



HAL
open science

Contribution à la modélisation de l'absorption d'énergie dans les composites stratifiés par fragmentation et délaminage sous sollicitations dynamiques

Jean-Mathieu Guimard

► **To cite this version:**

Jean-Mathieu Guimard. Contribution à la modélisation de l'absorption d'énergie dans les composites stratifiés par fragmentation et délaminage sous sollicitations dynamiques. Mécanique [physics.med-ph]. École normale supérieure de Cachan - ENS Cachan, 2009. Français. NNT: . tel-00464228

HAL Id: tel-00464228

<https://theses.hal.science/tel-00464228>

Submitted on 16 Mar 2010

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



ENSC-2009 N°154

**THÈSE DE DOCTORAT
DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE DE CACHAN**

Présentée par

Jean-Mathieu GUIMARD

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE DE CACHAN

Domaine :

MÉCANIQUE - GÉNIE MÉCANIQUE - GÉNIE CIVIL

Sujet de la thèse :

**Contribution à la modélisation de l'absorption d'énergie
dans les composites stratifiés par fragmentation et
délaminage sous sollicitations dynamiques**

Thèse soutenue à Cachan le 20 mai 2009 devant le jury composé de :

Daniel COUTELLIER	Professeur, LAMIH Valenciennes	Rapporteur
Jean-François CARON	Dir. de Recherche, ENPC M.-la-Vallée	Rapporteur
Olivier ALLIX	Professeur, ENS de Cachan	Directeur de thèse
Jean-Jacques BARRAU	Professeur, ICA-LGTM Toulouse	Président
Nicolas PECHNIK	Ingénieur, EADS Astrium	Examineur
Didier GUEDRA-DEGEORGES	Ingénieur, EADS France - IW	Examineur
François HILD	Dir. de Recherche, LMT Cachan	Examineur

LMT-Cachan

ENS Cachan / CNRS / UPMC / PRES UniverSud Paris
61 avenue du Président Wilson, F-94235 Cachan cedex, France

C'est avec grand plaisir que j'exprime par ces quelques lignes toute ma reconnaissance aux personnes qui ont participé de près ou de loin à mes travaux de thèse.

Je tiens ici à remercier tout d'abord Pierre Ladevèze et Olivier Allix de m'avoir accueilli au sein du laboratoire LMT Cachan. Cette période à Cachan, commencée par le DEA Tacs, puis poursuivie par la thèse a été le lieu d'échanges scientifiques de grande qualité mais aussi d'échanges humains très enrichissants. Cette thèse s'étant déroulée dans l'environnement industriel d'EADS Innovation Works, je tiens à remercier M. Guédra-Degeorges ainsi que M. Maison-Le-Poëc de leur confiance et de m'avoir permis de travailler sur ce thème de recherche, très motivant pour moi car situé à la frontière entre plusieurs disciplines, et demandant une réflexion itérative entre les besoins industriels et le problème scientifique sous-jacent.

Au cours de ce travail, j'ai particulièrement apprécié le soutien (même dans les moments difficiles) et la qualité d'encadrement scientifique de mon directeur de thèse Olivier Allix. Je me souviens de discussions et de débats animés où les idées fusaient dans tous les sens, ne laissant se dessiner la solution qu'après l'accalmie ... Durant le partenariat, mes co-encadrants Pascal Thévenet, par le partage de ses connaissances et sa disponibilité, et Nicolas Pechnik, pour avoir assuré un suivi de haute qualité technique malgré la distance, ont également contribué en grande part à ce travail, je leur adresse également toute ma reconnaissance.

Bien entendu, je remercie Messieurs Jean-François Caron et Daniel Coutellier d'avoir accepté de rapporter mon mémoire et monsieur Jean-Jacques Barrau d'avoir présidé ce jury. Merci également aux autres membres du jury messieurs Nicolas Pechnik, Didier Guédra-Degeorges et François Hild.

Enfin, cette thèse ne serait pas ce qu'elle est sans les conseils précieux de la part de personnes toujours disponibles, aussi bien au laboratoire comme au sein d'EADS IW, pour discuter d'un point technique (ou non d'ailleurs), ou de collaborations nées d'une curiosité expérimentale d'un soir... J'oublie certainement quelques personnes mais je tiens tout de même à remercier : particulièrement François Hild ; Christophe Cluzel, Gilles Lubineau, Jean-Noël Périé, Frisou et les camarades de la promo Cachan (Ludo, Julien, Alain et Jérémy). Par ailleurs, je tiens à remercier spécialement Laïd Adda et Florent Philip d'avoir accepté de réaliser leur stage de recherche sur des thématiques connexes à mon travail de thèse, ainsi que Nicolas Feld à qui je passe maintenant le flambeau, que leurs apports soient ici soulignés. De plus, je remercie chaleureusement mes collègues de travail au sein de EADS IW, pour l'ambiance et les échanges : Catherine, Caroline, Ana-Christina, Etienne, Dominique, Albert, Fabrice, Pascal, Sylvain, Raymond, Nicolas et Bernard, je n'oublie pas non plus les toulousains : Stéphane, Laurent, Philippe, Alain, Damien, Pascal, Cyril et Sébastien.

Arrivé à une période charnière, je tourne la page à ces quelques années passées au laboratoire avec la certitude de mettre à profit cette réelle formation à la recherche au service de l'innovation industrielle avec enthousiasme.

« La théorie, c'est quand on sait tout et que rien ne fonctionne. La pratique, c'est quand tout fonctionne et que personne ne sait pourquoi. » Albert Einstein.

*A mes parents,
et surtout à ma femme
pour sa compréhension
et son soutien indéfectible...*

Table des matières

Table des matières	iii
Introduction	1
I Contexte et état de l'art	5
1 Contexte et objectifs industriels	9
1.1 Enjeux industriels et Virtual Testing	10
1.2 La vulnérabilité des structures composites	10
1.2.1 Spécificités liées au cahier des charges	10
1.2.2 Les différents modes de dégradations des matériaux composites	11
1.2.3 Quelques points relatifs à la fissuration dynamique	14
1.3 Présentation des dispositifs spécifiques d'absorption d'énergie	15
1.3.1 La problématique associée	15
1.3.2 Les caractéristiques de tels dispositifs en composites	16
1.4 Limitations des codes et modèles actuels	17
1.4.1 Approches macroscopiques de l'absorption d'énergie	18
1.4.2 Approches mésoscopiques de l'absorption d'énergie	18
1.5 Les objectifs de la thèse	20
2 Etude bibliographique thématique	23
2.1 Configurations d'absorbeurs et phénomènes de fragmentation	24
2.1.1 Essais macroscopiques sur dispositifs d'absorption	24
2.1.2 Considérations générales sur la fragmentation	26
2.1.3 Mise en évidence de la fragmentation dans les composites	27
2.1.4 Bilan des essais sur les phénomènes de fragmentation	36
2.2 Modélisation des dégradations dans les composites stratifiés	37
2.2.1 Modèles macroscopiques avec critères de rupture	37
2.2.2 Modèles bi-phases	38
2.2.3 Modèles microscopiques	38
2.2.4 Modèles d'endommagement mésoscopiques continus	39
2.2.5 Modèles hybrides micro/méso et mésomodèles enrichis	44
2.3 Modélisation des phénomènes de fragmentation	46
2.3.1 Premiers modèles généraux pour le cas isotrope	46
2.3.2 Modèles phénoménologiques continus basés sur le mécanisme de fragmentation dans les composites	47
2.3.3 Prédiction numérique de l'influence des différents paramètres	52
2.3.4 Bilan des modèles de rupture en compression par fragmentation	54
2.4 Caractérisation et modélisation du délaminage en statique et en dy- namique	56

2.4.1	Les phénomènes expérimentaux de délaminage en quasi-statique	56
2.4.2	Les différentes modélisations et approches numériques de la fissuration par délaminage en statique	60
2.4.3	Extensions au cas du délaminage en dynamique	67
II Etude de l'absorption d'énergie par bande de pliages et des effets de vitesse en délaminage		77
3	Modélisation et simulation de la rupture en compression par fragmentation	81
3.1	Motivations et approche retenue	83
3.1.1	Traitement du comportement macroscopique d'un pli UD en compression	83
3.1.2	Modélisation microscopique retenue dans ce travail	84
3.2	Le modèle microscopique de bande de pliage	85
3.2.1	Le modèle de microflambage retenu	85
3.2.2	Formulation du problème final	90
3.2.3	Résolution numérique	92
3.3	Résultats préliminaires	95
3.3.1	Influence de la plasticité matricielle	97
3.3.2	Influence des imperfections	99
3.4	Evaluation statistique des paramètres au niveau microscopique	101
3.4.1	Influence des imperfections vis à vis des contraintes d'instabilités	103
3.4.2	Influence des imperfections vis à vis des énergies dissipées	105
3.4.3	Bilan statistique et conséquences directes pour l'échelle mésoscopique	105
3.4.4	Discussion sur les différents critères d'activation et les enveloppes expérimentales 2D de rupture	106
4	Développement d'essais avancés de propagation de délaminages	109
4.1	Objectifs et choix de la configuration d'essai	111
4.1.1	Choix du type d'essai	111
4.1.2	Caractéristiques de l'éprouvette CLS modifiée	111
4.1.3	Définition de la matrice d'essais et réalisation des éprouvettes	113
4.2	Campagne d'essais de propagation en mode II sous chargement quasi-statique	114
4.2.1	Protocole et mise en oeuvre	114
4.2.2	Résultats et conclusions pour les sollicitations statiques	115
4.3	Développement de techniques de suivi et d'identification locale	119
4.3.1	Suivi électrique par méthode coupefils	119
4.3.2	Suivi optique par méthode de contraste	122
4.3.3	Suivi utilisant une mesure de champ par corrélation d'images	125
4.3.4	Post-traitement de la corrélation d'images pour l'identification du taux de restitution critique en orthotrope et quasi-statique	128
4.3.5	Bilan sur les trois méthodes : cas d'application et limitations	129
4.4	Campagne d'essais dynamiques de propagation en mode II	131
4.4.1	Protocole et mise en oeuvre	131
4.4.2	Spécificités de l'introduction d'effort et de l'acquisition optique	133
4.4.3	Résultats pour l'interface $0/0^\circ$	134
4.4.4	Résultats pour l'interface croisée	136

4.4.5	Premier test de corrélation d'images et post-traitement en fissuration dynamique	137
4.5	Pistes concernant les effets de vitesses interfaciaux	138
4.5.1	Mise en défaut de la formule quasi-statique	139
4.5.2	Premières hypothèses d'effets vitesses	141
5	Modélisation numérique du délaminage en statique et dynamique	145
5.1	Retour sur la simulation numérique du délaminage en statique	147
5.1.1	Le problème de référence 1D traité : modèle et implantation	147
5.1.2	Corrélations essais/calculs sous sollicitation quasi-statique	151
5.2	Etude analytique/numérique des grandeurs caractéristiques en dynamique	153
5.2.1	Problème analytique considéré et hypothèses	154
5.2.2	Résultats pour le mode II	154
5.3	Effets de vitesses en délaminage dynamique : mise en évidence et modèle	158
5.3.1	Corrélations calculs/essais sur la résultante d'effort	159
5.3.2	Mise en évidence des effets de vitesse par comparaisons calculs/essais	159
5.3.3	Proposition de modèle incluant un effet de vitesse interfacial	161
5.3.4	Conséquences directes sur les grandeurs caractéristiques	164
5.3.5	Corrélations calculs/essais avec la loi d'évolution dynamique	166
5.3.6	Conséquences pour l'identification des paramètres de propagation dynamique	168
5.4	Validation 2D des modèles d'interface à évolution quasi-statique et dynamique	173
5.4.1	Utilisation du code de calcul Radioss	173
5.4.2	Développement et amélioration d'une routine d'interface 3D délaminante	174
5.4.3	Comparaisons entre loi d'évolution statique et loi d'évolution dynamique	175
6	Interaction fragmentation / délaminage en dynamique	179
6.1	Définition de la configuration absorbeur-test	181
6.1.1	Description de l'absorbeur-test	181
6.1.2	Présentation de la formulation corrotationnelle utilisée pour le non-linéaire géométrique	181
6.2	Modèles de fragmentation et de délaminage utilisés	183
6.2.1	Le modèle de délaminage	183
6.2.2	Un premier modèle 1D mésoscopique pour la fragmentation	184
6.3	Implémentation numérique	187
6.3.1	Algorithme de résolution et schéma d'intégration temporelle	187
6.3.2	Prise en compte des contacts	189
6.3.3	Implémentation numérique du modèle de fragmentation	191
6.3.4	Implémentation numérique de l'interface en non-linéaire géométrique	192
6.4	Résultats et analyse de l'influence des différents paramètres	193
6.4.1	Absorbeur-test avec loi d'évolution statique de délaminage et sans fragmentation	193
6.4.2	Absorbeur-test avec fragmentation et effets de vitesse en délaminage	196
6.4.3	Influence de l'effet de vitesse interfacial	196

6.4.4	Influence du type de trigger/déclencheur	197
6.4.5	Influence des pré-dé laminages	199
	Conclusions et Perspectives	201
III	Annexes	205
	Annexe A	207
	Annexe B	211
	Annexe C	215
	Bibliographie	219

Introduction

Ce travail s'inscrit dans le contexte général de la simulation numérique avancée des structures aéronautiques en matériaux composites. L'industrie aéronautique s'oriente aujourd'hui vers une approche dite « Virtual Testing » qui consiste à diminuer le nombre d'essais structuraux en mettant l'effort sur la simulation des essais de ces grandes structures et en conservant une base d'essais solide à l'échelle plus réduite du coupon, i.e. à l'échelle où les mécanismes de dégradations sont facilement observables et identifiables. Un domaine particulièrement important est celui de la dynamique rapide et de la vulnérabilité des structures. Pour ce type de problématique, les essais correspondants sont souvent destructifs, onéreux et complexes à mettre en place (dû au nombre de scénarii différents à prendre en compte). En ce sens, la simulation numérique couplée à une modélisation prédictive peut permettre de réduire les coûts et la durée des cycles de développement.

Depuis une quinzaine d'années, les codes de calcul par éléments finis dédiés à la dynamique rapide ont bénéficié des dernières avancées en termes de performances informatiques et algorithmiques. Ceci permet de disposer de simulations de plus en plus pertinentes pour la justification de la tenue d'une structure. En revanche, la prévision de scénarii de dégradations diffuses ou fragiles, de propagations de fissures menant à la ruine n'est pas accessible via les outils actuels, souvent basés sur des critères de rupture seuls. Le recours à des essais de recalage des modèles est encore nécessaire aujourd'hui par manque de modélisation robuste pour simuler de tels événements en dynamique rapide ; ce qui pénalise directement la méthode (chaque nouvelle configuration devra faire l'objet d'un recalage spécifique). Cette méthodologie a permis d'obtenir des résultats remarquables dans le domaine automobile mais au prix d'un nombre d'essais inconcevable dans le domaine aéronautique. Le challenge industriel est de taille puisque l'ingénieur souhaite maintenant garantir une tenue structurale mais aussi prédire l'avènement de dégradations de natures différentes pour l'aide au design ou la justification de certifications.

L'utilisation croissante des matériaux composites pour les applications aéronautiques est un défi de taille pour le domaine de la dynamique rapide. En effet, en dehors des gains en masse et en performance, des propriétés particulières de résistance à l'impact et de nouvelles sources d'absorption d'énergie sont attendues et il faudra les utiliser à bon escient pour dérouler un scénario libérant l'énergie maximale. Dans ces travaux, l'étude sera limitée à l'utilisation d'un type de matériaux composites : les matériaux composés de fibres longues en carbone et à résines époxydes. Le cas d'application central concerne la problématique d'absorption d'énergie réalisée par l'utilisation de dispositifs spécifiques. Les cas de sollicitations visées concernent uniquement le crash de petites structures à des vitesses de quelques mètres par seconde.

Les modèles numériques existants pour mener à bien la simulation de tels dispositifs souffrent de limitations concernant d'une part un phénomène prépondérant dans la rupture en compression pure dans le sens des fibres mais pas encore implémenté dans les codes de calcul : la fragmentation, et d'autre part un phénomène bien appréhendé mais dont la modélisation en dynamique rapide suppose une adaptation : le délaminage. En effet parmi les différents choix de modélisation numérique, il y a tout d'abord celui de l'échelle de modélisation : soit macroscopique, mésoscopique ou microscopique. Les modèles macroscopiques donnent une approche globale des dégradations, par l'intermédiaire de contraintes ou déformations maximales et peuvent convenir lors d'approches de type tenue structurale ou de premier dimensionnement, mais en aucun cas dans une problématique de prédiction de comportements fins ou de scénarii de dégradations. C'est ce type de modèle qui est utilisé aujourd'hui dans les codes industriels et leurs limitations sont reconnues pour le calcul jusqu'à rupture. En revanche, les modèles microscopiques sont capables de représenter les mécanismes les plus fins (fissuration transverse, décohésion fibre/matrice, ...) de manière discrète. Cependant ils n'autorisent pas le passage au calcul de structures industrielles. Enfin le choix d'une échelle intermédiaire dite mésoscopique permet de disposer des avantages de chacune des deux échelles précédentes puisque le découpage virtuel en deux entités plis et interfaces permet de séparer les modes de dégradations. Chaque entité dispose alors de sa propre loi de comportement ainsi que de ses mécanismes de dégradations associés. Ces mécanismes sont représentés de manière continue par une variable interne (de type endommagement ou plasticité) robuste du point de vue des lois fondamentales de la thermodynamique. L'approche développée au LMT Cachan depuis une vingtaine d'années, dénommée mésomodèle d'endommagement (cf. [Ladevèze \(1986, 1992\)](#); [Allix et Ladevèze \(1992\)](#)), introduit dans sa version standard deux variables d'endommagement dans chaque pli, représentatives des dégradations en cisaillement et en traction transverse, ainsi qu'une variable interne correspondant aux déformations anélastiques cumulées. De plus, le délaminage est directement traité dans une entité interface possédant sa propre énergie de déformation et les variables internes dégradant les rigidités d'interfaces correspondant aux différents modes.

Pour la modélisation de la rupture en compression pure dans le sens des fibres, la simulation numérique ne permet pas aujourd'hui de retracer le véritable scénario de rupture constaté expérimentalement ([Effendi et al \(1995\)](#)). En effet, ce qui existe aujourd'hui est simplement un critère en contrainte ou en déformation maximale qui ne reflète en aucun cas le mécanisme microscopique agissant au niveau des constituants. Le mécanisme majeur est la création d'un fragment menant à une bande de pliage appelée « Kink Band » majoritairement influencé par la présence des défauts microscopiques. La formation de ces nombreux fragments, en tant que derniers stades de dégradation avant ruine complète, est à l'origine d'une dissipation d'énergie non négligeable mais non prise en compte aujourd'hui. Le travail consiste donc à proposer un modèle numérique prédictif et représentatif de la phénoménologie de création de fragment. Pour ce faire, il faut s'intéresser en tout premier lieu au mécanisme précurseur à l'échelle des constituants : l'échelle microscopique. Les informations nécessaires et suffisantes pour piloter la création de fragment pourront ainsi être exploités de façon robuste à une échelle intermédiaire dite mésoscopique où le calcul de structures devient possible.

Pour la modélisation du délaminage, les travaux se situent à un autre point de vue. Il est clair que le délaminage est le phénomène prépondérant pour les applications d'absorption d'énergie. Il consiste en la décohésion de deux plis initialement

polymérisés dans le matériau stratifié ; cette fissuration peut se faire en mode d'ouverture (mode I), de cisaillement dans le plan (mode II) ou hors du plan (mode III). L'énergie dissipée par ce mécanisme est directement liée à la création de nouvelles surfaces. Pour des cas d'impacts, ces surfaces sont très importantes et à l'origine de la majeure partie de la dissipation d'énergie de la structure. De plus, le délaminage peut être vu comme le mécanisme précurseur du phénomène de fragmentation. D'un point de vue modélisation fine du comportement au délaminage, beaucoup de travaux concentrent les endommagements sur les interfaces interlaminaires ([Allix et Ladevèze \(1992\)](#); [Schellekens et De borst \(1993\)](#); [Xu et Needleman \(1994\)](#); [Alfano et Crisfield \(2001\)](#)). Au niveau du modèle de détérioration lui-même, on distingue les modèles à écrouissages négatifs de ceux à endommagement avec les nombreuses variantes proposées dans la littérature pour les modes mixtes. Nous avons choisi ici le modèle d'endommagement qui permet à l'aide d'une seule variable d'endommagement de respecter l'ensemble des informations disponibles à partir d'essais classiques de la mécanique de la rupture (cf. [Allix et Corigliano \(1996\)](#); [Allix et al \(1998\)](#)). Aujourd'hui, la problématique de l'absorption d'énergie (et plus généralement des cas de structures générant des délaminages rapides) soulève des questions supplémentaires en termes de dépendance à la vitesse lors du processus de délaminage ainsi que la modélisation adaptée à de tels effets.

Ce document est composé de six chapitres répartis selon deux parties distinctes : le contexte industriel et l'état de l'art scientifique (Partie I) et les apports numériques et expérimentaux proposés dans ce travail (Partie II).

Dans le premier chapitre de ce document, le contexte et les objectifs industriels sont présentés de façon à pouvoir dégager les différents points clés à l'origine de ces travaux.

Le deuxième chapitre présente quant à lui les différentes thématiques scientifiques (au nombre de quatre) associées à ces travaux, ceci permet de disposer d'un état de l'art. Dans un premier temps, les phénomènes expérimentaux macroscopiques observés dans les absorbeurs d'énergie seront analysés ainsi que les différentes caractérisations expérimentales du phénomène de fragmentation dans les composites (thème 1). Dans un second temps (thème 2), les différentes méthodes de modélisation du pli composite seront évaluées, puis celles spécifiques aux phénomènes de fragmentation (thème 3). La thématique des dégradations par délaminage ainsi que les modèles existants et les dernières avancées dans le cadre dynamique seront présentés dans le thème 4.

Le troisième chapitre traite de la compréhension du phénomène de fragmentation à l'échelle des constituants. La fragmentation se traduit microscopiquement et de manière discrète par l'apparition de Kink Bands lors d'un chargement en compression pure. Il existe de nombreux modèles caractérisant le mécanisme majeur d'initiation, nommé microflambage des fibres, mais ils ne permettent pas de décrire la rupture d'une structure de complexité industrielle. L'enrichissement des approches mésoscopiques par des fondements microscopiques est donc nécessaire. L'utilisation d'un modèle de microflambage (cf. [Fleck et al \(1995\)](#)) prenant en compte les quantités ayant une signification physique forte (énergie dissipée par un fragment, longueur du fragment créé et contrainte d'instabilité) permet de justifier une représentation mésoscopique équivalente sans avoir à discrétiser à l'échelle des micro-constituants. Cette justification est de type énergétique et utilise une statistique expérimentale

(Yurgartis (1987); Paluch et Bouilly (1992-1993.); Paluch (1994)). Ce modèle enrichi de la connaissance physique réelle des imperfections fournit une base d'essais virtuels pour l'échelle mésoscopique (Guimard et al (2007)) en considérant une énergie dissipée par fragment déterministe et une variation des contraintes d'instabilité directement liée à la distribution statistique des défauts réels.

Le quatrième chapitre présente les travaux concernant le développement d'essais avancés pour le délaminage sous sollicitations quasi-statiques et dynamiques. L'objectif est de pouvoir disposer d'informations locales sur le caractère intrinsèque de la zone interplis dans le cas de propagations dynamiques. Des essais quasi-statiques puis dynamiques sur des éprouvettes de propagation de mode II sont réalisés afin d'appréhender les éventuels effets de vitesse propres à l'interface. Le point majeur est de pouvoir disposer de l'information locale la plus riche possible pour mener à bien l'identification. Dans cette étude, une première étape a consisté à développer et tester plusieurs techniques de suivi de fissure : méthode électrique utilisant une jauge de fissuration dédiée au problème, méthode optique utilisant une caméra rapide puis un traitement d'images et enfin la corrélation d'images. Le paramètre clé de vitesse de fissuration est ainsi enregistré et fournit une preuve quantitative de l'existence d'un effet de vitesse propre à l'interface délaminante dans le cas du mode II.

Le cinquième chapitre concerne l'étude du contrôle numérique des calculs concernant le processus de délaminage en dynamique. L'influence des paramètres du modèle d'interface endommageable statique (cf. Allix et Ladevèze (1992); Allix et al (1998)) est analysée dans un cadre dynamique explicite et comparé aux résultats analytiques d'essais classiques de propagation. Ces contrôles numériques permettent par la suite d'étudier les problèmes de longueur et de temps caractéristiques propres au modèle adoucissant choisi, mais aussi de proposer un modèle prenant en compte l'effet dynamique constaté expérimentalement. Un limiteur temporel de localisation est utilisé dans cette approche, initialement proposé par Allix et Deü (1997) pour traiter le problème de localisation des endommagements dans le modèle du pli, puis par Suffis et Combescure (2002) et enfin Court (2005.) pour décrire la déchirure ductile des métaux. L'utilisation d'un tel modèle permet en effet d'inclure non seulement une longueur caractéristique mais aussi un temps caractéristique qui trouve toute son interprétation physique dans le cadre de fissurations dynamiques. Dans la présente étude, l'aspect dynamique comportemental induit naturellement est exploité. Des corrélations calculs/essais donnent des résultats très encourageants à la fois en termes de comportement global ainsi que sur le comportement local de fissuration.

Le sixième chapitre aborde la simulation numérique de cas classiques d' « absorbeurs-tests ». Une approche pseudo-2D est implémentée dans un code dédié pour traiter les points numériques majeurs. L'implémentation se base sur les éléments finis utilisant une configuration non-linéaire géométrique ainsi que sur la méso-modélisation des entités plis élastiques et interfaces endommageables tenant compte des développements des modèles de comportement proposés pour la fragmentation (chapitre 3) et pour le délaminage dynamique (chapitre 5). Ce cadre de calcul permet d'ores et déjà de traiter des cas d'interaction fragmentation/délaminage, d'étudier l'influence des déclencheurs (ou triggers) initiaux, et enfin d'envisager les interactions potentielles entre les deux phénomènes comme suggéré dans les travaux de Allix et al (2008.).

Première partie

Contexte et état de l'art

Cette thèse a été réalisée en partenariat avec EADS Innovation Works et le LMT Cachan. De par l'implication directe de ces deux partenaires, ces travaux ont pour contexte un double enjeu industriel et scientifique. Deux chapitres sont consacrés à cette partie et traitent de ce double objectif ainsi que des problématiques scientifiques associées.

Chapitre 1

Contexte et objectifs industriels

La première section de ce chapitre présente le contexte industriel qui a motivé le démarrage de cette étude. Dans la deuxième section, le domaine de la vulnérabilité des structures composites pour les problématiques de crash, d'impact et d'absorption d'énergie est présenté. Enfin, la troisième section pose la problématique spécifique liée à l'étude des dispositifs absorbeurs de chocs aéronautiques. Enfin les limitations actuelles des codes de calculs industriels sont évoquées dans la dernière section, ce qui permet de définir par la suite les objectifs principaux de ce travail de thèse.

Sommaire

1.1 Enjeux industriels et Virtual Testing	10
1.2 La vulnérabilité des structures composites	10
1.2.1 Spécificités liées au cahier des charges	10
1.2.2 Les différents modes de dégradations des matériaux composites	11
1.2.3 Quelques points relatifs à la fissuration dynamique	14
1.3 Présentation des dispositifs spécifiques d'absorption d'énergie	15
1.3.1 La problématique associée	15
1.3.2 Les caractéristiques de tels dispositifs en composites	16
1.4 Limitations des codes et modèles actuels	17
1.4.1 Approches macroscopiques de l'absorption d'énergie	18
1.4.2 Approches mésoscopiques de l'absorption d'énergie	18
1.5 Les objectifs de la thèse	20

1.1 Enjeux industriels et Virtual Testing

L'enjeu industriel associé à ces travaux est l'approche du type **Virtual Testing**, initiée notamment par Airbus. L'idée est de réduire le nombre d'essais physiques, dont le coût est prohibitif dans le cadre d'essais globaux de crash (partie en haut à gauche de la Figure 1.1). Cette réduction ne peut se faire qu'au profit d'un support accru des simulations prédictives jusqu'à rupture des structures étudiées. Le pendant de cette réduction d'essais est bien évidemment l'effort supplémentaire à fournir sur l'amélioration de la simulation numérique.

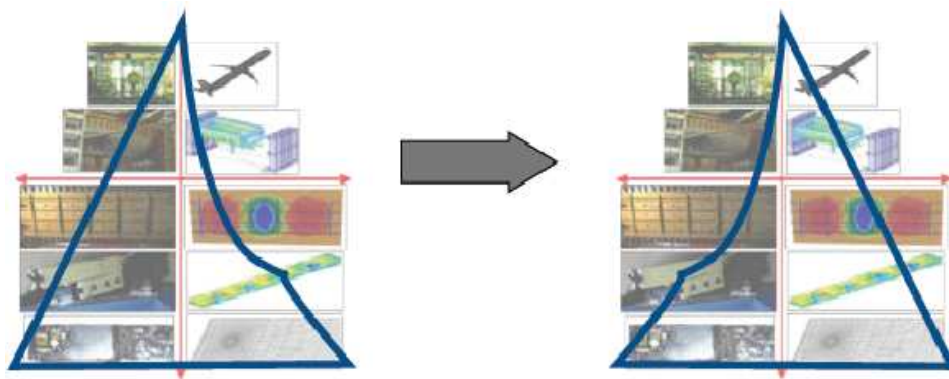


Figure 1.1: Approche pyramidale de la chaîne essais/calculs pour le Virtual Testing (source EADS).

Dans la conception des nouvelles pièces aéronautiques, l'utilisation croissante des matériaux composites est constatée. Ils ont été utilisés initialement dans les années 80 sur des structures secondaires (gouvernes de direction, empennage, ...), puis pour la première fois sur une structure primaire (poutre ventrale de l'A340-600). L'A380 comporte 25% en masse de matériaux composites dont le caisson de voilure et le prochain A350 possèdera une aile entièrement composite. Pour permettre l'utilisation plus large de ces matériaux à l'intégralité des structures primaires et secondaires, il est nécessaire de développer la technologie afin de répondre aux exigences d'évolution des réglementations de sécurité, en termes de capacité de survie des passagers équivalente aux structures métalliques.

Contrairement à l'automobile où les crash tests en série sont nombreux et ont permis la validation des modèles numériques avancés, dans le domaine de l'industrie aéronautique, il n'est pas envisageable de réaliser le crash d'un avion dans son ensemble, en raison des coûts bien plus élevés inhérents à l'essai et à la complexité de cette mise en oeuvre (Figure 1.2).

1.2 La vulnérabilité des structures composites

1.2.1 Spécificités liées au cahier des charges

Le domaine d'activité est étroitement lié à l'activité de vulnérabilité des structures. Elle concerne le développement de méthodes d'analyse numérique avancées pour l'aide au design et à la certification des structures composites soumises à des chargements dynamiques. L'effort de simulation numérique dépend du cahier des charges de la structure étudiée et également du type de chargement dynamique. Il en existe globalement trois :



Figure 1.2: Test de crash à l'échelle 1 sur un tronçon représentatif d'avion (source CEAT).

- Dans une *problématique de tenue structurale*, la question est de savoir si une dégradation locale est tolérable pour la structure et connaître la tolérance aux dommages installés.
- Dans une *problématique de type crash/impact*, c'est la minimisation des dommages causés par un projectile mou (impact pneumatique ou choc à l'oiseau) ou dur (grêlons, débris durs, projectile ballistique) qui est recherchée et en particulier garantir qu'il n'y aura pas de pénétration possible du projectile (les dommages ne doivent pas engendrer de perforation).
- Enfin, dans une *problématique de type absorption d'énergie*, on cherche à développer tous les modes de dégradations possibles de façon à maximiser l'énergie de dissipation tout en garantissant la prédiction des dégradations et leur enchaînement jusqu'à la rupture complète. Le cadre général de cette thèse est directement lié à cette problématique.

1.2.2 Les différents modes de dégradations des matériaux composites

Remarque : Ces travaux de thèse sont centrés sur les matériaux composites stratifiés à matrice polymère et à fibres longues ou continues, c'est à dire des fibres dont le rapport longueur sur diamètre est très élevé.

La particularité des matériaux composites tient dans le fait même de leur nature physique et de leurs constituants de base. En effet, ils sont constitués de fibres longues qui peuvent être en carbone, en verre ou en Kevlar ; et de résines (ou matrices) assurant le rôle de liant et répartissant les contraintes entre les fibres, qui peuvent être thermodurcissables ou thermoplastiques. Ces deux constituants élémentaires sont ensuite assemblés pour donner naissance à un pli unidirectionnel ou à un tissu. Il prend la forme d'une plaque plane ou incurvée et comporte une orientation privilégiée pour les UD (donnée par le sens des fibres) ou un sens chaîne et un sens trame pour les tissus. Ces entités plis peuvent ensuite être polymérisées par l'empilement de plusieurs plis d'orientations différentes pour donner forme à un matériau stratifié multicouches. C'est ce stratifié qui est le matériau final utilisé dans la conception des structures et qui, de par sa construction multi-plis, possède des propriétés orthotropes ou quasi-isotropes selon la nature des empilements choisis (Figure 1.3). La conception d'une structure stratifiée passe donc par le choix des matériaux constituants de base, des orientations des fibres et de l'agencement de chacun des plis formant une séquence d'empilement donnée. Une stratification est

donnée par l'empilement des différentes couches avec l'information de l'angle pour chaque pli. Outre le gain significatif en masse par rapport à une structure métallique de même volume, le gain attendu est une performance accrue en termes de résistance et la possibilité de concevoir des pièces structurales ne travaillant que dans des directions privilégiées. De plus, la différence majeure entre matériaux composites et matériaux métalliques concerne la diversité des modes de dégradation. Un matériau composite comporte des sources de dégradations multiples, qui sont apportées par la nature même des constituants et par le processus de fabrication utilisé.



Figure 1.3: Composition d'un composite stratifié.

Deux modes de dégradations **continues** à l'échelle du pli peuvent être déclenchés initialement et principalement par les défauts naturels (aléatoires et liés au processus de fabrication) :

- **la décohésion fibre/matrice** (Figure 1.4) : il s'agit d'une dégradation intervenant à la jonction entre les constituants.
- **les micro-vides ou microfissures** dans les plis, qui peuvent se développer sous certaines conditions de chargement, notamment dans les zones pauvres en matrice.

Il y a également des modes de dégradation **discrets** à l'échelle du pli :

- **la microfissuration matricielle** parallèlement aux fibres (Figure 1.5). Il s'agit de la coalescence des décohésions fibre/matrice donnant lieu à la création de micro-fissures discrètes traversant toute l'épaisseur du pli et reproduisant un motif localement quasi-périodique jusqu'à l'atteinte d'un régime de saturation. Les premiers plis sujets à cette microfissuration sont les plis orientés à 90° mais également par extension les plis d'orientation maximale avec la direction de chargement. Pour des stratifiés $[0_n/90_n]$ ou pour des zones à fort gradient (bord de plaque trouée par exemple), des déformations transverses dans les plis à 0° peuvent apparaître en traction dans le sens 0° et provoquer ainsi la naissance de fissures longitudinales nommées « splitting de fibres ».
- **le délaminage local** (Figure 1.6). C'est le mécanisme qui se développe suite à la saturation de la microfissuration dans le pli et à l'arrêt de la fissuration au niveau de la zone interplis. Les microfissures débouchent à l'interface interplis et la singularité des contraintes entraîne le développement de nouvelles fissures se propageant entre les deux plis adjacents à partir de la pointe de la fissure transverse. Ce phénomène est principalement observé sur des zones de bord où l'état tridimensionnel des contraintes est important, puis il se propage potentiellement à l'ensemble de la surface interplis.
- **la rupture en traction** dans le sens fibre. Il s'agit d'un mode ultime de dégradation puisqu'il fait intervenir la limite à rupture en traction longitudinale de la fibre elle-même. En effet, la charge à rupture de la fibre est élevée mais certaines d'entre elles (liées aux défauts) peuvent rompre de façon brutale et entraîner directement la ruine du stratifié.

- **la rupture en compression** dans le sens fibre donnant lieu à la fragmentation. Il s'agit également d'un mode de dégradation ultime du stratifié. Il apparaît principalement lors d'essais de compression pure dans le sens des fibres et donne lieu à un motif de bande de pliage ou « Kink Band ». Ces motifs (Figure 1.7) ont été observés sur plusieurs types de fibres et donnent lieu à la fragmentation multiple de la matière. Les mécanismes initiateurs de ces bandes de pliages peuvent varier selon le type de constituants et la nature de leur interphase.

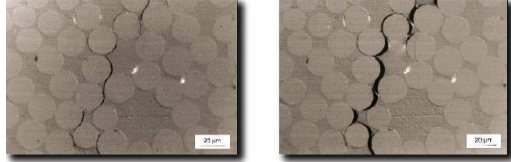


Figure 1.4: Décohésion fibre/matrice.

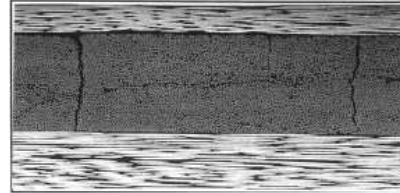


Figure 1.5: Fissuration matricielle transverse menant au délaminage local.

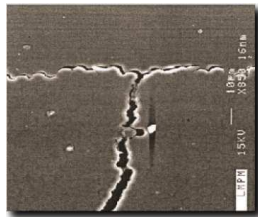


Figure 1.6: Délaminage local.

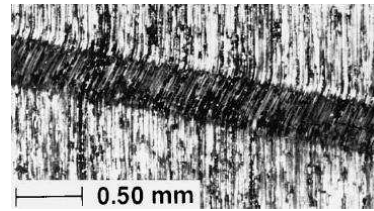


Figure 1.7: Bande de fragmentation ou « Kink Band ».

Les modes de dégradations propres à l'interface inter-plis sont également appelés **délaminages** et correspondent aux trois modes de la Mécanique Linéaire de la Rupture (Figure 1.8) :

- mode I d'ouverture,
- mode II de cisaillement dans le plan,
- mode III de cisaillement anti-plan.

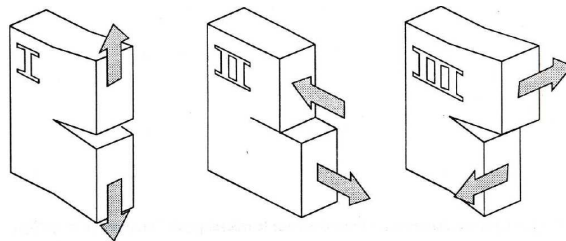


Figure 1.8: Les trois modes de délaminages macroscopiques.

Ils consistent en la séparation de deux plis initialement collés selon un mode d'ouverture et un mode de cisaillement plan ou hors-plan. Ces délaminages macroscopiques peuvent également s'initier à la suite de l'apparition d'un delaminage local (Figure 1.6). Le résultat est la création d'une macrofissure de délaminage. Dans le domaine de la simulation de crash ou d'impacts sur structures composites, la représentation du délaminage est primordiale pour prédire les dégradations ultimes d'une

sous-structure de type absorbeur. En effet, ces modes de dégradations dissipent une part importante de l'énergie totale, proportionnellement à la création de surface.

Un scénario réel de dégradation complète d'une structure est le résultat de l'accumulation successive et/ou simultanée de ces différents modes de base :

- modes de dégradation intralaminaires,
- et modes de dégradations interlaminaires.

1.2.3 Quelques points relatifs à la fissuration dynamique

L'utilisation massive des matériaux composites dans les structures aéronautiques et notamment pour des sollicitations où les aspects dynamiques ne sont plus négligeables implique de s'intéresser aux lois de comportements avancées traitant de l'initiation de dommages, de leur propagation et des éventuels effets de vitesse intrinsèques. En particulier, la fissuration dynamique par des délaminages inter-plis doit être prise en compte. Ce besoin demande une caractérisation adaptée, essentielle pour pouvoir implémenter de nouveaux savoir-faire dans les méthodes de conception et de design aéronautiques. Pour les matériaux composites, l'investigation claire et précise des essais de fissuration ou de délaminage en dynamique commence à faire l'objet de travaux (cf. [Hug et al \(2003.\)](#)). De même, l'analyse des matériaux isotropes nous donne certaines tendances de comportements différents en statique et en dynamique pour le même matériau. A titre d'exemple, l'analyse des faciès de rupture issue de [Soumahoro \(2005.\)](#) permet de montrer clairement la transition de rupture ductile/fragile lorsque le même matériau en PE est sollicité en statique ou en dynamique (Figure 1.9). Un matériau ayant des propriétés ductiles sous chargement quasi-statique est un matériau où les micro-mécanismes en pointe de fissure ont le temps de se développer, car le temps caractéristique du chargement est bien au-delà du temps de trajet des ondes élastiques dans le matériau et bien au-delà du temps caractéristique associé à ces micro-mécanismes matériels. Ce même matériau peut développer un comportement de fissuration fragile sous chargement dynamique du fait que le temps caractéristique du chargement devient du même ordre de grandeur que le temps caractéristique des micro-mécanismes.

Ces mêmes transitions et/ou changements de comportement à la fissuration doivent également être étudiés pour le délaminage des composites.



Figure 1.9: Différence de faciès de rupture pour un même matériau PE : rupture statique de type ductile (à gauche) et rupture dynamique de type fragile (à droite), d'après [Soumahoro \(2005.\)](#).

Outre l'implémentation des éventuels effets de vitesse sur le comportement de délaminage, une autre dimension à prendre en compte est le fait que les délaminages peuvent s'étendre sur de grandes zones inter-plis dans des structures industrielles. Les modèles actuels construits à une seule échelle deviennent alors limitants.

Le challenge propre à la fissuration dynamique peut donc se classer en deux étapes : il y a tout d'abord une étape de caractérisation des nouveaux effets de

vitesse intrinsèques, qui suppose l'étude de la propagation de fissure en dynamique rapide à l'échelle de l'éprouvette (que ce soit par une approche mécanique linéaire de la rupture ou par une approche mécanique de l'endommagement). En particulier, le caractère ductile ou fragile à la fissuration statique d'un matériau peut ainsi être remis en cause lorsqu'il est sollicité en dynamique. La seconde étape serait le développement de techniques de changement d'échelle, de décomposition de domaines pour traiter les problèmes à grands nombres de degrés de liberté et présentant des grands délaminages. Cette seconde étape fait l'objet d'une thèse en cours. Dans ce travail de thèse, nous nous centrons sur la première étape qui est un préliminaire obligatoire pour ensuite envisager la seconde.

1.3 Présentation des dispositifs spécifiques d'absorption d'énergie

1.3.1 La problématique associée

Un dispositif d'absorption d'énergie aéronautique est une pièce structurale dédiée à l'absorption d'une quantité optimale d'énergie provenant des différents modes de dégradation dans les matériaux constitutifs lors d'un événement accidentel d'aéronef. Selon le « Strategic Research Agenda » de l'ACARE (Advisory Council for Aeronautics Research in Europe), il est prévu que le volume du trafic aérien triple d'ici 2020 avec une augmentation des accidents au moins proportionnelle. Les systèmes d'absorption d'énergie et de résistance au crash offerts par les matériaux composites doivent donc assurer aux passagers une survivabilité équivalente aux structures métalliques actuelles.

Pour cela les passagers ne doivent pas subir d'accélération dépassant le seuil physiologique admissible (défini selon l'amplitude des pics, la durée et l'orientation), et leur évacuation après un crash doit être assurée. Ceci implique donc que des structures dédiées doivent être dimensionnées de façon à absorber l'énergie cinétique introduite par le crash, en permettant aux passagers de passer de leur vitesse initiale de chute à l'arrêt complet sans dépasser un niveau et une durée d'accélération qui leur serait fatale. Ces exigences techniques donnent lieu à des propositions de géométries différentes selon le cas avion ou hélicoptère, par exemple Figure 1.10 et Figure 1.11.

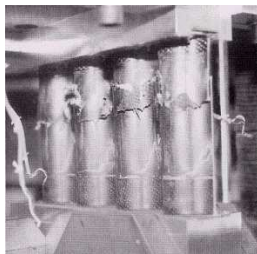


Figure 1.10: Design absorbeur en forme de poutre sinus.

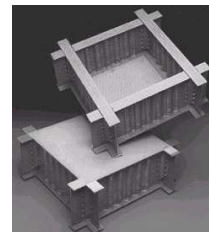


Figure 1.11: Design absorbeur en forme de boîte.

Historiquement, les dispositifs absorbeurs ont été utilisés sur des structures automobiles ou ferroviaires, essentiellement composées de matériaux métalliques et sous forme tubulaire. Dans ce contexte, les modélisations prédictives sont déjà disponibles et satisfaisantes pour reproduire l'enchaînement de la dégradation jusqu'à la ruine

complète du dispositif, par exemple dans les travaux de Bisagni (2002). Par la suite, l'utilisation des matériaux composites pour remplacer ces dispositifs métalliques a été envisagée principalement pour les applications de type Formule 1. Seul ce secteur a pu faire émerger des méthodes et outils de dimensionnement de telles structures mais pas accessibles, concurrence oblige entre les différentes écuries. L'approche développée est encore le recours à de nombreux tests jusqu'à rupture comme référence malgré la complexité de réalisation, leur caractère destructif et onéreux. Dans ce secteur particulier, la modélisation n'est envisagée que comme une validation ultime des caractéristiques macroscopiques (cf. Bisagni et al (2005)).

1.3.2 Les caractéristiques de tels dispositifs en composites

Etant donné la nature même des constituants et de la grande variété de modes de dégradations, une potentialité d'absorption plus importante à iso-masse pour les matériaux composites est à prévoir. La comparaison des capacités d'absorption intrinsèques de différents matériaux montre la suprématie des matériaux composites sur les matériaux métalliques (Figure 1.12). Le pendant de ce gain en absorption est la difficulté d'initier (selon un système de trigger qui peut être une pré-découpe, un pré-délaminage ou tout autre forme spécifique d'impacteur) puis de dérouler un chemin ou scénario complet de dégradation de manière efficace (d'origines multiples pour le composite mais presque exclusivement de type plastique pour les matériaux métalliques).

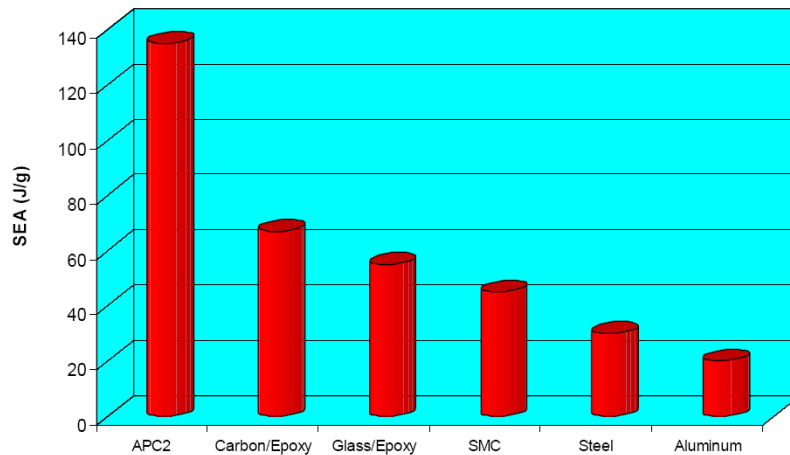


Figure 1.12: Graphique présentant les niveaux d'énergie d'absorption spécifique selon le type de matériau utilisé.

Les composites stratifiés utilisés dans ces dispositifs dissipent l'énergie par endommagement au sens large (fissuration transverse, rupture par flambage des fibres, délaminages) et plasticification de la zone matricielle. Il est donc essentiel que ces endommagements soient les plus étendus possibles (Figure 1.13) tout en évitant absolument les cas pathologiques de flambage global ou encore de rupture brutale sans dissipation. Le chemin privilégiant la meilleure absorption d'énergie devra donc être favorisée jusqu'à la ruine complète. A titre d'exemple, le graphe de la Figure 1.13 montre les principaux chemins de dégradations possibles. La période $[T_0; T_c]$ correspond à la période de mise en charge du dispositif. Le premier scénario débute à T_c par une première rupture en compression de la partie centrale alors que le second débute par un amorçage des délaminages. Ces deux chemins potentiels sont

dictés principalement par les caractéristiques des matériaux : un taux de restitution d'énergie interfacial élevé, couplé à une faible résistance en compression des plis, a tendance à favoriser le premier chemin et inversement. La compétition entre le mode de fragmentation des plis et le mode de délaminage en dynamique apparaît ainsi que leur interaction potentielle.

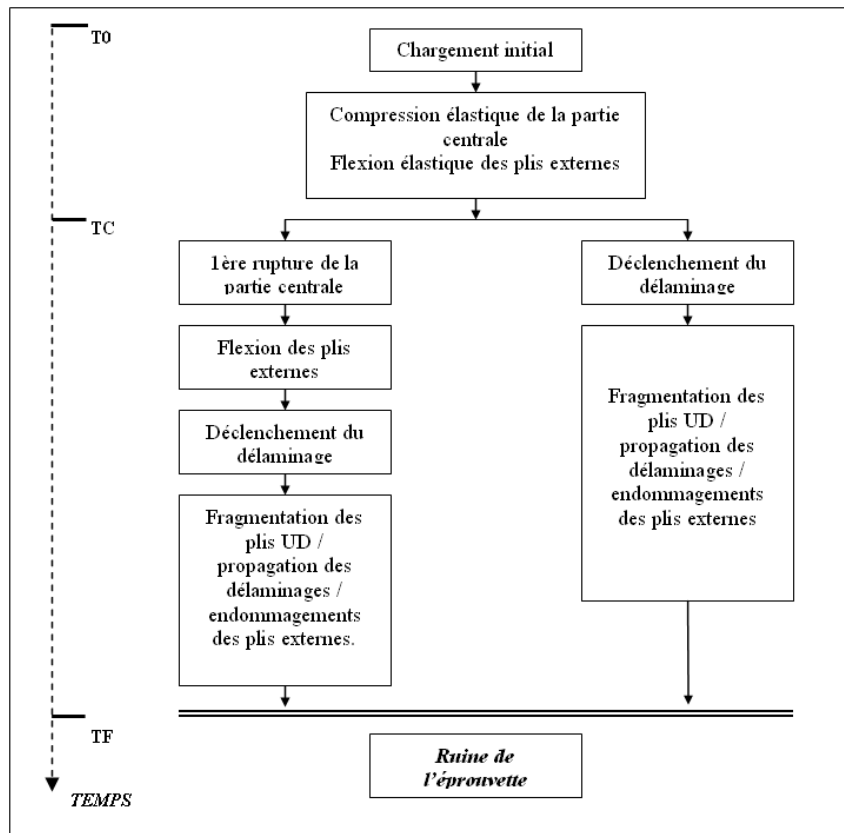


Figure 1.13: Scénarii potentielles de dégradation pour un dispositif simple.

1.4 Limitations des codes et modèles actuels

Le développement de codes industriels dédiés à la simulation de problèmes de crash ou plus généralement de problèmes de dynamique rapide a surtout été porté initialement par l'industrie automobile pour les matériaux métalliques. L'utilisation croissante des matériaux composites dans l'industrie automobile, ferroviaire puis aéronautique implique des développements spécifiques de ces codes de dynamique explicite en termes de lois de matériaux ou de stratégie numérique. Aujourd'hui, les limitations sont dues aux deux choix préalables à toute simulation : le choix de la bonne échelle de représentation des mécanismes et le choix des lois constitutives du matériau. Elles se reflètent par :

- la non prise en compte des phénomènes de fragmentation en compression pure,
- la mauvaise prise en compte du délaminage pour des situations fortement dynamiques,
- la non prise en compte des phénomènes de couplages interlaminaire / intralaminaire (non traité ici).

Dans ce qui suit, il est présenté quelques-uns des avantages et inconvénients des différentes approches aujourd'hui disponibles selon l'échelle choisie **macroscopique**

ou **mésoscopique**.

1.4.1 Approches macroscopiques de l'absorption d'énergie

Il faut tout d'abord souligner les approches utilisant des critères quadratiques dédiés aux matériaux composites ([Azzi et Tsai \(1965\)](#); [Tsai et Wu \(1971\)](#)) ou encore ceux proposés par ([Choi et Chang \(1992\)](#); [Chang et Chang \(1987\)](#)) qui présentent une approche dissociée de trois modes fondamentaux de rupture du pli composite : fissuration matricielle en traction transverse, rupture des fibres et rupture matricielle en compression transverse. En ce qui concerne les modèles macroscopiques dédiés à la problématique d'absorption d'énergie, il existe quelques modèles empiriques, analytiques voire numériques.

Le premier modèle empirique qui a été proposé est celui de [Farley et Jones \(1992\)](#). Il a été construit par analogie avec les travaux de [Hull \(1991\)](#), sur le mode de ruine par délaminage interlaminaire et une poutre sollicitée en flexion. Ce modèle ne peut être utilisé que pour des comparaisons qualitatives car il ne permet qu'une évaluation moyenne de la valeur de la force pendant la phase de plateau horizontal. Aucune investigation sur l'énergie absorbée par le délaminage ou tout autre dégradation du matériau du pli n'est proposée. Le second modèle est celui développé par [Mamalis et al \(1997, 2006\)](#), il permet d'avoir accès analytiquement à une estimation qualitative de l'énergie absorbée pour des géométries simples. Les inconvénients majeurs sont que les modèles de dégradation sont basés sur des observations cinématiques, non reproductibles d'un essai à un autre. De plus, l'aspect prédictif de l'approche est perdu car la formule fait intervenir des paramètres accessibles uniquement de façon « post-mortem » (longueurs finales de délaminages, angle d'ouverture interplis, ...). Seul le comportement global est garanti et non l'avènement des différentes dégradations locales. Néanmoins, tout ceci reste valide lorsque le besoin est uniquement la recherche d'un comportement moyen comme dans [Mamalis et al \(2006\)](#). Dans [Feillard \(1999\)](#), des lois de type Johnson-Cook, bien connues pour les matériaux métalliques, sont utilisées pour modéliser la sensibilité d'un matériau composite à la vitesse de déformation. Cette hypothèse forte sur la stratégie de modélisation ne permet pas de gérer indépendamment les différents modes de dégradation. Le point limitant de cette étude est la présence de paramètres numériques non identifiables par essais classiques. A ce stade, les auteurs préconisent uniquement l'outil de simulation comme une confirmation globale des résultats d'essais.

1.4.2 Approches mésoscopiques de l'absorption d'énergie

Les modèles macroscopiques proposés ne permettent pas une description des scénarii de dégradation mis en jeu. L'introduction d'une échelle plus fine semble aujourd'hui incontournable. Tout en permettant un coût de calcul raisonnable, le choix de l'échelle mésoscopique ou micro/mésoscopique (i.e. de chaque pli et interface comme entités) est un choix pertinent pour le calcul de structures industrielles, de façon à obtenir des modèles prédictifs basés sur la physique locale et la phénoménologie des dégradations.

Tout d'abord, l'approche proposée par [Fleming \(2001\)](#) se distingue par le fait qu'elle se concentre principalement sur le mode de ruine par ouverture interlaminaire ou délaminage, par sollicitation de compression d'un impacteur pouvant avoir

un angle d'incidence ou non. Il permet d'inclure des pré-délaminationes ainsi qu'une orientation initiale des plis aux extrémités. Les frottements entre impacteur et structure sont modélisés par une loi de Coulomb et la propagation du délamination est modélisée par la méthode VCCT (ou Virtual Crack Closure Technique). Ce modèle reproduit les différents cas de délaminationes (Figure 1.14) et notamment l'influence de la forme et position des différents pré-délaminationes. Ce modèle, certes limité par l'utilisation de la VCCT qui est très dépendante de la qualité du maillage, est une première base de modèle s'intéressant au mode de dégradation majeur de délamination comme élément précurseur du scénario de dissipation totale. Ce travail propose en effet les premières tendances de triggers d'un système d'absorption d'énergie.

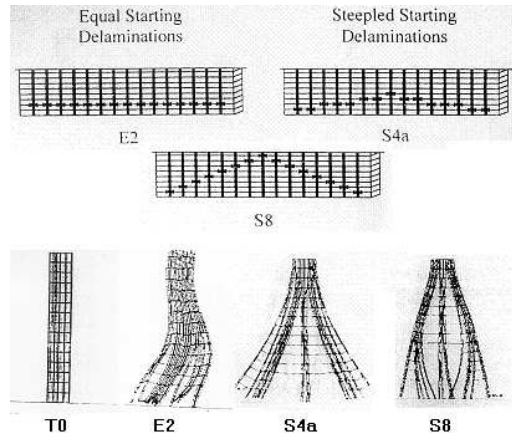


Figure 1.14: Simulation par éléments finis de l'influence des prédélaminationes (trois configurations : E2, S4a et S8) sur les scénarii de dégradations d'un absorbeur-test, d'après Fleming (2001).

Certaines approches mésoscopiques intègrent déjà un élément spécifique de délamination au sens de la mécanique de l'endommagement. Les travaux initiaux de Allix et al (1998) peuvent être cités, avec notamment un élément d'interface possédant sa propre loi délamination et dont une implémentation dans Radioss a été proposée dans Pechnik (2005.). Puis d'autres développements du même modèle de délamination ont été implémentés en utilisant une approche de type contact entre deux plis adjacents dans les codes industriels Pam Crash par Johnson et Pickett (1999.) et Ls-Dyna par Fleming et al (2006.).

A titre d'exemple, les résultats disponibles sur un cas traité dans le code explicite Radioss sont discutés. L'exemple traité est un absorbeur-test de type semi-circulaire composé de trois groupes de plis composites (plis UD à 0° au centre et plis tissés sur les extrémités) soumis à une sollicitation sur la tranche à 8 m/s. Deux prédélaminationes sont situées dans la partie supérieure de l'éprouvette et les plis tissés sont initialement écartés de la partie centrale pour simuler un système de trigger (Figure 1.15). Le modèle utilisé couple deux entités à part entière : le pli et l'interface, chacune se dégradant selon ses propres modes d'endommagement.

Les allures des déformées globales de chaque pli et des cartographies d'endommagements intralaminaires et interlaminaires sont disponibles sur la Figure 1.15. A partir du temps $t = 0.90$ ms, le calcul n'est plus valide puisque les premières ruptures en compression pure engendrées dans le pli central ne dissipent pas l'énergie correspondant à la création d'un fragment (la dissipation est ici uniquement numérique et liée à l'atteinte d'un seuil maximal en déformation dans le sens des fibres avec

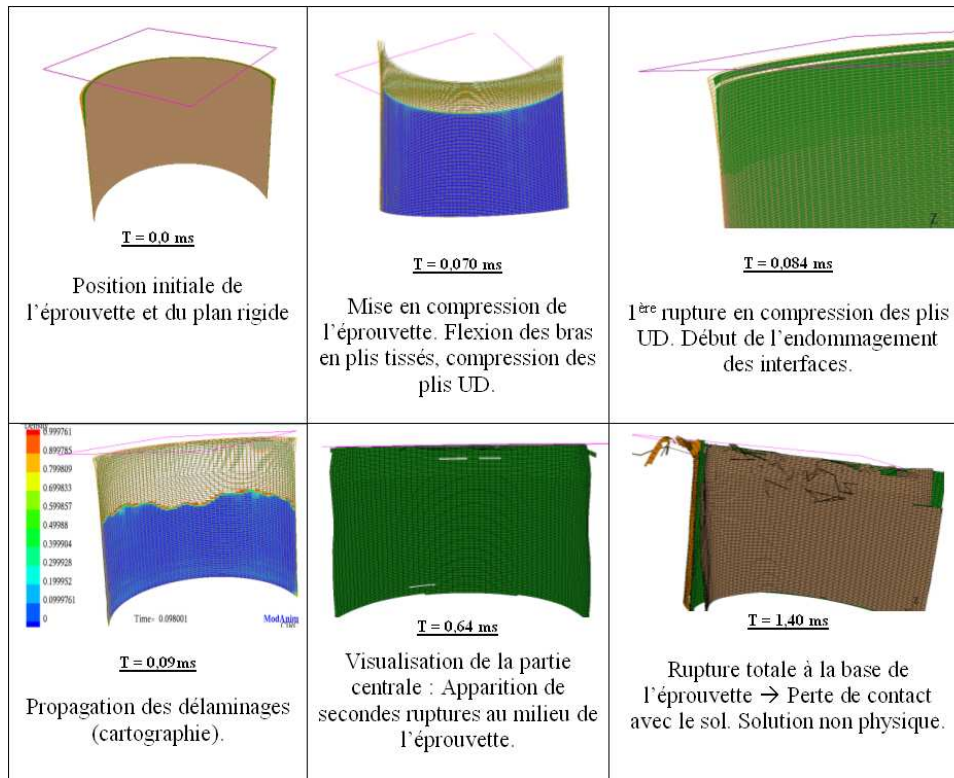


Figure 1.15: Résultats de la simulation sous Radioss d'un absorbeur-test semi-circulaire soumis à l'écrasement d'un plateau rigide à vitesse constante, d'après *Pechnik (2005)*.

une redescende purement numérique à contrainte nulle) Une partie non négligeable d'énergie d'absorption est donc omise. De plus, la non-représentativité de ce calcul se place également au niveau de l'évolution temporelle des zones endommagées puisque la rapidité du délaminage est telle que l'interaction entre fragmentation et délaminage n'a pratiquement pas lieu, alors que cette interaction est constatée classiquement. Une lacune du modèle de délaminage actuel dans le contexte précis de délaminages très rapides est ainsi soulevée. A fortiori, l'interrogation sur la capacité du modèle classique de délaminage à représenter tous les cas de propagations dynamiques subsiste. Le modèle utilisé ici ne permet vraisemblablement pas de rendre compte objectivement de dégradations dépendant intrinsèquement du temps (du point de vue matériau).

1.5 Les objectifs de la thèse

L'objectif de la thèse est de développer des modèles numériques pour la simulation prédictive de dispositifs absorbeurs. Un préalable est de disposer de paramètres identifiés permettant de prévoir le comportement jusqu'à rupture complète de composites sollicités en dynamique rapide. De tels modèles pour les aspects fragmentation et délaminage dynamique n'existent pas aujourd'hui pour les composites. Ainsi, l'étude s'articule autour des points suivants : (les points 1 et 2 étant étudiés en parallèle)

- la détermination et la quantification des principaux mécanismes d'absorption d'énergie,
- la modélisation et l'identification du comportement jusqu'à rupture et post-rupture des composites utilisés : pour le comportement ultime de compression

menant à la fragmentation des plis et pour le délaminage sous sollicitations dynamiques.

- l’implantation de ces modèles de comportement dans un code de dynamique rapide et la simulation numérique de configurations jugées représentatives d’absorbeurs réels.

Le point de vue des développements envisagés dans cette thèse est celui du matériau (i.e. développement de modèle intrinsèque) par opposition aux problèmes de structures. Il constitue une étape préalable à tout développement du point de vue de la structure (avec les détails géométriques comme des trous, des raidisseurs, ...). Un approfondissement des modèles mésoscopiques existants est recherché pour le phénomène de délaminage couplé à un enrichissement à l’échelle plus fine, c’est à dire microscopique, pour le phénomène de fragmentation où une représentation du mécanisme initiateur à l’échelle des constituants est privilégiée.

Bilan du chapitre 1

Ce chapitre a permis de préciser le contexte industriel dans lequel ces travaux se placent.

- La démarche de Virtual Testing est au coeur de la problématique. L'objectif est de pouvoir simuler de manière robuste jusqu'à rupture les dispositifs dédiés à l'absorption d'énergie, ceci de façon prédictive pour les différents scénarii de dégradations propres aux matériaux composites dans le domaine des sollicitations dynamiques. Toutes ces problématiques sont d'ores et déjà étudiées dans le programme ANR **Vulcomp** débuté en 2007 et portant sur la vulnérabilité des matériaux composites, ce travail de thèse est un des éléments initiateurs de ce projet collaboratif.
- A la lumière des derniers modèles actuellement implémentés dans les codes de dynamique rapide, la prédiction des dégradations physiques ne peut être assurée par une approche macroscopique utilisant des critères de rupture seuls. Une stratégie utilisant une échelle intermédiaire associée à des modèles à variables internes est envisagée, notamment pour deux types de dégradations prépondérants et relativement limités dans les modèles de comportement : la fragmentation des plis et le délaminage sous sollicitation dynamique. Le bon fonctionnement de ces absorbeurs est conditionné par la multi-fragmentation progressive des fibres en compression, rendue possible par le délaminage des plis. La fragmentation n'est actuellement pas représentée de façon précise alors que le délaminage en dynamique suppose des adaptations de modèle dans le contexte de la dynamique rapide.
- Du fait de la complexité du problème réel à traiter, une structure dite **absorbeur-test** sera définie permettant d'envisager des études numériques et de développement de modèles sans prendre en compte les problématiques de design, de conception ou de choix de matériaux qui interviennent dans des phases de design et de certification, c'est à dire hors du contexte de notre travail. Cet absorbeur test servira de problème de référence pour une première validation numérique.

Chapitre 2

Etude bibliographique thématique

Ce chapitre expose les enjeux et challenges scientifiques sous-jacents par l'intermédiaire d'un état de l'art bibliographique présenté en quatre thématiques.

Sommaire

2.1 Configurations d'absorbeurs et phénomènes de fragmentation	24
2.1.1 Essais macroscopiques sur dispositifs d'absorption	24
2.1.2 Considérations générales sur la fragmentation	26
2.1.3 Mise en évidence de la fragmentation dans les composites	27
2.1.4 Bilan des essais sur les phénomènes de fragmentation	36
2.2 Modélisation des dégradations dans les composites stratifiés 37	37
2.2.1 Modèles macroscopiques avec critères de rupture	37
2.2.2 Modèles bi-phases	38
2.2.3 Modèles microscopiques	38
2.2.4 Modèles d'endommagement mésoscopiques continus	39
2.2.5 Modèles hybrides micro/méso et mésomodèles enrichis	44
2.3 Modélisation des phénomènes de fragmentation	46
2.3.1 Premiers modèles généraux pour le cas isotrope	46
2.3.2 Modèles phénoménologiques continus basés sur le mécanisme de fragmentation dans les composites	47
2.3.3 Prédiction numérique de l'influence des différents paramètres	52
2.3.4 Bilan des modèles de rupture en compression par fragmentation	54
2.4 Caractérisation et modélisation du délaminage en statique et en dynamique	56
2.4.1 Les phénomènes expérimentaux de délaminage en quasi-statique	56
2.4.2 Les différentes modélisations et approches numériques de la fissuration par délaminage en statique	60
2.4.3 Extensions au cas du délaminage en dynamique	67

Le premier chapitre a permis de dégager les différents objectifs industriels relatifs à ce travail, ils peuvent être déclinés également selon des thèmes scientifiques qu'il faudra traiter dans ce travail.

Dans ce qui suit, un état de l'art classé selon quatre thématiques scientifiques majeures est proposé :

- Caractérisation de configurations absorbeurs-tests et phénomènes physiques de fragmentation,
- Modélisation des dégradations dans les composites stratifiés,
- Modélisation des phénomènes de fragmentation,
- Caractérisation et modélisation du délaminage en statique et en dynamique,

2.1 Caractérisation de configurations absorbeurs et phénomènes physiques de fragmentation

2.1.1 Essais macroscopiques sur dispositifs d'absorption

La littérature est très riche en études expérimentales sur ces dispositifs mais du fait même de la difficulté de réalisation et d'instrumentation, les données et observations restent le plus souvent qualitatives et ne sont pas propres à un mécanisme en particulier. La difficulté d'accès à des connaissances microscopiques sur les phénomènes de fragmentation des plis ou d'investigation sur des zones localisées est un point bloquant majeur actuellement. La difficulté et la complexité d'instrumenter de façon locale de tels essais empêchent d'accéder à des données quantitatives en termes de comportement (Figure 2.1).

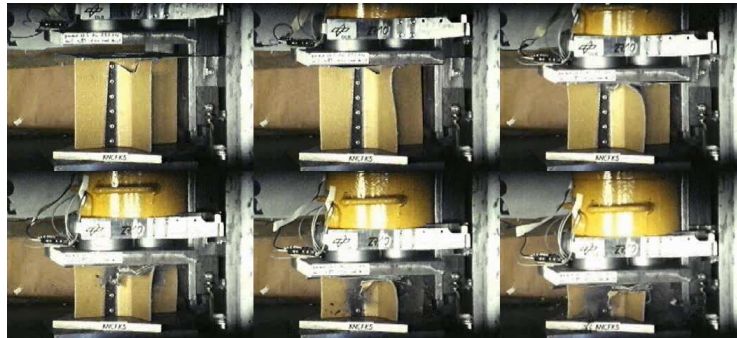


Figure 2.1: Essai de compression dynamique sur dispositif absorbeur-croisillon en composites, test réalisé à 10 m/s. Les six clichés sont pris à intervalles réguliers de haut en bas et de la gauche vers la droite (source DLR).

Ils permettent néanmoins une meilleure compréhension des phénomènes macroscopiques à l'échelle de la structure. La maîtrise de réalisation et de suivi de tels essais peut permettre de disposer d'essais de validation pour les modèles qui seront développés par ailleurs.

Les grandeurs macroscopiques étudiées sont :

- les amplitudes d'efforts engendrés,
- les niveaux de décélération et leurs temps de maintien,

- l'énergie spécifique d'absorption (ou SEA : *Specific Energy Absorption*), définie comme l'énergie dissipée par le dispositif rapporté à la masse correspondante rompue.

La courbe macroscopique type d'un dispositif absorbeur est tracée en Figure 2.2. Quatre phases différentes peuvent être distinguées lors de l'essai :

- **la phase 1 de mise en charge**, où le comportement est globalement non linéaire élastique et sans dégradations majeures,
- **la phase 2 de pic de contrainte**, qui correspond à l'apparition des premières dégradations de la matière,
- **la phase 3 dite phase post-pic**, qui est extrêmement instable et dynamique. Elle donne lieu à la localisation des dégradations majeures (délaminages macroscopiques, fragmentation et plasticité matricielle essentiellement),
- **la phase 4 dite phase de plateau**, idéalement à charge constante qui participe à la majeure partie de l'énergie dissipée.

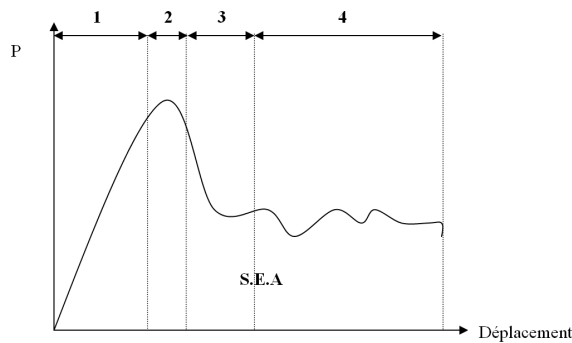


Figure 2.2: Exemple de courbe caractéristique macroscopique d'un absorbeur : Force en fonction de l'écrasement global. Une estimation de la SEA peut être faite en évaluant l'aire sous la partie stable de plateau après le pic, correspondant à la partie non-linéaire.

De plus, l'instrumentation locale de tels essais est très complexe et se heurtait par le passé à la non disponibilité de moyens d'investigations suffisamment rapides. Le développement de nouveaux moyens tels que les caméras rapides participe majoritairement à l'effort de compréhension de tels essais. La multitude de paramètres influençant le comportement de dispositifs d'absorption ainsi que l'incertitude sur les scénarii privilégiés selon les triggers choisis implique de mettre au point une stratégie d'investigation à plusieurs étapes de façon à dissocier les différentes sources de dissipation (Figure 2.3) comme dans l'étude de Hanagud et al (1989). Les travaux de Guillon et al (2007.) proposent également une démarche expérimentale afin de quantifier l'importance de l'interaction entre fragmentation et délaminage. Il a été montré que le délaminage peut être vu comme le mécanisme précurseur de toute fragmentation et que ces deux phénomènes physiques sont indissociables.

Dans Dormegnien et al (2001.) puis plus récemment dans Grenèche et al (2005), une méthode de similitude est proposée. Cette technique, permettant de réaliser des tests à plus petite échelle comme dans la Figure 2.4, rend compte de l'influence des paramètres sur les valeurs des paliers d'effort. Une étude d'influence des paramètres de conception et matériaux au niveau global est alors permise. Cependant, la méthode de changement d'échelle n'est pas prédictive : notamment pour les phénomènes locaux très non linéaires (où la loi de similitude ne s'applique plus directement) et la représentativité du délaminage (non différentiation de l'initiation/propagation) jusqu'à la fragmentation.

Pour le bois, matériau composite naturel, les mécanismes microscopiques restent semblables à ceux des composites artificiels : soit des flambages discrets, soit des bandes de pliage, dépendant de la densité du matériau (voir Figure 2.5 et Figure 2.6). Les travaux de [Vural et Ravichandran \(2004\)](#) portant sur le balsa montrent que ce bio-composite peut développer des énergies d'absorptions spécifiques (ou SEA) jusqu'à 110 kJ/kg , ordre de grandeur similaire voire supérieur à ce qui est observé dans les composites artificiels classiques en fibres de verre et/ou carbone. Cette étude montre d'une part l'importance de la microstructure et de ces défauts dans l'obtention de capacités d'absorption optimales et d'autre part la possibilité de mimétisme avec les bio-composites pour retrouver les mêmes capacités sur les composites artificiels. Le niveau de SEA est perfectible pour les matériaux artificiels considérés. La première étape est donc d'étudier le processus de fragmentation présent dans les matériaux composites et d'en analyser les paramètres caractéristiques le pilotant.

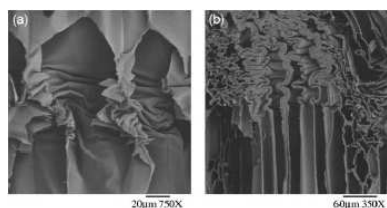


Figure 2.5: Observations de flambages discrets dans un balsa faible densité, d'après [Vural et Ravichandran \(2004\)](#).

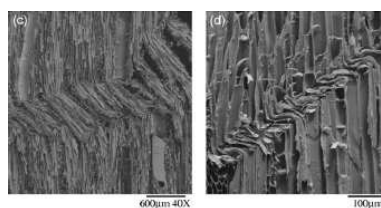


Figure 2.6: Observations de Kink Band dans un balsa haute densité, d'après [Vural et Ravichandran \(2004\)](#).

2.1.3 Mise en évidence de la fragmentation dans les matériaux composites stratifiés

Le phénomène de fragmentation dans les matériaux composites stratifiés à fibres longues en carbone, verre ou Kevlar est une forme discrète de rupture privilégiée lorsqu'un stratifié est chargé en compression pure dans le sens des fibres. Il faut tout d'abord rappeler ici le comportement classique d'un pli à 0° chargé lors d'un essai en compression pure. Lors des premiers stades du chargement (Figure 2.7), un comportement non-linéaire élastique se développe jusqu'au pic d'instabilité précipitant le phénomène de rupture. Etant donné la difficulté de réalisation d'essais de compression pure (due à la présence de flambages parasites), il est préférable de réaliser des essais de flexion 4 points ou de flexion pure comme dans [Montagnier et Hochard \(2005\)](#) pour pouvoir disposer de la loi de compression longitudinale du pli.

Exceptées les fibres de très haut module, les propriétés élastiques de la fibre influencent peu la résistance en compression des composites. [Ha et Nairn \(1992.\)](#) constatent que les composites constitués des fibres à haute résistance (AS4, AS4G) et de module intermédiaire (IM7, IM7G) possèdent une meilleure tenue en compression (environ 1400 MPa) que ceux constitués de fibres de haut module. Cette faible résistance est probablement due à la faible tenue en compression des fibres elles-mêmes. En revanche, ces mêmes travaux, étudiant l'effet de trois matrices différentes, ne donnent pas de conclusions certaines quant à l'influence des propriétés de la matrice. Il y a trop de variabilités des propriétés élastiques et de résistance.

Les plis fragmentent dans ce type de matériau préférentiellement dans les plis à 0° (Figure 2.9) par la compétition des différents défauts et autres faiblesses de chaque

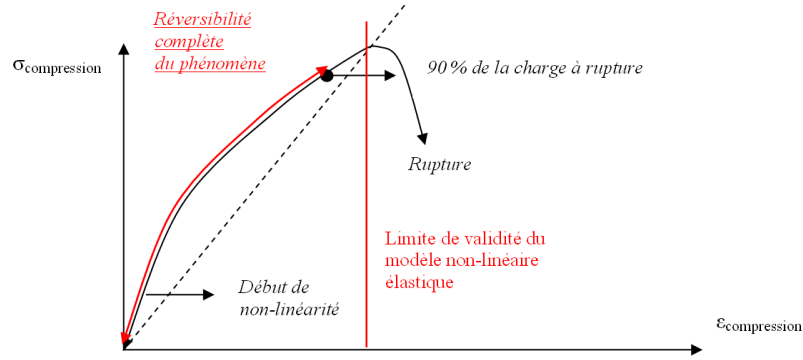


Figure 2.7: Courbe de comportement non linéaire élastique en compression pure jusqu'au phénomène de rupture.

constituant. Les observations microscopiques post-mortem des faciès de rupture en compression pure (Effendi et al (1995)) montrent la forme discrète de fragment créée dans différents types de fibres : T300, AS4 ou GY70. Les mêmes motifs de bande de pliage (angle d'inclinaison et taille des fragments créés) sont retrouvés pour tous les types de fibres (verre, carbone) sauf pour le GY70 qui a une résistance très faible et un mode de rupture classique des fibres. De plus, l'observation des imperfections naturelles des fibres noyées dans la résine (Figure 2.8) montre que ces défauts de rectitude de fibres semblent être le précurseur majeur du mécanisme. Les travaux de Yurgartis (1987) constituent une des premières investigations expérimentales sur la question. Seul le défaut d'amplitude de la fibre est mesuré de façon grossière et cela sur un composite AS4/PEEK. En effet, les résultats peuvent être biaisés d'une part par l'hypothèse de circularité des coupes de fibres perpendiculairement à leur génératrice (faux dans la majeure partie des autres composites) et d'autre part par le manque d'information concernant la longueur d'onde, caractérisant la morphologie de l'imperfection. Plus tard, les travaux de Paluch (1994) décrivent une méthode expérimentale et d'analyse d'image microscopique (Figure 2.8) pour reconstruire le réseau 3D de fibres permettant de quantifier avec précision les imperfections géométriques des fibres. Il met statistiquement en évidence les paramètres les plus significatifs : diamètres équivalents et facteurs de forme en 1D, les distances inter-fibres en 2D et les ondulations en 3D. Ces travaux ont démontré l'importance de ces imperfections quasi-sinusoidales par rapport au déroulement du phénomène de rupture en compression longitudinale.

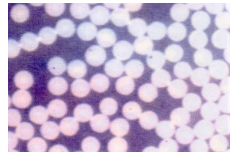


Figure 2.8: Coupe transversale de plis UD, d'après Paluch (1994).

En dehors de la complexité de réalisation dû au choix de la géométrie d'éprouvette et des effets de gradients dans l'épaisseur évoqués dans Vincon et al (1998), le phénomène de fragmentation des fibres est à l'origine de la dispersion élevée des contraintes à rupture en essai de compression pure (jusqu'à 47% de dispersion). Mais il existe également d'autres observations de ce phénomène dans des essais de type structuraux (impacts, crash ou absorbeurs), que ce soit à faible ou haute vitesse de déformation.

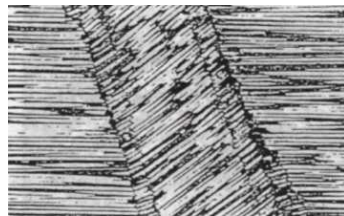


Figure 2.9: Observation d'un motif de bande de pliage sur composite T300/914, d'après Effendi et al (1995).

Pour recenser l'état des connaissances actuelles au niveau expérimental, une étude bibliographique a été réalisée sur les observations de phénomènes de fragmentation et les essais existants pour caractériser qualitativement ainsi que quantitativement (par exemple lors d'un essai d'identification, s'il existe). Dans la suite, cette étude est séparée en deux sous-thèmes :

- les essais de type structure,
- les essais de type matériaux.

Remarque : Par la suite, la distinction sera faite entre le mécanisme de *fragmentation microscopique*, qui est le phénomène physique initiateur de la ruine macroscopique, qui donne lieu à des bandes de pliages discrètes ou **Kink Band** sur essais sur éprouvette « coupon » et dont l'échelle est de l'ordre de 100 à 200 μm ; et le mode de ruine par *fragmentation macroscopique* qui est constaté classiquement sur des essais sur structures et dont l'échelle est de l'ordre de quelques centimètres. La même terminologie se retrouve d'ailleurs dans la littérature pour les deux échelles d'observation.

2.1.3.1 Essais structuraux développant des phénomènes de fragmentation

A l'échelle des essais structuraux, les phénomènes de fragmentation sont observables lors de chargements de type impacts perforants ou petits chocs perpendiculairement au plan de la stratification. Espinosa et al (2001) ont observé des motifs de Kink Band dans les plis à 0° lors d'un essai sur un panneau stratifié à base de fibres de verre multicouches impacté par une balle à 200 m/s (Figure 2.10). Dans ce cas, la sollicitation transverse provoque des dommages extrêmes dans les plis qui se propagent par l'intermédiaire des interfaces. Ces dommages sont constitués de la fissuration matricielle, la décohésion fibre/matrice et enfin le stade ultime de dégradation provoqué par une mise en compression locale très élevée, la formation de bandes de pliages.

Les phénomènes de fragmentation sont également observables dans les cas de mise en compression d'absorbeurs de chocs en composites multicouches. Le critère macroscopique dimensionnant pour la structure absorbante est le niveau d'énergie absorbée par unité de masse détruite ou encore SEA (Specific Energy Absorption), exprimée en kJ/kg (Tableau 2.1).

Outre la propagation des délaminages interplis, les dommages internes aux plis peuvent être non négligeables jusqu'à rupture. Les zones de fragmentation représentent alors une potentialité d'absorption supplémentaire qui doit être prise en compte. Dans la configuration spécifique de l'absorbeur chargé en compression pure dans le plan du stratifié, une compétition majeure a lieu entre le délaminage et



Figure 2.10: Coupe post-mortem des dommages. Coupes micrographiques après perforation montrant les zones de fragmentation dans les plis tissés, d'après [Espinosa et al \(2001\)](#).

Specimen	E_s (kJ/kg)	\bar{P} (kN)	ρ (g/cm ³)
Tube pultrudé :fibres de verre	59.1	14	2.22
Tube pultrudé : fibres de carbone	99.9	16	1.57
Tube pultrudé : fibres cerre/carbone	76.0	17	1.76
Tube UD : fibres verre/époxy	53.7	-	-
Tube tissu kevlar/époxy	57.9	-	1.5
Tube acier	33.7	-	7.8
Tube aluminium	66.9	-	2.7

Tableau 2.1: Comparaison des énergies d'absorption spécifiques obtenues selon les types de matériaux et le type de procédé utilisé (procédés de pultrusion (tressage) ou UD ou tissus pour les composites), d'après [Saito et al \(2002\)](#).

la fragmentation. Cette compétition peut donner lieu à deux principaux modes de ruines macroscopiques selon la prépondérance de l'un ou l'autre des mécanismes. Dans le cas général selon les conditions et les mécanismes mis en jeu (Figure 2.11), le mode dit de « fragmentation » macroscopique (b) et le mode de « splaying » ou d'ouverture (a) seront distingués.

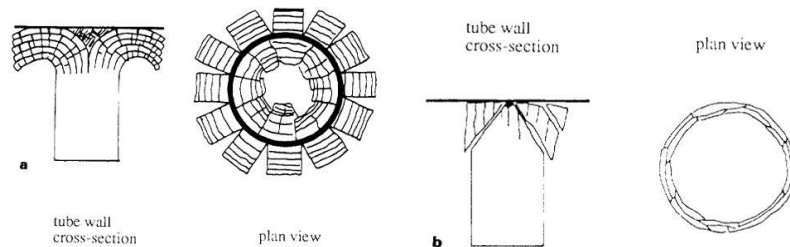


Figure 2.11: Les deux modes de ruines macroscopiques pour les absorbeurs en composites d'après [Hull \(1991\)](#) : mode d'évasement (a) et mode de fragmentation macroscopique (b).

Le cas du mode de fragmentation macroscopique est recherché en premier lieu pour obtenir une meilleure capacité d'absorption finale. En effet, ce mode intrinsèquement très dissipatif met en jeu des interactions entre mécanismes (voir [Hull \(1991\)](#); [Hamada et al \(1995\)](#)). Des interactions tout au long du scénario de ruine sont possibles entre notamment fragmentation microscopique et délaminages mixtes d'interfaces, mais également la formation de cale de débris au centre (Figure 2.12). Il met en jeu également un scénario de ruine relativement stable et stationnaire, y compris pour des sollicitations dynamiques, par rapport au mode de ruine d'évasement.

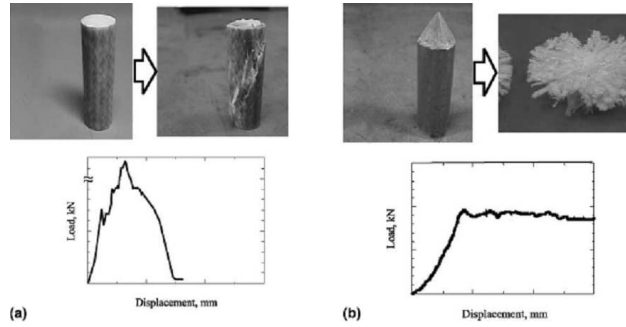


Figure 2.14: Rupture fragile et rupture progressive sur des tiges composites tressées : sans (a) et avec bord conique (b), d'après Hamada et al (1995).

0° (Figure 2.15) mais également dans quelques plis à $\pm 45^\circ$. D'autres panneaux contenant un trou ont été chargés en compression, la formation et la propagation de Kink Bands est également observée mais dans un espace plus confiné et dans les zones de contraintes maximales en compression.

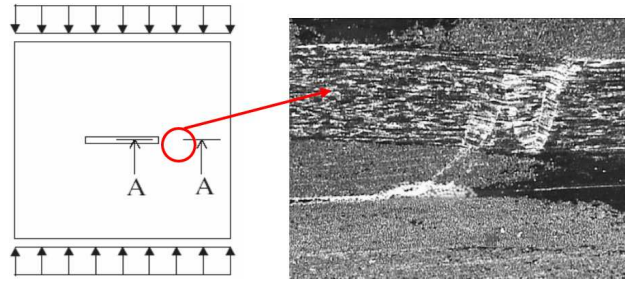


Figure 2.15: Formation de bandes de pliage sur panneau entaillé, d'après Edgren et al (2004), visualisation à 1.8 mm du bord d'entaille (coupe AA).

2.1.3.2 Essais élémentaires développant des phénomènes de fragmentation

Dans ces essais, les détails de la microstructure sont étudiés lors de la formation des phénomènes de fragmentation pour comprendre les origines physiques des mécanismes, l'importance des défauts et les paramètres clés opérant à cette échelle. Des essais de compression pure sur des composites à base de tissus « tressés » montrent la présence de mécanismes de bande de pliages (Figure 2.16) aussi bien dans le plan du pli que dans l'épaisseur du pli. Ce mécanisme réellement 3D est ici favorisé par les ondulations naturelles données par le motif de « tressage » choisi (Khondker et al (2004)).

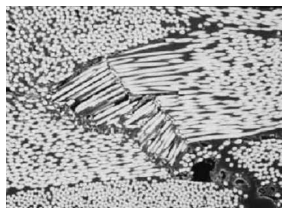


Figure 2.16: Observation MEB montrant une bande de pliage et la zone de rupture nette des fibres elles-mêmes correspondant à la rupture en compression ultime de l'éprouvette, d'après Khondker et al (2004).

