



HAL
open science

Calibrations et méthodes d'inversion en imagerie à haute dynamique pour la détection directe d'exoplanètes

Jean-Francois Sauvage

► **To cite this version:**

Jean-Francois Sauvage. Calibrations et méthodes d'inversion en imagerie à haute dynamique pour la détection directe d'exoplanètes. Astrophysique [astro-ph]. Université Paris-Diderot - Paris VII, 2007. Français. NNT: . tel-00453100

HAL Id: tel-00453100

<https://theses.hal.science/tel-00453100>

Submitted on 3 Feb 2010

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Ecole Doctorale d'Astronomie et d'Astrophysique d'Ile de France

THESE DE DOCTORAT

présentée pour obtenir le grade de

DOCTEUR EN SCIENCES
DE L'UNIVERSITE PARIS VII - Denis Diderot

par

Jean-François Sauvage

**Calibrations et méthodes d'inversion en imagerie haute dynamique
pour la détection directe d'exoplanètes**

Thèse soutenue le 20 décembre 2007 devant le jury composé de

Mme. Sylvie Roques	Présidente du jury
Mme. Anne-Marie Lagrange	Directrice de thèse
M. Gérard Rousset	Co-directeur de thèse
Mme. Sylvie Roques	Rapporteur
M. Markus Kasper	Rapporteur
M. Thierry Fusco	Examineur
M. Anthony Boccaletti	Examineur
M. Laurent Mugnier	Invité
M. David Mouillet	Invité

*« Oublie d'avoir raison et tu comprendras tout »
(Brigitte Fontaine, Patriarcat)*

Remerciements

La plus grande difficulté des remerciements, c'est qu'il faut mettre un ordonnancement là où j'aurais aimé pouvoir embrasser tout le monde d'un seul geste. Aucune préférence donc dans l'ordre qui suit, j'espère simplement n'avoir oublié personne.

Je tiens tout d'abord à remercier Sylvie Roques d'avoir présidé mon jury de thèse, et d'avoir ensoleillé la journée de ma soutenance de son accent toulousain. Merci à Markus Kasper, d'outre-rhin, de s'être plongé dans la lecture d'une thèse écrite en français. Merci à David Mouillet et Anthony Boccaletti, examinateurs aussi pertinents qu'agréables.

J'ai eu la chance inestimable d'avoir un encadrement de thèse exemplaire, assuré par Gérard, Thierry et Laurent, les « trois mousquetaires » de l'optique adaptative¹. Par la rigueur et l'esprit scientifique qui vous caractérisent, vous m'avez communiqué la volonté de continuer dans cette voie de la recherche en instrumentation. Travailler avec vous fut, et continue d'être un plaisir immense. Merci enfin à Anne-Marie Lagrange d'avoir dirigé cette thèse et pour les trop rares discussions que nous avons eues ensemble.

Parmi les collègues qui m'ont beaucoup aidé, citons simplement Cyril sans qui les résultats sur le banc BOA n'auraient jamais vu le jour. Merci à Nico pour toutes ces heures passées devant un tableau de moins en moins blanc à refaire l'optique, nous valant le sobriquet sympathique de « cul et chemise ». Merci enfin à Sergio et tous les thésard(e)s du DOTA pour les moultes pauses café-clope, passées à parler de science, de non-science et à rire si fort.

Trois années de thèse signifient également (et fort heureusement) 3 années de rencontres extérieures au laboratoire. Merci donc à Jérémie d'avoir partagé ces samedi musicaux, à jouer sur les temps et sur les contre-temps. Merci à nos sponsors officiels : l'Abbaye de Leffe et Ben'N'Jerry d'avoir pourvu quelques munitions à ces jam-sessions de l'extrême. Grand merci à tous les habitués du carré VIP du Pantalon, Pacôme, Faustine, Nico, Flora, Aglaé, Julio, David et tous les autres. Merci à David (alias Gilles) pour la relecture patiente de ce manuscrit, et à Charlotte pour l'accompagnement musical. Merci enfin à ma famille, que j'ai vu trop peu souvent. Mutti, tes cakes aux fruits méritent une douzaine de prix nobels.

Parmi les remerciements, on trouve parfois des non-remerciements. Ceux-ci vont à une certaine directrice des études, qui fit tout pour me dissuader de faire une thèse sous prétexte de n'être « pas très malin ». J'espère simplement lui avoir prouvé le contraire.

¹Merci Sylvie pour la formule

Table des matières

Introduction	15
1 Contexte	17
1.1 Les exoplanètes et leur détection	18
1.1.1 Détection indirecte	18
1.1.1.1 Détection par les vitesses radiales	18
1.1.1.2 Détection par transit	18
1.1.1.3 Détection par microlentille gravitationnelle	21
1.1.1.4 Détection par astrométrie	21
1.1.2 Détection directe	23
1.1.2.1 Buts scientifiques	23
1.1.2.2 Problématique et technologie	25
1.1.2.3 Interférométrie de « nulling »	25
1.2 Les projets de détection directe	26
2 Outils et instruments	27
2.1 Formation d'image	27
2.1.1 Imagerie d'objets étendus, relation objet/image	27
2.1.1.1 Réponse d'un instrument imageur	27
2.1.1.2 Fonction de transfert optique d'un instrument parfait	29
2.1.1.3 Fonction de transfert optique d'un instrument aberrant	31
2.1.2 Acquisition d'images	31
2.1.2.1 Fonction de transfert détecteur et échantillonnage	32
2.2 Turbulence et Optique Adaptative	32
2.2.1 Imagerie à travers la turbulence	32
2.2.2 Fonction de structure de la phase turbulente D_ϕ	35
2.2.3 FEP-FTO du système télescope-turbulence	35
2.2.4 L'optique adaptative	35
2.2.4.1 Principe d'un système d'OA	36
2.2.4.2 Les éléments d'une OA	37
2.2.4.3 Estimation de la qualité d'une image	40
2.2.4.4 Compensation des aberrations non-communes	41
2.3 Les méthodes d'inversion	46
2.3.1 Inversion régularisée : l'approche bayésienne	46
2.3.1.1 Echec de méthodes non-régularisées	46
2.3.1.2 Méthode régularisée : l'estimation bayésienne et le Maximum A posteriori (MAP)	46
2.3.1.3 Lien avec le maximum de vraisemblance	47
2.3.2 Estimation de l'objet à FEP connue : déconvolution classique	47
2.3.2.1 Terme de vraisemblance	47

2.3.2.2	Terme d' <i>a priori</i>	48
2.3.2.3	Régularisation sur l'objet	48
2.3.3	Estimation coinjointe de l'objet et de la FEP : limite des méthodes myopes ou aveugles	51
2.3.4	La diversité de phase	52
2.3.4.1	Principe	52
2.4	La coronographie	55
2.4.1	Principe	55
2.4.2	Implantation pratique	55
2.4.3	Différents types de coronographes	56
2.4.3.1	Notion de coronographe parfait	56
2.4.3.2	Coronographes occulteurs	57
2.4.3.3	Coronographes déphaseurs	58
2.4.4	Formation d'une image coronographique	61
2.4.5	Les limitations du coronographe	61
2.5	L'imagerie différentielle	64
2.5.1	Imagerie différentielle spectrale	64
2.5.1.1	Implémentation pratique du différentiel spectral	64
2.5.2	Imagerie différentielle angulaire	67
2.6	SPHERE	67
2.6.1	Présentation de l'instrument	68
2.6.1.1	Planètes visées par SPHERE	68
2.6.1.2	Buts scientifiques et caractéristiques techniques de SPHERE	68
2.6.2	Problématique liées à la XAO	69
2.6.2.1	Budget d'erreur du système de XAO	70
2.6.2.2	La part des NCPA dans le budget d'erreur global	71
3	NCPA : Calibration et compensation	73
3.1	Amélioration de la méthode : la Pseudo-closed Loop	73
3.2	Etudes complémentaires	87
3.2.1	Choix de paramètres par simulation	87
3.2.1.1	Formalisme matriciel de la <i>Pseudo-Closed Loop</i>	87
3.2.1.2	Etude du nombre de coefficients de Zernike mesurés et compensés	88
3.2.1.3	Etude du repliement de la mesure par diversité de phase	90
3.2.2	Effets de reconstruction	91
3.2.2.1	La problématique	91
3.2.2.2	Solution envisagées	92
3.2.2.3	Matrice d'interaction Zernike-Zernike	93
3.2.2.4	Reconstruction de la phase sur une base de pixels	95
3.3	Conclusion	100
4	Imagerie différentielle	101
4.1	Imagerie différentielle spectrale	101
4.1.1	Principe général de la méthode	103
4.1.1.1	Hypothèses et méthode simplifiée	105
4.1.2	Estimation de la fonction de structure turbulente	106
4.1.2.1	Développement de la FEP longue pose turbulente statique	106
4.1.2.2	Inversion du problème direct	107
4.1.2.3	Calcul de la matrice $C_{\nabla D_\phi}$	110
4.1.3	Estimation de l'objet	110
4.1.4	Implantation numérique et résultats	110
4.1.4.1	Paramètres de simulation	110

4.1.5	Estimation de la fonction de structure D_ϕ : résultats	111
4.1.6	Calcul de la FEP h_1	112
4.1.7	Estimation de l'objet	113
4.1.8	Évaluation des performances	114
4.1.9	Intérêt de la méthode	114
4.2	Imagerie différentielle angulaire	115
4.2.1	Principe de la méthode : Détection du compagnon par Maximum de Vraisemblance	116
4.2.2	Implantation pratique de la méthode	117
4.2.2.1	Projection sur un repère polaire	118
4.2.2.2	Motif multi-zones	118
4.2.2.3	Corrélation multi-canal	120
4.2.2.4	Détection	120
4.2.3	Paramètres observationnels	121
4.2.3.1	Zone d'intérêt	121
4.2.3.2	Gestion des temps d'exposition	121
4.2.3.3	Stratégie de recombinaison des images	122
4.2.4	Résultats	124
4.2.5	Perspective	127
4.3	Perspectives, vers une implantation du Spectro-angulaire	127
4.3.1	Annexe A : Détection par corrélation	128
4.4	Annexe B : communication SPIE 2006 et SF2A 2007	132
5	Inversion coronographique	151
5.1	Modèle coronographique direct	151
5.1.1	Modèle complet	151
5.1.2	Approximation « à deux FEP »	152
5.1.3	Réponse sur l'axe	154
5.1.3.1	Notations	154
5.1.3.2	Calcul du modèle	155
5.1.4	Conditions de simulation	159
5.1.5	Validité du modèle	160
5.2	Méthode d'inversion	160
5.2.1	Modèle direct	161
5.2.2	Ecriture du critère MAP	162
5.2.3	Approche simplifiée	162
5.2.3.1	Réduction du nombre d'inconnues	162
5.2.3.2	Estimation du flux de l'étoile et soustraction du signal de l'étoile	162
5.2.3.3	Déconvolution de o par h	163
5.3	Validation et performances de la méthode	164
5.3.1	Mesure du SNR du compagnon après traitement	165
5.3.2	Estimation des performances	168
5.4	Sensibilité et robustesse aux erreurs de modèle	168
5.4.1	Erreur de modèle : incertitude sur la fonction de structure D_ϕ	168
5.4.2	Erreur sur les aberrations statiques ϕ_u	170
5.4.2.1	Référence à 0nm	172
5.4.2.2	Référence à $\sigma_u^2 \neq 0$	174
5.4.3	Erreur sur le modèle direct, ou application au FQPM	174
5.5	Discussion et perspectives	177
	Conclusion et perspectives	179

Table des figures

1.1	Résultat illustrant la méthode de détection par vitesses radiales	19
1.2	Deux exemples de transit planétaires[1], sur les deux étoiles OGLE-TR-113 et OGLE-TR-132.	20
1.3	Schéma de principe de l'effet de microlentille gravitationnelle	21
1.4	Courbe de luminosité montrant l'effet de microlentille gravitationnelle	22
1.5	Première image d'une exoplanète, acquise depuis le VLT	23
1.6	Le mouvement propre de la planète $2M1207b$ et de son étoile $2M1207$	24
2.1	FEP à $\lambda = 1\mu m$ de l'instrument parfait et d'un instrument aberrant	28
2.2	Premiers polynômes de Zernike	30
2.3	Fonction de transfert optique d'un instrument parfait	31
2.4	Fonctions de transfert optique, détecteur et totale	33
2.5	Images simulées avec turbulence et sans turbulence	33
2.6	Densités spectrales de puissance des fluctuations de phase turbulente	34
2.7	Profil de la FTO en présence de turbulence	36
2.8	Exemples de correction par optique adaptative	36
2.9	Schéma de principe d'un système d'optique adaptative	37
2.10	Schéma de principe du Shack-Hartmann	38
2.11	Schéma de l'asservissement d'un système d'optique adaptative	38
2.12	Carte de phase du gaufre et FEP correspondante à $1\mu m$	40
2.13	Courte pose en présence de turbulence corrigée par un système d'OA	40
2.14	Profils circulaires moyens de la FTO turbulente et parfaite	41
2.15	Profils de FTO parfaite et aberrante	42
2.16	Les aberrations non vues par une boucle d'optique adaptative	43
2.17	Comparaison des FEPs obtenues avant et après compensations des aberrations statiques	45
2.18	Evolution de la loi de Poisson pour différentes valeurs du paramètre μ	48
2.19	Illustration monodimensionnelle de la régularisation quadratique-linéaire. Les faibles valeurs de sauts sont pénalisées quadratiquement, les fortes valeurs de saut sont pénalisées linéairement.	50
2.20	La norme L_1 introduit le même poids aux différentes configurations présentées ici. En particulier à celle représentant le bord le plus franc.	50
2.21	Schéma de principe de la diversité de phase.	52
2.22	Exemple de reconstruction de FEP par diversité de phase. Les FEP expérimentales [gauche] sont traitées par diversité de phase pour estimer la phase dans la pupille. Les FEP reconstruites d'après cette phase sont à droite. La phase est décomposée sur la base des Zernike tronquée à Z_{15} , d'où la différence loin de l'axe optique. L'échelle d'affichage est logarithmique et inversée.	54
2.23	Schéma de principe d'un montage coronographique	55
2.24	Plan pupille A d'entrée et premier plan focal B à $1\mu m$	56
2.25	Dans le cas d'un coronographe parfait, répartition d'intensité dans les différents plans	57
2.26	Dans le cas d'un coronographe de Lyot, répartition d'intensité dans les différents plans	58

2.27	Influence de la taille du masque focal de Lyot	59
2.28	Coronographe à masque de phase	60
2.29	Forme du masque de phase à quatre quadrants	60
2.30	Dans le cas d'un coronographe de phase à 4 quadrants, répartition d'intensité dans les différents plans	61
2.31	Effet des aberrations en amont du coronographe parfait	62
2.32	Effet des aberrations en aval du coronographe parfait	63
2.33	Spectre d'une planète à 500K et d'une étoile G2	65
2.34	Schéma optique de l'imagerie différentielle spectrale	66
2.35	Vitesse de rotation de champ pour différentes déclinaisons de sources	68
2.36	Répartition des planètes déjà découvertes dans le plan Masse-séparation	69
2.37	Schéma fonctionnel de l'instrument complet SPHERE	70
2.38	Tolérances sur l'erreur de front d'onde	71
3.1	Simulation : variance de la phase résiduelle après compensation	88
3.2	Décomposition de la phase résiduelle sur les polynômes de Zernike	89
3.3	Effet du repliement d'un polynôme de haut ordre	90
3.4	Effet du repliement d'un polynôme de haut ordre	91
3.5	Effet du repliement du polynôme de Zernike radial Z_{106}	92
3.6	Evolution du rapport de Strehl	93
3.7	Matrice M_{a_k} d'interaction Zernike-Zernike calibrée sur le banc	94
3.8	Evolution du rapport de Strehl en fonction du nombre d'itération	96
3.9	Estimation de la phase sur la base des pixels	97
3.10	Cartes de phases successives obtenues après 0, 1, 2 et 3 itérations de la <i>Pseudo-Closed Loop</i>	98
3.11	Evolution du rapport de Strehl avec le nombre d'itérations de la <i>Pseudo-Closed Loop</i>	99
3.12	Carte de phase du gaufre, tel que modélisé sur le banc d'OA de l'ONERA	99
3.13	Compensation du gaufre en boucle ouverte, par modification des tensions d'offset	100
4.1	Spectre d'une planète géante gazeuse à 500K et d'une étoile G2	104
4.2	Schéma général de la méthode telle qu'implantée dans notre approche simplifiée	106
4.3	Profils de la fonction de structure de la phase résiduelle corrigée par OA	108
4.4	Exemple d'images spectrales simulées sans bruit	111
4.5	D_ϕ vrai, D_ϕ estimé sans régularisation, D_ϕ estimé avec régularisation	112
4.6	Section horizontale pour les fonctions de structure vraie et estimée sans et avec régularisation	112
4.7	Objet estimé dans différents cas de figure	113
4.8	Profils de détectivité à 5σ	115
4.9	Exemple d'image coronographique + XAO	116
4.10	Projection d'une différence d'image	118
4.11	Effet de la projection polaire	119
4.12	Illustration de l'approximation effectuée lors de la détection par corrélation dans le repère polaire	119
4.13	Principe de la corrélation multi-canaux	120
4.14	Zone d'intérêt, comprise en IWA et l'OWA, où sont recherchés les compagnons	121
4.15	Exemple d'image coronographique en présence d'un système de XAO	122
4.16	Energie normalisée perdue par recouvrement lors de la soustraction de deux taches d'Airy	123
4.17	Stratégie d'acquisition des images différentielles angulaires	124
4.18	Schéma de principe montrant les différentes méthodes de recombinaison des images	124
4.19	Vitesse de rotation de champ pour différentes déclinaisons de sources	126
4.20	Résultat de la méthode : une carte de corrélation seuillée à 3σ	126
4.21	Seuillage à 5σ de la carte de corrélation précédente	127

4.22	Exemple de détection par corrélation de motif. Le signal bruité [en haut] corrélé par le motif recherché [au centre] donne le signal de corrélation [en bas]. Dans le cas de gauche, le SNR du signal bruité est de 4. Il n'est que de 1 dans le cas de droite.	129
4.23	Exemple de corrélation, dans le cas où l'amplitude du motif et sa position dans le signal bruité sont différents de celles du motif utilisé pour la corrélation. Dans ce cas, la position dans le signal bruité est +200 (repérée par un trait rouge vertical), et l'amplitude de 10, correspondant à l'amplitude du signal de corrélation.	130
5.1	Courte pose coronographique obtenue sur le banc d'optique adaptative BOA	152
5.2	Energie totale de la FEP d'un instrument imageur parfait en fonction du point du champ considéré	153
5.3	Schéma optique de principe d'un imageur coronographique	155
5.4	FEP coronographique simulée, analytique et valeur absolue de la différence	160
5.5	Profils d'erreur du modèle analytique	161
5.6	Exemple de FEP coronographique, avec 35nm d'aberrations statiques	164
5.7	Image i_{Δ} après soustraction de la réponse de l'étoile	165
5.8	Fonction de répartition du bruit dans l'objet après déconvolution	166
5.9	Fonction de répartition du bruit dans l'objet après déconvolution	167
5.10	SNR du compagnon après soustraction de l'étoile, et déconvolution	169
5.11	Effet d'une erreur de modèle sur la fonction de structure	170
5.12	Effet d'une erreur de modèle sur la fonction de structure	171
5.13	Spectre des aberrations statiques en amont du coronographe	171
5.14	Réponses sur l'axe simulées avec différentes valeurs de variance pour les aberrations en amont du coronographe	172
5.15	FEP de référence ($\sigma_u^2 = 0$) et résidus de soustraction	173
5.16	Profils circulaires moyens des images i_{Δ} , avec une erreur de modèle sur les aberrations amont	173
5.17	Effet d'une méconnaissance des aberrations amont ϕ_u sur l'image après soustraction i_{Δ} . .	174
5.18	Profils circulaires moyens des résidus de soustractions	175
5.19	Simulation de la réponse sur l'axe d'un coronographe à quatre quadrants	175
5.20	Profil d'erreur sur le modèle coronographique	176

Introduction

La science des planètes extra-solaires est en plein essor depuis une dizaine d'années. Outre la volonté expansionniste de l'homme, cet essor est motivé par la volonté de mieux connaître notre propre système planétaire, et particulièrement les mécanismes de formation de notre planète, la Terre. Le nombre d'exoplanètes détectées et étudiées depuis dix ans augmente de jour en jour. Et pourtant ces exoplanètes sont peu accessibles, tant par la distance qui nous en sépare que par la difficulté de les observer. Très peu brillantes, elles sont de plus noyées dans le flux lumineux intense de leur étoile hôte. Aujourd'hui, les méthodes qui nous permettent de les caractériser sont fondées sur une étude de l'influence de la planète sur son étoile. La planète modifie en effet le mouvement propre de l'étoile, ainsi que son flux. Sous certaines conditions, ces modifications peuvent être perçues depuis la Terre. Ces méthodes ont permis de dévoiler nombre de ces planètes, donnant accès à leur paramètres physiques primordiaux (masse, orbite, période de révolution). Mais la compréhension de la formation de ces astres en nécessite une connaissance plus fine, que seule l'observation directe peut apporter. L'imagerie directe consiste à capter les quelques photons que nous recevons des exoplanètes, porteurs d'informations sur la composition chimique de leur atmosphère, leur température, et sur la présence éventuelle d'une forme de vie. Le flux extrêmement faible provenant de la planète requiert l'utilisation d'un télescope de grande taille (de la classe des 10 m), ce qui favorise aujourd'hui une observation située au sol.

Mais au delà de la taille du télescope, les conditions requises pour observer ces exoplanètes représentent un véritable défi. Tout d'abord, le rapport de flux existant entre une planète et son étoile peut atteindre plusieurs millions, voire plusieurs milliards. Il est alors extrêmement délicat de distinguer le flux de la planète de celui de l'étoile. De plus, la lumière provenant de l'étoile et de la planète, après avoir parcouru plusieurs années-lumières sans encombre, traverse l'atmosphère terrestre turbulente et plusieurs dizaines de dioptries optiques avant d'être mesurée par le détecteur scientifique. Il découle de ce parcours mouvementé une répartition plus ou moins heureuse des photons dans l'ensemble du plan du détecteur, et là encore distinguer les photons de l'étoile de ceux de la planète est une tâche ardue.

Ces deux écueils majeurs sont en réalité les deux facettes d'une même problématique, qui est la connaissance et la maîtrise de la réponse globale du système d'observation complet. Dans le cas d'une observation depuis le sol, cette réponse globale prend en compte à la fois la turbulence et le télescope lui-même. Les projets de détection directe sont en cours de développement aujourd'hui, et proposent des solutions à ces contraintes extrêmes. Le projet SPHERE en particulier combine un système d'optique adaptative extrême assurant la meilleure correction possible de la turbulence, un étage coronographique permettant de supprimer physiquement le signal de l'étoile, et enfin un imageur différentiel permettant de calibrer les défauts résiduels de l'ensemble de l'instrument.

Dans le cadre de ce projet, mon travail de thèse a consisté à mettre en œuvre et à optimiser différentes méthodes permettant d'assurer une détectivité accrue. Ces méthodes ont porté dans un premier temps sur l'optimisation d'un système d'optique adaptative via la mesure et la compensation des aberrations non-vues. Ces aberrations constituent une des principales limitations actuelles des systèmes d'OA. Dans un deuxième temps, mon travail a consisté à mettre en œuvre des méthodes fines de traitement d'image *a posteriori* dans

le cadre de l'imagerie différentielle et coronographique. Ces méthodes se fondent sur une description précise de ces deux types d'imagerie dans le cadre spécifique de l'imagerie directe d'exoplanètes.

Dans le premier chapitre, je m'intéresse aux différentes méthodes de détection utilisées aujourd'hui. Je dresse leurs avantages et limitations, et me focalise plus spécialement sur les méthodes directes. Dans le second chapitre, je présente les différents outils et techniques nécessaires à la bonne compréhension de cette thèse. En particulier, la formation d'image est déclinée sous différentes variations : imagerie turbulente, imagerie corrigée par optique adaptative, imagerie différentielle, et imagerie coronographique. Dans le troisième chapitre, je présente une méthode optimale de mesure et de pré-compensation des aberrations non-vues en optique adaptative, principale limitation de ces systèmes. Cette méthode a été développée pendant la thèse, étudiée en simulation puis validée par des résultats expérimentaux. Dans le quatrième et le cinquième chapitre, je présente deux méthodes d'inversion novatrices concernant l'imagerie différentielle d'une part, et l'imagerie coronographique d'autre part. Les performances de ces méthodes sont validées en simulation. Je termine enfin par une mise en perspective de ce travail de thèse, en présentant des pistes de réflexion pour la poursuite du travail.

Chapitre 1

Contexte

En 1995, Michel Mayor et Didier Queloz découvrent l'existence d'une planète dans un système stellaire distant [2]. Il s'agit d'une planète de la taille de Jupiter, orbitant extrêmement près (0,052 Unités Astronomiques (UA)) de son étoile 51 *Peg*. Cette découverte apporte à la fois une réponse essentielle et une nouvelle source de questions : c'est avant tout la preuve de l'existence de systèmes planétaires orbitant autour d'autres étoiles que le Soleil. Cette question était restée en suspens depuis l'antiquité, les astronomes ne disposant pas jusqu'alors d'instruments suffisamment précis pour permettre ce genre de détection. Cependant, aucun modèle théorique de formation planétaire ne prévoyait alors la présence d'une planète géante si proche de son étoile. Cette découverte a donc ouvert un nouveau champ de questions concernant la formation des planètes, et a apporté la notion de migration des planètes lors de la formation. D'un point de vue plus philosophique, il devient alors possible d'espérer trouver une forme de vie et de pensée qui se serait développée sur une autre planète que la Terre. Depuis cette découverte, l'étude des exoplanètes est devenue l'un des domaines phares de l'astronomie. Aujourd'hui¹, plus de 260 planètes extrasolaires sont connues et répertoriées, incluant quelques 26 systèmes planétaires multiples. Dans la grande majorité des cas, ces planètes sont au moins de la taille de Jupiter, se trouvent à moins de 100 parsecs de notre Soleil, et sont situées à proximité de leur étoile (moins d'une UA) et présentent donc des périodes de révolution brèves. Cette répartition est cependant peu représentative de notre système solaire, où les planètes géantes sont situées à plus de 5 UA. Cette différence s'explique par le fait que le type de planètes découvertes est conditionné par la méthode de détection utilisée.

Jusqu'à aujourd'hui, les méthodes de détection utilisées sont dites « indirectes ». C'est-à-dire qu'elles observent non pas directement la planète, mais son influence sur son étoile hôte. La méthode des vitesses radiales ou la méthode astrométrique consiste à observer l'influence gravitationnelle de la planète sur son étoile. L'observation des transits se fonde quant à elle sur l'influence photométrique, à savoir les fluctuations de flux de l'étoile induites par le transit de la planète devant l'étoile. Ces méthodes indirectes donnent un accès partiel aux paramètres géométriques et physiques des planètes détectées : masse, période et excentricité. Les méthodes de détection indirectes sont donc plus sensibles aux planètes massives, proches de leur étoile et dont l'étoile est proche du Soleil. Les détections sont donc biaisées vers des planètes de forte masse, proches de leur étoile et proches du Soleil.

Au contraire de ces méthodes, les méthodes directes consistent à observer le flux lumineux provenant de la planète. C'est à dire la portion de flux stellaire diffusé par la planète ainsi que son émission propre dans le cas de géantes gazeuses chaudes. L'observation directe donne accès, outre les paramètres géométriques de la planète, à des informations concernant son atmosphère éventuelle et sa constitution. Les défis technologiques soulevés par ce type de détection sont cependant très importants et les projets de détection directe commencent seulement à voir le jour. Quelle que soit la méthode de détection, plus la planète est petite et plus son signal utile est faible. Ce chapitre présente succinctement les différentes méthodes de dé-

¹26 septembre 2007

tection indirecte utilisées jusqu'à ce jour ainsi que les paramètres physiques auxquels elles donnent accès. Les méthodes directes sont ensuite abordées, en insistant plus particulièrement sur l'imagerie depuis le sol et ses fortes contraintes technologiques.

1.1 Les exoplanètes et leur détection

1.1.1 Détection indirecte

A l'exception de quatre planètes détectées directement, la totalité des planètes extrasolaires recensées aujourd'hui ont été détectées par des méthodes indirectes. Ces méthodes de détection se fondent sur l'influence de la planète sur l'étoile. On compte parmi celles-ci la méthode des vitesses radiales, la plus efficace jusqu'à aujourd'hui puisqu'elle a permis la grande majorité des détections.

1.1.1.1 Détection par les vitesses radiales

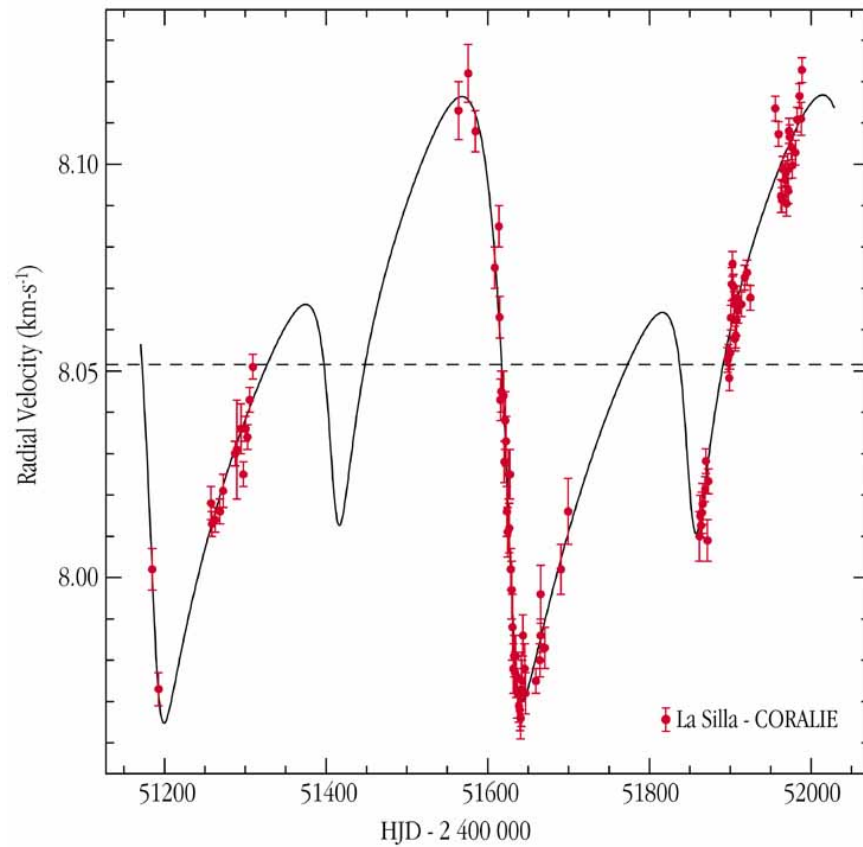
Le mouvement de la planète autour de son étoile induit un déplacement de cette dernière autour du barycentre du système étoile-planète. La méthode des vitesses radiales consiste donc à mesurer ce déplacement de l'étoile. Vue de la Terre en particulier, celle-ci présente un mouvement de va-et-vient. Ce mouvement très faible (dont l'amplitude dépend de la masse de la planète et de l'étoile) peut être détecté via l'effet Doppler-Fizeau : le mouvement de l'étoile se traduit par un décalage spectral de la lumière émise. Le spectre de l'étoile se décale vers les grandes longueurs d'onde lorsqu'elle s'éloigne et vers les petites lorsqu'elle se rapproche. Une variation périodique de la vitesse relative de l'étoile par rapport à l'observateur est la signature quasi-systématique de la présence d'une planète orbitant autour de l'étoile (cf Figure 1.1). L'amplitude de la perturbation est maximale pour une planète massive (de l'ordre de la masse de Jupiter, voire plus grosse) et proche de l'étoile (et donc de température élevée). La majorité des planètes détectées sont appelées des « Jupiter Chauds » ou « Jupiter Tièdes ». L'existence de ces planètes était insoupçonnée jusqu'alors.

Les instruments utilisés sont donc des spectrographes de précision, en particulier le spectrographe ELODIE[4] installé à l'Observatoire de Haute Provence (OHP) en France, qui a permis la détection de la première exoplanète en 1995 autour de 51 Peg, le spectrographe SOPHIE[5] aussi à l'OHP depuis peu, ainsi que les spectrographes CORALIE[6] et HARPS[7], installés à l'observatoire de La Silla au Chili .

La méthode de détection par vitesses radiales est sensible à la projection du déplacement de l'étoile sur la ligne de visée. Celle-ci est reliée à la masse du compagnon multipliée par le sinus de l'inclinaison du plan de l'orbite de la planète par rapport à la ligne de visée. Par conséquent cette méthode de détection ne peut donner qu'une limite inférieure à la masse du compagnon et pas sa valeur exacte. Elle nécessite par ailleurs une extrême stabilité du spectrographe dans le temps, ainsi qu'une résolution spectrale assez grande, ce qui limite la détection aux étoiles assez lumineuses. Malgré ces limitations, la méthode des vitesses radiales reste à ce jour de loin la méthode la plus efficace pour détecter des exoplanètes. Le nombre de planètes découvertes par vitesses radiales augmente de jour en jour, et atteint aujourd'hui 269 planètes dont 25 systèmes multiples (d'après les données de l'Encyclopédie des Planètes Extrasolaires, <http://exoplanet.eu/catalog.php>).

1.1.1.2 Détection par transit

Lorsque l'inclinaison de l'orbite de la planète par rapport à la ligne de visée le permet, le flux de l'étoile est modulé par une occultation partielle due au passage de la planète. La diminution relative du flux de l'étoile dépend bien sûr du rapport des surfaces apparentes de la planète et de l'étoile. Plus la planète est grosse, plus profond sera le transit et plus facile sera la détection. Typiquement l'atténuation du flux de l'étoile est de l'ordre de 10^{-2} pour une planète de type Jupiter, et de 10^{-4} pour une planète de la taille de la Terre.



Radial Velocity Curve for the Star HD 82943

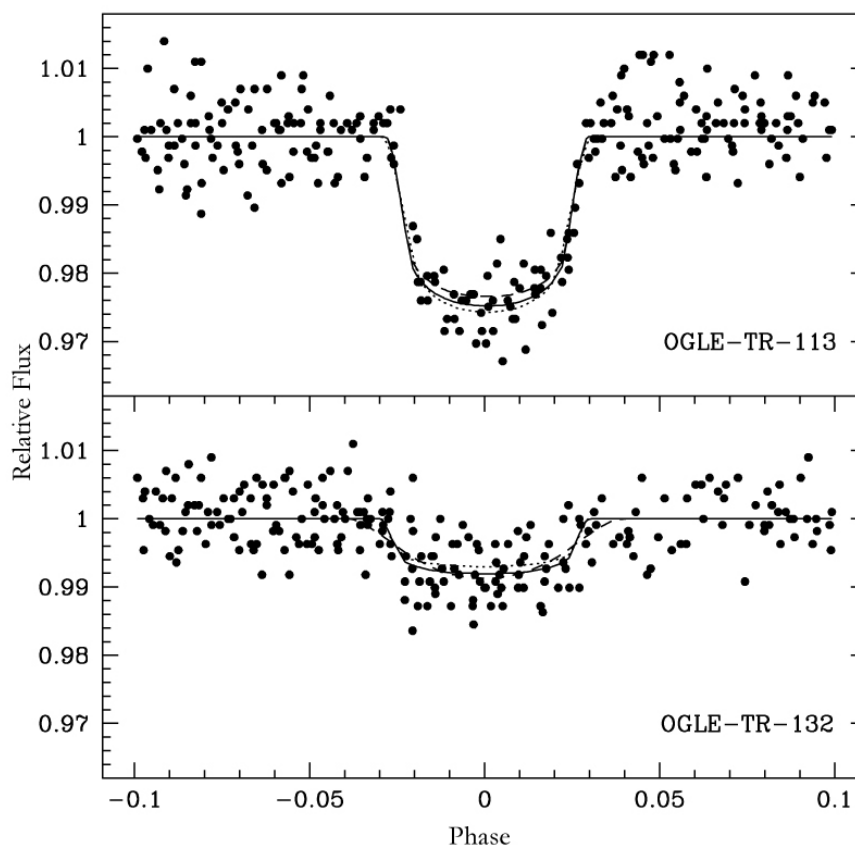
ESO PR Photo 13a/01 (4 March 2001)

© European Southern Observatory



FIG. 1.1 – Résultat illustrant la méthode de détection par vitesses radiales. La vitesse radiale de l'étoile (en ordonnée, en km/s) tracée en fonction du temps (en abscisse, en jours) montre des variations induites par un système à deux planètes[3]. La particularité de ce système planétaire est que l'une des périodes est exactement le double de l'autre.

Afin de confirmer la présence d'une planète, le transit doit être périodique (correspondant ainsi à plusieurs rotations de la planète sur son orbite). La profondeur relative du transit renseigne bien évidemment sur la taille de la planète. La durée entre deux transits donne directement la période de la planète autour de l'étoile. Si la mesure est suffisamment précise, la forme du transit peut renseigner sur la présence ou non d'une atmosphère sur la planète. La Figure 1.2 illustre la détection de deux planètes géantes[1], et montre les transits planétaires mesurés sur les deux étoiles OGLE-TR-113 (en haut) et OGLE-TR-132 (en bas). Les axes sont gradués en unités normalisées (flux relatif au flux stellaire moyen en ordonnées, et durée du transit normalisée à la période de la planète en abscisses).



Brightness Variations of Two Stars with Transiting Exoplanets
(OGLE Survey)

ESO PR Photo 14c/04 (7 May 2004)

© European Southern Observatory



FIG. 1.2 – Deux exemples de transit planétaires[1], sur les deux étoiles OGLE-TR-113 et OGLE-TR-132. Les diminutions de flux attribuées aux planètes sont respectivement de 3% (en haut) et de 1% (en bas).

La méthode des transits donne accès à des paramètres physiques inaccessibles autrement (masse de la planète non biaisée, son rayon) mais reste cependant fortement biaisée par la détection de systèmes orientés selon la tranche par rapport à l'observateur. Cette méthode doit donc être appliquée par sondages de grandes proportions pour être efficace. C'est précisément un des buts du projet COROT [8, 9], qui donne maintenant ses premiers résultats. Celui-ci consiste à acquérir des courbes de flux de milliers d'étoiles pendant de longues périodes afin d'augmenter la probabilité de détection. Cette méthode est également limitée par la durée des périodes d'observation à des planètes de courte période de révolution. L'observation des transits a conduit jusqu'à aujourd'hui à la détection de 24 planètes, majoritairement de masse semblable à celle de Jupiter et proches de leur étoile (demi-grand axe inférieur à $0,07UA$). Il est à noter que l'observation

photométrique du spectre de l'étoile pendant et en dehors du transit peut permettre de remonter au spectre de l'atmosphère de la planète, comme ce fut le cas pour la planète HD209458b [10].

1.1.1.3 Détection par microlentille gravitationnelle

L'effet de microlentille gravitationnelle est visible lorsque deux étoiles situées à des distances différentes de l'observateur se trouvent sur la même ligne de visée. Le champ gravitationnel de l'étoile la plus proche déforme l'espace-temps et agit alors comme une lentille, focalisant le flux lumineux de l'étoile la plus lointaine (cf Figure 1.3). Ce phénomène dure quelques jours à quelques semaines, le temps que le mouvement propre des étoiles désaligne l'ensemble. Il est alors possible de détecter la présence d'un compagnon autour de l'étoile la plus proche en mesurant précisément les variations de flux de l'étoile distante. Ces variations sont prévues par les équations de la relativité générale, et dépendent uniquement de la position géométrique des étoiles, de leur mouvement par rapport à l'observateur, et de la masse de l'étoile proche. Tout écart à ce modèle indique clairement la présence d'un compagnon autour de l'étoile proche comme c'est le cas sur la Figure 1.4.

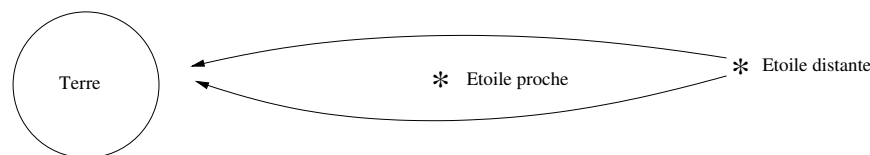


FIG. 1.3 – Schéma de principe de l'effet de microlentille gravitationnelle. La lumière provenant d'une étoile distante est focalisée par l'étoile proche. L'évolution du flux de l'étoile distante en fonction du temps renseigne sur la présence éventuelle d'une planète en orbite autour de l'étoile proche.

Cette méthode de détection présente de nombreux avantages. Tout d'abord elle permet de détecter des compagnons autour d'étoiles très distantes. Les quatre compagnons détectés à ce jour par microlentilles gravitationnelles sont situés à plusieurs milliers de parsecs du Soleil. Elle présente également une grande sensibilité qui permet de détecter des compagnons de faible masse. L'exoplanète la moins massive (OGLE-05-390L b, $0,017 M_J$, soit $5,5 M_T$) a été détectée par microlentille gravitationnelle [12]. Enfin, elle permet de détecter des planètes éloignées de leur étoile, ce qui est inaccessible à la méthode des vitesses radiales. Cette méthode présente cependant l'inconvénient d'être dépendante d'une configuration plutôt rare des étoiles, et surtout non reproductible à volonté. Lors de ces dix dernières années, un millier de cas ont pu être observés, menant à quatre détections de planètes extrasolaires.

1.1.1.4 Détection par astrométrie

De même que pour la mesure des vitesses radiales, la détection par astrométrie tire parti du mouvement de l'étoile induit par l'attraction gravitationnelle de la planète. La détection par astrométrie consiste cependant à repérer de façon absolue la position de l'étoile au cours du temps. Si celle-ci décrit une trajectoire elliptique, il y a de fortes chances pour que ce soit le signe de la présence d'une planète. Cette méthode est complémentaire de la méthode des vitesses radiales puisqu'elle est surtout sensible aux longues périodes. Le projet PRIMA (Phase Referenced Imaging and Micro arcsecond Astrometry [13]) doit atteindre des précisions permettant la détection de planète de type Jupiter ou Saturne.

Cependant, pour des planètes plus proches de leur étoile ou moins massives que Jupiter, ou pour des étoiles plus massives que le Soleil, le mouvement apparent de l'étoile est trop faible pour être décelé depuis la Terre. L'arrivée de satellites interférométriques ou astrométriques comme SIM (Space Interferometry Mission [14]) ou GAIA (Global Astrometric Interferometer for Astrophysics [15]) devrait permettre d'atteindre des précisions suffisantes pour détecter des planètes terrestres dans le voisinage proche de leur étoile. Aucune exoplanète n'a été détectée à ce jour par mesure astrométrique de la position de l'étoile.

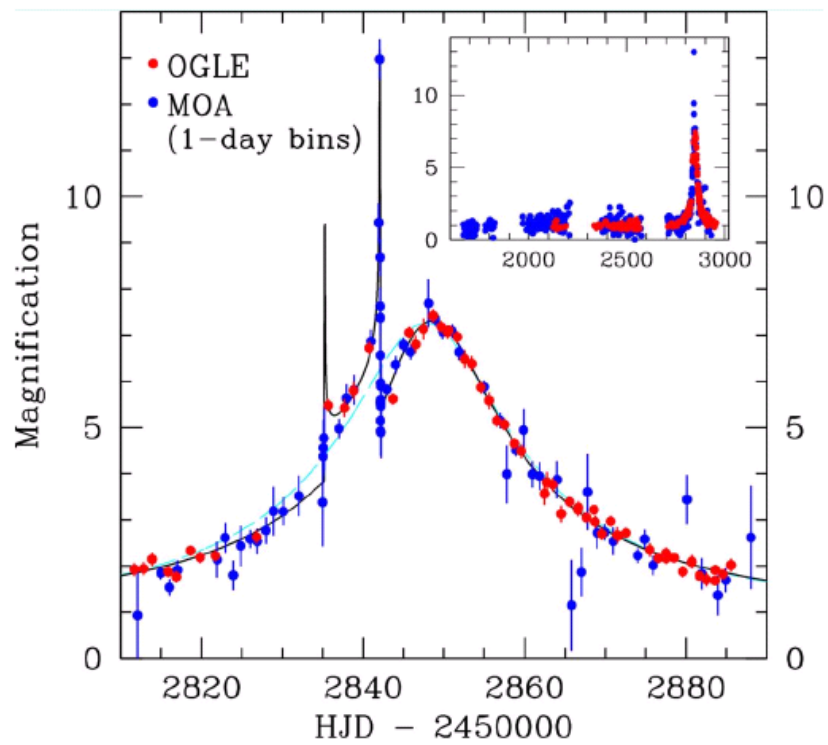


FIG. 1.4 – Courbe de luminosité montrant l'effet de microlentille gravitationnelle. Le flux émis par l'étoile lointaine (en ordonnée, en flux relatif) varie en fonction du temps (en abscisse, en jours) sous l'influence de l'étoile proche. L'impact d'une planète de la taille de Jupiter est visible sous la forme d'un double pic situé autour de l'abscisse 2840[11].

1.1.2 Détection directe

La détection directe ouvre un nouveau champ d'exploration à la recherche d'exoplanètes. Son principe repose sur l'extraction des photons émis par la planète. Ces photons permettent d'affirmer bien sûr la présence de la planète, mais ils sont également porteurs de bien plus d'information. Alliée à un spectrographe, cette méthode est à même de caractériser la lumière réfléchie ou émise par la planète et d'en déduire la composition chimique de celle-ci, ainsi que sa température. Ces paramètres sont jusqu'alors totalement inaccessibles aux méthodes indirectes, à l'exception de la méthode des transits. Cependant dans le cas des transits, un très fort contraste du transit est nécessaire, et seuls deux cas ont été favorables jusqu'ici.

De plus l'imagerie directe est sensible à des planètes éloignées de leur étoile, ce qui la rend complémentaire à la plupart des méthodes indirectes. Enfin, il suffit de deux ou trois observations directes pour confirmer une détection et différencier une planète liée des objets du fond de ciel et une image seulement pour acquérir un spectre alors que plusieurs mois de suivi sont nécessaires dans le cas des vitesses radiales.

A ce jour une seule planète a été découverte par imagerie directe [16] : une géante de $5M_J$ gravitant à $55UA$ de son étoile, une naine brune de $25M_J$ à $70pc$ du Soleil. Cette détection a été confirmée [17] comme étant une planète gravitationnellement liée à son étoile. Les Figures 1.5 et 1.6 montrent la première détection d'une exoplanète par méthode directe, et la confirmation par mesure du mouvement propre des deux astres.

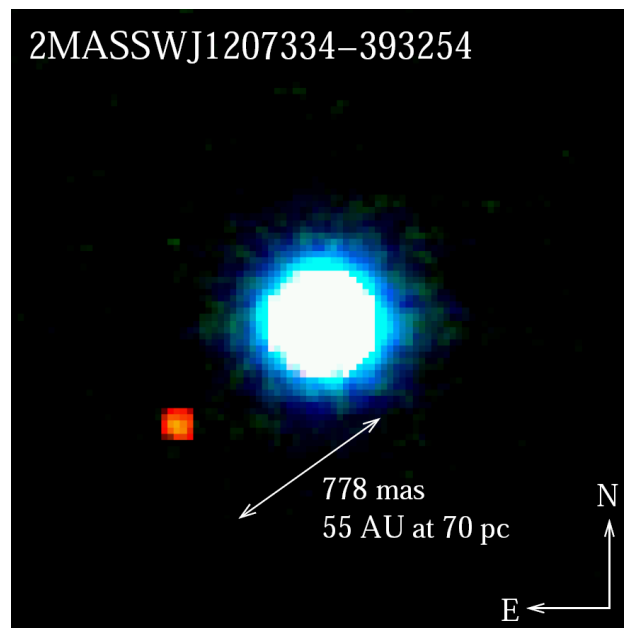


FIG. 1.5 – Première image d'une exoplanète, acquise depuis le VLT. Le compagnon de masse $5M_J$ en orbite à $55UA$ de son étoile est le premier détecté par une méthode directe.

1.1.2.1 Buts scientifiques

Les données accessibles par la détection directe sont multiples. De nombreux ouvrages de référence les présentent en détail [18, 19]. Parmi celles-ci, il est nécessaire de distinguer deux types d'apport. La complémentarité des compagnons détectés, et la richesse des paramètres mesurables sur ces compagnons :

Tout d'abord la détection de planètes autour d'étoiles actives est seulement accessible aux méthodes directes. En particulier les étoiles jeunes, qui sont des candidats très intéressants pour la formation planétaires, sont des étoiles actives, leur activité de surface bruite en effet toute mesure basée sur une mesure photométrique de l'étoile. De plus la détection directe trouve son efficacité dans la détection de planètes éloignées de leur étoile. La détection directe est donc complémentaire des méthodes indirectes.

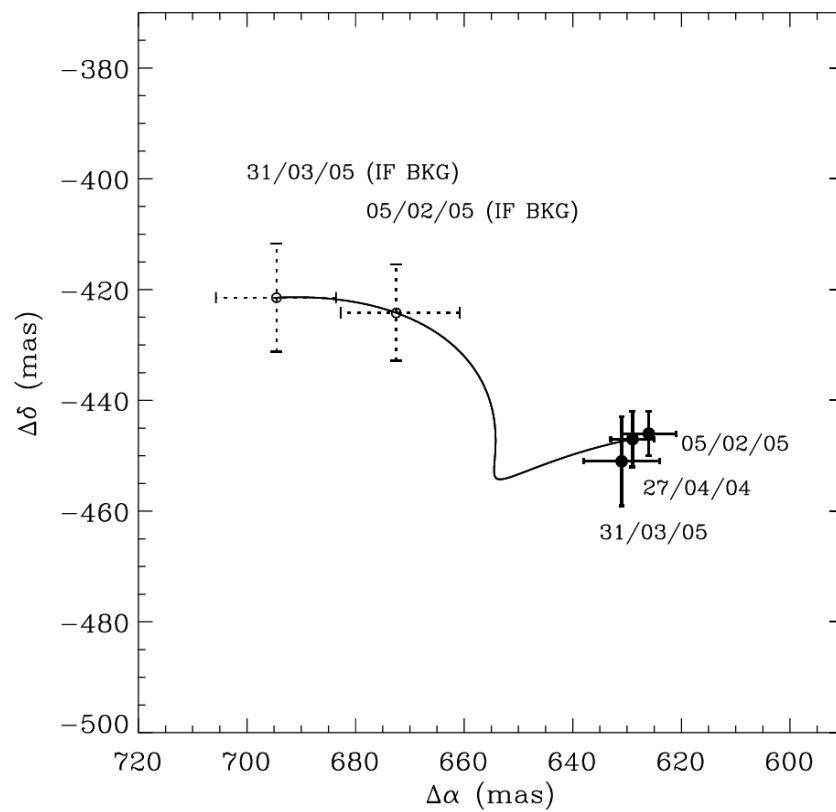


FIG. 1.6 – Le mouvement propre de la planète $2M1207b$ et de son étoile $2M1207$. Cette mesure ultérieure a confirmé la détection de l'exoplanète.

Par ailleurs, La détection directe donne accès à des paramètres du compagnon inaccessibles par des méthodes indirectes.

- En particulier, la visualisation directe du compagnon permet de lever l’ambiguïté du facteur $\sin i$ qui entache la méthode de détection par vitesses radiales. La détection donne alors directement accès à la masse de l’exoplanète, et pas à une limite inférieure,
- la détermination de la luminosité intrinsèque des planètes à différents âges permet de mieux contraindre les modèles d’évolution planétaires,
- l’étude spectroscopique de l’atmosphère ouvre la voie à l’exploration fine de ses caractéristiques :
 - elle mène aux premiers tests directs des modèles atmosphériques. Ces études peuvent ainsi donner des indices sur la présence de nuages dans l’atmosphère,
 - enfin, elle permet de déceler les marqueurs préférentiels d’une activité biologique et donc de la présence potentielle de la vie sur une exoplanète.

1.1.2.2 Problématique et technologie

Le principal écueil de la détection par imagerie directe réside dans le gigantesque rapport de flux existant entre une étoile et une planète. Le flux de l’étoile peut selon les cas atteindre jusqu’à 10^{12} fois celui de la planète. L’imagerie est aujourd’hui essentiellement prévue depuis le sol, où seuls les grands télescopes de $10m$ et bientôt plus permettent de collecter suffisamment de photons issus de la planète. Cependant les projets spatiaux prévoient à plus long terme de l’imagerie directe depuis l’espace (JWST, TPF, See Coast). Dans un premier temps, les contrastes recherchés entre étoile et planète sont de l’ordre de 10^6 , dans le cas d’un Jupiter chaud orbitant un soleil. Eliminer le flux de l’étoile sans pour autant affecter celui de la planète est un véritable défi technologique, en particulier dans les trois domaines suivants :

Corriger la réponse de l’instrument le plus efficacement possible Tout d’abord, il est nécessaire de corriger le plus parfaitement possible la réponse de l’instrument optique, et de condenser toute la lumière de l’étoile dans la tache de diffraction. Les propriétés de cette dernière sont en effet connues et maîtrisées, et il est alors plus facile de l’éliminer. La correction de la réponse instrumentale est assurée par un système d’optique adaptative extrême assurant non seulement la correction de la perturbation induite par la turbulence atmosphérique, mais aussi la correction des aberrations optiques internes à l’instrument. Cet aspect est abordé dans le chapitre 3.

Éliminer physiquement le signal de l’étoile avant la détection L’élimination physique du signal de l’étoile permet de réduire le bruit de photon, limitation ultime de toute observation. L’utilisation d’un coronographe permet d’atteindre ce but, mais est néanmoins très sensible à la qualité optique de l’instrument. Le coronographe élimine en effet la tache de diffraction, c’est à dire la portion de la lumière corrigée par l’optique adaptative. Cet aspect est abordé dans le chapitre 5.

Traiter les images pour éliminer les résidus non corrigés Afin d’améliorer encore la détection finale, et permettre ainsi d’observer des compagnons de fort contraste, il est indispensable de prendre en compte tous les résidus calibrés mais non corrigés et les inclure dans un processus de traitement d’image. Pour ce faire, plusieurs méthodes différentielles utilisent la signature du compagnon dans différentes bandes spectrales, ou dans différentes polarisations afin de soustraire le signal de l’étoile au profit de celui du compagnon. Cet aspect est abordé dans le chapitre 4.

1.1.2.3 Interférométrie de « nulling »

Dans le cas d’exotéres, le rapport de flux entre la planète et son étoile est plus faible dans l’infrarouge que dans le visible (10^6 pour 10^9 dans le visible). Le spectre de l’atmosphère planétaire à $10\mu m$ présente

également des biosignatures indispensables à la détection de la vie (comme par exemple l’ozone [20]). Cependant la résolution des instruments décroît avec la longueur d’onde, et seuls les interféromètres de plusieurs dizaines de mètres de base peuvent séparer un système étoile-planète dans ces domaines spectraux. De plus, la détection est facilitée depuis l’espace par l’environnement froid propice à une détection dans l’infrarouge thermique.

L’interférométrie est par ailleurs un moyen efficace d’annuler le flux de l’étoile centrale. Il est pour cela nécessaire d’observer le système étoile-compagnon par exemple avec deux télescopes, et de recombinaison les faisceaux issus des deux télescopes en les déphasant de π l’un par rapport à l’autre. Lors de la recombinaison, la lumière de l’étoile interfère destructivement, et est annulée au profit de la lumière du compagnon.

Il existe aujourd’hui deux projets spatiaux d’interférométrie de nulling DARWIN [21] pour l’Europe et TPF-I [22] pour les Etats-Unis ayant pour but la détection d’exoteries.

1.2 Les projets de détection directe

Plusieurs projets actuels ont pour objectif la détection directe d’exoplanètes depuis le sol. Parmi ceux-ci le projet européen SPHERE et le projet américain GPI.

SPHERE (pour Spectro-Polarimetric High-contrast Exoplanet REsearch [23]) est un instrument de seconde génération pour le VLT. Son but premier est la détection et la caractérisation d’objets faibles (idéalement de nouvelles planètes géantes extrasolaires) en orbite autour d’étoiles proches. Les contrastes maximaux recherchés sont de l’ordre de 10^6 . Sphere est un imageur spectral et polarimétrique proche infra-rouge et visible, alié à un spectromètre à intégrale de champ (IFS).

GPI (pour Gemini Planet Imager [24]) est un instrument de seconde génération pour l’observatoire de Gemini. Semblable à SPHERE, son dimensionnement légèrement supérieur vise une détectivité légèrement accrue (10^7).

Chapitre 2

Outils et instruments

Ce chapitre a pour but de présenter les différentes méthodes et techniques nécessaires à la bonne compréhension de cette thèse. Il ne se veut certes pas exhaustif, et le lecteur curieux trouvera de nombreuses références bien plus complètes auxquelles se rapporter en cas de besoin. Il cherche plutôt à introduire brièvement les pré-requis spécifiques à la suite de l'ouvrage. Dans un premier temps je décris le formalisme de formation d'image classique en présence d'un instrument réaliste. Dans un second temps, l'impact de la turbulence atmosphérique sur les observations au sol ainsi que le processus de formation d'image attendant. Dans un troisième temps, je m'intéresse aux méthodes d'inversion appliquées à l'acquisition d'images. Puis je dresse un état des lieux de la coronographie. Enfin, j'aborde le principe de l'imagerie différentielle, spectrale et angulaire.

2.1 Formation d'image

2.1.1 Imagerie d'objets étendus, relation objet/image

Le processus de formation d'image est décrit par la théorie scalaire de la diffraction [25, 26]. Sous hypothèse d'isoplanétisme, i.e. d'uniformité de la réponse de l'instrument dans le champ, il peut être modélisé par le produit de convolution de l'objet observé et de la réponse impulsionnelle de l'instrument imageur utilisé. En notant h_{opt} la réponse de l'instrument imageur, o l'objet observé et \star l'opérateur de convolution, il vient pour i l'image plan focal :

$$i = h_{opt} \star o \quad (2.1)$$

où la convolution des fonctions f_1 et f_2 se définit par $f_1 \star f_2(x) \triangleq \int f_1(t)f_2(x-t) dt$

2.1.1.1 Réponse d'un instrument imageur

La réponse d'un instrument imageur en lumière incohérente est appelée la Fonction d'Étalement du Point (FEP) ou la Point Spread Function (PSF). Concrètement, la FEP est l'image par l'instrument d'un objet observé o ponctuel et monochromatique. Elle est égale au module carré de la transformée de Fourier de l'amplitude complexe ψ du champ scalaire électromagnétique dans la pupille \mathcal{P} de l'instrument. Le champ dans la pupille se calcule directement par la relation $\psi = \mathcal{A}P e^{j\phi}$. ϕ représente la phase du champ électromagnétique dans la pupille de l'instrument. \mathcal{A} est l'amplitude du champ dans la pupille en l'absence d'aberrations. La pupille est définie par :

$$\mathcal{P} = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 < r < 1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.2)$$

où oc est le rayon de l'occultation centrale du télescope, rapporté au rayon de la pupille.

$$h_{opt}(\boldsymbol{\alpha}) = |\text{TF}^{-1}(\psi(\mathbf{r}))|^2 \quad (2.3)$$

où $\boldsymbol{\alpha}$ est la variable du plan focal, et \mathbf{r} la variable plan pupille. Dans la suite on négligera, sauf mention contraire, les variations spatiales de l'amplitude ($\mathcal{A} \simeq 1$). La transformée de Fourier d'une fonction f dépendant de la variable \mathbf{r} , associée à la variable duale $\boldsymbol{\alpha}$ est définie par :

$$\text{TF}^{-1}(f)(\boldsymbol{\alpha}) = \iint f(\mathbf{r})e^{-j2\pi\mathbf{r}\boldsymbol{\alpha}} \quad (2.4)$$

Imageur parfait Dans le cas d'un imageur parfait, l'amplitude complexe provenant d'une source ponctuelle à l'infini est constante et peut être prise égale à 1 sur toute la pupille, la phase ϕ est constante. La réponse de l'instrument est alors le module carré de la transformée de Fourier de la fonction pupille. Dans le cas d'une pupille circulaire sans occultation centrale (i.e. $oc = 0$), la FEP est alors une tache d'Airy (cf Figure 2.1 [gauche]).

Imageur aberrant - Polynômes de Zernike Un instrument réel est cependant entaché d'aberrations optiques. Ces aberrations peuvent avoir plusieurs origines : défauts de polissage des optiques, mauvais alignements sur le banc, rayons de courbure inadaptés. Les aberrations s'apparentent à un défaut de phase et sont donc notées ϕ_{ab} par analogie à la phase ϕ du champ électromagnétique. Dans le cas où l'imageur présente des aberrations ϕ_{ab} , la phase ϕ du champ électromagnétique en sortie de pupille n'est plus nulle et le champ ψ est noté de façon générale $\mathcal{P}e^{j\phi}$. La FEP n'est alors plus une tache d'Airy, mais une tache dont la structure dépend des aberrations ϕ_{ab} de l'instrument (cf Figure 2.1 [droite]).

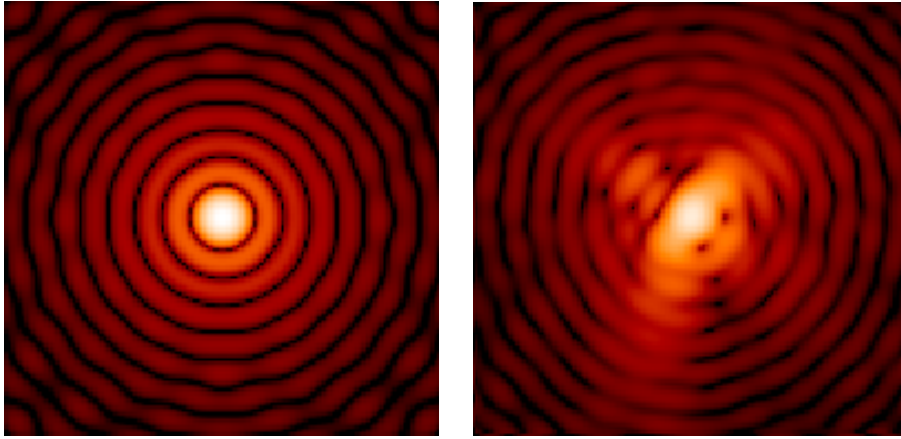


FIG. 2.1 – FEP à $\lambda = 1\mu m$ de l'instrument parfait [gauche] et d'un instrument aberrant [droite] en échelle logarithmique. L'erreur de front d'onde est de 100nm.

La phase ϕ dans la pupille est souvent décrite en utilisant sa décomposition sur la base des polynômes de Zernike $\{Z_k\}$ (Figure 2.2). Celle-ci est orthonormée sur un disque unité et est donc particulièrement adaptée à la description d'une phase aberrante définie sur un tel support. Les polynômes de Zernike s'écrivent comme le produit d'une fonction radiale $R_n^m(r)$ et d'une fonction azimutale $\Theta_n^m(\theta)$. Ces deux fonctions sont paramétrées par leur degré radial n et leur degré azimutal m . Le degré radial donne le nombre d'annulations du polynôme selon un diamètre du support et le degré azimutal sur le périmètre extérieur du support.

$$Z_k(\mathbf{r}) = R_n^m(r)\Theta_n^m(\theta) \quad (2.5)$$

où la partie azimutale s'écrit :

$$\Theta_n^m(\theta) = \begin{cases} \sqrt{n+1} & \text{si } m = 0 \\ \sqrt{2(n+1)} \cos(m\theta) & \text{si } m \neq 0 \text{ et } k \text{ pair} \\ \sqrt{2(n+1)} \sin(m\theta) & \text{si } m \neq 0 \text{ et } k \text{ impair} \end{cases} \quad (2.6)$$

et la partie radiale s'écrit :

$$R_n^m(r) = \sum_{s=0}^{(n-m)/2} \frac{(-1)^s (n-s)!}{s! [(n+m)/2 - s]! [(n-m)/2 - s]!} r^{n-2s}. \quad (2.7)$$

Les polynômes de Zernike sont couramment utilisés en imagerie optique pour deux principales raisons : d'une part, les premiers polynômes décrivent bien les aberrations optiques de bas ordre (défocalisation, astigmatisme, coma, aberration sphérique), d'autre part le degré radial donne directement accès aux fréquences spatiales de la phase dans la pupille [27]. La base des Zernike étant complète, la phase ϕ se décompose de la façon suivante :

$$\phi = \sum_{k=1}^{k=\infty} a_k Z_k \quad (2.8)$$

où a_k sont les coefficients de la décomposition, appelés coefficients de Zernike. Les a_k sont exprimés en chemin optique ou en phase pour une longueur d'onde donnée selon le cas. La FEP d'un instrument imageur est donc entièrement paramétrée par la décomposition des aberrations sur la base des polynômes de Zernike a_k .

$$h_{opt}(\boldsymbol{\alpha}) = \left| \text{TF}^{-1} \left(\mathcal{P}(\mathbf{r}) e^{j \sum_{k=1}^{k=\infty} a_k Z_k(\mathbf{r})} \right) \right|^2 \quad (2.9)$$

2.1.1.2 Fonction de transfert optique d'un instrument parfait

Afin de simplifier les notations, on note dans la suite $\tilde{g}(\mathbf{f}) = \text{TF}(g(\boldsymbol{\alpha}))$. Dans le domaine de Fourier, la relation de convolution 2.1 devient un simple produit, qui met en jeu les transformées de Fourier de l'image $\tilde{i}(\mathbf{f})$ et de l'objet $\tilde{o}(\mathbf{f})$, ainsi que $\tilde{h}_{opt}(\mathbf{f})$ la fonction de transfert optique (FTO). \mathbf{f} , la fréquence spatiale, est la variable du plan de Fourier. Cette fonction de transfert est un filtre appliqué sur le spectre de l'objet observé.

$$\tilde{i}(\mathbf{f}) = \tilde{h}_{opt}(\mathbf{f}) \tilde{o}(\mathbf{f}) \quad (2.10)$$

La fonction de transfert optique peut être définie de manière équivalente par l'auto-corrélation du champ électromagnétique dans la pupille compte tenu des propriétés de la transformée de Fourier.

$$\tilde{h}_{opt}(\mathbf{f}) = (\psi \otimes \psi)(\lambda \mathbf{f}) \quad (2.11)$$

où la corrélation entre deux fonctions à valeurs complexes f_1 et f_2 est définie par $f_1 \otimes f_2(x) \triangleq \int f_1^*(t) f_2(t+x) dt$. En l'absence d'aberrations, (ϕ nulle), la fonction de transfert optique est l'autocorrélation de la pupille. Elle a la forme d'un cône renversé (Figure 2.3) d'équation 2.12

$$\tilde{h}_{opt}(\mathbf{f}) = \frac{2}{\pi} \left[\arccos \left(\frac{\lambda \mathbf{f}}{D} \right) - \frac{\lambda \mathbf{f}}{D} \left(1 - \left(\frac{\lambda \mathbf{f}}{D} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \right] \quad (2.12)$$

et présente donc une fréquence spatiale de coupure

$$f_c = D/\lambda. \quad (2.13)$$

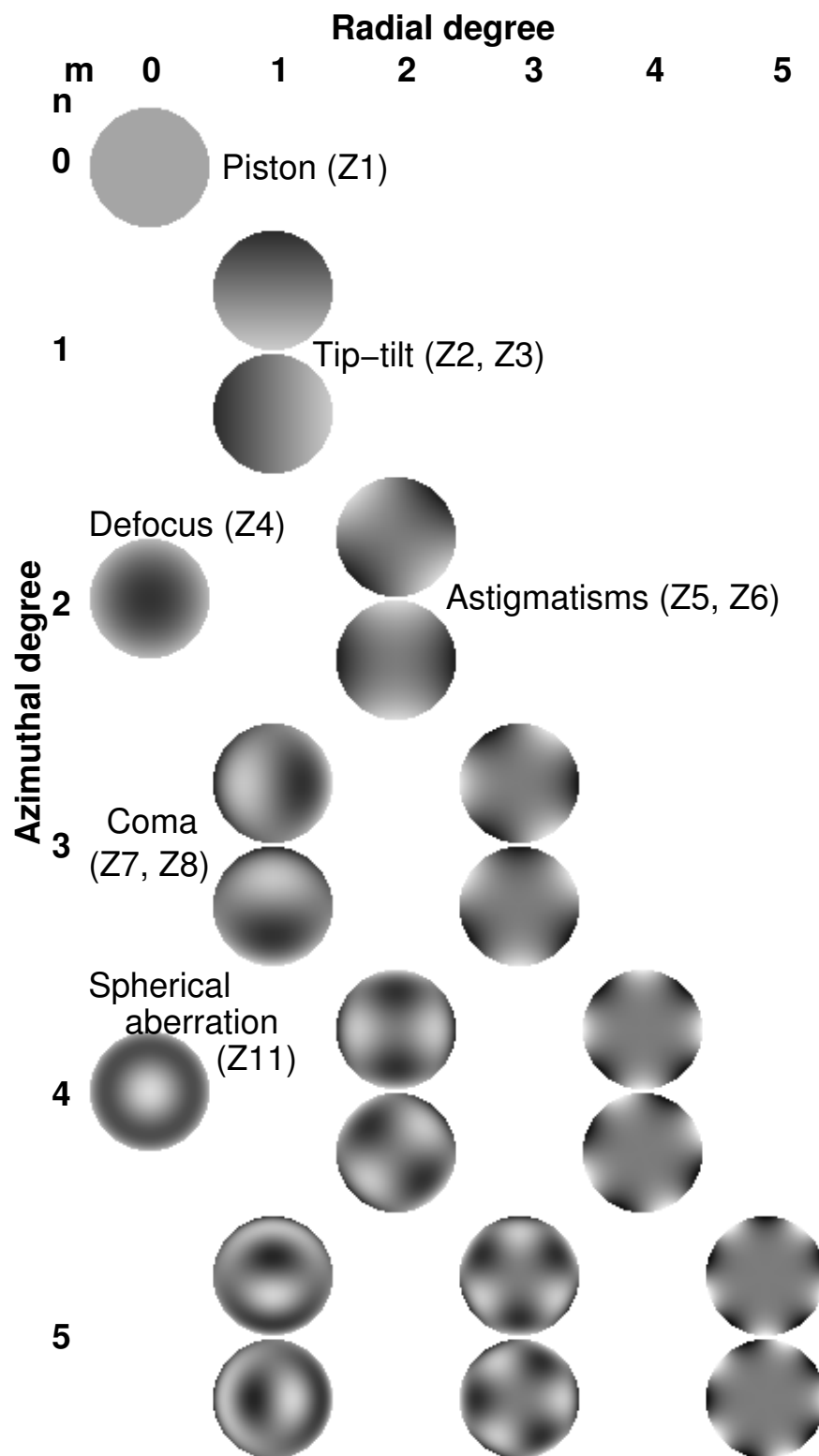


FIG. 2.2 – Premiers polynômes de Zernike Z_k , pour k allant de 1 à 21.

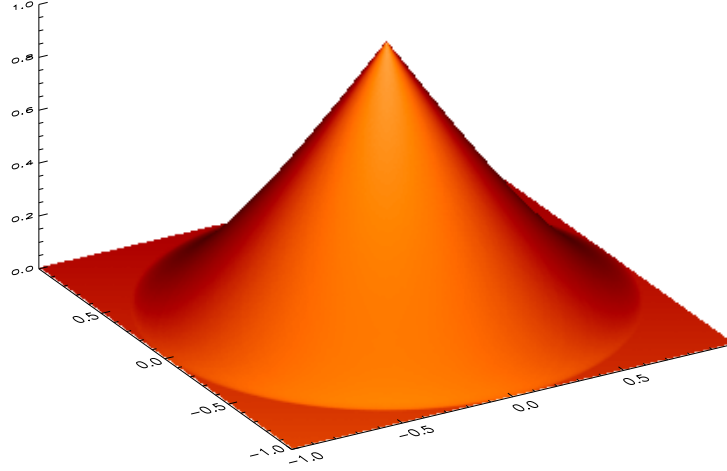


FIG. 2.3 – Fonction de transfert optique d'un instrument parfait. La fréquence de coupure à D/λ est nettement visible.

2.1.1.3 Fonction de transfert optique d'un instrument aberrant

En présence d'aberrations (la phase ϕ est alors non nulle), l'expression de la fonction de transfert optique s'écrit alors de façon générale :

$$\tilde{h}_{opt}(\mathbf{f}) = \int \psi^*(\mathbf{r})\psi(\mathbf{r} + \lambda\mathbf{f})d\mathbf{f} \quad (2.14)$$

$$= \int \mathcal{A}(\mathbf{r})\mathcal{P}(\mathbf{r})\mathcal{A}(\mathbf{r} + \lambda\mathbf{f})\mathcal{P}(\mathbf{r} + \lambda\mathbf{f})e^{j(\phi(\mathbf{r}+\lambda\mathbf{f})-\phi(\mathbf{r}))}d\mathbf{f} \quad (2.15)$$

La FTO est donc modifiée par la présence d'aberrations. Son profil avec et sans aberrations est tracé sur la Figure 2.15, en particulier l'aire totale de la FTO diminue avec les aberrations introduites.

2.1.2 Acquisition d'images

Le modèle de formation d'image précédent permet de représenter la répartition continue d'intensité lumineuse dans le plan focal du détecteur. Cette image continue est échantillonnée par le détecteur (CCD, détecteur IR), qui intègre le flux sur une grille de pixels. Cette opération est équivalente à la convolution de l'image continue i par la réponse du détecteur h_{det} , puis par sa discrétisation, enfin par l'ajout de bruit de photon et de détecteur. La fonction de transfert du détecteur \tilde{h}_{det} est donnée par la transformée de Fourier de la fonction support du pixel (incluant les pertes, cross-talk par exemple) ; celle-ci est parfois moins large que la distance inter-pixels. La réponse globale de l'instrument h avec acquisition par la caméra CCD s'écrit donc comme la convolution de la réponse instrumentale optique par la réponse du CCD.

$$h = h_{opt} \star h_{det} \quad (2.16)$$

L'image discrétisée après acquisition s'écrit :

$$\mathbf{i} = [h \star o]_{III} + b \quad (2.17)$$

où \mathbf{i} représente l'image discrétisée, $[\cdot]_{\text{III}}$ représente l'opération de discrétisation par un peigne de pas p égal à la distance inter-pixel. \mathbf{b} représente le bruit additif (bruit de photon ou de détecteur).

L'opération de discrétisation peut de la même façon s'appliquer à l'objet. En effet les opérations d'inversion (présentées par la suite) appliquées à l'image permettent d'estimer un objet lui aussi discrétisé sur la même grille de pixels. Il est donc possible de noter l'opération de convolution discrète précédente 2.17 de la façon suivante :

$$\mathbf{i} = \mathbf{H}\mathbf{o} + \mathbf{b} \quad (2.18)$$

en notant \mathbf{o} la forme discrète de l'objet et \mathbf{H} la matrice correspondant à la convolution par la réponse impulsionnelle h (matrice Toeplitz à blocs Toeplitz) également discrétisée. Le bruit \mathbf{b} est une grandeur discrète puisque celui-ci apparaît lors de la lecture de chaque pixel. Dans la suite, seule l'écriture continue $i = h \star o$ sera utilisée, le contexte permettant souvent de différencier le cas numérique du cas continu.

Il est à noter que la discrétisation de l'objet continu o en objet discret \mathbf{o} constitue une approximation et nous prive des informations hautes fréquences contenues *a priori* dans l'objet o . Une façon de retrouver ces hautes fréquences dans l'objet estimé \mathbf{o} est de paramétrer l'objet par un jeu de fonctions continues. Il est nécessaire pour reconstruire l'objet que les paramètres soient identifiables à l'aide des seules basses fréquences accessibles dans l'image discrète \mathbf{i} .

2.1.2.1 Fonction de transfert détecteur et échantillonnage

La fonction de transfert du détecteur est donnée par la transformée de Fourier de la fonction support du pixel, et présente une fréquence de coupure $f_p = 1/p$. Le théorème de Shannon stipule que la discrétisation de l'image continue observée à travers un instrument optique ne supprime pas d'information si la fréquence d'échantillonnage est deux fois supérieure à la fréquence maximum de l'image (liée à la fréquence de coupure de la FTO). L'échantillonnage e est donné par le rapport f_p/f_c . Un échantillonnage $e \geq 2$ satisfait donc au théorème de Shannon et garantit une restitution de toutes les fréquences spatiales transmises par la FTO de l'instrument sans pertes d'information. Dans le cas d'un télescope de diamètre D observant à la longueur d'onde λ , le pas pixel p doit donc être inférieur à $\lambda/2D$. La Figure 2.4 montre des coupes des différentes FTO d'un instrument parfait échantillonné à la fréquence de Shannon ($e = 2$). Il est à noter que dans cette configuration la fréquence de coupure de la fonction de transfert du détecteur est $2D/\lambda$. De plus, la fonction de transfert du détecteur n'a qu'un effet réduit sur la fonction de transfert totale.

2.2 Turbulence et Optique Adaptative

2.2.1 Imagerie à travers la turbulence

Toute observation de l'espace avec un télescope situé au sol se heurte inévitablement au problème de la turbulence atmosphérique, qui perturbe de façon dynamique les images. Une description détaillée de la turbulence et de ses effets sur la formation d'image en astronomie est donnée dans l'ouvrage de François Roddier [28]. Les masses d'air à différentes températures, en mouvement, induisent des fluctuations d'indice optique le long de la ligne de visée. Les images s'en trouvent fortement déformées, le principal effet étant une perte nette de résolution angulaire du télescope (cf Figure 2.5). Pour un instrument de diamètre D observant à travers la turbulence, la limite de résolution d'une image à long temps de pose (ou « image longue pose ») n'est plus λ/D mais λ/r_0 , avec r_0 le diamètre de Fried [29]. Ce paramètre peut alors être vu comme le diamètre équivalent du télescope donnant en l'absence de turbulences la même résolution qu'un télescope de diamètre infini en présence de turbulence. La résolution limitée par la turbulence λ/r_0 est appelée *seeing* et vaut typiquement 0,5 à 1,0 seconde d'arc dans les bons sites d'observation.

Le diamètre de Fried caractérise de façon simple et intégrée la force de la turbulence. Il caractérise l'effet statistique de la turbulence intégrée sur toute la ligne de visée. Il s'exprime ainsi en fonction de la force de

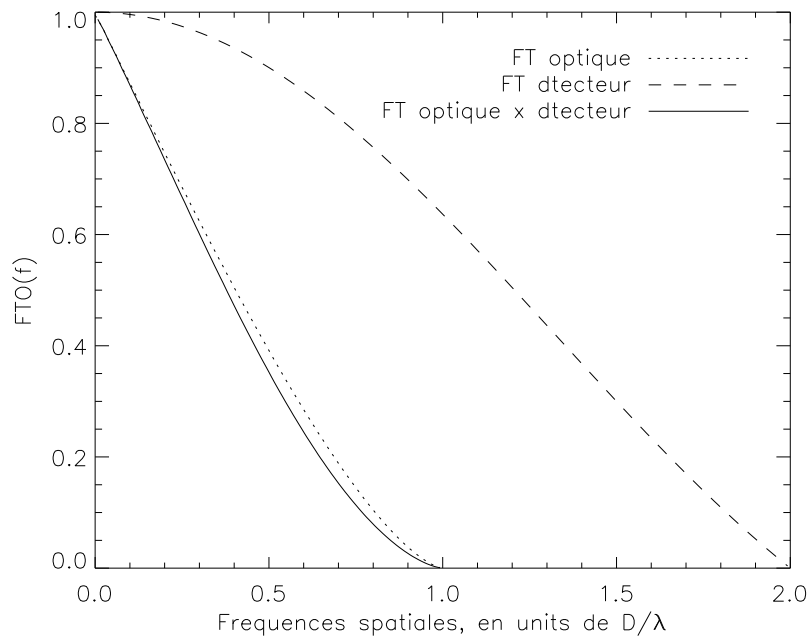


FIG. 2.4 – Fonctions de transfert optique, détecteur et totale dans le cas d'un instrument parfait échantillonné à Shannon.

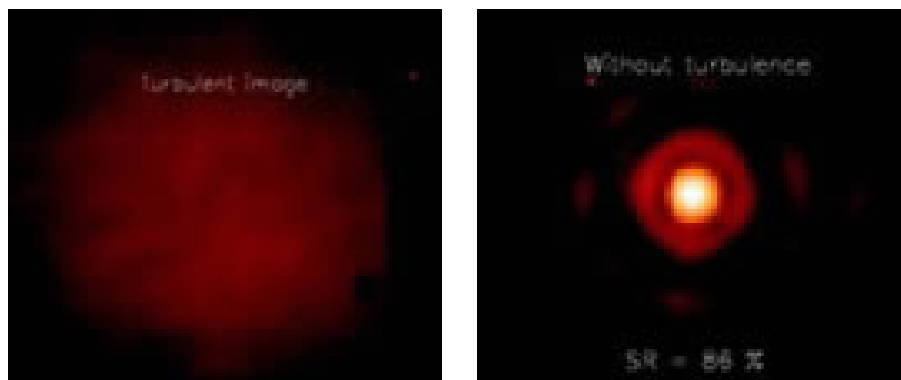


FIG. 2.5 – Images simulées avec turbulence [gauche] et sans turbulence [droite]. Le seeing (force de la turbulence) est de 0,6 seconde d'arc.

la turbulence à l'altitude z :

$$r_0 = \left[0,42 \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 \frac{1}{\cos\gamma} \int_0^\infty C_n^2(z) dz \right]^{-\frac{3}{5}} \quad (2.19)$$

avec $C_n^2(z)$ la constante de structure des fluctuations de l'indice optique de l'air, qui caractérise la force de la turbulence à l'altitude z , γ l'angle zénithal, et λ la longueur d'onde d'observation.

Le modèle de Kolmogorov [30] permet de quantifier la corrélation spatiale des fluctuations d'indice de l'atmosphère turbulente, et en conséquence de la phase. Selon ce modèle, la Densité Spectrale de Puissance (DSP) de la phase turbulente $W_\phi(\mathbf{f})$ s'écrit en fonction du paramètre de Fried :

$$W_\phi(\mathbf{f}) = 0,023 \frac{f^{-\frac{11}{3}}}{r_0^{\frac{5}{3}}} \quad (2.20)$$

Ce modèle de la DSP présente une limite principale qu'est sa valeur infinie en $\mathbf{f} = 0$. Le modèle plus précis de Van Karman introduit deux paramètres physiques que sont la grande et la petite échelle L_0 et l_0 . Le modèle de Von Karman couvre alors tout le domaine inertiel et évite la divergence en 0 du modèle de Kolmogorov. Ces deux modèles sont tracés sur la Figure 2.6. Lors des simulations effectuées dans le cadre de ce travail de thèse, les phases turbulentes considérées sont créées en suivant le modèle de Von Karman. Ce modèle réaliste inclue une grande échelle de $L_0 = 25 \text{ m}$, cette grandeur correspond à la taille typique des plus importantes tourbillons dans l'atmosphère[31].

