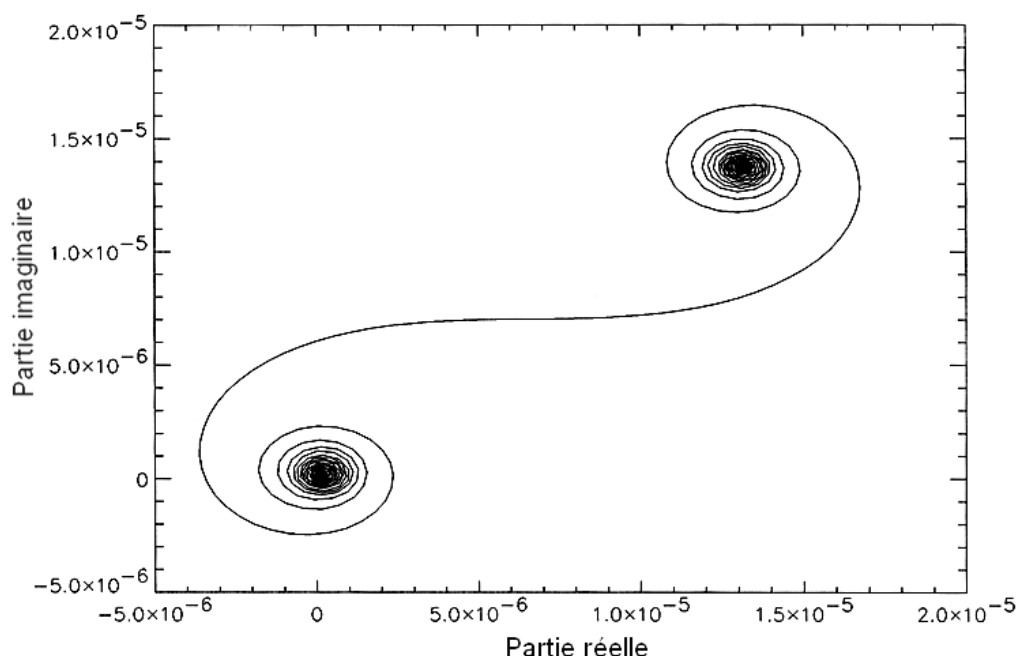


Fig. IV-17 : Tracé de l'évolution de la somme complexe des différents échos provenant de facettes sur une ligne de la surface passant par le nadir.

Nous vérifions donc que la sommation s'effectue correctement.

#### 4.5. Synthèse

Après avoir décrit des méthodes classiques de modélisation, nous avons établi tout au long de ce chapitre les expressions théoriques des champs, que ce soit au niveau de la surface (paragraphe 4.2.) ou du sous-sol (paragraphe 4.3.), en utilisant la méthode des facettes.

A chacun de ces points, notre modélisation a été discutée, et nous avons fini par définir les éléments (et surtout les facettes) qui vont être utilisés par notre simulation.

La plupart des paramètres de la simulation sont ajustables. Sans parler des paramètres d'entrée principaux qui sont le positionnement du satellite, on peut notamment régler la fréquence de l'onde radar, la taille des facettes utilisées, la taille de la surface globale modélisée, la profondeur de l'interface et les valeurs des indices de réfraction des différents milieux.

Ceci rend notre simulation relativement polyvalente en ce qui concerne la modélisation du procédé de sondage radar. Le critère imposé étant cependant d'avoir une surface et une longueur d'onde telles que la méthode des facettes reste applicable (cf. paragraphe 4.1.2.). En fin de ce chapitre, nous avons recherché une optimisation des paramètres, optimisation qui va être utilisée pour le calcul des différents résultats présentés par la suite.

Il ne nous reste plus désormais qu'à valider cette modélisation sur des surfaces tests. Nous pourrions alors appliquer notre simulation à la véritable surface Martienne et simuler les échos MARSIS. C'est ce que nous allons faire dans les chapitres suivants.



# Chapitre 5

## Validation de la méthode

<b>SOMMAIRE.....</b>	<b>125</b>
<b>5.1. MISE EN ŒUVRE.....</b>	<b>126</b>
5.1.1. LES MOYENS INFORMATIQUES.....	126
5.1.2. PARAMETRES DES SIMULATIONS .....	127
5.1.3. APPLICATION DE L'ORBITOGRAPHIE DE LA SONDE A LA SIMULATION .....	129
<b>5.2. CALCUL DE PRF.....</b>	<b>134</b>
5.2.1. FREQUENCE DOPPLER ET PRF .....	134
5.2.2. SYNTHESE D'OUVERTURE .....	134
5.2.3. VALIDATION DE LA PRF .....	136
<b>5.3. RESULTATS OBTENUS SUR DES MODELES DE SURFACE .....</b>	<b>143</b>
5.3.1. SURFACE SANS RUGOSITE .....	143
5.3.2. SURFACE AVEC REFLECTEURS DANS LES DIRECTIONS PARALLELE ET PERPENDICULAIRE A L'AVANCEMENT DE LA SONDE.....	144
5.3.3. SURFACE AVEC COEFFICIENT DE RUGOSITE FIXE .....	148
<b>5.4. SIMULATION MULTI-PULSES : VALIDATION DU PROCEDE DE SOMMATION COHERENTE .....</b>	<b>150</b>
5.4.1. INTENSITE DU SIGNAL INCOHERENT .....	150
5.4.2. DETECTION D'UNE INTERFACE DANS LE SOUS-SOL.....	151
<b>5.5. SYNTHESE .....</b>	<b>152</b>



## 5.1. Mise en œuvre

Au cours des quatre premiers chapitres de ce mémoire, nous nous sommes intéressés à la simulation elle-même et à sa construction. Nous allons aborder dans ce premier paragraphe un aspect plus matériel de la thèse, mais néanmoins tout à fait nécessaire, à savoir l'exécution des calculs inhérents à la simulation.

### 5.1.1. Les moyens informatiques

Le code tout d'abord. Il est écrit en Fortran 90, langage très largement utilisé dans les laboratoires scientifiques.

Plusieurs types de machine ont été utilisés au cours de cette thèse pour son exécution. Tout d'abord, des machines du Laboratoire de Planétologie de Grenoble : « Planeto » (IBM RS6000, un processeur RISC power 2 cadencé à 160 MHz) et ensuite « Mars » (Intel Pentium IV, un processeur cadencé à 2,4GHz), qui ont servi tout au long du développement du code, bien sur, mais aussi pour les premiers tests sur Planeto et les premiers calculs de masse sur Mars.

Dans un même temps, et parallèlement à la machine Planeto, une machine du Service Commun de Calcul Intensif de l'Observatoire de Grenoble (SCCI) a été utilisée (« Carlo »). Il s'agit d'un quadriprocesseur IBM RS6000, chacun des processeurs étant un power3-II cadencé à 375MHz. Ce processeur 64 bits est capable d'exécuter 4 instructions flottantes par cycle. La puissance de calcul de cette machine est de 6 Gflops en crête.

Enfin, pour les calculs intensifs et la réalisation de simulation sur une orbite entière de la sonde, des grappes de PC (de l'anglais « Personal Computer », ordinateur domestique) ont été employées. Ce type d'architecture est relativement récente, un nombre important de PC est mis en réseau autour d'un serveur central qui partage les tâches sur l'ensemble des machines disponibles. La puissance globale peut être très conséquente sans que chacune des machines prises séparément soit foncièrement rapide. L'avantage ici étant le grand nombre de machines en parallèle, ce type d'architecture convient tout particulièrement aux programmes massivement parallélisables. C'est le cas de notre simulation où un grand nombre d'impulsions est simulé, chacune de ces impulsions étant calculable indépendamment des autres. En ce qui concerne la grappe utilisée pour cette simulation, chacune des machines est un Bi-Xéon cadencés à 2,6GHz (grappe « Tomte »).

Les temps de calcul correspondants à chaque machine sont donnés dans la Table V-1. Il s'agit de temps moyens, pour différentes charges de travail.

Machine	Temps de calcul d'une impulsion [s]	Nombre de processeurs en parallèle
Planeto	100	1
Mars	22	1
Carlo	55	4
Tomte	20	10

Table V-1: Comparaison des différentes machines utilisées lors des calculs d'impulsions radar.

### 5.1.2. Paramètres des simulations

#### a) Normalisation

Nous avons établi au chapitre précédent l'expression du champ électrique total réémis par une facette k, il se note :

$$\mathbf{E}_k(f) = \mathbf{A}_k(f) \cdot \frac{j \cdot \mathbf{p}}{4 \cdot k \cdot R_k} \cdot \exp(j \cdot k \cdot R_k \cdot (2 - a^2 - b^2)).$$

$$\left[ \operatorname{Erf} \left( \frac{(-1)^{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt{k} \cdot (2 \cdot a \cdot R_k + l \cdot \cos(\mathbf{a}_x))}{2 \cdot \sqrt{R_k}} \right) + \operatorname{Erf} \left( (-1)^{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt{k} \cdot \sqrt{R_k} \cdot \left( -a + \frac{l \cdot \cos(\mathbf{a}_x)}{2 \cdot R_k} \right) \right) \right]$$

$$\left[ \operatorname{Erf} \left( \frac{(-1)^{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt{k} \cdot (2 \cdot b \cdot R_k + l \cdot \cos(\mathbf{a}_y))}{2 \cdot \sqrt{R_k}} \right) + \operatorname{Erf} \left( (-1)^{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt{k} \cdot \sqrt{R_k} \cdot \left( -b + \frac{l \cdot \cos(\mathbf{a}_y)}{2 \cdot R_k} \right) \right) \right]$$

Où :  $\mathbf{A}_k(f) = \frac{j \cdot k_s \cdot \text{puiss}}{(4 \cdot \mathbf{p} \cdot R_k)^2} \cdot (B \cdot \hat{\mathbf{x}} - A \cdot \hat{\mathbf{y}})$  avec :

$$A = 2 \cdot \frac{\cos \mathbf{a}_x \cdot \cos \mathbf{a}_y \cdot \sin \mathbf{a}_x \cdot \sin \mathbf{a}_y}{M^2 \cdot N} \cdot [R_{\perp} + R_{//}]$$

$$B = 2 \cdot \frac{\cos \mathbf{a}_x \cdot \cos \mathbf{a}_y}{M^2 \cdot N} \cdot [R_{\perp} \cdot \sin^2 \mathbf{a}_y - R_{//} \cdot \sin^2 \mathbf{a}_x]$$

$$\text{Et : } M = [\sin^2 \mathbf{a}_x + \sin^2 \mathbf{a}_y]^{1/2}, \quad N = [1 + \sin^2 \mathbf{a}_x \cdot \sin^2 \mathbf{a}_y]^{1/2}.$$

Pour obtenir un niveau de puissance représentatif des résultats MARSIS, il faut définir ici une normalisation. Reprenons le parallèle facette réfléchissante/ antenne émettrice que nous avons utilisé précédemment. Le résultat de l'intégrale que l'on trouve dans (IV-22) et qui est donné ici par le rapport des deux vecteurs colinéaires :  $G(f) = \frac{\mathbf{E}_k(f)}{\mathbf{A}_k(f)}$  s'apparente alors à un gain.

Ce gain est maximal dans le cas d'une facette plane vue sous une incidence normale, notons alors sa valeur  $G_m(f)$ . Nous allons dès lors utiliser cette valeur maximale pour normaliser le retour de chaque facette.

L'expression du champ électrique émis par une facette et reçu par la sonde sera donc :

$$\boxed{\mathbf{E}_{k,n}(f) = \mathbf{A}_k(f) \cdot \frac{G(f)}{G_m(f)} \cdot S_k} \quad (\text{V-1})$$

Avec :  $0 < \left| \frac{G(f)}{G_m(f)} \right| < 1$  et  $S_k$ , surface de la facette k. L'indice n renvoie à la valeur normalisée.

Pour vérifier le niveau de puissance reçu après cette normalisation, dans le cas d'une surface plane infinie, la puissance reçue par le radar peut se calculer de manière théorique. Son expression est de la forme [J.C. Curlander et al., 1991] :

$$P_r = P_t \cdot \frac{G^2 \cdot \lambda^2 \cdot R_F^2}{(4\pi)^2 \cdot (2R)^2} \quad (\text{V-2a})$$

Où  $P_t$  est la puissance émise,  $G$  est le gain de l'antenne radar,  $\lambda$  est la longueur d'onde et  $R_F$  le coefficient de réflexion de Fresnel.

Reprenons ici les paramètres usuellement utilisés par notre simulation. La longueur d'onde est fixée à 60m, l'altitude de la sonde à 300km, la puissance émise est de 2,7W et l'indice de réfraction du sol est fixé à 2.

Nous avons vu au chapitre 2 que le retour d'une surface plane est spéculaire et cohérent. La surface qui participe à ce retour cohérent constitue la zone de Fresnel qui, dans le cas d'une surface plane, est centrée sur le nadir.

Le gain de l'antenne étant maximum dans la direction du nadir, nous allons utiliser ici sa valeur donnée dans le chapitre 2 :  $G = 2,16\text{dB}$ . Nous pouvons donc calculer la puissance reçue par le radar, elle est définie par l'équation (V-2) et vaut :

$$P_r = 10 \cdot \log \left[ \frac{2,7 \cdot 60^2 \cdot 1/3}{(4\pi)^2 \cdot (2 \cdot 300 \cdot 10^3)^2} \right] + 4,32 = -98,12\text{dBW} \quad (\text{V-2b})$$

Enfin, avant de clore ce paragraphe consacré à la normalisation de la simulation, il faut préciser ici les valeurs données aux coefficients  $A$ ,  $B$ ,  $D$ ,  $F$ ,  $A''$  et  $B''$  (définis au chapitre 4) dans les calculs des simulations présentées ci-après.

Nous avons fait une hypothèse pour simplifier les formules données, en supposant dans que les vecteurs de polarisation étaient constamment dirigés suivant l'axe des  $x$ . Nous avons posé ainsi :  $A = D = A'' = 0$ .

Nous avons de même simplifié les coefficients  $B$ ,  $F$  et  $B''$  en posant :  $B = R_{\perp} - R_{\parallel}$ ,  $F = T_{\parallel} + T_{\perp}$  et  $B'' = T''_{\parallel} + T''_{\perp}$ . Ces deux approximations nous placent dans une géométrie d'incidence verticale, nous faisons ainsi l'hypothèse que l'angle d'incidence est faible quelque soit la facette considérée sur la surface.

Si nous reprenons l'expression (V-1) et si nous remplaçons les coefficients  $A$  et  $B$  par leur valeur, nous trouvons alors la formule directement implémentée dans la simulation (où le champ électrique est orienté suivant l'axe des  $x$ ) :

$$E_{k,n}(f) = \frac{j \cdot k_s \cdot \text{puiss}}{(4\pi \cdot R_k)^2} \cdot (R_{\perp} - R_{\parallel}) \cdot \frac{G(f)}{G_m(f)} \cdot S_k \quad (\text{V-3})$$

## b) Valeur numérique des paramètres

Les paramètres liés à la surface modélisée ont été définis au chapitre précédent, notamment avec la taille des facettes et de la surface globale. Dans ce paragraphe, nous voulons préciser les valeurs des derniers paramètres utilisés dans la simulation et restant à définir.

Tout d'abord les paramètres du radar lui-même. Ce sont globalement ceux du radar MARSIS, présentés dans la Table II-4 au second chapitre de ce mémoire.

La fréquence centrale de l'impulsion radar est fixée dans ce chapitre et dans le suivant à 5MHz (des exemples de sondages effectués avec les fréquences 1,8 ; 3 et 4MHz sont présents en Annexe F).

La puissance émise en fonction de la bande utilisée est celle de MARSIS : Bande 1 : 1,5 W, bande 2 et 3 : 5 W et bande 4 : 2,7 W.

La longueur temporelle de l'impulsion émise est fixée à 250 $\mu$ s, et la longueur de la fenêtre de réception après compression est de 130 $\mu$ s (Table II-4). Dans les faits, nous avons restreint ce nombre à 100 $\mu$ s (Voir le paragraphe 4.4.1.) pour réduire le temps de simulation.

Lorsqu'une interface est présente dans le sous-sol, sa profondeur est fixée à 3km dans ce mémoire. C'est typiquement la profondeur de l'isotherme zéro degré pour des latitudes moyennes (Chapitre 1). Les constantes diélectriques sont complexes, fixées à ( $\epsilon_r=4,0$  ;  $\tan\phi=0,005$ ) pour la couche de surface (matériaux sédimentaires) et ( $\epsilon_r=25,0$  ;  $\tan\phi=0,05$ ) pour la couche inférieure.

Cette dernière valeur est celle qui a été retenue lors de la définition de notre modèle au premier chapitre. Sa partie réelle est élevée, sans atteindre la valeur de l'eau liquide, 80. Ainsi, si une couche d'eau est présente par endroit sous la surface Martienne, le contraste observé sur les véritables données MARSIS devrait être plus important que celui présent dans les résultats ci-après.

Enfin, les paramètres orbitaux de la sonde sont obtenus à partir de différents logiciels. Ce que nous allons détailler désormais.

### 5.1.3. Application de l'orbitographie de la sonde à la simulation

Nous avons évoqué l'orbitographie de la sonde au chapitre 2, où nous avons donné des grandeurs caractéristiques de l'orbite de la sonde autour de Mars. Nous allons revenir ici plus en détail sur l'obtention des paramètres orbitaux de la sonde Mars Express, et notamment la génération des fichiers nécessaires au fonctionnement de la simulation.

#### a) Mode opératoire de la simulation

Deux objectifs peuvent être suivis lorsque l'on utilise la simulation développée ici :

- Soit l'utilisateur a un intérêt particulier pour une certaine région de la surface de Mars et souhaite obtenir la réponse de cette région à l'onde radar. Dans ce cas les données

de départ pour la simulation sont les coordonnées géographiques de cette zone, et l'altitude du radar est considérée comme un paramètre.

- Soit l'utilisateur veut calculer les échos radar reçus par la sonde Mars Express au cours d'une orbite précise de la sonde, en ce cas, la donnée de départ est le numéro de l'orbite en question.

Lorsque l'on est dans le premier cas, l'altitude de la sonde est paramétrable et l'on considère qu'elle se situe à la verticale du centre de la région à simuler.

Dans le second cas, il faut connaître les paramètres orbitaux de la sonde, ce que l'on nomme communément « l'orbitographie » de la sonde, dont nous avons parlé au chapitre 2. Ces paramètres sont fournis à la simulation au travers d'un fichier créé au préalable (Diagramme V-1). Nous allons détailler ici la création de ce fichier.

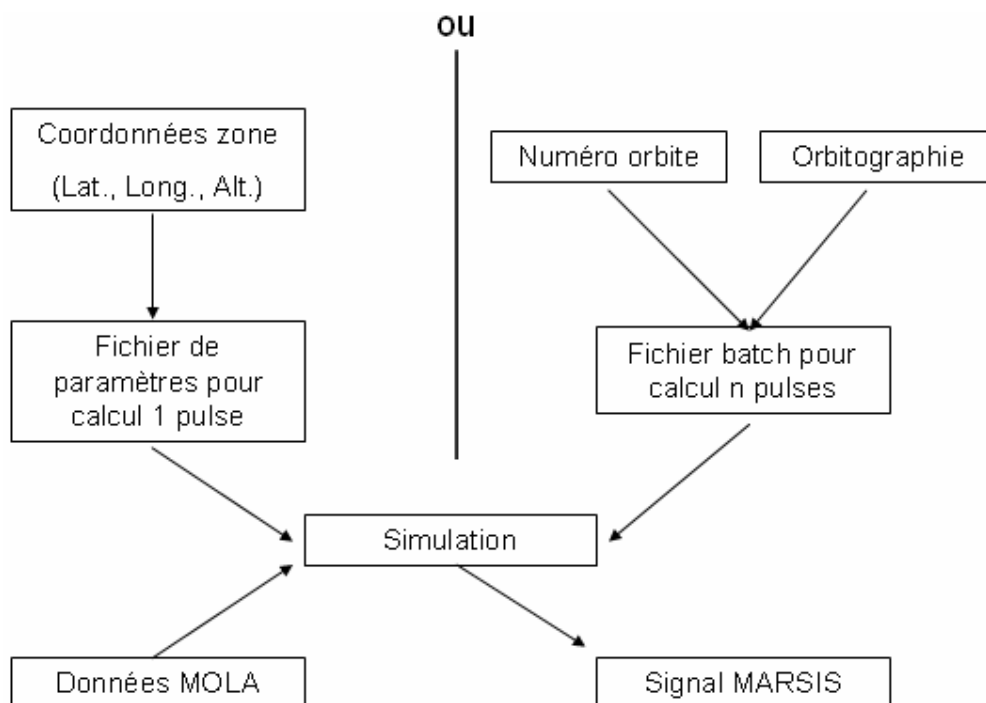


Fig. V-1 : Diagramme fonctionnel de la simulation

## b) Spice

Nous savons que l'orbite de la sonde Mars Express autour de Mars est elliptique, avec une période de révolution de 7h30 (Cf. Chapitre 2). Nous pouvons échantillonner cette orbite, mais reste à déterminer quelle résolution employée. Dans notre cas, cette résolution est fixée par la PRF, la fréquence de répétition des impulsions.

Pour notre simulation, le point particulier est que nous avons besoin des paramètres orbitaux de la sonde avec une résolution variable (nous utilisons une PRF de 10Hz pour notre simulation d'orbites – Cf. 5.2. calcul de la PRF – toutefois, afin d'effectuer d'autres simulations, nous pouvons avoir besoin de valeurs différentes).

Les données orbitales nous sont fournies par un logiciel écrit au Jet Propulsion Laboratory (logiciel « Spice »), et sont accessibles avec une résolution paramétrable. A partir des éphémérides et des constantes d'orientation (les angles d'Euler, c'est à dire l'orientation des axes de coordonnées d'une planète par la donnée de l'orientation de l'équateur et du méridien principal) et de définition (rayon, inclinaison, période de rotation et de révolution) de la planète Mars, ce logiciel fournit les paramètres orbitaux de la sonde Mars Express avec une résolution réglable (typiquement une seconde – PRF de 1Hz - ). Les paramètres orbitaux ainsi obtenus concernent une ou plusieurs orbites de Mars Express, par défaut, le fichier de sortie de Spice contient des données relatives à des orbites autour de Mars pour une durée de plusieurs mois terrestres.

A l'intérieur de ce fichier de sortie, le format des données est une matrice de six colonnes, renseignant l'utilisateur sur le temps écoulé depuis le dernier périastre atteint, la latitude, la longitude, et les vitesses radiale et transversale de la sonde.

Une fois ces données acquises, nous définissons les paramètres orbitaux de l'orbite souhaitée grâce à trois petits codes informatiques : « Find\_pos », « Cree\_orb » et « Reech ».

### c) Find\_pos, Cree\_orb et Reech

Les paramètres orbitaux obtenus avec le logiciel Spice concernent typiquement un grand nombre d'orbites de la sonde. Ainsi, chaque fichier couvre plusieurs mois alors qu'une orbite dure 7h30.

Lors de la création de notre simulation de sondage radar, deux points de départ ont été considérés, soit on s'attache à simuler le sondage radar effectué par MARSIS orbite après orbite, en ce cas, il suffit de parcourir le fichier de paramètres créé directement par Spice, soit on cherche à simuler les échos radar correspondants à une région survolée bien précise, au sein d'une même orbite.

C'est dans l'optique de ce second cas que trois petits codes informatiques ont été développés.

Le premier point est de déterminer quelle orbite est à considérer pour un survol direct d'une certaine zone à la surface de Mars. A cette fin, le programme « Find\_pos » permet de distinguer quelles orbites sont optimales, c'est à dire passent au plus près de la zone considérée. Reste ensuite à l'utilisateur le choix de l'orbite finale.

Une fois ce choix effectué, un code complémentaire, « Cree\_orb », permet de séparer les paramètres orbitaux relatifs à cette orbite du fichier global généré par Spice. Enfin, nous avons vu que la résolution typique de ce code est la seconde, ce qui correspond à une PRF de 1Hz. Un dernier code, « Reech », permet de ré-échantillonner le fichier obtenu de Cree\_orb pour l'adapter à la PRF voulue, 10 ou 60Hz typiquement.

Si l'on considère l'orbite numéro 1353, qui aura lieu au début de l'année 2005, on obtient les résultats tracés sur les figures V-2, V-3 et V-4. On peut y observer respectivement les variations d'altitude, de latitude et de longitude de la sonde Mars Express tout au long de son orbite (PRF de 1Hz, tracé des 1319 impulsions qui correspondent à une altitude inférieure à 700km).

La courbe correspondant à l'altitude de la sonde a une forme parabolique mais les courbes représentant les variations de latitude et de longitude peuvent présenter des dessins particuliers, avec notamment des points de rebroussement. Ici, nous pouvons observer un passage sur le pôle Nord Martien sur la courbe V-3 autour de l'impulsion numéro 200, passage qui s'accompagne d'une variation rapide des longitudes comme nous pouvons le voir sur la courbe V-4.

Une impulsion particulière, le numéro 684, est repérée sur ces graphes, nous utiliserons à nouveau cette orbite au chapitre suivant pour une simulation où le mouvement de la sonde sera centré sur cette impulsion.

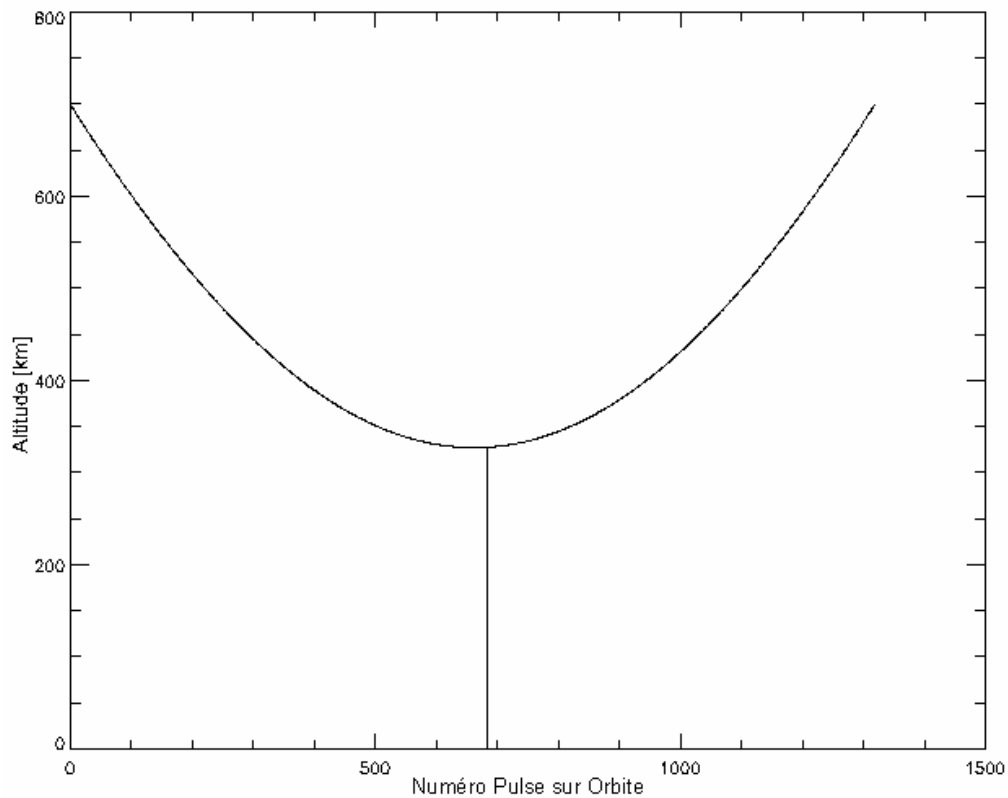


Fig. V-2 : Variation de l'altitude de Mars Express sur l'orbite 1353.

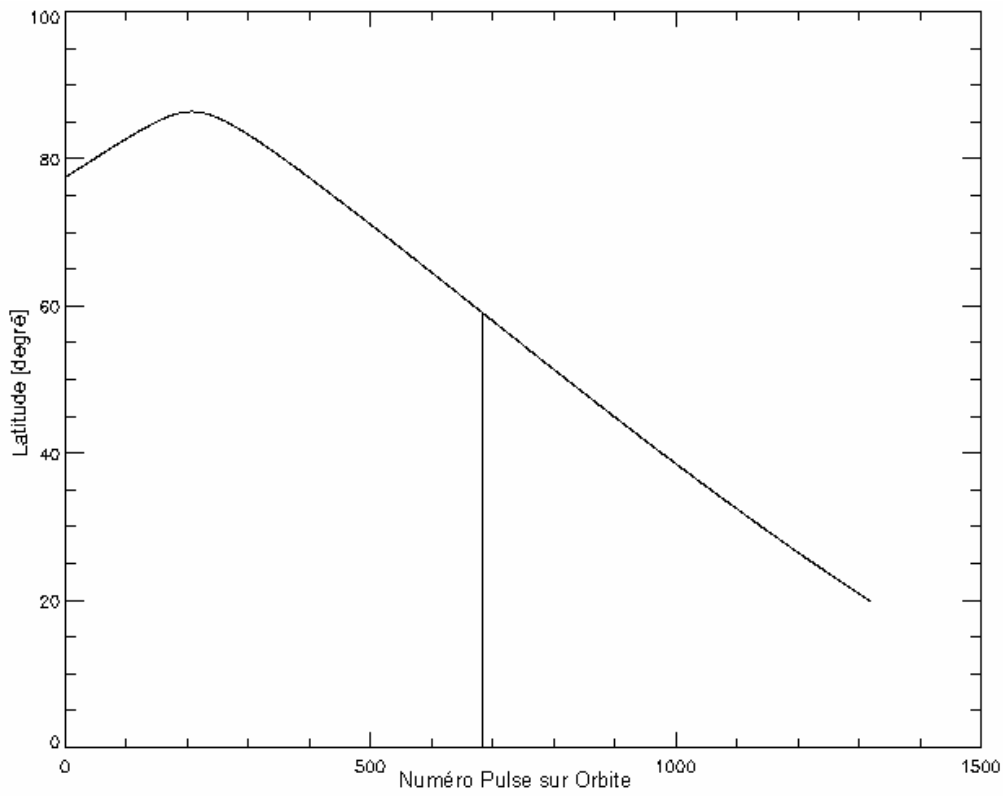


Fig. V-3 : Variation de la latitude de Mars Express sur l'orbite 1353.

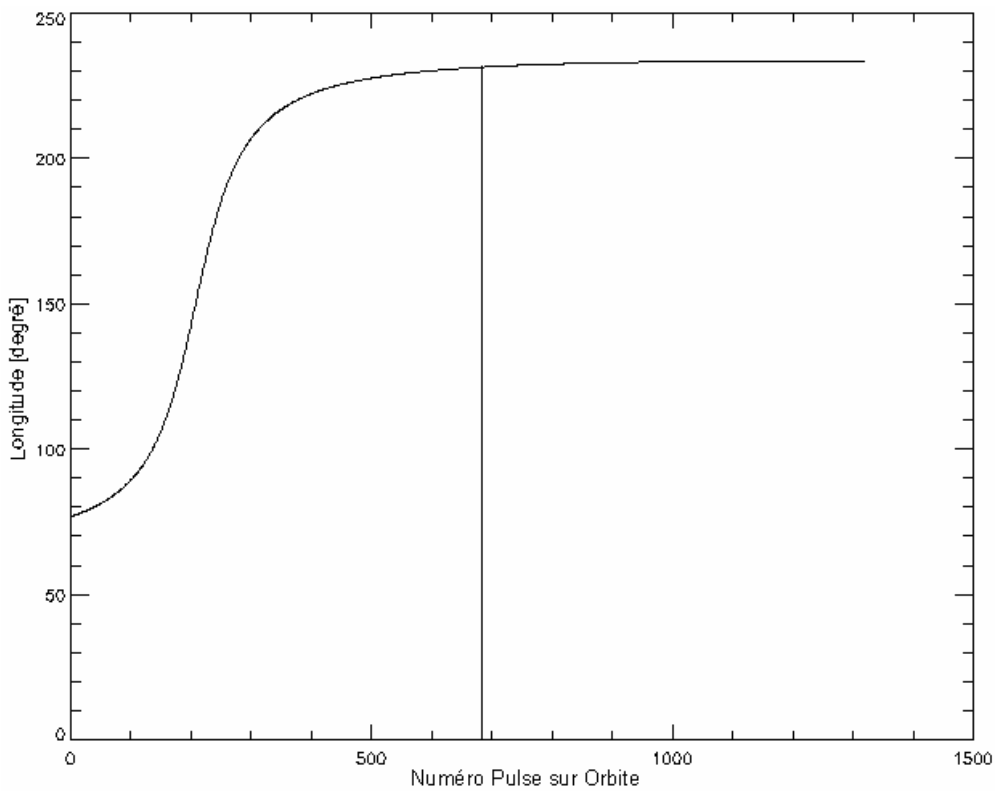


Fig. V-4 : Variation de la longitude de Mars Express sur l'orbite 1353.



## 5.2. Calcul de PRF

### 5.2.1. Fréquence Doppler et PRF

Comme nous l'avons vu en définissant les paramètres de la simulation au chapitre précédent, le déphasage dû au décalage Doppler est négligeable vis-à-vis de la bande passante que nous utilisons. Cependant, le signal correspondant à chacun des échos représente une fréquence Doppler, échantillon du spectre Doppler total avec une phase particulière.

Si nous obtenons suffisamment d'échantillons, avec des phases qui ne sont pas trop différentes l'une de l'autre, le signal Doppler correspondant à un certain range pourra être reconstruit grâce à un filtre passe-bas. C'est la base de la synthèse d'ouverture.

Pour que ceci soit possible, la PRF doit être suffisamment élevée pour obtenir suffisamment d'échantillons par seconde et par la même, satisfaire au principe de Shannon. Le critère est donc que la PRF doit être deux fois supérieure à la largeur de la bande Doppler totale.

Le choix de la fréquence de répétition des impulsions est donc lié à la valeur de la fréquence Doppler maximale suivant l'équation :

$$PRF = 4.f_{Dop\ max} \quad (V-4)$$

Car la bande Doppler totale est constituée des fréquences comprises entre  $(-f_{Dop\ max})$  et  $(+f_{Dop\ max})$ .

Pour une fenêtre de réception de  $100\mu s$ , nous avons vu que la fréquence Doppler maximale est de  $43,7Hz$  (valeur limitée par la taille de la surface simulée, cf. expression (IV-52)). Ce qui correspondrait à une PRF minimale d'environ  $175Hz$ .

Si nous considérons la surface totale, il faudrait utiliser ainsi une PRF de  $175Hz$  pour pouvoir échantillonner correctement la bande Doppler totale. Ceci correspond au calcul de  $175$  impulsions par secondes, et pour un temps de calcul d'environ  $22$  secondes par impulsion, une seconde de signal demanderait alors plus d'une heure de simulation. Nous avons vu au chapitre 2 qu'une orbite de Mars Express autour de Mars contenait environ  $25$  minutes « utiles », pendant lesquelles le sondage radar était faisable (altitude inférieure à  $800km$ ).

Pour simuler une orbite totale, le temps de calcul nécessaire est donc supérieur à  $1600$  heures ! Ce chiffre est démesurément grand, mais il correspond au calcul de  $262\ 500$  impulsions, chaque impulsion étant un signal de  $100\mu s$ . Nous allons voir ici que nous pouvons restreindre le domaine de la simulation.

### 5.2.2. Synthèse d'ouverture

Nous avons défini dans le second chapitre les données telles qu'elles seront reçues de la sonde et nous avons vu qu'elles ne sont pas des impulsions, mais des trames de  $1,5$  à  $3$  secondes de signal, cette longueur dépendant de l'altitude de la sonde. Dans le cas de

MARSIS, qui utilise une PRF de 127Hz (Cf. Table II-4), une trame est ainsi la moyenne de 190 à 381 impulsions.

Le traitement à bord consiste à effectuer un filtrage Doppler suivant la direction des temps longs, ce qui correspond à un filtrage passe-bas des signaux radar enregistrés. On effectue alors une synthèse d'ouverture non focalisée (Voir chapitre 2, paragraphe 2.5.1.).

Pour traiter les résultats de notre simulation, nous allons effectuer cette synthèse d'ouverture en moyennant les signaux reçus. Le calcul ne sera donc pas un filtrage des fréquences Doppler reçues, mais une sommation cohérente des impulsions consécutives (moyenne des signaux suivant la direction des temps longs) sous la forme d'une fenêtre glissante de largeur paramétrable.

Pour une altitude de 300km, la longueur de l'ouverture synthétisée est de 2 secondes environ. Après le filtrage Doppler non focalisé effectué à bord de la sonde, la fréquence Doppler maximale sur le signal est donc de 0,5Hz environ.

Lors du calcul d'une impulsion la surface « utile » (effectivement observée) est donc une bande de surface, rectangulaire, dont la largeur (dans la direction perpendiculaire au déplacement de la sonde) est égale à la taille de la surface totale, soit 350km pour une altitude de la sonde de 300km, et dont la longueur est égale à l'ouverture synthétisée. Cette longueur s'obtient grâce à (IV-52), elle est de l'ordre de 4km.

Lors de l'exécution de la simulation, et pour éviter les effets de bord (les bords se déplacent avec la sonde, ils sont donc constamment à un Doppler nul et ne sont pas atténués par la sommation cohérente), nous allons ajouter des marges de part et d'autre de ce bandeau de surface et appliquer une pondération aux échos reçus, dans la direction du déplacement de la sonde. Cette pondération est représentée sur la figure V-5. Nous considérons alors une largeur de 10km.

Si l'on considère cette bande de surface, suivant le modèle défini à la figure V-5, la fréquence Doppler maximale sur cette partie de surface est d'environ 2Hz. La PRF nécessaire pour échantillonner correctement le spectre Doppler est donc bien inférieure à la valeur ci-dessus. Avec l'expression (V-4), on trouve une PRF de 8Hz pour la borne minimale correspondante au critère de Shannon. Afin de prendre une marge supplémentaire vis-à-vis de cette borne minimale, **nous fixons finalement la valeur de la PRF à 10Hz.**

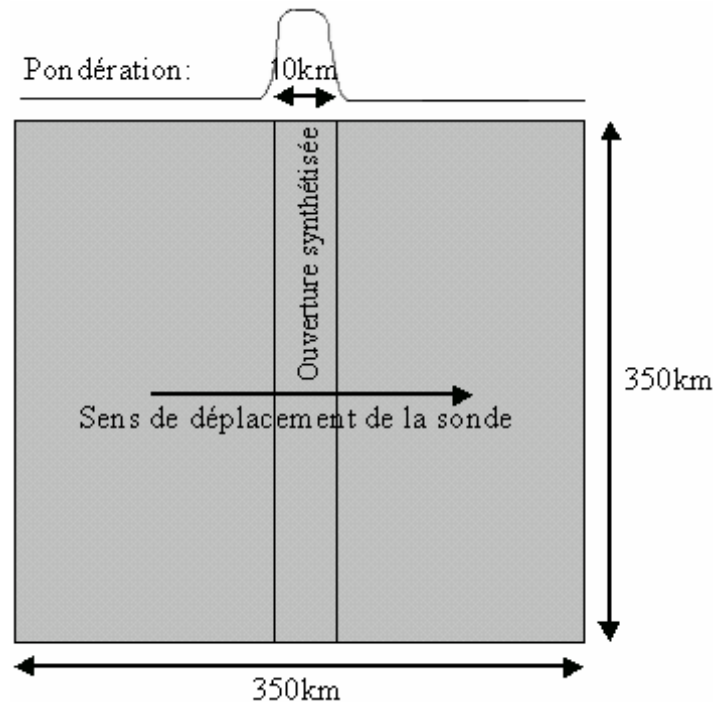


Fig. V-5 : Surface utile après synthèse d'ouverture

Par rapport à une simulation dans le procédé de synthèse d'ouverture, ceci correspond à un gain de temps de calcul d'un facteur 17 en ce qui concerne la PRF, et nous pouvons en outre restreindre la surface modélisée à la bande de surface ci-dessus, soit un facteur supplémentaire d'environ 10. Au total, grâce à la recherche d'une simulation des trames créées par MARSIS, et non des impulsions elles-mêmes, qui ne seront pas retransmises vers la Terre, nous avons donc un gain de 170 sur le temps de calcul.

La simulation du signal correspondant à une orbite de Mars Express représente ainsi 9 heures et 10 minutes de temps de calcul, ce qui est beaucoup plus raisonnable.

### 5.2.3. Validation de la PRF

#### a) Comparaison des résultats avec des PRF de 10Hz et 60Hz

Pour valider cette diminution de la PRF, nous allons effectuer la simulation de 20 secondes de signal, et appliquer une fenêtre glissante de 2 secondes aux impulsions ainsi calculées pour effectuer la synthèse d'ouverture.

La valeur de 175Hz étant très élevée, nous adoptons pour ce test une nouvelle limite pour la PRF. Pour diminuer le temps de calcul d'une simulation, nous cherchons ainsi la PRF minimale applicable. Si l'on considère la densité de puissance spectrale et si l'on restreint la bande passante utile en coupant à mi-hauteur du pic principal, on ne conserve que la bande Doppler  $\Delta f_d = 0,64 \cdot f_{Dop \max}$  [F.T. Ulaby et al., 1982].

Pour cette bande Doppler, le choix de la fréquence de répétition des impulsions est alors lié à la valeur de la fréquence Doppler maximale suivant l'équation :

$$PRF = 0,64.2.f_{Dop\ max} \quad (V-4)$$

Avec une fréquence Doppler maximale de 43,7Hz, la PRF minimale est alors 60Hz.

Deux cas sont ainsi considérés :

- Cas 1 : PRF de 60Hz et une surface de 350x350km. Pour avoir 20s de signal, nous allons donc calculer 1200 impulsions.
- Cas 2 : PRF de 10Hz et une surface de 20x350km. 20s de signal représentent ici 200 impulsions.

Le résultat de ces simulations est tracé sur les figures V-6.

Avec ces figures, nous introduisons un nouveau mode de visualisation de nos résultats, en trois dimensions. Les figures IV-6, IV-7 et IV-10 représentaient des simulations d'impulsions radar en deux dimensions : l'axe des abscisses correspondait à l'évolution du temps sur une impulsion (aussi appelé axe des « Temps courts ») alors que l'axe des ordonnées correspondait à l'intensité de l'impulsion radar pour un temps donné.

Nous introduisons ici un tracé en trois dimensions de nos résultats, chaque colonne de ces tracés représentant une impulsion radar. L'axe des abscisses représente ici le numéro de l'impulsion simulée (appelé aussi axe des « Temps longs »), alors que l'axe des ordonnées représente le temps court. Enfin, un code de couleur permet de traduire l'intensité des impulsions radar. Ce mode de visualisation doit permettre une distinction plus aisée des différents échos et donc, une lecture plus facile et plus rapide des résultats.

L'axe des temps courts est gradué en mètres, sous forme de profondeur équivalente (temps équivalent nécessaire pour atteindre la profondeur indiquée). Cette profondeur équivalente tient compte de l'indice de réfraction du sous-sol. Ce dernier est ici fixé à 2 (Cf. Chapitre 1 : Modèle du sous-sol).

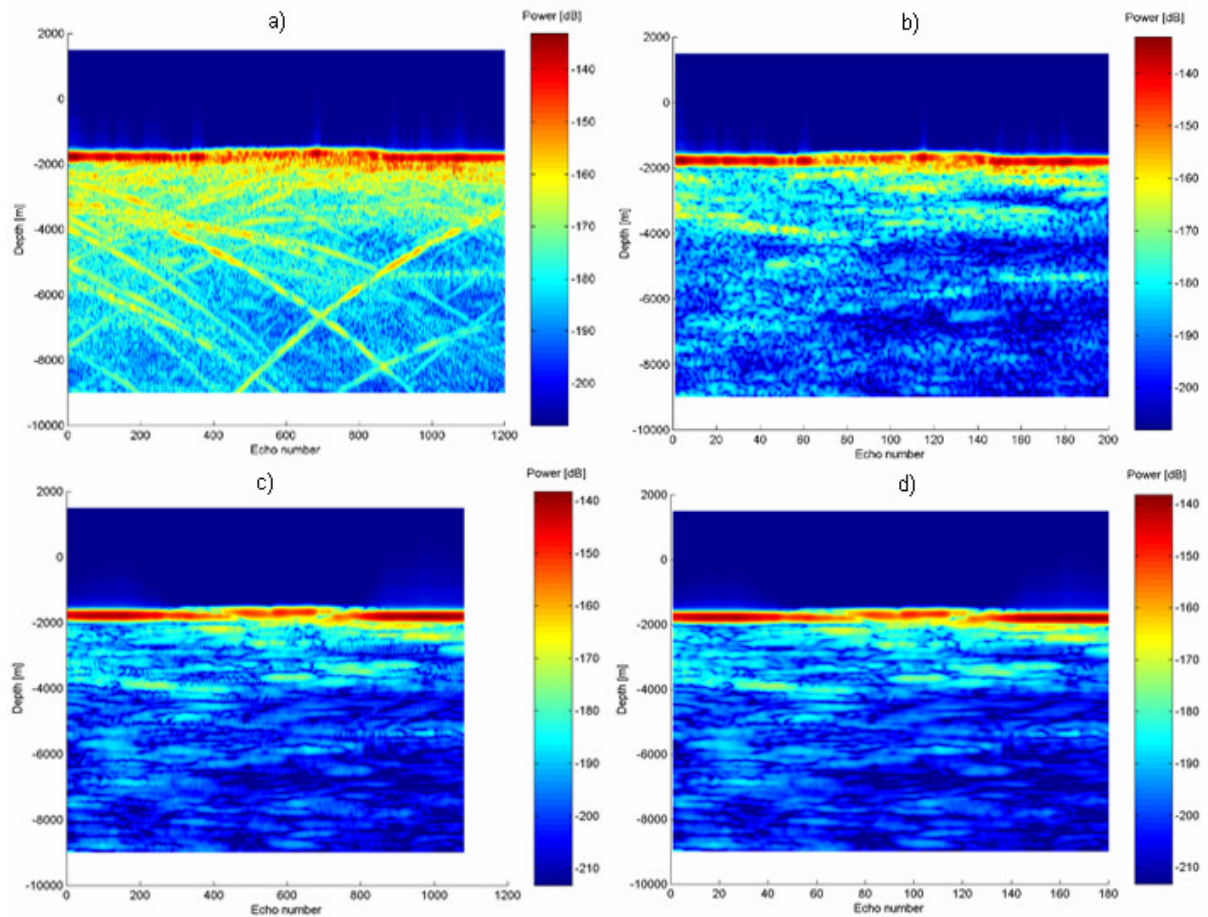


Fig. V-6 : Comparaison dans l'utilisation de deux valeurs de PRF, avant (courbes a) et b)) et après synthèse d'ouverture (courbes c) et d)). Le cas 1 a pour résultat les courbes a) et c), le cas 2 les courbes b) et d).

Avant la synthèse d'ouverture, les deux cas ne sont pas équivalents. Comme le montre la figure V-5, la surface prise en compte dans le cas 1 est beaucoup plus étendue que celle utilisée dans le cas 2. On observe ainsi des réflexions beaucoup plus nombreuses en a) qu'en b) au niveau du clutter de surface.

Le fait que les échos présents en a) montrent des temps d'arrivée évoluant d'une impulsion à l'autre (ce sont probablement des échos de cratères) nous prouve bien qu'ils sont dus à des objets situés dans la direction du déplacement de la sonde. Cette direction étant filtrée dans le deuxième cas, ces échos n'apparaissent donc pas en b).

Après la synthèse d'ouverture, les courbes c) et d) nous montrent les trames telles qu'elles seront reçues. Nous observons alors deux tracés d'apparences très similaires, et seule une étude plus poussée peut nous permettre de quantifier leurs différences.

Si l'on trace ainsi la différence de ces signaux (nous allons les nommer  $S_{60}$  et  $S_{10}$ , la différence tracée est donc  $S_{60}-S_{10}$ ), nous obtenons la figure V-7 :

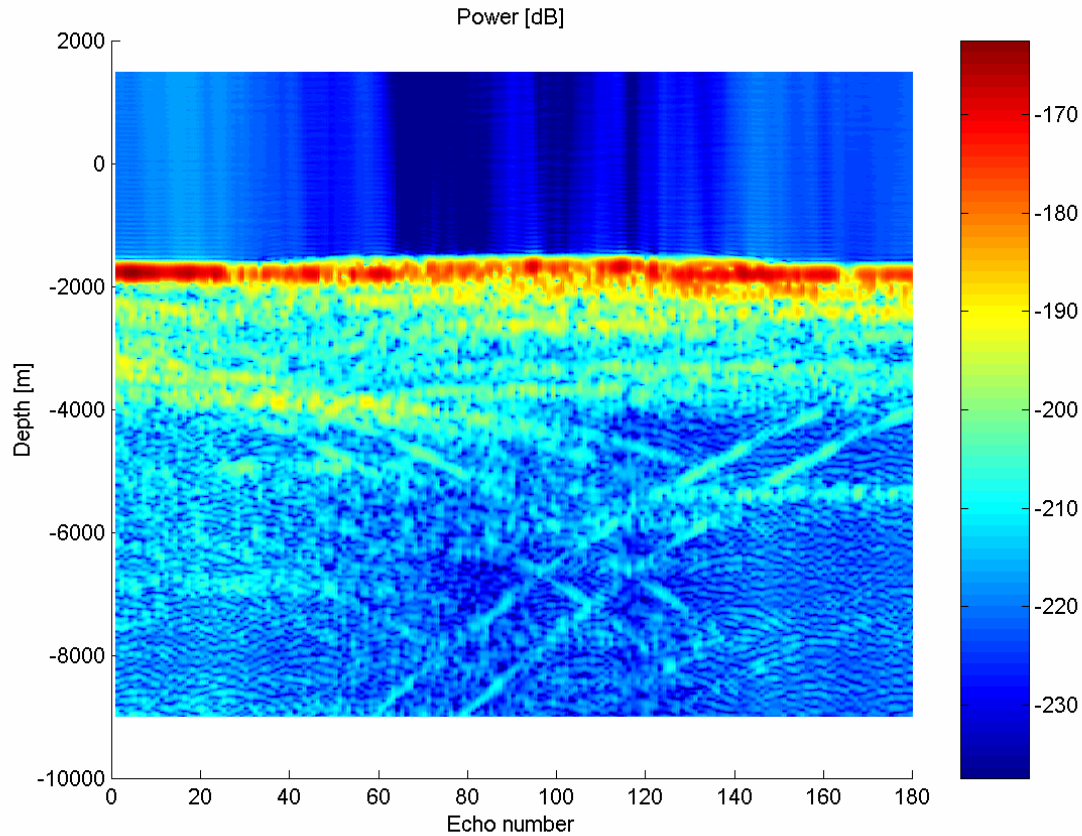


Fig. V-7 : Différence entre les signaux c) et d) de la figure précédente.

Ce tracé est particulièrement intéressant, puisqu'il nous permet de visualiser ici le résidu du filtrage effectué par la sommation cohérente. Les échos de cratères présents sur le tracé a) de la figure V-6 n'étaient plus visibles sur le tracé c), alors qu'un tracé de la différence c) moins d) nous prouve ici qu'ils étaient toujours présents mais avec une amplitude d'environ -205dB, puissance difficilement décelable sur le tracé c).