D'autres essais sur composites à fibre de verre et fraction volumique de 50 % ont été réalisés dans les travaux de [Oguni et al \(2000\)](#). Ces essais ont été réalisés à faible vitesse de déformation. Ils montrent une transition dans les modes de rupture en compression durant le passage de chargements de compression uni-axiaux à des chargements multi-axiaux (avec pression de confinement latérale). En effet, le phénomène de splitting des fibres donnant lieu à la formation de bandes de pliages est observé majoritairement dans le cas de compressions uni-axiales, alors qu'un mode de rupture principalement dominé par la formation de bandes de pliages sans aucun phénomène de splitting est constaté pour les tests avec pression de confinement latérale (Figure 2.17).

La qualité de l'interphase fibre/matrice peut avoir un effet significatif sur la résistance en compression des composites ([Narayanan et Schadler \(1999\)](#)). Tous les matériaux ayant de très faibles interphases présentent des résistances en compression très faibles. Il semble qu'il y ait une valeur minimale de la résistance de l'interphase au-dessus de laquelle l'effet de celle-ci sur la résistance en compression est faible. En dessous de cette valeur, son effet est catastrophique. De plus, le niveau d'endommagement induit lors du chargement contribue à dégrader la qualité de cette interphase. L'effet de cette dégradation peut être important et influencer le comportement post-pic, voire même la quantité d'énergie dissipée lors de la fragmentation du composite.

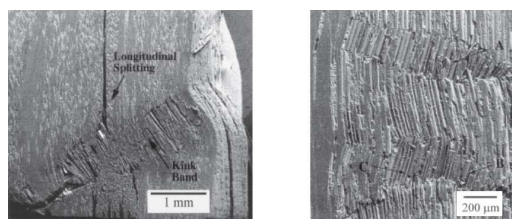


Figure 2.17: Observations (coupe longitudinale) de spécimens après rupture en compression longitudinale quasi-statique sans (gauche) ou avec (droite) pression de confinement, d'après [Oguni et al \(2000\)](#).

D'autre part, des essais de compression réalisés à vitesse élevée de déformation (entre 245 et 1760 s^{-1}) dans des composites à fibre de verre et à matrice thermoplastique sont réalisés dans les travaux de [Haque et Ali \(2005\)](#). Ces essais ont été réalisés sur des barres d'Hopkinson et montrent une transition dans les modes de rupture lorsque la vitesse de sollicitation augmente (Figure 2.18). Il est observé un mode de rupture par formation localisée de Kink band pour les faibles vitesses de déformation avec une propagation de la bande dans le plan du pli à 45° environ de façon stable. Pour les hautes vitesses de déformation, le mode de rupture est toujours la formation de Kink band mais couplé au splitting des fibres, à de la décohésion fibre / matrice et au délaminage. Ces constatations amènent à s'interroger sur les éventuels effets vitesse dans les phénomènes mis en jeu lors de la fragmentation.

D'un point de vue microscopique, les motifs de Kink band ont été largement observés dans tout type de composites (et pour différentes fibres). [Effendi et al \(1995\)](#) puis [Kyriakides et Ruff \(1997\)](#) ont observé des propagations stables de ces bandes de pliages, puis la conjugaison de deux bandes de pliages lorsque celles-ci se joignent dans une zone de défaut important ou encore dans une zone de bord libre (Figure 2.19) : elles sont alors nommées bandes complémentaires. Ces bandes complémentaires n'apparaissent que très rarement dans les zones courantes planes.

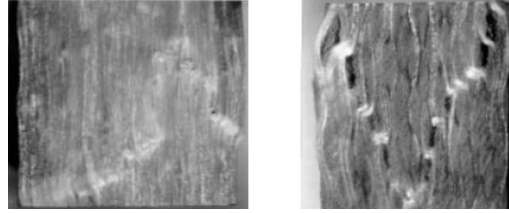


Figure 2.18: Compression longitudinale : formation de bandes de pliages sur un unidirectionnel 0° (gauche) et sur un tissu fibres de carbone/résine époxyde, d'après Haque et Ali (2005).

Dans les travaux de Kyriakidès et Ruff (1997), des expériences sont réalisées sur des tubes en AS4/PEEK de façon à pouvoir canaliser la propagation des Kink Band (de cette manière, la bande de pliage formée peut se propager sur toute la circonférence du tube sans rencontrer de condition limite pour cette phase de propagation). La phase post-rupture est analysée pour statuer sur les grandeurs caractéristiques de la forme discrète de Kink Band en situation de compression pure, à savoir l'angle d'inclinaison, la largeur et le plan contenant ces bandes de pliage. Les formations de Kink Band peuvent se produire dans deux plans différents alternativement (plan des plis ou plan de l'épaisseur du stratifié) ; les imperfections réelles des fibres jouent alors un rôle important, puisqu'elles sont en réalité tridimensionnelles, ainsi que l'épaisseur du stratifié testé.

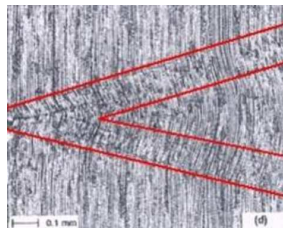


Figure 2.19: Observation microscopique de la formation de deux bandes de pliages dans le plan d'un pli fibres de carbone AS4/PEEK (résine thermoplastique), d'après Kyriakidès et Ruff (1997). Délimitations de la zone fragmentée en trait gras.

Sur la base de ces mêmes travaux, Vogler et Kyriakidès (2001) ont proposé une approche expérimentale originale pour investiguer les effets de chargements combinés compression/cisaillement macroscopiques sur le même matériau AS4/PPEEK. Le montage utilisé permet de réaliser des chargements alternés à partir de coupons unidimensionnels à 0° et de suivre la progression de la bande de pliage lors d'un chargement de compression pure puis cisaillement au fur et à mesure du chargement macroscopique. Les résultats majeurs sont que la flexion locale des fibres est beaucoup plus importante que pour le même matériau testé en compression pure (27° contre 14° auparavant) et que la bande de pliage ultime créée ne provient pas d'une rupture de fibre localisée aux extrémités de la bande (voir Figure 2.20 et Figure 2.21). Une interprétation pouvant être donnée à ce phénomène est la transition de mode de rupture de type Kink band et endommagement diffus dans la matrice et l'interphase fibre/matrice, le critère de rupture local des fibres n'étant pas atteint avant cet endommagement car la résine thermoplastique est beaucoup plus résistante dans son domaine élasto-plastique.

Plus récemment, les travaux de Pinho et al (2006.) proposent une méthode d'identification du phénomène de Kink band en quasi-statique en assimilant la formation de cette bande de pliage à une fissure en mode I de la mécanique de la rupture.

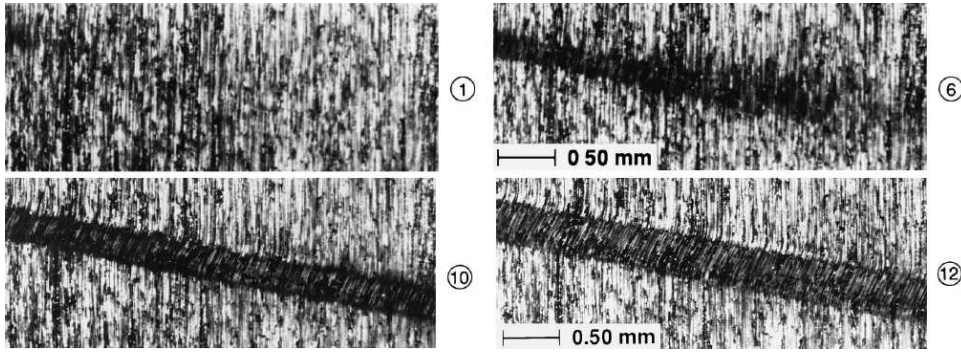


Figure 2.20: Observations microscopiques de la formation d'une bande de pliage sous sollicitation alternée compression pure puis cisaillement sur un AS₄/PEEK (résine thermoplastique), d'après [Vogler et Kyriakidès \(2001\)](#).

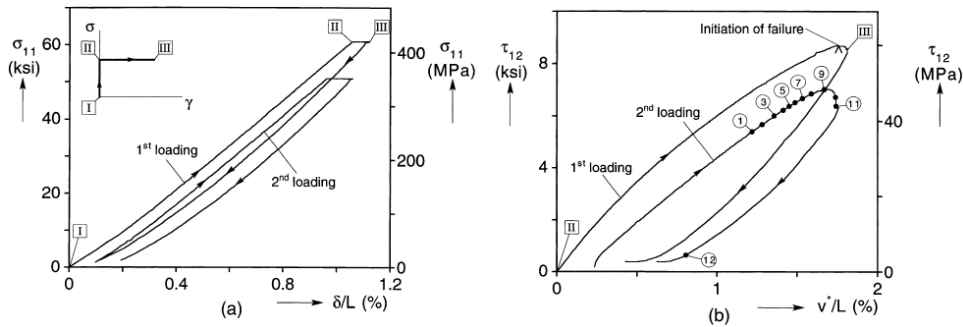


Figure 2.21: Courbes Contraintes de compression en fonction de la déformation longitudinale pure (à gauche) et cisaillement macroscopique en fonction de la déformation macroscopique de cisaillement (à droite), d'après [Vogler et Kyriakidès \(2001\)](#).

Par analogie avec les formules classiques en mode I, un taux de restitution d'énergie critique G_c équivalent au phénomène de Kink Band est identifié. Cette démarche originale est basée sur des éprouvettes composites contenant en majorité des plis à 0° (des plis à 90° sont placés alternativement de façon à assurer une stabilité structurale) (Figure 2.22 et Figure 2.23). Le même type d'approche est utilisé dans les travaux de [Soutis et Curtis \(2000\)](#) mais sur des essais de plaque trouée en compression pure. La stratification choisie permet d'initier en bord de trou un microflambage stable menant à une bande de pliage. L'avantage principal de cette approche est le fait de pouvoir développer de façon stable ces bandes pliées dans un essai de compression simple à mettre en oeuvre. L'inconvénient majeur est le risque de développer d'autres modes d'endommagements dans les plis lors d'un tel essai et de ce fait de perdre le caractère intrinsèque de la valeur de G_c obtenue.

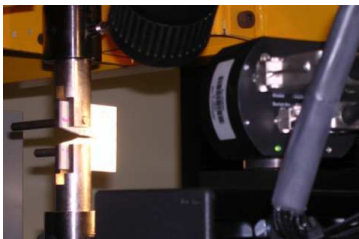


Figure 2.22: Essais de compression pour caractérisation Kink Band, d'après [Pinho et al \(2006\)](#).

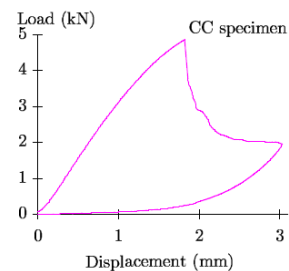


Figure 2.23: Courbe Force en fonction du déplacement relatif, d'après [Pinho et al \(2006\)](#).

2.1.4 Bilan des essais sur les phénomènes de fragmentation

Ce panorama bibliographique a permis de dégager les points clés suivants :

- De nombreux essais montrent la présence de phénomènes majeurs de fragmentation microscopique dans les plis à 0° en compression. Des modes de transition existent et sont la conséquence directe de sensibilités au niveau matériau (vitesse de déformation, qualité de l'interphase fibre/matrice, rigidité de la fibre ou encore fibre à haut module) ou de sensibilités au niveau structural (taux de chargement de cisaillement macroscopique). Toutes ces situations se résument alors à trois mécanismes généraux (Figure 2.24) influencés selon les sensibilités ci-dessus. Le cas d'interfaces intermédiaires donnant lieu aux phénomènes de microflambage (type b). Pour les faibles fractions volumiques, et donc pour les composites à fibres de verre, c'est le mécanisme initiateur couplant les bandes de pliages avec le « splitting » des fibres (cf. Lee et Waas (1999); Lee et al (2000)) qui est prépondérant, comme observé par Narayanan et Schadler (1999). Enfin l'augmentation de la vitesse de déformation (Yuan et al (2001)) ou des chargements macroscopiques compression/cisaillement Vögler et Kyriakidès (2001) ont tendance à favoriser l'interaction Kink band et endommagement diffus menant au splitting des fibres (type c) avec des modes de transitions possibles.
- Seules des observations qualitatives sur les faciès de rupture sont disponibles, aucune analyse quantitative de type mesure locale ou mesure de champ n'est utilisable directement.
- Il est difficile de définir un essai d'identification de type mécanique de la rupture pour caractériser le mécanisme de formation de bande de pliage. Les propositions existantes donnent des valeurs de G_c englobant d'autres mécanismes indissociables. L'approche est cependant intéressante et constitue un bon compromis pour une identification mésoscopique.

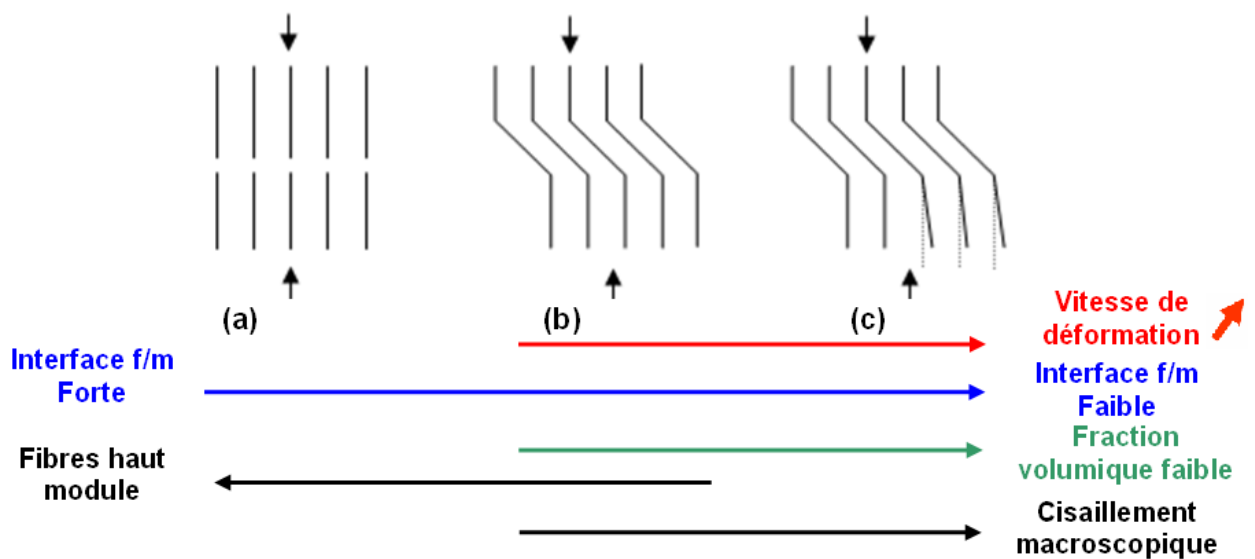


Figure 2.24: Principaux phénomènes locaux de ruptures en compression pure pour les composites à fibre longue : a) rupture des fibres elles-mêmes ; b) rupture par microflambage induisant une kink band ; c) rupture par microflambage/splitting induisant une kink band.

Hypothèse 1 : Par la suite, l'hypothèse que le mécanisme intermédiaire (b) est le mécanisme prépondérant dans la création de fragments pour le type de matériaux composites étudiés sera prise en compte. Ce choix est justifié par les observations expérimentales réalisées sur composites à fibre de carbone de type T300 ou T800. Ce choix est également confirmé par le fait que le mécanisme (a) peut être vu comme une extension du mécanisme (b) dans le cas d'un fragment infiniment fin. Le mécanisme (c) est très proche du mécanisme (b) : d'un point de vue phénoménologique, il s'agit d'un couplage entre un mode de type (b) et un endommagement de type diffus de cisaillement, par ailleurs bien observé et appréhendé dans l'étude des dégradations classiques d'un pli composite stratifié.

2.2 Modélisation des dégradations dans les composites stratifiés

Pour modéliser l'état de dégradation des matériaux composites, les approches se distinguent essentiellement selon le choix de l'échelle de représentation et selon la représentation discrète ou continue des différents dommages. Les modèles existants et dédiés au comportement des stratifiés et des plis sont présentés, la modélisation dédiée de la fragmentation sera traitée dans la section 2.3 et les points détaillés concernant la modélisation du délaminage seront traités explicitement dans la section 2.4.

2.2.1 Modèles macroscopiques avec critères de rupture

Historiquement, ces modèles ont été les premiers à être utilisés massivement : ce sont les modèles basés sur les critères énergétiques ou en contraintes de type Tsai-Wu (Tsai et Wu (1971)) ou Tsai-Hill (Azzi et Tsai (1965)) avec éventuellement des critères supplémentaires de déformations maximales, d'énergie de déformation maximale ou de déformation plastique maximale. Ils dérivent des approches bien connues pour la plasticité des matériaux métalliques et se basent sur des extensions du critère de Von Mises. L'expression de ces critères correspond à une forme quadratique des contraintes.

Cependant, avec ce type d'approche le scénario d'endommagement précédent la rupture finale ne peut pas être retracé et plus généralement le comportement post-pic n'est pas simulé car l'avènement d'une dégradation n'est pas répercutée sur le modèle de comportement courant. La structure ne possède que deux états, soit l'état initial sans aucune dégradation, soit l'état rompu, ce qui n'est pas représentatif de l'état physique réel. L'interprétation des résultats au-delà du critère de rupture est difficile voire insignifiante physiquement.

Plus récemment, des améliorations de ces critères ont été proposées à la suite de l'exercice mondial WWFE (World Wide Failure Exercise, voir Hinton et al (2004b)) permettant d'attribuer des critères plus ciblés sur les modes de dégradation de cisaillement et contrainte transverse en particulier (Figure 2.25). Il y a par exemple

l'apport des critères de type Hashin (Hashin (1980)) ou Puck (Puck et Schurmann (2002)) pour les ruptures matricielles 3D. Malgré le fait qu'il s'agisse encore de critères sans évolution de dommage (Davila et al (2005)), ces approches peuvent être couplées avec des lois d'endommagement.

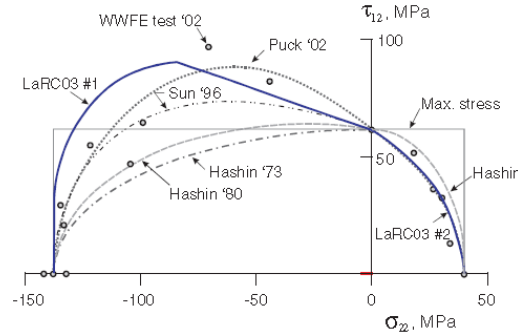


Figure 2.25: Enveloppes de rupture (τ_{12} versus σ_{22}) selon les critères et données expérimentales du WWFE pour le composite à fibres de verre E-glass/LY556, d'après Hinton et al (2004b).

2.2.2 Modèles bi-phases

La particularité du modèle composite bi-phase réside dans le fait qu'il s'agit d'un modèle hétérogène, avec la participation de la matrice d'une part et des fibres d'autre part. La rigidité de l'élément représentatif du stratifié est calculée en superposant les effets d'une phase orthotrope (la matrice seule sans les fibres) et d'une phase uni-dimensionnelle (les fibre seules sans la matrice) toutes deux élastiques fragiles.

Ce type de modèle présente initialement un nombre important de paramètres, malgré des démarches de simplification. Les inconvénients majeurs d'une telle approche sont liés au processus d'identification à mettre en oeuvre. En effet, l'accès direct aux propriétés de chaque constituant pur est difficile. Il est ainsi nécessaire de réaliser des tests numériques d'influence pour corrélérer aux résultats expérimentaux, car les différents paramètres ne sont pas tous interprétables physiquement. De plus, l'hypothèse de partition discrète est très discutable car la ténacité de l'interphase fibre/matrice, dont on sait qu'elle engendre des comportements très différents en cisaillement (endommagement diffus) et en traction transverse (fissurations), n'est pas prise en compte. Ces modèles quasi-statiques ont été utilisés notamment pour la simulation du crash de structures de type absorbeur, comme par exemple dans les travaux de Johnson et Pickett (1999.); Coutellier et Rozycki (2001).

2.2.3 Modèles microscopiques

Il s'agit de modèles basés sur la représentation géométrique des défauts pré-existants et des dégradations discrètes uniquement (tels que la microfissuration et le délaminage local) en calculant les champs de contraintes environnants.

Pour le problème de micro-fissuration transverse, la détermination du champ de contraintes se fait sous l'hypothèse que le dommage s'installe préférentiellement dans les plis à 90° et traverse toute l'épaisseur du pli de façon instantanée en régime statique. Ces analyses sont menées sur une cellule élémentaire (voir Figure 2.26) qui

se répète de façon quasi-périodique. L'analyse est restreinte à une approche unidimensionnelle voire bidimensionnelle du champ (soit dans le plan $(x-z)$). L'hypothèse d'un milieu élastique linéaire et la mécanique des milieux continus sont utilisés. La solution recherchée pour le champ de contrainte est une approximation de la solution réelle compte-tenu de la singularité de ce champ en pointe de fissure transverse. Il faut ensuite définir un modèle de rupture : il existe des approches en distribution de contraintes seuils (éventuellement probabiliste) et également des approches énergétiques basées sur la mécanique linéaire de la rupture et l'atteinte d'un taux de restitution d'énergie critique, qui est une quantité intrinsèque au matériau. Un critère mixte prenant en compte l'effet de transition entre ces deux mécanismes constatés selon l'épaisseur des plis peut également être considéré.

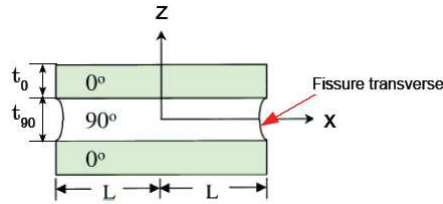


Figure 2.26: Modélisation bidimensionnelle d'une cellule élémentaire de pli $[0/90/0]$.

Ces champs micro permettent par la suite de remonter aux champs mésoscopiques par des techniques d'homogénéisation. En effet, l'hypothèse de périodicité est alors exploitée et une équivalence énergétique permet alors de calculer les termes de l'opérateur de Hooke homogénéisé comme par exemple dans [Renard et Jeggy \(1989.\)](#), [Andrieux et al \(1986\)](#) ou [Deudé et al \(2002\)](#).

L'intérêt de ces approches microscopiques est de bien représenter des modes de dégradations discrets à l'échelle physique des constituants. Néanmoins, ils ne tiennent pas compte du phénomène d'endommagement diffus en cisaillement dû à la dégradation de l'interphase fibre/matrice. Dans la section suivante 2.3 dédiée aux modèles de fragmentation, il sera étudié de nombreux modèles microscopiques qui ont permis de bien appréhender la phénoménologie de la fragmentation dans les composites.

2.2.4 Modèles d'endommagement mésoscopiques continus

La mécanique de l'endommagement, initiée par [Kachanov \(1958\)](#), permet de prendre en compte l'influence des dommages, fissures et porosités internes sans les représenter géométriquement et de manière discrète dans la modélisation. Les défauts sont alors représentés par l'intermédiaire de variables internes qui peuvent être de type endommagement ou inélasticité. Elles agissent respectivement sur le comportement comme une perte de rigidité directionnelle du matériau composite et comme une déformation inélastique supplémentaire. La mécanique de l'endommagement s'inscrit dans le cadre de la thermodynamique classique des milieux continus.

De ces différents modèles de dégradations, la tendance actuelle, validée également par les objectifs industriels du chapitre 1, est à l'emploi des mésomodèles de stratifiés, et dont l'usage se retrouve dans un grand nombre d'études. Les détails du modèle mésoscopique classique (cf. [Ladevèze \(1986, 1992\)](#)) sont présentés en partant du formalisme du problème thermodynamique de l'état local et en posant les hypothèses

fondatrices, vers son écriture appliquée à un matériau composite composé de plis unidirectionnels. Le modèle spécifique de l'interface sera traité explicitement dans la thématique de la section 2.4.

2.2.4.1 Cadre thermodynamique général

Soit un système donné, on suppose que son état peut être décrit à chaque instant par un jeu de variables internes $(\boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\varepsilon}_p, d, T)$ où $\boldsymbol{\varepsilon}$ est la déformation totale qui peut s'écrire selon la partition suivante : $\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}_e + \boldsymbol{\varepsilon}_p$, $\boldsymbol{\varepsilon}_e$ étant la déformation élastique, $\boldsymbol{\varepsilon}_p$ la déformation inélastique (ou plastique) et T la température. L'inégalité de Clausius-Duhem (second principe de la thermodynamique) donnant l'expression de la dissipation totale s'écrit alors telle que dans l'équation (2.1) où s est l'entropie, e l'énergie interne, q le flux de chaleur

$$\rho \left(T \frac{ds}{dt} - \frac{de}{dt} \right) - \frac{q}{T} \text{grad}(T) + \text{Tr} \left[\boldsymbol{\sigma} \frac{d\boldsymbol{\varepsilon}}{dt} \right] \geq 0 \quad (2.1)$$

Classiquement, cette dissipation est séparée en deux termes (2.2) : une dissipation intrinsèque ϕ_1 et une dissipation thermique ϕ_2 . Dans le cadre de ces travaux, l'hypothèse d'une situation isotherme est choisie, ce qui mène à $\phi_2 = 0$

$$\begin{aligned} \phi_1 &= \rho \left(T \frac{ds}{dt} - \frac{de}{dt} \right) + \text{Tr} \left[\boldsymbol{\sigma} \frac{d\boldsymbol{\varepsilon}}{dt} \right] \\ \phi_2 &= -\frac{q}{T} \text{grad}(T) \end{aligned} \quad (2.2)$$

L'énergie libre de Helmholtz notée Ψ est introduite et définie par : $\rho\Psi = \rho(e - Ts)$, la dissipation intrinsèque (ou totale) peut alors s'écrire ((2.3)) :

$$\begin{aligned} \phi_1 &= -\rho \left(\frac{de}{dt} - T \frac{ds}{dt} \right) + \text{Tr} \left[\boldsymbol{\sigma} \frac{d\boldsymbol{\varepsilon}}{dt} \right] \\ &= -\rho \left(\frac{d\Psi}{dt} + s \frac{dT}{dt} \right) + \text{Tr} \left[\boldsymbol{\sigma} \frac{d\boldsymbol{\varepsilon}}{dt} \right] \end{aligned} \quad (2.3)$$

Puis, par différenciation par rapport aux variables $(\boldsymbol{\varepsilon}_e, \boldsymbol{\varepsilon}_p, d)$ définissant l'état complet du système (2.4) :

$$\begin{aligned} \text{Tr} \left[\left(\boldsymbol{\sigma} - \frac{\partial \rho \Psi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_e} \right) \frac{d\boldsymbol{\varepsilon}_e}{dt} \right] + \text{Tr} \left[\boldsymbol{\sigma} \frac{d\boldsymbol{\varepsilon}_p}{dt} \right] - \frac{\partial \rho \Psi}{\partial p} \frac{dp}{dt} \\ - \frac{\partial \rho \Psi}{\partial d} \frac{dd}{dt} - \left(\frac{\partial \rho \Psi}{\partial T} + \rho s \right) \frac{dT}{dt} \geq 0 \end{aligned} \quad (2.4)$$

L'expression de $\boldsymbol{\sigma}$ (2.5) est déduite directement comme variable associée à la variable interne $\boldsymbol{\varepsilon}_e$. De même, les quantités duales Y_p et Y_d sont posées, respectivement relatives aux variables internes p et d dues aux différentes sources de dissipation par endommagement et inélasticité.

$$\begin{aligned}
 \boldsymbol{\sigma} &= \left. \frac{\partial \rho \Psi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_e} \right|_{(d,p)} \\
 Y_p &= \left. \frac{\partial \rho \Psi}{\partial p} \right|_{(\boldsymbol{\varepsilon}_e, d)} \\
 Y_d &= \left. -\frac{\partial \rho \Psi}{\partial d} \right|_{(\boldsymbol{\varepsilon}_e, p)}
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

Tout ceci permet d'écrire l'inégalité initiale (2.1) sous la forme suivante (2.6).

$$\text{Tr}[\boldsymbol{\sigma} \frac{d\boldsymbol{\varepsilon}_p}{dt}] - Y_p \frac{dp}{dt} + Y_d \frac{dd}{dt} \geq 0 \tag{2.6}$$

Classiquement, il convient d'assurer séparément la positivité des termes dûs à l'inélasticité et aux endommagements (2.7) :

$$\begin{aligned}
 \text{Tr}[\boldsymbol{\sigma} \frac{d\boldsymbol{\varepsilon}_p}{dt}] - Y_p \frac{dp}{dt} &\geq 0 \\
 Y_d \frac{dd}{dt} &\geq 0
 \end{aligned} \tag{2.7}$$

Remarque : Pour assurer la seconde inégalité de (2.7), il faut nécessairement que $\frac{dd}{dt} \geq 0$ puisque par construction la force thermodynamique Y_d est toujours positive (homogène à une énergie). Cela correspond au fait que l'endommagement ne peut que croître dans le système. De plus, le premier terme de (2.7) fait apparaître l'énergie dissipée par les mécanismes inélastiques au sens large (incluant plasticité de la matrice et frottements éventuels). Cette énergie dissipée est la différence entre l'énergie inélastique totale développée et l'énergie dite bloquée dans la matière (non récupérable).

A partir de ce cadre thermodynamique général, différents modèles mésoscopiques ont été proposés selon qu'il s'agit de matériaux composés de plis unidirectionnels (Ladevèze et Le Dantec (1992); Allix et Ladevèze (1992); Allix et al (1998)) ou de plis en tissus (Hochard et al (2001)). Par la suite, le modèle général consacré aux plis unidirectionnels est présenté.

Hypothèse 2 : Pour l'ensemble des matériaux composites considérés, le modèle mésoscopique des matériaux composites stratifiés est basé sur les deux hypothèses fortes suivantes :

- Approche à deux entités (Figure 2.27), pli et interface, capables de décrire géométriquement tout stratifié réel par leur assemblage. L'intégralité des dégradations diffuses rencontrées dans un matériau composite est pris en compte dans chacune des entités.
- Tout endommagement est constant dans l'épaisseur d'un pli considéré, tout en autorisant une variation à l'échelle du stratifié et dans le plan de chaque pli.

2.2.4.2 Méso-modélisation du pli unidirectionnel

Le repère utilisé pour construire le modèle de comportement d'un pli élémentaire est le repère local d'orthotropie tel que défini sur la (Figure 2.27) : la direction 1 est la direction des fibres, la direction 2 est la direction transverse et la direction 3 la direction hors-plan du pli. Ce modèle est basé sur les observations expérimentales des dégradations dans les composites, décrites au chapitre 1 : microfissurations, décohésions fibre-matrice et rupture des fibres. Ces observations ont notamment montré que seuls les modules plans affectés par la microfissuration et la décohésion sont respectivement le module de rigidité en cisaillement G_{12} et le module de traction transverse E_2 . Sous ces hypothèses simplificatrices, validées expérimentalement, le premier modèle de pli proposé est bidimensionnel selon l'hypothèse des contraintes planes et sa densité d'énergie de déformation notée e_d est définie par l'équation (2.8). Il faut noter que d_f est la variable interne d'endommagement associée à la rupture des fibres, d' la variable interne d'endommagement associée à la décohésion fibre/matrice et d la variable interne d'endommagement par microfissuration. De plus, l'expression suivante est définie telle que : $\langle x \rangle_+ = x$ si $x > 0$, sinon $\langle x \rangle_+ = 0$:

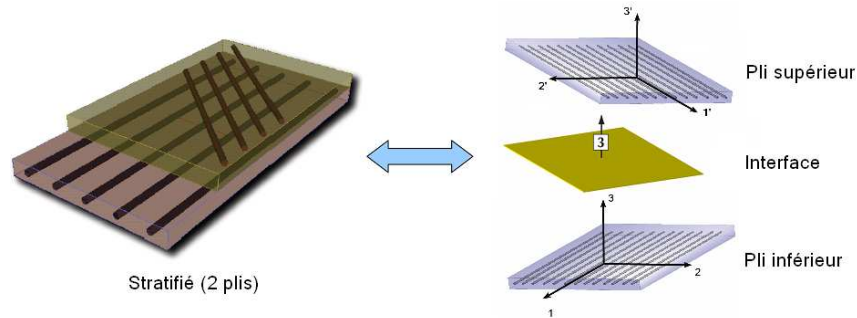


Figure 2.27: Définition des deux entités interface et pli dans l'approche mésoscopique.

$$\begin{aligned}
 2e_d = & \frac{1}{1-d_f} \left(\frac{\langle \sigma_{11} \rangle_+^2}{E_1^0} + \frac{\phi(\langle -\sigma_{11} \rangle_+)}{E_1^0} \right) - \left(\frac{\nu_{12}}{E_1^0} + \frac{\nu_{21}}{E_2^0} \right) \sigma_{11} \sigma_{22} \\
 & + \frac{\langle \sigma_{22} \rangle_+^2}{(1-d')E_2^0} + \frac{\langle -\sigma_{22} \rangle_+^2}{E_2^0} + \frac{\sigma_{12}^2}{(1-d)G_{12}^0}
 \end{aligned} \quad (2.8)$$

Remarques :

- Les endommagements de type décohésions n'agissent ici qu'en traction transverse. La compression transverse, entraînant la refermeture des fissures déjà créées, ne fait pas progresser cet endommagement.
- Pour la compression longitudinale, les travaux de Allix et al (1994) proposent l'utilisation d'un seul paramètre α pour rendre compte de la phase pré-pic non linéaire élastique (mise en évidence dans la section 2.1.3). Ce paramètre, via la définition de la fonction ϕ telle que dans (2.9), définit une évolution linéaire du module sécant E_{11}^c en fonction au choix de la déformation ou de la contrainte (cf. (2.10) et (2.11)).

$$\text{Définition de } \phi : \frac{\partial^2 \phi}{\partial \sigma_{11}^2} = \frac{2E_{11}^0}{E_{11}^c} \quad (2.9)$$

$$\text{Modèle en contraintes : } E_{11}^c = E_{11}^0 \left(1 + \frac{\alpha}{E_{11}^0} \langle \sigma_{11} \rangle_- \right) \quad (2.10)$$

$$\text{Modèle en déformations : } E_{11}^c = E_{11}^0 \left(1 + \frac{\alpha}{E_{11}^0} \langle \varepsilon_{11} \rangle_- \right) \quad (2.11)$$

- Sous l'hypothèse d'un comportement isotrope transverse, l'extension 3D du modèle du pli peut être écrite en considérant que les modules hors plans sont affectés des mêmes variables internes par extension au modèle plan.

Les termes de dissipation intrinsèque liés aux différents endommagements s'écrivent d'après (2.7) avec les forces thermodynamiques associées. Après intégration dans l'épaisseur du pli (de manière à assurer la constance dans l'épaisseur, $\langle\langle x \rangle\rangle$ représente la valeur moyenne de x sur l'épaisseur du pli) les expressions 2D des forces thermodynamiques $(Y_{d_f}, Y_d, Y_{d'})$ respectivement associées à chacune des variables d'endommagements (d_f, d, d') sont alors (2.12) :

$$\begin{aligned} Y_{d_f} &= \frac{1 \langle\langle\langle \sigma_{11} \rangle_+^2 \rangle\rangle}{2 E_1^0 (1 - d_f)^2} \\ Y_d &= \frac{1 \langle\langle \sigma_{12}^2 \rangle\rangle}{2 G_{12}^0 (1 - d)^2} \\ Y_{d'} &= \frac{1 \langle\langle\langle \sigma_{22} \rangle_+^2 \rangle\rangle}{2 E_2^0 (1 - d')^2} \end{aligned}$$

On pose également $Y_{eq} = \sup_{\tau \leq t} (Y_d + b_2 Y_{d'})$ (2.12)

Les lois d'évolution des différentes variables d'endommagement sont construites avec un couplage fort entre la microfissuration et la décohésion fibre/matrice (2.13) par l'intermédiaire des paramètres b_2 et b_3 . Ceci s'explique par le fait que le même réseau de fissures intervient dans les deux types d'endommagement. La rupture fragile en traction dans le sens longitudinal est paramétré par Y_{11}^t . De plus, il existe un paramètre d'initiation de l'endommagement Y_0 et un paramètre seuil pour la fissuration transverse Y'_s donnant lieu à la rupture fragile de l'interphase fibre/matrice :

$$\begin{aligned} d_f &= 1 \text{ dès que } Y_{d_f} > Y_{11}^t, \text{ } d_f = 0 \text{ sinon} \\ d &= \frac{\sqrt{Y_{eq}} - \sqrt{Y_0}}{\sqrt{Y_c} - \sqrt{Y_0}} \text{ si } d < 1 \text{ et } d' < 1, \text{ sinon } d = 1 \\ d' &= b_3 d \text{ si } d' < 1 \text{ et } d < 1 \text{ et } \sup_{\tau \leq t} (Y_{d'}) < Y'_s, \text{ sinon } d' = 1 \end{aligned} \quad (2.13)$$

Pour introduire les phénomènes inélastiques, la définition de contraintes et de déformations effectives est donnée par (2.15). Cela permet de traiter le couplage endommagement-plasticité sans difficulté.

$$\begin{aligned}
\tilde{\sigma}_{12} &= \frac{\sigma_{12}}{(1-d)} \\
\tilde{\sigma}_{22} &= \frac{\sigma_{22}}{(1-d')} \\
\tilde{\sigma}_{11} &= \sigma_{11} \\
\tilde{\varepsilon}_{12}^p &= \varepsilon_{12}^p(1-d) \\
\tilde{\varepsilon}_{22}^p &= \varepsilon_{22}^p(1-d') \\
\tilde{\varepsilon}_{11}^p &= 0
\end{aligned} \tag{2.14}$$

Remarque : Aucun mécanisme inélastique (plasticité et/ou frottement) n'est pris en compte dans le sens des fibres.

Ces variables sont construites de telle sorte que l'équivalence énergétique en dissipation est conservée telle que dans l'équation (2.15). Le développement du modèle plastique utilise le principe de dissipation maximale lié à la recherche des directions normales au convexe d'élasticité défini par l'équation (2.16). La fonction $R(\tilde{p})$ représente la loi d'écroûissage et le paramètre R_0 est la contrainte d'activation seuil :

$$Tr[\tilde{\sigma}\tilde{\varepsilon}^p] = Tr[\sigma\varepsilon^p] \tag{2.15}$$

$$f(\tilde{\sigma}, R) = \sqrt{\tilde{\sigma}_{12}^2 + a^2\tilde{\sigma}_{22}^2} - R_0 - R(\tilde{p}) \leq 0 \tag{2.16}$$

La loi d'écroûissage peut être choisie de type cinématique ou isotrope selon le matériau considéré. Classiquement lors de l'identification, une loi isotrope d'écroûissage est choisie pour les unidirectionnels thermodurcissables (Lévêque (1998.)) alors que pour les tissus, une loi d'écroûissage cinématique (Hochard et al (2001)) est préférée.

Enfin, l'identification complète des paramètres statiques du pli se fait à l'aide d'un nombre relativement restreint d'essais sur éprouvettes lisses possédant des plis d'orientations bien définies (Ladevèze et Le Dantec (1992); Lévêque (1998.)).

2.2.5 Modèles hybrides micro/méso et mésomodèles enrichis

Sur les bases du modèle mésoscopique du pli présenté à la section précédente, il est clair que seuls les dégradations dites continues (décohésions et microfissures représentées par les variables d et d') sont convenablement modélisées (scénario 3 de la Figure 2.28). Dans le but de simuler le comportement jusqu'à rupture, ce modèle diffus seul ne permet pas de représenter la dégradation complète du pli de façon précise du fait de l'oubli d'un mécanisme discret prépondérant qui est l'augmentation du taux de fissuration transverse menant au délaminage local au niveau des pointes de fissures transverses (scénarios 1 puis 2 de la Figure 2.28).

L'idée développée dans ce modèle micro/méso est de consolider le modèle mésoscopique existant, qui est robuste pour les dégradations diffuses, et de disposer d'informations à une échelle plus fine, dite microscopique, pour traiter les problèmes

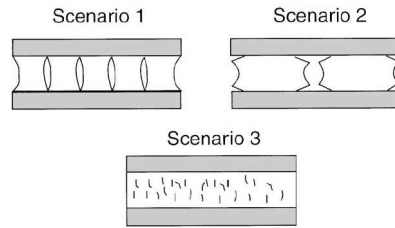


Figure 2.28: Scénarios discrets 1 et 2 et scénario 3 diffus dans un pli UD.

de dégradation discrète pour lesquels des solutions basées sur la mécanique de la rupture fragile existent et sont capables de bien représenter le phénomène (cf. modèles exposés dans 2.2.3). Un pont d'équivalence énergétique entre les deux échelles a été validé par (Ladevèze et Lubineau (2003); Ladevèze et al (2006)) et permet de transférer par la suite les informations par homogénéisation du pli endommagé discret. Du point de vue de l'implémentation numérique, il y a deux possibilités :

- Soit un modèle dit hybride discrétisé à l'échelle microscopique uniquement est choisi, il prend en compte le modèle diffus de façon continue au sein des éléments associé à des zones minimales de ruptures potentielles. Les taux de restitution de la fissuration transverse sont évalués dans chaque zone potentielle de rupture de manière discrète (Violeau (2007.)). Un exemple sur une éprouvette entaillée dans la Figure 2.29 valide l'aspect prédictif y compris dans le domaine discret.

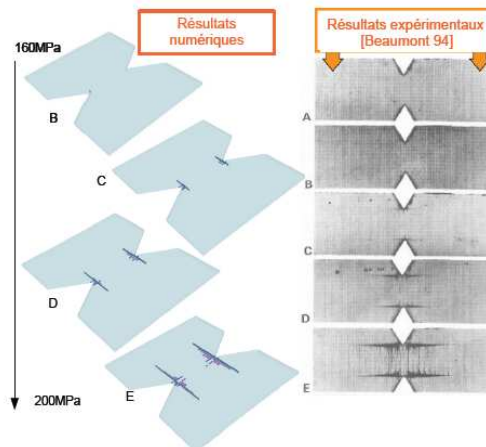


Figure 2.29: Comparaison calculs/essais et évolution des dégradations continues et discrètes sur éprouvette entaillée $[0_2, 90]_s$, d'après Violeau (2007.).

- Soit les lois homogénéisées correspondantes à l'échelle mésoscopique sont utilisées dans une approche mésoscopique complète (diffus et discret traités à la même échelle) moyennant l'information des lois d'homogénéisation provenant d'un calcul micro 3D préalable pour une situation type de matériau. Une implémentation dans le code industriel Abaqus a été réalisée par Lubineau et Ladevèze (2008). L'exemple présenté sur la Figure 2.30 est l'éprouvette trouée $[0/90/0]$ chargée en traction jusqu'à rupture.

Ce modèle est ainsi capable de représenter fidèlement les différentes étapes de dégradation de la matière pour les scénarios 1, 2 puis 3.

Les restrictions d'un point de vue comportemental sont la non prise en compte des phénomènes propres aux cas d'impacts ou de crash : les dégradations de type

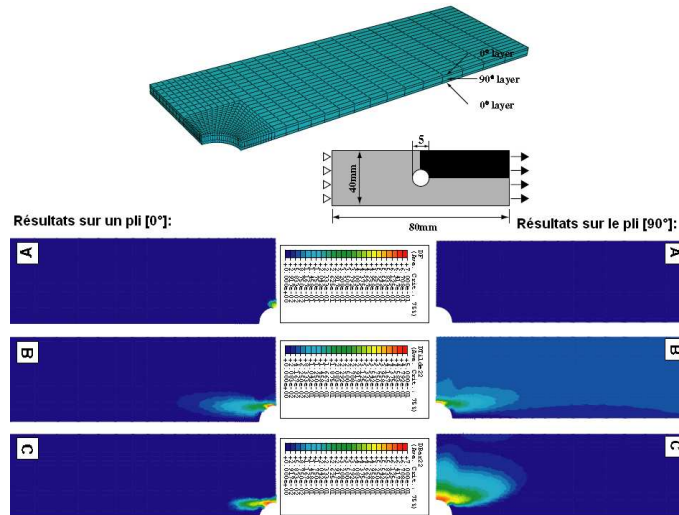


Figure 2.30: Modélisation d'une plaque trouée en traction sous Abaqus par le mésomodèle diffus/discret, d'après [Lubineau et Ladevèze \(2008\)](#) : (A) : endommagement fibre ; (B) : endommagement transverse diffus ; (C) : endommagement transverse discret équivalent (provenant de l'enrichissement micro).

fragmentation dans le cas de la compression et le cas du délaminage avec effets de vitesse dans des cas de sollicitations dynamiques. Ces restrictions sont tout à fait justifiées du fait de la non prépondérance de ces phénomènes dans des applications quasi-statiques classiques.

2.3 Modélisation des phénomènes de fragmentation

2.3.1 Premiers modèles généraux pour le cas isotrope

Comme rappelé dans la section 2.1.2, le phénomène de fragmentation est universel puisqu'il se produit à toute échelle, dans différents matériaux mais avec des origines phénoménologiques différentes. D'un point de vue des modèles, il a été proposé initialement par ([Grady et Olsen \(2003\)](#); [Grady et Winfree \(2001\)](#)) des approches isotropes principalement pour les métaux et les céramiques. Il s'agit de modèles analytiques écrits à partir d'un bilan d'énergie. L'hypothèse forte est que la totalité de l'énergie cinétique locale est utilisée pour créer de nouveaux fragments. Il en résulte que les fragments créés sont d'autant plus petits que la vitesse de déformation est élevée, et cette dépendance est linéaire (voir Figure 2.32, traits discontinus rouges) et appelée fragmentation multiple. Des améliorations ont été proposées par ([Glenn et Chudnovsky \(1986\)](#)) pour tenir compte de l'énergie élastique stockée avant rupture, la taille des fragments devient constante lorsque des vitesses de déformation faibles sont conservées (Figure 2.32, traits verts : c'est la théorie du maillon le plus faible qui s'applique, ou fragmentation simple). Cependant, ces approches ne prennent pas en compte la répartition aléatoire des défauts dans la matière et surestiment les tailles de fragment moyens pour les grandes vitesses de déformation. Des modèles numériques utilisant des éléments cohésifs ont été proposés pour étudier également l'influence de ces défauts avec une répartition homogène ([Drugan \(2001\)](#)) ou encore une répartition aléatoire ([Shenoy et Kim \(2003\)](#)). Il est d'ailleurs montré par ([Zhou et Molinari \(2004\)](#); [Zhou et al \(2005a\)](#)) que par la simple utilisation d'une loi de

traction/séparation associée à une répartition aléatoire de défauts de type Weibull, des résultats satisfaisants de dépendances vis à vis de la vitesse de déformation sont obtenus sur toute la gamme de vitesse (Figure 2.32).

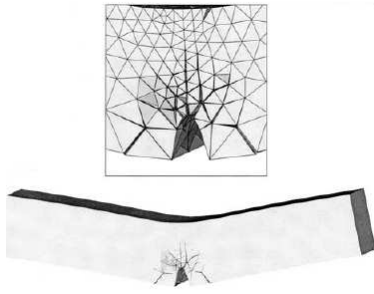


Figure 2.31: Pièce métallique multi-fragmentée d'après Pandolfi et Ortiz (2002).

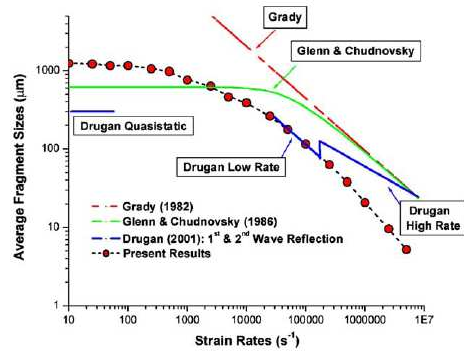


Figure 2.32: Répartition de la taille moyenne de fragments en fonction de $\dot{\epsilon}$, d'après Zhou et al (2005a).

D'autre part, certains modèles se basent sur le concept similaire de création de zones d'obscurcissement autour de sites de fissuration (Denoual et Hild (2002); Hild et al (2003)) pour les bétons hautes performances ou les céramiques. La répartition aléatoire de ces défauts est traduite au sens de Weibull par des contraintes d'amorales aléatoires. La taille et la rigidité de ces zones en sont déduites, correspondant à la zone d'interaction, la dépendance entre deux fissures créées et la non possibilité de fissurer dans l'environnement proche de cette zone. Cette approche permet également de reproduire la transition entre phénomènes de fragmentation simple et multiple selon la gamme de vitesse de déformation.

Remarque : L'intérêt de ces types de modèles pour notre besoin est assez limité puisqu'ils ne peuvent prendre en compte la spécificité propre au mécanisme initiateur pour le cas d'un matériau orthotrope comme le composite stratifié (cf. 2.1.3). Ces modèles conviennent lorsque le mécanisme initiateur est lié à des défauts ou constituants répartis de manière aléatoire et non prédéfinis par l'agencement des constituants de base.

2.3.2 Modèles phénoménologiques continus basés sur le mécanisme de fragmentation dans les composites

Plusieurs années de recherche sur la résistance en compression des composites stratifiés ont permis de comprendre et modéliser le mécanisme de base de la rupture, qui a été massivement observé d'un point de vue expérimental (cf. 2.1.3). Aujourd'hui et selon l'hypothèse 1 formulée dans la section 2.1.4, il est admis que pour les matériaux composites à fibres longues et principalement pour les fibres en carbone, sous une sollicitation de compression pure longitudinale, la rupture est la conséquence de l'apparition d'un microflambage plastique des fibres.

Ainsi, c'est le défaut initial d'ondulation des fibres qui est le déclencheur majeur, plusieurs observations sont disponibles (Paluch (1994); Yurgartis (1987)). Plus précisément, sous l'effet d'un chargement de compression pure, les fibres qui sont initialement ondulées, fléchissent. La matrice s'oppose à ce déplacement puis entre

dans son domaine anélastique, mais lorsque sa rigidité n'est plus assez importante, une bande de pliage apparaît subitement entraînant une rupture catastrophique (Figure 2.33). Le nombre d'articles portant sur ce sujet est très important depuis le premier modèle de microflambage élastique de **Rosen** en 1965. Ce premier modèle traite le phénomène comme une bifurcation du microflambage élastique des fibres. Le modèle donne la contrainte critique en compression assimilée au module de cisaillement équivalent du composite, et utilise un comportement purement élastique linéaire pour la matrice. La faiblesse évidente de ce modèle est la non prise en compte de la plasticité de la matrice, qui est observée expérimentalement, donnant lieu à des valeurs critiques trois fois supérieures à celle obtenues lors d'essais.

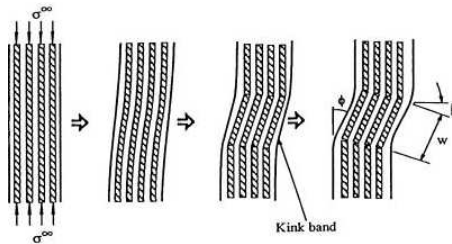


Figure 2.33: Les différentes étapes jusqu'à la création de la bande de pliage.

Par la suite, d'autres approches plus robustes pour modéliser ce phénomène peuvent être décrites. Elles diffèrent par le choix de l'échelle de représentation, le choix d'un critère d'activation et de rupture de fragment ainsi que de la prise en compte ou non des différents paramètres influents. L'idée de base de ces modèles est d'appréhender la rupture du composite en recherchant la contrainte de compression qui génère une bande de cisaillement au sein du matériau et de pouvoir représenter la phase post-pic adoucissante correspondant à la création de ce fragment.

2.3.2.1 Modélisation hétérogène micromécanique

Pour appréhender le mécanisme de flambage plastique, il est possible d'effectuer des calculs par éléments finis non linéaires où la microstructure du composite (fibre/matrice avec interphase parfaite) est discrétisée. De cette manière, les travaux de [Kyriakidès et al \(1995\)](#) ont décrit tout le processus : de l'apparition du microflambage plastique jusqu'à la création d'une bande de pliage (Figure 2.34). Des expériences sur un composite AS4/PEEK permettent de valider l'apparition de la Kink Band comme mécanisme privilégié. Les grandeurs β et w , relatives respectivement à l'angle d'inclinaison et à la largeur de la Kink Band, semblent d'ailleurs être caractéristiques de ce mécanisme (i.e. insensibles aux différents paramètres). Le paramètre d'imperfection géométrique des fibres doit être pris en compte pour corrélérer valeurs théoriques et valeurs expérimentales. La géométrie du modèle numérique (par éléments finis) a été choisie de manière à représenter au mieux la forme initiale de l'imperfection des fibres. Sur la même base de discrétisation des constituants, [Bai et Phoenix \(2005\)](#) ont étudié la formation d'une Kink band suite à la présence d'un endommagement de type décohésion fibre/matrice, déclencheur du mécanisme de microflambage (type (c) selon Figure 2.24).

Le temps de calcul et la lourdeur d'utilisation d'un tel modèle, surtout pour le calcul d'un pli entier, constitue un inconvénient même avec la puissance toujours croissante des moyens de calcul.

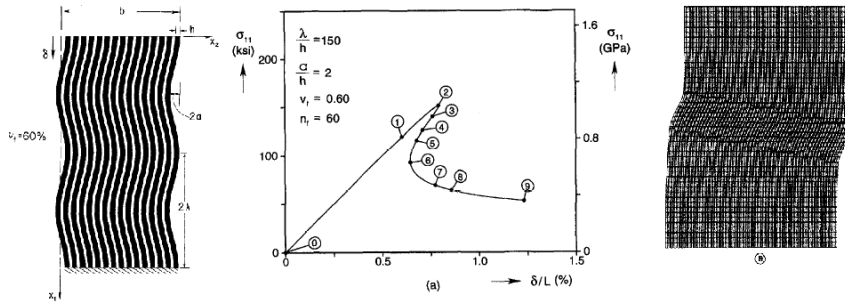


Figure 2.34: Approche numérique hétérogène (modèle discrétisé avec ondulation à gauche) et résultats (courbe contrainte longitudinale fonction de l'écrasement et allure de la déformée globale au point ultime), d'après Kyriakidès et al (1995).

2.3.2.2 Modélisation homogène micromécanique

Historiquement une multitude de modèles a été proposée se basant sur une vision homogène des constituants tout en gardant l'échelle microscopique, successivement par Argon, Greszuck, Budiansky, puis Fleck et al (1995); Slaughter et al (1996). Le modèle microscopique le plus abouti est le modèle « Kink Band » de Fleck et al (1995) prenant en compte la flexion des fibres, la plasticité de la matrice et les imperfections géométriques des fibres (Figure 2.35). Les avantages de cette approche sont multiples :

- obtention d'une évaluation de la contrainte à rupture σ_c dépendant de la non-linéarité physique de la matrice et du défaut initial d'ondulation.
- possibilité d'étude de la phase de post-rupture après l'instabilité.
- la longueur du fragment de la Kink Band est prédite comme étant 15 à 20 fois le diamètre de fibre.
- c'est un modèle micromécanique qui englobe les imperfections des fibres et qui permet d'avoir de bons ordres de grandeur des énergies dissipées pendant la formation de la bande de pliage.

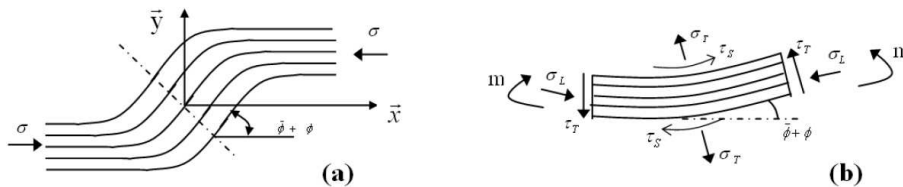


Figure 2.35: Hypothèse de l'approche numérique homogène : (a) VER discrétisé à l'échelle microscopique et (b) VER homogénéisé microscopique.

L'approche permet de disposer d'un bon compromis à la fois pour le calcul et la représentativité du processus de bande de pliage à l'échelle pertinente pour le mécanisme et l'influence des paramètres.

2.3.2.3 Modélisation mixte à deux échelles : macro et micro

Dans les travaux de Drapier et al (2001), une approche de type comportement homogénéisé permet d'utiliser la phénoménologie microscopique de microflambage à l'échelle locale couplée à une analyse à l'échelle globale dans le cas de multi-stratifiés de fortes épaisseurs. Dans ce modèle, la solution du problème de microflambage est recherchée sous la forme d'un champ de déplacement évoluant à l'échelle de

la structure, modulé localement par un champ évoluant à l'échelle microscopique (cf. Figure 2.36). De cette façon, il est possible de prendre en compte les effets de structures : épaisseur, empilement, chargement et conditions limites. Deux types de réponses, stable et instable, sont constatées selon la déformation imposée et l'imperfection. Cette modélisation est moins coûteuse en temps de calcul et permet d'accéder aux effets micro et macroscopiques dans le cas particulier d'un composite épais et à l'échelle du coupon. Mais elle semble pour le moment trop complexe dans l'objectif de compréhension de la fragmentation au niveau énergétique et la construction d'un modèle de matériau. De plus, les cas de plis traités dans notre étude et préférentiellement les plis à 0° restent peu épais, et tendent ainsi à atténuer ces effets structuraux.

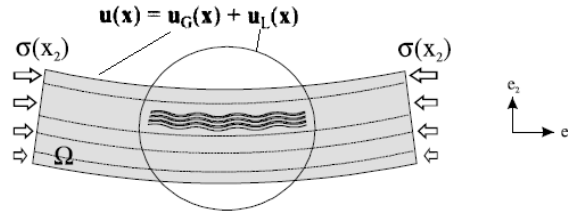


Figure 2.36: Cinématique à deux échelles du champ de déplacement $u(x)$ choisi dans le modèle de [Drapier et al \(2001\)](#).

Il existe également une approche étudiant de façon plus fondamentale le problème de stabilité aux deux échelles micro et macroscopiques. Dans [Tryantafyllidis et Maker \(1985\)](#), la stabilité d'un matériau composite chargé axialement en compression et en hypothèse de déformation plane est étudiée pour comparer les prédictions à ces deux échelles. L'instabilité micro est vue comme une bifurcation du flambage de la fibre et l'instabilité macro est vue comme la perte d'ellipticité dans l'équation d'équilibre homogénéisée du matériau. Les effets des différents paramètres sont analysés par rapport aux deux instabilités. Il en résulte que l'approche microscopique surestime parfois la région de stabilité mais plus généralement l'effet de la microstructure sur l'instabilité globale par la formation d'une bande de cisaillement est retrouvé. L'inconvénient est la non prise en compte de l'imperfection des fibres qui a un effet direct sur les charges critiques de stabilité. De plus, la nature catastrophique ou bénéfique de la branche post-pic n'est pas étudiée. Néanmoins, cette étude fournit un critère d'activation au phénomène d'initiation du microflambage caractéristique du type (b) de rupture.

2.3.2.4 Modélisation macroscopique continue enrichie par un critère d'activation

Dans cette approche proposée par [Pinho et al \(2006\)](#), c'est l'échelle macroscopique qui est utilisée pour modéliser le stratifié multicouches. L'amélioration concerne l'utilisation de critères de rupture distincts pour la traction/compression transverse, et la traction/compression longitudinale suite aux résultats des essais de l'exercice WWFE (voir [Hinton et al \(2004b\)](#)). Ces critères sont issus des travaux de Puck, Hashin et al. (voir aussi [Pinho et al \(2005\)](#); [Davila et al \(2005\)](#)). Pour le cas précis de la rupture en compression longitudinale, le critère proposé est basé sur l'utilisation du formalisme des modèles de bande de pliage (en termes de plan incliné et progression de l'angle d'imperfection) écrit en 3D et couplé au critère proposé de rupture de la matrice en traction/compression transverse. Ce critère est ainsi évalué

localement dans le repère matériel tourné de deux rotations Ψ et θ (correspondant au plan potentiel de bande de pliage en 3D) et d'une autre rotation Φ due à l'angle potentiel définissant le plan de rupture matriciel (voir Figure 2.37). C'est ce critère qui est utilisé comme condition d'activation du processus de formation de Kink Band dans le calcul, puis pour le développement de la Kink band en prenant en compte la déviation courante des fibres. Une variable interne de type endommagement est utilisée au niveau de l'état local pour dégrader les modules mais il s'agit d'un ajustement recalé sur un G_c de formation de bande de pliage dont le caractère intrinsèque peut être remis en cause.

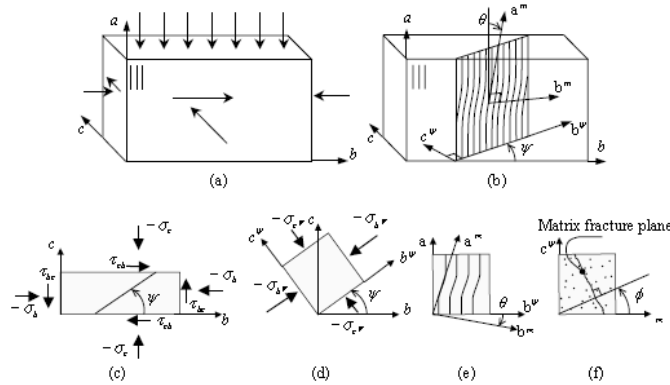


Figure 2.37: Représentation des plans de ruptures et changement de repère associés dans le modèle à critère, d'après Pinho et al (2005).

La difficulté réside dans le fait que l'hypothèse forte d'activation ne semble pas faire l'objet de constatations expérimentales majeures sur les types de matériaux étudiés où le type de rupture (b) est préférentiellement observé. En effet, les observations post-mortem à la création des fragments ne relatent pas de plan de rupture matricielle lors de l'instabilité locale, qui est plutôt dûe au microflambage plastique et à l'avènement ultime de la rupture des fibres elles-mêmes aux extrémités de la bande de pliage. D'ailleurs un critère d'instabilité local est ajouté en plus de ce critère et semble plus prédictif du scénario d'activation réel. Le critère utilisé (Puck, Hashin, ...) est macroscopique qui a été validé expérimentalement lors du WWFE sur des constatations de contraintes à rupture apparentes et en aucun cas sur des zones microscopiques telles qu'un plan matriciel défini par un microflambage 3D. En revanche, ces critères ont montré leur efficacité pour les ruptures de type compression transverse, où les modèles classiques macroscopiques ou mésoscopiques proposent des enveloppes de ruptures non bornées dans le domaine $\sigma_{22} < 0$. De plus, l'évaluation du critère suppose de retrouver par opérations de rotations successives l'état de contraintes 3D au niveau du plan matriciel critique, ce qui implique de tester plusieurs orientations a priori pendant un calcul de la boucle locale de comportement, donc d'accroître considérablement les temps de calcul.

2.3.2.5 Modélisations et méthodes de calculs alternatives

Certains modèles traitent la création du fragment dans le pli comme la formation d'une discontinuité de type fissure. Cette hypothèse forte permet alors d'utiliser par analogie les outils et formalismes de la mécanique linéaire de la rupture pour représenter l'activation du fragment puis son développement jusqu'à sa forme discrète de bande de pliage. Dans Sutcliffe et Fleck (1997), l'apparition du microflambage est

traîtée par analogie avec une fissure de type mode II. Dans le calcul éléments finis, la méthode VCE (Virtual Crack Extension) est utilisée pour obtenir une évaluation du taux de restitution équivalent. Dans [Sivashanker et al \(1996\)](#), la propagation d'une instabilité de type Kink Band est étudiée dans un composite unidirectionnel carbone-epoxy. De même, l'étude menée par [Soutis et Curtis \(2000\)](#) pour caractériser un G_c équivalent à la création de fragment permet d'envisager l'utilisation d'éléments cohésifs pour traiter l'apparition des fragments de façon discontinue dans la matière (cf. Figure 2.38). Ces approches amènent néanmoins à s'interroger sur la pertinence de l'équivalence interfaciale de la bande de pliage. En effet si le modèle peut rester valable par rapport à une échelle macroscopique, l'importance des défauts naturels et les variations possibles de longueur de fragments formés sont deux points sur lesquels des interrogations subsistent. De plus, l'implémentation numérique suggère d'établir une structure de données permettant d'injecter des éléments cohésifs potentiellement partout où un critère (à définir selon le défaut) serait activé.

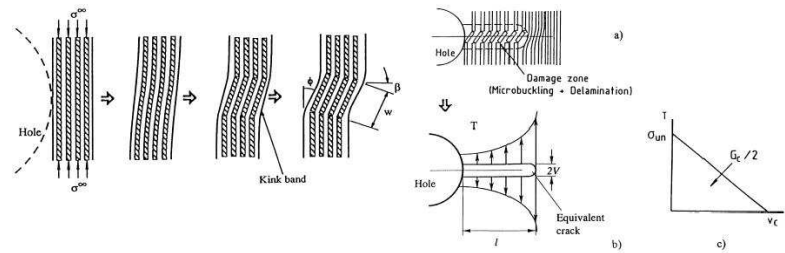


Figure 2.38: Schéma d'initiation de bande de pliage en bord de trou. Modélisation dédiée par élément cohésif, d'après [Soutis et Curtis \(2000\)](#).

2.3.3 Prédiction numérique de l'influence des différents paramètres

2.3.3.1 Influence des paramètres des matériaux

Un paramètre influent sur le mécanisme d'instabilité est le comportement plastique de la matrice. Les diverses simulations de [Drapier et al \(2001\)](#) ont montré que la déformation à rupture augmente lorsque la matrice s'écroute de façon moins prononcée (i.e. le coefficient d'écroutissage n diminue) et ceci quel que soit le défaut angulaire choisi. Cette augmentation est due au retardement de la chute de rigidité pour les faibles évolutions de l'écroutissage. Lorsque la limite élastique augmente, la contrainte nécessaire pour faire évoluer la plasticité augmente également et il en résulte une meilleure tenue du pli. De même, dans [Drapier et al \(2001\)](#), des calculs avec différents modules d'Young de fibre (de 230 à 350 GPa) montrent que les contraintes à rupture sont faiblement dépendantes du module d'Young des fibres (dispersion maximale de 4% même en considérant des imperfections de fibre différentes). En revanche comme la rigidité du pli est fortement affectée par le module de la fibre, la déformation à rupture diminue fortement lorsque le module augmente.

L'influence des paramètres géométriques (imperfections des fibres) a essentiellement été modélisée dans les travaux de [Fleck et al \(1995\)](#), de [Kyriakidès et al \(1995\)](#) et [Drapier et al \(2001\)](#). Deux paramètres d'imperfections de rectitude des fibres y sont étudiés : la longueur d'onde et l'amplitude de l'imperfection. [Kyriakidès et al \(1995\)](#) prennent également en compte la distribution spatiale de ces imperfections dans les directions longitudinales et transverses. Les valeurs de ces paramètres

sont prépondérantes pour corrélérer aux valeurs expérimentales de déformation ou de contrainte à rupture. Les graphes suivants donnent les résultats essentiels de ces travaux : déformation à rupture en fonction des longueurs d'ondes et des amplitudes (Figure 2.39) où globalement deux régimes peuvent être distingués. Lorsque l'imperfection est petite, il y a rupture par point limite. La plasticité de la matrice se développe très tardivement dans tout le domaine de façon quasi-homogène sous l'action du chargement en compression. Le microflambage apparaît très brutalement et induit une instabilité soudaine menant à la formation de la bande de pliage et de la rupture. Lorsque l'imperfection est grande, elle induit dès le début du chargement une très forte sollicitation en cisaillement dans la matrice. Ce cisaillement est localisé aux points d'imperfections maximales, la plasticité s'y développe en ces points seulement. Une accommodation géométrique apparaît alors et conduit à la rupture du pli par charge limite.

Dans les travaux de [Kyriakidès et Ruff \(1997\)](#), un modèle micromécanique numérique montre que la distribution spatiale dans le plan des plis est plus importante que la distribution dans le plan transverse. L'imperfection réelle des fibres ainsi identifiée par [Paluch \(1994\)](#) est réellement 3D mais la stratification et le process entraînent une prépondérance de ces imperfections dans le plan des plis, donnée majeure dans la prédiction des contraintes de rupture. De multiples observations au microscope permettent de dégager les formes possibles de Kink Band : notamment l'inclinaison est toujours comprise entre 11.5° et 17.5° , insensible à la taille de l'échantillon. En revanche, la largeur des bandes de pliages peut varier selon la taille entre 15 et 40 fois le diamètre des fibres.

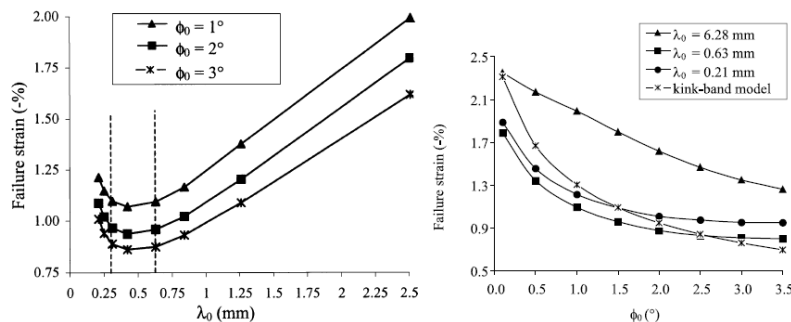


Figure 2.39: Variation des déformations à rupture en compression selon la longueur d'onde (à gauche) et l'amplitude des imperfections injectées dans le modèle numérique, d'après [Kyriakidès et al \(1995\)](#).

Enfin, l'influence de la qualité de l'interphase fibre/matrice a été modélisée dans les travaux de [Narayanan et Schadler \(1999\)](#) parallèlement à une comparaison avec une série d'essais. Il en résulte que la modélisation de trois interphases différentes (élastique pure, élasto-plastique et élastique à rupture fragile) permet d'appuyer les résultats expérimentaux sur l'hypothèse de zones initialement endommagées initiant le microflambage, comme par exemple une décohésion menant à du splitting et favorisant ainsi le type (c) de rupture.

2.3.3.2 Influence des paramètres structuraux

L'effet de l'épaisseur et de l'empilement du stratifié ont été prédits numériquement dans les travaux de [Drapier et al \(2001\)](#). Le modèle permet de rendre compte

de la valeur plus élevée de contrainte à rupture observée en essai de flexion. Plus précisément, pour un composite unidirectionnel chargé en flexion pure, plus le pli est mince plus la contrainte à rupture est élevée. Au dessus de 3mm d'épaisseur, cet effet de structure devient négligeable (validé par l'expérience). En essai de compression pure, aucun effet structural n'a pu être observé. L'effet de l'empilement est aussi étudié et il résulte que le paramètre clé est le nombre de plis consécutifs à 0° ainsi que le gradient de chargement dans l'épaisseur. L'effet des empilements environnants les plis à 0° qui fragmentent préférentiellement a été modélisé par [Berbinau et al \(1999\)](#). Une étude macroscopique analytique (basée sur la théorie classique des stratifiés) permet de rendre compte de l'évolution de la contrainte à rupture équivalente en fonction du nombre de plis adjacents orientés et à 0° (Figure 2.41). Dans les expériences de ([Lee et Soutis \(2005\)](#); [Berbinau et al \(1999\)](#)), ces effets sont dûs à l'augmentation des micro-vides et des amplitudes d'imperfections générées lors de la fabrication des composites épais (Figure 2.40).

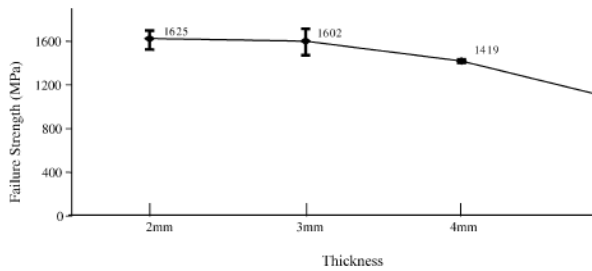


Figure 2.40: Contrainte de compression à rupture selon l'épaisseur du stratifié UD 0° T800/924C, d'après [Lee et Soutis \(2005\)](#).

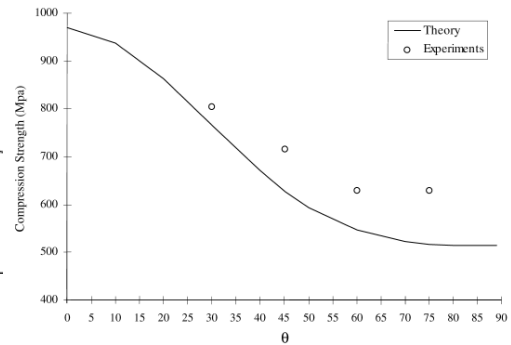


Figure 2.41: Contrainte de compression à rupture (modèle/essai) selon l'orientation des plis adjacents aux 0° , d'après [Berbinau et al \(1999\)](#).

L'effet d'une combinaison entre compression et cisaillement a été étudié numériquement dans les travaux de [Vogler et Kyriakidès \(2001\)](#); [Vogler et al \(2001\)](#) de façon à interpréter les résultats d'expériences de chargements combinés compression / cisaillement. Des modèles micromécaniques d'analyse 2D puis 3D sont construits. Il en résulte les points suivants : en présence de cisaillement macroscopique important au niveau macroscopique, les fibres à l'intérieur de la Kink Band s'inclinent et fléchissent sans rompre (voir Figure 2.42). Les deux modèles 2D et 3D proposés captent très bien les valeurs de contraintes à l'instabilité et notamment la décroissance quasi-linéaire de cette valeur d'instabilité avec le niveau de cisaillement introduit, indépendamment du chemin de chargement combiné suivi. La transition entre un type (b) pur et un type (c) est donc naturel et justifié pour les matrices très résistantes dans leur domaine plastique et dans le cas de cisaillement macroscopique non négligeable.

2.3.4 Bilan des modèles de rupture en compression par fragmentation

Concernant les modèles de comportement et de rupture pour la compression pure ou par fragmentation des composites stratifiés, une littérature vaste existe. Le phénomène initiateur prépondérant de microflambage plastique des fibres (associé au

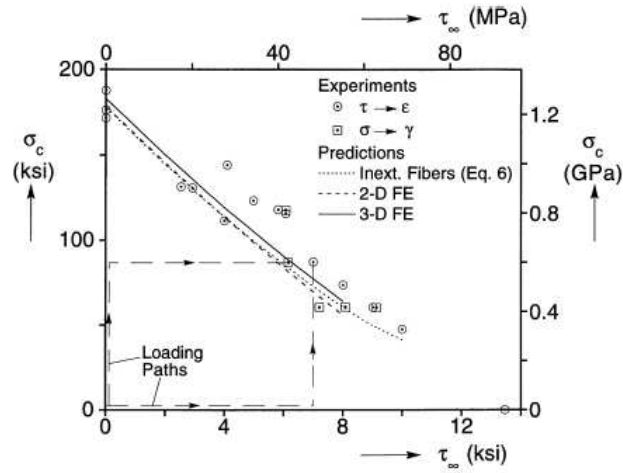


Figure 2.42: Résultats numériques (courbes) et expérimentaux (ronds et carrés) sur la contrainte d'instabilité en présence d'un chargement combiné compression/cisaillement (σ/τ_∞), d'après *Vogler et al (2001)*.

type (b) constaté massivement dans les expériences) a été majoritairement étudié. Les différents modèles permettent de rendre compte des effets de chaque constituant, de leurs défauts géométriques ou matériels, et de leur influence sur le mode de transition de la rupture finale. En effet, pour certains matériaux, l'orientation vers des modes de rupture de type (a) ou (c) est expliquée au niveau microscopique par l'atteinte des modes de rupture de chaque constituant (fibre ou matrice) avant le critère d'instabilité de type Kink Band ou alors par le couplage avec les endommagements diffus.

Les modèles basés sur la phénoménologie de microflambage plastique avec imperfections géométriques et plasticité matricielle (*Fleck et al (1995)*) sont ainsi absolument nécessaires pour permettre une bonne prédiction de la rupture. Pour le mode de type (b) par bande de pliage, différents critères d'activation ou création de fragment ont été proposés : avec globalement, soit des critères de déformation maximale locale de la fibre ou alors de rupture d'un plan matriciel à partir d'un critère quadratique de Puck local. A la lumière des observations expérimentales des modes de rupture et de l'analyse de ces différents critères, il apparaît que les plans de rupture matriciels n'ont quasiment jamais été observés clairement, sauf peut-être pour les composites présentant de grandes imperfections ou de faibles interphases fibre/matrice. Par conséquent, l'utilisation d'un tel critère pour activer la bande de pliage paraît inadaptée pour notre cadre d'application et les composites testés.

Il apparaît donc que tant d'un point de vue expérimental que d'un point de la modélisation, le schéma de rupture de type (b) est principalement retenu. C'est donc sur ce schéma de modélisation que nous nous appuyerons dans la suite. Pour l'étude de la phénoménologie de la formation de bande de pliage, il s'agit donc d'investiguer sur ces mêmes bases les aspects de dissipation d'énergie et d'étudier l'influence des paramètres clés microscopiques à retenir pour une représentation mésoscopique potentielle.

2.4 Caractérisation et modélisation du délaminage en statique et en dynamique

Cette section est dédiée à la caractérisation des phénomènes de délaminages propres aux matériaux composites stratifiés en termes de manifestations des phénomènes, de méthodes d'identification et également aux modèles de comportement permettant de rendre compte des phénomènes d'initiation/propagation de ces délaminages dans une simulation numérique prédictive.

2.4.1 Les phénomènes expérimentaux de délaminage en quasi-statique

2.4.1.1 Définition et différence initiation/propagation

Le délaminage dans un composite stratifié est le phénomène physique se caractérisant par la séparation de deux plis adjacents. Ce mode de dégradation propre à l'interface interplis est favorisé par de fortes contraintes hors-plans en zones de bord lors d'accidents de géométrie (tels qu'un trou ou une arrête vive) ou de chargements sur la tranche, ou encore en zones internes où l'établissement de la microfissuration des plis mène au délaminage local. Dans la suite, deux types de délaminages sont distingués : les délaminages locaux qui sont initiés après développement de la microfissuration transverse et les délaminages macroscopiques (cf. Figure 2.44). Il s'agit de la manifestation du même phénomène mais dans le premier cas, le mécanisme n'est que la conséquence du phénomène de microfissuration (cf. Figure 2.43). Ainsi pour caractériser seulement le délaminage, on se rapproche de situations de délaminages macroscopiques purs, que ce soit en initiation ou en propagation.

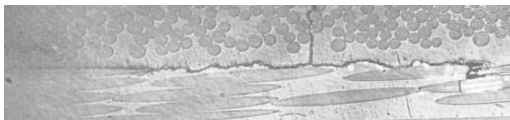


Figure 2.43: Apparition d'un délaminage local dû à la microfissuration débouchante.

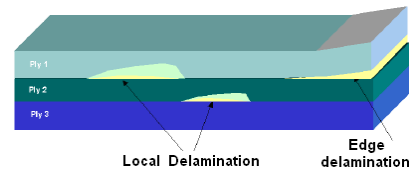


Figure 2.44: Schéma d'un stratifié avec délaminage macroscopique en bord et délaminage local.

Classiquement, deux étapes sont observées et distinguées dans l'établissement de cette séparation : *l'initiation* en tant que passage d'une zone continue saine à une zone fissurée puis la *propagation* de ce délaminage existant.

2.4.1.2 Description des essais courants de propagation

Pour la caractérisation à la propagation du délaminage d'un composite, les essais classiques de la mécanique de la rupture sont utilisés. Ils permettent de développer des modes purs ou des modes mixtes avec un rapport de mixité connu : d'ouverture (mode I), de mode de cisaillement plan (mode II) ou antiplan (mode III) et également mixtes (combinant mode II et III), voir Figure 2.45. Pour le mode I, l'essai classique est l'éprouvette DCB. Pour le mode II, l'éprouvette ENF est classiquement utilisée et pour les modes mixtes les éprouvettes MMB, MMF ou CLS. Un

panorama de ces essais est proposé par [Lévêque \(1998.\)](#). En utilisant des maintiens latéraux sur l'éprouvette CLS classique, la configuration CLS modifiée est obtenue (voir Figure 2.46), elle permet de réaliser un essai de mode II pur avec un simple essai de traction.

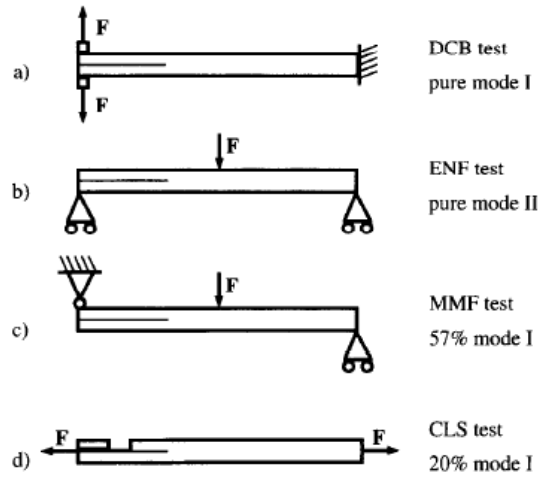


Figure 2.45: Les différents essais classiques de propagation des délaminages.

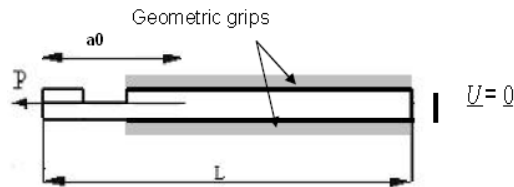


Figure 2.46: Schéma de l'éprouvette CLS modifiée permettant de supprimer la composante de mode I.

Pour la propagation du délaminage, il est vérifié expérimentalement que des critères énergétiques du type taux de restitution d'énergie critique sont tout à fait satisfaisants comme grandeur caractéristique de ce phénomène. Le travail consiste donc à caractériser le matériau pour obtenir G_{Ic} , G_{IIc} , G_{IIIc} et éventuellement un paramètre de couplage pour le cas des modes mixtes noté α (2.17) :

$$\left(\frac{G_I}{G_{Ic}}\right)^\alpha + \left(\frac{G_{II}}{G_{IIc}}\right)^\alpha + \left(\frac{G_{III}}{G_{IIIc}}\right)^\alpha = 1 \quad (2.17)$$

Pour la problématique de l'initiation, la situation est beaucoup plus complexe du fait même de pouvoir disposer d'essais d'initiation pure de délaminage. Cette situation n'apparaît majoritairement qu'en situation dit de délaminage local, c'est à dire à la suite du développement plus ou moins prononcé de la microfissuration dans les plis et dans des situations à forts effets de bords libres. Les éprouvettes de traction du type $[0_m/\pm 45_n/90_p]$ ont été répertoriées par [Lévêque \(1998.\)](#). Il est montré que dans la configuration $[0_3/\pm 45_2/90_s]$, le développement de la microfissuration est minoritaire par rapport à l'initiation stable et reproductible de fissures entre les plis moyens $90/90^\circ$ sur les bords de l'éprouvette. De plus, la création d'une première fissure de délaminage nécessite à la fois la satisfaction d'un critère en contrainte et d'un critère en énergie. Selon l'épaisseur du pli considéré, l'un des deux critères est plus restrictif que l'autre, l'épaisseur du pli correspondant s'appelle alors l'épaisseur de transition dans la littérature (notamment l'expérience menée par [Parvizi et al \(1978\)](#) et les travaux de [Leguillon \(2002\)](#) pour des matériaux isotropes).

La suite se concentre uniquement sur la caractérisation des paramètres de taux de restitution d'énergie critique et donc des essais de propagation pure.

2.4.1.3 Effet de l'interface étudiée

Deux types d'interfaces sont distinguées par la suite : les interfaces $0/0^\circ$ et les interfaces $\pm\theta^\circ$. En effet, les caractérisations expérimentales selon ces types d'interfaces (voir [Lévêque \(1998.\)](#); [Allix et al \(1998\)](#)) ont montré que les taux de restitution d'énergie critiques sont plus élevés pour l'interface $\pm\theta^\circ$ que pour l'interface $0/0^\circ$ mais que la variation de ce taux de restitution critique selon l'angle θ pour les interfaces croisées est négligeable, rendant cette valeur indépendante énergétiquement de l'environnement des plis. En conséquence et dans l'optique de la simulation numérique, ces deux mesures sont considérées caractéristiques de chaque type d'interface. Cela s'explique par le fait que l'interface $0/0^\circ$ n'est pas une véritable interface physique puisque cet ensemble peut être vu comme un pli à 0° d'épaisseur double.

Un point délicat de l'identification des taux de restitution d'énergie critique est que, suivant les séquences d'empilements, le délaminage est accompagné d'autres mécanismes de dissipation propres aux plis environnants. Il s'agit alors si on veut accéder à une caractérisation propre de l'interface considérée de retrancher l'énergie dissipée dans les plis de l'énergie dissipée totale apparente pour estimer l'énergie dissipée dans l'interface seule. Cette méthode est utilisée par ([Allix et al \(1998\)](#)) pour caractériser les G_c de propagation d'interfaces croisées. Les valeurs corrigées (Figure 2.47, à droite) donnent alors une valeur propre à l'interface croisée constante quel que soit l'angle θ .

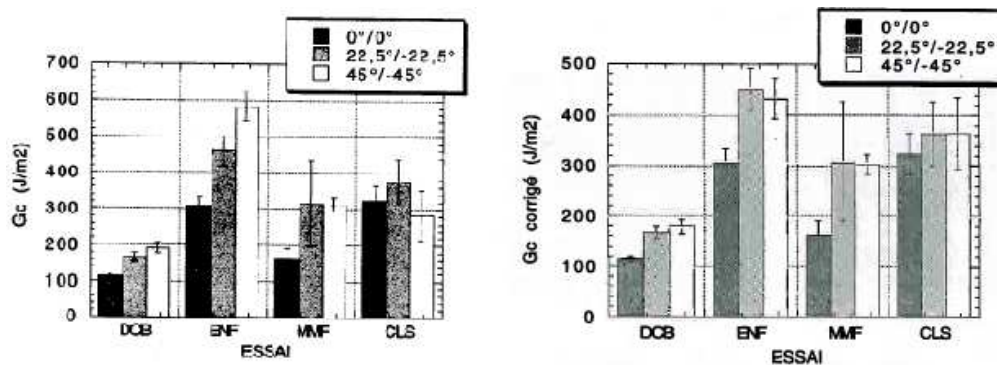


Figure 2.47: Identification brute et corrigée (en retranchant l'énergie dissipée dans les plis) des G_c selon les modes et les types d'interfaces, d'après [Allix et al \(1998\)](#).

2.4.1.4 Effet de courbe R et de pontage des fibres

Classiquement pour les essais de délaminage, l'évolution du taux de restitution d'énergie à la propagation est enregistrée (correspondant à la valeur intrinsèque) en fonction de l'avancée de fissure. Une tendance à la croissance est quelquefois constatée due au fait que l'interface considérée peut présenter des pontages de fibres dans le cas des interfaces avec plis croisés essentiellement (voir Figure 2.48).

Il est montré que cet effet de consolidation avec l'avancée de fissure peut être dû soit à un pontage soit à une évolution de la process zone en pointe de fissure mais également à la nature du chargement. En effet, ces pontages sont observés principalement en mode I d'ouverture, pour les autres modes ces liaisons et zones riches en résine sont négligeables.

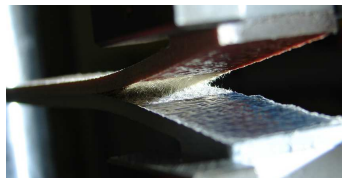


Figure 2.48: Visualisation des ponts de fibres en amont de la fissure pendant une propagation quasi-statique en mode I DCB sur une interface mixte Carbone/Kevlar (source EADS).

A partir de ce constat, certains auteurs choisissent soit de les supprimer au cours de l'essai lui-même de façon chimique ou mécanique (Huang et Hull (1989)), soit de les prendre en compte lors du calcul (Daridon et al (1994); Allix et al (1995)).