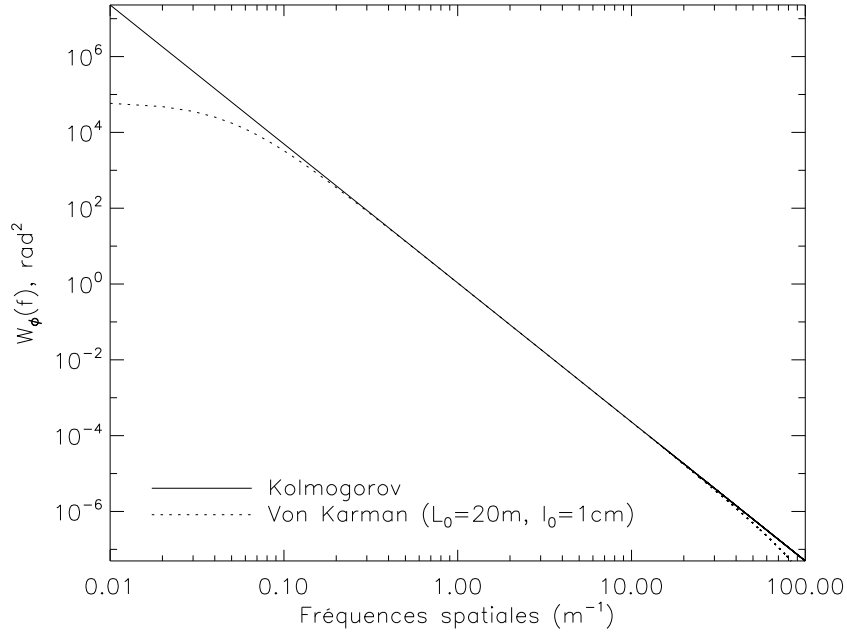


FIG. 2.6 – Densités spectrales de puissance des fluctuations de phase turbulente. Deux modèles sont considérés, Kolmogorov et Von Karman.

Dans le cadre du modèle de Kolmogorov, la variance spatiale de la phase turbulente σ_ϕ^2 s'exprime alors en fonction du diamètre du télescope et du paramètre de Fried :

$$\langle \sigma_\phi^2 \rangle = 1,03 \left(\frac{D}{r_0} \right)^{\frac{5}{3}} \quad (2.21)$$

2.2.2 Fonction de structure de la phase turbulente D_ϕ

La fonction de structure [28] de la phase turbulente permet de caractériser la statistique de la turbulence atmosphérique plus finement que le paramètre de Fried r_0 . Cette fonction de structure se définit comme la variance en un point \mathbf{r} des fluctuations de phase entre deux points distants de ρ :

$$D_\phi(\mathbf{r}, \rho) = \langle |\phi(\mathbf{r}) - \phi(\mathbf{r} + \rho)|^2 \rangle . \quad (2.22)$$

Il est à noter que la fonction de structure dépend de façon simple de la longueur d'onde, comme la phase au carré. La fonction de structure peut donc être calibrée à une longueur d'onde, puis remise à l'échelle suivant la relation 2.23 pour obtenir la fonction de structure à une autre longueur d'onde.

$$D_{\phi, \lambda_1}(\rho) = \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)^2 D_{\phi, \lambda_2}(\rho) \quad (2.23)$$

Sous hypothèse de stationnarité spatiale de la phase, cette variance ne dépend pas du point \mathbf{r} considéré mais seulement de la distance ρ entre deux points dans la pupille. En considérant que la phase turbulente est régie par la statistique de Kolmogorov [30, 27, 32], la fonction de structure s'écrit alors en fonction du paramètre de Fried :

$$D_\phi(\rho) = 6,88 \left(\frac{\rho}{r_0} \right)^{\frac{5}{3}} \quad (2.24)$$

Cette expression est vraie en première approximation. Elle suppose que la phase dans la pupille résulte d'un processus stationnaire. Si cette hypothèse se vérifie dans le cas d'une phase non corrigée, c'est cependant moins vrai lorsque la phase est corrigée par des actionneurs localisés dans la pupille[27].

Le lecteur intéressé trouvera une description complète des effets de la turbulence dans [28].

2.2.3 FEP-FTO du système télescope-turbulence

La fonction de transfert associée au système télescope-turbulence s'écrit comme le produit de la fonction de transfert optique du télescope seul (sans turbulence) $\tilde{h}_{opt}(\mathbf{f})$ par la fonction de transfert optique longue pose de la turbulence $B(\mathbf{f})$. Cette relation est clairement démontrée dans l'ouvrage de Roddier [33].

$$\tilde{h}_{LP}(\mathbf{f}) = \tilde{h}_{opt}(\mathbf{f})B(\mathbf{f}) \quad (2.25)$$

La fonction de transfert optique du télescope seul $\tilde{h}_{opt}(\mathbf{f})$ a déjà été explicitée dans la section 2.1.1.3. La fonction de transfert optique associée à la turbulence $B(\mathbf{f})$ s'écrit de façon simple avec la fonction de structure $D_\phi(\rho)$:

$$B(\mathbf{f}) = e^{-\frac{1}{2}D_\phi(\rho)} \quad (2.26)$$

où les variables fréquentielle \mathbf{f} et pupillaire ρ sont liées par la relation $\rho = \lambda \mathbf{f}$.

La FTO turbulente $B(\mathbf{f})$ introduit donc une fréquence de coupure inférieure à celle d'un télescope parfait (Figure 2.7). La FTO de la turbulence se comporte comme un filtre passe-bas, de fréquence de coupure r_0/λ . Le diamètre de Fried (de l'ordre de 10 cm dans le visible et pour un bon site d'observation) est en général inférieur au diamètre du télescope considéré, ce qui implique une perte de résolution imposée par la turbulence.

2.2.4 L'optique adaptative

Dès 1953, Horace Babcock [34] a eu l'idée de mesurer les distorsions présentes dans la lumière reçue des étoiles sur terre et de les corriger rapidement afin de les compenser. Cependant il faut attendre 1989 avant qu'un tel système correctif soit mis en œuvre pour l'astronomie. Le système COME-ON [35] est ainsi le premier d'une longue série de systèmes d'optique adaptative à être installés sur les grands télescopes. Sur

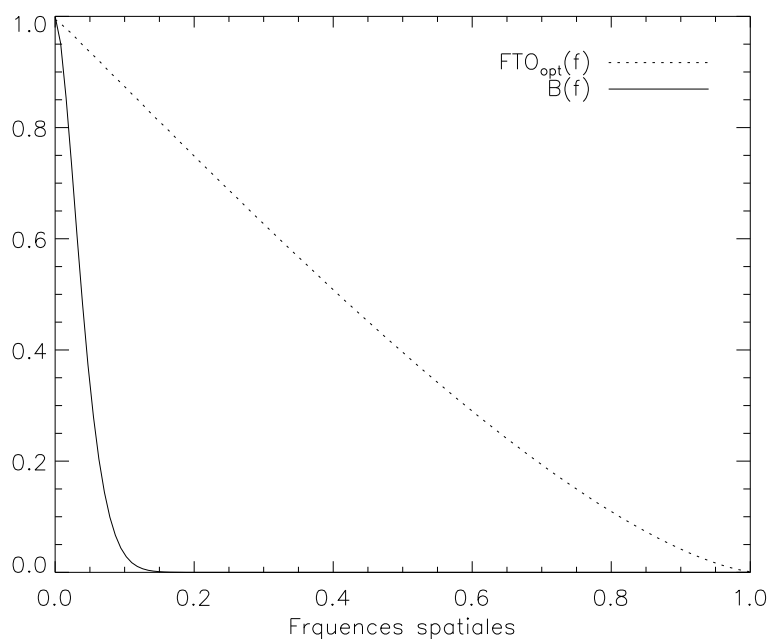


FIG. 2.7 – Profil de la FTO en présence de turbulence ($r_0 = D/10$), comparée à la FTO théorique du télescope parfait.

le VLT, le système NAOS [36, 37, 38] fournit ainsi depuis 2002 des images à la limite de diffraction à la communauté scientifique.

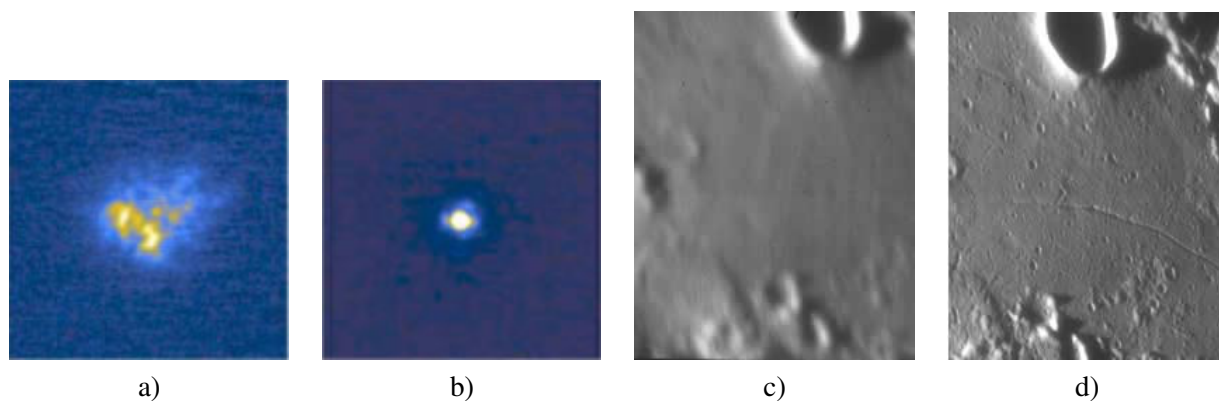


FIG. 2.8 – Exemples d'images d'une étoile [a) et b)] et de la surface de la lune [c) et d)] sans optique adaptative et avec correction par optique adaptative obtenues par l'instrument NAOS.

2.2.4.1 Principe d'un système d'OA

Un système d'OA est un asservissement opto-mécanique fonctionnant en boucle fermée qui se base sur une mesure et une correction en plan-pupille des déformées de la phase dues à la turbulence. La boucle d'asservissement est schématisée sur la Figure 2.9. Pratiquement, un système d'OA se compose de trois éléments clés : un analyseur de surface d'onde (ASO), un système informatique temps-réel (RTC, pour « Real-Time Computer ») et un miroir déformable (MD). Les mesures fournies par l'ASO sont traitées par le RTC afin de piloter le miroir déformable, celui-ci devant s'adapter à la forme du front d'onde turbulent

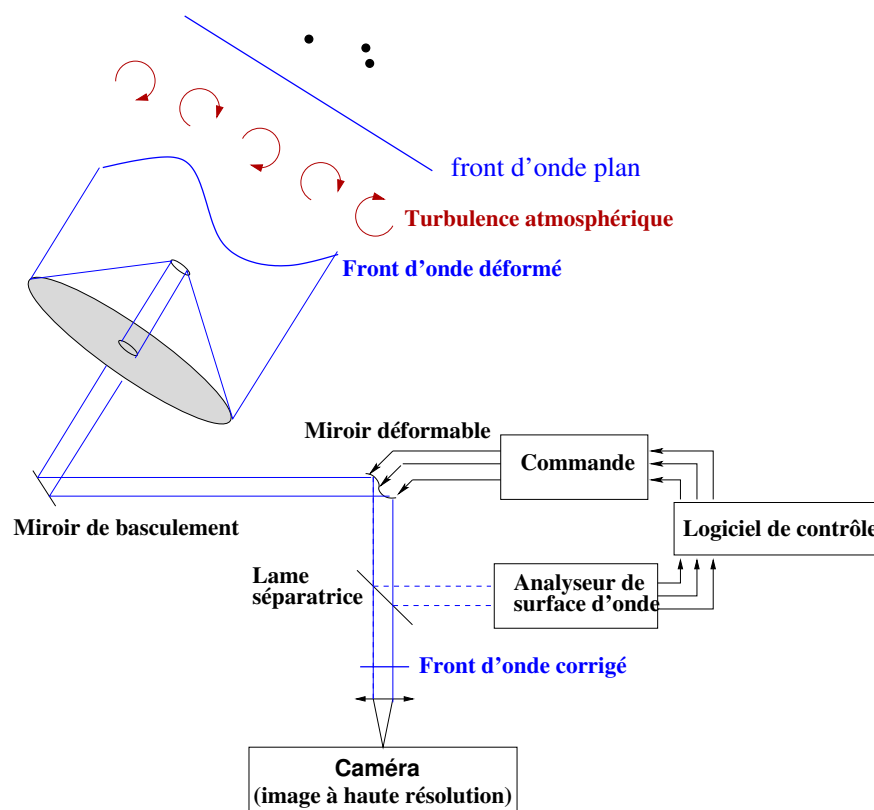


FIG. 2.9 – Schéma de principe d'un système d'optique adaptative.

afin de le corriger. Ce système fournit un front d'onde corrigé (le plus plan possible) à la voie d'imagerie. La formation d'image se rapproche donc de celle d'un instrument parfait.

2.2.4.2 Les éléments d'une OA

Analyse de surface d'onde Il existe de nombreux analyseurs de front d'onde, (voir [39]), je m'intéresserai dans la suite uniquement à l'analyseur de Shack-Hartmann[40]. Celui-ci est l'analyseur plan-pupille linéaire le plus fréquemment utilisé dans les systèmes d'OA utilisés en astronomie (COME-ON ([41]), ADONIS ([42]), Keck [43], Gemini [44], NAOS ([36]), SAXO [45]). Il consiste (Figure 2.10) en une matrice de micro-lentilles échantillonnant le plan pupille. La position de la tache ainsi formée au foyer de chaque sous-pupille donne une mesure de l'inclinaison locale du front d'onde, ou pente locale. Le vecteur des pentes locales est noté \mathbf{p} dans la suite. Cette mesure s'effectue par le calcul du photocentre de chaque tache dans le plan focal de chaque micro-lentille. Un processus d'intégration permet de remonter à la connaissance de la phase.

Correction La correction des aberrations turbulentes mesurées par l'ASO est assurée par le MD. Un bestiaire des différents types de miroirs déformables peut être trouvé dans ([46]). Dans les systèmes d'OA, le principe de la correction est généralement le suivant : la phase turbulente doit être corrigée au mieux par le miroir déformable. Celui-ci se compose d'une surface réfléchissante souple déformée par des actionneurs piézo-électriques, électrostatiques ou électromagnétiques. Il s'agit de déformer la surface d'onde de quelques micromètres (cette amplitude varie selon la taille du télescope et les conditions typiques d'observation). Le miroir déformable est donc commandé par le vecteur de tensions déduit de ces mesures.

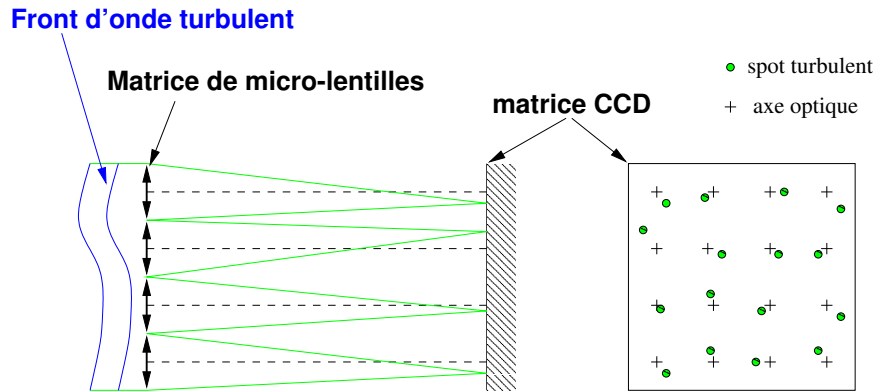


FIG. 2.10 – Schéma de principe du Shack-Hartmann.

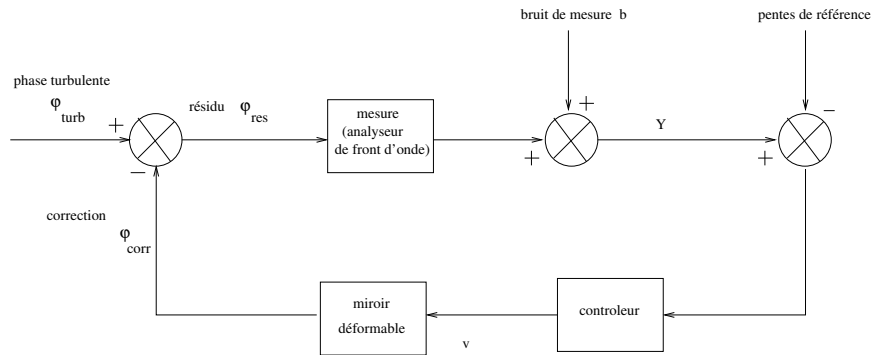


FIG. 2.11 – Schéma de l'asservissement d'un système d'optique adaptative, en boucle fermée.

Commande Un système d'OA est un asservissement visant à corriger (et donc à diminuer) la phase turbulente dans la pupille. Un asservissement temps-réel de ce type fonctionne sur le principe de la boucle fermée. En boucle fermée, un système d'OA minimise donc la grandeur suivante :

$$\phi_{res} = \phi_{turb} - \phi_{corr} \quad (2.27)$$

comme illustré sur la Figure 2.11 avec ϕ_{res} la phase résiduelle après correction par la boucle d'OA, ϕ_{turb} la phase turbulente en entrée de l'instrument, et ϕ_{corr} la phase de correction apportée par le système d'OA.

Un des principaux problèmes en OA est de calculer les meilleures tensions v à appliquer au MD à partir des mesures de l'ASO p. Ce calcul doit d'une part prendre en compte le retard temporel de la correction. En effet la turbulence évolue rapidement, le temps typique d'évolution est donné par $\tau = 0,31r_0/v$ [28, 47], avec r_0 le paramètre de Fried et v la vitesse du vent, il est de l'ordre de quelques millisecondes dans le cas du VLT et dans le visible par exemple ; compte tenu du temps de lecture de la caméra et du temps de calcul par le RTC, la correction apportée par le système d'OA présente généralement un retard de quelques millisecondes (typiquement 1 à 2 ms). Comme je m'intéresserai plus tard uniquement à la correction d'aberrations statiques, les problèmes temporels ne seront pas abordés ici. Notons simplement que le type d'asservissement utilisé dans la plupart des cas est de type intégrateur, où les effets de retard temporel sont partiellement atténués par un coefficient de gain $g < 1$ appliqué aux tensions commandant le MD dans la boucle d'OA. Ce gain dépend du retard global. Le lecteur intéressé trouvera de nombreuses informations sur le sujet dans [48, 49, 50].

Le vecteur de tensions à appliquer au MD à l'instant t pour compenser les aberrations mesurées par

l'ASO se calcule alors par l'opération linéaire suivante :

$$\mathbf{v}_t = \mathbf{v}_{t-dt} + g\mathbf{C}\mathbf{p} \quad (2.28)$$

où \mathbf{v}_{t-dt} est le vecteur de tension appliqué à l'itération précédente, g le gain intégrateur, \mathbf{C} la matrice de commande représentant la relation linéaire entre les pentes mesurées sur l'ASO \mathbf{p} et les tensions à appliquer au DM. Cette matrice sera explicitée ultérieurement.

Le calcul des tensions à partir des mesures de pentes de l'ASO se fait par le biais de la matrice d'interaction. Cette matrice peut être obtenue de deux façons. D'une part –ce n'est pas la solution que nous utilisons– elle peut être calculée numériquement en prenant en compte la géométrie du système[51]. D'autre part, elle peut être calibrée directement (i.e. optiquement) par le système d'OA lui-même en mesurant les pentes obtenues sur l'ASO lors du déplacement de chaque actionneur ou de chaque mode représentant le système[52]. La matrice d'interaction permet donc de calculer les variations de pentes sur l'ASO correspondant à un vecteur de tensions appliqué au MD, et ce par une opération matricielle linéaire simple :

$$\mathbf{p} = \mathbf{D}\mathbf{v} \quad (2.29)$$

où \mathbf{p} représente les mesures de pentes de l'ASO, \mathbf{D} est la matrice d'interaction du système, \mathbf{v} est le vecteur de tensions appliquées au MD. On a supposé ici que le système d'OA était complètement linéaire.

Lors de la fermeture de boucle, c'est l'opération inverse qui est nécessaire : les mesures de pentes du SH doivent permettre de calculer les tensions à appliquer au MD [52]. Ce calcul fait intervenir l'inverse généralisée de la matrice d'interaction, la matrice de commande notée \mathbf{C} :

$$\mathbf{C} = (\mathbf{D}^T\mathbf{D})^\dagger \mathbf{D}^T \quad (2.30)$$

où \dagger représente l'inverse obtenue par décomposition en valeurs singulières tronquées et un filtrage adéquat des valeurs présentant le plus mauvais conditionnement, et T l'opération de transposition matricielle.

Le calcul de l'inverse généralisée passe par une étude des valeurs propres de la matrice à inverser et de son conditionnement. Pour éviter une amplification du bruit due aux faibles valeurs propres de la matrice $\mathbf{D}^T\mathbf{D}$, l'inverse généralisée sera calculée en utilisant une décomposition en valeurs singulières tronquées. Les inverses des valeurs propres les plus faibles sont mises à zéro lors de l'inversion, les modes associés à ces valeurs propres ne seront donc pas corrigés par le système.

Ces modes filtrés lors de l'inversion sont les modes pour lesquels l'ASO n'a qu'une faible sensibilité, voire une sensibilité nulle. Sans filtrage, si l'un de ces modes est envoyé au DM (i.e. s'il est présent dans le jeu de tension appliqué aux actionneurs), il sera effectivement appliqué au DM mais sera non vu par l'ASO. Selon l'Equation 2.28, sa contribution dans le jeu de tension v_{t-dt} apparaît dans le jeu de tension v_t à l'itération suivante. Ce processus s'incrémente donc dans la boucle fermée jusqu'à saturation des tensions appliquées au DM. Parmi ces modes, on compte le piston (le premier polynôme de Zernike Z_1) qui n'influe pas sur la formation d'image. Celui-ci peut néanmoins être commandé par le MD et être introduit sur le jeu de tensions appliquées, mais reste non-vu par l'ASO. Le second mode non-vu par l'ASO est le gaufre. Ce mode correspond à un agencement en quinconce des actionneurs, lorsqu'on les tire et pousse alternativement (Figure 2.12 de gauche). Ce mode déforme les spots de l'ASO, mais ne les déplace pas. Sa mesure est nulle, c'est donc un mode non-vu par l'ASO. Toutefois, il introduit sur l'image pleine pupille quatre répliques de la FEP autour du motif central ce qui réduit d'autant les performances de l'imagerie (Figure 2.12 de droite).

Lame séparatrice - dichroïque La lame séparatrice est un élément optique simple mais important dans un système d'OA. Cette lame assure la séparation du flux lumineux entre les deux voies d'imagerie et d'analyse. La séparation peut se faire en amplitude ou spectralement (ce qui est souvent le cas pour les systèmes d'OA en astronomie). Dans ce dernier cas, la lumière visible est dirigée vers la voie d'analyse et la lumière infrarouge vers la voie d'imagerie.

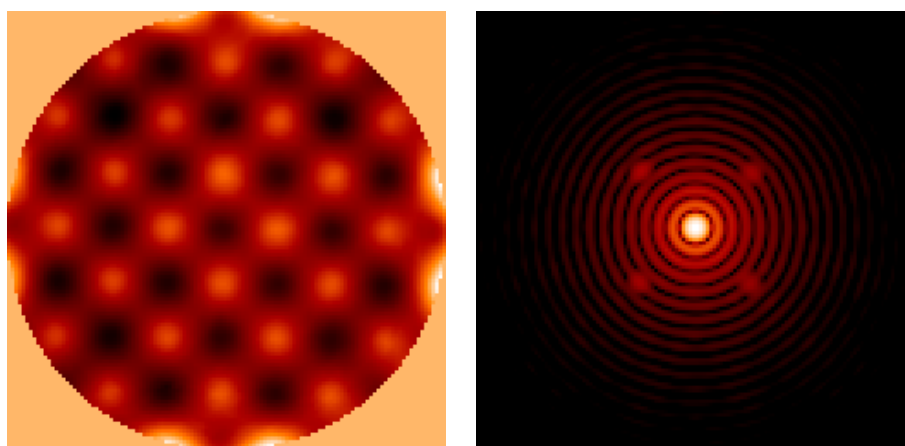


FIG. 2.12 – Carte de phase du gaufre [à gauche] et FEP correspondante à $1\mu m$ [à droite], telles que modélisées sur le banc d’OA de l’ONERA. Les actionneurs sont actionnés alternativement de $-\lambda/10 + \lambda/10$.

Voie d’imagerie La voie d’imagerie est une voie parallèle à la voie d’analyse. Elle utilise une partie du flux pour en extraire l’information scientifique. La voie d’imagerie comprend ses propres optiques, souvent même associées à chaque instrument (caméra, spectrographe...) introduisant leur cortège d’aberrations optiques dues au polissage ou aux alignements.

Les Figures 2.13 et 2.14 montrent respectivement le profil circulaire moyen de la FTO et la FEP d’une courte pose corrigée par optique adaptative. La FTO courte pose montre la même fréquence de coupure haute qu’un télescope parfait (à D/λ), ce qui illustre le fait que l’optique adaptative fournit des images à la limite de diffraction. Elle présente cependant un décrochement autour de la fréquence correspondant à l’espacement d des actionneurs (ici $d = D/20$).

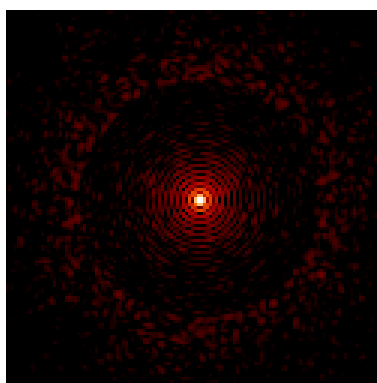


FIG. 2.13 – Courte pose en présence de turbulence corrigée par un système d’OA. Le centre du champ est correctement corrigé, jusqu’à une distance correspondant au pas interactionneur. Les conditions de simulation sont une turbulence de type Paranal et le système d’OA correcteur de SPHERE.

2.2.4.3 Estimation de la qualité d’une image

Un estimateur très largement utilisé pour quantifier la qualité d’un système optique est le rapport de Strehl (SR). Celui-ci se définit comme le rapport des valeurs centrales de la FEP en présence d’aberrations

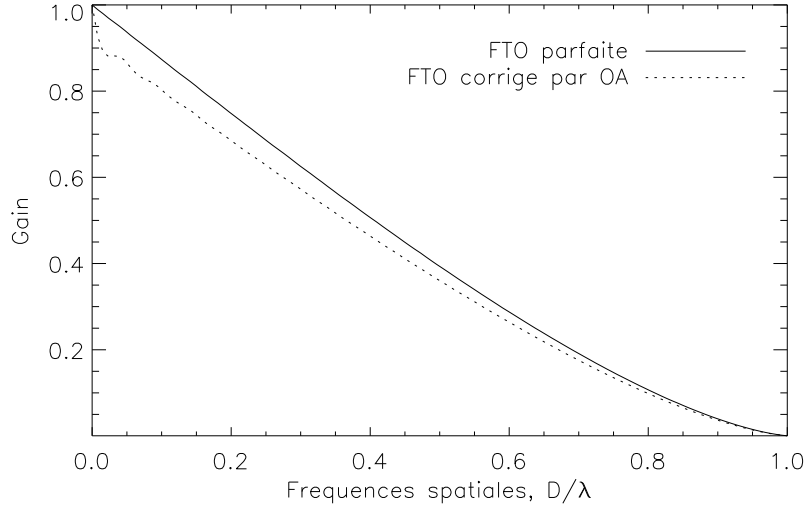


FIG. 2.14 – Profils circulaires moyens de la FTO turbulente et parfaite.

et de la tache de diffraction en l'absence d'aberrations.

$$SR = \frac{h_{opt}(\mathbf{0})}{h_{Airy}(\mathbf{0})} \quad (2.31)$$

Cette relation peut s'écrire dans le domaine de Fourier comme le rapport des FTO correspondantes intégrées :

$$SR = \frac{\int \tilde{h}_{opt}(\mathbf{f}) d\mathbf{f}}{\int \tilde{h}_{Airy}(\mathbf{f}) d\mathbf{f}} \quad (2.32)$$

Le rapport de Strehl quantifie donc la concentration d'énergie dans le pic central de la FEP. Cet estimateur est partiel puisqu'il ne renseigne pas sur la répartition fréquentielle ou spatiale des défauts de phase, mais uniquement sur leur contribution totale (variance spatiale en l'occurrence, voir équations 2.33 et 2.34). La description modale de la phase (utilisant les polynômes de Zernike par exemple) est plus complète, mais le rapport de Strehl donne néanmoins une bonne idée de la qualité d'une image.

Dans le cas de faibles phases ($\phi \ll 1 \text{ rad}$), on peut approximer le rapport de Strehl par (critère de Maréchal) :

$$SR \simeq 1 - \sigma_\phi^2 \quad (2.33)$$

où σ_ϕ^2 est la variance spatiale des aberrations (exprimée en rad^2), définie par :

$$\sigma_\phi^2 = \frac{1}{S} \iint_{\mathcal{P}} \phi^2(\mathbf{r}) d\mathbf{r} - \left(\frac{1}{S} \iint_{\mathcal{P}} \phi(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \right)^2 \quad (2.34)$$

Le rapport de Strehl varie donc linéairement avec la variance spatiale des aberrations. La Figure 2.15 montre des coupes de FTO en l'absence et en présence d'aberrations. Les aberrations introduites sont importantes (100 nm soit, à $1\mu\text{m}$, une variance de $0,4 \text{ rad}^2$ et un rapport de Strehl d'environ 60 %).

2.2.4.4 Compensation des aberrations non-communes

Position du problème De part son principe l'OA corrige l'ensemble du trajet de la lumière jusqu'à l'analyseur de surface d'onde (là où elles sont mesurées). A l'inverse, les aberrations de la voie d'imagerie ne sont

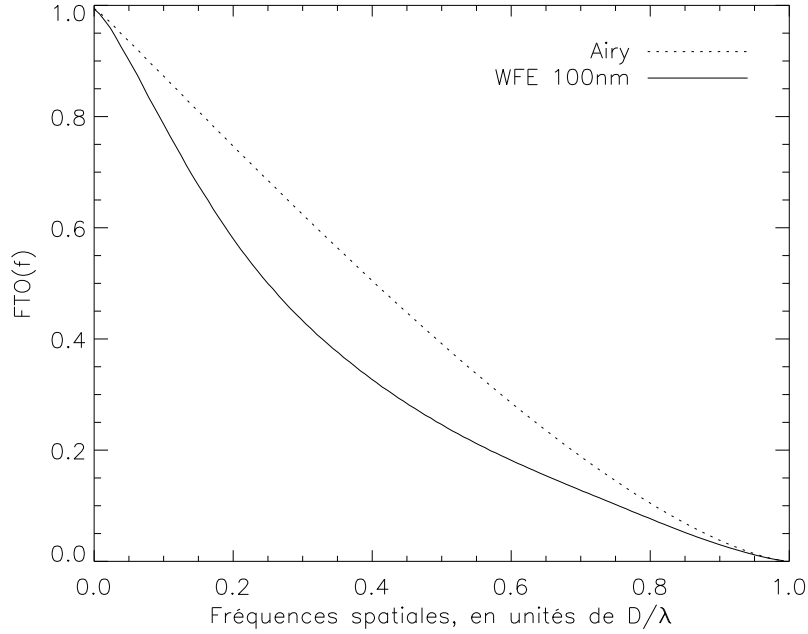


FIG. 2.15 – Profils de FTO parfaite et aberrante.

pas vues et donc pas corrigées par la boucle fermée (voir Figure 2.16). Pire, les aberrations de la voie d'analyse sont réinjectées dans la voie d'imagerie par le MD. Ainsi, le total des aberrations ϕ_{NCPA} présentes dans le plan focal de l'instrument scientifique est alors :

$$\phi_{NCPA} = \phi_{ima} - \phi_{ana} \quad (2.35)$$

avec ϕ_{ima} les aberrations de la voie d'imagerie, et ϕ_{ana} les aberrations de la voie d'analyse. Le terme ϕ_{NCPA} est appelé les aberrations des trajets non-communs, et sera noté NCPA par la suite (pour Non-Common Path Aberrations). Les aberrations ϕ_{ana} de la voie d'analyse peuvent être calibrées par l'acquisition de pentes de références. Cette acquisition se fait sur une source ponctuelle de référence placée dans le plan focal précédent la voie d'analyse souvent situé juste avant ou juste après la lame séparatrice. L'acquisition des pentes de références permet de prendre en compte les aberrations propres à la voie d'analyse lors de la fermeture de boucle en appliquant ces dernières comme consigne 2.11. Cette mesure permet d'assurer un front d'onde plan au niveau de la lame séparatrice et non plus au niveau de l'ASO (les aberrations de la voie d'analyse n'étant alors plus corrigées). Les NCPA à compenser sont alors réduites aux seules aberrations de la voie d'imagerie ϕ_{im} .

Les NCPA dépendent du dimensionnement du système optique de la voie d'imagerie, mais représentent dans la plupart des cas une des principales limitations à l'obtention des performances ultimes du système d'optique adaptative. Dans le contexte de la détection d'exoplanètes, où les contraintes instrumentales sont draconiennes, il est essentiel de mesurer et compenser les NCPA avec une précision extrême (de l'ordre de quelques nanomètres).

L'idée est de mesurer les aberrations à l'endroit même où on veut qu'elles soient corrigées. Ici : la caméra d'imagerie. Il est donc nécessaire d'utiliser l'image elle-même comme senseur de front d'onde pour ne pas introduire de chemin optique différentiel. Une solution pour mesurer directement les erreurs de front d'onde dans une image plan focal est la diversité de phase[53].

Mesure et compensation des NCPA : état de l'art Plusieurs solutions ont déjà été proposées pour mesurer et compenser les NCPA([54, 55, 43]). Elles ont été appliquées en particulier sur les systèmes NAOS du

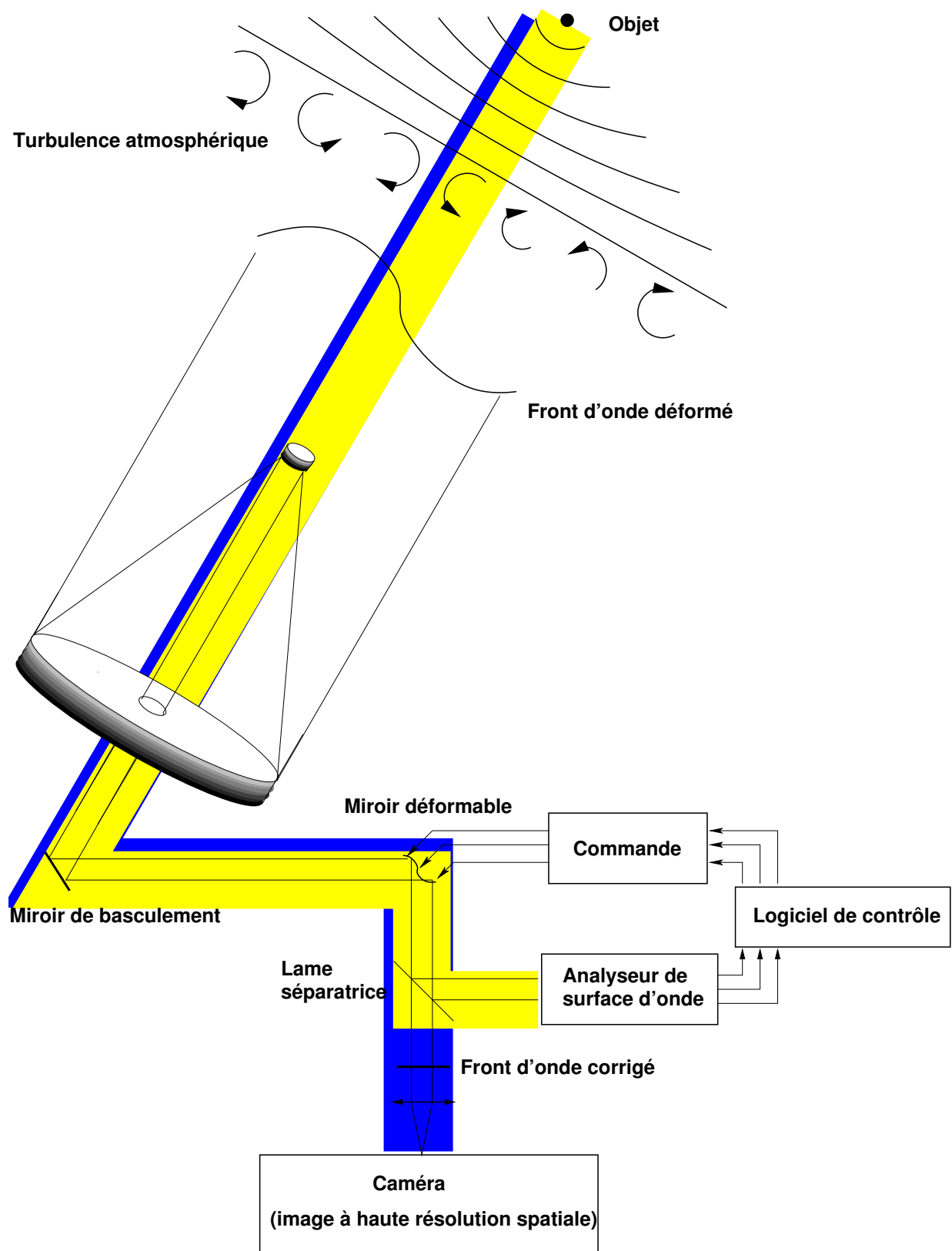


FIG. 2.16 – Les aberrations non vues par une boucle d'optique adaptative : le trajet bleu visualise le chemin parcouru par la lumière captée par l'instrument scientifique, le trajet jaune visualise le chemin parcouru par la lumière captée par l'ASO.

VLT et Keck.

– Premier cas : NAOS

Le système d'OA du VLT [36, 37] NAOS est conçu pour obtenir des images haute résolution sur l'un des télescopes de 8m de l'observatoire du Paranal (UT4 Yepun). Le système se compose d'un miroir déformable 15×15 actionneurs et d'un Shack Hartmann 14×14 sous-pupilles (et 7×7 dans le cas de faibles flux). Cependant, comme tout système d'OA il est insensible aux aberrations de la voie d'imagerie (principalement les aberrations des objectifs et filtres). Amandine Blanc [54] a donc proposé une méthode pour corriger de cette limitation. Cette méthode est basée sur une mesure des aberrations dans le plan focal de la voie d'imagerie par diversité de phase (voir chapitre 3 pour une description de la diversité de phase elle-même) et sur une pré-compensation utilisant la boucle d'asservissement elle-même, dont les pentes de références sont modifiées en fonction des aberrations mesurées. La correction se fait alors naturellement lors de la fermeture de la boucle. La référence du front d'onde plan devenant la caméra d'imagerie. Le front d'onde arrivant sur l'ASO est déformé pour s'adapter et compenser les aberrations de la voie d'imagerie.

Cette méthode peut être résumée par les trois points suivants :

- mesure des aberrations en plan focal de la voie d'imagerie, par diversité de phase,
- calcul des nouvelles pentes de référence à imposer comme consigne à la boucle d'asservissement,
- fermeture de boucle sur les références modifiées.

Cette méthode a ainsi permis de mesurer les 11 premiers coefficients de Zernike (de a_4 à a_{15}), et de les compenser lors de la fermeture de boucle. Un gain de 10% de rapport de Strehl (cf Figure 2.17) est ainsi mis en évidence pour le filtre P_γ (bande J), soit une réduction de 126 nm à 109 nm de l'erreur de front d'onde résiduelle. Ce résultat obtenu sur NAOS a été une première pour de tels systèmes [?].

Cette méthode très prometteuse ne prend cependant pas en compte les erreurs de modèle intervenant lors du calcul des nouvelles pentes de référence sur lesquelles est fermée la boucle. Nous allons montrer dans le chapitre 3 comment optimiser cette méthode pour prendre en compte (entre autre) ces limitations.

– Second cas : Keck

Lors de la caractérisation du système d'optique adaptative du Keck II [43], un soin particulier a été apporté à la mesure et la compensation des NCPA de la voie d'imagerie. Les dimensions de ce système sont légèrement supérieures à celles de NAOS, il se compose en effet d'un miroir à 349 actionneurs couplé à un Shack-Hartmann visible de 20×20 sous-pupilles.

Se basant sur l'approche utilisée pour NAOS, le principe de la compensation des NCPA sur Keck II [43] se fait par une calibration off-line sur une source ponctuelle artificielle des aberrations propres à la voie d'imagerie. Seulement, le processus est légèrement différent pour isoler les aberrations de cette seule voie d'imagerie.

- le miroir déformable est mis à plat, par une mesure de front d'onde externe de la forme du miroir (WYKO, un interféromètre à déroulement de phase) et l'application du jeu de tensions annulant cette déformée,
- les aberrations de la voie d'imagerie sont ensuite mesurées dans le plan-focal de cette voie par la caméra scientifique en suivant le principe de la diversité de phase ([56]). Une mesure des coefficients de Zernike Z_4 à Z_{15} est faite,
- le jeu de tensions correspondant à la compensation de ces aberrations est appliqué au miroir déformable,
- la position des spots après application des tensions sur le DM est ensuite mesurée par l'ASO et ces positions modifiées sont prises pour référence lors des futures fermetures de boucle.

Il a été ainsi démontré par Van Dam[43] une réduction de l'erreur résiduelle sur le front d'onde de 150 à 113nm.

Il est à noter que dans cette méthode les NCPA sont compensées par application directe de tensions d'offset en boucle ouverte. La dérive des actionneurs du MD, ainsi que la présence de turbulence résiduelle sur le banc même correctement protégé viennent biaiser la mesure de la forme du miroir et impacte sur les performances finales de la boucle d'OA.

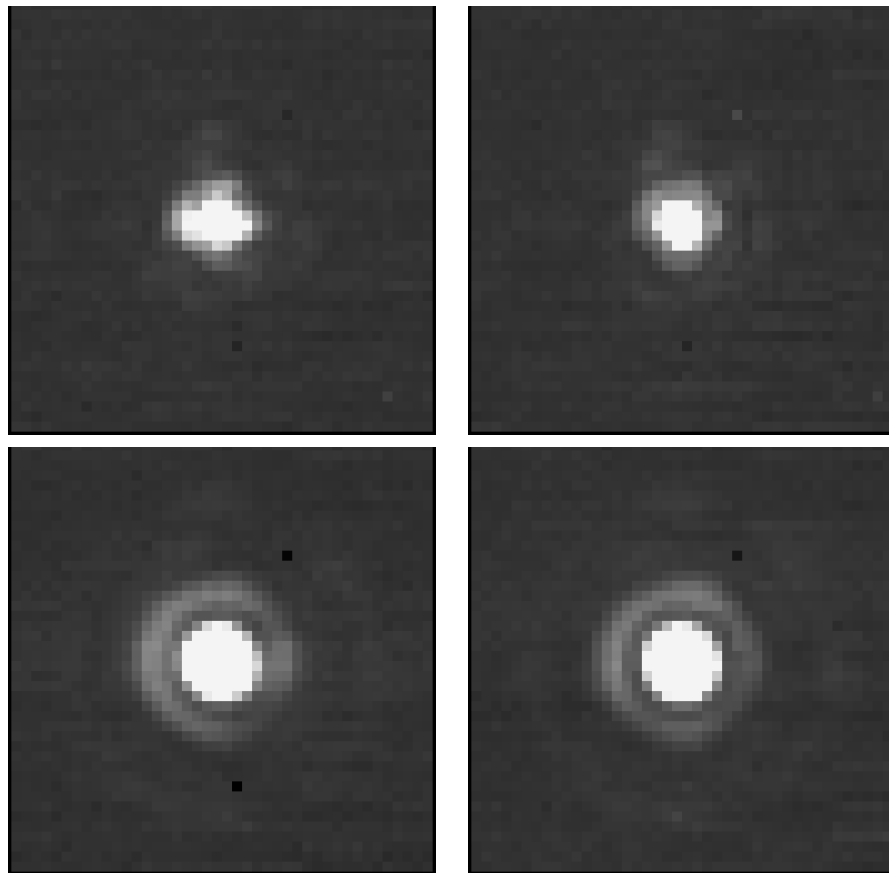


FIG. 2.17 – Comparaison des FEPs obtenues avant et après compensations des aberrations statiques. [Haut] filtre P_γ , [bas] filtre K_s . L'erreur de front d'onde est de 126 nm avant correction, 109 nm après correction. Le Strehl résultant passe de 60% à 70% en bande J .

2.3 Les méthodes d'inversion

L'astronomie fait partie de ces nombreux domaines de la physique où l'observation ne fournit qu'une mesure imparfaite d'une grandeur physique d'intérêt donnée. Les mesures sont liées à la grandeur d'intérêt via un modèle physique connu. Dans notre cas, les mesures sont une image et les grandeurs qui nous intéressent sont tour à tour l'objet observé o , et la réponse de l'instrument h , aussi appelée FEP. Si on admet un modèle physique f pour formation d'image, il vient

$$i = f(o, h) + b \quad (2.36)$$

où b est un « bruit » qui modélise les incertitudes de mesure.

L'objet observé, de même que l'image mesurée, s'expriment comme leur répartition angulaire d'intensité. La réponse de l'instrument, dans le cadre général de l'observation d'une scène à travers la turbulence, peut être paramétrée la phase statique ϕ_s dans la pupille, et la fonction de structure D_ϕ . Comme expliqué dans la section précédente, cette répartition angulaire d'intensité est discrète sur une grille de pixels. La phase dans la pupille s'exprime comme une carte de phase elle aussi discrétisée. Par ailleurs, à l'intérieur du domaine isoplanétique, le modèle physique connu liant l'image mesurée à l'objet observé et à la réponse du télescope est un modèle convolutif¹ :

$$i = h \star o + b \quad (2.37)$$

La mise en place d'une méthode d'inversion consiste donc à inverser ce problème, et « remonter » à l'objet o , ou à la réponse de l'instrument h , ou aux deux conjointement à partir des mesures i et de connaissances *a priori* sur l'objet et la réponse de l'instrument.

2.3.1 Inversion régularisée : l'approche bayésienne

2.3.1.1 Echec de méthodes non-régularisées

Il existe de nombreuses méthodes d'inversion. Il n'en est pas fait de liste ici, et le lecteur curieux trouvera de nombreuses références sur le sujet très complètes et explicites, en particulier [57] pour une présentation générale des méthodes d'inversion, et [58] pour une présentation plus détaillée sur l'imagerie à travers la turbulence. Notons simplement que les méthodes dites « non régularisées » (Moindres Carrés (MC), moindres carrés pondérés, ou Maximum de Vraisemblance (MV)) trouvent leur efficacité uniquement lorsque le nombre de mesures dépasse largement le nombre d'inconnues. Ces méthodes constituent en effet des estimateurs convergeant vers la vraie valeur des paramètres recherchés lorsque le nombre de mesures tend vers l'infini. Dans le cas qui nous intéresse, l'inversion en imagerie, le nombre de mesures (égal au nombre de pixels dans le cas d'une image discrétisée par un détecteur) est de l'ordre de grandeur du nombre d'inconnues recherchées (le nombre de point dans l'objet, ou dans la réponse de l'instrument, également discrétisés sur une grille de même taille que l'image), voire même plus faible en myope. Les méthodes non régularisées que sont les moindres carrés, ou le MV sont donc inadaptées. Il est intéressant de pouvoir rajouter lors de l'inversion, des connaissances *a priori*, c'est précisément le but des méthodes dites « régularisées ».

2.3.1.2 Méthode régularisée : l'estimation bayésienne et le Maximum A posteriori (MAP)

L'estimation bayésienne permet de prendre en compte conjointement les mesures i apportées par l'observation, ainsi que l'information disponible *a priori* sur la grandeur d'intérêt. Le raisonnement suivant, purement probabiliste, est fait sur l'objet o , mais peut être mené également sur la réponse de l'instrument h . On suppose pour ce faire que l'on a exprimé les connaissances *a priori* disponibles sur l'objet que l'on

¹On reviendra sur cette hypothèse dans le cas de l'imagerie coronographique

souhaite observer o dans une distribution de probabilité $p(o)$. Il ne s'agit pas de considérer l'objet comme une réalisation aléatoire de la loi $p(o)$, mais de considérer que cette loi est représentative de nos informations *a priori*, et prend des valeurs faibles pour les objets peu compatibles avec celles-ci, et élevées pour les objets compatibles.

La règle de Bayes donne une expression de la probabilité de l'objet o sachant les mesures i :

$$p(o|i) = \frac{p(i|o) \times p(o)}{p(i)} \propto p(i|o) \times p(o) \quad (2.38)$$

en fonction de la probabilité *a priori* de l'objet $p(o)$ et de la probabilité des mesures sachant l'objet $p(i|o)$. Celle-ci contient les connaissances sur le modèle physique liant o à i , bruit compris.

Il reste maintenant à définir un estimateur de l'objet. Un choix communément accepté est l'objet qui maximise la probabilité $p(o|i)$:

$$\hat{o}_{MAP} = \arg \max_o (p(i|o) \times p(o)), \quad (2.39)$$

c'est l'objet le plus probable étant données les mesures et les connaissances *a priori* sur l'objet. L'estimateur correspondant est appelé MAP. La maximisation de la probabilité $p(o|i)$ est équivalente à la minimisation de l'opposé de son logarithme, l'estimateur \hat{o}_{MAP} est donc également celui qui minimise le critère $J_{MAP}(o)$:

$$J_{MAP}(o) = -\ln p(i|o) - \ln p(o) = J_i(o) + J_o(o) \quad (2.40)$$

où $J_i(o)$ est un critère d'attache aux données, par exemple un critère de moindres carrés pondérés, et où $J_o(o)$ est un critère dit de régularisation (ou de pénalisation) et qui traduit l'attachement aux connaissances *a priori*.

2.3.1.3 Lien avec le maximum de vraisemblance

Dans l'expression précédente (2.47), considérer que tous les objets sont également probables revient à considérer que sa probabilité $p(o)$ est une constante, et donc que le terme du critère qui lui est rattaché est une constante qui ne modifie pas l'estimateur de l'objet. Le critère MAP est donc dans ce cas réduit au critère du maximum de vraisemblance. De plus si le bruit est gaussien et de variance uniforme dans l'image, alors le critère est réduit à un critère des moindres carrés.

2.3.2 Estimation de l'objet à FEP connue : déconvolution classique

Un cas de figure courant en astronomie consiste à estimer l'objet o , à réponse h connue. En effet la FEP peut souvent être calibrée par ailleurs, par exemple sur une étoile voisine. L'estimateur du meilleur objet \hat{o} est alors celui qui minimise le critère présenté en 2.40. Les deux termes de ce critère (attache aux données J_i et *a priori* J_o) doivent être choisis selon certaines règles :

2.3.2.1 Terme de vraisemblance

Le terme d'attache aux données, ou de vraisemblance, prend en compte la statistique du bruit dans l'image. Physiquement, celle-ci est le résultat d'une statistique poissonnienne due au bruit de photon et d'une statistique gaussienne uniforme due au bruit de détecteur. En pratique, cette statistique peut être approximée par un bruit blanc (indépendant d'un pixel à l'autre), gaussien centré (dont la statistique sur un pixel est gaussienne, centrée sur 0), et de variance non uniforme. Le terme d'attache aux données est donc un moindre carrés pondérés (chaque pixel possédant sa propre variance, mais une statistique gaussienne) :

$$J_i(o, h) = \sum_{k,l} \left(\frac{i[k,l] - (h \star o)[k,l]}{\sigma[k,l]} \right)^2 \quad (2.41)$$

où $\sigma^2[k, l]$ représente la variance de bruit associée au pixel $[k, l]$ dans l'image.

Les hypothèses d'obtention de ce critère sont les suivantes : le bruit dans les images est supposé gaussien, blanc, non uniforme. C'est une bonne approximation pour décrire le bruit réel dans l'image, dont l'origine est double : le bruit de détecteur est blanc et gaussien homogène, le bruit de photon est blanc et poissonien. En effet à fort flux, le bruit dominant est le bruit de photon, dont la statistique poissonienne pour de fortes valeur du paramètre de moyenne μ tend vers une statistique gaussienne dont la variance varie de pixel à pixel. La Figure 2.18 montre la loi de Poisson pour différentes valeurs du paramètres μ . Pour des paramètres de moyenne 15 ou supérieure, l'approximation avec une gaussienne est bonne. D'autre part à faible flux, le bruit dominant est le bruit de détecteur dont la statistique est gaussienne uniforme. Quel que soit le régime de flux, il est donc valable d'approximer la statistique du bruit par une loi gaussienne non uniforme (ie variant de pixel à pixel).

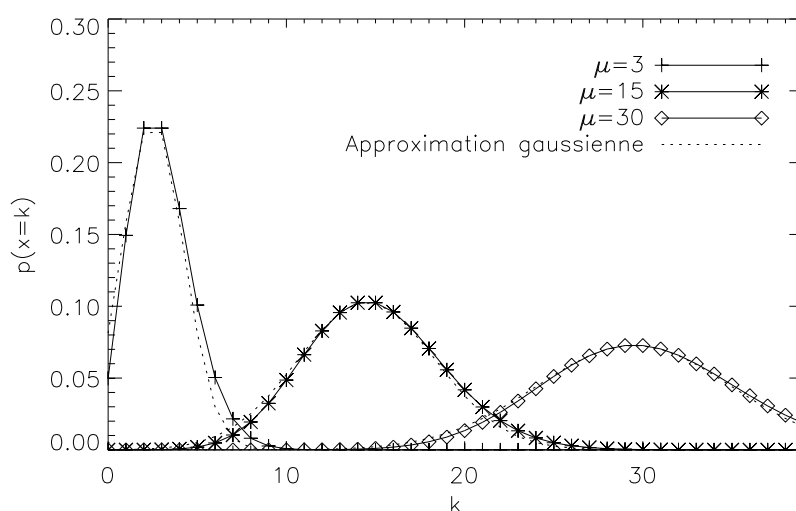


FIG. 2.18 – Evolution de la loi de Poisson pour différentes valeurs du paramètre μ .

2.3.2.2 Terme d'a priori

Le terme d'*a priori* doit rendre compte de la statistique des pixels de l'objet. Ce terme peut prendre plusieurs formes selon le type d'objet recherché. Il est évident qu'un objet présentant des bords francs (une lune résolue comme Titan ou Io par exemple), un objet plus lisse (une galaxie) et un champ d'étoiles ne présentent pas les mêmes statistiques. Le terme d'*a priori* doit donc être choisi en circonstances, c'est le but de la section suivante.

2.3.2.3 Régularisation sur l'objet

Intéressons-nous donc à la partie régularisation du critère J_o , qui est essentielle pour une estimation correcte de l'objet dans le cas de la déconvolution.

régularisation quadratique Supposons donc dans un premier temps que les pixels de l'objet $o(\mathbf{r})$ suivent une statistique gaussienne, éventuellement non stationnaire, c'est à dire que la moyenne de l'objet $o_m(\mathbf{r})$ dépend de \mathbf{r} . Si on suppose que $o - o_m$ est stationnaire, on peut alors définir un critère de régularisation dans

le plan de Fourier de la façon suivante :

$$J_o(\tilde{o}(\mathbf{f})) = \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{f}} \frac{|\tilde{o}(\mathbf{f}) - \tilde{o}_m(\mathbf{f})|^2}{DSP_o(\mathbf{f})} \quad (2.42)$$

avec $DSP_o(\mathbf{f})$ la densité spectrale de puissance associée à l'objet. Cette densité spectrale de puissance est estimée directement dans l'objet sous forme paramétrique, selon un modèle de Kattnig [59, 60].

Une régularisation classique consiste à considérer que l'objet peut être décrit entièrement par un spectre généralement décroissant avec peu de hautes fréquences. Ce genre d'*a priori* fait donc intervenir un calcul de critère dans le plan de Fourier, où il est aisé de paramétrer un spectre décroissant avec peu de paramètres.

$$DSP_o(\mathbf{f}) = k / (1 + (f/f_0)^p) - |\tilde{o}_m(\mathbf{f})|^2 \quad (2.43)$$

où $k \simeq N_{ph}^2$, avec N_{ph}^2 le nombre de photons dans l'image, f_0 est inversement proportionnelle à l'étendue spatiale de l'objet et p est une puissance qui caractérise la régularité de l'objet (o est généralement compris entre 2 et 4). La DSP de l'objet est estimée sous forme paramétrique, puisque les seuls paramètres k , f_0 et p permettent de la décrire.

Avec un modèle *a priori* gaussien, il est possible d'estimer les paramètres des modèles *a priori* aisément, par exemple par MV[61] à FEP inconnue et [62], Annexe A, à FEP connue.

La régularisation quadratique est une forme générale de régularisation. Il suffit de prendre $p = 2$ dans l'expression précédente pour obtenir une régularisation de lissage. Celle-ci peut être interprétée dans le plan de l'objet comme la minimisation des écarts entre pixels voisins. Cette régularisation fait en effet apparaître le gradient des pixels adjacents dans l'objet. L'effet est donc de réduire les écarts entre pixels voisins, autrement dit de lisser l'objet, de le faire tendre localement vers une constante. Le réglage de l'hyperparamètre permet de pondérer cet effet, un hyperparamètre très supérieur à 1 mène à un objet estimé plan. Pour $p = 4$, on peut montrer que la régularisation porte sur le Laplacien des pixels voisins dans l'objet. Les pixels voisins sont alors lissés avec toutefois une liberté possible sur le gradient, l'objet estimé avec une sur-régularisation tend vers un plan incliné.

Ce genre de régularisation est adaptée aux objets présentant effectivement un spectre décroissant, c'est à dire des contours plutôt lisses. Il est cependant inapproprié dans le cas d'objet présentant des bords francs (planète résolue, saut de phase ou autre) car les bords francs de l'objet seront lissés, et la régularisation quadratique fait apparaître des oscillations au niveau des bords francs lors de la déconvolution. On parle alors d'effet de Gibbs (ou ringing effects).

régularisation quadratique-linéaire L_1L_2 La régularisation quadratique n'est pas préconisée dans le cas d'objet présentant à la fois des contours lisses et des bords francs. Cependant il est possible de la modifier pour prendre en compte ces contraintes, c'est le but de la régularisation quadratique-linéaire dite « L_1L_2 ». Cette régularisation pénalise de façon quadratique les faibles variations de pixel à pixel (typiquement dues au bruit) mais pénalise faiblement (voire ne pénalise pas) les fortes variations de pixels à pixel autorisant ainsi les bords francs dans l'estimation de l'objet. La forme du critère de régularisation suit une courbe comme illustrée sur la Figure 2.19. Cette régularisation a été proposée par S. Brette et J. Idier[63] dans le cadre du traitement du signal, isotropisée[64] et adaptée au cas de l'imagerie[65] par L. Mugnier. Le terme de régularisation J_o prend alors la forme suivante :

$$J_o(o) = \mu \sum_{\mathbf{r}} \left[\left(\frac{\nabla o(\mathbf{r})}{\delta} \right) - \ln \left(1 + \frac{\nabla o(\mathbf{r})}{\delta} \right) \right] \quad (2.44)$$

Le choix de la fonction $\nabla o(\mathbf{r})$ conditionne le type de régularisation utilisée.

Considérons dans un premier temps $\nabla o(\mathbf{r}) = \sqrt{\nabla_x^2 o(\mathbf{r}) + \nabla_y^2 o(\mathbf{r})}$, $\nabla_x o(\mathbf{r})$ et $\nabla_y o(\mathbf{r})$ étant les gradients de l'objet selon x et y . Pour les faibles sauts d'intensité, le critère défini en 2.44 tend vers une norme quadratique L_2 . Pour les forts sauts d'intensité d'un pixel à son voisin (correspondant à des bords francs), le

critère tend vers une norme linéaire L_1 . Celle-ci n'introduit pas de pénalisation du critère, en effet tous les chemins pour aller de A à B présentent le même poids en terme de critère (Cf Figure 2.20. C'est l'hyperparamètre δ qui permet de gérer à partir de quelle ordre de grandeur des sauts le critère devient quadratique ou linéaire. Ce type de régularisation permet donc tout à la fois de lisser l'effet du bruit tout en conservant les bords francs de l'objet.

Dans un second temps, considérons $\Delta o(\mathbf{r}) = |o - o_m|$. Le critère ne porte alors plus sur les sauts d'intensités de pixel à pixel, mais sur les valeurs des pixels eux-mêmes. Le critère L_1L_2 correspondant est alors qualifié de *blanc*, et est particulièrement adapté aux objets de type champ d'étoiles. Ce critère est quadratique pour les faibles valeurs d'intensité (caractérisées par la valeur de seuil δ) et pénalise les faibles flux, il est linéaire pour les fortes valeurs d'intensité et permet la restitution de valeurs fortes.

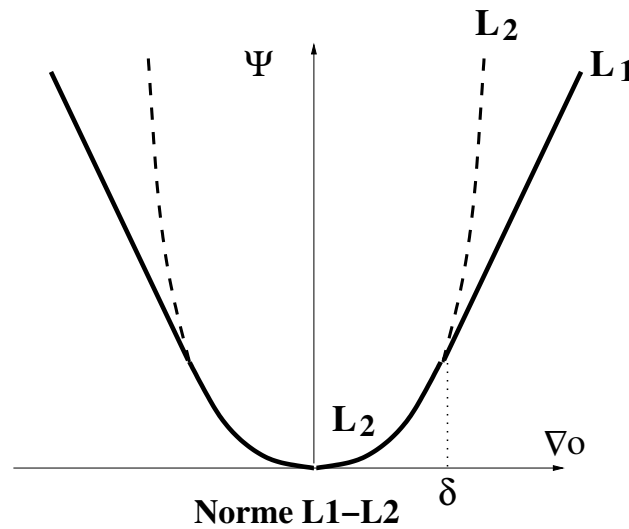


FIG. 2.19 – Illustration monodimensionnelle de la régularisation quadratique-linéaire. Les faibles valeurs de sauts sont pénalisées quadratiquement, les fortes valeurs de saut sont pénalisées linéairement.

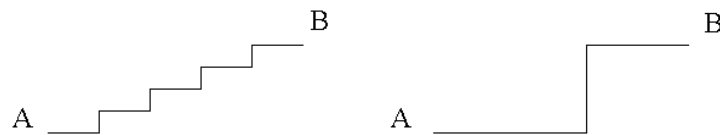


FIG. 2.20 – La norme L_1 introduit le même poids aux différentes configurations présentées ici. En particulier à celle représentant le bord le plus franc.

Paramétrisation du problème pour les champs d'étoiles Une classe particulière d'objet, fréquente dans les observations astronomiques, est les champs d'étoiles. C'est-à-dire une répartition de sources ponctuelles positionnées aléatoirement dans l'image. Une paramétrisation spécifique peut être utilisée [66], améliorant ainsi notablement la résolution théorique du télescope. La spécificité de ce type d'objet réside dans le fait que les champs d'étoiles peuvent être décrits par une somme de Diracs, permettant alors un paramétrage de

l'objet simple en fonction de leur position α_k et de leur amplitude F_k .

$$o(\mathbf{r}) = \sum_k F_k \delta(\alpha_k) \quad (2.45)$$

L'avantage de ce type de paramétrisation est de réduire considérablement le nombre d'inconnues mais aussi d'améliorer la précision sur l'estimation de la position de chaque étoile[66]. Cette précision dépend bien sûr du rapport signal à bruit de l'image considérée, cependant des précisions de l'ordre de $\lambda/(60D)$ [67] peuvent être atteintes dans le cas de forts rapports signal à bruit. Ce type de paramétrisation est tout à fait valable dans le cas de l'observation d'exoplanètes, et est donc particulièrement intéressante.

Cette paramétrisation semble très performante, néanmoins elle n'assure pas la convexité du critère. C'est à dire qu'un critère fondé sur une paramétrisation de type champ d'étoile présente un nombre très important de minima locaux, en particulier loin de la position effective de la source ponctuelle recherchée. On peut donc par exemple utiliser une telle paramétrisation en ayant déjà une idée précise (à quelques pixels près) de la position des sources dans l'objet, et en choisissant un point de départ proche du minimum global du critère.

2.3.3 Estimation conjointe de l'objet et de la FEP : limite des méthodes myopes ou aveugles

Comme énoncé précédemment, un raisonnement similaire peut être mené sur la réponse de l'instrument lorsque l'on fait une déconvolution myope, ie lorsque l'on cherche o et h . Le critère global s'écrit alors comme une somme de trois termes :

$$\begin{aligned} J_{MAP}(o, h) &= -\ln p(i|o, h) - \ln p(o) - \ln p(h) \\ &= J_i(o, h) + J_o(o) + J_h(h) \end{aligned} \quad (2.46)$$

Il existe de nombreuses occasions où la réponse de l'instrument h est inconnue, ou mal connue (absence de référence, ou référence approximative). La déconvolution (présentée dans la section précédente) appliquée avec une mauvaise réponse h n'apporte que des résultats catastrophiques, il est donc nécessaire de considérer la réponse comme inconnue. Ce second cas de figure, plus complexe, consiste donc à estimer conjointement la réponse de l'instrument et l'objet observé.

Le nombre d'inconnues est alors multiplié par 2, sauf en cas de paramétrisation de la FEP ou de l'objet, et le nombre de mesures (concrètement le nombre de pixels dans l'image acquise) ne suffit plus à conditionner convenablement le problème. Le problème est alors dit « mal posé ». Parmi les techniques d'estimation conjointes de l'objet et de la FEP, on distingue la déconvolution « Aveugle » lorsqu'aucun *a priori* n'est imposé sur la FEP, et la déconvolution « myope » dans le cas avec *a priori*. Plusieurs exemples de déconvolution aveugle [68, 69, 70, 71]) mènent à des résultats peu satisfaisants tant du point de vue de l'objet que du point de vue de la FEP.

L'estimation myope de la FEP [64, 65] consiste à introduire des *a priori* sur la réponse de l'instrument, comme par exemple une DSP typique acquise sur les FEP de référence et rendant compte de la variabilité de cette dernière.

Dans le cas de longues poses turbulentes, la FEP ne s'exprime pas en fonction de la phase dans la pupille mais en fonction de la fonction de structure D_ϕ (Cf section 2.2.3). L'estimation de la FEP se fait alors point-à-point [65]. Dans la mesure où nous allons chercher dans la suite à mesurer un front d'onde aberrant, je ne me focalise pas sur ce cas.

Par contre, dans le cas de l'estimation de la FEP, il est nécessaire de distinguer deux cas. Dans le cas de courtes poses turbulentes, la FEP peut s'exprimer en fonction de la phase dans la pupille et l'estimation de la FEP peut se faire via l'estimation de la phase[64, 53].

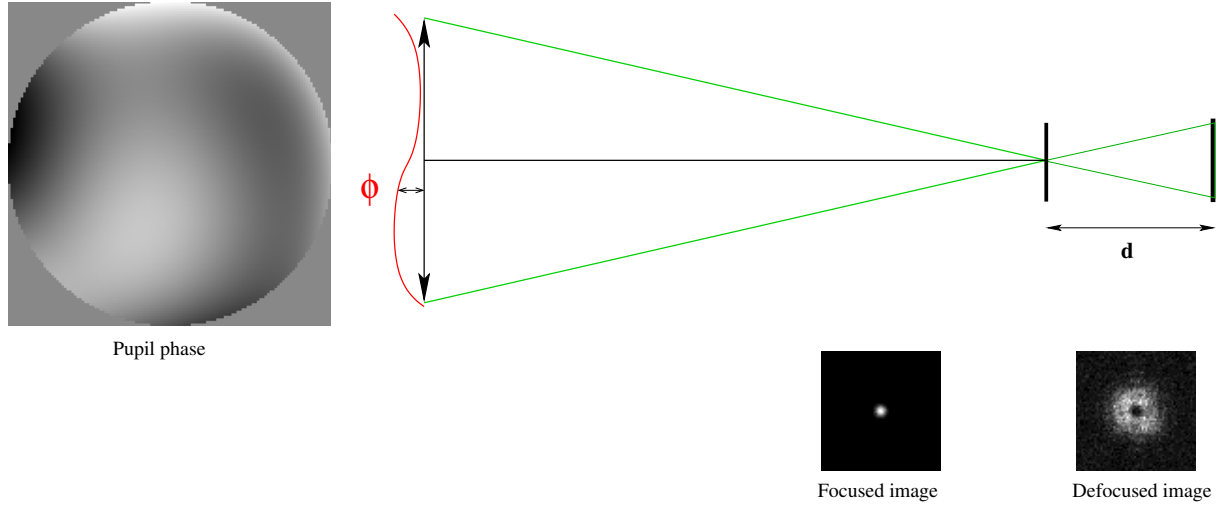


FIG. 2.21 – Schéma de principe de la diversité de phase.

2.3.4 La diversité de phase

2.3.4.1 Principe

La diversité de phase est une technique d'estimation de la phase aberrante à partir d'images plan-focales. Une description détaillée de la diversité de phase peut être trouvée dans l'ouvrage récent de L. Mugnier [72]. Ce type de technique se fonde sur la résolution d'un problème inverse, elles ont été développées tout d'abord dans le cas où l'objet observé est ponctuel. L'image plan-focale est alors directement une version bruitée de la FEP. Elles ont été ensuite adaptées à l'estimation conjointe d'un objet étendu et de la phase aberrante. La difficulté majeure lors de l'estimation de la phase à partir de la répartition d'intensité plan-focale est la non-unicité de la solution. Plus précisément, on peut montrer que cette indétermination porte sur la partie impaire de la décomposition de la phase ϕ . Ce problème d'indétermination a conduit Gonsalves [53] à proposer l'utilisation d'une seconde image lors de l'inversion, de façon à coder l'information sur la phase et lever les indéterminations. La seconde image i_d doit différer de la première i_f d'une phase connue ϕ_d , l'objet o observé restant identique :

$$i_f = h_f \star o + b_f \text{ avec } h_f = \left| \text{TF}^{-1}(P e^{j\phi}) \right|^2 \quad (2.47)$$

$$i_d = h_d \star o + b_d \text{ avec } h_d = \left| \text{TF}^{-1}(P e^{j(\phi+\phi_d)}) \right|^2 \quad (2.48)$$

où b_f et b_d sont les bruits respectifs des images i_f et i_d . Ces bruits peuvent avoir des statistiques différentes, en particulier à cause de la répartition différente d'intensité dans les deux images.

La Figure 2.21 montre le principe de la diversité de phase, où la phase connue ϕ_d est un défocus. Le défocus est en pratique la phase la plus aisée à introduire (et sera d'ailleurs considérée comme la diversité de phase dans toute la suite), par mouvement du détecteur au niveau du plan focal ou par le biais d'un miroir déformable dans le cas d'une boucle d'OA.

La diversité de phase repose sur une relation non linéaire entre les mesures (images) et la phase, et dépend en outre de l'objet. Cette relation rend donc l'inversion difficile mais permet à la diversité de phase d'allier les capacités d'analyse de surface d'onde et de restauration d'image. Sa simplicité de mise en œuvre, et en particulier l'absence de dispositif optique supplémentaire, est un avantage majeur.

Choix d'un estimateur Le problème de la diversité de phase réside essentiellement dans l'inversion permettant de passer des deux images focales à la phase et à l'objet observé.

Selon l'approche Bayésienne [73, 72], il existe plusieurs estimateurs pour l'objet et la phase. On choisit le plus simple, un critère de Maximum A Posteriori conjoint portant sur l'objet o et la phase ϕ à estimer. Le développement de ce critère n'est pas refait ici, son expression complète simplifiée est seulement rappelée :

$$\begin{aligned} J(o, \phi) &= (i_f - h_f \star o)^t R_{b_f}^{-1} (i_f - h_f \star o) + (i_d - h_d \star o)^t R_{b_d}^{-1} (i_d - h_d \star o) \\ &+ \frac{1}{2} (o - o_m)^t R_o^{-1} (o - o_m) + \frac{1}{2} (\phi - \phi_m)^t R_\phi^{-1} (\phi - \phi_m) \end{aligned} \quad (2.49)$$

Les deux premiers termes de ce critère sont les termes d'attaches aux données, correspondant aux deux images focalisées et défocalisées i_f et i_d . Il est à noter que la présence des matrices de covariance du bruit R_{b_f} et R_{b_d} respectivement dans l'image focalisée et défocalisée permettent de prendre en compte une statistique de bruit corrélé. Dans le cadre de nos hypothèses sur le bruit cependant, la matrice de covariance est donc diagonale et comporte sur chaque élément de la diagonale les valeurs de variance du bruit sur chaque pixel.

Les différentes régularisations utilisables et portant sur l'objet ont été discutés dans la section 2.3.2 précédente. Les régularisation portant sur la phase ϕ sont similaires, elles visent à contraindre l'estimation de ϕ et amoindrir ainsi l'effet du bruit.

Exemple d'estimation L'exemple suivant (Figure 2.22) montre la FEP reconstruite d'après la phase estimée par diversité de phase. L'estimation est faite sur deux images focalisée et défocalisée expérimentales. La phase est estimée sur une base tronquée de polynômes de Zernike, le nombre de coefficients estimés est de 15. Pour cette raison, seules les basses fréquences spatiales de la phase sont reconstruites, ce qui équivaut à reconstruire difficilement les structures de la FEP loin de l'axe optique. On note cependant une très bonne correspondance entre la FEP estimée et la FEP vraie.

Une étude plus approfondie de la diversité de phase, notamment en ce qui concerne son optimisation et ses performances, est effectuée dans le chapitre 3.

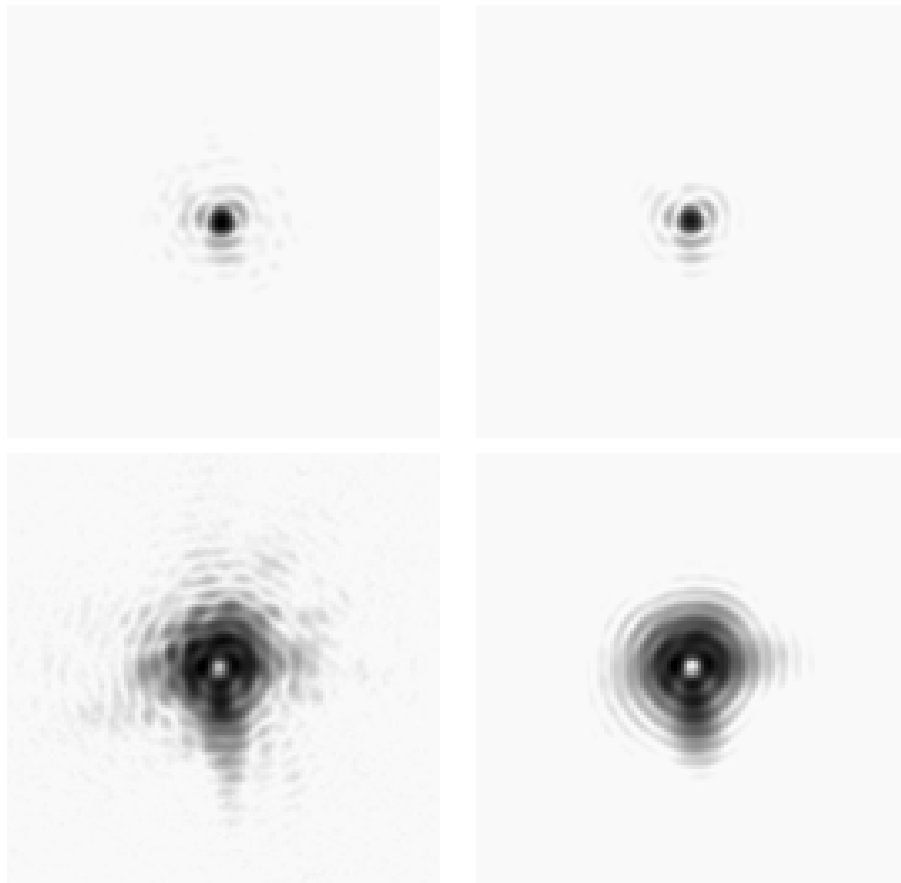


FIG. 2.22 – Exemple de reconstruction de FEP par diversité de phase. Les FEP expérimentales [gauche] sont traitées par diversité de phase pour estimer la phase dans la pupille. Les FEP reconstruites d’après cette phase sont à droite. La phase est décomposée sur la base des Zernike tronquée à Z_{15} , d’où la différence loin de l’axe optique. L’échelle d’affichage est logarithmique et inversée.

2.4 La coronographie

La coronographie est une technique d'observation utilisée depuis Bernard Lyot pour visualiser des voisinages peu lumineux d'objets célestes brillants. Son application à l'observation du soleil en 1939 [74] permet ainsi de dévoiler la splendeur de la couronne solaire sans avoir besoin d'attendre une éclipse. L'utilisation de la coronographie est aujourd'hui étendue à l'étude d'environnement d'autres sources lumineuses comme les étoiles et leurs environnements proches (disques proto-planétaires [?, 75]), également les noyaux actifs de galaxies [76], et évidemment la détection et l'observation directe d'exoplanètes [77].

2.4.1 Principe

Le but de tout coronographe est d'« éteindre » par un moyen instrumental une source brillante au profit de son entourage plus faible.

Depuis les années 30 le coronographe de Lyot a vécu de nombreuses révolutions. Il existe aujourd'hui de nombreux coronographes, soit agissant sur l'amplitude (coronographes occulteurs) comme le Lyot ou agissant sur la phase (coronographes déphaseurs) comme le 4 quadrants. Dans la suite sont présentées rapidement les différents coronographes existants aujourd'hui, je me focaliserai plus précisément sur les coronographes de Lyot, de Lyot apodisés et sur le coronographe à quatre quadrants, tous trois envisagés dans le cadre du projet SPHERE.

2.4.2 Implantation pratique

De façon générale, l'implantation d'un coronographe dans un système optique nécessite de passer par un plan focal intermédiaire. Le schéma de principe de la Figure 2.23 introduit les différents plans optiques d'un tel système. Le premier plan focal noté B contient le masque focal coronagraphique. Le plan de reprise pupillaire est noté C et le dernier plan focal (celui du détecteur) est noté D . Les grandeurs physiques des différents plans (amplitudes de champ Ψ ou pupilles \mathcal{P}) seront indicées en conséquence. Les illustrations de cette partie sont obtenues en considérant un front d'onde statique aberrant de 35 nanomètres ($@1\mu\text{m}$) en amont du coronographe, suivant une loi de puissance spectrale en f^{-2} .

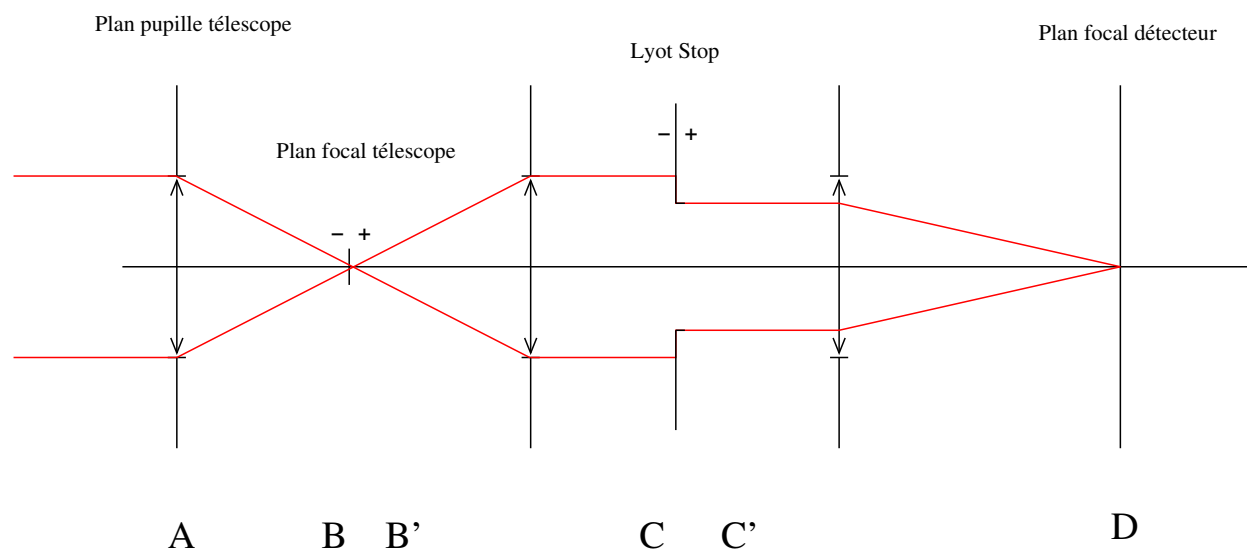


FIG. 2.23 – Schéma de principe d'un montage coronagraphique.

Un coronographe nécessite l'emploi de deux masques. Un premier dans le premier plan focal B , ainsi qu'un second dans le plan de reprise pupillaire C . Tout coronographe est ainsi assimilable à un écran diffractant placé sur le trajet d'un faisceau lumineux. Cependant, les coronographes se divisent en deux grandes

catégories : d'un côté les coronographes occulseurs fonctionnant sur le principe du Lyot (atténuation optique en plan focal), de l'autre les coronographes déphaseurs jouant sur la phase du champ électromagnétique.

Pour les différents coronographes simulés par la suite, les plans A et B (plan pupille d'entrée et premier plan focal, avant le masque coronographique) sont identiques. Une représentation en est donnée sur la Figure 2.4.2. Le plan A montre la pupille circulaire du télescope, alors que le plan B montre la FEP du système aberrant dans le système.

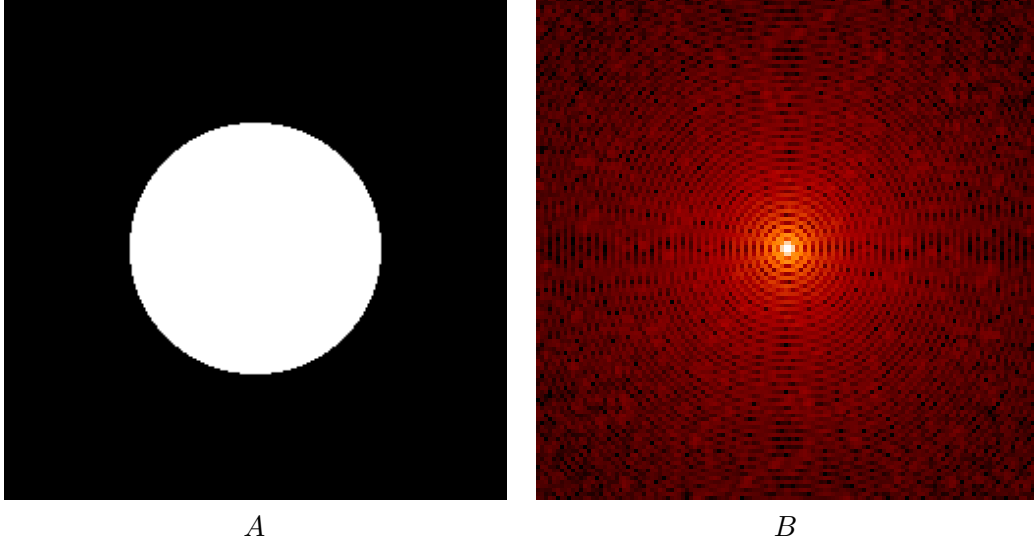


FIG. 2.24 – Plan pupille A d'entrée et premier plan focal B à $1\mu m$. La répartition d'intensité dans ces deux plan est commune pour les différents coronographes simulés par la suite.

