

# Maillage 3D de structures anatomiques pour la simulation électromagnétique et thermique

Julien Dardenne<sup>1,2</sup>

Directeurs : Rémy Prost<sup>1</sup> et Noël Burais<sup>2</sup>

Co-encadrants : Sébastien Valette<sup>1</sup> et Nicolas Siauve<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Université de Lyon, Creatis, CNRS UMR5220, Inserm U630; INSA-Lyon, Université Lyon 1, France.

<sup>2</sup> Université de Lyon, Ampère, CNRS UMR5005, Université Lyon 1, France.



Lyon 1

UNIVERSITÉ DE LYON



Creatis  
LRMN



Inserm

- 1 Contexte et motivations
- 2 Génération de maillages volumiques
- 3 Adaptation de maillages volumiques
- 4 Exemples d'applications et évaluations
- 5 Conclusions et perspectives

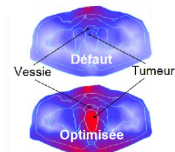
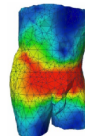
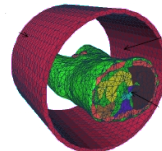
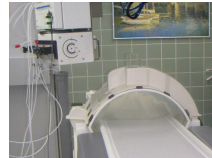


- 1 Contexte et motivations
- 2 Génération de maillages volumiques
- 3 Adaptation de maillages volumiques
- 4 Exemples d'applications et évaluations
- 5 Conclusions et perspectives

## But

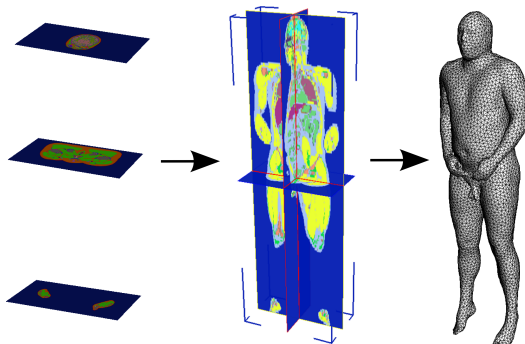
Quantifier les phénomènes électromagnétiques et thermiques induits dans le corps humain lors de son exposition à un rayonnement radiofréquence : 1 MHz à 3 GHz [Siauve04]

- Exposition volontaire : hyperthermie, IRM, ...
- Exposition involontaire : téléphonie mobile, wifi, applications industrielles (soudeuses RF), ..



## Notre approche

- Représentation volumique directe munie de "bonnes propriétés" pour le calcul par MEF.
- Densité locale du maillage en fonction de critères prédéfinis.



# Influence sur la simulation

Qu'est ce qu'un bon élément pour les éléments finis ?  
 [Shewchuk02]

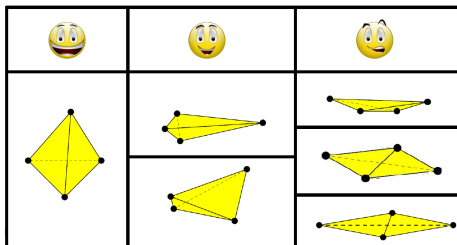
Maillage tétraédrique :

- Taille et forme des éléments



Méthode des éléments finis :

- Erreur d'interpolation,
- Erreur de discrétisation,
- Pénalise le conditionnement de la matrice de la MEF.



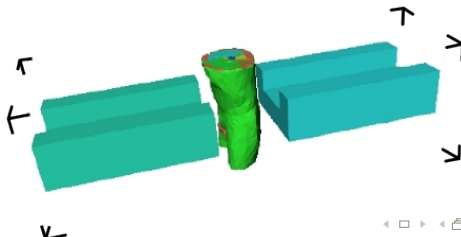
# Etat de l'Art en maillage 3D

## Approches

- frontales [George et al., 94],
- basées sur la triangulation de Delaunay [Shewchuk, 98],
- basées sur un partitionnement hiérarchique [Labelle et al., 07].

## Point commun

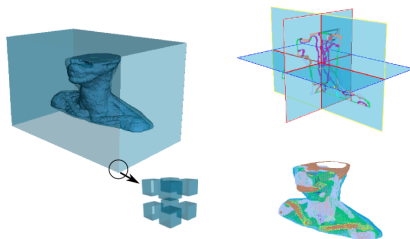
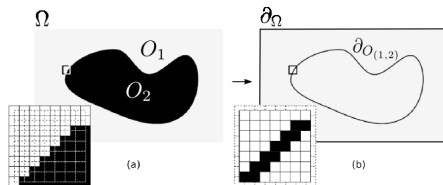
Partir d'un maillage surfacique pour réaliser le maillage volumique



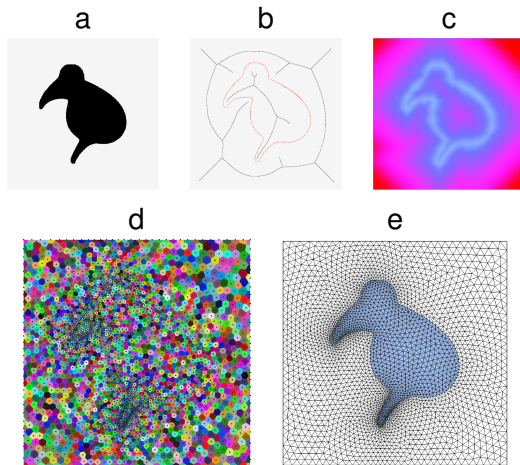
- 1 Contexte et motivations
- 2 Génération de maillages volumiques**
- 3 Adaptation de maillages volumiques
- 4 Exemples d'applications et évaluations
- 5 Conclusions et perspectives

## Objets discrets

- Objets discrets : sous-ensemble de pixels ou de voxels (ex. : images médicales).
- Graphe primaire : voisinages (a).
- Graphe dual : inter-pixels (b).