Nous observons en outre sur cette figure V-7 que la différence entre les signaux  $S_{60}$  et  $S_{10}$  est environ 20dB plus faible que les signaux eux-mêmes. L'écart entre les tracés c) et d) est donc faible, ce que nous voyions sur la figure V-6.

Pour quantifier cet écart d'un point de vue plus global, nous allons calculer le profil de l'erreur relative suivant la direction des temps courts. Il est défini par :

$$c_r = \frac{\sum_{\text{Temps Longs}} |S_{60} - S_{10}|^2}{\sum_{\text{Temps Longs}} |S_{10}|^2} \quad (\text{V-6})$$

Une moyenne de l'énergie est donc faite suivant la direction des temps longs. Le profil obtenu est présenté sur la figure V-8.

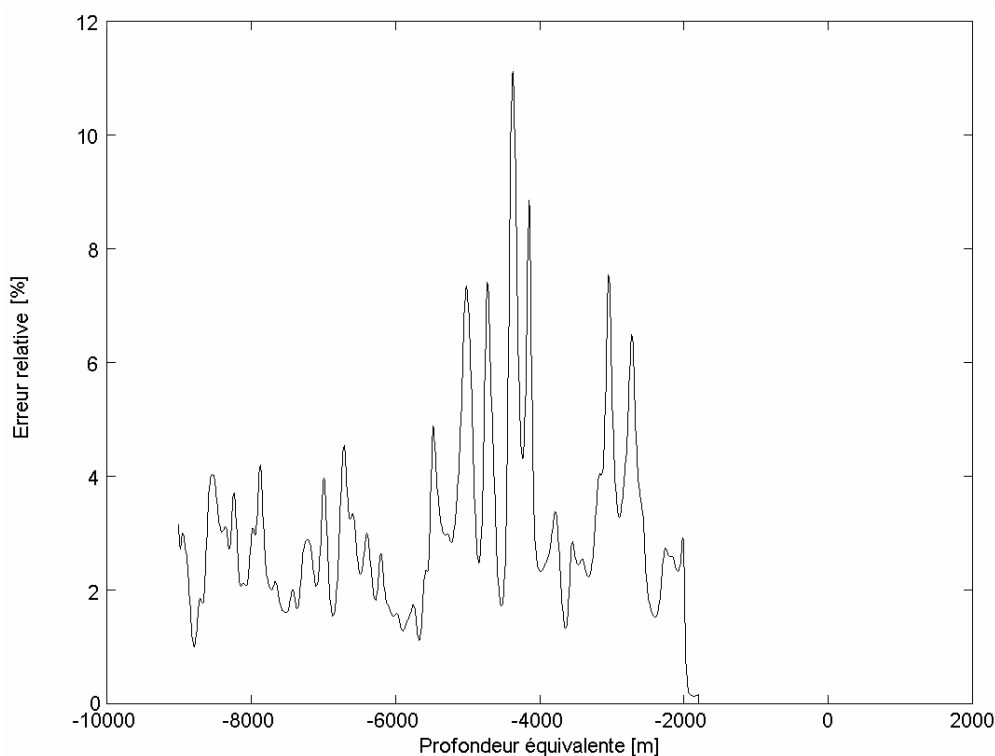


Fig. V-8 : Erreur relative entre les signaux  $S_{10}$  et  $S_{60}$ .

Cette erreur est maximale pour une profondeur équivalente d'environ 4300m et vaut alors 11%. La valeur moyenne s'établit autour de 2,2%.

L'erreur commise sur le calcul du clutter de surface est donc faible (moins de 0,5dB). Une PRF de 10Hz va ainsi nous permettre d'avoir une simulation rapide, et fournissant une bonne estimation du retour de la surface. Cette simulation atteint donc un de ces objectifs et pourra être utilisée pour planifier la mission MARSIS et sélectionner rapidement des régions de la surface martienne.

#### b) Essai de valeur de PRF inférieure

Nous avons vu que le temps de calcul était directement relié au choix de la PRF. Il faut donc rechercher une optimisation de ce paramètre.

Si l'on fixe la PRF à 5Hz, le tracé des trames obtenues est donné avec la figure V-9. A titre de comparaison, nous avons tracé également les trames obtenues avec une PRF de 10Hz.

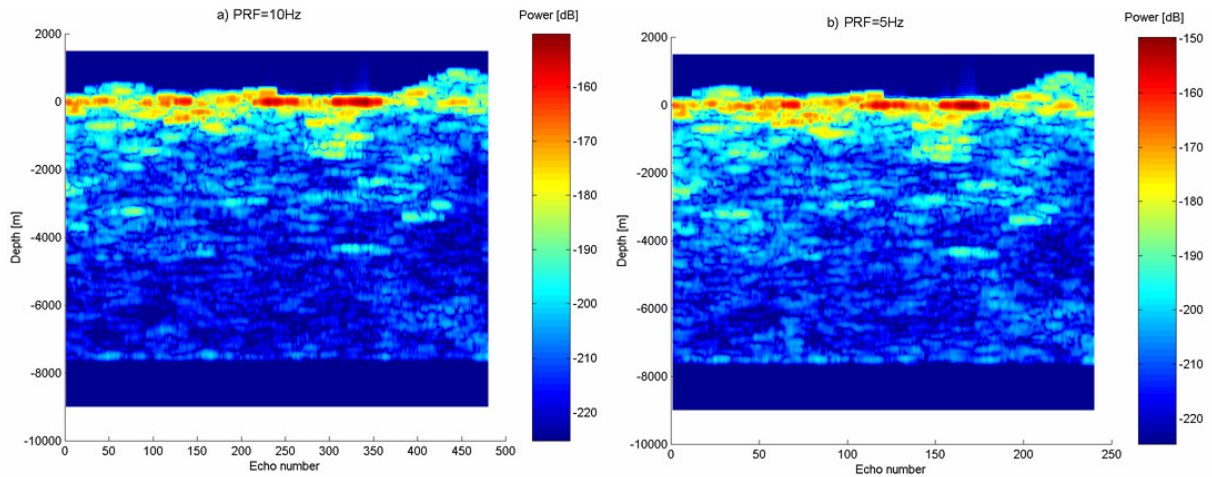


Fig.V-9: Essai de réduction de la PRF. L'orbite utilisée pour tracer ces résultats est l'orbite numéro 414. La PRF vaut a) 10Hz, b) 5Hz.

Sur ces figures, on observe plusieurs différences entre les signaux que l'on va nommer  $S_{10}$  et  $S_5$  pour garder la nomenclature précédente. En premier lieu, l'amplitude des échos spéculaires n'est plus constante mais varie d'une figure à l'autre. L'écho spéculaire simulé est ainsi plus fort sur la figure b) que sur la figure a) d'environ 9dB.

Ensuite, les signaux incohérents situés autour de l'impulsion 320 (a), ou 160 (b) pour une profondeur équivalente de 4100m varient aussi d'une figure à l'autre, preuve que les signaux ne sont plus semblables comme c'était le cas précédemment.

Traçons la différence entre ces deux figures, et le profil de l'erreur relative obtenue dans ce cas ci, comme nous l'avions fait pour le test précédent. Nous obtenons alors les figures V-10 et V-11.



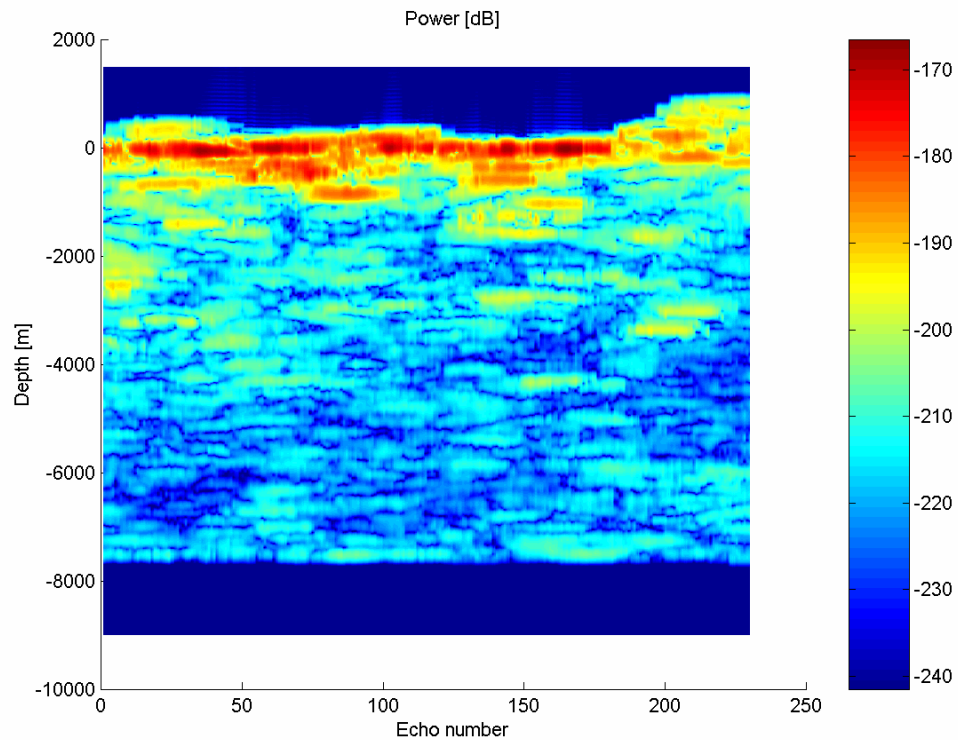


Fig. V-10 : Différence entre les tracés a) et b) de la figure précédente.

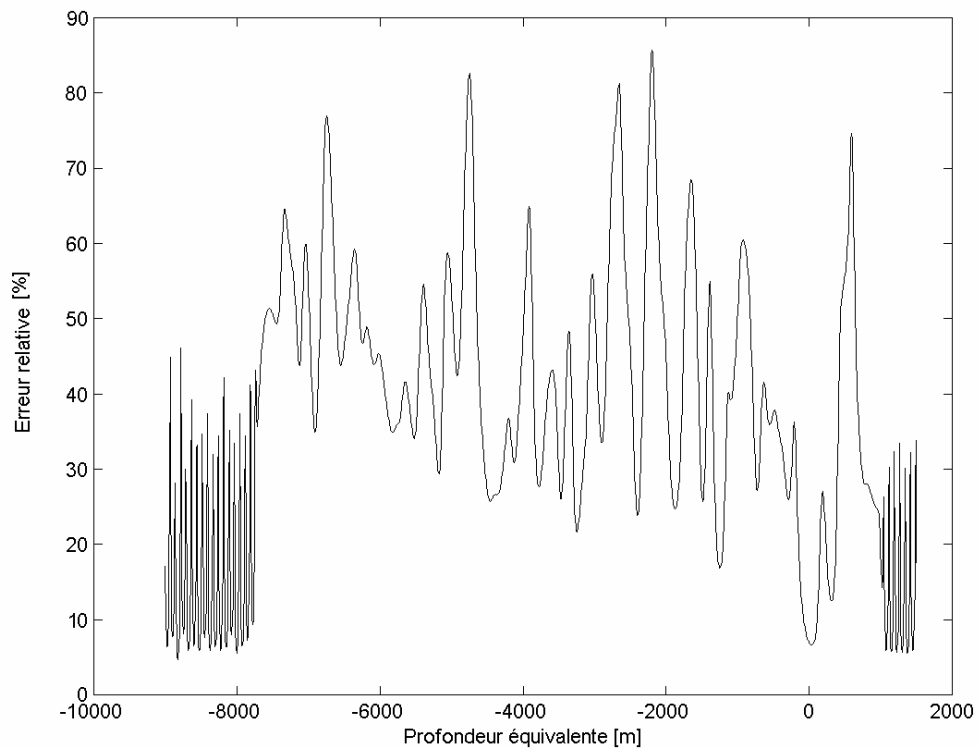


Fig. V-11 : Erreur relative entre les signaux  $S_{10}$  et  $S_5$ .

L'erreur relative entre les signaux  $S_{10}$  et  $S_5$  atteint donc un maximum de 85%, pour une moyenne d'environ 40%. Ces valeurs sont très importantes, et l'erreur commise ici sur les trames simulées est trop grosse pour que l'on applique une PRF de 5Hz.

La PRF est donc définie à 10Hz.

Tous les paramètres ayant été définis, il ne nous reste plus qu'à appliquer notre simulation. Dans un premier temps, nous allons valider notre méthode de modélisation grâce à l'utilisation de surfaces tests, puis nous appliquerons notre code à la surface Martienne véritable dans un prochain chapitre afin de générer des échos tels qu'ils seront mesurés par MARSIS.

### 5.3. Résultats obtenus sur des modèles de surface

#### 5.3.1. Surface sans rugosité

Comme évoqué au chapitre précédent lors de la définition des éléments, nous prenons néanmoins en compte la courbure de la planète. Le résultat pour une telle surface, avec des facettes de 500m et une fréquence de 5MHz est tracé sur la figure V-12.

Pour réduire les lobes secondaires, tout en élargissant le lobe principal d'une amplitude qui reste négligeable, on peut employer une pondération du spectre comme la fonction de Hamming [J.C. Curlander et al., 1991] :

$$W(f) = 0,54 + 0,46 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f / B) \quad (\text{V-7})$$

En multipliant le spectre brut par cette fonction avant d'effectuer une transformée de Fourier inverse pour passer du domaine fréquentiel au domaine temporel, nous obtenons la figure IV-7 du chapitre précédent. Pour réduire encore les lobes secondaires, on peut utiliser  $W^2(f)$  au lieu de  $W(f)$ . La figure V-12 nous montre la forme de l'écho radar alors obtenu.

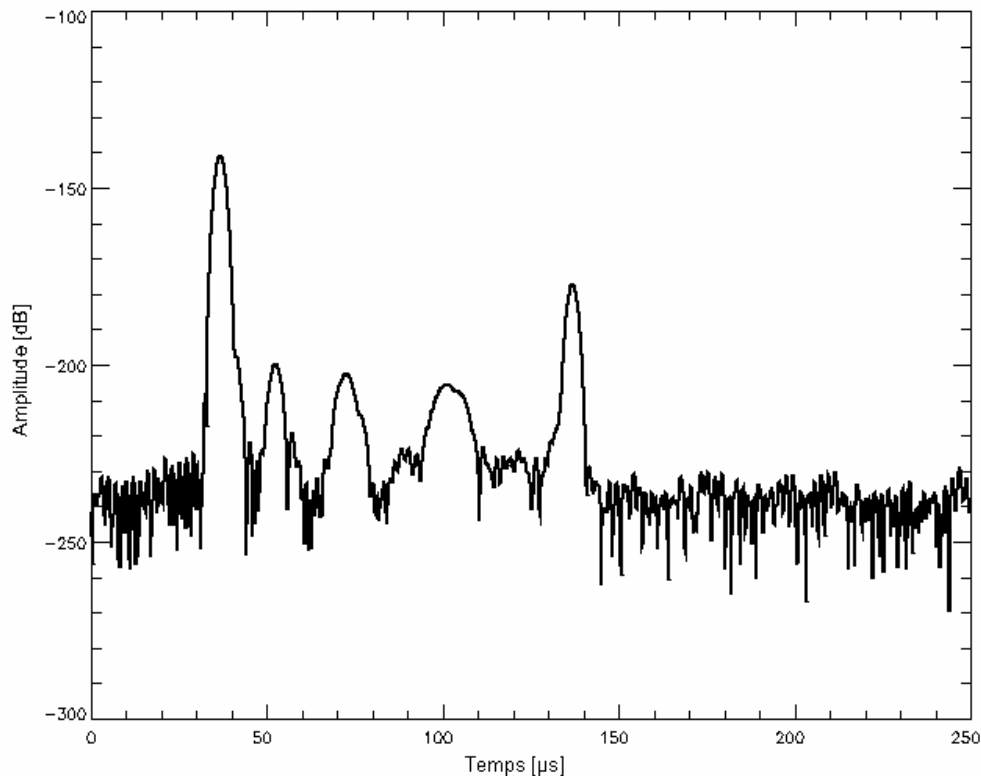


Fig. V-12 : Echo radar d'une surface plane. Pondération de Hamming à la puissance 2.

Les lobes secondaires présents sur cette courbe sont dus à la résonance de Bragg et ont un niveau relativement faible, de l'ordre de -60dB par rapport à l'écho spéculaire. L'écho de bord de la surface intervient de même avec un retard d'environ 100 $\mu$ s. Tout ceci est conforme à la discussion qui a été faite au paragraphe 4.2.4. du chapitre précédent.

L'écho tracé ici correspond donc bien à nos attentes en ce qui concerne le signal reçu en retour suite à l'émission d'une impulsion radar vers une surface plane.

### 5.3.2. Surface avec réflecteurs dans les directions parallèle et perpendiculaire à l'avancement de la sonde

Le résultat pour une surface plane ci-dessus validait la réponse de surface dans le cas d'une sonde stationnaire. Nous allons nous intéresser ici à la validation de la simulation dans le cas d'un déplacement de la sonde. Cela va nous permettre ainsi de valider la cohérence de construction des échos et de confirmer le choix de la PRF à 10Hz.

#### a) Construction de la surface de test

Nous fixons l'altitude à 300km et considérons une surface globale de 350x350km. La courbure de la surface est prise égale à la courbure moyenne de la planète Mars. L'écho résultant aura ainsi une longueur d'environ 100 $\mu$ s.

Afin de tester la construction cohérente des échos, et donc la synthèse d'ouverture qui est effectuée par le radar simulé, nous devons disposer à la surface deux zones particulièrement réfléchissantes : l'une dans la direction du déplacement (direction « along track ») et l'autre perpendiculairement à cette direction (direction « across track »). Une fois la synthèse d'ouverture effectuée, et selon la figure V-5, la zone réfléchissante dans la direction du déplacement doit être atténuée alors que la zone située perpendiculairement à la direction d'avancement doit être conservée.

La surface de test définie est représentée à la figure V-13. La zone réfléchissante « along track » tient toute la largeur de la surface, et comprend trois facettes de large, formant un plan incliné dirigé vers la sonde de façon à avoir une incidence normale. La zone réfléchissante « across track » est formée par un bloc de trois facettes sur trois, bloc lui aussi orienté vers la sonde. Nous utilisons ici des zones réfléchissantes de faible extension pour former des lobes de réflexion à large ouverture et centrés sur le radar. Le but est de s'assurer de la bonne réception des signaux réfléchis.

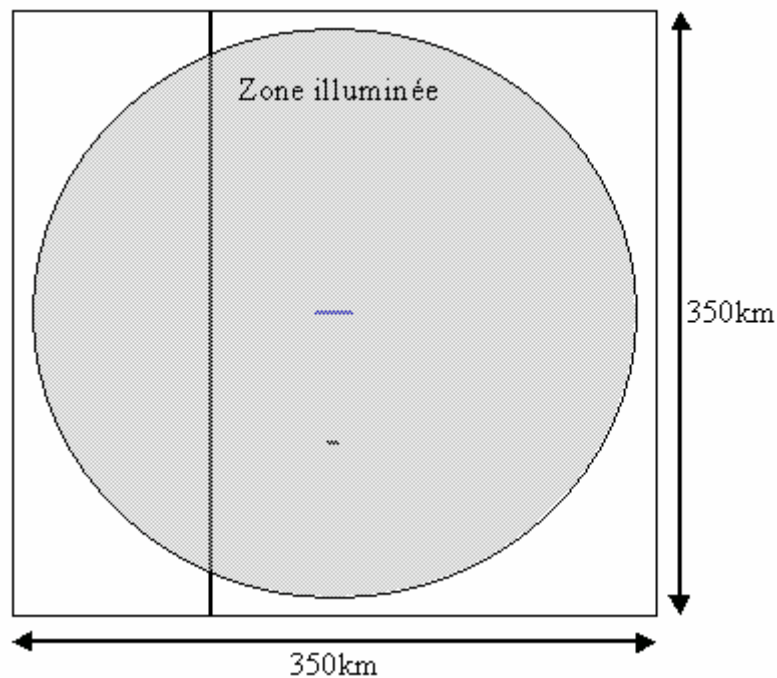


Fig. V-13 : Surface de test définie pour valider la synthèse d'ouverture. Le trait bleu au centre de la surface est la trace au sol du déplacement de la sonde. La zone réfléchissante « along track » est à 59 km du centre, la zone « across track » est à 100 km du centre de la surface.

## b) Résultats

Avant la synthèse d'antenne, l'écho reçu de cette surface lorsque la sonde se situe à la verticale du centre est tracé sur la figure V-14.

On y observe clairement les échos provenant du nadir et des deux zones réfléchissantes, à respectivement environ 37, 61 et 78  $\mu$ s, la première zone correspondant à l'écho « along

track ». Les pics de Bragg observés sur la figure V-12 sont présents ici aussi, aux mêmes temps d'arrivée.

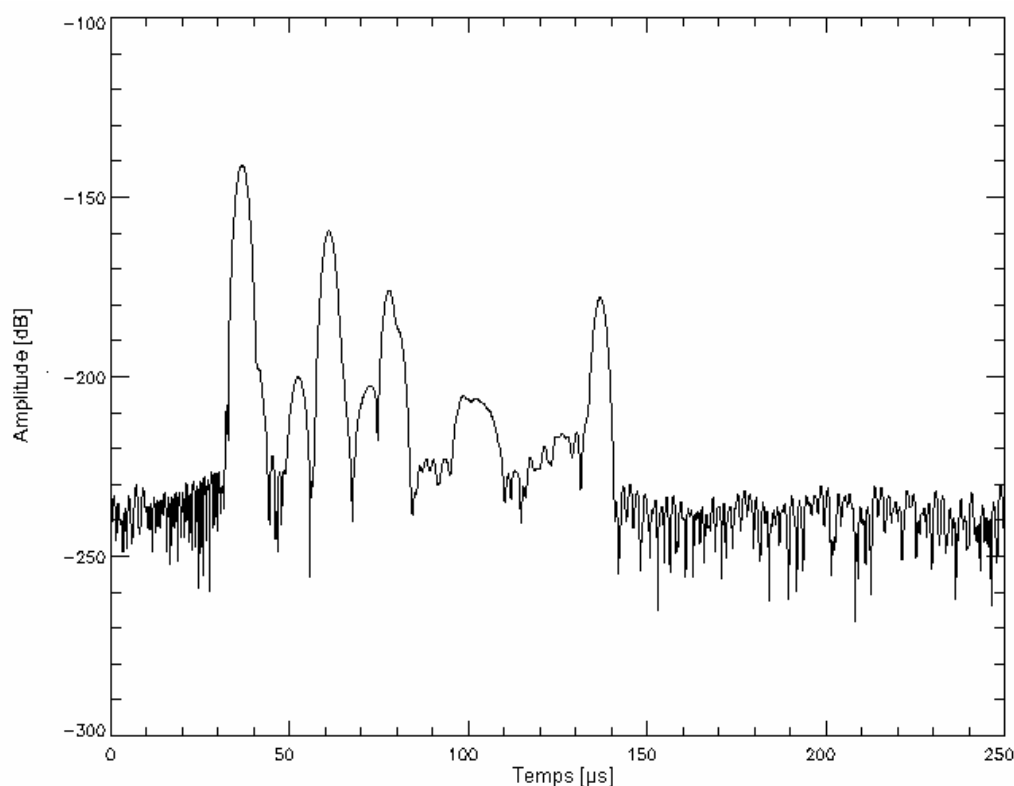


Fig. V-14 : Signal correspondant à la réponse de la surface tracée sur la figure V-13 à une seule impulsion radar MARSIS.

Si l'on calcule les temps d'arrivée théoriques dans le cas d'une surface plane, on trouve respectivement des délais de 23,68 et 38,65  $\mu\text{s}$  (au lieu des 24 et 41  $\mu\text{s}$  observés sur la figure V-14). Nous retrouvons donc bien les valeurs attendues, la courbure de la surface réelle expliquant les écarts observés (elle a pour effet d'accroître légèrement les valeurs réelles par rapport aux valeurs calculées pour une surface plane).

Pour la synthèse d'ouverture, nous calculons désormais 60 échos avec une PRF de 60Hz. Au total, nous avons donc 1s de signal. Si l'on s'intéresse à l'écho moyenné, obtenu après la sommation cohérente des 60 échos, nous trouvons le signal de la figure V-15.

Sur cette figure, l'écho provenant de la zone réflective dans la direction d'avancement de la sonde a quasiment disparu, alors que l'écho provenant de la zone transverse à cet avancement est toujours présent, avec le même temps d'arrivée, à 41  $\mu\text{s}$  du pic spéculaire.

Le processus de synthèse d'ouverture fonctionne donc correctement.

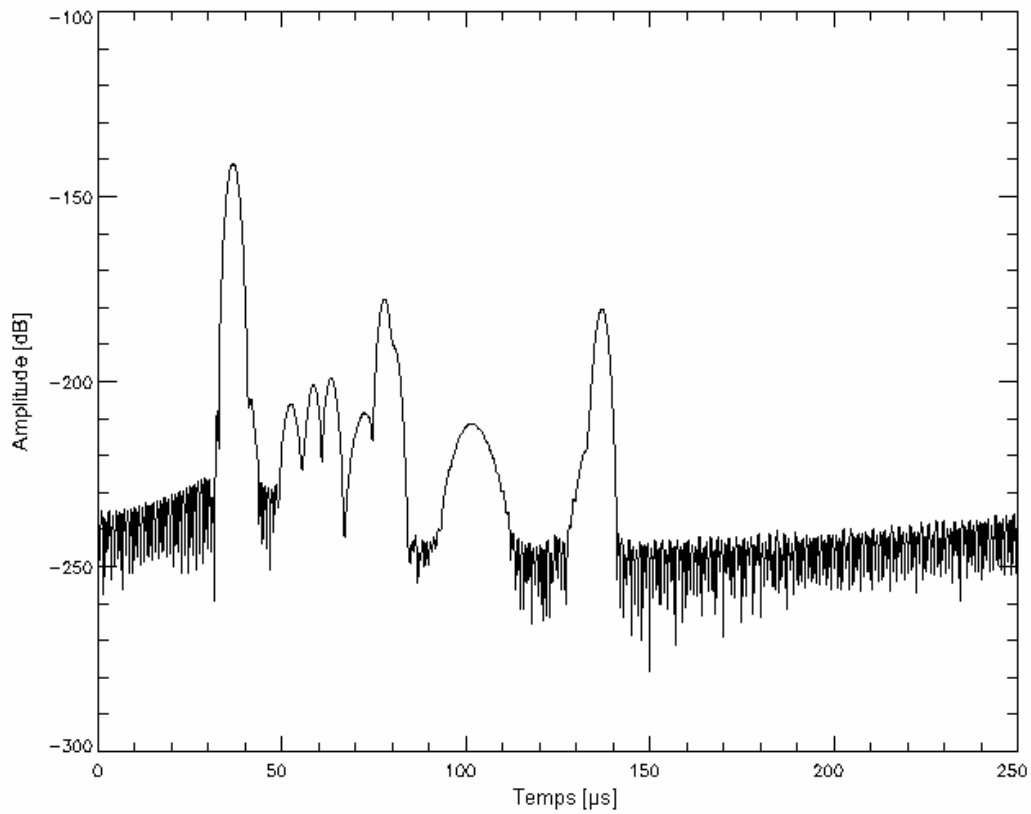


Fig. V-15 : Echo de la surface test après synthèse d'ouverture.

Pour observer le déplacement de la sonde sur les échos radar, nous pouvons ici tracer le résultat de la simulation des 60 impulsions. Nous obtenons la figure V-16.

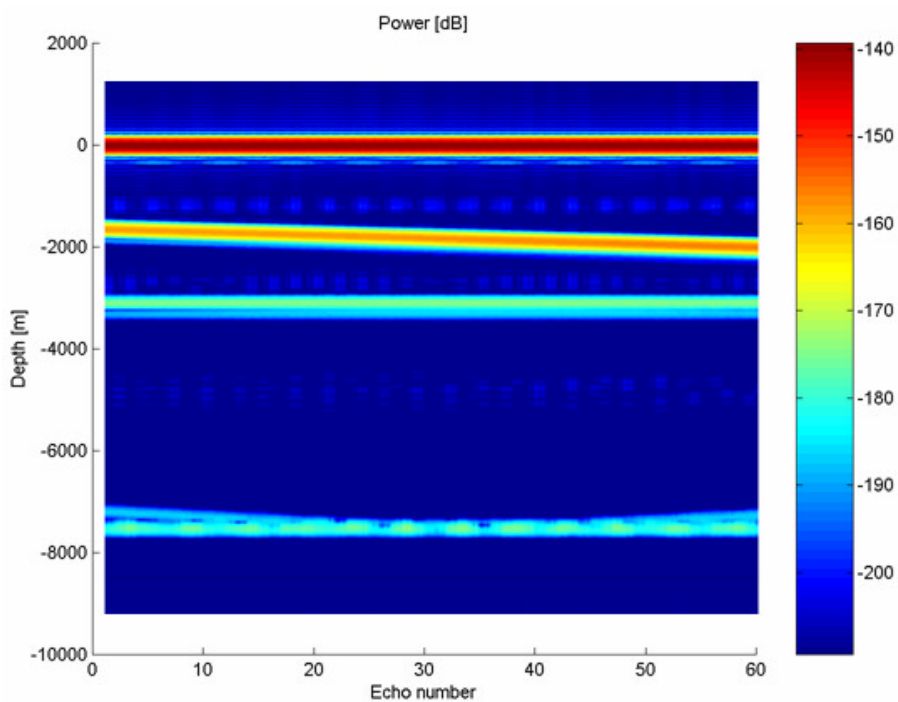


Fig. V-16 : Simulation de 60 impulsions sur la surface V-13.

Nous observons bien ici le premier écho, correspondant à la zone située dans la direction d'avancement de la sonde. Il se situe autour de la profondeur 2000m. Le radar s'éloignant de cette zone, le temps d'arrivée de cet écho s'accroît et la profondeur équivalente augmente.

Le second écho, autour de -3000m, est lui situé à une profondeur constante. Il correspond à la zone localisée perpendiculairement à la direction de déplacement de la sonde. Il est donc normal que son temps d'arrivée soit constant.

### 5.3.3. Surface avec coefficient de rugosité fixé

Jusqu'ici, nous avons utilisé des surfaces planes, où quasiment planes, la surface représentée en V-13 contenant seulement deux réflecteurs. Pour conclure notre validation, nous allons introduire une certaine rugosité de surface, basée sur une distribution gaussienne des élévations à la surface.

Avec la figure IV-4, au tout début du chapitre précédent, nous avons introduit les angles  $\mathbf{a}_x$  et  $\mathbf{a}_y$ . C'est le paramètre principal dans la définition du champ réfléchi par chaque facette (Cf. équations (IV-26) et (IV-28)). Pour introduire une distribution de pente sur les facettes, nous ajoutons une petite perturbation  $\Delta \mathbf{a}$  à ces angles.

Ces perturbations sont définies grâce à une variation des élévations des points à la surface. Ces élévations sont désormais une variable aléatoire, suivant une distribution gaussienne de moyenne nulle et d'écart type  $\sigma_h$ .

L'équation (I-10) nous permet de relier l'écart type des élévations,  $\sigma_h$ , avec l'écart type des pentes à la surface,  $\sigma_p$ . Cette dépendance s'exprime sous la forme :  $\sigma_p = \sqrt{2} \cdot \frac{\sigma_h}{L}$ .

Grâce aux mesures de l'instrument MOLA, nous avons des ordres de grandeur pour l'écart type des pentes à la surface de Mars. Nous avons vu ainsi au premier chapitre que des pentes de 0,2 à 5° étaient tout à fait réaliste dans le cas de la surface Martienne.

La figure V-17 présente des échos de surface correspondants à ces différentes valeurs de  $\sigma_p$ .

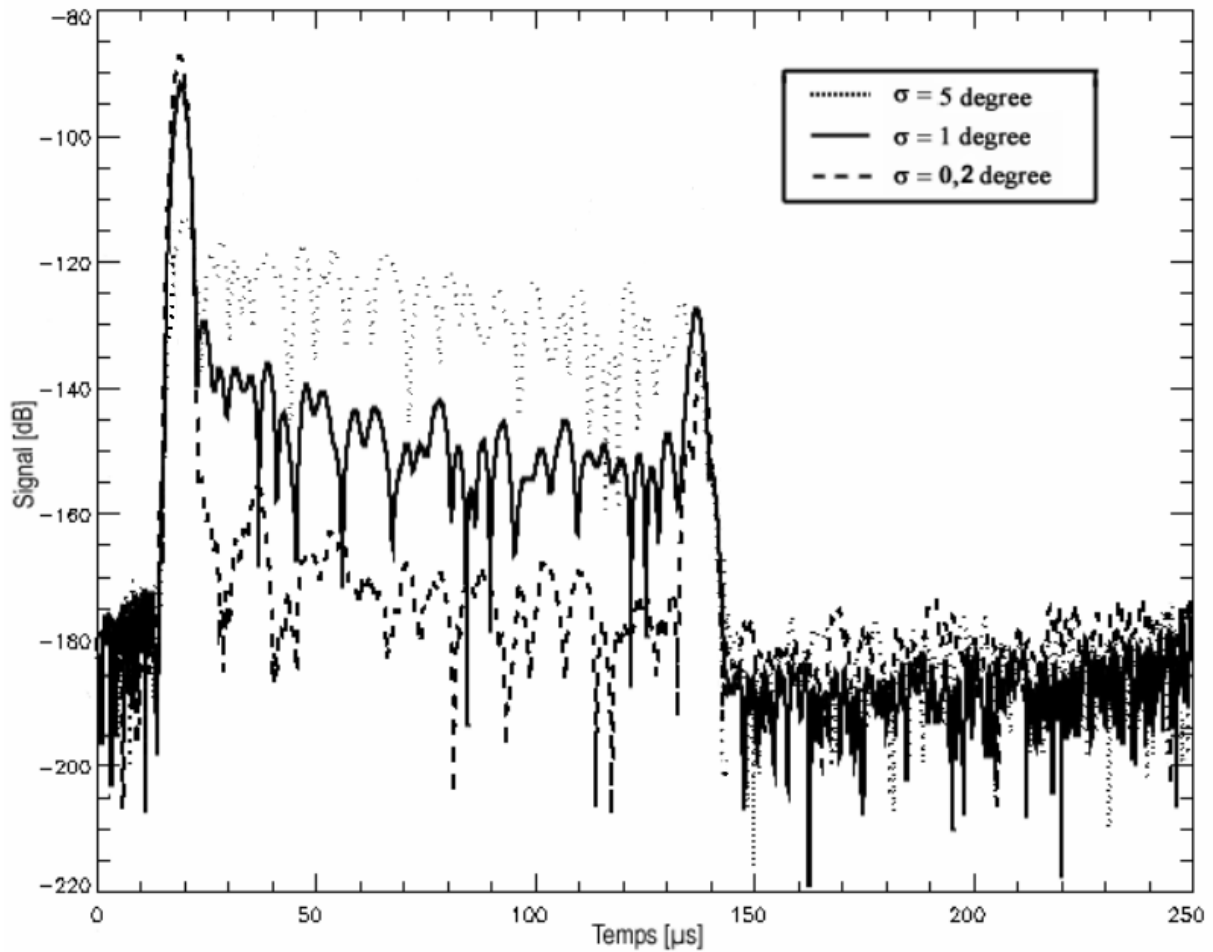


Fig. V-17 : Echos de surface pour différentes valeurs de pente RMS.

Plus l'écart type des pentes à la surface est élevé et plus la surface est rugueuse. Nous avons vu que pour une surface plane, seule la région du nadir réfléchit de l'énergie vers le radar, alors que dans le cas d'une surface rugueuse, certaines facettes sont orientées vers la sonde et ré-émettent l'onde radar incidente en direction du récepteur radar. Ainsi, plus la surface est rugueuse et plus fort sera l'écho reçu depuis les régions hors-nadir. C'est ce que l'on observe sur la figure ci-dessus.

Au cours de ces différents tests, notre modélisation a fourni des résultats cohérents. Nous allons donc considérer notre simulation valide, et poursuivre nos applications avec l'utilisation de la surface Martienne véritable au chapitre suivant.

Mais avant cette étape, un dernier outil, nécessaire au traitement des échos, reste à valider. Il s'agit du procédé de sommation cohérente, introduit au second chapitre.



## 5.4. Simulation multi-pulses : Validation du procédé de sommation cohérente

Nous avons utilisé le calcul de plusieurs impulsions consécutives, puis le procédé de sommation cohérente afin d'effectuer la synthèse d'ouverture, au paragraphe 5.2. de ce chapitre, lors de la sélection de la PRF.

Ce procédé avait été introduit au chapitre 2, après la présentation du traitement effectué à bord de la sonde Mars Express. Un premier pas dans la validation de ce procédé a été fait au paragraphe précédent, lors des essais sur la synthèse d'ouverture. Nous avons vu alors que ce procédé de sommation cohérente était tout à fait efficace et que les échos « along track » étaient atténués.

Pour observer ici l'effet de la sommation cohérente sur les impulsions calculées, et valider ce procédé, nous allons considérer deux étapes : Tout d'abord, nous allons étudier la variation d'intensité du signal incohérent tout au long de l'intégration d'un nombre croissant d'impulsions radar, puis voir l'effet que cela a sur la détection d'une interface dans le sous-sol.

### 5.4.1. Intensité du signal incohérent

Pour ce premier point, nous avons repris les modèles de surface rugueuse créés pour la validation du code (Figure V-17) et mené à bien une simulation de 2 secondes, la PRF étant fixée à 60Hz, soit le calcul de 120 impulsions.

La sonde se déplace sur une orbite supposée circulaire, à une altitude de 300km (vitesse tangentielle de  $4,8\text{km}\cdot\text{s}^{-1}$ ).

La figure V-18 montre les résultats de sommations cohérentes et la réduction d'intensité pour les échos incohérents qui en découle, en fonction de la rugosité de surface. La rugosité de nos modèles de surface est contrôlée par l'écart type de la distribution des pentes. Deux cas sont considérés :  $\sigma_p = 1^\circ$ , et  $\sigma_p = 5^\circ$ .

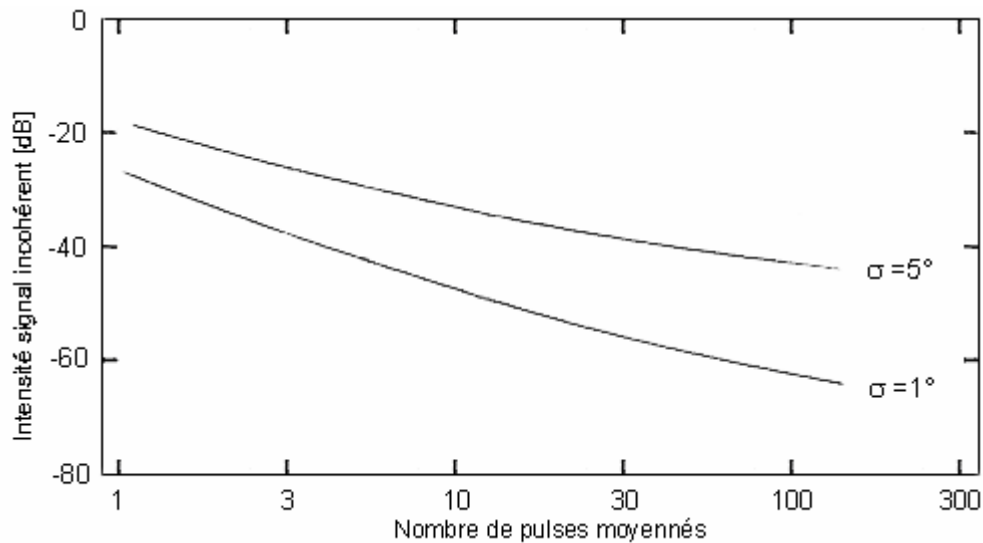


Fig. V-18 : Diminution de l'intensité du signal incohérent en fonction du nombre d'impulsions sommées cohéremment.

Dans les deux cas, l'intensité du signal incohérent décroît rapidement quand le nombre d'impulsions sommées augmente. Lorsque le nombre d'impulsions moyennées est important, cette diminution d'intensité tend à suivre une loi en  $1/x$ . Ce comportement est caractéristique d'un bruit aléatoire.

Nous voyons ici que grâce à cette diminution d'intensité de la composante incohérente de l'écho de surface, même si un signal provenant du sous-sol était masqué par la réponse de surface, il pourrait être détecté suite à la sommation d'un nombre d'impulsions suffisant. Ce que nous allons vérifier ici.

#### 5.4.2. Détection d'une interface dans le sous-sol

Afin de tester la possibilité de détection d'une interface sous la surface, nous plaçons une interface plane dans le sous-sol, à une profondeur fixe de 3km. Une série de calcul a été effectuée, avec une distribution de pentes  $s_p = 1^\circ$ .

Les figures V-19 vérifient cet effet. La rugosité de surface est fixée à  $1^\circ$  RMS. La figure V-19a montre le signal correspond au calcul d'une unique impulsion. La courbe en trait plein représente les données simulées qui contiennent à la fois des échos de surface et de sous-sol, alors que la courbe en trait pointillé représente les seuls échos de sous-sol afin de montrer où se situe l'écho du sous-sol. Il apparaît que l'écho de sous-sol est complètement masqué par l'écho de surface.

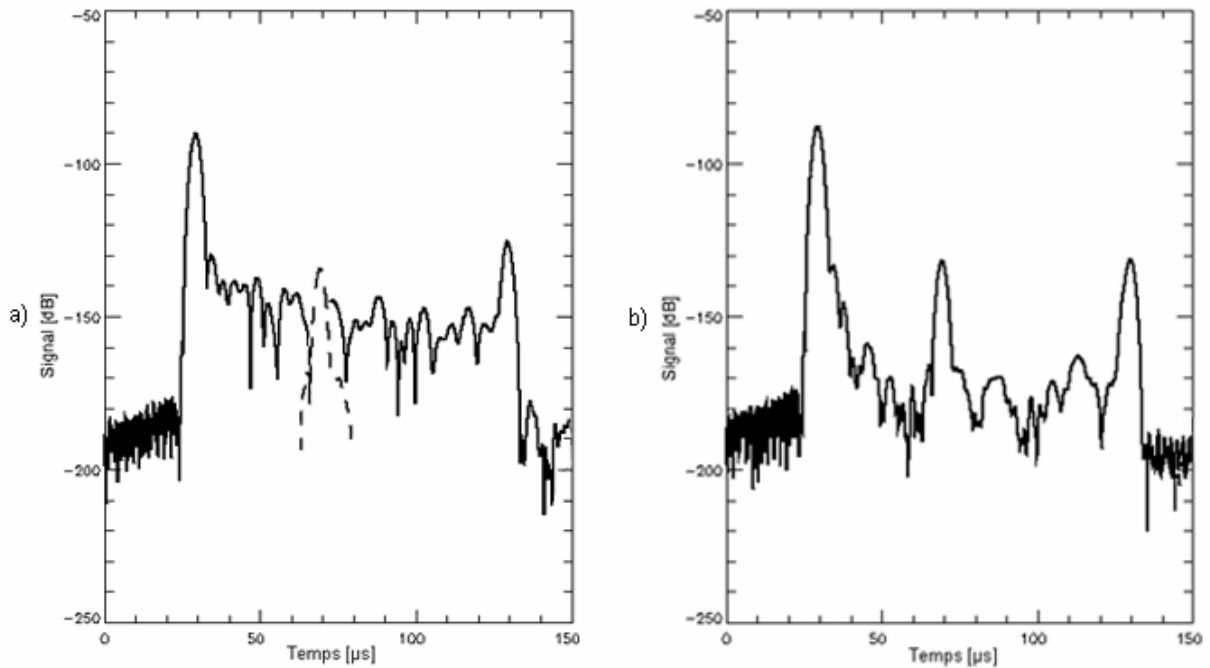


Fig. V-19 : Détection d'une interface dans le sous-sol. a) impulsion unique. b) somme cohérente de 120 impulsions.

Sur la figure V-19b, nous visualisons le résultat de l'addition de 120 impulsions (soit 2s de signal pour une PRF de 60Hz). L'effet de la sommation cohérente est flagrant, l'intensité de l'écho de surface est réduit d'environ 38dB, alors que l'écho de sous-sol apparaît inchangé et dépasse désormais de l'écho de surface d'environ 30dB.

Nous voyons ici que dans le cas d'une surface faiblement rugueuse comme celle qui a été utilisée pour ce test, le procédé de sommation cohérente est efficace pour aider à la détection des échos de sous-sol. Même lorsque ces échos sont complètement masqués si l'on considère une unique impulsion, après sommation cohérente d'un nombre suffisant d'impulsions, la composante de sous-sol devient visible.

## 5.5. Synthèse

Nous avons commencé ce chapitre par une étude de la mise en œuvre informatique puis de différents paramètres de la simulation et notamment un des plus importants, la PRF, dont la valeur a été validée par différents tests.

A ce niveau, nous avons toute la matière nécessaire à l'exécution de notre simulation : La surface de Mars est fournie par la topographie obtenue de l'instrument MOLA (chapitre 1), et l'obtention des paramètres orbitaux de la sonde a été détaillée dans ce chapitre, ils sont fournis par l'utilisation des logiciels évoqués au point 5.1.3.

Nous nous sommes ensuite attachés à valider la simulation en suivant différentes étapes : Nous avons tout d'abord utilisé une surface plane, puis une surface contenant deux zones réfléchissantes nous a permis de vérifier l'atténuation des échos « along track » après synthèse d'ouverture, et enfin des surfaces au coefficient de rugosité fixé.

Nous venons de voir en outre que la sommation cohérente d'un nombre adéquat d'impulsions consécutives permettait la distinction d'échos provenant du sous-sol, même si ceux-ci sont masqués lorsque l'on considère une impulsion unique.

Il ne nous reste donc plus qu'à appliquer tout ceci à la véritable surface Martienne. Pour mieux discerner la présence et la détection d'une interface dans le sous-sol, nous y traiterons séparément deux cas : avec et sans interface dans le sous-sol, et traiterons distinctement les résultats selon la région d'où ils sont extraits : l'hémisphère Nord ou l'hémisphère Sud de la planète.



## Chapitre 6

### Application à la surface Martienne

<b>SOMMAIRE.....</b>	<b>155</b>
<b>6.1. POINTAGE D'ECHOS .....</b>	<b>156</b>
6.1.1. SIGNAUX EN TEMPS .....	156
6.1.2. POINTAGE D'ECHOS.....	159
<b>6.2. RESULTATS SANS SOUS-SOL .....</b>	<b>162</b>
6.2.1. HEMISPHERE NORD.....	162
6.2.2. HEMISPHERE SUD.....	168
<b>6.3. RESULTATS AVEC SOUS SOL .....</b>	<b>173</b>
6.3.1. HEMISPHERE NORD.....	174
6.3.2. HEMISPHERE SUD.....	176
<b>6.4. DISCUSSION .....</b>	<b>178</b>
6.4.1. LES DIFFERENTS ECHOS.....	178
6.4.2. ETUDE DE DIFFERENTES LONGUEURS D'INTEGRATION .....	179
6.4.3. PERTINENCE DE CE TRAITEMENT VIS-A-VIS DU RADAR MARSIS .....	184
<b>6.5. ETUDE STATISTIQUE .....</b>	<b>184</b>
6.5.1. EXPRESSION DE LA SECTION EFFICACE ET DU COEFFICIENT DE RETRODIFFUSION .....	185
6.5.2. RECHERCHE DE PARAMETRES .....	188
6.5.3. RESULTATS STATISTIQUES .....	190
<b>6.6. EFFETS IONOSPHERIQUES ET CORRECTION.....</b>	<b>193</b>
6.6.1. LES EFFETS IONOSPHERIQUES.....	193
6.6.2. CORRECTION DES EFFETS IONOSPHERIQUES .....	194
<b>6.7. SYNTHESE .....</b>	<b>195</b>

## **6.1. Pointage d'échos**

Pour commencer ce chapitre sur l'application de notre simulation à la surface Martienne, une approche complémentaire vis-à-vis des tests précédents est d'effectuer un essai de reconnaissance des origines des échos observés.

Au chapitre précédent, nous avons ainsi validé notre simulation grâce au recours à certains modèles de surface. Dorénavant, nous utilisons la topographie de la planète Mars et les paramètres orbitaux de la sonde. Dès lors, une dernière vérification intéressante est de rechercher les origines des échos sur la surface. Si nous les retrouvons, nous saurons alors que nous considérons bien les surfaces auxquelles on s'attend, c'est-à-dire que la lecture des paramètres orbitaux (position de la sonde) s'effectue correctement et que la sélection de la surface à partir des coordonnées du lieu survolé est bonne.

### **6.1.1. Signaux en temps**

Nous avons vu plusieurs exemples de ces signaux au cours des chapitres précédents (au chapitre 4, les figures IV-6, IV-7 et IV-10 et au chapitre 5, les figures V-12, V-14, V-15, V-17 et V-19). Ils sont utilisés dans ce mémoire lorsque l'on désire tracer le signal reçu d'une position unique de la sonde.

Le terrain étudié ici se situe dans l'hémisphère Sud de la planète, proche de l'équateur. Cette surface montre plusieurs cratères, elle est centrée sur le point 20°S, 9°E (Cf. Figure VI-1a). Cette zone est survolée par l'orbite numéro 712, l'altitude de la sonde étant alors de 432,56km.

D'un point de vue statistique, les paramètres de cette surface sont les suivants : Une pente RMS de 1,67°, un écart type des élévations de 91,13m et une longueur de corrélation de 4410m (valeurs moyennes, calcul effectué sur une fenêtre glissante de 10x10km). Considérée dans son ensemble, cette surface est donc peu rugueuse.

Le profil VI-1b nous renseigne en outre sur la distribution des pentes à la surface : le sol est ponctué de nombreux cratères, mais la surface apparaît assez lisse entre ces cratères.