2.4.3 Différents types de coronographes

Je détaille dans cette partie différents types de coronographes. Tout d'abord je m'intéresse à la notion de coronographe parfait, qui sera utilisé comme modèle de coronographe dans le chapitre 5. Ensuite je m'intéresse à quelques-unes des solutions techniques existantes parmi les coronographes occulseurs et les coronographe à masque de phase.

2.4.3.1 Notion de coronographe parfait

Avant de s'intéresser à la mise en œuvre pratique, il est bon de considérer un cas idéal de coronographe. Ce dernier, appelé dans la suite coronographe parfait, effectue au niveau du plan focal la soustraction des effets diffractifs du télescope (cf Figure 2.25). Cette soustraction en plan focal peut être vue comme une soustraction d'une pupille remise à l'échelle dans un plan pupille. L'équation donnant le champ électromagnétique en sortie du coronographe parfait est donc relativement simple :

$$h_c = \left| \text{TF}^{-1} \left(\mathcal{P} e^{j\phi(\mathbf{r})} - \sqrt{E_c} \mathcal{P} \right) \right|^2 \quad (2.50)$$

$$E_c = e^{-(\sigma_\phi^2 + \sigma_A^2)} \quad (2.51)$$

$$\sigma_X^2 = \left(\frac{1}{S} \iint_{\mathcal{P}} X^2(\mathbf{r}) d\mathbf{r} - \left(\frac{1}{S} \iint_{\mathcal{P}} X(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \right)^2 \right) \quad (2.52)$$

avec h_c l'image d'un point sur l'axe, $\mathcal{P}e^{j\phi(\mathbf{r})}$ le champ incident, et E_c l'énergie cohérente donnée par les aberrations optiques en amont du coronographe. L'image d'un point sur l'axe ne peut être considérée comme une FEP, puisque cette réponse ne satisfait pas à l'invariance par translation. Nous verrons dans la suite (5) que le coefficient $\sqrt{E_c}$ est légèrement à nuancer. Il est à noter que dans le cas d'un instrument parfait, donc si aucune aberration n'est présente en aval du coronographe, et si $\sqrt{E_c} = 1$, le coronographe parfait soustrait l'intégralité de la lumière incidente. Par contre si $\sqrt{E_c} < 1$, il reste les effets incohérents dus aux aberrations résiduelles (en phase comme en amplitude) présents dans l'instruments.

La Figure 2.25 montre la répartition d'intensité dans les plans B' après le masque focal, C et C' les plans pupillaires de reprise avant et après le masque de Lyot, et D le plan focal du détecteur. C'est à dire que nous y visualisons tour à tour $|\Psi_{B'}|^2$, $|\Psi_C|^2$, $|\Psi_{C'}|^2$ et $|\Psi_D|^2$. Le plan B' montre les résidus d'intensité après soustraction de l'amplitude d'Airy par le coronographe parfait. On y distingue donc essentiellement la structure de Speckle causée par les aberrations. En théorie, le coronographe parfait rejette la lumière en dehors du masque pupillaire dans le plan C . Il n'est donc pas nécessaire d'utiliser un masque de Lyot de diamètre inférieur à celui de la pupille d'entrée. Cependant dans un soucis de comparaison, un masque de Lyot de diamètre $0,65D$ a été utilisé dans le plan C' . La FEP dans le plan du détecteur D montre donc des résidus de Speckle semblables à ceux du plan B mais de diamètre supérieur. Il est à noter la structure centro-symétriques des grains de Speckle. Cette propriété est connue[78, 79] dans le cas de faibles aberrations.

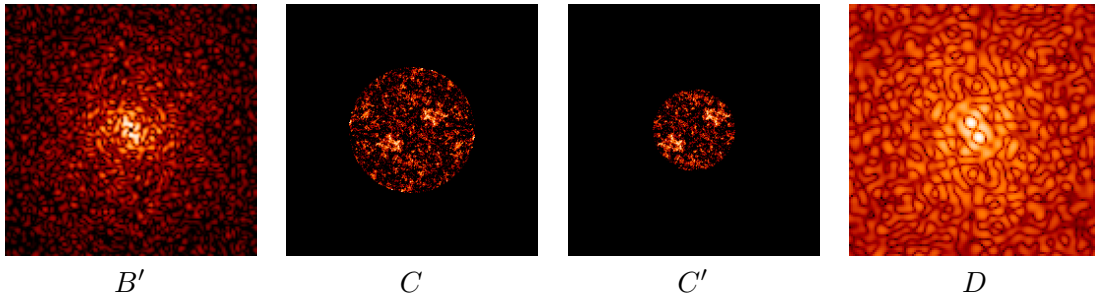


FIG. 2.25 – Dans le cas d'un coronographe parfait, répartition d'intensité dans les différents plans B' , C (C avant et C' après application de la pupille de Lyot), D . La dynamique est adaptée dans chaque image, et l'échelle logarithmique.

2.4.3.2 Coronographes occulteurs

Le coronographe de Lyot Le coronographe de Lyot se base sur une double atténuation. La première est une atténuation dans le plan focal B , par une pastille opaque de taille quelques λ/D ($4\lambda/D$ dans le cas de la figure 2.26). Mais les lois de la diffraction sont immuables et la présence de la pastille dans le plan focal agit comme un écran diffractant et redistribue la lumière sous forme d'un anneau brillant en marge de la pupille de sortie de l'instrument (plan C). Cet anneau contient l'information sur les résidus des anneaux de la tache d'Airy, qui n'ont pas été cachés par le masque focal de Lyot. Bernard Lyot a compris et intégré ce phénomène, et proposé dès 1920 un système optique coronographique basé sur une double atténuation : en plan focal B (donnant la répartition d'intensité visible en B') mais également en plan pupille C (donnant la répartition visible en C'), où un diaphragme appelé *Lyot Stop* atténue l'effet de la diffraction par le masque plan-focal. Il est à noter que dans le cas des Figures 2.25 et 2.26, les aberrations introduites en amont du coronographe sont les mêmes.

Cependant la diffraction impliquée par la présence du masque plan-focal dans le plan B' se répartit partout dans le plan C , et est particulièrement visible au centre de la pupille, sous la forme d'un rebond lumineux. Le masque de Lyot ne peut pas cacher ce résidu diffractif, ce qui implique la présence dans le plan D d'un anneau lumineux central. Cependant la répartition d'intensité dans le plan focal D pour ces deux coronographes montre de fortes similitudes, en particulier pour les points éloignés de l'axe.

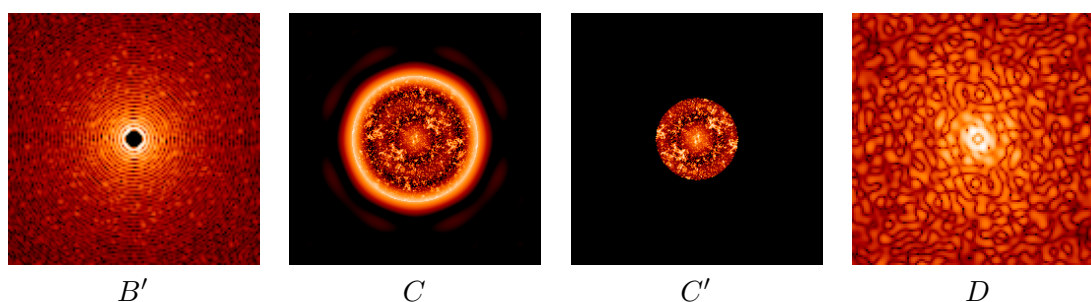


FIG. 2.26 – Dans le cas d'un coronographe de Lyot, répartition d'intensité dans les différents plans B' , C (C avant et C' après application de la pupille de Lyot), D . La dynamique est adaptée dans chaque image, et l'échelle logarithmique.

Il s'ensuit un compromis important pour ce type de coronographe occulteur : la taille du masque plan-focal influe inversement sur la taille caractéristique de l'anneau brillant créé en plan-pupille. Comme illustré sur la figure 2.27, un masque plan-focal grand (par rapport à la diffraction λ/D) crée en plan pupille un motif de diffraction de petite taille et aisément supprimable par un diaphragme légèrement plus petit que la pupille. La résolution finale de l'instrument est alors quasiment conservée, au détriment de la zone du champ proche de l'axe optique qui se retrouve cachée par le masque plan-focal.

A l'inverse, un masque plan-focal de petite taille crée en plan pupille un motif de grande taille, le Lyot Stop devra alors avoir une taille bien plus petite que celle de la pupille pour supprimer l'effet de diffraction. Il s'ensuit une perte importante sur la résolution de l'instrument, tout en gardant le champ proche de l'axe optique.

Dans l'exemple de la Figure 2.27, il est à noter la présence d'énergie diffractée au centre de la pupille par les rebonds de la tache de diffraction. Cette énergie ne peut être bloquée par le masque pupillaire, et sera par conséquent gênante dans le plan focal, et nuit à la détection.

Lyot apodisé APLC Le principe de l'apodisation de pupille consiste à modifier la transmission de la pupille d'entrée du système pour en éliminer les bords francs [80]. Lorsque la transmission présente une forme adoucie, les rebonds caractéristiques des bords francs de la pupille monolithique disparaissent.

Une transmittance en forme de gaussienne présente une tache de diffraction en forme de gaussienne également. Dans cette tache, l'énergie est plus concentrée que dans le cas d'une tache d'Airy et ne présente plus de rebonds. Le masque focal du coronographe est alors plus efficace, bien que la transmission totale de l'instrument présente alors plus de pertes, une partie du flux pupillaire étant absorbée par le masque apodisé.

L'optimisation est alors complexe, puisque trois éléments sont à optimiser : la pupille d'entrée, le masque focal, et le lyot stop. Un compromis est proposé par ([81]) avec une forme d'apodisation basée sur les fonctions prolates.

2.4.3.3 Coronographes déphaseurs

masque de phase circulaire (Roddiier) Le coronographe à masque de phase circulaire (DPMC, Disc Phase Mask Coronagraph [82]) utilise un masque plan-focal circulaire déphasant de π la zone centrale par rapport à la zone marginale. Le schéma est similaire à celui du Lyot, mis à part le fait que le masque de phase est plus petit que le masque en amplitude (de l'ordre de λ/D pour le DPMC au lieu de quelques λ/D pour le Lyot). C'est d'ailleurs la principale motivation de ce coronographe, prévu pour explorer l'environnement proche des étoiles, caché par le masque trop large du coronographe de Lyot. La largeur de la zone centrale est calculée de façon à ce que la partie de l'onde déphasée interfère destructivement avec la fraction de l'onde incidente non déphasée. Pour éviter les masques trop larges cependant, la largeur de cette zone est choisie de façon à ce qu'elle englobe 50% de l'énergie de la tache d'Airy (soit une largeur de $1,06\lambda/D$), et

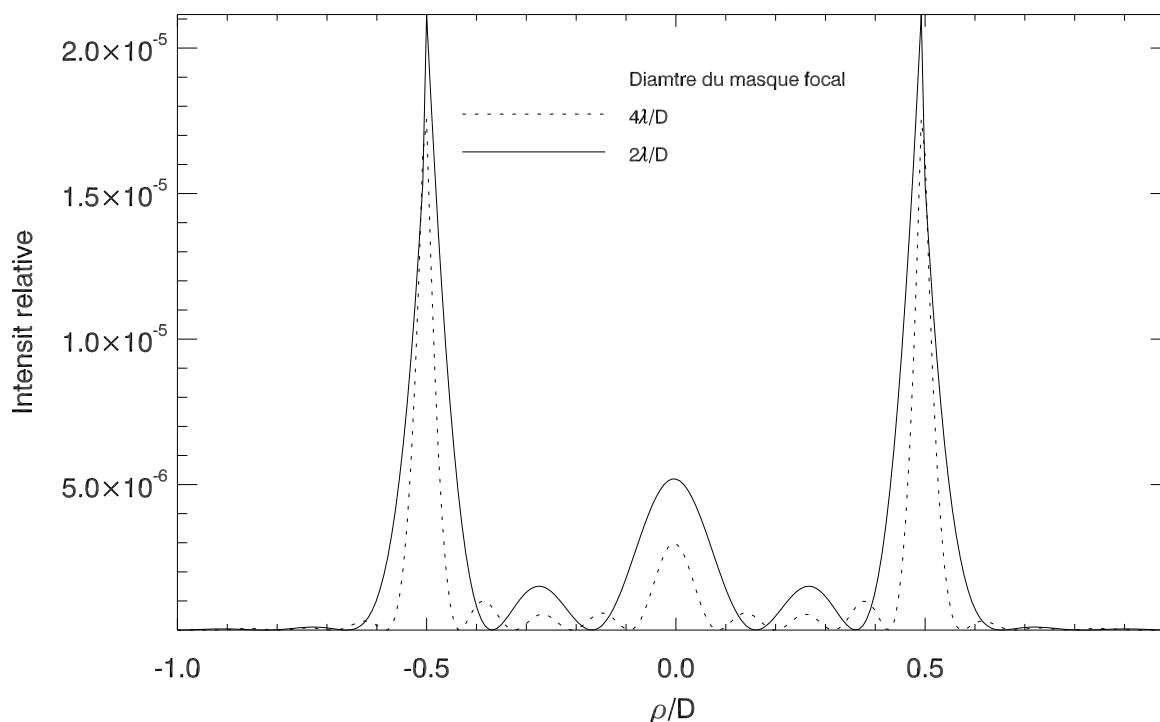


FIG. 2.27 – Influence de la taille du masque focal de Lyot sur la largeur de l’anneau diffracté en plan pupille.

la zone extérieure du masque est constituée d’une densité permettant d’égaliser les flux, assurant ainsi une interférence destructrice.

La principale limitation de ce masque de phase est sa double sensibilité au chromatisme. En effet d’une part la largeur de la zone centrale, déphasant de π l’onde incidente, est optimisée pour une longueur d’onde donnée. Pour une longueur d’onde λ , la largeur optimale est de $1,06\lambda/D$ et ne sera plus optimisée à une autre longueur d’onde. De plus, la valeur du déphasage dépend directement de la longueur d’onde considérée.

De plus, comme tout coronographe, le DPMC est fortement limité par la précision requise du centrage de l’étoile sur le masque. Le moindre décentrage a pour conséquence un déséquilibre des flux sortant du coronographe et une perte d’atténuation par interférence.

coronographe interférentiel achromatique Le coronographe interférentiel achromatique [83] recombine deux faisceaux issus de la pupille d’entrée, l’un des deux ayant subi un passage par un plan focal (soit un déphasage de π et donc un retournement spatial de 180°). L’interférence des deux faisceaux supprime donc le signal issu de l’étoile au profit de son entourage.

L’une des limitations de ce coronographe est cependant le fait que le signal issu du compagnon apparaît deux fois dans le plan focal (ceci est dû au retournement du front d’onde) à deux positions diamétralement opposées.

Le lecteur intéressé trouvera de plus amples détails concernant le principe du CIA, ses tests en laboratoire et les performances sur le ciel dans [83, 84, 85].

4QPM Le principe du coronographe à quatre quadrants (FQPM,[?]) est le même que le masque circulaire de Roddier présenté précédemment : c’est un masque interférométrique en plan focal. La géométrie du masque plan-focal diffère cependant et celui-ci se divise en quatre quadrants, deux d’entre eux dispo-

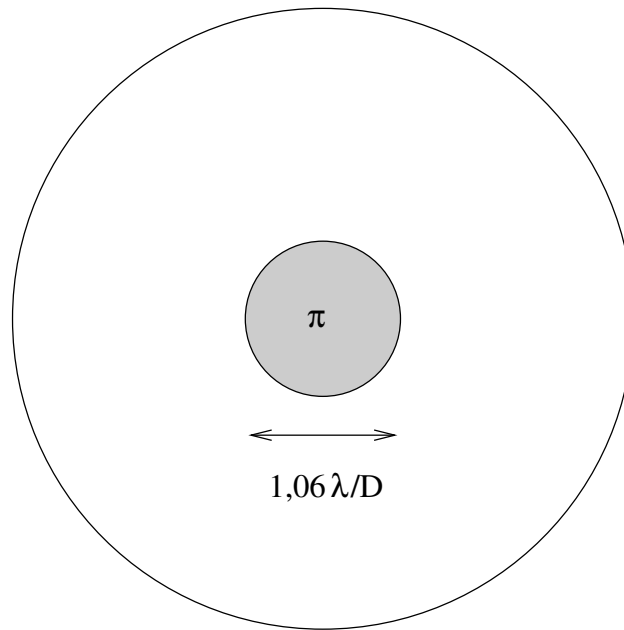


FIG. 2.28 – Coronographe à masque de phase proposé par Roddier et al.[82]. Le masque focal est constitué d'une zone déphasant de π l'onde incidente.

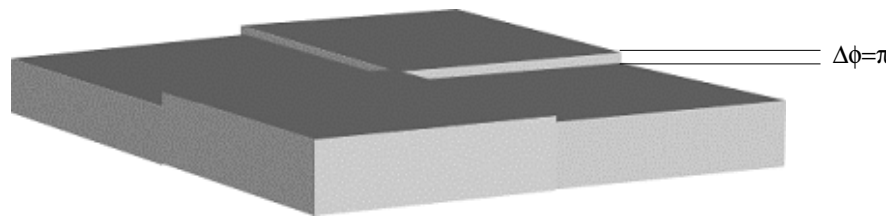


FIG. 2.29 – Forme du masque de phase à quatre quadrants. Deux quadrants opposés déphasent de π l'onde incidente.

sés en diagonale déphasent l'onde incidente de π par rapport aux deux autres. Cette géométrie permet de se soustraire à l'une des limitations chromatiques du masque de Roddier : selon ce procédé, l'interférence destructrice est obtenue pour toutes les longueurs d'onde. Il reste cependant une limitation due au fait que la différence de marche entre les quadrants est valable pour une longueur d'onde donnée. L'utilisation de matériaux biréfringents, présentant des indices différents (et donc des parcours optiques différents) selon la polarisation incidente permet de rendre le 4QPM achromatique, ou tout au moins peu sensible au chromatisme sur large bande[86].

Comme pour tous les coronographes, le 4 quadrants nécessite l'emploi en plan pupille d'un Lyot stop afin d'atténuer les résidus lumineux résultant du masque interférentiel plan-focal. Les résidus sont cependant essentiellement rejetés à l'extérieur de la pupille (comme illustré en Figure 2.30) dans le cas idéal.

Le 4 quadrants, utilisé parfaitement centré sur l'axe optique, présente théoriquement une réjection infinie ([87]). Cependant, les défauts de centrage inhérents à tout instrument d'observation constituent une limitation de ce coronographe. De plus amples détails sur le principe du FQPM, sur les tests en laboratoire et les résultats sur le ciel peuvent être trouvés dans [?, 88, 89, 90].

La Figure 2.30 montre une simulation de la répartition d'intensité dans les différents plans B' , C , C' et D . Le coronographe 4Q fait interférer destructivement la partie cohérente du champ traversant le masque de phase, c'est à dire la portion de lumière qui constitue la réponse d'Airy. En théorie donc, le résultat du 4Q

est très semblable à celui du coronographe parfait. Le masque focal est un masque de phase, transparent et donc sans influence sur l'intensité lumineuse, mis à part les défauts de transparence non simulés ici. Après traversée du masque (plan B'), l'intensité lumineuse est donc strictement égale à l'intensité en amont du masque. L'effet du masque 4Q dans le plan pupille C est de diffracter l'intensité lumineuse en dehors de la pupille. Là encore, et dans le cas d'un 4Q idéal et sans imperfections de réalisation, il n'est pas nécessaire d'introduire un Lyot stop de diamètre inférieur à la pupille. Pour faciliter la comparaison, un masque de $0,65D$ est appliqué tout de même. L'intensité lumineuse dans le plan D montre de fortes similitudes avec celle obtenue dans le cas d'un coronographe parfait, même proche de l'axe optique. La forme en croix du coronographe 4Q est cependant visible très proche de l'axe, où les résidus centraux montrent une faible structure cruciforme.

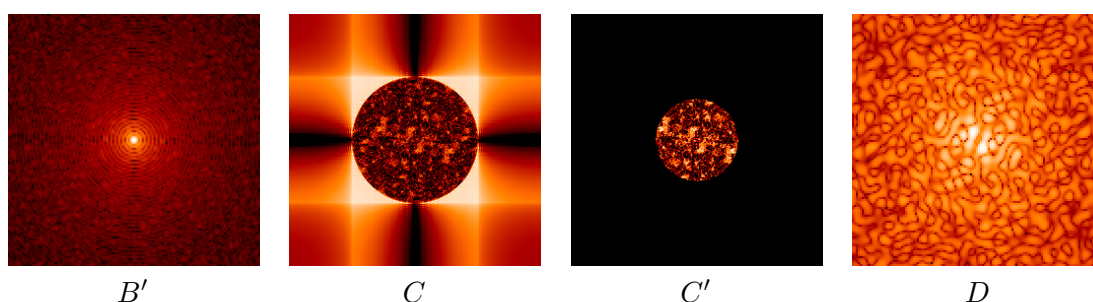


FIG. 2.30 – Dans le cas d'un coronographe de phase à 4 quadrants, répartition d'intensité dans les différents plans B' , C (C avant et C' après application de la pupille de Lyot), D . La dynamique est adaptée dans chaque image, et l'échelle logarithmique.

2.4.4 Formation d'une image coronographique

Quel que soit le coronographe utilisé, celui-ci introduit une transmission en plan focal qui n'est pas constante dans le champ. L'image d'un objet complexe ne peut donc pas se mettre sous la forme d'une convolution, car celle-ci implique une invariance par translation de la réponse de l'instrument. La formation d'image en présence d'un coronographe fait donc appel à un formalisme plus complexe et à une FEP variant dans le champ.

L'équation de convolution adaptée à la formation d'image coronographique (en opposition à la formation d'image classique) se met sous la forme d'une équation de Fredholm de première espèce :

$$i(\alpha') = \int h(\alpha, \alpha') o(\alpha) d\alpha \quad (2.53)$$

où $h(\alpha, \alpha')$ est la FEP de l'instrument dans la direction α' , α étant la variable d'intégration du champ. Ce genre de formalisme est repris dans [91] sous la forme d'un produit matriciel $B(\alpha) = UA(\alpha)$ où U est une matrice $N \times N$ avec N le nombre de pixels dans l'image, $B(\alpha)$ représente l'image obtenue et $A(\alpha)$ est l'objet observé. Un formalisme continu est utilisé dans [92] où la FEP est vue comme un tenseur à quatre dimensions.

Pour pouvoir modéliser la formation d'images coronographiques, il est donc nécessaire de connaître la FEP pour chaque point du champ. Nous verrons qu'on peut toutefois en première approximation considérer deux régimes pour la réponse du coronographe dans le champ, comme décrit dans le chapitre 5.

2.4.5 Les limitations du coronographe

Le rôle du coronographe est de soustraire en plan focal la réponse de l'instrument parfait : une tache d'Airy. La FEP de l'instrument est cependant déformée par les aberrations optiques. Au niveau du coronographe (plan B), la FEP soustraite par le coronographe diffère donc de la FEP instrumentale essentiellement

à cause de ces aberrations en amont du coronographe. La répartition de lumière résiduelle dans le plan focal de l'instrument (plan D) est donc essentiellement le fruit des aberrations en amont du masque focal. La Figure 2.31 montre la lumière résiduelle dans le plan D dans le cas d'un coronographe parfait. L'impact des aberrations amont est donc directement visible, et du premier ordre. Le résultat est similaire avec un coronographe 4 quadrants ou un coronographe de Lyot.

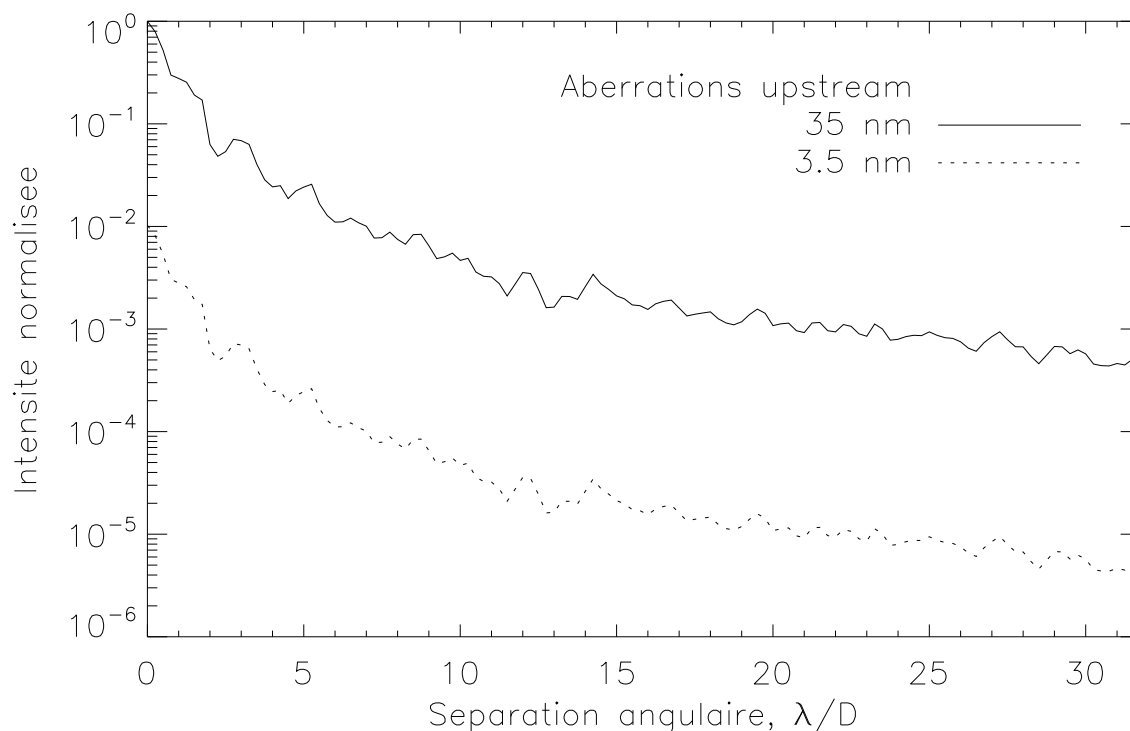


FIG. 2.31 – Effet des aberrations en amont (upstream) du coronographe parfait sur la répartition d'intensité dans le plan focal de l'instrument (plan D).

En sortie du masque coronographique, la lumière résiduelle est essentiellement due aux aberrations amont. La propagation de la lumière dans le reste de l'instrument optique peut donc être vue de la façon approchée suivante : chaque grain de speckle résiduel va « voir » les aberrations situées en aval du coronographe. L'impact des aberrations aval porte donc sur la forme de chaque grain de speckle, et pour de faibles aberrations cette modification peut être vue comme du second ordre par rapport à l'impact des aberrations en amont. La Figure 2.32 montre clairement le faible impact des aberrations en aval, pour des valeurs de WFE variant de 0 nm à 100 nm. Il est donc clair que lors de la conception de l'instrument (incluant le montage coronographique), un soin particulier doit être apporté à la calibration des aberrations en amont du plan B du masque focal.

Du point de vue de la modélisation du coronographe, les travaux récents[78, 93] portent essentiellement sur une modélisation fine de la réponse coronographique (ie l'image d'une étoile centrée sur l'axe) dans le cas d'une phase ϕ donnée, statique. Les travaux portant sur la modélisation de la réponse longue pose du coronographe sont inexistantes. Or dans le cas de l'imagerie directe d'exoplanètes, objets faiblement brillant par nature, les images acquises seront obligatoirement des longues poses. Les méthodologies de traitement d'image adaptées à ce cas de figure se devront de pouvoir traiter des images longue poses. Nous allons donc dans le chapitre 5 nous atteler à dériver un modèle analytique de la réponse longue pose du coronographe parfait.

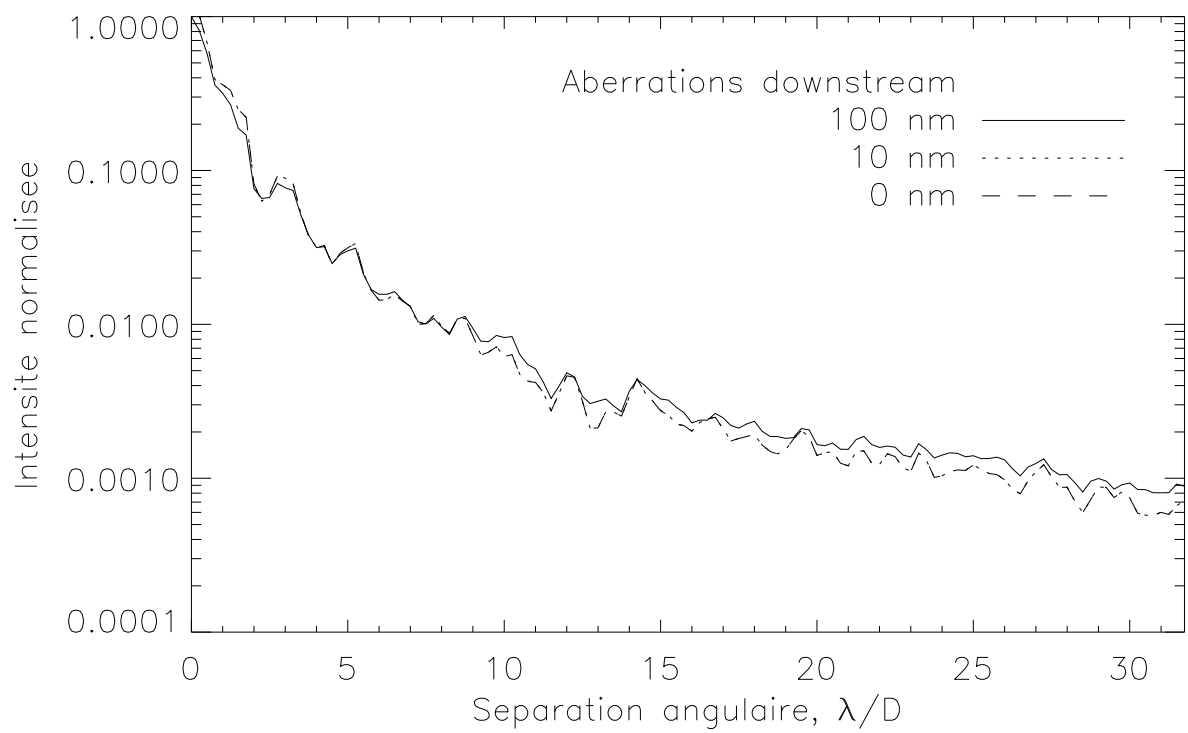


FIG. 2.32 – Effet des aberrations en aval (downstream) du coronographe parfait sur la répartition d'intensité dans le plan focal de l'instrument (plan D).

2.5 L'imagerie différentielle

Malgré les prouesses technologiques assurant des qualités optiques toujours meilleures, la détection d'exoplanètes depuis le sol reste limitée par les résidus de Speckle causés par les aberrations statiques ou quasi-statiques des systèmes optiques utilisés [94]. Ces résidus de Speckle ne sont pas de la lumière cohérente, et ne sont par conséquent pas atténués par le coronographe. Un moyen, pour se débarrasser au moins en partie de ces résidus de Speckle, est d'utiliser une technique d'imagerie différentielle. Cette technique est souvent associée à l'imagerie différentielle spectrale (IDS), mais l'imagerie différentielle est plus vaste. Elle consiste à calibrer les résidus de Speckle en soustrayant deux (ou plusieurs) images, obtenues en faisant varier un paramètre d'observation. Pour que cette technique profite à la détection d'un compagnon, il est nécessaire que les différentes images présentent les mêmes résidus (à une loi d'évolution connue près si besoin est, comme une dilatation spatiale ou une rotation). Mais elles doivent présenter également une diversité quant au compagnon, celui-ci doit donc présenter un signal différent dans les différentes images.

L'évolution du paramètre d'observation doit permettre de différencier la contribution de l'étoile centrale de celle du compagnon. Ce paramètre peut être la longueur d'onde (Imagerie Différentielle Spectrale IDS) ou la rotation de champ (Imagerie différentielle Angulaire IDA) ou encore la polarisation de la lumière réfléchiée par le compagnon (Imagerie à Différentiel de Polarisation IDP). Il est également envisageable (et même profitable) de combiner différentes techniques différentielles, comme par exemple l'IDS et l'IDA. Je m'intéresserai dans la suite aux deux premiers types de différentiel, c'est à dire spectral et angulaire. Les techniques proposées peuvent bien sûr s'étendre au cas polarimétrique sans restriction.

2.5.1 Imagerie différentielle spectrale

L'imagerie différentielle spectrale a été proposée à l'origine par Hayden Smith[95] afin d'améliorer la détection de planètes extrasolaires. Elle a été développée ensuite [94, 79] dans le cadre de la recherche de naine brunes, par l'instrument TRIDENT[96]. Cet instrument a la particularité d'acquérir trois images simultanément autour de la longueur d'onde de la raie du méthane $1,6\mu m$. La diversité de longueur d'onde influe sur le signal de l'étoile de deux façons : tout d'abord le flux de l'étoile est acquis à des longueurs d'onde différentes, et en toute exactitude le spectre de l'étoile est chromatique. La proximité des longueurs d'ondes, ainsi que les propriétés de corps noir de l'étoile, permettent de s'affranchir en bonne approximation de cette différence. Mais en parallèle, le changement de la longueur d'onde d'observation modifie la phase aberrante (dépendance en $1/\lambda$) et modifie donc la structure même des résidus que l'on cherche à éliminer par imagerie différentielle. Dans le cas de faible phase, ce changement de structure est (au premier ordre) une dilatation spatiale de la répartition d'intensité dans le plan focal.

Le signal issu de la planète est issu de la superposition de deux émissions de corps noir. Une première émission située à la température de l'étoile correspondant à la lumière réfléchiée par la planète, et une seconde émission située à une température inférieure (donc à une longueur d'onde supérieure) correspondant à la température de rayonnement de la planète. Le spectre de la planète est cependant entaché de nombreuses signatures spectrales significatives (cf Figure 2.33) dues à l'atmosphère du compagnon. Cette atmosphère est connue pour avoir une composition chimique plus complexe que celle de l'étoile, elle présente de nombreuses raies d'absorption. En particulier, dans le cas d'une planète géante gazeuse telle qu'un jupiter chaud, la raie d'absorption du méthane autour de $1,6\mu m$ est très marquée (contraste en émission pouvant aller jusqu'à 3 entre l'intérieur et l'extérieur de la raie).

2.5.1.1 Implémentation pratique du différentiel spectral

remise à l'échelle spatiale La phase dépend de l'inverse de la longueur d'onde. Les images acquises à différentes longueurs d'onde proches présentent donc des différences de structures inhérentes à cette dépendance. Cependant pour des longueurs d'onde proches, il est possible de considérer que ces différences de

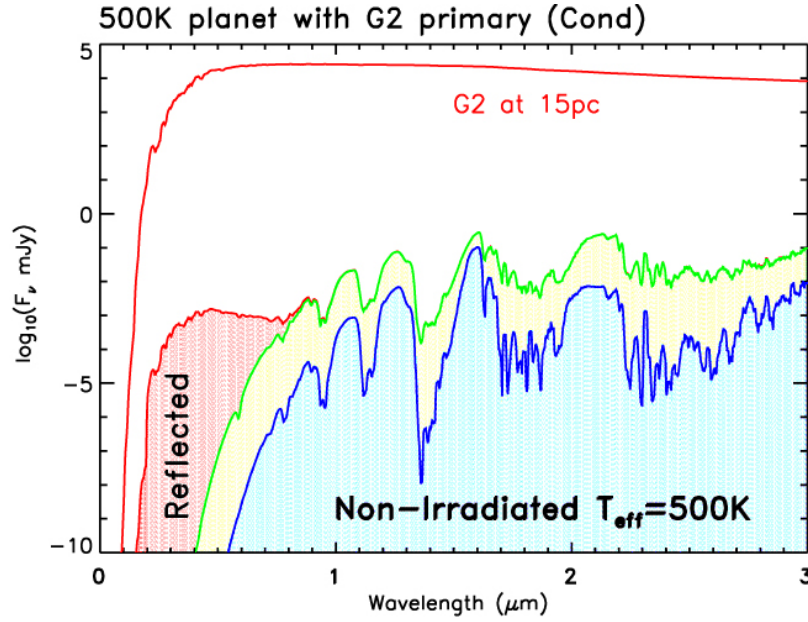


FIG. 2.33 – Spectre d'une planète à $500K$ et d'une étoile $G2$. Le spectre de la planète est donné pour deux positions orbitales, à $\simeq 1AU$ [vert] et à quelques AUs [bleu], où la planète présente uniquement son émission propre dans d'infrarouge.

structure sont dues à une dilatation spatiale proportionnelle au rapport des longueurs d'onde. Le passage d'une image à l'autre est alors connu analytiquement,

$$i_{\lambda_2}(\alpha) = i_{\lambda_1}\left(\alpha \frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right) \quad (2.54)$$

et une remise à l'échelle spatiale fine (dans le cas de SPHERE, les deux longueurs d'onde sont proches) permet de recalibrer la structure des Speckle. La remise à l'échelle spatiale fine peut être astucieusement effectuée dans le domaine de Fourier. Pour cela, il suffit d'étendre ou de diminuer le support fréquentiel des tableaux sur lesquels sont calculés les transformées de Fourier des images. Une puissance nulle est administrée aux fréquences rajoutées artificiellement, ce qui a pour effet de ne pas introduire d'information supplémentaire dans l'espace réel.

Dans les travaux présentés dans le cadre de l'imagerie différentielle spectrale (chapitre 4), la remise à l'échelle spatiale est supposée parfaitement effectuée. En effet le principe de la méthode d'inversion mise en œuvre dans ce chapitre porte plutôt sur l'estimation de FEP que sur la remise à l'échelle spatiale. Les images simulées à différentes longueurs d'onde seront donc simulées directement au même échantillonnage.

Simple différence Les images multi-spectrales peuvent être combinées de diverses façons ([79, 97]) afin de soustraire les Speckle résiduels. Dans le cas simple de deux longueurs d'onde λ_1 et λ_2 , une première approche consiste en la différence simple (SD) de deux images i_{λ_1} et i_{λ_2} à deux longueurs d'onde λ_1 et λ_2 . La remise à l'échelle en longueur d'onde est supposée là encore parfaitement effectuée. La soustraction des images permet de calibrer les aberrations communes aux deux images :

$$SD = i_{\lambda_1} - i_{\lambda_2}. \quad (2.55)$$

La simple différence est fortement limitée par les aberrations optiques différentielles entre les deux images i_{λ_1} et i_{λ_2} . En effet, ces deux images sont obtenues simultanément pour s'assurer que les paramètres

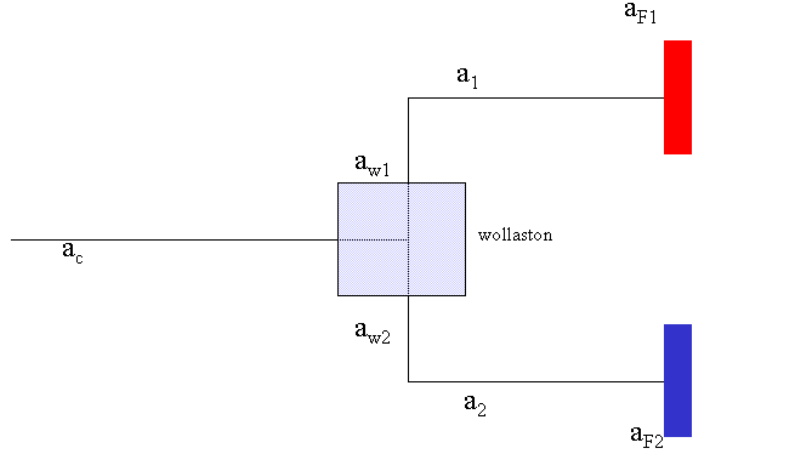


FIG. 2.34 – Schéma optique de l'imagerie différentielle spectrale, acquisition de deux images spectrales simultanément. Les aberrations optiques inhérentes à chacune des voies sont indiquées, a_c sont les aberrations communes, a_1 et a_2 sont les aberrations de chaque voie, a_{F1} et a_{F2} les aberrations de chaque filtre.

de la turbulence sont identiques dans les deux images. Cependant, l'acquisition simultanée oblige d'utiliser deux chemins optiques différents et ceux-ci présentent chacun des aberrations optiques différentes.

De plus même dans un cas parfait (id est sans aberrations), l'atténuation $\Delta N/N$ du bruit de structure de la FEP n'est pas infinie. Cette atténuation est définie comme le rapport du bruit de structure de la différence d'image sur celui de la fonction d'étalement. Dans le cas de la simple différence, la valeur absolue de cette atténuation s'écrit comme ([?]) :

$$\left| \frac{\Delta N}{N} \right| \propto \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_2} \quad (2.56)$$

L'atténuation du bruit de structure est donc proportionnelle à l'écart entre les deux longueurs d'onde d'observation. Il apparaît alors nécessaire de choisir l'intervalle le plus faible possible, afin de s'assurer une parfaite ressemblance dans la structure aberrante des deux FEP. Cependant cette condition ne va pas de paire avec une diversité significative dans le signal du compagnon.

Double différence La double différence (DD) utilise quant à elle deux images de référence supplémentaires i_{ref, λ_1} et i_{ref, λ_2} . Ces deux images sont obtenues sur des étoiles de références. La DD consiste à effectuer la soustraction de deux simple différences, une première sur les images scientifiques i_{λ_1} et i_{λ_2} , et une seconde sur les images de référence :

$$DD = (i_{\lambda_1} - i_{\lambda_2}) - (i_{ref, \lambda_1} - i_{ref, \lambda_2}) \quad (2.57)$$

La DD s'exprime alors simplement en fonction de la simple différence présentée précédemment :

$$DD = SD - (i_{ref, \lambda_1} - i_{ref, \lambda_2}) \quad (2.58)$$

La DD permet donc de calibrer non seulement les aberrations statiques communes (cette calibration est assurée par la SD), mais également les aberrations statiques différentielles dues aux trajets optiques

différents. En effet les Speckle résiduels dus aux aberrations différentielles présents dans le premier terme de la DD sont identiques aux Speckles résiduels dans le second terme.

La double différence permet de supprimer le biais des aberrations différentielles en calibrant l'effet de ces aberrations dans le plan focal. Elle est donc plus performante que la SD.

La DD présente cependant deux limitations : tout d'abord elle impose d'acquérir les images de références avec le même système optique que les images scientifiques. L'acquisition est donc *a fortiori* différée, et est limitée par l'évolution des aberrations différentielles entre l'instant d'acquisition des images scientifiques et l'instant d'acquisition des images de référence. La DD impose donc des contraintes sur la stabilité du système. De plus, la DD met en jeu 4 images au lieu de 2, le bruit dans l'image finale est donc amplifié d'un facteur $\sqrt{2}$.

L'imagerie différentielle spectrale reste limitée par les effets du chromatisme. Les deux longueurs d'onde doivent être choisies suffisamment distantes pour introduire une diversité suffisante sur l'objet observé, mais cependant doivent rester proches pour éviter toute décorrélation des grains de speckle. En effet si les longueurs d'onde sont trop distantes, la remise à l'échelle par une simple dilatation spatiale n'est plus valable. Nous allons dans le chapitre 4 proposer une utilisation différente des images multi-spectrales.

2.5.2 Imagerie différentielle angulaire

Dans le cas de l'IDA, la détection tire parti de la rotation de champ. En effet pour un instrument à pupille stabilisée comme SPHERE, le champ de vue de l'instrument tourne au cours de l'acquisition. La vitesse de rotation du champ dépend de la position de l'observatoire et de la source dans le ciel, ainsi que du moment dans la nuit où l'image est acquise. La Figure 2.35 montre cette vitesse de rotation pour différentes déclinaisons de source, et pour une latitude d'observation correspondant à celle de Paranal. La vitesse de rotation de champ est plus grande pour une source proche du zénith, et elle est la plus grande lorsque la source passe au méridien du lieu considéré ; elle peut alors prendre de grandes valeurs (5 tours par jour pour une source située à 6° du zénith).

L'utilisation du différentiel angulaire a été proposée à l'origine par A. Labeyrie [98] pour calibrer les aberrations statiques du Hubble Space Telescope. La technique a été récemment développée par Cristian Marois [99, 79], c'est une technique de calibration de FEP. Elle consiste à faire l'acquisition d'une série temporelle d'images du système étoile-compagnon, pendant un temps suffisant pour permettre au champ de tourner de façon significative.

Il est alors possible d'estimer la FEP dans le jeu d'images ainsi formées. Par exemple par extraction de la valeur médiane. On soustrait alors à chaque image la FEP estimée, afin d'avoir uniquement le compagnon dans chaque image, à des positions angulaires différentes. Les images résultantes sont alors « pivotées » de façon à amener le compagnon à la même position dans chaque image, et additionnées.

2.6 SPHERE

SPHERE (pour Spectro-Polarimetric High-contrast Exoplanet REsearch) est un instrument de seconde génération pour le VLT [18]. Son but premier est la détection et la caractérisation d'objets faibles (idéalement de nouvelles planètes géantes extrasolaires) en orbite autour d'étoiles proches. Le défi repose sur l'observation de scènes extrêmement contrastées puisque l'étoile et son compagnon éventuel peuvent différer de plus de 15 magnitudes (rapport de flux supérieur à 10^6), et ce à des séparations angulaires inférieures au *seeing*. L'instrument a donc été développé et optimisé dans le but d'obtenir de tels contrastes dans un champ de vue limité (typiquement de 0,1 à 3 arcsecondes).

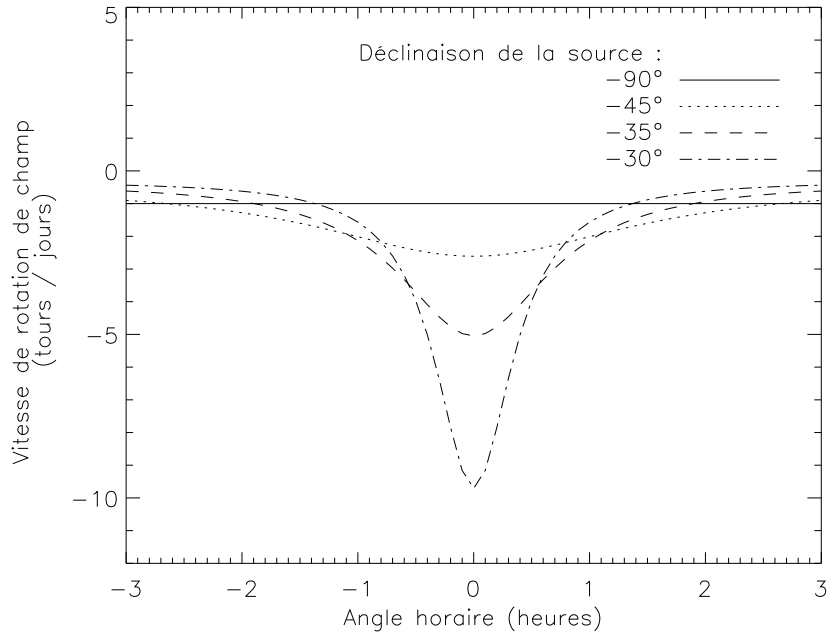


FIG. 2.35 – Vitesse de rotation de champ pour différentes déclinaisons de sources. La déclinaison de l’observatoire est celle de Paranal ($-24^{\circ}37'$), la source est donc située entre la direction du Sud (-90°) et le zénith ($-24^{\circ}37'$).

2.6.1 Présentation de l’instrument

2.6.1.1 Planètes visées par SPHERE

Les télescopes actuels (8-10m) permettent la détection de planètes de type géantes gazeuses, de plusieurs masses de Jupiter. SPHERE permet en particulier la caractérisation de planètes dans une zone cruciale de l’espace des paramètres. Ce sont les planètes jeunes, situées loin de leur étoile (Cf Figure 2.36), à la distance de formation des géantes gazeuses (quelques UA). Les planètes jeunes présentent un flux thermique intrinsèque important qui domine sur la lumière réfléchie provenant de l’étoile.

Les planètes visées par SPHERE occupent une niche peu ciblée par les méthodes indirectes. Les détections futures de SPHERE sont donc complémentaires des planètes visées par les méthodes indirectes.

2.6.1.2 Buts scientifiques et caractéristiques techniques de SPHERE

Les principaux buts scientifiques conduisent le dimensionnement de l’instrument. Ces chiffres méritent donc qu’on les résume ici :

- hauts contraste permettant de distinguer un compagnon de l’ordre de 10^6 fois plus faible que son étoile
- haute résolution angulaire, accès à des zones proches de l’étoile. typiquement 0,1 arcsecondes (soit à partir de $2\frac{\lambda}{D}$) à 3 arcsecondes.
- sensibilité accrue pour des étoiles cibles de magnitude $V < 9$ (goal 10).
- résolution spectrale faible sur un large spectre (de $1\mu m$ à $2\mu m$ pour la caractérisation des objets détectés, $R \simeq 30$).

Pour satisfaire ces spécifications scientifiques, l’instrument proposé comportera les principaux éléments-clés suivants :

- Un système d’optique adaptative extrême qui assure la correction des aberrations de front d’onde

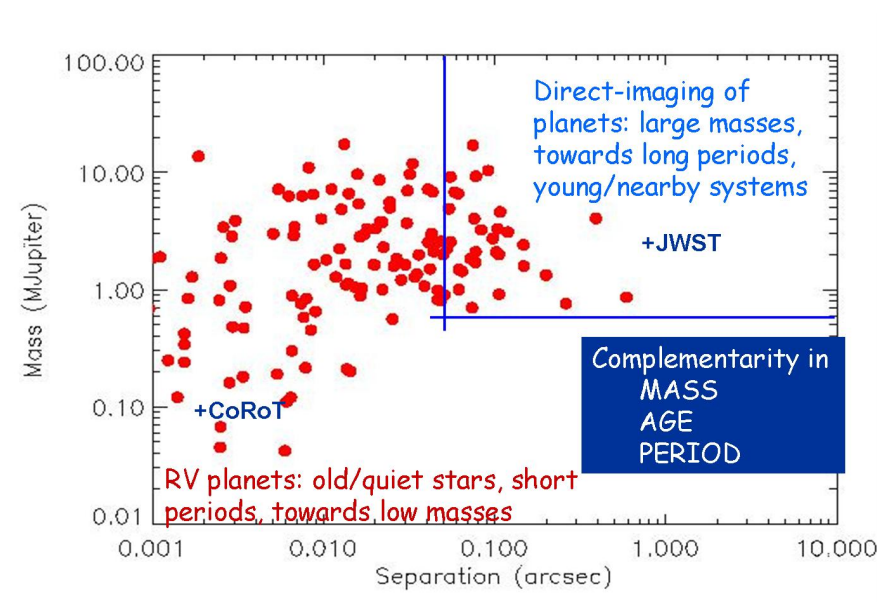


FIG. 2.36 – Répartition des planètes déjà découvertes dans le plan Masse-séparation. La détection par imagerie directe par SPHERE sur le VLT donne accès au quadrant supérieur droit.

dues à la turbulence et au système lui-même, ainsi que la correction des NCPA de la voie d'imagerie. Les différents compromis imposés par la réalisation d'un tel système ont conduit à la définition du système de XAO suivant : un DM à 41×41 actuateurs, un Shack-Hartmann filtré [100] travaillant dans le visible à haute cadence ($1,2kHz$). En outre, le système prévoit une procédure *off-line* de mesure et de compensation des NCPA, basée sur les réflexions du chapitre 3 permettant d'atteindre les hautes qualités optiques requises. Ce système est décrit en détail dans [101] (cf annexe), de même qu'une analyse exhaustive des différents termes du budget d'erreur.

- Un module coronagraphique comprenant en baseline un coronographe à 4 quadrants permettant la recherche de compagnons au plus proche de l'étoile, mais également plusieurs masques occulteurs (Lyot, Lyot apodisé [74, 102]).
- La voie d'imagerie est constituée d'un spectro-imageur infrarouge à deux bandes (IRDIS, $0,95$ à $2,3 \mu m$). Cet imageur est le principal instrument scientifique de SPHERE. Il est dédié à l'imagerie grand champ simultanée dans deux ou plusieurs bandes spectrales, polarisations ainsi qu'à la spectroscopie longue fente. Le mode d'observation principal d'IRDIS est basé sur le principe de l'imagerie différentielle proposé à l'origine par Racine.
- Un spectrographe à intégrale de champ (IFS) à faible résolution spectrale ($R \simeq 30$) et à bande large (de $0,95 \mu m$ à $1,70 \mu m$) sur un champ de vue limité à $3'' \times 3''$.
- ZIMPOL, un polarimètre imageur visible (de $0,65 \mu m$ à $0,95 \mu m$).

2.6.2 Problématique liées à la XAO

Le système d'optique adaptative extrême SAXO doit compenser non seulement les aberrations inhérentes aux turbulences atmosphériques, mais doit également compenser les défauts optiques internes à l'instrument lui-même. Il n'y a pas de lien direct entre les performances de l'optique adaptative et la détectivité finale de l'instrument SPHERE, cependant l'impact de l'OA sur les performances globales est fortement lié à la capacité du coronographe à soustraire le signal de l'étoile. Le coronographe est d'autant plus efficace que la qualité optique dans le plan focal du masque coronagraphique est élevée. Une performance accrue de l'OA permet donc une meilleure extinction du coronographe et *in fine* une plus grande détectivité.

Le critère de performance du système de XAO de SPHERE est le profil coronagraphique d'intensité.

2.6.2.2 La part des NCPA dans le budget d'erreur global

Ces aberrations représentent une limitation certaine du système d'OA, empêchant la boucle fermée d'atteindre ses performances ultimes. En effet, l'étude système montre que l'erreur de front d'onde due aux seules NCPA doit être inférieure à $35nm$. De plus, la tolérance fréquence à fréquence pour les NCPA est présenté dans le graphe de la Figure 2.38. Comme nous le verrons dans le chapitre 3, le système d'optique adaptative permet de corriger et de compenser les basses fréquences spatiales. Les basses fréquences doivent être réduites au mieux, les hautes fréquences suivant une loi décroissante correspondant au spectre typique des aberrations optiques dues au polissage.

Les NCPA représentent une limitation importante du système de XAO. La possibilité de leur correction fera l'objet du chapitre 3, dans le cadre général d'un système quelconque d'optique adaptative classique.

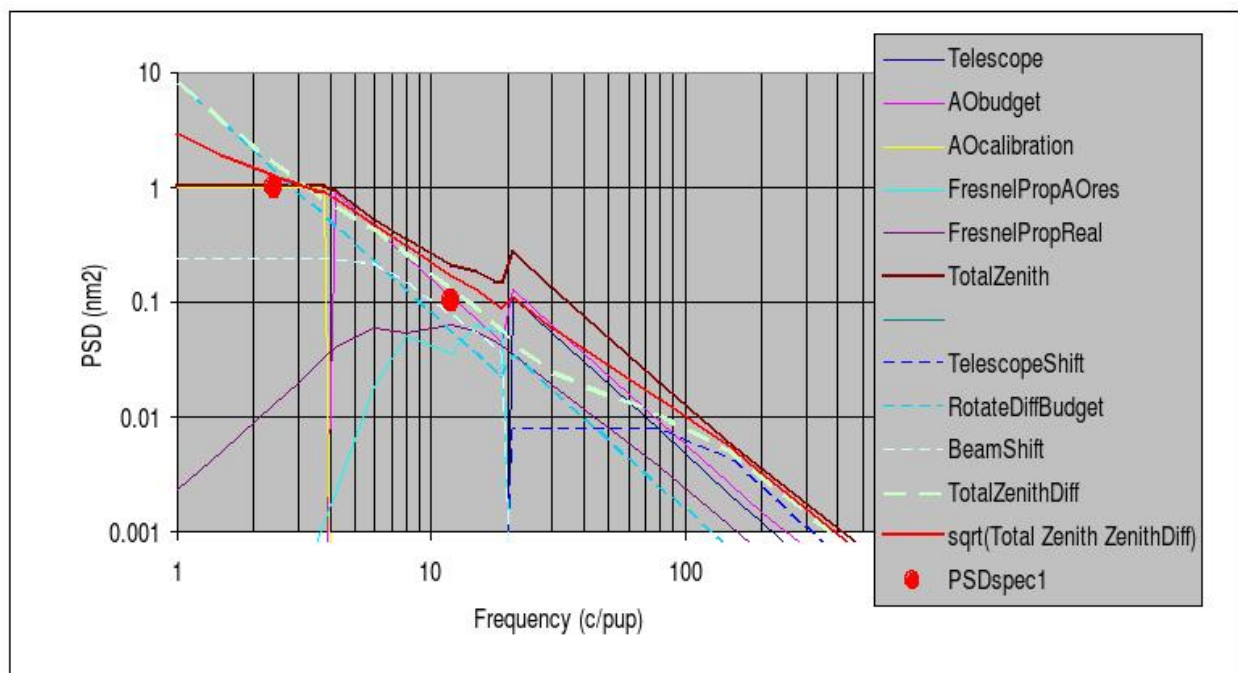


FIG. 2.38 – Tolérances sur l'erreur de front d'onde séparés pour différentes sources d'erreurs (source Dohlen).

Chapitre 3

Calibration et compensation des aberrations non vues

Les aberrations non-vues (Non-Common Path Aberrations NCPA) sont aujourd’hui une des principales limitations des systèmes d’optique adaptative utilisés en astronomie. Ces aberrations statiques internes au système et plus particulièrement à la voie d’imagerie limitent les performances ultimes atteignables en théorie par un tel système.

Les méthodes existantes permettant de calibrer et de compenser les NCPA ont fait leur preuves [54, 43] mais ne compensent pas les aberrations à un niveau suffisant pour la détection directe d’exoplanètes. Ces méthodes sont exposées brièvement dans le chapitre 2. Nous allons ici exposer la méthode développée lors du travail de thèse, que nous avons appelée *Pseudo-Closed Loop*. Cette méthode se base sur deux points, la mesure de ces aberrations en plan focal et leur compensation par la boucle d’OA. Nous avons tenté d’optimiser chacun de ces deux points pour permettre non seulement une correction maximale de ces aberrations, mais aussi une robustesse de la procédure globale. Dans un premier temps, nous allons donc nous focaliser sur la mesure des NCPA par la méthode de la diversité de phase. Cette méthode d’inversion permet d’estimer la phase aberrante statique dans un jeu de deux images plan-focal. Dans un second temps, nous nous intéressons à la compensation des aberrations elles-mêmes par la boucle fermée d’OA, et nous insistons sur les limites d’une telle compensation. Ces préoccupations ont fait l’objet d’une publication dans le journal JOSAA, qui constitue le coeur de cette partie. Plusieurs tests complémentaires seront présentés en complément, et agrémentés de perspectives.

3.1 Amélioration de la méthode : la Pseudo-closed Loop

Dans la première partie, des optimisations sont apportées à la diversité de phase afin de prendre en compte une statistique fine du bruit dans l’image. Ce bruit, composé d’un bruit uniforme de détecteur et d’un bruit non uniforme de photon, peut être pris en compte par une carte de variance évoluant de pixel à pixel. De plus, l’apport d’information *a priori* sur la phase à estimer (typiquement un spectre spatial décroissant) permet d’éviter les effets d’amplification du bruit lors de l’estimation. Ces deux points sont testés en simulation.

Par ailleurs, une méthode robuste de compensation des NCPA est présentée et étudiée, et validée expérimentalement sur le banc d’OA de l’ONERA. Cette méthode permet de s’affranchir des erreurs de modèle par un processus itératif. Des rapports de Strehl supérieurs à 96% sont ainsi obtenus.

Enfin, la description d’un algorithme de mesure de SR robuste et précise (avec analyse des postes d’erreurs) est donnée en annexe de l’article.

Calibration and precompensation of noncommon path aberrations for extreme adaptive optics

Jean-François Sauvage,^{1,3,*} Thierry Fusco,^{1,3} Gérard Rousset,^{2,3} and Cyril Petit^{1,3}

¹Office National d'Etudes et de Recherches Aérospatiales, Département d'Optique Théorique et Appliqué, BP 72, F-92322 Châtillon Cedex, France

²Laboratoire d'Etudes et d'Instrumentation en Astrophysique, Université Paris 7, Observatoire de Paris, 5 place J. Janssen, 92195 Meudon Cedex, France

³Groupement d'Intérêt Scientifique PHASE (Partenariat Haute Résolution Angulaire Sol Espace) between ONERA, Observatoire de Paris, CNRS, and Université Denis Diderot Paris 7, Paris, France

*Corresponding authors: jean-francois.sauvage@onera.fr

Received October 25, 2006; revised February 2, 2007; accepted February 26, 2007;
posted March 15, 2007 (Doc. ID 76411); published July 11, 2007

Noncommon path aberrations (NCPAs) are one of the main limitations of an extreme adaptive optics (AO) system. NCPAs prevent extreme AO systems from achieving their ultimate performance. These static aberrations are unseen by the wavefront sensor and therefore are not corrected in closed loop. We present experimental results validating what we believe to be new procedures of measurement and precompensation of the NCPAs on the AO bench at ONERA (Office National d'Etudes et de Recherches Aérospatiales). The measurement procedure is based on refined algorithms of phase diversity. The precompensation procedure makes use of a pseudo-closed-loop scheme to overcome the AO wavefront-sensor-model uncertainties. Strehl ratio obtained in the images reaches 98.7% at 632.8 nm. This result allows us to be confident of achieving the challenging performance required for direct observation of extrasolar planets. © 2007 Optical Society of America

OCIS codes: 010.1080, 010.7350, 100.5070, 100.3190.

1. INTRODUCTION

Exoplanet direct imaging is one of the leading goals of today's astronomy. Such a challenge with a ground-based telescope can be tackled only by a very high performance adaptive optics (AO) system, so-called eXtreme AO (XAO), a coronagraph device, and a smart imaging process [1,2]. Most of the large telescopes nowadays are equipped with AO systems able to enhance their imaging performance up to the diffraction limit. One of the limitations of the existing AO system performance remains the unseen noncommon path aberrations (NCPAs). These static optical aberrations are located after the beam splitting, in the wavefront sensor (WFS) path and in the imaging path.

The correction of NCPAs is one of the critical issues for achieving ultimate system performance [3] for XAO. These aberrations have to be measured by a dedicated WFS tool, judiciously placed in the imaging camera focal plane, and then directly precompensated in the closed loop process. An efficient way to obtain such a calibration is to use a phase diversity (PD) algorithm [4–6] for the NCPA measurement.

For the correction, the wavefront references of the AO loop can be modified to account for these unseen aberrations in the AO compensation and to directly obtain the best possible wavefront quality at the scientific detector [7].

This type of approach has been successfully applied on the NAOS-CONICA [8] and Keck [9] telescopes and has led to a significant gain in global system performance [10]. Even if a real improvement can be seen on precompensated images, a significant amount of aberrations are

still not corrected. In the framework of the Spectro-Polarimetric High-contrast Exoplanet REsearch (SPHERE) instrument development [1], we propose an optimized procedure to significantly improve the efficiency of the NCPA calibration and precompensation for high-contrast imaging. The goal is to achieve a residual wavefront error NCPA contribution of less than 10 nm rms after precompensation.

The principle of the conventional procedure, as used in NAOS-CONICA [10,11] (hereafter shortened to NACO) is recalled and commented on in Section 2. The newly optimized algorithm for the NCPA measurements is described in Section 3 and is based on a maximum *a posteriori* approach (MAP) [12,13] for the phase estimation. The new approach for the NCPA precompensation is presented in Section 4. The application of the PD by the deformable mirror (DM) itself is discussed in Section 5. In Section 6 we detail the experimental results obtained with the ONERA AO bench for the validation of the key points of the proposed NCPA calibration and precompensation procedure.

2. PRINCIPLE OF THE NCPA CALIBRATION AND PRECOMPENSATION

A. Phase Diversity for NCPA Calibration

In order to directly measure the wavefront errors at the level of the scientific detector, a dedicated WFS has to be implemented. The idea is to avoid any additional optics. The WFS must therefore be based on the processing of the focal plane images recorded by the scientific camera itself.

The PD approach [4–7] is a simple and efficient candidate to perform such a measurement. In this section we are going to briefly describe the PD concept and its interest with respect to our particular problematic.

The principle of PD (as shown in Fig. 1) is to use two focal plane images differing by a known aberration (for instance, defocus), in order to estimate the aberrated phase.

As shown in Eq. (2.1), the two images recorded on the imaging camera are nothing but the convolution of the object and the point-spread function (PSF) (the PSF being related to the pupil phase ϕ) plus photon and detector additive noises:

$$i_f = |\text{FT}^{-1}[P \exp(j\phi)]|^2 * o + n,$$

$$i_d = |\text{FT}^{-1}[P \exp(j(\phi + \phi_d))]|^2 * o + n, \quad (2.1)$$

where i_f is the conventional image, i_d is the PD image, $j = \sqrt{-1}$, P is the pupil function, ϕ is the unknown phase, ϕ_d is the known aberration, o is the observed object, n is the total noise, $*$ stands for the convolution process, and FT stands for Fourier transform. The phase $\phi(\vec{\rho})$ is generally expanded on a set of basis modes ($\vec{\rho}$ being the position vector in the pupil plane). Using the Zernike basis to describe the aberrated phase, we can write

$$\phi(\vec{\rho}) = \sum_k a_k \cdot Z_k(\vec{\rho}) \quad (2.2)$$

where a_k are the Zernike coefficients of the phase expansion and Z_k are the Zernike polynomials. The number of a_k used to describe the phase will depend on the performance required and on the signal-to-noise ratio (SNR) characteristics. Nevertheless, since optical aberrations are considered, only first Zernike (typically between 10 and 100) are enough to well describe the NCPA.

As shown in Eq. (2.1), there is a nonlinear relation between i_f and ϕ (and thus the a_k coefficients). The estimation of ϕ has to be solved by the minimization of a given criterion [6,7]. We propose hereafter to define an optimal criterion adapted to the instrumental conditions (noise and wavefront aberrations) by using a MAP approach.

The most simple known aberration to apply is defocus [4] (its amplitude is typically of the order of λ), which can be introduced in several ways:

- By translating the camera detector itself along the optical axis. The drawback of this approach is the range of displacement required for the detector, especially when high F ratios are considered. But this theoretically is the best option if it can be implemented. All the other options, presented below, may introduce not only defocus but other high-order aberrations of very low amplitudes, especially spherical aberration (Z_{11}). Even if they are easily quantified by using optical design software, they may, in the end, limit the accuracy of the calibration.

- By translating a pinhole source in the entrance focal plane of the camera. This option has been used to calibrate the NCPAs on CONICA [10,11].

- By defocusing the image of a pinhole source in the entrance focal plane of the camera by translating the upstream collimator, for instance.

- Last but not least, by using the DM directly. An adequate application of a set of voltages on the DM allows us to introduce the desired defocus with an accuracy related to the DM fitting capability.

The two main advantages of the DM option are

- No additional optical device is installed in the instrument; e.g., a software procedure may be developed to properly offset the voltages of the DM.

- Other types of aberrations, such as astigmatism, can also be considered, leading to great flexibility in the procedure. Moreover, introducing other aberrations allows more accurate estimation of the focus itself, as presented in Section 5.

The DM option was first used in NACO [10,11] and has also been applied to Keck [9]. A number of limitations have been identified in the PD [10,11]: photon and detector noise, detector defects (flat field stability), accuracy of the PD (amplitude and possibly additional high-order aberrations), and algorithm approximations [11] (including the number of Zernike polynomials). In the optimized pro-

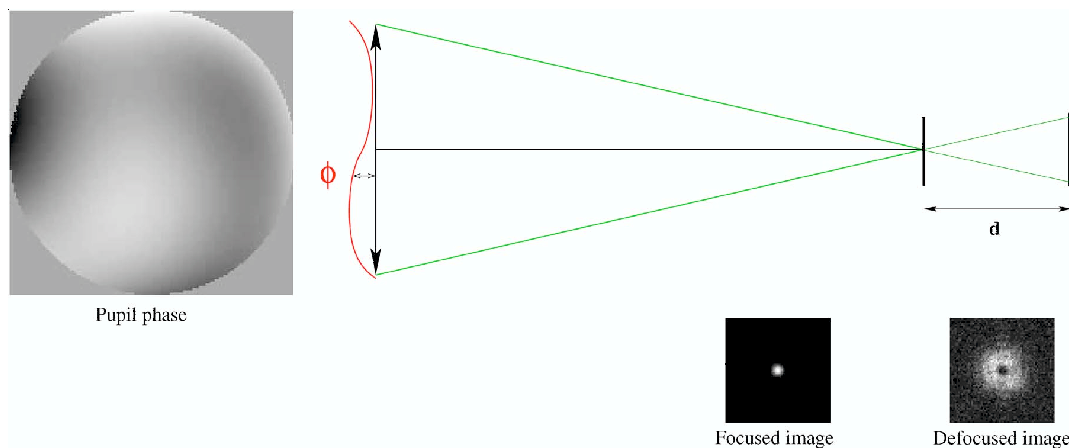


Fig. 1. (Color online) Principle of phase diversity: two images differing by a known aberration (here, defocus).

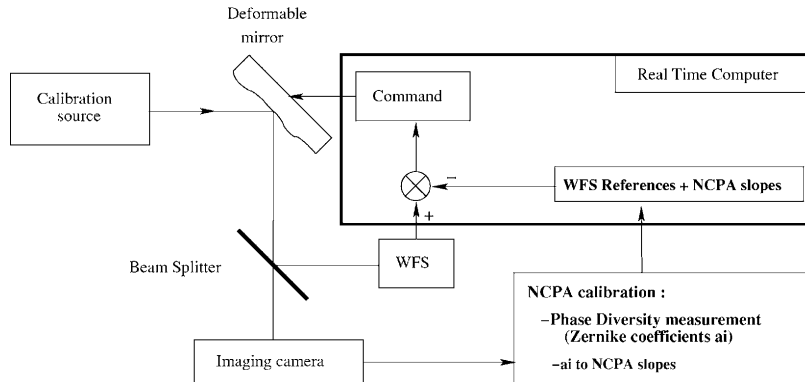


Fig. 2. Principle of NCPA precompensation.

cedure that we propose below, the phase estimation is performed by minimizing a MAP criterion accounting for nonuniform noise model and phase *a priori* in a regularization term (see [13] for a detailed explanation of this approach). This optimized PD algorithm is presented in Section 3.

B. NCPA Precompensation in the AO Loop

The principle of NCPA precompensation is presented in Fig. 2. It consists of modifying the reference of the WFS to deliver a precompensated wavefront to the scientific path.

A two-step process is therefore considered. Reference slopes are computed from PD data using a WFS model [14]. To accomplish that, a NCPA slope vector, as would be measured by the AO WFS (a Shack–Hartmann sensor, for instance), is first computed offline from the PD-measured set of Zernike coefficients by a matrix multiplication.

The new reference vector is then added to the current WFS reference. Then closing the AO loop on the reference allows us to apply the opposite of the NCPAs to the DM. This leads to compensation for the scientific camera aberrations (in addition to the turbulence) and enhancement of the image quality at the level of the imaging camera's detector.

Any error in the WFS model directly affects the reference modifications, computed from the measured NCPA, and thus limits the performance of the precompensation process. Model errors have been identified as an important limitation of the approach in NAOS-CONICA [10]. As an example, an error of 10% on the pixel scale of the AO WFS detector directly translates into a 10% uncorrected amplitude of the NCPA. One way to reduce these model errors is to perform accurate calibrations of the WFS parameters. Nevertheless, uncertainties on calibrations (pixel scale of WFS, pupil alignment) will always degrade the ultimate performance of the precompensation process. In order to overcome this problem, a robust approach is proposed in Section 3.

An important parameter in the NCPA precompensation is the selected number of Zernike polynomials to be compensated by the DM. This number is in fact limited by the finite number of actuators of the DM, i.e., the finite number of degrees of freedom of the AO system. The DM can

not compensate for all the spatial frequencies in the aberrant phase. In addition, the actuator geometry does not really fit properly the spatial behavior of the Zernike polynomials. All these problems are translated in fitting and aliasing errors on the compensated WF. These limitations have to be taken into account in the implementation of the precompensation procedure. It will be discussed later on in Section 6.

3. OPTIMIZATION OF THE NCPA MEASUREMENT

A. Optimization of the PD algorithm

As shown in Eq. (2.1), there is no linear relation between i and ϕ . Therefore, the estimation of ϕ requires the iterative minimization of a given criterion. We propose here to define an optimal criterion adapted to our experimental conditions (noise and phase to estimate) by using a MAP approach [12,13].

The MAP criterion is based on a Bayesian scheme [see Eq. (3.1)] in which one wants to maximize the probability of having object o and phase ϕ , knowing the images i_f and i_d :

$$P(o, \phi | i_f, i_d) = \frac{P(i_f, i_d | o, \phi) P(o) P(\phi)}{P(i_f) P(i_d)}. \quad (3.1)$$

The decomposition of this probability makes different terms appear as discussed in detail in the following paragraphs.

The denominator term $P(i_f)P(i_d)$ stands for the probability of obtaining the images i_f and i_d . As the images are already measured, this term is equal to 1. The term $P(i_f, i_d | o, \phi)$, called "likelihood term," represents the probability of obtaining the measured data considering real object and phase. It is none other than the noise statistic in the image. The two main sources of noise are the detector noise and the photon noise:

- For high flux pixels in the image, the dominant noise is the photon one. Hence, it follows a Poisson statistical law that can be approximated by a nonuniform Gaussian

Sauvage *et al.*

Vol. 24, No. 8/August 2007/J. Opt. Soc. Am. A 2337

law with a variance $\sigma_i^2(\vec{r}) \approx i(\vec{r})$, as long as $i(\vec{r})$ is greater than a few photons per pixel (\vec{r} a position vector in the focal plane).

- For low-flux pixels, the dominant noise is the detector noise, described by a spatially uniform distribution (same variance σ_e^2 for each pixel) and a Gaussian statistical law.

Therefore, the global noise statistics can be approximated by a nonuniform Gaussian law of variance [13] $\sigma_i^2(\vec{r}) = \sigma_e^2 + i(\vec{r})$.

The second term, $P(o)$, represents the *a priori* knowledge we have on the object. In our case, the object is marginally resolved (less than two pixels, for a diffraction FWHM of four pixels). Nevertheless, to account for its small extension as well as to account for pixel response, we have chosen to consider it as an unknown in the PD process.

In the following, the only prior imposed on the object will be a positivity constraint (using a reparameterization: $o = a^2$) leading to $P(o) = P(a^2) = 1$. The probability $P(o)$ does not have an impact on the criterion minimization.

The third term, $P(\phi)$, is the regularization term for the phase estimation. It accounts for the knowledge we have on the NCPAs. Note that in our case we have chosen to parameterize the phase ϕ by the coefficients a_k of its expansion on the Zernike basis. Then the term $P(\phi)$ will easily solve the problem of the choice of the number of Zernike polynomials to be accounted for in the estimation of the phase. Let us mention that in the conventional PD approach [5,6,11] the relatively arbitrary choice of a given number of Zernike (the N first) to be estimated is in fact an implicit regularization of the estimation problem by the truncation of the phase expansion in order to avoid the noise propagation on the Zernike high orders. This corresponds to a reduction in the dimension of the solution space. Here we will select in the algorithm a sufficiently large number of Zernike so as to not significantly reduce the solution space and to regularize the estimation by the term $P(\phi)$ in the criterion. Indeed, the NCPA are composed of static aberrations due to the optical design,

polishing defects, and misalignments. In a first approximation, their spatial power spectral density follows a $(n+1)^{-2}$ law, where n is the Zernike radial order (see Fig. 3). A general form for $P(\phi)$ is given by

$$P(\phi) = \exp(-\phi^T R_\phi^{-1} \phi), \quad (3.2)$$

where R_ϕ is the phase covariance matrix and has on its diagonal the variance of the Zernike coefficients, of behavior similar to that given in Fig. 3, the other coefficients (covariances) being put equal to zero.

The phase estimation is done by minimizing $J(o, \phi)$ equal to $-\ln P(i_f, i_d, o, \phi)$:

$$J(o, \phi) = \left\| \frac{i_f - h_f * o}{\sigma_f(\vec{r})} \right\|^2 + \left\| \frac{i_d - h_d * o}{\sigma_d(\vec{r})} \right\|^2 + \phi^T R_\phi^{-1} \phi. \quad (3.3)$$

This criterion makes the nonuniform noise statistics appear in the two images with standard deviations $\sigma_f(\vec{r})$ and $\sigma_d(\vec{r})$. The covariance matrix R_ϕ represents the prior knowledge of the phase. The minimization algorithm is based on an iterative conjugate gradient approach, allowing a fast convergence [7,13]. For the starting guess, all the Zernike coefficients are put to zero. Note that in the previous algorithm used for the NACO calibration [10,11], the PD algorithm did not include the nonuniform noise statistics and the phase regularization term.

B. Simulation Results

We present here only improvements brought by our new algorithm, the nonuniform noise model, and phase regularization, both in simulation in this section and experimentally in Section 6.

Simulation is divided into two main parts: the generation of noisy aberrant images and the phase estimation by different PD algorithms. The simulated images are 128×128 pixels and are generated according to some realistic parameters of the ONERA AO bench (see Section 6): oversampling factor of 2.05 (this means 4.1 pixels in the Airy spot FWHM); the aberrant phase is modeled using the

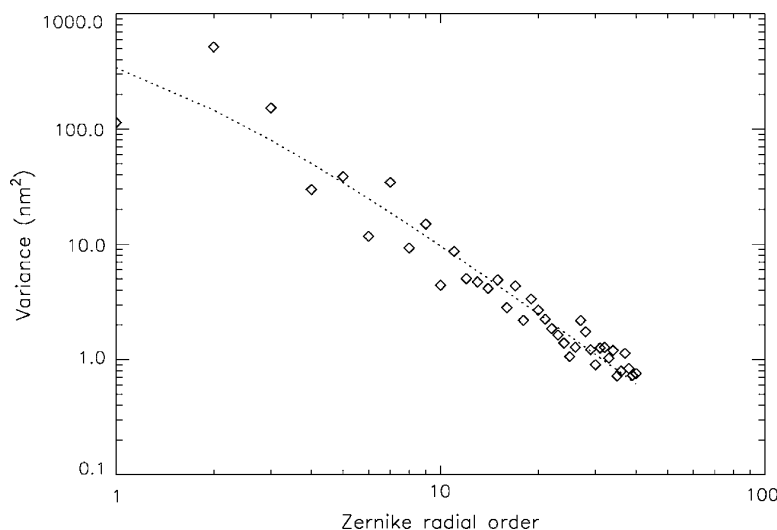


Fig. 3. Typical aberration spectrum measured on existing optics. Diamonds, measured Zernike coefficient, integrated on radial order; dotted curve, the $(n+1)^{-2}$ approximation.

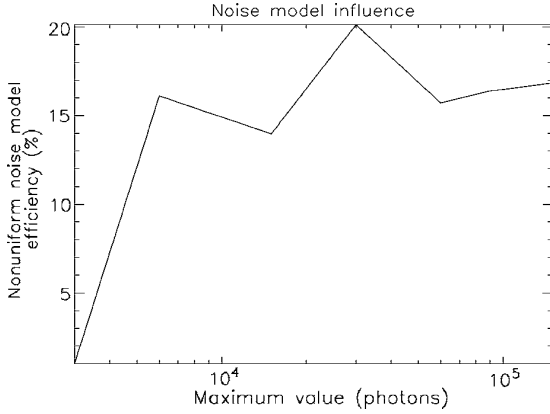


Fig. 4. Gain of the nonuniform model with respect to the conventional algorithm versus the maximum intensity value in the image. Randomly simulated images of 45 nm rms aberrant phase, $(n+1)^{-2}$ shaped spectrum. 75 Zernike modes from Z_4 to Z_{78} are estimated by PD.

first 200 Zernike polynomials. The aberrations have a total rms error of 45 nm and a spectrum shape of $(n+1)^{-2}$. Finally, the images are noised with a uniform 1.6 electron noise per pixel and with photon noise. All a_k values are given in nanometers. The maximum flux in the images is 100 photons in the case of the test of the regularized algorithm.

We define the SNR in the images as the SNR of the focal plane image expressed by the ratio of the maximum of the image i_{max} in photon electrons by the standard deviation of the sole detector noise in electrons:

$$\text{SNR} = i_{max}/\sigma_e. \quad (3.4)$$

1. Gain Brought by a Nonuniform Noise Model

Let us first study the gain brought by accounting for a nonuniform noise model in the PD algorithm. For a given aberrant phase, the efficiency Σ_{NU} quantifies the gain in estimation accuracy for the nonuniform algorithm with respect to the uniform algorithm:

$$\Sigma_{NU} = 100 \times \frac{\epsilon_U - \epsilon_{NU}}{\epsilon_U}, \quad (3.5)$$

where ϵ_U and ϵ_{NU} are the reconstruction errors obtained, respectively, with uniform and nonuniform noise models (in nm^2) defined by

$$\epsilon_X = \sum_{i=1}^{N_{max}} (a_{k_{meas},X} - a_{k_{true}})^2 \quad (3.6)$$

where $a_{k_{meas},X}$ are the estimated Zernike coefficients with the uniform noise model ($X=U$) or with the nonuniform noise model ($X=NU$) and $a_{k_{true}}$ are the true coefficients.

Figure 4 shows the influence of the noise model on the estimation accuracy. Σ_{NU} is plotted with respect to the maximum intensity value in the image. Each point on the curve corresponds to only one occurrence of noise and aberrations, hence the relative instability found in computing Σ_{NU} . At low photon flux, the two estimation errors are identical. The image SNR is limited by detector noise (uniform noise in the full image), and therefore taking

into account an additive photon noise is useless. For high flux, photon noise is predominant and the algorithm with the nonuniform noise model allows us to increase the phase estimation accuracy of 15% to 20% with respect to the uniform noise model.

2. Gain Brought by Phase Regularization

The gain brought by the phase regularization term in Eq. (3.3) is quantified in this section. Figure 5 presents the results of the simulation using different algorithms. Table 1 shows the total estimation error for each algorithm and also the contribution of low orders (from a_4 to a_{36}) and the contribution of high orders (from a_4 to a_{137}) in the total error.

The dashed curve represents the estimation error in nm^2 for the 133 first Zernike coefficients (from a_4 to a_{137}), and a simple least-squares estimation (which means without regularization) is given. As comparison, the first 133 coefficients of the 200 Zernike polynomials simulated from the input spectrum (45 nm rms) to compute the images are plotted by the dotted curve. For this estimation, the error (noise propagation) is constant whatever the coefficient, as predicted by the theory (see [6]). For coefficients higher than a_{36} , the estimation error becomes greater than the signal to be estimated. Since the SNR on these coefficients is lower than one, their estimation is not possible. The total error is 46 nm^2 for the 133 coefficients, which is similar to the introduced WFE.

