



HAL
open science

Wave characteristics analysis in the vicinity of shocks in space plasmas : cLUSTER satellite observations, numerical simulation and interpretation

Kateryna Musatenko

► **To cite this version:**

Kateryna Musatenko. Wave characteristics analysis in the vicinity of shocks in space plasmas : cLUSTER satellite observations, numerical simulation and interpretation. Other [cond-mat.other]. Université d'Orléans; Université nationale de Tarass Shevchenko de Kiev, 2009. Ukrainian. NNT : 2009ORLE2019 . tel-00452683

HAL Id: tel-00452683

<https://theses.hal.science/tel-00452683>

Submitted on 2 Feb 2010

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



ÉCOLE DOCTORALE SCIENCES ET TECHNOLOGIE

**Laboratoire de Physique et Chimie de l'Environnement et de l'Espace/
Université Nationale de Tarass Shevchenko de Kiev**

THÈSE EN COTUTELLE INTERNATIONALE présentée par :

Kateryna MUSATENKO

soutenue le : 22 juin 2009

pour obtenir le grade de :

**Docteur de l'Université d'Orléans
et de l'Université Nationale de Tarass Shevchenko de Kiev**

Discipline : physique des plasmas

**ANALYSE DES CARACTERISTIQUES D'ONDES AU VOISINAGE
DES CHOCS DANS DES PLASMAS SPATIAUX: OBSERVATIONS
DES SATELLITES CLUSTER, MODELISATION ET
INTERPRETATION**

THÈSE dirigée par :

M Vladimir KRASNOSELSKIKH Directeur de recherche, LPC2E/CNRS, Orléans
M Igor ANISIMOV Professeur, Université Nationale de Kiev

RAPPORTEURS :

M Michel DUDECK Professeur, Institut Jean Le Rond d'Alembert, Paris
M Oleg CHEREMNYKH Professeur, Institut de Recherches Spatiales, Kiev

JURY :

M Michel DUDECK Professeur, Institut Jean Le Rond d'Alembert, Paris
M Vladimir KRASNOSELSKIKH Directeur de recherche, LPC2E/CNRS, Orléans
M Igor ANISIMOV Professeur, Université Nationale de Kiev
M Oleg CHEREMNYKH Professeur, Institut de Recherches Spatiales, Kiev

**Хвильові процеси в околі ударних
хвиль у космічній плазмі:
спостереження на супутниках
CLUSTER, моделювання та
інтерпретація**

*Analyse des caractéristiques d'ondes au voisinage des chocs
dans des plasmas spatiaux: observations des satellites
CLUSTER, modélisation et interprétation*

*Wave characteristics analysis in the vicinity of shocks in
space plasmas: CLUSTER satellite observations, numerical
simulation and interpretation*

Kateryna Musatenko

Laboratoire de Physique et Chimie de l'Environnement et de l'Espace
3A, Avenue de la Recherche Scientifique, 45071, Orléans, CEDEX 2

Université Nationale de Tarass Shevchenko de Kiev
64, Rue Volodymyrs'ka, 01601, Kyiv, Ukraine

Résumé

Cette thèse est consacrée à l'étude des processus d'ondes au voisinage des chocs dans les plasmas spatiaux. La propagation des ondes de Langmuir dans un plasma présentant des inhomogénéités aléatoires de densité a été modélisée numériquement; les résultats obtenus ont été comparés aux données des instruments WHISPER et WBD à bord des satellites CLUSTER. Les résultats de modélisation et l'étude statistique portant sur l'intensité des ondes de Langmuir observées dans le pré-choc terrestre et le vent solaire ont montré que le théorème central limite n'est pas applicable aux statistiques sur l'intensité, du fait du nombre insuffisant d'inhomogénéités. Il en résulte que la fonction de distribution de probabilité pour le logarithme des énergies d'ondes n'atteint pas la distribution normale.

D'autre part la détection à distance de la zone quasi-perpendiculaire du front de choc terrestre a pu être effectuée en analysant la modulation des ondes de Langmuir et celle des ondes électrostatiques avec fréquence décalée à proximité de la limite du pré-choc. Il a été montré que la probabilité d'observation de la non-stationnarité du front de choc augmente avec le nombre de Mach du choc.

Enfin le rayonnement de transition des électrons relativistes au front de choc quasi-perpendiculaire a été calculé pour expliquer le mécanisme de l'émission électromagnétique observée par les satellites près du front de choc interplanétaire le 22 janvier 2004. Les paramètres du calcul correspondent aux véritables paramètres de l'évènement. Le spectre du rayonnement de transition établi théoriquement a son maximum dans le même domaine de fréquence que pour les mesures.

Mots-clés: chocs non collisionnels, pré-choc électronique, ondes de Langmuir, rayonnement de transition

Abstract

The doctoral thesis is devoted to the investigation of wave processes in the vicinity of space plasma shocks. The numerical modelling of the Langmuir wave propagation in plasma with random density inhomogeneities was performed and its results were compared with experimental data obtained by WHISPER and WBD instruments of the CLUSTER spacecraft project. The analysis results showed that the Central Limit Theorem is not applicable to the Langmuir wave intensity statistics in the Earth's foreshock and the solar wind, because of insufficient number of inhomogeneities affecting the amplitude of the waves. Consequently the normal distribution of the probability distribution function for logarithm of wave energies is not achieved.

The remote sensing of quasi-perpendicular part of the Earth's bow shock front was performed using the analysis of the modulation of Langmuir, upshifted and downshifted wave intensities close to the foreshock boundary. The probability of the shock front nonstationarity observation was found to grow with shock Mach number.

The transition radiation of the relativistic electrons at the interplanetary quasi-perpendicular shock front was calculated to explain the mechanism of electromagnetic emission observed by satellites near the shock front on January, 22, 2004. The parameters of the calculation corresponded to the actual parameters of the event. The theoretically predicted spectrum of transition radiation has its maximum in the same frequency region as in the measurements.

Key words: collisionless shocks, electron foreshock, Langmuir waves, transition radiation.

REMERCIEMENTS

Avant tout je souhaite exprimer ma gratitude à mes deux directeurs de thèse pour m'avoir motivé à me lancer dans cette aventure et faire beaucoup d'efforts afin que ce travail de thèse soit achevé.

Je veux remercier Vladimir Krasnosselskikh de m'avoir offert cette possibilité exceptionnelle et montré le monde réel de la science. Merci d'avoir partagé vos connaissances scientifiques et fait votre possible pour que je devienne une meilleure chercheuse. J'ai beaucoup apprécié votre présence à Kiev, de même que toutes les formalités administratives françaises dont vous vous êtes chargé.

Toute ma gratitude va également à Igor Anisimov qui m'a appris à ne jamais baisser les bras et savoir toujours apprécier les bons côtés des choses. Grâce à vos encouragements et optimisme j'ai eu plus de forces pour accomplir cette étape importante de ma vie. Merci d'avoir tout fait pour que je soutienne ma thèse.

Je remercie Michel Dudeck d'avoir été d'accord de venir en Ukraine pour ma soutenance et d'être le président du jury de thèse.

La plupart des résultats de cette thèse ont été obtenus en étroite collaboration avec Vasili Lobzin et Jan Souček. Merci de m'avoir tant aidé. C'était instructif et agréable de travailler avec vous.

Je veux également remercier Thierry Dudok de Wit pour les informations importantes qu'il m'a fournies et les conseils prodigués. Merci à Pierrette Décreau, Xavier Vallieres et Alban Rochel pour m'avoir facilité l'accès aux données des instruments de WHISPER.

Je suis très reconnaissante envers mes amis qui ont eu le courage et la volonté de lire et corriger mes résumés en anglais et français. Mon grand merci à Florent Coquelet, Anders Tjulin, Guillaume Lointier, Farida El-Lemdani Mazouz et Clément Cressiot.

Je tiens à remercier tous les gens qui m'ont aidé administrativement au laboratoire et à l'Université d'Orléans. Merci à Pierre Louis Bल्ली, Isabelle Langer, Michel Tagger, Sylvie Bargain et Catherine Aléonard. Votre aide sur place et à distance, souvent en urgence, était primordiale pour que cette thèse en cotutelle soit soutenue avec succès et que toutes les formalités soient bien réglées des deux côtés.

J'en profite aussi pour remercier les personnes du Centre franco-ukrainien de coopération universitaire et scientifique, en particulier Marc Pierre de m'avoir assisté pour obtenir une Bourse du Gouvernement Français, de même que Mariana Kouz'o et Oksana Lando pour leur soutien permanent concernant les documents et formalités.

Ma reconnaissance à Annie Manson du CROUS Orléans-Tours d'avoir fait tout son possible pour que je me sente bien à Orléans comme étudiante et en particulier de m'avoir donné une possibilité de faire le séjour d'une semaine à Paris pour les fêtes de Noël et Nouvel An en 2004/2005. C'était vraiment une expérience inoubliable!

Pendant mes séjours au Laboratoire de Physique et Chimie de l'Environnement j'étais souvent aidé par l'équipe informatique. Merci en particulier à Frank Elie et Lyane Plançon de m'avoir aidé à résoudre les problèmes venants et d'avoir mis en place un accès aux données depuis l'Ukraine. Je remercie Christine Koppreiter grâce à qui je me suis sentie mieux durant mon premier séjour. Merci d'avoir été si souvent prête à me parler même si mon français était embryonnaire.

Je remercie de tout mon coeur mes amis qui étaient ma France et tout mon monde pendant le premier séjour et qui ont beaucoup contribué à mon bien être dans ce pays aussi loin du mien. Je me sentais beaucoup mieux grâce à vous. Ces amis ce sont Anna Holovina, Anders Tjulin, Yasuhiro Kuramitsu, David Sundkvist, Jan Souček, Aurore Lecoustre, Olivier Prot, Leonie Vasarhelyi, Santiago Ortega, Olga Alexandrova, Dmitri Pokhotelov et Ankur Trigunait.

Je veux aussi remercier tous les gens que je n'ai pas cités jusqu'ici mais avec qui j'avais les contacts agréables pendant mes séjours au laboratoire. Merci d'avoir créé l'atmosphère aussi accueillante et chaleureuse. Je ne peux pas les nommer tous car il y a vraiment beaucoup

de personnes mais je veux obligatoirement mentionner Guillaume Lointier, Farida El-Lemdani Mazouz, František Němec, Ondrej Santolik et Misha Hayosh.

Je souhaite remercier mon père, ma mère et mon frère Yura de m'avoir aidé à prendre la décision de commencer ma thèse et de leur aide morale, financière et scientifique en permanence. Je remercie en particulier mon mari Florent pour m'avoir fortement soutenu à tous les niveaux pendant les longs travaux de thèse. Je remercie Roger, Marie-Pierre et Aurélie pour leur accueil agréable. Grâce à vous, ma famille, je pouvais continuer et finir les recherches.

ПОДЯКИ

Велика кількість людей доклала зусиль для того, щоб ця дисертація була написана і захищена. Вважаю за необхідне, насамперед, висловити подяку за допомогу та підтримку моїм науковим керівникам Анісімову Ігорю Олексійовичу та Красносельських Володимиру Вікторовичу, які самовіддано навчали мене тому, що знали самі, та доклали чимало зусиль для того, щоб дана робота була завершена.

Я дякую Володі Красносельських за те, що він показав мені справжній науковий світ та намагався зробити мене кращим науковцем, а також за те, що він знайшов час та можливість приїхати до Києва на захист дисертації.

Хочу окремо подякувати Ігорю Олексійовичу Анісімову, за весь той час і працю, які він в мене вклав, за дуже хороше ставлення та створення унікальної приємної атмосфери в науковій групі, до якої я мала щастя належати під час роботи над дисертацією у Києві. Мені було дуже приємно бути Вашою аспіранткою. Я рада, що захистивши дисертацію, я хоча б частково віддячила за те добро, яке я отримувала в необмеженій кількості за всі роки роботи з Вами.

Я глибоко вдячна опонентам моєї дисертаційної роботи – Олегу Костянтинівичу Черемних та Олександрю Нектарійовичу Кришталю, за те, що вони згодилися на таку серйозну і складну роботу, та успішно її виконали. Обговорення та семінари, які Ви організували, принесли мені велику користь в подальшому під час підготовки до захисту.

Я хочу також подякувати членам експертної комісії та всім іншим людям, які прочитали мою дисертацію та зробити важливі зауваження і доповнення, а саме: Геннадію Петровичу Міліневському, Валерію Яковичу Черняку, Олексію Антоновичу Гончарову, Олексію Агапітову, Олексію Парновському, моїй мамі та брату Юрі.

Я також вдячна людям, що знайшли час та надіслали позитивні відгуки на мій автореферат. Я дякую Юрію Григоровичу Рапопорту, Олександрю Сергійовичу Волокітіню, Тарасу Сіверському, Василю Миколайовичу Івченку, Олексію Агапітову, Ігорю Феліксівичу Домніну, Дмитру Анатолійовичу Дзюбанову, Валерію Євгенійовичу Корепанову, Ф.Л. Дудкіну та В.І. Маслову.

Я висловлюю свою вдячність всім людям, які мене слухали, задавали запитання та підтримали на науковому семінарі в Інституті космічних досліджень, чим допомогли зробити хорошу доповідь на захисті. Окремо хочу подякувати Василю Миколайовичу Івченку, Олексію Агапітову, Олексію Парновському, Асену Грицаю та Георгію В'ячеславовичу Лізунову.

Дякую Володимиру Кравчуку та Маріусу Діпонасу за їхню допомогу при обчисленнях у середовищі «Математика». Завдяки Вам я успішно завершила роботу над останнім необхідним розділом дисертації.

Також бажаю подякувати Тарасу Сіверському та Тарасу Літошенку, завдяки яким моя наукова робота була ширше представлена на міжнародних конференціях за кордоном.

Висловлюю свою вдячність співробітникам-співавторам моїх статей: Васі Лобзіну та Яну Соучеку, а також іншим людям, з якими мені довелося спілкуватись та співпрацювати у Лабораторії фізики та хімії доквілля та космосу Орлеанського університету та на радіофізичному факультеті Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Особливо я хотіла б подякувати науковій групі Ігоря Олексійовича Анісімова, зокрема колегам по роботі С.М. Левитському та О.І. Кельнику.

Бажаю висловити подяку студентам та аспірантам наукової групи Ігоря Олексійовича, які завжди підтримували хороший настрій та створювали відчуття команди, а саме Маші Соловйовій, Даші Великанець, Олі Самчук, Тарасу Літошенку,

Юрі Толочкевичу, Вані Воронову та Саші Пономарьову. Я завжди Вас пам'ятатиму і з щасливою усмішкою згадуватиму час, який ми проводили разом.

Дякую Аделі Веніамінівні Тараненко, Тамарі Єгорівні Лиситченко та Галині Іванівні Леваді за успішне і приємне врегулювання формальних питань з приводу мого навчання в аспірантурі та з приводу роботи на радіофізичному факультеті для продовження роботи над дисертацією.

Висловлюю свою вдячність Валерію Івановичу Григоруку, Богдану Казимировичу Левківському та його співробітницям за допомогу в урегулюванні всіх формальних питань, які виникали під час оформлення документів для такого непростого випадку захисту дисертації, як мій.

Не можу обминути своєю увагою Іру Гаврильченко та Васю Василенка, з якими я захищалася в один і той же день, і завдяки яким все було простішим, починаючи від оформлення багаточисельних документів до організації самого захисту. Іро, я дуже рада, що таким чином з тобою познайомилася і здружилася.

Хочу також подякувати секретарю вченої ради Олександрі Володимировичу Прокопенку та колишнім аспірантам – Галі Стрільчук та Тарасу Літошенко, які в міру можливості допомагали орієнтуватись у складному «квесті» оформлення атестаційних справ.

Я також дякую всім моїм друзям та знайомим, що підтримували мене протягом цих п'яти років, а особливо тим, хто знайшов час мене підбадьорити перед захистом та привітати після.

Окрема глибока подяка моїй сім'ї: батькам, брату та чоловіку за їхню безумовну любов, допомогу та підтримку в усьому.

Нажаль я не можу перерахувати дійсно всіх. Напевно є люди, яких я не згадала, але вони теж певним чином мені допомогли. Я, безумовно, також їм вдячна.

Щиро, від усього серця, дякую всім!

TABLE DES MATIÈRES / ЗМІСТ

INTRODUCTION / ВСТУП	1
СНАРІТРЕ 1 / РОЗДІЛ 1	
ХВИЛЬОВІ ПРОЦЕСИ ПОБЛИЗУ УДАРНИХ ХВИЛЬ У КОСМІЧНІЙ ПЛАЗМІ (ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ)	6
1.1. Ударні хвилі без зіткнень у космічній плазмі. Ударна хвиля Землі	6
1.2. Походження та властивості ленгмюрівських хвиль перед ударною хвилею Землі	9
1.3. Нестационарність фронту ударної хвилі Землі	13
1.4. Збудження електромагнітного випромінювання на фронті міжпланетної ударної хвилі	14
1.5. Багатосупутниковий проект CLUSTER	16
1.6. Висновки до розділу 1	18
СНАРІТРЕ 2 / РОЗДІЛ 2	
ПЛАЗМОВО-ПУЧКОВА ВЗАЄМОДІЯ У ВИПАДКОВО-НЕОДНОРІДНІЙ ПЛАЗМІ ТА СТАТИСТИЧНІ ВЛАСТИВОСТІ ЛЕНГМЮРІВСЬКИХ ХВИЛЬ МАЛОЇ АМПЛІТУДИ У СОНЯЧНОМУ ВІТРИ ТА ЕЛЕКТРОННОМУ ФОРШОЦІ	19
2.1. Числова модель плазмово-пучкової взаємодії у випадково-неоднорідній плазмі	20
2.2. Числове моделювання поширення хвиль у неоднорідній плазмі	25
2.3. Аналіз експериментальних даних, виміряних приладом WBD супутників CLUSTER	30
2.4. Аналіз експериментальних даних, виміряних приладом WHISPER супутників CLUSTER	33
2.5. Висновки до розділу 2	39
СНАРІТРЕ 3 / РОЗДІЛ 3	
НЕСТАЦІОНАРНІСТЬ ТА ХВИЛЯСТІСТЬ КВАЗІ-ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОЇ ОБЛАСТІ УДАРНОЇ ХВИЛІ ЗЕМЛІ: ВИМІРЮВАННЯ СУПУТНИКІВ CLUSTER	41
3.1. Відбір даних приладу WHISPER супутників CLUSTER для дослідження нестационарності фронту ударної хвилі Землі та процедура їх обробки	41
3.2. Результати статистичного дослідження даних та їх обговорення	47
3.3. Висновки до розділу 3	53
СНАРІТРЕ 4 / РОЗДІЛ 4	
ПЕРЕХІДНЕ ВИПРОМІНЮВАННЯ РЕЛЯТИВІСТСЬКИХ ЕЛЕКТРОНІВ З ОБЛАСТІ МІЖПЛАНЕТНОЇ УДАРНОЇ ХВИЛІ	54
4.1. Параметри міжпланетної ударної хвилі 22 січня 2004 року	54
4.2. Опис теоретичної моделі з лінійним профілем концентрації	55
4.3. Розклад густини струму електрона, що обертається, по плоских хвилях	56
4.4. Хвильове рівняння для вектор-потенціалу та його розв'язок за допомогою методу геометричної оптики для лінійного градієнту концентрації	57
4.5. Результати, отримані при розв'язанні хвильового рівняння методом геометричної оптики для лінійного градієнту концентрації	61
4.6. Розв'язок хвильового рівняння для вектор-потенціалу при малих збуреннях діелектричної проникності плазми	62
4.7. Результати обчислення перехідного випромінювання за методом послідовних наближень	66
4.8. Оцінка величини циклотронного випромінювання	67

4.9. Висновки до розділу 4	68
CONCLUSIONS / ВИСНОВКИ	70
RESUME SUBSTANTIEL EN FRANÇAIS	
Analyse des caractéristiques d'ondes au voisinage des chocs dans des plasmas spatiaux: observations des satellites CLUSTER, modélisation et interprétation	71
SUBSTANTIAL ABSTRACT IN ENGLISH	
Wave characteristics analysis in the vicinity of shocks in space plasmas: CLUSTER satellite observations, numerical simulation and interpretation	85
BIBLIOGRAPHIE / СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ	97
Liste de publications	107
ANNEXE	
Articles publiés	109
I Article 1	109
II Article 2	123
III Article 3	133
IV Article 4	147
V Article 5	155

INTRODUCTION / ВСТУП

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Ударні хвилі у космосі та хвильові процеси в їхньому околі безперервно вивчаються з моменту теоретичного передбачення існування ударних хвиль без зіткнень [1] та їх експериментального виявлення в космічному просторі (ударні хвилі Землі та планет, міжпланетні ударні хвилі) [2-3]. Спостереження супутникових проектів ISEE 1-2 виявили велику кількість особливостей хвильових процесів навколо ударної хвилі Землі та ударних хвиль у сонячному вітрі [4]. На зміну 2-супутникового проекту ISEE прийшов 4-супутниковий проект CLUSTER, який має на меті подальше вивчення хвильових процесів у космічній плазмі навколоземного простору [5]. За допомогою даних вимірювань супутників CLUSTER, що дають можливість розділити просторові та часові варіації фізичних величин, було вперше експериментально виявлено, наприклад, прояви нестационарності фронту ударної хвилі Землі [6], зокрема, його переформування [7].

Проводиться постійна робота з інтерпретації даних супутникових вимірювань у світлі існуючих теоретичних уявлень та результатів комп'ютерного моделювання [8]. Отже, вивчення хвильових процесів поблизу ударних хвиль у сонячно-земному просторі за допомогою супутників складає неабиякий інтерес у сучасній фізиці космосу. Крім того, співпраця зі світовою науковою спільнотою у рамках міжнародних супутникових проектів значною мірою визначає внесок України до міжнародних досліджень космічного простору.

На даний момент ведуться дослідження проблем порушення адиабатичності електронної компоненти космічної плазми, механізму прискорення частинок ударною хвилею, хвилястості та зморшкватості її фронту та інші [9]. Проводиться також вивчення хвильової активності на фронтах та у форшоках (передударних областях) ударних хвиль, викликаній взаємодією прискорених частинок з навколишнім середовищем.

Особливий інтерес складають статистичні властивості амплітуд ленгмюрівських хвиль у електронних форшоках ударних хвиль [10].

Потоки електронів прискорених у квазіперпендикулярній частині фронту ударної хвилі генерують ленгмюрівські хвилі, що спостерігаються супутниковою апаратурою у електронних форшоках. Залежність амплітуди цих хвиль від часу має дещо нерегулярний характер, що прийнято пояснювати присутністю неоднорідностей концентрації плазми на шляху поширення хвилі. Для пояснення статистичних властивостей логарифму інтенсивності ленгмюрівських хвиль у форшоці Землі було розроблено теорію стохастичного зростання [11], яка базується на припущенні про велику кількість областей з додатним інкрементом, крізь які проходить хвиля. Дана теорія передбачає нормальний розподіл логарифму амплітуд хвиль. Переважна більшість статистичних досліджень показує приблизну відповідність розподілів нормальному, з деякими відхиленнями для дуже малих та дуже великих амплітуд, але порівняння з іншими можливими розподілами для середніх амплітуд хвиль досі не проводилося. Крім того, раніше не досліджувалася залежність типу розподілу від кількості неоднорідностей, через які проходить хвиля.

Хвилястість фронту ударної хвилі спостерігається у комп'ютерному моделюванні як прояв нестационарності згаданого фронту, але її вкрай складно виявити у супутникових вимірюваннях. Були спроби її дослідження на одиночній події [12], але подібні результати не можна вважати достатньо загальними. На основі методики віддаленої діагностики квазіперпендикулярної області фронту навколоземної ударної хвилі [13], існує можливість виявити хвилястість фронту за модуляцією потоків прискорених фронтом електронів i , відповідно, інтенсивністю ленгмюрівських хвиль у

електронному форшоці. Подібна методика може забезпечити достатню статистичну вибірку для широкого дослідження нестационарності фронту ударної хвилі Землі.

Окрім ударної хвилі Землі, супутники CLUSTER при виході в сонячний вітер можуть спостерігати також міжпланетні ударні хвилі. Вимірювання в околі потужної ударної хвилі 22 січня 2004 року [14] показують одночасне підвищення концентрації релятивістських електронів та появу електромагнітного випромінювання на частоті $\sim 1.2-1.6 f_{pe}$, де f_{pe} – плазмова електронна частота. Дослідники [15] припускають, що дане випромінювання може бути перехідним випромінюванням релятивістських електронів, що дрейфують через область стрибка параметрів в ударній хвилі. Для перевірки даної гіпотези необхідно виконати теоретичний розрахунок перехідного випромінювання.

Для дослідження згаданих хвильових процесів у околі ударної хвилі Землі та міжпланетної ударної хвилі необхідно розробити відповідні теоретичні моделі, на їх основі провести аналітичні розрахунки, комп'ютерне моделювання та виконати статистичні дослідження з використанням даних вимірювань супутників CLUSTER.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дослідження, що увійшли до дисертації, проводилися у рамках українсько-французької наукової співпраці за підтримки Посольства Франції в Україні та науково-дослідницької теми №06БП052-03 «Розробка фізичних основ приладів та програмно-апаратних комплексів для радіофізичних систем енергокомплексу», виконаної в Київському національному університеті імені Тараса Шевченка, співвиконавцем якої була дисертантка.

Мета і задачі дослідження. Метою дослідження є встановлення механізмів та закономірностей хвильових процесів різноманітної природи в космічній плазмі в околі ударних хвиль на основі даних вимірювань супутників CLUSTER. Для досягнення цієї мети розв'язувалися такі задачі:

– Розробка моделі поширення ленгмюрівських хвиль у плазмі з випадковими неоднорідностями та порівняння результатів числового моделювання з супутниковими спостереженнями у електронному форшоці Землі.

– Знаходження проявів нестационарності фронту ударної хвилі Землі за даними вимірювань інтенсивності ленгмюрівських та зсунутих за частотою хвиль у електронному форшоці Землі.

– З'ясування природи електромагнітного випромінювання на частотах, дещо більших від електронної плазмової, експериментально зафіксованого в околі фронту міжпланетної ударної хвилі.

Об'єкт дослідження: ударні хвилі в космічній плазмі.

Предмет дослідження: хвильові процеси в космічній плазмі в околі ударних хвиль різноманітної природи.

Методи дослідження. У розділі 2 дисертації використовувався метод прогонки для розв'язку рівняння кутової дифузії. Для класифікації теоретично та експериментально отриманих розподілів інтенсивностей ленгмюрівських хвиль у форшоці Землі, використовувався метод кривих Пірсона. У 3 розділі роботи використовувався метод Ломба для пошуку періодичностей у коливаннях інтенсивності ленгмюрівських хвиль у електронному форшоці Землі. У розділі 4 при теоретичному розрахунку перехідного випромінювання для розв'язку хвильового рівняння використовувалися методи ВКБ та послідовних наближень. Для розрахунку інтегралів, що визначають поле випромінювання в далекій зоні, застосовувалися стандартні методи математичної фізики (метод лишків, метод стаціонарної фази) та числові методи.

Наукова новизна одержаних результатів

– За допомогою моделі поширення ленгмюрівських хвиль у плазмі з випадковими неоднорідностями вперше досліджено залежність типу розподілу логарифму інтенсивності ленгмюрівських хвиль від кількості флуктуацій концентрації, які перетинає хвиля.

– Вперше застосовано методику Пірсона для класифікації розподілів інтенсивностей ленгмюрівських хвиль у електронному фронті Землі і виявлено, що розподіл логарифмів інтенсивностей хвиль краще апроксимується розподілом Пірсона IV типу або β -розподілом, а не нормальним розподілом.

– Вперше на широкому масиві супутникових вимірювань досліджено властивості нестационарності фронту ударної хвилі Землі з використанням флуктуацій інтенсивності ленгмюрівських хвиль в електронному фронті Землі.

– Вперше розроблено теоретичну модель та проведено розрахунок перехідного випромінювання релятивістського електрона, що дрейфує в схрещених електричному та магнітному полях через фронт міжпланетної ударної хвилі.

Практичне значення одержаних результатів. Отримані в дисертаційній роботі результати дозволяють глибше зрозуміти природу хвильових процесів поблизу ударних хвиль у космосі. Ці результати варто брати до уваги при подальшому вивченні ленгмюрівських хвиль в електронних фронтах ударних хвиль, хвилястості фронтів ударних хвиль та перехідного випромінювання на їх фронтах. Їх можна використати для інтерпретації даних супутникових вимірювань хвильової активності в околі космічних ударних хвиль різноманітної природи, а також при плануванні нових спостережень та експериментів з дослідження хвильових процесів у космосі. Наукові результати можуть бути використані при дослідженнях у Головній астрономічній обсерваторії НАНУ, Інституті космічних досліджень НАНУ й НКАУ, Радіоастрономічному інституті НАНУ, Інституті іоносфери НАН та МОН України, Київському національному університеті ім. Тараса Шевченка, Харківському національному університеті ім. В.Н. Каразіна та в інших наукових установах, де проводяться дослідження космічного простору.

Особистий внесок здобувача. У роботі [16] дисертантка брала участь у розв'язанні рівняння кутової дифузії, числовому моделюванні поширення пакету хвиль у плазмі з випадковими неоднорідностями та інтерпретації результатів моделювання. У роботі [17] дисертантка виконала підготовку, обробку та аналіз експериментальних даних приладу WHISPER супутників CLUSTER, брала участь у обговоренні та інтерпретації результатів роботи, а також написанні тексту статті. У роботі [18] дисертантка виконала попередню селекцію подій для подальшої статистичної обробки, виконувала пошук та брала участь у обговоренні методів аналізу супутникових даних. У роботах [19-20] дисертантка брала участь у виборі теоретичної моделі, інтерпретації результатів та формулюванні висновків дослідження, а також виконала аналітичні та числові розрахунки та писала тексти статей.

Апробація результатів дисертації. Результати, що увійшли до дисертаційної роботи, доповідалися на таких конференціях: 13th Open Young Scientists' Conference on Astronomy and Space Physics, Kyiv, 2006 [21]; Dynamical Processes in Space Plasmas, Ein-Bokek, Israel, 2006; EGU General Assembly, Vienna, Austria, 2006 [22]; International Workshop on Frontiers of Plasma Science, Trieste, Italy, 2006; 13th International Congress on Plasma Physics (ICPP-2006), Kiev, 2006 [23-24]; 15th Conference of Doctoral Students-WDS 2006, Prague, Czech Republic; 6-8 International Young Scientists Conferences on Applied Physics, Kiev, 2006-2008 [25-27]; 3-4 International Conferences "Electronics and Applied Physics", Kiev, 2007-2008 [28-29]; Українська конференція з фізики плазми та керованого термоядерного синтезу – 2007, м. Київ [30]; Spatio-Temporal Analysis and Multipoint Measurements in Space – 2, Orleans, France, 2007 [31-33]; 8-я украинская конференция по космическим исследованиям «Солнечно-земные связи и космическая погода», Евпатория, 2008 [34]; 14th International Congress on Plasma Physics, Fukuoka, Japan, 2008 [35]; International Conference - School on Plasma Physics and Controlled Fusion, Alushta (Crimea), Ukraine, 2008 [36], а також на щорічних наукових конференціях Інституту ядерних досліджень НАН України (м. Київ, 2008-2009), на наукових семінарах Лабораторії фізики та хімії довкілля (Орлеан, Франція) та кафедри

фізичної електроніки радіофізичного факультету Київського національного університету імені Тараса Шевченка.

Публікації. Результати дисертації опубліковані у 5 статтях, надрукованих у журналах “Journal of Geophysical Research”, “Planetary and Space Science”, “Annales Geophysicae”, “Ukrainian Journal of Physics” та “Problems of Atomic Science and Technology”, 6 доповідях у збірниках праць наукових конференцій та 10 доповідях у збірниках тез наукових конференцій.

Структура та обсяг дисертації. Дисертація складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел із 143 найменувань.

Зміст роботи

У **ВСТУПІ** обґрунтовано необхідність дослідження хвильових процесів у околі ударних хвиль у космічній плазмі та подано загальну характеристику дисертаційної роботи. Показано актуальність досліджуваної теми, сформульовано мету, завдання та описано методи проведення дослідження. Крім того, зазначена наукова новизна одержаних результатів, їхнє практичне значення, особистий внесок здобувача, апробація результатів дисертації на конференціях, семінарах та симпозіумах, а також відомості про кількість публікацій.

РОЗДІЛ 1 присвячений огляду літератури про хвильові процеси в околі ударних хвиль у космічній плазмі. У підрозділі 1.1 розглянуто фізичні засади можливості існування ударних хвиль без зіткнень. Подано короткий опис ударної хвилі Землі та причини утворення електронного та іонного форшоків. Сучасна точка зору на походження та властивості ленгмюрівських хвиль перед ударною хвилею Землі детально описана у підрозділі 1.2. Підрозділ 1.3 містить інформацію про сучасний стан справ у дослідженнях нестационарності фронту ударної хвилі Землі. У підрозділі 1.4 описано параметри міжпланетної ударної хвилі, яку спостерігали 22 січня 2004 року прилади супутників CLUSTER та WIND. Проведено опис та обговорення властивостей електромагнітного випромінювання, яке спостерігалось поблизу фронту хвилі. У підрозділі 1.5 описано багатосупутниковий проект CLUSTER та наведено короткі характеристики приладів, які знаходились на бортах супутників, зокрема WBD та WHISPER. Даний розділ завершується висновками, у яких обґрунтовується необхідність подальшого дослідження хвильових процесів у околі ударних хвиль у космосі, зокрема статистичних властивостей ленгмюрівських хвиль у форшоці Землі, нестационарності фронту ударної хвилі Землі та хвильових процесів біля фронтів міжпланетних хвиль.

У **РОЗДІЛІ 2** досліджується плазмово-пучкова взаємодія у випадково-неоднорідній плазмі та аналізуються статистичні властивості ленгмюрівських хвиль малої амплітуди у сонячному вітрі та електронному форшоці. У підрозділі 2.2 виконується числове моделювання поширення ленгмюрівських хвиль у плазмі з неоднорідностями електронної концентрації на базі теоретичної моделі, описаної у підрозділі 2.1. Результати моделювання порівнюються з експериментальними даними приладу WBD супутників CLUSTER у підрозділі 2.3. У підрозділі 2.4 проводиться широке статистичне дослідження великої кількості подій спостереження ленгмюрівських хвиль у форшоці Землі на основі експериментальних даних, вимірених приладом WHISPER супутників CLUSTER. Висновки до розділу 2 зведені у підрозділі 2.5.

У **РОЗДІЛІ 3** проведено статистичне дослідження нестационарності квазі-перпендикулярної області ударної хвилі Землі з використанням вимірювань ленгмюрівських хвиль у форшоці Землі супутниками CLUSTER. Підрозділ 3.1 описує критерії відбору даних та процедуру їх обробки. Аналіз результатів статистичного дослідження проводиться у підрозділі 3.2. Підсумок роботи підведено у підрозділі 3.3.

РОЗДІЛ 4 присвячений розрахунку перехідного випромінювання релятивістських електронів з області міжпланетної ударної хвилі 22 січня 2004 року. У підрозділі 4.1

описано параметри цієї ударної хвилі. Їх було взято до уваги при розробці теоретичної моделі релятивістського електрона, що дрейфує через область стрибка концентрації у хвилі. Модель з лінійним профілем концентрації розглядається у підрозділі 4.2. Для розв'язку хвильового рівняння густину струму електрона, що обертається, було розкладено по плоских хвилях, що описано у підрозділі 4.3. Підрозділ 4.4 присвячений розв'язку хвильового рівняння для вектор-потенціалу за допомогою методу геометричної оптики для моделі з лінійним градієнтом концентрації. Отримані результати описані у підрозділі 4.5. Їхній аналіз показує, що при розв'язанні хвильового рівняння за допомогою методу ВКБ можна зробити деякі висновки про властивості випромінювання, але не можна розрахувати його спектр.

Для того, щоб отримати спектр перехідного випромінювання релятивістського електрона, що дрейфує через фронт міжпланетної ударної хвилі, було розглянуто модель малих збурень діелектричної проникності. Відповідне хвильове рівняння було розв'язано методом послідовних наближень (підрозділ 4.6). Результати обчислення перехідного випромінювання, його властивості та спектр обговорюються в підрозділі 4.7. У підрозділі 4.8 проводиться розрахунок циклотронного випромінювання релятивістського електрона і показується, що його внесок до загального випромінювання дуже малий у порівнянні з внеском перехідного випромінювання. Розділ 4 завершується формулюванням висновків.

У ВИСНОВКАХ підводиться загальний підсумок роботи, проведеної у дисертації. За ним слідує СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ, на яку є посилання у тексті дисертаційної роботи.

ХВИЛЬОВІ ПРОЦЕСИ ПОБЛИЗУ УДАРНИХ ХВИЛЬ У КОСМІЧНІЙ ПЛАЗМІ (ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ)

1.1. Ударні хвилі без зіткнень у космічній плазмі. Ударна хвиля Землі

Ударні хвилі спочатку вивчалися в газових середовищах. Пізніше активний розвиток фізики плазми, пов'язаний, перш за все, з проблемою керованого термоядерного синтезу, сприяв дослідженням ударних хвиль у плазмі. Постало питання про існування ударних хвиль у дуже розрідженій плазмі, наприклад, космічній [37].

Утворення ударної хвилі забезпечується наявністю нелінійності та присутністю механізму, що запобігає перекиданню її фронту, і супроводжується різкою зміною деяких фізичних параметрів при проходженні через фронт [38]. Зазвичай у досить тонкому шарі на фронті хвилі енергія впорядкованого потоку необоротно перетворюється в теплову енергію. В звичайному газі це відбувається завдяки зіткненням між молекулами, тому в газі товщина фронту ударної хвилі обмежена знизу величиною порядку довжини вільного пробігу.

У плазмі дисипація обумовлюється колективними ефектами – нестійкостями та збудженням хвиль. Це уможливорює існування специфічних ударних хвиль з шириною фронту, значно меншою від довжини вільного пробігу частинок.

Після відкриття ударної хвилі Землі супутниками IMP існування ударних хвиль у плазмі без зіткнень більше не викликало сумнівів. Залишалось лише зрозуміти, як вони утворюються і які процеси роблять можливим існування таких хвиль у розрідженій плазмі.

Розглянемо спрощену теорію магнітозвукових ударних хвиль [1]. Нехай ударна хвиля з товщиною Δx_0 , значно меншою довжини вільного пробігу частинок, поширюється в розрідженій плазмі перпендикулярно магнітному полю. Оскільки магнітне поле завертає іони та електрони назад в область розігрітої плазми на відстанях порядку ларморівського радіусу від фронту (рис. 1.1), то перекидання й розмиття фронту хвилі не відбувається. Тобто магнітне поле приводить до дисперсійних ефектів, що стабілізують фронт хвилі. В області ударної хвилі Землі роль дисипації грають турбулентні пульсації, обумовлені колективною взаємодією в плазмі, тертя іонів об електрони, прискорення протонів та інші фізичні процеси.

Магнітозвукові хвилі невеликої амплітуди можна описати рівнянням [1, 38]:

$$-\frac{c^2}{\omega_0^2} \frac{d^2 B}{d\xi^2} = B_0 - B + B \frac{B^2 - B_0^2}{2B_0^2 M_A^2} + \frac{c^2}{\omega_0^2} \frac{\eta}{u} \frac{dB}{d\xi}, \quad (1.1)$$

де c – швидкість світла, ω_0 – електронна плазмова частота, B_0 – індукція магнітного поля в плазмі до приходу ударної хвилі, B – індукція магнітного поля у фронті хвилі, u – швидкість ударної хвилі відносно незбуреної плазми, $M_A = v_{sw}/v_A$ – альвенівське число Маха, η – коефіцієнт, що враховує дисипацію, ξ – узагальнена координата. Ефективна форма потенціальної ями, у якій відбуваються коливання магнітного поля B , визначається виразом:

$$V(B) = \frac{(B - B_0)^2}{2} \left[\frac{(B + B_0)^2}{4B_0^2 M_A^2} - 1 \right]. \quad (1.2)$$

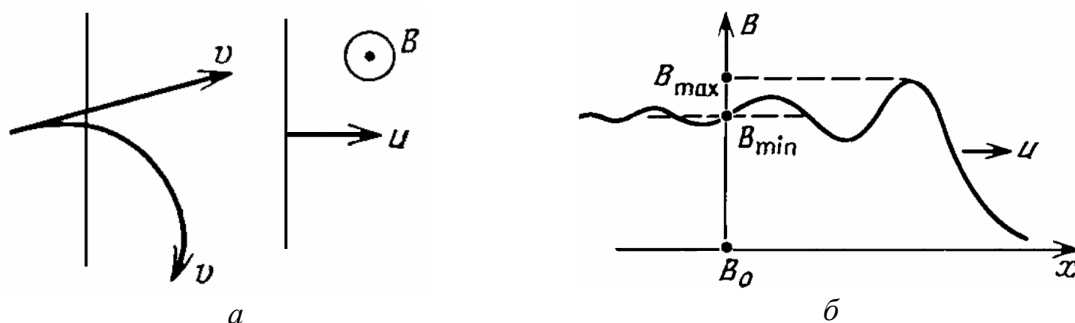


Рис.1.1: а – фронт поперечної ударної магнітозвукової хвилі (схематичне зображення); б – магнітозвукова ударна хвиля [38].

З (1.2) можна знайти мінімальне значення магнітного поля $B_{min}=B(-\infty) = -\frac{1}{2}B_0(1 - (8M^2 + 1)^{1/2})$, яке при $M = 1$ просто дорівнює B_0 , та максимальне значення $B_{max} = B_0(2M - 1)$.

Відстань між двома послідовними максимумами біля фронту визначається виразом:

$$\Delta x_0 \sim \frac{c}{\omega_0} \frac{1}{\sqrt{M-1}} \ln \frac{v_{sw} \omega_0}{c \eta \sqrt{M-1}}. \quad (1.3)$$

Опишемо формування профілю магнітного поля B всередині фронту. Спочатку в незбуреному середовищі з'являється солітон з амплітудою $B = B_{max}$. За рахунок необоротної дисипації стан середовища після проходження такої хвилі відрізнятиметься від попереднього. На відстані $\sim \Delta x_0$ після першої йде друга хвиля і т.д. Хвиля зв'язує два стани середовища: незбурене перед хвилею та збурене промодульоване коливаннями. За фронтом хвилі коливання з часом стають еквідистантними та близькими до періодичних [38].

Найбільш вивченим прикладом ударної хвилі без зіткнень є ударна хвиля магнітосфери Землі.

Плазма сонячного вітру складається переважно з електронів та протонів. Концентрація частинок в сонячному вітрі складає $\sim 3-10 \text{ см}^{-3}$ [39], і довжина вільного пробігу електрона за оцінками дорівнює відстані від Землі до Сонця (1 а.о.). Потік сонячного вітру з надзвуковою швидкістю налітає на перешкоду – магнітне поле Землі. Так утворюється фронт магнітозвукової ударної хвилі.

Експериментальні дані про структуру та властивості ударної хвилі Землі нам відомі завдяки вимірюванням двосупутникового проекту ISEE 1-2 та багатосупутникового проекту CLUSTER (див. опис проекту CLUSTER у підрозділі 1.5). Ці вимірювання вказують на те, що ударна хвиля Землі постійно змінюється і має багато складних особливостей [9, 40-42].

Основними параметрами, що характеризують ударні хвилі в космічному просторі, є альвенівське число Маха M_A , яке дорівнює відношенню швидкості потоку сонячного вітру v_{sw} до альвенівської швидкості перед ударною хвилею v_A , та кут θ_{BN} між нормаллю до фронту хвилі та напрямком ліній магнітного поля перед ударною хвилею. Властивості ударної хвилі також сильно залежать від параметра β (відношення газокінетичного тиску до магнітного) для кожного типу частинок та співвідношення між електронною плазмовою частотою ω_{pe} та електронною гірочастотою ω_{ce} . Для ударної хвилі Землі $\omega_{pe}/\omega_{ce} \gg 1$ і $\beta_{e,i} \sim 1$.

В залежності від значення кута θ_{BN} ударні хвилі поділяються на квазіперпендикулярні ($\theta_{BN} > 45^\circ$) та квазіпаралельні ($\theta_{BN} < 45^\circ$) (Рис.1.2 а). Квазіперпендикулярні [41] хвилі, на відміну від квазіпаралельних [42], значно краще вивчені. Вони мають чітко виражену структуру, що складається з п'єдесталу, схилю, викиду і провалу [43]. Ця структура добре відтворює теоретично отриманий рис. 1.1.б

(порівняти з рис. 1.2 а). Фронт квазі-перпендикулярної ударної хвилі характеризується посиленням хвильової активності. Внесок до утворення турбулентності роблять моди ленгмюрівських, іонно-акустичних, нижньо-гібридних хвиль та вістлери, а також біполярні електростатичні структури [44].

Присутність усіх цих параметрів робить аналітичний опис ударних хвиль без зіткнень надзвичайно складним. Тому для досліджень широко використовують числове моделювання. Магнітогідродинамічне наближення не підходить для вивчення кінетичних ефектів, але ним можна скористатись для опису плазмових ударних хвиль, врахувавши внесок кінетичних нестійкостей як аномальний опір [40]. Існує критичне значення числа Маха $M_A^* \sim 1-3$, при перевищенні якого аномальний опір перестає бути достатнім джерелом дисипації. Тоді необхідно враховувати інші дисипативні механізми, й гідродинамічний опис стає незастосовним. Ударні хвилі з числом Маха меншим ніж M_A^* називаються докритичними, а відповідно з числом Маха більшим ніж M_A^* – надкритичними. Ударна хвиля Землі є зазвичай надкритичною. Основним механізмом дисипації в надкритичних ударних хвилях є відбивання протонів електростатичним потенціалом. Цей потенціал виникає внаслідок різної поведінки електронів та протонів на фронті ударної хвилі. Оскільки циклотронний радіус обертання електронів значно менший від характерного поперечного розміру фронту ударної хвилі, а циклотронний радіус протонів сумірний із цією величиною, то для забезпечення квазінейтральності плазми формується поперечний потенціал [9].

Фронт ударної хвилі магнітосфери Землі відбиває та прискорює заряджені частинки – електрони та іони. Відбившись, вони поширюються вздовж ліній магнітного поля в напрямку від Землі до Сонця. Тому зрозуміло, що вище тангенціальної лінії – магнітної лінії, дотичної до ударної хвилі Землі, частинок майже немає. Потік сонячного вітру зносить ці частинки в бік ударної хвилі, таким чином утворюючи границю області форшоку, яка знаходиться трохи нижче від тангенціальної лінії [45]. Оскільки відбиті електрони прискорюються до більших швидкостей ніж іони та мають меншу масу, то вони менше зносяться сонячним вітром. За рахунок цього область, яка знаходиться найближче до тангенціальної лінії та містить лише прискорені ударною хвилею електрони і фонову плазму сонячного вітру, називається електронним форшоком (див. рис. 1.2 б).

Область яка знаходиться нижче за потоком сонячного вітру та містить як відбиті електрони, так і відбиті йони, називається за аналогією іонним форшоком. Межа іонного форшоку не паралельна до ліній магнітного поля (див. рис. 1.2 б).

В електронному форшоці присутні чітко виражені коливання на плазмовій частоті – ленгмюрівські хвилі. Їхній хвильовий вектор спрямований приблизно вздовж ліній магнітного поля. Ця обставина підтверджує, що вони збуджені пучками відбитих від ударної хвилі Землі електронів. На межі електронного форшоку плазмові коливання найбільш інтенсивні та досить вузькочастотні. Вони стають слабшими і менш регулярними вглиб форшоку. Типові значення напруженості електричного поля плазмових хвиль перед ударною хвилею Землі складають $10^{-6}-10^{-2}$ В·м⁻¹. Внаслідок параметричного розпаду ленгмюрівських хвиль на неоднорідностях плазмової концентрації утворюються також електронно-акустичні хвилі [48].

Якщо супутник перетинає область іонного форшоку, то спостерігається сильний електростатичний шум в частотному діапазоні 10^2-10^4 Гц, обумовлений іонно-акустичними хвилями, що збуджуються іонами з енергіями порядку 1-40 кеВ. Крім того спостерігаються наднизькочастотні магнітогідродинамічні хвилі.

Оскільки електрони прискорюються у квазіперпендикулярній області фронту ударної хвилі, то характеристики потоків, які вони утворюють у форшоці, цілковито залежать від тонкої структури фронту. Таким чином, будь-які нерегулярності фронту відобразяться на характеристиках потоків та на параметрах збуджуваних ними ленгмюрівських хвиль. На таких міркуваннях базується діагностика нестационарності квазіперпендикулярної області фронту ударної хвилі Землі, запропонована авторами

[13]. Ця методика дистанційної діагностики застосовується у розділі 3 даної дисертації.

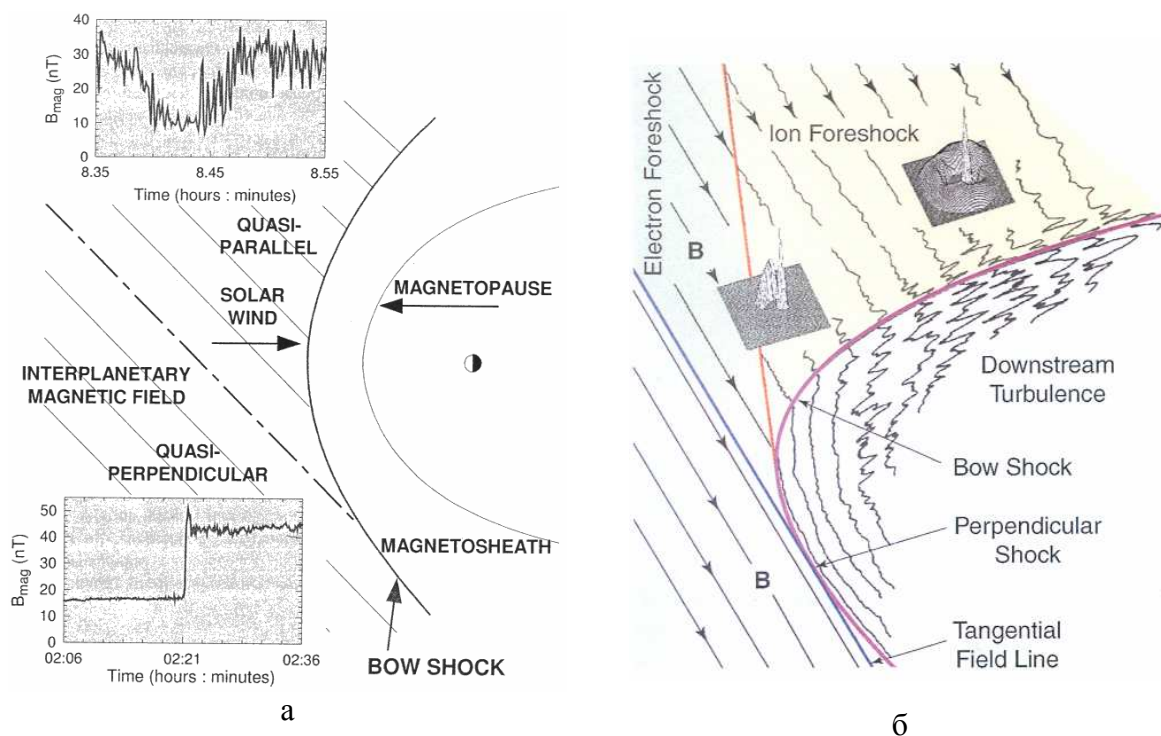


Рис. 1.2: а – ударна хвиля перед магнітосферою Землі. В різних областях одночасно присутні квазіпаралельна та квазіперпендикулярна ударні хвилі [46]; б – розташування тангенціальної лінії, електронного та іонного форшоку перед ударною хвилею магнітосфери Землі [47]. Схематичні зображення.

1.2. Походження та властивості ленгмюрівських хвиль перед ударною хвилею Землі

Потоки електронів у космічній плазмі перед ударною хвилею Землі генерують ленгмюрівські хвилі за механізмом кінетичної нестійкості. Це можуть бути або електрони форшоку, відбиті та прискорені фронтом ударної хвилі магнітосфери Землі, або електрони, прискорені міжпланетними ударними хвилями, породженими сонячними сплесками другого та третього типу.

З самого початку космічних досліджень за допомогою супутників, ленгмюрівські хвилі були предметом активного вивчення в сонячному вітрі, в форшоці магнітосфери Землі та в околі інших планетарних ударних хвиль. Електростатичні хвилі на частоті, близькій до локальної плазмової частоти в сонячному вітрі перед ударною хвилею Землі, вперше досліджувалися в роботах [49-50]. Автори інтерпретували ці прояви хвильової активності плазми як ленгмюрівські хвилі, породжені плазмово-пучковою нестійкістю потужних потоків електронів високих енергій. Ці потоки поширювалися від ударної хвилі Землі назустріч сонячному вітру. Відтоді плазмові хвилі в сонячному вітрі широко досліджувалися, зокрема, при вивченні сонячних радіосплесків III-го типу та при розгляді фундаментальних проблем плазмово-пучкової взаємодії. Ранні експериментальні дослідження цих процесів виконувалися для областей формування сонячних радіосплесків III типу. Детальні прямі вимірювання *in situ* на відстані 1 а.о. показали одночасну появу розподілу електронів за швидкостями з тепловим електронним пучком та зростання рівня плазмових хвиль над фоновим [51]. Були відсутні будь-які ознаки платоподібного розподілу частинок, який передбачає квазілінійна теорія.

Автори [52] знайшли перший переконливий експериментальний доказ того, що сонячні радіосплески III типу супроводжувалися збудженням ленгмюрівських хвиль. Ці хвилі являли собою набір коротких, але інтенсивних сплесків, згрупованих у скупчення. Іноді тривалість цих сплесків наближалася до роздільної здатності приладу за часом (50 мс), і відношення максимальної інтенсивності до її середнього значення було порядку 10^2 – 10^3 [52].

Подальший детальний статистичний аналіз амплітуд електростатичних хвиль в електронному форшоці показав, що ці хвилі також складаються з окремих сплесків з типовою тривалістю 15–40 мс [53].

Постало питання можливості інтерпретації цих спостережень у термінах нелінійних хвильових пакетів, солітонів чи колапсу хвиль [54-55], оскільки на той час уже були опубліковані основні результати теоретичних досліджень слабкої та сильної турбулентності. Автори [56] аналізували ленгмюрівські хвилі в областях формування сонячних радіосплесків III типу в сонячному вітрі. Вони не виявили в експериментальних даних жодних доказів на користь будь-яких сильних нелінійних явищ типу формування солітонів чи колапсу, які могли б бути причиною пульсацій амплітуди ленгмюрівських хвиль. Було запропоновано [56] пояснити формування скупчень сплесків цих хвиль тим, що плазма є неоднорідною та в більшості областей, де пучок міг збуджувати хвилі, характерний масштаб неоднорідності порівнюваний з характерним розміром розвитку нестійкості (оберненим інкрементом). Такі неоднорідності можуть локально придушувати плазмово-пучкову нестійкість.

Автори [56] стверджували, що достатнє підсилення виникає лише вздовж певних напрямків, де існують локально однорідні області, що й приводить до спостережуваних сплесків амплітуди. Ця ідея була далі розвинена авторами [11, 57-62].

Спостереження великомасштабних флуктуацій електронної концентрації у сонячному вітрі дали вагомні аргументи на користь цієї інтерпретації. Автори [63] представили перші прямі вимірювання флуктуацій потоку частинок у сонячному вітрі. Ці вимірювання проводилися з борту супутника OGO 5 у частотному діапазоні 0.0048–13.3 Гц. Переважна більшість вимірених спектрів могла бути апроксимована степеневною функцією, в той час як інші мали більш складну форму з однорідною областю в діапазоні від 0.1 до 0.5 Гц.

Безпосередні *in situ* вимірювання спектру флуктуацій концентрації на борту супутників ISEE-1 та ISEE-2 [64] показали, що флуктуації густини з відносною амплітудою $\delta n/n \sim 10^{-2}$ можуть існувати в діапазоні масштабів порядку 100 км, в той час як вимірювання міжпланетних сцинтиляцій з позагалактичних радіоджерел дають середнє значення $\delta n/n$ порядку 10^{-3} [65]. В експерименті ISEE, за типових умов сонячного вітру на відстані $20 R_E$, автори [64] також виявили, що спектр потужності концентрації електронів не може бути наближеним одним степеневим законом у діапазоні частот від 10^{-3} Гц до 5 Гц. Спектр можна було умовно поділити на два частотних діапазони, де його можна наблизити степеневими функціями з відмінними показниками степеня. Відповідний злам на спектрі, що відділяв один діапазон від іншого, знаходився на частоті $6 \cdot 10^{-2}$ Гц. Пізніше, на значно більшому масиві даних, ті самі дослідники в роботі [66] підтвердили свої попередні висновки про два степеневих закони з точкою переходу біля 0.1 Гц. Вони також стверджували, що показник степеня для високих частот є змінним, а для низьких частот він приблизно сталий. При цьому абсолютне значення амплітуди флуктуацій концентрації пропорційне до середнього значення концентрації плазми. Головний внесок до рівня флуктуацій робить частина спектру з частотами вищими від частоти зламу. Інтегруючи спектр у діапазоні 4-16 Гц, дослідники виявили, що середній відносний рівень флуктуацій $\delta n/n$ коливається між 0.03 та 0.07 із середнім значенням поблизу 0.04. Такі досить великі неоднорідності концентрації можуть ефективно розсіювати ленгмюрівські хвилі, і таким чином, істотно впливати на їхній інкремент [66]. Крім того, не було знайдено доказів на користь сильної анізотропії флуктуацій.

Нещодавно в роботі [67] було отримано спектр флуктуацій концентрації за коливаннями потенціалу, вимірними зондом EFW на борту супутників CLUSTER (див. підрозділ 1.5) у вільному сонячному вітрі. Оскільки спостережувані електричні поля, що супроводжують ці флуктуації, є досить слабкими, автори [67] стверджують, що електронні та іонні флуктуації взаємно компенсуються, і результуюче розділення зарядів виявляється малим. Таким чином, ці флуктуації нагадують іонно-акустичні хвилі [67].

Наявність таких флуктуацій може впливати на динаміку плазмово-пучкової взаємодії. Деякі ефекти були виявлені з використанням прямих вимірювань високочастотних електричних полів у космосі. Автори [68-69] повідомили, що хвилі, які спостерігаються в околі області електронного форшоку, досить часто мають не лінійну, а еліптичну поляризацію і можуть являти собою Z- моди, а не ленгмюрівські хвилі. Вони запропонували механізм, відповідно до якого трансформація початково згенерованої ленгмюрівської хвилі в повільну електромагнітну моду може відбуватися на неоднорідностях плазми. У роботі [70] було вивчено залежність амплітуд хвиль від відношення швидкості пучка до теплової швидкості електронів і виявлено відсутність прямої кореляції між інтенсивністю хвиль і характерною енергією пучків. Автори [71] вказали, що, можливо, розподіл густини імовірності інтенсивності хвиль має бути розділений на дві частини. Хвилі малої амплітуди можуть мати розподіл, пов'язаний із властивостями лінійної нестійкості, в той час як статистика інтенсивності хвиль із великими амплітудами («хвіст» розподілу), що описується степеневим законом, може визначатися нелінійними процесами. Додатковий доказ на користь важливої ролі нелінійних процесів у статистиці хвиль великої амплітуди представлено в роботі [48] на основі даних спостережень приладу WBD проекту CLUSTER (див. підрозділ 1.5).

Розвиток та застосування теорії насичення нестійкості на випадкових флуктуаціях концентрації – теорії стохастичного зростання (Stochastic Growth Theory) [11, 59-61, 72-73] сприяли розгортанню інтенсивних досліджень експериментально отриманих густин розподілу ймовірності енергій хвиль. Головна ідея теорії стохастичного зростання полягає в припущенні, що присутність великих за амплітудою флуктуацій концентрації забезпечує існування обмежених областей, де з'являється нестійкість. Присутність таких областей нестійкості може бути описана як випадкові флуктуації інкременту, що характеризуються певним статистичним розподілом. Головний результат цієї теорії базується на припущенні, що ефективна кількість флуктуацій інкременту достатньо велика для того, щоб можна було застосувати центральну граничну теорему. У цьому випадку, якщо амплітуди хвиль не надто великі і не дуже малі, щоб можна було одночасно знехтувати нелінійними та тепловими ефектами, розподіл логарифму енергії хвилі має бути гауссівським (нормальним).

Недавнє моделювання, яке включає еволюцію системи пучок – ленгмюрівська хвиля в неоднорідному плазмовому фоні з урахуванням кутового розсіювання та нелінійних хвильових процесів, демонструє еволюцію плазмово-пучкової системи до фінальної фази, яку передбачає теорія стохастичного зростання [74-75]. Використовуючи різні експериментальні дані, отримані з борту супутників, автори робіт [10, 60-61, 72-73, 76] продемонстрували, що розподіли, які спостерігаються в певній точці, дуже нагадують логнормальні в переважній частині форшоку. Зокрема, в роботі [60] було обрано три радіоджерела III типу, зареєстровані на борту супутника ISEE-3 8 та 17 лютого і 11 березня 1979 року. Автори дослідили ленгмюрівські хвилі, які супроводжували ці події, і виявили, що їхні властивості добре відповідають результатам теорії стохастичного зростання. Вони розглядали спрощений варіант цієї теорії для хвиль з помірними амплітудами, що не враховує нелінійні та теплові ефекти. Для досить великих полів (більше 3-7 мВ/м) з'являвся завал на розподілі, який автори пояснювали трихвильовим розпадом ленгмюрівських хвиль на ленгмюрівські та іонно-звуківі хвилі [60].

Першу перевірку теорії стохастичного зростання для ленгмюрівських хвиль в електронному форшоці магнітосфери Землі було виконано в роботі [72]. Автори аналізували подію 1 грудня 1977 року, яка спостерігалась з борту супутника ISEE-1, і виявили, що як на межі форшоку, так і в його глибині розподіл амплітуд хвиль був логарифмічно нормальним, якщо відповідні часові інтервали були не надто великими. В той самий час загальний розподіл для всієї події, яка тривала 1 годину 40 хвилин і містила інтервали як з малою, так і з великою середньою інтенсивністю, давали спадний степеневий закон у хвості розподілу [72]. Пізніше в [76] вивчалися два різних фрагменти вищезгаданої події, де автори стверджують, що інтерпретація розподілів амплітуди, які спостерігаються у сонячному вітрі та на межі форшоку мають враховувати теплові хвилі. Крім того, степеневі хвости розподілів, що спостерігалися на межі форшоку для хвиль великої інтенсивності, могли бути описані теорією стохастичного зростання без просторового усереднення різних логарифмічно-нормальних розподілів [76]. Аналогічні степеневі хвости були також виявлені в [71], де було проведено статистичне дослідження інтенсивних ($E > 0.5$ В/м) ленгмюрівських хвиль, що спостерігалися в земному форшоці протягом шести днів. Автори [71] вважали, що ці хвости виникали в результаті просторового усереднення.

Отже, поблизу межі форшоку [76] та при усередненні по області форшоку [71-72; 77] розподіли виявляються степеневими для великих значень полів з $P(E) \sim E^{-2}$.

Нещодавно в роботах [10, 78] було представлено статистичне дослідження ленгмюрівських хвиль у форшоці на основі даних приладу WBD супутникового проекту CLUSTER (див. нижче пункт 1.5). Вивчалися події 17 лютого 2002 року та 26 березня 2002 року, і не було знайдено помітних відхилень розподілу амплітуд хвиль від логнормального розподілу, який передбачається спрощеною теорією стохастичного зростання (див. рис. 1.3).

Зокрема, навіть для хвиль із досить великим значенням амплітуди (до 10 мВ/м) не спостерігався «завал» розподілу, який міг би з'явитися за рахунок нелінійних ефектів.

Отже, неоднорідності концентрації плазми безпосередньо впливають на розподіл інтенсивності ленгмюрівських хвиль у земному форшоці. Форма розподілів залежить від діапазону амплітуд хвиль, які входять до статистичного ансамблю, а також від положення супутника щодо межі форшоку. Всі дослідники для пояснення отриманих результатів спираються на теорію стохастичного зростання та знаходять деяку відповідність розподілів логнормальному.

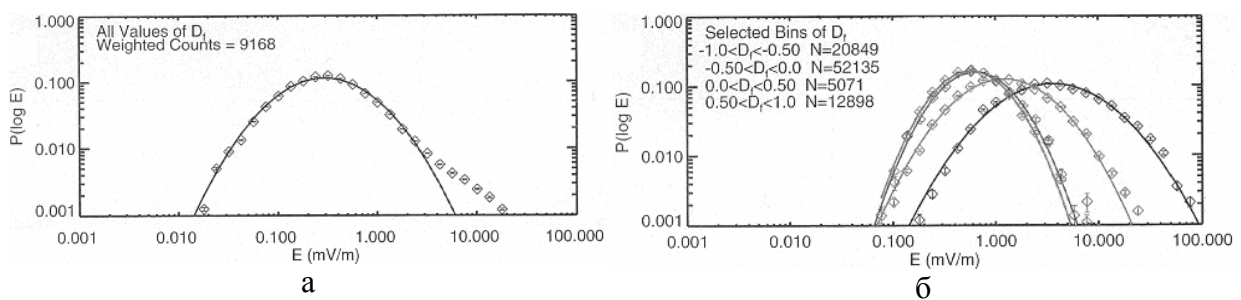


Рис. 1.3. Густина розподілу імовірності амплітуд ленгмюрівських хвиль з використанням даних а – з різних точок форшоку, б – при локальних вибірках даних з певної області в форшоці [10].

Кількісний аналіз відхилень розподілів від лог-нормального та порівняння з іншими розподілами досі не проведено. Аналізувалися експериментальні дані з досить невеликої кількості подій, і теорія стохастичного зростання постійно адаптується до нових особливостей експериментальних розподілів. Дослідження властивостей амплітуд ленгмюрівських хвиль у форшоці триває досі.

1.3. Нестационарність фронту ударної хвилі Землі

Проблема нестационарності фронту ударної хвилі є важливою фундаментальною проблемою фізики ударних хвиль без зіткнень. Вона тісно пов'язана з двома головними питаннями в області фізики плазми – механізмом прискорення частинок до високих енергій [79] та залежністю структури фронту ударної хвилі від її швидкості та параметрів плазми перед фронтом. Ця задача була поставлена на самому початку розвитку фізики ударних хвиль без зіткнень, але після більше 40 років досліджень вона все ще залишається недостатньо зрозумілою. Це пояснюється неймовірною складністю експериментального та теоретичного аналізу, які необхідно провести для розуміння всіх процесів, що відбуваються. Із сучасним станом справ у цій області досліджень можна ознайомитись в роботах [7, 80], а також у недавніх оглядах [9, 40-41].

Дотепер інформацію про різні аспекти нестационарності фронту ударної хвилі отримували, перш за все, шляхом числового моделювання. Ефекти «макроскопічної» нестационарності, пов'язані з низькочастотними рухами у великих просторових масштабах, можуть бути поділені на дві групи – одновимірну та багатовимірну нестационарність.

Ефект можна вважати одновимірним, якщо існує досить велика область фронту ударної хвилі, де в той самий момент часу профілі різних фізичних параметрів, вимірених у напрямку, перпендикулярному до фронту ударної хвилі, виявляються дуже схожими. Такі одновимірні ефекти, як нестационарність та переформування фронту, вперше вивчалися числовими методами в [81].

З іншого боку, існують суто багатовимірні явища, наприклад, так звана хвилястість. В існуючій літературі термін «хвилястість» (rippling) використовується для опису принаймні двох явищ, які можуть бути принципово відмінними. Зокрема, автори робіт [82-83] припускають, що хвилястість – це хвилеподібні особливості іонного масштабу, які рухаються вздовж поверхні ударної хвилі, в той час, як особливості, що спостерігались у моделюванні [84], були досить нерегулярними. Нижче цей останній ефект називатиметься зморшкуватістю (wrinkling), а термін хвилястість (rippling) застосовуватиметься для позначення першого. Існує можливість комбінації переформування з хвилястістю або зморшкуватістю, тобто переформування може розвиватися як хвиля, що поширюється по поверхні фронту, або утворювати досить нерегулярну структуру. Нестійкість фронту ударної хвилі, що досліджувалась у числовому моделюванні [85] призводила до переформування такого типу.

Нижче обговорюватимуться, в першу чергу, саме хвилястість та зморшкуватість.

Хвилястість фронту ударної хвилі спостерігалась у роботі [82] у двовимірному гібридному моделюванні, де було чітко видно хвилеподібні збурення магнітного поля та концентрації. Ці структури рухалися вздовж поверхні ударної хвилі зі швидкістю $0.3V_A$, мали характерний розмір біля $5c/\omega_{pi}$ і частоту $0.4\omega_{Bi}$, де V_A – альвенівська швидкість, c – швидкість світла, ω_{pi} – протонна плазмова частота, ω_{Bi} – протонна циклотронна частота (якщо не вказано спеціально, то всі характерні швидкості і масштаби зазначаються для параметрів плазми перед фронтом ударної хвилі). Збурення зі схожими масштабами було знайдено у дво- та тривимірному моделюванні [84], де вивчався вплив кількості вимірів у моделі на амплітуди збурень, але не аналізувався їхній рух. Варто зазначити, що збурення, які спостерігались у моделюванні [84], були більш хаотичними, ніж отримані в [82], і неупорядкованість у тривимірному випадку виявилася значно більшою, ніж у двовимірному.

Пізніше було виконано моделювання хвилястості для аналізу проблем інтерпретації багатоточкових вимірювань [86]. Але результати лише одного дослідження не можна вважати переконливим доказом на користь хвилястості фронту ударної хвилі. Крім того, багато питань все ще залишаються відкритими. Зокрема, не зрозуміло, чи можна хвилястість та/або зморшкуватість вважати типовою особливістю фронту ударної хвилі Землі і як вона залежить від параметрів плазми та ударної хвилі.

Досі існує лише декілька експериментальних досліджень нестационарності фронту ударної хвилі у космічній та в лабораторній плазмі. Перший однозначний доказ нестационарності ударної хвилі був отриманий у лабораторних експериментах у плазмовій аеродинамічній трубі [87]. Автори виявили, що ударна хвиля з високим числом Маха осцилює з частотою, близькою до протонної циклотронної частоти перед фронтом хвилі. У роботі [88] повідомляється про низькочастотні коливання іонного потоку в ударній хвилі Землі. Пізніше автори [89] спостерігали схоже явище в ударній хвилі Урану.

Вплив нестационарності фронту на функцію розподілу іонів обговорюються в [90]. У роботах [91-92] представлено результати аналізу вимірів магнітного поля на борту супутників Прогноз-8 та Прогноз-10 для кількох перетинів фронту ударної хвилі і обговорюється роль нелінійних вістлерів у нестационарності фронту. Пізніше автори [93-94] аналізували спостереження супутників Прогноз-10 і AMPTE та підтвердили, що переважна кількість низькочастотних коливань у фронті ударної хвилі Землі є вістлерами. Амплітуди цих хвиль є досить високими, і їх не можна пояснити нестійкістю за рахунок відбитих іонів. Ці хвилі швидше можна вважати елементом, притаманним структурі фронту ударної хвилі і викликаним процесами нелінійної макродинаміки фронту [91, 93, 95].

В [96] представлено спостереження квазіперпендикулярної ударної хвилі, яку перетинали космічні апарати АРМТЕ-UKS та АРМТЕ-IRM, які отримали суттєво відмінні профілі стрибка параметрів в ударній хвилі. Використавши дані міжнародного супутникового проекту CLUSTER (див підрозділ 1.5), автори [6] знайшли приклади деяких проявів нестационарності ударної хвилі. Так, амплітуда флуктуацій магнітного поля досягала ~ 10 нТ, що спричиняло спостереження суттєво різних профілів різними супутниками. Було показано, що ці флуктуації зупиняються перед стрибком параметрів в ударній хвилі і не руйнують структуру фронту. З іншого боку, автори не відкидають можливості, що флуктуації можуть бути ознаками нестационарного переформування ударної хвилі. Перші переконливі докази на користь реформування фронту ударної хвилі представлені в роботі [7].

У роботі [12] вперше спостерігався інший прояв нестационарності фронту ударної хвилі – хвилястість. Автори проаналізували одиночну подію тривалістю близько години, під час якої супутник CLUSTER (див підрозділ 1.5) «дотикався» до ударної хвилі і двічі її перетнув протягом приблизно 10 хв. Ця ударна хвиля була майже перпендикулярною, з високим значенням параметра β та числом Маха (з числом Маха для швидкої моди $M_f = 11$). Автори [12] стверджують, що спостережувані коливання магнітного поля та концентрації плазми всередині фронту можна інтерпретувати як хвилю, що рухається вздовж поверхні ударної хвилі. Швидкість поширення цієї хвилі була начебто спрямована під гострим кутом ($< 40^\circ$) до напрямку магнітного поля перед фронтом і коливалася від 2 до 4 V_{Ad} (80-160 км/с), де V_{Ad} – альвенівська швидкість за фронтом ударної хвилі. Згідно оцінок [12], довжина хвилі була порядку 1000-2000 км.

Таким чином, нестационарність ударної хвилі Землі складно досліджувати експериментально, і дотепер описані лише одиничні події. Активно ведеться вивчення нестационарності шляхом числового моделювання. Однак результати, отримані різними авторами при різних параметрах, дуже відрізняються, і дослідження в цьому напрямку продовжуються.

1.4. Збудження електромагнітного випромінювання на фронті міжпланетної ударної хвилі

У космічному просторі в межах сонячної системи, окрім планетарних ударних хвиль, які формуються при обтіканні магнітних полів планет сонячним вітром, існують також міжпланетні ударні хвилі. Вони можуть формуватись у сонячному вітрі, коли якась його частина рухається швидше від інших. Потік частинок від Сонця може

прискоритися, наприклад, при викидах з нього корональної речовини. Зупинимося більш детально на описі однієї з міжпланетних ударних хвиль, яка спостерігалася супутниками CLUSTER.

У період часу між 20:00 UT 19 січня 2004 року та 10:00 UT 20 січня 2004 року на Сонці відбулося декілька потужних спалахів [14]. Після цієї події спостерігалася помітне зменшення активності Сонця у відповідній області. У частині сонячного вітру, близькій до Землі, 22 січня 2004 року спостерігалася потужна міжпланетна ударна хвиля. У подальші шість днів не спостерігалось жодної іншої ударної хвилі у сонячному вітрі. Це дає можливість однозначно пов'язати цю ударну хвилю з відповідними спалахами на Сонці.

Потужна міжпланетна ударна хвиля 22 січня 2004 року утворилася внаслідок викиду корональної маси з Сонця 20 січня 2004 року [14]. Під час викидів корональної речовини частина плазми Сонця викидається у сонячний вітер зі складом та напрямком магнітного поля, які визначаються властивостями відповідної області на Сонці. Детальний аналіз зв'язку спалахів на Сонці та відповідної ударної хвилі можна знайти в [14].

Супутники CLUSTER (див. опис у підрозділі 1.5) спостерігали проходження фронту хвилі біля 01:35 UT 22 січня 2004 року. Супутники знаходилися на відстані приблизно 200 км один від одного. Цього було достатньо для того, щоб оцінити основні просторові параметри хвилі. Напрямок нормалі до фронту визначався вектором $n = (0.91, -0.31, -0.29)$ GSE, який утворював кут 25° з лінією Сонце-Земля. Швидкість ударної хвилі вздовж нормалі складала $v_x = 740$ км/с. Ударна хвиля була квазіперпендикулярною ($\theta_{BN} = 80^\circ$) та надкритичною з альвенівським числом Маха $M_A = 5.6$.

Діаграми часової еволюції параметрів плазми при проходженні супутників через область міжпланетної ударної хвилі зображено на рис. 1.4.

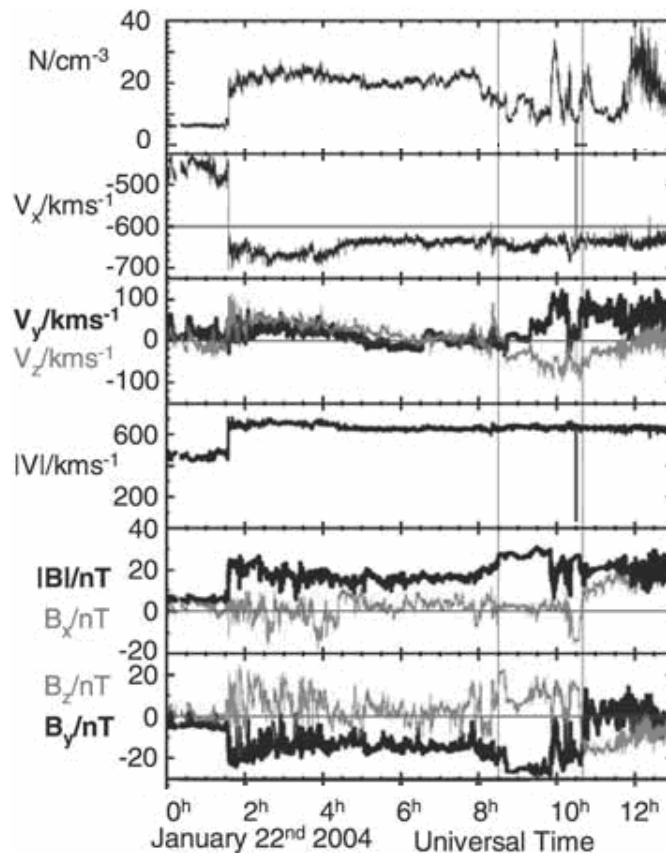


Рис. 1.4. Дані супутників CLUSTER: іонна концентрація (прилад CIS-HIA), швидкість основного потоку; вектор магнітного поля (прилад FGM) [14].

Вимірювання також показали зростання концентрації релятивістських електронів (до 300 кеВ) в околі фронту хвилі [15]. Крім того, фронт хвилі супроводжувався потужним електромагнітним випромінюванням на частоті $> 1.4 f_{pe}$. Це випромінювання може бути авроральним кілометровим випромінюванням, але його підвищена інтенсивність в околі ударної хвилі дозволяє припустити, що деякий внесок до загальної інтенсивності може робити перехідне випромінювання релятивістських електронів на фронті [15].