# Triangulation basée sur les diagrammes de Voronoï Centroïdaux





## Principe

Définition d'une fonction objectif permettant une optimisation des éléments générés

- avantage : qualité des résultats obtenus.
- inconvénient : coûteuses en temps de calcul.

## Etat de l'art

- Partitionnement de maillage surfacique [Valette et al, 08].
- Génération de maillage volumique [Alliez et al, 05] [Tournois et al, 09].

## Terme d'énergie

$$E_V = \sum_{i=1}^n \left( \sum_{p_j \in C_i} \int_{p_j} \rho(x) \|x - z_i\|^2 dx \right) \quad (1)$$

## Site de Voronoï

$$z_i = \frac{\int_{C_i} x \cdot \rho(x) dx}{\int_{C_i} \rho(x) dx} \quad (2)$$

## Méthodes

- *K-means* [MacQueen, 67]
- relaxation de Lloyd [Lloyd, 82]

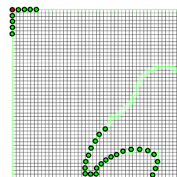
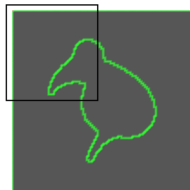
# Contraintes de bord

## Cause

Le domaine d'étude doit être placé dans une boîte englobante

## Méthode

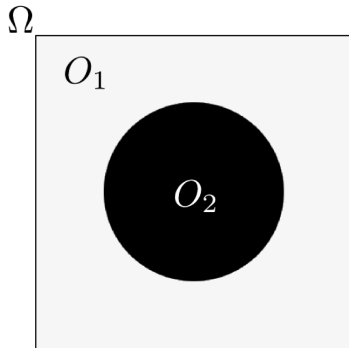
Définir différents attributs selon la géométrie des frontières dans l'image.



# Partition du domaine

## Principe

Répartir  $N$  points dans l'espace en préservant les frontières du domaine.



# Partition du domaine

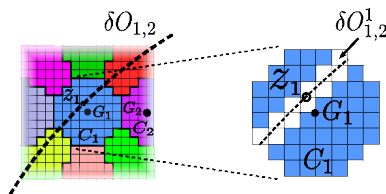
## Approche variationnelle

Maximiser la compacité des cellules en minimisant un terme d'énergie [Valette08] :

$$F = \sum_{i=1}^n \left[ \sum_{p_j \in C_i} \rho_j z_i^T (z_i - 2 \gamma_j) \right] \quad (3)$$

## Position de chaque site :

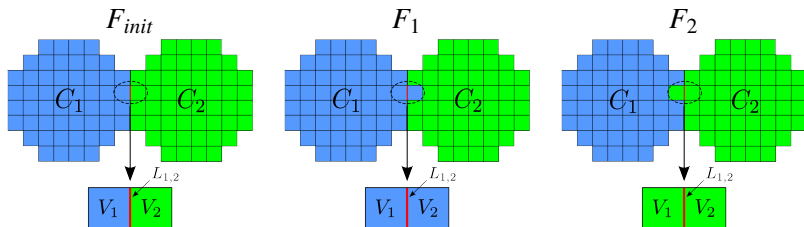
- Cas non-contraint :  $z_i$  est fixé au barycentre de sa cellule.
- Cas contraint :  $z_i$  est fixé au barycentre de l'intersection de sa cellule avec la frontière.



## Principe

Trois configurations possibles pour  $F$  :

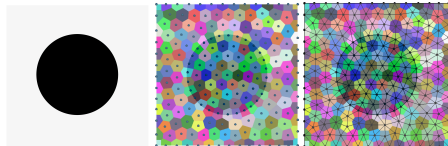
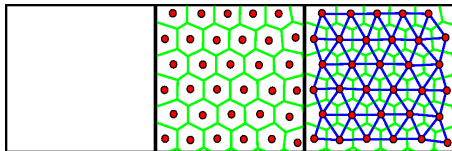
- $F_{init}$  (la configuration initiale) :  $V_1$  appartient à  $C_1$  et  $V_2$  appartient à  $C_2$ .
- $F_1$  ( $C_1$  grandit et  $C_2$  rétrécit) :  $V_1$  et  $V_2$  appartiennent à  $C_1$ .
- $F_2$  ( $C_1$  rétrécit et  $C_2$  grandit) :  $V_1$  et  $V_2$  appartiennent à  $C_2$ .



# Dualisation

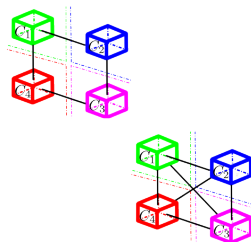
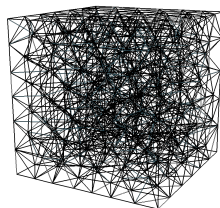
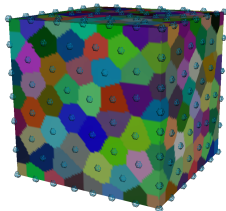
## Principe

Dual du diagramme de Voronoi = triangulation de Delaunay



## Approximation du dual

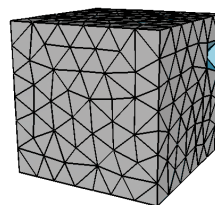
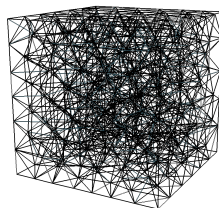
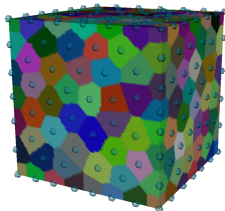
- Création d'un graphe  $G_c$  de connexité basé sur l'adjacence des cellules de Voronoï. Deux types d'ambiguïtés dues au partitionnement d'un espace discret.
- Construction d'un ensemble  $\Gamma$  des tétraèdres admissibles à partir de  $G_c$ .