2.4.1.5 Intérêt de la pré-fissuration

Pour tout essai de propagation en mode pur ou mixte, la fissure est pré-existante et est matérialisée par un film de téflon inséré dans la pièce composite à une longueur donnée. Lors de la fabrication, une zone riche en résine ou quelques pontages peuvent être présents en pointe de ce téflon et gêner le début de propagation. Une analyse détaillée des différents types de films de téflon et de leur influence est disponible Davies et al (1990). Pour pallier ce problème, il est absolument nécessaire d'éliminer cette zone en faisant pré-fissurer sur une longueur connue. L'idéal est de pré-fissurer l'interface de la même façon que l'essai qui va suivre.

2.4.1.6 Effet de la méthode de dépouillement

Lors d'un essai de propagation classique de la mécanique de la rupture, il y a globalement deux voies de dépouillement possibles selon l'instrumentation fournie : méthode globale et méthode locale. En général, les informations de type capteurs force, déplacement et avancée de fissure sont les données nécessaires à une méthode de dépouillement globale. Les méthodes locales nécessitent de disposer d'informations plus proches de la zone de fissuration comme des images en pointe de fissure ou des ouvertures de fissure et supposent une instrumentation plus poussée. Par conséquent, ce sont les méthodes globales qui sont préférentiellement utilisées. Il y a notamment le dépouillement par la méthode des aires, par la méthode découlant de la théorie des poutres plus ou moins corrigée avec la méthode de la compliance. Lorsqu'elles sont disponibles, les méthodes locales sont a priori plus précises car elles s'affranchissent des effets de structure en garantissant des valeurs qui sont propres à l'interface étudiée.

2.4.1.7 Effet de la géométrie d'éprouvette

Dans l'optique d'obtenir des valeurs intrinsèques pour les paramètres de propagation du délaminage, les géométries d'éprouvettes doivent être telles que seuls les modes de délaminages macroscopiques soient développés. Lorsque ce n'est plus possible, et notamment dans le cas d'interfaces croisées, il faut avoir recours à une simulation des endommagements des plis adjacents pour les soustraire aux valeurs apparentes données par les formules classiques de la mécanique linéaire de la rupture. De même, des analyses de sensibilité aux dimensions (épaisseur et largeur des bras) ont été réalisées et montrent que pour les éprouvettes de mode I DCB ou mode II classique, aucune variation n'est observée sur les valeurs de propagation obtenues

Davies et al (1990). Ce point est à la base de l'identification par une approche globale. Cette approche globale fait ainsi l'hypothèse que le taux de restitution obtenu par la formule globale (dépendant des paramètres élastiques des plis, du chargement et de la géométrie d'éprouvette) est une mesure intrinsèque de ce même taux évalué en pointe de fissure.

2.4.1.8 Effet des faibles vitesses de chargement

Il s'agit ici des effets de vitesses constatés dans des gammes de 1 à 2 mm/min jusqu'à quelques centaines de mm/min. Il s'agit des limites de capacité des machines de traction classiques à vérin hydraulique. Dans Gillespie et al (1987), aucune variation sur le G_{Ic} n'est observée pour des vitesses de chargement allant de 2,5 mm/min à 250 mm/min pour un composite thermodurcissable. En mode II ENF, d'autres auteurs trouvent également la même indépendance à cette vitesse. En revanche, pour les composites de type thermoplastique (APC-2, fibres carbone/résine PEEK), il est noté une transition d'un mode de fissuration de type ductile à faible vitesse à un mode de fissuration fragile aux vitesses élevées se traduisant par une diminution de G_{IIc} . Ces observations constituent le début de caractérisation vis à vis des effets vitesses pour le phénomène de délaminage mais demandent une investigation plus poussée et en particulier aux hautes vitesses de sollicitation.

2.4.2 Les différentes modélisations et approches numériques de la fissuration par délaminage en statique

2.4.2.1 Modélisation asymptotique par la mécanique de la rupture

Le problème de référence en quasi-statique a été étudié selon une analyse asymptotique locale des champs de contraintes et déplacements. Cette analyse a permis de caractériser la singularité de ces champs en pointe de fissure. Ainsi, la théorie proposée par Irwin (1957) repose sur l'introduction de facteurs d'intensité de cette singularité, ces facteurs étant considérés comme les paramètres caractéristiques du matériau vis à vis de la fissuration. Pour cela, l'hypothèse initiale est de décomposer un champ de déplacement (2.18) selon un repère local lié à la fissure Figure 2.49) :

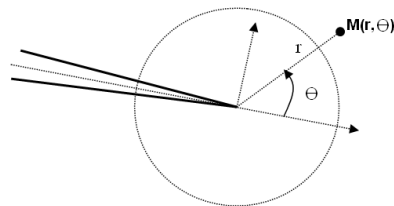


Figure 2.49: Repère local polaire (r, θ) lié à la fissure.

$$\vec{U}(r, \theta) = \vec{U}(r = 0) + k_I r^{\lambda_I} \vec{u}_I(\theta) + k_{II} r^{\lambda_{II}} \vec{u}_{II}(\theta) + \dots \quad (2.18)$$

Dans ce développement asymptotique, les facteurs k_i sont les facteurs d'intensités des contraintes et les \vec{u} sont les modes associés aux exposants λ avec $0 < \lambda_I < \lambda_{II}$, les valeurs de $\lambda < 1$ désignent alors un champ singulier. Les coefficients λ et les modes u associés ne dépendent que des propriétés locales de la structure. Les facteurs d'intensité quant à eux dépendent des caractéristiques globales de la structure et du chargement. Sous ces hypothèses et pour un mode pur, il y a propagation de la

fissure lorsqu'un critère basé sur les facteurs d'intensité des contraintes dépasse une valeur critique. Pour un mode d'ouverture par exemple, Irwin (1957) propose une valeur de K_{Ic} , appelée ténacité en mode I, au-delà de laquelle la fissure se propage. Pour les modes mixtes, d'autres critères basés sur la contrainte circonférentielle maximale par exemple ou encore un critère en énergie de déformation minimale peuvent être utilisés. Le cas de fissures d'interfaces est particulier (voir (2.19)) puisque la fissure se trouve à la frontière de deux matériaux pouvant être de nature différente (voir Leguillon (1999.)). Le cas orthotrope est alors défini par le fait que la partition plane et antiplane n'est plus possible directement. Pour l'étude du délaminage sur composites, le développement des champs asymptotiques pour un matériau orthotrope en quasi-statique a été proposé par Sih et al (1965) :

$$\vec{U}(r, \theta) = \vec{U}(r=0) + \sum_{i=1}^3 \Re\{k_i r^{\lambda_i} \vec{u}_i(\theta)\} \quad (2.19)$$

$$\text{avec} \quad \lambda_i = \frac{1}{2} + i\alpha \quad (2.20)$$

2.4.2.2 Modélisation énergétique par la mécanique de la rupture

D'autre part, la mécanique de la rupture (Bui (1978)) a mis en place certains des critères permettant de prédire la propagation d'une fissure pré-existante. Le premier critère de propagation a été proposé par Griffith (1924) et repose sur une approche énergétique de la propagation de la fissure. L'hypothèse majeure est l'existence d'une énergie surfacique libérée en fonction de l'aire de fissuration créée. L'accroissement d'énergie potentielle dP pour un accroissement d'aire fissurée de dA fait alors intervenir la quantité G , appelée taux de restitution d'énergie. Le bilan d'énergie peut alors s'écrire (2.21) :

$$\begin{aligned} dP + GdA &= 0 \\ G &= -\frac{dP}{dA} \end{aligned} \quad (2.21)$$

La valeur de ce paramètre G est supposée être la valeur caractéristique pilotant le phénomène de propagation de l'interface. Il existe ainsi une valeur critique, appelée taux de restitution d'énergie critique ou G_c , pour laquelle la fissure se propage. Il en découle le critère simple de propagation suivant (2.22) :

$$\begin{aligned} \text{si} \quad G < G_c & \quad \text{pas de propagation} \\ \text{dès que} \quad G \geq G_c & \quad \text{propagation} \end{aligned} \quad (2.22)$$

2.4.2.3 Modélisation interfaciale par la mécanique de l'endommagement

La mécanique de l'endommagement a été initialement proposée par Kachanov et étudiée par Lemaitre et Chaboche (1988). Elle permet de décrire l'influence de défauts ou de fissures sans les décrire géométriquement. Ceux-ci sont ainsi représentés par un ensemble de variables internes, ou variables d'endommagement agissant sur le comportement du matériau comme un abattement sur les rigidités. La mécanique de l'endommagement est construite sur le contexte thermodynamique classique et permet de décrire l'état dégradé du matériau précédent l'établissement d'une fissure.

En ce sens, ce formalisme permet de rendre compte des phénomènes d'initiation et de propagation en respectant le même formalisme thermodynamique, ce que ne permet pas la mécanique de la rupture. En effet, pour la prise en compte de l'initiation, les critères énergétiques de la mécanique de la rupture, ou théorie de Griffith, sont mis en défaut car le taux de restitution d'énergie tend vers zéro. De même pour les critères écrits en contraintes qui sont alors systématiquement satisfaits puisque les champs de contraintes tendent vers l'infini lors de la phase de propagation.

Plusieurs modèles basés sur des lois cohésives ou d'interface existent dans la littérature et sont utilisés pour modéliser le délaminage. Il y a les modèles construits avec des lois d'endommagement à variables internes (cf. Allix et Ladevèze (1992); Corigliano et Allix (2000); Corigliano et Ricci (2001); Schellekens et De borst (1993)) et les modèles purement cohésifs à loi traction/séparation explicitée numériquement (cf. Turon et al (2005); Qiu et al (2001); Lambros et Rosakis (1997); Zhou et al (2005b)). Dans cette section, seules les lois d'endommagement sont traitées, les lois traction/séparation seront traitées dans la section suivante 2.4.2.4.

Cette modélisation de l'interface interlaminaire est basée sur l'hypothèse fondatrice du mésomodèle de matériau composite stratifié présenté dans la section 2.2.4. Pour la modélisation de l'interface, sur la même base de l'inégalité (2.6) une énergie de déformation propre à cette entité est posée. L'interface interlaminaire est une entité surfacique qui assure la continuité des déplacements entre deux plis adjacents. Le repère d'orthotropie de cette nouvelle entité est défini comme la bissectrice des directions de fibre de chacun des plis adjacents. Dans le modèle, l'interface ne possède donc aucune épaisseur physique et devient le domaine surfacique Γ (Figure 2.50). La cinématique est construite selon une analyse asymptotique en considérant que l'épaisseur e est négligeable par rapport aux longueurs L dans le plan du pli. Le champ de déformation équivalent peut alors être défini par les termes $\frac{[U]}{e}$.

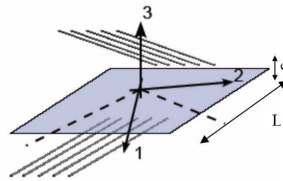


Figure 2.50: L'entité interface Γ et son repère d'orthotropie.

Le vecteur saut de déplacement à l'interface est défini par $[U] = \underline{U}^+ - \underline{U}^- = [U_1]\vec{N}_1 + [U_2]\vec{N}_2 + [U_3]\vec{N}_3$. L'état du système est défini par les variables internes (d_1, d_2, d_3) associés aux trois modes de dégradation de l'interface par délaminage : d_3 correspond au mode I d'ouverture et d_1 et d_2 aux modes II et III de cisaillements plan et hors-plan. L'interface possède alors la loi de comportement suivante (2.23) et l'énergie de déformation associée selon (2.24) avec les paramètres de raideurs initiales pour chaque mode k_1^0, k_2^0, k_3^0 :

$$\sigma \vec{N}_3 = \mathbf{D}[U] \Leftrightarrow \begin{pmatrix} \sigma_{31} \\ \sigma_{32} \\ \sigma_{33} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} k_1^0(1-d_1) & 0 & 0 \\ 0 & k_2^0(1-d_2) & 0 \\ 0 & 0 & k_3^0(1-d_3) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} [U_1] \\ [U_2] \\ [U_3] \end{pmatrix} \quad (2.23)$$

$$E_d = \frac{1}{2} \int_{\Omega} Tr[\mathbf{D}\vec{\epsilon}_0\vec{\epsilon}_0]d\Omega \simeq \frac{1}{2}e \int_{\Gamma} \frac{t[U]}{e} \mathbf{H} \frac{[U]}{e} d\Gamma \quad (2.24)$$

Remarque : Les trois modes possibles de délaminage comme définis par la mécanique linéaire de la rupture sont conservés. La séparation des quantités de traction/compression est faite uniquement pour le mode I, ce qui indique que l'endommagement d_3 se développe uniquement pendant une ouverture.

Cette équation (2.24) peut être écrite en termes de contraintes, par analogie avec l'équation correspondante du pli (2.8), pour faire apparaître l'énergie surfacique (2.25) :

$$e_d = \frac{1}{2} \left[\frac{\langle -\sigma_{33} \rangle_+^2}{k_3^0} + \frac{\langle \sigma_{33} \rangle_+^2}{k_3^0(1-d_3)} + \frac{\sigma_{32}^2}{k_2^0(1-d_2)} + \frac{\sigma_{31}^2}{k_1^0(1-d_1)} \right] \quad (2.25)$$

Les forces thermodynamiques d'endommagement interlaminaires définies par l'inégalité de dissipation propre à l'interface (2.26)

$$\begin{aligned} \phi_{inter} &= Y_{d_3} \frac{dd_3}{dt} + Y_{d_2} \frac{dd_2}{dt} + Y_{d_1} \frac{dd_1}{dt} \geq 0 \\ &= Y_{d_3} \dot{d}_3 + Y_{d_2} \dot{d}_2 + Y_{d_1} \dot{d}_1 \geq 0 \end{aligned} \quad (2.26)$$

et associées aux variables d'endommagement sont telles que (2.27) :

$$\begin{aligned} Y_{d_3} &= \frac{1}{2} \frac{\langle \sigma_{33} \rangle_+^2}{k_3^0(1-d_3)} \\ Y_{d_2} &= \frac{1}{2} \frac{\sigma_{32}^2}{k_2^0(1-d_2)^2} \\ Y_{d_1} &= \frac{1}{2} \frac{\sigma_{31}^2}{k_1^0(1-d_1)^2} \end{aligned} \quad (2.27)$$

Enfin, la loi d'évolution de ces endommagements est choisie de type isotrope, on suppose que les délaminages évoluent de la même façon en mode normal et tangentiel (2.29) mais sont fortement couplés entre eux. Cela conduit à une écriture simplifiée de la loi d'évolution tout en gardant des valeurs critiques différentes pour chacun des modes :

$$\begin{aligned} Y_{eq} &= \sup_{\tau \leq t} [(Y_{d_3})^\alpha + (Y_{d_2})^\alpha + (Y_{d_1})^\alpha]^{\frac{1}{\alpha}} \\ \dot{d}_3 &= \dot{d}_2 = \dot{d}_1 = w(Y_{eq}) \end{aligned} \quad (2.28)$$

$$w(Y_{eq}) = \left\{ \frac{n}{n+1} \times \frac{\langle Y_{eq} - Y_0 \rangle_+}{Y_c - Y_0} \right\}^n \quad (2.29)$$

En effet, l'intérêt de ce modèle est qu'il permet d'obtenir avec un seul paramètre de propagation Y_c , des taux de restitution en mode I, mode II et III différents et respectant la loi de mixité proposée dans (2.30).

$$\left(\frac{G_I}{G_{Ic}} \right)^\alpha + \left(\frac{G_{II}}{G_{IIc}} \right)^\alpha + \left(\frac{G_{III}}{G_{IIIc}} \right)^\alpha = 1 \quad (2.30)$$

Le paramètre seuil Y_0 est un paramètre sensible uniquement en situation d'initiation de délaminage. Pour les cas traités exclusivement en propagation dans cette étude nous considérons la valeur $Y_0 = 0$.

La stratégie d'identification classique de ce modèle d'interface se base sur un découplage des paramètres liés à l'initiation d'une part et les paramètres liés à la propagation d'autre part.

2.4.2.4 Modélisation par interfaces cohésives avec loi de séparation

Dans ces approches, une cinématique faisant apparaître une entité d'interface est choisie, elle assure le transfert des efforts et des déplacements entre les plis. La différence majeure réside dans le fait d'utiliser une loi dite extrinsèque ou une loi dite intrinsèque (voir Figure 2.51), c'est à dire sur le choix d'une raideur initiale finie et donnée comme un paramètre, ou d'une raideur initiale infinie. De plus, dans le cas de raideurs définies comme paramètres, elles sont le plus souvent considérées comme des valeurs uniquement numériques, ce qui permet de réduire les tailles de maille, ce qui entraîne des différences sur le comportement en initiation, mais également dans le fait de ne pas systématiquement définir de variable d'endommagement pilotant le processus mais plutôt un indicateur a posteriori.

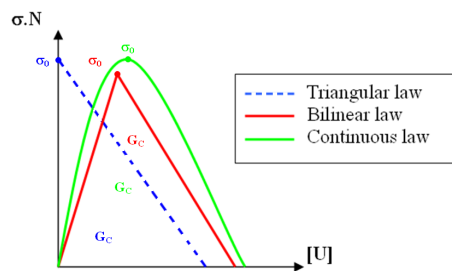


Figure 2.51: Lois d'interface traction/séparation selon les modèles extrinsèque (ou triangulaire), intrinsèque (ou bilinéaire) et continue.

Les éléments cohésifs ont fait l'objet de nombreuses applications dans les problèmes de propagation de fissures, principalement pour des fissures selon des hypothèses volumiques dans des matériaux isotropes ou présentant une microstructure aléatoire (métaux, céramiques, bétons, ...). Pour les problèmes de fissuration d'interface, plusieurs travaux de référence utilisant les éléments cohésifs en statique et en dynamique sont disponibles : par exemple les travaux de [Turon et al \(2005\)](#), ceux de [Pandolfi et Ortiz \(2002\)](#), [Zhou et al \(2005b\)](#), [Qiu et al \(2001\)](#) ou encore [Corigliano et al \(2006\)](#).

Remarques :

- Le point commun de ces deux approches est l'introduction de longueur et temps caractéristiques dans le modèle, du fait même de leur caractère adoucissant. Ces grandeurs caractéristiques doivent être suffisamment représentées vis à vis des discrétisations spatiale et temporelle. En effet, les travaux déjà initiés dans [Allix et Saint-Aimé \(2001\)](#) puis dans [Pechnik et al \(2006.\)](#) ont montré l'importance de ces questions.
- pour la problématique de l'initiation, l'approche par la mécanique de l'endommagement interfaciale utilise un paramètre en énergie Y_0 alors que les approches cohésives utilisent un critère en contrainte σ_0 . Ce champ d'investigation étant encore discutable du point de vue expérimental, notamment par le fait que l'initiation d'un délaminage est très souvent liée au développement initial de la microfissuration, les deux approches ne se distinguent pas et peuvent dans certains cas constituer des critères équivalents ([Caron et al \(2006.\)](#)).

2.4.2.5 Approches numériques de type déboutonnage de noeuds

Cette méthode consiste à fournir une évaluation du taux de restitution courant en pointe d'une fissure discrète incluse dans un maillage éléments finis classique. Il s'agit d'une méthode de perturbation car les noeuds de la fissure sont déplacés artificiellement pour calculer les variations d'énergie correspondante et ainsi évaluer G . Cet outil, le plus répandu initialement dans les codes industriels, peut être utilisé uniquement pour de la tolérance au dommage ou alors de la propagation de fissure. Pour gérer la propagation, il suffit alors de déboutonner les noeuds des éléments en pointe de fissure lorsque le critère de propagation (quel que soit celui-ci) est atteint. Ces outils portent le nom de VCCT (Virtual Crack Closure Technique) ou VCE (Virtual Crack Extension) selon qu'ils sont basés sur une réelle partition énergétique des différents modes. Malgré leur facilité d'utilisation, ces techniques sont sujettes à une importante dépendance au maillage de façon à assurer un calcul fin, et ne sont pas capables de représenter ni l'état endommagé en amont de la fissure, ni l'état d'initiation, car ces critères sont tous basés sur la mécanique linéaire de la rupture. En revanche, ces outils sont couramment utilisés dans le cadre de problématiques de tolérance au dommage, i.e. où l'on souhaite simplement évaluer la criticité d'un défaut déjà présent, sans pour autant simuler la propagation proprement dite.

L'application d'une telle méthode liée à la mécanique de la rupture dans un cadre de fissuration dynamique a été étudiée analytiquement par [Dumouchel et Marigo \(2007.\)](#), où les problèmes de dépendance au maillage semblent être plus importants sur des configurations simples de mode I. Le recours à des modèles d'interface est la solution optimale proposée.

2.4.2.6 Approches numériques par intégrale de contour

D'autres méthodes permettent de calculer le taux de restitution courant en pointe de fissure et sont basées sur le calcul d'une intégrale d'interaction ou intégrale de

contour, elles ont été proposées initialement par [Rice \(1968\)](#). Cette méthode couplée à un critère de propagation classique permet de simuler la propagation de fissure, moyennant une technique d'extraction indépendante du maillage et de la configuration pour évaluer G . La valeur de cette intégrale est évaluée sur un domaine indépendant du résultat et suffisamment proche de la zone fissurée. Des formules permettent de se rapprocher des facteurs d'intensité des contraintes ou des taux de restitution, via les formules d'Irwin ou de Griffith.

2.4.2.7 Approches numériques mixtes et alternatives

Des approches de type Galerkin discontinu espace/temps ont été initialement proposées par ([Hughes et Hulbert \(1988\)](#); [Hulbert et Hughes \(1990\)](#)), et les derniers développements pour la fissuration sont notamment dûs à [Abedi et al \(2006\)](#). il s'agit d'une « h-méthode » qui propose un maillage adaptatif en espace et en temps simultanément et permet de capter directement les singularités propres aux chocs et aux discontinuités en fissuration dynamique sans inclure d'erreur de discrétisation. L'adaptation au cas du délaminage suppose des développements spécifiques et notamment d'inclure un modèle d'interface dédié aux matériaux composites.

D'autres approches basées sur le principe de la partition de l'unité introduit par [Melenk et Babuska \(1996\)](#) définissent des « p-méthodes » car elles sont basées sur un enrichissement adapté de l'espace d'approximation des champs cinématiques. Cela permet en particulier de s'affranchir du remaillage au passage de la fissure. Ces méthodes se nomment X-FEM (pour Extended Finite element method, [Moës et al \(1999\)](#); [Belytschko et Black \(1999\)](#)), G-FEM (pour Generalized Finite Element method, [Strouboulis et al \(2000\)](#)) ou SDA (pour Strong Discontinuity Approach, développée par [Oliver \(1996, 2000\)](#)) selon que l'on choisit respectivement d'enrichir avec des fonctions de sauts et singulières d'après la mécanique de la rupture élastique (X-FEM) ou encore par des fonctions handbooks (analytiques ou numériques liées au problème) ou par des fonctions de sauts uniquement (SDA). Dans [Guidault et al \(2007\)](#), il est question de fissuration quasi-statique dans un matériau isotrope en utilisant la X-FEM, une extension X-FEM dynamique a été proposée dans les travaux de [Réthoré \(2005\)](#).

On peut enfin citer les approches analytiques et numériques basées sur des théories de plaques multicouches et proposant une simplification des problèmes de bord pour l'initiation du délaminage valables dans les cas de sollicitations planes. La famille des modèles « M4-5N » proposée par [Diaz-Diaz et al \(2007\)](#) permet de calculer la contrainte aux interfaces inter-plis et de proposer des critères d'initiation satisfaisants. Ces modèles comportent $5n$ champs cinématiques pour un multicouche composé de n couches. Chaque couche est approchée par une théorie de plaque de Reissner et intègre des efforts d'interface généralisés. Un outil de résolution analytique de ces équations a été développé dans [Diaz-Diaz et al \(2002\)](#) puis plus récemment dans [V.T. et Caron \(2006\)](#), un code éléments finis utilisant un élément plaque à 8 noeuds. Ces outils permettent ainsi de calculer des situations locales d'initiation et d'appliquer des critères basés soit sur les contraintes, soit sur les taux de restitutions critiques ou soit sur un glissement critique avec une corrélation satisfaisante vis à vis des résultats expérimentaux constatés sur des stratifiés $[\pm\theta]_{ns}$ ou $[0_m, 90_p]_{ns}$.

2.4.3 Extensions au cas du délaminage en dynamique

2.4.3.1 Caractérisation expérimentale en dynamique

Lorsqu'on aborde la caractérisation expérimentale des phénomènes de fissuration dans le cadre dynamique, de nouveaux phénomènes physiques sont présents et il va falloir investiguer quantitativement en vue de les représenter dans les modèles. Les comportements structuraux largement observés lors d'essais de chocs sur sous-structures sont distingués ainsi que les essais de caractérisation selon la vitesse de déformation. En effet, cette approche permet de dissocier le travail global, qui consistera par la suite à réaliser des simulations à l'échelle des structures avec des modèles enrichis par ces nouveaux paramètres propres et sensibles aux vitesses de déformations. La mise en vitesse de tels essais dynamiques matériaux peut se faire soit par des machines de traction à vérin rapide, soit par des dispositifs aux barres d'Hopkinson ou encore par des machines à poids tombant. Dans notre approche, il s'agit du domaine des vitesses de déformations intermédiaires ($\dot{\epsilon}$ compris entre 0.1 et 100 s^{-1}) et donc le domaine d'utilisation des machines de traction à vérin rapide.

Le terme de « phénomènes dynamiques » englobe souvent trois types de phénomènes différents. Il y a tout d'abord la nature transitoire de l'état de contraintes, les phénomènes d'inertie dûs à la masse et à la géométrie de l'échantillon, et enfin les effets d'inertie dûs aux capteurs utilisés. Du fait de cette complexité, il est difficile d'extraire les effets de vitesse dus au matériau lui-même des informations brutes disponibles lors de l'essai. L'identification correcte de ces phénomènes ne peut donc se faire qu'en adaptant judicieusement le montage d'essai de façon à limiter les effets néfastes et en analysant de manière locale. Par exemple, l'état transitoire de tels essais mènent à des états de contraintes non-uniformes dans l'échantillon et où la rupture peut survenir alors que la stabilisation de cet état n'a pas encore eu lieu. Les conséquences majeures sont que les données renvoyées par les capteurs de force (souvent loin de la zone utile) ne correspondent plus avec la contrainte effective du matériau (le décalage temporel n'est plus négligeable). De plus, les hypothèses classiques de la mécanique linéaire élastique de la rupture ne sont plus valides et les méthodes de dépouillement globales ne sont plus applicables.

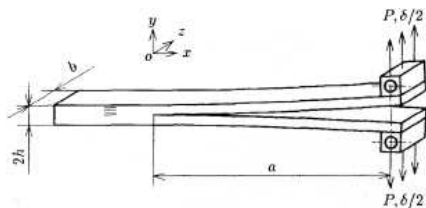


Figure 2.52: Eprouvette de mode I DCB.

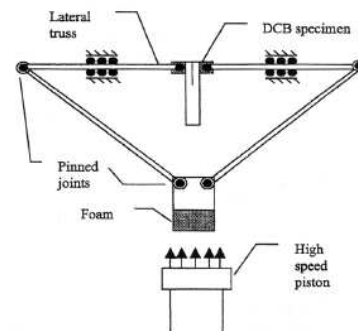


Figure 2.53: Principe de montage d'adaptation pour le mode I dynamique.

Dans la littérature expérimentale, beaucoup de travaux sont dédiés aux essais de mode I dynamique, comme par exemple les travaux de Joannic et Charter (2000) sur un composite fibre de verre / résine polyester. Dans la plupart des travaux consistant à utiliser le mode I DCB en dynamique (Figure 2.52), la complexité réside toujours

dans la conception d'un montage capable de garantir la symétrie du chargement et de diminuer les vibrations de l'éprouvette. Tous les outillages sont alors construits sur le même schéma de conception que celui de la Figure 2.53. Le calcul direct par une méthode de dépouillement globale risque de ne donner qu'une mesure apparente du taux de restitution critique dans le cas de propagations fortement dynamiques et où les fréquences propres du montage sont liées aux fréquences induites par la propagation du délaminage, comme déjà mentionné et analysé par Barbezat (1990.). Dans Joannic et Charter (2000), il est vérifié que les trois premiers modes propres ne sont pas activés jusqu'à 1 m/s car $f_{max} \cdot \tau \gg 1$, ce qui assure une mise en charge correcte avant propagation et une linéarité de comportement sans vibration. Toute l'énergie introduite est convertie en énergie de flexion des deux bras. Des ouvertures critiques à propagation différentes sont observées pour 1 et 5 m/s et pour les vitesses ultérieures les vibrations ne sont plus négligeables.

Par ailleurs, dans d'autres travaux similaires les différences concernent le type de machine utilisée et/ou le type d'éprouvette testée : par exemple dans Kusaka et al (1998) une éprouvette WIF et un dispositif aux barres de Hopkinson sont utilisés ; dans Choi (2000), une éprouvette DCB avec interface croisée $\pm 45^\circ$ est utilisée avec un suivi local par caméra rapide, il est reporté la difficulté de dissocier les effets de vitesse purement dus à l'interface, car l'énergie dissipée dans les plis n'est pas retranchée, mais également la difficulté liée au pontage de fibres et de saut d'interface pendant la propagation. On retrouve les mêmes problématiques liées au montage et à la difficulté d'obtenir une tendance claire vis à vis de la mesure des paramètres de fissuration de mode I dans plusieurs autres travaux tels que ceux de Yaniv et Daniel (1988); Aliyu et Daniel (1985); Smiley et Pipes (1987); Benzeggagh et Aboura (1991).

Par la suite, les travaux de Hug et al (2005.) dédiés au mode I dynamique ont proposé un montage (cf. Figure 2.54) permettant de placer l'axe de l'éprouvette DCB en position verticale évitant ainsi au maximum les problèmes de vibrations et de gravité jusqu'à 1,6 m/s pour les dimensions retenues. Il est également possible de réaliser des paliers de propagation par essai interrompu. De plus, une introduction optimale de la sollicitation (cf. Figure 2.55) est obtenue en atténuant le choc du vérin sur le piston par un matériau spécifique amortissant dans une gamme de fréquence dédiée. Néanmoins, une limitation de cette approche globale (avec énergie cinétique négligée) pour l'identification de quantités caractéristiques en dynamique est atteinte car aucune information propre à la fissuration instantanée n'est utilisée, et des problèmes de vibrations deviennent non négligeables à partir de 1.6 m/s (couplage fréquentiel).

Une autre méthode consiste à utiliser un filtrage numérique lorsque cela est possible, c'est à dire lorsque l'effet de vitesse du matériau lui-même n'engendre pas de modes de vibrations. Cette méthode est proposée par Barbezat (1990.) pour supprimer les modes de vibrations d'un mode I DCB et un modèle analytique 1D basé sur un système masse-ressort est utilisé pour obtenir une mesure de G_{Ic} « intrinsèque » par rapport au G_{Ic} apparent classique. Cette approche montre néanmoins ses limites dans le cas de non-séparation claire des fréquences propres du montage dû au phénomène de fissuration (par exemple « stick-slips » de fissuration) dans le spectre global de fréquence.

Remarque : Dans le cas du montage de mode I DCB, l'inconvénient majeur est la faible rigidité en flexion en plus du problème de choc vérin/piston et des capteurs. Ce montage introduit naturellement des vibrations qui masquent les données et qui limitent ainsi l'investigation à des vitesses maximales d'ouvertures de 2 m/s. En

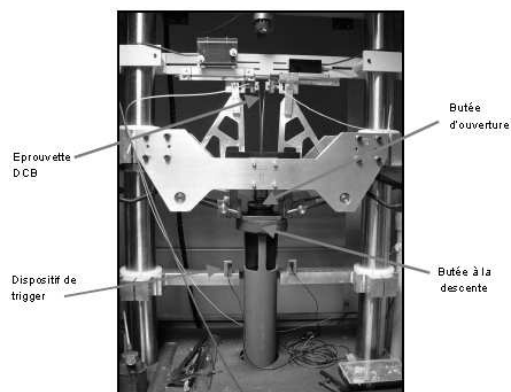


Figure 2.54: Montage DCB mode I dynamique, d'après [Hug et al \(2005\)](#).

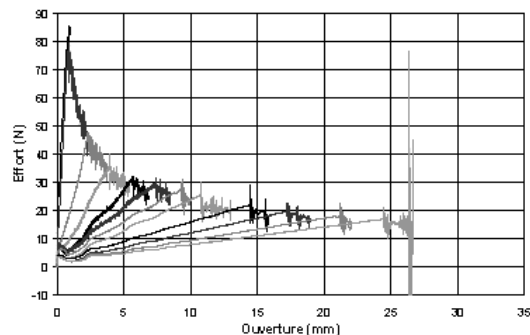


Figure 2.55: Courbes Force (en N) en fonction de l'ouverture (en mm) des bras pour une sollicitation de 1 m/s, avec paliers de charges/décharges, d'après [Hug et al \(2005\)](#).

revanche, pour des configurations de type essai de traction le dépouillement est plus simple car la très grande rigidité de l'éprouvette elle-même n'est plus pénalisante. Il s'agit alors de s'assurer que la chaîne complète mors/éprouvette/capteur ne subisse pas de glissement parasite, ni de mouvements transverses perturbants. Moyennant toutes ces hypothèses, des vitesses supérieures de l'ordre de 10 à 15 m/s peuvent être envisagées.

2.4.3.2 Méthodes de dépouillement et résultats associés

Dans les différents travaux exposés, les constatations expérimentales divergent quant à la dépendance des valeurs de G_c vis à vis de paramètres de vitesse. Ceci est dû soit à une mesure globale et apparente du G_c ou alors à une comparaison à une valeur de vitesse de déformation, vitesse d'ouverture, vitesse de fissure, sans que l'on retrouve un caractère universel dans toutes ces tendances. En effet, la multitude des montages, des systèmes d'acquisition et compte-tenu des problèmes évoqués plus haut rendent difficile la comparaison quantitative de ces différents résultats.

Dans [Kusaka et al \(1998\)](#), la méthode de dépouillement est globale et issue de la mécanique de la rupture où l'énergie cinétique est négligée (Figure 2.56). Dans [Choi \(2000\)](#), une formule analytique prenant en compte l'énergie cinétique est proposée. Il est constaté une tendance à la baisse sur le G_{Ic} vis à vis de la vitesse de chargement uniquement à partir de 1 m/s (Figure 2.57). Dans [Smiley et Pipes \(1987\)](#), une décroissance de G_{Ic} est enregistrée vis à vis de la vitesse d'ouverture des bras (Figure 2.58). Cependant il est important de noter que cette vitesse d'ouverture est un paramètre intimement lié à la géométrie d'éprouvette utilisée et son caractère objectif est discutable pour mener des comparaisons.

Néanmoins, même s'il est difficile de dégager une réelle tendance sur l'évolution dynamique du paramètre de fissuration, la littérature relate une augmentation avec la vitesse de propagation dans les matériaux ductiles (cas des métaux essentiellement) : ceci est dû aux déformations plastiques alors que dans les matériaux fragiles, ceci est dû au changement net de parcours de la fissure initiale, d'après les travaux et remarques de [Ravi-Chandar \(2004\)](#) sur les matériaux isotropes. Pour les matériaux orthotropes, une certaine analogie peut être faite car la zone délaminante est une zone riche en résine élasto-plastique et donc plus ou moins sujette à un confinement de sa zone plastique suivant sa ductilité, et ainsi propice à des micro-branchements. Pour tous ces points évoqués, il en résulte la **nécessité de disposer d'informations locales pendant la fissuration** permettant d'avoir une mesure locale d'un

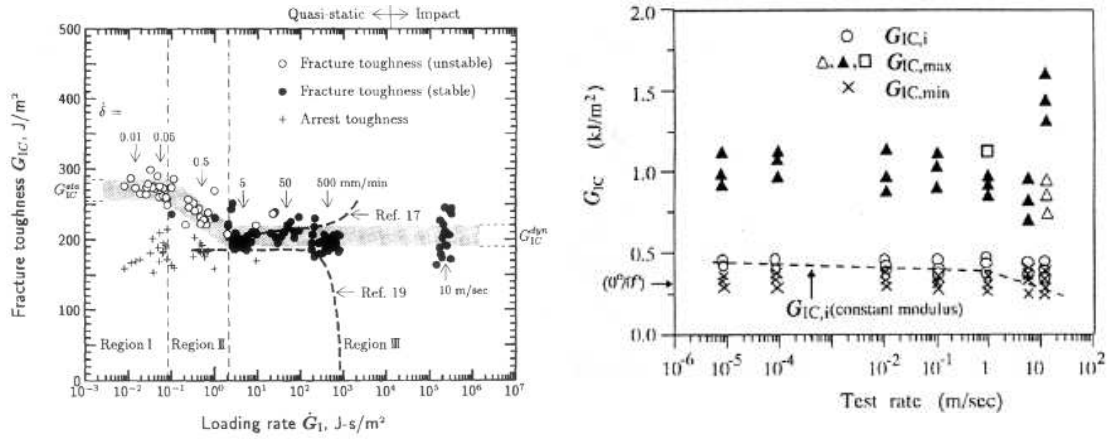


Figure 2.56: Evolution de G_{IC} en fonction du paramètre \dot{G}_I , d'après Kusaka et al (1998).

Figure 2.57: Evolution de G_{IC} en fonction de la vitesse de chargement, d'après Choi (2000).

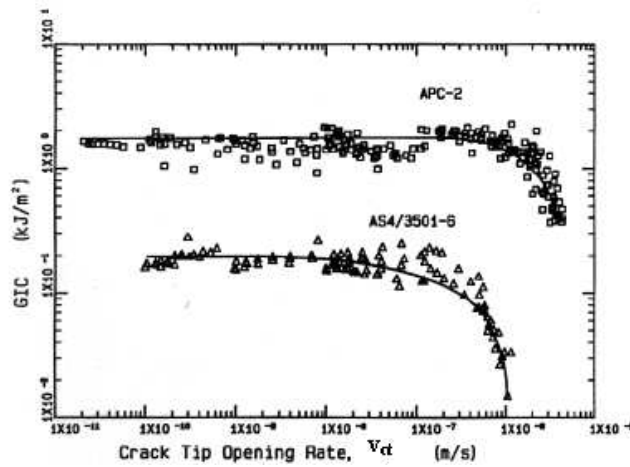


Figure 2.58: Evolution de G_{IC} en fonction de la vitesse d'ouverture, d'après Smiley et Pipes (1987).

paramètre de fissuration au sens du modèle de délaminage utilisé. L'investigation et la quantification précise de l'avancée de fissure et de la vitesse de propagation sont nécessaires à l'identification de la loi de propagation sous sollicitation dynamique. C'est en effet la seule information locale sur la cinématique de fissuration qui est mesurable directement, tout cela permettant de dissocier G_c apparent et G_c intrinsèque.

Pour mener à bien ces mesures locales de fissuration, il existe par exemple des jauges dédiées à la fissuration telles que dans Figure 2.59. Elles permettent des suivis principalement pour les modes d'ouverture (par exemple la jauge Rumul pour la configuration DCB de mode I, testée dans la Figure 2.60) car les modes de cisaillement introduisent des contacts électriques parasites dû aux contacts mécaniques entre les bras après fissuration. De plus, pour les propagations fortement dynamiques de fissures, l'efficacité de tels suivis est sans doute à mettre en cause.

Par ailleurs, les nouveaux moyens optiques sont rendus disponibles par l'évolution des technologies d'imagerie et permettant des analyses locales. L'essor des caméras rapides et ultra-rapide permet ainsi de filmer des mécanismes ou des procédés très rapides, qui se déclenchent au sein même d'essais initialement statiques ou alors dans des essais purement dynamiques. L'exemple le plus significatif est l'essai de traction simple jusqu'à rupture. Même si le chargement de l'éprouvette à déplacement imposé

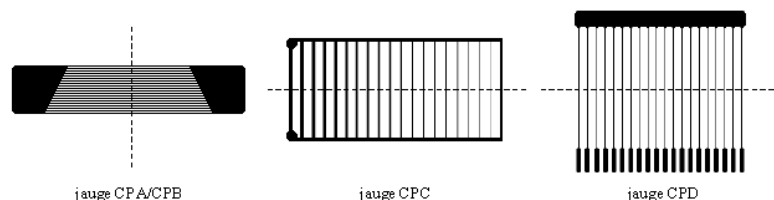


Figure 2.59: Différentes jauges électriques de fissuration de type « peigne » discontinu.

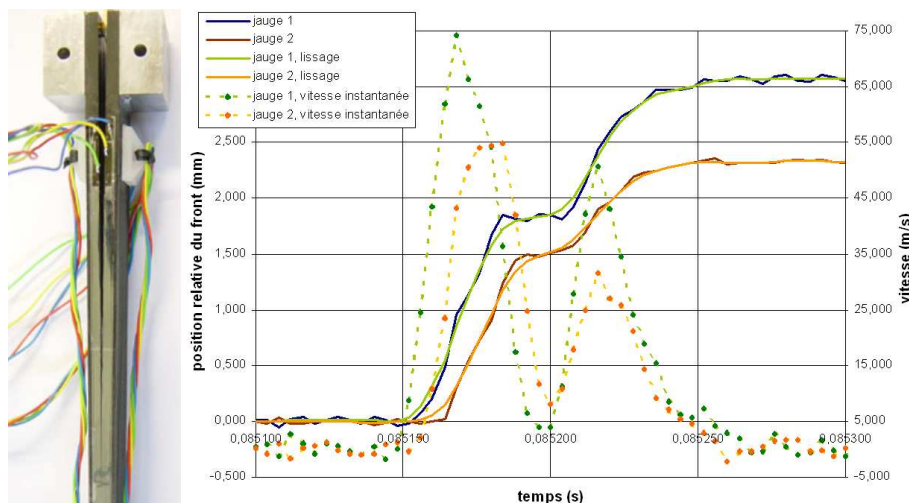


Figure 2.60: Epreuve DCB équipée de jauges Rumul continues (à gauche) et courbes caractéristiques issues des jauges Rumul pendant une fissuration (à droite).

se fait à une vitesse très faible, n'autorisant le déclenchement d'aucun processus physique dépendant de la vitesse de déformation, la rupture elle même fera intervenir des effets de vitesses dans les phases ultimes de l'essai. L'utilisation des clichés bruts n'est pas conseillée, un traitement spécifique des images doit être proposé pour interpréter au mieux l'essai, ce qui amène le développement d'outils de post-traitement spécifiques.

- suivi de fissure simple (tracking) par analyse d'images,
- corrélation d'images (cf. applications sur matériau isotrope selon (Grégoire et al (2007))),
- autres méthodes alternatives : interférométrie ou photo-élasticimétrie laser (comme par exemple la méthode Coherent gradient Sensor (CGS) proposée par Coker et Rosakis (2001.) ou la fractographie. En effet, la méthode CGS (cf. Figure 2.61) a permis de mesurer des vitesses de fissuration dans le régime intersonique sur éprouvette de taille structurale, mais le dispositif est plutôt complexe.

2.4.3.3 Le problème de référence en fissuration dynamique

La théorie de la mécanique de la rupture est rappelée ici pour le cas de la propagation d'une fissure dans un matériau homogène isotrope sous sollicitations dynamiques. Le problème de référence est formulé de façon continue et en prenant en compte l'avancée de fissure $a(t)$ comme une variation du domaine matériel. Ensuite, les concepts de facteurs d'intensité des contraintes et des déplacements en dynamique sont présentés, puis l'approche énergétique en dynamique qui permet de définir le taux de restitution d'énergie. Enfin, les différents critères nécessaires à la

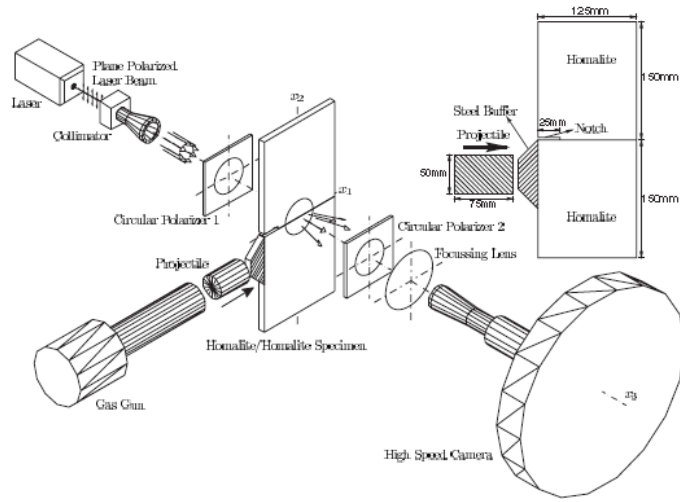


Figure 2.61: Dispositif CGS basé sur une acquisition optique ultra-rapide et photoélasticimétrie laser, d'après Coker et Rosakis (2001.).

bonne description de l'évolution de la propagation de la fissure sont présentés.

Le problème de référence peut s'écrire sous la forme suivante (2.31). $\Omega(t)$ est le domaine étudié, comportant une frontière $\partial\Omega_1$ où les déplacements u_d sont imposés et une frontière $\partial\Omega_2$ où les efforts F_d sont imposés, des efforts volumiques notés f_d s'appliquent sur tout le domaine. σ et ϵ sont les tenseurs symétriques des contraintes et des déformations, reliés par l'opérateur de Hooke \mathbf{C} caractérisant le matériau, ρ sa masse volumique, \dot{a} la vitesse d'avancée de fissure, \mathcal{U} et \mathcal{S} les espaces fonctionnels associés au problème et \mathcal{U}_0 l'espace des champs admissibles à 0.

$$\forall x \in \Omega(t), t \in [0; T], \text{ connaissant } \begin{cases} u(x, 0) \\ \dot{u}(x, 0) \\ a(0) \end{cases}, \text{ trouver } \begin{cases} u(x, t) \in \mathcal{U} \\ \sigma(x, t) \in \mathcal{S} \\ a(t) \end{cases} \text{ tels que :}$$

$$\forall x \in \partial\Omega_1, \forall t \in [0; T] \quad u(x, t) = u_d$$

$$\forall t \in [0; T], \forall v \in \mathcal{U}_0 \quad \int_{\Omega(t)} \rho \ddot{u} \cdot v d\Omega + \int_{\Omega(t)} \sigma : \epsilon(v) d\Omega = \int_{\Omega(t)} f_d \cdot v d\Omega + \int_{\partial\Omega_2} F_d \cdot v dS$$

$$\forall x \in \Omega(t), \forall t \in [0; T] \quad \sigma(x, t) = \mathbf{C}\epsilon(u(x, t))$$

$$\forall t \in [0; T] \quad \dot{a}(t) = \dot{a}(a(t), u(x, t)) \quad (2.31)$$

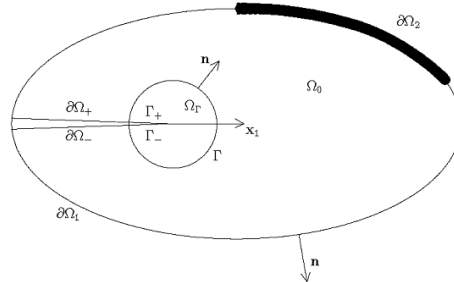


Figure 2.62: Notations du problème de référence considéré.

Les approches basées sur les développements asymptotiques (exposées en 2.4.2.1) sont également transposables dans le contexte dynamique. En effet, comme c'est le

cas en statique, l'analyse asymptotique permet de caractériser la singularité de ces champs en pointe de fissure. La théorie de Irwin (Irwin (1957)) consiste à introduire des facteurs d'intensité pour caractériser la singularité des contraintes. Contrairement au cas statique, sous sollicitation dynamique l'intensité des singularités en contraintes notée K_m^{dyn} et en déplacements notée K_m^{cin} sont différentes et ceci pour chaque mode m (voir Bui (1978)). Par exemple, pour les termes singuliers du mode I d'ouverture, on définit K_1^{dyn} et K_1^{cin} respectivement tels que :

$$K_1^{cin} = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\mu}{4(1-\mu)} \sqrt{\frac{2\pi}{r}} [[u_2(\theta = \pi)]] \quad (2.32)$$

$$K_1^{dyn} = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} [[\sigma_{22}(\theta = 0)]] \quad (2.33)$$

Il est ensuite montré (Bui (1978)) que ces facteurs cinématiques et dynamiques sont reliés par des fonctions universelles f_i ne dépendant que des paramètres élastiques du matériau considéré (constantes) et de la vitesse instantanée de fissuration (variable) telles que dans (2.34). Dans ces formules, on définit c_1 et c_2 respectivement la célérité des ondes de compression et de cisaillement. D est la fonction ayant pour zéro la célérité des ondes de Rayleigh notée c_r . κ est une constante matériau qui dépend de l'hypothèse de déformations planes ou contraintes planes.

$$K_i^{cin} = f_i(\dot{a}) K_i^{dyn} \quad (2.34)$$

$$f_i(\dot{a}) = \frac{4\alpha_i(1-\alpha_j^2)}{(\kappa+1)D(\dot{a})} \quad (2.35)$$

$$\alpha_i = \sqrt{1 - \left(\frac{\dot{a}}{c_i}\right)^2} \quad (2.36)$$

$$D(\dot{a}) = 4\alpha_1\alpha_2 - (1 + \alpha_2^2)^2 \quad (2.37)$$

Concernant les méthodes basées sur des approches énergétiques de la mécanique de la rupture, il existe un formalisme équivalent à la formule d'Irwin proposée en statique (Irwin (1957)). En effet, sous l'hypothèse de stationnarité en pointe de fissure (i.e. la dérivée totale des différentes quantités par rapport au temps est nulle) dans une zone proche de la fissure, ce qui est valide en considérant un contour d'interaction suffisamment proche de la zone de fissure, l'expression dynamique de G en mode plan est donnée par la formule ci-dessous (2.38).

$$G = \frac{1}{E^*} (K_1^{cin} K_1^{dyn} + K_2^{cin} K_2^{dyn}) \quad (2.38)$$

$$avec E^* = \frac{1}{1-\nu^2} \text{ en déf. planes, et : } E^* = E \text{ en cont. planes} \quad (2.39)$$

2.4.3.4 Extensions possibles à la modélisation des effets de vitesse dans les matériaux

Dans la littérature consacrée aux développements théoriques de propagation dynamique dans un matériau (dont un panorama est proposé dans Ravi-Chandar (2004)), il y a existence d'une vitesse limite théorique dans les modes purs tels que :

- vitesse longitudinale des ondes pour le mode d'ouverture (mode I),

- vitesse de Rayleigh pour le mode de cisaillement plan (mode II),
- vitesse de cisaillement pour le mode de cisaillement antiplan (mode III),
- existence de vitesses supérieures pour des cas de mode mixte uniquement et observés expérimentalement sur des temps très brefs (de l'ordre de la micro-seconde) par exemple dans les travaux de [Rosakis et al \(1999\)](#).

Par ailleurs, on rappelle que la littérature expérimentale constate d'une part une variation du paramètre de fissuration critique (mais sans dégager une tendance claire) et d'autre part l'existence d'une vitesse limite dans le matériau différente de la théorie, expliquée par la création de micro-branchements vers des fissures secondaires à des échelles plus petites (voir [Ravi-Chandar \(2004\)](#)). Par exemple, des vitesses de l'ordre de $0.6 \cdot c_{Rayleigh}$ sont observées principalement sur des matériaux isotropes comme le PMMA. Les modélisations actuelles de fissuration dynamiques intégrant des effets de vitesses ont fait l'hypothèse d'une variation théorique des paramètres de fissuration ([Grégoire et al \(2007\)](#)), du fait même de l'absence de données expérimentales suffisantes et validées. Néanmoins, ces modélisations ont le mérite de proposer une extension à la fissuration dynamique en posant les bases.

Pour les approches basées sur la mécanique de la rupture en dynamique, l'extension à l'élastodynamique orthotrope n'est pas évidente et le lecteur pourra se référer aux travaux de [Achenbach et Bazant \(1975\)](#). L'inconvénient majeur étant la difficulté d'accès à ces solutions analytiques, donc le recours à des résolutions numériques pour obtenir les champs asymptotiques, comme proposé par [Grégoire et al \(2007\)](#). Des critères de propagation intégrant des effets de vitesses ont été proposés par ([Kanninen et Popelar \(1985\)](#); [Ravi-Chandar \(2004\)](#)) et permettent de disposer d'un critère d'activation de fissuration $K^{i,c}$ et d'un critère d'arrêt de fissuration après la première propagation noté $K^{i,stop}$. La variation vis à vis de la vitesse de propagation est assurée via la donnée de la vitesse limite théorique et du paramètre m .

$$\dot{a} = 0 \quad \text{si} \quad K_{eq}^i < K_{dyn}^i \quad (2.40)$$

$$K_{eq}^i = K_{dyn}^{i,D} \quad \text{si} \quad \dot{a} > 0 \quad (2.41)$$

$$\text{avec } K_{dyn}^{i,D} = \begin{cases} K^{i,c} & \text{si } \dot{a} = 0 \\ \frac{K^{i,stop}}{\left(1 - \left(\frac{\dot{a}}{c_r}\right)^m\right)} & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.42)$$

Dans le cadre des approches de type interfaciales de types endommagement ou loi cohésive, il y a eu des extensions proposées pour tenir compte d'effets de vitesses comme par exemple dans ([Corigliano et Ricci \(2001\)](#); [Corigliano et al \(2006\)](#)) portant sur l'écriture d'une ouverture critique qui dépend de la vitesse d'ouverture, et [Zhou et al \(2005b\)](#) qui proposent également une variation temporelle en termes d'ouverture critique.

Bilan du chapitre 2 : Plan de l'étude

Considérant les objectifs de ce travail et l'analyse bibliographique proposée dans ce chapitre, le plan de ce travail s'est focalisé sur deux points majeurs : proposer un modèle mésoscopique justifié par l'échelle inférieure pour le déroulement du mécanisme de type (b) pour la fragmentation et améliorer la caractérisation et la représentation du délaminage interfacial en situation de propagations dynamiques. Le choix de l'échelle la plus pertinente pour réaliser ces simulations prédictives est un point important. Ce choix implique d'utiliser un contenu mécanique motivé par les observations expérimentales. En particulier, l'effort portera sur l'évaluation des quantités d'activation des phénomènes et de dissipation d'énergie pour les problématiques d'absorption.

Pour la problématique de fragmentation, par analogie avec ce qui est proposé pour la fissuration discrète (Ladevèze et Lubineau (2002, 2003)), l'enrichissement des approches mésoscopiques actuelles par des fondements micromécaniques apparaît nécessaire. L'**hypothèse 1** qui est faite ici est d'analyser le mécanisme majeur conduisant à la création d'un fragment en présence des défauts microscopiques des fibres. A priori, tout est piloté par la présence de ces défauts, c'est-à-dire la nature aléatoire de disposition des fibres dans la matrice. La partie post-pic nécessite de connaître les paramètres clés du phénomène microscopique alimenté par la connaissance des défauts réels. On se propose d'utiliser le modèle développé initialement par Fleck et al (1995) de façon à poursuivre les études microscopiques de la littérature. Le but est d'estimer les paramètres influents d'un point de vue énergétique et en particulier de savoir quelle est la sensibilité de ces paramètres aux défauts réels des fibres observés et quantifiés par Paluch (1994), ainsi qu'à la inélasticité matricielle. Cette information nous semble indispensable en préalable à toute modélisation sur structures, en particulier pour l'approche mésoscopique envisagée.

De plus, les situations fortement dynamiques évoquées mettent en jeu des dégradations par délaminage, ces modes sont les précurseurs du bon déroulement du scénario global d'absorption et dissipent également une énergie non négligeable. Le présent travail propose de se focaliser sur le mode II de cisaillement, qui est un mode majeur dans les structures réelles (le mode I pur est plus rare et semble être moins sensible aux effets de vitesses). On se propose également d'étudier quantitativement la présence d'effets de vitesses interfaciaux et ainsi d'adapter les modèles de comportement existants (sans effet de vitesse) à des modèles incluant ces effets. Cette adaptation ne peut se concevoir que dans une démarche complète d'identification expérimentale : c'est à dire par le développement d'essais avancés, couplant des instrumentations locales efficaces sous sollicitations statiques et dynamiques. Il conviendra de s'interroger sur les gammes de vitesses obtenues par rapport à ce que prévoit la théorie élastique en termes de vitesses limites.

Deuxième partie

Etude de l'absorption d'énergie par bande de pliages et des effets de vitesse en délaminage

Cette partie constitue les apports majeurs de ce travail de thèse. Elle comporte les développements numériques et expérimentaux permettant de répondre aux objectifs préalablement exposés dans la première partie. Par conséquent, ce travail consiste à améliorer les mésomodèles existants, initialement développés au LMT Cachan dans le cas des sollicitations statiques, au cas de la modélisation des phénomènes de fragmentation et de délaminage dans un cadre dynamique rapide de type absorption d'énergie.

Chapitre 3

Modélisation et simulation de la rupture en compression par fragmentation en vue de la prévision de l'énergie dissipée

L'objectif de ce chapitre est d'analyser les contraintes d'instabilité et les énergies de dissipation mises en jeu lors de la fragmentation microscopique pour une plage réaliste de défauts d'imperfections de fibre. Le modèle microscopique de référence choisi est celui de [Fleck et al \(1995\)](#). Pour être à même de traiter l'ensemble des cas jugés pertinents, une formulation variationnelle du modèle est proposée et exploitée par une approche éléments finis. Il est en particulier montré que si la contrainte d'instabilité est très sensible aux défauts d'imperfections réels, les énergies dissipées à la création d'un fragment et la longueur de ce fragment le sont relativement peu. Un modèle homogénéisé unidimensionnel se justifie en première approximation et est ainsi proposé comme équivalent à l'échelle mésoscopique. Quelques pistes de réflexion sur l'intégration 2D dans un modèle de pli standard et les transitions potentielles entre modes de rupture (a-b-c) sont évoquées.

Sommaire

3.1 Motivations et approche retenue	83
3.1.1 Traitement du comportement macroscopique d'un pli UD en compression	83
3.1.2 Modélisation microscopique retenue dans ce travail	84
3.2 Le modèle microscopique de bande de pliage	85
3.2.1 Le modèle de microflambage retenu	85

3.2.2	Formulation du problème final	90
3.2.3	Résolution numérique	92
3.3	Résultats préliminaires	95
3.3.1	Influence de la plasticité matricielle	97
3.3.2	Influence des imperfections	99
3.4	Evaluation statistique des paramètres au niveau microscopique	101
3.4.1	Influence des imperfections vis à vis des contraintes d'instabilités	103
3.4.2	Influence des imperfections vis à vis des énergies dissipées . .	105
3.4.3	Bilan statistique et conséquences directes pour l'échelle mésoscopique	105
3.4.4	Discussion sur les différents critères d'activation et les enveloppes expérimentales 2D de rupture	106

3.1 Motivations et approche retenue

La simulation du comportement de rupture en compression suppose le choix d'une part de l'échelle la plus pertinente et d'autre part le choix d'un type de modèle possédant les ingrédients physiques nécessaires et suffisants à la bonne représentation du phénomène à cette échelle. Un examen spécifique des motivations et de l'approche retenue dans ce travail est retracé dans ce qui suit.

3.1.1 Traitement du comportement macroscopique d'un pli UD en compression

A l'échelle macroscopique, les essais classiques de compression pure sur coupon dans le sens des fibres ne permettent pas de dissocier les effets dus au flambage global des effets dus au comportement matériau proprement dit. En effet, même si ces essais sont relativement simples à mettre en oeuvre (norme AITM-Celanese, norme IGC, ...), on constate une contrainte à rupture globale qui est très différente d'un type d'essai à un autre et de nature très dispersive (voir Figure 3.1). Il est ainsi difficile d'assurer des valeurs à rupture de ces éprouvettes de façon intrinsèque au matériau puisque tout dépend de la nature de l'essai et donc de la géométrie utilisée. En revanche, le comportement non-linéaire élastique de la phase pré-pic du pli élémentaire est reproductible par une modélisation mésoscopique proposée par Allix et al (1994) et ce jusqu'à 90% de la rupture. Les paramètres de non-linéarités sont identifiés sur des montages de type flexion 4 points ou flexion pure (Montagnier et Hochard (2005)), évitant ainsi les problèmes de dispersions des éprouvettes de compression classique.

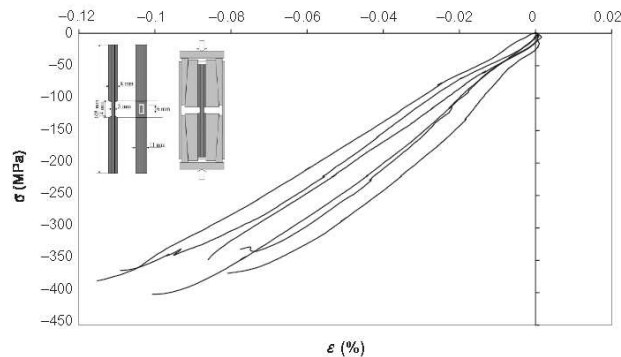


Figure 3.1: Courbes contrainte de compression longitudinale en fonction de la déformation longitudinale lors d'un essai de type AITM-Celanese (comportant un système anti-flambage), d'après Montagnier et Hochard (2005).

Concernant l'aspect lié aux phases pic et post-pic, i.e. la rupture proprement dite, le modèle mésoscopique actuel (Ladevèze et Le Dantec (1992); Allix et Ladevèze (1992); Allix et al (1998); Lubineau et Ladevèze (2008)) introduit une rupture de type fragile par l'intermédiaire d'une variable d'endommagement d_f . L'évolution de $d_f = 0$ à $d_f = 1$ se fait de façon instantanée du moment que le critère est vérifié. Cette approche peut être satisfaisante pour des cas où cette rupture de fibre est le dernier événement majeur que perçoit la structure étudiée et que cette première rupture de fibre est le déclencheur de la rupture du stratifié complet (ce qui est le cas pour une plaque trouée en composite therm durcissable par exemple). En revanche, pour une problématique de type absorption d'énergie, cette approche est

inadaptée. La modélisation de la partie post-pic doit intégrer les mécanismes de détérioration post-pic en vue d'une estimation de la dissipation d'énergie associée à la fragmentation (Figure 3.2) puisque c'est cette partie qui est à l'origine d'une dissipation d'énergie lorsque les phénomènes de fragmentation sont présents (types de rupture b et c) et recherchés.

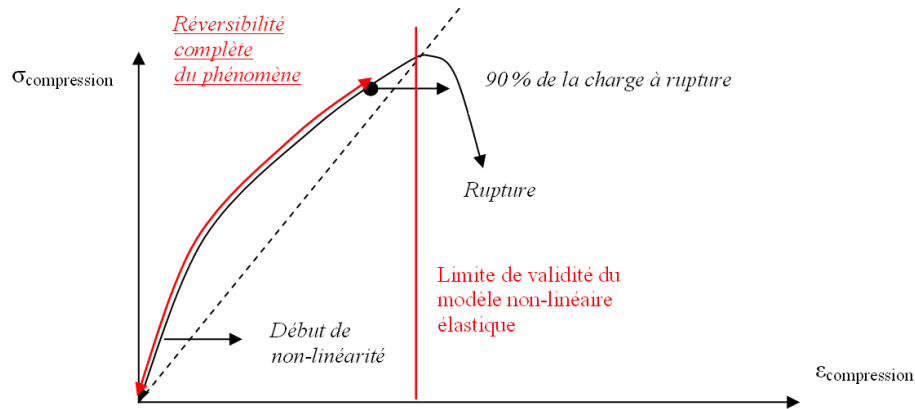


Figure 3.2: Représentation du comportement non-linéaire élastique en compression pure jusqu'au phénomène de rupture.

3.1.2 Modélisation microscopique retenue dans ce travail

A la lumière des observations microscopiques diverses sur les mécanismes post-pic menant à la rupture, il est apparu, dans le chapitre précédent 2.1.4, trois modes post-pics principaux : la rupture nette de la fibre (type a), la rupture par bande de pliage seule (type b), et enfin la rupture par bande de pliage associée au splitting des fibres (type c). Pour les matrices thermodurcissables considérés ici, c'est préférentiellement la formation d'une bande de pliage pure qui est observée expérimentalement. Ce mode post-pic est influencé par le comportement non-linéaire de la matrice et dépend de l'importance des imperfections naturelles des fibres. La modélisation doit permettre de respecter la phénoménologie de rupture. Ainsi, le type (b) de rupture est le mécanisme essentiel à modéliser puisque le type (a) peut être vu comme une version fragile du type (b) et le type (c) est une rupture de type (b) couplée à un endommagement diffus. Le mécanisme de type (b) a été largement étudié d'un point de vue microscopique au moyen des modèles caractérisant le microflambage plastique des fibres (voir chapitre 2). C'est sur un modèle de ce type, qui fait référence, que nous nous appuyerons pour l'estimation de l'énergie dissipée.

Les imperfections naturelles des fibres semblent a priori piloter tout le processus. Aussi une première voie à suivre est de modéliser toutes ces imperfections de manière discrète comme dans Kyriakidès et al (1995). Le modèle proposé et développé par Fleck et al (1995) est un choix judicieux pour répondre sur ces différents points que ce soit pour la prise en compte du comportement matriciel ou pour celle des imperfections réelles de fibres.

3.2 Le modèle microscopique de bande de pliage

3.2.1 Le modèle de microflambage retenu

3.2.1.1 Problème de référence et hypothèses générales

La présente étude se limite à la formation d'une seule Kink Band potentielle. On se place également dans le cadre d'un régime quasi-statique où les phénomènes d'inertie sont considérés comme négligeables à cette échelle microscopique. Le modèle est construit en écrivant l'équilibre d'un volume élémentaire représentatif (ou VER) de fibres initialement ondulées menant à un défaut d'angle $\bar{\phi}$, entourées par une zone de résine élasto-plastique agissant en termes de contraintes de cisaillement τ_S et contraintes transverses σ_T au niveau de la fibre (et dépendant du défaut d'angle courant $\phi + \bar{\phi}$). Ce VER est explicité dans la Figure 3.3.

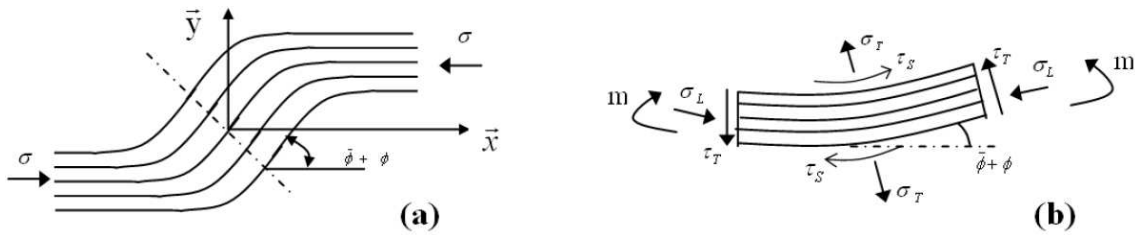


Figure 3.3: Volume élémentaire représentatif au niveau microscopique pour le modèle de microflambage plastique.

Par rapport au modèle initial de Fleck et al (1995), le travail a consisté en l'écriture du problème selon le formalisme variationnel permettant par la suite l'écriture d'une discrétisation de type éléments finis. Le but est de disposer de résultats numériques précis dans le cas d'imperfections et de l'élasto-plasticité matricielle, résultats inaccessibles de manière analytique. En effet, ce problème comporte deux sources de non-linéarités : l'une géométrique puisqu'il s'agit d'un problème de flambage en présence d'imperfections géométriques et l'autre matérielle puisque la matrice a un comportement élasto-plastique.

Le problème de référence est un problème de flambage avec précharge notée $\mathbf{\Pi}_0$, il s'écrit en considérant le problème d'équilibre statique du VER sur le domaine entier Ω composé de partitions de fibres et de matrices. L'hypothèse des petites perturbations (et petits angles) est également utilisée dans le cadre de l'étude du flambage linéarisé. Ceci conduit alors à considérer les simplifications (3.2), où \mathbf{E} est le tenseur des déformations de Green-Lagrange et $\boldsymbol{\varepsilon}$ la partie symétrique des déformations.

$$\forall V^* \in CA_0 \quad (3.1)$$

$$\int_{\Omega} \Pi : \mathbf{E}(\vec{V}^*) d\Omega = \int_{\Omega_0} \boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{\varepsilon}(\vec{V}^*) d\Omega \quad (3.2)$$

On rappelle dans ce qui suit les équations locales de l'équilibre sur le VER représenté sur la Figure 3.3. Les différentes composantes agissant sur le VER considéré sont définies par :

- σ_L : contrainte longitudinale dans le sens des fibres (équivalent à la composante d'effort normale par unité de surface)
- σ_T : contrainte transverse à la direction des fibres,
- m : moment par unité de surface,
- τ_S : contrainte de cisaillement plan,

- τ_T : contrainte de cisaillement transverse (équivalent à la composante d'effort tranchant par unité de surface).

On peut ainsi écrire l'équilibre local dans les directions longitudinales, transverses et en rotation par unité de surface.

Dans la direction longitudinale (lorsque dx tend vers 0), les fibres sont considérées inextensibles et au premier ordre (petits angles) :

$$\frac{d\sigma_L}{dx} = 0 \implies \sigma_L = \text{constant} \quad (3.3)$$

Dans la direction transversale (lorsque $dx dy$ tend vers 0), en utilisant (3.3) (soit $d\sigma_L = 0$) et en faisant l'hypothèse des petits angles, i.e. $\sin(d\phi + d\bar{\phi}) = d\phi + d\bar{\phi}$:

$$\begin{aligned} d\sigma_T dx + d\tau_T dy - \sigma_L \sin(d\phi + d\bar{\phi})|_{(x+dx)} dy - \sigma_L \sin(d\phi + d\bar{\phi})|_x dy &= 0 \\ \implies \frac{\partial \sigma_T}{\partial y} dy dx + \frac{\partial \tau_T}{\partial x} dx dy - \sigma_L \left\{ \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial x} \right\} dx dy &= 0 \\ \implies \frac{\partial \sigma_T}{\partial y} + \frac{\partial \tau_T}{\partial x} - \sigma_L \left\{ \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial x} \right\} &= 0 \end{aligned} \quad (3.4)$$

Et enfin, l'équilibre des moments s'écrit (lorsque $dx dy$ tend vers 0) : on vérifie bien l'équation classique d'une poutre en flexion, avec une contribution à l'effort tranchant par unité de surface τ_T .

$$\begin{aligned} m(x+dx)dy - m(x)dy + \tau_T dx dy - 2\tau_S dx \frac{dy}{2} &= 0 \\ \implies \frac{\partial m}{\partial x} &= \tau_S - \tau_T \end{aligned} \quad (3.5)$$

Les lois de comportement de chaque constituant fibre ou matrice seront explicitées par la suite et suivent le modèle initial de [Fleck et al \(1995\)](#) tel que :

- les fibres sont considérées inextensibles en traction/compression,
- seul un comportement de flexion est possible pour la fibre,
- la matrice a un comportement élasto-plastique construit en contraintes équivalentes prenant en compte les parties cisaillement et transverse.

Après écriture équivalente du problème sur la configuration initiale Ω_0 et l'utilisation des petites perturbations, un champ de déplacement admissible \vec{V} solution du problème doit vérifier :

$$\begin{aligned} &\text{Trouver } \vec{V} \neq 0 \text{ CA tel que } \forall \vec{U}^* \text{ CA à } 0 : \\ &\int_{\Omega} \sigma(V) : \mathbf{E}(\vec{U}^*) d\Omega + \int_{\Omega} \mathbf{\Pi}_0 : \nabla^t(\vec{V}) \cdot \nabla(\vec{U}^*) d\Omega - \langle \underline{F}_d, \vec{U}^* \rangle = 0 \\ &\iff \\ &\int_{\Omega_0} \sigma(V) : \varepsilon(\vec{U}^*) d\Omega + \int_{\Omega_0} \mathbf{\Pi}_0 : \nabla^t(\vec{V}) \cdot \nabla(\vec{U}^*) d\Omega - \langle \underline{F}_d, \vec{U}^* \rangle = 0 \end{aligned} \quad (3.6)$$

Le calcul des différents termes en jeu requiert l'application d'une relation de comportement pour chacun des constituants fibre et matrice. Le domaine Ω est ainsi partitionné en un domaine fibre Ω_f et un domaine matriciel Ω_m .

Dans ce qui suit, il s'agit d'une précharge de type compression pure longitudinale, le tenseur de précharge $\mathbf{\Pi}_0$ peut donc se réduire à la donnée de la contrainte σ_0 définie telle que (3.7) :

$$\mathbf{\Pi}_0 = \begin{bmatrix} \sigma_0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_{(x,y)} \quad (3.7)$$

De plus, il est supposé que l'établissement de cette bande de pliage a lieu de manière symétrique dans le plan du pli, on peut alors traiter le demi-domaine équivalent à Ω et ensuite reconstruire la solution complète par symétrie centrale à l'origine du repère $(0, \vec{x}, \vec{y})$, voir Figure 3.4. Le repère local 2D lié au plan du pli (x, y) est tel que l'axe x est longitudinal de parfaite rectitude des fibres et y l'axe transverse. De plus, cette imperfection est placée dans un environnement de champ lointain non perturbé par l'imperfection. Le choix de cette longueur totale d'étude est important car il permet de gérer deux types de zones : la première où la bande de pliage s'établit et la seconde où des décharges élastiques peuvent apparaître localement. Dans ce qui suit la longueur étudiée est toujours de l'ordre de quelques longueurs d'onde d'imperfection. Cette décharge pourrait être à l'origine de snap-backs plus ou moins prononcés selon la taille du domaine étudié, comme montré par Kyriakidès et al (1995), voir Figure 3.5). Le vecteur position d'un point M quelconque dans le VER est défini par (3.8).

$$\vec{M}_0 = x\vec{x} + y\vec{y} \quad (3.8)$$

Les conditions aux limites à imposer sont d'une part la condition de symétrie centrale en déplacement au centre 0 et libre aux extrémités du VER.

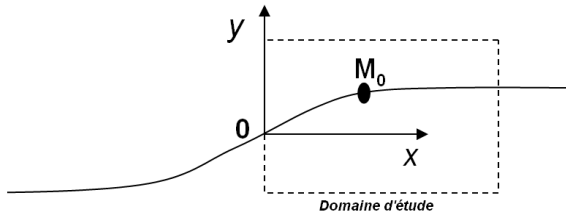


Figure 3.4: Schéma du domaine d'étude considéré compte-tenu de la symétrie centrale du VER.

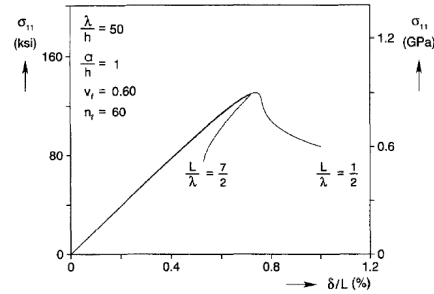


Figure 3.5: Effet de la longueur totale considérée à iso-imperfection (simulation microscopique discrète, d'après Kyriakidès et al (1995)).

D'après le partitionnement proposé pour le domaine d'étude $\Omega = \Omega_f + \Omega_m$, le champ de déplacement recherché \vec{V} est défini par (3.9) :

$$\vec{U}(x, y) = \begin{cases} \vec{U}_f(x, y) & \forall M \in \Omega_f \\ \vec{U}_m(x, y) & \forall M \in \Omega_m \end{cases} \quad (3.9)$$

et est valable pour l'ensemble du VER et en 2D dans le plan de l'imperfection considérée.

3.2.1.2 Hypothèses sur la fibre

Le champ de déplacement correspondant au domaine fibre Ω_f est décrit au moyen d'une cinématique de type poutre d'Euler-Bernoulli. Deux fonctions $v(x)$ et $\bar{v}(x)$ de

la variable x caractérisent respectivement la déviation des fibres dans la direction y et la déviation dans la direction y due à l'imperfection naturelle de la fibre telle que dans (3.10) pour le champ $\vec{U}_f(x, y)$. On remarque en particulier que les composantes longitudinales $u(x, y)$ sont nulles, il s'agit d'un problème de flexion pure sans contribution de traction/compression pure.

$$\vec{U}_f(x, y) = \begin{bmatrix} -y(v_{,x}(x) + \bar{v}_{,x}(x)) \\ v(x) + \bar{v}(x) \end{bmatrix}_{(x,y)} \quad (3.10)$$

Remarque : L'hypothèse des petits angles conduit pour tout ce qui suit à l'équation $\frac{\partial v}{\partial x} = \phi$ et de même pour l'imperfection équivalente \bar{v} telle que $\frac{\partial \bar{v}}{\partial x} = \bar{\phi}$. Le problème peut ainsi se résoudre en considérant les déviations courantes v et \bar{v} de façon équivalente aux angles ϕ et $\bar{\phi}$.

D'un point de vue comportemental, ces fibres sont supposées être infiniment rigides en traction/compression longitudinale, soit la déformation pure de traction/compression nulle telle que dans (3.11). Dans Kyriakidès et al (1995), la différence de comportement extensible ou inextensible pour la fibre est testée et elle est négligeable, ce qui valide cette hypothèse. En revanche, ces fibres ont un comportement de type Euler-Bernoulli en flexion caractérisé par le moment de flexion M_{fz} selon l'axe z (3.12).

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} = 0 \quad \text{et} \quad \varepsilon_{xx}^{traction} = 0 \quad (3.11)$$

$$M_{fz} = -EI_z \times \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \quad (3.12)$$

L'imperfection géométrique initiale de non-rectitude des fibres est générée par une fonction sinusoidale $\bar{v}(x)$ avec une longueur d'onde λ et une amplitude \bar{v}_0 données inscrites dans le plan du pli (3.13).

$$\vec{V}_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{v}(x, y) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{v}_0 \sin(\frac{\pi x}{\lambda}) \end{bmatrix}_{(x,y)} \quad (3.13)$$

Cette vision d'une sinusoïde unique pour l'imperfection peut sembler fortement idéalisée par rapport à l'imperfection réelle, pourtant des observations ainsi qu'une investigation de ces imperfections d'après les travaux de Yurgartis (1987), puis Paluch (1994) montrent que cette hypothèse est valable en première approximation. Il faut également préciser que ces résultats sont une évaluation très locale des imperfections rencontrées dans les plis à 0°. En particulier, la notion de longueur de corrélation spatiale n'est pas évoquée (cf. Figure 3.6) car on se place à l'échelle de l'équivalent de quelques longueurs d'onde seulement (domaine Ω). L'hypothèse d'une imperfection uniquement dans le plan du pli est acceptable car les défauts hors plan observés sont d'un ordre de grandeur très inférieur à ceux dans le plan (rapport 10 sur les niveaux d'amplitude). D'ailleurs pour les plis fins considérés ici, les bandes de pliages s'activent préférentiellement dans le plan alors que pour les cas de fortes épaisseurs elles ont tendance à activer des bandes de pliages dans l'épaisseur (cf. Lee et Soutis (2005)).

Dans ce modèle, l'hypothèse de la formation de la bande de pliage finale coïncidant avec la rupture discrète de la fibre aux deux extrémités de la Kink Band créée est utilisée. Le critère utilisé est ainsi en déformation maximale sur la fibre composé de la partition de la déformation de compression globale linéaire et de la compression locale due à la flexion de la fibre. Le critère de rupture finale est supposé

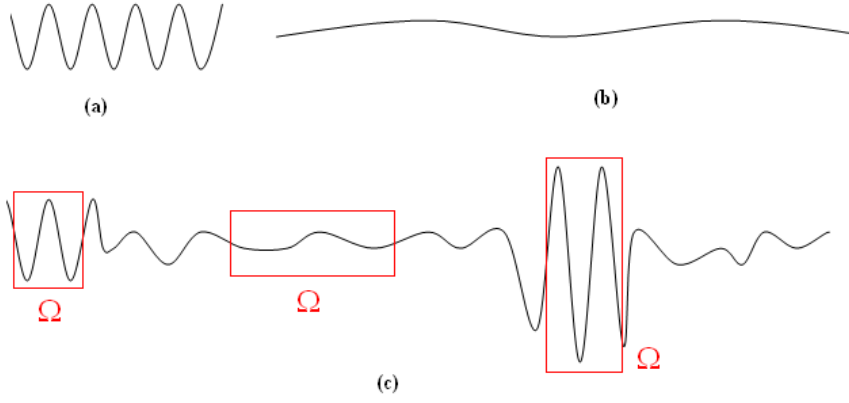


Figure 3.6: Schémas sur les imperfections géométriques possibles : (a) cas d'une seule sinusoïdale grande amplitude et petite longueur d'onde. (b) cas d'une seule sinusoïdale petite amplitude et grande longueur d'onde. (c) cas d'une combinaison linéaire de plusieurs sinusoïdes.

déterministe et peut être écrit selon l'équation (3.14) où d_f représente le diamètre de fibre.

$$\begin{aligned} \text{Pas de rupture tant que : } \varepsilon_f &> \frac{d_f}{2} \left| \frac{d^2 v}{dx^2} \right| - \frac{\sigma_{xx,pure}}{E} \\ \text{Rupture dès que : } \varepsilon_f &= \frac{d_f}{2} \left| \frac{d^2 v}{dx^2} \right| - \frac{\sigma_{xx,pure}}{E} \end{aligned} \quad (3.14)$$

3.2.1.3 Hypothèses sur la matrice

Parallèlement, le champ de déplacement $\vec{U}_m(x, y)$ correspondant au domaine matriciel Ω_m est explicité selon le même formalisme poutre en y ajoutant une hypothèse sur les déformations longitudinales négligeables (3.15).

$$\vec{U}_m(x, y) = \begin{bmatrix} 0 \\ v(x, y) \end{bmatrix}_{(x,y)} = \begin{bmatrix} 0 \\ v(x + y \tan(\beta)) \end{bmatrix}_{(x,y)} \quad (3.15)$$

On fait également l'hypothèse qu'il existe un angle β constant caractérisant l'axe transverse aux fibres courant, cet angle permet alors d'exprimer toutes les composantes et leurs dérivées transverses selon l'abscise curviligne s définie par $s = x + y \tan(\beta)$ et de simplifier l'expression des dérivées en y . Ainsi, Le champ de déformation pour la matrice est défini (3.16) :

$$\begin{aligned} \varepsilon(\vec{U}_m(x, y)) &= \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2}v_{,x}(x + y \tan(\beta)) \\ \frac{1}{2}v_{,x}(x + y \tan(\beta)) & \frac{1}{2}v_{,y}(x + y \tan(\beta)) \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2}v_{,x}(s) \\ \frac{1}{2}v_{,x}(s) & \frac{1}{2}v_{,x}(s) \tan(\beta) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3.16)$$

Remarque : L'hypothèse des petits angles d'imperfection est choisie, ce qui permet d'écrire l'approximation suivante : $\sin(v + \bar{v}) \approx v + \bar{v}$.

Le comportement élasto-plastique de la matrice est également un paramètre important car il entraîne une chute de la contrainte d'instabilité de microflambage.

Dans le modèle, ce comportement élasto-plastique est régi par la donnée de variables équivalentes $\tau_{eq} - \gamma_{eq}$ couplant les termes de cisaillement $\tau_S - \gamma_S$ et transverses $\sigma_T - \epsilon_T$ (3.18).

$$\tau_{eq}^2 = \tau_s^2 + \frac{\sigma_T^2}{r^2}$$

r coefficient de couplage cisaillement/transverse (3.18)

Une manière simple et usuelle de coupler ces termes est de postuler une équivalence énergétique (3.19) :

$$\tau_{eq}\gamma_{eq} = \sigma_{xy}2\varepsilon_{xy} + \sigma_{yy}\varepsilon_{yy} \quad (3.19)$$

Le champ de déplacement matriciel est décomposé en une partie purement élastique et une autre inélastique (3.20).

$$\gamma_{eq} = \gamma_{eq}^{elas} + \gamma_{eq}^{plas} \quad (3.20)$$

L'évolution de la plasticité est régie par la donnée d'un convexe d'élasticité f ou fonction seuil telle que (3.22). La loi d'écroûissage est notée R et est définie selon une évolution isotrope du convexe d'élasticité f (équation (3.21)).

$$R(\gamma_{eq}^{plas}) = a \times (\gamma_{eq}^{plas})^b \quad (3.21)$$

$$f = \tau_{eq} - R_0 - R(\gamma_{eq}^{plas}) \leq 0 \quad (3.22)$$

Les paramètres définissant les modules élastiques et la courbe d'écroûissage sont identifiés par ailleurs sur des essais classiques de type $[\pm 45^\circ]$ et $[\pm 67.5^\circ]$.

Remarque : Pour le comportement matriciel, le choix initial est de ne pas inclure de composante endommageable de type diffus au niveau microscopique. Cette hypothèse sera discutée ultérieurement notamment pour les niveaux d'imperfections élevés et la présence d'un chargement combiné compression/cisaillement.

3.2.2 Formulation du problème final

Moyennant les hypothèses cinématiques et de partition du champ de déplacement formulées ci-dessus, le problème global poutre à résoudre peut s'écrire de façon plus détaillée. En effet, l'écriture du principe des puissances virtuelles donnée initialement par (3.6) peut alors s'écrire tel que dans (3.24) et (3.26).

$$\forall v^*(x) \in CA_0 = \left\{ \begin{array}{l} v : v \in C^1([0, L]), \int_0^\infty (v_{,x})^2 dx < +\infty, \int_0^\infty (v)^2 dx < +\infty, \\ v(0) = 0 \text{ and } v_{,x}(L) = 0 \end{array} \right\} \quad (3.23)$$

$$\begin{aligned} & - \int_{\Omega_f} \text{Tr}[\boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{\varepsilon}(V_f^*)]d\Omega - \int_{\Omega_f} \text{Tr}[\boldsymbol{\sigma}_0 \left(\nabla^t(\vec{V}_f) \cdot \nabla(\vec{V}_f^*) \right)]d\Omega \\ & - \int_{\Omega_m} \text{Tr}[\boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{\varepsilon}(V_m^*)]d\Omega + |Tv^*|_0^L + |Mv^*_{,x}|_0^L = 0 \end{aligned} \quad (3.24)$$

$$\forall x \in \Omega_f : \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}_{fibres}\boldsymbol{\varepsilon}(V_f) \quad (3.25)$$

$$\forall x \in \Omega_m : \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}_{matrice}\boldsymbol{\varepsilon}(V_m) \quad (3.26)$$

Parmi ces termes, quelques simplifications apparaissent :

- pour le terme correspondant au travail des efforts internes de fibres : la cinématique de type Euler-Bernoulli ainsi que le caractère inextensible en traction/compression conduit à un seul terme non nul de flexion des fibres :

$$\begin{aligned}
 - \int_{\Omega_f} \text{Tr}[\boldsymbol{\sigma} \boldsymbol{\varepsilon}(V_f^*)] d\Omega &= \int_{\Omega_f} -\sigma_{xx} y v_{,xx}^* d\Omega \\
 &= \int_{\Omega_f} E y^2 (v_{,xx} + \bar{v}_{,xx}) v_{,xx}^* d\Omega \\
 &= EI \int_L (v_{,xx} + \bar{v}_{,xx}) v_{,xx}^* dx \quad (3.27)
 \end{aligned}$$

- pour le terme correspondant à la précharge de flambage, deux termes sont distingués dans (3.28) :

$$\begin{aligned}
 - \int_{\Omega_f} \text{Tr}[\boldsymbol{\sigma}_0 (\nabla^t(\vec{V}_f) \cdot \nabla(\vec{V}_f^*))] d\Omega &= - \int_{\Omega_f} \boldsymbol{\sigma}_0 [y^2 (v_{,xx} + \bar{v}_{,xx}) v_{,xx}^* + (v_{,x} + \bar{v}_{,x}) v_{,x}^*] d\Omega \\
 &= -\boldsymbol{\sigma}_0 I \int_L (v_{,xx} + \bar{v}_{,xx}) v_{,xx}^* dx \quad (3.28)
 \end{aligned}$$

$$-\boldsymbol{\sigma}_0 S_f \int_L (v_{,x} + \bar{v}_{,x}) v_{,x}^* dx \quad (3.29)$$

En comparant le terme de (3.27) et le terme (3.28), on aboutit à une factorisation par le terme $(E - \boldsymbol{\sigma}_0)I$. En faisant l'hypothèse raisonnable que $\boldsymbol{\sigma}_0$ est négligeable par rapport à E , ce terme de précharge se réduit donc à un seul terme tel que dans (3.30) :

$$- \int_{\Omega_f} \text{Tr}[\boldsymbol{\sigma}_0 (\nabla^t(\vec{V}_f) \cdot \nabla(\vec{V}_f^*))] d\Omega = -\boldsymbol{\sigma}_0 S_f \int_L (v_{,x} + \bar{v}_{,x}) v_{,x}^* dx \quad (3.30)$$

- pour le terme correspondant au travail des efforts internes matriciels :

$$\begin{aligned}
 - \int_{\Omega_m} \text{Tr}[\boldsymbol{\sigma} \boldsymbol{\varepsilon}(V_m^*)] d\Omega &= \int_L (\sigma_{xy} + \sigma_{yy} \tan(\beta)) v_{,x}^* d\Omega \\
 &= S_m \alpha \int_L (\sigma_{xy} + \sigma_{yy} \tan(\beta)) v_{,x}^* dx \\
 &= S_m \alpha \int_L \tau_{eq}(\gamma_{eq}) v_{,x}^* dx \quad (3.31)
 \end{aligned}$$

Après arrangements, le problème équivalent revient à trouver $v(x)$ tel que dans (3.32).