Походження електронів високих енергій може бути різним. По-перше, електрони могли прийти з Сонця разом із ударною хвилею, по-друге, вони могли бути прискореними ударною хвилею Землі, або, власне, спостережуваною міжпланетною ударною хвилею. У першому випадку електрони рухаються у одному напрямку з ударною хвилею від Сонця до Землі, а в другому навпаки назустріч хвилі, від Землі до Сонця.

Для того, щоб перевірити гіпотезу, що у вимірюваннях дійсно спостерігається перехідне випромінювання, необхідно зробити відповідний теоретичний розрахунок. Такий розрахунок наведений у розділі 4 дисертації.

1.5. Багатосупутниковий проект CLUSTER

В оригінальних розділах дисертації проводиться аналіз та обробка даних вимірювань супутників проекту CLUSTER II (далі просто CLUSTER). CLUSTER – це проект Європейського Космічного Агентства (ESA), в рамках якого влітку 2000 року були запущені на орбіту чотири супутники [5]. Траєкторія супутників дає можливість досліджувати різні області магнітосфери Землі та частину сонячного вітру перед фронтом ударної хвилі. Кожен із супутників має ідентичне обладнання, яке складається з 11 вимірювальних приладів. Супутники знаходяться у вершинах тетраедру. Така конфігурація орбіт дозволяє розділяти просторові та часові варіації фізичних величин. На момент запуску відстань між супутниками була лише кілька сотень кілометрів. З того часу взаємне розташування супутників безперервно змінювалося, і відстань між деякими супутниками іноді сягала 10000 км. Таким чином, у різні роки спостережень можна було досліджувати явища, які мають дуже різні просторові масштаби.

Для всебічного вивчення явищ у магнітосфері Землі, головній ударній хвилі та сонячному вітрі на супутниках встановлені прилади, які вимірюють електричне та магнітне поле, концентрацію, розподіл частинок за енергіями та інші параметри плазми. Наприклад, магнітометр FGM [97] забезпечує виміри вектора магнітного поля в області локалізації супутників (див. розділ 2), а прилади CIS, PEACE та RAPID вимірюють різними методами, в різних діапазонах та з різною метою розподіли частинок за енергіями.

Прилади EFW, STAFF, WHISPER, WBD та DWP утворюють так званий консорціум хвильового експерименту (Wave Experiment Consortium – WEC) [98]. Прилад EFW [99] було розроблено для вимірювання швидких просторових та часових змін вектора електричного поля. Крім того, він може фіксувати потенціал супутника, концентрацію та температуру електронів. Прилад STAFF [100] являє собою поєднання індукційного магнетометра та аналізатора спектру електричних коливань у діапазоні до 4 кГц. Це дозволяє визначити форму, локальну концентрацію та рух дрібномасштабних формувань, та визначити джерело плазмових хвиль та турбулентності. Для взаємної координації вимірювань, попередньої обробки даних на бортах, контролю режимів роботи приладів та пакування інформації до комплексу WEC було додано інструмент DWP [101].

Зупинимося докладніше на приладах WHISPER та WBD, оскільки в оригінальній частині дисертації (розділи 2-4) проводиться аналіз даних з цих приладів.

Детальний опис приладу WBD (широкопasmовe дослідження плазмових хвиль – Wide-BanD plasma wave investigation) можна знайти в роботі [102]. Цей прилад вимірює електричне поле двома сферичними сенсорами, які знаходяться на кінцях супутникових антен кожна довжиною 44 м. Виміряні коливання електричного поля проходять через фільтр зі смугою пропускання 1–77 кГц, а потім оцифровуються з частотою дискретизації 220 кГц. З борту супутника ці дані передаються у вигляді блоків тривалістю 10 мс. У кожному блоці міститься 2180 значень електричного поля. Такий блок даних вимірюється через кожні 80 мс. Приклад типових коливальних сигналів, які спостерігаються приладом WBD у форшоці магнітосфери Землі, наведено на рис. 1.5.

Отримані виміри можна обробляти на Землі та обирати потрібні часову та частотну роздільні здатності, які пов'язані принципом невизначеності $\Delta\omega\Delta t \sim 1$. Таким чином, дані приладу можна використовувати для вивчення хвильових процесів, які вимагають високої часово-частотної роздільної здатності. Такі дані необхідні, наприклад, при дослідженні аврорального кілометрового випромінювання, вістлерних хорів, аврорального шипіння, електростатичних іонно-циклотронних та електронно-циклотронних хвиль. У розділі 2 дисертації використовуються дані приладу WBD для статистичного аналізу амплітуд ленгмюрівських хвиль у форшоці.

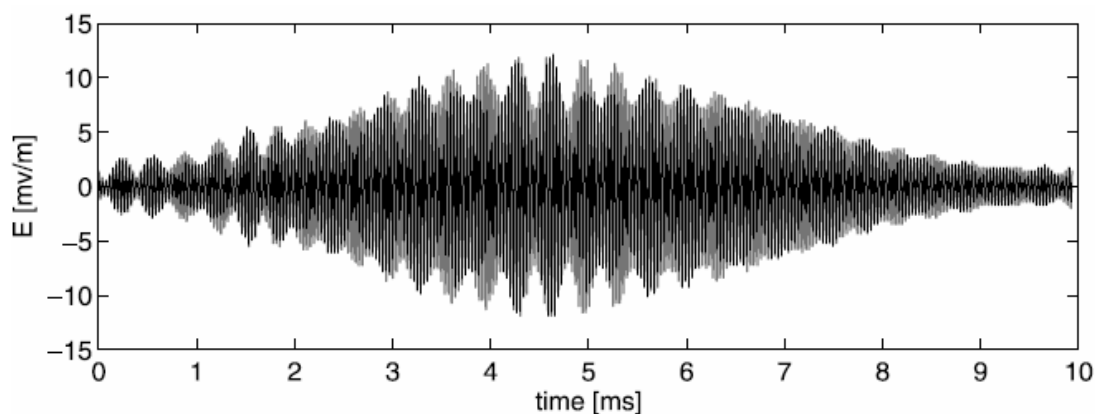


Рис. 1.5. Типовий вигляд форми хвиль, які спостерігаються приладом WBD у форшоці магнітосфери Землі [103].

Зондовий прилад WHISPER [104] виконує дві основні функції. По-перше, як резонансний зонд, у активному режимі він вимірює електронну концентрацію плазми. Для цього збуджується хвильова активність плазми і детектуються локальні плазмові резонанси. По-друге, в пасивному режимі спостережень (режимі приймача) прилад WHISPER отримує природний (пасивний) спектр електричного поля в частотному діапазоні 2-80 кГц та повну енергію сигналу E_{pow} отриману з накопичених вимірів електричного поля. Як спектр, так і повна енергія електричного поля вимірюються кожні 13 мс, але внаслідок обмежень системи передачі даних, на Землю передаються лише усереднені величини. Кожен спектр отримують за допомогою швидкого перетворення Фур'є виміряного електричного поля з подальшим усередненням на борту супутника. Для спектру в нормальному режимі передачі даних досягається часова роздільна здатність 2.13 с, а в режимі з більшою частотою вибірки роздільна здатність може сягати 0.32 с. Для повної енергії E_{pow} роздільні здатності в цих режимах складають відповідно 213мсек та 13мсек [104]. Для вимірювань напруженості електричного поля WHISPER використовує дві сферичні антени приладу EFW. Відстань між антенами складає 88 метрів. У дисертації використовуються лише дані, отримані в пасивному режимі роботи приладу.

1.6. Висновки до розділу 1

Як випливає з огляду літератури, питання про хвильові процеси в околі ударних хвиль у космічній плазмі зараз активно вивчаються. Існує велике розмаїття хвильових процесів, обумовлених взаємодією електронів високих енергій з плазмовими неоднорідностями у форшоках та на фронтах міжпланетних та планетарних ударних хвиль у космічному просторі. Неоднорідності плазми суттєво впливають на властивості цих хвильових процесів. Це можуть бути як звичайні флуктуації концентрації, так і великомасштабні різкі стрибки параметрів плазми на фронтах ударних хвиль, а також власне хвилястість фронту ударних хвиль як прояв їхньої нестационарності. Дослідження цих питань вимагає великої кількості експериментальних спостережень, використання теоретичних розрахунків та застосування числових методів.

Відповіді на цілий ряд питань можна отримати шляхом аналізу результатів останніх вимірювань комплексу супутників CLUSTER, який надає унікальну можливість експериментального дослідження хвильових явищ у магнітосфері Землі та сонячному вітрі *in situ*. Цей проект має на меті відповісти на велику кількість невіршених питань у фізиці космічного простору в Сонячній системі.

Серед досі нез'ясованих питань можна виділити такі.

1. Фізичні явища, які визначають статистичний розподіл амплітуд ленгмюрівських хвиль у форшоці ударної хвилі Землі, досі залишаються незрозумілими. Існуюча теорія стохастичного зростання базується на припущенні про проходження ленгмюрівською хвилею великої кількості областей з додатнім інкрементом. Незважаючи на те, що порівняння результатів цієї теорії з експериментом показують непогану відповідність, не можна бути до кінця впевненим у її справедливості. Так, в існуючих дослідженнях [10, 72-73, 76] відхилення розподілів інтенсивностей від лог-нормального проводилися лише на якісному рівні і пояснювалися тепловими хвилями в області малих інтенсивностей і нелінійними ефектами для великих інтенсивностей. Насправді відхилення від лог-нормального розподілу спостерігаються й у діапазонах інтенсивностей, де нелінійні та теплові ефекти не роблять помітного внеску. Кількісний аналіз цих розбіжностей та причини їхнього виникнення досі залишаються нез'ясованими.

2. Прояви нестационарності фронту ударної хвилі дуже складно спостерігати у реальному експерименті. Переважна частина доказів на користь нестационарності фронту отримана методом числового моделювання, а отже може дуже сильно відрізнитися від реального стану справ. Крім того, нестационарність, отримана в результаті моделювання, має різні властивості у різних дослідженнях. Існуючі дослідження експериментальних даних не мають достатньої статистичної вибірки, щоб із впевненістю говорити про типові властивості нестационарності фронту ударної хвилі Землі. Питання про реальне існування нестационарності фронту хвилі та її типові параметри і досі залишається відкритим.

3. Статистичне дослідження проявів перехідного випромінювання релятивістських електронів на фронтах міжпланетних ударних хвиль дуже важко виконати за допомогою самих лише даних супутників CLUSTER. Справа в тому, що ударна хвиля 22 січня 2004 року [14] була дуже потужною ($M_A \sim 5.6$), що й дозволяє припустити можливість перехідного випромінювання на її фронті. Переважна кількість ударних хвиль у сонячному вітрі суттєво слабшає при наближенні до Землі. Отже, супутники CLUSTER, які досліджують лише близьку до Землі область сонячного вітру, в околі фронтів міжпланетних ударних хвиль спостерігають подібні ефекти дуже рідко. Таким чином, для дослідження можливості перехідного випромінювання релятивістських електронів при перетині фронту ударної хвилі Землі необхідно зробити теоретичний розрахунок, з урахуванням реальних параметрів події 22 січня 2004 року.

CHAPTER 2 / РОЗДІЛ 2

ПЛАЗМОВО-ПУЧКОВА ВЗАЄМОДІЯ У ВИПАДКОВО-НЕОДНОРІДНІЙ ПЛАЗМІ ТА СТАТИСТИЧНІ ВЛАСТИВОСТІ ЛЕНГМЮРІВСЬКИХ ХВИЛЬ МАЛОЇ АМПЛІТУДИ В СОНЯЧНОМУ ВІТРІ ТА ЕЛЕКТРОННОМУ ФОРШОЦІ

Незважаючи на те, що дослідження розподілів логарифмів енергій ленгмюрівських хвиль у форшоці ведуться досить давно, не було спроб їх наближення розподілами, відмінними від нормальних. Як впливає з пункту 1.4 огляду літератури, раніше вивчалися такі особливості, як степеневі хвости та завали для великих амплітуд, пов'язані з нелінійними ефектами. Однак аналіз експериментальних розподілів хвиль середніх енергій, для яких відсутні нелінійні явища, відбувався лише з точки зору їх приблизної логнормальності. Ніяких кількісних порівнянь якості наближення нормальним розподілом з наближеннями іншими існуючими розподілами раніше не проводилось. Це цілком зрозуміло, адже просторові варіації параметрів хвилі та відносно мала кількість вимірів і аналізованих інтервалів часу ускладнює аналіз відхилень розподілів від логнормального.

Варто зауважити, що дуже схожа задача вивчалась у радіотехніці в зв'язку з густинами розподілу імовірності дробового шуму. В роботі [105] було розроблено аналітичний підхід для знаходження густини розподілу імовірності дробового шуму, що складається з імпульсів певної форми. Густина розподілу імовірності залежала від параметрів, що визначають характеристики імпульсів. Автори [105] отримали інтегральне рівняння, що дозволяє знайти такий розподіл для різних типів імпульсів. Однак для більшості цікавих випадків це рівняння можна розв'язати лише числовими методами, і питання про те, як характеризувати такі розподіли, залишалося відкритим.

У цьому розділі дисертації досліджується можливість кількісної характеристики впливу таких явищ, як кутова дифузія внаслідок впливу малоамплітудних флуктуацій концентрації, лінійне зростання хвиль у сильно неоднорідній плазмі та варіації амплітуди, пов'язані зі зміною довжини хвилі внаслідок варіацій концентрації плазми, на результуючий розподіл ленгмюрівських хвиль за енергіями.

Для розв'язання цієї задачі було вирішено застосувати методику Пірсона, що використовується для класифікації різних розподілів [106]. Порівняльний аналіз розподілів, отриманий з експериментальних вимірювань та результатів моделювання, може дозволити ідентифікувати відносну роль різних факторів. Цю роботу можна розглядати як перший крок до кількісного опису фізичних процесів з використанням статистичного підходу.

Результати, накопичені протягом кількох років вимірювань на супутниках CLUSTER (див. підрозділ 1.5), зараз надають унікальну можливість для широких статистичних досліджень ленгмюрівських хвиль як у сонячному вітрі, так і у форшоці Землі. Експериментальні дані, представлені в цьому розділі, показують, що густина розподілу імовірності для інтенсивності ленгмюрівських хвиль малої амплітуди може суттєво відхилитися від логнормального розподілу. Крім того, запропонована інтерпретація цих відхилень та проведене порівняння результатів числового моделювання з експериментальними даними.

Цей розділ дисертації має таку структуру. Підрозділ 2.1 описує числову модель наростання/згасання ленгмюрівської хвилі за присутності електронного пучка, великої кількості флуктуацій концентрації малої амплітуди та однієї неоднорідності концентрації великої амплітуди. Ця модель використовується для дослідження просторової еволюції одного пакету плазмових хвиль. У підрозділі 2.2 числова модель, описана в підрозділі 2.3, використовується для визначення статистичних параметрів, що характеризують просторову еволюцію ленгмюрівських хвиль у плазмі з певною кількістю випадкових неоднорідностей великої амплітуди. Крім того, цей підрозділ

описує процедуру класифікації розподілів, вимірних або отриманих шляхом моделювання, за допомогою їх віднесення до одного з типів розподілів Пірсона. У підрозділі 2.3 обговорюються отримані результати числового моделювання та результати аналізу даних, отриманих приладами WBD на борту супутників CLUSTER поблизу форшоку Землі. Підрозділ 2.4 присвячено детальному статистичному аналізу розподілів густини енергії ленгмюрівських хвиль, які спостерігалися приладом WHISPER у форшоці магнітосфери Землі за різних умов, статистичному аналізу отриманих розподілів та кількісному порівнянню з логнормальним розподілом, передбаченим спрощеною теорією стохастичного зростання. Головні висновки до цього розділу дисертації наведено в підрозділі 2.5.

2.1. Числова модель плазмово-пучкової взаємодії у випадково-неоднорідній плазмі

Для вивчення впливу випадкових неоднорідностей концентрації на еволюцію ленгмюрівських хвиль внаслідок розвитку плазмово-пучкової нестійкості в космічній плазмі припускаємо, що неоднорідності можна розділити на два відмінні типи – з малою та великою амплітудою. Вважатимемо, що ці неоднорідності мають дуже малі швидкості в порівнянні з груповою швидкістю ленгмюрівських хвиль і великі характерні просторові розміри, причому флуктуації концентрації великої амплітуди мають більші розміри, ніж флуктуації малої амплітуди.

Для того, щоб перейти до більш точного математичного опису, введемо такі позначення. Нехай q та Q є типовими «хвильовими числами», що характеризують просторові масштаби флуктуацій концентрації відповідно з малими та великими амплітудами, Δn та ΔN являють собою відповідні збурення концентрації плазми, k є характерним хвильовим числом нестійких ленгмюрівських хвиль, v_g та Γ – це, відповідно, їхня групові швидкість та інкремент інтенсивності.

Нехай характерні просторові масштаби неоднорідностей обох типів є досить великими в порівнянні з довжиною плазмових хвиль, а інкремент є досить малим

$$Q < \Gamma / v_g \ll q \ll k .$$

В цьому випадку можна оперувати поняттям середньої спектральної густини енергії ленгмюрівських хвиль W , де усереднення проводиться по просторових і часових інтервалах Δr та Δt , що відповідно задовольняють умовам

$$1/qv_g \ll \Delta t \ll 1/\Gamma, 1/Qv_g ; 1/q \ll \Delta r \ll v_g/\Gamma, 1/Q . \quad (2.1)$$

З нерівності (2.1) випливає, що пакет ленгмюрівських хвиль, виявляється меншим від характерних розмірів неоднорідностей великої амплітуди і перекриває велику кількість флуктуацій малої амплітуди.

Якщо для флуктуацій малої амплітуди виконується умова $\Delta n/n \ll 3Tk^2/m\omega_{pe}^2$, то пакети ленгмюрівських хвиль не можуть захоплюватися такими неоднорідностями, а лише розсіюються ними. Більше того, це розсіювання є «пружним» (без змін частоти та абсолютного значення хвильового вектора) і дифузійним, якщо неоднорідності випадково розподілені в просторі і їхні швидкості є дуже малими [107]. Для хвиль великої амплітуди припускаємо, що $\Delta N/n \leq 3Tk^2/m\omega_{pe}^2$, тобто величина хвильового вектора може суттєво змінюватися під час проходження хвилі через таку неоднорідність, але неоднорідність недостатньо велика, щоб відбивати пакети у зворотному напрямку.

Таким чином, для флуктуацій концентрації малої амплітуди використано припущення авторів [107], що дозволяє вважати взаємодію з такими флуктуаціями стохастичним процесом і обчислювати їх вплив у наближенні Фокера-Планка. Взаємодія хвильового пакету зі збуреннями концентрації великої амплітуди має розглядатися у рамках детерміністичного підходу. Отже, еволюція спектральної густини енергії пакету хвиль описується рівнянням:

$$\frac{\partial W}{\partial t} + (\vec{v}_g \cdot \nabla)W = \Delta DW + \Gamma W ,$$

де $D(x, k, \theta)$ – коефіцієнт дифузії хвильового вектора.

Варто зазначити деякі властивості поширення хвиль за наявності зростання/згасання, коли ефектом дифузії можна знехтувати, а деякі неоднорідності є достатньо великими для того, щоб відбивати пакети в зворотному напрямку, $\Delta N/n \geq 3Tk^2/m\omega_{pe}^2$. Припустимо, що профіль концентрації плазми представлено гіперповерхнею, що має горби та западини, і поширення хвилі відповідає рухові деякого предмету, що літає на певній висоті. Коли цей предмет зустрічається з гіперповерхнею, він відбивається. За рахунок нестійкості амплітуда хвилі зростає, поки вона рухається в деякому «конусі», поза яким хвиля згасає. Крім того, амплітуда хвилі також може змінитися внаслідок варіацій групової швидкості. Така картина відповідає геометрикооптичному розв'язку, який має вигляд:

$$W(t, \vec{r}) = \frac{W_0}{\sqrt{|k_n|}} \exp\left(-i\omega t + i \int \vec{k} d\vec{r}\right),$$

де k – комплексний хвильовий вектор, що описує варіації фази та амплітуди хвилі, а k_n – компонента хвильового вектора, перпендикулярна до поверхні. В такому випадку статистика амплітуд хвиль визначається статистичними властивостями розподілу концентрації плазми і початкового значення хвильового числа.

Існує кілька різних груп хвиль, які можна так класифікувати. Хвилі першої групи захоплюються всередині деяких западин і не можуть вийти з них. Вони локалізовані поблизу тривимірних мінімумів концентрації, і їхня динаміка зводиться до періодичних коливань між згасанням та зростанням амплітуди. Друга група містить хвилі, які рухаються в багатозв'язній області і відбиваються під випадковими кутами, торкаючись поверхні. Амплітуда хвилі тимчасово зростає під час відбиття, а в середньому хвиля зростатиме чи згасатиме за наявності інкременту/декременту. Важлива зміна у поведінці хвилі відбувається, якщо ефект дифузії на флуктуаціях малої амплітуди стає достатньо сильним. У випадку з незначною дифузією траєкторії можуть перетинатися, хоча локальна поведінка амплітуди визначається хвилями, що приходять з конусу інкременту. Для випадку, коли внесок дифузії стає достатньо великим, хвилі можуть приходити з будь-яких напрямків, і важливим може стати внесок інтерференції.

Неоднорідності плазми, які зустрічає хвильовий пакет, впливають на амплітуду хвиль внаслідок варіацій ефективного інкременту, розсіювання на неоднорідностях та варіацій групової швидкості. Дійсно, розглянемо одновимірний випадок у наближенні геометричної оптики при нульовому інкременті. Нехай $x = 0$ є точкою відбиття, тоді хвильове число k перетворюється в нуль у цій точці. Припустимо, що в достатньо великому околі цієї точки $k \sim x^{1/2}$. Тоді отримуємо, що $v_g W = \text{const}$, де W – густина енергії хвилі. З дисперсійного співвідношення для ленгмюрівських хвиль випливає, що $v_g \sim k$, таким чином густина енергії хвилі пропорційна до k^{-1} . За означенням, імовірність спостереження густини енергії хвилі в діапазоні від W до $W + dW$ складає $P_W(W)dW$, де $P_W(W)$ – розподіл імовірності для густини енергії хвилі. Для стоячих хвиль існує однозначне співвідношення між x та W . Таким чином, $P_W(W)dW = P_x(x)dx$, де $P_x(x)dx$ –

імовірність зробити вимір у межах певного просторового інтервалу. Якщо припустити, що вимірювальний прилад рухається зі сталою швидкістю в досліджуваній області, то P_x буде сталою, і після нескладних розрахунків можна отримати степеневий розподіл енергій хвиль, $P_W(W) \sim W^{-3}$. В іншому випадку, коли хвильове поле складається з окремих пакетів, які осцилюють між точками відбиття, імовірність спостерігати хвилі в деякій області простору буде обернено пропорційна до їхньої групової швидкості, $P_x \sim v_g^{-1}$. В результаті можна отримати степеневу залежність $P_W(W) \sim W^{-2}$. Дослідження інших авторів приводять до залежності $P_W(W) \sim W^{-3}$ для великих значень W для хвиль з урахуванням їхнього розсіювання на гауссівських флуктуаціях концентрації з нульовим середнім вздовж траси променю [108] та поширення променів за наявності каустики [109]. Очевидно, ці механізми можуть суттєво змінити високоенергетичну частину розподілу, формуючи степеневий хвіст, але детальне дослідження цього явища виходить за рамки даної роботи. Нижче основна увага приділятиметься ефектам дифузії та флуктуаціям інкременту, а також аналізу експериментальних даних хвиль з малими амплітудами і, відповідно, розподілам без степеневих хвостів.

Існує два спрощених підходи до вивчення статистичних властивостей хвиль у плазмі з пучком та неоднорідностями: з використанням стаціонарної граничної задачі та початкової задачі про поширення хвиль. У першому підході припускається стаціонарність густини енергії хвиль, а інкремент та спектр хвиль залежать від координат. Другий підхід використовувався авторами [107], що вивчали часову еволюцію хвиль у макроскопічно однорідній плазмі, не враховуючи залежність від просторових координат. Ці два підходи, безумовно, мають деяку схожість, однак у даній роботі обрано перший з них, який здається більш зручним з точки зору числового моделювання.

Таким чином, для спрощення, розглядатимемо стаціонарний випадок, коли ленгмюрівські хвилі входять до півпростору $x > 0$, заповненого неоднорідною плазмою з пучком. Параметри плазми і розв'язок залежать лише від координати x і не залежать від часу. Тоді просторова еволюція хвильового пакету описується рівнянням

$$v_g \cos \theta \frac{\partial W}{\partial x} = \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(D \sin \theta \frac{\partial W}{\partial \theta} \right) + \Gamma W, \quad (2.2)$$

де $\Gamma(x, k, \theta)$ – ефективний інкремент/декремент для спектральної густини енергії хвилі, θ – кут між віссю x та хвильовим вектором, $D(x, k, \theta)$ – коефіцієнт дифузії. Вплив макроскопічних флуктуацій густини малої амплітуди описується першим доданком у правій частині (2.2).

Перш за все, цікаво проаналізувати вплив флуктуацій концентрації малої амплітуди. В аналізованому випадку пакети з різними хвильовими числами еволюціонують незалежно. Якщо обрати вузький діапазон значень хвильових векторів і припустити, що спектр флуктуацій є ізотропним, то коефіцієнт дифузії наближено можна вважати сталим, а інкремент залежатиме лише від координати x та кута θ .

Нехай Γ – це типове значення інкременту в досліджуваній області. Як видно з рівняння (2.2), можна ввести два безрозмірних параметри, $\delta_1 = \Gamma/D$ та $\delta_2 = \Gamma \Delta x / v_g$, де Δx – це характерна довжина, на якій еволюціонує пакет. Другий параметр, δ_2 , характеризує просторовий інкремент/декремент хвиль, якщо ефектами дифузії можна знехтувати. Точніше, якщо обрати кут $\theta = 0$ і розглянути дві точки, розділені достатньо малою відстанню Δx , такою, що $\Gamma(x, 0)$ змінюється неістотно між двома обраними точками, енергія хвиль у цих точках відрізнятиметься множителем $\exp(\delta_2)$, тобто

$$\delta_2 = \Delta x \left. \frac{\Delta \ln W}{\Delta x} \right|_{D=0}.$$

Для оцінки відносного внеску зростання/згасання в порівнянні з дифузією в числовому моделюванні зручно ввести відношення

$$R = \Delta x \frac{\Delta \ln W}{\Delta x} / \delta_2 \quad (2.3)$$

(тут приріст $\Delta \ln W$ на відрізку Δx береться з урахуванням дифузії). Величину (2.3) можна ввести як для спектральної густини енергії $W(x, \theta)$, так і для повної густини енергії:

$$W_{tot} = 2\pi \int_0^\pi W(x, \theta) \sin \theta d\theta, \quad (2.4)$$

якщо залежності $W(x, \theta)$ та $W_{tot}(x)$ від відстані в досліджуваній області можна наближено вважати експоненціальними. Така ситуація реалізується, зокрема, коли інкремент залежить лише від θ – наприклад, при

$$\frac{\Gamma(x, \theta)}{\Gamma_{max}} = -0.1 + 1.1 \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\theta}{\Delta\theta}\right)^2\right]. \quad (2.5)$$

Для числового моделювання розв'язувалося диференціальне рівняння (2.2), для якого було розроблено кінцево-різницеву схему. Алгоритм розв'язку рівняння та різницева схема були аналогічними до описаних у роботах [110-111].

Результати обчислень нормованого ефективного інкременту R для спектральної густини енергії $W(x, \theta)$ та повної густини енергії W_{tot} у плазмі з профілем інкременту (2.5) показано на рис. 2.1 а.

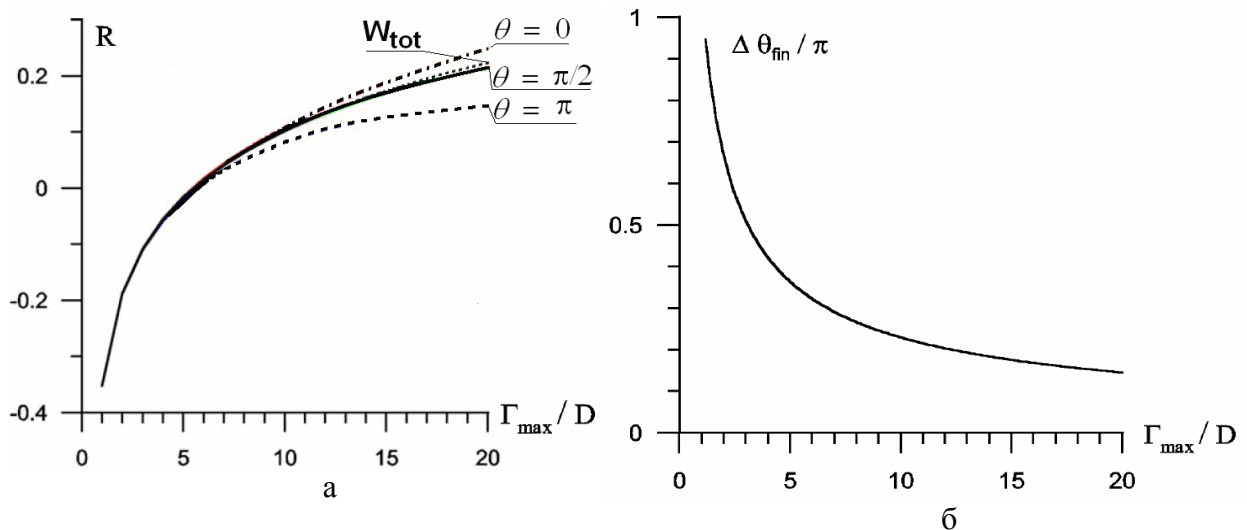


Рис. 2.1: а – залежності нормованих ефективних інкрементів R (2.3) від відношення Γ_{max}/D для гауссівського профілю інкременту $\Gamma(\theta)$ (2.5) з $\Delta\theta = \pi/10$ (пунктирна лінія відповідає повній спектральній енергії W_{tot} (2.4), штрих-пунктирна, суцільна та штрихова – спектральній густині енергії $W(\theta, x)$ відповідно для $\theta = 0$, $\theta = \pi/2$ та $\theta = \pi$); б – залежність розрахованої кутової півширини спектру хвиль від відношення Γ_{max}/D .

З рис. 2.1 а видно, що для малих відношень Γ_{max}/D , коли дифузія домінує, ефективний інкремент не залежить від кута θ , і спектр має бути ізотропним. Більше того, в цьому випадку нестійкість придушується, що відповідає результатам роботи [107]. При зростанні Γ_{max}/D спектр хвиль стає анізотропним. Коли відношення Γ_{max}/D

перевищує деяке порогове значення, у k -просторі виникають області з додатним ефективним інкрементом, де розвивається нестійкість. Хоча, навіть якщо значення відношення Γ_{\max}/D дорівнює 20, ефективний інкремент нестійкості виявляється значно меншим, ніж за відсутності дифузії.

Другою характеристикою спектрів є їхня кутова ширина. Як уже зазначалося, для малих відношень Γ_{\max}/D спектри є квазі-ізотропними і стають вузькими при зростанні цього відношення. Це твердження ілюструє рис. 2.1 б, де зображено залежність кутової напівширини спектру $\Delta\theta_{\text{fin}}$ від Γ_{\max}/D . Півширина визначається в кінці проміжку моделювання, $x = x_{\max}$ з умови $W(x_{\max}, \theta_{\text{fin}}) = W(x_{\max}, 0)/2$.

Коли в плазмі існують флуктуації концентрації з великою амплітудою, хвильовий вектор пакету ленгмюрівських хвиль змінює як напрям, так і довжину. Строго кажучи, в цьому випадку рівняння (2.2) не виконується, і його треба замінити на більш загальне. Але деякі якісні аспекти розв'язуваної задачі можна дослідити, використовуючи рівняння (2.2). Для врахування виходу хвилі з резонансу з пучком, коли хвиля проходить через неоднорідність концентрації з великою амплітудою, до рівняння (2.2) введено залежність інкременту від координати. Нехай

$$\frac{\Gamma(x, \theta)}{\Gamma_{\max}} = -0.1 + 1.1 \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\theta}{\Delta\theta}\right)^2\right] \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-x_0}{\Delta x}\right)^2\right]. \quad (2.6)$$

де Δx – це характерний масштаб неоднорідності. Інкремент, що задається виразом (2.6), стає додатним в околі точки x_0 при поширенні вперед. При сильному відхиленні від цього напрямку та більших відстанях від x_0 він прямує до такого самого за модулем, але негативного значення. Результати числового моделювання з використанням цього профілю показано на рис. 2.2.

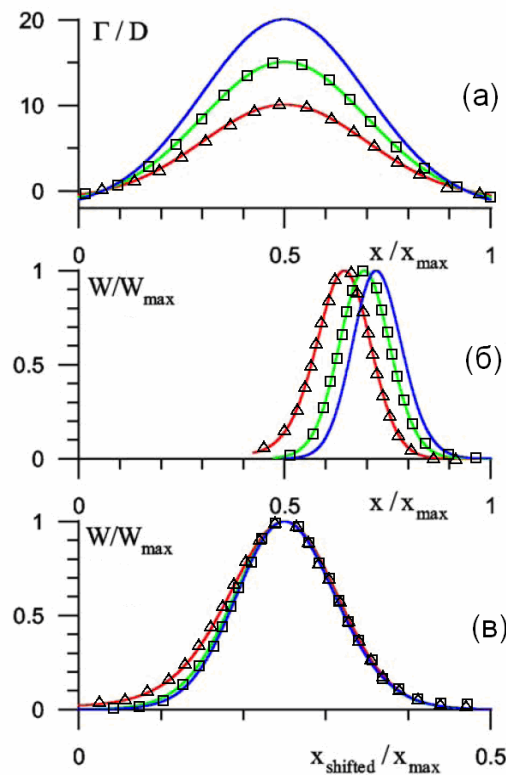


Рис. 2.2. Результати числового моделювання нестійкості в одній великомасштабній неоднорідності: а – просторові профілі відношення Γ/D для $\theta = 0$ та різних значень Γ_{\max}/D ; б – просторові залежності нормованих густин енергії, отриманих для $\Gamma_{\max}/D = 10$ (лінія трикутників), 15 (лінія квадратиків) та 20 (суцільна лінія); в – ті самі залежності після зміщення їхніх максимумів.

2.2. Числове моделювання поширення хвиль у неоднорідній плазмі

У даному підрозділі вивчаються статистичні властивості хвиль малої амплітуди у випадково-неоднорідному середовищі. Нелінійні явища не беруться до уваги.

Розглянемо такі граничні умови для рівняння (2.2):

$$\begin{aligned} W|_{x=0} &= W_0(\theta) & \text{для } 0 \leq \theta \leq \pi/2, \\ W|_{x=x_{\max}} &= 0 & \text{для } \pi/2 \leq \theta \leq \pi. \end{aligned}$$

Припускається, що для великих x нестійкість придушується, і ленгмюрівські хвилі згасають. Залежність інкременту $\Gamma(x, \theta)$ від x нагадує дробовий шум. Точніше, $\Gamma(x, \theta)$ є суперпозицією імпульсів з випадковими положеннями у просторі. Ці імпульси мають форму, яка задається виразом (2.6), але, на відміну від звичайного дробового шуму, різні амплітуди, які рівномірно розподілені між нулем та максимальним значенням $\Gamma_{\max}/D = 15$. Пакет хвиль, поширюючись, сприймає $\Gamma(x, \theta)$ як набір імпульсів з випадковими амплітудами, що надходять у випадкові моменти часу.

Середня кількість таких імпульсів на проміжку моделювання дорівнювала 50 для всіх запусків розрахункової програми, але точне значення було випадковою величиною, розподіленою за законом Пуасона. Середнє відношення повної ширини області моделювання до ширини Δx окремого імпульсу дорівнює середній кількості імпульсів (50). Таким чином, розглядається випадок, коли імпульси (неоднорідності) перебиваються, але кількість імпульсів, що перебиваються в довільній точці простору, невелика (кілька одиниць).

Щоб оцінити густину розподілу ймовірності енергії хвилі для певного значення координати $x > 0$, було взято результати 10000 запусків програми моделювання. Кожний запуск відбувався з різними профілями інкременту, де кількість імпульсів (неоднорідностей), їхні амплітуди та положення обиралися випадковим чином згідно з відповідними розподілами ймовірності.

Для опису форми та інших властивостей розподілів, отриманих шляхом моделювання, зручно використати метод кривих Пірсона [106]. Цей підхід дозволяє знайти криву Пірсона, яка дасть найкраще наближення розподілу експериментальних даних. Даний метод має три важливих переваги: він об'єктивний, може бути легко автоматизований та забезпечує кінцевий результат у компактній формі [112]. Відповідна процедура містить такі етапи. З масиву досліджуваних даних обчислюють перші чотири моменти. Припускаючи, що ці оцінки є точними, можна знайти апроксимацію емпіричного розподілу, інтегруючи звичайне лінійне диференціальне рівняння. Отримане наближення можна потім порівняти з реальними даними.

Система кривих Пірсона описує широкий клас розподілів, що мають один екстремум. Вони всі можуть бути описані диференціальним рівнянням

$$\frac{dp(z)}{dz} = \frac{z-a}{b_0 + b_1 z + b_2 z^2} p(z), \quad (2.7)$$

де a та b_i є дійсними константами [112-115]. Добре відомі нормальний, експоненціальний, логнормальний, β - та χ -розподіли, а також розподіли Коші та Стюдента належать до сімейства розподілів Пірсона. У загальному випадку розподіли, які задовольняють рівняння (2.7), мають один екстремум у точці $x = a$, а їхня форма визначається положенням двох нулів у знаменнику правої частини рівняння. Очевидно ці нулі визначаються відношеннями b_0/b_2 та b_1/b_2 . Таким чином ці розподіли можуть бути повністю описані чотирма параметрами, які можна пов'язати із середнім

значенням та трьома центральними моментами μ_2 , μ_3 та μ_4 . Власне форма розподілу залежить лише від двох безрозмірних параметрів, які визначаються виразами

$$\beta_1 = \frac{\mu_3^2}{\mu_2^3}, \quad \beta_2 = \frac{\mu_4}{\mu_2^2}. \quad (2.8)$$

Параметр β_1 має зміст квадрату асиметрії, а $(\beta_2 - 3)$ – коефіцієнту ексцесу. Ці параметри характеризують асиметрію та міру загостреності розподілу.

Пірсон [106] розробив класифікацію розподілів з одним екстремумом і виділив 12 типів розподілів в залежності від значення параметрів β_1 та β_2 . На рис. 2.3 а зображено площину $(\beta_1; \beta_2)$ і показано області для деяких класів. Зокрема, область I відповідає β -розподілу, лінія III – γ -розподілу, лінія V – логнормальному розподілу, а область IV відповідає так званим розподілам Пірсона IV типу. Нормальний розподіл на діаграмі Пірсона представлено точкою $\beta_1 = 0, \beta_2 = 3$. Більш детально ознайомитися з методикою та кривими Пірсона можна, наприклад, у роботах [112, 114-115] та поданих там посиланнях.

Результати, отримані шляхом числового моделювання, показані на діаграмі на рис. 2.3 а-б кружечками. Кожна точка на діаграмі отримана з 10000 значень логарифму густини енергії хвилі, $\lg W$, при фіксованому значенні координати x . Різні точки даних числового моделювання відповідають різним відстаням від межі $x = 0$ і, як наслідок, різній середній кількості імпульсів інкременту N_{imp} через які проходить хвиля. Межі похибок на рис. 2.3 б показують статистичний розкид параметрів β_1 та β_2 за прийняття нульової гіпотези, що логарифм густини енергії розподілений за нормальним законом.

З рис. 2.3 а-б видно, що при зростанні N_{imp} відповідні точки на площині Пірсона прямують до точки, що відповідає нормальному розподілу (показана чорним хрестиком), що відповідає центральній граничній теоремі. Однак загалом відхилення від нормального розподілу досить суттєві, особливо щодо параметра β_1 .

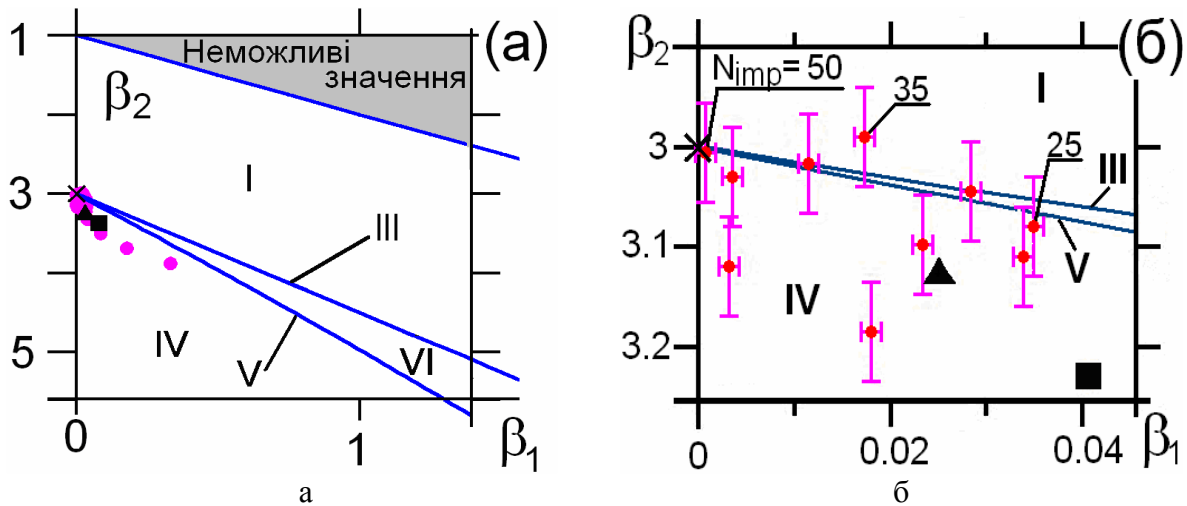


Рис. 2.3: а – діаграма для різних типів розподілів Пірсона разом із результатами числового моделювання (кружечки) та експериментальними даними (точка, позначена трикутником, відповідає параметрам розподілу Пірсона, обчисленим безпосередньо з вимірів, квадратиком – параметрам, визначеним з найкращої апроксимації розподілом Пірсона IV типу методом максимальної правдоподібності, чорним хрестиком – нормальному розподілу); б – збільшений фрагмент попередньої діаграми. Для кількох точок указана ефективна кількість N_{imp} областей з додатнім значенням інкременту. Області, що відповідають різним типам розподілів, позначено римськими цифрами

Ці результати можна інтерпретувати за допомогою таких міркувань. Якщо дифузія хвилі відсутня і виконуються умови наближення ВКБ, просторову залежність енергії хвилі можна записати так:

$$W(x) = W_0 \exp\left(\int_0^x \Gamma(x') dx'\right).$$

В плазмі з флуктуаціями малої амплітуди, що розсіюють хвилі, інкремент для енергії хвилі слід замінити його ефективним значенням. За припущення, що ефективний інкремент задається залежністю типу дробового шуму,

$$\Gamma(x) = \sum_{i=0}^{N_{imp}} F_{\Gamma}(a_i, x - x_i), \quad (2.9)$$

де форма кожного імпульсу описується тією самою функцією, що залежить від параметру a_i , величини a_i є випадковими і незалежними, а положення імпульсів x_i формують пуассонівську послідовність, то $\ln(W/W_0)$ буде також процесом типу дробового шуму тієї самої форми:

$$\ln(W/W_0) = \sum_{i=0}^{N_{imp}} F_W(a_i, x - x_i), \quad (2.10)$$

$$F_W(a, x) = \int_{-\infty}^x F_{\Gamma}(a, x') dx'.$$

Знаходження розподілу амплітуди шуму, заданого формулою (2.9), таке ж як і для простішого випадку звичайного дробового шуму, що складається з імпульсів однакової амплітуди,

$$\Gamma(x) = \sum_{i=0}^{N_{imp}} F_{\Gamma}(x - x_i) \quad (2.11)$$

є дуже важливим для теорії та застосувань. Автор [116] вивчав цю задачу для шуму з випадковою амплітудою, $F(a, t) = aF(t)$, та для дробового шуму (2.9) і отримав вираз для функції густини імовірності у формі інтегралу Фур'є. Інші дослідники в роботі [105] стверджували, що розв'язок, описаний у [116], можна легко обчислити лише для майже гауссівських розподілів, коли частота імпульсів є досить великою. Вони, в свою чергу, довели теорему, що задачу про знаходження розподілу для шуму, заданого формулою (2.9), можна звести до знаходження розподілу для шуму виду (2.11). А для дробового шуму, що задається виразом (2.11), було отримано інтегральне рівняння для амплітудного розподілу і розглянуто декілька прикладів, коли це рівняння може бути розв'язаним аналітично [105]. Однак у загальному випадку це рівняння можна розв'язати лише чисельно. Автори [105] навели один приклад таких розрахунків, коли форма імпульсу є експоненціально спадною високочастотною синусоїдою, $\exp(-t)\sin(\omega t)$, $t \geq 0$. Було виявлено помітні відмінності хвостів розрахованого та нормального розподілу навіть для досить великої частоти імпульсів (10 імпульсів за одиницю часу). Для менших частот імпульсів відмінності були присутніми в усьому діапазоні амплітуд.

Отже, теорія, розроблена авторами [105], описує, яким чином функція густини розподілу дробового шуму може бути розрахована за відомими формою та статистичними властивостями (частота, розподіл амплітуди та ін.) імпульсів. У загальному випадку застосування цієї теорії для інтерпретації експериментальних

даних вимагає великої кількості числових розрахунків. З іншого боку, при обробці експериментальних даних обернена задача отримання властивостей імпульсів за спостережуваним шумом навіть більш цікава. Тому бажано знайти інші підходи, які легко використовувати і які б давали в результаті менш детальну інформацію. Один з таких підходів, що вже згадувався раніше, пов'язаний з першими чотирма моментами розподілу та кривими Пірсона.

Для спрощення припустимо, що проміжок моделювання заповнений випадковими неоднорідностями і оточений областю з $\Gamma = 0$, форма ефективного інкременту в межах кожної неоднорідності може бути описана обмеженою функцією, яка перетворюється в нуль за межами скінченного інтервалу, і поблизу точки, де виконуються вимірювання, неоднорідності відсутні. Тоді з (2.10) випливає, що $\ln(W/W_0)$ може бути подана як сума незалежних доданків з однаковими статистичними властивостями, зокрема, з однаковими середніми значеннями та дисперсією. Як випливає з центральної граничної теореми, розподіл суми прямує до нормального при зростанні кількості доданків. У винятковому випадку нормально розподілених доданків нормальний розподіл матиме сума будь-якої кількості доданків. Але загалом, якщо кількість доданків не дуже велика, то форма розподілу суми, а, отже, її асиметрія та ексцес суттєво залежить від відповідних статистичних властивостей доданків. Не накладаючи додаткових обмежень, можна покласти, що середнє значення кожного доданку дорівнює нулеві. Якщо це не так, то проблема збіжності виникає лише для необмежених областей, а для обмежених проміжків, достатньо простого перевизначення змінних, для того, щоб спростити задачу до розглянутої нижче.

Нехай нормована інтенсивність хвилі W визначається формулою

$$W = \sum_{i=1}^n w_i,$$

де w_i – внесок від i -того імпульсу. Очевидно, що $M_{2,3}$ – перший та третій центральні моменти для W визначатимуться формулами

$$M_2 = n\mu_2, \quad M_3 = n\mu_3.$$

З означення моментів шляхом нескладних перетворень для четвертого центрального моменту можна отримати:

$$M_4 = n\mu_4 + 3n(n-1)\mu_2^2.$$

Таким чином, коефіцієнти B_1 та B_2 Пірсона для W , що вводяться виразами

$$B_1 = \frac{M_3^2}{M_2^3}, \quad B_2 = \frac{M_4}{M_2^2}$$

(порівняти з (2.8)), пов'язані з відповідними параметрами одиночного імпульсу співвідношеннями

$$B_1 = \frac{\beta_1}{n}, \quad B_2 = 3 - \frac{3}{n} + \frac{\beta_2}{n}.$$

Легко бачити, що згідно з центральною граничною теоремою асиметрія B_1 прямує до нуля, а B_2 – до трійки при зростанні кількості імпульсів.

Щоб проаналізувати цю тенденцію більш детально, зручно скористатися параметрами

$$g_1 = M_3 / M_2^{3/2} = B_1^{1/2}, \quad g_2 = M_4 / M_2^2 - 3 = B_2 - 3,$$

які тісно пов'язані з параметрами β_1 та β_2 Пірсона та широко використовуються як оцінки асиметрії та ексцесу.

Для невеликих масивів даних незсунені оцінки цих параметрів визначаються виразами (див. напр., [117]).

$$G_1 = \frac{\sqrt{n(n-1)}}{n-2} g_1, \quad G_2 = \frac{n-1}{(n-2)(n-3)} ((n+1)g_2 + 6),$$

з відповідними середньоквадратичними відхиленнями

$$S_{G_1} = \sqrt{\frac{6n(n-1)}{(n-2)(n+1)(n+3)}}, \quad S_{G_2} = \sqrt{\frac{24n(n-1)^2}{(n-3)(n-2)(n+3)(n+5)}},$$

які зручно використовувати при перевірці припущення про нормальність розподілу. Для нормального розподілу виконуються такі умови [117]:

$$|G_1| < 3S_{G_1}, \quad |G_2| < 5S_{G_2}. \quad (2.12)$$

За даними, отриманими шляхом числового моделювання і поданими на рис. 2.3 а-б, можна обчислити залежності параметрів G_1 та G_2 від середньої кількості максимумів інкременту. Вони показані на рис. 2.4 разом із відповідними порогами (2.12). Легко бачити, що для обраних профілів інкременту, розподіл $\lg W$ майже всюди помітно відрізняється від нормального, але відмінність стає несуттєвою для кількості імпульсів N_{imp} порядку 45–50.

З урахуванням похибок для статистичного розкиду оцінок β_2 , точки лежать в області, що відповідає розподілам Пірсона IV типу (див. рис. 2.3 б). Додатковий аналіз показує, що відповідні наближення, зроблені з використанням оцінок моментів, проходять χ^2 -тест згоди, описаний у наступному підрозділі.

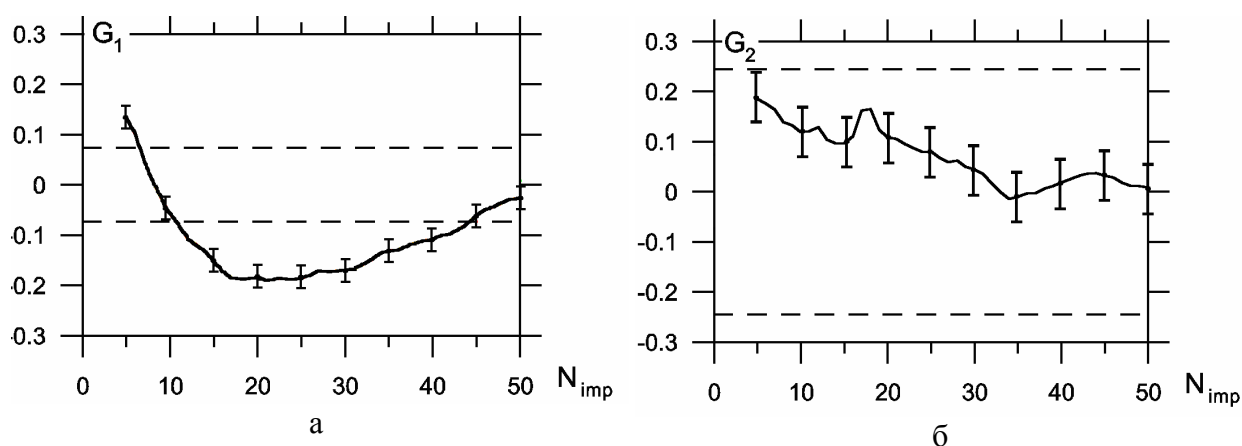


Рис. 2.4. Залежності параметрів G_1 (а) та G_2 (б) від ефективної кількості областей (імпульсів) з додатнім інкрементом. Для нормального розподілу G_1 та G_2 мають дорівнювати нулю; горизонтальні лінії показують відповідні пороги статистичної значущості відхилення.

Автори [11, 59-62] вважали, що у форшоці Землі кількість флуктуацій інкременту дещо перевищує 10, і цього досить, щоб розподіл IgW став нормальним. Відповідно до наведених вище розрахунків, у форшоці ударної хвилі Землі критерію досягнення нормального розподілу має відповідати у декілька разів більша кількість флуктуацій інкременту, через які проходить ленгмюрівська хвиля, що ставить під сумнів результати [11, 59-62], згідно яких розподіл є нормальним.

2.3. Аналіз експериментальних даних, виміряних приладом WBD супутників CLUSTER

В цьому підрозділі представлено результати аналізу амплітуд ленгмюрівських хвиль, виміряних 17 лютого 2002 року приладом WBD, що знаходиться на борту кожного із супутників CLUSTER (див. підрозділ 1.5). Опис приладу можна знайти в роботі [102]. Прилад WBD отримує дані у вигляді коливань електричного поля в діапазоні 1–77 кГц, а частота опитування складає 220 кГц. Прилад WBD реєструє ці коливання у формі ділянок тривалістю 10 мс, які фіксуються через кожні 80 мс.

Електрична антена знаходиться в площині обертання супутника, тому вимірювані електричні поля відповідають проекції вектора електричного поля на напрям антени. Припускаючи, що електростатичні хвилі поширюються приблизно вздовж ліній зовнішнього магнітного поля, було проведено корекцію спостережуваних амплітуд шляхом їх ділення на косинус кута між антеною та магнітним полем.

Між 8:20 та 9:22 UT, супутники знаходилися недалеко від межі електронного форшоку, де спостерігалися незвичайно інтенсивні ленгмюрівські хвилі ($|E| > 40$ мВ/м). Глибше у форшоці амплітуди зменшувалися до більш типових значень, менше кількох мВ/м, і протягом часового інтервалу від 9:25 до 10:13 UT амплітуди хвиль були приблизно стаціонарними. Тобто протягом цього інтервалу середнє значення та дисперсія спостережуваних амплітуд залишалися досить сталими. Автори [73] стверджували, що середнє значення та середньоквадратичне відхилення IgW мають степеневі залежності від відстані до супутника D_f , (використовується також позначення DIFF), яка вимірюється за потоком сонячного вітру від тангенціальної лінії магнітного поля, паралельно до лінії Земля-Сонце. У роботі [55] показано, що при об'єднанні даних, які були виміряні у великому діапазоні значень D_f , розподіли IgW стають степеневими. Для того, щоб оцінити варіації відстані D_f , а також координати форшоку і ударної хвилі та її поперечний розмір, використовуються формули, наведені в [118]. Дані про магнітне поле та лобовий тиск сонячного вітру на передній частині ударної хвилі Землі з однохвилинною роздільною здатністю було взято з бази даних OMNI за допомогою он-лайнного сервісу CDAWeb. Хоча розподіли, отримані для квазі-стаціонарного інтервалу 09:25–10:13 UT, не мають степеневих хвостів, було обрано ще коротший інтервал, 9:25–9:47 UT, де D_f суттєво не змінюється і лежить у діапазоні 1.6–4.1 R_E .

Протягом цього інтервалу прилади WBD працювали на трьох із чотирьох супутників CLUSTER. Використовувалися лише дані супутників CLUSTER 1 та CLUSTER 3, тому що на цих двох супутниках прилади працювали в режимі автоматичного регулювання підсилення, коли коефіцієнт підсилення приймача регулювався відповідно до амплітуд, які спостерігалися. На супутнику CLUSTER 4 коефіцієнт підсилення приймача був встановлений на своє найменше значення (тобто жоден підсилювач напруги не брав участі у вимірюваннях), і дані, виміряні в такому режимі, не підходять для нашого аналізу, оскільки діапазон надійно виміряних амплітуд був дуже обмеженим.

Для оцінки розподілу ймовірності енергій хвиль було побудовано статистичний ансамбль середніх значень $|E|^2$ (E – відкориговане значення напруженості електричного поля) на кожній десятимілісекундній ділянці. З цього ансамблю були вилучені ділянки, на яких відчувався помітний вплив інструментальних ефектів (інтерференція з зондами

приладу WHISPER, насичення приймача, або поява сильного шуму при дискретизації). Також не враховувалися вимірювання, де кут між антеною та магнітним полем був більшим від 75° . Таким чином для досліджуваної події в обраному часовому інтервалі (від 9:25 до 9:47 UT) було отримано статистичний ансамбль із 10027 значень.

Для встановлення відповідності отриманих даних запропонованим розподілам імовірності спочатку була побудована гістограма енергій описаного вище статистичного ансамблю з використанням $N_b = 30$ логарифмічно розбитих інтервалів. Відповідність наближення кожним розподілом визначатиметься за допомогою статистичного χ^2 -критерію згоди [119]. Нехай $f(\lg W)$ – теоретичний розподіл імовірності логарифму енергії хвилі, W_i – центри інтервалів, h_i – кількість спостережень у кожному інтервалі, $N = \sum h_i$ – загальна кількість вимірів. Коли дані розподілені за певним законом $f(\lg W)$, то нормована похибка наближення

$$X^2 = \sum_{i=1}^{N_b} \frac{[Nf(\log W_i) - h_i]^2}{Nf(\log W_i)} \quad (2.13)$$

є випадковою змінною, яка має χ^2 -розподіл з кількістю ступенів вільності $\nu = N_b - N_p - 1$, де N_p – кількість вільних параметрів функції, якою наближають розподіл. Таким чином, указана похибка може бути використана для перевірки гіпотези про відповідність даних заданій функції розподілу. Для цього треба порівняти обчислене з (2.13) значення X^2 з критичним значенням χ^2 -розподілу, $\chi^2_{\nu, \alpha}$, на обраному рівні значущості α . Відхилення даних від очікуваних значень спричиняє зростання χ^2 -похибки, тому її великі значення вказують на невідповідність даних спостережень заданій моделі. Якщо тестове значення X^2 , обчислене за допомогою (2.13), виявляється більшим від $\chi^2_{\nu, \alpha}$ – критичного значення χ^2 -розподілу, то гіпотеза, що дані описуються заданим розподілом $f(\log W)$, відкидається з рівнем значущості α .

На рис. 2.5 порівнюється критерій згоди для нормального розподілу та розподілу Пірсона IV типу для $\lg W$. Штриховою лінією показано функцію розподілу, яка є наближенням гістограми логарифмів інтенсивності хвиль нормальним розподілом за методом максимальної правдоподібності. Пунктирна крива показує наближення розподілом Пірсона IV типу, параметри якого було обчислено за методом моментів, що описаний у [112]. Згідно цього методу, спочатку було обчислено перші чотири моменти розподілу, m_1, \dots, m_4 , з часових послідовностей і отримані значення підставлено до загального виразу для розподілу IV типу [114-115].

Тоді з рівностей (2.8) отримуються відповідні значення параметрів Пірсона $\beta_1 = 0.025$ та $\beta_2 = 3.13$ значущість яких буде обговорена нижче. Суцільна крива на рис. 2.5 відповідає наближенню розподілом Пірсона IV типу з параметрами, отриманими методом максимальної правдоподібності. Тут розглядається функція X^2 -похибки (2.13) для конкретного випадку розподілу IV типу та для гістограми, побудованої на основі експериментальних даних. Оскільки розподіл IV типу має п'ять ступенів вільності, то знаходимо найкраще наближення значень п'яти невідомих параметрів шляхом нелінійної мінімізації цієї функції похибки [120]. Результуючий розподіл мінімізує функцію похибки і, таким чином, забезпечує найкраще наближення щодо χ^2 тесту. Параметри Пірсона, що відповідають цьому наближеному розподілу, дорівнюють $\beta_1 = 0.041$ та $\beta_2 = 3.228$.

З рис. 2.5 зрозуміло, що розподіл Пірсона IV типу дає значну кращу якість наближення ніж нормальний розподіл. Це підтверджують значення X^2 , що відповідають трьом указаним наближенням (відповідно 66.44, 26.69 та 20.88). Для того, щоб підкреслити відмінності між розподілами як на хвостах, так і біля максимуму, було використано логарифмічний та лінійний масштаби. Легко бачити, що розподіл IV типу наближає дані краще від нормального в усьому діапазоні енергій хвиль. Значення кумулятивної функції розподілу $C = 1 - \text{Prob} [\chi_{\nu}^2 < X^2]$, яка визначає ймовірність

відповідності даних деякому теоретично передбаченому розподілу, для нормального розподілу досить мале ($C = 2.15 \cdot 10^{-5}$). Тому припущення, що виміряні значення $\lg W$ розподілені за нормальним законом можна відкинути з рівнем значущості понад 99.99%. З іншого боку, для двох варіантів розподілу Пірсона IV типу $C = 0.32$ для наближення методом моментів (пунктирна крива) та $C = 0.65$ для наближення методом максимальної правдоподібності (штрихова крива). Отже, статистична гіпотеза, що розподілом енергії хвилі є розподіл Пірсона IV типу, не може бути відкинута навіть на рівні значущості 75%.

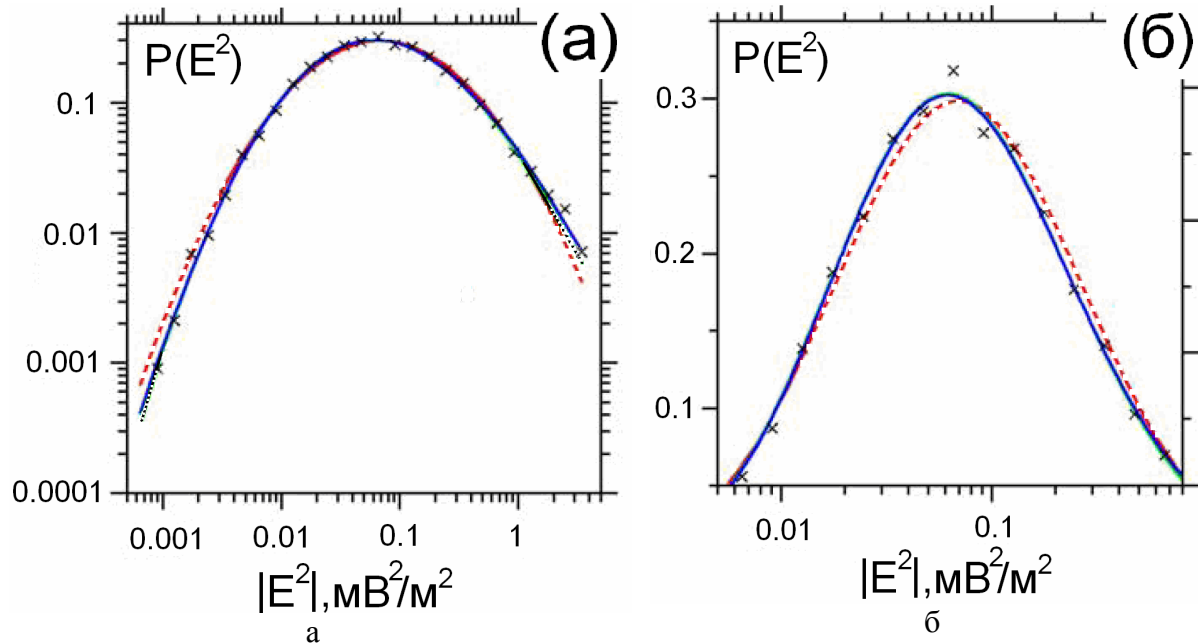


Рис. 2.5. Густина розподілу ймовірності (PDF) логарифму густини енергії ленгмюрівської хвилі для інтервалу часу 9:25–9:47 UT 17 лютого 2002 року, коли супутники CLUSTER знаходилися в електронному форшоці Землі (чорні хрестики). Штрихова лінія показує наближення даних нормальним розподілом за методом максимальної правдоподібності. суцільна та пунктирна лінії показують наближення розподілами Пірсона IV типу, отриманими відповідно з оцінок моментів емпіричного розподілу та за методом максимальної правдоподібності. Щоб показати відмінності між розподілами як у хвості, так і поблизу максимумів, використано логарифмічний (а) та лінійний (б) масштаби.

До такого самого висновку можна прийти використовуючи підхід, описаний у попередньому підрозділі. Для досліджуваних даних параметри Пірсона, розраховані за формулами (2.8), дорівнюють відповідно $\beta_1 = 0.025$ та $\beta_2 = 3.13$. Відповідні точки показано на діаграмі Пірсона на рис. 2.3 а-б трикутниками. Відстань до точки, що відповідає розподілу Пірсона, є досить великою, що вказує на відмінність розподілу енергії хвилі від логнормального. Дійсно, в цьому випадку маємо $G_1 = 0.16$, $G_2 = 0.13$, $S_{G1} = 0.02$ та $S_{G2} = 0.05$. Для першого параметра відношення його модуля до відповідного середньоквадратичного відхилення вище 6, а для другого дорівнює 2.7. Таким чином, дані не задовольняють першій з умов (2.12) для нормального розподілу.

Тепер розглянемо наближення розподілом Пірсона IV типу, отримане за методом максимальної правдоподібності. Значення відповідних параметрів дорівнюють $G_1 = 0.20$, $G_2 = 0.23$, $G_1/S_{G1} = 8.2$, та $G_2/S_{G2} = 4.7$. Відповідні точки даних показано на діаграмі Пірсона на рис. 3 а-б блакитними хрестиками. Для цього наближення порушення першої умови в (2.12) більш суттєве, ніж у попередньому випадку, а друга умова також близька до порушення. Таким чином, гіпотезу, що розподіл логарифмів енергій є нормальним, без сумніву, потрібно відкинути. Нерівність $G_1 > 0$ означає, що реальний

розподіл є асиметричним, причому ймовірність відхилень від найбільш імовірного значення в бік більших амплітуд більша, ніж у бік менших амплітуд.

Розподіл для $I_g W$ може бути нормальним за умови застосовності теорії стохастичного зростання, де припускається, що кількість флуктуацій інкременту протягом характерного часу життя хвилі достатня для застосовності центральної граничної теореми. Але, як випливає з попереднього підрозділу, умови застосовності цієї теорії можуть бути досить жорсткими. Таким чином, можна стверджувати, що спостережуваний розподіл не є нормальним, оскільки центральна гранична теорема незастосовна для розглянутої події. Якщо це дійсно так, то емпіричний розподіл має залежати від великої кількості параметрів, таких як ефективна кількість неоднорідностей, їхня форма та ін. Цей розподіл не може бути описаний нормальним законом, оскільки цей закон надто простий і залежить лише від двох параметрів – середнього значення та дисперсії. Щоб отримати адекватне наближення, необхідно використовувати складніші розподіли. Класифікація, що базується на методиці кривих Пірсона, залежних від чотирьох параметрів, здається цілком адекватною для аналізу таких даних.

На жаль, вимірювання приладу WBD відбуваються досить рідко. Це ускладнює пошук подій, придатних для продовження подібних досліджень. Але на борту супутників CLUSTER встановлений інший прилад – WHISPER, що вимірює спектр електричного поля зі значно більшим часовим покриттям. Задача подальшого тестування результатів теорії стохастичного зростання, а також придатності класифікації Пірсона до розподілів амплітуд ленгмюрівських хвиль у форшоку Землі, отриманих зі спектрів приладу WHISPER, розглядається в наступному підрозділі.

2.4. Аналіз експериментальних даних, виміряних приладом WHISPER супутників CLUSTER

Дані, що аналізуються в даному підрозділі, були отримані за допомогою приладу WHISPER, який знаходиться на бортах супутників CLUSTER. У пасивному режимі, прилад WHISPER вимірює природний (пасивний) спектр електричного поля в частотному діапазоні 2-80 кГц [104]. Кожен спектр отримується за допомогою швидкого перетворення Фур'є виміряного електричного поля з подальшим усередненням на борту супутника. Для досліджуваних подій кожен спектр, який передавався на Землю, був усередненням 16 або 8 послідовних спектрів. Часовий інтервал між двома послідовними вимірами складає 2.13 сек у нормальному режимі роботи приладу і може зменшуватися до 0.32 сек в режимі з більшою частотою вибірки.

Для детального аналізу було обрано кілька подій, коли знаходження супутників у форшоці було досить тривалим, інтенсивність ленгмюрівських хвиль могла вважатися стаціонарною, і не було значних коливань зовнішнього магнітного поля. Тест на стаціонарність виконувався за допомогою аналізу поведінки середнього значення та дисперсії логарифму густини енергії. Також надавалася перевага режиму з більшою частотою вибірки, щоб мати більше даних для статистичної обробки. В табл. 2.1 наведено список подій, які було обрано для даного дослідження.

На лівій частині рис. 2.6 показано спектрограми двох типових подій, які спостерігалися 14 лютого 2005 року та 1 лютого 2003 року. На спектральних діаграмах, поблизу електронної плазмової частоти, присутній вузькосмуговий максимум, який відповідає ленгмюрівським хвилям. Цей масимум добре видно для всіх досліджуваних подій. Для події 14 лютого 2005 року активність плазмових хвиль була незвичайно стаціонарною, і до того ж прилад проводив вимірювання в режимі з підвищеною частотою вибірки. Таким чином, ця подія ідеально підходить для даного дослідження. Обидві події, які показано на рис. 2.6, буде використано в подальшому для детального опису процесу обробки даних.

Ефективну амплітуду коливань електричного поля E можна оцінити зі спектру приладу WHISPER, інтегруючи його в діапазоні частот, у якому спостерігаються ленгмюрівські хвилі:

$$E = \frac{1}{l_{\text{eff}}} \left[\int_{f_1}^{f_2} F^2(f) df \right]^{1/2}, \quad (2.14)$$

де l_{eff} – ефективна довжина антени, $F(f)$ – спектр електричних коливань виміряний в В/Гц^{1/2}, f_1 та f_2 – мінімальна та максимальна частоти, які визначають ширину смуги, що відповідає ленгмюрівським хвилям. Прилад WHISPER використовує двозондову дипольну антену, яка знаходиться в площині обретає супутника і має повну довжину 88 метрів. При обробці даних припускається, що ефективна довжина антени дорівнює 53 метрам, згідно з теоретичним розрахунком виконаним у [121] для типових умов земного форшоку. Для кожної події межі інтегрування в (2.14) визначаються зі спектру, який отримано усередненням усіх спектрів за час відповідної події. Ці межі визначаються одноразово для однієї події і надалі використовуються для інтегрування кожного окремого спектру події, щоб отримати набір відповідних значень напруженості електричного поля. Для двох вищезгаданих подій усереднені спектри показано на правій частині рис. 2.6. Частоти f_1 та f_2 розміщені симетрично щодо частоти f_0 , яка відповідає максимуму усередненого спектру. На частоті f_2 усереднена спектральна густина менша в порівнянні з її максимальним значенням в 0.7 рази. Тоді частота f_1 знаходиться як симетрична до f_2 щодо f_0 : $f_1 = f_0 - (f_2 - f_0)$.

Таблиця 2.1

Параметри подій, які використано в дослідженні

	Дата, час (UT)	N^a	Δt (с) ^b	Тривалість події, хв.	$f_{\text{ре}}$, кГц
1	17 лютого 2002, 09:25–10:13	3742	2.134	48	29.13
2	01 лютого 2003, 21:25–24:00	10590	2.133	180	16.44
3	03 березня 2003, 17:08–17:23	6543	0.32	15	35.97
4	14 лютого 2005, 15:57–16:27	9181	0.64	30	23.86
5	28 лютого 2005, 01:13–01:31	7066	0.32	18	19.69
6	28 лютого 2005, 01:39–01:53	7627	0.32	14	21.32
7	28 лютого 2005, 01:45–01:52	4017	0.32	7	21.32

^a N – загальна кількість вимірів, які було використано в статистичному дослідженні.

^b Δt – інтервал часу між двома послідовно вимірними спектрами.

Оцінки електричного поля, отримані зі спектрів приладу WHISPER, відповідають проекції вектора напруженості електричного поля на напрям вимірювальної антени. Якщо припустити, що ленгмюрівські хвилі поширюються вздовж лінії зовнішнього магнітного поля, то тоді реальна інтенсивність електричного поля $E_r = E/\cos\alpha$, де α – це кут між магнітним полем і антеною. Кут α розраховувався з використанням даних усередненого за оберт магнітного поля з 4-секундною роздільною здатністю, виміряного пристроєм FGM, який також знаходився на борту супутників CLUSTER [97]. В даних дослідження не враховувалися вимірювання з значенням кута $78^\circ < \alpha < 102^\circ$, оскільки для таких кутів значення косинуса досить мале, і відкорегованим значенням електричного поля не можна довіряти (див., наприклад, [10]).

Дане статистичне дослідження базується на оцінках функцій розподілу густини імовірності для $\lg(W)$, де $W = |E_r|^2$ – це величина, пропорційна до густини енергії хвилі. Для того, щоб знайти найкраще наближення експериментальних розподілів імовірності, було застосовано методику Пірсона, описану в попередньому підрозділі.

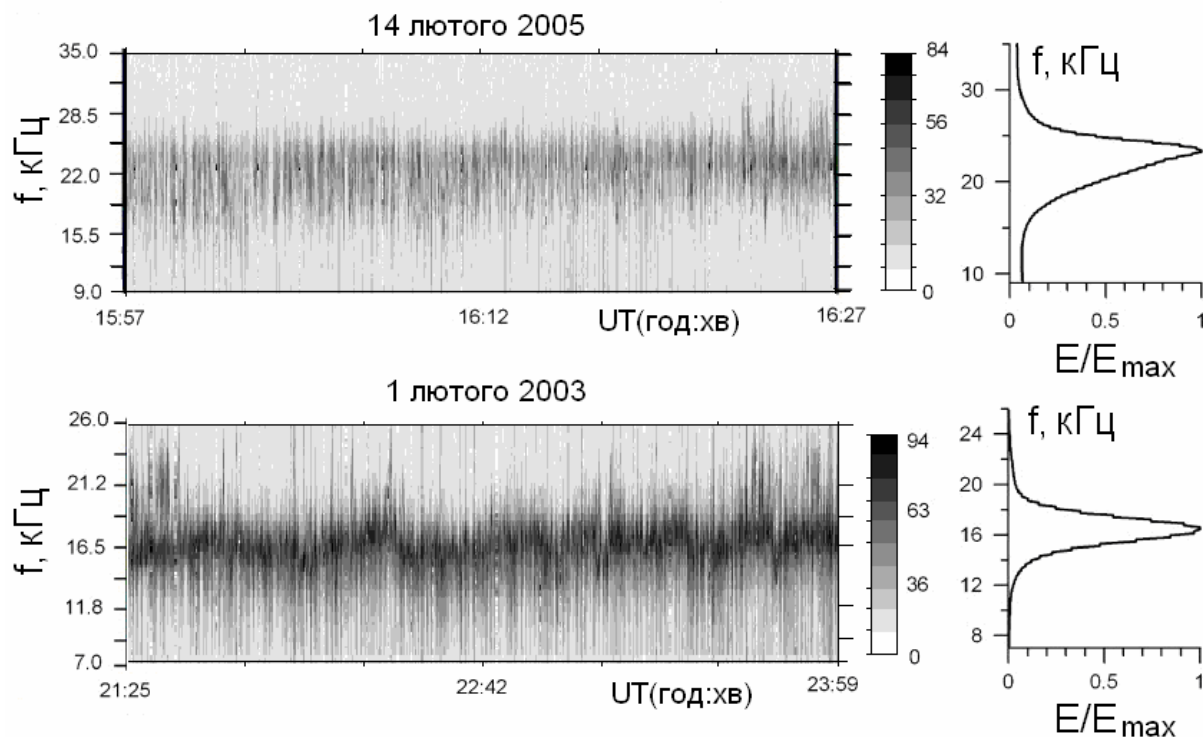


Рис. 2.6. Частотно-часові спектрограми, отримані приладом WHISPER у форшоці магнітосфери Землі 14 лютого 2005 року (верхній рисунок) та 1 лютого 2003 року (нижній рисунок). Напруженість електричного поля виражено в $\text{В}/\text{Гц}^{1/2}$, рівень сигналу виражено кольором у дБ щодо рівня $10^{-7} \text{В}/\text{Гц}^{1/2}$. Відповідні шкали кольорів зображено праворуч від спектрограм. Права панель містить спектри, усереднені за весь час спостереження події.

Існує два можливих підходи до класифікації розподілів. При першому підході можна зразу оцінити коефіцієнти β_1 та β_2 з експериментальних даних, а при другому можна знайти кілька апроксимацій експериментальних даних різними розподілами і потім обрати розподіл, якому відповідає найкраща апроксимація. Другий підхід вимагає більшої кількості обчислень, але він безумовно більш надійний, і тому саме він використовується в даному дослідженні.

Для кожної події було знайдено методом максимальної правдоподібності найкращі апроксимації розподілу $f(\lg(|E_r|^2))$ трьома різними розподілами: нормальним, β -розподілом та розподілом Пірсона IV типу. В рамках методики Пірсона з урахуванням коефіцієнтів рівняння (2.7) нормальний розподіл має вигляд:

$$f(x) = \frac{1}{(-2\pi b_0)^{1/2}} \exp\left(-\frac{x^2}{-2b_0}\right), \quad (2.15)$$

β -розподіл задається виразом:

$$f(x) = c|x - x_1|^g |x - x_2|^h, \quad (2.16)$$

де $g = (b_1 - x_1)/(b_2(x_2 - x_1))$, $h = (x_2 - b_1)/(b_2(x_2 - x_1))$, а розподіл Пірсона IV типу визначається рівнянням:

$$f(X) = c(X^2 + A^2)^{1/(2b_2)} \exp\left(-\frac{B}{Ab_2} \operatorname{arctg} \frac{X}{A}\right), \quad (2.17)$$

де $X = x + b_1/2b_2$, $B = b_1(1 + 1/(2b_2))$, і $A^2 = b_0/b_2 - b_1^2/(4b_2^2)$.

Як і в попередньому підрозділі, для того, щоб обрати криву, яка найкраще апроксимує експериментальні дані, було використано χ^2 -тест, як критерій кращого наближення [119]. Діапазон інтенсивностей спостережуваних хвиль було поділено на $N_b = 30$ логарифмічно розбитих інтервалів, кожен з яких уміщував не менш ніж 10 точок. Нагадаємо, що відхилення даних від очікуваних значень спричиняє зростання χ^2 -похибки, тому її великі значення означають, що спостережувані дані не відповідають закладеній моделі. Якщо тестове значення X^2 , обчислене за допомогою (2.13), більше ніж $\chi^2_{v,\alpha}$ – критичне значення χ^2 -похибки, то гіпотеза, що дані мають такий розподіл $f(\lg W)$, відкидається з рівнем значущості α .