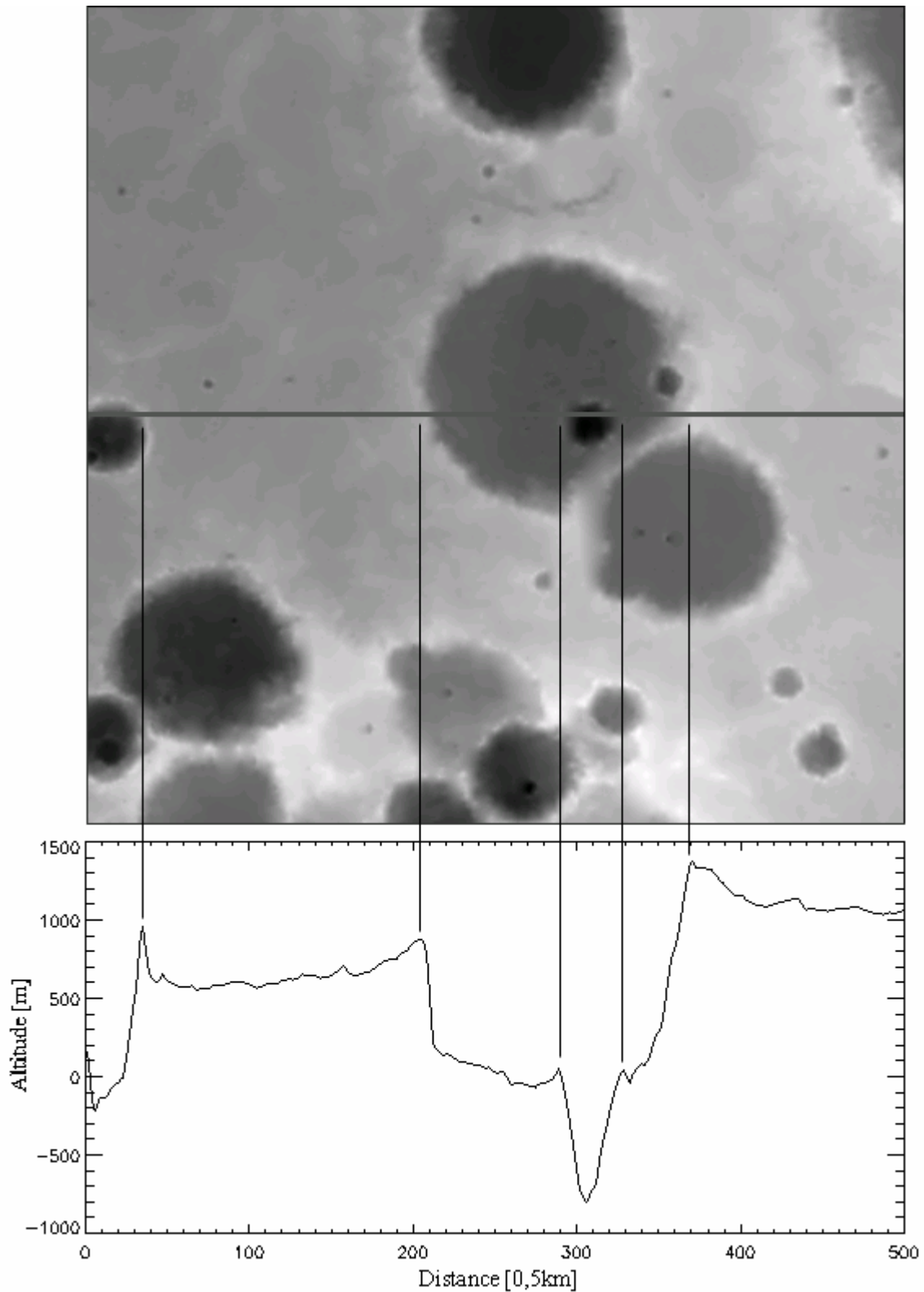


Fig.VI-1 : a) Surface de 250km de côté, centrée sur le point 20°S, 9°E.

b) Profil des élévations correspondant au trait plein horizontal sur la figure a). Les abscisses représentent la distance sur la surface, les ordonnées l'altitude en mètres. Les échelles verticale/ horizontale ont un rapport de 50 pour 1.



Calculons le signal reçu de cette surface lorsque la sonde se situe à la verticale de son centre, nous obtenons alors le signal tracé sur la figure VI-2. On présente ici une unique impulsion, pondérée avec la fonction de Hamming pour réduire les lobes secondaires.

Sur ce tracé, outre l'écho spéculaire provenant du nadir et l'écho de fin de la simulation (retard de 100 $\mu$ s), on repère six échos ou groupes d'échos principaux, avec des retards de respectivement 14,16 ; 18,33 ; 46,67 ; 56,67 ; 73,33 et 91.67 $\mu$ s par rapport au retour du nadir. Ces échos présentent des amplitudes différentes mais sortent largement du clutter les environnant.

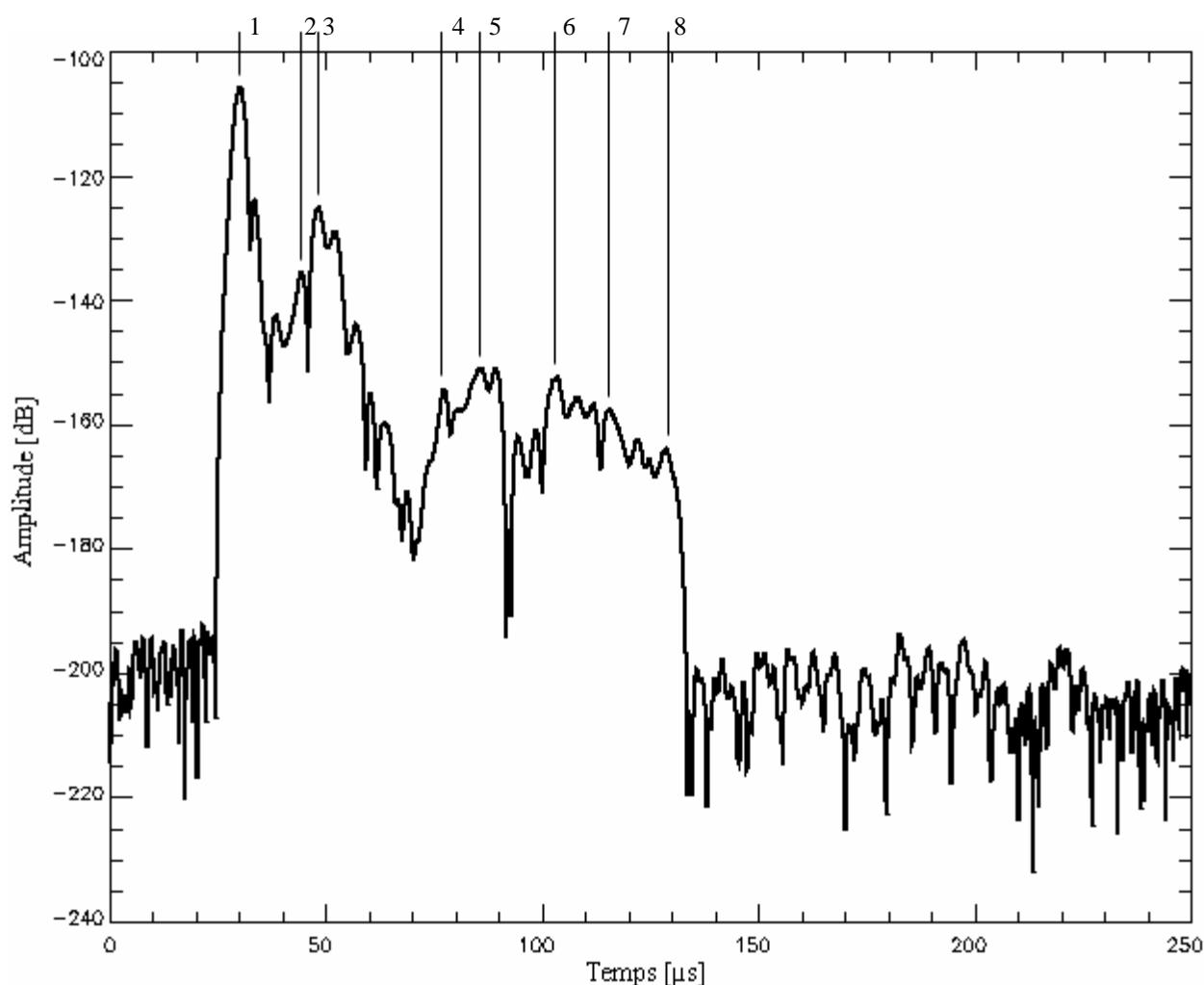


Fig. VI-2 : Echo radar correspondant au signal enregistré lorsque la sonde se situe à la verticale du centre de la surface VI-1. Les huit principaux échos sont repérés.

Nous allons rechercher désormais les formations géologiques (les cratères, au vue de la surface tracée sur la figure VI-1) responsables de ces huit échos.

### 6.1.2. Pointage d'échos

#### a) Position du radar fixe

Nous avons vu l'expression du range au chapitre 4, avec l'expression (IV-25) :

$$R = R_k \sqrt{\frac{x^2}{R_k^2} + \frac{y^2}{R_k^2} + \left( a \cdot \frac{x}{R_k} + b \cdot \frac{y}{R_k} - 1 \right)^2}$$

Pour retrouver l'origine des échos présents sur la figure VI-2, nous allons simplement déterminer les temps de propagation sur l'ensemble de la surface illuminée et comparer avec les valeurs ci-dessus. Chaque facette correspondant à un temps d'arrivée sera alors repérée. Au final, si nous matérialisons ces facettes sur la figure VI-1, nous obtenons la figure VI-3 : Les cercles concentriques, centrés sur le nadir, rassemblent toutes les facettes repérées.

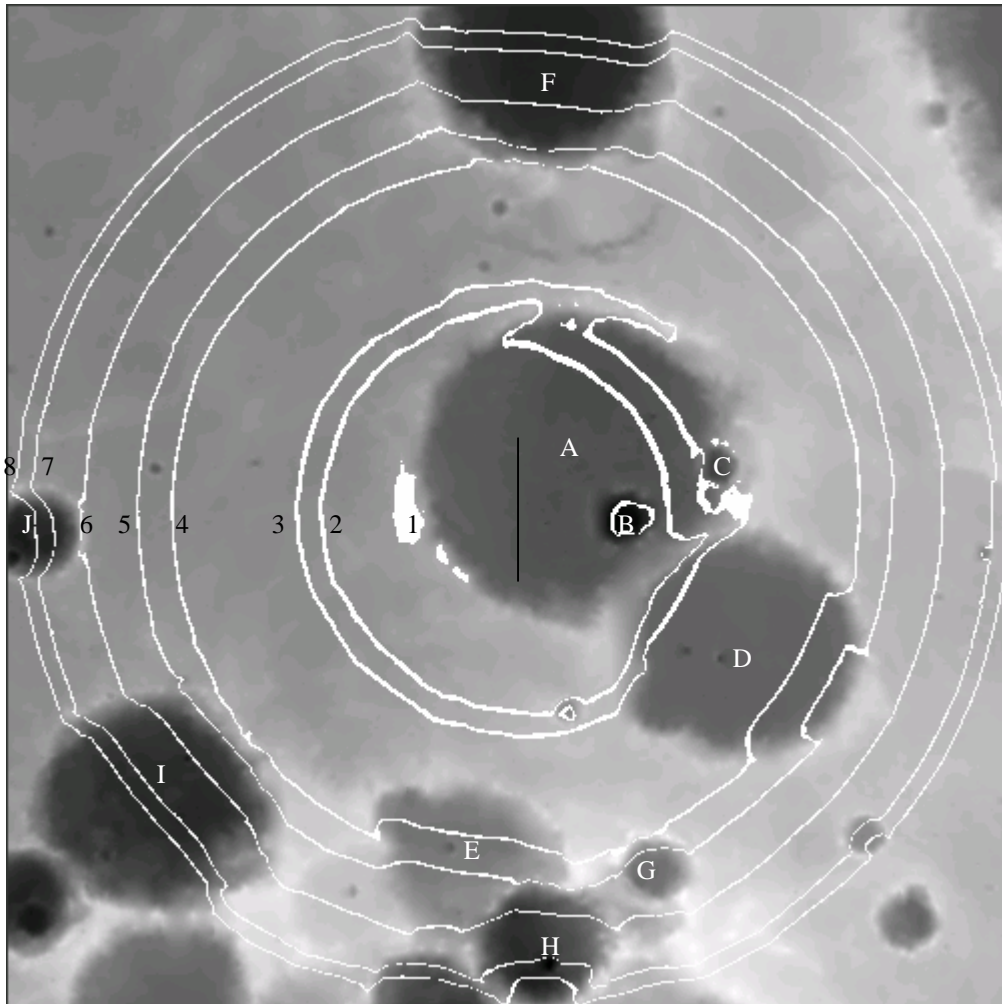


Fig. VI-3 : Repérage des sources à la surface responsables des échos présents sur la figure VI-2. Dix cratères sont repérés par des lettres, de A à J, et huit zones sources par des chiffres, de 1 à 8.

Le premier écho trouve son origine proche de la verticale de la sonde, sur le bord du cratère A au centre de l'image. Si l'on regarde les facettes repérées pour ce temps d'arrivée précis, on trouve les trois taches proches du « 1 » de la figure VI-3. Cette zone ne se trouve pas exactement au nadir, du fait de la déclivité du terrain (Figure VI-1b).

Le second écho correspond à plusieurs zones de la surface (cercle marqué « 2 »), chacune apportant une contribution à l'énergie totale reçue. Ainsi, on trouve pour un retard de 14,16 $\mu$ s un signal possible venant du fond du petit cratère proche du nadir (cratère B). Ce cratère a une profondeur d'environ 800m (Figure VI-1a et b), alors que l'altitude responsable de la zone 1 était de 890m. Le délai pour une propagation verticale, dans le vide, correspondante à cette profondeur est donc de :  $3380/(3 \cdot 10^8) = 11,12\mu$ s. Si l'on rajoute à ce délai le retard dû au déplacement horizontal (environ 50km), on retrouve les 14,16 $\mu$ s annoncées précédemment. A cette première zone possible s'ajoute le bord commun entre les cratères A et D, plus la partie Nord du bord de A.

Le troisième écho, plus fort que le précédent, doit être induit par un nombre de facettes supérieur. Si l'on regarde sur la figure VI-3, on trouve un cratère correspondant, le cratère C et surtout la partie du bord entre les cratères A et D qui est sous le cratère C. A cela s'ajoute les bords du petit cratère situé directement à l'Ouest du cratère D. Au total, le nombre de facettes candidates est supérieur à celui de l'écho précédent, ce qui était attendu.

Les quatrième et cinquième échos sont relativement plus faibles de 25dB par rapport à l'écho précédent. Les zones candidates pour être à l'origine de ces échos (les cercles 4 et 5 sur VI-3) sont globalement les mêmes, il s'agit du cratère D, du bord Sud du cratère F, du petit cratère G, et du bord Nord-Est du cratère I. En ce qui concerne le quatrième écho, il semble en outre formé par le bord Ouest du cratère E, alors que le cinquième semble quant à lui trouver une partie de son origine sur le bord commun entre les cratères E et H.

Les échos plus lointains, les numéros six et sept sont eux aussi assez proches. Leurs origines pourraient être les bords du cratères F, le bord Est du cratère J, une partie de la surface autour du cratère H et pour le septième écho, un petit cratère au Sud-Est de D.

Enfin, pour l'écho le plus retardé, le numéro 8, il s'agit du bord de la simulation. Nous avons discuté l'origine de cet écho au chapitre 4, paragraphe 4.2.4.

Globalement, on trouve donc des sources potentielles pour l'ensemble des échos observés, mais ces sources ne sont bien sur que des candidates possibles, une forte ambiguïté provenant du fait qu'on ne sait pas, avec une position fixe de la sonde, de quelle direction provient l'écho étudié. Dans la description ci-dessus des origines probables des échos, nous trouvons néanmoins bon nombre de bords de cratères, qui sont les parties les plus réfléchives des cratères puisque pouvant être dirigées vers la sonde du fait de leur pente.

Pour vérifier les sources trouvées ici, nous pouvons utiliser un déplacement du radar.

## **b) Radar en mouvement**

Au lieu de calculer une unique impulsion correspondant à la position centrale de la sonde, à la verticale du centre de l'image VI-3, nous calculons désormais une série de 500 impulsions, avec une PRF de 60Hz et un mouvement centré sur l'impulsion précédente. En étudiant les données de l'orbite 712, nous voyons de plus que le radar se déplace du Nord vers

le Sud, la trace au sol correspondante au déplacement du radar est tracée sur la figure VI-3 (trait noir vertical au centre de l'image).

Le résultat de ce sondage est tracé sur la figure VI-4.

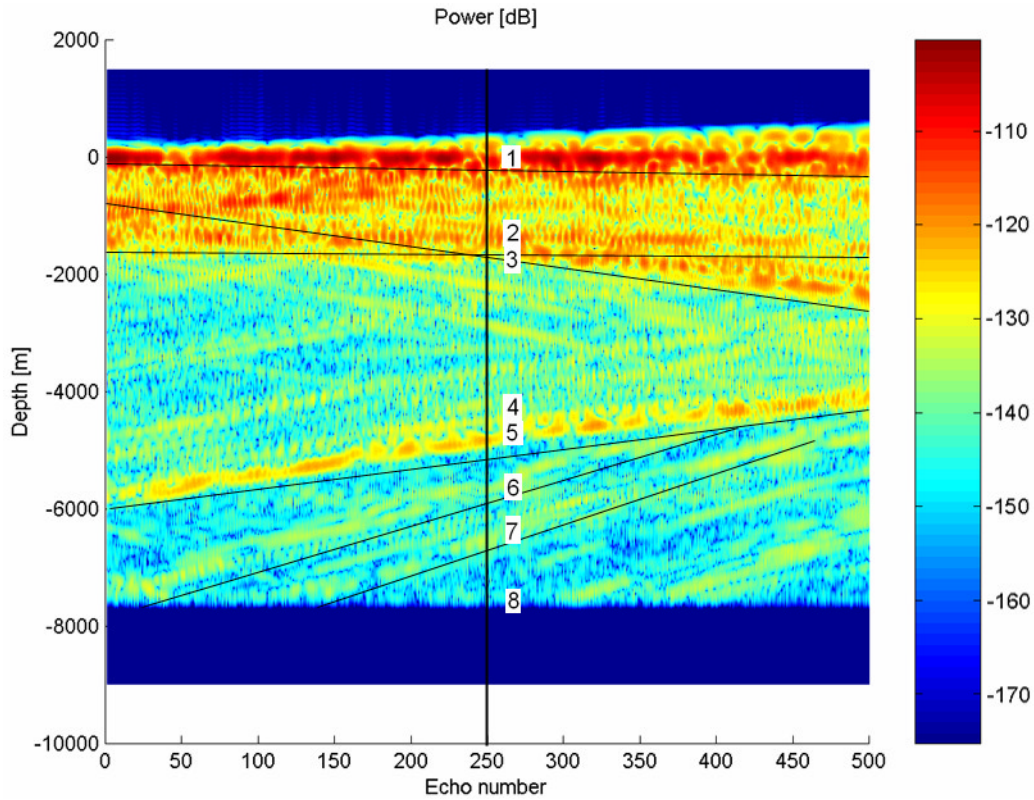


Fig. VI-4 : Tracé en trois dimensions du calcul de 500 impulsions durant le survol de la surface VI-3. Les huit échos principaux sont repérés. La ligne verticale noire, au centre du graphe (impulsion 250), correspondant à l'impulsion tracée sur la figure VI-2.

On retrouve les huit groupes d'échos tracés sur la figure VI-2. Les deux premiers correspondent à des temps d'arrivée constants (une profondeur constante). Alors que le troisième semble repérer un objet duquel on s'éloigne et les quatre suivants, des objets vers lesquels on se déplace.

Revenons à la figure VI-3. Le premier écho provient du bord Ouest du cratère A, bord qui reste à une distance quasi constante de la sonde lorsqu'elle se déplace. Il est donc normal que l'écho numéro 1 ait un temps d'arrivée constant.

Le second écho a été attribué en partie au cratère B, cratère qui est situé dans la direction normale au déplacement. Ici aussi, il est donc normal que le temps d'arrivée 2 soit constant. Nous avons annoncé aussi le bord Nord du cratère A comme une source possible pour ce second écho. En fait, il semble ici que ce bord de cratère soit plutôt responsable de l'écho 3 (qui possède un temps d'arrivée croissant avec le déplacement). Il faut toutefois noter ici que ces deux échos sont très proches (Voir figure VI-2) et relativement mélangés.

La figure VI-4 revêt ici un intérêt particulier, puisqu'elle permet de différencier deux tendances : Un trait horizontal, correspondant à l'écho du cratère B, et un trait présentant une pente négative, affilié à l'écho du bord Nord du cratère A.

Les quatre échos suivants (numéro 4, 5, 6 et 7) sont dus à des sources situées en avant du radar (on se déplace vers elles). Nous avons annoncé comme candidats possibles les cratères Sud E, G et H. Ils semblent ici vérifiés que ce sont bien les sources de ces échos.

Pour les échos 6 et 7, nous parlions aussi des cratères J et F qui devraient induire ici une composante horizontale pour le premier, et une composante présentant une pente négative pour le second. Ces composantes ne sont pas visibles ici, il faut donc exclure ces candidats des explications précédentes. Cette exclusion était cependant prévisible, en effet, pour les temps d'arrivées repérés sur la figure VI-3 ces cratères ont des bords qui ne sont pas inclinés vers la sonde. Leur contribution devait donc être faible si elle était présente.

Nous pouvons donc faire ici un tri parmi nos candidats potentiels du premier paragraphe et retrouver des cratères sur la surface qui correspondent aux échos observés. Ceci montre bien qu'il y a concordance entre les résultats obtenus et les surfaces utilisées. Nous ne faisons donc probablement pas d'erreur de lecture sur le positionnement de la sonde et la recherche de la surface survolée est effectuée correctement.

Cette dernière vérification étant validée, nous pouvons désormais simuler et étudier les signaux radar obtenus depuis la surface de Mars.

Afin de mieux discerner les effets des échos de surface sur le signal provenant du sous-sol, nous allons considérer deux cas : Avec et sans interface dans le sous-sol.

## **6.2. Résultats sans sous-sol**

Nous avons vu au chapitre 1 de ce mémoire que la surface Martienne présentait une dichotomie Nord/Sud. Les terrains de l'hémisphère Nord de la planète apparaissent relativement plats, dénués de cratères et d'altitude faible, alors que les terrains de l'hémisphère Sud apparaissent comme beaucoup plus rugueux, cratérisés et d'altitude plus élevée.

Dans cette partie, et dans la partie 6.3. suivante, nous allons étudié des échantillons de surface. Il faut toutefois noter que la simulation développée peut aussi être utilisée pour calculer les signaux MARSIS correspondants à des orbites totales de la sonde. Deux exemples de ces calculs sont d'ailleurs présentés en Annexe F.

Nous allons étudier ici séparément chacun des deux hémisphères, avant de discuter leur différence dans une dernière partie.

### **6.2.1. Hémisphère Nord**

#### **a) Choix des zones étudiées**

Nous avons introduit au chapitre précédent un mode de visualisation de nos résultats en trois dimensions, lors de la sélection de la PRF retenue (paragraphe 5.2. du chapitre 5). Nous

allons utiliser ici ce mode de visualisation, où l'intensité du signal radar reçu est représentée par un code de couleur, les abscisses représentant les impulsions radar successives (« Temps long ») et les ordonnées la variable temporelle, sous forme de profondeur équivalente (« Temps court »).

Nous simulons dans ce paragraphe, et dans le suivant, les trames de signal MARSIS telles qu'elles sont présentées sur la figure II-13. Plus précisément, les impulsions qui vont être présentées correspondent à la partie de la trame nommée « Synthetic Aperture » sur cette figure.

Deux échantillons de surface vont être étudiés dans l'hémisphère Nord Martien, avec pour centre respectifs les localisations  $59^{\circ}\text{N}$ ,  $232^{\circ}\text{E}$  et  $21^{\circ}\text{N}$ ,  $310^{\circ}\text{E}$  (Figure VI-5).

La première de ces deux zones est située au Nord d'Alba Patera, et à l'Est du cratère Milankovic, entre Arcadia Planitia et Tempe Terra. Cet endroit est repérable sur la carte VI-5, il s'agit du carré éclairé en haut et à gauche de la carte.

Cette partie de la carte est étudiée ici car c'est le lieu le plus lisse de tout le globe Martien. Il a été créé par écoulement de lave lors de la formation d'Alba Patera.

La seconde zone, centrée sur  $21^{\circ}\text{N}$ ,  $310^{\circ}\text{E}$ , se situe dans Acidalia Planitia, à l'embouchure de ce qui fût probablement une des plus forts écoulements à la surface de Mars, Vallée Marineris. Cette zone a déjà été étudiée dans le passé, puisque c'est là que c'est posé l'atterrisseur Viking 1 en 1975.

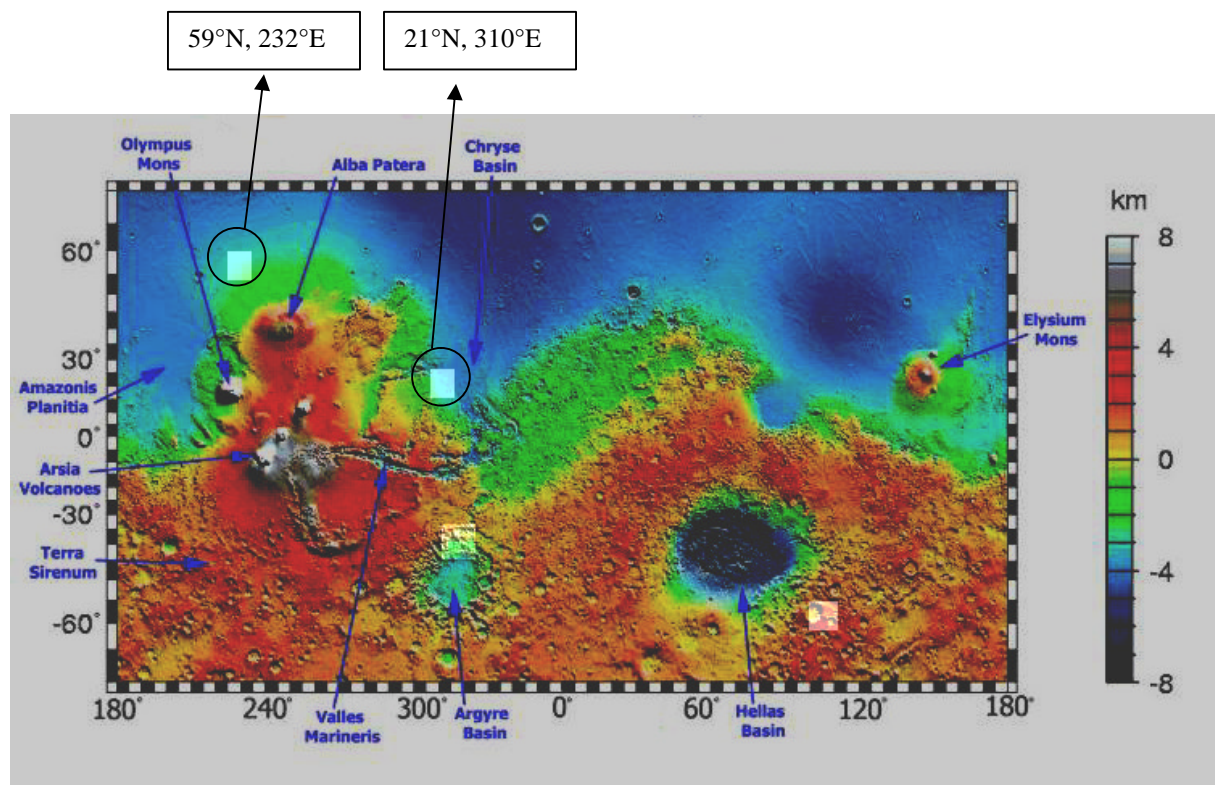


Fig. VI-5 : Carte des emplacements des échantillons de surface utilisés dans le chapitre 6, hémisphère Nord. Obtenue d'après la carte I-5 (premier chapitre).



**b) Surface centrée sur 59°N, 232°E**

L'échantillon de surface centré sur le point (59°N, 232°E) est tracé sur la figure VI-6. La surface apparaît comme étant très lisse, mais avec une déclivité du bord inférieur gauche vers le bord supérieur droit. Cette variation de pente vient du processus de formation d'Alba Patera, le volcan se situant dans la direction Sud-Ouest quand on se situe au centre de l'image.

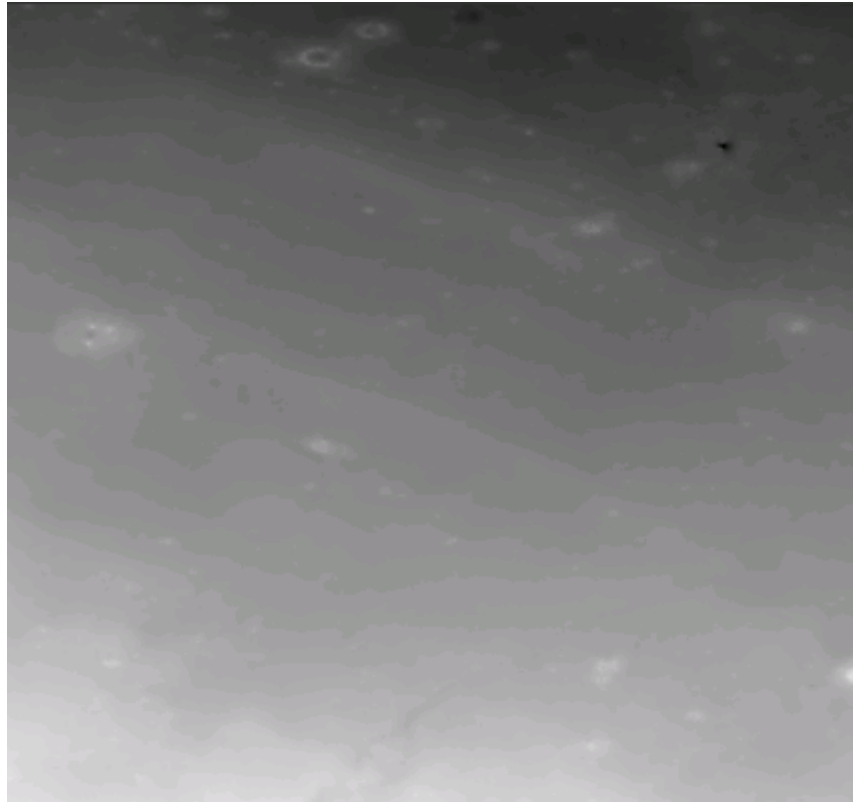


Figure VI-6 : Surface centrée sur le point (59°N, 232°E). La surface couverte sur cette image est de 185 par 185 km. L'altitude est codée par le niveau de gris (par rapport à l'altitude moyenne, l'altitude sur cette surface varie entre -2873 et -3464m).

L'orbite qui permet le survol du centre de cette zone est l'orbite numéro 1353. Pour une PRF de 10Hz, l'impulsion radar correspondante à une position de la sonde à la verticale sur le centre de l'image VI-6 est le numéro 6840. L'attitude de la sonde autour de ce point est tracée sur les graphes V-2, V-3 et V-4 vus au chapitre précédent.

Nous avons vu qu'une PRF de 10Hz dans la simulation, couplée à une synthèse d'ouverture, permettait de simuler des trames du signal MARSIS. Nous avons utilisé cette technique ici et donc simulé 500 échos radar avec cette PRF, puis généré des trames de 2s de signal par sommation cohérente sur une fenêtre glissante. Au total, 480 trames de 2s de signal ont ainsi été générées.

Si l'on regarde la taille de la surface survolée lors de cette simulation, nous voyons sur le graphe V-2 que pour les 500 impulsions considérées, l'altitude de la sonde est fixe, à environ 328km. La vitesse (tangentielle) en orbite correspondant à cette altitude est environ  $4,8\text{km}\cdot\text{s}^{-1}$ .

Or nous avons simulé 50s de signal (500 impulsions avec une PRF de 10Hz), ce qui nous donne enfin un déplacement de la sonde de  $50 \times 4,8 = 240\text{km}$ . Enfin, la direction de déplacement de la sonde nous est donnée par les figures V-3 et V-4.

On observe une longitude quasi constante autour du point 684 alors que la latitude varie, avec des valeurs décroissantes. La figure V-3 nous indique ainsi que le déplacement de la sonde s'effectue selon l'axe des latitudes, du Nord vers le Sud.

Sans traitement, le résultat obtenu est tracé sur la figure VI-7. Sur cette figure, on observe les impulsions successives et l'altitude négative de la surface, à environ  $-3400\text{m}$  : L'échelle verticale est définie en fonction de l'indice de réfraction du sous-sol, fixé à 2, pour avoir des indications de profondeur justes. Pour l'interface de surface, l'altitude visualisée est alors deux fois plus faible que l'altitude réelle.

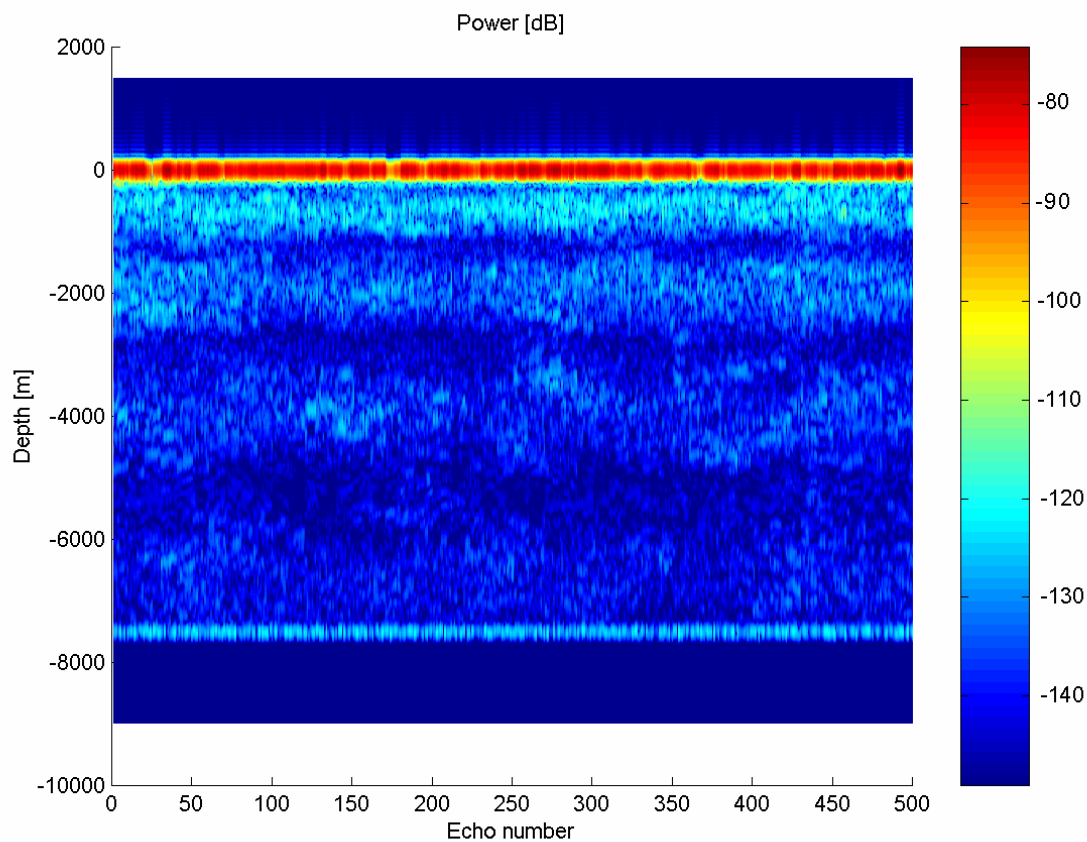


Fig. VI-7 : Tracé des 500 impulsions obtenues lors du survol de la zone centrée sur  $59^{\circ}\text{N}$ ,  $232^{\circ}\text{E}$ .

Le résultat de la simulation une fois la synthèse des trames effectuée et l'altitude de la surface ramenée à zéro pour une meilleure lisibilité des résultats est donné avec la figure VI-8.



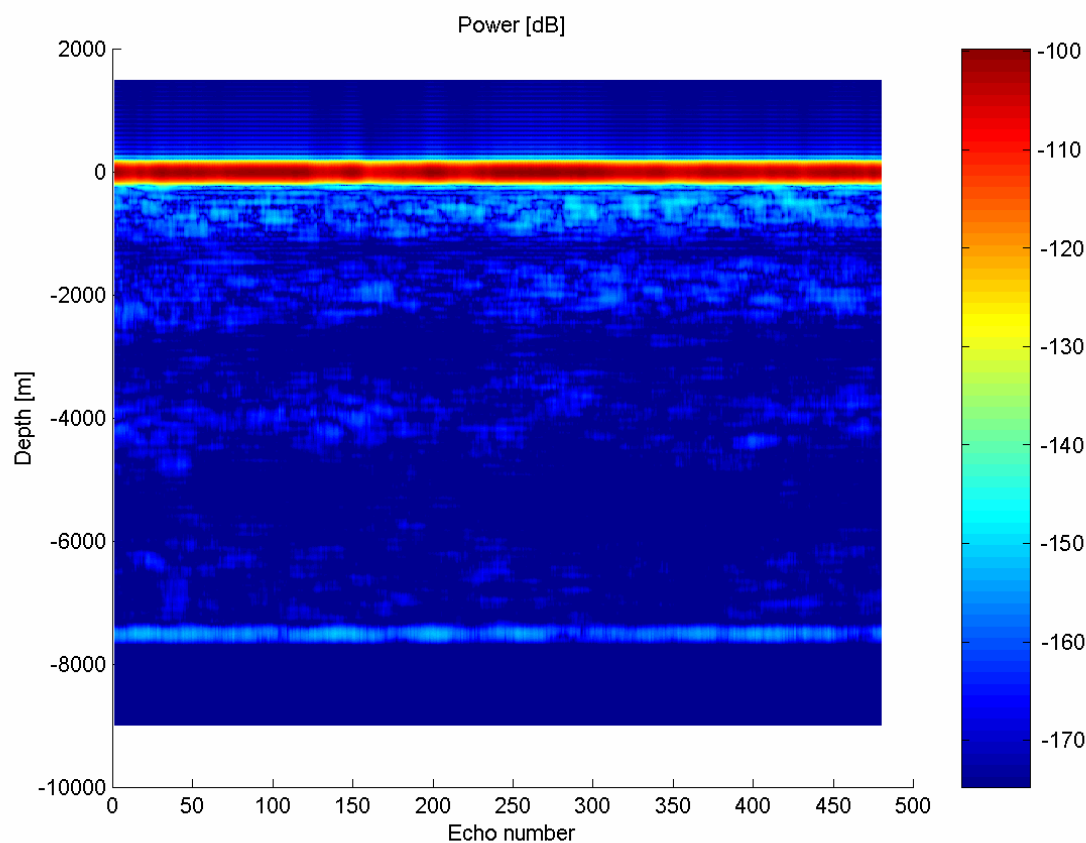


Fig. VI-8 : Tracé de 480 trames obtenues après traitement.

Si l'on compare ce tracé à celui des figures V-6 et V-9, définies au chapitre précédent lors de l'étude de la PRF, nous observons ici un retour globalement beaucoup plus faible, excepté dans la direction du nadir où l'écho spéculaire est de même intensité. Ce résultat est tout à fait caractéristique d'une surface lisse, comme c'est le cas ici (figure VI-6).

On repère facilement l'écho de bord de la surface simulée sur cette figure, pour une profondeur de 7600m environ.

### c) Surface centrée sur 21°N, 310°E

Intéressons nous désormais à une seconde zone de l'hémisphère Nord de la planète, représentative des plaines du Nord (ici, dans Acidalia Planitia). Une vue de la surface Martienne, centrée sur le point 21°N, 310°E, est donnée avec la figure VI-9. On observe une surface plus rugueuse que celle qui est tracée sur la figure VI-6, avec des formations dues vraisemblablement à des écoulements de fluides (bas de l'image) et des cratères.

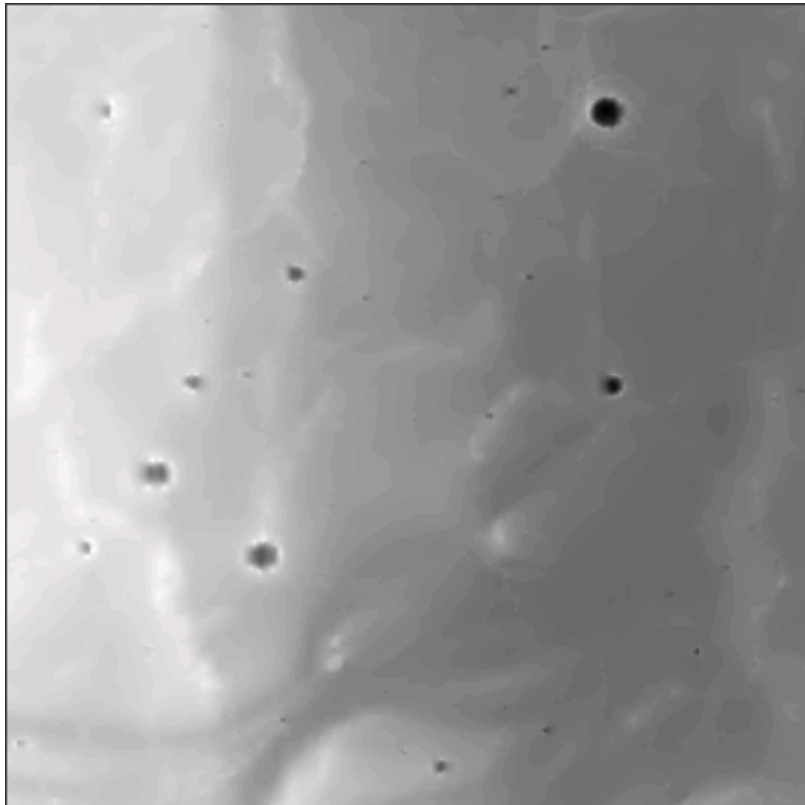


Fig. VI-9 : Surface centrée sur le point ( $21^{\circ}\text{N}$ ,  $310^{\circ}\text{E}$ ). La surface couverte sur cette image est de 185 par 185 km. L'altitude est codée par le niveau de gris, avec une variation allant de  $-2763$  à  $-4266\text{m}$ .

La partie gauche de l'image, plus claire, correspond à une altitude de  $-3000\text{m}$ , alors que la partie droite, plus sombre, correspond à une altitude de  $-3600\text{m}$  environ.

Cette zone de la surface Martienne est survolée par l'orbite 1125 de Mars Express, avec un passage à la verticale du centre de l'image VI-9 pour l'impulsion numéro 6780 (Avec une PRF de  $10\text{Hz}$  et pour une altitude de la sonde inférieure à  $700\text{km}$ , l'orbite 1125 représente 13 530 impulsions radar).

Si l'on s'intéresse ici aussi aux paramètres orbitaux de la sonde lors du survol de cette zone, nous nous apercevons qu'elle effectue un déplacement suivant l'axe Nord-Sud, et comme pour la zone centrée sur  $59^{\circ}\text{N}$ ,  $232^{\circ}\text{E}$ , du Nord vers le Sud.

Comme au point précédent, nous simulons l'acquisition de 480 trames MARSIS. Le résultat est donné avec la figure VI-10.

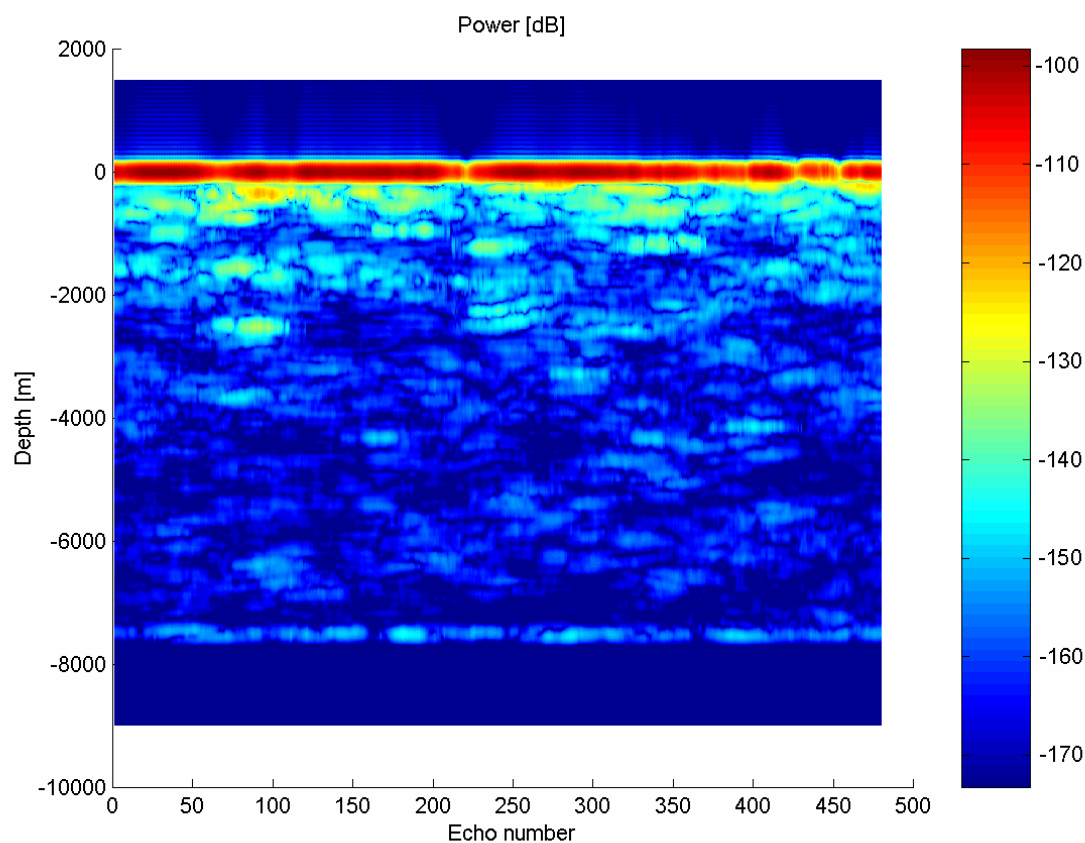


Fig. VI-10 : Tracé de 480 trames obtenues après synthèse, lors du survol de la zone centrée sur 21°N, 310°E.

La zone qui se situe entre les profondeurs 0-1000m comprend ici des échos beaucoup plus intenses que pour la figure VI-8. Ceci est dû au caractère globalement plus rugueux de la surface pointée ici.

Après l'hémisphère Nord, très lisse, nous allons désormais nous intéresser à l'hémisphère Sud.

## 6.2.2. Hémisphère Sud

### a) Choix des zones étudiées

Comme pour la moitié Nord, deux zones vont être étudiées dans cette partie. Leur choix à été plus difficile que pour celles de l'hémisphère Nord, en effet, aucune sonde ne s'est encore posée dans cette partie de la planète. La cause est due au caractère chaotique des terrains qui s'y trouvent, et au fait que les sondes nécessitent des terrains relativement plats pour se poser.

Nous nous sommes attachés néanmoins à sélectionner deux zones emblématiques de la moitié Sud de la planète Mars, avec une zone présentant des altitudes très variables, au Nord du bassin d'Argyre (zone centrée sur le point -39°N, 320°E) et une zone très cratérisée, à l'Est du bassin Hellas (zone -51°N, 100°E). Ces deux zones sont localisées sur la figure VI-11.

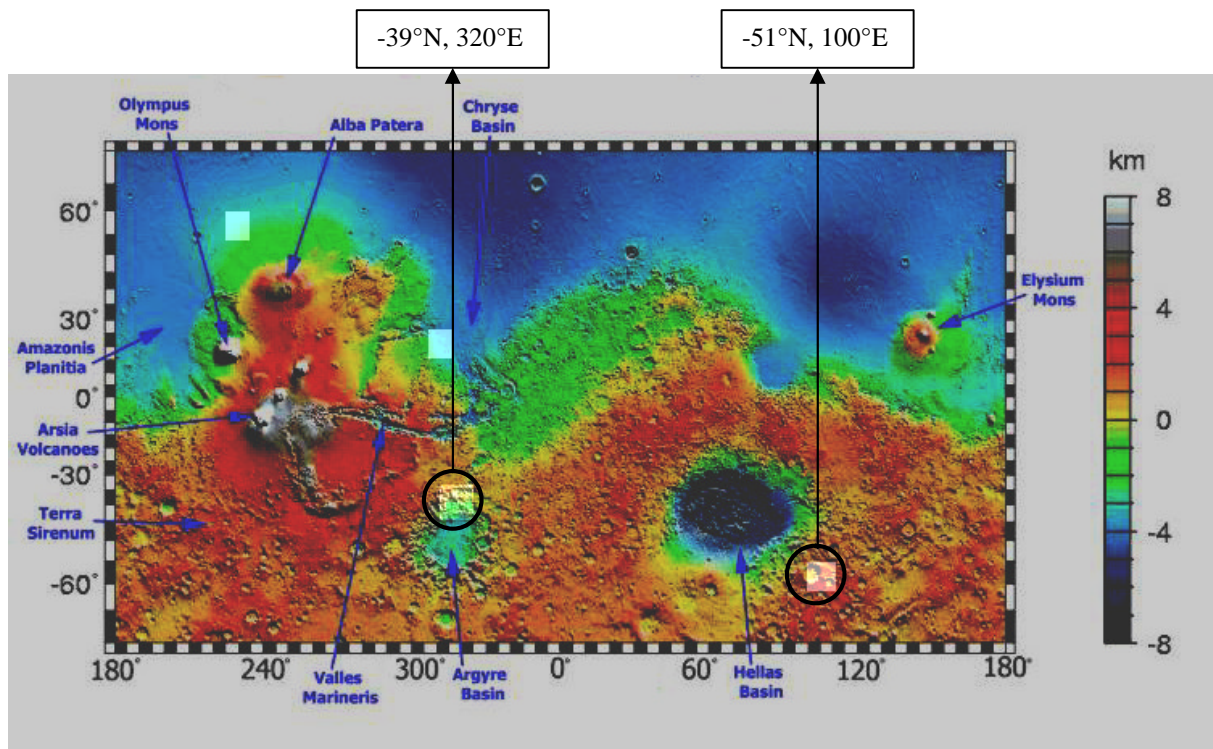


Fig. VI-11 : Carte des emplacements des échantillons de surface utilisés dans le chapitre 6, hémisphère Sud. Obtenue d'après la carte I-5 (premier chapitre).

### b) Surface centrée sur $-39^{\circ}\text{N}$ , $320^{\circ}\text{E}$

La structure de cette zone a été créée lors de l'impact d'un astéroïde avec la planète Mars, impact qui a donné naissance au bassin d'Argyre, Argyre étant le second plus grand bassin à la surface de Mars, après Hellas.

Si l'on s'intéresse de plus près à la zone en question, on observe des boursouffures de la surface s'étirant radialement à partir du bassin d'impact central. Si l'on se place sur l'une de ces boursouffures, on observe le terrain tracé sur la figure VI-12. La surface représentée couvre une superficie de  $185 \times 185 \text{ km}$ , avec une variation d'altitude allant de  $-2554 \text{ m}$  (le fond du cratère dans la partie supérieure de l'image) à  $2036 \text{ m}$  (cône clair en bas et à droite de l'image).