In contrast, an estimation of only the first 33 coefficients a_4 to a_{36} (solid curve) shows that the reconstruction error is still roughly constant whatever the mode but fainter than in the previous estimation. The total error is 29 nm^2 for the 133 coefficients, considering that all the estimated coefficients from a_{37} to a_{137} are equal to zero. Here, reducing the number of parameters in the estimation (especially the high frequencies of the phase) leads to a better estimation on the low-order modes and a dramatic decrease in their estimation error. Nevertheless, as

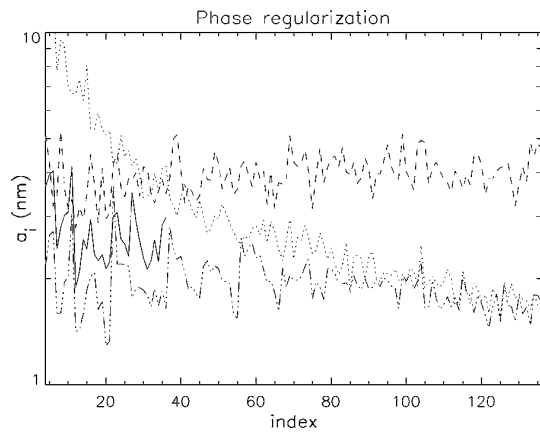


Fig. 5. Noise propagation in the Zernike coefficient estimation for different cases of regularization. Dotted curve, average spectrum of the simulated aberrations [45 nm total WFE, $(n+1)^{-2}$ spectrum]. Dashed curves, phase estimation error for a 133 Zernike estimation, without any regularization term. Solid curve, the same estimation, with only 33 Zernike (regularization by truncation). Dashed-dotted curve, 133 Zernike estimated with the regularization term. SNR in the images is 10^3 .

Table 1. Estimation Error with Different Phase Regularizations^a

Zernike Coefficients	Introduced WFE	Least Square 133 Coefficients	Truncated Least Square 33 Coefficients	Phase Regularization 133 Coefficients
a_4 to a_{36}	38	21	16	12
a_{37} to a_{136}	24	41	24	19
Total error	45	46	29	22

^aIntroduced WFE is given in comparison. All values are given in nanometers.

explained before, this estimation is nothing but a first rough regularization and is not optimal.

Because the previous regularization is arbitrary, we can refine the estimation by using prior knowledge on the phase to be estimated, that is, a $(n+1)^{-2}$ spectrum, as a regularization term. In that case, the estimated first 133 coefficients are given by the dashed-dotted curve. For all the coefficients, the error is lower than the input coefficients (dotted curve). More important, the total error (22 nm) is smaller than the one for the estimation on 33 coefficients. The error computed with only the first coefficients a_4 to a_{36} is also fainter with regularization, 12 nm compared to 16 nm. For high-order modes, the error tends to be equal to the phase itself, i.e., no noise propagation. MAP allows us to deal optimally with low SNR and avoids any noise amplification with the regularization term.

4. OPTIMIZATION OF THE NCPA PRECOMPENSATION

A. Pseudo-Closed-Loop Process

After PD measurement, the precompensation of NCPA has to be performed by a modification of the WFS reference. The compensation accuracy therefore depends greatly on AO loop model. In order to overcome this problem and reach much better performance, a new (to our knowledge) approach is proposed, “pseudo-closed loop” (PCL). The idea is to use a feedback loop for the NCPA precompensation, including the PD estimation (see the schematic of Fig. 2). Indeed after a first precompensation of the NCPAs, it is mandatory to have the capability to acquire a new set of two precompensated images in order to quantify the residual NCPAs due to model uncertainties. This can be done by closing the AO loop on the artificial source used for the PD image acquisition, accounting for the new WF reference. This ensures the stability of the precompensation by the DM during the image acquisition. By estimating a new set of Zernike coefficients, we have access to the residual phase after correction. We can take advantage of its measurement to offset the previously modified wavefront reference. The process can then be performed until convergence, resulting in quasi-null measurements of the Zernike coefficients (at least, free from any model error). Indeed, any error in the AO WFS model will result only in slowing the convergence of the process. In addition, after the first precompensation, the recorded images may exhibit a much better SNR due to the higher concentration of photons in the central core of the image, leading to a better estimation of the Zernike coefficients.

The practical implementation of this PCL approach is summarized below. First, we perform a careful AO WFS

calibration: its detector pixel scale, the pupil image position, and the reference slope vector obtained using a dedicated calibration source at the AO WFS entrance focal plane. We are therefore able to adjust the initial AO WFS model. Second, an artificial quasi-punctual source is placed at the entrance of the AO bench and is used to calibrate the NCPAs. With this calibration source, the DM-WFS interaction matrix is calibrated, and, from the measurements, a new command matrix is computed. Then the multiloop measurement compensation process is as follows:

1. Measurement of NCPA with PD. This step can be summarized as follows:

- (i) Closing the AO loop using the calibrated AO WFS references and recording of a focused image on the science camera.

- (ii) Applying the defocus (using slope modification) and recording a defocused image with the AO loop, closed once again.

- (iii) Computation of NCPAs from this pair of images with the PD algorithm.

2. Computation of the incremental slope vector using the currently measured NCPAs.

3. Modification of the AO WFS references (to account for the latest measurements) and saving the new AO WFS references,

4. Measurement of residual NCPAs with PD and closed AO loop using the new references for the precompensation, similar to step 1.

5. Repeat steps 2 through 4 until convergence.

A refinement could be to recalibrate at each step (3 to 4) the DM-WFS interaction matrix taking into account the influence of the reference offsets in the AO WFS response and recompute the command matrix to achieve the best possible efficiency with the AO system.

An alternative approach, recently proposed, is to directly perform an interaction matrix linking the Zernike modes to be compensated and the PD estimation [15].

B. Number of Compensated Modes

The number of Zernike modes that can be compensated for is determined by the number of actuators of the DM. The larger the number of actuators, the better the fit to Zernike polynomials by the DM. We performed the simulation of the capability of our DM (69 valid actuators) to compensate for the Zernike polynomials, using the DM influence functions as measured by a Zygo interferometer. The results, not presented here, show that considering Zernike polynomials of radial degree larger than 6 leads

to significant fitting errors (larger than 45% of input standard deviation), reducing the overall performance of the NCPA precompensation. In most of the experimental results presented in this paper in Section 6, we have used the first 25 Zernike polynomials (from defocus Z_4 up to Z_{28}) for the NCPA compensation. It allows us to minimize the coupling effects between the compensated Zernike due to the limited number of actuators on the DM. The compensation of the first 25 Zernike polynomials brings already a significant reduction of the NCPA amplitudes. Because of the expected decrease of the amplitude of the NCPA with the order of Zernike (see Fig. 3), this choice is not an important limitation in the final performance.

5. DM APPLICATION OF A PHASE DIVERSITY

To finalize the discussion on the procedure to measure and precompensate for the NCPA, let us now consider the application of the PD by the DM. As already stated, we consider that this approach is probably the best for a fully integrated AO system in an instrument if there is no science detector translation capability. For instance, defocus can be introduced by moving an optical element on the sole optical train of the AO WFS and closing the loop with this aberration, as first implemented in NACO (see [10,11]). But implementing a moving optical element is an issue with an instrument requiring high stability. Therefore, we propose to apply the PD by modifying the AO WFS references, the same as for the NCPA precompensation. This is a pure software procedure which uses the AO WFS model. Closing the AO loop with the modified references will apply the defocus to the science camera but also ensures the stability of this defocus. Application of the defocus directly on the DM voltages and not closing the loop will suffer from DM creeping. In fact, any other low-order aberration can be considered by this method as PD, allowing maximum flexibility.

Due to the uncertainty of the AO WFS model, the introduced PD will not be perfectly known, which results in measurement errors. The main effect is the uncertainty in the amplitude of the PD.

Considering defocus as the known aberration in the simulation, we observed a linear dependence of the NCPA defocus estimation error on defocus distance [11]. In other words, the error on the known defocus application translates directly into an error in defocus estimation. When introducing a defocus diversity, the NCPA a_4 coefficient is the only polynomial affected by this bias.

Considering an error of 10 nm on the known defocus, the error on the measured a_4 is very close to 10 nm, whereas the total error on the other modes (mainly spherical aberration and astigmatism) is smaller than 1 nm. The same behavior was found when an astigmatism was used as known aberration. For 10 nm error on known astigmatism, 10 nm error is found on the astigmatism and only 1 nm for the other polynomials in total.

Note that the PCL is not able to compensate for this systematic bias in the PD algorithm. The only way to determine the defocus is by using other approaches, e.g., trying different defocus values to optimize the image quality or using another diversity mode only for defocus

measurement. In Section 6, we present experimental results of these two approaches.

6. LABORATORY RESULTS

Both the PCL iterative compensation method and the various algorithm optimizations have been experimentally tested on the ONERA AO bench. It operates with a fibered laser diode source of 4 μm core size working at 633 nm and located at the entrance focal plane of the bench. The laser diode can be considered an incoherent source, since it is used at very low power and is therefore weakly coherent with a large number of modes. The wavefront corrector includes a tip-tilt mirror and a 9×9 actuator DM (69 valid actuators). The Shack-Hartmann WFS, working in the visible, is composed of an 8×8 lenslet array (52 in the pupil) and a 128×128 pixel DALSA camera. The WFS sampling frequency is set to 270 Hz. The imaging camera is a 512×512 Princeton camera with 4e-/pixel/frame read-out noise (RON). The control law used for the AO closed loop is a classical integrator.

An accurate estimation of image quality is mandatory to quantify the efficiency of the PCL and to compare the different modifications/improvements of the PD algorithm. The Strehl ratio (SR) is a good way to estimate image quality, but it is definitely not obvious how to compute it on a real image with high accuracy: This particular point is addressed in Appendix A with special care to the definition of error bars on SR estimation.

A SNR of 10^4 in the focused image [see Eq. (3.4)] is sufficient to observe the first five Airy rings coming out of the RON. In this case, the PD estimation will therefore be highly accurate for the first Zernike modes.

In order to take advantage of the regularization and to minimize the aliasing effect in the measurement, the phase estimation by PD is done on the first 75 Zernike polynomials starting at the defocus (from Z_4 to Z_{78}) and gives 75 Zernike coefficients (from a_4 to a_{78}). Nevertheless, we compensate for only the first Zernike polynomials (from Z_4 to Z_{28}) because of the limited number of actuators of the DM. These numbers of Zernike will always be used in the next subsection except where otherwise stated.

A. Test of the Pseudo-Closed Loop Process

For the test of this iterative method, the so-called PCL, the images used to perform PD are recorded with a very high SNR ($\text{SNR} = 3 \times 10^4$ for the focused image) so as to be in a noise-free regime. This SNR level corresponds to an error on the first 25 Zernike polynomials of less than 0.5 nm as a result the noise. The measured SR before any compensation is 70% at 633 nm. A conventional PD algorithm (without regularization) is considered here (because of the high SNR).

Figure 6 shows the 75 Zernike coefficients measured at different iterations of the PCL procedure. The first iteration corresponds to the measurement of the NCPAs without any precompensation.

Only the first 25 modes are corrected, while 75 are measured at each iteration. The figure shows extremely good correction of the first 25, while the 50 higher-order modes remain quasi-identical.

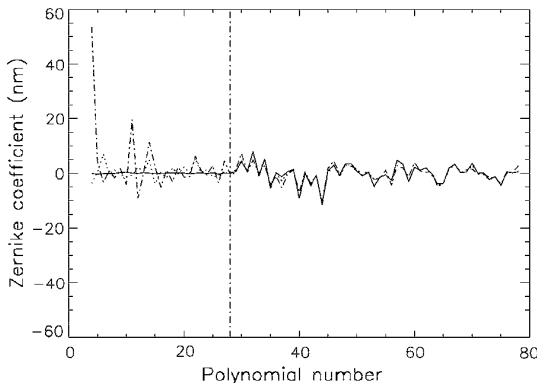


Fig. 6. Behavior of the measured Zernike coefficients with the number of iteration of the PCL. Zernike coefficients up to Z_{78} are estimated with conventional PD and $\text{SNR}=3 \times 10^4$. Coefficients up to Z_{28} are compensated by the PCL process using AO closed-loop with integrator control law. Image wavelength is 632.8 nm. Dashed-dotted curve, coefficients before any compensation; dotted curve, coefficients after one iteration; solid curve, coefficients after ten iterations.

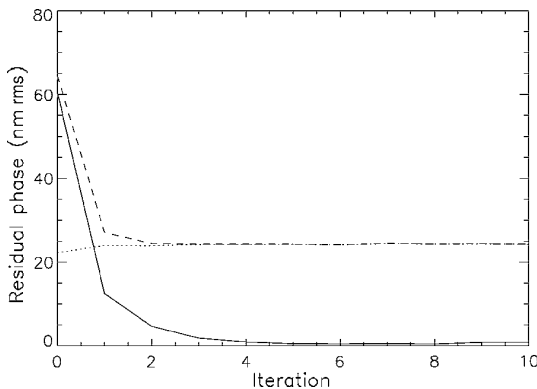


Fig. 7. Evolution of the residual error as a function of iteration number for the low order corrected (solid curve) and high-order uncorrected (dotted curve) Zernike modes and for all the measured modes (dashed curve). Conditions are the same as in Fig. 6.

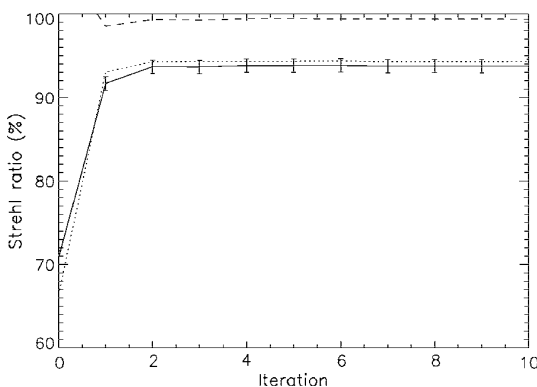


Fig. 8. Evolution of SR with iteration number. SR is measured on the focal plane images (SR_{im}). Dotted curve, SR computed from the measured NCPAs (SR_{Zern}). SR bias is uniform and estimated to 0.008. Dashed curve, ratio between SR_{im} and SR_{Zern} . Conditions are the same as in Fig. 6.

Figure 7 shows the evolution of the residual error $\sigma = \sqrt{\sum_{k=M}^{k=N} a_k^2}$ for the precompensated polynomials ($M=4$ and $N=28$), for the higher order noncorrected Zernike modes ($M=29$ and $N=78$) and for all the measured polynomials ($M=4$ and $N=78$). After four iterations, the global residual phase computed on the corrected Zernike modes ($M=4$ and $N=28$) is lower than 1 nm RMS (not limited by noise in the images), whereas the residual phase computed on the noncorrected Zernike ($M=29$ and $N=78$) modes remains quasi-identical passing from 22 to around 24 nm rms. After convergence, the total residual error on the first 78 Zernike polynomials is 24 nm.

Finally, for each iteration, a SR value (SR_{im}) can be measured on the focused image. In addition another SR value (SR_{Zern}) can be computed using the coefficients estimated by the PD algorithm [see Eq. (A4) in Appendix A]. In Fig. 8 we compare the measured SR_{im} and the estimated SR_{Zern} as a function of iteration number. Both SR_{im} and SR_{Zern} have the same behavior. The maximum value achieved by SR_{im} is 93.8% at 633 nm. After two iterations, SR_{im} reaches a convergence plateau.

We plot on the same figure the ratio between SR_{im} and SR_{Zern} . The difference between SR_{im} and SR_{Zern} can be explained by the unestimated high-order coefficients (higher than a_{78}) and the SR measurement bias due to uncertainty on the system (exact oversampling factor, background subtraction precision, exact fiber size and shape; see Appendix A for more details). This ratio $\text{SR}_{im}/\text{SR}_{Zern}$ is roughly constant after the first iteration, and its value at convergence can be estimated to 99.4%, which corresponds to an 8 nm rms phase error. The different values for the first iteration are explained by the approximation of SR by the coherent energy in SR_{Zern} , which is valid only for small phase variance.

In Figure 9 we plot the focused images recorded on the camera without NCPA precompensation and after 1, 2, and 3 iterations of the PCL scheme. The correction of low-order aberrations allows for the cleaning of the center of the image, where two Airy rings are clearly visible, with the first one being complete. Around these rings, we observe residual speckles due to the uncompensated higher-order aberrations.

B. Defocus Determination

As explained in Section 5, NCPA defocus estimation has to be considered with particular care since it is biased by uncertainty on the “known aberration” (actually, not perfectly known) introduced in the PD method. In order to overcome this bias, two approaches are proposed after the convergence of the precompensated scheme. The first one is based on a SR optimization, and the second one is a one-shot measurement with an “astigmatism” phase-diversity.

1. SR Optimization

After a few iterations of the PCL (enough to reach convergence), we modify the precompensated a_4 coefficient in a given range around the estimated coefficient and measure the corresponding SR. Figure 10 shows the SR evolution with the value of a_4 . The maximum SR is obtained for



Fig. 9. Focused images obtained on the ONERAAO bench (logarithmic scale) corresponding to the first four points of Fig. 8. The image on the left is the image obtained without any precompensation. The SR of the last image is 93.8%. Conditions are the same as in Fig. 6.

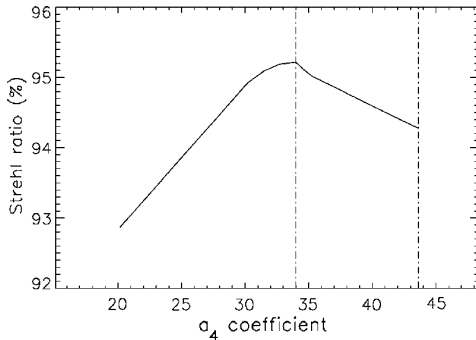


Fig. 10. Optimization of the coefficient a_4 by changing its value before applying the correction slopes. $a_4=43$ nm is the value estimated by PD and $a_4=34$ nm is the value estimated by the maximum SR. Conditions are the same as in Fig. 6 except for the number of compensated Zernike modes, up to Z_{36} .

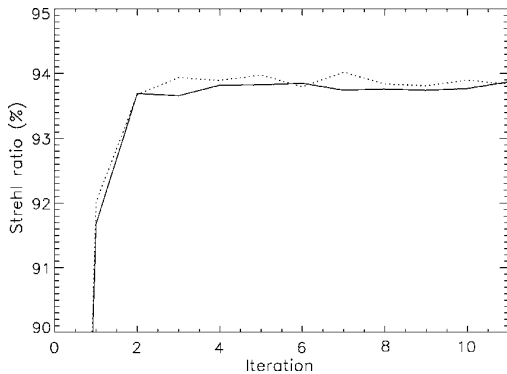


Fig. 11. Evolution of SR with iteration number. Solid curve, conventional algorithm (uniform noise model); dotted curve, nonuniform noise model algorithm. The measurements were done at the time of each iteration. Conditions are the same as in Fig. 6 except for the use of the PD algorithm.

$a_4=34$ nm, which is somewhat different from the value given by PD (43 nm). The resulting gain in term of SR is around 1%.

2. Astigmatism Phase Diversity

An alternative way to perform the NCPA defocus optimization is to use another known aberration between the two images. As explained in Section 1, defocalization is generally used because of its easy implementation. In our case the DM itself is used to generate the known aberration. Thus any Zernike polynomial can be considered, as

long as it is an even radial order (to solve the estimation phase indetermination) and feasible by the DM.

At convergence of the PCL, we acquire a pair of images differing by astigmatism (Z_5). The PD measurement performed gives coefficients a_4 to a_{78} , with a biased estimation of a_5 (the previous error due to model uncertainty is now done on a_5 instead of a_4), while the coefficient a_4 is now correctly estimated. The value given for a_4 by this method is $a_4=35$ nm, which is fully compatible with the SR optimization of Subsection 6.B.1.

C. Test of Optimized Algorithms

Let us now validate experimentally the various PD algorithm modifications proposed in Section 3 (that is nonuniform noise model and phase regularization).

In order to test these improvements experimentally, two different regimes of SNR have been used: high-SNR regime as before, $\text{SNR}=3 \times 10^4$, and low-SNR regime, $\text{SNR}=10^2$ obtained with the smallest exposure time while acquiring the pair of images.

At high SNR, the correction remains extremely good whatever the algorithm configuration. The gain brought by the nonuniform noise model is rather small, and the limitation comes from other error terms, especially non-corrected modes. However, there is a slight gain of 0.1% of SR, shown in Fig. 11, which was predicted by the theory. At low SNR, the gain is much higher, 10% in SR, but this is the result of a one-shot test, not a mean gain obtained on a large number of trials.

The gain brought by the use of the phase regularization term is shown in the low-SNR regime. At $\text{SNR}=10^2$, the conventional algorithm without regularization barely estimates the phase. It leads to a poor result after precompensation: the saturation plateau remains around 72.1%, showing no real improvement on the image. When the regularization term is added, the SR value reaches 91.9%. The NCPA are estimated at almost the same accuracy as in high-SNR regime.

As shown in Subsection 3.B, the use of regularization allows the minimization of the noise amplification on the high-order estimated modes and enhances the estimation accuracy of the lower orders. These properties will be particularly useful with an infrared camera where the SNR in the image could be limited and when a large number of modes have to be estimated. Note also the substantial gain brought by the use of the nonuniform noise model algorithm when compared with the conventional one and also when coupled to the phase regularization.

Table 2 gathers the various SR values obtained after convergence of the PCL process for the different algorithm modification.

Table 2. SR Obtained with the Different Optimized Algorithms

Max SNR	Conventional Algorithm (%)	Nonuniform Noise Model (%)	Phase Regularization (%)	Regularization and Nonuniform Noise Model (%)
For High SNR	93.8	93.9	93.8	93.9
For Low SNR	72.1	81.2	91.9	92.3



Fig. 12. PSF obtained after three iterations of NCPA precompensation. 42 modes are compensated (from Z_4 to Z_{45}), and the exact value of a_4 has been optimized. SR is 98.7%, $\lambda=632.8$ nm.

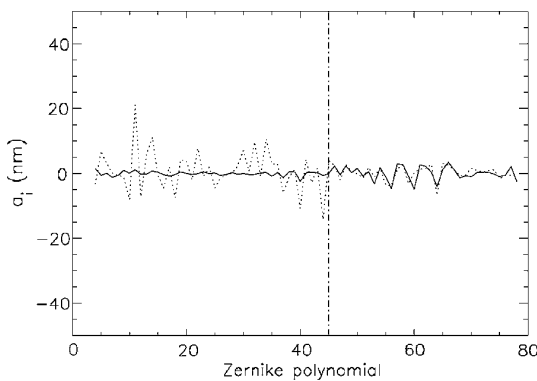


Fig. 13. Zernike coefficients measured before compensation (dotted curve) and after three iterations of PCL (dashed curve, corresponding to the PSF shown in Fig. 12). Conditions are the same as in Fig. 12.

D. Number of modes

We performed an additional test with the PCL. In this test, the conditions are the same as previously, i.e., 75 Zernike modes are measured by PD. The SNR in the images used by PD is very high (10^4). The PD algorithm used to perform NCPA measurement is the conventional one. The NCPA a_4 estimation is unbiased (see Subsection 6.B). In this test 42 Zernike modes were compensated, instead of 25.

The corresponding PSF is shown in Fig. 12, revealing up to four Airy rings. A SR of 98.7% is obtained. Figure 13 presents the measured Zernike coefficients before any compensation and after three iterations of PCL corresponding to Fig. 12. A 13 nm total residual error was estimated on the 75 Zernike coefficients, a substantial gain compared with the results shown in Fig. 7 (24.5 nm). Up to Z_{45} , the residual error is 4.5 nm, while the higher-order contribution remains below 12.5 nm. We observe that on the first order, the residual error is slightly higher com-

pared with the results of Subsection 6.A (only 1 nm). As explained in Subsection 4.B, the high-order Zernike modes of NCPA are not well fitted by the DM. That induces some coupling effects between the compensated highest-order modes (from Z_{29} to Z_{45}) and the uncompensated ones (above Z_{45}). They induced some aliasing effect on lower modes, slightly decreasing their precompensation efficiency. Nevertheless, the gain brought by the partial correction of highest-order modes is higher than the loss due to aliasing effects.

Note that these performances were obtained using a Kalman filter in the AO loop as developed for optimized compensation of the turbulence [16] and not a simple integrator corrector as for the previous result. This Kalman filter uses the first 130 Zernike modes for the WFS phase regularized estimation, with the result that the limitations linked to the bad fitting of the high-order Zernike by the DM are partially overcome. It was not possible to obtain such a high SR (98.7%) with the integrator in the same conditions.

7. DISCUSSION

We discuss here the gain brought by our new approach for NCPA measurement and compensation on extreme AO systems for extrasolar planet detection. This type of instrument requires very high AO performance in order to directly detect photons coming from very faint companions orbiting their parent star. An example of such an extreme AO system applied to direct exoplanet detection is Sphere Ao eXoplanets Observation (SAXO) [3], the extreme AO system of SPHERE [1]. SPHERE is a second-generation Very Large Telescope (VLT) instrument considered for first light in 2010. It will allow one to detect hot Jupiter-like planets with contrast up to 10^6 .

Characteristics of SAXO are the following [3]: a 41 by 41 actuator DM and a WFE budget of 80 nm after extreme AO correction (90% SR in H band). The specification of SAXO is to compensate for NCPA with at least 100 Zernike modes (goal 200) and to allocate a 8 nm WFE on these modes. The high number of actuators available on the DM allows one to fit the requested number of modes (no fitting problem). Therefore, the only error source is assumed to be a PD estimation error.

According to Fig. 5 and to the fact that precision of PD is inversely proportional to the SNR in the image [6], a SNR of 10^4 is sufficient to have a precision of 0.4 nm^2 on each of the 100 measured Zernike coefficients, i.e., a residual WFE of 6 nm. This SNR can be achieved by averaging the number of images recorded by the infrared camera. Moreover, this level of residual correction per Zernike mode is fully compatible with the results obtained on our AO bench (see Figs. 6 and 13). The goal of 100 Zernike

modes for compensation and 8 nm of WFE after compensation is therefore fully achievable with the PCL and the optimized algorithms presented here.

8. CONCLUSION

We have proposed and validated what we believe to be a new and efficient approach for the measurement and pre-compensation of the NCPAs. First, the measurement quality of the NCPAs has been improved via the optimization of the PD algorithm (accurate noise model, phase regularization). Moreover the limitation imposed by model uncertainties during the precompensation process has been overcome by the use of what we believe to be a new iterative approach, pseudo-closed loop (PCL).

We have validated this new tool experimentally on the ONERA AO bench. Very high SR has been obtained (around 98.7% of SR at 633 nm, that is less than 14 nm of residual defects). The residual WFE on corrected modes is less than 4.5 nm rms. We have estimated the residual error on uncorrected aberrations to be less than 12.5 nm rms. Solutions have been proposed to deal with experimental issues (such as defocus uncertainty) of the PD implementation.

The experimental results presented in this paper allow us to be confident in our capability of achieving the challenging performance required for direct detection of extra-solar planets. The residual errors obtained on our AO bench for NCPA compensation are fully compatible with the error budget of an extreme AO system like SAXO. Using 100 Zernike coefficients in the compensation, we should achieve an 8 nm residual error, corresponding to 99.9% SR at 1.6 μm .

APPENDIX A: STREHL RATIO ESTIMATION

1. Strehl Ratio Estimation in Focal Plane Images

A widely used performance estimator in AO is the SR. Its experimental estimation is difficult and requires optimized algorithms able to deal with a number of experimental biases or noises. We propose here an efficient SR

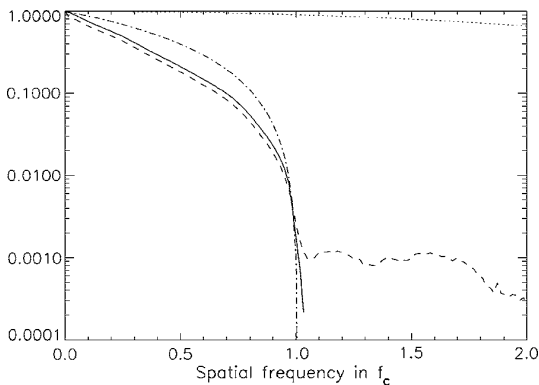


Fig. 14. Measured OTF from the image (dashed curve), OTF corrected for noise and background contributions (solid curve), and adjusted Airy OTF as obtained by the SR measurement procedure (dotted-dashed curve). The cutoff frequencies are adjusted to be superimposed. The transfer function of the CCD is also given (dotted curve).

measurement procedure. The SR is defined as the ratio of the on-axis value (or tilt free) of the aberrated image i_{ab} on the on-axis value of the aberration-free image i_{Airy} . Several parameters have to be taken into account in order to obtain accurate and unbiased values: the residual background and the noise in the image, the CCD pixel scale, and the size of the calibration source used to calibrate the NCPA.

The SR value can be computed using the following equations:

$$SR_{im} = \frac{i_{ab}(\vec{0})}{i_{Airy}(\vec{0})} = \frac{\int \tilde{i}_{ab}(\vec{f}) \cdot d\vec{f}}{\int \tilde{i}_{Airy}(\vec{f}) \cdot d\vec{f}}, \quad (A1)$$

where \tilde{i}_{ab} and \tilde{i}_{Airy} are the optical transfer function (OTF) of the aberrant system and of the aberration-free system, respectively (\tilde{i} standing for FT of i), and \vec{f} is a position variable in Fourier space. We developed a procedure calculating the SR in the Fourier domain. Considering the OTF rather than the PSF for SR estimation presents several advantages that are summarized below and are illustrated in Fig. 14:

- First, an analysis of the FT of the aberrated image (OTF) allows a fine subtraction of the residual background, which can be estimated from a parabolic fit at the lowest frequencies of the aberrated OTF excluding the zero frequency.
- An important point is the adjustment of the cutoff frequency ($f_c = D/\lambda$) in \tilde{i}_{Airy} (value in frequency pixel directly linked to the image pixel scale) to the experimental value in the aberrated OTF. The pixel scale is also used by PD to estimate the phase.
- Actually, all the OTF values for frequencies greater than the cutoff frequency are only noise. An estimation of this level and then a subtraction to the aberrated OTF allow us to refine the SR estimation. In Fig. 14, for frequencies higher than f_c the aberrated OTF presents a noise plateau at $1.e-3$.
- Finally, the procedure also takes into account the transfer function of the CCD and of the FT of the object when the latter is partially resolved by the optical system.

2. Errors in Strehl Ratio Estimation

Practical instrumental limitations degrade the SR estimation accuracy even when an optimized algorithm is used as in Section 3. It is important to quantify their influence in order to give error bars on SR values.

a. Influence of Residual Background

Let us first study the influence of a residual uniform background δB per pixel on the estimation of the SR in an image i_f .

Sauvage *et al.*

Vol. 24, No. 8/August 2007/J. Opt. Soc. Am. A 2345

Using Eq. (A1) we can express the background contribution in the SR computation as follows:

$$\begin{aligned} \text{SR}_{im} &= \frac{(i_f(\vec{0}) + \delta B) \int i_{\text{Airy}}(\vec{\alpha}) d\vec{\alpha}}{i_{\text{Airy}}(\vec{0}) \int (i_f(\vec{\alpha}) + \delta B) d\vec{\alpha}} \\ &\simeq \text{SR} \left(1 + \frac{\delta B}{i_f(\vec{0})} \right) \left(1 - \frac{N^2 \delta B}{\int i_f(\vec{\alpha}) d\vec{\alpha}} \right) \end{aligned} \quad (\text{A2})$$

Note that Eq. (A2) takes into account the required normalization by the total flux in the image ($\int (i_f(\vec{\alpha}) + \delta B) d\vec{\alpha}$), where the image $i_f(\vec{\alpha})$ has $N \times N$ pixels and $\int i_{\text{Airy}}(\vec{\alpha}) d\vec{\alpha} = 1$. Considering that generally $\delta B \ll i_f(\vec{0})$, a residual background $N^2 \delta B$ equal to 1% of the total flux in the image modifies the SR value of 1% as well. The residual background in our images after subtraction of the calibrated background and after correction by fitting of the lowest frequencies of the OTF is estimated at $\pm 0.1\%$ of the total flux using images of 128×128 pixels. The SR estimation accuracy is therefore $\pm 0.1\%$.

b. Influence of an Uncertainty on the Pixel Scale

The pixel scale is a parameter to be estimated experimentally since it depends greatly on component characterization and system implementation. It plays an important role in the NCPA estimation through the PD algorithm and also affects the quality of SR estimation. Its influence is on the whole procedure discussed in this paper is significant. In the following, we emphasize its influence on the SR measurement.

Assuming that the OTF profile for an Airy pattern has a linear shape, a simple computation shows that the relative SR modification $\delta \text{SR}/\text{SR}$ is directly equal to twice the relative precision $\delta e/e$ on the pixel scale e ; that is,

$$\delta \text{SR}/\text{SR} = -2(\delta e/e). \quad (\text{A3})$$

It is clear that knowledge of e is essential to obtain an accurate estimation of SR, but the e value does not evolve with time. Therefore the estimation error on SR is constant for the whole test. The effect on SR is a bias. In other words, if the e value is critical for absolute SR computation, its influence is dramatically reduced when only the relative evolution of the SR is considered (the gain brought by a new approach of NCPA precompensation for example).

Now the essential question is, "With what accuracy do we know the pixel scale?" In images taken on different days, the measured cutoff frequency is stable, with an uncertainty lower than half a frequency pixel. The random relative error on the pixel scale is 0.4% for 128 frequency pixels. Finally, we used the same measured pixel scale ($e = \lambda/4.1D$) in data processing of all the performed experiments (NCPA measurement and SR estimation). The relative error on SR estimation is therefore a bias of 0.8%. Because $\text{SR} \approx 100\%$, the absolute error on SR is 0.8%.

c. SR Accuracy in Experimental Data

It is now possible to estimate the global accuracy of the SR estimation using the results of Subsections A.2.a and A.2.b: $\sigma_{\text{SR}} = \sqrt{0.8^2 + 0.1^2} \simeq 0.81\%$. The pixel scale bias is the main contribution to this value.

3. SR Estimated Using the Measured Zernike Coefficients

Another way to estimate the SR is to use the residual phase variance σ_ϕ^2 to compute the coherent energy $e^{(-\sigma_\phi^2)}$. The residual phase variance can be obtained directly using the PD estimated Zernike coefficients. We therefore define the approximated SR SR_{Zern} by

$$\text{SR}_{\text{Zern}} = \exp\left(-\sum_{k=2}^{N_{\text{max}}} a_k^2\right), \quad (\text{A4})$$

where a_k stands for the k th Zernike coefficient. On one hand, this expression of SR_{Zern} is a lower bound for the true SR for relatively large residual phase (low SR). On the other hand, SR_{Zern} is a good approximation of SR for small residual phases (high SR). However, it slightly overestimates it since SR_{Zern} only accounts for the N_{max} first Zernike [Eq. (A4)]. Figure 8 shows the image measured SR (SR_{im}) and computed one (SR_{Zern}). We verify on this figure the behavior described here above.

ACKNOWLEDGMENT

The authors thank the Laboratoire d'Astrophysique de l'Observatoire de Grenoble for partial support of J.-F. Sauvage's scholarship.

REFERENCES

1. J.-L. Beuzit, D. Mouillet, C. Moutou, K. Dohlen, P. Puget, T. Fusco, and A. Boccaletti, "A planet finder instrument for the VLT," in *Proceedings of IAUC 200, Direct Imaging of Exoplanets: Science and Techniques, 2005* (International Astronomical Union, 2005); www.iau.org.
2. C. Cavarroc, A. Boccaletti, P. Baudoz, T. Fusco, and D. Rouan, "Fundamental limitations on Earth-like planet detection with extremely large telescopes," *Astron. Astrophys.* **447**, 397–403 (2006).
3. T. Fusco, G. Rousset, J.-F. Sauvage, C. Petit, J.-L. Beuzit, K. Dohlen, D. Mouillet, J. Charton, M. Nicolle, M. Kasper, P. Baudoz, and P. Puget, "High-order adaptive optics requirements for direct detection of extrasolar planets: Application to the SPHERE instrument," *Opt. Express* **17**, 7515–7534 (2006).
4. R. A. Gonsalves, "Phase retrieval and diversity in adaptive optics," *Opt. Eng. (Bellingham)* **21**, 829–832 (1982).
5. R. G. Paxman, T. J. Schulz, and J. R. Fienup, "Joint estimation of object and aberrations by using phase diversity," *J. Opt. Soc. Am. A* **9**, 1072–1085 (1992).
6. L. Meynadier, V. Michau, M.-T. Velluet, J.-M. Conan, L. M. Mugnier, and G. Rousset, "Noise propagation in wave-front sensing with phase diversity," *Appl. Opt.* **38**, 4967–4979 (1999).
7. A. Blanc, L. M. Mugnier, and J. Idier, "Marginal estimation of aberrations and image restoration by use of phase diversity," *J. Opt. Soc. Am. A* **20**, 1035–1045 (2003).
8. G. Rousset, F. Lacombe, P. Puget, N. Hubin, E. Gendron, T. Fusco, R. Arsenault, J. Charton, P. Gigan, P. Kern, A.-M. Lagrange, P.-Y. Madec, D. Mouillet, D. Rabaud, P. Rabou, E. Stadler, and G. Zins, "NAOS, the first AO system of the

- VLT: on sky performance,” Proc. SPIE **4839**, 140–149 (2002).
9. M. A. van Dam, D. Le Mignant, and B. A. Macintosh, “Performance of the Keck Observatory adaptive-optics system,” Appl. Opt. **43**, 5458–5467 (2004).
 10. M. Hartung, A. Blanc, T. Fusco, F. Lacombe, L. M. Mugnier, G. Rousset, and R. Lenzen, “Calibration of NAOS and CONICA static aberrations. Experimental results,” Astron. Astrophys. **399**, 385–394 (2003).
 11. A. Blanc, T. Fusco, M. Hartung, L. M. Mugnier, and G. Rousset, “Calibration of NAOS and CONICA static aberrations. Application of the phase diversity technique,” Astron. Astrophys. **399**, 373–383 (2003).
 12. J.-M. Conan, L. M. Mugnier, T. Fusco, V. Michau, and G. Rousset, “Myopic deconvolution of adaptive optics images by use of object and point-spread function power spectra,” Appl. Opt. **37**, 4614–4622 (1998).
 13. L. M. Mugnier, T. Fusco, and J.-M. Conan, “MISTRAL: a myopic edge-preserving image restoration method, with application to astronomical adaptive-optics-corrected long-exposure images,” J. Opt. Soc. Am. A **21**, 1841–1854 (2004).
 14. G. Rousset, “Wavefront sensing,” in *Adaptive Optics for Astronomy*, D. Alloin and J.-M. Mariotti, eds. (Kluwer, 1993), Vol. 243, pp. 115–137.
 15. J. Kolb, E. Marchetti, G. Rousset, and T. Fusco, “Calibration of the static aberrations in an MCAO system,” Proc. SPIE **5490**, 299–308 (2004).
 16. C. Petit, J.-M. Conan, C. Kulcsar, H.-F. Raynaud, T. Fusco, J. Montri, and D. Raboud, “First laboratory demonstration of closed-loop Kalman based optimal control for vibration filtering and simplified MCAO,” Proc. SPIE **6272**, 62721T (2006).

3.2 Etudes complémentaires

Diverses études viennent compléter le travail présenté dans l'article précédent. Ces études ont porté dans un premier temps sur l'analyse du repliement des polynômes de Zernike lors de la mesure par diversité de phase, ainsi que sur les phénomènes de couplage entre les polynômes de Zernike lors de la compensation des NCPA par le DM.

Dans un deuxième temps, je me suis intéressé aux solutions pratiques pour pallier ces limitations. Tout d'abord par l'acquisition d'une matrice d'interaction Zernike-Zernike, puis par l'utilisation d'une méthode d'estimation point-à-point lors de la mesure de la phase par diversité.

3.2.1 Choix de paramètres par simulation

Dans cette partie nous allons montrer quelques résultats de simulations qui nous ont permis de fixer les paramètres de la PCL : nombre de polynômes mesurés et compensés. Certes le degré de liberté étant en théorie le nombre de modes propres du système, le nombre de polynômes à mesurer et à compenser devrait être directement choisi en fonction de celui-ci. Cependant, les deux bases modales que sont les Zernike (base de la mesure) et les modes propres (base du système) ne sont pas équivalentes (en particulier le positionnement cartésien des actionneurs contraste fortement avec la géométrie polaire des Zernike). Nous nous intéressons donc dans cette partie aux problèmes d'erreurs de modèle qui apparaissent lorsqu'on projette une phase décrite par sa décomposition en coefficients de Zernike sur les modes propres du système. Dans un premier temps, nous décrivons le formalisme matriciel de la PCL, puis nous nous focalisons sur le nombre de polynômes de Zernike à mesurer et à compenser. Enfin nous présentons quelques résultats concernant les effets de repliement lors de la mesure par diversité de phase.

3.2.1.1 Formalisme matriciel de la *Pseudo-Closed Loop*

Le but de la *Pseudo-Closed Loop* est de s'affranchir des erreurs de modèle introduites lors de la projection des NCPA mesurées sur les tensions appliquées au miroir. Nous noterons dans la suite \mathbf{a} le vecteur de coefficients de Zernike décrivant les NCPA ($\mathbf{a} = \{a_k\}$, et $\phi_{NCPA} = \sum_k a_k Z_k$). Cette projection peut se mettre sous une forme matricielle. Ceci demande d'introduire certaines matrices :

- soit \mathbf{Z} la matrice de transformation des \mathbf{a} en pentes \mathbf{p} .
- soit \mathbf{D} la matrice d'interaction du système d'OA, projetant les tensions \mathbf{v} sur les pentes \mathbf{p}
- soit \mathbf{C} la matrice de commande, projetant les pentes \mathbf{p} sur les tensions à appliquer au miroir \mathbf{v} .

\mathbf{Z} permet de projeter dans l'espace des pentes, les coefficients de Zernike \mathbf{a} décrivant les NCPA. Cette matrice est calculée analytiquement et prend en compte la géométrie du Shack-Hartmann.

$$\mathbf{p} = \mathbf{Z}\mathbf{a} \quad (3.1)$$

Puis la fermeture de boucle consiste à calculer les tensions \mathbf{v} à appliquer au miroir. Ces tensions correspondent à la compensation des NCPA mesurées par la diversité.

$$\mathbf{v} = \mathbf{C}\mathbf{p} \quad (3.2)$$

La matrice de commande \mathbf{C} s'obtient par inverse généralisée de la matrice d'interaction \mathbf{D} :

$$\mathbf{C} = (\mathbf{D}^T \mathbf{D})^{-1} \mathbf{D}^T \quad (3.3)$$

L'expression complète donnant les tensions appliquées au miroir déformable en boucle fermée est donc la suivante :

$$\mathbf{v} = \mathbf{C}\mathbf{Z}\mathbf{a} \quad (3.4)$$

Le calcul des tensions de correction compensant les NCPA mesurées fait donc appel à la matrice de commande (calibrée sur le banc) mais également à une matrice théorique \mathbf{Z} qui ne prend pas en compte les

erreurs de modèle, les erreurs d'alignement des optiques ou de non-uniformité du flux sur le plan pupille d'entrée du Shack-Hartmann. Nous verrons dans la suite (partie 3.2.2.4) qu'il est possible d'améliorer ce calcul matriciel en changeant la base de décomposition des NCPA.

3.2.1.2 Etude du nombre de coefficients de Zernike mesurés et compensés

Le miroir déformable a un nombre limité d'actionneurs (9×9). Il ne peut par conséquent pas compenser toutes les fréquences spatiales des aberrations.

Une étude en simulation montre qu'après avoir compensé les polynômes de Zernike Z_4 à Z_{78} (1 rad^2 de variance), la phase résiduelle augmente avec l'indice des Zernike. (comme illustré sur la figure 3.1). Le MD est capable de générer correctement les premiers polynômes de Zernike, mais plus difficilement les Zernike de haut indice (à l'exception de certains polynômes dont la géométrie correspond à celle de la grille d'actionneurs).

Cette simulation prend seulement en compte la géométrie du MD et les fonctions d'influence, c'est à dire les déformées du miroir lors de l'application d'une tension de 1 V à un actionneur. La simulation ne prend pas en compte la mesure ASO du front d'onde, ou des désalignements optiques et est par conséquent optimiste. De plus, la décomposition de la phase résiduelle sur les polynômes de Zernike (Figure 3.2) montre qu'un effet de couplage a introduit d'autres ordres. Par exemple lors de la compensation de 1 rad^2 du polynôme Z_{40} , la phase résiduelle est composée d'un résidu de $0,4 \text{ rad}^2$ de polynôme Z_{40} mais également de $0,3 \text{ rad}^2$ du polynôme Z_{60} (voir Figure 3.2).

Pour éviter ces effets de couplage néfastes, nous avons choisi de compenser seulement 25 polynômes de Zernike, du défocus Z_4 jusqu'au polynôme Z_{28} . Ainsi, nous nous assurons de compenser significativement les aberrations (l'énergie de la phase aberrante est principalement concentrée dans les premiers polynômes de Zernike), sans introduire d'effets incontrôlés.

La compensation d'un plus grand nombre de polynômes de Zernike sera discutée plus tard.

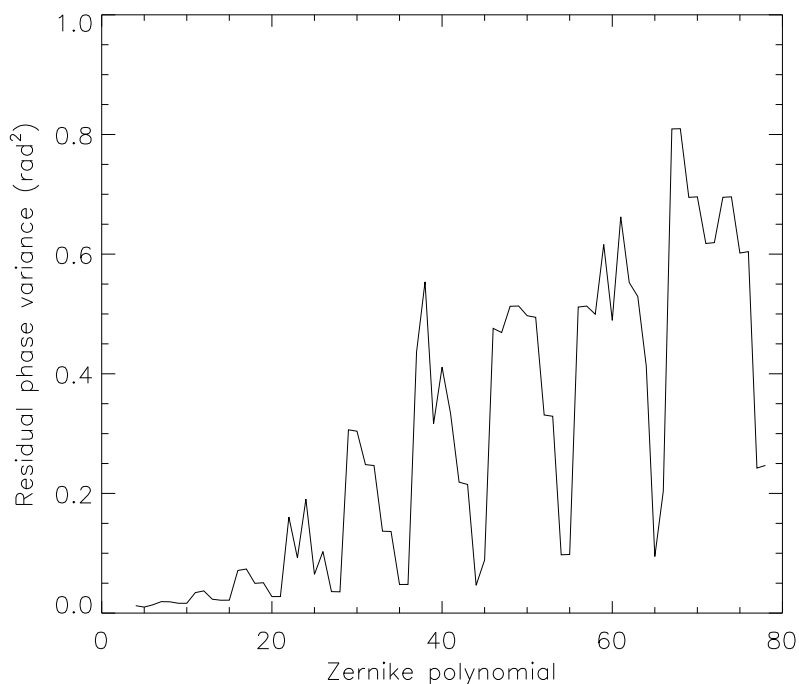


FIG. 3.1 – Simulation : variance de la phase résiduelle après compensation des 75 premiers polynômes de Zernike par le MD.

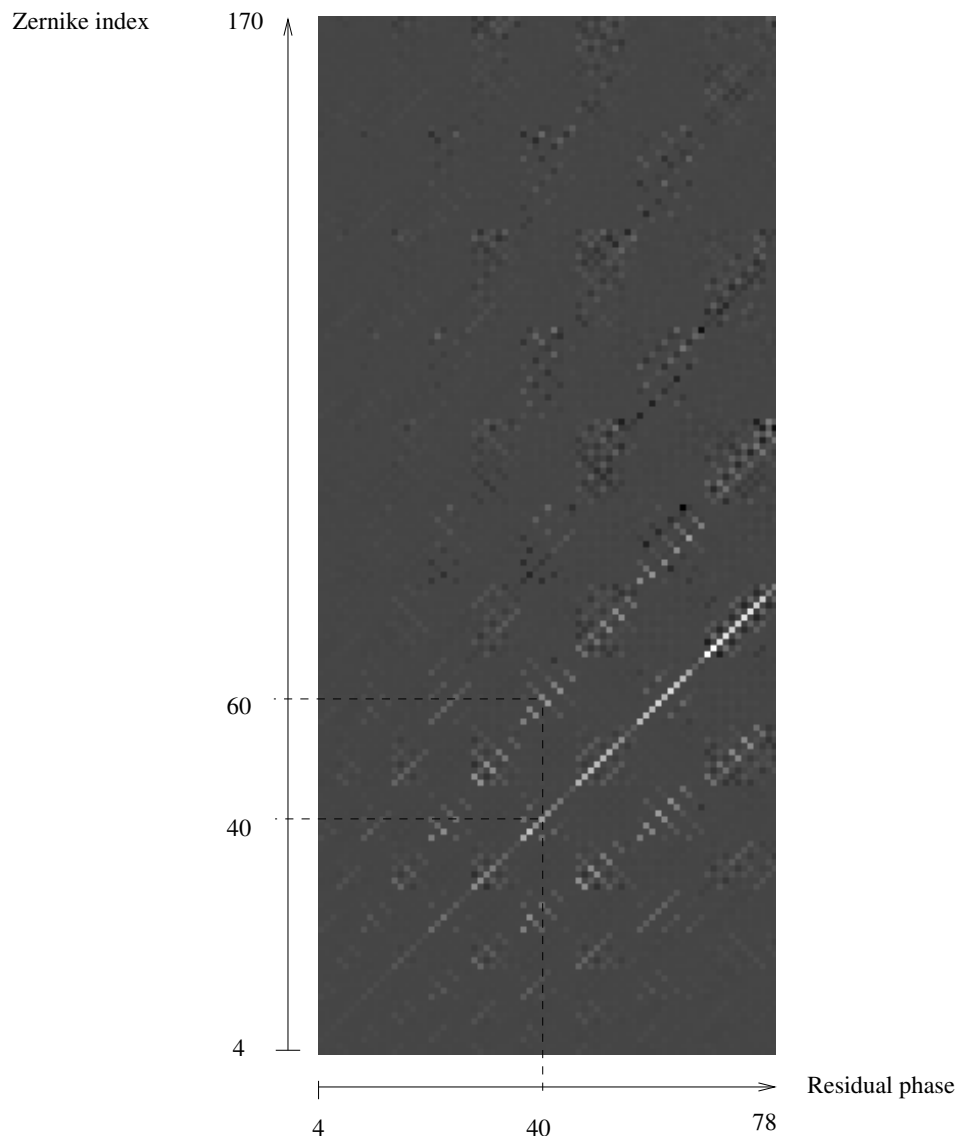


FIG. 3.2 – Décomposition de la phase résiduelle sur les polynômes de Zernike. L'échelle de nuances de gris est linéaire, en abscisses les 75 résidus de phase après compensation par le MD, en ordonnée leur décomposition sur les 167 premiers polynômes de Zernike.

A la lumière de cette étude, il est maintenant possible de quantifier le nombre de polynômes de Zernike corrigéables par le MD. Le MD peut aisément corriger les 6 premiers ordres radiaux de Zernike (de Z_4 à Z_{28}) sans introduire de variance résiduelle excessive ($V < 0,2rad^2$). Cette valeur a été choisie lors des manipulations présentées dans l'article de la section 3.1.

3.2.1.3 Etude du repliement de la mesure par diversité de phase

La mesure des NCPA par la diversité de phase se heurte aux mêmes limitations que toute mesure de front d'onde par un ASO : le repliement. C'est à dire que la phase aberrante est une grandeur physique continue et son spectre est par conséquent à support infini. Ce spectre contient en particulier des hautes fréquences spatiales.

Or, la phase est mesurée par sa décomposition tronquée sur la base des polynômes de Zernike, les hautes fréquences se replient donc sur les plus basses lors de la mesure. Nous avons cherché ici à quantifier et à qualifier ce phénomène de repliement lors de la mesure des aberrations par la diversité de phase.

Cette étude est faite en simulation. Les images focalisées et défocalisées sont simulées sans bruit de manière à isoler l'influence du repliement. Les conditions expérimentales sont les suivantes : la phase aberrante est constituée de l'unique polynôme Z_k , de variance $a_k = 1rad$. L'indice k est pris élevé ($k = 104 \dots 200$) pour introduire des hautes fréquences dans la phase. Puis la phase est estimée sur les 100 premiers polynômes de Zernike (de Z_4 à Z_{103}). Le résultat attendu en l'absence de repliement serait normalement une phase estimée nulle, mais la haute fréquence se replie sur les basses fréquences et introduit une erreur non nulle. La Figure 3.4 montre l'erreur de reconstruction en fonction du degré du polynôme introduit.

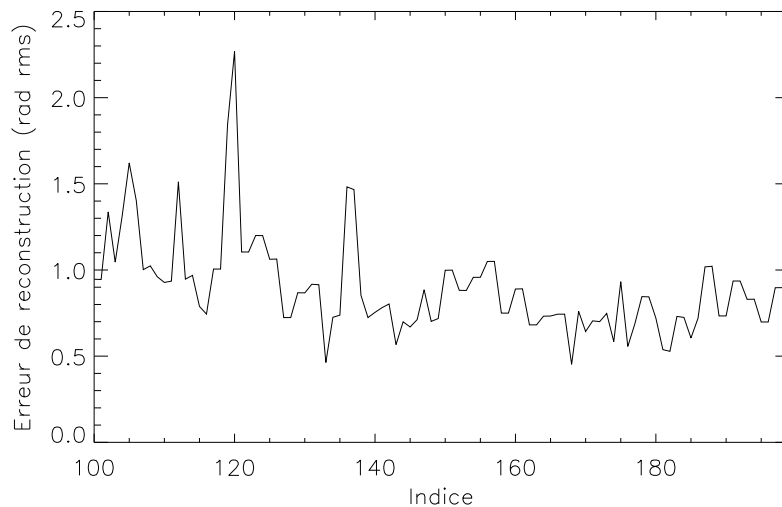


FIG. 3.3 – Effet du repliement d'un polynôme de haut ordre k sur l'erreur totale de reconstruction, en fonction du polynôme de haut ordre introduit dans la phase, d'un EQM de 1 radians. La phase est reconstruite sur les 100 polynômes Z_4 à Z_{103} .

Le polynôme introduit Z_k mais non reconstruit se replie donc sur les 100 premiers polynômes, de façon non négligeable, quelque soit le polynôme introduit. On peut cependant noter un léger amoindrissement de l'effet de repliement lorsque k tend vers 200. La variance a_k^2 introduite sur le polynôme k se replie intégralement sur les polynômes Z_4 à Z_{103} . L'effet de repliement est même amplifié pour certains modes particuliers, en particulier pour Z_{120} où l'erreur de reconstruction est plus de deux fois supérieure à la valeur du coefficient introduit.

Dans un cas réaliste cependant, les aberrations à mesurer ne présentent pas un spectre constant ($a_k^2 = 1rad^2$) mais un spectre décroissant ($a_k^2 = 1/n^2$, avec n l'ordre radial). L'effet de repliement visible sur la

Figure 3.4 est donc à pondérer par le spectre typique des aberrations à mesurer. Dans le cas d'un spectre en $1/n^2$, en considérant que la mesure par diversité de phase est linéaire, et en considérant un coefficient a_{104} de 1 rad^2 , l'erreur de repliement associée est tracée en Figure 3.4. Dans ce cas, l'effet du repliement est visible jusqu'au polynôme $k \simeq 150$. Au delà, l'effet du repliement est assimilable à un bruit de reconstruction.

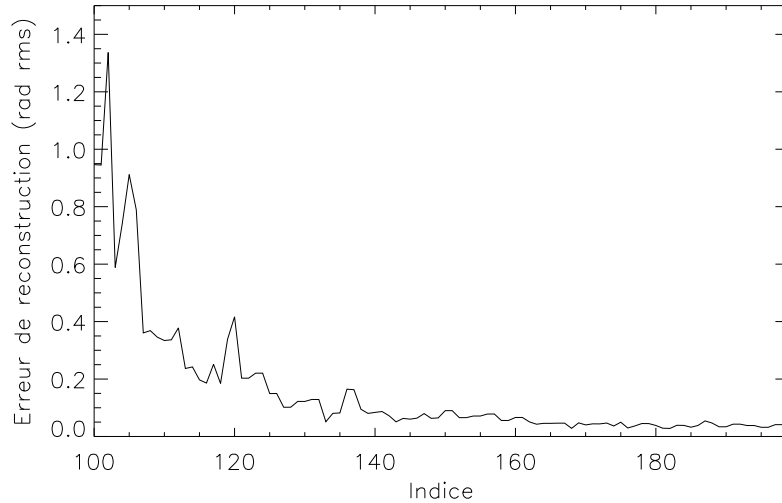


FIG. 3.4 – Effet du repliement d'un polynôme de haut ordre k sur l'erreur totale de reconstruction, en fonction du polynôme de haut ordre introduit dans la phase. La variance du polynôme introduit suit un spectre en $1/n^2$. La phase est reconstruite sur les 100 polynômes Z_4 à Z_{103} .

Pour pallier ce problème de repliement, une solution immédiate est de mesurer plus de modes que ceux dont on a effectivement besoin, et tronquer le résultat aux seuls modes nécessaires. Ainsi le repliement est absorbé par les modes supplémentaires mesurés.

Concrètement, sur le banc BOA, le MD peut corriger correctement les polynômes Z_4 à Z_{28} . Pour être certains d'éviter l'erreur de mesure liée au repliement, nous mesurerons les modes a_4 à a_{78} , et ne conserverons que les modes a_4 à a_{28} pour la compensation.

Nous allons maintenant étudier le repliement mode à mode d'un polynôme radial ($k = 106$) sur les polynômes d'indice inférieurs. Comme énoncé par Ludovic Meynadier [103], les polynômes se replient selon un même ordre azimutal (m constant), et sur les ordres radiaux inférieurs de même parité. J'ai pu ainsi observer que le polynôme Z_{106} ($n = 7$) se replie sur les polynômes Z_4 , Z_{11} , Z_{22} , Z_{37} , Z_{56} et Z_{79} ($n = 0$ à 6) qui sont les ordres radiaux inférieurs (Figure 3.5).

Cette étude sur le repliement des Zernike lors de la mesure par diversité permet maintenant de fixer le nombre de coefficients à mesurer pour absorber le phénomène de repliement. Dans le cas de N coefficients utilisés pour la compensation, une marge de manœuvre consiste à en mesurer $\simeq 2N$. Dans le cas des manipulations sur BOA, 25 coefficients sont compensés par le MD. Il a donc été nécessaire d'en mesurer deux fois plus, soit 75 afin de conserver l'intégralité du dernier ordre radial ($n = 11$).

3.2.2 Effets de reconstruction

3.2.2.1 La problématique

La loi de commande utilisée dans la quasi-totalité des tests effectués sur le banc est une loi dite intégrateur. Elle consiste simplement à calculer les tensions à appliquer au DM par une opération matricielle linéaire, et à y appliquer un gain $g < 1$ pour limiter l'effet du retard temporel (que l'on peut négliger ici dans le cas de la compensation d'aberrations statiques) et des erreurs de modèle.

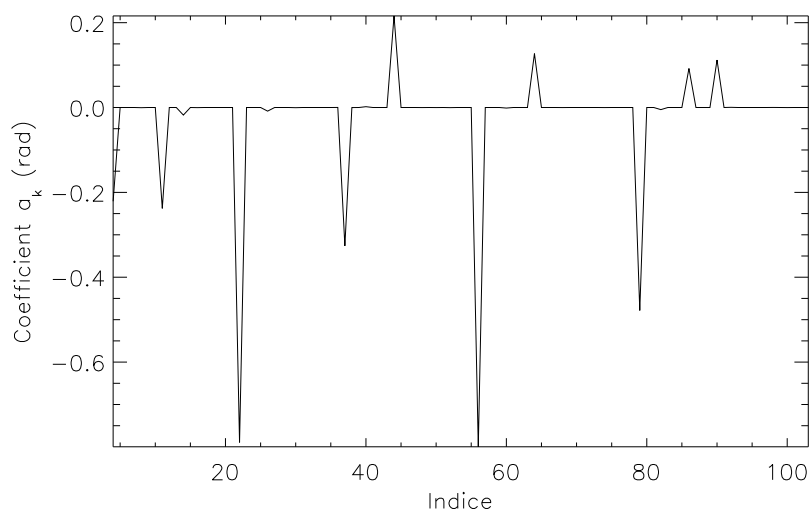


FIG. 3.5 – Effet du repliement du polynôme de Zernike radial Z_{106} sur les ordres radiaux inférieurs. L'amplitude du polynôme Z_{106} introduit est de 1 radians. L'estimation par diversité de phase est effectuée sur les polynômes Z_4 à Z_{103} .

Le choix de corriger seulement 25 polynômes de Zernike a été déterminé par la capacité du MD à générer les polynômes de Zernike. Mais cette troncature limite les performances de la méthode : des polynômes d'indice plus élevés que $k = 28$ pourraient être partiellement corrigés et ainsi aider à augmenter le rapport de Strehl. Nous avons appliqué la méthode de la *Pseudo-closed loop* en compensant un plus grand nombre de polynômes (33, 42 et 52 modes) et avons soigneusement étudié les résultats.

Le principal effet est une instabilité de la valeur de Strehl à saturation (cf Figure 3.6. La compensation de 33 modes permet d'atteindre un rapport de Strehl de 94,78% à la troisième itération, mais l'itération suivante voit le Strehl se dégrader légèrement au lieu de le voir se stabiliser. Lors de la compensation de 42 modes, le rapport de Strehl maximum atteint est de 96,76% ce qui est excellent. Mais comme précédemment le rapport de Strehl ne se stabilise pas à cette valeur. Lors de la compensation de 52 modes, le niveau maximum atteint est inférieur à celui atteint en compensant 25 modes et présente une diminution rapide après deux itérations.

De manière générale, lors de la correction d'un trop grand nombre de polynômes de Zernike (typiquement au delà de Z_{36}), l'effet du couplage entre polynômes de Zernike énoncé au paragraphe 3.2.1.2 intervient et limite fortement les performances de la méthode. En effet, lors de la compensation d'un polynôme de Zernike de haut indice, le DM génère certes le polynôme demandé mais également des polynômes indésirables. Certains, d'indice inférieurs à l'indice demandé, seront aisément compensables à l'itération suivante de la *Pseudo-Closed Loop*. D'autres, d'indice supérieurs à l'indice demandé, ne seront pas compensés à l'itération suivante car il ne peuvent être générés par le DM.

3.2.2.2 Solution envisagées

La méthode est donc limitée par deux aspects. Tout d'abord par les effets de repliement inhérents à la mesure par diversité de phase, mais aussi par les effets de couplages existant lors de la génération des NCPA par un DM au nombre d'actionneurs limité. Nous avons envisagé et testé deux façons de résoudre ces problèmes. Dans un premier temps, nous avons mis en œuvre l'acquisition d'une matrice d'interaction Zernike-Zernike pour corriger des effets de couplage. Cette solution a été validée sur le banc d'OA et les résultats sont présentés dans la section suivante (section 3.2.2.3). Dans un second temps, nous avons choisi une base plus appropriée lors de la mesure par diversité de phase. Une base intéressante pourrait être la base

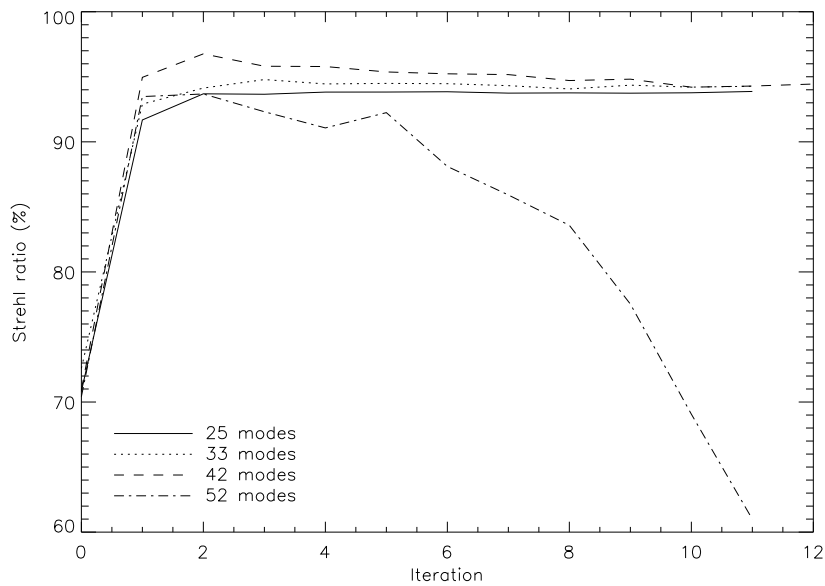


FIG. 3.6 – Evolution du rapport de Strehl en fonction du nombre d’itérations et du nombre de modes compensés.

des modes propres du miroir, mais si celle-ci résoud convenablement le problème du couplage des modes lors de la génération par le DM, elle ne résoud en rien le problème du repliement lors de la mesure par diversité de phase. Nous avons donc opté pour une base plus générale, la base des pixels. L’estimation est alors qualifiée d’estimation point-à-point. Les NCPA, mesurées sur cette base, sont alors aisément projetables sur la base d’intérêt (modes propres du miroir par exemple) sans introduire d’effet néfaste de couplage. La compensation peut alors se faire en commandant les pentes comme précédemment, ou même dans l’espace des tensions puisque les NCPA peuvent être projetées sans repliement ni couplage sur les fonctions d’influence.

3.2.2.3 Matrice d’interaction Zernike-Zernike

La *Pseudo-Closed Loop* permet, par itérations successives, de compenser les erreurs de modèle présentes essentiellement dans la matrice de projection des Zernike sur les pentes du Shack-Hartmann. La calibration de ces erreurs de modèle (obtenus en collaboration avec J. Kolb [104] et B. Neichel [105]) est cependant possible. Il est nécessaire pour cela d’effectuer la mesure de la matrice de calibration montrant comment le système d’OA génère les polynômes de Zernike demandés.

Principe de la méthode Le mode opératoire d’obtention de cette matrice est le suivant : chaque polynôme de Zernike est introduit sur le MD par modification des pentes de référence et fermeture de boucle. La phase effectuée par le MD lors de la fermeture de boucle est alors mesurée par la technique de diversité de phase. Cette dernière mesurant la phase par sa décomposition sur les polynômes de Zernike, nous construisons donc une matrice d’interaction \mathbf{M}_{a_k} entre Zernike introduit et Zernike mesuré (Figure 3.7).

Soit \mathbf{a}_{int} un vecteur de coefficients de Zernike introduits, la phase mesurée \mathbf{a}_{mes} après fermeture de boucle se calcule donc par la relation matricielle simple :

$$\mathbf{a}_{mes} = \mathbf{M}_a \mathbf{a}_{int} \quad (3.5)$$

L’inverse généralisée \mathbf{C}_a de cette matrice \mathbf{M}_a permet donc de calculer à l’inverse quel vecteur de coef-

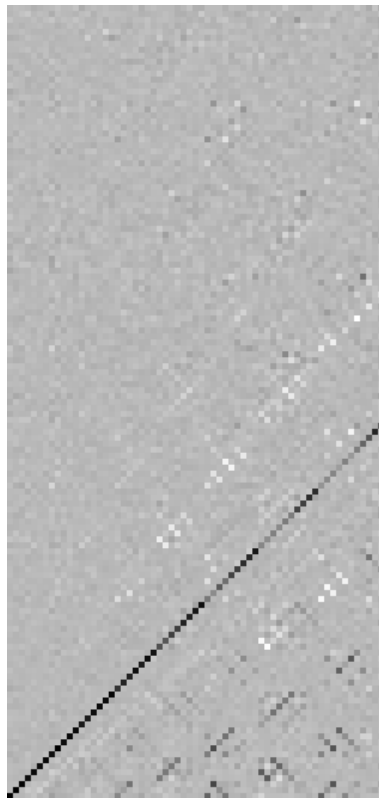


FIG. 3.7 – Matrice M_{a_k} d'interaction Zernike-Zernike calibrée sur le banc. En abscisse les polynômes de Zernike introduits par le système, en ordonnée leur décomposition par diversité de phase sur les polynômes de Zernike.

ficants introduire pour compenser une phase mesurée :

$$\mathbf{a}_{int} = \mathbf{C}_a \mathbf{a}_{mes}. \quad (3.6)$$

L'introduction des coefficients \mathbf{a}_{int} sur les pentes de référence permet donc de prendre en compte les erreurs de modèle calibrées implicitement dans la matrice \mathbf{C}_a et de compenser effectivement directement les bonnes aberrations.

Cette méthode permet de compenser non seulement les erreurs de modèle, mais également les problèmes de couplage des polynômes de Zernike abordé dans la section 3.2.1.2. En effet le couplage des Zernike constatés lors de la compensation d'un grand nombre de modes est calibré par la matrice d'interaction Zernike-Zernike \mathbf{M}_a .

Résultats sur le BOA Cette procédure de mesure et de compensation des NCPA a été mise en oeuvre sur le banc BOA à l'ONERA. Les résultats sont montrés dans la Figure 3.8 et montrent bien la rapidité de convergence de cette méthode. Le plateau de Strehl est atteint dès la première itération et est très stable, même lorsque le nombre de modes compensés est grand.

Il subsiste cependant une limitation, lorsque le nombre de polynômes de Zernike compensés devient grand (typiquement pour 55 et 66 modes dans la Figure 3.8), si le niveau maximum est atteint en une itération, et de plus est stable, il existe néanmoins un nombre de polynômes compensés optimum (45) pour lequel le niveau maximum est le meilleur. Pour un plus grand nombre de polynômes mesurés (55 et 66), le niveau maximum atteint diminue. Cette limitation est à attribuer au repliement de la mesure, le nombre de modes compensés approchant alors du nombre de modes mesurés et faisant apparaître ce phénomène étudié au paragraphe 3.2.1.3.

L'utilisation de la matrice d'interaction Zernike-Zernike ne permet donc pas de pallier la limitation inhérente au repliement de la mesure. La seule solution serait de faire l'acquisition de cette matrice pour un nombre élevé de Zernike (relatif au nombre de polynômes que l'on cherche à compenser, soit 120 modes pour compenser 60 modes). Et cette acquisition est longue et fastidieuse, d'autant qu'elle est à recommencer à chaque nouveau réglage du banc.

3.2.2.4 Reconstruction de la phase sur une base de pixels

Dans tous les cas de figure précédents, la phase aberrante ϕ était estimée via sa décomposition sur la base des Zernike a_k . Cette base est particulièrement adaptée à la description d'une phase aberrante à support circulaire, mais sa géométrie polaire n'est pas adaptée aux fonctions d'influence du MD. Celles-ci présentent en effet une géométrie cartésienne, d'où les effets de couplage. Le choix de la base des Zernike était essentiellement d'ordre pratique, mais montre ses limites lorsque l'on souhaite compenser les NCPA avec un MD à géométrie cartésienne.

Nous avons donc testé une autre base permettant d'estimer les aberrations : la base des pixels. En effet la phase est codée numériquement sur une carte de quelques milliers de pixels. Cette décomposition représente un bien plus grand nombre d'inconnues que les quelques dizaines de coefficients de Zernike à estimer dans le cas d'une décomposition sur la base de Zernike. Elle nécessite donc la mise en place de régularisations soignées. Je parlerai dans la suite de carte de phase pour décrire la phase décomposée sur une carte de pixel $\phi(k, l)$.

Régularisation sur le Laplacien L'estimation d'une carte de phase a été prévue dans la diversité de phase développée à l'ONERA, et ce pour estimer les fortes aberrations. L'estimation d'un grand nombre d'inconnues favorise la présence de minima locaux dans la forme du critère à minimiser, et conduit souvent à une amplification du bruit de mesure. Dans le cas d'une estimation de carte de phase, il est donc prévu

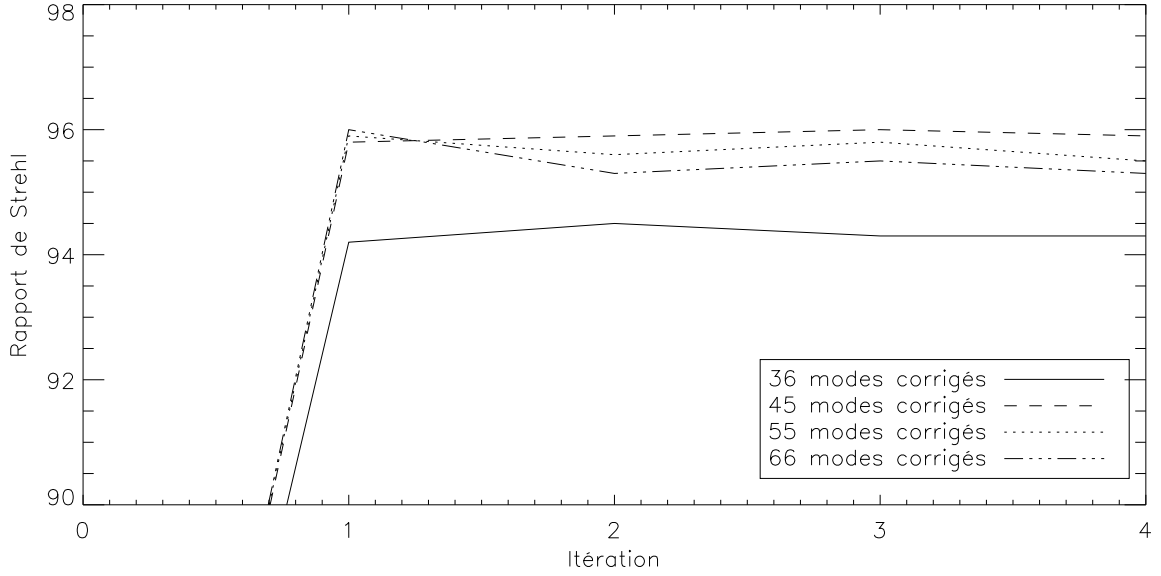


FIG. 3.8 – Evolution du rapport de Strehl en fonction du nombre d'itération. La méthode utilisée pour compenser les aberrations utilise la projection sur la matrice Zernike-Zernike. Le nombre de polynômes mesurés par diversité de phase est toujours de 75.

d'utiliser un terme de régularisation $J_{regul}(\phi)$ portant contrainte sur les phaseurs.

$$J_{regul}(\phi) = \sum_{(l,m) \in S} \left[\left| e^{j(\phi_{l-1,m} - \phi_{l,m})} - e^{j(\phi_{l,m} - \phi_{l+1,m})} \right|^2 + \left| e^{j(\phi_{l,m-1} - \phi_{l,m})} - e^{j(\phi_{l,m} - \phi_{l,m+1})} \right|^2 \right] \quad (3.7)$$

Cette régularisation permet de conserver des sauts de 2π et des discontinuités de la phase reconstruite dans le cas de très fortes aberrations. Dans le cas qui nous intéresse de faibles aberrations, ce terme de régularisation peut se réécrire au premier ordre comme le laplacien de la phase :

$$J_{regul}(\phi) \simeq \sum_{(l,m) \in S} \left[|\phi_{l-1,m} - 2\phi_{l,m} + \phi_{l+1,m}|^2 + |\phi_{l,m-1} - 2\phi_{l,m} + \phi_{l,m+1}|^2 \right], \quad (3.8)$$

ce qui correspond à une pénalisation quadratique sur la dérivée seconde de ϕ . Ce type de régularisation portant sur une minimisation du Laplacien permet d'adoucir le profil de la grandeur estimée.

Implémentation Cette fonctionnalité implémentée, nous l'avons testée sur le banc BOA avant de l'inclure dans la Pseudo-Closed Loop. Le test consiste à appliquer une tension de $0,5 V$ à un actionneur, (la déformée du miroir correspond alors à une fonction d'influence). Cette déformée due à l'actionneur s'ajoute bien sûr à celles dues aux aberrations que nous cherchons à mesurer. Puis, nous estimons la déformée du miroir par diversité de phase sur une carte de pixels. Le résultat est montré Figure 3.9.

L'avantage de la mesure de phase sur une base de pixels est ainsi mise en évidence : la décomposition de la phase précédente (Figure 3.9) sur la base des Zernike demanderait un grand nombre de modes pour la décrire correctement.

Pseudo-Closed loop en carte de pixel La décomposition de la phase sur la base des pixels modifie le calcul des pentes de correction à additionner aux pentes de référence pour compenser les NCPA. Certes il est possible de projeter la carte de phase sur la base des Zernike, et d'utiliser le même processus qu'auparavant.

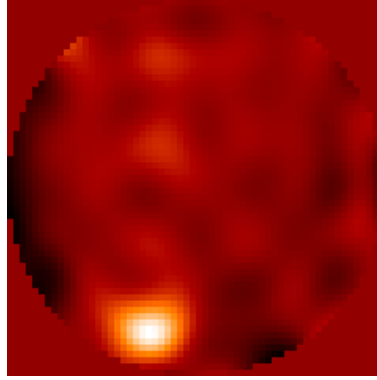


FIG. 3.9 – Estimation de la phase sur la base des pixels, sur des images expérimentales. La phase est estimée sur une carte de 60×60 pixels. Une tension de $0,5 V$ est envoyée à l'un des actionneurs, visible en bas à gauche.

Cependant nous perdons alors toute l'information gagnée lors de l'estimation de la phase sur une base plus complète que celle des Zernike.

L'idée permettant de conserver l'information utile est d'utiliser la base des modes miroirs \mathbf{M} (cf chapitre 2.2.4.2). Cette base est constituée des vecteurs propres résultant de la diagonalisation de la matrice d'interaction. Elle est plus complète vis-à-vis des déformées du miroir que la base des polynômes de Zernike tronquée à quelques dizaines de coefficients, et évite les effets de couplage.

Les matrices intervenant dans le nouveau calcul des tensions appliquées au MD sont alors :

- ϕ est le vecteur de mesure : la carte de phase dans la base des pixels,
- \mathbf{F} la matrice des fonctions d'influence, elle permet de passer d'une carte de phase aux tensions,
- \mathbf{C} la matrice de commande déjà utilisée.

Il est alors possible d'exprimer les NCPA dans l'espace des tensions via la matrice d'influence :

$$\mathbf{v} = \mathbf{F}\phi \quad (3.9)$$

Les pentes de correction à ajouter aux pentes de références s'écrivent alors à l'aide de la matrice d'interaction :

$$\mathbf{p} = \mathbf{D}\mathbf{v}. \quad (3.10)$$

L'expression complète des pentes de correction en fonction des mesures ϕ s'écrit alors :

$$\mathbf{p} = \mathbf{D}\mathbf{F}\phi. \quad (3.11)$$

Lors de la fermeture de boucle, les tensions réellement appliquées au miroir seront donc :

$$\mathbf{v} = \mathbf{C}\mathbf{D}\mathbf{F}\phi \quad (3.12)$$

Or, la matrice de commande \mathbf{C} s'exprime en fonction de la matrice d'interaction \mathbf{D} par la relation $\mathbf{C} = (\mathbf{D}^T\mathbf{D})^\dagger \mathbf{D}^T$. Il s'ensuit que les tensions appliquées au miroir sont données par la relation :

$$\mathbf{v} = (\mathbf{D}^T\mathbf{D})^\dagger \mathbf{D}^T\mathbf{D}\mathbf{F}\phi \quad (3.13)$$

Dans une première approximation, si l'on considère que l'inverse généralisée est une inverse classique, il vient que les tensions appliquées au miroir sont directement données par la projection des mesures ϕ par la matrice d'influence :

$$\mathbf{v} = \mathbf{F}\phi \quad (3.14)$$

Cette expression permet de se rendre compte que les tensions sont exprimées à l'aide d'une matrice calibrée (les fonctions d'influence sont mesurées par un moyen externe, ZYGO ou autre). Cependant, la simplification $(\mathbf{D}^T \mathbf{D})^\dagger \mathbf{D}^T \mathbf{D} \simeq \mathbb{1}$ assimile l'inverse généralisée à une inverse classique. Et ceci impliquerait qu'aucun mode n'a été filtré, et n'est pas raisonnablement applicable. Quoiqu'il en soit, la matrice \mathbf{D} (et donc son inverse généralisée) est calibrée sur le banc et prend en compte les erreurs de modèle et les possibles désalignements des optiques les unes par rapport aux autres.

Cette expression est à comparer à l'expression utilisée précédemment, où les tensions appliquées au miroir lors de la fermeture de boucle étaient données par $\mathbf{v} = \mathbf{CZa}$, avec \mathbf{a} le vecteur de coefficients de Zernike et \mathbf{Z} la matrice de projection théorique des Zernike sur les pentes.

Résultats expérimentaux La *Pseudo-Closed Loop* a été implantée sur le banc de manière à estimer les NCPA sur une base de pixels par diversité de phase. De plus, la procédure de compensation prend en compte les différentes multiplications matricielles permettant de passer d'une carte de phase aux pentes de correction à ajouter aux pentes de références. Les résultats de 3 itérations successives sont montrés sur la Figure 3.10.

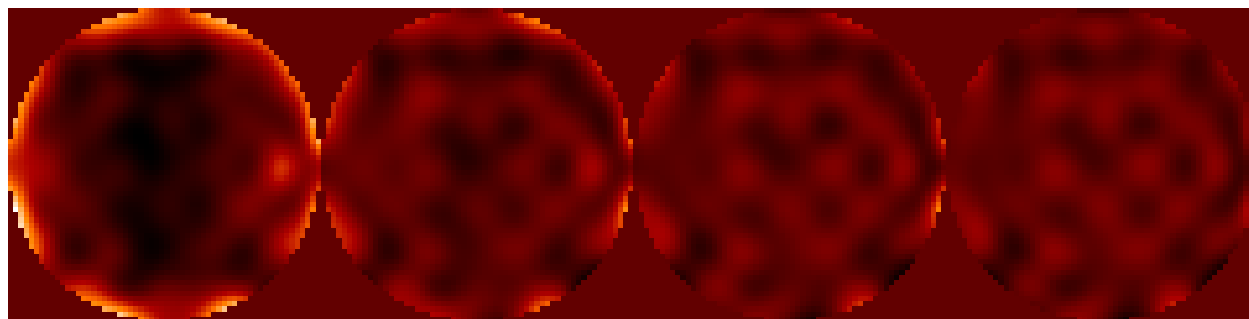


FIG. 3.10 – Cartes de phases successives obtenues après 0, 1, 2 et 3 itérations de la *Pseudo-Closed Loop*. La mesure se fait sur des cartes 60×60 pixels.

Il apparaît clairement que les basses fréquences sont compensées dès la première itération, et qu'à la troisième itération il ne reste qu'un résidu ressemblant partiellement à du gaufre. Ce type de défaut ne peut pas être corrigé par une fermeture de boucle sur des références modifiées puisque par nature le gaufre n'est pas vu par l'ASO. Cependant il a été calibré et il est possible de le prendre en compte dans un post-traitement, ou de rajouter les tensions aux tensions d'offset et de fermer la boucle à partir d'un jeu de tensions déjà modifiées (voir paragraphe suivant).

Un avantage de cette méthode réside dans l'utilisation de matrices de projection entièrement calibrées sur le banc. En effet \mathbf{D} ou \mathbf{F} sont toutes deux des matrices mesurées soit par l'ASO de la boucle d'OA, soit par un analyseur externe. Les erreurs de modèle et les défaut d'alignement des optiques sont ainsi pris en compte. Il s'ensuit une convergence très rapide de la *Pseudo-Closed Loop*, et dès la première itération le Strehl maximum est atteint.