Було виконано нелінійну мінімізацію X^2 похибки, і, таким чином, отримані дані були наближені функціями (2.15)-(2.17) за методом максимальної правдоподібності. Отримані наближення найкращі в тому розумінні, що вони відповідають мінімальній X^2 похибці для кожного розподілу. Результати наближення для двох обраних подій показано на рис. 2.7.

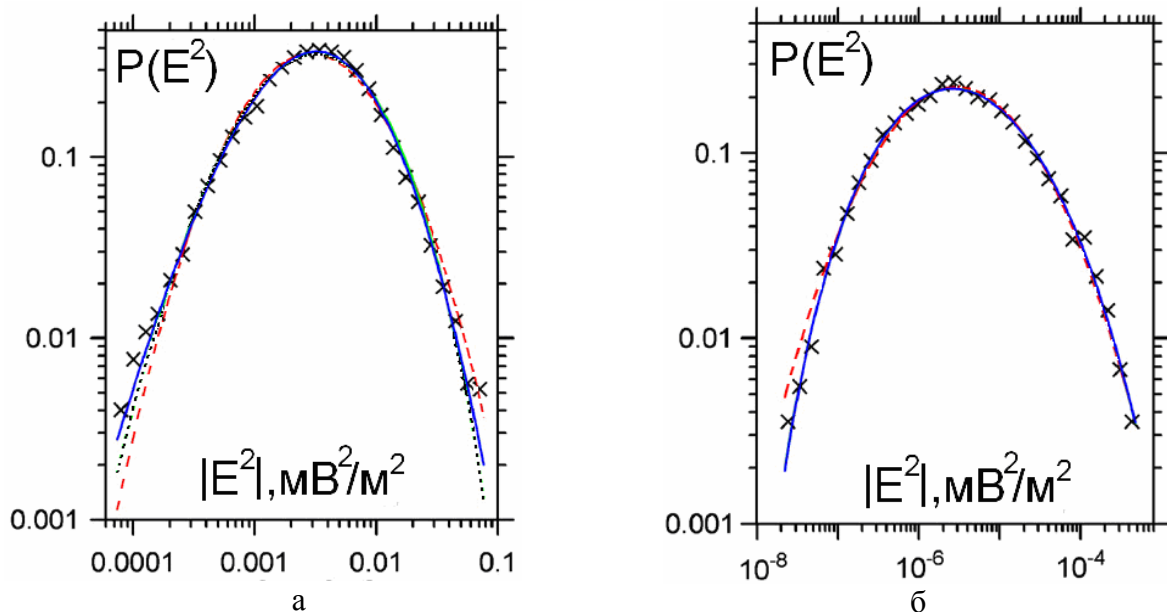


Рис. 2.7. Густина розподілу ймовірності для логарифму густини енергії ленгмюрівських хвиль, що спостерігалися протягом 21:25–24:00UT 1 лютого 2003 (а) та протягом 15:57–16:27UT 14 лютого 2005 (б), коли супутники CLUSTER знаходилися в області електронного форшоку Землі (хрестики). Наближення методом максимальної правдоподібності нормальним розподілом показано штриховою лінією. Суцільною та пунктирною лініями показано відповідно наближення β -розподілом та розподілом Пірсона IV типу. На рисунку (б) суцільна та пунктирна лінії зливаються.

Видно, що β -розподіл та розподіл Пірсона IV типу дають суттєво краще наближення, ніж нормальний розподіл. Дійсно, для події 14 лютого 2005 року X^2 -похибки для β -розподілу та розподілу Пірсона IV типу (31.80 та 32.19, відповідно) приблизно дорівнюють одна одній і мають менші значення, ніж відповідна похибка для нормального розподілу (49.43). Величини цих похибок відповідають рівням

правдоподібності 0.868, 0.878 та 0.996. Таким чином, гіпотеза, що логарифм енергії хвилі розподілений за нормальним законом, має бути відкинута з дуже високим рівнем правдоподібності, в той час як рівень правдоподібності для відкидання інших розподілів суттєво менший. Для події 1 лютого 2003 року найменша X^2 -похибка (41.72) відповідає розподілу Пірсона IV типу. Похибка для нормального розподілу має в 3.6 рази більше значення, і рівень значущості для відхилення від такого розподілу дуже близький до одиниці.

Результати статистичного аналізу для всіх подій подано у табл. 2.2. При порівнянні результатів апроксимацій даних різними розподілами стає зрозумілим, що спостережувані дані завжди краще наближаються розподілом Пірсона IV типу або β -розподілом, ніж нормальним розподілом. Для події №1 17 лютого 2002 року гіпотеза про те, що розподіл є нормальним, може бути відкинута з дуже високим рівнем правдоподібності, а гіпотеза, що дані відповідають β -розподілу або розподілу Пірсона IV типу не може бути відкинута навіть при 50% ступені правдоподібності.

Таблиця 2.2

Результати апроксимації розподілів даних

	Дата події	X^2 – похибка error			Рівень значущості α			Тип розподілу з найкращим наближенням
		β	IV-тип	Норм.	β	IV-тип	Норм.	
1	17 лютого 2002	24.00	22.42	49.12	0.538	0.446	0.996	IV-тип
2	01 лютого 2003	91.96	41.72	149.81	1.000	0.986	1.000	IV-тип
3	03 березня 2003	38.64	36.70	77.85	0.970	0.953	1.000	IV-тип
4	14 лютого 2005	31.80	32.19	49.43	0.868	0.878	0.996	β
5	28 лютого 2005	82.52	62.55	68.16	1.000	1.000	1.000	IV-тип
6	28 лютого 2005	89.27	95.38	186.18	1.000	1.000	1.000	β
7	28 лютого 2005	36.89	35.12	91.50	0.955	0.933	1.000	IV-тип

Події 1 лютого 2003 року (№2) та 28 лютого 2005 (№5) належать до IV типу, а для всіх інших різниця між якістю наближення β -розподілом та розподілом Пірсона IV типу досить незначна.

Згідно теорії стохастичного зростання, розподіл густини імовірності логарифму енергії ленгмюрівських хвиль у форшоці магнітосфери Землі відповідає нормальному розподілу [11]. Цей результат є прямим наслідком припущення, що пакет ленгмюрівських хвиль проходить через велику кількість неоднорідностей концентрації плазми з різними ефективними інкрементами/декрементами, логарифм енергії хвилі є сумою ефективних підсилень, які відповідають неоднорідностям, і для цієї суми застосовна центральна гранична теорема. Однак результати наближень, зібрані в табл. 2.2, ясно вказують на те, що для всіх обраних подій, які можуть вважатися типовими для електронного форшоку магнітосфери Землі, апроксимація нормальним розподілом дає гірший результат, ніж наближення β -розподілом чи розподілом Пірсона IV типу.

Цілком розуміло, чому нормальний розподіл загалом дає гіршу якість наближення ніж β -розподіл та розподіл Пірсона IV типу. Нормальний розподіл має лише два вільних параметри (середнє значення та дисперсію), тому він недостатньо гнучкий для того, щоб адекватно враховувати всі можливі особливості густини розподілу імовірності (напр., асиметрію та ексцес); β -розподіл та розподіл Пірсона IV типу мають по 4 вільних параметри, тому вони являють собою більш загальні моделі. Іншими словами, форма нормального розподілу фіксована, в той час як форма двох інших розподілів залежить від двох параметрів і може бути змінена. З розглянутих експериментальних даних випливає, що в електронному форшоці Землі, використання

нормального розподілу недостатне для опису статистичних особливостей енергій плазмових хвиль, і для більш повного опису необхідно розглядати складніші розподіли.

Існує кілька причин, внаслідок яких теорія стохастичного зростання не виконується. Перш за все, як уже відзначалося в попередніх підрозділах, неоднорідності плазми, які зустрічає пакет хвиль, впливають на амплітуду хвилі не лише за рахунок варіацій ефективного інкременту, а також завдяки змінам групової швидкості. Цей механізм може суттєво змінити форму хвоста розподілу, який відповідає великим амплітудам. Однак для подій, які вивчаються в даному підрозділі, амплітуди хвиль малі, й не було знайдено доказів на користь існування степеневих хвостів розподілів.

Друга причина пов'язана з нелінійними ефектами, що можуть обмежувати наростання амплітуди. До таких ефектів належить, зокрема, I-s розпад ленгмюрівських хвиль. Ці ефекти формують досить різкий спад або відсічку у високоамплітудній частині розподілу – див., напр., [11, 60]. У подіях, що досліджувалися в даному підрозділі, максимальна амплітуда хвиль була значно нижчою за теоретичний поріг нелінійності. За оцінками [60] цей поріг складає кілька мВ/м для типових параметрів плазми в земному форшоці. Крім того, перевірка отриманих розподілів не виявила таких особливостей, як різкий спад чи відсічка. Отже, в обраних подіях можна знехтувати нелінійними ефектами.

Третя причина пов'язана з тепловими хвилями, які можуть бути суттєвими як у сонячному вітрі, де амплітуди ленгмюрівських хвиль малі, так і на межі форшоку [76]. Для того, щоб визначити, чи можуть теплові хвилі впливати на досліджувані розподіли, було зроблено оцінку теплового рівня ленгмюрівських хвиль зі співвідношення:

$$\varepsilon_0 E_{th}^2 \approx \frac{k_B T_e}{6\pi^2 \lambda_D^3},$$

де E_{th} – це середньоквадратичне середнє значення напруженості теплового поля, λ_D – дебаївський радіус електрона, і використовується припущення, що найбільший хвильовий вектор, при якому згасання Ландау обрізає спектр, дорівнює $k_{max} = 1/\lambda_D$. Температури плазми було взято із супутникових даних на передній частині ударної хвилі Землі, що отримувалися через кожні 5 хвилин (база даних OMNI). Доступ до цих даних забезпечується он-лайн сервісом CDAWeb facility. Було знайдено, що для більшості подій амплітуди теплових хвиль значно менші від мінімальної вимірної амплітуди ленгмюрівських хвиль. Але для події No.3 (3 березня 2003) та No.4 (14 лютого 2005) ефект теплових хвиль може бути важливим, оскільки значення $|E_{th}|^2$, отримане з оцінок, близьке до відповідного максимуму розподілів (з точністю до множника $\sim 8-10$). З іншого боку, навіть для цих подій, ленгмюрівські хвилі, очевидно, генерувалися за механізмом плазмово-пучкової нестійкості. Дійсно, спостережувані розподіли досить симетричні, в той час як розподіл для чистих теплових хвиль містить степеневу частину в області низьких амплітуд і експоненціальний хвіст в області великих амплітуд [11], внаслідок чого утворюється вкрай несиметричний розподіл для логарифму енергії хвилі.

Четверта причина можливих відмінностей спостережень від прогнозу спрощеної теорії стохастичного зростання пов'язана з незастосовністю центральної граничної теореми. Дійсно, пригадаємо, що повний приріст енергії $G = \lg(W/W_0)$, де $W_0 = \text{const}$, може бути записано як суму приростів, де кожен доданок суми відповідає ікременту у флуктуації, яку зустрічає на своєму шляху ленгмюрівський пакет. Автори теорії стохастичного зростання [72] припускають, що типова кількість таких флуктуацій трохи перебільшує ~ 10 у форшоці Землі. Але, виходячи з отриманих нами результатів, в більшості випадків це число недостатне для того, щоб «розмити» статистичні властивості доданків у сумі, тому нормальний розподіл не досягається. Це підтверджує також числове моделювання еволюції спектральної густини енергії ленгмюрівських

хвиль для різної кількості флуктуацій ефективного інкременту, які зустрічає хвильовий пакет (див. підрозділ 2.2).

Дане дослідження має суттєві відмінності від попередніх досліджень інших авторів [10, 73].

– Перш за все, у даній роботі було проведено аналіз досить великої кількості подій. Ці події спостерігалися в різні роки спостережень, мають різну тривалість, середню інтенсивність хвиль та плазмову частоту (див. табл. 2.1).

– Масиви даних для кожної події містили велику кількість значень. Крім того, кожне таке значення було отримано зі спектру, який є результатом усереднення 8-16 послідовних спектрів.

– Було проведено наближення розподілів інтенсивностей хвиль відмінними від нормального розподілами. Дотепер наближення експериментальних даних проводили лише нормальним розподілом і знаходили деяку відповідність теорії стохастичного зростання та експерименту. У цьому дослідженні проведено порівняння наближень нормальним, β -розподілом та розподілом Пірсона IV типу. Показано, що для усіх подій апроксимація β -розподілом та розподілом Пірсона IV типу має меншу χ^2 -похибку ніж апроксимація нормальним розподілом.

2.5. Висновки до розділу 2

Було розроблено числову модель поширення хвиль у плазмі з неоднорідностями. Ця модель описує лінійну взаємодію пакетів ленгмюрівських хвиль з електронним пучком у випадково-неоднорідній плазмі. Було взято до уваги два ефекти: кутову дифузію хвильового вектора на флуктуаціях концентрації малої амплітуди та придушення нестійкості, пов'язане з виходом хвилі з резонансу з пучком під час проходження флуктуацій концентрації порівняно великої амплітуди.

Користуючись цією моделлю, було досліджено просторову еволюцію форми хвильового пакету в плазмі з пучком. Отримані результати було використано для моделювання стохастичного процесу типу дробового шуму, який складався з таких пакетів. Для аналізу результатів числового моделювання та експериментальних даних було використано методику Пірсона, щоб визначити тип розподілу спектральної густини енергії. Ця методика підходить для розподілів з одним екстремумом. Вона базується на оцінці перших чотирьох моментів емпіричного розподілу і здається оптимальною для опису космічних експериментальних даних.

З даного дослідження можна зробити такі висновки:

1. Було показано, що як експериментальний розподіл, отриманий для однієї події на основі вимірів приладом WBD супутників CLUSTER (див. підрозділ 1.5), так і розподіли, отримані шляхом моделювання, для логарифму енергії хвилі, належать скоріше до розподілів Пірсона IV типу, ніж до нормальних розподілів, які передбачаються в роботах [11, 72] та поданих там посиланнях.

2. На основі аналізу даних вимірювань та результатів моделювання показано, що головною причиною формування складніших від нормального розподілів є невелика кількість ефективних областей, у яких підсилюється хвиля. Тому центральна гранична теорема є незастосовною за типових умов електронного форшоку Землі. У цьому випадку статистичні властивості розподілів енергії хвилі залежать від особливостей системи, зокрема, форми профілів інкременту, ефективної кількості областей з додатнім інкрементом та ін.

3. Такі характеристики розподілів, як моменти вищих порядків та кутова ширина, можуть бути використані для оцінки відносної ролі кутової дифузії, що виникає внаслідок присутності флуктуацій концентрації малої амплітуди, та характерної кількості областей зростання/згасання амплітуди хвилі вздовж її траєкторії, якщо ці два ефекти є переважаючими.

4. Для великих амплітуд показано, що степеневий хвіст розподілу може виникати внаслідок варіації амплітуд хвиль через зміну групової швидкості в неоднорідній плазмі, зокрема, завдяки відбиттю хвиль від неоднорідностей.

5. Було виконано статистичне дослідження густин енергії ленгмюрівських хвиль на основі вимірів приладу WHISPER, що також знаходиться на борту супутників CLUSTER (див. підрозділ 1.5), в області електронного форшоку магнітосфери Землі. З даних за кілька років спостережень для детального аналізу було обрано сім типових подій (див. табл. 2.1) з різною тривалістю і середнім значенням напруженості електричного поля. Було показано, що для обраних подій найкращу апроксимацію функції густини розподілу ймовірності логарифму енергії хвилі щодо χ^2 -похибки дають або розподіл Пірсона IV типу, або β -розподіл, а не нормальний розподіл (детальніше див. табл. 2.2).

6. Таким чином, для коректного опису розподілу логарифму енергії ленгмюрівських хвиль в електронному форшоці Землі використання нормального розподілу недостатньо. Цей розподіл залежить лише від двох параметрів, середнього значення та дисперсії, він формується лише за умови застосовності центральної граничної теореми і є недостатньо гнучким для опису досліджуваних даних. Необхідно користуватися складнішими функціями розподілу, як наприклад, розподілом Пірсона IV типу та β -розподілом, внаслідок їхньої більшої універсальності в порівнянні з нормальним розподілом.

CHAPTER 3 / РОЗДІЛ 3

НЕСТАЦІОНАРНІСТЬ ТА ХВИЛЯСТІСТЬ КВАЗІ-ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОЇ ОБЛАСТІ УДАРНОЇ ХВИЛІ ЗЕМЛІ: ВИМІРЮВАННЯ СУПУТНИКІВ CLUSTER

Досі інформація стосовно різних проявів нестационарності фронту ударної хвилі була отримана перш за все з числового моделювання (див. Огляд літератури), що дозволяло прослідкувати часову еволюцію та просторову структуру ударної хвилі з довільною роздільною здатністю. Суттєвою особливістю космічних експериментів є обмеженість просторової роздільної здатності великою відстанню між супутниками. Вона може бути надто великою для того, щоб можна було отримати будь-яку інформацію щодо полів між супутниками. Наприклад, віддаль між супутниками змінюється від 100 км до 10000 км у проекті CLUSTER, в той час, як типова ширина квазіперпендикулярної ударної хвилі складає біля 600 км. Хоча, коли супутники знаходяться в електронному форшоці, існує непрямий метод дистанційної діагностики поверхні ударної хвилі протягом досить довгих інтервалів часу (див. [13] та деталі далі в тексті). Цей метод базується на аналізі високочастотних флуктуацій електричних полів, що відповідають ленгмюрівським хвилям та хвилям, зсунутим щодо них угору та вниз за частотою. Ці останні хвилі генеруються надтепловими електронами, відбитими ударною хвилею в напрямку Сонця вздовж силових магнітних ліній (див., напр., [122-124] та подані в цих статтях посилання). Деформація фронту ударної хвилі має суттєво змінювати характеристики цих потоків, які, в свою чергу, повинні змінювати спостережуваний спектр електричного поля.

В цьому розділі використовується згаданий метод дистанційної діагностики фронту ударної хвилі і подані результати статистичного дослідження прихованих періодичностей виміряних інтенсивностей ленгмюрівських хвиль. Головною метою цього розділу є вивчення просторово-часових особливостей нестационарності фронту ударної хвилі та пошук експериментального підтвердження хвилястості та/або зморшкуватості фронту ударної хвилі. Підрозділ 3.1 присвячено опису обраних даних та процедури їх обробки. Інтерпретація та обговорення отриманих результатів описані у підрозділі 3.2. Висновки до третього розділу наведено в підрозділі 3.3.

3.1. Відбір даних приладу WHISPER супутників CLUSTER для дослідження нестационарності фронту ударної хвилі Землі та процедура їх обробки

Прямі спостереження хвилястості та/або зморшкуватості фронту ударної хвилі з борту супутників є досить складною задачею, оскільки типовий час перетину фронту ударної хвилі складає кілька циклотронних періодів. Цей час порівнюваний або навіть менший від очікуваного характерного часового масштабу хвилястості, й довжина когерентності цього процесу може бути меншою за відстань між супутниками. Тому вкрай складно скористатись основною перевагою багатосупутникових вимірювань – можливістю розділення просторових та часових варіацій фізичних величин. Для знаходження переконливих доказів існування хвилястості або зморшкуватості фронту ударної хвилі бажано спостерігати за еволюцією фронту протягом тривалих інтервалів часу, значно довших від іонного циклотронного періоду. На щастя, коли супутники знаходяться в електронному форшоці, існує можливість дистанційної діагностики квазі-перпендикулярної області поверхні ударної хвилі протягом досить довгих відрізків часу [13]. На даний момент можна аналізувати флуктуації високочастотного електричного поля, які відповідають ленгмюрівським та зсунутим вгору та вниз за частотою хвилям. Ці останні хвилі, як уже відзначалося, генеруються надтепловими електронними потоками, відбитими від фронту ударної хвилі, і рухаються приблизно вздовж ліній магнітного поля (див., напр., [122-124] та подані в цих статтях посилання).

Будь-які деформації фронту ударної хвилі викликать суттєву зміну властивостей цих потоків, що, в свою чергу, позначиться на спостережуваних спектрах електричного поля.

Дійсно, з теорії прискорення електронів фронтом ударної хвилі Землі випливає, що ключові параметри функції розподілу відбитих електронів за енергіями сильно залежать від кута $\theta_{\text{Вн}}$ між нормаллю до фронту хвилі та напрямком ліній магнітного поля перед ударною хвилею [125-126]. Зокрема, для типових параметрів ударної хвилі Землі середня енергія електронів зростає від $\sim 4 T_e$ до $\sim 50 T_e$ в досить вузькому діапазоні зміни кута $\theta_{\text{Вн}}$, від 83° до 88° , в той час як відносна концентрація падає від 11% до 0.3% і прямує до нуля для кутів, більших ніж 89° [125]. Таким чином, електрони високих енергій, відповідальні за генерацію інтенсивних плазмових хвиль в електронному форшоці магнітосфери Землі, приходять з досить вузької області фронту ударної хвилі Землі, близької до точки дотику магнітного поля сонячного вітру. Будь-яка нестаціонарність ударної хвилі в цій області спричиняє нестаціонарну поведінку ленгмюрівських хвиль поблизу межі форшоку. Зокрема, навіть при помірній нестаціонарності можна очікувати спостереження сильної модуляції інтенсивності ленгмюрівських хвиль завдяки сильній залежності параметрів електронного пучка від кута $\theta_{\text{Вн}}$. З іншого боку, автори [83] стверджують, що амплітуда хвилястості зростає при наближенні кута між нормаллю до фронту та магнітним полем перед фронтом до 90° , таким чином сприяючи модуляції електронних потоків та ленгмюрівських хвиль. Числові дослідження прискорення електронів у змінних у часі електромагнітних полях, типових для ударної хвилі Землі, показують, що модуляція може бути дуже сильною. Тобто перед ударною хвилею, що знаходиться в процесі переформування, сплески енергійних електронів можуть формуватися циклічно, а не як неперервний пучок електронів [127]. Варто також зазначити, що згідно як теорії, так і моделювання, нестаціонарність фронту ударної хвилі, не пов'язана з хвилястістю та/або зморшкуватістю, має спостерігатися в широкому діапазоні $\theta_{\text{Вн}}$ при достатньо високих значеннях числа Маха [9, 40, 80].

Таким чином, хоча супутники рідко перетинають квазі-перпендикулярну область ударної хвилі Землі, перетин межі електронного форшоку трапляється значно частіше, й інтенсивні ленгмюрівські хвилі поблизу цієї межі дозволяють використовувати зручний метод дистанційної діагностики цієї частини поверхні ударної хвилі. Найбільш сприятлива ситуація виникає при спокійному сонячному вітрі, коли зсунуті вниз частоти коливальних значно менші від плазмової частоти, оскільки в цьому випадку можна вивчати окремо інтенсивності обох мод та варіації їх частот.

Експериментальні дані, що аналізуються в даному дослідженні, було отримано приладами WHISPER, що знаходяться на борту супутників CLUSTER, між січнем та початком травня 2001 року. Протягом цього часу чотири супутники CLUSTER перетинали ударну хвилю багато разів і робили велику кількість спостережень інтенсивних хвиль в електронному форшоці. Опис приладу WHISPER представлено в огляді літератури. У дослідженні поданому у цьому розділі використовуються дані про повну інтенсивність сигналу E_{pow} .

Для аналізу було обрано 48 подій, що відповідають перетину межі форшоку, та зроблено спробу знайти періодичності у варіаціях інтенсивності ленгмюрівських хвиль.

З результатів числового моделювання, виконаного в [82], випливає, що просторовий період хвилястості складає величину порядку $5 c/\omega_{\text{pi}}$, йому відповідає частота $0.4 f_{\text{Ві}}$. Для середніх у сонячному вітрі значень магнітного поля та концентрації: $B = 6 \text{ нТ}$ та $N_e = 6.5 \text{ см}^{-3}$ протонна циклотронна частота дорівнює 0.1 Гц , відповідний період дорівнює 11 с , а протонний інерційний масштаб складає $c/\omega_{\text{pi}} = 90 \text{ км}$. Таким чином слід очікувати, що характерні часові та просторові масштаби зморшок складають відповідно 25 с (частота 0.04 Гц) та 500 км . Для досліджуваного періоду часу відстань між супутниками CLUSTER коливалась у межах $190\text{-}1700 \text{ км}$. Ця відстань є меншою

або порівнюваною з просторовим періодом хвилястості, що спостерігався в моделюванні [82].

Для виявлення прихованої періодичності, яку можна пов'язати з хвилястістю та зморшкуватістю, бажано досліджувати часові інтервали, що мають тривалість, не меншу за 4 періоди хвилястості/зморшкуватості. З іншого боку, інтервали мають бути досить малими для того, щоб уникнути великих змін інтенсивності хвиль внаслідок руху від межі електронного форшоку. Інтервали в 1.5-2 хвилини здаються оптимальними для розв'язання поставленої задачі. Список інтервалів з їхньою тривалістю подано в табл. 3.1.

Таблиця 3.1.

Список подій та їх тривалість

№	Дата	Час, UT (год:хв:с)	Тривалість для SC1, хв.
1	3 січня 2001	01:22:14–01:24:06	1.86
2	3 січня 2001	03:40:21–03:43:33	3.19
3	5 січня 2001	22:00:04–22:01:58	1.90
4	6 січня 2001	00:42:23–00:46:13	3.83
5	7 січня 2001	23:37:45–23:40:37	2.86
6	15 січня 2001	03:19:30–03:22:01	2.51
7	17 січня 2001	08:19:01–08:21:49	2.79
8	20 січня 2001	00:31:32–00:33:34	2.02
9	20 січня 2001	00:39:14–00:42:06	2.76
10	20 січня 2001	18:53:29–18:56:57	3.45
11	29 січня 2001	02:42:10–02:46:10	3.92
12	31 січня 2001	12:21:23–12:22:48	1.41
13	31 січня 2001	12:31:35–12:34:12	2.61
14	31 січня 2001	15:44:39–15:46:42	2.05
15	31 січня 2001	17:12:09–17:15:33	3.40
16	3 лютого 2001	13:29:47–13:30:58	1.17
17	10 лютого 2001	03:30:28–03:33:28	2.98
18	12 лютого 2001	08:18:57–08:21:48	2.84
19	13 лютого 2001	01:13:52–01:16:54	3.01
20	14 лютого 2001	17:54:51–17:57:43	2.86
21	21 лютого 2001	19:06:18–19:09:03	2.74
22	21 лютого 2001	21:35:37–21:37:33	1.93
23	22 лютого 2001	23:33:26–23:36:48	3.36
24	23 лютого 2001	00:38:12–00:41:36	3.39
25	28 лютого 2001	21:30:06–21:34:58	4.84
26	7 березня 2001	01:06:02–01:08:52	2.83
27	13 березня 2001	10:13:19–10:17:28	4.15
28	17 березня 2001	19:29:40–19:31:09	1.44
29	17 березня 2001	22:15:04–22:17:12	2.13
30	18 березня 2001	01:41:57–01:45:32	3.58
31	19 березня 2001	19:09:13–19:10:59	1.75
32	20 березня 2001	00:23:58–00:25:40	1.69
33	20 березня 2001	05:20:49–05:23:36	2.78
34	22 березня 2001	09:15:08–09:18:00	2.85
35	24 березня 2001	14:35:57–14:37:46	1.82
36	24 березня 2001	19:11:48–19:13:46	1.96
37	27 березня 2001	08:24:12–08:26:23	2.18

№	Дата	Час, UT (год:хв:с)	Тривалість для SC1, хв.
38	28 березня 2001	05:24:08–05:26:00	1.85
39	29 березня 2001	08:25:49–08:27:35	1.76
40	2 квітня 2001	02:12:14–02:15:13	2.98
41	2 квітня 2001	03:16:05–03:18:30	2.39
42	5 квітня 2001	16:34:38–16:37:30	2.86
43	5 квітня 2001	21:36:29–21:38:38	2.15
44	10 квітня 2001	14:52:16–14:54:37	2.34
45	15 квітня 2001	18:55:06–19:00:00	4.89
46	22 квітня 2001	10:04:33–10:06:47	2.17
47	29 квітня 2001	13:41:12–13:43:22	2.16
48	2 травня 2001	06:23:23–06:26:17	2.89

Для кожної події було зроблено оцінки протонної циклотронної частоти і чисел Маха для альвенівської, звукової та швидкої мод. Для оцінок необхідно мати інформацію про концентрацію протонів, температуру плазми, швидкість сонячного вітру та величину магнітного поля. Ці дані для відстані 1 а.о. з одноквилинною роздільною здатністю було взято з багатосупутникової бази OMNI, а потім усереднено по всьому інтервалу часу досліджуваної події.

Для спрощення формули для альвенівської та звукової швидкості були отримані за припущення про сталу частку альфа частинок (4%) і сталу електронну температуру, $T_e = 1.28 \cdot 10^5$ K. Тоді вирази для цих швидкостей мають вигляд:

$$V_A = \frac{B}{\sqrt{\mu_0 (4n_\alpha + n_p) m_p}}, \quad \text{та} \quad V_S = \sqrt{\frac{2k(T_e + T_i)}{(4n_\alpha + n_p) m_p}}, \quad (3.1)$$

де μ_0 – магнітна проникність вакууму, а k – константа Больцмана. Швидкість швидкої моди обчислювалась для хвиль, що поширюються під прямим кутом до зовнішнього магнітного поля:

$$V_f = \sqrt{V_A^2 + V_S^2}. \quad (3.2)$$

Оцінки чисел Маха ударної хвилі виконувалися для компонент швидкості, перпендикулярних до магнітного поля сонячного вітру. Отримані результати зведено в табл. 3.2. Варто зауважити, що в середньому зроблені оцінки мають перевищувати реальні значення, оскільки замість проєкцій швидкостей плазми на нормаль до фронту враховуються проєкції на напрямок магнітного поля. Незважаючи на це, має існувати сильна кореляція між числами Маха і такими оцінками, що дозволяє користуватися ними в статистичних дослідженнях. З іншого боку, точна оцінка положення нормалі до фронту ударної хвилі є складною задачею, і її використання може призвести до додаткових помилок, особливо для вимірювань в областях, далеких від поверхні ударної хвилі. У подальшому обговоренні експериментальних результатів заради скорочення та ясності йтиметься про реальні числа Маха, а не про їхні оцінки.

Параметри ударних хвиль, пов'язаних з досліджуваними подіями.

№	Альвенівське число Маха сонячного вітру	Оцінки чисел Маха ударних хвиль			Протонна гірочастота перед ударною хвилею, f_{Vi} , Гц.
		альвенівське	звукове	швидкої моди	
1	14.0	12.0	5.9	5.3	0.113
2	6.7	4.9	5.0	3.5	0.171
3	7.8	7.7	9.3	5.9	0.083
4	6.8	6.6	8.6	5.2	0.102
5	6.6	5.5	6.2	4.1	0.104
6	6.8	5.7	6.2	4.2	0.076
7	6.8	5.5	5.5	3.9	0.128
8	15.6	15.6	7.0	6.4	0.061
9	15.7	15.6	7.0	6.4	0.059
10	8.4	8.3	6.6	5.2	0.094
11	4.7	4.4	6.6	3.7	0.223
12	6.8	6.4	6.1	4.4	0.172
13	7.2	7.2	6.4	4.8	0.166
14	8.7	5.5	4.2	3.3	0.143
15	8.9	8.0	6.0	4.8	0.125
16	9.2	9.1	7.4	5.7	0.059
17	8.8	7.4	6.6	4.9	0.087
18	9.3	9.1	7.5	5.8	0.082
19	5.7	3.9	5.2	3.1	0.143
20	6.7	6.2	6.3	4.4	0.101
21	8.1	7.8	7.1	5.2	0.077
22	7.4	4.4	3.6	2.8	0.074
23	7.2	6.3	6.7	4.6	0.090
24	7.2	7.1	6.7	4.9	0.083
25	8.3	3.7	2.8	2.2	0.096
26	20.8	19.4	7.7	7.2	0.037
27	4.4	4.0	6.1	3.3	0.123
28	5.1	4.2	4.9	3.2	0.109
29	5.8	5.6	6.4	4.2	0.103
30	10.3	10.0	6.6	5.5	0.074
31	6.2	5.9	8.8	4.9	0.222
32	3.8	3.8	10.2	3.6	0.214
33	2.8	2.7	9.2	2.6	0.259
34	6.4	6.3	6.0	4.3	0.136
35	25.3	23.2	8.2	7.7	0.056
36	10.0	8.9	7.2	5.6	0.170
37	4.5	4.3	6.5	3.6	0.070
38	4.8	4.7	10.2	4.2	0.092
39	20.4	10.2	5.3	4.7	0.058
40	18.9	18.9	13.0	10.7	0.053

№	Альвенівське число Маха сонячного вітру	Оцінки чисел Маха ударних хвиль			Протонна гірочастота перед ударною хвилею, f_{Vi} , Гц.
		альвенівське	звукове	швидкої моди	
41	13.8	13.4	12.7	9.2	0.061
42	8.2	6.9	7.9	5.2	0.103
43	8.8	7.3	6.6	4.9	0.110
44	8.6	3.7	6.0	3.2	0.065
45	10.0	9.9	10.0	7.0	0.058
46	3.9	3.8	8.1	3.5	0.226
47	8.1	6.5	10.2	5.5	0.090
48	7.3	7.2	8.3	5.4	0.103

З табл. 3.2 ясно видно, що набір даних містить події, пов'язані як зі слабкими, так і з сильними ударними хвилями. Альвенівське число Маха змінюється в діапазоні 2.7-23.0, а число Маха швидкої моди лежить у межах 2.2-10.7.

Гістограми оцінок чисел Маха наведено на рис. 3.1. Варто зауважити, що для 30 із 48 досліджуваних подій альвенівське число Маха перевищує значення 5.7, використане в моделюванні [83]. У 14 подіях альвенівське число Маха перевищує значення 8, яке було обрано у моделюванні [82]; нарешті, в 6 подіях альвенівське число Маха перевищує значення 13, що використовувалось у моделюванні [84].

Оскільки енергії хвиль E_{pow} в межах тієї самої події можуть змінюватися в дуже широкому діапазоні значень, у спектральному аналізі використовувався логарифм інтенсивності – $\lg(E_{pow})$. Крім того, щоб виключити викиди, часові послідовності $\lg(E_{pow})$ були обмежені рівнями $\pm 3 \sigma$, де σ – середньоквадратичне відхилення $\lg(E_{pow})$, а лінійні тренди, якщо вони існували, були видалені.

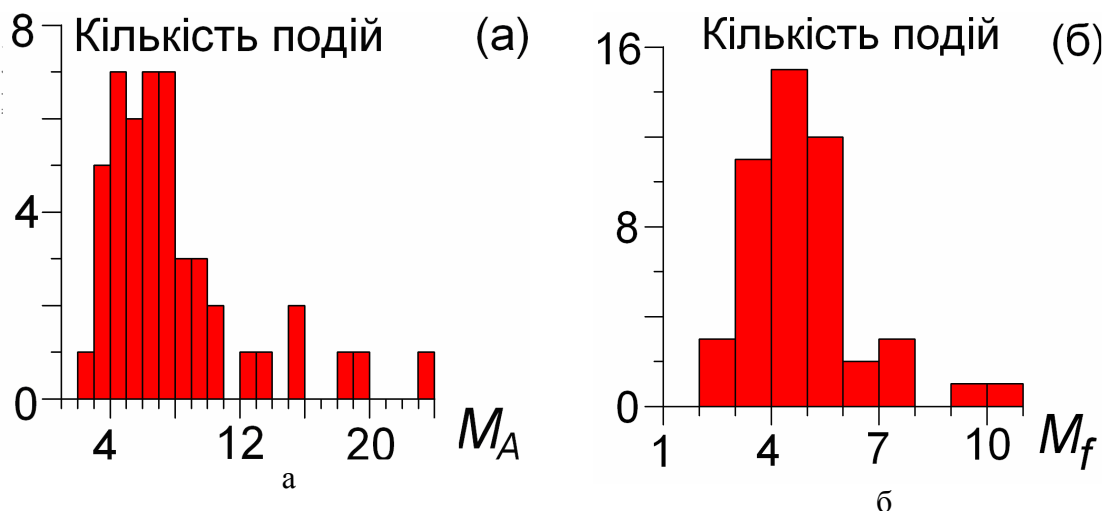


Рис. 3.1. Гістограми оцінок чисел Маха для альвенівської (а) та швидкої (б) мод, що характеризують квазі-перпендикулярні ударні хвилі, пов'язані з обраними перетинами межі форшоку.

Набори даних для всіх розглянутих подій містили пропуски (ділянки, де інформація була відсутня). Під час цих пропусків WHISPER працював у активному зондуєчому

режимі та не міг отримувати інформацію про природне випромінювання. Тривалість кожного пропуску порівнювана з періодом обертання супутника навколо своєї осі та значно більша від інтервалу часу між двома послідовними вимірюваннями поза пропусками. Відомі методики заповнення пропусків інформації, наприклад, нулями чи інтерпольованими значеннями, можуть давати хибні результати, зокрема, часто призводять до появи паразитних піків, які відповідають періодам появи пропусків. Вказаних недоліків позбавлений метод спектрального аналізу Ломба [128]. Метод Ломба частково базувався на роботах [129-130] і врешті був розвинений у [131]. Автори [128-131] обробляли спектри з використанням даних, які могли містити вимірювання з нерівномірною частотою вибірки. У даному розділі цей метод застосовується у варіанті, наведеному в [132]. Максимуми, знайдені в нормованих періодограмах Ломба, відповідають статистично значущим періодам, якщо їхня статистична значущість перевищує 0.05. Статистична значущість оцінюється щодо гіпотези про випадковий шум. Зазвичай у досліджуваних подіях спектр Ломба містить піки поблизу частоти 0.5 Гц та її гармонік. Ці піки виникають внаслідок обертання антен супутника з періодом ~ 4 сек. Вони можуть бути досить інтенсивними і занижувати оцінки статистичної значущості для інших частот. Тому для видалення гармонік, які відповідають обертанню супутника, необхідно фільтрувати такі часові послідовності. Фільтрація проводилась, якщо піки, пов'язані з обертанням супутника, були значущими відповідно до обраного критерію. У даному дослідженні використовується процедура фільтрації, розроблена в [133].

3.2 Результати статистичного дослідження даних та їх обговорення

На рис. 3.2 а показано частотно-часову діаграму, отриману приладом WHISPER у форшоці стаціонарної ударної хвилі з малим числом Маха. На спектрограмі добре видно максимум, що відповідає ленгмюрівським хвилям. У цій події супутник перетнув межу електронного форшоку о 13:43:22 UT, в кінці часового інтервалу, обраного для пошуку прихованих періодичностей. На рис. 3.2 б зображено профілі для $\lg(E_{\text{pow}})$ виміряні з борту всіх чотирьох супутників та усереднені по періоду обертання супутника. На рис. 3.2 в подано неусереднені значення $\lg(E_{\text{pow}})$ отримані одним супутником CLUSTER 1. З частотно-часової діаграми легко бачити, що присутні лише коливання на ленгмюрівській частоті, без зсунутих за частотою сателітів. Таким чином, у даному разі вся енергія сигналу може бути цілком пов'язана з ленгмюрівськими хвилями.

Результати спектрального аналізу, отримані з використанням описаних методик, зображено на рис. 3.3. Періодограми $\lg(E_{\text{pow}})$ для досліджуваної події демонструють високий та загострений пік на частоті $f = 0.5$ Гц, що відповідає подвоєній частоті обертання супутника. Ця модуляція також помітна на неусередненому профілі $\lg(E_{\text{pow}})$ (рис. 3.2 в).

Така сильна модуляція інтенсивності зазвичай спостерігається, коли хвилі є лінійно поляризованими і кут між вектором електричного поля та нормаллю до площини обертання антен не надто малий. Ленгмюрівські хвилі, які знаходяться недалеко від місця генерації, мають бути поляризованими вздовж ліній магнітного поля сонячного вітру, в напрямку поширення електронів високих енергій, відбитих ударною хвилею.

У частотному діапазоні $0.33 f_{\text{Bi}} < f < f_{\text{Bi}}$, який є найцікавішим для даного дослідження, спостережувані варіації інтенсивності хвиль досить слабкі на бортах усіх чотирьох супутників, окрім CLUSTER 3. Відсутність значущих піків поблизу піку $f = 0.69 f_{\text{Bi}}$, зафіксованого супутником CLUSTER 3, швидше за все, вказує на те, що цей пік є паразитним або спричинений локальним збуренням сонячного вітру. Більші піки, присутні для низьких частот поза діапазоном $0.33 f_{\text{Bi}} < f < f_{\text{Bi}}$, можуть відповідати турбулентним змінам у напрямку міжпланетного магнітного поля або скупченості ленгмюрівських хвиль, яку передбачає теорія стохастичного зростання (див. підрозділ 1.2 та розділ 2).

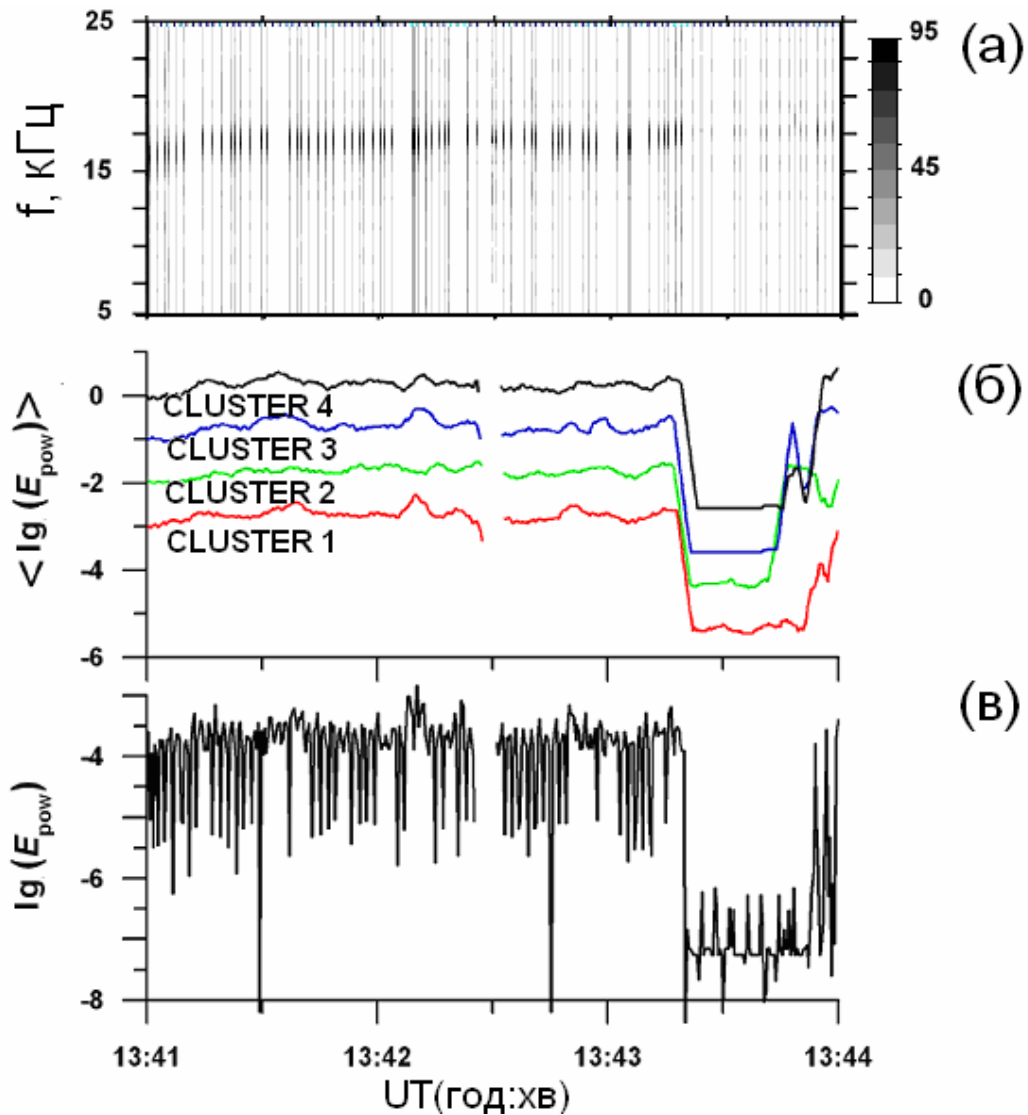


Рис. 3.2: а – частотно-часові спектрограми, отримані приладом WHISPER з супутника CLUSTER 1 у форшоці Землі 29 квітня 2001 року – подія 47 (напруженість електричного поля виражено в В Гц $^{-1/2}$ і показано кольором у дБ щодо рівня 10 $^{-7}$ В Гц $^{-1/2}$, відповідна шкала кольорів зображена праворуч від спектрограми); б – профілі $\lg(E_{\text{pow}})$, виміряні на всіх чотирьох супутниках після ковзного усереднення за період обертання супутника (знизу вгору лінії відповідають супутникам CLUSTER 1, 2, 3 та 4; для спрощення порівняння криві, що показують вимірювання на CLUSTER 2, 3 та 4, зсунуті догори відповідно на 1, 2, та 3); в – профілі $\lg(E_{\text{pow}})$, виміряні з борту CLUSTER 1 (добре помітна сильна модуляція, спричинена обертанням супутника).

На рис. 3.4 показано профілі $\lg(E_{\text{pow}})$ та періодограми для супутника CLUSTER 1, виміряні на межі електронного форшоку. Вони пов'язані з ударною хвилею з великим числом Маха (оцінка для M_A складає 10.1). В обраному часовому інтервалі, як і для попередньо розглянутої події, відсутні хвилі, зсунуті за частотою щодо ленгмюрівських, і повна інтенсивність сигналу може бути обумовлена ленгмюрівськими хвилями. Періодограми містять гострий максимум на частоті $f = 0.5$ Гц, пов'язаний з обертанням супутника. В діапазоні $0.33 f_{\text{Ві}} < f < f_{\text{Ві}}$ присутній пік на частоті $f = 0.03$ Гц ($f/f_{\text{Ві}} = 0.55$). Такі піки також знайдені для супутників CLUSTER 3 та CLUSTER 4, а для CLUSTER 2, відповідні коливання не є статистично значущими. Результати статистичного дослідження дозволяють припустити, що такі коливання тісно пов'язані з нестационарністю фронту ударної хвилі. Хоча, без сумніву, для повної впевненості при прийнятті чи відкиданні такої гіпотези необхідно виконати більш детальний аналіз, що виходить за рамки даного дослідження. Проте даний приклад

можна вважати досить типовою подією, пов'язаною з ударною хвилею з високим числом Маха.

У профілях $\lg(E_{\text{pow}})$, виміряних на бортах різних супутників, спостерігаються як спільні риси, так і значні відмінності. Якщо пригадати, що відстані між супутниками (510-730 км) менші або порівнювані з очікуваним просторовим масштабом хвилястості (~ 900 км), то з цього випливає, що хвилястість, якщо вона взагалі присутня, виглядає швидше хаотичною, ніж регулярною як у часі, так і в просторі. Цей висновок підтверджується дослідженням аналогічних графіків для всіх обраних подій, що відповідають великим значенням числа Маха.

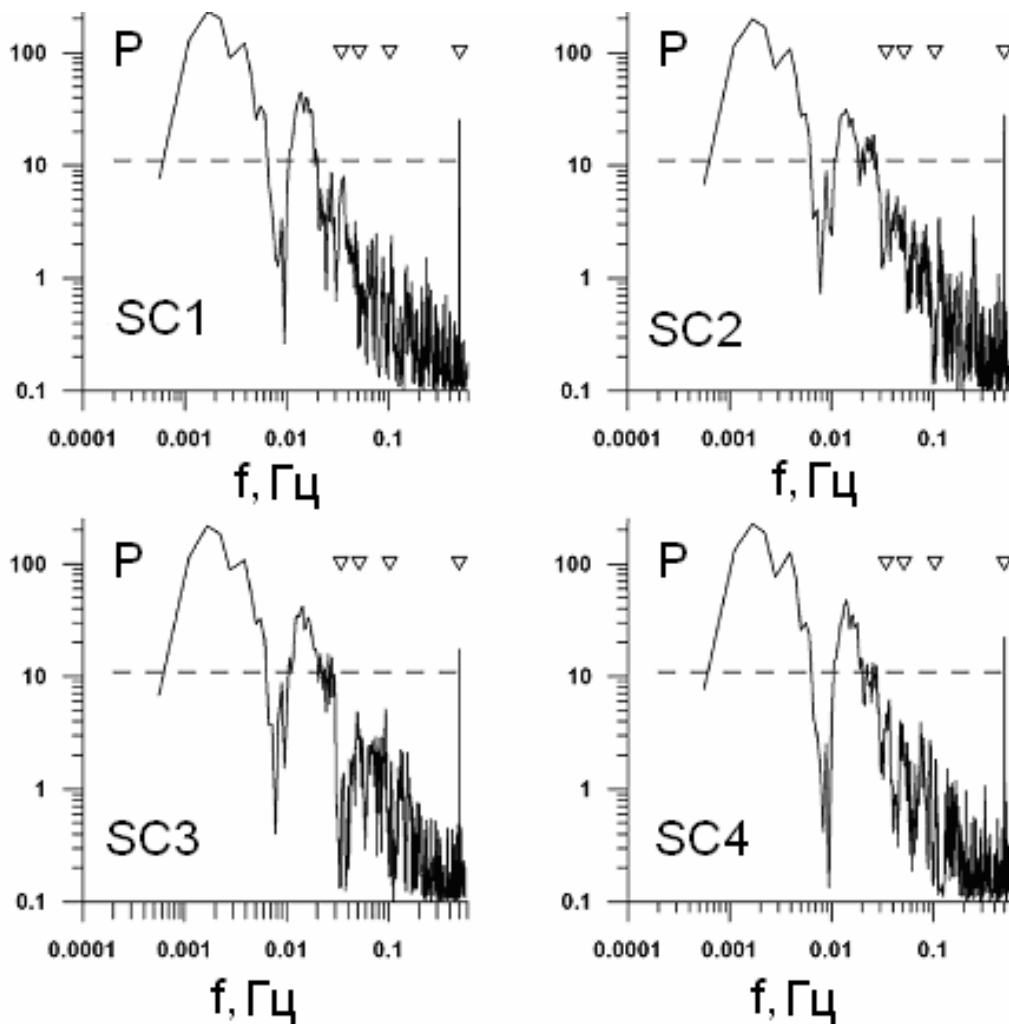
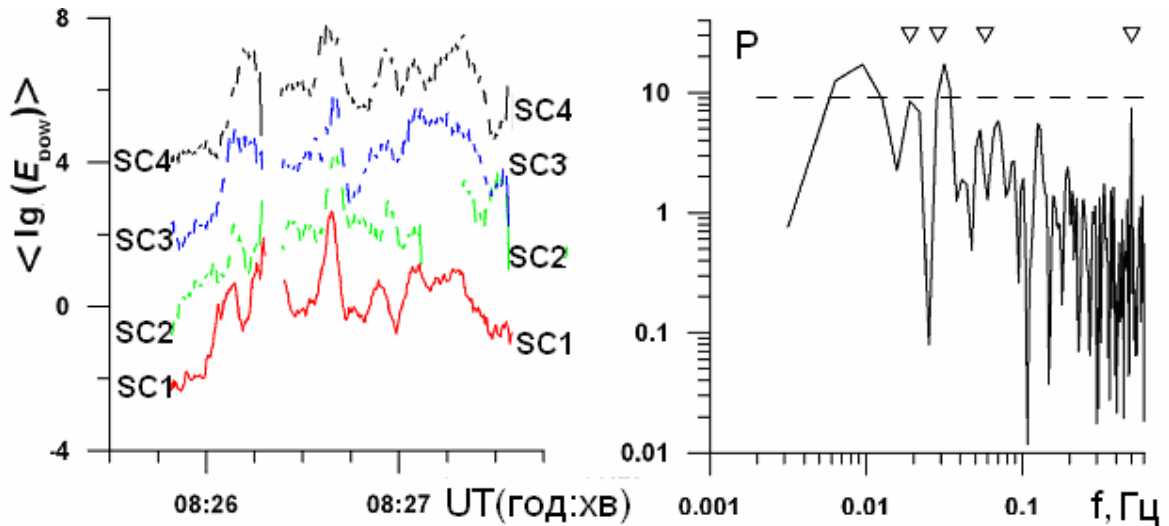


Рис. 3.3. Періодограми густини енергії хвиль, виміряних на межі форшоку, яку перетинали супутники CLUSTER 29 квітня 2001 року – подія 47. Штрихові лінії відповідають рівню значущості 0.05. Трикутниками позначені частоти $0.33 f_{Vi}$, $0.5 f_{Vi}$, f_{Vi} , та 0.5 Гц. Найцікавіший частотний діапазон лежить між першим та третім трикутником, а останній трикутник відповідає обертанню супутника.

Для всіх подій, наведених у табл. 3.1, проведено спектральний аналіз із використанням методів, описаних у попередньому підрозділі. Параметри характерних періодичностей у частотному діапазоні $0.33 f_{Vi} < f < f_{Vi}$ представлено у табл. 3.3 Аналіз отриманих результатів показує, що існує велика кількість подій зі статистично значущими періодичностями. Для кількох подій періодичності, які спостерігались різними супутниками, були однаковими або дуже схожими. Одночасно присутня значна кількість подій із різними періодичностями для різних супутників.



а

б

Рис. 3.4: а – профілі $\lg(E_{\text{DOW}})$, виміряні на усіх чотирьох супутниках CLUSTER після ковзного усереднення за період обертання супутника (вимірювання виконувались приладом WHISPER в електронному форшоці Землі 29 березня 2001 року – подія 39; лінії відповідають супутникам CLUSTER 1, 2, 3 та 4; для спрощення порівняння, криві, що показують вимірювання на CLUSTER 2, 3 та 4, зсунуті догори відповідно на 2, 4, та 6); б – періодограма густини енергії хвиль, виміряних на супутнику CLUSTER 1 (штрихова лінія відповідає рівню значущості 0.05; трикутниками позначені частоти $0.33 f_{\text{Bi}}$, $0.5 f_{\text{Bi}}$, f_{Bi} , та 0.5 Гц; найцікавіший частотний діапазон лежить між першим та третім трикутником, а останній трикутник відповідає обертанню супутника).

Таблиця 3.3.

Періодичності інтенсивності хвиль

№	Частота f , 10^{-2} Гц, відношення f/f_{Bi} та значущість P											
	CLUSTER-1			CLUSTER-2			CLUSTER-3			CLUSTER-4		
1	5.4	0.47	1.7	6.3	0.55	3.5	6.0	0.53	3.0	5.7	0.50	
2	немає період.			немає період.			немає період.			немає період.		
3	3.5	0.42	3.2	4.1	0.49	3.8	4.1	0.49	2.1	3.8	0.46	4.1
4	4.1	0.40	3.2	4.4	0.43	8.7	немає період.			4.5	0.44	3.3
5	7.0	0.67	9.6	6.8	0.65	11.8	6.8	0.65	9.8	6.8	0.65	2.5
6	4.2	0.55	9.3	4.2	0.55	13.9	4.9	0.64	8.5	4.9	0.64	5.0
7	4.8	0.37	2.7	дані відсутні			дані відсутні			дані відсутні		
8	2.5	0.41	2.4	2.5	0.42	1.4	2.5	0.42	2.5	2.5	0.42	1.6
9	3.0	0.51	5.2	немає період.			3.0	0.51	2.6	немає період.		
10	4.7	0.50	2.0	4.5	0.48	3.1	4.5	0.48	3.2	4.5	0.48	2.9
11	немає період.			немає період.			немає період.			немає період.		
12	немає період.			дані відсутні			немає період.			немає період.		
13	немає період.			дані відсутні			немає період.			немає період.		
14	немає період.			дані відсутні			немає період.			дані відсутні		
15	5.9	0.47	1.6	дані відсутні			3.1	0.53	3.3	дані відсутні		
16	немає період.			дані відсутні			4.7	0.81	5.1	4.3	0.73	3.5
17	5.9	0.36	3.4	5.0	0.58	1.7	немає період.			немає період.		
18	немає період.			6.9	0.84	1.5	немає період.			немає період.		
19	немає період.			немає період.			немає період.			немає період.		
20	немає період.			немає період.			6.5	0.64	1.4	дані відсутні		

№	Частота f , 10^{-2} Гц, відношення f/f_{Bi} та значущість P											
	CLUSTER-1			CLUSTER-2			CLUSTER-3			CLUSTER-4		
21	3.2	0.42	5.0	3.6	0.48	4.0	3.8	0.50	15.3	3.2	0.42	2.7
22	4.0	0.55	5.1	4.0	0.55	1.9	3.8	0.51	10.6	4.0	0.55	2.9
23	немає період.			3.6	0.48	4.0	немає період.			8.3	0.92	2.0
24	6.2	0.75	1.9	2.8	0.33	12.3	4.4	0.53	8.8	3.9	0.47	5.9
25	8.7	0.91	1.9	3.8	0.40	1.5	8.8	0.92	4.6	дані відсутні		
26	немає період.			2.6	0.69	2.6	немає період.			немає період.		
27	5.0	0.40	1.7	5.0	0.40	2.2	немає період.			6.8	0.55	1.6
28	5.8	0.53	2.3	5.7	0.52	1.9	4.5	0.41	2.4	дані відсутні		
29	4.4	0.43	7.1	4.2	0.41	6.5	4.2	0.41	6.8	дані відсутні		
30	дані відсутні			4.3	0.58	8.0	3.1	0.42	1.4	дані відсутні		
31	немає період.			немає період.			немає період.			немає період.		
32	немає період.			немає період.			8.9	0.41	2.7	немає період.		
33	немає період.			немає період.			немає період.			немає період.		
34	немає період.			8.0	0.65	1.8	7.3	0.59	2.0	немає період.		
35	2.4	0.44	10.7	2.4	0.44	10.9	2.1	0.38	14.6	2.5	0.44	10.3
36	немає період.			5.9	0.61	3.0	5.9	0.61	4.1	6.2	0.64	7.4
37	немає період.			немає період.			немає період.			немає період.		
38		none		8.7	0.48	1.9	немає період.			6.6	0.36	1.4
39	3.2	0.55	4.8	немає період.			3.2	0.55	5.2	3.2	0.55	3.4
40	2.2	0.42	3.7	1.9	0.35	10.2	2.3	0.43	5.6	2.4	0.46	2.4
41	3.5	0.57	2.2	3.5	0.57	3.7	3.5	0.57	2.2	3.5	0.57	3.2
42	4.5	0.43	5.2	4.7	0.45	9.1	5.1	0.49	5.1	5.3	0.51	2.9
43	6.0	0.54	3.1	5.2	0.47	2.0	4.9	0.45	3.3	4.9	0.45	2.9
44	немає період.			5.7	0.88	2.7	дані відсутні			5.7	0.88	1.8
45	немає період.			2.5	0.43	2.0	дані відсутні			дані відсутні		
46	немає період.			немає період.			немає період.			немає період.		
47	немає період.			немає період.			6.2	0.69	3.8	немає період.		
48	немає період.			немає період.			немає період.			немає період.		

Очевидно, спостережувані коливання інтенсивності ленгмюрівських хвиль можна пов'язати як з динамікою фронту ударної хвилі Землі, так і з деякими іншими явищами, які прямо не стосуються ударної хвилі. Наприклад, ці коливання можуть виникати за рахунок модуляції параметрів плазми та/або електронного пучка магнітогідродинамічною хвилею, яка виникла десь у іншому місці, і, поширюючись, наштовхується на форшок чи ударну хвилю. Взагалі, для будь-якої певної події знайдена періодичність не може з повною впевненістю бути приписана динаміці фронту ударної хвилі, перш за все внаслідок відсутності одночасних вимірювань поблизу фронту ударної хвилі, де відбувається прискорення електронів до високих енергій, та на межі форшоку, де спостерігаються інтенсивні ленгмюрівські хвилі.

Зазвичай, коли мають справу з певною кількістю неконтрольованих факторів, необхідно використовувати статистичний підхід. Зокрема, для коливань, що виникають внаслідок динаміки фронту ударної хвилі, можна очікувати кореляції між величиною числа Маха та ймовірністю спостереження таких коливань. З іншого боку, досить надійні оцінки чисел Маха ударної хвилі, пов'язаних із певними спостереженнями на межі форшоку, в більшості випадків з ряду причин отримати не можна. Але оцінки чисел Маха можна легко розрахувати з доступних даних, проектуючи швидкість сонячного вітру на напрям магнітного поля, як це описано в підрозділі 3.1.

Аналізувалася залежність співвідношення кількості стаціонарних та нестаціонарних ударних хвиль від оцінки альвенівського числа Маха. Отримані результати наведено на рис. 3.5. Оскільки кількість подій не дуже велика, особливо для малих та великих значень числа Маха, для точок, показаних на графіку, кількість ударних хвиль розрахована для інтервалів чисел Маха довжиною 2. Як випливає з рис. 3.5, імовірність стаціонарності ударної хвилі в цьому діапазоні частот зменшується при зростанні альвенівського числа Маха, за припущення про сильну кореляцію між альвенівським числом Маха та його оцінкою.

Більше того, ймовірність спостереження стаціонарних ударних хвиль прямує до нуля для малих значень числа Маха і наближається до одиниці при наближенні числа Маха до великих значень, згідно з передбаченнями теорії, даними числового моделювання та результатами попередніх експериментальних спостережень (напр. [9, 40-41, 80]).

Подібні залежності від «паралельної» оцінки числа Маха, розраховані з використанням проекції швидкості плазми на магнітне поле, не виявляють кореляції між імовірністю та числом Маха (графіки не показані). Цей факт може вважатись додатковим доказом на користь правильності вибору оцінки альвенівського числа Маха і періодичності для більшості подій, пов'язаних із внутрішньою динамікою фронту ударної хвилі, а не із зовнішніми збуреннями.

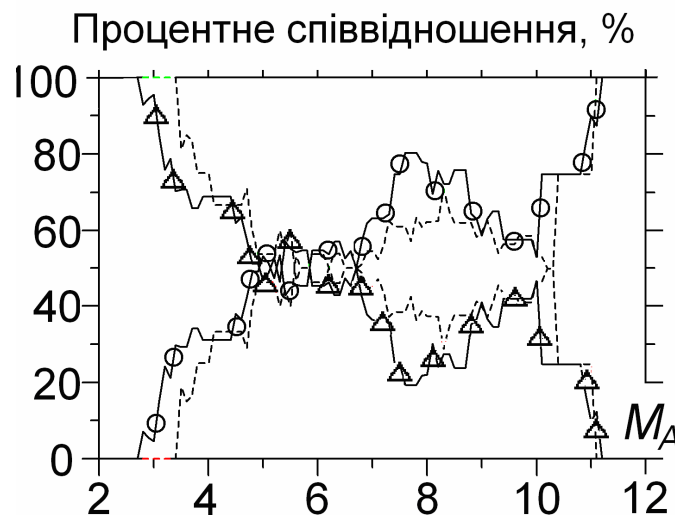


Рис. 3.5. Залежність процентного співвідношення стаціонарних (трикутники) та нестаціонарних (кружечки) ударних хвиль від оцінки перпендикулярного альвенівського числа Маха (суцільні лінії) та альвенівського числа Маха сонячного вітру (штрихові лінії). Для зменшення статистичного розкиду кількість ударних хвиль обчислювалась з інтервалів числа Маха завдовжки 2 для кожної точки, показаної на графіку.

Аналогічні графіки для чисел Маха звукової та швидкої мод виявляють такі самі тенденції, хоча кореляції між імовірністю нестаціонарності фронту й цими оцінками значно менші, ніж для альвенівського числа Маха (графіки не показано). Найімовірніше, головною причиною цього є слабші кореляції між числами Маха, та їхніми оцінками. Дійсно, на додачу до швидкості сонячного вітру, концентрації плазми та магнітного поля, необхідних для обчислення альвенівського числа Маха, оцінка для звукового числа Маха та числа Маха швидкої моди потребує інформації про іонну та електронну температури плазми. Дані OMNI містять лише інформацію про протонну температуру, а електронна температура вважається сталою для всіх подій. Крім того, оцінки температури для різних компонент сонячного вітру, зазвичай мають досить велику похибку.

3.3. Висновки до розділу 3

В даному підрозділі детально описаний та використаний метод дистанційної діагностики квазі-перпендикулярної частини ударної хвилі Землі. Цей метод було запропоновано авторами [13], які використали його при вивченні нестационарної ударної хвилі. Метод базується на аналізі флуктуацій високочастотного електричного поля, які відповідають ленгмюрівським хвилям, та хвилям, зсунутим вниз і вгору за частотою, в електронному форшоці. Ленгмюрівські хвилі зазвичай мають максимальну інтенсивність на передній межі форшоку. Вважається, що всі ці хвилі генеруються потоками електронів високих енергій, прискорених квазі-перпендикулярною областю фронту ударної хвилі. Нестационарна поведінка ударної хвилі, зокрема завдяки хвилястості, має спричинити модуляцію потоків високоенергетичних електронів, а отже і варіації інтенсивності ленгмюрівських хвиль. Для хвиль, зсунутих за частотою, спостерігаються коливання як інтенсивності, так і центральної частоти. В даній роботі використовувалися вимірювання спектрів електричного поля приладом WHISPER, що знаходиться на бортах супутників CLUSTER. При аналізі цих даних було обрано 48 перетинів межі форшоку з домінуючою ленгмюрівською складовою в спектрі. Вперше виконано статистичний аналіз нестационарної поведінки квазі-перпендикулярної області ударної хвилі Землі.

1. Аналіз прихованих періодичностей інтенсивності плазмових хвиль виявляє нестационарність фронту ударної хвилі в діапазоні частот $0.33 f_{Bi} < f < f_{Bi}$, де f_{Bi} – протонна циклотронна частота перед ударною хвилею Землі.

2. Статистичне дослідження залежності проявів нестационарності від альвенівського числа Маха, виявило, що імовірність спостереження такої нестационарності зростає зі зростанням числа Маха. Цей результат узгоджується з передбаченнями теорії та числового моделювання [9, 40-41].

Аналіз показує, що імовірність спостереження такої нестационарності зростає зі зростанням числа Маха.

3. Спостережувані профілі інтенсивності електричного поля та домінуючі частоти періодичностей при аналізі даних з різних супутників зазвичай виявлялися різними. Таким чином, нестационарність і/або хвилястість виявилися досить нерегулярними як у просторі, так і в часі, і не нагадували квазірегулярну структуру, що поширюється по поверхні фронту ударної хвилі. Хоча, не можна повністю виключити можливість того, що ефекти квазірегулярних коливань ударної хвилі можуть бути замасковані флуктуаціями параметрів сонячного вітру та іншими факторами.

СНАРІТРЕ 4 / РОЗДІЛ 4

ПЕРЕХІДНЕ ВИПРОМІНЮВАННЯ РЕЛЯТИВІСТСЬКИХ ЕЛЕКТРОНІВ З ОБЛАСТІ МІЖПЛАНЕТНОЇ УДАРНОЇ ХВИЛІ

Дослідження перехідного випромінювання являє собою інтерес у зв'язку з різними прикладними задачами, зокрема, з розробкою датчиків заряджених частинок у ядерній фізиці [134], дослідженням випромінювання модульованих пучків електронів в активних експериментах в іоносфері [135-137], а також з вивченням природних джерел випромінювання, наприклад, радіовипромінювання Сонця та кілометрового випромінювання Землі [138-140].

В літературі нерезонансне перехідне випромінювання в слабконеоднорідній плазмі вважається малоефективним [134]. Цей висновок справедливий, якщо заряджена частинка проходить неоднорідну область лише один раз. За умови ж багатократного проходження електрона через неоднорідну область ефективність нерезонансного випромінювання може помітно зрости. Ця особливість була використана, наприклад, у роботі [141], де розглянуто можливість використання перехідного випромінювання для виведення сигналу з плазмово-пучкового підсилювача.

Перехідне випромінювання релятивістських електронів, що мають криволінійну траєкторію досліджувалося раніше для випадків плазми з випадковими неоднорідностями [142]. В даному розділі розраховується нерезонансне перехідне випромінювання релятивістського електрона, який при перетині міжпланетної ударної хвилі багаторазово обертається в області неоднорідності. Розглянута теоретична модель, що відповідає реальним умовам експерименту, та представлені результати розрахунку перехідного випромінювання в рамках цієї моделі.

У підрозділі 4.1 наведено параметри міжпланетної ударної хвилі 22 січня 2004 року та описано траєкторію електрона у такій ударній хвилі. У підрозділі 4.2 розглядається модель з лінійним градієнтом концентрації. Процес розкладу густини струму електрона на плоскі хвилі описаний у підрозділі 4.3. У підрозділах 4.4 та 4.5 розв'язується рівняння для вектор-потенціалу для лінійного профілю концентрації методом ВКБ та обговорюються отримані результати для конкретних умов експерименту. У підрозділі 4.6 викладено розв'язок хвильового рівняння для наближення малого збурення діелектричної концентрації методом послідовних наближень. Відповідні результати обчислення перехідного та циклотронного випромінювання подано у підрозділах 4.7 та 4.8. Висновки до розділу зведено у підрозділ 4.9.

4.1. Параметри міжпланетної ударної хвилі 22 січня 2004 року

Прилади супутників CLUSTER та WIND в околі міжпланетної квазіперпендикулярної ударної хвилі виміряли *in situ* потужне електромагнітне випромінювання на частоті $\sim 1.4-1.6 f_{pe}$ [15]. Одночасно в тій самій області було зареєстровано підвищену концентрацію релятивістських електронів. Автори [15] запропонували перехідне випромінювання, як один з можливих механізмів генерації електромагнітних хвиль.

Міжпланетна ударна хвиля 22 січня 2004 року [14] була квазіперпендикулярною ($\Theta_{BN} = 80^\circ$) та надкритичною з альвенівським числом Маха $M_A \sim 5.6$. Роздільна здатність приладів дозволяла оцінити ширину неоднорідної області $L \leq 150$ км. Відношення значень магнітного поля перед ударною хвилею та за нею становило 3.8. Приблизно таким самим було відношення концентрацій електронів.

Траєкторії релятивістських електронів в околі фронту ударної хвилі визначаються сталою складовою магнітного поля (циклотронне обертання, див. рис. 4.1 а), а також градієнтним дрейфом зі швидкістю $\sim 2 \div 3 \cdot 10^4$ км/с та дрейфом у схрещених полях зі

швидкістю сонячного вітру (Рис. 1 б). Швидкості дрейфів значно менші від повної швидкості електронів ($0.5 \div 0.8 c$, де c – швидкість світла).

4.2. Опис теоретичної моделі з лінійним профілем концентрації

У вимірюваннях [15] ларморівський радіус електрона RL та характерний розмір плазмової неоднорідності L є величинами порядку сотень кілометрів, а довжина зони формування перехідного випромінювання [134] складає кілька десятків кілометрів. Циклотронна частота електронного обертання ω_c на кілька порядків менша, ніж локальна електронна плазмова частота ω_p , яка, в свою чергу, в кілька разів менша від частоти електромагнітного випромінювання ω . В такому випадку впливом магнітного поля на діелектричну проникність плазми можна знехтувати, а роль магнітного поля полягає лише у формуванні криволінійних траєкторій електронів. Таким чином, приходимо до моделі електрона, що має складну траєкторію в слабко неоднорідній ізотропній плазмі.

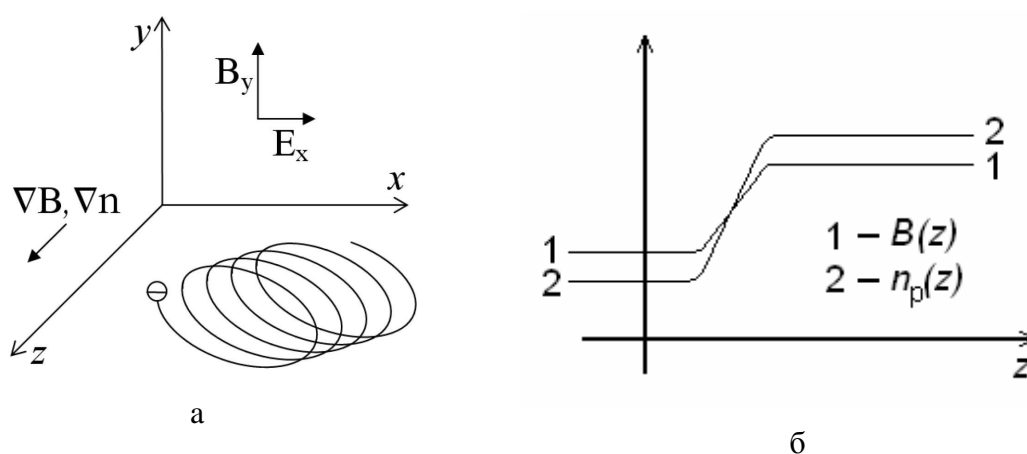


Рис. 4.1 Область міжпланетної квазіперпендикулярної ударної хвилі (схематичне зображення): а – конфігурація полів, градієнтів та траєкторії електронного дрейфу; б – профілі магнітного поля та концентрації.

Ударна хвиля 22 січня 2004 року рухалася зі швидкістю $740 \text{ км/с} \cdot [0.9; -0.3; 0.3]$ GSE [14]. Користуючись даними OMNI, можна встановити, що усереднена швидкість сонячного вітру перед фронтом ударної хвилі Землі на цей момент становила $550\text{-}600 \text{ км/с}$. Припустимо, що зареєстровані супутниками CLUSTER релятивістські електрони дрейфують зі швидкістю сонячного вітру від Сонця. Тоді ударна хвиля наздоганятиме електрони і в системі відліку, пов'язаній з ударною хвилею, відбуватиметься дрейф електронів зі швидкістю $150\text{-}200 \text{ км/с}$. Область неоднорідності (стрибка параметрів в ударній хвилі) пролітає зі швидкістю 740 км/с повз майже нерухомі супутники за час порядку 0.2 с . Тривалість перебування електрона в області неоднорідності буде порядку секунди, і електрон із циклотронним періодом $3\text{-}8 \text{ мкс}$ зробить у цій області декілька сотень циклотронних обертів. Отже, досліджуване нерезонансне перехідне випромінювання, може бути досить ефективним за рахунок багатократного проходження електрона через область неоднорідності.

Швидкість провідного центру вздовж градієнту значно менша, ніж швидкість циклотронного обертання. Тому в першому наближенні можна розглянути модель, у якій електрон рухається по колу в області з лінійною залежністю концентрації плазми від координати, а центр цього кола повільно рухається вздовж градієнту. Перехідне випромінювання існуватиме весь час, поки провідний центр знаходиться в області неоднорідності, і його властивості також змінюватимуться повільно.

Як перший крок, розглянемо модель, у якій електрон обертається навколо нерухомого центру в плазмі з лінійним профілем діелектричної проникності. Враховуємо лише вплив магнітного поля на траєкторію електрона, а його впливом на діелектричну проникність на частоті випромінювання нехтуємо.

Схематичне зображення досліджуваної системи подано на рис. 4.2. Вважатимемо, що обертання електрона відбувається у площині xOz .

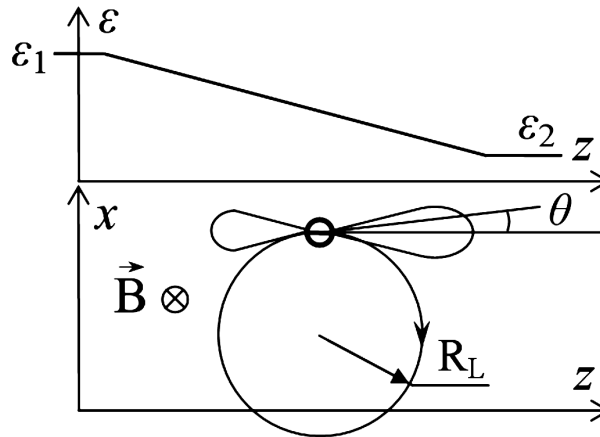


Рис. 4.2. Модель електрона, що обертається у плазмі з лінійним градієнтом концентрації.

4.3. Розклад густини струму електрона, що обертається, по плоских хвилях

Для того, щоб обчислити перехідне випромінювання електрона, який обертається навколо ліній магнітного поля, зручно розкласти створену ним густину струму по плоских хвилях, знайти перехідне випромінювання однієї такої хвилі струму, а потім підсумувати випромінювання від усіх хвиль, які складають спектр струму електрона.

Згідно обраної моделі електрон обертається по коловій орбіті в площині zOx (рис. 4.2). Тоді його рух описуватиметься такими залежностями координат від часу:

$$x_{\sim}(t) = R_L \cos \omega_c t; \quad y_{\sim}(t) = 0; \quad z_{\sim}(t) = R_L \sin \omega_c t,$$

де $\omega_c = ecB/E_{\text{ел}}$ – циклотронна частота, $R_L = v/\omega_c$ – радіус Лармора.

За таких умов відповідні компоненти швидкості запишуться в такому вигляді:

$$\begin{cases} v_x(t) = -v \sin \omega_c t; \\ v_z(t) = v \cos \omega_c t, \end{cases}$$

а густина струму, утвореного одним електроном, буде

$$\vec{j}(\vec{r}, t) = e(\vec{e}_x v_x + \vec{e}_z v_z) \delta(\vec{r} - \vec{r}(t)) = e(\vec{e}_x v_x + \vec{e}_z v_z) \delta(x - x(t)) \delta(z - z(t)) \delta(y).$$

Розкладемо компоненти густини струму в інтеграли Фур'є за координатами:

$$j_{x,z}(\vec{k}, t) = \frac{ev_{x,z}(t)}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x - R_L \cos \omega_c t) \exp(i\kappa_x x) dx \int_{-\infty}^{\infty} \delta(z - R_L \sin \omega_c t) \exp(i\kappa_{\parallel} z) dz \times \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} \delta(y) \exp(i\kappa_y y) dy = \frac{ev_{x,z}(t)}{(2\pi)^3} \exp(i\kappa_x R_L \cos \omega_c t) \exp(i\kappa_{\parallel} R_L \sin \omega_c t),$$

де κ – хвильовий вектор хвилі струму.