## Approximation du dual

- Création d'un graphe  $G_c$  de connexité basé sur l'adjacence des cellules de Voronoï. Deux types d'ambiguïtés dues au partitionnement d'un espace discret.
- Construction d'un ensemble  $\Gamma$  des tétraèdres admissibles à partir de  $G_c$ .



## Approximation du dual

- Construction du maillage par propagation d'un front d'onde en se basant sur  $\Gamma$ .

Maillage tétraédrique

Front d'onde

# Résolution des ambiguïtés

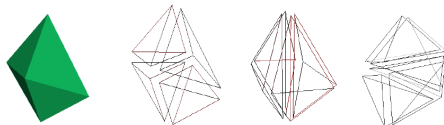
## Principe

Détection des artefacts en recherchant les faces internes adjacentes à un seul tétraèdre.

## Résolution

- Utilisation de patrons.
- Triangulation de Delaunay Contrainte.

Si  $n \leq 6$



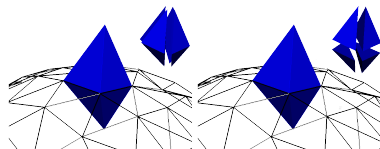
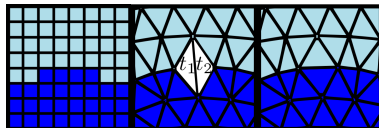
sinon



# Allocation et restauration des frontières

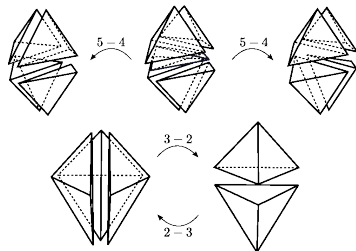
## Principe

- Chaque tétraèdre est alloué à un objet en comptabilisant les voxels qu'il contient.
- Permet de résoudre les ambiguïtés topologiques en détectant les tétraèdres appartenant initialement à deux régions du domaine.



## Principe

- Utilisation d'un ensemble de modifications topologiques du maillage pour augmenter sa qualité.
- Pas d'insertion ou de suppression mais des modifications de la connectivité des sommets (bascules d'arêtes en 2D).

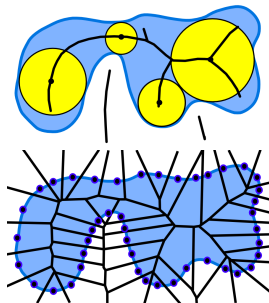


- 1 Contexte et motivations
- 2 Génération de maillages volumiques
- 3 Adaptation de maillages volumiques**
- 4 Exemples d'applications et évaluations
- 5 Conclusions et perspectives

# Axe médian

## Définitions

- L'axe médian est l'union des centres des cercles maximaux.
- Un sous ensemble du graphe de Voronoï représente une approximation de l'axe médian.



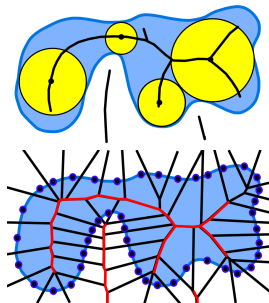
## Utilité

- Reconstruction de surface à partir d'un nuage de points.
- Création de maillages adaptatifs (LFS : largeur locale) [Alliez05].

# Axe médian

## Définitions

- L'axe médian est l'union des centres des cercles maximaux.
- Un sous ensemble du graphe de Voronoï représente une approximation de l'axe médian.



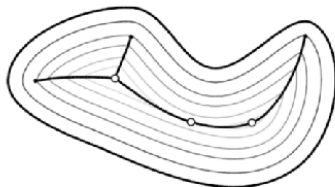
## Utilité

- Reconstruction de surface à partir d'un nuage de points.
- Création de maillages adaptatifs (LFS : largeur locale) [Alliez05].



## Approches

- fonction de distance [Coeurjolly07],
- érosion morphologique [Tao07],
- approche de type Voronoï [Dey03].

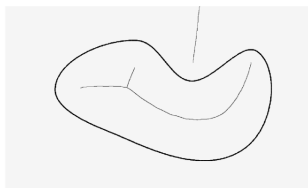


# Challenges

- L'axe médian est hautement sensible aux petits détails dans la forme.
- Généralement, on construit une approximation discrète de l'axe médian qui dépend de la distribution originale.



Image  
originale



Approximation  
de l'axe médian

## Principe

Détermination de l'axe médian d'un objet discret en utilisant un diagramme de Voronoï centroïdal contraint. Le diagramme est alors filtré pour obtenir une approximation de l'axe médian.



[1] Dardenne, J. et al. : Computer Graphic International, 2008.

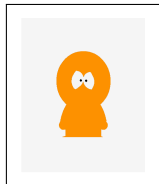


Image  
originale

## Diagramme de Voronoï centroïdal contraint

Les sites sont définis à partir des sommets frontières contenus dans la cellule.