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \forall v^*(x) \in CA_0 = \left\{ \begin{array}{l} v : v \in C^1([0, L]), \int_0^\infty (v_{,x})^2 dx < +\infty, \int_0^\infty (v)^2 dx < +\infty, \\ v(0) = 0 \text{ and } v_{,x}(L) = 0 \end{array} \right\} \\
 \int_L -EI \{v_{,xx}\} \langle v_{,xx}^* \rangle + \sigma_L S_f \{v_{,x} + v_{0,x}\} \langle v_{,x}^* \rangle - \tau_S S_m v_{,x}^* - \sigma_T (\tan \beta) S_m v_{,x}^* d\Omega \\
 + |Tv^*|_0^L + |Mv_{,x}^*|_0^L = 0
 \end{array} \right. \quad (3.32)$$

On remarque les conditions aux limites en $x = 0$ et en $x = L$, T et M sont respectivement le cisaillement transverse et le moment supportés par l'extrémité de la poutre. Les termes S_f et S_m sont respectivement la surface équivalente matricielle et la surface équivalente de fibres dans le VER.

Il est également possible de rendre la résolution du problème adimensionnelle de sorte que plusieurs matériaux de même gamme puissent être analysés sans pour autant relancer une résolution. Selon le tableau de correspondance Tableau 3.1, le problème est résolu sous sa forme adimensionnelle suivante, voir (3.33).

$$\int_{\Omega} \{-q_{,\xi\xi}\} \langle q_{,\xi\xi}^* \rangle + \Lambda \{q_{,\xi} + q_{0,\xi}\} \langle q_{,\xi}^* \rangle - S_r \{\tau_{eq}^*(\gamma_{eq}^*)\} \langle q_{,\xi}^* \rangle d\Omega = 0 \quad (3.33)$$

Paramètres	Quantités dimensionnelles	Quantités adimensionnelles
Abscisse courante longitudinale	x	ξ
Amplitude de l'imperfection	\bar{v}_0	\bar{q}_0
Demie-longueur d'onde de l'imperfection	λ	ξ_I
Champ de contrainte longitudinal à l'infini	σ_0	Λ
Seuil de déformation plastique	γ_Y	γ_Y^*
Seuil de contrainte plastique	τ_Y	τ_Y^*
Rotation courante des fibres	$v(x)$	$q(\xi)$

Tableau 3.1: Données dimensionnelles et adimensionnelles du problème de microflambage.

3.2.3 Résolution numérique

La résolution numérique est basée sur une discrétisation spatiale aux éléments finis du problème. En particulier, des éléments de type Hermite (degré 3) sont utilisés de manière à assurer la continuité des champs $v(x)$ et $v_{,x}$.

Un certain nombre de difficultés numériques existent du fait du caractère instable se traduisant par un pic d'instabilité en contrainte très net. Pour les traiter, un algorithme local de retour radial, pour intégrer le comportement matriciel, et une méthode de continuation de type longueur d'arc, de manière à passer le pic d'instabilité, ont été utilisés. La résolution du problème avant l'avènement du flambage est assurée par une méthode de Newton-Raphson où le paramètre de pilotage est la charge de compression à l'infini σ_0 . Par la suite, un indicateur de non-linéarité globale indique quand le solveur doit utiliser une méthode de type Riks-Crisfield (voir Riks (1979); Crisfield (1981)) pour palier les limitations de l'algorithme de Newton à l'approche du pic d'instabilité.

Cette méthode consiste en la donnée supplémentaire d'une équation de cercle à résoudre faisant intervenir les incréments de charges et les incréments de déplacements, comme présenté dans la Figure 3.7. Le problème équivalent à résoudre, tenant compte de la contrainte de longueur d'arc, peut alors s'écrire sous la forme

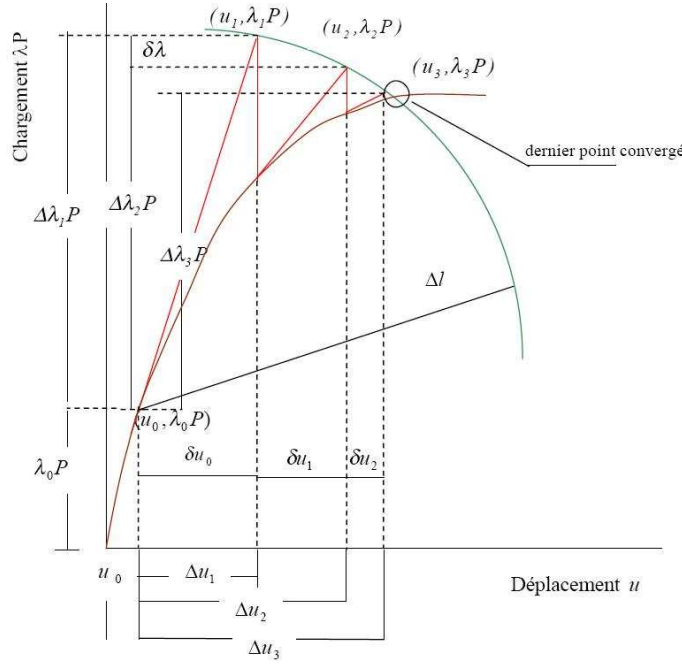


Figure 3.7: Schéma de principe de la méthode de longueur d'arc.

discretisée suivante (3.34).

$$\left\{ \begin{array}{l} R_{eq}(\Lambda, q, q^*) = -\frac{d^2q}{d\xi^2} \frac{d^2q^*}{d\xi^2} + \Lambda \frac{d(q+\bar{q})}{d\xi} \frac{dq^*}{d\xi} - g(q) \frac{dq^*}{d\xi} = 0 \quad , \text{équation d'équilibre} \\ A_{eq}(\Lambda, q) = \|\Delta q\|^2 + \|\Delta Load\|^2 - \Delta l^2 \quad , \text{équation d'arc sphérique} \\ \Delta Load = -\Delta \Lambda \frac{d(q+\bar{q})}{d\xi} \quad , \text{paramètre de charge} \end{array} \right. \quad (3.34)$$

L'arrêt du calcul est déterminé par un critère de rupture en déformation maximale de compression des fibres.

L'écriture du schéma itératif de Newton-Riks correspond à la résolution du système suivant (3.35) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \left[\begin{array}{cc} K^T(\Lambda, q^*) & \frac{d(q+\bar{q})}{d\xi} \\ \frac{dA_{eq}}{dq}(q) & \frac{dA_{eq}}{d\Lambda}(q) \end{array} \right] \times \begin{pmatrix} \delta q \\ \delta \Lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_{eq}^a \\ A_{eq}^a \end{pmatrix} \\ \Delta \Lambda = \Delta \Lambda + \delta \Lambda \\ \Delta q = \Delta q + \delta q \end{array} \right. \quad (3.35)$$

moyennant la définition des résidus d'équilibre et de longueur d'arc spécifiés dans (3.34).

Les différentes étapes de calculs peuvent se résumer dans le diagramme de la Figure 3.8.

Pour le post-traitement, on s'intéresse plus spécifiquement au comportement global en compression, aux énergies dissipées lors de la formation du fragment et à la taille des fragments créés. Cela suppose quelques définitions particulières, notamment pour la mesure de la déformation globale longitudinale de l'échantillon Ω noté $(\frac{\Delta L}{L})_{total}$ qui est la somme de la déformation non linéaire due à la bande de pliage sur tout le domaine et de la déformation longitudinale de champ lointain, soit l'équation

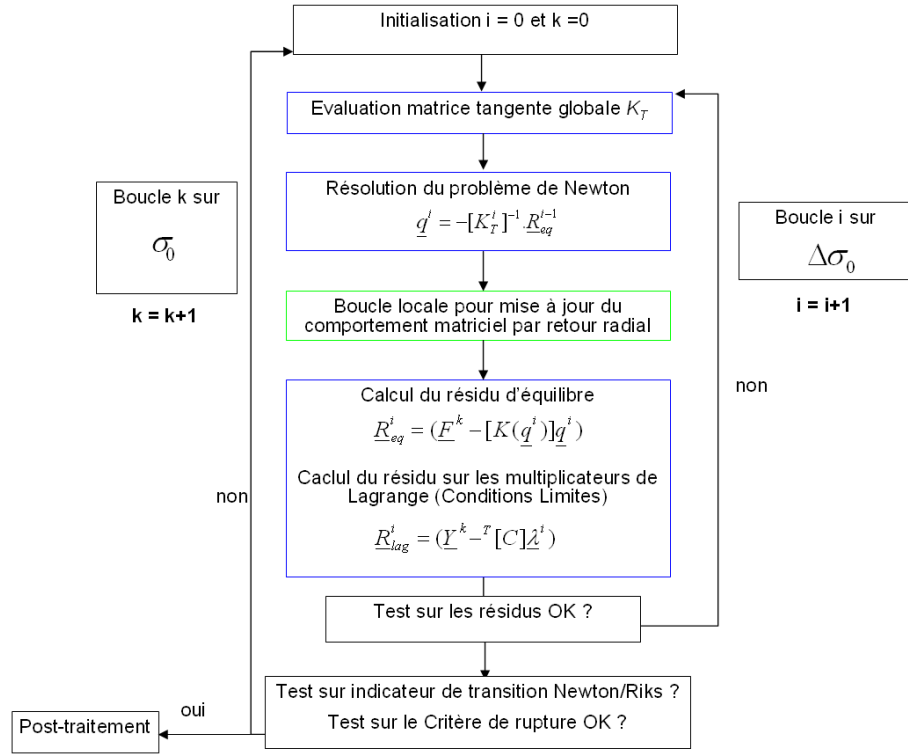


Figure 3.8: Schéma de principe de l'algorithme global utilisé pour la résolution du problème de microflambage.

(3.36).

$$\left(\frac{\Delta L}{L}\right)_{total} = \left(\frac{\Delta L}{L}\right)_{\text{non linéaire KB}} + \frac{\sigma_L}{E} \quad (3.36)$$

De plus, on s'intéresse également à la répartition des différentes énergies mises en jeu lors de la création du fragment. L'énergie interne du problème est composée de cette flexion des fibres et de la partie élastique matricielle. La dissipation intrinsèque ou dissipation mécanique au sens thermodynamique de l'inégalité de Clausius-Duhem appliquée au problème est composée de l'énergie plastique totale due à la matrice soustraite de l'énergie bloquée dans celle-ci, cf. équations (3.38) et (3.39).

$$E_{dissipation} = E_{\text{dissipation intrinsèque}} + E_{\text{bloquée dans la matrice}} + (E_{\text{flexion fibre}}) \quad (3.37)$$

$$= E_{\text{plastique totale}} + E_{\text{flexion fibre}} \quad (3.38)$$

$$\begin{cases} E_{\text{flexion fibre}} = 2 \times \frac{1}{2} \int_0^L EI \left(\frac{d^2 v}{dx^2}\right)^2 dx \\ E_{\text{plastique totale}} = 2 \times \frac{1}{2} \int_0^L \left(\int_0^p (R_0 + R(p)) \dot{p}\right) dx \end{cases} \quad (3.39)$$

Pour le comportement particulier de la création du fragment, il sera tenu compte de l'énergie plastique totale comme véritable grandeur énergétique dissipée et de l'énergie élastique de flexion des fibres comme non récupérable par le domaine et donc dissipée.

3.3 Résultats préliminaires

Les premiers résultats issus de la résolution numérique sont présentés en faisant varier les imperfections de fibres en amplitude et en longueur d'onde et le comportement de la matrice dans sa partie élastique ou élasto-plastique. Il s'agit ainsi de donner les tendances majeures du phénomène pour les paramètres caractéristiques de contrainte - déformation longitudinales de compression, la taille des fragments créés et l'influence sur les contraintes d'instabilité et les énergies dissipées par la création du fragment.

Pour analyser les résultats, il a semblé utile de rappeler ceux obtenus :

- en présence d'une matrice parfaitement élastique,
- en présence d'une matrice parfaitement plastique,
- sans imperfection géométrique des fibres.

Le cas du comportement sans imperfections et matrice élastique correspond au problème classique du flambage d'Euler avec une contrainte d'instabilité définie par la formule (3.40), où E_h et I_h définissent respectivement le module homogénéisé longitudinal du VER composite et I le moment d'inertie équivalent du VER.

$$\sigma_{Euler} = -\frac{E_h I_h \pi^2}{S_f L^2} \quad (3.40)$$

Cette formule donne la valeur de la contrainte longitudinale d'instabilité, qui est inversement proportionnelle au carré de la longueur considérée.

Cependant, le caractère orthotrope du composite et la prépondérance de la rigidité de la fibre en compression ont mené à des formules légèrement différentes du flambage linéaire d'Euler, on peut citer par exemple la première formule proposée en (3.41) par Rosen (1965)

$$\sigma_{Rosen} = \frac{G_m}{(1 - V_f)} \quad (3.41)$$

pour la contrainte d'activation en microflambage. Ces travaux ne prennent pas en compte les non-linéarités matérielles et géométriques mais proposent déjà un lien entre cette contrainte pic et la rigidité en cisaillement de la matrice G_m (V_f étant le taux volumique de fibres). Dans le cas adimensionnel, cela correspond à la valeur $\Lambda = 1$.

L'ajout d'un comportement non linéaire avec écrouissage pour la matrice a pour effet de précipiter le flambage lorsque le domaine matriciel passe le seuil de plasticité. La rigidité longitudinale apportée par la matrice environnant les fibres devient de plus en plus faible et mène à une instabilité précoce. De même, lorsqu'on ajoute la prise en compte d'imperfections de rectitudes des fibres, celles-ci ont pour effet d'abaisser cette contrainte d'instabilité. Si des solutions analytiques pour ces cas précis existent, l'effet combiné de la plasticité réelle et des imperfections n'est accessible dans le cas général que par la résolution numérique du problème. Il permet déjà de donner numériquement le lien entre le cas sans imperfection et avec imperfection en termes de contraintes de compression (voir Figure 3.9), tout en fournissant le déroulement complet du fragment (amplitude courante $v(x)$ du demi-domaine en rouge et sa dérivée en bleu). Le cas sans imperfection constitue un cas particulier pour la contrainte d'instabilité où on retrouve le résultat formulé par Rosen (1965).

Le modèle permet également de reproduire les effets de décharges élastiques dans les zones non fléchies par la zone d'imperfection. A titre d'illustration, la réponse en

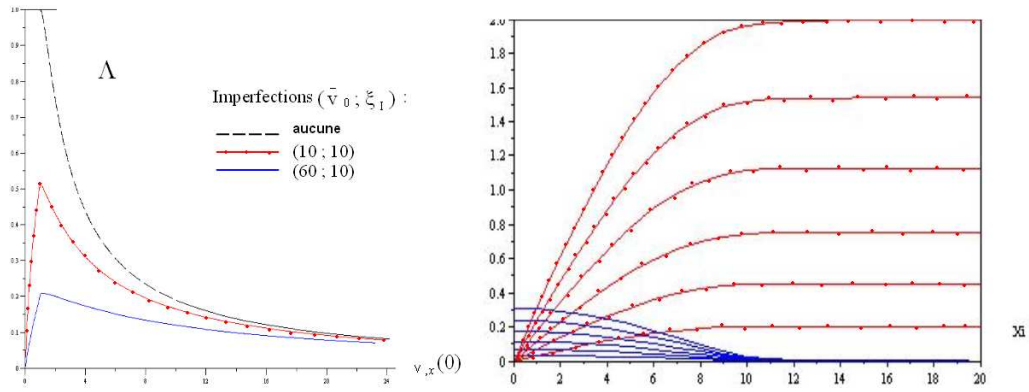


Figure 3.9: Courbes contraintes - Déformations globales avec ou sans imperfection (à gauche) et déroulement de l'amplitude courante de la fibre (à droite).

compression globale prenant en compte la déformation totale proposée précédemment dans (3.36) est proposée. Cette déformation prend en compte la déformation non-linéaire de type Kink-Band et la valeur moyenne de compression macroscopique sur le domaine. On obtient ainsi les courbes présentant de forts « snap-backs » (liés aux décharges élastiques) pour un couple d'imperfection fixé à 60 en amplitude et 30 en longueur d'onde adimensionnels et pour R_0 variant de 20 à 50 MPa (voir Figure 3.10).

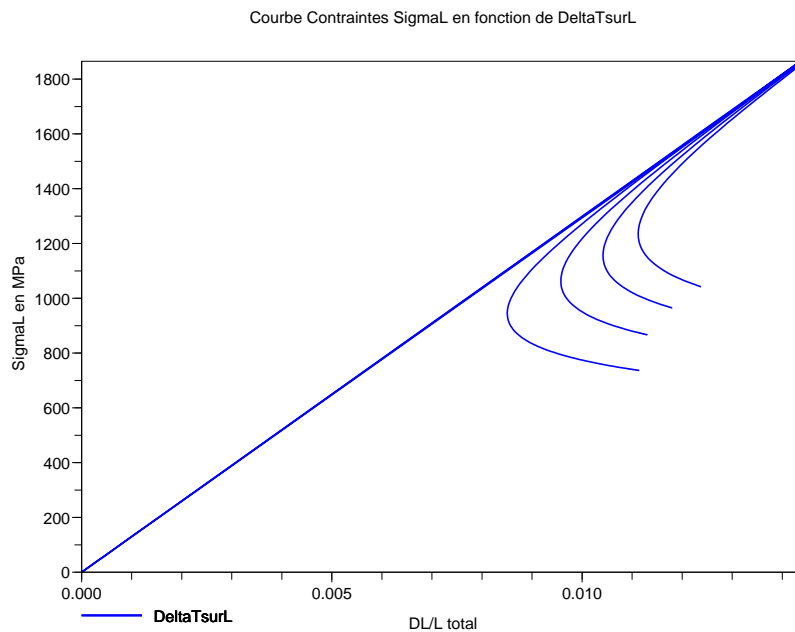


Figure 3.10: Courbes contraintes longitudinales de compression (MPa) en fonction de la déformation totale longitudinale : variation de R_0 de 20 à 50 MPa pour une imperfection constante d'amplitude 60 et longueur d'onde 30 adimensionnels.

Dans ce qui suit, une étude systématique des différents paramètres est effectuée. La matrice considérée est un thermodurcissable de type T300/914 dont le comportement a été caractérisé par les données du Tableau 3.2.

De plus, les informations d'imperfections de fibres réelles mesurées d'après Paluch (1994) sont également connues et présentées dans le Tableau 3.3 pour quatre types de fibres différents. Il apparaît que les ordres de grandeurs des amplitudes et de

E	130000 MPa
τ_Y	50 MPa
γ_Y	0.011
G_{12}	4545 MPa
ε_f	0.01
Loi d'écroutissage	$R(p) = 0.3 \times p^{0.7}$
Amplitude des imperfections	Intervalle adimensionnel =[10-80]
Longueur d'onde des imperfections	Intervalle adimensionnel =[30-60]

Tableau 3.2: Caractéristiques mécaniques du pli thermdurcissable UD de type T300/914.

longueurs d'ondes sont sensiblement les mêmes lorsqu'on change de type de fibre. Un intervalle d'amplitude de 4 à 80 pour l'amplitude adimensionnelle permet de couvrir le spectre réel de ces quatre types de fibres, de même un intervalle de 25 à 65 en longueur d'onde adimensionnelle couvre le spectre réel.

Types de fibre	$f_0, \mu\text{m}$		$\bar{v}_0, \text{adim.}$		Demi-longueur d'onde $\bar{w}, \mu\text{m}$		$\xi_I, \text{adim.}$	
	Mini.	Maxi.	Mini.	Maxi.	Mini.	Maxi.	Mini.	Maxi.
AS4	0.32	5.10	4	63.7	430	840	24	47
GY70	1.25	6.12	15.6	76.6	435	1050	25	59
T800	0.06	4.25	0.7	53	260	1140	14	64
T300	0.53	6.31	6.6	79	620	1160	35	65

Tableau 3.3: Valeurs d'imperfections réelles identifiées et leurs équivalents adimensionnels.

3.3.1 Influence de la plasticité matricielle

Dans le cas d'un comportement réel de la matrice, on la considère élastique puis élasto-plastique de type écroutissage isotrope.

Les différents paramètres qui sont étudiés sont la rigidité de cisaillement G_{12} , la limite élastique de la matrice τ_y et la forme de la courbe d'écroutissage (paramètres α_1 et α_2).

$$R = R_0 + R(p) \quad (3.42)$$

$$\text{avec } R(p) = \alpha_1 \times p^{\alpha_2} \quad (3.43)$$

Dans un premier temps, si la rigidité de cisaillement matriciel G_{12} varie tout en conservant les autres paramètres d'imperfections de fibre et de plasticité, on obtient des tendances sur la contrainte d'instabilité et les énergies dissipées. Ainsi, les courbes de la Figure 3.11 montrent que pour une variation du module de cisaillement G_{12} de 3333 à 4545 MPa, la contrainte d'instabilité est modifiée de 1368 MPa à 1865 MPa, ce résultat est similaire à la tendance observée pour des problèmes de flambages élastiques. Les énergies dissipées à la création du fragment varient alors respectivement de 1.587 mJ/mm^3 à 1.869 mJ/mm^3 , différences plutôt mineures.

Remarque : Ces résultats concernent un niveau d'imperfection de fibre adimensionnel d'amplitude 60 et longueur d'onde 30, ce qui est plutôt supérieur à la moyenne réelle. Lorsqu'on réalise les mêmes calculs avec une imperfection de 30 en amplitude et 30 en longueur d'onde, on obtient des niveaux d'instabilités plus élevés

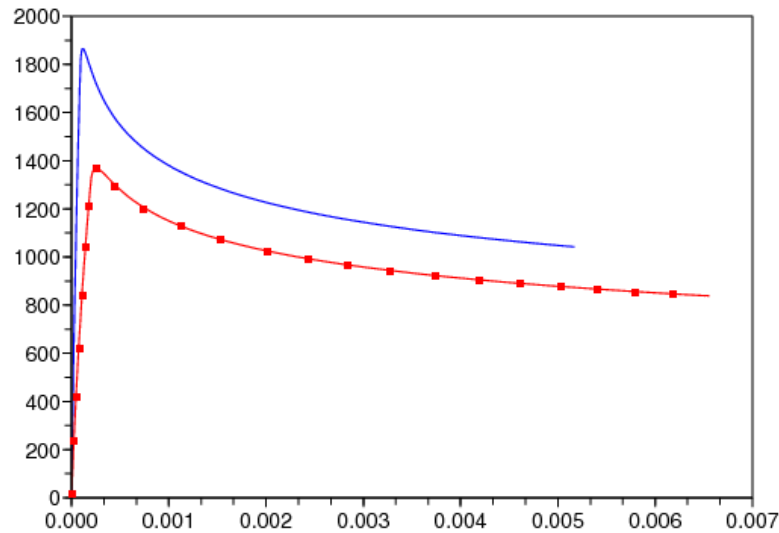


Figure 3.11: Contrainte de compression (valeur absolue en MPa) en fonction de l'écrasement DL (mm) pour un module de cisaillement $G_{12}=3333$ MPa (en rouge et motif carré) et $G_{12}=4545$ MPa (en bleu). [Cas de l'amplitude d'imperfection de 60].

(respectivement 3536 MPa pour $G_{12}=3333$ MPa et 4822 MPa pour $G_{12}=4545$ MPa) dans la Figure 3.12, preuves qu'il existe une compétition à l'instabilité entre un déclenchement provoqué par une imperfection importante ou par un support matriciel élastique faible.

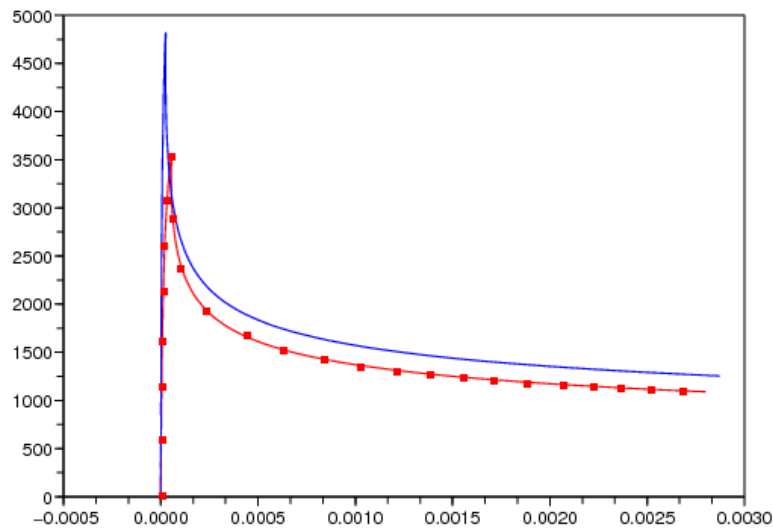


Figure 3.12: Contrainte longitudinale de compression (valeur absolue en MPa) en fonction de l'écrasement DL (en mm) pour un module de cisaillement $G_{12}=3333$ MPa (en rouge et motif carré) et $G_{12}=4545$ MPa (en bleu). [Cas de l'amplitude d'imperfection de 10].

On peut également analyser les conséquences d'un changement de contrainte seuil de plasticité R_0 , au delà de laquelle la plasticité se développe. Pour cela, une série

de calculs est menée pour des valeurs de R_0 variant de 20 à 50 MPa, les autres paramètres de la matrice et de l'imperfection des fibres étant gardés constants (niveaux faibles : amplitude adimensionnelle de 10). Les résultats en termes de comportement général sont présentés dans la Figure 3.13 et la Figure 3.14. On constate que les contraintes d'instabilité sont identiques et fixées à 4800 MPa, la seule variation apparente et significative est le niveau de DL où l'instabilité se produit, ce qui est la conséquence directe du retard du seuil plastique. Les énergies dissipées correspondantes varient de quelques dixièmes de mJ/mm^3 sans que ce soit significatif (7% par rapport à la valeur moyenne).

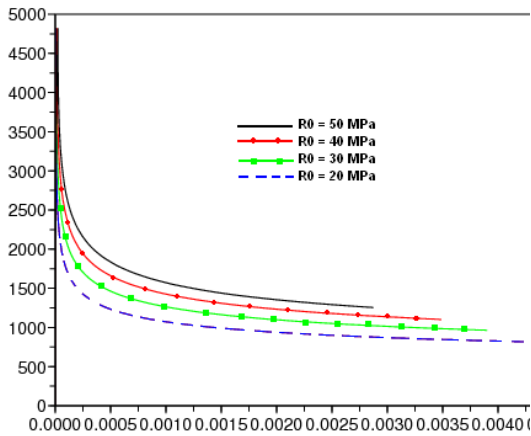


Figure 3.13: Contrainte longitudinale de compression (en MPa) en fonction de l'écrasement DL (en mm) pour un module $G_{12}=4545$ MPa et variation de R_0 de 20 MPa à 50 MPa. [Cas de l'amplitude d'imperfection de 10].

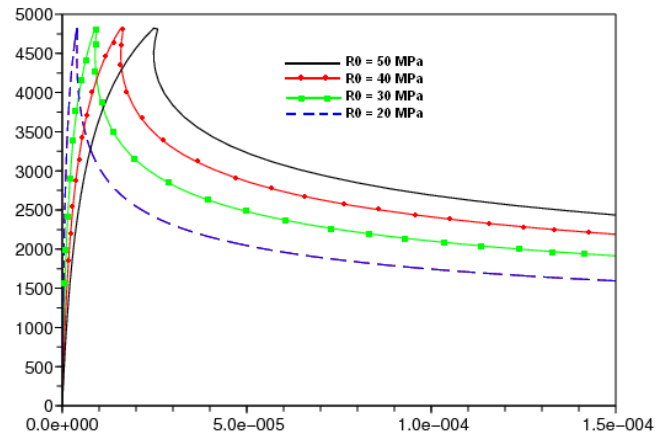


Figure 3.14: Zoom sur les pics d'instabilité longitudinale de compression (en MPa) en fonction de l'écrasement DL (en mm) pour un module $G_{12}=4545$ MPa et variation de R_0 de 20 MPa à 50 MPa. [Cas de l'amplitude d'imperfection de 10].

De même et pour un niveau d'imperfection plus élevé en amplitude de 60 et pour une même variation du seuil R_0 , on observe nettement que c'est l'amplitude d'imperfection qui dicte l'instabilité, le niveau de contrainte seuil de la matrice jouant très peu. Les variations en termes d'énergies dissipées sont négligeables. Le snap-back pour ce niveau d'amplitude de 60 est beaucoup moins prononcé sur la Figure 3.15 et la Figure 3.16.

3.3.2 Influence des imperfections

On constate que le comportement en compression est tout d'abord de type élastique non linéaire (dû aux imperfections), on retrouve ainsi le comportement proposé initialement par [Allix et al \(1994\)](#) à l'échelle mésoscopique. La contrainte en compression atteint alors une contrainte d'instabilité correspondant au début du flambage microscopique de la fibre. Cette contrainte d'instabilité est directement liée à l'amplitude de l'imperfection des fibres : résultat classique pour un problème de flambage. Ensuite le comportement subit un phénomène de snap-back, jusqu'à atteindre la rupture locale de la fibre elle-même.

Remarque : Sur la partie pré-pic, on retrouve les mêmes types d'influence de la non linéarité élastique et l'interprétation du rôle joué par ces imperfections.

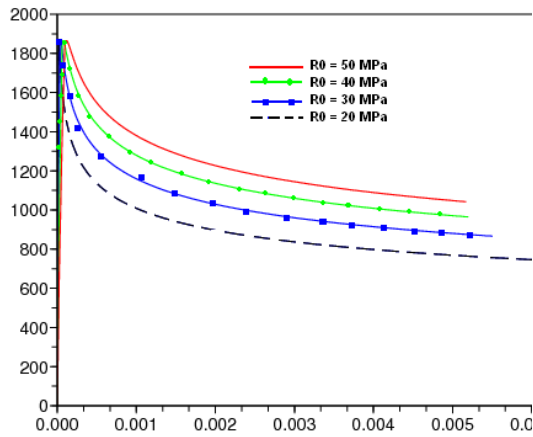


Figure 3.15: Contrainte longitudinale de compression (en MPa) en fonction de l'écrasement DL (en mm) pour un module $G_{12}=4545$ MPa et variation de R_0 de 20 MPa à 50 MPa. [Cas de l'amplitude d'imperfection de 60].

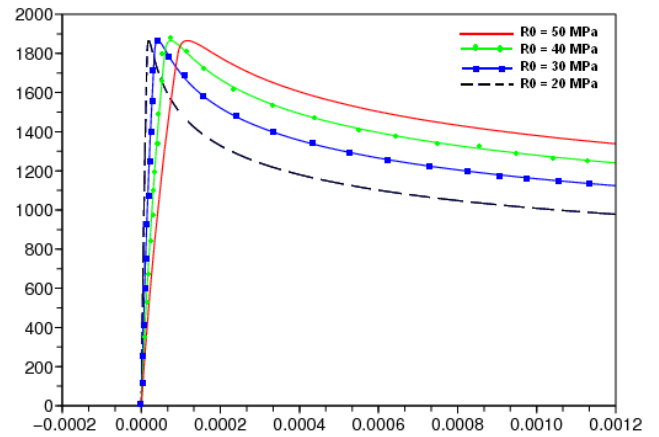


Figure 3.16: Zoom sur les pics d'instabilité longitudinale de compression (en MPa) en fonction de l'écrasement DL (en mm) pour un module $G_{12}=4545$ MPa et variation de R_0 de 20 MPa à 50 MPa. [Cas de l'amplitude d'imperfection de 60].

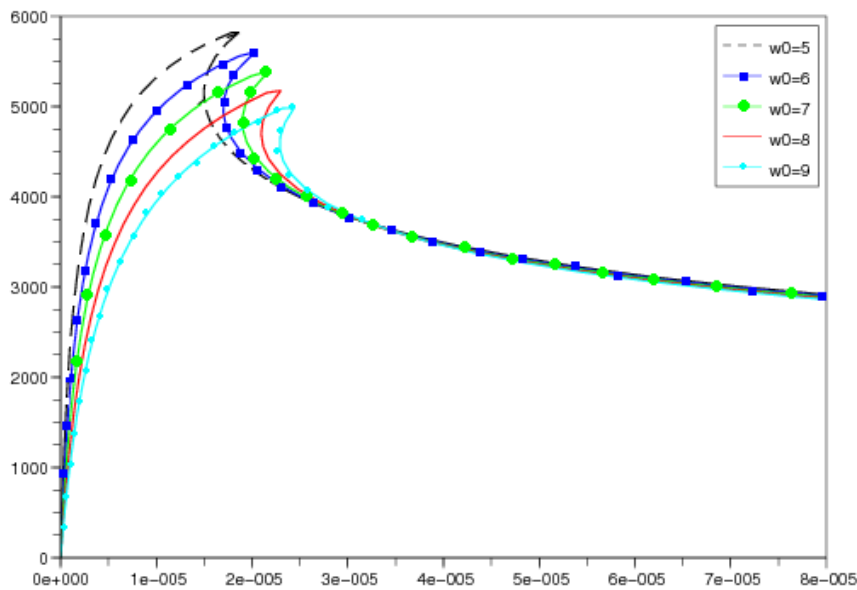


Figure 3.17: Zoom sur le pic d'instabilité longitudinale de compression (en MPa) en fonction de l'écrasement DL (en mm) pour un module $G_{12}=4545$ MPa et variation de l'amplitude d'imperfection adimensionnelle de 5 à 9 et longueur d'onde adimensionnelle de 30.

Il est ainsi vérifié que l'amplitude de l'imperfection est un paramètre prépondérant dans l'avènement de l'instabilité de type flambage. En effet, plus l'amplitude est élevée moins la contrainte d'instabilité est élevée (voir Figure 3.17). Ce résultat est classique d'un comportement en flambage élastique linéaire en présence d'imperfection. Le caractère élasto-plastique du support caractérisé par la matrice permet de précipiter plus rapidement le processus post-pic.

Enfin, la taille du fragment créée est délimitée par les zones extrêmes de rupture des fibres subissant la flexion maximale combinée à l'action de compression macroscopique. On peut ainsi vérifier (voir Figure 3.18) que le critère utilisé donne des résultats en accord avec ce qui est constaté expérimentalement sur les tailles réelles de fragment, à savoir que cette longueur est de l'ordre de 10 à 15 fois le diamètre de la fibre considérée.

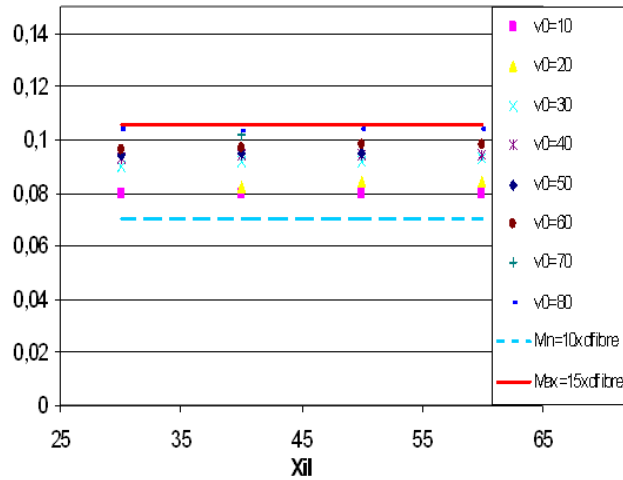


Figure 3.18: Evaluation des tailles de fragments créés en fonction des niveaux d'imperfections adimensionnels (amplitude et longueur d'onde).

Récapitulatif : Le comportement microscopique pré-pic est similaire à un comportement non-linéaire élastique (notamment dû aux imperfections) et le modèle mésoscopique proposé par Allix et al (1994) convient. La contrainte en compression atteint alors une contrainte d'instabilité correspondant au début du flambage microscopique de la fibre. Cette contrainte d'instabilité est directement liée à l'amplitude de l'imperfection des fibres (l'effet de la longueur d'onde restant secondaire) : résultat classique pour un problème de flambage. Ensuite le comportement subit un phénomène de snap-back prononcé pour les contraintes seuil élevées ou les amplitudes d'imperfections faibles. Les différentes courbes de la Figure 3.19 témoignent de cette compétition mutuelle entre ces deux paramètres gouvernant l'instabilité.

3.4 Evaluation statistique des paramètres au niveau microscopique

Pour le moment, les imperfections de fibre ont été introduites à partir d'intervalles d'amplitudes et de longueurs d'ondes de formes sinusoidales provenant d'observations et d'analyses réelles, mais parmi toutes ces valeurs a priori non corrélées entre elles, la réalité est plus précise quant à la distribution de ces défauts dans une plaque UD composite. Dans Paluch (1994), des échantillons ont été prélevés sur des plaques stratifiées $[0^\circ]_n$ therm durcissables et une analyse d'image a permis de retrouver la filiation 3D des fibres (voir Figure 3.20). Cette analyse d'image a montré que la forme sinusoidale était une hypothèse correcte pour chaque fibre et qu'une corrélation physique entre ces deux paramètres de longueur d'onde et d'amplitude de la sinusoidale de chaque fibre existait. En effet, les effets de corrélation peuvent se comprendre si l'on considère les cas extrêmes de grande longueur d'onde et petite amplitude ou inversement petite longueur d'onde et grande imperfection qui ne sont pas réalistes.

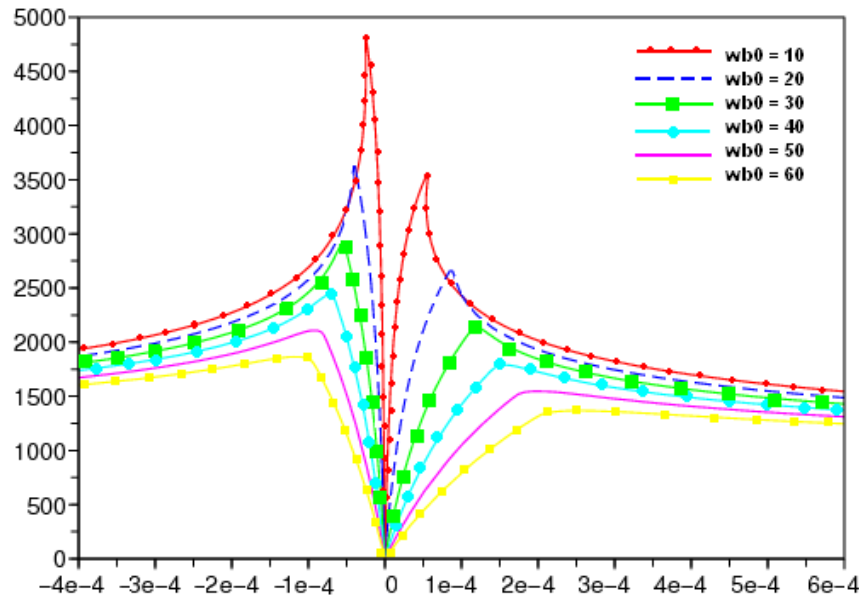


Figure 3.19: Zoom sur les pics d'instabilités (en MPa) en fonction de l'écrasement DL (en mm) pour une variation de l'amplitude d'imperfection adimensionnelle de 10 à 60 (longueur d'onde adimensionnelle de 30) et pour une module de cisaillement G_{12} de 4545 MPa pour les courbes de gauche et G_{12} de 3333 MPa pour les courbes de droite.

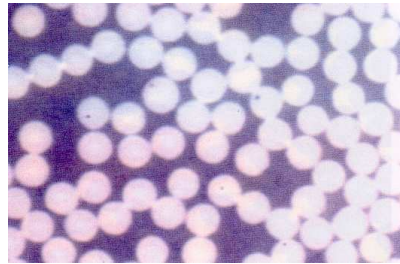


Figure 3.20: Coupe microscopique pour l'analyse et la reconstruction de la filiation des fibres, d'après Paluch (1994).

L'existence d'une corrélation physique entre amplitude et longueur d'onde d'imperfection permet d'utiliser uniquement le rapport d'imperfection *amplitude-longueur d'onde* pour utiliser tous les couples associés à leur probabilité d'occurrence respective et les propager dans le modèle de microflambage.

L'implémentation de cette notion de densité de défauts d'imperfection permet ainsi d'envisager l'étude de la propagation de ces probabilités dans le modèle de microflambage plastique utilisé auparavant. On se propose ici de mener cette étude statistique en utilisant la loi de répartition de Weibull (3.44) observée expérimentalement pour le T300/914 par rapport au ratio *amplitude/longueur d'onde* et illustré en Figure 3.21.

$$\begin{cases} P(x) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{x-a}{b}\right)^c\right) \\ P(x \leq a) = 0 \end{cases} \quad \begin{array}{l} a : \text{paramètre seuil} \\ b : \text{paramètre d'échelle} \\ c : \text{Module de Weibull,} \\ \text{(rappel : plus } c \text{ est élevé,} \\ \text{moins la dispersion est importante)} \end{array} \quad (3.44)$$

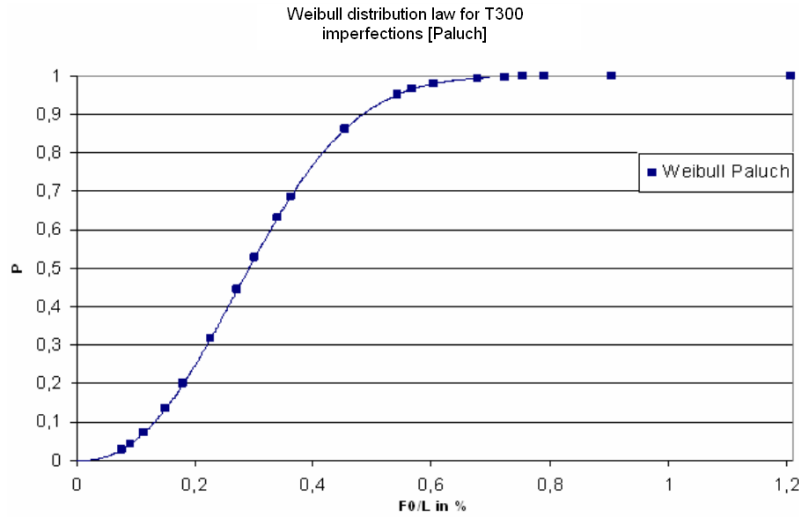


Figure 3.21: Fonction de répartition expérimentale identifiée pour le ratio d'imperfection du T300, d'après Paluch (1994).

Avec pour la Figure 3.21, les valeurs suivantes : $a = 0$, $b = 0.34\%$ et $c = 2.37$. Cette dernière valeur caractérise une dispersion importante.

3.4.1 Influence des imperfections vis à vis des contraintes d'instabilités

Conformément aux résultats préliminaires, le fait que les grandes amplitudes d'imperfections mènent à des contraintes d'instabilités très faibles est confirmé. Inversement, une longueur d'onde petite donne lieu à des contraintes d'instabilités élevées. En effet, en balayant des couples d'imperfections de fibres observés réellement, les comportements en compression en fonction de la déformation totale donnent les variations en termes de pic d'instabilité mais aussi sur les différences de déroulement du processus.

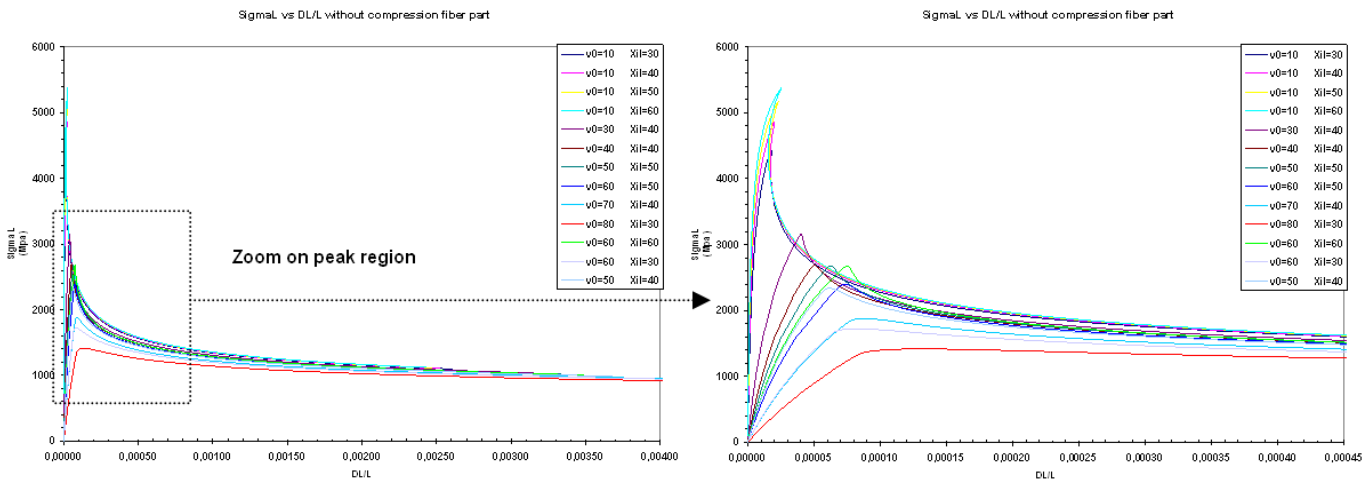


Figure 3.22: Evolution des contraintes longitudinales de compression (MPa) en fonction de la déformation totale pour le spectre complet non corrélé en amplitude et longueur d'onde (adimensionnels).

En utilisant la notion d'imperfections corrélées, le ratio f_0/L permet un spectre d'application plus réalistes vis à vis des véritables couples de paramètres d'imperfection. Ainsi, l'évolution de cette contrainte pic en fonction du ratio d'imperfection

est tracée dans la Figure 3.23. On constate une forme très prononcée de variation qui prend la forme d'une fonction hyperbolique.

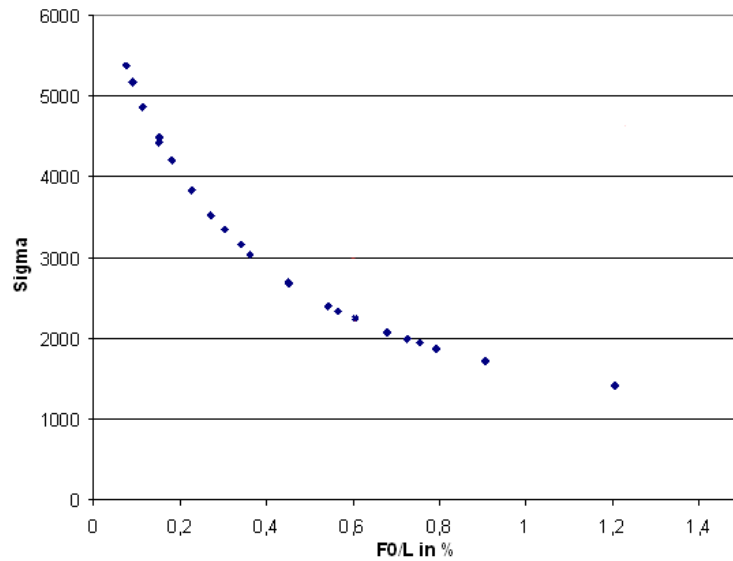


Figure 3.23: Evolution des contraintes d'instabilité en fonction du ratio d'imperfection réel.

En termes de résultats statistiques, il est possible de dériver une densité de probabilité (et donc une fonction de répartition) au sens de Weibull en faisant varier le ratio d'imperfection selon les données expérimentales. Cette fonction de répartition est tracée dans la Figure 3.24, on obtient une loi de Weibull avec un module du même ordre de grandeur que les imperfections qui ont été injectées dans le modèle de microflambage puisque ce module vaut 3.2 pour les contraintes et 3 pour le ratio d'imperfection.

On en conclut que la propagation des probabilités d'imperfections dans le modèle phénoménologique mène à une dispersion du même ordre de grandeur que les imperfections pour toute la gamme d'imperfections réelles couverte (ce qui comprend plusieurs types de fibres).

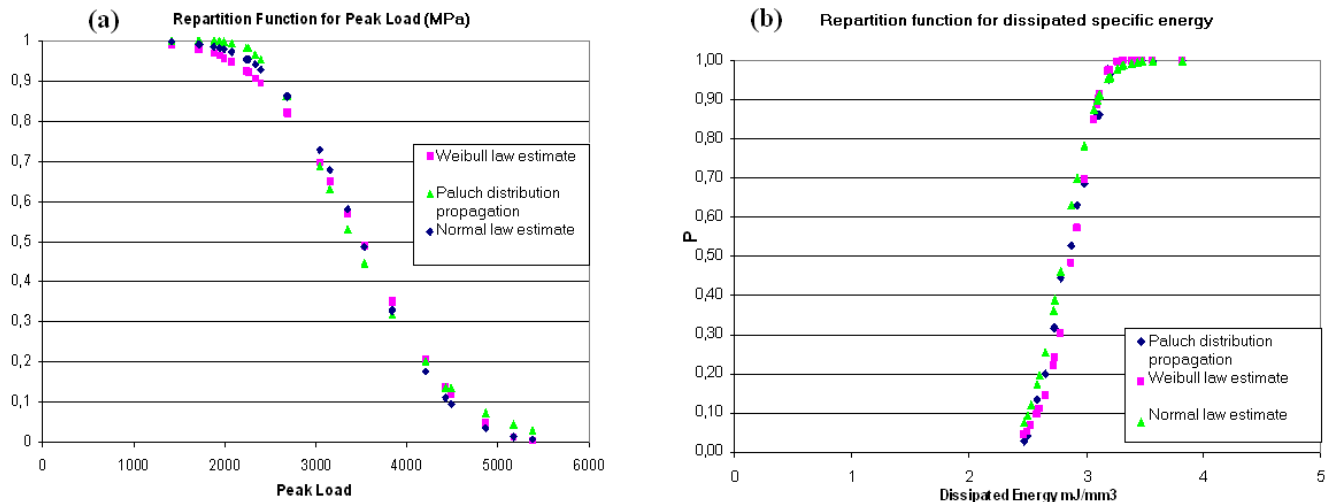


Figure 3.24: Fonctions de répartition de type Weibull et normale identifiées pour la contrainte d'instabilité (à gauche) et l'énergie volumique dissipée (à droite)

3.4.2 Influence des imperfections vis à vis des énergies dissipées

De la même façon, la propagation des probabilités d'imperfections dans le modèle mène au résultat de la Figure 3.24 (à droite). Cette répartition des énergies dissipées est quasi-déterministe alors même que les ratios d'imperfections initiaux dispersifs ont été balayés (voir Figure 3.25). Ce résultat était espéré et attendu du moins qualitativement puisque les données macroscopiques de rupture ne montraient pas de dispersion équivalente. Néanmoins, les résultats quantitatifs proposés ici permettent de rendre compte de la mixité des deux sources non-linéaires présentes. Une explication réside dans le fait que la plasticité se développe en tout premier lieu dans la zone de plus grande imperfection et se propage le long de la fibre neutre et ce jusqu'à dépasser la zone de fragment, ce qui explique que lorsque le fragment est créé, l'énergie correspondante dissipée par cette zone fragmentée est quasi-invariante. Le module de Weibull identifié ici est $c = 11.2$ ce qui caractérise un comportement quasi-déterministe concernant ce paramètre énergétique.

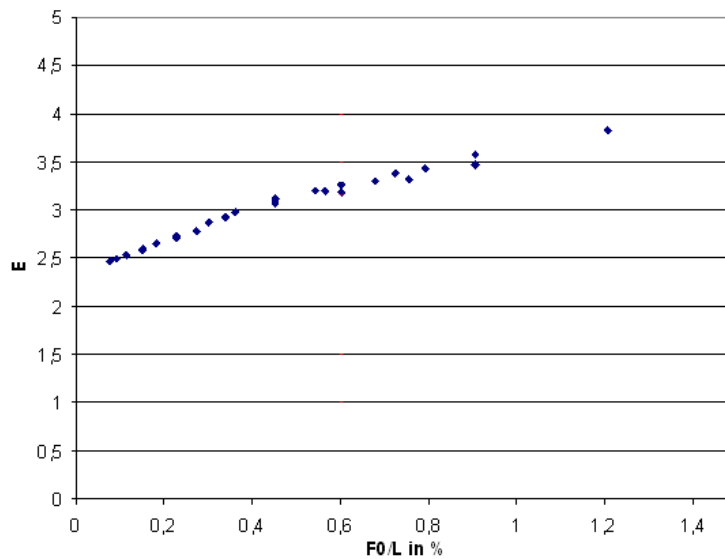


Figure 3.25: Evolution de l'énergie volumique dissipée en fonction du ratio d'imperfection réelle.

3.4.3 Bilan statistique et conséquences directes pour l'échelle mésoscopique

La propagation de densités de probabilité issues de quantifications expérimentales des imperfections naturelles de fibres fournit, par l'intermédiaire d'un modèle microscopique jugé représentatif du phénomène microscopique étudié, des informations guidant ce que devrait intégrer une modélisation mésoscopique équivalente du phénomène de fragmentation. Il s'agit de respecter l'aspect dispersif des pics d'instabilités, la donnée quasi-déterministe de la dissipation d'énergie, ainsi que la constance de la taille des fragments créés. L'identification à des lois de Weibull ou lois normales réalisées sur les quantités d'intérêt contrainte d'instabilité et énergie volumique dissipée est satisfaisante. Des tests d'adéquation à ces types de lois, ou test dits du χ^2 , ont été réalisés avec succès sur les deux paramètres clés, avec un risque à 5%, voir Tableau 3.4.

Il faut de plus ajouter que dans cette analyse l'énergie discrète due à la rupture

Quantités identifiées	Estimation par loi de Weibull		Estimation par loi Normale	
	Module de Weibull	Paramètre d'échelle	Valeur moyenne	Ecart-type
Imperfections initiales des fibres	2.37	0.34%	-	-
Pic d'instabilité en contraintes	3	2600 MPa	2900 MPa	750 MPa
<i>Test χ^2 (risque 5%)</i>	<i>Accepté : 4.02 (< 28.8)</i>		<i>Accepté : 2.68 (< 28.8)</i>	
Energies dissipées	11	1.95 mJ/m ³	2.8 mJ/m ³	0.23 mJ/m ³
<i>Test χ^2 (risque 5%)</i>	<i>Accepté : 17.09 (< 31.4)</i>		<i>Accepté : 17.22 (< 31.4)</i>	

Tableau 3.4: Identification statistique des paramètres et tests du χ^2 .

de la fibre n'a pas été prise en compte car il s'agit d'une énergie localisée et donc directement proportionnelle à la formation des fragments.

Ce modèle microscopique a donc permis le traitement du processus d'initiation de fragmentation par microflambage (type b) et de confirmer la dépendance des pics d'instabilités vis à vis des imperfections géométriques en termes d'amplitude. L'apport majeur réside dans le fait d'avoir étudié explicitement cette dépendance en termes d'énergies dissipées lors de la création d'un fragment. Ainsi le modèle microscopique constitue un essai virtuel représentatif permettant d'engager le développement de modèles homogénéisés à l'échelle intermédiaire mésoscopique. En première approximation, le choix de modèles unidimensionnels adoucissants pour la partie compression longitudinale uniquement semble une piste satisfaisante. Il conviendra dans le chapitre 6 de proposer une implémentation numérique dédiée et un modèle de comportement permettant de retrouver les mêmes paramètres et variations.

3.4.4 Discussion sur les différents critères d'activation et les enveloppes expérimentales 2D de rupture

Pour des chargements macroscopiques 2D ou plus complexes, une approche unidimensionnelle peut atteindre ses limites par rapport aux constatations expérimentales. En effet, les derniers résultats du WWFE sur les enveloppes de rupture en témoignent ([Hinton et al \(2004a\)](#)), la création et l'établissement de cette bande peut être modifiée par le niveau de cisaillement mésoscopique introduit (voir Figure 3.26). De plus, l'effet d'un chargement combiné compression/cisaillement étudié notamment dans les travaux de [Vogler et al \(2000\)](#) est à prendre en considération. Les auteurs montrent qu'il est primordial de rendre compte d'une baisse de la contrainte d'instabilité en présence d'un cisaillement mésoscopique non nul.

Dans les travaux de [Effendi et al \(1995\)](#), seul le matériau GY70/V108 développe un plan de rupture net perpendiculaire aux fibres qui ne soit pas du type (b) mais du type (a). Il s'agit d'une fibre de carbone à très haut module. Là encore, ceci peut être expliqué plus simplement par le fait que le paramètre activateur du type (b) est très élevé par rapport au paramètre de rupture Y_{11c} de type (a), celui-ci est donc atteint en premier lieu, avant même l'activation du critère d'instabilité de type (b). De plus, pour le matériau thermoplastique AS4/PEEK testé en compression/cisaillement par [Vogler et Kyriakides \(2001\)](#), on observe une activation de l'instabilité de type (b) mais avec une partie adoucissante très importante de telle sorte qu'un critère de rupture matricielle (existant dans le modèle pli standard, cf. [Ladevèze et Le Dantec \(1992\)](#); [Allix et Ladevèze \(1992\)](#); [Allix et al \(1998\)](#)) est déclenché vraisemblablement avant le critère de rupture de fibre. Il s'agit alors d'un type (c) principalement influencé par le cisaillement macroscopique et la résine thermoplastique.

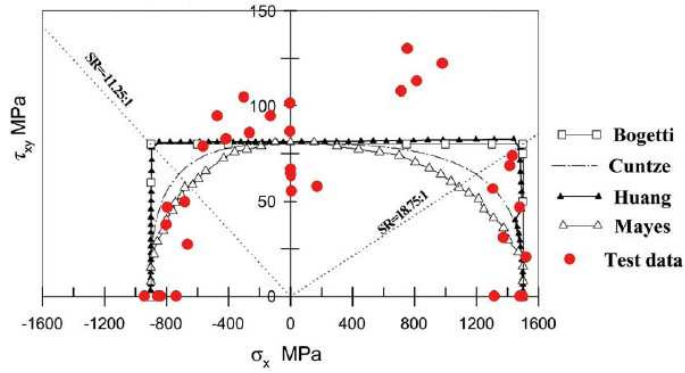


Figure 3.26: Enveloppe de rupture ($\sigma_{xx} - \sigma_{xy}$) pour un T300/914 unidirectionnel à 0° , d'après *Hinton et al (2004a)*.

Parmi les quelques approches de mésomodèles composites 2D ayant proposé une modélisation de bande de pliage, on retrouve les choix suivants :

- critère de rupture matricielle selon la loi de Puck et/ou Hashin et al. (*Puck et Schurmann (2002)*; *Hashin (1980)*) et modèle d'endommagement associé, exprimé dans un repère local de fragmentation défini par deux rotations successives, d'après *Pinho et al (2006)*,
- critère d'instabilité locale / globale (perte d'unicité de solution) sans prise en compte de l'imperfection des fibres (*Tryantafyllidis et Maker (1985)*),
- propagation selon un taux de restitution d'énergie critique (la bande de pliage est assimilée à un mode I de la mécanique de la rupture) d'après *Soutis et Curtis (2000)*.

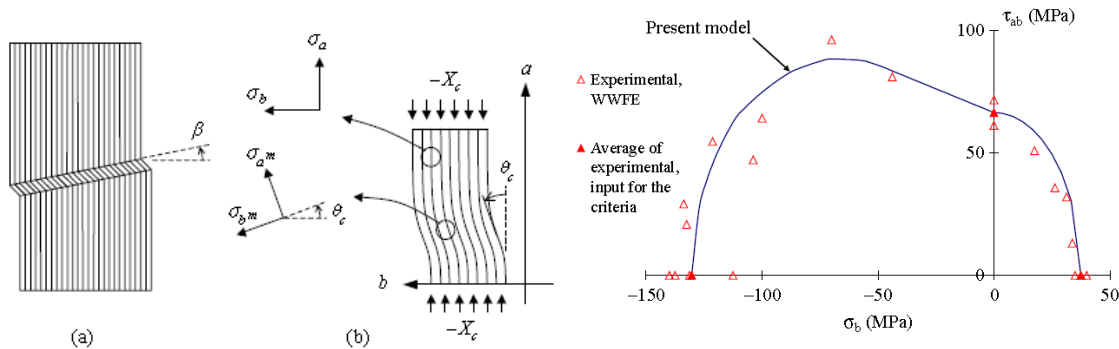


Figure 3.27: Approche hybride proposée par *Pinho et al (2006)* : repère méso et repère de microflambage courant.

Figure 3.28: Critère de rupture matricielle de Puck local σ_{22} vs. σ_{12} dans le plan potentiel de pliage, d'après *Pinho et al (2006)*.

Dans l'approche étudiée par *Soutis et Curtis (2000)*, il est proposé de dégrader un G_c de Kink Band, mais cette vision surfacique est une hypothèse forte. Le mécanisme de formation de la kink band n'est pas assimilable, même au niveau mésoscopique, à une dissipation surfacique tout simplement du fait que ce sont les fibres qui s'orientent. Une vision de dissipation volumique est plus correcte. L'approche proposée par *Pinho et al (2006)* utilise comme loi d'évolution de la bande de pliage l'évolution angulaire (et donc uniquement géométrique) de la fibre fléchie localement. Cet angle varie du niveau de l'imperfection initial jusqu'à une valeur critique. Ce choix impose de retrouver à chaque pas les états de contraintes locales en testant les orientations possibles a priori.

Bilan du chapitre 3

La modélisation de la rupture en compression longitudinale par fragmentation est un phénomène complexe et est le résultat de plusieurs modes de rupture pouvant entrer potentiellement en interaction. Si les trois types de rupture (a), (b) et (c) sont constatés dans la littérature expérimentale, le mécanisme majeur est bien le phénomène de microflambage des fibres précipitant la création d'une bande de pliage (rupture de type (b)). Ce mécanisme a été étudié à l'échelle microscopique et sur la base d'un modèle pertinent pour la prise en compte des paramètres influents de défauts réels des fibres et de plasticité matricielle. Alors que le mécanisme microscopique de bande de pliage est gouverné essentiellement par les défauts de fibres, l'énergie dissipée associée ainsi que la taille des bandes de pliages est quant à elle relativement indépendante de ces défauts (de l'ordre de 15 à 20 fois le diamètre des fibres, grandeurs observées expérimentalement). A l'inverse, les contraintes pics d'instabilité héritent de la même statistique que les défauts, une loi de Weibull rend compte de cette dispersion. Par ailleurs, les résultats de cette analyse microscopique impliquent qu'une approche mésoscopique de la réponse d'une bande de pliage jusqu'à la fragmentation est envisageable. En première approximation, une approche 1D adoucissante pour la partie compression longitudinale pourrait convenir. Par exemple, une loi continue basée sur un écrouissage négatif est un bon candidat. Il conviendra de développer une implémentation et un modèle de comportement dédié dans le chapitre 6.

En effet, ces données quantitatives n'étant pas accessibles simplement par l'expérience, ce modèle fournit les caractéristiques suffisantes à l'établissement d'un modèle mésoscopique conforme énergétiquement, en pic d'instabilité et en taille minimale des fragments.

Enfin, sur la base des données expérimentales sur les critères et enveloppes 2D de rupture constatées dans la littérature (notamment le critère de Puck), quelques pistes de réflexion sont proposées dans l'objectif de gérer les modes de rupture de type (a) et (c) ainsi que leurs transitions possibles.

Chapitre 4

Développement d'essais avancés de propagation de délaminages sous sollicitation quasi-statique et dynamique

Dans ce chapitre, la seconde problématique évoquée dans le plan d'étude - le délaminage - est étudiée sur le plan expérimental. Dans un premier temps, la caractérisation de la propagation du délaminage en statique sur une configuration de mode II est réalisée de façon à disposer d'une référence statique fiable. Le passage à des sollicitations dynamiques est ensuite envisagé. Les spécificités du chargement et de la propagation dynamique par rapport à la situation quasi-statique ont nécessité le développement de trois méthodes adaptées de suivi local de la vitesse de fissuration, et ceci dans la gamme subsonique ($\dot{a} < c_{Rayleigh}$). Ces méthodes ont permis de quantifier les niveaux de vitesse et d'attribuer les effets de saturation de celle-ci à d'éventuels effets de vitesses propres à l'interface. Ces données locales expérimentales en propagation quasi-statique et dynamique fournissent l'information nécessaire à l'amélioration des modèles numériques pour le délaminage (traité dans le chapitre suivant) ainsi qu'une réflexion sur la méthode d'identification du paramètre de fissuration intrinsèque G_c en dynamique.

Sommaire

4.1 Objectifs et choix de la configuration d'essai	111
4.1.1 Choix du type d'essai	111
4.1.2 Caractéristiques de l'éprouvette CLS modifiée	111
4.1.3 Définition de la matrice d'essais et réalisation des éprouvettes	113

4.2	Campagne d'essais de propagation en mode II sous chargement quasi-statique	114
4.2.1	Protocole et mise en oeuvre	114
4.2.2	Résultats et conclusions pour les sollicitations statiques	115
4.3	Développement de techniques de suivi et d'identification locale	119
4.3.1	Suivi électrique par méthode coupefils	119
4.3.2	Suivi optique par méthode de contraste	122
4.3.3	Suivi utilisant une mesure de champ par corrélation d'images	125
4.3.4	Post-traitement de la corrélation d'images pour l'identification du taux de restitution critique en orthotrope et quasi-statique	128
4.3.5	Bilan sur les trois méthodes : cas d'application et limitations	129
4.4	Campagne d'essais dynamiques de propagation en mode II	131
4.4.1	Protocole et mise en oeuvre	131
4.4.2	Spécificités de l'introduction d'effort et de l'acquisition optique	133
4.4.3	Résultats pour l'interface $0/0^\circ$	134
4.4.4	Résultats pour l'interface croisée	136
4.4.5	Premier test de corrélation d'images et post-traitement en fissuration dynamique	137
4.5	Pistes concernant les effets de vitesses interfaciaux	138
4.5.1	Mise en défaut de la formule quasi-statique	139
4.5.2	Premières hypothèses d'effets vitesses	141

4.1 Objectifs et choix de la configuration d'essai

4.1.1 Choix du type d'essai

Cette campagne expérimentale a pour but d'identifier les valeurs de taux de restitution d'énergie sous sollicitation statique et dynamique dans le cas d'un mode II pur de propagation du délaminage interplis sur un matériau composite thermodurcissable de type T700/M21 à fort grammage. L'effort est porté sur la compréhension et l'identification des éventuels phénomènes locaux lors de propagations générées par des chargements dynamiques par rapport au cas quasi-statique. Cela suppose de disposer d'un essai de délaminage pouvant s'adapter facilement à des chargements statiques et dynamiques en conservant la même géométrie d'éprouvette et où l'instrumentation locale de l'avancée de fissure en temps réel soit possible. L'accent est mis sur le mode II pur, dégradation majeure dans les structures réelles mais qui n'a fait l'objet que de quelques études approfondies en dynamique. Le mode I a déjà fait l'objet de nombreux travaux expérimentaux (Barbezat (1990.); Ferrer (1997.); Thévenet (2004.); Hug et al (2005.)).

La première question est le choix d'un essai pertinent pour développer des vitesses de fissuration à élevées et pouvoir les suivre facilement sans rencontrer les difficultés de mise en vitesse et de vibrations classiques (cf. Barbezat (1990.); Ferrer (1997.); Guo et Sun (1998); Tsai et al (2001)). Pour assurer un découplage fréquentiel naturel, l'utilisation de géométries d'éprouvettes proches d'essais de traction est recommandée. Il n'y a alors pas ou peu de vibration de l'éprouvette et toute l'énergie cinétique apportée par le chargement de la machine est convertie en énergie de déformation dans l'éprouvette.

Pour le cas particulier du mode II, après des études réalisées en interne (Thévenet (2004.)), il s'est avéré difficile de transférer en dynamique l'essai de type ENF (flexion trois points classiquement utilisé en mode II statique) à cause de la complexité du montage nécessaire et de la présence de couplages fréquentiels importants dus aux modes de vibration de flexion. Le choix s'est ainsi porté sur l'éprouvette Crack Lap Shear ou CLS (voir Figure 4.1) plutôt que l'éprouvette ENF car cette géométrie est transposable en dynamique sans ajout de montage complexe et le suivi de fissuration est accessible sur la tranche. De plus, le parcours de fissuration reste rectiligne et parallèle à la longueur d'éprouvette, ce qui rend aisé le suivi. Ce n'est pas le cas des éprouvettes ENF (voir géométrie au paragraphe 2.4.1.2, Figure 2.45).

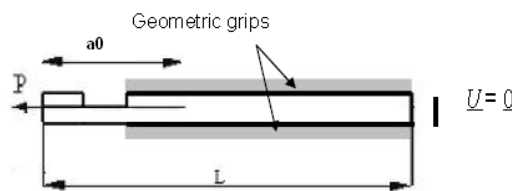


Figure 4.1: Schéma de l'éprouvette CLS modifiée permettant de supprimer la composante de mode I.

4.1.2 Caractéristiques de l'éprouvette CLS modifiée

La géométrie de l'éprouvette CLS classique est très simple puisqu'il s'agit d'une forme globale de parallélépipède rectangle. L'introduction de l'effort se fait par l'intermédiaire de mors en alliage d'aluminium collés et situés aux deux extrémités de l'éprouvette. L'amorçage du délaminage est assuré par la présence d'un insert en téflon disposé entre deux plis lors de la préparation de la stratification de l'éprouvette.

Une demi-section d'éprouvette est mise en traction provoquant en pointe de fissure du pré-délaminage un saut de déplacement local entre les parties chargée et non chargée de l'éprouvette. Ce saut de déplacement possède une composante dans le plan de l'interface interlaminaire (cisaillement de mode II) mais également une composante normale (mode I) du fait de la géométrie. L'éprouvette CLS « modifiée » permet d'obtenir un essai de mode II pur en bloquant le mode I parasite. Comme proposé par [Esnault \(1996.\)](#), un guidage de l'éprouvette dans son sens longitudinal est assuré par des maintiens géométriques de part et d'autre de l'éprouvette (voir Figure 4.2). Les maintiens géométriques et les bords de l'éprouvette sont en contact ajusté permanent, assurant ainsi l'annulation des composantes de mode I sans introduire de surcontrainte dans le composite.

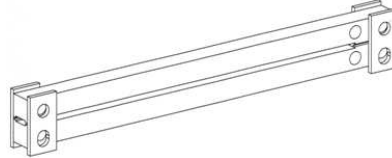


Figure 4.2: Vue 3D des maintiens géométriques utilisés pour annuler les composantes de mode I.

Un point intéressant de l'essai CLS est que la composante de mode II du taux de restitution d'énergie est dépendante uniquement de la charge appliquée à l'éprouvette. La part du taux de restitution d'énergie en mode II ne dépend donc pas de la longueur de fissure, le caractère stable ou instable lorsqu'on réalise un chargement à déplacement imposé n'est donc pas défini. En pratique, la propagation est stable tant que la fissure n'est pas proche des bords de l'éprouvette, il faudra donc s'assurer d'une zone de propagation la plus grande possible.

Du fait de l'état de traction imposé par un bras de l'éprouvette, la charge à propagation est élevée en comparaison à des essais de flexion type ENF. Par conséquent, le déplacement à propagation, relevé au point d'application de l'effort, est faible. La courbe globale théorique de cet essai est représentée dans la Figure 4.3 où les paramètres E , b et h sont respectivement le module d'Young homogénéisé dans le sens longitudinal, la largeur et la hauteur d'un demi-bras.

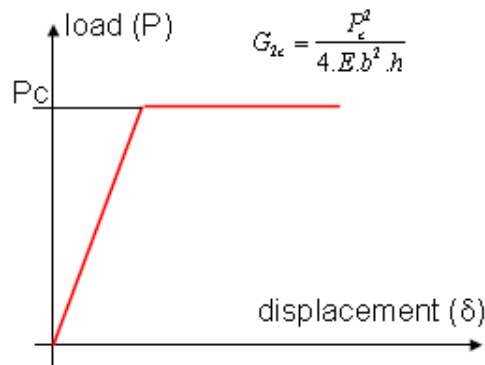


Figure 4.3: Courbe théorique force en fonction du déplacement global en quasi-statique d'après une analyse de type poutre.

Considérons la partie non chargée encastree, notons P_c la charge critique à propagation, $u(t_c)$ le déplacement critique au point d'application, u_c le déplacement critique en pointe de fissure, S la surface d'application de l'effort ($S = bh_1$), et a_0 la longueur prédélaminée. On a alors :

$$u(t_c) = u_c + a_0 \times \frac{P_c}{ES} \quad (4.1)$$

$$P_c = \frac{ES}{a_0} (u(t_c) - u_c) \quad (4.2)$$

d'où, pour P_c donnée et u_c fixé (données liées au matériau), on a $u(t_c)$ qui croît si a_0 augmente. Afin d'avoir un meilleur compromis ($P_c, u(t_c)$) (i.e. allonger la durée de l'essai), on peut donc, via cette approximation (partie non chargée encastrée) augmenter la longueur a_0 de pré-délaminage.

4.1.3 Définition de la matrice d'essais et réalisation des éprouvettes

La fabrication des éprouvettes a été réalisée au sein d'EADS IW avec une polymérisation sous autoclave en atmosphère (P,T) contrôlée. Le choix de la stratification a été fait de telle sorte que les endommagements générés dans les plis soient négligeables avant et pendant la propagation. Il a ainsi été choisi une stratification de 12 plis à 0° , soit $[0^\circ]_{12}$ et une configuration croisée 10 plis à 0° et 2 plis d'interface à $\pm 22.5^\circ$, soit $[(0^\circ)_5/22.5^\circ/-22.5^\circ/(0^\circ)_5]$. Un insert en téflon est disposé à mi-épaisseur d'éprouvette et jusqu'au prédélaminage a_0 entre les 6^{ème} et 7^{ème} plis, soit au milieu de la stratification.

La campagne quasi-statique réalisée s'étend sur des vitesses de déplacement imposé jusqu'à 100 mm/min sur la même machine de traction statique. Cette campagne servira de référence pour le taux de restitution d'énergie critique en quasi-statique et sera utilisée pour tester les différents développements de suivi de fissuration et d'identification. Ensuite, le passage à une machine à vérin rapide pour atteindre des vitesses maximales de l'ordre de 10 m/s sera traité dans une campagne dynamique. Les méthodes de suivi de fissuration seront alors mises à l'épreuve en dynamique de manière à pouvoir quantifier ces niveaux de vitesse pendant la propagation en régime subsonique. Le Tableau 4.1 permet de rassembler toutes ces informations :

Type d'éprouvette	Gamme de consigne quasi-statique	Gamme de consigne dynamique
Interface $0/0^\circ$	0.5 à 100 mm/min	0.5 à 10 m/s
Interface $\pm 22.5^\circ$	1 à 2 mm/min	0.5 à 14 m/s

Tableau 4.1: Matrice d'essais pour le délaminage.

Remarque : Le type d'interface $0/0^\circ$ est un cas particulier car en statique il s'agit véritablement d'une interface virtuelle, deux plis consécutifs à 0° ne délaminent pas dans des situations planes et sont considérés comme un seul et même pli d'épaisseur double. Les interfaces réelles sont de type croisé $\pm\theta^\circ$. Néanmoins, dans la problématique d'absorption d'énergie, l'interface $0/0^\circ$ peut être activée par l'intermédiaire de déclencheurs/triggers, son identification est alors primordiale.

4.2 Campagne d'essais de propagation en mode II sous chargement quasi-statique

4.2.1 Protocole et mise en oeuvre

La mise en oeuvre de cet essai quasi-statique se fait sur une machine à mors hydrauliques et vérin hydraulique. L'essai est réalisé à une vitesse de déplacement imposée de 0.5 mm/min (vitesse suggérée par la norme) et on investiguera également des vitesses plus élevées jusqu'à 100 mm/min, ce qui constitue une valeur limite pour la machine hydraulique considérée.

Un capteur de force est placé au plus près de l'extrémité de l'éprouvette de manière à pouvoir mesurer la force longitudinale. Un capteur de déplacement de type LVDT est placé entre les deux mors hydrauliques de manière à disposer d'une information de déplacement au plus près de l'éprouvette (voir implantation et instrumentation sur la figure Figure 4.4). L'essai a lieu jusqu'à rupture d'un des deux bras, suivi d'une décharge de façon à s'assurer qu'il n'y a pas de déformation résiduelle.

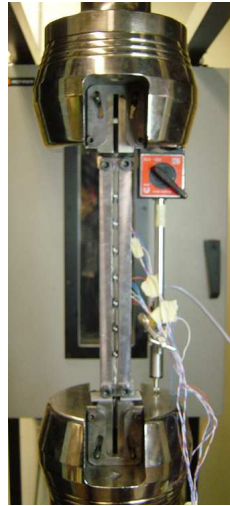


Figure 4.4: Implantation et instrumentation de l'éprouvette sur la machine de traction statique.

Pendant l'étape de charge, il est constaté trois phases :

- une phase de montée en charge élastique correspondant à la raideur équivalente des deux bras. Aucun délaminage n'est activé,
- un début d'inflexion de la courbe donnant naissance à un plateau de force synonyme de phase de propagation du délaminage dans l'interface,
- la fin du plateau de force constante menant à une reprise de raideur (celle du bras restant chargé).

Avant de mettre en place l'éprouvette, il faut pré-fissurer l'interface de façon à assurer un fond de fissure net, dégager la zone riche en résine et les éventuels ponts de fibres (qui sont pratiquement inexistantes dans le cas de plis consécutifs à 0°). L'éprouvette est ensuite placée dans l'outillage de maintien géométrique et l'ensemble est placé dans les mors hydrauliques. La consigne de vitesse de déplacement constante est alors appliquée. L'enregistrement des signaux d'effort et de déplacement sur la même base de temps est effectué.

4.2.2 Résultats et conclusions pour les sollicitations statiques

4.2.2.1 Résultats pour l'interface 0/0°

Le résultat obtenu pour un déplacement imposé de 1mm/min est présenté dans la Figure 4.5. Les trois phases distinctes sont bien observées. La montée en charge est linéaire élastique jusqu'à un point d'inflexion annonçant la phase de plateau de propagation du délaminage à amplitude de force quasi-constante et stable. Arrivé à la fin du plateau, cela correspond à la fin de la propagation et à la reprise de rigidité comme le prévoit la théorie.

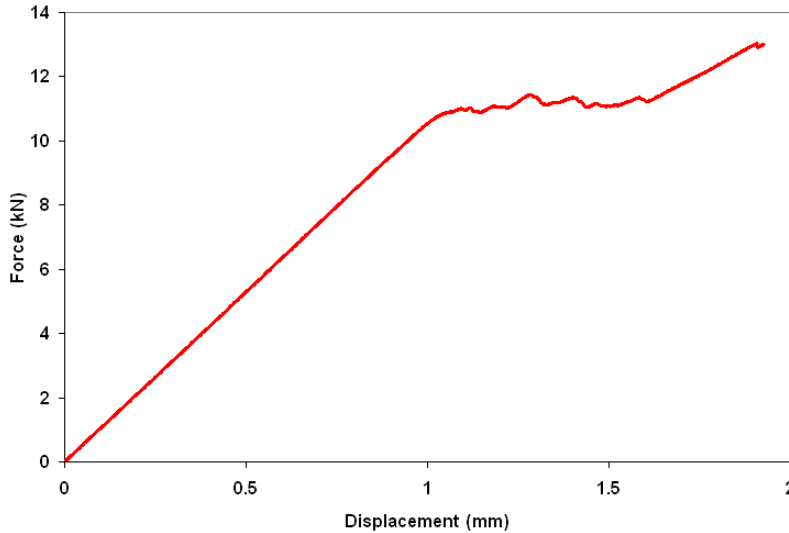


Figure 4.5: Résultat global sous sollicitation quasi-statique (1 mm/min) : Force (en N) en fonction du déplacement LVDT (en mm).

L'identification du taux de restitution d'énergie critique est réalisée en utilisant la formule générale (4.3) issue de la mécanique linéaire de la rupture (et en supposant une cinématique de type poutre) où les bras h_i peuvent être différents, F_c est l'effort résultant critique de propagation, E le module d'Young et b la largeur.

$$G_{IIc} = \frac{F_c^2 h_2}{2Eb^2 h_1 (h_1 + h_2)} \quad (4.3)$$

Les valeurs stabilisées sur la zone de plateau de propagation sont rassemblées dans le Tableau 4.2, notamment l'effet de courbe R y est négligeable. Ce résultat est classique car les ponts de fibres sont négligeables dans cette configuration 0/0°.

Eprouvette	Consigne quasi-statique	Amorçage de la propagation	Phase de propagation
1	0.5 mm/min	10267 N $\Rightarrow G_c = 1340 J/m^2$	9915 N $\Rightarrow G_c = 1254 J/m^2$
2	0.5 mm/min	9523 N $\Rightarrow G_c = 1160 J/m^2$	10012 N $\Rightarrow G_c = 1278 J/m^2$
3	0.5 mm/min	10417 N $\Rightarrow G_c = 1384 J/m^2$	10391 N $\Rightarrow G_c = 1378 J/m^2$
4	1 mm/min	10375 N $\Rightarrow G_c = 1370 J/m^2$	10005 N $\Rightarrow G_c = 1280 J/m^2$

Tableau 4.2: Résultat du post-traitement des taux de restitution critiques (amorçage et propagation) pour l'interface type 0/0°.

De plus, de manière à évaluer les tendances aux variations des vitesses de sollicitation plus élevées, on réalise les mêmes essais à des vitesses de 2, 20, 50 puis 100

mm/min . Le même comportement élastique est parfaitement reproduit sur toute cette gamme (voir Figure 4.6), la valeur de force à propagation moyenne est conservée. En revanche, des oscillations pendant la phase de plateau montrent que le comportement à la fissuration peut être sensiblement différent à partir de vitesses de l'ordre de $20 mm/min$. Ce comportement oscillatoire sur le signal d'effort peut être dû à des effets de vitesses locaux sur l'interface. L'analyse locale de la vitesse de propagation peut alors apporter des informations pertinentes pour confirmer ces tendances.

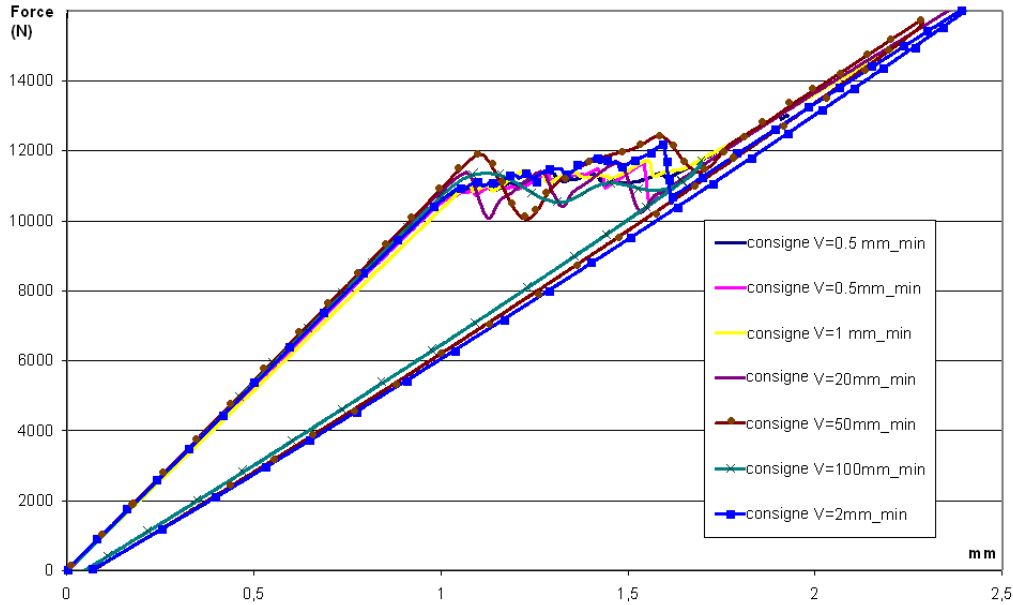


Figure 4.6: Force en fonction du déplacement longitudinal pour différentes vitesses de chargement (quasi-statique).

On peut enfin remarquer que pour les vitesses croissantes de chargement, la force à l'amorçage apparaît plus élevée. Le problème est de savoir si cette inflexion en régime dynamique correspondant toujours, comme c'est le cas pour le chargement de référence de $1 mm/min$, au début de la propagation.

Néanmoins, une première estimation d'une vitesse moyenne de propagation peut être faite en considérant l'intervalle de temps correspondant à la zone de plateau en effort pour chaque niveau de sollicitation de l'éprouvette. Les résultats de la Figure 4.7 montrent que l'augmentation de la vitesse de propagation reste proportionnelle à la vitesse de sollicitation jusqu'à $20 mm/min$, puis on observe une certaine réduction de la vitesse de propagation moyenne pour les sollicitations plus élevées. Ce résultat devra être précisé ultérieurement par une analyse locale mais il permet d'émettre l'hypothèse d'effets de vitesse locaux par rapport à la solution quasi-statique de référence.

4.2.2.2 Résultats pour l'interface croisée

Des essais à la vitesse de sollicitation de $1 mm/min$ sont réalisés sur l'interface de type $\pm 22,5^\circ$. Les courbes globales d'effort en fonction du déplacement (voir Figure 4.8) sont perturbées par une chute brutale de l'amplitude de force juste après le début de la propagation stable. Cette chute de force est loin d'être négligeable, de l'ordre de $2000 N$, et évoque un changement de comportement local en fissuration. Enfin, le signal d'effort se stabilise à ce niveau jusqu'à la fin de la propagation en

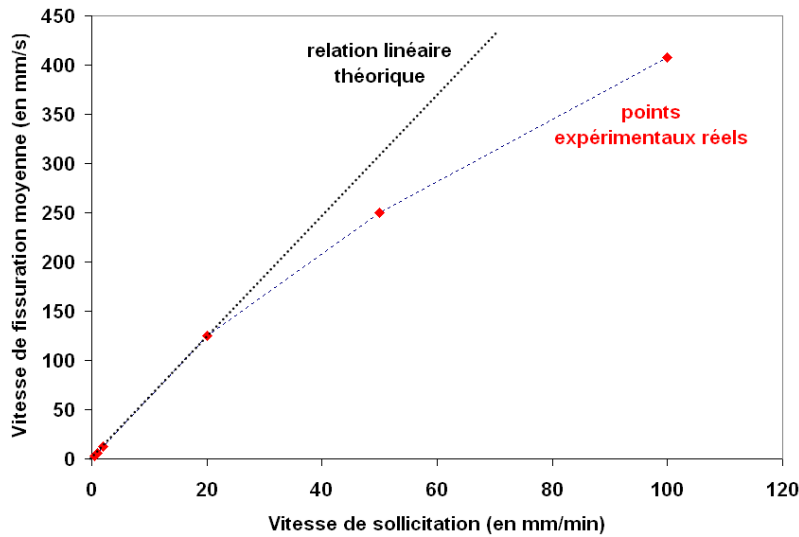


Figure 4.7: Relation entre vitesse de sollicitation et vitesse moyenne sur la phase de plateau pour les éprouvettes de type $0/0^\circ$ sollicitées de 0.5 à 100 mm/min.

bout de talon. Cela suggère qu'un nouvel état de propagation stable a été trouvé et s'est maintenu.