Подамо густину струму у формі ряду Фур'є за часом, оскільки в досліджуваній моделі рух електрона періодичний з періодом $2\pi/\omega_c$:

$$j_{x,z}(\vec{k}, t) = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} C_{nx,nz}(\vec{k}) \exp(in\omega_c t).$$

Після перетворень амплітуди гармонік Фур'є можна подати у вигляді:

$$C_{nx,nz}(\vec{k}) = i \frac{ve}{2(2\pi)^3} \left\{ J_{n-1}(\sqrt{\kappa_x^2 + \kappa_{\parallel}^2} R_L) \exp[i(n-1) \arctg(\kappa_x / \kappa_{\parallel})] \mp J_{n+1}(\sqrt{\kappa_x^2 + \kappa_{\parallel}^2} R_L) \exp[i(n+1) \arctg(\kappa_x / \kappa_{\parallel})] \right\},$$

де J_n – функція Бесселя n -го порядку. Таким чином, розклад компонент густини струму по плоских хвилях має вигляд:

$$j_x(\vec{k}, t) = C \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} e^{in\omega_c t} B_{nx}(\kappa_x, \kappa_{\parallel}); \quad j_y(\vec{k}, t) = 0; \quad j_z(\vec{k}, t) = -iC \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} e^{in\omega_c t} B_{nz}(\kappa_x, \kappa_{\parallel}), \quad (4.1)$$

де використані позначення

$$C = -i \frac{ve}{2(2\pi)^3};$$

$$B_{nx,nz}(\kappa) = J_{n+1}(\sqrt{\kappa_x^2 + \kappa_{\parallel}^2} R_L) \exp[i(n+1) \arctg(\kappa_x / \kappa_{\parallel})] \mp J_{n-1}(\sqrt{\kappa_x^2 + \kappa_{\parallel}^2} R_L) \exp[i(n-1) \arctg(\kappa_x / \kappa_{\parallel})]$$

і враховано, що траєкторія електрона лежить у площині xOz .

4.4. Хвильове рівняння для вектор-потенціалу та його розв'язок за допомогою методу геометричної оптики для лінійного градієнту концентрації

Для зручності отримання хвильового рівняння перейдемо від електричного та магнітного полів до вектор-потенціалу \vec{A} , наклавши на електростатичний потенціал φ калібрувальну умову $\varphi = 0$. Тоді хвильове рівняння для вектор-потенціалу можна подати у формі

$$\text{grad div} \vec{A} - \Delta \vec{A} = \frac{4\pi}{c} \vec{j} + \epsilon k_0^2 \vec{A}, \quad (4.2)$$

Прийнято, що залежність вектор-потенціалу від часу має вигляд $\exp(i\omega t)$.

Розглянемо модель з лінійним профілем концентрації, тобто вважатимемо, що $\epsilon(z) = \epsilon_1 + (\epsilon_2 - \epsilon_1)z/L$, де ϵ_1 та ϵ_2 – значення діелектричної проникності відповідно перед фронтом та за фронтом ударної хвилі.

Для зручності розкладемо вектор-потенціал та густину струму електрона на паралельну та перпендикулярну до градієнту концентрації компоненти:

$$\vec{A} = \vec{e}_z A_{\parallel} + \vec{A}_{\perp}; \quad \vec{j} = \vec{e}_z j_{\parallel} + \vec{j}_{\perp}.$$

Вважатимемо, що $\vec{A}(\vec{r}) = \vec{A}(z) \exp[-i(k_x x + k_y y)]$, і скористаємося позначенням $\vec{k}_{\perp} = \vec{e}_x k_x + \vec{e}_y k_y$. Тоді з (4.2) можна отримати хвильове рівняння для A_{\parallel} , що описує збудження електромагнітного поля плоскою хвилею струму $j \sim \exp[i(\omega t - \vec{k} \vec{r})]$:

$$\frac{d^2 A_{\parallel}}{dz^2} + \frac{1}{\varepsilon} \frac{d\varepsilon}{dz} \frac{dA_{\parallel}}{dz} - (k_{\perp}^2 - \varepsilon k_0^2) A_{\parallel} = \frac{4\pi}{c} \left[\left(\frac{\kappa_{\parallel}^2}{\varepsilon k_0^2} - 1 \right) j_{\parallel} + \frac{\kappa_{\parallel} (\vec{k}_{\perp} \vec{j}_{\perp})}{\varepsilon k_0^2} \right]. \quad (4.3)$$

За даними вимірювань частота спостережуваного електромагнітного випромінювання більша від плазмової частоти. Тому, очевидно, точка локального плазмового резонансу на профілі діелектричної проникності $\varepsilon(z)$ відсутня. Для помірних значень κ_{\perp} точка відбиття для електромагнітних хвиль також відсутня (оскільки густина плазми залежить лише від координати z , то для електромагнітної хвилі з хвильовим вектором \vec{k} , збуджуваної плоскою хвилею струму з хвильовим вектором \vec{k} , повинна виконуватись умова $\vec{k}_{\perp} = \vec{k}_{\perp}$). Отже, в цьому випадку розв'язок рівняння (4.3) можна знайти в наближенні геометричної оптики. Це наближення застосовне лише за виконання нерівності $2\pi/k_z \ll L$. Іншими словами отриманий у цьому наближенні результат справедливий за умови $\cos \theta \gg 2\pi/(k_{1,2}L)$, тобто у діапазоні кутів $\theta \ll \theta_{\text{пор}1,2} = \arccos[2\pi c/(\varepsilon_{1,2})^{1/2} n \omega_c L]$, де θ – кут між напрямком поширення випромінювання та віссю z , хвильові числа $k_{1,2} = (\varepsilon_{1,2})^{1/2} k_0$ відповідають перехідному випромінюванню, що поширюється назад та вперед, а індекси 1, 2 відповідають плазмі перед фронтом ударної хвилі та за ним. Мінімальний пороговий кут $\theta_{\text{пор}}$ для обраних параметрів системи складає для найнижчих можливих гармонік ($n \sim 150$), біля 83° .

Рівняння (4.3) є лінійним та неоднорідним, тому його розв'язок є сумою довільного частинного розв'язку неоднорідного рівняння та загального розв'язку відповідного однорідного рівняння.

Розв'язок відповідного однорідного рівняння у наближенні геометричної оптики складається з двох доданків, які відповідають прямій та зворотній хвилям:

$$A_{\parallel}(z) = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon k_z}} \left\{ C_1 \exp \left[i \int^z \sqrt{\varepsilon(z') k_0^2 - k_{\perp}^2} dz' \right] + C_2 \exp \left[-i \int^z \sqrt{\varepsilon(z') k_0^2 - k_{\perp}^2} dz' \right] \right\}. \quad (4.4)$$

У правій частині рівняння (4.3) стоїть плоска хвиля густини струму, $j \sim \exp(-i\kappa_{\parallel} z)$. Тому частинний розв'язок неоднорідного рівняння (4.3), що описує електричне поле цієї хвилі струму, природно шукати у вигляді

$$A_{\parallel}(z) = B(z) \exp(-i\kappa_{\parallel} z).$$

Залежність $B(z)$ обумовлена неоднорідністю середовища і визначається виразом:

$$B(z) = \frac{\exp[-i\Phi(z)]}{\sqrt{\varepsilon(z)}} i \int^z \frac{f(z')}{2\kappa_{\parallel} \sqrt{\varepsilon(z')}} \exp[i\Phi(z)] dz',$$

де $f(z)\exp(-i\kappa_{\parallel}z)$ – права частина рівняння (4.3),

$$\Phi(z) = \int^z \frac{(k_z^2 - \kappa_{\parallel}^2)}{2\kappa_{\parallel}} dz', \quad k_z(z) = \sqrt{\varepsilon(z)k_0^2 - k_{\perp}^2}.$$

Для дослідження взаємодії хвиль у неоднорідному середовищі введемо залежність геометрикооптичних амплітуд від координати [142]. Тоді остаточний розв'язок рівняння (4.5) має форму:

$$A_{\parallel}(z) = \frac{C_1(z)}{\sqrt{\varepsilon(z)k_z(z)}} \exp[i\psi(z)] + \frac{C_2(z)}{\sqrt{\varepsilon(z)k_z(z)}} \exp[-i\psi(z)] + \frac{i \exp[-i\Phi(z) - i\kappa_{\parallel}z]}{\sqrt{\varepsilon(z)}} \int^z \frac{f(z')}{2\kappa_{\parallel}\sqrt{\varepsilon(z')}} \exp[i\Phi(z')] dz', \quad (4.5)$$

де $\psi(z) = \int^z k_z dz'$ – ейконал.

Оскільки формула (4.5) задає замість однієї невідомої функції $A_{\parallel}(z)$ дві – $C_{1,2}(z)$, на них можна накласти додаткову умову [142]. Оберемо її у формі

$$\frac{dC_1(z)}{dz} \exp[i\psi(z)] + \frac{dC_2(z)}{dz} \exp[-i\psi(z)] - \left(\frac{k'_z}{2k_z} + \frac{\varepsilon'_z}{2\varepsilon} \right) \{C_1(z) \exp[i\psi(z)] + C_2(z) \exp[-i\psi(z)]\} = 0; \quad (4.6)$$

Підставивши розв'язок (4.5) до рівняння (4.3) та використавши додаткову умову (4.6), можна розв'язати отриману систему щодо похідних від амплітуд $C_{1,2}(z)$:

$$\begin{cases} \frac{dC_1(z)}{dz} = \frac{\varepsilon'_z}{4\varepsilon} C_1(z) + \frac{1}{2} \left(\frac{k'_z}{k_z} + \frac{\varepsilon'_z}{2\varepsilon} \right) C_2(z) \exp(-i2\psi) + \frac{i}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon}{k_z}} \frac{d^2B(z)}{dz^2} \exp(-i\kappa z - i\psi); \\ \frac{dC_2(z)}{dz} = \frac{\varepsilon'_z}{4\varepsilon} C_2(z) + \frac{1}{2} \left(\frac{k'_z}{k_z} + \frac{\varepsilon'_z}{2\varepsilon} \right) C_1(z) \exp(i2\psi) - \frac{i}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon}{k_z}} \frac{d^2B(z)}{dz^2} \exp(-i\kappa z + i\psi). \end{cases} \quad (4.7)$$

Перші два доданки в правих частинах рівнянь системи (4.7) описують трансформацію прямої хвилі в зворотну і навпаки. Останні доданки описують трансформацію електричного поля хвилі струму в електромагнітне випромінювання. Розрахунок перехідного випромінювання заданої хвилі струму вперед та назад, що визначається амплітудами $C_{1,2}$, зводиться до інтегрування цього доданку по всій області неоднорідності завширшки L :

$$C_{1,2} = \pm \frac{i}{2} \int_0^L \sqrt{\frac{\varepsilon(z')}{k_z(z')}} \frac{d^2B(z')}{dz'^2} \exp[-i\kappa_{\parallel}z' \mp i\psi(z')] dz'. \quad (4.8)$$

Розрахунок цього інтегралу в наближенні геометричної оптики для випромінювання на n -ій гармоніці циклотронної частоти дає:

$$C_{n1,2} = \frac{i\pi(\varepsilon_{n1} - \varepsilon_{n2})}{c\kappa L} C e^{i\omega_0 t} \left\{ \frac{-i[\kappa^2 - \varepsilon_n(L)k_0^2]B_{nz} + \kappa k_x B_{nx}}{k_z^{3/2}(L)[k_z^2(L) + \kappa^2]} \exp[\mp i\psi(L)] - \frac{-i[\kappa^2 - \varepsilon_n(0)k_0^2]B_{nz} + \kappa k_x B_{nx}}{k_z^{3/2}(0)[k_z^2(0) + \kappa^2]} \exp[\mp i\psi(0)] \right\}. \quad (4.9)$$

Перейдемо від декартової до сферичної системи координат, врахувавши, що

$$\begin{aligned} \varepsilon(z=0) &= \varepsilon_1; \quad \varepsilon(z=L) = \varepsilon_2; \quad k_{1,2} = k_0 \sqrt{\varepsilon_{1,2}}; \\ k_x &= k \cos \varphi_k \sin \theta_k; \quad k_y = k \sin \varphi_k \sin \theta_k; \quad k_z = k \cos \theta_k; \\ k_x^2 + k_y^2 &= k^2 \sin^2 \theta_k; \quad r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}; \\ x &= r \cos \Phi_r \sin \Theta_r; \quad y = r \sin \Phi_r \sin \Theta_r; \quad z = r \cos \Theta_r. \end{aligned}$$

Кути з індексами k та r задають відповідно напрям хвильового вектора та напрям на точку спостереження. Тоді вираз (4.9) набуває вигляду:

$$C_{n1,2} = \frac{i\pi(\varepsilon_{n1} - \varepsilon_{n2})}{c\kappa L} C \left\{ \frac{-i(\kappa^2 - \varepsilon_{n2}k_0^2)B_{nz} + \kappa \sqrt{\varepsilon_{n1,2}} k_0 \cos \varphi_k \sin \theta_k B_{nx}}{(\sqrt{\varepsilon_{n2}} k_0 \cos \theta_k)^{3/2} [(\sqrt{\varepsilon_{n2}} k_0 \cos \theta_k)^2 + \kappa^2]} \exp\left[\mp \frac{3 ik_0 \cos \theta_k L}{2(\varepsilon_{n2} - \varepsilon_{n1})} \varepsilon_{n2}^{3/2}\right] - \frac{-i(\kappa^2 - \varepsilon_{n1}k_0^2)B_{nz} + \kappa \sqrt{\varepsilon_{n1,2}} k_0 \cos \varphi_k \sin \theta_k B_{nx}}{(\sqrt{\varepsilon_{n1}} k_0 \cos \theta_k)^{3/2} [(\sqrt{\varepsilon_{n1}} k_0 \cos \theta_k)^2 + \kappa^2]} \exp\left[\mp \frac{3 ik_0 \cos \theta_k L}{2(\varepsilon_{n2} - \varepsilon_{n1})} \varepsilon_{n1}^{3/2}\right] \right\}.$$

Для однієї плоскої хвилі струму відповідні вектор-потенціали для випромінювання вперед та назад запишуться у вигляді:

$$A_{\parallel n1,2}(z) = \frac{C_{n1,2}(z)}{\sqrt{\varepsilon_{n1,2}(z)k_{z1,2}(z)}} \exp[-i(k_x x + k_y y \mp k_z z)] \quad (4.10)$$

Виконаємо зворотнє перетворення Фур'є по k_x та k_y , врахувавши, що

$$\begin{aligned} dk_x dk_y &= k^2 \sin \theta_k \cos \theta_k d\varphi_k d\theta_k, \\ -i(k_x x + k_y y \mp k_z z) &= -ikr [\sin \Theta_r \sin \theta_k \cos(\Phi_r - \varphi_k) \mp \cos \Theta_r \cos \theta_k]. \end{aligned}$$

Отримаємо:

$$\begin{aligned} A_{\parallel n1,2}(z) &= \int_{-\infty}^{\infty} dk_x \int_{-\infty}^{\infty} dk_y \frac{C_{n1,2}(z)}{\sqrt{\varepsilon_{n1,2}(z)k_{z1,2}(z)}} \exp[-i(k_x x + k_y y \mp k_z z)] = \\ &= -k_{1,2}^2 \frac{i\pi(\varepsilon_{n1} - \varepsilon_{n2})}{c\kappa L} C \int_0^{2\pi} d\varphi_k \int_0^{\pi} \sin 2\theta_k d\theta_k \frac{\exp[-ik_{1,2}r(\sin \Theta_r \sin \theta_k \cos(\Phi_r - \varphi_k) \mp \cos \Theta_r \cos \theta_k)]}{\sqrt{\varepsilon_{n1,2}(z)k_{1,2}(z) \cos \theta_k}} \times \end{aligned}$$

$$\left\{ \exp \left[\mp \frac{3 ik_0 \cos \theta_k L}{2 (\varepsilon_{n2} - \varepsilon_{n1})} \varepsilon_{n2}^{3/2} \right] \frac{[-i(\kappa^2 - \varepsilon_{n2} k_0^2) B_{nz} + \kappa \sqrt{\varepsilon_{n1,2}} k_0 \cos \varphi_k \sin \theta_k B_{nx}]}{(\sqrt{\varepsilon_{n2}} k_0 \cos \theta_k)^{3/2} [(\sqrt{\varepsilon_{n2}} k_0 \cos \theta_k)^2 + \kappa^2]} - \right. \\ \left. \exp \left[\mp \frac{3 ik_0 \cos \theta_k L}{2 (\varepsilon_{n2} - \varepsilon_{n1})} \varepsilon_{n1}^{3/2} \right] \frac{[-i(\kappa^2 - \varepsilon_{n1} k_0^2) B_{nz} + \kappa \sqrt{\varepsilon_{n1,2}} k_0 \cos \varphi_k \sin \theta_k B_{nx}]}{(\sqrt{\varepsilon_{n1}} k_0 \cos \theta_k)^{3/2} [(\sqrt{\varepsilon_{n1}} k_0 \cos \theta_k)^2 + \kappa^2]} \right\}. \quad (4.11)$$

Інтегралі (9) у далекій зоні ($k_{1,2}r \gg 1$) можна розрахувати методом стаціонарної фази. Точки стаціонарної фази для інтегралів по φ_k та θ_k відповідають напрямкам на точку спостереження: $\varphi_k = \Phi_r$ та $\theta_k = \Theta_r$. Таким чином, приходимо до виразу:

$$A_{\parallel n1,2}(\kappa) = -k_{1,2} C \frac{i4\pi^2 (\varepsilon_{n1} - \varepsilon_{n2})}{c \kappa_{\parallel} L r} \frac{\cos \Theta_r}{\sqrt{|\cos(\Theta_r \pm \Theta_r)|}} \times \\ \times \frac{\exp[-ik_{1,2}r(\sin^2 \Theta_r \mp \cos^2 \Theta_r)] \exp[i\delta_{S^* \varphi} \pi/4 + i\delta_{S^* \theta} \pi/4]}{\sqrt{\varepsilon_{n1,2}}(z) k_{1,2}(z) \cos \Theta_r} \times \\ \times \left\{ \exp \left[\mp \frac{3 ik_0 \cos \Theta_r L}{2 (\varepsilon_{n2} - \varepsilon_{n1})} \varepsilon_{n2}^{3/2} \right] \frac{[-i(\kappa_{\parallel}^2 - k_2^2) B_{nz} + \kappa_{\parallel} k_2 \cos \Phi_r \sin \Theta_r B_{nx}]}{(k_2 \cos \Theta_r)^{3/2} [(k_2 \cos \Theta_r)^2 + \kappa^2]} - \right. \\ \left. - \exp \left[\mp \frac{3 ik_0 \cos \Theta_r L}{2 (\varepsilon_{n2} - \varepsilon_{n1})} \varepsilon_{n1}^{3/2} \right] \frac{[-i(\kappa_{\parallel}^2 - k_1^2) B_{nz} + \kappa_{\parallel} k_1 \cos \Phi_r \sin \Theta_r B_{nx}]}{(k_1 \cos \Theta_r)^{3/2} [(k_1 \cos \Theta_r)^2 + \kappa^2]} \right\}. \quad (4.12)$$

Вираз (4.12) необхідно ще проінтегрувати по κ_{\parallel} . Обчислення відповідного інтегралу виконувалося числовими методами.

Знаючи амплітуду гармоніки поздовжньої компоненти вектор-потенціалу, можна отримати радіальну компоненту вектора Пойнтінга:

$$\Pi_{Rn1,2} = \frac{c\sqrt{\varepsilon}}{4\pi} E_{\Theta_r}^2 = -\frac{n^2 \omega_c^2}{c} \frac{\sqrt{\varepsilon_{n1,2}}}{4\pi} \left(\frac{\sin^2 \Theta_r \mp \cos^2 \Theta_r}{\sin \Theta_r} \right)^2 A_{\parallel n1,2}^2. \quad (4.13)$$

4.5. Результати, отримані при розв'язанні хвильового рівняння методом геометричної оптики для лінійного градієнту концентрації

На рис. 4.3 показано типові діаграми спрямованості перехідного випромінювання вперед та назад, збудженого парціальною хвилею густини струму, розраховані на основі розв'язку рівняння (4.3). Випромінювання вперед відбувається в діапазоні аксіальних кутів $0 < \theta \leq \pi/2$, а назад – у діапазоні $\pi/2 < \theta \leq \pi$. Як зазначалось у попередньому підрозділі, розв'язок отриманий у наближенні геометричної оптики, для обраних параметрів має зміст лише для кутів $\theta_{\text{пор}} \ll 83^\circ$. Тому ці діаграми мають зміст лише в обмеженому діапазоні кутів θ . Як видно з діаграм, у досліджуваному діапазоні кутів випромінювання сконцентровано головним чином у області, де полярний кут $\varphi = 0$, що відповідає площині обертання електрона.

Як видно з рис. 4.3, діаграма спрямованості має осцилюючу структуру. Це можна пояснити тим, що довжина хвилі спостережуваного випромінювання (3-4 м) значно менша від ларморівського радіуса обертання електрона, тобто, по суті, характерного розміру випромінювача. Тому в далекій зоні спостерігається інтерференційна картина (рис. 4.3) перехідного випромінювання електрона з різних частин його траєкторії.

Потужності випромінювання вперед та назад виявляються однаковими за порядком величини. Це можна пояснити тим, що релятивістські електрони, що дають перехідне випромінювання переважно вперед під малими кутами до швидкості [134], в даному разі обертаються по колу.

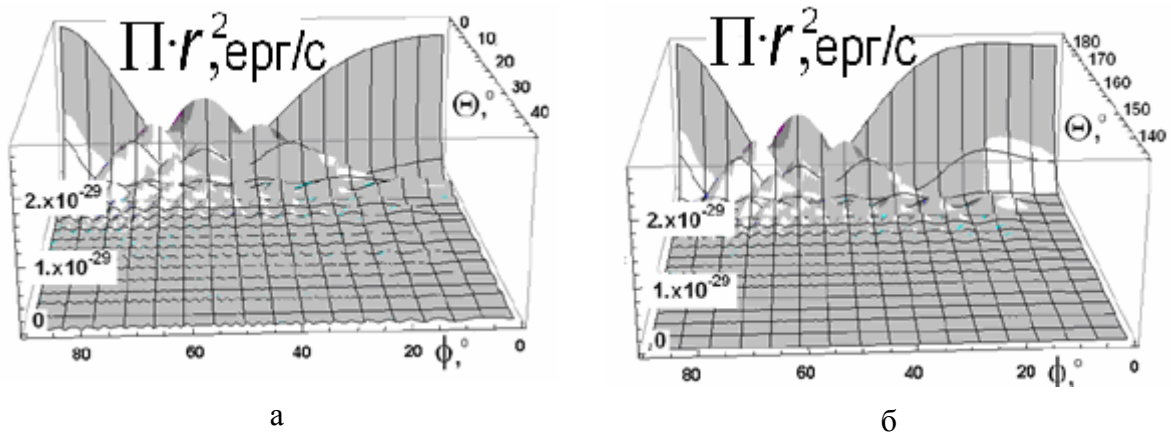


Рис. 4.3 Діаграма спрямованості гармоніки радіальної компоненти вектора Пойнтінга ($n = 250$) перехідного випромінювання в далекій зоні (а – випромінювання вперед; б – випромінювання назад). Обчислення проведені для релятивістського електрона з енергією $E_e = 300$ кеВ у плазмі з концентраціями $n_1 = 1 \cdot 10^5$ м⁻³ перед та $n_2 = 2.2 \cdot 10^5$ м⁻³ за фронтом ударної хвилі, магнітним полем $B = 16 \cdot 10^{-9}$ Тл та розміром неоднорідності $L = 150$ км.

Порівнюючи отримані результати з розрахунком перехідного випромінювання для релятивістського електрона, що рухається прямолінійно [134], можна побачити, що колова траєкторія, як і слід було чекати, забезпечує значно вищу ефективність випромінювання.

Для того, щоб отримати спектр випромінювання, необхідно проінтегрувати діаграми спрямованості кожної гармоніки по всіх можливих кутах φ та θ . Оскільки методом геометричної оптики діаграми спрямованості можна отримати лише у обмеженому діапазоні кутів, то спектр можна лише грубо оцінити знизу.

Як уже вказувалося, наведений вище розрахунок було виконано у наближенні геометричної оптики (ВКБ), тому обчислення перехідного випромінювання в околі $\theta = \pi/2$ в цьому наближенні неможливе. Дійсно, в цьому випадку на профілі концентрації плазми з'являється точка, де $k_z = 0$ (точка повороту електромагнітної хвилі), в околі якої наближення ВКБ не виконується. З іншого боку, порушення наближення ВКБ вказує на те, що ефективність перехідного випромінювання у цьому напрямку може суттєво зрости.

Отже, для отримання коректного спектру перехідного випромінювання необхідно знайти розв'язок хвильового рівняння, який буде справедливим для випромінювання, що поширюється у напрямку $\theta = \pi/2$.

4.6. Розв'язок хвильового рівняння для вектор-потенціалу при малих збуреннях діелектричної проникності плазми

У підрозділах 4.4-4.5 хвильове рівняння (4.2) розв'язувалося за допомогою методу геометричної оптики (ВКБ) в припущенні, що просторовий масштаб неоднорідності L значно більший від довжини хвилі λ електромагнітного випромінювання. В розрахунку перехідного випромінювання профіль концентрації вважався лінійним, а внесок точок відбиття не враховувався.

Але, як уже вказувалося, це наближення не виконується для аксіальних кутів θ , близьких до $\pi/2$. Збудження випромінювання у цьому напрямку дає суттєвий внесок до повної інтенсивності перехідного випромінювання. Отже, методом ВКБ можна отримати діаграму спрямованості лише для обмеженого діапазону кутів і спектр випромінювання можна лише грубо оцінити. Тому постає необхідність розробити модель, яка б не мала подібних недоліків і дозволила отримати спектр перехідного випромінювання.

В ударній хвилі 22 січня 2004 року найбільш інтенсивне електромагнітне випромінювання на частоті $\sim 1.4-1.6f_{pe}$, яке може бути пов'язане з перехідним випромінюванням релятивістських електронів [15], спостерігалось поблизу різкого стрибка параметрів в ударній хвилі. У цій області концентрація плазми різко змінилась від 10 см^{-3} до 22 см^{-3} . Це відповідає варіації діелектричної проникності від 0.64 до 0.84 для частот, на яких спостерігається електромагнітне випромінювання. Отже, діелектричні проникності перед та за фронтом ударної хвилі мало відрізняються, і залежність діелектричної проникності вздовж осі Oz можна задати сумою деякої сталої складової та малої змінної складової, яку можна задати модельною функцією $\varepsilon(z) = \varepsilon_0 - (\varepsilon_m/2)\text{th}(z/L)$ (див рис.4.4 а). Оскільки амплітуда ε_m значно менша від сталої складової ε_0 (див. рис. 4.4 б), то хвильове рівняння (4.2) можна розв'язувати, користуючись методом послідовних наближень за малим параметром $\varepsilon_m/\varepsilon_0$.

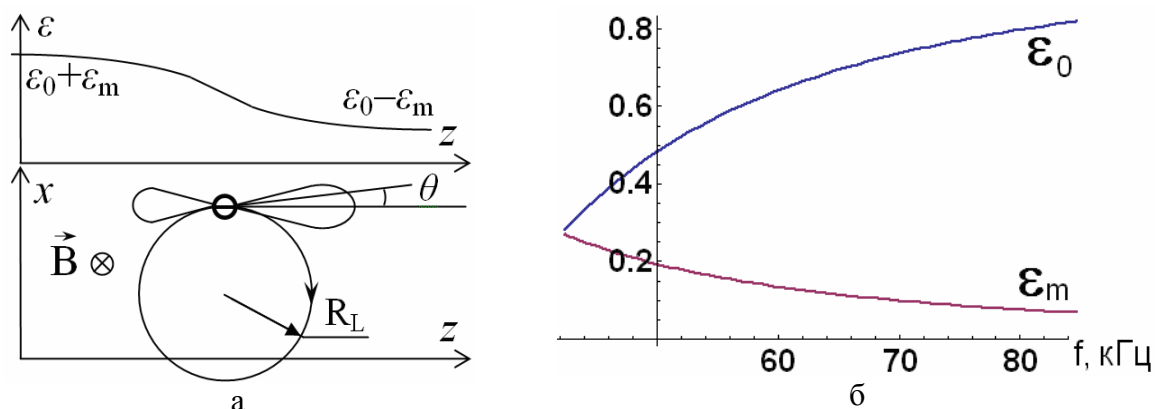


Рис. 4.4: а – схематичне зображення моделі електрона, що обертається у профілі діелектричної проникності $\varepsilon(z) = \varepsilon_0 - (\varepsilon_m/2)\text{th}(z/L)$; б – залежність ε_0 та ε_m від частоти для обраних параметрів моделі (тих самих, що для рис. 4.3).

При розв'язанні рівняння (4.2) в даній моделі зручно, як і в попередньому випадку, розкласти вектор-потенціал та хвильові вектори на компоненти, паралельні та перпендикулярні до осі Oz :

$$\vec{A} = \vec{e}_z A_{\parallel} + \vec{A}_{\perp}; \quad \vec{k} = \vec{e}_z k_{\parallel} + \vec{k}_{\perp}; \quad \vec{\kappa} = \vec{e}_z \kappa_{\parallel} + \vec{\kappa}_{\perp}.$$

Мализна збурень діелектричної проникності плазми дозволяє розв'язати рівняння (4.2) методом послідовних наближень. Отже, шукатимемо розв'язок рівняння (2.2) у формі $\vec{A} = \vec{A}_0 + \vec{A}_1$, враховуючи, що $\varepsilon(z) = \varepsilon_0 + \varepsilon_1(z)$, і $\varepsilon_0 \gg \varepsilon_1$; $\vec{A}_0 \gg \vec{A}_1$. Тоді, залишаючи лише доданки нульового порядку, можна отримати таке рівняння:

$$\vec{A}_0 = \frac{4\pi [k_0^2 \varepsilon_0 \vec{j} - \vec{\kappa} (\vec{\kappa} \cdot \vec{j})]}{ck_0^2 \varepsilon_0 (\kappa^2 - k_0^2 \varepsilon_0)}. \quad (4.14)$$

Рівняння (11) було отримано для парціальної хвилі струму $\vec{j}, \vec{A}_0 \sim \exp(i(\omega t - \vec{k}\vec{r}))$. Величина \vec{A}_0 описує власне поле електрона та циклотронне випромінювання, пов'язане з його обертанням. Відповідна густина потоку енергії циклотронного випромінювання може бути знайдена з аналогічного до (4.13) рівняння для радіальної компоненти вектора Пойнтинга:

$$\Pi_{Rn} = \frac{c\sqrt{\varepsilon}}{4\pi} E_{\theta n}^2 = \frac{c}{\pi} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0}} \left(\frac{1}{\sin 2\theta} \right)^2 (\vec{k}_\perp \vec{A}_{\perp 0n})^2 = \frac{n^2 \omega_c^2}{4\pi c} \frac{\sqrt{\varepsilon_0}}{\sin^2 \theta} A_{\parallel 0n}^2. \quad (4.15)$$

Для цього поздовжня компонента вектор-потенціалу має бути знайдена шляхом зворотного перетворення Фур'є:

$$A_{0\parallel n} = \iiint d\kappa_x d\kappa_y d\kappa_\parallel \frac{4\pi C \left[(k_0^2 \varepsilon_0 - \kappa_\parallel^2) B_{nz} - i\kappa_\parallel \kappa_x B_{nx} \right]}{c k_0^2 \varepsilon_0 (\kappa^2 - k_0^2 \varepsilon_0)} \exp \left[-i\kappa_\parallel z - i\kappa_x x - i\kappa_y y \right]. \quad (4.16)$$

Інтеграли у виразі (4.16), перейшовши до сферичних координат, можна обчислити застосовуючи метод стаціонарної фази у далекій зоні та метод лишків.

Розв'язок \vec{A}_1 рівняння першого порядку відповідає власне перехідному випромінюванню. На відміну від розв'язку, викладеного в підрозділі 4.5, методом послідовних наближень для $(\vec{k}_\perp \vec{A}_{1\perp})$ виходить простіше рівняння, ніж для $\vec{A}_{1\parallel}$. Воно має вигляд

$$\left[\frac{d^2}{dz^2} - (k_\perp^2 - k_0^2 \varepsilon_0) \right] (\vec{k}_\perp \vec{A}_{1\perp}(z)) = (k_\perp^2 - k_0^2 \varepsilon_0) \frac{\varepsilon_1(z)}{\varepsilon_0} (\vec{k}_\perp \vec{A}_{0\perp}) + \frac{ik_\perp^2}{\varepsilon_0} \frac{d}{dz} (\varepsilon_1(z) A_{\parallel 0}). \quad (4.17)$$

Аналогічно до розв'язку, описаного в [134], $(\vec{k}_\perp \vec{A}_{1\perp})$ та $\varepsilon_1(z)$ можна виразити, користуючись перетворенням Фур'є:

$$(\vec{k}_\perp \cdot \vec{A}_{1\perp}(z)) = \left(\vec{k}_\perp \cdot \int_{-\infty}^{\infty} dk_\parallel \vec{A}_{1\perp}(k_\parallel) \exp[-ik_\parallel z] \right); \quad \varepsilon_1(z) = \varepsilon_m \operatorname{th} \frac{z}{L} = \int_{-\infty}^{\infty} dK \exp[-iKz] \varepsilon_1(K).$$

Тоді можна отримати рівняння для Фур'є перетворення $(\vec{k}_\perp \vec{A}_{1\perp})$:

$$(\vec{k}_\perp \cdot \vec{A}_{1\perp}(K + \kappa_\parallel)) = -\frac{k_\perp^2}{\varepsilon_0} \frac{B_m + A_{\parallel 0m}(K + \kappa_\parallel)}{\left[(K + \kappa_\parallel)^2 + k_\perp^2 - \varepsilon_0 k_0^2 \right]} \frac{\varepsilon_m}{4\pi i} \frac{L}{\sinh(\pi K L / 2)}, \quad (4.18)$$

де величини B_m та A_0 визначаються виразами:

$$B_m = (1 - k_0^2 \varepsilon_0 / k_\perp^2) (\vec{k}_\perp \vec{A}_{0\perp m}); \quad \vec{A}_0(z) = \vec{A}_{m0} \exp(-i\kappa_\parallel z);$$

та було враховано, що

$$\varepsilon_1(K) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon_m \operatorname{th} \frac{z}{L} \exp(iKz) dz = \frac{\varepsilon_m}{4\pi i} \frac{L}{\operatorname{sh}(\pi K L / 2)}.$$

Таким чином, можна отримати $(\vec{k}_\perp \cdot \vec{A}_{1\perp}(z))$, застосовуючи зворотне перетворення Фур'є до виразу (4.18):

$$(\vec{k}_\perp \vec{A}_{1\perp}(z)) = i \frac{\varepsilon_m L k_\perp^2}{4\pi \varepsilon_0} \int_{-\infty}^{\infty} dK \frac{\exp[-i(K + \kappa_\parallel)z]}{\text{sh}(\pi KL/2)} \frac{B_m + A_{\parallel 0m}(K + \kappa_\parallel)}{(K + \kappa_\parallel)^2 - (\varepsilon_0 k_0^2 - k_\perp^2)}. \quad (4.19)$$

Інтеграл (4.19) можна взяти методом лишків. Для цього до діелекричної проникності необхідно додати нескінченно малий згасаючий доданок $-i\nu$ [134]. Тоді функція під інтегралом у (4.19) має три полюси. Полюс $K = 0$ знаходиться на дійсній осі і відповідає власному полю електрона, а полюси $K_{1,2} = -\kappa_\parallel \pm \sqrt{(\varepsilon_0 - i\nu)k_0^2 - k_\perp^2}$ відповідають прямій та зворотній парціальним хвилям перехідного випромінювання [134].

Таким чином, можна отримати амплітуду перехідного випромінювання, яке відповідає одній плоскій хвилі струму:

$$(\vec{k}_\perp \vec{A}_{1\perp}(z)) = -\frac{\varepsilon_m L k_\perp^2}{2 \varepsilon_0} \frac{(B_m \pm A_{\parallel 0m}|k_z|) \exp[\mp i|k_z|z]}{k_z \text{sh}(|k_z| \mp \kappa_\parallel) L \pi / 2}. \quad (4.20)$$

Повне перехідне випромінювання, що відповідає струму, утвореному електроном, що обертається, можна знайти, виконавши зворотне перетворення Фур'є за хвильовими числами k_x, k_y та κ_\parallel :

$$(\vec{k}_\perp \vec{A}_{1\perp}(z))_{1,2} = \iiint dk_x dk_y d\kappa_\parallel \frac{\varepsilon_m LC}{\varepsilon_0} \frac{2\pi}{ck_0^2 \varepsilon_0 (k^2 - k_0^2 \varepsilon_0)} \frac{\exp[-ik_x x - ik_y y \pm i|k_z|z]}{k_z \sinh(|k_z| \pm \kappa_\parallel) L \pi / 2} \times \\ \times \left\{ i \left[(\kappa_\parallel \mp k_z) k_\perp^2 \kappa_\parallel + k_z^4 \right] k_x B_{nx} - k_\perp^2 \left[\kappa_\parallel (k_\perp^2 - \kappa_\parallel^2) \mp |k_z| (k_0^2 \varepsilon_0 - \kappa_\parallel^2) \right] B_{nz} \right\}.$$

Аналогічно до того, як це було зроблено в підрозділі 4.4, зручно перейти до сферичної системи координат:

$$x = r \cos \Phi_r \sin \Theta_r; \quad y = r \sin \Phi_r \sin \Theta_r; \quad z = r \cos \Theta_r; \\ k_x = k \cos \varphi_k \sin \theta_k; \quad k_y = k \sin \varphi_k \sin \theta_k; \quad k_z = k \cos \theta_k; \\ k_\perp^2 = k_x^2 + k_y^2 = k^2 \sin^2 \theta_k; \quad r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}; \\ k^2 = k_0^2 \varepsilon_0; \quad dk_x dk_y = k^2 \sin \theta_k \cos \theta_k d\varphi_k d\theta_k.$$

Таким чином, обчислення перехідного випромінювання зводиться до розрахунку інтегралів за кутами φ_k, θ_k та за хвильовим числом κ :

$$(\vec{k}_\perp \vec{A}_{1\perp}(z)) = \\ = -\int_{-\infty}^{\infty} d\kappa_\parallel \int_0^{2\pi} d\varphi_k \int_0^\pi \sin 2\theta_k d\theta_k \frac{\exp(-ikr(\sin \Theta_r \sin \theta_k \cos(\Phi_r - \varphi_k) + \cos \Theta_r \cos \theta_k))}{\text{sh}((k \cos \theta_k - \kappa_\parallel) L \pi / 2) ((k \cos \theta_k)^2 - \kappa_\parallel^2)} \frac{\varepsilon_m}{\varepsilon_0} \frac{k^2}{k_0^2 \varepsilon_0} \\ \times \frac{v_e e}{2(2\pi)^3} k^2 \frac{2\pi L}{c} \sin \theta_k (\sin \theta_k (k_0^2 \varepsilon_0 + \kappa_\parallel (k \cos \theta_k - \kappa_\parallel)) B_{nz} - i(\cos^2 \theta_k (k \cos \theta_k - \kappa_\parallel) + \kappa_\parallel) k \cos \varphi_k B_{nx}).$$

Інтеграли за φ_k та θ_k можна розрахувати методом стаціонарної фази в далекій зоні, а інтеграл по κ_{\parallel}

$$\begin{aligned} (\vec{k}_{\perp} \vec{A}_{1\perp}(z)) = \int_{-\infty}^{\infty} d\kappa_{\parallel} \sin 2\Theta_r \frac{\varepsilon_m v_e e}{\varepsilon_0 4\pi} k \frac{\exp(-ikr + i(\delta_{\varphi 0} + \delta_{\theta 0})\pi/4) L}{r c} \\ \frac{(i(\cos^2 \Theta_r (k \cos \Theta_r - \kappa_{\parallel}) + \kappa_{\parallel})k \cos \Phi_r B_{nx} - \sin \Theta_r (k_0^2 \varepsilon_0 + \kappa_{\parallel} (k \cos \Theta_r - \kappa_{\parallel})) B_{nz})}{\text{sh}((k \cos \Theta_r - \kappa_{\parallel})L\pi/2) ((k \cos \Theta_r)^2 - \kappa_{\parallel}^2)} \end{aligned} \quad (4.21)$$

можна розрахувати лише числовими методами. Тоді радіальну компоненту вектора Пойнтінга можна отримати, користуючись рівністю (4.15).

Основний внесок до інтегралу (4.21) роблять резонансні множники в знаменнику підінтегрального виразу, що виявляється можливим внаслідок того, що κ_{\parallel} змінюється у широких межах. Дійсно, при розкладі струму електрона, що обертається навколо ліній слабого магнітного поля, перпендикулярного до градієнту концентрації плазми, по плоских хвилях густини струму спектр хвильових чисел для заданої частоти виявляється широким. В результаті стає можливим резонансне розсіювання хвиль густини струму на Фур'є-складових діелектричної проникності в електромагнітне випромінювання, чого не може бути для електрона, що прямолінійно рухається вздовж напрямку градієнту концентрації плазми. Цей ефект приводить до суттєвого (в конкретних умовах фронту міжпланетної ударної хвилі – на десятки порядків) зростання інтенсивності перехідного випромінювання електрона, що здійснює циклотронне обертання, в порівнянні з випадком прямолінійного руху.

4.7. Результати обчислення перехідного випромінювання за методом послідовних наближень

Типова діаграма спрямованості Фур'є гармоніки радіальної компоненти вектора Пойнтінга перехідного випромінювання електрона у далекій зоні, розрахована за формулою (4.21), зображено на рис. 4.5 а. Розрахунок було проведено методом послідовних наближень по відносній амплітуді неоднорідності діелектричної проникності $\varepsilon_m/\varepsilon_0$. Тому, як і варто було очікувати, випромінювання вперед та назад мають майже ідентичні діаграми спрямованості та потужності.

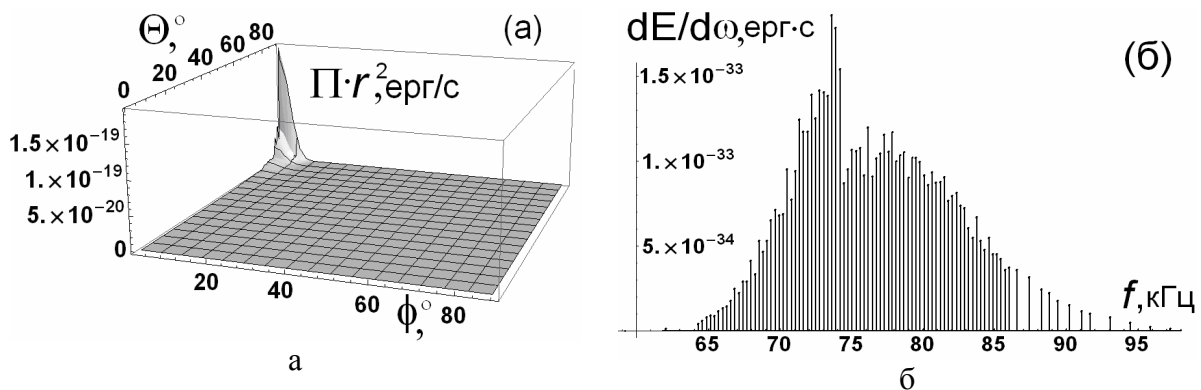


Рис. 4.5: а – Діаграма спрямованості для гармоніки $n = 265$ радіальної компоненти потоку вектора Пойнтінга; б – спектр перехідного випромінювання. Обчислення проводилися для параметрів, поданих на рис. 4.3.

З рис. 4.5 видно, що максимум випромінювання знаходиться в площині обертання електрона (кут $\varphi = 0$) і в напрямку, перпендикулярному до градієнту концентрації (до

осі Oz). Цей результат є цілком природнім, якщо взяти до уваги вже викладені в попередніх розділах міркування, що випромінювання під кутом $\theta = \pi/2$ до осі системи має бути особливо інтенсивним внаслідок порушення наближення ВКБ.

Спектр перехідного випромінювання, отриманий для того самого випадку, зображено на рис. 4.5 б. Положення максимуму обчисленого спектру загалом збігається з даними спостережень. Але в даній роботі обчислено спектр лише одного релятивістського електрона з енергією 300 кеВ, який має колову орбіту. Тому розрахований спектр є досить вузькосмуговим та дискретним. Зрозуміло, що для згустку релятивістських електронів, які мають деякий розкид за енергіями і складніші траєкторії, спектр перехідного випромінювання буде більш широким і суцільним. Саме це і спостерігається у супутникових спостереженнях (див. підрозділ 1.4). Отже, модель релятивістського електрона, що обертається у розмитій межі плазми, досить добре описує спостережуване у експерименті фізичне явище і перехідне випромінювання дійсно може бути механізмом генерації зареєстрованих супутниками електромагнітних хвиль.

Отримана за методом послідовних наближень амплітуда випромінювання за порядком величини збігається з оцінкою, зробленою методом ВКБ (див. підрозділи 4.4-4.5). Отже, як і для розв'язку у наближенні ВКБ, перехідне випромінювання електрона, що обертається, виявилось значно ефективнішим ніж для електрона, що рухається прямолінійно вздовж градієнту концентрації. Розрахунок для обох випадків проводився за однакових параметрів плазми та електрона. Як уже зазначалося, цей ефект можна пояснити багаторазовим проходженням неоднорідної області електронем, який обертається, що суттєво підвищує інтенсивність перехідного випромінювання.

4.8. Оцінка величини циклотронного випромінювання

Зрозуміло, що електрон, який обертається в магнітному полі, обов'язково збуджуватиме циклотронне випромінювання. В принципі воно може існувати в тому самому частотному діапазоні, що й розглянуте вище перехідне випромінювання. Тому для коректної інтерпретації результатів спостережень його величину також потрібно оцінити.

Розрахунок циклотронного випромінювання можна зробити з використанням формул (4.14) та (14.15). Відповідну діаграму спрямованості та спектр наведено на рис. 4.6.

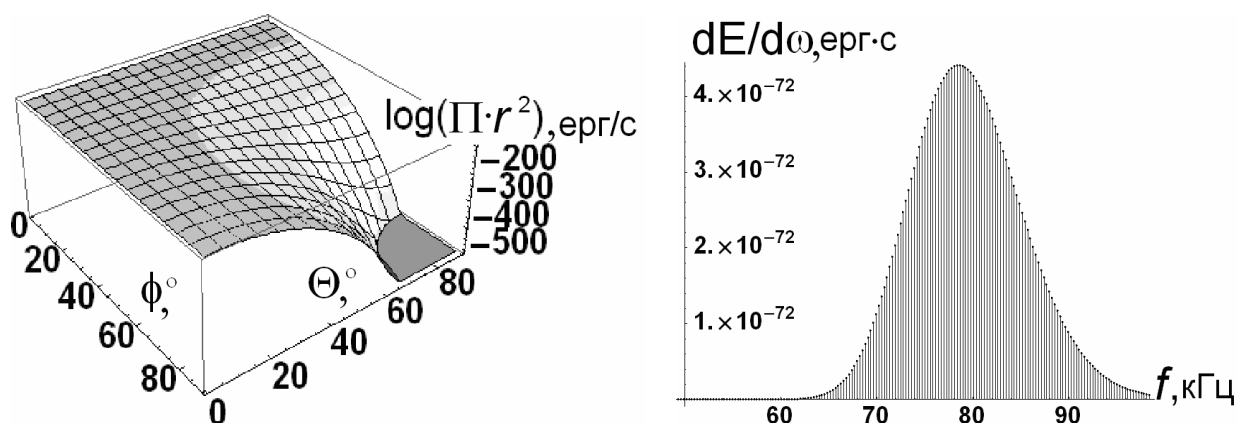


Рис. 4.6: а – діаграма спрямованості циклотронного випромінювання для гармоніки $n = 265$ радіальної компоненти потоку вектора Пойнтінга; б – спектр циклотронного випромінювання електрона, що обертається у розмитій межі плазми. Обчислення проводилися для тих самих параметрів, що й на рис. 4.3.

Діаграма спрямованості циклотронного випромінювання має чітко виражений мінімум вздовж вісі обертання електрона ($\phi = 90^\circ$). Це відповідає загальновідомим уявленням про діаграму спрямованості диполя Герца.

Порівнюючи спектри перехідного (рис. 4.5 б) та циклотронного (рис. 4.6 б) випромінювання, видно, що, як і слід було чекати, максимум інтенсивності циклотронного випромінювання знаходиться приблизно в тому ж діапазоні частот, що і максимум перехідного. Однак інтенсивність циклотронного випромінювання виявилася на багато порядків меншою.

Отже, циклотронне випромінювання не може дати вагомого внеску до інтенсивності спостережуваних хвиль, і випромінювання, яке спостерігається у досліджуваній події, є швидше перехідним, ніж циклотронним.

4.9. Висновки до розділу 4

У даному розділі проведено розрахунок перехідного випромінювання електрона, який перетинає міжпланетну ударну хвилю, для перевірки припущення, що електромагнітне випромінювання, яке супроводжувало ударну хвилю 22 січня 2004 року, було перехідним випромінюванням релятивістських електронів. Базуючись на параметрах реальної події, було запропоновано модель електрона, що здійснює циклотронне обертання навколо нерухомого центру в неоднорідній плазмі. Вплив магнітного поля на діелектричну проникність не враховувався, оскільки значення циклотронної частоти (~ 300 Гц) та частоти спостережуваного випромінювання (~ 60 - 100 кГц) дуже відрізнялися.

Спершу було отримано розв'язок хвильового рівняння методом ВКБ. Даний метод має обмеження на напрям поширення випромінювання ($\theta \ll \theta_{\text{пор}}$), але все ж таки дозволяє оцінити потужність випромінювання за порядком величини.

Оскільки метод геометричної оптики не дозволяє отримати спектр перехідного випромінювання, то було також розглянуто модель малих збурень діелектричної проникності $\varepsilon(z) = \varepsilon_0 - (\varepsilon_m/2)\text{th}(z/L)$. Розв'язок відповідного хвильового рівняння проводився методом послідовних наближень за малим параметром $\varepsilon_m/\varepsilon_0$.

Для цих моделей було виконано розрахунок перехідного та циклотронного випромінювання електрона з енергією $E_e = 300$ кеВ, радіусом Лармора $R_L = 132$ км, циклотронною частотою $f_c = 282$ Гц, що обертається у неоднорідності з масштабом $L = 150$ км, концентраціями плазми перед фронтом ударної хвилі $n_1 = 1 \cdot 10^5 \text{ м}^{-3}$ та за фронтом $n_2 = 2.2 \cdot 10^5 \text{ м}^{-3}$ та магнітним полем $B = 16 \cdot 10^{-9}$ Т. Ці значення було обрано, виходячи з реальних параметрів спостережуваної події. При розрахунку вважалося, що частинка знаходиться в області неоднорідності протягом часу 1 с. Дане припущення впливає лише на інтенсивність випромінювання, а частотний діапазон випромінювання не залежить від цього часу. Оскільки висновки в цьому розділі базуються лише на даних про частотний діапазон, то деяка неточність оцінки типового часу дрейфу в даному випадку несуттєва.

Результати розрахунків дозволяють окреслити такі властивості перехідного та циклотронного випромінювання.

1. Потужності перехідного випромінювання вперед та назад для релятивістського електрона, що дрейфує через область міжпланетної ударної хвилі, однакові за порядком величини. Діаграми спрямованості випромінювання вперед та назад мають майже ідентичний вигляд. Цей результат є цілком зрозумілим, адже електрон обертається, і випромінювання за та проти градієнту виявляється приблизно однаковим в обох напрямках.

2. Діаграма спрямованості перехідного випромінювання (рис. 4.3) має осцилюючу структуру. Причиною цього явища може бути утворення у далекій зоні інтерференційної картини перехідного випромінювання з різних точок обертальної траєкторії електрона.

3. Для обох розв'язків максимум випромінювання лежить у площині обертання електрона ($\varphi = 0$). Але друга модель застосовна до всіх напрямків поширення

випромінювання, і тому на діаграмі спрямованості у напрямку $\theta = \pi/2$ спостерігається різкий максимум перехідного випромінювання. Для кута $\theta = \pi/2$ наближення ВКБ не виконується і на профілі концентрації плазми з'являється точка повороту електромагнітної хвилі, де $k_z = 0$. Порушення наближення ВКБ вказує на зростання ефективності перехідного випромінювання, що і спостерігається у розрахованій діаграмі спрямованості на рис. 4.5 а.

4. Обчислення потужності перехідного випромінювання обома методами дають результати одного порядку величини. Повна потужність перехідного випромінювання для електрона, що обертається в плазмі з градієнтом концентрації, виявляється значно більшою, ніж при одноразовому прямолінійному проходженні електрона через область неоднорідності. Це дає додатковий доказ на користь можливості спостереження перехідного випромінювання релятивістських електронів у потужній міжпланетній ударній хвилі.

5. Отримано спектр перехідного випромінювання в рамках моделі малих збурень діелектричної проникності (рис. 4.5 б). Максимум обчисленого спектру спостерігається у тій самій області, що і у вимірюваннях [15]. Обчислений спектр отримано для одного електрона, що обертається навколо нерухомого центру в області неоднорідності протягом типового часу дрейфу електрона через фронт Природно очікувати уширення спектру для випадку згустку електронів з розкидом енергій, які обертаються навколо дрейфуючого провідного центру, що й спостерігається в експерименті [15].

6. Було обчислено також циклотронне випромінювання електрона в рамках моделі малих збурень діелектричної проникності (рис. 4.6). Відповідний спектр має максимум у приблизно тому ж самому діапазоні значень, що і перехідне випромінювання, але інтенсивність циклотронного випромінювання (рис. 4.6 б) на багато порядків менша від інтенсивності перехідного (рис. 4.5 б).

Таким чином, спостережуване випромінювання, яким супроводжується фронт міжпланетної ударної хвилі 22 січня 2004 року, дійсно може бути перехідним випромінюванням релятивістських електронів, які перетинають область стрибка параметрів у хвилі.

7. При розкладі струму електрона, що обертається навколо магнітного поля, перпендикулярного до градієнту концентрації плазми, по плоских хвилях густини струму спектр хвильових чисел для заданої частоти виявляється широким. В результаті стає можливим резонансне розсіювання хвиль густини струму на Фур'є-складових діелектричної проникності в електромагнітне випромінювання, чого не може бути для електрона, що прямолінійно рухається вздовж напрямку градієнту концентрації плазми. Цей ефект приводить до суттєвого (в конкретних умовах фронту міжпланетної ударної хвилі – на десятки порядків) зростання інтенсивності перехідного випромінювання електрона, що здійснює циклотронне обертання, в порівнянні з випадком прямолінійного руху.

CONCLUSIONS / ВИСНОВКИ

Дослідження механізмів формування різних типів випромінювання, що супроводжує фронти ударних хвиль у космосі, у тому числі міжпланетних ударних хвиль, далеко від завершення. На сьогодні природа хвильових процесів у околі фронтів ударних хвиль остаточно не визначена та продовжує активно вивчатися.

У дисертаційній роботі на основі даних супутників CLUSTER досліджено хвильові процеси у околі різних типів ударних хвиль у космічній плазмі. Для цього було розроблено відповідні теоретичні моделі, проведено аналітичні та числові розрахунки, комп'ютерне моделювання та статистичну обробку даних супутникових вимірювань. З проведеної роботи можна зробити такі висновки.

1. На основі аналізу розподілів, отриманих шляхом числового моделювання та експериментальних розподілів, отриманих з вимірювань приладів WBD та WHISPER супутників CLUSTER у електронному форшоці ударної хвилі Землі, показано, що за типових умов електронного форшоку Землі кількість ефективних областей, у яких підсилюється ленгмюрівська хвиля, є недостатньою для досягнення нормального розподілу логарифму інтенсивності ленгмюрівських хвиль, тому дані розподіли краще апроксимуються розподілом Пірсона IV типу або β -розподілом.

2. В результаті аналізу модуляції інтенсивності ленгмюрівських та зсунутих за частотою хвиль у діапазоні частот $0.33 f_{Bi} < f < f_{Bi}$ (f_{Bi} – протонна циклотронна частота перед ударною хвилею Землі), виміряних приладом WHISPER супутників CLUSTER на межі електронного форшоку, показано існування прихованої періодичності, яка може бути пов'язана з нестационарністю квазіперпендикулярної частини фронту навколосемної ударної хвилі, причому ймовірність спостереження проявів нестационарності зростає зі збільшенням альвенівського числа Маха згаданої ударної хвилі.

3. Нестационарність і/або хвилястість (rippling) квазіперпендикулярної частини фронту ударної хвилі є досить нерегулярними як у просторі, так і в часі, і не нагадують квазірегулярну структуру, що поширюється по поверхні фронту ударної хвилі, оскільки у досліджених подіях профілі інтенсивності електричного поля та домінуючі частоти періодичностей при аналізі даних з різних супутників зазвичай були відмінними.

4. Випромінювання на фронті міжпланетної ударної хвилі, що спостерігалася супутниками CLUSTER та WIND 22 січня 2004 року в сонячному вітрі, може бути перехідним випромінюванням релятивістських електронів, які перетинають область стрибка параметрів цієї ударної хвилі, оскільки спектр такого випромінювання, обчислений для одного електрона, що здійснює циклотронне обертання у магнітному полі перпендикулярному до градієнту концентрації плазми, має максимум у тому самому діапазоні частот, що й виміряне випромінювання.

5. Перехідне випромінювання електрона, що здійснює циклотронне обертання у слабкому магнітному полі, перпендикулярному до градієнту концентрації плазми, виявляється значно більш інтенсивним (в конкретних умовах фронту міжпланетної ударної хвилі – на десятки порядків), ніж аналогічне випромінювання електрона, що рухається прямолінійно вздовж градієнту, завдяки тому, що в першому з названих випадків, на відміну від другого, розсіювання хвиль густини струму в електромагнітне випромінювання на гармоніках просторового спектру діелектричної проникності може мати резонансний характер.

***Analyse des caractéristiques d'ondes au voisinage des chocs
dans des plasmas spatiaux: observations des satellites
CLUSTER, modélisation et interprétation***

Résumé substantiel en français

Ce texte présente une synthèse de mon travail de thèse effectué en cotutelle entre les Université d'Orléans et Université Nationale de Tarass Shevchenko de Kiev soutenue le 22 juin 2009 à l'Université Nationale de Tarass Shevchenko de Kiev. Sont repris ici, en respectant le plan de mémoire de thèse, les résultats les plus importants qui ont fait l'objet de publications dans des revues officielles à comité de lecture.

Les ondes de choc non collisionnelles dans l'espace ainsi que les processus d'ondes qui leur sont associés ont été largement étudiés depuis leur prédiction théorique [1] et leur découverte expérimentale dans l'espace (chocs planétaires et interplanétaires) [2]. Les observations des satellites ISEE 1-2 (lancés en 1977) ont révélé de nombreuses propriétés intéressantes de ces ondes au voisinage du choc terrestre et des chocs interplanétaires [4]. Ces propriétés dans la plupart des cas étaient inattendues et demandaient en conséquence des recherches théoriques, numériques et expérimentales. Après la mission à deux satellites ISEE, la mission à quatre satellites CLUSTER a été lancée en 2000 pour étudier, entre autres, les processus d'ondes dans le plasma circumterrestre [5]. L'interprétation des données fournies par les satellites est réalisée constamment en relation avec les concepts théoriques existants et les résultats de modélisation numérique [8]. Les propriétés statistiques des amplitudes des ondes de Langmuir dans le pré-choc électronique sont sujettes à un intérêt particulier [10].

Les flux d'électrons accélérés dans la zone quasi perpendiculaire de l'onde du choc terrestre génèrent d'intenses ondes de Langmuir dans la région du pré-choc terrestre lors de leur mouvement vers le vent solaire. L'intensité de ces ondes présente un motif assez irrégulier (wave clumping) qui est généralement expliqué par la présence d'inhomogénéités de densité de plasma provoquant la fin de résonance de l'onde avec le faisceau. La Théorie de la Croissance Stochastique (Stochastic Growth Theory) a été développée pour interpréter les propriétés statistiques de l'énergie des ondes de Langmuir notamment dans le pré-choc de la Terre [11]. Cette théorie repose sur l'hypothèse que l'onde traverse beaucoup de zones d'inhomogénéité avec un taux de croissance/amortissement positif aléatoirement repartissant déterminant la fonction de distribution du logarithme de l'intensité de l'onde normale. La plupart des études statistiques montrent que la distribution de l'énergie de l'onde correspond approximativement à une distribution normale avec cependant des écarts pour les très faibles et les très fortes amplitudes dus respectivement aux effets thermiques et aux effets non linéaires. La comparaison avec d'autres distributions existantes concernant les ondes de Langmuir ayant une amplitude moyenne n'a pas été entreprise. De plus, la dépendance du type de distribution de l'énergie d'onde en fonction du nombre de régions d'amplification traversées par cette onde n'a pas été étudiée antérieurement. Ce travail fait l'objet du chapitre 2.

Au voisinage de l'onde de choc terrestre des processus d'ondes de nature très différentes peuvent exister. L'un de ces processus est l'ondulation de l'onde de choc terrestre qui est une manifestation de non-stationnarité du front de l'onde. Ce phénomène a été mis en évidence par les simulations numériques. Il est très difficile à observer par les mesures *in situ*, car il requiert une présence à long terme des satellites au voisinage proche du front de choc. Un seul événement a été étudié [12], ce qui est loin d'être significatif. Par contre les déformations de la partie quasi perpendiculaire du choc terrestre dues à la non-stationnarité peuvent être détectées à distance par l'analyse de la modulation de l'amplitude des ondes de Langmuir à proximité de la frontière du pré-choc [13]. Cette technique peut fournir un échantillon statistique significatif pour étudier la non-stationnarité du front de choc terrestre (cf. chapitre 3).

Dans le vent solaire, des ondes de choc interplanétaires peuvent également se propager. L'étude d'un événement du 22 janvier 2004, observé par les quatre satellites CLUSTER révèle une augmentation simultanée de la densité des électrons relativistes et des émissions électromagnétiques dans la bande $\sim 1.4-1.6 f_{pe}$, où f_{pe} est la fréquence du plasma électronique [14]. Les auteurs de [15] supposent que cette émission peut être le rayonnement de transition

des électrons relativistes dérivant à travers le front du choc. La validité de cette hypothèse est démontrée théoriquement lors du quatrième chapitre.

L'introduction de ce mémoire met en évidence l'importance de l'analyse des caractéristiques des ondes au voisinage des chocs dans le plasma spatial. Les objectifs, motivations et méthodes d'investigation sont passés en revue. De plus, le degré d'innovation, le bénéfice pour la science et les possibilités d'applications pratiques des résultats y sont exposés. Enfin, la contribution de l'auteur aux travaux réalisés, l'approbation des résultats lors des conférences, séminaires et symposiums sont présentés.

Le premier chapitre est consacré à la revue de la littérature au sujet des processus d'onde se manifestant à proximité des chocs du plasma spatial. La physique des chocs non collisionnels est brièvement expliquée. Le choc terrestre, ainsi que la formation du pré-choc ionique et électronique sont décrits. L'état de l'art de l'origine et des propriétés des ondes de Langmuir en amont du choc terrestre est suivi du point de vue moderne sur la non-stationnarité du choc terrestre. Les paramètres de l'onde de choc interplanétaire observée le 22 janvier 2004 par les satellites CLUSTER et WIND sont donnés. Les propriétés de l'émission électromagnétique associée au front de ce choc sont analysées. Les moyens expérimentaux utilisés pour réaliser ce travail de thèse, i.e. les instruments WDB et WHISPER de la mission multi-satellites CLUSTER, sont présentés.

Les conclusions de ce chapitre justifient la nécessité d'une étude approfondie des processus d'onde au voisinage des chocs de plasmas spatiaux, et particulièrement des propriétés statistiques des ondes de Langmuir dans le pré-choc terrestre, de la non-stationnarité du front de choc terrestre et des processus d'onde près des fronts des chocs interplanétaires.

Dans **le second chapitre** l'interaction faisceau-plasma est étudiée et les propriétés statistiques des ondes de Langmuir de faible amplitude dans la région du pré-choc terrestre et dans le vent solaire sont analysées. Le modèle théorique de la propagation des ondes de Langmuir dans un plasma présentant des inhomogénéités de densité aléatoires utilisé pour la modélisation numérique est introduit. Les résultats obtenus à partir des simulations sont comparés avec les données expérimentales de l'instrument WDB. Une étude statistique de sept évènements sur les ondes de Langmuir dans la région du pré-choc terrestre et dans le vent solaire mesurés par l'instrument WHISPER a également été réalisée.

Les études statistiques précédentes menées sur les ondes de Langmuir au niveau du pré-choc terrestre et dans le vent solaire en amont de l'onde de choc terrestre sont basées sur l'application du théorème central limite. En effet, l'application de ce théorème est justifiée si chaque onde traverse un nombre suffisamment grand d'inhomogénéités de densité pouvant conduire à l'amplification/amortissement de l'onde. Dans ces études il est supposé que les inhomogénéités sont aléatoirement réparties et que chacune d'elles possède une amplitude arbitraire [11]. Dans les conditions typiques du pré-choc, le nombre de ces inhomogénéités est de l'ordre de ~ 10 [11]. La Théorie de la Croissance Stochastique utilise cette approche et prévoit une fonction de distribution de probabilité normale du logarithme de l'intensité des ondes de Langmuir dans le pré-choc et dans le vent solaire. L'un des principaux objectifs de ce chapitre est d'évaluer l'influence du nombre d'inhomogénéités sur la distribution de l'intensité de l'onde afin de vérifier la consistance de l'application d'une loi normale dans la Théorie de la Croissance Stochastique d'un point de vue théorique et expérimentale.

Pour la modélisation numérique le modèle de Nishikawa et Ryutov [107] est utilisé afin de simuler la propagation des ondes de Langmuir dans un plasma présentant des inhomogénéités aléatoires. Pour des raisons de simplicité, le cas stationnaire a été considéré, quand des ondes de Langmuir pénètrent dans un demi-espace $x > 0$ occupé par du plasma instable non uniforme. Les paramètres du plasma et la solution dépendent uniquement de la coordonnée x et de l'angle de déviation θ par rapport à une propagation rectiligne et indépendante du temps. Dans cette configuration l'évolution spatiale du paquet d'ondes est décrite par l'équation de la densité d'énergie spectrale W suivante :

$$v_g \cos \theta \frac{\partial W}{\partial x} = \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(D \sin \theta \frac{\partial W}{\partial \theta} \right) + \Gamma W, \quad (1)$$

où v_g est la vitesse de groupe du paquet d'ondes, $\Gamma(x, k, \theta)$ est le taux de croissance/amortissement de l'énergie de l'onde et θ est l'angle entre l'axe Ox et le vecteur d'onde. L'influence des fluctuations microscopiques de densité de faible amplitude est décrite par le premier terme du second membre de (1), où $D(x, k, \theta)$ est le coefficient de diffusion du vecteur d'onde. Le second terme prend en compte l'amplification/amortissement de la densité d'énergie spectrale due à l'entrée/sortie de résonance avec un flux d'électron lorsque l'onde traverse des inhomogénéités de densité de grande amplitude.

Le taux de croissance $\Gamma(x, \theta)$ est reproduit à partir d'une superposition d'impulsions d'amplitudes aléatoires et de positions arbitraires. Chaque impulsion correspond à une région de résonance avec le faisceau, au moment où le paquet d'ondes traverse des inhomogénéités de forte amplitude. La forme sélectionnée de chaque impulsion est de type Gaussienne. Le nombre moyen d'impulsions est fixé à 50 pour toutes les simulations mais le nombre exact est aléatoire et suit une distribution de Poisson. Le rapport de la largeur totale de la région occupée par les inhomogénéités de forte amplitude sur la largeur de l'impulsion, Δx , est égal au nombre moyen d'impulsions, i.e. 50. Dans ce cas les inhomogénéités se chevauchent mais pour un point donné il n'y a que quelques impulsions se superposant. Afin d'évaluer la fonction de densité de probabilité de l'énergie de l'onde pour certain $x > 0$, il a été réalisé 10 000 simulations à partir de différents profils de taux de croissance. Les profils ont été reproduits en faisant varier aléatoirement l'amplitude et la position des impulsions.

Le résultat de la modélisation numérique a permis d'étudier la dépendance du type de distribution de densité d'énergie spectrale de l'onde en fonction du nombre de fluctuations de densité traversées par le paquet d'ondes. Les auteurs des précédentes études statistiques [71, 77-78] ont confirmé qualitativement la loi normale pour la distribution de probabilité du logarithme de l'intensité d'onde, comme celle prévue par la Théorie de la Croissance Stochastique [11]. Ainsi le principal objectif de cette simulation numérique est d'évaluer le nombre suffisant d'inhomogénéités pour obtenir une distribution normale des intensités de l'onde. Les résultats de la modélisation numérique montrent notamment que pour des paramètres de simulation choisis la distribution du logarithme de l'énergie spectrale de l'onde peut être considérée normale (selon les critères introduits dans [117]) lorsque cette onde traverse au moins ~ 40 inhomogénéités de densité de forte amplitude. Par conséquent, en considérant une distribution normale pour des conditions typiques du pré-choc terrestre, la valeur proposée précédemment, ~ 10 , [72-73] du nombre moyen d'inhomogénéités macroscopiques influençant l'amplification/amortissement de l'onde est sous-estimée. De plus, si effectivement la traversée moyenne de 10 inhomogénéités par les ondes de Langmuir est une estimation correcte pour la région du pré-choc terrestre, les résultats des simulations numériques indiquent alors que la distribution s'écarte grandement d'une loi normale.

Afin de préciser la teneur de ce résultat, les distributions obtenues à partir des simulations numériques et des mesures expérimentales ont été classifiées à l'aide de la technique des courbes de Pearson. La famille des courbes de Pearson décrit une large gamme de distributions présentant un extremum. Elles dépendent de deux paramètres sans dimension β_1 et β_2 caractérisant le skewness et le kurtosis de la distribution:

$$\beta_1 = \frac{\mu_3}{\mu_2^3}, \quad \beta_2 = \frac{\mu_4}{\mu_2^2}, \quad (2)$$

où μ_2 , μ_3 et μ_4 sont les moments centraux d'ordre 2, 3 et 4 de la distribution. Toutes les distributions de Pearson possèdent un extremum et peuvent être décrites par une équation différentielle:

$$\frac{df(x)}{dx} = \frac{x-a}{b_0 + b_1x + b_2x^2} f(x), \quad (3)$$

où a et b_i sont des constantes réelles [112-115]. La distribution normale dans le plan (β_1, β_2) est représentée par un point de coordonnées (0, 3). La plupart des régions du plan correspondent soit à une distribution β , soit à une distribution de Pearson de Type IV. Ces distributions permettent un ajustement plus flexible comparé à la distribution normale, car leurs formes dépendent de quatre paramètres indépendants au lieu de deux dans le cas d'une distribution normale. En effet, les distributions normale et β présentées dans l'équation (3) ont les formes suivantes :

$$f(x) = \frac{1}{(-2\pi b_0)^{1/2}} \exp\left(-\frac{x^2}{-2b_0}\right), \quad (4)$$

$$f(x) = c|x-x_1|^g|x-x_2|^h, \quad (5)$$

avec $g = (b_1 - x_1)/(b_2(x_2 - x_1))$, $h = (x_2 - b_1)/(b_2(x_2 - x_1))$, et où la distribution de Pearson de Type IV est donnée par l'équation:

$$f(X) = c(X^2 + A^2)^{1/(2b_2)} \exp\left(-\frac{B}{Ab_2} \arctan \frac{X}{A}\right), \quad (6)$$

avec $X = x + b_1/(2b_2)$, $B = b_1(1 + 1/(2b_2))$, et $A^2 = b_0/b_2 - b_1^2/(4b_2^2)$.

La figure 1 montre la répartition des distributions obtenues (points rouges) à partir des simulations numériques dans le plan (β_1, β_2) et selon le nombre moyen d'inhomogénéités (N_{imp}).

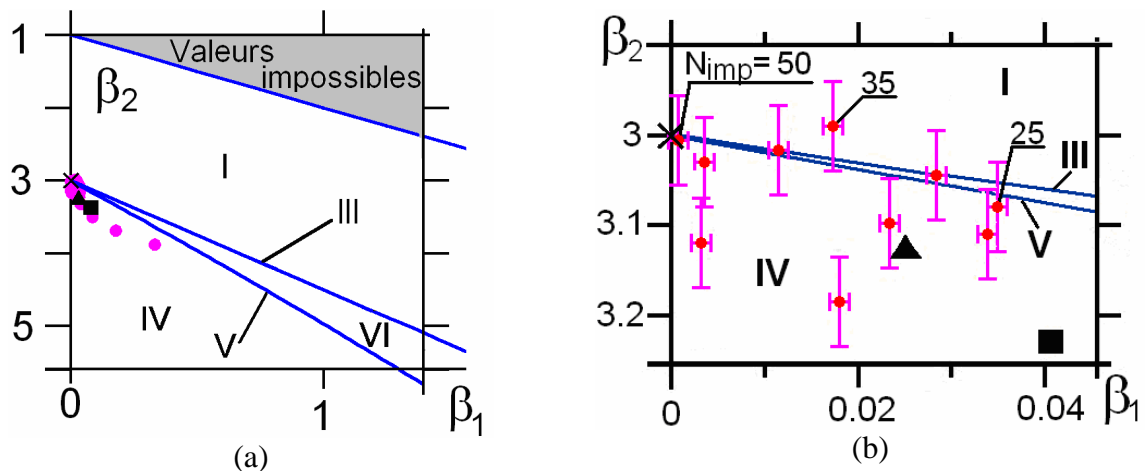


Fig. 1: (a) Le diagramme des différents types de distributions Pearson, associé aux résultats des simulations numériques (cercles rouges) et aux données expérimentales (le triangle et rectangle correspondent aux paramètres de Pearson calculés directement à partir des mesures et de l'ajustement par la distribution Pearson de classe IV via la minimisation de l'erreur χ^2). (b) Une partie agrandie du diagramme précédent. Pour plusieurs points les nombres effectifs de régions avec un taux de croissance positif, N_{imp} , sont représentés. Une croix noire indique la distribution normale. Les régions correspondant aux diverses classes de distributions sont annotées avec des chiffres romains.

Cette figure suggère que pour un nombre d'inhomogénéités inférieur à ~ 40 , les distributions appartiennent principalement à la catégorie des fonctions de Pearson de type IV. Au-delà de 40, les distributions peuvent être considérées normales. Cette conclusion est faite selon des critères de distribution normale introduits dans [117].

Les données expérimentales des instruments WBD et WHISPER de CLUSTER concernant les ondes de Langmuir dans le pré-choc terrestre et le vent solaire ont été étudiées d'un point de vue statistique afin de justifier les résultats obtenus à partir des simulations numériques. Les fonctions de densité de probabilité obtenues expérimentalement ont été ajustées en utilisant la méthode de minimisation de l'erreur χ^2 . Un évènement comportant 10 027 valeurs d'intensité d'onde a été sélectionné parmi les données de l'instrument WBD. La gamme d'intensité d'onde a été divisée en 30 intervalles équi-repartis selon une échelle logarithmique afin de produire l'histogramme de l'intensité des ondes. Ce dernier est proportionnel à la fonction de densité de probabilité pour le logarithme de la densité de l'énergie spectrale de l'onde estimée à partir des simulations numériques. La fonction de densité de probabilité a été ajustée suivant une distribution de Pearson de type IV et une distribution normale. Les valeurs de l'erreur χ^2 pour les ajustements par la loi de Pearson de type IV selon la méthode de minimisation de l'erreur χ^2 et la méthode des moments empiriques sont respectivement égales à 20.88 et 26.69. L'ajustement suivant la distribution normale a la plus grande valeur de minimum d'erreur $\chi^2 - 66.44$ (Fig. 2). Ceci suggère notamment que la loi normale semble être moins appropriée que la loi de Pearson de type IV pour décrire la distribution de l'intensité des ondes de Langmuir lors de l'évènement étudié.

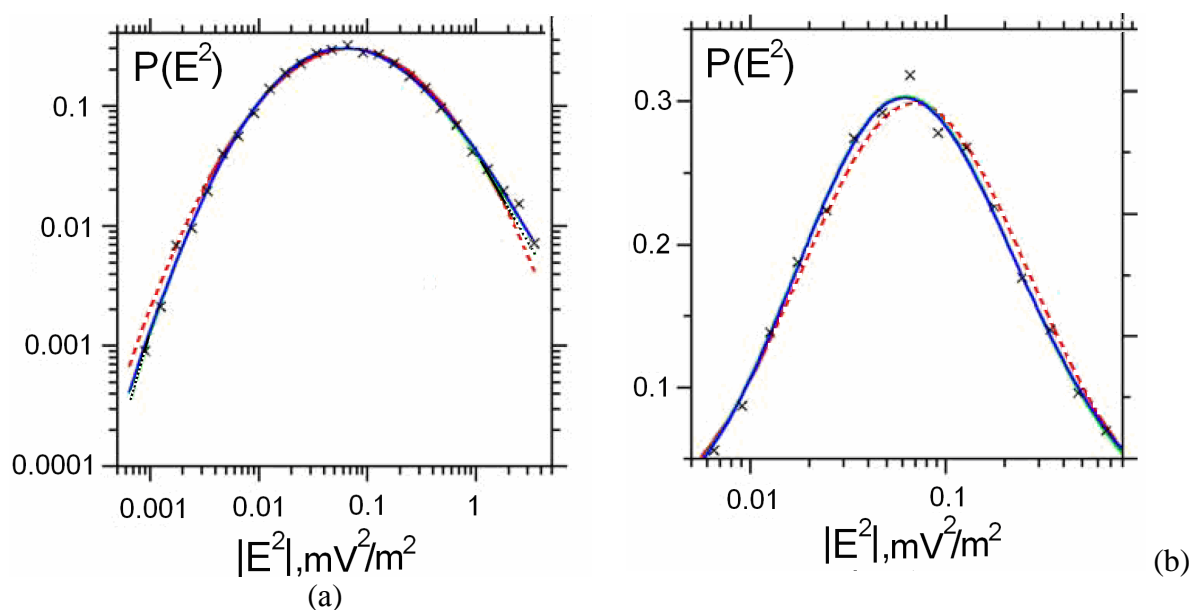


Fig. 2. Fonction de densité de probabilité (PDF – Probability Density Function) pour le logarithme de la densité de l'énergie de l'onde de Langmuir durant l'intervalle de temps 9:25–9:47 UT le 17 février 2002, quand les satellites CLUSTER se trouvaient au sein du pré-choc terrestre (croix noires). La ligne rouge montre l'ajustement par la distribution normale selon la méthode de minimisation de l'erreur χ^2 . Les lignes bleues et vertes correspondent aux ajustements par la distribution Pearson de type IV. L'ajustement représenté par la ligne bleue a été obtenu par la méthode de minimisation de l'erreur χ^2 , alors que pour l'autre ajustement, représenté par la ligne verte, les paramètres ont été calculés à partir des estimations des moments de la distribution empirique. Les échelles logarithmique (a) et linéaire (b) pour les PDFs sont utilisées pour montrer la différence entre les distributions, que ce soit aux extrémités ou près du sommet.