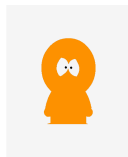
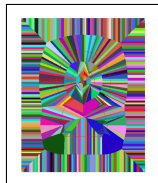


Image  
originale

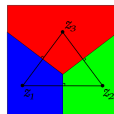


DVC  
contraint

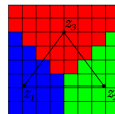
# Notre approche

## Graphe de Voronoï

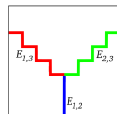
Un graphe de Voronoï est un sous-ensemble du diagramme constitué d'arêtes (et de faces en 3D).



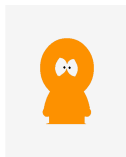
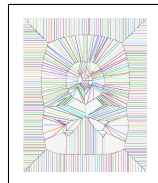
DV



DVC



GV

Image  
originaleDVC  
contraintGraphe de  
Voronoi

# Notre approche

Mesure de l'anisotropie des cellules :

$$AF_i = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \frac{\sqrt{(\Lambda_i^1 - \bar{\Lambda}_i)^2 + (\Lambda_i^2 - \bar{\Lambda}_i)^2}}{\sqrt{(\Lambda_i^1)^2 + (\Lambda_i^2)^2}} \quad (4)$$



$$0 \leq AF_i \leq 1 \quad (5)$$

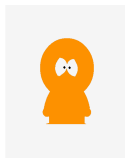


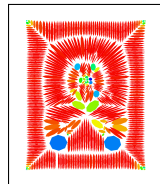
Image  
originale



DVC  
contraint



Graphe de  
Voronoi



Carte d'  
anisotropie

# Notre approche

## Filtrage 1

On élimine les arêtes du graphe traversant la frontière de la forme.

$$S_{f(i,j)}(v) = \langle \overrightarrow{z_{f(i,j)}v}, \overrightarrow{N_{f(i,j)}} \rangle \quad (6)$$

$$E_{i,j} \in MA \text{ si } S_{f(i,j)}(v_1) \cdot S_{f(i,j)}(v_2) \geq 0, \quad (7)$$

$$\forall (v_1, v_2) \in (E_{i,j} \otimes E_{i,j})$$

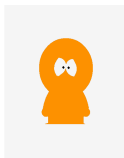


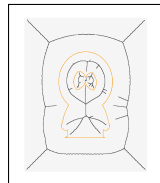
Image  
originale



Graphe de  
Voronoi



Carte d'  
anisotropie



Filtrage  
1

# Notre approche

## Filtrage 2

On élimine les "pics" provenant des arêtes courtes du graphe.

$$E_{i,j} \in MA \text{ si } A_{i,j} > \gamma, \Lambda_{f(i,j)}^1 > \beta \cdot \Lambda_{i,j}^3 \quad (8)$$

avec

$$A_{i,j} = | \langle N_{f(i,j)}, N_{i,j} \rangle | \quad (9)$$

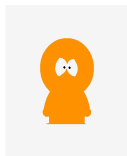


Image  
originale



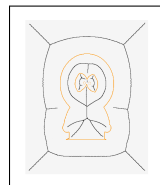
Graphe de  
Voronoi



Carte d'  
anisotropie



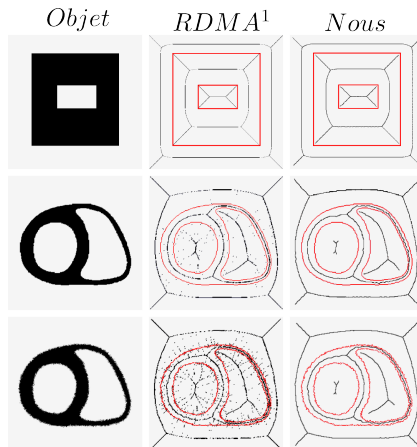
Filtrage  
1



Filtrage  
2



# Résultats : Axe médian



[2] Coeurjolly, D. et Montanvert, A., IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2007.

# Génération de maillages adaptatifs

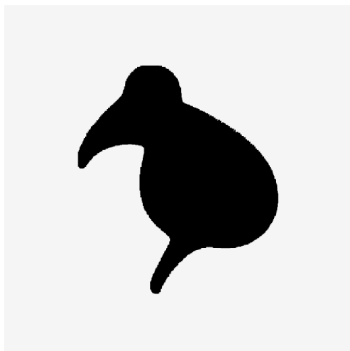


Image Originale

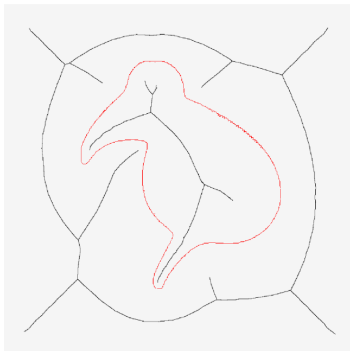
## Principe

Obtenir des maillages adaptatifs en mesurant une information géométrique.



[4] Dardenne, J., Valette, S., Siauve, N., Prost, R. : The Visual Computer, 2009.

# Générations de maillages adaptatifs



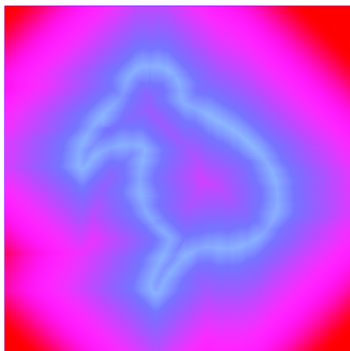
Axe médian

## Axe médian

L'axe médian permet de définir une carte de densité  $\rho$  basée sur la largeur locale (Local Feature Size).

$$LFS(x) = \min_{y \in MA(S)} \|x - y\| \quad (10)$$

# Générations de maillages adaptatifs



Carte de densité

## Carte de densité

Ajouter une carte de densité permet de mailler plus finement certaines régions de l'image en imposant une densité souhaitée.