Soustraction du gaufre résiduel Le gaufre évoqué dans le paragraphe précédent est une aberration propre aux systèmes d'optiques adaptative. Elle correspond, en terme d'erreur de front d'onde, à la forme prise par le miroir lorsque les actionneurs sont déplacés en alternance positives/négatives (comme illustré sur la Figure 3.12). L'ASO est insensible à ce mode qui déforme les spots de l'ASO sans les déplacer. Leur photocentre reste inchangé et la déformée mesurée est nulle. Il est donc impossible de compenser ce mode en modifiant les pentes de référence. Par contre ce mode est parfaitement commandable par le miroir, puisqu'il suffit d'appliquer le jeu de tensions (composé d'alternances $+1V - 1V$) à la bonne amplitude pour le compenser.

Les résidus de phase obtenus après trois itérations de *Pseudo-Closed Loop* montrent clairement que la phase se compose d'un gaufre, qui n'est donc pas compensable par la boucle fermée. Comme expliqué

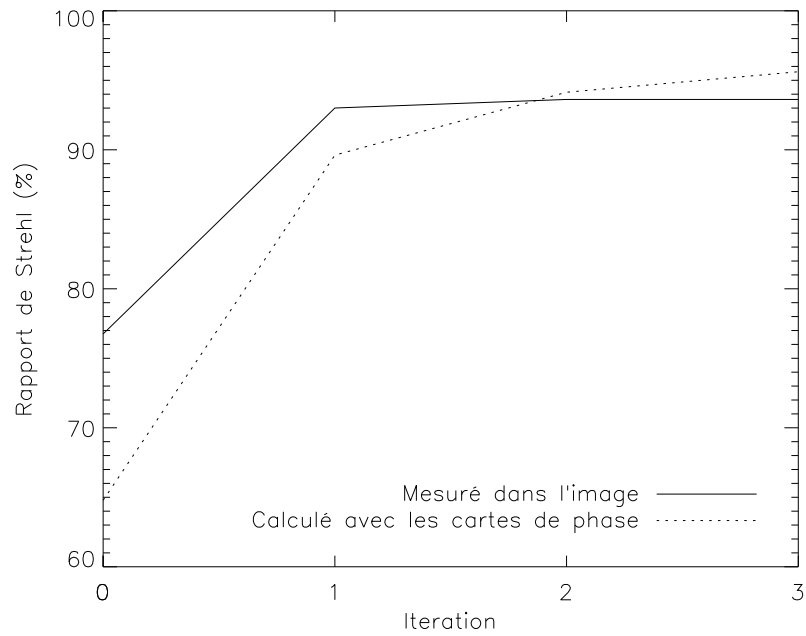


FIG. 3.11 – Evolution du rapport de Strehl avec le nombre d'itérations de la *Pseudo-Closed Loop*, mesurée sur l'image et calculé avec les cartes de phase mesurées à chaque itération

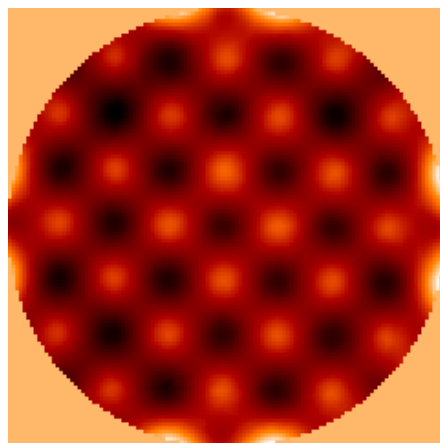


FIG. 3.12 – Carte de phase du gaufre, tel que modélisé sur le banc d'OA de l'ONERA. Les actionneurs sont actionnés alternativement de $+1V - 1V$.

précédemment, ces résidus de phase sont néanmoins calibrés lors de la mesure dans la base des pixels. Il est alors possible de compenser la part de ces résidus commandable par le miroir en modifiant les tensions d'offset en boucle ouverte.

Les résidus de phase obtenus dans le test précédent sont alors projetés dans l'espace des tensions et compensés en boucle ouverte. Les PSF de la Figure 3.13 montrent deux PSF : celle de gauche est obtenue sans compensation du gaufre, ni des NCPA, celle de droite est obtenue après compensation en boucle ouverte (donc par modification des tensions d'offset) des NCPA (procédure précédente) et du gaufre résiduel. Ce test montre que la correction du gaufre est possible en boucle ouverte. L'atténuation du gaufre mesurée sur l'intensité des quatre points parasites de l'image obtenue est supérieure à 90%.

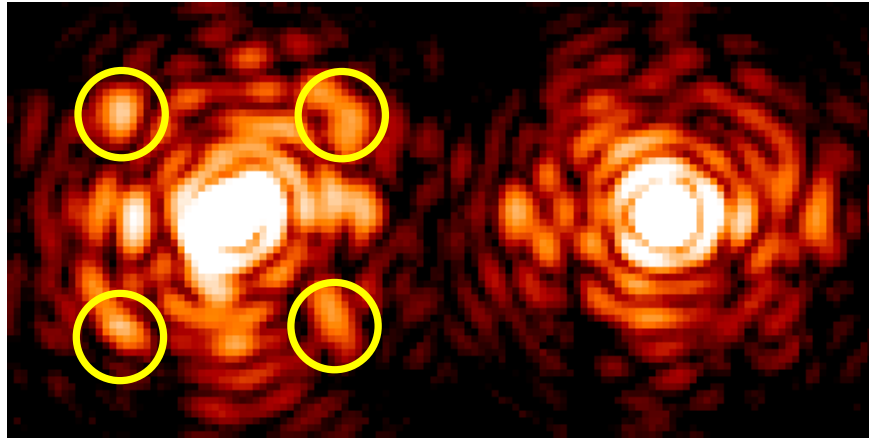


FIG. 3.13 – Compensation du gaufre en boucle ouverte, par modification des tensions d'offset. [gauche] Sans compensation, [droite] avec compensation. L'échelle d'intensité est saturée pour mettre en avant les 4 points générés par le gaufre, ceux-ci sont entourés en jaune.

3.3 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre le problème posé par les aberrations non-vues dans un système d'optique adaptative. Nous avons proposé une optimisation de leur mesure et de leur pré-compensation. Plusieurs approches ont été proposées et optimisées. Du point de vue de la mesure, la base de Zernike ne paraît pas optimale, il est préférable de choisir une base de pixel. Bien que le nombre d'inconnues soit plus grand (c'est aussi un intérêt), une régularisation L_2 permet une bonne estimation. La phase alors mesurée sur une base de pixel peut être projetée dans différents espaces d'intérêt, comme les modes propres du miroir, ou directement sur les tensions via les fonctions d'influence du miroir. Il n'est alors plus nécessaire d'acquérir une matrice d'interaction Zernike-Zernike, longue et fastidieuse surtout dans le cas de grands nombres de modes à compenser. Du point de vue de la reconstruction, la *Pseudo-Closed Loop* donne de très bons résultats.

Chapitre 4

Méthodes d'inversion en imagerie différentielle

Le projet SPHERE allie un système d'imagerie à haute résolution [XAO] à un imageur coronographique afin d'atténuer le flux de l'étoile centrale au profit de celui du compagnon. Cependant, un tel système seul n'est pas suffisant pour atteindre les niveaux de détection souhaités. Il est également nécessaire de prévoir une méthodologie de traitement d'image afin d'optimiser la détection après acquisition des images.

L'imagerie différentielle est une technique permettant par traitement numérique de discriminer les photons issus du compagnon des photons issus de l'étoile. La présentation des méthodes classiques en imagerie différentielle, qu'elle soit spectrale ou angulaire a fait l'objet du chapitre 2.5. Le présent chapitre introduit mon travail de thèse dans ce cadre, et présente deux méthodes novatrices de traitement d'image dans le cadre de l'imagerie différentielle. La première est une méthode d'inversion appliquée à l'imagerie différentielle spectrale (différentielle en longueur d'onde). L'idée motivant cette étude est d'utiliser au mieux les différentes images spectrales, dans l'hypothèse où l'on connaît les aberrations statiques de l'instrument. En effet, j'ai montré au chapitre 3 qu'il était possible d'étalonner ces aberrations statiques à l'aide d'enregistrement d'images et d'atteindre une très bonne précision. Le point important de cette première méthode considérée est l'estimation de la FEP, et en particulier de la fonction de structure de la phase résiduelle D_ϕ (définie au Chapitre 2). La seconde est une méthode de traitement fondée sur la théorie de la détection et appliquée au cas de l'imagerie différentielle angulaire. Le point important est la conservation de l'information temporelle au cours du traitement, à savoir la trajectoire apparente du compagnon autour de son étoile. Chacune de ces deux méthodes est implantée numériquement et validée par simulations. Leurs performances respectives sont comparées aux méthodes usuellement employées dans l'imagerie différentielle spectrale et spatiale. A terme, ces deux approches (spectrale, et différentielle) ont vocation à se combiner avec la dernière méthode présentée dans le chapitre 5 et traitant de l'imagerie coronographique. Il sera ainsi possible de produire un algorithme global permettant de traiter des images coronographiques différentielles angulairement et spectralement. Pour l'heure nous découplons le différentiel spectral et l'angulaire dans ce chapitre, pour traiter le problème de l'imagerie coronographique dans le chapitre suivant.

4.1 Méthode d'inversion en imagerie différentielle spectrale

Nous rappelons ici que le principe de l'imagerie différentielle spectrale est d'obtenir deux images i_{λ_1} et i_{λ_2} à deux longueurs d'onde λ_1 et λ_2 . Dans les traitements usuels des images différentielles spectrales, ces longueurs d'onde doivent être choisies proches pour s'assurer que les structures des speckles soient fortement corrélées, et ainsi les soustraire correctement lors de la différence. Dans notre cas, nous allons nous affranchir de cette condition en traitant séparément les deux images. Les deux images sont obtenues par deux canaux optiques spectraux différents, chacun par exemple incluant un filtre permettant de sélectionner

une bande spectrale étroite autour de la longueur d'onde considérée. Les deux canaux ont donc chacun une réponse statique particulière, dépendant des aberrations optiques dans chaque canal. En suivant le formalisme de formation d'image présenté dans le chapitre 2, il est possible, dans le cas d'une imagerie directe, d'explicitier les images i_{λ_1} et i_{λ_2} en suivant la relation :

$$i_{\lambda_1} = h_1 \star o_{\lambda_1} + b_1 \quad (4.1)$$

$$i_{\lambda_2} = h_2 \star o_{\lambda_2} + b_2 \quad (4.2)$$

où i_{λ_1} et i_{λ_2} sont les deux images obtenues par l'instrument en observant un objet o_{λ_k} dont le flux dépend de la longueur d'onde d'observation. Les réponses de l'instrument h_1 et h_2 dépendent de la longueur d'onde, des aberrations optiques ϕ_{s1} et ϕ_{s2} de chaque voie utilisée ainsi que de la fonction de structure turbulente D_ϕ . Pour les deux canaux spectraux, cette fonction de structure ne diffère que par une mise à l'échelle. Les FTOs (telles que calculées en 2.2.3) des deux canaux spectraux peuvent donc s'écrire explicitement :

$$\tilde{h}_1(\mathbf{f}) = e^{-\frac{1}{2}D_\phi^{\lambda_1}(\lambda_1\mathbf{f})} \tilde{h}_{s1}(\mathbf{f}) \quad (4.3)$$

$$\tilde{h}_2(\mathbf{f}) = e^{-\frac{1}{2}D_\phi^{\lambda_2}(\lambda_2\mathbf{f})} \tilde{h}_{s2}(\mathbf{f}) \quad (4.4)$$

où D_ϕ^λ est la fonction de structure D_ϕ à la longueur d'onde λ définie au chapitre 2, section 2.2.2. La fonction de structure se définit comme la variance des fluctuations de phase entre deux points distants de $\boldsymbol{\rho}$ dans la pupille. Sous hypothèse de stationnarité (la variance de la phase ne dépend pas de la position dans la pupille), la fonction de structure s'écrit :

$$D_\phi(\boldsymbol{\rho}) = \left\langle |\phi(\mathbf{r} + \boldsymbol{\rho}) - \phi(\mathbf{r})|^2 \right\rangle_{\mathbf{r}} \quad (4.5)$$

Cette définition implique deux propriétés importantes (valeur centrale nulle, et centro-symétrie) pour la fonction de structure qui seront utilisées lors de son estimation :

$$D_\phi(\mathbf{0}) = 0 \quad (4.6)$$

$$D_\phi(\boldsymbol{\rho}) = D_\phi(-\boldsymbol{\rho}) \quad (4.7)$$

De plus, la dépendance de $D_\phi(\boldsymbol{\rho})$ avec la longueur d'onde est connue analytiquement et s'écrit par le biais de la relation entre fréquences spatiales \mathbf{f} et distance dans la pupille $\boldsymbol{\rho} = \lambda\mathbf{f}$. Explicitons l'écriture de la fonction de structure en fonction de la longueur d'onde λ_1 :

$$D_\phi(\lambda_1, \mathbf{f}) = \left(\frac{2\pi}{\lambda_1} \right)^2 \left\langle |\delta(\mathbf{r} + \lambda_1\mathbf{f}) - \delta(\mathbf{r})|^2 \right\rangle \quad (4.8)$$

où $\delta(\mathbf{r})$ est la différence de marche. Celle-ci est reliée à la phase $\phi(\mathbf{r})$ par la relation :

$$\phi(\mathbf{r}) = \frac{2\pi}{\lambda} \delta(\mathbf{r}) \quad (4.9)$$

La fonction de structure à la longueur d'onde λ_2 et à la même fréquence spatiale \mathbf{f} s'écrit alors :

$$D_\phi(\lambda_2, \mathbf{f}) = \left(\frac{2\pi}{\lambda_2} \right)^2 \left\langle |\delta(\mathbf{r} + \lambda_2\mathbf{f}) - \delta(\mathbf{r})|^2 \right\rangle \quad (4.10)$$

La fonction de structure à la longueur d'onde λ_2 et à la fréquence spatiale $\mathbf{f}' = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}\mathbf{f}$ s'écrit alors :

$$D_\phi(\lambda_2, \mathbf{f}') = \left(\frac{2\pi}{\lambda_2} \right)^2 \left\langle |\delta(\mathbf{r} + \lambda_2\mathbf{f}') - \delta(\mathbf{r})|^2 \right\rangle \quad (4.11)$$

avec $\lambda_2 \mathbf{f}' = \lambda_1 \mathbf{f}$ soit :

$$D_\phi(\lambda_2, \mathbf{f}') = \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right)^2 D_\phi(\lambda_1, \mathbf{f}) \quad (4.12)$$

Cette relation est la remise à l'échelle complète de la fonction de structure en longueur d'onde.

$\tilde{h}_{s_1}(\mathbf{f})$ et $\tilde{h}_{s_2}(\mathbf{f})$ sont les FTOs statiques des deux canaux. Ces FTO s'expriment simplement en fonction des aberrations statiques de chaque canal :

$$\tilde{h}_{s_1}(\mathbf{f}) = \text{TF} \left(\left| \text{TF}^{-1} \left(\mathcal{P}(\mathbf{r}) e^{j\phi_{s_1}^{\lambda_1}(\mathbf{r})} \right) \right|^2 \right) \quad (4.13)$$

$$\tilde{h}_{s_2}(\mathbf{f}) = \text{TF} \left(\left| \text{TF}^{-1} \left(\mathcal{P}(\mathbf{r}) e^{j\phi_{s_2}^{\lambda_2}(\mathbf{r})} \right) \right|^2 \right) \quad (4.14)$$

De même la phase statique ϕ_s considérée à la longueur d'onde λ est notée ϕ_s^λ .

De plus, chaque image comporte un bruit b_1 et b_2 que nous considérerons en première approximation blanc gaussien et stationnaire. Notons qu'une complexification du modèle de bruit peut se faire simplement (voir chapitre 3 par exemple) sans nuire à la généralité des études menées ci-après.

L'objet o peut s'écrire à chaque longueur d'onde comme la somme d'une étoile (un dirac) de flux F_0 et du reste du champ observé à la longueur d'onde λ $o'_\lambda(\boldsymbol{\alpha})$:

$$o_{\lambda_1}(\boldsymbol{\alpha}) = F_0 \delta(\boldsymbol{\alpha}_0) + o'_{\lambda_1}(\boldsymbol{\alpha}) \quad (4.15)$$

$$o_{\lambda_2}(\boldsymbol{\alpha}) = F_0 \delta(\boldsymbol{\alpha}_0) + o'_{\lambda_2}(\boldsymbol{\alpha}) \quad (4.16)$$

où F_0 est le flux de l'étoile, $\boldsymbol{\alpha}_0$ est la position de l'étoile dans le champ, $F_{1,k}$ et $F_{2,k}$ sont les flux relatifs des différents compagnons et $\boldsymbol{\alpha}_k$ leur positions respectives. Les rapports typiques entre le spectre de l'étoile et celui du compagnon, aux longueurs d'onde d'intérêt de SPHERE, permettra de faire plus loin des hypothèses simplificatrices. Il est à noter dès maintenant que le flux de l'étoile reste constant entre canaux spectraux alors que celui de la planète présente des signatures dues à la chimie complexe de son atmosphère (Cf Figure 4.1).

4.1.1 Principe général de la méthode

Nous proposons ici une méthode de déconvolution fondée sur une approche de Maximum A Posteriori. Ce cadre global est le même que celui de la diversité de phase (étudiée dans le chapitre 3) ou que celui de l'algorithme MISTRAL[65]. Cette méthode consiste à estimer la FEP ainsi que l'objet observé dans le jeu de données constitué des deux images spectrales dont l'expression est donnée à l'Equation 4.2. Les réflexions menées dans cette partie ainsi que les résultats présentés ont fait l'objet d'un acte de conférence[106], inséré en annexe à la fin de ce chapitre.

Dans ces deux équations, les inconnues sont les FEP aux deux longueurs d'onde, ainsi que les objets aux deux longueurs d'onde. Les FEP dépendent de la fonction de structure de la phase turbulente, ainsi que des aberrations statiques de chaque canal spectral. L'estimation conjointe de l'ensemble de ces paramètres représente un défi trop audacieux, étant donné le trop grand nombre de paramètres à estimer (deux objets, une fonction de structure, deux cartes de phase) par rapport au faible nombre de données (deux images).

Cependant, nous avons montré dans le chapitre 3 qu'il est possible d'estimer les aberrations statiques à l'aide d'images plan-focal. Cette estimation fait intervenir la diversité de phase. Dans le chapitre 3, l'estimation est faite dans un cas purement statique, non turbulent. Nous considérons dans un premier temps que cette estimation est parfaite. Eventuellement, dans un second temps, il est envisageable de chercher à améliorer cette connaissance en utilisant une méthode myope.

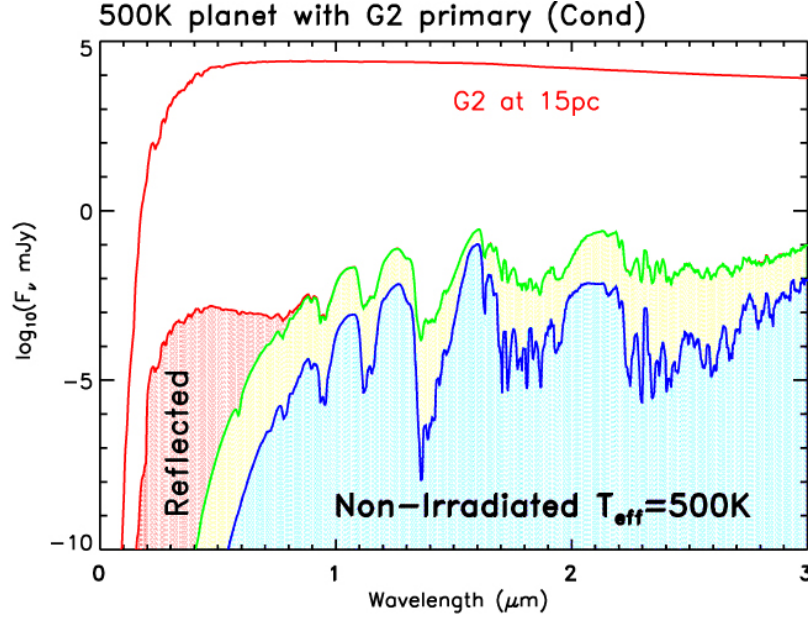


FIG. 4.1 – Spectre d’une planète géante gazeuse à $500K$ et d’une étoile $G2$. Le spectre de la planète est donné pour deux positions orbitales, à $\simeq 1AU$ [vert] et à quelques AU [bleu], où la planète présente uniquement son émission propre dans d’infrarouge.

Après cette hypothèse, l’estimation de la FEP se réduit dans notre cas à l’estimation de la fonction de transfert turbulente résiduelle et de l’objet. Cette estimation nécessite la mise en œuvre d’une méthode d’inversion dédiée. Nous allons donc maintenant nous y intéresser, en nous basant sur une approche MAP.

Comme expliqué dans le chapitre 2, l’approche MAP consiste à écrire la densité de probabilité $\mathcal{P} = P(o, D_\phi | i_{\lambda_1}, i_{\lambda_2})$ de l’objet o aux deux longueurs d’onde et de la fonction de structure D_ϕ , connaissant les images. Trouver alors le meilleur objet et la meilleure fonction de structure revient à maximiser la probabilité \mathcal{P} par rapport à o et D_ϕ .

$$\mathcal{P}(o, D_\phi) = P(D_\phi, o_{\lambda_1}, o_{\lambda_2} | i_{\lambda_1}, i_{\lambda_2}, \phi_{s1}^{\lambda_1}, \phi_{s2}^{\lambda_2}) \propto P(i_{\lambda_1}, i_{\lambda_2} | o, D_\phi, \phi_{s1}^{\lambda_1}, \phi_{s2}^{\lambda_2}) P(o) P(D_\phi) \quad (4.17)$$

Le premier terme $P(i_{\lambda_1}, i_{\lambda_2} | o, D_\phi, \phi_{s1}^{\lambda_1}, \phi_{s2}^{\lambda_2})$ est le terme de vraisemblance, déterminé par le niveau de bruit dans les données et le modèle de formation d’image utilisé. Sa statistique est donnée par la statistique du bruit dans l’image. Dans une première approximation, nous le considérerons blanc et stationnaire. Les termes suivants $P(o)$ et $P(D_\phi)$ sont les connaissances *a priori* que nous avons sur les paramètres à estimer. Ces termes de régularisation permettent d’améliorer les performances finales de la méthode. Par exemple, la fonction de structure présente une forme particulière dépendant des paramètres de la turbulence au moment de l’acquisition qui peut être pris en compte dans le terme $P(D_\phi)$.

Le critère MAP $\mathcal{J}(o_{\lambda_1}, o_{\lambda_2}, D_\phi)$ est l’antilogarithme de la probabilité \mathcal{P} . Maximiser la probabilité \mathcal{P} est équivalent à minimiser ce critère MAP :

$$\mathcal{J}(o_{\lambda_1}, o_{\lambda_2}, D_\phi) = -\ln(\mathcal{P}) \quad (4.18)$$

qui s’écrit explicitement de la façon suivante :

$$\begin{aligned}
\mathcal{J}(o_{\lambda_1}, o_{\lambda_2}, D_\phi) &= \frac{1}{2\sigma^2} \|\tilde{i}_{\lambda_1}(\mathbf{f}) - \tilde{h}_1(D_\phi, \phi_{s1}^{\lambda_1}, \mathbf{f})\tilde{o}_{\lambda_1}(\mathbf{f})\|^2 \\
&+ \frac{1}{2\sigma^2} \|\tilde{i}_{\lambda_2}(\mathbf{f}) - \tilde{h}_2(D_\phi, \phi_{s2}^{\lambda_2}, \mathbf{f})\tilde{o}_{\lambda_2}(\mathbf{f})\|^2 \\
&+ \mathcal{J}_{D_\phi}(D_\phi) + \mathcal{J}_o(o)
\end{aligned} \tag{4.19}$$

où $\mathcal{J}_{D_\phi}(D_\phi)$ et $\mathcal{J}_o(o)$ sont les termes de régularisation portant sur la fonction de structure et l'objet observé. Ils sont égaux à l'antilogarithme des lois de probabilité correspondantes. σ^2 est la variance du bruit dans l'image. Elle est supposée constante. Il est possible de considérer une variance non constante $\sigma^2(\mathbf{r})$ prenant alors en compte une statistique fine de bruit de photon (voir chapitre 3, section 3.1). Cependant nous nous sommes focalisés sur la faisabilité de l'estimation de D_ϕ et n'avons pas implanté cette possibilité. Ce point ne présente à notre avis pas de difficulté majeure et ne remet pas en cause les conclusions essentielles de cette partie.

Les régularisations possibles sur l'objet ont déjà fait l'objet d'une section dans le chapitre 2. La régularisation sur la fonction de structure fera l'objet d'une étude spécifique dans la suite.

4.1.1.1 Hypothèses et méthode simplifiée

Dans le cadre de cette méthode d'inversion, nous posons l'hypothèse suivante dans le but de simplifier la minimisation et de démontrer la faisabilité de l'approche générale proposée plus haut.

Nous supposons que le compagnon présente une signature spectrale particulière : celui-ci émet de la lumière à la longueur d'onde λ_1 et est indétectable à la seconde longueur d'onde λ_2 . Ceci signifie par exemple que le compagnon est un Jupiter chaud et présente une raie d'absorption très forte autour de λ_2 . Ce cas correspond à un cas « Baseline » pour SPHERE, où les longueurs d'ondes sont choisies autour de la raie d'absorption du méthane. La seconde image i_{λ_2} est donc considérée comme une FEP de référence et la minimisation peut donc être ramenée en trois étapes successives, résumées sur la Figure 4.2 :

- Estimation de la fonction de structure $D_\phi(\boldsymbol{\rho})$ dans l'image i_{λ_2} (sans compagnon), en supposant connues les aberrations statiques $\phi_{s2}^{\lambda_2}$. Ceci correspond à minimiser le critère global de l'équation 4.19 par rapport à la fonction de structure D_ϕ . Ceci correspond à la minimisation du critère réduit suivant :

$$\mathcal{J}(D_\phi) = \frac{1}{2\sigma^2} \|\tilde{i}_{\lambda_2}(\mathbf{f}) - F_0 \cdot \tilde{h}_2(D_\phi, \phi_{s2}^{\lambda_2}, \mathbf{f})\|^2 + \mathcal{J}_{D_\phi}(D_\phi) \tag{4.20}$$

celui-ci contient les second et troisième termes du critère global, à savoir le terme de vraisemblance sur i_{λ_2} et le terme de régularisation $\mathcal{J}_{D_\phi}(D_\phi)$. La fonction de structure est alors estimée à la longueur d'onde λ_2 ,

- Mise à l'échelle de la fonction de structure (estimée à la longueur d'onde λ_2) à la longueur d'onde λ_1 selon l'équation 4.12. Cette mise à l'échelle se fait théoriquement sans perte d'information, à la différence d'une mise à l'échelle des images. Puis, calcul de la FEP complète correspondant à la première voie optique,
- Déconvolution de la première image i_{λ_1} à FEP h_1 connue. Cette déconvolution permet d'estimer l'objet o_{λ_1} , constitué de l'étoile et du compagnon éventuel. Cette déconvolution consiste à minimiser le critère réduit suivant en fonction de l'objet o :

$$\mathcal{J}(o) = \frac{1}{2\sigma^2} \|\tilde{i}_{\lambda_1}(\mathbf{f}) - \tilde{h}_2(D_\phi^{\lambda_1}, \phi_{s1}^{\lambda_1}, \mathbf{f})\tilde{o}_{\lambda_1}(\mathbf{f})\|^2 + \mathcal{J}_o(o) \tag{4.21}$$

celui-ci contient les termes 1 et 4 du critère écrit à l'équation 4.19. Ce sont (d'après notre hypothèse) les seuls termes dépendant de l'objet o .

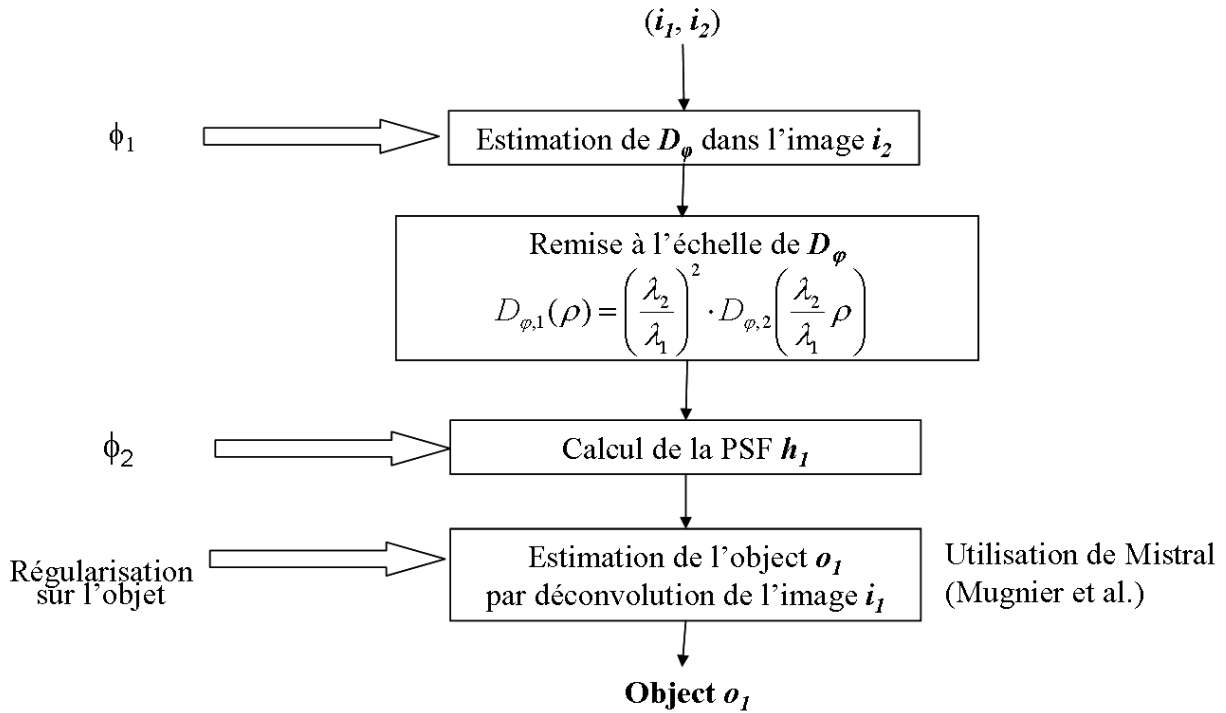


FIG. 4.2 – Schéma général de la méthode telle qu'implantée dans notre approche simplifiée.

Cette solution est légèrement sous-optimale. La seule approximation est d'estimer la fonction de structure avec une seule des deux images, afin de découpler le problème, alors les deux images contiennent de l'information sur D_ϕ .

4.1.2 Estimation de la fonction de structure turbulente

Cette première inversion consiste à estimer la fonction de structure de la phase résiduelle D_ϕ dans l'image i_{λ_2} . Ceci nécessite de développer l'expression de la FEP longue pose turbulente avec aberrations statiques, afin de faire apparaître explicitement la fonction de structure D_ϕ .

4.1.2.1 Développement de la FEP longue pose turbulente statique

L'écriture de la fonction de transfert $\tilde{h}(\mathbf{f})$ du système télescope et turbulence permet de séparer les contributions des aberrations statiques du télescope et des aberrations turbulentes dues à l'atmosphère. Cette FTO longue pose s'obtient en calculant la moyenne d'ensemble des FTO instantanées associées aux courtes poses :

$$\tilde{h}(\mathbf{f}) = \langle \tilde{S}(\mathbf{f}) \rangle \quad (4.22)$$

Or par définition (cf chapitre 2) la FTO instantanée est égale à l'auto-corrélation du champ dans la pupille, pour un point source en entrée :

$$\tilde{S}(\mathbf{f}) = \frac{1}{S_{pup}} \iint_{S_{pup}} \Psi^*(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r} + \lambda \mathbf{f}) d\mathbf{r} \quad (4.23)$$

Le champ $\Psi(\mathbf{r})$ dans la pupille s'écrit en fonction de la phase instantanée dans la pupille ϕ . Cette phase se décompose à un instant donné en une contribution turbulente ϕ_t et une contribution statique ϕ_s , ce qui

permet d'écrire le champ $\Psi(\mathbf{r})$:

$$\Psi(\mathbf{r}) = \mathcal{P}(\mathbf{r})e^{j(\phi_t(\mathbf{r})+\phi_s(\mathbf{r}))} \quad (4.24)$$

En appliquant la moyenne d'ensemble, les termes ne dépendant pas explicitement du temps pouvant être sortis, il vient donc pour la FTO longue pose :

$$\tilde{h}(\mathbf{f}) = \frac{1}{S_{pup}} \iint_{S_{pup}} \left\langle e^{-j(\phi_t(\mathbf{r})+\phi_s(\mathbf{r}))} e^{j(\phi_t(\mathbf{r}+\lambda\mathbf{f})+\phi_s(\mathbf{r}+\lambda\mathbf{f}))} \right\rangle \mathcal{P}(\mathbf{r})\mathcal{P}(\mathbf{r} + \lambda\mathbf{f})d^2\mathbf{r} \quad (4.25)$$

En ré-associant les termes contenus dans la moyenne d'ensemble, il est alors possible de faire apparaître la fonction de structure de la phase résiduelle :

$$\begin{aligned} \left\langle e^{-j(\phi_t(\mathbf{r})+\phi_s(\mathbf{r}))} e^{j(\phi_t(\mathbf{r}+\lambda\mathbf{f})+\phi_s(\mathbf{r}+\lambda\mathbf{f}))} \right\rangle &= \left\langle e^{j\phi_t(\mathbf{r}+\lambda\mathbf{f})-j\phi_t(\mathbf{r})+j\phi_s(\mathbf{r}+\lambda\mathbf{f})-i\phi_s(\mathbf{r})} \right\rangle \\ &= \left\langle e^{j\phi_t(\mathbf{r}+\lambda\mathbf{f})-j\phi_t(\mathbf{r})} \right\rangle e^{j\phi_s(\mathbf{r}+\lambda\mathbf{f})-j\phi_s(\mathbf{r})} \end{aligned} \quad (4.26)$$

On reconnaît dans le terme $\left\langle e^{j\phi_t(\mathbf{r}+\lambda\mathbf{f})-j\phi_t(\mathbf{r})} \right\rangle$ la fonction caractéristique de la variable aléatoire $\phi_t(\mathbf{r})$. ϕ_t est une variable gaussienne de moyenne nulle, il est alors possible de ré-écrire ce terme comme suit :

$$\left\langle e^{j\phi_t(\mathbf{r}+\lambda\mathbf{f})-j\phi_t(\mathbf{r})} \right\rangle = e^{-\frac{1}{2}\langle(\phi_t(\mathbf{r}+\lambda\mathbf{f})-\phi_t(\mathbf{r}))^2\rangle} \quad (4.27)$$

Sous hypothèse de stationarité, la variance de la phase turbulente ne dépend pas du point \mathbf{r} considéré et la fonction de structure ne dépend plus que de $\lambda\mathbf{f}$. Alors la moyenne d'ensemble peut s'exprimer en fonction de D_ϕ et des aberrations statiques :

$$\left\langle e^{-j(\phi_t(\mathbf{r})+\phi_s(\mathbf{r}))} e^{j(\phi_t(\mathbf{r}+\lambda\mathbf{f})+\phi_s(\mathbf{r}+\lambda\mathbf{f}))} \right\rangle = e^{-\frac{1}{2}D_\phi(\lambda\mathbf{f})} e^{j\phi_s(\mathbf{r}+\lambda\mathbf{f})-j\phi_s(\mathbf{r})} \quad (4.28)$$

Où $D_\phi(\lambda\mathbf{f})$ est la fonction de structure de la phase résiduelle. Une expression simplifiée de la FTO longue pose est alors :

$$\tilde{h}(\mathbf{f}) = \underbrace{e^{-\frac{1}{2}D_\phi(\lambda\mathbf{f})}}_{\tilde{h}_t(\mathbf{f})} \underbrace{\frac{1}{S_{pup}} \int [\mathcal{P}(\mathbf{r}).e^{j\phi_s(\mathbf{r})}]^* . [\mathcal{P}(\mathbf{r} + \lambda\mathbf{f}).e^{j\phi_s(\mathbf{r}+\lambda\mathbf{f})}] d^2\mathbf{r}}_{\tilde{h}_s(\mathbf{f})} \quad (4.29)$$

La FTO longue pose peut donc se mettre sous une forme sympathique où la contribution turbulente de l'atmosphère est séparable de la contribution statique :

$$\tilde{h}(\mathbf{f}) = \tilde{h}_t(\mathbf{f})\tilde{h}_s(\mathbf{f}) \quad (4.30)$$

4.1.2.2 Inversion du problème direct

L'inversion du problème consiste à écrire un critère quantifiant la qualité de notre modèle direct. Dans une approche Bayésienne, ce critère peut prendre en compte certaines connaissances *a priori* sur la variable à estimer, ici D_ϕ . Nous allons donc dans un premier temps lister ces connaissances, puis inverser le problème en les utilisant.

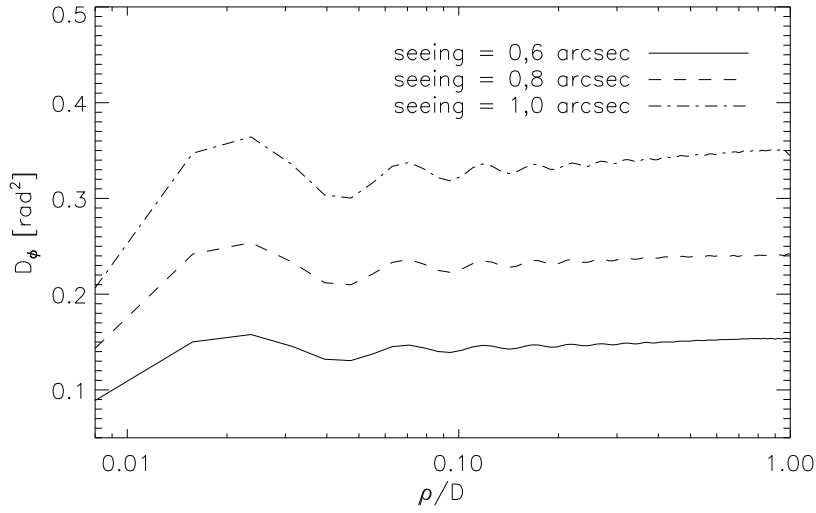


FIG. 4.3 – Profils de la fonction de structure de la phase résiduelle corrigée par OA. Les conditions de simulation sont typiquement celles d'un ciel turbulent type Paranal, et d'un système de XAO de type SAXO. L'échelle est logarithmique en abscisses et linéaire en ordonnées, afin de montrer les régimes asymptotiques.

Connaissances *a priori* sur D_ϕ La fonction de structure donne accès à une connaissance statistique sur la phase turbulente. Pour une phase turbulente non corrigée par OA suivant une statistique de Kolmogorov, la fonction de structure est radiale ($D_\phi(\mathbf{r}) = D_\phi(r)$) et est donnée par la relation $D_\phi(\rho) = 6,88 (\rho/r_0)^{5/3}$, où r_0 est le paramètre de Fried. Cependant pour une phase turbulente corrigée par optique adaptative, cette relation prend en compte les paramètres du système d'OA et est ici simulée numériquement. La Figure 4.3 montre différents profils de la fonction de structure pour différents seeing. Plusieurs propriétés de la fonction de structure y sont visibles : tout d'abord, $D_\phi(0) = 0$, la valeur centrale est en effet nulle par définition. La fonction de structure présente une saturation pour $\rho > 0,025D$. Cette saturation montre que pour tous les points distants de plus de $D/40$, les variations de phase ont été corrigées par l'OA. La variance résiduelle pour ces points sature donc à $2\sigma_{res}^2$. Cette limite est imposée par le dimensionnement des l'OA. Dans notre cas, le miroir déformable dispose de 40 actionneurs linéaires. Pour des points distants de moins de $D/40$, correspondant donc à des fréquences spatiales élevées dans la pupille, la fonction de structure est donnée par la turbulence et suit une asymptote en $(\rho/r_0)^{5/3}$. Ces propriétés de la fonction de structure (valeur centrale, saturation) seront traduites en connaissances *a priori* lors de la minimisation.

Problème inverse Étudions maintenant l'inversion : l'estimation de la fonction de structure D_ϕ dans une FEP de calibration (étoile seule) longue pose. Ce cadre permet de réécrire le critère en explicitant la FTO longue pose $\tilde{h}_2(D_\phi, \phi, \mathbf{f})$. Le critère réduit suivant est utilisé pour cette minimisation, impliquant les termes 1 et 4 de l'équation 4.19 :

$$\mathcal{J}(D_\phi) = \frac{1}{\sigma^2} \left\| \tilde{i}_{\lambda_2} - F_0 e^{-\frac{1}{2} D_\phi} \tilde{h}_{s, \lambda_2} \right\|^2 + \mathcal{J}_{D_\phi}(D_\phi) \quad (4.31)$$

où D_ϕ la fonction de structure à estimer et \tilde{h}_{s, λ_2} la FTO due aux seules aberrations statiques de la seconde voie d'imagerie. D_ϕ est le seul paramètre à estimer ici. En effet, les aberrations statiques (et donc la FEP \tilde{h}_{s, λ_2}) sont supposées connues, et le flux de l'étoile peut s'estimer analytiquement par la relation :

$$\hat{F}_0 = \frac{\sum_{\alpha} i_{\lambda_2}(\alpha) \cdot h(\alpha)}{\sum_{\alpha} h^2(\alpha)} \quad (4.32)$$

Le terme de régularisation $\mathcal{J}_{D_\phi}(D_\phi)$ mérite toute notre attention. Ce terme permet de rendre compte de connaissances *a priori* sur la fonction de structure. Il nous faut donc les identifier afin de choisir un terme de régularisation adapté. Celle-ci présente une forme lisse, et donc fortement corrélée. Une régularisation faisant intervenir une corrélation entre les pixels paraît donc indiquée, et parmi celles-ci le gradient est un bon candidat. Le gradient au point $[k, l]$ appliqué au D_ϕ s'écrit :

$$\nabla D_\phi[k, l] = \sqrt{(\nabla_x D_\phi[k, l])^2 + (\nabla_y D_\phi[k, l])^2} \quad (4.33)$$

où ∇_x et ∇_y sont respectivement les dérivées horizontales et verticales, calculées sur D_ϕ de la façon suivante :

$$\nabla_x D_\phi[k, l] = D_\phi[k + 1, l] - D_\phi[k, l] \quad (4.34)$$

$$\nabla_y D_\phi[k, l] = D_\phi[k, l + 1] - D_\phi[k, l] \quad (4.35)$$

Le gradient tel que défini ici permet de pénaliser les écarts entre pixels voisins, et donc de lisser l'estimée du D_ϕ . Il permet en outre de contribuer à blanchir (ou décorrélérer) la variable aléatoire considérée¹.

Comment utiliser la nouvelle variable ∇D_ϕ dans un terme de régularisation ? La première utilisation possible consiste à prendre pour régularisation le terme habituel, défini par la norme au carré de ∇D_ϕ sur toute l'image :

$$\mathcal{J}_{D_\phi}(D_\phi) = \|\nabla D_\phi\|^2 \quad (4.36)$$

$$= (\nabla D_\phi)^T (\nabla D_\phi) \quad (4.37)$$

$$= D_\phi^T \nabla^T \nabla D_\phi \quad (4.38)$$

L'interprétation probabiliste de ce terme est une régularisation gaussienne avec comme inverse de la matrice de covariance : $\nabla^T \nabla$. Cette régularisation peut aussi être interprétée comme une régularisation gaussienne de la variable ∇D_ϕ , avec comme matrice de covariance l'identité ! Ce terme de régularisation permet donc de lisser la variable D_ϕ , mais le lissage est uniforme dans tout le support. Or dans le cas présent, les simulations vont montrer que l'amplification du bruit lors de l'estimation n'est pas uniforme sur tout le support. Les points situés au bord du support sont plus bruités que les points du centre. L'utilisation du gradient dans ce cas mène à un lissage du bruit au bord du support, mais également à un lissage au centre ce qui signifie une perte de visibilité sur les structures centrales du D_ϕ . Il est donc important de nuancer ce terme de régularisation.

Le terme de régularisation complet calculé avec le gradient s'écrit de la façon suivante :

$$\mathcal{J}_{D_\phi}(D_\phi) = \frac{1}{2} (\nabla D_\phi)^t C_{\nabla D_\phi}^{-1} (\nabla D_\phi) \quad (4.39)$$

La matrice de covariance $C_{\nabla D_\phi}^{-1}$ quantifie les fluctuations du gradient de la fonction de structure D_ϕ . Cette matrice est de grande taille : si D_ϕ est codé sur N^2 pixels, $C_{\nabla D_\phi}^{-1}$ contient N^4 covariances. Cependant, l'utilisation du gradient sur une variable aléatoire blanchit la variable aléatoire considérée et diminue donc les corrélations entre pixels. Ceci implique que la matrice $C_{\nabla D_\phi}^{-1}$ tend vers une matrice diagonale. Nous allons dans la suite supposer que cette matrice est rigoureusement diagonale, et ne considérer que les termes de la diagonale, afin d'alléger le coût de calcul.

Le terme de régularisation $\mathcal{J}_{D_\phi}(D_\phi)$ calculé ainsi (c'est-à-dire en utilisant explicitement une matrice de covariance $C_{\nabla D_\phi}^{-1}$) est appelé un terme de lissage adaptatif, en ce qu'il lisse l'estimée de D_ϕ (utilisation

¹Si x est une variable aléatoire de DSP en $1/f^n$, alors ∇x a une DSP en $1/f^{n-2}$

du gradient) mais pondère différemment les points considérés. Cette régularisation permet en particulier de lisser fortement l'estimée de D_ϕ sur les bords de son support, mais de moins lisser les structures centrales.

De plus, ce terme de régularisation permet d'extrapoler les valeurs de D_ϕ pour les régions rendues inaccessibles par les valeurs nulles de la FTO (au delà de la fréquence de coupure, $|\mathbf{f}| > D/\lambda$).

4.1.2.3 Calcul de la matrice $C_{\nabla D_\phi}$

Cette matrice de covariance a été estimée sur différentes occurrences du gradient de D_ϕ . Ces occurrences ont été générées numériquement avec différentes valeurs de r_0 (de 0,6 à 1,2 secondes d'arc), de vent (de 0 à 20m/s) ou de magnitude de l'étoile visée (de 6 à 12). En pratique, elle sera donnée par les informations de l'analyseur de surface d'onde ([107]). $C_{\nabla D_\phi}$ quantifie la variabilité typique de ∇D_ϕ et permet de pondérer correctement le terme de régularisation. En effet, un problème récurrent des méthodes d'inversion est comment choisir l'hyperparamètre qui pondère les deux termes du critère. L'approche Bayésienne a cet avantage, il n'y a pas d'hyperparamètres à affiner. La connaissance de cette matrice de covariance permet de mener une estimation totalement non-supervisée.

4.1.3 Estimation de l'objet

L'estimation de l'objet est menée par la minimisation du critère réduit portant sur l'objet. Ce critère réduit regroupe les termes du critère global qui dépendent de l'objet. Dans la méthode proposée, les estimations de la fonction de structure et de l'objet sont faites séquentiellement. Cette approche simplifiée donne une bonne idée des performances globales, même si une minimisation globale du critère de l'équation 4.19 (conjointement sur o et D_ϕ) devrait conduire à une meilleure estimation de l'objet. Cette dernière est faite en utilisant l'algorithme MISTRAL ([60, 66, 108]) développé à l'ONERA. Cet algorithme est fondé sur la minimisation du critère suivant, et donne le meilleur objet étant donné une image, la FEP de l'instrument et les connaissances *a priori* :

$$\mathcal{J}_{\text{MISTRAL}}(o) = \sum_{\alpha} \frac{|i - h \star o|^2(\alpha)}{\sigma_b^2(\alpha)} + \mathcal{J}_R(o) \quad (4.40)$$

où \hat{h} est la FEP longue pose. Cette FEP est constituée de la FEP turbulente et de la FEP statique. La FEP turbulente est calculée avec la fonction de structure $D_\phi^{\lambda_2}$ estimée à la longueur d'onde λ_2 , $\mathcal{J}_R(o)$ est le terme de régularisation prenant en compte les connaissances *a priori* sur l'objet. Ce terme de régularisation peut contenir différentes composantes. Dans notre cas particulier, nous utilisons une contrainte de positivité et une régularisation de type champ d'étoile, aussi appelée $L_1 - L_2$ blanc [?].

4.1.4 Implantation numérique et résultats

Dans cette partie, nous validons la méthode d'inversion sur des données issues de simulations numériques représentatives du cas SPHERE.

4.1.4.1 Paramètres de simulation

Les conditions de simulation sont exposées dans la liste ci-dessous, elles correspondent à un télescope de 8m avec un système d'OA à hautes performances comme celui de SPHERE, et des conditions de turbulence typiques du ciel de Paranal. Le but de cette simulation est de comparer la détectivité de notre méthode et celle de la simple et la double différence présentées au chapitre 2.

Conditions de simulations :

- $\lambda_1 = 1,60\mu m$ et $\lambda_2 = 1,58\mu m$. Ces longueurs d'onde correspondent à celle de la raie d'absorption du méthane (intérieur et extérieur),

- paramètres de la turbulence : un profil de C_n^2 typique de Paranal est utilisé avec une vitesse de vent moyenne de $12,5m/s$ et un seeing de $0,8$ arc-secondes,
- paramètres de l’OA : un système d’OA extrême. 41×41 actionneurs, un Shack-Hartmann filtré spatialement, une matrice L3CCD travaillant à $1,2kHz$. L’étoile guide a une magnitude en bande V de 8 [101],
- la partie statique du front d’onde aberrant est générée aléatoirement selon un spectre en $1/n^2$ (où n est l’indice radial des polynômes de Zernike) avec 1300 coefficients et une erreur différentielle de $10nm$ RMS dans chaque canal. C’est-à-dire que l’erreur différentielle est de $14nm$ RMS,
- paramètres d’imagerie : les images sont simulées sur une grille de 256×256 pixels, au foyer du télescope de $8m$. Les différentes FEP h_{λ_k} sont générées à un échantillonnage de Shannon (c’est-à-dire qu’un pixel représente $\lambda_k/2D$ radians sur le ciel). Il est à noter que les images sont donc toutes simulées à un même échantillonnage, et sont donc d’ores et déjà remises à l’échelle spatialement. Les images i_{λ_1} et i_{λ_2} sont générées par convolution de l’objet observé et de la FEP de chaque canal,
- l’objet à la première longueur d’onde est constitué de l’étoile et de trois compagnons, présentant chacun un rapport de flux de 10^3 avec l’étoile. L’objet à la seconde longueur d’onde est constitué de l’étoile seule. Le flux de l’étoile est pris égal à 10^7 photons cumulés, le même pour chaque image. Les compagnons sont situés proches de l’étoile, respectivement à $2,5$, $5,0$ et $7,5\lambda/D$ de l’étoile.

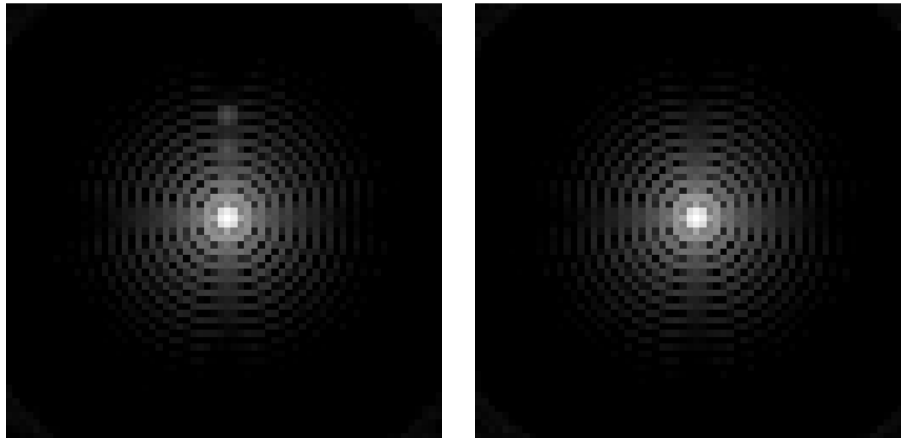


FIG. 4.4 – Exemple d’images spectrales simulées sans bruit, représentées en échelle logarithmique. Deux des trois compagnons sont visibles sur l’image de gauche ($\lambda_1 = 1,6\mu m$, et l’étoile seule est présente sur l’image de droite ($\lambda_2 = 1,58\mu m$).

4.1.5 Estimation de la fonction de structure D_ϕ : résultats

L’image i_{λ_2} est traitée de façon à estimer la fonction de structure via la minimisation du critère réduit présenté dans l’Equation 4.31. La Figure 4.5 montre les résultats de l’estimation de la fonction de structure D_ϕ . La fonction vraie (utilisée pour simuler les images) sur la gauche de la figure montre la saturation ainsi que les structures centrales (proches de $\rho = 0$) caractéristiques du système d’OA utilisé. Au milieu, la fonction de structure estimée sans régularisation montre l’amplification du bruit pour les valeurs de ρ proches de D . Cette estimation consiste donc à minimiser uniquement le terme de vraisemblance dans le critère. L’amplification du bruit est importante sur le bord du support de la fonction de structure (proche de $\rho = D$), c’est la conséquence de l’inversion des valeurs de la FTO proches de 0 . Il est à noter que si l’amplification du bruit semble à ce stade catastrophique, les valeurs marginales de la fonction de structure seront multipliées par des valeurs très faibles de la fonction de transfert statique du télescope et l’effet de l’amplification du bruit est atténuée lors du calcul de la FEP complète h_{λ_1} . Néanmoins, l’utilisation de la régularisation adaptative présentée en 4.1.2.2 permet d’obtenir de bien meilleurs résultats sur l’estimation

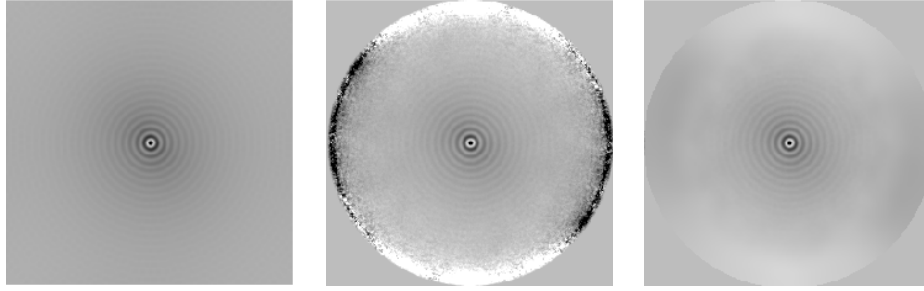


FIG. 4.5 – [gauche] D_ϕ vrai, [centre] D_ϕ estimé sans régularisation, [droite] D_ϕ estimé avec régularisation.

de la fonction de structure. les profils d'erreur sont tracés sur la Figure 4.6.

Sans régularisation, l'erreur est plus faible que $0,03rad^2$. La Figure 4.6 montre le gain obtenu par ajout de la régularisation adaptative lors de l'estimation : le profil d'erreur est au moins un ordre de grandeur inférieur à celui sans régularisation pour $\rho \simeq D$.

L'aspect adaptatif de la régularisation permet un lissage efficace de la fonction de structure sur les bords, tout en conservant un bon contraste sur les structures oscillantes proches du centre. Un lissage classique (i.e. non-adaptatif, utilisant un gradient classique) aurait conduit à un lissage au bord du D_ϕ mais également au centre et donc une perte d'information pour cette zone.

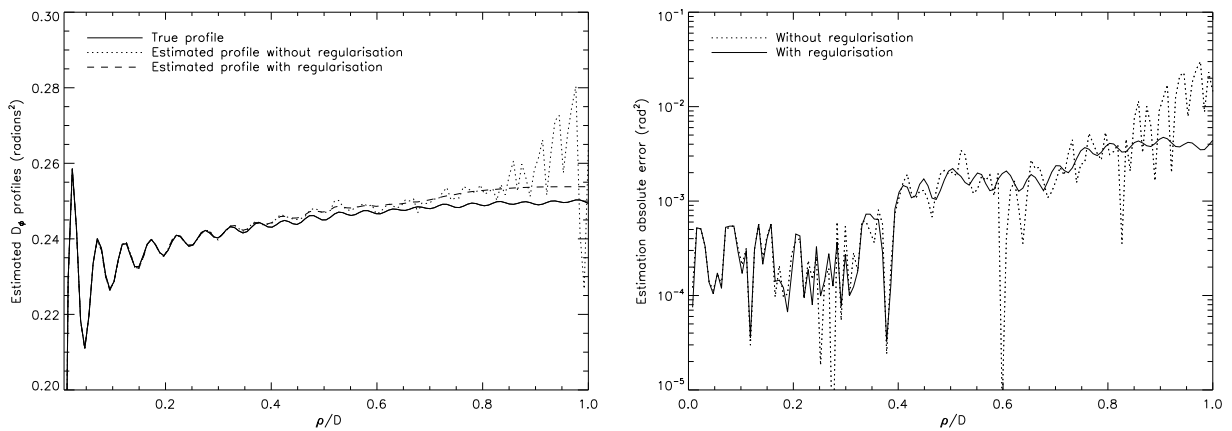


FIG. 4.6 – [gauche] section horizontale pour les fonctions de structure vraie et estimée sans et avec régularisation. [droite] erreur absolue sur la fonction de structure estimée sans et avec régularisation.

4.1.6 Calcul de la FEP h_1

La fonction de structure estimée précédemment à la longueur d'onde est maintenant utilisée pour calculer la FEP h_1 du premier canal. Cette FEP calculée sera par la suite utilisée lors de la déconvolution de la première image i_{λ_1} . De nouveau, nous supposons connues les aberrations statiques des deux canaux imageurs. Cette hypothèse est raisonnable pour SPHERE étant données la mesure des aberrations par diversité de phase dans les deux canaux. La fonction de transfert \tilde{h}_1 est donc calculée comme le produit de la FTO turbulente et de la FTO statique au moyen des équations 2.23 et 4.30.

4.1.7 Estimation de l'objet

Il est maintenant possible d'estimer différents objets, à l'aide des différentes fonctions de structure estimée précédemment : le D_ϕ brut (sans régularisation), le D_ϕ avec régularisation, et le D_ϕ vrai, utilisé pour simuler les images. Ceci afin de comparer l'apport des différents points de la méthode. Les objets estimés dans les différents cas sont rassemblés dans la Figure 4.7, et comparés aux résultats donnés par le différentiel classique (simple et double différence, présentées dans le chapitre 2).

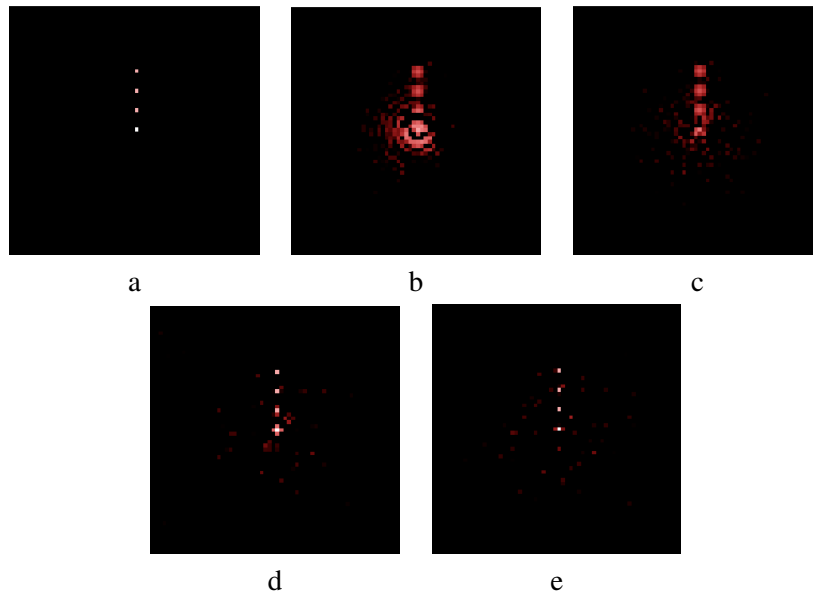


FIG. 4.7 – Échelle logarithmique. [a] objet observé. [b et c] résultats de la simple et de la double différence. [d] objet estimé avec la FEP calculée avec le D_ϕ obtenu sans régularisation. [e] objet estimé par déconvolution avec la FEP calculée avec le D_ϕ obtenu avec régularisation adaptative.

- **haut gauche** : l'objet observé. L'étoile centrale a un flux de 10^7 photons, les trois compagnons ont un rapport de flux de 10^3 par rapport à celle-ci et sont situés à $2,5$, $5,0$ et $7,5 \lambda/D$ à l'intérieur du halo de l'OA,
- **haut centre** : résultat de la simple différence. Les deux images i_{λ_1} et i_{λ_2} sont remises à l'échelle spatialement avant soustraction. L'effet des aberrations différentielles est visible sur l'étoile centrale et réduit le contraste autour du centre de l'image. Le premier compagnon est difficilement distinguable (SNR= 2), le second est visible,
- **haut droite** : résultat de la double différence. Deux images supplémentaires, de référence (i.e. obtenues sur un objet ponctuel) sont utilisées. La différence des deux images de référence a été soustraite à la simple différence précédente. Cette combinaison d'images joue le rôle d'une calibration des aberrations différentielles et permet de réduire leur effet. Ce résultat est idéal puisqu'il ne prend pas en compte les variations lentes des aberrations statiques et des paramètres de la turbulence entre les deux instants d'acquisition. Ces variations impliquent un mélange dans l'image avec les aberrations différentielles pour créer des figures de speckle différentes entre les deux paires d'image et donc une soustraction imparfaite. Dans notre cas les aberrations sont supposées statiques. Cette double différence est donc limitée par le bruit de photon, les aberrations différentielles ayant été parfaitement calibrées,
- **bas gauche** : objet estimé après déconvolution avec la FEP h_{1,D_ϕ} . Cette FEP a été calculée avec la fonction de structure estimée sans régularisation. Les deux compagnons les plus éloignés de l'étoile sont visibles, le rapport de flux est quasiment respecté (erreur relative de 6% sur son estimation). Le compagnon le plus proche reste néanmoins partiellement camouflé par le flux résiduel venant de

l'étoile centrale ($SNR < 2$).

- **bas droite** : objet estimé après déconvolution avec la FEP calculée avec la fonction de structure obtenue par estimation régularisée. Le bruit dans cet objet est légèrement plus faible que dans le cas précédent, et l'étoile centrale et le premier objet sont bien mieux définis.

4.1.8 Évaluation des performances

Les performances de la méthode sont évaluées en calculant le profil de détectivité à 5 écarts-types. Pour tout rayon r , on calcule l'écart-type empirique de l'image considérée le long du cercle. On obtient ainsi un profil $\sigma(r)$ du bruit dans l'image. La détectivité « à 5σ » est égale à 5 fois ce profil. Nous avons calculé ce profil pour les différents cas d'estimation (par notre méthode, ainsi que pour la simple et la double différence). Le profil est normalisé à la valeur maximale dans l'image.

Le profil de détectivité est un écart-type radial de bruit dans l'image, c'est à dire que le profil de détectivité à 5σ est donné par la relation :

$$\mathcal{D}(r) = 5 \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} (i(r \cos \theta, r \sin \theta) - \bar{i}(r))^2 d\theta} \quad (4.41)$$

où $\bar{i}(r)$ représente la valeur moyenne de l'image calculée azimutalement :

$$\bar{i}(r) = \frac{1}{2\pi} \int_{\theta=0}^{2\pi} i(r \cos \theta, r \sin \theta) d\theta \quad (4.42)$$

Ces profils de détectivité sont tracés sur la Figure 4.8. Les conditions de simulation sont celles listées dans la section 4.1.4. Comme les aberrations différentielles statiques sont faibles, ($10nm$ sur chaque voie d'imagerie), la double différence présente une meilleure détectivité que la simple différence seulement proche de l'axe optique ($\alpha < 5\lambda/D$), là où l'effet de ces aberrations domine. Loin de l'axe optique, les deux différences (simple et double) sont limitées par le bruit de photon et la simple différence donne donc une détectivité meilleure (elle n'utilise que deux images au lieu de quatre). Le rapport des deux détectivités dans ce régime est d'ailleurs de $\sqrt{2}$. Quelle que soit la séparation angulaire considérée, notre méthode présente une meilleure détectivité.

Le principal atout de notre méthode consiste à prendre en compte une FEP correcte (représentant à la fois la turbulence et les aberrations statiques) lors de la déconvolution. L'effet de cette dernière est de concentrer en un pixel l'énergie répartie dans toute la FEP. Dans le cas d'un instrument parfait (et donc d'une FEP d'Airy), le gain en signal est d'un facteur $\simeq 5$.

4.1.9 Intérêt de la méthode

L'intérêt de la méthode proposée ici est de prendre en compte explicitement les aberrations de chaque voie, et donc de diminuer l'effet des aberrations différentielles. Le champ de grains de speckle n'est alors plus considéré comme un bruit, mais comme une grandeur déterminée. La conséquence est donc de lever la limitation en $\Delta N/N$ présentée dans le chapitre 2 propre à l'imagerie différentielle classique. Enfin, la déconvolution permet de concentrer l'énergie de la FEP en un pixel. Dans le cas d'un échantillonnage de Shannon, le gain en signal est d'un facteur 5.

Cette méthode présente néanmoins certaines limitations. La méthode suppose un contraste fort de l'objet aux deux longueurs d'onde. Une généralisation de la méthode, applicable à tout type d'objet consiste à estimer conjointement l'objet et la fonction de structure dans les deux images. Ceci revient à minimiser directement le critère global écrit en 4.19. De plus, il est nécessaire de connaître les aberrations statiques de chaque voie. Dans un cas plus réaliste, où ces aberrations sont mal connues, il est possible de les estimer mais en utilisant un plus grand nombre d'images. Il est alors intéressant de coupler l'imagerie différentielle spectrale et

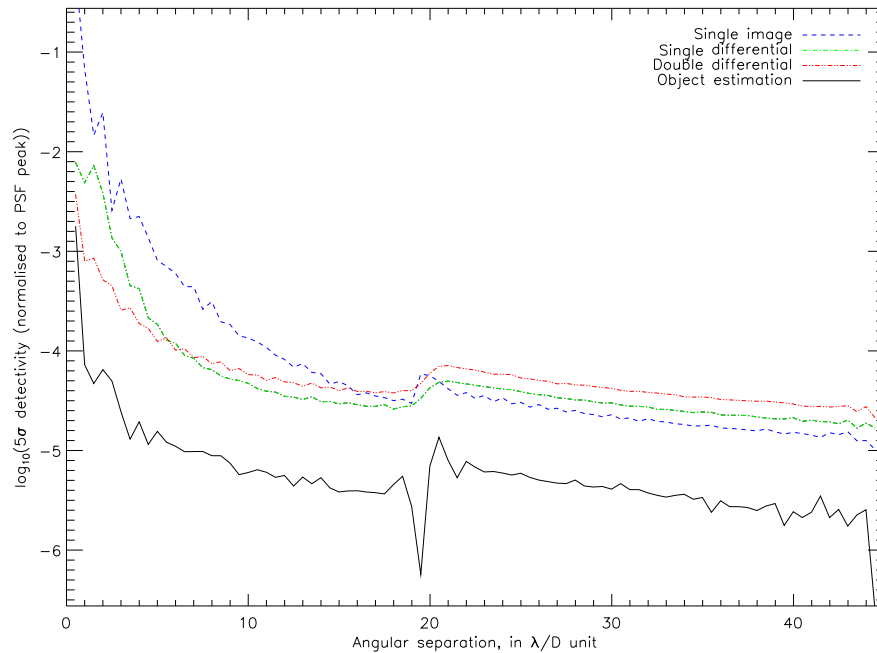


FIG. 4.8 – Profils de détectivité à 5σ , dans le cas d’une image brute (sans différence aucune), dans le cas de la simple différence, de la double différence, et de notre estimation simplifiée de l’objet.

angulaire, afin de disposer d’un plus grand jeu d’images et estimer conjointement les différentes grandeurs d’intérêt. Enfin, une paramétrisation des objets sous la forme d’une somme de Diracs paraît une piste des plus intéressantes. C’est d’ailleurs ce qui est implicitement fait dans l’imagerie différentielle angulaire.

4.2 Imagerie différentielle angulaire

Cette partie présente maintenant une méthode novatrice de traitement d’image fondée sur la théorie de la détection, permettant d’améliorer les performances de l’imagerie différentielle angulaire. Ce type d’imagerie a été présentée dans le chapitre 2. Le principe est d’utiliser la rotation de champ (naturelle ou artificielle) afin d’introduire une diversité sur le compagnon dans les images, alors que le signal de l’étoile reste (autant que faire se peut) constant. La rotation de champ introduit un déplacement relatif du compagnon au cours du temps d’observation, comme illustré sur la Figure 4.9. Cette diversité est donc une information spatio-temporelle de trajectoire du compagnon au fur et à mesure de l’acquisition des images. L’idée proposée ici est de prendre en compte cette information dans le processus de traitement.

Les images brutes acquises à différents instants d’observation sont notées par la suite i_k . Cependant, comme nous ne nous intéresserons rapidement qu’aux différences d’images, nous ne chercherons pas à expliciter les images i_k elles-mêmes. La méthode proposée ici s’applique donc aussi bien aux images coronographiques qu’aux images non coronographiques. Aucun *a priori* n’est fait sur la forme de la réponse de l’instrument au niveau du signal de l’étoile. Il est à noter qu’une expression analytique de l’image coronographique sera proposée dans le chapitre 5.

L’imagerie différentielle angulaire est particulièrement utile lorsque l’on ne connaît pas les aberrations de l’instrument. Le signal de l’étoile, au lieu d’être estimé, est simplement soustrait au mieux lors de la différence d’images acquises à différents instants. Le compagnon se déplace entre les instants successifs d’acquisition des images, celles-ci contiennent alors une information temporelle forte : la trajectoire du compagnon au cours du temps. Cette information est connue puisqu’elle dépend uniquement de la position

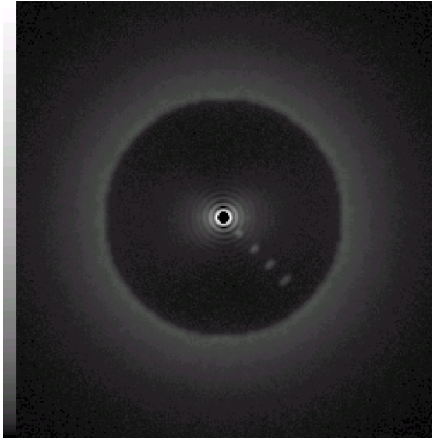


FIG. 4.9 – Exemple d’image coronographique + XAO, les quatre compagnons ont un contraste de 10^4 , le temps d’exposition correspond à une accumulation de 20 minutes. Ceci correspond à une rotation de champ de 5° . La rotation de champ est considérée régulière.

de la source dans le ciel et de l’observatoire, ainsi que des instants d’acquisition des images. Nous allons tenter de détecter le compagnon et d’estimer sa position et son flux par une méthode de Maximum de Vraisemblance.

4.2.1 Principe de la méthode : Détection du compagnon par Maximum de Vraisemblance

Nous nous proposons de développer ici une méthode de détection de la planète par maximum de vraisemblance. Autrement dit, par la minimisation d’un critère MV. Les données considérées ne sont pas les images à proprement parler (étoile et compagnon éventuel), mais des différences d’images deux à deux (le signal de l’étoile a été soustrait). Ce critère portera sur ces pseudo-données.

La mise en place d’une méthode d’inversion par MV implique l’écriture du modèle direct et d’un critère quantifiant la qualité de ce modèle. Le cas de l’imagerie angulaire est différent de l’imagerie classique, en ce que nous ne cherchons pas à décrire le signal de l’étoile mais bien le motif donné par la différence de deux images à des instants successifs. Dans la suite nous notons donc :

- $\Delta_k(\mathbf{r}, t)$ la différence des images i_k et i_{k+1} ,
- $p(\mathbf{r}, t; \mathbf{r}_0)$ le motif d’une différence d’image,
- α le flux de la planète,
- $b(\mathbf{r}, t)$ le bruit additif, Gaussien non homogène, de variance $\sigma_b^2(\mathbf{r}, t)$.

Les différences d’images $\Delta_k(\mathbf{r}, t)$ sont nos données. Le motif $p(\mathbf{r}, t; \mathbf{r}_0)$ est le modèle direct des différences d’images. Pour une position à l’instant initial du compagnon \mathbf{r}_0 , ce motif peut être calculé à l’aide des instants d’acquisition t . Les deux inconnues recherchées sont la position à l’instant initial \mathbf{r}_0 du compagnon, ainsi que son flux α . Dans une approche de MV, le logarithme du critère d’attache aux données $L(\mathbf{r}_0, \alpha)$ s’écrit :

$$\ln L(\mathbf{r}_0, \alpha) = - \sum_t \sum_{\mathbf{r}} \frac{|\Delta_k(\mathbf{r}, t) - \alpha p(\mathbf{r}, t; \mathbf{r}_0)|^2}{2\sigma_b^2(\mathbf{r})} \quad (4.43)$$

A une position initiale donnée, le meilleur estimateur du flux du compagnon $\hat{\alpha}(\mathbf{r}_0)$ se calcule de façon

analytique en annulant la dérivée du terme précédent. Il vient alors :

$$\hat{\alpha}(\mathbf{r}_0) = -\frac{\sum_{t,\mathbf{r}} p(\mathbf{r}, t; \mathbf{r}_0) \Delta_k(\mathbf{r}, t)}{\sum_{t,\mathbf{r}} p^2(\mathbf{r}, t; \mathbf{r}_0)} \quad (4.44)$$

On reconnaît dans le terme $\sum_{t,\mathbf{r}} p(\mathbf{r}, t; \mathbf{r}_0) \Delta_k(\mathbf{r}, t)$ le produit de corrélation du motif par la différence d'images, pour chaque différence d'image. C'est donc une corrélation multi-canaux. Le terme au dénominateur représentant la somme des normes au carré des motifs p au carré, le produit de corrélation est normalisé et $\hat{\alpha}(\mathbf{r}_0)$ est donc donnée par la hauteur du pic. Ce résultat correspond à l'estimation de l'amplitude d'un motif dans un signal bruité par corrélation. Cette notion est illustrée dans un cas 1D dans l'Annexe 4.3.1. Il signifie donc qu'à une position donnée du motif \mathbf{r}_0 , il est possible d'estimer le flux du compagnon correspondant.

Par ailleurs, le critère $\ln(L)$ donne, une fois développé :

$$-2\sigma_b^2 \ln L(\mathbf{r}_0, \alpha) = \sum_{t,\mathbf{r}} (\Delta_k)^2(\mathbf{r}, t) + \alpha^2 \sum_{t,\mathbf{r}} p^2(\mathbf{r}, t; \mathbf{r}_0) - 2\alpha \sum_{t,\mathbf{r}} \Delta_k(\mathbf{r}, t) p(\mathbf{r}, t; \mathbf{r}_0) \quad (4.45)$$

En réinjectant le meilleur estimateur du flux $\hat{\alpha}(\mathbf{r}_0)$ à une position \mathbf{r}_0 donnée dans l'expression du critère, il vient :

$$-2\sigma_b^2 \ln L(\mathbf{r}_0, \hat{\alpha}(\mathbf{r}_0)) = \sum_{t,\mathbf{r}} (\Delta_k)^2(\mathbf{r}, t) - \frac{\left(\sum_{t,\mathbf{r}} p(\mathbf{r}, t; \mathbf{r}_0) \Delta_k(\mathbf{r}, t)\right)^2}{\sum_{t,\mathbf{r}} p^2(\mathbf{r}, t; \mathbf{r}_0)} \quad (4.46)$$

Il apparaît alors le produit de corrélation entre motif et différence d'image au carré. De plus, $\Delta_k(\mathbf{r}, t)$ ne dépend pas de \mathbf{r}_0 , il n'intervient donc pas dans la recherche du minimum de l'équation 4.46. Il est donc équivalent de minimiser le critère réduit :

$$-2\sigma_b^2 \ln L(\mathbf{r}_0, \hat{\alpha}(\mathbf{r}_0)) = -\frac{\left(\sum_{t,\mathbf{r}} p(\mathbf{r}, t; \mathbf{r}_0) \Delta_k(\mathbf{r}, t)\right)^2}{\sum_{t,\mathbf{r}} p^2(\mathbf{r}, t; \mathbf{r}_0)} \quad (4.47)$$

La minimisation conjointe du critère $L(\mathbf{r}_0, \alpha)$ afin d'estimer la position initiale de la planète \mathbf{r}_0 et son flux α consiste donc à minimiser le critère réduit $\ln L(\mathbf{r}_0, \hat{\alpha}(\mathbf{r}_0))$, et donc à maximiser la corrélation $\sum_{t,\mathbf{r}} p(\mathbf{r}, t; \mathbf{r}_0) \Delta_k(\mathbf{r}, t)$. Repérer le pic de corrélation est donc équivalent à une minimisation complète du critère de MV correspondant.

4.2.2 Implantation pratique de la méthode

La détection d'exoplanètes dans des images différentielles angulaires se prête donc particulièrement bien à une détection par corrélation. Le motif à rechercher est connu, puisque le signal attendu de la planète est une différence de tache d'Airy (ou de fonctions qui en première approximation peuvent s'assimiler à des taches d'Airy), dont l'écartement est donné par la rotation de champ au cours de l'observation. Or cette dernière est connue puisqu'elle ne dépend que de l'instant d'acquisition des images. Le cas de l'imagerie différentielle angulaire qui nous intéresse est cependant légèrement plus complexe, pour plusieurs raisons :

- les données dont nous disposons sont une série de différence d'images,
- la signature du motif n'est pas la même dans tout le champ, une planète située loin laisse une trace plus étalée (signal réparti sur un plus grand nombre de pixels) qu'une planète située proche de son étoile.

4.2.2.1 Projection sur un repère polaire

Le repère implicite utilisé dans la représentation d'une image est un repère cartésien (x, y) . Les pixels y sont repérés par leur position de ligne et de colonne. Or dans ce repère, la trajectoire du compagnon suit un arc de cercle. Son mouvement curviligne (selon un arc de cercle) exprimé dans le repère cartésien des pixels n'est donc pas le même selon que le compagnon se situe proche de l'étoile ou éloigné de celle-ci. De plus, repérer le mouvement curviligne du compagnon suppose un échantillonnage subpixelique et donc un coût de calcul élevé.

Pour pallier à ce problème, nous projetons la zone d'intérêt de l'image sur un repère de coordonnées polaires (ρ, θ) , comme illustré en Figure 4.10. L'opération consiste à extraire une couronne C_ρ de pixels située à une distance ρ du centre de l'image, puis à interpoler celle-ci sur un nombre N d'échantillons fixé. Bien sûr, les couronnes extraites proche du centre contiennent peu de points et seront suréchantillonnées. Les différences d'images Δ_k (exprimées dans le repère cartésien (x, y)) projetées dans le repère polaire (ρ, θ) sont notées Δ_k^p . Ce sont maintenant nos variables.

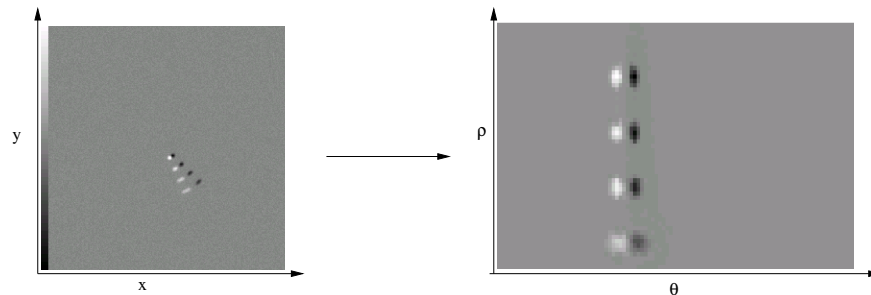


FIG. 4.10 – Projection d'une différence d'image, d'une représentation cartésienne (x, y) en représentation polaire (ρ, θ) afin de permettre une corrélation dans un espace où le motif est invariant par translation.

Il est à noter cependant une légère différence dans les signatures des compagnons. Un compagnon proche de l'étoile présente une signature plus étalée et moins brillante qu'un compagnon situé loin de l'étoile. Cette différence est due à l'étendue spatiale identique des signaux du compagnon, lorsque l'on considère les différences d'images dans le repère cartésien Δ_k (soit typiquement $\lambda p/D$ avec p la taille du pixel). Cette étendue est vue sous un angle plus important lorsque le compagnon est proche de l'étoile, et sera donc plus étalée dans le repère (ρ, θ) . Cette notion est illustrée sur la Figure 4.11.

Cette méthode présente toutefois une approximation. Comme expliqué précédemment, la corrélation des différences d'image par le motif fait appel à une translation dans le repère polaire. Or la FEP de l'instrument est invariante par translation dans le champ, c'est-à-dire dans le repère cartésien. Deux compagnons situés à deux points différents du champ y auront donc la même FEP. Ces deux propriétés s'excluent l'une l'autre, dans le cas d'une FEP quelconque et sans symétrie de révolution (cf Figure 4.12). De plus, les non-symétries éventuelles de la FEP introduisent donc une erreur négligeable. Le pic principal étant souvent à la limite de détection, la forme exacte du signal du compagnon peut être approximée à une FEP d'Airy, voire même à une gaussienne sans modifier significativement les résultats de la détection.

4.2.2.2 Motif multi-zones

Il est important de prendre en compte cette nouvelle contrainte, en considérant que le motif à rechercher dans les différences d'images Δ_k^p dépend du rayon ρ . Ce motif est alors calculé pour différents rayons en simulant complètement le signal donné par un compagnon situé à une distance ρ de l'étoile. Cette simulation ne dépend que de la distance ρ et des différents instants d'acquisition des images. Ceux-ci sont connus et

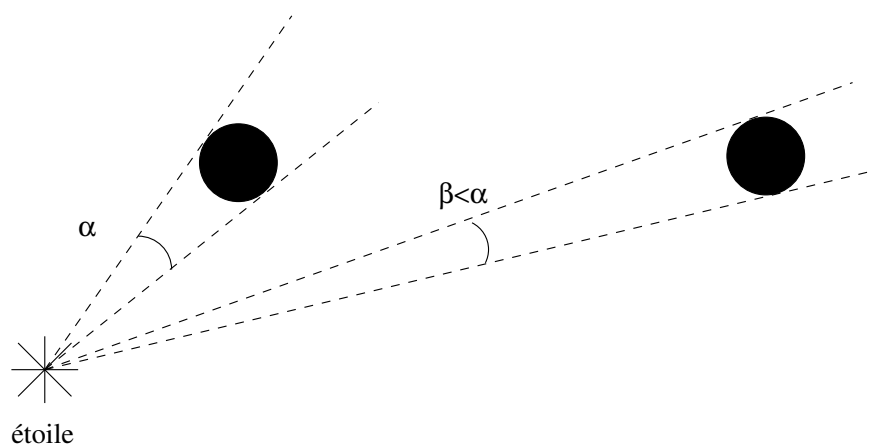


FIG. 4.11 – Deux compagnons situés à des distances différentes de l'étoile, bien que présentant un signal de même étendue sont vu sous deux angles α et β différents depuis l'étoile. Ils auront donc une signature différente lors de la projection dans le repère (ρ, θ) .