Les mesures de l'instrument WHISPER ont permis de mettre en évidence sept évènements durant lesquels les satellites CLUSTER ont détecté d'intenses ondes de Langmuir au niveau

du pré-choc terrestre et du vent solaire. Ces évènements qui sont différents en termes de fréquence plasma, de durée et de nombre de mesures ont été utilisés pour une étude statistique plus importante. Les histogrammes de l'intensité logarithmique correspondants ont été ajustés suivant une distribution Pearson de type IV, une distribution β , et une loi normale.

Les évènements, leurs paramètres ainsi que les valeurs des minima d'erreur d'ajustement χ^2 obtenus lors de la méthode de minimisation de l'erreur χ^2 pour les histogrammes des logarithmes d'intensité d'onde sont résumés dans le tableau 1. Pour tous ces évènements, l'ajustement par la distribution β ou celle de Pearson Type IV donnent un meilleur résultat, c'est-à-dire que l'erreur d'ajustement χ^2 est inférieure à celle de la distribution normale (cf. Tableau 1).

Le **troisième chapitre** est consacré à l'analyse statistique de la non-stationnarité de la partie quasi perpendiculaire de l'onde du choc terrestre. Dans cette optique, les mesures des ondes de Langmuir au niveau du choc terrestre fournies par les instruments WHISPER des satellites CLUSTER ont été utilisées.

Dans cette étude, des manifestations de non-stationnarité tels que les ondulations/plissements sont considérées [18]. Jusqu'à présent, la non-stationnarité du front d'onde du choc terrestre est étudié essentiellement par le biais de la modélisation numérique [40]. L'étude expérimentale de la non-stationnarité du front du choc terrestre est très difficile, car elle nécessite la présence sur une longue durée des satellites au proche voisinage du front de choc. De plus, la résolution spatiale des observations est limitée par la distance de séparation des satellites.

Les auteurs de [13] proposent une méthode indirecte de détection à distance de la non-stationnarité de la partie quasi perpendiculaire de l'onde du choc terrestre. Le pré-choc est constitué d'électrons réfléchis et accélérés dans la zone quasi perpendiculaire du choc terrestre. Ces flux se propagent suivant la direction du soleil le long des lignes de champ magnétique et excitent les ondes de Langmuir du plasma local. Ces ondes électrostatiques sont détectées par les appareils embarqués dans les satellites se trouvant dans la région du pré-choc électronique [13, 122]. La déformation du front du choc doit conduire à des changements significatifs de ces flux et par conséquent des spectres du champ électrique mesuré. L'ondulation de la zone quasi perpendiculaire du front du choc entraîne une modulation du flux d'électrons et de l'intensité des ondes de Langmuir.

Tableau 1

Les paramètres des évènements et résultats des ajustements

	Jour, heure (TU)	N	f_{pe} , kHz	Erreur χ^2			Type de distribution pour un ajustement optimal
				β	Type-IV	normale	
1	17.02.2002, 09:25–10:13	3742	29.13	24.00	22.42	49.12	Type-IV
2	01.02.2003, 21:25–24:00	10590	16.44	91.96	41.72	149.81	Type-IV
3	03.03.2003, 17:08–17:23	6543	35.97	38.64	36.70	77.85	Type-IV
4	14.02.2005, 15:57–16:27	9181	23.86	31.80	32.19	49.43	β
5	28.02.2005, 01:13–01:31	7066	19.69	82.52	62.55	68.16	Type-IV
6	28.02.2005, 01:39–01:53	7627	21.32	89.27	95.38	186.18	β
7	28.02.2005, 01:45–01:52	4017	21.32	36.89	35.12	91.50	Type-IV

N – nombre total de mesures effectuées pour l'étude statistique.

Les données expérimentales utilisées pour cette étude ont été obtenues à partir des satellites CLUSTER via l'instrument WHISPER entre janvier et début mai 2001. Durant cette

période les quatre satellites CLUSTER traversèrent l'onde du choc terrestre à plusieurs reprises et réalisèrent une multitude d'observations des ondes électrostatiques du pré-choc. 48 passages de la limite du pré-choc avec dominance d'ondes de Langmuir ont été sélectionnés. La dynamique de l'intensité du champ électrique a été analysée pour chacun de ces événements. La distribution de cet échantillon en fonction du nombre de Mach montre qu'à la fois les faibles et les fortes ondes de choc étaient présentes dans cette étude (cf. Fig. 3 a). Cela permet de réaliser une analyse statistique robuste de la non-stationarité du choc terrestre.

L'énergie des ondes de Langmuir intervenant dans cette étude est mesurée par l'instrument WHISPER dans son mode opérationnel passif. Ces mesures sont échantillonnées de manière irrégulière à cause des mesures en mode de fonctionnement actif de l'instrument, qui viennent s'intercaler entre les mesures du mode passif. Pour palier ce problème de résolution temporelle et afin de détecter la modulation de l'intensité des ondes, la méthode de Lomb [128] a été utilisée. Cette dernière peut être employée pour trouver des périodicités cachées dans des données échantillonnées de manière inégale.

Les résultats de la modélisation numérique indiquent que la fréquence associée aux ondulations/plissements du front de choc est comprise dans l'intervalle de fréquence $0.33 f_{Bi} < f < f_{Bi}$, où f_{Bi} est la gyrofréquence du proton [82]. C'est pour cette raison que les périodicités cachées sont recherchées dans cette gamme de fréquence.

L'analyse des 48 événements a montré que les périodicités de l'intensité du champ électrique pouvant être formées par l'ondulation de la surface du choc terrestre sont absentes pour les chocs ayant un faible nombre de Mach. Le nombre de manifestations de ces périodicités augmente avec le nombre de Mach de choc (Fig. 3 b).

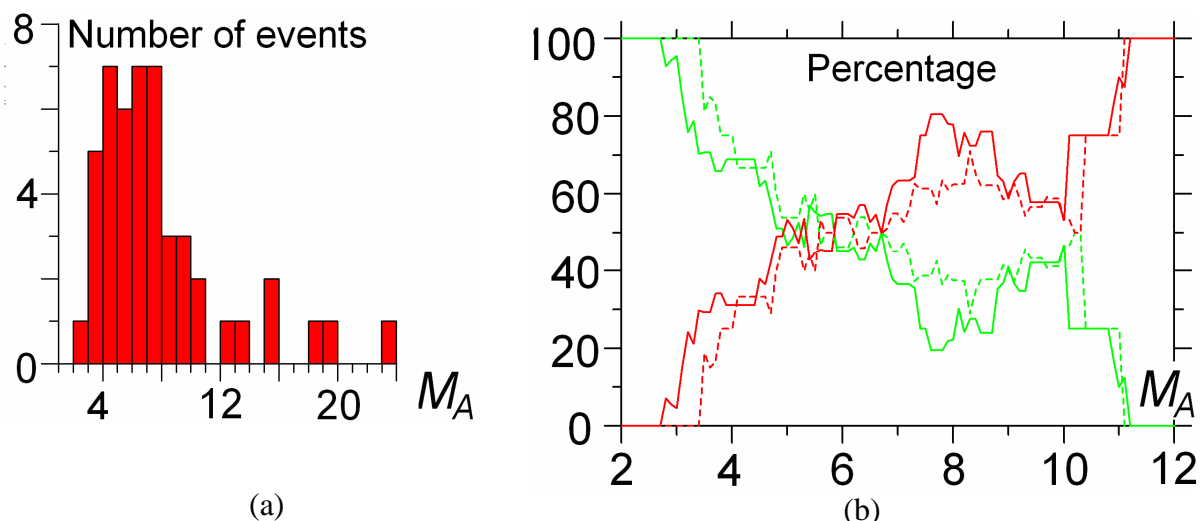


Fig. 3: (a) histogrammes des estimations pour un nombre de Mach d'Alfvén caractérisant des chocs quasi perpendiculaires aux passages sélectionnés de la limite du pré-choc; (b) dépendance du pourcentage de chocs stationnaires (lignes vertes) et non stationnaires (lignes rouges) en fonction du nombre de Mach d'Alfvén perpendiculaire (traits pleins) et du nombre de Mach d'Alfvén du vent solaire (traits pointillés). Afin de limiter la dispersion statistique, le nombre de chocs est calculé pour des intervalles de nombres de Mach de longueur 2 pour chaque point représenté sur les graphiques.

Cette tendance est en accord avec les propriétés des ondulations du front de choc obtenues par le biais des simulations numériques [9, 40].

Le quatrième chapitre de la thèse est dédié au calcul du rayonnement de transition des électrons relativistes au front du choc interplanétaire.

Pour cette étude, le choc interplanétaire du 22 janvier 2004, observé par les satellites CLUSTER et WIND a été considéré. Ce choc est quasi perpendiculaire ($\theta_B = 80^\circ$) et présente un nombre de Mach élevé ($M_A = 5.6$). Des mesures montrent une augmentation de densité des électrons relativistes ayant des énergies allant jusqu'à 300 keV au voisinage du front du choc

[14-15]. De surcroît, le front d'onde est accompagné d'une intense émission de rayonnement électromagnétique de fréquence $f > 1.4 f_{pe}$ (65-90 kHz). Cette observation pourrait être interprétée comme étant le Rayonnement Kilométrique Auroral (AKR), en notant toutefois que son intensité augmente considérablement au passage du front de choc. Cette augmentation peut être expliquée par une contribution du rayonnement de transition relativiste des électrons relativistes traversant le front du choc.

Afin de vérifier cette hypothèse, le modèle théorique décrivant le mouvement d'un électron relativiste dérivant à travers une région d'inhomogénéité de densité de plasma a été développé. En prenant en compte les paramètres réels de l'évènement, les électrons relativistes et ceux du choc, il a été déduit que la trajectoire de l'électron est rotative avec une forme relativement compliquée (cf. Fig. 4 a).

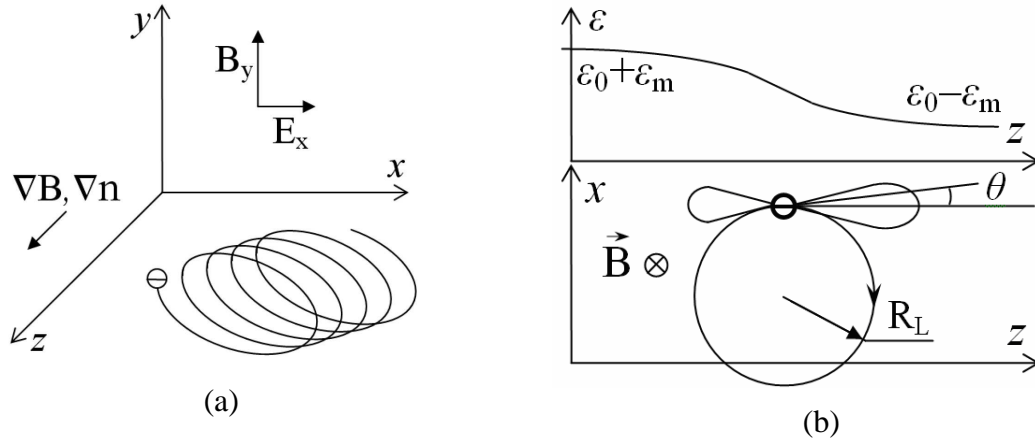


Fig. 4 : (a) configuration des champs, gradients et trajectoire de dérivation de l'électron dans la région du front de choc interplanétaire, (b) modèle d'un électron en rotation dans le profil de permittivité diélectrique $\epsilon(z) = \epsilon_0 - (\epsilon_m/2)\tanh(z/L)$ (graphiques schématiques).

Dans le but d'affiner le modèle, les éléments suivants sont considérés. Tout d'abord il a été présumé que le champ magnétique contribue seulement à la formation des trajectoires curvilignes des électrons; en effet la composante constante du champ magnétique s'avère trop petite pour contribuer de façon notable à la valeur de permittivité diélectrique.

Ensuite le modèle de rotation d'un électron relativiste autour du centre immobile, au sein de la région d'inhomogénéité pendant le temps typique de dérivation est introduit. Cela est valable puisque la vitesse du centre de dérivation est très inférieure à la vitesse de rotation cyclotronique d'un électron.

L'équation d'onde associée au vecteur potentiel a donc pour forme:

$$\text{grad div} \vec{A} - \Delta \vec{A} = \frac{4\pi}{c} \vec{j} + \epsilon k_0^2 \vec{A}, \quad (7)$$

où A est un vecteur potentiel, j est la densité de courant de l'électron en rotation, $\epsilon(z)$ est la permittivité diélectrique. L'équation (7) peut être résolue après décomposition de la densité de courant en ondes planes.

Tout d'abord, un profil de densité linéaire est considéré et l'équation d'onde est résolue en utilisant l'approximation WKB. Les résultats du calcul ont permis d'étudier certaines propriétés du rayonnement de transition, mais il était impossible d'établir le spectre du rayonnement. L'approximation WKB n'est pas applicable pour des angles de rayonnement proches de $\pi/2$ par rapport à la direction du gradient de densité. En conséquence, le diagramme directionnel ne peut être obtenu que pour un intervalle d'angles limité, et le spectre est estimé de façon approximative.

Ainsi, le modèle de faibles perturbations de la permittivité diélectrique a été utilisé pour établir le spectre du rayonnement de transition de l'électron relativiste dérivant à travers le

front de choc. Dans le cadre de ce modèle, la permittivité diélectrique est considérée comme une somme de la composante constante ε_0 et de la partie variable ε_1 telle que $\varepsilon(z) = \varepsilon_0 + \varepsilon_1(z) = \varepsilon_0 - (\varepsilon_m/2)\tanh(z/L)$ (cf. Fig. 4 b).

Par conséquent, l'équation d'onde (7) a été résolue via la méthode des approximations successives par petit paramètre $\varepsilon_m/\varepsilon_0$ [134]. Les résultats de cette résolution ont permis d'obtenir le diagramme directionnel et le spectre du rayonnement de transition et du rayonnement cyclotron pour le champ distant (cf. Fig. 5).

Le diagramme directionnel du rayonnement de transition est présenté sur la figure 5 a. Le maximum de rayonnement correspond à la direction perpendiculaire par rapport au gradient de densité ($\theta = \pi/2$), où l'approximation WKB ne peut être appliquée. La propagation de l'onde selon cette direction est un phénomène similaire à la présence d'un point de réflexion sur le profil de densité et le rayonnement de transition associée croît considérablement.

La valeur maximale du spectre du rayonnement de transition calculé appartient au même domaine de fréquence que la radiation observée par les satellites au voisinage du front de choc.

Le diagramme directionnel déterminé pour le rayonnement cyclotron est équivalent au diagramme directionnel du dipôle magnétique de Hertz. Le spectre du rayonnement cyclotron atteint également son maximum dans la même gamme de fréquence que le rayonnement de transition, mais son amplitude est significativement inférieure. Le rayonnement de transition contribue ainsi majoritairement au rayonnement total.

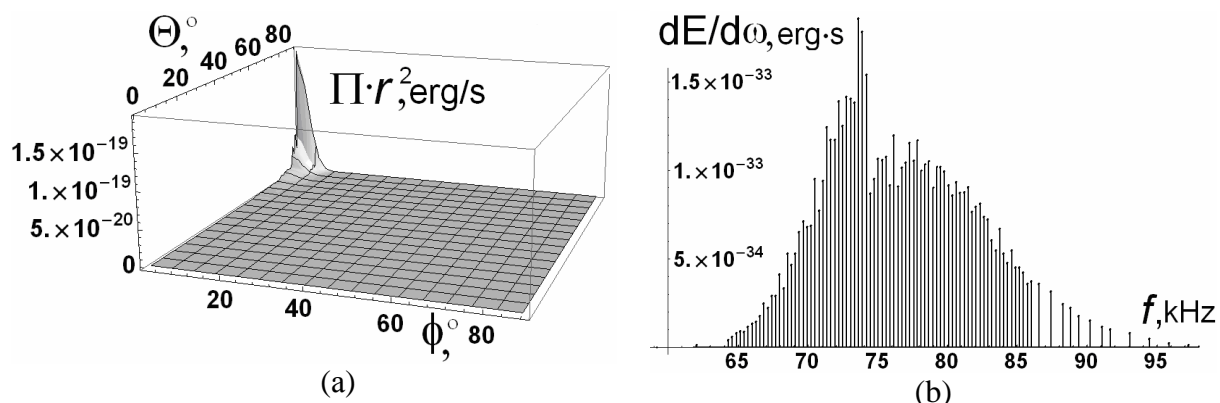


Fig. 5: Le diagramme directionnel (a) et le spectre (b) du rayonnement de transition d'électron en rotation dans la région du choc interplanétaire. Les calculs correspondent à un électron relativiste d'énergie $E_e = 300$ keV en rotation dans des plasmas de densités $n_1 = 1 \cdot 10^5 \text{ m}^{-3}$ et $n_2 = 2.2 \cdot 10^5 \text{ m}^{-3}$ respectivement avant et après le front de choc, champ magnétique $B = 1.6 \cdot 10^{-8}$ T et échelle d'inhomogénéité $L = 150$ km.

Le spectre des vecteurs d'ondes, pour une fréquence donnée, obtenu par décomposition du courant d'électron en ondes planes, s'avère être plutôt large. Ceci est possible dans le modèle en question puisque l'électron tourne autour des lignes de champ magnétique perpendiculairement au gradient de densité du plasma. En conséquence, la dispersion de résonance des ondes de densité de courant sur les composantes de Fourier de permittivité électrique devient possible, contrairement au cas de mouvement rectiligne de l'électron le long du gradient de densité. Cet effet conduit à une croissance considérable de l'intensité du rayonnement de transition pour l'électron effectuant une rotation de cyclotron en comparaison avec le cas d'un mouvement rectiligne. Dans les conditions spécifiques du choc interplanétaire réunies le 22 janvier 2004, la croissance de l'intensité du rayonnement de transition causée par la trajectoire rotative de l'électron est supérieure de plusieurs dizaines d'ordres de grandeur.

CONCLUSIONS

Au cours de cette thèse, les processus d'ondes au voisinage des divers types de chocs au sein des plasmas spatiaux ont été étudiés grâce aux données des satellites CLUSTER. Cette étude a mis en œuvre des modèles théoriques faisant intervenir des calculs numériques et analytiques, ainsi que des analyses statistiques de données des satellites. Les résultats obtenus ont conduit aux conclusions suivantes.

1. En considérant les propriétés statistiques des ondes de Langmuir mesurées par les instruments WHISPER et WBD des satellites CLUSTER, il apparaît que les distributions de probabilité des logarithmes d'énergie des ondes de Langmuir dans le pré-choc terrestre (obtenues grâce à l'analyse des données expérimentales et la modélisation numérique) ont un meilleur ajustement par la distribution Pearson de type IV et la distribution β plutôt que la distribution normale. Ce phénomène peut être expliqué par une meilleure flexibilité de ces distributions par rapport à la distribution normale. Les résultats de la modélisation numérique et l'analyse des données statistiques ont montré que la principale raison de formation de distributions plus complexes est le nombre insuffisant de régions où les ondes s'amplifient. Par conséquent, le théorème central limite appliqué aux logarithmes des énergies des ondes de Langmuir est inapproprié dans les conditions typiques du pré-choc.

2. Pour la première fois une analyse statistique du comportement non stationnaire de la zone quasi perpendiculaire de l'onde du choc terrestre a été entreprise. Pour cela des mesures du spectre du champ électrique effectuées à bord des satellites CLUSTER par l'instrument WHISPER durant 48 passages de la frontière du pré-choc sont utilisées. Sont considérés, parmi ces données, les événements avec dominance d'ondes de Langmuir. La non-stationnarité du front de choc a été étudiée en appliquant une méthode de détection à distance de la partie quasi perpendiculaire de la surface du choc terrestre. Cette méthode est basée sur l'analyse de modulation des oscillations du champ électrique HF correspondant aux ondes de Langmuir et aux ondes électrostatiques avec fréquence décalée dans le pré-choc électronique. L'analyse des périodicités cachées au sein de l'énergie des ondes du plasma révèle une non-stationnarité du front de choc dans l'intervalle de fréquence $0.33 f_{Bi} < f < f_{Bi}$, où f_{Bi} est la gyrofréquence du proton en amont du choc, et montre que la probabilité d'observer une telle non-stationnarité croît avec le nombre de Mach. Ces propriétés sont en accord avec les résultats de la modélisation numérique à propos de l'ondulation de la surface du choc terrestre.

3. Les profils observés à bord des différentes satellites et les fréquences dominantes des périodicités sont habituellement différents pour les événements étudiés. Ainsi la non-stationnarité et/ou l'ondulation semblent être assez irrégulières à la fois dans l'espace et dans le temps plutôt que de ressembler à une onde quasi régulière se propageant à la surface du choc.

4. Le rayonnement détecté par les satellites CLUSTER et WIND le 22 janvier 2004 au voisinage du front de choc interplanétaire peut être interprété comme étant un rayonnement de transition des électrons relativistes traversant une région d'inhomogénéité de densité dans le front du choc. Cette hypothèse est confirmée par le spectre du rayonnement de transition de l'électron relativiste, ce dernier présentant un maximum dans le même domaine de fréquences que les mesures. Le calcul de la radiation de transition a été effectué pour un électron en rotation dans une région d'un plasma inhomogène durant le temps typique de dérivation de l'électron à travers le front du choc.

5. Le spectre des vecteurs d'ondes, pour une fréquence donnée, obtenu par décomposition du courant d'électron en ondes planes, s'avère être plutôt large. Ceci est possible dans le modèle en question puisque l'électron tourne autour des lignes de champ magnétique perpendiculairement au gradient de densité du plasma. En conséquence, la dispersion de résonance des ondes de densité de courant sur les composantes de Fourier de permittivité électrique devient possible, contrairement au cas de mouvement rectiligne de l'électron le long du gradient de densité. Cet effet conduit à une croissance considérable de l'intensité du rayonnement de

transition pour l'électron effectuant une rotation de cyclotron en comparaison avec le cas d'un mouvement rectiligne. Dans les conditions spécifiques du choc interplanétaire réunies le 22 janvier 2004, la croissance de l'intensité du rayonnement de transition causée par la trajectoire rotative de l'électron est supérieure de plusieurs dizaines d'ordres de grandeur.

Wave characteristics analysis in the vicinity of shocks in space plasmas: CLUSTER satellite observations, numerical simulation and interpretation

Substantial abstract in English

Shock waves in space and wave processes in their vicinity have continually been studied since the theoretical prediction of the collisionless shocks [1] and their further experimental detection in space (planetary and interplanetary shocks) [2]. The observations of satellites ISEE 1-2 revealed many interesting properties of the waves near Earth shock and shocks in the solar wind [4]. After the ISEE two-satellite project the four satellites CLUSTER satellites were launched for the further *in situ* studies of the near-Earth space plasma [5]. The interpretation of the satellite data is performed continuously in relation with existing theoretical concepts and numerical modeling results [8]. The statistical properties of the Langmuir wave amplitudes in electron foreshocks are the subject of the special interest [10].

The fluxes of electrons accelerated in the quasi-perpendicular region of the Earth's bow shock generate intense Langmuir waves in the electron foreshock region while moving upstream. The intensity of these waves has quite irregular pattern (wave clumping) that is usually explained by the presence of plasma density inhomogeneities moving the wave out of resonance with the beam. The Stochastic Growth Theory was developed to interpret the statistical properties of the Langmuir wave energy in the Earth's foreshock [11]. This theory is built on the assumption that the wave passes many inhomogeneity regions with energy increment/decrement and the intensity logarithm distribution function is normal. Most statistical studies show that the wave energy distribution correspond approximately to the normal one with some discrepancies for very small and very large amplitudes due to thermal and nonlinear effects respectively. A comparison with other existent distributions for Langmuir waves having average amplitude was not performed. Moreover the dependence of the wave energy distribution type on the increment regions quantity crossed by the wave was not studied before. This study underlies the subject of chapter 2.

The Earth's bow shock rippling is a non-stationarity manifestation that was observed in numerical experiments. This phenomenon is very difficult to study by satellites measurements, because it demands long term presence of the spacecraft in the close vicinity of the shock front. A single-event study was performed [12], but it cannot be considered general enough. In such case the deformations of bow shock quasiperpendicular part due to the nonstationarity can be detected remotely by the analysis of modulation of Langmuir wave amplitudes close to the foreshock boundary [13]. This technique can provide a sufficient statistical sample for the Earth's bow shock front non-stationarity investigation (see chapter 3).

In the solar wind CLUSTER spacecraft can also observe interplanetary shocks. Measurements near a high Mach number shock observed on January, 22, 2004 [14] show simultaneous increase of the relativistic electron density and observation of the electromagnetic emission on the frequency $\sim 1.4-1.6 f_{pe}$, where f_{pe} is the electron plasma frequency. The authors of [15] assumed that this emission can be transition radiation of relativistic electrons drifting through the shock ramp. The approval of this hypothesis demands theoretical calculation of the transition radiation performed in fourth chapter of the present thesis.

The introduction to the thesis shows the importance of the wave characteristics analysis in the vicinity of space plasma shocks. The objectives, motivation and investigation methods are outlined. Moreover, the information about scientific novelty, possibilities of practical application of the results, the author's contribution to the performed work, results presentation at conferences, seminars and symposia is given.

The first chapter is devoted to a literature review of the wave processes occurring in the vicinity of space plasma shocks. The physics of collisionless shocks is briefly explained. The Earth's bow shock and the reasons for the electron and ion foreshock formation are described. The state-of-the-art of the origin and the properties of the Langmuir wave upstream of the Earth's shock are reviewed in detail. The modern understanding of the Earth's shock non-stationarity is presented. The parameters of the interplanetary shock wave observed on January, 22, 2004 by CLUSTER and WIND satellites are given. The properties of the electromagnetic emission associated with the shock front are analyzed.

The multisatellite project CLUSTER and the properties of some of its instruments, namely WBD and WHISPER, are discussed briefly. The conclusions from this chapter justify the necessity of further research of wave processes in the vicinity of space plasma shocks, specifically, statistical properties of Langmuir waves in the Earth's foreshock, the Earth's shock front nonstationarity and wave processes near interplanetary shock fronts.

In **the second chapter** the beam-plasma interaction is investigated and statistical properties of small-amplitude Langmuir waves in the Earth's electron foreshock and in the solar wind are analyzed. The theoretical model of the Langmuir waves' propagation in plasma with density inhomogeneities is introduced and used for numerical modeling. Obtained numerical simulation results were compared with experimental data from the WBD instrument placed aboard CLUSTER spacecraft. An extensive statistical investigation of seven Langmuir wave events in the Earth's foreshock and in the solar wind using observations from the WHISPER instrument of the CLUSTER multi-satellite project was also performed.

Previous statistical investigation of Langmuir waves at the Earth's foreshock and in the solar wind upstream the Earth's bow shock were based on the Central Limit Theorem application. Indeed, this is justified assuming that every wave passes many (~ 10 for typical conditions of the electron foreshock [11]) density inhomogeneities that can cause amplitude growth/damping, and these inhomogeneities are placed arbitrary in space and have arbitrary amplitudes [11]. This approach is used in the Stochastic Growth Theory, predicting normal probability distribution function of Langmuir wave intensity logarithm at the Earth's foreshock and in the solar wind.

Numerical modeling and statistical study of *in situ* experimental data were carried out to verify and elaborate the results of the Stochastic Growth Theory. The Nishikawa and Ryutov [107] model was used for the simulation of the Langmuir wave propagation in a plasma with random inhomogeneities. For simplicity the stationary case was considered, when Langmuir waves enter a half-space $x > 0$ occupied by an unstable inhomogeneous plasma. Both the plasma parameters and the solution depend only on coordinate x and angle θ showing the deviation from straight propagation and do not depend on time. Then the spatial evolution of the wave packet is governed by the following equation for spectral energy density W :

$$v_g \cos \theta \frac{\partial W}{\partial x} = \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(D \sin \theta \frac{\partial W}{\partial \theta} \right) + \Gamma W, \quad (1)$$

where v_g is wave packet group velocity, $\Gamma(x, k, \theta)$ is an effective damping/growth rate for wave energy and θ is the angle between the x -axis and wave vector. The influence of microscopic small-amplitude density fluctuations is described by the first term on the right-hand-side in (1), where $D(x, k, \theta)$ is the wave vector diffusion coefficient. The second term takes into account the wave spectral energy density growth/damping due to coming in/out of resonance with an electron beam when wave crosses large-amplitude density inhomogeneities.

For the numerical simulation the growth rate $\Gamma(x, \theta)$ was chosen in the form of a superposition of random amplitude impulses with random positions. Every impulse corresponded to the region of the resonance with a beam, when the wave packet crossed a large-amplitude inhomogeneity. The form of every impulse was chosen to be Gaussian. The mean number of impulses was chosen to be equal to 50 for all runs, but the exact number was random and followed the Poisson distribution. The ratio of the total width of the region occupied by large-amplitude inhomogeneities to the impulse width, Δx , was equal to the mean number of impulses, 50. Thus in the case considered the inhomogeneities overlapped, but for a given point there were only a few overlapping impulses. To estimate the probability density function of the wave energy for given $x > 0$, the results of 10 000 runs were taken with different profiles of the growth rate, where both the number of impulses, their amplitudes and

positions were chosen randomly, in accordance with the corresponding probability distributions.

The results of the numerical modelling allowed one to investigate the dependence of the wave spectral energy density distribution type on the number of density fluctuations passed by wave packet. The authors of the previous statistical studies [71, 77-78] confirmed qualitatively the normal law for the probability distribution of the logarithm of the wave intensity, as the one predicted by the Stochastic Growth Theory [11]. Therefore the main objective of the presented numerical simulation was to determine the sufficient number of inhomogeneities providing normal distribution of the wave intensities. According to criteria given in [117], for chosen simulation parameters the distribution of the spectral wave energy logarithm obtained numerically could be considered normal after 40 or more inhomogeneities were passed by the wave. Consequently, presuming normal distribution for typical conditions of the Earth's foreshock, the previously proposed value, ~ 10 , [72-73] of the average number of macroscopic inhomogeneities influencing wave growth/damping is underestimated. On the other hand, if ~ 10 large amplitude inhomogeneities is the correct estimate for the Earth's foreshock, the presented numerical simulation results predict a distribution different from a normal one.

The Pearson's curves technique was used to classify the results of the numerical modeling and the experimental data analysis. The family of Pearson's curves describes a wide class of distributions having one extremum. They depend on two dimensionless parameters β_1 and β_2 , characterizing the asymmetry (skewness) and peakedness (kurtosis) of the distribution:

$$\beta_1 = \frac{\mu_3}{\mu_2^3}, \quad \beta_2 = \frac{\mu_4}{\mu_2^2}. \quad (2)$$

where μ_2 , μ_3 and μ_4 are three central moments of the distribution. All Pearson's distributions have one extremum and can be described by the differential equation

$$\frac{df(x)}{dx} = \frac{x-a}{b_0 + b_1x + b_2x^2} f(x), \quad (3)$$

where a and b_i are real constants [112-115]. Normal distribution on the (β_1, β_2) plane is represented by one point $(0, 3)$, and most regions on the plane correspond to β -distribution or Pearson Type IV distribution. These distributions are more flexible for fitting in comparison with the normal one, because their form depends on four free parameters compared to two free parameters of the normal distribution. Indeed, the normal and the β -distribution in the notation of equation (3) have the forms:

$$f(x) = \frac{1}{(-2\pi b_0)^{1/2}} \exp\left(-\frac{x^2}{-2b_0}\right), \quad (4)$$

$$f(x) = c|x-x_1|^g |x-x_2|^h, \quad (5)$$

where $g = (b_1 - x_1)/(b_2(x_2 - x_1))$, $h = (x_2 - b_1)/(b_2(x_2 - x_1))$, and the Pearson Type IV distribution is given by the equation:

$$f(X) = c(X^2 + A^2)^{1/(2b_2)} \exp\left(-\frac{B}{Ab_2} \arctan \frac{X}{A}\right), \quad (6)$$

where $X = x + b_1/(2b_2)$, $B = b_1(1 + 1/(2b_2))$, and $A^2 = b_0/b_2 - b_1^2/(4b_2^2)$.

The distributions obtained by numerical modelling for different number of density inhomogeneities are presented in Fig. 1.

The results of numerical modelling for chosen parameters showed that the distribution of the wave spectral energy logarithm became normal when the wave crossed 40 or more inhomogeneities. This conclusion was made according to the criteria for normal distribution introduced in [117]. Smaller number of inhomogeneities resulted in Pearson Type IV distribution.

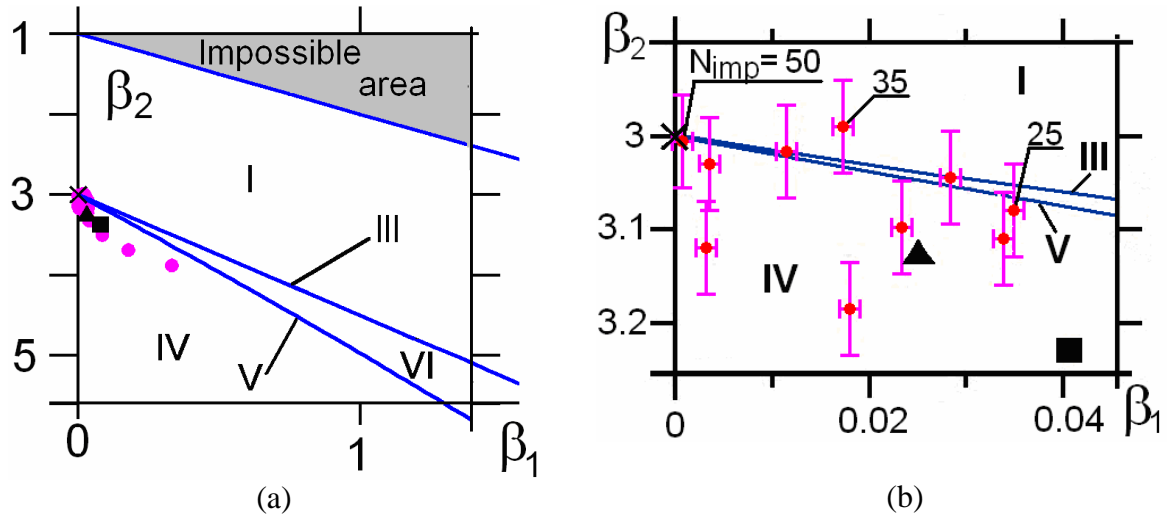


Fig. 1: (a) The diagram for various types of Pearson distributions, together with the results of numerical simulations (red circles) and experimental data (triangle and rectangle correspond to Pearson parameters calculated directly from measurements and from the χ^2 -error minimization fitting of the Pearson class IV distribution). A black cross corresponds to the normal distribution. (b) An enlarged part of previous diagram. For several points the effective numbers of regions with the positive growth rate, N_{imp} , are shown. The regions corresponding to different distribution classes are denoted by Roman numerals.

The experimental data of the WBD and WHISPER instruments of CLUSTER spacecraft for Langmuir waves in the Earth's foreshock and in the solar wind were studied statistically to justify the results obtained in numerical simulations. The experimentally obtained probability density distributions were fitted using χ^2 -error minimization. One event containing 10 027 wave intensity values was chosen from WBD instrument data. The wave intensity range was divided into 30 logarithmically spaced bins and the histogram of the wave intensity logarithms was built. This histogram is proportional to the probability density function for the logarithm of the spectral wave energy density investigated in numerical simulations. The obtained probability density function was fitted by the Pearson Type IV distribution using the method of χ^2 -error minimization with the error value $\chi^2 = 20.88$, the minimum χ^2 -error for the Pearson Type IV distribution fit obtained using empirical moments estimation method was equal to 26.69, and the χ^2 -error minimization fit by the normal distribution had the largest value of χ^2 -error— 66.44 (see Fig. 2).

The WHISPER instrument measurements allowed one to find seven events where the CLUSTER satellites were detecting intense Langmuir waves at the Earth's foreshock and in the solar wind. These events had different parameters (plasma frequency, duration, number of measurements) and were used for further statistical study. Corresponding logarithm intensity histograms were fitted by Pearson Type IV, normal and β -distributions. The events, their parameters and minimum χ^2 -errors values for fits of wave intensity logarithms histograms are listed in Table 1.

For all studied events the fits by Pearson Type IV or β -distribution gave better results, i.e. smaller χ^2 -error values, than normal distribution (see Table 1).

The **third chapter** is devoted to a statistical investigation of the non-stationarity of the Earth's bow shock quasi-perpendicular part. For this purpose the Langmuir wave measure-

ments in the Earth's foreshock performed by WHISPER instruments of CLUSTER satellites were used.

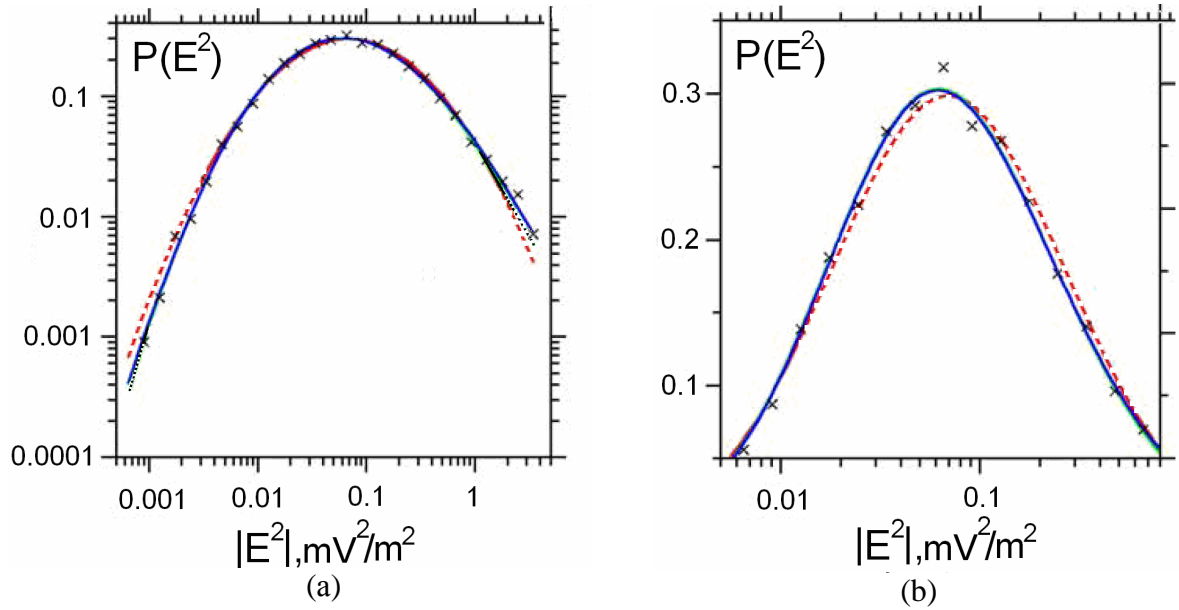


Fig. 2. Probability density function (PDF) for the logarithm of Langmuir wave energy density for the period 9:25–9:47 UT on February, 17, 2002, when the CLUSTER spacecraft were within the Earth's electron foreshock (black crosses). The red line shows the χ^2 -error minimization fit by normal distribution. The green and blue lines correspond to fits of Pearson type IV distribution. The fit shown by the blue line was obtained by χ^2 -error minimization, while for another fit shown by the green line the parameters were calculated from the estimates of moments for empirical distribution. Logarithmic (a) and linear (b) scales for PDFs are used to show the difference between the distributions both on the tails and near their peaks.

Table 1

The events parameters and fitting results

	Date, time (UT)	N	f_{pe} , kHz	χ^2 - error			The type of better fit distribution
				β	Type-IV	normal	
1	17.02.2002, 09:25–10:13	3742	29.13	24.00	22.42	49.12	Type-IV
2	01.02.2003, 21:25–24:00	10590	16.44	91.96	41.72	149.81	Type-IV
3	03.03.2003, 17:08–17:23	6543	35.97	38.64	36.70	77.85	Type-IV
4	14.02.2005, 15:57–16:27	9181	23.86	31.80	32.19	49.43	β
5	28.02.2005, 01:13–01:31	7066	19.69	82.52	62.55	68.16	Type-IV
6	28.02.2005, 01:39–01:53	7627	21.32	89.27	95.38	186.18	β
7	28.02.2005, 01:45–01:52	4017	21.32	36.89	35.12	91.50	Type-IV

N – total number of measurements used for statistical study.

In this study manifestations of non-stationarity such as rippling/wrinkling is considered [18]. Until now the Earth's bow shock front non-stationarity have mostly been studied by means of numerical modelling [40]. The experimental study of the Earth bow shock front non-stationarity is a very complicated problem, because it requires the long-term presence of satellites in close vicinity of bow shock front and the spatial resolution of observations is limited by spacecraft separation.

The authors of [13] suggested the indirect remote sensing method for the non-stationarity diagnostics of the bow shock surface quasi-perpendicular part. The electron foreshock is filled with energetic electrons reflected and accelerated in the quasi-perpendicular zone of the Earth's bow shock. These electron fluxes propagate in the sunward direction along the magnetic field lines and generate Langmuir waves detected by satellite instruments in the electron foreshock region [13, 122]. The deformation of the shock front should lead to significant changes of these fluxes, that result in changes of the observed electric field spectra. The rippling of the quasi-perpendicular zone of the shock front leads to modulation of the electron fluxes and the Langmuir wave intensities.

The experimental data considered in this study were obtained aboard CLUSTER spacecraft by the WHISPER instrument between January and early May 2001. During this time period the four CLUSTER spacecraft crossed the Earth's bow shock many times and made numerous observations of the foreshock wave activity; 48 crossings of the foreshock boundary with dominating Langmuir waves were chosen. The electric field intensity dynamics was analyzed for these events. The estimates of Mach numbers for corresponding shocks show that in the study both weak and strong shock waves were present (see. Fig. 3a). Consequently, it was possible to perform adequate statistical investigation of the front non-stationarity for various shocks.

The Langmuir wave energies used in this study were measured by the WHISPER instrument in its passive operational mode. These data have irregular gaps in the time periods when WHISPER operated in active sounding mode. Thus the Lomb method [128] was applied in order to find the modulation of wave intensities. This method can be used to find hidden periodicities in unevenly sampled data.

The numerical modeling results indicate that the frequency corresponding to rippling/wrinkling of the shock front lies in the range $0.33 f_{Bi} < f < f_{Bi}$, where f_{Bi} is the proton gyrofrequency [82]. That is why the primary focus in the statistical analysis was on the hidden periodicities of the wave intensities in this frequency range.

The study of 48 events showed that the periodicities of the electric field intensity, that could be formed due to rippling of quasi-perpendicular region of the Earth's bow shock surface, were absent for low Mach number shocks and more pronounced for high Mach number shocks (see Fig. 3b).

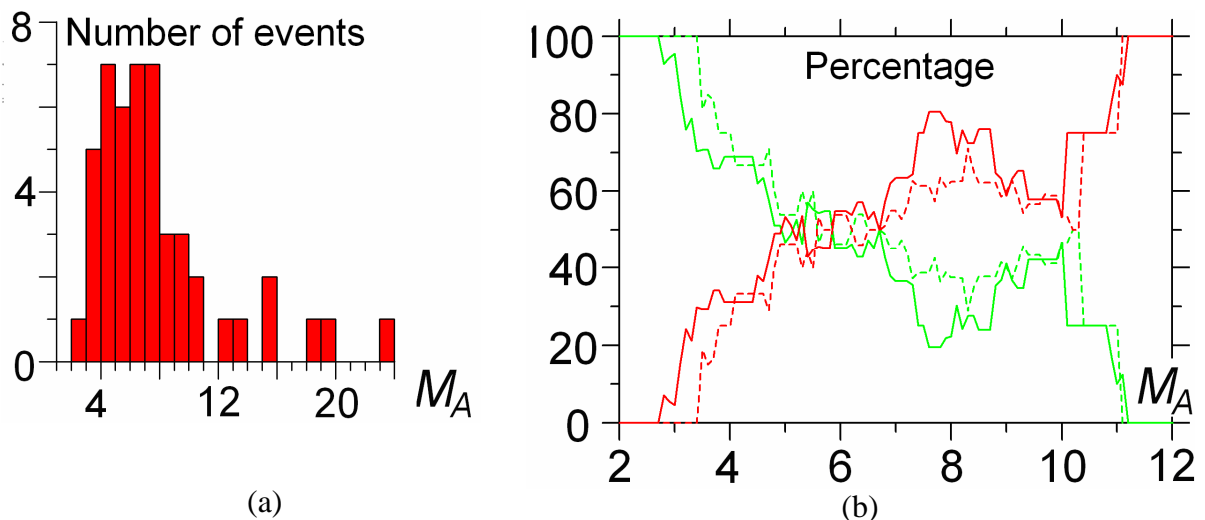


Fig. 3: (a) histograms of proxies for Alfvén Mach number characterizing quasi-perpendicular shocks related to the selected crossings of the foreshock boundary; (b) dependence of percentage of stationary (green lines) and nonstationary (red lines) shocks on the proxy of perpendicular Alfvén Mach number (solid lines) and on the solar wind Alfvén Mach number (dashed lines). To decrease statistical scattering, the number of shocks is calculated for Mach number intervals of length 2 for each point shown on the plots.

The obtained dependency corresponds to shock front rippling properties known from numerical simulations [9, 40].

In the fourth chapter of the thesis the transition radiation of relativistic electrons at an interplanetary shock front was calculated.

The considered interplanetary shock wave detected by CLUSTER and WIND satellites on 22 January, 2004, was quasi-perpendicular ($\theta_B = 80^\circ$) and had high Mach number ($M_A = 5.6$). Measurements showed the increase of relativistic electron density with energies up to 300 keV in the shock front vicinity [14]. Moreover the wave front was accompanied by intense electromagnetic radiation at the frequency $f > 1.4 f_{pe}$ (65-90 kHz). This radiation could be Auroral Kilometric Radiation (AKR), but its intensity considerably increased during the shock front passage. Therefore some contribution to this radiation could also be made by such physical process as transition radiation of the relativistic electrons crossing the shock ramp.

A theoretical model of relativistic electron drifting through the region of a plasma density inhomogeneity was developed to verify this assumption. Taking into account the actual parameters of the event, shock and relativistic electrons, it was concluded that the electron trajectory was rotational and had a quite complicated form (see Fig. 4a). The constant component of magnetic field turns out to be too small to have a noticeable influence on the dielectric permittivity value. Therefore in the theoretical model it was assumed that the role of the magnetic field was only in the formation of the curvilinear trajectories of electrons. The velocity of the guiding centre was much smaller than the velocity of electron cyclotron rotation. Therefore the model of relativistic electron rotating around a motionless centre inside the inhomogeneity region during the typical time of the drift was considered. The corresponding wave equation for the vector-potential was solved:

$$\text{grad div} \vec{A} - \Delta \vec{A} = \frac{4\pi}{c} \vec{j} + \epsilon k_0^2 \vec{A}, \quad (7)$$

where \vec{A} is the vector-potential, \vec{j} is the current density of the electron having rotational orbit, and $\epsilon(z)$ is a dielectric permittivity. The equation (7) can be solved after the electron current density decomposition into plane waves.

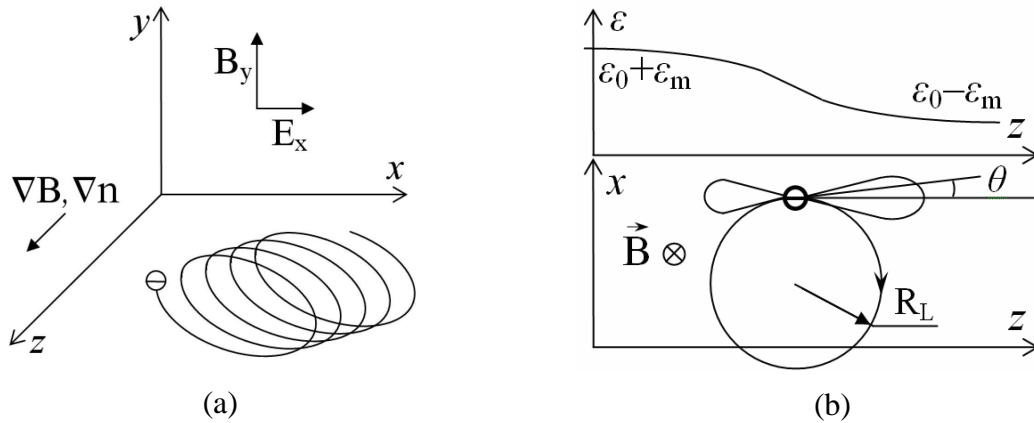


Fig. 4 : (a) configuration of fields, gradients and electron drift trajectory in the interplanetary shock front region; (b) model of the electron rotating in the dielectric permittivity profile $\epsilon(z) = \epsilon_0 - (\epsilon_m/2)\tanh(z/L)$ (schematic plots).

First the model with linear density profile was considered and the wave equation was solved using WKB approximation. The calculation results allowed one to study some transition radiation properties, but it was impossible to obtain the radiation spectrum. The WKB approximation is not applicable for radiation angles close to $\pi/2$ relative to the density

gradient direction. Therefore, the radiation pattern could be obtained only for a limited range of angles, and the spectrum was only roughly estimated.

Consequently, the model of small perturbations of dielectric permittivity was used to obtain the transition radiation spectrum of the relativistic electron drifting through the interplanetary shock front. In the frames of this model, dielectric permittivity was considered as a sum of some constant component ε_0 and variable part ε_1 , so that $\varepsilon(z) = \varepsilon_0 + \varepsilon_1(z) = \varepsilon_0 - (\varepsilon_m/2)\tanh(z/L)$ (see Fig. 4b).

Accordingly, the wave equation (7) was solved using the successive approximations method by small parameter $\varepsilon_m/\varepsilon_0$ [134]. The calculation results allowed to obtain radiation patterns and spectra of transition and cyclotron radiation in the far zone (see Fig. 5).

The transition radiation pattern is presented in Fig. 5a. The maximum of the radiation corresponds to the direction perpendicular to the density gradient ($\theta = \pi/2$), where WKB approximation cannot be applied. Radiation propagation in this direction is a phenomenon similar to the presence of a reflection point on the density profile and corresponding transition radiation increases considerably.

The maximum of the calculated transition radiation spectrum lies in the same frequency region as the radiation observed by satellites in the vicinity of the interplanetary shock front.

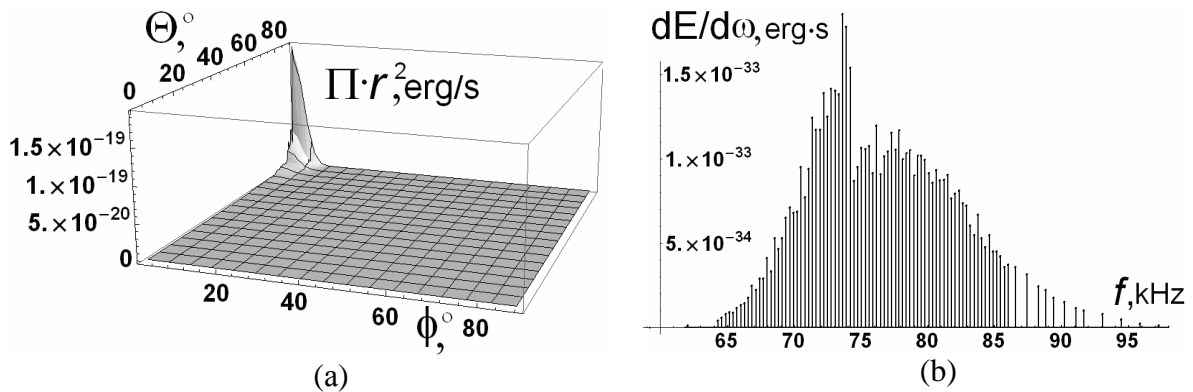


Fig. 5: Radiation pattern (a) and spectrum (b) of transition radiation of the electron rotating in the interplanetary shock region. Calculations were performed for relativistic electron with energy $E_e = 300$ keV in plasmas with density $n_1 = 1 \cdot 10^5 \text{ m}^{-3}$ before and $n_2 = 2.2 \cdot 10^5 \text{ m}^{-3}$ after the shock front, magnetic field $B = 1.6 \cdot 10^{-8}$ T and inhomogeneity scale $L = 150$ km.

The obtained radiation pattern for cyclotron radiation is equivalent to the radiation pattern of a magnetic Hertz dipole. The spectrum of cyclotron radiation also has its maximum in the same frequency region as transition radiation, but its amplitude is significantly smaller. Therefore the main contribution to total radiation is made by transition radiation.

The spectrum of wave vectors for given frequency obtained by expanding the electron current into plane waves by applying Fourier transform turned out to be quite wide. This is possible in the considered model because the electron rotates around the magnetic field lines perpendicular to the plasma density gradient. As a result, the resonant scattering of the current density waves on the Fourier components of dielectric permittivity into electromagnetic emission becomes possible, in contrast to the case of straight motion of the electron along the density gradient. This effect results in the considerable growth of transition radiation intensity for the electron performing cyclotron rotation in comparison with the case of straight motion. In the specific conditions of the interplanetary shock observed 22 January, 2004, the growth of the transition radiation intensity due to rotational electron trajectory is more than several tens of orders of magnitude.

CONCLUSIONS

In this thesis wave processes in the vicinity of various types of shocks in space plasma were studied using CLUSTER spacecraft data. The investigation was performed by developing theoretical models by means of analytical and numerical calculations, and statistical satellite data analysis. The obtained results allow making the following conclusions.

1. Statistical properties of the Langmuir waves measured by WHISPER and WBD instruments of the CLUSTER satellites were studied. The probability distributions of the Langmuir wave energy logarithms in the Earth's foreshock obtained by means of experimental data analysis and numerical modeling were shown to be better fitted by Pearson Type IV and β -distribution rather than by a normal distribution. This phenomenon can be explained by better flexibility of these distributions in comparison with the normal one. The results of numerical modeling and statistical data analysis showed that the main reason for the formation of more complicated distributions is insufficient number of regions where the waves grow. Consequently, the Central Limit Theorem for logarithms of the Langmuir wave energies fails to be true under the typical conditions of the Earth's electron foreshock.

2. For the first time a statistical analysis of the non-stationary behaviour of quasi-perpendicular zone of the Earth's bow shock was performed using WHISPER measurements of electric field spectra obtained aboard CLUSTER spacecraft during 48 crossings of the electron foreshock boundary with dominating Langmuir waves. The non-stationarity of the shock front was studied by applying a method for remote sensing of the quasi-perpendicular part of the bow shock surface based on modulation analysis of corresponding to Langmuir, upshifted, and downshifted HF electric field oscillations in the electron foreshock. Analysis of hidden periodicities in the plasma wave energy reveals shock front nonstationarity in the frequency range $0.33 f_{Bi} < f < f_{Bi}$, where f_{Bi} is the proton gyrofrequency upstream of the shock, and shows that the probability to observe such a nonstationarity increases with Mach number. These properties correspond to existing theory and numerical modeling results about rippling of the Earth's bow shock surface.

3. The profiles observed aboard different spacecraft and the dominating frequencies of the periodicities were usually different in the studied events. Hence non-stationarity and/or rippling seem to be quite irregular both in space and time rather than resembling a quasi-regular wave propagating on the shock surface.

4. The radiation observed in the vicinity of the interplanetary shock front detected by the CLUSTER and WIND satellites on 22 January, 2004, can be interpreted as transition radiation of relativistic electrons crossing the density inhomogeneity region in the shock ramp. This assumption is confirmed by the spectrum of relativistic electron transition radiation having maximum in the same frequency range as in measurements. The calculation of transition radiation was performed for one electron having rotational orbit in inhomogeneous plasma region during the typical time of the electron drift through the shock ramp.

5. The spectrum of wave vectors for a given frequency obtained by expanding the electron current into plane waves by applying Fourier transform turned out to be quite wide. This is possible in the considered model because an electron rotates around the magnetic field lines perpendicular to the plasma density gradient. As a result, the resonant scattering of the current waves on the Fourier components of dielectric permittivity into electromagnetic emission becomes possible, in contrast to the case of straight motion of the electron along the density gradient. This effect results in considerable growth of the transition radiation intensity for the electron performing cyclotron rotation in comparison with the case of straight motion.

BIBLIOGRAPHIE / СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Сагдеев Р. З. Коллективные процессы и ударные волны в разреженной плазме / Р. З. Сагдеев // Сборник: Вопросы теории плазмы. — Вып. 4 — М.: Атомиздат, 1964. — С. 20—80.
2. Sonett C. P. The Distant Geomagnetic Field, 3, Disorder and Shocks in the Magnetopause / C. P. Sonett, I. J. Abrams // *Journal of Geophysical Research*. — 1963. — № 68. — P. 1233—1263.
3. Ness N. F. Initial Results of the Imp 1 Magnetic Field Experiment / N. F. Ness, C. S. Scarce, J. B. Seek // *Journal of Geophysical Research*. — 1964. — V. 69. — P. 3531—3569.
4. Tsurutani B. T. Upstream waves and particles: An overview of ISEE results / B. T. Tsurutani, P. Rodriguez // *Journal of Geophysical Research*. — 1981. — V. 86. — № A6. — P. 4319—4324.
5. Escoubet C. P. Cluster – science and mission overview / C. P. Escoubet, R. Schmidt, M. L. Goldstein // *Space Science Reviews*. — 1997. — V. 79, № 1-2. — P. 11—32.
6. Cluster magnetic field observations of the bowshock: orientation, motion and structure / T. S. Horbury, P. J. Cargill, E. A. Lucek [et al.] // *Annales Geophysicae*. — 2001. — № 19. — P. 1399—1409.
7. Nonstationarity and reformation of high-Mach-number quasiperpendicular shocks: Cluster observations / V. V. Lobzin, V. V. Krasnoselskikh, J.-M. Bosqued [et al.] // *Geophysical Research Letters*. — 2007. — № 34. — L05107.
8. *Outer Magnetospheric Boundaries: Cluster Results* / [eds. Paschmann G. et al.]. — Dordrecht: Springer, 2005. — 431 p.
9. *Selected Problems in Collisionless-Shock Physics* / B. Lembege, J. Giacalone, M. Scholer [et al.] // *Space Science Reviews*. — 2004. — V. 110, № 3. — P. 161—226.
10. The dependence of Langmuir wave amplitudes on position in Earth's foreshock / K. Sigbee, C. A. Kletzing, D. A. Gurnett [et al.] // *Geophysical Research Letters*. — 2004. — № 31. — L07805.
11. Robinson P. A. Stochastic growth theory / P. A. Robinson // *Physics of Plasmas*. — 1995. — № 2. — P. 1466—1479.
12. Ripples observed on the surface of the Earth's quasiperpendicular bow shock / O. Moullard, D. Burgess, T. S. Horbury [et al.] // *Journal of Geophysical Research*. — 2006. — № 111. — A09113.
13. The Earth's bow shock nonstationarity evidenced by electrostatic waves within the electron foreshock / V. V. Lobzin, P. Décréau, B. Lefebvre [et al.] // *Spatio-Temporal Analysis and Multipoint Measurements in Space, Orleans, France, 12-16 May 2003: Abstract book*. — Orleans, 2003. — P. 44—45.
14. Relating near-Earth observations of an interplanetary coronal mass ejection to the conditions at its site of origin in the solar corona / A. N. Fazakerley, L. K. Harra, J. L. Culhane [et al.] // *Geophysical Research Letters*. — 2005. — V. 32. — L13105.
15. *In Situ Observation of a Shock Related Radio Source* / Yu. Khotyaintsev, V. Krasnoselskikh, M. V. Khotyaintsev, S. Mühlbacher // *Spatio-Temporal Analysis and Multipoint Measurements in Space – 2, Orleans, France, 24-28 September 2007: Abstract book*. — Orleans, 2007. — P. 37.
16. Beam-plasma interaction in randomly inhomogeneous plasmas and statistical properties of small-amplitude Langmuir waves in the solar wind and electron foreshock / V. V. Krasnoselskikh, V. V. Lobzin, K. Musatenko, J. Soucek, J. S. Pickett, I. H. Cairns // *Journal of Geophysical Research*. — 2007. — V. 112. — P. A10109.
17. Statistical properties of small-amplitude Langmuir waves in the Earth's electron foreshock / K. Musatenko, V. Lobzin, J. Soucek, V. V. Krasnoselskikh, P. Decreau // *Planetary and Space Science*. — 2007. — №55. — P. 2273—2280.

18. On nonstationarity and rippling of the quasiperpendicular zone of the Earth bow shock: Cluster observations / V. V. Lobzin, V. V. Krasnoselskikh, K. Musatenko, T. Dudok de Wit // *Annales Geophysicae*. — 2008. — №26. — P. 2899—2910.
19. Musatenko K. S. Transition Radiation of Relativistic Electrons from the Interplanetary Shock // K. S. Musatenko, I. O. Anisimov // *Ukrainian Journal of Physics*. — 2008. — V.53, № 5. — P. 414—419.
20. Musatenko K.S. Transition radiation of the electron rotating in the diffuse plasma boundary / K. S. Musatenko, I. O. Anisimov // *Problems of Atomic Science and Technology*. — 2009. — №1. — P. 86—88.
21. Musatenko K. Evolution of the beam-driven Langmuir wave packet in the randomly inhomogeneous plasma / K. Musatenko, V. Krasnoselskikh, V. Lobzin // 13th Open Young Scientists' Conference on Astronomy and Space Physics, Kyiv, 25-29 April 2006 : Abstracts. — K., 2006. — P. 138—139.
22. Beam-plasma interaction in randomly inhomogeneous plasmas / K. Musatenko, V. Krasnoselskikh, V. Lobzin, J. Soucek, J. Pickett, I. Cairns, I. Anisimov // *EGU General Assembly, Vienna, Austria, 2-7 April 2006 : Geophysical Research Abstracts*. — V. 8. — P.05037.
23. Musatenko K. Dynamics of the Beam Driven Langmuir Wave Packet in a Plasma with Random Inhomogeneities / K. Musatenko, V. Krasnoselskikh, V. Lobzin // 13th International Congress on Plasma Physics (ICPP 2006), Kiev, Ukraine, 22-26 May 2006 : Book of Abstracts. Part I. Sections A, B, C. — K., 2006. — P. 164.
24. Dynamics of the Beam Driven Langmuir Wave Packet in a Plasma with Random Inhomogeneities / K. Musatenko, V. Krasnoselskikh, V. Lobzin, I. Anisimov // 13th International Congress on Plasma Physics (ICPP 2006), Kiev, Ukraine, 22-26 May 2006 : Proceedings. Contributed Papers. — K., 2006. — № C125p. — CD-ROM, 70 Min / 700 Mb. — Syst. req.: Pentium; 32 Mb RAM; Windows 95; Acrobat Reader 6.
25. Beam-plasma interaction in randomly inhomogeneous plasma / K. S. Musatenko, V. V. Krasnoselskikh, V. Lobzin, J. Soucek, J. Pickett, I. O. Anisimov // *Proceedings of the Sixth International Young Scientists Conference on Applied Physics, Kyiv, Ukraine, 14-16 June 2006*. — K., 2006. — P. 184—185.
26. Musatenko K. S. Transition radioemission of electrons drifting through the region of interplanetary shock / K. S. Musatenko, I. O. Anisimov, V. V. Krasnoselskikh // *Proceedings of the Seventh International Young Scientists Conference on Applied Physics, Kyiv, Ukraine, 13-15 June 2007*. — K., 2007. — P. 144—145.
27. Musatenko K. Diffuse plasma boundary model for rotating relativistic electron transition radiation calculation / K. Musatenko, I. O. Anisimov // *Proceedings of the Eighth International Young Scientists Conference on Applied Physics, Kyiv, Ukraine, 11-13 June 2008*. — K., 2008. — P. 142—143.
28. Musatenko K. S. Numerical calculation results of transition radiation generated by relativistic electrons drifting through the interplanetary shock region / K. S. Musatenko, I. O. Anisimov, V. V. Krasnoselskikh // *Proceedings of the III International Conference "Electronics and Applied Physics", Kyiv, Ukraine, 25-27 October 2007*. — K., 2007. — С. 130—131.
29. Musatenko K. S. Cyclotron radiation of relativistic electron rotating in the region of interplanetary shock / K. S. Musatenko, I. O. Anisimov // *Proceedings of the IV International Conference "Electronics and Applied Physics", Kyiv, Ukraine, 23-25 October 2008*. — K., 2008. — P. 121—122.
30. Мусатенко К. С. Перехідне випромінювання електронів, що дрейфують через область міжпланетної ударної хвилі / К. С. Мусатенко, І. О. Анісімов, В. В. Красносельських // *Українська конференція з фізики плазми та керованого термоядерного синтезу - 2007, Київ, Україна, 22-27 вересня 2007 р. : Програма. Збірник анотацій. Список учасників*. — К., 2007. — С. 63.

31. Musatenko K. S. Transition radioemission of relativistic electrons drifting through the interplanetary shock / K. S. Musatenko, I. O. Anisimov, V. V. Krasnoselskikh // Spatio-Temporal Analysis and Multipoint Measurements in Space – 2, Orleans, France, 24-28 September 2007: Abstract book. — Orleans, 2007. — P. 41.
32. On Nonstationarity and Rippling of the Quasiperpendicular zone of the Earth bow shock: Cluster observations / V. V. Lobzin, V. V. Krasnoselskikh, K. Musatenko, T. Dudok De Wit, J. Soucek, P. Decreau. // Spatio-Temporal Analysis and Multipoint Measurements in Space – 2, Orleans, France, 24-28 September 2007: Abstract book. — Orleans, 2007. — P. 39.
33. Beam-plasma interaction in randomly inhomogeneous plasmas and statistical properties of small-amplitude Langmuir waves in the solar wind and electron foreshock region / V. Krasnoselskikh V. Lobzin K. Musatenko J. Soucek J.Pikett, I. Cairns // Spatio-Temporal Analysis and Multipoint Measurements in Space – 2, Orleans, France, 24-28 September 2007: Abstract book. — Orleans, 2007. — P. 29.
34. Musatenko K. S, Transition radiation of relativistic electron crossing interplanetary shock in terms of diffuse boundary model / K. S. Musatenko, I. O. Anisimov // 8-я украинская конференция по космическим исследованиям. (Солнечно-земные связи и космическая погода), Евпатория, 1-7 сентября 2008 г.: тезисы. докл. — К., 2008. — P. 10.
35. Musatenko K. S. Diffused plasma boundary model for investigation of transition radiation of relativistic electron from interplanetary shock / K. S.Musatenko, I. O. Anisimov // Fourteenth International Congress on Plasma Physics, Fukuoka, Japan, 8-12 September 2008: Abstract Book. — P. 203.
36. Musatenko K. S. Transition radiation of the electron rotating in the diffuse plasma boundary / K. S. Musatenko, I. O. Anisimov // Alushta – 2008, International Conference - School on Plasma Physics and Controlled Fusion, Alushta (Crimea), Ukraine, 22-27 September 2008: Book of Abstracts. — P. 110.
37. Burgess D. Collisionless shocks / D. Burgess // Introduction to space physics ed. by M.G. Kivelson, C.T. Russell. — Cambridge Univ. Press, 1995. — P.129—163.
38. Заславский Г. М. Введение в нелинейную физику: от маятника до турбулентности и хаоса / Г. М. Заславский, Р. З. Сагдеев. — М. : Наука, 1988. — 368 с.
39. Мартынов Д. Я. Курс общей астрофизики. / Д. Я. Мартынов. — М. : Наука, 1988. — 640 с.
40. Hellinger P. Structure and stationarity of quasi-perpendicular shocks: Numerical simulations / P. Hellinger // Space and Planetary Science. — 2003. — V. 51. — P. 649—657.
41. Quasi-perpendicular shock structure and processes / S. D. Bale, M. A. Balikhin, T. S. Horbury [et al.] // Space Science Reviews. — 2005. — V. 118. — P. 161—203.
42. Quasi-parallel Shock Structure and Processes / D. Burgess, E. A. Lucek, M. Scholer [et al.] // Space Science Reviews. — V. 118, № 1-4. — P. 205—222.
43. The resolved layer of a collisionless, high beta, supercritical, quasi-perpendicular shock wave. I - Rankine-Hugoniot geometry, currents, and stationarity / J. D. Scudder, A. Mangeney, C. Lacombe [et al.] // Journal of Geophysical Research. — 1986. — V. 91, № A10. — P. 11019—11052.
44. Electrostatic turbulence and Debye-scale structures associated with electron thermalization at collisionless shocks / S. D. Bale, A. Hull, D. E. Larson [et al.] // Astrophysical Journal. — 2002. — V. 575, №1. — P. L25—L28.
45. Gurnett D.A. Plasma waves and instabilities / D.A. Gurnett // Collisionless shocks in the heliosphere: Reviews of current research, Eds. B.T. Tsurutani, R.G. Stone. — Washington, DC: Geophys. Monograph. Ser. AGU, 1985. — V.35. — P. 207—224.
46. Cluster at the Bow Shock: Introduction / A. Balogh, S. J. Schwartz, S. D. Bale [et al.] // Space Science Reviews. — 2005. — V. 118, № 1-4. — P. 155—160.
47. The Foreshock / J. P. Eastwood, E. A. Lucek, C. Mazelle [et al.] // Space Science Reviews. — 2005. — Vol. 118, № 1-4. — P. 41—94.

48. Nonlinear decay of foreshock Langmuir waves in the presence of plasma inhomogeneities: Theory and Cluster observations / J. Soucek, V. Krasnoselskikh, T. Dudok de Wit [et al.] // *Journal of Geophysical Research*. — 2005. — V.110, № A8. — A08102.
49. Detection of electric-field turbulence in the Earth's bow shock / R. W. Fredricks, C. F. Kennel, F. L. Scarf [et al.] // *Physical Review Letters*. — 1968. — V. 21. — P. 1761—1764.
50. Nonthermal electrons and high-frequency waves in the upstream solar wind. 1. Observations / F. L. Scarf, R. W. Fredricks, L. A. Frank, M. Neugebauer // *Journal of Geophysical Research*. — 1971. — V.76. — P. 5162—5171.
51. Energetic electrons and plasma waves associated with a solar type III radio burst / R. P. Lin, D. W. Potter, D. A. Gurnett [et al.] // *Astrophysical Journal*. — 1981. — V. 251. — P. 364—373.
52. The heliocentric radial variation of plasma oscillations associated with type III radio bursts / D. A. Gurnett, R. R. Anderson, F. L. Scarf, W. S. Kurth // *Journal of Geophysical Research*. — 1978. — V. 83. — P. 4147—4152.
53. Etcheto J. Detailed study of electron plasma waves upstream of the Earth's bow shock / J. Etcheto, M. Faucheux // *Journal of Geophysical Research*. — 1984. — V. 89. — P. 6631—6653.
54. Smith D. F. Second harmonic radiation and related nonlinear phenomena in type III solar radio bursts / D. F. Smith // *Astrophysical Journal*. — 1977. — V. 216. — P. L53—L57.
55. Cairns I. H. Arguments against modulational instabilities of Langmuir waves in Earth's foreshock / I. H. Cairns, P. A. Robinson, N. I. Smith // *Journal of Geophysical Research*. — 1998. — V. 103. — P. 287—300.
56. Smith D. F. Origin of plasma-wave clumping in type III solar radio burst sources / D. Smith, F. D. Sime // *Astrophysical Journal*. — 1979. — V. 233. — P. 998—1004.
57. Muschietti L. Quenching of the beam-plasma instability by large-scale density fluctuations in 3 dimensions / L. Muschietti, M. V. Goldman, D. Newman // *Solar Physics*. — 1985. — V. 96. — P. 181—198.
58. Melrose D. B. Clumpy Langmuir waves in type III solar radio bursts / D. B. Melrose, G. A. Dulk, I. H. Cairns // *Astronomy and Astrophysics*. — 1986. — V. 163. — P. 229—238.
59. Robinson P. A. Clumpy Langmuir waves in type III radio sources / P. A. Robinson // *Solar Physics*. — 1992. — V. 139. — P. 147—163.
60. Robinson P. A. Clumpy Langmuir waves in type III radio sources: comparison of stochastic-growth rate theory with observations / P. A. Robinson, I. H. Cairns, D. A. Gurnett // *Astrophysical Journal*. — 1993. — V. 407. — P. 790—800.
61. Robinson P. A. Dynamics of Langmuir and ion-sound waves in type III solar radio sources / P. A. Robinson, A. J. Willis, I. H. Cairns // *Astrophysical Journal*. — 1993. — V. 408. — P. 720—734.
62. Robinson P. A. New regimes of stochastic wave growth / P. A. Robinson, B. Li, and I. H. Cairns // *Physical Review Letters*. — 2004. — V. 93. — P. 235003.
63. Unti T.W.J. Direct measurements of solar-wind fluctuations between 0.0048 and 13.3 Hz / T. W. J. Unti, M. Neugebauer, B. E. Goldstein // *Astrophysical Journal*. — 1973. — V. 180. — P. 591—598.
64. Celnikier L. M. A determination of the electron fluctuation spectrum in the solar wind, using the ISEE propagation experiment / L. M. Celnikier, C. C. Harvey, R. Jegou [et al.] // *Astronomy and Astrophysics*. — 1983. — V. 126. — P. 293—298.
65. Cronyn W. M. The analysis of radio scattering and space-probe observations of small-scale structure in the interplanetary medium / W. M. Cronyn // *Astrophysical Journal*. — 1970. — V. 161. — P. 755—763.

66. Celnikier L. M. Aspects of interplanetary plasma turbulence / L. M. Celnikier, L. Muschietti, M. V. Goldman // *Astronomy and Astrophysics*. — 1987. — V. 181. — P. 138—154.
67. Kellogg P. J. Rapid density fluctuations in the solar wind / P. J. Kellogg, T. S. Horbury // *Annales Geophysicae*. — 2005. — V. 23, № 12. — P. 3765—3773.
68. Bale S. D. Transverse Z-mode waves in the terrestrial electron foreshock / S. D. Bale, P. J. Kellogg, K. Goetz, S. J. Monson // *Geophysical Research Letters*. — 1998. — V. 25, № 1. — P. 9—12.
69. Kellogg P. J. Langmuir waves in a fluctuating solar wind / P. J. Kellogg, K. Goetz, S. J. Monson, S. D. Bale // *Journal of Geophysical Research*. — 1999. — V. 104. — P. 17,069—17,078.
70. Bale S. D. On the beam speed and wavenumber of intense electron plasma waves near foreshock edge / S. D. Bale, D. E. Larson, R. P. Lin [et al.] // *Journal of Geophysical Research*. — 2000. — V. 105. — P. 27,353—27,367.
71. On the amplitude of intense Langmuir waves in the terrestrial electron foreshock / S. D. Bale, D. Burgess, P. J. Kellogg [et al.] // *Journal of Geophysical Research*. — 1997. — V. 102, № A6. — P. 11,281—11,286.
72. Cairns I. H. First test of stochastic growth theory for Langmuir waves in Earth's foreshock / I. H. Cairns, P. A. Robinson // *Geophysical Research Letters*. — 1997. — V. 24, № 4. — P. 369—372.
73. Cairns I. H. Strong evidence for stochastic growth of Langmuir-like waves in the Earth's foreshock / I. H. Cairns, P. A. Robinson // *Physical Review Letters*. — 1999. — V. 82. — P. 3066—3069.
74. Li B. Numerical simulations of type-III solar radio bursts / B. Li, P. A. Robinson, I. H. Cairns // *Physical Review Letters*. — 2006. — V. 96. — P. 145,005.
75. Li B. Numerical modeling of type-III solar radio bursts in the inhomogeneous solar corona and interplanetary medium / B. Li, P. A. Robinson, I. H. Cairns // *Physics of Plasmas*. — 2006. — V. 13. — P. 092,902.
76. Cairns I. H. Thermal and driven stochastic growth of Langmuir waves in the solar wind and Earth's foreshock / I. H. Cairns, P. A. Robinson, R. R. Anderson // *Geophysical Research Letters*. — 2000. — V. 27. — P. 61—64.
77. Boshuizen C. R. Stochastic growth theory of spatially-averaged distributions of Langmuir fields in Earth's foreshock / C. R. Boshuizen, I. H. Cairns, P. A. Robinson // *Geophysical Research Letters*. — 2001. — V. 28, № 18. — P. 3569—3572.
78. Statistical behavior of foreshock Langmuir waves observed by the Cluster wideband data plasma wave receiver / K. Sigsbee, C. A. Kletzing, D. A. Gurnett [et al.] // *Annales Geophysicae*. — 2004. — V. 22. — P. 2337—2344.
79. Kennel C. F. A quarter century of collisionless shock research / C. F. Kennel, J. P. Edmiston, T. Hada // *Collisionless Shocks in the Heliosphere: A Tutorial Review*, ed. by: R. G. Stone, B. T. Tsurutani. — Washington, D.C.: AGU, 1985. — P. 1—36.
80. Nonstationarity of strong collisionless quasiperpendicular shocks: theory and full particle numerical simulations / V. V. Krasnoselskikh, B. Lembege, P. Savoini, V. V. Lobzin // *Physics of Plasmas*. — 2002. — V. 9. — P. 1192—1209.
81. Biskamp D. Numerical studies of magnetosonic collisionless shock waves / D. Biskamp, H. Welter // *Nuclear Fusion*. — 1972. — V. 12. — P. 663—666.
82. Winske D. Magnetic field and density fluctuations at perpendicular supercritical collisionless shocks / D. Winske, K. B. Quest // *Journal of Geophysical Research*. — 1988. — V. 93. — P. 9681—9693.
83. Lowe R. E. The properties and causes of rippling in quasi-perpendicular collisionless shock fronts / R. E. Lowe, D. Burgess // *Annales Geophysicae*. — 2003. — V. 21. — P. 671—679.