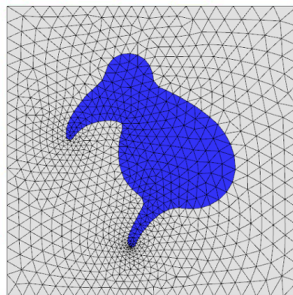
# Générations de maillages adaptatifs

Carte de densité : Prise en compte de la largeur locale

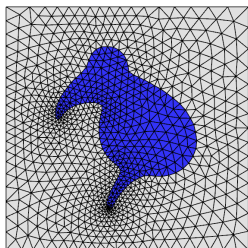
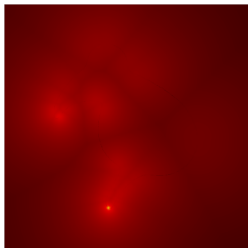
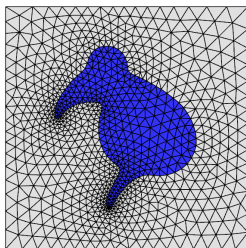
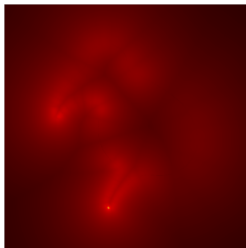
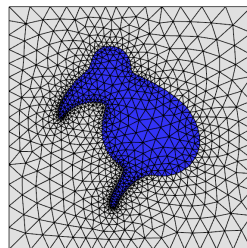
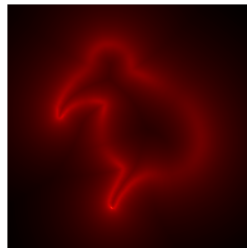
$$\mu_j = \min_{i \in \partial\Omega} (\alpha d(i,j) + LFS(i)) \text{ avec } \rho_j = \frac{1}{\mu_j^{d+2}} \quad (11)$$

Partitionnement

Triangulation

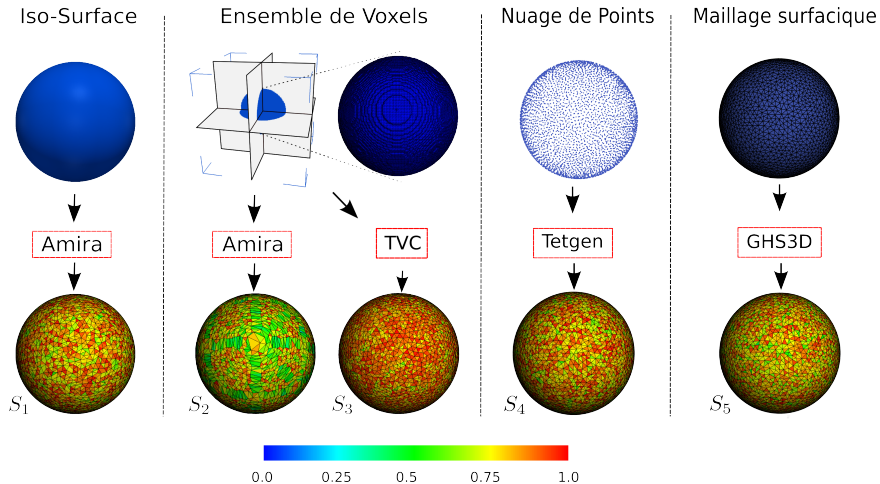


# Générations de maillages adaptatifs

 $\alpha = 0.3$  $\alpha = 1$  $\alpha = 10$ 

- 1 Contexte et motivations
- 2 Génération de maillages volumiques
- 3 Adaptation de maillages volumiques
- 4 Exemples d'applications et évaluations**
- 5 Conclusions et perspectives

# Qualité de la modélisation

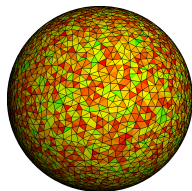
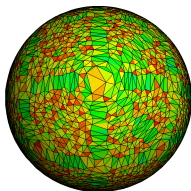
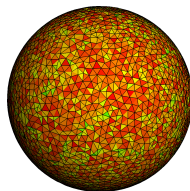




## Modélisation thermique

Résolution de l'équation de bio chaleur par éléments finis :

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (k \nabla T) - C_b \omega_b (T - T_a) + Q_{em} + Q_m \quad (12)$$