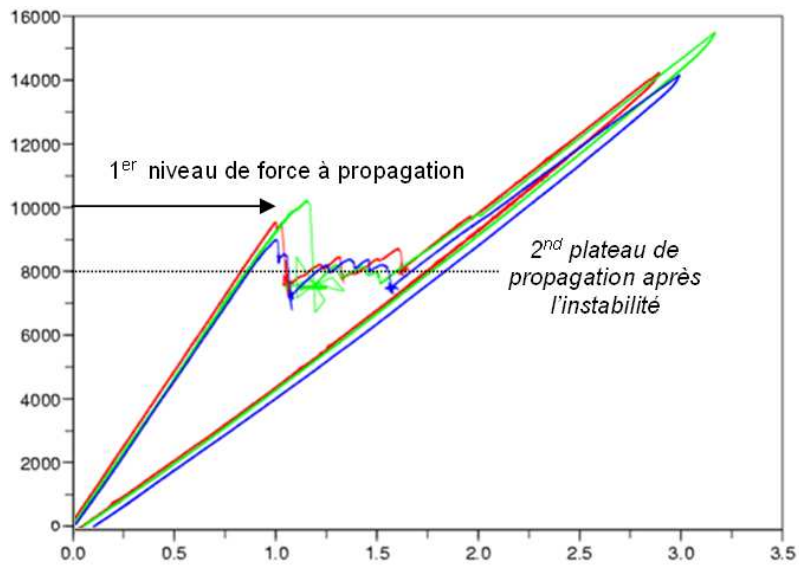


Figure 4.8: Résultat global sous sollicitation quasi-statique (1 mm/min) pour l'interface $\pm 22.5^\circ$: force (en N) en fonction du déplacement LVDT (en mm).

L'examen post-mortem de l'éprouvette a effectivement montré un « changement » du type d'interface sollicité (voir Figure 4.9). On peut tirer profit de ce « changement » d'interface pour identifier les valeurs de G_{IIc} correspondant à ces nouvelles interfaces : dans ce cas présent l'interface initiale est $\pm 22.5^\circ$ puis la transition brutale se passe sur l'interface stabilisée de type $0^\circ/22.5^\circ$. Une modification de l'approche de type poutre utilisée peut permettre une acquisition du nouveau taux de restitution critique, en considérant les changements d'épaisseurs de chaque poutre et les changements de modules de chaque bras. On obtient après intégration la formule suivante pour la configuration après le « saut » d'interface (4.7) :

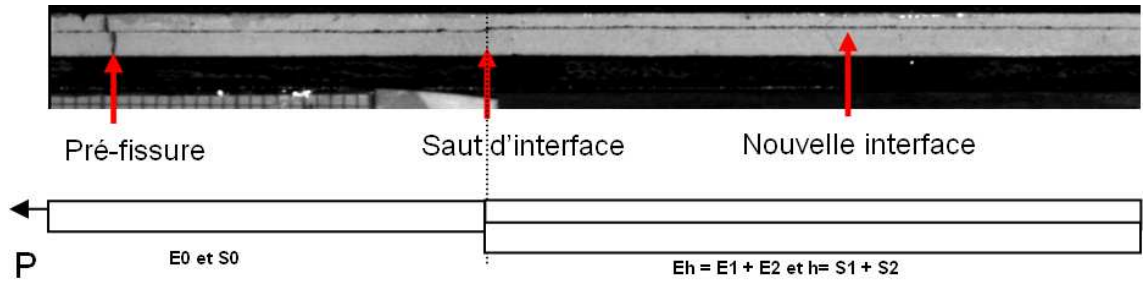


Figure 4.9: Faciès de rupture pour l'interface $\pm 22.5^\circ$: « Changement » du type d'interface et interprétation par un problème poutre équivalent.

$$G_{IIc} = \left| \frac{\partial(W_{ext} - W_{int})}{\partial S} \right|_U \quad (4.4)$$

$$= - \frac{\partial(W_{int})}{\partial S} \quad (4.5)$$

$$= \frac{1}{2E_1 S_1} \int_0^a P_{critique}^2 dx + \frac{1}{2E_2 S_2} \int_a^L P_{critique}^2 dx \quad (4.6)$$

$$= \frac{P_{critique}^2}{2b^2} \left\{ \frac{1}{E_0 h_0} - \frac{1}{(E_1 + E_2)(h_1 + h_2)} \right\} \quad (4.7)$$

Les résultats en termes de taux critiques G_{IIc} sont donnés dans le Tableau 4.3 où la valeur moyenne pour l'interface de type $\pm 22.5^\circ$ est de $1404 J/m^2$, puis après « changement » brutal d'interface vers le type $0^\circ/22.5^\circ$ le taux de restitution d'énergie critique devient égal à $1477 J/m^2$ d'après la formule modifiée (4.7).

Eprouvette	Consigne quasi-statique	Amorçage de la propagation	Phase de propagation
5	1 mm/min	9560 N $\Rightarrow G_c = 1389 J/m^2$	8130 N $\Rightarrow G_c = 1508 J/m^2$
6	1 mm/min	10232 N $\Rightarrow G_c = 1590 J/m^2$	7948 N $\Rightarrow G_c = 1442 J/m^2$
7	1 mm/min	9010 N $\Rightarrow G_c = 1234 J/m^2$	8057 N $\Rightarrow G_c = 1481 J/m^2$

Tableau 4.3: Résultat du post-traitement des taux de restitution d'énergie critiques (amorçage et propagation) pour l'interface $\pm 22.5^\circ$.

Bilan des essais quasi-statiques :

La conclusion de cette première campagne quasi-statique de caractérisation du G_{IIc} est que pour des vitesses de chargement proches de la vitesse quasi-statique conseillée par la norme, le plateau en force n'est que très peu perturbé et oscille autour d'une moyenne stabilisée qui correspond à la valeur du taux de restitution d'énergie $G_{IIc}^{0/0^\circ}$ pour l'interface $0/0^\circ$. Pour l'interface croisée $\pm 22.5^\circ$, on assiste à un « changement » brusque d'interface, néanmoins le début de propagation permet d'obtenir le $G_{IIc}^{\pm\theta^\circ}$ correspondant, la valeur stabilisée ensuite correspond à la nouvelle interface testée. On vérifie ainsi l'inégalité $G_{IIc}^{0/0^\circ} < G_{IIc}^{\pm\theta^\circ}$ quel que soit θ , déjà constaté par exemple par Lévêque (1998.). On vérifie également que $G_{IIc}^{\pm\theta^\circ} \simeq G_{IIc}^{0/\theta^\circ}$. A partir d'une vitesse de chargement de $20 mm/min$, il y a vraisemblablement des effets non-négligeables de vitesse locale qu'il faudra investiguer quantitativement. La seule donnée des capteurs d'effort et de déplacement ne suffit plus à caractériser finement le comportement local en pointe de fissure car l'utilisation de la formule classique (4.3) conduit à

donner une valeur de taux de restitution « apparent » et non intrinsèque à l'interface considérée.

4.3 Développement de techniques de suivi et d'identification locale de la fissuration

L'état de l'art thématique et notamment le paragraphe 2.4.3.2 a permis de mettre en exergue la nécessité de disposer d'un suivi de fissuration local et de méthodes d'identification adaptées pour la caractérisation du délaminage lors de propagations dynamiques. Lors de chargements quasi-statiques, un suivi local devra également être assuré pour contrôler que le régime de propagation quasi-statique est conservé. Dans ce qui suit, on se focalise sur le développement de suivi de fissuration pour le cas du mode II CLS modifié. Pour mémoire, la plupart des solutions existantes sont exclusivement dédiées aux modes I d'ouverture et leur transfert direct en mode II présente des limitations (notamment la jauge Rumul, voir 2.4.3.2).

4.3.1 Suivi électrique par méthode coupe-fils

La première idée de développement d'une méthode de suivi est directement héritée des systèmes de jauges discontinues de type « peigne » mais avec une adaptation à l'éprouvette CLS considérée. Le développement de cette méthode a été réalisé dans le cadre des travaux de Adda (2006.) et Guimard (2007.) durant cette thèse. En effet, il s'agit de disposer d'informations de fissuration pour des incréments de $\Delta a(t)$ réguliers, ces informations étant données par la fissuration d'un film ou fil conducteur électrique très fin placé sur la tranche de l'éprouvette.

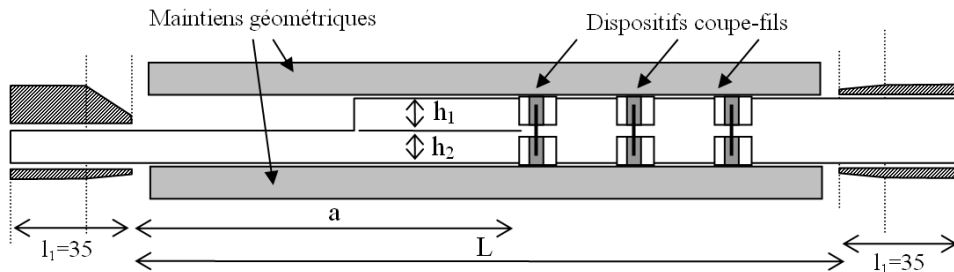


Figure 4.10: Schéma de dépôt des fils conducteurs sur la tranche de l'éprouvette CLS modifiée.

La difficulté réside dans le fait de limiter au mieux la largeur de fil conducteur à fissurer (Figure 4.10) de manière à se rapprocher d'un comportement d'interrupteur électrique parfait. La propagation de la fissure provoque des coupures électriques qui suppriment les shunts sur chaque résistance et un signal en tension correspondant à ces coupures est enregistré (voir Figure 4.11).

Ces coupe-fils ainsi placés sont reliés à un montage électrique résistif alimenté par un générateur de courant (i.e. intensité constante de l'ordre de 20 mA) présenté dans la Figure 4.12 et qui permet de disposer d'un signal électrique mesurable. La résistance d'une valeur nominale de 100Ω minimum est insérée de manière à avoir une tension de mesure suffisamment grande et ainsi détecter l'instant de fissuration sur le saut de tension généré. En effet, ce saut de tension ne doit pas être compris dans le bruit de mesure. Le système d'acquisition utilisé pour les signaux coupe-fils doit être indépendant des signaux d'effort et de déplacement tout simplement parce que la dynamique locale des événements de fissuration et de chargement peut être

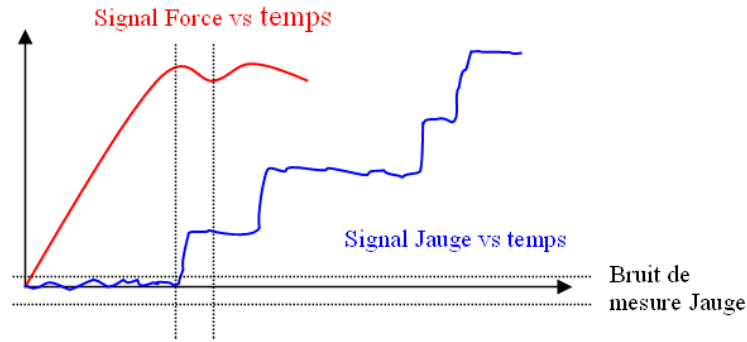


Figure 4.11: Courbes théoriques de fonctionnement du dispositif coupe-fils en termes de signaux temporels.

différente. On utilise ainsi un oscilloscope numérique à mémoire avec une fréquence d'acquisition de l'ordre du MHz. Le déclenchement automatique de l'enregistrement du signal coupe-fils est assuré par une fonction trigger électrique de l'oscilloscope sur le premier front montant. Une carte est fabriquée de façon à rendre robuste les connexions et le montage résistif (voir Figure 4.13).

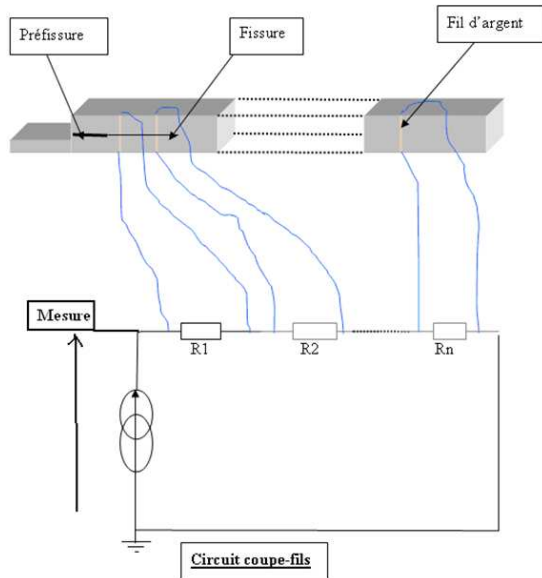


Figure 4.12: Schéma de principe du montage résistif complet.

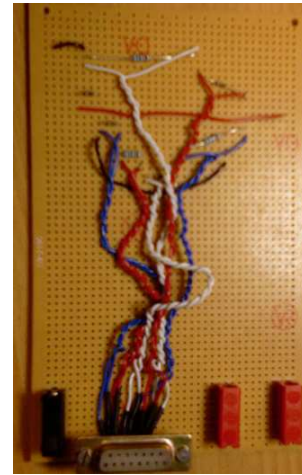


Figure 4.13: Carte électrique dédiée au montage résistif et aux connexions d'alimentation et broche coupe-fils.

La mise en place de plusieurs jauges coupe-fils le long de l'éprouvette est effectuée en respectant un espacement régulier de 30mm à partir de la position de pré-délaminage a_0 (voir Figure 4.14). On procède à un essai sur éprouvette équipée du dispositif coupe-fil avec laque conductrice. L'objectif de cet essai est de valider la faisabilité du dispositif en termes mécanique et électrique. En particulier, on cherche à valider que la laque conductrice se cisaille bien mécaniquement au passage de la fissure et que le schéma électrique permet bien de détecter un saut de tension significatif et correspondant à chaque jauge au bon instant.

Le résultat global pendant la phase de fissuration est représenté sur la Figure 4.15 en termes de force en fonction du temps et signal coupe-fils en fonction du temps. Ce signal est très proche du signal théorique, ce qui valide l'approche. Un contrôle vidéo permet également de s'assurer que les coupures sont bien synchronisées avec le passage réel de la fissure. Plus précisément, on observe une propagation (correspondant à un chargement de force) vers 12 kN, coïncidant avec un saut de tension de 0

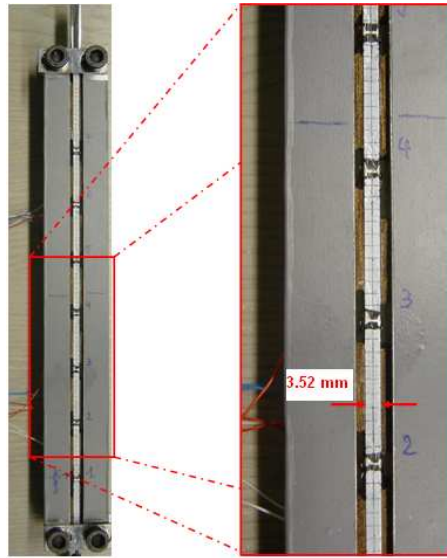


Figure 4.14: Eprouvette CLS modifiée complètement équipée du dispositif coupe-fils.

à 2 V correspondant à la rupture de la première jauge. Ce signal est très bien observé sur l'oscilloscope. L'examen post-essai des jauges montrent qu'elles ont toutes été rompues mécaniquement et que le contact électrique correspondant est rompu également. Ces sauts de tension permettent ainsi d'avoir accès aux valeurs de vitesse moyenne entre deux gaps (Tableau 4.4). Sur cette sollicitation de 0.5 mm/min , la vitesse moyenne acquise est de 3.5 mm/min , ce qui est cohérent avec l'ordre de grandeur déjà évoqué en Figure 4.7.

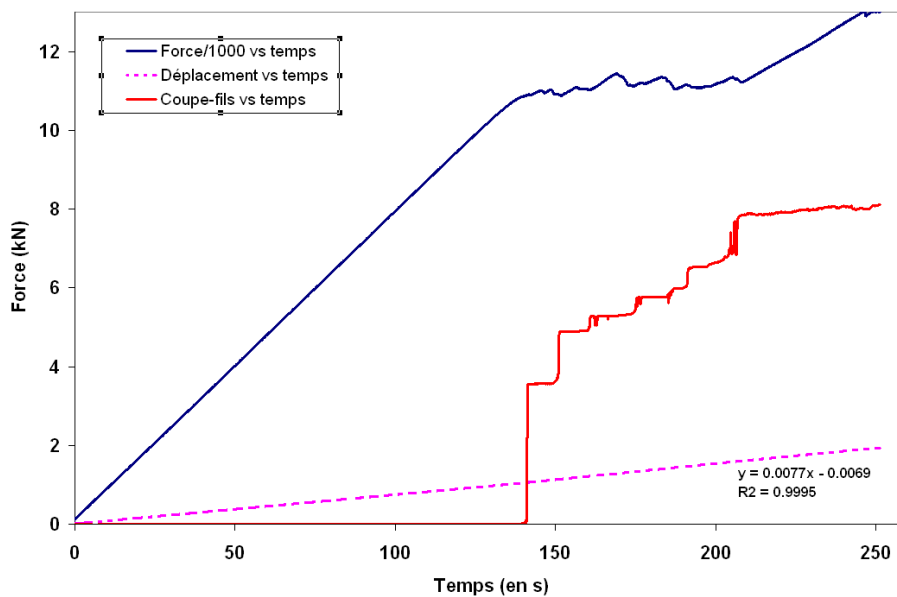


Figure 4.15: Essai quasi-statique à 0.5 mm/min : Signaux temporels de force (en kN), de déplacement (en mm) et signal électrique coupe-fils (en V).

De même, pour les vitesses de sollicitation plus importantes jusqu'à 1 mm/min , les signaux sont toujours cohérents par rapport au passage de la fissure (voir Figure 4.16). En revanche pour des vitesses supérieures à 50 mm/min , on commence à constater des sauts moins prononcés en tension avec des retards temporels entre l'instant réel de fissuration et le saut électrique sur le signal coupe-fils (voir Figure 4.17).

Mesures	Intervalles de temps DT (en s)	Vitesses de fissuration moyenne
1	10.12 s	2.9 mm/s
2	9.96 s	3 mm/s
3	14.22 s	2.1 mm/s
4	11.44 s	2.6 mm/s
5	4.8 s	6.2 mm/s
6	13.6 s	2.2 mm/s

Tableau 4.4: Résultats des coupe-fils en termes d'intervalles de temps et de vitesses discrètes mesurées.

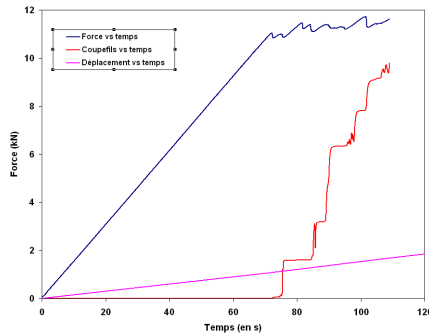


Figure 4.16: Essai quasi-statique à 1 mm/min : Signaux temporels de force (en kN), de déplacement (en mm) et signal électrique coupe-fils (en V).

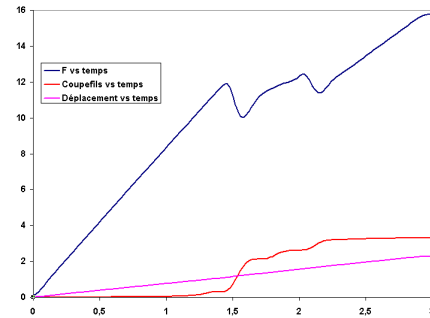


Figure 4.17: Essai quasi-statique à 50 mm/min : Signaux temporels de force (en kN), de déplacement (en mm) et signal électrique coupe-fils (en V).

Bilan :

- La solution jauge coupe-fils utilisant la laque conductrice est validée mécaniquement et électriquement,
- Certains paramètres du dispositif peuvent être optimisés (comme la largeur apparente de la laque conductrice sur la tranche de l'éprouvette ou l'espacement),
- Cet essai a servi de validation pour le dispositif coupe-fils pour les gammes de vitesse jusqu'à quelques 1 mm/min, au-delà des retards à la coupure apparaissent de façon hétérogène et limitent la précision de la méthode.

4.3.2 Suivi optique par méthode de contraste

A l'opposé de méthodes intrusives comme celle présentée précédemment, il est possible de tirer profit de l'utilisation de moyens optiques non intrusifs associés à un traitement des images adapté comme ce qui est proposé par [Adda \(2006.\)](#) et ([Guimard \(2007.\)](#)). Ainsi, une autre méthode qui peut être utilisée est le suivi par contraste des images de fissuration, images acquises suffisamment rapidement à l'aide d'une caméra rapide. Une caméra Photron APX-RS250 capable d'acquérir des images à résolution réduite jusqu'à 250000 images/seconde est utilisée (voir [Figure 4.18](#)).

L'idée est de réaliser un dispositif non-intrusif en plaçant une fine couche de peinture blanche sur la tranche de l'éprouvette, le passage de la fissure provoque alors localement une rupture de la peinture, et une variation nette du contraste sur la face blanche ainsi qu'un écaillage plus ou moins prononcé qu'il est possible d'analyser en



Figure 4.18: Caméra rapide Photron et deux projecteurs HMI Dedolight 2×400 W.

traitant les images automatiquement. Ainsi, un algorithme de traitement séquentiel des images permettant d'avoir accès à la position et vitesse de la fissure au cours du temps a été développé dans l'environnement libre Scilab (en utilisant les bibliothèques de traitement d'images Signal Image Processing (SIP)).

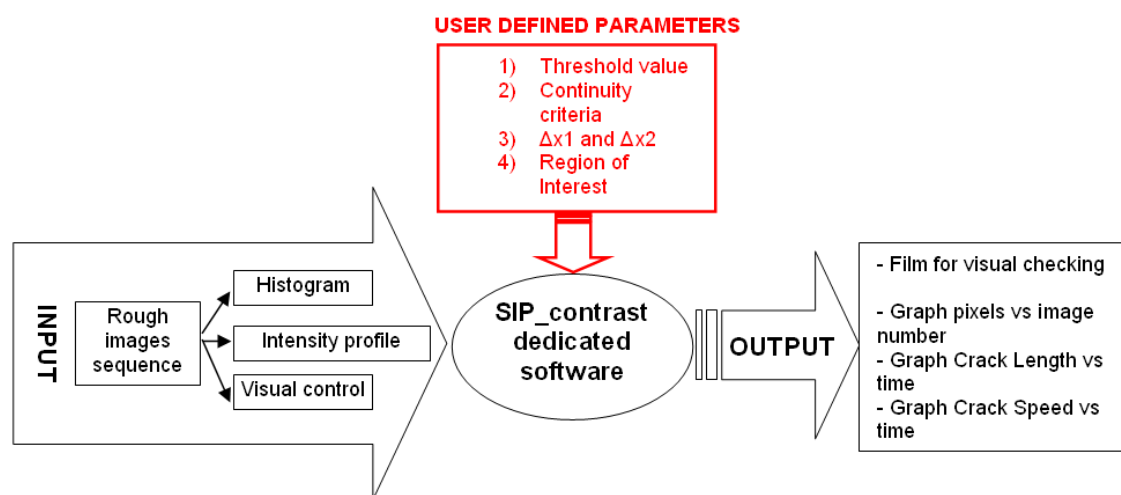


Figure 4.19: Schéma de principe du module de traitement par contraste.

L'organigramme général de la méthode est présenté dans la figure Figure 4.19. Sans vouloir rentrer dans le détail de l'outil (consultable dans [Adda \(2006.\)](#)), les étapes principales du traitement sont :

- une augmentation du contraste de chaque image, par utilisation d'une opération pixel par pixel (Figure 4.20),
- un seuillage de l'image, permettant de convertir l'image contrastée initialement en niveaux de gris à une image en noir et blanc. Ce seuil est défini soit automatiquement ou par l'utilisateur comme paramètre (Figure 4.21),
- la sélection d'un masque de manière à définir la zone utile fissurée,
- le comptage de la longueur de fissure est enfin réalisé sur ce masque en prenant en compte les paramètres d'écaillage potentiel de la peinture dans la zone fissurée, les décalages de la direction de fissuration par rapport à la direction initiale (tous deux définis par l'utilisateur).

Remarque : Le niveau de l'incertitude de mesure de position de la pointe de fissure est de l'ordre de quelques dizaines de pixels pour les cas de faible écaillage. Pour les fissurations avec écaillage important, la mesure peut être plus perturbée.

Outre les spécificités liées à la mise en place de l'éprouvette, l'utilisation d'une caméra rapide est particulière dans un environnement d'essai quasi-statique. Il faut

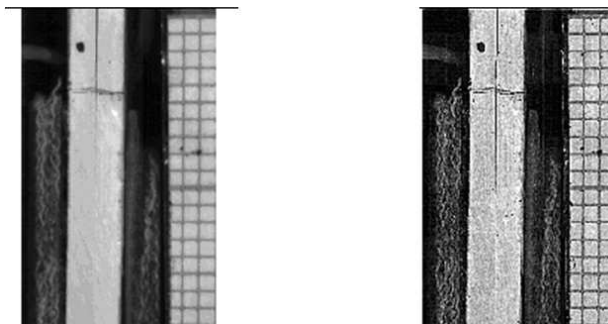


Figure 4.20: Exemple d'opération d'accentuation du contraste (image initiale à gauche et traitée à droite).

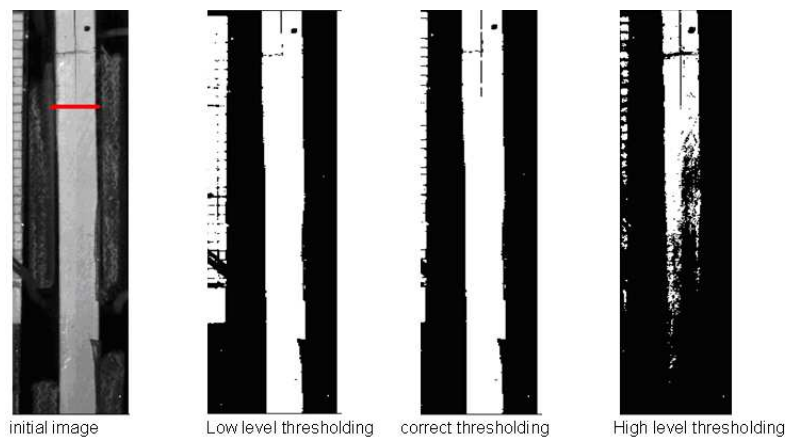


Figure 4.21: Opérations de seuillage de l'image : image initiale, sous-seuillage, seuillage optimal et sur-seuillage.

tout d'abord s'assurer que le déclenchement de l'enregistrement se fait au bon instant. Sachant que les deux événements enregistrés (conduite globale de l'essai et propagation locale de la fissure) ne sont pas de même durée, on déclenche la caméra sur le premier coupe-fil se rompant. La mémoire interne (via un mode trigger de la caméra) permet d'enregistrer l'intervalle de temps qui a précédé ce trigger de manière à ne pas rater le début de fissuration. De plus, du fait de la fréquence d'acquisition des images très rapides, l'éclairage doit pouvoir apporter suffisamment de puissance lumineuse à chaque prise de vue et ceci de façon homogène. Deux éclairages de type lumière froide Dedolight sont ainsi utilisés apportant chacun 400 W.

Moyennant le codage de toutes ces étapes dans une boucle itérative sur toutes les images à traiter, la méthode de contraste est capable de capter des changements brusques de vitesses de fissuration lorsqu'il y a une instabilité à la propagation. Dans l'essai présenté, la vitesse de déplacement imposé est de 1 mm/min. Le profil de vitesses de fissuration obtenu montre deux régimes (cf. Figure 4.22) : un régime de propagation stable quasi-statique où la vitesse moyenne est stabilisée autour de 20 à 30 mm/s, puis un régime instable où la vitesse atteint pratiquement 1 m/s en fin de propagation.

A priori, il n'y a aucune limitation pour utiliser cette méthode dans le cas de propagations fortement dynamiques, il faut uniquement assurer une fréquence d'acquisition suffisamment rapide par rapport à la zone filmée.

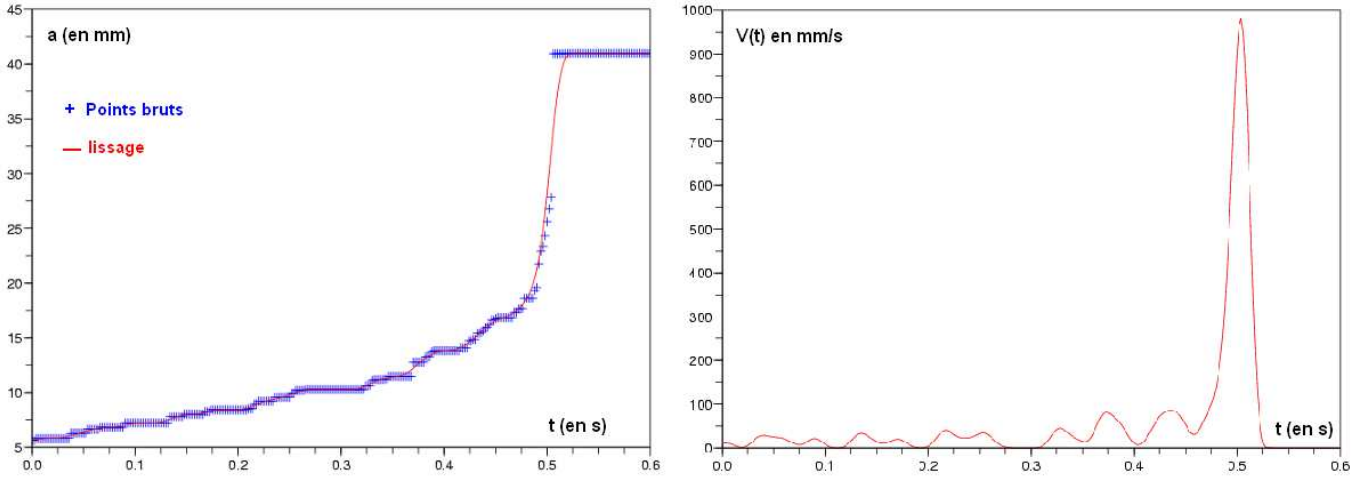


Figure 4.22: Résultat de suivi par coupe-fils sur essai quasi-statique (déplacement imposé de 1 mm/min).

4.3.3 Suivi utilisant une mesure de champ par corrélation d'images

Profitant du moyen d'acquisition optique permettant un enregistrement de la tranche, une autre méthode consiste à déposer sur celle-ci un motif aléatoire appelé « mouchetis » et d'utiliser une méthode de corrélation d'images de manière à obtenir le champ de déplacement 2D de la tranche tout au long de l'essai.

La technique de mesure par corrélation d'images, initialement développée par (Sutton et al (1983, 1986)), consiste à partir de la donnée d'une maille de référence comportant un motif hétérogène à rechercher le lieu de ce nouveau motif dans l'image d'après : soit de l'image de référence (Figure 4.23) à l'image déformée (Figure 4.24). Une image donnée est vue comme une fonction de niveau de gris (codés sur 8 ou 16 bits). En notant les niveaux de gris de l'imagette de référence f et ceux de l'imagette déformée g , la méthode consiste à chercher le champ de déplacement $u(\vec{x})$ liant les deux images par l'hypothèse de conservation de l'intensité lumineuse (4.8),

$$g(\vec{x}) = f(\vec{x} + \vec{u}(\vec{x})) \quad (4.8)$$

En faisant l'hypothèse supplémentaire que les deux fonctions f et g sont différentiables, un développement de Taylor au premier ordre permet d'écrire :

$$g(\vec{x}) = f(\vec{x}) + \vec{u}(\vec{x}) \cdot \nabla f(\vec{x}) \quad (4.9)$$

Le problème à résoudre est mal posé car le déplacement u est connu uniquement dans le sens du gradient. D'autres hypothèses doivent être ajoutées pour le résoudre. On régularise le problème en supposant que le champ de déplacement u est décomposé sur une base de type éléments finis par exemple. Dans le code développé au LMT (*Correli-Q4*), une approche de Galerkin globale est implémentée contrairement aux procédures habituelles qui conduisent à des appariements « locaux » de petites fenêtres de corrélation (Sutton et al (1983, 1986)). Il s'agit ainsi de minimiser les résidus de corrélation (4.10) par une résolution itérative. En écrivant les équations discrétisées sur la base de fonctions d'interpolations associées (ici quadratique 2D linéaire), le problème se résume à la résolution itérative de systèmes linéaires écrits à différentes échelles de type $\mathbf{M}a = b$ où le vecteur a contient les inconnues associées

à la base d'interpolation du champ $u(\vec{x})$ choisi, \mathbf{M} et b contiennent les fonctions d'interpolation et les images ou leur gradients [Besnard et al \(2006\)](#).

$$\eta^2 = \iint_{\Omega} [\vec{u}(\vec{x}) \times \nabla f(\vec{x}) + f(\vec{x}) - g(\vec{x})]^2 d\vec{x} \quad (4.10)$$

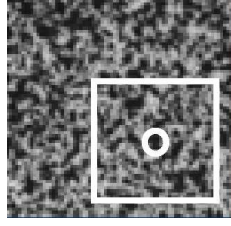


Figure 4.23: Image de référence avec une imagette locale (notée f) et son mouchetis

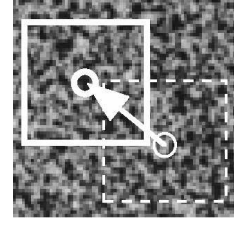


Figure 4.24: Image déformée avec une imagette locale (notée g) et son mouchetis

Pour un essai quasi-statique de mode II sur CLS modifiée, les images avec mouchetis ont été acquises à intervalles de temps réguliers (toutes les secondes) en mode rafale à l'aide d'un appareil photo numérique à haute résolution.

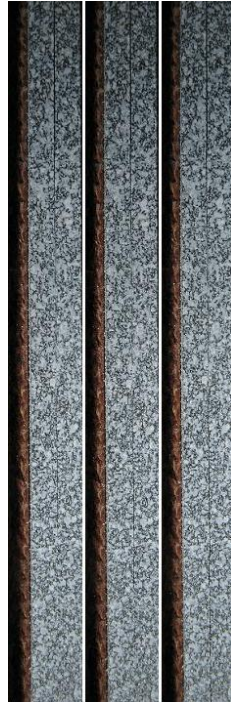


Figure 4.25: Images de la tranche de l'éprouvette avec mouchetis [images de référence (gauche) et pendant la fissuration (milieu et droite)].

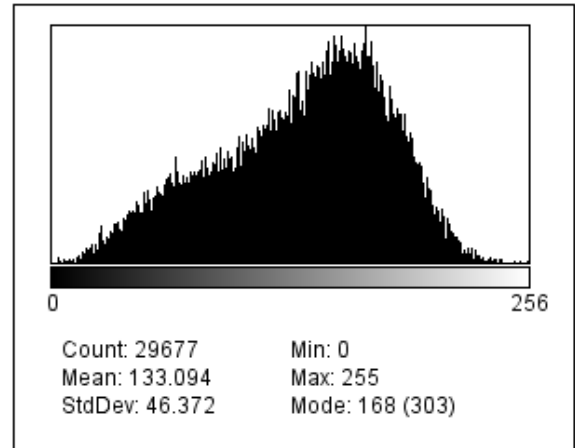


Figure 4.26: Histogramme correspondant aux niveaux de gris du mouchetis.

Pour cette série de clichés, un « mouchetis » artificiel a été appliqué manuellement à la bombe de peinture (voir Figure 4.25) et sa qualité globale est d'abord jugée par l'histogramme des niveaux de gris représenté sur la Figure 4.26. On voit que le spectre est très bien représenté de 0 à 256 (codage en 8 bits). La résolution spatiale correspondante est de $12 \mu m/pixel$. Une analyse a priori du mouchetis de manière locale permet de sélectionner la taille idéale d'élément pour assurer le compromis entre précision des résultats (incertitude) et quantité d'information (résolution spatiale). La taille de l'élément est ici choisie de 16×16 pixels, soit $192 \times 192 \mu m$. Le

calcul de corrélation d'images est réalisé avec le logiciel *Correli Q4* développé au LMT Cachan (cf. [Besnard et al \(2006.\)](#)) et les résultats sont donnés partiellement sur la Figure 4.27. Par exemple, la composante verticale du champ de déplacement évolue bien d'un champ homogène sur toute la tranche dans le sens de la sollicitation à un champ présentant une discontinuité forte au lieu de la fissure avec des valeurs homogènes pour chaque bras. Enfin, à l'approche de la propagation cette composante présente nettement cet échelon d'amplitude lorsqu'on passe d'un bras à un autre avec un léger effet transverse. La déformée locale de la tranche montre également que la composante horizontale est certes négligeable mais pas nulle.

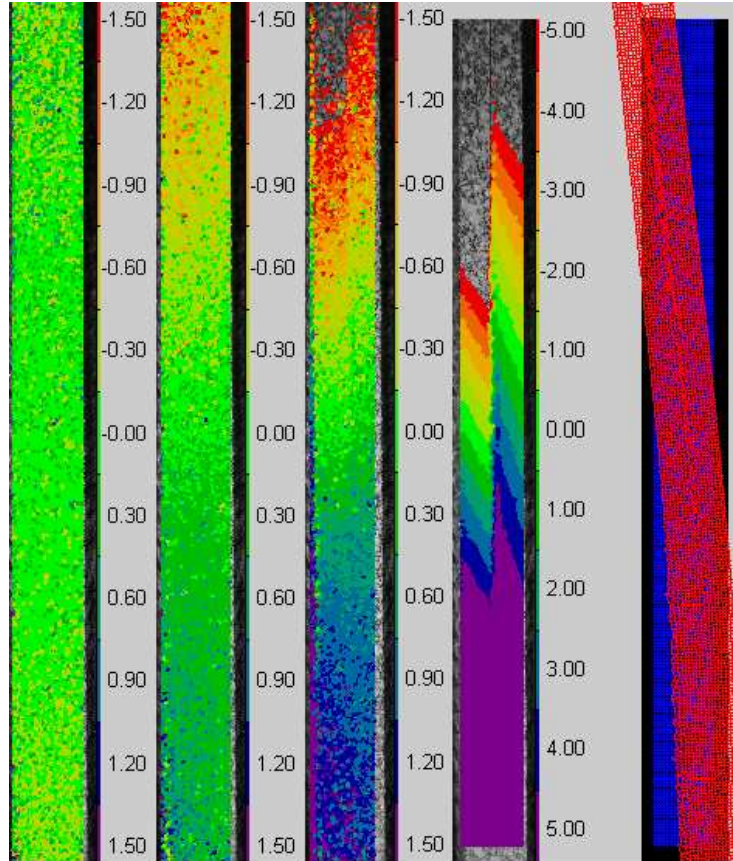


Figure 4.27: Composante verticale de déplacement U_1 mesurée en pixels [amplitude maximale ± 5 pixels $\Leftrightarrow \pm 60 \mu\text{m}$](4 clichés pour 4 états de charge) et maillage initial et déformé agrandi 7 fois (à droite).

Remarque : Il faut noter que la résolution sub-pixelle obtenue permet d'avoir accès à des déplacements inférieurs au μm à la fois sur les champs et donc indirectement sur les lieux de pointe de fissure (incertitude de l'ordre de quelques dizaines de pixels), ce qui est un avantage important par rapport à une méthode visuelle classique.

A ce stade, plusieurs niveaux de traitement sont possibles et dédiés à la fissuration. La richesse de l'information obtenue par la méthode de corrélation d'images permet d'envisager l'utilisation des champs de déplacements 2D en vue de l'identification locale des paramètres de fissuration. En effet, plusieurs types de méthodes peuvent être utilisés spécifiquement : soit par un post-traitement particulier, soit par identification dite intégrée (notée I-DIC), voir [Roux et Hild \(2006\)](#) :

- les intégrales de contour et d'interaction, comme dans [Réthoré \(2005.\)](#),
- les profils des sauts de déplacements ([Forquin et al \(2004\)](#)),

- les identifications directes utilisant la méthode d'écart à l'équilibre, utilisé par Périé et al (2009.).
- la minimisation aux moindres carrés par rapport à un champ théorique (analytique ou pseudo-numérique) dédié au problème de fissuration, par exemple dans Roux et Hild (2006) pour les matériaux isotropes.

4.3.4 Post-traitement de la corrélation d'images pour l'identification du taux de restitution critique en orthotrope et quasi-statique

Dans ce qui suit, on se propose d'utiliser une méthode de post-traitement (tel que dans Roux et Hild (2006)) et de développer l'adaptation au cas de la fissuration quasi-statique des matériaux orthotropes. Pour cela, il faut disposer de l'équivalent orthotrope des champs analytiques en pointe de fissure. Les travaux de Sih et al (1965) ont proposé une écriture de ces champs asymptotiques dans le cas où la fissure est dans une direction d'orthotropie, ce qui est le cas présent.

La stratégie employée est de minimiser l'écart aux moindres carrés sur un domaine environnant la pointe de fissure des déplacements 2D mesurés avec les déplacements 2D analytiques exprimés selon les fonctions tests $\Psi_k(x_i, y_i)$ définies par Sih et al (1965) et détaillées en **annexe B**. Le problème à résoudre en \vec{a} , qui n'est autre que le vecteur des composantes du champ asymptotique cherché, devient alors tel que :

<p>Trouver \vec{a} et X_{fiss}^{opt} minimisant pour tout $X_{fiss} \in \Omega_{fiss}$ la fonction :</p> $F(\vec{a}, X_{fiss}) = \sum_{i=1}^{N_{mes}} \left(U_i(x, y) _{X_{fiss}} - \left(\sum_{k=1}^6 \Psi_k(x_i, y_i) a_k \right)^2 \right)$ <p>Sachant que les N_{mes} représentent les points de mesures inscrits dans le domaine d'étude.</p>
--

Cette résolution est effectuée en coordonnées complexes dans le repère local lié à chaque position de la fissure X_{fiss} , cela permet d'exprimer les champs de façon très simple pour tout point $M(\underline{z})$ environnant la pointe de fissure. Les N_{mes} correspondent exactement à la grille éléments finis du calcul de corrélation dont on a ôté les points contenus dans une zone dite de masque. Ce masque définit les points qui ne seront pas utilisés dans le post-traitement car ils correspondent soit à des points trop éloignés de la zone fissurée, soit à des points où l'erreur de corrélation est maximale (lèvres de la fissure, pointe de fissure et process zone). Le calcul consiste donc à effectuer sur tout le domaine des positions potentielles de pointes de fissure, la minimisation au sens des moindres carrés entre les champs 2D réels (calculés par Correli-Q4) et les champs asymptotiques théoriques.

Les seuls paramètres devant être connus initialement sont les modules élastiques du matériau considéré (obtenus par une identification élastique classique du pli sain), le choix du domaine des points de mesure, le choix des lieux potentiels de fissure avec une estimation initiale de la pointe pour pouvoir démarrer les itérations. Enfin, l'utilisateur doit spécifier les paramètres du masque : zone des lèvres de la fissure, rayon intérieur pour la pointe et rayon extérieur au delà duquel la solution « au premier ordre » n'a plus de sens. Toutes ces étapes sont schématisées dans la Figure 4.28.

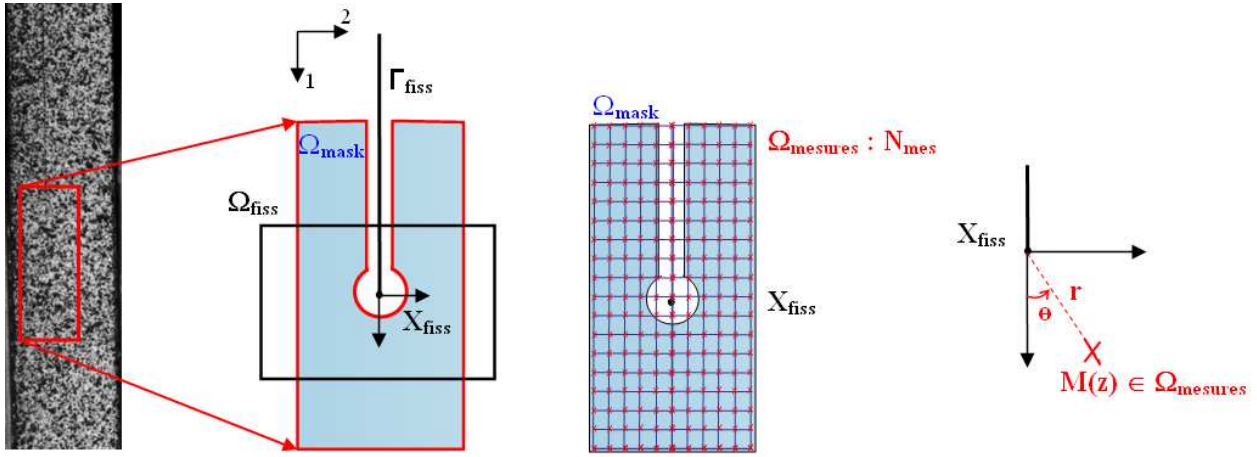


Figure 4.28: Schéma explicatif de la méthode de post-traitement par corrélation d'images.

Les premiers résultats obtenus sous sollicitation statique sont très encourageants. En effet, l'utilisation des champs 2D obtenus en 4.3.3 et notamment les résultats de la Figure 4.27 sont satisfaisants, l'erreur moyenne est de l'ordre de 0.2 pixel (et écart type relatif de 0.16) sur tout le domaine de mesure, les cartes de résultats sont d'ailleurs tracées sur la Figure 4.29 pour laquelle on obtient une valeur de $G_{IIc} = 1350 - 1450 J/m^2$ pour l'image traitée qui correspond aux premiers instants de propagation. Un point crucial de la méthode est de toujours utiliser comme image de référence pour le calcul de corrélation d'images la configuration non chargée (i.e. $F = 0$), car l'identification des paramètres de fissuration se fait sur l'écart aux champs de déplacement, ces paramètres identifiés par la méthode sont définis à une constante multiplicative près. Le fait d'imposer la nullité de ces paramètres sur l'image de référence (i.e. à $F = 0 \Rightarrow G_{II} = 0$) permet de s'affranchir de cette constante. La seule limitation est que la méthode repose sur un champ massif infini, ce qui n'est pas le cas pour l'épaisseur de l'éprouvette considérée, c'est pour cela que loin de la pointe de fissure l'identification du champ 2D n'est pas précis, cette partie n'est pas utilisée pour la minimisation car rejetée par le masque.

On obtient ainsi par ce post-traitement dédié à la fissuration dans les matériaux orthotropes, une estimation satisfaisante :

- du taux de restitution d'énergie critique en mode II,
- de la position de la fissure optimale,
- du taux de restitution d'énergie critique en mode I, bien que la configuration ne soit pas très sensible au mode I,
- une estimation du premier terme non singulier (appelé T -stress) et représentant une mesure de la contrainte locale agissant parallèlement à la fissure. Dans tous les cas traités ici, cette valeur est minimale (de l'ordre de 10^{-3} N) et toujours négative, ce qui caractérise une fissure relativement peu chargée,
- en bouclant l'analyse sur toutes les images de la fissuration, on obtient le trajet de la fissure en fonction du temps.

4.3.5 Bilan sur les trois méthodes : cas d'application et limitations

Dans ce travail, trois méthodes de suivi local de la position instantanée (donc de la vitesse) de la fissure ont pu être développées. Parmi ces trois méthodes, celle utilisant des jauges dites coupe-fils est une méthode intrusive et complexe à mettre

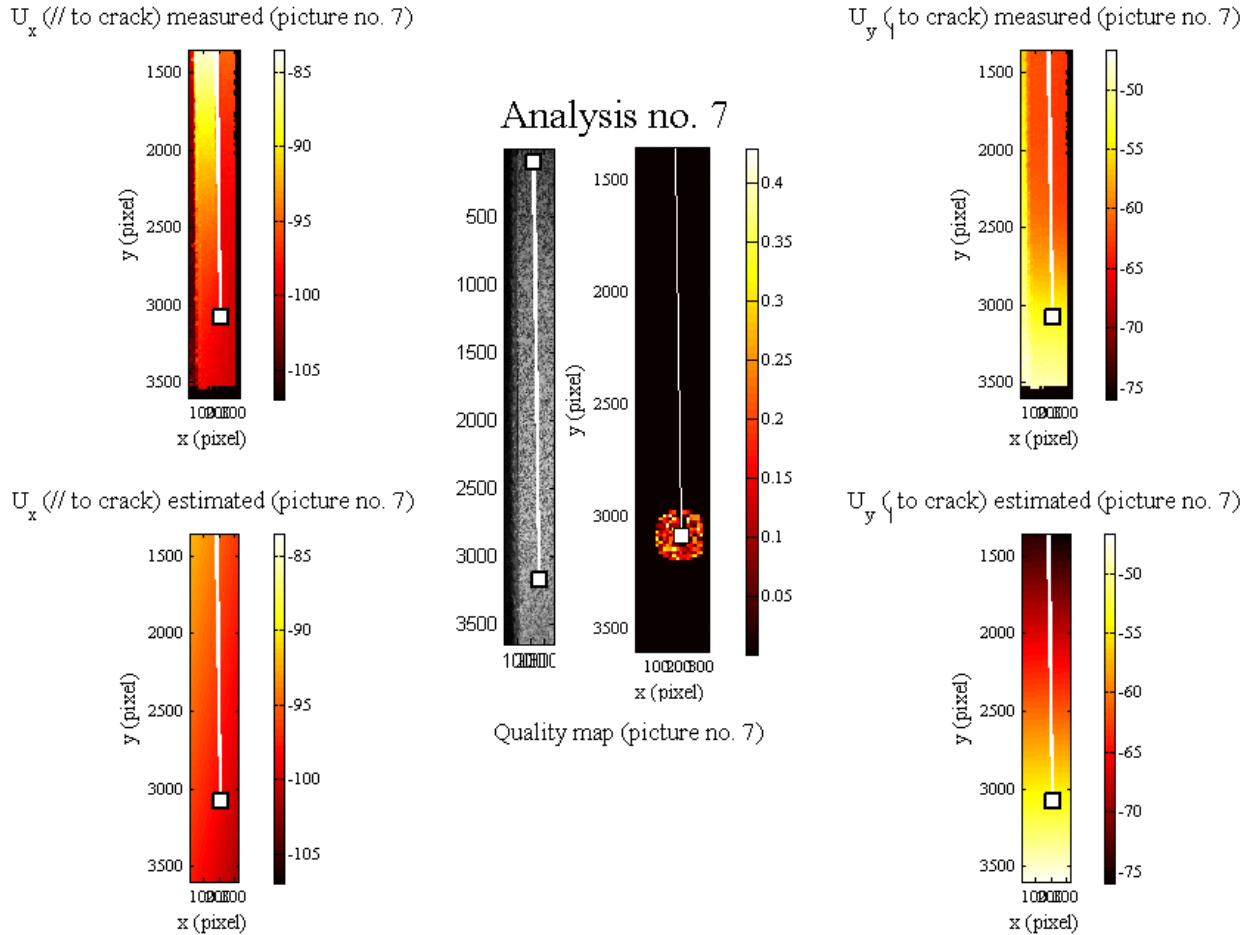


Figure 4.29: Cartes de résultat de l'analyse de l'image 7 par post-traitement des champs Correli-Q4 : comparaison des champs 2D mesurés et calculés, position optimale de la fissure, carte de l'erreur en déplacement sur la zone de mesure.

en (de coût non négligeable), néanmoins elle permet de disposer de suivis sur des gammes de vitesses faibles mais sur toute la longueur de l'éprouvette. L'efficacité de la méthode est directement liée au nombre de coupe-fils utilisés et à leur pas géométrique, l'information obtenue étant de nature discrète. La limitation d'une telle méthode tient au fait d'un temps de rupture non nul nécessaire au déclenchement électrique du coupe-fils considéré comme un interrupteur idéal, ceci peut être à l'origine de limitations pour le passage à des conditions de propagations dynamiques (notamment pour capter des variations de vitesses localisées entre deux coupe-fils).

Pour les deux autres méthodes optiques, la première utilisant un traitement par contraste est d'utilisation aisée et donne de très bons résultats même pour des propagations rapides et des changements brusques. L'algorithme utilisé permet de s'affranchir des effets d'écaillage de peinture et de trajets non parfaitement rectilignes.

Enfin, la méthode utilisant la corrélation d'images est également intéressante dans le sens où elle ne se contente pas de donner la position de la fissure mais aussi une identification des taux de restitution d'énergie par une investigation locale liée à l'évaluation des champs singuliers. Cette évaluation nécessite a priori aucune notion de capteur de force mais la connaissance des propriétés élastiques du matériau. Pour le moment, les résultats sont très prometteurs en quasi-statique, des travaux sont en cours pour une évaluation en dynamique.

Dans ce qui suit, la méthode de traitement par contraste sera utilisée dans des

cas de propagations dynamiques ainsi qu'un premier test de la corrélation d'images couplée au post-traitement de fissuration.

4.4 Campagne d'essais dynamiques de propagation en mode II

Dans cette section, la même géométrie d'éprouvette CLS modifiée est utilisée pour être testée à des vitesses de déformations allant jusqu'à 50 s^{-1} , de manière à étudier la propagation de la fissure dans le régime subsonique (inférieur à 1800 m/s). Les adaptations liées au type de machine utilisée et à l'analyse quantitative des résultats sont présentées.

4.4.1 Protocole et mise en œuvre

Les niveaux de vitesse de déformation évoqués supposent d'utiliser un autre moyen d'introduction de l'effort de traction. Parmi les moyens d'essais dynamiques existants, il y a les essais de type structuraux utilisant des machines à poids tombant ou de choc, et les essais élémentaires (échelle du coupon) utilisant soit des machines à vérin rapide ou des machines basées sur le principe des barres d'Hopkinson. Dans ce travail, on se focalise sur la caractérisation des dépendances à la vitesse de déformation des propriétés intrinsèques de délaminage et non sur des comportements globaux de type structural. Ainsi les deux moyens restant à disposition se distinguent par leur gamme de travail :

- pour les machines à vérin rapide, les vitesses générées (de l'ordre de 10 à 20 m/s en général) permettent de tester sur une configuration semblable à celle des machines de traction quasi-statique des éprouvettes de type coupon (sans avoir à adapter spécifiquement le maintien de l'éprouvette de manière importante). Il s'agit du domaine des vitesses intermédiaires de déformation (inférieures à 100 s^{-1}). Pour notre besoin de qualifier et quantifier des délaminages dans les régimes subsoniques en vitesse de propagation de fissures (i.e. vitesse maximale de l'ordre de la vitesse des ondes de Rayleigh du matériau, soit de l'ordre de 2000 m/s), la gamme intermédiaire des vitesses de consigne (soit 10 à 20 m/s) est amplement suffisante.
- pour les barres d'Hopkinson, les gammes de vitesses engendrées sont beaucoup plus élevées (de 50 à 100 m/s^{-1}) et permettent d'étudier les comportements de ballistiques et des vitesses de fissuration de type intersonique et supersonique. Il s'agit du domaine des grandes vitesses de déformations (de 500 s^{-1} à 5000 s^{-1}).

Remarque : Les vitesses intersoniques et super-soniques éventuelles ne sont pas traitées ici car elles ne sont pas atteignables par ce moyen expérimental mais plutôt par des systèmes de canons pneumatiques générant des impacts. Ces vitesses sont rarement atteintes en configuration réelle sur des structures aéronautiques.

C'est donc une machine de traction à vérin rapide de type Schenk/Instron de capacité maximale 50 kN qui sera utilisée. Le principe de fonctionnement est décrit sur les Figure 4.30 et Figure 4.31. Un vérin hydraulique est propulsé à vide pendant une course initiale, pendant laquelle il devra atteindre sa vitesse de consigne. Ensuite il subit un choc avec le tirant qu'il doit entraîner. Ce choc doit être atténué et

contrôlé de façon à éviter les rebonds potentiels et les ondes de choc parasites : cette fonction est remplie par un joint d'accouplement de type visco-élastique. De plus, pour les vitesses de consigne élevées, il est nécessaire d'augmenter la course initiale du vérin pour que celui-ci atteigne sa vitesse de consigne avant le choc. Ces conditions étant assurées, le tirant peut alors entraîner correctement l'éprouvette testée qui est maintenue par des mors.

Remarque : Sur ce type de machine, aucun asservissement en vitesse n'est disponible. Cela veut dire que des fluctuations mineures en vitesse de déplacement du vérin peuvent se produire pendant l'essai. Pour certains cas, il faudra tenir compte de ces variations en analysant le signal brut du déplacement.

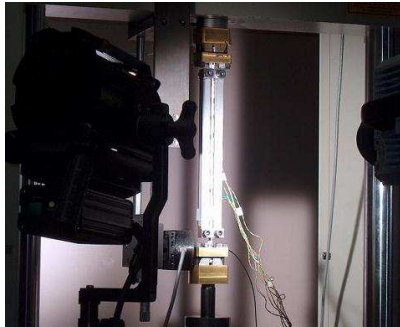


Figure 4.30: Mise en place de l'éprouvette sur la machine à vérin rapide.

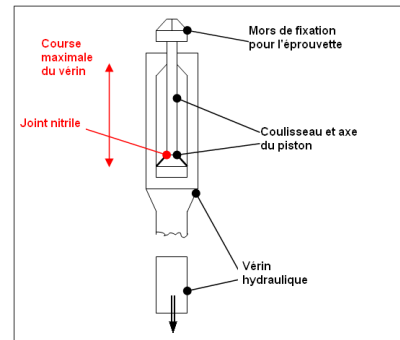


Figure 4.31: Schéma explicatif d'introduction dynamique de l'effort.

Il faut également préciser que lors de tels essais, les *effets dynamiques* au sens large et constatés par rapport à une référence quasi-statique peuvent être de quatre natures différentes :

- effets d'inertie, dus à la masse et à la géométrie,
- effets transitoires, dus à l'introduction de l'effort et à la répercussion du choc,
- effets de vitesses intrinsèques au matériau lui-même,
- effets introduits par les capteur eux-mêmes (par leur fréquence de coupure ou leur inertie par exemple).

Dans ce travail, les effets dynamiques que l'on cherche à investiguer sont ceux liés au mode de délaminage. Un effort particulier est donc mené de façon à minimiser les autres effets potentiellement apparents :

- Le capteur de force est disposé juste derrière le mors de serrage de l'éprouvette (voir Figure 4.32) et sa gamme de travail dynamique n'introduit pas de fréquence parasite, il s'agit d'un anneau concentrique à l'axe du tirant.
- La présence d'un joint visco-élastique permet d'atténuer le choc généré après la cours d'élan du vérin.
- Les masses mises en mouvement à proximité de l'éprouvette sont réduites et la géométrie permet de s'affranchir des problèmes de fréquences propres de l'éprouvette.
- La mesure du déplacement est réalisé au plus près de l'éprouvette par un capteur laser (voir Figure 4.33) utilisant une fibre optique (au lieu du capteur trop peu précis du vérin).
- ces précautions étant prises, de manière à quantifier les paramètres intrinsèques de l'interface interplis, les techniques de suivi de fissuration et d'identification développées dans la section précédente (4.3) seront utilisées car seul un suivi

local/global complémentaire donne accès aux informations nécessaires à l'identification.

Remarque : Les effets propres au matériau sont supposés être concentrés dans l'entité interfaciale au sens du modèle mésoscopique proposé par [Allix et Ladevèze \(1992\)](#). En particulier, dans les plis orientés à 0° et à 22.5° , on fait l'hypothèse raisonnable que l'influence de $\dot{\epsilon}$ en traction est négligeable.

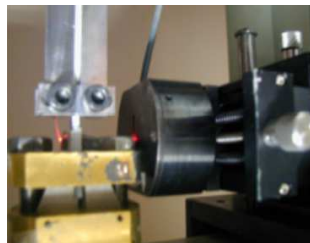


Figure 4.32: Vue du capteur de force installé juste derrière le mors dans l'environnement dynamique. Figure 4.33: Vue du capteur de déplacement laser/fibre optique dans l'environnement dynamique.

4.4.2 Spécificités de l'introduction d'effort et de l'acquisition optique

On vérifie en particulier que le comportement global de la force de réaction en fonction du déplacement pour des vitesses de 0.5 m/s est conforme aux résultats de référence réalisés en quasi-statique, en particulier les phases de charge et de reprise de rigidité sont conservées. La superposition des courbes d'effort en fonction du déplacement sont présentées dans la Figure 4.34.

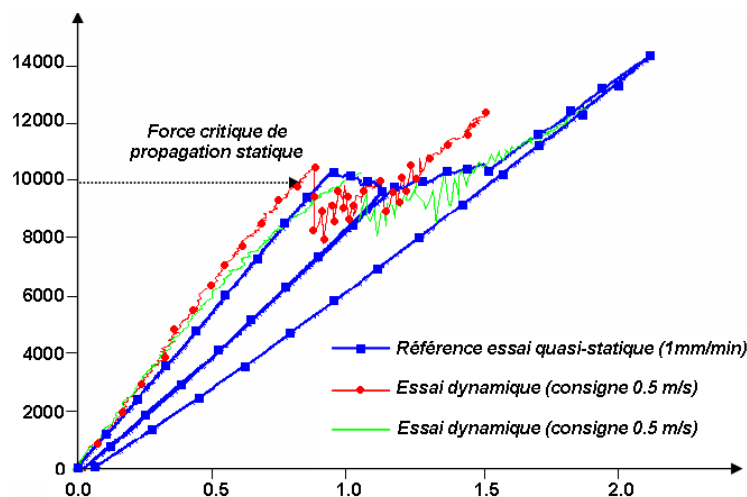


Figure 4.34: Comparaison des courbes force (en N) en fonction du déplacement longitudinal (en mm) pour la référence quasi-statique et les premiers essais dynamiques.

En dynamique, l'éclairage est un paramètre très important pour pouvoir enregistrer des images en cours d'essai. La fréquence d'acquisition doit augmenter pour capter le phénomène local de fissuration avec une luminosité suffisante, ce qui implique un temps d'obturation très court, donc une luminosité de chaque image réduite avec éclairage normal.

Concernant le déclenchement de l'essai, il faut s'assurer que tous les signaux vont être enregistrés sur la même base de temps et pendant le temps effectif de l'essai. Cette fonction est assurée par une redondance des données. Il faut également s'assurer que le déclenchement de la caméra rapide s'effectue au bon instant. Contrairement au cas quasi-statique où un trigger automatique était utilisé, dans le cas dynamique un trigger manuel peut suffire (avec enregistrement des données précédant le déclenchement) car le temps de l'essai et le temps de propagation sont du même ordre de grandeur, c'est à dire quelques millisecondes.

Du fait même de l'introduction de la vitesse de consigne au vérin rapide, il n'y a pas d'asservissement disponible. Le protocole de mise en vitesse définit une « course d'élan » de plus en plus grande à mesure que la vitesse de consigne devient élevée. On pourra néanmoins vérifier à l'aide des images acquises et du capteur laser les niveaux réels de vitesses vus par l'éprouvette. Les valeurs de déplacement données par la suite sont ainsi corrigées en ce sens.

4.4.3 Résultats pour l'interface 0/0°

Plusieurs éprouvettes avec interface de type 0/0° sont testées sous sollicitation dynamique, de 0.5 m/s à 8 m/s. Les résultats au niveau global sont superposés sur la Figure 4.35. Il est constaté les points suivants :

- Pour cette gamme de vitesse, les phases de montée sont relativement superposées, à quelques oscillations faibles près.
- En revanche, les débuts d'inflexion en force ne sont plus nets et constants (par rapport à la valeur quasi-statique, l'écart maximal est de 4000 N. Des oscillations viennent perturber le plateau théorique horizontal.
- Ces changements d'allure entraînent du même coup une difficulté de repérer le début de fissuration car celui-ci n'est plus lié directement à une inflexion du signal d'effort. De même la corrélation temporelle entre le signal de force et les événements de fissuration locaux n'est plus assurée car le temps de parcours des ondes de contraintes n'est plus négligeable pour des vitesses de sollicitation élevées. Pour palier ce problème, le post-traitement des images acquises par la caméra rapide et les signaux des capteurs sera effectué sur la même base de temps pour pouvoir évaluer ces intervalles de temps.
- La zone de plateau de propagation est de moins en moins marquée pour les vitesses de sollicitation élevées.
- La reprise de rigidité à la fin de la propagation est conservée avec un comportement oscillatoire autour de ce comportement linéaire statique du bras restant.

Au niveau local, c'est la méthode par contraste qui est utilisée par défaut. On procède en deux phases d'observations sur deux essais ayant la même vitesse de consigne. En effet, la caméra devant être cadencée de plus en plus rapidement pour disposer de l'information nécessaire sur la propagation de la fissure, la taille d'observation est réduite d'autant. Il en résulte qu'on ne peut suivre que les premiers instants de la propagation (voir par exemple un suivi sur une éprouvette sollicitée à 4 m/s en Figure 4.36). Dans un second temps, une autre éprouvette est testée où l'on place la caméra rapide sur une zone B pour pouvoir suivre la fissuration plus loin. Le calcul des vitesses sur ces deux zones permet de disposer pour un même régime de sollicitation des valeurs au début de la propagation et ensuite du régime de vitesse moyen obtenu (voir le Tableau 4.5).

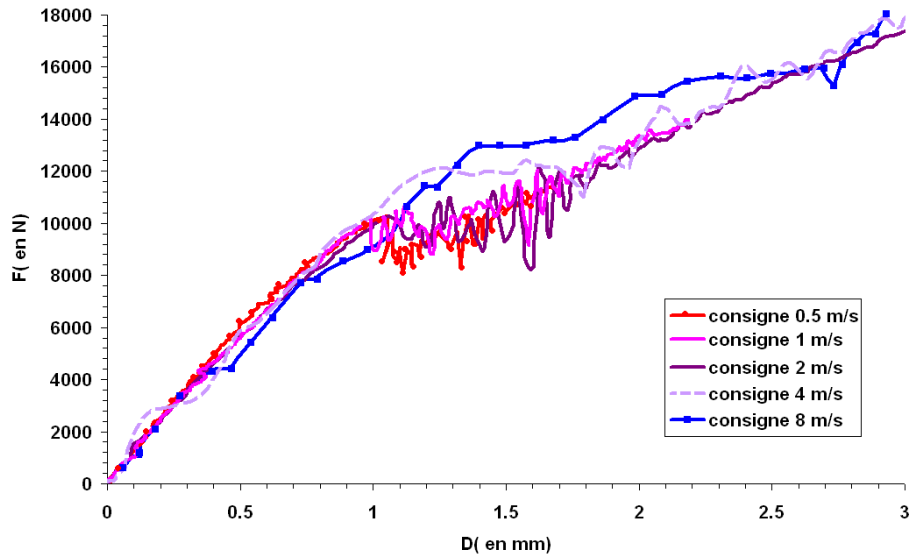


Figure 4.35: Courbes force (en N) en fonction du déplacement (en mm) pour des vitesses de consigne de 0.5 à 8 m/s.

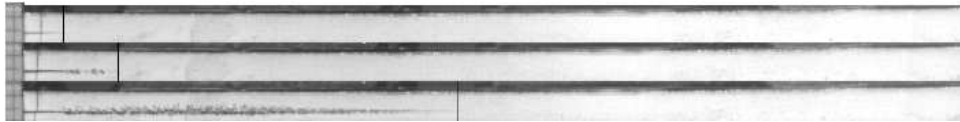


Figure 4.36: Images de suivi de fissuration in situ acquises à 75 000 images/s pour l'essai à 4m/s. Le réticule vertical est ajouté automatiquement par l'algorithme de traitement.

Eprouvette	Vitesse consigne // réelle (m/s)	à moyen en Zone A (m/s)	à moyen en Zone B (m/s)
23	0.5 // 0.18	403 m/s	-
5	0.5 // 0.43	-	372 m/s
26	4 // 4	589 m/s	-
7	4 // -	-	683 m/s
33	8 // 12.2	626 m/s	-
9	8 // -	-	1040 m/s

Tableau 4.5: Résultats des suivis de vitesse par méthode de contraste sur les deux zones pour les essais dynamiques.

Par exemple, pour les deux sollicitations de 4 et 8 m/s, on obtient les résultats suivants en termes de vitesses de propagation en rassemblant les deux zones d'études :

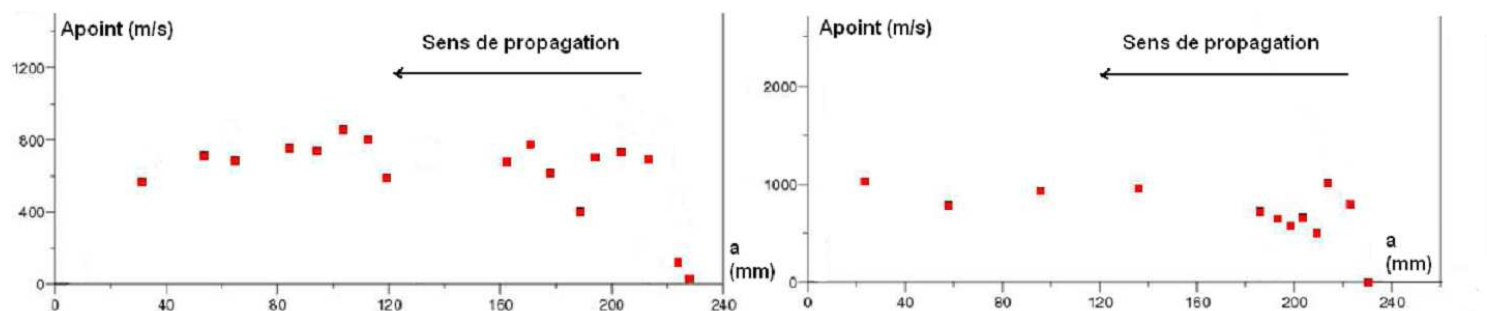


Figure 4.37: Résultats de suivis de vitesses de fissuration obtenues par méthode de contraste pour l'essai à 4 m/s (à gauche) et l'essai à 8 m/s (à droite).

4.4.4 Résultats pour l'interface croisée

De même que pour les sollicitations statiques, ce type d'interface croisée donne lieu à un changement brutal de type d'interface en cours de propagation. L'examen post-mortem montre en effet un parcours de fissuration initial correct puis un pontage pour sauter un pli et enfin continuer la propagation sur un autre type d'interface.

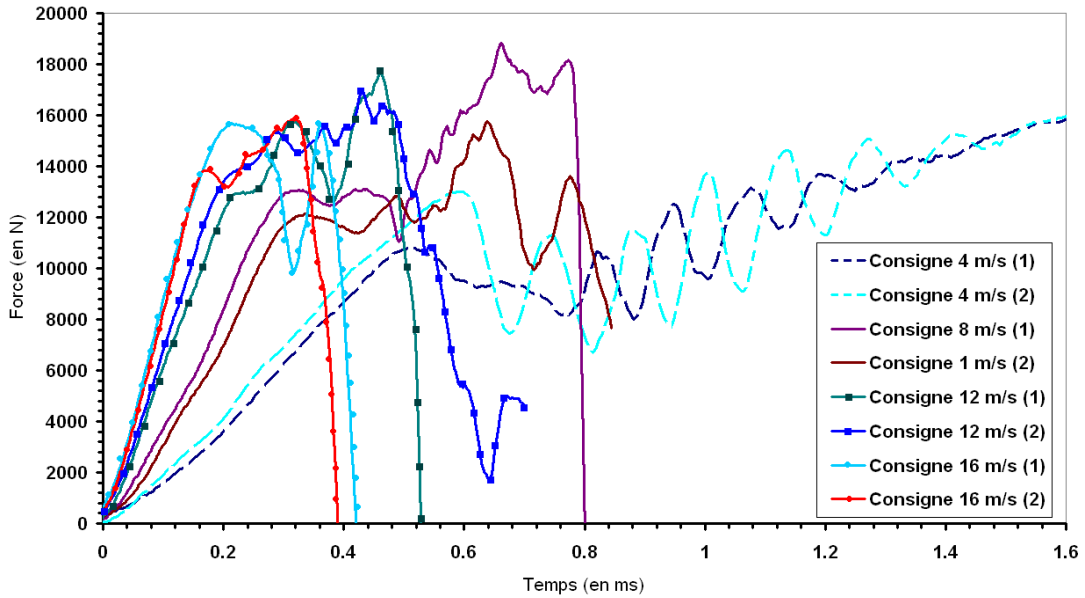


Figure 4.38: Courbes force en fonction du temps pour des essais dynamiques sur interface croisée $\pm 22.5^\circ$ sollicitée entre 0.5 et 16 m/s.

Les courbes globales temporelles (force en fonction du temps sur la Figure 4.38) obtenues pour des vitesses de 1 à 16 m/s permettent de rendre compte des points suivants :

- la reproductibilité de l'essai en termes de mise en vitesse de l'échantillon est démontrée,
- le plateau de propagation est d'autant moins net que la vitesse de sollicitation augmente,
- pendant cette phase de propagation les amplitudes de force augmentent au fur et à mesure avec la vitesse de sollicitation.

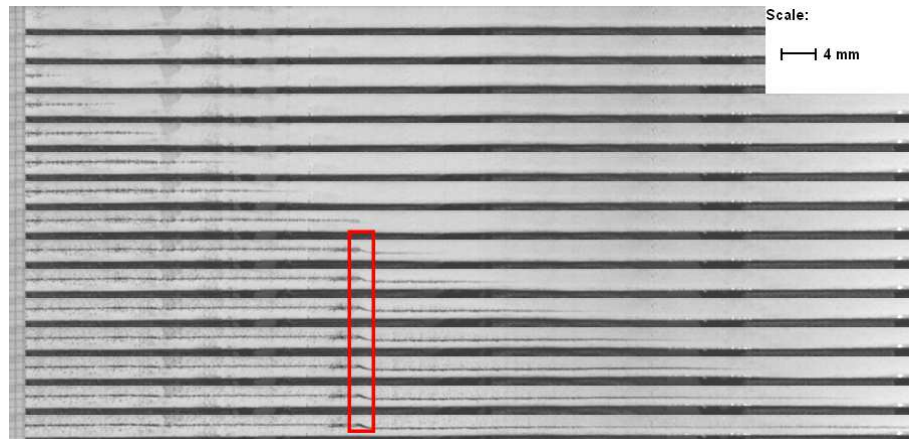


Figure 4.39: Suivis de vitesse par méthode de contraste sur essai dynamique sollicité à 4 m/s.

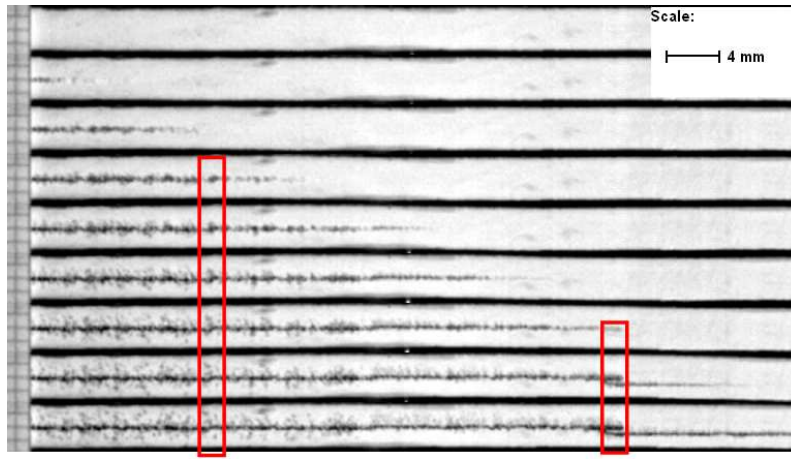


Figure 4.40: Suivis de vitesse par méthode de contraste sur essai dynamique sollicité à 12m/s .

Au niveau local, ni la méthode coupe-fils, ni la méthode par corrélation d'images (pas d'images avec mouchetis pour ces essais) n'ont permis de quantifier correctement les changements de vitesse dans le cas des interfaces croisées. Seule la méthode par contraste a pu fournir des informations sur les gammes de vitesses moyennes avant et après le saut d'interface. Les vitesses constatées pour l'interface croisée sollicitée à une vitesse consigne de 4 m/s sont de l'ordre de 500 m/s avant le saut, puis un régime de propagation de l'ordre de 771 m/s après le pontage d'interface. De même, pour une vitesse de consigne de 12 m/s , deux sauts d'interfaces distincts et successifs sont constatés après avoir atteint une vitesse de fissuration de l'ordre de 872 m/s . On constate ainsi que les vitesses atteintes sont d'un ordre de grandeur inférieur à celles observées pour les interfaces $0/0^\circ$ sollicitées aux mêmes vitesses.

4.4.5 Premier test de corrélation d'images et post-traitement en fissuration dynamique

Il s'agit ici du seul essai exploitable par la technique de corrélation d'images lors d'une sollicitation dynamique. C'est une éprouvette d'épaisseur plus importante constituée d'un matériau mixte (bras UD 0° et tissus) mais l'approche reste la même. L'obtention de clichés optimaux avec mouchetis à cette vitesse de sollicitation permet d'envisager le calcul par corrélation et le post-traitement (voir Figure 4.41). Un seul essai dynamique est exploitable par la corrélation d'images et l'outil dédié de post-traitement. Il s'agit d'une éprouvette testée à 1 m/s , un mouchetis de bonne qualité globale et locale permet d'envisager le calcul de corrélation d'images avec des éléments de taille 8×8 pixels. La caméra est réglée pour une fréquence d'acquisition de 50000 images/seconde. En prenant comme image de référence l'image correspondant à la charge nulle, cela permet de disposer d'une base cohérente.

Le traitement est effectué sur le cliché intermédiaire incluant déjà un début de fissuration, une carte d'identification du G_{IIc} est alors obtenue en Figure 4.42. La vitesse de propagation peut elle aussi être établie, mais a posteriori, d'après les positions de fissures optimales obtenues par le logiciel d'identification *Fissure Fit Aniso* : on obtient une vitesse moyenne de l'ordre de 794 m/s pour les trois clichés proposés. L'identification par post-traitement sur le cliché intermédiaire donne les résultats suivants rassemblés dans le Tableau 4.6, en particulier on obtient une valeur de $G_{IIc} = 1438\text{ J/m}^2$ mais également de $G_{Ic} = 671\text{ J/m}^2$ conformes aux résultats

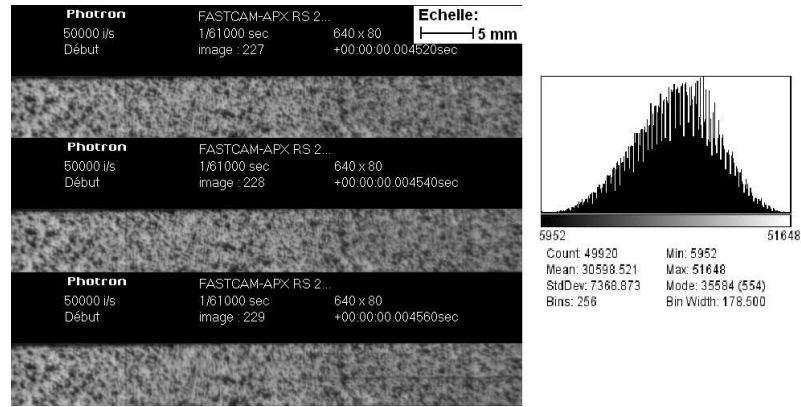


Figure 4.41: Images acquises lors de l'essai dynamique en mode II CLS modifiée (Codage 16 bits et fréquence d'acquisition 50000 images/s). Histogramme des niveaux de gris de l'image.

quasi-statiques obtenus par ailleurs. Cette valeur de G_{Ic} obtenue montre que pour ces niveaux d'épaisseurs de bras (facteur trois par rapport à l'éprouvette classique), la part du mode I n'est plus négligeable. Ce test valide ainsi l'approche dans le domaine fortement dynamique pour identifier les taux de restitution critiques mais aussi suivre la fissure.

Données/Paramètres	Valeurs
Donnée E_{11}	68560 MPa
Donnée E_{22}	8900 MPa
Donnée G_{12}	4600 MPa
Donnée résolution spatiale	$79 \times 10^{-6} m / pixel$
Identification G_{Ic}	671 J/m ²
Identification G_{IIc}	1438 J/m ²
Identification de la pointe de fissure	$X_{fiss}^{optimale} = (640; 129) pixels$
Identification erreur moyenne	$6.9 \times 10^{-6} m$
Qualité de l'identification (écart type relatif)	0.14

Tableau 4.6: Résultats de l'identification par post-traitement de la corrélation d'images sur essai CLS dynamique.

La comparaison des champs estimés et mesurés en Figure 4.43 montre une similitude très forte près de la zone fissurée. En revanche, si l'on s'éloigne de la pointe, les champs ne sont plus confondus car les effets de bords dus à la faible épaisseur de la tranche d'éprouvette considérée ne sont plus négligeables. La présence de ces effets de bords met en défaut l'utilisation des champs asymptotiques théoriques dans ces zones car ces solutions sont construites avec une hypothèse de matériau sur un domaine infini. L'utilisation du masque pour cadrer les points de mesures permet de ne considérer que la zone utile où ces champs asymptotiques sont encore valides.

4.5 Pistes concernant les effets de vitesses interfaciaux

L'investigation locale en dynamique n'a pu se faire quantitativement que par la méthode de suivi par contraste, une première tentative de corrélation d'images et de

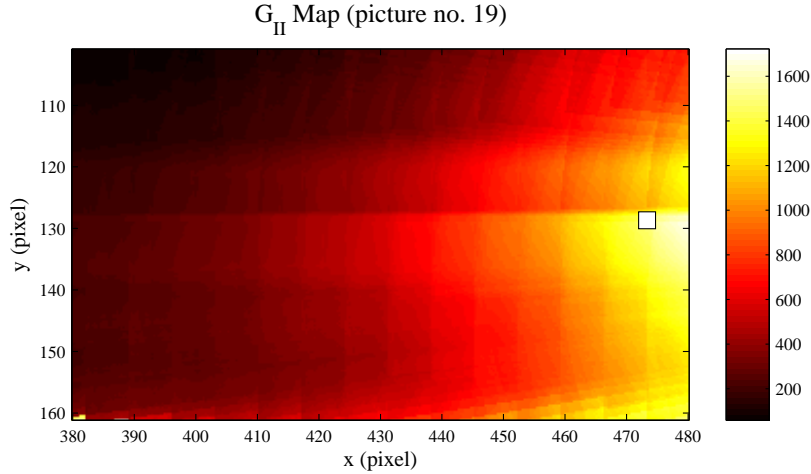


Figure 4.42: Carte du taux de restitution G_{II} en J/m^2 sur la zone de recherche potentielle des X_{fiss} . Le carré blanc correspond à la position de la fissure optimale X_{fiss}^{opt} et à la valeur de G_{IIc} identifiée au sens des moindres carrés.

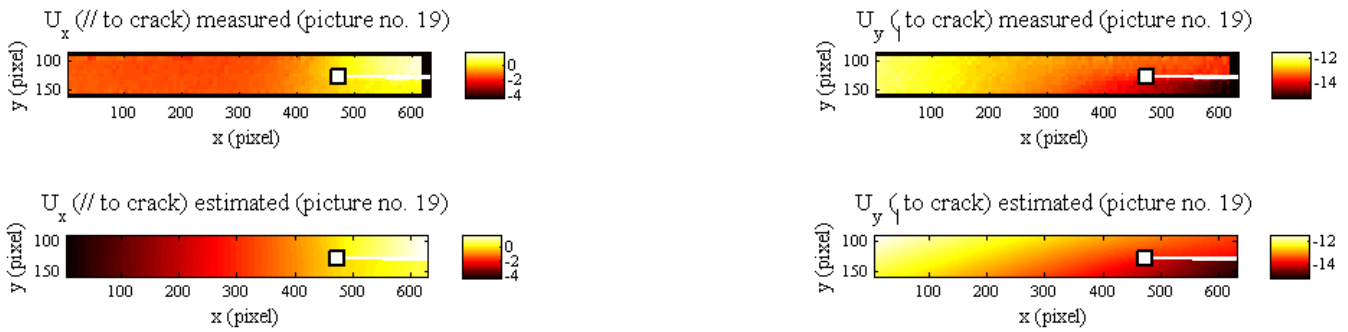


Figure 4.43: Comparaison entre champs U_x et U_y en pixels, mesurés (sur l'essai dynamique) et estimés (pour le lieu de pointe de fissure optimale).

post-traitement sur essai dynamique a permis de montrer la potentialité de l'outil. Les résultats obtenus par contraste dans les gammes de vitesses intermédiaires de sollicitation amènent à s'interroger sur la présence d'effets de vitesses propres à l'entité interfaciale.

4.5.1 Mise en défaut de la formule quasi-statique

Si on utilise la formule de dépouillement du taux de restitution d'énergie critique (4.3) pour les essais dynamiques, une variation apparente de ce taux de restitution critique est obtenue, ce qui n'est pas conforme avec la physique locale. En effet, la formule étant directement proportionnelle au carré de la force, les oscillations sur le palier de propagation impliquent des oscillations similaires en termes de G_c . Les signaux temporels de force ne sont plus exactement corrélés avec les instants de propagation de la fissure puisqu'on mesure une information de réaction en bout d'éprouvette, le temps de trajet des ondes de contraintes perturbées par la fissuration

n'est plus négligeable par rapport aux temps de la fissuration. On peut ainsi le montrer par l'analyse locale et les signaux caméras synchronisés sur la même base de temps sur la Figure 4.44. En effet, le point d'inflexion constaté sur le signal force (repéré par le point 2) ne correspond pas au début de fissuration constaté au repère 1 qui a eu lieu environ 0.1ms avant. La mesure d'effort en bout d'éprouvette ne constitue donc plus une mesure fiable en vue d'identifier le comportement de fissuration locale en dynamique.

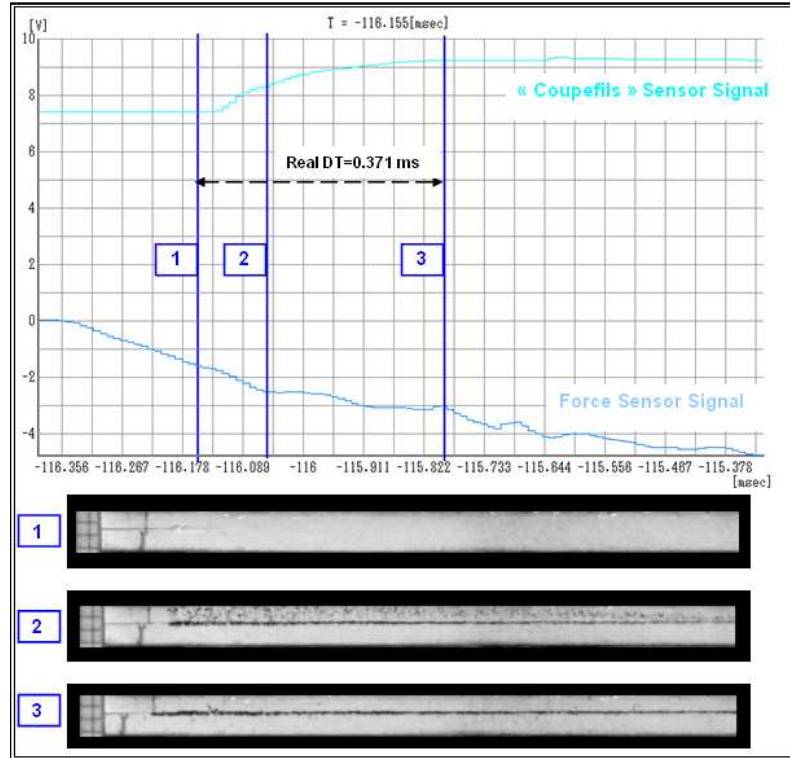


Figure 4.44: Investigation locale de l'essai dynamique à 8 m/s : visualisation du parcours de fissuration (images acquises par caméra rapide) et signaux force et coupefils sur la même base de temps.