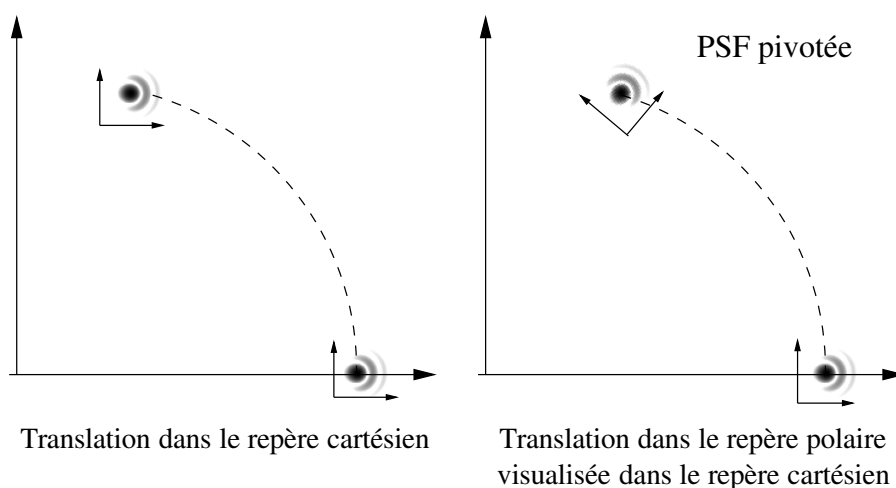


FIG. 4.12 – Illustration de l'approximation effectuée lors de la détection par corrélation dans le repère polaire. La FEP du compagnon est ici composée d'une coma Z_8 . La FEP du compagnon est supposée suivre un mouvement de translation dans le repère cartésien (invariance de la FEP par translation dans le champ). Or la corrélation dans le repère polaire (et donc une translation) correspond à une rotation de la FEP dans le repère cartésien.

permettent de remonter à la rotation de champ correspondant aux instants d'acquisition.

Les images élémentaires du motif ainsi simulées subissent ensuite les mêmes opérations que les images élémentaires i_k : recombinaisons identiques en images individuelles, puis projection sur un repère polaire. Les différences de motif (similaires aux différences d'images individuelles Δ_k^p) après la série d'opération sont notées $p_{k,\rho}$ (la notation p vaut pour *pattern*).

4.2.2.3 Corrélation multi-canal

Nous disposons maintenant d'une série de N différences d'images $\Delta_{k,k=1\dots N}^p$ dans lesquelles la signature de la planète est invariante par translation selon θ . Nous disposons également d'une série de N différences $p_{k,\rho}$ correspondant au motif recherché dans chaque différence d'image Δ_k et pour chaque position de compagnon ρ .

Le motif à rechercher dans les différences d'image présente une dimension supplémentaire par rapport au cas de la détection par corrélation classique : on connaît sa trajectoire, son déplacement dans chaque différence d'image. Prendre en compte cette information est donc un atout supplémentaire et contribue à améliorer le SNR de la détection finale. Pour ce faire, une méthode de corrélation multi-canaux telle qu'illustrée sur la Figure 4.13 est utilisée en lieu et place de la corrélation classique présentée dans la partie 4.3.1 précédente.

Cette méthode consiste à co-additionner les signaux de corrélation individuels de chaque différence d'image avec le motif recherché correspondant. Comme la position du motif dans chaque p_k est adaptée au signal recherché, les signaux de corrélation individuels sont additionnés en phase si le motif est présent dans l'ensemble des images individuelles. Pour chaque rayon ρ considéré, le motif correspondant $p_k(\rho, t)$ est utilisé lors du calcul de la corrélation.

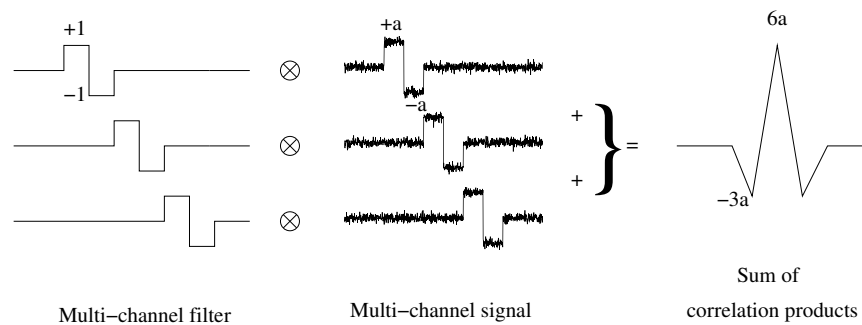


FIG. 4.13 – Principe de la corrélation multi-canaux. Les corrélation individuelles des différents canaux sont sommées en phase et contribuent au même pic de corrélation.

4.2.2.4 Détection

Le critère de détection est un pic de corrélation dépassant à $N\sigma$ du bruit dans la carte de corrélation. Typiquement, $N = 3$ à 5 , dépendant de la confiance que l'on souhaite attribuer au résultat. L'écart-type σ du bruit est mesuré dans la carte de corrélation elle-même, en dehors du pic prétendu.

4.2.3 Paramètres observationnels

4.2.3.1 Zone d'intérêt

Nous définissons dans l'image une région d'intérêt illustrée sur la Figure 4.14 dans laquelle les planètes sont recherchées. Cette région est délimitée proche de l'étoile par son Inner Working Angle (IWA), et loin de l'étoile par son Outer Working Angle (OWA). L'IWA vaut typiquement quelques λ/D , sa valeur est fixée par le type de coronographe utilisé. Un coronographe de Lyot de diamètre $4\lambda/D$ limite l'IWA à cette valeur, alors qu'un coronographe à quatre quadrants permet de rechercher des planètes plus proches de l'axe (typiquement jusqu'à λ/D voire moins). La valeur de l'OWA est fixée par les paramètres de l'OA, puisqu'on ne cherche des planètes qu'à l'intérieur du halo "nettoyé" par le système de correction. Dans le cas de SPHERE, le nombre d'actionneurs (40×40) permet de chercher des planètes jusqu'à $20\lambda/D$, c'est donc la valeur de l'OWA.

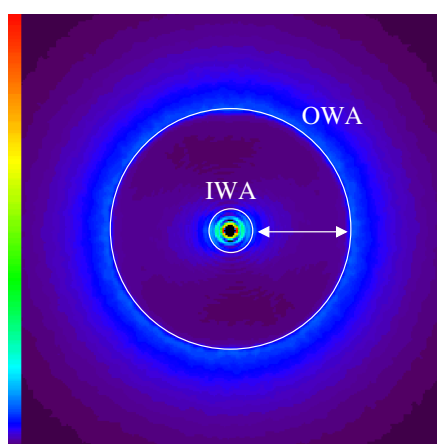


FIG. 4.14 – Zone d'intérêt, comprise en IWA et l'OWA, où sont recherchés les compagnons. L'IWA est délimité par le type de coronographe utilisé, l'OWA est délimité par les performances du système de XAO.

4.2.3.2 Gestion des temps d'exposition

L'imagerie différentielle angulaire consistant à faire varier la position du compagnon autour de l'étoile centrale, la gestion des instants d'acquisition et des temps d'exposition des images doit être étudiée avec soin. C'est ce qui est fait dans cette partie.

Dans le but de clarifier le discours, ces définitions sont adoptées par la suite :

- **Instant d'acquisition** : date de l'acquisition d'une image.
- **Temps d'exposition** : durée de l'exposition réelle d'une image, entre ouverture et fermeture du shutter.

Les images brutes acquises en une unique exposition sont appelées **images élémentaires**. Les images obtenues par sommation de paquets de plusieurs images élémentaires sont appelées **images individuelles**. Ces images individuelles sont par la suite soustraites selon différentes méthodes. L'exemple de la Figure 4.15 illustre une recombinaison des images par soustraction 2 à 2 d'images successives. D'autres méthodes de soustractions sont cependant imaginables, et sont illustrées sur la Figure 4.18. Il est ainsi possible de soustraire deux images non consécutives : $i_{k+n} - i_k$ avec n supérieur à 1. L'intérêt de ces différentes méthodes est discuté dans la partie suivante. Nous nous intéressons ici seulement aux instants d'acquisition et

aux temps d'exposition des différentes images.

Les images élémentaires doivent être des images longue pose vis-à-vis de la turbulence et donc de temps d'exposition supérieur à quelques secondes. Le temps d'exposition doit cependant être suffisamment petit pour pouvoir considérer qu'une planète située à l'OWA ne se déplace pas de plus d'une fraction de λ/D pendant l'exposition. Cette contrainte assure que toutes les planètes situées plus proches de l'étoile ne se seront déplacées d'un angle inférieur et peuvent être ainsi considérées immobiles durant l'exposition. De plus, dans un souci de réalisme, le temps d'exposition doit aussi satisfaire la contrainte de non-saturation du détecteur. Dans le cas de SPHERE (IRDIS), un temps typique de $t_{elem} = 17$ secondes a été considéré.

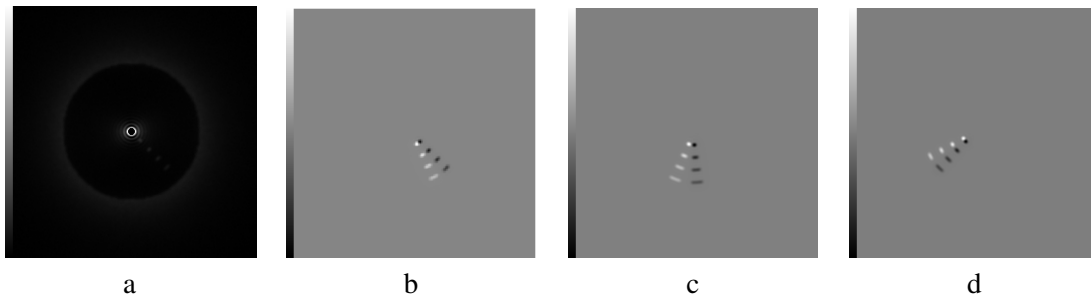


FIG. 4.15 – [a] Exemple d'image coronagraphique en présence d'un système de XAO, les quatre compagnons ont un contraste de 10^4 , cumul de 6 poses successives où le champ a tourné. [b,c,d] Soustractions 2 à 2 d'images successives. Le signal de l'étoile est supprimé au profit de la signature du compagnon dans les différences d'images : une alternance positive/négative.

4.2.3.3 Stratégie de recombinaison des images

Nous supposons avoir une série de N images élémentaires. Ces images sont acquises aux instants $t_{k,k=1\dots N}$. La recombinaison des images élémentaires en images individuelles est une des étapes critiques du processus de traitement. En effet la méthode de recombinaison dépend de plusieurs contraintes extérieures :

- le déplacement du compagnon doit être d'au moins $1,5\lambda/D$ entre les deux images à soustraire pour rendre le différentiel angulaire efficace. En effet la Figure 4.16 montre l'énergie perdue par recouvrement lors de la soustraction de deux taches d'Airy. Cette énergie est inférieure à 5% dès que le déplacement entre les centres des deux taches est supérieur à $\simeq 1,5\lambda/D$. Cependant un compagnon situé loin de l'étoile se déplace plus vite le long de son abscisse curviligne qu'un compagnon proche de l'étoile. Un déplacement curviligne de λ/D n'impose donc pas le même déplacement angulaire (et donc pas le même temps d'attente) pour les deux compagnons considérés. Par définition, on ne sait pas où se trouve le compagnon recherché. On prendra comme intervalle une limite inférieure fixée par l'IWA,
- le temps d'évolution des aberrations statiques (typiquement quelques dizaines de minutes) impose cependant de ne pas soustraire des images obtenues à de trop grands intervalles de temps. La calibration des aberrations statiques effectuée par le différentiel angulaire n'est alors plus efficace. Ce temps d'évolution donne une borne supérieure au temps séparant les instants d'acquisition des images à soustraire,
- par ailleurs, la source se déplace dans le ciel lors de la nuit. L'angle zénital varie, et les effets de la dispersion atmosphérique changent. L'ADC (Atmospheric Dispersion Compensator) permet de compenser dynamiquement ce défaut, mais introduit par ailleurs des aberrations chromatiques, dues au fait que les faisceaux aux différentes longueurs d'onde sont décalés dans le système optique. Pour égaliser les effets du chromatisme dans les différentes images, il est préférable de les acquérir au mo-

ment où la source est symétrique par rapport au méridien (cf Figure 4.17. Cette figure montre la source à différentes positions dans le ciel, l'angle zénithal (et donc les aberrations de l'ADC également) sont équivalents pour les positions (1) et (4), et pour les positions (2) et (3).

Il résulte de ces contraintes instrumentales que le compromis est délicat à trouver. D'un côté un intervalle de temps incompressible est donné par le recouvrement des réponses du compagnon. De l'autre un intervalle de temps maximum est donné par l'évolution des aberrations statiques et chromatiques (de l'ordre de l'heure, voire moins). Un compromis idéal consiste à effectuer du différentiel spectral entre les canaux imageurs à un instant donné, puis du différentiel angulaire entre différents instants d'acquisition. Le différentiel spectral permet de calibrer l'impact de la turbulence. En effet à un instant donné, cet impact est le même dans tous les canaux (à la remise à l'échelle près). A la suite du différentiel spectral, les images comportent les résidus dus aux aberrations statiques propres à chaque canal. Puis le différentiel angulaire tel qu'implanté par nos soins permet de soustraire des images successives et donc séparées d'intervalles de temps faibles, et compatibles avec le temps caractéristique d'évolution des aberrations quasi-statiques. Cette utilisation du différentiel spectral et angulaire permet donc de calibrer l'effet de la turbulence ainsi que l'évolution des aberrations propres à chaque canal. Cependant dans la suite nous allons nous intéresser uniquement au cas de l'imagerie différentielle angulaire, sans considérer d'évolution de la turbulence ou des aberrations statiques.

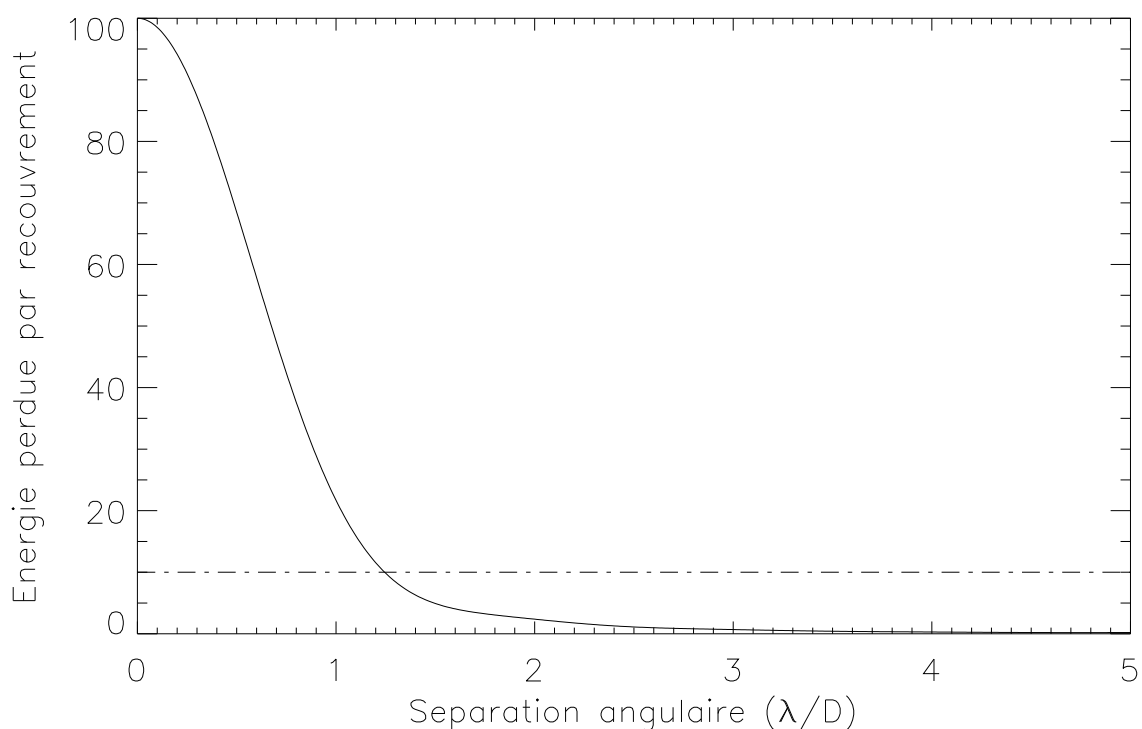


FIG. 4.16 – Energie normalisée perdue par recouvrement lors de la soustraction de deux taches d'Airy.

Le but de l'imagerie différentielle, qu'elle soit spectrale, angulaire, ou polarimétrique, est d'atténuer le signal de l'étoile en tirant partie d'une évolution du signal de la planète. Une façon simple d'utiliser cette évolution est d'effectuer des différences d'images. Notre méthode de détection en ADI s'applique donc à des différences d'image individuelles, et pas aux images individuelles elles-mêmes. La recombinaison des images individuelles consiste en une série de soustractions d'images (4.30) individuelles, successives ou non. La différence de deux images doit mettre en valeur le compagnon, en supprimant l'effet des aberrations différentielles. Nous disposons pour cela d'un jeu d'images élémentaires acquises à différents instants de la

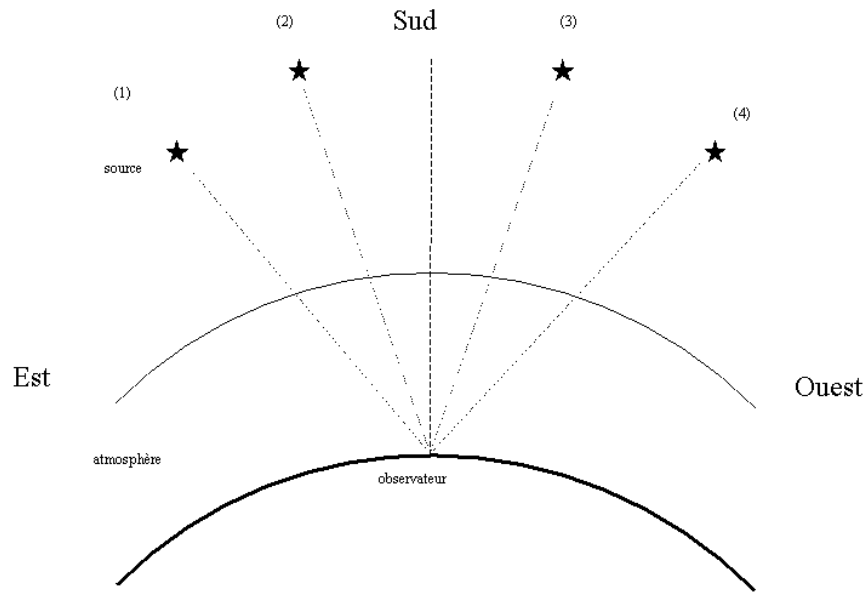


FIG. 4.17 – Stratégie d’acquisition des images différentielles angulaires. L’effet de la dispersion atmosphérique, même corrigé par l’ADC, est d’introduire des aberrations chromatiques. Une solution consiste à combiner les images symétriques par rapport au méridien.

période d’observation. Le temps d’attente entre l’acquisition de deux images successives doit permettre une rotation de champ suffisante pour qu’un compagnon situé à l’IWA se soit déplacé d’au moins $1,5\lambda/D$. Ainsi la différence de deux images successives permet une soustraction sans annulation du signal.

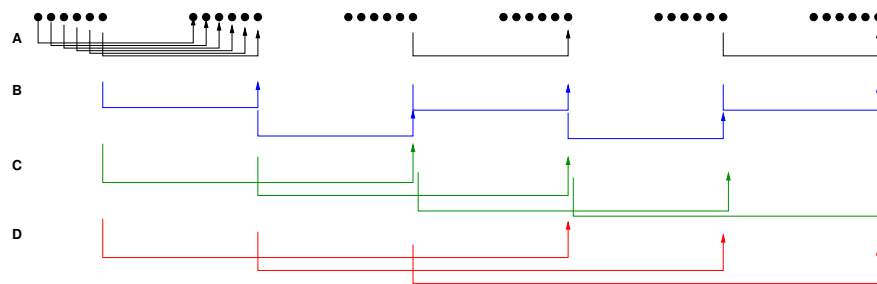


FIG. 4.18 – Schéma de principe montrant les différentes méthodes de recombinaison des images, acquises avec rotation de champ. Exemple de 6 images successives.

A partir de maintenant, il est important de noter que les variables que l’on manipule ne sont plus des images individuelles i_k mais des différences d’images individuelles, notées Δ_k .

4.2.4 Résultats

Nous avons implanté cette méthode numériquement. Nous présentons dans cette partie les résultats des simulations que nous avons pu mener en utilisant l’algorithme de simulation et de détection. Les simulations prennent en compte les paramètres physiques suivantes :

- Quatre compagnons sont situés dans la zone d’intérêt, entre 4 et $20 \lambda/D$,

- les rapports de flux 3.10^5 par rapport à l'étoile,
- les images sont des longues poses turbulentes simulées analytiquement, avec une turbulence typique de Paranal et un système d'OA extrême type SAXO,
- le système optique inclue un coronographe parfait simulé analytiquement. le détail du modèle analytique est donné dans le chapitre 5,
- la vitesse de rotation de champ n'est pas constante lors de l'observation. En effet la déclinaison de la source est de -45° pour une déclinaison de l'observatoire (Paranal) de $-24^\circ 37'$. La vitesse de rotation de champ suit donc une évolution telle que tracée en Figure 4.19.

La simulation comprend les phases suivantes :

- la génération de l'ensemble de toutes les courtes poses bruitées, pour un système étoile-compagnon(s) choisis, aux instants choisis, et pour une position d'observation donnée (ie une courbe de vitesse de rotation de champ donnée),
- la sommation des courtes poses en poses individuelles,
- le calcul de la différence des poses individuelles successives $\Delta_k^p(\mathbf{r}, t)$, selon un schéma de recombinaison choisi.

Ces différences d'image sont ensuite passées comme arguments à l'algorithme de détection. La détection est constituée des phases suivantes :

- la simulation des motifs $p(\mathbf{r}, t)$ selon la courbe de vitesse de rotation de champ, et pour différentes positions dans le champ,
- le calcul des différences de motif, selon la même recombinaison que les différences d'images,
- la projection dans le référentiel polaire des différences d'images et des différences de motif,
- le calcul de la corrélation dans le référentiel polaire des différences d'image par les différences de motif,
- le seuillage de la carte de corrélation à $N\sigma$.

Le résultat du calcul de corrélation est montré sur la Figure 4.20, en échelle linéaire. La carte de corrélation est graduée horizontalement en θ (de gauche à droite de $-\pi$ à π) et verticalement en r (de bas en haut de 4 à $20\lambda/D$, en distance par rapport à l'étoile).

Les quatre compagnons régulièrement espacés sont clairement visible, et de SNR supérieur à 5. Leur signal respectif est de plus en plus petit selon θ , ce qui caractérise le phénomène énoncé en 4.2.2.1 : les compagnons à différentes distances de l'étoile sont vus sous des angles différents.

Le bruit de corrélation présente une structure variable, dépendant de la distance à l'étoile. Cette variabilité reflète le lissage du bruit lors de la projection dans le référentiel polaire. Les couronnes situées proches de l'étoile sont largement suréchantillonnées lors de la projection en polaire (celles-ci étant constituées de peu de pixel dans le référentiel cartésien), alors que les couronnes situées loin de l'étoile sont constituées d'un plus grand nombre de pixels et sont donc moins suréchantillonnées.

Dans cette carte de corrélation, les rapports signal à bruit des quatre compagnons sont respectivement de 6,9, 12,4, 5,2 et 5,1 du plus proche au plus éloigné de l'étoile. Ils sont donc détectés lors du seuillage à 5σ présenté en Figure 4.21. Cet exemple de détection illustre les possibilités de la méthode, les compagnons ont en effet un contraste de 3.10^5 par rapport à leur étoile.

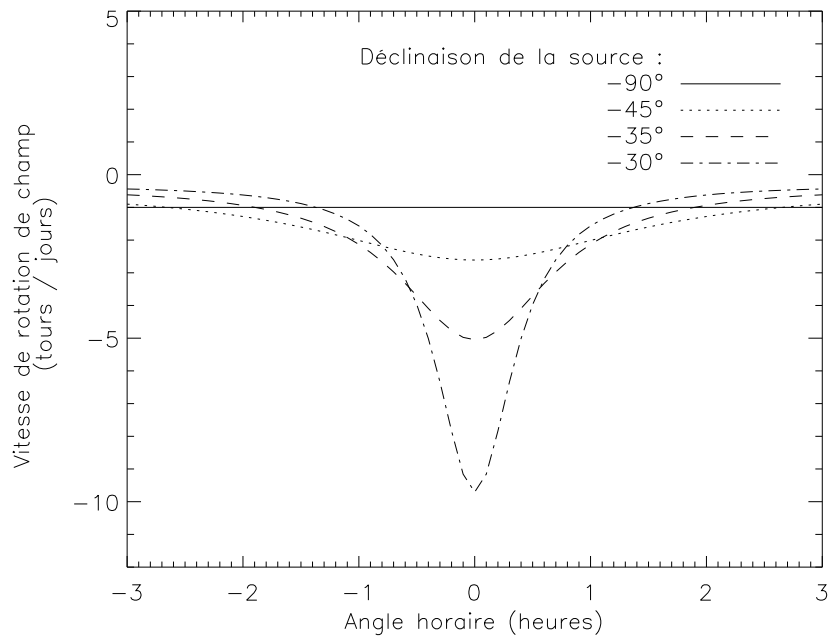


FIG. 4.19 – Vitesse de rotation de champ pour différentes déclinaisons de sources. La déclinaison de l'observatoire est celle de Paranal ($-24^{\circ}37'$), la source est donc située entre la direction du Sud (-90°) et le zénith ($-24^{\circ}37'$).

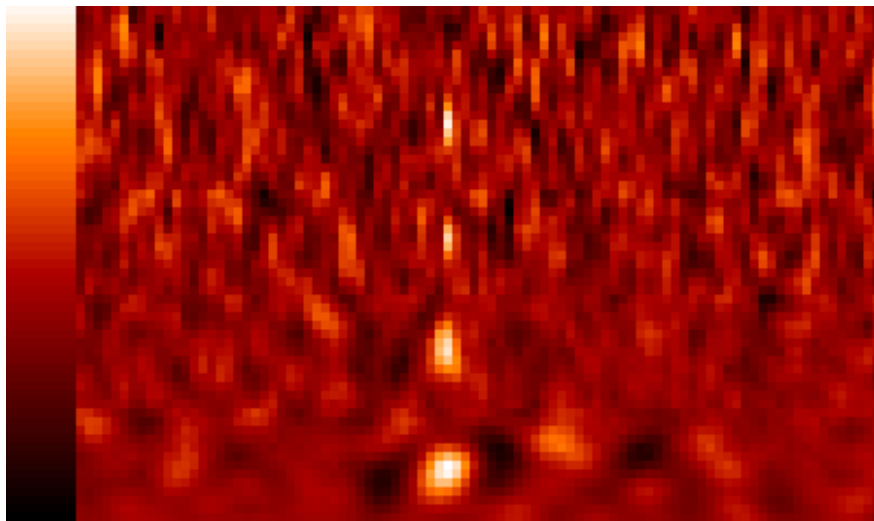


FIG. 4.20 – Résultat de la méthode : une carte de corrélation seuillée à 3σ . Les quatre compagnons situés à 4, 8, 12 et $16 \lambda/D$ sont clairement visibles.

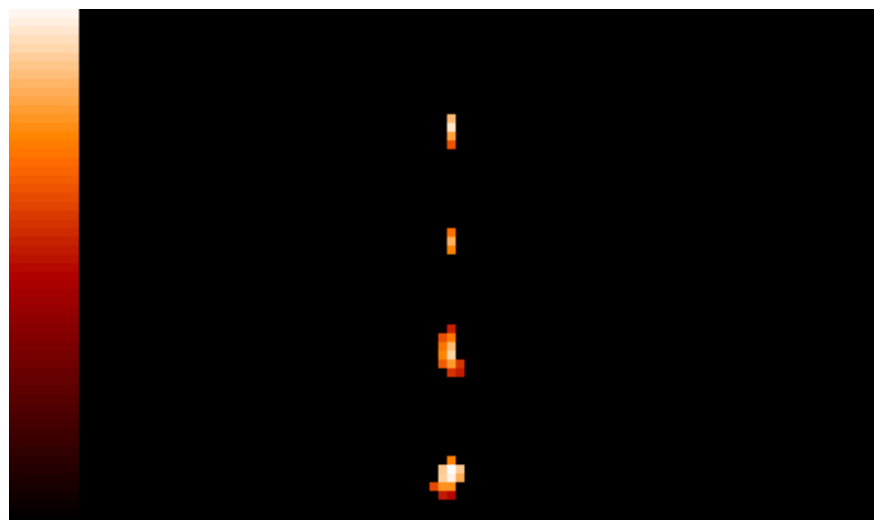


FIG. 4.21 – Seuillage à 5σ de la carte de corrélation précédente. Les quatre compagnons, de rapport de flux 3.10^5 , ressortent clairement du bruit et sont détectés.

4.2.5 Perspective

Nous n'avons pas eu le temps de tester cette méthode de façon plus détaillée. Ces résultats constituent une preuve de l'efficacité de la méthode, mais ne permettent pas de la caractériser. De plus amples investigations doivent être menées par la suite, en particulier :

- obtenir des courbes de détectivité typique, c'est-à-dire montrant le niveau de bruit à $N\sigma$ radial dans la carte de corrélation dans le référentiel polaire, et ce pour différentes configurations optiques (niveaux d'aberrations, type de coronographe, qualité de correction),
- tester la robustesse de la méthode à une méconnaissance des instants d'acquisition des images,
- à plus long terme, il s'agit évidemment de coupler cette méthode au différentiel spectral. C'est-à-dire à rechercher conjointement dans plusieurs longueurs d'onde le signal attendu des compagnons, connaissant les courbes de vitesse de rotation de champ.

4.3 Perspectives, vers une implantation du Spectro-angulaire

Les résultats de ces deux méthodes, considérées ici séparément, sont très prometteurs. D'un côté le différentiel spectral permet de calibrer les aberrations communes, à un instant donné, de même que les évolutions lentes de ces aberrations. Le différentiel angulaire, quant à lui, permet la calibration des aberrations différentielles statiques. Une minimisation conjointe sur l'ensemble des données spectro-angulaires (comportant une diversité spectrale et angulaire) permet d'améliorer grandement l'estimation, en prenant en compte le maximum d'information sur les aberrations, la fonction de structure et l'information temporelle sur le compagnon.

4.3.1 Annexe A : Détection par corrélation

La détection par corrélation, autrement appelée par filtrage adapté, consiste à corrélérer des données bruitées par le signal attendu. La valeur de la fonction de corrélation renseigne sur la présence éventuelle du signal recherché dans les données bruitées. Dans cette annexe est détaillé ce principe, et illustré dans le cas d'un signal monodimensionnel. Plusieurs cas de données bruitées sont considérés.

Soit un signal temporel $s(t)$, sa mesure $m(t)$ correspond au signal bruité :

$$m(t) = s(t) + b(t) \quad (4.48)$$

où $b(t)$ est le bruit additif de mesure. La détection du motif originel (donné par le signal non bruité) dans le signal bruité consiste alors à calculer la corrélation $C(t)$ donnée par :

$$C(t) = \int_{\tau} s(\tau)m(\tau + t)d\tau \quad (4.49)$$

Ces trois signaux sont illustrés sur la Figure 4.22, pour deux valeurs de bruit. Le rapport signal à bruit est défini par :

$$SNR = \frac{\max(s(t)) - \min(s(t))}{\sigma_b} \quad (4.50)$$

avec σ_b l'écart type du bruit de mesure. Ce SNR est de 4 pour le signal bruité de gauche. Dans le cas de droite, il est de 1. Dans le second cas, la détection du motif est totalement impossible sans traitement préalable. La corrélation du signal bruité (en haut) par le motif recherché (en fait le signal non bruité, le même dans les deux cas) donne les courbes du bas. Ces courbes montrent le signal de corrélation correspondant au cas non bruité (trait pointillé) et au cas bruité (trait plein) pour les deux cas de SNR. Dans les deux cas, le SNR calculé sur le signal de corrélation est au moins 20 fois supérieur au SNR initial du signal bruité. Le SNR est de 87 pour un signal originellement bruité de SNR 4, et le SNR est de 32 pour un signal originellement bruité de SNR 1.

La méthode de détection par corrélation est donc particulièrement efficace dans le cas où le motif recherché est connu. La corrélation par le motif joue le rôle d'un filtrage fréquentiel. L'équation 4.49 peut en effet se réécrire dans le domaine de Fourier comme le produit des transformées de Fourier du signal bruité et du filtre :

$$\tilde{C}(\nu) = \tilde{s}^*(\nu)\tilde{m}(\nu) \quad (4.51)$$

Pour diminuer l'effet du bruit, il est donc nécessaire d'avoir un motif large (permettant de moyennner le bruit sur suffisamment de points) mais d'autocorrélation piquée. Un bon exemple est donné par le signal signe ($\sin(\alpha t^2)$), dont l'autocorrélation est un Dirac. Dit autrement, un signal corrélé entre pixels se différencie bien mieux du bruit qu'un signal décorrélé entre pixels. Plus la corrélation est importante, et plus le signal se distingue du bruit.

La courbe de corrélation donne accès à deux grandeurs, la position du pic donne directement la position du motif dans le signal bruité, et sa hauteur donne accès à son amplitude. En effet dans le cas plus général où la position et l'amplitude du motif sont quelconques dans le signal bruité, la courbe de corrélation (Figure 4.23) est modifiée et permet de mesurer directement les paramètres du signal recherché.

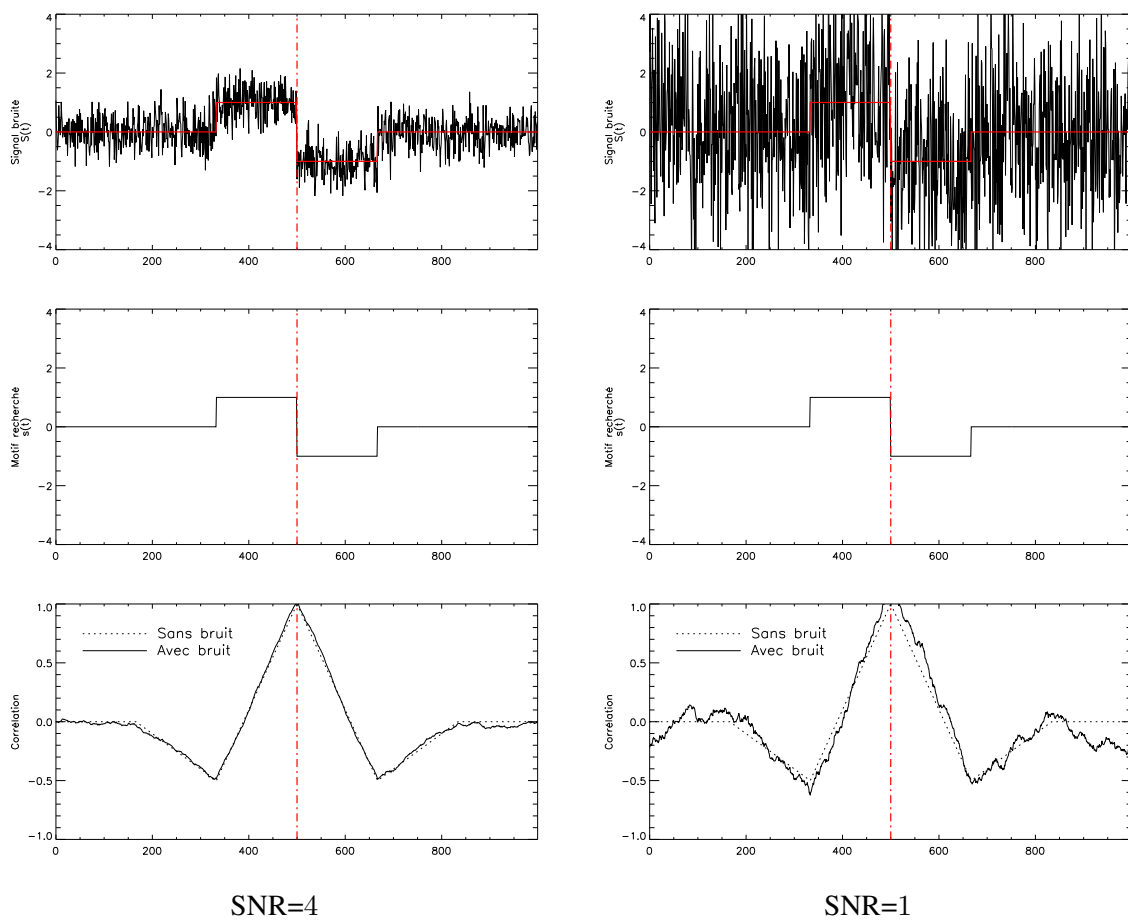


FIG. 4.22 – Exemple de détection par corrélation de motif. Le signal bruité [en haut] corrélé par le motif recherché [au centre] donne le signal de corrélation [en bas]. Dans le cas de gauche, le SNR du signal bruité est de 4. Il n'est que de 1 dans le cas de droite.

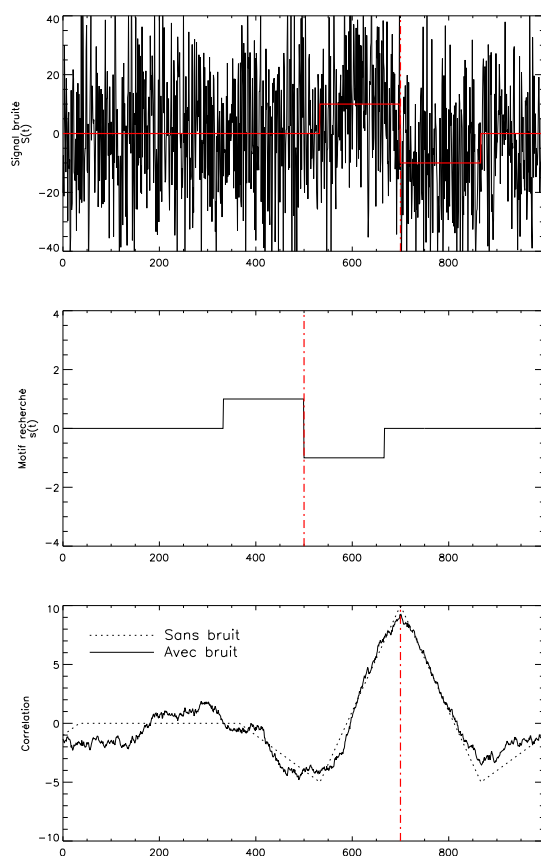


FIG. 4.23 – Exemple de corrélation, dans le cas où l’amplitude du motif et sa position dans le signal bruité sont différents de celles du motif utilisé pour la corrélation. Dans ce cas, la position dans le signal bruité est +200 (repérée par un trait rouge vertical), et l’amplitude de 10, correspondant à l’amplitude du signal de corrélation.

4.4 Annexe B : communication SPIE 2006 et SF2A 2007

Post processing of differential images for direct extrasolar planet detection from the ground

J.-F. Sauvage^a, L. Mugnier^a, T. Fusco^a and G. Rousset^{a, b}

^aONERA, BP-72, 92322 Châtillon Cedex, France;

^bLESIA, Observatoire de Paris, 5 place Jules Janssen, 92195 Meudon, France

ABSTRACT

The direct imaging from the ground of extrasolar planets has become today a major astronomical and biological focus. This kind of imaging requires simultaneously the use of a dedicated high performance Adaptive Optics [AO] system and a differential imaging camera in order to cancel out the flux coming from the star. In addition, the use of sophisticated post-processing techniques is mandatory to achieve the ultimate detection performance required. In the framework of the SPHERE project, we present here the development of a new technique, based on Maximum A Posteriori [MAP] approach, able to estimate parameters of a faint companion in the vicinity of a bright star, using the multi-wavelength images, the AO closed-loop data as well as some knowledge on non-common path and differential aberrations. Simulation results show a 10^{-5} detectivity at 5σ for angular separation around $15\frac{\lambda}{D}$ with only two images.

Keywords: Image processing, exoplanet detection, differential imaging, inverse problem, regularisation

1. INTRODUCTION

Today more than 150 exoplanets have been detected. But a great number among them are known by indirect gravitational effects on their parent star. This indirect detection and study allows one to estimate physical parameters of the companion, like its orbital period or mass, but does not indicate its atmosphere composition or its temperature. Exoplanet direct detection from the ground represents today a great scientific gain on our knowledge of exoplanet, since it allows one to perform spectroscopy of the planet. But such a detection needs a major improvement of technologies in use, since the star and its companion are separated by a fraction of arcsecond, and the flux ratio between them is extremely high (10^6). The SPHERE instrument,¹ a VLT Planet Finder, will allow to detect photons coming from hot Jupiter planets and will be installed on VLT in 2010. This instrument is composed of a high performance extreme AO system,² an optimised coronagraphic device³ and a dual band imager.⁴ But a dedicated post-processing method is mandatory in order to achieve the ultimate detection level of SPHERE. In this paper, we will consider the case of extreme AO coupled to differential imaging. The common use of spectral differential images is to perform differences between images at different wavelength in order to calibrate the residuals of aberration not corrected by AO and the residuals of diffraction not canceled by the coronagraph. The main limitation of differential imaging comes from differential aberrations between the two images, or between object images and reference images obtained at different times. The principle of differential imaging is detailed in the next section. We propose in the third section an optimised method dedicated to our specific issue, based on maximum a posteriori approach and able to estimate the turbulence parameters and the object in a pair of images. We present in the fourth section simulation results for the estimation of the turbulent phase structure function and the object.

2. SPECTRAL DIFFERENTIAL IMAGING

Spectral differential imaging is an instrumental method that aims at “attenuating” the flux of the central star with respect to the flux of the potential companion. This method was first initiated by Racine⁵ and Marois.⁴ Thus, differential imaging plays a role slightly similar to a coronagraph. The difference between differential imaging and a coronagraph is that a coronagraph subtracts only the coherent light to the signal, but before

detection. Therefore photon noise in coronagraphic images is also attenuated. The differential imaging is able to subtract also the star light, but after detection. The photon noise variance in differential imaging is therefore doubled in the combined images. Spectral differential imaging consists in acquiring two simultaneous images of a system star-companion at different wavelengths. These two images are rescaled spatially and in intensity and combined in a subtraction that reduces the flux of central star and of the residual speckle. Here we will only treat differential imaging without coronagraph, for simplicity.

The subtraction should reduce the star light, but not the companion contribution in the image. This is possible if there are strong features in the companion spectrum. In the case of the giant gaseous exoplanets searched by the SPHERE project, a strong absorption band due to methane exists at $1.62\mu m$ and can be used in such a subtraction: the imaging wavelengths have to be chosen inside and outside the methane band (for example 1.575 and $1.625\mu m$), so that the companion emits at one wavelength, but is drastically less visible at the other one. On the other hand, the wavelengths have to be close enough to ensure the speckle pattern of the central star only differ in the two images by a spatial and intensity scaling.

Let us study the image formation theory and the limitation of differential imaging. The expression of the two images i_{λ_1} and i_{λ_2} can be written as a convolution of the observed object by the Point Spread Function [PSF] of the instrument plus additive noises due to photon statistics and electronics:

$$\begin{aligned} i_{\lambda_1}(\vec{\alpha}) &= h_{\lambda_1}(\vec{\alpha}) * o_{\lambda_1}(\vec{\alpha}) + n_1 \\ i_{\lambda_2}(\vec{\alpha}) &= h_{\lambda_2}(\vec{\alpha}) * o_{\lambda_2}(\vec{\alpha}) + n_2 \end{aligned} \quad (1)$$

with h_{λ_1} and h_{λ_2} the PSF's in the two imaging channels which depends on turbulence parameters and static aberrations in the imaging path, $\vec{\alpha}$ the angular position in the image field or the object field, o the observed object, $*$ stands for the convolution process, n_1 and n_2 stand for the noise in the images. For unresolved planets and star, the observed object is the sum of Dirac functions weighted by the total flux of the star and the companions at their respective position. The images are centred on the star, whose flux is supposed to be the same at the two wavelengths.

$$\begin{aligned} o_{\lambda_1}(\vec{\alpha}) &= F_0\delta(\vec{\alpha}_0) + \sum_i F_{1,i}\delta(\vec{\alpha}_i) \\ o_{\lambda_2}(\vec{\alpha}) &= F_0\delta(\vec{\alpha}_0) + \sum_i F_{2,i}\delta(\vec{\alpha}_i) \end{aligned} \quad (2)$$

with F_0 and $\vec{\alpha}_0$ the total flux and position of the central star, $F_{1,i}$, $F_{2,i}$ and $\vec{\alpha}_i$ the flux of the different companions at wavelengths λ_1 and λ_2 and their positions.

There are two different ways to perform image subtraction: the Single Difference [SD] cancels the effect of the common static aberrations, the Double Difference [DD] cancels the effect of both common and differential aberrations and is therefore photon noise limited.

- The SD consist in directly subtracting the two images and allows therefore to cancel the effect of the common aberrations in the two imaging channels. The images have to be spatially rescaled at the same wavelength by a $\frac{\lambda_2}{\lambda_1}$ dilation in the focal plane of the second image.

$$i_{SD}(\vec{\alpha}) \triangleq i_{\lambda_1}(\vec{\alpha}) - i_{\lambda_2}\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\vec{\alpha}\right) \quad (3)$$

If we consider the case where there is no differential aberration, and if λ_1 and λ_2 are sufficiently close then the PSF h_{λ_1} can be well approximated by h_{λ_2} rescaled at λ_1 . The limitation of this rescaling is $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$.⁴ Therefore the SD gives a good approximation of the difference of the companions convolved by first PSF h_{λ_1} , as the star light has been totally reduced:

$$i_{SD}(\vec{\alpha}) = \sum_i \left(F_{1,i} \delta(\vec{\alpha}_i) - \sum_i F_{2,i} \delta\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \vec{\alpha}_i\right) \right) * h_{\lambda_1} + n_1 - n_2 \quad (4)$$

But in a more realistic case, the static differential aberrations are not null and the difference between the image i_{λ_1} and the image i_{λ_2} rescaled at λ_1 makes appear the effect of differential aberrations.

The two images have to be acquired simultaneously in order to see the same acquisition conditions (turbulence parameters, guide star magnitude, AO performance...). Two imaging channels are therefore used, each of them acquiring an image centred on the imaging wavelength. The efficiency of this subtraction depends on differential aberration amplitude between the two optical imaging channels, since these aberrations are the main difference between the two combined images.⁶

- The DD aims at solving the SD limitation by using two reference images obtained on a reference star with the same imaging tool but at another time, the DD therefore cancels the effect of the differential aberrations (assuming that they have not evolved between the two observations):

$$i_{DD}(\vec{\alpha}) = \left(i_{\lambda_1}(\vec{\alpha}) - i_{\lambda_2}\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \vec{\alpha}\right) \right) - \left(i_{ref,\lambda_1}(\vec{\alpha}) - i_{ref,\lambda_2}\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \vec{\alpha}\right) \right) \quad (5)$$

The reference images are acquired at a different time, and on a different position on sky. This method is therefore sensitive to the evolution of the observing conditions between the acquisition of the two pairs of scientific and reference images. The evolution of turbulence parameters, AO performance, and most of all the evolution of quasi-static aberrations are the main limitations of the DD method.

3. POST PROCESSING FOR DIFFERENTIAL IMAGING

As explained before, the detection of low flux companions (contrast around 10^6 between central star and companion) requires the perfect calibration of both differential static aberrations and system parameters (AO performance). In a first approximation, we assume that the static aberrations in each imaging channel are perfectly known. This is well achieved by using a phase diversity calibration, as described by Sauvage et al.⁷ In this framework, we present here a new post-processing deconvolution method based on a MAP approach that estimates the turbulence-induced PSF and the observed object.

3.1. Separation static / turbulent aberrations in long exposure images

The image formation from the ground of stellar objects is perturbed by two factors: the atmospheric turbulence and the static aberrations of the telescope. The aberrant pupil phase is therefore the sum of two terms: $\phi = \phi_t + \phi_s$ with ϕ_t the turbulent part and ϕ_s the static part of the phase. The turbulent phase ϕ_t is a random variable of time and position in pupil plane and is therefore characterised by its structure function D_ϕ , whereas the static phase ϕ_s does not depend on time and is deterministically known. If the turbulent phase is stationary⁸ (as for uncorrected turbulence) then it has been shown by Roddier⁹ that the OTF is the product of the long exposure turbulence-induced OTF and of the static OTF:

$$\tilde{h}(\vec{f}) = \exp\left(-\frac{1}{2}D_\phi(\lambda\vec{f})\right) \frac{1}{S_{pup}} \iint_{S_{pup}} P(\vec{r} + \lambda\vec{f}) \exp\left(i\phi_s(\vec{r} + \lambda\vec{f})\right) \cdot P(\vec{r})^* \cdot \exp\left(-i\phi_s(\lambda\vec{f})\right) d^2\vec{r} \quad (6)$$

with

- $P(\vec{r})$ the pupil function
- $D_\phi(\lambda\vec{f})$ the atmospheric phase structure function after AO correction at wavelength λ :

$$D_{\phi_t}(\vec{\rho}) \triangleq \langle |\phi_t(\vec{r} + \vec{\rho}) - \phi_t(\vec{r})|^2 \rangle \quad (7)$$

The phase structure function $D_{\phi_t}(\lambda\vec{f})$ is a statistical term that quantifies the turbulent phase variations for two points separated by $\vec{\rho} = \lambda\vec{f}$ in the pupil plane and its shape depends on turbulence parameters and on AO performance. If the turbulence is corrected, D_ϕ depends both on \vec{r} and $\vec{\rho}$

$$D_{\phi_t}(\vec{r}, \vec{\rho}) = \langle |\phi_t(\vec{r} + \vec{\rho}) - \phi_t(\vec{r})|^2 \rangle \quad (8)$$

The average $\langle \cdot \rangle$ in the expression of $D_{\phi_t}(\vec{r}, \vec{\rho})$ is theoretically an average on phase occurrences (and thus on time), but may be approximated by an average $\langle \cdot \rangle_{\vec{r}}$ on \vec{r} (stationarity approximation). This simplified expression $D_{\phi_t}(\vec{\rho}) = \langle |\phi_t(\vec{r} + \vec{\rho}) - \phi_t(\vec{r})|^2 \rangle_{\vec{r}}$ is therefore independent of \vec{r} . This stationarity approximation is justifiable in the case of a Kolmogorov turbulence statistic, and often used also in the case of AO-corrected turbulent phases.⁸

Equation (6) shows that the global OTF is the product of a turbulence-induced OTF and a static OTF:

$$\tilde{h}(\vec{f}) = \tilde{h}_t(\vec{f}) \cdot \tilde{h}_s(\vec{f}) \quad (9)$$

with $\tilde{h}_t(\vec{f})$ the long exposure OTF due to turbulence only, and $\tilde{h}_s(\vec{f})$ the OTF due to telescope and the aberrations.

The structure function at a wavelength λ_2 can be rescaled at another wavelength λ_1 by the operation described in Equation 10, in order to compute the turbulence-induced OTF in the first image. Thus, the turbulent OTF \tilde{h}_{t,λ_1} in the first image can be computed thanks to this structure function at λ_2 by using relation 11. The image formation described in Equation 1 can now be rewritten as in Equation 12 taking explicitly into account the turbulent and static components of the phase.

$$D_{\phi_t,\lambda_1}(\vec{\rho}) = \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)^2 D_{\phi_t,\lambda_2}\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\vec{\rho}\right) \quad (10)$$

$$\tilde{h}_{t,\lambda_1} = \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)^2 D_{\phi_t,\lambda_2}\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\vec{\rho}\right)\right) \quad (11)$$

$$\begin{aligned} i_{\lambda_1}(\vec{\alpha}) &= h_{t,\lambda_1}(\vec{\alpha}) * h_{s,\lambda_1}(\vec{\alpha}) * o_{\lambda_1}(\vec{\alpha}) \\ i_{\lambda_2}(\vec{\alpha}) &= h_{t,\lambda_2}(\vec{\alpha}) * h_{s,\lambda_2}(\vec{\alpha}) * o_{\lambda_2}(\vec{\alpha}) \end{aligned} \quad (12)$$

with h_{t,λ_1} and h_{t,λ_2} the turbulent long exposure PSF depending on turbulent phase structure function $D_{\phi,\lambda}(\vec{\rho})$, h_{s,λ_1} and h_{s,λ_2} the PSF depending on static aberrations $\phi_{s,1}$ and $\phi_{s,2}$ in the two imaging channels.

3.2. The post-processing framework

The main limitation of differential imaging comes from differential aberrations in the two spectral channels which creates different static pattern in the images in the case of SD, and the evolution of these patterns due to system state modification in the case of DD. Therefore in our new approach we propose to estimate the PSF and the observed object o in the two images i_{λ_1} and i_{λ_2} . The estimation of the PSF reduces to that of its residual turbulent component as the static aberrations are supposed to be measured separately. The estimation is done thanks to the minimisation of an adequate MAP criterium $J(D_\phi, o)$.

The MAP approach is based on writing the probability $\mathcal{P} = P(o, D_\phi | i_{\lambda_1}, i_{\lambda_2})$ of a given object and D_ϕ knowing the images using Bayes' theorem (see Equation 13). Finding the best object and structure function means maximising the probability \mathcal{P} with respect to o and D_ϕ .

$$\mathcal{P}(o, D_\phi) = P(o, D_\phi | i_{\lambda_1}, i_{\lambda_2}) \propto P(i_{\lambda_1}, i_{\lambda_2} | o, D_\phi) \cdot P(o) \cdot P(D_\phi) \quad (13)$$

The first factor $P(i_{\lambda_1}, i_{\lambda_2} | o, D_\phi)$ is called "likelihood term" and embodies the relationship between data and the sought parameters. Its statistics is given by the noise statistics in the image (stationary white Gaussian

noise in a first approximation). The other probabilities are the *a priori* knowledge we have on the parameters to estimate. These regularisation terms allow to smooth the criterium and to accelerate its minimisation. For instance, the turbulent phase structure function has a particular shape depending on turbulence parameters and may therefore be taken into account in this regularisation term.

The criterium to minimise is $\mathcal{J} = -\ln(\mathcal{P})$ with \mathcal{P} written in Fourier space and may be rewritten as (Equation 14).

$$\begin{aligned} \mathcal{J}(D_\phi, o) &= \|\tilde{i}_{\lambda_1}(\vec{f}) - \tilde{h}_{t,\lambda_1}(D_\phi, \vec{f}) \cdot \tilde{h}_{s,\lambda_1}(\vec{f}) \cdot \tilde{o}_{\lambda_1}(\vec{f})\|^2 \\ &+ \|\tilde{i}_{\lambda_2}(\vec{f}) - \tilde{h}_{t,\lambda_2}(D_\phi, \vec{f}) \cdot \tilde{h}_{s,\lambda_2}(\vec{f}) \cdot \tilde{o}_{\lambda_2}(\vec{f})\|^2 \\ &+ \mathcal{J}_{R,D_\phi}(D_\phi) + \mathcal{J}_{R,o}(o) \end{aligned} \quad (14)$$

where $\tilde{\cdot}$ denotes the Fourier transform, \mathcal{J}_{R,D_ϕ} and $\mathcal{J}_{R,o}$ denote regularisation terms accounting for *a priori* knowledge we may have on the parameters to estimate.

3.3. Assumption and subsequent simplified method

In the framework of this deconvolution process, we make the following assumption in order to simplify the minimisation and demonstrate the feasibility of such a global technique:

We assume that the companion presents particular spectral signature : it emits light at the first wavelength and is totally undetectable at the second wavelength, it means the object is an ideal hot Jupiter and presents strong absorption line around $1.6\mu\text{m}$. The second image i_{λ_2} can therefore be seen as a calibration PSF, and the global minimisation may be approximated by the three following steps :

- 1) Estimation of the structure function $D_\phi(\lambda_2 \cdot \vec{f})$ in the image i_{λ_2} without the object, knowing the static aberration. This corresponds to the minimisation of the two middle term with respect to D_ϕ in Equation 14: likelihood term on i_{λ_2} , and regularisation term on D_ϕ .
- 2) Rescaling of the structure function (estimated at λ_2) at wavelength λ_1 according to Equation 10 and computation of global PSF h_1 of the first image i_{λ_1} , knowing the static aberration of the first channel according to Equation 11.
- 3) Deconvolution of the first image with the previously computed PSF h_1 , and estimation of the object in i_{λ_1} . This corresponds to the minimisation of the two terms depending on o only (first and last) in the criterium \mathcal{J} with respect to o .

3.4. Estimation of phase structure function D_ϕ

The turbulent phase structure function gives a statistical knowledge on a turbulent phase. For a turbulent phase following a Kolmogorov profile, the structure function is given by the relation $D_\phi(\rho) = (\frac{\rho}{r_0})^{\frac{5}{3}}$, with r_0 the Fried parameter. But for a turbulent phase corrected by an AO system, this relation takes into account the AO system parameters and is here numerically estimated. The Figure 1 shows typical profiles of D_ϕ for the turbulence and AO conditions explained in section 4, with variations of seeing.

Let us study the first step of the method : the estimation of structure function D_ϕ in a calibration long exposure PSF. A criterium (see Equation 15) is used for this minimisation, based on the likelihood term and a regularisation term on D_ϕ .

$$\begin{aligned} \mathcal{J}(D_\phi) &= \|\tilde{i}_{\lambda_2} - F \cdot \exp(-\frac{1}{2}D_\phi) \cdot \tilde{h}_{s,\lambda_2}\|^2 \\ &+ \mathcal{J}_{D_\phi}(D_\phi) \end{aligned} \quad (15)$$

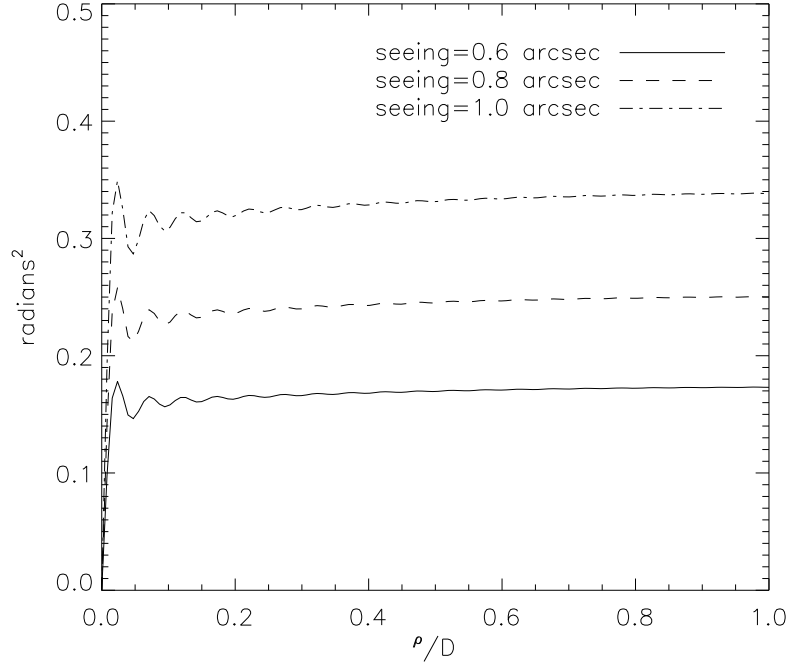


Figure 1. Profiles of phase structure function for a turbulent phase corrected by AO. Condition of simulation : Paranal + SAXO, with different values of seeing.

with F the flux of the observed star, D_ϕ the structure function to estimate and \tilde{h}_{s,λ_2} the static PSF due to static aberration. D_ϕ is the only estimated parameter, since the star flux as well as the static aberrations (and therefore the static PSF) are assumed to be known.

The regularisation term $\mathcal{J}_{D_\phi}(D_\phi)$ is an adaptive smoothness term on estimated D_ϕ designed to avoid noise amplification during estimation and to allow the extrapolation of D_ϕ to regions where the static OTF is very small (or even null). The regularisation is done using the gradient of structure function ∇D_ϕ and penalises deviations between two adjacent pixels according to a typical adaptive variance, depending on pixel position. This term is computed as explained in Equation 16.

$$\mathcal{J}_{D_\phi}(D_\phi) = \frac{1}{2} (\nabla D_\phi)^t C_{\nabla D_\phi}^{-1} (\nabla D_\phi) \quad (16)$$

with $C_{\nabla D_\phi}$ the covariance matrix of the gradient of phase structure function ∇D_ϕ . This covariance matrix has been estimated on different occurrences of ∇D_ϕ , these occurrences have been generated with different value for r_0 , wind speed or star magnitude. $C_{\nabla D_\phi}$ quantifies the typical variability of ∇D_ϕ and allows one to correctly weigh the regularisation term. A common issue in regularised inversion methods and criterium minimisation is how to choose the hyperparameter, that balances the two terms of the criterium. With the Bayesian approach adapted here and with the use of a $C_{\nabla D_\phi}$ estimated by simulations, there is no such hyper-parameter to be tuned and the estimation of D_ϕ is completely unsupervised.

3.5. Object estimation

In our procedure, the structure function and the object estimation are done sequentially. This simplified approach gives a good idea of the global approach performance, even though a global minimisation should be even more precise and therefore lead to a slightly better object estimation (which is the final goal).

The object estimation is done using MISTRAL¹⁰ algorithm developed at ONERA. This algorithm is based on the minimisation of the following criterium, and gives the best object given an image, its PSF and *a priori* knowledge:

$$\mathcal{J}(o) = \|i_{\lambda_1} - \hat{h}_{t,\lambda_1} * h_{s,\lambda_1} * o\|^2 + \mathcal{J}_R(o) \quad (17)$$

with \hat{h}_{t,λ_1} the turbulent PSF at λ_1 computed with the estimated D_ϕ , $\mathcal{J}_R(o)$ a regularisation term accounting for *a priori* knowledge on the object. This regularisation term may contains different terms. In our particular problematic, we used a positivity constraint and a quadratic linear-quadratic regularisation.¹⁰

4. RESULTS

In this section, we validate our post-processing method on simulated data. The simulation conditions are detailed in the following list, and correspond to a 8m class Telescope with an Adaptive Optics system of high performance like SPHERE, and a turbulence profile corresponding to a typical Paranal sky. The goal of this simulation is to compare the detectivity of Single Difference, Double Difference and our approach.

Conditions :

- $\lambda_1 = 1.60\mu m$, $\lambda_2 = 1.58\mu m$ (corresponding to two wavelengths inside and outside the methane absorption line)
- Turbulence parameter : a typical Cn^2 profile for Paranal is being used with an average wind speed of 12.5 m/s, and seeing of 0.8 arcsecondes.
- Adaptive Optics parameters : as extreme-AO. 41×41 actuators with spatially filtered Shack Hartmann WFS, a L3CCD working at 1.2kHz sampling frequency. The guide star has a V-magnitude of 8.
- The static aberration component is randomly generated according to a $\frac{1}{n^2}$ spectrum (n being the radial Zernike order) with 1300 Zernike coefficients and a differential wavefront error of 10nm RMS in each channel. i.e., the total differential wavefront error is 14nm RMS.
- Imaging parameters : 256×256 images, with a 8m telescope. The different PSF's h_{λ_i} are generated at Shannon (i.e., one pixel is $\frac{\lambda_i}{2D}$ arcsecond on sky) and are therefore already spatially rescaled. The images i_{λ_1} and i_{λ_2} are generated by convolution of the object and the PSF of each channel.
- The object at the first wavelength is a star and three companions with a flux ratio of 10^{-3} for the first image, and the star alone for the object at the second wavelength. The star flux is set to a total of 10^7 photons for each wavelength. The companions are located close to the star, respectively at 2.5, 5.0 and 7.5 $\frac{\lambda}{D}$.

Such conditions allow us to generate quite realistic images (see example on Figure 2) that are processed by our method.

4.1. D_ϕ estimation : simulation results

The image i_{λ_2} is processed in order to estimate the phase structure function via the minimisation of the criterium presented in previous section. Figure 3 shows results of D_ϕ estimation. The true D_ϕ (used to generate the images) on the left shows the plateau value and central features characteristic of AO system. In the middle, the estimated structure function without regularisation (only the likelihood term is used in the criterium). Noise on the edge of the circular support of D_ϕ is amplified. The use of adaptive regularisation (on the right) allows us to reduce this noise amplification and gives a far better estimation of D_ϕ . The error profiles are plotted on Figure 4.

Without regularisation, the error is lower than 0.03 rad². Figure 4 shows the gain brought by regularisation on D_ϕ estimation : the maximum error for high frequencies is one order of magnitude fainter when regularisation is used during D_ϕ estimation.

The adaptive aspect of the regularisation allows a powerful smoothing of the estimated D_ϕ at the edges, and simultaneously a data-driven precise estimation of the quite oscillating D_ϕ near the center.

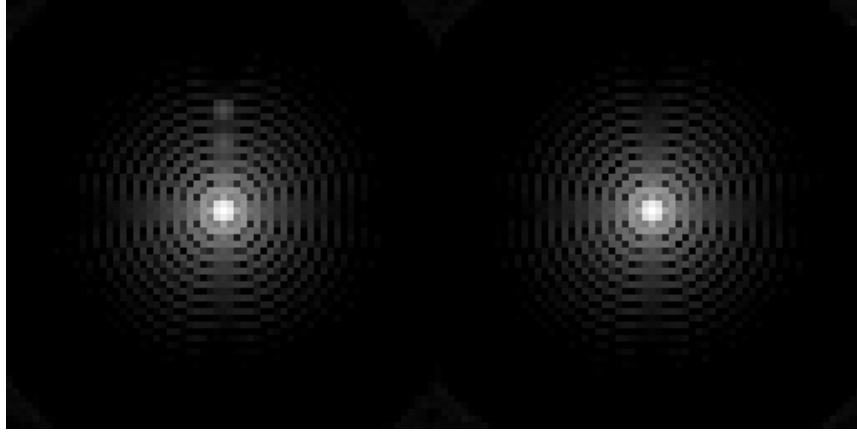


Figure 2. Example of spectral images, logarithmic scale, two of the three companions around the central star are visible on the left image ($\lambda_1 = 1.6\mu m$), and only the star in the right image ($\lambda_2 = 1.58\mu m$).

4.2. Computation of h_1

The D_ϕ estimated at λ_2 is now used to compute h_1 , the PSF of the first image. This computed PSF will then be used in the deconvolution of the first image i_{λ_1} . Once again we assume to know perfectly the static aberrations of first imaging channel. The OTF \tilde{h}_1 is thus computed as product of turbulent OTF and static OTF by mean of Equations (9), (10) and (11).

4.3. Object estimation

One can estimate different objects with the different D_ϕ estimated previously : the rough D_ϕ without regularisation, regularised D_ϕ or by using the true D_ϕ , used for images simulation. The different objects estimated are gathered in Figure 5, and compared with results of differential imaging in different cases.

[Top left] The observed object. Central star has a total flux of 10^7 photon, the three companions have a ratio of 10^{-3} compared to central star and are situated at 2.5 , 5.0 and $7.5 \frac{\lambda}{D}$ inside the AO halo.

[Top middle] result of single differential imaging. The two images at λ_1 and λ_2 are spatially rescaled before subtraction. The effect of differential aberrations on central star reduces contrast around it, the first companion is unseeable and the second one is visible.

[Top right] result of double differential imaging. A difference of reference images has been subtracted to the single difference of images. This combination of images plays the role of a calibration of differential aberrations and allows to reduce their effect. This result is ideal since it does not account for slow variations of static aberrations between the two images, of evolution of turbulence parameters between the acquisition of object images and reference images. It is therefore a perfect DD, only limited by photon noise.

[Bottom left] object estimated after deconvolution by the PSF h_{1,D_ϕ} . This PSF has been computed with estimated D_ϕ with regularisation. The two farrest companions are clearly visible, the flux ratio is almost respected. The closest companion is quite visible, but a bit hidden by residual flux coming from the central star.

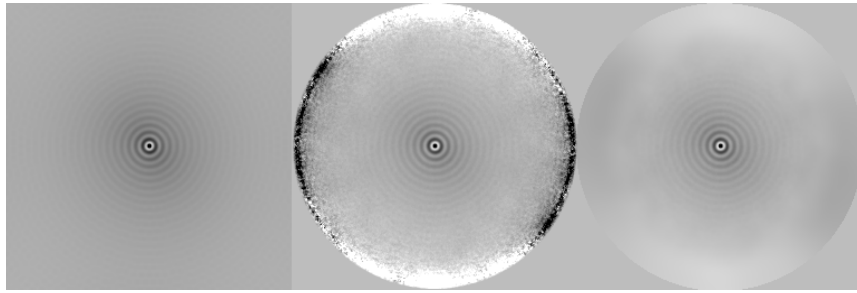


Figure 3. True D_ϕ , D_ϕ estimated without regularisation, D_ϕ estimated with regularisation.

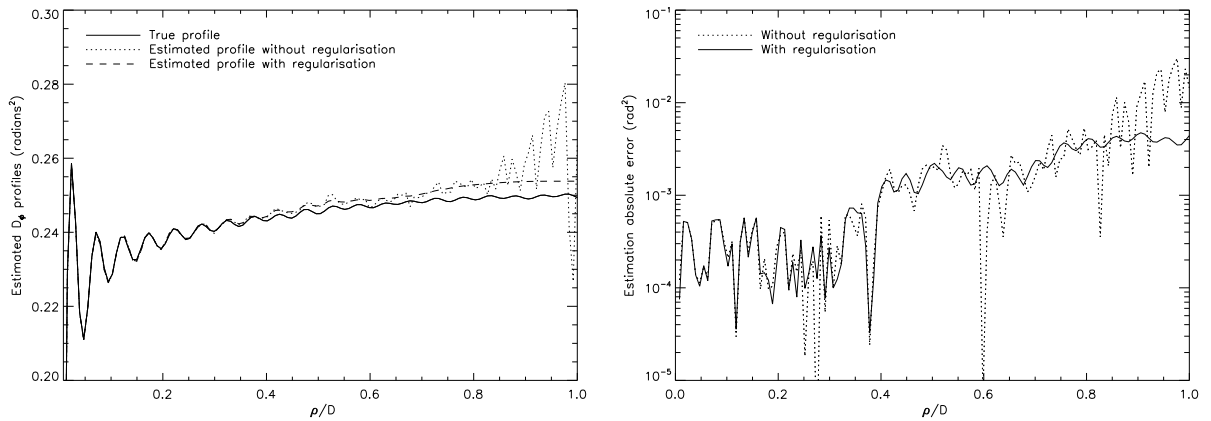


Figure 4. X cross-section for [left] true and estimated structure function with and without regularisation, and [right] absolute error on estimated structure function with and without regularisation.

[Bottom right] object estimated after deconvolution with the PSF obtained with regularised D_ϕ . The noise in this object is slightly fainter than in the previous one, and the central star and the first object are better defined.

5. PERFORMANCE EVALUATION

The method performance is evaluated here by the 5σ detectivity profiles. Detectivity profile is obtained as 5 times the standard deviation computed azimuthally on the result of Single Difference, Double Difference, and object estimation by our approach normalised to peak flux in image.

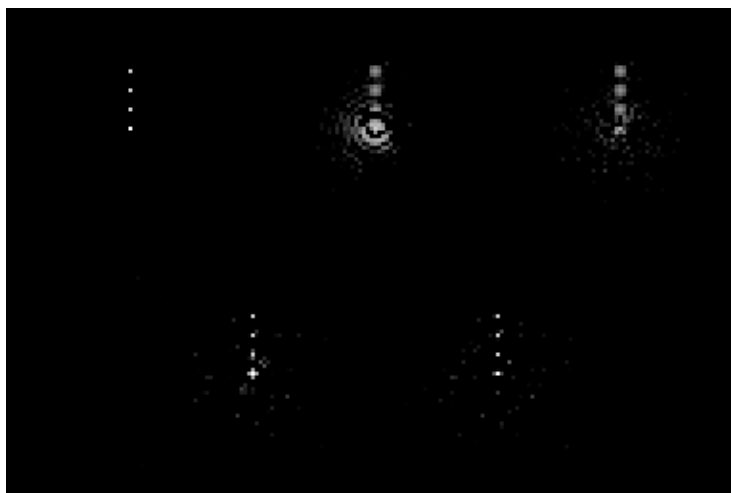


Figure 5. logarithmic scale of [Top left] observed object, and result of [Top middle] SD and [Top right] DD, [Bottom left] deconvolved object with the PSF computed with non-regularised structure functions, [Bottom right] deconvolved object with the PSF computed with regularised structure function.

These detectivity profiles are shown on Figure 6. The simulation conditions are the one listed on section 4. As the static differential aberrations are weak (10nm RMS on each imaging channel), the DD is better than SD only close to optical axis (closer than $5\frac{\lambda}{D}$) when differential aberrations effects dominates. Far from the optical axis, the two differences are photon noise limited and the SD gives therefore slightly better detectivity. We found the expected gain in $\sqrt{2}$. Whatever the angular separation, our method gives better detectivity. The gain is more than 5 in the whole field of view. It is due both to the concentration of the object light in one pixel and to photon noise reduction due to our regularised deconvolution.

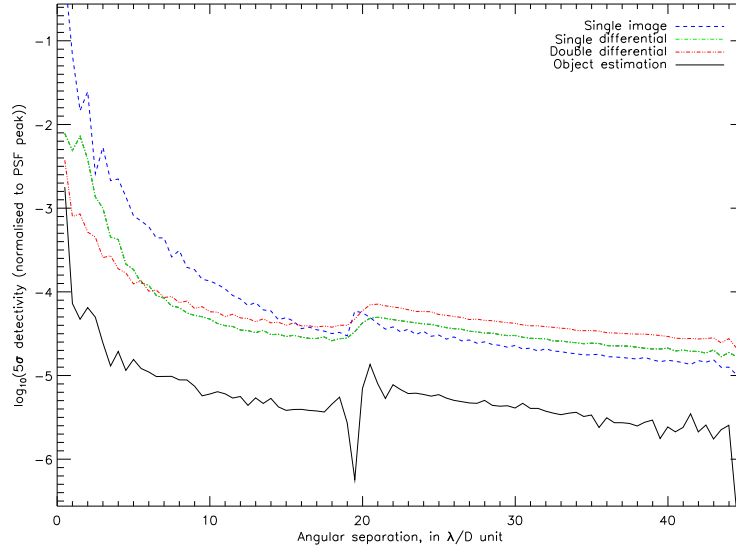


Figure 6. Averaged detection profiles at 5σ in the case of rough image, Single difference, double difference and our simplified object estimation.

6. CONCLUSION

We propose a method which allows to solve SD limitations (differential aberrations) and gives better results than DD, without reference images. In a perfect case, detectivity at 5σ reaches less than 10^{-5} at $15\frac{\lambda}{D}$. This result has still to be tested in more complex cases (slowly evolving static aberrations or mis-calibration, residual background) but gives a rough idea of the potentiality of the method. The perspectives for this method are to perform a global estimation of the parameters (structure function, object in the two images and static aberrations), to process real images obtained on a differential imager like NACO SDI, and to generalise our approach to coronagraphy.

REFERENCES

1. J.-L. Beuzit, D. Mouillet, C. Moutou, K. Dohlen, P. Puget, T. Fusco, and A. e. a. Boccaletti, “A planet finder instrument for the vlt,” in *IAUC 200, Direct Imaging of Exoplanets: Science & Techniques*, 2005. Conference date: Oct. 2005, Nice, France.
2. T. Fusco, G. Rousset, J.-L. Beuzit, D. Mouillet, K. Dohlen, R. Conan, C. Petit, and G. Montagnier, “Conceptual design of an extreme ao dedicated to extra-solar planet detection by the vlt-planet finder instrument,” in *Astronomical Adaptive Optics Systems and Applications II*, **5903**, Proc. Soc. Photo-Opt. Instrum. Eng., SPIE, 2005. Conference date: July2005, San Diego, USA.
3. A. Boccaletti, P. Riaud, P. Baudoz, J. Baudrand, D. Rouan, D. Gratadour, F. Lacombe, and A.-M. Lagrange, “The four-quadrant phase-mask coronagraph. IV. first light at the very large telescope,” *Pub. Astron. Soc. Pacific* **112**, p. 1479, 2004.
4. C. Marois, *Direct Exoplanet Imaging around Sun-like Stars: Beating the Speckle Noise with Innovative Imaging Techniques*. PhD thesis, Universit de Montral, 2004.
5. R. Racine, G. A. Walker, D. Nadeau, and C. Marois, “Speckle noise and the detection of faint companions,” *Pub. Astron. Soc. Pacific* **112**, p. 587, 1999.
6. A. Boccaletti, D. Mouillet, T. Fusco, P. Baudoz, C. Cavarroc, J.-L. Beuzit, C. Moutou, and K. Dohlen, “Analysis of ground-based differential imager performance,” in *IAUC 200, Direct Imaging of Exoplanets: Science & Techniques*, 2005. Conference date: Oct. 2005, Nice, France.

7. J.-F. Sauvage, T. Fusco, G. Rousset, C. Petit, A. Blanc, and J.-L. Beuzit, “Fine calibration and pre-compensation of ncpa for high performance ao system,” in *Advancements in Adaptive Optics*, **5903**, pspie, SPIE, 2005. Conference date: June 2005, San Diego, USA.
8. J.-M. Conan, *Étude de la correction partielle en optique adaptative*. PhD thesis, Université Paris XI Orsay, Oct. 1994.
9. F. Roddier, “The effects of atmospherical turbulence in optical astronomy,” in *Progress in Optics*, E. Wolf, ed., **XIX**, pp. 281–376, North Holland, Amsterdam, 1981.
10. L. M. Mugnier, T. Fusco, and J.-M. Conan, “MISTRAL: a myopic edge-preserving image restoration method, with application to astronomical adaptive-optics-corrected long-exposure images.,” *J. Opt. Soc. Am. A* **21**, pp. 1841–1854, Oct. 2004.

SF2A 2007

J. Bouvier, A. Chalabaeu, C. Charbonnel (eds)

MULTI-CHANNEL ALGORITHM FOR EXOPLANETS DETECTION BY ANGULAR DIFFERENTIAL IMAGING.

J.-F. Sauvage¹, L. Mugnier¹, A. Woelfflé¹, T. Fusco¹ and G. Rousset²

Résumé. In the frame of the SPHERE planet finder project, we propose a novel method, based on detection theory, for the efficient detection of planets using angular difference imaging, and we validate it by simulations. This method uses a multi-channel correlation algorithm, and presents a noticeable gain on detectivity profiles compared to previous studies on angular differential imaging.

1 Introduction

The direct detection of exoplanets from the ground is a very promising field of astronomy today. The light emitted by exoplanet is related to the composition of their atmosphere. This detection from the ground is a technological challenge, since the contrast between the star and its companion is no less than 10^6 in IR bands. The European project SPHERE 1 is the planet searcher of VLT (ESO), based on direct imaging in the near-IR. The goal of SPHERE is to detect hot Jupiters, orbiting sun-like stars at $10pc$ from the Sun. These planets present atmosphere rich in methane, and present therefore interesting spectral signatures around $1.6\mu m$. The planet are searched for at a few diffraction elements (λ/D) from their parent star.

The SPHERE instrument is the combination between several optical features, all of them optimised toward the final goal, which is exoplanet detection.

First of all, the extreme adaptive optics system concentrates the light into a coherent Airy pattern, performing a real-time correction of atmospheric turbulence. The optical quality is a key factor in direct exoplanet detection, since the main limitation of faint objects is demonstrated to be the residual speckles in images. These speckles are the consequence of an imperfect correction of static aberrations.

Then, the coronagraphic stage allows to deeply attenuate the star flux. The photons are physically removed, allowing the reduction of the photon noise in the final image. The considered coronagraphs in the SPHERE project are a Lyot coronagraph (2), a Four Quadrant Phase Mask (FQPM, 3), or an apodized Lyot coronagraph (APLC, 4).

The combination of XAO and coronagraphic device is necessary to reduce both speckle and photon noise in the final image, but is not sufficient. The contrast between the star and the planet at $1.6\mu m$ is next to 10^6 ! In order to reach the ultimate detection performance needed to detect Hot Jupiter, it is mandatory to combine the optical devices to an *a posteriori* smart calibration of all residual features present in the final image. The static or quasi-static speckles are still the main noise source and their calibration is needed to obtain the required calibration. In order to perform this calibration, the SPHERE instrument includes the ability to perform spectral and angular differential imaging 5, 6.

Spectral differential imaging consists in acquiring simultaneous images of the system star-companion at different wavelengths. The spectral signatures of the exoplanet's atmosphere ensures that the planet's response will significantly vary in the images, while the star response and therefore the speckles remain the same.

Angular differential imaging is a method originally designed for the calibration of residual static speckle of the Hubble Space Telescope. The idea was to perform a rotation of the entire telescope, and therefore of the observed field on the detector, whereas the static speckles remain the same. In the frame of SPHERE and therefore of a ground based observation, the field rotates naturally as the instrument follows the object in the sky.

¹ ONERA/DOTA, BP 72, 92322 Châtillon cedex, France

² Observatoire de Paris / LESIA, 5, place Jules Janssen 92195 Meudon Cedex

2

SF2A 2007

2 Problematic

The main problematic of companion detection is to disentangle the companion's signal from the static speckles due to residual aberrations. These speckles present the same characteristic angular size as the diffraction element, λ/D , and the same size as the companion's signal. With no more information, it is impossible to discriminate between the speckles and the companion.

In the case of spectral imaging, we make use of two spectral channel, between bands $H2 = 1.5905 \mu\text{m}$ and $H3 = 1.6435 \mu\text{m}$. These channels supply images of the system star-companion centred in these bands.

In the case of angular imaging, we additionally make use of moreover of several images where the companion has moved by a few pixels (depending on the delay separating two images). The additional information we have is therefore the expected trajectory of the companion in these numerous « temporal channels ».

In this paper, we investigate the processing of angular images.

3 Adopted approach for angular differential imaging

The different possible approaches are the following ones :

- jointly estimate the coronagraphic response of the star, and the companion itself (position and amplitude). This approach has been adopted in 7.
- numerically remove the star signal, and only estimate the planet.

In the framework of the SPHERE project, the static aberrations are assumed not to be perfectly known. Even if they are precisely calibrated off-line, the static aberrations are known to evolve during observing time, and the estimation of the star signal should therefore be done several times during night. We therefore chose the second option, which consists in cancelling the star image numerically.

This suppression is done by combining the successive images in a moving subtraction, as shown in Figure 1. Hereafter, the new data are the images differences. The estimation of the companion's position and amplitude is done on these new data, through a Maximum Likelihood approach.