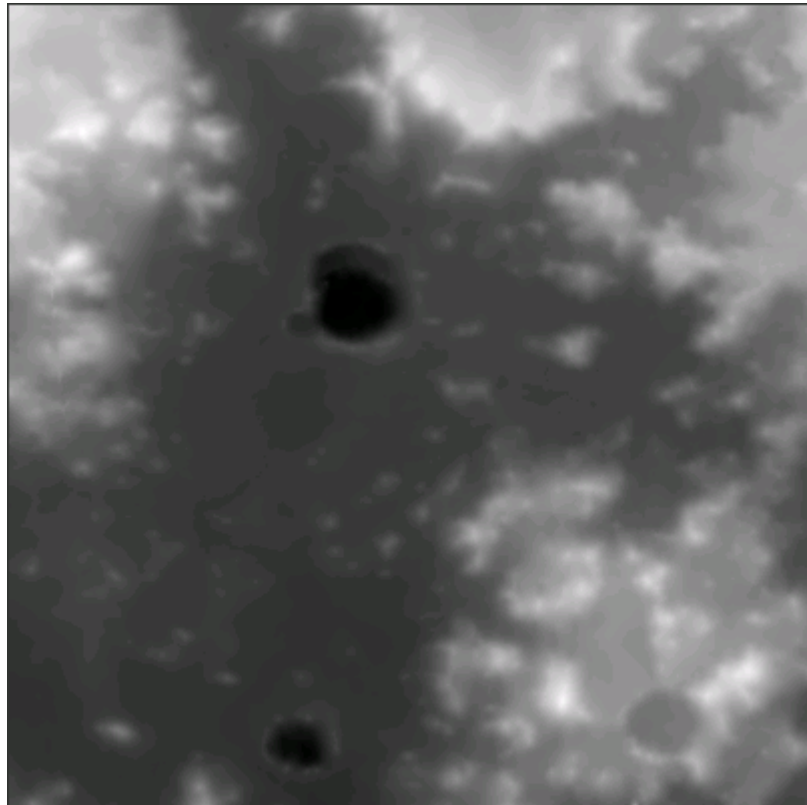


Figure VI-12 : Surface centrée sur le point (-39°N, 320°E). La surface couverte sur cette image est de 185 par 185 km. L'altitude est codée par le niveau de gris.

Cette zone de la surface Martienne est survolée par l'orbite 995 de Mars Express, avec un passage à la verticale du centre de l'image VI-12 pour l'impulsion numéro 12 980 (l'orbite 995 représente 13 580 impulsions radar – PRF de 10Hz).

Comme au paragraphe précédent, nous avons simulé l'acquisition de 480 trames MARSIS. Le résultat est donné avec la figure VI-13.

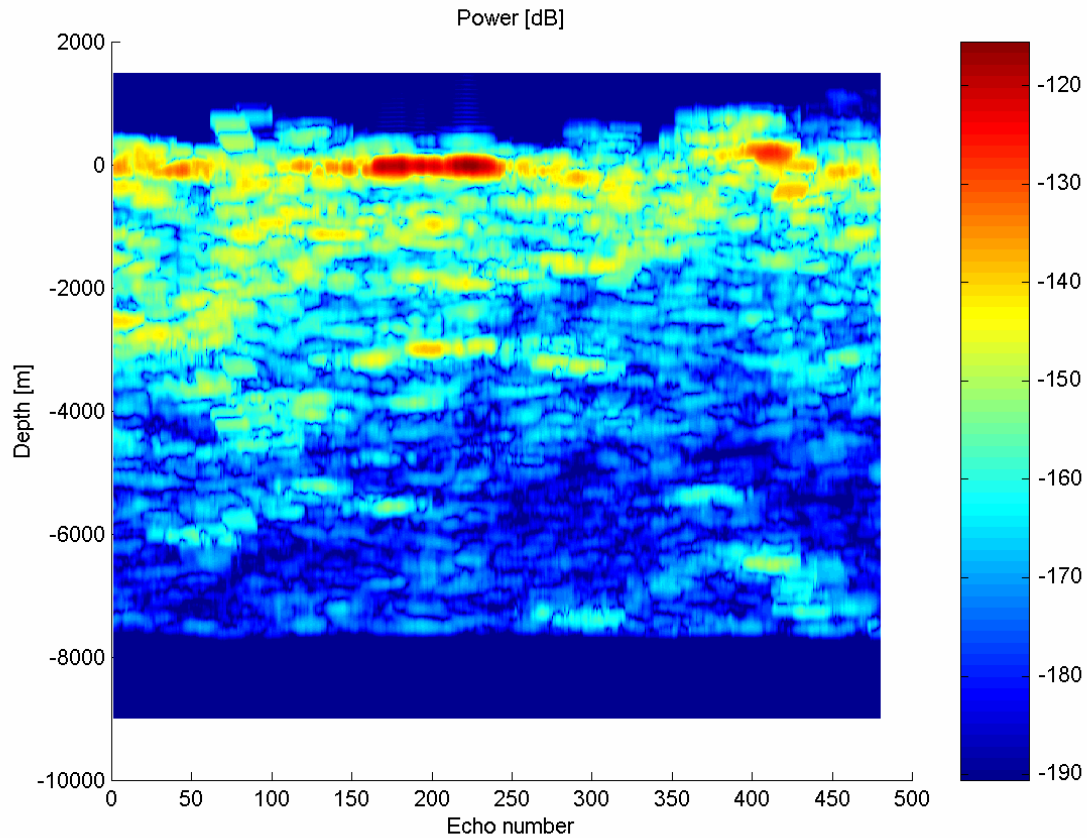


Fig. VI-13 : Tracé de 480 trames obtenues après synthèse, lors du survol de la zone centrée sur  $-39^{\circ}\text{N}$ ,  $320^{\circ}\text{E}$ .

La zone observée ici correspond à l'échantillon le plus chaotique considéré dans ce mémoire. La figure VI-13 nous montre ainsi de nombreux échos de surface relativement intenses s'étalant entre 0 et 2000m et surtout, une surface très découpée, donnant naissance à un retour spéculaire très faible.

Si l'on compare les figures VI-8 et VI-13, il apparaît une chute de l'intensité du signal spéculaire d'environ 20dB, avec notamment une ligne de surface très mal définie dans le cas présent. Sur la figure VI-8, on observe une ligne continue de forte intensité correspondant à la réflexion cohérente de la surface dans la direction du nadir, alors que sur la figure VI-13, la réflexion provenant du nadir apparaît beaucoup plus faible et étalée dans le temps, suivant l'axe vertical. Ceci provient de la distribution des pentes sur la surface, avec des pentes beaucoup plus élevées sur l'échantillon ( $-39^{\circ}\text{N}$ ,  $320^{\circ}\text{E}$ ) par rapport à l'échantillon ( $59^{\circ}\text{N}$ ,  $232^{\circ}\text{E}$ ).

### c) Surface centrée sur $-51^{\circ}\text{N}$ , $100^{\circ}\text{E}$

Cette zone se situe à l'Est du bassin Hellas, bassin très facilement repérable dans l'hémisphère Sud Martien puisqu'il s'agit de la plus grande formation géologique à la surface de Mars (Voir carte VI-11).



On observe sur cette surface (Figure VI-14) de très nombreux cratères (une vingtaine alors que la surface n'a que 185km de côté) et une variation d'altitude plus faible que sur la zone précédente : 3440m, de -1038 à 2402m.

Globalement, nous voyons que les variations d'altitude sur les zones sélectionnées de l'hémisphère Sud sont beaucoup plus fortes que sur celles de l'hémisphère Nord. La première zone boréale observée avait une amplitude de 591m, et la seconde de 1503m, alors que la première zone observée dans la partie australe de la planète avait une amplitude de 4590m et pour celle ci, de 3440m. Les terrains de l'hémisphère Sud de Mars apparaissent ainsi beaucoup plus chaotiques et creusés que ceux de l'hémisphère Nord.

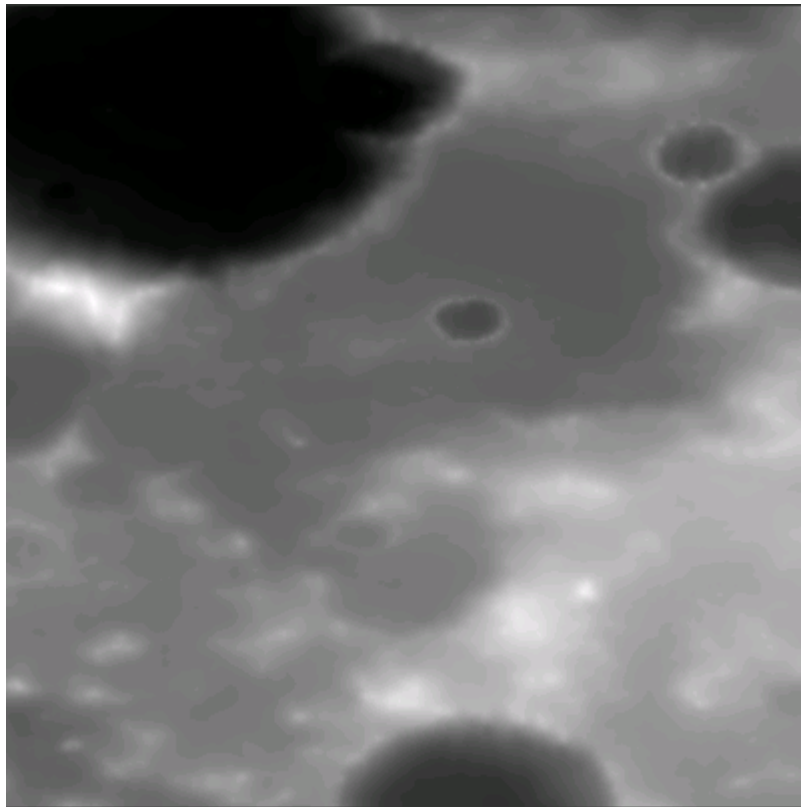


Figure VI-14 : Surface centrée sur le point (-51°N, 100°E). La surface couverte sur cette image est de 185 par 185 km. L'altitude est codée par le niveau de gris.

Cette zone est survolée par l'orbite 414 de Mars Express, avec un passage à la verticale du centre pour l'impulsion numéro 11 650 (l'orbite 414 représente 13 920 impulsions radar – PRF de 10Hz).

La figure VI-15 représente 480 trames MARSIS, obtenues par sondage radar de la surface observée sur la figure VI-14.

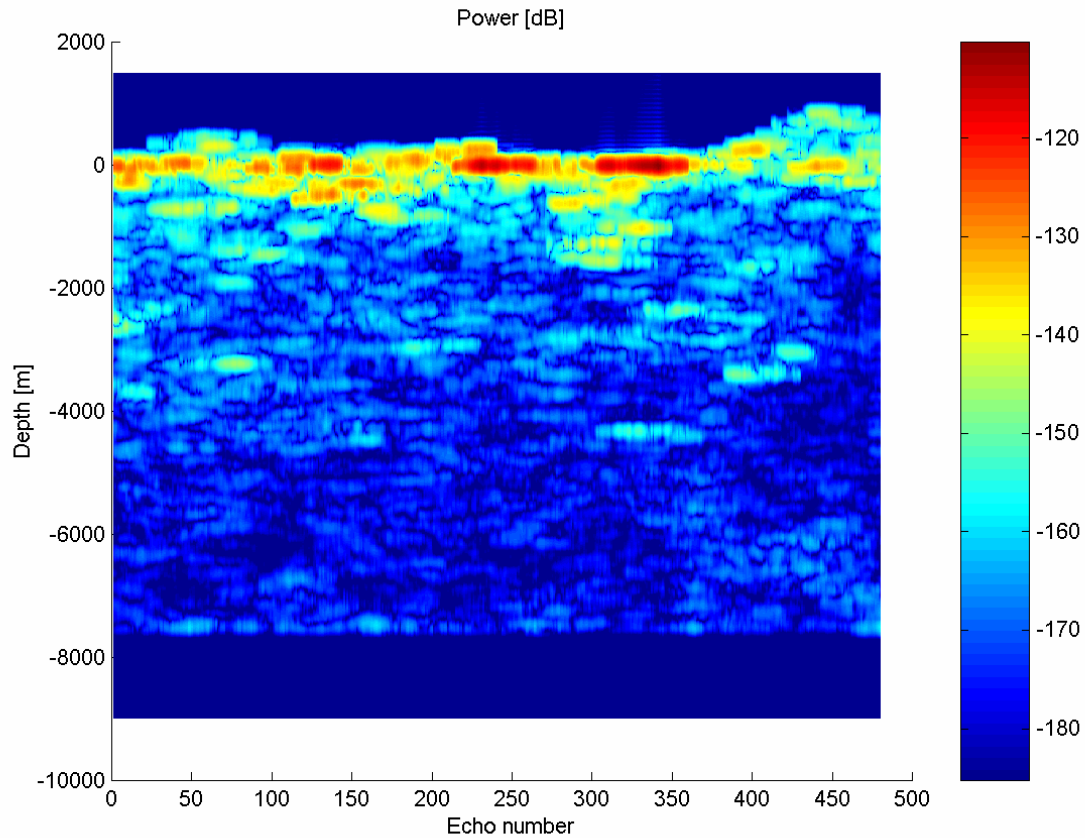


Fig. VI-15 : Tracé de 480 trames obtenues après synthèse, lors du survol de la zone centrée sur  $-51^{\circ}\text{N}$ ,  $100^{\circ}\text{E}$ .

Nous observons sur cette figure des échos de surface nettement moins nombreux que ceux de la figure VI-13, signe d'une surface moins chaotique. Si l'on regarde la variation globale d'altitude à la surface, on s'aperçoit d'ailleurs qu'elle est plus faible ici par rapport à l'échantillon de surface précédent (1000m de moins).

Enfin, dernier effet du caractère plus lisse de cet échantillon, les échos de surface provenant du nadir sont plus intenses et plus marqués sur cette figure, avec un niveau environ 10dB supérieur par rapport à la figure VI-13.

### 6.3. Résultats avec sous sol

Au point précédent, la disparité des surfaces Nord/Sud quant à leur faculté de réflexion vis à vis d'une onde radar incidente a été établie. Nous allons voir ici l'incidence de cette disparité sur la détection d'une interface souterraine.

Cette interface est introduite grâce à l'adoption du modèle deux couches défini au premier chapitre. Nous considérons une couche de surface, d'une épaisseur constante de 3km et d'indice de réfraction  $n=2$ , et une couche inférieure, dont la cime se situe donc à une profondeur de 3km et d'indice de réfraction  $n=5$ .



L'hypothèse qui consiste à prendre une interface de profondeur constante a été discutée en fin de chapitre 1, et un exemple de résultat avec une interface de profondeur variable est donné en Annexe F.

### 6.3.1. Hémisphère Nord

Afin de comparer les résultats que nous allons présenter ici avec ceux de la partie précédente, nous allons reprendre les deux échantillons de surface utilisés au point 6.2.1.

#### a) Surface centrée sur 59°N, 232°E

Nous réutilisons ici la même configuration (orbite, numéro d'impulsion) que celle utilisée précédemment, et les mêmes paramètres radar. Seule, une interface a été rajoutée dans le sous-sol à une profondeur de 3000m.

De même qu'au point 6.2.1., nous simulons l'acquisition de 480 trames de 2s, le résultat est tracé sur la figure VI-16.

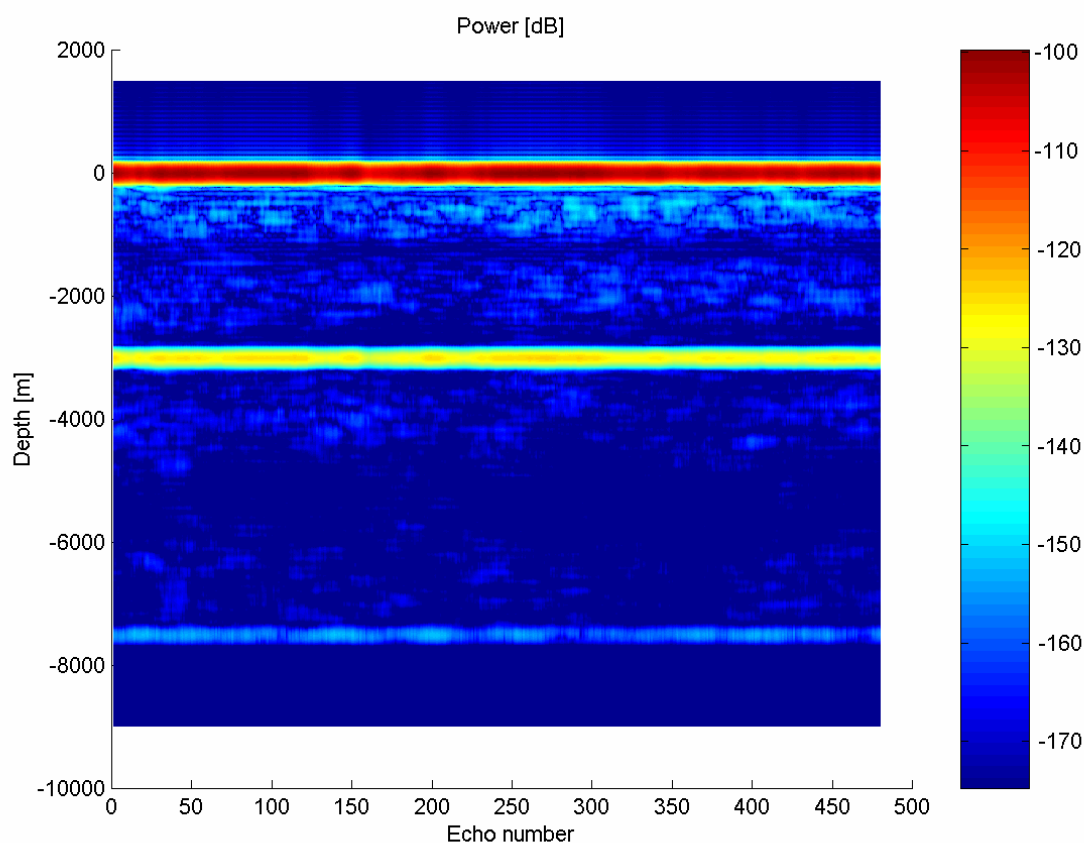


Fig. VI-16 : Tracé de 480 trames obtenues après synthèse, lors du survol de la zone centrée sur 59°N, 232°E. Une interface est modélisée dans le sous-sol à une profondeur de 3000m.

L'écho provenant du sous-sol parvient au niveau du radar avec une atténuation de 30dB par rapport à l'écho de surface, mais il est lui même au moins 30dB plus fort que le signal de surface arrivant en même temps. La surface observée ici est très lisse, comme nous l'avons vu avec le graphe VI-6, en ajoutant une interface dans le sous-sol il n'y a donc aucun problème de détection.

### b) Surface centrée sur 21°N, 310°E

De même qu'au paragraphe précédent, nous reprenons ici la configuration et les paramètres qui avaient été utilisés au 6.2.1. et visualisons l'effet de l'addition d'une interface dans le sous-sol.

La profondeur de l'interface est de 3000m, nous simulons 50s de signal puis générons des trames de 2s. Le résultat est tracé sur la figure VI-17.

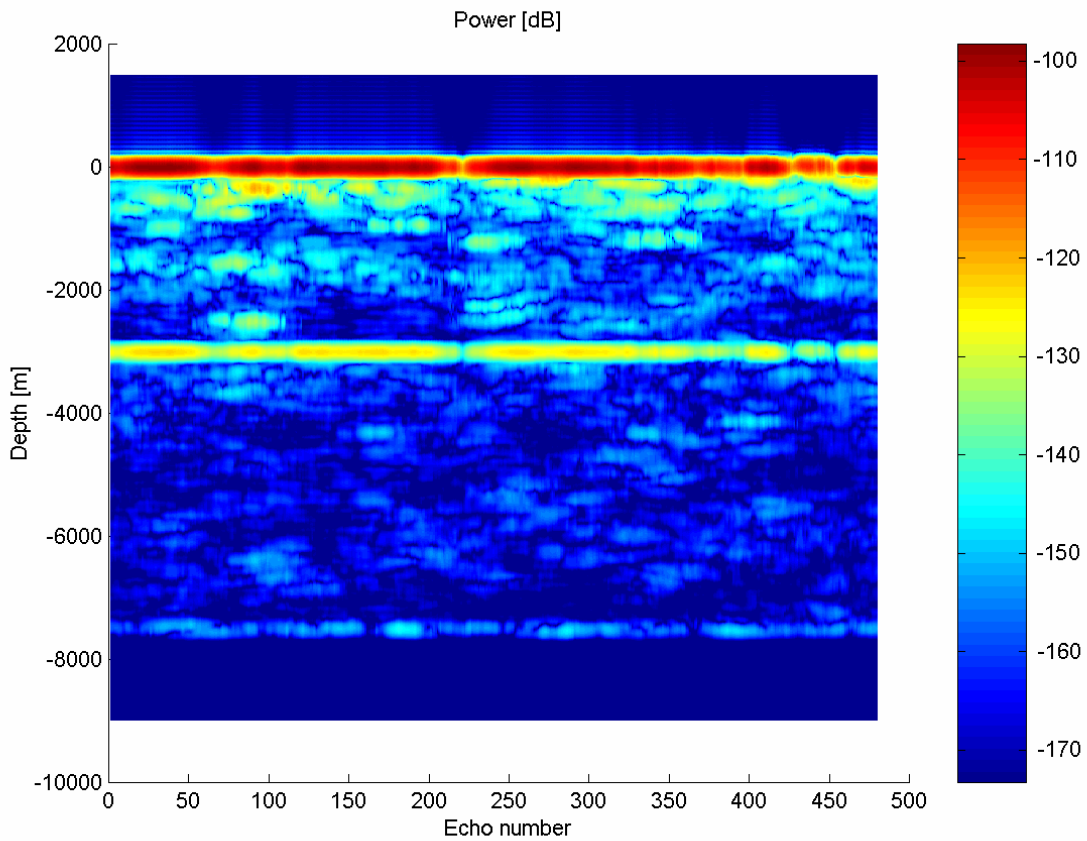


Fig. VI-17 : Tracé de 480 trames obtenues après synthèse, lors du survol de la zone centrée sur 21°N, 310°E. Une interface est modélisée dans le sous-sol à une profondeur de 3000m.

De même que dans le cas précédent, l'interface est clairement détectée, malgré des échos de surface plus nombreux et plus intenses ici que sur la figure VI-16.

Globalement, nous voyons que la détection d'une interface dans le sous-sol de Mars ne semble pas poser de problèmes dans le cas des plaines du Nord de la planète. Nous allons nous intéresser désormais à l'hémisphère Sud.

### 6.3.2. Hémisphère Sud

Nous reprenons ici les deux échantillons de surface observés au point 6.2.2. et examinons l'effet de l'ajout d'une interface dans le sous-sol. Les résultats sont tracés sur les deux figures suivantes, figure VI-18 et VI-19.

#### a) Surface centrée sur $-39^{\circ}\text{N}$ , $320^{\circ}\text{E}$

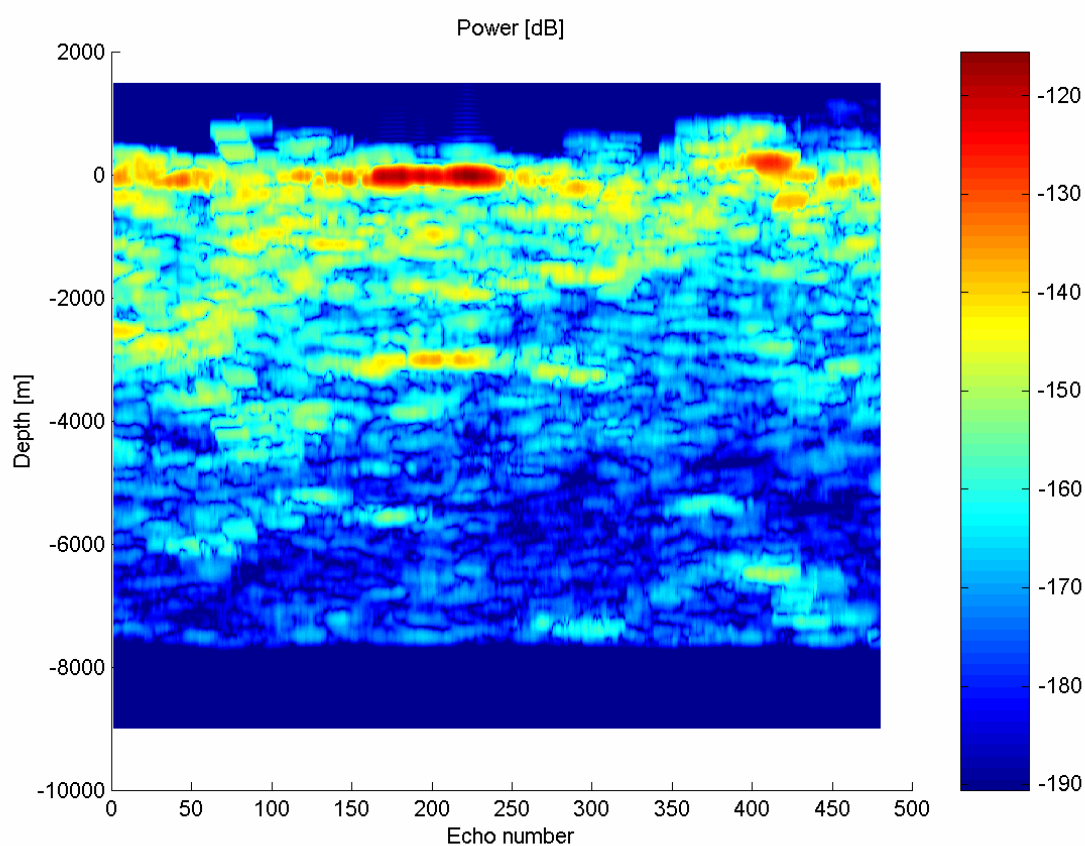


Fig. VI-18 : Tracé de 480 trames obtenues après synthèse, lors du survol de la zone centrée sur  $-39^{\circ}\text{N}$ ,  $320^{\circ}\text{E}$ . Une interface est placée dans le sous-sol à une profondeur de 3000m.

Cette figure est à mettre en parallèle avec la figure VI-13 du point 6.2.2., présentant la réponse de cette même surface, mais sans interface de sous-sol.

Contrairement aux figures VI-16 et VI-17, cette interface de sous-sol apparaît ici complètement noyée dans les échos de surface. Plus précisément, la difficulté que l'on a ici

pour détecter la réponse du sous-sol semble provenir de la non transmission de l'énergie par la surface, et non au masquage direct de l'écho de sous-sol par des échos de surface. Ainsi, les trames 330 à 480 ne montrent que peu d'échos de surface à 3000m, sans pour autant permettre la visualisation de l'interface de sous-sol.

Comme nous l'avons vu au point 6.2.2., la surface est ici très chaotique, avec des pentes élevées et une grosse variation d'altitude. Le premier effet de cet état était un retour du nadir beaucoup plus faible que pour une surface lisse, mais un second effet, visible sur cette figure, est une transmission moindre de l'énergie incidente vers le sous-sol, et une transmission faible également de l'écho provenant du sous-sol vers le radar. Il en résulte une quasi disparition de l'écho provenant du sous-sol, avec une simple présence vers la trame 420, à 3000m de profondeur.

### b) Surface centrée sur $-51^{\circ}\text{N}$ , $100^{\circ}\text{E}$

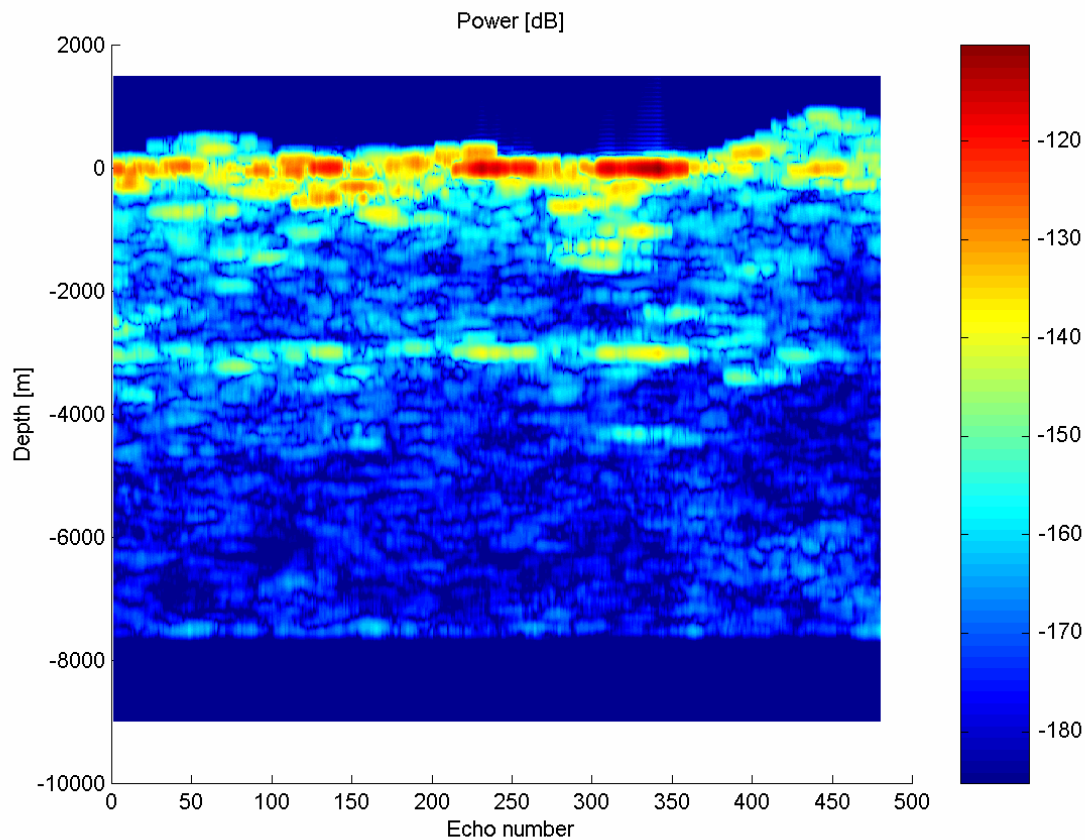


Fig. VI-19 : Tracé de 480 trames obtenues après synthèse, lors du survol de la zone centrée sur  $-51^{\circ}\text{N}$ ,  $100^{\circ}\text{E}$ . Une interface est placée dans le sous-sol à une profondeur de 3000m.

La surface de ce second échantillon de l'hémisphère Sud est moins chaotique que la surface du premier (figures VI-12 et VI-14). Le clutter de surface est ainsi moins prononcé ici (Cf. Figure VI-15) que sur la figure VI-18, et le retour spéculaire du nadir est plus marqué. Ceci s'accompagne d'une meilleure propagation de l'énergie incidente vers le sous-sol et

retransmission de l'énergie réfléchi vers le radar. La réflexion provenant de l'interface dans le sous-sol est donc visible ici, avec cependant certaines itérations manquantes.

Ceci nous permet de vérifier que l'absence d'écho de sous-sol sur la figure VI-18 est bien due à la non transmission de l'énergie à travers la surface. Ainsi, pour les trames 375 à 480, nous voyons sur la figure VI-19 que l'écho du nadir est très déformé, et dans un même temps, que l'écho du sous-sol n'est plus transmis et donc, disparaît.

## **6.4. Discussion**

### **6.4.1. Les différents échos**

Sur les résultats obtenus par observation de l'hémisphère Sud, et notamment sur la figure VI-19, nous pouvons identifier quatre types d'écho : Les échos de surface, les échos intenses provenant de directions hors-nadir, les échos faibles provenant également de directions hors-nadir et enfin, les échos provenant du sous-sol, dans la direction du nadir.

Nous pouvons classer ainsi les échos reçus comme suit :

- Les échos de surface apparaissent à l'altitude zéro. Ce sont les plus intenses et ils permettent de faire une différence entre les deux types de surfaces que l'on trouve dans l'hémisphère Sud : Chaotique ou cratérisée. On observe cette différence entre les figures VI-18 et VI-19. Sur la première, les échos de surface sont répartis sur une large zone autour de l'altitude zéro alors qu'ils apparaissent plus rassemblés sur la figure VI-19, où le terrain est cratérisé mais ne présente pas autant de rugosité. Parfois, l'écho provenant de la surface se divise même en deux composantes, présentant chacune des temps d'arrivée différents.
- Les échos intenses provenant de directions hors-nadir proviennent de cratères où de falaises qui présentent une surface inclinée, et dont la réflexion coïncide avec la direction de réflexion spéculaire. Lorsque ces sources d'échos sont disposées « along track », les réflexions qui en arrivent ne sont pas filtrées par sommation cohérente et apparaissent donc lors de la visualisation de nos résultats. Nous avons un exemple de ces échos sur la figure VI-13, où un fort signal est présent sur les impulsions 150 à 300, à une profondeur équivalente de 2000 et 3000m. Dans ce dernier cas, nous voyons en outre que ces forts échos de surface nous masquent les échos de sous-sol.
- Les échos de faible intensité provenant de la surface sont visibles à la plupart des temps d'arrivée, sur tous les impulsions de la figure VI-13. Nous en observons de même de nombreuses itérations sur la figure VI-15, entre les profondeurs 2000 et 3000m. Elles sont causées par des structures présentes à la surface, de petits cratères notamment. C'est globalement les structures à petites échelles qui sont responsable de ce type de signal.
- Enfin, les échos de sous-sol. Ils apparaissent avec des temps d'arrivée constants, ce qui permet leur détection dans la plupart des cas. Nous voyons toutefois que ce cas n'est pas général, en effet, sur la figure VI-18 une forte composante apparaît à la profondeur de 3000m alors que nous avons vu qu'il s'agissait d'échos de surface. Même sur ce mode de visualisation, performant pour distinguer les différents échos et reconnaître leur source, la distinction des différents échos peut ainsi être difficile. D'où la nécessité d'un traitement des résultats efficace.

Au paragraphe 6.3.2., nous avons vu que le cas le plus sensible à traiter était celui de la surface centrée sur le point  $-39^{\circ}\text{N}$ ,  $320^{\circ}\text{E}$ . Cette surface est très découpée, et il en résultait une distinction quasi-impossible entre échos de surface et de sous-sol. Nous allons étudier désormais les effets de l'intégration du signal sur une durée supérieure à deux secondes.

#### 6.4.2. Etude de différentes longueurs d'intégration

Nous allons revenir ici sur le cas étudié avec la figure VI-18. Une observation des résultats de simulation dans ce cas précis nous a montré que les échos provenant de l'interface de sous-sol étaient peu nombreux et au moins masqués par le clutter de surface, quand ils sont transmis au niveau de la surface.

La figure VI-18 nous a montré des simulations de trames de 2s, longueur d'intégration typique dans la configuration du radar MARSIS. Nous allons voir dans ce paragraphe quel peut être l'intérêt d'utiliser des temps d'intégration plus grands.

Les temps d'intégration que nous allons utiliser dans cette partie vont rester des multiples de 2s, temps de base correspondant à une trame MARSIS. Nous allons ainsi effectuer une simple addition de plusieurs trames, pour observer l'effet de ces additions sur la détection d'une hypothétique interface dans le sous-sol.

Pour une intégration du signal sur quatre secondes (soit l'addition de deux trames MARSIS), nous obtenons les figures VI-20 et VI-21. La figure VI-20 nous montre les différentes trames obtenues a) sans interface dans le sous-sol, b) avec une interface dans le sous-sol, toujours à 3000m de profondeur.

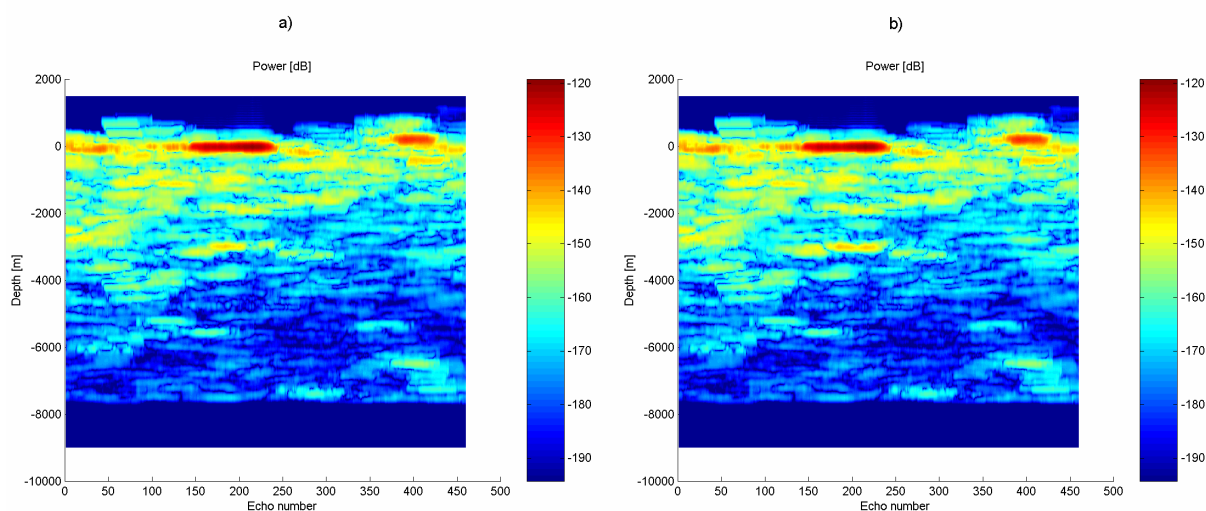


Fig. VI-20 : Comparaison des résultats obtenus avec une intégration sur 4s de signal. a) Pas d'interface dans le sous-sol, b) interface à 3000m de profondeur.

Ici aussi, la détection de l'interface dans le sous-sol est dure à affirmer. Nous observons un écho supplémentaire sur le graphe b), sur les trames 360 à 430 et vers 3000m de



profondeur, mais les échos de surface sont néanmoins nombreux à cette profondeur équivalente.

Pour une meilleure visualisation des différences entre ces deux tracés, nous allons reprendre le type de traitement étudié au chapitre précédent, lors de la validation de la PRF (paragraphe 5.2.3.). Nous effectuons donc une soustraction des signaux complexes a) et b), puis nous moyennons l'énergie de cette différence suivant la direction des temps longs et nous la normalisons par l'énergie du signal a). Nous obtenons alors l'erreur relative dans la direction des temps courts (Voir équation V-5).

Pour cette intégration sur 4 secondes, la différence est tracée sur la figure VI-21.

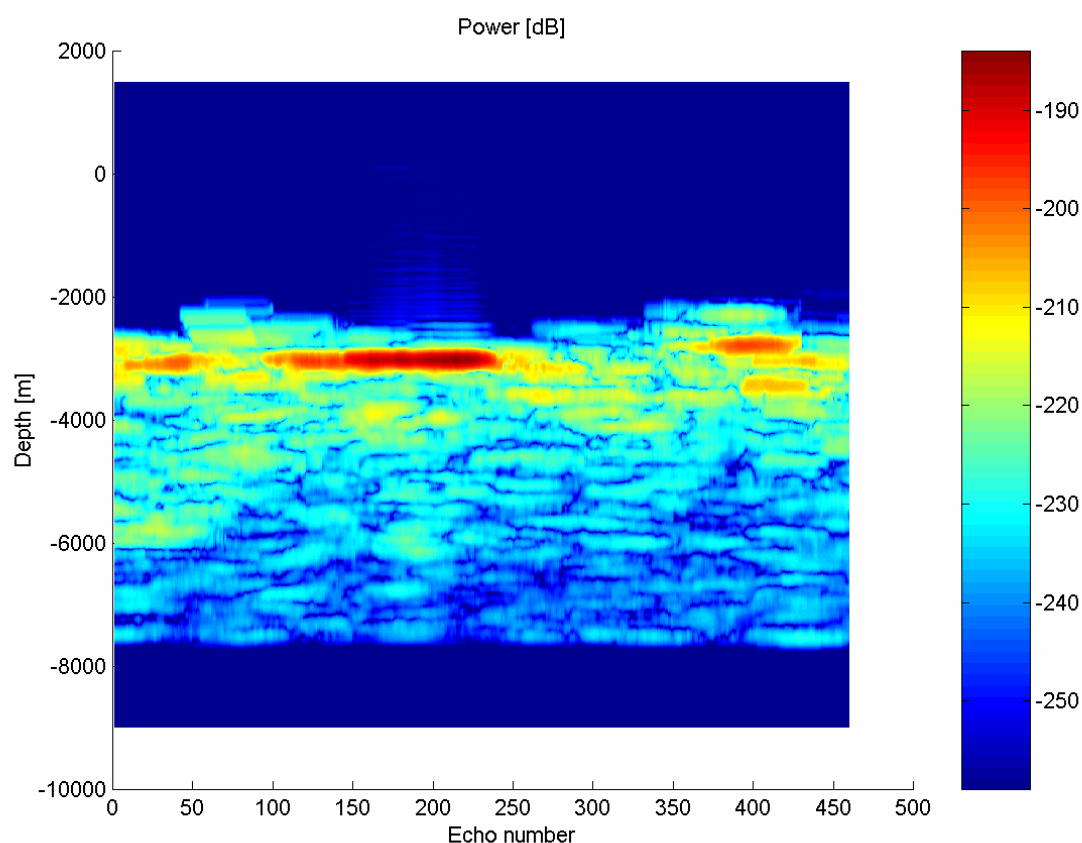


Fig. VI-21 : Soustraction complexe des signaux a) et b) de la figure précédente.

Grâce à cette soustraction, nous observons toutes les différences entre les figures a) et b) de la figure VI-20. Il apparaît une différence sur une grande part du signal incohérent, entre les profondeurs 2600 et 7500m, mais aussi et surtout une destruction totale des signaux de surface, entre les profondeurs 0 et 2600m.

Comme escompté, les échos de surface sont ainsi rigoureusement les mêmes sur les deux figures a) et b) de VI-20 et ils disparaissent ici. La différence entre ces deux figures provient donc exclusivement du clutter de surface et des échos réfléchis dans le sous-sol, avec une forte composante autour de 3000m de profondeur, zone où se situe l'interface.

Cette composante qui provient du sous-sol montre de plus une géométrie très semblable à la réflexion spéculaire de la surface. On observe ainsi deux groupes d'échos autour des impulsions 75 et 400 (Cf. figure VI-21, profondeur de -2100m), groupes d'échos qui sont aussi visibles sur la figure VI-20, aux mêmes impulsions mais au niveau de la surface. Cette concordance appuie notre analyse précédente, où nous avons annoncé que la condition principale pour visualiser l'interface dans le sous-sol était une bonne transmission de l'énergie correspondante au niveau de la surface.

Ainsi, une facette qui réfléchit efficacement l'onde radar incidente vers la sonde (et qui contribue donc à créer un fort écho de surface) sera aussi une facette qui réémettra efficacement vers la sonde le signal qu'elle reçoit du sous-sol. D'où la similarité entre les échos de l'interface de surface et ceux de l'interface de sous-sol.

Dans un même temps, si nous comparons les niveaux d'intensité des échos reçus du sous-sol, nous constatons une baisse de 20dB entre la figure VI-16 et la figure VI-21 (c'est-à-dire entre les échos de surface et ceux provenant du sous-sol). Cette baisse est due à la différence de transmission de l'énergie au niveau de la surface, et à l'atténuation des ondes dans le sol.

Comme nous l'avons fait au chapitre 5, traçons enfin l'erreur relative entre les signaux a) et b) de la figure VI-20. Nous obtenons la figure VI-22.

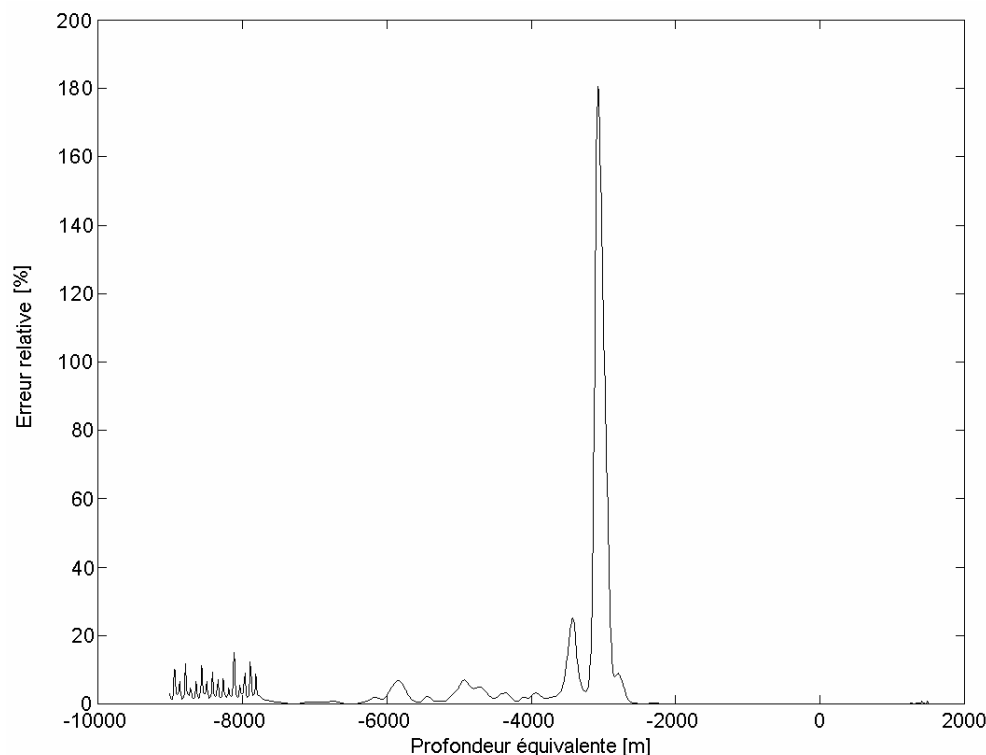


Fig. VI-22 : Différence entre le signal obtenu d'une surface sans interface dans sous-sol et le signal obtenu d'une surface contenant une interface dans le sous-sol.

Le résultat est ici sans appel, avec une erreur relative maximale de 180% à -3000m. Cette valeur supérieure à 100% peut surprendre, cependant, en reprenant l'expression V-5 du



chapitre précédent qui définit l'erreur relative, nous voyons que pour deux signaux  $S_1$  et  $S_2$  déphasés de 180 degrés, cette erreur relative devient :

$$c_r = \frac{\sum_{\text{TempsLongs}} |2.S_1|^2}{\sum_{\text{TempsLongs}} |S_1|^2} = 4 \quad (\text{VI-1})$$

La valeur maximale de l'erreur relative est donc de 400%.

Bien que le signal provenant du sous-sol soit quasiment impossible à distinguer sur la figure VI-20 où nous mettons en parallèle les deux cas avec et sans interface, le tracé de l'erreur relative ci-dessus fait très nettement ressortir une composante supplémentaire à la profondeur de -3000m. Cette composante est le signal qui nous provient de l'interface située dans le sous-sol, à cette même profondeur.

Si nous renouvelons l'opération, mais cette fois ci, en intégrant sur 12s de signal, nous obtenons les figures VI-23, VI-24 et VI-25.

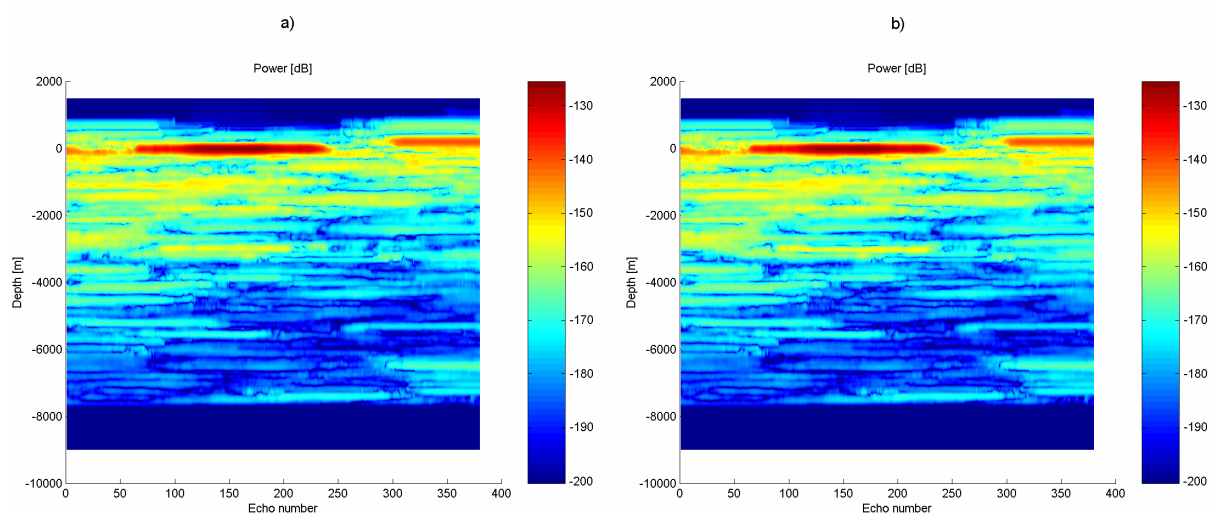


Fig. VI-23 : Comparaison des résultats obtenus avec une intégration sur 12s de signal. a) Pas d'interface dans le sous-sol, b) interface à 3000m de profondeur.

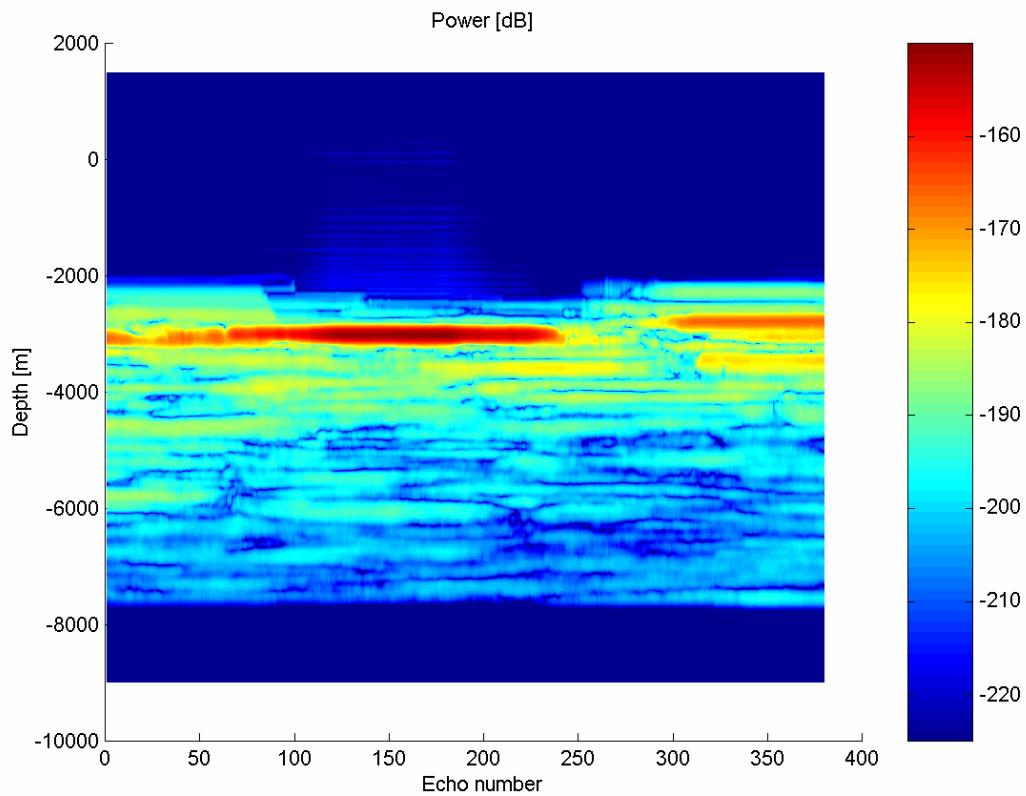


Fig. VI-24 : Soustraction des signaux a) et b) de la figure précédente.