D'autre part, une formule issue de la mécanique linéaire de la rupture et prenant en compte un paramètre du type \dot{G} n'est pas accessible à la mesure, il s'agira là encore d'une mesure en bout d'éprouvette et donc non valide d'un point de vue de la dynamique locale. La différence entre le paramètre G_c intrinsèque recherché et le paramètre G_c apparent donné par les formules classiques est essentielle.

Enfin, compte-tenu de l'identification quasi-statique de G_{IIc} , utiliser la formule quasi-statique en tenant compte d'informations globales pour les essais dynamiques conduirait aux interprétations suivantes (illustrations fournies dans la Figure 4.45) :

- *hypothèse 1* : si on suppose que le taux de restitution critique est constant, la variation oscillante de la valeur courante de $G_{II}(t)$ entraînerait alors une série de propagation puis arrêt de fissuration sur tout le plateau de propagation.
- *hypothèse 2* : si on suppose un effet de vitesse, celui-ci ne peut être représenté par la variation unique de la donnée d'effort car cela entraînerait alors une variation non intrinsèque et décalée dans le temps.

En conclusion, pour accéder à ces valeurs intrinsèques, il faut :

- un moyen de détecter le début de fissuration réel (cette fonction est assurée par la synchronisation des signaux d'effort et image de la caméra rapide), car l'inflexion du capteur de force n'est plus le critère intrinsèque,

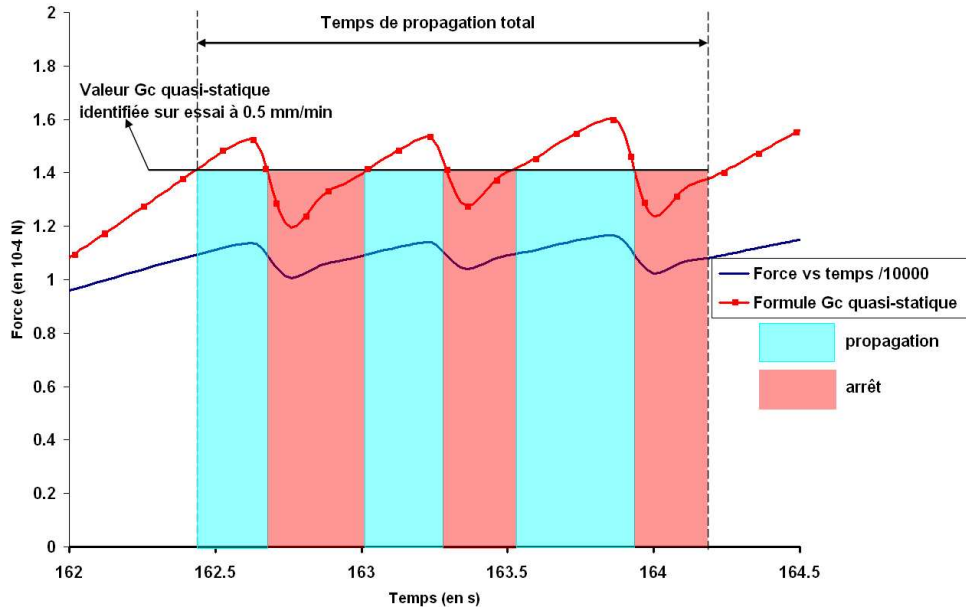


Figure 4.45: Mise en défaut de la formule quasi-statique pour interpréter les phénomènes dynamiques interfaciaux.

- une mesure locale quantifiée en complément de la mesure de force. La mesure seule de la force en bout d'éprouvette couplée à l'utilisation de la formule statique n'est plus valide car cela conduit à des fluctuations de G_c non physiques (dûes au parcours de l'onde de contrainte) mais aussi aux effets intrinsèques de l'interface qui se retrouvent masqués par cette mesure globale.
- pour les essais dynamiques, la nécessité de disposer d'une technique d'identification locale est primordiale : dans un premier temps une identification indirecte sera proposée (comparaisons essais/calculs avec utilisation des mesures de vitesse de fissuration), tout en notant que des résultats prometteurs ont été obtenus par méthode de corrélation et post-traitement (travaux en cours).

4.5.2 Premières hypothèses d'effets vitesses

En regroupant les résultats d'analyses de vitesses de fissuration lente (de 20 à 100 mm/min) et ceux des derniers essais dynamiques (de 0.5 à 12 m/s), certaines tendances peuvent être dégagées.

Si on trace les vitesses de propagation moyennes en fonction de la vitesse de sollicitation imposée, lors de propagations stables, la courbe caractéristique de la Figure 4.46 peut être tracée : ce qui implique la présence potentielle d'effets de vitesse à partir des chargements de 50 mm/min , certes faibles mais existants, et d'autant plus prononcés au-delà.

Pour les cas de fissurations en mode II dans un matériau solide, la théorie linéaire élastique prévoit, via des considérations énergétiques, trois régimes de vitesses de fissuration distincts :

- le régime subsonique, compris entre 0 et la vitesse des ondes de Rayleigh du matériau considéré (notée $c_R \approx 0.9 \times c_S$),
- le régime « interdit », compris entre la vitesse des ondes de Rayleigh et la vitesse de cisaillement (notée c_S),

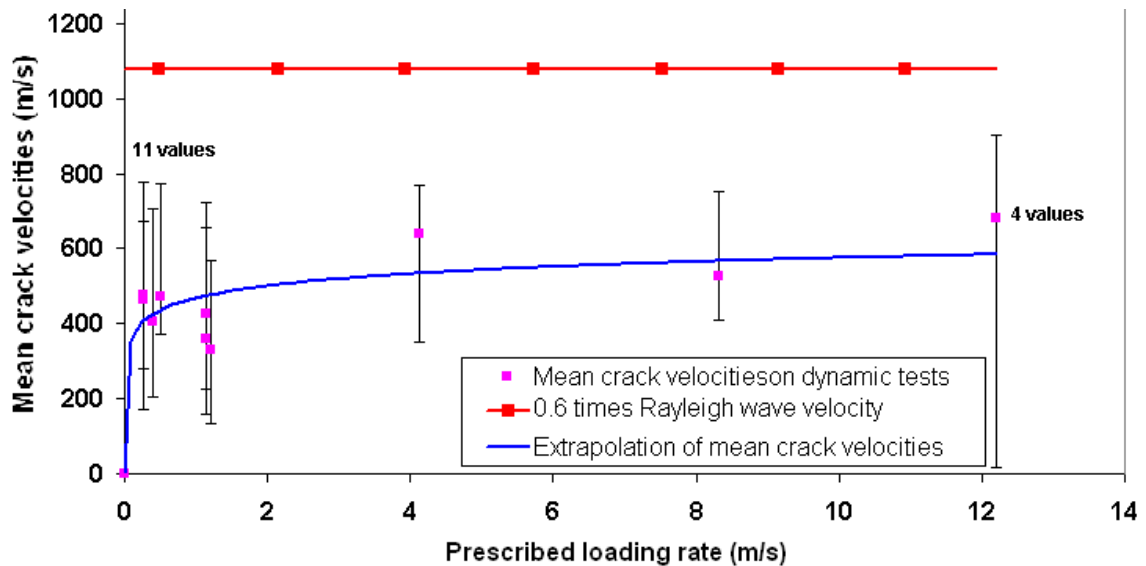


Figure 4.46: Evolution des vitesses de fissuration moyennes identifiées en fonction des vitesses de sollicitations.

- le régime intersonique, compris entre la vitesse de cisaillement et la vitesse longitudinale (notée c_L).

Pour des milieux élastiques isotropes, la théorie linéaire élastique prévoit que la vitesse limite de fissuration en mode II soit la vitesse des ondes de Rayleigh dans le matériau (Freund (1990); Broberg (1995)). Les résultats proposés sur la Figure 4.46 laissent présager une asymptote en vitesse limite de l'ordre de $0.6 \times c_R$. Ce rapport de 0.6 est constaté dans la plupart des travaux ayant étudié des cas de fissuration dynamique dans des matériaux tels que des céramiques, du PMMA fragile ou des matériaux métalliques (voir un panorama des différentes occurrences expérimentales dans Ravi-Chandar (2004) ou encore Fond et Schirrer (2001)). Cette limite semble être une vitesse propre au matériau considéré. Le cas des matériaux composites est plus complexe du fait de son orthotropie, peu de travaux sont à disposition sur l'existence d'une telle vitesse limite.



Figure 4.47: Observation expérimentale de branchements secondaires sur matériau homalite après une propagation intersonique, d'après Samudrala et al (2002).

Sur la justification de cette vitesse limite plus faible par rapport à la limite théorique, l'hypothèse la plus probable est, qu'au-delà de cette vitesse, aucun apport d'énergie n'est possible pour pouvoir initier le processus de fissuration local. Cette vitesse peut difficilement être atteinte en raison de la présence de phénomènes de micro-branchements sur le parcours de fissuration (provoquant également des micro-bifurcations sur le parcours de fissuration initial). Sur la Figure 4.47, ces branchements secondaires sont constatés sur un matériau isotrope lors de propagations intersoniques. Ces phénomènes deviennent de plus en plus importants lorsque les vitesses de fissuration sont très élevées, indiquant une augmentation de l'énergie

de fissuration nécessaire pour propager, i.e. $G_c^{dynamique} > G_c^{statique}$. Ces phénomènes de bifurcation sont d'ailleurs très bien prévus par la théorie dynamique de la fissuration par [Achenbach et Bazant \(1975\)](#). Dans ces travaux, une approche analytique permet de montrer que dans le cas de propagations dynamiques en mode II initialement dans la direction du module le plus élevé (ici E_{11}), un critère de contrainte circonférentielle maximale prévoit une bifurcation de la fissure principale selon un angle non nul à partir d'une certaine vitesse de propagation. Cette interprétation analytique expliquerait alors nettement la chute de vitesse de propagation principale au profit d'une consommation d'énergie de fissuration par micro-branchements orientés le long de cet angle non nul avec la direction de fissuration initiale.

Bilan du chapitre 4

Ce chapitre a permis de proposer une démarche complète d'identification du taux de restitution d'énergie en mode II sur un matériau composite therm durcissable. Une référence d'essai quasi-statique est établie de manière à investiguer quantitativement les potentiels effets de vitesse sur la même configuration d'éprouvette. Cet objectif a conduit à développer trois méthodes pour le suivi local de la fissuration dans le cas de vitesses subsoniques de fissures (des vitesses maximales de 1300 m/s ont pu être enregistrées). La méthode de contraste permet ainsi de donner les allures de propagation courantes en complément de l'information globale de force en fonction du déplacement. De plus, un post-traitement particulièrement adapté au problème de fissuration et utilisant une méthode de mesure de champ par corrélation d'images permet de disposer d'informations plus précises localement, validés en statique et en dynamique. De toutes ces analyses, il en résulte que le taux de restitution d'énergie critique en dynamique est différent de la valeur statique et varie avec le comportement courant à la fissuration : le paramètre de vitesse de fissuration est ainsi un bon indicateur de cet état de fissuration local. L'identification de cette nouvelle valeur de G_c^{dyn} propre au « matériau interplis » ne peut pas se faire de manière directe pour l'instant, mais en confrontant des résultats de simulation numérique de l'essai avec ces essais réels, c'est ce que propose le chapitre suivant. Enfin, il faudra également étudier l'existence d'un lien entre la théorie dynamique de la fissuration suggérée ici et les modèles interfaciaux proposés. Le cas de la fissuration dynamique associée à une propagation par délaminage peut être vue comme une zone locale très riche en résine, les mêmes constatations de micro-bifurcations peuvent a priori s'appliquer.

Chapitre 5

Modélisation numérique pour la simulation de propagations statiques et dynamiques de délaminage

Ce chapitre est consacré à la modélisation du délaminage sous sollicitations statiques et dynamiques, ainsi qu'à la corrélation calculs/essais associée. Dans le chapitre précédent, des données quantitatives concernant les effets de variation de vitesse de fissuration ont été mesurées pour des essais de mode II. L'hypothèse d'un effet de vitesse important au niveau des interfaces a été émise, hypothèse qui est confirmée dans ce chapitre. Aussi celui-ci est consacré à la modélisation de ces effets et aux précautions liées à une simulation correcte du délaminage en dynamique. La démarche suivie consiste donc tout d'abord à tester un modèle d'interface sans effet de vitesse et à montrer que si ce modèle est compatible avec les résultats expérimentaux obtenus pour des vitesses de propagation faibles, ce n'est plus le cas pour des vitesses plus élevées. Une modélisation mésoscopique adaptée est alors proposée. Elle repose sur le principe d'un taux d'endommagement limité. Ce modèle est ensuite identifié sur un essai impliquant plusieurs gammes de vitesses et comparé à des chargements extérieurs variés. Une proposition d'équivalence en termes de taux de restitution d'énergie critique dépendant de la vitesse de propagation est étudiée.

Sommaire

5.1 Retour sur la simulation numérique du délaminage en statique	147
5.1.1 Le problème de référence 1D traité : modèle et implantation .	147

5.1.2	Corrélations essais/calculs sous sollicitation quasi-statique . . .	151
5.2	Etude analytique/numérique des grandeurs caractéristiques en dynamique	153
5.2.1	Problème analytique considéré et hypothèses	154
5.2.2	Résultats pour le mode II	154
5.3	Effets de vitesses en délaminage dynamique : mise en évidence et modèle	158
5.3.1	Corrélations calculs/essais sur la résultante d'effort	159
5.3.2	Mise en évidence des effets de vitesse par comparaisons calculs/essais	159
5.3.3	Proposition de modèle incluant un effet de vitesse interfacial	161
5.3.4	Conséquences directes sur les grandeurs caractéristiques . . .	164
5.3.5	Corrélations calculs/essais avec la loi d'évolution dynamique	166
5.3.6	Conséquences pour l'identification des paramètres de propagation dynamique	168
5.4	Validation 2D des modèles d'interface à évolution quasi-statique et dynamique	173
5.4.1	Utilisation du code de calcul Radioss	173
5.4.2	Développement et amélioration d'une routine d'interface 3D délaminante	174
5.4.3	Comparaisons entre loi d'évolution statique et loi d'évolution dynamique	175

5.1 Retour sur la simulation numérique du délaminage sous sollicitation quasi-statique

Parmi les approches citées pour modéliser le délaminage (voir 2.4.2), les modèles d'interfaces cohésives et utilisant une loi d'endommagement à variable interne sont privilégiées. En effet, le délaminage est modélisé à l'échelle mésoscopique en tant que dégradation d'une entité « interface » à part entière, située elle-même entre deux plis adjacents (Figure 5.1) comme proposé par (Allix et Ladevèze (1992); Schellekens et De borst (1993); Corigliano et Allix (2000); Corigliano et Ricci (2001)).

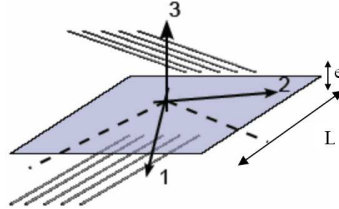


Figure 5.1: Schéma représentant deux plis adjacents et leur interface commune.

Ce type de modèle sera analysé sur la configuration de mode II utilisant l'éprouvette CLS modifiée. Les résultats d'essais statiques et dynamiques obtenus au chapitre 4 seront utilisés de manière à valider les simulations de délaminage en statique et en dynamique. A la lumière des premiers résultats expérimentaux obtenus pour la gamme de sollicitations quasi-statiques, un comportement interfacial sans effet de vitesse a été constaté pour des sollicitations jusqu'à 20 mm/min. Une référence quasi-statique peut donc être choisie et simulée pour une sollicitation de 0.5 mm/min. En revanche, pour les campagnes dynamiques observées, il semble qu'il y ait présence d'un effet de vitesse propre à l'interface. Dans ce cas, il subsiste une indétermination du comportement local de cette interface. Dans ce qui suit, l'étude tente donc de répondre aux questions suivantes : le modèle actuel permet-il de rendre compte des effets vitesses ? Comment peut-on améliorer le modèle existant dans le cas de la présence d'effets vitesses tout en s'assurant de temps et longueurs caractéristiques correctement paramétrés ? L'identification proposée repose sur une méthode indirecte par comparaison calcul/essai permettant de statuer sur les effets de vitesse locaux à adapter.

5.1.1 Le problème de référence 1D traité : modèle et implantation

5.1.1.1 L'approche 1D utilisée

Dans cette partie, un modèle de comportement interfacial dans un environnement 1D est dérivé de façon à pouvoir simuler la configuration réelle de l'éprouvette de mode II CLS modifiée. Cette approche unidimensionnelle est justifiée par l'élanement important de l'ordre de 100 de chaque bras de l'éprouvette. Elle permet en dynamique l'étude analytique et numérique locale de la process zone et la détermination du profil d'endommagement selon les paramètres du modèle.

Le problème est résolu selon l'hypothèse des petites perturbations, i.e. les configurations initiale $\Omega(t = 0)$ et courante $\Omega(t)$ sont confondues et que le tenseur de déformation est défini uniquement par sa partie symétrique. Pour résoudre le problème numériquement, une approche de type éléments finis est utilisée. Chaque bras de l'éprouvette CLS modifiée est représenté par une poutre discrétisée spatialement

dans sa longueur. La position initiale de chaque fibre neutre de poutre correspond à la fibre neutre matérielle de la configuration initiale. L'interface interlaminaire est discrétisée de façon compatible avec l'environnement des degrés de liberté de chaque poutre (voir Figure 5.2).

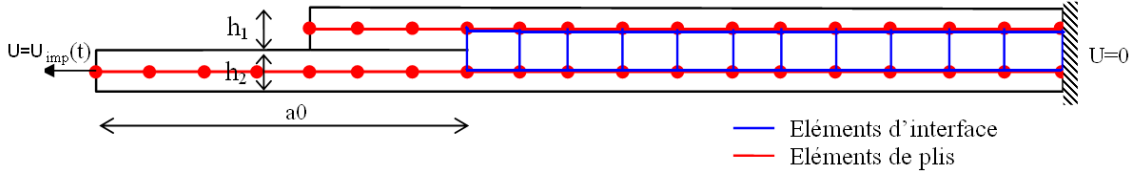


Figure 5.2: Schéma de l'approche 1D utilisée : discrétisation spatiale des éléments de pli et d'interface.

Le pli ont un comportement linéaire élastique (hypothèse légitime dans les configurations traitées, \$0/0^\circ\$) défini par le tenseur de Hooke \$\mathbf{C}\$. L'interface a un comportement élastique endommageable défini par la variable interne \$d_t\$. La variable \$[u(x, t)]\$ représente le saut de déplacement interfacial et \$\mathbf{K}_t\$ sa raideur associée. Le problème dynamique de référence s'écrit donc :

$$\forall x \in \Omega(t) = \Omega_{bras}(t) \cup \Omega_{int}(t), t \in [0; T], \text{ connaissant } \begin{cases} u(x, 0) \\ \dot{u}(x, 0) \\ a(0) \end{cases}$$

Trouver $\begin{cases} u(x, t) \in U \\ \sigma(x, t) \in S \\ a(t) \end{cases}$ tels que :

$$\forall x \in \partial\Omega_1, \forall t \in [0; T] \quad u(x, t) = u_d$$

$$\forall t \in [0; T], \forall v \in U_0$$

$$\int_{\Omega_{bras}(t)} \rho \ddot{u} \cdot v d\Omega + \int_{\Omega_{bras}(t)} \sigma : \varepsilon(v) d\Omega + \int_{\Omega_{int}(t)} \sigma_{int} \vec{N}_{int} [v_{int}] d\Omega_{int} =$$

$$\int_{\Omega_{bras}(t)} f_d \cdot v d\Omega + \int_{\partial\Omega_2} F_d \cdot v dS$$

$$\forall x \in \Omega_{bras}(t), \forall t \in [0; T] \quad \sigma(x, t) = \mathbf{C} \varepsilon(u(x, t))$$

$$\forall x \in \Omega_{int}(t), \forall t \in [0; T] \quad \sigma_{int}(x, t) \vec{N}_{int} = \mathbf{K}_t(d_t)[u(x, t)]$$

$$\forall t \in [0; T] \quad \dot{a}(t) = \dot{a}(a(t), u(x, t)) \quad (5.5)$$

5.1.1.2 Résolution numérique proposée

La résolution numérique utilise une intégration temporelle explicite. Un logiciel de développement « Dyndelam » est utilisé à cet effet et programmé en Fortran et Scilab. Il permet le calcul en dynamique rapide de phénomènes tel que le délaminage sur des cas élémentaires. Il a été amélioré pour la prise en compte des essais classiques de délaminages en dynamique (mode I d'ouverture DCB, mode II de cisaillement CLS) ainsi que de post-traitements concernant les profils d'endommagements et les avancées de fissure. La version actuelle utilise une discrétisation spatiale de type éléments finis poutre (Euler-Bernoulli ou Timoshenko) ou barre selon les modes traités.

Pour le cas de l'éprouvette CLS modifiée, seul le champ longitudinal $u(x, t)$ est introduit. La discrétisation en espace repose sur la base des fonctions de formes usuelles N_i de type barre en traction :

$$\vec{u}(x, t) = \sum_i N_i(x) u_i(t) \vec{x} \quad (5.4)$$

L'écriture équivalente discrétisée du problème dynamique revient alors à (5.1) :

$$\mathbf{M}\ddot{U} = F_{interne} - F_{externe} \quad (5.3)$$

$$\text{avec } U = [u_i(t)]^t \quad (5.2)$$

$$\text{et } \mathbf{M} = \int_{\Omega} \rho N_i^t N_j d\Omega \quad (5.1)$$

$$F_{interne} = \int_{\Omega} \mathbf{B}^t \mathbf{K} \mathbf{B} d\Omega \text{ avec } B_{ij} = \frac{\partial N_i}{\partial x_j} \quad (5.0)$$

$$F_{externe} = \int_{\partial\Omega} N^t F_d dS + \int_{\Omega} N^t f_d d\Omega \quad (5.1)$$

Le schéma des différences centrées utilisé correspond à une méthode d'intégration à un pas de type Newmark avec les paramètres $\gamma = 0.5$ et $\beta = 0$. Il consiste à partir de la solution connue au temps t_n à obtenir la solution au temps t_{n+1} . Le choix d'une matrice masse diagonalisée permet de résoudre le problème de façon nodale sans itération successive sur le comportement non-linéaire. Par commodité, les vitesses sont définies à l'incrément $n + \frac{1}{2}$. Le schéma global est présenté dans l'organigramme de la Figure 5.3.

Ce schéma temporel impose une condition de stabilité (dite condition de Courant). Le pas de temps choisi pour chaque itération doit respecter cette condition qui est liée à la plus grande fréquence propre présente dans la structure ω_{max} , qui est majorée par la plus grande fréquence propre élémentaire (voir par exemple Belytschko et Hughes (1983)). Dans le cas présent, cette condition s'écrit :

$$\Delta t_c \leq \frac{2}{\omega_{max}^{el}} \quad (5.2)$$

Pour les problèmes traités, fortement dynamiques, cette limitation du pas de temps liée à la condition de stabilité n'est pas pénalisante car elle est également nécessaire pour représenter assez fidèlement le processus de dégradation.

Le chargement imposé en bout d'éprouvette est du type palier en vitesse théorique ou encore une vitesse enregistrée lors d'un essai réel. Une condition de type encastrement $u(x = L, t) = 0$ est appliquée à l'autre extrémité de l'éprouvette.

5.1.1.3 Modèle interfacial endommageable 1D utilisé et lien MLR/CDM en quasi-statique

Conformément au modèle général de l'interface mésoscopique endommageable présenté dans 2.4.2.3, le cas de l'essai CLS modifié 1D peut être dérivé en un modèle à un seul terme dans l'énergie de déformation, tel que dans (5.3). Le vecteur \vec{N} définit la normale du lieu de l'interface, ce qui permet de décomposer les parties tangentielles (ici scalaire et limitée au terme σ_{31} car l'approche est 1D) et normales (terme σ_{33}) du vecteur contrainte normale $\boldsymbol{\sigma} \vec{N}$ en utilisant la projection orthogonale $\mathbf{P} = \mathbf{Id} - \vec{N} \cdot \vec{N}^t$.

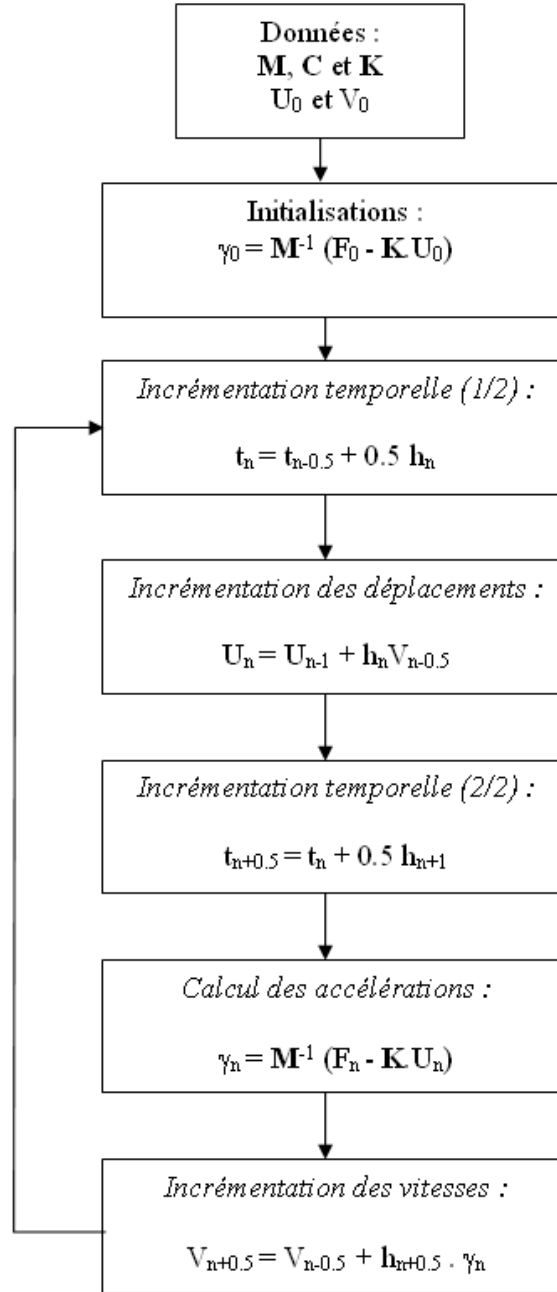


Figure 5.3: Organigramme de l'intégration temporelle par différences centrées.

$$e_d = \frac{1}{2} \left[\frac{\sigma_{31}^2}{k_t^0 (1 - d_t)} \right]$$

$$\text{avec : } \sigma_{31} = \mathbf{P} \{ \boldsymbol{\sigma} \vec{N} \} \quad (5.3)$$

La loi d'évolution de la variable d_t qui pilote la dégradation de l'interface en initiation et en propagation est donnée par (5.6) :

$$Y_{eq} = \sup_{\tau \leq t} \{ Y_{31} \} \quad (5.4)$$

$$Y_{eq} = \sup_{\tau \leq t} \left\{ \frac{\sigma_{31}^2}{2k_t^0 (1 - d_t)^2} \right\} \quad (5.5)$$

$$d_t = \left\{ \frac{n}{n+1} \frac{Y_{eq}}{Y_c} \right\}^n \quad (5.6)$$

Ce modèle dépend donc de la raideur initiale k_t^0 , du paramètre n qui introduit un caractère plus ou moins brutal du délaminage, et enfin de Y_c qui est la force thermodynamique critique du mode II considéré. En mode de propagation quasi-stationnaire de la fissure, c'est à dire lorsque le champ solution en pointe de fissure est le même quelle que soit l'avancée de fissure courante, il est possible d'écrire un lien entre le formalisme de la mécanique linéaire de la rupture fragile et celui de la mécanique de l'endommagement développé ici. Pour le cas présent du mode II, ce lien est direct et s'exprime par (5.7) :

$$\begin{aligned} G_{IIc} &= \int_{d=0}^{d=1} Y_{31}(d_t) \delta d \\ &= \int_{d=0}^{d=1} Y_c \frac{n+1}{n} d^{\frac{1}{n}} \delta d \\ &= Y_c \end{aligned} \quad (5.7)$$

Ce lien très simple est valable quel que soit le paramètre n et permet d'identifier le paramètre Y_c à partir des mesures de taux de restitution d'énergie critique accessibles via des essais quasi-statiques de propagation de délaminage. Pour l'initiation, le formalisme classique de la mécanique de la rupture est inopérant, ce qui a donné lieu à de nombreux développements sur des critères supplémentaires basés sur l'idée directrice de la « Finite Fracture Mechanics », voir Hashin (1985); Leguillon et al (2001.); Caron et al (2006.); Diaz-Diaz et al (2007.). Dans le cadre des modèles d'endommagement, les deux états d'initiation/propagation sont traités avec le même formalisme, i.e. l'évolution de l'endommagement de $d_t = 0$ (interface saine) à $d_t = 1$ (interface rompue).

5.1.2 Corrélations essais/calculs sous sollicitation quasi-statique

La base expérimentale utilisée ici est la campagne de délaminage quasi-statique présentée au chapitre précédent (cf. 4.2). La méthode consiste à reproduire l'essai quasi-statique de référence tout en garantissant une bonne corrélation au niveau du signal d'effort en fonction du déplacement global mais aussi au niveau local sur l'évolution de la vitesse de fissuration pendant la propagation. Une première étape est l'identification des paramètres du modèle pour les plis et l'interface.

5.1.2.1 Identification des paramètres

Pour le matériau pli des deux bras, le module d'Young longitudinal E et la section S de l'éprouvette sont déterminés respectivement par un essai de traction longitudinale sur un stratifié $[0^\circ]_n$ du même matériau et une mesure précise de la section réelle. Pour le matériau d'interface, il reste à identifier les paramètres d'initiation de fragilité n et de raideur K_t , et le paramètre de propagation Y_c .

En propagation du délaminage, le paramètre de raideur n 'a, dans une gamme raisonnable, que très peu d'influence, il s'agit d'un paramètre sensible à l'initiation. On choisira ici une valeur de l'ordre de 10000 N/mm^3 . Le paramètre n n'affecte pas le processus de propagation (ni l'énergie de restitution critique d'ailleurs, voir (5.7) valable quel que soit n). Il a donc un effet négligeable dans la configuration testée ; une valeur communément admise et validée par ailleurs (cf. Lévêque (1998.)) est $n = 0.5$. Enfin pour le paramètre de fissuration quasi-statique, la valeur du taux de restitution critique a été calculée à partir de la formule de mécanique linéaire de la rupture. Tout cela est résumé dans le Tableau 5.1.

Paramètres	Valeurs
$G_{IIc} = Y_c$	1500 J/m ²
K_t	10000 N/mm ³
n	0.5
$S = b \times h$	10.02 × 1.5 mm ²

Tableau 5.1: Résultats de l'identification du modèle interfacial en quasi-statique.

Les phases de corrélations essais/calculs peuvent alors être envisagées à deux niveaux : en considérant la réaction d'effort fonction du déplacement extrémal de l'éprouvette et localement en considérant l'évolution de l'avancée de fissure. Le chargement imposé pour le calcul de dynamique explicite est le chargement réel de 0.5 mm/min.

5.1.2.2 Comparaisons sur le comportement global

Sur le graphique de la Figure 5.4, le résultat brut de l'essai quasi-statique de référence est tracé en effort en fonction du déplacement longitudinal. Le résultat du calcul de dynamique explicite sur le modèle présenté auparavant et identifié est superposé sur ce même graphique. On constate que les trois phases sont bien reproduites, le niveau de force à propagation reste constant et conforme au palier identifié expérimentalement. La reprise de rigidité est bien prédite par le modèle.

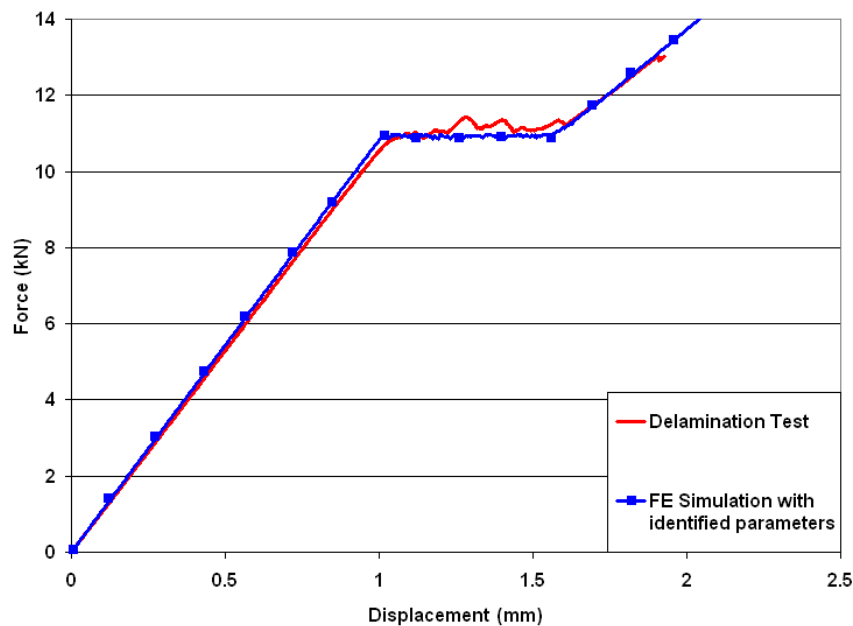


Figure 5.4: Courbes Force en fonction du déplacement longitudinal : essai quasi-statique et simulation numérique.

On conclut ainsi aux deux points suivants :

- le modèle de comportement interfacial permet de bien représenter le processus de propagation avec la valeur $Y_c = G_{IIc}$ identifiée,
- l'approche par une cinématique 1D de type poutre est validée et cohérente avec le grand rapport d'élançement réel des bras.

5.1.2.3 Comparaisons sur le comportement local de fissuration

Le calcul donne une vitesse de fissuration quasi-constante sur tout le parcours de l'ordre de quelques 40 mm/s , ce qui est conforme aux valeurs expérimentales observées de l'ordre de 7 mm/s à quelques 30 ou 40 mm/s (Figure 5.5). Il en résulte que la modélisation de l'essai quasi-statique de référence est également bien corrélé en termes de vitesses de fissuration.

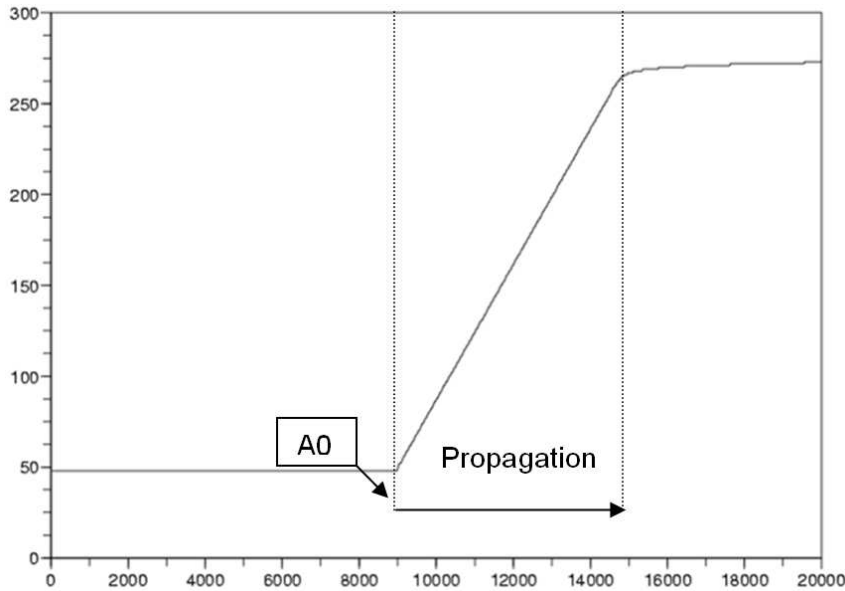


Figure 5.5: Courbe de l'avancée de fissure (en mm) en fonction du temps (en ms) par la simulation numérique 1D proposée.

Le modèle ne nécessite pas l'implémentation d'effet de vitesse supplémentaire dans le comportement interfacial lorsqu'on cherche à reproduire les résultats d'une propagation quasi-statique en mode II pur. Le modèle de propagation interfaciale est ainsi identifié et validé sur cette approche 1D pour des gammes de sollicitations quasi-statiques.

5.2 Etude analytique/numérique concernant les longueurs et temps caractéristiques en dynamique

Après avoir identifié les paramètres du modèle, il convient maintenant de s'intéresser à leur influence sur les quantités caractéristiques propres à un tel modèle adoucissant. L'utilisation d'une loi d'interface endommageable est associée à la présence d'une longueur interne pouvant s'interpréter par une longueur dite de « process zone » dans laquelle l'endommagement s'installe avant la création de la fissure. En dynamique, un temps caractéristique est également introduit par le biais du modèle. L'objet des sous-paragraphes suivants est de caractériser ces deux quantités notamment dans le but d'adapter les discrétisations spatiales et temporelles utilisées pour la simulation. Pour cela, on se propose de dériver des solutions analytiques 1D en propagation dynamique quasi-stationnaire.

5.2.1 Problème analytique considéré et hypothèses

Pour cette étude analytique 1D, le modèle repose sur les travaux de [Allix et Ladevèze \(1992\)](#); [Lévêque \(1998\)](#).) et les hypothèses additionnelles sont :

- seul un bras chargé en traction longitudinale est étudié en équilibre dynamique, celui-ci est relié à un support infiniment rigide par l'intermédiaire de la loi interfaciale (voir Figure 5.6). Il s'agit d'une vision symétrisé du problème de délaminage CLS mode II.
- le modèle d'évolution de l'endommagement interfacial est construit explicitement en termes de déplacement et avec l'exposant α tel que $n = 2\alpha$.

Cette analyse a pour but d'obtenir les solutions analytiques des profils temporels et spatiaux d'endommagement et les longueurs et temps caractéristiques correspondants.

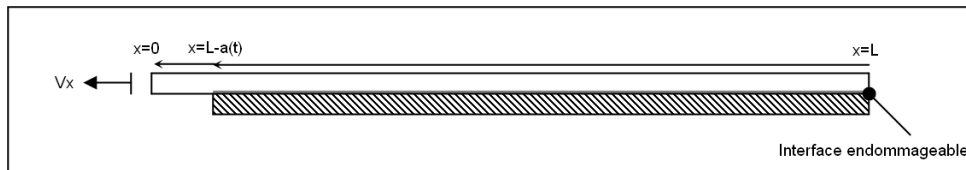


Figure 5.6: Exemple 1D utilisé pour le contrôle numérique de la process zone dans la configuration CLS en dynamique transitoire.

En particulier, lorsqu'on utilise une démarche par éléments finis classiques, une des questions primordiales est de s'assurer de la bonne discrétisation en amont de la pointe de fissure de manière à bien capter la process zone. Une simulation correcte nécessite une bonne discrétisation de cette zone à fort gradient. Dans la littérature liée aux modèles interfaciaux ou cohésifs, plusieurs estimations de cette longueur caractéristique ont été proposées en propagation quasi-statique [Barenblatt \(1962\)](#); [Dugdale \(1960\)](#); [Falk et al \(2001\)](#). Une formule dynamique plus adéquate (en Figure 5.8) est dérivée des champs asymptotiques tels que proposés par [Freund \(1990\)](#) et [Achenbach et Bazant \(1975\)](#), avec $A(v)$ une fonction universelle uniquement dépendante de la vitesse de fissuration (égale à 1 en régime quasi-statique) et τ_0 la contrainte seuil d'initiation.

$$L_{czm} = \alpha E \frac{G_c}{(1 - \nu^2) A(v) (\tau_0)^2} \quad (5.8)$$

Il peut être intéressant de comparer les résultats obtenus par la mécanique de l'endommagement interfaciale avec ce critère d'approche cohésive en dynamique.

5.2.2 Résultats pour le mode II

5.2.2.1 Evaluation de la longueur caractéristique

Pour déterminer cette longueur dans le cas du mode II CLS modifié représenté par le présent modèle interfacial, la même démarche que celle proposée initialement par [Allix et Saint-Aimé \(2001\)](#) pour le mode I DCB est utilisée. Les détails des calculs analytiques sont reportés dans l'**Annexe A**, il en résulte l'expression analytique (5.9) pour la longueur caractéristique.

Afin de comparer les deux approches cohésives et mécanique de l'endommagement, il est préférable d'utiliser le paramètre de seuil d'initiation équivalent τ_0

existant dans l'approche cohésive classique. Son équivalent dans l'approche avec endommagement est la valeur de la contrainte normale σ_{31} au moment de l'instabilité définie par la condition $\dot{\tau}_{int} = 0$. L'expression complète de ce critère d'instabilité appliqué au cas présent est donnée en fin d'**annexe A**, cela permet de dériver la seconde formule (5.10) pour la longueur caractéristique exprimée selon τ_0 .

$$L_{cdm} = \frac{1}{n} \sqrt{\frac{Eh(1 - (\frac{\dot{a}}{c_L})^2)}{k_t}} \quad (5.9)$$

$$= \frac{1}{n} \sqrt{\frac{3EhG_{IIc}(1 - (\frac{\dot{a}}{c_L})^2)}{8\tau_0^2}} \quad (5.10)$$

$$\text{avec } c_L = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (5.11)$$

Pour les deux expressions (5.8) et (5.10), la même tendance globale est observée : plus la vitesse de fissuration et la raideur sont élevées, plus la taille de la process zone est petite. La différence est que dans l'approche cohésive la longueur dépend directement de la quantité $\frac{G_{IIc}}{\tau_0^2}$ alors que dans l'approche endommageable c'est la

quantité $\sqrt{\frac{G_{IIc}}{\tau_0^2}}$, qui fait intervenir explicitement l'épaisseur h du bras environnant. Cette différence peut être expliquée par le fait que les critères obtenus dans les approches cohésives (5.8) sont issus d'hypothèses de massif volumique isotrope dans un domaine infini autour de la pointe de fissure. Pour le cas traité ici, les bras de l'éprouvette CLS sont peu épais (par rapport à leur longueur) et l'hypothèse de domaine infini n'est plus satisfaisante, il s'agit d'une solution de type plaque mince qui fait que l'épaisseur du bras influence l'estimation de la longueur caractéristique, la formule (5.10) développée dans ce cadre est donc plus légitime.

De manière à valider les hypothèses utilisées dans l'expression analytique (5.10), des simulations 1D sont effectuées sur le module éléments finis en faisant varier les raideurs et la densité des maillages. Le post-traitement des profils d'endommagement $d(x_1, t)$ le long de l'abscisse courante (voir Figure 5.7) permet d'évaluer la longueur caractéristique réelle, qui est ici donnée comme la distance intersectant la tangente en $d(x_1 = 0)$ avec l'axe x_1 . Les exemples de la Figure 5.8 et de la Figure 5.9 montrent d'une part l'évolution de la longueur caractéristique selon la raideur d'interface et l'influence sur le comportement global d'autre part.

Le résultat principal est une tendance inversement proportionnelle de cette longueur caractéristique vis à vis de la raideur interfaciale. La conséquence directe est de devoir représenter finement cette longueur caractéristique par le choix du maillage spatial adéquat, comme explicité en Figure 5.9. En effet, à iso-taille de maille, les raideurs trop élevées engendrent des oscillations purement numériques qui sont des erreurs de représentation de la process zone locale.

Avec la forme de la solution de longueur caractéristique donnée ici, il est donc primordial pour toute modélisation numérique du délaminage qu'il y ait au moins 6 ou 7 éléments finis au moins dans l'intervalle de cette longueur caractéristique. Plus la raideur interfaciale est élevée, plus la taille du maillage local à utiliser en amont de la fissure doit être petite.

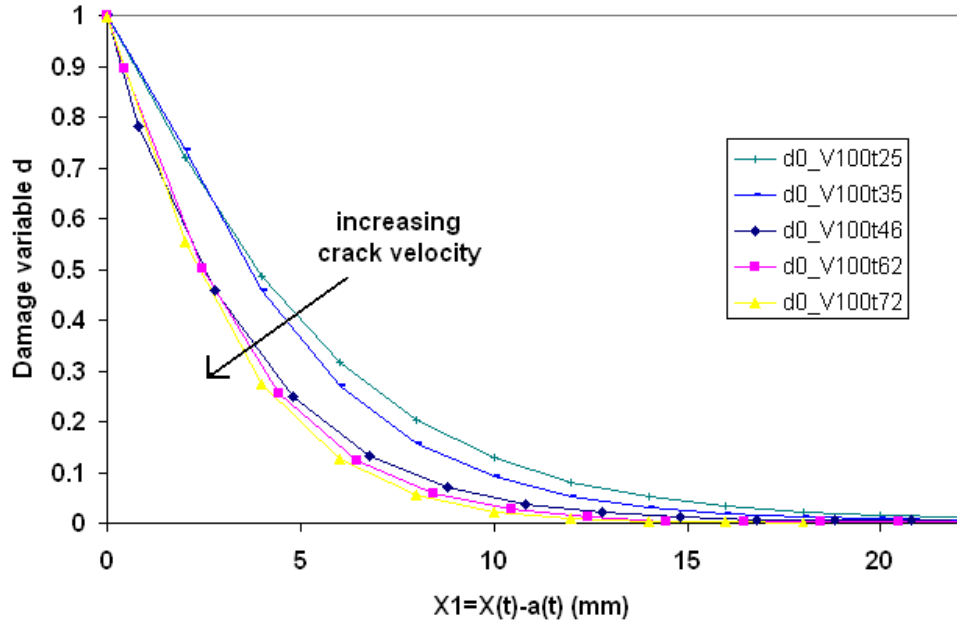


Figure 5.7: Exemple 1D de post-traitement des profils d'endommagement à un temps donné (vitesse imposée 100 m/s) selon l'abscisse courante x_1 liée à la fissure pendant la propagation (mêmes paramètres interfaciaux).

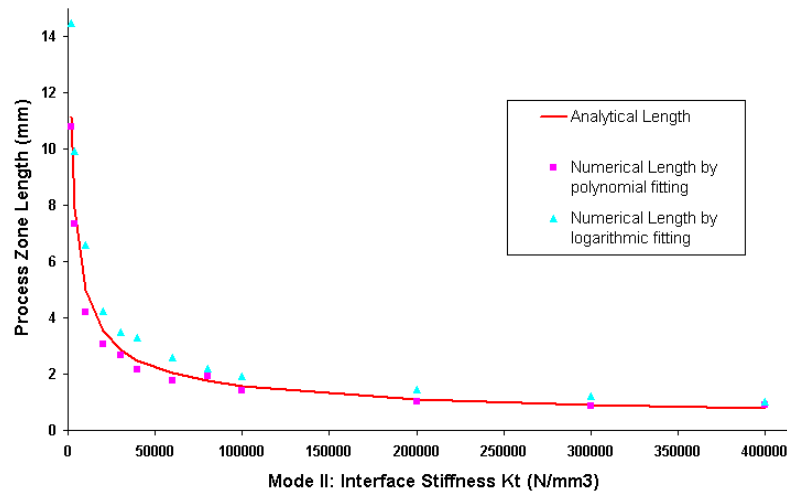


Figure 5.8: Validation analytique et numérique de la longueur caractéristique L_c : influence de la raideur interfaciale.

5.2.2.2 Evaluation du temps caractéristique

En dynamique, le caractère adoussissant de la loi interfaciale implique naturellement une notion de temps caractéristique. Pour les modèles classiques de type loi cohésive, une évaluation de ce temps caractéristique est proposée par [Camacho et Ortiz \(1996\)](#). Le même type d'analyse peut être fait dans la cadre du modèle d'interface avec endommagement dans la configuration de mode II CLS.

Dans les travaux de [Camacho et Ortiz \(1996\)](#), l'évaluation du temps caractéristique d'une loi cohésive extrinsèque t_c^{czm} est obtenue en analysant en unidimensionnel l'effet d'un créneau temporel de contrainte σ_{in} de durée τ sur une surface de discontinuité (5.12a). Ce temps correspond au temps de rupture de l'interface considérée et est donc une caractéristique propre. De même pour le modèle endommageable, ce

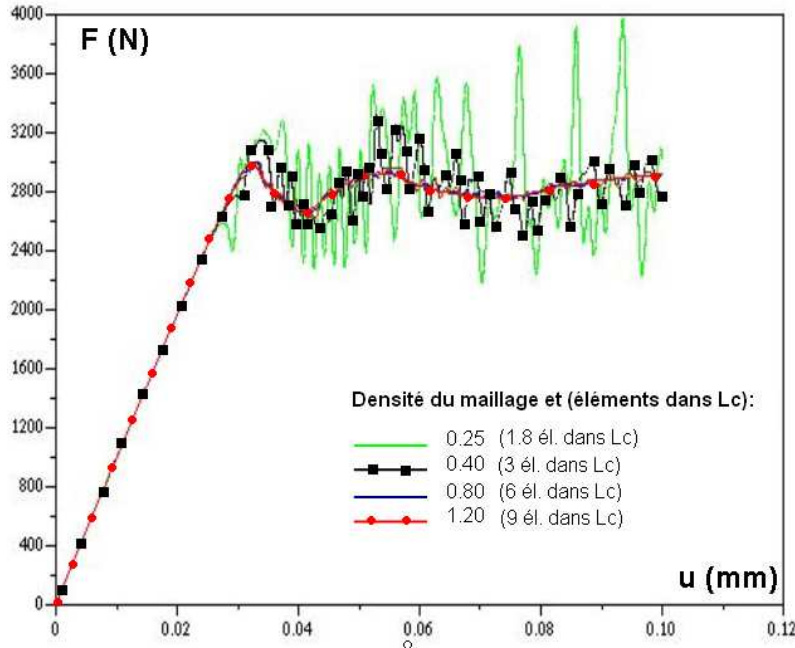


Figure 5.9: Dépendance de la densité de maillage introduite sur le comportement global en fissuration mode II dynamique pour une raideur constante de 10000 N/mm^3 .

temps noté t_c^{cdm} correspond au temps d'établissement de la process zone, soit :

$$t_c^{czm} = \frac{\rho c \delta_c}{2\tau_0} = \frac{\rho c G_c}{\tau_0^2} \quad (5.12a)$$

$$t_c^{cdm} = \frac{L_{cdm}}{c} = \frac{1}{n} \sqrt{\frac{3\rho h G_{IIc} (1 - (\frac{\dot{a}}{c_L})^2)}{8\tau_0^2}} \quad (5.12b)$$

Une interprétation de ce temps est donnée dans la Figure 5.10 : pour des impulsions de contrainte très rapides et en dessous de ce temps caractéristique d'interface, il faut une valeur de contrainte de plusieurs ordres de grandeur de la valeur nominale de rupture interfaciale σ_{fr} pour rompre celle-ci, ce qui caractérise le domaine des effets inertiels importants. En revanche, pour les impulsions dont la durée dépasse ce temps caractéristique, ces effets deviennent négligeables et la rupture a bien lieu à des niveaux correspondants à la valeur nominale σ_{fr} .

Pour le modèle d'interface endommageable considéré, une étude similaire sur les temps caractéristiques avait été proposée par Allix et Deü (1997) pour le cas d'impacts plaque/plaque et l'interprétation associée au modèle de pli composite endommageable. Les mêmes conclusions sur les effets d'inertie avaient été obtenues. La formule (5.12a) ne s'applique pas dans le cas des bras fins considérés ici. Néanmoins, on peut dériver son équivalent t_c^{cdm} (voir (5.12b)) pour le modèle d'endommagement qui est le temps de rupture interfaciale intrinsèque (temps de parcours ou d'établissement de L_{cdm}). De même que pour la longueur caractéristique, dans la formule (5.12b) on retrouve une dépendance de la hauteur de bras et de la vitesse de fissuration. Pour des caractéristiques interfaciales équivalentes, le temps t_c^{czm} est de l'ordre de $0.88 \mu s$ alors que le temps t_c^{cdm} est de l'ordre de $0.24 \mu s$ et décroît encore avec l'augmentation de la vitesse de fissuration. Les deux expressions sont du même ordre de grandeur (la microseconde) mais l'équation CDM est plus adaptée à la configuration de mode II CLS.

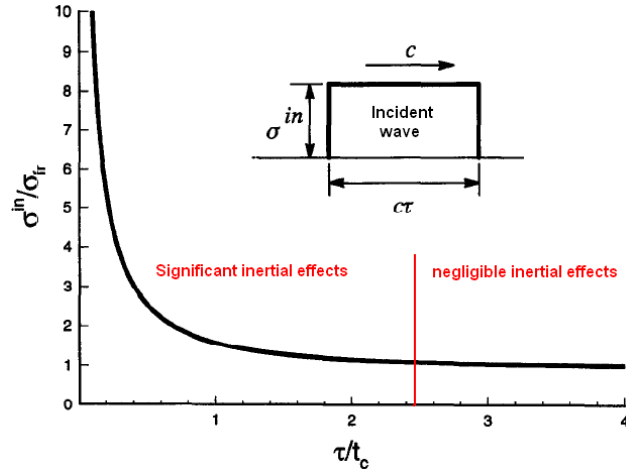


Figure 5.10: Evolution de l'impulsion de contrainte σ_{in} nécessaire pour causer la rupture interfaciale en fonction du rapport durée de l'impulsion sur le temps caractéristique de l'interface (d'après Camacho et Ortiz (1996)).

Pour le cas de la configuration mode II CLS modifiée, le temps caractéristique des chargements imposés est d'un ordre de grandeur largement supérieur à $1 \mu s$. Dans les essais dynamiques effectués, on se situe donc dans le cas d'effets d'inertie faibles, c'est pourquoi les effets d'inertie seuls ne peuvent expliquer les éventuels effets de vitesse.

En particulier, ce temps caractéristique est décrit par (Morozov et Petrov (2006); Bratov et Petrov (2007)) comme un « temps d'incubation » nécessaire à l'établissement d'une zone endommagée en amont de la fissure à partir d'une zone saine. Ce temps d'incubation est également représenté dans ce modèle pour le mode II, celui-ci est lié également à l'établissement d'une process zone précédant toujours l'instant de fissuration, comme justifié numériquement et analytiquement par Allix et Saint-Aimé (2001) pour un mode I.

Remarque : Il faut noter que ce temps caractéristique doit être également supérieur au pas de temps du schéma d'intégration explicite de manière à bien représenter la solution temporelle d'endommagement. Dans le cas de l'intégration temporelle choisie, le pas de temps de calcul est imposé par la condition de Courant, basée elle-même sur le plus petit élément considéré. Cette longueur d'élément étant donnée par le critère de maillage sur la process zone, il en résulte que dès que le critère spatial présenté en 5.2.2.1 est vérifié, le pas de temps considéré est inférieur à celui donné par la condition de Courant. La précision temporelle est donc assurée puisque la condition $\frac{t_{cfl}}{t_c} < 1$ est ainsi vérifiée.

5.3 Effets de vitesses en délaminage dynamique : mise en évidence et proposition de modélisation adaptée

Le modèle d'interface a été identifié à partir d'un essai quasi-statique ne présentant pas d'effet de vitesse local. Une première question est de savoir si ce modèle est apte à représenter les cas de vitesses de propagation supérieures constatées dans la campagne d'essai dynamique, tout en conservant les paramètres déjà identifiés auparavant sous sollicitation quasi-statique.

Le module de calcul explicite 1D est ainsi utilisé en prenant en compte les mêmes

paramètres élastiques pour les bras composites et pour l'interface. La seule modification est l'utilisation de la donnée réelle de déplacement en fonction du temps pour chaque essai dynamique, donnée obtenue par le capteur laser situé au plus près du bout de l'éprouvette.

5.3.1 Corrélations calculs/essais sur la résultante d'effort

Après résolution, les résultats sur le comportement global en termes de l'effort en fonction du déplacement sont comparés avec les résultats bruts de l'essai à 8 m/s. Il s'avère que les comportements sont sensiblement différents en phase de propagation. Des oscillations importantes en effort dans la phase de propagation apparaissent dans la simulation numérique alors que l'essai réel ne développe pas ces oscillations. Au contraire, le signal de l'effort ne présente plus de plateau mais une augmentation progressive.

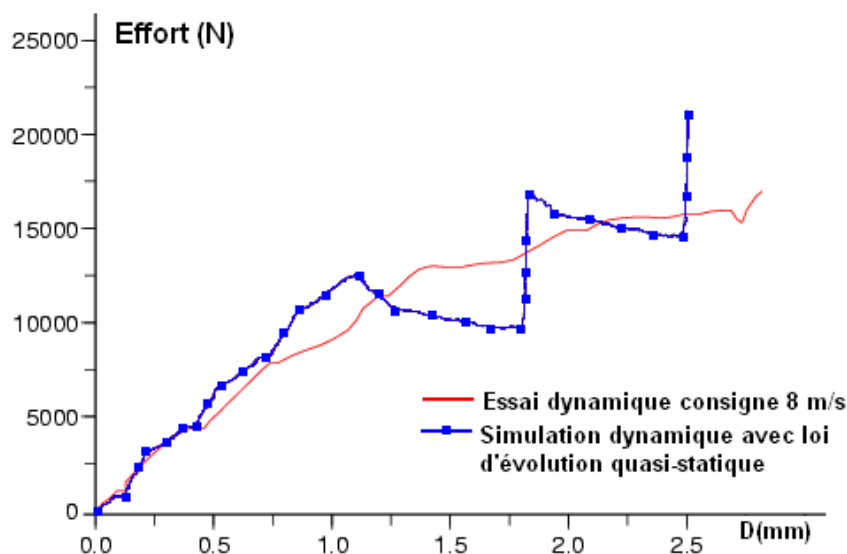


Figure 5.11: Comparaison entre simulation numérique et essai réel sur le comportement global pour un essai à 8 m/s.

On retrouve les mêmes types de différences pour les essais réalisés aux autres vitesses de consigne avec des différences de plus en plus importantes lorsque cette vitesse de consigne augmente. Ces écarts sont très certainement dus à des effets de vitesses.

5.3.2 Mise en évidence des effets de vitesse par comparaisons calculs/essais

On s'intéresse maintenant au comportement local en exploitant les vitesses de fissuration données par la méthode de contraste. Il est alors possible de comparer les niveaux de vitesses de fissuration post-traités par l'algorithme de traitement d'images avec les vitesses de fissuration prédites par la simulation numérique avec évolution quasi-statique de l'endommagement et une éprouvette chargée par la vitesse réelle de l'essai.

Les derniers dépouillements, ici pour un essai à 4 m/s, montrent une différence non négligeable de l'ordre de 1400 m/s en vitesse de fissuration alors que la fissure a propagé de 100 mm environ (soit 45% de la zone potentielle). En effet, la fissure réelle se propage à une vitesse stabilisée beaucoup plus faible que ce que prédit la

simulation. L'interprétation par un effet de vitesse intrinsèque à l'interface semble donc validée (initialement postulé dans le chapitre précédent), cet effet ayant pour conséquence un ralentissement progressif de la fissuration.

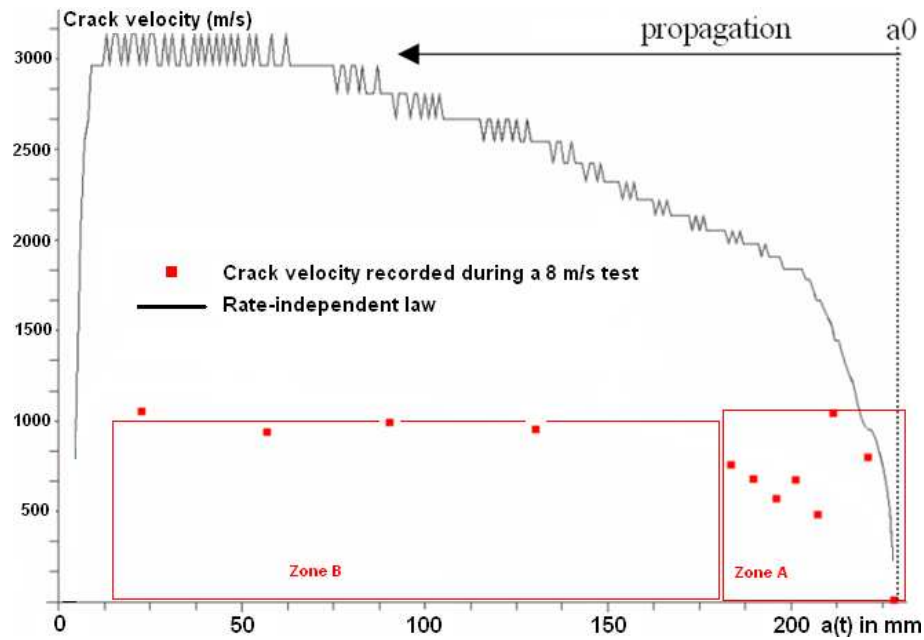


Figure 5.12: Corrélation simulation numérique et suivi réel au niveau de la propagation de la fissure pour un essai à 8 m/s.

De même, des simulations numériques à différentes vitesses de consignes théoriques sont effectuées en utilisant les mêmes paramètres d'interface, voir Figure 5.13 et Figure 5.14. Il est montré que le modèle d'évolution quasi-statique est capable de rendre compte d'effets d'inertie, cependant ces effets ne suffisent pas à expliquer les différences importantes constatées dans les essais réels.

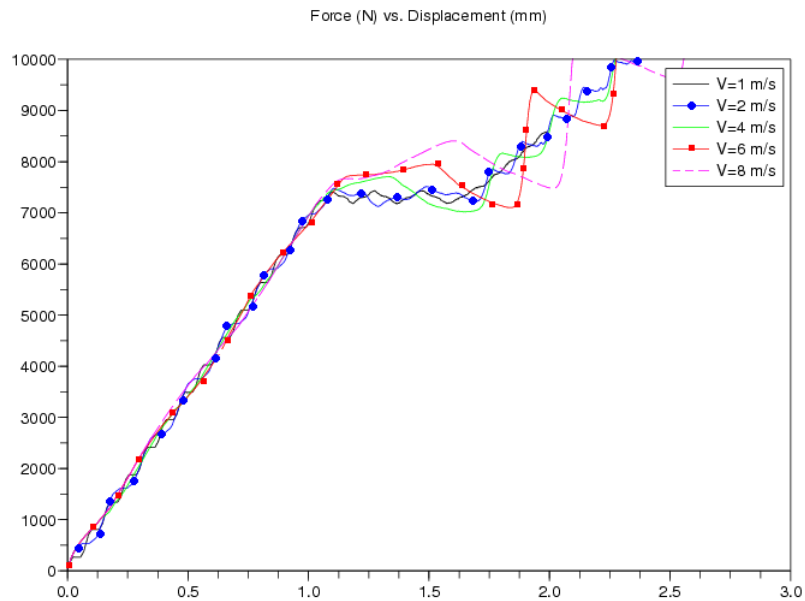


Figure 5.13: Simulations numériques pour différentes vitesses de sollicitations : effet inertiel sur le comportement global

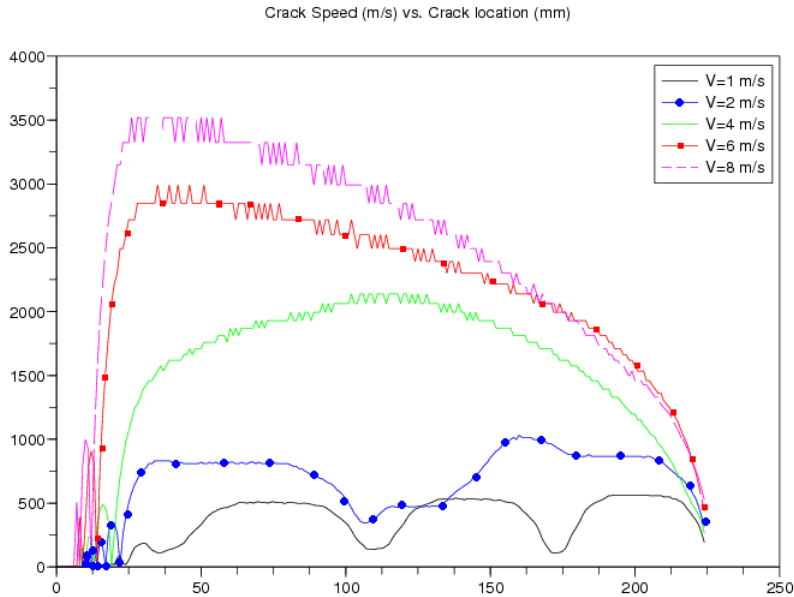


Figure 5.14: Simulations numériques pour différentes vitesses de sollicitations : effet inertiel sur le comportement local de fissuration.

Ces analyses confirment l'hypothèse d'effets de vitesse propres à l'interface étudiée. Ces effets ne sont pas pris en compte dans la loi d'évolution de l'endommagement actuelle, cela nous amène ainsi à étudier les possibilités d'implantation de tels effets dans le modèle et qui soit capable de représenter les profils de fissuration de manière prédictive.

5.3.3 Proposition de modèle incluant un effet de vitesse interfacial

5.3.3.1 Les modèles interfaciaux prenant en compte un effet vitesse

Dans la littérature dédiée aux modèles intégrant des effets de vitesse, on peut citer les travaux de (Zhou et al (2005b)) sur un matériau isotrope de type PMMA. Le modèle proposé est basé sur l'introduction d'éléments cohésifs avec une loi traction/séparation extrinsèque. Les paramètres sont donnés par l'intermédiaire d'une loi triangulaire avec une raideur initiale infinie, une contrainte d'activation σ_0 et un taux de restitution d'énergie critique G_c . Pour tenir compte des effets de vitesses constatés expérimentalement, une variation de la valeur de l'ouverture critique δ_c selon le taux d'ouverture courant $\dot{\delta}$ est utilisée (5.13).

$$\delta_c(\dot{\delta}_{eff}) = \delta_{c0} \times \left[1 + \left(\frac{\dot{\delta}_{eff}}{\dot{\delta}_0} \right)^n \right] \quad (5.13)$$

$$G_c(\dot{a}) = G_c^{qs} \times \log \left(\frac{v_{lim}}{v_{lim} - \dot{a}} \right) \quad (5.14)$$

Cette modification a pour effet direct de changer le comportement interfacial de la loi traction/séparation lorsque la vitesse d'ouverture de la loi cohésive est de plus en plus élevée. La conséquence directe est l'augmentation du taux de restitution

critique avec la vitesse de fissuration ((5.17)) tel que dans la Figure 5.15, qui est validée par la mesure de vitesse in-situ.

Cette proposition d'effet vitesse permet de traiter a priori les mêmes types d'effets vitesses constatés expérimentalement sur les matériaux composites. Le modèle suppose d'identifier deux paramètres supplémentaires : n et δ_0 respectivement liés à la fragilité de la rupture dynamique et à une vitesse d'ouverture caractéristique prise comme référence.

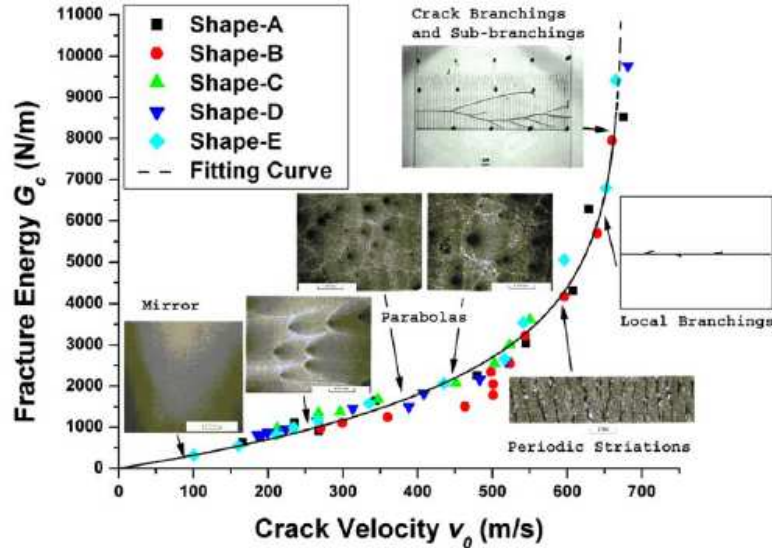


Figure 5.15: Evolution du taux de restitution critique en fonction de la vitesse de fissuration pour le modèle de propagation en mode I proposé par Zhou et al (2005b).

Interprétation en termes de faciès de rupture observés.

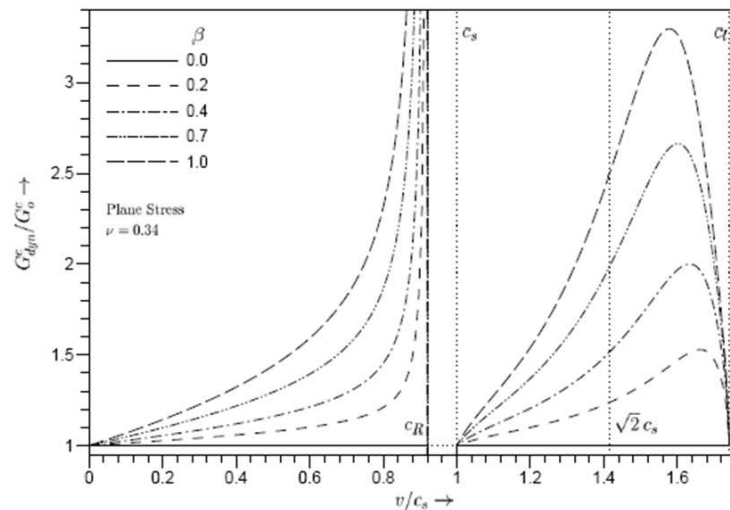


Figure 5.16: Rapport G_c dynamique sur le G_c statique en fonction de la vitesse de fissuration (rapportée à la vitesse de cisaillement c_s) selon un modèle cohésif avec effet vitesse, d'après Samudrala et al (2002). Le paramètre β fixe l'effet de vitesse introduit dans le modèle.

D'autres approches similaires basées sur l'introduction d'une ouverture critique dépendant du taux d'ouverture sont étudiées par Samudrala et al (2002). De même, la quantité critique G_c^{dyn} devient alors par voie de conséquence une quantité dépendante de la vitesse de fissuration. Le taux de restitution critique en dynamique

(Figure 5.16) présente ainsi une asymptote verticale pour une vitesse de fissuration tendant vers la vitesse de Rayleigh, le paramètre β permet de fixer la vitesse limite. Dans Samudrala et al (2002), la propagation intersonique est également investiguée (i.e. entre c_S et c_L). Une autre proposition de modèle est étudiée par Needleman (1988), elle est basée sur l'introduction d'un paramètre de viscosité dans la loi cohésive. Enfin, dans Corigliano et al (2006), une loi cohésive de type exponentielle décroissante et similaire à Xu et Needleman (1994) est utilisée (voir (5.15)). Elle comporte un paramètre β qui varie lui-même de façon exponentielle ((5.16)) en fonction du taux d'ouverture courant $[\dot{w}_n]$. Plus précisément, ce paramètre β est borné entre deux valeurs β_0 et β_∞ . La conséquence directe est la variation du taux de restitution d'énergie critique G_c entre deux bornes G_{C0} et $G_{C\infty}$ suivant la dynamique du processus de rupture (selon (5.17) et (5.18)).

$$t_n = K[w_n] \exp\left\{-\beta \frac{[w_n]}{[w_0]}\right\} \quad (5.15)$$

$$\beta = (\beta_0 - \beta_\infty) \times \exp\left\{-\gamma \frac{[\dot{w}_n]}{[\dot{w}_0]}\right\} + \beta_\infty \quad (5.16)$$

$$G_{c0} = G_c|_{[\dot{w}_n] \rightarrow 0} = K \times [w_0]^2 \quad (5.17)$$

$$G_{c\infty} = G_c|_{[\dot{w}_n] \rightarrow \infty} = \frac{K \times [w_0]^2}{\beta_\infty^2} \quad (5.18)$$

Ces propositions de modèles sont toutes dédiées à des lois cohésives ou interfaciales et se distinguent par la manière d'introduire ces effets : soit par un terme visqueux, soit par un terme d'ouverture critique dépendant directement ou indirectement de la vitesse d'ouverture. Néanmoins, une fois ces modèles formalisés, reste la question de leur identification et de leur validation car des paramètres additionnels sont introduits.

5.3.3.2 Le modèle à taux d'endommagement limité retenu

L'idée développée ici est de proposer un modèle d'effet vitesse directement lié au processus d'endommagement de l'interface et donc intégré à la loi d'évolution de cette variable. L'ingrédient introduit ici est un taux d'endommagement limité (voir (5.20)), initialement proposé par Allix et Deü (1997) pour décrire correctement la phase de localisation en présence d'endommagement dans un pli composite. Cette approche a également été utilisée pour la déchirure ductile des métaux par Suffis et Combescure (2002) et un modèle proche est proposé par Court (2005.) pour l'introduction d'un taux d'épuisement plastique pour la rupture des métaux. L'hypothèse repose donc sur l'idée que le processus d'endommagement ne se développe pas instantanément dans la matière. Cette loi est définie par deux nouveaux paramètres : A_c adimensionnel et τ_c homogène à un temps. Le terme $w(Y_{eq})$ désigne quant à lui la valeur de la variable d'endommagement selon la loi d'évolution classique, i.e. sans effet de vitesse.

$$w(Y_{eq}) = \left\{ \frac{n}{n+1} \times \frac{Y_{eq}}{Y_c} \right\}^n \quad (5.19)$$

$$\dot{d} = \begin{cases} \frac{1}{\tau_c} (1 - \exp[-A_c \langle w(Y_{eq}) - d \rangle_+]) & \text{tant que } d < 1 \\ \text{sinon} & d = 1 \end{cases} \quad (5.20)$$

Une première interprétation de cette loi d'endommagement à taux limité peut être donnée dans la Figure 5.17 où l'on reporte la variation du taux d'endommagement courant \dot{d} en fonction de la variable $\langle w(Y_{eq}) - d \rangle$, qui peut être vue comme une mesure de l'écart à la loi d'évolution quasi-statique. En effet, pour les cas d'évolutions très dynamiques, cet écart devient important ce qui a pour conséquence de borner la vitesse d'endommagement. Le cas extrême correspond à $\dot{d}_{max} = \frac{1}{\tau_c}$. De plus, le paramètre A_c règle le caractère fragile ou ductile de l'effet introduit (une valeur faible correspondant à un processus ductile et inversement).

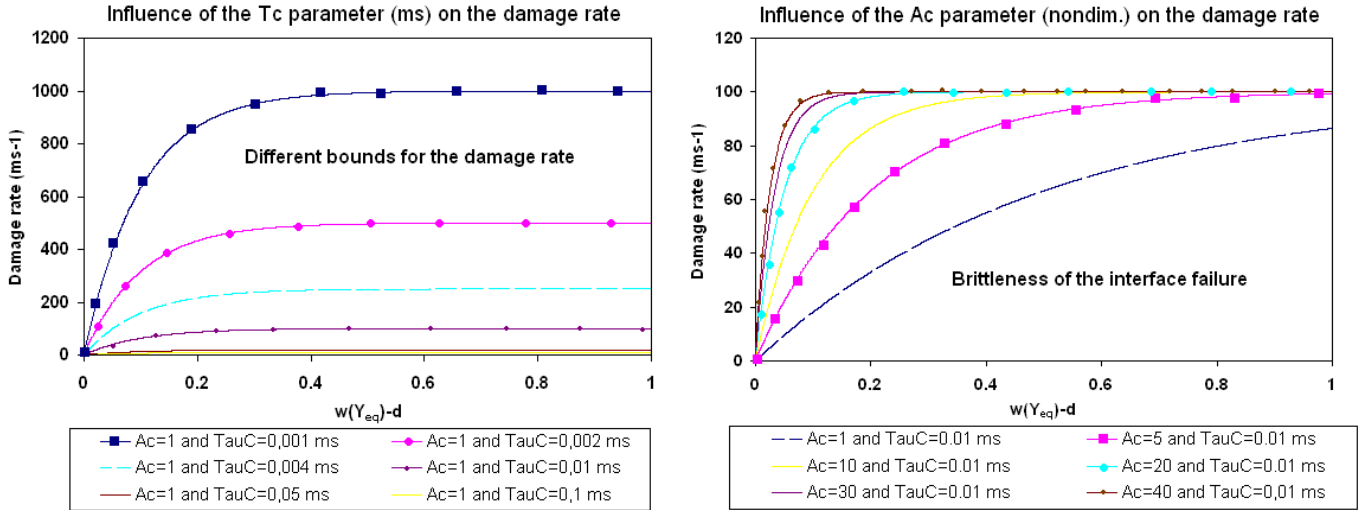


Figure 5.17: Tracé de l'équation d'évolution à taux d'endommagement retardé : influence du paramètre τ_c à gauche et influence du paramètre A_c à droite.

Dans le cadre d'un problème dynamique, cette loi trouve naturellement toute son interprétation physique puisque le fait d'introduire une limitation du taux d'endommagement définit également les aspects temporels d'établissement de cet endommagement et donc la dynamique de l'endommagement pour les hautes vitesses considérées. Cette limitation temporelle induit donc un effet de vitesse, puisque la loi d'évolution est bornée par un taux maximal d'endommagement défini par $\frac{1}{\tau_c}$. Les premiers calculs intégrant cette loi à effet retard permettent bien de représenter un effet de vitesse interfacial (voir Figure 5.18). La vitesse de fissuration est ralentie selon les paramètres de la loi alors que le comportement global est légèrement modifié.

L'intérêt ici est qu'il y a existence d'un véritable effet vitesse supplémentaire assimilable à un effet sur le taux de déformation du « matériau interface » (similaire à un effet de vitesse sur matériau massif), soit $\epsilon_{inter} = \frac{[U]}{e_{int}}$ comme montré dans la Figure 5.19.

5.3.4 Conséquences directes sur les grandeurs caractéristiques

Ce paragraphe est centré sur les modifications du comportement local en fissuration dynamique induites naturellement par l'introduction du taux d'endommagement limité dans le cas d'une configuration mode II CLS modifiée.

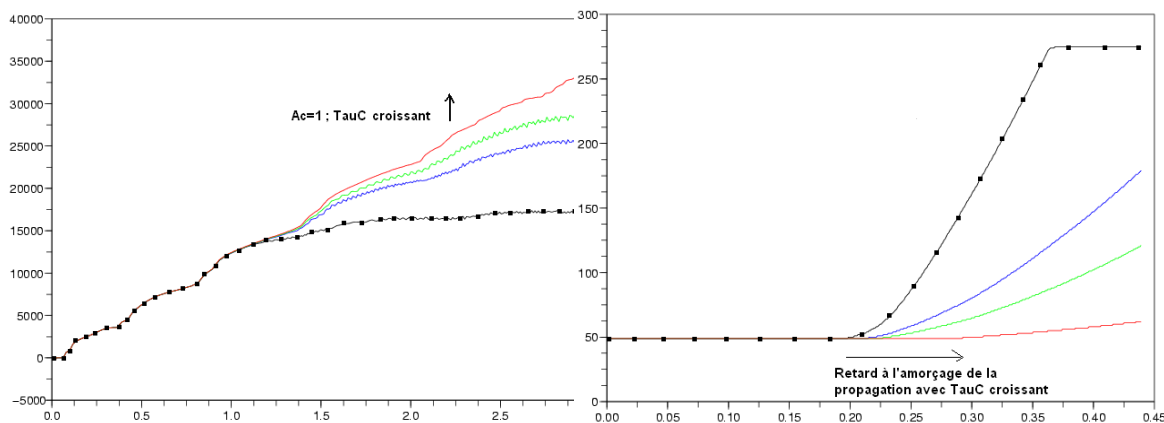


Figure 5.18: Courbes numériques pour un modèle incluant la loi d'évolution dynamique de l'endommagement pour trois couples de paramètres $(1, \tau_c)$ et comparaison avec la loi indépendante du temps (en motif carré noir). (Gauche) : Force (en N) en fonction du déplacement (en mm). (Droite) : Avancée de fissure (en mm) en fonction du temps (en ms).

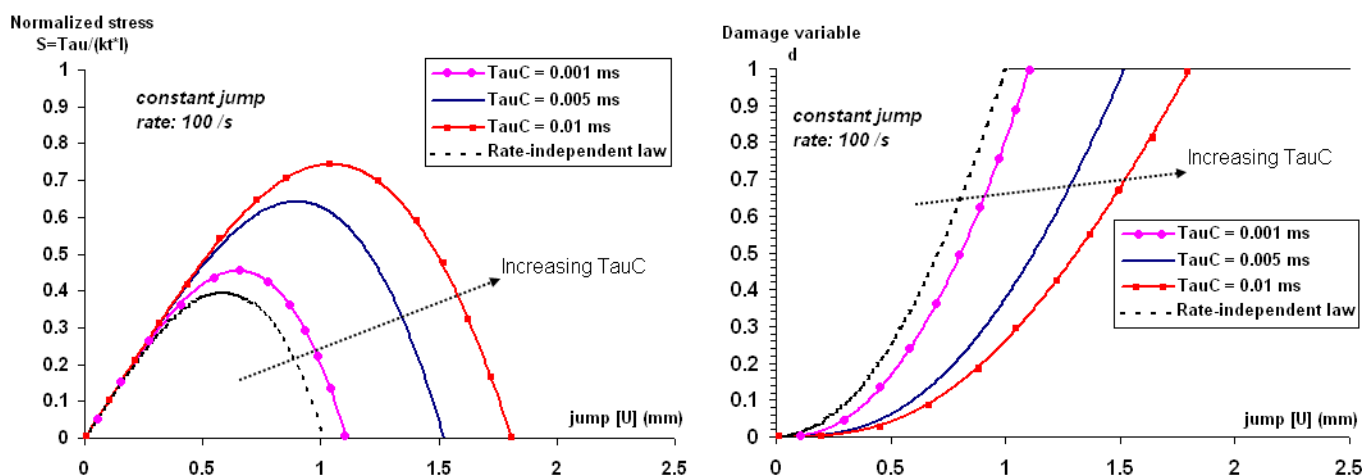


Figure 5.19: Courbes équivalentes « matériaux » pour l'interface avec effet retard : Contrainte normée en fonction du saut de déplacement (à gauche) et évolution de l'endommagement (à droite) en fonction du saut. L'influence du paramètre temporel τ_c est affiché pour comparaison avec une loi d'évolution classique.

5.3.4.1 Longueurs caractéristiques et raideurs interfaciales

Une des conséquences directes de l'utilisation de la loi avec effet retard est la dépendance de la longueur caractéristique L_c avec la raideur interfaciale, initialement investiguée dans le cas de la loi d'évolution quasi-statique (cf. 5.2.2.1).

Le tracé correspondant lorsqu'on utilise une loi d'évolution avec effet de vitesse suit la même tendance que la loi classique précédente (voir Figure 5.20). En effet, aucun changement majeur n'est constaté, la tendance est toujours une même décroissance de type exponentielle avec la raideur. On note toutefois que toutes les valeurs numériques obtenues sont bornées par la courbe du modèle sans effet de vitesse.

Ces résultats numériques montrent que l'introduction de cet effet de vitesse ne change pas quantitativement la taille de la process zone, l'effet de la raideur sur la longueur caractéristique est ainsi conservé. Des longueurs L_c plus élevées sont obtenues à iso-raideur d'interface et pour des valeurs de τ_c plus élevées.

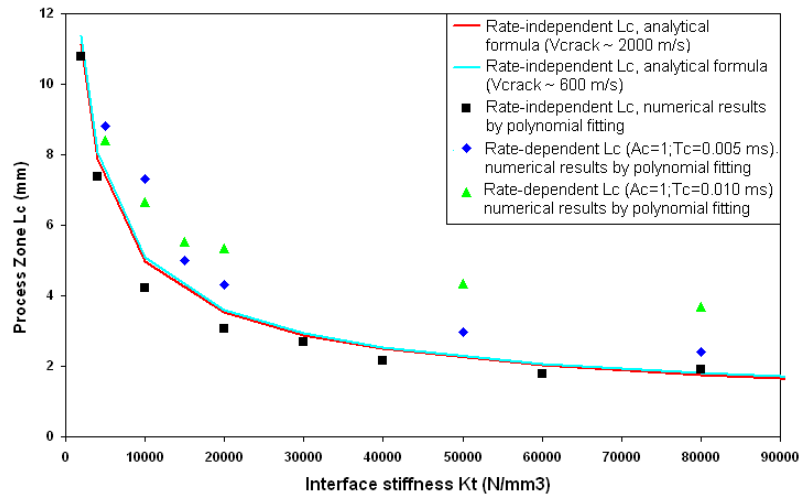


Figure 5.20: Process zone en fonction de la raideur d'interface : effet de la loi avec taux d'endommagement limité.

5.3.4.2 Longueurs caractéristiques et vitesses de fissuration

En revanche, la dépendance de la longueur caractéristique avec les vitesses de fissuration est modifiée légèrement. En effet, la longueur caractéristique suit la même tendance pour les faibles vitesses puis stagne à la même valeur jusqu'à des vitesses correspondants à la vitesse limite fixée par la loi d'effet retard. Cela implique que la longueur caractéristique est quasi-constante vis à vis du processus dynamique de fissuration et reste dans le même ordre de grandeur que les amplitudes constatées pour le modèle sans effet de vitesse (voir Figure 5.21). Cela permet ainsi de définir un critère de maillage identique que pour l'analyse précédente sans effet de vitesse.

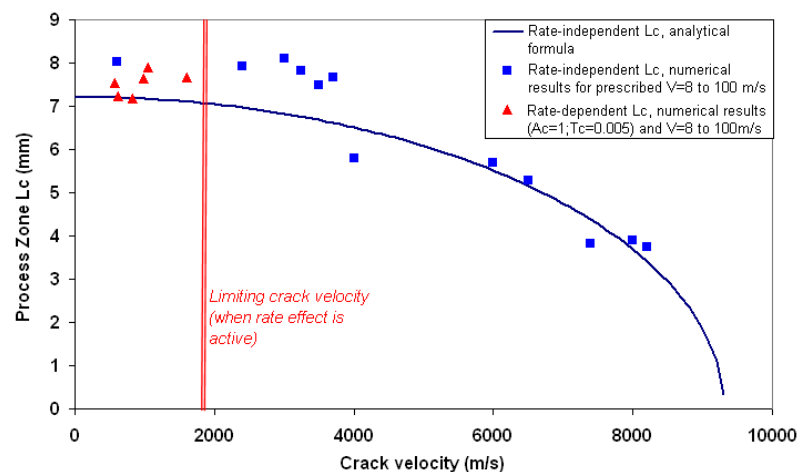


Figure 5.21: Résultats numériques pour la longueur de process zone en fonction de la vitesse de fissure courante : effet de la loi avec effet retard.

5.3.5 Corrélations calculs/essais avec la loi d'évolution dynamique

La loi d'évolution avec effets de vitesse permet maintenant d'envisager une corrélation plus fidèle aux comportements réels observés lors des essais dynamiques du chapitre 4.

De manière à identifier puis valider le modèle, l'identification sera faite sur deux essais dynamiques aux vitesses de consigne 4 m/s et 8 m/s où l'on dispose des tracés globaux (force fonction du déplacement) et locaux (vitesses de fissuration par méthode de contraste sur deux zones). L'utilisation d'un seul jeu de paramètres de l'effet retard pour corrélérer les résultats des deux tests sera un gage de validation de l'implémentation d'effet vitesse proposé. Plus précisément, on procède à une identification indirecte des paramètres de l'effet retard. Un jeu de paramètres (A_c, τ_c) est utilisé de manière à corrélérer à la fois les résultats globaux et locaux sur l'essai à 8m/s. Une fois le modèle identifié sur cet essai, on vérifie que pour une autre gamme de vitesse de 4 m/s la corrélation globale et locale est également satisfaisante.