 $S_1$  $S_2$  $S_3$ 

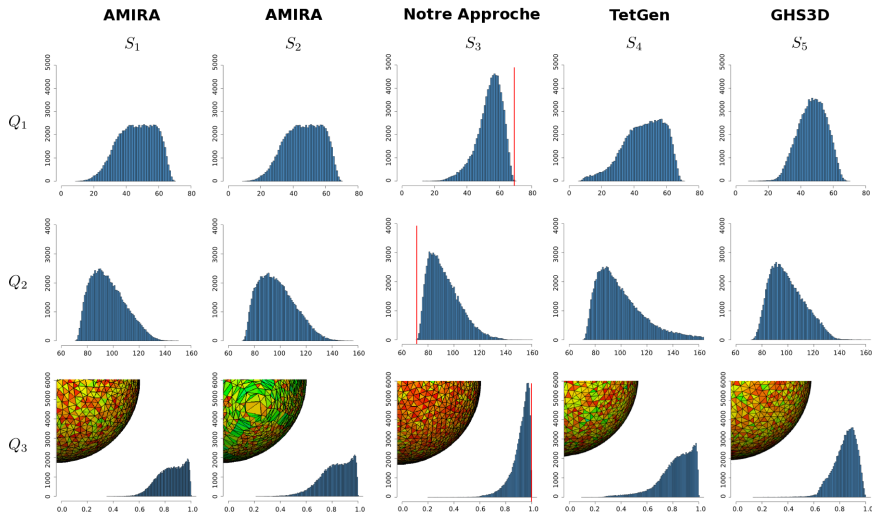
Simulation

# Qualité Vs Précision

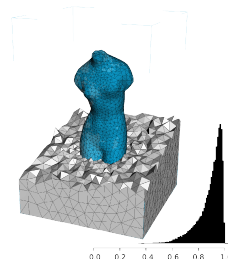
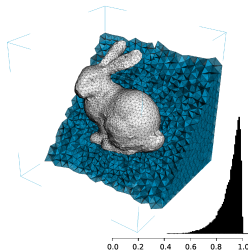
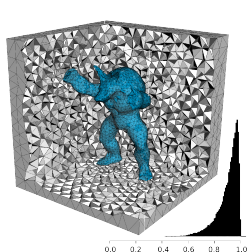
Résultats pour la résolution par MEF en électromagnétisme (1) et en thermique (2). AMIRA :  $S_1$ ,  $S_2$ . Notre approche (TVC) :  $S_3$ . TetGen :  $S_4$ . GHS3D :  $S_5$

Maillages	AMIRA	AMIRA	Notre approche	TetGen	GHS3D
Critères	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$S_5$
$Q_1$	51.97°	50.88°	56.32°	47.07148°	46.00°
$Q_4$	0.843	0.824	0.911	0.838	0.823
$\min(Q_1)$	13.41°	10.12°	16.31°	8.00°	6.72°
$\min(Q_4)$	0.362	0.282	0.376	0.20	0.176
$\varepsilon_{\max}$ (1)	0.035°C	0.094°C	0.047°C	0.075°C	0.033°C
$\varepsilon_{\text{rms}}$ (1)	0.010	0.061	0.025	0.011	0.010
# arêtes	100875	102274	101027	100972	101014
# itérations (1)	171	205	121	158	169
# itérations (2)	5002	5004	4004	4970	5001

# Qualité du maillage



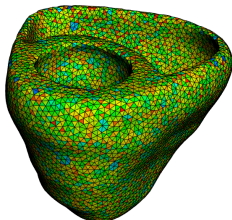
# Modèles virtuels



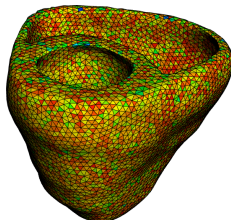
Modèle	# tétraèdres	Maillage initial			Après optimisation			Angle dièdre minimal (°)
		< 6°	< 12°	< 18°	< 6°	< 12°	< 18°	
armadillo	55329	40	138	364	0	1	5	10.81°
bunny	113409	99	358	654	0	1	8	11.54°
venusbody	55103	33	113	226	0	5	13	10.17°

# Modèles Anatomiques

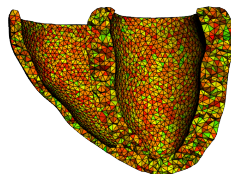
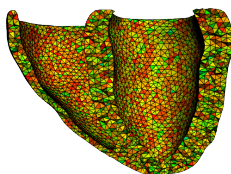
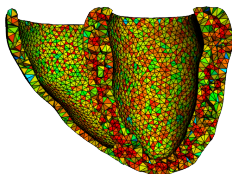
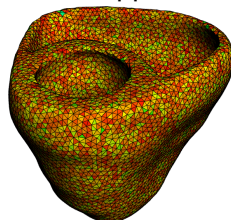
AMIRA



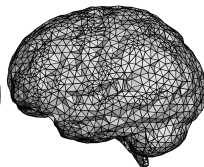
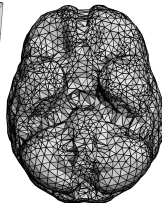
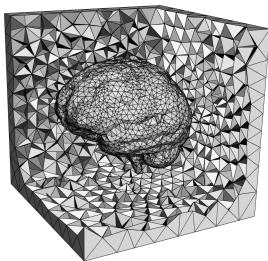
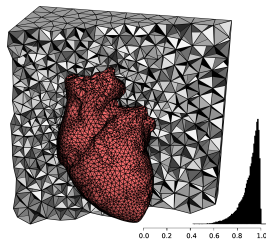
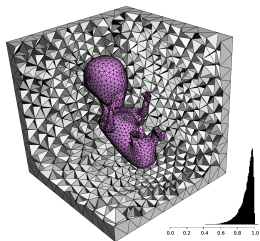
GHS3D



Notre approche



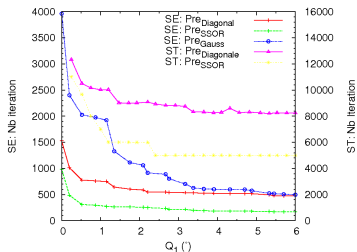
# Structures Anatomiques



# Influence de la qualité du maillage sur la simulation par la MEF

## Expérimentation 1 :

Ajout d'un seul mauvais élément pour tester la rapidité de la convergence de la simulation électromagnétique et thermique selon le type de pré-conditionnement.