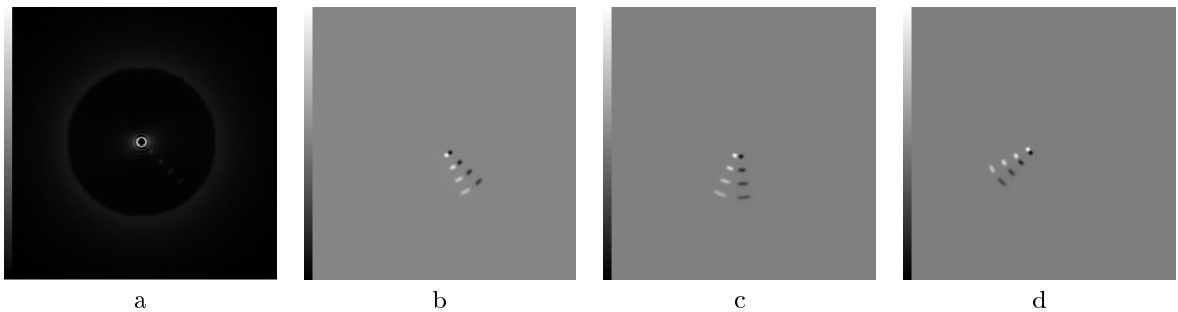


FIG. 1. [a] One raw noiseless coronagraphic image with 4 companions at $4, 8, 12$ and $16\lambda/D$. [b,c,d] Moving difference of 6 successive images. The images are subtracted two by two, cancelling completely the star response in this UN-noised case.

4 ML estimation for position and amplitude of the companion

The new data are the differential images. These data are time-dependent and are composed of a point-like source at an unknown position, and of an unknown amplitude.

$$i_t(\mathbf{r}) = a \cdot \mathbf{p}_t(\mathbf{r}; \mathbf{r}_0) + \mathbf{n}_t(\mathbf{r}). \quad (4.1)$$

with, as unknowns : the amplitude a and the initial companion position \mathbf{r}_0 , and with \mathbf{p}_t being the known pattern of the companion. It is given by the difference of two PSFs.

Algorithm for differential imaging

3

The assumed hypothesis are the presence of one companion, and a white Gaussian stationary noise. The noise statistics hypothesis may be refined without complexity to account for both photon and detector noises.

The maximum likelihood approach consists in searching $(\hat{a}, \hat{\mathbf{r}}_0)$ that maximise the likelihood $L(a, \mathbf{r}_0)$. The optimal value for a is computable analytically for each given $\mathbf{r}_0 : \hat{a}(\mathbf{r}_0)$.

$$\hat{a}(\mathbf{r}_0) = \frac{\sum_t \sum_{\mathbf{r}} p_t(\mathbf{r}; \mathbf{r}_0) i_t(\mathbf{r}; \mathbf{r}_0)}{\sum_t \sum_{\mathbf{r}} p_t^2(\mathbf{r}; \mathbf{r}_0)} \quad (4.2)$$

The likelihood $L'(\mathbf{r}_0) \triangleq L(\hat{a}(\mathbf{r}_0), \mathbf{r}_0)$ is an increasing function of

$$C(\mathbf{r}_0) = \sum_t \sum_{\mathbf{r}} i_t(\mathbf{r}) \cdot p_t(\mathbf{r}; \mathbf{r}_0). \quad (4.3)$$

with $C(\mathbf{r}_0)$ being the multi-channel correlation between the data and the pattern of the companion 8. This co-added correlation signal informs about the companion parameters : the position of correlation peak gives the position of companion in the field of view, and the amplitude of the peak gives the estimation of the amplitude of the companion.

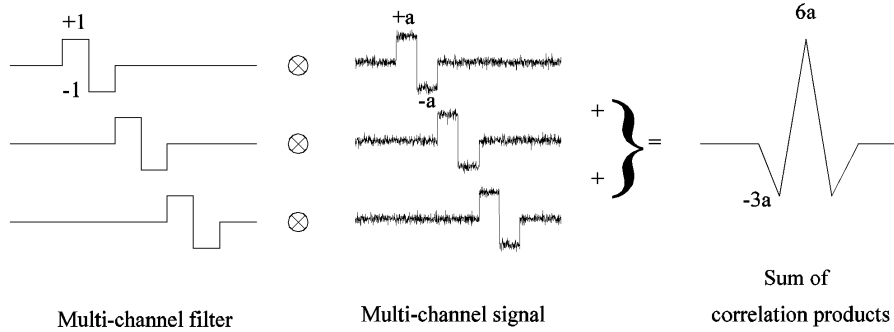


FIG. 2. Principle of multi-channel correlation. The individual correlation signals are co-added in one correlation signal.

5 Implementation

Our implementation of this method consists in the following points :

- for each initial supposed position of the companion \mathbf{r}_0 , we compute the pattern of the planet $p_t(\mathbf{r}; \mathbf{r}_0)$ for each moment t ,
- as the correlation in a Cartesian referential needs sub-pixellic shifts of the pattern, the computing cost is too high. The implemented solution consists therefore in projecting both the data and the patterns in a polar referential, where the correlation of the images by the rotated pattern resumes to a simple and low-cost translation computation, as seen in Figure 3
- for each radius ρ ,
 - the pattern of the companion is computed (this pattern is almost independent of θ ,
 - the likelihood is computed (Figure 5),
 - then, the correlation map is thresholded.

6 Conditions of simulation

The conditions of simulation are summed up below :

- 4 companions are introduced, respectively situated at $4, 8, 12$ and $16\lambda/D$ from the star, the flux ratio of each companion with respect to the star flux is $3 \cdot 10^5$,

4

SF2A 2007

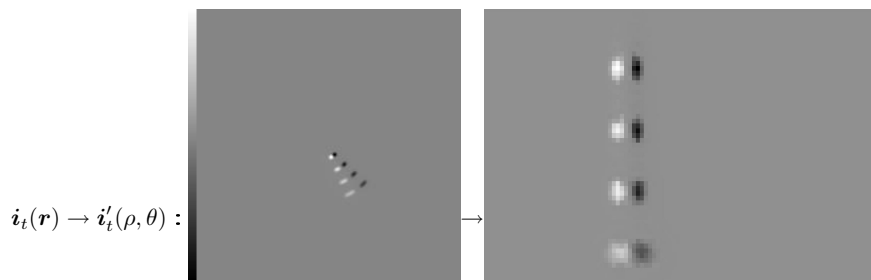


FIG. 3. Change of coordinates for the computation of the multi-channel correlation.

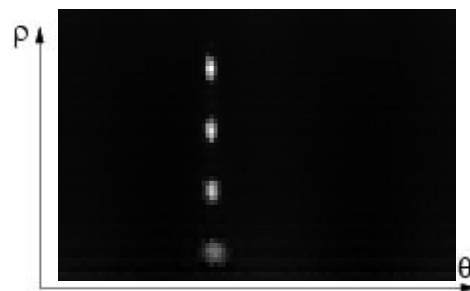


FIG. 4. Principle of multi-channel correlation computation.

- the wavelength is $\lambda = 1,6 \mu\text{m}$, and the acquisition is composed of 6 periods of 20 minutes each (one period is composed of 72 images of 17 seconds each),
 - the images are corrupted with both detector and photon noise,
 - the companion integrated signal is less than $50e^-$ in each image.
- Typical images are shown in Figures 5

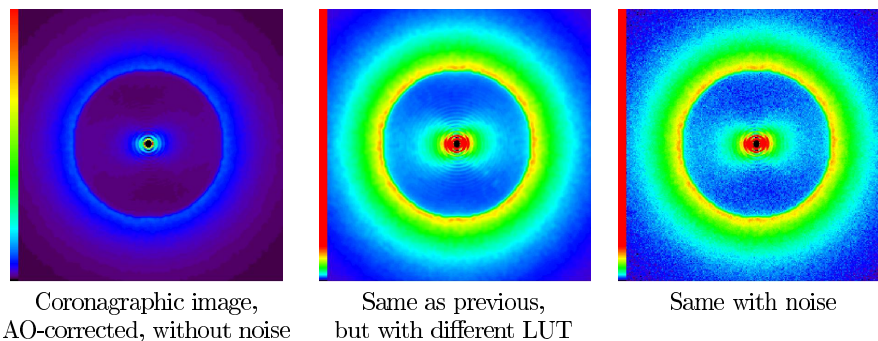


FIG. 5. Example of simulated images, with perfect coronagraph and AO correction.

7 Results

The results presented here show the correlation map (Figure 6, [left]), computed as explained in section 5 and with the simulation parameters are given in section 6. The correlation map is presented in polar coordinates, with

θ in horizontal axis and ρ in vertical axis. The correlation map clearly shows the presence of the 4 companions, situated at $\theta = 0$ and at their respective radial positions.

The signal to noise of the companions is above 3 times the noise RMS value, and each of the 4 companions therefore clearly appears in the detection map (Figure 6 [right]).

It is worth noting that the signal for each companion does not present the same width. The correlation peak is wider for companion close to the star, and thinner for companions far from the star. This is explained as follows : actually all the companions present the same angular size (λ/D), but this angular size is « seen » smaller far from the star.

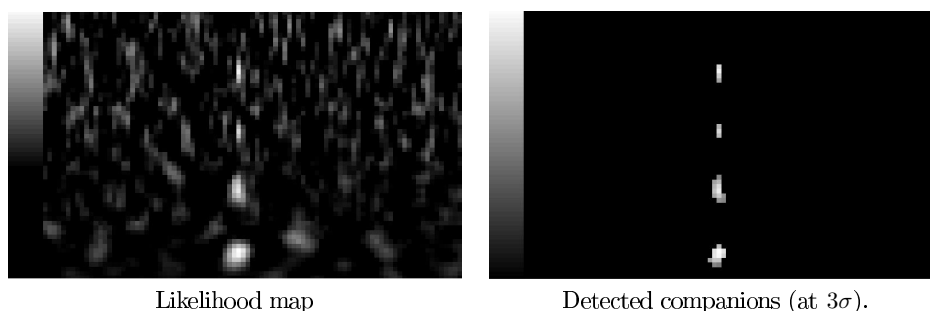


FIG. 6. Correlation map [left] and detection map [right].

8 Conclusion and perspectives

We presented in this paper a new method of exoplanet detection, based on maximum likelihood. This method makes use of the temporal dimension in order to disentangle planets from speckle signal. The method has been validated numerically by realistic simulation of contrast, and may be easily generalised to multi-spectral images. The contrast of the planet detected is up to 3.10^5 in the simple hypothesis (white uniform Gaussian noise, perfect coronagraph). The short term perspectives include an improvement of the noise model (non uniformity), and of the threshold detection. Moreover, the method has to be validated in the case of slowly evolving aberrations.

Authors are members of the Groupement d'Intérêt Scientifique PHASE

References

- K. Dohlen et al. SPHERE : A planet finder instrument for the VLT. In I. S McLean and M. Iye, editors, *Ground-based and Airborne Instrumentation for Astronomy*, volume 6269. Soc. Photo-Opt. Instrum. Eng., 2006.
- B. Lyot. The study of the solar corona and prominences without eclipses (George Darwin Lecture, 1939). *Mon. Not. R. Astr. Soc.*, 99 :580–+, June 1939.
- D. Rouan, P. Riaud, A. Boccaletti, Y. Clénet, and A. Labeyrie. The Four-Quadrant Phase-Mask Coronagraph. I. Principle. *Pub. Astron. Soc. Pacific*, 112 :1479–1486, November 2000.
- R. Soummer, C. Aime, and P. E. Falloon. Stellar coronagraphy with prolate apodized circular apertures. *Astron. Astrophys.*, 397 :1161–1172, January 2003.
- A. Labeyrie. Detection of extra-solar planets. In A. Brahic, editor, *Formation of Planetary Systems*, pages 883–+, Toulouse, 1982. Cepadues-Editions.
- C. Marois, D. Lafrenière, R. Doyon, B. Macintosh, and D. Nadeau. Angular Differential Imaging : A Powerful High-Contrast Imaging Technique. *Astrophys. J.*, 641 :556–564, April 2006.
- I. Smith, A. Ferrari, and M. Carillet. Detection algorithm of exoplanets in field-rotated images : preliminary results on simulated SPHERE coronagraphic images. In *Semaine de l'astrophysique française*. SF2A, EDP Sciences, 2007.
- M. Guillaume, Ph. Réfrégier, J. Campos, and V. Lashinr. Detection theory approach to multichannel pattern location. *Opt. Lett.*, 22(24) :1887–1889, December 1997.

Chapitre 5

Méthode d'inversion en imagerie coronographique

Dans ce chapitre, nous allons développer une méthode d'inversion applicable au cas complexe de l'imagerie coronographique, en présence de turbulence et d'un instrument réaliste. Comme expliqué dans le chapitre 2, en section 2.3, la mise en place d'une méthode d'inversion nécessite dans un premier temps le développement analytique du modèle direct de formation d'image correspondant. Dans notre cas, ce modèle direct est complexe et nécessite quelques hypothèses simplificatrices afin de faciliter l'inversion. Dans un second temps, il est nécessaire d'inverser ce modèle direct. Pour ce faire, nous calculons un critère pertinent et son gradient, afin de l'intégrer dans un algorithme de minimisation adapté. Nous avons ensuite validé cette méthode et caractérisé ses performances. Enfin nous avons mesuré sa sensibilité aux erreurs de modèle.

5.1 Modèle coronographique direct

La Figure 5.1 montre une image expérimentale courte pose, obtenue sur le banc d'OA de l'ONERA avec un coronographe à 4 quadrants prêté par le LESIA. La source est une diode laser monochromatique quasi-ponctuelle, située au centre du champ, en entrée du banc. Sur cette figure l'effet du coronographe est très visible, la tache de diffraction est supprimée et il ne subsiste que la lumière parasite introduite par les défauts optiques de l'instrument. Cette lumière parasite se répartit dans tout le champ sous la forme de grains de Speckle dont l'échantillonnage est donné par celui de l'instrument. Le modèle direct coronographique doit décrire cette répartition d'intensité, non seulement en présence d'aberrations optiques statiques mais également de turbulence.

5.1.1 Modèle complet

Le modèle direct couramment employé dans l'imagerie conventionnelle sans coronographe est un modèle convolutif. Ce modèle est valide dans le cas d'un champ observé inférieur au domaine isoplanétique de l'ensemble du système turbulence et télescope. L'image i formée dans le plan focal du détecteur résulte alors de la convolution de l'objet observé o par la FEP de l'instrument imageur h :

$$i(\alpha) = (h \star o)(\alpha) \quad (5.1)$$

L'imagerie coronographique introduit une réponse non uniforme dans le champ. En effet dans le cas simple d'un coronographe de Lyot la transmission du masque focal est nulle pour tous les points du plan focal occultés par le masque et unitaire pour les points du plan focal éloignés du masque focal. Il résulte de cette non-uniformité que la FEP d'un imageur coronographique change en fonction du point du champ considéré. Ainsi, même à l'intérieur du domaine isoplanétique, l'utilisation du coronographe impose de prendre en compte dans les traitements le fait que la FEP varie dans le champ. L'observation d'une scène ne

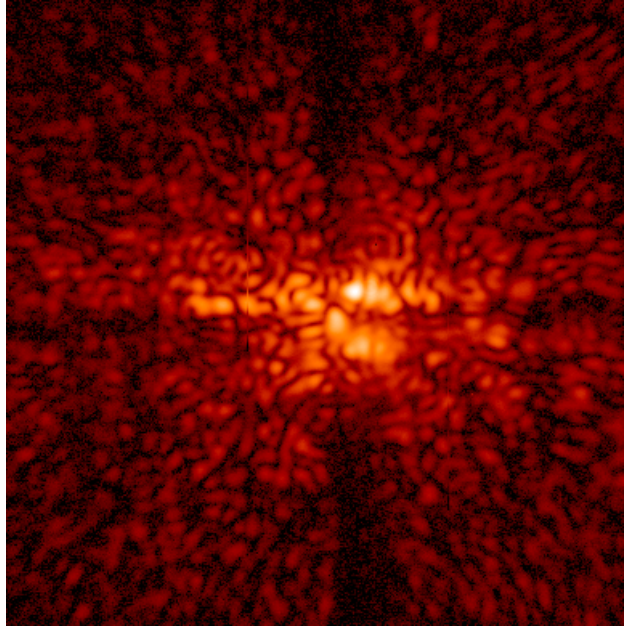


FIG. 5.1 – Courte pose coronographique obtenue sur le banc d’optique adaptative BOA. Le coronographe est un 4 quadrants prêté par le LESIA. Le champ est de $100 \lambda/D$, la source est une unique diode laser à 633nm.

peut donc plus être formalisée par une opération de convolution classique mais par une équation intégrale de Fredholm de première espèce, où la FEP h devient dépendante du point du champ α' considéré, et non plus, seulement, de $\alpha - \alpha'$:

$$i(\alpha) = \int h(\alpha, \alpha') \cdot o(\alpha') d\alpha' \quad (5.2)$$

avec $h(\alpha, \alpha')$ la FEP de l’imageur coronographique associée à la direction d’observation α . Cette écriture complète nécessite de connaître la réponse de l’instrument pour tous les points du champ. Numériquement ceci implique que pour un champ de N^2 pixels, la réponse en tous points du champs comporte N^4 pixels. Ainsi le calcul de l’équation intégrale de Fredholm va ralentir d’autant le processus de déconvolution. Nous allons tout de suite simplifier cette expression.

5.1.2 Approximation « à deux FEP »

La formulation exacte de l’observation d’une scène à travers un coronographe nécessite donc de connaître la FEP h en tous points du champ, ce qui représente une quantité importante d’information. Manipuler ce type de données dans une méthode d’inversion est complexe et peut amener à réduire l’efficacité de l’algorithme (problème numérique). Cependant dans le contexte de l’observation d’un système étoile-compagnons, la scène observée se simplifie à un point source très brillant sur l’axe et une scène de points sources de faibles flux situés hors axe. En effet, les compagnons sont recherchés dans une zone située au-delà de quelques λ/D (typiquement au-delà de $4\lambda/D$). Il est alors envisageable d’introduire une formulation simplifiée, ne prenant en compte que deux FEP. Notre approche est valable aussi pour un objet complexe et étendu, du moment que l’on ne considère que la portion de l’objet située loin de l’axe. Les disques, par exemple, correspondent à ce type d’objet.

Dans le cas simple d’un coronographe de Lyot par exemple, la lumière en provenance d’une source loin de l’axe d’observation est très peu affectée par le masque coronographique. Donc la FEP $h(\alpha, \alpha')$ en bord de champ est très proche de la FEP instrumentale h , c’est-à-dire la FEP sans coronographe. Proche du centre

du champ au contraire, la structure de la FEP est fortement perturbée par la présence du masque coronographique. L'étude de Fabien Malbet [92] montre que la FEP peut être approximée par la FEP instrumentale à l'extérieur d'une zone de transition de largeur λ/D autour du masque focal.

La Figure 5.2 montre l'énergie totale de la réponse $h(\alpha, \alpha')$ en fonction de la distance à l'axe optique du point du champ α considéré. La simulation prend en compte deux coronographes : un coronographe parfait (cf Chapitre 2.4.3.1), et de Lyot (cf Chapitre 2.4.3.2). Sur l'axe les deux coronographes soustraient la quasi-totalité de l'énergie incidente. Pour le coronographe parfait (cf section 2.4.3.1), l'énergie totale de la FEP croît rapidement avec la distance à l'axe. Pour le coronographe de Lyot, le comportement est similaire mais décalé au bord du masque focal à $2\lambda/D$. Plus précisément, l'énergie intégrée de la FEP $h(\alpha, \alpha')$ est à 97% de l'énergie unitaire pour un point du champ α' situé à λ/D du bord du masque coronographique, et donc à $3\lambda/D$ du centre du champ, pour notre cas où le coronographe a un rayon de $2\lambda/D$ (cf Figure 5.2).

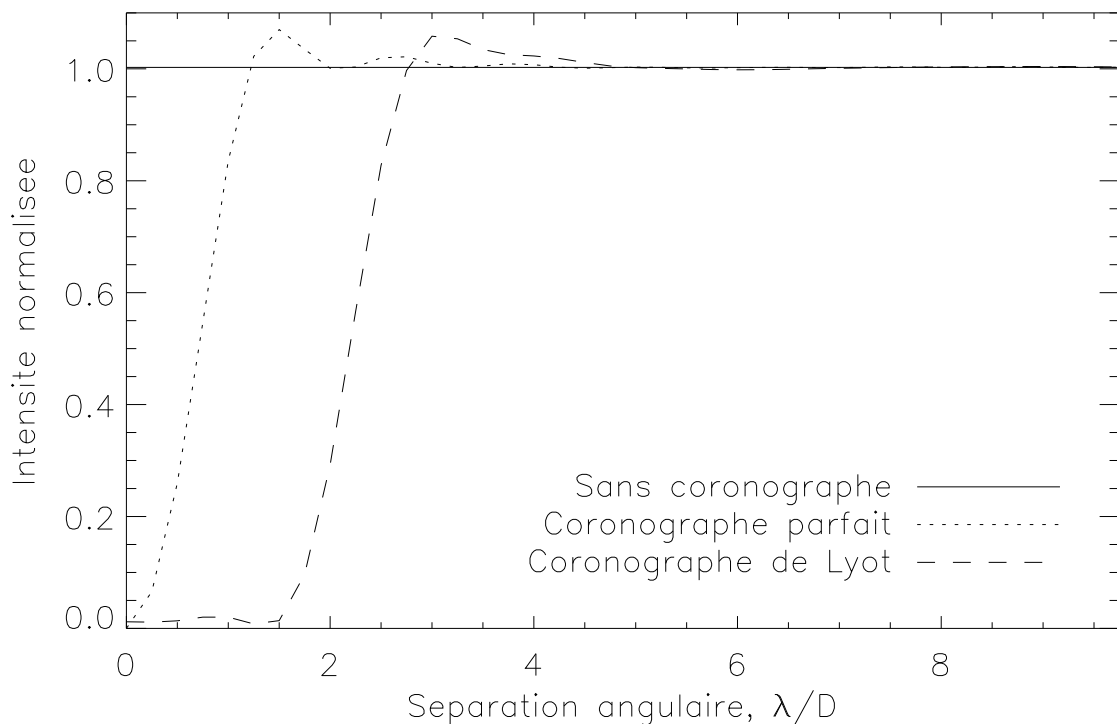


FIG. 5.2 – Énergie totale de la FEP d'un instrument imageur parfait en fonction du point du champ considéré. La simulation prend en compte un coronographe parfait (trait tireté) et un coronographe de Lyot de diamètre $4\lambda/D$ (trait plein).

Il est alors possible de simplifier l'imagerie coronographique en considérant un découpage du champ observé avec à chaque une approximation de la FEP. D'une part, l'approximation de la FEP consiste à réduire la FEP $h(\alpha, \alpha')$ à ses expressions asymptotiques :

- la FEP au centre du champ sera par la suite appelée « réponse sur l'axe », elle est prise égale à la valeur en $\alpha' = \mathbf{0}$ de $h(\alpha, \alpha')$, et est notée h_c par la suite (c pour coronographe),
- la FEP dans le champ sera par la suite appelée « FEP sans coronographe », pour $\rho > \lambda/D$, est approximée par la FEP de l'instrument sans coronographe (mais avec pupille de Lyot) $h(\alpha)$.

De plus, le champ observé est découpé en deux zones distinctes, la première correspond à l'étoile sur l'axe (paramétrée par son flux F_0 uniquement), et la seconde à l'objet o formant l'ensemble du champ à

l'exception de l'étoile. On ne prend pas en compte, *in fine* les données comprises dans la zone $[0 - \lambda/D]$.

La scène $C(\boldsymbol{\alpha})$ observée s'écrit donc ainsi :

$$C(\boldsymbol{\alpha}) = F_0 \cdot \delta(\mathbf{0}) + o(\boldsymbol{\alpha}) \quad (5.3)$$

La formation d'image simplifiée (séparation des FEP et du champ) s'écrit alors :

$$i(\boldsymbol{\alpha}) = F_0 \cdot h_c(\boldsymbol{\alpha}) + (h * o)(\boldsymbol{\alpha}) \quad (5.4)$$

avec F_0 le flux de l'étoile, $h_c(\boldsymbol{\alpha})$ la réponse sur l'axe, h la FEP sans coronographe, et o l'environnement de l'étoile observée.

La transformée de Fourier \tilde{h} de la FEP sans coronographe h s'exprime en fonction des caractéristiques statiques du télescope et de l'instrument (pupille, aberrations optiques) ainsi que des paramètres de la turbulence et de l'optique adaptative (fonction de structure de la phase résiduelle). Cette relation est rappelée ici :

$$\tilde{h} = e^{-\frac{1}{2}D_\phi} \cdot \mathcal{P}_d e^{j(\phi_u + \phi_d)} \otimes \mathcal{P}_d e^{j(\phi_u + \phi_d)} \quad (5.5)$$

Avec D_ϕ la fonction de structure de la phase résiduelle, \mathcal{P}_d la pupille du Lyot, ϕ_u et ϕ_d les aberrations statiques, dites « *upstream* » pour ϕ_u , et « *downstream* » pour ϕ_d (détaillées plus loin).

La réponse sur l'axe h_c en longue pose reste à déterminer et à exprimer en fonction des mêmes paramètres D_ϕ et des aberrations ϕ_u et ϕ_d , c'est le but de la section suivante.

5.1.3 Réponse sur l'axe

Nous allons, dans cette section, écrire le modèle de la réponse sur l'axe h_c . Le principe du modèle est de calculer l'amplitude du champ dans chaque plan d'intérêt de l'imageur coronographique pour décrire, *in fine*, la répartition d'intensité dans le plan focal du détecteur. Pour être réaliste, ce modèle doit prendre en compte des aberrations statiques en amont ainsi qu'en aval du coronographe, de même qu'un résidu de turbulence. Le coronographe modélisé est un coronographe parfait, c'est à dire un coronographe idéal qui soustrait au champ incident une amplitude équivalente à celle que donnerait la pupille sans aberration, mais pondérée par la valeur centrale du champ incident.

5.1.3.1 Notations

Le schéma optique du coronographe avec aberrations est présenté Figure 5.3. Les notations sont les suivantes :

- ϕ_u pour les aberrations statiques en amont du coronographe ou *upstream*,
- ϕ_d pour les aberrations statiques en aval du coronographe ou *downstream*,
- ϕ est la phase turbulente résiduelle instantanée après correction par OA. Celle-ci peut être considérée comme une variable aléatoire gaussienne centrée,
- \mathcal{P}_u la pupille d'entrée, définie par $\mathcal{P}_u(\mathbf{r}) = 1$ si $|\mathbf{r}| < D/2$ et 0 sinon,
- \mathcal{P}_d la pupille du Lyot stop.

Les notations prises pour les différentes amplitudes sont notées comme suit :

- Ψ_0 dans le plan pupille d'entrée du télescope,
- Ψ_1 dans le plan focal du coronographe (exposant $-/+$ pour avant/après le masque focal du coronographe),
- Ψ_2 dans le plan pupille du masque de Lyot stop (exposant $-/+$ pour avant/après le masque pupille du lyot stop),

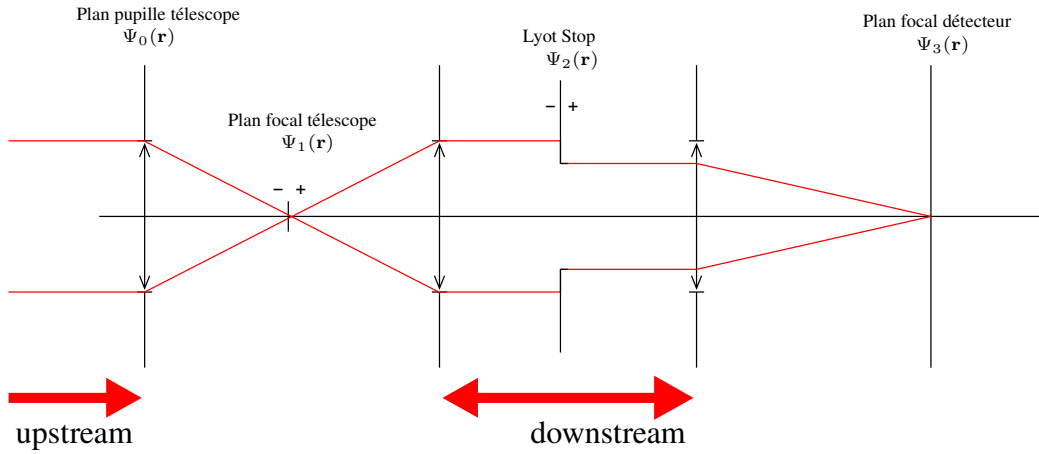


FIG. 5.3 – Schéma optique de principe d'un imageur coronographique. Les aberrations (upstream et downstream) ainsi que les notations adoptées pour décrire les différents champs sont détaillées.

- Ψ_3 amplitude dans le plan focal détecteur.

5.1.3.2 Calcul du modèle

Dans un premier temps, je dérive le modèle courte pose. Le but de ce modèle est de décrire la répartition d'énergie instantanée dans le plan focal du détecteur, correspondant à une phase turbulente d'entrée ϕ et des aberrations statiques ϕ_u et ϕ_d . La source est supposée sur l'axe. Dans ces conditions, les amplitudes Ψ_k s'écrivent comme présentées ci-après. Pour la clarté des calculs, les différentes variables de position sont omises dans un premier temps.

L'amplitude complexe dans le plan pupille d'entrée du télescope s'écrit :

$$\Psi_0 = \mathcal{P}_u \cdot e^{j \cdot (\phi + \phi_u)} \quad (5.6)$$

L'amplitude du champ dans le plan focal du coronographe et en amont du masque s'obtient par transformée de Fourier de l'amplitude plan pupille précédente Ψ_0 . L'amplitude en aval du coronographe s'écrit par multiplication par le masque focal :

$$\begin{aligned} \Psi_1^- &= \text{TF}^{-1}(\Psi_0) = \text{TF}^{-1}(\mathcal{P}_u \cdot e^{j \cdot (\phi + \phi_u)}) \\ \Psi_1^+ &= \Psi_1^- - \Psi_1^-(0) \text{TF}^{-1}(\mathcal{P}_u) \end{aligned}$$

où l'action du coronographe parfait est de soustraire l'amplitude $\text{TF}(\mathcal{P}_u)$ que donnerait la pupille seule (i.e. sans aberrations) pondérée par la valeur centrale du champ incident $\Psi_1^-(0)$

L'amplitude dans le plan pupille de reprise Ψ_2^- s'écrit comme la transformée de Fourier inverse de l'amplitude focale précédente Ψ_1^+ :

$$\Psi_2^- = \text{TF}(\Psi_1^+) = \mathcal{P}_u \left(e^{j \cdot (\phi + \phi_u)} - V \right) \quad (5.7)$$

avec $V = \Psi_1^-(0)$ la moyenne spatiale de $\Psi_0(\mathbf{r})$,

$$V = \int \mathcal{P}_u(\mathbf{r}) \cdot e^{j \cdot (\phi(\mathbf{r}) + \phi_u(\mathbf{r}))} d^2\mathbf{r}. \quad (5.8)$$

$|V|^2$ s'identifie alors au rapport de Strehl instantané de l'onde incidente Ψ_0 dans le plan focal du coronographe.

$$\begin{aligned}\Psi_2^+ &= \Psi_2^- \cdot \mathcal{P}_d \cdot e^{j\phi_d} \\ \Psi_2^+ &= \mathcal{P}_d \cdot e^{j(\phi + \phi_u + \phi_d)} - V \cdot \mathcal{P}_d \cdot e^{j\phi_d}\end{aligned}$$

avec \mathcal{P}_d la fonction pupille du Lyot stop et ϕ_d les aberrations en aval du coronographe. Comme le diamètre de \mathcal{P}_d est *a priori* plus petit que le diamètre de la fonction \mathcal{P}_u , on peut remplacer directement le produit $\mathcal{P}_u \cdot \mathcal{P}_d$ par \mathcal{P}_d dans la suite du calcul.

Il reste à calculer l'amplitude en plan focal détecteur Ψ_3 par transformée de Fourier de Ψ_2^+ :

$$\begin{aligned}\Psi_3 &= \text{TF}^{-1}(\Psi_2^+) \\ \Psi_3 &= \Psi_{sc} - V \cdot \Psi_d\end{aligned}$$

avec Ψ_{sc} l'amplitude plan focal sans coronographe et Ψ_d l'amplitude plan focal due aux aberrations en aval du coronographe :

$$\begin{aligned}\Psi_{sc} &= \text{TF}^{-1}\left(\mathcal{P}_d \cdot e^{j(\phi + \phi_u + \phi_d)}\right) \\ \Psi_d &= \text{TF}^{-1}\left(\mathcal{P}_d \cdot e^{j\phi_d}\right)\end{aligned}$$

L'action du coronographe parfait est donc de soustraire dans le plan focal du coronographe une amplitude d'Airy pondérée par V . Cela revient donc à soustraire dans le plan focal du détecteur l'amplitude qu'aurait le champ en présence des aberrations ϕ_d uniquement, mais pondérée par V .

Une autre façon de comprendre l'action du coronographe parfait est de décrire son action comme l'émission dans le plan focal du masque coronographique d'une onde sphérique en opposition de phase avec l'onde incidente, et normalisée par la moyenne de cette dernière. Cette onde émise par le coronographe va ensuite se propager dans le reste du système optique et donc être modifiée par ses aberrations ϕ_d .

Dans le cas trivial où il n'y a aucune aberration, $\phi = \phi_u = \phi_d = 0$ et $V = 1$. Alors toutes les amplitudes en plan focal sont des taches d'Airy (notée Ψ_A). Il vient pour Ψ_3 :

$$\Psi_3 = \Psi_A - \Psi_A = 0 \quad (5.9)$$

Le coronographe parfait en l'absence d'aberrations annule totalement l'onde incidente.

Les aberrations en amont du coronographe jouent un rôle très important. En effet en présence d'aberrations amont ϕ_u l'amplitude plan focal Ψ_1 n'est plus donnée par une tache d'Airy mais par une tache aberrante. Or, le coronographe parfait soustrait toujours une tache d'Airy, mais pondérée par $V \neq 1$. Il y a donc après le coronographe un champ résiduel d'autant plus important que les aberrations ϕ_u sont fortes.

Calcul de la FEP courte pose La FEP instantanée h_3 dans le plan détecteur s'obtient par le module carré du champ Ψ_3 .

$$h_3 = \Psi_3 \cdot \Psi_3^* = h_{sc} + |V|^2 h_d - 2 \Re(V \cdot \Psi_{sc}^* \cdot \Psi_d), \quad (5.10)$$

avec

$$\begin{aligned} h_{sc} &\triangleq \Psi_{sc} \cdot \Psi_{sc}^* \\ h_d &\triangleq \Psi_d \cdot \Psi_d^* \end{aligned}$$

où h_{sc} est la FEP sans coronographe, et h_d la FEP de la partie aval de l'instrument. Il apparaît un produit croisé d'amplitudes dans le dernier terme. Dans cette expression les seuls termes statiques sont h_d et Ψ_d , l'intensité et l'amplitude du champ donné par le système optique en aval du coronographe. Les termes Ψ_{sc} (et donc h_{sc}) ainsi que V sont des variables aléatoires dépendant du front d'onde turbulent après correction par OA.

Calcul de la FEP longue pose Dans cette section est détaillé le calcul de l'expression analytique de la réponse sur l'axe h_c , dans le cas d'une longue pose. Cette FEP est obtenue par moyenne d'ensemble de la FEP courte pose précédente h_3 . Le but est de faire apparaître les paramètres de la phase résiduelle D_ϕ , ainsi que la variance moyenne de la phase résiduelle.

$$\begin{aligned} h_c &= \langle h_3 \rangle \\ &= \langle h_{sc} \rangle + \langle |V|^2 \rangle h_d - 2 \Re(\langle V \cdot \Psi_{sc}^* \rangle \cdot \Psi_d) \end{aligned} \quad (5.11)$$

Cette expression comporte des termes aisément identifiables :

- $\langle h_{sc} \rangle$ est la FEP sans coronographe dans le cas d'une longue pose. On peut écrire la fonction de transfert optique correspondante \tilde{h}_{sc} comme le produit de la FTO turbulence $e^{-\frac{1}{2}D_\phi}$ et de la FTO statique \tilde{h}_s . Cette FTO statique correspond à la FTO de l'instrument avec les aberrations ϕ_u et ϕ_d , dont l'expression est rappelée ici :

$$\tilde{h}_s = \mathcal{P}_d e^{j(\phi_u + \phi_d)} \otimes \mathcal{P}_d e^{j(\phi_u + \phi_d)} \quad (5.12)$$

L'écriture suivante suppose en outre que la phase turbulente est stationnaire sur la pupille.

$$\langle \tilde{h}_{sc} \rangle = e^{-\frac{1}{2}D_\phi} \cdot \tilde{h}_s \quad (5.13)$$

où

$$h_s = \left| \text{TF}^{-1} \left(\mathcal{P} e^{j(\phi_u + \phi_d)} \right) \right|^2 \quad (5.14)$$

- Le terme $\langle |V|^2 \rangle$ est le rapport de Strehl moyen durant la durée d'observation. C'est le rapport de Strehl de la FEP plan focal avant le masque focal coronographique. Il prend donc en compte les aberrations upstream ϕ_u et l'effet moyen de la turbulence. Ce terme nécessite quelques lignes de calcul pour s'explicitier en fonction des données du problème.
- Le terme $\langle V \cdot \Psi_{sc}^* \rangle$ nécessite également un développement plus poussé pour faire apparaître la fonction de structure et les aberrations statiques.

Le terme $\langle |V|^2 \rangle$ L'expression de V comme moyenne instancée du champ incident sur la pupille,

$$V = \int \mathcal{P}_u(\mathbf{r}) e^{j(\phi(\mathbf{r}) + \phi_u(\mathbf{r}))} d\mathbf{r}, \quad (5.15)$$

ainsi que l'expression du carré du module de V

$$|V|^2 = VV^* \quad (5.16)$$

permettent d'écrire le terme $\langle |V|^2 \rangle$ sous la forme d'une double intégrale :

$$\begin{aligned} \langle |V|^2 \rangle &= \int_{\mathbf{r}} \mathcal{P}_u(\mathbf{r}) e^{j(\phi(\mathbf{r}) + \phi_u(\mathbf{r}'))} d\mathbf{r} \int_{\mathbf{r}'} \mathcal{P}_u(\mathbf{r}') e^{-j(\phi(\mathbf{r}') + \phi_u(\mathbf{r}'))} d\mathbf{r}' \\ &= \iint_{\mathbf{r}, \mathbf{r}'} \mathcal{P}_u(\mathbf{r}) \mathcal{P}_u(\mathbf{r}') e^{j(\phi(\mathbf{r}) - \phi(\mathbf{r}') + \phi_u(\mathbf{r}) - \phi_u(\mathbf{r}'))} d\mathbf{r} d\mathbf{r}' \end{aligned} \quad (5.17)$$

La moyenne d'ensemble $\langle \cdot \rangle$ ne s'applique alors qu'aux termes dépendant explicitement du temps dans l'intégrale, c'est-à-dire la phase turbulente ϕ :

$$\langle |V|^2 \rangle = \iint_{\mathbf{r}, \mathbf{r}'} \mathcal{P}_u(\mathbf{r}) \mathcal{P}_u(\mathbf{r}') \langle e^{j(\phi(\mathbf{r}) - \phi(\mathbf{r}'))} \rangle e^{j(\phi_u(\mathbf{r}) - \phi_u(\mathbf{r}'))} d\mathbf{r} d\mathbf{r}' \quad (5.18)$$

$$= \iint_{\mathbf{r}, \mathbf{r}'} \mathcal{P}_u(\mathbf{r}) \mathcal{P}_u(\mathbf{r}') e^{-\frac{1}{2} D_\phi(\mathbf{r}' - \mathbf{r})} e^{j\phi_u(\mathbf{r})} e^{-j\phi_u(\mathbf{r}')} d\mathbf{r} d\mathbf{r}' \quad (5.19)$$

En regroupant les différents termes, il apparaît l'amplitude incidente $\Psi_u(\mathbf{r})$ et son conjugué, ainsi que le produit de convolution $[\cdot]$:

$$\langle |V|^2 \rangle = \int_{\mathbf{r}} \mathcal{P}_u(\mathbf{r}) e^{j\phi_u(\mathbf{r})} e^{-\frac{1}{2} D_\phi(\mathbf{r}' - \mathbf{r})} \left(\int_{\mathbf{r}'} \mathcal{P}_u(\mathbf{r}') e^{-j\phi_u(\mathbf{r}')} d\mathbf{r}' \right) d\mathbf{r} \quad (5.20)$$

$$= \int_{\mathbf{r}'} \left[e^{-\frac{1}{2} D_\phi} \star \Psi_u \right] (\mathbf{r}') \Psi_u^*(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' \quad (5.21)$$

Le terme $\langle |V|^2 \rangle$ peut donc se mettre sous la forme analytique suivante, faisant intervenir toutes les grandeurs d'observation :

$$\langle |V|^2 \rangle = \int \left[e^{-\frac{1}{2} D_\phi} \star \Psi_u \right] (\mathbf{r}') \Psi_u^*(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' \quad (5.22)$$

Le terme $\langle V \Psi_{sc}^* \rangle$ Pour calculer le terme $\langle V \Psi_{sc}^* \rangle$, il est nécessaire d'expliciter chacun des deux termes V et Ψ_{sc} , le premier comme la moyenne sur la pupille du champ incident et le second comme la transformée de Fourier à support \mathcal{P}_d du champ en l'absence de coronographe :

$$\langle V \Psi_{sc}^*(\mathbf{f}) \rangle = \left\langle \iint_{\mathbf{r}} \mathcal{P}_u(\mathbf{r}) e^{j(\phi_u(\mathbf{r}) + \phi(\mathbf{r}))} d\mathbf{r} \cdot \iint_{\mathbf{r}'} \mathcal{P}_d(\mathbf{r}') e^{-j(\phi(\mathbf{r}') + \phi_u(\mathbf{r}') + \phi_d(\mathbf{r}'))} \cdot e^{-2j\pi \mathbf{f} \cdot \mathbf{r}'} \cdot d\mathbf{r}' \right\rangle \quad (5.23)$$

Les deux intégrales peuvent être regroupées sous une intégrale quadruple, puisque les variables \mathbf{r} et \mathbf{r}' sont indépendantes :

$$\langle V \Psi_{sc}^*(\mathbf{f}) \rangle = \left\langle \iiint_{\mathbf{r}, \mathbf{r}'} e^{j(\phi(\mathbf{r}) - \phi(\mathbf{r}'))} \cdot \mathcal{P}_u(\mathbf{r}) \cdot \mathcal{P}_d(\mathbf{r}') \cdot e^{j\phi_u(\mathbf{r})} \cdot e^{-j(\phi_u(\mathbf{r}') + \phi_d(\mathbf{r}'))} \cdot e^{-2j\pi \cdot \mathbf{f} \cdot \mathbf{r}'} \cdot d\mathbf{r} \cdot d\mathbf{r}' \right\rangle \quad (5.24)$$

La moyenne d'ensemble et l'intégrale peuvent être inversées, et les termes statiques sortis de la moyenne d'ensemble :

$$\langle V \Psi_{sc}^*(\mathbf{f}) \rangle = \iiint_{\mathbf{r}, \mathbf{r}'} \left\langle e^{j(\phi(\mathbf{r}) - \phi(\mathbf{r}'))} \right\rangle \cdot \mathcal{P}_u(\mathbf{r}) \cdot \mathcal{P}_d(\mathbf{r}') \cdot e^{j\phi_u(\mathbf{r})} \cdot e^{-j(\phi_u(\mathbf{r}') + \phi_d(\mathbf{r}'))} \cdot e^{-2j\pi \cdot \mathbf{f} \cdot \mathbf{r}'} \cdot d\mathbf{r} \quad (5.25)$$

La fonction de structure de la phase résiduelle apparaît alors naturellement :

$$\langle V.\Psi_{sc}^*(\mathbf{f}) \rangle = \iiint_{\mathbf{r}, \mathbf{r}'} e^{-\frac{1}{2}D_\phi(\mathbf{r}, \mathbf{r}')} . \mathcal{P}_u(\mathbf{r}) . \mathcal{P}_d(\mathbf{r}') . e^{j\phi_u(\mathbf{r})} . e^{-j(\phi_u(\mathbf{r}') + \phi_d(\mathbf{r}'))} . e^{-2j\pi . \mathbf{f} . \mathbf{r}'} . d\mathbf{r}' \quad (5.26)$$

Sous hypothèse de stationarité, la fonction de structure ne dépend pas du point considéré \mathbf{r} mais uniquement de l'écart $\mathbf{r} - \mathbf{r}'$ considéré dans la pupille :

$$\langle V.\Psi_{sc}^*(\mathbf{f}) \rangle = \iiint_{\mathbf{r}, \mathbf{r}'} e^{-\frac{1}{2}D_\phi(\mathbf{r}' - \mathbf{r})} . \mathcal{P}_u(\mathbf{r}) . \mathcal{P}_d(\mathbf{r}') . e^{j\phi_u(\mathbf{r})} . e^{-j(\phi_u(\mathbf{r}') + \phi_d(\mathbf{r}'))} . e^{-2j\pi . \mathbf{f} . \mathbf{r}'} . d\mathbf{r}' \quad (5.27)$$

Les termes dépendant de \mathbf{r} sont regroupés sous l'intégrale $\int_{\mathbf{r}}$, faisant ainsi apparaître le produit de convolution de la FTO turbulente $e^{-\frac{1}{2}D_\phi(\mathbf{r}' - \mathbf{r})}$ par l'amplitude plan pupille $\Psi_u(\mathbf{r}) = \mathcal{P}_u(\mathbf{r})e^{j\phi_u(\mathbf{r})}$:

$$\langle V.\Psi_{sc}^*(\mathbf{f}) \rangle = \iint_{\mathbf{r}'} \mathcal{P}_d(\mathbf{r}') e^{-j(\phi_u(\mathbf{r}') + \phi_d(\mathbf{r}'))} . \underbrace{\left[\int_{\mathbf{r}} e^{-\frac{1}{2}D_\phi(\mathbf{r}' - \mathbf{r})} . \mathcal{P}_u(\mathbf{r}) . e^{j\phi_u(\mathbf{r})} . d\mathbf{r} \right]}_{\left(e^{-\frac{1}{2}D_\phi \star \Psi_u} \right)(\mathbf{r}')} . e^{-2j\pi . \mathbf{f} . \mathbf{r}'} . d\mathbf{r}' \quad (5.28)$$

Sous approximation de ϕ variable gaussienne centrée et stationnaire, on peut écrire le terme $\langle V.\Psi_{sc}^*(\mathbf{f}) \rangle$ comme la transformée de Fourier suivante :

$$\langle V.\Psi_{sc}^*(\mathbf{f}) \rangle = \text{TF}^{-1} \left(\Psi_{u+d}^*(\mathbf{r}) . \left[e^{-\frac{1}{2}D_\phi \star \Psi_u} \right] (\mathbf{r}) \right) \quad (5.29)$$

avec :

$$\Psi_{u+d}(\mathbf{r}) = \mathcal{P}_d(\mathbf{r}) e^{j(\phi_u(\mathbf{r}) + \phi_d(\mathbf{r}))} \quad (5.30)$$

L'expression analytique longue pose peut maintenant s'écrire en reprenant l'expression de la FEP longue pose h_c calculée en 5.11 et en y insérant l'expression du terme croisé $\langle V.\Psi_{sc}^*(\mathbf{f}) \rangle$ calculée en 5.29. Il vient alors :

$$h_c = \langle h_{sc} \rangle + \langle |V|^2 \rangle h_d - 2.\Re \left(\text{TF}^{-1} \left(\Psi_{u+d}^*(\mathbf{r}) . \left[e^{-\frac{1}{2}D_\phi \star \Psi_u} \right] (\mathbf{r}) \right) . \Psi_d \right) \quad (5.31)$$

Cette expression est calculée sans développement limité. Le résultat est donc exact sous réserve de l'approximation de stationarité. Dans cette expression longue pose ne figurent plus que des termes connus. En effet d'un côté les aberrations statiques (ϕ_u et ϕ_d) et les termes qui en découlent (FEP ou amplitudes plan focal ou plan pupilles dues à ces aberrations seules h_d , Ψ_{u+d} , Ψ_u , Ψ_d) sont supposées mesurés par ailleurs (diversité de phase par exemple, voir chapitre 2, ou 3). D'un autre côté la turbulence intervient dans le rapport de Strehl $\langle |V|^2 \rangle$ et est paramétrée par la fonction de structure turbulente D_ϕ . Or cette fonction peut être estimée par ailleurs, comme expliqué dans le chapitre 4. Cette réponse du coronographe parfait longue pose peut donc être calculée analytiquement, à partir des mesures de l'OA (données de front d'onde) et de mesures annexes obtenues lors de la calibration du système.

5.1.4 Conditions de simulation

Les résultats présentés dans la suite se basent sur les conditions de simulation énoncées ci-après. Certains paramètres sont susceptibles d'évoluer, un ordre de grandeur est alors donné :

- la longueur d'onde est arbitrairement choisie à $1\mu m$,
- paramètres de la turbulence : un profil de C_n^2 typique de Paranal est utilisé avec une vitesse de vent moyenne de $12,5m/s$ et un seeing de $0,8$ arc-secondes,
- paramètres de l'OA : un système d'OA extrême. 41×41 actionneurs, un Shack-Hartmann filtré spatialement, une matrice L3CCD travaillant à $1,2kH_z$. L'étoile guide a une magnitude en bande V de 8 [101],

- la partie statique du front d’onde aberrant est générée aléatoirement selon un spectre donné. Deux spectre sont considérés. Le premier présente un profil en $1/f^2$ (où f est la fréquence spatiale dans la pupille), de variance totale précisée à chaque fois. Cette variance est alors répartie sur tout le domaine spectral. Le second spectre correspond aux spécifications de SPHERE et présente un profil particulier, plat pour les basses fréquences spatiales (inférieures à 8cy/pup, de variance totale 5nm) et décroissant en $1/f^2$ pour les fréquences spatiales situées entre 8 et 20cy/pup (la variance associée à ces fréquences sera précisée),
- paramètres d’imagerie : les images sont simulées sur une grille de 256×256 pixels, au foyer du télescope de 8m
- un compagnon pourra être ajouté à l’image de l’étoile, il sera toujours considéré à $6,25\lambda/D$ de son étoile. Son flux sera précisé.

5.1.5 Validité du modèle

Les Figures 5.4 et 5.5 montrent le réalisme de ce modèle analytique en le comparant à des simulations numériques d’un coronographe parfait. On remarque dans la différence entre simulation et modèle des résidus de Speckles turbulents. Ces résidus sont dûs à l’erreur de convergence de la longue pose, conséquente à un nombre restreint de réalisation d’écrans de phase. Le profil d’erreur tracé en Figure 5.5 montre le profil circulaire moyen de l’erreur en fonction du nombre de réalisation d’écrans de phase, celui-ci diminue bien comme \sqrt{N} (N le nombre de réalisation) dans l’ensemble du champ pour des séparations supérieures à $2\lambda/D$.

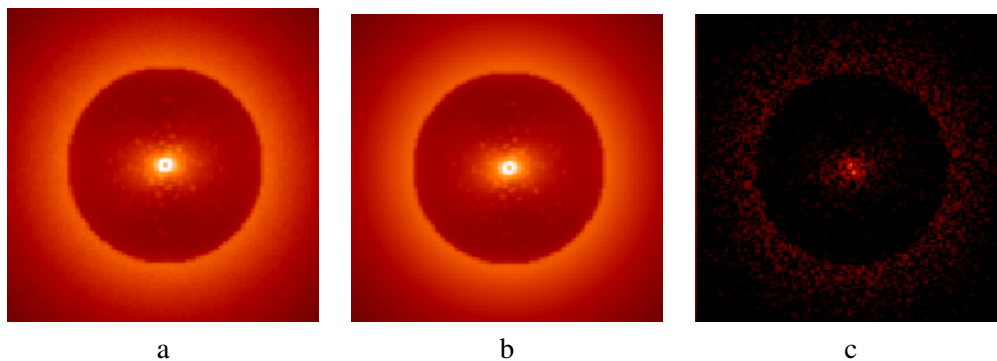


FIG. 5.4 – FEP coronographique simulée [a], analytique [b] et valeur absolue de la différence [c]. L’échelle de visualisation est logarithmique. Les conditions de simulation sont celles explicitées en 5.1.4, avec turbulence et aberrations statiques selon un spectre en $1/f^2$ de 35nm.

5.2 Méthode d’inversion

Dans cette partie, nous allons maintenant nous atteler à l’inversion du modèle direct dérivé dans la section précédente. La méthode d’inversion globale présentée ici vise à estimer les paramètres d’intérêt participant à la formation d’image. Ces paramètres sont bien sûr l’objet o , la fonction de structure D_ϕ , les aberrations statiques ϕ_u et ϕ_d . Le développement de cette méthode d’inversion passe par l’écriture d’un critère pertinent quantifiant la qualité de l’estimation. A partir de ce critère global, des hypothèses simplificatrices seront proposées pour étudier la sensibilité de chacun des termes et arriver ainsi à définir les meilleurs compromis entre complexité du critère et performances de la méthode.

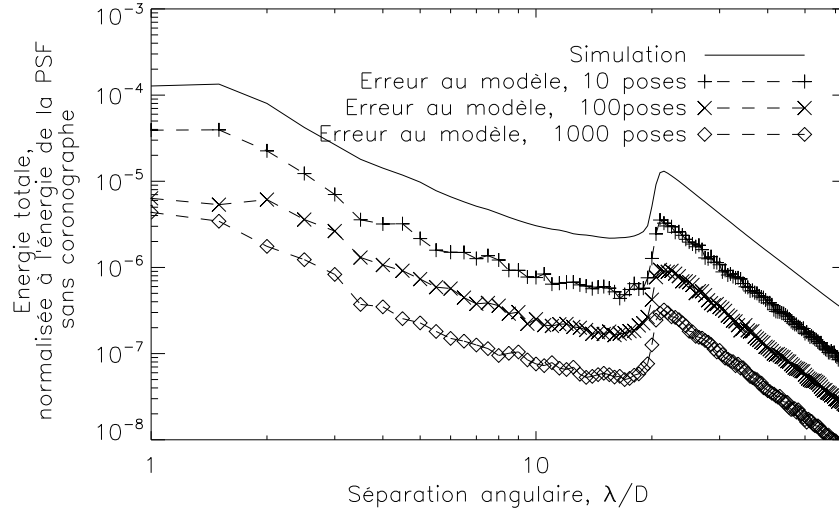


FIG. 5.5 – Profils d’erreur entre le modèle analytique de la réponse coronographique et les simulations numériques. Les conditions de simulations sont celles explicitées en section 5.1.4, avec turbulence et aberrations statiques selon un spectre en $1/f^2$ de 10nm.

5.2.1 Modèle direct

Notre approche de la formation d’image coronographique consiste donc à considérer que la réponse d’un tel instrument est constituée de deux "FEP". La première constitue la réponse sur l’axe, notée h_c . La seconde est la FEP sans coronographe et correspond à l’image de tous les points du champ à l’exception de l’étoile centrale. Dans le cas de l’observation d’un système étoile-compagnon, l’image formée par l’instrument coronographique s’écrit :

$$\mathbf{i} = F_0 h_c + h_{sc} \star o \quad (5.32)$$

où o représente l’environnement de l’étoile, et les autres paramètres ont déjà été introduits. Ce modèle de l’image est noté \mathbf{i} par opposition à l’image réelle acquise par le détecteur qui sera notée i comme d’habitude. Sous cette forme simplifiée (Cf Equation 5.32), ce formalisme de formation d’image coronographique est exploitable dans un modèle d’inversion. Les paramètres inconnus sont l’objet o et le flux de l’étoile F_0 . Les paramètres supposés connus sont les aberrations statiques en amont ϕ_u et en aval ϕ_d du coronographe, ainsi que la fonction de structure résiduelle turbulente D_ϕ . Cette dernière hypothèse est réaliste étant donné les résultats présentés dans les chapitres 3 et 4. Ces paramètres connus apparaissent de façon implicite dans l’expression des FEP coronographique h_c et instrumentale h_{sc} , comme rappelé dans les expressions suivantes :

$$h_c = \langle h_{sc} \rangle + \langle |V|^2 \rangle h_d - 2 \Re \left(\text{TF}^{-1} \left(\Psi_{u+d}^*(\mathbf{r}) \cdot \left[e^{-\frac{1}{2} D_\phi} * \Psi_u \right] (\mathbf{r}) \right) \cdot \Psi_d \right) \quad (5.33)$$

$$h_{sc} = \left| \text{TF}^{-1} \left(P e^{j(\phi_u + \phi_d)} \right) \right|^2 \star \text{TF}^{-1} \left(e^{-\frac{1}{2} D_\phi} \right) \quad (5.34)$$

Dans le cas de l’observation d’un compagnon, ce dernier peut se mettre sous la forme de diracs d’amplitude F_c et de position \mathbf{r}_c , et s’écrit alors $o = F_c \delta(\mathbf{r}_c)$ avec F_c le flux intégré du compagnon et \mathbf{r}_c sa position dans le champ.

5.2.2 Ecriture du critère MAP

Le modèle direct développé précédemment permet d'écrire l'image i comme suit :

$$i = F_0 h_c + h_{sc} \star o + b \quad (5.35)$$

avec b le terme de bruit, assimilable à un bruit additif de photon et de détecteur.

En suivant l'approche Bayésienne présentée dans le chapitre 2, le critère MAP global est le suivant :

$$\begin{aligned} \mathcal{J}(o, D_\phi, \phi_u, \phi_d, F_0) &= \sum_{\alpha} \left(\frac{\|i(\alpha) - F_0 h_c(\alpha) - (h_{sc} \star o)(\alpha)\|^2}{\sigma_b(\alpha)^2} \right) \\ &+ \mathcal{J}_o(o(\alpha)) + \mathcal{J}_{D_\phi}(D_\phi(\rho)) \\ &+ \mathcal{J}_{\phi_u}(\phi_u(\mathbf{r})) + \mathcal{J}_{\phi_d}(\phi_d(\mathbf{r})) + \mathcal{J}_{F_0}(F_0) \end{aligned} \quad (5.36)$$

où $\sigma_b^2(\alpha)$ est la variance du bruit pixel à pixel dans l'image, et i l'image mesurée.

Dans cette expression, le premier terme est le terme de vraisemblance, les termes suivants $\mathcal{J}_o(o)$, $\mathcal{J}_{D_\phi}(D_\phi)$, $\mathcal{J}_{\phi_u}(\phi_u)$, $\mathcal{J}_{\phi_d}(\phi_d)$, $\mathcal{J}_{F_0}(F_0)$ sont les termes de régularisation portant sur les inconnues à estimer.

Cette expression très générale n'est cependant pas raisonnablement exploitable dans une inversion classique. Nous allons par la suite considérer que seuls quelques termes sont inconnus. Si tous les paramètres étaient à estimer, un plus grand nombre d'images serait à considérer.

5.2.3 Approche simplifiée

Dans cette expression, les inconnues que sont l'objet, la fonction de structure et les aberrations amont et aval du coronographe représentent un grand nombre d'inconnues, rendant l'estimation plus complexe et moins précise. Nous allons d'abord étudier l'influence de chaque paramètre, afin de déduire ceux sur lesquels mettre l'accent, et ceux qui pourront être considérés comme connus sans introduire d'erreurs importantes. Dans un premier temps, nous allons diminuer le nombre d'inconnues. A la lumière des chapitres précédents, il est en effet possible de considérer certains paramètres calibrés par ailleurs. De plus, nous allons mener une inversion en deux temps (similaire en ceci à l'estimation de D_ϕ dans le chapitre 4). Enfin, nous utiliserons des régularisations adaptées.

5.2.3.1 Réduction du nombre d'inconnues

Nous allons, dans un premier temps, considérer D_ϕ et les aberrations statiques ϕ_u et ϕ_d connues. On suppose qu'elles sont fournies par les données de l'ASO pour D_ϕ (chapitre 4) et par les mesures de la diversité de phase pour les aberrations statiques (chapitre 3). On étudiera dans la Section 5.4 l'impact d'une incertitude sur ces variables. L'inversion du critère réduit $\mathcal{J}(F_0, o)$ est alors faite en deux temps.

5.2.3.2 Estimation du flux de l'étoile et soustraction du signal de l'étoile

Estimation du flux de l'étoile F_0 analytique Dans un premier temps, le flux de l'étoile est estimé via la minimisation du critère réduit suivant :

$$\mathcal{J}(F_0) = \sum_{\alpha} |i - F_0 h_c|^2 \quad (5.37)$$

où h_c est la réponse du coronographe. L'estimée du flux de l'étoile est alors l'argument qui minimise ce critère :

$$\hat{F}_* = \arg \min (\mathcal{J}(F_0)) \quad (5.38)$$

Cette écriture suppose que le flux du compagnon est suffisamment faible pour être négligeable lors de l'estimation du flux de l'étoile. En pratique si ce flux est non négligeable, c'est que le compagnon est déjà visible dans l'image et sa détection ne nécessite pas le traitement approfondi que nous mettons en place. Nous nous intéressons bien sûr au cas où le flux du compagnon est très faible, il n'influe alors que peu sur l'estimation de F_0 .¹

En pratique, ce critère est quadratique en F_0 et sa minimisation peut être faite de façon analytique. Le meilleur estimateur du flux de l'étoile est alors donné par l'expression suivante :

$$\hat{F}_0 = \frac{\sum_{\alpha} i(\alpha) \cdot h_c(\alpha)}{\sum_{\alpha} h_c(\alpha) \cdot h_c^*(\alpha)} \quad (5.39)$$

Soustraction du signal de l'étoile Dans un second temps, le flux de l'étoile étant connu ainsi que la forme de sa réponse (donnée par h_c), la réponse de l'étoile est soustraite à l'image.

$$i_{\Delta} = i - \hat{F}_0 h_c \quad (5.40)$$

Après cette soustraction, la nouvelle image i_{Δ} ne contient en théorie que le signal provenant du reste du champ. En pratique, la soustraction du signal de l'étoile étant imparfaite, il reste dans l'image (outre le bruit de mesure et le bruit de photon bien sûr) les résidus de la soustraction correspondant à un modèle de réponse imparfait. Ce point sera adressé dans la partie 5.4.

où i_{Δ} représente dorénavant l'image à laquelle a été soustrait le signal estimé de l'étoile. Cette image ne contient plus *a priori* que le signal éventuel du compagnon, c'est à dire une FEP instrumentale multipliée par le flux du compagnon, située à la position du compagnon.

5.2.3.3 Déconvolution de o par h

Ecriture du critère La grandeur d'intérêt à estimer est maintenant l'objet o , c'est à dire le reste du champ. Le processus de formation d'image correspondant est une simple convolution, son estimation requiert donc l'utilisation d'une méthode de déconvolution à FEP connue. Cette problématique est largement répandue, nous allons donc réutiliser pour mener à bien cette partie les méthodes et algorithmes déjà mis en place à l'ONERA, en particulier l'algorithme de déconvolution MISTRAL[65, 66]. Ces méthodes se basent bien sûr sur la minimisation d'un critère MAP, permettant d'introduire des connaissances *a priori* sur la grandeur à estimer. Précisément, le critère minimisé est le suivant :

$$\mathcal{J}(o) = \left| \frac{i_{\Delta} - h_{sc} \star o}{\sigma_b(\alpha)} \right|^2 + \mathcal{J}_o(o) \quad (5.41)$$

où i_{Δ} est l'image après soustraction de la réponse de l'étoile, h_{sc} est la FEP sans coronographe, $\sigma_b(\alpha)^2$ est la variance du bruit dans l'image, o l'objet observé et $\mathcal{J}_o(o)$ le terme de régularisation portant sur l'objet.

Il est à noter que le bruit dans l'image peut être considéré blanc et gaussien non uniforme, la variance de ce bruit est donnée par l'image i avant soustraction du signal de l'étoile. L'image i_{Δ} est essentiellement constituée du bruit de mesure (photon et détecteur). La carte de variance de bruit $\sigma_b^2(\alpha)$ utilisée lors de l'estimation de l'objet est donnée par :

$$\sigma_b^2(\alpha) = i^+(\alpha) + \sigma_d^2 \quad (5.42)$$

¹Notons que pour des objets complexe, cette première étape pourra être raffinée ou effectuée conjointement avec l'estimation de l'objet, au prix bien sûr d'une complexification de l'algorithme de traitement.

où i^+ représente l'image (avant soustraction de la réponse de l'étoile) seuillée à zéro, et σ_d^2 représente la variance du bruit uniforme de détecteur, que l'on peut estimer sur l'image.

Régularisation lors de l'estimation de l'objet Dans un premier temps, la régularisation la plus simple porte sur le spectre de l'objet à estimer, comme détaillé dans le chapitre 2, partie 2.3. Cette régularisation présente également l'avantage d'avoir un réglage automatique des hyperparamètres. Cette régularisation sera à raffiner par la suite.

$$J_o(\tilde{o}(\mathbf{f})) = \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{f}} \frac{|\tilde{o}(\mathbf{f}) - \tilde{o}_m(\mathbf{f})|^2}{DSP_o(\mathbf{f})} \quad (5.43)$$

avec $DSP_o(\mathbf{f})$ la densité spectrale de puissance associée à l'objet. Cette densité spectrale de puissance est estimée directement dans l'objet sous forme paramétrique, selon un modèle de Kattinig [59, 60] :

$$DSP_o(\mathbf{f}) = \frac{k}{1 + (f/f_0)^p} - |\tilde{o}_m(\mathbf{f})|^2 \quad (5.44)$$

où $k \simeq N_{ph}^2$, avec N_{ph}^2 le nombre total de photons dans l'image, f_0 est inversement proportionnelle à l'étendue spatiale de l'objet et p est une puissance qui caractérise la régularité de l'objet (p est généralement compris entre 2 et 4). La DSP de l'objet est estimée sous forme paramétrique, puisque les seuls paramètres k , f_0 et p permettent de la décrire.

De plus, l'estimation de l'objet est faite avec une régularisation de positivité. Cette positivité est assurée par une projection de la solution courante dans \mathcal{R}^+ .

5.3 Validation et performances de la méthode

Cette méthode ainsi implantée, nous l'avons validé par des simulations numériques. Les conditions des simulations sont celles données en section 5.1.4. Dans ces conditions, la réponse de l'étoile h_c présente une répartition d'intensité illustrée en figure 5.6. Cette image montre le halo de l'OA, ainsi que l'effet des aberrations statiques en amont du coronographe.

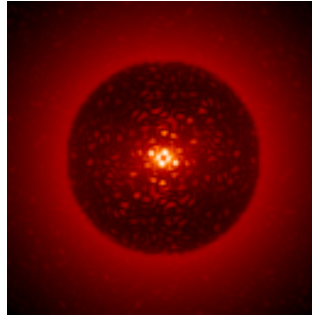


FIG. 5.6 – Exemple de FEP coronographique, avec 35nm d'aberrations statiques selon un spectre en $1/f^2$ en amont du coronographe, à $1\mu m$. Aucun bruit n'est considéré.

Nous avons implanté cette méthode numériquement, puis nous l'avons testée dans différentes configurations du système étoile-compagnon. Le système est simulé avec ces paramètres : flux de l'étoile F_0 , contraste du compagnon C , séparation angulaire de ce dernier $\Delta\alpha$. L'image simulée i s'écrit avec ces paramètres :

$$i(\alpha) = F_0 h_c(\alpha) + \frac{F_0}{C} h_{sc}(\alpha - \Delta\alpha) \quad (5.45)$$

$$- \Delta\alpha = 6,25\lambda/D ,$$

- $F_0 = 10^6$ photons,
- $C = 3.10^4$.

Les différentes cartes utilisées au cours du traitement sont illustrées dans la Figure 5.6 (qui montre l'image avant soustraction) et dans l'exemple de la Figure 5.7. La première image [a] montre l'image i_Δ , où la réponse de l'étoile $\hat{F}_0 h_c$ a été soustraite après estimation analytique de son flux \hat{F}_0 . Les résidus sont globalement d'un niveau équivalent au niveau du bruit dans l'image, le compagnon est déjà visible.

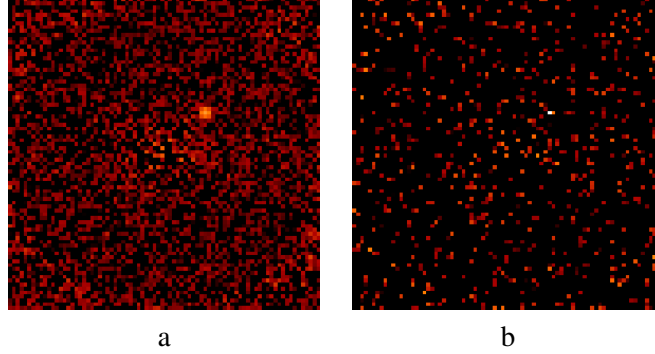


FIG. 5.7 – [a] Image i_Δ après soustraction de la réponse de l'étoile. Le compagnon est visible. [b] Carte de l'objet après déconvolution par MISTRAL. Le compagnon est nettement plus visible.

5.3.1 Mesure du SNR du compagnon après traitement

Afin de quantifier efficacement la méthode de détection, nous avons mesuré dans la carte de l'objet après déconvolution le rapport signal à bruit (SNR) du compagnon. Puisque sa position théorique est connue, ce rapport est défini comme suit :

$$SNR = \frac{o(\Delta\alpha)}{\sigma_b(\Delta\alpha)} \quad (5.46)$$

où $\sigma_b^2(\Delta\alpha)$ est la variance du bruit dans l'objet, à la distance du compagnon. Cette variance est donc estimée de façon azimutale, sur les points situés dans une couronne à la distance du compagnon, en prenant soin de ne pas prendre en compte les quelques pixels concernés par le flux du compagnon. Le flux de l'objet $o(\Delta\alpha)$ est en réalité intégré dans une région de taille λ/D autour de la position attendue de l'objet, afin de prendre en compte une restitution de l'objet sur plus d'un pixel, ou un objet non centré sur un pixel.

Cependant la positivité, imposée lors de l'estimation de l'objet, introduit un biais dans ce calcul du SNR. En effet la positivité impose une moyenne non nulle au bruit dans la carte de l'objet après déconvolution. Cette statistique est tracée pour deux régularisations différentes dans les Figures 5.8 et 5.9, et montre clairement une moyenne non nulle dans les deux cas. Dans le premier cas, la régularisation quadratique sur le spectre de l'objet permet de lisser l'estimation mais mène à une statistique de bruit centrée sur une moyenne égale dans ce cas à 0,154. Dans le second cas, une régularisation de type quadratique-linéaire a été utilisée. Cette régularisation permet de minimiser le bruit (beaucoup de points dans la carte estimée ont une valeur nulle), mais favorise l'apparition de Diracs, qui perturbent l'estimation. Il est donc nécessaire de modifier la définition précédente (5.46) du SNR pour prendre en compte ce biais :

$$SNR = \frac{o(\Delta\alpha) - \mu_b \cdot N}{\sigma_b(\Delta\alpha)} \quad (5.47)$$

où μ_b représente la moyenne du bruit, estimée à la distance $\Delta\alpha$ de l'étoile, et N représente le nombre de pixels sur lesquels le flux de l'objet est estimé. Muni de ce SNR non biaisé, il est maintenant possible de caractériser les performances de la méthode proposée ici.

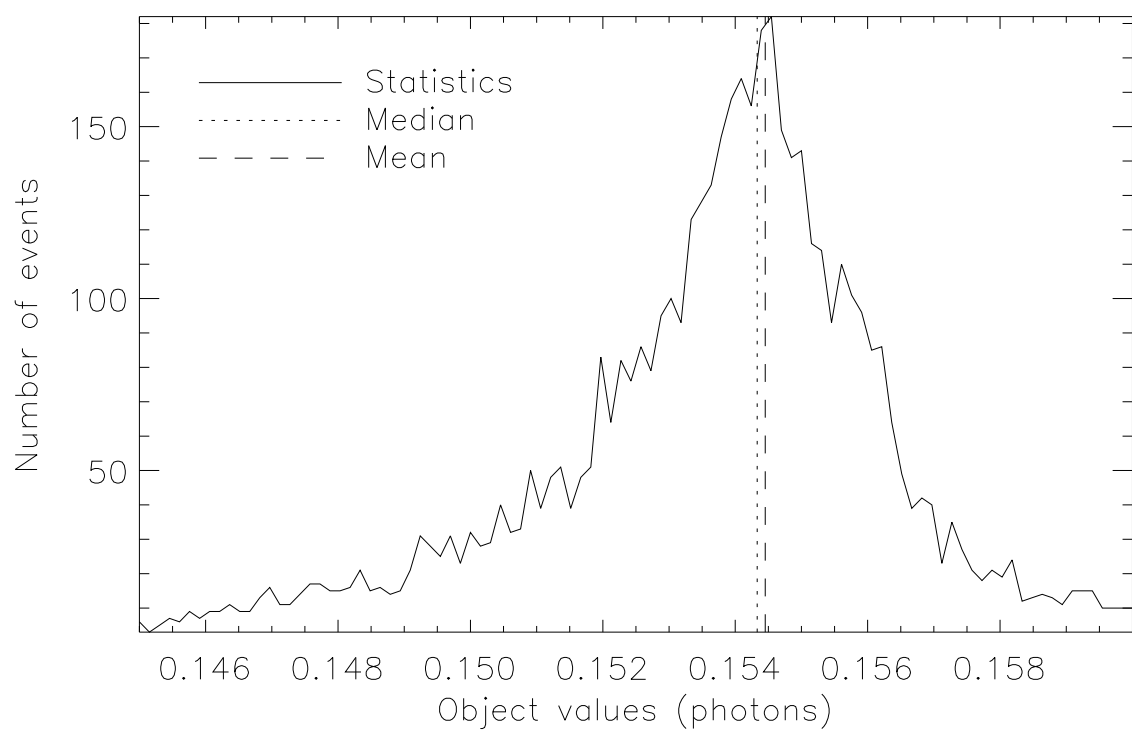


FIG. 5.8 – Fonction de répartition du bruit dans l'objet après déconvolution. L'estimation de l'objet est faite avec une contrainte de positivité, ainsi qu'une régularisation quadratique sur le spectre de l'objet.

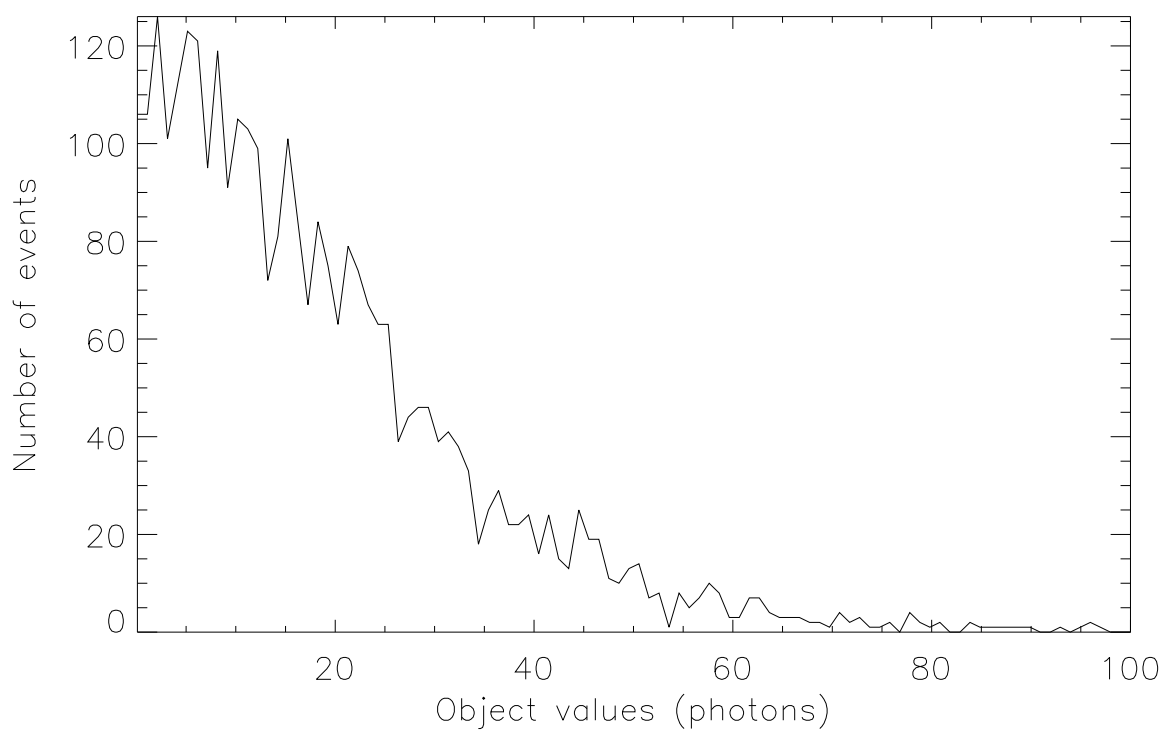


FIG. 5.9 – Fonction de répartition du bruit dans l'objet après déconvolution. L'estimation est menée avec une contrainte de positivité, et une régularisation quadratique-linéaire.

5.3.2 Estimation des performances

L'estimation des performances consiste ici à mesurer le SNR défini au paragraphe précédent dans différentes configurations du système étoile-compagnon. La Figure 5.10 montre des abaques, permettant de quantifier les performances de la méthode. Lors de ces tests, moyennés sur 100 réalisations de bruit, nous avons exploré l'espace des paramètres pour le flux de l'étoile F_0 (de 10^4 à 10^8 photons), ainsi que pour le contraste du compagnon (de 10^2 à 10^9).

Pour un flux d'étoile donné, deux régimes de SNR sont visibles :

- à faible contraste (et donc pour un compagnon brillant), le SNR décroît en $1/C$. Le SNR est limité par le bruit de photon provenant du signal de l'étoile. Par conséquent, le SNR croît si les aberrations ϕ_u diminuent. Il est possible de définir un seuil de détection (en contraste C , à un flux d'étoile F_0 donné) en estimant la valeur du contraste C_{max} pour un SNR de N , où N est choisi selon le degré de confiance à accorder à la détection. Ainsi, pour un flux d'étoile de 10^6 photons, un contraste de 10^4 peut être atteint en vue d'une détection à 5σ ,
- à hauts contrastes, le SNR de détection sature et aucun compagnon n'est visible. Il est à noter que cette saturation devrait disparaître grâce à l'utilisation de la formule débiaisée du SNR, ce qui n'est pas le cas dans la figure. Ceci est vraisemblablement dû à un mauvais débiaisage. Celui-ci peut provenir du fait que ce débiaisage est valable uniquement statistiquement, or le flux de l'objet est intégré sur un faible nombre de pixels.

Ainsi, un compagnon de contraste maximum de quelques 10^5 peut être détecté, si l'image de l'étoile cumule au moins 10^8 photons.

5.4 Sensibilité et robustesse aux erreurs de modèle

Cette méthode se fonde sur un modèle physique de formation d'image. Ce modèle prend en compte les aberrations statiques, la turbulence, et la présence du coronographe. Jusqu'ici, nous avons toujours considéré connaître parfaitement la réponse du système, que ce soit du point de vue de la turbulence atmosphérique, ou des aberrations statiques. Nous allons dans cette partie éprouver la méthode validée précédemment dans un cas idéal, en utilisant systématiquement un modèle erroné. Ceci permet de définir des contraintes sur le niveau nécessaire de connaissance du modèle. Ces contraintes sont extrêmement utiles lors de la réalisation d'un instrument comme SPHERE, elles permettent en effet de relier des contraintes de réalisation à la détectivité finale.

5.4.1 Erreur de modèle : incertitude sur la fonction de structure D_ϕ

Dans cette partie, nous nous intéressons à une erreur de modèle portant sur une mauvaise connaissance de la fonction de structure D_ϕ . Cette méconnaissance est introduite sous la forme d'un facteur β appliqué à D_ϕ elle-même. β correspond par exemple à une erreur sur l'estimation du paramètre de Fried r_0 . Le principe des tests qui vont suivre sont les suivants :

- simulation d'une image i en utilisant les conditions décrites précédemment, ainsi qu'une fonction de structure D_ϕ ,
- soustraction de la réponse de l'étoile en utilisant comme réponse sur l'axe une FEP $h_{c,\beta}$ calculée à partir d'une fonction de structure erronée βD_ϕ ,

$$h_{c,\beta} = h_c(\beta D_\phi) \quad (5.48)$$

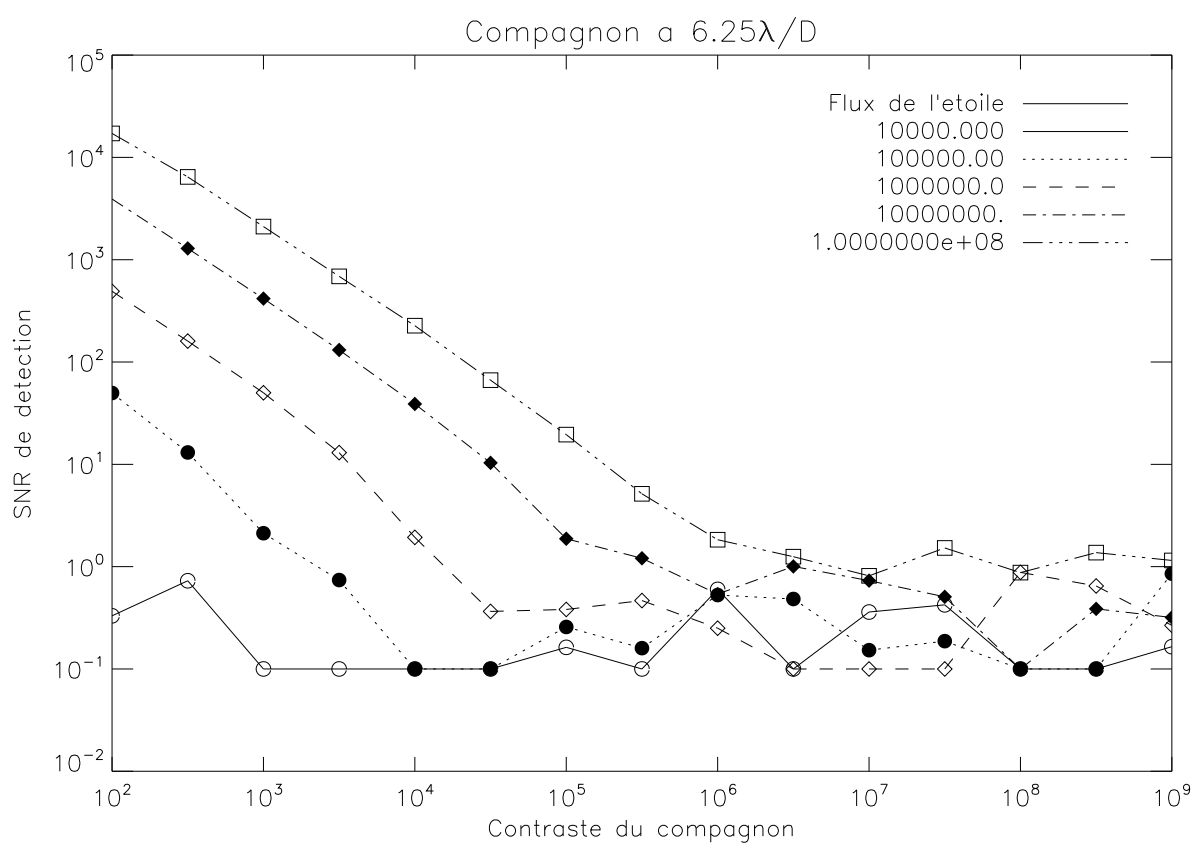


FIG. 5.10 – SNR du compagnon après soustraction de l'étoile, et déconvolution. Ce SNR est tracé en fonction du contraste du compagnon, et du flux de l'étoile. Le compagnon est situé à $6,25\lambda/D$ de son étoile. Les conditions sont celles énoncées en introduction de la section.