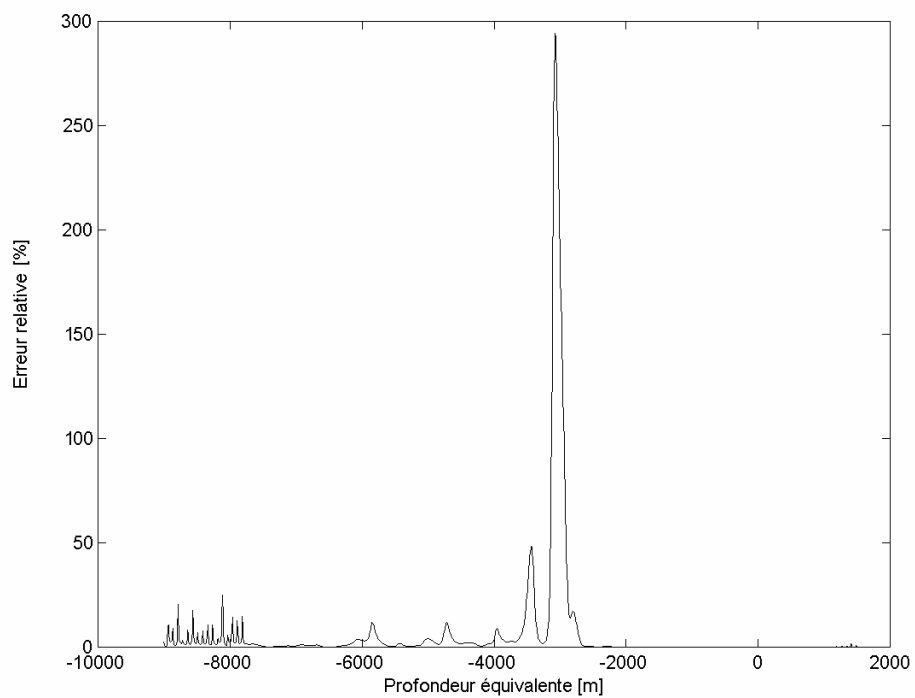


Fig. VI-25 : Différence entre le signal obtenu d'une surface sans interface dans sous-sol et le signal obtenu d'une surface contenant une interface dans le sous-sol.

La différence entre les signaux est dans ce cas plus visible encore, avec une erreur relative de près de 300%. L'effet de la longueur d'intégration est donc net, et pour une distinction initialement difficile entre les échos, l'optimisation de cette longueur est une des possibilités de traitement.

Sur la figure VI-24, nous arrivons ici à la même conclusion que précédemment, avec une parfaite soustraction des échos de surface et la rémanence d'un signal provenant du sous-sol entre 2000 et 7500m de profondeur. Le signal autour de 3000m de profondeur est dans ce dernier cas encore plus prononcé que sur la figure VI-21.

### **6.4.3. Pertinence de ce traitement vis-à-vis du radar MARSIS**

Nous venons d'expérimenter une technique de reconnaissance des échos, par soustraction des résultats obtenus par simulation, avec et sans interface dans le sous-sol.

Vis-à-vis de la simulation, cette technique s'appuie sur notre mode de visualisation 3D des résultats et le tracé de l'erreur relative entre les signaux, procédés qui se montrent ici tout à fait efficaces pour la détection d'un écho du sous-sol.

Le fait de pouvoir, grâce à notre simulation, expérimenter ici ce type de traitement et de résultats est de plus intéressant vis-à-vis de MARSIS. En effet, ce radar possède deux antennes (Cf. chapitre 2) qui vont nous permettre d'appliquer ce que nous avons effectué ici.

La première de ces antennes est une antenne dipolaire, qui va enregistrer le signal provenant de la surface et du sous-sol (le signal que nous avons noté b) au point précédent), alors que la seconde antenne est une antenne monopolaire qui va recevoir principalement les échos de surface (signal que nous avons noté a)).

Les tests de traitements possibles avec ces signaux, comme celui qui a été fait ici, sont donc primordiaux, et notre simulation permet de les effectuer. Nous avons ainsi un outil qui peut permettre de tester puis de valider des aspects du futur traitement des données MARSIS qui sera effectué au sol.

Ce résultat montre donc l'intérêt de la simulation développée. En outre, la présente simulation des échos de surface est effectuée à partir de la surface Martienne réelle, grâce aux données MOLA, et en employant les paramètres utilisés par MARSIS. Les résultats présentés ici sont donc représentatifs des résultats attendus du radar MARSIS.

## **6.5. Etude statistique**

Tout au long de ce chapitre, nous avons présenté bon nombre de résultats concernant des surfaces restreintes et des mouvements de quelques centaines de positions tout au plus. Nous allons montrer ici que la simulation développée permet, non seulement ces études locales, mais aussi une étude plus globale, portant sur l'ensemble d'une orbite.

Différentes régions de la surface Martienne ont été étudiées, régions présentant des aspects et notamment des rugosités de surface très variables d'une à l'autre. Ces différents types de surface donnaient lieu à des retours eux aussi très variables vis à vis du signal

électromagnétique incident, que ce soit au niveau de l'amplitude du signal spéculaire réfléchi ou du clutter environnant.

Nous allons chercher dans ce paragraphe à relier les paramètres statistiques d'une surface (Voir paragraphe 1.3.1.) à son efficacité de réflexion lorsqu'elle est illuminée par une onde radar. Le but ici est d'être capable, par la suite, de prédire le retour d'une surface par la seule connaissance de ses paramètres statistiques.

La première étape va être de définir la variable statistique liée à l'amplitude d'un écho radar : la section efficace de diffusion.

### 6.5.1. Expression de la section efficace et du coefficient de rétrodiffusion

L'amplitude des signaux tracés précédemment était référencée par rapport au retour d'une surface plane infinie. Plus précisément, dans la simulation, le retour de chaque facette est référencé par rapport à celui d'une facette plane « infinie » (en fait « d'infinie », nous utilisons des facettes de 200km) (Voir paragraphe 5.1.2. au chapitre 5).

Cette normalisation est ensuite pondérée par la puissance émise (5 Watts), l'expansion géométrique aller/retour et le coefficient de Fresnel de réflexion, ces deux derniers termes étant calculés pour chaque facette.

Si l'on cherche à exprimer ce bilan sous forme mathématique, on retrouve l'équation radar ([J.C. Curlander et al., 1991], p.72):

$$P_r = \frac{P_t \cdot G^2 \cdot I^2 \cdot S}{(4\pi)^3 \cdot R^4} \quad (\text{VI-2})$$

Où  $P_r$  est la puissance reçue par le récepteur,  $P_t$  la puissance émise,  $G$  le gain de l'antenne,  $\lambda$  la longueur d'onde,  $R$  le range et  $\sigma$  la section efficace de diffusion de la cible.

Pour retrouver l'origine de chaque terme, nous allons décomposer les différentes étapes de la propagation :

- La densité de puissance reçue au niveau de chaque diffuseur de la surface est :

$$dP_s = (P_t \cdot G) \left( \frac{1}{4\pi \cdot R^2} \right) \quad (\text{VI-3})$$

Où l'on trouve la puissance émise par le radar et l'atténuation due à l'expansion géométrique.

- La puissance ré-émise par la cible diffusante est ainsi:

$$P_{sr} = dP_s \cdot A_s \cdot (1 - p_a) \quad (\text{VI-4})$$

Où  $A_s$  est la surface efficace de réception du diffuseur et  $p_a$  la partie absorbée par cette cible.

- La puissance reçue par le radar :

$$P_r = (P_{sr} \cdot G_s) \left( \frac{1}{4 \cdot \rho \cdot R^2} \right) A_r \quad (\text{VI-5})$$

Où  $A_r$  est la surface efficace de l'antenne du radar et  $G_s$  le gain d'émission du diffuseur dans la direction du radar.

Nous obtenons ainsi des termes relatifs au radar :  $P_t$ ,  $G$  et  $A_r$  et des termes relatifs à la surface :  $A_s$ ,  $p_a$  et  $G_s$ . Nous pouvons relier le gain de l'antenne radar à sa surface efficace avec :

$$A_r = \frac{I^2 \cdot G}{4 \cdot \rho} \quad (\text{VI-6})$$

Si l'on regroupe les termes relatifs à la surface, on obtient **la section efficace de rétrodiffusion** :

$$s = A_s \cdot (1 - p_a) \cdot G_s \quad (\text{VI-7})$$

Et on retrouve l'équation (VI-2). D'après l'expression (VI-7),  $\sigma$  s'apparente à une surface, cette grandeur est donc exprimée en mètre-carré.

Ce développement concerne un diffuseur particulier, avec des caractéristiques propres qui rentrent en compte dans l'équation (VI-7). Pour un ensemble de diffuseurs tel que celui qui est développé avec la méthode des facettes, on ne considère plus la puissance reçue, mais la puissance moyenne :

$$\langle P_r \rangle = \frac{I^2}{(4 \cdot \rho)^3} \cdot \sum_i \frac{P_{ti} \cdot G_i^2 \cdot s_i}{R_i^4} \quad (\text{VI-8})$$

Cette relation est à mettre en parallèle avec l'égalité (IV-17) du chapitre 4, où nous décrivions le retour global de la surface comme la somme de toutes les contributions des surfaces élémentaires.

Si l'on considère enfin la section efficace moyenne des diffuseurs, ramenée à une unité de surface, on définit :

$$s^0 = \left\langle \frac{s_i}{A_{si}} \right\rangle \quad (\text{VI-9})$$

C'est le **coefficient de rétrodiffusion**, en mètre carré par mètre carré.

Avec ce coefficient, (VI-8) s'écrit, sous forme continue :

$$\langle P_r \rangle = \frac{I^2}{(4 \cdot \rho)^3} \cdot \int_{\text{Surf. Illum.}} \frac{P_t \cdot G^2 \cdot s^0}{R^4} \cdot dA \quad (\text{VI-10})$$

Les coefficients de rétrodiffusion sont largement étudiés, et plusieurs ouvrages et articles développent leur nature en fonction des surfaces utilisées. Citons ici [F.T. Ulaby, 1982 ; J.C. Curlander et al., 1991 ; A.K. Fung, 1983 ; A. Ishimaru, 1978].

Dans l'article de Fung, nous trouvons une expression du coefficient de rétrodiffusion dans le cas d'une onde sphérique, d'une surface irrégulière et d'angles d'incidence restreints :

$$s^0(\mathbf{q}) = \frac{|R(\mathbf{q})|^2}{\left(\frac{1}{k^2 \cdot R_0^2 \cdot b_0^2} + \frac{b_0^2}{4}\right)} \cdot e^{-4 \cdot k^2 \cdot \sigma_h^2 - \frac{q^2}{\left(\frac{1}{k^2 \cdot R_0^2 \cdot b_0^2} + \frac{b_0^2}{4}\right)}} \quad (\text{VI-11})$$

Avec :  $R(\theta)$  : Coefficient de réflexion de Fresnel pour l'angle d'incidence  $\theta$ ,

$k$  : Vecteur d'onde ( $k = 2\pi / \lambda$ ),

$R_0$  : Range,

$\beta_0$  : demi ouverture de l'antenne,

$\sigma_h$  : Valeur r.m.s. des élévations sur la surface.

La variation du coefficient de rétrodiffusion en fonction de l'angle d'incidence suit donc une loi exponentielle.

Des exemples de variation de  $\sigma^0$  en fonction de  $\sigma_h$  sont représentés sur la figure VI-26.

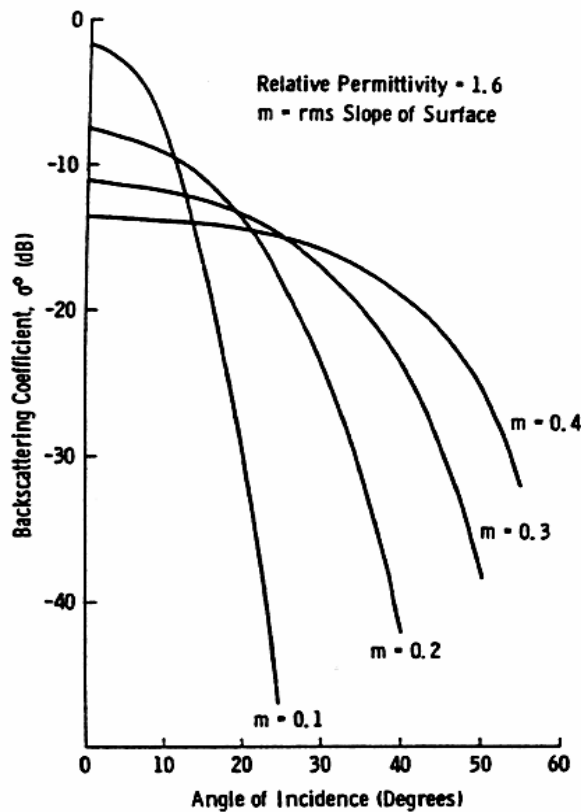


Fig. VI-26 : Tracé du coefficient de rétrodiffusion en fonction de l'angle d'incidence. Comportement de  $\sigma^0$  pour des variations de  $\sigma_h$ . D'après [F.T. Ulaby, 1982].

## 6.5.2. Recherche de paramètres

Nous allons considérer ici le résultat de la simulation du signal MARSIS sur une part importante d'une orbite de la sonde. Ce résultat est donné en Annexe F, pour l'orbite numéro 1125.

### a) Profils du coefficient de rétrodiffusion en fonction de l'angle d'incidence

Jusqu'ici, nous avons tracé la puissance reçue par le radar en fonction du temps de réception des échos. Nous allons voir ici des profils de coefficient de rétrodiffusion pour différents tronçons de l'orbite 1125, tracés en fonction de l'angle d'incidence.

La partie simulée de cette orbite représente 6000 impulsions. Le calcul ayant été fait avec une PRF de 10Hz, cela revient donc à 10 minutes de signal (600 secondes). Nous avons ensuite découpé ce résultat en trois parties de 200 secondes chacune, puis calculé la moyenne de la puissance reçue de la surface sur cette durée (le calcul est donc effectué suivant la direction des temps longs).

Enfin, pour chacun des tronçons considérés, nous avons tracé le profil du coefficient de rétrodiffusion en fonction de l'angle d'incidence (suivant la direction des temps courts). On obtient la figure VI-27.

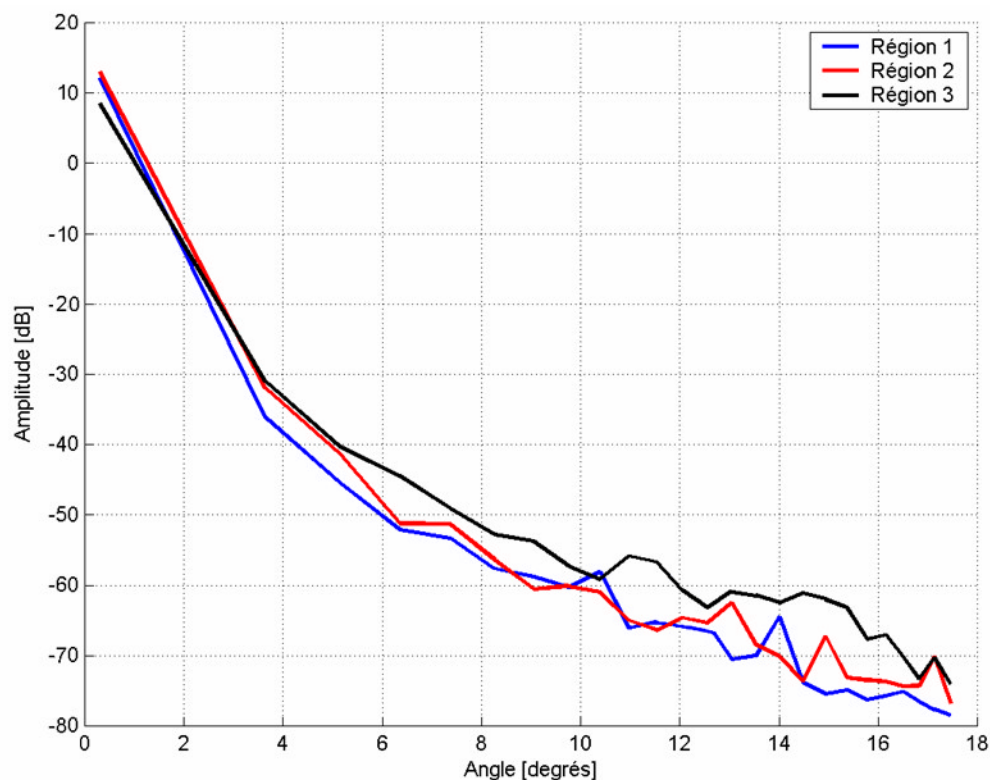


Fig. VI-27 : Coefficient de rétrodiffusion pour trois tronçons découpés sur l'orbite 1125.

Nous pouvons séparer ces trois profils en deux tendances générales : Les deux premières régions renvoient des profils très proches et ayant une même valeur à l'origine, alors que la troisième région nous permet d'observer un profil différent, avec une valeur à l'origine plus faible et des valeurs plus élevées pour de grands angles d'incidence.

Nous allons désormais étudier les régions correspondantes pour essayer d'expliquer ces deux tendances.

## b) Calcul des paramètres statistiques sur la surface

Vu la grande étendue des régions considérées (des bandes de surface de 800km de long), nous effectuons un calcul de paramètres statistiques sur des échantillons de ces surfaces. Chaque échantillon représente 500x500km, la résolution sur la surface est de  $1/128^{\text{ème}}$  de degré (environ 463m) et nous effectuons les calculs de paramètre sur des fenêtres de 10x10km.

Les trois régions considérées sont centrées sur : (40°N, 310°E) ; (20°N, 310°E) ; et (10°S, 310°E).

La figure VI-28 présente les valeurs de  $\sigma_h$  et  $\sigma_p$  ainsi obtenues (suivant les définitions vues au premier chapitre) pour le premier échantillon centré sur (40° N, 310°E).

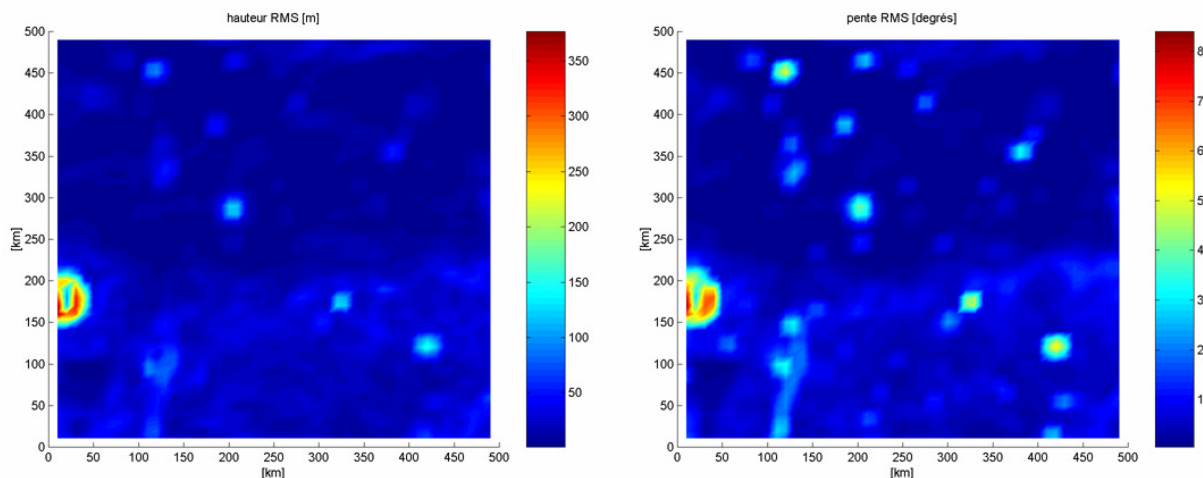


Fig. VI-28 : Hauteur et pente RMS à la surface de l'échantillon numéro 1. Fenêtre de calcul de 10x10km.

Nous avons ici une surface relativement plane, représentative des régions de l'hémisphère Nord. La valeur maximale des pentes RMS atteint 8 degrés sur les flancs d'un cratère (bord Ouest de l'échantillon), mais la grande majorité de la surface présente des pentes de l'ordre de 1 à 2 degrés.

Pour avoir une vue synthétique de ces valeurs, et pouvoir comparer les trois régions utilisées pour le graphe VI-27, nous représentons les pentes RMS sous forme de pourcentages cumulés, comme cela était le cas sur la figure I-7 du premier chapitre.



Nous obtenons alors la figure VI-29.

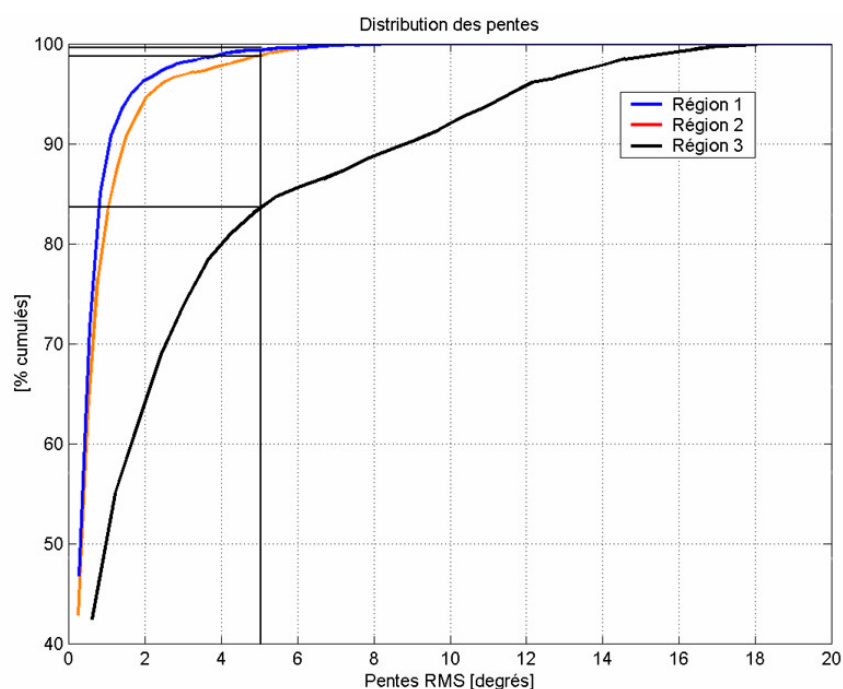


Fig. VI-29 : Pourcentages cumulés des pentes RMS pour les trois échantillons de surface.

Pour une valeur de pente de cinq degrés RMS, nous trouvons les pourcentages suivants :

- Région 1 : 99,37%
- Région 2 : 98,62%
- Région 3 : 83,52%

Ces valeurs sont en accord avec celle du graphe I-7 du premier chapitre, où pour une résolution de 300m à la surface, nous avons vu que 93% de la surface de Mars présentaient une pente RMS locale inférieure à cinq degrés.

### 6.5.3. Résultats statistiques

#### a) Résultats à grande échelle

Le nombre d'échantillons étudiés ici est très limité, puisque nous n'avons comparé que trois tronçons de l'orbite 1125. Les résultats obtenus semblent toutefois s'accorder avec le comportement théorique du coefficient de rétrodiffusion tracé sur la figure VI-26.

Ainsi, plus la valeur de  $\sigma_p$  est faible (Région 1 et 2 – figures VI-28 et VI-29), et plus la valeur du coefficient de rétrodiffusion apparaît forte pour des angles d'incidence proches de la verticale, et faible pour des angles d'incidence élevés (Voir figure VI-27, c'est ce que nous avons défini comme une première tendance sur les profils tracés). En revanche, pour des

valeurs de  $\sigma_p$  élevées (Région 3), ce coefficient est plus faible pour les valeurs proches de l'origine, et plus élevé pour des angles d'incidence importants.

L'allure des profils de coefficient de rétrodiffusion obtenus par notre simulation sont donc conformes aux profils théoriques.

Cependant, il semble relativement difficile de pouvoir relier le profil de  $\sigma^0$  aux valeurs de pente RMS en vue d'une prédiction à grande échelle du retour de la surface Martienne vis-à-vis de l'onde radar MARSIS. Ainsi, pour des valeurs de pente assez éloignées, comme c'est le cas entre les régions 1 et 3, nous voyons sur la figure VI-27 que les profils respectifs sont proches, avec un écart d'environ 10dB pour des angles d'incidence élevés.

Ce faible écart entre les valeurs observées sur la figure VI-27 peut cependant s'expliquer par le grand nombre d'impulsions qui a été moyenné durant leur calcul. En sommant l'énergie de 2000 impulsions consécutives, nous avons ainsi diminué fortement la variance de chaque profil, mais aussi les écarts entre les profils.

Nous avons tenté, dans ce paragraphe, de trouver des paramètres représentatifs pour des longues séries d'impulsions (paquets de 2000 impulsions, soit 200 secondes de signal ou 800km le long de l'orbite de la sonde), mais l'échelle utilisée semble être trop élevée dans le cas présent, ce qui fait perdre leur côté prédictif et représentatif aux valeurs statistiques résultantes. Pour retrouver cette représentativité entre les retours moyennés de surface et les surfaces elles-mêmes, nous allons diviser par deux le nombre d'impulsions dans chaque tronçon.

#### b) Résultats pour des échantillons réduits de moitié

Considérons désormais une échelle moindre, en ne sommant que 1000 profils consécutifs. Nous aurons alors six zones distinctes à traiter, puisque nous avons en tout 6000 impulsions simulées sur l'orbite 1125.

Si nous étudions la trajectoire de la sonde pour cette orbite, la longitude de la sonde est constante, avec une valeur de 310°E. La latitude, elle, varie linéairement en fonction du temps (le déplacement pour chaque zone étudiée a ici une durée de 10 minutes). Pour chaque tranche de 1000 impulsions, la position centrale de la sonde est repérée sur cette orbite, et nous considérons un échantillon de surface de 200x200km centré sur cette position.

Pour les six zones distinctes, nous avons donc six échantillons de surface, sur lesquels nous calculons l'écart type moyen de la distribution des pentes, des élévations, et la longueur de corrélation moyenne. Ces résultats sont présentés sur la table VI-1.

Zone	1	2	3	4	5	6
Localisation	37°N	30°N	24°N	17°N	10°N	4,5°N
$s_p$ [°]	0,611	1,369	1,015	0,966	2,521	2,529
$s_h$ [m]	26	60	38	26	120	101
Lc [m]	3514	3605	3025	2233	3850	3245
$s^0$ [dB]	10,2	13,3	13,5	13,7	9,9	6,3
Pente [dB/°]	-15,67	-13,5	-14,17	-13,5	-11,83	-11,67

Table VI-1 : Comparaison des différentes grandeurs statistiques pour six tronçons de l'orbite 1125 de Mars Express.

Sur cette table, nous avons représenté le numéro du tronçon étudié, la localisation de la position médiane sur ce tronçon (la latitude de cette position pour être exact, la longitude étant fixe à 310°E), l'écart type moyen des pentes et des élévations pour l'échantillon de surface correspondant, la longueur de corrélation sur cet échantillon, la valeur du coefficient de rétrodiffusion obtenue pour une incidence verticale et la pente que l'on peut lire sur le profil de ce coefficient pour des angles d'incidence variant entre 0,5 et 3,5 degrés.

Si l'on se réfère aux tracés théoriques du coefficient de rétrodiffusion donnés avec la figure VI-26, nous voyons que la valeur de  $\sigma^0$  à l'origine doit être d'autant plus élevée que la surface est lisse. De même, nous voyons que la pente à l'origine pour les petits angles d'incidence doit être élevée pour des surfaces peu rugueuses.

A partir de la table VI-1, nous obtenons les courbes de la figure VI-30.

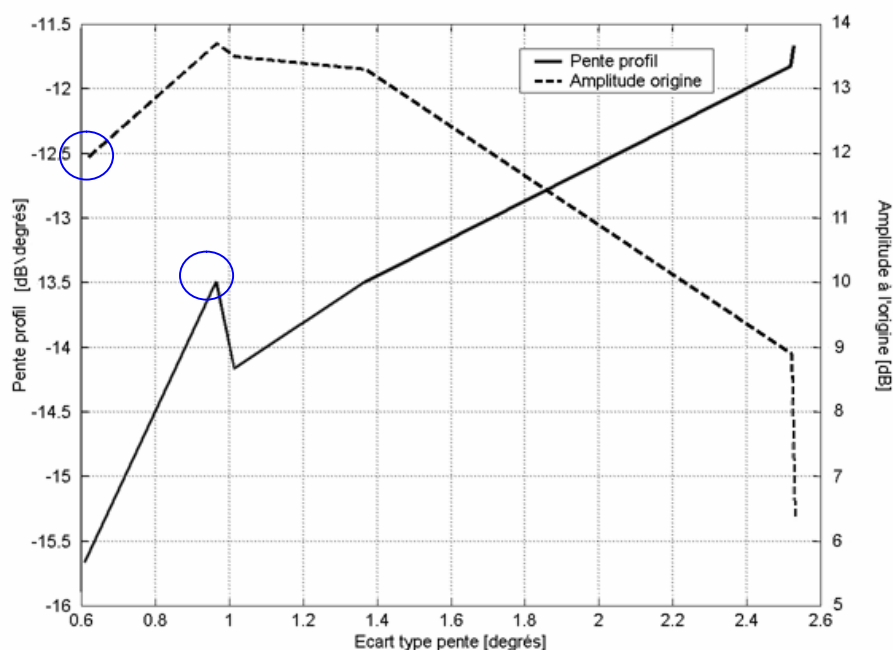


Fig. VI-30 : Etude de l'amplitude et de la pente à l'origine sur des profils  $\sigma^0$  en fonction de l'écart type de la distribution des pentes à la surface.

Nous voyons ici que ces tendances sont globalement respectées, la pente et l'amplitude des profils  $\sigma^0$  sont plus élevées pour des surfaces lisses que pour des surfaces rugueuses. Deux valeurs repérées par des cercles de couleur semblent ici anormales, tout d'abord l'amplitude de  $\sigma^0$  dans le cas 1 semble trop faible d'environ 2dB, puis la pente sur le profil de  $\sigma^0$  en fonction de l'angle d'incidence est trop forte dans le cas 3 (à 1dB près). Néanmoins, les dix autres valeurs sont ici conformes aux profils théoriques.

Des études d'orbites supplémentaires devront être effectuées pour confirmer ces résultats, néanmoins, pour les six échantillons considérés ici les tendances obtenues ci-dessus semblent encourageantes. Les profils  $\sigma^0$  sont moyennés dans le cas présent sur 1000 impulsions, soit pour le paramétrage utilisé, 100 secondes de signal (ou un déplacement de la sonde d'environ

400km sur son orbite). Cette échelle de taille inférieure au cas précédent permet donc de retrouver une concordance entre les paramètres statistiques de la surface et les profils moyens du coefficient de rétrodiffusion.

Lorsque nous aurons validé les courbes VI-30 par des résultats sur d'autres orbites, nous pourrons dès lors prédire le comportement du profil  $\sigma^0$  pour de faibles angles d'incidence, à partir de la simple connaissance des écarts types de pentes ou des élévations sur une surface, et en les reportant sur des graphes du type de celui qui est tracé en VI-30.

## 6.6. Effets ionosphériques et correction

Avant de clore ce dernier chapitre, nous allons rappeler brièvement les principaux effets de l'ionosphère Martienne sur un signal radar pour introduire enfin deux exemples de distorsion ionosphérique, appliqués aux données MARSIS.

### 6.6.1. Les effets ionosphériques

Nous avons étudié ces effets auparavant, au chapitre 3 de ce mémoire. Nous allons nous contenter ici de rappeler brièvement leur nature.

Tout d'abord, vue la faiblesse du champ magnétique Martien, nous avons négligé l'effet Faraday sur l'onde radar, pour ne considérer que les deux effets induits par le caractère complexe de la constante diélectrique dans l'ionosphère : L'atténuation de l'amplitude de l'onde et la distorsion de sa phase.

Ces deux effets sont directement reliés au contenu électronique de l'ionosphère, et très sensibles au profil de densité électronique rencontré (Voir paragraphe 3.5.3.). Avec un angle solaire élevé (une opération diurne du radar), et une fréquence de travail basse, nous avons vu que les niveaux d'atténuation pouvaient être très élevés, de l'ordre de 200dB.

La figure VI-31 présente un exemple de signaux après propagation dans l'ionosphère de Mars. Le profil électronique utilisé pour calculer ce signal est le profil MGS, tracé sur la figure III-8. Pour une fréquence de 3MHz, l'atténuation rencontrée est de l'ordre de 10dB (Voir figure III-9 et VI-31).

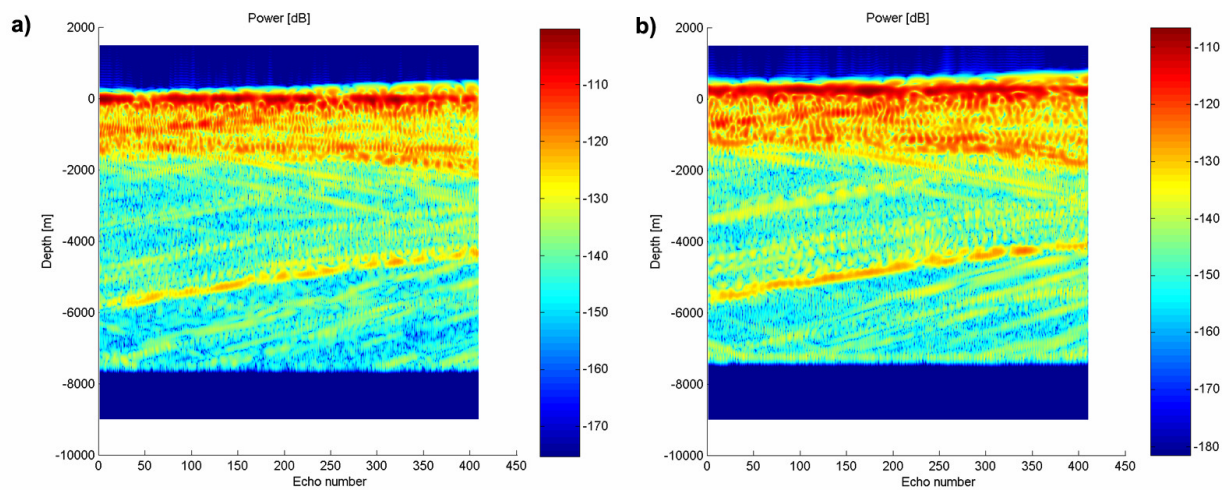


Fig. VI-31 : Exemple d'atténuation et de distorsion dues à la traversée de l'ionosphère. a) sans ionosphère, b) avec ionosphère.

La distorsion engendrée sur les impulsions est visible sur tous les échos, qui sont élargis.

Cet élargissement des impulsions est également visible sur les signaux de la figure VI-32.

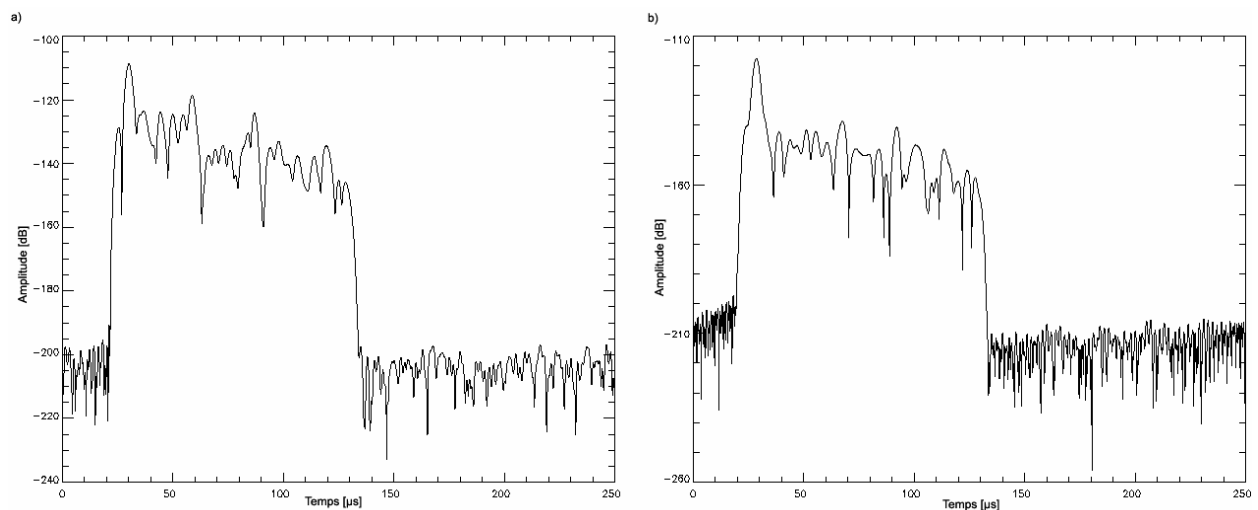


Fig. VI-32 : Distorsion sur un écho radar. Résultat a) sans ionosphère, b) avec ionosphère.

Ces effets peuvent être corrigés, par un traitement à bord de la sonde dans un premier temps (Voir paragraphe 2.5. au chapitre 2), mais aussi avec un traitement au sol, après transmission des données. C'est ce que nous allons voir désormais.

### 6.6.2. Correction des effets ionosphériques

La plus grosse partie du traitement effectué sur le signal radar brut va être effectuée au sol, afin de disposer de processeurs performants et d'algorithmes optimisés. Dans la majorité des cas, le traitement à bord va ainsi se limiter à la compression en azimuth (filtrage Doppler) de l'impulsion.

Au sol, deux méthodes différentes seront appliquées. Dans un premier temps, un traitement automatisé et relativement rapide des données brutes reçues permettra, grâce à une interface de visualisation, de repérer les données les plus « intéressantes », c'est à dire les plus riches en information scientifique. Les principaux critères de sélection sont la surface rencontrée (rugosité, nature), la fréquence utilisée, l'altitude de la sonde lors du survol de cette surface, et la distorsion ionosphérique rencontrée. Lorsque tous ces critères sont optimums, les échos radar enregistrés sont repérés par ce traitement automatisé, puis traités manuellement dans le but d'optimiser au maximum la fonction corrective utilisée pour compresser l'impulsion radar.

Cette fonction corrective contient deux types d'information, tout d'abord la fonction conjuguée du chirp émis, qui sert à compresser l'impulsion qui serait idéalement reçue si aucune distorsion n'était rencontrée lors de la propagation, puis l'on convolue cette fonction idéale avec un signal complexe permettant de corriger au mieux les effets ionosphériques (Figure VI-33).

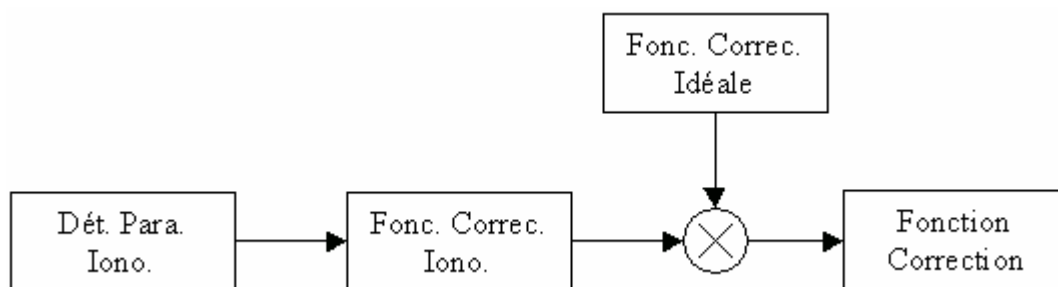


Fig. VI-33 : Chaîne de correction des effets ionosphériques.

Pour déterminer cette fonction corrective, différents algorithmes peuvent être utilisés : La méthode d'optimisation du contraste et la méthode de la réflexion frontale de surface ont déjà été évoquées au second chapitre, elles sont présentées plus en détail en Annexe E.

## 6.7. Synthèse

Nous avons commencé ce chapitre par la validation d'un dernier aspect de notre simulation grâce à des essais de pointage d'échos. En étudiant à la fois des impulsions radar obtenues depuis une position fixe de la sonde ou avec un radar en déplacement, nous avons pu ainsi reconnaître l'origine de différents échos. Ceci nous a permis de valider les calculs de localisation de la sonde sur son orbite et de recherche des surfaces correspondantes.

Quatre zones de la surface de Mars ont ensuite été sélectionnées pour visualiser des exemples de retours fournis par notre simulation. Deux zones prises dans l'hémisphère Nord de la planète nous ont ainsi montré des signaux avec une partie spéculaire forte et un clutter de surface relativement réduit, alors que deux autres zones prises dans l'hémisphère Sud présentaient des signaux beaucoup plus puissants pour les angles d'incidence élevés.

L'effet de ce clutter de surface sur un signal provenant du sous-sol a alors été étudié grâce à l'utilisation de notre modèle de constitution de la croûte Martienne. Dans un des cas de l'hémisphère Sud, il est apparu un masquage complet des échos du sous-sol, masquage qui a finalement été imputé à une non transmission de l'énergie au niveau de la surface. Nous avons ensuite testé un traitement simple qui pourra être appliqué aux données MARSIS.

Enfin, dans une dernière partie, nous avons effectué une étude statistique à plus grande échelle. Le but de cette étude était de déterminer si on pouvait trouver une bonne qualité prédictive de notre simulation, en déduisant l'efficacité de réflexion d'une surface de ses propriétés statistiques (hauteur et pente RMS, longueur de corrélation). Nous avons vu alors qu'à grande échelle, un lien direct existe, même s'il est dur à interpréter. En revanche, sur des échelles de distances plus restreintes, les résultats semblent encourageants.

## Chapitre 7

### Conclusions, perspectives

En Juin 2003, l'Agence Spatiale Européenne a lancé vers Mars la sonde d'exploration Mars Express emportant à son bord le radar sondeur MARSIS. Le but principal de ce radar est de cartographier la distribution en eau dans le sous-sol de cette planète, mais aussi de nous permettre une étude de l'ionosphère martienne.

Pour ce faire, MARSIS pourra sonder la surface sur une profondeur d'environ 4km grâce à l'emploi d'une onde radar, onde dont la fréquence est choisie parmi quatre bandes passantes centrées sur 1,8, 3, 4 ou 5 MHz.

L'objectif du développement présenté dans ce mémoire était d'étudier l'onde électromagnétique employée à chacune des étapes du sondage, c'est-à-dire d'effectuer une analyse physique de la mesure, et de préparer le futur traitement des données MARSIS. Pour nous aider dans cette étude, une simulation informatique a été développée.

Cette simulation est basée sur une méthode de modélisation électromagnétique classique, la méthode des facettes. Elle englobe l'ensemble des éléments constitutifs du procédé de sondage radar, depuis son émission par le radar jusqu'au traitement effectué sur les signaux reçus.

Pour présenter l'élaboration de cette simulation, ce mémoire était divisé en six chapitres principaux.

Au chapitre premier, nous avons décrit les principales caractéristiques de la planète Mars. Après un parcours rapide de son probable processus de formation, nous avons présenté une partie des données recueillies par l'instrument MOLA (altimètre laser de la mission américaine Mars Global Surveyor) et un accent particulier a été posé sur le caractère très peu rugueux de la surface martienne (des paramètres statistiques permettant de caractériser cette rugosité ont aussi été définis dans ce chapitre).

L'étude de différents modèles de constitution de la croûte superficielle de la surface de Mars nous a permis ensuite d'établir la modélisation du sous-sol qui est employée dans notre simulation. Nous utilisons ainsi un modèle simple, élaboré grâce à l'emploi de deux couches homogènes de matériaux différents, caractérisés par leur permittivité diélectrique. Des valeurs moyennes ont été retenues pour les exemples de résultats tracés dans ce mémoire, fixées à 4 pour la couche supérieure et 25 pour la couche inférieure. Ces valeurs sont caractéristiques d'un matériau sédimentaire pour la première couche et d'un mélange de matériau volcanique et d'eau liquide pour la seconde.



Nous avons effectué ensuite une description de chaque étape du processus de sondage radar et présenté la modélisation qui en est faite. Le second chapitre a donc été consacré à la présentation de la sonde Européenne Mars Express et à une énumération des différents instruments qu'elle emporte vers Mars, avec notamment les objectifs de ces divers équipements.

Plusieurs aspects du radar MARSIS ont alors été développés, depuis l'onde électromagnétique qu'il va émettre jusqu'au traitement appliqué à bord aux données reçues. Après les objectifs scientifiques de l'instrument, nous avons ainsi présenté la technique employée pour moduler le signal radar et les deux types d'antenne utilisés. Chacun de ces points est repris dans la simulation.

Un troisième chapitre a ensuite porté sur la propagation de l'onde radar à travers l'ionosphère martienne. Il est apparu que cette onde subissait deux effets principaux lors de cette propagation, une atténuation de son amplitude et une dispersion de sa phase. Le lien entre l'intensité de ces effets, le remplissage électronique de l'ionosphère et la fréquence de collision entre ses électrons et ses atomes neutres a alors été défini.

Différents modèles ont été étudiés pour chacune de ces grandeurs, et nous avons dressé une comparaison des effets qu'ils induisaient. Ceci nous a permis d'établir deux premières conclusions. Tout d'abord, la valeur de l'atténuation rencontrée est déterminée de façon prépondérante par le niveau de remplissage électronique aux alentours de 75km d'altitude. Ceci est dû à un phénomène de résonance qui a été mis à jour et explicité. Ensuite, nous avons montré que l'amplitude de la distorsion que connaît la phase du signal semble plus sensible à la valeur maximale du profil électronique, qu'à sa valeur intégrée (le TEC, pour « Total Electron Content »).

Nous ne connaissons pas encore précisément la variabilité jour/ nuit du remplissage électronique de l'ionosphère, il apparaît cependant que les deux premières bandes de fréquence utilisées par MARSIS, celles qui ont le plus de capacité de pénétration dans le sol, seraient trop absorbées pour des opérations diurnes du radar. Leur utilisation est ainsi réservée au côté nocturne de la planète.

Après la propagation de l'onde, nous nous sommes intéressés dans un chapitre suivant à la modélisation électromagnétique de la surface de Mars et à ses propriétés de réflexion/transmission vis-à-vis de l'onde radar. Pour ce faire, et après avoir présenté des méthodes de modélisation classiques, nous avons développé un modèle complet de la propagation de l'onde dans le sol basé sur la méthode des facettes.

Le choix de cette méthode, rendu possible par la faible rugosité de la surface martienne pour les longueurs d'onde employées, était dicté par l'efficacité de ce genre d'algorithme du point de vue du temps de calcul. L'avantage de cette méthode est ainsi de pouvoir utiliser des expressions analytiques pour décrire les champs réfléchis et transmis au niveau de chaque surface élémentaire. Aucune intégration numérique n'est alors nécessaire au cours de la simulation de la réponse de surface, d'où un gain de temps non négligeable.

Ce chapitre a été conclu par l'optimisation des différents paramètres utilisés par la simulation. Nous avons ainsi explicité la taille globale de la surface simulée, la taille des facettes et le protocole de leur définition, et le pas d'échantillonnage de notre mesure (effectuée dans le domaine fréquentiel).

Après une description de l'implémentation de cette simulation et des machines que l'on utilise, nous nous sommes attachés ensuite à une étape de validation de la simulation. Ceci a donné corps à un cinquième chapitre.

Notre validation a été menée par étapes, en considérant des surfaces de plus en plus complexes : une surface plane tout d'abord, puis une surface plane ajoutée à deux zones spécialement réfléchissantes, et enfin des surfaces au coefficient de rugosité fixé. A chaque point, il est apparu que les résultats étaient conformes à nos attentes, ce qui a donc validé la définition générale du modèle.

Le dernier chapitre a dès lors été le support de l'application de notre simulation à la surface martienne. Cette application a débuté par la sélection de quatre régions à la surface de Mars, deux dans l'hémisphère Nord et deux dans l'hémisphère Sud, choisies pour leur panel de rugosité et d'élévation. Nous avons alors calculé le signal radar reçu en retour de ces surfaces et mis en parallèle deux cas de simulation : avec et sans interface dans le sous-sol.

La comparaison des résultats obtenus de ces deux géométries nous a permis de mettre en valeur le parallèle qui existe entre l'intensité du signal reçu de la surface et l'intensité du signal reçu du sous-sol. Pour distinguer la présence d'une composante réfléchie dans le sous-sol, le problème majeur semble être ainsi la bonne transmission de l'énergie depuis la surface vers les profondeurs à l'aller, puis du sous-sol vers la sonde au retour, et non pas un éventuel masquage de cette composante par des échos de surface.

Dans le cas où les échos de sous-sol n'étaient pas observés, des exemples de traitements simples ont pu être testés, tels la soustraction de signaux ou le recours à des profils d'erreur. Nous avons montré alors que la distinction des échos du sous-sol était possible avec des paramètres adaptés.

Notre simulation trouve ici un intérêt indéniable, celui de pouvoir tester ces traitements dans leurs vraies conditions d'utilisation, en utilisant des signaux réalistes, dont le calcul est basé sur l'utilisation de la surface martienne, au travers des données MOLA.

Ces essais nous ont en outre permis de vérifier que la simulation développée était rapide et efficace, que ce soit pour la réalisation de tests de traitements ou pour l'étude des intensités des signaux de surface en fonction de la nature des terrains survolés. En ce sens, elle répond tout à fait à ses objectifs qui étaient d'aider à la préparation de la future interprétation des données MARSIS et de permettre une planification de la mission, au travers d'une étude préalable de la réflexion de surface.

La simulation développée ici est de plus largement paramétrable, l'utilisateur pouvant modifier à loisir la quasi-totalité des paramètres employés.

Des développements futurs sont possibles et prévus. Nous pourrions ainsi incorporer un modèle de sous-sol plus réaliste, et plus proche de la géométrie martienne supposée, avec des inclusions en volumes et des valeurs de permittivité non homogènes.

De même, nous avons supposé dans nos applications que l'interface de sous-sol était de dimension très large devant la taille typique de la zone de Fresnel (environ 6km). Rien ne permet d'étayer cette hypothèse, qui reste subjective.

Il demeure néanmoins que dans le doute que nous avons vis-à-vis de la constitution de la croûte martienne et des échelles de longueur qu'elle suit, notre modèle présente l'avantage indéniable d'être facilement adaptable. Nous montrons d'ailleurs en Annexe F un tracé de

résultats pour une interface présentant une profondeur variable en fonction de la latitude à la surface.

Pour mener à bien notre objectif de planification de la mission MARSIS, la suite logique du travail qui a été effectué ici est de simuler des échos de surface pour la plus grande étendue possible. L'utilisation massive de grappes de PC que nous maîtrisons désormais présente dès lors un intérêt certain.

Enfin, la simulation présentée ici, de par les possibilités de paramétrage qu'elle connaît, est applicable à tout radar présentant une géométrie de visée nadir. Un critère est cependant à vérifier, il faut ainsi s'assurer de la validité de la méthode des facettes, et donc vérifier la faible rugosité de la surface considérée relativement à la longueur d'onde du signal utilisé.