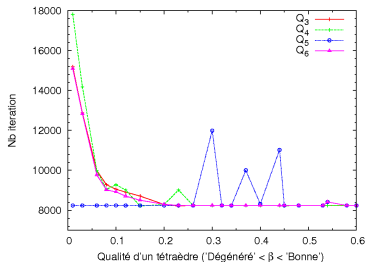


*SE* : Electromagnétique  
*ST* : Simulation Thermique  
*Q<sub>1</sub>* : Angle Dièdre minimal

# Influence de la qualité du maillage sur la simulation par la MEF

## Expérimentation 2 :

Ajout de mauvais éléments par rapport à différents critères normalisés pour tester la rapidité de la convergence de la simulation thermique.



$$Q_3 = \frac{12 \sqrt[3]{9V^2}}{\sum l_{i,j}^2}$$

$$Q_4 = 3 \frac{r_{in}}{r_{out}}$$

$$Q_5 = \frac{l_{min}}{l_{max}}$$

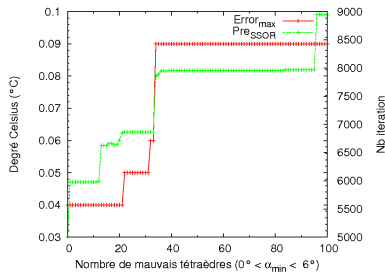
$$Q_6 = \frac{12}{\sqrt{6}} \frac{3V}{l_{max} \sum A_i}$$



# Influence de la qualité du maillage sur la simulation par la MEF

## Expérimentation 3 :

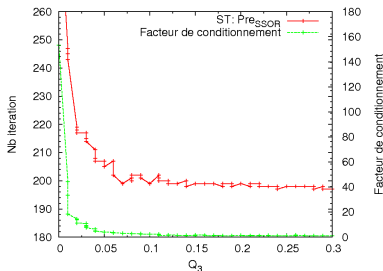
Ajout de mauvais éléments pour tester l'erreur entre les solutions analytiques et numériques thermiques.



# Influence de la qualité du maillage sur la simulation par la MEF

## Expérimentation 4 :

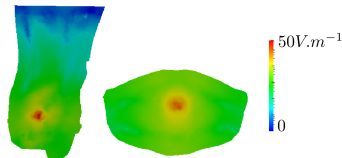
Ajout de mauvais éléments pour voir si il existe un lien avec le facteur de conditionnement de la matrice pour la simulation thermique.



# Comparaison dans le cadre de l'hyperthermie *Creatis* LRMN *Ampère*

## Dispositif d'hyperthermie

Configuration réaliste utilisée en hyperthermie basée sur une antenne interstitielle reliée à un générateur émettant à 433 MHz.

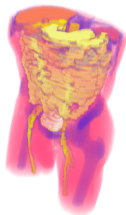
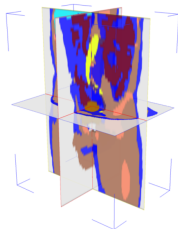


# Comparaison dans le cadre de l'hyperthermie *Creatis LRMN Amfisi*

## Modèle patient

Neuf organes : muscle, graisse, os, intestin, reins, foie, vessie, artères et tumeur.

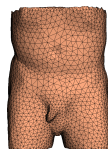
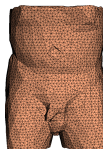
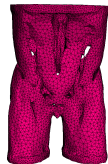
Dimensions : 256\*512\*65



AMIRA



TVC



# Comparaison dans le cadre de l'hyperthermie *Creatis* LRMN *Ampère*

## Problème couplé

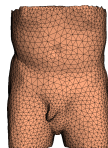
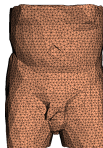
simulation électromagnétique  
(1) et thermique (2)

Critères \ Maillleurs	AMIRA	Notre Approche
$\overline{Q_1}$	46.32°	52.28°
$\overline{Q_4}$	0.804	0.862
$\min(Q_1)$	0.19°	10.01°
$\min(Q_4)$	0.03	0.278
# points	39052	39100
# itérations (1)	166	128
# itérations (2)	130	82

AMIRA

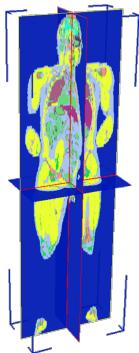


TVC



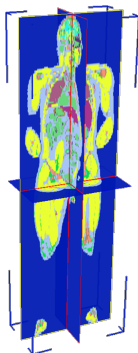
- 1 Contexte et motivations
- 2 Génération de maillages volumiques
- 3 Adaptation de maillages volumiques
- 4 Exemples d'applications et évaluations
- 5 Conclusions et perspectives**

# Conclusions



- Approche discrète : traitement direct des voxels.
- Approche adaptative : pilotée par des informations géométriques.
- Approche variationnelle : Obtention de maillage avec une densité non uniforme de tétraèdres de très bonne qualité.

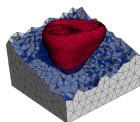
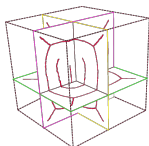
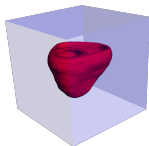




- Ajouter à l'information géométrique, un critère lié à l'erreur de calcul par la MEF.
- Construction progressive du maillage en terme de résolution spatiale.
- Génération de maillages anisotropes dans le cadre de simulation numérique.