- la déconvolution est effectuée avec une FEP sans coronographe $h_{sc,\beta}$ calculée à partir de la fonction de structure erronée βD_ϕ .

$$h_{sc,\beta} = \text{TF}^{-1} \left(e^{-\frac{1}{2}\beta D_\phi} \cdot \tilde{h}_s \right) \quad (5.49)$$

Un exemple de la chaîne complète de traitement est donné en figure 5.11. Le facteur d'erreur β est pris égal à 0,9 (soit une erreur de 10% sur la connaissance de la fonction de structure). L'image [a] montre l'image avant traitement, sans bruit. Le compagnon de contraste faible (10^2) est très visible. L'imagette [b] montre l'image i_Δ après soustraction de la réponse de l'étoile, là encore sans bruit. La réponse du coronographe n'est pas adaptée, et des résidus importants (proches de l'axe) sont visibles. Cependant, dans le cas bruité [c], les résidus dus à une erreur de 10% sont invisibles. Le résultat de la déconvolution [d] n'est pas perturbé.

La même chaîne d'imagettes est montrée en Figure 5.12, mais dans le cas d'une erreur de 50% (et donc un facteur $\beta = 0,5$). Les résidus sont alors visibles au centre de l'image, et au niveau du halo de l'OA. Cependant, une telle méconnaissance de la fonction de structure n'est pas à considérer dans le cadre de SPHERE, où les mesures de pentes résiduelles de l'ASO peuvent être utilisées pour la calibrer.

Il résulte de ces tests que l'influence d'une erreur de la fonction de structure sur l'estimation et la détection de compagnons peut être considérée dans un premier temps comme négligeable.

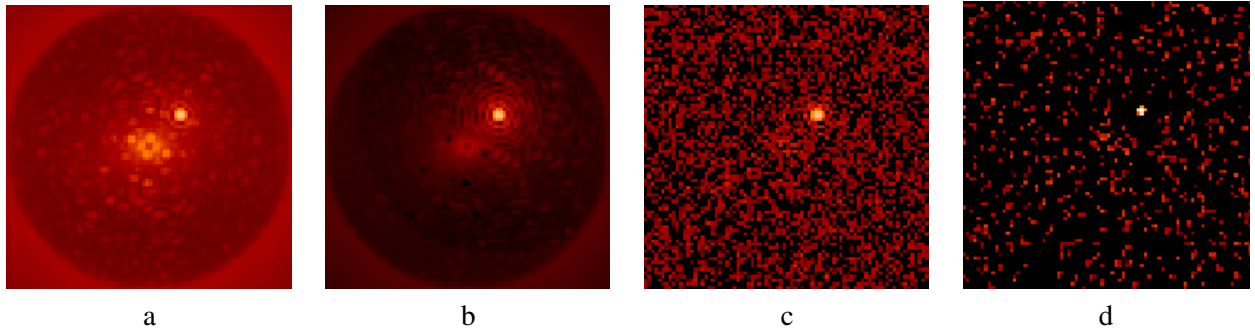


FIG. 5.11 – Effet d'une erreur de modèle sur la fonction de structure. Le modèle est calculé avec une erreur de 10% sur le D_ϕ . Un compagnon est situé à $6,25\lambda/D$ pour exemple. [a] image i non bruitée, [b] image i_Δ après soustraction de la réponse de l'étoile sans bruit, [c] idem avec bruit électronique (10 électrons) et de photon, [d] résultat de la déconvolution.

5.4.2 Erreur sur les aberrations statiques ϕ_u

Nous allons maintenant nous intéresser à une erreur de modèle portant sur la connaissance des aberrations statiques en amont du coronographe. Il est à noter que l'influence des aberrations en aval du coronographe étant négligeable (comme illustré dans le chapitre 2), elles ne seront pas étudiées ici.

Il est à noter que pour les simulations de cette partie, la composante statique du front d'onde aberrant est générée aléatoirement selon un spectre correspondant aux spécifications de SPHERE. Ce spectre (illustré en Figure 5.13) présente pour les basses fréquences spatiales une variance résiduelle uniforme de 5nm jusqu'à une fréquence de 8 cycles par pupille, correspondant aux fréquences spatiales corrigées par le système d'Optique Adaptative et une procédure de type *Pseudo-Closed Loop*. Les fréquences medium (de 8 à 20 cycles par pupille) présentent un spectre décroissant en $1/f^2$ de variance totale variable (entre 0 et 50nm), et les fréquences supérieures à la coupure de l'OA ont une variance nulle.

Les autres conditions de simulation sont rappelées en section 5.1.4.

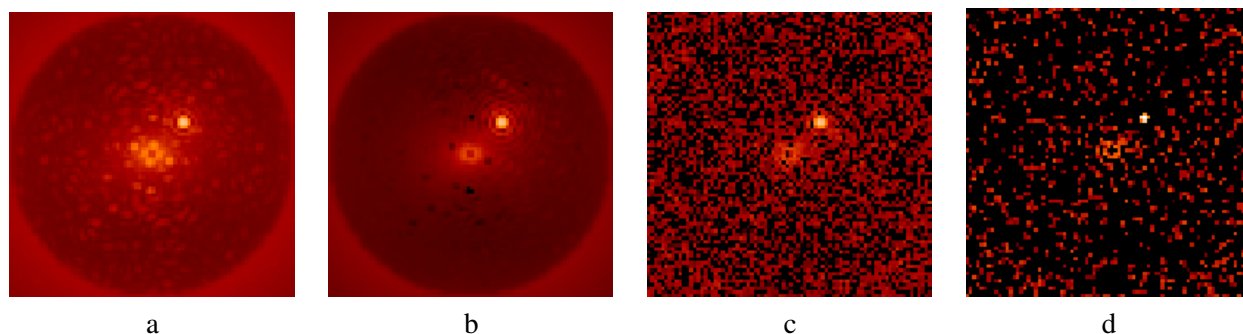


FIG. 5.12 – Effet d’une erreur de modèle sur la fonction de structure. Le modèle est calculé avec une erreur de 50% sur le D_ϕ . Un compagnon est situé à $6,25\lambda/D$ pour exemple. [a] image i non bruitée, [b] image i_Δ après soustraction de la réponse de l’étoile sans bruit, [c] idem avec bruit électronique (10 électrons) et de photon, [d] résultat de la déconvolution.

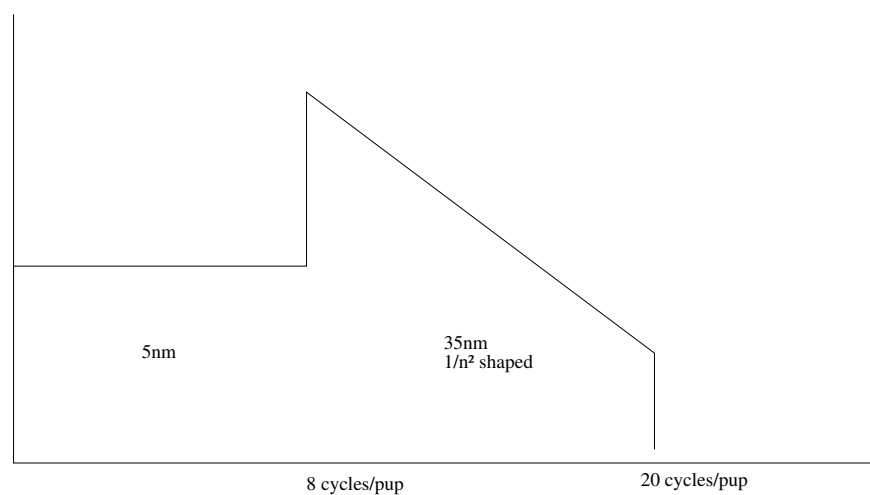


FIG. 5.13 – Spectre des aberrations statiques en amont du coronographe, correspondant aux spécifications de SPHERE. Les basses fréquences de la phase (inférieures à 8 cycles par pupille) sont corrigées et ne comportent qu’un résidu intégré de correction de 5nm. Les fréquences medium suivent un spectre décroissant en $1/f^2$ d’EQM intégré 35nm.

La procédure suivie lors de cette étude est similaire à la procédure mise en œuvre dans la partie précédente. Elle se résume comme suit :

- simulation d'une image i en utilisant les conditions décrites précédemment, ainsi qu'une carte d'aberrations statiques ϕ_u ,
- soustraction de la réponse de l'étoile en utilisant comme réponse du coronographe une FEP $h_{c,\beta}$ calculée à partir d'une carte d'aberrations erronée $\beta\phi_u$,

$$h_{c,\beta} = h_c(\beta\phi_u) \quad (5.50)$$

- la déconvolution est effectuée avec une FEP instrumentale $h_{sc,\beta}$ calculée à partir de la carte d'aberrations erronée $\beta\phi_u$.

$$h_{sc,\beta} = \text{TF}^{-1} \left(e^{-\frac{1}{2}D\phi} \cdot \tilde{h}_{s,\beta\phi_u} \right) \quad (5.51)$$

On ne fait varier que la variance des fréquences comprises entre 8 et 20 cycles par pupille. La Figure 5.14 montre quelques FEP coronographiques simulées avec différentes valeurs de variance d'aberrations en amont du coronographe. La forme du spectre de ϕ_u spécifique à cette étude est visible dans ces images, où les speckles de la zone centrale restent à faible intensité, seule l'intensité des speckles de la zone intermédiaire (jusqu'au halo) augmente.

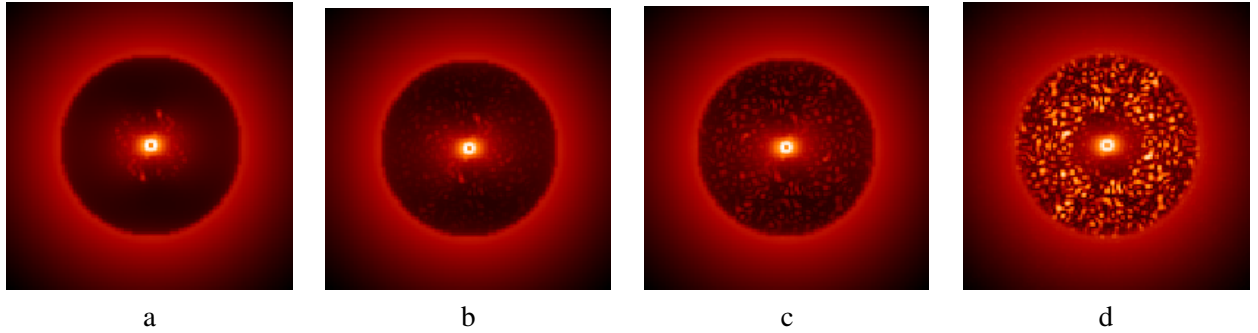


FIG. 5.14 – Réponses sur l'axe simulées avec différentes valeurs de variance pour les aberrations en amont du coronographe. [a] 0nm, [b] 5nm, [c] 10nm, [d] 35nm. Aucun bruit n'est considéré dans ces images.

5.4.2.1 Référence à 0nm

L'impact des aberrations amont ϕ_u est étudié uniquement lors de la soustraction du modèle erroné. La FEP de référence utilisée dans cette étude est celle montrée en [a] dans la Figure 5.14, c'est à dire celle présentant une variance nulle pour les fréquences medium. L'image soustraite i_Δ est donc calculée de la façon suivante :

$$i_\Delta = i_{ref} - i_{\sigma_u^2} \quad (5.52)$$

où i_{ref} est l'image de référence [a] et $i_{\sigma_u^2}$ est l'image calculée avec une variance σ_u^2 pour les fréquences medium. L'image soustraite i_Δ est affichée en Figure 5.15 et montre des résidus croissants avec la valeur de σ_u^2 . Aucun bruit n'est considéré dans ces images. Les profils moyens des images soustraites i_Δ sont tracés en Figure 5.16. L'intensité relative est tracée en fonction du champ. L'intensité correspond à une intensité incidente normalisée à 1 photon. Une erreur de 50nm sur ϕ_u implique lors de la soustraction une perte d'un facteur 20 sur la détectivité finale. Il est à noter que si les points du champ de la zone intermédiaire (entre 8 et $20\lambda/D$) sont principalement touchés, les points situés entre 5 et $8\lambda/D$ sont également concernés par la perte de détectivité, de même au delà de $20\lambda/D$.

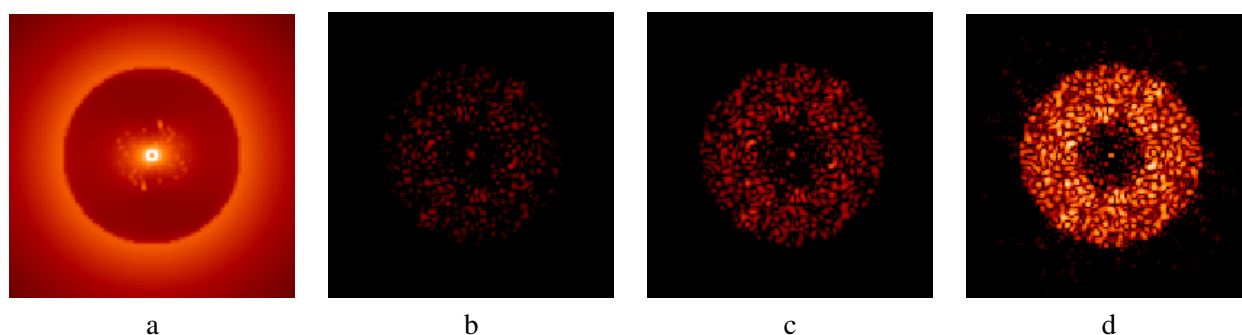


FIG. 5.15 – [a] FEP de référence ($\sigma_u^2 = 0$) et résidus de soustraction, pour une erreur de modèle sur ϕ_u respective de [b] 5nm, [c] 10nm, [d] 35nm.

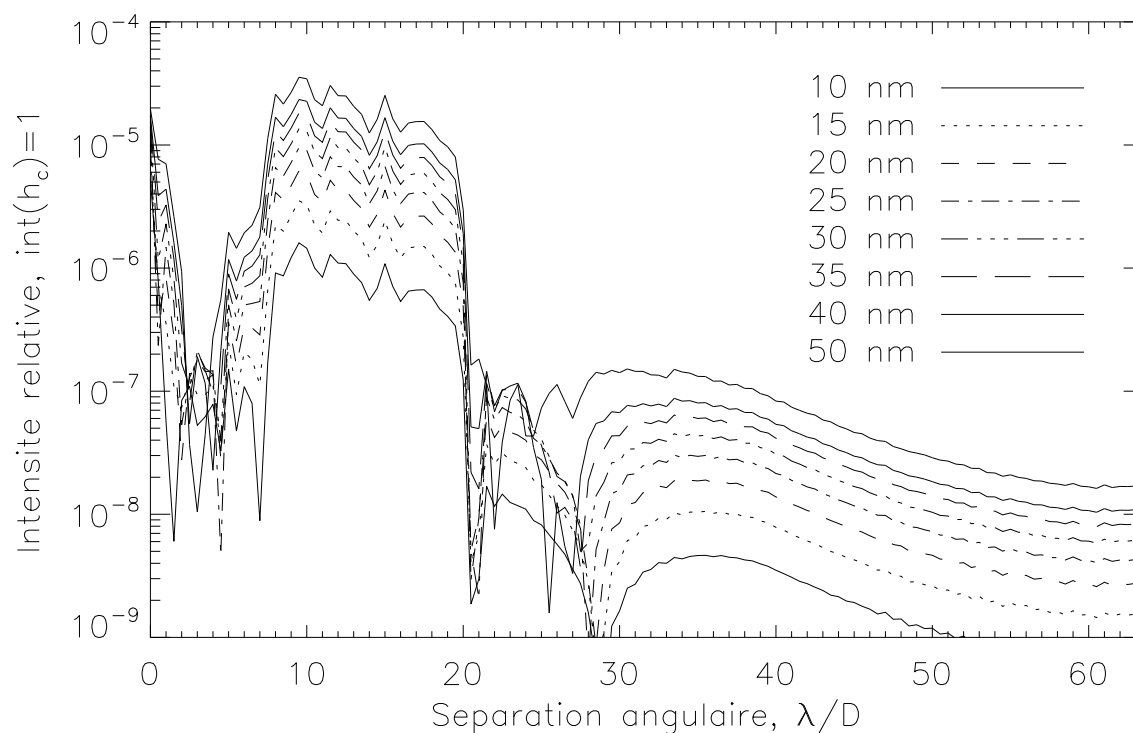


FIG. 5.16 – Profils circulaires moyens des images i_{Δ} , avec une erreur de modèle sur les aberrations amont. La référence i_{ref} est l'image à $\sigma_u = 0nm$.

5.4.2.2 Référence à $\sigma_u^2 \neq 0$

Le cas le plus fréquent consiste cependant à considérer une référence présentant déjà des aberrations, et pas comme précédemment une référence sans aberration. Nous présentons ici le résultat d'une soustraction avec un modèle erroné, à référence 35nm.

Les résidus de soustractions sont affichés dans la Figure 5.17, là encore sans bruit, pour différentes valeurs d'erreur sur la connaissance des aberrations amont. Le cas $\sigma_u = 35\text{nm}$ (imagerie [d]) présente un résidu nul puisque la FEP utilisée est identique à la FEP de référence.

Les profils circulaires moyens des résidus sont tracés en Figure 5.18 pour différentes valeurs de l'erreur de modèle sur les aberrations ϕ_u . Ces profils montrent une perte de détectivité inférieure à une décade dans tous les cas, même pour une erreur de 15nm sur la connaissance des aberrations.

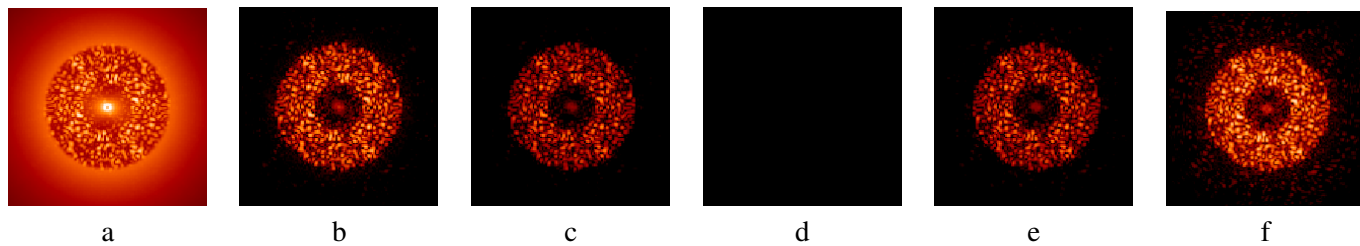


FIG. 5.17 – Effet d'une méconnaissance des aberrations amont ϕ_u sur l'image après soustraction i_Δ . [a] FEP i_{ref} de référence, à $\sigma_u = 35\text{nm}$, puis résidus de soustraction i_Δ à [b] 20nm, [c] 30nm, [d] 35nm, [e] 40nm, [f] 50nm.

5.4.3 Erreur sur le modèle direct, ou application au FQPM

Nous testons dans cette partie la vraisemblance du modèle direct analytique du coronographe parfait à la simulation d'une longue pose obtenue avec un coronographe à quatre quadrants. Les conditions de simulation de la turbulence sont celles décrites précédemment, les aberrations amont ϕ_u présentent un spectre typique de SPHERE (basses fréquences corrigées, fréquences medium en $1/f^2$) avec une variance de 10nm sur les fréquences medium. La simulation du quatre quadrants est simple et comprend un masque coronographique parfait. La taille du Lyot Stop est prise égale à celle de la pupille, que ce soit pour le FQPM ou pour le coronographe parfait.

Les résultats sont montrés en Figure 5.19. L'imagerie de gauche montre la simulation de la réponse sur l'axe longue pose avec FQPM. L'effet des biquadrants est visible sous la forme caractéristique d'une croix sombre. L'imagerie [b] montre la réponse sur l'axe du coronographe parfait, calculé analytiquement avec les paramètres cités plus haut. L'imagerie [c] montre la valeur absolue de la différence des deux précédentes images. Ce terme d'erreur montre une bonne correspondance entre les deux réponses (excepté aux endroits des biquadrants bien sûr). Les speckles résiduels présents au niveau du halo de l'OA sont essentiellement dû à des problèmes de convergence, la réponse du FQPM est en effet simulée sur 1000 itérations. Dans la dernière imagerie ([d]), les points situés à $\pm\lambda/2D$ des limites inter-quadrants ont été masqués. Hormis ces points particuliers, la correspondance est bonne. Pour quantifier ce terme d'erreur, le profil d'erreur de la dernière imagerie est tracé en Figure 5.20. Le profil de la réponse sur l'axe du coronographe parfait est tracé pour comparaison. L'axe des abscisses est normalisé, et indique la répartition de la lumière pour un flux incident de 1 photon. Le terme d'erreur est donc inférieur de plus d'un ordre de grandeur au modèle analytique dans tout le champ, ce qui valide l'utilisation de notre modèle analytique pour traiter des images coronographiques obtenues avec un coronographe à quatre quadrants.

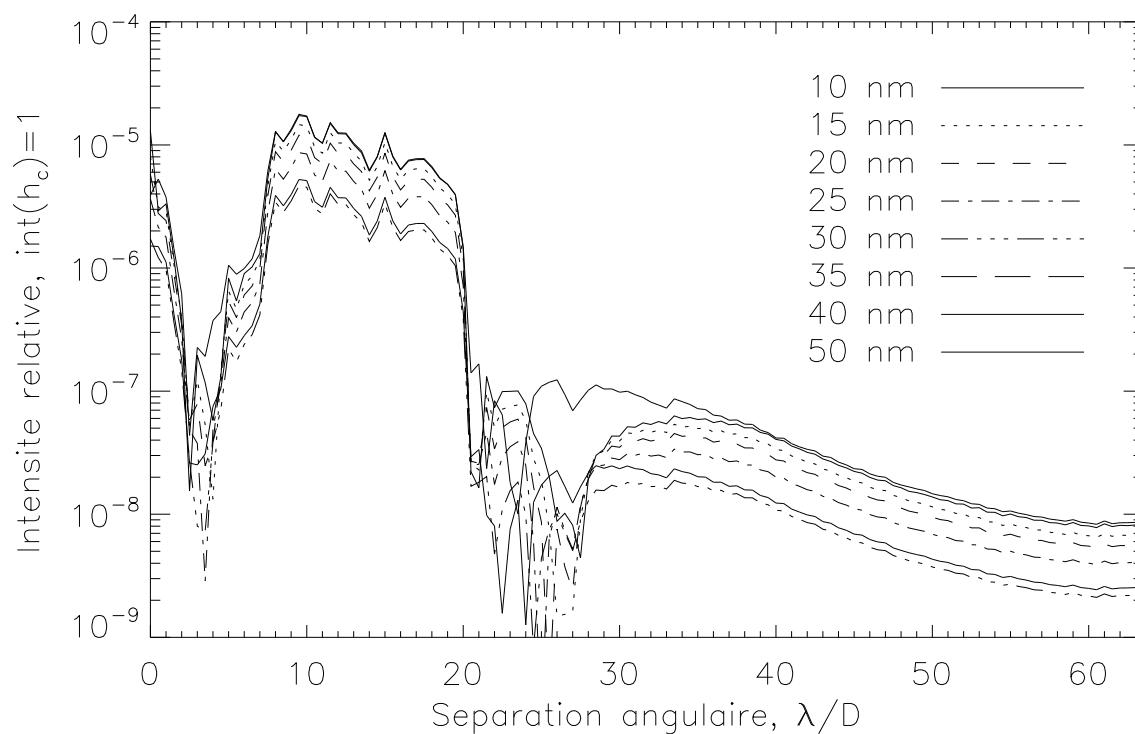


FIG. 5.18 – Profils circulaires moyens des résidus de soustractions, pour différentes valeurs de σ_u dans le modèle. L'image prise pour référence présente 35nm d'aberrations.

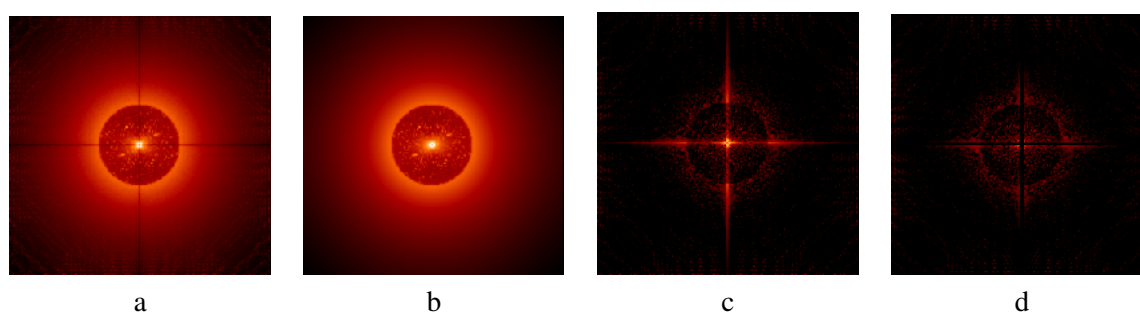


FIG. 5.19 – [a] Simulation de la réponse sur l'axe d'un coronographe à quatre quadrants, [b] Réponse sur l'axe analytique du coronographe parfait, [c] terme d'erreur, [d] idem, avec masquage des biquadrants. Les conditions de simulation de la phase statique : 10nm selon un spectre typique SPHERE.

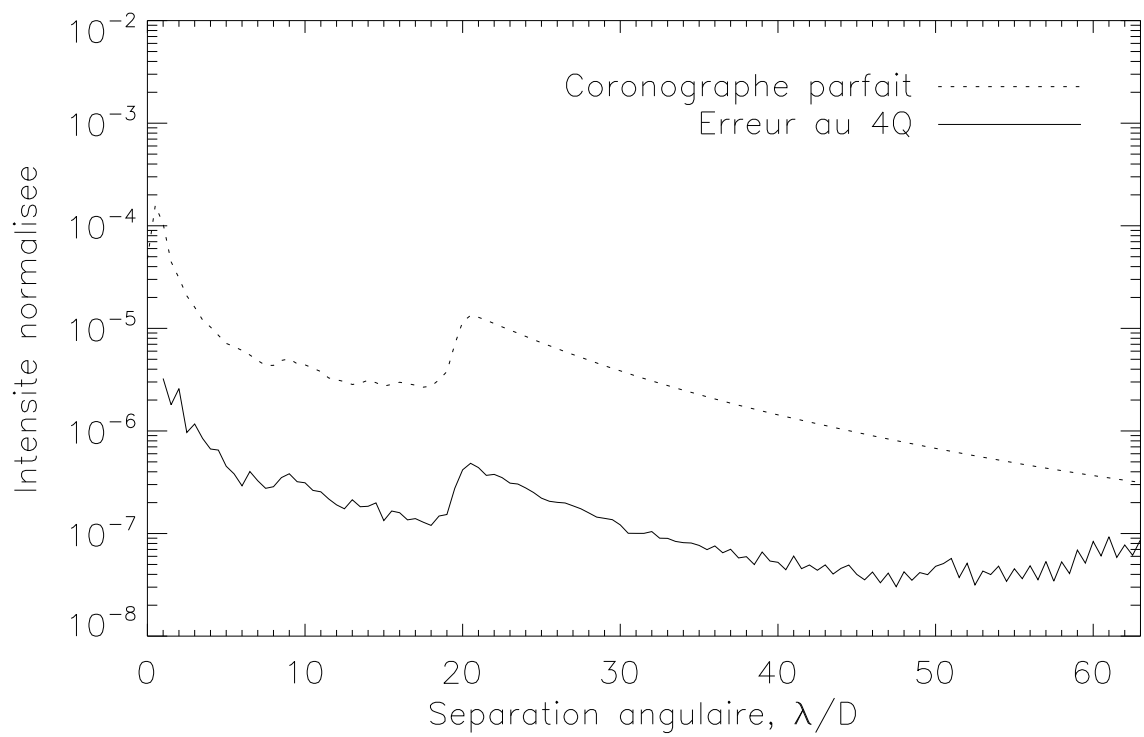


FIG. 5.20 – Profil d'erreur sur le modèle coronographique. Le modèle analytique est comparé à la simulation d'un coronographe à quatre quadrants.

5.5 Discussion et perspectives

Nous avons développé dans ce chapitre une méthode d'inversion novatrice adaptée au cas particulier de l'imagerie coronographique. Pour cela, nous avons en particulier écrit le modèle de formation d'image dans un cas d'une longue pose turbulente, corrigée par OA, en présence d'un coronographe parfait. Ce modèle prend en compte les aberrations statiques de l'instrument, en amont et en aval de l'instrument, ainsi que la fonction de structure de la phase turbulente après correction. La pertinence de ce modèle a été évaluée, et comparée à un cas de simulation bout-en-bout d'une longue pose coronographique. Nous avons ensuite dérivé un critère, fondé sur une approche Bayésienne, quantifiant la vraisemblance du modèle à l'image en fonction des variables d'intérêt que sont l'objet observé, la fonction de structure turbulente et les aberrations statiques. Nous avons ensuite formulé des hypothèses, consistant à supposer connues la fonction de structure et les aberrations statiques. Puis nous avons simplifié ce critère en deux critères réduits, ceci afin de simplifier l'inversion du problème. Le premier critère porte sur l'estimation du flux de l'étoile, le second porte sur l'estimation de l'objet observé. Nous avons ensuite exposé les résultats de l'inversion consistant à réduire les deux critères précédents, le premier permettant de soustraire le signal de l'étoile et le second de déconvoluer l'objet observé par la réponse de l'instrument. Ces résultats sont très prometteurs, et se situent dans la logique globale de cette thèse, où nous avons constamment cherché à considérer les résidus de speckle comme une variable déterministe, et non uniquement comme un bruit de mesure.

Ces résultats constituent une première étape dans la constitution d'une approche globale du problème de l'imagerie haute dynamique, telle qu'utilisée dans le projet SPHERE. Il reste à coupler cette méthode d'inversion coronographique aux méthodes développées dans les chapitres précédents. C'est-à-dire dans un premier temps être en mesure d'estimer les aberrations statiques, la fonction de structure turbulente, ainsi que l'objet observé dans une image coronographique longue pose. Cette estimation passe par la minimisation d'un critère global portant conjointement sur les variables pré-citées. Ceci suppose là encore la mise en place de régularisations adaptées, ainsi que l'acquisition de plusieurs images plan-focal. Ces images peuvent être obtenues par diversité de phase, mais également par diversité spectrale ou angulaire. L'estimation des inconnues est alors rendue plus ardue, mais paraît néanmoins envisageable à la lumière des résultats de ce chapitre.

Dans un plus long terme, il est nécessaire de tester le modèle aux imperfections que sont le centrage de l'étoile sur le coronographe, ainsi que l'utilisation d'une bande spectrale plus large. Il est de plus nécessaire d'introduire un modèle de coronographe plus réaliste.

Conclusion et perspectives

Bilan

Le travail présenté dans cette thèse a pour cadre l'imagerie directe d'exoplanètes depuis le sol, avec comme application potentielle le projet SPHERE. Ce type d'observation représente aujourd'hui un défi technologique de taille. En effet la sensibilité aux aberrations optiques d'un instrument dédié, ainsi que les hauts contrastes visés rendent la détection directe très complexe. Pour atteindre les hautes qualités optiques et les hautes dynamiques requises, ce type d'imagerie implique l'utilisation conjointe d'un système d'optique adaptative extrême, d'un coronographe, et enfin d'un imageur différentiel spectral et angulaire. La détectivité finale dépend de l'optimisation de chacun de ces composants et de leur optimisation conjointe.

Mon travail a porté sur deux points, dont les problématiques sont liées. Tout d'abord, il a consisté à optimiser le système d'optique adaptative. Ces systèmes sont aujourd'hui limités par les aberrations non-vues (Non-Common Path Aberrations, NCPA), qui limitent leur performance finale. Or dans le cas de la détection d'exoplanètes, les performances ultimes des systèmes d'OA ont besoin d'être atteintes. Ce point passe par une caractérisation et une connaissance poussée de la réponse de l'instrument optique. Ensuite, mon travail s'est situé en aval de l'instrument d'optique et de l'acquisition en elle-même, en se focalisant sur les méthodes de traitement *a posteriori* permettant d'améliorer les performances ultimes et *in fine* la détectivité de l'instrument. En particulier en s'adaptant au cas de l'imagerie différentielle et coronographique. Différentes méthodes d'estimation ont donc été développées, constituant les briques d'une méthode plus globale adaptée à l'imagerie haute dynamique et qui serait implanté à terme dans SPHERE.

Dans un premier temps, j'ai développé une méthode novatrice, appelée *Pseudo-Closed Loop*, permettant de compenser les NCPA d'un système d'OA. Nous avons montré avec succès que les aberrations statiques peuvent être mesurées précisément, et compensées par une boucle d'OA. Pour cela, nous avons étudié et optimisé un analyseur de front d'onde plan-focal permettant de mesurer ces aberrations statiques en utilisant les images délivrées par la caméra scientifique. Les optimisations ont porté essentiellement sur :

- la mise en place d'une régularisation sur la carte de phase diminuant l'amplification du bruit lors de l'estimation,
- la prise en compte d'un bruit blanc gaussien non stationnaire, rendant compte d'un bruit de photon aussi bien que de détecteur,
- l'étude et l'optimisation du repliement lors de la mesure,
- l'étude et l'optimisation de la base sur laquelle est reconstruit le front d'onde.

Cet analyseur a ensuite été intégré dans une méthode globale de compensation itérative des NCPA. Cette méthode combine la mesure en plan focal utilisant la diversité de phase, et une précompensation par modification des pentes de référence de l'analyseur de surface d'onde de la boucle d'OA. Le concept a été proposé, validé en simulation, puis testé sur le banc d'OA de l'ONERA. Ces tests ont permis d'augmenter les performances ultimes du banc de 70 à plus de 96% de rapports de Strehl.

Dans un second temps, j'ai développé une méthode d'inversion adaptée au traitement d'images obte-

nues simultanément à différentes longueurs d'onde. Cette méthode se fonde sur une approche Bayésienne et la minimisation d'un critère judicieusement choisi, ce qui permet d'estimer les paramètres d'un objet en présence d'aberrations différentielles entre les diverses voies spectrales, et de résidus de turbulence. Un des intérêts majeurs de la méthode est de prendre en compte ces aberrations dans le processus de traitement, elles ne constituent donc plus une limite fondamentale de l'approche différentielle. Il a en particulier été montré qu'il est possible d'estimer les résidus turbulents à partir des seules images, et d'introduire cette information pour remonter à l'estimation des paramètres de l'objet d'intérêt (pour une approche de type déconvolution). Une régularisation adaptée a été mise en place afin d'améliorer les performances finales de l'estimation. Un gain d'un facteur supérieur à 5 sur la détectivité dans tout le champ a été ainsi démontré, ce gain étant essentiellement dû à la concentration de l'énergie dans un pixel par la déconvolution.

Dans le cadre de l'imagerie différentielle, je me suis également intéressé à l'imagerie différentielle angulaire. L'intérêt de la méthode est de tirer parti de l'information temporelle afin de distinguer les speckles du compagnon. La méthode proposée se fonde sur la théorie de la détection, et utilise une corrélation multi-bandes afin d'optimiser la détectivité. Les résultats obtenus dans ce cadre sont très prometteurs.

Dans un troisième temps, j'ai développé une méthode d'inversion adaptée à l'imagerie coronographique. Cette méthode d'inversion comprend l'expression analytique du modèle direct, ainsi qu'une première proposition d'inversion. Le modèle direct décrit l'image coronographique longue pose turbulente en présence d'aberrations statiques. Ce modèle est applicable à un coronographe à quatre quadrants sous réserve de ne pas prendre en considération les points du champ proches du centre et des limites de quadrants. Des hypothèses simplificatrices ont permis de mener à bien une première inversion coronographique. En particulier, les aberrations statiques de l'instrument ainsi que les résidus turbulents ont été supposés connus. De plus, le critère a été minimisé en deux séquences, la première visant à estimer le flux de l'étoile centrale, la seconde à estimer l'objet. Une étude plus poussée de robustesse a permis de quantifier l'effet des aberrations en amont du coronographe, ainsi qu'une méconnaissance de ces aberrations sur l'estimation finale.

Perspectives

Les résultats de cette thèse constituent une première étape dans la constitution d'une approche globale du problème de l'imagerie haute dynamique, tel qu'utilisé dans le projet SPHERE. Afin de compléter ces études, il reste à coupler les différentes méthodes étudiées et proposer une méthode d'inversion globale de ce type d'imagerie.

A court terme, il est nécessaire d'optimiser chacune des parties abordées dans cette thèse :

- dans le cadre de la mesure et compensation des NCPA, une des conclusions de ce chapitre montre l'importance de la base choisie pour la projection de la phase statique. Il reste donc à implanter et optimiser l'utilisation de la base des indicatrices pixels dans une procédure de type *Pseudo-Closed Loop*, et quantifier ses performances en les comparant à celles obtenues avec la base de Zernike,
- dans le cadre de l'imagerie différentielle spectrale, le point suivant consiste à traiter des images expérimentales obtenues sur le ciel, par un système différentiel comme SDI (Simultaneous Differential Imaging, implanté sur l'instrument NAOS-CONICA au VLT). Ces tests permettraient de valider complètement la méthode avant utilisation sur SPHERE,
- dans le cadre de la coronographie, la suite consiste à coupler dans un premier temps la méthode d'inversion proposée dans le cadre de l'imagerie coronographique à l'estimation des aberrations statiques. Cette piste consiste à adapter la diversité de phase, et à inclure dans le modèle direct la présence du coronographe. Les résidus lumineux visibles avec l'utilisation du coronographe étant essentiellement dûs aux aberrations en amont du masque, ceci permettrait d'estimer directement ces aberrations.

Dans un deuxième temps, il est nécessaire de coupler l'inversion coronographique à l'estimation de la fonction de structure. Il est également nécessaire de prendre en compte un coronographe plus réaliste incluant ses imperfections.

A moyen terme, l'étape décisive dans la suite de cette étude doit être l'écriture d'un critère global modélisant l'ensemble des données fournies par un imageur spectral et angulaire, en présence d'un coronographe, et intégrant l'ensemble des travaux développés au cours de la thèse. La minimisation de ce critère nécessitera plusieurs étapes. Dans le cas le plus général, l'image observée dans le $l^{\text{ème}}$ canal spectral et dans le $k^{\text{ème}}$ canal temporel peut s'écrire :

$$i_{t_k}^{\lambda_l}(\boldsymbol{\alpha}) = F_0 h_c - F_c^{\lambda_l} \delta(\boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\alpha}_k) \star h_{sc} \quad (5.53)$$

où t_k est l'instant d'acquisition de l'image $i_{t_k}^{\lambda_l}$, F_0 et $F_c^{\lambda_l}$ sont respectivement les flux de l'étoile et du compagnon dans le canal spectral l et dans le canal temporel k , h_c et h_{sc} sont les FEP du système sur l'axe et hors axe. $\boldsymbol{\alpha}_k$ représente la position du compagnon dans le $l^{\text{ème}}$ canal temporel.

Selon cette approche globale, ce critère global \mathcal{J} peut s'écrire dans un cadre très général de la façon suivante :

$$\mathcal{J}(o_{t_k}^{\lambda_l}, \phi_u, \phi_d, D_\phi) = \sum_{k,l} \frac{\left| i_{t_k}^{\lambda_l} - F_0 h_c - F_c^{\lambda_l} \delta(\boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\alpha}_k) \star h_{sc} \right|^2}{\sigma^2(\boldsymbol{\alpha})} \quad (5.54)$$

$$+ \mathcal{J}_o(o_{t_k}^{\lambda_l}) + \mathcal{J}_{\phi_u}(\phi_u) + \mathcal{J}_{\phi_d}(\phi_d) + \mathcal{J}_{D_\phi}(D_\phi) \quad (5.55)$$

Dans cette expression, les FEP h_c et h_{sc} dépendent explicitement des aberrations statiques ϕ_u et ϕ_d , ainsi que de la fonction de structure turbulente D_ϕ . $\mathcal{J}_X(X)$ désigne la régularisation spécifique à la variable X .

La minimisation de ce critère global en fonction de tous les paramètres recherchés ne peut se faire qu'en introduisant des données en conséquence, et ce afin de conserver un bon contraste d'estimation. Mais un instrument comme SPHERE est à même de fournir une grande diversité d'images : les différents canaux spectraux, les différents instants d'acquisition, et les cubes d'image fournis par l'IFS introduisent autant de diversité.

Le flux de l'étoile F_0 est supposé ici identique à toutes les longueurs d'onde. Ceci est vrai lorsque l'on considère des longueurs d'onde proches, mais l'est moins lorsque l'on considère des bandes larges, accessibles par un IFS par exemple. Selon l'application, il peut être judicieux de considérer un flux d'étoile dépendant de la longueur d'onde.

De plus, certains termes sont supposés statiques. Parmi ceux-ci, la fonction de structure D_ϕ et les aberrations statiques ϕ_u et ϕ_d . Ces paramètres sont susceptibles d'évoluer pendant au cours de la nuit. La fonction de structure évolue lentement avec les caractéristiques de la turbulence, et les aberrations statiques évoluent avec la configuration de l'instrument. Dans un contexte général, il peut donc être utile de les considérer comme dépendant du canal temporel. Ceci multiplie le nombre d'inconnues, mais leur estimation peut cependant être facilitée par une calibration préliminaire, et la connaissance de leur temps caractéristique d'évolution.

Il sera nécessaire dans un premier temps d'être en mesure d'estimer les aberrations statiques, la fonction de structure turbulente, ainsi que l'objet observé dans une image coronographique longue pose. Cette estimation passe par la minimisation d'un critère global portant conjointement sur les variables pré-citées. Ceci suppose là encore la mise en place de régularisation adaptées, ainsi que l'acquisition de plusieurs images

plan-focal mais paraît envisageable à la lumière des résultats que j'ai obtenus.

Les perspectives pour le long terme consistent à adapter ces études au cas de l'imagerie directe d'exoplanètes sur les télescopes extrêmement grands. Les ELT constituent en effet un défi supplémentaire puisqu'il est alors nécessaire de prendre en compte la segmentation des miroirs dans le traitement d'image final. Les effets de la segmentation sont en effet visibles à la fois sur la phase de l'onde incidente (pour les erreurs de cophasage des segments) mais la segmentation impacte également sur l'amplitude de l'onde via la variabilité des réflectivités des segments.

Liste de publications

Revue à Comité de lecture

- T. Fusco, G. Rousset, **J.-F. Sauvage**, C. Petit, J.-L. Beuzit, K. Dohlen, D. Mouillet, J. Charton, M. Nicolle, M. Kasper and P. Puget, *High order Adaptive Optics requirements for direct detection of Extrasolar planets. Application to the SPHERE instrument.*, Opt. Express, (17), pp. 7515–7534 (2006).
- **Sauvage J.-F.**, Fusco T., Rousset G., Petit C., *Calibration and Pre-Compensation of Non-Common Path Aberrations for eXtreme Adaptive Optics*, J. Opt. Soc. Am. A, Août 2007

Actes de conférences

- T. Fusco, C. Petit, G. Rousset, **J.-F. Sauvage**, K. Dohlen, D. Mouillet, J. Charton, P. Baudoz, M. Kasper, E. Fedrigo, P. Rabou, P. Feautrier, M. Downing, P. Gigan, J.-M. Conan, J.-L. Beuzit, N. Hubin, F. Wildi and P. Puget, *Design of the extreme AO system for SPHERE, the planet finder instrument of the VLT*, Advances in Adaptive Optics II. Volume 6272, (Juillet 2006).
- **J.-F. Sauvage**, L. Mugnier, T. Fusco and G. Rousset, *Post processing of differential images for direct extrasolar planet detection from the ground*, in *Advances in Adaptive Optics II*, L. Ellerbroek B. and D. Bonaccini Calia, vol. 6272. Soc. Photo-Opt. Instrum. Eng. (2006).
- L. M. Mugnier, **J.-F. Sauvage**, A. Woelffle, T. Fusco, G. Rousset, *Algorithme multi-canaux pour la détection d'exo-planètes en imagerie différentielle angulaire*, 21^{ème} Colloque sur le Traitement du Signal et des Images, GRETSI (2007)
- L. M. Mugnier, **J.-F. Sauvage**, T. Fusco, G. Rousset, *Multi-Channel Planet Detection Algorithm for Angular Differential Imaging*, Adaptive Optics : Analysis and Methods, 18–20 Juin 2007, OSA conferences , Vancouver (Canada)
- **Sauvage, J.-F.**, Fusco T., Rousset G., Petit C., *Real-time and post-facto correction for differential aberrations in direct planet imaging by adaptive optics*, IAUC 200, Direct Imaging of Exoplanets : Science & Techniques, oct 2005, Nice
- **Sauvage J.-F.**, Fusco T., Rousset G., Petit C., Blanc, A., Beuzit, J.-L., *Fine calibration and pre-compensation of NCPA for high performance AO system*, Advancements in Adaptive Optics, vol. 5903. Soc. Photo-Opt. Instrum. Eng. (2005), San Diego, USA
- Fusco T., Petit C., Rousset G., **Sauvage, J.-F.**, Conan, J.-M., *Optimization of the pre-compensation of non-common path aberrations for Adaptive Optics systems*, OSA conferences 2005, Charlotte, USA
- **Sauvage J.-F.**, Fusco T., Rousset G., Petit, C., Blanc A., Beuzit, J.-L., *Fine calibration and pre-*

compensation of Non-Common Path Aberrations for high performance AO system, Advancements in Adaptive Optics, vol. 5903. Soc. Photo-Opt. Instrum. Eng. (2005), San Diego, USA

Bibliographie

- [1] F. Bouchy, F. Pont, N. C. Santos, C. Melo, M. Mayor, D. Queloz et S. Udry, *Two new “very hot Jupiters” among the OGLE transiting candidates*, *Astron. Astrophys.*, 421, pp. L13–L16 (juillet 2004).
- [2] M. Mayor et D. Queloz, *A Jupiter-Mass Companion to a Solar-Type Star*, *Nature (London)*, 378, pp. 355–+ (novembre 1995).
- [3] M. Mayor, S. Udry, D. Naef, F. Pepe, D. Queloz, N. C. Santos et M. Burnet, *The CORALIE survey for southern extra-solar planets. XII. Orbital solutions for 16 extra-solar planets discovered with CORALIE*, *Astron. Astrophys.*, 415, pp. 391–402 (février 2004).
- [4] D. Queloz, M. Mayor, J. P. Sivan, D. Kohler, C. Perrier, J. M. Mariotti et J. L. Beuzit, *The Observatoire de Haute-Provence Search for Extrasolar Planets with ELODIE*, Dans *Brown Dwarfs and Extrasolar Planets*, sous la direction de R. Rebolo, E. L. Martin et M. R. Zapatero Osorio, vol. 134 de *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, pp. 324–+ (1998).
- [5] F. Bouchy et The Sophie Team, *SOPHIE : the successor of the spectrograph ELODIE for extrasolar planet search and characterization*, Dans *Tenth Anniversary of 51 Peg-b : Status of and prospects for hot Jupiter studies*, sous la direction de L. Arnold, F. Bouchy et C. Moutou, pp. 319–325 (février 2006).
- [6] D. Queloz, M. Mayor, D. Naef, N. Santos, S. Udry, M. Burnet et B. Confino, *Extrasolar Planets in the Southern Hemisphere : The CORALIE Survey*, Dans *From Extrasolar Planets to Cosmology : The VLT Opening Symposium : Proceedings of the ESO Symposium Held at Antofagasta, Chile, 1-4 March 1999, ESO ASTROPHYSICS SYMPOSIA. ISBN 3-540-67163-3. Edited by J. Bergeron and A. Renzini. Springer-Verlag, 2000, p. 548*, sous la direction de J. Bergeron et A. Renzini, pp. 548–+ (2000).
- [7] F. Pepe, M. Mayor, B. Delabre, D. Kohler, D. Lacroix, D. Queloz, S. Udry, W. Benz, J.-L. Bertaux et J.-P. Sivan, *HARPS : a new high-resolution spectrograph for the search of extrasolar planets*, Dans *Proc. SPIE Vol. 4008, p. 582-592, Optical and IR Telescope Instrumentation and Detectors, Masanori Iye ; Alan F. Moorwood ; Eds.*, sous la direction de M. Iye et A. F. Moorwood, vol. 4008 de *Presented at the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference*, pp. 582–592 (août 2000).
- [8] A. Baglin, G. Vauclair et The COROT Team, *The Space Stellar Photometry Mission COROT : Asteroseismology and Search for Extrasolar Planets*, *Journal of Astrophysics and Astronomy*, 21, pp. 319–+ (juin 2000).
- [9] A. Baglin, M. Auvergne, P. Barge, J.-T. Buey, C. Catala, E. Michel, W. Weiss et COROT Team, *COROT : asteroseismology and planet finding*, Dans *Stellar Structure and Habitable Planet Finding*, sous la direction de B. Battrick, F. Favata, I. W. Roxburgh et D. Galadi, vol. 485 de *ESA Special Publication*, pp. 17–24 (janvier 2002).
- [10] D. Charbonneau, T. M. Brown, D. W. Latham et M. Mayor, *Detection of Planetary Transits Across a Sun-like Star*, *Astrophys. J. Lett.*, 529, pp. L45–L48 (janvier 2000).

- [11] D. P. Bennett, J. Anderson, I. A. Bond, A. Udalski et A. Gould, *Identification of the OGLE-2003-BLG-235/MOA-2003-BLG-53 Planetary Host Star*, *Astrophys. J. Lett.*, 647, pp. L171–L174 (août 2006).
- [12] J.-P. Beaulieu, D. P. Bennett, P. Fouqué, A. Williams, M. Dominik, U. G. Jorgensen, D. Kubas, A. Cassan, C. Coutures, J. Greenhill, K. Hill, J. Menzies, P. D. Sackett, M. Albrow, S. Brilliant, J. A. R. Caldwell, J. J. Calitz, K. H. Cook, E. Corrales, M. Desort, S. Dieters, D. Dominis, J. Donatowicz, M. Hoffman, S. Kane, J.-B. Marquette, R. Martin, P. Meintjes, K. Pollard, K. Sahu, C. Vinter, J. Wambsganss, K. Woller, K. Horne, I. Steele, D. M. Bramich, M. Burgdorf, C. Snodgrass, M. Bode, A. Udalski, M. K. Szymański, M. Kubiak, T. Więckowski, G. Pietrzyński, I. Soszyński, O. Szewczyk, Ł. Wyrzykowski, B. Paczyński, F. Abe, I. A. Bond, T. R. Britton, A. C. Gilmore, J. B. Hearnshaw, Y. Itow, K. Kamiya, P. M. Kilmartin, A. V. Korpela, K. Masuda, Y. Matsubara, M. Motomura, Y. Muraki, S. Nakamura, C. Okada, K. Ohnishi, N. J. Rattenbury, T. Sako, S. Sato, M. Sasaki, T. Sekiguchi, D. J. Sullivan, P. J. Tristram, P. C. M. Yock et T. Yoshioka, *Discovery of a cool planet of 5.5 Earth masses through gravitational microlensing*, *Nature (London)*, 439, pp. 437–440 (janvier 2006).
- [13] F. Delplancke, F. Derie, F. Paresce, A. Glindemann, F. Lévy, S. Lévêque et S. Ménardi, *PRIMA for the VLTI - Science*, *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.*, 286, pp. 99–104 (2003).
- [14] M. Shao, T. R. Livermore, D. M. Wolff, J. W. Yu et M. M. Colavita, *An Overview of the Space Interferometry Mission, SIM*, Dans *Bulletin of the American Astronomical Society*, vol. 27 de *Bulletin of the American Astronomical Society*, pp. 1384–+ (décembre 1995).
- [15] L. Lindgren et M. A. C. Perryman, *GAIA : Global astrometric interferometer for astrophysics.*, *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.*, 116, pp. 579–595 (mai 1996).
- [16] G. Chauvin, A.-M. Lagrange, C. Dumas, B. Zuckerman, D. Mouillet, I. Song, J.-L. Beuzit et P. Lowrance, *A giant planet candidate near a young brown dwarf. Direct VLT/NACO observations using IR wavefront sensing*, *Astron. Astrophys.*, 425, pp. L29–L32 (octobre 2004).
- [17] G. Chauvin, A.-M. Lagrange, C. Dumas, B. Zuckerman, E. Gendron, I. Song, J.-L. Beuzit, P. Lowrance et T. Fusco, *Astrometric and spectrometric confirmation of a brown dwarf companion to GSC 08047-00232 - VLT/NACO deep imaging and spectroscopic observations*, *Astron. Astrophys.*, 430, pp. 1027–1033 (2005).
- [18] J.-L. Beuzit, M. Feldt, K. Dohlen, D. Mouillet, P. Puget, J. Antici, P. Baudoz, A. Boccaletti, M. Carbillet, J. Charton, R. Claudi, T. Fusco, R. Gratton, T. Henning, N. Hubin, F. Joos, M. Kasper, M. Langlois, C. Moutou, J. Pragt, P. Rabou, M. Saisse, H. M. Schmid, M. Turatto, S. Udry, F. Vakili, R. Waters et F. Wildi, *SPHERE : A Planet Finder Instrument for the VLT*, Dans *Proceedings of the conference In the Spirit of Bernard Lyot : The Direct Detection of Planets and Circumstellar Disks in the 21st Century.*, sous la direction de P. Kalas, Berkeley, CA, USA, University of California (juin 2007).
- [19] J. Schneider, *The study of extrasolar planets : methods of detection, first discoveries and future perspectives.*, *Academie des Sciences Comptes Rendus Serie Mecanique Physique Chimie Sciences de la Terre et de l Univers*, 327, pp. 621–634 (1999).
- [20] A. Leger, M. Pirre et F. J. Marceau, *How to evidence life on a distant planet*, *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.*, 212, pp. 327–333 (février 1994).
- [21] A. Léger, J.-L. Puget, J. M. Mariotti, D. Rouan et J. Schneider, *How to Evidence Primitive Life on an Exo-Planet ? - The DARWIN Project*, *Space Science Reviews*, 74, pp. 163–169 (novembre 1995).
- [22] J.-P. Lebreton, *Darwin/TPF-I/Pegase*, Dans *36th COSPAR Scientific Assembly*, vol. 36 de *COSPAR, Plenary Meeting*, pp. 3747–+ (2006).
- [23] K. Dohlen, J.-L. Beuzit, M. Feldt, D. Mouillet, P. Puget, J. Antichi, A. Baruffolo, P. Baudoz, A. Berton, A. Boccaletti, M. Carbillet, J. Charton, R. Claudi, M. Downing, C. Fabron, P. Feautrier,

- E. Fedrigo, T. Fusco, J.-L. Gach, R. Gratton, N. Hubin, M. Kasper, M. Langlois, A. Longmore, C. Moutou, C. Petit, J. Pragt, P. Rabou, G. Rousset, M. Saisse, H.-M. Schmid, E. Stadler, D. Stamm, M. Turatto, R. Waters et F. Wildi, *SPHERE : A planet finder instrument for the VLT*, Dans *Ground-based and Airborne Instrumentation for Astronomy*, sous la direction de I. S. McLean et M. Iye, vol. 6269. Proc. Soc. Photo-Opt. Instrum. Eng. (2006).
- [24] B. Macintosh, J. Graham, D. Palmer, R. Doyon, D. Gavel, J. Larkin, B. Oppenheimer, L. Saddlemyer, J. K. Wallace, B. Bauman, J. Evans, D. Erikson, K. Morzinski, D. Phillion, L. Poyneer, A. Sivaramakrishnan, R. Soummer, S. Thibault et J.-P. Veran, *The Gemini Planet Imager*, Dans *Advances in Adaptive Optics II. Edited by Ellerbroek, Brent L. ; Bonaccini Calia, Domenico. Proceedings of the SPIE, Volume 6272, pp. 62720L (2006).*, vol. 6272 de *Presented at the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference* (juillet 2006).
- [25] M. Born et E. Wolf, *Principles of Optics*, Pergamon Press, Sixth (corrected) édition (1993).
- [26] J. W. Goodman, *Introduction à l'optique de Fourier et à l'holographie*, Masson et Cie (1972).
- [27] J.-M. Conan, *Étude de la correction partielle en optique adaptative*, Thèse de doctorat, Université Paris XI Orsay (octobre 1994).
- [28] F. Roddier, *The effects of atmospheric turbulence in optical astronomy*, Dans *Progress in Optics*, sous la direction de E. Wolf, vol. XIX, pp. 281–376. North Holland, Amsterdam (1981).
- [29] D. Fried, *Optical Resolution Through a Randomly Inhomogeneous Medium for Very Long and Very Short Exposures*, J. Opt. Soc. Am., 56, pp. 1372–1379 (1966).
- [30] A. N. Kolmogorov, *Local structure of turbulence in incompressible fluids with very high Reynolds number*, Dokl. Akad. Nauk. SSSR, 30 (4), pp. 301–305 (1941).
- [31] R. Conan, R. Avila, L. J. Sanchez, A. Ziad, F. Martin, J. Borgnino, O. Harris, S. I. Gonzalez, R. Michel et E. Hiriart, *Wavefront outer scale and seeing measurements at San Pedro Martir Observatory*, Astron. Astrophys., 396 (2), pp. 723–730 (décembre 2002).
- [32] J.-P. Véran, *Estimation de la réponse impulsionnelle et restauration d'image en optique adaptative Application au système d'optique adaptative du Télescope Canada-France-Hawaii*, Thèse de doctorat, Université de PARIS XI (novembre 1997).
- [33] F. Roddier, rédacteur en chef, *Adaptive Optics in Astronomy*, Cambridge University Press, Cambridge (1999).
- [34] H. W. Babcock, *The possibility of compensating astronomical seeing*, Pub. Astron. Soc. Pacific, 65, p. 229 (1953).
- [35] G. Rousset, J.-C. Fontanella, P. Kern, P. Gigan, F. Rigaut, P. Léna, C. Boyer, P. Jagourel, J.-P. Gaffard et F. Merkle, *First diffraction-limited astronomical images with adaptive optics*, Astron. Astrophys., 230, pp. 29–32 (1990).
- [36] G. Rousset, F. Lacombe, P. Puget, N. Hubin, E. Gendron, J.-M. Conan, P. Kern, P.-Y. Madec, D. Rabaud, D. Mouillet, A.-M. Lagrange et F. Rigaut, *Design of the Nasmyth Adaptive Optics System (NAOS) of the VLT*, Dans *Astronomical Telescopes & Instrumentation*, sous la direction de D. Bonaccini et R. K. Tyson, vol. 3353, Kona, Hawaii, Proc. Soc. Photo-Opt. Instrum. Eng. (mars 1998).
- [37] G. Rousset, F. Lacombe, P. Puget, N. Hubin, E. Gendron, T. Fusco, R. Arsenault, J. Charton, P. Gigan, P. Kern, A.-M. Lagrange, P.-Y. Madec, D. Mouillet, D. Rabaud, P. Rabou, E. Stadler et G. Zins, *NAOS, the first AO system of the VLT : on sky performance*, Dans *Adaptive Optical System Technology II*, sous la direction de P. L. Wizinowich et D. Bonaccini, vol. 4839, pp. 140–149, Bellingham, Washington, Proc. Soc. Photo-Opt. Instrum. Eng. (2002).
- [38] A.-M. Lagrange, G. Chauvin, T. Fusco, E. Gendron, D. Rouan, M. Hartung, F. Lacombe, D. Mouillet, G. Rousset, P. Drossart, R. Lenzen, C. Moutou, W. Brandner, N. Hubin, Y. Clenet, A. Stolte,

- R. Schoedel, G. Zins et J. Spyromilio, *First diffraction limited images at VLT with NAOS and CONICA*, Dans *Instrumental Design and Performance for Optical/Infrared Ground-Based Telescopes*, sous la direction de M. Iye et A. F. Moorwood, vol. 4841, pp. 860–868, Bellingham, Washington, Proc. Soc. Photo-Opt. Instrum. Eng., SPIE (2002).
- [39] G. Rousset, *Wave-front sensors*, Dans Roddier [33], chap. 5, pp. 91–130.
- [40] R. B. Shack et B. C. Platt, *Production and use of a lenticular Hartmann Screen*, J. Opt. Soc. Am., 61, p. 656 (1971).
- [41] P. Kern, P. Léna, P. Gigan, J. C. Fontanella, G. Rousset et F. Merkle, *Come-On : an adaptive optics prototype dedicated to infrared astronomy*, Dans *Active telescope systems*, vol. 1114, pp. 54–65, Orlando, United States of America, Proc. Soc. Photo-Opt. Instrum. Eng. (1989).
- [42] J.-L. Beuzit, N. Hubin, F. Chazallet, L. Demailly, E. Gendron, P. Gigan, F. Lacombe et D. Rabaud, *Adonis, a user-friendly adaptive optics system for the ESO 3.6m telescope*, Dans *Adaptive Optics in Astronomy*, sous la direction de M. Ealey et F. Merkle, pp. 955–961. SPIE (1994).
- [43] M. A. van Dam, D. Le Mignant et B. A. Macintosh, *Performance of the Keck Observatory Adaptive-Optics System*, Appl. Opt., 43, pp. 5458–5467 (2004).
- [44] G. Herriot, S. Morris, S. Roberts, M. Fletcher, L. Saddlemyer, J.-P. Singh G. and Véran et E. Richardson, *Innovations in the Gemini Adaptive Optics System Design*, Dans *Adaptive Optical System Technologies*, sous la direction de D. Bonaccini et R. K. Tyson, pp. 488–499, Kona, Hawaii, Proc. Soc. Photo-Opt. Instrum. Eng. (mars 1998).
- [45] T. Fusco, C. Petit, G. Rousset, J.-F. Sauvage, K. Dohlen, D. Mouillet, J. Charton, P. Baudoz, M. Kasper, E. Fedrigo, P. Rabou, P. Feautrier, M. Downing, P. Gigan, J.-M. Conan, J.-L. Beuzit, N. Hubin, F. Wildi et P. Puget, *Design of the extreme AO system for SPHERE, the planet finder instrument of the VLT*, Dans *Advances in Adaptive Optics II. Edited by Ellerbroek, Brent L. ; Bonaccini Calia, Domenico. Proceedings of the SPIE, Volume 6272, pp. 62720K (2006).*, vol. 6272 de *Presented at the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference* (juillet 2006).
- [46] M. Séchaud, *Wave-front compensation devices*, Dans Roddier [33], chap. 4, pp. 57–90.
- [47] D. L. Fried, *Anisoplanatism in adaptive optics*, J. Opt. Soc. Am., 72 (1), pp. 52–61 (janvier 1982).
- [48] C. Dessenne, *Commande modale et prédictive en Optique Adaptative*, Thèse de doctorat, Université de Paris VII (décembre 1998).
- [49] C. Petit, *Etude de la commande optimale en Optique Adaptative et Optique Adaptative MultiConjuguée, validation numérique et expérimentale*, Thèse de doctorat, Paris 13 (2006).
- [50] B. Le Roux, *Commande optimale en optique adaptative classique et conjuguée*, Thèse de doctorat, Université de Nice-Sophia Antipolis (octobre 2003).
- [51] S. Oberti, F. Quirós-Pacheco, S. Esposito, R. Muradore, R. Arsenault, E. Fedrigo, M. Kasper, J. Kolb, E. Marchetti, A. Riccardi, C. Soenke et S. Stroebele, *Large DM AO systems : synthetic IM or calibration on sky ?*, Dans *Advances in Adaptive Optics II. Edited by Ellerbroek, Brent L. ; Bonaccini Calia, Domenico. Proceedings of the SPIE, Volume 6272, pp. 627220 (2006).*, vol. 6272 de *Presented at the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference* (juillet 2006).
- [52] C. Boyer, V. Michau et G. Rousset, *Adaptive optics : interaction matrix measurements and real time control algorithms for the Come-On project*, Dans *Amplitude and intensity spatial interferometry*, vol. 1237, Tucson, United States of America, Proc. Soc. Photo-Opt. Instrum. Eng. (1990).
- [53] R. A. Gonsalves, *Phase retrieval and diversity in adaptive optics*, Optical Engineering, 21 (5), pp. 829–832 (1982).
- [54] A. Blanc, T. Fusco, M. Hartung, L. M. Mugnier et G. Rousset, *Calibration of NAOS and CONICA static aberrations. Application of the phase diversity technique*, Astron. Astrophys., 399, pp. 373–383 (2003).

- [55] M. Hartung, A. Blanc, T. Fusco, F. Lacombe, L. M. Mugnier, G. Rousset et R. Lenzen, *Calibration of NAOS and CONICA static aberrations. Experimental results*, *Astron. Astrophys.*, 399, pp. 385–394 (2003).
- [56] M. G. Löfdahl et G. B. Scharmer, *Wavefront sensing and image restoration from focused and defocused solar images.*, *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.*, 107, pp. 243–264 (octobre 1994).
- [57] J. Idier, rédacteur en chef, *Approche bayésienne pour les problèmes inverses*, Hermès, Paris (2001).
- [58] L. Mugnier et G. Le Besnerais, *Problèmes inverses en imagerie optique à travers la turbulence*, Dans *Approche bayésienne pour les problèmes inverses*, sous la direction de J. Idier, chap. 10, pp. 241–270. Hermes, Paris (2001).
- [59] A. P. Kattinig et J. Primot, *Model of the second-order statistic of the radiance field of natural scenes, adapted to system conceiving*, Dans *Aerosense'97 - Visual information processing VI*, vol. 3074, Washington, SPIE, Soc. Photo-Opt. Instrum. Eng. (1997).
- [60] J.-M. Conan, L. M. Mugnier, T. Fusco, V. Michau et G. Rousset, *Myopic Deconvolution of Adaptive Optics Images by use of Object and Point Spread Function Power Spectra*, *Appl. Opt.*, 37 (21), pp. 4614–4622 (juillet 1998).
- [61] A. Blanc, L. M. Mugnier et J. Idier, *Marginal estimation of aberrations and image restoration by use of phase diversity*, *J. Opt. Soc. Am. A*, 20 (6), pp. 1035–1045 (2003).
- [62] D. Gratadour, D. Rouan, L. M. Mugnier, T. Fusco, Y. Clénet, E. Gendron et F. Lacombe, *Near-IR AO dissection of the core of NGC 1068 with NaCo*, *Astron. Astrophys.*, 446 (3), pp. 813–825 (février 2006).
- [63] J.-M. Conan, T. Fusco, L. M. Mugnier, E. Kersalé et V. Michau, *Deconvolution of adaptive optics images with imprecise knowledge of the point spread function : results on astronomical objects.*, Dans *Astronomy with adaptive optics : present results and future programs*, sous la direction de D. Bonaccini, vol. 56 de *ESO Conference and Workshop Proceedings*, pp. 121–132, Garching bei München, Germany, ESO/OSA (février 1999).
- [64] L. M. Mugnier, C. Robert, J.-M. Conan, V. Michau et S. Salem, *Myopic deconvolution from wavefront sensing*, *J. Opt. Soc. Am. A*, 18, pp. 862–872 (avril 2001).
- [65] L. M. Mugnier, T. Fusco et J.-M. Conan, *MISTRAL : a Myopic Edge-Preserving Image Restoration Method, with Application to Astronomical Adaptive-Optics-Corrected Long-Exposure Images.*, *J. Opt. Soc. Am. A*, 21 (10), pp. 1841–1854 (octobre 2004).
- [66] T. Fusco, J.-P. Véran, J.-M. Conan et L. Mugnier, *Myopic deconvolution method for adaptive optics images of stellar fields*, *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.*, 134, pp. 1–10 (janvier 1999).
- [67] T. Fusco, *Correction partielle et anisoplanétisme en Optique Adaptative : traitement a posteriori et Optique Adaptative Multiconjuguée*, Thèse de doctorat, Université de Nice-Sophia Antipolis, Nice France (octobre 2000).
- [68] G. R. Ayers et J. C. Dainty, *Iterative blind deconvolution and its applications*, *Opt. Lett.*, 13, pp. 547–549 (1988).
- [69] T. J. Holmes, *Blind deconvolution of speckle images quantum-limited incoherent imagery : maximum-likelihood approach*, *J. Opt. Soc. Am. A*, 9 (7), pp. 1052–1061 (1992).
- [70] R. G. Lane, *Blind deconvolution of speckle images*, *J. Opt. Soc. Am. A*, 9 (9), pp. 1508–1514 (1992).
- [71] E. Thiébaud et J.-M. Conan, *Strict a priori constraints for maximum-likelihood blind deconvolution*, *J. Opt. Soc. Am. A*, 12 (3), pp. 485–492 (1995).
- [72] L. M. Mugnier, A. Blanc et J. Idier, *Phase Diversity : a Technique for Wave-Front Sensing and for Diffraction-Limited Imaging*, Dans *Advances in Imaging and Electron Physics*, sous la direction de P. Hawkes, vol. 141, chap. 1, pp. 1–76. Elsevier (2006).

- [73] A. Blanc, *Identification de réponse impulsionnelle et restauration d'images : apports de la diversité de phase*, Thèse de doctorat, Université Paris XI Orsay (juillet 2002).
- [74] B. Lyot, *The study of the solar corona and prominences without eclipses (George Darwin Lecture, 1939)*, Mon. Not. R. Astr. Soc., 99, pp. 580–+ (juin 1939).
- [75] J. C. Augereau, A. M. Lagrange, D. Mouillet et F. Ménard, *HST/NICMOS2 coronagraphic observations of the circumstellar environment of three old PMS stars : HD 100546, SAO 206462 and MWC 480*, Astron. Astrophys., 365, pp. 78–89 (janvier 2001).
- [76] D. Gratadour, L. M. Mugnier et D. Rouan, *Sub-pixel image registration with a maximum likelihood estimator*, Astron. Astrophys., 443, pp. 357–365 (novembre 2005).
- [77] A. Boccaletti, J. Baudrand, P. Baudoz et P. Riaud, *Development of Coronagraphs for Exoplanet Detection with SPHERE*, Dans *Proceedings of the conference In the Spirit of Bernard Lyot : The Direct Detection of Planets and Circumstellar Disks in the 21st Century. June 04 - 08, 2007. University of California, Berkeley, CA, USA. Edited by Paul Kalas.*, sous la direction de P. Kalas (juin 2007).
- [78] M. D. Perrin, A. Sivaramakrishnan, R. B. Makidon, B. R. Oppenheimer et J. R. Graham, *The Structure of High Strehl Ratio Point-Spread Functions*, Astrophys. J., 596, pp. 702–712 (octobre 2003).
- [79] C. Marois, *La recherche de naines brunes et d'exoplanètes : développement d'une technique d'imagerie multibande.*, Thèse de doctorat, Université de Montréal (2004).
- [80] J. P. Mills, S. L. Gaiser, D. J. Diner et S. M. Watson, *Direct imaging of nonsolar planets with infrared telescopes using apodized coronagraphs*, Appl. Opt., 30, pp. 3253–3262 (août 1991).
- [81] R. Soummer, C. Aime et P. E. Falloon, *Stellar coronagraphy with prolate apodized circular apertures*, Astron. Astrophys., 397, pp. 1161–1172 (janvier 2003).
- [82] F. Roddier et C. Roddier, *Stellar Coronagraph with Phase Mask*, Pub. Astron. Soc. Pacific, 109, pp. 815–820 (juillet 1997).
- [83] J. Gay, Y. Rabbia et C. Manghini, *Interfero-Coronagraphy Using Pupil π -ROTATION*, Dans *Astrophysics and Space Science Library*, sous la direction de C. Eiroa, vol. 215 de *Astrophysics and Space Science Library*, pp. 187–+ (1997).
- [84] P. Baudoz, Y. Rabbia, J. Gay, R. Burg, L. Petro, P. Bely, B. Fleury, P.-Y. Madec et F. Charbonnier, *Achromatic interfero coronagraphy. II. Effective performance on the sky*, Astron. Astrophys. Suppl. Ser., 145, pp. 341–350 (août 2000).
- [85] P. Baudoz, Y. Rabbia et J. Gay, *Achromatic interfero coronagraphy I. Theoretical capabilities for ground-based observations*, Astron. Astrophys. Suppl. Ser., 141, pp. 319–329 (janvier 2000).
- [86] D. Mawet, P. Riaud, J. Baudrand, P. Baudoz, A. Boccaletti, O. Dupuis et D. Rouan, *The four-quadrant phase-mask coronagraph : white light laboratory results with an achromatic device*, Astron. Astrophys., 448, pp. 801–808 (mars 2006).
- [87] D. Mawet, *Etude d'un coronographe à 4 quadrants au moyen de l'optique diffractive*, Thèse de doctorat, Université de Liège (2006).
- [88] A. Boccaletti, P. Riaud, P. Baudoz, J. Baudrand, D. Rouan, D. Gratadour, F. Lacombe et A.-M. Lagrange, *The four-quadrant phase-mask coronagraph. IV. first light at the very large telescope*, Pub. Astron. Soc. Pacific, 112, p. 1479 (2004).
- [89] P. Riaud, A. Boccaletti, J. Baudrand et D. Rouan, *The Four-Quadrant Phase Mask Coronagraph. III. Laboratory Performance*, Pub. Astron. Soc. Pacific, 115, pp. 712–719 (juin 2003).
- [90] P. Riaud, A. Boccaletti, D. Rouan, F. Lemarquais et A. Labeyrie, *The Four-Quadrant Phase-Mask Coronagraph. II. Simulations*, Pub. Astron. Soc. Pacific, 113, pp. 1145–1154 (septembre 2001).
- [91] O. Guyon, *Limits of Adaptive Optics for High-Contrast Imaging*, Astrophys. J., 629 (2005).
- [92] F. Malbet, *High angular resolution coronagraphy for adaptive optics.*, Astron. Astrophys. Suppl. Ser., 115, pp. 161–+ (janvier 1996).

- [93] C. Cavarroc, A. Boccaletti, P. Baudoz, T. Fusco et D. Rouan, *Fundamental limitations on Earth-like planet detection with extremely large telescopes*, *Astron. Astrophys.*, 447, pp. 397–403 (février 2006).
- [94] R. Racine, G. A. Walker, D. Nadeau et C. Marois, *Speckle Noise and the Detection of Faint Companions*, *Pub. Astron. Soc. Pacific*, 112, p. 587 (1999).
- [95] W. H. Smith, *Spectral differential imaging detection of planets about nearby stars*, *Pub. Astron. Soc. Pacific*, 99, pp. 1344–1353 (décembre 1987).
- [96] C. Marois, R. Doyon, D. Nadeau, R. Racine, M. Riopel, P. Vallée et D. Lafrenière, *TRIDENT : An Infrared Differential Imaging Camera Optimized for the Detection of Methanated Substellar Companions*, *Pub. Astron. Soc. Pacific*, 117, pp. 745–756 (juillet 2005).
- [97] A. Boccaletti, D. Mouillet, T. Fusco, P. Baudoz, J.-L. Beuzit, C. Moutou et K. Dohlen, *Analysis of ground based differential imager performance*, Dans *IAUC 200, Direct Imaging of Exoplanets : Science & Techniques* (2005), Date conférence : octobre 2005, Nice, France.
- [98] A. Labeyrie, *Detection of extra-solar planets*, Dans *Formation of Planetary Systems*, sous la direction de A. Brahic, pp. 883–+ (1982).
- [99] C. Marois, D. Lafrenière, R. Doyon, B. Macintosh et D. Nadeau, *Angular Differential Imaging : A Powerful High-Contrast Imaging Technique*, *Astrophys. J.*, 641, pp. 556–564 (avril 2006).
- [100] T. Fusco, C. Petit, G. Rousset, J.-M. Conan et J.-L. Beuzit, *Closed-loop experimental validation of the spatially filtered Shack-Hartmann concept*, *Opt. Lett.*, 30, p. 1255 (2005).
- [101] T. Fusco, G. Rousset, J.-F. Sauvage, C. Petit, J.-L. Beuzit, K. Dohlen, D. Mouillet, J. Charton, M. Nicolle, M. Kasper et P. Puget, *High order Adaptive Optics requirements for direct detection of Extra-solar planets. Application to the SPHERE instrument.*, *Opt. Express*, 14 (17), pp. 7515–7534 (2006).
- [102] R. Soummer, *Apodized pupil Lyot coronagraphs for arbitrary telescope apertures*, *Astrophys. J.*, 618, p. 161 (2005).
- [103] L. Meynadier, *Analyse de surface d'onde pour le contrôle actif d'un télescope spatial*, Thèse de doctorat, Université de Nice-Sophia Antipolis (1997).
- [104] J. Kolb, *Outils d'étalonnage et de test pour les systèmes d'OAMC : application au démonstrateur MAD de l'ESO*, Thèse de doctorat, Université Paris VI (2005).
- [105] B. Neichel, *Optimisation expérimentale d'un banc d'optique adaptative*, Rapport de stage effectué à l'ONERA (juillet 2005).
- [106] J.-F. Sauvage, L. Mugnier, T. Fusco et G. Rousset, *Post processing of differential images for direct extrasolar planet detection from the ground*, Dans *Advances in Adaptive Optics II*, sous la direction de L. Ellerbroek B. et D. Bonaccini Calia, vol. 6272. *Proc. Soc. Photo-Opt. Instrum. Eng.* (2006).
- [107] T. Fusco, G. Rousset, D. Rabaud, E. Gendron, D. Mouillet, F. Lacombe, G. Zins, P.-Y. Madec, A.-M. Lagrange, J. Charton, D. Rouan, H. Hubin et N. Ageorges, *NAOS on-line characterization of turbulence parameters and adaptive optics performance*, *J. Opt. A : Pure Appl. Opt.*, 6, pp. 585–596 (juin 2004).
- [108] T. Fusco, L. M. Mugnier et J.-M. Conan, *MISTRAL, a deconvolution algorithm for astronomical adaptive optics images*, Dans *Scientific Highlights 2002*, sous la direction de F. Combes et D. Barret, EDP Sciences, SF2A (2002).

**Calibration et méthodes d'inversion en imagerie haute dynamique
pour la détection directe d'exoplanètes**

La connaissance des exoplanètes est aujourd'hui une problématique majeure en astronomie. Leur observation directe depuis le sol est cependant rendue extrêmement délicate par le rapport de flux existant entre la planète et son étoile hôte mais également par la turbulence atmosphérique. Ce type d'observation implique donc l'utilisation d'instruments dédiés, alliant un grand télescope, un système d'optique adaptative extrême, un coronographe supprimant physiquement les photons issus de l'étoile, une instrumentation plan focale optimisée (imageur différentiel ou spectrographe à intégrale de champ par exemple), mais également une méthodologie de traitement de données efficace. Le projet SPHERE regroupe ces différents points et fixe le cadre des études effectuées dans cette thèse.

Mon travail de thèse a consisté à développer, mettre en oeuvre et à optimiser différentes méthodes permettant d'assurer une détectivité optimale. Ces méthodes ont porté dans un premier temps sur l'optimisation d'un système d'optique adaptative via la mesure et la compensation des aberrations non-vues. Ces aberrations constituent une des principales limitations actuelles des systèmes d'optique adaptative extrême. La méthode proposée, alliant une amélioration de la technique de diversité de phase et une nouvelle procédure de calibration appelée « pseudo closed-loop » a été validée par simulation et testée sur le banc d'optique adaptative de l'ONERA. Une précision ultime de moins de $0,4nm$ rms par mode a été démontrée, conduisant à un rapport de Strehl interne sur le banc supérieur à 98.0% à $0,6\mu m$. Dans un deuxième temps, mon travail a consisté à proposer une méthode de traitement d'image a posteriori dans le cadre de l'imagerie différentielle sans coronographe, qui consiste à acquérir simultanément des images à différentes longueurs d'onde. Cette méthode, fondée sur une approche de Maximum A Posteriori, utilise l'information multi-longueur d'onde de l'imageur différentiel, pour estimer conjointement les résidus de turbulence ainsi que les paramètres de l'objet. En plus de l'imagerie différentielle spectrale, l'instrument SPHERE permet d'acquérir des images différentielles angulaires, c'est-à-dire avec rotation de champ. Une méthode fondée sur la théorie de la détection est proposée pour traiter de façon optimale ce type de données. Enfin, dans le contexte de l'imagerie coronographique, j'ai proposé dans un troisième temps un modèle novateur complet de formation d'image d'une longue pose avec coronographe. Ce modèle prend en compte un coronographe parfait, des aberrations statiques en amont et en aval du masque focal, et la fonction de structure de la turbulence après correction par OA. Ce modèle est utilisé dans une méthode d'inversion permettant d'estimer l'objet observé. Ces méthodes à fort potentiel devraient être implantées à terme sur l'instrument SPHERE, et devraient permettre la découverte de nouvelles exoplanètes à l'horizon 2011.

Mots-clés : Imagerie à haute dynamique - optique adaptative - problèmes inverses - exoplanètes

**Calibration and inversion methods in high dynamic imaging
for the direct detection of exoplanets**

The science of exoplanets is today a primary research area in astronomy. Their direct observation from the ground is nevertheless a highly delicate issue : On the first hand the flux ratio between the planet and its host star reaches 10^6 to 10^9 . On the other hand, the atmospheric turbulence corrugates image formation. This kind of observations therefore requires dedicated instruments, using a large telescope, an extreme adaptive optics systems, a coronagraphic device removing star light, an optimised focal plane instrumentation (differential imager, or integral field spectrograph), but also an efficient image processing methodology. The SPHERE project gathers these different points and gives a framework to the studies done in this thesis.

My thesis work consisted in developing and optimising different methods allowing an optimal detectivity. Firstly, these methods focused on the optimisation of an AO system, via the measurement and compensation of unseen aberrations. These aberrations are one of the main limitations of XAO systems. We propose simultaneously an improvement of the phase diversity approach, and a new procedure of calibration called « pseudo closed-loop ». This procedure has been validated by simulations and tested on the ONERA AO bench. An ultimate accuracy of less than $0.4nm$ rms per mode has been demonstrated, leading to an internal Strehl Ratio on the bench greater than 98.0% at $0.6\mu m$. In a second time, my work consisted in developing an image processing method within the framework of differential imaging. This method, based on a Maximum A Posteriori approach, uses the multi-wavelength information from differential imager so as to simultaneously estimate the structure function of the atmosphere and the parameters of the observed object. Besides the spectral imaging, the SPHERE instrument allows the acquisition of angular differential images, using the field rotation. A method based on the theory of detection is proposed in order to efficiently process these data. In a third time, within the framework of coronagraphic imaging, I proposed a novel analytic model of a long exposure coronagraphic image. This model accounts for a perfect coronagraph, for residual turbulence after AO correction and for static aberrations upstream and downstream the focal mask. These methods should be implemented on instrument SPHERE, and should contribute to the discovery of new exoplanets by 2011.

Keywords : High contrast imaging - adaptive optics - inverse problems - exoplanets