84. Thomas V. A. Dimensionality effects in hybrid simulations of high Mach number collisionless perpendicular shocks / V. A. Thomas // *Journal of Geophysical Research*. — 1989. — V. 94. — P. 12 009—12 014.
85. Burgess D. Shock front instability associated with reflected ions at the perpendicular shock / D. Burgess, M. Scholer // *Physics of Plasmas*. — 2008. — V. 14. — P. 012108.
86. Burgess D. Interpreting multipoint observations of substructure at the quasi-perpendicular bow shock: Simulations / D. Burgess // *Journal of Geophysical Research*. — 2006. — V. 111. — A10210.
87. Morse D. L. Nonstationary behavior of collisionless shocks / D. L. Morse, W. W. Destler, P. L. Auer // *Physical Review Letters*. — 1972. — V. 28. — P. 13—16.
88. Relaxation of plasma at the shock front / O. Vaisberg, S. Klimov, G. Zastenker [et al.] // *Advances in Space Research*. — 1984. — V. 4. — P. 265—275.
89. The Uranian bow shock: Voyager 2 inbound observations of a high Mach number shock / F. Bagenal, J. W. Belcher, E. C. Jr. Sittler, R. P. Jr. Lepping // *Journal of Geophysical Research*. — 1987. — V. 92. — P. 8603—8612.
90. Krasnoselskikh V. V. Nonstationary processes in the front of high Mach number collisionless quasiperpendicular shock: Dynamics of the ion distribution / V. V. Krasnoselskikh, V. V. Lobzin, V. B. Rozov // *Proceedings of the Joint Varenna-Abastumani-ESA-Nagoya-Potsdam International Workshop on Plasma Astrophysics, Telavi, Georgia, 4–12 June 1990*. — Paris: European Space Agency, 1990. — ESA SP-311. — P. 103—107.
91. The role of whistler oscillations in the formation of the structure of high Mach number collisionless shock / A. A. Galeev, C. F. Kennel, V. V. Krasnoselskikh, V. V. Lobzin // *Proceedings of the Joint Varenna-Abastumani International School and Workshop on Plasma Astrophysics, Varenna, Italy, 24 August– 3 September 1988*. — Paris: European Space Agency, 1988. — ESA SP-285. — V. 1. — P. 165—171.
92. Quasi-perpendicular collisionless high Mach number shocks / A. A. Galeev, C. F. Kennel, V. V. Krasnoselskikh, V. V. Lobzin // *Proceedings of the Joint Varenna-Abastumani International School and Workshop on Plasma Astrophysics, Varenna, Italy, 24 August–3 September 1988*. — Paris: European Space Agency, 1988. — ESA SP-285. — V. 1. — P. 173—183.
93. On the nature of low frequency turbulence in the foot of strong quasi-perpendicular shocks / V. V. Krasnosel'skikh, M. A. Balikhin, H. St. C. Alleyne [et al.] // *Advances in Space Research*. — 1991. — V. 11, № 9. — P. 15—18.
94. Non-stationarity and low frequency turbulence at a quasiperpendicular shock front / M. A. Balikhin, S. N. Walker, T. Dudok de Wit [et al.] // *Advances in Space Research*. — 1997. — V. 20. — P. 729—734.
95. Walker S. N. Ramp nonstationarity and the generation of whistler waves upstream of a strong quasiperpendicular shock / S. N. Walker, M. A. Balikhin, M. N. Nozdrachev // *Geophysical Research Letters*. — 1999. — V. 26. — P. 1357—1360.
96. Observations of a very thin shock / S. N. Walker, M. A. Balikhin, H. St. C. K. Alleyne [et al.] // *Advances in Space Research*. — 1999. — V. 24. — P. 47—50.
97. The Cluster magnetic field investigation / A. Balogh, M. W. Dunlop, S. W. H. Cowley [et al.] // *Space Science Reviews*. — 1997. — V. 79. — P. 65—91.
98. The Wave Experiment Consortium (WEC) / A. Pedersen, N. Cornilleau-Wehrin, B. de La Porte [et al.] // *Space Science Reviews*. — 1997. — V. 79. — P. 93—105.
99. The Electric Field and Wave Experiment for the Cluster Mission / G. Gustafsson, R. Bostrom, B. Holback [et al.] // *Space Science Reviews*. — 1997. — V. 79, № 1-2. — P. 137—156.
100. The Cluster Spatio-Temporal Analysis of Field Fluctuations (STAFF) Experiment / N. Cornilleau-Wehrin, P. Chauveau, S. Louis [et al.] // *Space Science Reviews*. — 1997. — V. 79, № 1-2. — P. 107—136.

101. The Digital-Wave-Processing experiment on Cluster / L. J. C. Woolliscroft, H. St. C. Alleyne, C. M. Dunford [et al.] // *Space Science Reviews*. — 1997. — V. 79. — P. 209—231.
102. Gurnett D. A. The wide-band plasma wave investigation / D. A. Gurnett, R. F. Hulf, D. L. Kirchner // *Space Science Reviews*. — 1997. — V. 79. — P. 95—208.
103. Local wavelet correlation: application to timing analysis of multi-satellite CLUSTER data / J. Soucek, T. Dudok de Wit, M. Dunlop, P. Décréau // *Annales Geophysicae*. — 2004. — V. 22, № 12.— P. 4185—4196.
104. Whisper, a resonance sounder and wave analyser: performances and perspectives for the Cluster mission / P. M. E. Decreau, P. Ferreau, V. Krasnosels'kikh [et al.] // *Space Science Reviews*. — 1997. — V. 79. — P. 157—193.
105. Gilbert E. N. Amplitude distribution of shot noise / E. N. Gilbert, H. O. Pollak // *The Bell Systems Technical Journal*. — 1960. — P. 333—350.
106. Pearson K. Contributions to the mathematical theory of evolution. II. Skew variation in homogeneous material / K. Pearson // *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A*. — 1895. — V. 186. — P. 343—414.
107. Nishikawa K. Relaxation of relativistic electron beam in a plasma with random density inhomogeneities / K. Nishikawa, D. D. Ryutov // *Journal of the Physical Society of Japan*. — 1976. — V. 41. — P. 1757—1765.
108. Salpeter E. E. Interplanetary scintillations. I. Theory / E. E. Salpeter // *Astrophysical Journal* — 1967. — V. 147. — P. 433—448.
109. Cairns I. H. Properties and interpretation of giant micropulses and giant pulses from pulsars / I. H. Cairns // *Astrophysical Journal*. — 2004. — V. 610. — P. 948—955.
110. Мишин Е. В. Плазменные эффекты сверхтепловых электронов в ионосфере / Е. В. Мишин, А. А. Трухан, Г. В. Хазанов. — М. : Наука, 1990. — 117с.
111. Khazanov G. V. A unified theory of ionosphere-plasmasphere transport of suprathermal electrons / G. V. Khazanov, T. Neubert, G. D. Gefan // *IEEE Transactions on Plasma Science*. — 1994. — V. 22. — P. 187—198.
112. Hahn G. H. *Statistical Models in Engineering* / G. H. Hahn, S. S. Shapiro. — New York: Wiley, 1967. — 356 p.
113. Kendall M.G. *The Advanced Theory of Statistics, vol.I.* / M. G. Kendall, A. Stuart. — London : Griffin, 1969.— 440 p.
114. Тихонов В. И. *Статистическая радиотехника* / В. И. Тихонов. — М.: Радио и Связь, 1982. — 624 с.
115. Classification of probability densities on the basis of Pearson's curves with application to coronal heating simulations / O. Podladchikova, B. Lefebvre, V. Krasnoselskikh, V. Podladchikov // *Nonlinear Processes in Geophysics*. — 2003. — V. 10, № 4/5. — P. 323—333.
116. Rice S. O. Mathematical analysis of random noise / S. O. Rice // *The Bell Systems Technical Journal*. — 1944. — V. 23. — P. 282—332.
117. Львовский Е. Н. *Статистические методы построения эмпирических формул* / Львовский Е.Н. — М. : Высшая школа, 1988. — 239 с.
118. Foreshock Langmuir waves for unusually constant solar wind conditions: Data and implications for foreshock structure / I. H. Cairns, P. A. Robinson, R. R. Anderson, R. J. Strangeway // *Journal of Geophysical Research*. — 1997. — V. 102. — P. 24,249—24,264.
119. Bendat J. S. *Random data, analysis and measurement procedures* / J. S. Bendat, A. G. Piersol. — New York : Wiley, 2000. — 594 p.
120. *Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing* / W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, B. P. Flannery. — New York : Cambridge Univ. Press, 1992. — 994 p.

121. Modeling of Cluster's electric antennas in space: application to plasma diagnostics / C. Beghin, P. M. E. Décréau, J. Pickett [et al.] // *Radio Science*. — 2005. — V. 40. — RS6008.
122. Filbert P. C. Electrostatic noise at the plasma frequency beyond the bow shock / P. C. Filbert, P. J. Kellogg // *Journal of Geophysical Research*. — 1979. — V. 84. — P. 1369—1381.
123. Electron plasma waves upstream of the Earth's bow shock / C. Lacombe, A. Mangeney, C. C. Harvey, J. D. Scudder // *Journal of Geophysical Research*. — 1985. — V. 90. — P. 73—94.
124. Generation of downshifted oscillations in the electron foreshock: a loss-cone instability / V. V. Lobzin, V. V. Krasnoselskikh, S. J. Schwartz [et al.] // *Geophysical Research Letters*. — 2005. — V. 32, № 18. — L18101.
125. Leroy M. M. A theory of energization of solar wind electrons by the Earth's bow shock / M. M. Leroy, A. Mangeney // *Annales Geophysicae*. — 1984. — V. 2. — P. 449—456.
126. Wu C. S. A fast Fermi process: energetic electrons accelerated by a nearly perpendicular bow shock / C. S. Wu // *Journal of Geophysical Research*. — 1984. — V. 89. — P. 8857—8862.
127. Yuan X. Simulation of energetic electron bursts upstream of re-forming shocks / X. Yuan, I. H. Cairns, P. A. Robinson // *Astrophysical Journal*. — 2007. — V. 671. — P. 439—446.
128. Lomb N. R. Least-squares frequency analysis of unequally spaced data / N. R. Lomb // *Astrophysics and Space Science*. — 1976. — V. 39. — P. 447—462.
129. Barning F. J. M. The numerical analysis of the light-curve of 12 Lacertae / F. J. M. Barning // *Bulletin of the Astronomical Institute of the Netherlands*. — 1963. — V. 17. — P. 22—28.
130. Vanicek P. Further development and properties of the spectral analysis by least-squares / P. Vanicek // *Astrophysics and Space Science*. — 1971. — V. 12. — P. 10—33.
131. Scargle J. D. Studies in astronomical time series analysis. II. Statistical aspects of spectral analysis of unevenly spaced data / J. D. Scargle // *Astrophysical Journal*. — 1982. — V. 263. — P. 835—853.
132. Numerical Recipes in Fortran 77, The Art of Scientific Computing, 2nd Edition, vol. 1 of Fortran Numerical Recipes // W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, B. P. Flannery. — Press Syndicate of the University of Cambridge, 1992. — 966 p.
133. Estimation of periods from unequally spaced observations / S. Ferraz-Mello // *The Astronomical Journal*. — 1981. — V. 86. — P. 619—624.
134. В. Л. Гинзбург Переходное излучение и переходное рассеяние / В. Л. Гинзбург, В. Н. Цитович. — М. : Наука, 1984. — 360 с.
135. Cartwright D. G. Observations of radiation from an electron beam artificially injected into the ionosphere / D. G. Cartwright, P. J. Kellogg // *Journal of Geophysical Research*. — 1974. — V. 79, № 10. — P. 1439—1457.
136. Балакирев В. А. Переходное излучение модулированного тока на сферическом плазменном слое / В. А. Балакирев, В. А. Буц, В. И. Курилко // *Журнал Технической Физики*. — 1976. — Т. 46, № 3. — P. 477—483.
137. Interaction of a modulated electron beam with a magnetized plasma / A. V. Kostrov, M. A. Starodubtsev, C. Krafft [et al.] // *Europhysics Conference Abstracts: Proceedings of 1998 Congress on Plasma Physics and 25th European Physical Society Conference on Controlled Fusion and Plasma Physics, Praha, Czech Republic, 29 June-3 July 1998*. — Praha: European Physical Society, 1998. — V. 22C. — P. 86—89.
138. Железняков В. В. Радиоизлучение Солнца и планет / В. В. Железняков. — М. : Наука, 1964. — 560 с.

139. Ермаков Е. Н. О переходном механизме КВ и УКВ радиоизлучения в полярной ионосфере / Е. Н. Ермаков, В. Ю. Трахтенгерц // Геомагнетизм и аэронавигация. — 1981. — Т. 21, № 1. — С. 82—86.
140. Боев А. Г. К теории декаметрового S-радиоизлучения Юпитера / А. Г. Боев, М. Ю. Лукьянов // Астрономический журнал. — 1991. — Т. 4, № 68. — С. 853—862.
141. Anisimov I. O. On the possibility to create a plasma amplifier with direct radiation of electromagnetic waves / I. O. Anisimov, S. M. Levytsky, S. M. Myshko // Ukrainian Journal of Physics. — 2004. — V. 49, № 11. — P. 1087—1089.
142. Флейшман Г. Д. Переходное излучение релятивистской частицы, движущейся по кривой / Г. Д. Флейшман // Успехи физических наук. — Т. 161, № 1. — С. 165—185.
143. Рабинович М. И. Введение в теорию колебаний и волн / М. И. Рабинович, Д. С. Трубецков. — М. : Наука, 1984. — 432 с.

Liste de publications

Articles

1. Beam-plasma interaction in randomly inhomogeneous plasmas and statistical properties of small-amplitude Langmuir waves in the solar wind and electron foreshock / V. V. Krasnoselskikh, V. V. Lobzin, K. Musatenko, J. Soucek, J. S. Pickett, I. H. Cairns // *Journal of Geophysical Research*. — 2007. — V. 112. — P. A10109.
2. Statistical properties of small-amplitude Langmuir waves in the Earth's electron foreshock / K. Musatenko, V. Lobzin, J. Soucek, V. V. Krasnoselskikh, P. Decreau // *Planetary and Space Science*. — 2007. — №55. — P. 2273—2280.
3. On nonstationarity and rippling of the quasiperpendicular zone of the Earth bow shock: Cluster observations / V. V. Lobzin, V. V. Krasnoselskikh, K. Musatenko, T. Dudok de Wit // *Annales Geophysicae*. — 2008. — №26. — P. 2899—2910.
4. Musatenko K. S. Transition Radiation of Relativistic Electrons from the Interplanetary Shock // K. S. Musatenko, I. O. Anisimov // *Ukrainian Journal of Physics*. — 2008. — V.53, № 5. — P. 414—419.
5. Musatenko K.S. Transition radiation of the electron rotating in the diffuse plasma boundary / K. S. Musatenko, I. O. Anisimov // *Problems of Atomic Science and Technology*. — 2009. — №1. — P. 86—88.

Abstracts et proceedings

1. Musatenko K. Evolution of the beam-driven Langmuir wave packet in the randomly inhomogeneous plasma / K. Musatenko, V. Krasnoselskikh, V. Lobzin // 13th Open Young Scientists' Conference on Astronomy and Space Physics, Kyiv, 25-29 April 2006 : Abstracts. — K., 2006. — P. 138—139.
2. Beam-plasma interaction in randomly inhomogeneous plasmas / K. Musatenko, V. Krasnoselskikh, V. Lobzin, J. Soucek, J. Pickett, I. Cairns, I. Anisimov // EGU General Assembly, Vienna, Austria, 2-7 April 2006 : *Geophysical Research Abstracts*. — V. 8. — P.05037.
3. Musatenko K. Dynamics of the Beam Driven Langmuir Wave Packet in a Plasma with Random Inhomogeneities / K. Musatenko, V. Krasnoselskikh, V. Lobzin // 13th International Congress on Plasma Physics (ICPP 2006), Kiev, Ukraine, 22-26 May 2006 : *Book of Abstracts. Part I. Sections A, B, C*. — K., 2006. — P. 164.
4. Dynamics of the Beam Driven Langmuir Wave Packet in a Plasma with Random Inhomogeneities / K. Musatenko, V. Krasnoselskikh, V. Lobzin, I. Anisimov // 13th International Congress on Plasma Physics (ICPP 2006), Kiev, Ukraine, 22-26 May 2006 : *Proceedings. Contributed Papers*. — K., 2006. — № C125p. — CD-ROM, 70 Min / 700 Mb. — Syst. req.: Pentium; 32 Mb RAM; Windows 95; Acrobat Reader 6.
5. Beam-plasma interaction in randomly inhomogeneous plasma / K. S. Musatenko, V. V. Krasnoselskikh, V. Lobzin, J. Soucek, J. Pickett, I. O. Anisimov // *Proceedings of the Sixth International Young Scientists Conference on Applied Physics, Kyiv, Ukraine, 14-16 June 2006*. — K., 2006. — P. 184—185.
6. Musatenko K. S. Transition radioemission of electrons drifting through the region of interplanetary shock / K. S. Musatenko, I. O. Anisimov, V. V. Krasnoselskikh // *Proceedings of the Seventh International Young Scientists Conference on Applied Physics, Kyiv, Ukraine, 13-15 June 2007*. — K., 2007. — P. 144—145.
7. Musatenko K. Diffuse plasma boundary model for rotating relativistic electron transition radiation calculation / K. Musatenko, I. O. Anisimov // *Proceedings of the Eighth*

- International Young Scientists Conference on Applied Physics, Kyiv, Ukraine, 11-13 June 2008. — K., 2008. — P. 142—143.
8. Musatenko K. S. Numerical calculation results of transition radiation generated by relativistic electrons drifting through the interplanetary shock region / K. S. Musatenko, I. O. Anisimov, V. V. Krasnoselskikh // Proceedings of the III International Conference “Electronics and Applied Physics”, Kyiv, Ukraine, 25-27 October 2007. — K., 2007. — С. 130—131.
 9. Musatenko K. S. Cyclotron radiation of relativistic electron rotating in the region of interplanetary shock / K. S. Musatenko, I. O. Anisimov // Proceedings of the IV International Conference “Electronics and Applied Physics”, Kyiv, Ukraine, 23-25 October 2008. — K., 2008. — P. 121—122.
 10. Мусатенко К. С. Перехідне випромінювання електронів, що дрейфують через область міжпланетної ударної хвилі / К. С. Мусатенко, І. О. Анісімов, В. В. Красносельських // Українська конференція з фізики плазми та керованого термоядерного синтезу - 2007, Київ, Україна, 22-27 вересня 2007 р. : Програма. Збірник анотацій. Список учасників. — К., 2007. — С. 63.
 11. Musatenko K. S. Transition radioemission of relativistic electrons drifting through the interplanetary shock / K. S. Musatenko, I. O. Anisimov, V. V. Krasnoselskikh // Spatio-Temporal Analysis and Multipoint Measurements in Space – 2, Orleans, France, 24-28 September 2007: Abstract book. — Orleans, 2007. — P. 41.
 12. On Nonstationarity and Rippling of the Quasiperpendicular zone of the Earth bow shock: Cluster observations / V. V. Lobzin, V. V. Krasnoselskikh, K. Musatenko, T. Dudok De Wit, J. Soucek, P. Decreau. // Spatio-Temporal Analysis and Multipoint Measurements in Space – 2, Orleans, France, 24-28 September 2007: Abstract book. — Orleans, 2007. — P. 39.
 13. Beam-plasma interaction in randomly inhomogeneous plasmas and statistical properties of small-amplitude Langmuir waves in the solar wind and electron foreshock region / V. Krasnoselskikh V. Lobzin K. Musatenko J. Soucek J. Pikett, I. Cairns // Spatio-Temporal Analysis and Multipoint Measurements in Space – 2, Orleans, France, 24-28 September 2007: Abstract book. — Orleans, 2007. — P. 29.
 14. Musatenko K. S, Transition radiation of relativistic electron crossing interplanetary shock in terms of diffuse boundary model / K. S. Musatenko, I. O. Anisimov // 8-я украинская конференция по космическим исследованиям. (Солнечно-земные связи и космическая погода), Евпатория, 1-7 сентября 2008 г.: тезисы. докл. — K., 2008. — P. 10.
 15. Musatenko K. S. Diffused plasma boundary model for investigation of transition radiation of relativistic electron from interplanetary shock / K. S. Musatenko, I. O. Anisimov // Fourteenth International Congress on Plasma Physics, Fukuoka, Japan, 8-12 September 2008: Abstract Book. — P. 203.
 16. Musatenko K. S. Transition radiation of the electron rotating in the diffuse plasma boundary / K. S. Musatenko, I. O. Anisimov // Alushta – 2008, International Conference - School on Plasma Physics and Controlled Fusion, Alushta (Crimea), Ukraine, 22-27 September 2008: Book of Abstracts. — P. 110.

Annexe

Articles Publiés

I Article 1

V. V. Krasnoselskikh, V. V. Lobzin, K. Musatenko, J. Soucek, J. S. Pickett, I. H. Cairns

Beam-plasma interaction in randomly inhomogeneous plasmas and statistical properties of small-amplitude Langmuir waves in the solar wind and electron foreshock

Journal of Geophysical Research. — 2007. — V. 112. — P. A10109.



Beam-plasma interaction in randomly inhomogeneous plasmas and statistical properties of small-amplitude Langmuir waves in the solar wind and electron foreshock

V. V. Krasnoselskikh,¹ V. V. Lobzin,^{1,2} K. Musatenko,¹ J. Soucek,³ J. S. Pickett,⁴ and I. H. Cairns⁵

Received 7 December 2006; revised 23 July 2007; accepted 7 August 2007; published 26 October 2007.

[1] A numerical model for wave propagation in an unstable plasma with inhomogeneities is developed. This model describes the linear interaction of Langmuir wave packets with an electron beam and takes into account the angular diffusion of the wave vector due to wave scattering on small-amplitude density fluctuations, as well as suppression of the instability caused by the removal of the wave from the resonance with particles during crossing density perturbations of relatively large amplitude. Using this model, the evolution of the wave packets in inhomogeneous plasmas with an electron beam is studied. To analyze data obtained both in space experiments and numerical modeling, a Pearson technique was used to classify the spectral density distributions. It was shown that both experimental distributions obtained within the Earth's foreshock aboard the CLUSTER spacecraft and model distributions for the logarithm of wave intensity belong to Pearson type IV rather than normal. The main reason for deviations of empirical distributions from the normal one is that the effective number of regions where the waves grow is not very large and, as a consequence, the central limit theorem fails to be true under the typical conditions for the Earth's electron foreshock. For large amplitudes, it is suggested that power law tails can result from variations of wave amplitudes due to changes of group velocity in the inhomogeneous plasma, in particular due to reflection of waves from inhomogeneities.

Citation: Krasnoselskikh, V. V., V. V. Lobzin, K. Musatenko, J. Soucek, J. S. Pickett, and I. H. Cairns (2007), Beam-plasma interaction in randomly inhomogeneous plasmas and statistical properties of small-amplitude Langmuir waves in the solar wind and electron foreshock, *J. Geophys. Res.*, 112, A10109, doi:10.1029/2006JA012212.

1. Introduction

[2] From the beginning of space research onboard satellites Langmuir waves have been the object of intensive studies in the solar wind, within the Earth's electron foreshock, and in the vicinity of other planetary shocks. These waves are generated as a result of the beam-plasma interaction. The early experimental studies of these processes were carried out in the source regions of the type III solar radio bursts. Detailed direct in situ measurements at 1 AU have shown the simultaneous occurrence of a bump on tail electron distributions and an increase of plasma wave level above the background [Lin *et al.*, 1981]. There were no indications of any of the plateau-type particle distribution predicted by quasilinear theory. From the very beginning it was pointed out that plasma waves are clumped into spikes

with peak amplitudes typically three orders of magnitude above the mean [Gurnett *et al.*, 1978]. The question arose whether these observations can be interpreted in terms of nonlinear wave packets, solitons, or wave collapse [Smith, 1977], because the major results of theoretical studies of weak and strong turbulence were already published at that time. Smith and Sime [1979] analyzed Langmuir waves in type III solar radio bursts sources in the solar wind. They pointed out that there is no evidence of any strong nonlinear phenomena such as soliton formation or collapse in the experimental data. They proposed the explanation of the clumping phenomenon based on the idea that the plasma is inhomogeneous, and in most regions where the beam could excite the waves the characteristic scale of the inhomogeneity is comparable with the spatial growth rate, thereby resulting in suppression of the instability. They argue that sufficient amplification occurs only along certain paths where by chance successive inhomogeneities are sufficiently similar that they do not interfere with the amplification process leading to the observed spikes. This idea was further developed by Muschietti *et al.* [1985], Melrose *et al.* [1986], Robinson [1992, 1995], and Robinson *et al.* [1993a, 1993b, 2004].

¹LPCE/CNRS-Université d'Orléans, Orléans, France.

²le Studium Institute for Advanced Studies, Orleans, France.

³Institute of Atmospheric Physics, Prague, Czech Republic.

⁴University of Iowa, Iowa, USA.

⁵University of Sydney, Sydney, Australia.

[3] A very similar problem of beam-plasma interaction was studied in a laboratory plasma. The effect of density fluctuations was found to be important for the development of the instability and *Nishikawa and Ryutov* [1976] suggested that the major effect of small amplitude density fluctuations can be taken into account in the form of effective angular diffusion of the wave vector, which in turn results in the deviation of the wave phase velocity and quenching the instability. This approach was used in further studies in space and laboratory plasmas.

[4] The observations of the large scale electron density fluctuations in the solar wind gave strong argument in favor of such an interpretation. In situ measurements of the density fluctuations spectrum onboard ISEE 1 and 2 satellites [*Celnikier et al.*, 1983] revealed that characteristic density fluctuations as high as $\delta n/n \sim 10^{-2}$ may exist on the scale range of the order of 100 km, while interplanetary scintillations measurements from extragalactic radio sources give an average value for $\delta n/n$ of the order of 10^{-3} [*Cronyn*, 1970]. In an ISEE propagation experiment, under typical conditions for solar wind at 20 R_E , *Celnikier et al.* [1983] also found that the electron density power spectrum is not fit by a single power law in the entire frequency range from 10^{-3} Hz to 5 Hz. Rather, there are two frequency ranges with different spectral indices, with the spectra showing the fracture at $6 \cdot 10^{-2}$ Hz. Later on, for a considerably larger data set, *Celnikier et al.* [1987] confirmed their previous conclusion about two power laws with a transition point at about 0.1 Hz. They also argued that the power index for high frequencies is variable, while for low frequencies the index is approximately constant, and the absolute value of density fluctuations is proportional to the mean plasma density. The main contribution to the fluctuation level comes from high frequencies, for frequency range 4–16 Hz the mean relative fluctuation is as large as 0.04. In addition, *Celnikier et al.* [1987] found no evidence of a strong anisotropy of density fluctuations. Recently, *Kellogg and Horbury* [2005] have deduced density fluctuation spectra from EFW probe potential variations measured aboard Cluster spacecraft in the free solar wind. Because the observed electric fields accompanying these fluctuations are quite low, *Kellogg and Horbury* [2005] argue that electron and ion fluctuations are canceled out and resulting charge separations are small. Thus the fluctuations resemble ion acoustic waves [*Kellogg and Horbury*, 2005].

[5] The presence of such fluctuations can result in several physical effects that can affect beam-plasma interaction dynamics. Certain effects were identified recently making use of direct measurements of high frequency electric fields in space. *Bale et al.* [1998] and *Kellogg et al.* [1999] have reported that the waves observed in the vicinity of the electron foreshock region have quite often elliptical polarization, rather than linear, and can belong to the Z-mode rather than the Langmuir mode. They suggested that the transformation of primarily generated Langmuir waves to the slow electromagnetic mode can occur due to plasma inhomogeneities. *Bale et al.* [2000] have studied the dependence of wave amplitudes upon the ratio of the beam speed to the thermal electron velocity and have found that there is no direct correlation between the intensity of waves and characteristic energy of beams. *Bale et al.* [1997] pointed

out that presumably the probability distribution of wave intensity dependence should be separated on two parts. Small-amplitude waves can have the distribution related to linear instability properties while large-amplitude wave statistics described by a power law tail can be determined by nonlinear processes. An additional observational evidence of the role of nonlinear processes for large-amplitude wave statistics was presented by *Soucek et al.* [2005].

[6] Intensive studies of experimental probability distributions of wave energy were initiated by the development and application of stochastic growth theory (SGT) [*Robinson*, 1992, 1995; *Robinson et al.*, 1993a, 1993b; *Cairns and Robinson*, 1997, 1999]. The main idea of the SGT consists of the suggestion that the presence of large-amplitude density fluctuations results in the existence of finite regions where the instability occurs, similar to what was stated by previous authors. This gives rise to a statistical distribution of the growth rate, which in the limiting case, assuming a central limit theorem holds, results in lognormal distribution for the wave intensity. This result was obtained under the assumption that the wave amplitudes don't reach the level at which nonlinear processes become active. Making use of different experimental data obtained aboard spacecraft, *Robinson et al.* [1993a, 1993b], *Cairns and Robinson* [1997, 1999], *Cairns et al.* [2000], and *Sigsbee et al.* [2004] have demonstrated that the distributions observed at a point closely resemble a lognormal in the majority of the foreshock. However, close to the foreshock boundary [*Cairns et al.*, 2000] and averaged over the foreshock [*Bale et al.*, 1997; *Cairns and Robinson*, 1997; *Boshuizen et al.*, 2001] the distributions appeared power law at high fields with $P(E) \propto E^{-2}$. Spatial variations in wave parameters and the relatively small number of field samples and periods analyzed made it difficult to assess deviations from lognormals in these analyses.

[7] Recent simulations, which include Langmuir-beam evolution in an inhomogeneous plasma background, incorporate angular scattering, and take into account nonlinear wave processes, demonstrate the evolution of the beam-plasma system to a final state predicted by the stochastic growth theory [*Li et al.*, 2006a, 2006b].

[8] It is worth noting that very similar problem was studied for many years in radio engineering in connection with the shot noise probability distributions. *Gilbert and Pollak* [1960] developed an analytical approach to evaluate the probability distributions of shot noise that consists of pulses having a predefined shape and dependent upon parameters that determine the characteristics of pulses. They have obtained the integral equation that allows one to find such a distribution for different types of pulses. However, in most interesting cases the equation can be solved only numerically, thus the problem how to characterize such distributions was kept open.

[9] The question we will address in our paper is: can one distinguish and quantitatively characterize the role of different effects such as the angular diffusion due to small-amplitude density fluctuations, linear growth of waves in strongly inhomogeneous plasma, and amplitude variations associated with the change of the wavelength due to variations of plasma density. For this purpose we suggest to use the Pearson technique of classification of different

distributions [Pearson, 1895]. A comparative analysis of distributions obtained from modeling and experimental measurements can allow identifying the relative role of different factors. Our work is the first step on quantifying physical processes with the use of such statistical approach, but the results obtained seem to be very promising.

[10] Presented in this paper experimental observations made aboard the CLUSTER spacecraft in the solar wind show that the probability density function for energy of small-amplitude Langmuir waves can deviate considerably from a lognormal distribution. In addition, a theoretical interpretation of these deviations and comparison of numerical simulation results with experimental data are provided.

[11] The remainder of the paper is organized as follows. Section 2 describes a numerical model for Langmuir wave growth/damping in the presence of an electron beam, a multitude of small-amplitude density fluctuations, and a single large-amplitude density inhomogeneity. This model is used to study the spatial evolution of a single plasma wave packet. In Section 3, the numerical model presented in the previous section is used to determine statistical parameters characterizing a spatial evolution of Langmuir waves in plasmas with a number of random large-amplitude inhomogeneities. Besides, this section describes a classification procedure of measured/modeled distributions by attributing them to one of a family of Pearson distributions. The results obtained both in numerical simulations and aboard the Cluster spacecraft in a vicinity of the Earth's foreshock boundary are briefly discussed in Section 4. The main conclusions of the paper are summarized in Section 5.

2. Numerical Model for Beam-Plasma Interaction in Randomly Inhomogeneous Plasmas

[12] To study the influence of random density inhomogeneities on the evolution of Langmuir waves resulting from the plasma-beam instability in space plasmas, we assume for simplicity that the inhomogeneities fall into two distinct types, namely relatively large-amplitude density disturbances and small-amplitude ones. Suppose further that these inhomogeneities have negligible velocities as compared to the group velocity of Langmuir waves and large characteristic spatial scales, the scale of large-amplitude fluctuations being larger than that of small-amplitude ones.

[13] To come to a more precise mathematical description, let us introduce the following notation. Let q and Q be typical "wave numbers" characterizing spatial scales of small-amplitude inhomogeneities and large-amplitude ones, respectively, Δn and ΔN be the corresponding typical plasma density perturbations, k a typical wave number of unstable Langmuir waves, v_g and Γ the group velocity and growth rate for their energy, respectively.

[14] Let the characteristic spatial scales of both types of inhomogeneities be large as compared with the wavelength of plasma oscillations and the growth rate be sufficiently small,

$$Q < \Gamma/v_g \ll q \ll k.$$

In this case, we can introduce an average spectral density of Langmuir waves, \overline{W} , where the averaging is performed over

the space and time intervals Δr and Δt satisfying the conditions

$$1/qv_g \ll \Delta t \ll 1/\Gamma, 1/Qv_g$$

and

$$1/q \ll \Delta r \ll v_g/\Gamma, 1/Q. \quad (1)$$

From (1) it follows that the wave packets under consideration are more narrow than large-amplitude density inhomogeneities but extend over a lot of small-amplitude fluctuations.

[15] If for small-amplitude density fluctuations the condition

$$\Delta n/n \ll 3Tk^2/m\omega_{pe}^2$$

is satisfied, the Langmuir wave packets cannot be trapped by these inhomogeneities but only scattered. Moreover, the scattering is elastic (without changes of frequency and absolute value of wave vector) and diffusive if the inhomogeneities are randomly distributed in space and their velocities are negligible [Nishikawa and Ryutov, 1976]. For large-amplitude inhomogeneities, we assume that

$$\Delta N/n \lesssim 3Tk^2/m\omega_{pe}^2,$$

in other words, the magnitude of the wave vector can be changed significantly during crossing such an inhomogeneity but the inhomogeneity is not large enough to reflect the packet backwards.

[16] In summary, for small-amplitude density fluctuations the assumptions by Nishikawa and Ryutov [1976] are used, allowing us to treat these fluctuations as a stochastic process and calculate their influence in the Fokker-Plank approximation, while the interaction of a wave packet with each large-amplitude density disturbance should be considered in the framework of a deterministic approach. Thus the evolution of the waves is described by the equation

$$\frac{\partial W}{\partial t} + (\mathbf{v}_g \cdot \nabla) W = \Delta DW + \Gamma W,$$

where W is the wave spectral energy density.

[17] It is worth noting here several properties of the wave propagation in the presence of the growth/damping effects when the diffusion effect is negligible and some inhomogeneities are large enough to reflect the packets backwards, $\Delta N/n \gtrsim 3Tk^2/m\omega_{pe}^2$. The plasma density profile is assumed to be presented as a hypersurface having valleys and hills and the wave propagation corresponds to the motion of some "object" that flies at a certain constant height. When the object meets the hypersurface of the "land," it is reflected. Because of instability, the wave grows in amplitude while moving within some "cone," otherwise it damps. In addition, the wave amplitude can also change due to variations of group velocity. Such a picture corresponds to a WKB solution that can be written as

$$W(t, \mathbf{r}) = \frac{W_0}{\sqrt{|k_r|}} \exp\left(-i\omega t + i \int \mathbf{k} d\mathbf{r}\right),$$

where \mathbf{k} is a complex wave vector describing variations of both the wave phase and amplitude and k_n is the component of the wave vector perpendicular to the surface. In such a case the statistics of wave amplitudes is determined by the statistical properties of the plasma density profile and the initial value of the wave vector. There exist several different groups of waves, which can be classified as follows. The waves from the first group are trapped inside some valleys and cannot escape. They are localized in the vicinity of the three-dimensional density holes and their dynamics consists of periodical variations between damping and growth. The second group includes the waves that move in multiply-connected area and are reflected to rather arbitrary angles while touching the surface. The wave amplitude temporarily grows during reflection and on average the wave will mainly grow and damp in the presence of the growth/damping rate. An important change in the wave behavior happens if the effect of the diffusion on the small-amplitude density fluctuations becomes strong enough. In the case with negligible diffusion, the trajectories in general can intersect, however, the local amplitude behavior is determined by the waves that arrive from the ‘‘cone’’ of growth rate. In another case when the diffusion effect is large enough, the waves can arrive from any direction and the effects of the interference can also become important.

[18] The plasma inhomogeneities encountered by the wave packet influence the wave amplitude due to variations of the effective growth rate, refractive scattering, and variations of the group velocity. Indeed, consider a one-dimensional case in the approximation of geometrical optics and zero growth rate. Let $x = 0$ be the point of reflection. The wave number k vanishes at $x = 0$. Assume that in a sufficiently large vicinity of this point $k \propto x^{1/2}$. We have $v_g W = \text{const}$, where W is the wave energy density. From the dispersion relation for Langmuir waves it follows that $v_g \propto k$, thus the wave energy is proportional to k^{-1} . By definition, the probability to observe the wave energy within the range from W to $W + dW$ is $P_W(W) dW$. In the case of standing waves, there is a one-to-one correspondence between x and W , hence, $P_W(W) dW = P_x(x) dx$, where $P_x(x) dx$ is the probability to make the measurements within given space interval. If we assume that the instrument moves with a constant velocity in the region of interest, P_x will be constant and after simple and straightforward calculations we get a power law distribution of wave energies, $P_W(W) \propto W^{-3}$. In the other case when the wave activity is composed of separate packets and these packets are oscillating between the points of reflection, the probability to observe the waves within given space region will be inversely proportional to its group velocity, $P_x \propto v_g^{-1}$, and we get $P_W(W) \propto W^{-2}$. Previous analyses yield $P_W(W) \propto W^{-3}$ at high W for waves subject to refractive scattering by zero-mean, Gaussian density fluctuations along a raypath [Salpeter, 1967] and propagation of rays subject to a caustic [Cairns, 2004; M. A. Walker, personal communication, 2003]. Obviously, these mechanisms can change considerably the high-energy part of the distribution by forming a power law tail. However, a detailed study of this effect is beyond the scope of the present paper, where we will focus on the effects of diffusion and fluctuations of the growth rate and consider experimental data with small wave amplitudes and without power law tails.

[19] There exist two simplified approaches to study statistical properties of waves in unstable plasmas with inhomogeneities, i.e., with the use of a stationary boundary problem for wave propagation and a temporal one. In the first approach, a stationary state for wave energy density is considered, both the growth rate and wave spectra depending on coordinates. The second approach was used by Nishikawa and Ryutov [1976], who studied a temporal evolution of the waves in macroscopically homogeneous plasmas, without dependence on spatial coordinates. These two approaches have obvious similarity, however, in the present paper we choose the first one, which seems to be more convenient from a numerical point of view.

[20] Thus to simplify the problem, let us consider a stationary case, when Langmuir waves enter a half-space $x > 0$ occupied by unstable nonuniform plasma and both the plasma parameters and solution depends only on one coordinate, x , and does not depend on time. Then the spatial evolution of the wave packet is governed by the equation

$$v_g \cos \theta \frac{\partial W}{\partial x} = \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(D \sin \theta \frac{\partial W}{\partial \theta} \right) + \Gamma W, \quad (2)$$

where $\Gamma(x, k, \theta)$ is an effective damping/growth rate for wave energy and θ is the angle between the axis x and wave vector. The influence of microscopic small-amplitude density fluctuations is described by the first term on the right-hand-side in (2), where $D(x, k, \theta)$ is the diffusion coefficient.

[21] First of all, it is instructive to analyze effects of small-amplitude density fluctuations. In this case, wave packets with different wave numbers evolve independently. If we take a narrow range of wave numbers and assume that the fluctuation spectrum is isotropic, then the diffusion coefficient D is approximately constant and the growth rate depends only on x and θ .

[22] Let Γ be a typical value of the growth rate in the region considered. From (2) we observe that two dimensionless parameters can be introduced, $\delta_1 = \Gamma/D$ and $\delta_2 = \Gamma \Delta x / v_g$, where Δx is a characteristic length. The second parameter, δ_2 , characterizes the spatial growth/damping rate of the waves if the diffusion effects are negligible. More precisely, if we choose the angle $\theta = 0$ and consider two points separated by a sufficiently small distance Δx such that $\Gamma(x, 0)$ does not change considerably between the points chosen, the wave energies at these points will differ by a factor of $\exp(\delta_2)$, i.e.,

$$\delta_2 = \Delta x \left. \frac{\Delta \ln W}{\Delta x} \right|_{D=0}.$$

To evaluate the relative contribution of the growth/damping with respect to diffusion in the numerical simulations, it is natural to consider a ratio

$$R = \Delta x \frac{\Delta \ln W}{\Delta x} / \delta_2, \quad (3)$$

which can be introduced both for the spectral energy density $W(x, \theta)$ and for the total wave energy density,

$$W_{\text{tot}} = 2\pi \int_0^\pi W(x, \theta) \sin \theta d\theta, \quad (4)$$

if the dependencies of $W(x, \theta)$ and $W_{\text{tot}}(x)$ on the distance are approximately exponential in the region considered. In particular, this is the case when the growth rate depends only on θ , for example,

$$\frac{\Gamma(x, \theta)}{\Gamma_{\text{max}}} = -0.1 + 1.1 \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\theta}{\Delta\theta} \right)^2 \right]. \quad (5)$$

For numerical modeling, a finite difference approximation scheme was developed to solve the differential equation (2). Both the approximations and algorithm for solving the equations obtained are similar to those described by *Mishin et al.* [1990] and *Khazanov et al.* [1994].

[23] The results of calculations with the growth rate profile (5), where $\Delta\theta = \pi/10$, are shown in Figure 1, both for the spectral energy density $W(x, \theta)$ and for the total wave energy density W_{tot} .

[24] It is easily seen from Figure 1a that for small ratios Γ_{max}/D , when diffusion dominates, the effective growth rate does not depend on the angle θ , and the spectra should be isotropic. Moreover, in this case the instability ceases, in accordance with the results by *Nishikawa and Ryutov* [1976]. As Γ_{max}/D increases, an anisotropy of wave spectra becomes apparent, and when a threshold value of this ratio is exceeded, regions in \mathbf{k} -space appear with positive effective growth rate, and the instability develops. However, even if the ratio Γ_{max}/D is as large as 20, the effective growth rate of the instability is considerably smaller than that without diffusion. The second characteristic of the spectra are their angular width. As already mentioned above, the spectra are quasi-isotropic for small ratios of Γ_{max}/D and become narrower for larger values of this ratio. This statement is illustrated by Figure 1b, which shows the dependence of the angular half-width of the spectra, $\Delta\theta_{\text{fin}}$. The half-width is evaluated at the end of the simulation box, $x = x_{\text{max}}$, and is determined by $W(x_{\text{max}}, \theta_{\text{fin}}) = W(x_{\text{max}}, 0)/2$.

[25] When large-amplitude density fluctuations exist in the plasma, the wave vector of the Langmuir wave packet changes both in the direction and absolute value. Strictly speaking, Equation (2) does not hold in this case and should be replaced by a more general one. However, some qualitative aspects of the problem under consideration can be studied with the use of (2), where spatial variations of the growth rate are incorporated to take into account the effects of moving the wave out from resonance with an electron beam when the wave crosses a large-amplitude density inhomogeneity.

[26] Let

$$\frac{\Gamma(x, \theta)}{\Gamma_{\text{max}}} = -0.1 + 1.1 \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\theta}{\Delta\theta} \right)^2 \right] \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x - x_0}{\Delta x} \right)^2 \right], \quad (6)$$

where Δx is a characteristic spatial scale of the inhomogeneity. The growth rate given by (6) takes positive values in a vicinity of x_0 and forward direction of propagation, while for large deviation from this direction and larger distances from x_0 it approaches the same negative value. The results of numerical simulations with this profile are shown in Figure 2.

[27] It is easily seen that the width of the wave packet is more narrow than that of the growth rate and that the relative position of the maximum wave energy with respect to the peak of the growth rate depends on the ratio Γ_{max}/D – compare panels (a) and (b) in Figure 2. In particular, the shapes of wave packets are similar for different values of Γ_{max}/D , but there exist some substantial distinctions (see panel (c) in Figure 2, where shown are the packets after a shift such that the maxima of the packets become coincident). In particular, for relatively small Γ_{max}/D the packets are considerably asymmetrical. With the increase in Γ_{max}/D , the asymmetry vanishes, and, in addition, large parts of ascending and descending halves of the pulse become approximately exponential.

3. Numerical Modeling of Wave Propagation in Unstable Plasma With Inhomogeneities

[28] To study statistical properties of small-amplitude waves in randomly inhomogeneous plasmas, when nonlinear effects can be neglected, consider the following boundary value problem for Equation (2),

$$W|_{x=0} = W_0(\theta) \quad \text{for } 0 \leq \theta \leq \pi/2,$$

$$W|_{x=x_{\text{max}}} = 0 \quad \text{for } \pi/2 < \theta \leq \pi.$$

[29] It is assumed that for large x the instability ceases and Langmuir waves damp. The growth rate $\Gamma(x, \theta)$ is a shot-noise-like function of x . More precisely, $\Gamma(x, \theta)$ is a superposition of impulses with random positions. The mean number of impulses is chosen to be equal to 50 for all runs, but the exact number is random and follows the Poisson distribution. The impulses have the same shape given by (6) but different amplitudes, which are uniformly distributed between zero and the maximum value corresponding to $\Gamma_{\text{max}}/D = 15$. The ratio of the total width of the region occupied by large-amplitude inhomogeneities to the impulse width, Δx , is equal to the mean number of impulses, 50. Thus in the case considered the inhomogeneities overlap. However, for a given point there are only a few overlapping impulses.

[30] To estimate the probability density function of wave energy for given $x > 0$, we take the results of 10000 runs with different profiles of the growth rate, where both the number of impulses, their amplitudes and positions were chosen randomly, in accordance with the corresponding probability distributions.

[31] To describe the shape and other properties of the distributions obtained in the simulations, it is convenient to use a technique related to Pearson curves [*Pearson*, 1895]. This technique has three important advantages, i.e., it is objective, can be easily automated, and provide final results in a compact form [*Hahn and Shapiro*, 1967]. The corresponding procedure includes the following stages.

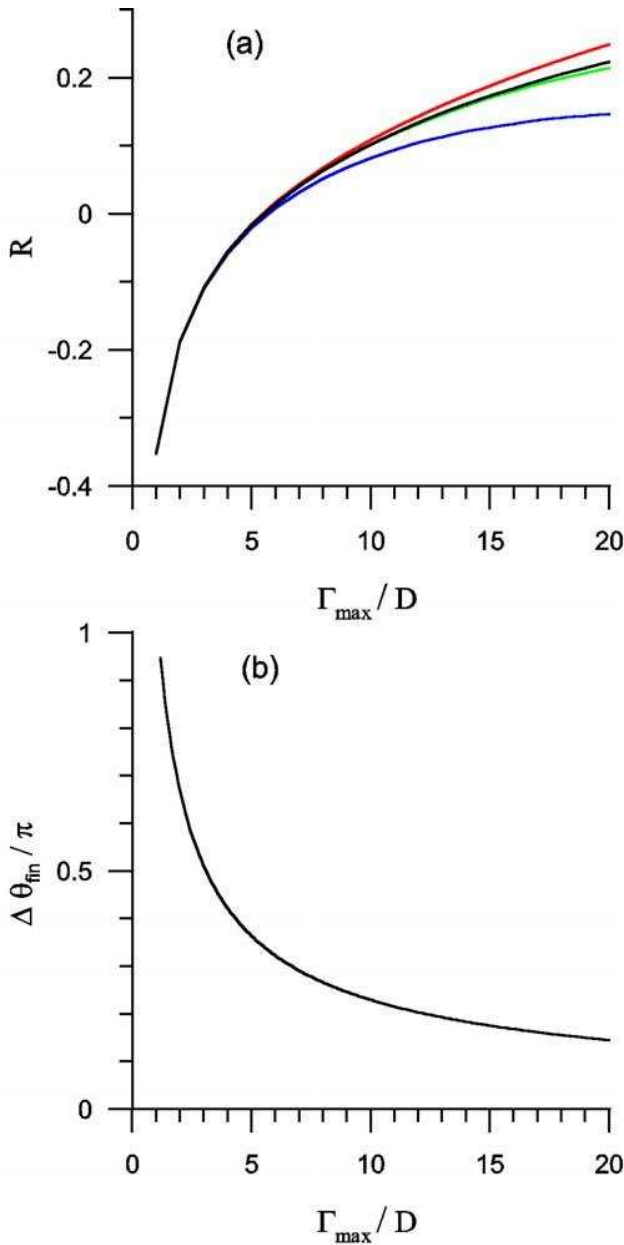


Figure 1. (a) The dependencies of normalized effective growth rates R (see (3) for definition) on the ratio Γ_{\max}/D for the Gaussian profile of the growth rate $\Gamma(\theta)$ given by (5) with $\Delta\theta = \pi/10$. The black line shows the results for the total spectral energy W_{tot} (see (4) for definition). Red, green and blue lines represent the data derived for the spectral energy densities $W(\theta, x)$, where $\theta = 0, \pi/2$, and π , respectively. (b) The dependence of the final angle half-width of the wave spectra on the ratio Γ_{\max}/D .

From available data set, the first four moments are calculated. Assuming that these estimates are exact, an approximation of empirical distribution can be found by integrating a linear ordinary differential equation. The obtained fit can then be compared with the actual data to validate the results of fitting.

[32] The system of Pearson's curves describes wide classes of distributions having one single extremum. All of them are described by the differential equation

$$\frac{dp(z)}{dz} = \frac{z - a}{b_0 + b_1z + b_2z^2} p(z),$$

where a and b_i are constants [Hahn and Shapiro, 1967; Tikhonov, 1982; Podladchikova et al., 2003]. Thus these distributions are fully described by 4 parameters, which can be related to the mean and 3 moments about the mean, μ_2 , μ_3 , and μ_4 . The shape of the distributions depend on 2 dimensionless parameters defined by

$$\beta_1 = \frac{\mu_3^2}{\mu_2^3}, \quad \beta_2 = \frac{\mu_4}{\mu_2^2}. \quad (7)$$

These parameters characterize the asymmetry (skewness) and the peakedness (kurtosis) of the distribution, respectively.

[33] Pearson [1895] suggested a classification of distributions with 12 classes, depending on parameters β_1 and β_2 . The top panel in Figure 3 contains the $\beta_1 - \beta_2$ plane and shows the regions for some classes, namely, for beta distributions (region I), gamma distribution (line III), log-normal distribution (line V), and others (region IV). The normal distributions are represented by a single point $\beta_1 = 0, \beta_2 = 3$. For more details see, for example, Hahn and Shapiro [1967], Tikhonov [1982], Podladchikova et al. [2003] and references therein.

[34] The results deduced from numerical simulations are shown on the diagram in Figure 3 (top and middle panels) by a series of red circles. Each model data point is obtained from 10000 values of logarithm of wave energy density, $\log_{10}W$, at a fixed x . Different data points correspond to different distances from the boundary $x = 0$, and as a consequence, to a different mean number of growth rate impulses, N_{imp} , that the wave comes through. The error bars in the middle panel of Figure 3 show the statistical scatter for betas in the case of the null hypothesis that the logarithm of wave energy density obeys a normal distribution.

[35] From Figure 3 we observe that as N_{imp} increases, the data points approach the point representing normal distributions (black cross in the top and middle panels), in accordance with simple reasoning based on the central limit theorem. However, in general the deviations from a normal distribution are substantial, especially with respect to β_1 .

[36] These findings can be interpreted in the framework of simple considerations outlined below.

[37] If then the wave diffusion is absent and the conditions for WKB approximation are satisfied, the wave energy density is given by

$$W(x) = W_0 \exp\left(\int_0^x \Gamma(x') dx'\right).$$

In plasmas with small-amplitude fluctuations, which scatter the waves, the growth rate for wave energy should be

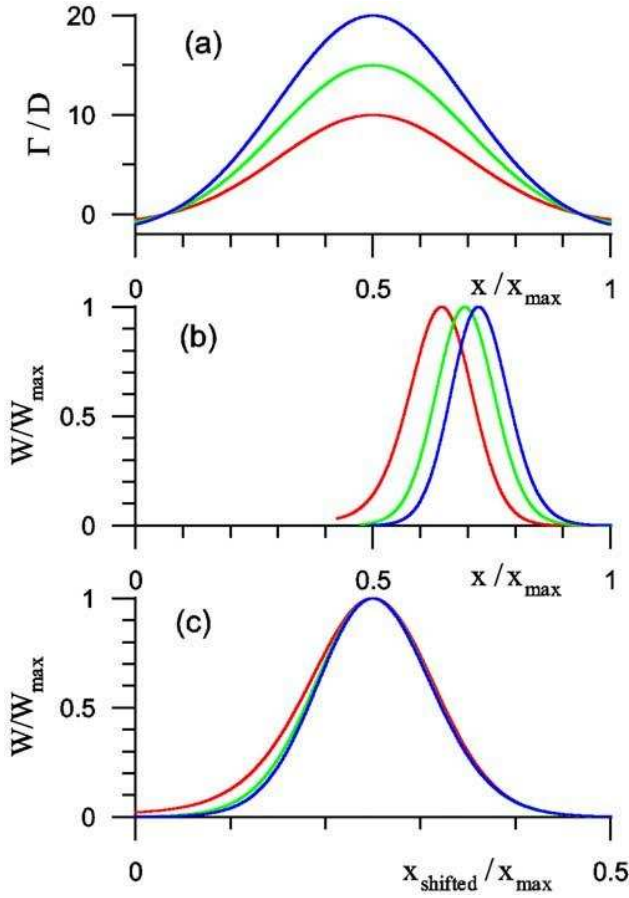


Figure 2. The results of numerical simulations of instability with a single large-scale inhomogeneity. (a) Spatial profiles of the ratio Γ/D for $\theta = 0$ and different values of Γ_{\max}/D . (b) Spatial dependencies of normalized wave energy densities obtained for $\Gamma_{\max}/D = 10$ (red line), 15 (green line) and 20 (blue line). (c) The profiles shown in panel (b) after spatial shifts such that the maximums of the curves coincide.

replaced by its effective value. If we suppose that the effective growth rate resembles a shot noise,

$$\Gamma(x) = \sum_{i=0}^{N_{\text{imp}}} F_{\Gamma}(a_i, x - x_i), \quad (8)$$

where the shape of each impulse is described by the same function depending on a parameter a_i , the positions of the impulses x_i form a Poisson sequence, and a_i are random and independent, then, $\ln(W/W_0)$ is also a shot noise process of the same form,

$$\ln(W/W_0) = \sum_{i=0}^{N_{\text{imp}}} F_W(a_i, x - x_i), \quad (9)$$

where $F_W(a, x) = \int_{-\infty}^x F_{\Gamma}(a, x') dx'$.

[38] Finding the amplitude distribution of the shot noise of the form (8), as well as for a more simple case of noise composed of impulses with the same amplitude,

$$\Gamma(x) = \sum_{i=0}^{N_{\text{imp}}} F_{\Gamma}(x - x_i), \quad (10)$$

is very important both for theory and applications. *Rice* [1944] addressed this problem with $F(a, t) = aF(t)$, as well as for shot noise (8), and obtained an expression for the probability density function in the form of a Fourier integral. *Gilbert and Pollak* [1960] argued that the Rice solution can be easily evaluated only for nearly Gaussian noise, when the impulse rate is large. In their turn, they proved a theorem that finding the distribution for a noise given by (8) can be reduced to the same problem for (10). Then, for a shot noise given by (10) they obtained an integral equation for amplitude distribution and presented several examples when this equation can be solved analytically [Gilbert and Pollak, 1960]. However, in a general case this equation can be solved only with the use of numerical methods. *Gilbert and Pollak* [1960] presented one example of such calculations when the pulse shape is an exponentially damped high-frequency sinusoid, $\exp(-t)\sin(\omega t)$, $t \geq 0$. They found noticeable differences in the tails of the normal distribution and calculated one, even for relatively high impulse rate of 10 impulses per unit time. For smaller impulse rates, the differences exist in the entire range of amplitudes.

[39] In summary, the theory developed by *Gilbert and Pollak* [1960] describes the way how the probability density function of the shot noise can be calculated when the shapes of the impulses are known together with statistical properties such as the impulse rate, amplitude distribution etc. In a general case, the application of this theory for interpretation of experimental data requires a lot of numerical calculations. On the other hand, when dealing with experiments, an inverse problem of deriving the properties of impulses from the noise observed may be even more interesting. That is why it is desirable to find other approaches that are easy to use and provide information that is not so detailed. One of such approaches, as was already mentioned above, is related to the first four moments of the distribution and Pearson curves.

[40] For simplicity assume that the domain occupied by random inhomogeneities is surrounded by the regions with $\Gamma = 0$, the shape for the effective growth rate within each inhomogeneity can be described by a finitely supported function, which vanishes outside a bounded interval, and there are no inhomogeneities in a vicinity of the point, where the measurements were performed. Then, from (9) it follows that $\ln(W/W_0)$ can be represented as a sum of independent terms with the same statistical properties, in particular, with the same mean and variance. It follows from the central limit theorem that the distribution of this sum approaches the normal one as the number of terms increases. In the exceptional case of normally distributed terms the sum of any number of terms always follows the normal distribution. However, in general, the form of the distribution of the sum depends considerably on the details of term distributions provided the number of terms is not so

large. The skewness and curtosis of the sum is determined by the corresponding statistical properties of the terms. Without loss of generality, we can suppose that the mean values of each term are equal to zero. If this is not the case, the problem of convergence appears only for infinite regions, while for finite regions simple redefinitions of the variables are sufficient to reduce the problem to what follows.

[41] Let

$$W = \sum_{i=1}^n w_i,$$

where W is the normalized wave intensity and w_i is the contribution of the i th impulse. Obviously,

$$M_2 = n\mu_2 \text{ and } M_3 = n\mu_3,$$

where $M_{2,3}$ are the second and third central moments for W . From simple combinatorial considerations it follows that

$$M_4 = n\mu_4 + 3n(n-1)\mu_2^2.$$

Hence, Pearson's betas for W , which are introduced by

$$B_1 = \frac{M_3^2}{M_2^3} \text{ and } B_2 = \frac{M_4}{M_2^2}$$

(cp. with (7)), are related to the corresponding parameters of a single impulse by

$$B_1 = \frac{\beta_1}{n} \text{ and } B_2 = 3 - \frac{3}{n} + \frac{\beta_2}{n}.$$

[42] It is easily seen that the skewness B_1 vanishes and B_2 approaches 3 as the number of impulses increases, in accordance with the central limit theorem.

[43] To analyze this tendency in more detail, it is convenient to use parameters

$$g_1 = M_3/M_2^{3/2} = B_1^{1/2},$$

$$g_2 = M_4/M_2^2 - 3 = B_2 - 3,$$

which are closely related to Pearson betas and are also widely used as estimates of skewness and kurtosis, respectively.

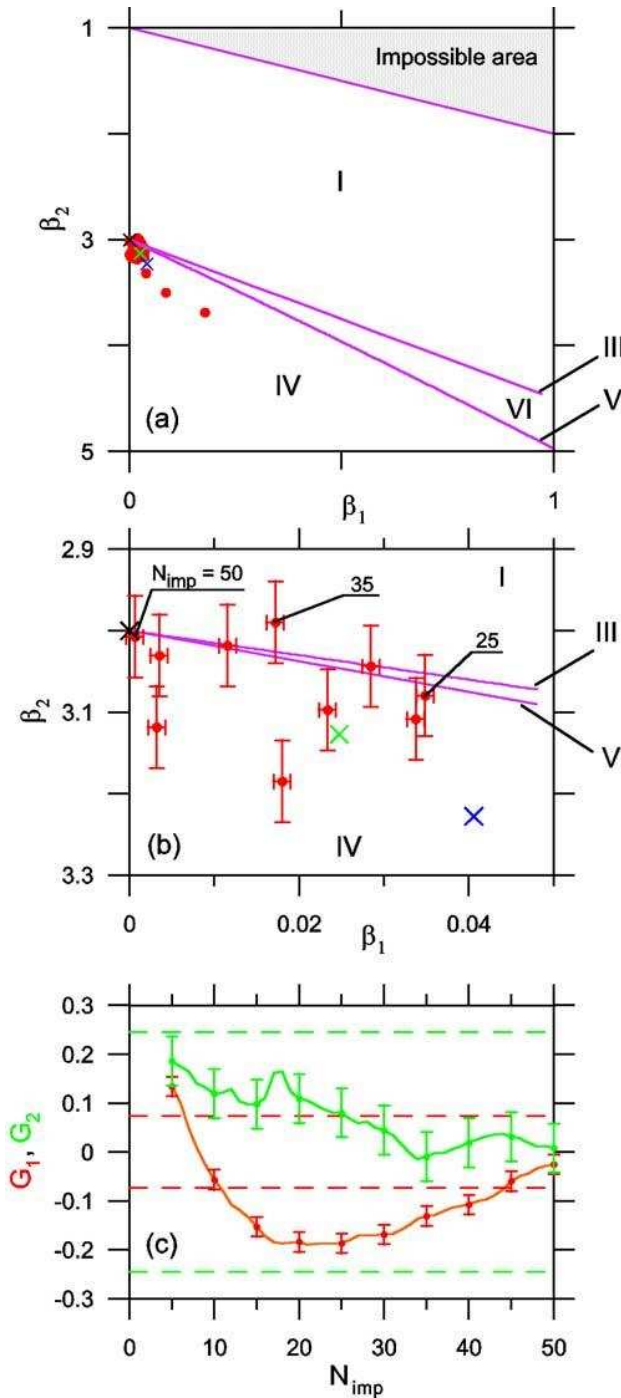


Figure 3. (a) The diagram for various types of Pearson distributions, together with the results of numerical simulations (red circles) and experimental data (green and blue crosses correspond to Pearson parameters calculated directly from measurements and from the best fit of the Pearson class IV distribution). The regions corresponding to different distribution classes are denoted by roman numbers. A black cross corresponds to the normal distribution. (b) A small part of previous diagram. For several points shown also are the effective numbers of regions with the positive growth rate, N_{imp} . A black cross corresponds to normal distribution. (c) Dependence of G_1 (red line) and G_2 (green line) on the effective number of regions (impulses) with the positive growth rate. For normal distributions G_1 and G_2 should vanish; horizontal lines show the corresponding thresholds for deviations to be statistically significant.

[44] For small samples, the unbiased estimates of these parameters are given by (see, e.g., [Lvovski, 1988])

$$G_1 = \frac{\sqrt{n(n-1)}}{n-2} g_1,$$

$$G_2 = \frac{n-1}{(n-2)(n-3)} [(n+1)g_2 + 6],$$

with the corresponding mean square deviations

$$S_{G_1} = \sqrt{\frac{6n(n-1)}{(n-2)(n+1)(n+3)}},$$

$$S_{G_2} = \sqrt{\frac{24n(n-1)^2}{(n-3)(n-2)(n+3)(n+5)}},$$

which are useful when performing a simple test to evaluate an assumption for a distribution to be normal. For normal distributions the following conditions are satisfied [Lvovski, 1988]:

$$|G_1| < 3 S_{G_1}, \quad |G_2| < 5 S_{G_2}. \quad (11)$$

[45] From the data set that was obtained in numerical simulations and was already used in the plot of β_2 versus β_1 shown in Figure 3, we calculate the dependencies of statistics G_1 and G_2 on the mean number of peaks in the growth rate. These dependencies are shown in the bottom panel of Figure 3, together with the corresponding thresholds in criteria (11). It is easily seen that for the chosen profiles of the growth rate almost everywhere the distribution of $\log_{10} W$ differs significantly from the normal one, but the difference becomes insignificant for N_{imp} as large as 45–50.

[46] With allowance made for statistical scatter of β_2 estimates, the data points lie in the region corresponding to type IV distributions (see the middle panel in Figure 3). Additional analysis shows that the corresponding fits based on estimates of moments pass the χ^2 goodness-of-fit test described in the following section.

[47] It follows from these results that the conditions for applicability of the limiting form of pure stochastic growth theory [Robinson, 1992, 1995; Robinson et al., 1993a, 1993b] could be rather severe, at least in the Earth's foreshock where an estimate for the typical value of the number of growth rate fluctuations is slightly higher than ~ 10 [Cairns and Robinson, 1997].

4. Analysis of Experimental Data and Discussion

[48] In this section, we present an analysis of Langmuir wave amplitudes measured by the WBD instrument aboard the CLUSTER spacecraft on 17 February 2002. The instrument was described by Gurnett et al. [1997]. The available experimental data are band-limited waveforms of electric field, the frequency range is 1–77 kHz and a sampling frequency is equal to 220 kHz. WBD instrument captures waveforms in the form of 10 millisecond snapshots taken every 80 milliseconds.

[49] The electric antenna is positioned in the spin plane of a rotating spacecraft therefore the measured electric field corresponds to a projection of the electric field vector to the direction of the antenna. Assuming that the electrostatic waves are longitudinally polarized and propagate approximately along the ambient magnetic field, the observed amplitudes are corrected by dividing them by a cosine of the angle between the antenna and the magnetic field.

[50] Between 8:20 and 9:22 UT the spacecraft were located not far from the electron foreshock boundary, where unusually intense Langmuir waves ($|E| > 40$ mV/m) were observed. Deeper in the foreshock, the amplitudes decreased to more typical values, below a few mV/m, and during the time interval from 9:25 to 10:13 UT the measured wave amplitude seems to be approximately stationary, both the mean and variance of the observed amplitudes being relatively constant throughout the whole period considered. Cairns and Robinson [1999] argued that both the average and standard deviation of $\log W$ have power law dependencies on the distance D_f , which is measured downstream from the magnetic field tangent line, parallel to the Earth-Sun line, and often called *DIFF*. Boshuizen et al. [2001] showed that aggregating data over a large range of D_f leads to power law distributions for $\log W$. To estimate the variations of D_f , we use the formulas by Cairns et al. [1997], both for foreshock coordinates and parameters that determine the shock's standoff distance and the perpendicular scale of the shock; the data for magnetic field and solar wind ram pressure at the bow shock nose were provided by CDAWeb facility with the 1-min time resolution (the OMNI data set). Although the distributions obtained for the interval 09:25–10:13 UT of approximate stationarity does not have a power law tail, for further analysis we choose a shorter interval, 9:25–9:47 UT, where D_f does not change considerably and lies within the range 1.6–4.1 R_E .

[51] During this later interval the WBD instrument was operating on three of the four spacecraft. We only used data from CLUSTER 1 and 3, because on these two spacecraft the instrument was set into an automatic gain control mode, when the gain of the receiver is adjusted in accordance with previously observed amplitudes. On CLUSTER 4 the gain of the receiver was fixed to its lowest value (i.e., all gain amplifiers were removed from the measurement chain), and the data from this mode are not suitable for our analysis due to the limited range of amplitudes that can be measured reliably.

[52] To estimate the probability distribution of wave energies, we built a statistical ensemble from the mean values of $|E|^2$ in each of the 10 ms snapshots, where E is the corrected value of the electric field. From this ensemble we removed the snapshots where the data were strongly influenced by instrumental effects (WHISPER sounder interference, receiver saturation, or strong digitization noise). We also omitted all observations where the angle between the antenna and the magnetic field was larger than 75° . For the chosen subinterval of the event under consideration (from 9:25 to 9:47 UT) this procedure yields a statistical ensemble of 10027 values.

[53] To evaluate to what extent the data correspond to proposed probability distributions, we first built a histogram of the energies from the statistical ensemble described above using $N_b = 30$ logarithmically spaced bins. The

goodness of fit of each distribution is then evaluated using the χ^2 statistical test [Bendat and Piersol, 2000]. Let $f(\log W)$ denote the theoretical probability distribution of logarithm of wave energy, W_i the centers of the bins, h_i the numbers of observations in each bin, and $N = \sum h_i$ the total number of observations. The test is based on the observation that if the data follow a given distribution $f(\log W)$, then the normalized error of fit

$$X^2 = \sum_{i=1}^{N_b} \frac{[Nf(\log W_i) - h_i]^2}{Nf(\log W_i)} \quad (12)$$

is a random variable with a χ^2 distribution with the number of degrees of freedom given by $\nu = N_b - N_p - 1$, where N_p is the number of free parameters in the fitted function. We can thus use this quantity to test the hypothesis that the data are distributed according to a predicted distribution function by comparing the value of X^2 to a percentage point of the χ^2 distribution, $\chi_{\nu, \alpha}^2$, at a chosen significance level α .

[54] In Figure 4, we compare the goodness of fit for a normal distribution and a Pearson type IV distribution in $\log W$. The distribution function shown by a red line is a maximum likelihood fit of a normal distribution to the histogram of logarithms of wave energies. The green curve shows the fit of the Pearson type IV distribution whose parameters were calculated using the moment technique outlined by Hahn and Shapiro [1967]. In this approach we first calculated the first four moments of the distribution, m_1, \dots, m_4 , from the time series and substituted the moments into a general formula for a type IV distribution [Tikhonov, 1982; see also Podladchikova et al., 2003]. Formulas (7) then give us the corresponding values of Pearson parameters $\beta_1 = 0.025$ and $\beta_2 = 3.13$ whose significance will be discussed later in this section. The blue curve in Figure 4 represents a fit of the Pearson type IV distribution with parameters obtained by maximum likelihood fitting. Here we consider the X^2 error function (12) for a specific case of the type IV distribution and for a histogram built from the experimental data. As the type IV distribution has five degrees of freedom, we find the best fit values of the five unknown parameters by nonlinear minimization of this error function [Press et al., 1992]. The resulting distribution minimizes the error function and therefore provides by definition the best fit with respect to the χ^2 test. Pearson parameters corresponding to this fitted distribution are $\beta_1 = 0.041$ and $\beta_2 = 3.228$.

[55] From the plots shown in Figure 4 it is clear that the type IV distribution fits the data significantly better than the normal one and the X^2 values corresponding to these 3 fits (66.44, 26.69 and 20.88 respectively) confirm this. To emphasize the differences between the distributions both on the tails and near their peaks, logarithmic and linear scales for probabilities are used. It is easily seen that the type IV distribution are better than normal one throughout the whole wave energy range. The value of the cumulative distribution function $C = 1 - \text{Prob}[\chi_v^2 < X^2]$, quantifying the likelihood that the data under consideration follow the respective theoretical distribution, is relatively small ($C = 2.15 \cdot 10^{-5}$) for the normal distribution and we can thus reject the null hypothesis that the measured $\log W$ obeys a normal distribution, at a significance level higher than 99.99%. On the other hand, for the two fits of type IV

distribution, C equals 0.32 for the moment technique fit (green curve) and $C = 0.65$ for the maximum likelihood fit (blue curve). The statistical hypothesis that the wave energy follows the type IV distribution therefore cannot be rejected even at a significance level of 75%.

[56] One can come to the same conclusion with the use of a simple approach outlined in the previous section. For the data under consideration formulas (7) yield Pearson parameters $\beta_1 = 0.025$ and $\beta_2 = 3.13$. The corresponding data point is shown on the Pearson diagram in Figure 3 by a green cross. The distance to the point corresponding to normal distributions is rather large, thereby assuming that the distribution of wave energy is not lognormal. Indeed, in this case we have also $G_1 = 0.16$, $G_2 = 0.13$, $S_{G1} = 0.02$ and $S_{G2} = 0.05$. For the first parameter the ratio of its absolute value to the corresponding standard deviation is higher than 6, while for the second one is equal to 2.7. Thus the first test or normality in (11) fails. Now using the maximum likelihood fit for a type IV distribution, we find $G_1 = 0.20$, $G_2 = 0.23$, $G_1/S_{G1} = 8.2$, and $G_2/S_{G2} = 4.7$. The corresponding data point is shown on the Pearson diagram in Figure 3 by a blue cross. With this fit, the violation of the first criterion in (11) is more significant while the second criterion is not far from being violated. Hence the hypotheses that the distribution under consideration is normal should obviously be rejected. An inequality $G_1 > 0$ means that the distribution is asymmetrical, with the left tail being less pronounced as compared with the right one, which corresponds to relatively large wave amplitudes.

[57] The distribution for $\log W$ could be normal under the conditions of applicability of stochastic growth theory, where it was assumed that the number of fluctuations in growth rate during a characteristic wave residence time is large enough for the central limit theorem to hold. However, from the results outlined in the previous section it follows that the conditions for applicability of this theory could be rather severe. Thus we can argue that the observed distribution is not normal because the central limit theorem fails for the event considered. If this is the case, then the empirical distribution should depend on a lot of different factors like the effective number of inhomogeneities, their shape etc. These distributions cannot be fit by a normal one because the latter is too simple and depends only on 2 parameters, the mean and variance. To obtain an adequate fit, one should take into consideration more complicated distributions. The classification based on Pearson curves depending on 4 parameters seems to be appropriate for analysis of such data.

[58] Unfortunately, the WBD measurements are performed rather sparsely and this hampers finding events suitable for more studies. Nevertheless, another Cluster experiment, WHISPER, provides the measurements of electric field spectra with much larger coverage. The problem of testing the predictions of SGT theory as well as of appropriateness of Pearson classification of Langmuir wave spectra in the Earth's foreshock with the Whisper data will be addressed in future studies.

5. Conclusions

[59] A numerical model of wave propagation in unstable plasma with inhomogeneities was developed. This model

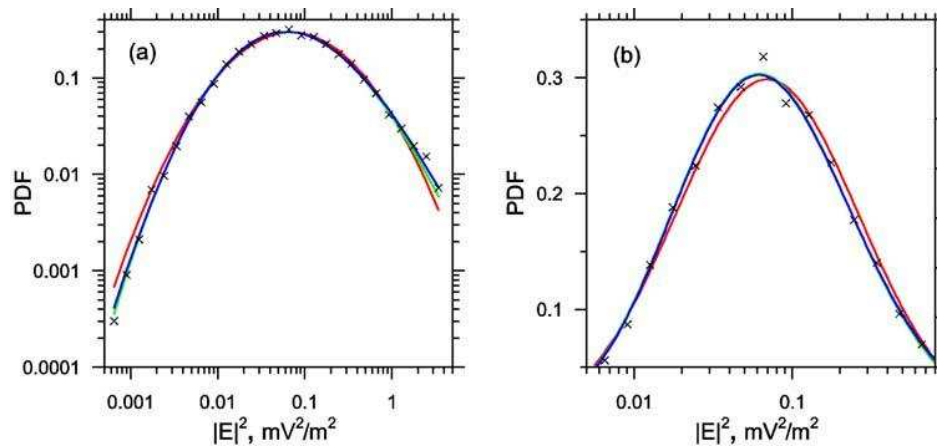


Figure 4. Probability density function (PDF) for the logarithm of Langmuir wave energy density for the period 9:25–9:47 UT on February 17, 2002, when CLUSTER spacecraft was within the Earth’s electron foreshock (black crosses). The red line shows the maximum likelihood fit of a normal distribution. The green and blue lines correspond to fits of Pearson type IV distribution. The fit shown by the blue line was obtained by the maximum likelihood method, while for another fit shown by the green line the parameters were calculated from the estimates of moments for empirical distribution. Logarithmic (a) and linear (b) scales for PDFs are used, to show the differences between the distributions both on the tails and near their peaks.

describes the linear interaction of Langmuir wave packets with an electron beam in randomly inhomogeneous plasma. Two effects were taken into account, i.e., angular diffusion of the wave vector on small-amplitude density fluctuations and suppression of instability caused by the removal of the wave from the resonance with particles during crossing of density perturbations of relatively large amplitude.

[60] Using this model, we studied the spatial evolution of the wave packet shape in plasmas with a beam and the results obtained were used to model a shot-noise-like stochastic process composed of such packets. To analyze both numerical and experimental data, a Pearson technique was used to determine the type of spectral density distributions. It was shown that both experimental and model distributions for the logarithm of wave energy belong to a Pearson type IV rather than to a normal one as was previously stated by *Robinson* [1995] [see also *Cairns and Robinson*, 1997 and references therein]. *Robinson’s* conclusion was derived from the central limit theorem applied to logarithms of wave energy. We suggest that the main reason for formation of more complicated distributions than the normal one is that the effective number of regions where the waves grow is not very large and, as a consequence, the central limit theorem fails to be true under the typical conditions for the Earth’s electron foreshock. In this case the statistical properties of the wave energy distributions depend on a lot of different details, in particular, on the shapes of the growth rate profiles, the effective number of regions with positive growth rate etc. To analyze the deviations of the observed distributions for $\log W$ from the normal one, it is convenient to use Pearson’s classification of distributions. It is worth pointing out that the characteristics of the distributions such as the higher order moments together with the angular width can be used to evaluate the relative role of the angular diffusion due to small-amplitude density fluctuations and characteristic

number of growth/damping regions along the wave path if these two effects are dominant. The corresponding technique is suitable for distributions with one extremum. It is based on estimates of the first four moments of empirical distributions and seems to have an optimal flexibility for describing space experimental data. On the contrary, the normal distribution depends only on two parameters, mean and variance, and it is appropriate under the restrictive condition that the central limit theorem applies.

[61] For large amplitudes, it is suggested that power law tails can result from variations of wave amplitudes due to changes of group velocity in the inhomogeneous plasma, in particular due to reflection of waves from inhomogeneities.

[62] **Acknowledgments.** This work was partially supported by le Studium program of Region Centre of France. The work of K. Musatenko was supported by French Government Fellowship. J. Soucek acknowledges the support of grants IAA301120601 and IAA300420602 of Grant Agency of the Academy of Science of the Czech Republic. J. Pickett acknowledges support from NASA GSFC under Grant NNG04GB098G. Iver Cairns acknowledges financial support from the Australian Research Council.

[63] Amitava Bhattacharjee thanks the reviewers for their assistance in evaluating this paper.

References

- Bale, S. D., D. Burgess, P. J. Kellogg, K. Goetz, and S. J. Monson (1997), On the amplitude of intense Langmuir waves in the terrestrial electron foreshock, *J. Geophys. Res.*, *102*, 11,281–11,286.
- Bale, S. D., P. J. Kellogg, K. Goetz, and S. J. Monson (1998), Transverse Z-mode waves in the terrestrial electron foreshock, *Geophys. Res. Lett.*, *25*, 9.
- Bale, S. D., D. E. Larson, R. P. Lin, P. J. Kellogg, K. Goetz, and S. J. Monson (2000), On the beam speed and wavenumber of intense electron plasma waves near foreshock edge, *J. Geophys. Res.*, *105*, 27,353–27,367.
- Bendat, J. S., and A. G. Piersol (2000), *Random data, analysis and measurement procedures*, Wiley, New York.
- Boshuizen, C. R., I. H. Cairns, and P. A. Robinson (2001), Stochastic growth theory of spatially-averaged distributions of Langmuir fields in Earth’s foreshock, *Geophys. Res. Lett.*, *28*(18), 3569–3572.
- Cairns, I. H. (2004), Properties and interpretation of giant micropulses and giant pulses from pulsars, *Astrophys. J.*, *610*, 948–955.