## ● Revues internationales avec comité de lecture

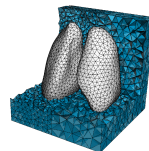
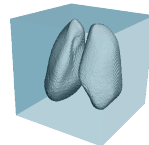
- [Dardenne09b] **J. Dardenne** et al. *Modélisation adaptative 3d de structures anatomiques pour la simulation électromagnétique et thermique*. EJEE, 2009.
- [Dardenne09a] **J. Dardenne** et al. *Variational tetrahedral mesh generation from discrete volume data*. The Visual Computer, 2009

## ● Conférences internationales avec actes et avec comité de lecture

- [Dardenne09f] **J. Dardenne** et al. *Impact of Tetrahedral Mesh Quality for Electromagnetic and Thermal Simulations*. COMPUMAG'09, Florianopolis, Brazil, November 2009.
- [Siauve09] N. Siauve et al. *Electromagnetic Characterization of Biological Tissues with Particle Swarm Optimization*. COMPUMAG'09, Florianopolis, Brazil, November 2009.
- [Dardenne09e] **J. Dardenne** et al. *Exploiting curvature to compute the medial axis with constrained centroidal Voronoi diagram on discrete data*. ICIP'09, Cairo, Egypt, November 2009.
- [Dardenne08a] **J. Dardenne** et al. *Medial axis approximation with constrained centroidal voronoi diagrams on discrete data*. CGI'08, Istanbul, Turkey, June 2008.

## ● Conférences nationales avec actes et avec comité de lecture

- [Dardenne09d] **J. Dardenne** et al. *Génération de maillages triangulaires adaptatifs 2d avec des diagrammes de voronoi centroidaux*. GRETSI, Dijon, France, Septembre 2009.
- [Dardenne09c] **J. Dardenne** et al. *Approximation de l'axe médian pour les objets discrets avec prise en compte de la courbure*. GRETSI, Dijon, France, Septembre 2009.
- [Dardenne08b] **J. Dardenne**. *Génération de maillages tétraédriques adaptatifs de structure anatomique du corps humain pour la simulation électromagnétique et thermique*. Prix JCGE'08. JCGE, Lyon, France, Décembre 2008



## Principe

Amélioration de l'approximation de l'axe médian d'un objet discret en prenant en compte la courbure de la forme. Les cellules de Voronoï ne sont plus uniformes.



[3] Dardenne, J., Valette, S., Siauve, N., Prost, R. : ICIP, 2009.



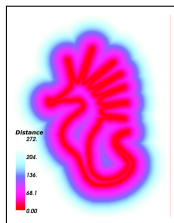
Image  
originale

## Carte de Distance euclidienne

Nous calculons une carte de distance euclidienne discrète  $g$  à partir de la frontière de la forme  $\delta_O$ .



Image  
originale



Carte de  
distance

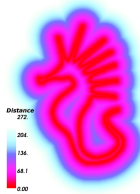
## Calcul du Hessien $\mathbf{H}(g)$ de l'image

Utilisation de la matrice hessienne ( $\mathbf{H}$ ) pour décrire la courbure locale dans chaque point ( $x$ ) de l'image.

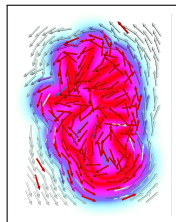
$$\mathbf{H}(g) = \begin{pmatrix} g_{xx} & g_{xy} \\ g_{yx} & g_{yy} \end{pmatrix} \quad (13)$$



Image  
originale



Carte de  
distance



Directions  
principales

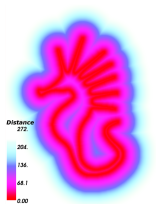
## Carte de Courbure

Les valeurs propres de  $\mathbf{H}(g)$  sont utilisées pour générer une fonction de courbure  $c_j$ .

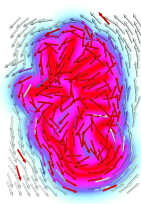
$$c_j = \sqrt{\lambda_j^{1^2} + \lambda_j^{2^2}} \quad (14)$$



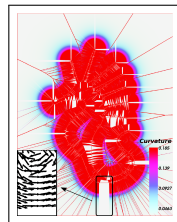
Image  
originale



Carte de  
distance



Directions  
principales



Carte de  
courbure

## Carte de Densité

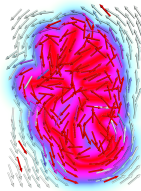
La courbure issue du hessien est utilisée pour générer une fonction de densité  $\rho$  (d)

si  $c_j \neq 0$  alors  $\rho_j = c_j^2$

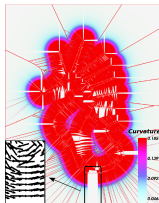
sinon  $\rho_j = \beta$  (15)



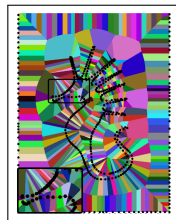
Image  
originale



Directions  
principales



Carte de  
courbure



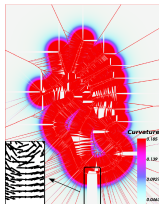
DVCC  
adaptatif

## Filtrage

Détermination de l'axe médian par filtrage du graphe de Voronoï.



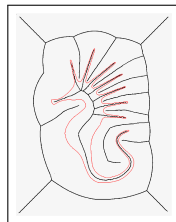
Image  
originale



Carte de  
courbure



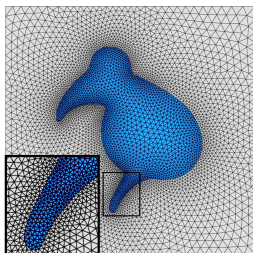
DVCC  
adaptatif



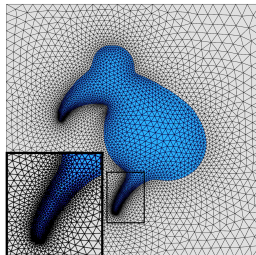
Axe  
médian

Carte de densité : Prise en compte de la largeur et de la courbure locale

$$\mu_j = \min_{i \in \partial\Omega} (\alpha d(i,j) + (LFS(i) + \gamma c(i))) \quad (16)$$



$$\alpha = 10, \gamma = 0$$



$$\alpha = 10, \gamma = 0.5$$