## Bibliographie

- Aharonson, O.; Zuber, M.T. and Neumann, G.A., "Second Order Statistics of Topography of the Northern Hemisphere of Mars from MOLA", *Lunar and Planetary Science*, abstract #1792, 1999.
- Aharonson, O.; Zuber, M.T. and Rothman D.H., "Statistics of Mars' Topography from the Mars Orbiter Laser Altimeter: Slopes, Correlations, and Physical Models", *Journal of Geophysical Research*, Vol. 106 (E10), p. 23723-23735, 2001.
- Baker, V.R. and Milton, D.J., "Erosion by catastrophic floods on Mars and Earth", *Icarus*, Vol. 23, p. 27-41, 1974.
- Bandfield, J.L.; Hamilton, V.E.; and Christensen, P.R., "A Global View of Martian Surface Composition from MGS-TES", *Science*, Vol. 287, p. 1626-1630, 2000.
- Banks, P.M. and Kockarts, G., "Aeronomy", ed. Academic Press, 1973.
- Barlow, N.G.; Koroshetz, J. and Dohm, J.M., "Variations in the onset diameter for Martian layered ejecta morphologies and their implications for subsurface volatile reservoirs", *Geophysical Research Letters*, Vol. 28 (16), p. 3095-3098, 2001.
- Berthelier, J.J., "The GPR experiment on Netlander", *Planetary and Space Sciences*, Vol. 48, p. 1153-1159, 2000.
- Beyer, W.H., "Handbook of Mathematical Sciences", 5th edition, ed. CRC Press Inc., p. 734-742, 1980.
- Biccari, D.; Picardi, G.; Seu, R. et al., "MARSIS Operative Modes and Processing Algorithms", Technical Report 003-005-2000, Version 3.0, lab. Info-Com, 2002.
- Budden, K.G., "Radio Waves in the Ionosphere", ed. Cambridge University Press, 1966.
- Calabrese, D.; Bombaci, O. and Zelli, C., Technical Report TNO-MAR-0037-ALS, Issue 2, 2001.
- Carr, M.H. and Head, J.W., "Oceans on Mars: An assessment of the observational evidence and possible fate", *Journal of Geophysical Research*, Vol. 108 (E5), doi:10.1029/2002JE001963, 2003.
- Clifford, S.M., "A Model for the Hydrologic and Climatic Behavior of Water on Mars", *Journal of Geophysical Research*, Vol. 98 (E6), p. 10973-11016, 1993.
- Connerney, J.E.P.; Acuña, M. H.; Wasilewski, P. J. et al., "The Global Magnetic Field of Mars and Implications for Crustal Evolution", *Geophysical Research Letter*, Vol. 28 (21), p. 4015-4018, 2001.

- Costard, F.; Berthelier, J.J.; Grandjean, G. et al., "Proposed model of the Martian subsurface for the GPR experiment on Netlander", Conference on the Geophysical Detection of Subsurface Water on Mars, abstract #7030, 2001.
- Cummer, S.A. and Farrell, W.M., "Radio atmospheric propagation on Mars and potential remote sensing application", *Journal of Geophysical Research*, Vol. 104 (E6), p. 14149-14158, 1999.
- Curlander, J.C. and McDonough, R.N., "Synthetic Aperture Radar: Systems and Signal Processing", ed. Wiley InterScience, 1991.
- ESA, "Mars Express Second Announcement of Opportunity", 2001.
- Feldman, W.C., Prettyman T.H., Boynton, W.V. et al., "The global distribution of near-surface hydrogen on Mars", Fifth International Conference on Mars, abstract # 3218, 2003.
- Fung, A.K. and Eom, H.J., "Coherent Scattering of a spherical wave from an irregular surface", *IEEE trans. On Ant. and Propag.*, Vol.AP-31, No. 1, 1983.
- Hake, R.D. and Phelps, A.V., "Momentum-transfer and inelastic collision cross sections for electrons in O<sub>2</sub>, CO and CO<sub>2</sub>", *Physical Review*, Vol. 158, p. 70, 1967.
- Head, J.W.; Kreslavsky, M.; Hiesinger, H. et al., "Oceans in the past history of Mars: Tests for their presence using Mars Orbiter Laser Altimeter (MOLA) data", *Geophysical Research Letters*, Vol. 25 (24), p. 4401-4404, 1998.
- Heggy, E.; Paillou, P.; Costard, F. et al, "Local geoelectrical models of the Martian subsurface for shallow groundwater detection using sounding radars", *Journal of Geophysical Research*, Vol. 108 (E4), doi: 10.1029/2002JE001871, 2003.
- Heggy, E.; Paillou, P.; Ruffie, G. et al., "On sounding radar performances for Martian subsurface water detection", Conference on the Geophysical Detection of Subsurface Water on Mars, abstract #7011, 2001.
- Hood, L.L. and Richmond, N.C., "The Global Distribution of Martian Crustal Magnetic Fields: Interpretation and Implications", *Lunar and Planetary Science*, Num. 33, abstract # 1125, 2002.
- Ishimaru, A., "Wave Propagation and Scattering in Random Media", ed. Academic Press, New York, San Francisco, London, 1978.
- Kalas, P.; Larwood, J. D.; Smith, B. A. and Schultz, A., "The Beta Pic Deep Field: Rings in the Planetary Disk", *Planetary Systems in the Universe*, International Astronomical Union. Symposium no. 202. Manchester, England, 2000.
- Kieffer, H. H. and 114 co-authors, "Mars", ed. The University of Arizona Press, Tucson and London, 1992.
- Kohl, H.R. and Rüster, K.S., "Modern Ionospheric Science", ed. Max Planck Institute, 1996.

- Kong, J.A., "Electromagnetic Wave Theory", ed. EWM Publishing, 2000.
- Kraus, J.D., "Antennas", Second Edition, ed. McGraw-Hill, New-York, 1988.
- Kreslavsky, M.A. and Head, J.W., "Kilometer-scale roughness of Mars: Results from MOLA data analysis", *Journal of Geophysical Research*, Vol. 105 (E11), p. 26695 – 26711, 2000.
- Lilensten, J. and Blelly, J.L., "Du Soleil à la Terre", ed. Presses Universitaires de France, 1999.
- Malin, M.C. and Edgett, K.S., "Evidence for Recent Groundwater Seepage and Surface Runoff on Mars", *Science*, Vol. 288, p. 2330-2335, 2000.
- Mangold, N.; Costard, F. and Forget, F., "Debris flow over sand dunes on Mars: Evidence for liquid water", *Journal of Geophysical Research*, Vol. 108 (E4), p. 8-1 – 8-13, 2003.
- McElroy, M. B.; Kong, T. Y.; Yung, Y. L., "Photochemistry and evolution of Mars' atmosphere: A Viking perspective", *Journal of Geophysical Research*, Vol. 82, p. 4379-4388, 1977.
- Mellon, M.T. and Jakosky, B.M., "Geographic Variations in the Thermal and Diffusive Stability of Ground Ice on Mars", *Journal of Geophysical Research*, Vol. 98 (E2), p. 3345 – 3364, 1993.
- Melnik, O. and Parrot, M., "Propagation of electromagnetic waves through the Martian ionosphere", *Journal of Geophysical Research*, Vol. 104 (A6), p. 12705-12714 , 1999.
- Molina-Cuberos, G.J.; Witasse, O.; Lebreton, J.P. et al., "Meteoric ions in the atmosphere of Mars", *Planetary and Space Science*, Vol. 51, issue 3, p.239-249, 2003.
- Mustard, J.F.; Cooper, C.D. and Rifkin, M.K., "Evidence for recent climate change on Mars from the identification of youthful near-surface ground ice", *Nature*, Vol. 412, p. 411- 414, 2001.
- Nouvel, J.F.; Herique, A.; Kofman, W. and Witasse, O., "Ionosphere propagation for low frequency spaceborne radar sounding: modelling and correction", Ref. SAR01-008, p. 264-270, CEOS, 2001. Article fourni dans l'Annexe E.
- Pesnell, W.D. and Grebowsky, J., "Meteoric magnesium ions in the Martian atmosphere", *Journal of Geophysical Research*, Vol. 105 (E1), p. 1695-1707, 2000.
- Picardi, G. and Sorge, S., "Adaptative Compensation of Mars Ionosphere Dispersion", Technical Report 002-005-1999, Version 1.0, lab. Info-Com, 1999.
- Picardi, G.; Johnson, W.T.K. et al., "Proposal to ESA for Subsurface Sounding Radar Altimeter", 1998.
- Rishbeth, H. and Garriotts, O.K., "Introduction to ionospheric physics", ed. Academic Press, 1969.

- Safaenili, A.; Kofman, W.; Nouvel, J.F. et al., "Impact of Mars ionosphere on orbital sounder operation and data processing", *Planetary and Space Science*, Vol. 51, Issue 7-8, p. 505-515, 2003. Article présent dans l'Annexe E.
- Schiaparelli, G.V., "Osservazioni sulle stelle doppie", 1888.
- Schunk, R.W. and Nagy, A.F., "Ionospheres of Terrestrial Planets", *Reviews of Geophysics and Space Physics*, Vol. 18, p. 813-852, 1980.
- Smith, D.E.; Zuber, M.T.; Solomon, S.C. et al., "The Global Topography of Mars and Implications for Surface Evolution", *Science*, Vol. 284, p. 1495-1503, 1999.
- Ulaby, F.T.; Moore, R.K. and Fung, A.K., "Microwave Remote Sensing", Vol. 2, ed. Artech House Publishers, 1982.
- Ulaby, F.T.; Moore, R.K. and Fung, A.K., "Microwave Remote Sensing", Vol. 3, ed. Artech House Publishers, 1982.
- Wahhaj, Z.; Koerner, D. W.; Ressler, M. E. et al., "The Inner Rings of  $\beta$  Pictoris", *The Astrophysical Journal*, Vol. 584, Issue 1, p. L27-L31, 2003.
- Whitten, R.C. and Poppoff, I.G., "Fundamentals of Aeronomy", ed. John Wiley and Sons, 1971.
- Witasse, O.; Nouvel, J.F., Lebreton, J.P. and Kofman, W., "HF Radiowave attenuation due to a meteoric layer in the atmosphere of Mars", *Geophysical Research Letters*, Vol. 28 (15), p. 3039-3042, 2001.
- Wyatt, M.B. and McSween, H.Y., "Spectral evidence for weathered basalt as an alternative to andesite in the northern lowlands of Mars", *Nature*, Vol. 417, p. 263-266, 2002.
- Enfin, pour ceux qui souhaiteraient en découvrir d'avantage sur les différentes méthodes de modélisation électromagnétique de surface, l'auteur a notamment consulté :
- Fung, A.K. and Eom, H.J., "Coherent Scattering of a spherical wave from an irregular surface", *IEEE trans. On Ant. and Propag.*, Vol.AP-31, No. 1, 1983.
- Kong, J.A., "Electromagnetic Wave Theory", ed. EWM Publishing, 2000.
- Kraus, J.D., "Electromagnetics", 4<sup>th</sup> edition, ed. Mc Graw-Hill International, 1991.
- Rees, W.G., "Physical Principles of Remote Sensing", ed. Cambridge University Press, 1990.
- Ulaby, F.T.; Moore, R.K. and Fung, A.K., "Microwave Remote Sensing", Vol. 2, ed. Artech House Publishers, 1982.

***ANNEXES***





## ANNEXE A : Compression de l'impulsion

Le signal radar utilisé est composé d'une succession d'impulsions de 350  $\mu$ s. Chacune des impulsions est une modulation linéaire de fréquence, ce que l'on nomme un « chirp ».

En prenant le temps pour variable, l'équation d'un chirp est la suivante :

$$s(t) = \exp( j.2.\mathbf{p} .f_c .t + j.\mathbf{p} .k .t^2 ) \quad , t \in \left[ -\frac{\mathbf{t}_p}{2}, \frac{\mathbf{t}_p}{2} \right] \quad (\text{A-1})$$

Avec :  $j = \sqrt{-1}$  ,  
 $f_c$  Valeur de la fréquence porteuse de la modulation,  
 $k$  Facteur de modulation.

Cette équation est à rapprocher de l'équation II-1, écrite pour un signal en bande de base. Le signal multi-pulses émis est alors une succession d'impulsions, de la forme :

$$p(t) = \sum_n s(t - n.T_p) \quad (\text{A-2})$$

Avec :  $T_p$  inverse de la fréquence de répétition des impulsions ( $\text{PRF}^{-1}$ ).

Ce signal se propage alors jusqu'à la cible, subit une réflexion partielle, et une partie est reçue en retour par le radar. Cet écho correspond à une émission retardée du type :

$$\mathbf{u}(t) = a.p(t - \mathbf{t}) \quad (\text{A-3})$$

Où  $a$  est le ratio entre le signal reçu et le signal émis, et  $\mathbf{t}$  le retard due à la propagation.

Pour une vitesse de l'onde égale à  $c$ , on obtient :

$$\mathbf{t} = [R(t - \mathbf{t}) + R(t)]/c \quad (\text{A-4})$$

Où  $R(t)$  est la distance radar-cible au temps  $t$  (« range » en anglais). En utilisant la définition de la dérivée de  $R$ , on obtient pour l'équation (A-4) :

$$\begin{aligned} \mathbf{t} &= \frac{2.R(t) - \mathbf{t}.\dot{R}(t)}{c} \quad \text{car } \mathbf{t} \ll c.t \\ &= \frac{2.R(t)}{c + \dot{R}(t)} \\ &\approx \frac{2.R(t)}{c} \quad \text{car } \dot{R}(t) \ll c \end{aligned}$$

A sa réception, le point cible a une réponse dispersée dans le temps long par la structure de l'impulsion transmise (succession d'impulsions avec un intervalle  $T_p$ ), et dans le temps court par le nombre élevé des impulsions qui atteignent la cible quand le radar la survole. On nomme  $\mathbf{t}_p$  la durée d'émission d'une impulsion (on a vu  $\mathbf{t}_p = 350 \mu$ s). C'est aussi son temps de réception en première approximation.

Cette réponse est comprimée dans le temps court par un filtre adapté (la fonction de transfert du filtre est la conjuguée de l'expression du signal chirp). A la sortie du filtre, on peut montrer que le signal est de la forme :

$$g(t) = t_p \cdot \exp(j \cdot 2 \cdot \mathbf{p} \cdot f_c \cdot t) \cdot \exp(j \cdot 4 \cdot \mathbf{p} \cdot \frac{R(t)}{\mathbf{I}}) \cdot \frac{\sin(u)}{u} \quad (\text{A-5})$$

Avec :  $u = \mathbf{p} \cdot k \cdot t_p \cdot (t - \frac{2 \cdot R}{c})$ .

Pour être tout a fait rigoureux, il faudrait écrire  $R = R(t)$ . Vérifions ici la validité de cette écriture. Appelons  $t_1$  l'instant correspondant au milieu de la réception de l'impulsion. Pour  $|t| \leq t_p / 2$ , on peut écrire le développement suivant :

$$R(t) = R(t_1) + \dot{R}(t_1) \cdot (t - t_1) + \ddot{R}(t_1) \cdot (t - t_1)^2 / 2 + \dots \quad (\text{A-6})$$

Sur la longueur d'une impulsion (intervalle de temps  $t_p$ ), la variation de R exprimée par le terme d'ordre 1 peut être considérée comme négligeable devant l'altitude du satellite, et donc devant  $R(t_1)$ . On fait alors l'hypothèse que R est constante et on arrête le développement (A-6) au premier terme. La valeur de R ne dépend alors que de l'impulsion considérée. Ainsi, pour une impulsion que l'on numérote n, on obtient :

$$g_n(t) = t_p \cdot \exp(j \cdot 2 \cdot \mathbf{p} \cdot f_c \cdot t) \cdot \exp(j \cdot 4 \cdot \mathbf{p} \cdot \frac{R_n}{\mathbf{I}}) \cdot \frac{\sin(u)}{u} \quad (\text{A-7})$$

Avec ici :  $u = \mathbf{p} \cdot k \cdot t_p \cdot (t - \frac{2 \cdot R_n}{c})$ .

Le terme  $\frac{\sin(u)}{u}$  est maximal pour  $t = t_n = \frac{2 \cdot R_n}{c}$ .

Après démodulation complexe, et en supprimant le facteur d'échelle  $t_p$  de (A-7), on trouve alors à  $t = t_n$  :

$$g_n(t_n) = \exp(4 \cdot j \cdot \mathbf{p} \cdot \frac{R_n}{\mathbf{I}}) \quad (\text{A-8})$$

Cette expression correspond à la réflexion ponctuelle d'un élément totalement réfléchissant, pour une onde de longueur d'onde  $\mathbf{I}$ .

Si on intègre l'expression (A-8) sur une surface S munie de deux axes (appelons les x et y), en incluant la réflectivité  $r$  du point (x,y), on obtient l'expression suivante:

$$E(f) = \iint_S r(x, y) \cdot \exp(4 \cdot j \cdot \mathbf{p} \cdot \frac{R(x, y)}{\mathbf{I}}) \cdot dx dy \quad (\text{A-9})$$

D'un point de vue général, c'est l'expression analytique de l'écho radar reçu d'une surface S.

## ANNEXE B : Equation de propagation

Dans une région libre de source, de perméabilité magnétique  $\mu$  et de permittivité diélectrique  $\epsilon$ , les champs électromagnétiques satisfont les équations de Maxwell suivantes :

$$\begin{aligned}\nabla \times \mathbf{E} &= -\mathbf{m} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{H} &= \mathbf{e} \cdot \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \mathbf{E} &= 0 \\ \nabla \cdot \mathbf{H} &= 0\end{aligned}\tag{B-1}$$

Avec  $\mathbf{E}$ , champ électrique et  $\mathbf{H}$ , champ magnétique de l'onde.

En prenant le rotationnel de la première équation, on obtient :

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = \nabla \times \left( -\mathbf{m} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \right) = -\mathbf{m} \frac{\partial (\nabla \times \mathbf{H})}{\partial t}$$

D'où, avec la seconde équation:

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = -\mathbf{m} \mathbf{e} \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}$$

Or,  $\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E}$ . Avec la troisième équation, on obtient enfin:

$$\boxed{\nabla^2 \mathbf{E} = \mathbf{m} \mathbf{e} \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}}\tag{B-2}$$

Que l'on nomme **l'équation d'onde homogène ou équation de propagation**.

Une solution simple de cette équation peut être trouvée en supposant que  $\mathbf{E}$  dépend du temps sinusoidalement (solution monochromatique):

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}(\mathbf{r}) \cdot e^{j \cdot \omega \cdot t}\tag{B-3}$$

Où  $\omega$  est la pulsation du champ électrique. L'équation de propagation (B-2) devient alors :

$$\nabla^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}) = -\omega^2 \cdot \mathbf{m} \mathbf{e} \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r})\tag{B-4}$$

Les solutions de cette équation, en coordonnées cartésiennes, sont de la forme :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_0 \cdot \exp \left[ \pm j (k_x \cdot x + k_y \cdot y + k_z \cdot z) \right]\tag{B-5}$$

Où  $\mathbf{E}_0$  est un vecteur constant et avec la relation de dispersion :

$$k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = k^2 = \mathbf{w}^2 \cdot \mathbf{m}\mathbf{e} \quad (\text{B-6})$$

En utilisant le vecteur d'onde  $\mathbf{k} = k_x \cdot \hat{\mathbf{x}} + k_y \cdot \hat{\mathbf{y}} + k_z \cdot \hat{\mathbf{z}}$  (de magnitude  $k$ ), une réécriture simplifiée de la solution globale de l'équation de propagation est :

$$\boxed{\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0 \cdot \exp(j \cdot (\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} \pm \mathbf{w} \cdot t))} \quad (\text{B-7})$$

Cette équation correspond au champ électrique d'une onde plane se propageant dans la direction définie par le vecteur unitaire  $\hat{\mathbf{k}} = \pm \mathbf{k}/k$ .

La vitesse de propagation de l'onde se définit alors par (vitesse de phase):

$$v_j = \frac{d\mathbf{r} \cdot \hat{\mathbf{k}}}{dt} = \frac{\mathbf{w}}{k} = \frac{1}{\sqrt{\mathbf{m}\mathbf{e}}} \quad (\text{B-8})$$

Dans le vide, on retrouve alors la valeur de la célérité de la lumière :  
 $v_j = \frac{\mathbf{w}}{k_0} = \frac{1}{\sqrt{\mathbf{m}_0 \cdot \mathbf{e}_0}} = c$ . Soit une valeur de 299,7925 Mm.s<sup>-1</sup>.

## ANNEXE C : Fonction de Green dyadique et intégrale de surface

En présence d'une distribution de courant et de charge  $\mathbf{J}(\mathbf{r})$  et  $\rho(\mathbf{r})$ , les équations de Maxwell s'écrivent :

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) = j \cdot \omega \cdot \mathbf{m} \cdot \mathbf{H}(\mathbf{r}) \quad (\text{C-1})$$

$$\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) = -j \cdot \omega \cdot \mathbf{e} \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}) - \mathbf{J}(\mathbf{r}) \quad (\text{C-2})$$

En éliminant le champ magnétique de ces deux équations, on obtient :

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) - k^2 \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}) = -j \cdot \omega \cdot \mathbf{m} \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}) \quad (\text{C-3})$$

Avec  $k^2 = \omega^2 \cdot \mathbf{m} \cdot \mathbf{e}$ . Une solution de cette équation peut être exprimée en utilisant la fonction de Green dyadique. Cette fonction permettant de décrire un champ en fonction de sa source. On a ici :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = j \cdot \omega \cdot \mathbf{m} \cdot \iiint G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}') \cdot d\mathbf{r}' \quad (\text{C-4})$$

L'intégration se faisant sur le volume contenant la source.

Afin d'avoir une équation sur G, il nous faut exprimer le terme source grâce à une intégrale triple du même type. Grâce à la fonction delta, on peut écrire :

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}) = \iiint \mathbf{d}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \cdot \mathbf{I} \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}') \cdot d\mathbf{r}' \quad (\text{C-5})$$

Où  $\mathbf{I}$  est une matrice diagonale unité.

En substituant ces deux équations dans l'équation (C-3), on trouve enfin :

$$\nabla \times \nabla \times G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') - k^2 \cdot G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -\mathbf{I} \cdot \mathbf{d}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \quad (\text{C-6})$$

On peut projeter cette équation en utilisant un vecteur unitaire constant et arbitraire. Notons le  $\hat{\mathbf{a}}$  :

$$\nabla \times \nabla \times (G \cdot \hat{\mathbf{a}}) - k^2 \cdot G \cdot \hat{\mathbf{a}} = -\hat{\mathbf{a}} \cdot \mathbf{d}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \quad (\text{C-7})$$

Reprenons l'expression (C-6) et remplaçons le rotationnel de rotationnel de G par le gradient de la divergence de G, moins le Laplacien de G. On obtient :

$$\nabla^2 G + k^2 \cdot G = \mathbf{I} \cdot \mathbf{d}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') + \nabla(\nabla \cdot G) \quad (\text{C-8})$$

Si l'on considère désormais la divergence de (C-6), il vient :

$$-k^2 \cdot \nabla \cdot G = -\nabla \cdot \mathbf{d}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \quad (\text{C-9})$$

De ces deux équations, en remplaçant le dernier terme de la première grâce à la seconde, on obtient :

$$\nabla^2 G + k^2 .G = (\mathbf{I} + \nabla \nabla / k^2) \mathbf{d}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \quad (\text{C-10})$$

On peut dès lors écrire G sous la forme :

$$G = (\mathbf{I} + \nabla \nabla / k^2) \mathbf{c} \quad (\text{C-11})$$

Où  $\chi$  est la fonction de Green scalaire, solution de :

$$\nabla^2 \mathbf{c} + k^2 .\mathbf{c} = \mathbf{d}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \quad (\text{C-12})$$

$\chi$  peut donc s'écrire sous la forme :

$$\mathbf{c} = -\frac{\exp(-j.k.|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)}{4.\mathbf{p}.|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \quad (\text{C-13})$$

Après avoir établi une série d'équations sur la fonction de Green dyadique, appliquons désormais cette fonction au calcul de l'intégrale de surface d'un champ électromagnétique réfléchi.

Si l'on se place désormais dans le vide, nous avons vu l'équation de propagation du champ électrique :

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} - k^2 .\mathbf{E} = 0 \quad (\text{C-14})$$

Le théorème de Green, permettant le passage d'une intégrale volumique en intégrale surfacique s'écrit, avec P et Q deux vecteurs quelconques :

$$\int_v [\mathbf{Q} \cdot \nabla \times \nabla \times \mathbf{P} - \mathbf{P} \cdot \nabla \times \nabla \times \mathbf{Q}] .dv = \oint_s [\mathbf{P} \times \nabla \times \mathbf{Q} - \mathbf{Q} \times \nabla \times \mathbf{P}] .ds \quad (\text{C-15})$$

En notant Q devient E et P devient G, et remplaçant (C-7) et (C-14) dans (C-15), on obtient :

$$\int_v [\mathbf{E} \cdot (k^2 .G \cdot \hat{\mathbf{a}} - \hat{\mathbf{a}} \cdot \mathbf{d}(\mathbf{r} - \mathbf{r}')) - (G \cdot \hat{\mathbf{a}}) \cdot (k^2 .\mathbf{E})] .dv = -\hat{\mathbf{a}} \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}) \quad (\text{C-16})$$

Où  $\mathbf{E}(\mathbf{r})$  est exprimé grâce à l'intégrale de surface vue dans (C-15).

Considérons une onde plane,  $\mathbf{E}^i$ , incidente sur S, surface délimitant une région V. L'équation (C-16) est valide quelle que soit le champ électrique, et notamment quand il s'agit du champ électrique réfléchi par S. On a alors :

$$\int_s [(G \cdot \hat{\mathbf{a}}) \times \nabla \times \mathbf{E}^s(\mathbf{r}') - \mathbf{E}^s(\mathbf{r}') \times \nabla \times (G \cdot \hat{\mathbf{a}})] .d\mathbf{S} = -\hat{\mathbf{a}} \cdot \mathbf{E}^s(\mathbf{r}) \quad (\text{C-17})$$

Avec le champ incident, il vient :

$$\int_v [\mathbf{E}^i(\mathbf{r}') \cdot \hat{\mathbf{a}} \cdot \mathbf{d}(\mathbf{r} - \mathbf{r}')] .dv = 0 \quad (\text{C-18})$$

En effet, le champ incident est extérieur à V.

Avec la forme de  $G$  développée dans (C-11), on peut réécrire le second terme intégré dans (C-17) :

$$\nabla \times (G \cdot \hat{\mathbf{a}}) = (\hat{\mathbf{a}} + \hat{\mathbf{a}} \cdot \nabla \nabla / k^2) \mathbf{c} = \nabla \times (\hat{\mathbf{a}} \cdot \mathbf{c}) = \nabla \mathbf{c} \times \hat{\mathbf{a}} \quad (\text{C-19})$$

Avec cette expression, (C-1) et (C-11), l'expression intégrée dans (C-17) peut s'écrire sous la forme :

$$\begin{aligned} (G \cdot \hat{\mathbf{a}}) \times \nabla \times \mathbf{E}^s(\mathbf{r}') - \mathbf{E}^s(\mathbf{r}') \times \nabla \times (G \cdot \hat{\mathbf{a}}) &= (G \cdot \hat{\mathbf{a}}) \times \nabla \times \mathbf{E}^s(\mathbf{r}') - \mathbf{E}^s(\mathbf{r}') \times (\nabla \mathbf{c} \times \hat{\mathbf{a}}) \\ &= -\hat{\mathbf{a}} \cdot [G \cdot \hat{\mathbf{n}} \times \nabla \times \mathbf{E}^s + (\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E}^s) \times \nabla \mathbf{c}] = -\hat{\mathbf{a}} \cdot [(\mathbf{I} + \nabla \nabla / k^2) \mathbf{c} \cdot \hat{\mathbf{n}} \times \nabla \times \mathbf{E}^s + (\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E}^s) \times \nabla \mathbf{c}] \\ &= -\hat{\mathbf{a}} \cdot [\hat{\mathbf{n}} \times (-j \cdot \mathbf{w} \cdot \mathbf{m} \mathbf{H}^s) \mathbf{c} - j \cdot \mathbf{w} \cdot \mathbf{m} \nabla \nabla \mathbf{c} \cdot (\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}^s) / k^2 + (\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E}^s) \times \nabla \mathbf{c}] \end{aligned} \quad (\text{C-20})$$

Considérons le second terme de cette expression, et la manipulation suivante :

$$I = j \cdot \mathbf{w} \cdot \mathbf{m} / k^2 \cdot \left\{ \int \hat{\mathbf{a}} \cdot [\nabla \nabla \mathbf{c} \cdot (\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}^s) - \nabla \mathbf{c} \cdot \hat{\mathbf{n}} \cdot (\nabla \times \mathbf{H}^s)] dS + \int \hat{\mathbf{a}} \cdot \nabla \mathbf{c} \cdot \hat{\mathbf{n}} \cdot (\nabla \times \mathbf{H}^s) \cdot dS \right\} \quad (\text{C-21})$$

L'expression intégrée dans la première intégrale peut se simplifier sous la forme :

$$\begin{aligned} &\hat{\mathbf{a}} \cdot [\nabla \nabla \mathbf{c} \cdot (\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}^s) - \nabla \mathbf{c} \cdot \hat{\mathbf{n}} \cdot (\nabla \times \mathbf{H}^s)] \\ &= -\nabla (\hat{\mathbf{a}} \cdot \nabla \mathbf{c}) \cdot (\mathbf{H}^s \times \hat{\mathbf{n}}) - (\hat{\mathbf{a}} \cdot \nabla \mathbf{c}) \cdot (\nabla \times \mathbf{H}^s) \cdot \hat{\mathbf{n}} \\ &= -[\nabla (\hat{\mathbf{a}} \cdot \nabla \mathbf{c}) \times \mathbf{H}^s + (\hat{\mathbf{a}} \cdot \nabla \mathbf{c}) \cdot (\nabla \times \mathbf{H}^s)] \cdot \hat{\mathbf{n}} \\ &= -[\nabla \times (\hat{\mathbf{a}} \cdot \nabla \mathbf{c}) \mathbf{H}^s] \cdot \hat{\mathbf{n}} \end{aligned} \quad (\text{C-22})$$

La première intégrale dans (C-21) peut donc se convertir d'intégrale de surface en intégrale curviligne :

$$I = -\hat{\mathbf{a}} \cdot \left[ \frac{j}{\mathbf{w} \cdot \mathbf{e}} \oint \nabla \mathbf{c} \mathbf{H}^s \cdot d\mathbf{l} + \int \nabla \mathbf{c} (\hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{E}^s) \cdot dS \right] \quad (\text{C-23})$$

L'expression (C-17) s'écrit enfin, en remplaçant I :

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^s(\mathbf{r}) &= \int_s [j \cdot \mathbf{w} \cdot \mathbf{m} (\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}^s) \mathbf{c} - (\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E}^s) \times \nabla \mathbf{c} - \nabla \mathbf{c} (\hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{E}^s)] \cdot dS \\ &\quad - \frac{j}{\mathbf{w} \cdot \mathbf{e}} \oint \nabla \mathbf{c} \mathbf{H}^s \cdot d\mathbf{l} \end{aligned} \quad (\text{C-24})$$

Pour finir, et retrouver l'équation (III-1), utilisons une approximation champ lointain (approximation de Fraunhofer) dans l'expression de la fonction de Green scalaire (C-13) :

$$\begin{aligned} \mathbf{c} &= -\frac{\exp(-j \cdot k \cdot r + j \cdot k \cdot \hat{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{r}')}{4 \cdot \mathbf{p} \cdot r} \\ \nabla \mathbf{c} &= -\frac{j \cdot k \cdot \hat{\mathbf{r}}}{4 \cdot \mathbf{p} \cdot r} \cdot \exp(-j \cdot k \cdot r + j \cdot k \cdot \hat{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{r}') \end{aligned} \quad (\text{C-25})$$



(C-24) devient ici :

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^s(\mathbf{r}) = & \frac{j \cdot \exp(-j.k.r)}{4\mathbf{p}.r} \cdot \int_s [(\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E}^s) \times k.\hat{\mathbf{r}} - \mathbf{w}.\mathbf{m}(\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}^s) + k.\hat{\mathbf{r}}(\hat{\mathbf{n}}.\mathbf{E}^s)] \exp(j.k.\hat{\mathbf{r}}.\mathbf{r}') .dS \\ & - \frac{\exp(-j.k.r)}{4\mathbf{p}.r.\mathbf{w}.\mathbf{e}} k.\hat{\mathbf{r}} \oint \exp(j.k.\hat{\mathbf{r}}.\mathbf{r}') \mathbf{H}^s .d\mathbf{l} \end{aligned} \quad (\text{C-26})$$

La dernière ligne de cette expression peut être exprimée par l'intégrale de surface :

$$\begin{aligned} \oint \exp(j.k.\hat{\mathbf{r}}.\mathbf{r}') \mathbf{H}^s .d\mathbf{l} &= \int_s \nabla \times (\mathbf{H}^s \cdot \exp(j.k.\hat{\mathbf{r}}.\mathbf{r}')) .d\mathbf{S} \\ &= \int_s [(\nabla \exp(j.k.\hat{\mathbf{r}}.\mathbf{r}')) \times \mathbf{H}^s + \exp(j.k.\hat{\mathbf{r}}.\mathbf{r}') \nabla \times \mathbf{H}^s] d\mathbf{S} \\ &= \int_s [j.k.\hat{\mathbf{r}} \times \mathbf{H}^s + j.\mathbf{w}.\mathbf{e}.\mathbf{E}^s] \exp(j.k.\hat{\mathbf{r}}.\mathbf{r}') .d\mathbf{S} \end{aligned} \quad (\text{C-27})$$

On obtient alors, pour conclure :

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^s(\mathbf{r}) = & \frac{j \cdot \exp(-j.k.r)}{4\mathbf{p}.r} \cdot \int_s [(\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E}^s) \times k.\hat{\mathbf{r}} - \mathbf{w}.\mathbf{m}(\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}^s) + (k.\hat{\mathbf{r}}.(\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}^s))k.\hat{\mathbf{r}}/(\mathbf{w}.\mathbf{e})] \exp(j.k.\hat{\mathbf{r}}.\mathbf{r}') .dS \\ = & - \frac{j.k \cdot \exp(-j.k.r)}{4\mathbf{p}.r} \cdot \hat{\mathbf{r}} \times \int_s [(\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E}^s) - \hat{\mathbf{r}} \times (\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}^s) \mathbf{h}] \exp(j.k.\hat{\mathbf{r}}.\mathbf{r}') .dS \end{aligned} \quad (\text{C-28})$$

C'est l'expression utilisée au chapitre III, pour expliciter la théorie de Kirchhoff.

## ANNEXE D : Coefficients de réflexion / transmission

Les équations définies lors de la présentation de la méthode de Kirchoff au chapitre 4 faisaient appel aux coefficients de réflexion et de transmission de Fresnel. A partir des constantes diélectriques ci-dessus, on peut ici établir ces coefficients pour chaque interface rencontrée par l'onde radar.

Considérons la géométrie suivante :

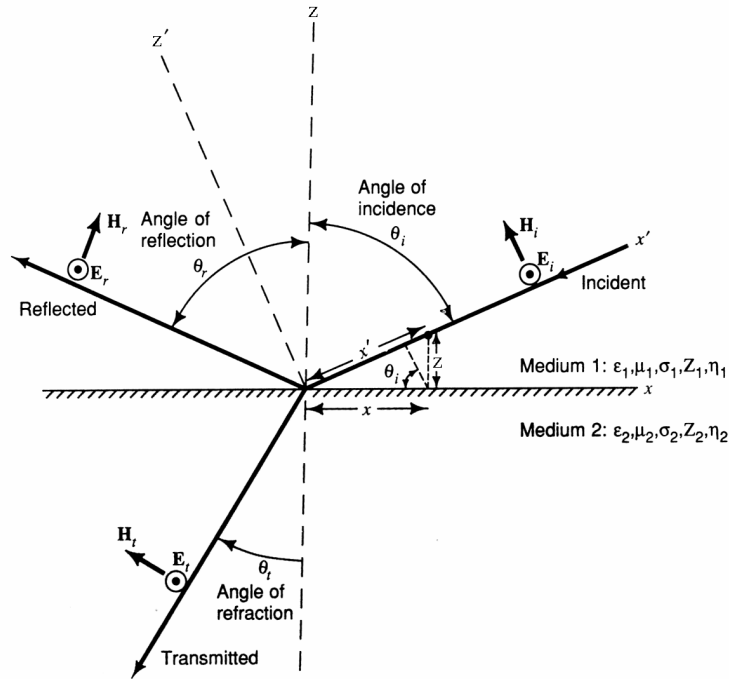


Fig. D-1 : Géométrie associée aux champs électromagnétiques incidents, réfléchis et transmis.

Dans un premier temps, considérons un champ électrique polarisé linéairement, **perpendiculairement au plan d'incidence**.

Le champ incident est :

$$\mathbf{E}_i = E_0 \cdot e^{j \cdot k_1 \cdot x'} \cdot \hat{\mathbf{y}} \quad (\text{D-1})$$

Où  $x'$  est l'axe orienté suivant la direction de l'onde incidente :  $x' = x \cdot \sin \mathbf{q}_i + z \cdot \cos \mathbf{q}_i$ .

D'où, en projetant sur l'axe des  $y$  :

$$E_i = E_0 \cdot \exp(j \cdot k_1 \cdot (x \cdot \sin \mathbf{q}_i + z \cdot \cos \mathbf{q}_i)) \quad (\text{D-2})$$

De même,

$$E_r = R_{\perp} \cdot E_0 \cdot \exp(j.k_1.(x.\sin \mathbf{q}_r - z.\cos \mathbf{q}_r)) \quad (\text{D-3})$$

$$E_t = T_{\perp} \cdot E_0 \cdot \exp(j.k_2.(x.\sin \mathbf{q}_t + z.\cos \mathbf{q}_t)) \quad (\text{D-4})$$

Au niveau de la surface, les champs sont tangentiels et :  $E_i + E_r = E_t$ , c'est à dire :

$$\exp(j.k_1.x.\sin \mathbf{q}_i) + R_{\perp} \cdot \exp(j.k_1.x.\sin \mathbf{q}_r) = T_{\perp} \cdot \exp(j.k_2.x.\sin \mathbf{q}_t) \quad (\text{D-5})$$

Or,  $T_{\perp} = \frac{E_t}{E_i}$  et  $R_{\perp} = \frac{E_r}{E_i}$ . D'où, avec (D-5),  $\boxed{1 + R_{\perp} = T_{\perp}}$ .

D'où le système, en séparant partie réelle et imaginaire de (D-5) :

$$\begin{cases} \cos(k_1.x.\sin \mathbf{q}_i) + R_{\perp} \cdot \cos(k_1.x.\sin \mathbf{q}_r) = T_{\perp} \cdot \cos(k_2.x.\sin \mathbf{q}_t) \\ \sin(k_1.x.\sin \mathbf{q}_i) + R_{\perp} \cdot \sin(k_1.x.\sin \mathbf{q}_r) = T_{\perp} \cdot \sin(k_2.x.\sin \mathbf{q}_t) \\ 1 + R_{\perp} = T_{\perp} \end{cases} \quad (\text{D-6})$$

En additionnant les carrés des deux premières équations, il vient :

$$1 + R_{\perp}^2 + 2.R_{\perp} \cdot \cos(x.k_1.(\sin \mathbf{q}_i - \sin \mathbf{q}_r)) = T_{\perp}^2 \quad (\text{D-7})$$

En reprenant la troisième équation de (D-6) et (D-7), on trouve enfin  $\cos(x.k_1.(\sin \mathbf{q}_i - \sin \mathbf{q}_r)) = 1$  soit,  $k_1.\sin \mathbf{q}_i = k_1.\sin \mathbf{q}_r$ .

Enfin, en utilisant ce résultat dans le système (D-7), on obtient aisément :

$$\begin{cases} \cos(x.k_1.\sin \mathbf{q}_i) = \cos(x.k_2.\sin \mathbf{q}_t) \\ \sin(x.k_1.\sin \mathbf{q}_i) = \sin(x.k_2.\sin \mathbf{q}_t) \end{cases} \text{ d'où } \boxed{k_1.\sin \mathbf{q}_i = k_1.\sin \mathbf{q}_r = k_2.\sin \mathbf{q}_t}.$$

On retrouve ici la **loi de Snell**.

En considérant désormais le champ magnétique, polarisé rectilignement parallèlement au plan d'incidence, on a les équations :

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_i &= (-\hat{\mathbf{x}}.\cos \mathbf{q}_i + \hat{\mathbf{z}}.\sin \mathbf{q}_i) \cdot \frac{E_0}{\mathbf{h}_1} \cdot \exp(j.k_1.(x.\sin \mathbf{q}_i + z.\cos \mathbf{q}_i)) \\ \mathbf{H}_r &= (\hat{\mathbf{x}}.\cos \mathbf{q}_i + \hat{\mathbf{z}}.\sin \mathbf{q}_i) \cdot R_{\perp} \cdot \frac{E_0}{\mathbf{h}_1} \cdot \exp(j.k_1.(x.\sin \mathbf{q}_i - z.\cos \mathbf{q}_i)) \\ \mathbf{H}_t &= (-\hat{\mathbf{x}}.\cos \mathbf{q}_t + \hat{\mathbf{z}}.\sin \mathbf{q}_t) \cdot T_{\perp} \cdot \frac{E_0}{\mathbf{h}_2} \cdot \exp(j.k_2.(x.\sin \mathbf{q}_t + z.\cos \mathbf{q}_t)) \end{aligned} \quad (\text{D-8})$$

Où  $\eta_1$  et  $\eta_2$  sont les impédances intrinsèques des milieux 1 et 2 respectivement.

Pour des milieux non conducteurs et non magnétiques, on a  $\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$  et  $\sigma_1 = \sigma_2 = 0$ .

Avec  $\mathbf{h}_i = \sqrt{\frac{j\omega\mathbf{m}_i}{\mathbf{s}_i + j\omega\mathbf{e}_i}}$ , on obtient  $\mathbf{h}_i = \sqrt{\frac{1}{\mathbf{e}_i}}$ .

A la surface, les champs suivant  $\hat{\mathbf{x}}$  sont tangentiels et égaux :

$$-\cos \mathbf{q}_i \cdot \frac{E_0}{\mathbf{h}_1} \cdot \exp(jk_1 x \sin \mathbf{q}_i) + R_{\perp} \cdot \cos \mathbf{q}_i \cdot \frac{E_0}{\mathbf{h}_1} \cdot \exp(jk_1 x \sin \mathbf{q}_i) = -\cos \mathbf{q}_t \cdot T_{\perp} \cdot \frac{E_0}{\mathbf{h}_2} \cdot \exp(jk_2 x \sin \mathbf{q}_t) \quad (\text{D-9})$$

Avec la loi de Snell, on obtient le système:

$$\begin{cases} -\cos \mathbf{q}_i + R_{\perp} \cdot \cos \mathbf{q}_i = T_{\perp} \cdot \cos \mathbf{q}_t \cdot \frac{\mathbf{h}_1}{\mathbf{h}_2} \\ 1 + R_{\perp} = T_{\perp} \end{cases} \quad (\text{D-10})$$

D'où :

$$R_{\perp} = \frac{\mathbf{h}_2 \cdot \cos \mathbf{q}_i - \mathbf{h}_1 \cdot \cos \mathbf{q}_t}{\mathbf{h}_2 \cdot \cos \mathbf{q}_i + \mathbf{h}_1 \cdot \cos \mathbf{q}_t} \quad (\text{D-11})$$

En divisant par  $\eta_2$ , (D-11) devient :

$$R_{\perp} = \frac{\cos \mathbf{q}_i - \frac{\mathbf{h}_1}{\mathbf{h}_2} \cdot \cos \mathbf{q}_t}{\cos \mathbf{q}_i + \frac{\mathbf{h}_1}{\mathbf{h}_2} \cdot \cos \mathbf{q}_t} \quad (\text{D-12})$$

Avec la seconde équation de (D-10), il vient enfin :

$$T_{\perp} = \frac{2 \cdot \cos \mathbf{q}_i}{\cos \mathbf{q}_i + \frac{\mathbf{h}_1}{\mathbf{h}_2} \cdot \cos \mathbf{q}_t} \quad (\text{D-13})$$

Considérons dans un deuxième temps un champ électrique polarisé rectilignement, mais **parallèlement au plan d'incidence**. En permutant  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{H}$ , on obtient :

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_i &= (-\hat{\mathbf{x}} \cdot \cos \mathbf{q}_i + \hat{\mathbf{z}} \cdot \sin \mathbf{q}_i) \cdot E_0 \cdot \exp(jk_1 \cdot (x \sin \mathbf{q}_i + z \cos \mathbf{q}_i)) \\ \mathbf{E}_r &= (-\hat{\mathbf{x}} \cdot \cos \mathbf{q}_i - \hat{\mathbf{z}} \cdot \sin \mathbf{q}_i) \cdot R_{//} \cdot E_0 \cdot \exp(jk_1 \cdot (x \sin \mathbf{q}_i - z \cos \mathbf{q}_i)) \\ \mathbf{E}_t &= (-\hat{\mathbf{x}} \cdot \cos \mathbf{q}_t + \hat{\mathbf{z}} \cdot \sin \mathbf{q}_t) \cdot T_{//} \cdot E_0 \cdot \exp(jk_2 \cdot (x \sin \mathbf{q}_t + z \cos \mathbf{q}_t)) \end{aligned} \quad (\text{D-14})$$

$$\begin{aligned}
H_i &= -\frac{E_0}{h_1} \cdot \exp(j.k_1.(x.\sin \mathbf{q}_i + z.\cos \mathbf{q}_i)) \\
H_r &= R_{//} \cdot \frac{E_0}{h_1} \cdot \exp(j.k_1.(x.\sin \mathbf{q}_i - z.\cos \mathbf{q}_i)) \\
H_t &= -T_{//} \cdot \frac{E_0}{h_2} \cdot \exp(j.k_2.(x.\sin \mathbf{q}_t + z.\cos \mathbf{q}_t))
\end{aligned} \tag{D-15}$$

Les champs magnétiques étant situés sur l'axe des  $\hat{y}$ .

Avec les mêmes développements qu'au point précédent, on obtient ici :

$$R_{//} = \frac{\cos \mathbf{q}_i - \frac{h_2}{h_1} \cdot \cos \mathbf{q}_t}{\cos \mathbf{q}_i + \frac{h_2}{h_1} \cdot \cos \mathbf{q}_t} \tag{D-16}$$

$$T_{//} = \frac{2 \cdot \cos \mathbf{q}_i}{\cos \mathbf{q}_i + \frac{h_2}{h_1} \cdot \cos \mathbf{q}_t} \tag{D-17}$$

Dans notre modèle de propagation, l'interface du sous-sol est vue sous incidence verticale. Le coefficient de réflexion pour les champs réfléchis sur cette interface est alors simplement :

$$R' = \frac{h_2 - h_3}{h_2 + h_3} \tag{D-18}$$

Enfin, on peut déterminer le coefficient de transmission pour les champs orthogonaux à la surface, provenant du sous-sol et transmis vers la sonde :

$$T''_{\perp} = \frac{2 \cdot \cos \mathbf{q}_i}{\cos \mathbf{q}_i + \frac{h_2}{h_1} \cdot \cos \mathbf{q}_t} \tag{D-19}$$

$$T''_{//} = \frac{2 \cdot \cos \mathbf{q}_i}{\cos \mathbf{q}_i + \frac{h_1}{h_2} \cdot \cos \mathbf{q}_t} \tag{D-20}$$

Avec ici,  $\theta_i$ , angle d'incidence sur la surface de l'onde arrivant du sous-sol et  $\theta_t$ , angle de transmission dans le milieu 1.

## **ANNEXE E : Effets ionosphériques et correction**

Articles parus avec la participation de l'auteur de ce mémoire et traitant de ce sujet :

- Nouvel et al., "Ionosphere propagation for low frequency spaceborne radar sounding: modelling and correction", Ref. SAR01-008, p. 264-270, CEOS 2001.
- Safaeinili, A. et al., "Impact of Mars ionosphere on orbital sounder operation and data processing", Planetary and Space Science, Vol. 51, Issue 7-8, p. 505-515, June 2003.



## IONOSPHERE PROPAGATION FOR LOW FREQUENCY SPACEBORNE RADAR SOUNDING: MODELLING AND CORRECTION

J.-F. NOUVEL, A. HERIQUE, W. KOFMAN  
Laboratoire de planétologie de Grenoble – Université Joseph Fourier  
Bat. D de Physique, BP 53  
38041 Grenoble Cedex 9, France  
Tel. / Fax: (+33) 476 51 41 53 / 46. Email : [nouvel@obs.ujf-grenoble.fr](mailto:nouvel@obs.ujf-grenoble.fr)

O. WITASSE  
ESTEC Solar System Division  
KEPLERLAAN 1- Postbus 299 NL 2200 AG NOORDWIJK, The Netherlands  
Tel. / Fax : (+31) 715 65 42 88 / 46 96. Email : [witasse@so.estec.esa.nl](mailto:witasse@so.estec.esa.nl)

### ABSTRACT

Several spaceborne ground penetrating radars have been proposed in the past ten years for various Earth and planetary observation missions: Marsis and Surprise for Martian permafrost characterisation, Mimosa for Antarctic survey. These instruments are based on a nadir looking synthetic aperture radar operating at low frequency, which allows penetrating the ground without too large dielectric losses. The received signal is then a mixture of deep echoes and surface echoes. The instrument and the processing are designed to maximise the coherent power to clutter ratio.

The analysis of the wave propagation shows that the wave propagation throughout the ionosphere induces major distortions, which consist in pulse-to-pulse phase coherence loss, pulse broadening and attenuation. The impact of each phenomenon depends on the frequency and on the ionosphere electronic contents. They can significantly reduce the signal resolution and the penetration capabilities.

In this paper, we analyse the induced pulse distortions for MARSIS radar: the pulse broadening and attenuation are studied for various models of ionosphere. We present different methods of pulse compression based on the data itself: the radar signal is used to estimate the ionosphere distortions which are thus compensated. These methods are applied on data simulated by surface integrals.

### 1. INTRODUCTION

Remote sensing is a valuable process for mapping planetary surface and now we plan to use it for mapping subsurface geography and/or dielectric constants. Radar sounders have been used successfully for studying Earth atmosphere and ground, and some extraterrestrial experiments have been done on all the nearest planets.

In 2003, the Mars Express Mission will carry a spaceborne radar sounder equipment called Marsis, Mars Advanced Radar for Subsurface and Ionosphere Sounding, in order to map Martian ionosphere and subsurface dielectric characteristics. Particularly, Marsis will map the permafrost and look for its bottom (about 1000m deep), and detect reservoirs of liquid water or ice [1].

This sounder will use a nadir looking configuration; it is a new radar mode using SAR synthesis associated with an altimeter

geometry. Particularly, this technique shows its originality for the low frequency we will use.

The signal is a mixture of deep echoes and surface echoes. The first type of echo corresponds to specular coherent reflection of waves at each interface following the geometrical optic law (Snell law). This coherent signal is received only from the first Fresnel zone in the nadir reflection when the interface is perpendicular to the propagation path.

The second type of echo is the classical incoherent scattering coming from the whole illuminated surface.

In Marsis configuration, we are interested in the coherent part of the echo which is masked by clutter reflection. Received power of this incoherent signal is minimised by Doppler filtering and unfocused SAR synthesis.

To allow a good accuracy in ground sounding, operating modes are very strict and radar frequencies quite low. Respective carrier frequencies are 1.8, 3, 4 and 5 MHz, with a 1 MHz bandwidth [1]. These values are very close to plasma frequencies in the Martian ionosphere. Here, we expect to find a diurnal value of about 3 MHz and nocturnal values with a maximum at 800 kHz. This proximity, added to the fact our bandwidth is large ( $\Delta f/f \approx 1/3$ ), introduces radar pulse distortion and complicates compression schemes.