5.3.5.1 Courbes de l'effort en fonction du déplacement

En premier lieu, le choix du couple de paramètres (A_c, τ_c) est fait de manière à corrélérer les résultats globaux de l'essai réalisé à 8 m/s. Sur le graphe de la Figure 5.22, la courbe correspondant au choix optimal ($A_c = 1; \tau_c = 0.006ms$) donne la meilleure corrélation avec la courbe expérimentale brute.

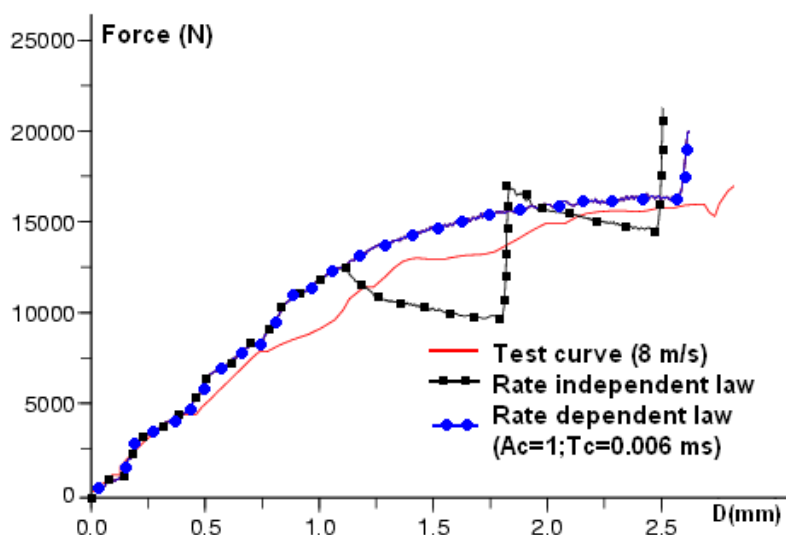


Figure 5.22: Corrélation simulation numérique et essai réel sur le comportement global pour un essai à 8 m/s.

Pour l'essai à 4 m/s, le même jeu de paramètres est conservé. La comparaison essai/calcul est également satisfaisante pour cette gamme de vitesse moins élevée.

5.3.5.2 Courbes d'évolution de la fissuration

La corrélation sur le profil de fissuration, i.e. l'évolution de la vitesse de fissuration en fonction de l'avancée de fissure est une exigence a priori plus sévère. Pour l'essai à 8 m/s, il est montré sur la Figure 5.24 que les vitesses réelles sont reproduites de façon satisfaisante.

De même, en conservant le même jeu de paramètres, le comportement local en fissuration est bien corrélié également pour l'essai à 4 m/s (voir Figure 5.25).

Pour ces deux vitesses de consigne (où l'on dispose d'informations précises locales et globales), le choix des paramètres A_c et τ_c a permis de simuler de façon prédictive à la fois les comportements globaux et locaux de fissuration. Cette approche indirecte 1D a ainsi permis une identification correcte des effets de vitesse interfaciaux en mode II CLS modifiée dynamique.

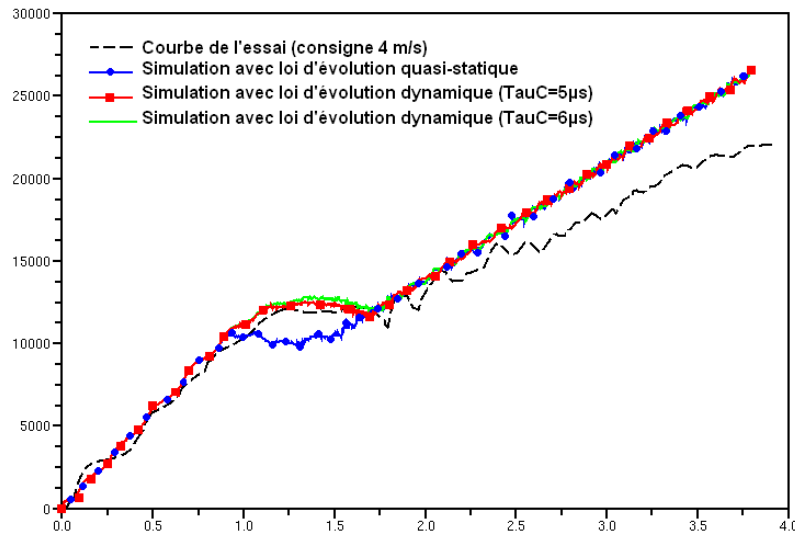


Figure 5.23: Courbes Force en fonction du déplacement pour l'essai à vitesse de consigne 4 m/s : résultats d'essais et simulations numériques avec et sans effet vitesse interfacial.

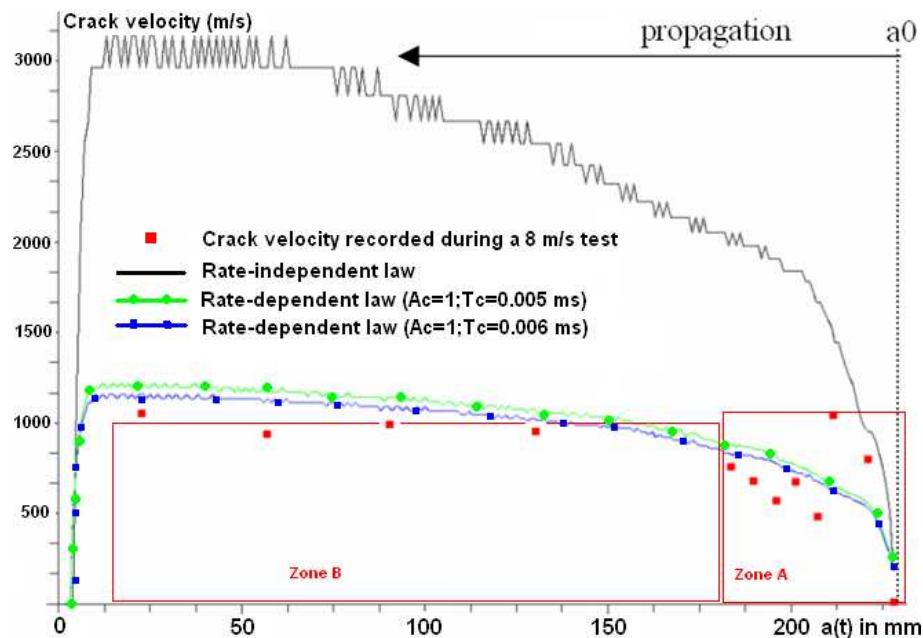


Figure 5.24: Corrélation simulation numérique et suivi réel au niveau de la propagation de la fissure pour un essai à 8 m/s.

5.3.6 Conséquences pour l'identification des paramètres de propagation dynamique

Les paramètres d'effet retard viennent d'être identifiés de manière indirecte. On peut s'interroger sur les conséquences d'une telle identification sur les quantités caractéristiques de la mécanique de la rupture, sur l'existence d'un lien avec la mécanique de l'endommagement, et les interprétations possibles sur les différents états de fissuration.

5.3.6.1 Calcul du taux de restitution critique en dynamique au sens du modèle d'endommagement

Le modèle d'endommagement a été adapté pour tenir compte des effets de vitesse dus au comportement interfacial sous régime subsonique. Il est ainsi possible de

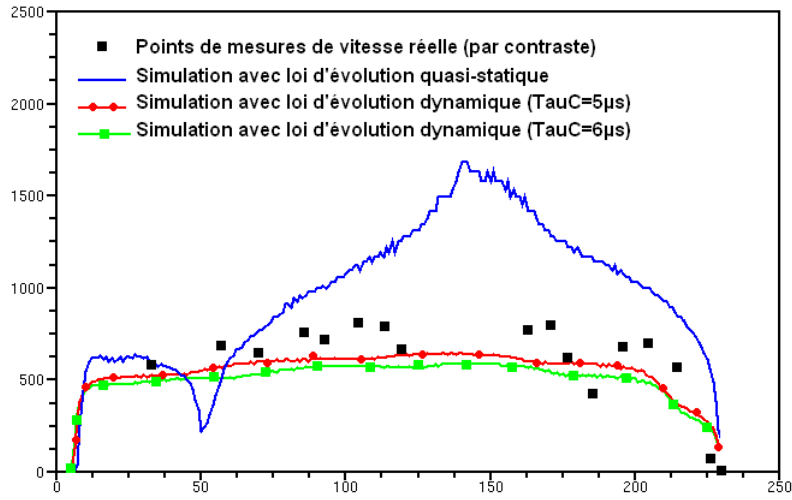


Figure 5.25: Courbes vitesse de fissuration en fonction de l'avancée de fissure pour l'essai à vitesse de consigne de 4 m/s : résultats d'essais (méthode par contraste) et simulations numériques avec et sans effet vitesse interfacial.

calculer le taux de restitution d'énergie critique correspondant à ce nouveau modèle d'endommagement à vitesse limitée en partant de sa définition locale (5.21) :

$$G_{IIc}^{\text{local CDM}}(a, \dot{a}) = \int_{t=0}^{t=T_{\text{failure}}} \int_{\Gamma} Y_{d1}(x, t) \dot{d}(x, t) dt d\Gamma \quad (5.21)$$

Le calcul numérique s'effectue en intégrant le profil 1D d'endommagement et la force thermodynamique associée sur tout le parcours de propagation et à chaque instant pendant toute la phase de rupture. Les résultats obtenus donnent la valeur du taux de restitution critique en fonction de la vitesse de fissuration courante. Par souci de simplicité, seul l'effet de τ_c est présenté ici, le paramètre A_c gère quant à lui le type de croissance de cette courbe dans la zone en-dehors de l'asymptote.

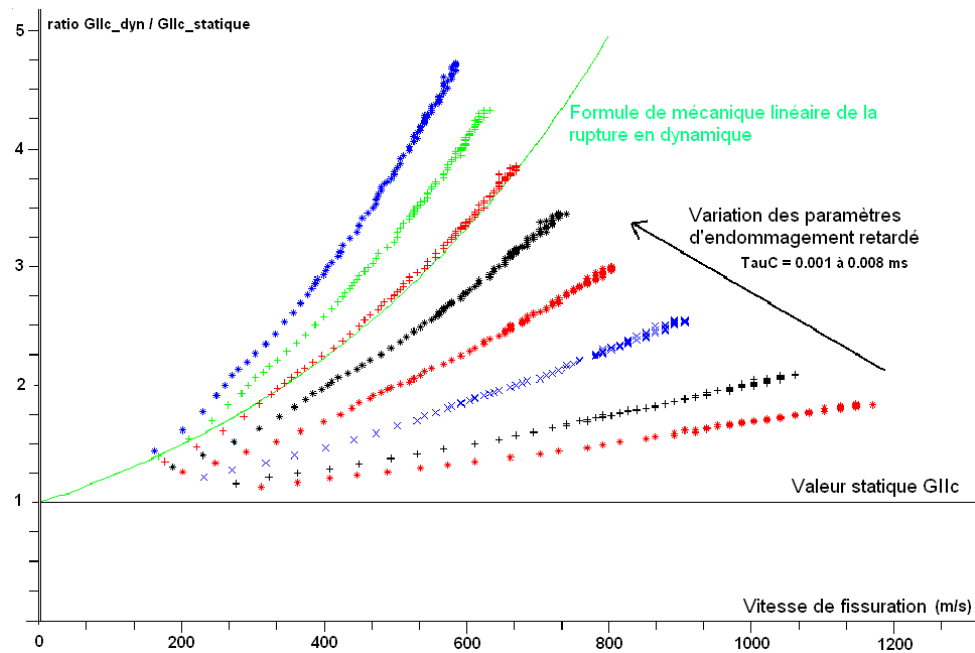


Figure 5.26: Tracés du ratio du taux de restitution d'énergie critique sur le taux critique statique en fonction de la vitesse de fissuration courante, d'après sa définition locale donnée par la mécanique de l'endommagement : Influence du paramètre τ_c .

Sur la Figure 5.26, chaque courbe représente la totalité des événements de fissuration pendant la phase de propagation dynamique. Plus précisément, une croissance puis une légère décroissance de la vitesse de fissuration courante se traduisent graphiquement par une augmentation puis diminution de la valeur du taux de restitution critique dynamique, tout ceci étant une conséquence de l'évolution du taux d'endommagement courant.

5.3.6.2 Retour sur le lien avec la mécanique de la rupture en dynamique

Dans ce qui suit, l'étude est centrée sur la modification du lien entre mécanique de l'endommagement et mécanique de la rupture en présence de l'effet de vitesse interfacial introduit dans le modèle retardé présenté précédemment. En effet, la question est de savoir si ce lien, existant initialement (voir 5.1.1.3) existe toujours? s'il est conservé et dans quelle mesure il est modifié? D'après les constatations précédentes ce lien est conservé.

En mécanique de la rupture dynamique, on peut dissocier plusieurs types de critères intrinsèques au matériau testé :

- un critère d'initiation, noté G_{ic}^{init} ,
- un critère de propagation, noté G_{ic}^{prop}
- un critère d'arrêt, noté G_{ic}^{stop} .

Il est intéressant d'étudier les correspondances de tous ces critères dans l'approche proposée avec taux d'endommagement limité.

Pour le modèle avec effet de vitesse et pour un couple $(A_c; \tau_c)$ identifiés, une courbe équivalente de type mécanique de la rupture vient d'être établie en Figure 5.26 comme une courbe propre à la propagation du matériau interfacial considéré. On peut maintenant la comparer avec les formules proposées en mécanique de la rupture dynamique. Dans (Kanninen et Popelar (1985); Freund (1990)), sur la base de la théorie d'Irwin dérivée en dynamique (pour rappel (5.22)), il est proposé une expression en taux de restitution faisant intervenir la valeur du taux de restitution quasi-statique G_c^{static} et deux paramètres additionnels : une vitesse limite de fissuration V_{lim} et un exposant n tels que :

$$G = \frac{1}{E^*} (K_1^{cin} K_1^{dyn} + K_2^{cin} K_2^{dyn}) \quad (5.22)$$

$$G_{IIc}^{dyn} = \frac{G_c^{static}}{(1 - (\frac{\dot{a}}{V_{lim}})^n)} \quad (5.23)$$

La théorie de la fissuration dynamique et la théorie d'Irwin sont en accord pour imposer la valeur théorique de vitesse des ondes de Rayleigh du matériau pour la vitesse limite V_{lim} et la valeur $n = 1$ dans l'équation (5.23). De plus, la présente équation remplace le terme d'arrêt de propagation initialement proposé par Kanninen et Popelar (1985) par le terme G_c^{static} . Néanmoins, de nombreux résultats expérimentaux, rassemblés et commentés par Ravi-Chandar (2004) sur la Figure 5.27, ont mis en évidence la présence d'une vitesse limite inférieure à cette vitesse des ondes de Rayleigh pour les matériaux PMMA, les verres et l'Homalite-100. Cette vitesse limite semble être intrinsèque au processus de fissuration dynamique et le fait qu'elle soit nettement inférieure à la vitesse théorique suppose la présence d'effets de vitesse dans ces matériaux.

Material	Author	ν	ν/C_d	ν/C_s	ν/C_0	ν/C_R
Glass	Bowden et al. (1967)	0.22	0.27	0.42	0.29	0.51
	Edgerton and Bartow (1941)	0.22	0.26	0.43	0.28	0.47
	Schardin and Struth (1938)	0.22	0.28	0.47	0.30	0.52
	Anthony et al. (1970)	0.22	0.36	0.6	0.39	0.66
Plexiglas	Cotterell (1965)	0.35	0.26	0.54	0.33	0.58
	Paxson and Lucas (1973)	0.35	0.28	0.58	0.36	0.62
	Dulaney and Brace (1960)	0.35	0.28	0.58	0.36	0.62
	Fineberg et al. (1992)					0.58–0.62
	Beebe (1966)	0.31	0.16	0.31	0.19	0.33
Homalite-100	Kobayashi and Mall (1978)	0.345	0.17	0.35	0.22	0.37
	Dally (1979)	0.31	0.22	0.35	0.24	0.38
	Ravi-Chandar and Knauss (1984a–d)	0.31	0.24	0.41		0.45
	Hauch and Marder (1998)					0.37

Figure 5.27: Tableau des vitesses limites observées expérimentalement par différents auteurs et pour trois matériaux différents, d'après Ravi-Chandar (2004).

Pour les matériaux composites étudiés ici, une analogie peut alors être proposée en termes de vitesse limite équivalente. Cette expression (5.23) est tracée en superposition des tracés de mécanique de l'endommagement (voir Figure 5.26) et pour une vitesse limite de 1100 m/s. La courbe proposée se corrèle très bien avec une courbe de mécanique de l'endommagement (pour un τ_c fixé à 0.006 ms), c'est ce qui constitue le nouveau lien entre les deux approches pour une configuration de propagation dynamique. La vitesse limite est ainsi une nouvelle donnée propre au matériau considéré. Celle-ci est uniquement une conséquence directe de l'utilisation de la loi interfaciale proposée. Il faut également noter que cette vitesse est rarement atteinte lors de sollicitations réelles car il s'agit d'une asymptote verticale du taux de restitution d'énergie critique. On peut également proposer une loi donnant la variation de cette vitesse limite en fonction des paramètres d'effets retard (voir Figure 5.28).

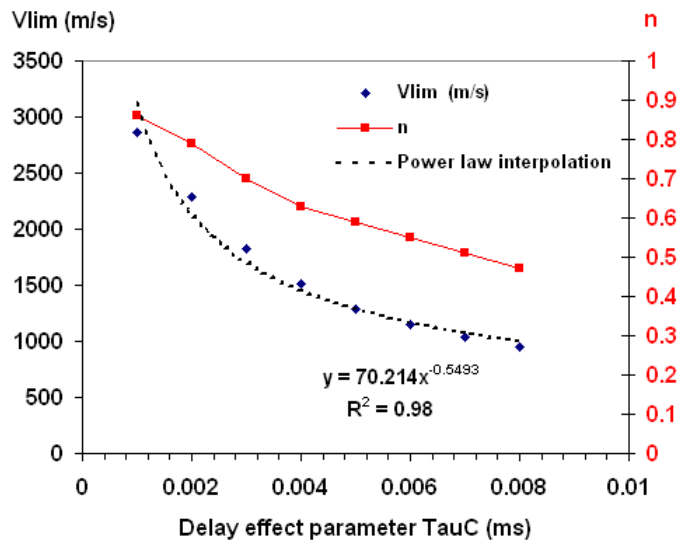


Figure 5.28: Correspondance entre les paramètres V_{lim} et n de la loi mécanique de la rupture ((5.23)) et le paramètre majeur τ_c de la loi mécanique de l'endommagement ((5.21)).

Le modèle englobe également par voie de conséquence un critère d'arrêt de propagation puisque le niveau d'endommagement est directement lié à la valeur supérieure de la force thermodynamique, en fonction de cette valeur et donc du niveau de chargement et de son taux, la variable d'endommagement augmente ou stagne. La stagnation de celle-ci correspond à un arrêt de la propagation de fissure.

De plus, le modèle introduit implicitement une modification à l'initiation du délaminage puisque les niveaux de contraintes à l'initiation sont directement liés à l'établissement de la process zone en dynamique (voir Figure 5.29). L'effet de vitesse introduit ainsi des temps de retard ou temps d'incubation, comme initialement proposés par [Morozov et Petrov \(2006\)](#).

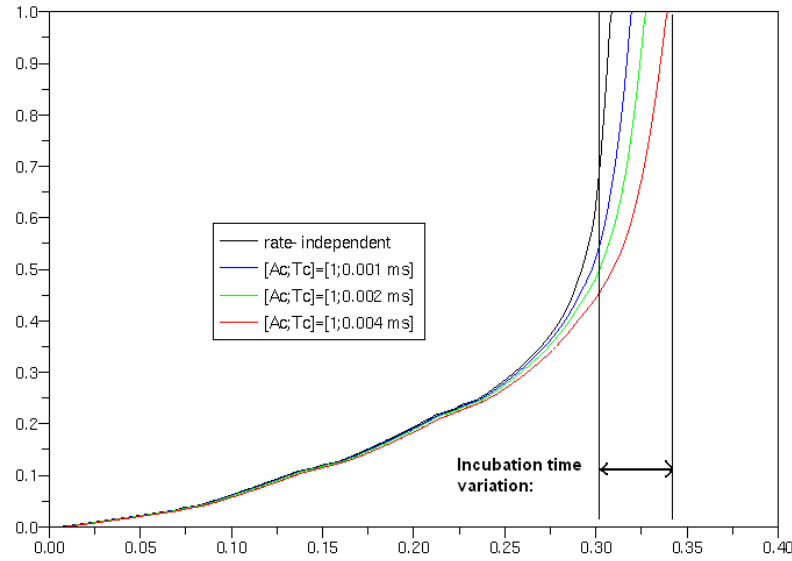


Figure 5.29: Courbes de l'endommagement en fonction du temps au niveau du deuxième élément juste derrière la pointe de fissure. Interprétation du retard à l'initiation par la notion de temps d'incubation.

5.3.6.3 Interprétations physiques possibles

Comme suggéré au chapitre précédent (dans 4.5.2), l'augmentation du taux de restitution critique selon la vitesse de fissuration peut être expliquée par des changements de types de fissurations locales en pointe de la fissure principale. En effet, la théorie de la fissuration dynamique prévoit très bien l'apparition de ces micro-bifurcations autour de la fissure principale (voir [Achenbach et Bazant \(1975\)](#)) et des constatations expérimentales ont montré l'apparition de surfaces différentes par exemple par [Ravi-Chandar et Knauss \(1984\)](#) sur le matériau Homalite.

Dans l'approche mésoscopique proposée utilisant l'effet de taux d'endommagement limité, l'endommagement est diffusé spatialement, ce qui est équivalent énergétiquement à l'apparition de micro-branchements à l'échelle inférieure (voir le schéma proposé dans la Figure 5.30). En effet, au niveau microscopique de la zone d'interphase fissurée, le même G_c est dissipé par unité de surface mais dans des directions secondaires orientées par rapport à la direction initiale, par la création de microfissures de délaminage.

La modélisation mésoscopique proposée incluant un effet de vitesse permet ainsi de représenter une vision homogénéisée de ce qui se passe en fissuration dynamique au niveau de l'interphase microscopique (voir Figure 5.31). L'augmentation du taux de restitution critique mésoscopique avec la vitesse de fissuration est à mettre en parallèle avec la création microscopique de nouvelles surfaces de fissurations secondaires. La vision mésoscopique n'étant pas capable de représenter discrètement ces micro-branchements, c'est par l'intermédiaire de la loi à taux d'endommagement limité que cette augmentation est représentée de façon homogénéisée.

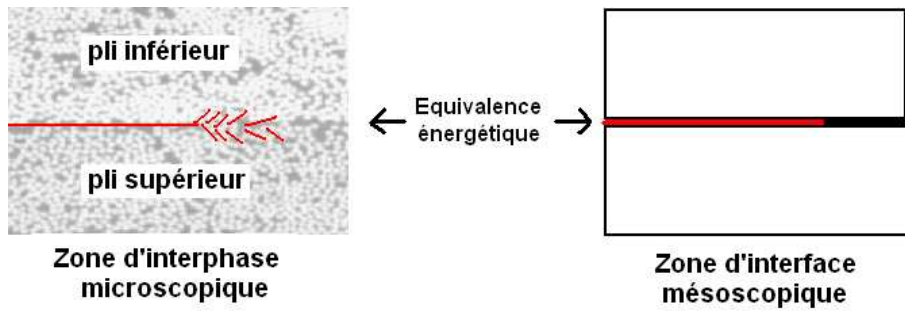


Figure 5.30: Schémas d'interprétations physiques selon l'échelle de l'interface mésoscopique ou de l'interphase microscopique en fissuration dynamique.

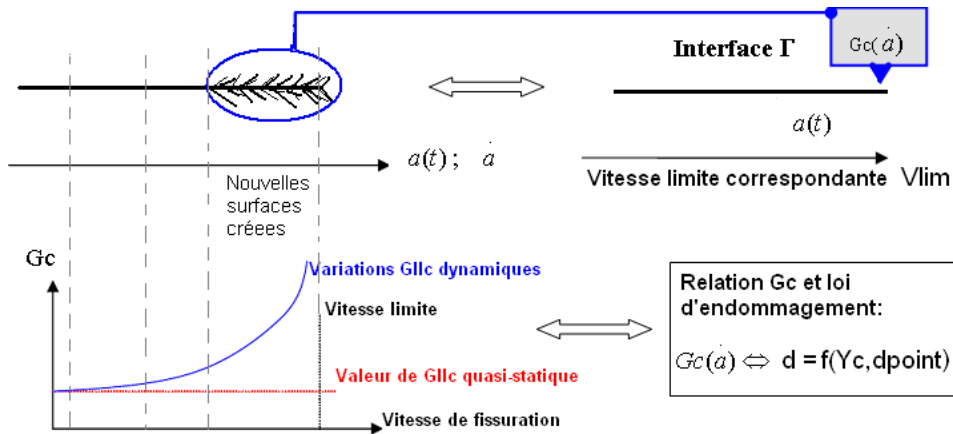


Figure 5.31: Interprétations physiques des micro-branchements apparaissant en pointe de fissure et représentation homogénéisée mésoscopique proposée.

5.4 Validation 2D des modèles d'interface à évolution quasi-statique et dynamique

La proposition de modèle interfacial 1D a été validée et identifiée dans le cas du mode II CLS modifié. Cette première version permet d'envisager une intégration 3D de ce modèle dans un environnement de code explicite industriel. Dans le cadre de ce travail, c'est le code Radioss qui a été utilisé.

5.4.1 Utilisation du code de calcul Radioss

Le code de dynamique explicite Radioss est utilisé ici pour développer une interface élastique endommageable avec effet de vitesse qui soit compatible avec l'approche 1D proposée initialement et l'approche interfaciale 3D globale des plis composites. Le choix de représentation est de type coque pour les plis et cohésive pour les éléments d'interfaces, ces éléments n'existant pas dans Radioss, il a fallu coder un élément utilisateur et un matériau utilisateur.

En effet, la spécificité du code Radioss est de ne pas autoriser d'élément fini avec une cinématique et une structure de données correspondant à un élément de type cohésif. Le dédoublement des noeuds dans un élément volumique à épaisseur nulle n'est pas autorisé. L'idée initiale a été d'utiliser un élément volumique dégénéré uniquement de manière à assurer le suivi des degrés de liberté des faces inférieures et supérieures des deux plis adjacents modélisés par des éléments coques. La cinématique de cet élément volumique est programmée de telle sorte que les sauts de déplacements sont calculés par rapport à la normale à l'interface.

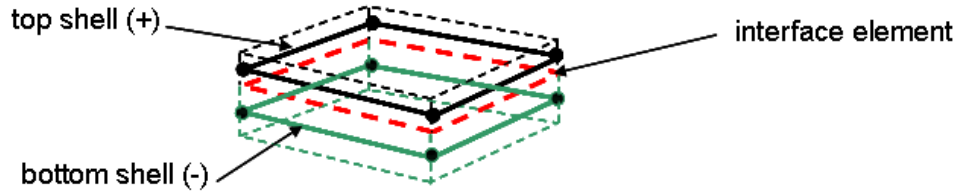


Figure 5.32: Schéma de la cinématique utilisée pour les deux plis adjacents (coques orthotropes) et pour l'interface (élément volumique dégénéré). La surface pointillée rouge représente le lieu de l'interface.

De plus, les options de simulations suivantes sont utilisées :

- intégration exacte dans le plan des plis composites, représentés par des coques de type Batoz,
- gestion d'une interface de contact de type maître/esclave entre tous les plis adjacents pour pouvoir gérer les reprises de contacts avant et après délaminages,
- non-linéarités géométriques activées.

C'est une intégration exacte des éléments coques orthotropes qui est préconisée car le traitement des modes d'Hourglass dans le cas de matériaux orthotropes n'est pas bien pris en compte par le code. En effet, ces modes de déformation à énergie nulle sont limités par des forces de réactions additionnelles sur ces éléments, le calcul ne considère pas les deux directions d'orthotropie. Le passage à une intégration exacte dans le plan de la coque, de type Batoz, est alors nécessaire.

5.4.2 Développement et amélioration d'une routine d'interface 3D délaminante

Un élément spécifique pour le délaminage a été développé initialement par [Pechnik \(2005.\)](#). Il permet de représenter le délaminage entre deux éléments coques par l'utilisation d'un élément 3D volumique dégénéré. On exploite les degrés de liberté de cet élément pour construire une loi de comportement de type interface.

Le travail a consisté à reprendre cette première routine de façon à améliorer la gestion de la partie contact sans frottement, c'est à dire pour les modes de déformation activant des contraintes de type $\sigma_{11}^- < 0$. Dans un deuxième temps, la loi d'évolution avec effet de vitesse est introduite au niveau de la loi de comportement. En première approximation et à défaut de pouvoir caractériser tous les modes, la loi prend en compte une évolution isotrope y compris pour les effets vitesses.

Pour le contact, le choix initial proposé par [Pechnik \(2005.\)](#) était de traiter la partie compression longitudinale par méthode de pénalité puisqu'il était choisi une raideur k_n^- plus élevée de manière à éviter les inter-pénétrations des coques interplis. Ce réglage de raideur n'est pas simple et dépend des configurations, il peut être la source d'erreurs pendant et après le processus de délaminage.

C'est pourquoi une nouvelle approche a été programmée dans ce travail de thèse. Toutes les parties de compression longitudinales, i.e. au sens d'un saut de déplacement normal à l'interface négatif, sont gérées en dehors de la routine d'interface délaminante. La loi de comportement ne calcule d'ailleurs aucune contribution de contrainte lorsqu'il s'agit d'une compression longitudinale. Tout l'effort est reporté sur l'utilisation d'une interface de contact de type maître/esclave qui est active à la fois avant le délaminage, pendant et après la fissuration. Cette interface de contact peut fonctionner en méthode de pénalité en calculant automatiquement les raideurs des plis environnants ou alors en méthode de multiplicateur de Lagrange.

Moyennant ces derniers développements, tous les cas de délaminages dynamiques peuvent alors être envisagés : mode purs I, II et III et modes mixtes, engendrés par des problèmes 1D ou 3D.

5.4.3 Comparaisons entre loi d'évolution statique et loi d'évolution dynamique

Pour un mode II CLS modifié, la simulation des essais dynamiques réels dans ce code permet de retrouver les mêmes tendances d'effets de vitesses introduits et identifiés en 1D.

Pour chaque pli, le comportement est de type orthotrope 2D élastique sans endommagement. Pour l'interface délaminante, le comportement est élastique endommageable avec dans un cas la présence de l'effet de vitesse et dans l'autre non (formulation classique d'évolution). A titre d'exemple de validation, une éprouvette CLS modifiée est modélisée et calculée en propagation dynamique (vitesse de sollicitation théorique de 2 m/s) selon ces deux hypothèses d'évolution (voir Figure 5.34).

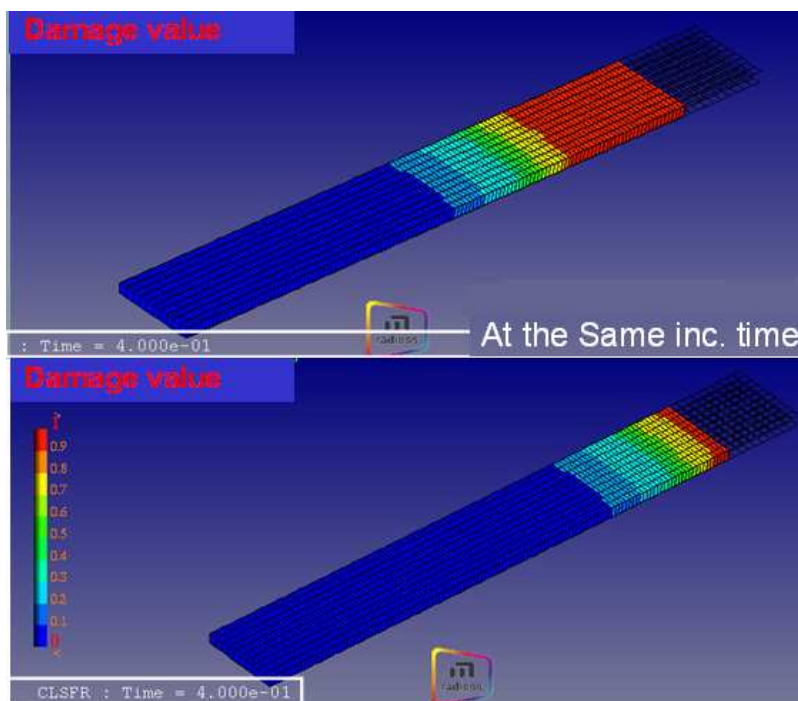


Figure 5.33: Comparaison numérique sous Radioss : visualisation de la variable d'endommagement interfaciale au même instant pour le modèle sans effet vitesse interfacial (en haut) et avec effet vitesse interfacial (en bas).

On constate que l'effet de vitesse introduit dans la loi d'évolution de l'interface 3D agit de la même façon. Pour le même pas temporel, les niveaux d'endommagement et donc les lieux de fronts de délaminages sont différents. La loi avec effet de vitesse a tendance à retarder la propagation du front, comme ce qui était montré en 1D. Il y a donc adéquation entre les deux approches 1D et implémentation 3D.

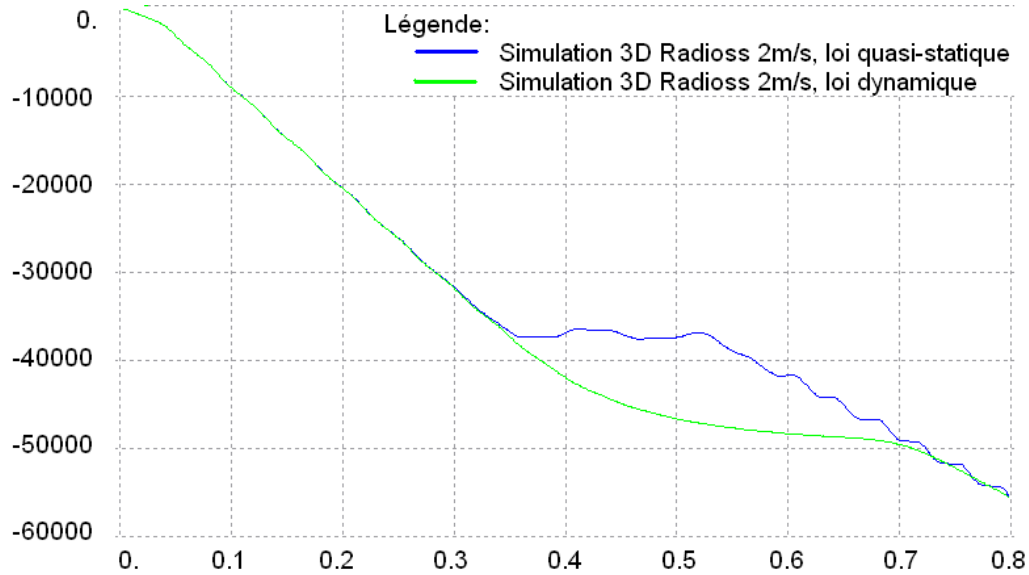


Figure 5.34: Comparaison numérique Radioss : visualisation des courbes Force (en N) en fonction du temps (en ms) pour l'éprouvette CLS simulée à 2 m/s.

Bilan du chapitre 5

Ce chapitre a permis d'investiguer les paramètres caractéristiques d'une loi interfaciale classique lorsqu'un chargement dynamique est appliqué et qu'il engendre des vitesses de propagations élevées. Un critère de taille de maillage basé sur la longueur caractéristique introduite par le modèle d'endommagement a également été défini, ainsi qu'un temps caractéristique. La comparaison avec des formules similaires de la littérature issues d'hypothèses de domaines massifs n'est pas directe. Compte-tenu du fort élancement des bras de l'éprouvette, les critères proposés constituent des cas particuliers. L'utilisation d'une méthode d'identification indirecte 1D a montré que seule une loi d'évolution de l'endommagement dépendante du temps permettait de rendre compte de résultats en accord avec les données expérimentales sous sollicitation dynamique. En particulier, un nouveau paramètre temporel τ_c permet de fixer une vitesse limite sub-sonique V_{lim} ayant pour conséquence d'augmenter le taux de restitution critique en fonction de la vitesse de propagation courante. Ce résultat est à la fois interprétable par un nouveau lien avec le formalisme de mécanique de la rupture en dynamique et également en termes physiques par le développement de micro-fissures périphériques. En particulier, le formalisme de loi d'évolution d'endommagement retardé est capable de représenter :

- des cas d'initiation de délaminage en tenant compte de temps d'incubations, correspondant au temps d'établissement de l'endommagement,
- le retard à la propagation courante se traduisant par une diminution de la vitesse de propagation et une augmentation du taux de restitution d'énergie critique,
- le lien mécanique de l'endommagement - mécanique de la rupture dans un cadre dynamique avec identification d'une vitesse limite sub-sonique propre au matériau.
- une courbe maîtresse de propagation propre à l'interface : fixé par le τ_c , et donnant une courbe G_c^{dyn} en fonction de \dot{a} ,
- un critère d'arrêt de propagation : représenté ici par la valeur du G_c quasi-statique.

Chapitre 6

Interaction fragmentation / délaminage en dynamique : étude préliminaire et premiers résultats

L'objectif de ce chapitre est de proposer une modélisation rendant possible la simulation de configurations simples de dispositifs absorbeurs et permettant la prise en compte de cas d'interaction fragmentation/délaminage et l'influence des triggers géométriques. Un code dédié est ainsi développé pour tester à l'échelle mésoscopique les améliorations de modélisations proposées dans les chapitres 3 et 5, respectivement pour la rupture par fragmentation et le délaminage en dynamique. Ce code repose sur l'hypothèse d'une représentation pseudo 2D en grands déplacements au moyen d'une formulation corrotationnelle en dynamique (voir Felippa (2000.)). Les grandes lignes de la modélisation mésoscopique équivalente pour les deux mécanismes de dégradations sont présentées puis l'implémentation numérique associée. Enfin, des configurations d'absorbeurs-tests sont simulées pour étudier les influences des paramètres à la fois matériels (délaminage, fragmentation et leur interaction) mais aussi géométriques (non-linéarité géométrique, contact, découpe par déclencheur/trigger et zone de pré-délaminage) sur le déroulement du scénario d'absorption et donc sur le niveau d'énergie dissipée totale.

Sommaire

6.1 Définition de la configuration absorbeur-test	181
6.1.1 Description de l'absorbeur-test	181
6.1.2 Présentation de la formulation corrotationnelle utilisée pour le non-linéaire géométrique	181
6.2 Modèles de fragmentation et de délaminage utilisés	183
6.2.1 Le modèle de délaminage	183

6.2.2	Un premier modèle 1D mésoscopique pour la fragmentation .	184
6.3	Implémentation numérique	187
6.3.1	Algorithme de résolution et schéma d'intégration temporelle .	187
6.3.2	Prise en compte des contacts	189
6.3.3	Implémentation numérique du modèle de fragmentation . . .	191
6.3.4	Implémentation numérique de l'interface en non-linéaire géométrique	192
6.4	Résultats et analyse de l'influence des différents paramètres	193
6.4.1	Absorbeur-test avec loi d'évolution statique de délaminage et sans fragmentation	193
6.4.2	Absorbeur-test avec fragmentation et effets de vitesse en délaminage	196
6.4.3	Influence de l'effet de vitesse interfacial	196
6.4.4	Influence du type de trigger/déclencheur	197
6.4.5	Influence des pré-délaminages	199

6.1 Définition de la configuration absorbeur-test

Avant toute simulation à l'échelle de petites structures réelles de type absorbeur, le besoin est ici de disposer d'un code numérique dédié de manière à investiguer sur des cas idéalisés et en pseudo-2D les implémentations de modèles proposés dans les chapitres précédents.

6.1.1 Description de l'absorbeur-test

Il s'agit de proposer une description par éléments finis permettant de prendre en compte les améliorations de modèles en présence de non-linéarités géométriques d'une façon simple. En effet, le cas d'étude est celui d'un absorbeur-test (voir Figure 6.1) qui subit de grands déplacements et de grandes rotations de type flambage tout en restant dans le domaine des petites déformations. L'absorbeur-test est un multi-plis où les plis sont représentés par des poutres 1D, liées entre elles par des éléments d'interface délaminants (avec effet de vitesse ou non). L'agencement de la partie extrême sujette à l'impact est défini par l'utilisation de triggers géométriques tels que des imperfections initiales transverses, des pré-découpes de plis ou des zones de pré-délaminages.

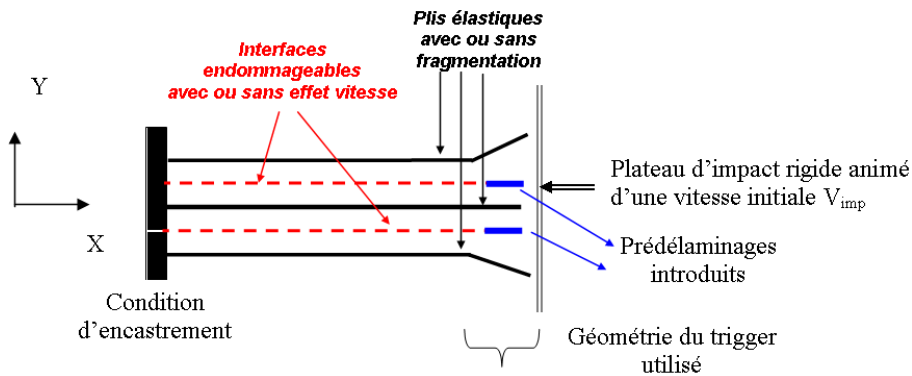


Figure 6.1: Schéma de la géométrie d'absorbeur-test.

6.1.2 Présentation de la formulation corrotationnelle utilisée pour le non-linéaire géométrique

De nombreuses méthodes existent pour traiter l'aspect non linéaire géométrique : les méthodes utilisant un repère inertiel mobile (floating frame approach or corrotational approach), la théorie géométrique exacte et les méthodes avec convections des coordonnées. On utilise ici la méthode corrotationnelle proposée initialement en statique par Felippa et Haugen (2005) puis en dynamique Felippa (2000.), que l'on dérive pour traiter des cas simples d'absorbeurs constitués de 3 ou 4 plis élémentaires et d'interfaces délaminantes situées entre ces plis.

De par la nature fragile des matériaux composites étudiés, les niveaux de déformations restent faibles localement, la rupture précoce stoppant nette ces niveaux de déformations. Le formalisme corrotationnel proposé tire partie de ce fait en utilisant un développement en petites déformations dans une configuration tournée par rapport à la configuration globale de chaque pli. Avec \vec{y} , le vecteur déplacement d'un point matériel M par rapport à la configuration globale et écrit dans le repère global. \mathbf{R} est la matrice rotation dont les colonnes sont les cosinus directeurs des vecteurs de base du repère mobile exprimés dans le repère global R_g telle que $\mathbf{R}^t \cdot \mathbf{R} = \mathbf{Id}$.

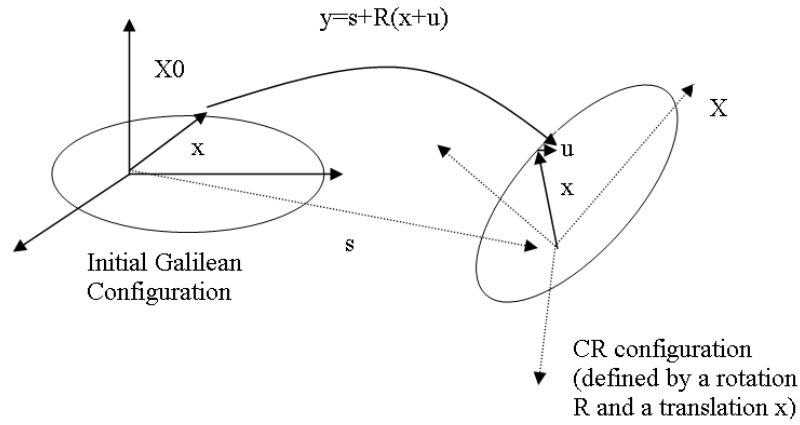


Figure 6.2: Schémas explicatifs de la configuration corrotationnelle.

Le point majeur de l'implémentation réside dans la définition d'une configuration corrotationnelle par élément correspondant à un déplacement de corps rigide propre à chaque élément et à partir duquel les lois de comportement en petites déformations sont appliquées. On distingue ainsi les différentes configurations et les différents repères. Il y a trois configurations distinctes : la configuration initiale (qui est réelle), corrotationnelle (qui est virtuelle) et la configuration déformée (qui est également réelle). Les différents repères sont le repère mobile, le repère initial et le repère global. Ce repère tournant par rapport au repère global de référence est dit corrotationnel et il est défini par la matrice de rotation \mathbf{R} . Les efforts internes sont pris en compte en utilisant uniquement la partie déformante des déformations totales attachées aux nœuds de l'élément et la mise à jour de la loi de comportement : soit de manière élastique par l'opérateur de Hooke classique, soit par une méthode itérative locale adaptée lorsque le comportement devient non-linéaire. Ceci suppose de définir l'extraction des déplacements dits déformants des déplacements globaux. Les forces externes et internes sont alors modifiées par le projecteur \mathbf{P} et évaluées dans le repère global par l'intermédiaire de l'opérateur de rotation \mathbf{R} .

A ce stade, le principe fondamental de la dynamique peut être écrit soit dans le repère fixe ou soit dans le repère mobile :

- si on l'écrit dans le repère fixe, on doit modifier les matrices élémentaires pour tenir compte du jacobien non constant et des termes non linéaires géométriques. Cette écriture n'est pas très aisée,
- si on l'écrit dans le repère mobile, on se retrouve dans le même type de problème que le cas de la dynamique des rotors. Ainsi on peut utiliser les matrices élémentaires usuelles de masse et de raideur, respectivement \mathbf{M} et \mathbf{K} auxquelles on ajoute des termes supplémentaires pour chaque élément. L'équilibre dynamique sur la structure totale est assurée par assemblage des termes et projection dans le repère global.

L'équation d'équilibre dynamique discrétisée est écrite dans le repère local propre à chaque élément. Cela permet de conserver l'écriture la plus simple pour le calcul local de la loi de comportement et des termes de rigidité associés (6.3), valable ici pour les comportements linéaires. En dynamique rapide, ce repère étant mobile par rapport au repère global, des termes inertiels supplémentaires sont présents et doivent être pris en compte : ce sont les termes centrifuges et de Coriolis.

$$M\ddot{u} + G\dot{u} + (K + P_\Omega + N)u = r + F_{ext} \Leftrightarrow M\ddot{u} = F_e - F_i \quad (6.1)$$

$$\text{avec : } F_e = r + F_{ext} \quad (6.2)$$

$$\text{avec : } F_i = G\dot{u} + (K + P_\Omega + N)u \quad (6.3)$$

Les matrices et vecteurs sont définis par :

- \mathbf{M} est la matrice de masse cohérente,
- \mathbf{G} est la matrice gyroscopique,
- \mathbf{N} est la matrice de rigidification centrifuge,
- \mathbf{P}_Ω est la matrice de rigidification d'accélération angulaire,
- r est le vecteur des forces inertielles,
- F_{ext} est le vecteur des forces externes.

Remarque : Le terme $\mathbf{K}u$ sera remplacé par un calcul de force interne pour les cas non-linéaire matériel, où une méthode de retour radial sera retenue comme méthode itérative locale sur le comportement.

6.2 Modèles de fragmentation et de délaminage utilisés

6.2.1 Le modèle de délaminage

Il est question ici d'introduire le modèle de délaminage incluant les effets de vitesse identifiés et validés au chapitre précédent 5. Le modèle endommageable est écrit dans sa forme initiale (voir Allix et Ladevèze (1992)) sans effet de vitesse où les modes mixtes couplés énergétiquement sont possibles, la densité d'énergie e_d prend en compte le caractère unilatéral pour le mode normal (voir (6.4)).

$$e_d = \frac{1}{2} \{ (1 - d_{33}^{qs}) k_{33}^+ < [U_{33}] >_+^2 + k_{33}^- < [U_{33}] >_-^2 + (1 - d_{32}^{qs}) k_{32} [U_{32}]^2 + (1 - d_{31}^{qs}) k_{31} [U_{31}]^2 \}$$

$$Y_{eq} = \sup_{\tau \leq t} [(Y_{d33})^\alpha + (\gamma Y_{d32})^\alpha + (\gamma Y_{d31})^\alpha] \frac{1}{\alpha}$$

$$d_{33}^{qs} = d_{32}^{qs} = d_{31}^{qs} = w(Y_{eq})$$

$$w(Y_{eq}) = \left\{ \frac{n}{n+1} \times \frac{Y_{eq}}{Y_c} \right\}^n \quad (6.4)$$

Dans (6.4), la variable Y_c devient alors par convention liée à la valeur de G_{Ic} , deux paramètres supplémentaires sont introduits : γ définit le rapport $\frac{G_{Ic}}{G_{IIc}}$ et α définit la mixité des modes de propagation. Les variables d'endommagements quasi-statiques d_{3i}^{qs} sont ensuite corrigées par la loi à effet retard.

La loi d'évolution incluant l'effet de vitesse interfacial initialement limitée au mode de cisaillement pur au chapitre 5 est dérivée ici pour les cas de modes mixtes de propagation (6.5).

$$\begin{aligned} \dot{d} &= \dot{d}_{33} = \dot{d}_{31} = \dot{d}_{32} \\ \dot{d} &= \frac{1}{\tau_c} (1 - \exp[-A_c < w(Y_{eq}) - d >_+]) \text{ tant que } d < 1 \\ &\quad \text{sinon } d = 1 \end{aligned} \quad (6.5)$$

Le choix est ici une dépendance de type isotrope car les mêmes paramètres (A_c, τ_c) identifiés auparavant sont utilisés pour tous les modes. A défaut de mise en évidence quantitative d'effet vitesse différent sur les autres modes de propagation, cette approche est jugée convenable en première approximation. Une version anisotrope ou découplée dans l'écriture de cette dépendance temporelle pourrait être proposée dans des travaux futurs selon les constatations expérimentales.

6.2.2 Un premier modèle 1D mésoscopique pour la fragmentation

Ce paragraphe est dédié à une proposition de loi mésoscopique 1D relative à la fragmentation dans le cadre de l'absorbeur-test mésoscopique. Cette loi est construite de façon à prendre en compte les paramètres gouvernant le mécanisme initiateur étudié au chapitre 3.

6.2.2.1 Éléments de base pour la modélisation

Les résultats du chapitre 3 ont permis d'obtenir les courbes maîtresses à l'échelle microscopique en fonction des variations d'imperfections de rectitude des fibres. Une représentation mésoscopique homogénéisée du phénomène est ainsi envisageable en tenant compte de ces paramètres essentiels, sans pour autant avoir à modéliser tous les aspects microscopiques (en particulier la cinématique discrète des défauts d'alignement des fibres) dans le cadre d'un modèle prédictif à l'échelle intermédiaire. Ainsi, les paramètres que l'on cherche à reproduire sont :

- pic d'instabilité dispersif, variation héritée des défauts réels de fibre,
- taille de fragment quasi-constante,
- énergie dissipée quasi-déterministe.

Le modèle microscopique utilisé auparavant se focalisait sur une seule imperfection localisée dans le matériau. Ce qui implique que la distribution réelle des défauts n'est pas représentée le long d'une fibre par exemple. On fait l'hypothèse conservatrice du maillon le plus faible, i.e. ce qui est introduit comme initiateur de la bande de pliage, qui va provoquer le déclenchement du mécanisme, peut être vue comme la valeur de l'imperfection moyenne constatée et identifiée dans le composite.

Hypothèse 3 : Ainsi, dans tout ce qui suit une contrainte d'activation constante est choisie sur tout le domaine, en l'absence de données statistiques 2D suffisantes, ce qui correspond à une représentation d'ondulation moyenne sur le domaine.

6.2.2.2 Un modèle à écrouissage négatif pour la fragmentation

Le choix s'est donc porté sur l'utilisation d'une dégradation homogénéisée équivalente par l'intermédiaire d'une variable interne de type déformation inélastique dans le sens longitudinal de la compression. La formation de la bande de pliage étant dûe principalement à la dégradation de la matrice par plasticité, il est naturel d'utiliser ce type de variable interne de manière à conserver une corrélation microscopique satisfaisante dans les cas de décharges élastiques.

Dans un premier temps, une surface d'écoulement doit être définie, celle-ci sera notée f_{kb} . Elle est construite en tenant compte exclusivement de la partie contrainte longitudinale de compression. De plus, le paramètre R_{0kb} fixe le niveau du pic d'instabilité initiale. La variable interne ϵ_{11}^{kb} est ajoutée et représente une déformation plastique longitudinale, ce qui est conforme au phénomène physique engendré à l'échelle inférieure.

$$f_{kb}(R_{kb}, \tilde{\sigma}_{11}) = \sqrt{\langle \tilde{\sigma}_{11} \rangle_-^2 - R_{0kb} - R_{kb}(p_{kb})} \leq 0 \quad (6.6)$$

$$\text{avec} \quad \langle x \rangle_- = x \text{ si } x < 0, \quad 0 \text{ sinon} \quad (6.7)$$

$$\text{et} \quad \tilde{\sigma}_{11} = \frac{\sigma_{11}}{(1 - d_f)} \quad (6.8)$$

$$R_{kb} = R_{0kb} + R_{kb}(p_{kb}) \quad (6.9)$$

$$\text{avec} \quad R_{kb}(p_{kb}) = K_{plast} \times p_{kb} + S_{\infty} [1 - \exp(-\beta_{kb} \times p_{kb})] \quad (6.10)$$

$$\text{et} \quad \epsilon_{11} = \epsilon_{11}^e + \epsilon_{11}^{kb} \quad (6.11)$$

Enfin, au niveau microscopique, la propagation de la plasticité s'effectue jusqu'à la rupture de la fibre aux extrémités de la bande de pliage formée. Au niveau mésoscopique, cette rupture est gérée par une variable interne d'endommagement fragile d_f et dont la loi d'évolution est légèrement modifiée pour tenir compte du développement de la plasticité (6.14). De manière à régulariser cette partie adoucissante finale, un effet retard basé sur un taux d'endommagement limité est également introduit (voir (6.17)). Dans cette première version, la variable d'état pilotant l'endommagement est la force thermodynamique locale correspondant à l'énergie stockée en compression dans chaque élément (6.12). Une autre version non-locale pourrait également être proposée : la variable d'état serait alors la valeur moyenne de la force thermodynamique calculée sur une longueur de fragment caractéristique. Cette longueur caractéristique correspond à la longueur quasi-constante w_{kb} retrouvée dans le modèle microscopique (voir Figure 3.18). Pour l'instant on se contente de la version locale car on considère un maillage lié à la taille minimale de fragment, i.e. la valeur moyenne coïncide avec la valeur locale.

$$\text{Version locale :} \quad Y_{11}^{eq} = \frac{\sigma_{11}^2}{2E_{11}(1 - d_f)^2} \quad (6.12)$$

$$\text{Version non locale :} \quad Y_{11}^{eq} = \frac{1}{w_{kb}} \int_{w_{kb}} \frac{\sigma_{11}^2}{2E_{11}(1 - d_f)^2} dx_1 \quad (6.13)$$

$$\text{si} \quad Y_{11}^{eq} > Y_{11c} \quad \text{alors} \quad d_f^{qs} = 1, \quad d_f^{qs} = 0 \quad \text{sinon.} \quad (6.14)$$

$$\text{avec} \quad Y_{11}^{eq} = \frac{\sigma_{11}^2}{2E_{11}(1 - d_f)^2} \quad (6.15)$$

$$\text{et} \quad Y_{11c} = \left\{ \begin{array}{ll} 0 & \text{si } p_{kb} = 0 \\ Y_{11c-kb} & \text{si } p_{kb} > p_{kb-max} \end{array} \right\}. \quad (6.16)$$

$$\dot{d}_f = \frac{1}{\tau_c} \{1 - \exp(-A_c < d_f^{qs} - d_f >^+)\} \quad (6.17)$$

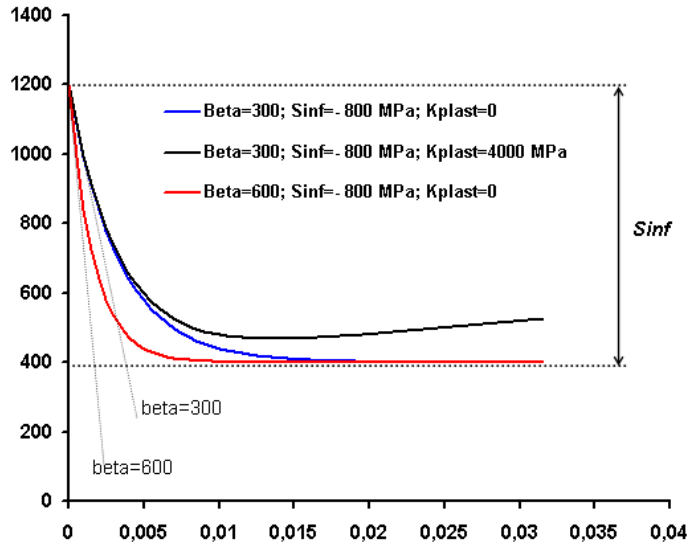


Figure 6.3: Loi d'écroissage négatif complète $R_{0kb} + R_{kb}(p_{kb})$ en fonction de p_{kb} en 1D et influence des paramètres (à paramètre $R_0=1200$ MPa fixé).

Il reste enfin à définir la loi d'écroissage. La loi proposée R_{kb} est négative et isotrope et permet ainsi de représenter un comportement adoucissant lors de l'apparition de déformations anélastiques en compression (partitionnés classiquement des déformations). Les différents paramètres sont K_{plast} , S_∞ et β_{kb} (voir Figure 6.3). Le paramètre $K_{plast} < 0$ rend compte d'une phase linéaire en fin de création de la kink band, $S_\infty < 0$ fixe le niveau de contrainte finale dans la zone plateau et β_{kb} régit la pente d'écroissage initiale. Enfin, le paramètre R_{0-kb} constitue la valeur seuil initiale de l'écroissage.

On retrouve alors les liens fondamentaux suivants, en accord avec le modèle microscopique de référence développé au chapitre 3 :

- la non-linéarité élastique peut être gérée par le modèle proposé par [Allix et al \(1994\)](#), ce qui est cohérent avec la prise en compte de l'effet initialement élastique des imperfections, cet effet peut être ainsi conservé,
- la valeur au pic d'instabilité qui est directement liée à la nature d'imperfection de fibres est donnée par la variation et/ou distribution aléatoire du paramètre R_{0kb} ,
- l'adoucissement dû à la formation de micro-plasticité est pris en compte par une variable anélastique, ce qui autorise en particulier des déchargements élastiques en cours d'adoucissement,
- l'énergie de dissipation quasi-déterministe est assurée par la donnée d'un niveau de plasticité cumulée maximale notée p_{max} .
- enfin, la rupture de la fibre elle-même aux extrémités du fragment crée a lieu selon une loi d'évolution d'une variable d'endommagement d_f dégradant directement le module longitudinal du pli considéré de façon fragile.
- on peut également évaluer la dissipation d'énergie au niveau mésoscopique fournie par ce modèle 1D. Cette dissipation énergétique reste composée de deux termes, comme ce que le mécanisme microscopique prévoit : l'énergie dissipée par la matrice pure (6.18) et l'énergie dissipée par la rupture fragile de la fibre (6.19) :

$$E_{matrice} = \int_t \int_{\Omega} \text{Tr}[\boldsymbol{\sigma} \boldsymbol{\varepsilon}_{p-kb}] d\Omega dt \quad (6.18)$$

$$E_{fibres} = \int_t \int_{\Omega} Y_{11}(t, x) \dot{d}_f d\Omega dt \quad (6.19)$$

Pour la suite de l'implémentation numérique, une simplification mineure est apportée à la loi d'écroutissage négatif par souci de simplicité. En effet, on considère une phase adoucissante linéaire puis un plateau à contrainte constante tel que présenté dans la Figure 6.4.

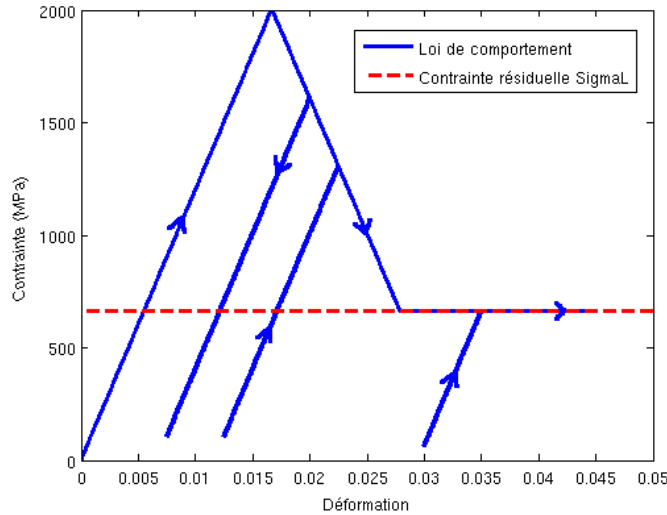


Figure 6.4: Loi 1D de fragmentation utilisée.

Les variations aléatoires des pics d'instabilités (consécutifs aux variations des imperfections) sur un pli complet ne sont pas prises en compte dans cette approche car des développements supplémentaires sur le tirage et des hypothèses de corrélation spatiale doivent être faites ultérieurement (choix d'un champ aléatoire de pics). En l'absence de données expérimentales suffisamment fiables sur la distribution spatiale des imperfections à l'échelle d'un pli entier, cette approche est conservatrice et correspond à l'hypothèse d'un maillage coïncidant avec la taille minimale d'un fragment, c'est donc le modèle local de rupture qui est utilisé ici.

6.3 Implémentation numérique

Les détails de l'implémentation numérique de ce module dédié figurent dans l'annexe C. Quelques précisions sont également apportées dans ce qui suit.

6.3.1 Algorithme de résolution et schéma d'intégration temporelle

L'équation d'équilibre du problème est écrite dans le repère global. On résout le problème de façon incrémentale en temps avec une intégration temporelle explicite de type Newmark (où $\gamma = \frac{1}{2}$ et $\beta = 0$). Le schéma général de cette méthode a déjà été présenté en Figure 5.3 mais dans le cas présent des étapes supplémentaires sont

nécessaires. En effet, un algorithme de retour radial est utilisé pour la boucle locale correspondant à la mise à jour de la loi de comportement élasto-plastique des plis.

Dans le cas de la résolution temporelle directe, on peut utiliser usuellement un schéma de Newmark explicite (différences centrées, Beta=0 et Gamma=1/2). Le schéma général de l'algorithme de calcul complet est présenté ci-après dans la Figure 6.5.

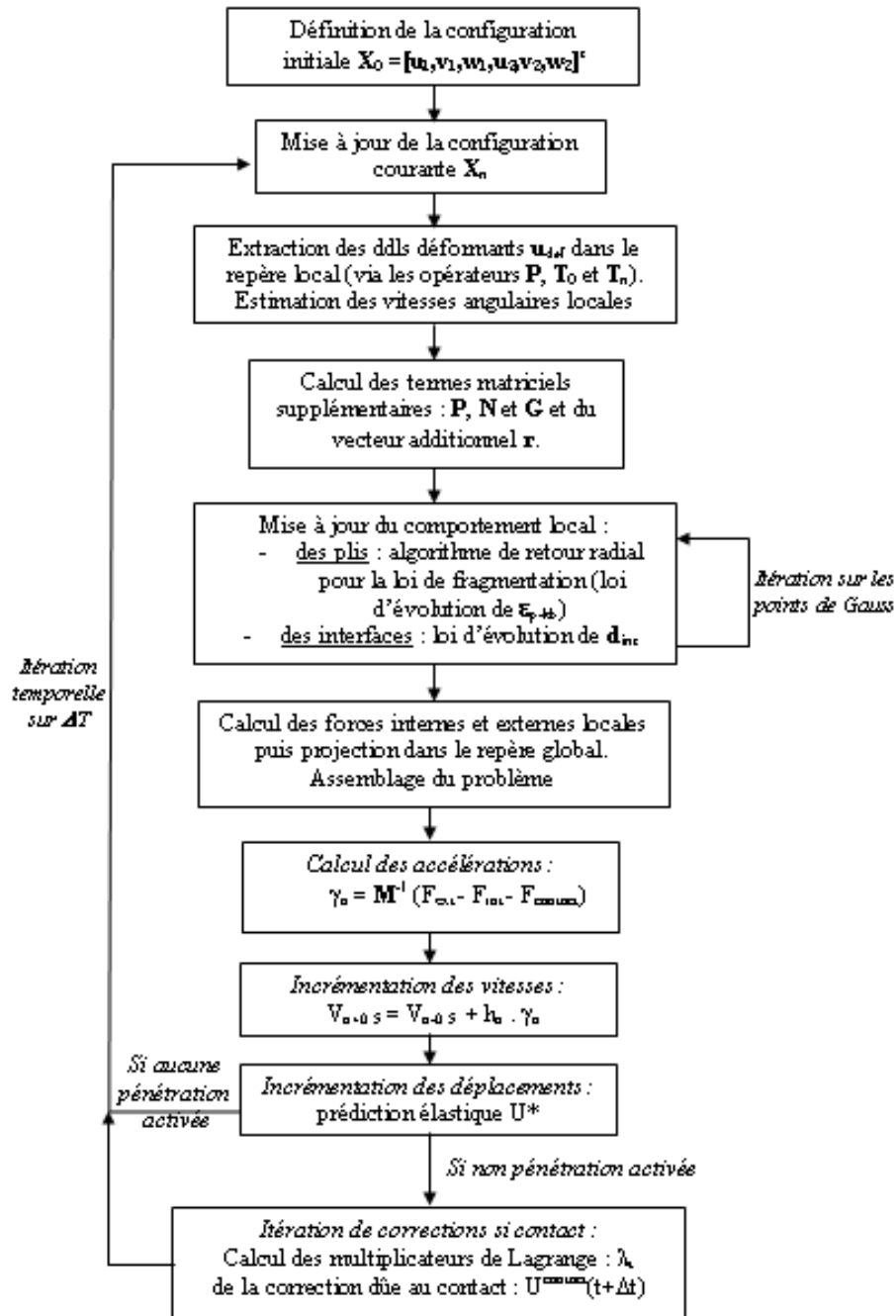


Figure 6.5: Organigramme général de l'algorithme du module corrotationnel proposé.

On remarque en particulier les étapes d'extraction des degrés de liberté déformants et l'expression des quantités élémentaires dans le repère global pour pouvoir assembler et résoudre le principe fondamental de la dynamique.

6.3.2 Prise en compte des contacts

Plusieurs types de contacts doivent être gérés dans ce problème. Il y a le contact entre l'impacteur et l'extrémité des plis de l'absorbeur, le contact potentiel entre deux zones de plis déjà délaminés, le contact pour la phase de propagation lorsque la contrainte interfaciale normale est négative et enfin les zones de contacts potentiels entre plis après la création d'un fragment.

Il existe différentes approches permettant d'inclure les conditions de contact dans la modélisation par éléments finis. La méthode de pénalisation, la méthode des multiplicateurs de Lagrange, les méthodes mixtes ou hybrides qui sont des combinaisons des deux méthodes précédemment citées et la méthode par formulation du problème de complémentarité sont les plus couramment utilisées. On cherche à utiliser une méthode compatible avec une intégration temporelle explicite.

La méthode de la pénalisation a l'avantage d'être simple à mettre en et ne nécessite pas l'addition de variables supplémentaires. Cependant les conditions de contact de type Signorini ne sont pas satisfaites car la pénétration d'un corps dans un autre est possible. Un autre problème de cette méthode est le choix des coefficients de pénalisation qui ont une influence directe sur les résultats, ce qui fait qu'elle n'est pas totalement intrinsèque. La pénétration d'un point matériel dans un autre corps dépend des valeurs des coefficients de pénalisation choisies. Si les valeurs sont trop petites, la pénétration est trop importante pour être acceptable d'un point de vue physique. L'utilisation de valeurs élevées permet de satisfaire précisément les conditions de contact mais peut introduire de hautes fréquences dans le système et affecter la stabilité d'une analyse explicite (conditionnellement stable) et donc entraîner une diminution importante du pas de temps critique. Le choix de ces paramètres apparaît délicat puisqu'il peut être à l'origine d'interpénétrations entre corps (pour les faibles valeurs) mais aussi d'instabilité numériques hautes fréquences (pour les valeurs plus élevées).

La méthode des multiplicateurs de Lagrange, dont on trouvera le traitement numérique contact/frottement par exemple dans [Raous et al \(1988.\)](#), permet d'éviter les problèmes liés au choix des paramètres des coefficients de pénalisation. La fonctionnelle de l'énergie totale J dans la structure est modifiée de la manière suivante :

$$\bar{J}(u_{t1}) = J(u_{t1}) + \lambda_{t1}^T \times g_t \quad (6.20)$$

Avec λ le vecteur ligne des multiplicateurs de Lagrange associés à chaque noeud en contact, u_t le vecteur des déplacements nodaux et g_t celui des jeux nodaux à l'instant t . Les forces de contact sont directement les valeurs des multiplicateurs. En écrivant la stationnarité de cette nouvelle fonctionnelle, on obtient les deux équations suivantes :

$$\begin{aligned} \delta J(u_{t1}) + \lambda_{t1}^T \times g_t &= 0 \\ \delta \lambda_{t1}^T \times g_t &= 0 \end{aligned}$$

Le choix de l'implémentation du contact se fait par zones, ainsi pour des raisons de simplicités d'implémentation, on utilise :

- une méthode de pénalité pour la partie compression de l'interface délaminante (avant, pendant et après la propagation), cette méthode est directement intégrée dans le calcul local des forces internes interfaciales. Elle correspond en fait à une partie compression interfaciale dans laquelle aucun endommagement n'est activé,
- une méthode par multiplicateur de Lagrange pour les zones de contact avec l'impacteur, de manière à traiter correctement le déclenchement/trigger initial. Cette méthode traite également le cas des contacts internes à un pli après la création d'un fragment.

Ainsi, la formulation matricielle de l'équilibre dynamique prenant en compte les multiplicateurs de Lagrange peut être réécrite de la manière suivante à l'instant $t + dt$:

$$M \times \ddot{u}_{t+\Delta t} + F_{t+\Delta t}^{int} - F_{t+\Delta t}^{ext} + G_{t+\Delta t}^T \times \lambda_{t+\Delta t} = 0 \quad (6.21)$$

$$G_{t+\Delta t} \times \{X_t + u_{t+\Delta t} - u_t\} = 0 \quad (6.22)$$

Cette méthode présente l'avantage de satisfaire exactement les conditions de contact sans ajout de coefficients réglables et de ne pas diminuer le pas de temps critique dans un schéma explicite. Un des inconvénients est l'augmentation du nombre d'inconnues du problème. D'autre part, cette méthode nécessite de résoudre un système d'équations et fait donc perdre l'avantage de toute méthode explicite, i.e. le découplage des équations.

Dans les travaux de [Carpenter et al \(1991\)](#), une intégration temporelle explicite compatible avec la méthode des multiplicateurs de Lagrange est proposée : elle se nomme méthode de « l'incrément avant », dans laquelle les conditions de contact et les équations d'équilibre sont satisfaites aux instants $t + dt$ et t respectivement. Les pas de temps étant très petits, l'erreur commise avec cet algorithme est négligeable devant l'erreur de discrétisation spatiale. Cette méthode permet de gérer des conditions de contact de manière exacte tout en utilisant un schéma d'intégration temporelle explicite. Nous avons choisi d'implémenter cet algorithme de l'incrément avant en complément de l'approche corrotationnelle. Cela revient donc à résoudre le problème considéré à l'instant t et augmenté des contraintes de contact présentes à l'instant $t + dt$:

$$M \times \ddot{u}_t + F_t^{int} - F_t^{ext} + G_{t+\Delta t}^T \times \lambda_t = 0 \quad (6.23)$$

$$G_{t+\Delta t} \times \{X_t + u_{t+\Delta t} - u_t\} = 0 \quad (6.24)$$

Le but ici est de déterminer les valeurs des forces de contact normales (et tangentielles si frottement) à l'instant t afin d'empêcher les esclaves de pénétrer à $t + dt$ le domaine maître. Pour déterminer les esclaves susceptibles de rester ou d'arriver en contact à $t + dt$, les déplacements de tous les nfrontières au temps t^* sont calculés avec des forces de contact nulles à l'instant t et d'après la formule suivante (on peut considérer que c'est un déplacement prédicteur ici) :

$$u_{t+\Delta t}^* = \delta t^2 \times M^{-1} \times \{F^{ext} - F^{int}\} + 2u_t - u_{t-\Delta t} \quad (6.25)$$

De cette manière, les nœuds en contact à $t + dt$ sont identifiés directement sans itération pendant un pas de temps dt . Il en résulte deux solutions possibles :

- si non pénétration (critère sur les déplacements) : $\lambda_t = 0$ alors $u_{t+\Delta t}^* = u_{t+\Delta t}$,

- si pénétration : la matrice élémentaire de contrainte en déplacement est créée pour chaque nœud esclave et exprime les contraintes en déplacement à l'instant $t+dt$. La matrice globale assemblée $G_{t+\Delta t}$ permet le calcul des forces de contact λ_t , du déplacement nodal incrémental supplémentaire $u_{t+\Delta t}^{contact}$ associé aux forces de contact calculées et des coordonnées à l'instant $t + dt$:

$$\begin{aligned}\lambda_t &= \{\Delta t^2 \times G_{t+\Delta t} \cdot M^{-1} \cdot G_{t+\Delta t}^T\}^{-1} \cdot G_{t+\Delta t} \cdot \{X_t - u_{t-\Delta t} - u_t\} \\ u_{t+\Delta t}^{contact} &= -\delta t^2 \times M^{-1} \cdot G_{t+\Delta t}^T \cdot \lambda_t \\ X_{t+\Delta t} &= X_t + \{u_{t+\Delta t}^* + u_{t+\Delta t}^{contact} - u_t\}\end{aligned}$$

Cet algorithme a été implémenté dans le module de calcul et son efficacité s'est avérée satisfaisante. En termes de coût de calcul, on ne corrige que les degrés de libertés globaux lorsque le déplacement prédictif n'est pas valide. De plus, lorsqu'une correction est nécessaire pour assurer la condition de contact, il suffit d'une seule itération.

Finalement, l'algorithme général de ce module de calcul est représenté de manière simplifiée dans la Figure 6.5. La prise en compte du contact intervient en dernier stade de la boucle en temps avec une correction si et seulement si la prédiction élastique n'est pas satisfaite.

6.3.3 Implémentation numérique du modèle de fragmentation

A ce stade, le choix peut se faire entre deux types d'approches numériques pour intégrer le modèle de fragmentation proposé : le modèle d'interface cohésive ou le modèle continu à variable interne (voir sur la Figure 6.7 ou Figure 6.6) les deux familles de modèles schématisées dans une approche 1D de type barre en compression). Pour le choix d'un modèle d'interface, cela supposerait de traiter de manière discontinue entre chaque élément de pli, une loi dédiée à la formation de la rupture en compression. Le phénomène de compression suppose, dès la création du fragment, de gérer la reprise de contact, et ce, pendant tout le calcul.

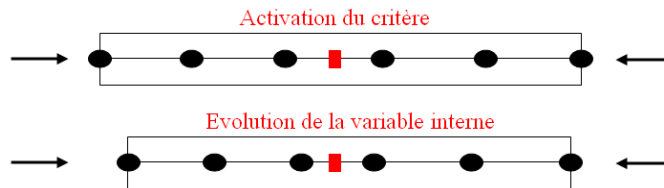


Figure 6.6: Schéma d'une approche 1D à variable interne et évolution continue au niveau du point d'intégration élémentaire.

Par souci de simplicité d'implémentation, une approche numérique continue dans les éléments de plis et variable interne calculée aux points de Gauss est choisie pour la fragmentation. L'intégration du comportement non-linéaire est assuré au niveau local dans le repère corrotationnel de chaque élément par une méthode de retour radial. De plus, le contact potentiel entre les plis après la création d'un fragment est géré par multiplicateur de Lagrange et la méthode de l'incrément avant.

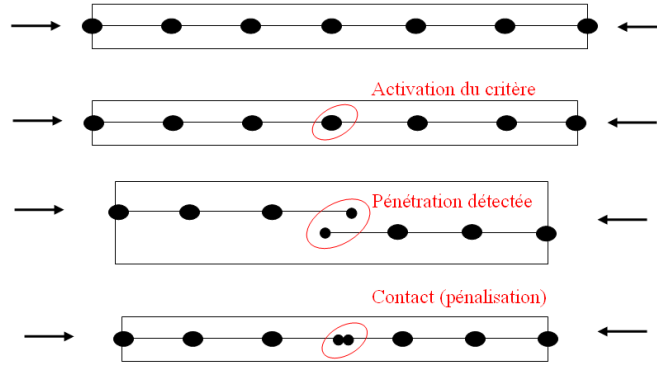


Figure 6.7: Schéma d'une approche 1D à éléments cohésifs avec insertion dynamique.

6.3.4 Implémentation numérique de l'interface en non-linéaire géométrique

L'adaptation du modèle interfacial à la configuration non-linéaire géométrique des plis suppose de modifier le calcul des contributions des forces internes des interfaces au moment de l'assemblage du problème. En effet, le calcul des forces internes de chaque interface est réalisé dans le repère local propre à chaque élément d'interface, lié lui-même à la normale de l'interface physique calculée à chaque pas de temps. Ces contributions internes sont ensuite reprojétés dans le repère global sur les plis environnants.

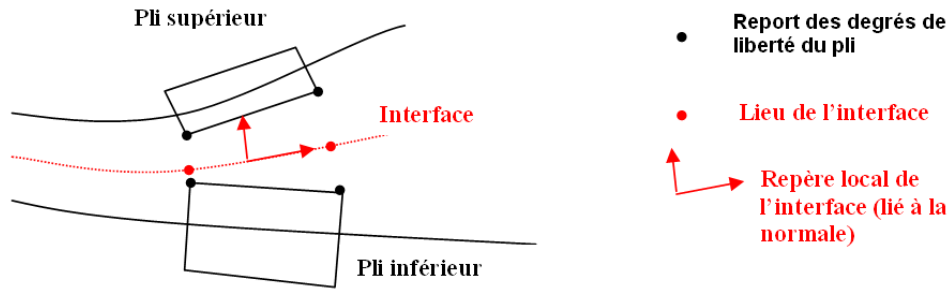


Figure 6.8: Schéma de la normale et du repère local d'interface en non-linéaire géométrique.

Après avoir défini la normale courante de l'interface, il faut reprojeter ces forces internes interfaciales pour chaque élément poutre à l'aide des matrices de projection et de changement de base déjà calculées auparavant. Il s'agit d'une rotation de corps rigide et d'une translation opérées respectivement par les matrices \mathbf{P}_e et \mathbf{T}_e définies par élément de poutre. La modification consiste donc à écrire, pour chaque élément d'interface, la transformation suivante (6.26) :

$$\left. \{F_{int}^{global}\} \right|_{int\ i} = \mathbf{T}_i^t \cdot \mathbf{P}_i^t \cdot \left. \{F_{int}^{local}\} \right|_{int\ i} \quad (6.26)$$

et de redistribuer ces forces sur chaque élément poutre environnant par l'intermédiaire de l'opérateur de projection de chaque bras.

A titre de validation de cette implémentation, des tests de propagation pour les cas classiques de mode I et II ont été réalisés dans le cadre non-linéaire géométrique. On constate une bonne représentation des modes d'ouvertures et de cisaillement respectivement (voir Figure 6.9).

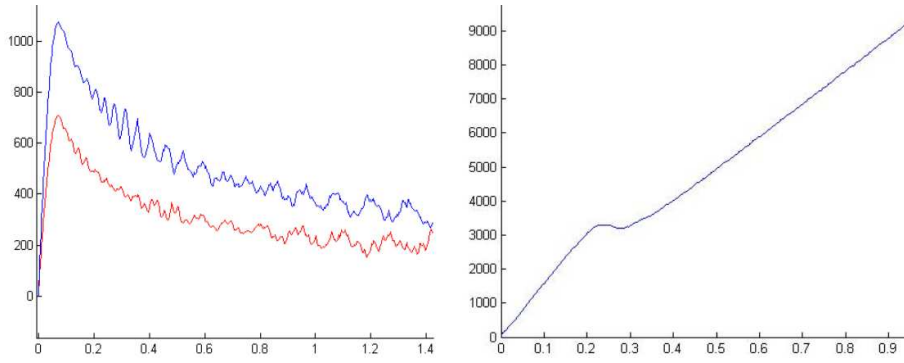


Figure 6.9: Vérification de l'implémentation sur des cas de délaminage mode I DCB (à gauche : Effort en fonction de l'ouverture) et mode II CLS (à droite : Effort en fonction du déplacement).

Remarque : Le mode I n'est activé qu'en présence d'un saut de déplacement normal positif, un saut de déplacement normal négatif mène à une force de réaction normale assimilable à une pénalité de contact, gérée par la raideur k_{33-} dans l'équation (6.4).

6.4 Résultats et analyse de l'influence des différents paramètres

Pour traiter une configuration absorbeur-test basique possédant n plis élastiques et $(n - 1)$ interfaces endommageables, des ingrédients supplémentaires doivent être implémentés de façon à prendre en compte des données de type géométrique proches des configurations réelles :

- la configuration géométrique initiale peut être définie selon des pré-découpes dans les plis centraux, des courbures initiales pour les plis externes.
- des zones de pré-délaminages correspondant à une fissure interfaciale initiale entre deux plis peuvent être définies.
- A chaque entité pli ou interface peut être assignée une loi de comportement, pour l'instant limité au cas élastique pour les plis et élastique endommageable (avec ou sans effet retard) pour l'interface.
- Le contact unilatéral sans frottement est traité au niveau de la zone potentielle entre impacteur et bord droit,
- On considère que le plateau de chargement vient impacter la structure avec une vitesse initiale constante pendant toute la durée de l'essai, ceci correspond alors à une vitesse de sollicitation très élevée et rendant négligeable la décélération du plateau sur le temps étudié.

On considère, de plus, les caractéristiques communes suivantes (voir Tableau 6.1) pour les simulations proposées. Certains paramètres géométriques et matériels seront variables par la suite.

6.4.1 Absorbeur-test avec loi d'évolution statique de délaminage et sans fragmentation

Dans ce paragraphe, on s'intéresse à une première simulation numérique d'une structure absorbeur-test incluant les non-linéarités géométriques et les endommagements de type délaminage à évolution quasi-statique. De plus, la loi de fragmentation n'est pas activée. La fibre moyenne de chaque pli est modélisée

Paramètres géométriques :	
Longueur utile sens X	10 mm
Prédécoupe du pli central	0.5 mm
Courbure initiale des plis externes	amplitude verticale maximale 0.2mm (fonction cosinus à partir de $X = 8mm$)
Longueur des prédélaminages	variable de 0 à 5 mm (2 mm sinon)
Caractéristiques des plis :	
Module d'Young	120000 MPa
Hauteur d'un pli	2 mm
Largeur d'un pli	20 mm
Masse volumique	0.0015 g/mm ³
Module G_s et coef. de section (Timoshenko)	$k=0.833$ et $G_s=4500$ MPa
Contrainte résiduelle de fragmentation (si activée)	1500 MPa
Contrainte seuil de fragmentation (si activée)	1800 MPa
Déformation à rupture en fragmentation (si activée)	0.05
Caractéristiques des interfaces :	
Raideurs interfaciales	$K_n=500$ N/mm ³ et $K_t=1000$ N/mm ³
Partition énergétique des modes	$\gamma = 0.3$
Force thermodynamique critique (équivalent au G_{Ic})	$Y_c=0.25$ N/mm ⁻¹
Effet vitesse interfacial (si activée : $A_c = 1$)	$\tau_c = 6\mu s$ ou variation $[0.1 ; 1] \mu s$
Caractéristiques de l'impacteur :	
Vitesse imposée	constante, $V_{imp} = -8$ m/s
Masse de l'impacteur	considérée infinie

Tableau 6.1: Caractéristiques mécaniques et géométriques du premier calcul d'absorbeur-test proposé.

par une poutre de cinématique 2D de type Timoshenko. Les différentes étapes de la simulation numérique lors de l'impact ainsi que la courbe de la résultante des efforts normaux dans le bâti support en fonction du temps sont retracées dans la Figure 6.10 :

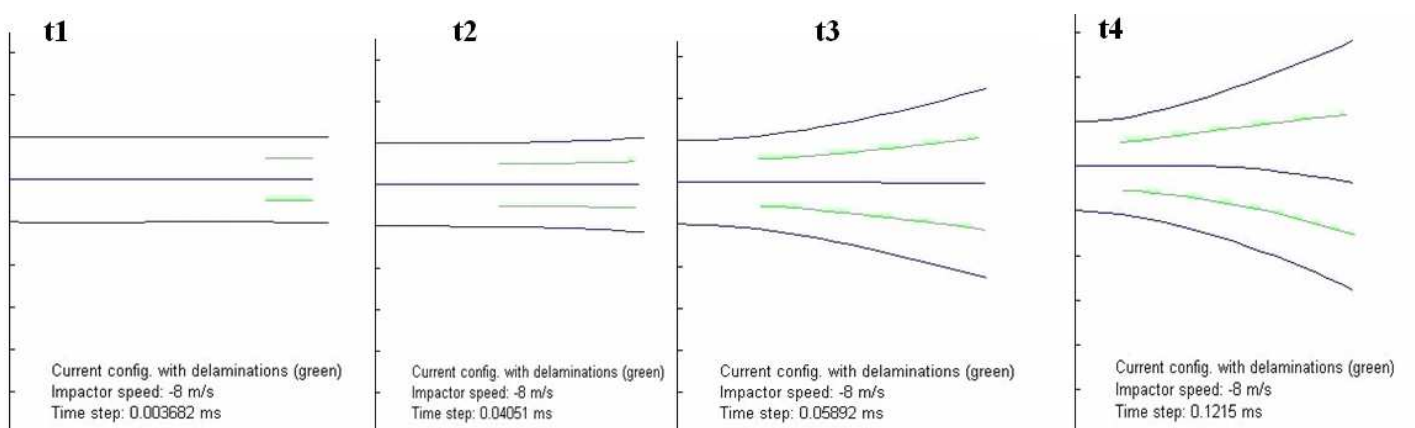


Figure 6.10: Comparaison des courbes Force (en N) fonction du déplacement longitudinal (en mm) pour la référence quasi-statique et les premiers essais dynamiques.

On peut ainsi remarquer que les premières phases correspondent à un comportement globalement linéaire élastique jusqu'au temps $t1$ puis que le déroulement du scénario de dégradation global se fait tel que :

- **t1** : Premier impact sur le bord supérieur de l'absorbeur (plis externes),
- **t2** : Flexion et compression des plis externes, amorçage de la propagation des délaminages,
- **t3** : Progression de la propagation du délaminage en mode mixte. La propagation est rapide. Les plis externes subissent des efforts de flexion et compression supplémentaires. Au niveau global, la force de réaction présente un pic, puis il y a décroissance brutale du fait des délaminages presque complets des plis.
- **t4** : Le délaminage ne progresse plus. Le pli interne est impacté et subit une compression quasi-pure jusqu'à flamber naturellement sur la longueur laissée libre, i.e. sur la longueur délaminée de part et d'autre.
- **t5** : Le pli interne flambe de manière globale et subit ensuite un effort préférentiel de flexion, le pli a tendance à se courber d'un côté.