- Cairns, I. H., and P. A. Robinson (1997), First test of stochastic growth theory for Langmuir waves in Earth's foreshock, *Geophys. Res. Lett.*, *24*(4), 369–372.
- Cairns, I. H., and P. A. Robinson (1999), Strong evidence for stochastic growth of Langmuir-like waves in the Earth's foreshock, *Phys. Rev. Lett.*, *82*, 3066–3069.
- Cairns, I. H., P. A. Robinson, R. R. Anderson, and R. J. Strangeway (1997), Foreshock Langmuir waves for unusually constant solar wind conditions: Data and implications for foreshock structure, *J. Geophys. Res.*, *102*, 24,249–24,264.
- Cairns, I. H., P. A. Robinson, and R. R. Anderson (2000), Thermal and driven stochastic growth of Langmuir-like waves in the solar wind and Earth's foreshock, *Geophys. Res. Lett.*, *27*, 61–64.
- Celnikier, L. M., C. C. Harvey, R. Jegou, M. Kemp, and P. Moricet (1983), A determination of the electron fluctuation spectrum in the solar wind, using the ISEE propagation experiment, *Astron. Astrophys.*, *126*, 293–298.
- Celnikier, L. M., L. Muschietti, and M. V. Goldman (1987), Aspects of interplanetary plasma turbulence, *Astron. Astrophys.*, *181*, 138–154.
- Cronyn, W. M. (1970), The analysis of radio scattering and space-probe observations of small-scale structure in the interplanetary medium, *Astrophys. J.*, *161*, 755–763.
- Gilbert, E. N., and H. O. Pollak (1960), Amplitude distribution of shot noise, *The Bell system technical*, 333–350.
- Gurnett, D. A., R. R. Anderson, F. L. Scarf, and W. S. Kurth (1978), The heliocentric radial variation of plasma oscillations associated with type III radio bursts, *J. Geophys. Res.*, *83*, 4147–4152.
- Gurnett, D. A., R. F. Hulf, and D. L. Kirchner (1997), The wide-band plasma wave investigation, *Space Sci. Rev.*, *79*, 95–208.
- Hahn, G. H., and S. S. Shapiro (1967), *Statistical Models in Engineering*, Wiley, New York.
- Kellogg, P. J., and T. S. Horbury (2005), Rapid density fluctuations in the solar wind, *Annales Geophysicae*, *23*, 3765–3773.
- Kellogg, P. J., K. Goetz, S. J. Monson, and S. D. Bale (1999), Langmuir waves in a fluctuating solar wind, *J. Geophys. Res.*, *104*, 17,069–17,078.
- Khazanov, G. V., T. Neubert, and G. D. Gefan (1994), A unified theory of ionosphere-plasmasphere transport of suprathermal electrons, *IEEE Trans. Plasma Sci.*, *22*, 187–198.
- Li, B., P. A. Robinson, and I. H. Cairns (2006a), Numerical simulations of type-III solar radio bursts, *Phys. Rev. Lett.*, *96*, 145,005.
- Li, B., P. A. Robinson, and I. H. Cairns (2006b), Numerical modeling of type-III solar radio bursts in the inhomogeneous solar corona and interplanetary medium, *Phys. Plasmas*, *13*, 092,902.
- Lin, R. P., D. W. Potter, D. A. Gurnett, et al. (1981), Energetic electrons and plasma waves associated with a solar type III radio burst, *Astrophys. J.*, *251*, 364–373.
- Lvovski, E. N. (1988), *Statistical methods for obtaining empirical formulas*, Vysshaya Shkola, Moscow (in Russian).
- Melrose, D. B., G. A. Dulk, and I. H. Cairns (1986), Clumpy Langmuir waves in type III solar radio bursts, *Astron. Astrophys.*, *163*, 229–238.
- Mishin, E. V., A. A. Trukhan, and G. V. Khazanov (1990), *Plasma effects of superthermal electrons in the ionosphere*, Nauka, Moscow (in Russian).
- Muschietti, L., M. V. Goldman, and D. Newman (1985), Quenching of the beam-plasma instability by large-scale density fluctuations in 3 dimensions, *Solar Physics*, *96*, 181–198.
- Nishikawa, K., and D. D. Ryutov (1976), Relaxation of relativistic electron beam in a plasma with random density inhomogeneities, *J. Phys. Soc. Japan*, *41*, 1757–1765.
- Pearson, K. (1895), Contributions to the Mathematical Theory of Evolution. II. Skew Variation in Homogeneous Material., *Philos. Trans. R. Soc. A*, *186*, 343–414.
- Podladchikova, O., B. Lefebvre, V. Krasnoselskikh, and V. Podladchikov (2003), Classification of probability densities on the basis of Pearson's curves with application to coronal heating simulations, *Non. Proc. Geophys.*, *10*(4/5), 323–333.
- Press, W. H., S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, and B. P. Flannery (1992), *Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing*, Cambridge Univ. Press, New York.
- Rice, S. O. (1944), Mathematical analysis of random noise, *The Bell Systems Technical J.*, *23*, 282–332.
- Robinson, P. A. (1992), Clumpy Langmuir waves in type III radio sources, *Solar Physics*, *139*, 147–163.
- Robinson, P. A. (1995), Stochastic wave growth, *Phys. Plasmas*, *2*, 1466–1479.
- Robinson, P. A., I. H. Cairns, and D. A. Gurnett (1993a), Clumpy Langmuir waves in type III radio sources: comparison of stochastic-growth rate theory with observations, *Astrophys. J.*, *407*, 790–800.
- Robinson, P. A., A. J. Willis, and I. H. Cairns (1993b), Dynamics of Langmuir and ion-sound waves in type III solar radio sources, *Astrophys. J.*, *408*, 720–734.
- Robinson, P. A., B. Li, and I. H. Cairns (2004), New regimes of stochastic wave growth, *Phys. Rev. Lett.*, *93*, 235003, doi:10.1103/PhysRevLett.93.235003.
- Salpeter, E. E. (1967), Interplanetary scintillations. I. Theory, *Astrophys. J.*, *147*, 433–448.
- Sigsbee, K., C. A. Kletzing, D. A. Gurnett, J. S. Pickett, A. Balogh, and E. Lucek (2004), The dependence of Langmuir wave amplitudes on position in Earth's foreshock, *Geophys. Res. Lett.*, *31*, L07805, doi:10.1029/2004GL019413.
- Smith, D. F. (1977), Second harmonic radiation and related nonlinear phenomena in type III solar radio bursts, *Astrophys. J.*, *216*, L53–L57.
- Smith, D. F., and D. Sime (1979), Origin of plasma-wave clumping in type III solar radio burst sources, *Astrophys. J.*, *233*, 998–1004.
- Soucek, J., V. Krasnoselskikh, T. Dudok de Wit, J. Pickett, and C. Kletzing (2005), Nonlinear decay of foreshock Langmuir waves in the presence of plasma inhomogeneities: Theory and Cluster observations, *J. Geophys. Res.*, *110*, A08102, doi:10.1029/2004JA010977.
- Tikhonov, V. I. (1982), *Statistical Radioengineering*, Moscow, Radio i Sviaz (in Russian).

I. H. Cairns, University of Sydney, Sydney, Australia.

V. V. Krasnoselskikh, V. V. Lobzin, and K. Musatenko, LPCE/CNRS-Université d'Orléans, 3A Avenue de la Recherche Scientifique, 45071, Orléans, CEDEX 2, France. (vkrasnos@cnrs-orleans.fr)

J. S. Pickett, University of Iowa, IA, USA.

J. Soucek, Institute of Atmospheric Physics, Prague, Czech Republic.

II Article 2

K. Musatenko, V. Lobzin, J. Soucek, V. V. Krasnoselskikh, P. Decreau
Statistical properties of small-amplitude Langmuir waves in the
Earth's electron foreshock
Planetary and Space Science. — 2007. — №55. — P. 2273—2280.



Statistical properties of small-amplitude Langmuir waves in the Earth's electron foreshock

K. Musatenko^{a,b,*}, V. Lobzin^{a,c}, J. Soucek^{d,e}, V.V. Krasnoselskikh^a, P. Décréau^a

^aLPCE/CNRS-Université d'Orléans, 3A, Avenue de la Recherche Scientifique, 45071 Orléans Cedex 2, France

^bNational Taras Shevchenko University of Kyiv, 64, Volodymyrs'ka St., 01033 Kyiv, Ukraine

^cle Studium Institute for Advanced Studies, 3D, Avenue de la Recherche Scientifique, 45071 Orleans, Cedex 2, France

^dSpace and Atmospheric Physics Group, Imperial College, The Blackett Laboratory, London, Prince Consort Road, London SW7 2BW, UK

^eInstitute of Atmospheric Physics, Bocni II 1401, 141 31 Praha 4, Czech Republic

Accepted 9 May 2007

Available online 17 August 2007

Abstract

We present the results of a statistical study of Langmuir waves observed by the Cluster spacecraft in the Earth's electron foreshock. To classify the probability density distributions of the logarithms of the wave energies, a Pearson technique is used. We show that experimental distributions can be better approximated, in a statistical sense, by Beta distribution or Pearson Type IV distribution rather than by a normal distribution predicted by the stochastic growth theory. This conclusion agrees with the results of numerical simulations that were previously performed with the use of a model for Langmuir wave propagation in unstable plasma with random inhomogeneities. The main reason for deviations of empirical distributions from a normal distribution is probably related to the effective number of regions, where the waves grow, which is not sufficiently large for the central limit theorem to be applicable under typical conditions in the Earth's electron foreshock. For two of seven events such deviations may be partially attributed to the effects of thermal Langmuir waves.

© 2007 Published by Elsevier Ltd.

PACS: 94.20.wf; 94.20.Bb; 94.20.wj

Keywords: Langmuir waves; Electron foreshock; Density inhomogeneities; Probability density functions; Beam-plasma instability

1. Introduction

The electrostatic waves near the local plasma frequency in the solar wind upstream of the Earth's bow shock were first reported by Fredricks et al. (1968). Scarf et al. (1971) interpreted these bursts of plasma wave activity as Langmuir waves generated by beam–plasma instability of energetic electron fluxes streaming away from the bow shock front upstream to the solar wind. From this time on, the plasma waves in the solar wind were extensively studied, specifically, in connection with the problem of type III solar radio burst generation and as a fundamental problem of beam–plasma interaction.

Gurnett et al. (1978) found the first convincing experimental evidence that type III solar radio bursts were associated with Langmuir waves. These waves consisted of short but intense narrow band spikes. Sometimes their duration was comparable with the time resolution of the instrument (50 ms) and the ratio of maximum intensity to the average value was about 100–1000 (Gurnett et al., 1978). Further detailed statistical analysis of electrostatic waves in the electron foreshock showed that electrostatic waves were also bursty with a typical burst duration of 15–40 ms (Etcheto and Faucheux, 1984).

Later experimental and theoretical studies (Smith, 1977; Cairns et al., 1998) showed that strong nonlinear phenomena like solitons or collapse are not common in the solar wind plasma at 1 AU and they are not responsible for the bursty nature of Langmuir waves. Smith and Sime (1979) hypothesized that the origin of wave clumping is related to

*Corresponding author. LPCE/CNRS-Université d'Orléans, 3A, Avenue de la Recherche Scientifique, 45071 Orleans, Cedex 2, France.

E-mail address: musatenko@cnrs-orleans.fr (K. Musatenko).

plasma inhomogeneities which can locally suppress the plasma–beam instability. The observations of the large-scale electron density fluctuations in the solar wind gave strong argument in favor of this interpretation. Unti et al. (1973) presented the first direct measurements of particle flux fluctuations in the solar wind; the measurements were performed aboard OGO 5, and the frequency range was 0.0048–13.3 Hz. The most of the measured spectra, converted from flux to density, can be approximated by a single power law, while the other spectra had a more complicated shape with a flattened region in the range from 0.1 to 0.5 Hz. Celnikier et al. (1983, 1987) reported the density fluctuations spectra derived from the results of the ISEE propagation experiment. They found that the spectra have a fracture at ~ 0.1 Hz and can be fitted by a spectrum with two power-law components with different slopes. Celnikier et al. (1987) concluded that the main contribution to the fluctuation level comes from the frequencies above the fracture; upon the integration over the range 4–16 Hz, which is of particular interest for the problem considered, they found that the mean relative fluctuation level, $\Delta n/n$, varies between 0.03 and 0.07 with a mean value of about 0.04. Such rather large density inhomogeneities can efficiently scatter Langmuir waves, thereby dramatically affecting their growth rate (Celnikier et al., 1987).

Robinson (1995) and Cairns and Robinson (1997) suggested that the effect of density inhomogeneities can be described as random fluctuations of the wave growth rate and developed a stochastic growth theory (SGT). The main result of the SGT is based on the assumption that the effective number of the growth rate fluctuations is large enough for the central limit theorem to hold. In this case, if the wave amplitudes are neither large nor small to ensure that both nonlinear and thermal effects are negligible, the distribution of the logarithm of wave energy density should be normal. Robinson et al. (1993) chose three type III radio sources registered aboard ISEE 3 spacecraft on 8 February, 17 February, and 11 March 1979 and analyzed Langmuir waves associated with these events. They found a good agreement between the predictions of simplified SGT, without nonlinear and thermal effects, and the measurements for moderate wave amplitudes. For relatively large fields, $> 3\text{--}7$ mV/m, there exists a fall-off, which was attributed to three-wave decay of Langmuir waves into product Langmuir and ion-sound waves (Robinson et al., 1993).

The first test of SGT for Langmuir waves in the Earth's electron foreshock was performed by Cairns and Robinson (1997). They analyzed the 1977 December 1 event observed aboard ISEE 1 and found that both near the foreshock edge and deeper in the foreshock the distributions for wave amplitudes are log-normal provided the corresponding time intervals are not too large, while the distribution for entire event, which lasts 1 hr 40 min and includes the intervals with both small and large mean wave intensities, seems to have a power-law tail (Cairns and Robinson, 1997). Later, Cairns et al. (2000) studied two different

fragments of the event mentioned above. They argue that the interpretation of the distributions observed both in the solar wind and at the edge of the foreshock should take into account the thermal waves. In addition, the power-law tails of the distributions observed at the foreshock edge for large wave intensities could be described by SGT without spatial averaging of different log-normal distributions (Cairns et al., 2000). Analogous power-law tails were also found by Bale et al. (1997) who performed statistical study of intense ($E > 0.5$ V/m) Langmuir waves observed within the terrestrial foreshock during six days and attributed these tails to the effect of spatial averaging. Krasnoselskikh et al. (2007) argued that the power-law tails could partially result from evolution of wave amplitude due to plasma density variations along the wave path. If such variations are sufficiently large, the plasma inhomogeneities can reflect Langmuir waves, and in the vicinity of reflection points the wave amplitudes increase considerably.

Recently, Sigsbee et al. (2004a,b) presented a statistical study of the foreshock Langmuir waves measured by Cluster WBD instrument. They studied the 2002 February 17 and 2002 March 26 events and found no considerable deviations from the log-normal distribution of wave amplitudes, in accordance with the predictions of simplified SGT. In particular, even for rather large wave amplitudes, up to 10 mV/m, they do not observe any fall-off that could result from nonlinear effects.

Recent measurements performed aboard Cluster satellites within the Earth's electron foreshock revealed significant discrepancies with the theoretical predictions of the simplified stochastic growth theory, in particular, the measured probability distributions of the logarithm of wave energy were found to belong to Pearson Type IV rather than to normal distribution (Krasnoselskikh et al., 2007).

Several years of measurements performed by Cluster instruments now provide a unique opportunity for extensive statistical studies of Langmuir waves both in the solar wind and within the electron foreshock. The main aim of this paper is to perform a statistical analysis of Langmuir wave energy density distributions observed by WHISPER instrument in the terrestrial foreshock under different conditions, to compare the observed distributions with the predictions of simplified SGT, and to “quantify” the discrepancies between them.

The remainder of the paper is organized as follows: Section 2 describes experimental data, the methods of their processing, and the results obtained. Section 3 contains a discussion of the main results, together with different reasons for SGT to fail. The main conclusions of the paper are summarized in Section 4.

2. Analysis of experimental data in the electron foreshock

The data analyzed in the present study were obtained by the WHISPER experiment aboard CLUSTER spacecraft. In passive mode, WHISPER gives a survey of the electric

field natural emissions in the 2–80 kHz frequency range (Décréau et al., 1997). Each spectrum is obtained by a fast Fourier transform of electric field measurements with subsequent onboard averaging. For the events under study each spectrum transmitted on ground is the onboard average of 16 or 8 successive spectra. The time interval between two successive measurements is 2.13 s in the normal mode of operation and can be decreased to 0.32 s in the burst mode.

For a detailed analysis, we have chosen several events when the spacecraft were in the electron foreshock for a relatively long time, Langmuir wave activity could be considered as stationary, and there were no significant variations of the magnetic field. Tests for stationarity were performed by analyzing a behavior of mean and variance for logarithm of wave energy density. We also preferred data obtained in spacecraft burst mode with a higher sampling rate, in order to have more data for a statistical treatment. Table 1 contains the list of all events chosen for the present study.

The left-hand side of Fig. 1 presents the spectrograms for two typical events that were observed on 14 February 2005 and 1 February 2003. In the spectrum diagrams in a vicinity of the electron plasma frequency there is a quite narrow peak corresponding to Langmuir waves, this peak is clearly seen for all events under study. For the 2005 February 14 event, plasma wave activity seems to be extraordinarily stationary and, in addition, the spacecraft were in the burst mode. Thus this event is perfectly suitable for our study. Both events shown in Fig. 1 will be used in the following for a detailed description of data processing procedure.

The effective amplitude of electric field oscillations, E , can be estimated from WHISPER spectrum by its integration over the frequency range where the waves are observed,

$$E = \frac{1}{l_{\text{eff}}} \left[\int_{f_1}^{f_2} F^2(f) df \right]^{1/2}, \quad (1)$$

where l_{eff} is the effective length of the antenna, $F(f)$ is the oscillation spectrum measured in $\text{V}_{\text{rms}} \text{Hz}^{-1/2}$, f_1 and f_2 are the minimum and maximum frequencies that determine the

width of the Langmuir wave band. The WHISPER instrument uses a double-probe dipole antenna positioned in the spin plane of the rotating satellite, with a tip-to-tip length of 88 m. In our calculations, we assume the effective length of the antenna to be equal to 53 m, in accordance with the theoretical calculations performed by Beghin et al. (2005) for typical terrestrial foreshock conditions. For each event, the limits of integration in (1) are determined from the spectrum obtained by averaging WHISPER spectra over the entire time interval corresponding to this event. Once being determined, the limits f_1 and f_2 are further used for the integration of each spectrum of the event to obtain a set of electric field values. For the two events mentioned above, the averaged spectra are shown in right panel of Fig. 1. The frequencies f_1 and f_2 are located symmetrically with respect to frequency corresponding to peak in the averaged spectrum, and for $f = f_2$ the averaged spectral density is smaller as compared with its maximum value by a factor of 0.7.

The electric field values estimated from the WHISPER spectra correspond to the projections of the electric field vector onto the antenna direction. If we assume that the Langmuir waves propagate along the ambient magnetic field lines, then the real field intensity is $E_r = E / \cos \alpha$, where α is the angle between the magnetic field and antenna. The angle α was calculated with the use of 4 s spin resolution magnetic field data measured by FGM instrument (Balogh et al., 1997). In our study we did not take into account the measurements with angle values in the range $78^\circ < \alpha < 102^\circ$ because for such angles $\cos \alpha$ is rather small and the corrected values of the electric field cannot be considered trustworthy (see, e.g., Sigsbee et al., 2004a). In addition, to exclude the possible influence of instrumental nonlinear distortions of the signal on the estimated distributions, we omitted the data points out of the receiver's amplifier dynamical range.

The present statistical study is based on estimates of probability density functions (PDFs) for $\log(W)$, where $W = |E_r|^2$ is proportional to the wave energy density. To find the best approximation to the experimental PDF's, we have applied an approach that was suggested by Pearson (1895). This approach allows us to find the Pearson curve that gives the best fit to the experimental data distribution.

Table 1
Parameters of the events under study

	Date, time (UT)	N^a	Δt (s) ^b	Event duration (min)	f_{pe} (kHz)
1	17 February 2002, 09:25–10:13	3742	2.134	38	29.13
2	01 February 2003, 21:25–24:00	10590	2.133	180	16.44
3	03 March 2003, 17:08–17:23	6543	0.32	15	35.97
4	14 February 2005, 15:57–16:27	9181	0.64	30	23.86
5	28 February 2005, 01:13–01:31	7066	0.32	18	19.69
6	28 February 2005, 01:39–01:53	7627	0.32	14	21.32
7	28 February 2005, 01:45–01:52	4017	0.32	7	21.32

^a N is the total number of the measurements that were used for statistical study.

^b Δt is the interval between two successive spectra.

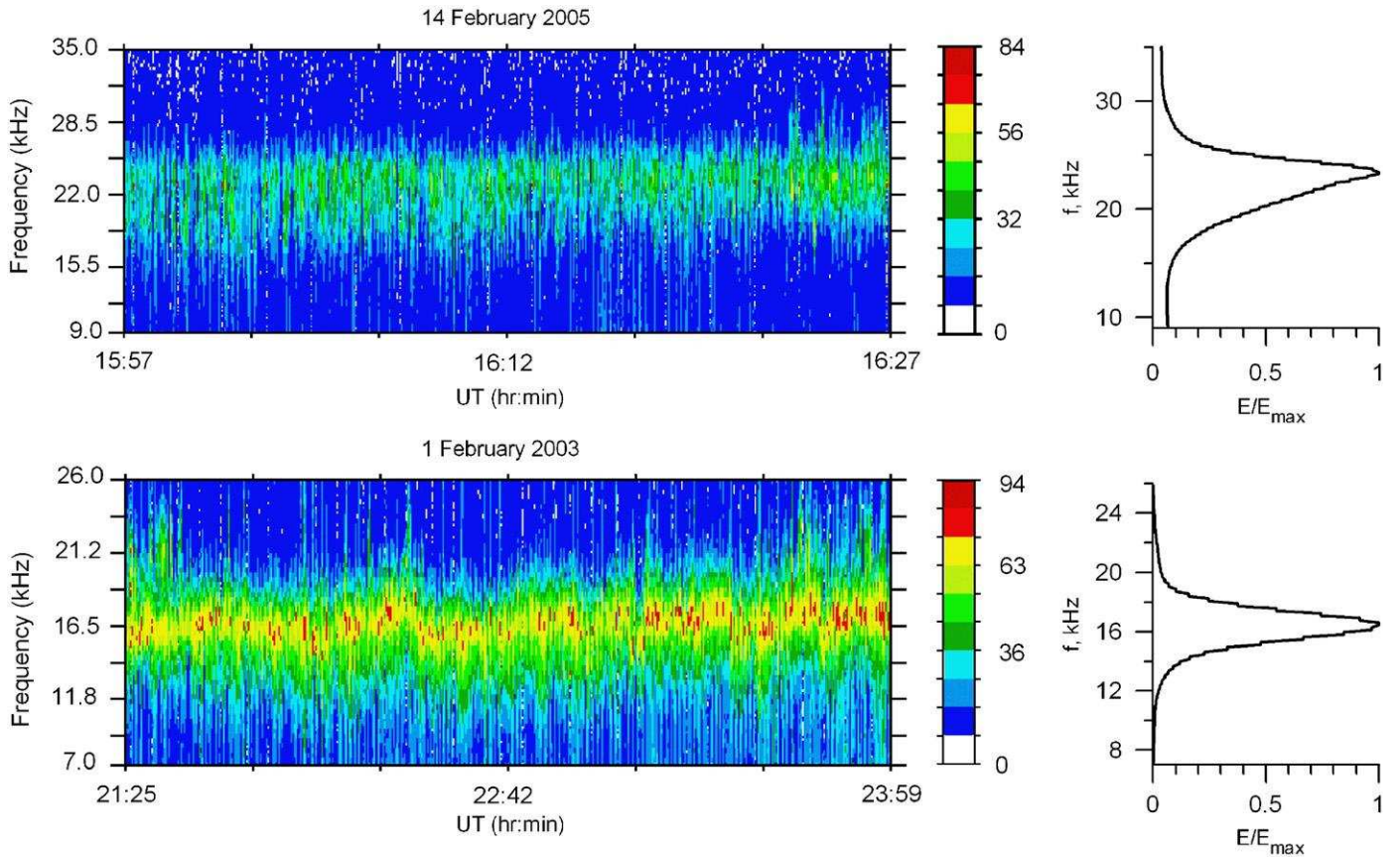


Fig. 1. Frequency–time spectrograms obtained by the WHISPER instrument in the Earth’s electron foreshock on 14 February 2005 and 1 February 2003 (from top to bottom). The electric field strength is expressed in $V_{\text{rms}} \text{ Hz}^{-1/2}$, the signal level is color coded and plotted in dB over $10^{-7} V_{\text{rms}} \text{ Hz}^{-1/2}$. The corresponding color scales are shown on the right of the spectrograms. Right panel contains the spectra averaged over the entire time interval.

Pearson distributions belong to the family of curves $f = f(x)$ defined by the equation:

$$\frac{df}{dx} = \frac{(x-a)f}{b_0 + b_1x + b_2x^2}, \quad (2)$$

where a , b_0 , b_1 , and b_2 are four real numbers (Kendall and Stuart, 1969). The well-known normal, exponential, Cauchy, Student, log-normal, Beta and Gamma distributions belong to the Pearson family. In the general case, distributions satisfying (2) have one extremum at $x = a$, while their shapes depend on the positions of two zeros of the denominator in the right-hand side of (2). Obviously, these zeros are determined by the ratios b_0/b_2 and b_1/b_2 . Thus these distributions are fully described by four parameters, which can be related to mean and three moments about the mean, μ_2 , μ_3 , and μ_4 , while their shapes depend on two parameters only. To classify the curves, Pearson proposed to introduce two dimensionless parameters:

$$\beta_1 = \frac{\mu_3^2}{\mu_2^3}, \quad \beta_2 = \frac{\mu_4}{\mu_2^2}.$$

Parameter β_1 is a squared skewness and β_2 is equal to a kurtosis plus 3. They characterize the peakedness and the asymmetry of the distribution, respectively.

Generally speaking, there exist two approaches to distribution classification. First, the Pearson betas can be estimated immediately from the experimental data set. Second, one can find several fits of experimental data and then choose the best one. The last approach requires more calculations, but it is obviously more robust and it is this approach that is used in the present study.

For each event, we calculated three different fits for $f(\log(|E_r|^2))$, namely, corresponding to the Pearson Type IV distribution,

$$f(X) = c(X^2 + A^2)^{1/2b_2} \exp\left(-\frac{B}{Ab_2} \arctan \frac{X}{A}\right), \quad (3)$$

where $X = x + b_1/2b_2$, $B = b_1(1 + 1/2b_2)$, and $A^2 = b_0/b_2 - b_1^2/4b_2^2$, Beta-distribution,

$$f(x) = c|x - x_1|^g |x - x_2|^h, \quad (4)$$

where $g = (b_1 - x_1)/b_2(x_2 - x_1)$, $h = (x_2 - b_1)/b_2(x_2 - x_1)$, and normal distribution,

$$f(x) = \frac{1}{(-2\pi b_0)^{1/2}} \exp\left(-\frac{x^2}{-2b_0}\right). \quad (5)$$

To choose the curve giving the best approximation to the experimental data, we used the chi-squared goodness-of-fit test (Bendat and Piersol, 2000). The energy range was

divided on $N_b = 30$ bins that were spaced logarithmically, with not less than 10 data points in each bin. If $f(\log W)$ is the presumable probability distribution for the wave energy logarithm, then the test statistics

$$X^2 = \sum_{i=1}^{N_b} \frac{[Nf(\log W_i) - h_i]^2}{Nf(\log W_i)} \quad (6)$$

is a normalized error of fit by this distribution. Here W_i are the centers of bins, h_i are the numbers of the observations in each bin, and $N = \sum h_i$ is the total number of the observations. The random variable given by (6) is known to have χ_k^2 -distribution with $k = N_b - N_p - 1$ degrees of freedom, where N_p is the number of free parameters in the theoretical distribution. The deviation of data from expected values causes X^2 to increase, consequently its high values signify that the observed data are in contradiction with the assumed model. If the test value X^2 is greater than the percentage point $\chi_{k;\alpha}^2$ of χ_k^2 -distribution, the hypothesis that observed data follow an expected distribution $f(\log W)$ should be rejected at the chosen level of significance, α .

We perform the nonlinear minimization of the X^2 error (6) and thereby obtain maximum likelihood fit (Press et al., 1992) for functions (3)–(5). The fits obtained are the best ones in the sense that they correspond to the minimum possible value of the X^2 error for each given distribution.

Fig. 2 shows the results of fitting for two events under consideration. It is easily seen that the Beta and Type IV distributions fit the data significantly better than the normal distribution does. Indeed, for the 2005 February 14 event the X^2 -errors for Beta and Type IV distributions (31.80 and 32.19, respectively) are approximately equal, while for normal distribution the error is considerably larger (49.43). These errors correspond to significance levels 0.868, 0.878, and 0.996, respectively. Thus the

hypothesis that the logarithm of wave energy follows the normal distribution should be rejected at very high significance level, while the significance levels for other distributions are considerably smaller. For the event occurred on 1 February 2003 the smallest error, which is equal to 41.72, corresponds to Type IV distribution, while the error for normal distributions is larger by a factor of 3.6, and the significance level for deviations from normal distribution is very close to unity.

The results of the statistical study for all events are summarized in Table 2. It is seen that the observed distributions are always better fitted by either Beta or Type IV distributions rather than by a normal distribution. For the 2002 February 17 event (No.1) the hypothesis of normally distributed data can be rejected at very high significance level, while the hypothesis that these data are described by Beta or Type IV distribution cannot be rejected even at 50% significance level. The 2003 February 1 (No.2) and 2005 February 28 (No.5) events obviously belong to Type IV, while for all others the differences between Beta and Type IV fits are small and probably insignificant.

3. Discussion

As it follows from the SGT, the probability distribution for the logarithm of Langmuir wave energy density is supposed to be normal (Robinson, 1995). This result is a direct consequence of the assumptions that the Langmuir wave packet crosses many density fluctuations with a different effective growth/damping rate, the logarithm of the wave energy is a sum of efficient gains corresponding to the inhomogeneities, and the Central Limit Theorem is valid for this sum. However, Table 2 clearly shows that for all chosen events, which can be considered as typical for the Earth's electron foreshock, the fit of logarithm of wave

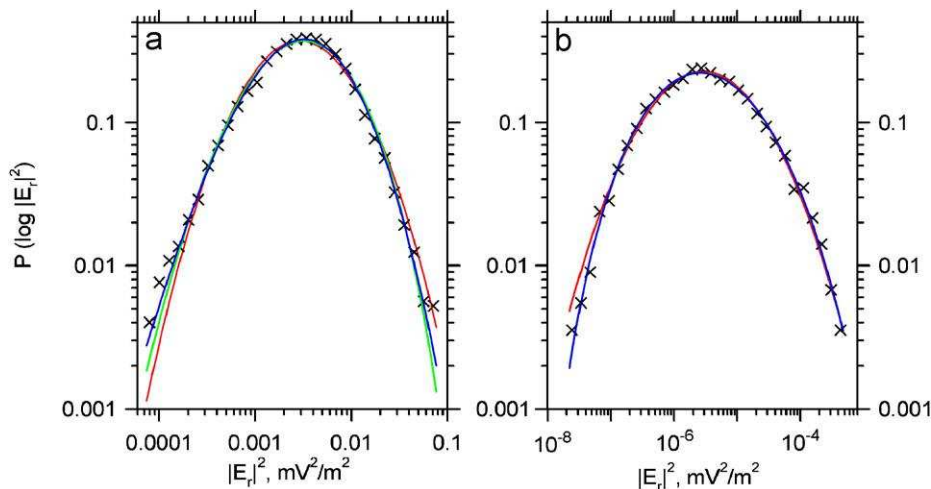


Fig. 2. Probability density function for logarithm of energy density of Langmuir waves observed (a) during 21:25–24:00 UT on 1 February 2003 and (b) during 15:57–16:27 UT on 14 February 2005, when CLUSTER spacecraft were within the Earth's electron foreshock (black crosses). The red line shows the maximum likelihood fit by normal distribution. The green and blue lines correspond to fits of Beta distribution and Pearson Type IV distribution, respectively.

Table 2
Results of data fitting

	Date	χ^2 error			Significance level α			Type of the best fit
		Beta	Type IV	normal	Beta	Type IV	normal	
1	17 February 2002	24.00	22.42	49.12	0.538	0.446	0.996	Type IV
2	01 February 2003	91.96	41.72	149.81	1.000	0.986	1.000	Type IV
3	03 March 2003	38.64	36.70	77.85	0.970	0.953	1.000	Type IV
4	14 February 2005	31.80	32.19	49.43	0.868	0.878	0.996	Beta
5	28 February 2005	82.52	62.55	68.16	1.000	1.000	1.000	Type IV
6	28 February 2005	89.27	95.38	186.18	1.000	1.000	1.000	Beta
7	28 February 2005	36.89	35.12	91.50	0.955	0.933	1.000	Type IV

energy by normal distribution gives worse results than the fits by Beta or Type IV distribution.

It is easy to understand why normal distribution in general can give worse fits than Beta or Type IV distributions. Having only two free parameters (mean and variance), the normal distribution is not flexible enough to adequately take into account all possible features of the PDF (e.g., asymmetry and curtosis), whereas Pearson Type IV and Beta distribution, having four free parameters, represent a more general model. In other words, the shape of normal distribution is fixed, while the shape of Pearson curve depends on two parameters and can be changed. From experimental data outlined above it follows that in the Earth's foreshock region the use of normal distribution is not sufficient for describing statistical properties of plasma wave oscillations and one should consider more complicated distributions.

There exist several reasons why the SGT can fail.

First, Krasnoselskikh et al. (2007) argue that the plasma inhomogeneities encountered by the wave packet influence the wave amplitude not only due to the variations of efficient growth rate but due to variations of the group velocity as well. Indeed, in the approximation of geometrical optics, we have $v_{\text{gr}}E^2 = \text{const}$, where E is the wave amplitude and v_{gr} is its group velocity. From the dispersion relation for Langmuir waves it follows that $v_{\text{gr}} \propto k$, where k is the wavenumber. Thus the wave amplitude is proportional to $k^{-1/2}$. On the other hand, the probability to observe the wave packet within a given segment its trajectory is inversely proportional to the group velocity, $P(x) \propto v_{\text{gr}}^{-1}$, where x is a coordinate measured along the wave packet trajectory. Let $x = 0$ be the point of reflection. The wavenumber k vanishes at $x = 0$. Assume that in a sufficiently large vicinity of this point $k \propto x^{1/2}$. After a simple and straightforward calculations we get a power-law distribution of wave amplitudes, $P(E) \propto E^{-3}$ (see the paper by Krasnoselskikh et al., 2007 for details). Obviously, this mechanism can change considerably the large-amplitude tail of the distribution $P(E)$. However, for the events studied in the present paper the wave amplitudes are small and we found no evidence for the power-law tails.

The second reason is related to nonlinear effects, such as Langmuir wave decay into a backward-propagating

Langmuir wave and an ion acoustic wave, which limit the growth rate. These effects form a rather sharp fall-off or cutoff at the large-amplitude tail of the distribution (see, e.g., Robinson et al., 1993; Robinson, 1995). In the cases under consideration the maximum wave amplitude is well below the theoretical nonlinear threshold (a few mV/m) estimated by Robinson et al. (1993) for typical plasma parameters in the Earth's foreshock. In addition, an inspection of our distributions did not reveal the features like fall-off or cutoff. Hence the nonlinear effects should be negligible for the events selected.

The third reason is related to the thermal waves that could be important in the solar wind, where the amplitudes of Langmuir waves are small, as well as at the edge of the Earth's electron foreshock (Cairns et al., 2000). To determine whether the thermal waves could influence the distributions under study, we estimated the thermal level of Langmuir waves from

$$\varepsilon_0 E_{\text{th}}^2 \approx \frac{k_B T_e}{6\pi^2 \lambda_D^3},$$

where E_{th} is the rms thermal field strength, λ_D is the electron Debye length, and it is assumed that the largest wavenumber at which Landau damping cuts the spectrum is $k_{\text{max}} = 1/\lambda_D$. The plasma temperatures are taken from the 5-min spacecraft-interspersed data set at the bow shock nose (OMNI data set), these data were provided by CDAWeb facility. It was found that for the most of the events the thermal waves amplitudes are much smaller than the minimum amplitude deduced from measurements. But for event No.3 (3 March 2003) and No.4 (14 February 2005) the effect of thermal waves could be important because the estimated $|E_{\text{th}}|^2$ are not far from the corresponding maxima of the distributions (within a factor of $\sim 8-10$). On the other hand, even for these events Langmuir waves are obviously driven by the plasma-beam instability because the distributions observed are quite symmetric while the distribution for wave energy of pure thermal waves contains a power-law part for low amplitudes and an exponential tail for large amplitudes (Robinson, 1995) thereby producing highly asymmetric distributions for logarithms of wave energy.

The fourth reason for discrepancies of observations from the predictions of simplified SGT is concerned with the conditions for Central Limit Theorem to hold. Indeed, recalling that the total energy gain $G = \log(W/W_0)$, where $W_0 = \text{const}$, can be written as a sum of the gains where each term in the sum corresponds to a growth rate fluctuation encountered by the Langmuir wave packet. Cairns and Robinson (1997) assume that a typical number of growth rate fluctuations is slightly higher than ~ 10 in the Earth's foreshock. In general, this number seems to be not large enough to "smear out" the statistical properties of the terms in the sum, and the normal distribution is not achieved yet for the sum. Numerical simulations of the Langmuir wave spectral energy density evolution for a different number of growth rate fluctuations encountered by the wave packet (Krasnoselskikh et al., 2007) show that if the fluctuation number is not very large, the type of the best fit will depend not only on the fluctuation number, but also on their spatial form. In numerical modeling with a Gaussian-like shape of fluctuations, it was found that the point representing probability density distribution for wave energy logarithm on (β_1, β_2) Pearson plane does approach the point $(0, 3)$ corresponding to normal distributions as the number of growth rate fluctuations increases. For the chosen form of the growth rate fluctuations the distribution becomes indistinguishable from normal one when the number of fluctuations exceeds a value $N_f = 45-50$ (Krasnoselskikh et al., 2007). For smaller number of fluctuations the model distributions belong to Type IV and show significant deviations from the normal one. Thus the threshold value of N_f for applicability of stochastic growth rate theory seems to be understated by Cairns and Robinson (1997). Moreover, if their estimate of N_f is correct, the simplified SGT is not applicable under typical conditions in the Earth's electron foreshock, in accordance with the experimental results described in the previous section and by Krasnoselskikh et al. (2007).

4. Conclusions

In the present paper we performed a statistical study of Langmuir waves energy densities deduced from Whisper measurements aboard Cluster spacecraft when they were in the Earth's electron foreshock region. Upon examination of several years of observations, seven events were chosen for detailed analysis (see Table 1). These events were taken from different years of observations, they have different duration and average electric field strength, thus we can suggest these events to be quite typical for electron foreshock. For each event we have built the probability density functions (PDFs) of the logarithm of wave energy. To find the best approximation to the PDF's obtained, we have applied the Pearson curves approach. Three different fits are compared, namely: fit by normal distribution, which is predicted by stochastic growth rate theory (Robinson, 1995), Beta distribution, and Pearson Type IV distribution. In the Pearson (β_1, β_2) plane, the normal

distribution is represented by a single point $(0, 3)$, while Beta distribution and Pearson Type IV distribution correspond to domains adjacent to this point. The quality of the fits was estimated using the chi-squared goodness-of-fit test. It was found that the best fit for chosen events gives either Type IV or Beta distribution rather than normal one (see Table 2 for details). This gives a strong evidence that the simplified stochastic growth theory is not applicable for typical Earth foreshock conditions. Most probably, the assumption that the Langmuir wave packet passes through a sufficiently large amount of the growth rate fluctuations fails to be true. This conclusion is in good agreement with the recent results of numerical simulations of Langmuir wave propagation in a plasma with random inhomogeneities (Krasnoselskikh et al., 2007). If the number of growth rate fluctuations is about 10, Cairns and Robinson (1997) estimate of a typical value for the electron foreshock, the distributions obtained in the simulations had significant deviations from the normal one.

For two events that were observed on 3 March 2003 and 14 February 2005 the deviations from the predictions of simplified stochastic growth theory could be partially attributed to the influence of thermal Langmuir waves.

Therefore, to describe the distribution of the logarithm of Langmuir wave energy in the Earth's electron foreshock properly, it is necessary to use more complex PDFs, i.e., the Pearson Type IV and Beta distributions, because of their greater flexibility as compared with the normal distribution.

Acknowledgments

The authors are thankful to Iver Cairns for useful discussions. The work of K.M. was supported by French Government Fellowship. This work was partially supported by le Studium program.

References

- Bale, S.D., Burgess, D., Kellogg, P.J., Goetz, K., Monson, S.J., 1997. On the amplitude of intense Langmuir waves in the terrestrial electron foreshock. *J. Geophys. Res.* 102, 11281–11286.
- Balogh, A., Dunlop, M.W., Cowley, S.W.H., Southwood, D.J., Thomlinson, J.G., Glassmeier, K.H., Musmann, G., Luhr, H., Buchert, S., Acuna, M.H., Fairfield, D.H., Slavin, J.A., Riedler, W., Schwingenschun, K., Kivelson, M.G., and the Cluster Magnetometer Team, 1997. The Cluster magnetic field investigation. *Space Sci. Rev.* 79, 65–91.
- Beghin, C., Décréau, P.M.E., Pickett, J., Sundkvist, D., Lefebvre, B., 2005. Modeling of Cluster's electric antennas in space: application to plasma diagnostics. *Radio Sci.* 40, RS6008.
- Bendat, J., Piersol, A.G., 2000. *Random Data, Analysis and Measurement Procedures*. Wiley, New York.
- Cairns, I.H., Robinson, P.A., 1997. First test of stochastic growth theory for Langmuir waves in Earth's foreshock. *Geophys. Res. Lett.* 24, 369–372.
- Cairns, I.H., Robinson, P.A., Smith, N.I., 1998. Arguments against modulational instabilities of Langmuir waves in Earth's foreshock. *J. Geophys. Res.* 103, 287–300.

- Cairns, I.H., Robinson, P.A., Anderson, R.R., 2000. Thermal and driven stochastic growth of Langmuir waves in the solar wind and Earth's foreshock. *Geophys. Res. Lett.* 27, 61–64.
- Celnikier, L.M., Harvey, C.C., Jegou, R., Moricet, P., Kemp, M., 1983. A determination of the electron density fluctuation spectrum in the solar wind, using the ISEE propagation experiment. *Astron. Astrophys.* 126, 293–298.
- Celnikier, L.M., Muschietti, L., Goldman, M.V., 1987. Aspects of interplanetary plasma turbulence. *Astron. Astrophys.* 181, 138–154.
- Décéreau, P.M.E., Ferreau, P., Krasnoselskikh, V., Leveque, M., Martin, Ph., Randriamboarison, O., Sene, F.X., Trotignon, J.G., Canu, P., Mogensen, P.B., 1997. Whisper, a resonance sounder and wave analyser: performances and perspectives for the Cluster mission. *Space Sci. Rev.* 79, 157–193.
- Etcheto, J., Faucheux, M., 1984. Detailed study of electron plasma waves upstream of the Earth's bow shock. *J. Geophys. Res.* 89, 6631–6653.
- Fredricks, R.W., Kennel, C.F., Scarf, F.L., Crook, G.M., Green, I.M., 1968. Detection of electric-field turbulence in the Earth's bow shock. *Phys. Rev. Lett.* 21, 1761–1764.
- Gurnett, D.A., Anderson, R.R., Scarf, F.L., Kurth, W.S., 1978. The heliocentric radial variation of plasma oscillations associated with type III radio bursts. *J. Geophys. Res.* 83, 4147–4152.
- Kendall, M.G., Stuart, A., 1969. *The Advanced Theory of Statistics*, vol. I. Griffin, London.
- Krasnoselskikh, V.V., Lobzin, V.V., Musatenko, K., Soucek, J., Cairns, I., Pickett, J., 2007. Beam-plasma interaction in randomly inhomogeneous plasmas and statistical properties of small-amplitude Langmuir waves in the solar wind and electron foreshock. *J. Geophys. Res.*, in press.
- Pearson, K., 1895. Contributions to the mathematical theory of evolution—II. skew variation in homogeneous material. *Philos. Trans. R. Soc. London A* 186, 343–414.
- Press, W.H., Teukolsky, S.A., Vetterling, W.T., Flannery, B.P., 1992. *Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing*. Cambridge University Press, New York.
- Robinson, P.A., 1995. Stochastic growth theory. *Phys. Plasmas* 2, 1466–1479.
- Robinson, P.A., Cairns, I.H., Gurnett, D.A., 1993. Clumpy Langmuir waves in type III radio sources: comparison of stochastic-growth theory with observations. *Astrophys. J.* 407, 790–800.
- Scarf, F.L., Fredricks, R.W., Frank, L.A., Neugebauer, M., 1971. Nonthermal electrons and high-frequency waves in the upstream solar wind. I. Observations. *J. Geophys. Res.* 76, 5162–5171.
- Sigsbee, K., Kletzing, C.A., Gurnett, D.A., Pickett, J.S., Balogh, A., Lucek, E., 2004a. The dependence of Langmuir wave amplitudes on position in Earth's foreshock. *Geophys. Res. Lett.* 31, L07805.
- Sigsbee, K., Kletzing, C.A., Gurnett, D.A., Pickett, J.S., Balogh, A., Lucek, E., 2004b. Statistical behavior of foreshock Langmuir waves observed by the Cluster wideband data plasma wave receiver. *Ann. Geophys.* 22, 2337–2344.
- Smith, D.F., 1977. Second harmonic radiation and related nonlinear phenomena in type III solar radio bursts. *Astrophys. J.* 216, L53–L57.
- Smith, D.F., Sime, D., 1979. Origin of plasma-wave clumping in type III solar radio burst sources. *Astrophys. J.* 233, 998–1004.
- Unti, T.W.J., Neugebauer, M., Goldstein, B.E., 1973. Direct measurements of solar-wind fluctuations between 0.0048 and 13.3 Hz. *Astrophys. J.* 180, 591–598.

III Article 3

V. V. Lobzin, V. V. Krasnoselskikh, K. Musatenko, T. Dudok de Wit
On nonstationarity and rippling of the quasiperpendicular zone of the
Earth bow shock: Cluster observations
Annales Geophysicae. — 2008. — №26. — P. 2899—2910.

On nonstationarity and rippling of the quasiperpendicular zone of the Earth bow shock: Cluster observations

V. V. Lobzin^{1,*}, V. V. Krasnoselskikh¹, K. Musatenko¹, and T. Dudok de Wit¹

¹LPCE/CNRS-Université d'Orléans, Orleans, France

* now at: the University of Sydney, Sydney, Australia

Received: 7 May 2008 – Revised: 21 July 2008 – Accepted: 11 August 2008 – Published: 23 September 2008

Abstract. A new method for remote sensing of the quasiperpendicular part of the bow shock surface is presented. The method is based on analysis of high frequency electric field fluctuations corresponding to Langmuir, upshifted, and downshifted oscillations in the electron foreshock. Langmuir waves usually have maximum intensity at the upstream boundary of this region. All these waves are generated by energetic electrons accelerated by quasiperpendicular zone of the shock front. Nonstationary behavior of the shock, in particular due to rippling, should result in modulation of energetic electron fluxes, thereby giving rise to variations of Langmuir waves intensity. For upshifted and downshifted oscillations, the variations of both intensity and central frequency can be observed. For the present study, WHISPER measurements of electric field spectra obtained aboard Cluster spacecraft are used to choose 48 crossings of the electron foreshock boundary with dominating Langmuir waves and to perform for the first time a statistical analysis of nonstationary behavior of quasiperpendicular zone of the Earth's bow shock. Analysis of hidden periodicities in plasma wave energy reveals shock front nonstationarity in the frequency range $0.33 f_{Bi} < f < f_{Bi}$, where f_{Bi} is the proton gyrofrequency upstream of the shock, and shows that the probability to observe such a nonstationarity increases with Mach number. The profiles observed aboard different spacecraft and the dominating frequencies of the periodicities are usually different. Hence nonstationarity and/or rippling seem to be rather irregular both in space and time rather than resembling a quasiregular wave propagating on the shock surface.

Keywords. Space plasma physics (Nonlinear phenomena; Shock waves; Waves and instabilities)

Correspondence to: V. V. Lobzin
(v.lobzin@physics.usyd.edu.au)

1 Introduction

The problem of shock front nonstationarity is of fundamental importance for collisionless shock physics because it is closely related to two main questions of this field of plasma physics, namely, (1) the dependence of shock front structure on upstream plasma parameters and shock velocity; (2) acceleration of particles up to high energies (Kennel et al., 1985). However, although this problem was raised in the very beginning of collisionless shock physics, after more than four decades of research it is far from being well understood, most probably due to formidable difficulties of the experimental and theoretical analysis. A brief summary of the state of art can be found in the papers by Krasnoselskikh et al. (2002) and Lobzin et al. (2007), as well as in recent reviews (Hellinger, 2003; Lembege et al., 2004; Bale et al., 2005).

Up to the present time the information about different aspects of shock front nonstationarity was obtained first of all in numerical modeling. The “macroscopic” nonstationary phenomena, which are related to low-frequency motions with large spatial scales, can be subdivided in two categories, i.e. one-dimensional and multidimensional nonstationarity. A phenomenon can be considered as intrinsically one-dimensional if it can be observed in a planar geometry. However, in a more realistic geometry this phenomenon can produce large-scale multidimensional patterns, but there can exist quite large regions of the shock front where the profiles of different physical parameters measured across the shock are very similar at the same time. One-dimensional phenomena like, for example, shock front nonstationarity and reformation were studied numerically for the first time by Biskamp and Welter (1972). On the other hand, there can exist essentially multi-dimensional effects like the so-called shock front rippling. In the present literature the term “rippling” is used to denote at least two phenomena that can be essentially different. In particular, Winske and Quest (1988)

as well as Lowe and Burgess (2003) assume that rippling means wave-like ion-scale features moving along the shock surface, while the features observed in the simulations performed by Thomas (1989) seem to be rather irregular. Probably it is worth to introduce for the latter phenomenon the term “wrinkling” while retaining the term “rippling” for the former one. There exists a possibility of combination of reformation with rippling or wrinkling, i.e. the reformation may proceed as a wave propagating on the shock surface or form a rather irregular pattern. A shock front instability found in the simulations by Burgess and Scholer (2007) can probably result in such kind of reformation. In the following we will focus first of all on rippling and wrinkling.

Shock front rippling was observed for the first time by Winske and Quest (1988) in two-dimensional hybrid simulations, where the wave-like disturbances were clearly seen both in the magnetic field and plasma density. These structures move along the shock surface with a speed of $0.3 V_A$ and have a characteristic scale of about $5c/\omega_{pi}$ and a frequency of $0.4\omega_{Bi}$, where V_A is the Alfvén velocity, c is the speed of light, ω_{pi} is the proton plasma frequency, and ω_{Bi} is the proton gyrofrequency (unless otherwise stated, all characteristic velocities and scales are calculated with upstream plasma parameters). Disturbances with similar scales were also found by Thomas (1989) in two- and three-dimensional simulations. He focused on dimensionality effects on amplitudes of disturbances and did not analyze their motion. It is worth noting, however, that disturbances observed by Thomas (1989) seem to be more chaotic than those seen by Winske and Quest (1988), and the randomness is considerably higher in the three-dimensional case than in the two-dimensional one.

Later Burgess (2006) performed a simulation of rippling to analyze the problems of interpretation of multipoint observations. However, for such a complicated problem a single case study cannot be considered as definite evidence favoring shock front rippling. In addition, a lot of questions still remain open. In particular, can the wrinkling and/or rippling be considered as a typical feature and how do they depend on plasma and shock parameters?

Up to now there are only a few experimental studies concerning shock front nonstationarity both in space and laboratory plasmas.

The first unambiguous evidence of the shock wave nonstationarity was obtained by Morse et al. (1972) in laboratory experiments with a plasma-wind-tunnel device. They revealed that the high-Mach-number shock wave oscillates with a frequency comparable to the upstream ion gyrofrequency.

Vaisberg et al. (1984) reported low frequency oscillations of the ion flux in the Earth’s bow shock. Bagenal et al. (1987) observed a similar phenomenon in the Uranian bow shock. The manifestation of the shock front nonstationarity in the ion distribution function was also discussed by Krasnosel’skikh et al. (1990).

Galeev et al. (1988a, b) presented the results of analysis of the magnetic field measurements performed on-board Prognoz-8 and Prognoz-10 for several crossings of the Earth’s bow shock and discussed the role of nonlinear whistler waves in the shock front nonstationarity. Later Krasnosel’skikh et al. (1991) and Balikhin et al. (1997) analyzed observations of Prognoz-10 and AMPTE spacecraft and confirmed that the main low frequency oscillations found in the shock front are whistlers. The amplitude of these waves is large and cannot be explained as a result of an instability driven by reflected ions, rather, they can be considered as an intrinsic element of the shock front structure generated by the processes of the nonlinear macrodynamic of the front (Galeev et al., 1988a; Krasnosel’skikh et al., 1991; Walker et al., 1999a).

Walker et al. (1999b) presented observations of a quasiperpendicular shock encountered by APMTE-UKS and AMPTE-IRM with quite different profiles for the two spacecraft and interpreted these observations as a result of shock front nonstationarity. With the use of Cluster data, Horbury et al. (2001) found examples of some aspects of shock nonstationarity, where the amplitude of magnetic field fluctuations attains ~ 10 nT, making profiles considerably different for different spacecraft. Horbury et al. (2001) argue that these fluctuations stop before the ramp and do not appear to disrupt the shock structure; on the other hand, they don’t reject the possibility that the fluctuations may be signatures of the unsteady shock reformation. The first convincing experimental evidence in favor of shock front reformation was presented by Lobzin et al. (2007).

Moullard et al. (2006) were the first who probably observed another aspect of shock front nonstationarity – rippling. They analyzed a single event when during ~ 1 h time interval Cluster spacecraft “touched” the bow shock and then crossed it twice during ~ 10 min. This shock is almost perpendicular, high-beta, and high-Mach-number, with the fast mode Mach number $M_f=11$. Moullard et al. (2006) argue that the observed oscillations of the magnetic field and plasma density within the front can be interpreted as a wave moving along the shock surface. The velocity of this wave seems to make an acute angle ($<40^\circ$) with the upstream magnetic field and varies within the range from 2 to $4 V_{Ad}$ (80–160 km/s), where V_{Ad} is the downstream Alfvén velocity. The wavelength estimated by Moullard et al. (2006) is 1000–2000 km.

Up to the present time, the information concerning different aspects of shock front nonstationarity was obtained first of all in numerical modeling, which allows one to follow the temporal evolution and spatial structure of the shock wave with an arbitrary resolution.

A serious limitation of space experiments is that the spatial resolution is always limited to spacecraft separation, which could be too large for deducing any information about the fields in between. For example, the spacecraft separation varies in the range 100–10 000 km for Cluster mission, while

the thickness of a typical quasiperpendicular shock is about 600 km. However, when spacecraft are in the electron foreshock, there exists an indirect method for remote sensing of the bow shock surface during relatively long time intervals (see Lobzin et al., 2003, and the details in the following). This method is based on analysis of high-frequency electric field fluctuations corresponding to Langmuir, upshifted, and downshifted waves. These waves are generated by superthermal electrons that were reflected from the bow shock and propagate in the sunward direction along the magnetic field lines (e.g. Filbert and Kellogg, 1979; Lacombe et al., 1985; Lobzin et al., 2005, and references therein). The deformation of the shock front should lead to significant changes of these fluxes, which in their turn result in changes of observed electric field spectra.

In the present paper we use the above-mentioned method for remote shock front sensing and present the results of statistical study of hidden periodicities in the measured Langmuir wave energies. The main aim of the paper is to study spatio-temporal characteristics of shock front nonstationarity and the search of experimental evidence favoring shock front rippling and/or wrinkling. This aim is accomplished by describing the data selection and analysis procedure (Sect. 2), interpreting and discussing the results (Sect. 3), and then giving the conclusions (Sect. 4).

2 Data selection and analysis procedure

The direct observation of shock front rippling and/or wrinkling onboard spacecraft is rather difficult, because a typical time of bow shock crossing is a few ion gyroperiods and is comparable or even less than the expected characteristic time scale of rippling, and the coherence length for this process can be less than the distance between the satellites, thereby making useless the multi-spacecraft methods for separations of spatial and temporal variations. To find convincing experimental evidence of shock front rippling or wrinkling, it is desirable to follow the shock evolution during relatively long time intervals, much longer than the ion gyroperiod. Fortunately, when spacecraft are in the electron foreshock, there exists a possibility for remote sensing of the quasiperpendicular region of bow shock surface during relatively long time intervals (Lobzin et al., 2003). To this end, one can analyze high-frequency electric field fluctuations corresponding to Langmuir, upshifted, and downshifted waves. These waves are generated by suprathermal electron fluxes, which are reflected from the bow shock front and move approximately along the magnetic field lines (see, e.g. Filbert and Kellogg, 1979; Lacombe et al., 1985; Lobzin et al., 2005, and references therein). Any deformation of the shock front should lead to significant changes of these fluxes, which in their turn result in changes of observed electric field spectra.

Indeed, from the theory of energization of electrons by shock waves it follows that the key parameters of the dis-

tribution function of reflected electrons depend strongly on the angle between the shock normal and the upstream magnetic field, θ_{Bn} (Leroy and Mangeney, 1984; Wu, 1984). In particular, for typical parameters of the Earth bow shock, the average energy per electron increases from $\sim 4 T_e$ to $\sim 50 T_e$ within relatively narrow range of angles, from 83° to 88° , while the relative number density drops from 11% to 0.3% and becomes negligible for angles larger than 89° (Leroy and Mangeney, 1984). Thus energetic electrons that are responsible for the generation of intense plasma waves in the electron foreshock come from a relatively small region of the bow shock, near the point of tangency of the solar wind magnetic field. Any nonstationarity of the shock in this region will result in nonstationary behavior of Langmuir waves in the vicinity of foreshock boundary. In particular, even if the shock nonstationarity is moderate, a strong modulation of Langmuir wave intensity is expected to be observed due to sharp dependence of electron beam parameters on the θ_{Bn} . On the other hand, Lowe and Burgess (2003) argue that the amplitude of rippling increases as θ_{Bn} approaches 90° , thereby favoring the modulation of electron fluxes and Langmuir waves. Numerical studies of the electron energization in the time-dependent electromagnetic fields typical for the Earth's bow shock show that the modulation can be very strong, i.e. upstream of the re-forming shock energetic electron bursts can be formed cyclically rather than resemble a continuous electron beam (Yuan et al., 2007). It is also worth noting that, in accordance both with the theory and simulations, shock front nonstationarity not related to rippling and/or wrinkling should be observed both for perpendicular and quasiperpendicular shocks in the wide range of θ_{Bn} provided that Mach number is high enough (e.g. Krasnoselskikh et al., 2002; Hellinger, 2003; Lembege et al., 2004, and references therein).

Thus, although spacecraft rarely cross the perpendicular zone of the Earth's bow shock, crossing of the electron foreshock boundary occurs much more frequently and intense Langmuir waves in the vicinity of this boundary do provide a convenient tool for remote sensing of this portion of the shock surface. The most favorable situation takes place when the solar wind is quiet and the frequencies of downshifted oscillations are well below the plasma frequency because in this case one can study both the wave intensities, separately for each mode, and variations of their frequencies.

The experimental data considered in this study were obtained aboard Cluster spacecraft by the WHISPER instrument between January and early May 2001. During this time period the four Cluster spacecraft crossed the Earth's bow shock many times and made numerous observations of the foreshock wave activity.

The WHISPER instrument was described by Décréau et al. (1997). This instrument is an element of Wave Experiment Consortium (WEC) presented by Pedersen et al. (1997). In the passive mode of operation WHISPER provides the calculated onboard electric field spectra of natural emissions in

Table 1. The list of the events and their duration.

No	Date	Time, UT (h:m:s)	Duration for Sc1, min
1	3 Jan 2001	01:22:14–01:24:06	1.86
2	3 Jan 2001	03:40:21–03:43:33	3.19
3	5 Jan 2001	22:00:04–22:01:58	1.90
4	6 Jan 2001	00:42:23–00:46:13	3.83
5	7 Jan 2001	23:37:45–23:40:37	2.86
6	15 Jan 2001	03:19:30–03:22:01	2.51
7	17 Jan 2001	08:19:01–08:21:49	2.79
8	20 Jan 2001	00:31:32–00:33:34	2.02
9	20 Jan 2001	00:39:14–00:42:06	2.76
10	20 Jan 2001	18:53:29–18:56:57	3.45
11	29 Jan 2001	02:42:10–02:46:10	3.92
12	31 Jan 2001	12:21:23–12:22:48	1.41
13	31 Jan 2001	12:31:35–12:34:12	2.61
14	31 Jan 2001	15:44:39–15:46:42	2.05
15	31 Jan 2001	17:12:09–17:15:33	3.40
16	3 Feb 2001	13:29:47–13:30:58	1.17
17	10 Feb 2001	03:30:28–03:33:28	2.98
18	12 Feb 2001	08:18:57–08:21:48	2.84
19	13 Feb 2001	01:13:52–01:16:54	3.01
20	14 Feb 2001	17:54:51–17:57:43	2.86
21	21 Feb 2001	19:06:18–19:09:03	2.74
22	21 Feb 2001	21:35:37–21:37:33	1.93
23	22 Feb 2001	23:33:26–23:36:48	3.36
24	23 Feb 2001	00:38:12–00:41:36	3.39
25	28 Feb 2001	21:30:06–21:34:58	4.84
26	7 Mar 2001	01:06:02–01:08:52	2.83
27	13 Mar 2001	10:13:19–10:17:28	4.15
28	17 Mar 2001	19:29:40–19:31:09	1.44
29	17 Mar 2001	22:15:04–22:17:12	2.13
30	18 Mar 2001	01:41:57–01:45:32	3.58
31	19 Mar 2001	19:09:13–19:10:59	1.75
32	20 Mar 2001	00:23:58–00:25:40	1.69
33	20 Mar 2001	05:20:49–05:23:36	2.78
34	22 Mar 2001	09:15:08–09:18:00	2.85
35	24 Mar 2001	14:35:57–14:37:46	1.82
36	24 Mar 2001	19:11:48–19:13:46	1.96
37	27 Mar 2001	08:24:12–08:26:23	2.18
38	28 Mar 2001	05:24:08–05:26:00	1.85
39	29 Mar 2001	08:25:49–08:27:35	1.76
40	2 Apr 2001	02:12:14–02:15:13	2.98
41	2 Apr 2001	03:16:05–03:18:30	2.39
42	5 Apr 2001	16:34:38–16:37:30	2.86
43	5 Apr 2001	21:36:29–21:38:38	2.15
44	10 Apr 2001	14:52:16–14:54:37	2.34
45	15 Apr 2001	18:55:06–19:00:00	4.89
46	22 Apr 2001	10:04:33–10:06:47	2.17
47	29 Apr 2001	13:41:12–13:43:22	2.16
48	2 May 2001	06:23:23–06:26:17	2.89

the 2–80 kHz frequency range and the total signal energy, E_{pow} , calculated from the accumulated squared samples. The FFT technique is used to obtain the spectra. Both the elec-

tric field power and spectra are available onboard each 13 ms. However, due to telemetry limitations only averaged values of these parameters are transmitted on-ground. For the spectra, the time resolutions achieved are 2.15 s in the normal telemetry mode and 0.32 s in the burst mode. For E_{pow} parameters, the corresponding time resolutions are 213 ms and 13 ms, respectively (Décréau et al., 1997). Further details on different operational modes of WEC and WHISPER are described elsewhere (Pedersen et al., 1997; Décréau et al., 1997; Woolliscroft et al., 1997).

We chose 48 crossings of the foreshock boundary with dominating Langmuir waves and tried to find periodicities in the variations of their intensities.

From the results of numerical modeling performed by Winske and Quest (1988) it follows that the wavelength of wrinkles is $\sim 5 c/\omega_{pi}$, with the frequency of rippling being $0.4 f_{Bi}$. For the average solar wind magnetic field and density, $B=6$ nT and $N_e=6.5$ cm $^{-3}$, the proton gyrofrequency equals ~ 0.1 Hz, the proton gyroperiod is 11 s, and the proton inertial scale is $c/\omega_{pi}=90$ km. Thus we expect that the characteristic temporal and spatial scales of the wrinkles are about 25 s (the corresponding frequency is 0.04 Hz) and 500 km, respectively. For the time period considered, the Cluster spacecraft separation is within the range 190–1700 km, smaller or comparable to the wavelength of ripples observed in the numerical modeling by Winske and Quest (1988).

To detect periodicities that are possibly related to rippling and wrinkling, it is desirable to have time intervals containing more or about 4 rippling/wrinkling periods. On the other hand, the intervals should be short enough in order to avoid large changes of wave intensity due to approaching the foreshock boundary or moving away from it. Thus time intervals of 1.5–2 min seem to be optimal for the problem under consideration. The list of intervals with their durations is presented in Table 1.

For each event we estimated the corresponding proton gyrofrequency, solar wind Alfvén Mach number, as well as the proxies for shock Alfvén, sound, and fast Mach numbers. The proton density, plasma temperature, solar wind speed, and magnetic field, which were required for the estimation, were taken from the 1-min spacecraft-interspersed data set at 1 AU (OMNI data set provided by CDAWeb facility) and averaged over time intervals corresponding to the events under study. For simplicity, the formulas for Alfvén and sound speeds assume a constant 4% alpha particle contribution and constant electron temperature, $T_e=1.28 \times 10^5$ K. In particular, Alfvén and sound speeds are given by

$$V_A = \frac{B}{\sqrt{\mu_0(4n_\alpha + n_p)m_p}},$$

and

$$V_S = \sqrt{\frac{2k(T_e + T_i)}{(4n_\alpha + n_p)m_p}},$$

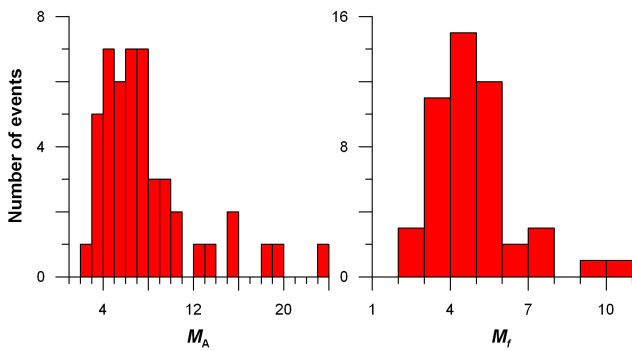


Fig. 1. Histograms of proxies for Alfvén and fast Mach numbers characterizing quasiperpendicular shocks related to the selected crossings of the foreshock boundary.

respectively (μ_0 is the permeability of free space and k is the Boltzmann constant). The fast mode velocity is calculated for waves propagating at the right angle to the ambient magnetic field,

$$V_f = \sqrt{V_A^2 + V_s^2}.$$

To calculate the proxies for the shock Mach numbers, the solar wind velocities were decomposed into two components, parallel and perpendicular to the solar wind magnetic field, and the perpendicular components were used. The obtained estimates of the solar wind Alfvén Mach numbers and the proxies of the shock Mach numbers are summarized in Table 2. It is worth noting that on average the proxies should overestimate the corresponding Mach numbers because we take projections of the plasma speed onto the magnetic field rather than onto the shock normal. Nevertheless a strong correlation should exist between the Mach numbers and such proxies, thereby allowing one to use the proxies in statistical studies. On the other hand, an accurate estimation of shock normals is rather difficult and their use would introduce additional errors, especially in the cases when the observations are performed far from the bow shock surface. For brevity, in the following discussion of experimental results we will speak about Mach numbers rather than their proxies.

From Table 2, it is clearly seen that the data set contains events related both to weak and strong shocks, with Alfvén and fast Mach numbers varying in the ranges 2.7–23.2 and 2.2–10.7, respectively. The histograms for Mach number proxies are shown in Fig. 1. It is worth noting that for the most of the events, 30 of 48, the Alfvén Mach number exceeds the value of 5.7 that was used in the simulations of Lowe and Burgess (2003). Fourteen events have an Alfvén Mach number higher than 8, which is the value used by Winske and Quest (1988) in their simulations. For 6 events, the Alfvén Mach number exceeds 13, the value used in the simulations by Thomas (1989).

Because the measured wave energies E_{pow} may vary over a broad range within the same event, the spectral analysis

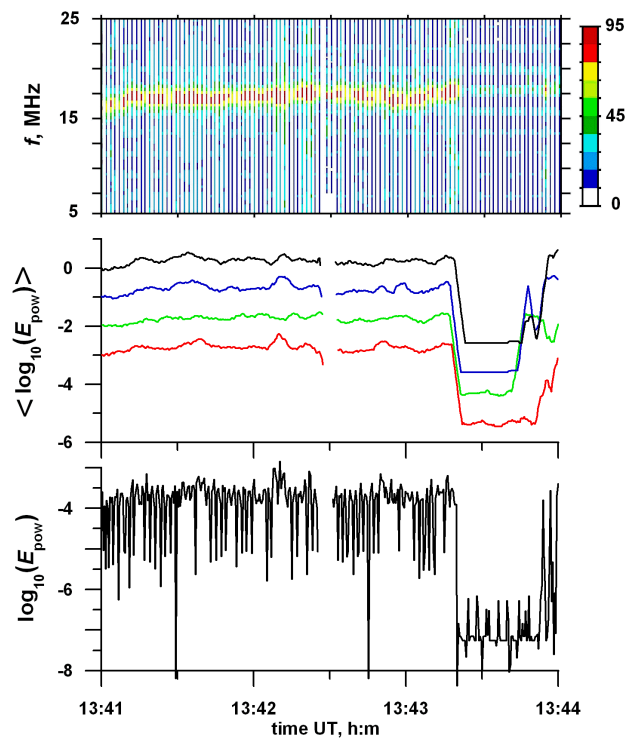


Fig. 2. (a) Frequency-time spectrograms obtained by the WHISPER instrument aboard Sc1 in the Earth’s electron foreshock on 29 April 2001 (event 47). The electric field strength in $V_{\text{rms}} \text{ Hz}^{-1/2}$ is color coded and plotted in dB over $10^{-7} V_{\text{rms}} \text{ Hz}^{-1/2}$. The corresponding color scale is shown on the right of the spectrogram. (b) Profiles for $\log_{10}(E_{\text{pow}})$ measured aboard all four spacecraft upon sliding averaging over 4 s time intervals. Red, green, blue, and black lines correspond to Sc1, Sc2, Sc3, and Sc4, respectively. To ease the comparison, the curves showing the measurements aboard Sc2, Sc3, and Sc4 are shifted upward by 1, 2, and 3, respectively. (c) Profiles for $\log_{10}(E_{\text{pow}})$ measured aboard Sc1. Strong modulation due to spacecraft spin is easily seen.

was performed for their logarithms, $\log_{10}(E_{\text{pow}})$. Moreover, to avoid spectral artifacts due to spikes and trends, the temporal series of $\log_{10}(E_{\text{pow}})$ were clipped at the levels of $\pm 3\sigma$, where σ is the standard deviation of $\log_{10}(E_{\text{pow}})$, and linear trends were removed (if any).

All the events under consideration contain gaps (missing data). During the time intervals corresponding to the gaps, WHISPER worked in active (sounding) mode and the information about natural wave activity is not available. The duration of each gap is comparable to the period of spacecraft spin and much longer than the typical interval between two successive measurements of wave energies outside the gaps. It is well-known that different techniques of filling data gaps (e.g. by zeros or interpolated values) may work rather poorly and often result in spurious peaks corresponding to periods comparable to gaps. Fortunately, Lomb (1976) developed a method of spectral analysis without such shortcomings.

Table 2. Parameters of the shocks related to the events studied.

No	Solar wind	Shock Mach number proxies			Upstream proton gyrofrequency, f_{Bi} , Hz
	Alfvén Mach number	Alfvén	sound	fast	
1	14.0	12.0	5.9	5.3	0.113
2	6.7	4.9	5.0	3.5	0.171
3	7.8	7.7	9.3	5.9	0.083
4	6.8	6.6	8.6	5.2	0.102
5	6.6	5.5	6.2	4.1	0.104
6	6.8	5.7	6.2	4.2	0.076
7	6.8	5.5	5.5	3.9	0.128
8	15.6	15.6	7.0	6.4	0.061
9	15.7	15.6	7.0	6.4	0.059
10	8.4	8.3	6.6	5.2	0.094
11	4.7	4.4	6.6	3.7	0.223
12	6.8	6.4	6.1	4.4	0.172
13	7.2	7.2	6.4	4.8	0.166
14	8.7	5.5	4.2	3.3	0.143
15	8.9	8.0	6.0	4.8	0.125
16	9.2	9.1	7.4	5.7	0.059
17	8.8	7.4	6.6	4.9	0.087
18	9.3	9.1	7.5	5.8	0.082
19	5.7	3.9	5.2	3.1	0.143
20	6.7	6.2	6.3	4.4	0.101
21	8.1	7.8	7.1	5.2	0.077
22	7.4	4.4	3.6	2.8	0.074
23	7.2	6.3	6.7	4.6	0.090
24	7.2	7.1	6.7	4.9	0.083
25	8.3	3.7	2.8	2.2	0.096
26	20.8	19.4	7.7	7.2	0.037
27	4.4	4.0	6.1	3.3	0.123
28	5.1	4.2	4.9	3.2	0.109
29	5.8	5.6	6.4	4.2	0.103
30	10.3	10.0	6.6	5.5	0.074
31	6.2	5.9	8.8	4.9	0.222
32	3.8	3.8	10.2	3.6	0.214
33	2.8	2.7	9.2	2.6	0.259
34	6.4	6.3	6.0	4.3	0.136
35	25.3	23.2	8.2	7.7	0.056
36	10.0	8.9	7.2	5.6	0.170
37	4.5	4.3	6.5	3.6	0.070
38	4.8	4.7	10.2	4.2	0.092
39	20.4	10.2	5.3	4.7	0.058
40	18.9	18.9	13.0	10.7	0.053
41	13.8	13.4	12.7	9.2	0.061
42	8.2	6.9	7.9	5.2	0.103
43	8.8	7.3	6.6	4.9	0.110
44	8.6	3.7	6.0	3.2	0.065
45	10.0	9.9	10.0	7.0	0.058
46	3.9	3.8	8.1	3.5	0.226
47	8.1	6.5	10.2	5.5	0.090
48	7.3	7.2	8.3	5.4	0.103

This method was based in part on earlier works by Barning (1963) and Vaníček (1971) and was elaborated further by Scargle (1982). They evaluate the spectra with the use

of data that are actually measured, and, moreover, the measurements can be unevenly sampled. An implementation of Lomb's method used in the present paper is developed by Press et al. (1997). The maxima found in the Lomb normalized periodograms are considered as corresponding to statistically significant periodicities if their significance exceeds 0.05. The significance is estimated against a hypothesis of random noise. Usually the spectra contain peaks in the vicinity of 0.5 Hz and their harmonics. These peaks result from rotation of spacecraft antennas with a period of ~ 4 s. They can be rather huge and bring down simple estimates of significance of other periodicities. Because of this, it is necessary to filter such time series in order to eliminate the oscillations resulting from spacecraft spin. The filtering is performed if the spin peaks are significant in accordance with the chosen criterion. To this end we use the harmonic filtering procedure which was developed by Ferraz-Mello (1981).

3 Results and discussion

An example of Langmuir waves associated with a low-Mach-number stationary shock is shown in Fig. 2. For this event the electron foreshock boundary was crossed at 13:43:22 UT, at the end of the time interval chosen for search of hidden periodicities. In addition to the frequency-time spectrogram obtained by the WHISPER instrument, shown are the profiles for $\log_{10}(E_{\text{pow}})$ measured aboard all 4 spacecraft and averaged over 4 s time intervals equal to the satellite spin period, as well as unaveraged data for spacecraft 1 (Sc1). From the frequency-time diagram it is easily seen that the wave activity is observed in a vicinity of local plasma frequency, both upshifted and downshifted oscillations are absent. Hence, the integrated signal energy can be attributed to Langmuir waves.