The two ionosphere main effects on radar pulses will be studied here, phase dispersion (delay and pulse broadening) and wave attenuation. Then we will discuss different compression methods. Here one may note that a third effect, the Faraday rotation, is not considered in this work. Indeed, the Faraday rotation amplitude is quite low considering the recently measured value of the global magnetic field [2].

### 2. PHASE DISPERSION AND PULSE BROADENING

#### 2.1 Origin of the phenomenon

Let us consider a wave propagation throughout a homogenate medium with a refractive index  $n$ :

$$n = \sqrt{1 - \frac{w_{pe}^2}{w(w - ju)}} \quad (1)$$



Where  $\omega_{pe}$  is the plasma pulsation which definition is  $\omega_{pe} = 2\pi \cdot 8,98 \cdot \sqrt{N_e}$ ,  $N_e$  is the electron density,  $\omega$  is the wave pulsation, and  $\mathbf{u}$  the collision frequency. The dispersion relation is:

$$k = n \cdot \frac{\omega}{c} \quad (2)$$

Where  $c$  is the speed of light in vacuum,  $k$  the wave number,  $\omega$  the wave pulsation and  $n$  the refractive index.

Let us consider a wave propagation with a path length equal to  $l$  and a time duration  $t$ . The wave pulsation is  $\omega$  and the wave number  $k$ .

The additional phase due to ionosphere effect is:

$$\Delta \mathbf{j} = \mathbf{j} - \mathbf{j}_0 = (k - k_0)l \quad (3)$$

where  $\mathbf{j}_0$  is the phase value along the propagation in a free-space medium:

$$\mathbf{j}_0(t, l) = \omega t - k_0 l \quad (4)$$

and  $\mathbf{j}$  is the phase variation in a medium with a refractive index non equal to 1:

$$\mathbf{j}(t, l) = \omega t - k l \quad (5)$$

Where  $\omega$  and  $k$  are linked following the relation of dispersion (2). Expression (3) gives directly:

$$k = k_0 - \Delta \mathbf{j} / l \quad (6)$$

With this value of  $k$  and the group velocity definition,  $v_g = \frac{d\omega}{dk}$ , one obtains, with Equation (6), and dispersion relation (2,1) which gives  $k_0 = \omega/c$ :

$$1/v_g = \frac{dk}{d\omega} = 1/c - 1/l \cdot \frac{d\mathbf{j}}{d\omega} \quad (7)$$

Here we have the well-known property  $v_g < c$  while

$v_j = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{n}$  may be higher than  $c$ . Equation (7) shows the

dependence between  $\omega$  and the wave velocity. Consequently, when a pulse, with a bandwidth equal to 1 MHz, propagates throughout a thickness  $h$  of plasma, the duration of the propagation is frequency dependent.

This variation of speed is linked to the phase-shift of the wave along the propagation path. In the next subsections, we will calculate this phase-shift and study the effects of this phenomenon.

## 2.2 Phase-shift value formula

Let us consider a spacecraft at an altitude  $z$ . It is sending a radar signal towards the ground. By resolving the equation of propagation for a radio wave in a plasma, one finds the radio frequency pulse will be subject to a phase-shift which can be expressed as follows:

$$\mathbf{f}(t, z) = \omega t - k \cdot \int_0^z n \cdot dz = \omega t - \frac{\omega}{c} \cdot \int_0^z n \cdot dz \quad (8)$$

This value is obtained by integrating Equation (5) along the propagation path.

This phase variability can be separated into two components. The first one is a linear part which value may be found by integrating Equation (4) along the propagation path. It may be seen as a global delay and is due to the propagation of the wave in a same thickness free-space medium.

The second one is a non-linear term and causes signal distortion. Its value is the additional phase given by Equation (3). When integrating this equation along the propagation path, the RF pulse is subject to the dispersive phase-shift value:

$$\Delta \mathbf{f}(f) = -\frac{2 \cdot \omega}{c} \cdot \int_{z_0}^{z_1} (n - 1) \cdot dz \quad (9)$$

Where  $z_0$  and  $z_1$  are the lower and upper ionosphere model boundaries ( $n$  is considered equal to 1 elsewhere). The factor 2 gives the phase-shift for a two-way propagation.

To compute the phase shift using this equation and for all the frequencies of the radar signal, we need the calculation of the refractive index,  $n$ , as defined in Equation (1) and depending both on the radar wave frequency, on the collision frequency and on the ionosphere electron density profile.

## 2.3 Electron density profiles

Different electron density profiles are considered in this work. Some are measurements from Martian US and Russian missions and one is a model defined to focus on the case of a low altitude electron layer. These profiles, shown in Figure 1, have a 5-kilometer vertical resolution. Measured data are obtained with the radio occultation technique. These data have no low altitude layers because the radio occultation technique is not sensitive enough in this area. But in addition to these profiles obtained with Mariner 6, Mars 4 and MGS missions, we plotted a model including a low altitude electron layer (profile named "Meteor"). This profile is obtained by adding a standard model with a low altitude electron layer such as ones described in [Witasse et al.] [3].

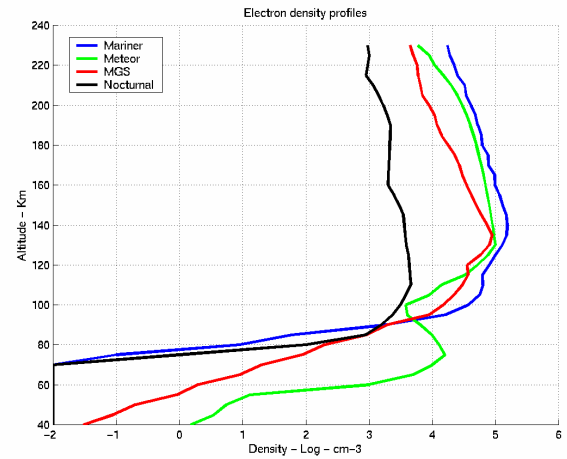


Figure 1. Electron density profiles measured with Mariner and MGS missions. A model with the low altitude electron layer is added.

Respectively, the maximum plasma frequency is 3.5 MHz for Mariner 6 profile, 2.8 MHz for meteor model, 2.67 MHz for MGS profile and 0.8 MHz for Mars 4 one. This latter profile is called "Nocturnal" in our figures because all other profiles contain diurnal density values and we notice here that plasma frequencies are very close to radar wave frequencies. Thus this profile specificity is to contain nocturnal density values, the corresponding data are extracted from an article by McCormick (Mars 4 radio occultation measurement) [4].

### 2.4 The momentum-transfer collision frequency

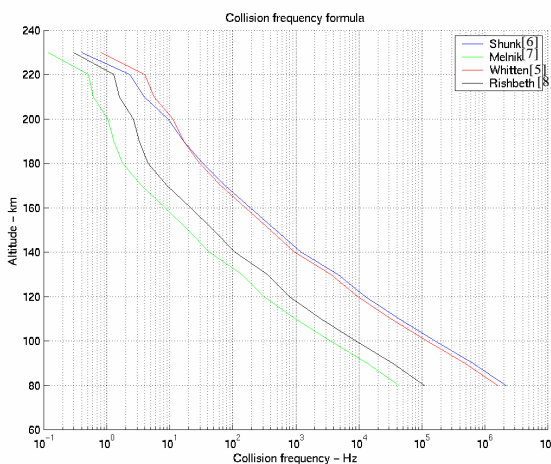
Equation (1) strongly depends on the collision frequency  $\nu$ . In the lower ionosphere, the main neutral component is the carbon dioxide.  $\nu$  is thus equal to the e - CO<sub>2</sub> collision frequency. At least four expressions of this parameter may be found in the literature.

Two formulations for the collision frequency are derived from experimental methods [5] [6], while two others are based on theoretical models [7] [8]. For completeness we calculate the collision frequency with the four different formulations; however we recommend the experimental values and for our next calculations, we will use Schunk values [6]:

$$u = 3,68.10^{-14}.N.(1 + 4,1.10^{-11}.|4500 - T_e|^{2,93}) \quad (10)$$

N and T<sub>e</sub> denote the carbon dioxide density (m<sup>-3</sup>) and the electron temperature (K). We assume that the electron and neutral temperatures are equal, since the thermal equilibrium is reached below 120 km.

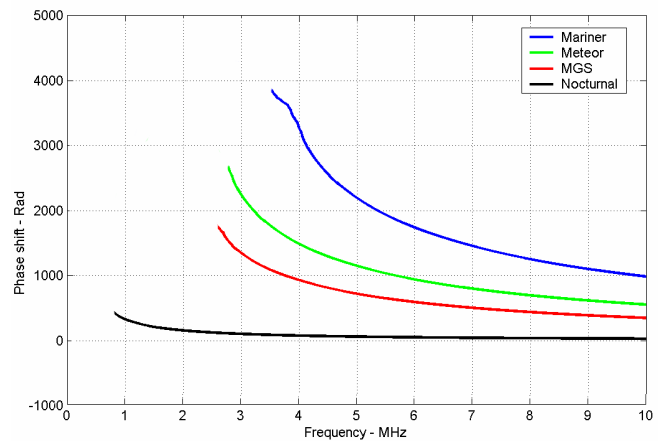
The density and temperature data are taken from McElroy article [9]: CO<sub>2</sub> density reaches about 2.10<sup>17</sup> m<sup>-3</sup> at 120 km and about 4.10<sup>20</sup> m<sup>-3</sup> at 60 km. The temperature decreases from 200 K to 140 K between 120 and 100 km, and remains constant down to 60 km. Figure 2 illustrates the fact that there is a significant difference between the four collision frequency formulations.



**Figure 2.** The different values of collision frequencies. We will use Schunk value in this work.

### 2.5 Dispersion results

When computing phase shift (Equation (9)) with profiles density values shown in Figure 1 and the Schunk value of the collision frequency, we obtain the phase dispersion values plotted here.



**Figure 3.** Phase shift values following electron density profiles shown in Figure 1. Result of the Equation (9) computation.

On this graph, one sees slopes are negatives, with higher values for low frequencies. So, with Equation (7), one finds that the higher the wave frequency and the higher the wave group celerity, the smaller the propagation duration. This dependence between propagation duration and wave frequency leads to a distortion of the signal.

### 2.6 Pulse distortion

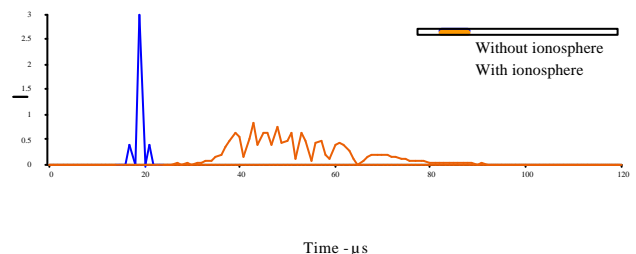
Consequently to this phase shift, effects on the return signal is the pulse broadening phenomenon. The signal spectrum phase is added with this extra term which complies to a frequency dependent delay.

This term is computed for each frequency present in the radar signal and added to the spectrum phase. For a two-way propagation, one has:

$$S(f) = \exp(2.j.\Delta\phi) \quad (11)$$

Where S is the extra term multiplied to the spectrum of the radar signal, and  $\Delta\phi$  is the phase-shift computed above and due to the dispersion along the propagation throughout the ionosphere.

Then with a FFT, we see the effect of this extra phase on radar pulses in time domain and after the primary chirp compression (Figure 4). Firstly, distorted signal is globally delayed, due to the longer propagation duration through a plasma. Secondly, the echo duration is also broadened because of the frequency dependent phase shift. This phenomenon has been defined in the previous subsection.



**Figure 4.** Distorted and non-distorted signal. Wave frequency is 2 MHz and electron density distribution follows the nocturnal profile.

Results on broadening effect are resumed in Table I.

Simulated distorted pulses after standard compression are up to 160  $\mu\text{s}$  broad for a 1  $\mu\text{s}$  initial signal. This signal distortion will decrease the radar resolution and enhance the importance of signal compression, in order to correct dispersion. In addition, we notice

previously that the phase-shift encountered along the propagation contains a non-linear term. Consequently compression schemes will be harder to develop; indeed a single time-frequency slope adjustment will not sufficiently compensate dispersion. Compression techniques will be discussed in the third section.

**Table I.** Pulse broadening ( $\mu\text{s}$ ) for each frequency and electron density profile.

Electron profile	f = 1.8 MHz	f = 3 MHz	f = 4 MHz	f = 5 MHz
Free-space	1	1	1	1
Mariner	/	/	140	55
M.G.S.	/	160	20	9
Meteor	/	150	40	15
Nocturnal	15	3	2	1

### 3. RADIO WAVE ATTENUATION

#### 3.1 Attenuation theory

During its propagation through Martian ionosphere, the radar signal is attenuated.

In the case of wave and plasma frequencies we consider and for a non-magnetised plasma, considering the refractive index definition (Equation (1)), the amount of this attenuation depends on the frequency and on the electron momentum-transfer collision frequency following the formula [5] :

$$A = 4,61 \cdot 10^{-5} \cdot N_e \cdot \frac{u}{u^2 + w^2} \quad (12)$$

Where A is the attenuation ( $\text{dB.m}^{-1}$ ),  $N_e$  the electron density ( $\text{m}^{-3}$ ),  $\nu$  is the collision frequency ( $\text{s}^{-1}$ ) and  $\omega$  is the wave pulsation.

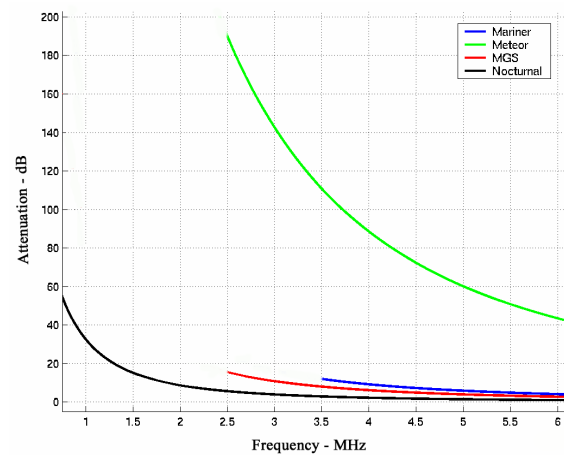
This equation needs to assume  $\omega_p^2 \ll \omega^2$ . This approximation could be seen as very strict, but the computations validate it even with the low frequencies values we use.

#### 3.2 Attenuation results

The attenuation is computed as a function of the radar wave frequency (Equation (12)). In order to evaluate the sensitivity of our results to the electron density profile, we use each four profiles described in Figure 1, and the collision frequencies from the Schunk value (Figure 2). Results are plotted in Figure 5 (one-way value).

On this graph, we plotted the altitude integrated attenuation (in dB). Calculations have been done for the different radio frequencies that will be used by the radar on Mars-Express (i.e. between 1.3 and 5.5 MHz). Attenuation levels plotted here are one-way values. So a model such as the "Meteor" one leads to a 280 dB global attenuation.

Generally, computations have shown that the absorption level is strongly dependent on low altitude electron density values. This dependence may be explained by the fact that the collision frequency is higher at low altitudes (Figure 2). The profile called "Meteor" has been designed to focus on this dependence and will be useful in this description.



**Figure 5.** Absorption values following electron density profile.

On Figure 3, one sees that the largest level of phase variation is obtained with the Mariner profile. On Figure 5, even for this profile, we see that the one-way attenuation is not as large as the Meteor one.

This result addresses the fact that the dispersion phenomenon has not the same dependence as attenuation to electron profile.

We see with Figure 3 that dispersion seems to be highly dependent on maximal values in electron density magnitude (that is the Mariner profile specificity) while the attenuation levels depend more on the total electron content (TEC) and peak localisation. By TEC, we mean the integration of the electron density over the vertical path from the ground to the upper ionosphere.

Profiles with no low altitude electron layer lead to an absorption level between 4 dB at 5.5 MHz and 20 dB at 1.3 MHz (one-way values). Whereas when considering the electron distribution profile "Meteor", attenuation reaches 190 dB at 2.5 MHz and 52 dB at 5.5 MHz. With other models of low altitude layer, computations have shown attenuation levels up to 320 dB with low carrier frequency [3].

It means that, if the predicted meteoric structures were confirmed by new observations, it would be difficult to extract some information regarding the subsurface of Mars from the low frequencies radio waves. A summary of attenuation results is done

in Table II in order to compare absorption levels for the different collision frequency formulas.

**Table II.** Height integrated attenuation (in dB) for two values of electron density (Meteor and MGS profiles – Figure 1). One-way values.

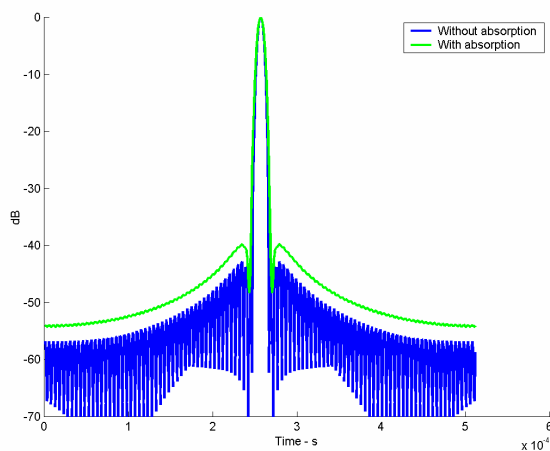
Reference	f = 1.8 MHz	f = 3 MHz	f = 4 MHz	f = 5 MHz
Schunk and Nagy	270 – 25	138 – 11	88 – 6	60 – 4
Whitten and Poppof	210 – 18	111 – 9	65 – 5	43 – 3
Melnik and Parrot	11 - <1	4 - <1	2 - <1	1 - <1
Rishbeth and Garriot	28 – 2	10 - <1	6 - <1	4 - <1

### 3.3 Pulse distortion

Figure 5 points out another effect. Considering one pulse, the absorption level is a function of the wave frequency, and due to the large bandwidth used by Marsis, the signal will be distorted by differential absorption.

In order to evaluate this effect, let us consider a signal with a frequency bandwidth of 1 MHz. This signal is plotted on Figure 6 after compression and weighting (Hamming window) with and without absorption.

The carrier frequency is 1.8 MHz, and the electron density distribution follows the Nocturnal model (Figure 1). This model is the most optimistic (with the lowest absorption level – Figure 5), but it is the only one available for such a low carrier frequency.



**Figure 6.** Differential absorption effect on radar signal. Carrier frequency is 1.8 MHz.

With the same weighting coefficient, the absorbed signal has a pulse to side lobe ratio (PSLR) 3dB lower than the non-absorbed signal. In addition, the primary lobe width increases (+15% at – 3dB), so the radar resolution decreases.

A choice must be done here. If one is looking for a good PSLR, one has to adapt the weighting coefficient (generally to increase its value), and this will decrease the radar resolution. On the contrary, if one is looking for a good radar resolution, one has to decrease the weighting coefficient and this will decrease the PSLR.

At this point, one has to keep in mind that calculations must be done on sounder board because spatial missions allow only very small rates for data transfers (and of course no real time transfers).

Generally in radar science and more precisely in Marsis case, the signal dynamic is specified (and so is the PSLR) and the weighting function has to be adapted in order to respect these specifications.

Consequently, priority is given to PSLR and the weighting coefficient is not optimised. As mentioned below, this contributes to a radar resolution decrease.

## 4. PULSE COMPRESSION SCHEMES

### 4.1 Chirp compression

To compress a chirp signal, a correlation is computed between the radar chirp received from the ground and a “reference” signal preliminary defined. The subject of our discussion is focused on this definition.

The compression stage may be developed in two steps. Firstly, the received chirp is compressed using the transmitted signal value: the reference signal used for chirp compression is the conjugate value computed from the formulation of the chirp transmitted. The compressed signal is then:

$$s_c(t) = \frac{1}{t_p} \int_{-t_p/2}^{t_p/2} s(t) \cdot s^*(t-t) \cdot dt \quad (13)$$

Where  $t_p$  is the pulse duration,  $s_c$  the compressed signal, and  $s$  is the chirp function.

### 4.2 Correction of the phase distortion

The second compression step has to correct the distortion due to the ionosphere. Ideally the resulting compressed signal must not be dependent on the ionosphere phase distortion. So, this compression step generally requires the knowledge of the electron density distribution through the thickness of the ionosphere. The origin of this requirement clearly appears with Equation (9) where we defined the phase-shift value.

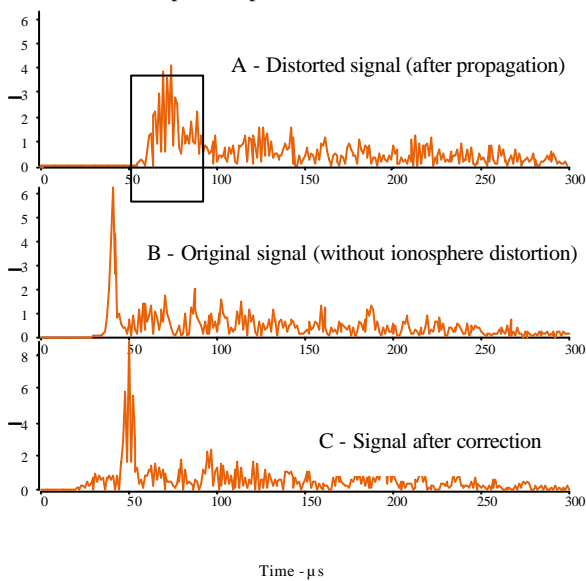
The choice of the reference signal used in this second compression stage has to be compatible with a real time process and above all with the on board CPU capabilities.

So the use of a reference signal based on an estimate ionosphere distortion value is not realistic. Indeed this estimation is hard to define considering compression is a real time process and the

Martian ionosphere has a limited coherent time: the estimate distortion value has to be defined frequently.

Thus information on ionosphere distortion will not be known at the echo arrival time and we have to extract this information from the signal itself [10].

One knows the most powerful part of the received signal is due to the first Fresnel zone surface reflection (part of the echo in the rectangle – Figure 6a). So a more valuable compression method may be using the front surface reflection as a reference signal, considering this signal contains implicitly phase distortion information. In addition, this signal is easy to extract from the radar echo, even considering a real time process. The signal reflected by the front surface is the early portion of the echo. It may be obtained with a gating which length is variable and defined with the expected specular echo duration.



**Figure 6.** Radar signals.

A) Received signal. The rectangle focuses on the first Fresnel zone surface reflection, i.e. the part of the signal which will be used as reference signal for the compression stage. B) Non distorted signal. C) Compressed signal.

First results on Martian surface extracted from MOLA measurements support a smooth surface case for the wavelength range we consider and so, allow us to expect a small surface clutter signal, which is synonymous of a short length gate definition.

When we convolute the received and distorted signal with this gated part of the echo, we obtain a “corrected” signal such as the one in Figure 6c.

Comparison between this compressed signal and the one non distorted by the ionosphere (see Figure 6b) shows the performance of this compression scheme is high enough to allow a good correction for ionosphere distortion. Particularly, we find the same structures in the compressed signal (Figure 6c) than in the 6b echo.

The first part of the compressed signal (between 0 and 40  $\mu\text{s}$ ) is anti-causal and due to the clutter reflection. Indeed the signal used as reference to compress the received signal contains two components: the main part corresponds to the ionosphere distortion of the specular echo, and a less powerful part is due to the incoherent signal. The first part compresses the ionosphere distortion while the second one generates spurious echoes.

#### 4.3 Correction of the distortion due to absorption

Finally, the distortion due to differential absorption was presented at the end of the previous section. We develop here a first discussion on its correction.

In order to correct the effect due to differential absorption, a valuable scheme could be to estimate this distortion from the received signal once more. This estimation will be better with the definition of an average value for this distortion.

Global distortion effects due to the ground and ionosphere can be written as the following product:

$$S(f) = P(f).R(f).I(f) \quad (14)$$

where S is the received signal spectrum, P the transmitted signal, R the ground effect and I the ionosphere distortion.

To define an average value of the distortion, one can use the mathematical expectation. It is defined, for the squared magnitude of a complex function F, by:

$$E[F(x)]^2 = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \frac{1}{n} \cdot \sum_{k=1}^n |F_k(x)|^2 \right] \quad (15)$$

Then for S, with Equation (14):

$$\begin{aligned} E[S(f)]^2 &= E[P(f).R(f).I(f)]^2 \\ &= E[P(f)]^2 \cdot E[R(f)]^2 \cdot E[I(f)]^2 \end{aligned} \quad (16)$$

With a normalised transmitted signal, one can write  $|P(f)|^2 = 1$ .

In addition, it appears in the previous section on phase dispersion that the ionosphere distortion is due to a phase-shift. So, the square modulus  $|I(f)|^2$  contains only information on the distortion due to differential absorption.

Moreover, effects of ground and ionosphere on the radar signal are non correlated. So one can write:

$$\begin{aligned} E[S(f)]^2 &= E[R(f).I(f)]^2 \\ &= E[R(f)]^2 \cdot E[I(f)]^2 \end{aligned} \quad (17)$$

Then, considering ground responses to radar illumination of each surface element are non correlated each other, the function  $R(f)$  may be seen as an uncorrelated random signal and  $E[R(f)]^2$  is equal to a constant R.

Finally, Equation (17) becomes:

$$E[S(f)]^2 = R \cdot E[I(f)]^2 \quad (18)$$

So from the received signal, one can obtain the average value of the distortion due to differential absorption. The correction applies then with a convolution product between this law and the radar signal, in a third compression stage.

## 5. CONCLUSION

Computations were developed to characterise ionosphere effects on radar pulses. Measurements and models of electron density distributions are presented and their impact on phase dispersion and attenuation is numerically simulated. We point out the high level of attenuation we may encounter with a low altitude electron layer and the pulse broadening phenomenon resulting from dispersion effects (Table I).

We notice that the phase distortion contains a non-linear term and makes dispersion harder to compensate. Schemes of compression have been exposed and we proposed a compression technique using the front reflection signal, easy to extract from the echo and usable as reference signal for the ionosphere correction compression stage. We show in this work that this method allows a good correction for the ionosphere distortion.

Finally, a first discussion is done on the distortion due to differential absorption and a correcting scheme is advanced. Work on this subject is still in progress.

## 6. ACKNOWLEDGEMENTS

Authors want to thank A. Safaeinili (JPL) for useful discussions.

## 7. REFERENCES

- [1] G. Picardi et al., "The subsurface investigation by Mars Advanced Radar for Subsurface and Ionosphere Sounding (MARSIS)", IGARSS 2000.
- [2] A. Safaeinili, private communication.
- [3] O. Witasse, J.F. Nouvel, J.P. Lebreton and W. Kofman, "HF radio wave attenuation due to meteor background in the atmosphere of Mars", GRL submitted article.
- [4] P.T. McCormick and R.C. Whitten, "The dynamics of the ionosphere of Mars at large solar zenith angle", JGR 95, 6263, 1990.
- [5] R.C. Whitten, I.G. Poppoff, and J.S. Sims, "The ionosphere of Mars below 80 km altitude-I Quiescent conditions", Planet. Space Sci. 19, 243, 1971.
- [6] R.W. Schunk, and A.F. Nagy, "Ionospheres of terrestrial planets", Reviews of Geophysics and Space Physics 18, 813, 1980.
- [7] O. Melnik, and M. Parrot, "Propagation of electromagnetic waves through the Martian ionosphere", JGR 104, 12705, 1999.
- [8] H. Rishbeth, and O.K. Garriott, "Introduction to ionospheric physics", Academic Press, New York and London, 1969.
- [9] M.B. Mc Elroy, T.Y. Kong, and Y.L. Yung, "Photochemistry and evolution of Mars' atmosphere: A Viking perspective", JGR 82, 4379, 1977.
- [10] A. Safaeinili and R. Jordan, "Low frequency radar sounding through Martian ionosphere", IGARSS 2000.





# Impact of Mars ionosphere on orbital radar sounder operation and data processing

A. Safaeinili<sup>a,\*</sup>, W. Kofman<sup>b</sup>, J-F Nouvel<sup>b</sup>, A. Herique<sup>b</sup>, R.L. Jordan<sup>a</sup>

<sup>a</sup>Jet Propulsion Laboratories, California Institute of Technology, 4800 Oak Grove Drive Pasadena, CA 91109, USA

<sup>b</sup>Laboratoire de Planetologie de Grenoble, CNRS, University of Joseph Fourier, Grenoble, France

Received 2 April 2002; accepted 7 March 2003

---

## Abstract

Orbiting radar sounders may become the primary tools in global investigation of Mars subsurface. Orbital radar sounding of Mars is complicated by the presence of a significant ionosphere. The need to penetrate deep requires radar operation at a MHz frequency regime which makes ionospheric distortions unavoidable. This paper addresses the issues that a radar sounder will face when operating close to the ionosphere's plasma frequency. Although the results of this paper are general, the main focus is Mars Advance Radar for Subsurface and Ionospheric Sounding (MARSIS) that will arrive at Mars in early 2004 aboard the European Space Agency's Mars Express Spacecraft. This paper will quantify the impact of the ionosphere on the radar sounding operation and data processing and will provide potential schemes for correcting the ionospheric distortion.

Published by Elsevier Science Ltd.

*Keywords:* Mars subsurface; Radar sounding; Mars ionosphere; Faraday rotation; Mars stratigraphy; Radio wave propagation through ionosphere

---

## 1. Background

In early 2004, the Mars Express spacecraft will arrive at Mars and will bring with it Mars Advanced Radar for Subsurface and Ionospheric Sounding (MARSIS) (Picardi et al., 2002). As its primary science objective, MARSIS will use its low-frequency (HF) radar to penetrate under the surface of Mars and characterize its stratigraphy. The secondary objective of MARSIS is to characterize the ionosphere of Mars. This mission is one of three missions that will use HF radio waves to study the ionosphere, surface and subsurface of Mars. The other two missions are the Plasma Wave Sounder instrument on the Nozomi spacecraft that will arrive to Mars almost simultaneously as the Mars Express (MEX) spacecraft, and another radar sounder at higher frequency than MARSIS on-board the Mars Reconnaissance Orbiter that is scheduled to arrive at Mars in 2005.

The main goal for MARSIS is to provide a global view of Mars surface and subsurface at 1–5 MHz frequency regime. MARSIS has a lateral resolution of 5 km and a depth resolution of 100 m. The operational frequency band of MARSIS

spans from 100 kHz to 5.5 MHz. The subsurface sounding function can operate over four 1-MHz frequency bands with center frequencies at 1.8, 3.0, 4.0, and 5.0 MHz. In each pulse repetition interval, there can be up to two pulses from either of the four frequency bands. The MARSIS instrument operates at a 127.27 Hz pulse repetition frequency (PRF) to allow sufficient time for a single pulse roundtrip time for spacecraft altitudes as high as 800 km. Operation at two frequency bands within a single pulse repetition interval will provide information about the surface and subsurface over an even larger bandwidth. The relatively wide bandwidth, which is one of the strengths of MARSIS, renders it vulnerable to the ionospheric dispersion.

The proximity of the radar sounder frequency to the ionosphere's plasma frequency makes it possible to use MARSIS as an ionospheric sounder. The ionospheric experiment on MARSIS has both active (transmit and receive) and passive (receive only) components. The active ionospheric sounding (AIS) is done by using quasi-CW tones that can be swept across the entire band from 0.1 to 5.5 MHz. The data product of the AIS mode is an ionogram for 160 frequencies prescribed in the range of 0.1–5.5 MHz.

In the subsurface sounding mode, return echoes are recorded at a rate of 127.27 pulses per second and are processed on-board to form up to five synthetic apertures with

---

\* Corresponding author.

E-mail address: ali.safaeinili@jpl.nasa.gov (A. Safaeinili).



two forward looking, two aft-looking and one pointed in the nadir direction. The on-board processing is necessary in order to reduce the volume of the data from the spacecraft to the ground and avoid redundancy. MARSIS on-board processors perform real-time aperture synthesis while accounting for the effect of the spacecraft motion and local surface slopes.

MARSIS also provides hardware to assist in clutter cancellation. The dedicated clutter cancellation hardware includes one of the two MARSIS receive channels and a dedicated 7 m monopole antenna in addition to its main 40 m dipole. The data from the monopole does not contain information from the nadir direction due to a null in the monopole radiation pattern in the nadir direction. As a result, an appropriately time-weighted coherent subtraction of the monopole channel from the dipole channel should reduce the amount of surface clutter in the dipole channel.

During the 2-year nominal mission period, both latitude and longitude of the MEX pericenter will change. This precession of the pericenter will result in a relatively uniform global coverage from the northern to the southern hemispheres. MARSIS operates when spacecraft is between 1200 and 250 km (pericenter altitude) which results in only 26 min of operation out of nearly 7-h orbit. At the closest approach, the spacecraft will still be at least 100 km from the region of the ionosphere with peak electron density.

In general, in the HF regime of the radio frequency spectrum, the depth of penetration is inversely proportional to the frequency. The minimum radio frequency is set by the ionosphere's plasma frequency. The proximity of the radar frequency to the plasma frequency will cause dispersion of the radar wave that needs to be corrected at both the instrument and ground processing steps. The plasma frequency varies with the solar zenith angle and can range from 0.5 MHz during nighttime to a frequency around 3.5–4 MHz during daytime. This will limit MARSIS operation to pericenter passes with high solar zenith angles ( $\theta > 90^\circ$ ).

## 2. The impact of the ionosphere

An electromagnetic wave propagating through the ionosphere suffers attenuation and distortion due to its complex refractive index. The attenuation is due to the electron collisions with the neutrals and ions, and the signal distortion is due to the frequency dependence of the refractive index. It is known that the plasma frequency is given by

$$f_p = \frac{q_e}{2\pi\sqrt{\epsilon_0 m_e}} \sqrt{N_e} \approx 8.98\sqrt{N_e}, \quad (1)$$

where  $f_p$  is the plasma frequency in Hz,  $N_e$  is electron density in  $\text{m}^{-3}$ ,  $q_e$  is the electron charge,  $m_e$  is the electron mass in kg,  $\epsilon_0$  is the free-space permittivity. Budden (1964)

gives the complex refractive index  $n$  as

$$n^2 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - i\omega v}, \quad (2)$$

where  $\omega$  is the radio wave radian frequency and  $v$  is the collision frequency. The above equation can be written as

$$n^2 = \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + v^2}\right) - i \frac{\omega_p^2 v}{\omega(\omega^2 + v^2)} = A^2 \text{Exp}[i\phi],$$

$$\phi = \tan^{-1} \left( \frac{(v/\omega)\omega_p^2}{\omega^2 + v^2 - \omega_p^2} \right) \approx \frac{(v/\omega)\omega_p^2}{\omega^2 + v^2 - \omega_p^2}, \quad (3)$$

where  $\phi$  is the phase of the complex refractive index ( $\phi$  is small). The propagation term in the medium with a refractive index of  $n$  can be written as

$$\xi = \text{Exp} \left[ i \frac{\omega}{c} nx \right],$$

where  $c$  is the speed of the light in free space and  $x$  is the propagation length. The attenuation factor in db/km is given by

$$\alpha(\text{db/km}) = \frac{10,000 \log_{10}(e)}{c} \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{2\omega^2 - \omega_p^2}{\omega^2 + v^2}\right)^{0.25}$$

$$\times \frac{v\omega_p^2}{\omega^2 + v^2 - \omega_p^2}. \quad (4)$$

If we assume  $\omega_p^2 \ll \omega^2$ , then the above equation reduces to the one usually used, i.e.:

$$\alpha(\text{db/km}) = 4.61 \times 10^4 N_e \frac{v}{\omega^2 + v^2}, \quad (5)$$

where  $N_e$  is the number of electrons/ $\text{cm}^3$ . Then the total attenuation of the signal will depend on the electron density profile and collision frequency profiles. As we will see in the following section, the major difference in the attenuation calculations arises from the difference in the collision frequency.

In order to study the influence of the ionosphere on the propagating signal we need to evaluate the attenuation and distortion effects for various ionization levels, depending on the solar activity, for both diurnal and night conditions. The collision frequency depends on the neutral atmosphere profiles.

The two electron density profiles used in this paper are based on Mars Global Surveyor (MGS) measurements (see Fig. 1) (Nouvel et al., 2001). These profiles were obtained during the day and correspond to a 2.7 MHz peak plasma frequency condition.

The third density profile comes from the Mariner 6 mission. These data correspond to a high solar activity period, so it can be viewed as a high electron density case. Below 90 km of altitude there is no measurements and profiles were extrapolated.

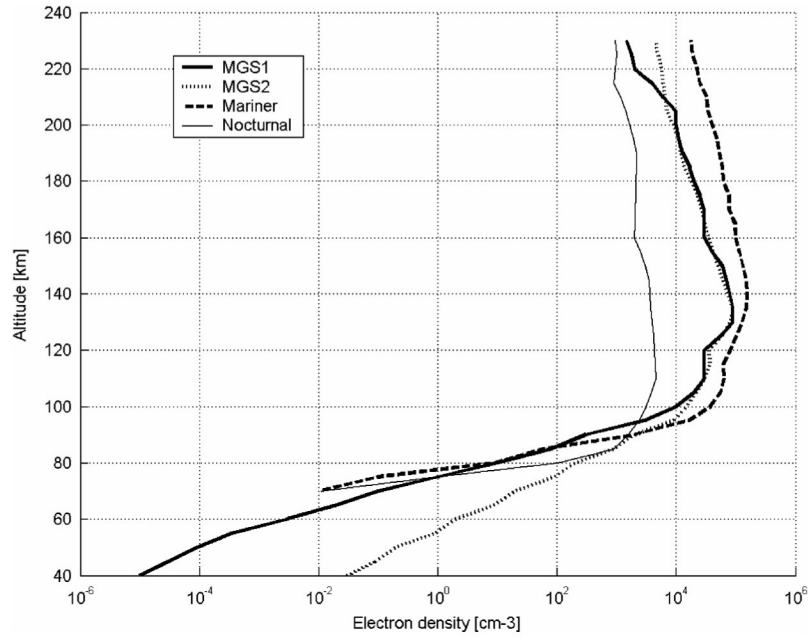


Fig. 1. Three samples of electron density for Mars based on data collected by Mariner and MGS missions.

Finally, the last profiles correspond to Mariner and Viking measurements obtained over the nightside (Mc Cormick and Whitten, 1990). The peak plasma frequency corresponding to this profile is about 600 kHz.

Recently, the possibility of the presence of meteor-origin heavy ions, leading to very large electron densities at low altitudes has been hypothesized. If this turns out to be true, there will be a very strong absorption over MARSIS operational bands (Witasse et al., 2001; Pesnell and Grebowski, 2000); however, in this paper we do not take into account this hypothesis.

### 2.1. Collision frequency

The collision frequency formula has been given by Schunk and Nagy (1980) and Melnik and Parrot (2000) and has different forms, thus leading to various numerical values:

Melnik:

$$\nu(\text{Hz}) = 2.12 \times 10^{-16} N_n (\text{m}^{-3}) T_e^{1/2}. \quad (6a)$$

Schunk:

$$\nu(\text{Hz}) = 3.68 \times 10^{-14} N_{\text{CO}_2} (\text{m}^{-3}) [1 + 4.1 \times 10^{-11} \times |4500 - T_e|^{2.93}]. \quad (6b)$$

Frequencies obtained with these two formulas are plotted in Fig. 2 (collision frequency vs. altitude).

The first expression is based on neutral density values  $N_n$ , and the second one uses the carbon dioxide density  $N_{\text{CO}_2}$ . Neutral particles in the Martian ionosphere are mainly carbon dioxide ones so this difference between the two formu-

las is not important. Both formulas depend on the electronic temperature  $T_e$ .

These data,  $N_n$  and  $T_e$ , are extracted from three articles: Mc Cormick et al. (1990), Melnik and Parrot (1999) and Schunk et al. (1980).

Corresponding carbon dioxide density profiles are shown in Fig. 3.

The collision frequency profiles respectively called “Melnik” and “Schunk” are plotted using respectively Melnik’s and Schunk’s formula. The carbon dioxide density profile used for the graph is the one we found in Melnik’s article. The profile called “Witasse” uses Schunk’s formula and the neutral profile is computed with values found in Mc Cormick’s paper.

We have to note here that Schunk’s and “Witasse” profiles are very close at low altitudes. Moreover, Melnik’s and Schunk’s profiles are mainly parallel. A constant factor (about 50) separates these two profiles.

### 2.2. Global attenuation

We can now estimate the attenuation of the electromagnetic signal propagating through the ionosphere, using previously calculated collision frequencies and electron density profiles.

The attenuation due to the ionosphere essentially depends on the electron density profile over the bottom side ionosphere due to large collision frequency at lower altitude. In fact, only a small portion of the electron column density contributes to the attenuation factor of the propagating wave. Fortunately, the ionospheric attenuation is strongly frequency dependent and is observable within the bandwidth

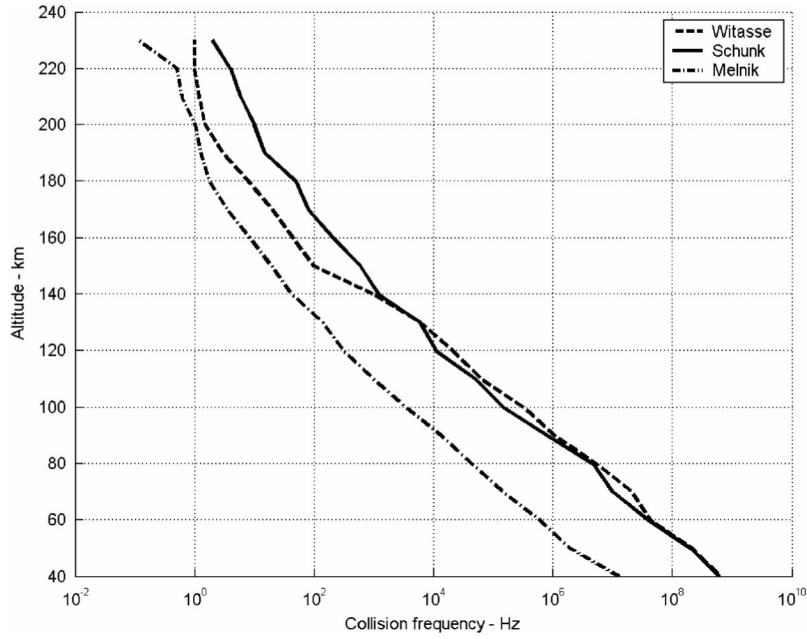


Fig. 2. Electron-Neutral collision frequency dependence on altitude.

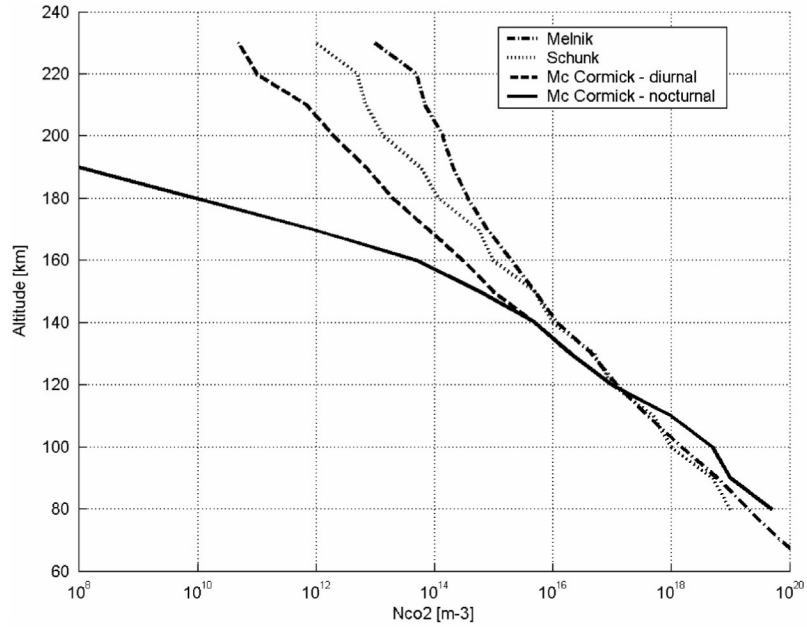


Fig. 3. Carbon dioxide density profiles.

of each MARSIS band. The dependence of the attenuation on frequency is given by

$$\alpha(\omega) = 4.61 \times 10^4 \int_0^{\text{Hsc}} N_e(z) \frac{v(z)}{\omega^2 + v^2(z)} dz, \quad (7)$$

where  $N_e(z)$  is the altitude-dependent electron density ( $\text{cm}^{-3}$ ),  $v(z)$  is the collision frequency. In general  $v^2(z) \ll \omega^2$ , consequently, the above equation can be

rewritten as

$$\alpha(\omega) = \frac{4.61 \times 10^4}{\omega^2} \int_0^{\text{Hsc}} N_e(z) v(z) dz. \quad (8)$$

In Fig. 4 we show the attenuation as a function of the frequency. As one can see, during the night, the attenuation is very low and will not limit the experiment. During the day the attenuation is also tolerable as long as higher frequency



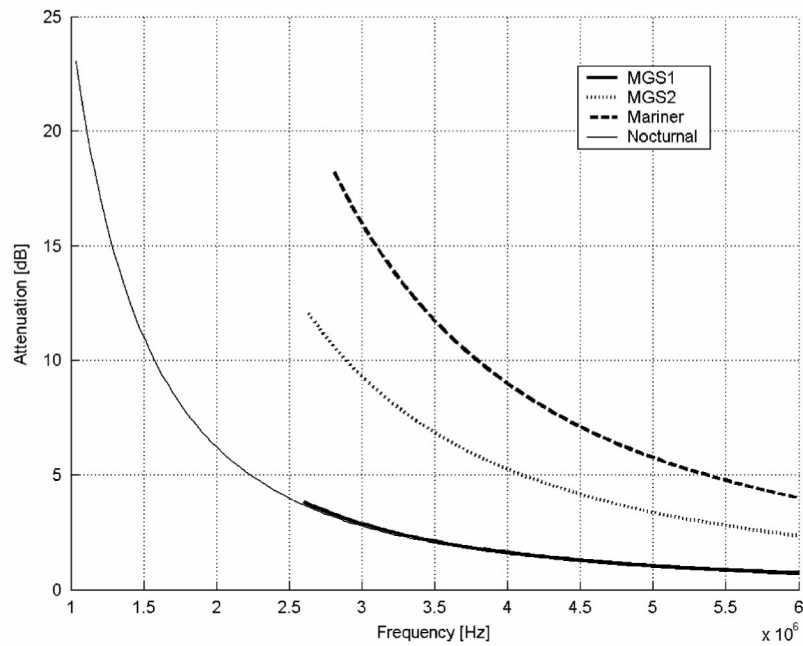


Fig. 4. Total attenuation due to one-way ionospheric propagation (no propagation is possible for frequencies lower than the plasma frequency).

bands are used. The difference in attenuation for two MGS profiles comes from different electron density at low altitudes below 90 km where no electron density measurement is available. However, in both cases the attenuation is low and allows the operations at 3 MHz and above.

Fig. 4 also points out another effect. Considering one pulse, the absorption level is a function of the wave radio frequency, and due to the relatively large bandwidth signal used by MARSIS, the signal will be distorted by differential absorption. For the night condition, this distortion will be low; however, it still needs to be taken into account with precise analysis.

### 2.3. Phase dispersion and pulse distortion

As mentioned previously, the refractive index of the ionospheric plasma depends on the frequency. This dependence induces distortions on the propagated radio wave: a global delay, and a pulse spreading. The echo may have its duration multiplied by a large factor (Fig. 5). The phase shift by reference to in-vacuum propagation is computed with the formula

$$\Delta\phi(\text{rad}) = -\frac{2\omega}{c_0} \int_{z_0}^{z_1} \text{real}(n - 1) dz, \quad (9)$$

where  $n$  is the refractive index of the medium,  $\omega$  the signal radian frequency and  $z_0, z_1$  the lower and upper limit of the ionosphere where the signal propagates.

In this example, we calculate the signal for the night conditions with a low frequency signal.

Simulated distorted pulses after ideal chirp compression are up to 160  $\mu\text{s}$  broad for a 1  $\mu\text{s}$  initial signal. This sig-

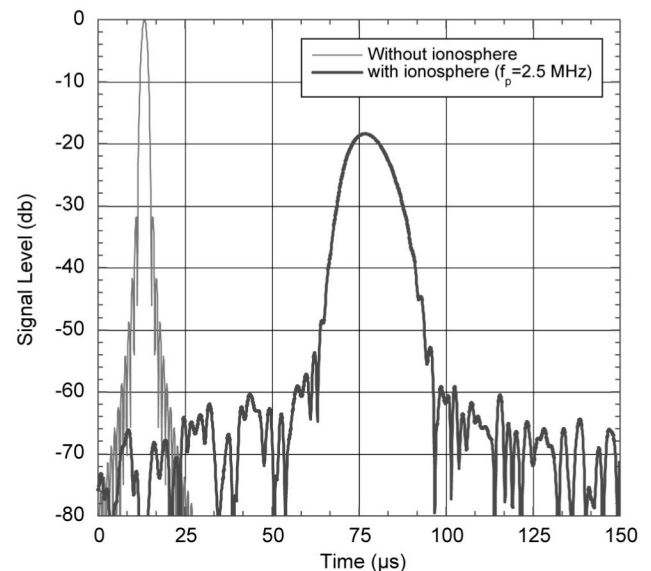


Fig. 5. Radar echo with and without ionosphere late afternoon (SZA  $\sim 80^\circ$ ) profile after the ideal chirp compression. The peak plasma frequency is approximately 2.5 MHz and the radar carrier frequency is 5.0 MHz.

nal distortion will decrease the signal to a noise ratio after signal processing and this enhances the importance of signal processing, in order to correct dispersion. In addition, the phase shift encountered along the propagation contains a non-linear term.

From these simulations, it is clear that it is necessary to find a way to compensate the ionospheric influence or to use the highest frequency band of the radar, even for night conditions.

#### 2.4. Influence of Faraday rotation

We will provide an estimate for the expected Faraday rotation angle for linearly polarized radio waves propagating in the Martian ionosphere. These calculations take advantage of the recent vector magnetic field measurements by the Mars Global Surveyor (MGS) to provide an overall impact on MARSIS operation. The magnetic field measurements are combined with measured and/or expected ionospheric electron density profiles obtained from MGS by the radio science team to provide an estimate for strength and associated frequency of Faraday rotation angles. Considering recent magnetic field measurements, stronger than expected (as high as 1500 nT), MARSIS needs to incorporate magnetic field maps and Faraday rotation angle estimations into its operation plan. Fortunately, most of Mars (80%) has a magnetic field strength of less than 50 nT which will allow un-hindered operations over the three higher bands. Operations of the lowest band will be possible for higher solar zenith angles and areas with a weak magnetic field. Since a high electron density is a prerequisite for the Faraday rotation, the performance degradation is most likely driven by the ionospheric attenuation due to electron-ion collision than to polarization mismatch. Even for high Faraday rotation cases, the impact on MARSIS will be felt as signal fading only when the Faraday rotation angle is near  $90^\circ$  or its odd multiples.