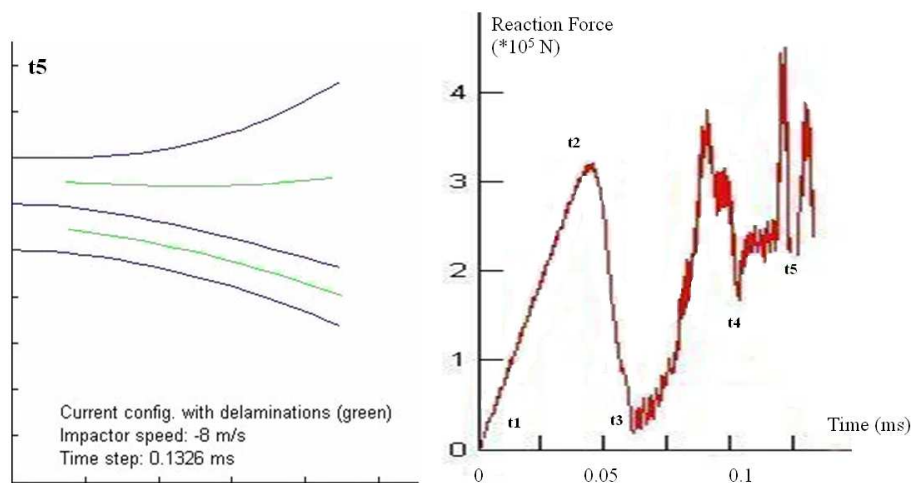


Figure 6.11: Comparaison des courbes Force (en N) fonction du déplacement longitudinal (en mm) pour la référence quasi-statique et les premiers essais dynamiques.

Ce premier calcul permet de montrer que ce module dédié permet de simuler des configurations simples d'absorption et notamment la phase de déclenchement des premiers mécanismes au niveau mésoscopique. Dans ces premiers résultats, le délaminage a lieu en tout premier lieu et la propagation est très brève, ce qui a pour conséquence de précipiter la flexion importante des plis et le flambage du pli central. La zone d'interaction entre le délaminage et la fragmentation potentielle est quasi-inexistante alors que les constatations expérimentales favorisent généralement ce type d'interaction (voir essai de validation de [Guillon et al \(2007.\)](#)). Ce résultat illustre l'effet précurseur du délaminage dans la zone de trigger (le pli central en particulier n'est plus maintenu en compression du fait des zones adjacentes délaminées) et la nécessité de disposer de la loi de fragmentation dans les plis. En effet, à partir du temps **t5**, la simulation n'est plus valide car le pli central est linéaire élastique et ne peut pas fragmenter. L'amélioration de la simulation par l'effet vitesse constaté expérimentalement en délaminage et la fragmentation mésoscopique est ainsi justifiée.

6.4.2 Absorbteur-test avec fragmentation et effets de vitesse en délaminage

Le même type de configuration d'absorbteur-test est maintenant simulé mais en y ajoutant un pli supplémentaire de façon à générer différentes situations pendant le déroulement des étapes de dégradation. La géométrie de l'absorbteur-test simulé est donc composée de 4 plis et de 3 interfaces. Le comportement des interfaces délaminantes avec effet vitesse et le comportement en fragmentation mésoscopique 1D sont également ajoutés dans ce qui suit. La longueur utile de l'absorbteur-test est commune à toutes les configurations et fixé à 30 mm. Une hypothèse de non-réflexion (ou de condition aux limites dite absorbante), inspirée des travaux de [Thompson et Pinsky \(1996.\)](#); [Derumaux \(2004.\)](#), est également ajoutée en extrémité gauche de l'absorbteur de manière à tenir compte de l'aspect très localisé de la zone simulée par rapport à la longueur totale (2/10^{mes} de la longueur totale). Cette condition permet de s'affranchir des multiples réflexions d'ondes pendant le déroulement des scénarii de dégradation, la simulation correspond ainsi uniquement à la zone trigger non perturbée par les effets de conditions limites.

Sur cette configuration de base, l'influence des paramètres suivants est étudiée en termes d'établissement des scénarii de dégradation et de dissipation d'énergie :

- effet de l'effet de vitesse interfacial introduit dans la loi interlaminaire pour la propagation dynamique,
- effet de la géométrie du déclencheur/trigger initial,
- effet des zones de pré-délaminages.

6.4.3 Influence de l'effet de vitesse interfacial

Dans ce paragraphe, le module de calcul est utilisé de façon à prendre en compte plusieurs simulations avec un effet de vitesse interfacial variable suivant le paramètre temporel τ_c .

Les résultats de répartition des énergies dissipées de la Figure 6.12 donnent globalement un déroulement concomitant des deux mécanismes. Il y a cependant deux régimes d'interaction : pour les faibles valeurs de τ_c (on se rapproche de lois d'évolutions quasi-statiques), les mécanismes de dissipation par délaminage sont largement prépondérants par rapport à la fragmentation (rapport 1 à 10 sur les niveaux d'énergies). Pour les valeurs se rapprochant de la valeur identifiée de 0.006ms, les niveaux de dissipation sont du même ordre de grandeur pour les deux mécanismes, la dissipation par délaminage est retardée du fait de l'effet de vitesse et semble être à l'origine de possibles interactions. Plus précisément, l'effet vitesse interfacial a tendance en tout premier lieu à retarder l'amorçage de propagation en augmentant le taux de restitution critique local. La conséquence directe sur les plis environnants est que la flexion de ceux-ci est limitée, la fragmentation est ainsi mieux favorisée.

Ainsi, il y a globalement deux étapes dans le scénario : le premier étant un temps d'incubation élevé qui laisse les interfaces saines et permet à l'énergie de se répartir préférentiellement dans les plis en flexion et en compression. Dans un deuxième temps et pour les instants ultérieurs au temps de simulation, l'activation des interfaces s'effectuera en dissipant des quantités d'énergie 2 à 3 fois supérieures à la normale constatée sous sollicitations quasi-statiques.

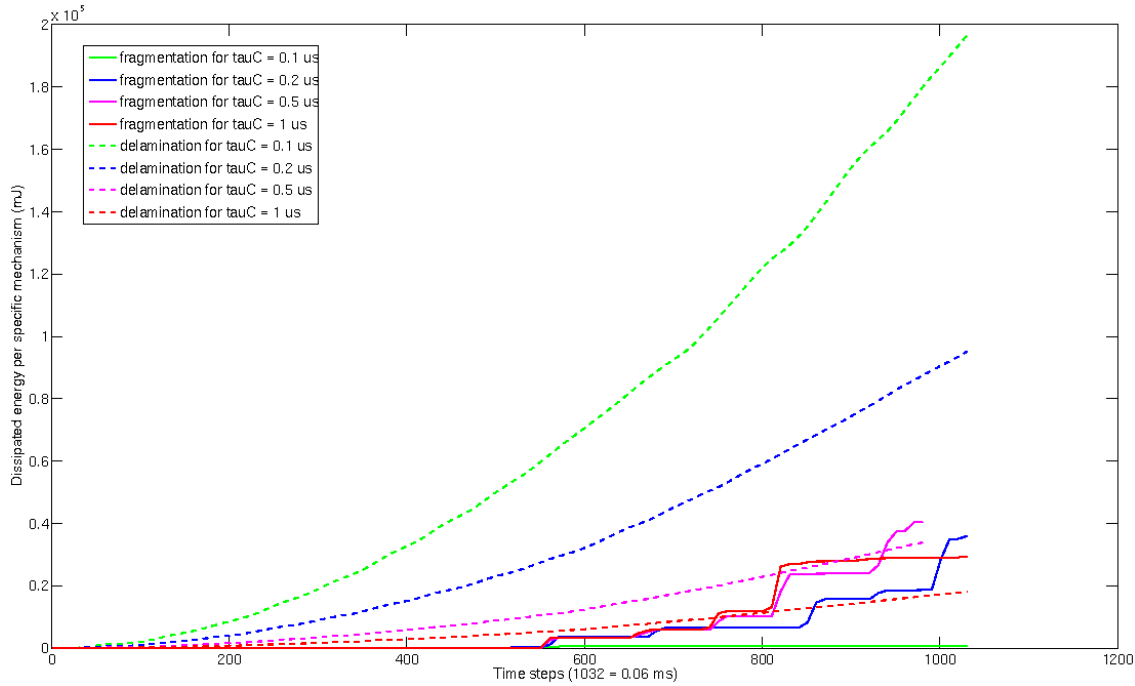


Figure 6.12: Répartition des énergies dissipées : influence de l'effet vitesse interfacial (variation du paramètre τ_c).

6.4.4 Influence du type de trigger/déclencheur

De même, le module de calcul permet de définir des formes de déclencheur ou trigger différents en extrémité de l'éprouvette testée. En premier lieu, un agencement de découpes d'imperfections initiales en transverse des plis et des pré-délaminares sont placés de telle sorte que le trigger adopte une forme géométrique de type "balai" tel que défini dans la Figure 6.13.

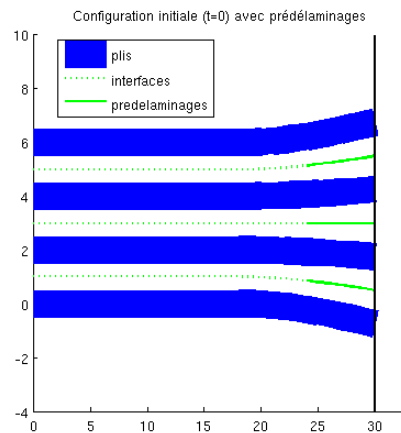


Figure 6.13: Schéma de la configuration initiale avec déclencheur de type "balai". Les épaisseurs de plis sont grossies graphiquement.

Dans ce type de trigger, on fait varier progressivement et de manière symétrique le niveau d'imperfection transverse initiale, on obtient la répartition des énergies dissipées suivantes (Figure 6.14).

C'est encore le délaminage qui dissipe la majeure partie de l'énergie (le paramètre τ_c est fixé à la valeur identifiée de 0.005 ms). Cette dissipation par délaminage est favorisée par les faibles imperfections transverses qui ont ten-

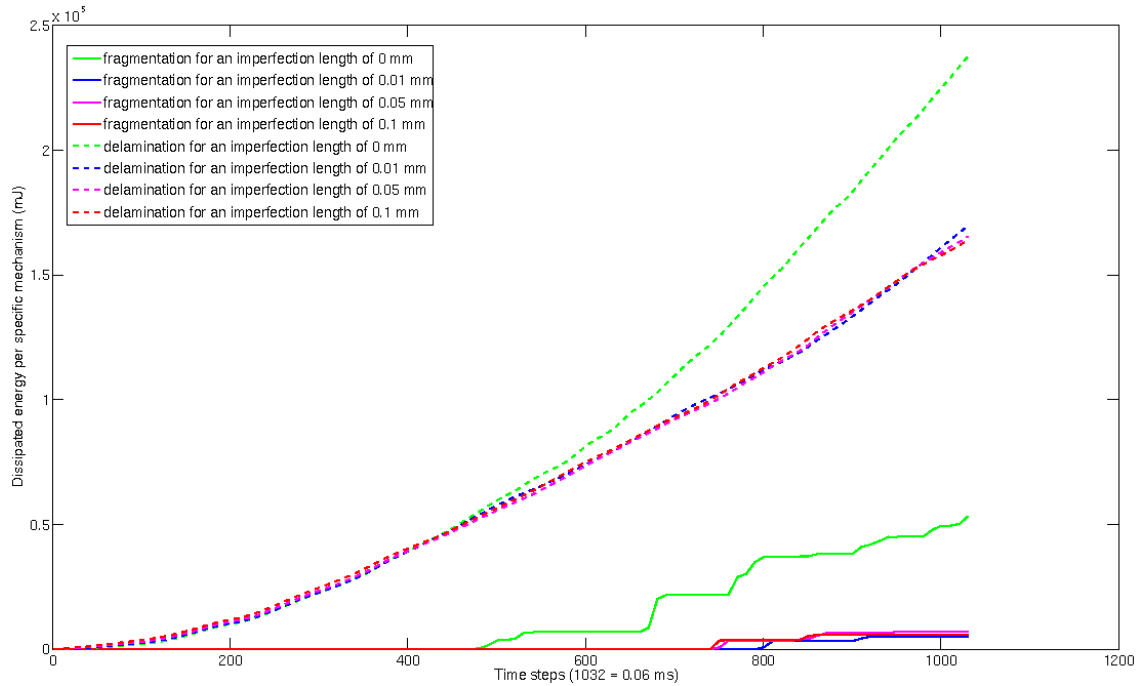


Figure 6.14: Répartition des énergies dissipées : influence de l'importance de l'évasement initial comme déclencheur.

dance à accentuer un comportement de flexion des plis concernés sans dissiper (la fragmentation est du même coup inhibée). Enfin, on constate les mêmes niveaux de dissipation quels que soient les niveaux d'imperfections.

Dé manière plus approfondie, une étude sur la forme du trigger/déclencheur initial peut également être effectuée. On considère ainsi des formes de type plane, arrondie, en pointe et en biseau. Les différentes répartitions des énergies sont données en Figure 6.15 ci-dessous.

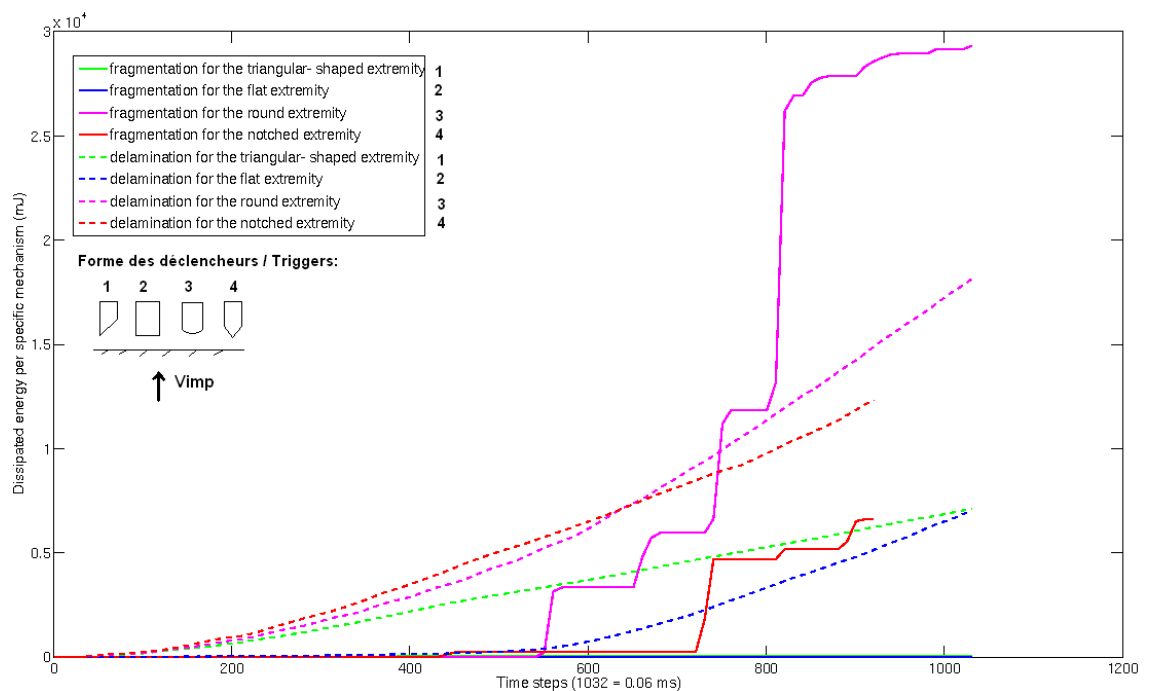


Figure 6.15: Répartition des énergies dissipées : influence de la forme du déclencheur / Trigger.

On retrouve ainsi les mêmes types de constatations expérimentales que dans les travaux de [Saito et al \(2002\)](#) ou de [Guillon et al \(2007.\)](#), où l'effet d'une pointe ou arrondi (plutôt qu'une section lisse) implique une dissipation d'énergie plus importante, et notamment en activant préférentiellement de la fragmentation. Tous ces résultats préliminaires de simulations mésoscopiques montrent toute l'importance de la zone de trigger dans le déroulement ultérieur des différentes dégradations et l'énergie dissipée totale.

6.4.5 Influence des pré-délaminages

Enfin, l'effet de la longueur des zones de pré-délaminages pratiqués entre les plis est également étudié. Dans [Fleming \(2001\)](#), une étude similaire concernant la disposition de pré-délaminages dans une structure multi-stratifiée et leur influence sur le scénario initial de dégradation avait nettement montré l'importance du motif de pré-délaminages installé. Dans le cas d'un absorbeur-test simulé dans le module développé ici, ces effets sont retrouvés en termes de répartition des énergies dissipées soit en fragmentation soit en délaminage (voir [Figure 6.16](#)).

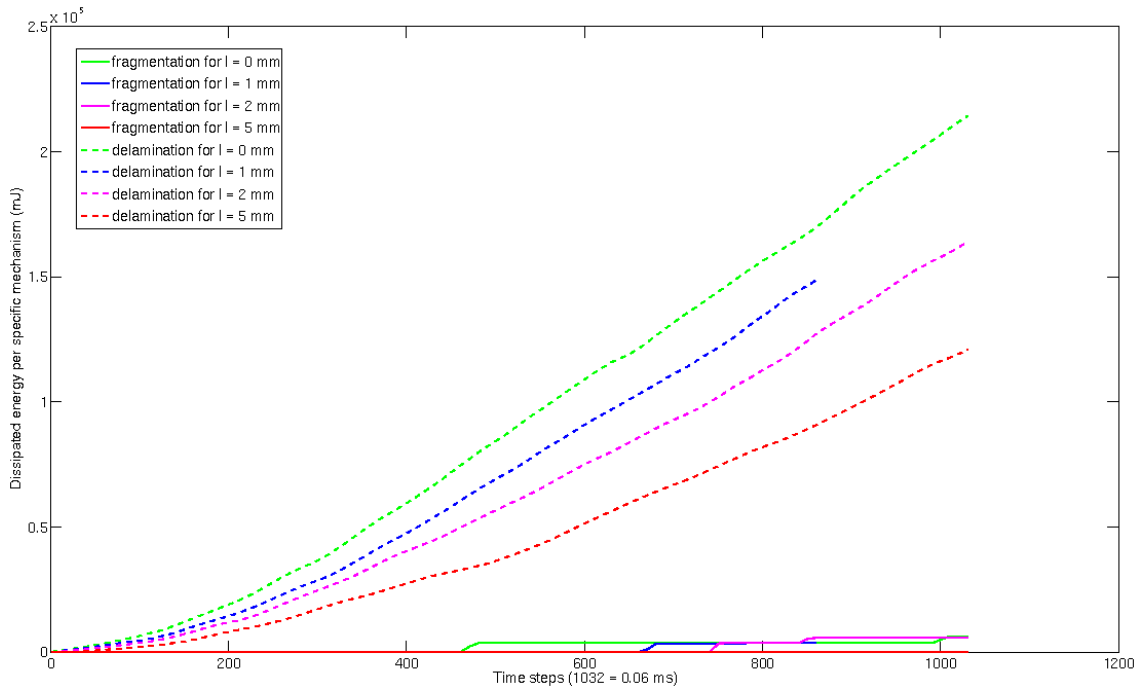


Figure 6.16: Répartition des énergies dissipées : influence des zones de prédélaminages.

Il est constaté sur ces exemples, où les prédélaminages varient de 0 à 5 mm de profondeur, que d'une part la fragmentation reste négligeable quel que soit le prédélaminage (jusqu'à ce pas de temps final de 0.06 ms), et d'autre part que la part de dissipation par délaminage augmente au fur et à mesure du déroulement du scénario et qu'elle est d'autant plus importante que le prédélaminage est faible. Ceci s'explique simplement par le fait qu'à cette vitesse et avec un trigger géométrique, un trop grand pré-délaminage a tendance à favoriser la flexion élastique des plis et retarder l'apparition des fragments bien au-delà de 0.06 ms.

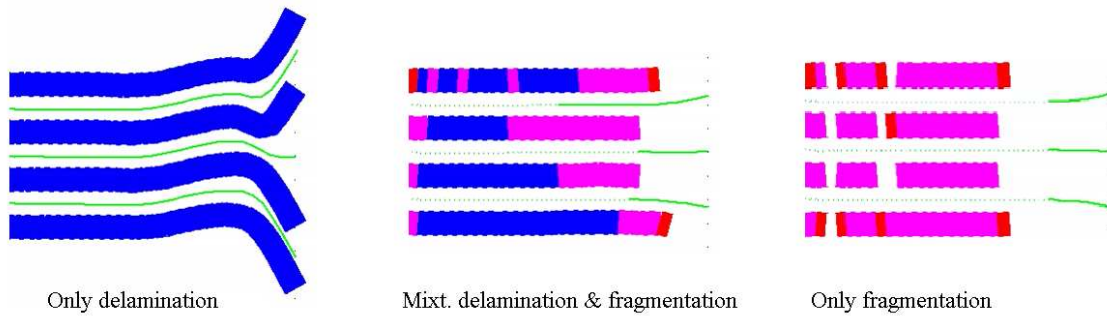


Figure 6.17: Trois situations privilégiant : soit le délaminage uniquement (à gauche), soit la fragmentation uniquement (à droite) ou encore une concomitance de ces deux mécanismes (au centre). Les épaisseurs de plis sont grossis graphiquement.

Bilan du chapitre 6

Ce dernier chapitre propose une implémentation mésoscopique de l'apport en termes de modélisation sur les deux problématiques centrales de ce travail de thèse. Un code pseudo-2D basé sur une formulation corrotationnelle avec gestion du contact en dynamique rapide est développé. Il permet de donner les premières influences sur les paramètres de conception des absorbeurs de manière à orienter le choix de triggers par exemple ou de pré-délaminage. Sur la base de ce module numérique dédié à la simulation d'absorbeur-tests et des différentes configurations géométriques, de choix de triggers et de lois des matériaux, il apparaît que le délaminage et la fragmentation ne sont pas naturellement couplés. En revanche, ces configurations d'interactions réelles ont lieu très souvent et sont observées expérimentalement. Les cas extrêmes où il n'y a que de la fragmentation activée ou que du délaminage ne sont pas des configurations réalistes (voir Figure 6.17) et la simulation mixte en considérant les effets de vitesses interfaciales identifiés auparavant et la fragmentation équivalente ne suffisent pas à reproduire ces interactions réelles. En effet, les deux cas extrêmes sont purement numériques puisque ce sont des cas idéalisés, le cas mixte montre une situation où il y a des zones déjà délaminées avec des interplis en phase de fragmentation (zones rose puis rouge) ainsi que des zones de fragmentation sans délaminage. Ces premières tendances permettent ainsi de s'interroger sur la pertinence d'une loi de couplage fragmentation/délaminage en tant que loi constitutive non locale, c'est ce qui est poursuivi actuellement dans la thèse de N. Feld qui fait suite à ces travaux. Enfin, ces résultats préliminaires à l'échelle mésoscopique permettent d'illustrer la difficulté de développer un scénario optimal de dégradation évitant des ruptures structurales prématurées et profitant des différentes sources de dégradations des composites tout au long du processus d'impact.

Conclusions et Perspectives

Les besoins en modèle de prévision de la tenue des matériaux et structures composites ont généré de très nombreuses études ces vingt dernières années. Dans le but d'obtenir des modèles prédictifs et robustes, celles-ci s'orientent de plus en plus vers la prise en compte des mécanismes microscopiques de déformation, d'endommagement et de rupture et vers l'intégration de ces mécanismes dans des modèles mésoscopiques autorisant le calcul de structures et exploitables dans des codes de calculs industriels. C'est dans l'optique de prolonger ces approches et pour permettre la prévision de l'absorption d'énergie des structures stratifiées que ce travail a été engagé. Celui-ci s'appuie donc sur une large littérature en micro-mécanique de la fragmentation des composites et de la fissuration par délaminage sous sollicitations statiques et dynamiques. Le pari, qui reste à justifier dans une plus large mesure, est qu'il était possible de définir des caractéristiques moyennes à l'échelle du pli pour des phénomènes qui dépendent de caractéristiques fondamentalement microscopiques et surtout de celles associées aux défauts des fibres. Deux phénomènes principaux ont été étudiés, l'énergie absorbée par fragmentation et la propagation dynamique de fissures de délaminages. Une première étude de l'interaction de ces deux phénomènes et de l'influence des triggers/déclencheurs a également été engagée dans le contexte d'un absorbeur-test.

Il a été en particulier montré, à partir d'une analyse statistique sur une plage de défauts réalistes que, alors que le mécanisme microscopique de bande de pliage (identifié comme le précurseur majeur de la fragmentation, mode de rupture (a)) était gouverné essentiellement par les défauts de fibres, l'énergie dissipée associée ainsi que la taille des bandes de pliages était quant à elle relativement indépendante de ces défauts. À l'inverse, les contraintes pics d'instabilité héritent de la même statistique que les défauts, une loi de Weibull rend compte de cette dispersion. Par ailleurs, l'analyse de la réponse d'une bande de pliage jusqu'à la fragmentation nous a conduits à proposer (dans une approche 1D pour le moment) un modèle inélastique HPP discret à écrouissage négatif et endommagement non-local à l'échelle mésoscopique. Cette proposition permet une représentation homogénéisée du phénomène tout en conservant les mêmes influences sur les paramètres clés évoqués précédemment. L'écrouissage négatif s'explique à la fois par le rôle de la matrice et par les rotations des fibres lors du pliage, alors que l'endommagement non-local s'explique par la prise en compte de ruptures fragiles de fibres sur des longueurs liées à la taille usuelle d'un fragment (cet aspect non-local trouvera tout son intérêt pour la prise en compte de distributions de contraintes pics dans un pli complet, ce qui devra faire l'objet de validations ultérieures).

Du point de vue du délaminage, il a été montré, en utilisant un montage expérimental simple sur une configuration de mode II, que les résultats obtenus

s'expliquaient vraisemblablement par des effets de vitesse au niveau interfacial. En particulier, une campagne d'essai sous sollicitation quasi-statique et dynamique sur la même configuration a montré qu'un modèle mésoscopique interfacial classique (évolution quasi-statique de l'endommagement) ne permet pas de rendre compte des ralentissements de fissuration constatés expérimentalement. Ces effets de vitesses ne peuvent être imputés uniquement aux seuls effets d'inertie et sont donc propres au matériau interfacial. Ces travaux ont impliqué de nombreux développements du point de vue de la mesure de champ et du suivi de fissure, travaux menés en étroite collaboration avec François Hild. Dans la lignée d'études précédentes, un modèle d'endommagement à taux limité a été proposé et identifié, il conduit à des comparaisons essais/calculs jugés satisfaisantes même si d'autres confrontations seraient souhaitables pour valider complètement le modèle (cas du mode I et mixte). Ce modèle a été privilégié en raison de son adéquation avec les modèles utilisés en mécanique de la fissuration dynamique, car il permet de conserver le lien et une interprétation des paramètres cohérente avec la physique locale de l'interphase microscopique.

Enfin, dans l'étude préliminaire sur l'interaction des deux phénomènes sur une configuration d'« absorbeur-test », les premiers résultats indiquent l'importance majeure des imperfections et des triggers introduits pour piloter le scénario et les mécanismes d'absorption. Bien que très préliminaires, nous considérons ces premiers résultats comme encourageants et c'est pourquoi des travaux complémentaires ont été engagés dans le cadre d'un projet ANR intitulé *Vulcomp*. Ce projet implique en particulier les travaux de thèse de Nicolas Feld, qui se situent dans le prolongement direct de ceux engagés dans cette thèse. Ils concernent à la fois les développements de ces approches dans le cadre de sollicitations multiaxiales et le traitement numérique robuste de ces phénomènes de détérioration complexe.

Ainsi, les perspectives de ce travail peuvent être regroupées par thématique :

- Investigation expérimentale des effets de vitesse de mode I et mixte en dynamique rapide.
- Développement de méthodes d'identification directe en statique et en dynamique par exemple par la corrélation d'images et une méthode d'écart à l'équilibre [Périé et al \(2009.\)](#) ou encore utiliser des méthodes basées sur l'erreur en relation de comportement en dynamique [Nguyen et al \(2006.\)](#). En particulier, ce type de méthode pourrait permettre d'accéder directement aux paramètres d'initiation et de propagation du modèle d'endommagement.
- Investigation de la modélisation de l'interaction fragmentation/délaminage dans un contexte de modèle de pli élasto-plastique endommageable (où des bandes de pliages 3D peuvent apparaître dans les plis épais, voir [Figure 6.18](#)).
- Traitement numérique adapté dans la phase de post-crétion des fragments.
- Investigation expérimentale et proposition de modèles prenant en compte d'autres effets de vitesse éventuels dans le comportement des plis par exemple.

En particulier, pour le troisième point, des pistes sont d'ores et déjà proposées dans le chapitre 6 pour une vision couplée des phénomènes et leur interaction. Cette base pourra être utilisée par la suite pour l'investigation des types (c) de rupture. La transition vers un type (c) est accentuée par la présence de chargements mixtes, d'endommagement diffus de la matrice et de supports matriciels thermoplastiques. Ainsi la poursuite des travaux microscopiques est en cours (voir [Feld \(2008\)](#)), portant notamment sur l'effet de l'endommagement diffus,

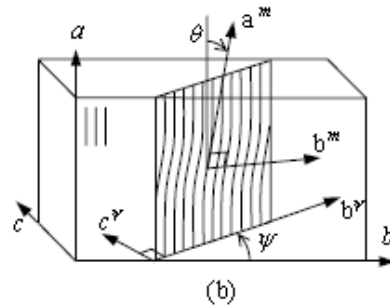


Figure 6.18: Schéma d'une bande de pliage se développant dans un plan quelconque 3D, non coplanaire au plan du pli unidirectionnel.

l'effet d'un chargement macroscopique combiné compression/cisaillement de manière à évaluer la cohérence avec les enveloppes de ruptures macroscopiques constatées expérimentalement.

Enfin, pour compléter le dernier point évoqué, le besoin en lois de comportement incluant la dépendance aux vitesses de déformation peut être justifié par le fait d'observer classiquement et systématiquement des valeurs de force pic et d'énergie spécifique d'absorption plus faibles entre deux configurations semblables testées en quasi-statique et en dynamique. Les effets dynamiques d'inertie (dûs au montage dynamique) mis à part, ces effets sont loin d'être négligeables. Deux contributions vont dans ce sens dans ce travail pour la prise en compte du délaminage avec effet dynamique et la rupture en compression. Néanmoins, il est impératif de développer des modèles de comportement pour le pli complet également incluant ces effets (ces points sont abordés dans *Vul-comp*) :

- matrice élasto-visco-plastique ; des essais préliminaires ont déjà montré ces tendances.
- fragmentation dynamique (des pistes d'interprétation figurent dans [Fan et Slaughter \(1997\)](#)) et transitions entre les modes (a), (b) et (c) selon la vitesse de déformation $\dot{\epsilon}$.

Troisième partie

Annexes

Annexe A

Dans cette annexe, les détails de l'obtention des formules analytiques pour les longueurs caractéristiques du modèle de délaminage sont exposés. Pour obtenir les solutions quasi-stationnaires de propagation pour l'éprouvette CLS modifiée (voir Figure 6.19), une cinématique de type poutre 1D est utilisée pour un des deux bras (section $S = b \times h$) sollicité en traction dynamique et lié à un support infiniment rigide par une couche d'interface élastique endommageable sur la longueur $(L - a)$. Les seules hypothèses sur l'avancée de fissure sont que l'on considère d'une part que la propagation est quasi-stationnaire (vis à vis de l'abscisse x) et que la poutre est de longueur infinie. Cette poutre a un comportement élastique pur en traction/compression tel que dans (6.27a). La contrainte de cisaillement interfaciale τ_{int} générée par la présence de l'interface élastique endommageable est définie dans (6.27b) et la loi d'évolution de l'endommagement (6.27c) est exprimée en termes de déplacement d'après (2.29). Le domaine \mathbf{C} défini dans (6.28a) est le domaine de régularité de tout champ de déplacement admissible u^* sur $[0, L[$.

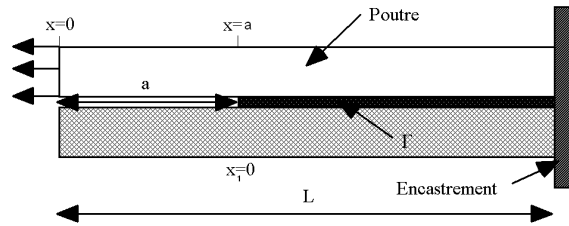


Figure 6.19: Exemple 1D utilisé pour le contrôle numérique de la process zone dans la configuration CLS en dynamique transitoire.

$$N = ESu_{,x} \quad (6.27a)$$

$$\tau_{int} = k_t^0(1 - d)u \quad (6.27b)$$

$$d = \left(\frac{Y}{Y_c}\right)^\alpha = \left(\frac{u}{u_c}\right)^n \quad \text{avec } (n = 2\alpha) \quad (6.27c)$$

Les équations de l'équilibre dynamique sont disposées dans (6.28b). Pour la partie non-endommagée $[0, a[$ l'équation est (6.28c) et pour la partie endommagée $[a, +\infty[$ on a l'équation (6.28d). Les hypothèses utilisées dans cette étude sont :

- la position de la pointe de la fissure $a(t)$ est définie avec la condition $d(x = a) = 1$, ce qui correspond à la limite de la zone totalement dégradée,
- la propagation se fait en régime stationnaire, ce qui implique que le contenu mécanique est identique quelles que soient les positions de la fissure,
- la longueur de l'éprouvette CLS a aucun effet sur l'état de propagation, ce qui revient à considérer une longueur L de bras infinie,

– l'amplitude de la vitesse de fissuration instantanée ne dépend pas de la position courante.

$$\mathbf{C} = \left\{ u/C^0 \text{ and } C^1 \text{ on }]0, a[\cup]a, +\infty[, \int_0^{+\infty} u^2 dx < +\infty, \int_0^{+\infty} (u_{,x})^2 dx < +\infty \right\} \quad (6.28a)$$

$$\forall u^* \in \mathbf{C} : - \int_0^{+\infty} N u^*_{,x} dx - \int_a^{+\infty} \tau_{int} u^* dx + F u^*(0) = - \int_0^{+\infty} \rho h \ddot{u} u^* dx \quad (6.28b)$$

$$\forall x \in [0, a[: E h u_{,xx} = \rho h \ddot{u} \quad (6.28c)$$

$$\forall x \in]a, +\infty[: E h u_{,xx} - k_t (1 - d) u = \rho h \ddot{u} \quad (6.28d)$$

Avec les conditions limites suivantes (6.29a), (6.29b) et (6.29c), où $[x]$ désigne le saut de la quantité x de part et d'autre de l'interface.

$$[u](x = a) = 0 \quad (6.29a)$$

$$[N(x = a)] = 0 \implies [u]_{,x}(x = a) = 0 \quad (6.29b)$$

$$N(x = 0) = -F \implies E h u_{,x}(x = 0) = -F \quad (6.29c)$$

D'après le choix de lieu de pointe de fissure $d(x = a(t)) = 1$, le changement de variable usuel $x_1 = x - a(t)$ permet de traiter la solution sur tout le domaine sans dépendance en x , où le paramètre $a(t) = a_0 + \dot{a}t$ représente la zone de fissuration courante. Cela permet de simplifier les équations différentielles (6.30) et de dériver un problème équivalent seulement dépendant de la nouvelle variable spatiale x_1 .

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x_1} \quad \text{et} \quad \frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_1} \frac{\partial x_1}{\partial t} = -\dot{a} \frac{\partial}{\partial x_1} \quad (6.30)$$

Le champ de déplacement est cherché sous la forme $u(x, t) = u(x_1)$. Sur $[0, +\infty[$ en particulier, l'équation (6.28d) peut être écrite à nouveau tel que dans (6.31) :

$$\forall x_1 > 0 : h[E - \rho(\dot{a})^2] \frac{d^2 u}{dx_1^2} - k_t \left(1 - \left(\frac{u}{u_c}\right)^n\right) u = 0 \quad (6.31)$$

$$\iff \frac{d}{dx_1} \left\{ \frac{1}{2} h[E - \rho(\dot{a})^2] \left(\frac{du}{dx_1}\right)^2 - k_t \frac{u^2}{2} \left(1 - \frac{2}{n+2} \left(\frac{u}{u_c}\right)^n\right) \right\} = 0 \quad (6.32)$$

$$\iff \frac{\partial}{\partial x_1} \left\{ \left(\frac{dv}{dx_1}\right)^2 - \frac{v^2}{l^2} \left(1 - \frac{2}{n+2} v^n\right) \right\} = 0 \quad (6.33)$$

$$\text{avec } : l = \frac{h(E - \rho\dot{a}^2)}{k_t} \quad (6.34)$$

On notera par la suite le paramètre l homogène à une longueur tel que défini dans (6.34). La résolution de (6.33) en termes de $v = \frac{u}{u_c}$ est effectuée. L'équation donnée en (6.38) peut être intégrée moyennant une hypothèse de nullité de v à l'infini ($x_1 \rightarrow \infty$) et que le champ v est considéré strictement positif et une fonction croissante de la variable x_1 . L'expression de $v(x_1)$ est alors obtenue à une constante d'intégration C près. Cette constante est déterminée par la condition aux limites telle que $v(x_1) = 1$ et par la définition de la longueur caractéristique L_c de la process zone telle que $L_c = \frac{l}{n}$.

$$\forall x_1 > a : \frac{dv}{dx_1} = -\frac{v}{l} \sqrt{1 - \frac{2}{n+2} v^n} \quad (6.35)$$

$$\iff \frac{2}{n} \tanh^{-1}[\sqrt{(1 - \frac{2}{n+2} v^n)}] = \frac{x_1}{l} + C \quad (6.36)$$

$$\iff \forall x_1 > a : v(x_1) = \left\{ \frac{n+2}{2} (1 - \tanh^2(\frac{nx}{2l} + \tanh^{-1}[\sqrt{\frac{n}{n+2}}])) \right\}^{\frac{1}{n}} \quad (6.37)$$

$$\iff \forall x_1 > a : d(x_1) = \frac{n+2}{2} (1 - \tanh^2(\frac{nx}{2l} + \tanh^{-1}[\sqrt{\frac{n}{n+2}}])) \quad (6.38)$$

Cette seconde partie est dédiée à l'établissement du critère d'instabilité de l'interface $\dot{\tau}^0 = 0$ avec $\tau \neq 0$ et notamment son expression en fonction des différents paramètres du modèle interfacial proposé. En utilisant les équations constitutives de la loi interfaciale (2.27) et (2.29), le critère local d'instabilité pour le mode II pur s'écrit selon l'équation (6.39a) en considérant la loi interfaciale endommageable. Ce critère donne la valeur correspondante de la variable d'endommagement au point d'instabilité (dans le cas présent, on obtient $d = \frac{1}{2}$) et de la valeur coorespondante de la contrainte seuil d'instabilité τ_0 équivalente au modèle extrinsèque de zone cohésive dans (6.39b).

$$\dot{\tau}_{cdm}^0 = 0 \implies (1 - d) = 2Y \frac{\partial d}{\partial Y} \quad (6.39a)$$

$$d|_{\dot{\tau}_{int}=0} = \frac{1}{1 + 2\alpha} \text{ et } \tau_{cdm}^0 = \sqrt{\frac{3}{8} k_t^0 Y_c} \quad (6.39b)$$

Annexe B

Cette annexe est dédiée à l'établissement des formules de mécanique de la rupture utilisées pour la technique d'identification utilisant la corrélation d'images. Dans cette méthode, on compare un champ de déplacement mesuré et calculé par une technique de mesure de champs à un champ analytique asymptotique valable dans un environnement proche de la fissure. Si les formules classiques sont bien connues pour un matériau isotrope (Bui (1978)), le cas de matériaux orthotropes est plus difficile à envisager. Le champ asymptotique pour un matériau orthotrope a été proposé par Sih et al (1965) ; il s'agit de formes complexes. Néanmoins, on peut avoir accès aux termes de déplacement de corps rigide, aux termes singuliers correspondant aux modes I et II mais également au terme appelé T-stress non singulier. La base ainsi construite est composée de six vecteurs de base notés $\Psi_i(\underline{z})$. On considère un point matériel M environnant la pointe de fissure (Figure 6.20).

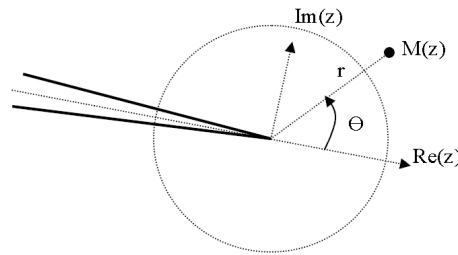


Figure 6.20: Schéma de la zone de pointe de fissure et coordonnées polaires d'un point environnant $M(\underline{z})$.

Remarque : Le cas traité permet de conserver l'hypothèse selon laquelle le tenseur de souplesse orthotrope s'exprime de la même façon dans le repère local lié à la fissure, aucune opération de rotation n'est nécessaire. En effet, la fissure de l'éprouvette CLS se propage dans la direction d'orthotropie longitudinale. Le tenseur de souplesse S (de taille 6×6) défini par la relation de comportement $\varepsilon = S\sigma$ possède les termes non nuls suivants :

$$S_{11} = \frac{1}{E_{11}} \quad (6.40)$$

$$S_{22} = \frac{1}{E_{22}} \quad (6.41)$$

$$S_{12} = \frac{-\nu_{21}}{E_{11}} \quad (6.42)$$

$$S_{66} = \frac{1}{G_{12}} \quad (6.43)$$

Dans le cas d'un matériau orthotrope dont les axes d'orthotropie coïncident avec les axes géométriques, on a $S_{16} = 0$ et $S_{26} = 0$. De plus, on observe la

tranche libre de l'éprouvette, l'hypothèse des contraintes planes est utilisée. L'équation caractéristique correspondante s'écrit alors :

$$S_{11}\mu^4 - 2S_{16}\mu^3 + (2S_{12} + S_{66})\mu^2 - 2S_{26}\mu + S_{22} = 0 \quad (6.44)$$

Les solutions de cette équation sont les paramètres μ_i de type complexes conjuguées deux à deux, tels que :

$$\mu_1 = i\sqrt{\alpha(\beta + \sqrt{\beta^2 - 1})} \quad (6.45)$$

$$\mu_2 = i\sqrt{\alpha(\beta - \sqrt{\beta^2 - 1})} \quad (6.46)$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{S_{22}}{S_{11}}} \quad (6.47)$$

$$\beta = \frac{1}{2} \frac{2S_{12} + S_{66}}{S_{11}} \sqrt{\frac{S_{11}}{S_{22}}} \quad (6.48)$$

On définit de plus :

$$p_1 = S_{11}\mu_1^2 + S_{12} - S_{16}\mu_1 \quad (6.49)$$

$$p_2 = S_{11}\mu_2^2 + S_{12} - S_{16}\mu_2 \quad (6.50)$$

$$q_1 = S_{12}\mu_1 + \frac{S_{22}}{\mu_1} - S_{26} \quad (6.51)$$

$$q_2 = S_{12}\mu_2 + \frac{S_{22}}{\mu_2} - S_{26} \quad (6.52)$$

$$(6.53)$$

Le champ local exprimé dans le repère lié à la fissure est cherché selon la décomposition suivante :

$$u(\underline{z}) = [\Psi_i(\underline{z})] \times \{U_i\} \quad (6.54)$$

$$\text{avec } U_i = \{U_1^{rb} \ U_2^{rb} \ \theta \ K_I \sqrt{\frac{2}{\pi}} \ K_{II} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \ T_s\}^t \quad (6.55)$$

où les vecteurs de base sont tels que :

$$\Psi_1(\underline{z}) = 1 \text{ (translation direction 1)}$$

$$\Psi_2(\underline{z}) = i \text{ (translation direction 2)}$$

$$\Psi_3(\underline{z}) = i\underline{z} \text{ (rotation } \theta)$$

pour les termes correspondant aux déplacements de corps rigides, et pour les termes singuliers prenant en compte les modes I et II :

$$\Psi_4(\underline{z}) = \sqrt{\|\underline{z}\|} \left(\Re \left[\frac{1}{\mu_1 - \mu_2} \{ \mu_1 p_2 \sqrt{\cos \theta + \mu_2 \sin \theta} + \mu_2 p_1 \sqrt{\cos \theta + \mu_1 \sin \theta} \} \right] \right)$$

$$\begin{aligned} & + i \Re \left[\frac{1}{\mu_1 - \mu_2} \left\{ \mu_1 q_2 \sqrt{\cos \theta + \mu_2 \sin \theta} + \mu_2 q_1 \sqrt{\cos \theta + \mu_1 \sin \theta} \right\} \right] \Bigg) \\ \Psi_5(\underline{z}) = & \sqrt{\|\underline{z}\|} \left(\Re \left[\frac{1}{\mu_1 - \mu_2} \left\{ p_2 \sqrt{\cos \theta + \mu_2 \sin \theta} - p_1 \sqrt{\cos \theta + \mu_1 \sin \theta} \right\} \right] \right. \\ & \left. + i \Re \left[\frac{1}{\mu_1 - \mu_2} \left\{ q_2 \sqrt{\cos \theta + \mu_2 \sin \theta} - q_1 \sqrt{\cos \theta + \mu_1 \sin \theta} \right\} \right] \right) \end{aligned}$$

Le dernier terme est le premier terme non-singulier de la série (lié au T-stress) :

$$\Psi_6(\underline{z}) = S_{11} \Re(\underline{z}) + i S_{12} \Im(\underline{z}) \quad (6.56)$$

La détermination des composantes optimales par la méthode des moindres carrés permet de retrouver les grandeurs caractéristiques de fissuration d'un matériau orthotrope par les équations suivantes :

$$G_{total} = G_I + G_{II} \quad (6.57)$$

avec le partitionnement en mode mixte :

$$G_I = -\frac{\pi k_1}{2} S_{22} \Im \left\{ \frac{k_1(\mu_1 + \mu_2) + k_2}{\mu_1 \mu_2} \right\} \quad (6.58)$$

$$G_{II} = \frac{\pi k_2}{2} S_{11} \Im \{ k_2(\mu_1 + \mu_2) + k_1 \mu_1 \mu_2 \} \quad (6.59)$$

$$\text{en posant : } k_i = \frac{K_i}{\sqrt{\pi}} \quad (6.60)$$

En particulier, l'orthotropie du matériau considéré a pour conséquence directe le couplage dans les expressions de chacun des termes G_{Ic} et G_{IIc} , ce qui n'est pas le cas pour un matériau élastique isotrope [Bui \(1978\)](#).

Annexe C

Cet annexe est dédiée à la description des équations constitutives et de la programmation du code absorbeur-test en configuration corrotationnelle, d'après Felippa (2000.).

La matrice \mathbf{G} est dite matrice gyroscopique et est définie par :

$$\mathbf{G} = \int_V 2\rho\phi_e^t \boldsymbol{\Omega} \phi_e dV \quad (6.61)$$

La matrice \mathbf{N} est dite matrice de rigidification centrifuge et est définie par :

$$\mathbf{N} = \int_V \rho\phi_e^t \boldsymbol{\Omega}^2 \phi_e dV \quad (6.62)$$

La matrice \mathbf{P}_Ω est dite matrice de rigidification d'accélération angulaire et est définie par :

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_\Omega &= \int_V \rho\phi_e^t \dot{\boldsymbol{\Omega}} \phi_e dV \\ &= \frac{1}{2} \dot{\mathbf{G}} \end{aligned} \quad (6.63)$$

Le vecteur r définit le vecteur des forces d'inerties supplémentaire tel que :

$$r = - \int_V \rho\phi_e^t \{ \mathbf{R}^t \ddot{s} + \dot{\boldsymbol{\Omega}} x + \boldsymbol{\Omega}^2 x \} dV \quad (6.64)$$

Les termes matriciels suivants peuvent être détaillés :

$$\boldsymbol{\Omega} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_3 & \omega_2 \\ \omega_3 & 0 & -\omega_1 \\ -\omega_2 & \omega_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (6.65)$$

avec $\dot{\mathbf{R}} = \mathbf{R}\boldsymbol{\Omega}$.

Soient les matrices suivantes \mathbf{P} , \mathbf{T}_n et \mathbf{T}_0 :

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 & -0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0 & -0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.5 & 0 & 0 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & -0.5 & 0 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6.66)$$

et

$$\mathbf{T}_0 = \begin{bmatrix} \cos(-\theta_0) & -\sin(-\theta_0) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \sin(-\theta_0) & \cos(-\theta_0) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos(-\theta_0) & -\sin(-\theta_0) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin(-\theta_0) & \cos(-\theta_0) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6.67)$$

et

$$\mathbf{T}_n = \begin{bmatrix} \cos(-\theta_n) & -\sin(-\theta_n) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \sin(-\theta_n) & \cos(-\theta_n) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos(-\theta_n) & -\sin(-\theta_n) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin(-\theta_n) & \cos(-\theta_n) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6.68)$$

avec pour un élément donné de degrés de liberté $X_0 = u_1, v_1, w_1, u_2, v_2, w_2$, les angles sont respectivement $\theta_n = \tan^{-1}(v_2^n - v_1^n, u_2^n - u_1^n)$ et $\theta_0 = \tan^{-1}(v_2^0 - v_1^0, u_2^0 - u_1^0)$.

Enfin, pour calculer les déplacements dits « déformants » notés u_{def} , on a :

- pour les degrés de liberté de translation : $u_{def}^{translation} = \mathbf{T}_n \mathbf{P} X_n - \mathbf{T}_0 \mathbf{P} X_0$
- pour les degrés de liberté de rotation : $u_{def}^{rotation} = [0, 0, rot1, 0, 0, rot2]$

où l'on pose :

$$\mathbf{Rot} = \begin{bmatrix} \cos(w_n^1) & -\sin(w_n^1) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \sin(w_n^1) & \cos(w_n^1) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos(w_n^2) & -\sin(w_n^2) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin(w_n^2) & \cos(w_n^2) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6.69)$$

et $Rd = \mathbf{T}_n \cdot \mathbf{Rot} \cdot \mathbf{T}'_0$.

$$\begin{aligned} rot1 &= \tan^{-1}(Rd(2), Rd(1)) - w_0^1 \\ rot2 &= \tan^{-1}(Rd(5), Rd(4)) - w_0^2 \end{aligned}$$

d'où la formule de u totale. On procède de même pour les termes de vitesses angulaires et de centre de rotation. Les matrices additionnelles \mathbf{P}_Ω , \mathbf{N} et \mathbf{G} peuvent alors être calculées, les vecteurs des forces internes et externes dans le repère global s'expriment alors par :

$$\begin{aligned} F_{int}^{local} &= (\mathbf{K} + \mathbf{P}_\Omega + \mathbf{N}) \cdot u + G \cdot \dot{u} \\ F_{int}^{global} &= \mathbf{T}'_n \cdot \mathbf{P}' \cdot F_{int}^{local} \\ F_{ext}^{global} &= \mathbf{T}'_n \cdot \mathbf{P}' \cdot F_{ext}^{local} \end{aligned}$$

avec : $\mathbf{P} = \mathbf{P} - \mathbf{SS} \cdot \mathbf{GG}$

\mathbf{P} est l'opérateur de projection qui permet de passer des degrés de liberté déformants purs aux degrés de libertés totaux. \mathbf{SS} et \mathbf{GG} sont des matrices élémentaires tenant compte des rotations rigides (ou spins). De même, pour la matrice masse locale (diagonalisée par la méthode HRZ) :

$$\mathbf{M}^{global} = \mathbf{T}_n' \cdot \mathbf{M}^{local} \cdot \mathbf{T}_n \quad (6.70)$$

Tous les termes sont ainsi exprimés dans le repère global pour chaque élément, on peut procéder à l'assemblage du problème complet et enfin à l'intégration explicite temporelle d'après le schéma des différences centrées (Newmark avec $\gamma = 0.5$ et $\beta = 0$).

Bibliographie

- Abedi R, Haber R, Petracovici B (2006) A spacetime discontinuous Galerkin method for elastodynamics with element-level balance of linear momentum. *Computational Methods for Applied Mechanics and Engineering* 195 :3247–3273.
- Achenbach JD, Bazant ZP (1975) Elastodynamic near-tip stress and displacement fields for rapidly propagating cracks in orthotropic materials. *Journal of Applied Mechanics* 42(1) :183–189.
- Adda L (2006.) Mise au point d'une méthode optique pour le suivi de propagation de délaminage dans les composites. Tech. rep., Rapport de stage IW/SP/ME
- Alfano G, Crisfield M (2001) Finite element interface models for delamination analysis of laminated composites : mechanical and computational issues. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 50 :1701–1736.
- Aliyu AA, Daniel IM (1985) Effects of strain rate on delamination fracture toughness of graphite/epoxy. *Delamination and debondings of materials*, STP 876(ASTM), Philadelphia, WS Johnson editor pp 336–348.
- Allix O, Corigliano A (1996) Modeling and simulation of crack propagation in mixed-modes interlaminar fracture specimens. *International Journal of Fracture* 77(2) :111–140.
- Allix O, Deü JF (1997) Damage mesomodelling for the fracture prediction of laminated composites under dynamic loading. *Engineering Transactions* 29-46 eds 45(1) :1148–1155.
- Allix O, Ladevèze P (1992) Interlaminar interface modelling for the prediction of delamination. *Composite Structures* 22(4) :235–242.
- Allix O, Saint-Aimé O (2001) Damageable interface for dynamic crack propagation : comparison with linear fracture mechanics. In : 2nd Int. Conference on Fracture and Damage Mechanics, M. Guagliano and M.H. Aliabadi Eds, Hoggar, pp 365–370.
- Allix O, Ladevèze P, Vittecoq E (1994) Modelling and identification of the mechanical compression behaviour of composite laminates. *Composites Science and Technology* 51(1) :35–42.
- Allix O, Daudeville L, Neau JL, Ladevèze P (1995) Necessity of using damage mechanics for the analysis of delamination specimens. In : COMPLAS IV : 4th International Conference on Computational Plasticity and Fundamentals and Applications, Barcelona, pp 1057–1068.
- Allix O, Lévêque D, Perret L (1998) Interlaminar interface model identification and forecast of delamination in composite laminates. *Composites Science and Technology* 58(5) :671–678.

- Allix O, Guimard JM, Feld N (2008.) Modeling of the degradation of laminates under impact : some keypoints. In : Proceedings of the 22nd International Congress of Theoretical and Applied Mechanics. Adélaïde, Australia.
- Andrieux S, Bamberger Y, Marigo JJ (1986) Un modèle de matériau microfissuré pour les roches et les bétons. *Journal de Mécanique Théorique et Appliquée* 5(3) :471–513.
- Azzi VD, Tsai SW (1965) Anisotropic strength of components. *Experimental Mechanics* 5 :286–288.
- Bai J, Phoenix SL (2005) Compressive failure model for fiber composites by kink band initiation from obliquely aligned, shear-dislocated fiber breaks. *International Journal of Solids and Structures* 42 :2089–2128.
- Barbezat M (1990.) Influence de la vitesse de sollicitation sur le comportement de composites à matrices époxydes. PhD thesis, EPFL Lausanne
- Barenblatt GI (1962) The mathematical theory of equilibrium of cracks in brittle fracture. *Advances in Applied Mechanics* 7 :55–129.
- Belytschko T, Black T (1999) Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 45(5) :601–620.
- Belytschko T, Hughes J (1983) *Computational methods for transient analysis*. North-Holland
- Benzeggagh ML, Aboura Z (1991) Délaminage mode I et II de composites à renfort tissu sollicités à faibles et grandes vitesses. *Journal de Physique III* pp 1927–1951.
- Berbinau P, Soutis C, Goutas P, Curtis PT (1999) Effect of off-axis ply orientation on 0°-fibre microbuckling. *Composites : Part A* 30 :1197–1207.
- Besnard G, Hild F, Roux S (2006.) "Finite-element" displacement fields analysis from digital images : application to Portevin-Le Châtelier bands. *Experimental Mechanics* 46(6) :789–804
- Bisagni C (2002) Crashworthiness of helicopter subfloor structures. *International Journal of Impact Engineering* 27 :1067–1082.
- Bisagni C, Di Pietro G, Frascini L, Terletti D (2005) Progressive crushing of fiber-reinforced composite structural components of a formula one racing car. *Composite Structures* 68(4) :491–503.
- Bratov V, Petrov Y (2007) Application of incubation time approach to simulate dynamic crack propagation. *International Journal of Fracture* 146 :53–60.
- Broberg KB (1995) Dynamic crack propagation in a layer. *International Journal of Solids and Structures* 32(6/7) :883–896.
- Bui HD (1978) *Mécanique de la Rupture Fragile*. Masson.
- Camacho GT, Ortiz M (1996) Computational modelling of impact damage in brittle materials. *International Journal of Solids and Structures* 33(20-22) :2899–2938.
- Caron JF, Diaz-Diaz A, Carreira R, Chabot A, Ehrlacher A (2006.) Multi-particle modelling for the prediction of delamination in multi-layered materials. *Composites Science and Technology* 66 :755–765
- Carpenter NJ, Taylor RL, Katona MG (1991) Lagrange constraints for transient finite element surface contact. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 32(1) :103–128.

- Chang FK, Chang KY (1987) A progressive damage model for laminated composites containing stress concentrations. *Journal of Composite Materials* 21 :834–855.
- Choi HY, Chang FK (1992) A model for predicting damage in graphite/epoxy laminated composites resulting from low-velocity point impact. *Journal of Composite Materials* 26(14) :2134–2169.
- Choi NS (2000) Effects of impact loading rate on the delamination behavior of composites laminates. *Key Engineering Materials*, Trans Tech Publications, Suisse 183-187 :247–252.
- Coker D, Rosakis AJ (2001.) Experimental observations of intersonic crack growth in axisymmetrically loaded unidirectional composites plates. *Philosophical Magazine A* 81(3)
- Corigliano A, Allix O (2000) Some aspects of interlaminar degradation in composites. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 185 :203–224.
- Corigliano A, Ricci M (2001) Rate-dependent interface models : formulation and numerical applications. *International Journal of Solids and Structures* 38(2) :547–576.
- Corigliano A, Mariani S, Pandolfi A (2006) Numerical analysis of rate-dependent dynamic composite delamination. *Composites Science and Technology* 66 :766–775.
- Court G (2005.) Prédiction objective de la rupture ductile en grandes déformations sous sollicitation dynamique : Modèle d'épuisement plastique à taux limité. PhD thesis, ENS Cachan, LMT
- Coutellier D, Rozycki P (2001) Dimensionnement en dynamique rapide de multi-matériaux utilisés en aéronautique. *Mécanique & Industries* 2 :23–31.
- Crisfield MA (1981) A fast incremental/iterative solution procedure that handles snap-through. *Computers and Structures* 13 :55–62.
- Daridon L, Cochein B, Potier-Ferry M (1994) Modélisation d'un délaminage avec ponts de fibres dans différentes éprouvettes composites. In : *Comptes rendus des 9èmes Journées Nationales sur les Composites, JNC9*. J-P. Favre et A. Vautrin, Eds. St Etienne., pp 393–402.
- Davies P, Moulin C, Kausch HH, Fischer M (1990) Measurement of GIc and GIIC in Carbon/Epoxy composites. *Composites Science and Technology* 39 :193–205.
- Davila CG, Camanho PP, Rose CA (2005) Failure criteria for frp laminates. *Journal of Composite materials* 39(4) :323–345.
- Denoual C, Hild F (2002) Dynamic fragmentation of brittle solids : a multi-scale model. *European Journal of Mechanics A, Solids* 21 :105–120.
- Derumaux M (2004.) Sur la modélisation et simulation de liaisons soumises à des chocs pyrotechniques. PhD thesis, ENS Cachan, LMT
- Deudé V, Dormieux L, Kondo D, Pensée V (2002) Propriétés élastiques d'un milieu mésolfissuré. *Comptes Rendus Mécanique* 330 :587–592.
- Diaz-Diaz A, Caron JF, Carreira R (2002.) Software application for evaluating interfacial stresses in inelastic symmetrical laminates with free edges. *Composite Structures* 58 :195–208

- Diaz-Diaz A, Caron JF, Ehrlacher A (2007.) Analytical determination of the modes I, II and III energy release rates in a delaminated laminate and validation of a delamination criterion. *Composite Structures* 78 :424–432
- Dormegnien D, Coutellier D, Delsart D, Deletombe E (2001.) Etude au crash d'un composite stratifié : apport de la similitude. In : Actes du Cinquième Colloque National en Calcul de Structures, Giens, vol 2
- Drapier S, Grandidier JC, Potier-Ferry M (2001) A structural approach of plastic microbuckling in long fibre composites : comparison with theoretical and experimental results. *International Journal of Solids and Structures* 38 :3877–3904.
- Drugan WJ (2001) Dynamic fragmentation of brittle materials : analytical mechanics-based models. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 49 :1181–1208.
- Dugdale DS (1960) Yielding of steel sheets containing slits. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 8 :100–104.
- Dumouchel PE, Marigo JJ (2007.) Rupture dynamique ou rupture quasi-statique : quelques éléments de comparaison. In : Proceedings du 8ème Colloque national en calcul des structures, Giens
- Edgren F, Asp L, Bull PH (2004) Compressive failure of impacted NCF composite sandwich panels - Characterisation of the failure process. *Journal of Composite Materials* 38(6) :495–514.
- Effendi RR, J-J B, Guedra-Degeorges D (1995) Failure mechanism analysis under compression loading of unidirectional carbon/epoxy composites using micromechanical modelling. *Composite Structures* 31(2) :87–98.
- Esnault R (1996.) Evaluation au délamination de matériaux composites pour pales. Tech. rep., Rapport d'étude EADS CCR,DCR/M-63348/2-96
- Espinosa HD, Lu HC, Zavattieri PD, Dwivedi SK (2001) A 3-D finite deformation anisotropic visco-plasticity model for fiber composites. *Journal of Composite Materials* 35(5) :369–410.
- Falk ML, Needleman A, Rice JR (2001) A critical evaluation of cohesive zone models of dynamic fracture. *Journal de Physique IV France* 11 :43–50.
- Fan J, Slaughter WS (1997) High strain rate compression of fiber composites. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 45(5) :731–751.
- Farley GL, Jones RM (1992) Prediction on the energy-absorption capability of composite tubes. *Journal of Composite Materials* 26 :388–404.
- Feillard P (1999) Crash modelling of automotive structural parts made of composite materials. *Society of Automotive Engineers Transactions* 108(5) :200–208.
- Feld N (2008) Etude de l'interaction fragmentation/délamination pour l'absorption d'énergie dans les composites stratifiés. Master's thesis, Ens Cachan, LMT
- Felippa CA (2000.) A systematic approach to the element-independent corotational dynamics of finite elements. In : Course Notes CU-CAS-00-03, Center for Aerospace structures, College of Engineering, University of Colorado, Boulder
- Felippa CA, Haugen B (2005) A unified formulation of small-strain corotational finite elements : I. theory. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 194 :2285–2335.

- Ferrer JB (1997.) Contribution à l'évaluation du degré de mixité pour une fissure aux interfaces asymétriques. PhD thesis, EPFL Lausanne
- Fleck N, Deng L, Budiansky B (1995) Prediction of kink width in compressed fibre composites. *Journal of Applied Mechanics* 62 :329–337.
- Fleming DC (2001) Delamination modeling of composites for improved crash analysis. *Composite Structures* 35 :1777–1792.
- Fleming DC, Morrow C, Clarke CW, Bird CE (2006.) Finite element simulation of delamination with application to crashworthy design. In : Proceedings of the American Helicopter Society 62nd Annual Forum, Phoenix, AZ.
- Fond C, Schirrer R (2001) Influence of the crack speed on the fracture energy in amorphous and rubber toughened amorphous polymers. *Journal of Plastics Rubber and Composites* 30(3) :116–124.
- Forquin P, Rota L, Charles Y, Hild F (2004) A method to determine the toughness scatter of brittle materials. *International Journal of Fracture* 125(1) :171–187.
- Freund LB (1990) Dynamic fracture mechanics. Cambridge University Press.
- Gillespie JWJ, Carlsson LA, Smiley AJ (1987) Rate-dependent mode I interlaminar crack growth mechanisms in Graphite/Epoxy and Graphite/PEEK. *Composites Science and Technology* 28 :1–15.
- Glenn LA, Chudnovsky A (1986) Strain-energy effects on dynamic. *Journal of Applied Physics* 59 :1379–1380.
- Grady DE, Olsen ML (2003) A statistics and energy based theory of dynamic fragmentation. *International Journal of Impact Engineering* 29 :293–306.
- Grady DE, Winfree NA (2001) Impact fragmentation of high-velocity compact projectiles on thin plates : a physical and statistical characterization of fragment debris. *International Journal of Impact Engineering* 26 :249–262.
- Grenèche R, Ravalard Y, Coutellier D (2005) A method for crash tests on laminated composite scaled down models. *Applied Composite Materials*, Springer Publishers 12(6) :355–368.
- Griffith A (1924) The theory of rupture. In : 1st International Congress of Applied Mechanics, Delft, pp 55–63.
- Grégoire D, Maignre H, Réthoré J, Combescure A (2007) Dynamic crack propagation under mixed-mode loading : Comparison between experiments and X-FEM simulations. *International Journal of Solids and Structures* 44 :6517–6534.
- Guidault PA, Allix O, Champaney L, Cornuault C (2007) A multiscale extended finite element method for crack propagation. *Computer Methods in Applied Mechanics Engineering* 197(5) :381–399.
- Guillon D, Rivallant S, Barrau JJ, Petiot C, Thévenet P, Pechnik N (2007.) Etude des mécanismes d'absorption d'énergie dans les structures carbone-epoxyde. In : Comptes-Rendus des 15èmes Journées Nationales Composites
- Guimard JM (2007.) Quasi-static and dynamic interlaminar identification campaign and speed crack effect understanding in t700/m21 ud material. Tech. rep., Rapport interne EADS IW/SP/ME 2007-27144-1-IW-SP
- Guimard JM, Allix O, Pechnik N, Thévenet P (2007) Statistical energy and failure analysis of CFRP compression behaviour using a uni-axial microbuckling model. *Journal of Composite Materials* 41 :2807–2828.

- Guo C, Sun CT (1998) Dynamic mode-I crack-propagation in a carbon/epoxy composite. *Composites Science and Technology* 58 :1405–1410.
- Ha J, Nairn J (1992.) Compression Failure Mechanisms of Single-Ply, Unidirectional, Carbon-Fiber Composites. *SAMPE Quarterly* 23(29)
- Hamada H, Ramakrishna S, Satoh H (1995) Crushing mechanism of carbon fibre/peek composite tubes. *Composites* 26 :749–755.
- Hanagud S, Craig JI, Sriram P, Zhou W (1989) Energy absorption behavior of graphite epoxy composite sine webs. *Journal of Composite Materials* 23 :448–458.
- Haque A, Ali M (2005) High strain rate responses and failure analysis in polymer matrix composites - an experimental and finite element study. *Journal of Composite Materials* 39(5) :423–450.
- Hashin Z (1980) Failure criteria for unidirectional fibre composites. *Journal of Applied Mechanics* 47 :329–334.
- Hashin Z (1985) Analysis of crack laminates : a variational approach. *Mechanics of Materials* 4 :121–136.
- Hild F, Denoual C, Forquin P, Brajer X (2003) On the probabilistic-deterministic transition involved in a fragmentation process of brittle materials. *Computers and Structures* 81 :1241–1253.
- Hinton MJ, Kaddour AS, Soden PD (2004a) A further assessment of the predictive capabilities of current failure theories for composite laminates : comparison with experimental evidence. *Composites Science and Technology* 64 :549–588.
- Hinton MJ, Soden PD, Kaddour AS (2004b) Failure criteria in fiber-reinforced polymer composites : the World Wide Failure Exercise. Elsevier.
- Hochard C, Aubourg PA, Charles JP (2001) Modelling of the mechanical behaviour of woven-fabric cfrp laminates up to failure. *Composites Science and Technology* 61 :221–230.
- Huang XN, Hull D (1989) Effects of fibre bridging on GIc of a unidirectional Glass/Epoxy Composite. *Composites Science and Technology* 35 :283–299.
- Hug G, Baptiste D, Fitoussi J, Thévenet P (2003.) Analyse de l'endommagement dans des stratifiés carbone/epoxy soumis à un chargement de traction à vitesse élevée. In : *Comptes-Rendus des 13èmes Journées Nationales Composites, JNC13, AMAC*, pp. 513-521
- Hug G, Thévenet P, Planard P, Fitoussi J, Baptiste D (2005.) Ténacité à la rupture interlaminaire en mode I d'un stratifié unidirectionnel carbone/époxy soumis à un chargement à vitesse élevée. In : *Comptes-Rendus des JNC 14,AMAC*
- Hughes T, Hulbert G (1988) Space-time finite element methods for elastodynamics : Formulations and error estimates. *Computational Methods for Applied Mechanics and Engineering* 66 :339–363.
- Hulbert G, Hughes T (1990) Space-time finite element methods for second-order hyperbolic equations. *Computational Methods for Applied Mechanics and Engineering* 84 :327–348.
- Hull D (1991) A unified approach to progressive crushing of fibre-reinforced composite tubes. *Composites Science and Technology* 40 :377–421.

- Irwin GR (1957) Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate. *Journal of Applied Mechanics* 24(3) :361–364.
- Joannic R, Charter B (2000) A device for utilising the DCB test geometry at intermediate opening velocities. *Journal of Physics IV, France* pp 249–254.
- Johnson AF, Pickett AK (1999.) Impact and crash modelling of composite structures : a challenge for damage mechanics. In : *Proceedings of the Euro-Pam User conference*
- Kachanov L (1958) On creep rupture time. In : *Proc. Acad. Sci., number 8 in Div. Eng. Sci. USSR.*, pp 26–31.
- Kanninen M, Popelar C (1985) *Advanced fracture mechanics*. Oxford University Press
- Khondker OA, Herszberg I, Hamada H (2004) Measurements and prediction of the compression-after-impact strength of glass knitted textile composites. *Composites Part A* 35 :145–157.
- Kusaka T, Hojo M, Mai YW, Kurokawa T, Nojima T, Ochiai S (1998) Rate Dependence of Mode I Fracture Behaviour in Carbon-Fibre/Epoxy Composite Laminates. *Composites Science and Technology* 58 :591–602.
- Kyriakidès S, Ruff AE (1997) Aspects of the failure and postfailure of fiber composites in compression. *Journal of Composite Materials* 31(20) :2000–2037.
- Kyriakidès S, Arseculeratne R, Perry EJ, Liechti KM (1995) On the compressive failure of fiber reinforced composites. *International Journal of Solids and Structures* 32(6) :689–738.
- Ladevèze P (1986) Sur la mécanique de l'endommagement des composites. In : C.Bathias and D.Menkès (Eds.), *Comptes-rendus des JNC5, Paris, Pluralis Publication*, pp 667–683.
- Ladevèze P (1992) A damage computational method for composite structures. *Computers and Structures* 44(1) :79–87.
- Ladevèze P, Le Dantec E (1992) Damage modelling of the elementary ply for laminated composites. *Composites Science and Technology* 43(3) :257–267.
- Ladevèze P, Lubineau G (2002) An enhanced mesomodel for laminates based on micromechanics. *Composites Science and Technology* 62(4) :533–541.
- Ladevèze P, Lubineau G (2003) Pont entre les "micro" et "méso" mécaniques des composites stratifiés. *Comptes-Rendus Mécanique* 331 :537–544.
- Ladevèze P, Lubineau G, Marsal D (2006) Towards a bridge between the micro- and mesomechanics of delamination for laminated composites. *Composites Science and Technology* 66(6) :698–712.
- Lambros J, Rosakis AJ (1997) Dynamic crack initiation and growth in thick unidirectional graphite/epoxy plates. *Composites Science and Technology* 57 :55–65.
- Lee J, Soutis C (2005) Thickness effect on the compressive strength of T800/924C carbon fibre-epoxy laminates. *Composites : Part A* 36 :213–227.
- Lee SH, Waas AM (1999) Compressive response and failure of fiber reinforced unidirectional composites. *International Journal of Fracture* 100 :275–306.
- Lee SH, Yerramalli CS, Waas AM (2000) Compressive splitting response of glass-fiber reinforced unidirectional composites. *Composites Science and Technology* 60 :2957–2966.

- Leguillon D (1999.) Interface crack tip singularity with contact and friction. *Comptes-rendus de l'Académie des Sciences, Paris* 327(IIb) :437–442
- Leguillon D (2002) Strength or toughness? A criterion for crack onset at a notch. *European Journal of Mechanics and Solids* 21 :61–72.
- Leguillon D, Marion G, Harry R, Lécuyer F (2001.) The onset of delamination at stress-free edges in angle-ply laminates : analysis of two criteria. *Composites Science and Technology* 61 :377–382
- Lemaitre J, Chaboche JL (1988) *Mécanique des matériaux solides*. Dunod.
- Lubineau G, Ladevèze P (2008) Construction of a micromechanics-based intralaminar mesomodel, and illustrations in ABAQUS/standard. *Computational Materials Science* 43(1) :137–145.
- Lévêque D (1998.) Analyse de la tenue au délaminage des composites stratifiés : identification d'un modèle d'interface interlaminaire. PhD thesis, ENS Cachan, LMT
- Mamalis AG, Manolacos DE, Demosthenous GA, Ioannidis MB (1997) Analytical modelling of the static and dynamic axial collapse of thin-walled fibre-glass composite conical shells. *International Journal of Impact Engineering* 19(5-6) :477–492.
- Mamalis AG, Manolacos DE, Ioannidis MB, Papapostolou DP (2005) On the experimental investigation of crash energy absorption in laminate splaying collapse mode of FRP tubular components. *Composites Structures* 70 :413–429.
- Mamalis AG, Manolacos DE, Ioannidis MB, Papapostolou DP (2006) The static and dynamic axial collapse of CFRP square tube : Finite element modelling. *Composite Structures* 74(2) :213–225.
- Melenk JM, Babuska I (1996) The partition of unity finite element method : Basic theory and applications. *Computer Methods in Applied Mechanics Engineering* 139(1) :289–314.
- Moës N, Dolbow J, Belytschko T (1999) A finite element method for crack growth without remeshing. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 46(1) :131–150.
- Montagnier O, Hochard C (2005) Compression characterization of high-modulus carbon fibers. *Journal of Composite Materials* 39(1) :35–49.
- Morozov NF, Petrov YV (2006) Incubation time based testing of materials. *European Journal of Mechanics A/Solids* 25 :670–676.
- Narayanan S, Schadler LS (1999) Mechanisms of kink-band formation in graphite/epoxy composites : a micromechanical experimental study. *Composites Science and Technology* 59 :2201–2213.
- Needleman A (1988) Material rate dependence and mesh sensitivity in localization problems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 67 :69–85.
- Nguyen HM, Allix O, Feissel P (2006.) Application of the CRE for parameter identification in non-linear dynamics with corrupted measurements. In : 7th World Congress on Computational Mechanics, California, USA
- Oguni K, Tan CY, Ravichandran G (2000) Failure mode transition in unidirectional E-glass/Vinylester composites under multiaxial compression. *Journal of Composite Materials* 34(24) :2081–2097.

- Oliver J (1996) Modelling strong discontinuities in solid mechanics via strain softening constitutive equations. part 1 : Fundamentals. part 2 : Numerical simulation. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 39(21) :3575–3623.
- Oliver J (2000) On the discrete constitutive models induced by strong discontinuity kinematics and continuum constitutive equations. *International Journal of Solids and Structures* 37 :7507–7229.
- Paluch B (1994) Analysis of geometric imperfections in fibres for unidirectional fibre reinforced composites. In : *La Recherche Aéronautique*, vol 6, pp 431–448.
- Paluch B, Bouilly JM (1992-1993.) Analyse des imperfections géométriques dans les matériaux composites à renfort unidirectionnel : Première et Deuxième parties. Rapports ONERA-IMFL n°92/47 et 93/35
- Pandolfi A, Ortiz M (2002) An efficient adaptive procedure for three-dimensional fragmentation simulations. *Engineering with Computers* 18 :148–159.
- Parvizi A, Garrett KW, Bailey JE (1978) Constrained cracking in glass fibre-reinforced epoxy cross-ply laminates. *Journal of Material Science* 13 :195–201.
- Pechnik N (2005.) Modélisation du comportement dynamique des structures composites : Synthèse 2005. Tech. rep., Rapport EADS-IW-2005-27071/2-DCR/SP
- Pechnik N, Guimard JM, Allix O, Maison-Le-Poec S (2006.) Some issues on modelling and simulation of crash absorbers. In : CDCM06 - Conference on Damage in Composite Materials : Simulation and Non-Destructive Testing.
- Périé JN, Leclerc H, Roux S, Hild F (2009.) Digital image correlation and biaxial test on composite material for damage law identification. *International Journal of Solids and Structures* 46 :2388–2396
- Pinho ST, Davila CG, Camanho PP, Iannucci L, Robinson P (2005) Failure models and criteria for FRP under in-plane or three-dimensional stress states including shear non-linearity. NASA Technical Memorandum 213530, USA.
- Pinho ST, Iannucci L, Robinson P (2006) Physically-based failure models and criteria for laminated fibre-reinforced composites with emphasis on fibre kinking : Part I : Development and Part II : FE implementation. *Composites : Part A* 37 :63–73/766–777.
- Pinho ST, Robinson P, Iannucci L (2006.) Measuring the fracture toughness for different failure modes in laminated composites. In : *Proceedings of the Conference CompTest 2006*, Portugal
- Puck A, Schurmann H (2002) Failure analysis of FRP laminates by means of physically based phenomenological models. *Composites Science and Technology* 62 :1633–1662.
- Qiu Y, Crisfield MA, Alfano G (2001) An interface element formulation for the simulation of delamination with buckling. *Engineering Fracture Mechanics* 68 :1755–1776.
- Raous M, Chabrand L, Lebon F (1988.) Numerical methods for frictional contact problems and applications. *Journal de Mécanique Théorique et Appliquée*, Numéro spécial 1(7) :111–128
- Ravi-Chandar K (2004) *Dynamic Fracture*. Elsevier Ltd.

- Ravi-Chandar K, Knauss WG (1984) An experimental investigation into dynamic fracture ; II. Microstructural aspects. *International Journal of Fracture* 26 :65–80.
- Renard J, Jeggy T (1989.) Modélisation de la fissuration transverse dans les matériaux composites carbone/résine. In : Groupe de réflexion sur l'endommagement, Cetim, Senlis
- Réthoré J (2005.) Méthode éléments finis étendus en espace et en temps : application à la propagation dynamique des fissures. PhD thesis, Insa Lyon, LaMCos
- Rice JR (1968) A path independant integral and approximate analysis of strain concentration by notches and cracks. *Journal of Applied Mechanics* 35 :379–386.
- Riks E (1979) An incremental approach to the solution of snapping and buckling problems. *International Journal of Solids and Structures* 15 :529–551.
- Rosakis A, Samudrala O, Coker D (1999) Crack faster than the shear wave speed. *Science* 284(5418) :1337–1340.
- Rosen BW (1965) Mechanics of composites strenghtening. *Composite Materials*, ASME, Metals Park pp 37–75.
- Roux S, Hild F (2006) Stress intensity factor measurements from digital image correlation : post-processing and integrated approaches. *International Journal of Fracture* 140 :141–157.
- Saito H, Chirwa EC, Inai R, Hamada H (2002) Energy absorption of braiding pultrusion process composite rods. *Composite Structures* 55 :407–417.
- Samudrala O, Huang Y, Rosakis AJ (2002) Subsonic and intersonic shear rupture of weak planes with a velocity weakening cohesive zone. *Journal of Geophysical Research* 107(B8,2170) :1–32.
- Schellekens J, De borst R (1993) A non-linear finite element approach for the analysis of mode I-free edge delamination in composites. *International Journal of Solids and Structures* 30(14) :1239–1253.
- Shenoy VB, Kim KS (2003) Disorder effects in dynamic fragmentation of brittle materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 51 :2023–2035.
- Sih GC, Paris PC, Irwin GR (1965) On cracks in rectilinearly anisotropic bodies. *International Journal of Fracture Mechanics* 1 :189–203.
- Sivashanker S, Fleck NA, Sutcliffe MPF (1996) Microbuckle propagation in a unidirectional carbon fibre-epoxy matrix composite. *Acta materialia* 44(7) :2581–2590.
- Slaughter WS, Fan J, Fleck NA (1996) Dynamic compressive failure of fiber composites. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 44(11) :1867–1890.
- Smiley AJ, Pipes RB (1987) Rate effects on mode I interlaminar fracture toughness in composite materials. *Journal of composite materials* 21 :670–687.
- Soumahoro Z (2005.) Etude du couplage thermomécanique dans la propagation dynamique de fissure. PhD thesis, Ecole Polytechnique, LMS
- Soutis C, Curtis PT (2000) A method for predicting the fracture toughness of cfrp laminates failing by fibre microbuckling. *Composites : Part A* 31 :733–740.

- Strouboulis T, Babuskà I, Copps K (2000) The design and analysis of the generalized finite element method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 181 :43–69.
- Suffis A, Combescure A (2002) Modèle d'endommagement à effet retard, étude numérique et analytique de l'évolution de la longueur caractéristique. *Revue Européenne des éléments finis, Dynamique rapide* pp 593–619.
- Sutcliffe MPF, Fleck NA (1997) Microbuckle propagation in fibre composites. *Acta Materialia* 45(3) :921–932.
- Sutton M, Wolters W, Peters W, Ranson W, McNeill S (1983) Determination of displacements using an improved digital correlation method. *Image Vision Computing* 1(3) :131–139.
- Sutton M, Cheng M, Peters W, Chao Y, McNeill S (1986) Application of an optimized digital image correlation method to planar deformation analysis. *Image Vision Computing* 4(3) :143–150.
- Thévenet P (2004.) Propagation des délaminages sous chargement dynamique : conception des dispositifs expérimentaux pour les modes I et II de la mécanique de la rupture. Tech. rep., Rapport interne EADS-IW : 2004-27034/1-DCR/SE
- Thompson L, Pinsky P (1996.) A space-time finite element method for structural acoustics in infinite domains. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 132 :195–258
- Tryantafyllidis N, Maker BN (1985) On the comparison between microscopic and macroscopic instability mechanisms in a class of fiber reinforced composites. In : *ASME Transactions*, vol 52, pp 794–800.
- Tsai JL, Guo C, Sun CT (2001) Dynamic delamination fracture toughness in unidirectional polymeric composites. *Composites Science and Technology* 61 :87–94.
- Tsai SW, Wu EM (1971) A general theory of strength for anisotropic materials. *Journal of Composite Materials* 5 :58–80.
- Turon A, Davila CG, Camanho PP, Costa J (2005) An engineering solution for using coarse meshes in the simulation of delamination with cohesive zone models. NASA Technical Memorandum 213547, USA.
- Vincon I, Allix O, Sigety P, Auvray MH (1998) Compressive performance of carbon fibres : experiment and analysis. *Composites Science and Technology* 58(10) :1649–1658.
- Violeau D (2007.) Une stratégie de calcul pour l'analyse à l'échelle "micro" des endommagements jusqu'à rupture des composites stratifiés. PhD thesis, ENS Cachan, LMT
- Vogler TJ, Kyriakidès S (2001) On the initiation and growth of kink bands in fiber composites : Part I. experiments. *International Journal of Solids and Structures* 38 :2639–2651.
- Vogler TJ, Hsu SY, Kyriakidès S (2000) Composite failure under combined compression and shear. *International Journal of Solids and Structures* 37 :1765–1791.
- Vogler TJ, Hsu SY, Kyriakidès S (2001) On the initiation and growth of kink bands in fiber composites : Part ii. analysis. *International Journal of Solids and Structures* 38 :2653–2682.

- VT N, Caron JF (2006.) A new finite element for free edge effect analysis in laminated composites. *Computers and Structures* 84 :1538–1546
- Vural M, Ravichandran G (2004) Failure mode transition and energy dissipation in naturally occurring composites. *Composites : Part B* 35 :639–646.
- Xu XP, Needleman A (1994) Numerical simulations of fast crack growth in brittle solids. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 42 :1397–1434.
- Yaniv G, Daniel IM (1988) Height-tapered double cantilever beam specimen for study of rate effects on fracture toughness of composites. *Composite Materials : Testing and Design, ASTM STP 972* pp 241–258.
- Yuan J, Takeda N, Waas AM (2001) Compressive failure mechanism and impact behaviour of unidirectional carbon-fiber/vinyl ester composites. *Journal of Composite Materials* 35(16) :1470–1490.
- Yurgartis SW (1987) Measurement of small angle fibre misalignments in continuous fiber composites. *Composites Science and Technology* 30 :279–293.
- Zhou F, Molinari JF (2004) Stochastic fracture of ceramics under dynamic tensile loading. *International Journal of Solids and Structures* 41 :6573–6596.
- Zhou F, Molinari JF, Ramesh K (2005a) A cohesive-model based fragmentation analysis : effects of strain rate and initial defects distribution. *International Journal of Solids and Structures* 42(18-19) :5181–5207.
- Zhou F, Molinari JF, Shioya T (2005b) A rate-dependent cohesive model for simulating dynamic crack propagation in brittle materials. *Engineering Fracture Mechanics* 72 :1383–1410.

Résumé : Cette thèse est dédiée à l'étude théorique expérimentale et numérique de deux mécanismes majeurs gouvernant l'absorption d'énergie dans les structures composites stratifiées : la fragmentation et le délaminage. En matière de fragmentation, le modèle micro-mécanique de Fleck et Budiansky (1995) a été utilisé et discrétisé pour pouvoir intégrer les statistiques de défauts observées par Paluch (1994) et ainsi déterminer les caractéristiques principales à intégrer dans un comportement moyen. Celles-ci s'avèrent être une contrainte maximale de fragmentation dont la dispersion est de l'ordre de celle des imperfections géométriques, ainsi que des énergies dissipées et des longueurs de fragment quasi déterministes. Du point de vue du délaminage, une association d'essais de mode II sous sollicitation dynamique menant à des propagations sub-soniques, de suivi par caméra rapide et de traitement par mesure de champs, et des comparaisons essais/calculs conduisent à conclure à d'importants effets de vitesse interfaciaux. Un modèle d'endommagement à taux limité a été utilisé pour les reproduire. Celui-ci a permis d'en déduire un modèle de propagation de fissure de délaminage dynamique intégrant un paramètre de vitesse limite de fissuration. Enfin, des premières simulations pseudo-2D simplifiées d'absorbant ont permis d'étudier les interactions entre ces deux mécanismes. Qualitativement, la très grande influence de la nature des défauts géométriques introduits pour initier le délaminage est retrouvée.

Mots-clés : Composites, bandes de pliage, fragmentation, délaminage, dynamique rapide, endommagement/rupture, suivi de fissure, effets de vitesse.

Abstract : This research work is dedicated to the theoretical study of experimental and numerical issues related to two major degradation modes governing energy absorption in composite laminates : the ply fragmentation in compression and the dynamic delamination. For the fragmentation topic, the microscopic based model from Fleck et Budiansky (1995) has been used as the framework for a dedicated finite element approach well suited to introduce the statistics of fiber imperfections observed by Paluch (1994). It permits to calculate and quantify the main characteristics required to simulate a mean compression behavior at mesoscale. These characteristics are : a peak stress instability highly linked with the imperfection's magnitudes and Weibull dispersion modulus, but a dissipated energy and a fragment length which both remain quasi-deterministic. For the dynamic delamination topic, the extent to dynamic propagation within the sub-sonic range is studied on a mode-II simple configuration. An association of local crack monitoring and of dedicated field measurements methods are used to perform tests/simulations comparisons. Some quantitative evidences of important interfacial rate-effects are shown and give rise to the proposition of a rate-dependent interfacial CDM model based on a bounded damage rate. This kind of model has been studied carefully in such dynamic situations in order to derive an equivalent dynamic fracture mechanics criterion, with a crack speed limit parameter. Eventually, the two contributions are gathered in a research code developed for numerical simulation of simple absorbers with trigger shapes and materials parameters influences in terms of energy absorption. It permits to reproduce the important influence of geometric triggering to initiate the delamination process.

Keywords : Composites, kink-band, fragmentation, delamination, high speed dynamics, damage/fracture mechanics, crack speed follow-up, rate effects.