The results of spectral analysis obtained with the techniques outlined above are presented in Fig. 3. The periodograms of $\log_{10}(E_{\text{pow}})$ for this event reveal a high and sharp peak at $f=0.5$ Hz, which is twice the spacecraft spin frequency. This modulation is also conspicuous in the unaveraged profile of $\log_{10}(E_{\text{pow}})$ (Fig. 2, bottom panel). Such strong modulations of the wave energy are usually observed when the waves are linearly polarized and the angle between electric field vector and normal to the plane with antennas is not too small. Langmuir waves not far from their origin should be polarized approximately along the solar wind magnetic field, in the direction of propagation of energetic electrons reflected by the bow shock. In the frequency range of interest ($0.33 f_{Bi} \leq f \leq f_{Bi}$) the observed variations of the wave energy is weak aboard all spacecraft but Sc3. However, the absence of significant peaks in the vicinity of the peak $f=0.69 f_{Bi}$, which is found for Sc3, most probably indicates that this peak is spurious or caused by a local disturbance of the solar wind. Larger peaks exist for low frequencies outside of the range of interest ($0.33 f_{Bi} \leq f \leq f_{Bi}$). These larger

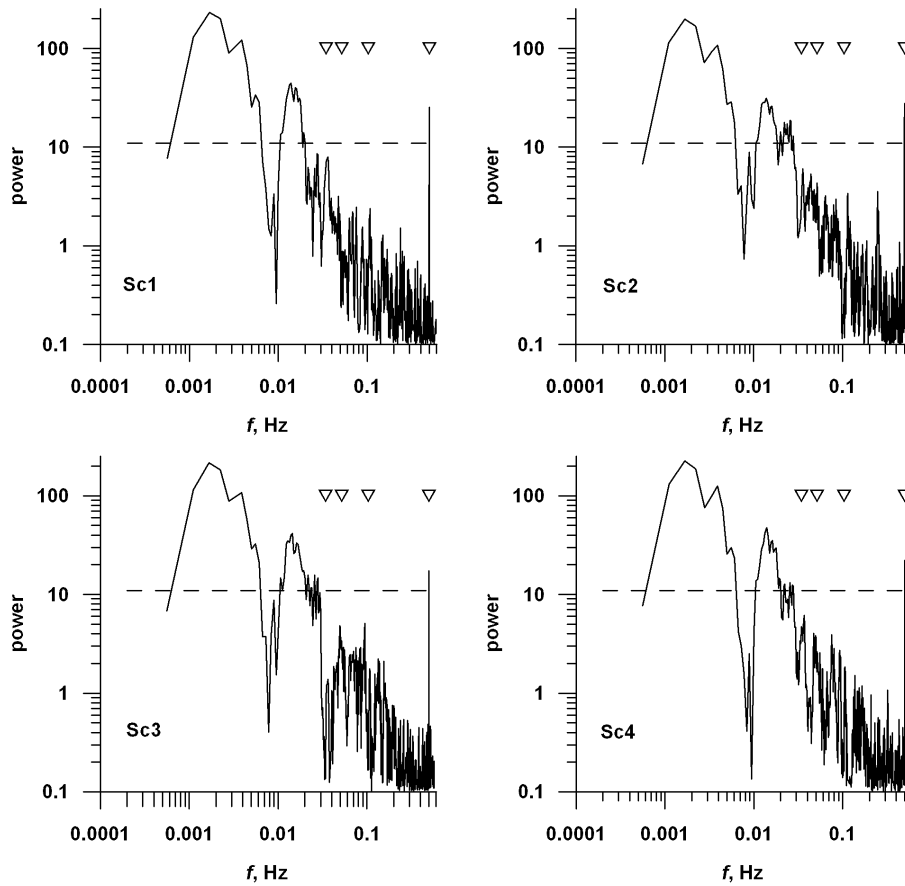


Fig. 3. Periodograms for wave energy densities measured at the foreshock boundary crossed by Cluster spacecraft on 29 April 2001 (event 47). Dashed lines correspond to the significance level of 0.05. Abscissas of triangles correspond to $0.33 f_{Bi}$, $0.5 f_{Bi}$, f_{Bi} , and 0.5 Hz. The frequency range of interest is located between the 1st and 3rd triangles, while the last one shows the position of peak resulting from spacecraft spin.

peaks may correspond to turbulent changes in the direction of the interplanetary magnetic field or the intrinsic burstiness of the Langmuir waves predicted by Stochastic Growth Theory (e.g. Robinson, 1995; Cairns and Robinson, 1999; Krasnoselskikh et al., 2007, and references therein).

The profiles for $\log_{10}(E_{pow})$ measured at the boundary of the electron foreshock associated with a high-Mach-number shock (proxy for M_A is equal to 10.2) are shown in Fig. 4, together with the periodogram for Sc1. Within the chosen time interval both upshifted and downshifted oscillations are absent, as in the previous case, and the integrated signal energy can be attributed to Langmuir waves. The periodogram contains a sharp peak at $f=0.5$ Hz corresponding to effects of spacecraft spin. In the frequency range $0.33 f_{Bi} \leq f \leq f_{Bi}$ there is a high peak at $f=0.03$ Hz ($f/f_{Bi}=0.55$). Such peaks are also found both for Sc3 and Sc4, while for Sc2 the oscillations in this range are statistically insignificant. The results of statistical studies outlined in the following allow one to suggest that such oscillations are closely related to shock front nonstationarity. However, a more careful analysis, which is

beyond the scope of the present paper, is necessary to confirm or reject such hypothesis for each particular event. Nevertheless this example can be considered as a quite typical event associated with a high-Mach-number shock. We observe that profiles for $\log_{10}(E_{pow})$ measured aboard different spacecraft for this event do have similar features but also substantial differences. If we recall that the distances between spacecraft (510–730 km) are smaller or comparable to the expected spatial scale of rippling (~ 900 km), it follows that such a rippling, if any, seems to be rather chaotic rather than regular, both in space and time. This conclusion is confirmed by examination of similar plots for all chosen events corresponding to high Mach numbers.

For all events listed in Table 1 we performed spectral analysis with the techniques outlined in the previous section. The parameters characterizing periodicities in the frequency range $0.33 f_{Bi} \leq f \leq f_{Bi}$ are presented in Table 3. It is easily seen from Table 3 that there exists a lot of events with statistically significant periodicities. For several events the periodicities observed by different spacecraft are the same

Table 3. Periodicities found in the wave energies.

No	Frequency f (10^{-2} Hz), ratio f/f_{Bi} , and significance ^a											
	Sc1			Sc2			Sc3			Sc4		
1	5.4	0.47	1.7	6.3	0.55	3.5	6.0	0.53	3.0	5.7	0.50	3.3
2	none			none			none			none		
3	3.5	0.42	3.2	4.1	0.49	3.8	4.1	0.49	2.1	3.8	0.46	4.1
4	4.1	0.40	3.2	4.4	0.43	8.7	none			4.5	0.44	3.3
5	7.0	0.67	9.6	6.8	0.65	11.8	6.8	0.65	9.8	6.8	0.65	2.5
6	4.2	0.55	9.3	4.2	0.55	13.9	4.9	0.64	8.5	4.9	0.64	5.0
7	4.8	0.37	2.7	n/a			n/a			n/a		
8	2.5	0.41	2.4	2.5	0.42	1.4	2.5	0.42	2.5	2.5	0.42	1.6
9	3.0	0.51	5.2	none			3.0	0.51	2.6	none		
10	4.7	0.50	2.0	4.5	0.48	3.1	4.5	0.48	3.2	4.5	0.48	2.9
11	none			none			none			none		
12	none			n/a			none			none		
13	none			n/a			none			none		
14	none			n/a			none			n/a		
15	5.9	0.47	1.6	n/a			3.1	0.53	3.3	n/a		
16	none			n/a			4.7	0.81	5.1	4.3	0.73	3.5
17	3.2	0.36	3.4	5.0	0.58	1.7	none			none		
18	none			6.9	0.84	1.5	none			none		
19	none			none			none			none		
20	none			none			6.5	0.64	1.4	n/a		
21	3.2	0.42	5.0	3.6	0.48	4.0	3.8	0.50	15.3	3.2	0.42	2.7
22	4.0	0.55	5.1	4.0	0.55	1.9	3.8	0.51	10.6	4.0	0.55	2.9
23	none			3.6	0.48	4.0	none			8.3	0.92	2.0
24	6.2	0.75	1.9	2.8	0.33	12.3	4.4	0.53	8.8	3.9	0.47	5.9
25	8.7	0.91	1.9	3.8	0.40	1.5	8.8	0.92	4.6	n/a		
26	none			2.6	0.69	2.6	none			none		
27	5.0	0.40	1.7	5.0	0.40	2.2	none			6.8	0.55	1.6
28	5.8	0.53	2.3	5.7	0.52	1.9	4.5	0.41	2.4	n/a		
29	4.4	0.43	7.1	4.2	0.41	6.5	4.2	0.41	6.8	n/a		
30	n/a			4.3	0.58	8.0	3.1	0.42	1.4	n/a		
31	none			none			none			none		
32	none			none			8.9	0.41	2.7	none		
33	none			none			none			none		
34	none			8.0	0.65	1.8	7.3	0.59	2.0	none		
35	2.4	0.44	10.7	2.4	0.44	10.9	2.1	0.38	14.6	2.5	0.44	10.3
36	none			5.9	0.61	3.0	5.9	0.61	4.1	6.2	0.64	7.4
37	none			none			none			none		
38	none			8.7	0.48	1.9	none			6.6	0.36	1.4
39	3.2	0.55	4.8	none			3.2	0.55	5.2	3.2	0.55	3.4
40	2.2	0.42	3.7	1.9	0.35	10.2	2.3	0.43	5.6	2.4	0.46	2.4
41	3.5	0.57	2.2	3.5	0.57	3.7	3.5	0.57	2.2	3.5	0.57	3.2
42	4.5	0.43	5.2	4.7	0.45	9.1	5.1	0.49	5.1	5.3	0.51	2.9
43	6.0	0.54	3.1	5.2	0.47	2.0	4.9	0.45	3.3	4.9	0.45	2.9
44	none			5.7	0.88	2.7	n/a			5.7	0.88	1.8
45	none			2.5	0.43	2.0	n/a			n/a		
46	none			none			none			none		
47	none			none			6.2	0.69	3.8	none		
48	none			none			none			none		

The abbreviation “n/a” stands for absent data, while “none” means that no significant periodicity is found in the frequency range of interest.

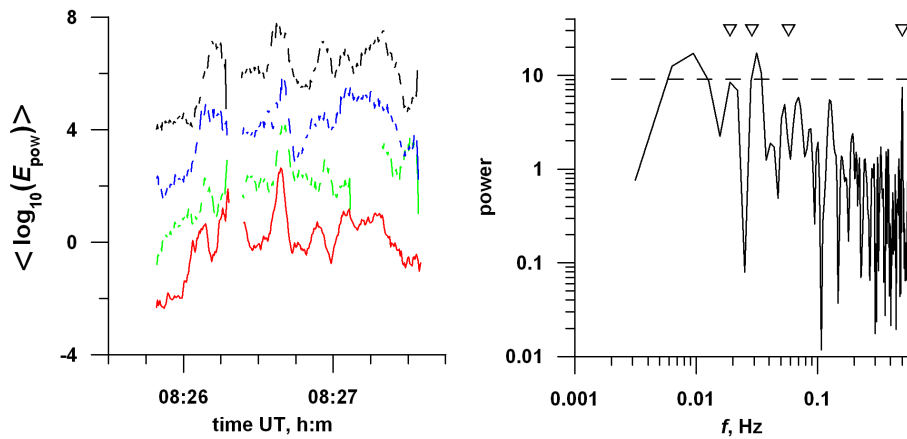


Fig. 4. (a) Profiles for $\log_{10}(E_{pow})$ measured aboard all four Cluster spacecraft upon sliding averaging over 4 s time intervals. Measurements were performed by the WHISPER instrument in the Earth’s electron foreshock on 29 March 2001 (event 39). Red, green, blue, and black lines correspond to Sc1, Sc2, Sc3, and Sc4, respectively. To ease the comparison, the curves showing the measurements aboard Sc2, Sc3, and Sc4 are shifted upward by 2, 4, and 6, respectively. (b) Periodogram for wave energy density measured aboard Sc1. The dashed line shows the significance level of 0.05. The triangles have abscissas at $0.33 f_{Bi}$, $0.5 f_{Bi}$, f_{Bi} , and 0.5 Hz. The frequency range of interest is located between the 1st and 3rd triangles, while the last one shows the position of peak resulting from spacecraft spin.

or similar, while there is a number of events with different periodicities.

Obviously the observed oscillations of Langmuir wave intensities can be attributed both to the dynamics of the shock front itself and to some other phenomena that may be not directly related to the bow shock, e.g. to modulation of plasma and/or electron beam parameters by a MHD wave that was generated elsewhere and encountered the electron foreshock or the bow shock. Generally speaking, for any particular event a periodicity found cannot confidently be ascribed to shock front dynamics, first of all due to unavailability of simultaneous measurements in the vicinity of the shock front, where the energetic electrons are produced, and at the foreshock boundary where intense Langmuir waves are observed.

As usual when one has to deal with a number of unmonitored factors, a statistical approach is required. In particular, for oscillations resulting from shock front dynamics one can expect a correlation between shock Mach number and the probability of observing such oscillations. On the other hand, quite reliable estimates of shock Mach numbers associated with given observations at the foreshock boundaries cannot be obtained in the most of cases due to a number of reasons. However, a proxy for the Alfvén Mach number can easily be calculated from available data set by taking a projection of solar wind velocity onto the magnetic field at 1 AU, as described in Sect. 2.

We analyzed the dependence of the fractions of stationary and nonstationary shocks on the proxy for the shock Alfvén Mach number and on the solar wind Alfvén Mach number itself. The results obtained are shown in Fig. 5. Since the number of events is not very large, especially for small and large Mach numbers, for the points shown on the plots the

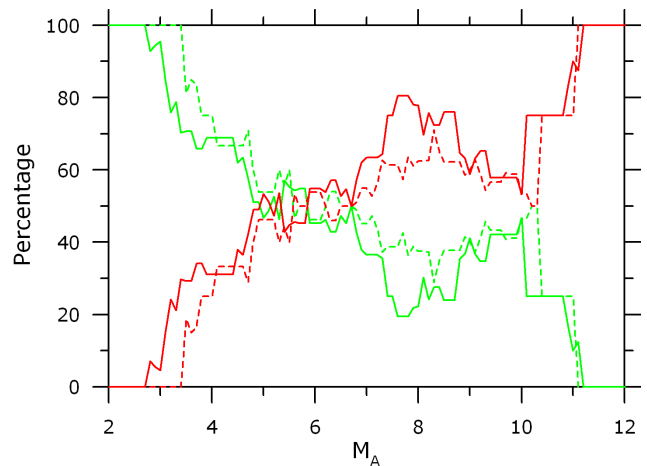


Fig. 5. Dependence of percentage of stationary (green lines) and nonstationary (red lines) shocks on the proxy of perpendicular Alfvén Mach number (solid lines) and on the solar wind Alfvén Mach number (dashed lines). To decrease statistical scattering, the number of shocks is calculated for Mach number intervals of length 2 for each point shown on the plots.

numbers of shocks are calculated for Mach number intervals of length 2, with the abscissas of the points corresponding to the centers of the intervals. It follows from the plots that the probability for the shock to be stationary in this frequency range decreases as the Alfvén Mach number increases, as would be expected provided that there exists a strong correlation between the shock Alfvén Mach number and its proxy. Moreover, the probability to observe nonstationary shocks vanishes for low Mach numbers and approaches a unity as

the Mach number increases up to high values, in accordance with the expectations based on theory, numerical simulations, and previous observations (e.g. Krasnoselskikh et al., 2002; Hellinger, 2003; Lembege et al., 2004; Bale et al., 2005). As should be expected, similar results are obtained with the solar wind Alfvén Mach numbers (see Fig. 5), most probably because solar wind and shock Mach numbers are highly correlated.

Analogous plots for dependencies on “parallel” Mach number proxy, which is calculated with the use of projection of plasma velocity onto the magnetic field, don’t reveal a correlation between the probabilities and Mach number (the plots are not shown). This fact can be considered as additional evidence that the choice of Alfvén Mach number proxy is reasonable and the periodicities for the most of the events are related to intrinsic shock front dynamics rather than to external disturbances. Analogous plots with the sound and fast Mach number proxies reveal the same tendencies (the plots are not shown). However, the correlation between the probability for the shock to be nonstationary and these proxies are considerably lower than that for Alfvén Mach number. Most probably the main reasons for this are weaker correlations between these Mach numbers and their proxies. Indeed, in addition to solar wind velocity, density, and magnetic field required for calculation of Alfvén Mach number, the estimation of sound and fast Mach numbers needs additional information about electron and ion temperatures. The OMNI data contain only proton temperature, while the electron temperature is assumed to be the same for all events. In addition, the estimates of temperatures of different solar wind components usually have rather large uncertainties.

4 Summary and conclusions

In the present paper, we describe in detail and use the method for remote sensing of the quasiperpendicular part of the bow shock surface. This method was suggested by Lobzin et al. (2003) and was previously proven to be useful in a case study of a nonstationary bow shock observed by Cluster spacecraft on 24 January 2001 at 07:05:00–07:09:00 UT. The method is based on analysis of high frequency electric field fluctuations corresponding to Langmuir, upshifted, and downshifted oscillations in the electron foreshock. Langmuir waves usually have maximum intensity at the upstream boundary of this region. All these waves are commonly believed to be generated by energetic electrons accelerated at the quasiperpendicular zone of the shock front. Nonstationary behavior of the shock, in particular due to rippling, should result in modulation of energetic electron fluxes, thereby giving rise to variations of Langmuir waves intensity. For upshifted and downshifted oscillations, the variations of both intensity and central frequency can be observed. For the present study, WHISPER measurements of electric field spectra obtained aboard Cluster spacecraft are used to choose

48 crossings of the electron foreshock boundary with dominating Langmuir waves and to perform for the first time a statistical analysis of nonstationary behavior of quasiperpendicular zone of the Earth’s bow shock. Analysis of hidden periodicities in plasma wave energy reveals shock front nonstationarity in the frequency range $0.33 f_{Bi} < f < f_{Bi}$, where f_{Bi} is the proton gyrofrequency upstream of the shock, and shows that the probability to observe such a nonstationarity increases with Mach number. The profiles observed aboard different spacecraft and the dominating frequencies of the periodicities are usually different. Hence nonstationarity and/or rippling seem to be rather irregular both in space and time rather than resembling a quasiregular wave-like pattern propagating on the shock surface. However, a possibility that effects of quasiregular oscillations of the shock may be obscured by the fluctuations of the solar wind parameters and due to other reasons cannot be definitely excluded.

Acknowledgements. The authors are thankful to Iver Cairns for useful discussions. This work was partially supported by le Studium program of Region Centre of France and by the Australian Research Council. The work of K. Musatenko was supported by the French Government Fellowship. This work was partially performed in the frame of ISSI team activities entitled “High-Mach-number collisionless shock dynamics: theory and simulations versus multipoint measurements in space” and it was also financially supported by CNES as Scientific Space Research Proposal entitled “Cluster Co-I DWP.”

Topical Editor R. Nakamura thanks two anonymous referees for their help in evaluating this paper.

References

- Bagenal, F., Belcher, J. W., Sittler Jr., E. C., and Lepping, R. P.: The Uranian bow shock: Voyager 2 inbound observations of a high Mach number shock, *J. Geophys. Res.*, 92, 8603–8612, 1987.
- Bale, S. D., Balikhin, M. A., Horbury, T. S., Krasnoselskikh, V. V., Kucharek, H., Möbius, E., Walker, S. N., Balogh, A., Burgess, D., Lembege, B., Lucek, E. A., Scholer, M., Schwartz, S. J., and Thomsen, M. F.: Quasi-perpendicular shock structure and processes, *Space Sci. Rev.*, 118, 161–203, 2005.
- Balikhin, M. A., Walker, S. N., de Wit, T. Dudok, Alleyne, H. St. C. K., Woolliscroft, L. J. C., Mier-Jedrzejowicz, W. A. C., Baumjohann, W., and Barning, F. J. M.: Non-stationarity and low frequency turbulence at a quasiperpendicular shock front, *Adv. Space Res.*, 20, 729–734, 1997.
- Barning, F. J. M.: The numerical analysis of the light-curve of 12 Lacertae, *Bulletin of the Astronomical Institutes of the Netherlands*, 17, 22–28, 1963.
- Biskamp, D. and Welter, H.: Numerical studies of magnetosonic collisionless shock waves, *Nucl. Fusion*, 12, 663–666, 1972.
- Burgess, D.: Interpreting multipoint observations of substructure at the quasi-perpendicular bow shock: Simulations, *J. Geophys. Res.*, 111, A10210, doi:10.1029/2006JA011691, 2006.
- Burgess, D. and Scholer, M.: Shock front instability associated with reflected ions at the perpendicular shock, *Phys. Plasmas*, 14, 012108, doi:10.1063/1.2435317, 2007.

- Cairns, I. H. and Robinson, P. A.: Strong evidence for stochastic growth of Langmuir-like waves in Earth's foreshock, *Phys. Rev. Lett.*, 82, 3066–3069, 1999.
- Décrou, P. M. E., Fergeau, P., Krasnosel'skikh, V., Lévêque, M. L., Martin, Ph., Randriamboarison, O., Sené, F. X., Trotignon, J. G., Canu, P., Mørgensen, P. B., and Whisper investigators: Whisper, a resonance sounder and wave analyser: performances and perspectives for the Cluster mission, *Space Sci. Rev.*, 79, 157–193, 1997.
- Ferraz-Mello, S.: Estimation of periods from unequally spaced observations, *Astron. J.*, 86, 619–624, 1981.
- Filbert, P. C. and Kellogg, P. J.: Electrostatic noise at the plasma frequency beyond the bow shock, *J. Geophys. Res.*, 84, 1369–1381, 1979.
- Galeev, A. A., Kennel, C. F., Krasnoselskikh, V. V., and Lobzin, V. V.: The role of whistler oscillations in the formation of the structure of high Mach number collisionless shock, in: *Proceedings of the Joint Varenna-Abastumani International School and Workshop on Plasma Astrophysics*, Varenna, Italy, 24 August–3 September 1988, European Space Agency, Paris, 1988. ESA SP-285, vol. 1, pp. 165–171, 1988a.
- Galeev, A. A., Kennel, C. F., Krasnoselskikh, V. V., and Lobzin, V. V.: Quasi-perpendicular collisionless high Mach number shocks, in: *Proceedings of the Joint Varenna-Abastumani International School and Workshop on Plasma Astrophysics*, Varenna, Italy, 24 August–3 September 1988, European Space Agency, Paris, 1988. ESA SP-285, vol. 1, pp. 173–183, 1988b.
- Hellinger, P.: Structure and stationarity of quasi-perpendicular shocks: numerical simulations, *Planet. Space Sci.*, 51, 649–657, 2003.
- Horbury, T. S., Cargill, P. J., Lucek, E. A., Balogh, A., Dunlop, M. W., Oddy, T. M., Carr, C., Brown, P., Szabo, A., and Fornaçon, K.-H.: Cluster magnetic field observations of the bowshock: orientation, motion and structure, *Ann. Geophys.*, 19, 1399–1409, 2001, <http://www.ann-geophys.net/19/1399/2001/>.
- Kennel, C. F., Edmiston, J. P., and Hada, T.: A quarter century of collisionless shock research, in: *Collisionless Shocks in the Heliosphere: A Tutorial Review*, edited by: Stone, R. G. and Tsurutani, B. T., AGU, Washington, D.C., pp. 1–36, 1985.
- Krasnoselskikh, V. V., Lobzin, V. V., and Rozov, V. B.: Nonstationary processes in the front of high Mach number collisionless quasiperpendicular shock: Dynamics of the ion distribution, in: *Proceedings of the Joint Varenna-Abastumani-ESA-Nagoya-Potsdam International Workshop on Plasma Astrophysics*, Telavi, Georgia, 4–12 June 1990. European Space Agency, Paris, 1990, ESA SP-311, pp. 103–107, 1990.
- Krasnosel'skikh, V. V., Balikhin, M. A., Alleyne, H. St. C., Klimov, S. I., Mier-Jedrzejowicz, W. A. C., Pardaens, A. K., Petrukovich, A., Southwood, D. J., Vinogradova, T., and Woolliscroft, L. J. C.: On the nature of low frequency turbulence in the foot of strong quasi-perpendicular shocks, *Adv. Space Res.*, 11(9), 15–18, 1991.
- Krasnoselskikh, V. V., Lembege, B., Savoini, P., and Lobzin, V. V.: Nonstationarity of strong collisionless quasiperpendicular shocks: theory and full particle numerical simulations, *Phys. Plasmas*, 9, 1192–1209, 2002.
- Krasnoselskikh, V. V., Lobzin, V. V., Musatenko, K., Soucek, J., Pickett, J. S., and Cairns, I. H.: Beam-plasma interaction in randomly inhomogeneous plasmas and statistical properties of small-amplitude Langmuir waves in the solar wind and electron foreshock, *J. Geophys. Res.*, 112, A10109, doi:10.1029/2006JA012212, 2007.
- Lacombe, C., Mangeney, A., Harvey, C. C., and Scudder, J. D.: Electron plasma waves upstream of the Earth's bow shock, *J. Geophys. Res.*, 90, 73–94, 1985.
- Lembege, B., Giacalone, J., Scholer, M., Hada, T., Hoshino, M., Krasnoselskikh, V., Kucharek, H., Savoini, P., and Terasawa, T.: Selected problems in collisionless-shock physics, *Space Sci. Rev.*, 110, 161–226, 2004.
- Leroy, M. M. and Mangeney, A.: A theory of energization of solar wind electrons by the Earth's bow shock, *Ann. Geophys.*, 2, 449–456, 1984, <http://www.ann-geophys.net/2/449/1984/>.
- Lobzin, V. V., Krasnoselskikh, V. V., Bosqued, J.-M., Pinçon, J.-L., Schwartz, S. J., and Dunlop, M.: Nonstationarity and reformation of high-Mach-number quasiperpendicular shocks: Cluster observations, *Geophys. Res. Lett.*, 34, L05107, doi:10.1029/2006GL029095, 2007.
- Lobzin, V. V., Décrou, P., Lefebvre, B., Krasnoselskikh, V., and Schwartz, S. J.: The Earth's bow shock nonstationarity evidenced by electrostatic waves within the electron foreshock, in: *Spatio-Temporal Analysis and Multipoint Measurements in Space*, Orleans, France, 12–16 May 2003, pp. 44–45, 2003.
- Lobzin, V. V., Krasnoselskikh, V. V., Schwartz, S. J., Cairns, I., Lefebvre, B., Décrou, P., and Fazakerley, A.: Generation of downshifted oscillations in the electron foreshock: a loss-cone instability, *Geophys. Res. Lett.*, 32(18), L18101, doi:10.1029/2005GL023563, 2005.
- Lomb, N. R.: Least-squares frequency analysis of unequally spaced data, *Astrophys. Space Sci.*, 39, 447–462, 1976.
- Lowe, R. E. and Burgess, D.: The properties and causes of rippling in quasi-perpendicular collisionless shock fronts, *Ann. Geophys.*, 21, 671–679, 2003, <http://www.ann-geophys.net/21/671/2003/>.
- Morse, D. L., Destler, W. W., and Auer, P. L.: Nonstationary behavior of collisionless shocks, *Phys. Rev. Lett.*, 28, 13–16, 1972.
- Moullard O., Burgess, D., Horbury, T. S., and Lucek, E. A.: Ripples observed on the surface of the Earth's quasi-perpendicular bow shock, *J. Geophys. Res.*, 111, A09113, doi:10.1029/2005JA011594, 2006.
- Pedersen, A., Cornilleau-Wehrin, N., de La Porte, B., Roux, A., Bouabdellah, A., Decreau, P. M. E., Lefebvre, F., Sène, F. X., Gurnett, D., Huff, R., Gustafsson, G., Holmgren, G., Woolliscroft, L., Alleyne, H. St. C., Thompson, J. A., and Davies, P. H. N.: The Wave Experiment Consortium (WEC), *Space Sci. Rev.*, 79, 93–105, 1997.
- Press, W.H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., Flannery, B. P.: *Numerical Recipes in Fortran 77, The Art of Scientific Computing*, 2nd Edition, vol. 1 of *Fortran Numerical Recipes*, Press Syndicate of the University of Cambridge, 1997.
- Robinson, P. A.: Stochastic wave growth, *Phys. Plasmas*, 2, 1466–1479, 1995.
- Scargle, J. D.: Studies in astronomical time series analysis. II. Statistical aspects of spectral analysis of unevenly spaced data, *Astrophys. J.*, 263, 835–853, 1982.
- Thomas, V. A.: Dimensionality effects in hybrid simulations of high Mach number collisionless perpendicular shocks, *J. Geo-*

- phys. Res., 94, 12 009–12 014, 1989.
- Vaisberg, O., Klimov, S., Zastenker, G., Nozdrachev, M., Sokolov, A., Smirnov, V., Savin, S., and Avanov, L.: Relaxation of plasma at the shock front, *Adv. Space Res.*, 4, 265–275, 1984.
- Vaniček, P.: Further development and properties of the spectral analysis by least-squares, *Astrophys. Space Sci.*, 12, 10–33, 1971.
- Walker, S. N., Balikhin, M. A., and Nozdrachev, M. N.: Ramp nonstationarity and the generation of whistler waves upstream of a strong quasiperpendicular shock, *Geophys. Res. Lett.*, 26, 1357–1360, 1999a.
- Walker, S. N., Balikhin, M. A., Alleyne, H. St. C. K., Baumjohann, W., and Dunlop, M.: Observations of a very thin shock, *Adv. Space Res.*, 24, 47–50, 1999b.
- Winske, D. and Quest, K. B.: Magnetic field and density fluctuations at perpendicular supercritical collisionless shocks, *J. Geophys. Res.*, 93, 9681–9693, 1988.
- Woolliscroft, L. J. C., Alleyne, H. St. C., Dunford, C. M., Sumner, A., Thompson, J. A., Walker, S. N., Yearby, K. H., Buckley, A., Chapman, S., Gough, M. P., and the DWP Co-Investigators: The Digital-Wave-Processing experiment on Cluster, *Space Sci. Rev.*, 79, 209–231, 1997.
- Wu, C. S.: A fast Fermi process: energetic electrons accelerated by a nearly perpendicular bow shock, *J. Geophys. Res.*, 89, 8857–8862, 1984.
- Yuan, X., Cairns, I. H., and Robinson, P. A.: Simulation of energetic electron bursts upstream of re-forming shocks, *Astrophys. J.*, 671, 439–446, 2007.

IV Article 4

K. S. Musatenko, I. O. Anisimov

Transition Radiation of Relativistic Electrons from the Interplanetary Shock

Ukrainian Journal of Physics. — 2008. — V.53, № 5. — P. 414—419.

TRANSITION RADIATION OF RELATIVISTIC ELECTRONS FROM THE INTERPLANETARY SHOCK

K.S. MUSATENKO, I.O. ANISIMOV

UDC 533.9.01
© 2008

Taras Shevchenko Kyiv National University, Faculty of Radiophysics
(6, Academician Glushkov Ave., Kyiv 03127, Ukraine; e-mail: ksm@univ.kiev.ua)

The model of the transition radiation from an electron drifting through the interplanetary shock region is suggested to explain CLUSTER and WIND multisatellite measurements. A wave equation for the longitudinal component of the vector-potential is obtained. Transition radiation patterns for the Fourier harmonics of the Poynting flux are presented. Properties of the radiation that appears in the considered system are discussed.

multiple rotations in the inhomogeneity region while crossing an interplanetary shock. The theoretical model that corresponds well to real experiment conditions is considered, and the results of calculations of the transition radiation within this model are presented.

1. Introduction

The calculation and analysis of a transition radiation are related to different topics of applied physics, such as the development of particle detectors in nuclear physics [1], investigation of the radiation of modulated electron beams in active experiments in the ionosphere [2–4], and study of natural radiation sources, e.g., the solar radiation and the Earth's radiation in the km range [5–7]. Non-resonant transition radiation is commonly considered ineffective [1]. This conclusion is correct if a charged particle passes the inhomogeneity region only once. The radiation efficiency can be considerably increased in the case of multiple passages. This approach was used in [8], where a transition radiation mechanism was suggested to bring the signal out of a beam-plasma amplifier. In this article, we calculate the non-resonant transition radiation of a relativistic electron performing

2. January 22, 2004 Interplanetary Shock Parameters and Theoretical Model

CLUSTER and WIND satellites performed *in situ* measurements of the strong electromagnetic emission at the frequency $1.4 - 1.6f_{pe}$ [9] in the vicinity of the interplanetary quasiperpendicular shock crossing. In the same region, there was detected simultaneously the increased density of relativistic electrons. The authors of [9] suggested the transition radiation underlies a possible mechanism of the generation of electromagnetic waves.

The interplanetary shock on January 22, 2004 [9] was quasiperpendicular and supercritical with the Mach number $M_A \sim 5.6$; the shock ramp width could be resolved down to 150 km; the ratios of downstream to upstream magnetic field and density values were about 3.8. Relativistic electrons' trajectories in the vicinity of the shock front are driven by the constant component of the magnetic field, i.e. the cyclotron rotation (Fig. 1), gradient drift with the velocity $(2 \div 3) \times 10^4$ km/s, and $\vec{E} \times \vec{B}$ -drift with the solar wind velocity. These drift velocities are significantly smaller than the full electron velocity $(0.5 \div 0.8)c$, where c is the velocity of light.

The interplanetary shock in the event on January 22, 2004 had the velocity of $740 \cdot [0.9; -0.3; 0.3]$ km/s GSE [10]. The average solar wind velocity at the bow shock nose was about 550–600 km/s [11]. Assuming that relativistic electrons detected by CLUSTER satellites were drifting with the solar wind velocity downstream, the relative velocity of the drift in the shock reference frame can be estimated as 150–200 km/s. The time of the electron presence in the inhomogeneity region of about one second allows the particle to perform few hundreds of cyclotron rotations with a period of 3–8 ms. The transition radiation occurs

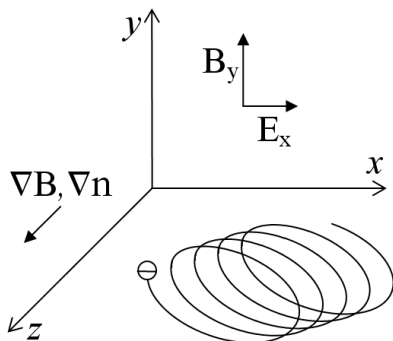


Fig. 1. Region of the interplanetary quasiperpendicular shock: the configuration of fields, gradients, and electron drift trajectory (schematic plot)

every time when the particle crosses the inhomogeneity region. Therefore, even the non-resonant transition radiation can be quite effective.

In the measurements [9], the electron Larmor radius R_L was about hundreds of kilometers, and the length of the formation zone of transition radiation [1] was about few tens of kilometers. The cyclotron frequency of the electron rotation ω_c was several orders smaller than the local electron plasma frequency ω_p , that was, in turn, few times smaller than the electromagnetic emission frequency ω . In this case, the influence of a magnetic field on the dielectric permittivity can be neglected, and the role of the magnetic field consists only in the formation of the curvilinear trajectories of electrons. Thus, we come to the model of an electron having a quite complicated trajectory in the weakly inhomogeneous isotropic plasma.

The velocity of the guiding center is much smaller than the velocity of the electron cyclotron rotation. Therefore, as the first approximation, one can suggest the model of an electron having the circular orbit with the center that changes slowly its position along the linear positive density gradient. The transition radiation will exist all the time while the guiding center is situated in the inhomogeneity region, and its properties will change slowly as well.

As the first step, we consider the model of a relativistic electron rotating around the motionless center in a plasma with linear density profile, by neglecting the influence of a magnetic field on the dielectric permittivity (Fig. 2).

3. Wave Equation for Vector-potential and Its Solution

It is convenient to expand the current density of the rotating electron into plane waves. The transition radiation can be found for one plane wave of the current. Then the integration of all waves constituting the spectrum gives the total radiation intensity. According to the model under consideration, the electron has a circular orbit and rotates in the xOz plane (Fig. 2). Thus, its motion can be described by the following dependences of coordinates on time:

$$x_{\sim}(t) = R_L \cos \omega_c t, \quad y_{\sim}(t) = 0, \quad z_{\sim}(t) = R_L \sin \omega_c t.$$

The corresponding velocity components can then be written as

$$\begin{cases} v_x(t) = -\omega_c R_L \sin \omega_c t, \\ v_z(t) = \omega_c R_L \cos \omega_c t, \end{cases}$$

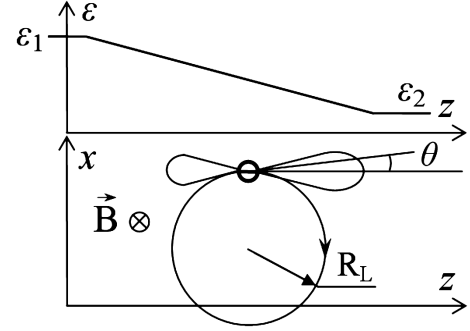


Fig. 2. Model of an electron having a rotating trajectory in plasma with linear density gradient (schematic plot)

and the current density created by one electron is

$$\begin{aligned} \vec{j}(\vec{r}, t) &= e(\vec{e}_x v_x + \vec{e}_z v_z) \delta(\vec{r} - \vec{r}(t)) = \\ &= e(\vec{e}_x v_x + \vec{e}_z v_z) \delta(x - x(t)) \delta(y(t)) \delta(z - z(t)). \end{aligned}$$

The expansions into the Fourier integral with respect to coordinates and the Fourier series in the time allow us to represent the full current density as a sum of plane waves:

$$j_x(\vec{k}, t) = iC \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} e^{in\omega_c t} B_{nx}(k_x, \kappa),$$

$$j_z(\vec{k}, t) = C \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} e^{in\omega_c t} B_{nz}(k_x, \kappa),$$

where coefficients C and $B_{nx, nz}$ are given by the expressions

$$C = \omega_c e R_L / 2(2\pi)^3;$$

$$\begin{aligned} B_{nx, nz}(k_x, \kappa) &= J_{n-1} \left(R_L \sqrt{k_x^2 + \kappa^2} \right) e^{i(n-1) \arctan(k_x/\kappa)} \mp \\ &\mp J_{n+1} \left(R_L \sqrt{k_x^2 + \kappa^2} \right) e^{i(n+1) \arctan(k_x/\kappa)}. \end{aligned}$$

For the sake of simplicity, it is convenient to use the vector-potential \vec{A} instead of the electric and magnetic fields. Then the wave equation for the vector-potential looks as

$$\text{grad div} \vec{A} - \Delta \vec{A} = \frac{4\pi}{c} \vec{j} + \epsilon k_0^2 \vec{A}, \quad (1)$$

where $\epsilon(z) = \epsilon_1 + (\epsilon_2 - \epsilon_1)z/L$ is the dielectric permittivity, ϵ_1 and ϵ_2 are values of the dielectric permittivity upstream and downstream the shock. The dependence on time is taken as $\exp(i\omega t)$ and $k_0 = \omega/c$.

As far as the model contains a chosen direction, it is natural to decompose the physical magnitudes into components parallel and perpendicular to the density gradient:

$$\vec{A} = \vec{e}_z A_{\parallel} + \vec{A}_{\perp}; \quad \vec{j} = \vec{e}_z j_{\parallel} + \vec{j}_{\perp}; \quad \vec{k} = \vec{e}_z k_z + \vec{k}_{\perp}.$$

Considering $\vec{A}(\vec{r}) = \vec{A}(z)\exp[-i(k_x x + k_y y)]$, Eq. (1) yields the wave equation for A_{\parallel} that represents the electromagnetic wave excitation by a plane wave of current density:

$$\begin{aligned} A''_{\parallel z z} + \frac{\epsilon'_z}{\epsilon} A'_{\parallel z} + (\epsilon k_0^2 - k_{\perp}^2) A_{\parallel} = \\ = \frac{4\pi}{c\epsilon k_0^2} [(\kappa^2 - \epsilon k_0^2) j_{\parallel} + \kappa(k_{\perp} \vec{j}_{\perp})]. \end{aligned} \quad (2)$$

According to measurements, the frequency of the detected electromagnetic radiation was quite different from the plasma frequency. Consequently, there was no point of local plasma resonance on the dielectric permittivity profile $\epsilon(z)$, and there was no reflection point for electromagnetic waves for reasonable values of k_{\perp} . Therefore, the solution of Eq. (1) can be found, by using the WKB approximation. This approximation is applicable only if the condition $2\pi/k_z \ll L$ is satisfied. In other words, the result obtained has physical sense only for angles with $\cos\theta \gg 2\pi/(k_{1,2}L)$, where θ is the angle between the radiation direction and the $0z$ axis, and subscripts correspond to the plasma upstream and downstream the shock (Fig. 2). Equation (2) is linear and non-uniform, thus its solution is a sum of an arbitrary partial solution of the non-uniform equation and a general solution of the uniform equation. The solution of the correspondent uniform equation in the WKB approximation consists of two terms corresponding to forward and backward waves with regard to the density gradient direction:

$$A_{\parallel}(z) = \frac{1}{\sqrt{\epsilon k_z}} (C_1 e^{i\psi(z)} + C_2 e^{-i\psi(z)}), \quad (3)$$

where $\psi(z) = \int^z k_z(z') dz' = \int^z \sqrt{\epsilon(z') k_0^2 - k_{\perp}^2} dz'$ is the eikonal.

There is a plane wave of current density $j \sim \exp(-i\kappa z)$ on the right-hand side of Eq. (2). Therefore, it is natural to look for its partial solution describing the electric field of this current wave in the form

$$A_{\parallel}(z) = B(z) \exp(-i\kappa z).$$

The dependence $B(z)$ specified by a medium inhomogeneity is given by the expression

$$B(z) = \frac{i \exp(-i\Phi(z))}{\sqrt{\epsilon(z)}} \int^z \frac{f(z')}{2\kappa \sqrt{\epsilon(z')}} \exp[i\Phi(z')] dz',$$

where $f(z) \exp(-i\kappa z)$ is the right-hand side of Eq. (2), and $\Phi(z) = \int^z ((k_z^2 - \kappa^2)/2\kappa) dz'$. Introducing the dependence of the WKB amplitudes on the coordinates [12], one can investigate the wave interaction in an inhomogeneous medium. Then the solution of Eq. (2) has a form

$$\begin{aligned} A_{\parallel}(z) = \frac{C_1(z)}{\sqrt{\epsilon(z)k_z(z)}} e^{i\psi(z)} + \frac{C_2(z)}{\sqrt{\epsilon(z)k_z(z)}} e^{-i\psi(z)} + \\ + B(z) \exp(-i\kappa z). \end{aligned}$$

Substituting this solution in (2) and imposing the additional condition on the relation between C_1 and C_2 [12], we obtain the equation set that can be solved for the derivatives of the amplitudes $C_1(z)$ and $C_2(z)$:

$$\begin{cases} C'_{1z}(z) = \frac{\epsilon'_z}{4\epsilon} C_1(z) + \frac{1}{2} \left(\frac{k'_z}{k_z} + \frac{\epsilon'_z}{2\epsilon_z} \right) C_2(z) e^{-i2\psi} + \\ + \frac{i}{2} \sqrt{\frac{\epsilon}{k_z}} B''_{zz}(z) e^{-i\kappa z - i\psi}, \\ C'_{2z}(z) = \frac{\epsilon'_z}{4\epsilon} C_2(z) + \frac{1}{2} \left(\frac{k'_z}{k_z} + \frac{\epsilon'_z}{2\epsilon_z} \right) C_1(z) e^{i2\psi} - \\ - \frac{i}{2} \sqrt{\frac{\epsilon}{k_z}} B''_{zz}(z) e^{-i\kappa z + i\psi}. \end{cases} \quad (4)$$

The first two terms on the right-hand sides of system (4) describe the mutual transformation of the forward and backward wave amplitudes. The last terms describe the transformation of the electric field current wave into the electromagnetic radiation. The integration of these terms by all inhomogeneity widths L allows us to compute the forward and backward transition radiations of a given current wave:

$$C_{1,2} = \pm \frac{i}{2} \int_0^L \sqrt{\frac{\epsilon(z')}{k_z(z')}} B''_{zz}(z') e^{-i\kappa z' \pm i\psi(z')} dz'. \quad (5)$$

The calculation of that integral in the WKB approximation for the radiation on the n -th harmonic of the cyclotron frequency gives

$$\begin{aligned} C_{n1,2} = \frac{iC\pi(\epsilon_{n1} - \epsilon_{n2})}{c\kappa L} \times \\ \times e^{i(n\omega_c t \mp \int_0^L k_z dz')} (e^{\mp i \int_0^L k_z dz'} D(L) - D(0)), \end{aligned} \quad (6)$$

where

$$D(z) = \frac{(\kappa^2 - \epsilon_n(z)k_0^2)B_{nz} - i\kappa k_x B_{nx}}{k_z^{3/2}(z)(\kappa^2 - k_z^2(z))}.$$

For further calculations, it is convenient to perform the transformation to a spherical coordinate system taking into account that

$$\epsilon(0) = \epsilon_1, \quad \epsilon(L) = \epsilon_2, \quad k_{1,2} = k_0\sqrt{\epsilon_{1,2}},$$

$$k_x = k \cos \phi_k \sin \theta_k, \quad k_y = k \sin \phi_k \sin \theta_k, \quad k_z = k \cos \theta_k,$$

$$k_x^2 + k_y^2 = k^2 \sin^2 \theta_k, \quad r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2},$$

$$x = r \cos \Phi_r \sin \Theta_r, \quad y = r \sin \Phi_r \sin \Theta_r, \quad z = r \cos \Theta_r.$$

The angles θ_k and ϕ_k indicate the wave vector direction, whereas Θ_r and Φ_r indicate the direction to a measurement point. Then expression (6) can be rewritten as

$$\begin{aligned} C_{n1,2} &= \frac{iC\pi(\epsilon_{n1} - \epsilon_{n2})}{c\kappa L} (\exp(\mp \frac{i3k_0 \cos \theta_k L}{2(\epsilon_{n1} - \epsilon_{n2})} \epsilon_{n2}^{3/2}) \times \\ &\times \frac{(\kappa^2 - \epsilon_{n2}(z)k_0^2)B_{nz} - i\kappa\sqrt{\epsilon_{n1,2}}k_0 \cos \phi_k \sin \theta_k B_{nx}}{(\sqrt{\epsilon_{n2}}k_0 \cos \theta_k)^{3/2}(\kappa^2 - (\sqrt{\epsilon_{n2}}k_0 \cos \theta_k)^2)} - \\ &- \left(\exp\left(\mp \frac{i3k_0 \cos \theta_k L}{2(\epsilon_{n1} - \epsilon_{n2})} \epsilon_{n1}^{3/2}\right) \times \right. \\ &\left. \times \frac{(\kappa^2 - \epsilon_{n1}(z)k_0^2)B_{nz} - i\kappa\sqrt{\epsilon_{n1,2}}k_0 \cos \phi_k \sin \theta_k B_{nx}}{(\sqrt{\epsilon_{n1}}k_0 \cos \theta_k)^{3/2}(\kappa^2 - (\sqrt{\epsilon_{n1}}k_0 \cos \theta_k)^2)} \right). \end{aligned}$$

The vector-potentials of forward and backward radiations for one plane wave of current are given by the expression

$$A_{\parallel n1,2}(z) = \frac{C_{n1,2}(z)}{\sqrt{\epsilon_{n1,2}(z)k_{z1,2}(z)}} e^{-i(k_x x + k_y y \mp k_z z)}. \quad (7)$$

Consequently, the inverse Fourier transformation with respect to k_x and k_y gives

$$\begin{aligned} A_{\parallel n1,2}(z) &= \int_{-\infty}^{\infty} dk_x \int_{-\infty}^{\infty} dk_y \frac{C_{n1,2}(z) e^{-i(k_x x + k_y y \mp k_z z)}}{\sqrt{\epsilon_{n1,2}(z)k_{z1,2}(z)}} = \\ &= -k_{1,2}^2 \frac{iC\pi(\epsilon_{n1} - \epsilon_{n2})}{c\kappa L} \int_0^{2\pi} d\phi_k \int_0^{\pi} \sin 2\theta_k d\theta_k \times \\ &\times \frac{\exp(-ik_{1,2}r(\sin \Theta_r \sin \theta_k \cos(\Phi_r - \phi_k) \mp \cos \Theta_r \cos \theta_k))}{\sqrt{\epsilon_{n1,2}(z)k_{1,2}(z) \cos \theta_k}} \times \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & - (\exp(\mp \frac{i3k_0 \cos \theta_k L}{2(\epsilon_{n1} - \epsilon_{n2})} \epsilon_{n2}^{3/2}) \times \\ & \times \frac{(\kappa^2 - \epsilon_{n2}(z)k_0^2)B_{nz} - i\kappa\sqrt{\epsilon_{n1,2}}k_0 \cos \phi_k \sin \theta_k B_{nx}}{(\sqrt{\epsilon_{n2}}k_0 \cos \theta_k)^{3/2}(\kappa^2 - (\sqrt{\epsilon_{n2}}k_0 \cos \theta_k)^2)} - \\ & - (\exp(\mp \frac{i3k_0 \cos \theta_k L}{2(\epsilon_{n1} - \epsilon_{n2})} \epsilon_{n1}^{3/2}) \times \\ & \times \frac{(\kappa^2 - \epsilon_{n1}(z)k_0^2)B_{nz} - i\kappa\sqrt{\epsilon_{n1,2}}k_0 \cos \phi_k \sin \theta_k B_{nx}}{(\sqrt{\epsilon_{n1}}k_0 \cos \theta_k)^{3/2}(\kappa^2 - (\sqrt{\epsilon_{n1}}k_0 \cos \theta_k)^2)}), \quad (8) \end{aligned}$$

where it was taken into account that

$$dk_x dk_y = -k^2 \sin 2\theta_k d\phi_k d\theta_k,$$

$$k_x x + k_y y \mp k_z z =$$

$$= kr(\sin \Theta_r \sin \theta_k \cos(\Phi_r - \phi_k) \mp \cos \Theta_r \cos \theta_k).$$

Integrals (8) can be calculated using the stationary phase method in the far zone ($k_{1,2}r \gg 1$). The stationary phase points for integrals over ϕ_k and θ_k correspond to the direction to the measurement point: $\phi_k = \Phi_r$ and $\theta_k = \Theta_r$. In this way, we come to the relation

$$\begin{aligned} A_{\parallel n1,2} &= -k_{1,2} \frac{i4C\pi^2(\epsilon_{n1} - \epsilon_{n2})}{cLr} \frac{\cos \Theta_r}{\sqrt{|\cos 2\Theta_r|}} \times \\ &\times \frac{\exp(-ik_{1,2}r(i\pi/4(\delta_{S''\phi} + \delta_{S''\theta}) - \cos 2\Theta_r))}{\sqrt{\epsilon_{n1,2}(z)k_{1,2}(z) \cos \Theta_r}} \times \\ &\times \int_{-\infty}^{\infty} d\kappa \left(\exp(\mp \frac{i3k_0 \cos \Theta_r L}{2(\epsilon_{n1} - \epsilon_{n2})} \epsilon_{n2}^{3/2}) \times \right. \\ &\times \frac{(\kappa^2 - k_2^2)B_{nz} - i\kappa k_2 \cos \Phi_r \sin \Theta_r B_{nx}}{(k_2 \cos \Theta_r)^{3/2} \kappa (\kappa^2 - (k_2 \cos \Theta_r)^2)} - \\ &- \exp(\mp \frac{i3k_0 \cos \Theta_r L}{2(\epsilon_{n1} - \epsilon_{n2})} \epsilon_{n1}^{3/2}) \times \\ &\left. \times \frac{(\kappa^2 - k_1^2)B_{nz} - i\kappa k_1 \cos \Phi_r \sin \Theta_r B_{nx}}{(k_1 \cos \Theta_r)^{3/2} \kappa (\kappa^2 - (k_1 \cos \Theta_r)^2)} \right). \quad (9) \end{aligned}$$

The integration over κ is performed via numerical methods. The largest contribution to integral (9) is made by the Cherenkov resonance region, where $\kappa = \pm k_{1,2} \cos \Theta_r$.

Given the amplitude of the vector-potential longitudinal component harmonic $A_{\parallel n1,2}$, we can obtain the radial component of the Poynting vector:

$$\begin{aligned} \Pi_{Rn1,2} &= \frac{c\sqrt{\epsilon}}{4\pi} E_{\Theta_r}^2 = \\ &= \frac{n^2 \omega_c^2}{c} \frac{\sqrt{\epsilon_{n1,2}}}{4\pi} \left(\frac{\sin^2 \Theta_r \mp \cos^2 \Theta_r}{\sin \Theta_r} \right)^2 A_{\parallel n1,2}^2. \end{aligned}$$

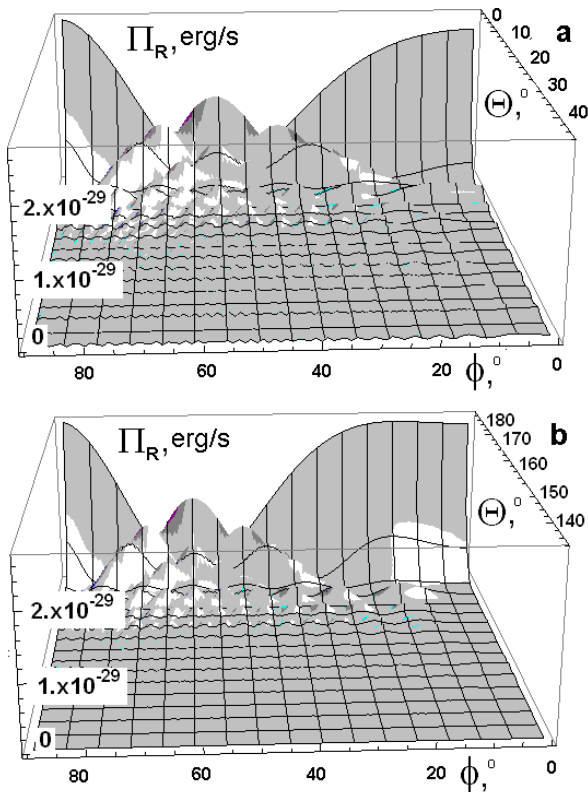


Fig. 3. Forward (a) and backward (b) radiation patterns for the $n = 250$ harmonic of the Poynting flux radial component in the far zone for the relativistic electron with the energy $E_e = 300$ keV in a plasma with the upstream and downstream densities $n_1 = 1 \times 10^5 \text{ m}^{-3}$ and $n_2 = 2.2 \times 10^5 \text{ m}^{-3}$, the magnetic field $B = 16 \times 10^{-9} \text{ T}$, and the inhomogeneity scale $L = 1.5 \times 10^5 \text{ m}$

4. Preliminary Results and Discussion

We assume that the forward radiation propagates in the angle range $0 < \theta < \pi/2$, and the backward radiation propagates in the angle range $\pi/2 < \theta \leq \pi$ (Fig. 3). As far as the forward radiation propagates into the plasma with a smaller dielectric permittivity value, it comes out of the shock region at all possible angles between 0 and $\pi/2$. The backward radiation is emitted into the plasma with a higher value of refraction index. Therefore, it will exist only for angles satisfying the inequality $\theta \geq \pi - \arcsin(\sqrt{\epsilon_2/\epsilon_1})$.

The typical forward and backward transition radiation patterns created by a given partial wave of current density are presented in Fig. 3. Due to the reasons described above, these patterns make sense only in the limited range of the angle θ .

It can be seen from Fig. 3 that the directivity diagram of the Poynting flux harmonic has oscillating structure.

Probably, it is a result of the interference pattern that is formed in the far zone by the radiation from different electron spatial locations. Indeed, the wave length of the measured radiation is about 3–4 m, while the trajectory scale can be estimated as the Larmor radius ~ 100 km.

Usually, relativistic electrons generate the transition radiation that propagates mostly at small angles to the velocity direction [1]. In the case of a straight trajectory, this results into a more intense forward radiation. In the suggested model, the relativistic electron is rotating. Consequently, the transition radiation calculation gives forward and backward radiation powers of the same order.

The transition radiation Poynting flux for one Fourier harmonic obtained for the chosen model gives the result exceeding considerably that obtained for the straight electron propagation. For example, the transition radiation for the $n = 250$ harmonic is by more than 80 orders of magnitude higher than that in the case of a straight trajectory [1]. Thus, the electron rotation provides a much higher radiation efficiency.

5. Conclusions

Properties of the transition radiation under study can be described as follows.

1. Forward and backward transition radiations of the relativistic electron drifting through the interplanetary shock region are of the same order.

2. Both the forward and backward radiation patterns have highly oscillating structure due to the interference observed in the far zone from different electron locations.

3. The transition radiation of the relativistic electron having circular orbit is much higher than that obtained for the straight electron propagation.

The preliminary results of this work are outlined in [13–16].

1. V.L. Ginzburg, V.N. Tsytovich, *Transition Radiation and Transition Scattering* (Nauka, Moscow, 1984) (in Russian).
2. D.G. Cartwright and P.J. Kellog, *J. Geophys. Res.* **79**, 1439 (1974).
3. V.A. Balakirev, V.A. Buts, V.I. Kurilko, *Zh. Tekhn. Fiz.* **46**, 477 (1976).
4. A.V. Kostrov, M.A. Starodubtsev, C. Krafft, G. Matthieussent, and A.S. Volokitin in *Abstracts of Invited and Contributed Papers of International Congress on Plasma Physics*, Prague, 1998, edited by J. Badalec, J. Stokel, P. Sunka, M. Tendler, Part III, p.152.
5. V.V. Zheleznyakov, *Radioemission of the Sun and Planets* (Nauka, Moscow, 1964) (in Russian).

6. E.N. Ermakova and V.Yu. Trakhtengerts, *Geomag. Aeronom.* **21**, 82 (1981).
7. A.G. Boev and M.Yu. Luk'yanov, *Astron. Zh.* **68**, 853 (1991).
8. I.O. Anisimov, S.M. Levytsky and S.M. Myshko, *Ukr. Phys. J.* **49**, 1087 (2004).
9. Yu. Khotyaintsev, V. Krasnoselskikh, M.V. Khotyaintsev, and S. Mühlbachler, in *Abstract book of the 2nd Conference on Spatio-Temporal Analysis and Multipoint Measurements in Space*, Orleans, 2007, p. 37.
10. A.N. Fazakerley *et al.*, *Geophys. Res. Lett.* **32**, L13105, doi: 10.1029/2005GL0022842, (2005).
11. Space Physics Data Facility, <http://omniweb.gsfc.nasa.gov/>, Goddard Space Flight Center.
12. M.I. Rabinovich, D.S. Trubetskov, *Introduction into the Theory of Oscillations and Waves* (Nauka, Moscow, 1984) (in Russian).
13. K.S. Musatenko, I.O. Anisimov, and V.V. Krasnoselskikh, in *Proceedings of the Seventh International Young Scientists Conference on Applied Physics*, Kyiv, 2007, p. 144.
14. K.S. Musatenko, I.O. Anisimov, and V.V. Krasnoselskikh, in *Abstracts of the Ukrainian Conference on Plasma Physics and Controlled Fusion – 2007*, Kyiv, 2007, p. 63 (in Russian).
15. K.S. Musatenko, I.O. Anisimov, and V.V. Krasnoselskikh, in *Abstracts of the 2nd Conference on Spatio-Temporal Analysis and Multipoint Measurements in Space*, Orleans, 2007, p. 41.
16. K.S. Musatenko, I.O. Anisimov, and V.V. Krasnoselskikh, in *Proceedings of the Third International Conference 'Electronics and Applied Physics'*, Kyiv, 2007, p. 130.

ПЕРЕХІДНЕ ВИПРОМІНЮВАННЯ РЕЛЯТИВІСТСЬКИХ ЕЛЕКТРОНІВ З МІЖПЛАНЕТНОЇ УДАРНОЇ ХВИЛІ

К.С. Мусатенко, І.О. Анісімов

Резюме

Для пояснення багатосупутникових вимірювань CLUSTER та WIND запропоновано модель перехідного випромінювання релятивістського електрона, що дрейфує через область міжпланетної ударної хвилі. Отримано хвильове рівняння для поперечної компоненти вектор-потенціалу. Наведено діаграми напрямленості фур'є-гармоніки вектора Пойнтінга. Обговорено властивості випромінювання, що виникає в такій системі.

V Article 5

K. S. Musatenko, I. O. Anisimov

Transition radiation of the electron rotating in the diffuse plasma
boundary

Problems of Atomic Science and Technology. — 2009. — №1. — P. 86—88.

TRANSITION RADIATION OF THE ELECTRON ROTATING IN THE DIFFUSE PLASMA BOUNDARY

K.S. Musatenko, I.O. Anisimov

*Taras Shevchenko National University of Kyiv, Faculty of Radio Physics, Kyiv, Ukraine,
E-mail: ksm@univ.kiev.ua*

The diffuse boundary model is suggested to describe the transition radiation of relativistic electrons drifting through the interplanetary shock. The detailed description of the solution for electrons moving along the circular orbit is presented. Maximum of the transition radiation spectrum calculated for one electron rotating in the diffuse plasma boundary lies in the same frequency range as the electromagnetic emission detected by satellites' devices. This result justifies the assumption of the possible contribution of relativistic electrons transition radiation to the observed radiation. PACS: 94.05.Dd, 96.50.Bh, 96.50.Fm, 96.50.Vg

1. INTRODUCTION AND MODEL

CLUSTER and WIND satellites performed in situ measurements of strong electromagnetic emission at the frequency $\sim (1.4 \dots 1.6) f_{pe}$ [1] in the vicinity of interplanetary quasi-perpendicular shock crossing on 22 January, 2004. The increased density of relativistic electrons ($E \sim 300 \text{ keV}$) was detected simultaneously in the same region. The authors of [1] suggested the transition radiation to be a possible mechanism of the electromagnetic waves' generation. The interplanetary shock of January 22, 2004 event [2] was quasi-perpendicular and supercritical with Mach number $M_A \sim 5.6$; the shock ramp width could be resolved down to 150 km; ratios of downstream to upstream magnetic field and density values were about 3.8.

Relativistic electrons' trajectories in the vicinity of the shock front are driven by constant component of the magnetic field, i.e. cyclotron rotation (Fig.1.), gradient drift with the velocity $\sim (2 \dots 3) \times 10^4 \text{ km/s}$ and $E \times B$ -drift with solar wind velocity. These drift velocities are significantly smaller than full electron velocity $\sim (0.5 \dots 0.8)c$, where c is the velocity of light.

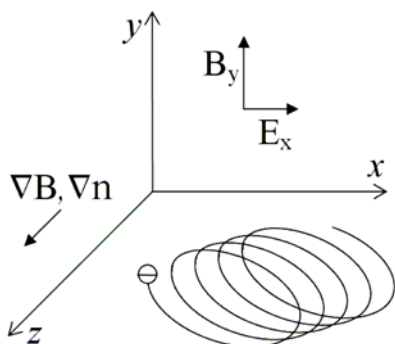


Fig.1. Electron drifting inside the interplanetary shock region (schematic plot)

In the measurements [1] electron Larmor radius R_L was about hundreds of kilometres and the length of the formation zone of the transition radiation [3] was about

few tens of kilometres. The cyclotron frequency of the electron rotation ω_c was several orders smaller than the local electron plasma frequency ω_p , which in turn was few times smaller than the electromagnetic emission frequency ω . In this case the magnetic field influence on the dielectric permittivity can be neglected and the role of the magnetic field consists only in the formation of the curvilinear trajectories of electrons. Thus, we come to the model of electron having quite complicated trajectory in the weakly inhomogeneous isotropic plasma. The velocity of the guiding centre is much smaller than the velocity of electron cyclotron rotation. Therefore we considered the model of relativistic electron rotating around motionless centre inside inhomogeneity region neglecting the magnetic field influence on dielectric permittivity (Fig.2) [3].

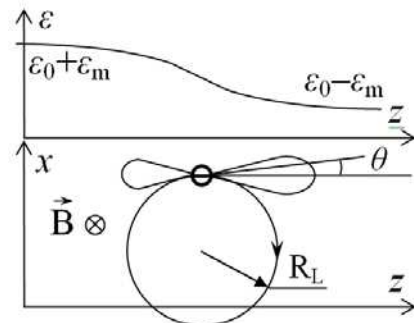


Fig.2. Model of the electron rotating in diffuse plasma boundary (schematic plot)

The most intense electromagnetic radiation was observed in close vicinity of the shock ramp, where plasma density changed abruptly from about 10 cm^{-3} to 22 cm^{-3} . It corresponds to variation of dielectric permittivity from 0.64 to 0.84 for the frequency of the detected waves. The relative difference between dielectric permittivities before and after the shock is quite small, therefore the dielectric permittivity dependence along Oz axis can be considered as a sum of the constant part and small variable part $\varepsilon(z) = \varepsilon_0 - (\varepsilon_m/2) \tanh(z/L)$, where L is the inhomogeneity region spatial scale [3] (see Fig.2). The amplitude ε_m is much smaller than ε_0 and wave equation can be solved using successive approximations method over the small parameter $\varepsilon_m/\varepsilon_0$.

2. TRANSITION RADIATION CALCULATION

In the considered model the relativistic electron is rotating. It is advisable to expand this electron current into plane waves, solve Maxwell equations for one plane wave, and then summing the contribution of every plane wave gives the required transition radiation [3-4]. Assuming that the electron orbit is situated in the xOz plane and expanding the current into Fourier series by time and then Fourier integral by coordinates, the full current density can be expressed as follows:

$$j_x(\vec{k}, t) = iC \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} e^{in\omega_e t} B_{nx}(k_x, \kappa), \quad (1)$$

$$j_z(\vec{k}, t) = C \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} e^{in\omega_e t} B_{nz}(k_x, \kappa),$$

where coefficients C and $B_{nx, nz}$ are given by expressions:

$$C = v_e e / (2(2\pi)^3);$$

$$B_{nx, nz} = J_{n-1} \left(R_L \sqrt{k_x^2 + \kappa^2} \right) \exp(i(n-1) \arctan(k_x / \kappa)) \mp$$

$$\mp J_{n+1} \left(R_L \sqrt{k_x^2 + \kappa^2} \right) \exp(i(n+1) \arctan(k_x / \kappa)),$$

and κ and \vec{k} are wave-vectors of current and electromagnetic radiation respectively. Then for one plane wave of current $j \sim \exp(i(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r}))$ wave equation for vector-potential can be written as

$$\text{rot rot } \vec{A} = \frac{4\pi}{c} \vec{j} + \varepsilon k_0^2 \vec{A}, \quad (2)$$

where it was taken into account that $A \sim \exp(i(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r}))$. Since the density gradient imposes the chosen direction along Oz axis, it is convenient to consider wave-vectors and vector-potentials as a sum of components parallel and perpendicular to the density gradient.

$$\vec{A} = \vec{e}_z A_{\parallel} + \vec{A}_{\perp}; \quad \vec{k} = \vec{e}_z k_{\parallel} + \vec{k}_{\perp}; \quad \vec{\kappa} = \vec{e}_z \kappa_{\parallel} + \vec{\kappa}_{\perp}.$$

Diffuse boundary model permits us to solve the equation (2) using successive approximation method. Therefore we will seek for the solution of (2) in a form $A = A_0 + A_1$, taking into account that $\varepsilon(z) = \varepsilon_0 + \varepsilon_1(z)$, and $\varepsilon_0 \gg \varepsilon_1$; $A_0 \gg A_1$. Then leaving only the zero order terms the following equation is obtained:

$$\vec{A}_0 = \frac{4\pi(k_0^2 \varepsilon_0 \vec{j} - \vec{\kappa}(\vec{\kappa} \cdot \vec{j}))}{ck_0^2 \varepsilon_0 (\kappa^2 - k_0^2 \varepsilon_0)},$$

where it was taken into account that $A_0 \sim \exp(i(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r}))$. Zero order solution A_0 describes the proper field of electron current wave and also cyclotron radiation induced by electron cyclotron rotation. The first order vector-potential A_1 contains the transitions radiation we are interested in.

The first order equation has a form:

$$\left(\frac{d^2}{dz^2} - (k_{\perp}^2 - k_0^2 \varepsilon_0) \right) (\vec{k}_{\perp} \vec{A}_{1\perp}(z)) =$$

$$= (k_{\perp}^2 - k_0^2 \varepsilon_0) \frac{\varepsilon_1(z)}{\varepsilon_0} (\vec{k}_{\perp} \vec{A}_{0\perp}) + \frac{ik_{\perp}^2}{\varepsilon_0} \frac{d}{dz} (\varepsilon_1(z) A_{10}). \quad (3)$$

Similarly to solution described in [3], one can find the transition radiation for one plane wave of current:

$$(\vec{k}_{\perp} \vec{A}_{1\perp}(z)) = - \frac{\varepsilon_m L k_{\perp}^2 (B_m \pm A_{10m} |k_z|) \exp[\mp i |k_z| z]}{2 \varepsilon_0 k_z \sinh((|k_z| \mp \kappa_{\parallel}) L \pi / 2)}, \quad (4)$$

where upper and lower signs correspond to forward and backward wave respectively.

The full transition radiation of the current created by rotating electron can be found by performing the inverse Fourier transform with respect to wave-numbers k_x, k_y and κ_{\parallel} . Integrals by k_x and k_y can be taken using stationary phase method in far zone. The integral by κ_{\parallel} has to be taken numerically.

$$(\vec{k}_{\perp} \vec{A}_{1\perp}(z)) = \int_{-\infty}^{\infty} d\kappa_{\parallel} \sin 2\Theta_r \frac{\varepsilon_m v_e e}{\varepsilon_0 4\pi} k \times$$

$$\times \frac{\exp(-ikr + i(\delta_{\varphi_0} + \delta_{\theta_0})\pi / 4)}{r \sinh((k \cos \Theta_r - \kappa_{\parallel}) L \pi / 2) ((k \cos \Theta_r)^2 - \kappa_{\parallel}^2) c} \frac{L}{c} \times$$

$$\times (i(\cos^2 \Theta_r (k \cos \Theta_r - \kappa_{\parallel}) + \kappa_{\parallel}) k \cos \Phi_r B_{nx} -$$

$$- \sin \Theta_r (k_0^2 \varepsilon_0 + \kappa_{\parallel} (k \cos \Theta_r - \kappa_{\parallel})) B_{nz}),$$

where Θ_r and Φ_r indicate the direction to the measurement point in spherical coordinates.

The Pointing flux radial component can be obtained as follows:

$$\Pi_R = \frac{c\sqrt{\varepsilon}}{4\pi} E_{\theta}^2 = \frac{c}{\pi} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \left(\frac{1}{\sin 2\theta} \right)^2 (\vec{k}_{\perp} \vec{A}_{1\perp})^2.$$

3. RESULTS

The typical transition radiation pattern for Fourier harmonic of Pointing flux radial component in far zone is shown on Fig.3.

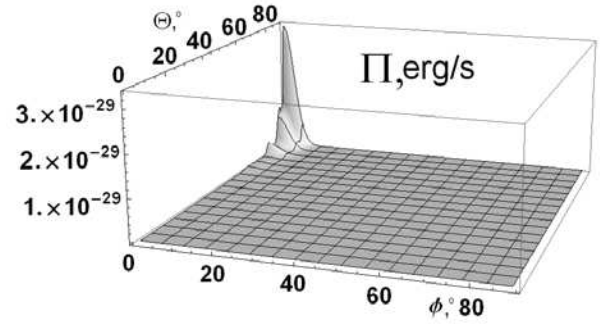


Fig.3. Transition radiation spectrum for $n = 265$ harmonics of Pointing flux radial component

One can see that maximum of the radiation lies in the electron rotation plane and directed perpendicularly to the density gradient. The propagation in this direction is a phenomenon analogous to the presence of reflection point on the density profile, where the efficiency of the transition radiation is usually increased.

Due to the chosen model of the electron having circular orbit in diffuse plasma boundary, the forward and backward radiations have almost identical value and radiation patterns.

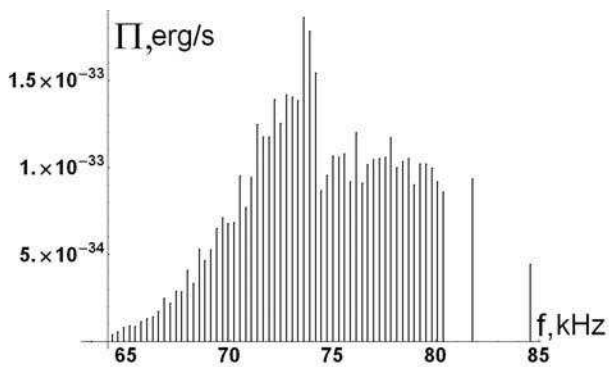


Fig.4. Transition radiation spectrum for electron having energy 300keV , Larmor radius $R_L = 132\text{ km}$, inhomogeneity spatial scale $L = 150\text{ km}$, cyclotron frequency $f_c = 282\text{ Hz}$, plasma densities before and after shock ramp $n_1 = 10\text{ cm}^{-3}$ and $n_2 = 22\text{ cm}^{-3}$

The obtained transition radiation spectrum, (Fig.4) has the maximum in the same frequency range as the high intensity radiation detected in measurements [1]. Thus measured radiation can indeed be transition radiation of relativistic electrons.

4. CONCLUSIONS

In this article the model of the electron rotating in diffuse plasma boundary is suggested to explain CLUSTER and WIND measurements performed near interplanetary shock ramp on 22 January, 2004. The calculation of transition radiation of electron rotating in diffuse plasma boundary is described in detail.

Since in the considered model the boundary is diffuse and electron has rotational trajectory, the forward and backward radiations have almost identical values and radiation patterns. Spectrum, obtained using suggested model (Fig.4.) has the maximum in the same frequency region as the high intensity radiation detected in measurements [1], therefore observed electromagnetic radiation can be attributed to transition radiation of high energetic electrons crossing the interplanetary shock region. The results of the calculation using diffuse boundary model agree by the order of magnitude with the estimates made using WKB approximation and linear density profile [4].

REFERENCES

1. Yu. Khotyaintzev, V. Krasnoselskikh, M.V. Khotyaintzev, S. Mühlbacher. Numerical Modeling in Plasma // *Book of Abstracts of Spatio-Temporal Analysis and Multipoint Measurements in Space 2 Conference*, Orleans 14-18 Sept., 2007, p. 37.
2. A.N. Fazakerley et al. Relating Near-Earth Observations of an Interplanetary Coronal Mass Ejections to the Conditions at its Site of Origin in the Solar Corona // *Geophysical Research Letters*. 2005, v. 32, p. L13105.
3. K.S. Musatenko, I.O. Anisimov. Transition Radiation of Relativistic Electrons from the Interplanetary Shock // *Ukrainian Journal of Physics*. 2008, v.53, N 5, p. 415-420.
4. V.L. Ginzburg, V.N. Tzytovich. *Transition Radiation and Transition Scattering* / ed. by M.M. Ivanov. Moscow: "Nauka", 1984 (in Russian).

Article received 22.09.08

ПЕРЕХОДНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ЭЛЕКТРОНА, ВРАЩАЮЩЕГОСЯ В РАЗМЫТОЙ ГРАНИЦЕ ПЛАЗМЫ

К.С. Мусатенко, И.А. Анисимов

Для описания переходного излучения релятивистского электрона, дрейфующего через межпланетную ударную волну, предложена модель размытой границы плазмы. Приводится детальное описание решения для электрона, имеющего круговую орбиту. Максимум спектра переходного излучения одного электрона, который вращается в размытой границе плазмы, находится в том же частотном диапазоне, что и наблюдаемое спутниковыми приборами электромагнитное излучение. Этот результат подтверждает предположение о возможном вкладе переходного излучения релятивистских электронов в наблюдаемое излучение.

ПЕРЕХІДНЕ ВИПРОМІНЮВАННЯ ЕЛЕКТРОНА, ЩО ОБЕРТАЄТЬСЯ В РОЗМИТІЙ ГРАНИЦІ ПЛАЗМИ

К.С. Мусатенко, І.О. Анісімов

Для опису перехідного випромінювання релятивістського електрону, що дрейфує через міжпланетну ударну хвилю, запропоновано модель розмитієї границі плазми. Представлено детальний опис розв'язки для електрона, що має кругову орбіту. Максимум спектру перехідного випромінювання одного електрона, що обертається в розмитій границі плазми, знаходиться в тому ж частотному діапазоні, що і електромагнітне випромінювання, що спостерегається супутниковими приладами. Цей результат підтверджує припущення про можливий внесок перехідного випромінювання релятивістських електронів в спостережуване випромінювання.

Kateryna MUSATENKO

**Analyse des caractéristiques d'ondes au voisinage des chocs
dans des plasmas spatiaux: observations des satellites
CLUSTER, modélisation et interprétation**

Cette thèse est consacrée à l'étude des processus d'ondes au voisinage des chocs dans les plasmas spatiaux. La propagation des ondes de Langmuir dans un plasma présentant des inhomogénéités aléatoires de densité a été modélisée numériquement; les résultats obtenus ont été comparés aux données des instruments WHISPER et WBD à bord des satellites CLUSTER. Les résultats de modélisation et l'étude statistique portant sur l'intensité des ondes de Langmuir observées dans le pré-choc terrestre et le vent solaire ont montré que le théorème central limite n'est pas applicable aux statistiques sur l'intensité, du fait du nombre insuffisant d'inhomogénéités. Il en résulte que la fonction de distribution de probabilité pour le logarithme des énergies d'ondes n'atteint pas la distribution normale.

D'autre part la détection à distance de la zone quasi-perpendiculaire du front de choc terrestre a pu être effectuée en analysant la modulation des ondes de Langmuir et celle des ondes électrostatiques avec fréquence décalée à proximité de la limite du pré-choc. Il a été montré que la probabilité d'observation de la non-stationnarité du front de choc augmente avec le nombre de Mach du choc.

Enfin le rayonnement de transition des électrons relativistes au front de choc quasi-perpendiculaire a été calculé pour expliquer le mécanisme de l'émission électromagnétique observée par les satellites près du front de choc interplanétaire le 22 janvier 2004. Les paramètres du calcul correspondent aux véritables paramètres de l'évènement. Le spectre du rayonnement de transition établi théoriquement a son maximum dans le même domaine de fréquence que pour les mesures.

Mots-clés: chocs non collisionnels, pré-choc électronique, ondes de Langmuir, rayonnement de transition

**Wave characteristics analysis in the vicinity of shocks
in space plasmas: CLUSTER satellite observations,
numerical simulation and interpretation**

The doctoral thesis is devoted to the investigation of wave processes in the vicinity of space plasma shocks. The numerical modelling of the Langmuir wave propagation in a plasma with random density inhomogeneities was performed and its results were compared with experimental data obtained by WHISPER and WBD instruments of the CLUSTER spacecraft project. The analysis results showed that the Central Limit Theorem is not applicable to the Langmuir wave intensity statistics in the Earth's foreshock and the solar wind, because of insufficient number of inhomogeneities affecting the amplitude of the waves. Consequently the normal distribution of the probability distribution function for logarithm of wave energies is not achieved.

The remote sensing of quasi-perpendicular part of the Earth's bow shock front was performed using the analysis of the modulation of Langmuir, upshifted and downshifted wave intensities close to the foreshock boundary. The probability of the shock front nonstationarity observation was found to grow with shock Mach number.

The transition radiation of the relativistic electrons at the interplanetary quasi-perpendicular shock front was calculated to explain the mechanism of electromagnetic emission observed by satellites near the shock front on January, 22, 2004. The parameters of the calculation corresponded to the actual parameters of the event. The theoretically predicted spectrum of transition radiation has its maximum in the same frequency region as in the measurements.

Key words: collisionless shocks, electron foreshock, Langmuir waves, transition radiation.



Laboratoire de Physique et Chimie de l'Environnement et de l'Espace
3A, Avenue de la Recherche Scientifique, 45071, Orléans, CEDEX 2

Université Nationale de Tarass Shevchenko de Kiev
64, Rue Volodymyrs'ka, 01601, Kyiv, Ukraine