#### 2.5. Faraday rotation

The cyclotron frequency of an electron moving in a magnetic field is related to the strength of the magnetic field and is given by

$$\omega_c = \frac{q_e}{m_e} B, \quad (10)$$

where  $q_e$  is the electron charge,  $m_e$  is the electron mass and  $B$  is the magnetic field normal to the motion of the electron. The refractive index of the ionosphere without magnetic field is altered in an isotropic fashion and as a result the radio waves are slowed and attenuated. Once the magnetic field is introduced to this system, the alteration of the refractive index is no longer isotropic and will depend on the local magnetic field vector. For a circularly polarized wave, the refractive index of the medium can be expressed as

$$n_{\pm}^2 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega \pm \omega_c) - i\omega\nu}. \quad (11)$$

Since  $\omega_c \ll \omega$ , the ionospheric attenuation equation is the same as one shown in Safaeinili and Jordan (2000) and does not depend on the cyclotron frequency. By decomposing the linear polarization wave into two circularly polarized waves, the one-way polarization angle rotation rate can be

written as

$$\frac{d\Psi}{dz} = \frac{k}{2} (n_+(z) - n_-(z)), \quad (12)$$

where  $k$  is the wave number. The above equation can be approximated by the following equation:

$$\frac{d\Psi}{dz} = \frac{q_e}{2m_e c} \frac{\omega_p^2(z) B_n}{\omega \sqrt{\omega^2 - \omega_p^2(z)}}, \quad (13)$$

where  $B_n$  is the magnetic field component normal to the surface of the planet.  $B_n$  is the most significant component for MARSIS which is a nadir-looking radar. Note that the Faraday rotation angle does not depend on the collision frequency since  $\nu \ll f$ . The total polarization angle rotation can be calculated by integrating the above equation over the propagation length.

$$\Psi = \frac{k}{2} \int_0^h (n_+(z) - n_-(z)) dz. \quad (14)$$

The Faraday rotation angle directly depends on the normal magnetic field and local electron density (or quadratic dependence on the plasma frequency  $f_p$ ). Since the magnetic field is locally stable, the main source of variation in the Faraday rotation angle is the solar zenith angle at the time of observation.

$$\begin{aligned} \Psi &= 9.33 \times 10^5 \frac{B_n}{\omega^2} \left( \int_0^h n_e(z) dz + \frac{1591.8}{\omega^2} \int_0^h n_e^2(z) dz \right) \\ &\approx 9.33 \times 10^5 \frac{B_n}{\omega^2} \text{TEC}, \\ \Delta\Psi &= 9.33 \times 10^5 \frac{\Delta B_n}{\omega^2} \text{TEC} + 9.33 \times 10^5 \frac{B_n}{\omega^2} \Delta\text{TEC}. \end{aligned} \quad (15)$$

As one can see from formula (15) the Faraday effect depends on frequency. In order to be able to use the amplitude of the measured signal to determine the ionospheric parameters one should correct this effect at least for the lower band. The frequency-dependent correction is given by

$$A_{\text{corr}} = \cos(2\Psi). \quad (16)$$

The error on this correction depends on the errors on the magnetic field and on the total electron content TEC (15). Since the TEC will be determined with higher accuracy (a few percent) from the phase measurements than the magnetic field knowledge, this error will depend essentially on the error on the magnetic field because from formula (15) one can see that the relative error is given by

$$\frac{\Delta\psi}{\psi} = \frac{\Delta\text{TEC}}{\text{TEC}} + \frac{\Delta B_n}{B_n}.$$

Fig. 6 shows the cumulative probability of the normal component of the magnetic field. Which shows that for the majority of Mars, the total magnetic field is less than 50 nT. The magnetic field with a strength as high as 1500 nT was

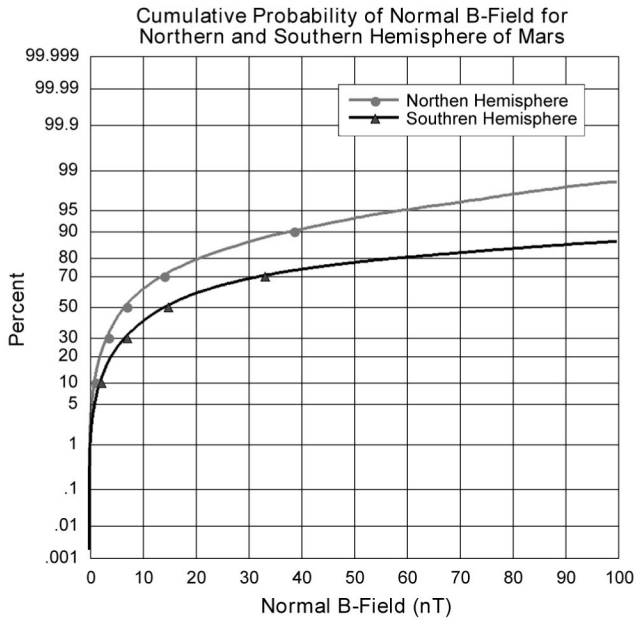


Fig. 6. Cumulative probability distribution of the normal component of the magnetic field for the Northern and Southern hemisphere of Mars.

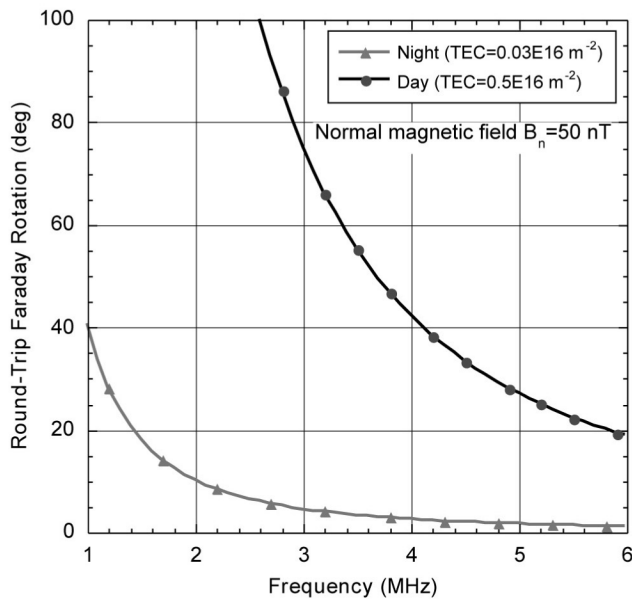


Fig. 7. Faraday rotation for a case where the peak plasma frequency is 1 MHz with a profile similar to the one shown in Fig. 1 and a radial magnetic field intensity of 50 nT (see Eq. (15)).

observed for some regions of Mars. This figure indicates that the magnetic field is noticeably lower in the northern hemisphere where 80% of the measurements were below 20 nT in comparison to 60 nT for the southern hemisphere.

We calculate the Faraday rotation for the case of the low electron density peak using the profile measured by MGS (Fig. 7).

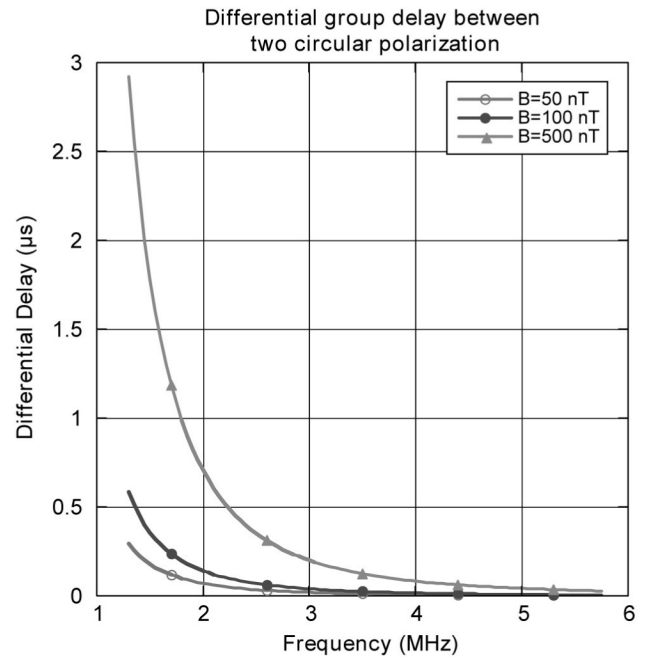


Fig. 8. Differential group delays for two circular waves with opposite polarization for three different magnetic field strengths.

In the presence of a strong magnetic field, the difference in the refractive index for two circular waves with opposite polarization causes various group delays. This will result in a differential delay in the two circular wave components. This effect is shown for a number of magnetic field strengths with a peak plasma frequency of 1 MHz. As seen in Fig. 8, this effect can be important over regions with high magnetic fields.

The Faraday rotation is a significant factor that needs to be calculated during the operation of MARSIS. However, based on our current knowledge of Martian magnetic fields and the ionosphere, the Faraday rotation is not a driving degrading factor. Under worst conditions (a large magnetic field and daytime operation), the Faraday rotation may cause fading of the MARSIS signal over the regions where the Faraday rotation is close to  $90^\circ$  or its odd multiples.

### 3. Calibration scheme

There are two categories of correction schemes that are relevant to MARSIS operation: (1) inline (real-time) calibration for on-board processing, and (2) offline calibration for optimum ground science data processing. Ideally, it is desirable to collect data in an unprocessed fashion where no corrections are applied in real-time. Real-time data corrections tend to be sub-optimal and do not provide the best science data quality. However, sometimes, it is required to perform real-time correction so that the real-time operational needs of radar such as signal acquisition and tracking are met. In MARSIS, most of the science data is not calibrated



on-board but is sent to the ground for optimal ionospheric corrections. However, an on-board real-time correction scheme is needed to make radar acquisition and tracking possible. In the following, first we present a more optimal ground calibration scheme. Next, we present the front surface reflection (FSR) on-board real-time adaptive ionospheric correction scheme.

### 3.1. Optimal ionospheric correction

One of the important tasks after the data acquisition is the ionospheric calibration stage that will be performed on the ground. The broadband nature of the MARSIS instrument makes it possible to solve for the unknown ionospheric parameters. In the following, a potential scheme for this calibration process is presented.

The above equation describes the dependence of the ionospheric phase dispersion on the electron density profile. A number of observations can be made:

1. For frequencies much larger than the peak plasma frequency, the phase dispersion becomes independent of the electron density profile shape and only depends on the Total Electron Content (TEC) between the spacecraft and Mars surface
2. For frequencies close to the plasma frequency (e.g. MARSIS first band at night or all bands during daytime operation), the ionospheric phase dispersion depends on the electron density profile.

For the first case, one can simply solve for the TEC. The second case is more interesting since it provides additional

$$\zeta_j = \sqrt{\left(\alpha(\omega_j) - \sum_i \alpha_i(\omega_j, Ne_i) \Delta h_i\right)^2 + \left(\varphi(\omega_j) - \sum_i \varphi_i(\omega_j, Ne_i) \Delta h_i\right)^2},$$

$$\varepsilon = \sum_j \zeta_j^2, \quad (17)$$

information about the shape of the electron density profile. It is, however of limited value.

### 3.2. Ionospheric dispersion and attenuation error factor

The ionosphere of Mars affects the MARSIS signal in three distinct ways:

1. Dispersion (phase distortion)
2. Attenuation (which is also the phase dispersion because the causal signal should meet Kramer–Kronig's equation)
3. Faraday rotation (effectively an attenuation due to polarization mismatch)

The effects of the ionosphere on the sounding signal will be compensated as follows:

*Ionospheric dispersion.* There are two techniques that will be used to solve for this unknown. They are the Front Surface Reflection technique and the Contrast optimization technique (Biccari et al., 2001); The Front Surface Reflection technique strategy to solve for this unknown can be as follows:

The first step is to match the received signal from the surface with the ideal chirp response. Then the Fourier transform of the surface reflection signal will allow the estimation of the attenuation and phase vs. frequency. The measured signal spectrum is affected by a number of factors other than the ionosphere. These include (1) the system frequency response, (2) surface frequency response, and (3) the Faraday rotation. Among these, the system frequency response can be modeled to some accuracy and then measured in orbit for times when ionospheric impact is minimal and over smooth surfaces. The surface frequency response can be modeled by application of a radar equation. The Faraday rotation over a significant part of Mars is not significant, especially, for the upper frequency bands. If all three above-mentioned terms are compensated (or the compensation is negligible), then the next step is to fit the measurements and the theoretical values of the phase and attenuation by minimizing the square distance  $\varepsilon$  (formula (17)). This allows one to obtain the total electron content and the sum  $\sum Ne_i v_i$  over the whole ionosphere which is the column integral of the product of the electron density and the collision frequency. Since this product has significant value only in the bottom-side portion of the ionosphere, in essence, estimation of this sum will provide direction information on the electron density profile in the bottom-side portion of the ionosphere. These two parameters are obtained with very good accuracy (less than a few %).

where  $\alpha(\omega_j, Ne_i)$  is the attenuation for the cell with width  $\Delta h_i$  at a given altitude  $h_i$ , and  $\alpha(\omega_j)$  is the total attenuation for wave at frequency  $\omega_j$ , and the same for phase dispersion  $\varphi$ , and  $j$  is the frequency index ( $j = 1, \dots$ , number of frequency steps) and  $i$  is the altitude index ( $i = 1, \dots$ , number of altitude steps):

$$\alpha_i = \frac{4.61 \times 10^4}{\omega_j^2} Ne_i v_i$$

$$\varphi_i = -\frac{2\omega_j}{c_0} \text{real} \left( \sqrt{1 - \frac{3185 Ne_i}{\omega_j^2} - i \frac{3185 Ne_i v_i}{\omega_j^3}} - 1 \right). \quad (18)$$

$v$  is fixed to the collision profile.

The described fitting procedure gives in principle the electron profile. However practically, the routine converges well only to the integrated quantities. To be able to obtain

the electron density profile one should find very close initial conditions of the fitting. On the contrary, the estimation of the total electron content (TEC) and the sum  $\sum N_e v_i$  do not need the close initial conditions. When the Faraday effects start to be significant, it will not be possible to fit the phase and the amplitude together due to the error in the correction term resulting from the high uncertainty of the magnetic field.

The first step, in the estimation process, is to determine the TEC by fitting only the phase and neglecting the phase dependency on the  $N_e v_i$  which is of the second order. This fitting will allow the TEC determination with a few % of accuracy. Then the Faraday correction (formula (15)) is applied. Once this is done, the approach of the non-linear fitting for the attenuation can be seen in the following approximation. Once the two above-mentioned attenuation terms are compensated, the residual radiometric term is given by

$$A_{\text{db}}^{\text{sig}}(\omega) = \alpha_{\text{db}}^{\text{ion}}(\omega) + \Gamma_{\text{db}}, \quad (19)$$

where  $\alpha_{\text{db}}^{\text{ion}}(\omega)$  is the frequency dependent attenuation due to the electron–neutron collision frequency and  $\Gamma_{\text{db}}$  is the surface reflection coefficient in db.

The last step is to fit a curve of form

$$A_{\text{db}}^{\text{sig}}(\omega) = \frac{\eta_1}{\omega^2} + \eta_2, \quad (20)$$

where

$$\eta_1 = 4.61 \times 10^4 \int_0^{\text{Hsc}} N_e(z)v(z) dz,$$

$$\eta_2 = \Gamma_{\text{db}}$$

For bands 3 and 4, where  $\omega_0 - \Delta\omega < \omega < \omega_0 + \Delta\omega$  and  $|\Delta\omega/\omega|^2 \ll 1$  then the above relationship can be written as

$$A_{\text{db}}^{\text{sig}}(\Delta\omega) = \frac{\eta_1}{\omega_0^2} + \eta_2 - 2 \frac{\eta_1}{\omega_0^2} \frac{\Delta\omega}{\omega_0}. \quad (21)$$

This equation represents a linear relationship in attenuation in db and frequency offset from the center of the band. The slope of this line is directly related to  $\eta_1$  which is the column integral of the product of the electron density and the collision frequency. Since this product has significant value only in the bottom-side portion of the ionosphere, in essence, estimation of the parameter  $\eta_1$  will provide direct information on the electron density profile in the bottom-side portion of the ionosphere.

The above simplified relationship can also be used to observe the sensitivity of ionospheric parameter estimation to errors in signal spectrum. The parameter  $\eta_1$  is found by applying a linear fit. This means that the error is inversely proportional to the number of independent measurements (which means number of frequency) and proportional to the error on the  $A_{\text{db}}^{\text{sig}}$  which depends on  $\text{SNR}(f)$ .

The accuracy in estimating the slope  $\eta_1$  depends on the surface return signal spectrum SNR. Independent of any other radiometric correction, it can be shown that the

accuracy is the same as the SNR after range compression. However, in reality, the error in estimating the slope parameter is dominated by systematic errors introduced by erroneous radiometric corrections such as antenna radiation efficiency, etc.

### 3.3. Real-time correction scheme: front-surface reflection (FSR) scheme

The scheme presented in the previous section is computationally involved and cannot be implemented in real-time using the limited instrument on-board processing capabilities. An effective real-time ionospheric compensation needs to be adaptive and require minimum computational resources. In general, this can be a very difficult problem, but in this case, Mars presents a solution through its relatively smooth surface with a potentially strong specular reflection component. The front-surface reflection (FSR) method of ionospheric calibration is an adaptive correction scheme that exploits the smoothness characteristics of Mars surface at MARSIS operation frequencies (Safaenili and Jordan, 2000). The principle behind this correction scheme is that a strong specular surface reflection is present as the first component of the radar echo which is a fundamental assumption on which this technique relies. This “Front Surface Reflection” acts as the impulse response of the ionosphere which acts as a dispersive filter used in the processing as a matched filter. This is a fully adaptive technique for the removal of ionospheric dispersion distortions from the radar signal. Topography profiles obtained by MOLA (Mars Orbiter Laser Altimeter) indicate that the surface of Mars, at scales that are relevant to MARSIS experiment ( $> 1$  km horizontal scale), is very smooth and is expected to provide a very specular radar return. The FSR uses the mean surface return as the point spread function for the ionosphere and adaptively corrects for it on a frame-by-frame basis.

The performance of the FSR depends on a number of factors that include (1) surface smoothness, (2) signal-to-noise ratio, and (3) the stability of the ionosphere within the imaging frame. In the following we will assume that ionosphere will remain stable within the frame, i.e. spatial stability over 5 km within a 2-s time frame.

#### 3.3.1. Signal model

The radar sounder signal is a combination of signals from four different type of sources: (1) the specular component of the surface return, i.e. the smooth surface return, (2) the surface clutter or the non-specular component of the surface signal, (3) the subsurface targets, and (4) noise which includes thermal, galactic and spacecraft generated noise (EMI). So, the radar signal can be written as

$$S(t) = \sum_{i=1}^{N_c} a^c(t_i^c)R(t - t_i^c) + \sum_{j=1}^{N_s} a^s(t_j^s)R(t - t_j^s) + R(t) + n(t), \quad (22)$$



where  $R(t)$  is the specular surface return (which is assumed to be the transmitted signal modified two times by ionosphere),  $n(t)$  is the noise,  $a^c(t_i^c)$  and  $a^s(t_j^s)$  are the radar backscattering coefficient for surface clutter and subsurface, respectively assuming that there is no additional dispersion in the subsurface signal. The time  $t = 0$  corresponds to the time for the mean surface return. Assuming the mean specular surface return dominates the returned echo, i.e.  $a^c(t_i^c) \ll 1$  and  $a^s(t_j^s) \ll 1$ , the compressed signal using the front-surface signal can be written as

$$S^c(t) = \int (R(t') + n(t'))S(t - t') dt'. \quad (23)$$

Or equivalently

$$S^c(t) = \sum_{i=1}^{N_c} a^c(t_i^c) \zeta(t - t_i^c) + \sum_{j=1}^{N_s} a^s(t_j^s) \zeta(t - t_j^s) + \zeta(t) + \frac{1}{\gamma} \zeta(t), \quad (24)$$

where  $\zeta(t)$  is the normalized auto-correlation of the reference signal (or compressed signal),

$\gamma$  is the SNR and  $\zeta(t)$  is the normalized auto-correlation function of the noise. The above equation shows the contributions from the surface clutter, subsurface targets, the mean surface layer and the noise (galactic and thermal).

Surface clutter and thermal noise are the two main factors in degrading the sounder performance.

### 3.3.2. Effect of the noise

Now we explore the effect of the ideal  $H(t)$  chirp compression on the correlation of the noise, which is the first step in the FSR. The compressed MARSIS radar signal can be written as

$$H(t) \otimes S(t) = H(t) \otimes \left[ \sum_{i=1}^{N_c} a^c(t_i^c) R(t - t_i^c) + \sum_{j=1}^{N_s} a^s(t_j^s) R(t - t_j^s) + R(t) \right] + H(t) \otimes n(t), \quad (25)$$

where  $R(t)$  is the specular surface return,  $n(t)$  is the noise,  $a^c(t_i^c)$  and  $a^s(t_j^s)$  are the radar backscattering coefficient for surface clutter and subsurface, respectively and  $\otimes$  represents the convolution operation. The time  $t = 0$  corresponds to the time for the mean surface return.

$$w(t) = \int H(s)n(s - t) ds. \quad (26)$$

The last term of the above equation is the noise term for the compressed signal which we will term  $w(t)$ .

Consequently, the correlation function of this noise is given by

$$R_w(\tau) = \int \int \int H(s)n(s-t)H(s')n(s-t+\tau) ds ds' dt, \quad (27)$$

and then after reversing the order of integral and evaluation with respect to  $s$  we have

$$R_w(\tau) = \int R_n(k + \tau)R_H(k) dk.$$

In other words, the auto-correlation function of noise after the first stage ideal compression is equivalent to the convolution of the auto-correlation functions of the original galactic noise and ideal reference function. Since both of these functions have very rapid drop rates for increasing shift values, the resulting correlation function will also be rapidly dropping.

The self-correlation of the noise in the extracted reference function results in no SNR gain from the chirp compression at the near surface ( $t$  close to 0), however, as time increases the SNR gain due to the range compression increases at the rate that the auto-correlation function of the noise drops. Since the thermal and the galactic noise are expected to be white noise, the noise auto-correlation function is expected to drop very rapidly. Consequently, the impact of the noise in the reference function is minimized for deep targets for which a higher SNR improvement is required.

### 3.3.3. Effect of the clutter

In cases where the surface is rough, the clutter can mask the subsurface echoes. In general, the clutter problem is not algorithm-specific and will persist for all compression schemes equally. However, for the FSR algorithm where the reference function is extracted from the signal itself, the presence of the clutter will degrade the compression in a *benign* way. There are two types of clutter signal: (1) the continuous clutter, and (2) single clutter target.

The first case corresponds to a situation where the surface is rough and the slope rms has the probability density function  $f(\theta)$ . In this case, the compressed signal is degraded through a blurring operation that can be expressed on average as

$$S'(t) = \int S(t - t') f \left( \arcsin \left( \sqrt{\frac{ct'}{2H}} \right) \right) dt' \approx \int S(t - t') f \left( \sqrt{\frac{ct'}{2H}} \right) dt', \quad (28)$$

where  $c$  is the speed of light,  $t$  is the time elapsed after the first mean surface return, and  $H$  is the altitude. In general, the function  $f(\cdot)$  drops as time increases.

If the clutter consists of one or a finite number of strong scatterers, then the above integral will reduce to a sum of finite number of sounding profiles added together with different weight and time delay. Under this scenario, the final profile will include a number of *ghost* profiles whose strength depends on the strength of the clutter signal components.

#### 4. Summary

This paper presents the impact of the Mars ionosphere on the operation of MARSIS and its data interpretation. Furthermore, it was demonstrated that ionosphere impacts the radar signal through two related but different mechanisms: 1) the dispersion of the radio waves and 2) the interaction of the ionosphere and the Mars magnetic field in the form of the Faraday rotation. Also, two types of ionospheric calibration scheme was described. The first algorithm is an optimal ionospheric calibration scheme that relies on the specularity of the surface to deconvolve the effect of the ionosphere. This algorithm is applied on the ground to calibrate the MARSIS science data in the subsurface sounding mode. The second scheme, that is called Front-Surface Reflection (FSR) technique, also relies on the specularity assumption and it is implemented in real time. As a result, it is not optimum but it can adaptively compensate for the majority of ionospheric distortion on-board in real time.

#### Acknowledgements

The research described in this paper was carried out by the Jet Propulsion Laboratory, California Institute of Technology under a contract with the National Aeronautical and Space Administration and by Laboratoire de Planetologie de Grenoble supported by CNRS and CNES.

#### References

- Biccari, D., et al., 2001. Ionosphere phase dispersion compensation. InfoCom Technical Report #002/005/01, University of Rome, Italy.
- Budden, K.G., 1964. Lectures on Magnetoionic Theory. Gordon and Breach Publishing Group, London.
- Mc Cormick, P.T., Whitten, R.C., 1990. The dynamics of the ionosphere of Mars at large solar zenith angle. J. Geophys. Res. 95, 6263.
- Melnik, O., Parrot, M., 1999. Propagation of electromagnetic waves through the Martian ionosphere. J. Geophys. Res. 104, 12705.
- Nouvel, J.-F., et al., 2001. Ionospheric propagation for low frequency spaceborn radar sounding; modeling and corrections. CEOS 2001, Tokyo, April 2–5 2001, SAR01-008.
- Pesnell, W.D., Grebowsky, J., 2000. Meteoric magnesium ions in the Martian atmosphere. J. Geophys. Res. 105, 1695.
- Picardi, G., et al., 2002. The Mars advanced radar for subsurface and ionosphere sounding (MARSIS) on board the Mars Express Orbiter, Mars Express Science Summary, ESA, to be published.
- Safaenili, A., Jordan, R.L., 2000. Low frequency radar sounding through martian ionosphere: problems and a proposed solution. IGARSS 2000, Honolulu, Hawaii.
- Schunk, R.W., Nagy, A.F., 1980. Ionospheres of terrestrial planets. Rev. Geophys. Space Phys. 18, 813.
- Witasse, O., et al., 2001. HF radio wave attenuation due to a meteoric layer in the atmosphere of Mars. Geophys. Res. Lett. 28 (15), 3039–3042.



## ANNEXE F : Simulation de sondage radar

### F.1. Simulation de sondage sur une orbite

L'orbite numéro 1125 de Mars Express va être utilisée ici. Grâce au logiciel «Mapps» de l'Agence Spatiale Européenne, nous pouvons visualiser cette orbite projetée au dessus de la surface Martienne, nous obtenons la figure F-1.

Les flèches sur cette figure indiquent les quatre lieux étudiés au chapitre 6 (Cf. cartes VI-1 et VI-7). Les deux traits barrant la projection de l'orbite sur la surface matérialisent les positions de début et de fin de la simulation.

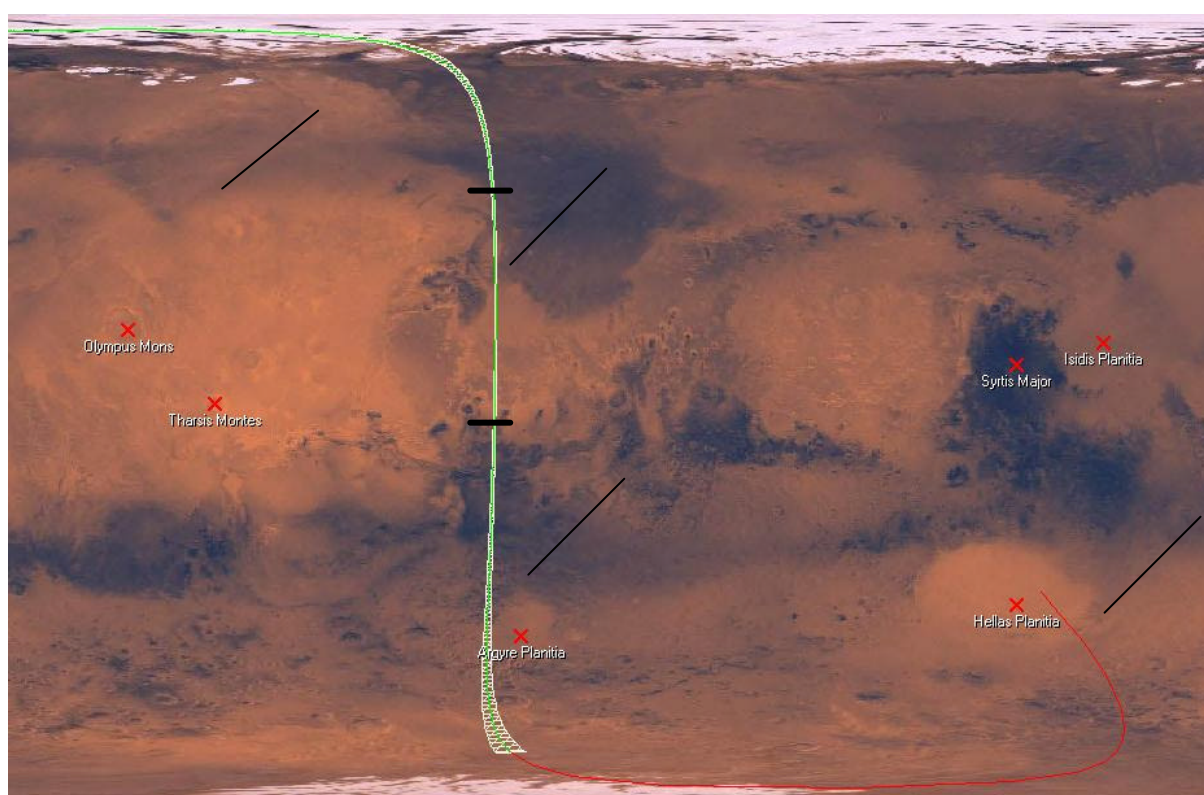


Fig. F-1 : Représentation de l'orbite 1125 de Mars Express. Carte obtenue d'après le logiciel de simulation « Mapps » (ESA/Estec, Mapps Version 3.0).

Pour cette simulation, 6000 impulsions ont été calculées avec une PRF de 10Hz. Ceci représente environ la moitié de la quantité de données qui sera enregistrée sur cette orbite, la partie «utile» des orbites étant constituée des positions où la sonde est à moins de 800km d'altitude. La durée du sondage radar est ainsi d'environ 25mn sur chaque orbite (Voir chapitre 2). Les simulations présentées ici correspondent à 10mn de signal chacune, pour une position centrée autour du périastre.

Trois cas sont présentés : Sans interface dans le sous-sol, avec une interface dans le sous-sol, à profondeur constante et avec une interface dans le sous-sol, avec une profondeur variable.

### **F.1.1. Sans interface dans le sous-sol**

L'orbite 1125 a été sélectionnée ici puisqu'elle permet de visualiser la différence de réflexion de surface entre le Nord et le Sud de la planète. Le clutter de surface dans la première partie de la simulation (jusqu'à l'impulsion numéro 3700) est ainsi beaucoup plus faible que dans la seconde (Voir Figure F-2).

L'altitude de la surface a été ramenée à zéro pour une meilleure visualisation.

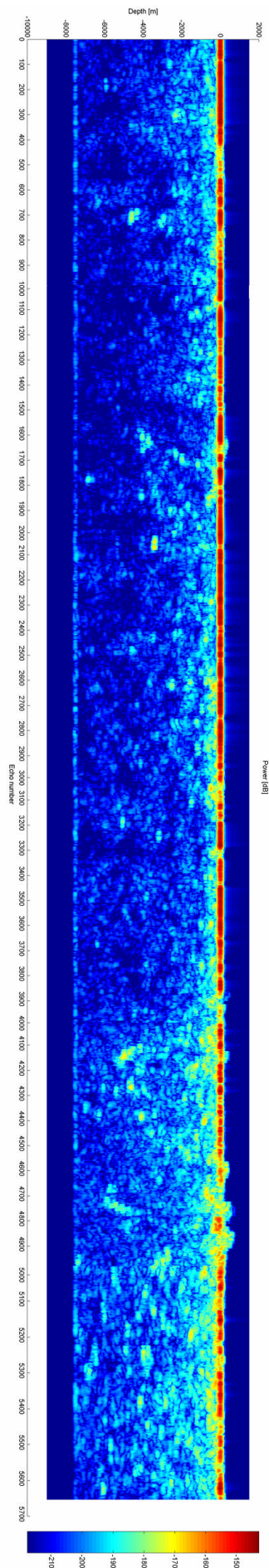


Fig. F-2: Simulation de 10 minutes de signal MARSIS centrée autour du périastre de l'orbite numéro 1125.

Le résultat est tracé ici après synthèse d'ouverture, pour un temps d'intégration de 2s.

Il n'y a pas d'interface dans le sous-sol.

### **F.1.2. Avec une interface de profondeur constante dans le sous-sol**

Pour visualiser l'effet de cette variation de clutter le long de orbite sur le signal provenant du sous-sol, nous utilisons désormais notre modèle de sous-sol à deux couches, avec une interface placée à une profondeur constante de 3000m.

Nous obtenons alors la figure F-3.

L'amplitude du signal provenant de la réflexion de l'onde radar sur l'interface apparaît relativement constante, quand elle est présente. De même qu'au point 6.2., nous voyons ici que le problème majeur est lié à la transmission de l'énergie à travers la surface. Lorsque l'écho de surface est très chaotique, l'énergie n'est pas transmise vers le sous-sol, ni à son retour vers la sonde, et l'écho de sous-sol disparaît (Cf. impulsions 4500 à 5000 sur la figure F-3).

Lorsque l'écho de surface est plus marqué et concentré, le signal provenant du sous-sol apparaît, sans lien apparent avec le niveau de clutter environnant.



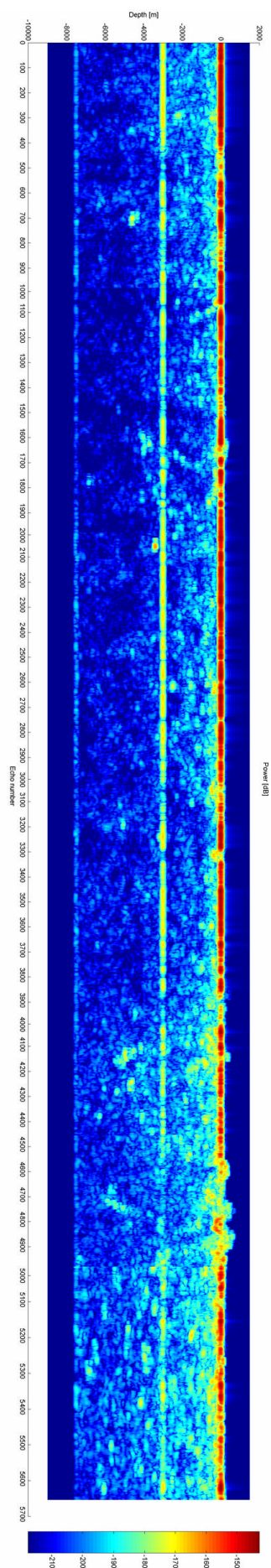


Fig. F-3: Simulation de 10 minutes de signal MARSIS centrée autour du périastre de l'orbite numéro 1125.

Le résultat est tracé ici après synthèse d'ouverture, pour un temps d'intégration de 2s.

Une interface est située dans le sous-sol, à une profondeur constante de 3000m.



### F.1.3. Interface de profondeur variable

Afin de nous rapprocher du modèle défini par Clifford en 1983, nous introduisons ici une relation entre la profondeur de l'interface et la latitude du sondage sur la planète. Cette relation est quadratique, elle est donnée par :

$$Prof = 1,3.(Lat^2 + 300) \quad (F-1)$$

Avec Lat, latitude de la sonde et Prof, profondeur de l'interface.

En utilisant la variation de latitude le long de l'orbite 1125, la variation de profondeur obtenue pour l'interface est donnée avec la figure F-4.

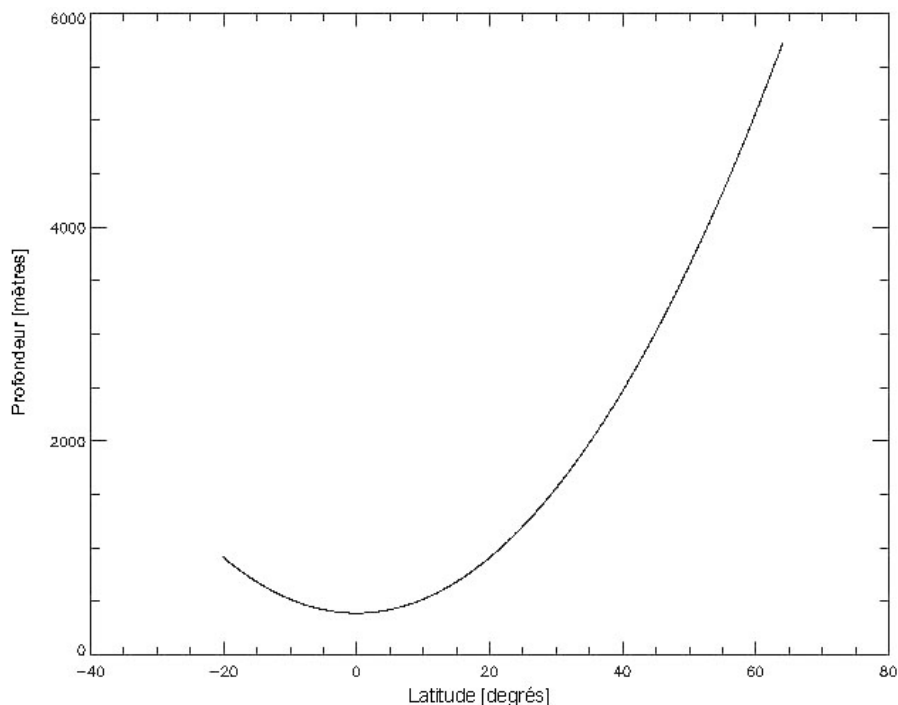


Fig. F-4 : Variation de la profondeur de l'interface dans le sous-sol en fonction de la latitude de la sonde sur l'orbite 1125.

Pour une telle variation, le résultat du sondage radar est donné avec la figure F-5. Le signal provenant du sous-sol est ici aussi facilement discernable. Nous voyons toutefois qu'il tend à se confondre avec le retour spéculaire de la surface lorsque la profondeur est minimale (environ 300m, dernières impulsions simulées).

Pour les régions où le clutter de surface est fort et la réflexion spéculaire de surface moins marquée, nous avons de même qu'en F.1.2. une nette diminution du signal provenant du sous-sol sur quelques impulsions (impulsions numéro 4500 à 5000).

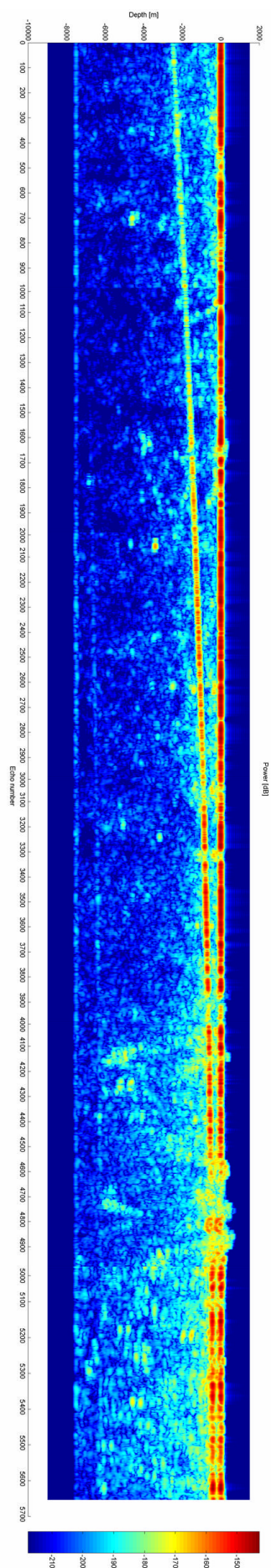


Fig. F-5: Simulation de 10 minutes de signal MARSIS centrée autour du périastre de l'orbite numéro 1125.

Le résultat est tracé ici après synthèse d'ouverture, pour un temps d'intégration de 2s. La fréquence du radar est centrée sur 5MHz.

Une interface est située dans le sous-sol, à une profondeur dépendant de la latitude d'observation suivant la loi (F-1).

Enfin, au fur et à mesure que la profondeur de l'interface s'amenuise, l'intensité du signal reçu du sous-sol augmente. Ceci est conforme avec la baisse de l'atténuation que l'onde subit lors de sa propagation dans le sol.

## F.2. Utilisation des bandes de fréquence I, II et III

Tout au long du manuscrit de cette thèse, nous avons présenté des résultats utilisant la bande de fréquence IV, centrée autour de 5MHz. Nous allons donner ici des exemples de sondage radar effectués avec les bandes inférieures, centrées autour de 1,8 ; 3 et 4MHz.

La surface retenue ici est le second échantillon de l'hémisphère Sud, vu au point 6.2.2. du chapitre 6. Cette surface est centrée sur le point 51°S, 100°E. Cette surface est utilisée ici car nous avons vu que c'était la zone où le clutter de surface est le plus fort. Nous allons donc mettre en valeur la variation de ce clutter avec la fréquence.

Le résultat obtenu pour la bande de fréquence IV est donné avec la figure VI-15 du chapitre 6.

### F.2.1. Bande de fréquence I

Cette bande de fréquence est large de 1MHz, et est centrée sur 1,8MHz. Nous simulons avec cette bande le résultat du sondage radar de 500 impulsions, avec une PRF de 10Hz. Après synthèse d'ouverture sur 2 secondes, le résultat est tracé sur la figure F-6.

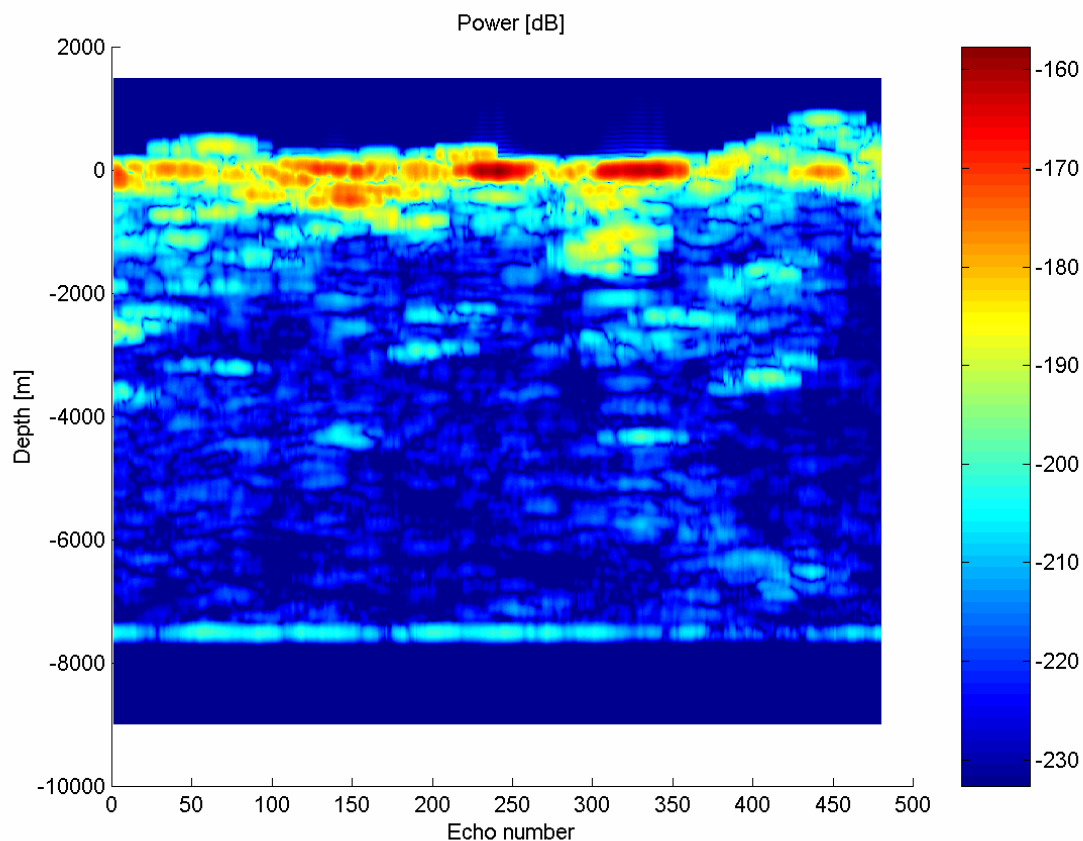


Fig. F-6 : Réponse de la surface centrée sur le point 51°S, 100°E en utilisant la bande I du radar MARSIS.

### F.2.2. Bande de fréquence II

C'est une bande centrée sur 3MHz. En l'utilisant sur la surface sélectionnée le résultat est tracé sur la figure F-7.

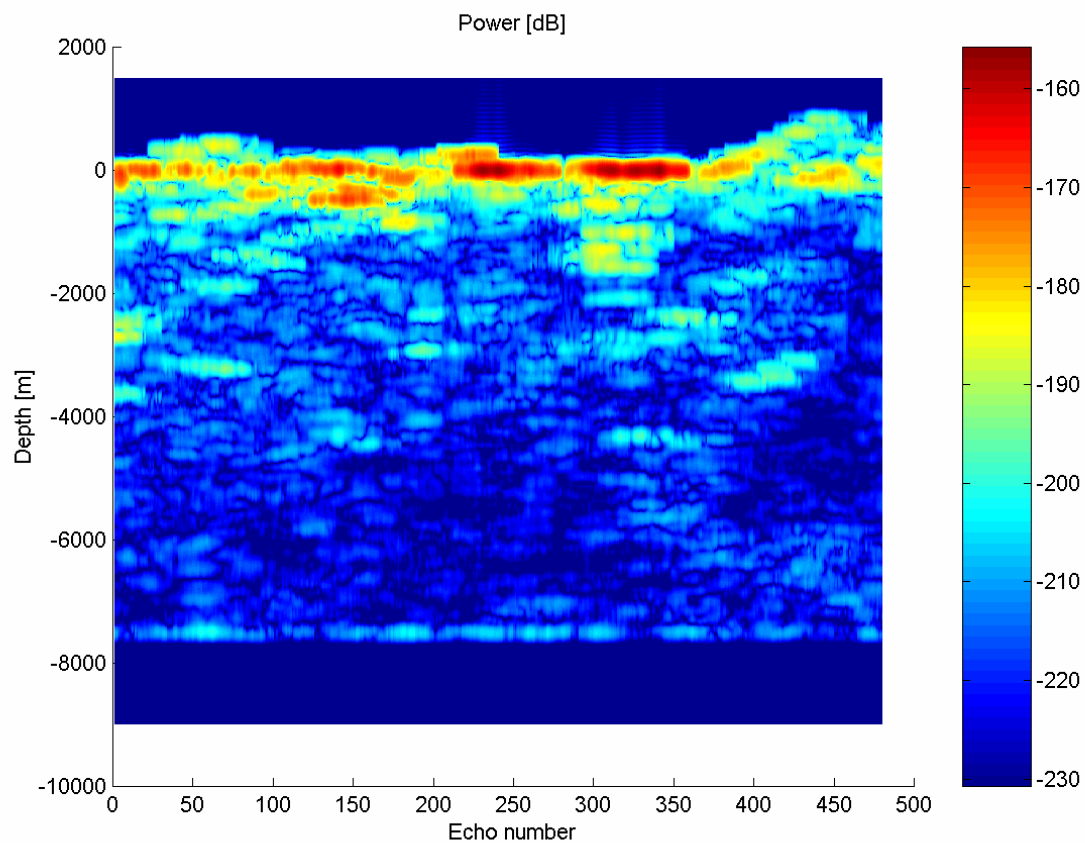


Fig. F-7 : Réponse de la surface centrée sur le point 51°S, 100°E en utilisant la bande II du radar MARSIS.

### F.2.3. Bande de fréquence III

C'est une bande centrée sur 4MHz. En l'utilisant sur la surface sélectionnée le résultat est tracé sur la figure F-8.

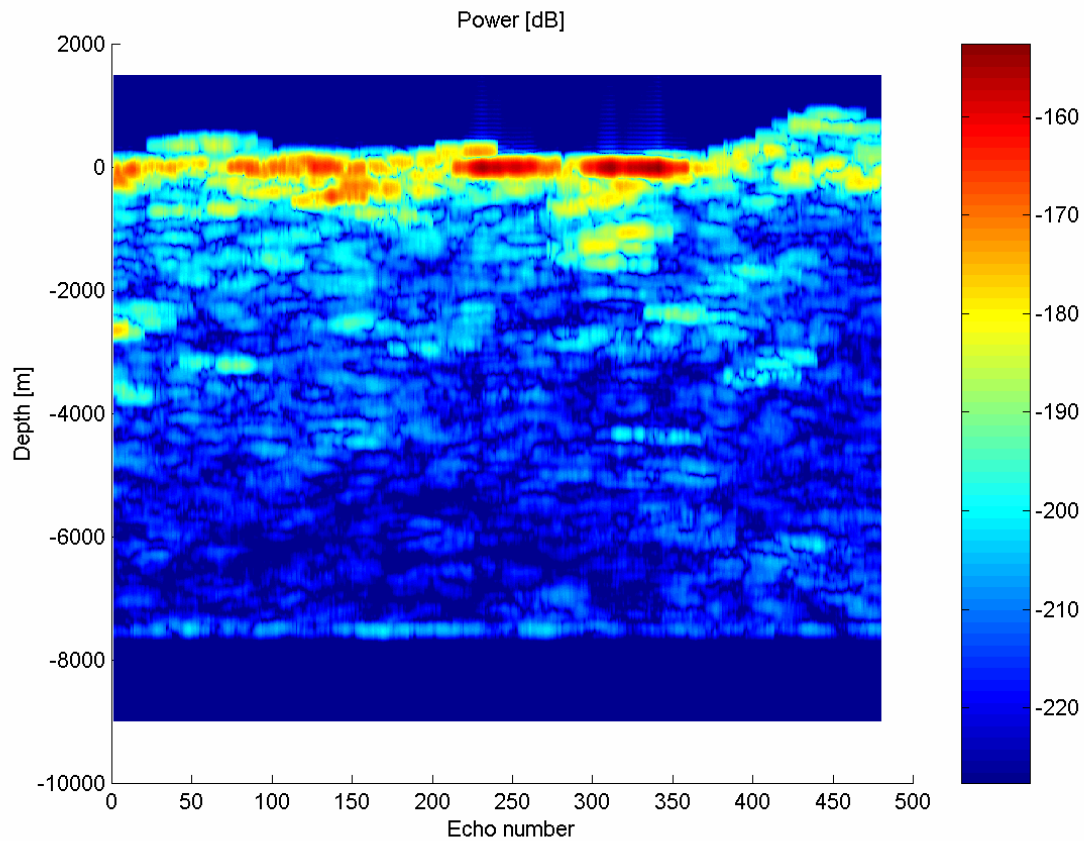


Fig. F-8 : Réponse de la surface centrée sur le point 51°S, 100°E en utilisant la bande III du radar MARSIS.

#### F.2.4. Discussion

Les résultats pour ces trois bandes de fréquence apparaissent très similaires. En regardant les niveaux de puissance des échos formant le clutter de surface, on distingue cependant une légère augmentation avec la fréquence.

Lorsque la fréquence augmente, la longueur d'onde diminue et les irrégularités de la surface apparaissent plus distinctement (la longueur d'onde est notre échelle de longueur, quand elle baisse, les irrégularités semblent plus marquées). La variation des figures F-6 à F-8 est en accord avec ce phénomène.